

50376
1988
13

Année : 1988

50376
1988
13

THESE

N° d'ordre 198

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE FLANDRES ARTOIS

en vue de l'obtention d'un

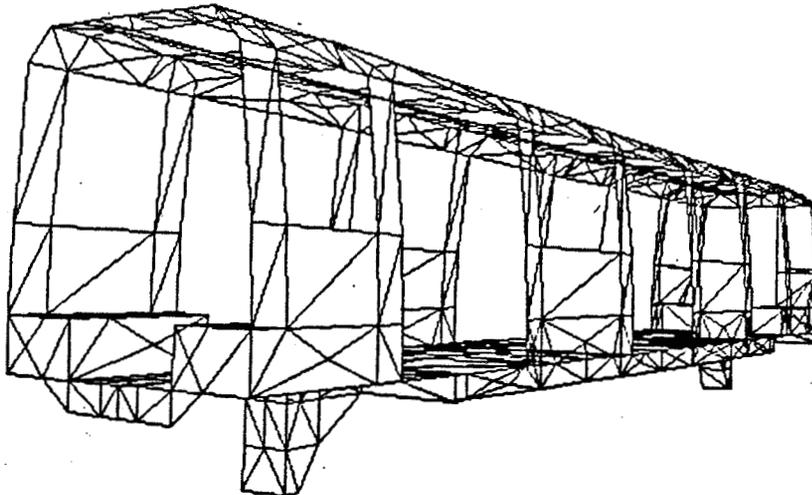
DOCTORAT de MECANIQUE

par

Daniel COUTELLIER



Titre : " REANALYSE DES PROPRIETES DYNAMIQUES DE GRANDES
STRUCTURES PAR SYNTHESE MODALE ."



Soutenu le 29 Février 1988

devant le jury d'examen composé de

Président : F. PARSY

Examineurs : J. OUDIN

J.C. RAOUL

A. SCHALLER

Directeur de thèse : Y. RAVALARD

RESUME

Le développement des critères de validation de conception dynamique de structures complexes conduit de plus en plus à un processus de calcul itératif très coûteux en temps si l'on utilise des méthodes de résolution directe.

Nous avons envisagé d'utiliser une méthode de synthèse modale comme méthode de réanalyse dans le cas de la conception dynamique d'une caisse de métro.

Parmi les différents algorithmes de synthèse modale, la généralisation de celui de Mac Neal aux interfaces libres a été retenu pour les avantages qu'il présente. Son utilisation a été rendue possible par le développement d'un interface avec un code de calcul existant.

La configuration géométrique de la caisse et les considérations liées à sa fabrication nous ont amené à considérer différents types de sous-structuration.

Etant donné la complexité de la modélisation de la caisse réelle, une étude préliminaire sur une maquette simplifiée ne reprenant que des caractéristiques topologiques du véhicule a permis de trouver une stratégie optimale de décomposition en sous-structures de la caisse de métro.

L'application de cette stratégie au modèle réel a permis de valider les premières hypothèses fondées au cours de l'étude préliminaire.

Les résultats comparés à ceux du calcul direct réalisé précédemment confirment l'efficacité de la synthèse modale pour la conception dynamique des véhicules ferroviaires.

ABSTRACT

The development of validation criteria for the dynamic conception gives way, more and more, to an iterative process, the cost of which is high in terms of calculation time through direct methods.

We thus considered to use a method of modal synthesis as a method of reanalysis in case of the dynamic conception of a metro carbody.

Among the different algorithms of modal synthesis, we chose the generalisation of Mac Neal's method with free interfaces for its advantages. Its use has been made possible by the development of an interface through an already existing calculation code.

The geometric configuration of the body and the consideration linked to its manufacture let us to consider different types of sub-structurations.

As the modification of the real body is very complex, a preliminary study on a simplified mock-up including only typological characteristics of the vehicle enables us to find an optimal cut-out strategy of the metro carbody.

The application of the optimal one to a real model lets us to validate the first hypothesis discovered during the preliminary study.

The results compared with those of direct calculation made before confirm the efficiency of modal synthesis for the dynamic conception of railway vehicles.

- REMERCIEMENTS -

Avant d'exposer les travaux réalisés dans le cadre d'une thèse pour l'obtention d'un doctorat en mécanique, je tiens à exprimer mes remerciements aux personnes qui m'ont apporté leur aide.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur le Professeur J. OUDIN pour m'avoir accueilli et donné la possibilité et les moyens d'effectuer au sein du laboratoire de Génie-Mécanique de l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis une thèse de Doctorat dans les meilleures conditions.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur Y. RAVALARD pour m'avoir dirigé et encadré de manière efficace grâce aux conseils qu'il m'a prodigués.

Je remercie également Monsieur le Professeur F. PARSY qui me fait l'honneur de présider le jury d'examen de ces travaux.

A Monsieur J.C. RAOUL, Directeur Technique de la **CIMT**, grâce à qui de nombreux contacts ont pu être organisés avec son équipe de "calculs", j'exprime mes remerciements pour sa participation au jury, ainsi qu'à Monsieur A. SCHALLER de la **Société AS&I** pour également sa participation à celui-ci.

Je remercie les membres du conseil scientifique du **GRRT** (Groupement Régional de Recherche sur les Transports) qui ont exprimé un réel intérêt pour ces recherches.

Enfin, je souhaite remercier :

- les membres du **LGM** qui travaillent dans le domaine de la dynamique des structures avec lesquels les rapports très étroits ont permis de mener à bien ces travaux,
- tous les membres du Laboratoire qui font régner un esprit d'équipe très appréciable pour travailler dans des conditions excellentes,
- Mademoiselle VICO qui a apporté sa précieuse participation à la dactylographie de ce mémoire,
- ma famille pour son soutien au cours de la réalisation de ces travaux.

NOTATIONS ET SYMBOLES

i	: degré de liberté interne
j	: degré de liberté d'interface
$[]$: matrice
$\{ \}$: vecteur
$[]^T$: transposé
$[]^{-1}$: inverse
δ_{ij}	: symbole de Kronecker $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$ $= 1$ si $i = j$
\dot{a}	: dérivée première de a par rapport au temps
\ddot{a}	: dérivée seconde de a par rapport au temps
q	: vecteur déplacement
q_x	: déplacement généralisé suivant la direction X
q_y	: déplacement généralisé suivant la direction Y
q_z	: déplacement généralisé suivant la direction Z
ω ou Ω	: pulsation propre
λ_n	: valeur propre
$\{\varphi_n\}$: vecteur propre
$\{\Psi\}$: base modale
$\{\phi_{ij}\}$: matrice des modes statiques de liaison
$\{\eta\}$: vecteur d'état ou des coordonnées modales
ε_j	: facteur d'amortissement
$\{U_x\}$: vecteur localisation des déplacements suivant la direction X
$\{U_y\}$: vecteur localisation des déplacements suivant la direction Y
$\{U_z\}$: vecteur localisation des déplacements suivant la direction Z
E_d	: énergie de déformation
E_c	: énergie cinétique
K_p ou K_g	: rigidité généralisée
m_p ou m_g	: masse généralisée
$\{F\}$: vecteur force

