

50376
1988
107



50376
1988
107

N° D'ordre : 1430

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE
FLANDRES-ARTOIS

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE TROISIEME CYCLE

par

Hassane AZZIOUI

**CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES PROPRIÉTÉS OPTIQUES
DU DIOPTRE SEPARANT UN MILIEU TRANSPARENT
ISOTROPE ET UN CRISTAL LIQUIDE TORSADÉ,
DANS LA BANDE DE REFLEXION SELECTIVE**

Soutenue le 5 . 1988 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :

Président
Rapporteur
Examineurs

M. J. LEFEBVRE
M. G. JOLY
M. N. ISAERT
Mme M. BRUNET
M. J.P. PARNEIX

U.S.T.L. Flandres-Artois
U.S.T.L. Flandres-Artois
U.S.T.L. Flandres-Artois
U.S.T. Languedoc
U.S.T.L. Flandres-Artois

U.F.R. DE PHYSIQUE

À la mémoire de mon Père

À ma mère : HABIBA

À tous mes soeurs et frères

À tous ceux qui me sont chers

À tous mes Amis...

Remerciements

* * * * *

Ce travail a été effectué à l'Université des Sciences et Techniques de Lille Flandres-Artois, dans le Laboratoire de Dynamique des Cristaux Moléculaires (U.A 801), dirigé par Monsieur le Professeur **H. FONTAINE**.

J'ai été accueilli au sein de l'Equipe de Physique des Stases Anisotropes dont le responsable est Monsieur **N. ISAERT**, à qui je tiens à exprimer ma gratitude.

Le sujet de ce travail m'a été proposé par Monsieur **G. JOLY** qui en a assuré la direction, je tiens à lui exprimer ma profonde reconnaissance pour l'aide efficace et permanente qu'il m'a apportée au cours de cette étude, pour l'ensemble des connaissances dont je lui suis redevable ainsi que pour sa disponibilité.

Monsieur le Professeur **J. LEFEBVRE** m'a fait l'honneur d'accepter la présidence de ce jury. Qu'il soit assuré de ma profonde reconnaissance.

Je tiens à remercier Madame **M. BRUNET** du Groupe de Dynamique des Phases Condensées de l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc, pour l'honneur qu'elle m'a fait de participer à ce jury.

Mes sincères remerciements vont également à Monsieur **J.P. PARNEIX** du Centre Hyperfréquences et Semi-Conducteurs de l'Université des Sciences et Techniques de Lille Flandres-Artois, qui a bien voulu juger mon travail.

La vérification expérimentale de la dernière partie de ce mémoire a été réalisée grâce au laser mis à ma disposition par Monsieur **B. PINCHEMEL** du Laboratoire de Spectroscopie des Molécules Diatomiques. Je tiens à l'assurer ici de toute ma gratitude pour sa collaboration et son aide.

Avec une mention spéciale pour Monsieur **B. SOULESTIN** qui s'occupait avec bonne humeur de nos problèmes techniques, tous les membres du Laboratoire ont contribué à des degrés divers et chacun à sa manière, à l'accomplissement de ce travail grâce à l'agréable ambiance qu'ils ont su créer. Merci à tous.

Je ne saurais oublier d'adresser mes remerciements à Madame **B. DUPONT** qui s'est acquittée avec gentillesse et diligence de la frappe de ce mémoire, Monsieur **M. RAFFAUD** qui a exécuté les dessins et Messieurs **S. FAUQUEMBERGUE** et **C. GUILLAUMOT** qui se sont chargés du tirage et de la confection de ce mémoire.

Sommaire

<u>INTRODUCTION</u>	1
<u>CHAPITRE I</u> : Vibrations réfléchi et transmise au niveau du dioptre séparant un milieu isotrope inactif et un cholestérique (pour des longueurs d'onde appartenant à la bande de réflexion sélective) : <u>bases théoriques</u>	7
I - Introduction.....	9
II - Vibrations favorisées.....	9
II-1. Définitions.....	9
II-2. Etat de polarisation des vibrations favorisées (hors de la bande de réflexion sélective).....	16
II-3. Liaison entre la vibration évanescence et l'orienta- tion moléculaire dans la bande de réflexion sélec- tive.....	18
II-4. Mécanisme de la réflexion sélective.....	22
III - Dioptre isotrope → cholestérique éclairé du côté du milieu isotrope : expression des vibrations réfléchi et transmise pour des vibrations incidentes dont la longueur d'onde appartient à la bande de réflexion sélective.....	23
III-1. La vibration incidente a un état de polarisation quelconque.....	24
III-1.a. Etat de polarisation de la vibration inci- dente E_i qui conduit à la réflexion totale.....	26
III-1.b. Calcul de la vibration réfléchi au niveau du dioptre (isotrope → cholestérique)....	28
III-1.c. Décomposition de la vibration réfléchi sur une base de vibrations circulaires droite et gauche.....	29
III-1.d. Etat de polarisation de la vibration réflé- chié quand la vibration incidente est cir- culaire droite.....	32
IV - Conclusion.....	33

<u>CHAPITRE II</u>	: Dioptré <u>isotrope</u> → <u>cholestérique</u> éclairé par des vibrations de longueurs d'onde comprises dans la bande de réflexion sélective : <u>Etude expérimentale de l'intensité de la vibration transmise</u>	35
I -	Introduction.....	37
II -	Elaboration des mélanges cholestériques.....	38
II-1.	Choix des solvants nématiques et les esters de cholestéryle.....	38
II-2.	Préparations obtenues.....	42
III -	Recherche expérimentale de la vibration incidente qui subit totalement la réflexion sélective : observation de la lumière transmise.....	44
III-1.	Principe de mesure.....	44
III-1.a.	Réalisation de la préparation : technique des lignes de GRANDJEAN-CANO.....	45
III-1.b.	Montage expérimental et réglages.....	47
III-1.c.	Technique de mesure.....	50
III-1.c. 1)	Mesure de l'ellipticité η	50
III-1.c. 2)	Mesure de l'azimut θ	50
III-2.	Résultats expérimentaux.....	51
IV -	Conclusion.....	53
<u>CHAPITRE III</u>	: Etude <u>polarimétrique</u> de la vibration transmise au niveau d'un dioptré <u>cholestérique</u> → <u>isotrope</u>	55
I -	Introduction.....	57
II -	Préliminaires théoriques.....	57
II-1.	La vibration incidente et la favorisée ordinaire	59
II-2.	La vibration incidente et la favorisée extraordinaire.....	63
II-2.a.	Vibration réfléchie.....	65
II-2.b.	Vibration transmise.....	66
II-3.	Conclusions des préliminaires théoriques.....	67

III - Etude expérimentale.....	67
III-1. Schéma du montage.....	67
III-2. Principe de la mesure.....	70
III-3. Résultats.....	71
III-4. Conclusion.....	76
<u>CHAPITRE IV</u> : Etude expérimentale de la vibration réfléchie par un dioptre isotrope - cholestérique.....	79
I - Introduction.....	81
II - Etude expérimentale d'un dioptre cholestérique → isotrope éclairé par la vibration favorisée extra- ordinaire.....	81
II-1. Les conditions expérimentales.....	85
II-2. Les éléments du montage.....	88
II-3. Réglages et résultats.....	90
III - Vibrations réfléchies par un dioptre isotrope → cholesté- rique : Etude expérimentale pour un éclairage avec la vibration circulaire gauche.....	91
III-1. Etude avec une lame prismatique de ZnSe	93
III-2. Commentaires.....	93
III-3. Etude avec une lame prismatique de verre ordinaire	94
III-4. Etude avec une lame prismatique de verre d'indice $n_i = 2$	96
IV - Conclusions.....	98
<u>CONCLUSION GENERALE</u>	101
<u>ANNEXE</u> : Etude des champs transmis et réfléchis par une lame choles- térique finie, éclairée sous l'incidence normale, pour des vibrations de longueur d'onde appartenant à la bande de réflé- xion sélective.....	109
I - Etude globale d'une lame cholestérique.....	111
II - Vibrations transmise et réfléchie par une lame choles- térique épaisse dont les deux indices N_I et N_I' sont égaux.....	117
<u>REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u>	121

INTRODUCTION

Les cristaux liquides offrent un champ d'investigation très riche pour un laboratoire dont l'une des préoccupations est l'étude des propriétés optiques des milieux anisotropes et actifs. La particularité essentielle des cristaux liquides, est de présenter des phases intermédiaires [1] entre l'état solide et l'état liquide. Actuellement, on les nomme plus correctement "stases (ou états) mésomorphes" [2] ou encore mésophases. La plupart de ces phases sont optiquement biréfringentes.

Les cristaux liquides sont des substances organiques dont les molécules ont des formes particulières [3, 4, 5a, 5b] : calamitiques (en forme de batonnets), discotiques (en forme de disques ou d'objets plats) ou pyramidique (en forme de cône). Ces substances présentent un polymorphisme mésomorphe abondant.

A l'agitation thermique près, dans la phase nématique (N) les centres de masse des molécules sont répartis sans ordre dans l'espace, mais, les molécules s'ordonnent parallèlement entre elles. Dans les phases smectiques, les centres des molécules sont répartis dans des plans parallèles, soit au hasard, ou selon un arrangement ordonné. Pour un même plan, les directions d'allongement des molécules sont parallèles. Ces directions peuvent être perpendiculaires aux strates (S_A , S_B hexatique, cristal B, cristal E) ou inclinées sur les strates (S_C , S_I , S_F , cristal G, cristal K, cristal H).

Certaines mésophases adoptent une structure à torsion hélicoïdale : celle-ci est spontanée pour les mésophases à molécule chirale [6] mais elle peut aussi être induite par addition d'un soluté chiral dans une mésophase homogène [6, 7] ou par action mécanique quand le composé est introduit entre deux lames orientantes qui imposent deux orientations moléculaires différentes [8, 9] aux faces de la préparation. Les nématiques, à torsion induite et les cholestériques, à torsion spontanée réalisent des structures torsées dont l'axe hélicoïdal est perpendiculaire à la direction locale d'allongement des molécules. Les phases smectiques [10], à molécules inclinées sur les strates, peuvent aussi adopter une structure torsée : l'axe de l'hélice est alors perpendiculaire aux strates et fait donc un angle constant (angle de tilt) avec la direction locale des molécules.

Les mésophases torses sont douées de propriétés optiques qui sont étroitement liées à leur structure et dépendent essentiellement de la valeur et du signe du pas de torsion. Ce sont les travaux de C. MAUGUIN [11] et de HL. DE VRIES [12] sur des propriétés optiques des cholestériques et nématiques torsadés éclairés dans la direction de l'axe hélicoïdal, qui ont permis d'expliquer de façon satisfaisante les principales propriétés optiques de ces phases et leurs variations avec la torsion. On distingue tout d'abord deux domaines où les mésophases torses présentent un pouvoir rotatoire particulièrement élevé quand on le compare à celui des solides, des liquides ou des gaz. La théorie permet ensuite d'expliquer le phénomène spectaculaire de réflexion sélective qui se présente de la manière suivante : dans une bande spectrale étroite (100 à 400 Å) de longueurs d'onde proches du pas de la structure hélicoïdale, une mésophase cholestérique dextre (par exemple) réfléchit les vibrations incidentes circulaires droites sous forme de vibrations circulaires droites (il y a anomalie du sens de la vibration par rapport à une réflexion diélectrique habituelle) ; dans le milieu existe une oscillation stationnaire rectiligne évanescence [13]. L'orientation de cette vibration évanescence forme avec la direction des molécules un angle ϕ qui varie de $-\frac{\pi}{2}$ à 0 quand la longueur d'onde incidente parcourt toute la bande de réflexion sélective.

D.W. BERREMAN [14] et O. PARODI [15] ont montré que les études de MAUGUIN et de DE VRIES sont applicables à tous les milieux biréfringents à torsion. Pour l'incidence oblique sur les mésophases torses, DREHER, MEIER et SAUPE [16, 17] proposent une approche plus générale et expliquent l'existence d'ordres supérieurs de réflexion sélective.

Toutes les études théoriques précédentes concernent des milieux d'extension infinie. Plusieurs auteurs [18, 19] ont étudié des lames finies de mésophases torses. Les méthodes développées sont numériques et concernent essentiellement le calcul des intensités transmise et réfléchi par les lames dans la bande de réflexion sélective. Mais aucune confrontation des prévisions théoriques avec une étude expérimentale n'a été effectuée.

Des développements théoriques effectués au laboratoire, regroupés dans la thèse de A. BARROUG [20, 21, 22] ont alors montré qu'un dioptre isotrope - cholestérique éclairé sous l'incidence normale, présente des propriétés particulières dans la bande de réflexion sélective. Ces propriétés résultent de la compétition entre la réflexion de type diélectrique au niveau du dioptre et la réflexion sélective "anormale" répartie dans le cholestérique. Une première série de vérifications expérimentales de ces prévisions a été réalisée par A. BARROUG [22] : les résultats peu concluants, sont essentiellement qualitatifs. Nous avons repris la vérification expérimentale des propriétés prévues en apportant des amendements théoriques et expérimentaux nécessaires.

Nous présentons notre travail de la manière suivante :

Le premier chapitre est un rappel théorique sur les états de polarisation des vibrations favorisées - qui peuvent se propager sans se déformer en suivant la rotation de la structure - dans un milieu biréfringent hélicoïdal d'extension infinie et sur les indices de réfraction qui leur sont associés.

A l'aide des vibrations favorisées, on peut alors montrer que les vibrations réfléchies et transmises au niveau d'un milieu semi-infini (dioptre : isotrope - cholestérique) sont susceptibles de nous renseigner sur l'orientation du champ évanescent par rapport aux molécules du cholestérique (N^*) dans la bande de réflexion sélective.

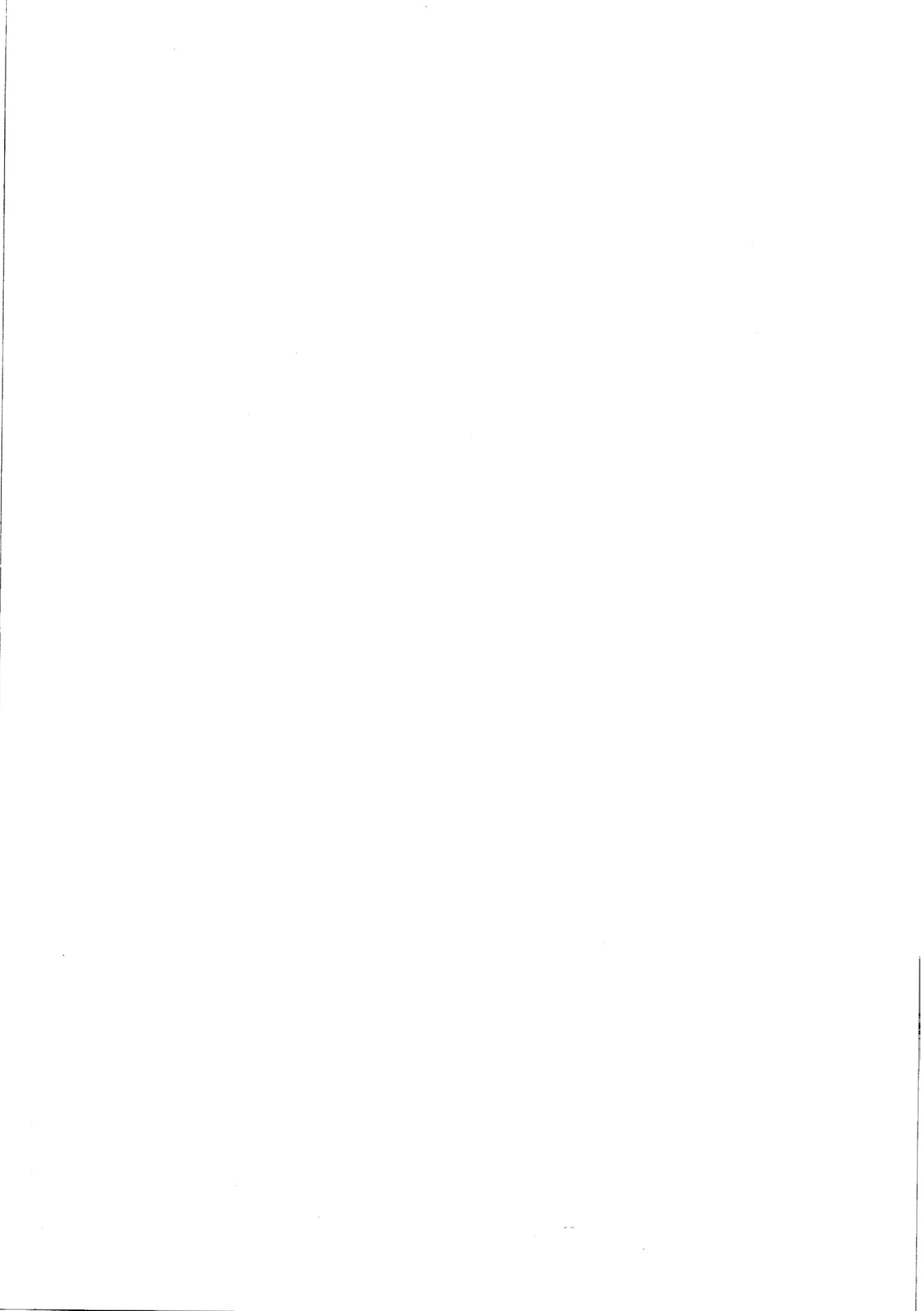
Il est nécessaire pour cela de choisir judicieusement l'indice de réfraction du milieu d'incidence et l'état de polarisation de la vibration incidente.

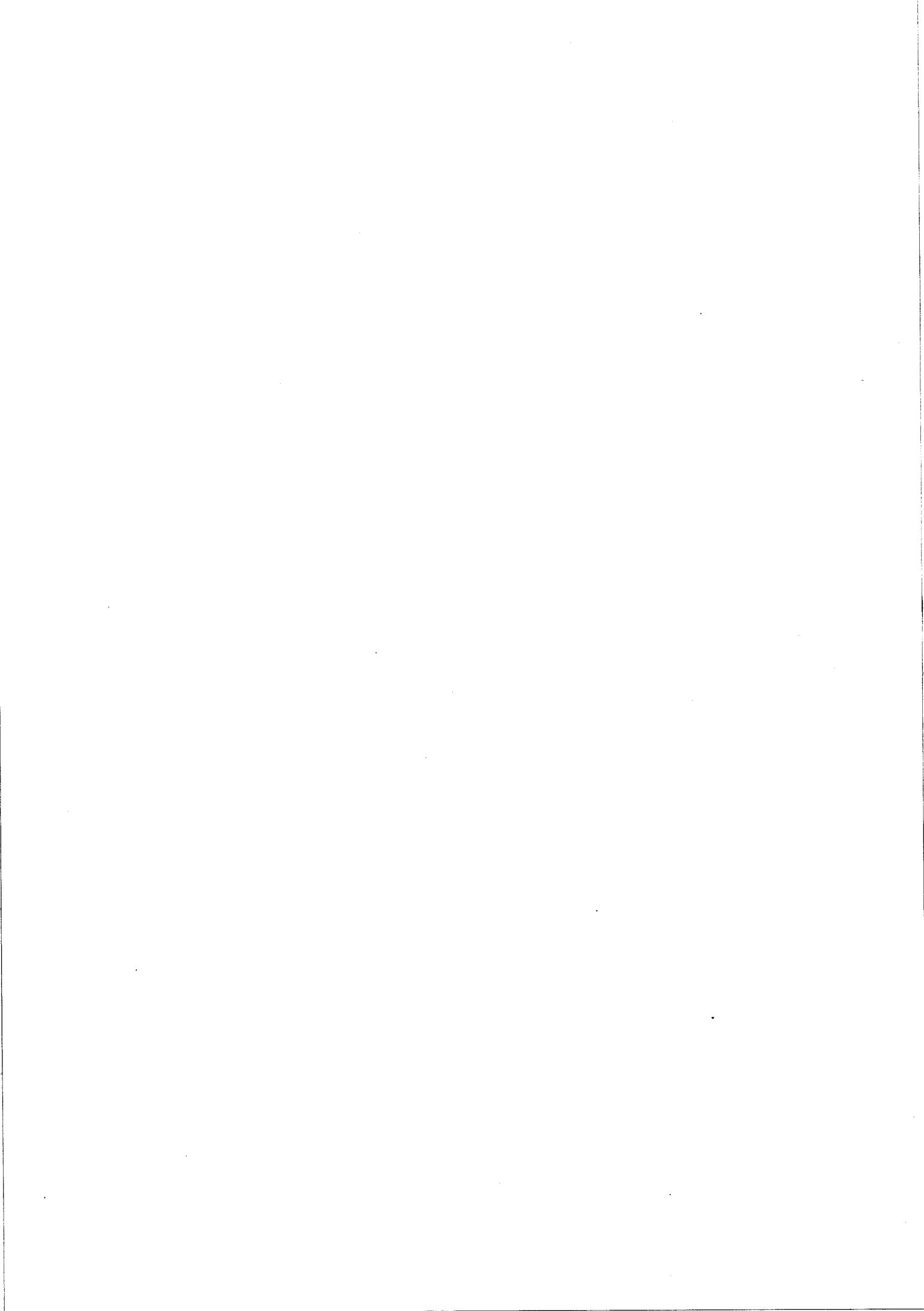
Des études expérimentales en transmission dans le domaine de la bande de réflexion sélective, où il apparaît que le rôle des dioptres se manifeste avec le plus d'acuité, ont été tentées par A. BARROUG, mais ses résultats ont été peu satisfaisants. Une reprise de cette étude expérimentale en transmission, s'appuyant sur d'autres méthodes d'orientation et une amélioration sensible du montage du microscope, fait l'objet du deuxième chapitre.

Une nouvelle approche de l'onde transmise, s'appuyant sur une étude théorique remaniée, et est basée sur des mesures polarimétriques est décrite au troisième chapitre.

Le quatrième chapitre enfin, décrit les diverses études expérimentales de l'onde réfléchie par un dioptre isotrope - cholestérique dans la bande de réflexion sélective.

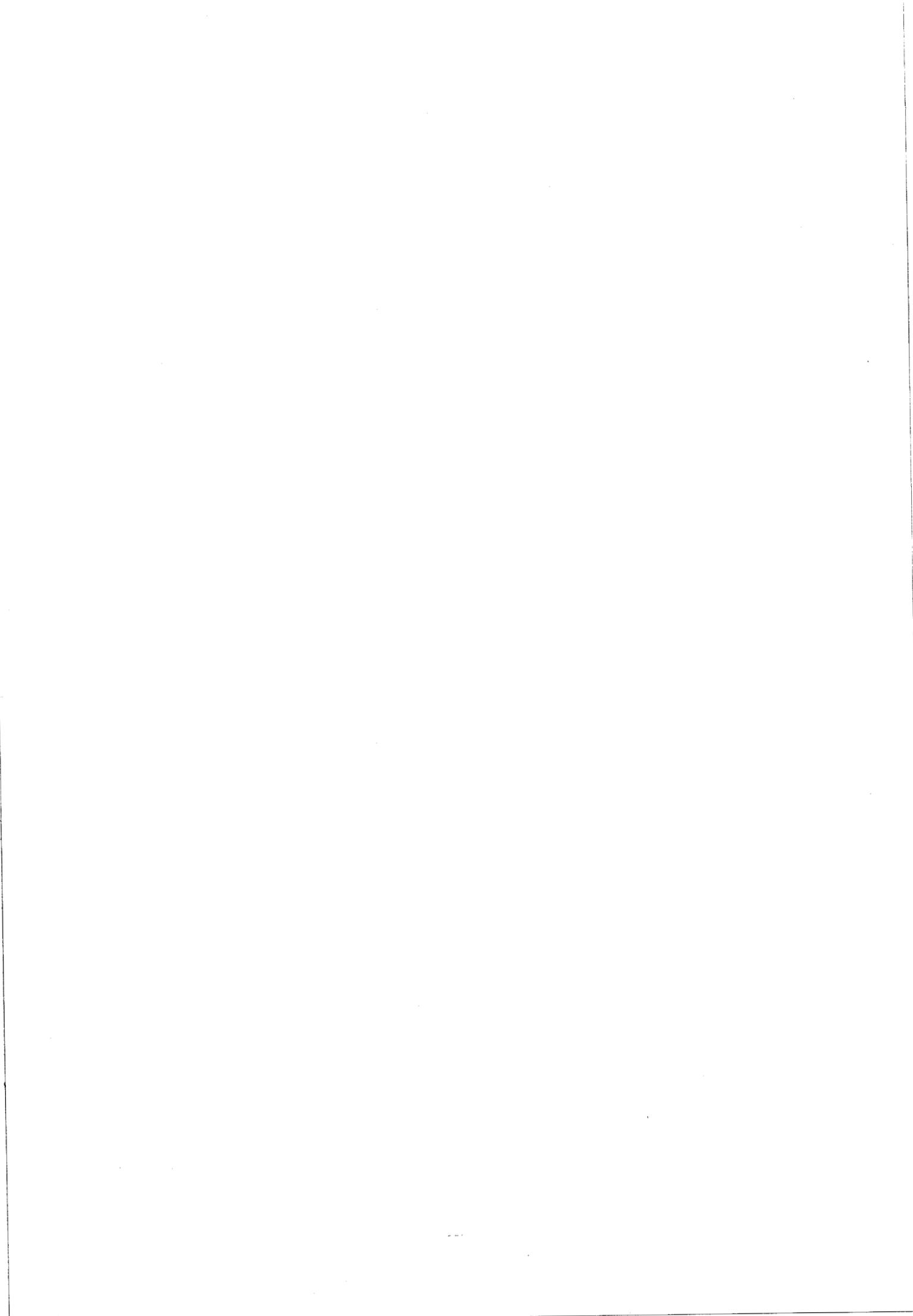
Les études théoriques exposées au Chapitre I et III, nous ont permis d'aborder l'étude complète d'une lame finie de cholestérique comprise entre deux milieux isotropes d'indices différents. Les états de polarisation des vibrations transmise et réfléchie, peuvent être calculés quelque soit l'état de polarisation de la vibration incidente, de longueur d'onde appartenant à la bande de réflexion sélective. Ce calcul est proposé en Annexe.





CHAPITRE I

*Vibrations réfléchié et transmise au niveau du dioptre
séparant un milieu isotrope inactif et un cholestérique
(pour des longueurs d'onde appartenant à la bande de
réflexion sélective) : bases théoriques*



I - INTRODUCTION

L'étude théorique de la réflexion et de la transmission de la lumière à un dioptre séparant un milieu d'immersion isotrope, inactif et un cristal liquide cholestérique a été traitée par différents auteurs [23, 24, 25] pour l'incidence normale comme pour l'incidence oblique. Le travail le plus complet concernant la bande de réflexion sélective (B.R.S.) a été effectué par M. TUR [23] : pour un cholestérique d'axe de torsion perpendiculaire au dioptre, il a étudié les spectres de réflexion et de transmission en fonction de la longueur d'onde du faisceau incident.

Contrairement à l'auteur précédent qui s'est plutôt intéressé aux coefficients de réflexion et transmission, dans notre travail, nous nous intéressons surtout aux états de polarisation des vibrations réfléchiées et transmises par le dioptre éclairé sous incidence normale. Ces états de polarisation sont fonctions d'une part, de l'état de polarisation du faisceau incident et d'autre part, de la position de la longueur d'onde incidente dans la B.R.S.

II - VIBRATIONS FAVORISEES

II-1. DÉFINITIONS

La structure hélicoïdale des cholestériques est représentée par la figure 1 : l'axe de torsion est dirigé selon \vec{OZ} , dans tout l'espace, les molécules sont en moyenne orthogonales à cet axe. Dans un même plan perpendiculaire à \vec{OZ} les molécules sont toutes, à l'agitation thermique près, parallèles entre elles, mais leur orientation moyenne change d'un plan à un autre : elle tourne d'un angle proportionnel à la distance séparant les deux plans (figure 1.a). L'orientation de l'axe optique qui coïncide avec la direction moyenne des molécules, décrit donc une hélice (figure 1.b).

La structure hélicoïdale est caractérisée par la valeur du pas p de l'hélice, qui est une fonction de la température, de la pression et de la composition dans le cas d'un mélange cholestérique obtenu par mélange.

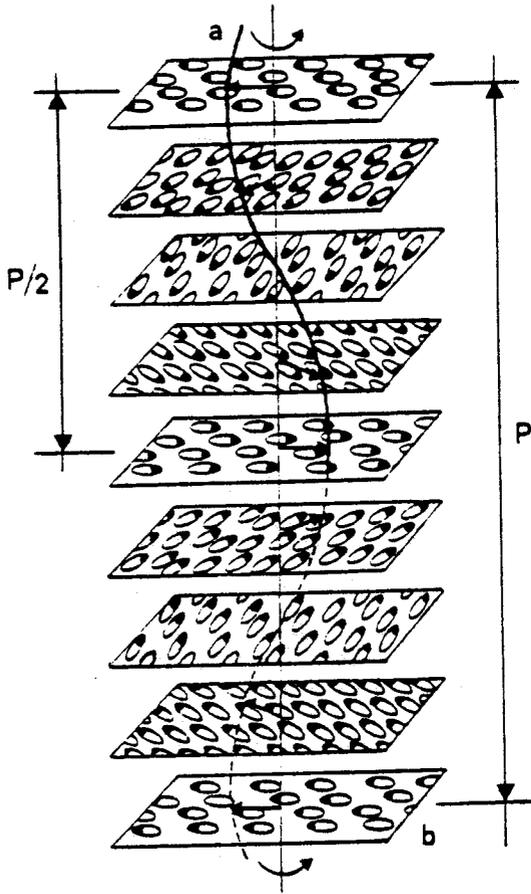


Figure 1 : Structure hélicoïdale des cholestériques :

- a) Changement de l'orientation des molécules dans des plans perpendiculaires à l'axe de torsion,
- b) allure de l'hélice décrite par l'axe optique.

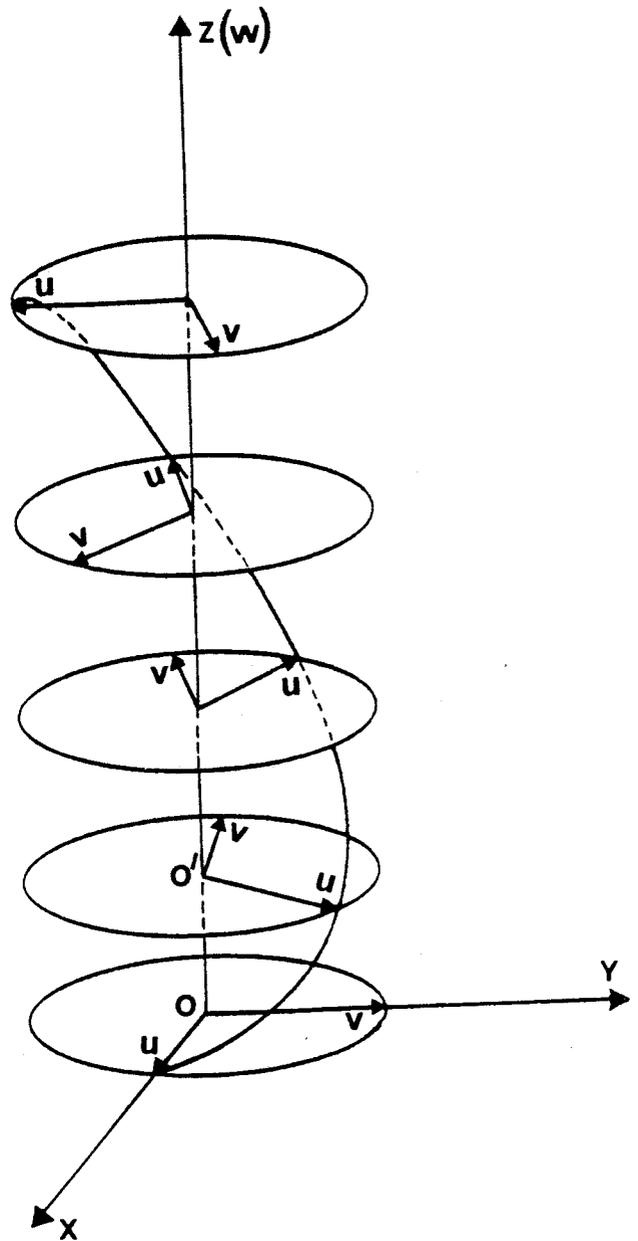


Figure 2 : Systèmes d'axes utilisés

Le pas p correspond à une rotation de 2π des molécules. Le signe de p , positif si l'hélice est droite (cholestérique dextre) est négatif si elle est gauche (cholestérique sénestre), caractérise le sens de l'enroulement.

Les calculs donnés dans tout le mémoire, sont adaptés aux cholestériques dextres ($p > 0$), tout comme aux cholestériques sénestres ($p < 0$). Nous ne donnerons cependant l'interprétation des résultats que pour les cholestériques dextres.

Pour étudier la propagation de la lumière dans les cholestériques suivant l'axe hélicoïdal, nous utiliserons les deux systèmes d'axes représentés sur la figure 2 : un système d'axes fixes ($O X Y Z$), appelé repère du laboratoire et un repère mobile d'axes tournants (lié au cholestérique) ($O' U V W$) dont l'axe $O'W$ coïncide avec OZ . Choisissons le repère du laboratoire : à la surface du cholestérique, l'axe OX coïncide avec la direction des molécules. Dans un plan de cote Z (OO'), la direction de l'axe optique $O'U$ fait avec OX un angle égal à

$$\phi = \frac{2\pi}{p} Z$$

MAUGUIN [11], OSEEN [26] puis HL. de VRIES [12] et J. BILLARD [13] ont montré que les propriétés optiques des cholestériques éclairés dans la direction de l'axe de torsion s'étudient à l'aide de vibrations "favorisées" définies au nombre de quatre, deux dans chaque sens de propagation.

