

50376
1987
251

N° d'ordre : 138

50376
1987
251

THESE
DE DOCTORAT

présentée

à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DE LILLE FLANDRES-ARTOIS

EN MECANIQUE DES SOLIDES



SHAO Jian Fu

ETUDE DU COMPORTEMENT
D'UNE CRAIE BLANCHE TRES POREUSE
ET MODELISATION

Exemplaire corrigé après avis du jury

Soutenue le 15 septembre 1987 devant le jury composé de :

MM. HENRY J. P.

DARVE F.

MAURY V.

MEIMON Y.

MONJOIE A.

SHAHROUR I.

USTLFA

INPG

ELF AQUITAINE

IFP

Université de Liège

USTLFA

Président

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examineur

Examineur



REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au sein du Laboratoire de Mécanique de Lille, Département de Mécanique des Matériaux Fragiles, à l'Ecole Universitaire d'Ingénieurs de Lille, que les Directeurs du L.M.L. et de l'E.U.D.I.L. trouvent ici mes vifs remerciements.

Monsieur le Professeur HENRY a assuré la direction de ce travail ; l'aide qu'il m'a apportée, les conseils qu'il m'a formulés, sa confiance et ses encouragements m'ont été très précieux. Il m'a fait l'honneur de présider le jury. Qu'il veuille bien accepter ma plus profonde gratitude et mes vifs remerciements.

L'auteur désire tout particulièrement remercier :

Monsieur le Professeur DARVE et Monsieur MAURY, rapporteurs de mon mémoire, pour leurs remarques pertinentes, leurs conseils précieux, et pour avoir accepté de faire partie du jury de thèse.

Monsieur le Professeur MONJOIE et Monsieur MEIMON pour avoir examiné le travail et accepté de participer au jury.

Monsieur SHAHROUR, pour son aide à la mise au point du programme éléments finis, son soutien amical, et pour le plaisir qu'il m'a fait d'avoir accepté d'être dans le jury.

Monsieur le Professeur DEBUS, responsable de mon D.E.A., pour son accueil très chaleureux et avoir guidé mes premiers pas vers la recherche.

Je ne peux pas oublier tous mes collègues et amis qui m'ont aidé et encouragé au cours de ce travail.

Je tiens à présenter mes plus sincères remerciements à Monsieur SECQ, sans qui mes essais n'auraient pas pu être réalisés ; et à Monsieur le Professeur ROBINET pour le soutien qu'il m'a apporté.

Madame RENIEZ a assuré la dactylographie de ce travail ; je tiens à l'en remercier.

SOMMAIRE

INTRODUCTION	p. 1
CHAPITRE 1 - GENERALITES	p. 4
1-1 RAPPELS SUR LES MODELES UTILISES POUR LES GEOMATERIAUX	p. 4
1-1-1 Modèles rhéologiques incrémentaux	p. 4
1-1-2 Modèles élastoplastiques	p. 5
1-1-3 Modèles avec endommagement	p. 7
1-1-4 Modèles utilisés dans le cas des roches	p. 8
1-2 MODELE ELASTOPLASTIQUE A ECROUISSAGE ISOTROPE	p.11
CHAPITRE 2 - ETUDE EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT DE LA CRAIE BLANCHE	p.15
2-1 PRESENTATION DES ESSAIS SUR LA CRAIE BLANCHE	p.15
2-1-1 Caractérisation de la craie étudiée	p.16
2-1-2 Préparation des éprouvettes	p.19
2-1-3 Conditions d'essais	p.19
2-1-4 Dispositif expérimental	p.22
2-1-5 Montage expérimental	p.23
2-2 COMPORTEMENT SOUS SOLLICITATION DE COM- PRESSION ISOTROPE	p.23
2-2-1 Méthodes de manipulation	p.23
2-2-2 Résultats expérimentaux	p.25
2-2-3 Ecoulement plastique en compression isotrope.....	p.26
2-2-4 Variation de porosité	p.27
2-2-5 Variation de module de compressibilité isotrope.....	p.30

2-3 COMPORTEMENT SOUS SOLLICITATION DE COMPRESSION TRIAXIALE DE REVOLUTION	p.32
2-3-1 Méthodes de manipulation	p.32
2-3-2 Résultats expérimentaux	p.32
2-3-3 Etat de rupture	p.42
2-3-4 Limite d'élasticité initiale	p.42
2-3-5 Contractance irréversible.....	p.45
2-3-6 Variation du module d'élasticité	p.45

CHAPITRE 3 - FORMULATION DU MODELE ELASTOPLAS- TIQUE POUR LA CRAIE ET DETERMINA- TION DES PARAMETRES

p.51

3-1 INTRODUCTION	p.51
3-2 HYPOTHESE DE TRAVAIL	p.52
3-3 DEFORMATION ELASTIQUE	p.52
3-4 CHANGEMENT DE REPERE.....	p.53
3-5 DEFORMATION PLASTIQUE CONTRACTANTE	p.54
3-5-1 Fonction de charge contractante	p.54
3-5-2 Règle d'écrouissage	p.56
3-5-3 Règle d'écoulement	p.58
3-5-4 Matrice de plasticité	p.59
3-6 DEFORMATION PLASTIQUE DEVIATORIQUE	p.59
3-6-1 Critère de rupture	p.60
3-6-2 Fonction de charge déviatorique	p.62
3-6-3 Règle d'écrouissage	p.62
3-6-4 Potentiel plastique déviatorique et règle d'écoulement	p.67
3-6-5 Matrice de plasticité déviatorique	p.70

3-7 INFLUENCE DES CYCLES DE DECHARGEMENT- RECHARGEMENT

p.71

CHAPITRE 4 - SIMULATION DES ESSAIS DE SOLLICITA- TIONS SIMPLES

p.73

4-1 SIMULATION DES ESSAIS ELEMENTAIRES ET VERIFICATION DES PARAMETRES.....	p.73
4-1-1 Récapitulation des paramètres	p.73
4-1-2 Simulation numérique	p.74
4-1-3 Comparaisons et marques	p.78

4-2 INFLUENCE DES PARAMETRES	p.83
4-2-1 Influence du paramètre d'écrouissage contractant (ρ)	p.83
4-2-2 Influence du paramètre de rupture (m).....	p.84
4-2-3 Influence des paramètres d'écrouissage dilatant (β , l).....	p.86
4-3 VALIDATION DU MODELE SUR DES CHEMINS DE SOLLICITATIONS PROPORTIONNELLES	p.90
4-3-1 Réalisation des essais de sollicitations proportionnelles	p.90
4-3-2 Simulation numérique à l'aide du modèle	p.91
4-3-3 Comparaisons et conclusions	p.93
4-4 VALIDATION DU MODELE SUR UN CHEMIN TRIAXIAL D'EXTENSION LATÉRALE	p.96
4-4-1 Méthode de manipulation et résultats expérimentaux	p.96
4-4-2 Simulation de l'essai à l'aide du modèle	p.96
4-4-3 Comparaisons et remarques	p.98
 CHAPITRE 5 - PROGRAMMATION DU MODELE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	p.99
5-1 RESOLUTION DES PROBLEMES ELASTOPLAS- TIQUES PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	p.99
5-1-1 Hypothèse fondamentale	p.99
5-1-2 Enoncé du problème	P.100
5-1-3 Formulations du problème	p.100
5-1-4 Approximation du problème par éléments finis	p.101
5-1-5 Application de la méthode incrémentale	p.103
5-1-6 Application de la méthode de Newton- Raphson modifiée	p.104

5-2 PRESENTATION DU PROGRAMME DE CALCUL.....	p.107
5-2-1 Structure générale du programme	p.107
5-2-2 Construction du système linéaire	p.108
5-2-3 Calcul des contraintes et déformations.....	p.111
5-2-4 Calcul des forces résiduelles	p.112
5-2-5 Résolution du système linéaire	p.115
5-3 ESSAI DU PROGRAMME	p.115
CHAPITRE 6 - COMPORTEMENT DE LA CRAIE DANS	
DES ESSAIS SUR CYLINDRES CREUX	
ET SIMULATION A L'AIDE DU MODELE.....	p.117
6-1 PRESENTATION DES ESSAIS SUR CYLINDRES	
CREUX	p.117
6-2 MANIPULATION ET SIMULATION DES ESSAIS	p.120
6-2-1 Essai sur cylindre creux : pression	
extérieure contrôlée	p.120
6-2-2 Essai sur cylindre creux : force axiale	
contrôlée	p.124
CONCLUSION	p.130
BIBLIOGRAPHIE	p.134

INTRODUCTION

Pour le calcul et l'étude de stabilité des ouvrages dans les milieux rocheux (Tunnels, galeries, cavités et forages pétroliers profonds), la connaissance d'un modèle rhéologique interprétant correctement le comportement des roches est fondamentale et nécessaire.

Le comportement des matériaux rocheux, dépendant de leurs structures et des sollicitations qui leur sont appliquées est très variable et complexe. Il semble encore impossible de trouver un modèle rhéologique valable pour tous les types de roches sur tous les chemins de sollicitations.

L'objectif visé dans notre étude est d'étudier le comportement mécanique d'une craie blanche (roche poreuse) sous des sollicitations statiques et quasi-monotones à pression hydrostatique moyenne et élevée, ainsi que sa modélisation par un modèle élastoplastique à deux surfaces de charge. L'intérêt de cette modélisation se situe essentiellement dans l'étude de la stabilité des forages pétroliers profonds et des subsidences induites.

La craie blanche présente un comportement bien particulier à cause de la forte porosité ($\eta \approx 45 \%$) : sous une pression hydrosta-

tique faible (< 5 MPa), elle se comporte comme une roche fragile ; et sous une pression hydrostatique élevée (> 20 MPa) comme un sol. Entre ces deux zones, il y a destruction progressive de la micro-structure rendant incohérent les grains de calcite constituant la roche. La difficulté majeure pour modéliser le comportement d'une telle roche est d'interpréter la transition fragile-ductile par simple évolution des paramètres du modèle retenu. Très peu d'études ont été effectuées jusqu'à maintenant sur la modélisation de cette roche.

Notre travail comporte trois parties principales :

- l'étude expérimentale du comportement de la craie,
- l'adaptation du modèle élastoplastique à deux surfaces de charge de LADE pour la modélisation du comportement de la craie,
- la simulation du comportement de la craie sous des chemins de sollicitations plus ou moins complexes (problèmes homogènes et problèmes aux limites) à l'aide du modèle retenu.

Ces différentes parties du travail seront présentées en six chapitres :

Dans le premier chapitre, après un bref résumé sur les modèles rhéologiques actuellement utilisés pour des matériaux cohérents et non cohérents, nous présenterons des notions de base de la modélisation élastoplastique qui seront utilisées pour la formulation du modèle retenu pour la craie.

Le deuxième chapitre sera consacré à l'étude expérimentale des aspects fondamentaux du comportement de la craie. Nous y présenterons d'abord les essais de compression isotrope et triaxiale effectués sur la roche, ainsi que les résultats expérimentaux obtenus. Ensuite, nous tirerons les conclusions essentielles sur les aspects fondamentaux du comportement du matériau.

Nous présenterons, au troisième chapitre, la formulation du modèle élastoplastique à deux surfaces de charge de LADE adapté

pour la craie étudiée, ainsi que la détermination des paramètres du modèle modifié. Nous insisterons en particulier sur les modifications apportées pour prendre en considération des particularités du comportement de la roche poreuse.

Dans le quatrième chapitre, le modèle élastoplastique retenu sera d'abord intégré sur des chemins de compression isotrope et triaxiale, ce qui constitue le premier test du modèle. Une étude d'influences des paramètres du modèle sera également effectuée pour ces chemins de sollicitations, ce qui permet d'apprécier les valeurs des paramètres déterminées. Ensuite, nous présenterons le comportement de la craie sous des chemins de sollicitations proportionnelles et triaxiales d'extension latérale. Le modèle sera utilisé pour la simulation de ces essais. Enfin, nous donnerons la comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus à partir de la simulation à l'aide du modèle.

Le cinquième chapitre comporte l'introduction du modèle élastoplastique pour la craie dans un programme de calcul par la méthode des éléments finis. Nous y présenterons la structure générale et les principaux blocs opérationnels du programme.

Enfin le dernier chapitre permet d'étudier le comportement de la craie blanche dans des problèmes aux limites à l'aide du programme de calcul. Nous présenterons d'abord la réalisation des essais sur cylindres creux sous différentes conditions aux limites et les résultats obtenus. Nous utiliserons ensuite le programme de calcul par éléments finis pour simuler ces essais. Les comparaisons entre l'expérience et la simulation seront enfin effectuées.

CHAPITRE I

GENERALITES

La résolution des problèmes statiques de mécanique des roches nécessite, outre les équations d'équilibre et de la cinématique, la connaissance des lois de comportement.

Les lois de comportement s'expriment comme une relation fonctionnelle déterministe entre le tenseur de contrainte en un point de la structure et les déformations (allongement, rotation) en ce point. Ces fonctionnelles, dépendant de l'histoire de chargement, doivent satisfaire à des principes de divers types, tels que les principes de la thermodynamique, le principe d'objectivité; ... [16]. Mais les restrictions dues à ces principes sont en général insuffisantes pour déterminer ces relations fonctionnelles. Dans la pratique, on a recours aux modèles rhéologiques afin de décrire le comportement de différents matériaux. Les modèles rhéologiques sont élaborés à partir de l'expérience et vérifient un certain nombre de principes généraux de la rhéologie comme le principe du déterminisme [16] , [46] .

Selon leurs démarches d'élaborations, les modèles rhéologiques que l'on rencontre actuellement peuvent être classés en trois types :

- * les modèles rhéologiques incrémentaux,
- * les modèles élastoplastiques,
- * les modèles avec endommagement.

Nous présentons ici un bref résumé sur ces trois types de modèles.

1.1 RAPPELS SUR LES MODELES UTILISES POUR GEOMATERIAUX

1.1.1. MODELES RHEOLOGIQUES INCREMENTAUX

On cherche ici à décrire le comportement non-linéaire du matériau en se donnant une règle d'évolution des modules tangents suivant certaines directions du vecteur des incréments de contraintes bien déterminées. Si le comportement du matériau est indépendant de la vitesse de sollicitation, la loi incrémentale peut s'écrire sous la forme suivant-

te [17] :

$$d\epsilon_{\alpha} = M_{\alpha\beta} d\sigma_{\beta} \quad \begin{matrix} \alpha = 1,6 \\ \beta = 1,6 \end{matrix} \quad (1-1)$$

où la matrice M dépend de l'histoire du chargement et de l'incrément des contraintes $d\sigma$. On peut citer le modèle hyperbolique de DUNCAN et CHANG [22] comme le plus simple des modèles de ce type qui donne deux valeurs différentes pour la matrice M selon la direction de $d\sigma$. Les modèles rhéologiques incrémentaux se sont progressivement compliqués avec l'utilisation des lois d'expression de la matrice M en fonction des incréments de contraintes $d\sigma$. Nous rappelons les remarquables travaux de BAZANT et VALANIS pour le développement des modèles endochroniques [3] [76], et de DARVE pour son modèle rhéologique incrémental octo-linéaire [16] et modèle non-linéaire [17]. Dans ce dernier, la matrice M varie d'une façon continue avec la direction de $d\sigma$, ce qui permet de décrire le comportement sous sollicitations monotones et cycliques.

1.1.2. MODELES ELASTOPLASTIQUES

Basés sur la théorie de la plasticité classique [33], ils consistent à décrire les non-linéarités du comportement du matériau en définissant dans l'espace des contraintes des surfaces sur lesquelles les modules de déformations sont déterminés.

De façon générale, on divise la déformation totale en une partie élastique et une partie plastique. Les relations incrémentales entre les contraintes et les déformations peuvent s'écrire :

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p \quad (1-2)$$

et

$$d\epsilon_{ij}^e = C_{ijkl} d\sigma_{kl} \quad (1-3)$$

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{L_{kl} d\sigma_{kl}}{H} h \left(\frac{L_{kl} d\sigma_{kl}}{H} \right) N_{ij} \quad (1-4)$$

où les tenseurs L_{ij} , N_{ij} et le scalaire H dépendent de l'histoire de chargement.

Nous rappelons que :

- C_{ijkl} est le tenseur d'élasticité,
- H représente le module d'écrouissage,
- $h()$ est la fonction de Heavyside utilisée pour définir le chargement ou le déchargement, soit :

$$h\left(\frac{L_{kl}}{H} d\sigma_{kl}\right) = \begin{cases} 1 & , \text{ si } \frac{L_{kl}}{H} d\sigma_{kl} > 0 ; \\ 0 & , \text{ si } \frac{L_{kl}}{H} d\sigma_{kl} \leq 0 . \end{cases} \quad (1-5)$$

En plasticité classique, L_{ij} est identifié au gradient de la surface de charge $F = 0$, et N_{ij} au gradient de la surface représentative du potentiel plastique $Q = 0$. Le module d'écrouissage H est déterminé par la condition de consistance $dF = 0$.

Après les premières utilisations de la plasticité parfaite [36], le concept de l'écrouissage a été utilisé pour décrire l'évolution de la surface de charge (donc de L_{ij} et de H) en fonction du chemin de sollicitation. Plusieurs types d'écrouissage ont été successivement proposés, de complexité croissante. A titre représentatif, nous citons :

- l'écrouissage isotrope décrit par un seul paramètre [33] ;
- la règle d'écrouissage cinématique de PRAGER [60] et ZIEGLER [80] ;
- le concept du champ de modules d'écrouissage utilisé dans les modèles élastoplastiques à écrouissage anisotrope de MROZ [52], [53] et PREVOST [61], [62], [63].

Nous rappelons également le modèle élastoplastique anisotrope

de DAFALIAS [15] qui introduit le concept de "Bounding surface" sans faire intervenir la surface de charge de la plasticité classique pour calculer L_{kl} et H .

Dans le cas d'un modèle élastoplastique à mécanisme multiple, la déformation plastique est la somme des contributions des mécanismes actifs :

$$d\varepsilon_{ij}^p = \sum_m \frac{L_{kl}^m d\sigma_{kl}}{H^m} h \left(\frac{L_{kl}^m d\sigma_{kl}}{H^m} \right) N_{ij}^m \quad (1-6)$$

Les mécanismes de déformation plastique peuvent être indépendants ou liés par des variables d'écrouissage. Nous citerons le modèle élastoplastique à trois mécanismes de HUJEUX [1].

I-1-3 LES MODELES AVEC ENDOMMAGEMENT

Le phénomène d'endommagement représente des discontinuités surfaciques pour les microfissures ou volumiques pour les cavités. Il s'agit d'un processus rhéologique très différent de la déformation. Les modèles rhéologiques avec endommagement consistent à prendre en compte des incidences sur les propriétés macroscopiques des matériaux de ce phénomène prenant ses origines au niveau microscopique.

KACHANOV était le premier à introduire une variable continue d'endommagement à l'aide du concept de la contrainte effective en 1958 [44], [45]. Dans les années 1970 de nombreux travaux ont été menés sur les lois d'endommagement pour la modélisation du comportement des métaux (fluage, fatigue, grande déformation) [12] [45].

Récemment, un certain nombre de travaux ont été effectués sur l'application des modèles avec endommagement à la modélisation du comportement non-linéaire du béton. A titre d'exemple, nous citons les travaux menés par MAZARS et LEMAITRE [47] [48].

Dans le cas du couplage en élasticité et en endommagement, on peut écrire la loi de comportement sous la forme suivante [12] :

$$\bar{\varepsilon} = A(A_0, D) \bar{\sigma}$$

avec

$$A(A_0, D) = M^T(D) A_0 M(D)$$

où A_0 est l'opérateur d'élasticité du matériau non endommagé, A celui du matériau endommagé. D est la variable tensorielle d'endommagement, et $M(D)$ est la loi de transformation des opérateurs d'élasticité.

1-1-4 MODELES UTILISES DANS LE CAS DES ROCHES

A l'heure actuelle, les modèles rhéologiques utilisés pour les roches sont presque tous de type élastoplastique. La validité de ces modèles est en général très limitée en raison de la complexité et la variété du comportement des matériaux rocheux. Afin de mieux interpréter le comportement anisotrope et irréversible des roches en prenant en compte l'évolution des défauts microscopiques, des modèles avec endommagement anisotrope sous compression sont en cours d'élaboration, surtout pour les roches fortement microfissurées.

Dans le cas où les contraintes sont suffisamment petites (beaucoup plus petites que la résistance en compression simple), le modèle d'élasticité linéaire peut donner une prédiction approximative du comportement de la roche. Mais dans la plupart des cas pratiques, les contraintes sont assez importantes que le comportement du matériau est non-linéaire et irréversible. Dans les premières approches de la non linéarité du comportement des roches, on utilisait le modèle de plasticité parfaite avec des critères de limite élastique comme ceux de MOHR-COULOMB et DRUCKER [35] [43]. Puis, certains modèles élastoplastiques avec écrouissage ont aussi été proposés en utilisant ces critères de limite élastique comme fonctions de charge avec une règle d'écoulement associée ou non associée. Ces modèles ont en général été élaborés avec quelques modifications simples des modèles élastoplastiques des métaux (modèles de TRESCA et MISES). Or, l'expérience a

montré que le comportement des roches (matériaux à frottement interne) est très différent de celui des métaux (matériaux sans frottement interne). En conséquence, ces modèles donnent peu de résultats satisfaisants.

Dans l'analyse de la stabilité des ouvrages souterrains (notamment des tunnels et des cavités). On s'intéresse particulièrement au comportement post-rupture et à la dilatance des roches [58]. Des modèles élastoplastiques radoucissants ont été proposés pour résoudre ce type de problèmes [4],[5]. La validation de ces modèles est également très limitée. En effet, certains phénomènes d'instabilité des tunnels, comme l'écaillage en compression, ne peuvent pas être correctement expliqués par ces modèles. L'application de la mécanique de la rupture et des modèles rhéologiques avec endommagement semble pouvoir donner des résultats intéressants dans les années qui suivent.

Le comportement des roches dépend fortement de la structure et de la pression hydrostatique [35],[43]. On constate une transition fragile-ductile en fonction de la pression hydrostatique [69]. Lorsque cette dernière est suffisamment importante, une roche peut présenter un comportement ductile avec une forte contractance plastique.

Les modèles élastoplastiques basés sur le concept d'état critique proposé initialement dans la mécanique des sols [66] semblent être les modèles interprétant mieux la transition fragile-ductile et la dilatance ou contractance des roches. Ces modèles peuvent donner de bons résultats dans certains cas. Mais le concept d'état critique ne présente plus de signification pratique pour des roches poreuses sous sollicitations à pression hydrostatique élevée. Car, dans ces cas, on ne peut plus observer l'état critique (vitesse de déformation volumique nulle) sur la courbe contrainte-déformation volumique jusqu'à celle-ci atteint une valeur de l'ordre de 10 % de contractance (valeur rarement rencontrée dans la pratique). Nous le montrerons dans le cas de la craie blanche.

Dans l'analyse de stabilité des forages pétroliers profonds et des subsidences, on s'intéresse en particulier au comportement des roches poreuses sous les tenseurs sphériques de contraintes élevés. Des modèles de type fermé (cap-type) sont souvent utilisés pour mieux traduire la forte contractance des roches. En 1972, MILLER et CHEATHAM [49] ont proposé un modèle élastoplastique à deux surfaces de charge pour le comportement des roches calcaires poreuses. Ils ont utilisé le critère de COULOMB pour la surface de charge et deux plans pour la cap-surface de charge (figure 1-1). A cette modélisation, on peut reprocher que le critère de rupture de COULOMB n'est pas bien vérifié par la plupart des roches [42], et que la cap-surface de ce modèle possède un régime d'arrêt qui entraîne des difficultés numériques de résolution.

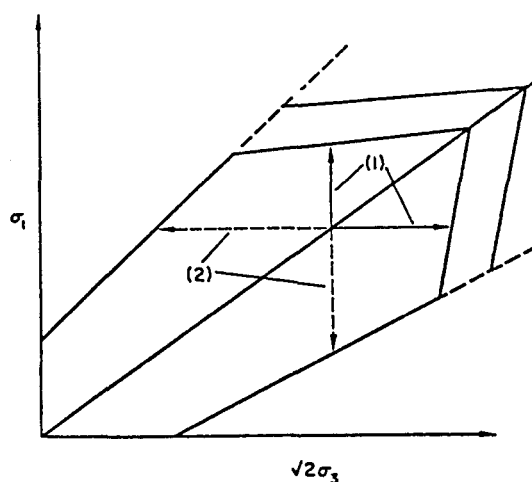


Figure 1-1

Représentation du modèle de MILLER

1.2 MODELE ELASTOPLASTIQUE A ECROUISSAGE ISO-TROPE

Dans ce paragraphe, nous présenterons la formulation incrémentale d'un modèle élastoplastique à écrouissage isotrope et positif. Nous allons utiliser un tel modèle par la suite pour deux raisons majeures :

- l'écrouissage ne dépend que d'un paramètre et par conséquent son écriture en sera simplifiée,
- les chargements rencontrés en Mécanique des Roches sont le plus souvent monotones ; Ainsi l'écrouissage anisotrope, éventuellement induit par l'histoire du chargement, nécessaire pour décrire le déchargement n'est pas forcément utile. Les notions introduites ici seront utilisées dans les prochains chapitres de ce mémoire.

Un modèle élastoplastique à écrouissage isotrope peut s'écrire avec :

- la fonction de charge

$$F(\bar{\sigma}, k) = 0 \quad (1.7)$$

ou $f(\bar{\sigma}) - Y(k) = 0 \quad (1.7')$

- le potentiel plastique

$$Q(\bar{\sigma}, k) = 0 \quad (1.8)$$

- la règle d'écrouissage

$$Y = Y(k) \quad (1.9)$$

Nous choisirons pour une variable d'écrouissage k , l'énergie dissipée dans la déformation plastique :

$$k = \int \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p \quad (1.10)$$

D'autres formulations sont également possibles. En tenant compte de la symétrie de σ_{ij} et ε_{ij} , nous représenterons, dans la suite, les tenseurs de contrainte et de déformation dans l'espace R^6 .

Notons :

$$(\sigma)^T = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{31}, \sigma_{12}) \quad (1-11)$$

$$(\varepsilon)^T = (\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, 2\varepsilon_{23}, 2\varepsilon_{31}, 2\varepsilon_{12})$$

D'après les relations (1-2), (1-3), (1-4) et (1-5), nous avons pour le présent cas :

$$L_{ij} = \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \right),$$

$$N_{ij} = \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \right)$$

$$d\lambda = \frac{L_{ij} d\sigma_{ij}}{H}, \quad H > 0.$$

En conséquence, $d\varepsilon_{ij}$ s'exprime par :

$$(d\varepsilon) = [D]^{-1} (d\sigma) + d\lambda \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right) \quad F = 0 \text{ et } d_k F > 0 \quad (1-12)$$

où $[D]$ est la matrice d'élasticité

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \right)^T = \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma_{11}}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_{22}}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_{33}}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_{23}}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_{31}}, \frac{\partial F}{\partial \sigma_{12}} \right)$$

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ij}} \right)^T = \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{11}}, \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{22}}, \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{33}}, \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{23}}, \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{31}}, \frac{\partial Q}{\partial \sigma_{12}} \right)$$

Cherchons maintenant à déterminer le multiplicateur $d\lambda$ correspondant au chargement. La condition de compatibilité impose :

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma} \right) (d\sigma) + \frac{\partial F}{\partial Y} dY = 0 \quad (1-13)$$

En posant :

$$A = - \frac{1}{d\lambda} \frac{\partial F}{\partial Y} dY$$

La relation peut se réécrire :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T (d\sigma) - d\lambda A = 0 \quad (1-14)$$

Multiplions la relation (1-12) par le terme $\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T [D]$, ce qui donne :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T [D] (d\epsilon) = \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T (d\sigma) + \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T [D] d\lambda \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right) \quad (1-15)$$

Remplaçons le terme $\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T (d\sigma)$ de (1-14) à l'aide de (1-15), nous obtenons :

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T [D] (d\epsilon) - \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T [D] d\lambda \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right) - d\lambda A = 0 \quad (1-16)$$

d'où :

$$d\lambda = \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T [D] (d\epsilon)}{A + \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T [D] \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right)}$$

Rapportons l'expression de $d\lambda$ dans (1-12) :

$$(d\sigma) = \left([D] - \frac{[D] \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right) \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T [D]}{A + \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T [D] \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right)} \right) (d\epsilon) \quad (1-18)$$

soit encore :

$$(d\sigma) = ([D] - [D]^p) (d\epsilon) \quad (1-18')$$

$$(d\sigma) = [D]^{ep} (d\epsilon) \quad (1-18'')$$

avec

$$[D]^p = \frac{[D] \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right) \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T [D]}{A + \left(\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right)^T [D] \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right)} \quad (1-19)$$

La matrice $[D]^p$ est dite la matrice de plasticité, et $[D]^{ep}$ celle d'élastoplasticité.

Le paramètre A dépend de l'histoire de sollicitation. Dans le cas de l'écrouissage isotrope, il est facilement déterminé à partir des relations (1-9), (1-10) et (1-12) :

$$A = - \frac{1}{d\lambda} \frac{\partial F}{\partial Y} \frac{dY}{dk} dk \quad (1-20)$$

$$A = \frac{1}{d\lambda} \frac{dY}{dk} (\sigma)^T d\lambda \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right) \quad (1-21)$$

$$A = \frac{dY}{dk} (\sigma)^T \left(\frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right) \quad (1-22)$$

La fonction $Y(k)$ est monotone croissante. Son expression traduit l'écrouissage du matériau et est nécessaire caractérisée à partir d'essais.

CHAPITRE II

ETUDE EXPERIMENTALE DU
COMPORTEMENT DE LA CRAIE

Le comportement de la craie est très complexe ; il dépend de nombreux paramètres, en particulier de la porosité, la teneur en SiO_2 et argiles, et les conditions de saturation. De façon générale, cette roche poreuse présente deux modes de déformation plastique ; un mode d'écoulement plastique par cisaillement similaire à celui d'un matériau granulaire comme le sable, un autre par l'effondrement plastique de la matrice structurale. Par ailleurs, les effets dépendant du temps (fluage) et l'interaction fluide-solide sont aussi des sujets de recherche importants pour une meilleure compréhension du comportement global de la craie. Dans la présente étude, nous nous intéressons seulement au comportement rhéologique de la craie (partie solide) indépendant du temps, et sous des sollicitations quasi-statiques et monotones.

Dans ce chapitre, nous présenterons d'abord la réalisation des essais effectués sur la craie blanche, et ensuite des remarques sur le comportement fondamental du matériau à partir des résultats expérimentaux obtenus.

2 . 1 PRESENTATION DES ESSAIS SUR LA CRAIE BLANCHE

En ce qui concerne la modélisation de comportement et selon leur utilisation, on classe les essais effectués en deux groupes :

- * Essais élémentaires et de détermination de paramètres,
- * Essais de validation.

Le premier groupe d'essais est destiné à l'obtention des connaissances fondamentales du comportement rhéologique de la roche, et à la détermination des paramètres du matériau introduits dans le modèle choisi. Dans le but essentiel de modéliser le comportement rhéologique de cette roche sous pressions hydrostatiques importantes, ce groupe d'essais est composé d'essais de compression isotrope et triaxiale de révolution.

Le deuxième groupe d'essais servira à la validation du modèle retenu pour des chemins de chargement plus ou moins complexes. Nous avons réalisé dans ce groupe, des essais de sollicitations proportionnelles des essais d'extension inverse et des essais sur cylindres creux.

Dans ce paragraphe, nous présenterons uniquement la réalisation des essais élémentaires effectués sur la craie blanche.

2-1-1 CARACTERISATION DE LA CRAIE ETUDIEE

La craie étudiée est une craie blanche, provenant de la carrière d'HAUBOURDIN au Nord de la France. La carrière d'HAUBOURDIN présente la limite Turonien-Sénonien, masquée par des bancs chargés de glauconie et par des bancs durcis de Tun.

La craie échantillonnée de lithologie sénonienne est une craie blanche typique. Elle est caractérisée par une forte teneur en CaCO_3 (96,60 %) et une porosité très élevée (45 %) ; sa densité sèche est de l'ordre de 1,8.

La photo 2-1 montre l'observation directe de la morphologie des éléments carbonatés et des liaisons intergranulaires de la craie blanche au microscope électronique à balayage [21]. Nous constatons que les particules carbonatées de cette roche de l'ordre du micron sont liées essentiellement les unes aux autres par des liaisons ponctuelles (ponts).



Photo 2-1

*Morphologie des grains et amas
relations intergranulaires (d'après DOREMUS)
(→) liaisons par adhérence et coalescence,
(→) une petite particule assure la liaison
entre deux grains plus gros X 10 000*

La photo 2-2 montre en outre la morphologie des discontinuités liées à la présence de fossiles. Les études antérieurement effectuées ont permis cependant de conclure que cette craie pouvait être considérée comme un matériau monominéral relativement homogène [21].

La structure d'une craie est déterminée par les relations entre grains de matrice solide, mais aussi par la configuration des vides et pores.

La forte porosité de la craie est le facteur dominant qui en guide le comportement anélastique sous forte pression hydrostatique. La porosité

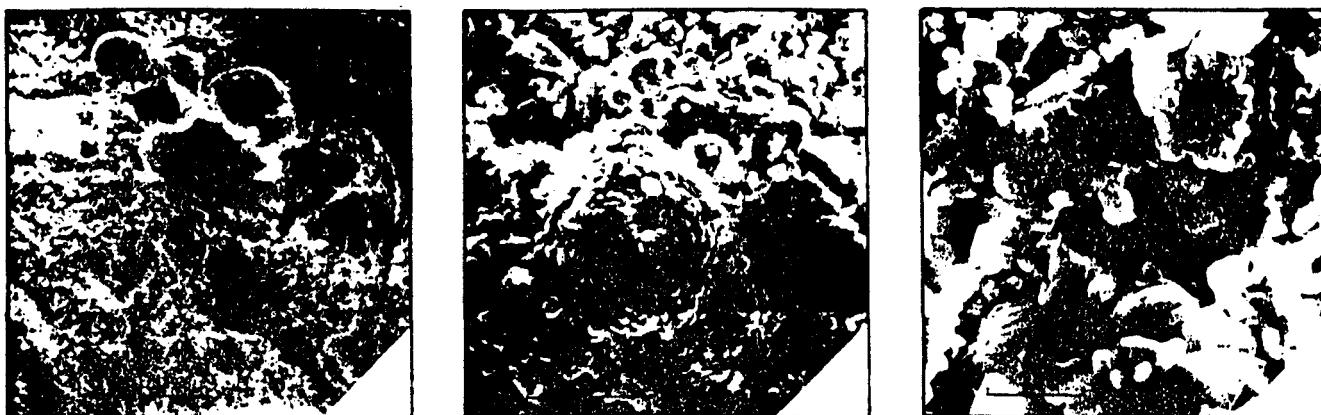


Photo 2-2

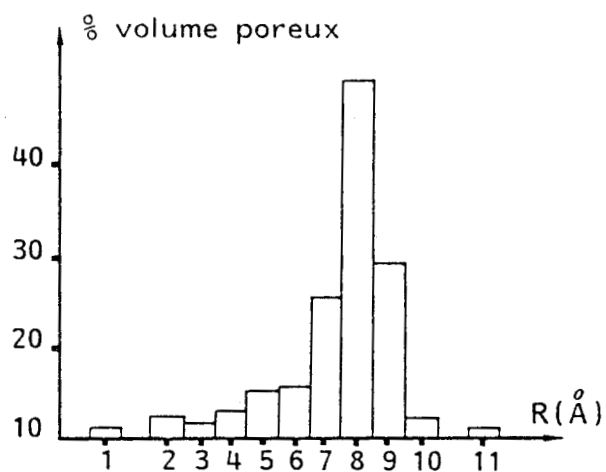
Morphologie des discontinuités (D'après DOREMUS)



- (a) *Foraminifère X 600*
- (b) *Nannoconnus X 3 000*
- (c) *Discontinuité de moindre taille constituée par un test bien cristallisé X 4 500*

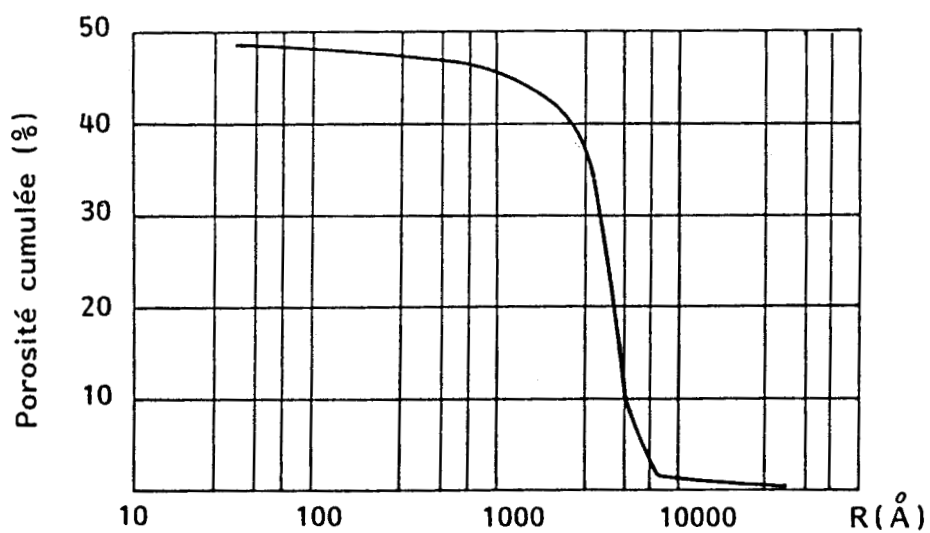
ouverte de cette roche a été mesurée par porosimétrie au mercure. Dans la figure 2-1, nous avons présenté les courbes de porosité cumulée et relative de la craie blanche. Nous constatons que les rayons des pores se situent essentiellement entre $2\,000\text{ \AA}$ et $6\,000\text{ \AA}$, ce sont donc des pores assez gros. La macroporosité (vide supérieur à $7,5\text{ }\mu\text{m}$) est négligeable.

Des travaux ont déjà été effectués sur le comportement mécanique de cette roche calcaire : corrélations entre la microstructure et les propriétés mécaniques, études sur la fissuration et la fracture, ainsi que le comportement élastogragile [21], [23], [31].



(a) Histogramme de la distribution du pourcentage de volume poreux en fonction du rayon moyen d'entrée de pore R

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
R(A)	875	1188	1375	1687	2182	2750	3375	4375	8258	11250	56250



(b) Courbe de porosité cumulée en fonction du rayon d'entrée de pore R

Figure 2-1

2-1-2 PREPARATION DES EPROUVETTES

Les éprouvettes destinées aux essais sont découpées à partir des carottes prélevées in-situ. Les blocs choisis sont sains, non fissurés et permettent le prélèvement de carottes identiques. Les cylindres de craie sont ensuite réusinés pour assurer la précision de la forme géométrique. Une attention particulière est portée à la réalisation du parallélisme des deux faces supérieure et inférieure de l'éprouvette. Cependant, les paramètres géométriques des éprouvettes ne sont pas strictement identiques ; les côtes moyennes sont :

Diamètres $D = 110 \text{ à } 113 \text{ mm}$

Hauteurs $H = 120 \text{ à } 124 \text{ mm}$

2-1-3 CONDITIONS D'ESSAIS

La craie blanche, comme tous les autres types de roches, est un matériau dont les résultats expérimentaux dépendent fortement des conditions d'essais ; température, vitesse de chargement, saturation d'éprouvette, élançement d'éprouvette et conditions aux limites. Il semble donc important de préciser les conditions dans lesquelles nos essais élémentaires ont été effectués.

a) saturation d'éprouvette

A cause de la forte porosité du matériau, et surtout lorsque les déformations (axiale ou volumique) sont importantes (de l'ordre de 10 %), l'utilisation de la technique traditionnelle de mesure de déformation par jauges d'extensométrie est souvent délicate. Nous avons ainsi utilisé une technique de mesure semblable à celle utilisée dans les essais sur les sables ; la variation du volume (globale) a été calculée à partir de la mesure de volume du liquide échappé des vides des éprouvettes. Ceci revient à supposer que le module de compressibilité des grains solides est relativement négligeable devant celui des vides. Afin de justifier cette hypothèse, nous avons comparé la variation de volume mesurée par quatre jauges d'extensométrie collées sur l'éprouvette (2 longitudinales et 2 transversales), et

celle calculée à partir du volume de liquide échappé des pores, dans un essai de compression isotrope. Cet essai est présenté dans la figure 2-2. Nous pouvons alors constater que l'hypothèse retenue est satisfaisante.

En tenant compte de la sensibilité du comportement de la craie en fonction de la teneur en eau, et afin d'éviter le phénomène de dissolution-cristallisation pouvant apparaître [18],[51], les éprouvettes ont été d'abord séchées sous une température de 100°C pendant 24 heures et ensuite saturées sous vide en alcool méthylique (liquide neutre vis à vis de la craie) durant 12 heures.

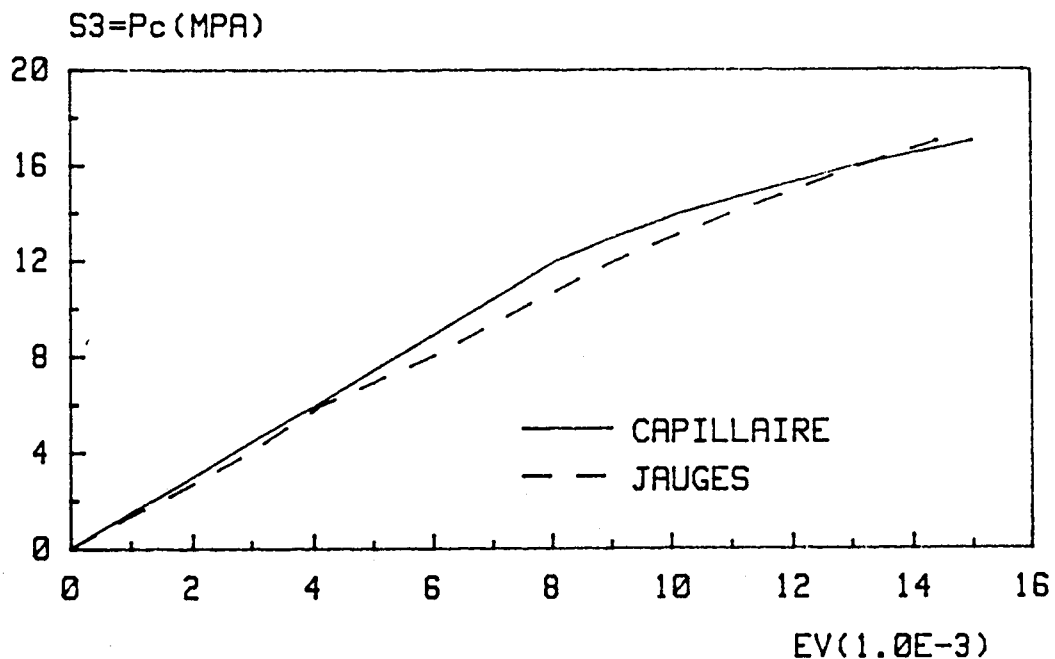


Figure 2-2 :

Comparaison entre les mesures par jauges
et par capillaire



b) vitesse de chargement

De façon générale, la vitesse de chargement augmente la résistance apparente en compression des roches [43]. Afin de respecter la condition de sollicitation quasi-statique, et d'avoir des courbes contraintes-déformations les plus proches de la réalité par rapport aux conditions d'exploitation des résultats du présent travail aussi, nous avons utilisé une vitesse de chargement en force très petite d'environ $2 \cdot 10^{-3}$ MPa/s.

c) élancement des éprouvettes et conditions cinématiques aux limites.