Geff : flexibilité effective
Meff : masse effective
G(Ω) : flexibilité dynamique
M(Ω) : masse dynamique
[P] : matrice de passage des déplacements d'ensemble aux déplacements d'interfaces
[L] : matrice triangulaire inférieure
[D] : matrice diagonale
[T] : matrice de transfert
[M] : matrice de masse
[K] : matrice de rigidité

PLAN

	Pages
<u>I. PRESENTATION</u>	
<u>1.1. Les objectifs</u>	8
<u>1.2. Les diverses approches</u>	10
1.2.1. La réanalyse modale	10
1.2.2. La sensibilité modale	11
1.2.3. La synthèse modale	11
1.2.4. Comparaisons	13
<u>1.3. Démarche entreprise</u>	16
<u>II. LES METHODES DE SYNTHESE MODALE</u>	
<u>II.1. Présentation théorique des différentes méthodes</u>	19
<u>II.2. La méthode aux interfaces libres</u>	32
<u>II.3. Code de calcul utilisé pour l'étude</u>	39
11.3.1. Présentation générale	39
11.3.2. Développements réalisés	41
<u>III. ELABORATION D'UNE STRATEGIE DE DECOUPAGE</u>	
<u>III.1. Présentation du VAL</u>	49
<u>III.2. Etude préliminaire</u>	52
111.2.1. La maquette	52
111.2.2. Les différents découpages	56
111.2.3. Comparaison des résultats	67
111.2.4. Evaluation des critères	69

IV. ETUDE DE LA CAISSE REELLE

<u>IV.1. Critères de conception dynamique</u>	71
<u>IV.2. Première étude</u>	71
IV.2.1. Conditions de l'étude	71
IV.2.2. Résultats et comparaisons au calcul direct	82
<u>IV.3. Seconde étude</u>	90
IV.3.1. Nouvelles conditions de l'étude	90
IV.3.2. Résultats et comparaisons	91
<u>IV.4. Cas de réanalyse après modification</u>	95
IV.4.1. Modification d'une sous-structure	95
IV.4.2. Résultats et comparaisons	96
IV.4.3. Modifications des autres sous-structures	98
<u>IV.5. Déduction des règles d'études</u>	99

V. CONCLUSIONS

<u>V.1. Rappels des objectifs</u>	104
<u>V.2. Résultats obtenus</u>	105
<u>V.3. Conclusion générale</u>	107

<u>REFERENCES</u>	111
--------------------------	-----

<u>ANNEXE 1</u>	115
------------------------	-----

<u>ANNEXE 2</u>	123
------------------------	-----

I. INTRODUCTION

I.1. Les objectifs

De plus en plus les exigences du client vis-à-vis des entreprises, amènent à valider, lors de la création d'une structure mécanique complexe, les différentes hypothèses de conception dans le domaine du comportement vibratoire.

De nos jours, la puissance du calcul sur ordinateur permet d'envisager la résolution de problèmes dynamiques comprenant un nombre important de degrés de liberté.

Dans les divers secteurs de l'industrie de nombreux calculs de vibrations se rencontrent sur des modèles discrétisés par une méthode de type "éléments finis" comprenant plusieurs dizaines de milliers de degrés de liberté. Nous pouvons citer l'étude en génie civil de la réponse de barrages à l'excitation sismique, ou celle d'immeubles de grande hauteur à l'action du vent, voire de certains grands pylônes. Dans le domaine de l'offshore, les structures pétrolières marines fixes, destinées à être implantées dans des profondeurs d'eau de plus en plus importantes, peuvent être modélisées par un nombre élevé de degrés de liberté. Dans l'industrie nucléaire la taille des problèmes croît encore, l'étude de réservoirs atteint près de 20 000 degrés de liberté. Mais c'est évidemment dans le domaine de la construction des matériels de transport que l'on rencontre des problèmes de dimensions supérieures, en construction navale (réalisation de gros navires), en aéronautique (30 000 degrés de liberté pour l'étude des vibrations du futur avion de combat "Rafale" [Réf. 1]) (Fig. 1), dans le domaine de l'automobile et du ferroviaire.

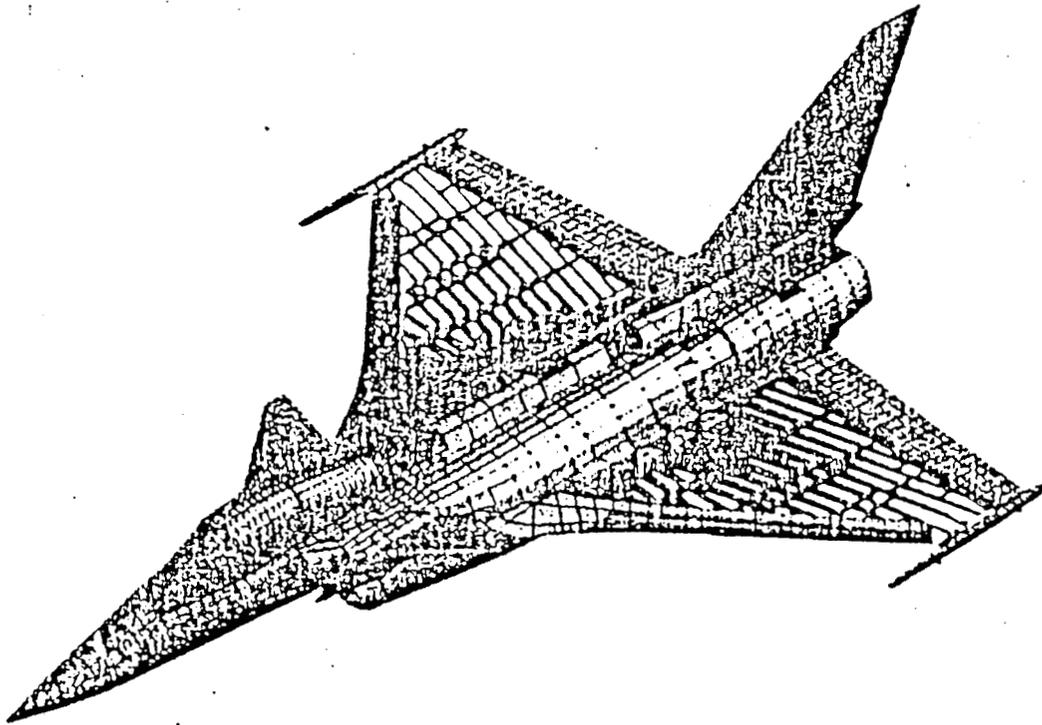


Fig. 1 - Modélisation du Rafale (Elfini)

La recherche des caractéristiques modales devient alors une opération de longue durée qui conduit à une occupation de l'unité centrale du processeur de calcul pendant plusieurs dizaines d'heures [Réf. 2]. Dans le domaine de la conception, l'optimisation du comportement dynamique de structures est très importante. Il est donc clair que des modifications locales d'ordre géométrique ou matérielle qui sont nécessaires à la mise au point d'un modèle, entraînent alors un nouveau calcul de l'ensemble qui paralyse une nouvelle fois le processeur. Or, ces calculs qui sont en fait une réanalyse après une première étude, se ramènent à un processus itératif important en temps CPU (Central Processing Unit) et donc très coûteux.