Une vibration favorisée est une vibration qui conserve le même état de polarisation dans le repère mobile lié aux molécules : elle se propage sans déformation dans la direction de l'axe de torsion en tournant avec le repère. Un calcul basé sur les équations de Maxwell en tenant compte des propriétés diélectriques d'un milieu biréfringent torsadé, permet d'obtenir les expressions des champs électriques des deux vibrations favorisées qui se propagent dans le sens de la lumière incidente ($z > 0$) :

Soient

$$\begin{bmatrix} E' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E'_U \\ E'_V \end{bmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n' Z) \quad (1)$$

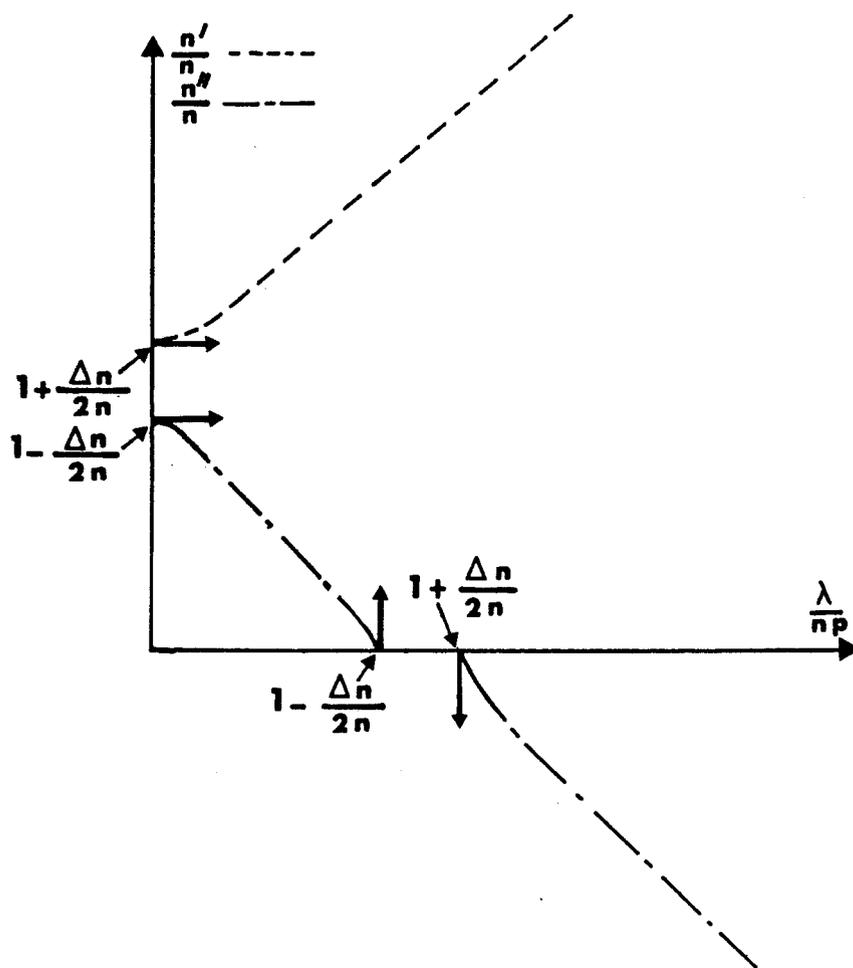


Figure 3 : variations en fonction de $\frac{\lambda}{n_p}$ des indices de réfraction d'un milieu biréfringent hélicoïdal torse [13] .

et

$$\begin{bmatrix} E'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E''_u \\ E''_v \end{bmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n''Z) \quad (2)$$

où n' et n'' sont les indices de propagation de \vec{E}' et \vec{E}'' dans le repère mobile.

Les vecteurs champs électriques $\vec{E}'(u,v)$ et $\vec{E}''(u,v)$ sont des vecteurs constants définis à un terme multiplicatif près.

Les rapports des composantes des champs électriques sont donnés par les expressions suivantes :

$$\frac{E'_v}{E'_u} = -j \frac{n'^2 - (n + \frac{\Delta n}{2})^2 + (\frac{\lambda}{p})^2}{2 n' \frac{\lambda}{p}} = +j \frac{2 n' \frac{\lambda}{p}}{n'^2 - (n - \frac{\Delta n}{2})^2 + (\frac{\lambda}{p})^2} \quad (3)$$

$$\frac{E''_u}{E''_v} = +j \frac{n''^2 - (n - \frac{\Delta n}{2})^2 + (\frac{\lambda}{p})^2}{2 n'' \frac{\lambda}{p}} = j \frac{2 n'' \frac{\lambda}{p}}{n''^2 - (n + \frac{\Delta n}{2})^2 + (\frac{\lambda}{p})^2}$$

Les indices n' et n'' [11] rendant compte de la propagation de ces vibrations favorisées sont tels que :

$$\begin{bmatrix} n' \\ n'' \end{bmatrix} = n \left\{ 1 + \left(\frac{\Delta n}{2n}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{np}\right)^2 \pm 2 \sqrt{\left(\frac{\Delta n}{2n}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{np}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{\Delta n}{2n}\right)^2\right]} \right\}^{1/2} \quad (4)$$

où Δn est la biréfringence du milieu supposé sans torsion, c'est-à-dire la différence entre les indices locaux extraordinaires (n_e) et ordinaires (n_o), n est l'indice moyen ($\frac{n_e + n_o}{2}$). Les valeurs des indices n' et n'' dépendent du pas de torsion du milieu hélicoïdal et de la longueur d'onde (figure 3).

Aux champs électriques \vec{E}' et \vec{E}'' des vibrations favorisées dans le sens de la lumière incidente, sont associés les champs magnétiques :

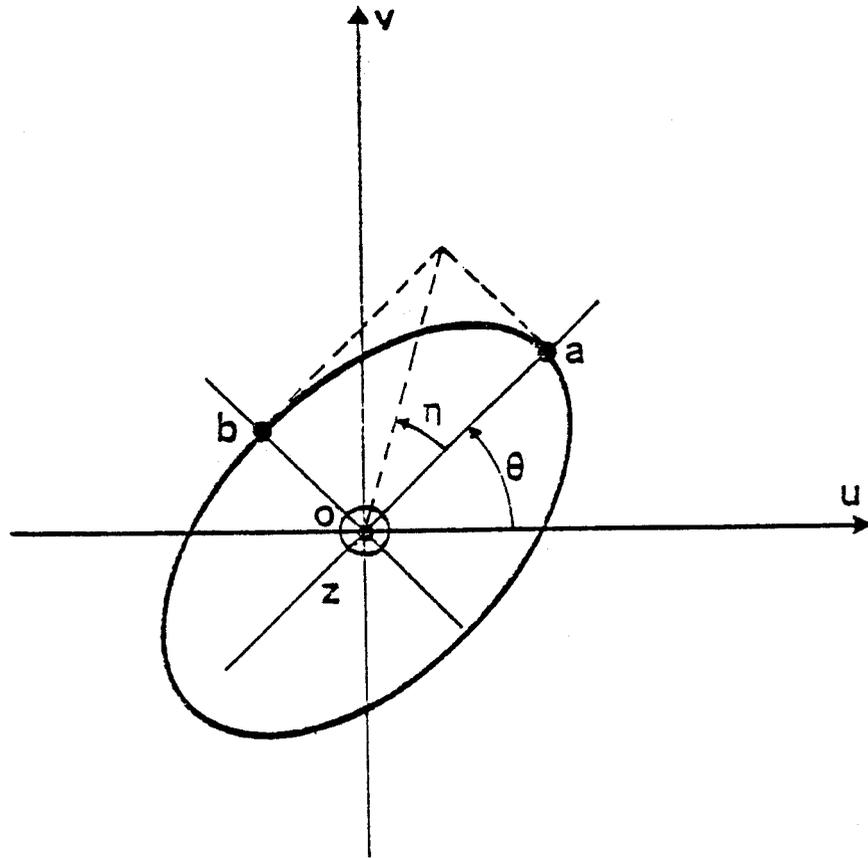


Figure 4 : Paramètres caractéristiques d'une vibration elliptique.

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} H'_u \\ H'_v \end{bmatrix} &= -j \frac{n}{\mu c} \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{np} & -j \frac{n'}{n} \\ j \frac{n'}{n} & \frac{\lambda}{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E'_u \\ E'_v \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} H''_u \\ H''_v \end{bmatrix} &= -j \frac{n}{\mu c} \begin{bmatrix} \frac{\lambda}{np} & -j \frac{n''}{n} \\ j \frac{n''}{n} & \frac{\lambda}{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E''_u \\ E''_v \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} (5)$$

Sont aussi solutions des équations de Maxwell, les solutions déduites des précédentes par changement de signe de n' et n'' ; ce sont des vibrations qui se propagent dans le sens opposé de celui envisagé ci-dessus [27] .

L'état de polarisation d'une onde peut être caractérisé par un nombre complexe [27, 28] . Si E_u et E_v sont les composantes complexes d'une vibration elliptique (figure 4), le scalaire complexe $F = \frac{E_v}{E_u}$ permet de calculer l'ellipticité η et l'inclinaison θ du grand axe de la vibration sur les axes de référence ; les angles η et θ sont déterminés par les expressions suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{1}{2} \text{Arc sin } 2j \frac{P_i F}{1 + FF^*} \\ \theta &= \frac{1}{2} \text{Arc tg } \frac{2 P_r F}{1 - FF^*} \end{aligned} \right\} (6)$$

où P_r et P_i représentent les parties réelles et parties imaginaires de F , F^* est le complexe conjugué de F .

II-2. ÉTATS DE POLARISATION DES VIBRATIONS FAVORISÉES
(HORS DE LA BANDE DE RÉFLEXION SÉLECTIVE)

Hors de la bande de réflexion sélective, n' et n'' sont réels, donc les rapports $\frac{E'_V}{E'_U}$ et $\frac{E''_U}{E''_V}$ (3) sont imaginaires purs. Les vibrations favorisées sont des vibrations elliptiques rapportées aux axes $0'u \rightarrow$ et $0'v \rightarrow$ (le grand axe de E' coïncide avec $0'u \rightarrow$ et celui de E'' avec $0'v \rightarrow$). Leurs angles d'ellipticité η' et η'' mesurés respectivement par rapport aux axes $0'u \rightarrow$ et $0'v \rightarrow$ sont tels que :

$$\text{tg } \eta' = j \frac{E'_V}{E'_U} \quad (7)$$

$$\text{tg } \eta'' = -j \frac{E''_U}{E''_V} \quad (8)$$

Ces deux angles d'ellipticités diffèrent, les vibrations favorisées ne sont pas orthogonales [13] au sens du produit hermitique. La variation des deux angles d'ellipticité en fonction de la torsion réduite $\frac{\lambda}{np}$ est décrite schématiquement dans la figure 5 :

- Pour les valeurs de $\frac{\lambda}{np}$ très supérieures à l'unité, les deux vibrations favorisées sont quasi-circulaires droite et gauche, elles ne diffèrent que par le sens de parcours, le milieu présente de la biréfringence circulaire (pouvoir rotatoire de DE VRIES).

- Quand $\frac{\lambda}{np}$ approche de l'unité, la vibration favorisée extraordinaire reste circulaire alors que la vibration favorisée ordinaire se déforme rapidement pour devenir rectiligne à l'intérieur de la bande de réflexion sélective :

$$\left[1 - \frac{\Delta n}{2n} < \frac{\lambda}{np} < 1 + \frac{\Delta n}{2n} \right]$$

- dans le domaine des pas intermédiaires $\left[\frac{\Delta n}{2n} \ll \frac{\lambda}{np} < 1 \right]$, les deux vibrations favorisées redeviennent de nouveau circulaires ; le milieu présente de la biréfringence circulaire (pouvoir rotatoire de DE VRIES).

- quand $\frac{\lambda}{np}$ approche de $\frac{\Delta n}{2n}$, les deux vibrations favorisées deviennent élliptiques, le milieu présente de la biréfringence élliptique.

- pour les valeurs très faibles de $\frac{\lambda}{np}$ $\left[\frac{\lambda}{np} \ll \frac{\Delta n}{2n} \right]$, les vibrations favorisées sont quasi-rectilignes et le milieu présente de la biréfringence rectiligne additionnée d'une rotation égale à la torsion de la structure (zone de MAUGUIN).

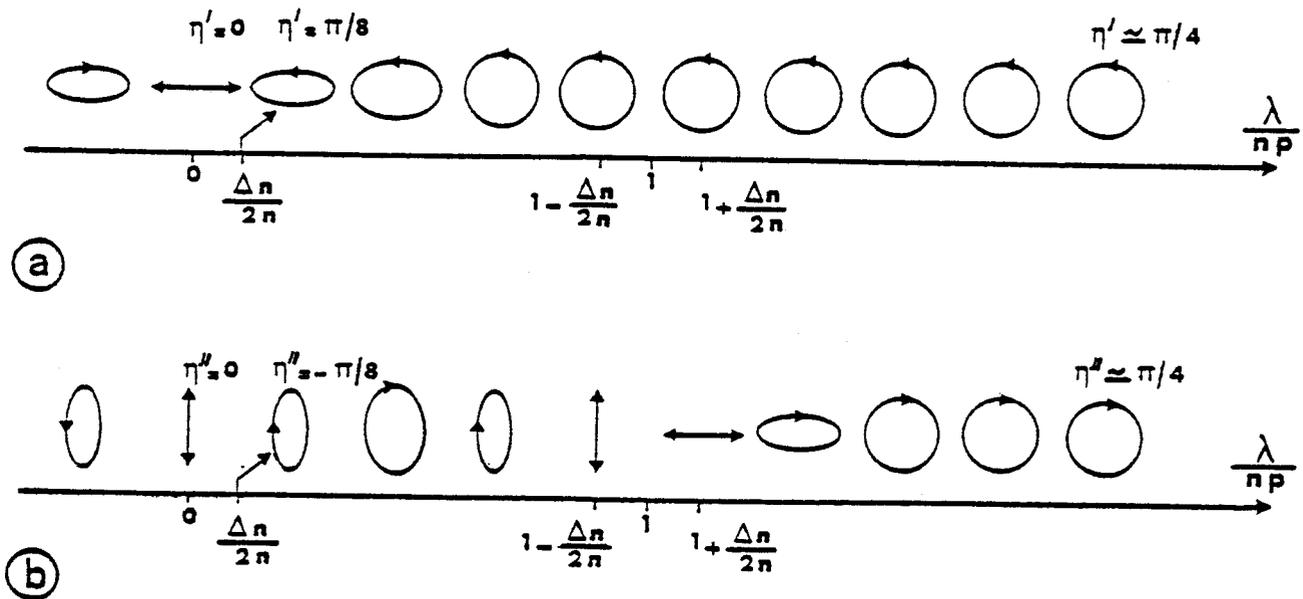


Figure 5 : Allure des variations des états de polarisation des vibrations favorisées d'un milieu biréfringent hélicoïdal torse.

a) Vibration favorisée lente (extraordinaire)

b) Vibration favorisée rapide (ordinaire)

L'intervalle $1 - \frac{\Delta n}{np} < \frac{\lambda}{np} < 1 + \frac{\Delta n}{2n}$ correspond à la bande de réflexion sélective.

II-3. LIAISON ENTRE LA VIBRATION ÉVANESCENTE ET L'ORIENTATION MOLÉCULAIRE DANS LA BANDE DE RÉFLEXION SÉLECTIVE (B.R.S).

Dans la bande de réflexion sélective, l'indice n'' (4) est imaginaire pur, le rapport des composantes de la vibration favorisée ordinaire $\frac{E''_U}{E''_V}$ est réel [11] : la vibration ordinaire est une vibration rectiligne évanescente d'azimut fixe par rapport aux lignes neutres locales $0 \rightarrow u$ et $0 \rightarrow v$.

L'angle ϕ que fait la direction de la vibration rectiligne avec l'axe optique $0 \rightarrow u$ est [22] :

$$\phi = \text{Arc cotg} \frac{E''_U}{E''_V} = \text{Arc cotg} j \frac{n'' - \left(n - \frac{\Delta n}{2}\right)^2 + \left(\frac{\lambda}{p}\right)^2}{2 n'' \frac{\lambda}{p}} \quad (9)$$

* Pour $\frac{\lambda}{np} = 1 - \frac{\Delta n}{2n}$, l'indice n'' imaginaire pur est nul, le rapport $\frac{E''_U}{E''_V}$ est nul et l'angle ϕ est égal à $-\frac{\pi}{2}$; la vibration favorisée rectiligne est donc dirigée selon la ligne neutre ordinaire (n_o) du milieu biréfringent pour la longueur d'onde minimale $\lambda_o = n_o p$ de la bande de réflexion sélective.

* Quand $\frac{\lambda}{np} = 1 + \frac{\Delta n}{2n}$, l'indice n'' est nul. Le rapport $\frac{E''_U}{E''_V}$ est infini et l'angle ϕ est égal à zéro. La vibration favorisée rectiligne est dirigée selon la ligne neutre extraordinaire (n_e) pour la longueur d'onde maximale $\lambda_e = n_e p$ de la bande.

L'étude complète de la variation du champ évanescent en fonction de la longueur d'onde a été effectuée par J. BILLARD [13] : la direction du champ électrique \vec{E}'' rectiligne évanescent fait avec la direction d'allongement des molécules du cholestérique un angle ϕ parfaitement défini par la position de la longueur d'onde incidente dans la bande de réflexion sélective (B.R.S). Cet azimut ϕ varie progressivement entre $-\frac{\pi}{2}$ et 0 pour les longueurs d'onde λ comprises entre $\lambda_o = n_o p$ et $\lambda_e = n_e p$. En particulier, au milieu de la B.R.S., ($\frac{\lambda}{np} = 1$), la vibration rectiligne fait un angle proche de $-\frac{\pi}{4}$ avec l'axe $0 \rightarrow u$ (qui coïncide avec la direction d'allongement des molécules).

Il est plus commode, d'étudier les phénomènes dans la B.R.S. en utilisant une autre variable que λ ou $\frac{\lambda}{np}$. Pour cela, on pose $\varepsilon = \frac{\Delta n}{2n}$ qui est une quantité petite devant 1 : en effet, pour la plupart des nématiques torsadés et des cholestériques, l'indice moyen n est supérieur à 1,5, tandis que la biréfringence Δn du milieu non tordu est inférieure à 0,3 : ε est inférieur à 0,1. Dans l'expression suivante :

$$\frac{\lambda}{np} = 1 + \delta \varepsilon \quad (10)$$

quand δ varie de -1 à $+1$, $\frac{\lambda}{np}$ varie de $1 - \frac{\Delta n}{2n}$ à $1 + \frac{\Delta n}{2n}$: la longueur d'onde incidente λ parcourt toute la B.R.S. $[n_o p, n_e p]$.

A. BARROUG [22] a effectué les développements limités au premier ordre en $\frac{\Delta n}{2n}$, pour calculer l'indice n'' et l'angle ϕ de façon approchée :

$$|n''| = n (1 - \delta^2)^{1/2} \times \varepsilon$$

ou encore
$$\frac{|n''|^2}{n^2 \varepsilon^2} + \delta^2 = 1 \quad (11)$$

et

$$\cotg \phi = - (1 - \varepsilon) \sqrt{\frac{1+\delta}{1-\delta}} \quad (12)$$

Dans un repère orthonormé $(0, \vec{|n''|}, \vec{\delta})$, l'équation (11) est celle d'une demi-ellipse d'axes $|n''|_0 = n \varepsilon = \frac{\Delta n}{2}$ et $(\delta)_0 = 1$ (figure 6).

L'expression approchée de (12) montre clairement que l'angle ϕ dépend de δ et varie de $-\frac{\pi}{2}$ à 0 quand δ varie de -1 à $+1$, c'est-à-dire quand la longueur d'onde varie d'une extrémité à l'autre de la bande de réflexion sélective (figure 7).

Des expressions approchées [22] des champs électriques et magnétiques de la vibration favorisée ordinaire et extraordinaire peuvent être calculées en effectuant un développement limité au premier ordre en $\varepsilon = \frac{\Delta n}{2n}$

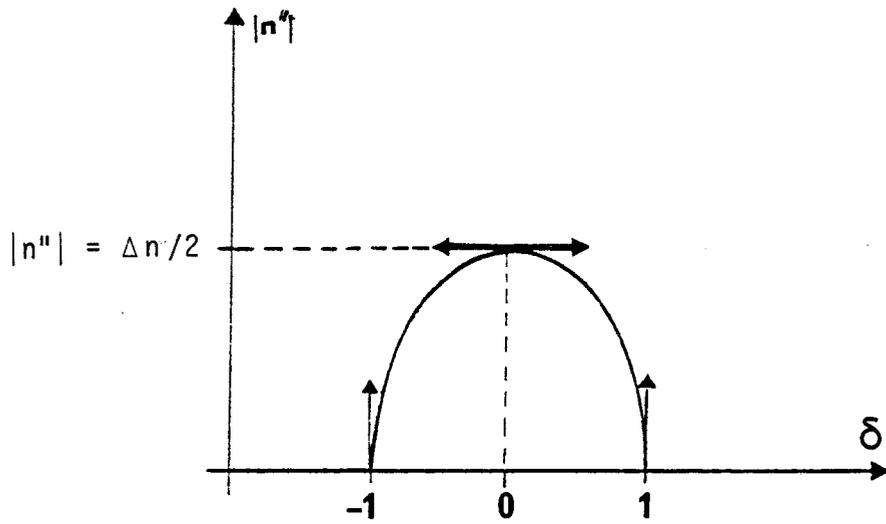


Figure 6 : Variation de l'indice imaginaire pur n'' en fonction de la position δ dans la bande de réflexion sélective.

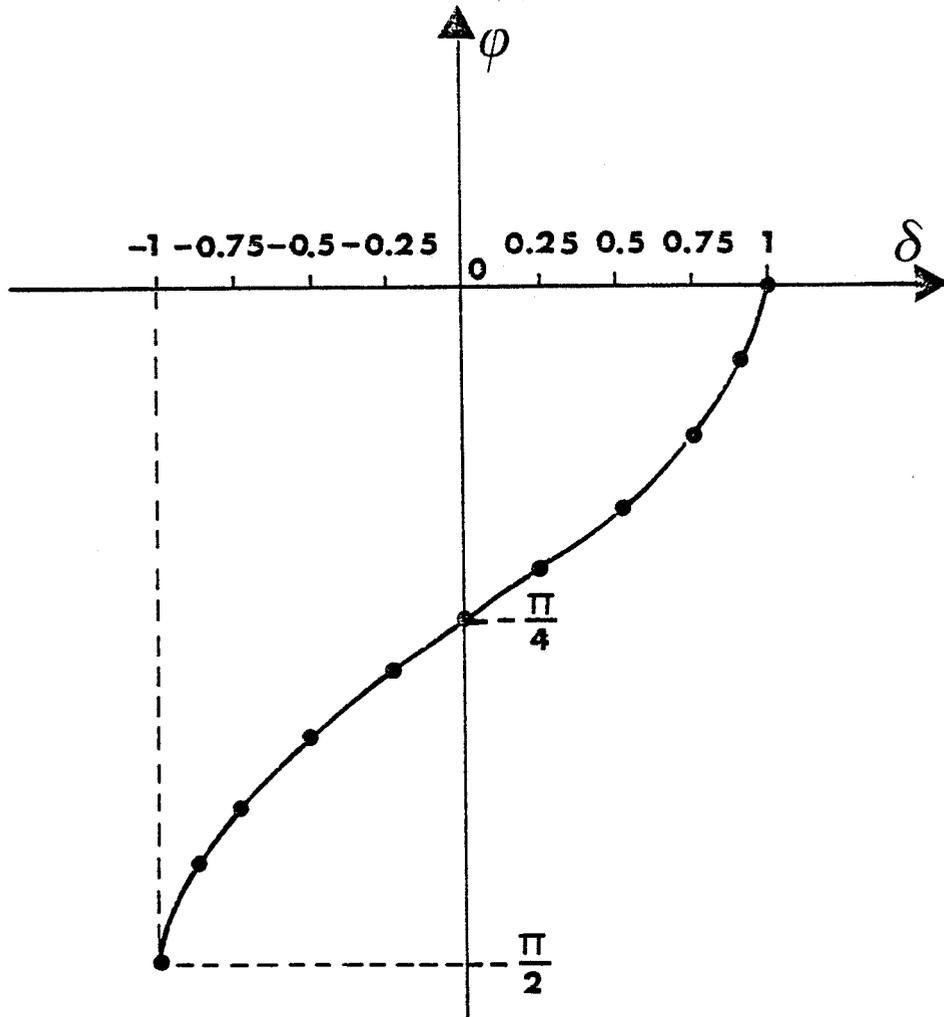


Figure 7 : Variation de l'azimut ϕ de l'oscillation rectiligne évanescente par rapport au directeur \vec{n} du cholestérique dans la bande de réflexion sélective.

D'une extrémité à l'autre de la bande, δ (cf. texte) varie de -1 à $+1$.

Les champs électriques sont tels que :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ -j(1 - \frac{\epsilon}{2}) \end{bmatrix} \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} n' Z) \exp j \omega t \\ \begin{bmatrix} E'' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cotg \phi \\ 1 \end{bmatrix} \exp(-\frac{2\pi}{\lambda} |n''| Z) \exp j \omega t \end{aligned} \quad (13)$$

où $|n''|$ et $\cotg \phi$ ont les valeurs définies par les relations (11) et (12)

Les expressions approchées des champs magnétiques associés sont données par les relations :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} H' \end{bmatrix} &= \frac{n}{\mu c} \begin{bmatrix} j(1-\epsilon) \\ 1 + \frac{\epsilon}{2} \end{bmatrix} \exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} n' Z) \exp j \omega t \\ \begin{bmatrix} H'' \end{bmatrix} &= (-j) \frac{n}{\mu c} (1-\epsilon) \begin{bmatrix} \frac{1+\epsilon}{1-\epsilon} \cotg \phi \\ 1 \end{bmatrix} \exp(-\frac{2\pi}{\lambda} |n''| Z) \exp j \omega t \end{aligned} \quad (14)$$

Le vecteur de Poynting de la vibration extraordinaire est réel, mais le vecteur de Poynting de la vibration ordinaire est imaginaire pur : la vibration ordinaire ne transporte pas d'énergie.

II-4. MÉCANISME DE LA RÉFLEXION SÉLECTIVE

Les résultats du paragraphe précédent montrent (13) que l'amplitude de la vibration ordinaire est proportionnelle à $\exp(-j \frac{2\pi}{\lambda} n'' Z)$. Etant donné que n'' est imaginaire pur dans la bande de réflexion sélective, l'amplitude $\exp(-\frac{2\pi}{\lambda} |n''| Z)$ de la vibration ordinaire décroît au fur et à mesure qu'elle pénètre dans la préparation cholestérique. Cette amplitude est atténuée de plus de 95 % pour les épaisseurs supérieures à $3L$ où :

$$L = \frac{\lambda}{2\pi |n''|} \quad \text{ou encore} \quad L = \frac{np}{2\pi |n''|} \quad (15)$$

L est une distance caractérisant l'extinction.

Au milieu de la bande $\delta = 0$, $|n''|$ est maximal et égal à $\frac{\Delta n}{2}$ (11), donc la longueur L est minimale et égale à $\frac{\lambda}{\pi \Delta n}$

Aux extrêmités de la bande $|\delta|$ tend vers 1, $|n''|$ tend vers zéro, la longueur L croît et tend vers l'infini. Dans ce dernier cas, de grandes épaisseurs cholestériques sont nécessaires pour réaliser l'extinction de la vibration évanescence et la réflexion sélective totale ; pour des épaisseurs insuffisantes, la vibration traverse le cholestérique par effet tunnel et la réflexion n'est pas totale. Au centre de la bande ($\delta = 0$), la réflexion sélective est pratiquement totale avec une préparation cholestérique d'épaisseur $e > \frac{3\lambda}{\pi \Delta n} \simeq \frac{\lambda}{\Delta n}$. La même préparation ne présentera qu'une réflexion sélective partielle aux extrêmités de la bande.

Des études théoriques effectuées par G. JOLY [29] montrent que la vibration E'' à l'intérieur de la bande de réflexion sélective est constituée de deux vibrations circulaires inverses se propageant dans des sens opposés. La somme de ces deux vibrations circulaires inverses, est une onde stationnaire rectiligne évanescence ; la différence de phase 2ϕ entre les deux circulaires donne l'orientation de la vibration rectiligne résultante. Cette résultante constitue la vibration favorisée ordinaire rectiligne calculée à l'aide des équations de Maxwell.

Dans la bande de réflexion sélective, les mésophases torsées d'épaisseur suffisante se comportent comme des réflecteurs parfaits pour une vibration circulaire donnée ; leur coefficient de réflexion égal à l'unité provient

d'une réflexion progressivement répartie dans le milieu. La vibration extraordinaire (E') n'est pas affectée par le phénomène de réflexion et est transmise.

III - DIOPTRE ISOTROPE \rightarrow CHOLESTÉRIQUE ECLAIRÉ DU CÔTÉ DU MILIEU ISOTROPE : EXPRESSION DES VIBRATIONS RÉFLÉCHIE ET TRANSMISE [22] POUR DES VIBRATIONS INCIDENTES DONT LA LONGUEUR D'ONDE APPARTIENT À LA BANDE DE RÉFLEXION SELECTIVE.

Soit un dioptré séparant un matériau isotrope inactif transparent d'indice de réfraction n_i et un cholestérique dextre d'indice de réfraction moyen n (figure 8). L'axe de torsion \vec{OZ} du cholestérique est supposé normal au dioptré ; le milieu supposé d'épaisseur semi-infinie est éclairé sous l'incidence normale par une onde monochromatique plane uniforme.

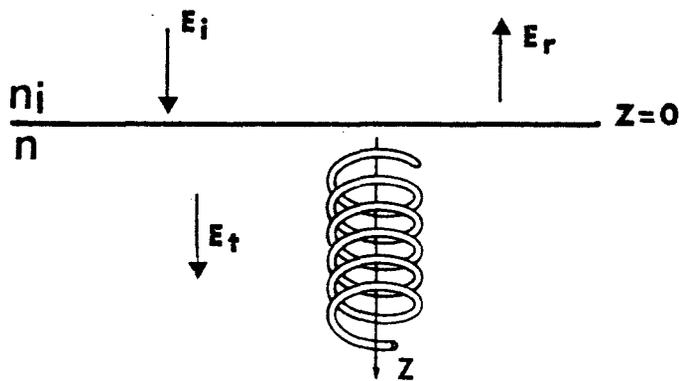


Figure 8 : Ondes incidente, transmise et réfléchie au niveau du dioptré isotrope (n_i) \rightarrow cholestérique (n).

Les vibrations incidente et réfléchie sont exprimées dans le repère du laboratoire ($O X Y Z$), tandis que les vibrations transmises sont exprimées dans le repère tournant ($O' U V W$). Au dioptré, c'est-à-dire pour $Z = 0$, les deux repères sont confondus.

III-1. LA VIBRATION INCIDENTE A UN ÉTAT DE POLARISATION QUELCONQUE.

Soient a et b les composantes complexes du champ électrique \vec{E}_i de la vibration incidente dans le repère du laboratoire. Les champs électrique et magnétique incidents sont donc :

$$\left. \begin{aligned} [E_i] &= \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n_i Z) \\ [H_i] &= \frac{n_i}{\mu_0 c} \begin{bmatrix} -b \\ a \end{bmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n_i Z) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide, le milieu d'immersion étant supposé non magnétique ; n_i est l'indice du milieu isotrope d'incidence.

Soient dans ce même repère \vec{E}_r et \vec{H}_r les champs électrique et magnétique de l'onde réfléchie :

$$\left. \begin{aligned} [E_r] &= \begin{bmatrix} E_{rx} \\ E_{ry} \end{bmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct + n_i Z) \\ [H_r] &= \frac{n_i}{\mu_0 c} \begin{bmatrix} E_{ry} \\ -E_{rx} \end{bmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct + n_i Z) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Les équations de continuité au dioptre, imposent les relations suivantes entre les composantes transversales des champs incident, réfléchi et transmis :

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_i + \vec{E}_r &= \vec{E}_t \\ \vec{H}_i + \vec{H}_r &= \vec{H}_t \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Ecrivons la vibration transmise par le dioptre sous forme d'une combinaison linéaire des deux vibrations favorisées du cholestérique définies dans la bande de réflexion sélective :

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_t &= t' \vec{E}' + t'' \vec{E}'' \\ \vec{H}_t &= t' \vec{H}' + t'' \vec{H}'' \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Les systèmes d'équations (18) et (19) permettent de calculer les coefficients de transmission t' et t'' en fonction des deux composantes de la vibration incidente [22] :

$$\left. \begin{aligned} t' &= j \frac{2(1-jN\Delta)}{(1+N)^2(\Delta+j)} a + \frac{2(j\Delta-N)}{(1+N)^2(\Delta+j)} b \\ t'' &= - \frac{2}{(1+N)(\Delta+j)} a + \frac{2j}{(j+\Delta)(1+N)} b \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Dans les expressions de t' et t'' figurent deux variables que nous utiliserons fréquemment par la suite :

$$N = \frac{n}{n_i} \quad \text{est le rapport entre l'indice moyen } n \text{ du cholestérique et l'indice } n_i \text{ du milieu isotrope,} \quad (20a)$$

$$\Delta = - \cotg \phi \simeq \sqrt{\frac{1+\delta}{1-\delta}} \quad \text{varie entre zéro et l'infini selon la position de la longueur d'onde incidente } \lambda \text{ dans la B.R.S.} \quad (20b)$$

Compte tenu des expressions (12), (13) des vibrations favorisées E' , E'' et en ne tenant compte que de leur développement limité à l'ordre zéro en $\epsilon = \frac{\Delta n}{2n}$, l'expression de la vibration transmise peut alors être mise sous la forme :

$$[E_t] = t' \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix} e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (ct-n'Z)} + t'' \begin{pmatrix} -\Delta \\ 1 \end{pmatrix} e^{j \frac{2\pi}{\lambda} (ct-n''Z)} \quad (21)$$

où les coefficients de transmission t' et t'' s'expriment (20) en fonction des composantes a et b de la vibration incidente.