Pour la plupart des roches, la résistance en compression dépend de l'élancement des éprouvettes (rapport entre hauteur et diamètre). D'une façon générale, l'augmentation de l'élancement fait diminuer la résistance en compression et le module d'élasticité [35][43]. Un élancement supérieur à 3 peut provoquer un phénomène éventuel de flambement ; par contre, un élancement inférieur à 1 peut introduire un cône de frottement important selon le type de conditions aux limites, et donc, une distribution de contraintes hétérogènes dans l'éprouvette. Par le dispositif expérimental à notre disposition, nous n'avons pu utiliser que des éprouvettes d'un élancement relativement petit (en moyenne 1,1). Afin d'obtenir une meilleure homogénéité de la distribution de contraintes dans les éprouvettes, nous avons placé deux plaques métalliques lisses aux extrémités des éprouvettes. Après les essais où les déformations longitudinales pouvaient atteindre 20 %, la déformée de l'échantillon n'était pas trop en barillet.

d) température

L'influence de la température sur le comportement macroscopique des roches dépend du type de roche. Pour la craie, d'après HALLEUX et al [18] qui ont étudié l'influence de la température sur les propriétés mécaniques d'une craie en mer du Nord, la température modifie très peu le module d'élasticité, par contre, diminue le seuil d'élasticité et en conséquence augmente la ductibilité de la craie. Dans notre étude, les essais ont été effectués dans une température ambiante de

l'ordre de 20°C.

2-1-4 DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le dispositif expérimental destiné à la réalisation des essais élémentaires sur la craie blanche se compose essentiellement des appareils suivants :

a) la presse

Il s'agit d'une presse hydraulique asservie (type LOSENHAUSEN) dont la charge maximale est de 250 tonnes. L'essai peut être contrôlé soit en force, soit en déplacement à partir d'un capteur LVDT. Elle a une sensibilité de 4×10^{-4} mm pour le déplacement longitudinal et de 4 kilogrammes pour la force (asservissement utilisé). Les courbes de sollicitation et de réponse sont enregistrées par une table traçante connectée aux capteurs de déplacement et de force.

b) la cellule triaxiale de révolution

Une grosse cellule a été utilisée pour la réalisation des essais élémentaires sur des éprouvettes de grandes dimensions. Elle a un diamètre 23,5 cm, une hauteur de 40 cm, et une capacité maximale de 60 MPa.

c) Les pompes haute pression

Deux pompes haute pression (type GILSON) de 60 MPa ont été intégrées dans le système expérimental. Dans les essais élémentaires, l'une a servi à la mise en pression de confinement, et l'autre au contrôle de la pression interstitielle.

d) les appareils auxiliaires (fig. 2.3)

- * capteurs de pression,
- * comparateur de déplacement pour la vérification du déplacement mesuré par le capteur de déplacement,
- * jaquettes en silastène fabriquées au Laboratoire pour éviter que l'huile ne pénètre dans l'éprouvette,

- * embases métalliques pour la circulation du fluide interstitiel (méthanol)
- * capillaires fins pour la mesure du volume de méthanol échappé ou injecté dans l'éprouvette.

2-1-5 MONTAGE EXPERIMENTAL

Pour réaliser les essais de compression isotrope et triaxiale de révolution, nous avons utilisé un montage expérimental qui est schématiquement représenté par la figure 2.3.

Etant saturée en méthanol, l'éprouvette est placée entre deux embases métalliques, et gainée par une jaquette en silastène. Chaque embase est percée d'un trou de 2,5 mm et reliée au capillaire de mesure par un tuyau métallique fin de 1 mm de diamètre qui traverse la cellule. Le capteur et le comparateur de déplacement sont fixés à la cellule ; le premier est connecté à la table traçante. L'un des deux tuyaux métalliques traversant la cellule est relié à une pompe haute pression, l'autre à un capteur de pression de grande sensibilité.

2.2 COMPORTEMENT SOUS SOLLICITATION DE COMPRESSION ISOTROPE

Dans l'étude du comportement anélastique de la craie blanche, lorsque le tenseur de contraintes sphérique est élevé, la connaissance du comportement de cette roche sous compression isotrope est très importante, voire primordiale comme nous allons le montrer.

2-2-1 METHODES DE MANIPULATION

L'essai consiste à soumettre une éprouvette de craie à un champ de contrainte hydrostatique ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = P_c$) en condition de drainage. La pression hydrostatique a été appliquée avec une pompe

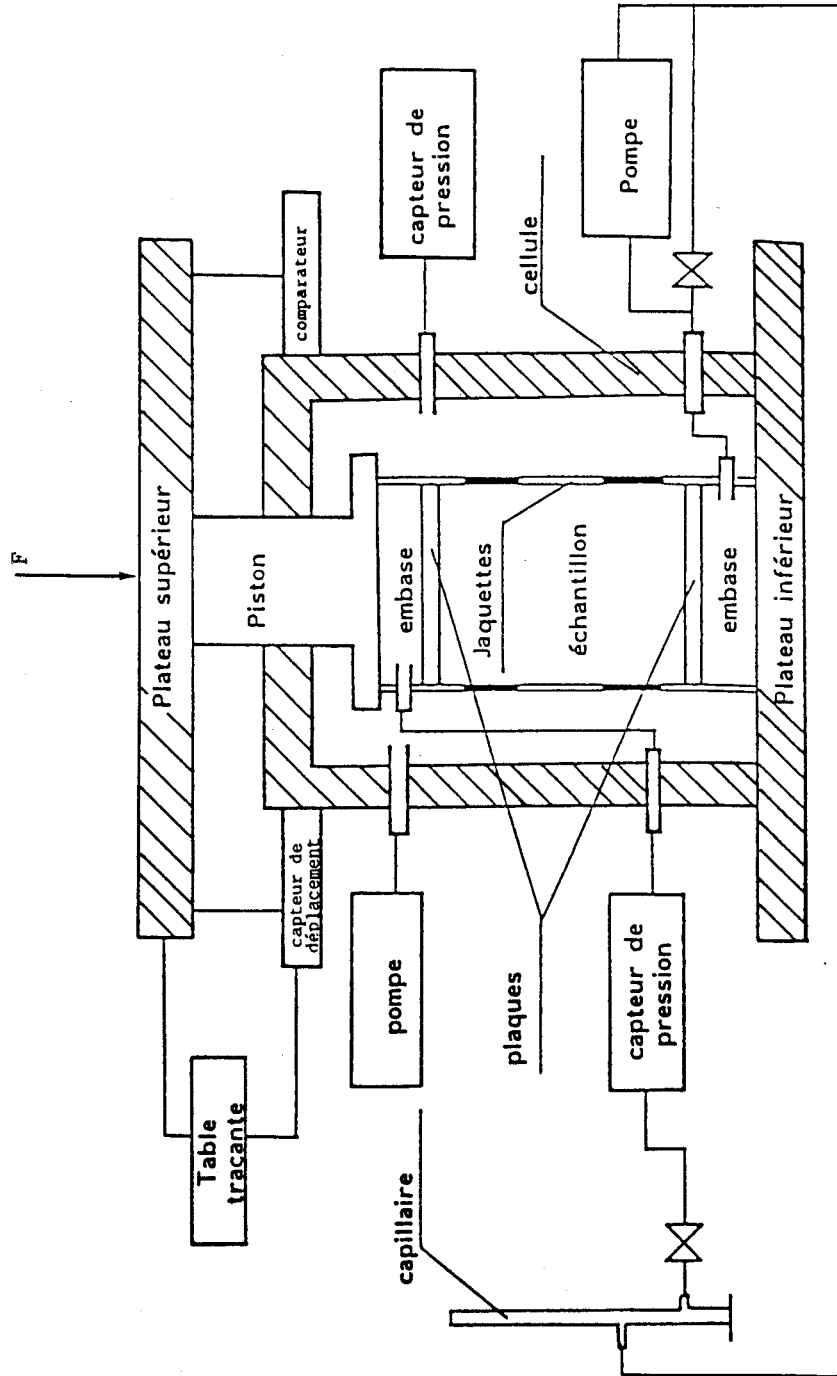


Figure 2-3 :

Dispositif expérimental

haute pression (type Gilson). Dans cet essai, le piston de la presse n'était pas en contact avec l'embase supérieure afin d'éviter la perturbation éventuelle sur l'état de contrainte isotrope. La valeur de la variation de volume (globale) a été calculée, en identifiant au volume de méthanol échappé de l'éprouvette au cours du chargement, à partir de la variation du niveau de méthanol dans le capillaire. Nous avons réalisé un certain nombre de cycles de déchargement-rechargement à différentes valeurs de pression hydrostatique afin d'évaluer la variation du module de compressibilité isotrope en fonction de la pression hydrostatique.

2-2-2 RESULTATS EXPERIMENTAUX

Deux essais de compression isotrope ont été effectués sur la craie blanche pour garantir une précision suffisante dans les résultats. Dans la figure 2-4, nous présentons une courbe typique variation de volume globale ϵ_v , pression hydrostatique P_c obtenue pour la craie testée. La figure 2-5 présente les courbes de cycles de déchargement-rechargement effectués au cours d'un essai de compression isotrope pour la craie, à différentes valeurs de la pression hydrostatique indiquées dans la figure.

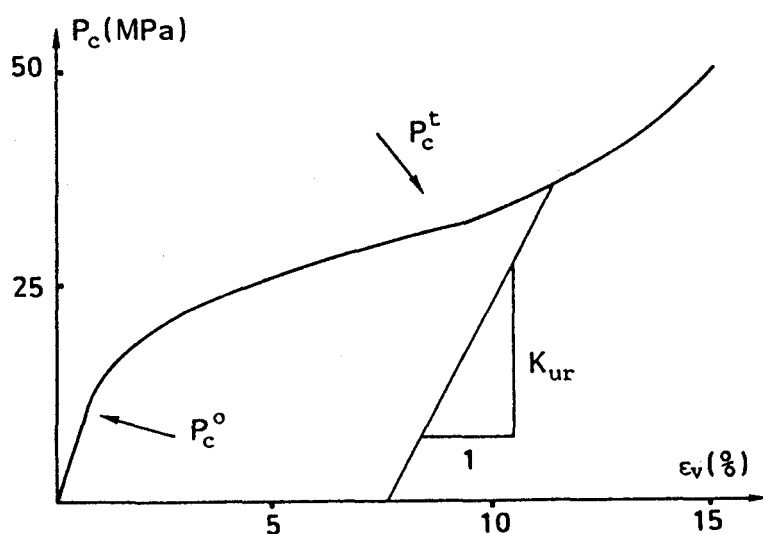


Figure 2-4 :
Compression isotrope
de la craie testée

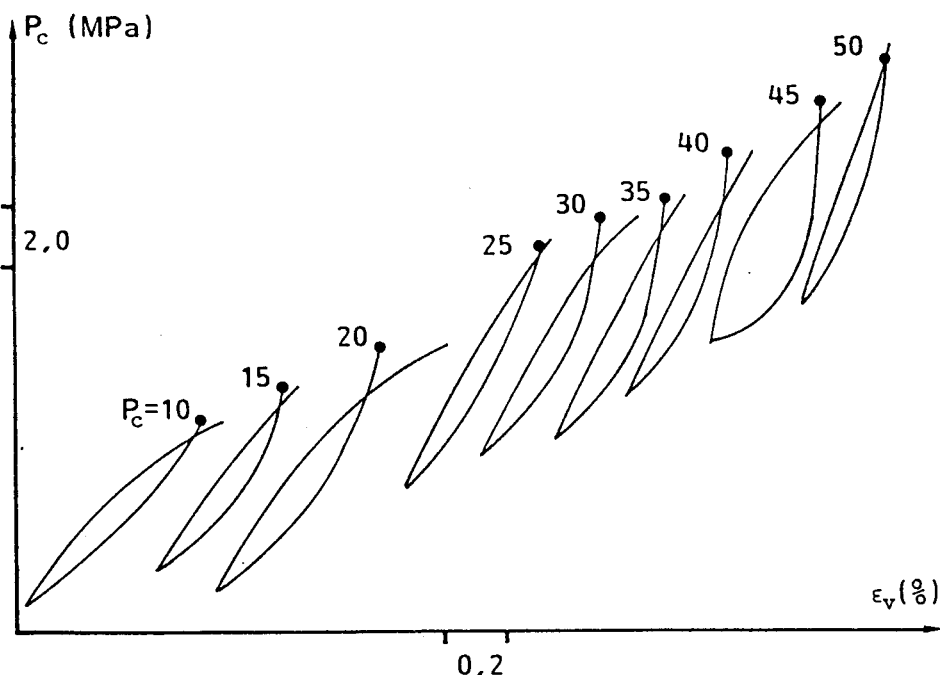


Figure 2-5 :

*Cycles de déchargement-
rechargement en compression
isotrope pour la craie testée*

2-2-3 ÉCOULEMENT PLASTIQUE EN COMPRESSION ISOTROPE

D'après les résultats expérimentaux obtenus, la craie blanche présente un comportement anélastique sous sollicitation de compression isotrope. Pour la courbe $\varepsilon_v(P_c)$, nous pouvons identifier trois phases distinctes.

- 1) $P_c \leq P_c^0$, Le comportement est purement réversible, seule la déformation de volume élastique apparaît avec l'absence de dégradation de la roche.
- 2) $P_c^0 < P_c \leq P_c^t$, Il s'agit d'une phase de forte contraction plastique avec apparition d'une forte diminution de volume irréversible. Cette phase correspond à un effondrement progressif de la structure microporeuse de

la craie, par rupture des ponts entre grains.

- 3) $P_c > P_c^t$, Il s'agit d'une phase d'écrouissage croissant avec diminution rapide du taux de contraction plastique, qui est une conséquence de la croissance de surface de contact entre les grains. La limite P_c^t est donnée par le changement de courbure de la courbe variation de volume-pression de confinement.

Dans les remarques précédentes, nous avons introduit deux caractéristiques du matériau, P_c^o et P_c^t , qui ont une grande importance dans la modélisation élastoplastique de la craie. Nous définissons :

P_c^o , limite élastique en compression isotrope,

P_c^t , limite d'effondrement plastique.

2-2-4 VARIATION DE POROSITE

La destruction progressive des pores au cours d'un essai de compression isotrope fait diminuer la porosité de la craie. Dans la figure 2-6, nous présentons les courbes de porosité cumulée de la craie testée avant et après un essai de compression isotrope jusqu'à 50 MPa, et dans la figure 2-7, l'histogramme de la distribution du pourcentage de volume poreux après l'essai.

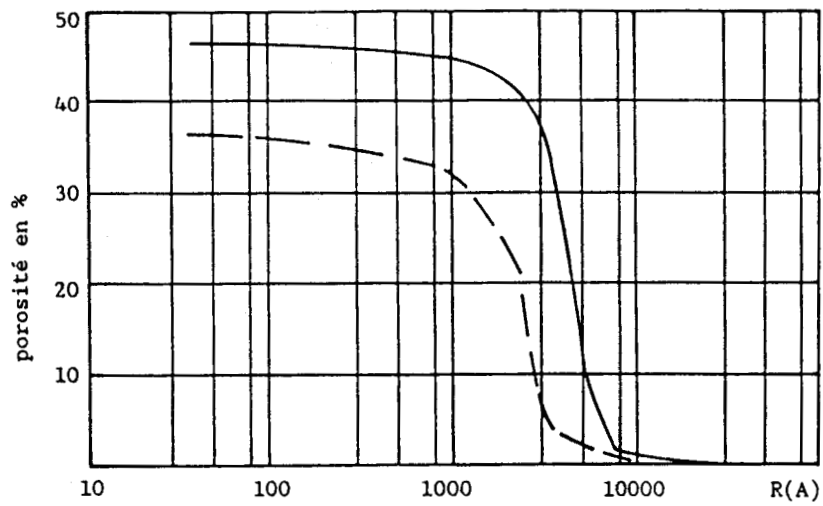


Figure 2-6 :
 Courbes de porosité cumulée
 — avant compression
 isotrope à 50 MPa
 ---- après compression
 isotrope à 50 MPa

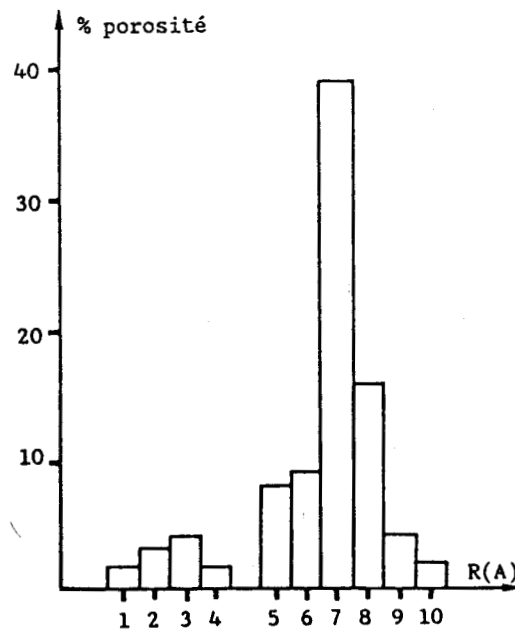


Figure 2-7 :
 Histogramme de la distribution du
 pourcentage de volume poreux après
 compression isotrope à 50 MPa



En comparant les courbes de porosité cumulée et les histogrammes de la distribution du pourcentage de volume poreux avant et après l'essai de compression isotrope, on peut constater que le rayon moyen des pores est nettement diminué. Ceci revient à dire que la pression isotrope a détruit essentiellement des pores de rayon supérieur à 3 000 Å.

On peut par ailleurs vérifier la corrélation entre la diminution de porosité et la variation de volume. Sous l'hypothèse que la compressibilité de la partie squelette de la craie est négligeable devant la variation de volume des vides, on peut calculer la porosité actuelle après que l'échantillon ait subi une déformation plastique de volume ϵ_v^p , soit :

$$\eta_c = \frac{V_0 (\eta_0 - \epsilon_v^p)}{V_0 (1 - \epsilon_v^p)} = \frac{\eta_0 - \epsilon_v^p}{1 - \epsilon_v^p} \times 100 (\%)$$

où η_0 est la porosité initiale, η_c porosité actuelle.

A titre d'exemple, pour l'éprouvette testée correspondant aux courbes des figures 2-4, 2-6 et 2-7, nous avons pour $P_c = 50$ MPa :

$$\epsilon_v^p = 9,9 \%$$

$$\eta_0 = 46 \%$$

$$\eta_c = 40,06 \%$$

La porosité de l'éprouvette testée, mesurée par porosimétrie au mercure est :

$$\eta_m = 37,8 \%$$

Compte tenu des variations de porosité initiale η_0 de quelques pourcents, nous pouvons estimer qu'il y a une bonne corrélation entre les deux valeurs.

2-2-5 VARIATION DE MODULE DE COMPRESSIBILITE ISOTROPE

Lorsque la pression hydrostatique augmente, nous constatons une diminution de la porosité de la craie. Cette diminution du volume des vides a pour effet d'augmenter le module de compressibilité isotrope en fonction de la pression hydrostatique. Les courbes de cycles de déchargement-rechargement de la figure 2-4 nous permettent d'évaluer cette variation. Sous l'hypothèse du modèle élastoplastique à écrouissage isotrope, les courbes de cycles sont approximées par des droites dont les pentes définissent les pseudo-modules de compressibilité isotrope à différentes états de consolidation. Toutefois, il semble difficile de définir ces droites pour les cycles de déchargement-rechargement à cause du phénomène d'hystérésis observé dans les essais. Il serait nécessaire d'introduire une loi d'écrouissage anisotrope pour le comportement sous sollicitation cyclique. Cependant, dans cette étude, nous avons supposé que les sollicitations sont quasi-statiques : l'anisotropie (boucle d'hystérésis) d'écrouissage ne sera pas prise en compte.

Corrélation des valeurs expérimentales

Nous proposons la relation suivante pour décrire la variation du pseudo-module de compressibilité isotrope en fonction de la pression hydrostatique :

$$K_{ur} = C_c \cdot P_a \left(\frac{I_1}{3P_a} \right)^{N_c}, \quad K_{ur} \geq K \quad (2-1)$$

où P_a est la pression atmosphérique exprimée dans la même unité que les contraintes, K le module traditionnel de compressibilité isotrope. N_c est un paramètre sans dimension du matériau. C_c est un paramètre intermédiaire dont la valeur est calculée par la condition de continuité avec le domaine élastique ($P_c \leq P_c^0$), soit :

$$C_c = \frac{K}{P_a} \left(\frac{P_c^0}{P_a} \right)^{-N_c} \quad (2-2)$$

On trace dans le diagramme bi-logarithmique K_{ur}/P_a en fonction de $I_1/3P_a$. La pente de la droite de corrélation détermine la valeur de N_c , ce qui est illustré dans la figure 2-9.

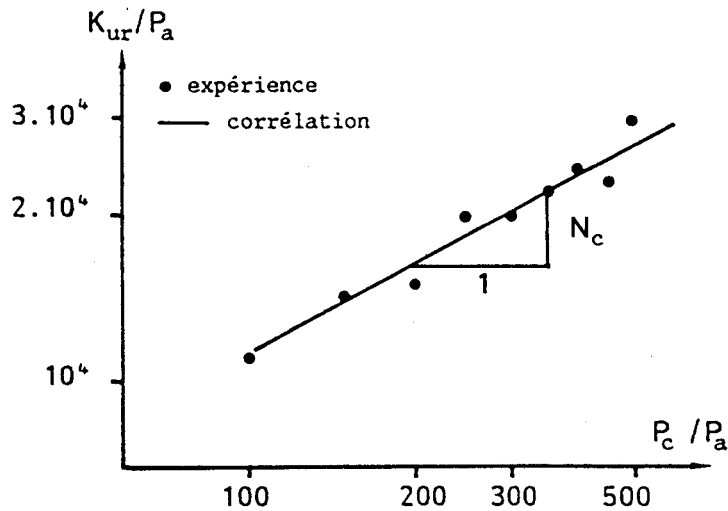


Figure 2-9 :
Variation du pseudo-module
de compressibilité isotrope
pour la craie blanche

2.3 COMPORTEMENT SOUS SOLLICITATION DE COMPRESSION TRIAXIALE DE REVOLUTION

Les essais triaxiaux de révolution sont des essais de base dans la modélisation du comportement rhéologique des géomatériaux. Dans le cas d'un modèle élastoplastique, ils permettent de définir le critère de plasticité et de rupture, le potentiel plastique et la règle d'écrouissage. Les résultats obtenus seront utilisés pour déterminer les paramètres du modèle retenu pour la craie.

2-3-1 METHODES DE MANIPULATION

L'essai consiste à soumettre une éprouvette, d'abord à un champ de contrainte isotrope ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$), puis déviatorique en augmentant uniquement la contrainte axiale par l'application d'une force axiale extérieure. Dans ces essais, la mise en pression de confinement et la mesure de la variation de volume s'effectuent de la même manière que lors des essais de compression isotrope. La force axiale appliquée par la presse (LOSENHAUSEN), et le déplacement axial correspondant (mesuré par le capteur de déplacement) sont enregistrés sur table traçante (figure 2-3). Le déplacement axial est en plus vérifié par un comparateur de déplacement (sensibilité 1 μ m).

Les paliers de pression de confinement utilisés sont les suivants : 2, 4, 5, 7, 10, 15, 20, 30, 40 et 50 MPa. Pour chaque pression de confinement, nous avons effectué, en moyenne, 10 cycles de déchargement-rechargement axial. Tous ces cycles ont été réalisés après une période de stabilisation des charges. La durée moyenne d'un essai triaxial complet est de 10 jours.

2-3-2 RESULTATS EXPERIMENTAUX

Dans la figure 2-10, nous avons présenté les courbes de contrainte -déformation axiale et contrainte-variation de volume pour

chaque pression de confinement utilisée. Au niveau des valeurs expérimentales, nous précisons que la déformation axiale est calculée par rapport à la longueur initiale, la contrainte axiale à la section initiale, et la déformation de volume au volume initial des éprouvettes testées.

Effectuons une comparasion qualitative avec d'autres travaux sur des roches calcaires poreuses. Dans la figure (2.11), nous présentons les courbes contraintes-déformations et déformations de volume à différentes pressions de confinement, obtenues par Elliott et Brown [24] (calcaire oolithique $\eta = 23-37 \%$, $\rho = 2,07$). Dans la figure (2-12), nous donnons deux courbes contraintes-déformations sous des pressions de confinement assez fortes et jusqu'à des déformations très grandes, obtenues par Miller et Cheatham [49] (Cordova limestone). Cette comparaison nous permet de constater que les courbes contraintes-déformations, obtenues pour trois types de roches calcaires poreuses, ont pratiquement les mêmes allures pour une pression de confinement donnée. Toutefois, la roche calcaire étudiée par Elliott et Brown présente une contractance moins importante que la craie blanche ; on constate même une dilatance après le pic de résistance pour de faibles pressions de confinement. Ceci est sans doute liée au fait que la porosité de cette roche est beaucoup plus faible que celle de la craie blanche.

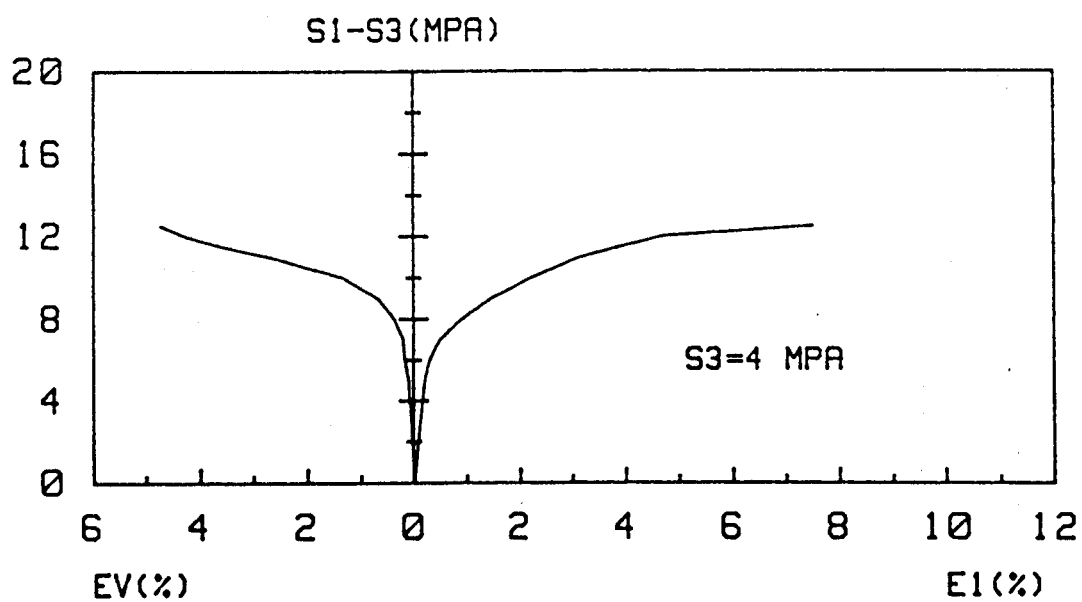
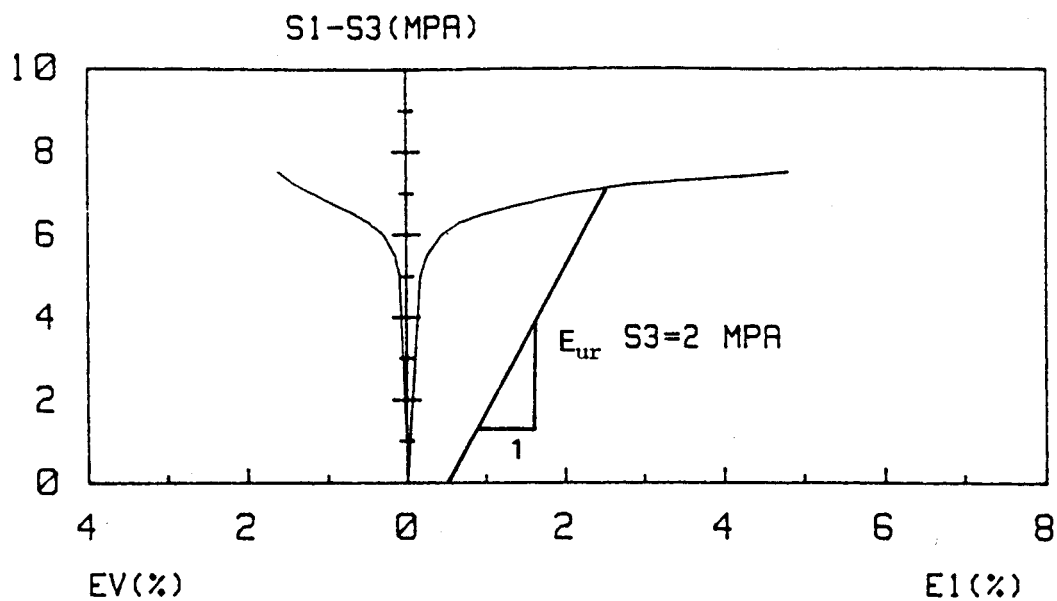


Figure 2-10 :
 Courbes expérimentales des essais
 de compression triaxiale sur la craie

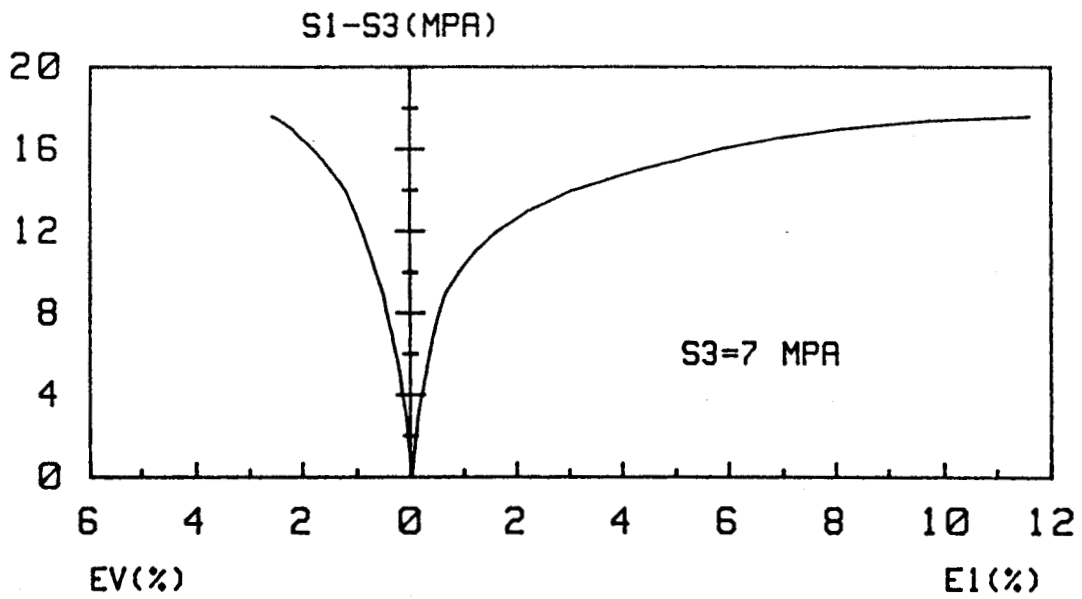
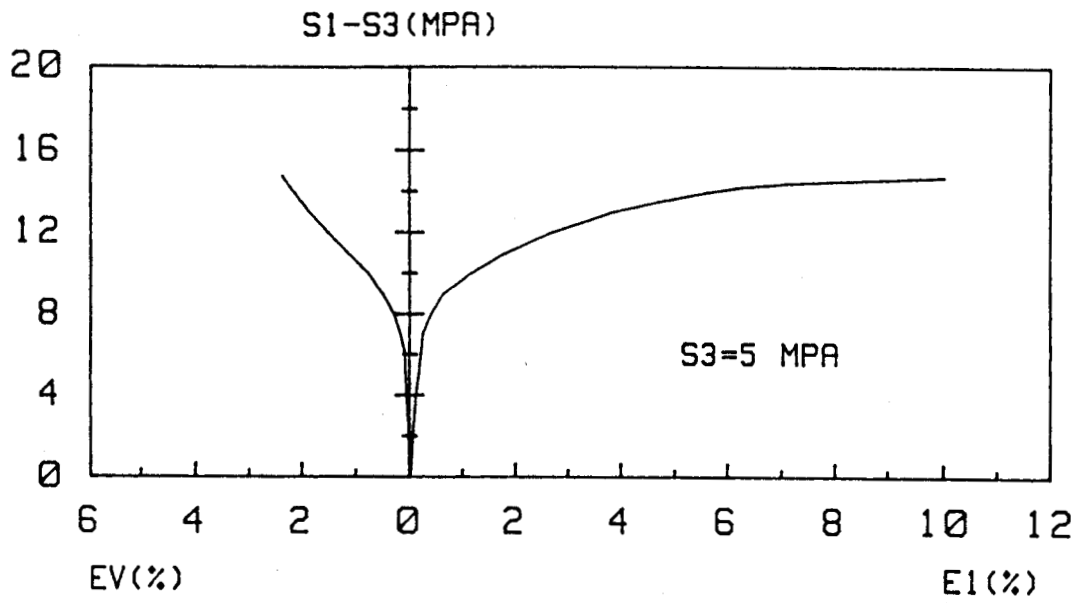


Figure 2-10 (suite)

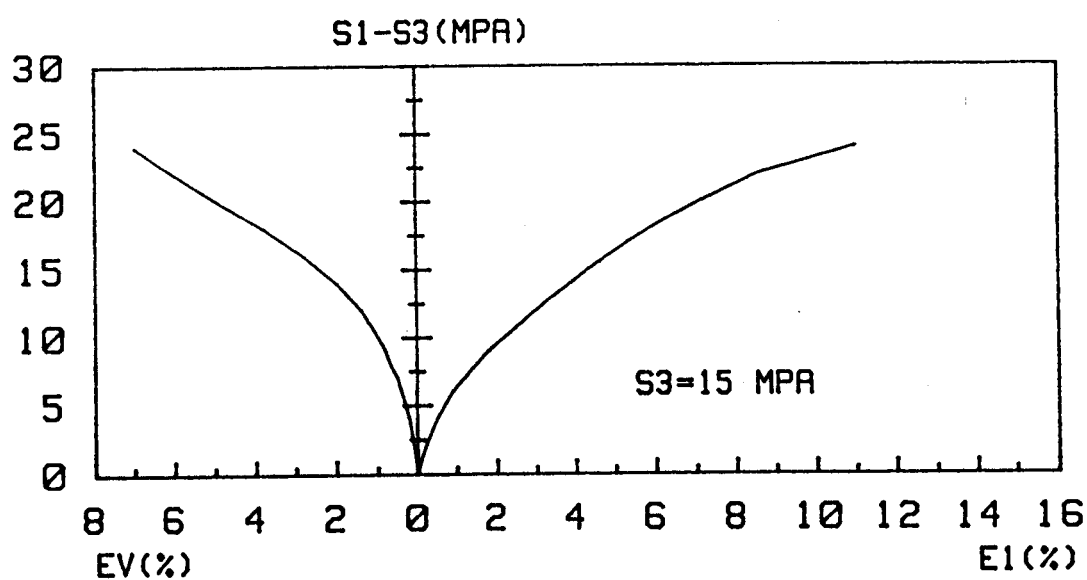
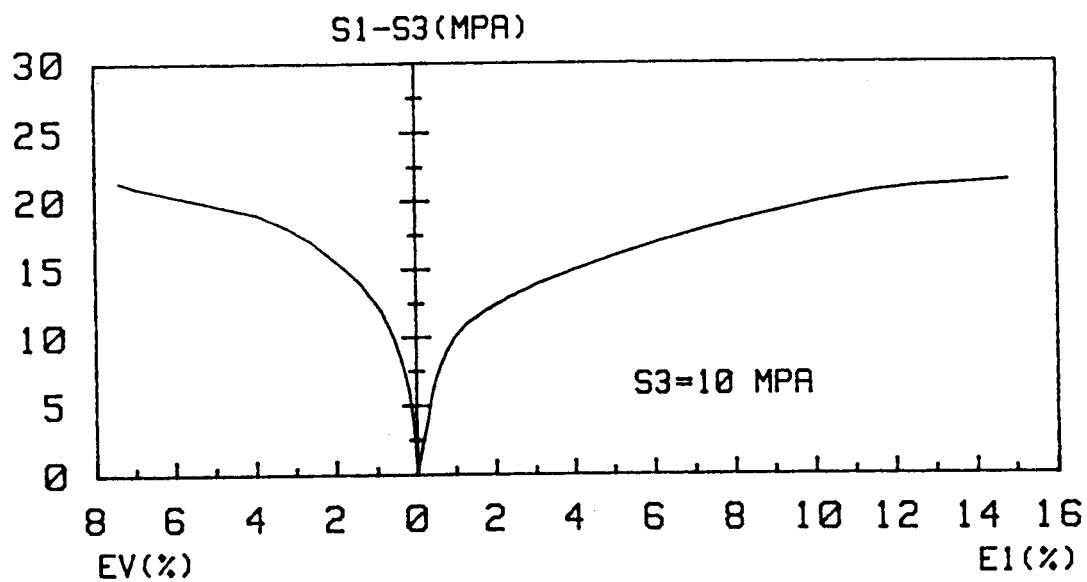


Figure 2-10 (suite)

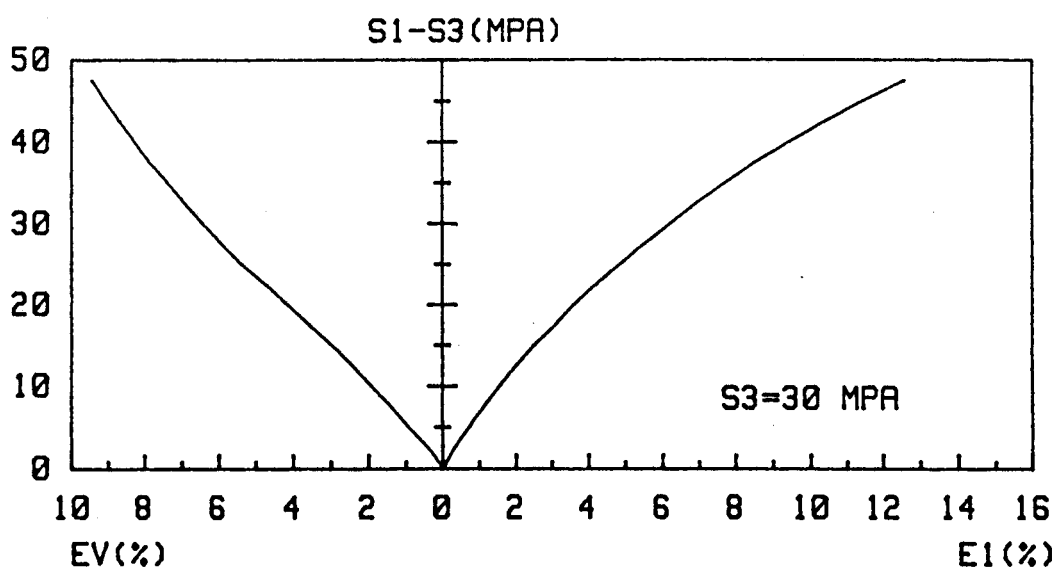
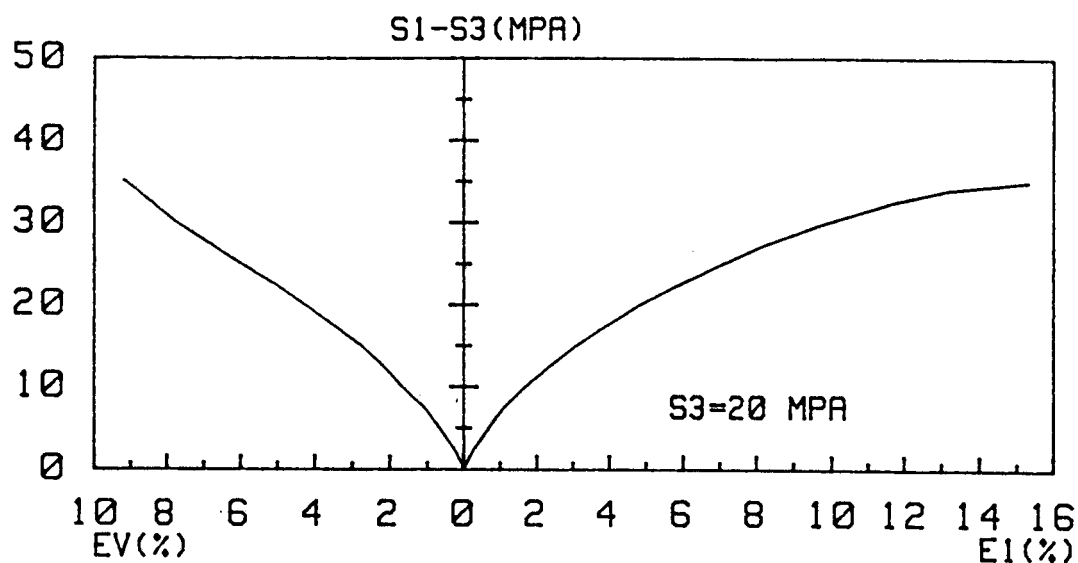


Figure 2-10 (suite)