L'objectif important à atteindre est donc la minimisation du temps de calcul par une opération de réanalyse sur les structures complexes à plusieurs milliers de degrés de liberté.

1.2. Les diverses approches

Il existe trois solutions qui présentent des différences et des complémentarités pour résoudre les problèmes de la minimisation des temps de calcul. Ces méthodes permettent d'effectuer la réanalyse d'une structure qui a subi des modifications à la suite d'un premier calcul non satisfaisant. La réanalyse modale, la sensibilité modale et la synthèse modale sont donc des moyens numériques qui permettent de réduire les temps de conception.

1.2.1. La réanalyse modale

Les méthodes de réanalyse modale consistent à calculer les nouvelles valeurs propres et les vecteurs propres, en fonction de modifications des caractéristiques de masse, de raideur ou d'amortissement de certaines parties dans les matrices globales de l'ensemble.

Trois principaux algorithmes différents existent en réanalyse modale qui sont plus ou moins performants suivant leurs utilisations [Réf. 3].

La première de ces méthodes, la méthode aux perturbations, utilise les formules de Taylor, elle présente une bonne précision dans le cas où un petit nombre de modifications doit être effectué. Cette méthode est conseillée pour des systèmes à nombre limité de degrés de liberté [Réf. 4] [Réf. 5].

La seconde méthode, la méthode aux modes assumés, est fondée sur un algorithme de Newton-Raphson. Elle s'applique à des systèmes quelconques et a une formulation exacte. Cependant on ne peut effectuer qu'une seule modification à la fois [Réf. 6].

La troisième méthode, la méthode aux réceptances, présente les mêmes avantages que précédemment mais elle possède en plus la possibilité d'effectuer plusieurs modifications simultanément [Réf. 7].

1.2.2. La sensibilité modale

Les méthodes de sensibilité modale se rapprochent mathématiquement de la méthode aux perturbations du second ordre en réanalyse modale.

Le but de ces méthodes est d'estimer sur le comportement dynamique la sensibilité de la structure à des modifications ponctuelles de masse, de raideur ou d'amortissement des paramètres du système.

Les dérivées des modes propres permettent de calculer la sensibilité et de décrire l'influence des modifications des paramètres structurels [Réf. 8].

La sensibilité modale n'est donc pas à proprement parler une méthode de réduction des temps de calcul mais une méthode de diminution du nombre d'itérations que l'on va devoir faire puisqu'elle permet de localiser les zones préférentielles de modification.

1.2.3. La synthèse modale

La synthèse modale est la troisième solution envisagée pour diminuer les temps CPU lors de réanalyse de structure. Les deux dernières décennies ont vu le développement de nombreuses techniques d'analyse dynamique des grandes structures impliquant la division des composants en sous-structures. Ces techniques utilisent les caractéristiques modales des sous-ensembles pour effectuer une synthèse des coordonnées généralisées des systèmes globaux. On les nomme donc "Techniques de Synthèse Modale" [Réf. 9].

L'idée de base de la synthèse modale est de considérer une structure complexe comme un ensemble de sous-structures reliées entre elles. Chaque sous-structure est analysée de manière indépendante, et on rapporte ensuite les modes de déplacements de chaque sous-structure au système global.

Il existe plusieurs catégories de méthodes de synthèse modale. Elles se caractérisent par les conditions d'études du comportement modal des sous-ensembles et des conditions de liaisons qui les

raccordent entre eux. Nous pouvons définir quatre types de méthodes [Réf. 10]:

- les méthodes de substitution modale,
- les méthodes aux interfaces fixes,
- les méthodes aux interfaces libres,
- les méthodes hybrides.

*** Méthodes de substitution modale**

Gladwell [Réf. 11] a développé une méthode dite des "Branch modes" qui a été généralisée par Benfield et Hruda [Réf. 12] et qui est devenue la méthode de substitution modale. Elle s'applique dans le cas où la structure comporte une architecture identique à un arbre, c'est-à-dire une sous-structure principale (tronc) et des sous-structures secondaires (branches).

*** Méthodes aux interfaces fixes**

Hurty [Réf. 13] a développé une méthode pour l'analyse dynamique des sous-structures avec interfaces fixes. Une variante de cette méthode a été présentée par Craig et Bampton [Réf. 14]. L'avantage de cette méthode est qu'il est inutile de rechercher les modes rigides.

*** Méthodes aux interfaces libres**

Les premières méthodes développées par Hou et Goldman [Réf. 15], [Réf. 16] ont montré une mauvaise précision des résultats. Toutefois, la prise en compte par Rubin [Réf. 17] de la correction de flexibilité résiduelle (c'est-à-dire l'effet des modes supérieurs négligés) améliore nettement la précision.

* Méthodes hybrides

Mac Neal [Réf. 18] a développé une méthode hybride de synthèse modale avec différentes corrections destinées à minimiser les effets de troncature modale. D'autres versions ont été élaborées par Hintz [Réf. 19] ou Craig et Chang [Réf. 20] qui possèdent des améliorations significatives au niveau de la convergence et de la précision des résultats.

1.2.4. Comparaisons

En regardant ces différentes manières d'envisager la possibilité de réanalyse de structure on s'aperçoit que deux stratégies apparaissent, celle qui consiste à faire varier les termes des matrices de raideur, de masse ou d'amortissement et d'en déduire l'influence sur les modes propres (méthode de sensibilité modale et de réanalyse modale) et celle qui consiste à diviser une structure complexe afin de modifier plus aisément le comportement de ces sous-ensembles.

L'utilisation de la synthèse modale est due à l'évolution actuelle de la taille et de la complexité des modèles qui incitent de plus en plus à faire appel à l'assemblage de modèles condensés. Les impératifs techniques et d'organisation conduisent souvent à une conception modulaire où apparaissent des sous-ensembles relativement souples à analyser et à tester par des équipes différentes.

La synthèse modale est déjà très utilisée dans de nombreux domaines industriels. L'industrie nucléaire l'utilise pour des assemblages de structures hétérogènes; par exemple, [Réf. 21] pour calculer les vibrations créées par les turbulences du Sodium circulant dans les cuves du réacteur Superphénix (Fig. 2). L'industrie spatiale l'utilise pour calculer des équipements annexes sur une structure porteuse, comme un satellite (Fig. 3) [Réf. 22].