D'après (21), on constate que la vibration transmise dans le cholestérique est la superposition des deux vibrations favorisées du cholestérique : la vibration extraordinaire (E') qui est circulaire, et la vibration ordinaire (E'') rectiligne évanescence qui disparaît quand l'épaisseur augmente ($e \gg \frac{\lambda}{\Delta n}$).

Avec des préparations cholestériques épaisses ($e > 50 \mu\text{m}$) la réflexion est totale si le coefficient t' (20) est nul, ceci est réalisé si le rapport des deux composantes de la vibration incidente est tel que :

$$\frac{b}{a} = \frac{N\Delta + j}{N - j\Delta} \quad (22)$$

Le champ électrique de la vibration incidente correspondant est alors :

$$\boxed{E_i} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{N\Delta + j}{N - j\Delta} \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n_i Z) \quad (23)$$

III-1.a Etat de polarisation de la vibration incidente E_i qui conduit à la réflexion totale.

Soit F_i le rapport des deux composantes de la vibration incidente définie par (23) :

$$F_i = \frac{N\Delta + j}{N - j\Delta} \quad (24)$$

où $\Delta = \sqrt{\frac{1 + \delta}{1 - \delta}}$; δ varie de -1 à $+1$ quand la longueur d'onde λ parcourt toute la bande de réflexion sélective.

L'équation (6) permet de calculer l'ellipticité η_i de E_i :

$$\eta_i = \frac{1}{2} \text{Arc sin} \left[- \frac{2N}{(1+N^2)} \right] \quad (25)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Soit } \text{tg } \eta_i = - N \quad \text{quand } N = \frac{n}{n_i} < 1 \\ \text{ou } \text{tg } \eta_i = - \frac{1}{N} \quad \text{quand } N = \frac{n}{n_i} > 1 \end{array} \right\} \quad (26)$$

L'angle d'ellipticité est négatif et la vibration incidente est une vibration elliptique droite. Pour toute la bande de réflexion sélective, cet angle est constant et ne dépend que de l'indice du milieu d'immersion (n_i) et de l'indice moyen du cholestérique (n).

L'azimut θ_i (6) de cette vibration incidente E_i est tel que :

$$\text{tg } 2 \theta_i = \frac{2\Delta}{1-\Delta^2} \quad (27)$$

d'où deux valeurs possibles de θ_i :

$$\left. \begin{array}{l} \text{tg } \theta_i = - \frac{1}{\Delta} = \text{tg } \phi \quad \text{si } N < 1 \\ \text{tg } \theta_i = \Delta = - \text{cotg } \phi \quad \text{si } N > 1 \end{array} \right\} \quad (28)$$

En résumé, si le milieu d'immersion a un indice supérieur (inférieur) à l'indice moyen du cholestérique, la réflexion totale a lieu quand la vibration incidente a un état de polarisation bien particulier, défini par son azimut θ_i qui varie avec la position de la longueur d'onde incidente dans la bande de réflexion sélective, tandis que son ellipticité η_i reste constante.

Quand l'indice du milieu isotrope est supérieur à l'indice moyen du cholestérique ($n_i > n$, $N < 1$), l'angle θ_i est identique à l'angle ϕ

que fait dans le cholestérique le champ évanescent \vec{E}'' avec la direction locale d'allongement des molécules. Le grand axe de la vibration incidente coïncide donc avec la direction du champ stationnaire au niveau du dioptre ($z = 0$). Lorsque n_i est inférieur à n ($n_i < n$, $N > 1$), c'est le petit axe de la vibration incidente qui coïncide avec la direction du champ rectiligne évanescent \vec{E}'' .

La détermination de la vibration stationnaire évanescente (et partant, de la direction d'allongement des molécules) paraît donc accessible expérimentalement : il suffit de chercher quelle vibration incidente permet d'obtenir une transmission nulle à travers le dioptre. Son azimut donne la direction cherchée : l'approche expérimentale développée par A. BARROUG [22] est basée sur le calcul ci-dessus.

III-1.b. Calcul de la vibration réfléchie au niveau du dioptre (isotrope \rightarrow cholestérique).

Compte tenu des expressions (16) et (17), l'expression du champ réfléchi en fonction des composantes a et b de la vibration incidente, peut être obtenue (dans le repère du laboratoire) à partir des relations (18) et (19) :

$$\begin{bmatrix} E_{rx} \\ E_{ry} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-N}{1+N} + \frac{2N}{(1+N)^2} e^{2j\phi} & - \frac{2jN}{(1+N)^2} e^{2j\phi} \\ - \frac{2jN}{(1+N)^2} e^{2j\phi} & \frac{1-N}{1+N} - \frac{2N}{(1+N)^2} e^{2j\phi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (29)$$

où $e^{2j\phi} = \frac{\Delta - j}{\Delta + j}$ c'est à dire $\phi = \text{Arg} (-\Delta + j)$
ou encore $\phi = \text{Arctg} \left(-\frac{1}{\Delta} \right)$

identique à la relation (9) de définition de ϕ :

$$\phi = \text{Arctg} \left(-\sqrt{\frac{1-\delta}{1+\delta}} \right) \quad (9)$$

En général, d'après (29), la vibration réfléchie est elliptique, ses propriétés caractéristiques dépendent d'une part du facteur de phase $e^{2j\phi}$ qui fait directement intervenir l'angle que fait le champ électrique de la vibration rectiligne évanescence avec la direction locale d'allongement des molécules cholestériques, d'autre part des composantes a et b de la vibration incidente.

III-1.c. Décomposition de la vibration réfléchie sur une base de vibrations circulaires gauche et droite.

Dans le repère du laboratoire E_i a pour expression :

$$\begin{bmatrix} E_i \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n_i Z)$$

Soient $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$ et $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ +j \end{pmatrix}$ deux vibrations incidentes circulaires gauche et droite qui se propagent dans le sens positif de $O\vec{Z}$. Ces deux vibrations constituent une base normée sur laquelle on peut décomposer la vibration incidente E_i :

$$E_i = \left\{ g_i \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix} + d_i \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix} \right\} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n_i Z) \quad (30)$$

(30) permet de calculer les amplitudes complexes g_i et d_i des vibrations circulaires gauche et droite composant la vibration incidente en fonction des composantes a et b de E_i .

Soient $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ +j \end{pmatrix}$ et $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$ les deux vibrations réfléchies circulaires gauche et droite. Remarquons que ces deux vibrations sont complexes conjuguées des deux vibrations incidentes précédentes (30), ceci est dû au changement du sens de propagation.

La vibration réfléchie E_r peut être écrite comme une combinaison linéaire des vibrations circulaires droite et gauche réfléchies d'amplitudes d_r et g_r :

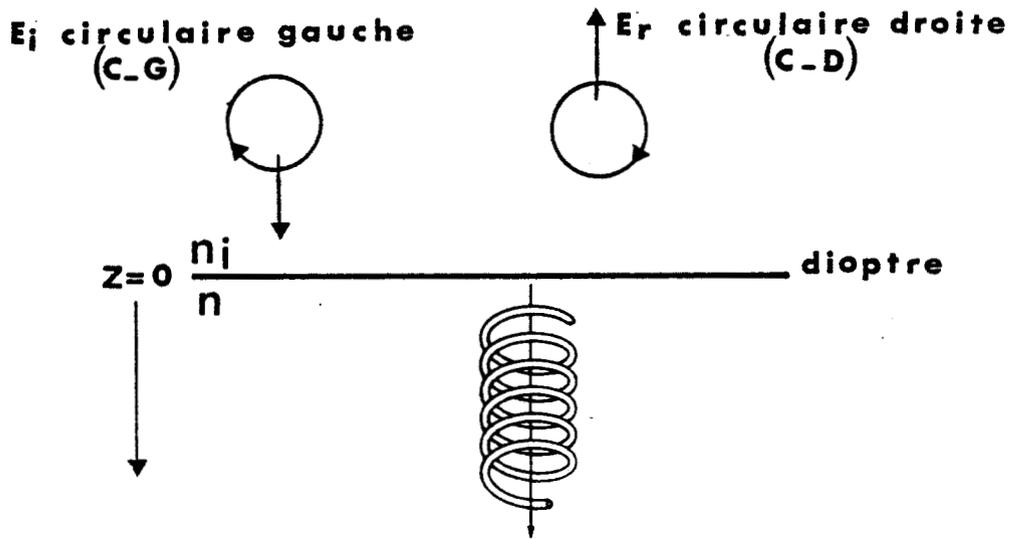


Figure 9 : Vibration réfléchié par un dioptre isotrope (n_i) \rightarrow cholestérique dextre (n) éclairé par une incidente circulaire gauche.

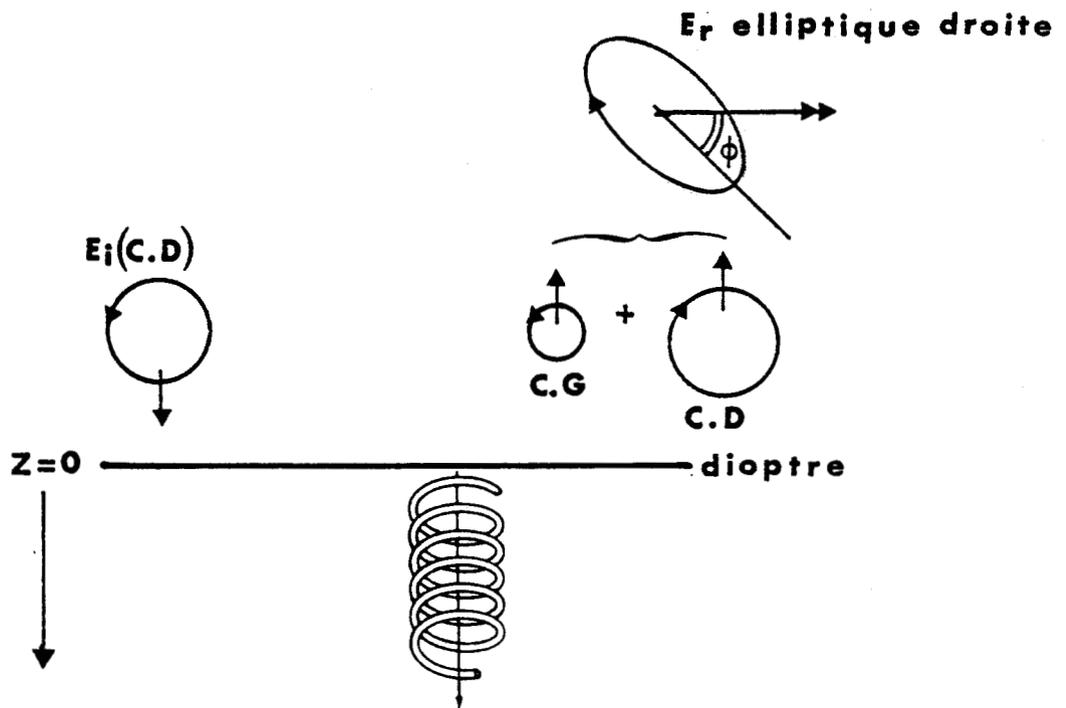


Figure 10 : Vibration réfléchié par un dioptre isotrope \rightarrow cholestérique dextre éclairé par une incidente circulaire droite.

$$\left[E_r \right] = \left\{ d_r \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix} + g_r \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ +j \end{pmatrix} \right\} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct + n_i Z) \quad (31)$$

Avec les expressions (30) et (31), l'équation (29) devient :

$$\begin{pmatrix} d_r \\ g_r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1-N}{1+N} & \frac{4N e^{2j\phi}}{(1+N)^2} \\ 0 & \frac{1-N}{1+N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g_i \\ d_i \end{pmatrix} \quad (32)$$

qui exprime les composantes circulaires droite et gauche de la vibration réfléchie en fonction des composantes circulaires gauche et droite de la vibration incidente. On peut distinguer deux modes d'éclairage d'un cholestérique droit :

- la vibration incidente est circulaire gauche ($g_i \neq 0$, $d_i = 0$), la vibration réfléchie est circulaire droite ($g_r = 0$) (figure 9) ; le coefficient de réflexion est $\frac{1-N}{1+N}$, c'est le coefficient de réflexion habituel à un dioptre séparant deux milieux d'indices de réfraction n_i et n . Cette réflexion s'accompagne d'un changement de polarisation.

- quand il est éclairé par une vibration circulaire droite ($d_i \neq 0$, $g_i = 0$), la vibration réfléchie (figure 10) est de la forme :

$$\left[E_r \right] = \left\{ \frac{1-N}{1+N} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix} + \frac{4N}{(1+N)^2} e^{2j\phi} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix} \right\} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct + n_i Z) \quad (33)$$

La vibration réfléchie est une combinaison linéaire de deux vibrations circulaires gauche et droite. La composante gauche a une amplitude constante égale à $\frac{1-N}{1+N}$; elle peut être interprétée comme une réflexion diélectrique habituelle. La composante droite correspond à une réflexion inhabituelle en optique, parce qu'il s'agit d'une vibration droite tout comme l'incidente ; son amplitude $\frac{4N}{(1+N)^2} e^{2j\phi}$ est en général importante (de l'ordre de $1 \times e^{2j\phi}$), elle est constante en valeur absolue dans toute la bande de réflexion sélective où ϕ varie de $-\frac{\pi}{2}$ à 0. Ce coefficient de réflexion de module d'autant plus proche de 1 quand N est faible, est une propriété caractéristique de la réflexion sélective de la lumière pour les cholestériques, dans une bande de longueurs d'onde proches du pas p de l'hélice ($n_{0p} < \lambda < n_{ep}$).

L'expression (32) établie ci-dessus sépare donc nettement la réflexion diélectrique (termes diagonaux de la matrice), de la réflexion sélective (terme non diagonal).

III-1.d. Etat de polarisation de la vibration réfléchie quand la vibration incidente est circulaire droite.

L'ellipticité et l'azimut de la vibration elliptique droite réfléchie au niveau du dioptre isotrope \rightarrow cholestérique sont calculés à partir de la formule (6) dans la cas où $N < 1$ ($N = \frac{n}{n_i}$) on obtient :

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \eta_r &= \frac{N^2 + 4N - 1}{-N^2 + 4N + 1} \\ \operatorname{tg} \theta_r &= -\frac{1}{\Delta} = \operatorname{tg} \phi \end{aligned} \right\} N = \frac{n}{n_i} < 1 \quad (34)$$

Le grand axe de l'ellipse fait un angle θ_r avec l'axe optique $\vec{o'u}$ à la surface du dioptre. Quand $n < n_i$, cet angle θ_r varie de $-\frac{\pi}{2}$ à 0 lorsque la longueur d'onde λ varie de la valeur minimale $\lambda_0 = n_0 p$ à la valeur maximale $\lambda_e = n_e p$. Le grand axe de cette ellipse coïncide avec l'orientation du champ électrique de la vibration évanescence au niveau du dioptre.

Si on éclaire le dioptre cholestérique (droit) \rightarrow isotrope par une vibration incidente circulaire droite, la vibration réfléchie est elliptique droite d'ellipticité η_r et d'azimut θ_r . Cet azimut θ_r est l'angle que fait le grand axe de la vibration elliptique réfléchie avec l'axe optique du cholestérique en surface : θ_r est identique à l'angle ϕ (9) que fait, dans le cholestérique le champ évanescence \vec{E}'' avec les molécules. L'ellipticité de E_r , d'après (34), est d'autant plus faible que N est inférieure à 1.

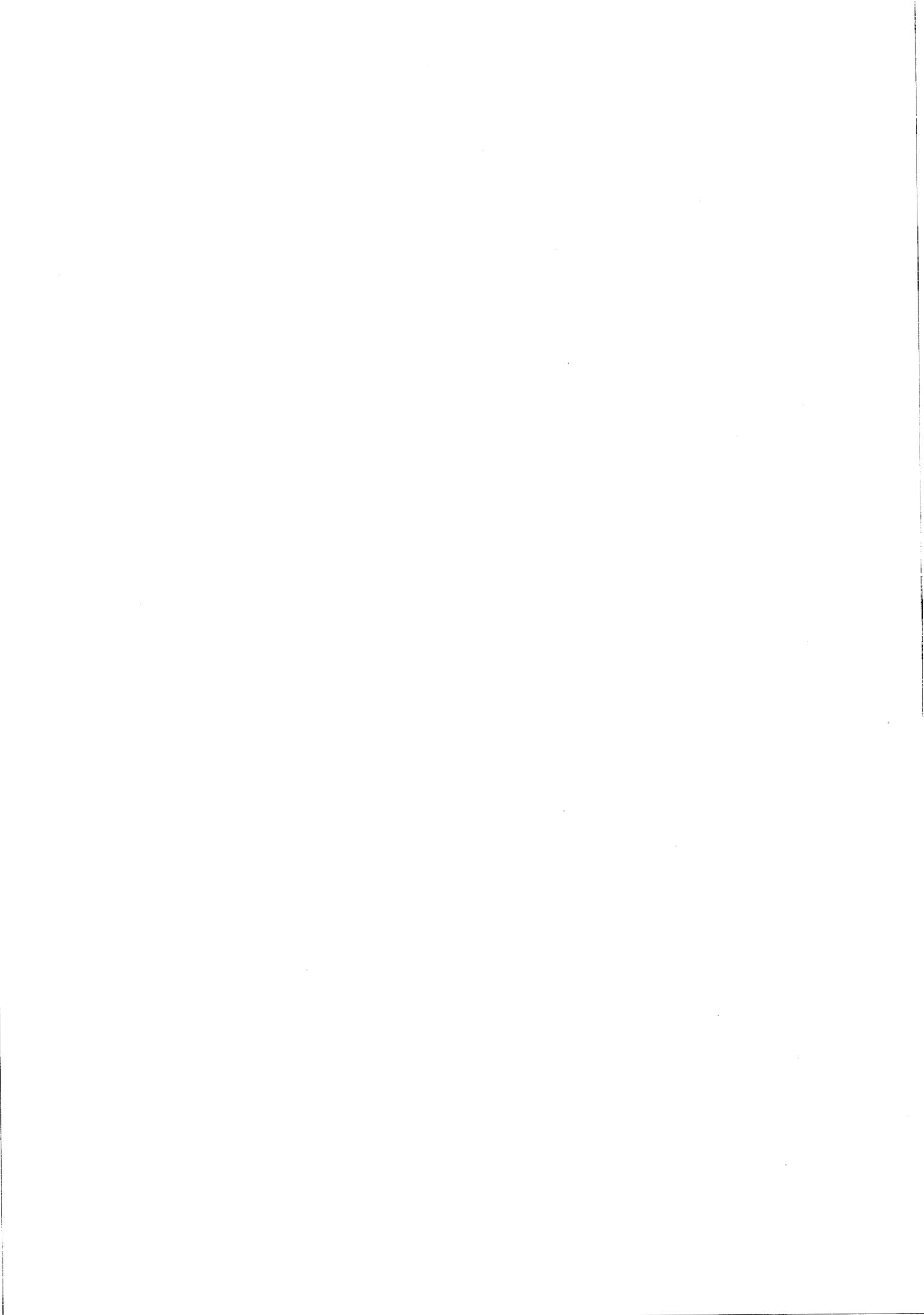
Ce paragraphe montre donc une autre possibilité de déterminer expérimentalement l'orientation de la vibration stationnaire évanescence par rapport aux molécules du cristal liquide cholestérique : la méthode consiste à pointer l'azimut de la vibration réfléchie pour une incidente circulaire droite. Plus l'indice de réfraction du milieu d'immersion (n_1) diffère de l'indice moyen (n) du cholestérique, plus la vibration réfléchie est facile à déterminer.

IV - CONCLUSION

Un liquide cholestérique éclairé dans les conditions de réflexion sélective ($\lambda \simeq np$) est le siège d'une vibration stationnaire évanescence rectiligne et hélicoïdale. L'orientation de cette oscillation forme avec les molécules un angle parfaitement défini qui varie de $-\frac{\pi}{2}$ à 0 quand la longueur d'onde parcourt toute la bande de réflexion sélective.

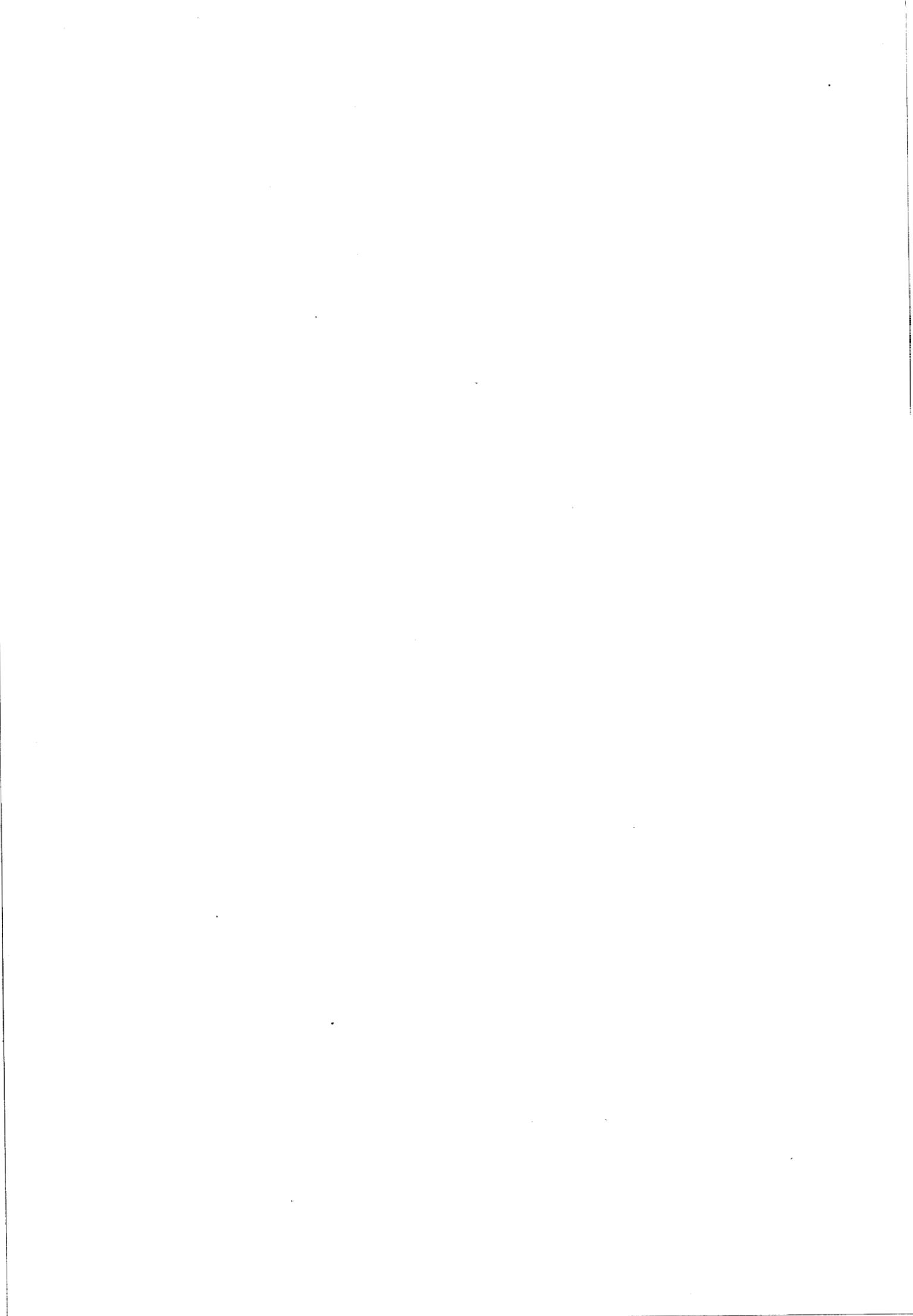
La détermination de l'orientation de la vibration stationnaire évanescence par rapport aux molécules d'un cholestérique droit (par exemple) paraît accessible expérimentalement : d'après le paragraphe (III-1.a), il suffit de chercher quelle vibration incidente permet d'obtenir une transmission nulle au niveau d'un dioptre semi-infini isotrope \rightarrow cholestérique, son azimut donne la direction cherchée ; d'après le paragraphe (III-1.d) on peut aussi pointer l'azimut de la vibration réfléchie par ce même dioptre pour une incidente circulaire droite.

L'analyse des vibrations réfléchie et incidente sera d'autant plus facile que les deux vibrations sont différentes d'une vibration circulaire. D'après la théorie, cette condition est réalisée si l'indice de réfraction du milieu d'immersion diffère le plus possible de l'indice moyen du cholestérique.



CHAPITRE II

Dioptré isotrope → cholestérique éclairé par des vibrations de longueurs d'onde comprises dans la bande de réflexion sélective : étude expérimentale de l'intensité de la vibration transmise



I - INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous nous proposons de déterminer expérimentalement la vibration incidente elliptique du côté isotrope, qui réduit à zéro l'intensité transmise par le dioptre isotrope - cholestérique (Chap. I, §. III-1.a). L'azimut de la vibration incidente cherchée est lié par une loi simple à la direction d'allongement des molécules cholestériques connue au niveau du dioptre.

Cette approche du problème consiste à reprendre (en l'améliorant) le principe de la manipulation réalisée par A. BARROUG [22] .

La mesure de l'azimut θ_i suppose de pouvoir pointer la vibration elliptique incidente E_i avec suffisamment de précision. Cela est d'autant plus facile que l'ellipticité η_i de E_i est faible. D'après la relation (25), η_i est d'autant plus petit que $N = \frac{n}{n_i}$ est petit ; il faut donc choisir η_i le plus grand possible puisque l'indice moyen n des cholestériques varie peu autour de 1,6.

Le matériau utilisé d'indice n_i maximum trouvé sur le marché, est le Séléniure de Zinc (ZnSe) [30] ; son indice n_i est égal à 2,7 pour les longueurs d'onde λ appartenant au visible. Comme l'indice n moyen de réfraction du cholestérique utilisé est égal à 1,65, la valeur calculée de l'angle d'ellipticité η_i d'après la relation (25) est égale à 31°.

Outre un matériau isotrope de haut indice, l'étude expérimentale demande aussi la réalisation de cholestériques qui possèdent les propriétés suivantes :

- 1°) être cholestérique à température ambiante pour faciliter le travail,
- 2°) posséder une bande de réflexion sélective qui contient au moins une partie de la bande spectrale couverte par le laser à colorant du laboratoire.

En effet, ce laser sert de source spectrale monochromatique pour notre montage puisque l'azimut de la vibration étudiée, dépend de la position de la longueur d'onde incidente dans la bande de réflexion sélective du cho-

lestérique. Le colorant utilisé est de la Rhodamine 6G excitée par un laser à Argon ionisé (spectra physics 164). Dans ces conditions, la bande passante du laser (5 Å) peut être choisie à volonté dans l'intervalle 5750 Å (Jaune) à 6500 Å (rouge). La longueur d'onde de fonctionnement, choisie pour la vérification expérimentale envisagée, est contrôlée avec un spectroscope à réseau (JOBIN - YVON).

II - ELABORATION DES MELANGES CHOLESTERIQUES

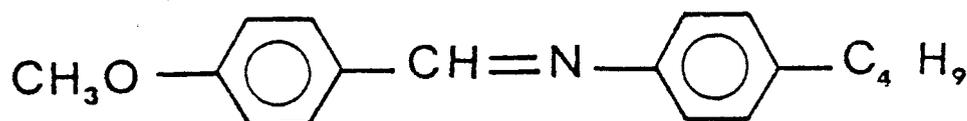
II-1. CHOIX DES SOLVANTS NÉMATIQUES ET DES ESTERS DE CHOLESTERYLE

Les corps cholestériques intrinsèques, disponibles au laboratoire, ne présentent pas de mésophase cholestérique à la température ambiante.

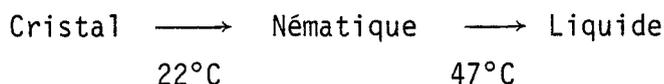
Nous avons donc été amenés à réaliser des mélanges cholestériques composés de soluté cholestérique et de solvant nématique qui possèdent à température ambiante, une phase cholestérique présentant la réflexion sélective dans la région de Jaune - Rouge du spectre visible (bande de fonctionnement de la Rhodamine 6 G).

Trois substances nématiques à température ambiante ont été utilisées comme solvants :

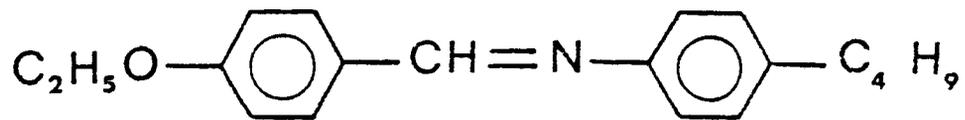
α) Le Methoxy-benzylidène - butylaniline (MBBA) [31] de formule :



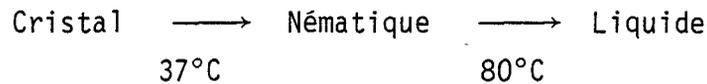
dont les températures de transition sont :



β) L'Ethoxy-benzylidène - butylaniline (EBBA) [32] de formule :



dont les températures de transition sont :

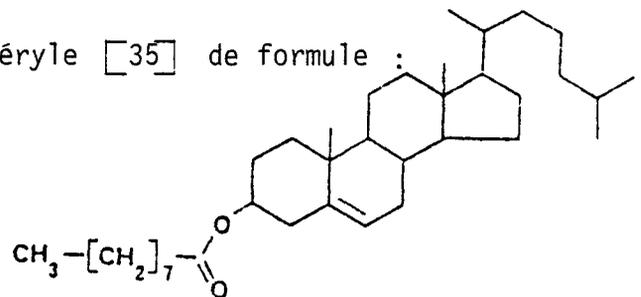


Le domaine d'existence, de la phase nématique du mélange de MBBA et EBBA, est plus important que celui de chacun des corps purs ; l'eutectique surtout, reste nématique jusqu'à une température de -10°C comme le montre le diagramme de phase de la figure 11. C'est cet eutectique qui est utilisé comme solvant nématique.

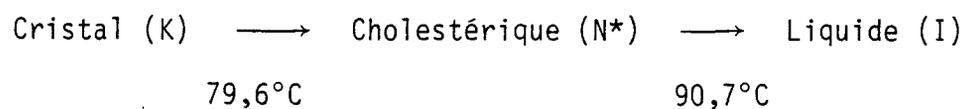
γ) Le troisième nématique utilisé comme solvant est un mélange ternaire de phénylcyclohexanes [34], que nous nommerons par son appellation commerciale : N (1083).

Les composés cholestériques utilisés pour réaliser le soluté cholestérique, ont été choisis parmi quatre esters de cholestéryle disponibles au laboratoire.