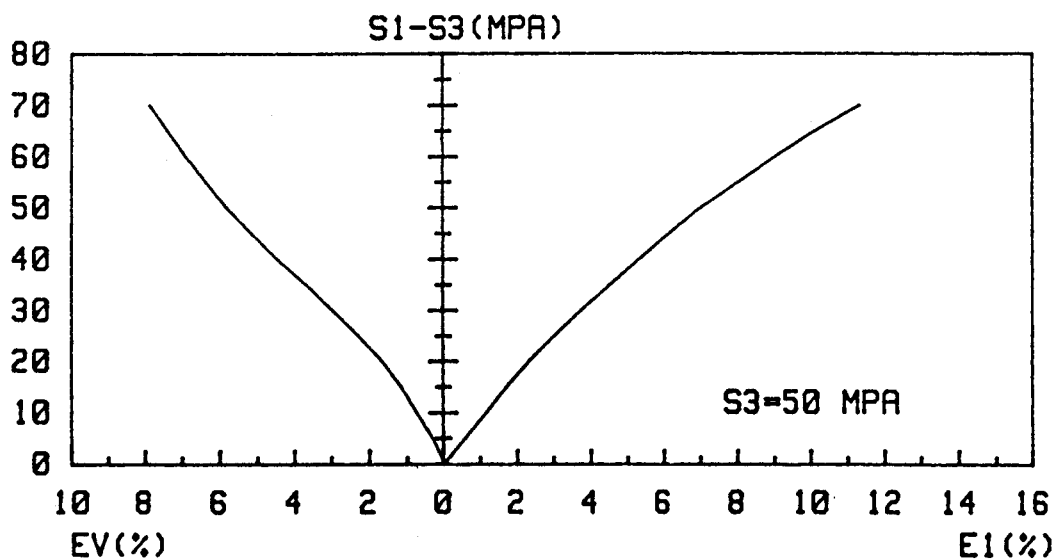
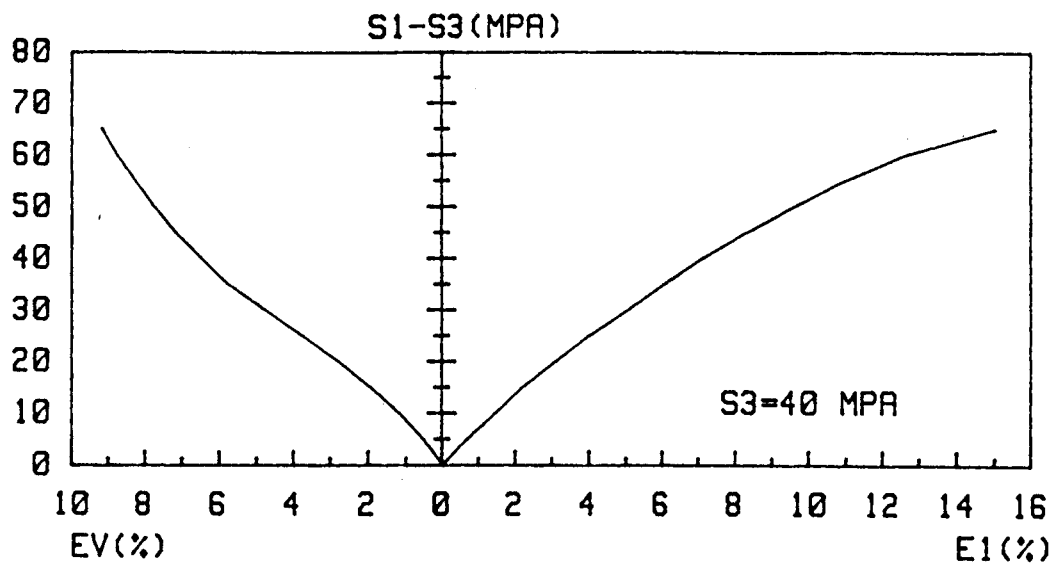


Figure 2-10 (suite)

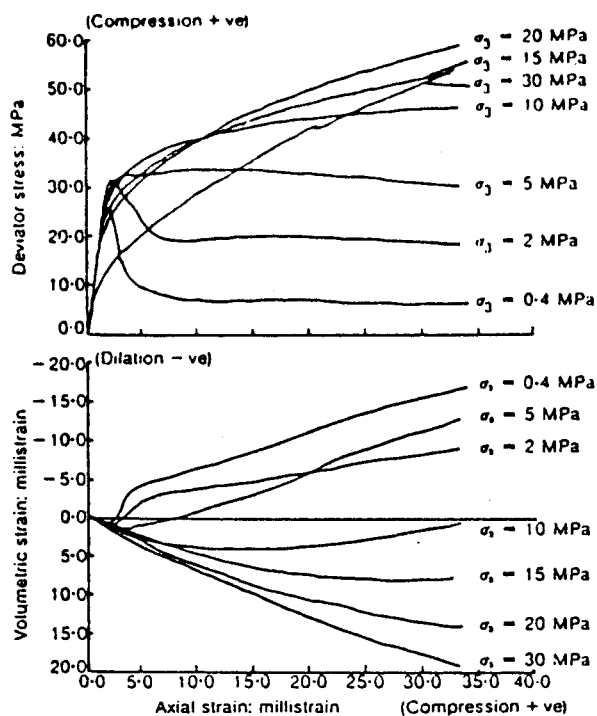


Figure 2-11 :
 Courbes contraintes-
 déformations et déformation
 de volume pour une roche
 calcaire poreuse
 (D'après ELLIOT et BROWN) [24]

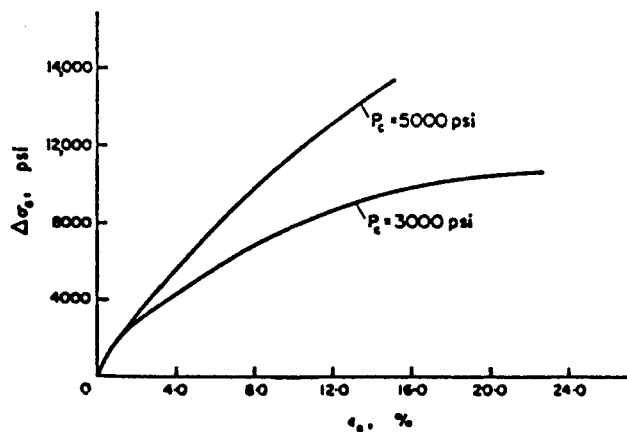


Figure 2-12 :
 Courbes contraintes-déformations
 pour une roche calcaire
 poreuse (D'après MILLER et CHEATHAM) [49]



2-3-3 ETAT DE RUPTURE

Dans un essai de compression triaxiale de révolution, on définit usuellement l'état de rupture par le pic de résistance de la courbe contrainte-déformation. Pour les sols et les roches, la valeur de la contrainte au pic dépend en général de la pression de confinement [42]. A chaque pic de résistance, on fait correspondre un point de rupture dans l'espace de contraintes et la connaissance d'un nombre suffisant de points de rupture permet de définir un critère de rupture du matériau avec éventuellement des hypothèses simplificatrices.

A partir des courbes de contrainte -déformation axiale et volumique de la craie, présentées dans la figure (2-10), nous pouvons faire les remarques suivantes :

- * La craie blanche présente deux comportements distincts selon la pression de confinement. Lorsque celle-ci est relativement faible ($< P_c^0$), elle présente un comportement élastoplastique-radoucissant ; lorsque celle-ci est élevée ($> P_c^0$), elle présente un comportement élastoplastique écrouissable. Nous avons vraisemblablement un comportement élastoplastique parfaitement plastique pour $\sigma_3 \approx P_c^0$.
- * Pour les essais à pressions de confinement inférieures à P_c^0 , on peut observer de légers pics de résistance (donc les états de rupture d'après définition), mais ceux-ci sont atteints avec l'apparition d'une déformation permanente importante. Ceci est l'une des particularités de cette craie dont le comportement très "plastique" est lié à la forte porosité. Nous rappelons également que les essais ont été réalisés en force contrôlée, la partie après le pic de résistance de la courbe contraintes-déformations n'ont pas été obtenue .
- * Pour les essais à pressions de confinement supérieures à P_c^0 , on ne peut plus observer de pic de résistance sur les courbes de contrainte-déformation axiale. La craie s'écrouit continûment jusqu'à la destruction complète de sa structure initiale. Dans ces cas, on définit, de façon conventionnelle, l'état ultime par l'apparition d'une défor-

mation permanente relativement importante (de l'ordre de 12 %).

Après les remarques précédentes, nous avons présenté (figure 2-13) les cercles de MOHR correspondant aux résistances

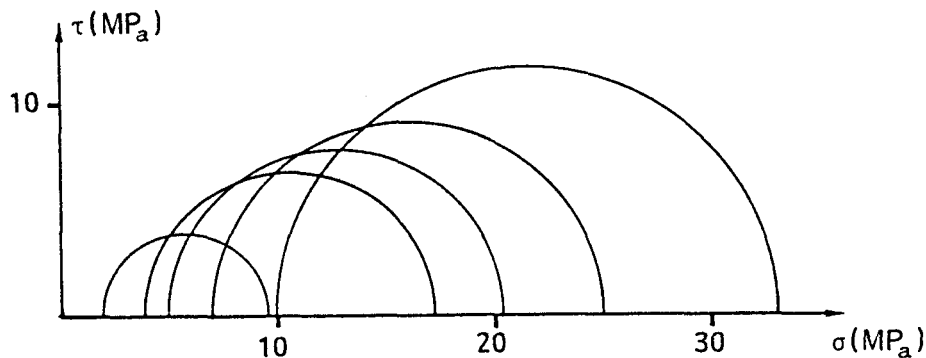


Figure 2-13 :

Cercles de MOHR à la rupture pour la craie blanche

maximales observées dans les essais de compression triaxiale effectués sur la craie, dont les pressions de confinement sont inférieures à P_c^0 . Ces données expérimentales serviront à la détermination des paramètres du critère de rupture de LADE, retenu pour la craie [41].

On peut observer des comportements à la rupture semblables à ceux observés sur la présente craie blanche pour d'autres types de roches calcaires poreuses. A titre d'exemple, on peut clairement faire les mêmes remarques que précédemment à partir des résultats expérimentaux de BROWN et ELLIOTT (figure 2-11). On constate toutefois que leurs résultats montrent une fragilité marquée (moins de déformation plastique avant de pic de résistance) que celle observée pour notre craie blanche pour des faibles pressions de confinement. L'une des causes de cette différence doit être liée à la différen-

ce de porosité entre deux roches étudiées.

2-3-4 LIMITE D'ELASTICITE INITIALE

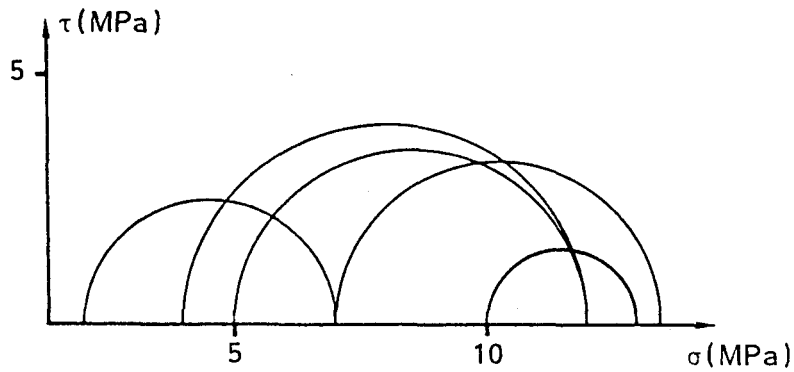
Sur une courbe contrainte-déformation obtenue à partir d'un essai de compression triaxiale de révolution, on définit la limite d'élasticité initiale par la valeur du déviateur de contrainte ($\sigma_1 - \sigma_3$) en-dessous de laquelle le comportement du matériau est totalement réversible. Expérimentalement, on effectue un certain nombre de déchargements à différentes valeurs de ($\sigma_1 - \sigma_3$), et l'on mesure les déformations permanentes correspondantes. On prend pour la limite d'élasticité initiale la valeur de ($\sigma_1 - \sigma_3$) pour laquelle on observe l'apparition d'une petite déformation irréversible de l'ordre d'environ 0,02 %.

Dans la figure (2-14), nous présentons les cercles de MOHR correspondant aux limites d'élasticité initiales ainsi déterminées pour la craie blanche. A partir de ces cercles et avec les courbes contrainte-déformation présentées dans la figure (2-10), nous pouvons faire les constatations suivantes :

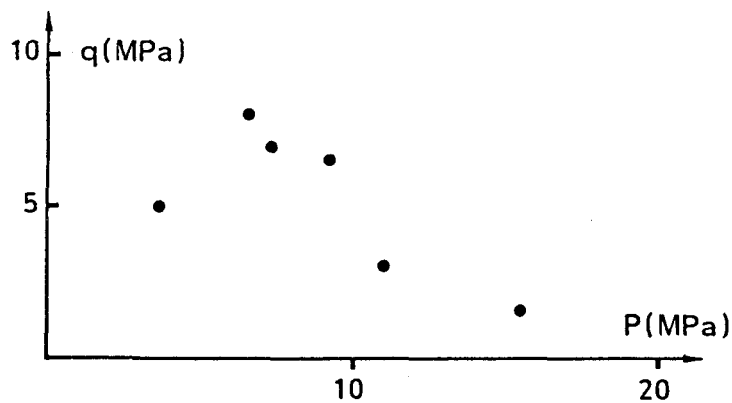
- * La limite d'élasticité initiale dépend fortement de la pression de confinement ; elle augmente d'abord avec cette dernière puis diminue.
- * La limite d'élasticité initiale devient négligeable lorsque la pression de confinement dépasse P_c^0 , ceci prouve la cohérence avec la définition de P_c^0 comme étant la limite d'élasticité en compression isotrope. En conséquence, dans l'espace de contraintes, le domaine d'élasticité initial est fermé.

Ce type de dépendance de la limite d'élasticité initiale avec la pression de confinement est l'un des caractères particuliers du comportement des roches poreuses. Ceci a antérieurement été souligné par plusieurs chercheurs [23],[43]. Dans les figures (2-15) et (2-16), nous avons présenté des valeurs expérimentales de limites d'élasticité initiales pour d'autres roches calcaires poreuses obtenues respectivement par

Miller et al [49] et Brown et al [25]. On peut y constater une bonne cohérence entre ces divers résultats.



(a)



(b)

Figure 2-14 :
Valeurs expérimentales
de limites d'élasticité
initiales pour la craie
blanche



(a) Présentation dans le plan de Mohr (b) Présentation dans le plan $p - q$

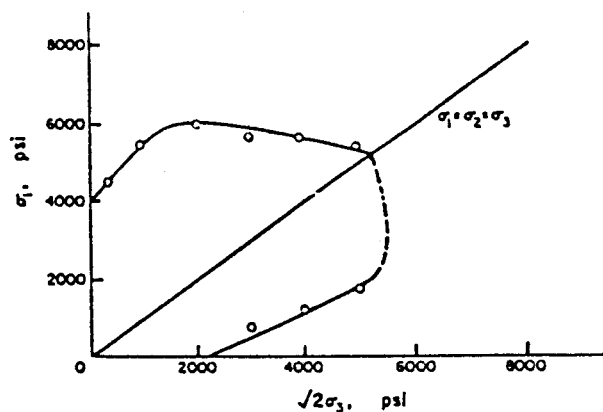


Figure 2-15 :

Valeurs expérimentales de
limites d'élasticité initiales
d'une roche calcaire poreuse
(D'après Miller et al [49])

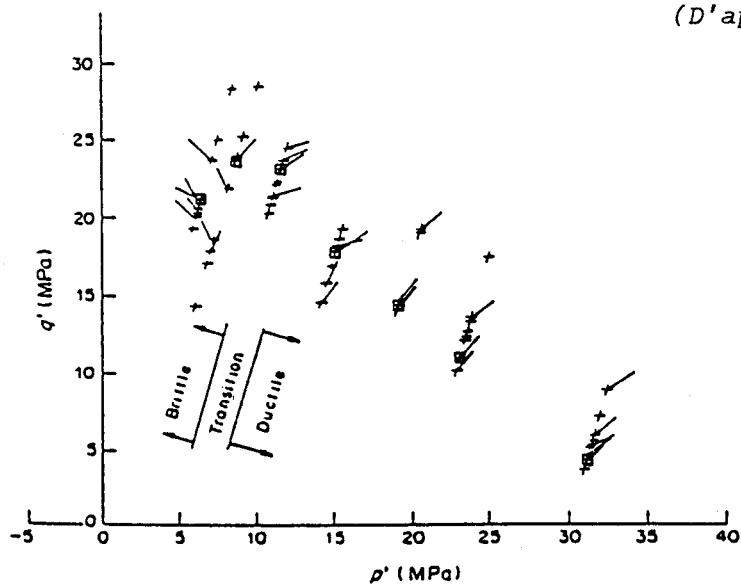


Figure 2-16 :

Valeurs expérimentales
de limites d'élasticité initiales
d'une roche calcaire poreuse
(D'après Brown et al [25])

2-3-5 CONTRACTANCE IRREVERSIBLE

Dans les essais de compression triaxiale de révolution effectués sur la craie (voir la figure 2-10), nous avons constaté que, quelque soit la valeur de la pression de confinement appliquée, cette roche poreuse présente une phase élastoplastique écrouissable avant le pic de résistance (ou l'état ultime de résistance). Ceci conduit à une contractance plastique plus ou moins forte selon la pression de confinement, comme ce qui est montré par les courbes de contrainte-déformation volumique dans la figure (2-10).

2-3-6 VARIATION DU MODULE D'ELASTICITE

Valeurs expérimentales

Sous l'hypothèse du modèle élastoplastique à écrouissage isotrope, le déchargement est caractérisé par le schéma élastique linéaire dont les paramètres à déterminer sont le module d'élasticité et le coefficient de Poisson. Pour les roches poreuses comme la craie, ces caractéristiques élastiques varient en général au cours de la déformation plastique.

Nous retenons le concept de pseudo-module d'élasticité de DUNCAN pour la craie étudiée [22]. Les cycles de déchargement-rechargement effectués au cours des essais de compression triaxiale de révolution permettent de connaître cette variation. Dans la figure (2-17), nous avons présenté des courbes de déchargement-rechargement obtenues dans certains essais de compression triaxiale. En tenant compte de l'influence du frottement entre le piston et les joints de la cellule intervenant au cours du déchargement et rechargement, on constate que le schéma d'élasticité linéaire est acceptable pour la craie si les sollicitations sont quasi-monotones. On remplace les courbes de déchargement-rechargement par des droites dont les pentes représentent les pseudo-modules d'élasticité correspondant aux points de déchargement.

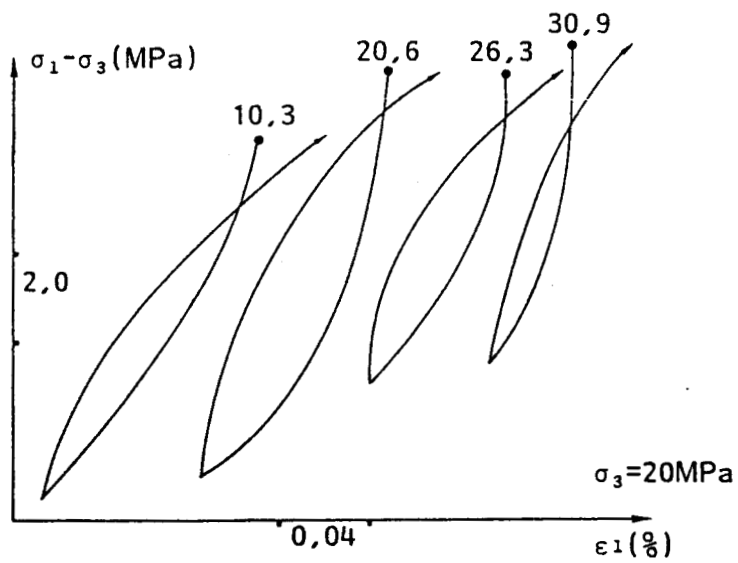
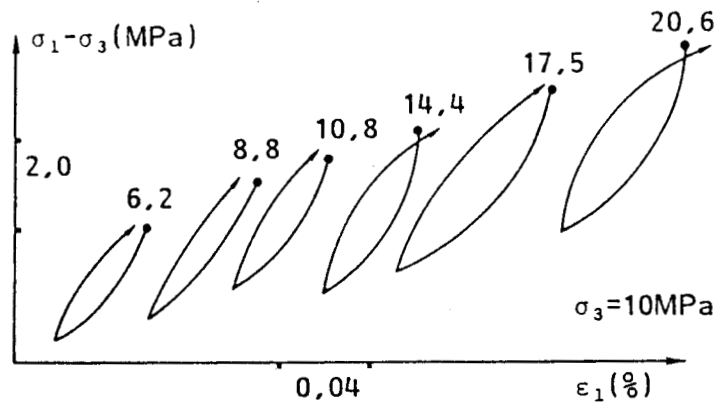


Figure 2-17 :
Cycles de déchargement-rechargement dans des essais
de compression triaxiale

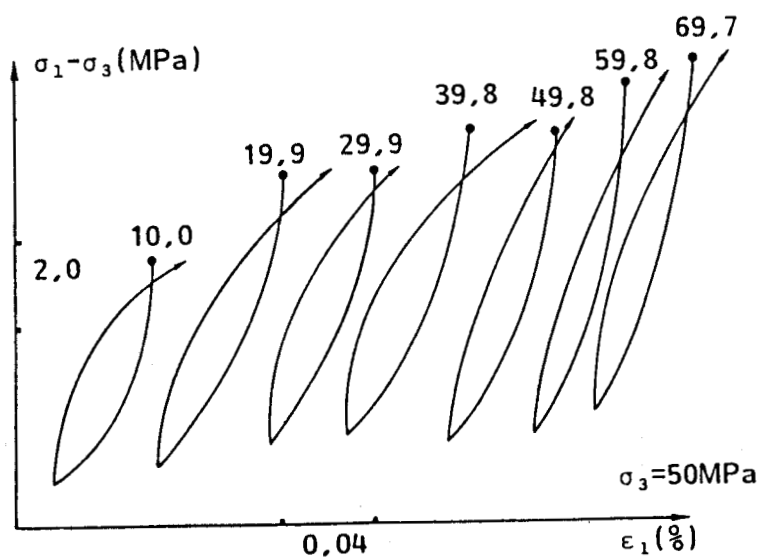
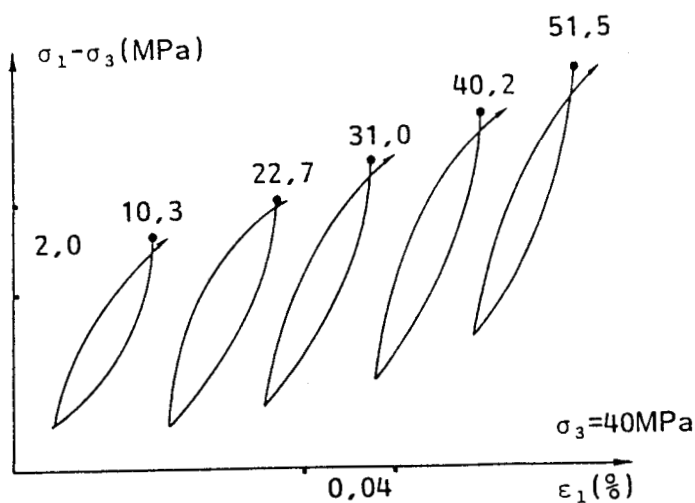
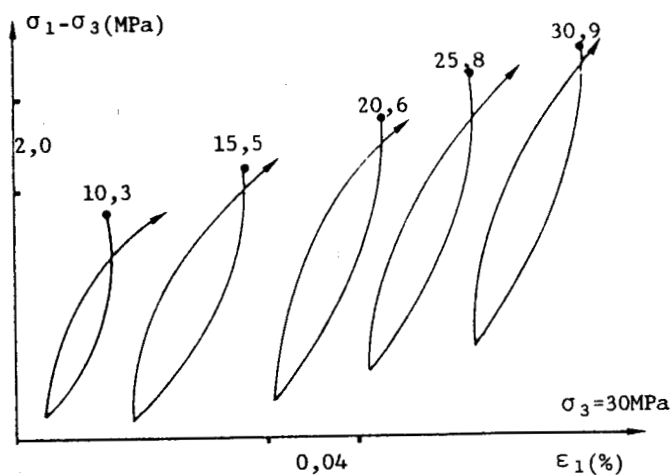


Figure 2-17 (suite)

Dans la figure (2-18), nous avons présenté les valeurs expérimentales de E_{ur} déterminées de la façon précédente en fonction de $\sqrt{J_2/P_a^2}$ pour différentes pressions de confinement. A partir de

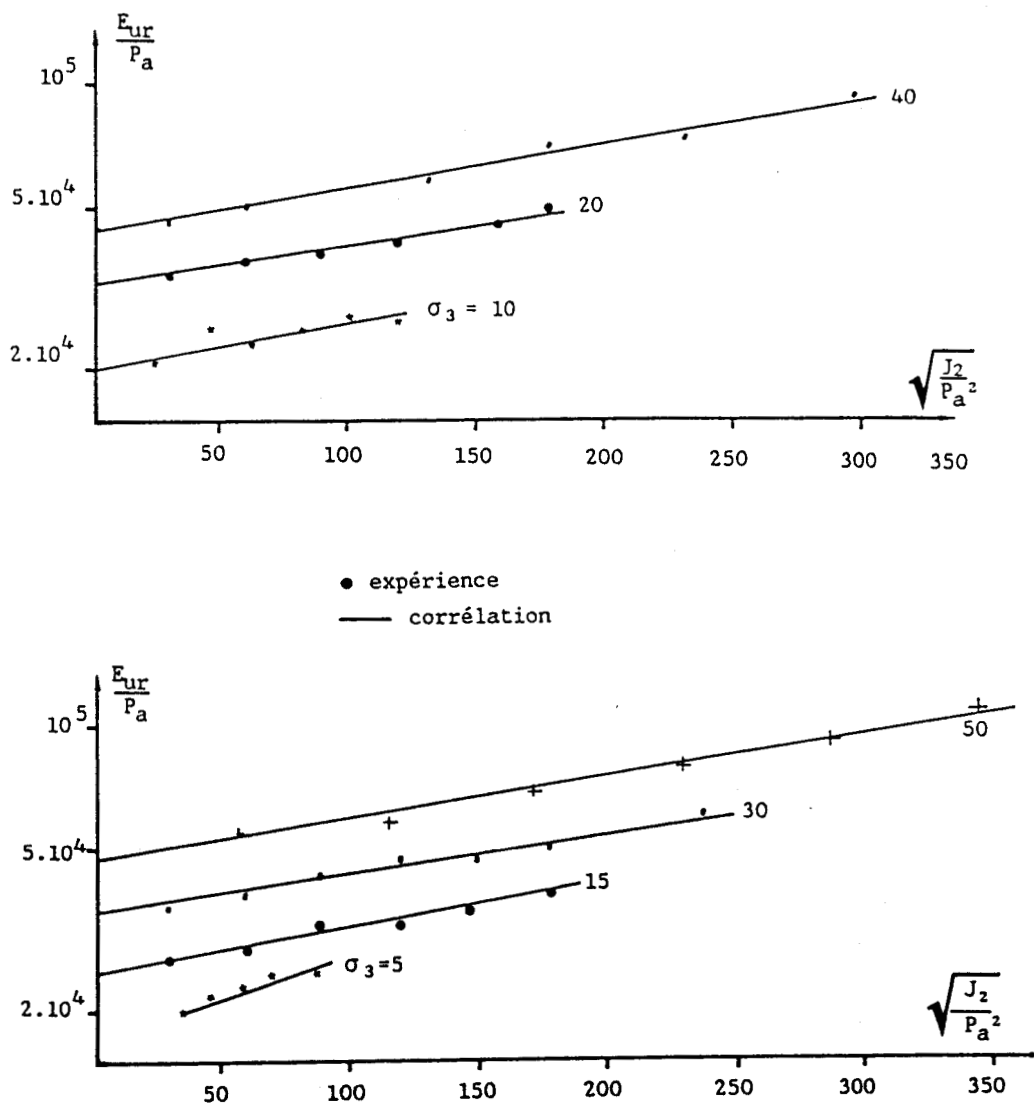


Figure 2-18 :
Variation de E_{ur} en fonction de σ_3 et de J_2 et corrélation

ces valeurs, nous pouvons constater que le pseudo-module d'élasticité dépend de la pression de confinement d'une part, et d'autre part du déviateur de contraintes.

Corrélation des valeurs expérimentales

Nous proposons la relation suivante pour traduire la variation de E_{ur} en fonction de la pression de confinement, et du déviateur de contraintes :

$$E_{ur} = E_{ur}^t \cdot 10^{\left(\frac{A}{1000} \sqrt{\frac{J_2}{P_a^2}}\right)}, \quad E_{ur} \geq E \quad (2-3)$$

avec

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]$$

Dans cette relation, A est un paramètre sans dimension du matériau, et E_{ur}^t représente la valeur tangente de E_{ur} pour $J_2 = 0$. Dans la figure (2-18), nous présentons les droites de corrélation dont les pentes déterminent les valeurs de A et les intersections de celles-ci avec l'axe (E_{ur}/P_a) donnent les valeurs de E_{ur}^t . Il est clair que la valeur de E_{ur}^t varie en fonction de la pression de confinement. Cette variation doit être liée à celle du module de compressibilité isotrope K_{ur} avec la pression de confinement. Nous proposons donc :

$$E_{ur}^t = \frac{E}{K} K_{ur}^t \quad (2-4)$$

ou encore

$$\frac{E_{ur}^t}{K_{ur}^t} = \frac{E}{K} \quad (2-5)$$

$$\text{avec} \quad K_{ur}^t = C_c \cdot P_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^{N_c} \quad (2-6)$$

La relation (2-5) revient à dire que le rapport (E_{ur}^t/K_{ur}^t) est constant et égal à celui de (E/K) . Dans le tableau (2-1), nous

donnons les valeurs de (E_{ur}^t/K_{ur}^t) en fonction de la pression de la pression de confinement, et nous pouvons remarquer que l'hypothèse est bien vérifiée.

A partir des droites de corrélation données dans la figure (2-18), nous constatons que le paramètre A varie légèrement en fonction de σ_3 . Cette variation n'est cependant pas très considérable et régulière ; Pour simplifier, nous avons pris A constant. Le tableau (2-2) présente les valeurs de A déterminées à partir de la figure (2-18) et permet de justifier l'hypothèse effectuée.

σ_3 (MPa)	15	20	30	40	50	E/K
E_{ur}^t/K_{ur}^t	1,82	2,06	1,76	1,88	1,79	1,82

Tableau 2-1

Valeurs de (E_{ur}^t/K_{ur}^t) en fonction de σ_3

σ_3 (MPa)	5	10	15	20	30	40	50	moyenne
A	1,13	1,07	0,94	0,96	0,95	1,03	0,97	1,01

Tableau 2-2

Valeurs de A en fonction de σ_3



CHAPITRE III

FORMULATION DU MODELE ELASTOPLASTIQUE
POUR LA CRAIE
ET DETERMINATION DES PARAMETRES

3.1 INTRODUCTION

Nous avons déjà évoqué que les études effectuées sur la modélisation du comportement rhéologique de la craie (forte porosité) jusqu'à des tenseurs sphériques de contraintes très élevés restent encore très limitées. L'étude bibliographique présentée au chapitre 1 a montré que les modèles anélastiques antérieurement proposés pour les lois de comportement des roches calcaires ont généralement eu pour objectif de modéliser le caractère fragile (fissuration, dilatance et radoucissement). En conséquence, ils ne sont valables en général que pour des porosités moyennes et de faibles pressions hydrostatiques. Ils ne peuvent pas ainsi prendre en considération les particularités relatives à la forte porosité et la forte dépendance de la pression hydrostatique de la craie blanche.

Les constatations expérimentales, présentées dans le chapitre précédent, montrent que la craie présente un comportement intermédiaire entre un sol et une roche. La destruction progressive de microstructure et la forte contraction irréversible due aux cisaillements des ponts entre les grains font la difficulté majeure de la modélisation de cette roche.

En 1975, LADE et DUNCAN ont élaboré un modèle élastoplastique pour les sols [37]. La validation de ce modèle pour différents chemins de sollicitation et l'application à différents types de problèmes de mécanique des sols ont montré sa capacité à interpréter les principaux aspects du comportement des sols [26]. En 1977, LADE a proposé une amélioration de ce modèle en introduisant la surface de charge-chapeau afin d'avoir une meilleure simulation de la variation de volume irréversible du matériau. En plus, dans cette deuxième version, LADE a pris en considération l'influence du premier invariant du tenseur de contrainte sur le critère de rupture et le comportement radoucissant des sols [38]. Pour leurs performances et leur simplicité de compréhension physique, les modèles de LADE (les deux versions) sont maintenant très utilisés dans la résolution des problèmes de mécanique des sols.

En ce qui concerne l'application des modèles de LADE pour le comportement des matériaux cohérents (bétons, roches), LADE a généralisé le critère de rupture défini dans son deuxième modèle élastoplastique, à la rupture des roches et des bétons. Une bonne vérification expérimentale a été obtenue [39], [41].

En tenant compte des remarques précédentes, nous avons choisi le deuxième modèle de LADE comme modèle de base pour la modélisation du comportement de la craie étudiée. L'adaptation de ce modèle à la complexité du comportement de cette roche portera essentiellement sur les points suivants :

- * prise en considération d'un domaine d'élasticité initial,
- * description des règles d'écrouissage en fonction de la pression de confinement en raison de la destruction de la microstructure,
- * applications simplifiées du potentiel plastique et de la règle d'écrouissage déviatorique en raison de la domination de la contractance irréversible,
- * prise en compte de l'évolution des caractéristiques élastiques du matériau.

Dans ce chapitre, nous présenterons en détail, la formulation du modèle de LADE avec les modifications que nous avons proposées, et la détermination des paramètres du modèle.

3.2 HYPOTHESE DE TRAVAIL

La craie étudiée est supposée isotrope, homogène, et ayant un comportement élastoplastique à écrouissage isotrope. Nous limitons notre étude aux applications où les sollicitations sont statiques et quasi-monotones.

Le modèle retenu considère que la déformation totale est la somme d'une déformation élastique $\bar{\epsilon}^e$, d'une déformation plastique contractante $\bar{\epsilon}^c$, et d'une déformation plastique déviatorique $\bar{\epsilon}^d$. Sous forme incrémentale, nous avons l'expression suivante :

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^c + d\epsilon_{ij}^d \quad (3.1)$$

3.3 DEFORMATION ELASTIQUE

Pour un matériau isotrope homogène, les composantes de la déformation élastique sont calculées avec la loi de HOOKE [32] :

$$d\epsilon_{ij}^e = C_{ijkl}^e d\sigma_{kl} \quad (3.2)$$

où C_{ijkl}^e est le tenseur d'élasticité.

On peut écrire la loi de HOOKE sous une forme matricielle en utilisant les notations définies au premier chapitre, soit :

$$(d\sigma) = [D]^e (d\epsilon)^e$$

avec :

$$[D]^e = \frac{E_{ur}}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix}$$

Le pseudo-module d'élasticité E_{ur} dépend de la pression de confinement et du déviateur de contrainte, cette dépendance est déterminée par les relations (2-3) et (2-4) :

$$E_{ur} = E_{ur}^t \cdot 10^{\left(\frac{A}{1000} \sqrt{\frac{J_2}{Pa^2}}\right)}, E_{ur} \geq E$$

$$E_{ur}^t = \frac{E}{K} K_{ur}^t$$

$$K_{ur}^t = C_c \cdot P_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^{N_c}$$

Le pseudo-coefficient de Poisson se calcule par :

$$\nu = \frac{1}{2} (1 - E_{ur}/3K_{ur}) \quad (3-4)$$

où K_{ur} est le pseudo-module de compressibilité isotrope dont la variation en fonction de la pression hydrostatique est déterminée par les relations (2-1) et (2-2) :

$$K_{ur} = C_c \cdot P_a \cdot \left(\frac{I_1}{3P_a}\right)^{N_c}, K_{ur} > K$$

$$C_c = \frac{K}{P_a} \left(\frac{P_c^0}{P_a}\right)^{N_c}$$

3.4 CHANGEMENT DE REPERE

Le modèle de LADE a été développé pour les sols sans cohésion, le domaine d'élasticité actuel défini par les fonctions de charge passe par

l'origine de l'espace de contraintes. La craie est un matériau ayant une certaine résistance en traction simple, celle-ci doit donc être prise en considération dans la modélisation de son comportement par le modèle de LADE. Pour ce fait, nous avons procédé à un changement de repère correspondant à une translation des axes principaux de contraintes suivant la direction d'extension de l'axe hydrostatique d'une distance déterminée par la résistance en traction simple de cette roche. Nous avons en conséquence :

$$\overline{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} + C_o \cdot P_a \cdot \delta_{ij} \quad (3-5)$$

où $\overline{\sigma}_{ij}$ sont les composantes du tenseur de contraintes dans le nouveau repère, et C_o est un paramètre sans dimension de la résistance en traction simple de la craie. La valeur de C_o peut être déterminée par un essai de traction indirecte, ou par l'essai Brésilien [35].

Cette méthode de prise en considération de la résistance en traction simple des matériaux cohérents a été utilisée par LADE pour ses études de critères de rupture des roches et des bétons [39].

3.5 DEFORMATION PLASTIQUE CONTRACTANTE

Nous avons constaté, au cours de l'étude expérimentale de la craie blanche, qu'une variation de volume irréversible peut se produire lors d'une compression isotrope lorsque celle-ci dépasse la limite élastique P_c^o . Dans un chemin de sollicitation général, ceci se traduit par le fait qu'une variation du tenseur sphérique de contraintes à partir d'un état actuel, peut produire une déformation plastique avec contractance du matériau. Afin d'interpréter ce même aspect de comportement observé dans les sols, LADE a proposé un mécanisme de déformation plastique contractant à partir d'une surface de charge sphérique. Toutefois, à la différence des sols, le mécanisme de déformation plastique contractant sera le terme prépondérant dans l'ensemble de trois mécanismes de déformation pour la craie blanche sous forte pression de confinement (> 10 MPa).

3.5.1. FONCTION DE CHARGE CONTRACTANTE

Dans le repère transformé, nous prendrons une fonction de charge

contractante de la même forme que celle proposée par LADE :

$$F_c = \overline{I_1}^2 + 2 \overline{I_2} - Y_c = 0 \quad (3-6)$$

avec

$$\overline{I_1} = \overline{\sigma_1} + \overline{\sigma_2} + \overline{\sigma_3}$$

$$\overline{I_2} = - (\overline{\sigma_1} \overline{\sigma_2} + \overline{\sigma_2} \overline{\sigma_3} + \overline{\sigma_3} \overline{\sigma_1})$$

Dans l'expression (3-6), Y_c est une fonction monotone croissante qui représente l'état actuel d'écrouissage du matériau au cours de déformation plastique. La valeur initiale de Y_c , notée Y_c^0 , définit la limite d'élasticité initiale contractante.

La surface représentative de la fonction de charge F_c dans l'espace de contraintes est une sphère dont le centre se situe à l'origine du nouveau repère. Dans la figure 3-1, nous avons présenté l'intersection de cette surface de charge avec le plan des essais triaxiaux de révolution (plan $\sigma_1, \sqrt{2} \sigma_3$).

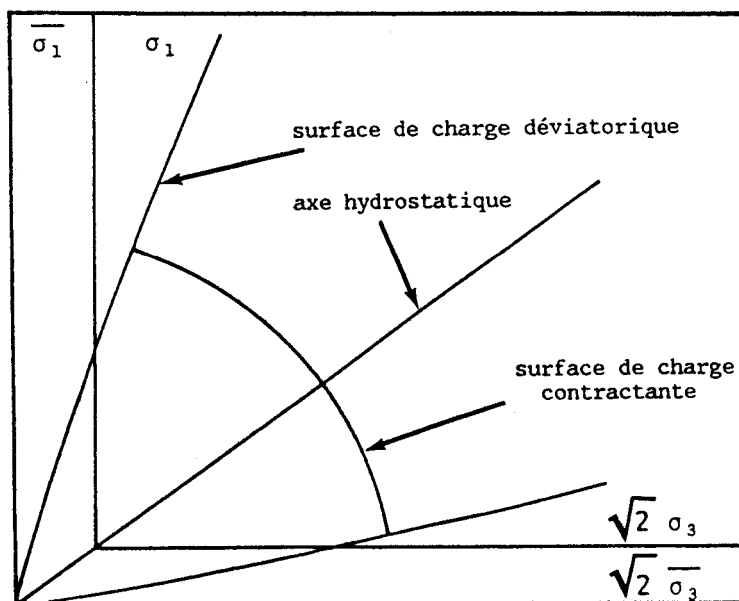


Figure 3-1

*Illustration des surfaces de charge et
des repères dans le plan des essais triaxiaux de révolution*

3.5.2. REGLE D'ECROUISSAGE CONTRACTANT

Tout comme LADE [38] qui choisit l'énergie de déformation plastique contractante comme seul paramètre d'écrouissage scalaire, nous supposons également que la règle d'écrouissage contractante pour la craie blanche est isotrope. La détermination de cette règle consiste donc à exprimer d'une façon univoque la fonction Y_c avec l'énergie dissipée contractante notée W_c , soit :

$$W_c = \int \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^c \quad (3-7)$$

La relation entre Y_c et W_c peut être déterminée expérimentalement par un essai de compression isotrope, car dans ce cas, on peut calculer, à un état actuel, les valeurs de Y_c et W_c par :

$$Y_c = 3.(P_c + C_o.P_a)^2 \quad (3-8a)$$

$$W_c = \int P_c d\epsilon_v^c \quad (3-8b)$$

Pour ce fait, on a effectué un certain nombre de cycles de déchargement-rechargement au cours d'un essai de compression isotrope. A chaque point de déchargement, on calcule la valeur de Y_c à l'aide de la relation (3-8a). Par contre, pour calculer la valeur correspondante de W_c , on trace la droite de déchargement, comme ce qui a été fait pour déterminer le pseudo-module de compressibilité isotrope, et ensuite on identifie l'intégration (3-8b) à l'aire comprise entre la courbe $\epsilon_v(P_c)$ et la droite de déchargement, ce qui est illustré dans la figure (3-2).