Notons que dans les grands projets évoqués ci-dessus la méthode de synthèse modale s'est surtout imposée car elle permet à des équipes

différentes de collaborer à la préparation d'un modèle unique tout en autorisant une validation expérimentale (déduite de l'analyse modale) sur les structures élémentaires et parce qu'elle a l'avantage de ne calculer qu'un nombre limité de sous-structures dans le cas de modification locales après une première étude.

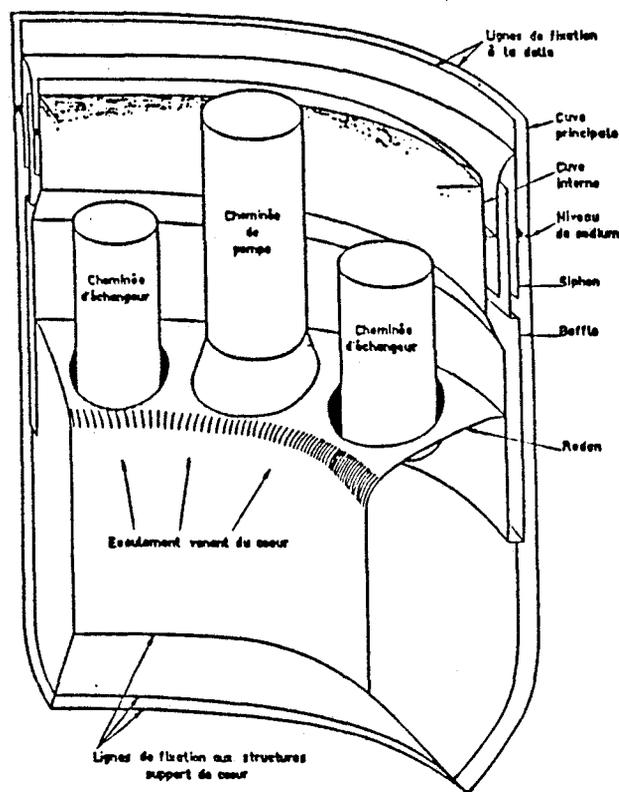


Fig. 2 - Cuves du réacteur Super Phénix

Dans le domaine de l'industrie ferroviaire, la synthèse modale n'a, à notre connaissance, pas encore été utilisée autrement que pour assembler des composants matériels hétérogènes tels qu'une caisse et sa suspension.

Sous-ensemble	Origine du modèle	Taille (ddl)
1 Plateforme	SNIAS	3300
2 Générateur solaire	SNIAS	70
3 Caméra HRV 1	CNES	2800
4 Caméra HRV 2	CNES	2800
5 TMCU	CNES	330
Total		9300

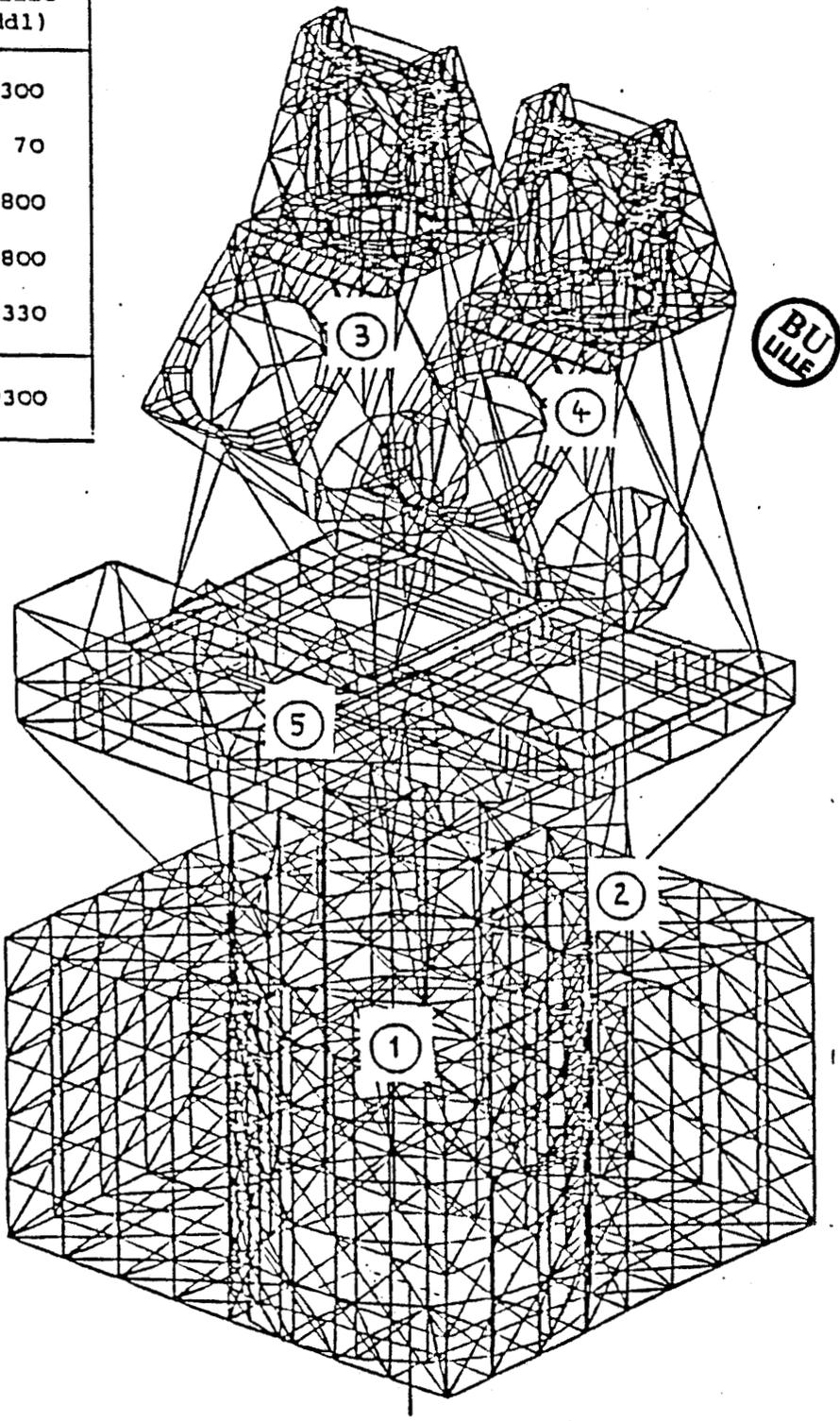


Fig. 3 - Modèle mathématique du satellite SPOT (OCTOBRE 1980)

L'idée d'utiliser la synthèse modale comme méthode de post-traitement, permettant d'effectuer rapidement des calculs modaux après modification de la structure, n'a, à notre connaissance, pas été étudié à ce jour.