- le Pélargonate de cholestéryle [35] de formule :



dont les températures de transition sont :



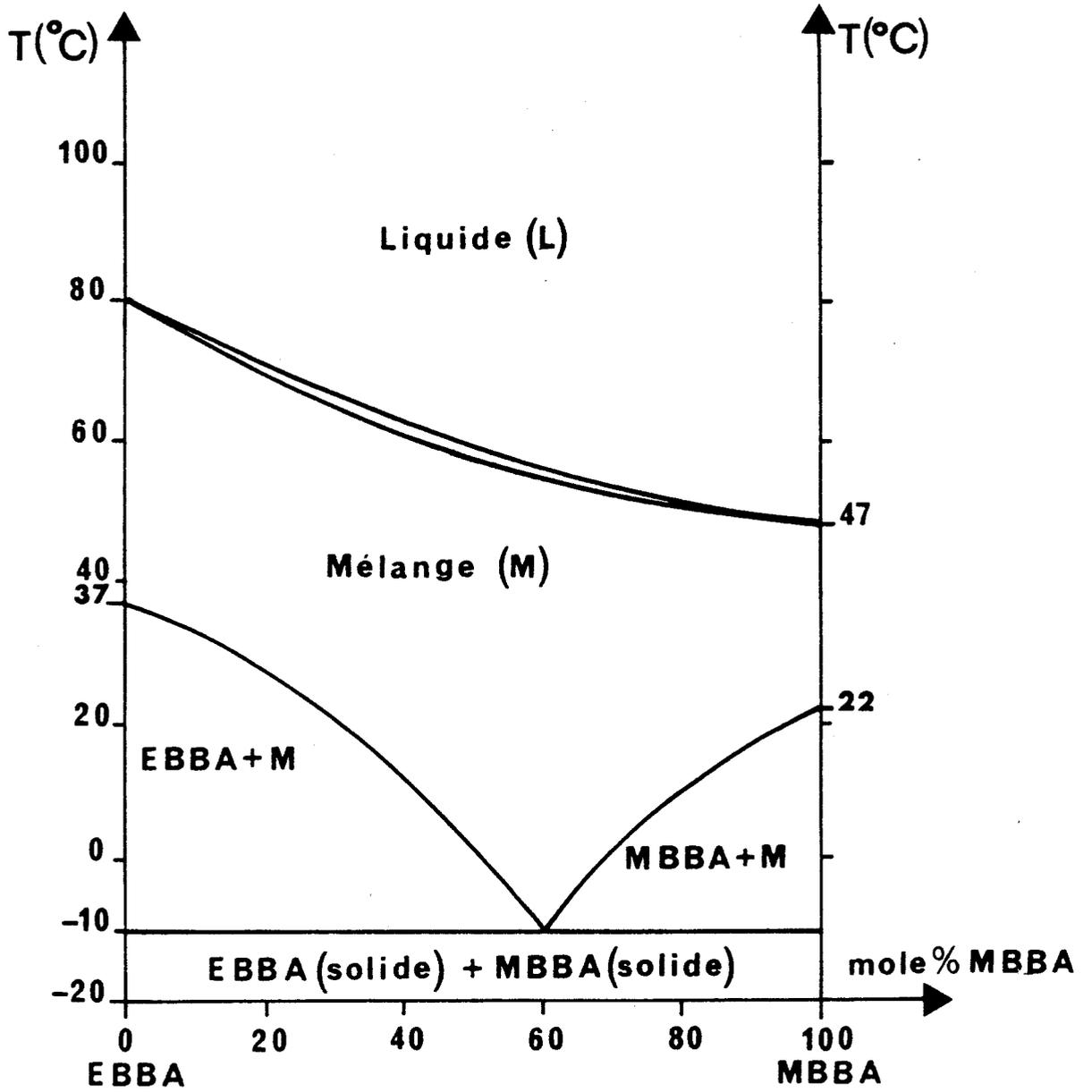
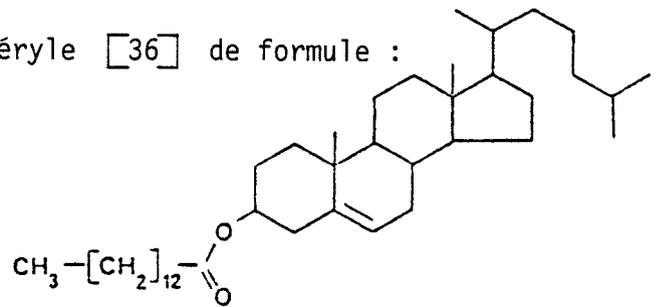
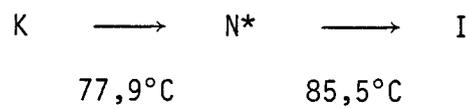


Figure 11 : Diagramme de phases des mélanges binaires de MBBA et EBBA [33]

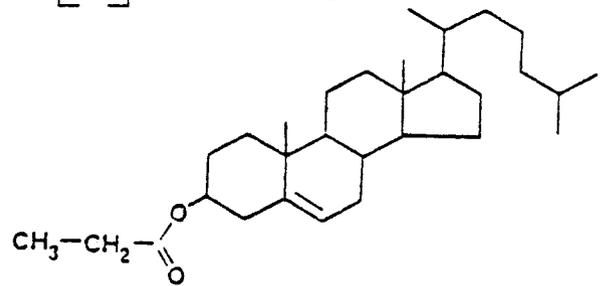
- Le Myristate de cholestéryle [36] de formule :



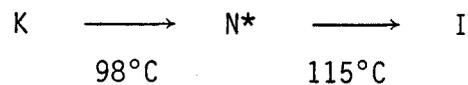
dont les températures de transition sont :



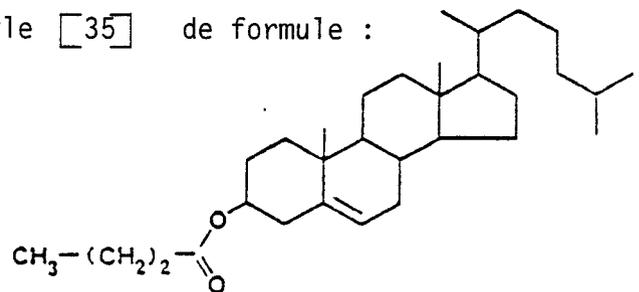
- Le Propionate de cholystéryle [37] de formule :



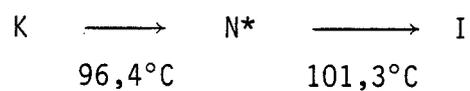
dont les températures de transition sont :



- Le Butyrate de cholestéryle [35] de formule :



dont les températures de transition sont :



Les proportions d'esters conduisant au soluté cholestérique, puis les proportions du soluté Cholestérique et du Nématique sont au départ déterminées approximativement. Pour chaque mélange réalisé, on mesure la bande de réflexion sélective à l'aide d'un spectroscopie à prisme.

Le spectre obtenu en transmission présente une bande sombre large qui correspond à la bande des longueurs d'onde réfléchies sélectivement. En fonction du résultat obtenu, on ajuste le dosage : par exemple, ajouter un peu de Nématique si l'on veut décaler la bande de réflexion sélective vers les grandes longueurs d'onde [22].

II-2. PRÉPARATIONS OBTENUES

Les mélanges cholestériques réfléchissant sélectivement la lumière visible à la température ambiante que nous avons retenus sont les suivants :

- Le mélange de 46 % du Nématique (1083) et 54 % du soluté cholestérique [75 % de Pelargonate - 25 % du Myristate], réfléchit dans le visible les longueurs d'onde comprises entre 5880 et 6160 Å.

- Avec 53 % du soluté cholestérique [75 % de Pelargonate - 25 % du Myristate] et 47 % de Nématique (1083) la bande de réflexion sélective s'étend de 5975 Å à 6280 Å.

- Avec 55 % du cholestérique [75 % de Pelargonate - 25 % de Myristate] et 45 % de Nématique (1083), la bande de réflexion sélective est comprise entre 5765 Å et 6080 Å.

Typiquement, les bandes spectrales ont une largeur de 280 à 320 Å (figure 12).

D'autres mélanges cholestériques ont été réalisés à partir d'un soluté cholestérique constitué de 50 % de Propionate et 50 % de Butyrate. Le solvant nématique utilisé est l'eutectique de mélange binaire [E B B A (40 %) - M B B A (60 %)]

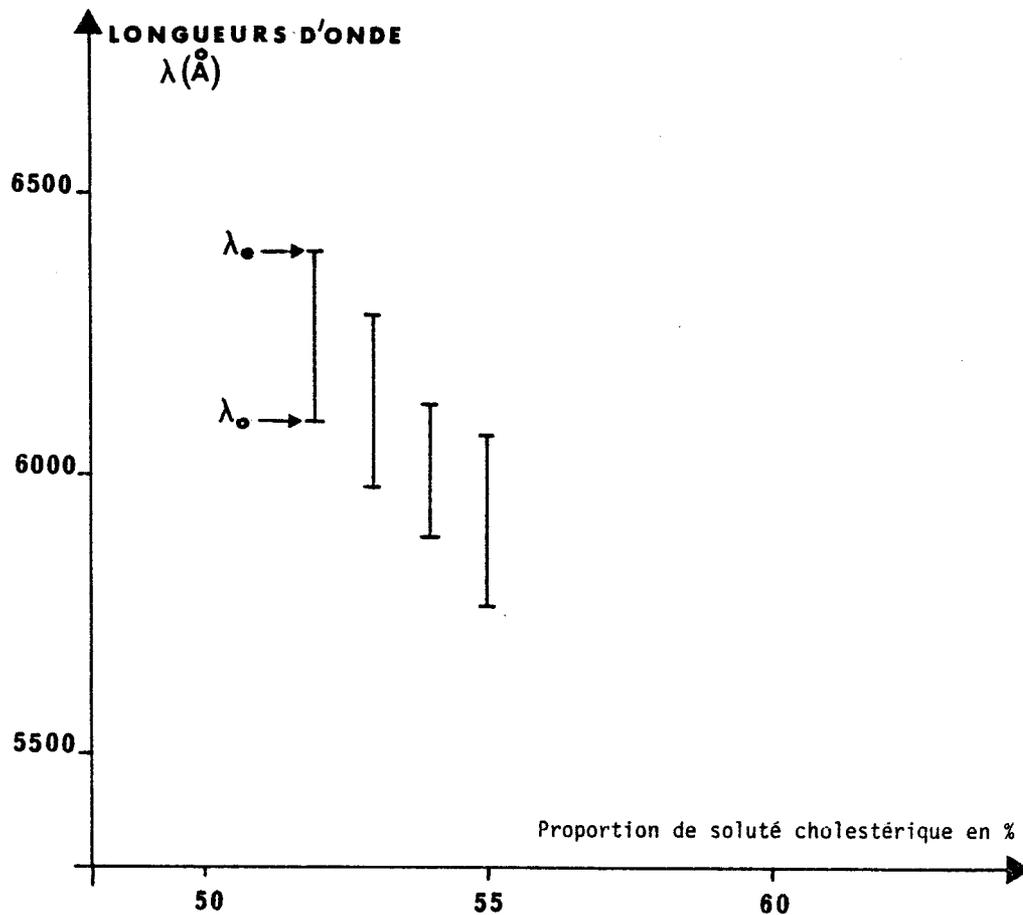


Figure 12 : Variation de la bande de réflexion sélective (B.R.S.) en fonction de la concentration en soluté cholestérique :

- le solvant est le Nématique (1083)
- le soluté cholestérique : un mélange de 75 % de Pélargonate et 25 % de Myristate.

Les B.R.S. représentées sont celles qui sont contenues totalement dans la bande spectrale couverte par le laser à colorant [5750 \AA , 6500 \AA].

Les deux mélanges suivants ont été retenus :

- Le cholestérique constitué de 70 % du mélange Nématique et 30 % du mélange cholestérique réfléchit les longueurs d'onde visibles allant de 5800 Å à 6326 Å [(jaune - rouge)].

- Le mélange de 68 % de mélange nématique avec 32 % de mélange cholestérique donne un cholestérique qui réfléchit du vert au jaune [5620 Å à 6155 Å]

Tous les mélanges obtenus et étudiés par la suite sont sénestres.

III - RECHERCHE EXPERIMENTALE DE LA VIBRATION INCIDENTE QUI SUBIT TOTALEMENT LA REFLEXION SELECTIVE : OBSERVATION DE LA LUMIERE TRANSMISE

III-1. PRINCIPE DE LA MESURE

Le calcul effectué au Chapitre I (23) montre que la réflexion de la lumière est totale au niveau du dioptre pour une vibration incidente elliptique dont le grand axe fait un angle bien déterminé en fonction de la longueur d'onde avec l'axe optique à la face d'entrée de la préparation cholestérique. La vibration transmise correspondante a une intensité très faible, voire nulle.

La détermination de la vibration elliptique incidente se fait donc par observation de l'intensité de la lumière transmise : cette mesure d'intensité est effectuée à l'aide d'un photo-multiplicateur (M.P.V. LEITZ) ou à l'oeil nu, en faisant appel à la mesure résiduelle de l'observateur. La vibration incidente est créée à l'aide d'un polariseur elliptique éclairé par un faisceau laser monochromatique.

III-1.a. REALISATION DE LA PREPARATION : TECHNIQUE DES LIGNES
DE GRANDJEAN - CANO

La préparation étudiée par A. BARROUG [22] a été améliorée. En effet, celui-ci déposait simplement le cholestérique sur une lame de ZnSe frottée. Les molécules, au contact de ZnSe, s'orientent dans la direction de frottement. L'orientation de l'axe optique, donnée par la direction moyenne des molécules, est donc connue au niveau du dioptre, mais les résultats négatifs obtenus ont montré que la structure torse ne s'étendait pas à longue distance d'une manière régulière à partir du dioptre.

Nous avons donc tenté d'améliorer la qualité de la préparation dans son épaisseur, en orientant les deux faces de la préparation cholestérique. La qualité obtenue est contrôlée par observation de l'existence de lignes de GRANDJEAN - CANO [38, 39, 40] qui montrent que la structure torse est continue et homogène. Pour cela, la lame de ZnSe et une lame de verre, sont frottées par environ vingt aller et retour sur une feuille de feutre où a été déposée une pâte contenant de la poudre de diamant ($\emptyset = 0,5 \mu\text{m}$).

Ces lames sont disposées en prisme d'angle faible (0,1 à 0,2 degré) (figure 13) à l'aide d'une cale d'épaisseur E (50 μm). La préparation cholestérique est déposée près de l'arête du prisme. Le coin se remplit par capillarité, les molécules s'orientent par contact dans la direction des stries microscopiques créées par les frottements [41]. L'observation de la préparation cholestérique en prisme montre l'existence de lignes fines parallèles à l'arête du prisme. Ces lignes sont équidistantes et leur position ne dépend pas des positions relatives de l'analyseur et du polariseur (le phénomène existe aussi en lumière naturelle).

Ces lignes de discontinuité dans la préparation, sont les lignes de GRANDJEAN - CANO ; si α est l'angle du prisme, la distance x séparant dans le plan de la préparation deux cloisons successives est :

$$x = \frac{P}{2 \operatorname{tg} \alpha}$$

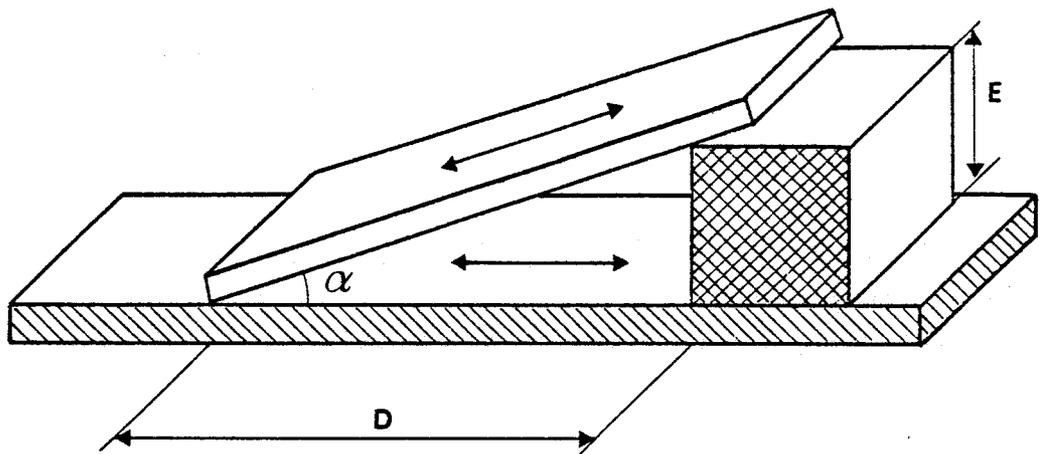


Figure 13 : Prisme utilisé pour réaliser les lignes de Grandjean-Cano

E : épaisseur connue de la cale

D : distance de l'arête à la cale

où $\text{tg } \alpha$ est le rapport entre l'épaisseur de la cale (E) et la distance (D) de l'arête à la cale [environ 2 cm] ; p est le pas naturel du milieu à structure torse [de l'ordre de 0,3 μm pour les milieux étudiés].

La réussite de l'expérience nécessite des lames très propres, bien orientées par frottement. Nous utiliserons des cales d'épaisseur inférieures ou égales à 50 μm ; de telles épaisseurs sont en principe largement suffisantes pour assurer l'extinction de la vibration évanescence au voisinage du milieu de la B.R.S. : en effet, l'amplitude de la vibration évanescence est inférieure à 5 % de sa valeur initiale pour des épaisseurs e (15) telles que :

$$e > 3 L$$

où $L = \frac{\lambda}{\pi \Delta n}$ au voisinage du centre de la B.R.S.

Les épaisseurs L varient typiquement de 3 μm à 6 μm pour les cholestériques utilisés ($\Delta n \simeq 0,2$ à 0,1).

III-1.b. MONTAGE EXPERIMENTAL ET REGLAGES (figure 14).

L'étude expérimentale consiste à rechercher la vibration incidente elliptique qui conduit à un minimum d'intensité de la lumière transmise.

Le faisceau de sortie du laser à colorant est amené au microscope par une monofibre optique gainée. Cette fibre dont le coeur en silice de diamètre 200 μm , a une atténuation de 5 décibels par Km. Un dispositif à deux lentilles (lentilles collimatrices), adaptables à l'extrémité de la fibre, permet de rendre le faisceau de lumière pratiquement parallèle ; on retrouve ainsi toute l'énergie disponible à la sortie du laser à colorant.

La vibration incidente est créée à l'aide d'un polariseur elliptique constitué d'un polariseur rectiligne (P) (prisme d'Aherns en Calcite) suivi d'une lame quart d'onde achromatique Q_1 [30] (figure 14) pour toutes les longueurs d'onde du laser à colorant : l'angle entre le polariseur (P) et l'axe lent de la lame quart d'onde (Q_1) représente l'ellipticité η de la

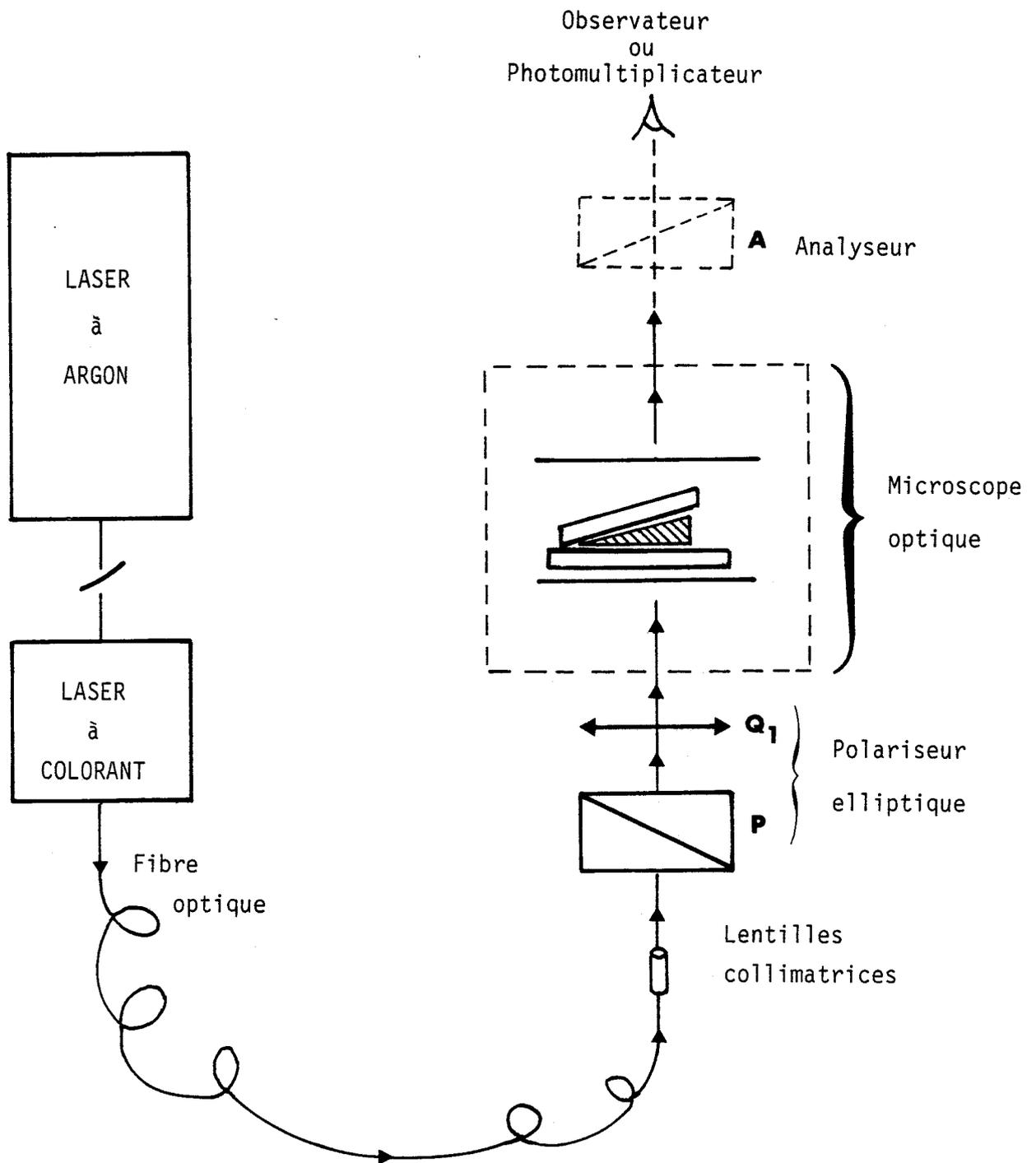


Figure 14 : Schéma du montage utilisé pour déterminer la vibration incidente qui subit totalement la réflexion sélective au niveau du dioptre lame ZnSe - cholestérique.

L'analyseur A sert uniquement aux réglages

vibration incidente sur la préparation. Cette vibration a pour axes les lignes neutres de Q_1 . On modifie l'azimut θ de la vibration incidente par rapport à la direction d'allongement des molécules en tournant la préparation disposée sur la platine du microscope.

Pour connaître les deux grandeurs η et θ , il faut donc pouvoir mesurer les rotations du polariseur par rapport à la quart d'onde Q_1 et de la préparation par rapport à Q_1 .

Les réglages sont faits dans l'ordre suivant : à partir de l'analyseur rectiligne A du microscope. Cet analyseur, inutile pour la mesure, est ensuite escamoté. En absence de Q_1 et de préparation sur la platine, le polariseur rectiligne P est croisé avec l'analyseur rectiligne placé à son zéro.

La position du cercle gradué associé au polariseur ainsi réglé à l'extinction, sert d'origine pour la mesure des angles de rotation de P.

La quart d'onde Q_1 est ensuite mise en place et orientée jusqu'à retrouver l'extinction de la lumière. La position du cercle gradué associé à la quart d'onde Q_1 sert d'origine pour la mesure des rotations éventuelles de Q_1 .

Il convient enfin de savoir mesurer l'orientation de la préparation. La platine du microscope placée à son zéro, est surmontée d'une surplatine à deux mouvements X et Y orthogonaux de translation. Par construction du microscope, la direction du mouvement X de la surplatine est parallèle à la direction de l'analyseur réglé à zéro. Dans l'état actuel des réglages de P, Q_1 et de la platine, une préparation placée sur la surplatine à translation a donc sa direction de frottement parallèle à l'une des lignes neutres de Q_1 .

Le polariseur elliptique est monté dans l'axe optique du microscope polarisant (Leitz, Phanphot), ce qui constitue une amélioration sensible par rapport au montage optique réalisé par A. BARROUG [22]. En effet celui-ci utilisait le dispositif d'éclairage latéral du microscope et la lumière issue du polariseur elliptique devait être renvoyée par un miroir dans la direction de l'axe du microscope. Il en résultait des différences de polari-

sation entre la lumière envoyée sur la préparation et la lumière issue du polariseur elliptique.

III-1.c. TECHNIQUE DE MESURE

III-1.c. a) Mesure de l'ellipticité η .

La manipulation consiste à envoyer sur la préparation une vibration d'ellipticité variable mais dont l'azimut est celui calculé à partir de la théorie. Cet azimut θ , selon la position de la longueur d'onde incidente λ dans la B.R.S. est donné par la formule (28). Il est négatif, compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et 0. Pour le réaliser, tournons la platine initialement à zéro d'un angle égal à $+|\theta|$ théorique par rapport à l'axe lent de la quart d'onde Q_1 fixée à sa position origine (cette position est initialement identique au zéro de la platine).

La vibration issue du polariseur elliptique, a son grand axe parallèle ou perpendiculaire à l'axe lent de la lame quart d'onde Q_1 , cette vibration elliptique qui est la vibration incidente du montage, a donc ses axes correctement orientés par rapport à l'axe optique de la face d'entrée de la préparation. En tournant alors le polariseur P sans bouger Q_1 , on modifie l'ellipticité de la vibration incidente. Recherchons la position de P qui donne le minimum de lumière transmise. La rotation du polariseur par rapport à sa position origine donne l'angle d'ellipticité η_{exp} de la vibration incidente pour laquelle la réflexion est maximale.

III-1.c. b) Mesure de l'azimut θ

Pour la mesure expérimentale de l'azimut θ , la première façon de procéder est la suivante :

- on laisse fixe le polariseur P à la position déterminée précédemment ; la lame quart d'onde Q_1 étant toujours réglée à sa position origine. La vibration incidente sur la préparation a donc l'ellipticité requise pour la recherche du minimum d'intensité transmise. On tourne alors la préparation autour de la position " θ théorique" jusqu'à obtenir le minimum de la

lumière. Cette façon de procéder, exige un centrage parfait du microscope pour observer toujours la même plage quand on tourne la préparation dans son plan.

- La deuxième façon de procéder consiste à laisser la préparation fixe, de façon à toujours mesurer la même plage. Ce sont les deux éléments (polariseur rectiligne P et quart d'onde Q_1) constituant le polariseur elliptique qu'il faut tourner simultanément par rapport à la préparation. En faisant tourner ainsi le grand axe de l'ellipse incidente à la face d'entrée de la préparation de part et d'autre de la valeur théorique réglée ci-dessus, de façon à réaliser le minimum d'intensité lumineuse transmise, nous déterminons expérimentalement l'azimut θ .

III - 2. RESULTATS EXPERIMENTAUX

Nous présentons les résultats obtenus avec des préparations de mélange cholestérique composé de 47 % de mélange ternaire eutectique de phénycyclohexanes (1083) avec 53 % de mélange cholestérique [Pelargonate 75 % - Myristate 25 %]. Sa bande de réflexion sélective s'étend de 5955 Å à 6285 Å, ce corps cholestérique est sénestre.

Nous avons regroupé les prévisions théoriques et les résultats expérimentaux dans le tableau (Tab. I) suivant :

δ (position dans la B.R.S)	-1	-0,5	0	0,5	1
longueurs d'onde utilisées (en Angstron)	5955	6037	6120	6202	6285
Ellipticité calculée (η)	31°	31°	31°	31°	31°
Azimut calculé (θ)	-90°	-60°	-45°	-30°	0°
Ellipticité mesurée (η_{exp})	$\simeq 45^\circ$	$29^\circ \pm 2^\circ$	$30^\circ \pm 3^\circ$	$30^\circ \pm 2^\circ$	$\simeq 45^\circ$
Azimut mesuré (θ_{exp})	rien	$-77^\circ \pm 3^\circ$	$-55^\circ \pm 3^\circ$	$-45^\circ \pm 4^\circ$	rien

Tableau I : Comparaison entre les états de polarisation mesuré et calculé de la vibration incidente pour les longueurs d'onde utilisées.

Au centre de la bande de réflexion sélective lors de la détermination de l'ellipticité n_{exp} par rotation du polariseur P, on n'observe pas un assombrissement homogène de toute la préparation : on constate en fait qu'une bande sombre se déplace entre les lignes quand on tourne P. Nos mesures ont été effectuées lorsque cette bande sombre se trouve à égale distance de deux cloisons, là où la structure torse adopte le "pas naturel" du mélange cholestérique. Cette manière de procéder, conduit à des résultats qui confirment globalement les prévisions théoriques concernant l'ellipticité de la vibration incidente sur un dioptre isotrope - cholestérique pour avoir une réflexion sélective totale.

Pour les longueurs d'onde proches des bords de la bande de réflexion sélective, les résultats expérimentaux ne coïncident pas avec les valeurs calculées. En effet, nous avons mesuré une ellipticité de 45° , qui correspond à une vibration circulaire dont l'azimut est impossible à pointer. La raison est vraisemblablement liée à un problème d'épaisseur : en effet, les mesures sont effectuées sur la même préparation dont l'épaisseur remplit la condition $e \geq 3L$ (nécessaire pour provoquer une réflexion à 95 %) au centre de la B.R.S. Aux extrémités de la bande, où l'indice $|n''|$ décroît vers zéro, cette épaisseur ne suffit plus pour remplir la condition de réflexion totale. La théorie qui suppose un milieu cholestérique semi-infini ne s'applique plus quand on s'écarte trop du centre de la bande de réflexion sélective.

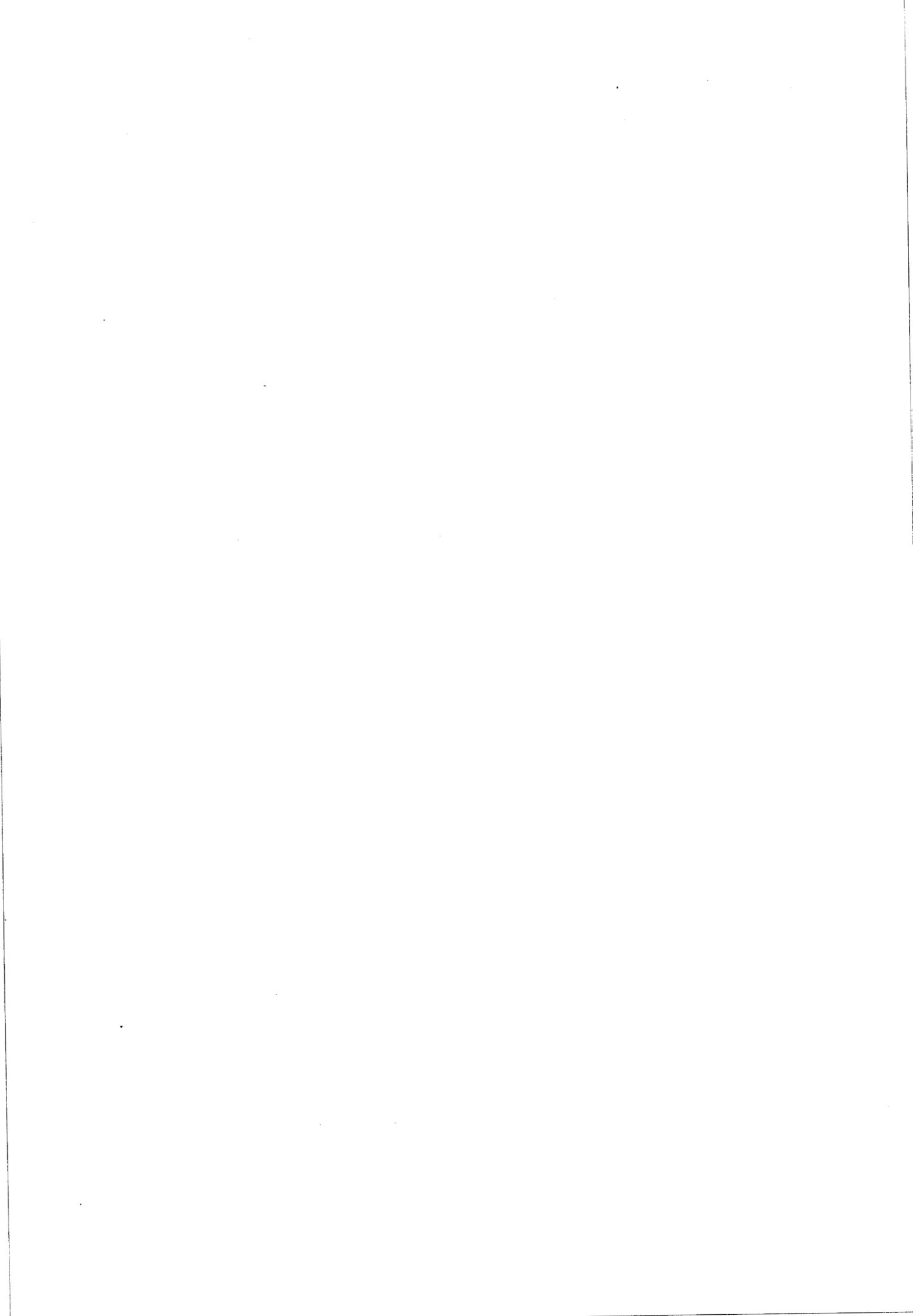
Les mesures d'azimut ne coïncident que qualitativement avec les valeurs calculées. En effet, la méthode consiste à réaliser une ellipticité incidente de 31° et à l'orienter par rapport à la préparation. Les variations d'intensité transmises observées sont très faibles et les mesures imprécises.

Nous avons effectué une autre série d'expériences avec un autre mélange cholestérique composé de 70 % de mélange nématique [40 % E B B A - 60 % M B B A] et de 30 % du mélange cholestérique [50 % Propionate - 50 % Butyrate]. La bande de réflexion sélective de ce mélange sénestre s'étend de 5740 \AA à 6400 \AA . Les résultats expérimentaux sont de même type que précédemment : l'ellipticité mesurée est environ de 30° en accord avec la valeur théorique et l'azimut est difficile à déterminer d'une manière précise.