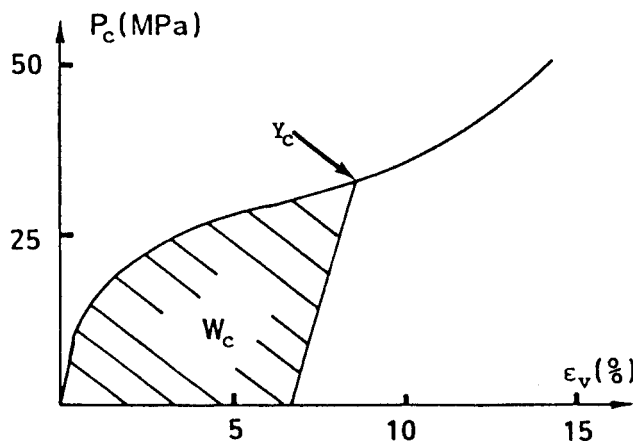


Figure 3-2 :
Détermination des valeurs
de Y_c et W_c

Pour la craie étudiée, les valeurs de Y_c et W_c ainsi déterminées sont reportées dans la figure (3-3). A partir de celles-ci, nous proposons la relation suivante pour la règle d'écrouissage isotrope contractante :

$$Y_c = Y_c^o + C.P_a^2 \left(\frac{W_c}{P_a} \right)^\rho \quad (3.9)$$

avec $Y_c^o = 3(P_c^o + C_o.P_a)^2 \quad (3.10)$

Dans ces relations, C et ρ sont deux paramètres sans dimension du matériau et prennent des valeurs différentes dans les deux zones d'écrouissage distinctes délimitées par la limite d'effondrement plastique P_c^t , nous avons donc :

$$C = C_1, \quad \rho = \rho_1; \quad Y_c \leq Y_c^t \quad (3.11)$$

$$C = C_2, \quad \rho = \rho_2; \quad Y_c > Y_c^t$$

avec

$$Y_c^t = 3(P_c^t + C_o.P_a)^2 \quad (3.12)$$

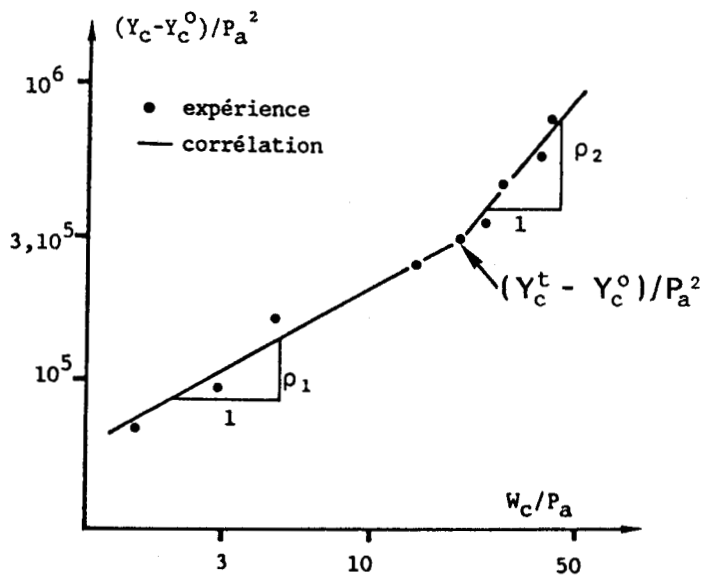


Figure 3-3 :
Règle d'écrouissage contractant
Détermination des paramètres

La condition de continuité de la fonction (3-9) entre deux zones d'écoulement est assurée par :

$$C_2 = \frac{Y_c^t - Y_c^o}{P_a^2} \left(\frac{Y_c^t - Y_c^o}{C_1 \cdot P_a^2} \right)^{-(\rho_2/\rho_1)} \quad (3-13)$$

Dans la figure (3-3), nous avons présenté la variation de $(Y_c - Y_c^o)/P_a^2$ en fonction de W_c/P_a , en échelles bilogarithmiques. Les pentes des droites de corrélation déterminent les valeurs de ρ_1 et ρ_2 . La valeur de C_1 est identifiée à celle de $(Y_c - Y_c^o)/P_a^2$ pour $W_c/P_a = 1$ et $\rho = \rho_1$. Pour la craie étudiée, nous avons les valeurs suivantes pour ces trois paramètres :

$$C_1 = 55\,258 \quad , \quad \rho_1 = 0,565 \quad , \quad \rho_2 = 1,22$$

3-5-3 REGLE D'ECOULEMENT CONTRACTANT

D'après LADE, une règle d'écoulement associée est utilisée pour ce mécanisme contractant de déformation plastique. Le potentiel plastique s'identifie donc à la fonction de charge. Dans le repère transformé, celui-ci s'écrit :

$$Q_c = \overline{T_1}^2 + 2 \overline{T_2} \quad (3-14)$$

D'après la théorie de plasticité classique, les composantes de déformation plastique contractante se calculent :

$$d\epsilon_{ij}^c = d\lambda_c \frac{\partial Q_c}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3-15)$$

D'après les rappels du premier chapitre, le multiplicateur $d\lambda_c$ est déterminé par :

$$d\lambda_c = \frac{dW_c}{\frac{\partial Q_c}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{ij}} \quad (3-16)$$

L'expression de dW_c est déduite de la relation (3-9), soit :

$$dW_c = \frac{P_a}{\rho} \left(\frac{Y_c - Y_c^o}{C \cdot P_a^2} \right)^{\frac{1}{\rho} - 1} \cdot d \left(\frac{Y_c - Y_c^o}{C \cdot P_a^2} \right) \quad (3-17)$$

ou
$$dW_c = \frac{dY_c}{\rho \cdot C \cdot P_a} \left(\frac{Y_c - Y_c^0}{C \cdot P_a^2} \right)^{\frac{1}{\rho} - 1} \quad (3-17')$$

3-5-4 MATRICE DE PLASTICITE CONTRACTANTE

Selon les rappels de la plasticité donnés dans le chapitre 1, la matrice de plasticité contractante s'écrit :

$$[D]^c = \frac{[D]^e \left(\frac{\partial Q_c}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial F_c}{\partial \sigma} \right)^T [D]^e}{A_c + \left(\frac{\partial F_c}{\partial \sigma} \right)^T [D]^e \left(\frac{\partial Q_c}{\partial \sigma} \right)} \quad (3-18)$$

avec

$$A_c = \frac{dY_c}{dW_c} (\sigma)^T \left(\frac{\partial Q_c}{\partial \sigma} \right) \quad (3-19)$$

$$\frac{dY_c}{dW_c} = C \cdot P_a \cdot \rho \cdot \left(\frac{W_c}{P_a} \right)^{\rho - 1} \quad (3-20)$$

Dans ces relations, avec les notations données au chapitre 1, les dérivées de F_c et Q_c sont exprimées par :

$$\left(\frac{\partial F_c}{\partial \sigma} \right)^T = (2 \overline{\sigma_{11}}, 2 \overline{\sigma_{22}}, 2 \overline{\sigma_{33}}, 4 \sigma_{23}, 4 \sigma_{31}, 4 \sigma_{12})$$

$$\left(\frac{\partial F_c}{\partial \sigma} \right) = \left(\frac{\partial Q_c}{\partial \sigma} \right)$$

3.6 DEFORMATION PLASTIQUE DEVIATORIQUE

La déformation plastique déviatorique est due aux cisaillements des ponts entre les grains, ceux-ci sont influencés par le tenseur sphérique de contraintes. Ce mécanisme déviatorique de déformation plastique contrôle entièrement la rupture (pic de résistance) du matériau. La variation de volume relative à ce mécanisme est, soit contractante, soit dilatante, selon le chemin de sollicitation et les caractéristiques du matériau.

LADE a généralisé le critère de rupture introduit dans son modèle-

le élastoplastique aux bétons et roches [41]. A partir de ce critère, nous supposons que la fonction de charge déviatorique a la même forme générale que le critère de rupture. Nous avons ainsi déduit la surface de charge représentative pour le mécanisme de déformation plastique déviatorique.

3-6-1 CRITERE DE RUPTURE

Sur la base de nombreuses études expérimentales [41], LADE a montré que la surface représentative du critère de rupture des matériaux pulvérulents (frottements internes) est déterminée à partir des remarques suivantes :

- * l'angle d'ouverture de la surface de rupture est lié à l'angle de frottement,
- * la courbure de la surface de rupture représente la dépendance de l'angle de frottement avec le tenseur sphérique des contraintes,
- * l'origine de la surface de rupture traduit la résistance en traction simple.

Ainsi, le critère de rupture de LADE comporte trois paramètres,

soit :

$$\left(\frac{\bar{I}_1^3}{\bar{I}_3} - 27 \right) \left(\frac{\bar{I}_1}{P_a} \right)^m - Y_d^r = 0 \quad (3-21)$$

où

$$\bar{I}_3 = \bar{\sigma}_1 \bar{\sigma}_2 \bar{\sigma}_3$$

$$\bar{\sigma}_i = \sigma_i + C_o \cdot P_a$$

Parmi ces trois paramètres, C_o est le paramètre de résistance en traction simple que l'on a défini précédemment, Y_d^r et m déterminent l'angle d'ouverture et la courbure de la surface de rupture respectivement, leurs valeurs sont déterminées sur les résistances de pic obtenues à partir d'une série d'essais triaxiaux.

Pour la craie blanche, comme il a été constaté au chapitre précédent, il n'a pu être observé un pic de résistance dans les courbes contrainte-déformation que pour les essais de compression triaxiale à faible pression

de confinement ; ceci nous a obligé à déterminer les valeurs de Y_d^r et m uniquement avec les essais à faible pression de confinement. Nous devons ensuite généraliser le critère de rupture, ainsi défini, aux cas des fortes pressions de confinement. Ceci revient à définir un état ultime dans les courbes de contrainte-déformation par l'apparition d'une grande déformation permanente pour les essais de compression triaxiale à pression de confinement élevée.

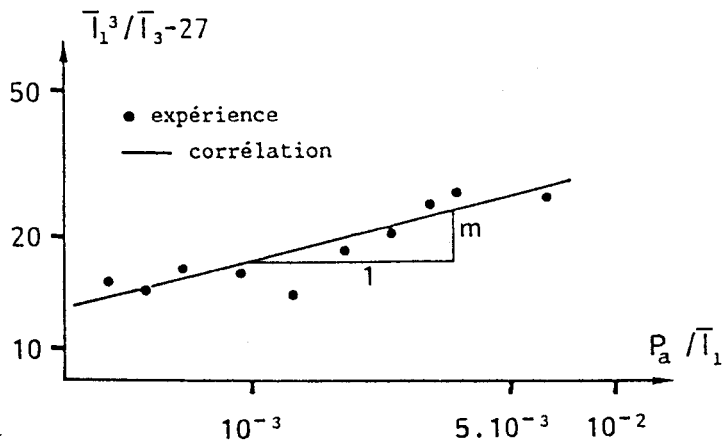


Figure 3-4 :
Détermination des
paramètres de rupture

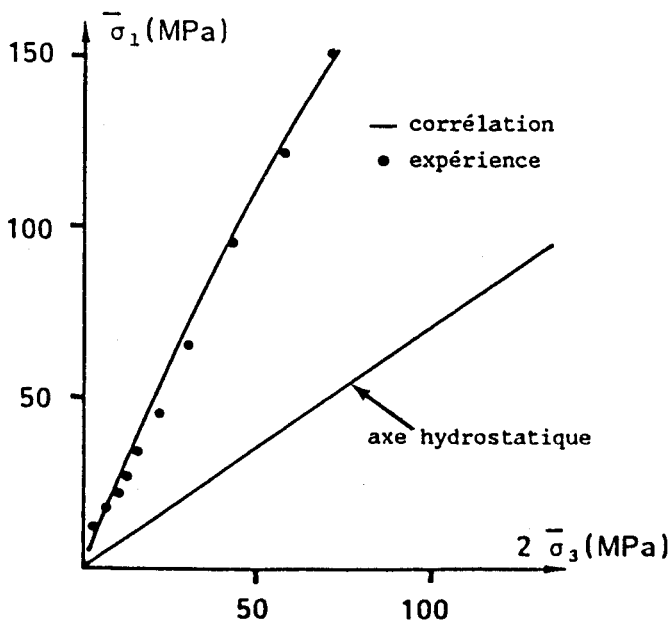


Figure 3-5 :
Représentation de la courbe
de rupture dans le plan des
essais triaxiaux de révolution
(repère transformé)

Dans la figure (3-4), nous avons montré la relation expérimentale entre $(\bar{\sigma}_1^3 / \bar{\sigma}_3 - 27)$ et $(P_a / \bar{\sigma}_1)$ en représentation bilogarithmique. La pente de la droite de corrélation représente le paramètre m . La valeur de Y_d^r est identifiée à celle de $(\bar{\sigma}_1^3 / \bar{\sigma}_3 - 27)$ pour $(P_a / \bar{\sigma}_1) = 1$. Pour la craie étudiée, nous avons :

$$m = 0,25 \quad , \quad Y_d^r = 97,43$$

La figure (3-5) montre la représentation de la surface de rupture dans le plan des essais triaxiaux de révolution ainsi que la comparaison de celle-ci avec les valeurs expérimentales.

Nous constatons une bonne vérification du critère de rupture de LADE pour la craie blanche.

3-6-2 FONCTION DE CHARGE DEVIATORIQUE

Avec l'hypothèse que la surface de rupture est la position ultime de la surface de charge, nous proposons l'expression suivante pour la fonction de charge déviatorique :

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_1^3}{\bar{\sigma}_3} - 27 \right) \left(\frac{\bar{\sigma}_1}{P_a} \right)^m - Y_d = 0 \quad (3-22)$$

où Y_d est une fonction monotone croissante de l'état d'écrouissage du matériau, dont la valeur ultime est celle de Y_d^r . Dans la figure (3-1), nous avons présenté l'intersection de la surface représentative de la fonction (3-22) avec le plan des essais triaxiaux de révolution, pour une valeur donnée de Y_d .

3-6-3 REGLE D'ECROUISSAGE DEVIATORIQUE

Pour la modélisation du comportement de la craie blanche sous sollicitations quasi-monotones, nous proposons une règle d'écrouissage déviatorique isotrope. Le seul paramètre scalaire d'écrouissage à choisir est alors l'énergie dissipée dans la distorsion plastique. En plus, nous avons déjà constaté que lorsque le tenseur sphérique de contraintes est élevé, la prise en considération du comportement radoucissant pour la craie n'a plus d'importance pratique. Nous avons ainsi proposé la relation suivante pour décri-

re l'écroûissage déviatorique de la craie étudiée :

$$Y_d = Y_d^o + (Y_d^r - Y_d^o) (W_d/W_d^r)^q \quad (3-23)$$

où
$$W_d = \int (\sigma_1 - \sigma_3) d\varepsilon_1^d \quad (3-24)$$

ou encore

$$W_d = W_t - W'_c = \int (\sigma_1 - \sigma_3) (d\varepsilon_1^p - d\varepsilon_1^c) \quad (3-25)$$

Dans la relation (3-23), Y_d^o , W_d^r et q sont constants pour une pression de confinement donnée.

Les courbes de contrainte-déformation et de déchargement-rechargement obtenues dans les essais de compression triaxiale permettent la détermination des paramètres relatifs à la règle d'écroûissage. Pour ce fait, à chaque point de déchargement de chaque essai, on calcule la valeur de Y_d

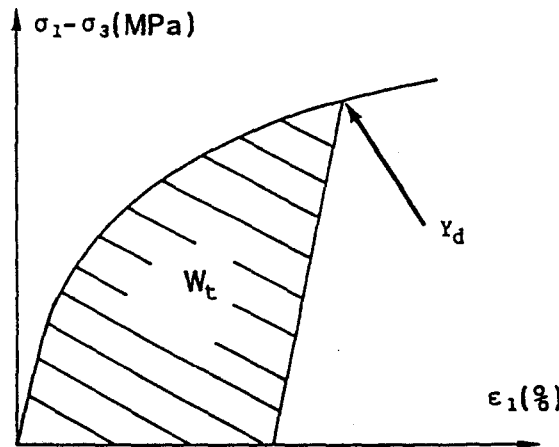


Figure 3-6 :
Détermination de W_t

par la relation (3-22). La valeur correspondante de W_d est déterminée par l'équation (3-24b), dans laquelle la valeur de W_t est identifiée à l'aire comprise entre la courbe contrainte-déformation et la droite de déchargement comme ce qui est montré dans la figure (3-6), tandis que celle de W_c est obtenue par la simulation numérique du mécanisme contractant de déformation plastique. Dans la figure 3-7, nous présentons les relations expérimentales entre Y_d et (W_d/P_a) pour différentes pressions de confinement ainsi que leurs courbes de corrélation.

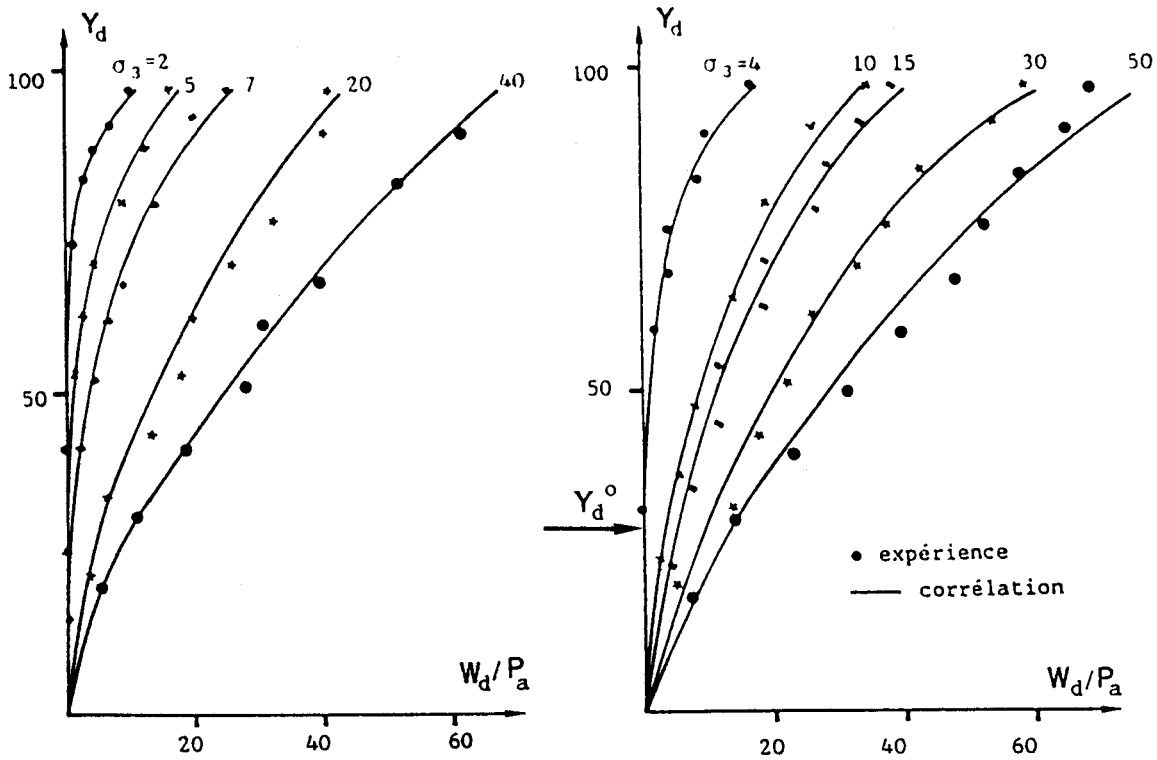


Figure 3-7 :

Relations expérimentales entre Y_d et (W_d/P_a)
pour la craie blanche et courbes de corrélation

Y_d^0 représente la limite d'élasticité initiale de la roche dont les valeurs sont déterminées par les intersections entre l'axe Y_d et les courbes de corrélation de la figure (3-7). Nous y constatons que Y_d^0 dépend de la pression de confinement, et devient négligeable lorsque celle-ci dépasse la limite élastique en compression isotrope P_c^0 . Nous avons présenté la variation de Y_d^0 en fonction de (σ_3/P_a) dans la figure (3-8). Nous proposons la relation suivante pour décrire cette variation :

$$Y_d^0 = \frac{\lambda}{P_a} (\sigma_3 - P_c^0) \quad , \quad Y_d^0 > 0 \quad (3-26)$$

où λ est un paramètre sans dimension dont la valeur est déterminée par la pente de la droite de corrélation présentée dans la figure (3-8). Pour la craie étudiée, nous obtenons :

$$\lambda = - 0,51$$

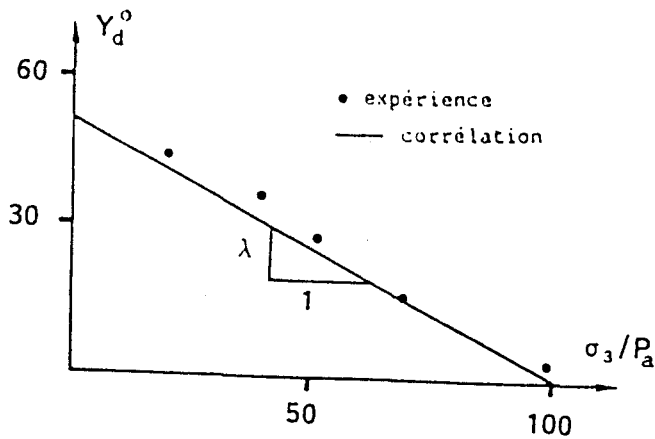


Figure 3-8 :
Variation de Y_d^o en fonction
de (σ_3/P_a)

Pour chaque courbe de corrélation de la figure (3-7), correspondant à un essai de compression triaxiale, on détermine le multiplicateur C_w et l'exposant q de la loi d'écrouissage (3-23) par :

$$q = \log \left(\frac{Y_d^r - Y_d^o}{Y_d^{60} - Y_d^o} \right) / \log \left(\frac{W_d^r}{W_d^{60}} \right) \quad (3.27)$$

Dans cette expression, (Y_d^r, W_d^r) correspond au point ultime de la courbe de corrélation et, (Y_d^{60}, W_d^{60}) à un autre point de celle-ci tel que :

$$Y_d^{60} = Y_d^o + 0,6 (Y_d^r - Y_d^o) \quad (3-28)$$

Il est clair que W_d^r et q dépendent de la pression de confinement. Nous avons montré la relation expérimentale entre (W_d^r/P_a) et $(\sigma_3 + P_a)/P_a$ dans la figure (3-9), et celle entre q et $(\sigma_3 + P_a)/P_a$ dans la figure (3-10), en échelle bilogarithmique. Les expressions suivantes sont proposées pour décrire la dépendance de W_d^r et q de la pression de confinement :

$$W_d^r = P_1 \cdot P_a \left(\frac{\sigma_3 + P_a}{P_a} \right)^1 \quad (3-29)$$

$$q = \alpha \left(\frac{\sigma_3 + P_a}{P_a} \right)^\beta \quad (3-30)$$

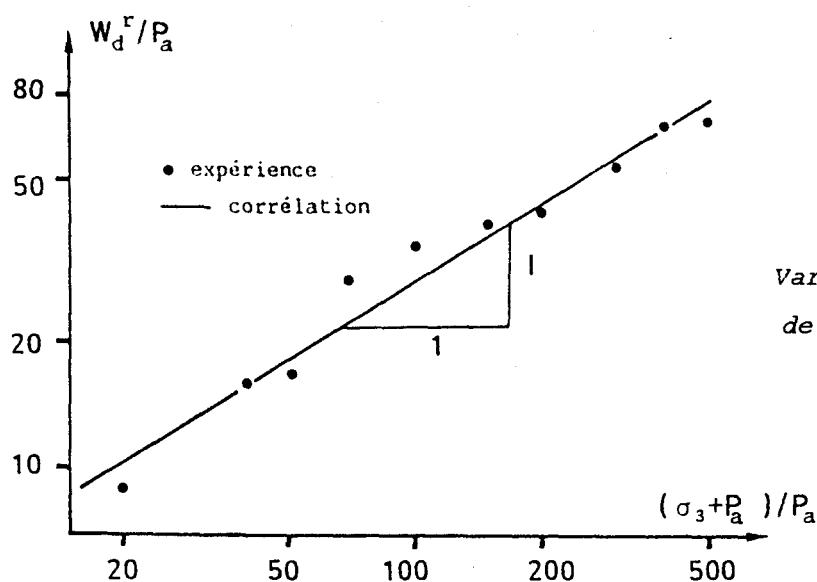


Figure 3-9 :
Variation de W_d^r en fonction
de la pression de confinement

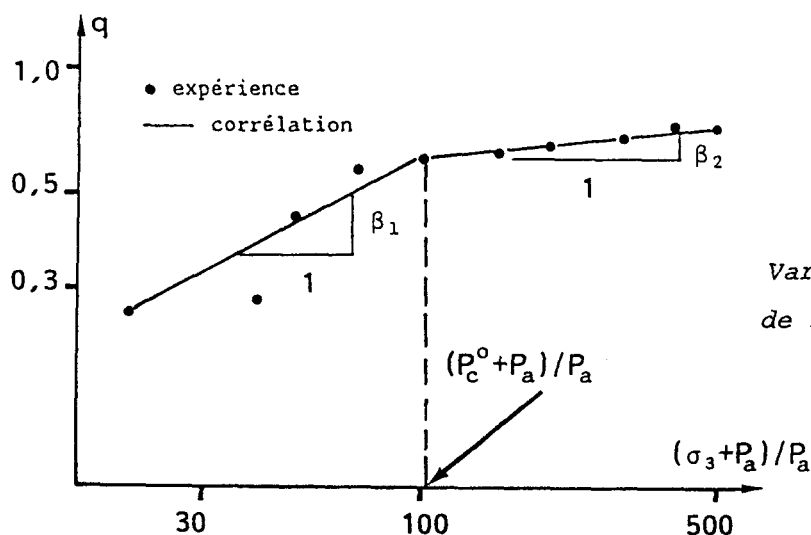


Figure 3-10 :
Variation de q en fonction
de la pression de confinement

Dans (3-29), la valeur de l est déterminée par la pente de la droite de corrélation, et celle de P_1 est égale à la valeur de (W_d^r/P_a) pour $(\sigma_3 + P_a)/P_a = 1$ ce qui est montré dans la figure (3-9).

Pour (3-30), α et β prennent des valeurs différentes dans les deux zones d'écrouissage délimitées par la limite élastique isotrope P_c^0 . Nous avons donc :

$$\alpha = \alpha_1, \quad \beta = \beta_1, \quad \text{pour } \sigma_3 \leq P_c^0$$

$$\alpha = \alpha_2, \quad \beta = \beta_2, \quad \text{pour } \sigma_3 > P_c^0$$

(3-31)



Les pentes des deux droites de corrélation dans la figure (3.10) représentent les valeurs de β_1 et β_2 , et α_1 est déterminé par la valeur de q pour $(\sigma_3 + P_a)/P_a = 1$. Afin d'assurer la continuité de la relation (3.30), on détermine α_2 par :

$$\alpha_2 = \alpha_1 \left(\frac{P_c^o + P_a}{P_a} \right)^{(\beta_1 - \beta_2)} \quad (3-32)$$

Dans les relations (3-29) et (3-30), nous avons ajouté la pression atmosphérique P_a à la pression de confinement σ_3 pour le numérateur. Ceci est simplement pour représenter les valeurs initiales de W_d^r et q pour $\sigma_3 = 0$ (compression simple).

Pour la craie blanche étudiée, nous avons obtenu les valeurs suivantes pour les paramètres caractéristiques du matériau relatifs à la règle d'écrouissage déviatorique, soit :

$$P_1 = 1,60 \quad , \quad I = 0,624$$

$$\beta_1 = 0,57 \quad , \quad \beta_2 = 0,11 \quad , \quad \alpha_1 = 0,044$$

3-6-4 POTENTIEL PLASTIQUE DEVIATORIQUE ET REGLE D'ECOULEMENT

Il a été montré par de nombreuses études expérimentales que la règle de normalité en plasticité classique des métaux [33] n'est pas vérifiée par la plupart des géomatériaux [37] [42]. Nous utiliserons donc, d'après LADE, une règle d'écoulement non-associé pour la déformation plastique déviatorique de la craie étudiée. Dans ce paragraphe, nous exposerons d'abord le potentiel plastique utilisée par LADE, et ensuite nous présenterons quelques remarques sur ce dernier et son application simplifiée à la craie.

Potentiel plastique de Lade

LADE a proposé l'expression suivante pour le potentiel plastique déviatorique [38] :

$$Q_d = \overline{T}_1^3 - (27 + \eta \cdot \left(\frac{P_a}{\overline{T}_1} \right)^m) \overline{T}_3 \quad (3-33)$$

avec $\eta = S \cdot Y_d + R \cdot \sqrt{\frac{\sigma_3}{P_a}} + t$ (3-34)

où S , R , t sont trois paramètres du matériau. Pour un état de contrainte actuel dans un essai triaxial et pour un incrément de contrainte, LADE définit le rapport :

$$\xi^d = - \frac{d\varepsilon_3^d}{d\varepsilon_1^d} \quad (3-35)$$

Selon la règle d'écoulement plastique, nous avons :

$$d\varepsilon_1^d = d\lambda_d \frac{\partial Q_d}{\partial \sigma_1}$$

$$d\varepsilon_3^d = d\lambda_d \frac{\partial Q_d}{\partial \sigma_3}$$

En éliminant $d\lambda_d$ et développant les dérivées de Q_d , nous obtenons :

$$\eta = \frac{3 \bar{I}_1^2 (1 + \xi^d) - 27 \bar{\sigma}_3 (\bar{\sigma}_1 + \xi^d \bar{\sigma}_3)}{\left(\frac{P_a}{\bar{I}_1}\right)^m \left[\bar{\sigma}_3 (\bar{\sigma}_1 + \xi^d \bar{\sigma}_3) - \frac{m(1 + \xi^d) \bar{I}_1^2}{Y_d \left(\frac{P_a}{\bar{I}_1}\right)^m + 27} \right]} \quad (3-36)$$

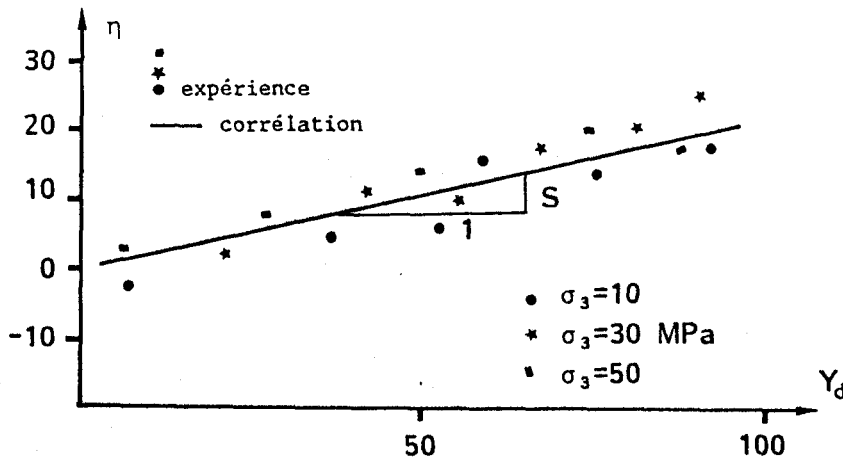


Figure 3-11 :
Relation entre η et Y_d
Détermination des paramètres du potentiel plastique de LADE

Dans la figure (3-11), nous avons présenté les relations expérimentales entre η et Y_d pour certaines pressions de confinement en utilisant la valeur de m précédemment déterminée. Ceci nous permet de déterminer les valeurs des paramètres R , S en tenant compte de la relation (3-34).

Nous y constatons que :

- * η est quasi-indépendant de σ_3 , ce qui entraîne $R = 0$;
- * la droite de corrélation $\eta = \eta(Y_d)$ coupe l'axe η au voisinage de $\eta = 0$, ce qui conduit à $t = 0$.

Nous aurons en conséquence l'expression suivante pour la craie étudiée :

$$\eta = S \cdot Y_d \quad (3.27)$$

Influence de S

Nous avons simulé un essai de compression triaxiale de révolution en utilisant différentes valeurs pour S . Les résultats obtenus, présentés

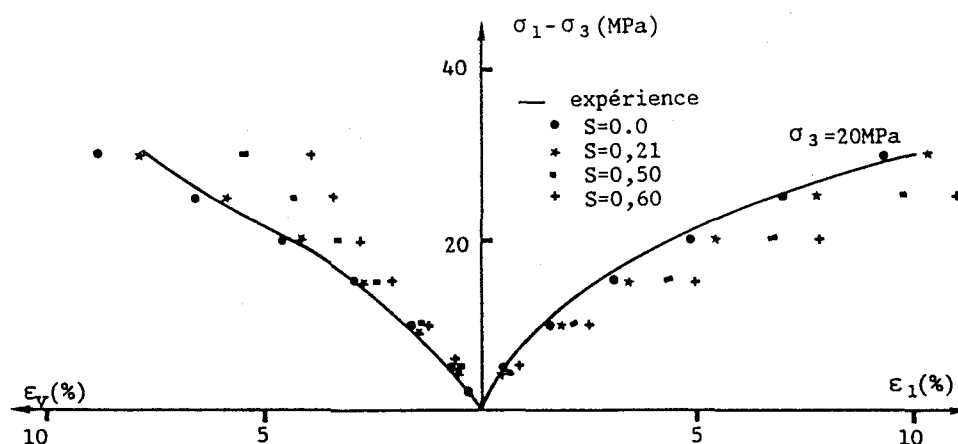


Figure 3-12 :
Influence du paramètre S

dans la figure (3-12) mettent en évidence l'influence du paramètre S :

- * Lorsque la valeur de S augmente, le rapport $(\Delta \epsilon_1^d / \Delta \epsilon_3^d)$ augmente et la variation de volume déviatorique $(\Delta \epsilon_v^d)$ diminue, ce qui tend vers la dilatance ;
- * Par contre, lorsque S diminue, $(\Delta \epsilon_1^d / \Delta \epsilon_3^d)$ également diminue et $(\Delta \epsilon_v^d)$ augmente, ce qui tend vers la contractance.

Il est très intéressant de constater que l'influence de S reste faible sur l'allure des courbes lorsque S se situe entre 0 et 0,5, or, pour les roches très poreuses comme la craie, cette valeur est normalement en-dessous de 0,5 (voir figure 3-12), et ceci à cause de la forte porosité.

Les remarques précédentes semblent prouver que l'influence du paramètre S pour la déformation plastique déviatorique de la craie blanche est totalement négligeable. En outre, la détermination de la valeur de S , comme les relations (3-35) et (3-36) l'indiquent, nécessite une mesure expérimentale très précise des rapports ξ^d à différents niveaux de contraintes dans un essai triaxial. Cette opération est souvent assez difficile et coûteuse pour les roches très poreuses.

Application simplifiée

En tenant compte des remarques précédentes, nous proposons une forme simplifiée du potentiel plastique de LADE pour le comportement plastique déviatorique de la craie, soit :

$$Q_d = \overline{I}_1^3 - 27 \overline{I}_3 \quad (3-38)$$

La règle d'écoulement plastique déviatorique s'écrit :

$$d\varepsilon_{ij}^d = d\lambda_d \frac{\partial Q_d}{\partial \sigma_{ij}} \quad (3-39)$$

$$d\lambda_d = \frac{dW_d}{\sigma_{ij} \frac{\partial Q_d}{\partial \sigma_{ij}}} \quad (3-40)$$

et

$$dW_d = \frac{P_a}{q} \left(\frac{Y_d - Y_d^o}{C_w} \right)^{\frac{1}{q} - 1} \cdot d\left(\frac{Y_d - Y_d^o}{C_w} \right) \quad (3-41a)$$

ou encore :

$$dW_d = \frac{P_a \cdot dY_d}{q \cdot C_w} \left(\frac{Y_d - Y_d^o}{C_w} \right)^{\frac{1}{q} - 1} \quad (3.41b)$$

3-6-5 MATRICE DE PLASTICITE DEVIATORIQUE

D'après les rappels donnés au premier chapitre, la matrice de plasticité déviatorique s'exprime par :

$$[D]^d = \frac{[D]^e \left(\frac{\partial Q_d}{\partial \sigma} \right) \left(\frac{\partial F_d}{\partial \sigma} \right)^T [D]^e}{A_d + \left(\frac{\partial F_d}{\partial \sigma} \right)^T [D]^e \left(\frac{\partial Q_d}{\partial \sigma} \right)} \quad (3-42)$$

où $A_d = \frac{dY_d}{dW_d}(\sigma) \left(\frac{\partial Q_d}{\partial \sigma} \right)$ (3-43)

avec $\frac{dY_d}{dW_d} = C_w \cdot q \cdot \left(\frac{W_d}{P_a} \right)^{q-1}$ (3-44)

Les dérivées de F_d et Q_d se calculent par :

$$\left(\frac{\partial F_d}{\partial \sigma} \right)_{Y_d}^T = \frac{\partial F_d}{\partial \bar{I}_1} \left(\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma} \right)^T + \left(\frac{\partial F_d}{\partial \bar{I}_3} \right) \left(\frac{\partial \bar{I}_3}{\partial \sigma} \right)^T \quad (3-45)$$

$$= \left[\frac{\bar{I}_1^{(2+m)}}{\bar{I}_3 P_a^m} (3+m) - \frac{27 m}{P_a^m} \bar{I}_1^{m-1} \right] \left(\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma} \right)^T - \frac{\bar{I}_1^{(3+m)}}{P_a^m \bar{I}_3^2} \left(\frac{\partial \bar{I}_3}{\partial \sigma} \right)^T$$

$$\left(\frac{\partial Q_d}{\partial \sigma} \right)^T = 3 \bar{I}_1^2 \left(\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma} \right)^T - 27 \left(\frac{\partial \bar{I}_3}{\partial \sigma} \right)^T \quad (3-46)$$

et

$$\left(\frac{\partial \bar{I}_1}{\partial \sigma} \right)^T = (1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial \bar{I}_3}{\partial \sigma} \right)^T = & \left(\begin{array}{l} \bar{\sigma}_{22} \bar{\sigma}_{33} - \sigma_{23}^2, \quad \bar{\sigma}_{11} \bar{\sigma}_{33} - \sigma_{31}^2, \quad \bar{\sigma}_{11} \bar{\sigma}_{22} - \sigma_{12}^2, \\ 2(\sigma_{12} \sigma_{31} - \bar{\sigma}_{11} \sigma_{23}), \quad 2(\sigma_{12} \sigma_{23} - \bar{\sigma}_{22} \sigma_{31}), \\ 2(\sigma_{23} \sigma_{31} - \bar{\sigma}_{33} \sigma_{12}) \end{array} \right) \end{aligned}$$

3.7 INFLUENCE DES CYCLES DE DECHARGEMENT-RECHARGEMENT

Nous avons remarqué que la détermination de certains paramètres du modèle nécessitait d'effectuer un certain nombre de cycles de déchargement-rechargement dans des essais de compression isotrope et triaxiale. Il est donc

important de connaître l'influence de ces cycles sur le comportement monotone de la craie. Pour ce fait, deux essais triaxiaux monotones en compression ont été effectués. La figure 4-3 montre la comparaison entre les résultats obtenus dans les essais avec petits cycles, et ceux obtenus dans les essais monotones. Nous constatons que la différence entre ces deux résultats est dans la marge des incertitudes expérimentales et de l'hétérogénéité de la roche. Aussi, nous pouvons valider la procédure expérimentale utilisée.

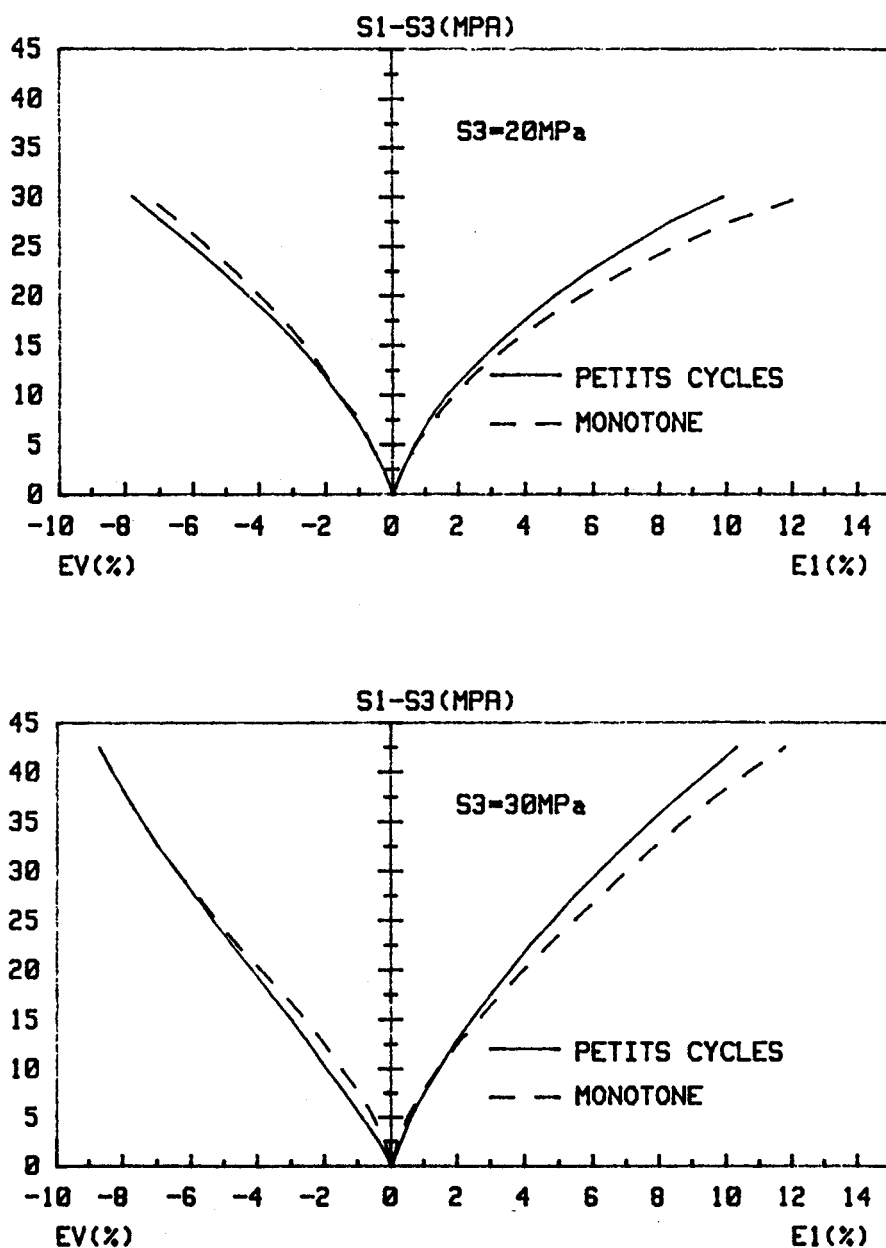


Figure 4-3

Comparaison entre les essais monotones et cycliques

CHAPITRE IV

SIMULATION DES ESSAIS DE
SOLLICITATIONS SIMPLES

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté la formulation du modèle élastoplastique pour la craie et la détermination des paramètres. Dans ce chapitre, nous présenterons la simulation numérique des essais de sollicitations simples (compressions isotrope et triaxiale, sollicitation proportionnelle et essai triaxial d'extension latérale) à l'aide du modèle retenu. Cette étude a plusieurs buts :

- * Vérification des paramètres et modélisation des aspects fondamentaux du comportement de la craie,
- * Etude d'influence des paramètres,
- * Simulation à l'aide du modèle des chemins de sollicitations proportionnelles et des chemins triaxiaux d'extension latérale.