Le but du travail effectué au Laboratoire de Génie Mécanique consiste donc à mettre au point une stratégie de décomposition en sous-structures d'une caisse de métro en privilégiant la rapidité du calcul de réanalyse après modification.

1.3. Démarche entreprise

Hart [Réf. 9] compare les différentes méthodes évoquées précédemment.

La méthode de substitution modale ne fait pas intervenir, comme nous le verrons dans le chapitre suivant, les degrés de liberté d'interface dans le vecteur d'état (vecteur des coordonnées modales). Ceci représente un avantage important. En effet, le problème est alors ramené à une taille raisonnable. La convergence de la méthode est nettement améliorée si l'on charge les noeuds d'interface. De plus cette méthode peut prendre en compte des résultats issus d'une expérimentation. Les inconvénients majeurs sont qu'elle met en jeu un couplage de masses entre les sous-structures et surtout qu'elle ne s'applique qu'à des cas bien particuliers (Corps principal sur lequel se raccordent des éléments secondaires).

La méthode aux interfaces fixes présente une précision excellente au niveau des résultats. Sa formulation mathématique la rend compatible avec les logiciels d'éléments finis, mais elle ne permet pas d'allier des résultats expérimentaux aux résultats calculés. Le vecteur d'état comprend les degrés de liberté d'interface, ce qui augmente la taille du problème pour des structures complexes à nombre de liaisons élevé. De même que pour la méthode de substitution modale, il existe un couplage de masses. Le problème des frontières fixes est aussi un

inconvenient qui limite son utilisation à des structures particulières si l'on tient à garder une bonne efficacité numérique.

La méthode aux interfaces libres est, quant à elle, une méthode générale qui permet l'alliance entre les résultats calculés et expérimentaux. Le vecteur d'état ne comporte pas les degrés de liberté d'interfaces, il n'existe pas de couplage de masse mais un couplage de rigidité. Son application à tous les types d'études possibles nous amène à penser que cette méthode est la mieux adaptée aux problèmes que nous voulons traiter. C'est donc la méthode de Mac Neal généralisée aux interfaces libres que nous allons utiliser pour notre étude.

Nous avons réalisé dans un premier temps un développement informatique qui consiste à appliquer un algorithme de synthèse modale sur un code de calcul existant.

Après la phase de mise au point de l'interface, nous avons réalisé une application sur la caisse du métro de la Communauté Urbaine de Lille-Roubaix-Tourcoing, le VAL (**V**éhicule **A**utomatique **L**éger).

Nous avons d'abord effectué une pré-étude, avec définition d'une maquette qui comprend un nombre limité de sous-structures et de degrés de liberté par sous-structure, afin de déterminer une stratégie optimale de découpage de la caisse.

La seconde partie concerne l'application de cette stratégie au calcul de la caisse réelle. La validation des critères de conception du modèle réel permet ensuite de rechercher une efficacité maximale au niveau du temps de "recalcul" après modification tout en préservant l'efficacité numérique.

Nous pouvons ainsi présenter une série de critères qui permettent d'optimiser les temps de calculs pour des études futures.

II. LES METHODES DE SYNTHESE MODALE

II.1. Présentation théorique des différentes méthodes

Les méthodes de synthèse modale constituent souvent la meilleure et quelques fois la seule stratégie de résolution pour l'analyse du comportement vibratoire des structures complexes. L'utilisation de ces méthodes est approuvée parce qu'elles allient l'efficacité numérique et économique à la prise en compte des contraintes d'organisation de grands projets qui englobent des résultats de calculs ou d'expérimentations provenant de sources diverses. De plus, elles permettent d'effectuer un nombre de modification n'affectant pas toute la structure et d'en déduire les effets sur le comportement dynamique global.

Les méthodes de synthèse modale sont des variantes de la méthode de RITZ [Réf. 23]. Elles utilisent, pour calculer les modes propres d'ensemble, des vecteurs de base qui sont les modes de déformation statique et les modes propres des sous-structures avec des conditions aux limites qui varient selon les méthodes.

Nous allons présenter dans le détail les différentes méthodes énoncées au paragraphe 1.2.3..

La **méthode de substitution modale** s'adapte spécialement à un système composé d'un constituant principal sur lequel viennent se rattacher des constituants secondaires.

Différentes conditions aux limites peuvent être envisagées pour les constituants du système.

Pour le composant principal les conditions aux limites aux interfaces peuvent être libres ou chargées.

Pour les composants secondaires les interfaces sont fixes ou libres.

Exposons la méthode pour le cas où la structure est composée de deux constituants ; la sous-structure "a" étant le constituant principal, et la sous-structure "b" le constituant secondaire.

Les conditions aux limites pour les interfaces des deux sous-structures sont considérées libres [Réf. 11].

Le composant b est couplé au composant a par l'équation suivante :

$$q_{ja} = q_{jb} \quad (1)$$

Nous pouvons écrire l'équation suivante pour prendre en compte le couplage réalisé par l'équation (1) :

$$\begin{Bmatrix} q_a \\ q_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_{ja} \\ q_{ia} \\ q_{jb} \\ q_{ib} \end{Bmatrix} = [T_1] \begin{Bmatrix} q_{ja} \\ q_{ia} \\ q_{ib} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

avec

$$[T_1] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Les équations de mouvement pour les sous-ensembles sont du type

$$[M] \{q\} + [K] \{q\} = \{0\} \quad (4)$$

Nous en déduisons :

$$-\Omega^2 [M] \{q\} + [K] \{q\} = \{0\} \quad (5)$$

ou

$$([K] - \lambda[M]) \{q\} = \{0\} \quad (6)$$

avec

$$\lambda = \Omega^2 \quad (7)$$

Les λ_n sont les valeurs propres du système (6) si n est le rang des matrices qui le constituent.

Pour chaque λ_n , on trouve un $\{\varphi_n\}$ qui est le vecteur propre correspondant.

L'ensemble des $\{\varphi_n\}$ définit alors une base modale $[\psi]$.