IV - CONCLUSION

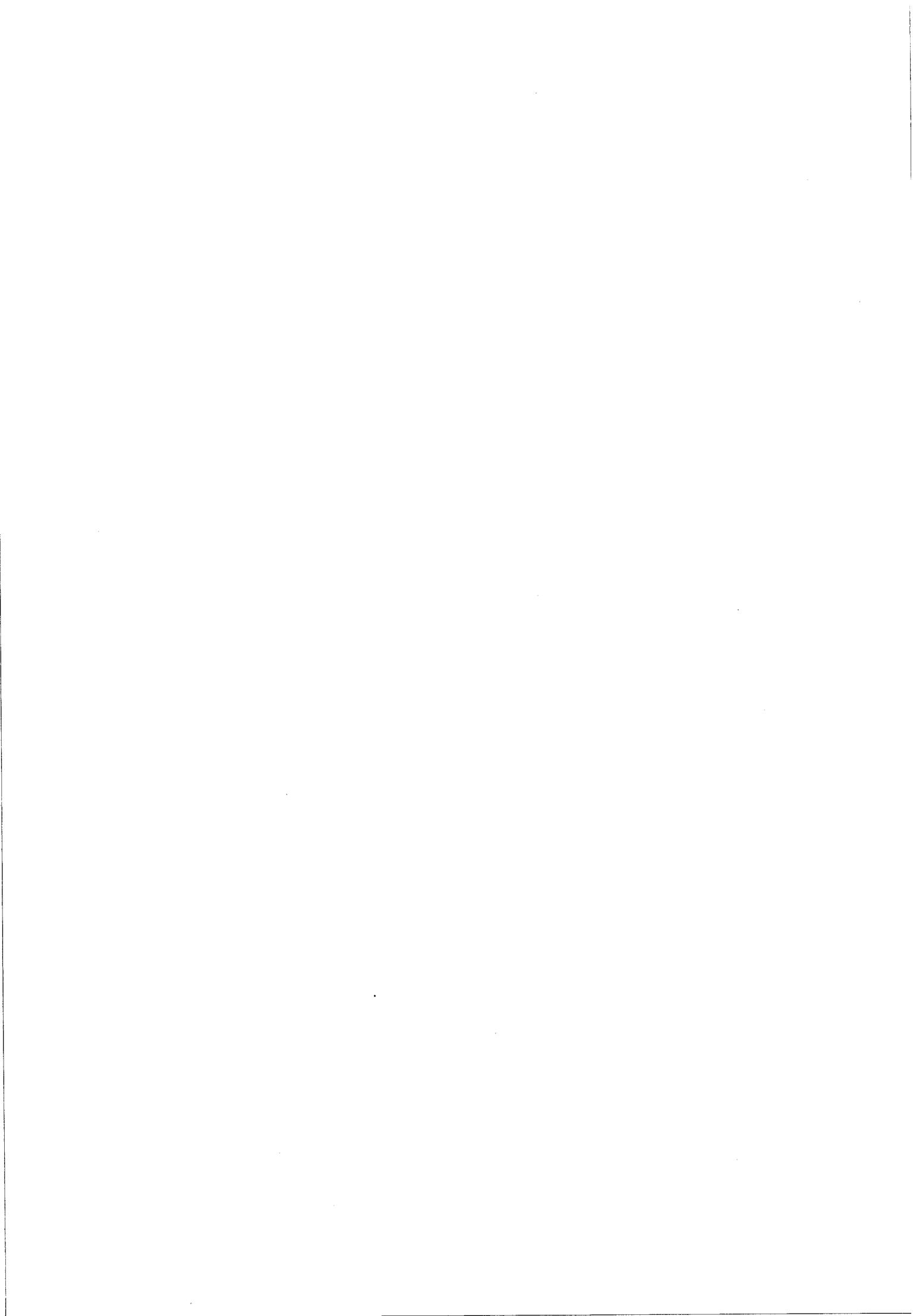
Notre but dans ce chapitre, était de vérifier expérimentalement que la réflexion sélective totale à un dioptre isotrope \rightarrow cholestérique n'est obtenue que pour une vibration elliptique et non pour une circulaire ; elle est d'autant plus différente d'une vibration circulaire que les indices du milieu d'immersion et du cholestérique sont différents : l'ellipticité de la vibration incidente réfléchie totalement peut atteindre 31° en utilisant comme matériau isotrope, du Sélénium de Zinc (ZnSe), d'indice 2,7 ; l'azimut de cette vibration incidente fait avec l'axe optique du cholestérique à la face d'entrée de la lumière un angle bien défini, fonction de la position de la longueur d'onde du rayonnement utilisé dans la bande de réflexion sélective. Cet azimut varie en principe de $-\frac{\pi}{2}$ à 0 quand la longueur d'onde parcourt toute la bande de réflexion sélective.

A partir des manipulations décrites dans ce chapitre, l'ellipticité de la vibration incidente, n'a pu être mesurée correctement, que sur une partie de la bande de réflexion sélective. Cette ellipticité est en moyenne celle prévue pour le dioptre étudié. Les fluctuations d'azimut que nous avons pu observer sur la même partie de la bande de réflexion sélective confirment les prévisions théoriques. Cependant, bien qu'avec des résultats meilleurs que ceux de A. BARROUG [22], l'accord théorie - expérience reste du domaine qualitatif, malgré une amélioration du montage optique et un meilleur contrôle de la qualité d'orientation de la préparation.



CHAPITRE III

*Etude polarimétrique de la vibration transmise
au niveau d'un dioptré cholestérique → isotrope*



I - INTRODUCTION

Malgré une amélioration du montage optique et de la qualité des préparations par rapport à l'étude précédente de A. BARROUG [22], les résultats obtenus au chapitre précédent sont insuffisamment précis et ne vérifient que partiellement les calculs théoriques. Remarquant alors que le principe des études expérimentales décrites repose sur des mesures d'intensité lumineuse, nous avons tenté d'orienter nos manipulations vers des mesures polarimétriques, après quelques aménagements de la théorie.

II - PRELIMINAIRES THEORIQUES

Comme dans les développements théoriques précédents, le milieu cholestérique considéré est dextre (figure 1) la vibration favorisée ordinaire E'' est donc rectiligne et la vibration favorisée extraordinaire E' est gauche. La différence essentielle par rapport aux calculs précédents réside dans le sens de propagation de la lumière. Le dioptre cholestérique - isotrope est traversé dans le sens cholestérique \rightarrow isotrope, la vibration incidente sur le dioptre étant située dans le cholestérique supposé d'extension infinie pour le calcul. On analysera la vibration transmise par le dioptre dans le milieu isotrope.

Avant de développer le calcul, nous exposons ici les relations qui lient les champs \vec{E} et \vec{H} des vibrations favorisées de même nature (ordinaire ou extraordinaire) qui se propagent en sens inverse dans le cholestérique [27].

Soient \vec{E} et \vec{H} les champs électrique et magnétique d'une vibration favorisée (E' ou E'') qui se propage dans le sens de la lumière incidente.

Si \vec{E}_- et \vec{H}_- sont les champs de la vibration favorisée de même type qui se propage en sens inverse on a les relations :

$$[H] = \frac{1}{\mu c} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_f & -j \frac{\lambda}{p} \\ j \frac{\lambda}{p} & n_f \end{pmatrix} [E] \quad (35)$$

$$\underline{[H_-]} = \frac{1}{\mu c} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -n_f & -j \frac{\lambda}{p} \\ +j \frac{\lambda}{p} & -n_f \end{pmatrix} \underline{[E_-]} \quad (36)$$

où n_f est l'indice de réfraction (n' , n'') de la vibration favorisée considérée (extraordinaire ou ordinaire) (§.II-1. du Chapitre I).

Les champs électrique (\vec{E}_-) et magnétique (\vec{H}_-) se déduisent des champs (\vec{E}) et (\vec{H}) par rotation autour de l'axe ($O\vec{V}$) du repère mobile :

$$\underline{[E_-]} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \underline{[E]} \quad (37)$$

$$\underline{[H_-]} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \underline{[H]} \quad (38)$$

Pour les vibrations favorisées ordinaire (E' , H') et extraordinaire (E'' , H'') on associe les vibrations favorisées (E'_- , H'_-) et (E''_- , H''_-) suivantes (37), (38) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{[E']} = \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix} \\ \underline{[H']} = \frac{n}{\mu c} \begin{pmatrix} j \\ 1 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{de propagation}]{\text{changement du sens}} \left\{ \begin{array}{l} \underline{[E'_-]} = \begin{pmatrix} -1 \\ -j \end{pmatrix} \\ \underline{[H'_-]} = \frac{n}{\mu c} \begin{pmatrix} -j \\ 1 \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

et

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{[E'']} = \begin{pmatrix} -\Delta \\ 1 \end{pmatrix} \\ \underline{[H'']} = -j \frac{n}{\mu c} \begin{pmatrix} -\Delta \\ 1 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \xrightarrow[\text{de propagation}]{\text{changement du sens}} \left\{ \begin{array}{l} \underline{[E''_-]} = \begin{pmatrix} \Delta \\ 1 \end{pmatrix} \\ \underline{[H''_-]} = -j \frac{n}{\mu c} \begin{pmatrix} \Delta \\ 1 \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

II-1. LA VIBRATION INCIDENTE EST LA FAVORISÉE ORDINAIRE

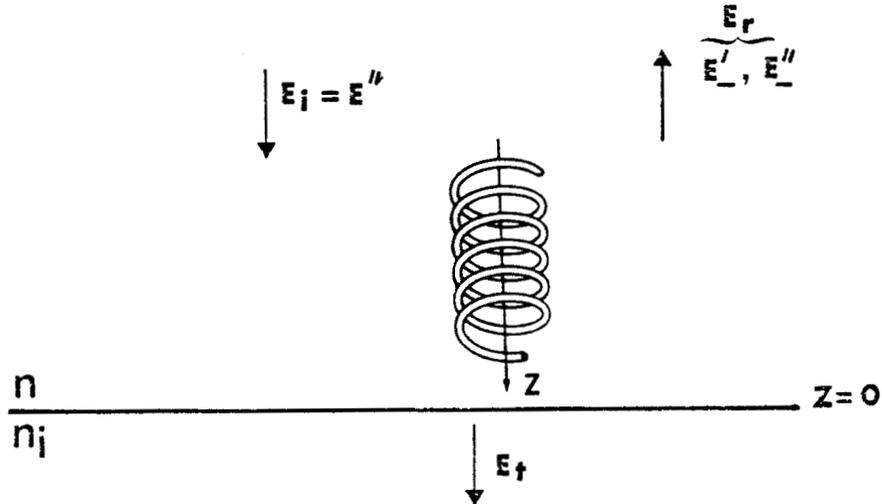


Figure 15 : Décomposition sur les vibrations favorisées des champs incident, transmis et réfléchi au niveau d'un dioptre cholestérique - isotrope, éclairé du côté cholestérique. La vibration incidente est la favorisée ordinaire.

Nous effectuons ci-dessous le calcul de la vibration transmise au niveau du dioptre cholestérique - isotrope (figure 15). Soit à l'ordre zéro (12) en $\frac{\Delta n}{2n}$, l'expression de la vibration favorisée ordinaire du cholestérique dans la bande de réflexion sélective :

$$\boxed{E_i} = \boxed{E''} = \frac{1}{\sqrt{1+\Delta^2}} \begin{pmatrix} -\Delta \\ 1 \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n''Z) \quad (39) ;$$

cette vibration ordinaire, habituellement circulaire droite, est rectiligne dans la bande de réflexion sélective étudiée.

La vibration réfléchie E_r dans le cholestérique (figure 15), comporte "a priori" une composante "ordinaire" d'amplitude r_0 et une composante "extraordinaire" d'amplitude c_0 . r_0 apparaît comme un terme de

réflexion au sens habituel tandis que C_0 est un terme de couplage (de la vibration "ordinaire" vers la vibration "extraordinaire"). On posera donc :

$$\boxed{E_r} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1+\Delta^2}} r_0 \begin{pmatrix} \Delta \\ 1 \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{2\pi}{\lambda} |n''| z\right) \exp j \frac{2\pi}{\lambda} ct \\ + \\ \frac{1}{\sqrt{2}} C_0 \begin{pmatrix} -1 \\ -j \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct + n' Z) \end{cases} \quad (40)$$

Δ a été définie au chapitre I, relation (20 b).

La vibration transmise par le dioptre a pour composantes complexes x_0 et y_0 (dans le repère du laboratoire qui coïncide avec le repère mobile au niveau du dioptre) :

$$\boxed{E_t} = \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n_i Z) \quad (41)$$

où n_i est l'indice du milieu isotrope.

Les champs magnétiques correspondants sont :

$$\boxed{H_i} = \frac{1}{\sqrt{1+\Delta^2}} \frac{n}{\mu c} (-j) \begin{pmatrix} -\Delta \\ 1 \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{2\pi}{\lambda} |n''| Z\right) \exp j \frac{2\pi}{\lambda} ct \quad (42)$$

$$\boxed{H_r} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{1+\Delta^2}} \frac{n}{\mu c} (-j) r_0 \begin{pmatrix} \Delta \\ 1 \end{pmatrix} \exp\left(-\frac{2\pi}{\lambda} |n''| Z\right) \exp j \frac{2\pi}{\lambda} ct \\ + \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{n}{\mu c} C_0 \begin{pmatrix} -j \\ 1 \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct + n' Z) \end{cases} \quad (43)$$

$$\boxed{H_t} = \frac{n_i}{\mu_0 c} \begin{pmatrix} -y_0 \\ x_0 \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n_i Z) \quad (44)$$

n est l'indice moyen du cholestérique, μ_0 et μ sont les perméabilités magnétiques du vide et du milieu d'immersion. Pour la suite des calculs, nous supposerons que μ et μ_0 sont égales.

Les équations de continuité à un dioptré imposent l'égalité des composantes transversales des champs incident, réfléchi et transmis de part et d'autre du dioptré :

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}_i + \vec{E}_r &= \vec{E}_t \\ \vec{H}_i + \vec{H}_r &= \vec{H}_t \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Les relations vectorielles (45) conduisent au système d'équations à quatre inconnues (x_0, y_0, r_0, C_0) suivant :

$$\begin{pmatrix} -x_0 & + \frac{\Delta}{\sqrt{1+\Delta^2}} r_0 & - \frac{1}{\sqrt{2}} C_0 \\ -y_0 & + \frac{1}{\sqrt{1+\Delta^2}} r_0 & - \frac{j}{\sqrt{2}} C_0 \\ + n_i y_0 & -j \frac{n\Delta}{\sqrt{1+\Delta^2}} r_0 & -j \frac{n}{\sqrt{2}} C_0 \\ - n_i x_0 & -j \frac{n}{\sqrt{1+\Delta^2}} r_0 & + \frac{n}{\sqrt{2}} C_0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1+\Delta^2}} \begin{pmatrix} \Delta \\ -1 \\ -nj\Delta \\ nj \end{pmatrix} \quad (46)$$

Les composantes de la vibration transmise, calculées à partir de (46) sont donc :

$$x_0 = - \frac{4n\Delta}{(1-j\Delta)} \frac{1}{(n+n_i)} \frac{1}{\sqrt{1+\Delta^2}} ; \quad y_0 = - \frac{4nj\Delta}{(1-j\Delta)} \frac{1}{(n+n_i)} \frac{1}{\sqrt{1+\Delta^2}} .$$

Le rapport des deux composantes x_0 et y_0 est imaginaire pur ($F = \frac{y_0}{x_0} = j$) ;

la vibration transmise E_t est circulaire droite et peut être écrite :

$$\boxed{E_t} = - \frac{4 n \Delta}{\sqrt{1+\Delta^2} (1-j\Delta) (n+n_i)} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n_i Z) \quad (47)$$

Quand le dioptre cholestérique \rightarrow isotrope reçoit la favorisée ordinaire rectiligne [dans la B.R.S.], il transmet une vibration circulaire droite identique à la vibration favorisée ordinaire hors de la B.R.S.

D'après (46), les coefficients r_0 et C_0 existent tous les deux et valent :

$$r_0 = - \frac{(1+j\Delta)}{(1-j\Delta)} \quad (48) \quad ; \quad C_0 = \frac{2\Delta}{(1-j\Delta)} \frac{(n-n_i)}{(n+n_i)} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\Delta^2}} \quad (49)$$

Dans la bande de réflexion sélective, la vibration favorisée ordinaire rectiligne est réfléchiée sous forme de la somme (40) d'une composante favorisée extraordinaire (circulaire gauche) et d'une composante favorisée ordinaire (rectiligne).

Dans le cholestérique, la vibration extraordinaire se propage sans altération, tandis que la rectiligne évanescence s'atténue. Avec un milieu semi-infini (Théorie) ou suffisamment épais (conditions expérimentales $e > \frac{3\lambda}{\pi\Delta n}$), la vibration réfléchiée est de la forme :

$$\boxed{E_r} = \frac{1}{\sqrt{2}} C_0 \begin{pmatrix} -1 \\ -j \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct + n'Z) \quad (50)$$

C'est une vibration circulaire droite dans l'espace, donc circulaire gauche dans le sens de propagation. Plus les indices n et n_i sont proches plus l'amplitude C_0 de E_r est faible.

II-2. LA VIBRATION INCIDENTE EST LA FAVORISÉE EXTRAORDINAIRE.

A l'ordre zéro en $\frac{\Delta n}{2n}$ (12), le champ de la vibration favorisée extraordinaire a pour expression :

$$\boxed{E_i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n'Z) \quad (51)$$

C'est une vibration circulaire gauche pour les milieux étudiés théoriquement qui sont dextres.

Comme en II-1, nous supposons "a priori" que le champ réfléchi \vec{E}_r comporte une composante extraordinaire d'amplitude r_e (coefficient de réflexion) et une composante ordinaire d'amplitude C_e (coefficient de couplage) :

$$\boxed{E_r} = \begin{cases} \frac{r_e}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ -j \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct + n'Z) \\ + \\ \frac{C_e}{\sqrt{1+\Delta^2}} \begin{pmatrix} \Delta \\ 1 \end{pmatrix} \exp \left(-\frac{\pi}{\lambda} |n''| Z \right) \exp j \frac{2\pi}{\lambda} ct \end{cases} \quad (52)$$

Le champ transmis \vec{E}_t est de la forme :

$$\boxed{E_t} = \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n_i Z) \quad (53)$$

x_e et y_e sont les composantes, au niveau du dioptre, de la vibration transmise par le dioptre cholestérique - isotrope éclairé par la vibration favorisée extraordinaire du cholestérique.

Les champs magnétiques correspondants sont les suivants :

$$[H_i] = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{n}{\mu c} \begin{pmatrix} j \\ 1 \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n'Z) \quad (54)$$

$$[H_r] = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{n}{\mu c} r_e \begin{pmatrix} -j \\ 1 \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct + n'Z) \\ + \\ \frac{1}{\sqrt{1+\Delta^2}} \frac{n}{\mu c} (-j) C_e \begin{pmatrix} \Delta \\ 1 \end{pmatrix} \exp \left(-\frac{2\pi}{\lambda} |n''|Z\right) \exp j \frac{2\pi}{\lambda} ct \end{cases} \quad (55)$$

$$[H_t] = \frac{n_i}{\mu c} \begin{pmatrix} -y_e \\ x_e \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct - n_i Z) \quad (56)$$

Les conditions de continuité au dioptre conduisent au système d'équations à quatre inconnues, x_e, y_e, r_e, C_e :

$$\begin{pmatrix} -x_e & -\frac{1}{\sqrt{2}} r_e & +\frac{\Delta}{\sqrt{1+\Delta^2}} C_e \\ & -y_e & -\frac{j}{\sqrt{2}} r_e & +\frac{1}{\sqrt{1+\Delta^2}} C_e \\ & n_i y_e & -j \frac{n}{\sqrt{2}} r_e & -j \frac{n\Delta}{\sqrt{1+\Delta^2}} C_e \\ -n_i x_e & +\frac{n}{\sqrt{2}} r_e & -j \frac{n}{\sqrt{1+\Delta^2}} C_e \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ +j \\ -nj \\ -n \end{pmatrix} \quad (57)$$

On en déduit les expressions des quatre inconnues :

$$x_e = \frac{4n (nj\Delta - n_i)}{\sqrt{2} (j\Delta - 1) (n+n_i)^2} \quad (58) ; \quad r_e = \left(\frac{1+j\Delta}{1-j\Delta} \right) \left(\frac{n - n_i}{n + n_i} \right)^2 \quad (60)$$

$$y_e = \frac{4nj(n-j n_i \Delta)}{\sqrt{2}(j\Delta-1)(n+n_i)^2} \quad (59) \quad ; \quad C_e = \frac{2j \sqrt{1+\Delta^2}}{\sqrt{2}(j\Delta-1)} \left(\frac{n-n_i}{n+n_i} \right) \quad (61)$$

II-2.a. Vibration réfléchie

Les coefficients r_e (60) et C_e (61) existent en général ($n \neq n_i$) : la vibration favorisée extraordinaire dans la B.R.S. est réfléchie sous forme d'une composante favorisée extraordinaire et une composante favorisée ordinaire rectiligne :

$$\boxed{E_r} = \begin{cases} \frac{r_e}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ -j \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct + n'Z) \\ + \\ \frac{C_e}{\sqrt{1+\Delta^2}} \begin{pmatrix} \Delta \\ 1 \end{pmatrix} \exp \left(-\frac{2\pi}{\lambda} |n''|Z \right) \exp j \frac{2\pi}{\lambda} ct \end{cases} \quad (52)$$

Il apparaît par couplage la favorisée ordinaire, évanescence dont l'amplitude s'atténue avec l'épaisseur. Pour des épaisseurs suffisantes, seule la vibration réfléchie extraordinaire se propage sans modification. En particulier, sa polarisation est indépendante de la position de la longueur d'onde dans la bande de réflexion sélective. Cette vibration réfléchie, dans le repère mobile s'écrit :

$$\boxed{E_r} = \frac{r_e}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ -j \end{pmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct + n'Z) \quad (62)$$

c'est une vibration circulaire droite dans l'espace, donc circulaire gauche pour le sens de propagation. Si la préparation cholestérique dextre a une épaisseur suffisante, une vibration incidente circulaire gauche sur un dioptre cholestérique \rightarrow isotrope donne naissance à une vibration réfléchie circulaire gauche.

II-2.b. Vibration transmise

Soit F_{Te} le rapport des deux composantes x_e (58) ; y_e (59) de la vibration transmise :

$$F_{Te} = \frac{y_e}{x_e} = \frac{j(n - jn_i \Delta)}{(nj\Delta - n_i)},$$

une rapide transformation permet de mettre F_{Te} sous la forme :

$$F_{Te} = \frac{N - j\Delta}{N\Delta + j} \quad (63)$$

où $N = \frac{n}{n_i}$ est l'indice relatif introduit au chapitre I (20 a) :

F_{Te} caractérise l'état de polarisation de la vibration transmise par un dioptre cholestérique - isotrope éclairé par la vibration extraordinaire du cholestérique. On constate alors que :

$$F_{Te} = \frac{1}{F_i} \quad (64)$$

où F_i caractérise l'état de polarisation (§ III.1.a du chapitre I) de la vibration E_i à réaliser pour qu'un dioptre éclairé du côté isotrope présente la réflexion totale.

La relation (64) signifie que :

- 1) E_{Te} et E_i ont même ellipticité et de sens de parcours inverses
- 2) Leurs grands axes sont perpendiculaires [13]. L'étude des variations de l'ellipticité de E_i en fonction de N qui a été développée au chapitre I, s'applique pour E_{Te} . En particulier, aux valeurs de N suffisamment faibles devant 1 correspondent des valeurs faibles de l'ellipticité de la vibration transmise E_{Te} par le dioptre. L'azimut de E_{Te} par rapport à la direction des molécules est celui de E_i (§. II-3 du chapitre I) augmenté de $\frac{\pi}{2}$

II-3. CONCLUSIONS DES PRÉLIMINAIRES THÉORIQUES

Nous avons étudié un dioptre cholestérique - isotrope éclairé du côté cholestérique. Deux cas intéressants ont été constatés :

a) Si ce dioptre est éclairé par la favorisée ordinaire rectiligne [dans la B.R.S.], il transmet une vibration circulaire identique à la vibration favorisée ordinaire hors de la B.R.S. (vibration circulaire droite pour un milieu dextre).

b) Par contre, s'il est éclairé par la favorisée extraordinaire, la vibration transmise est la vibration étudiée au chapitre I (23) à une rotation de $\frac{\pi}{2}$ près ; on a donc là une autre possibilité d'étude des propriétés de transmission d'un dioptre cholestérique - isotrope dans la bande de réflexion sélective : il suffit de mesurer l'ellipticité de la vibration transmise dans le milieu isotrope par une préparation cholestérique où se propage la vibration favorisée extraordinaire ; cette ellipticité est uniquement fonction des indices moyens du cholestérique (n) et du milieu isotrope (n_i). L'azimut de la vibration transmise fait avec la direction moyenne des molécules au dioptre, un angle fonction de la position de la longueur d'onde incidente dans la bande de réflexion sélective.

III - ETUDE EXPERIMENTALE

Des calculs numériques du chapitre I (26), il résulte que l'ellipticité de la vibration transmise par le dioptre est d'autant plus faible que les indices du cholestérique et du milieu isotrope sont différents. Comme précédemment, le milieu isotrope choisi sera donc une lame de ZnSe d'indice 2,7 ; l'ellipticité de la vibration transmise calculée dans ce cas, vaut approximativement 31°.

III-1. SCHÉMA DU MONTAGE (figure 16)

La première différence avec le montage du chapitre II (figure 14) se situe au niveau de la préparation puisque le dioptre est maintenant traversé

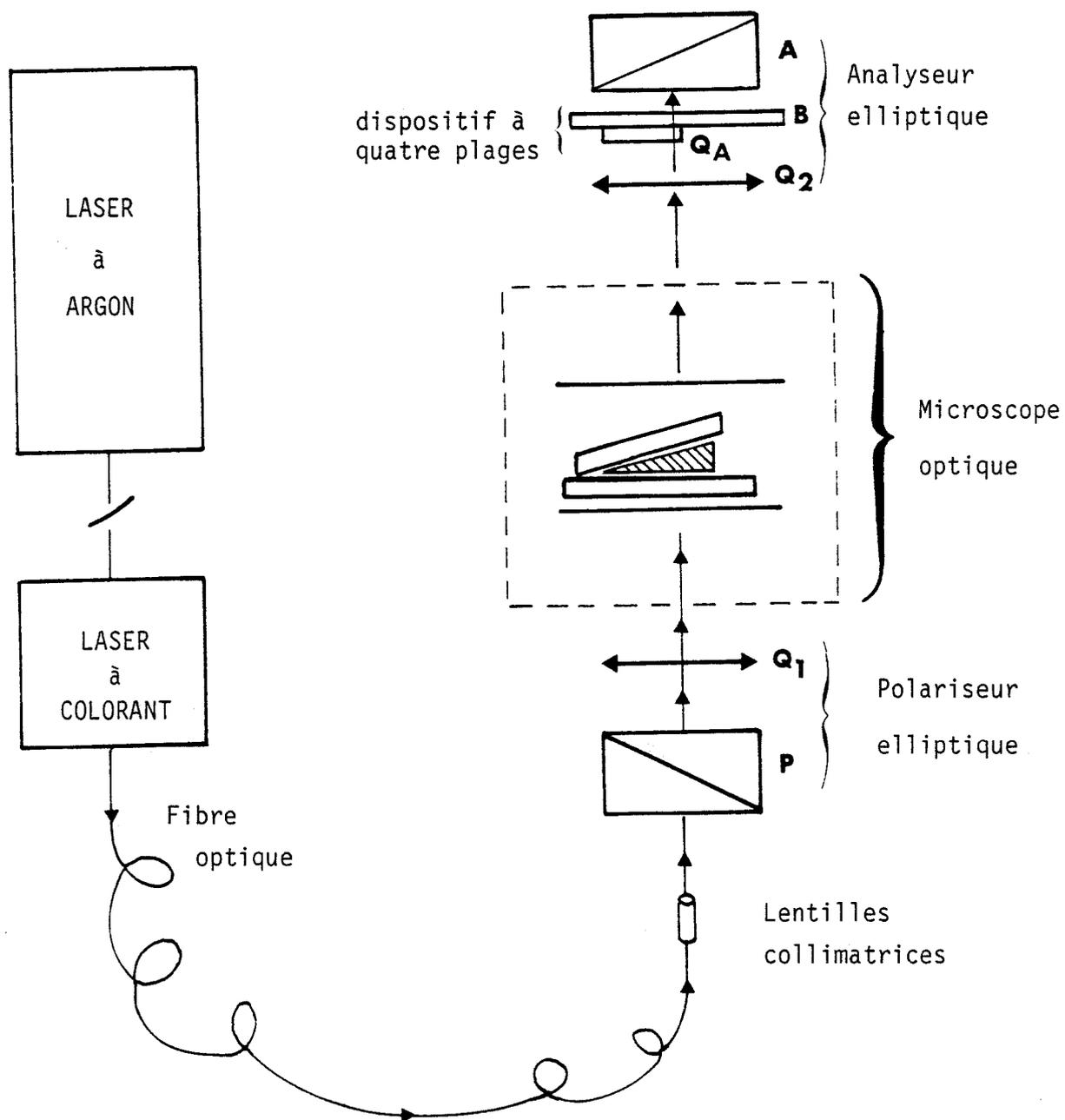


Figure 16 : Schéma du montage pour l'analyse polarimétrique de la vibration transmise par le dioptre cholestérique - lame ZnSe.

dans le sens cholestérique puis ZnSe. La préparation est donc constituée (figure 13) :

1) d'une lame support en verre frottée (20 aller-retours) qui reçoit la vibration circulaire droite créée par le polariseur circulaire (P, Q_1).

2) d'une préparation cholestérique sénestre avec les mélanges dont nous disposons. Cette préparation a un indice moyen proche de celui du verre support : la traversée du premier dioptre verre \rightarrow cholestérique sous l'incidence normale n'affecte que de manière négligeable la vibration issue du polariseur circulaire (P, Q_1) en raison de l'adaptation des indices $n_{\text{verre}} \neq n$,

3) d'une lame en ZnSe à faces planes et parallèles. Cette lame frottée par vingt aller et retour (§ III-1.a du chapitre II) réalise avec la lame de verre, un prisme de petit angle ($0,15^\circ$ à $0,2^\circ$) : ainsi la préparation cholestérique adopte la structure à lignes de GRANDJEAN qui permet de juger de l'homogénéité de la structure torse.

La vibration elliptique transmise par le dioptre cholestérique \rightarrow ZnSe, traverse sans modification de sa polarisation la lame ZnSe, ainsi que le dioptre ZnSe \rightarrow air, à cause de l'incidence quasi - normale.

La deuxième différence avec le montage précédent, concerne le dispositif d'étude de la lumière transmise : l'analyse de la lumière est réalisée à l'aide d'un analyseur elliptique qui comprend (figure 16) :

- une lame tournante quart d'onde achromatique Q_2

- un oculaire de Wright [42] équipé d'un analyseur rectiligne A.

Pour avoir un repérage plus précis des positions d'extinction lors des pointés, on peut adjoindre à l'analyseur A un dispositif de pénombre à quatre plages [43] constitué d'un biquartz (B) de Macé de Lépinay [44] précédé sur une moitié du champ par une lame quart d'onde Q_A , dont l'axe lent est parallèle à la direction A des vibrations rectilignes éteintes

par l'analyseur. L'orientation correcte de l'analyseur recevant une vibration rectiligne se traduit par l'égalité d'éclairement des quatre plages [43] .

Les divers éléments du montage sont alignés de la façon suivante :

- Les lames quart d'onde Q_1 et Q_2 étant escamotées et en absence de préparation sur la platine, l'analyseur à quatre plages est croisé avec le polariseur rectiligne situé dans l'axe du microscope. Les positions du polariseur (P) et de l'analyseur (A) sont notées.

- La lame quart d'onde Q_1 est ensuite introduite dans le montage et orientée jusqu'à ce que l'égalité des quatre plages du dispositif analyseur soit rétablie.

- Le même réglage est appliqué à la lame quart d'onde Q_2 .

Après cette série de réglages, les positions respectives des cercles gradués associés aux lames quart d'onde Q_1 et Q_2 sont repérées, elles servent d'origine pour les mesures d'ellipticités et d'azimuts.

III-2. PRINCIPE DE LA MESURE

La préparation à étudier est fixée sur la platine du microscope. La direction de l'axe optique du cholestérique au niveau du dioptre, donnée par la direction du frottement de la lame de ZnSe, est parallèle à l'axe X du dispositif de translation du microscope. On effectue deux manipulations pour déterminer l'ellipticité η puis l'azimut θ de la vibration transmise quand le dioptre est éclairé par la vibration favorisée extraordinaire du cholestérique.

Cette vibration circulaire incidente est droite (le cholestérique étudié est sénestre), elle est obtenue en tournant le polariseur (P) d'un angle de 45° par rapport à l'axe lent de la lame quart d'onde Q_1 fixe à sa position d'origine. Cette vibration arrive sur la préparation dont l'axe optique est parallèle à l'axe lent de la lame Quart d'onde Q_1 .

Pour la mesure expérimentale de l'ellipticité η_{exp} on procède ainsi : la préparation est tournée d'angle égal à $\pm \theta_{\text{th}}$ (l'azimut théorique) par rapport à la lame quart d'onde Q_2 fixe à son origine. La vibration elliptique transmise par le dioptré est alors rapportée aux axes de Q_2 . L'analyseur rectiligne (A) est ensuite tourné d'un angle η_{exp} à partir de sa position origine jusqu'à obtenir l'égalité des quatre plages.

Pour la mesure expérimentale de l'azimut θ_{exp} on procède ainsi : on fixe l'ellipticité trouvée précédemment par l'intermédiaire de l'analyseur rectiligne (A) et de la lame quart d'onde Q_2 fixe à son origine ; on tourne alors la préparation d'un angle θ_{exp} par rapport à la lame quart d'onde Q_2 fixe jusqu'à obtenir l'égalité des quatre plages.

La deuxième façon de mesurer les caractéristiques de la vibration transmise est la suivante : on détermine préalablement de façon approximative l'azimut expérimental θ_{exp} : pour cela on enlève la lame quart d'onde Q_2 du montage puis on recherche le grand axe de l'ellipse de la vibration elliptique en tournant l'analyseur rectiligne : celui-ci est parallèle au grand axe de l'ellipse quand les deux plages [43] non précédées par la lame quart d'onde Q_A ont même éclairement. Pour mesurer ensuite l'ellipticité expérimentale η_{exp} , nous remettons la lame quart d'onde Q_2 de telle façon que ses axes principaux coïncident avec ceux de la vibration elliptique transmise. Ceci est obtenu en tournant le grand axe de la lame quart d'onde Q_2 de θ_{exp} par rapport à l'axe optique du cholestérique au niveau du dioptré étudié. L'analyseur A est alors tourné jusqu'à réaliser l'égalité des quatre plages.