4.1 SIMULATION DES ESSAIS ELEMENTAIRES ET VERIFICATION DES PARAMETRES

Tous les paramètres du modèle ont été déterminés à partir des essais élémentaires (compressions isotrope et triaxiale de révolution). A partir des valeurs retenues, ces essais seront simulés à l'aide du modèle retenu. La comparaison entre la simulation et l'expérience permettra de valider la valeur des paramètres du modèle et de décrire les aspects fondamentaux du comportement de la craie.

4.1.1. RECAPITULATION DES VALEURS DES PARAMETRES

Dans le tableau suivant, nous avons reporté les valeurs des paramètres du modèle, précédemment déterminées pour la craie blanche. Ces valeurs seront retenues dans la validation du modèle sur différents chemins de sollicitation.

Paramètres traditionnels	Evolution d'élasticité	Limites en compression isotrope	Plasticité contractante	Plasticité déviatorique
$E = 2\,000 \text{ MPa}$ $K = 1\,400 \text{ MPa}$ $C_0 = 7,0$	$A = 1,01$ $N_c = 0,54$	$P_c^o = 10 \text{ MPa}$ $P_c^t = 32,5 \text{ MPa}$	$C_1 = 55\,258$ $\rho_1 = 0,565$ $\rho_2 = 1,22$	$m = 0,25$ $\gamma_d^F = 97,43$ $\lambda = -0,51$ $P_1 = 1,60$ $l = 0,624$ $\alpha_1 = 0,044$ $\beta_1 = 0,57$ $\beta_2 = 0,11$

Tableau 4-1 :

Récapitulation des paramètres
du modèle pour la craie étudiée

4-1-2 SIMULATION NUMERIQUE

Pour les essais de compression isotrope et triaxiale de révolution, seules les contraintes et les déformations principales interviennent dans la simulation. La formulation du modèle retenue présentée au chapitre précédent, fournit une loi de comportement incrémentale, soit :

$$\begin{pmatrix} d\epsilon_1 \\ d\epsilon_2 \\ d\epsilon_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d\sigma_1 \\ d\sigma_2 \\ d\sigma_3 \end{pmatrix} \quad (4-1)$$



Dans cette relation, la matrice est dite matrice de déformation globale dont les composantes sont déterminées par l'histoire des sollicitations et de la déformation plastique. D'après les relations données par la formulation du modèle, nous avons l'expression suivante pour la matrice C :

C =

$\frac{1}{E_{ur}} + G_1^c \frac{\partial F_c}{\partial \sigma_1}$ $+ G_1^d \frac{\partial F_d}{\partial \sigma_1}$	$\frac{-\nu}{E_{ur}} + G_1^c \frac{\partial F_c}{\partial \sigma_2}$ $+ G_1^d \frac{\partial F_d}{\partial \sigma_2}$	$\frac{-\nu}{E_{ur}} + G_1^c \frac{\partial F_c}{\partial \sigma_3}$ $+ G_1^d \frac{\partial F_d}{\partial \sigma_3}$
$\frac{-\nu}{E_{ur}} + G_2^c \frac{\partial F_c}{\partial \sigma_1}$ $+ G_2^d \frac{\partial F_d}{\partial \sigma_1}$	$\frac{1}{E_{ur}} + G_2^c \frac{\partial F_c}{\partial \sigma_2}$ $+ G_2^d \frac{\partial F_d}{\partial \sigma_2}$	$\frac{-\nu}{E_{ur}} + G_2^c \frac{\partial F_c}{\partial \sigma_3}$ $+ G_2^d \frac{\partial F_d}{\partial \sigma_3}$
$\frac{-\nu}{E_{ur}} + G_3^c \frac{\partial F_c}{\partial \sigma_1}$ $+ G_3^d \frac{\partial F_d}{\partial \sigma_1}$	$\frac{-\nu}{E_{ur}} + G_3^c \frac{\partial F_c}{\partial \sigma_2}$ $+ G_3^d \frac{\partial F_d}{\partial \sigma_2}$	$\frac{1}{E_{ur}} + G_3^c \frac{\partial F_c}{\partial \sigma_3}$ $+ G_3^d \frac{\partial F_d}{\partial \sigma_3}$

(4-2)

où

$$G_1^c = H_c \frac{\partial Q_c}{\partial \sigma_1}$$

$$G_2^c = H_c \frac{\partial Q_c}{\partial \sigma_2}$$

$$G_3^c = H_c \frac{\partial Q_c}{\partial \sigma_3}$$

$$G_1^d = H_d \frac{\partial Q_d}{\partial \sigma_1}$$

$$G_2^d = H_d \frac{\partial Q_d}{\partial \sigma_2}$$

$$G_3^d = H_d \frac{\partial Q_d}{\partial \sigma_3}$$

(4-3)



avec

$$\left. \begin{aligned} H_c &= \frac{1}{\frac{\partial Q_c}{\partial \sigma_i} \sigma_i} \cdot \frac{1}{\rho \cdot C \cdot P_a} \cdot \left(\frac{Y_c - Y_c^0}{C \cdot P_a^2} \right)^{\frac{1}{p} - 1} \\ H_d &= \frac{1}{\frac{\partial Q_d}{\partial \sigma_i} \sigma_i} \cdot \frac{P_a}{q \cdot C_w} \cdot \left(\frac{Y_d - Y_d^0}{C_w} \right)^{\frac{1}{q} - 1} \end{aligned} \right\} \quad (4-4)$$

Dans la simulation numérique, les variations infinitésimales sont remplacées par des petits incréments pour les contraintes et les déformations. En considérant que les incréments imposés dans la simulation numérique sont suffisamment petits, nous avons identifié les différentielles totales des lois d'érouissage à leurs différences entre deux états successifs, soit par exemple :

$$dW_c = \frac{\partial W_c(F_c)}{\partial F_c} dF_c \approx W_c(F_c + dF_c) - W_c(F_c) = \Delta W_c$$

En conséquence, la relation (4-1) n'est pas directement utilisée pour la simulation numérique. Les trois composantes de déformation (élastique, plastique contractante et plastique dilatante) sont calculées indépendamment et superposées pour chaque incrément de sollicitation, soit :

$$\left. \begin{aligned} \Delta \varepsilon_1 &= \frac{1}{E_{ur}} (\Delta \sigma_1 - \nu (\Delta \sigma_2 + \Delta \sigma_3)) + \frac{\partial Q_c}{\partial \sigma_1} \Delta \lambda_c + \frac{\partial Q_d}{\partial \sigma_1} \Delta \lambda_d \\ \Delta \varepsilon_2 &= \frac{1}{E_{ur}} (\Delta \sigma_2 - \nu (\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_3)) + \frac{\partial Q_c}{\partial \sigma_2} \Delta \lambda_c + \frac{\partial Q_d}{\partial \sigma_2} \Delta \lambda_d \\ \Delta \varepsilon_3 &= \frac{1}{E_{ur}} (\Delta \sigma_3 - \nu (\Delta \sigma_1 + \Delta \sigma_2)) + \frac{\partial Q_c}{\partial \sigma_3} \Delta \lambda_c + \frac{\partial Q_d}{\partial \sigma_3} \Delta \lambda_d \end{aligned} \right\} \quad (4-5)$$

où

$$\left. \begin{aligned} d\lambda_c &= \Delta W_c / \frac{\partial Q_c}{\partial \sigma_i} \sigma_i \\ d\lambda_d &= \Delta W_d / \frac{\partial Q_d}{\partial \sigma_i} \sigma_i \end{aligned} \right\} \quad (4-6)$$

Dans la figure (4-1), nous avons présenté l'organigramme utilisé pour la simulation numérique des essais de compressions isotrope et triaxiale.

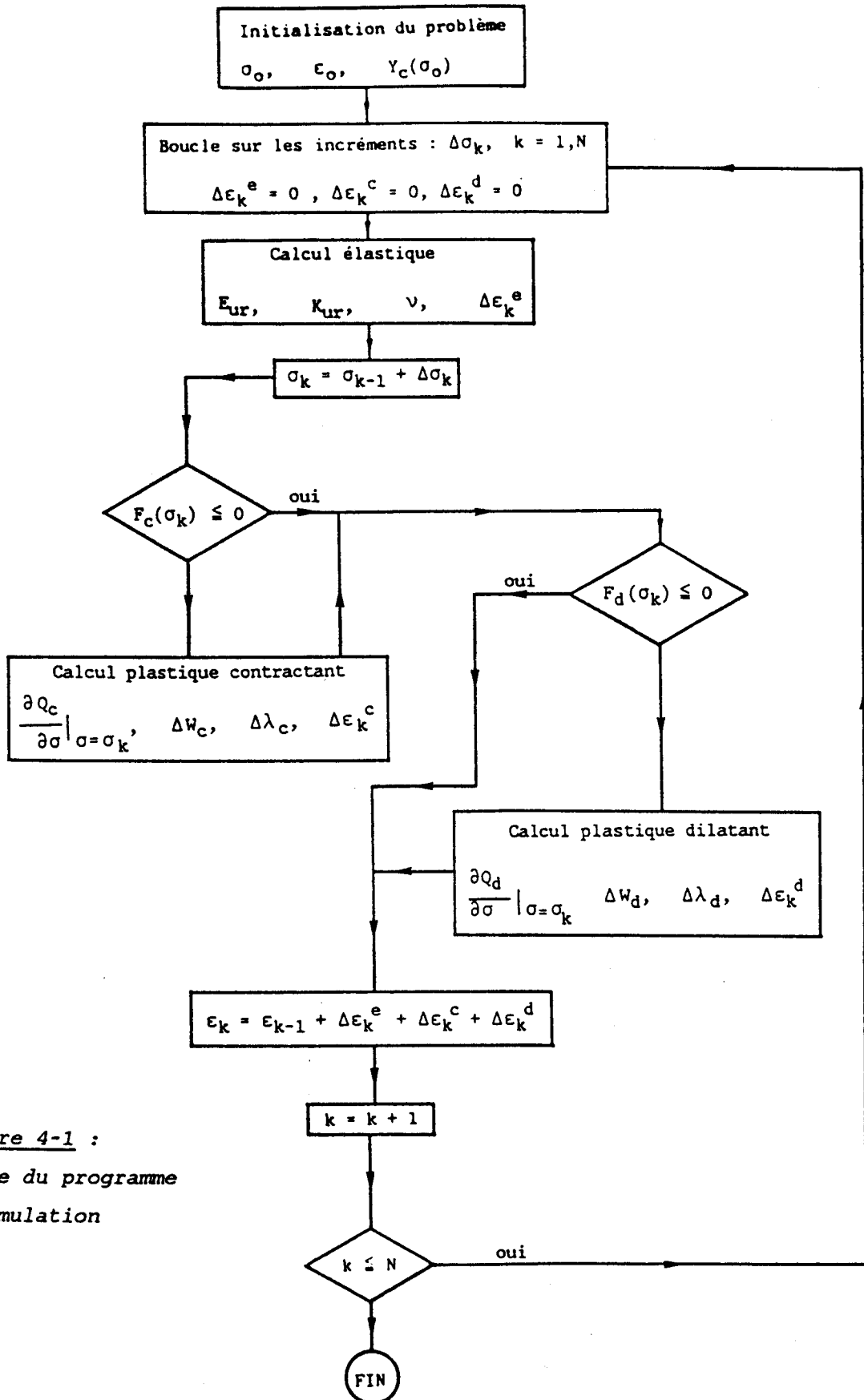
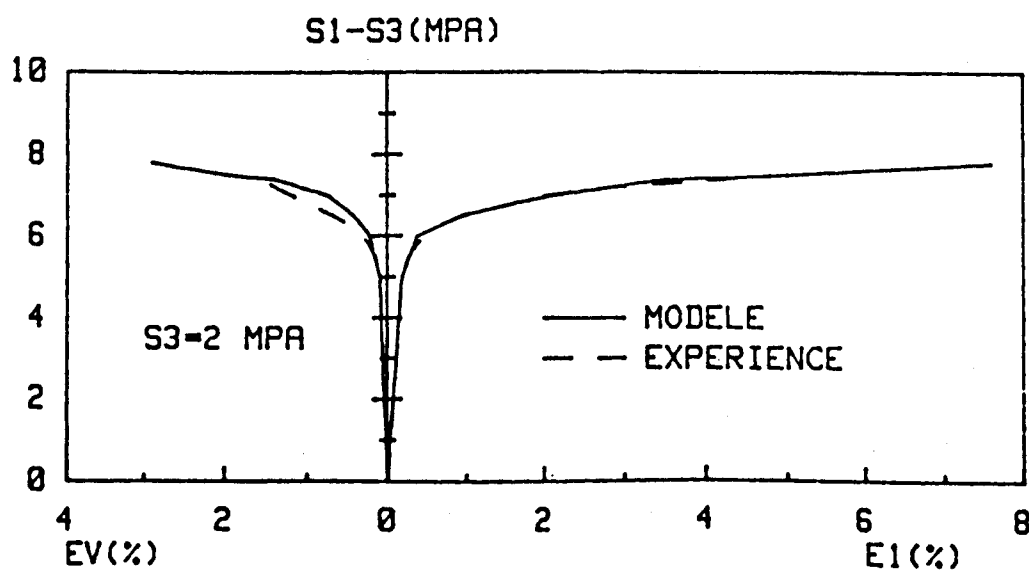


Figure 4-1 :
Organigramme du programme
de simulation

4-1-3 COMPARAISONS ET REMARQUES

Dans la Figure 4-2, nous avons présenté les comparaisons entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus à partir de la simulation numérique à l'aide du modèle retenu. Ceci nous permet de faire les remarques suivantes :

- * Pour l'essai de compression isotrope, nous avons une excellente concordance entre l'expérience et la simulation, ceci prouve l'importance du mécanisme contractant de déformation plastique,
- * Pour les essais de compression triaxiale, nous avons également une bonne concordance quasiment pour toute pression de confinement, tant pour la déformation axiale que volumique. Néanmoins, la précision de la simulation est d'autant meilleure que la pression de confinement est élevée. Pour des pressions de confinement intermédiaires (≈ 10 MPa), et faibles (≤ 7 MPa), nous constatons certains petits écarts entre l'expérience et la simulation ; la simulation numérique surestime légèrement la contractance plastique.
- * Par la bonne corrélation entre les courbes expérimentales et la simulation du modèle, nous pouvons conclure que les paramètres précédemment déterminés représentent correctement les caractéristiques de la craie. De plus, le modèle retenu dans cette étude, décrit correctement les aspects fondamentaux du comportement de la craie sous compressions isotrope et triaxiale.



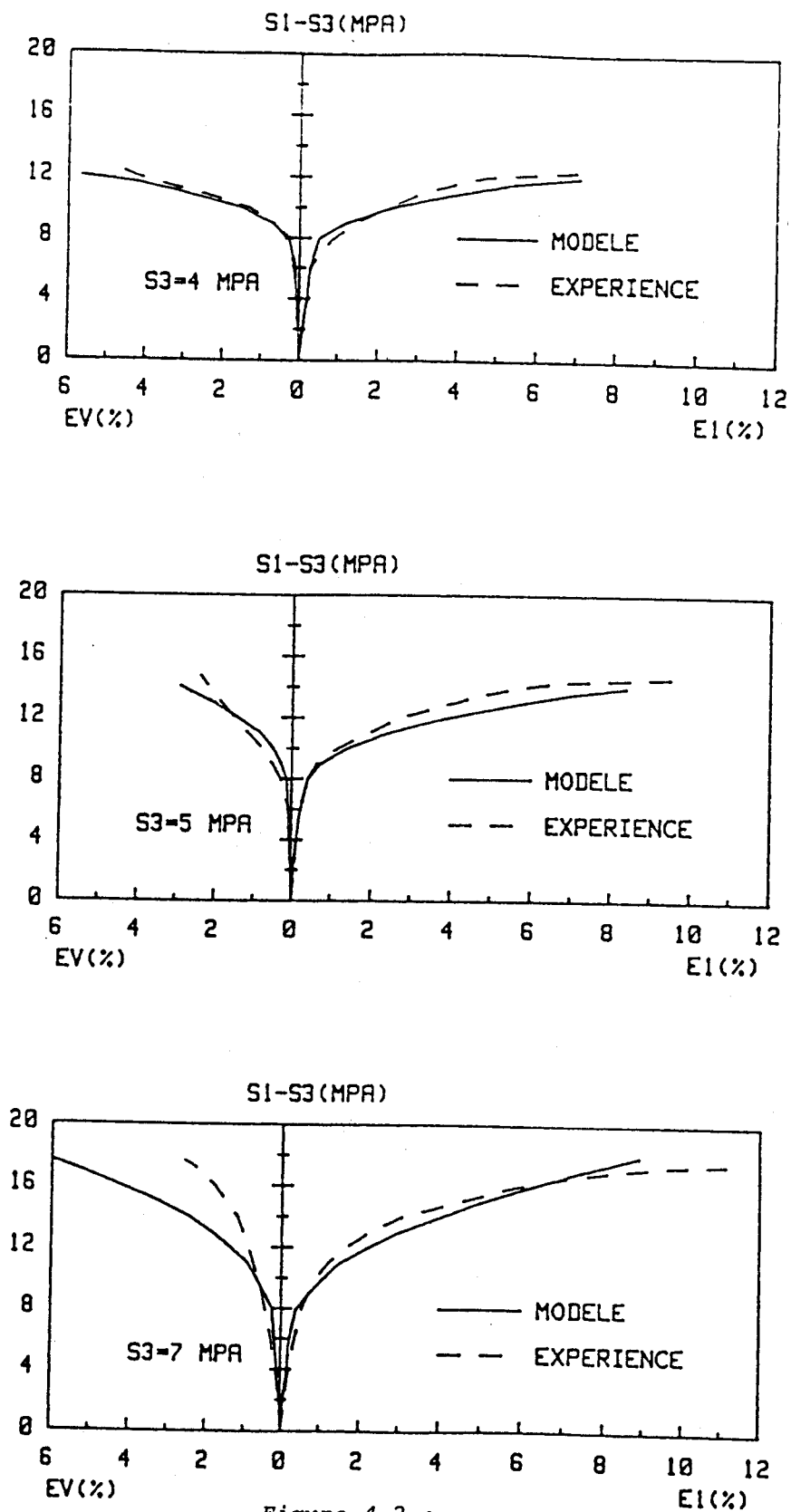


Figure 4-2 :

Simulation des essais
de compressions triaxiale et isotrope



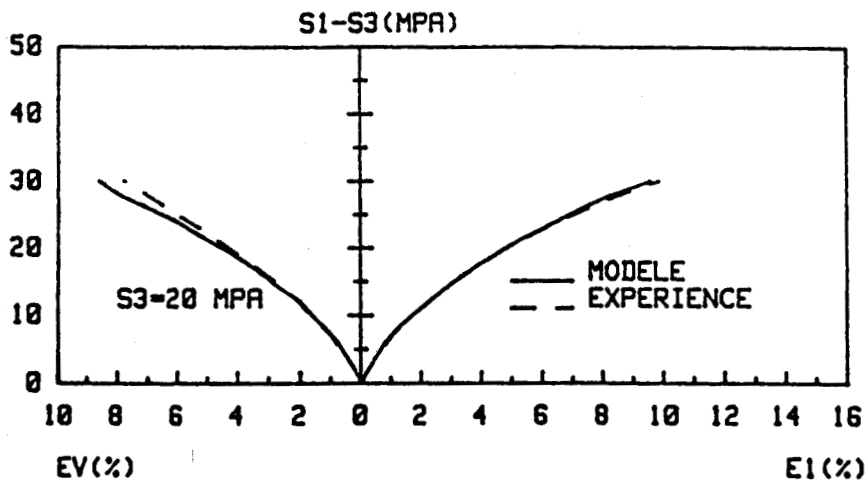
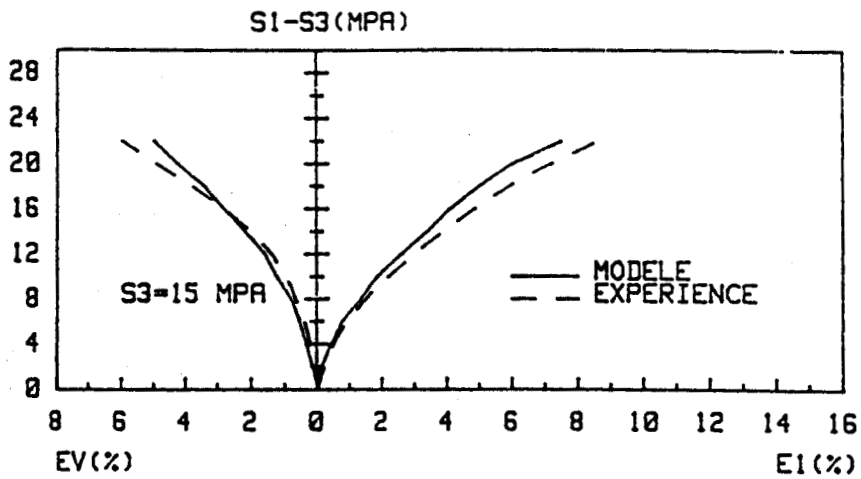
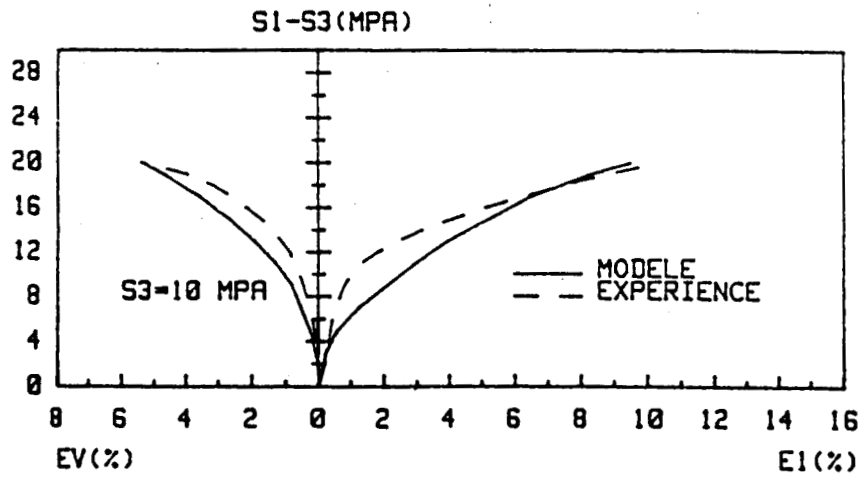


Figure 4-2 (suite)

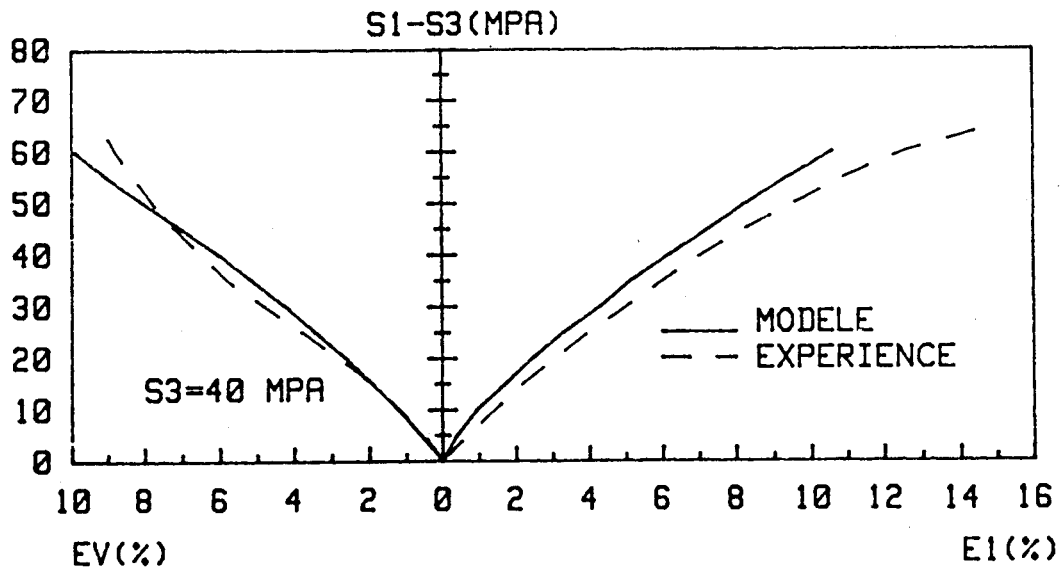
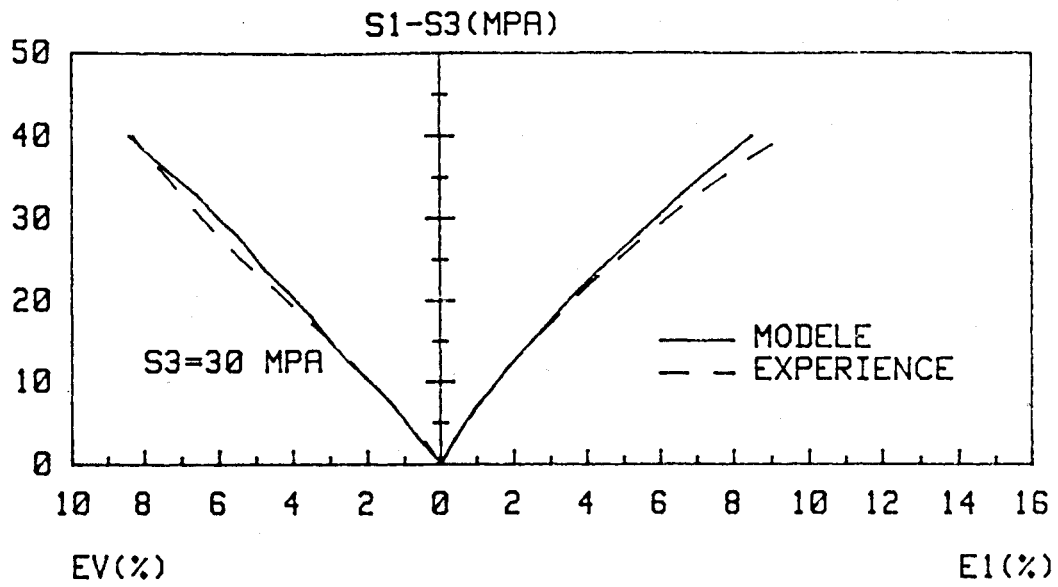


Figure 4-2 (suite)

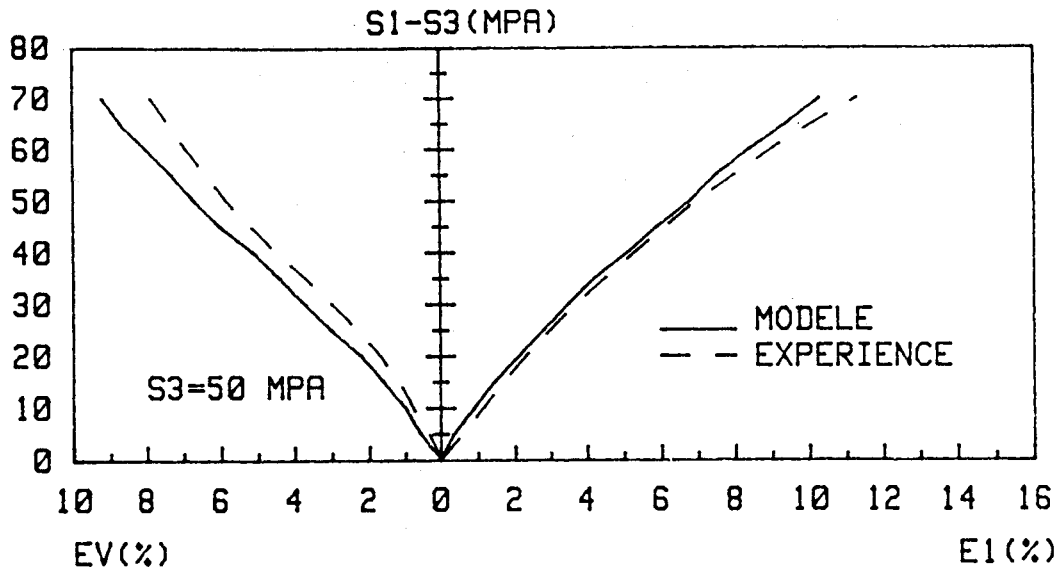
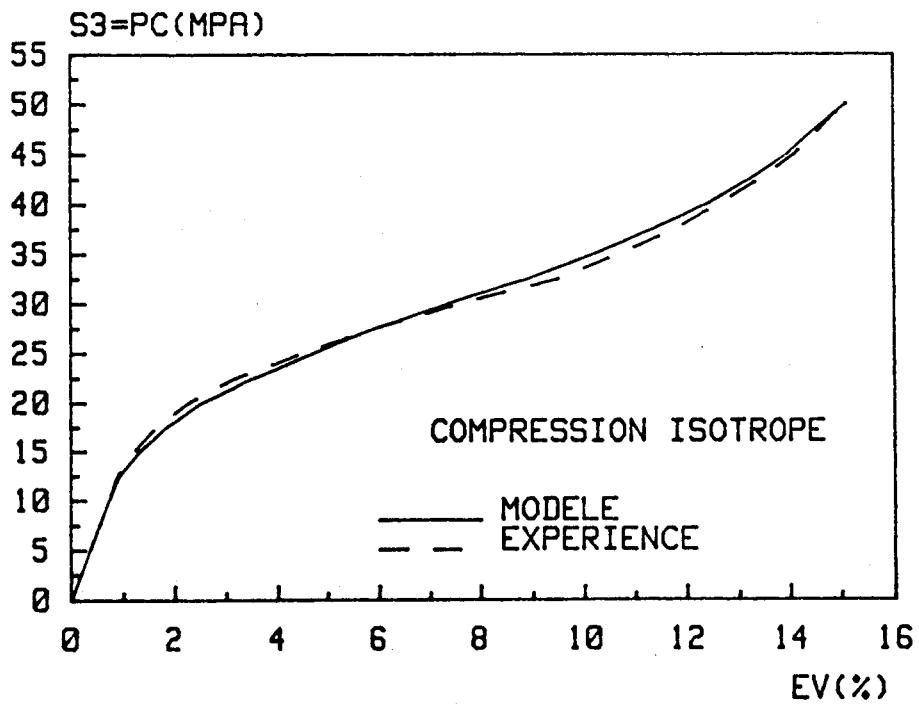


Figure 4-2 (suite)



4.2 INFLUENCE DES PARAMETRES

Les paramètres d'un modèle de lois de comportement sont déterminés à partir des essais de sollicitations simples. Pour des raisons économiques, le nombre d'essais est souvent très limité, ce qui ne permet pas d'estimer la marge d'erreur. De plus, la dispersion des résultats expérimentaux due essentiellement à la variabilité des caractéristiques de la roche conduit souvent à des valeurs des paramètres différentes d'un essai à l'autre. En conséquence, les paramètres ainsi déterminés n'ont pas de valeurs parfaitement définies, mais plutôt doivent se situer dans une zone de tolérance dans laquelle l'approche du comportement du matériau reste acceptable. Il est donc important d'étudier l'influence des paramètres introduits dans le modèle sur les aspects fondamentaux du comportement de la craie, et de connaître ceux qui doivent être déterminés précisément.

Dans ce paragraphe, nous étudierons seulement l'influence des paramètres les plus délicats à déterminer (ceux qui sont déterminés à partir des pentes des droites de corrélation) par l'expérience dans le modèle élastoplastique pour la craie. Afin de mettre en évidence la dépendance de l'influence des paramètres avec la pression de confinement, nous avons choisi trois valeurs représentatives de la pression correspondant aux trois zones de comportement, soit $\sigma_3 = 7, 20$ et 40 MPa.

4-2-1 INFLUENCE DU PARAMETRE D'ECROUISSAGE CONTRACTANT (ρ)

Par définition de la relation (3-9), le paramètre ρ représente le taux de contractance plastique de la craie. Il a été déterminé à partir d'un essai de compression isotrope. Dans la figure (4-4), nous avons présenté la simulation de l'essai de compression isotrope avec trois valeurs différentes de ρ_1 (donc C_2). Nous constatons qu'une estimation par valeur inférieure de ρ conduit à une augmentation de la contractance plastique, mais l'influence de ρ reste très petite jusqu'à une déformation volumique de l'ordre de 10 %.

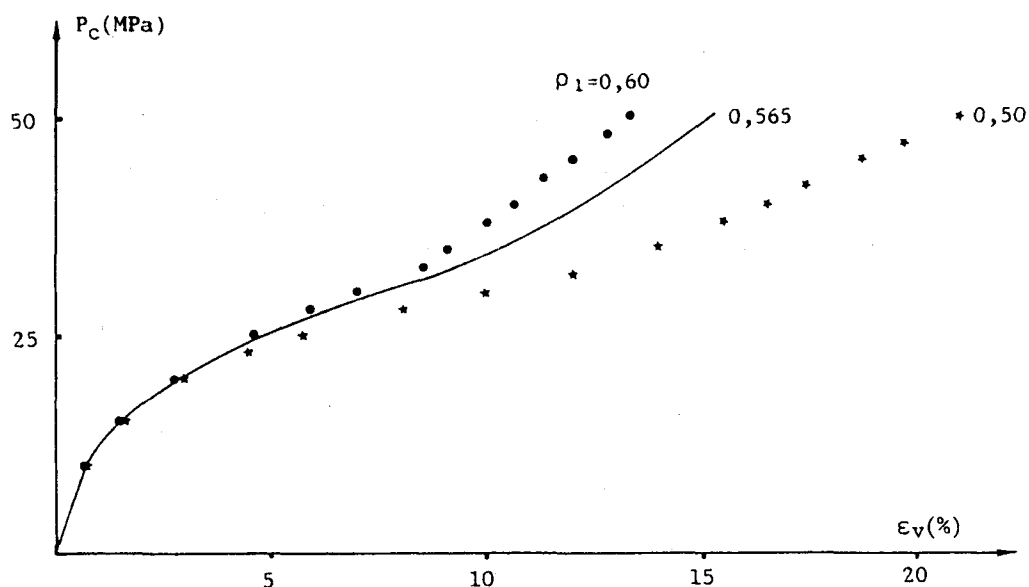


Figure 4-4 :
Influence du paramètre
d'écroutissage contractant ρ_1

4-2-2 INFLUENCE DU PARAMETRE DE RUPTURE (m)

Le paramètre de rupture m décrit l'influence de la pression hydrostatique sur le critère de rupture, ce qui est l'une des propriétés mécaniques importantes des matériaux pulvérulents (frottement interne). Dans la figure 4-5, nous avons montré la simulation numérique de trois essais de compression triaxiale ($\sigma_3 = 7, 20$ et 40 MPa) avec trois valeurs de m . Nous pouvons faire quelques remarques suivantes :

- * L'influence de m sur la déformation volumique est beaucoup moins importante que sur la déformation axiale,
- * L'influence de m est peu sensible à la pression de confinement,
- * Pour la relation contraintes-déformations volumique, l'influence de m est négligeable jusqu'à une valeur de l'ordre de 10 %

pour ε_v , ce qui prouve que la déformation volumique est essentiellement contrôlée par le mécanisme contractant,

- * La relation contraintes-déformations axiales reste peu sensible lorsque la contrainte n'est pas proche de l'état de rupture

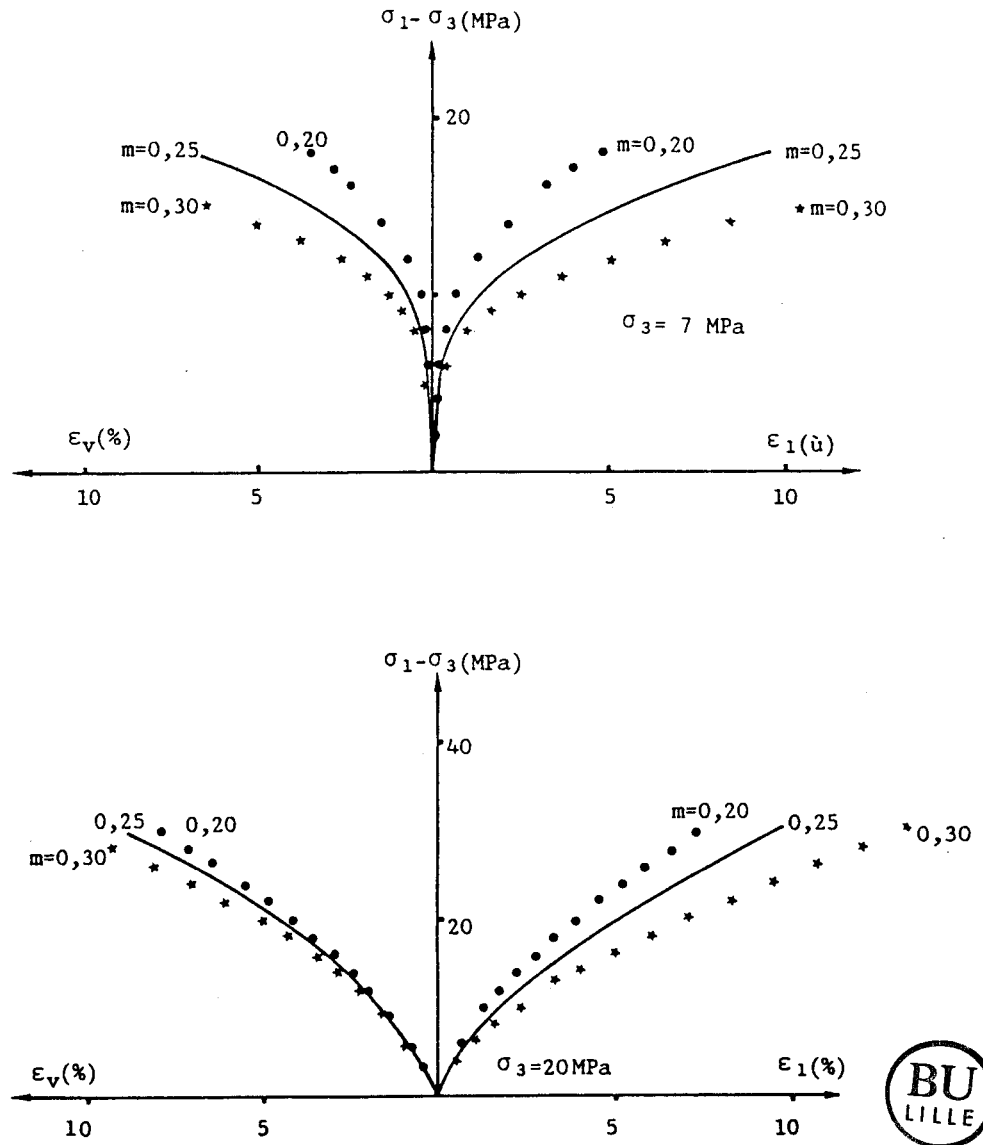


Figure 4-5 :
Influence du
paramètre de rupture m

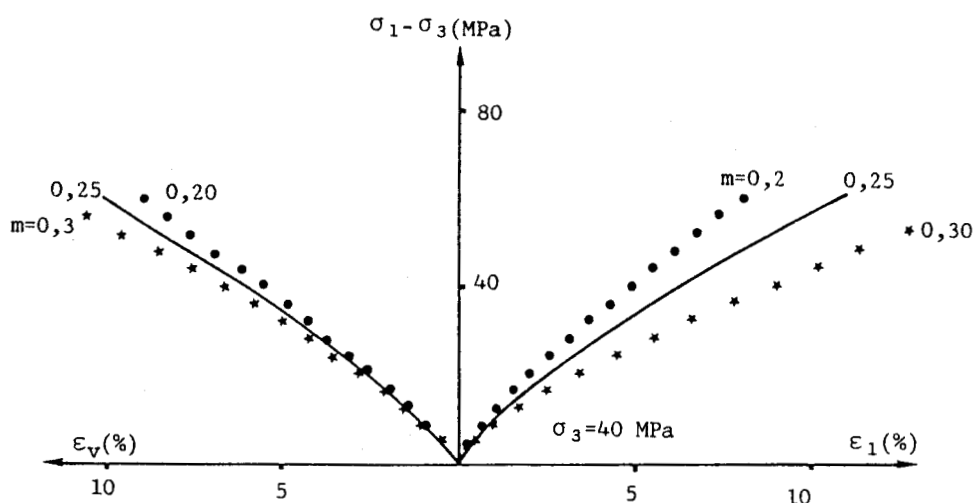


Figure 4-5 (suite)

4-2-3 INFLUENCE DES PARAMETRES D'ECROUISSAGE DEVIATORIQUE (β et l)

D'après les relations (3-23), (3-29) et (3-30), les paramètres β et l représente la dépendance de la règle d'écrouissage déviatorique de la pression de confinement. Nous avons simulé trois essais de compression triaxiale avec trois valeurs différentes pour β_1 (donc α_2) et l respectivement, ceux qui sont présentés dans les figures (4-6) et (4-7). Nous pouvons constater que :

- * les variations des valeurs de β_1 et l ne modifient quasiment pas la relation contraintes-déformations volumiques,
- * la relation contraintes-déformations axiales est relativement sensible à la variation des valeurs de β_1 et l , et cette sensibilité est d'autant plus marquante que la pression de confinement est élevée.
- * les deux paramètres β_1 et l ont pratiquement les mêmes types d'influence sur les résultats de la simulation,