N'oublions pas que les $\{\varphi_n\}$ doivent vérifier les conditions d'orthogonalité suivantes :

$$\{\varphi_k\}^T [M] \{\varphi_l\} = \delta_{kl} m_k \quad (8)$$

et

$$\{\varphi_k\}^T [K] \{\varphi_l\} = \delta_{kl} m_k \Omega_k^2 \quad (9)$$

Considérons un vecteur propre $\{\varphi\}$, nous pouvons le décomposer de la manière suivante en fonction de ses degrés de liberté internes et aux interfaces.

$$\{\varphi\} = \begin{Bmatrix} \varphi_j \\ \varphi_i \end{Bmatrix} \quad (10)$$

Nous pouvons donc écrire pour les composants a et b les équations suivantes :

$$\{q_a\} = \begin{Bmatrix} q_{ja} \\ q_{ia} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{ja} \\ \varphi_{ia} \end{bmatrix} \{\eta_a\} \quad (11)$$

$$\{q_b\} = \begin{Bmatrix} q_{jb} \\ q_{ib} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{jb} \\ \varphi_{ib} \end{bmatrix} \{\eta_b\} \quad (12)$$

ou plus simplement, en tenant compte des équations (1) et (2), pour le composant b :

$$\{q_{ib}\} = [\psi_{ib}] \{\eta_b\} \quad (13)$$

Nous obtenons donc :

$$\begin{Bmatrix} q_{ja} \\ q_{ia} \\ q_{jb} \end{Bmatrix} = [T_2] \begin{Bmatrix} \eta_a \\ \eta_b \end{Bmatrix} \quad (14)$$

avec $[T_2]$ une matrice de transfert définie par :

$$[T_2] = \begin{bmatrix} \psi_{ja} & 0 \\ \psi_{ia} & 0 \\ 0 & \psi_{ib} \end{bmatrix}$$



En combinant les équations (2) et (14) nous obtenons :

$$\begin{Bmatrix} q_a \\ q_b \end{Bmatrix} = [T_3] \begin{Bmatrix} \eta_a \\ \eta_b \end{Bmatrix} \quad (16)$$

avec

$$[T_3] = [T_1] [T_2] = \begin{bmatrix} \psi_{ja} & 0 \\ \psi_{ia} & 0 \\ \psi_{ja} & 0 \\ 0 & \psi_{ib} \end{bmatrix} \quad (17)$$

L'utilisation du système de transformation des coordonnées définie par (16) permet de trouver les modes d'ensemble.

Connaissant l'énergie de déformation totale du système découplé composé des constituants a et b, nous pouvons écrire :

$$E_d = \frac{1}{2} [q_a^T \ q_b^T] \begin{bmatrix} K_a & 0 \\ 0 & K_b \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_a \\ q_b \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Par combinaison des équations (16) et (18) nous obtenons

$$E_d = \frac{1}{2} [\eta_a^T \ \eta_b^T] [K] \begin{Bmatrix} \eta_a \\ \eta_b \end{Bmatrix} \quad (19)$$

avec

$$[K] = [T_3]^T \begin{bmatrix} K_a & 0 \\ 0 & K_b \end{bmatrix} [T_3] \quad (20)$$

De la même manière, l'expression de l'énergie cinétique totale du système est donnée par :

$$E_c = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_a^T & \dot{\eta}_b^T \end{bmatrix} [M] \begin{Bmatrix} \dot{\eta}_a \\ \dot{\eta}_b \end{Bmatrix} \quad (21)$$

où

$$[M] = [T_3]^T \begin{bmatrix} M_a & 0 \\ 0 & M_b \end{bmatrix} [T_3] \quad (22)$$

Nous pouvons donc écrire l'équation homogène du mouvement non-amorti pour le système considéré de la manière suivante :

$$M \begin{Bmatrix} \ddot{\eta}_a \\ \ddot{\eta}_b \end{Bmatrix} + K \begin{Bmatrix} \eta_a \\ \eta_b \end{Bmatrix} = 0 \quad (23)$$

Les vecteurs propres, solutions de l'équation (23) peuvent s'écrire simplement :

$$\begin{Bmatrix} \eta_a \\ \eta_b \end{Bmatrix} = [\psi_e] \{\eta_e\} \quad (24)$$

Les déplacements pour les constituants a et b sont trouvés par substitution de l'équation (24) dans l'équation (16), les résultats sont :

$$\begin{Bmatrix} q_a \\ q_b \end{Bmatrix} = [T_3] [\psi_e] \{\eta_e\} \quad (25)$$

La seconde méthode de synthèse modale présentée dans l'introduction est **la méthode aux interfaces fixes**.

On considère les degrés de liberté des liaisons supprimés pour le calcul des modes propres des sous-ensembles.

Pour les calculs des modes de déformation statique deux choix sont possibles :

- utiliser les modes dits "statiques de liaisons", cela comporte le risque d'un calcul particulier pour les modes rigides dans le cas où une sous-structure n'a pas de conditions aux limites avec le milieu extérieur,
- utiliser les modes dits "d'attache", cela revient à imposer des conditions aux limites extérieures dans le cas des sous-structures libres.

Bamford [Réf. 24] a montré que la deuxième solution améliorerait la convergence de la méthode.

Nous allons présenter la méthode de Hurty [Réf. 13] qui est la plus souvent appliquée sous la forme de la variante introduite par Craig et Bampton [Réf. 14].

C'est une méthode de Ritz utilisant comme modes de base pour chaque sous-ensemble les modes statiques de liaison et une base tronquée des modes propres à interfaces fixes.

Définition des modes statiques de liaisons

Pour une sous-structure quelconque on peut définir les modes statiques de liaison de la façon suivante .

Les équations d'équilibre nous donnent :

$$[K] \{q\} = \{F\} \quad (26)$$

De même que précédemment, nous pouvons séparer les degrés de liberté internes et d'interface.

$$\begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} \\ K_{ji} & K_{jj} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_i \\ q_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \end{Bmatrix} \quad (27)$$

Par définition, les degrés de liberté internes ne sont pas susceptibles d'être connectés ultérieurement à d'autres degrés de liberté, nous pouvons écrire les conditions d'équilibre suivantes :

$$[K_{ii}] \{q_i\} + [K_{ij}] \{q_j\} - \{F_i\} = 0 \quad (28)$$

D'où :

$$\{q_i\} = [\phi_{ij}] \{q_j\} + \{q_{i0}\} \quad (29)$$

avec

$$[\phi_{ij}] = -[K_{ii}^{-1}] [K_{ij}] \quad (30)$$

et

$$\{q_{i0}\} = [K_{ii}^{-1}] \{F_i\} \quad (31)$$

La matrice $[\phi_{ij}]$ représente les modes statiques de liaison.

On peut donc faire une approximation des déplacements internes de chaque sous-structure par la relation fondamentale :

$$\{q_i\} = [\phi_{ij}] \{q_j\} + [\phi_{ip}] \{\eta_p\} \quad (32)$$

L'indice p signifiant que l'on prend comme base modale les p premiers modes propres caractérisant les sous-structures.

On peut donc écrire pour chaque sous-structure :

$$\begin{Bmatrix} q_i \\ q_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [\phi_{ij}] & [\phi_{ip}] \\ [I] & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_j \\ \eta_p \end{Bmatrix} \quad (33)$$

Le nouveau vecteur d'état est donc composé des coordonnées modales η_p et des déplacements aux interfaces q_j .