Si ϕ est l'angle de rotation total de A depuis le début des réglages, l'ellipticité expérimentale est alors déterminée par :

$$\eta_{\text{exp}} = \phi - |\theta_{\text{exp}}|$$

III-3. RÉSULTATS

Le mélange cholestérique étudié est composé de 46 % du mélange ternaire eutectique de phénylcyclohexanes (1083) avec 54 % de mélange cho-

lestérique [Pelargonate 75 % - 25 % Myristate]. Sa bande de réflexion sélective s'étend de 5935 Å à 6235 Å. Le mélange est sénestre.

Une série de mesures a été effectuée pour diverses longueurs d'onde couvrant presque toute la bande de réflexion sélective.

Le tableau II suivant permet de comparer pour chaque longueur d'onde étudiée, les valeurs expérimentales obtenues et les valeurs calculées à partir des considérations théoriques (cholestérique d'indice moyen 1,65 - ZnSe d'indice 2,7).

Position dans la B.R.S. (δ)	-1	-0,5	0	0,5	1
Longueurs d'ondes incidentes (Å)	5935	6010	6085	6160	6235
η calculée	31°	31°	31°	31°	31°
η mesurée	38° ± 5°	32° ± 3°	32° ± 2°	33° ± 3°	40° ± 5°
Θ calculé	+ 0°	30°	45°	60°	90°
Θ mesuré	- 2° ± 8°	+ 27° ± 4°	47° ± 3°	62° ± 3°	+ 88° ± 9°

Tableau II : Comparaison des états de polarisation des vibrations transmises mesurée et calculée pour diverses longueurs d'onde de la bande de réflexion sélective :

- Les azimuts tiennent compte de la rotation de $\frac{\pi}{2}$ de la vibration étudiée par rapport à celle étudiée aux chapitres I et II,
- Le mélange cholestérique étudié est composé de 46 % de Nématique (1083) et 54 % de mélange cholestérique [Pelargonate 75 % - 25 % de Myristate] .

Nous avons étudié un autre dioptre réalisé avec une lame de ZnSe et un autre mélange cholestérique composé de 70 % de mélange nématique [E B B A 40 % - 60 % M B B A] et de 30 % de mélange cholestérique [Propionate 50 % - 50 % de Butyrate]. Sa bande de réflexion sélective s'étend de 5800 Å à 6326 Å.

Les résultats théoriques et expérimentaux sont représentés dans le tableau III ci-dessous :

Position dans la B.R.S. (δ)	-1	- 0,5	0	0,5	1
η calculée	31°	31°	31°	31°	31°
η mesurée	40° ± 5°	33° ± 3°	33° ± 2°	34° ± 2°	42° ± 4°
Θ calculé	0°	30°	45°	60°	90°
Θ mesuré	- 3° ± 7°	29° ± 4°	+ 46° ± 3°	59° ± 2°	+ 89° ± 8°

Tableau III : Comparaison des états de polarisation des vibrations transmises, mesurée et calculée pour diverses longueurs d'onde de la bande de réflexion sélective.

- Les azimuts tiennent compte de la rotation de $\frac{\pi}{2}$ de la vibration étudiée par rapport à celle étudiée au chapitre I et II.

Pour chaque mélange, les figures 17 et 18 donnent la comparaison entre courbes expérimentale et théorique des variations de l'azimut de la vibration rectiligne évanescence en fonction de la position de longueurs d'onde incidente dans la B.R.S.

Les phénomènes prévus sont observés expérimentalement sur une grande partie de la bande de réflexion sélective : cependant aux extrémités de la

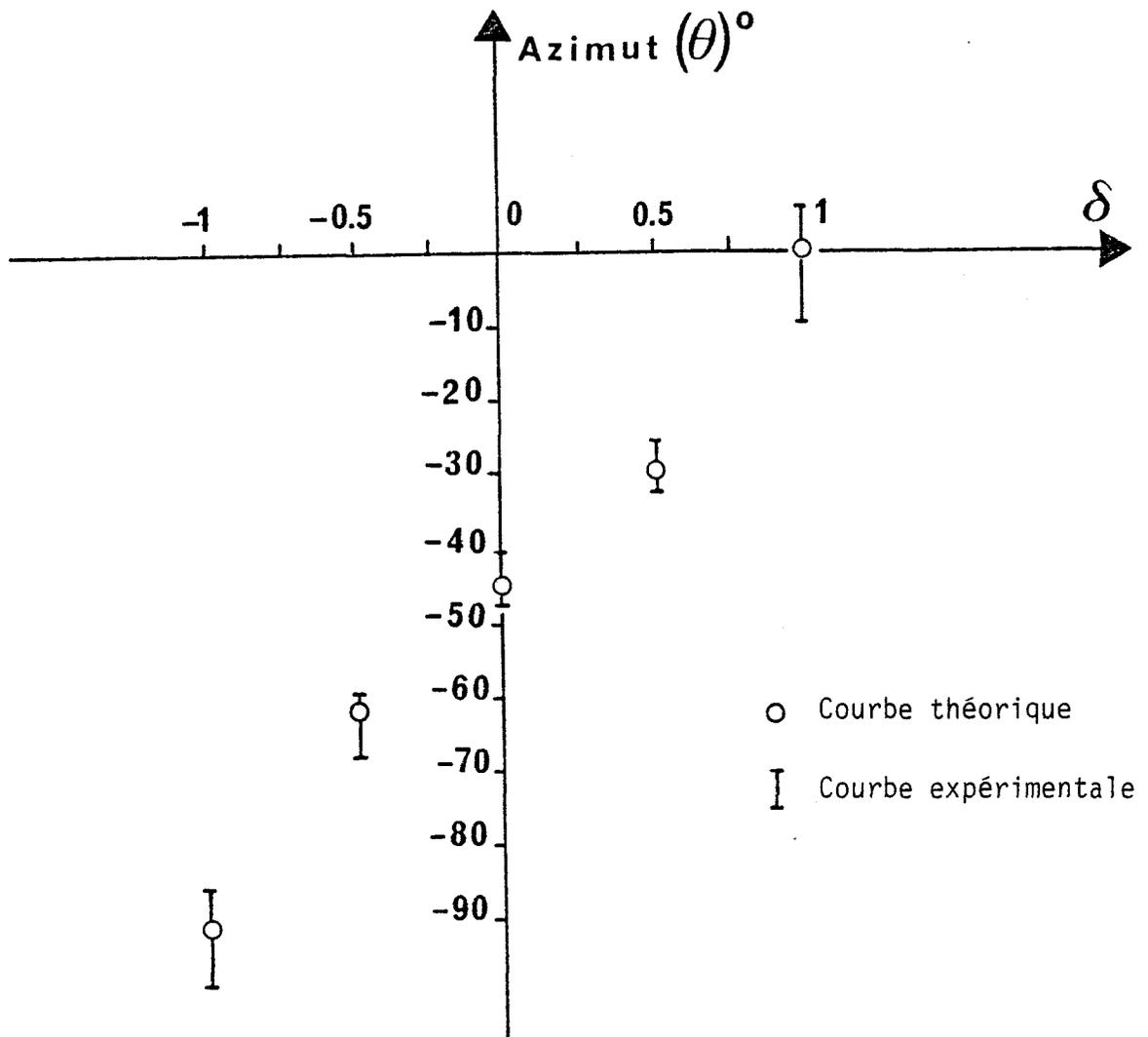


Figure 17 : Variations expérimentales de l'azimut θ de la vibration rectiligne évanescence d'un cholestérique dans la B.R.S. Comparaison à la courbe théorique.

L'angle θ est déduit de l'azimut de la vibration elliptique transmise par le dioptre cholestérique \rightarrow ZnSe (cas du mélange cholestérique composé de 46% de nématique N (1083) et 54 % du mélange cholestérique [Pelargonate 75 % - 25 % Myristate]).

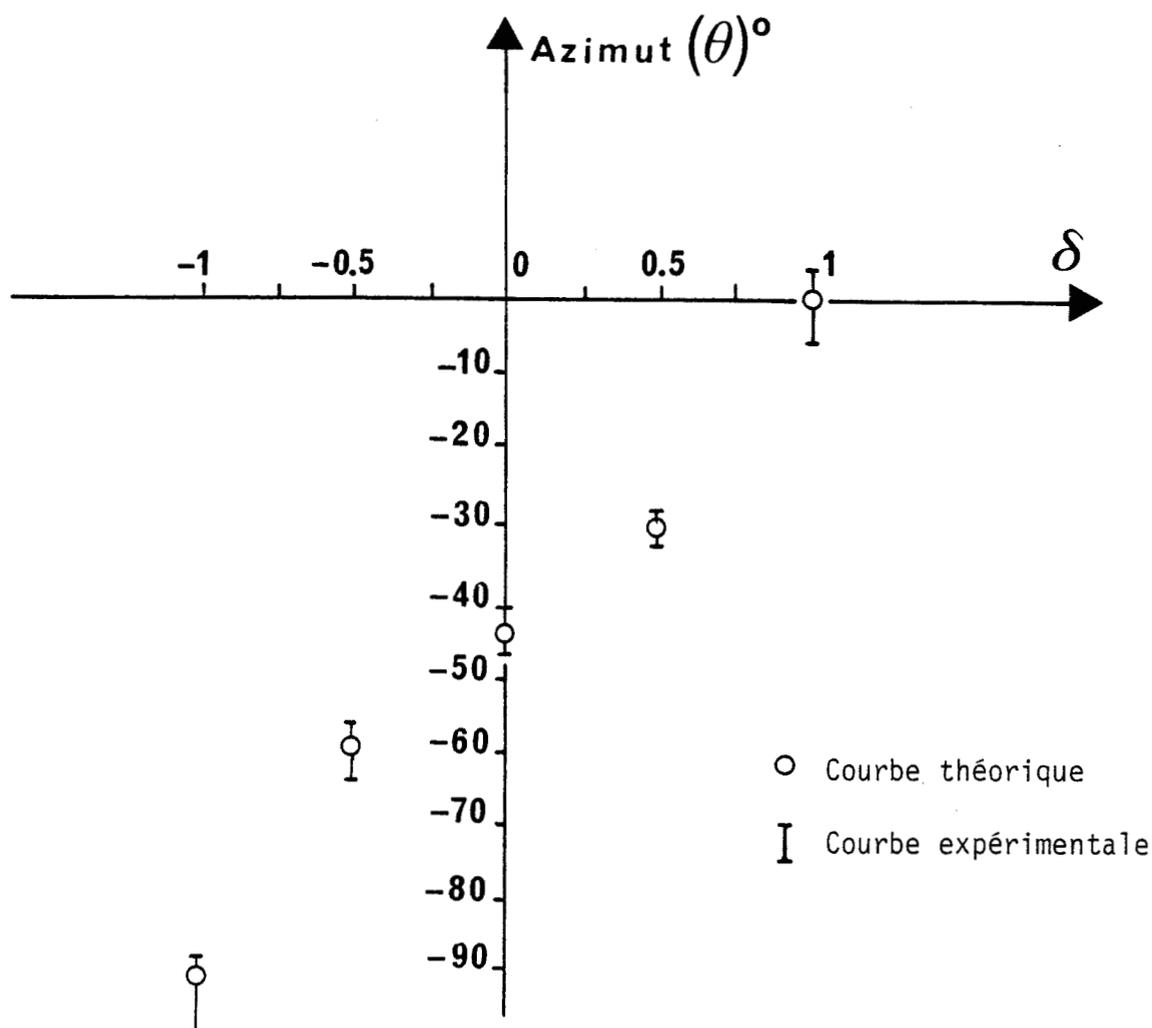


Figure 18 : Variations expérimentales de l'azimut θ de la vibration rectiligne évanescence d'un cholestérique dans la B.R.S. Comparaison à la courbe théorique.

L'angle θ est déduit de l'azimut de la vibration elliptique transmise par le dioptre cholestérique \rightarrow ZnSe (cas du mélange cholestérique composé de 70 % de mélange nématique [E B B A 40 % - 60 % M B B A] et 30 % de mélange cholestérique [Propionate 50 % - 50 % Butyrate]).

bande, l'ellipticité mesurée est de l'ordre de 40° et l'azimut est difficile à déterminer. La précision de mesure n'est que de 7 à 9 degrés. La vibration transmise étudiée est alors presque circulaire et non plus elliptique comme au centre de la bande. L'origine de cette difficulté expérimentale a déjà été rencontrée lors de l'étude précédente (Chapitre II, § III-2) : au centre de la bande de réflexion sélective, l'indice d'extinction de l'onde évanescente est tel que la condition d'épaisseur $e > \frac{\lambda}{\Delta n}$ est vérifiée pour la préparation étudiée. L'oscillation évanescente, qui apparaît par couplage au niveau du dioptre étudié s'atténue totalement jusqu'à l'autre dioptre qui limite le cholestérique. Aux bords de la bande, l'indice d'extinction diminue et l'épaisseur e de la préparation n'est plus suffisante pour que l'amplitude "ordinaire" soit négligeable. Le second dioptre renvoie vers le dioptre étudié une vibration rectiligne évanescente : au dioptre une partie en est transmise sous forme d'une vibration circulaire de sens opposé à celui de la vibration elliptique étudiée : l'ellipticité de celle-ci est donc modifiée.

III-4. CONCLUSION

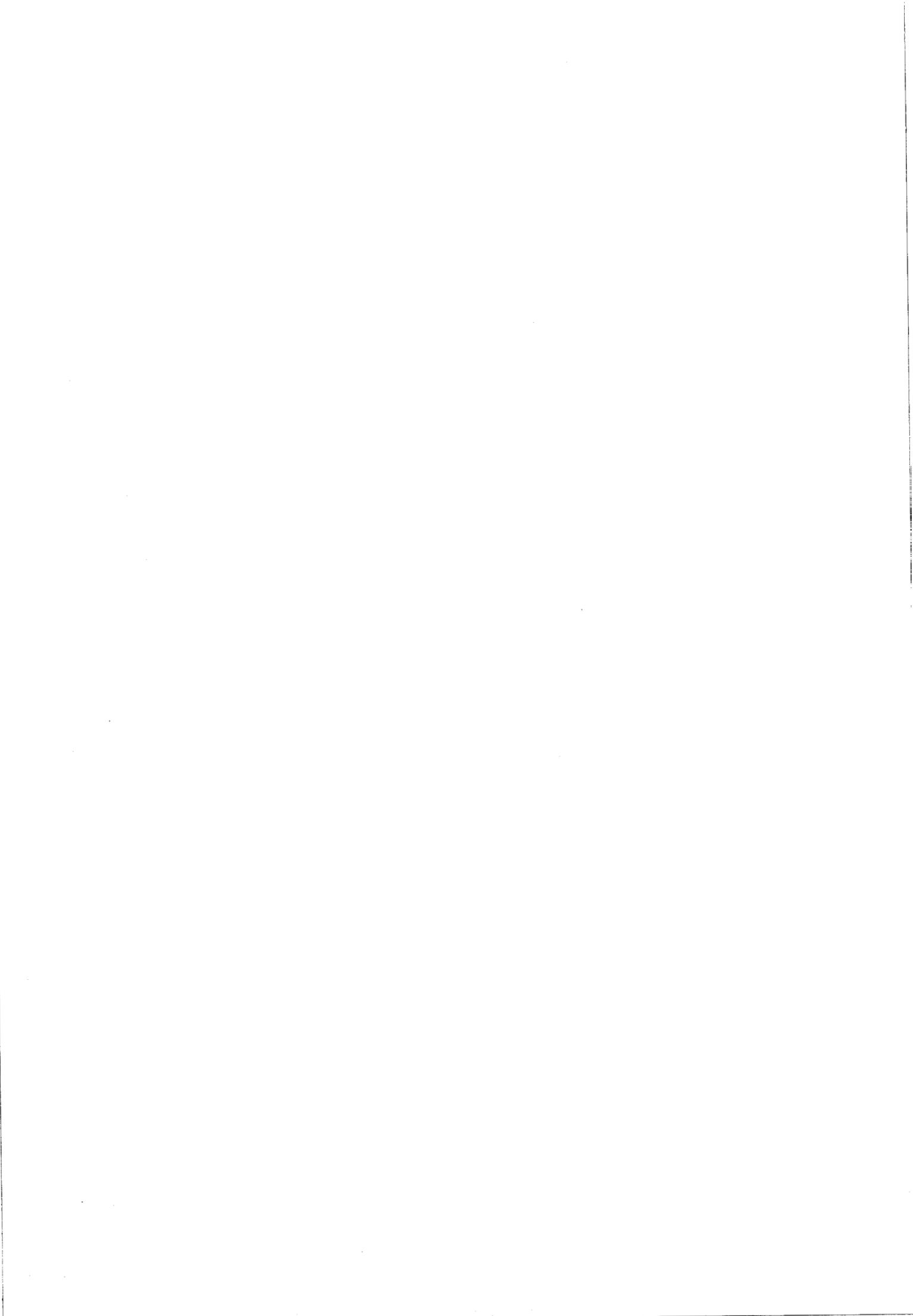
Nous avons voulu dans ce chapitre, vérifier le résultat théorique suivant : un dioptre cholestérique \rightarrow isotrope éclairé du côté cholestérique par la vibration favorisée extraordinaire, transmet une vibration elliptique :

- cette vibration est d'autant plus différente d'une vibration circulaire que les indices du milieu isotrope et du cholestérique sont différents : 31° pour le matériau ZnSe, d'indice 2,7.

- l'azimut de la vibration transmise fait avec l'axe optique du cholestérique au dioptre un angle bien défini : cet azimut varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$ quand la longueur d'onde parcourt toute la bande de réflexion sélective.

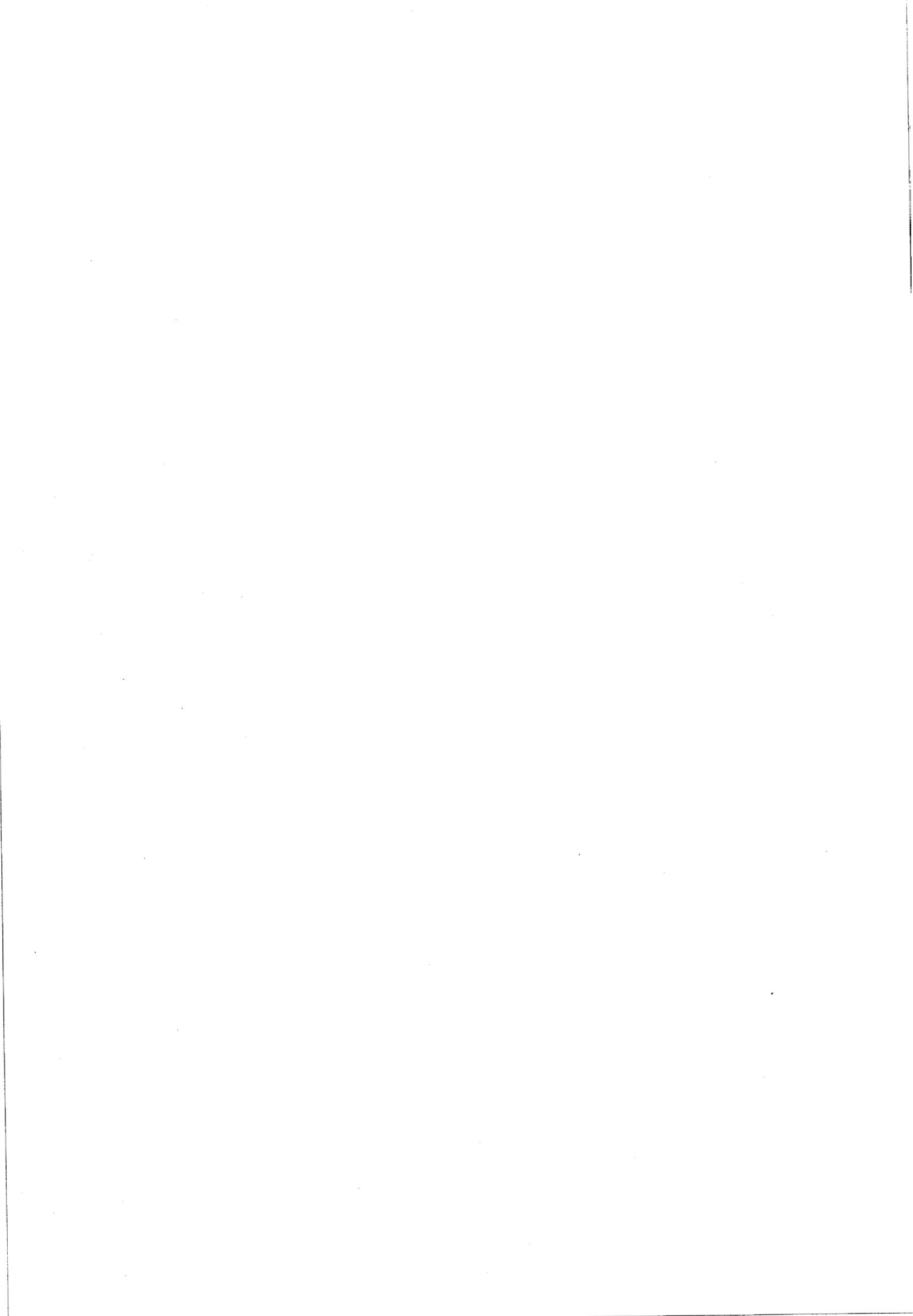
Les résultats expérimentaux pour les longueurs d'onde proches du centre de la bande de réflexion sélective, sont en bon accord avec les prévisions théoriques. Ils sont meilleurs que ceux du chapitre II. La raison en est due au procédé expérimental employé dans ce chapitre : l'étude est basée sur une méthode polarimétrique qui consiste à analyser la vibration transmise par le dioptre cholestérique - isotrope, éclairé par une vibration circulaire.

La vibration incidente est la vibration extraordinaire (circulaire), elle se propage sans déformation dans le cholestérique. L'ellipse observée créée par le dioptre se propage dans l'isotrope où elle n'est plus déformée.



CHAPITRE IV

*Etude expérimentale de la vibration réfléchie
pour un dioptre isotrope - cholestérique*



I - INTRODUCTION

Aux deux chapitres précédents (I et III), l'étude théorique d'un dioptre isotrope - cholestérique, a permis de prévoir les propriétés particulières de la vibration réfléchie, pour les longueurs d'onde incidentes appartenant à la bande de réflexion sélective, ceci en choisissant judicieusement l'indice de réfraction du milieu isotrope et l'état de polarisation de la vibration incidente. La vérification de ces propriétés fait l'objet du présent chapitre.

Les résultats qualitatifs et quantitatifs satisfaisant obtenus au chapitre III, lors de l'étude en transmission du dioptre cholestérique → isotrope, nous ont encouragés à poursuivre la vérification des phénomènes prévus en réflexion en utilisant le même mode d'éclairage du côté cholestérique et en réalisant un contrôle de la préparation à l'aide des lignes de GRANDJEAN-CANO.

II - ETUDE EXPERIMENTALE EN REFLEXION D'UN DIOPTRE CHOLESTERIQUE → ISOTROPE ECLAIRE PAR LA VIBRATION FAVORISEE EXTRAORDINAIRE

Le dioptre est traversé dans le sens cholestérique → isotrope. Au chapitre III (§. II-2.a) le calcul développé à partir d'un milieu cholestérique droit semi-infini éclairé par la vibration favorisée extraordinaire (circulaire gauche) montre que : la vibration réfléchie au niveau du dioptre est constituée de la favorisée ordinaire (évanescence rectiligne) et de la favorisée extraordinaire (circulaire gauche). Ces deux composantes doivent traverser le cholestérique avant d'atteindre le dioptre de sortie au delà duquel la vibration observée est analysée. Ce dioptre de sortie sépare le cholestérique d'un milieu isotrope d'indice n_i tel que $n_i \simeq n$ (indice moyen du cholestérique) : la composante extraordinaire est transmise sans atténuation tandis que la composante ordinaire donne naissance à une vibration circulaire droite dans le milieu isotrope.

Si la préparation cholestérique a une épaisseur suffisante ($e > 3L$), la vibration réfléchie est constituée essentiellement de la vibration extraordinaire (circulaire gauche), son azimut est indéterminé.

Pour les préparations de faibles épaisseurs ($e < 3L$), l'amplitude "ordinaire" qui s'atténue exponentiellement reste importante par rapport à l'amplitude extraordinaire au niveau du dioptre de sortie. La vibration transmise par le dioptre est la vibration "réfléchie" étudiée. Son expression est la suivante :

$$E_r = \begin{cases} \frac{r_e}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 \\ -j \end{bmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} (ct + n'e) \\ + \\ \frac{C_e}{\sqrt{2}} \frac{2\Delta}{1-j\Delta} \begin{bmatrix} -1 \\ j \end{bmatrix} \exp j \frac{2\pi}{\lambda} ct \exp \left(-\frac{2\pi}{\lambda} |n''| e\right) \end{cases} \quad (65)$$

où r_e et C_e sont les coefficients de réflexion et de couplage (60, 61) au dioptre étudié (cholestérique \rightarrow ZnSe). Le terme $\frac{2\Delta}{1-j\Delta}$ représente le coefficient de transmission de la vibration ordinaire. L'expression (65) ne tient compte que de la première réflexion de l'onde ordinaire.

Soit F_r le rapport des deux composantes de la vibration E_r :

$$F_r = - \frac{A - j B e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} n'e}}{B e^{-j \frac{2\pi}{\lambda} n'e} - j A} \quad (66)$$

où $A = e^{-\chi e} 4\Delta (n + n_i)$ (67)

$$B = (1 + \Delta^2) (n - n_i) \quad (68)$$

$\chi = \frac{2\pi}{\lambda} |n''|$; est le coefficient d'extinction de la vibration favorisée ordinaire.

$\Delta = \sqrt{\frac{1+\delta}{1-\delta}}$; δ varie de -1 à +1 quand la longueur d'onde λ parcourt toute la bande de réflexion sélective.

Dans la bande de réflexion sélective, l'indice extraordinaire n' est tel que $n' \simeq \frac{2\lambda}{p}$. D'autre part, dans une préparation prismatique à lignes de GRANDJEAN-CANO, le rapport e/p est constant pour chaque marche et multiple de $\frac{1}{2}$. L'angle de déphasage de la vibration extraordinaire $\frac{2\pi n'e}{\lambda}$ est donc multiple de 2π . L'expression (66) prend la forme simple :

$$F_r = - \frac{A - jB}{B - jA}, \text{ nombre complexe de module unité.} \quad (69)$$

E_r est une vibration elliptique d'azimut constant égal à $\frac{\pi}{4}$ et d'ellipticité telle que :

$$\eta_r = - \operatorname{Arctg} \frac{A}{B} - \frac{\pi}{4} \quad (70)$$

ou encore
$$\eta_r = - \operatorname{Arctg} \left[\frac{4\Delta}{(1+\Delta^2)} \left(\frac{n + n_i}{n - n_i} \right) e^{-\chi e} \right] - \frac{\pi}{4} \quad (71)$$

Cette ellipticité η_r dépend de l'épaisseur traversée, de la position de la longueur d'onde incidente dans la bande de réflexion sélective et des indices des milieux étudiés.

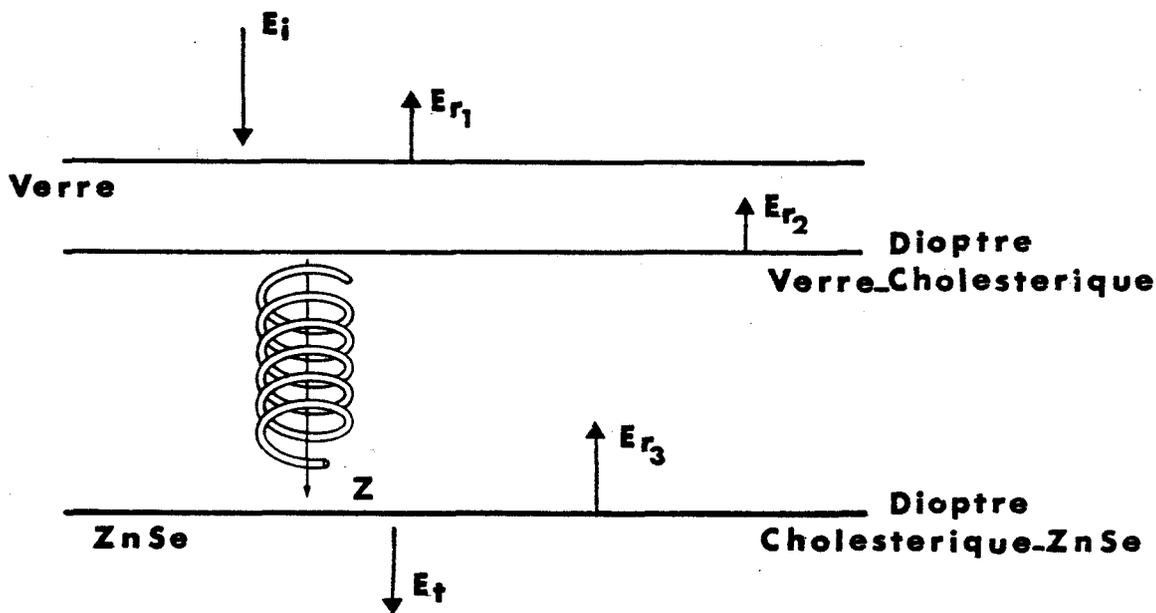


Figure 19 : Vibrations réfléchies et transmises par une lame cholestérique à faces planes et parallèles.

- E_{r1} : Vibration réfléchié diélectrique par le dioptre air - verre,
- E_{r2} : Vibration réfléchié d'amplitude négligeable car les indices du verre et du cholestérique sont proches
- E_{r3} : Vibration étudiée réfléchié dans l'axe du microscope par le dioptre cholestérique \rightarrow ZnSe.

Le matériau isotrope utilisé est constitué par une lame de ZnSe d'indice de réfraction 2,7. Pour le milieu cholestérique étudié (d'indice moyen $n \simeq 1,65$ et de biréfringence $\Delta n \simeq 0,1$), si l'épaisseur est faible ($e \simeq 2 p$ ou $p \simeq 0,3 \mu\text{m}$), l'ellipticité (η) prévue (71) est égale à 30° et l'azimut (θ) calculé pour les longueurs d'onde du milieu de la bande de réflexion sélective vaut : $+ 45^\circ$.

II-1. LES CONDITIONS EXPÉRIMENTALES

Nous cherchons à étudier un dioptre cholestérique \rightarrow ZnSe éclairé par la vibration extraordinaire du cholestérique. Pour orienter correctement le cholestérique sur une grande épaisseur, nous reprenons la technique utilisée en transmission : le cholestérique réalise une préparation prismatique entre lames de verre et ZnSe frottées. L'angle α du prisme est faible ($\alpha \simeq 0,15^\circ$) et une préparation bien orientée présente des lignes de GANDJEAN-CANO parallèle à l'arête du prisme.

Soit une préparation à faces planes et parallèles (figure 19). Cette préparation est éclairée sous incidence normale par une vibration polarisée circulaire E_1 . Avant d'arriver à l'interface cholestérique \rightarrow ZnSe, qui fait l'objet de notre étude, la lumière traverse un premier dioptre air \rightarrow lame de verre qui réfléchit également de la lumière.

Si la lame de verre est à faces planes et parallèles, la vibration réfléchiée à la première interface (Er_1) se superpose à la vibration que nous cherchons à analyser (Er_3) réfléchiée par le dioptre cholestérique \rightarrow ZnSe : il faut donc séparer Er_3 de la vibration Er_1 . Nous avons choisi d'effectuer cette séparation en utilisant une lame en verre prismatique (angle du prisme 4°). Cette lame de verre a un indice de réfraction proche de l'indice moyen du cholestérique, ce qui rend négligeable la vibration (Er_2) réfléchiée au dioptre verre \rightarrow cholestérique.

Le trajet des rayons incident, réfléchi au dioptre air \rightarrow verre et réfléchi au dioptre cholestérique \rightarrow ZnSe est donné sur la figure 20. Compte

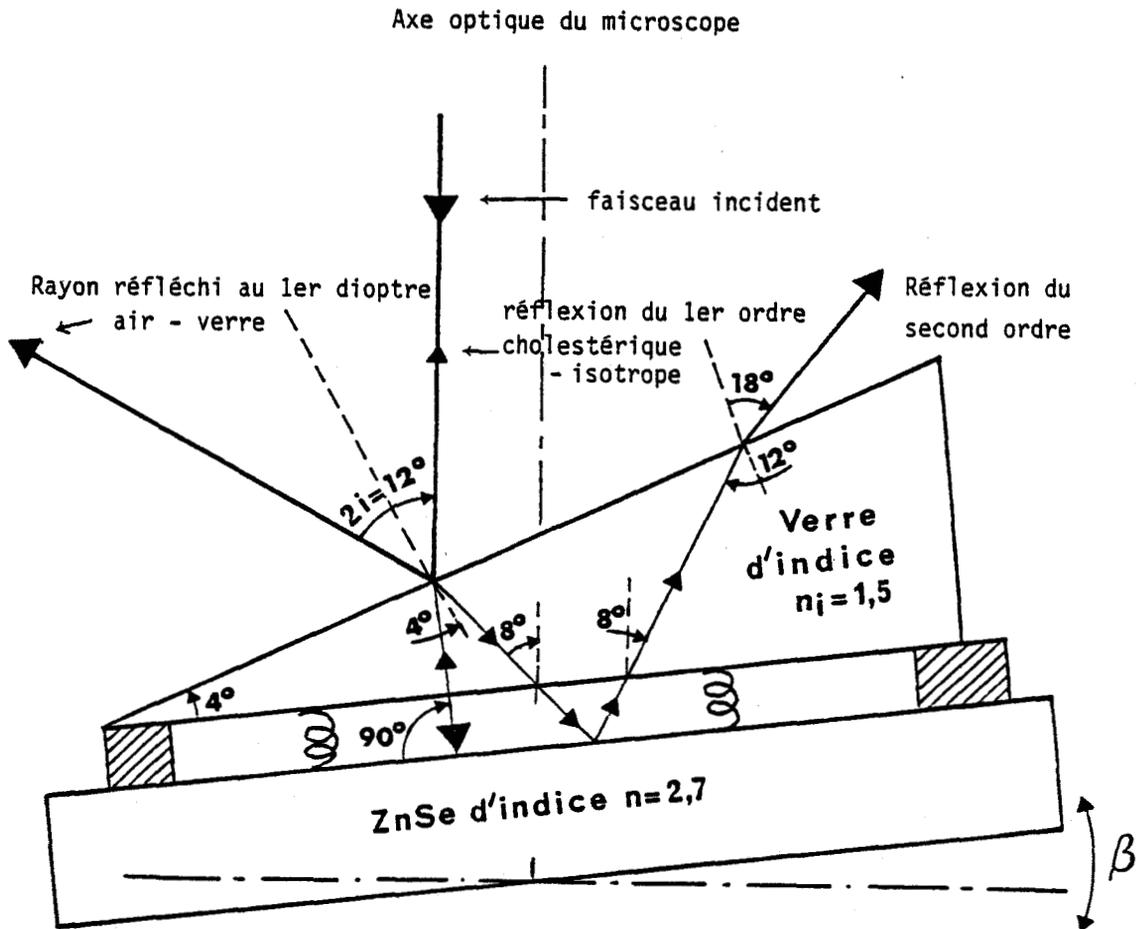


Figure 20 : Trajet des rayons incident et réfléchis au premier dioptre air \rightarrow lame de verre et au deuxième dioptre cholestérique \rightarrow ZnSe.