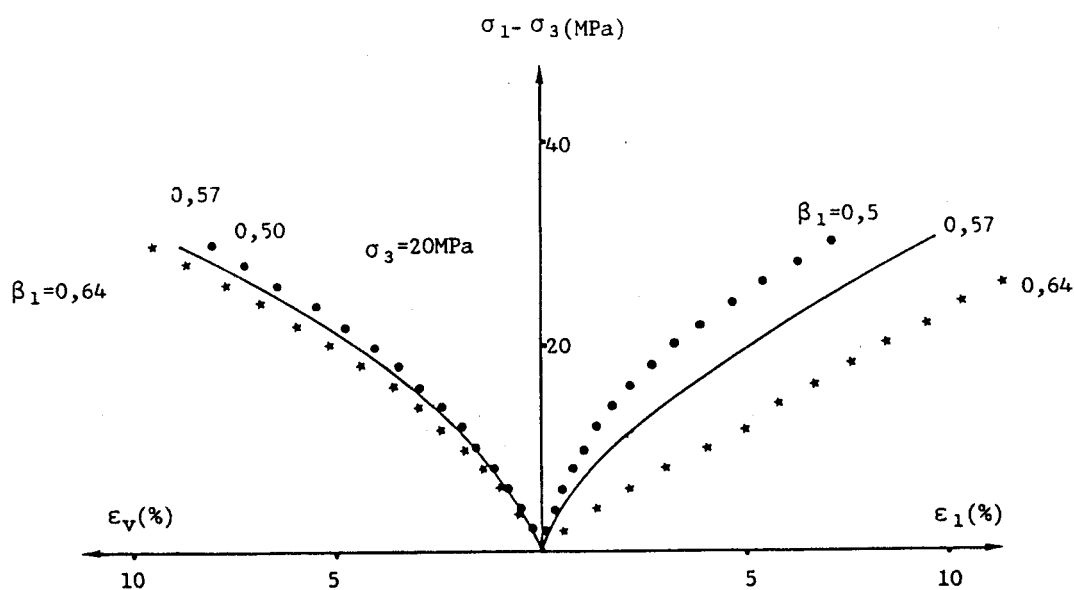
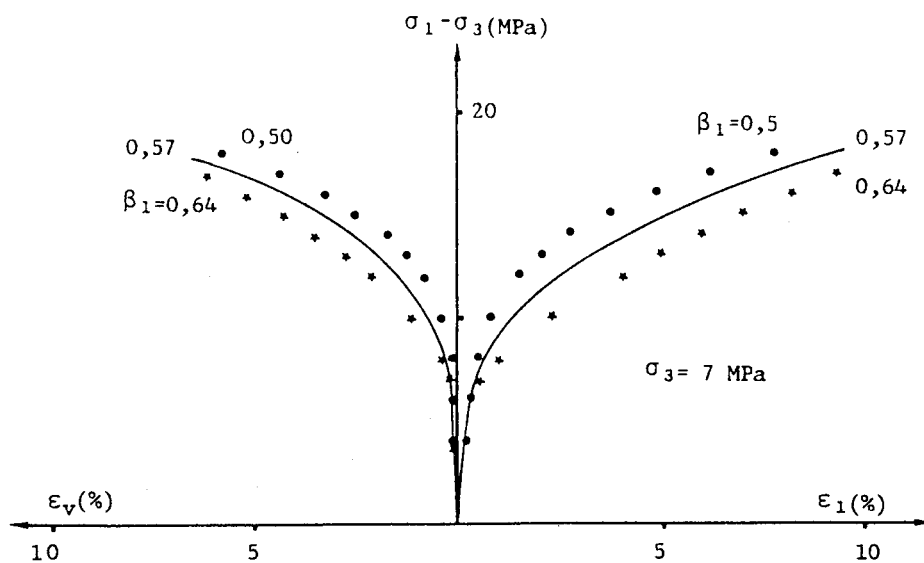


Figure 4-6 :
Influence du paramètre
d'écrouissage dilatant β_1

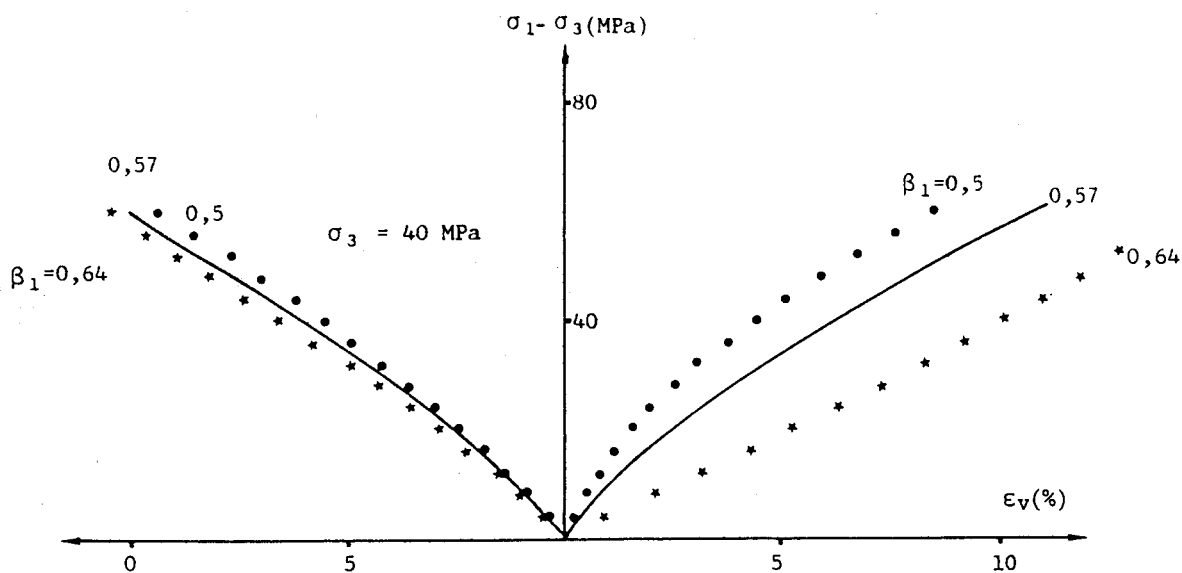


Figure 4-6 (suite)

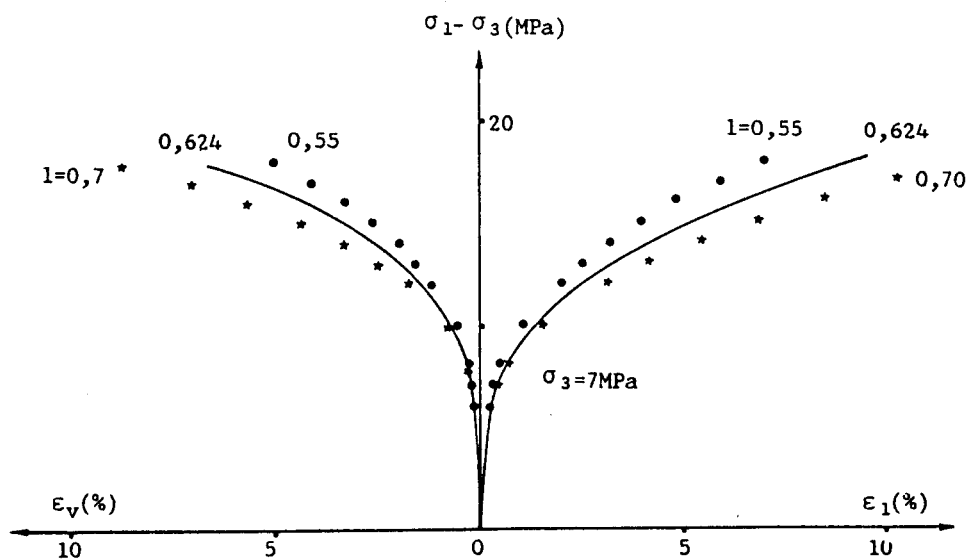


Figure 4-7 :
Influence du paramètre
d'écrouissage dilatatant l

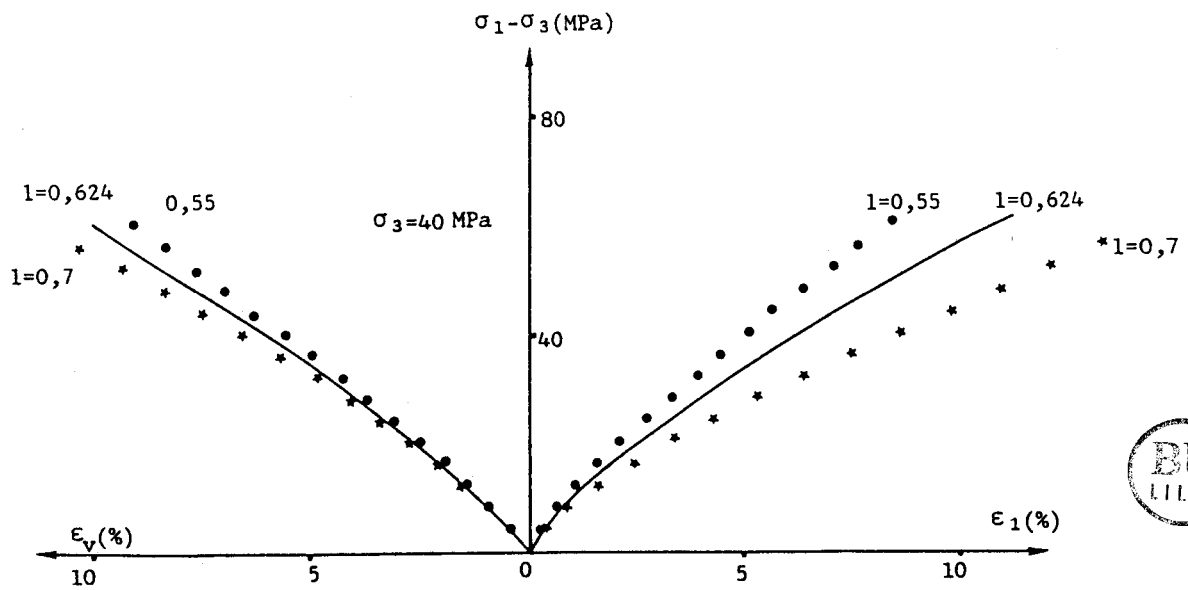
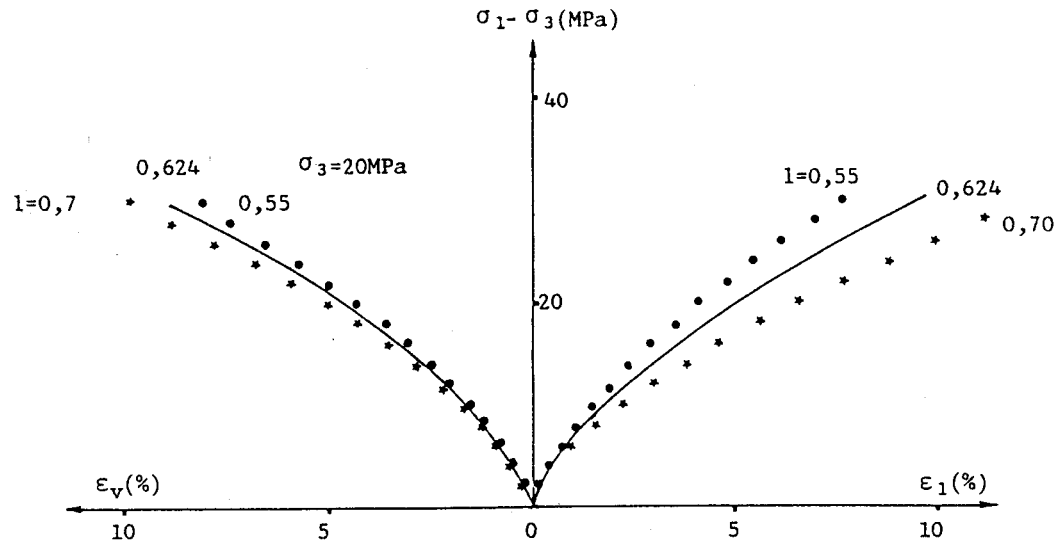


Figure 4-7 (suite)

4.3 VALIDATION DU MODELE SUR DES CHEMINS DE SOLLICITATIONS PROPORTIONNELLES

Dans le paragraphe 4-1, nous avons présenté la simulation numérique par le modèle élastoplastique pour la craie des essais de compression isotrope et triaxiale de révolution. Ceci a montré la capacité du modèle à pouvoir décrire les aspects fondamentaux du comportement de la craie et la cohérence des paramètres déterminés.

Dans ce paragraphe, nous présenterons d'abord la réalisation des essais de sollicitations proportionnelles ($\sigma_1/\sigma_3 = k$), et ensuite la simulation à l'aide du modèle de ces essais. Les comparaisons entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus dans la simulation seront enfin faites.

4-3-1 REALISATION DES ESSAIS DE SOLLICITATIONS PROPORTIONNELLES

La réalisation consiste à effectuer un essai triaxial de révolution particulier dans lequel on fait varier les deux contraintes principales (axiale σ_1 et circonférentielle σ_3) avec un rapport fixe ($\sigma_1/\sigma_3 = k$). Le type de craie étudiée, la préparation des éprouvettes et les conditions d'essais sont identiques à ceux des essais de compression isotrope et triaxiale. Nous avons utilisé en plus le dispositif expérimental pour les essais élémentaires comme dispositif de base.

Les essais sont effectués à force axiale (F) contrôlée, la pression de confinement (P) varie en fonction de F. Afin de fixer le rapport (F/P) d'une manière continue au cours du chargement, nous avons utilisé un micro-ordinateur (type Apple II A) qui est lié entre le capteur de force de la presse et la pompe de pression. Cet ordinateur calcule la valeur de P à partir de celle de F ($P = F.K'$), et contrôle le fonctionnement de la pompe qui maintient la pression de confinement. Ce dispositif expérimental adapté pour les essais de sollicitations proportionnelles est présenté dans la figure (4-8).

Nous avons enregistré la force axiale (F) et la pression de confinement (P) pour les charges, le déplacement axial (Δl) et le volume de méthanol échappé de l'éprouvette (ΔV_v) pour les réponses. On calcule ensuite les contraintes et les déformations par les relations suivantes :

$$\varepsilon_1 = \Delta l / l_0$$

$$\varepsilon_v = \Delta V_v / V_0$$

$$\sigma_1 = F / S_0$$

$$\sigma_2 = \sigma_3 = P$$

On présente les résultats expérimentaux par les courbes de contrainte axiale-déformation axiale ($\sigma_1 - \varepsilon_1$) et déformation de volume ($\sigma_1 - \varepsilon_v$), ce qui est présenté dans la figure (4-10).

De ces résultats, nous pouvons faire quelques commentaires suivantes :

- lorsque le rapport (σ_1/σ_3) est relativement élevée ($\sigma_1/\sigma_3 = 5,1$ et $7,5$ par exemple), nous avons un chemin de sollicitation éloigné de l'axe hydrostatique. La rupture réelle de l'éprouvette a été observée. La contractance est faible.
- par contre, lorsque le rapport (σ_1/σ_3) devient faible. Le chemin de sollicitation correspondant s'approche de l'axe hydrostatique. La rupture réelle de l'éprouvette n'a pas été observée jusqu'à une déformation axiale de l'ordre de 8%. La contractance est devenue très importante.

4-3-2 SIMULATION NUMERIQUE

Afin de simuler les essais de sollicitations proportionnelles à l'aide du modèle retenu, il est nécessaire de transformer le rapport entre la force axiale et la pression de confinement ($K' = P/F$) au rapport entre les contraintes principales ($K = \sigma_1/\sigma_3$). En prenant compte que la section du piston de la cellule est différente de celle de l'éprouvette, comme ce qui est illustré dans la figure (4-9), nous avons la relation suivante :

$$K = \frac{\frac{1}{K'} + S_D}{S_E}$$

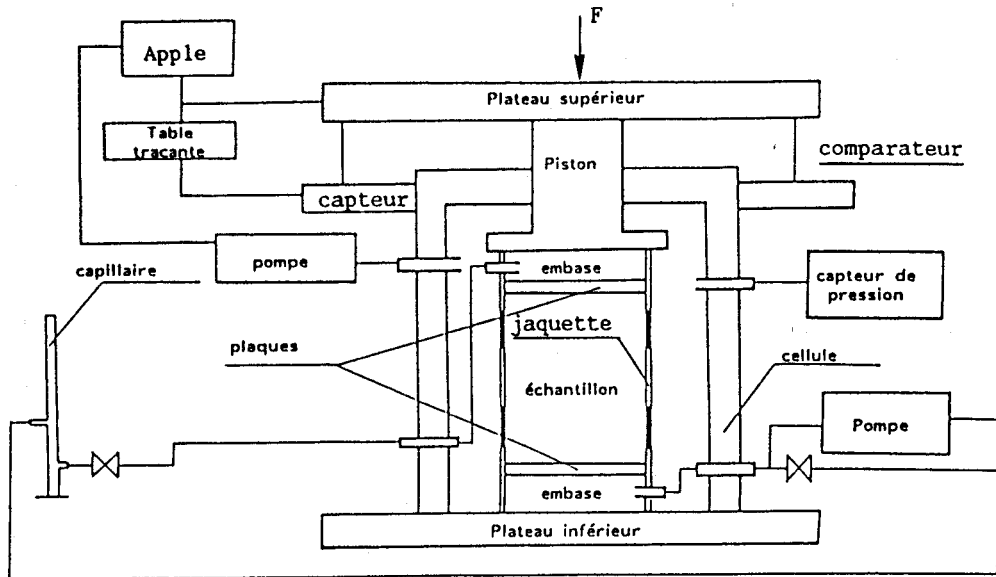


Figure 4.8 : DISPOSITIF EXPERIMENTAL

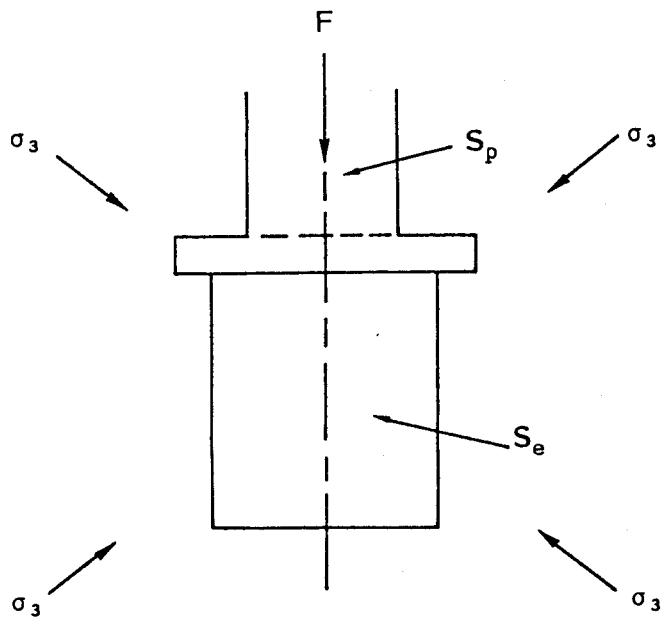


Figure 4-9 :
Contact entre piston
et éprouvette

$$S_d = S_e - S_p$$

Le programme de simulation utilisé est le même que celui pour les essais de compression triaxiale, dont l'organigramme est présenté dans la figure 4-1. La particularité de la simulation numérique se situe au niveau de la détermination des sollicitations ; on impose un incrément de contrainte axiale $\Delta\sigma_1$, et on calcule l'incrément de contrainte circonférentielle correspondant $\Delta\sigma_3$ par :

$$\Delta\sigma_3 = (\sigma_1 + \Delta\sigma_1)/K - \sigma_3$$

où σ_1 et σ_3 sont les valeurs des contraintes à la fin de l'incrément précédent.

4-3-3 COMPARAISONS ET CONCLUSIONS

Avec le dispositif expérimental précédemment présenté, nous avons effectué sur la craie cinq essais de sollicitations proportionnelles pour différents rapports de (σ_1/σ_3) , et ceux-ci ont ensuite été simulés numériquement à l'aide du modèle. Dans la figure (4-10), nous avons présenté les comparaisons entre les résultats expérimentaux et numériques pour chaque essai effectué.

D'après ces comparaisons, nous remarquons une bonne concordance entre l'expérience et la simulation numérique tant pour la déformation axiale que pour la déformation volumique. Néanmoins, il est constaté que la précision de la simulation est d'autant meilleure que le rapport (σ_1/σ_3) est faible, c'est-à-dire que le tenseur sphérique de contraintes est élevé.

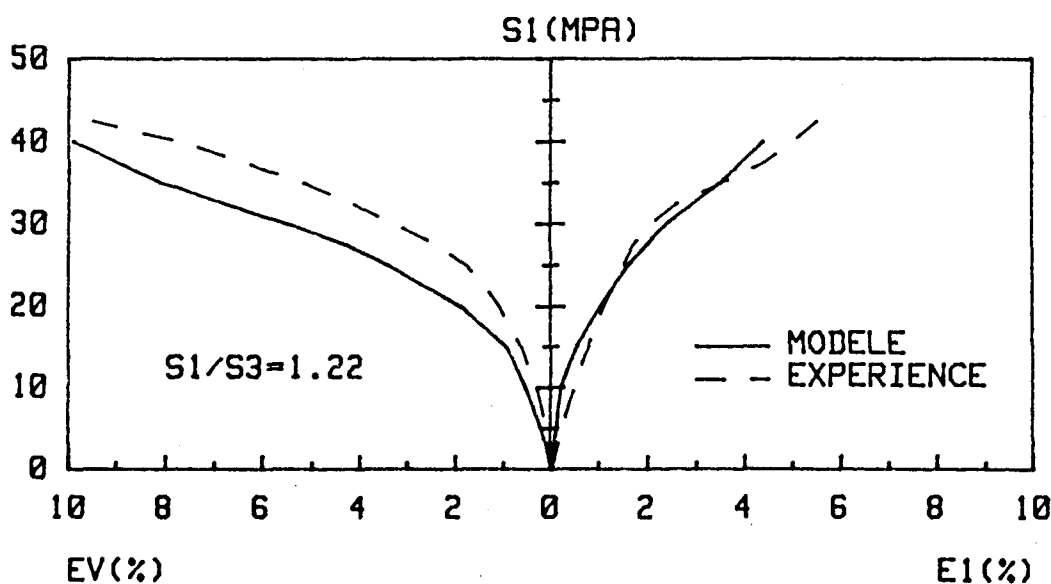


Figure 4-10 :

Simulation des chemins de sollicitations proportionnelles

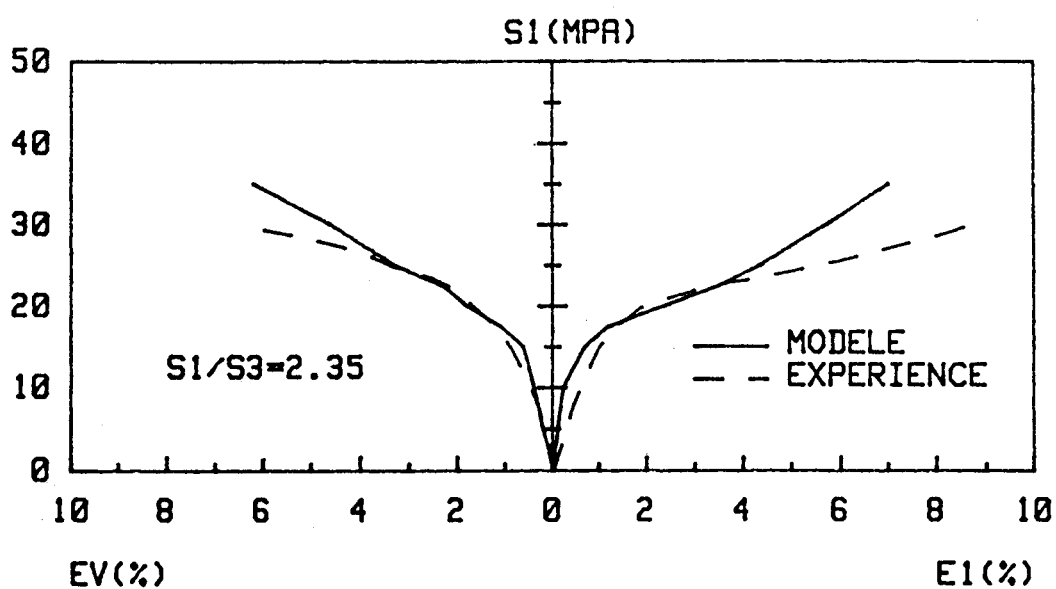
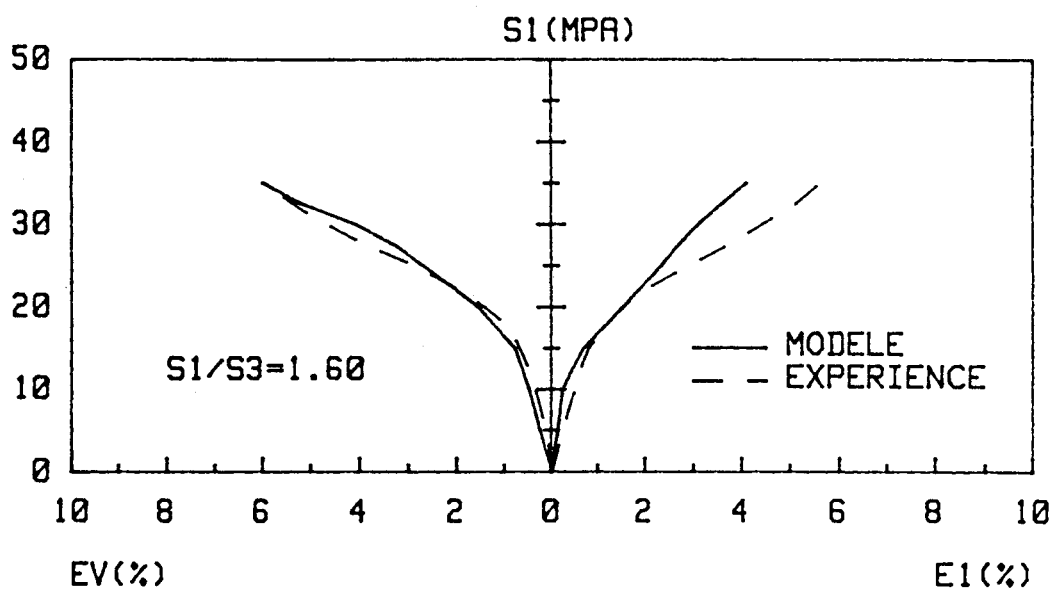


Figure 4-10 (Suite)

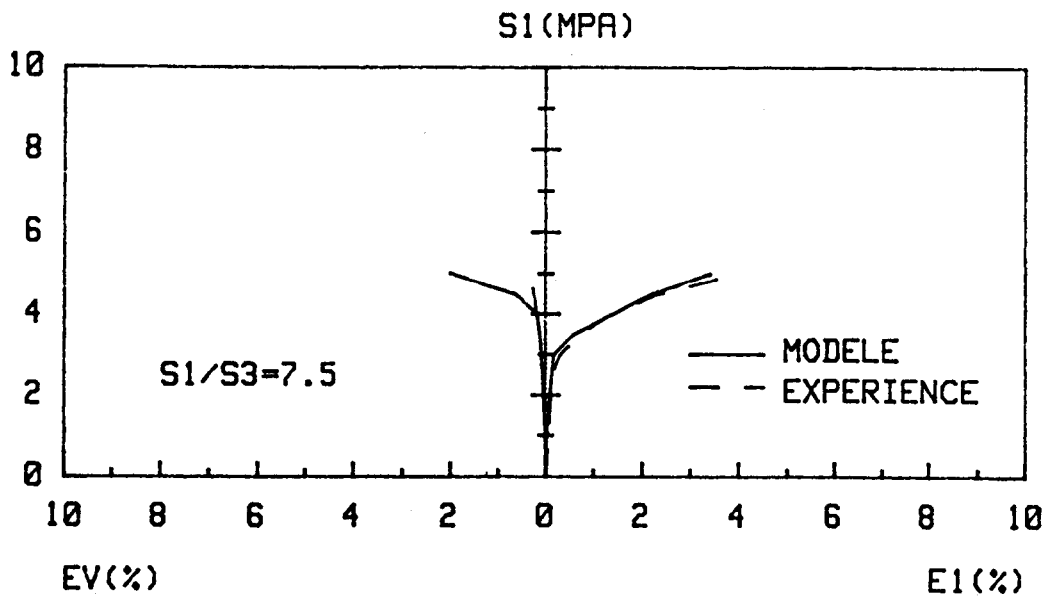
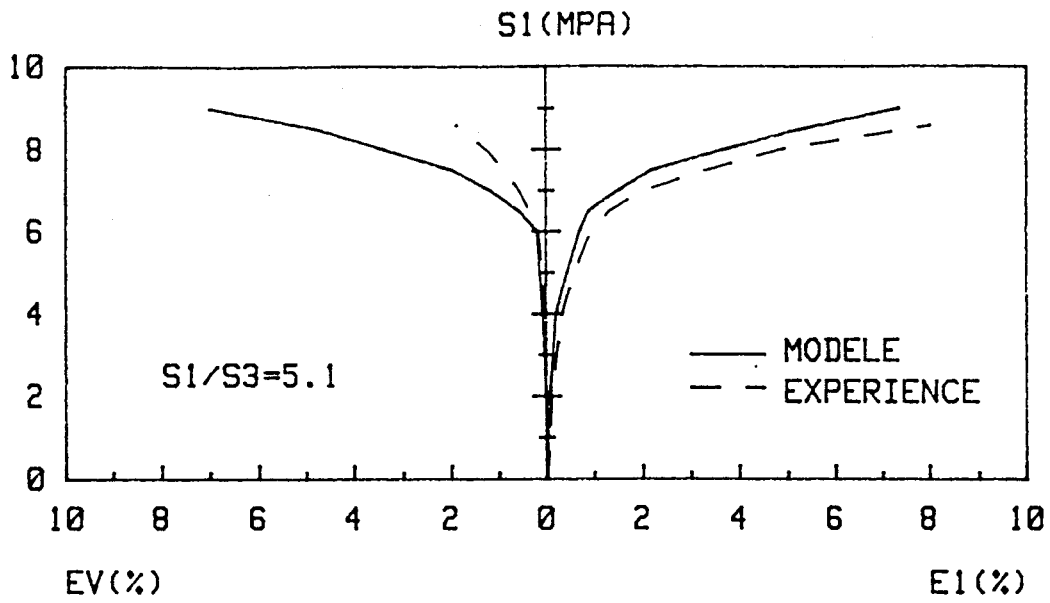


Figure 4-10 (suite)

4.4) VALIDATION DU MODELE SUR DES CHEMINS TRIAXIAUX D'EXTENSION LATERALE

Dans ce paragraphe, nous présenterons le comportement de la craie blanche dans un essai triaxial d'extension latérale et la simulation numérique de celui-ci à l'aide du modèle retenu. La comparaison entre l'expérience et la modélisation permettra de valider le modèle sur ce type de sollicitations.

4.4.1. METHODE DE MANIPULATION ET RESULTATS EXPERIMENTAUX

Il s'agit d'un essai au cours duquel on diminue incrémentalement la pression de confinement en gardant la force axiale constante. L'essai a été effectué sur le même type d'éprouvette de craie, et sous les mêmes conditions d'essai que ceux dans les essais élémentaires (2-1). En plus, nous avons utilisé le même système expérimental représenté dans la figure (2-3).

On soumet d'abord l'éprouvette sous un état de contrainte isotrope. Ensuite le piston de la cellule est mis en contact avec l'embase supérieure de l'éprouvette. La presse asservie est utilisée pour garder la force axiale constante pendant que la pression de confinement est diminuée incrémentalement.

On enregistre, au cours de l'essai, le volume de méthanol sortant de l'éprouvette ou rentrant dans celle-ci ainsi que le déplacement axial du piston. A partir de ces valeurs enregistrées, les déformations axiale et volumique sont déterminées par la relation (4-7). Dans la figure (4-11), nous avons présenté ces déformations en fonction du déviateur de contrainte ($\sigma_1 - \sigma_3$). Nous constatons une phase de dilatance au début de l'essai, suivie par une contractance.

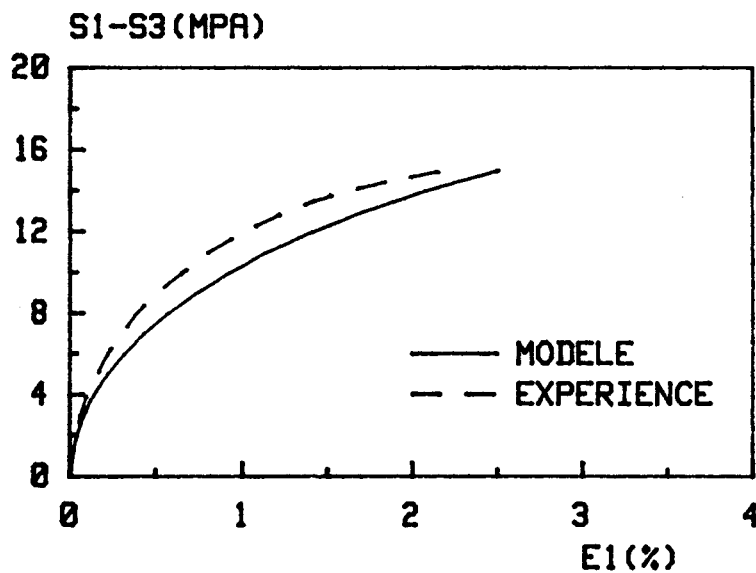
4.4.2. SIMULATION DE L'ESSAI A L'AIDE DU MODELE

Le programme de simulation et les valeurs des paramètres présentés au paragraphe (4-1) ont été utilisées pour la simulation de

cet essai d'extension latérale. En raison de la différence entre la section du piston et celle de l'éprouvette (figure 4-9), une diminution de la pression de confinement ($\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3$) entraîne également une petite variation de la contrainte axiale. Celle-ci doit être tenue en compte dans la simulation et déterminée par la relation suivante :

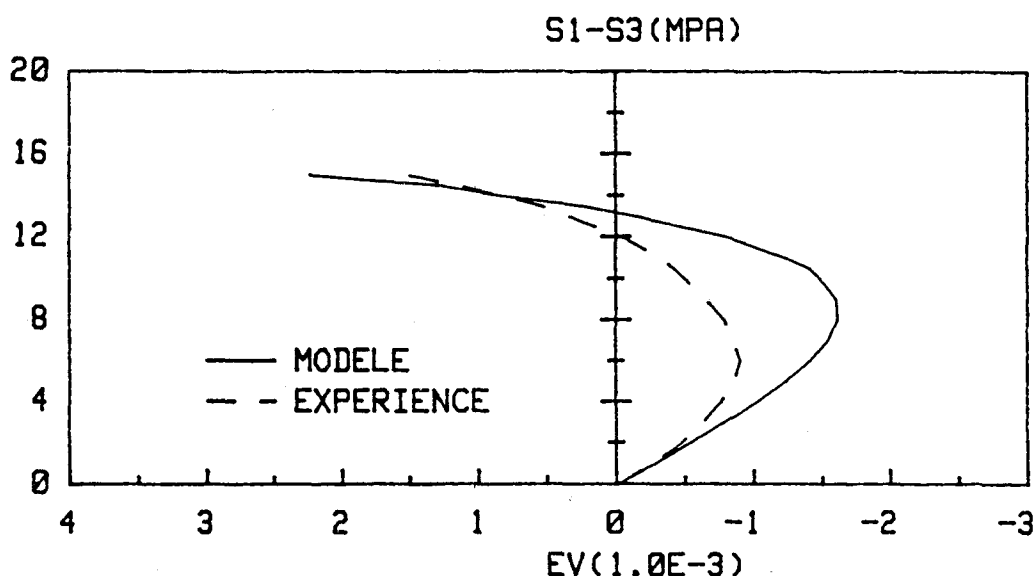
$$\Delta\sigma_1 = S_D \cdot \Delta\sigma_3 / S_E$$

Les courbes déviateur de contrainte-déformation axiale et déformation volumique obtenues à partir de la simulation sont présentées dans la figure (4-11).



(a)





(b)

Figure 4-11 :

Essai triaxial d'extension latérale

(a) déviateur de contrainte-déformation axiale

(b) déviateur de contrainte-déformation volumique



4.4.3 COMPARAISONS ET REMARQUES

Dans la figure (2-11), nous avons présenté les déformations axiale et volumique en fonction du déviateur de contrainte obtenues par l'expérience et leurs comparaisons avec celles obtenues par la simulation à l'aide du modèle retenu pour la craie. Nous constatons une très bonne concordance entre les deux résultats pour la relation déviateur de contrainte-déformation axiale. Pour la courbe déviateur de contrainte-déformation volumique, nous avons également une bonne cohérence globale bien qu'il existe un certain écart entre l'expérience et la simulation dans la phase de dilatance.

CHAPITRE V

INTRODUCTION DU MODELE DANS
UN CODE DE CALCUL PAR ELEMENTS
FINIS

L'introduction du modèle élastoplastique pour la craie dans un code de calcul a pour but essentiel ici de simuler le comportement de la craie dans des problèmes aux limites types (cylindres creux).

La théorie de la plasticité permet de formuler un problème de mécanique des solides grâce à des équations aux dérivées partielles non-linéaires. Celles-ci, sauf cas particuliers, ne possèdent pas de solutions analytiques. La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées actuellement pour résoudre effectivement ces équations. C'est une méthode très générale qui s'adapte à de nombreux problèmes rencontrés par les ingénieurs.

Le principe de la méthode des éléments finis consiste à effectuer une approximation simple des inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques. Depuis ses premières applications en mécanique des structures, cette méthode subit un développement rapide dans plusieurs directions. Elle est reconnue aujourd'hui comme un outil général de résolution d'équations aux dérivées partielles. De nombreux ouvrages lui ont été consacrés [20], [34], [57], [81].



Dans ce chapitre, nous présenterons la réalisation d'un programme de calcul, avec l'utilisation de la méthode des éléments finis, destiné à la résolution de problèmes aux limites formulés à partir du modèle élastoplastique retenu. Pour simplifier l'écriture, on omettra le symbole [] pour une matrice, et () pour un vecteur.

5.1 RESOLUTION PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS DES PROBLEMES ELASTOPLASTIQUES

5.1.1. HYPOTHESES FONDAMENTALES

Dans cette étude, on est amené à résoudre un problème aux limites non-linéaire. En insistant sur le but principal de notre travail, nous avons fait certaines hypothèses simplificatrices :

- * l'hypothèse de sollicitation quasi-statique qui permet de négliger les termes dynamiques,

- * l'hypothèse de petits déplacements qui permet de confondre les variables d'EULER et celles de LAGRANGE, la dérivée de JAUMAN et la dérivée matérielle pour le tenseur des contraintes, et de négliger le changement de configuration.

Avec ces hypothèses, nous ramenons notre problème à un problème non-linéaire d'origine rhéologique, représenté par une loi de comportement élastoplastique.

5-1-2 ENONCE DU PROBLEME

Etant donné un corps solide occupant un domaine ouvert convexe D limité par une frontière extérieure S , ce corps est soumis à la sollicitation suivante :

force de volume	$f_i(\alpha)$,	dans	D
force de surface	$P_i(\alpha)$,	sur	S_p
déplacement imposé	$\bar{u}_i(\alpha)$,	sur	S_u

avec $S_p \cap S_u = 0$, $S_p \cup S_u = S$

où $\alpha \in (\alpha_0, \alpha_F)$ est un paramètre représentant l'histoire de sollicitation.

On cherche, à tout instant α , à déterminer dans D la distribution de déplacements, de contraintes et de déformations.

5-1-3 FORMULATIONS DU PROBLEME

Formulation locale

A tout point de D , le système d'équations aux dérivées partielles à un instant donné α est composé [28] :

. des équations d'équilibre :

$$\sigma_{ij,j} + f_i = 0 \quad (5-1)$$

. des équations cinématiques

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (5-2)$$

. de la loi de comportement

$$d\sigma = (D^e - D^c - D^d) d\epsilon \quad (5-3)$$

$$\text{ou} \quad d\sigma = D^{ep} d\epsilon \quad (5-4)$$

avec les conditions de plasticité :

$$\left. \begin{array}{l} F_c(\sigma, W_c) \leq 0 \\ F_d(\sigma, W_d) \leq 0 \end{array} \right\} \quad (5-5)$$

et les conditions aux limites :

$$u_i = \overline{u_i} \quad \text{sur } S_u \quad (5-6)$$

$$\sigma_{ij} n_j = P_i \quad \text{sur } S_p \quad (5-7)$$

la solution du problème doit en plus vérifier les conditions initiales.

Formulation par le principe des travaux virtuels

Un champ de déplacement u_i est dit cinématiquement admissible s'il est continu dans $D + S$, continûment dérivable par morceaux dans D et vérifie les conditions aux limites sur S_u .

Le principe des travaux virtuels postule que pour tous les champs de déplacement cinématiquement admissibles, le travail virtuel des sollicitations extérieures est égal au travail virtuel des actions intérieures ; si l'on suppose $u_i = 0$ sur S_u , on a :

$$\int_D \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dV = \int_D f_i u_i dV + \int_{S_p} P_i u_i dS \quad (5-8)$$

5-1-4 APPROXIMATION DU PROBLEME PAR ELEMENTS FINIS

L'approximation par éléments finis consiste à discrétiser le domaine D par un certain nombre de petits éléments. Dans chacun de ces éléments,

on fait une approximation du champ de déplacements par la forme suivante [20] :

$$u^e = N^e U^e \quad (5-9)$$

où N^e est la matrice élémentaire de fonctions d'interpolation,
 U^e est le vecteur élémentaire de déplacements nodaux.

Avec cette approximation, les déformations s'expriment par :

$$\epsilon^e = L N^e U^e = B^e U^e \quad (5-10)$$

où L est l'opérateur différentiel défini par (5-2)
 B^e est la matrice élémentaire de la cinématique.

L'assemblage de déplacements nodaux de tous les éléments divisant le domaine permet de réécrire :

$$u^e = N U \quad (5-11)$$

$$\epsilon^e = B U \quad (5-12)$$

U étant un vecteur représentant les déplacements nodaux de tous les éléments. En conséquence, l'intégration sur le domaine D , définie par la relation (5-8) peut être approchée par la somme des intégrations élémentaires sur tous les éléments. Pour simplifier l'écriture, on identifiera une intégration sur D à la somme des intégrations élémentaires.