Posons plus généralement l'équation (33) sous la forme :

$$\{q\} = [\Psi] \{\eta\} \quad (34)$$

L'énergie de déformation de l'équation (18) s'écrit donc pour chaque sous-structure :

$$E_d = \frac{1}{2} \{q\}^T [K] \{q\} \quad (35)$$

ou encore

$$E_d = \frac{1}{2} \{\eta\}^T [\Psi]^T [K] [\Psi] \{\eta\} \quad (36)$$

L'énergie cinétique s'écrit de la même manière pour chaque sous-structure :

$$E_c = \frac{1}{2} \{\dot{q}\}^T [M] \{\dot{q}\} \quad (37)$$

ou encore sous la forme :

$$E_c = \frac{1}{2} \{\dot{\eta}\}^T [\Psi]^T [M] [\Psi] \{\dot{\eta}\} \quad (38)$$

Prenons par exemple l'assemblage de deux sous-structures, les équations de compatibilité des déplacements d'interface s'écrivent :

$$q_{ja} = q_{jb} = q_j \quad (39)$$

Le vecteur d'état pour la structure complète est donc :

$$\{\eta\} = \begin{Bmatrix} q_j \\ \eta_{pa} \\ \eta_{pb} \end{Bmatrix} \quad (40)$$

Effectuons à présent les produits de matrices des équations (36) et (38)

$$[k] = [\Psi]^T [K] [\Psi] = \begin{bmatrix} [K_{jj}] - [K_{ij}^T] [K_{ii}^{-1}] [K_{ij}] & 0 \\ 0 & [k_p] \end{bmatrix} \quad (41)$$

avec

$$[k_p] = \{\varphi_{ip}\}^T [K_{ip}] \{\varphi_{ip}\} \quad (42)$$

$[k_p]$ étant la matrice des rigidités généralisées

$$[k] = [\Psi]^T [K] [\Psi] = \begin{bmatrix} [k_{jj}] & 0 \\ 0 & [k_p] \end{bmatrix} \quad (43)$$

avec

$$[k_{jj}] = [K_{jj}] - [K_{ij}^T] [K_{ii}^{-1}] [K_{ij}] \quad (44)$$

$$[m] = [\Psi]^T [M] [\Psi] = \begin{bmatrix} [m_{jj}] & [m_{jp}] \\ [m_{pj}] & [m_p] \end{bmatrix} \quad (45)$$

avec $[m_p]$ la matrice des masses généralisées

$$[m_p] = [\varphi_{ip}]^T [M_{ii}] [\varphi_{ip}] \quad (46)$$

$$[m_{jp}] = \begin{bmatrix} [\phi_{ij}] \\ [I] \end{bmatrix}^T [M] \begin{bmatrix} [\varphi_{ip}] \\ 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

et

$$[m_{jj}] = \begin{bmatrix} [\phi_{ij}] \\ [I] \end{bmatrix}^T [M] \begin{bmatrix} [\phi_{ij}] \\ [I] \end{bmatrix} \quad (48)$$

On peut donc écrire pour chaque sous-structure les énergies de déformation et les énergies cinétiques en fonction du vecteur d'état défini par l'équation (40)

$$E_{d_a} = \frac{1}{2} \{\eta_a\}^T [k_a] \{\eta_a\} \quad (49)$$

$$E_{c_a} = \frac{1}{2} \{\dot{\eta}_a\}^T [m_a] \{\dot{\eta}_a\} \quad (50)$$

et

$$E_{d_b} = \frac{1}{2} \{\eta_b\}^T [k_b] \{\eta_b\} \quad (51)$$

$$E_{c_b} = \frac{1}{2} \{\dot{\eta}_b\}^T [m_b] \{\dot{\eta}_b\} \quad (52)$$

On peut utiliser les équations d'Euler-Lagrange du système sans amortissement et résoudre l'équation homogène :

$$\Omega^2 [M_e] \{q_e\} = [K_e] \{q_e\} \quad (53)$$

La forme développée de l'équation (53) s'exprime :

$$\Omega^2 \begin{bmatrix} [(m_{jja}) + (m_{jjb})] & [m_{jpa}] & [m_{jpb}] \\ & [m_{pa}] & 0 \\ \text{Sym} & & [m_{pb}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_j \\ \eta_{pa} \\ \eta_{pb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [(k_{jja}) + (k_{jjb})] & 0 & 0 \\ & [k_{pa}] & 0 \\ \text{Sym} & & [k_{pb}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_j \\ \eta_{pa} \\ \eta_{pb} \end{bmatrix} \quad (54)$$

Nous pouvons constater que cette méthode conduit à un couplage de masses. Les propriétés des modes statiques de liaison éliminent le couplage de rigidité.

La méthode de synthèse modale aux interfaces libres est la méthode utilisée pour notre étude. Elle sera plus précisément exposée dans le paragraphe suivant.

La quatrième méthode citée dans l'introduction est la méthode dite "hybride" que Mac Neal a développée [Réf. 8]. Elle a pour principal avantage d'allier l'utilisation des liaisons libres et des liaisons fixes selon les sous-structures étudiées.

Néanmoins, afin d'obtenir une précision suffisante sur les modes d'ensemble, il faut effectuer une correction de troncature en utilisant des matrices de masse et de flexibilité résiduelles pour prendre en compte l'effet des modes supérieurs négligés.

Ces effets de troncature des modes supérieurs sont très importants. Pour les illustrer, prenons l'exemple simple d'une poutre encastree divisée en deux parties, comme le montre la figure 4.



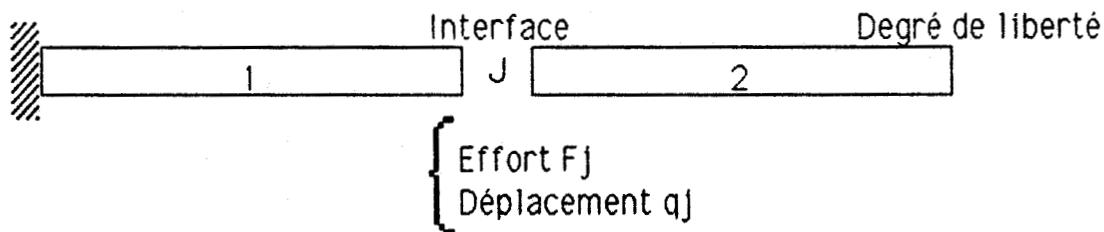


Fig. 4 - Poutre encastree libre decomposee en deux sous-structures

Supposons que la sous-structure 1 est analysee avec l'interface libre (Figure 5) et que la sous-structure 2 est analysee avec l'interface fixe (figure 6).

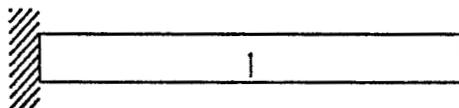


Fig. 5 - Interface libre

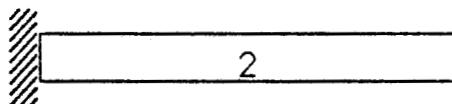


Fig. 6 - Interface fixe

Dans ce cas, nous allons considerer que la sous-structure 2 represente pour la sous-structure 1 une adjonction de charge dont la masse varie avec la frequence. De meme pour la sous-structure 2, la sous-structure 1 represente une flexibilite supplementaire qui varie en fonction de la frequence.