Remarques : + Pour la commodité du schéma.

- (1) les angles représentés ne respectent pas les valeurs réelles.
- (2) La préparation cholestérique réalise un prisme d'angle très faible ($\simeq 0,15^\circ$).

+ La lame de ZnSe est disposée sur une surplatine qui peut pivoter autour d'un axe perpendiculaire à l'axe optique. On peut ainsi modifier l'angle β .

tenu de la distance de mise au point nécessaire pour observer le dioptré cholestérique \rightarrow ZnSe, le rayon réfléchi au premier dioptré (E_{r1}) de la préparation n'entre pas dans l'objectif (légèrement diaphragmé) quand il fait un angle supérieur à 10° avec l'axe optique du microscope.

Par mesure de précaution, nous avons choisi de dévier la première réflexion de 12° . L'angle d'incidence i au dioptré air \rightarrow lame de verre est donc de 6° et l'angle de réfraction correspondant dans le verre est alors égal à 4° . Le rayon réfracté doit arriver perpendiculairement au dioptré cholestérique \rightarrow ZnSe : cela implique de choisir une lame prismatique d'angle A égal à 4° ; la préparation cholestérique est alors inclinée de la différence $i - A$, soit 2° par rapport à l'axe du microscope à l'aide d'une platine qui peut pivoter autour d'un axe parallèle à l'arête du prisme. ainsi, le faisceau utile, réfléchi par le dioptré cholestérique - ZnSe, sort de la préparation dans la direction de l'axe optique du microscope. Une éventuelle réflexion secondaire au dioptré verre-air est largement écartée de l'axe du microscope.

II-2. LES ÉLÉMENTS DU MONTAGE

Le microscope est utilisé en lumière réfléchie, le schéma de montage est donné dans la figure 21 :

- le faisceau source issu du polariseur elliptique initialement perpendiculaire à l'axe du microscope, est polarisé avant d'être dévié dans l'axe du microscope par un prisme de compensation de BEREK (figure 21).

- la préparation est placée sur la platine tournante du microscope.

- un analyseur elliptique permet d'étudier la vibration réfléchie.

Pour avoir un repérage plus précis des positions d'extinction lors des pointés, on utilise le même dispositif de pénombre à quatre plages qu'au chapitre III (§. III-1). L'orientation correcte de l'analyseur recevant une vibration rectiligne se traduit par l'égalité d'éclairement des quatre plages.

On a contrôlé que le prisme de BEREK ne modifie pas la polarisation de la lumière qu'il reçoit. Ces contrôles ont été effectués en lumière rectiligne par le procédé expérimental suivant :

On pose un miroir plan sur la platine du microscope, ce miroir est perpendiculaire à l'axe du microscope. Nous éclairons le prisme de BEREK en réflexion par une lumière polarisée rectilignement, faisant différents angles α avec l'axe perpendiculaire au plan d'incidence (plan de la figure 21). La lumière est d'abord réfléchie par le prisme ; elle arrive ensuite sur le miroir plan qui la renvoie vers l'analyseur A, ce dernier en position d'extinction permet de mesurer la direction α' de la vibration réfléchie.

Les mesures expérimentales effectuées, montrent que l'état de polarisation de la vibration incidente est identique à celui de la vibration réfléchie :

$$\alpha = \alpha'.$$

D'autres contrôles ont été effectués pour des vibrations incidentes circulaires ou elliptiques réfléchies par le miroir disposé sur la platine. Les résultats obtenus montrent que le prisme de compensation de BEREK, n'affecte pas l'état de polarisation de la vibration incidente quelque soit sa nature.

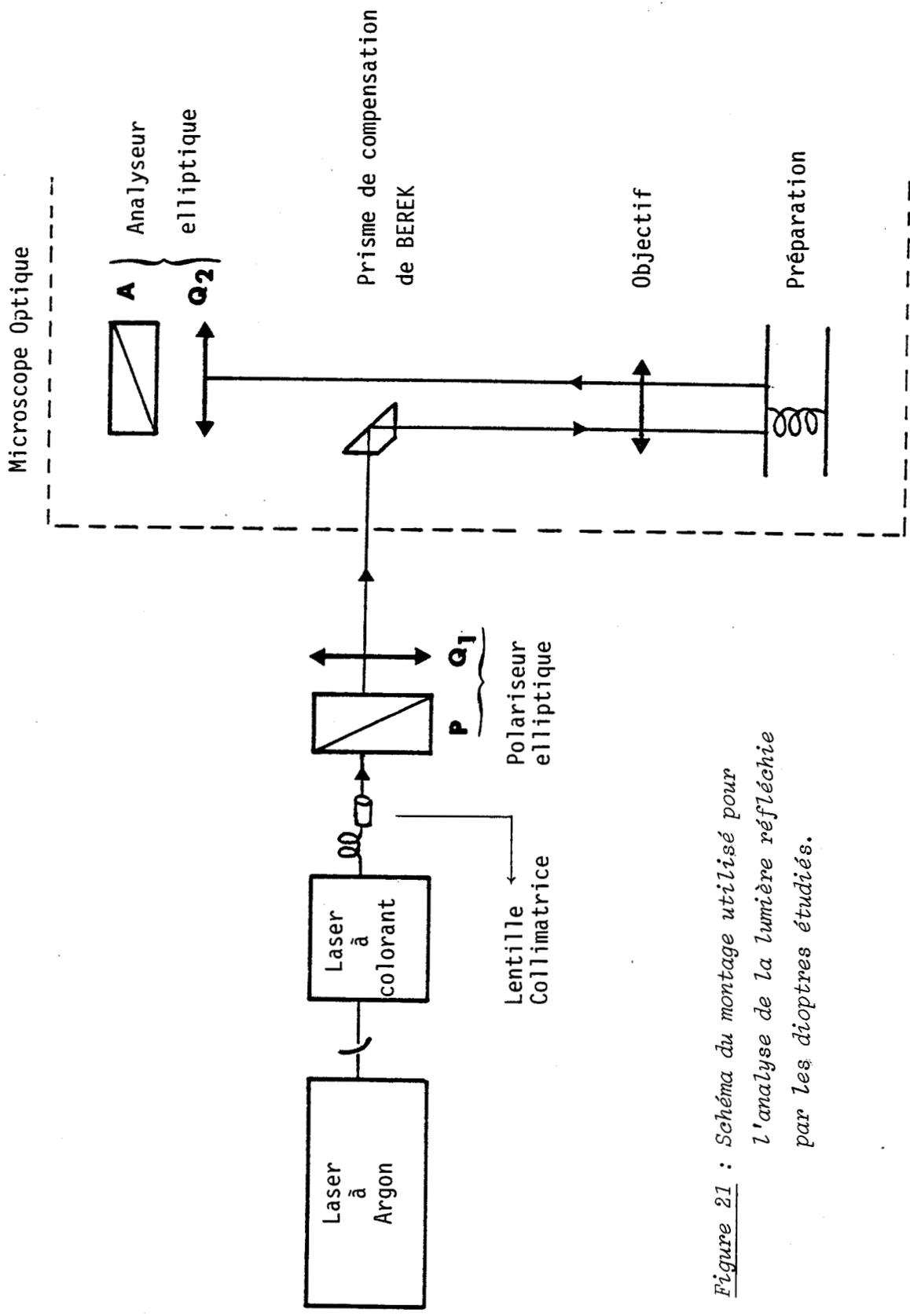


Figure 21 : Schéma du montage utilisé pour l'analyse de la lumière réfléchie par les dioptries étudiés.

II-3. RÉGLAGES ET RÉSULTATS

Les divers éléments du montage sont alignés de la façon suivante :

- Les lames quart d'onde Q_1 et Q_2 étant escamotées, un miroir plan remplace la préparation sur la platine. Le plan de polarisation du polariseur P est croisé avec le plan de polarisation de l'analyseur A à quatre plages. Les positions du polariseur et de l'analyseur sont notées et serviront d'origines de mesures.

- la lame quart d'onde Q_1 est ensuite introduite dans le montage et orientée de manière que l'égalité des quatre plages soit rétablie. Le même réglage est appliqué à la lame quart d'onde Q_2 .

Après cette étape de réglage, les positions respectives des cercles gradués associés aux lames quart d'onde Q_1 et Q_2 sont repérées, elles servent d'origine pour les mesures d'ellipticités et d'azimuts.

La méthode de mesure est identique à celle utilisée pour l'étude de l'onde transmise du chapitre III (§. III-2) : le polariseur elliptique permet de fixer l'ellipticité de la vibration incidente, dont l'orientation peut être choisie par rotation de la platine où est placée la préparation. L'analyseur elliptique reçoit la vibration réfléchie à étudier.

Les préparations étudiées sont constituées des cholestériques sénestres au chapitre II (§. II-2). Elles sont donc éclairées avec des vibrations circulaires droites qui correspondent à la vibration favorisée extraordinaire des milieux sénestres.

Les expériences réalisées au milieu de la bande de réflexion sélective, montrent que les vibrations réfléchies observées, sont circulaires droites ce qui est en accord avec les prévisions théoriques, dans le cas où l'épaisseur est suffisamment importante ($e > 3L$, Chapitre I, (§. II-4)). Pour les épaisseurs faibles ($e < 3L$) c'est-à-dire près de l'arête du prisme, les vibrations réfléchies analysées sont droites mais circulaires, au lieu d'être elliptiques comme prévu par la théorie.

Les résultats obtenus aux faibles épaisseurs ne sont que partiellement conformes à ce que nous espérons trouver. Nous avons attribué ce semi-échec au fait que la vibration elliptique calculée théoriquement est située immédiatement au niveau du dioptre : la composante circulaire extraordinaire qui provient de la réflexion diélectrique se propage sans atténuation tandis que la composante rectiligne évanescence s'atténue avec l'épaisseur de cholestérique ; elle donne naissance (Chap. III, II-1, 47) à une vibration circulaire ordinaire. La vibration réfléchie par le dioptre, observée à la sortie du cholestérique est donc en général elliptique, de même sens de parcours que celui de la vibration ordinaire. Son ellipticité peut être calculée en tenant compte de l'épaisseur traversée à partir du dioptre. Elle vaut approximativement 30° sur les quatre premières "marches" de GRANDJEAN-CANO et atteint rapidement 45° au delà de la quatrième marche de la préparation prismatique. Cependant les mesures effectuées près de l'arête du prisme n'ont pas été satisfaisantes.

D'autre part, la mauvaise planéité des couches moléculaires cholestérique, affecte l'ellipticité en la faisant croître. Notons cependant, que l'imperfection de la préparation n'affecte pas la vibration incidente qui est circulaire.

En conclusion, nous devons admettre qu'on ne peut atteindre l'orientation de la vibration rectiligne évanescence par rapport à la direction locale des molécules en étudiant le dioptre cholestérique \rightarrow isotrope : la vibration obtenue expérimentalement est circulaire ; son azimut est impossible à déterminer.

III-VIBRATION REFLECHIE PAR UN DIOPTRE ISOTROPE \rightarrow CHOLESTERIQUE : ETUDE EXPERIMENTALE POUR UN ECLAIRAGE AVEC LA VIBRATION CIRCULAIRE GAUCHE.

Les résultats concernant l'étude en réflexion cholestérique \rightarrow isotrope pour le sens d'éclairage choisi au paragraphe précédent, sont peu concluants. Nous avons donc tenté de reprendre cette étude en changeant le sens d'éclairage ce qui nous ramène au processus expérimental abordé par A. BARROUG [22] .

Pour tenter de résoudre les difficultés qu'il avait rencontrées au niveau de l'homogénéité de la structure hélicoïdale du cholestérique, nous avons utilisé des préparations à lignes de GRANDJEAN-CANO pour contrôler l'orientation du cholestérique loin du dioptre.

Le dioptre est éclairé par une vibration circulaire gauche (le cholestérique étudié est gauche). Conformément au calcul (§.III-1.c) du Chapitre I, la vibration réfléchie doit être elliptique gauche de même sens que la vibration réfléchie sélectivement par le cholestérique (figure 22). L'ellipticité η_r est déduite de l'expression (34), l'azimut θ_r coïncide avec l'orientation du champ rectiligne de l'onde ordinaire. Nous pouvons donc en mesurant l'orientation de grand axe de la vibration elliptique réfléchie, déduire l'angle entre le champ stationnaire et les molécules.

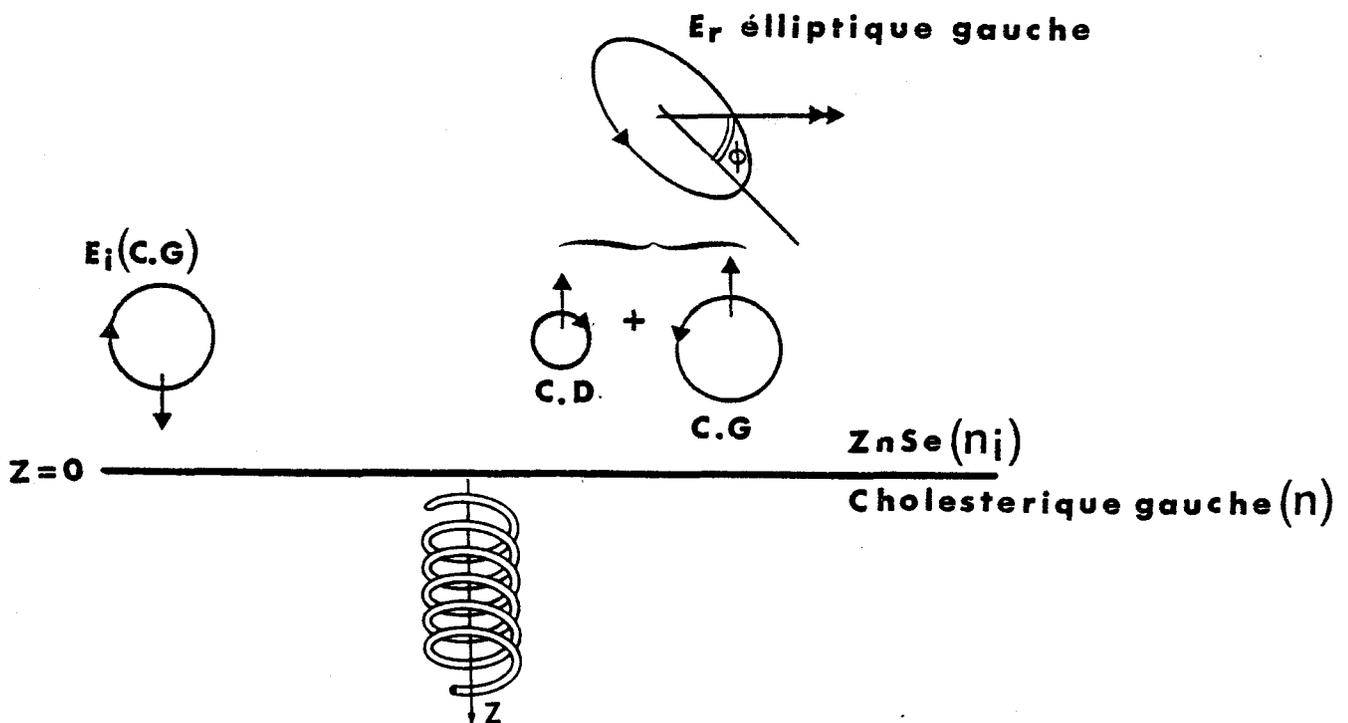


Figure 22 : Vibrations réfléchies par un dioptre isotrope (ZnSe) → cholestérique gauche éclairé par une vibration incidente circulaire gauche.

Les préparations étudiées sont constituées de cholestériques sénestres d'indice de réfraction moyen n égal à 1,65, recouvertes par une lame prismatique de matériau transparent isotrope pour écarter les vibrations réfléchies parasites (§. II-1) de l'axe optique du microscope.

Le montage expérimental et le procédé de mesure, sont identiques à ceux utilisés au paragraphe précédent (§. II-2). Les différences se situent :

- au niveau du sens de traversée de la préparation puisqu'on étudie le dioptré isotrope \rightarrow cholestérique,

- au niveau de la vibration incidente qui est circulaire gauche (favorisée ordinaire du cholestérique hors B.R.S).

III-1. ETUDE AVEC UNE LAME PRISMATIQUE DE ZnSe

Pour la lame prismatique (angle 2°) de ZnSe d'indice de réfraction 2,7, l'ellipticité η calculée est environ 30° ; l'azimut θ_r doit varier avec la position de la longueur d'onde incidente dans la bande de réflexion sélective.

Les mesures ont été effectuées au milieu de la bande de réflexion sélective. La vibration réfléchie analysée dans la direction normale au dioptré ZnSe \rightarrow cholestérique est droite ; son azimut est difficile à apprécier, cela est dû au fait que l'ellipticité mesurée (42°) est importante.

Le résultat obtenu est identique à la réflexion diélectrique habituelle d'une vibration incidente circulaire gauche, et ne ressemble en rien à la réflexion sélective attendue.

III-2. COMMENTAIRES

D'après les calculs théoriques du chapitre I (§. III-1.c) relatifs au dioptré ZnSe \rightarrow cholestérique, la vibration réfléchie observée résulte de la composition (33) d'une vibration gauche (réfléchie sélective) dont le coefficient de réflexion est $\frac{4N}{(1+N)^2} = 94\%$ et une vibration droite

(réflexion diélectrique) dont le coefficient de réflexion vaut $\frac{1-N}{1+N} = 24\%$. La somme de ces deux coefficients est une vibration elliptique gauche d'ellipticité égale à 30° et dont le grand axe est orienté d'un angle θ par rapport à l'axe optique.

Le résultat expérimental observé montre que la réflexion diélectrique ($\frac{1-N}{1+N}$) est prépondérante en pratique, à la réflexion sélective théorique ($\frac{4N}{(1+N)^2}$). La diminution importante du coefficient de réflexion sélective théorique ($\frac{4N}{(1+N)^2}$) est due à la non homogénéité de la préparation quand on s'éloigne du dioptre, la lumière réfléchie sélectivement ne forme plus un faisceau parallèle, mais un faisceau divergent (figure 23 a), alors que la réfléchie diélectrique n'est pas déformée par le dioptre. La lumière réfléchie analysée est donc constituée de la totalité de lumière réfléchie diélectrique et d'une partie seulement de lumière réfléchie sélectivement ($\epsilon \frac{4N}{(1+N)^2} : \epsilon \leq 0,1$).

Pour essayer de contourner cette difficulté liée aux mauvaises conditions d'ancrage sur le ZnSe, nous avons cherché d'autres matériaux isotropes pour réaliser le dioptre.

III-3. ETUDE AVEC UNE LAME PRISMATIQUE DE VERRE ORDINAIRE.

Notre premier essai a consisté à vérifier la présence effective de réflexion sélective avec un support de verre ordinaire, en présence des produits cholestériques réalisés. La lame de verre utilisée est prismatique d'angle 4° . Son indice de réfraction 1,5 est proche de celui du cholestérique ($n = 1,65$).

Pour ce dioptre (verre \rightarrow cholestérique) éclairé par une vibration incidente circulaire gauche, la vibration réfléchie analysée dans la direction normale au dioptre est une circulaire gauche de même nature que

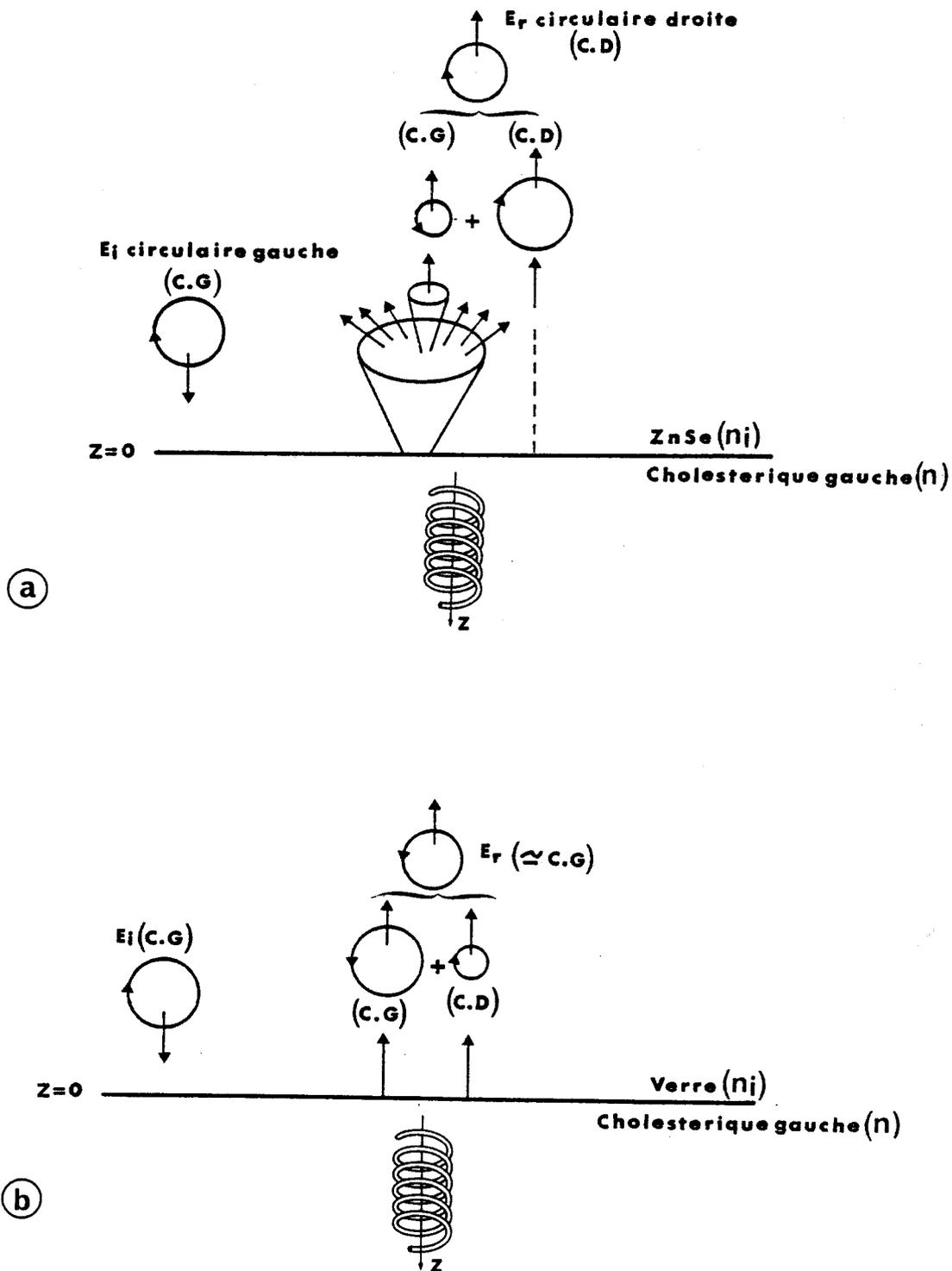


Figure 23 : Comparaison des conditions de réflexion aux dioptries isotropes \rightarrow cholestérique gauche.

(a) dioptrie ZnSe \rightarrow cholestérique

(b) dioptrie verre \rightarrow cholestérique

Avec le verre, les conditions d'ancrage au dioptrie sont meilleurs, la réflexion sélective est moins dispersée.

la vibration réfléchiée sélectivement (figure 23b). Ce résultat est en accord avec les prévisions théoriques : en effet, le coefficient de réflexion de la vibration réfléchiée diélectrique (circulaire droite) $\frac{1-N}{1+N} \simeq 5\%$ est négligeable devant celui de la vibration réfléchiée sélectivement (circulaire gauche) qui vaut pratiquement 1.

Le dioptre verre \rightarrow cholestérique permet donc d'obtenir une meilleure structure hélicoïdale que le dioptre ZnSe \rightarrow cholestérique ; ceci est dû à un ancrage plus facile des molécules sur le verre.

III-4. ÉTUDE AVEC UNE LAME PRISMATIQUE DE VERRE D'INDICE 2.

Pour accéder à l'orientation (θ) que fait dans le cholestérique le champ rectiligne évanescent par rapport à la direction moléculaire, il faut :

- un ancrage satisfaisant des molécules sur le support orientant ; le verre est mieux adapté que le ZnSe.

- une ellipse suffisamment aplatie pour que son azimuth puisse être mesuré ; ceci est d'autant mieux réalisé que l'indice du milieu isotrope est élevé.

Ces considérations ont conduit à choisir comme milieu d'immersion un matériau en verre transparent [30] d'indice n_i égal à 2 pour les longueurs d'onde appartenant au visible. Pour éviter les réflexions parasites (§. II-1), on utilise une lame prismatique d'angle 4° .

Pour l'indice de verre choisi, la vibration réfléchiée au dioptre (34), lorsque l'incidente est circulaire gauche, doit être elliptique gauche, d'ellipticité 39° , son azimuth vaut -45° au centre de la bande de réflexion sélective.

Pour les longueurs d'onde situées au milieu de la bande de réflexion sélective ; les vibrations réfléchiées analysées sont elliptiques gauches

d'ellipticité (η_r) environ $37^\circ \pm 2^\circ$ et d'azimut (θ_r) d'environ $-47^\circ \pm 5$. Constatons enfin que le rapport théorique des amplitudes des deux circulaires n'est pas respecté dans l'expérience puisque l'ellipticité observée (37°) est inférieure à celle calculée (39°) ce qui est finalement plus favorable pour l'expérience.

Quand on s'éloigne du milieu de la bande, les vibrations réfléchies deviennent progressivement (*) circulaires gauches, de même nature que la vibration réfléchie sélectivement. Ce résultat signifie que le coefficient de réflexion sélective est prépondérant par rapport au coefficient de réflexion diélectrique. Contrairement aux prévisions théoriques : en effet, l'indice imaginaire pur (n'') décroît à partir du milieu de la bande ; l'amplitude réfléchie sélectivement doit diminuer alors que l'amplitude réfléchie diélectriquement reste constante. Aux extrémités de la bande on devrait donc obtenir des vibrations droites de plus en plus circulaires ; les résultats obtenus sont donc paradoxaux.

Au centre de la bande, où la mesure d'azimut est possible, des manipulations de contrôles ont été effectuées pour s'assurer que les vibrations elliptiques gauches réfléchies sont bien liées à la préparation et tournent avec elle. Pour cela, l'analyseur elliptique est réglé aux valeurs expérimentales trouvées précédemment ($\eta_r = 37^\circ$, $\theta_r = -47^\circ$). On modifie l'azimut de la vibration réfléchie d'environ 20° , pour cela on tourne la préparation dans son plan autour de l'axe lent de la lame quart d'onde Q_2 : on constate une légère augmentation de lumière réfléchie. Le minimum de lumière est rétabli lorsqu'on tourne l'analyseur elliptique par rapport à la préparation d'environ 20° dans le même sens que la rotation de la préparation : la vibration elliptique gauche analysée est une vibration issue de la préparation ; son azimut est lié à la direction de frottement imposée au dioptré.

(*) à $\delta = -0,5$, la vibration réfléchie observée à une ellipticité de $39^\circ \pm 2^\circ$ et un azimut de $-67^\circ \pm 4^\circ$ et à $\delta = +0,5$ on a obtenu $\eta_r = 38^\circ \pm 2^\circ$ et $\theta_r = 25^\circ \pm 4^\circ$

IV - CONCLUSIONS

La vérification expérimentale des résultats théoriques du premier chapitre et du troisième chapitre concernant la réflexion à un dioptre isotrope - cholestérique a fait l'objet du présent chapitre. Les deux modes suivants d'éclairage ont été envisagés :

1°) Un dioptre cholestérique \rightarrow ZnSe est éclairé par la vibration favorisée extraordinaire ; la vibration réfléchie observée correspond à la vibration extraordinaire réfléchie seule. Ce résultat est en désaccord avec les prévisions théoriques pour les faibles épaisseurs. Ceci est dû à la non homogénéité du milieu cholestérique dès que l'on s'éloigne du dioptre orientant. La vibration elliptique attendue est déformée en traversant le milieu et devient circulaire, mais son sens de parcours est celui attendu.

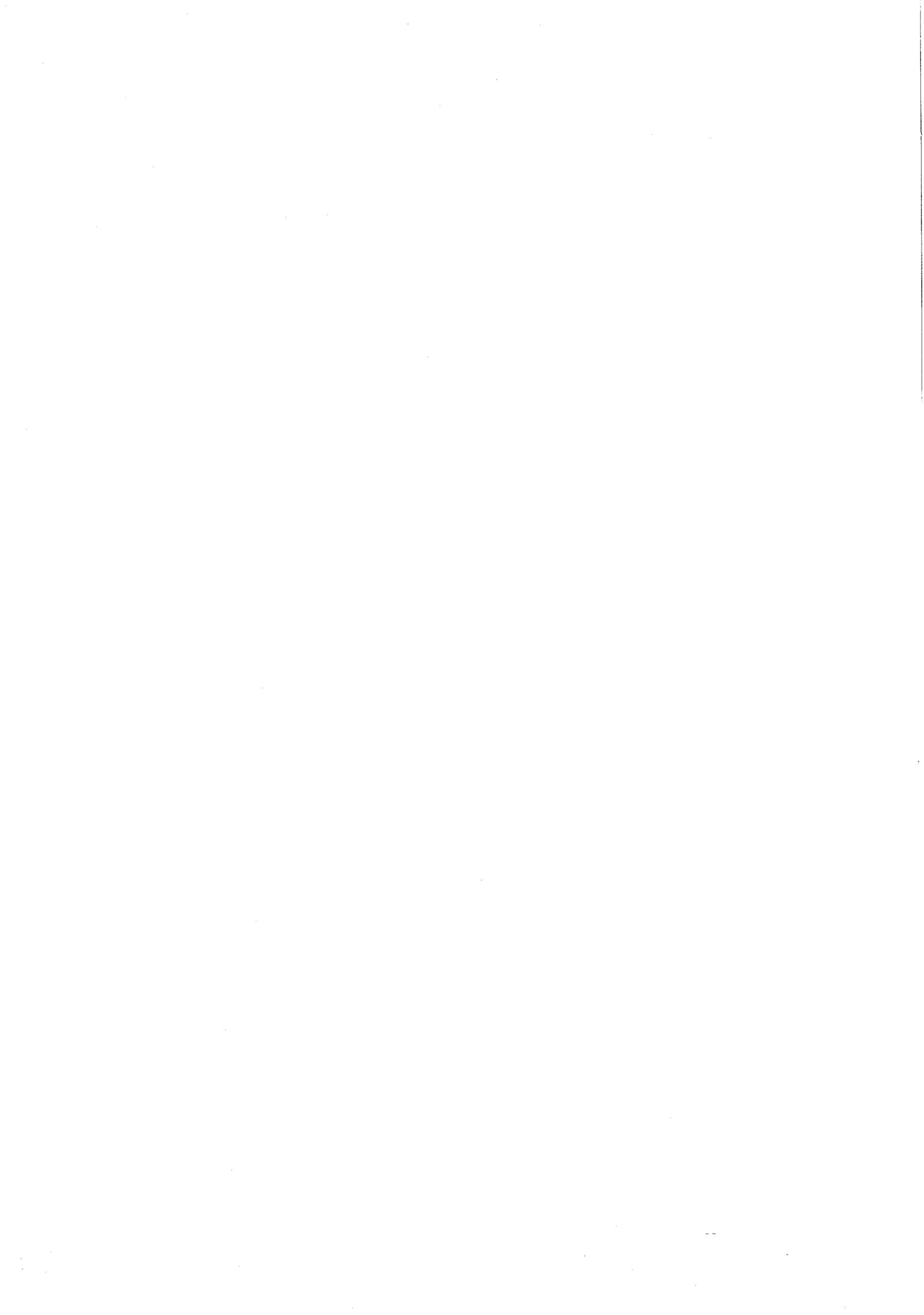
2°) L'autre sens d'éclairage a alors été étudié avec un dioptre isotrope \rightarrow cholestérique éclairé par la vibration favorisée ordinaire. Les expériences réalisées avec la lame de ZnSe rejoignant les résultats obtenus par A. BARROUG, malgré un meilleur contrôle de la qualité de la préparation (à l'aide des lignes de GRANDJEAN-CANO) et une modification du montage optique : la vibration réfléchie est circulaire ; son sens correspond à la réflexion diélectrique de la vibration ordinaire. Ce résultat doit imputer à la dispersion de la réflexion sélective due aux mauvaises conditions d'ancrage des molécules sur le support en ZnSe.