En reportant les relations (5-11) et (5-12) dans la relation (5-8), on obtient :

$$\int_D N^T f \, dV + \int_{S_p} N^T P \, dS - \int_D B^T \sigma \, dV = 0 \quad (5-13)$$

$$\text{ou} \quad R = F - \int_D B^T \sigma \, dV = 0 \quad (5-14)$$

R étant la fonction résiduelle,

F étant le vecteur des forces nodales, soit :

$$F = \int_D N^T f \, dV + \int_{S_p} N^T P \, dS \quad (5-15)$$

5-1-5 APPLICATION DE LA METHODE INCREMENTALE

Le modèle élastoplastique définit une loi de comportement sous forme incrémentale comme représentée par la relation (5-3). Si l'on considère une variation infinitésimale de la sollicitation à un état licite (σ, ϵ, U_i) , (statiquement et cinématiquement admissible), on obtient à partir des relations (5-12), (5-13) et (5-14) :

$$dF - \left(\int_D B^T D^{ep} B dV \right) dU = 0 \quad (5-16)$$

$$\text{ou} \quad K^{ep}(U) dU = dF \quad (5-17)$$

$$\text{avec} \quad K^{ep}(U) = \int_D B^T D^{ep} B dV \quad (5-18)$$

$K^{ep}(U)$ étant la matrice de rigidité élastoplastique et pouvant être décomposée en deux parties :

$$\begin{aligned} K^{ep}(U) &= K^e(U) - K^p(U) \\ &= \int_D B^T D^e B dV - \int_D B^T (D^c + D^d) B dV \end{aligned} \quad (5-19)$$

La méthode incrémentale [20] consiste à diviser l'histoire de la sollicitation en un certain nombre de petits incréments. On suppose ensuite que :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_i}{dt} &= \frac{\Delta\sigma_i}{\Delta t} \\ \frac{d\epsilon_i}{dt} &= \frac{\Delta\epsilon_i}{\Delta t} \\ \frac{dU_i}{dt} &= \frac{\Delta U_i}{\Delta t} \end{aligned} \right\} \quad (5-20)$$

En conséquence, d'après la relation (5-17), le système d'équations à résoudre pour le $k^{\text{ième}}$ incrément de sollicitation est :

$$\begin{aligned} K^{ep}(U) \Delta U^k &= \Delta F^k + R^{k-1} \\ &= F^k \end{aligned} \quad (5-21)$$

où R^{k-1} représente les forces résiduelles (non-équilibrées) dans les incréments précédents et est donné par :

$$R^{k-1} = F^{k-1} - \int_D B^T \sigma^{k-1} dV \quad (5-22)$$

A la fin de $K^{ième}$ incrément, nous avons pour les sollicitations :

$$\left. \begin{aligned} f^k &= f^{k-1} + \Delta f^k \\ p^k &= p^{k-1} + \Delta p^k \\ \bar{u}^k &= \bar{u}^{k-1} + \Delta \bar{u}^k \end{aligned} \right\} \quad (5-23)$$

et pour les réponses :

$$\left. \begin{aligned} U^k &= U^{k-1} + \Delta U^k \\ \sigma^k &= \sigma^{k-1} + \Delta \sigma^k \\ \varepsilon^k &= \varepsilon^{k-1} + \Delta \varepsilon^k \end{aligned} \right\} \quad (5-24)$$

Le système d'équations (5-21) est non-linéaire car la matrice de rigidité $K^{ep}(U)$ d'apend de l'histoire du changement, et en outre les contraintes doivent respecter les conditions de plasticité.

5-1-6 RESOLUTION DE SYSTEMES D'EQUATION NON LINEAIRES [20]

L'utilisation de la méthode des éléments finis transforme la résolution d'un système d'équation aux dérivées partielles en la résolution d'un système d'équations algébriques non-linéaires pour chaque incrément de sollicitation. Ce système peut s'écrire sous la forme suivante :

$$R(u) = F - K(u) U = 0$$

ou

$$K(u) U = F$$

(5-25)

Pour simplifier l'écriture, nous avons omis l'indice K et les symboles Δ et ep dans (5-25). Trois méthodes sont souvent utilisées pour résoudre ce système non-linéaire.

Méthode de substitution

Cette méthode consiste à construire une suite de solution, telle que pour $i^{\text{ème}}$ itération :

$$\left. \begin{aligned} R(U_i) &= F - K(U_i) U_i \\ \Delta U_{i+1} &= K^{-1}(U_i) R(U_i) \\ U_{i+1} &= U_i + \Delta U_{i+1} \end{aligned} \right\} \quad (5-26)$$

On arrête le processus itératif lorsque :

$$||n|| < \varepsilon \quad (5.27)$$

où ε est une valeur positive suffisamment petite. Deux types de normes de convergence sont souvent utilisés :

$$||n|| = \frac{\sqrt{\Delta U_{i+1}^T \Delta U_{i+1}}}{\sqrt{U_{i+1}^T U_{i+1}}} \quad \text{ou} \quad ||n|| = \frac{\sqrt{R^T(U_i) R(U_i)}}{\sqrt{F^T \cdot F}}$$

Dans cette méthode, la matrice $K(U)$ doit être calculée et inversée dans chaque itération, ce qui rend le calcul coûteux.

La convergence de cet algorithme n'est de plus pas assurée. La figure (5-1) montre une présentation schématique de cette méthode pour un problème à une variable et souligne les possibilités de divergence.

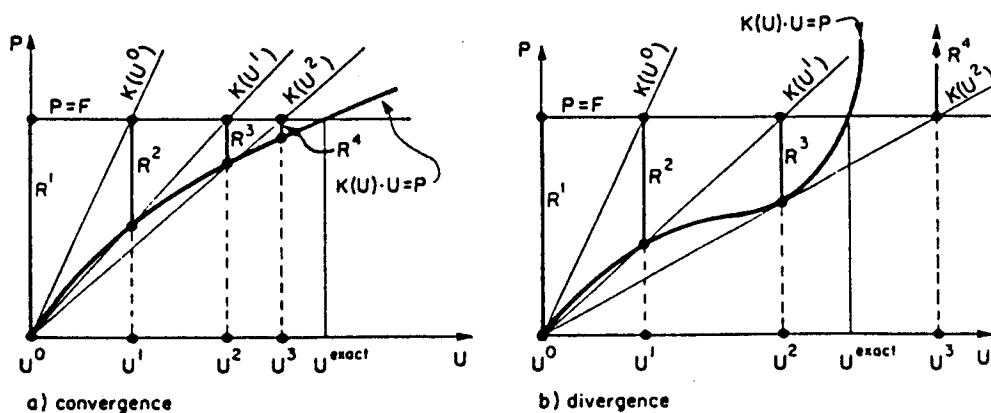


Figure 5-1 :

Présentation graphique de la méthode de substitution (d'après DHATT)

Méthode de Newton-Raphson

Cette méthode consiste à utiliser un développement de TAYLOR du premier degré à l'équation (5-25) au voisinage de la solution approchée U_i :

$$R(U_i + \Delta U_{i+1}) = R(U_i) + \left. \frac{\partial R}{\partial U} \right|_{U=U_i} \cdot \Delta U_{i+1} = 0 \quad (5-28)$$

$$\Delta U_{i+1} = - \left(\left. \frac{\partial R}{\partial U} \right|_{U=U_i} \right)^{-1} \cdot R(U_i)$$

$$U_{i+1} = U_i + \Delta U_{i+1}$$

soit de la forme :

$$\Delta U_{i+1} = K_t^{-1}(U_i) R(U_i) \quad (5-29)$$

Une illustration de cette méthode est donnée dans la figure 5.2. Nous remarquons que la matrice dite tangente $K_t(U)$ est à calculer, et à inverser à chaque itération de calcul, ce qui représente souvent la partie essentielle du temps de calcul. Le critère de convergence (5-27) reste variable.

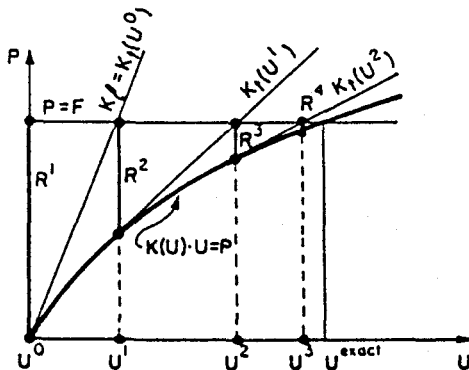


Figure 5.2 :
Présentation graphique
de la méthode de RAPHSON (DHATT)

Méthode de Newton-Raphson modifiée

Afin d'éviter la résolution complète d'un système linéaire à chaque itération de calcul dans la méthode précédente, on fait l'approximation suivante :

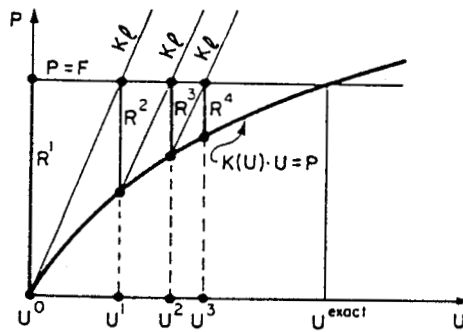
$$K_t(U_i) = K_t(U_0) = K_1 \quad (5-30)$$

Le calcul itératif prend donc la forme :

$$\Delta U_{i+1} = K_l^{-1} R(U_i) \quad (5-31)$$

$$U_{i+1} = U_i + \Delta U_{i+1}$$

La méthode modifiée nécessite un nombre d'itérations plus élevé que la méthode de Newton-Raphson, mais le coût de calcul est en général moins élevé, car la matrice constante K_l est calculée et inversée une fois pour toute. Une représentation graphique de cet algorithme est donnée dans la figure (5-3) :



*Figure 5-3 :
Présentation graphique
de la méthode de Newton Raphson
modifiée (DHATT)*

En tenant compte des remarques précédentes, nous avons choisi la méthode de Newton-Raphson modifiée pour la résolution du système d'équations non linéaire (5-21). Celle-ci est mieux adaptée à la formulation incrémentale de l'élastoplasticité où la matrice de rigidité linéaire K^l peut être identifiée à la matrice de rigidité élastique K^e

5.2 PRESENTATION DU PROGRAMME DE CALCUL

5.2.1. STRUCTURE GENERALE DU PROGRAMME

Dans le paragraphe précédent, nous avons présenté l'algorithme de résolution de problèmes élastoplastiques par la méthode des éléments finis que nous avons utilisée.

Le programme que nous avons mis au point traite les problèmes de déformation plane et à symétrie de révolution sous sollicitations monotones. Nous avons utilisé dans ce programme deux types d'éléments isoparamétriques : l'élément rectangulaire à 4 noeuds et l'élément triangulaire à 3 noeuds. Pour chaque type d'élément, une seule méthode d'intégration a été retenue : à savoir une intégration à quatre points pour les éléments rectangulaires et à un point pour les éléments triangulaires. Les contraintes et les déformations ont été calculées au centre de gravité de chaque élément.

La structure générale du programme est donnée dans la figure (5-4). Nous présenterons ci-après en détail de principaux blocs suivants :

- * Construction du système linéaire,
- * Calcul des contraintes et déformations,
- * Calcul des forces résiduelles,
- * Résolution du système linéaire.

A la fin de ce chapitre, le programme sera testé en simulant un essai de compression triaxiale.

5-2-2 CONSTRUCTION DU SYSTEME LINEAIRE

Il consiste à déterminer pour chaque incrément de sollicitation la matrice de rigidité K^e et le vecteur des forces nodales F par :

$$K^e = \int_{D^e} B^T(X) D^e(x) B(X) h dX$$

$$F = \int_{D^e} h N^T(X) f(X) dX + \int_{S_p^e} h N^T(X) P(X) dX$$

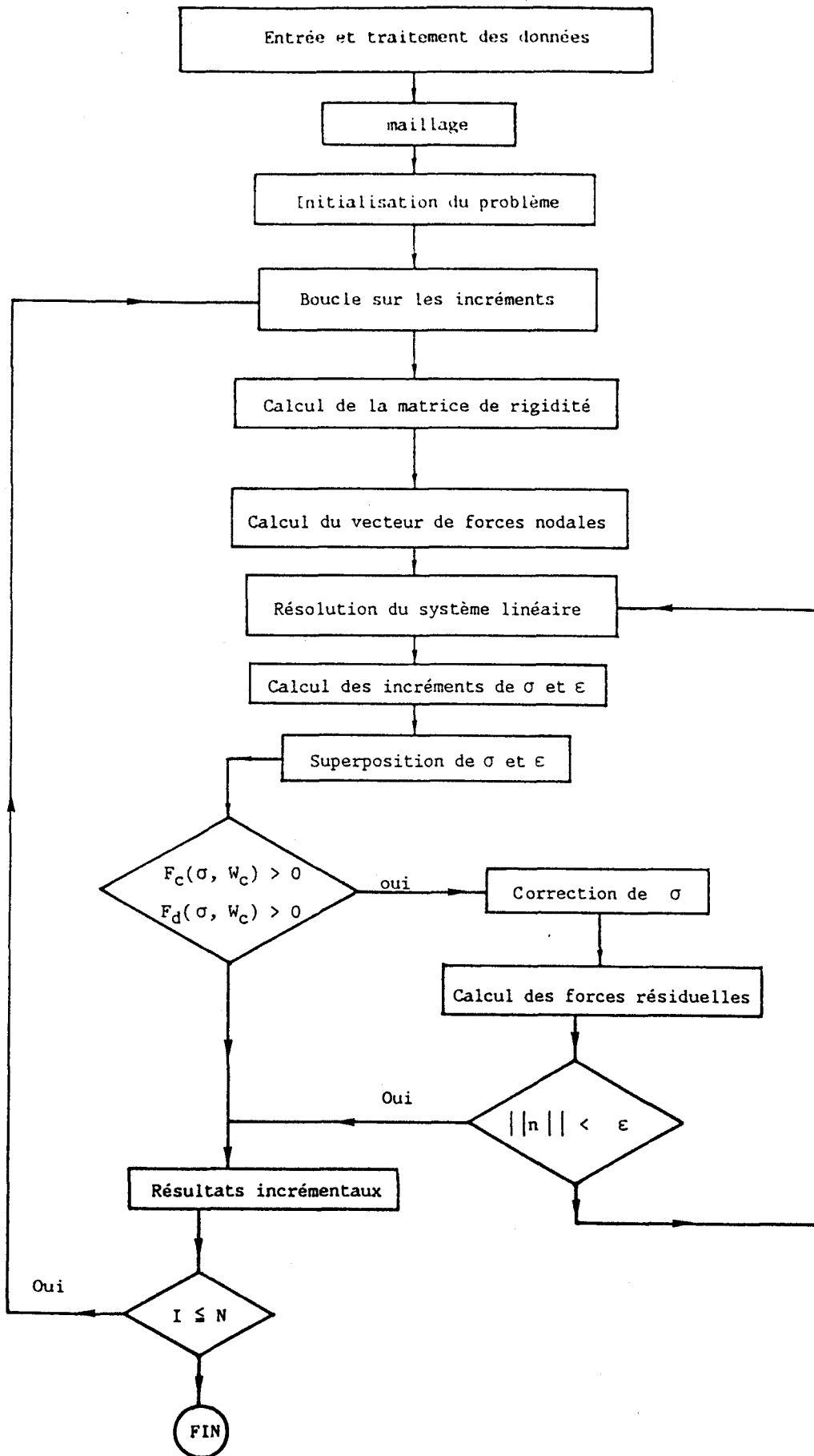


Figure 5.4 :
Structure générale du programme de calcul

avec

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$h = 1$ pour les problèmes de déformation plane,

$= 2\pi r$ pour les problèmes à symétrie de révolution.

Sur les éléments de référence, ces intégrations deviennent :

$$K^e = \int_{D^r} B^T(\xi) \cdot D^e(\xi) \cdot B(\xi) \cdot h(\xi) \cdot \det(J(\xi)) \, d\xi \quad (5-32)$$

$$F = \int_{S_p^r} N^T(\xi) P(\xi) h(\xi) \, d\xi \quad (5-33)$$

où

$$\xi = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix}$$

J est la matrice jacobienne de la transformation géométrique $X = X(\xi)$ définie par : $\partial \xi = J \partial x$

Nous utilisons la méthode "produit" pour l'élément de référence carré :

$$\int_{D^r} K^{e*}(\xi) \, d\xi = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 W_i W_j K^{e*}(\xi_i, \eta_j) \quad (5-34)$$

et la méthode directe pour l'élément de référence triangulaire :

$$\int_{\Omega^r} K^{e*}(\xi) \, d\xi = W K^{e*}(\xi, \eta) \quad (5-35)$$

où W sont les poids d'intégration

$$K^{e*} = B^T D^e B h \det(J)$$

Pour le vecteur F , il s'agit d'une intégration unidimensionnelle, le calcul analytique est effectué.

Pour le modèle élastoplastique utilisé, les pseudo-modules d'élasticité et de compressibilité isotrope dépendent de l'état de contraintes. Cela nécessite donc le calcul de la matrice d'élasticité D^e pour chaque étape d'itération et à chaque point d'intégration. Ceci

rend le calcul très long. Afin de gagner du temps et d'assurer la convergence, la matrice D^e est calculée, pour un incrément de charge actuel, à partir des valeurs de contraintes déterminées à la fin de l'incrément précédent au centre de gravité de chaque élément. Elle est gardée constante lors des étapes d'itération de cet incrément actuel.

5-2-3 CALCUL DES CONTRAINTES ET DEFORMATIONS

Après la résolution du système linéaire pour la $i^{\text{ème}}$ itération d'un incrément de charge donné les déformations correspondantes sont calculées par :

$$\Delta \epsilon_i = B \Delta U_i$$

Les contraintes doivent être déterminées à l'aide de la loi de comportement définie par le modèle élastoplastique :

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_i &= \int_0^{\Delta \epsilon_i} D^{ep} d\epsilon_i \\ &= \int_0^{\Delta \epsilon_i} D^e d\epsilon_i - \int_r^{\Delta \epsilon_i} (D^c + D^d) d\epsilon_i \end{aligned} \quad (5-38)$$

Avec les hypothèses données au paragraphe précédent, l'intégration est approchée par :

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_i &= D^e \Delta \epsilon_i - (1-r) (D^c + D^d) \Delta \epsilon_i \\ &= \Delta \sigma_i^e - (\Delta \sigma_i^c + \Delta \sigma_i^d) \end{aligned} \quad (5-39)$$

où

$$0 \leq r \leq 1$$

Nous avons adopté un algorithme de contraintes initiales de NAYAK [55] pour déterminer $\Delta\sigma_i^c$ et $\Delta\sigma_i^d$. Il consiste à diviser l'incrément $\Delta\epsilon_i$ en m petits segments et calculer les matrices de plasticité D^c et D^d m fois. Cet algorithme est présenté dans la figure (5-7).

Dans notre étude, on s'intéresse particulièrement à la relation entre la sollicitation et la variation de volume globale du milieu. Il est clair que celle-ci varie d'un point à l'autre, et doit être calculée par :

$$\epsilon_v^g = \frac{\int_v \epsilon_v(X) dX}{\int_v dV}$$

Avec l'utilisation d'un maillage très fin, nous avons effectué un calcul simplifié de la déformation volumique globale ϵ_v^g , soit :

$$\epsilon_v^g \cong \frac{\sum_{n=1}^{NET} \epsilon_v^n V_o^n}{\sum_{n=1}^{NET} V_o^n}$$

où

ϵ_v^n est la déformation volumique au centre de gravité de l'élément n ,

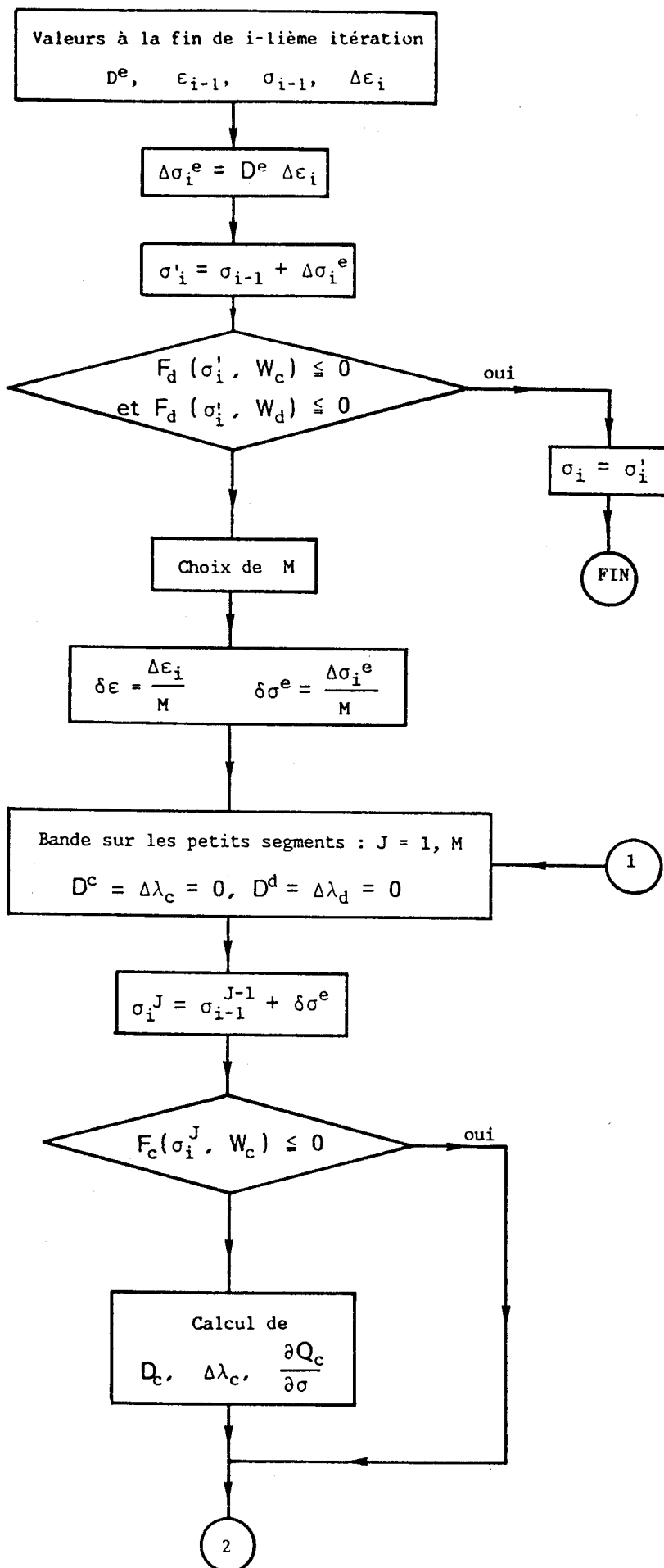
V_o^n est le volume initial de l'élément n ,

NET est le nombre d'éléments total

5-2-4 - CALCUL DES FORCES RESIDUELLES

Pour chaque itération i , à partir des contraintes plastiques (résiduelles), on détermine les forces résiduelles par :

$$R_i = \int_{V_e} B^T \sigma_i^p dX \quad (5-40)$$



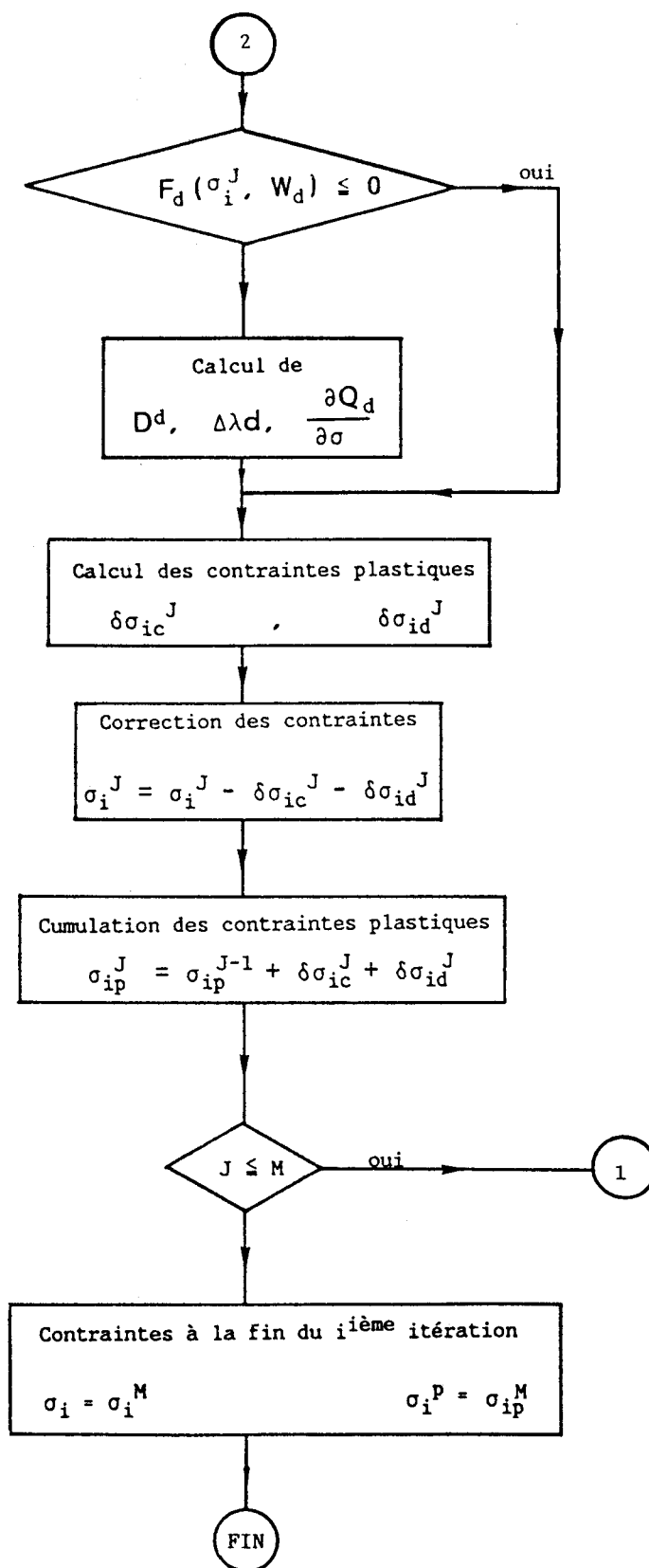


Figure 5-7 :
Calcul des contraintes

L'intégration (5-40) est effectuée de la même manière que celle pour calculer K^e .

Afin de tester la convergence des itérations, on calcule le module de convergence à la fin de chaque itération par :

$$||n|| = \frac{\sqrt{R_i^T R_i}}{\sqrt{F^T F}}$$

Le processus itératif s'arrête lorsque :

$$||n|| \leq \varepsilon$$

5-2-6 RESOLUTION DU SYSTEME LINEAIRE

La matrice de rigidité K^e calculée à partir de la matrice d'élasticité D^e est symétrique et définie positive. La méthode de CHOLESKY est spécialement adoptée à ce genre de système, dont l'algorithme est présenté en détail dans [20] [81].

5.3 ESSAI DU PROGRAMME

Afin de tester le bon fonctionnement des différentes opérations effectuées dans le programme, nous avons simulé un essai de compression triaxiale de révolution dont les résultats expérimentaux sont connus.

Pour tenir compte de la double symétrie du problème, seul un quart du domaine est discrétisé par six éléments rectangulaires et douze noeuds.

Dans la figure (5-8), nous présentons le maillage utilisé .

La figure (5-9) montre les comparaisons entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus à partir du programme et de la simulation, la bonne concordance entre ces trois résultats vérifie que l'ensemble des différentes opérations se déroule correctement.

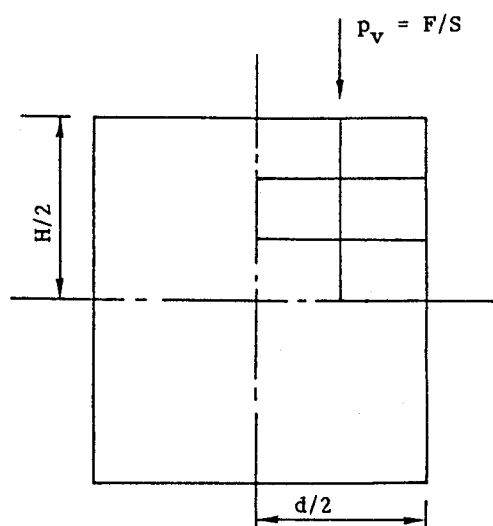


Figure 5-8 :
Maillage utilisé pour le
test du programme

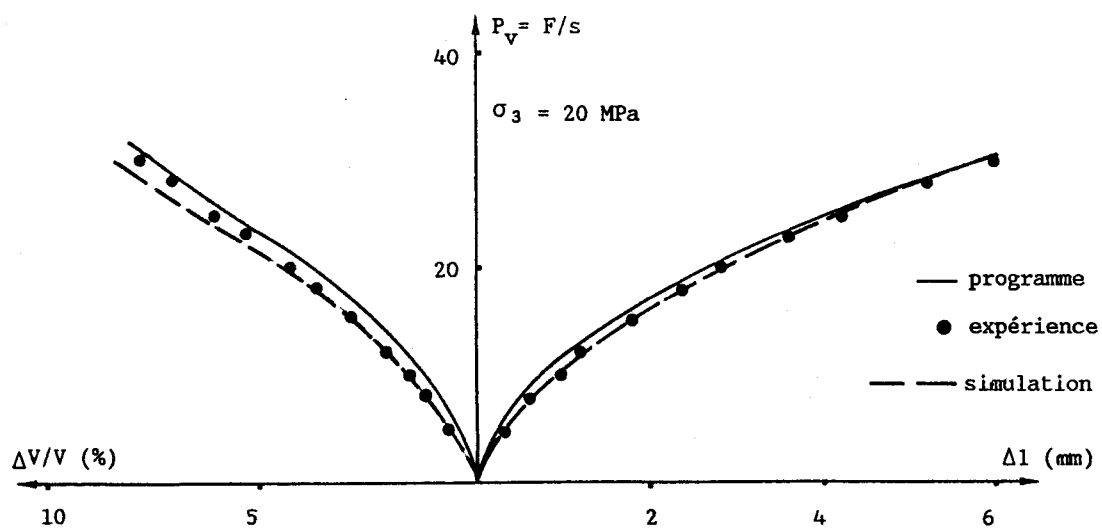


Figure 5-9 :
Test du programme pour un essai
de compression triaxiale

CHAPITRE VI

COMPORTEMENT DE LA CRAIE DANS DES ESSAIS
SUR CYLINDRES CREUX ET SIMULATION A L'AIDE
DU MODELE

Dans le chapitre 4, nous avons présenté la simulation du comportement de la craie sous sollicitations simples (problèmes homogènes). Dans ce chapitre, nous présenterons le comportement du matériau dans des problèmes aux limites dont les sollicitations sont plus ou moins complexes (essais de cylindres creux). Les résultats seront comparés avec la simulation numérique à l'aide du programme de calcul présenté au chapitre précédent.

6.1) PRESENTATION DES ESSAIS SUR CYLINDRES CREUX.

Les côtes géométriques des cylindres creux testés sont les suivantes :

Diamètre extérieur	$d_e = 110 \text{ mm}$
Diamètre intérieur	$d_i = 40 \text{ mm}$
Hauteur	$H = 120 \text{ mm}$

Les éprouvettes ont été très soigneusement usinées pour assurer la forme cylindrique précise. La photo (6-1) représente une éprouvette qui vient d'être usinée.

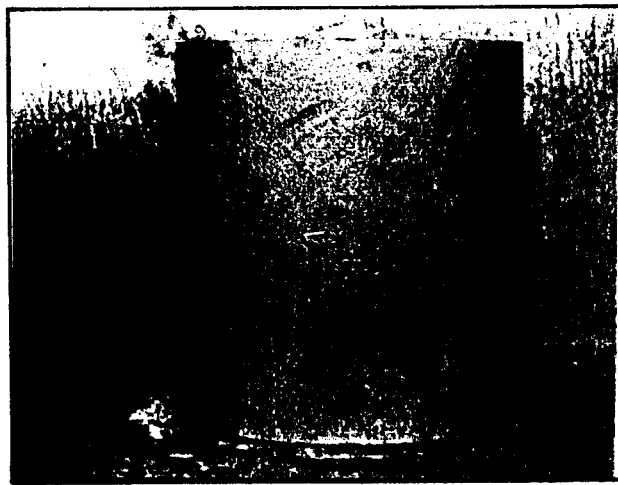
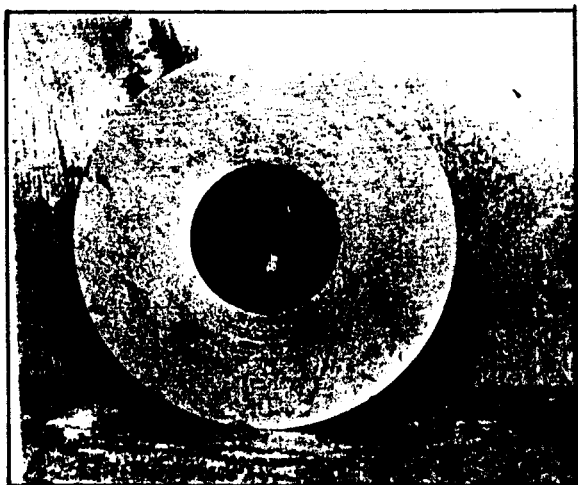


Photo 6-1 :
Cylindre creux de craie

La saturation des éprouvettes a été réalisée de la même manière que pour les essais élémentaires. Un montage expérimental a été spécialement conçu de manière que l'on puisse contrôler indépendamment les différentes sollicitations ; à savoir : la pression extérieure (P_e), la pression intérieure (P_i), la pression interstitielle dans les pores (P_{ins}) et la pression axiale ($P_v = F/S_E$). Le système expérimental utilisé pour les essais élémentaires (figure 2-2) a donc été modifié pour s'adapter à la réalisation de ces essais.

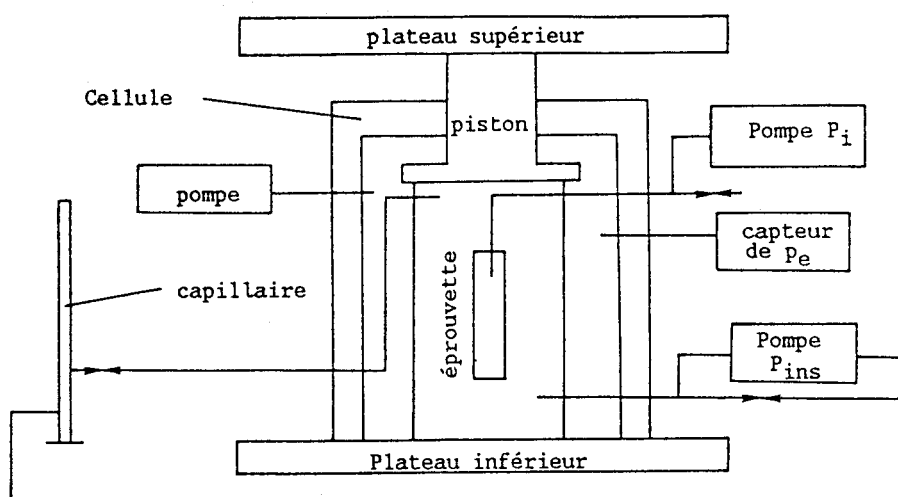


Figure 6-1 :

*Schéma du montage expérimental
pour les essais sur cylindres creux*

Dans les figures (6-1) et (6-2), nous présentons le système global que nous avons mis au point et la mise en place de l'éprouvette à l'intérieur de la cellule. Décrivons brièvement cette mise en place. On met d'abord le côté ouvert de la jaquette intérieure qui a la forme d'un verre sur la tête de l'embase supérieure et on la fixe à l'aide d'un serflex pour assurer l'étanchéité vis à vis du fluide intérieur. On accroche ensuite l'anneau métallique sur l'embase supérieure à l'aide de quatre vis. L'étanchéité vis à vis du fluide interstitiel est

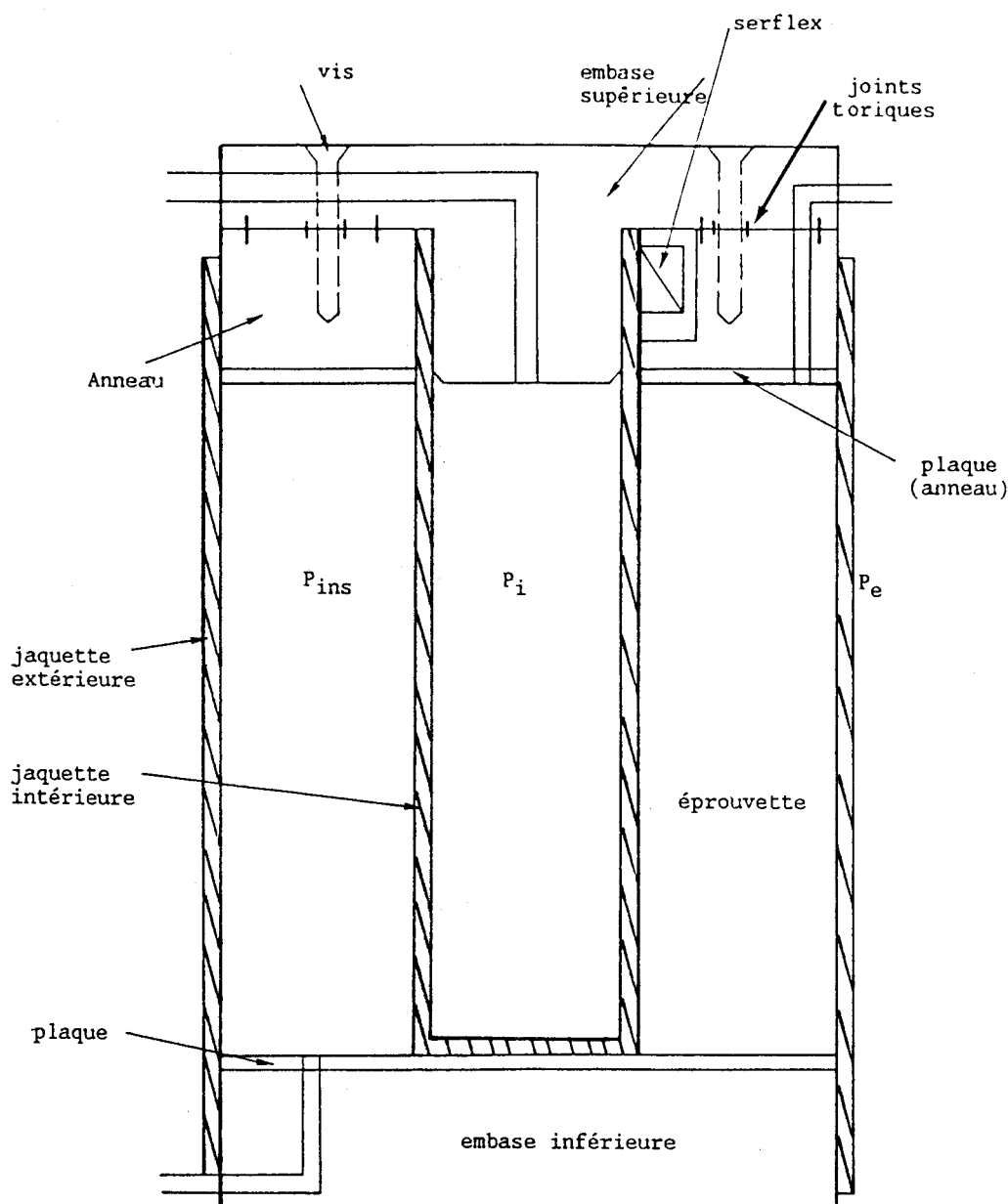


Figure 6-2 :

Mise en place de l'éprouvette

assuré par des joints toriques placés entre l'embase supérieure et l'anneau. On glisse enfin la jaquette intérieure dans le trou de l'éprouvette, le fond de celle-ci est en contact avec l'embase inférieure. L'ensemble est gainé par la jaquette extérieure qui protège l'échantillon du fluide de confinement. Une plaque métallique est insérée à chaque extrémité de l'éprouvette pour diminuer le frottement et faciliter la circulation du méthanol. L'embase supérieure est percée de

deux trous : le premier sert au fluide intérieur ; (la pression est générée par une pompe GILSON). Le second est utilisé pour créer le circuit de fluide interstitiel (méthanol). Les embases supérieure et inférieure sont alors connectées à l'extérieure de la cellule pour soit, créer un circuit de saturation par circulation de fluide, soit mesurer, par l'intermédiaire d'un capillaire, la variation du volume des vides. La pression de confinement est appliquée comme il est décrit au chapitre 2.

6.2) MANIPULATION ET SIMULATION DES ESSAIS

6.2.1. ESSAI CYLINDRE CREUX : PRESSION EXTERIEURE CONTROLEE

Manipulation

Dans cet essai, l'éprouvette est d'abord soumise à un état de contrainte isotrope dans la zone élastique ($P_e = P_i \leq P_c^0$). Le piston n'est pas en contact avec l'embase supérieure. On augmente les pressions extérieure et intérieure d'une façon alternative, et on mesure la variation du volume de méthanol échappé de l'éprouvette à l'aide du capillaire. La déformation de volume est calculée de la même façon que pour les essais élémentaires. La figure (6-3) illustre le chemin de sollicitations choisi, et la photo (6-2) montre la rupture de l'éprouvette après essai. Les résultats expérimentaux sont présentés par la courbe pression extérieure-déformation de volume ($P_e - \epsilon_v$, fig. 6.6). On y constate une phase linéaire suivie par une très forte contractance.