Avec un verre normal, la vibration réfléchie correspond bien à la réflexion sélective, caractérisée par son anomalie du sens de polarisation. Ce cas diffère du précédent (ZnSe) et doit être imputé aux meilleures conditions d'ancrage sur le verre.

Ce résultat nous a donc conduit à étudier les propriétés particulières d'un dioptre isotrope \rightarrow cholestérique où le milieu isotrope est un verre de haut indice ($n = 2$) ; on réalise ainsi un bon ancrage des molécules et l'ellipticité de la vibration réfléchie reste significative. Ce dioptre éclairé par la vibration ordinaire du cholestérique réfléchit une vibration elliptique de même sens que l'incidente. Au milieu de la bande de réflexion sélective, la direction du grand axe de la vibration réfléchie peut être déterminée : elle correspond à la valeur prévue.



CONCLUSION GENERALE



Les propriétés optiques d'un cristal liquide cholestérique éclairé dans la direction de l'axe de torsion, s'expliquent à l'aide de deux vibrations dites favorisées. Notre étude est limitée au domaine de réflexion sélective défini par l'intervalle spectral $[n_o p, n_e p]$ où n_o et n_e sont les indices locaux du milieu cholestérique et p son pas. Dans ce domaine, le comportement des vibrations favorisées est particulier :

- la vibration lente ou extraordinaire est associée à un indice réel n' . Elle peut se propager à longue distance ; pour un cholestérique dextre, elle est pratiquement circulaire gauche,

- la vibration rapide ou ordinaire ne peut se propager à longue distance car son indice n'' est imaginaire pur : son amplitude décroît exponentiellement, c'est une oscillation évanescence polarisée rectilignement. L'orientation de cette oscillation rectiligne fait avec la direction locale d'allongement des molécules, un angle parfaitement défini qui varie de $-\frac{\pi}{2}$ à 0 quand la longueur d'onde parcourt toute la bande de réflexion sélective. L'énergie lumineuse incidente qui excite l'oscillation ordinaire évanescence est réfléchié totalement sous forme d'une vibration circulaire de même sens de polarisation que l'incidente : ce phénomène facilement observé sur les préparations cholestériques habituelles entre lames et lamelle de verre, est connue sous le nom de "réflexion sélective".

L'étude des états de polarisation des vibrations réfléchié et transmise à un interface "milieu transparent isotrope - cristal liquide cholestérique" a mis en évidence que dans certains cas, on s'écarte notablement de la classique "réflexion sélective polarisée circulairement". En effet, pour des conditions d'éclairage appropriées, et des milieux isotropes d'indice élevé, les vibrations réfléchié et transmise peuvent être elliptiques ; leur azimut présente une direction bien définie par rapport à la direction d'allongement des molécules. Ces résultats laissent envisager la possibilité de repérer la direction d'allongement des molécules au dioptré, et ceci, à condition de choisir judicieusement l'indice de réfraction du milieu isotrope et l'état de polarisation de la vibration incidente.

Des vérifications expérimentales des propriétés prévues en transmission et en réflexion ont été effectuées.

Pour la transmission, nous avons tout d'abord repris l'étude déjà abordée par A. BARROUG : un dioptre isotrope \rightarrow cholestérique est éclairé par une vibration incidente elliptique qui réduit à zéro l'intensité transmise par le dioptre. L'azimut de cette vibration incidente est lié par une loi simple à la direction d'allongement des molécules cholestériques connue au niveau du dioptre. Le milieu isotrope utilisé est constitué d'une lame de ZnSe d'indice de réfraction 2,7, l'ellipticité prévue est égale à 31° . La vibration transmise est analysée. Malgré des améliorations sensibles (contrôle de la qualité de la préparation à l'aide des cloisons de GRANDJEAN-CANO et modifications du montage optique), les résultats obtenus sont qualitatifs et peu précis, mais suffisamment convaincants pour prouver l'existence des phénomènes prévus.

L'étude en transmission a été reprise avec une nouvelle approche du problème, aussi bien théorique qu'expérimentale : le dioptre est traversé dans le sens cholestérique \rightarrow isotrope, la vibration incidente est la favorisée extraordinaire située dans le cholestérique supposé d'extension infinie. Les résultats expérimentaux obtenus sont précis et conformes aux prévisions théoriques : la vibration transmise par le dioptre est elliptique, son sens de parcours correspond à celui de la vibration extraordinaire. L'ellipticité mesurée reste constante (31°) sur toute la bande de réflexion sélective, tandis que l'azimut varie de 0 à $+\frac{\pi}{2}$ quand la longueur d'onde parcourt toute la bande de réflexion sélective. La réussite de ces résultats expérimentaux est due à la substitution d'une méthode polarimétrique - qui consiste à analyser l'état de polarisation de la vibration transmise par le dioptre - à la précédente méthode de type photométrique.

L'étude expérimentale en réflexion a d'abord été abordée sur la base des nouvelles approches théorique et expérimentale qui nous ont permis d'obtenir des résultats quantitatifs satisfaisants lors de l'étude en transmission : un dioptre cholestérique \rightarrow isotrope est éclairé par une vibration extraordinaire. Immédiatement, au niveau du dioptre, la vibration réfléchie est constituée d'une composante favorisée

extraordinaire circulaire et une composante favorisée ordinaire rectiligne associée à un indice de réfraction imaginaire pur. Ces composantes doivent traverser le cholestérique avant d'être analysées : les vibrations réfléchies observées ne sont pas celles calculées au dioptre. Pour les épaisseurs importantes, la vibration réfléchie par la préparation est circulaire, son sens correspond à celui de la vibration favorisée extraordinaire réfléchie. Ce résultat est en accord avec la théorie. Pour les épaisseurs faibles, les vibrations réfléchies analysées par le dioptre cholestérique \rightarrow ZnSe, sont circulaires au lieu d'être elliptiques, d'ellipticité égale à 30° comme prévu par la théorie. Ce mode d'éclairage ne nous permet pas d'atteindre l'orientation de la vibration rectiligne évanescence par rapport à la direction locale des molécules.

Les expériences en réflexion ont été poursuivies sur la base des études théoriques antérieures : un dioptre isotrope \rightarrow cholestérique éclairé par une vibration favorisée ordinaire, la vibration réfléchie est elliptique de même sens que l'incidente ; la direction de son grand axe coïncide avec la direction de la vibration évanescence. Plus l'indice du milieu isotrope (n_i) diffère de l'indice moyen du cholestérique (n), plus l'ellipse est aplatie.

Pour un dioptre ZnSe - cholestérique, la vibration réfléchie calculée doit avoir une ellipticité de 30° ; son sens de parcours est le même que celui de l'incidente. En pratique, la vibration est identique à la réflexion diélectrique de la vibration incidente favorisée ordinaire. Ce résultat est expliqué par la dispersion de la réflexion sélective due aux mauvaises conditions d'ancrage des molécules sur le support en ZnSe : la réflexion diélectrique devient alors prépondérante dans la direction d'observation.

Avec le verre normal ($n \cong 1,5$), la vibration réfléchie correspond bien à la réflexion sélective bien connue. Cette différence avec le cas précédent réside dans la différence des conditions d'ancrage sur le verre et le ZnSe.

Ce résultat nous a conduit à étudier un dioptre verre d'indice élevé ($n_i = 2$) \rightarrow cholestérique ; on réalise ainsi un bon ancrage des

molécules et l'ellipticité de la vibration réfléchie reste significative ($\cong 39^\circ$). Son grand axe fait avec la direction de l'axe optique à l'interface, un angle bien défini, fonction de la position de la longueur d'onde dans la bande de réflexion sélective. Les expériences réalisées avec ce dioptré au milieu de la bande de réflexion sélective, sont en accord avec les prévisions théoriques : la vibration réfléchie analysée est elliptique d'ellipticité 37° , l'azimut mesuré ($- 47^\circ$) est proche de la valeur calculée ($- 45^\circ$), mais quand on s'éloigne du milieu de la bande, les vibrations réfléchies deviennent circulaires avec un sens de polarisation qui correspond à celui de la réflexion sélective de la vibration ordinaire.

Certains des résultats obtenus sur toute la bande de réflexion sélective en transmission et au moins sur la partie centrale de la bande en réflexion, constituent la première vérification quantitative d'une théorie qui n'avait pu être contrôlée que de manière très qualitative. Les difficultés rencontrées pour observer les phénomènes prévus montrent que les divers calculs développés par les auteurs cités dans le texte, qui ont étudié les intensités transmise et réfléchie dans la bande de réflexion sélective, doivent être amendés pour tenir compte des conditions pratiques effectives de réflexion sélective à une interface isotrope - cholestérique. En effet, la directivité de la réflexion sélective répartie dans le cholestérique est fortement tributaire de la qualité de la structure hélicoïdale de la préparation. Il en résulte une dispersion de l'onde réfléchie sélectivement dans un cône d'angle au sommet variable avec les conditions d'ancrage aux limites de la mésophase. Dans la direction d'observation, on ne peut donc prendre en compte en général, qu'une partie de la réflexion sélective.

Les diverses remises en cause théoriques induites par la confrontation théorie - expériences, ont enfin conduit à proposer la première approche théorique complète des vibrations transmise et réfléchie par une lame finie du cholestérique, dans la bande de réflexion sélective.





ANNEXE

*Etude des champs transmis et réfléchis par une lame
cholestérique finie, éclairée sous l'incidence normale,
pour des vibrations de longueurs d'onde appartenant
à la bande de réflexion sélective*



Aux chapitres I et III ont été étudiées les conditions de réflexion et de transmission de vibrations polarisées incidentes sur un dioptre isotrope-cholestérique, semi-infini (d'axe de torsion normale au dioptre).

Nous proposons ici l'étude d'une lame cholestérique finie limitée par deux milieux isotropes d'indices de réfraction différents (n_i, n'_i). Les calculs proposés ne sont valables que dans la bande de réflexion sélective du cholestérique.

I - ETUDE GLOBALE D'UNE LAME CHOLESTERIQUE

Soit un cholestérique d'indice moyen de réfraction n limité par deux milieux isotropes parfaitement transparents (figure 24) d'indices de réfraction n_i, n'_i ; les deux milieux sont supposés magnétiquement isotrope

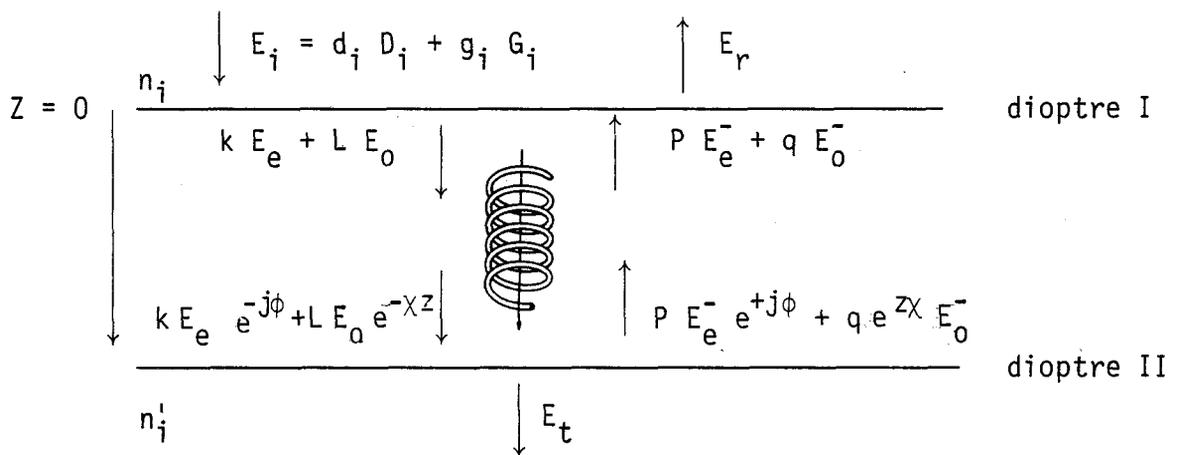


Figure 24 : Vibrations définies au niveau des dioptrés d'une lame cholestérique finie d'épaisseur z .

ϕ : représente le déphasage de la vibration favorisée E_e à travers la lame.

χ : est le coefficient d'extinction de la vibration favorisée E_0 .

La lame est éclairée sous l'incidence normale par une onde lumineuse plane et homogène d'état de polarisation quelconque. La longueur d'onde incidente appartient à la bande de réflexion sélective du cholestérique.

Pour la suite des calculs, on considère les vibrations suivantes :

(1) la vibration incidente E_i est décomposée en deux vibrations circulaires droite D_i et gauche G_i d'amplitudes respectives d_i et g_i . Les conditions de réflexion et de transmission de ces deux vibrations à travers le premier dioptré isotrope \rightarrow cholestérique ont été développées au chapitre I (§. III).

(2) dans le cholestérique, les ondes sont décomposées sur les vibrations favorisées extraordinaire E_e et ordinaire E_o ; les conditions de réflexion et transmission de E_e et E_o à un dioptré cholestérique \rightarrow isotrope ont été étudiées au Chapitre III (§. II). Pour un milieu cholestérique droit, dans la bande de réflexion sélective, E_e est circulaire gauche $\begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$ tandis que E_o est rectiligne évanescence $\begin{pmatrix} -\Delta \\ 1 \end{pmatrix}$.

E_e^- , E_o^- sont les vibrations favorisées qui se propagent dans le sens de la lumière réfléchie.

k et L sont les amplitudes des vibrations favorisées qui se propagent dans le sens de la lumière incidente au niveau du dioptré I.

p et q sont les amplitudes des vibrations favorisées qui se propagent dans le sens de la lumière réfléchie.

Au niveau de chaque dioptré existent lumières transmises et réfléchie. Le problème peut être simplifié en étudiant les ondes globales qui se propagent dans chaque sens. Ainsi E_r désigne non seulement l'onde réfléchie par le premier dioptré mais la résultante des ondes qui se propagent en sens inverse de la vibration incidente E_i et qui émergent de la face supérieure de la lame cholestérique. E_t est l'ensemble des vibrations transmises au niveau du second dioptré (cholestérique \rightarrow isotrope).

Supposons que le cholestérique étudié est droit. Une vibration incidente gauche donne naissance dans le cholestérique à une vibration gauche de même type que la favorisée extraordinaire (E_e). Le scalaire t_{ge} représente

le coefficient de transmission d'une circulaire gauche. Par contre, une vibration incidente droite donne naissance dans le cholestérique à une composante extraordinaire gauche (E_e) et une composante ordinaire rectiligne (E_o). Les scalaires t_{de} et t_{do} représentent les coefficients de transmission : droite incidente \rightarrow extraordinaire circulaire gauche et droite incidente \rightarrow ordinaire rectiligne.

Pour un milieu droit les conditions de passage pour les composantes tangentielles des champs au dioptre I permettent d'écrire les relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} k &= g_i t_{ge} + r_e p + c_o q \\ L &= d_i t_{do} + g_i t_{de} + r_o q + C_e p \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

où r_o, r_e sont les coefficients de réflexion des favorisées (E_e, E_o) (48 et 60). C_o, C_e expriment les coefficients de couplages des favorisées (49 et 61).

Rappelons ci-dessous les expressions des divers coefficients pour un dioptre isotrope (indice n_i) - cholestérique (indice moyen n).

$$t_{de} = - \frac{2n_i (n_i - n) e^{2j\phi}}{(n_i + n)^2} \quad (2), \quad t_{do} = \frac{4n_i}{n+n_i} \frac{e^{j\phi}}{\sqrt{1+\Delta^2}} \quad (3)$$

$$t_{ge} = \frac{2n_i}{n+n_i} \quad (4)$$

$$r_o = - \left(\frac{1+j\Delta}{1-j\Delta} \right) \quad (5), \quad r_e = \left(\frac{1+j\Delta}{1-j\Delta} \right) \left(\frac{n-n_i}{n+n_i} \right)^2 \quad (6)$$

$$C_o = \frac{2\Delta}{(1-j\Delta)} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\Delta^2}} \left(\frac{n-n_i}{n+n_i} \right) \quad (7), \quad C_e = \frac{2j\sqrt{1+\Delta^2}}{\sqrt{2}(j\Delta-1)} \left(\frac{n-n_i}{n+n_i} \right) \quad (8)$$

Les conditions de passage au niveau du dioptre II conduisent aux relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} p e^{j\phi} &= r'_e k e^{-j\phi} + C'_o L e^{-\chi z} \\ q e^{\chi z} &= C'_e k e^{-j\phi} + r'_o L e^{-\chi z} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

où (r'_e, r'_o) et (C'_e, C'_o) représentent les coefficients de réflexion et de couplage au dioptre de sortie. Ils se déduisent des expressions r_o, r_e, C_o et C_e (5, 6, 7 et 8) en remplaçant l'indice n_i par l'indice n'_i .

En portant les expressions de p et q du système d'équations (9) dans l'expression (1) on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} & \left[1 - r'_e r'_e e^{-2j\phi} - C'_o C'_e e^{-j\phi} e^{-\chi z} \right] k \\ & - \left[r'_e C'_o e^{-j\phi} e^{-\chi z} + C'_o r'_o e^{-2\chi z} \right] L = g_i t_{ge} \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & - \left[r'_o C'_e e^{-j\phi} e^{-\chi z} + C'_e r'_e e^{-2j\phi} \right] k \\ & + \left[1 - r'_o r'_o e^{-2\chi z} - C'_e C'_o e^{-j\phi} e^{-\chi z} \right] L = d_i t_{do} + g_i t_{de} \end{aligned}$$

Les amplitudes k et L des vibrations favorisées qui existent dans une lame finie cholestérique éclairée par une onde quelconque dont la longueur d'onde appartient à la bande de réflexion sélective s'obtiennent en résolvant le système (10) :

$$\begin{aligned} k &= \left[g_i t_{ge} \right] \left[1 - r'_o r'_o e^{-2\chi z} - C'_e C'_o e^{-j\phi} e^{-\chi z} \right] / D \\ & + \left[d_i t_{do} + g_i t_{de} \right] \left[r'_e C'_o e^{-j\phi} e^{-\chi z} + C'_o r'_o e^{-2\chi z} \right] / D \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} L &= \left[g_i t_{de} + d_i t_{do} \right] \left[1 - r'_e r'_e e^{-2j\phi} - C'_o C'_e e^{-j\phi} e^{-\chi z} \right] / D \\ & + \left[g_i t_{ge} \right] \left[r'_o C'_e e^{-j\phi} e^{-\chi z} + C'_e r'_e e^{-2j\phi} \right] / D \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{où } D = & \left[1 - r_e r'_e e^{-2j\phi} - c_o c'_e e^{-j\phi} e^{-\chi z} \right] \left[1 - r_o r'_o e^{-2\chi z} - c_e c'_o e^{-j\phi} e^{-\chi z} \right] \\ & - \left[r_o c'_e e^{-j\phi} e^{-\chi z} + c_e r'_e e^{-2j\phi} \right] \left[r_e c'_o e^{-j\phi} e^{-\chi z} + c_o r'_o e^{-2\chi z} \right] \quad (13) \end{aligned}$$

La vibration transmise par le dioptre II est constituée d'une composante rectiligne qui provient de la favorisée ordinaire E_o et d'une composante elliptique (T_e) qui provient de la favorisée extraordinaire E_e . T_e est elliptique, son état de polarisation F_{Te} est donné par la relation (63) ; le coefficient de transmission $E_e \rightarrow T_e$ est le coefficient x_e donné par la relation (58).

De la même manière, la vibration réfléchie provient des transmissions de E_o et E_e à travers le dioptre I, et des réflexions des composantes D_i et G_i de la vibration incidente (D_i^- , G_i^-).

Les vibrations transmises E_t et réfléchie par la lame cholestérique sont donc :

$$E_t = L e^{-\chi z} t_o E_o + k e^{-j\phi} x_e T_e \quad (14)$$

$$E_r = q t'_o E_o^- + p x'_e T_e^- + d_i (r_s D_i^- + r_d G_i^-) + g_i r_d G_i^- \quad (15)$$

t_o , t'_o : coefficients de transmission relatifs aux vibrations favorisées ordinaires aux dioptries I et II.

Rappelons les expressions de t_o , F_{Te} et x_e ; celles de t'_o , F_{Te}' et x_e' se déduisent des précédentes en remplaçant dans (16, 17, 18) l'indice n_i par n_i' .

$$t_o = \frac{-4n\Delta}{(\sqrt{1+\Delta^2})(1-j\Delta)(n+n_i)} \quad (16) \quad ; \quad F_{Te} = \frac{N - j\Delta}{N\Delta + j} \quad (17)$$

$$x_e = \frac{4n(nj\Delta - n_i)}{\sqrt{2}(j\Delta - 1)(n+n_i)^2} \quad (18)$$

r_d est le coefficient de réflexion diélectrique qui vaut :

$$r_d = \frac{n_i - n}{n_i + n} \quad (19)$$

r_s est le coefficient de réflexion lié à la réflexion sélective son expression est :

$$r_s = \frac{4n n_i}{(n + n_i)^2} e^{2j\phi} \quad (20)$$

II - VIBRATIONS TRANSMISE ET REFLECHIE PAR UNE LAME CHOLESTERIQUE
EPAISSE DONT LES DEUX INDICES n_i ET n'_i SONT EGAUX

- si l'épaisseur est importante ($e \gg 3L$), les expressions $e^{-\chi z}$ et $e^{-2\chi z}$ tendent vers zéro.

- L'égalité des deux indices des milieux isotropes n_i et n'_i entraîne les relations suivantes :

$$r_o = r'_o, \quad r_e = r'_e, \quad C_o = C'_o, \quad C_e = C'_e$$

Les expressions (11), (12) et (13) deviennent alors :

$$k = \frac{g_i t_{ge}}{D}$$

$$L = \frac{[g_i t_{de} + d_i t_{do}] [1 - r_e^2 e^{-2j\phi}] + [g_i t_{ge}] [C_e r_e e^{-2j\phi}]}{D}$$

$$D = 1 - r_e^2 e^{-2j\phi}$$

on distingue deux modes d'éclairages :

a) quand la lame choelstérique droit est éclairée normalement par une vibration incidente circulaire gauche ($g_i \neq 0, d_i = 0$) la vibration transmise globale est :

$$E_t = k e^{-j\phi} x_e T_e$$

avec $k = \frac{g_i t_{ge}}{D}$

La vibration réfléchie correspondante est de la forme :

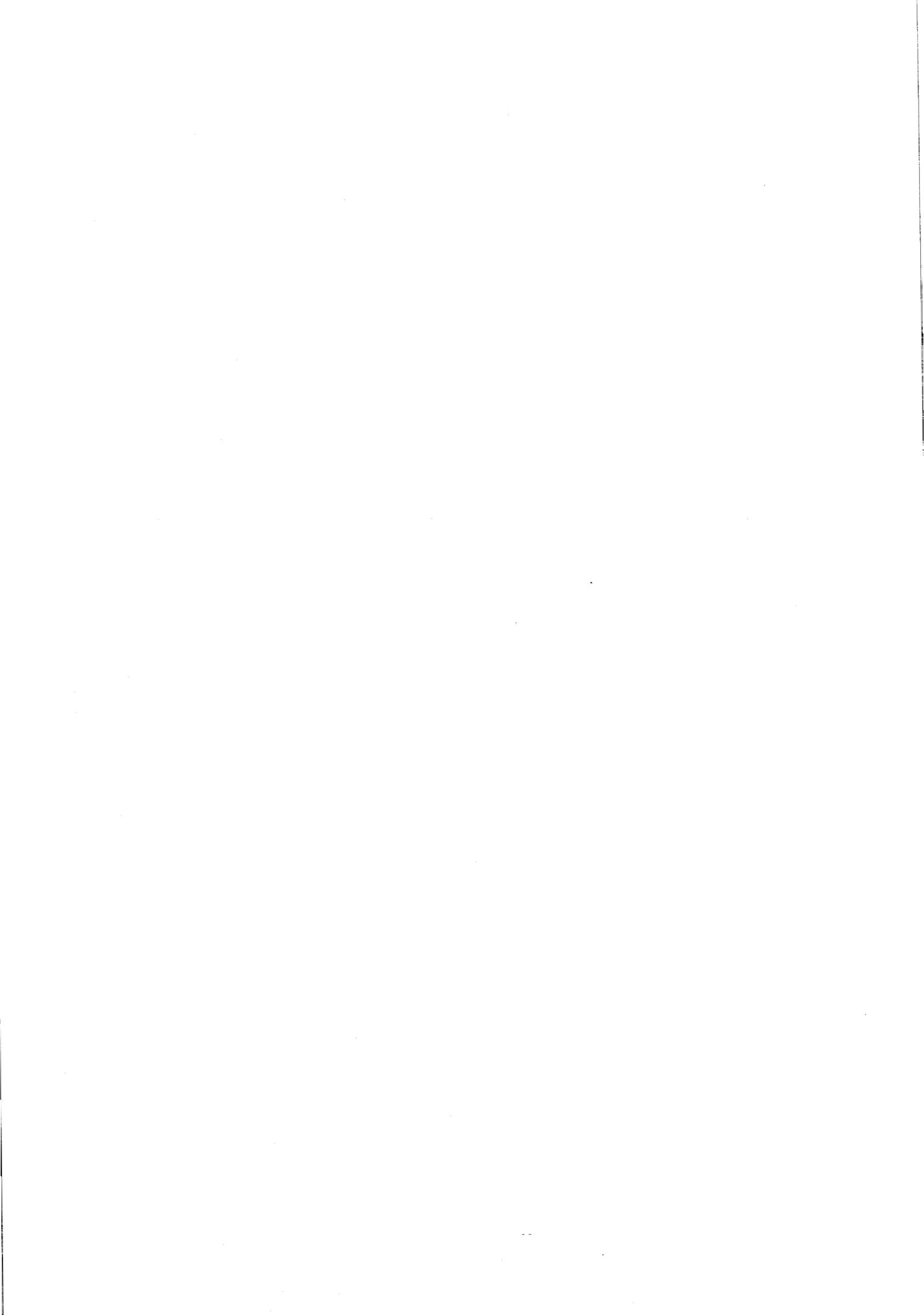
$$E_r = r'_e k e^{-2j\phi} x_e T_e^- + g_i r_d G_i^-$$

On remarque que ces deux résultats rejoignent ceux qui ont été déjà étudiés au Chapitre III, (§. II-2) lors de l'étude du dioptré semi-infini cholestérique \rightarrow isotrope.

b) Quand la vibration incidente est circulaire droite ($d_i \neq 0$, $g_i = 0$) la vibration transmise est nulle ($E_t = 0$) ; toute la lumière incidente est réfléchie :

$$E_r = d_i r_s D_i^- + d_i r_d G_i^-$$

Cette vibration réfléchie est la somme d'une vibration circulaire gauche G_i^- d'amplitude $r_d d_i$; et d'une vibration circulaire droite d'amplitude $r_s d_i$. On retrouve les résultats obtenus au chapitre I (§. III-1.d) d'un dioptré séparant un milieu isotrope transparent d'un cholestérique d'épaisseur semi-infinie.



REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES



REFERENCES

- [1] REINITZER F.,
Monatsh. f. Chem., 1988, 9, p. 421-441.
- [2] FRIEDEL G.,
Ann. de Phys., 1922, 9, p. 273-474
- [3] DE GENNES P.G.,
The optics of Liquids Crystals, Clarendon Press, Oxford (1974)
- [4] BILLARD J., DUBOIS J.C., NGUYEN HUU TINH et ZANN A.,
Nouv. J. de Chi., 1978, 2, p. 535-540.
- [5a] MALTHETE J., COLLET J.,
Nouv. J. Chim., 1985, 9, p. 151.
- [5b] ZIMMERMANN H., POUPKO R., LUZ Z., BILLARD J.,
Z. Naturforsch., 1985, 40a, P. 149.
- [6] PENOT J.P., JACQUES J., et BILLARD J.,
Tetrahedron Lett. 4013 (1968).
- [7] FRIEDEL G.,
C.R. Acad. Sci. Paris, 1923, 176, p. 475.
- [8] MANGUIN C.,
C.R. Acad. Sci. Paris, 1913, 156, P. 1246.
- [9] SAEVA F.D. et OLIN G.R.,
J. Amer. Chem. Soc., 1976, 98, p. 2705.
- [10] KELLER P., ZANN A., et BILLARD J.,
Liq. Cryst. Conf., Garnich - Partenkirchen, 1980.

- [11] MAUGUIN C.,
Bull. Soc. Fr. Min., 1911, 34, p. 71-117.
- [12] DE VRIES H.L.,
Acta. Cryst., 1951, 4, p. 219-26.
- [13] BILLARD J.,
Mol. Cryst. Liq. Cryst., 1967, 3, p. 227-240.
- [14] BERREMAN D.W.,
Mol. Cryst. Liq. Cryst., 1973, 22, p. 175.
- [15] PARODI O.,
J. de Phys. Colloq., 1975, 36, p. C1 - 325.
- [16] DREHER R., MEIER G., SAUPE A.,
Mol. Cryst. Liq. Cryst., 1971, 13, p. 17.
- [17] DREHER R., MEIER G.,
Phys. Rev. A, 1973, 8 (3), p. 1616-1623.
- [18] OLDANO C., MIRALDI E., et TAVERNA VALABREGA P.,
Phys. Rev. A, 1983, 27 (6), p. 3291 - 3299.
- [19] ABDULHALIM I., BENGUIGUI L., et WEIL R.,
J. Phys., 1985, 46, p. 815 - 825.
- [20] ISAERT N., BERTHAULT J.P., et BILLARD J.,
J. Optics (Paris), 1980, 11, p. 17 - 41.
- [21] JOLY G., ISAERT N.,
C.R. Acad. Sci. Paris, 1983, 11, p. 1135.
- [22] BARROUG A.,
Thèse de 3ème cycle, Lille, 1984.
- [23] TUR M.,
Mol. Cryst. Liq. Cryst., 1975, 29, p. 345.

- [24] HORI K.,
Mol. Cryst. Liq. Cryst., 1983, 100, p. 75 - 83.
- [25] PETERSON M.A.,
Phys. Rev. A, 1983, 27 (1), p. 520 - 529.
- [26] OSEEN C.W.,
Trans. Faraday Soc., 1983, 29, p. 883.
- [27] BILLARD J.,
Thèse, Paris, 1966.
- [28] POINCARÉ H.,
Théorie Mathématique de lumière II carré, Paris, 1892, p. 275.
- [29] JOLY G.,
Thèse de Doctorat d'Etat, Lille (1984).
- [30] Fourni par J.Fichou, Paris, France.
- [31] Fourni par EGA-CHEMIE, 7924
Steinheim Abuch, W. Germany.
- [32] Fourni par RIEDEL de HAEN A.G.,
Seelze, Hanovre, R.F.A.
- [33] LINDAT C.,
Proc. of I.E.E.E., 1973, 61 (7), p. 814 - 822.
- [34] Fourni par E. Merck, D-6 100 Darmstadt 1,
Bundesrepublik, Deutschland.
- [35] Fourni par K et K et K Labs Division,
121 Express Street Plainview, New York 11803.
- [36] Fourni par Eastman Organic Chemicals,
Rochester, New York, U.S.A.

- [37] Fourni par Aldrich Chemical Co. Inc.,
Milwaukee, U.S.A.
- [38] CANO R.,
Bull. Soc. Fr. Min. Crist., 1968, 91, 20-27.
- [39] GRANDJEAN F.,
C.R. Acad. Sci. Paris, 1922, 172, p. 71.
- [40] BOULIGAND Y.,
J. de Phys., 1974, 35, 959 - 81.
- [41] CHATELAIN P.,
C.R. Acad. Sci., 1941, 213, P. 875.
- [42] WRIGHT F.E.,
Amer. J. Sci., 1910, IV 29, p. 415 - 26.
- [43] JOLY G., BILLARD J.,
J. Optics (Paris), 1981, 12 (5), p. 323 - 329.
- [44] MACE DE LEPINAY J.,
J. Phys., 1900, 2, p. 585 - 588.



RESUME

La masse entière d'un échantillon contribue à la réflexion sélective des mésophases biréfringentes hélicoïdales : dans le milieu, des vibrations circulaires incidente et réfléchie interfèrent, pour donner une oscillation stationnaire évanescence rectiligne. L'orientation de cette oscillation forme avec la direction des molécules, un angle parfaitement défini qui varie de $-\frac{\pi}{2}$ à 0 quand la longueur d'onde incidente parcourt toute la bande de réflexion sélective.

Cet angle a été mesuré par polarimétrie optique à partir des vibrations extérieures à la phase hélicoïdale. L'approche expérimentale consiste à étudier un dioptre séparant une phase cholestérique de pas $p = \frac{\lambda}{n}$ et un milieu isotrope d'indice de réfraction élevé. Ce dioptre est éclairé par un laser à colorant et observé au microscope polarisant. Les vibrations transmises et réfléchies analysées sont elliptiques conformément à la théorie. Leurs azimuts sont parallèles ou perpendiculaires à l'oscillation stationnaire dans le milieu hélicoïdal. Ces azimuts tournent en fonction de la position de la longueur d'onde incidente dans la bande de réflexion sélective. Les mesures montrent que l'ellipticité de la vibration transmise est constante sur toute la bande.

MOTS CLES :

Mésophases torsées - Réflexion sélective - Vibrations favorisées - Polarimétrie - Champ évanescence .