Simulation à l'aide du modèle

Il s'agit d'un problème à symétrie de révolution dont les sollicitations sont les pressions extérieure (P_e) et intérieure (P_i). La figure (6-4) présente l'état de sollicitations. Nous constatons qu'un incrément de pression extérieure (ΔP_e) et intérieure (ΔP_i) provoque un incrément de charge surfacique axiale sur la surface supérieure de l'é-

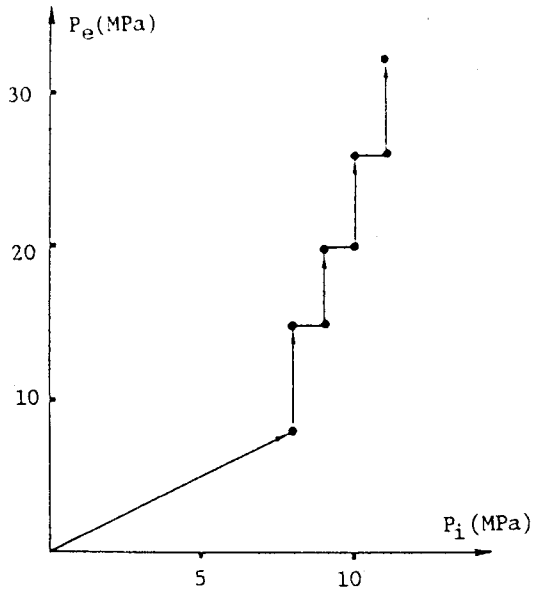


Figure 6-3 :
Illustration du chemin de
solicitation dans l'essai
en pression extérieure
contrôlée

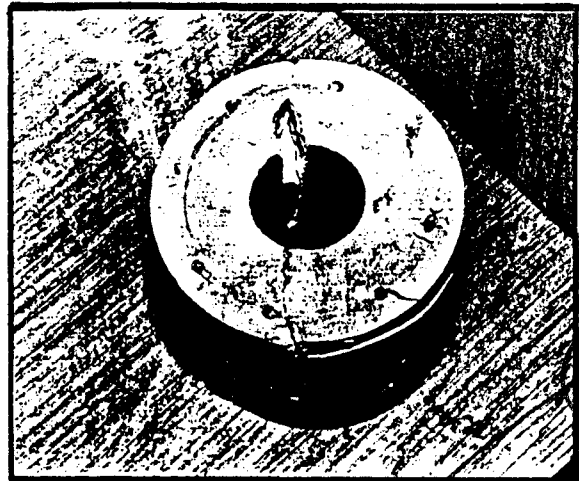
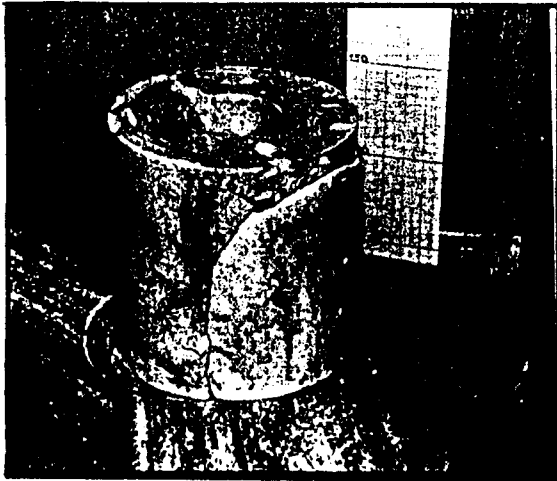


Photo 6-2 :
Eprouvette après essai dans le
cas de pression extérieure contrôlée

prouvette (ΔP_v). Pour tenir compte de la géométrie de l'éprouvette, ΔP_v est calculé par la relation suivante :

$$\Delta P_v = \frac{\Delta P_e d_e^2}{d_e^2 - d_i^2} - \frac{\Delta P_i d_i^2}{d_e^2 - d_i^2}$$

où d_e et d_i sont les diamètres respectivement extérieur et intérieur de l'éprouvette.

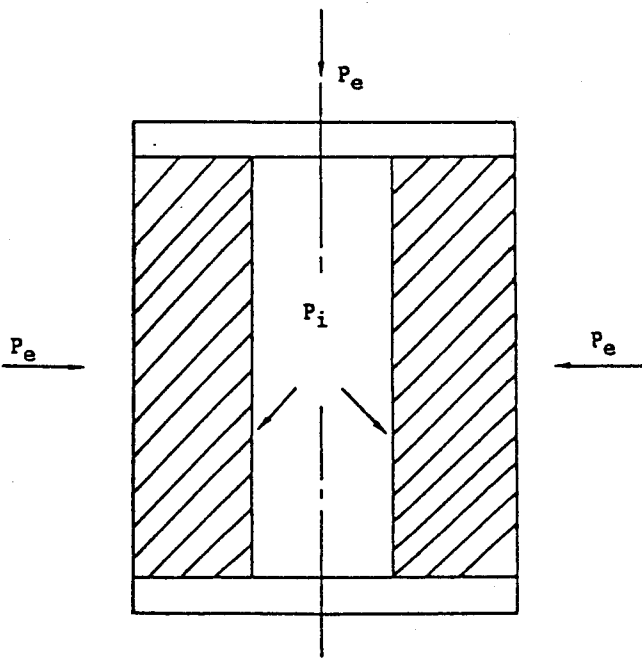


Figure 6-4 :

*Etat de sollicitation :
pression extérieure contrôlée*



Nous avons utilisé le programme de calcul par la méthode des éléments finis présenté au chapitre précédent pour simuler le comportement de la craie blanche dans cet essai. La figure (6-5) représente le maillage utilisé pour la simulation. La section axiale de l'éprouvette est discrétisée par 40 éléments rectangulaires et 55 noeuds. Sur la surface inférieure de l'éprouvette, on impose un déplacement vertical nul. Les résultats obtenus par la simulation sont présentés dans la figure (6-6).

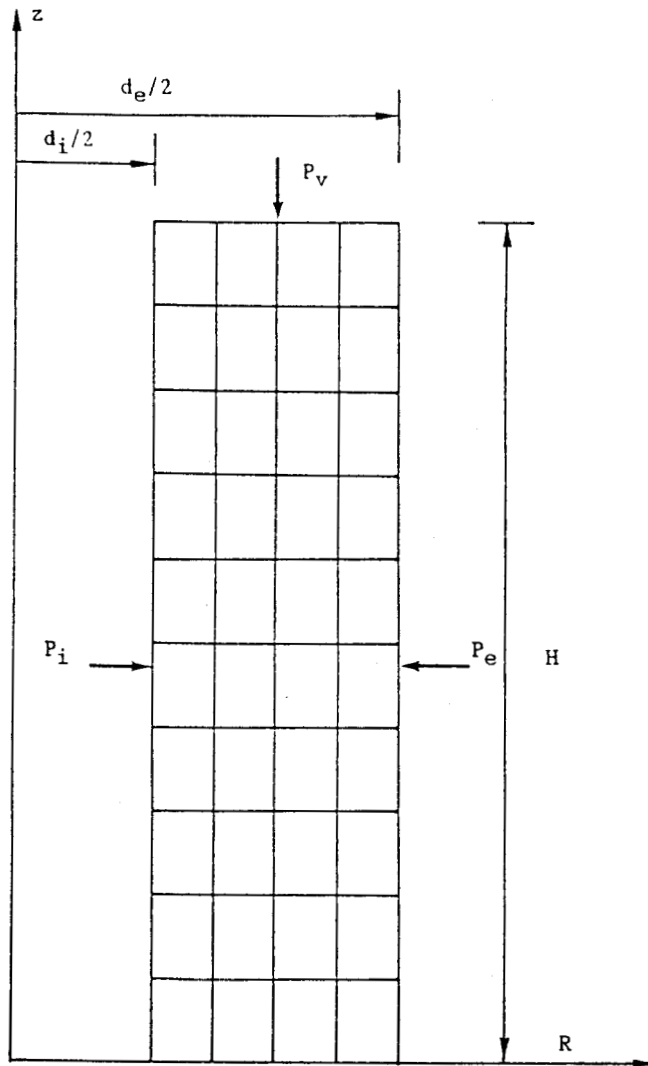


Figure 6-5 :
maillage utilisé



Comparaisons et remarques

Dans la figure (6-6), nous avons présenté la variation de volume (globale) en fonction de la pression axiale, obtenue par l'expérience et le calcul. La bonne concordance entre les valeurs expérimentales et celles obtenues à partir de la simulation montre que le modèle retenu rend compte, de façon très satisfaisante, du comportement de la craie sous les sollicitations appliquées.

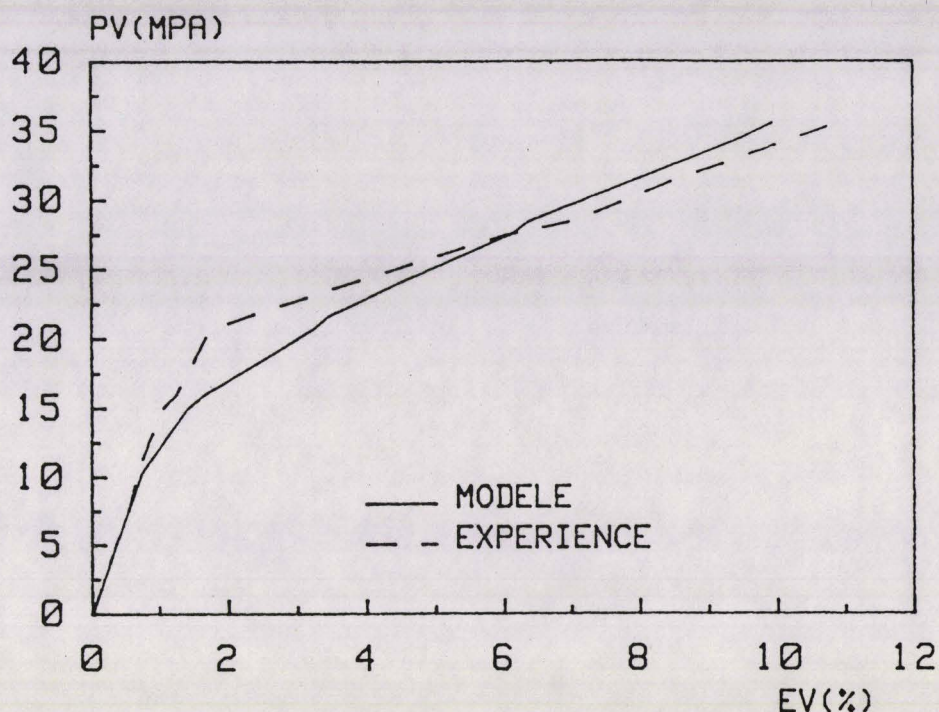


Figure 6-6 :

Essai sur cylindre creux :
Pression extérieure contrôlée



6-2-2 ESSAI SUR CYLINDRE CREUX : FORCE AXIALE CONTROLEE

Manipulation

La manipulation de cet essai comporte trois étapes dont les deux premiers sont semblables à l'essai précédent :

- * L'éprouvette est d'abord soumise à un état de compression isotrope dans la zone élastique ($P_e = P_i < P_i^0$).
- * Les pressions extérieure et intérieure sont ensuite augmentées alternativement ($P_e > P_i$).
- * Le piston est mis en contact avec l'embase supérieure de l'éprouvette. On applique la force axiale à l'aide de la presse en gardant les deux pressions P_e et P_i constantes.

La figure (6-7) présente le chemin de sollicitations choisi dans cet essai.

Au cours de l'essai, on enregistre la force et déplacement axiaux, ainsi que le volume de méthanol sortant de l'éprouvette. La déformation de volume est déterminée de la même façon que pour l'essai précédent.

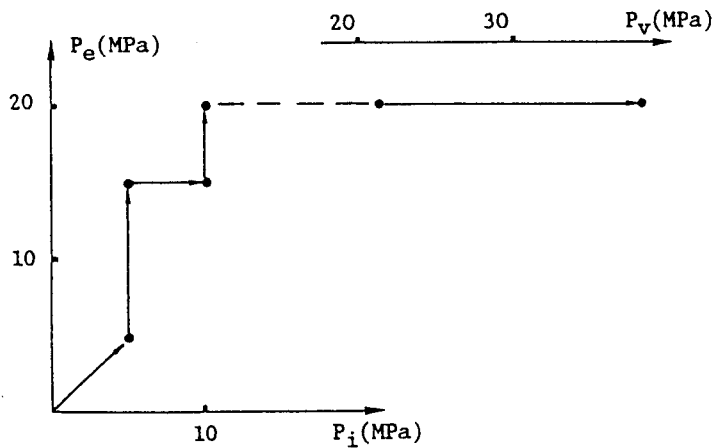


Figure 6-7 :

*Chemin de sollicitations pour l'essai
sur cylindre creux : force axiale contrôlée*

La photo (6-3) montre la rupture de l'éprouvette testée dans cet essai. Dans les figures (6-9a) et (6-9b), nous présentons la variation de volume (globale) de l'éprouvette et le déplacement axial du piston en fonction de la pression axiale (P_v).

Simulation à l'aide du modèle

Comme pour l'essai précédent, il s'agit également d'un problème à symétrie de révolution. Les sollicitations sont les pressions

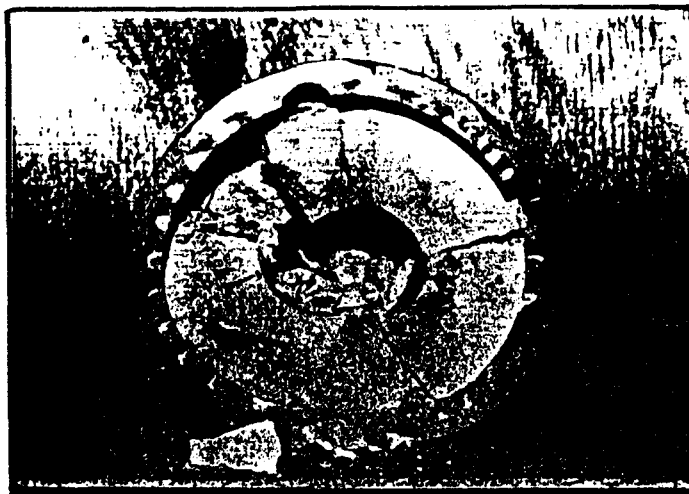


Photo 6-3 :

*Eprouvette testée dans l'essai sur
cylindre creux : force axiale contrôlée*

extérieure (P_e) et intérieure (P_i) ainsi que la force axiale. L'incrément de pression axiale (ΔP_v) est déterminé à partir des variations de ces sollicitations en tenant compte de la géométrie de l'éprouvette (figure 6-5). La figure (6-10) montre l'état de sollicitation, nous avons :

$$\Delta P_v = \frac{\Delta P_e d_e^2}{d_e^2 - d_i^2} - \frac{\Delta P_i d_i^2}{d_e^2 - d_i^2}, \text{ avant le contact ;}$$

$$\Delta P_v = \Delta F / S_E, \text{ après le contact.}$$

où S_E est l'aire de la section transversale de l'éprouvette.

Nous avons utilisé le même maillage que celui de l'essai précédent (figure 6-5).



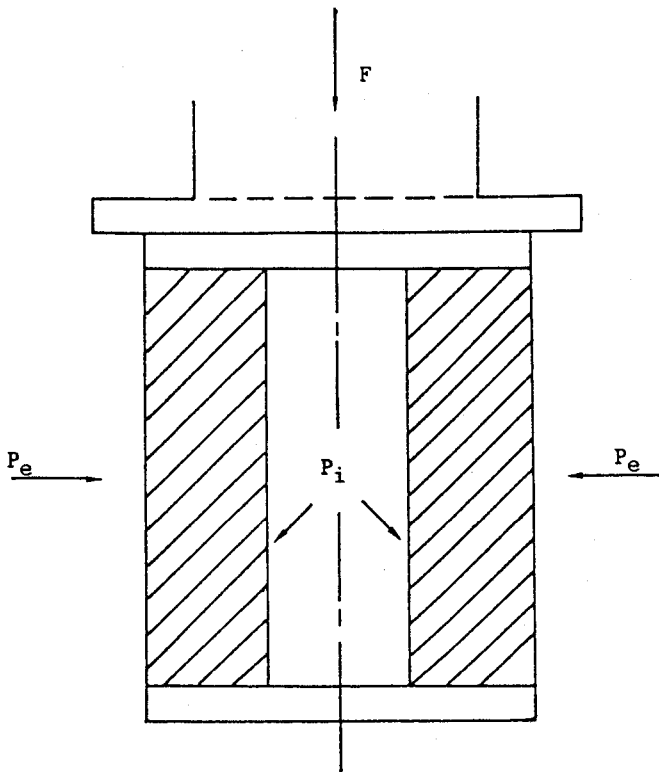


Figure 6-10 :
Etat de sollicitation :
force axiale contrôlée

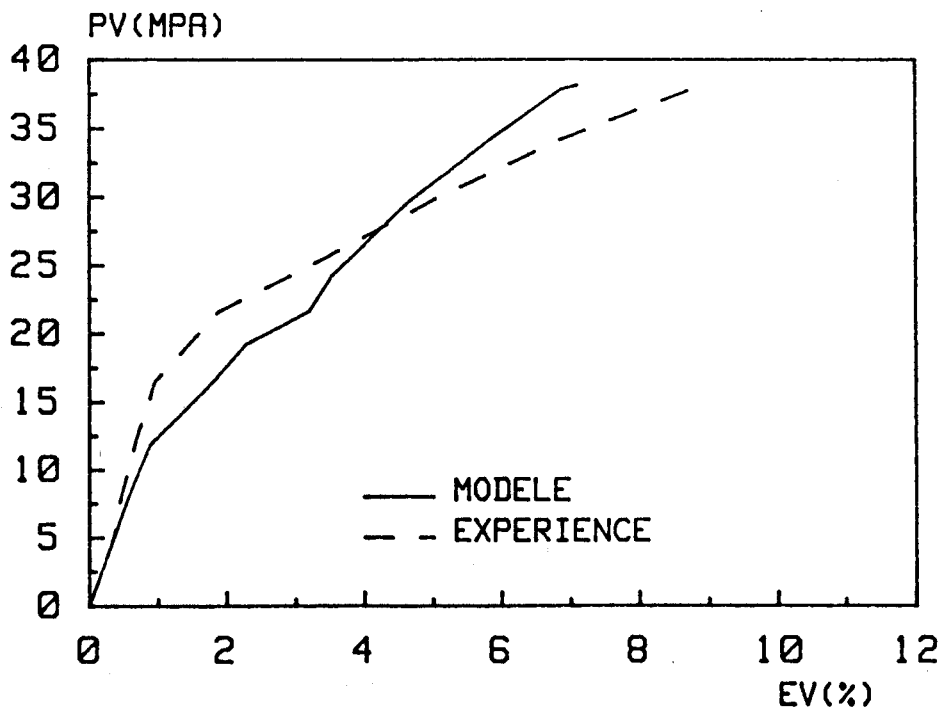


Figure 6-9 :
Essai sur cylindre creux : force axiale contrôlée
(a) déformation de volume en fonction de P_v

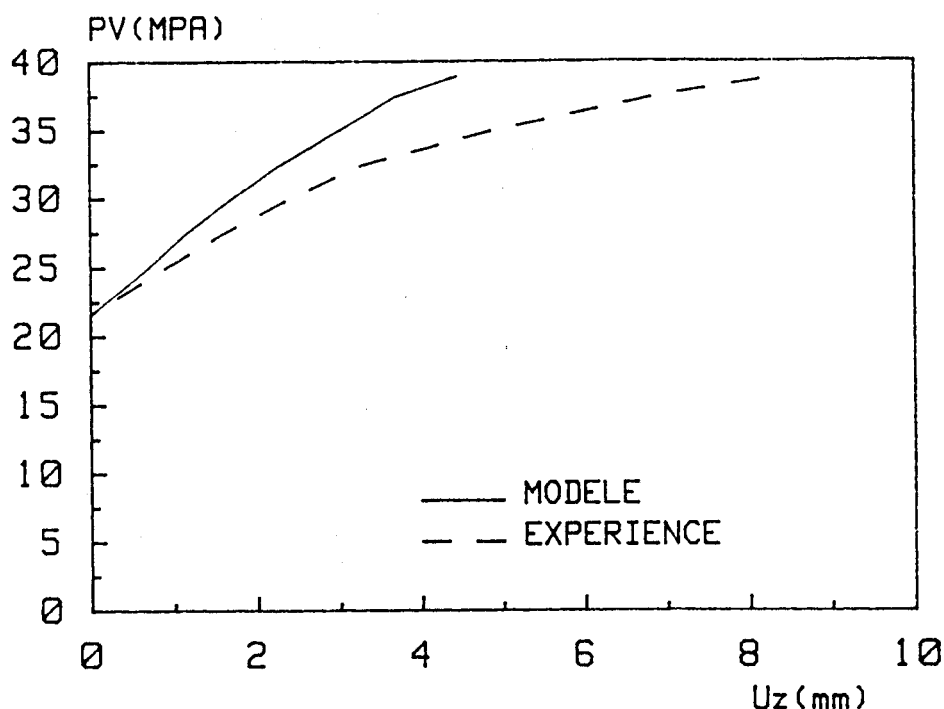


Figure 6-9 :

Essai sur cylindre creux : force axiale contrôlée

(b) déplacement axial en fonction de P_v



Dans la figure (6-9a), la déformation de volume est donnée en fonction de la pression axiale (P_v). Dans la figure (6-9b) le déplacement axial du point extérieur de la surface supérieure de l'éprouvette (figure 6-5) est représenté en fonction de la pression axiale P_v .

Comparaisons et remarques

Les figures (6-9a) et (6-9b) représentent les résultats expérimentaux et ceux obtenus à partir de la simulation. Ceci permet de faire les remarques suivantes :

- * Pour la variation de volume, nous avons une corrélation assez bonne entre l'expérience et la simulation. Toutefois, on constate toujours certains écarts au voisinage du seuil d'écoulement.

- * Le déplacement axial calculé est systématiquement inférieur à celui obtenu par l'expérience (le déplacement axial du piston) pour une valeur de P_v donnée. L'écart est devenu important près de la fin de l'essai. Nous rappelons que le déplacement axial expérimental n'est pas corrigé par la déformabilité du piston et des embases ainsi que d'autres influences éventuelles.

CONCLUSION

Les essais de compression isotrope et triaxiale ont été effectués jusqu'à des pressions de confinement de 50 MPa, sur une craie blanche à forte porosité ($\eta \approx 45 \%$). Les résultats obtenus dans ces essais ont permis de mettre en évidence les aspects fondamentaux du comportement de cette roche :

- la craie blanche présente un comportement intermédiaire entre une roche et un sol, avec une destruction progressive de la microstructure ;
- on a observé une limite d'élasticité et une limite d'effondrement plastique dans les essais de compression isotrope ;
- la résistance de la craie dans des essais de compression triaxiale dépend fortement de la pression de confinement. Lorsque cette dernière est élevée ($> P_c^0$), on ne peut plus observer de pic de résistance sur les courbes contraintes déformations.
- la craie étudiée présente un domaine d'élasticité initial fermé, les caractéristiques élastiques de la craie varient en fonction de la pression de confinement et du déviateur de

contraintes ;

- dans les essais de compression triaxiale effectués ($\sigma_3 \geq 2$ MPa), on observait toujours une contractance jusqu'à l'état ultime.

Le modèle élastoplastique à deux surfaces de charge de LADE a été adapté à la modélisation du comportement de la craie. Les particularités du comportement de cette roche a nécessité certaines modifications importantes :

- description des règles d'écrouissage en fonction de la pression de confinement,
- simplifications du potentiel plastique et de la règle d'écrouissage déviatorique,
- prise en compte du domaine d'élasticité initial et de l'évolution des caractéristiques élastiques.

Les paramètres du modèle ont été déterminés à partir des essais de compression isotrope et triaxiale. Ces essais ont été simulés à l'aide du modèle. Nous avons obtenu un très bon accord entre l'expérience et la simulation pour toutes les pressions de confinement. Nous avons, en plus, étudié l'influence des paramètres les plus délicats à déterminer. Ceci nous a permis d'apprécier les valeurs de ces paramètres obtenus. De façon globale, nous avons montré que :

- dans l'essai de compression isotrope, l'influence des paramètres d'écrouissage contractant sur $\epsilon_v(P_c)$ reste négligeable lorsque $\epsilon_v \leq 10 \%$;
- dans les essais de compression triaxiale, $\epsilon_v(\sigma_1 - \sigma_3)$ est moins sensible que $\epsilon_1(\sigma_1 - \sigma_3)$ par rapport à une variation des paramètres d'écrouissage déviatorique.

Le comportement de la craie a ensuite été étudiée sur des chemins de sollicitation proportionnelle et celui triaxial d'extension latérale.

Le modèle modifié a été utilisé pour simuler ces essais. Nous avons obtenu de bonnes concordances globales entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus à partir de la simulation. Toutefois, nous avons constaté que la précision de la prédiction à l'aide du modèle est d'autant meilleure que le rapport $K = \sigma_1 / \sigma_3$ est faible dans le cas de sollicitations proportionnelles, et que dans le cas triaxial d'extension latérale, il existe un certain écart au niveau de la transition dilatance-contractance.

Le modèle élastoplastique pour la craie a été introduit dans un code de calcul par la méthode des éléments finis. En tenant compte que dans la présente étude, le programme sert uniquement à la simulation du comportement de la craie dans des problèmes aux limites types (cylindre creux), nous avons utilisé seulement deux types d'éléments de référence linéaires (éléments rectangulaires à quatre noeuds et triangulaires à trois noeuds), une méthode d'intégration numérique pour chaque type d'éléments et un chemin de retour des contraintes sur les surfaces de charge. Pour l'application du programme aux problèmes pratiques, il serait nécessaire d'introduire des éléments de référence d'ordre supérieur, d'autres méthodes d'intégration numérique et chemins de retour des contraintes sur les surfaces de charge.

Nous avons enfin étudié le comportement de la craie par les essais sur cylindre creux en pression extérieure contrôlée et en force axiale contrôlée. Le programme de calcul a été utilisé pour simuler ces problèmes aux limites. Les résultats obtenus par la simulation étaient en très bon accord avec ceux obtenus par l'expérience pour $\varepsilon_v(P_v)$ dans les deux essais. Bien qu'il existe un certain écart entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus à l'aide du modèle pour $U_z(P_v)$ dans l'essai à fore axiale contrôlée, la précision de la simulation reste toujours satisfaisante.

Le nombre de chemins de sollicitation utilisés reste encore très limité pour tirer des conclusions définitives sur la modélisation du comportement de la craie avec le modèle élastoplastique adapté. Une presse triaxiale-vraie de grande capacité est réalisée par le Laboratoire de Méca-

nique des Matériaux Fragiles, et un appareil de torsion est en cours de réalisation dans ledit Laboratoire. Ces dispositifs expérimentaux puissants nous permettront d'effectuer des essais avec des chemins de sollicitations plus complexes, et de mieux connaître le comportement global de la craie. En conséquence, des améliorations éventuelles pourraient être apportées à la modélisation.

Finalement, nous signalons que l'application du programme à l'analyse des subsidences induites dans les forages pétroliers profonds, et l'introduction du couplage squelette-fluide dans celui-ci constituent les travaux à suivre au sein du Laboratoire de Mécanique des Matériaux Fragiles de Lille.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] AUBRY D., HUJEUX J.C., LASSOUDIERE F. et MEIMON Y. (1982) - "A double memory model with multiple mechanisms for cyclic behaviour of soils". Proceedings of the International Symposium on Numerical models in Geomechanics, Zurich, AA Balkema, Ed. pp. 3-13.
- [2] BAKER R. and DESAI C.S. (1984) - "Induced anisotropy during plastic straining" - Int. J. Num. Analyt. methods in Geomech., Vol. 8, pp 167-185
- [3] BAZANT Z.P. and BELYTSCHKO (1987) - "Strain-Softening continuum Damage : Localization and size effect" - Proc. of 2nd Int. Conf. on constitutive laws for Eng. materials, TUCSON, USA, pp. 11-34
- [4] BEREST P., BERGUES J. (1978) - "Comportement des roches au cours de la rupture : applications à l'interprétation d'essais sur des tubes épais" - Revue Française de Géotechnique, n° 9, pp. 5-12
- [5] BEREST P., NGUYEN M.D. (1979) - "Etude de la stabilité des cavités souterraines avec un modèle de comportement élastoplastique radoucissant" - Proceedings of the Fourth congress of the International Society for Rock Mechanics, Vol. 1, A.A. Balkema, Rotterdam, Holland, pp 249-256
- [6] BIOT M.A. (1956) - "General solutions of the equations of elasticity and consolidation for a porous material" - Journ. Appl. Mech. Vol. 23, n° 3, pp 91-96
- [7] BIOT M.A. (1973) - "Non linear and semilinear rheology of porous solids" - Journal of Geophysical research, vol. 78, n° 23, pp 4924-4937
- [8] BROWN E.T., BRAY J.W., LADANYI B., HOEK EVERT (1983) - "Ground response curves for Rock Tunnels" - Journ. of Geot. Eng., Vol. 109, n° 1, janvier, pp. 15-39
- [9] BOEHLER J.P. (1978) - "Lois de comportement anisotrope des milieux continus" - Journal de Mécanique, Vol. 17, n° 2, pp 153-190
- [10] CHEATHAM J.B. Jr., ALLEN M.B., CELLE C.C. (1984) - "Kinematic Hardening of a Porous limestone" - Rocks Mechanics and Rock Engineering 17, pp 233-242
- [11] CHEN W.F. (1982) - "Plasticity in reinforced concrete" - Mc Graw-Hill Book Company.
- [12] CORDEBOIS J.P., SIDOROFF F. (1983) - "Damage Induced Elastic Anisotropy" - Colloques internationaux du CNRS, n° 295 - Comportement Mécanique des Solides anisotropes, pp. 761-774
- [13] CRISTESCU N. (1985) - "Plasticity of compressible/dilatant rocklike materials" - Int. J. Engng. Sci., Vol. 23, n° 10, pp 1091-1100

- [14] DAFALIAS Y.F. (1982) - "Bounding surfaces elastoplasticity-viscoplasticity for particular cohesive media" - IUTM Conference on deformation and failure of Granular materials, DELFT, 31 Aug-3 sept, pp. 97-107
- [15] DAFALIAS Y.F. and HERMANN L.R. (1985) - "Bounding surface formulation of soil plasticity" - Chapitre 10, soil mechanics - Transient and cyclic loads, pp.252-282
- [16] DARVE F. (1978) - "Une formulation incrémentale des lois rhéologiques - Application aux sols" - Thèse d'Etat Grenoble
- [17] DARVE F., BOULON M., CHAMBON R. (1978) - "Loi rhéologique incrémentale des sols" - Journal de Mécanique Vol. 17, n° 5, pp. 679-716
- [18] DASILVA F., SARDA J.P. (1985) - "Mechanical behavior of chalks" - Chalk Symposium, (document confidentiel)
- [19] DESAI C.S. (1980) - "A general basis for yield, failure and potential functions in plasticity" - Int. J. Num. Analyt. Methods in Geomech., Vol. 4, pp. 361-375
- [20] DHATT G. et TOUZOT G. (1984) - "Une présentation de la méthode des éléments finis" Les presses de l'Université de Laval Québec.
- [21] DOREMUS Ch. (1978) - "Les craies du Nord de la France : Coorelations entre la lithostratigraphie, la microstructure et les propriétés mécaniques" - Thèse de 3e cycle - LILLE I
- [22] DUNCAN J.M. and CHANG C.Y. (1970) - "Non linear analysis of stress and strain in soils" - Journal of the soil mechanics and foundations Division, N° SM5, p. 1629-1653
- [23] DUTHOIT B. et HAZERBROUCK (1976) - "Propriétés mécaniques de craies. Relations avec leur microstructure. Rôle de l'environnement" - Thèse Docteur 3ème cycle, Lille I.
- [24] ELLIOTT G.M., BROWN E.T. (1985) - "Yield of a soft high porosity rock" - Géotechnique 35, n° 4, pp 413-423
- [25] ELLIOT G.M., BROWN E.T. (1986) - "Further development of a plasticity Approach to Yield in Porous Rock" - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr., Vol. 23, n° 2, pp. 151-156
- [26] EVGIN E. and EISENSTEIN Z. (1985) - "Performance of an elastoplastic model" - CAN. Geotech. J., Vol. 22, p. 177-185
- [27] FARUQUE M.O., DESAI C.S. (1985) - "Implementation of a general constitutive model for geological materials" - International J. for Num. and ana. Methods in Geomech. Vol. 9, pp. 415-436
- [28] GERMAIN P. (1986) - "Mécanique - Ecole Polytechnique" - Ellipses Edition
- [29] GEROGIANNOPOULOS N.G., BROWN E.T. (1978) - "The critical state concept applied to rock" - Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 15, pp. 1-10
- [30] GOWD T.N., RUMMEL F. (1980) - "Effect of confining pressure on the Fracture behaviour of a porous rock" - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Abstr., Vol. 17, pp. 225-229
- [31] HENRY J.P. (1978) - "Mécanique linéaire de la rupture appliquée à l'étude de la fissuration et de la fracture de roches calcaires" - Thèse d'Etat, Université de LILLE I
- [32] HENRY J.P. et PARSY F. (1982) - "Cours d'Elasticité" - Edt. DUNOD
- [33] HILL R. (1950) - "The mathematical theory of plasticity" - Oxford University Press

- [34] IMBERT J.F. (1979) - "Analyse des Structures par éléments finis" - CEPADUES Ed. France
- [35] JAEGER J.C. (1969) - "Fundamentals of Rock Mechanics" - METHUEN & CO LTD
- [36] JOHNSON W., WELLOR P.B. (1973) - "Engineering Plasticity" - VAN NOSTRAND Reinhold Company, LONDON
- [37] LADE P.V., DUNCAN J.M. (1975) - "Elastoplastic stress-strain Theory for cohesionless soil" - Journal of the Geotechnical Engineering Division, October 1975, p. 1037-1053
- [38] LADE P.V. (1977) - "Elasto plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces" - Int. J. Solids structures, Vol. 13, p. 1019-1035
- [39] LADE P.V. (1982) - "Three-parameter failure criterion for concrete" - J. Eng. Mech. DIV. ASCE, Vol. 104, N° EM5, p. 850-863
- [40] LADE P.V. and BOONYACHUT S. (1982) - "Large stress reversals in triaxial tests on sand" - Proc. of the fourth international conference on numerical methods in geomechanics, EDMONTON, CANADA - May 31-June 4, 1982, pp. 171-182
- [41] LADE P.V. and KIM M.K. (1984) - "Modelling Rock Strength in Three Dimensions" - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 21, n° 1, p. 21-33
- [42] LADE P.V. (1987) - "Behavior and Plasticity Theory for Metals and Frictional Materials" - Constitutive Laws for Engineering Materials - Theory and Applications Vol. 1, Editors C.S. DESAI et al, pp. 327-334
- [43] LAMA R.D., VUTUKURI V.S. (1978) - "Handbook on mechanical properties of rocks". TRANS TECH PUBLICATIONS
- [44] LEMAITRE J. (1984) - "How to use Damage mechanics" - Nuclear Engineering and Design 80, pp. 233-245
- [45] LEMAITRE J. et CHABOCHE J.L. (1985) - "Mécanique des Matériaux Solides" - Ed. Dunod
- [46] MANDEL (1978) - "Propriétés mécaniques des matériaux" - Eyrolles
- [47] MAZARS J. (1984) - "Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure" - Thèse d'Etat, Paris VI
- [48] MAZARS J. (1985) - "A model of a unilateral elastic damageable material and its application to concrete" - Int. Conf. on Fracture Mechanics of Concrete, LAUSANNE
- [49] MILLER T.W. and CHEATHAM Jr. J.B. (1972) - "A new yield condition and Hardening rule for rocks" - Int. J. Rock Mech. Min Sci., Vol. 9, pp 453-474
- [50] MOLENKAMP F. (1982) - "Comments on LADE'S isotropic double-hardening model and on unification of elasto-plastic models for soil behaviour" - Results of international workshop on constitutive relations - GRENOBLE - 6-8 sept. 1982, pp.207-211
- [51] MONCEF D. (1984) - "Phénomène de dissolution-cristallisation - Etude bibliographique et application au fluage de craie" - Thèse de 3e cycle - Université de LILLE I
- [52] MROZ Z. (1967) - "On the Description of anisotropic workhardening" - J. Mech. Phys. Solids, vol. 15, pp 163-175
- [53] MROZ Z., NORRIS V.A., ZIENKIEWICZ O.C. (1979) - "Application of an anisotropic hardening model in the analysis of elasto-plastic deformation of soils" - Geotechnique 29, n° 1, pp. 1-34
- [54] MROZ Z., PIETRUSZCZAK (1980) - "Numerical analysis of elastoplastic compression of pillars accounting for material hardening and softening" - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr., Vol. 17, pp. 199-207

- [55] NAYAK G.C. and ZIENKIEWICZ O.C. (1972) - "Elasto plastic stress analysis, Generalization for various constitutive relations including strain softening" - International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 5, pp 113-115
- [56] NAYLOR D.J. (1985) - "A continuous plasticity version of the critical state model" Int. J. for Num. Methods in Eng., Vol. 21, pp. 1187-1204
- [57] OWEN R.D.J. and HINTON E. (1980) - "Finite Elements in plasticity - Theory and Practice" Pineridge Press Limited, Swansea U.K.
- [58] PANET M. (1976) - "Analyse de la stabilité d'un tunnel creusé dans un massif rocheux en tenant compte du comportement après la rupture" - Rock Mechanics, VIENNA, AUSTRIA, Vol. 8, n° 4, Nov., pp 209-223
- [59] PIETRUSZCZAK S., MROZ Z. (1980) - "Numérical Analysis of elastic-plastic compression of pillars accounting for material hardening and softening" - Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. Vol. 17, pp. 199-207
- [60] PRAGER W. (1955) - "The theory of plasticity : A survey of recent Achievements" - Proc. Inst. Mech. Eng. LONDON, pp. 41-57
- [61] PREVOST J.H. and HOEG K. (1975) - "Effective stress-strain-strength model for soils" Journal of the geotechnical engineering division, N° 3, p. 259-279
- [62] PREVOST J.H. (1978) - "Plasticity Theory for soil stress-strain behavior" - J. Eng. Mech. DIV. ASCE, Vol. 104, N° EM5, p.1177-1194
- [63] PREVOST J.H. (1977) - "Mathematical modelling of monotonic and cyclic undrained clay behaviour" - International Journal for Numerical and analytical method in geomechanics, Vol. 1, pp.195-216
- [64] RISNES R. (1985) - "Stress and strain around a wellbore in a chalk reservoir symposium of chalk" -
- [65] SALENCON J., HALPHEN B. (1980) - "Elasto-plasticité" - Edition ENPC
- [66] SCHOFIELD A. and WORTH P. (1966) - "Critical state soil mechanics" - Mc Graw-Hill
- [67] SENSENY P.E., FOSSUM A.F., PFEIFLE T.W. (1983) - "Non associative constitutive laws for low porosity rocks" - International Journal for numerical and analytical methods in Geomechanics, Vol. 7, pp. 101-115
- [68] SHAO J.F., HENRY J.P. (1985) - "Comportement d'une craie poreuse jusqu'à des pressions de confinement de 50 MPa" - 20e Colloque annuel du groupe français de Rhéologie, Novembre, PARIS
- [69] SHAO J.F., HENRY J.P. (1987) - "Behaviour and modelisation of Porous chalk under confining pressure of up to 50 MPa" - Second International Conference and short course on constitutive laws for Engineering materials, Janvier, TUCSON, U.S.A., pp. 457-465
- [70] SHAO J.F., HENRY J.P. (1987) - "Adaptation du modèle de LADE à la modélisation du comportement d'une craie poreuse"- 3ème journée de géotechnique, Janvier, St NAZAIRE
- [71] SHAO J.F., HENRY J.P. (1987) - "Modèle élastoplastique du comportement d'une craie blanche et validation" - 8ème Congrès Français de Mécanique, Août, NANTES
- [72] SIMO J.C., JU J.W., TAYLOR R.L., PISTER K.S. (1987) - "On Strain-Based continuum damage models : Formulation and computational aspects" - Constitutive Laws for Engineering Materials - Theory and Applications - Vol. 1 - Editors C.S. DESAI et al
- [73] SIWAK J.M. (1984) - "Carrières de craie du Nord de la France - Comportement des piliers et confortation par gunitage" - Thèse de 3e cycle - Université de LILLE I

- [74] SMITH M.B., CHEATHAM JR J.B. (1980) - "An anisotropic compacting yield condition - Applied to Porous Limestone" - Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr. Vol. 17, pp. 159-165
- [75] STURE S. and KO H.Y. (1978) - "Strain softening of brittle geologic materials" - International Journal for numerical and analytical methods in geomechanics, Vol. 2, pp. 237-253
- [76] VALANIS K.C. and READ H.E. (1982) - "A new endochronic plasticity model for soils, soil mechanics - Transient and cyclic Loads" - Edited by G.N. Pande and O.C. Zienkiewicz, John Willey & Sons Ltd, pp 375-417
- [77] VALANIS K.C. AND FAN J. (1983) - "Experimental verification of Endochronic plasticity in spatially varying strain fields" - Plasticity Today, Edited by Sawzuk, Elsevier, pp. 153-174.
- [78] VAID Y. (1985) - "Effect of consolidation history and stress path on hyperbolic Stress-Strain relations" - CAN. GEOTECH., Vol. 22, pp. 172-176
- [79] YAMADA S.E., SCHATZ J.F., ABOU SAYED A., JONES A.H. (1981) - "Elastoplastic behaviour of porous rocks under undrained conditions" - Int. J. Rock. Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 18, pp. 177-179
- [80] ZIEGLER H. (1959) - "A modification of prager's hardening rule" - vol. 17, n° 1, pp. 55-65
- [81] ZIENKIEWICZ O.C. (1977) - "The finite element method in engineering science" - Mc Graw-Hill, New York, 3rd Edition

RESUME :

Des essais de compression isotrope et triaxiale de révolution jusqu'à des pressions de confinement de 50 MPa ont été effectués sur une craie blanche très poreuse. Les résultats obtenus ont permis de mettre en évidence les aspects fondamentaux du comportement de cette ro-

Le modèle élastoplastique à deux surfaces de charge de LADE a été retenu pour décrire le comportement de la craie. Certaines modifications importantes ont été proposées pour prendre en compte les particularités de celui-ci.

Des essais de sollicitations proportionnelles et triaxiale d'extension latérale ont été effectués pour valider le modèle dans des problèmes homogènes. De façon générale, de très bonnes concordances entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus par la simulation à l'aide du modèle ont été obtenues.

Le modèle a été introduit dans un programme de calcul par éléments finis. La validation du modèle dans des problèmes aux limites types a été testée par des essais sur cylindres creux. La comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux obtenus à l'aide du programme en éléments finis ont été effectués.

ABSTRACT :

Isotropic compression and conventional triaxial compression tests were performed on a white, highly porous chalk for confining pressure of up to 50 MPa. The obtained results have allowed to show up fundamental aspects of the chalk's behaviour.

A LADE'S elastoplastic model with two yield surfaces was used to interpret the chalk's behaviour. Some important modifications were proposed for taking into account particularities of the chalk's behaviour.

Proportional loading tests and triaxial lateral extension test were performed to study chalk's behaviour in homogeneous problems. The modified LADE'S elastoplastic model was used to simulate these tests. In global way, model's predictions were found to be in satisfactory agreement with the experimental results.

Finally, hollow cylinder tests were realized to examine chalk's behaviour in typical bounding conditions problems. The modified elastoplastic model has then been introduced into a finite elements program which was used to simulate the hollow cylinder tests. Comparisons between experimental and predicted results were also given.

MOTS CLES :

Modélisation
Craie
Elastoplasticité
Simulation numérique



Modèles rhéologiques
Roches poreuses
Forages
Éléments finis