Nous pouvons donc ecrire :

- pour la sous-structure 1

$$q_j(\omega) = G^1(\omega) F_j(\omega) \tag{55}$$

où $G^1(\Omega)$ représente la flexibilité dynamique de la sous-structure 1 apportée à la sous-structure 2

- pour la sous-structure 2

$$F_j(\Omega) = M^2(\Omega) q_j(\Omega) \quad (56)$$

où $M^2(\Omega)$ est la masse dynamique de la sous-structure 2 apportée à la sous-structure 1.

Nous pouvons donc montrer [Réf. 10] que ces propriétés dynamiques se décomposent dans chaque base modale de la manière suivante :

- pour la sous-structure 1

$$G^1(\Omega) = \sum_{i=1}^{\eta} \frac{G_i}{1 - \left(\frac{\Omega}{\Omega_i}\right)^2 + j \cdot 2 \varepsilon_i \frac{\Omega}{\Omega_i}} \quad (57)$$

où ε_i est le facteur d'amortissement du $i^{\text{ème}}$ mode et G_i la flexibilité effective du $i^{\text{ème}}$ mode

- pour la sous-structure 2

$$M^2(\Omega) = \sum_{i=1}^{\eta} \frac{1 + j \cdot 2 \varepsilon_i \left(\frac{\Omega}{\Omega_i}\right)}{1 - \left(\frac{\Omega}{\Omega_i}\right)^2 + j \cdot 2 \varepsilon_i \left(\frac{\Omega}{\Omega_i}\right)} M_i \quad (58)$$

où M_i est la masse effective du mode i .

Si l'on tronque les modes supérieurs pour une étude, il faut effectuer une correction qui va prendre en compte les effets de masse et de flexibilité effectives supprimés par la troncature.

Si le problème comporte n degrés de liberté et si l'on prend p vecteurs propres pour constituer la base modale d'une sous-structure il faut dans le cas d'interface libre prendre en compte G_{eff} avec

$$G_{\text{eff}} = \sum_{i=p+1}^N G_i \quad (59)$$

ou dans le cas d'interface fixe prendre en compte M_{eff}

$$M_{\text{eff}} = \sum_{i=p+1}^N M_i \quad (60)$$

II.2. La méthode aux interfaces libres

La méthode aux interfaces libres que nous allons présenter est une généralisation de la méthode de Mac Neal [Réf. 25].

Considérons un système mécanique composé d'un assemblage de n sous-structures différentes. Le comportement dynamique de chaque sous-structure est représenté par les équations suivantes :

$$[M_n] \{q_n\} + [K_n] \{q_n\} = \{0\} \quad (61)$$

$$-\Omega_n^2 [M_n] \{q_n\} + [K_n] \{q_n\} = \{0\} \quad (62)$$

$$[K_n - \Omega_n^2 M_n] \{q_n\} = \{0\} \quad (63)$$

Les solutions de l'équation (63) forme une base modale $[\Psi]$ de n vecteurs propres, alors :

$$\{q_n\} = [\Psi] \{\eta_n\} \quad (64)$$

Généralement $[\Psi]$ est une base modale tronquée, nous supposons donc que les modes supérieurs sont négligés.

Soit $[P_n]$, une matrice de relations linéaires qui permet de passer

des déplacements d'interface aux déplacements de l'ensemble de la sous-structure.

$$\{q_{nj}\} = [P_n] \{q_n\} \quad (65)$$

Soit

$$[B_n] = [P_n] [\Psi] \quad (66)$$

Calculons les matrices de masse et de rigidité généralisées

$$[M_{gn}] = [\Psi]^T [M_n] [\Psi] \quad (67)$$

$$[K_{gn}] = [\Psi]^T [K_n] [\Psi] \quad (68)$$

L'expression générale du comportement dynamique de la structure complète s'écrit [Réf. 26] :

$$[M] \{\ddot{q}\} + [K] \{q\} = \{F\} \quad (69)$$

avec

$$\{F\} = \{F_e\} - [P]^T \{F_J\} \quad (70)$$

où $\{F_e\}$ est le vecteur des forces extérieures.

Comme conditions aux limites, nous allons prendre ;

$$[M_J] \{q_J\} + [K_J] \{q_J\} = \{F_J\} + \{F_{eJ}\} \quad (71)$$

Considérons que nous avons des liaisons sans masse

$$[M_J] = 0 \quad (72)$$

Etant donné que les bases modales des sous-structures sont tronquées, il nous faut prendre en compte les effets de flexibilité résiduelle définis par (59) dans le cas de l'utilisation des modes libres.

Le problème à résoudre est donc le suivant :

$$\begin{bmatrix} [K_{g1}] & & [B_1]^T \\ & [K_{g2}] & [B_2]^T \\ & & [K_{gn}] & [B_n]^T \\ [B_1] & [B_2] & [B_n] & [-K_J^{-1} - G_{eff}^{-1}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [M_{g1}] \\ [M_{g2}] \\ [M_{gn}] \\ 0 \end{bmatrix} - \Omega^2 \begin{bmatrix} [M_{g1}] \\ [M_{g2}] \\ [M_{gn}] \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_n \\ F_J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (77)$$

Nous pouvons écrire ce système sous la forme condensée :



$$\begin{bmatrix} [K_g] - [M_g] \Omega_n^2 & [B]^T \\ [B] & -[K_J]^{-1} - [G_{eff}]^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ F_J \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (78)$$

Pour rechercher les valeurs propres de ce système, on effectue une décomposition de la matrice globale de l'équation (78) sous la forme de Crout [Réf. 27].

Simplifions l'équation (78) par :

$$[K - \omega_0^2 M] [X] = [0] \quad (79)$$

Par décomposition, on obtient :

$$[K - \omega_0^2 M] = [L] [D] [L]^T \quad (80)$$

Le nombre de termes diagonaux négatifs de la matrice [D] nous donne le nombre de fréquences propres de pulsations inférieures à ω_0 .

La recherche dans une bande de fréquences donnée se déroule donc de la manière suivante :

$$[K - \omega_1^2 M] = [L_1] [D_1] [L_1]^T \quad (81)$$

n_1 étant le nombre de termes négatifs dans [D]

$$[K - \omega_2^2 M] = [L_2] [D_2] [L_2]^T \quad (82)$$

n_2 étant le nombre de termes négatifs dans [D₂], si

$$\omega_2 > \omega_1 \quad (83)$$

le nombre de fréquences dans la bande est :

$$n_2 - n_1 \quad (84)$$

Si

$$n_2 - n_1 > 1 \quad (85)$$

on obtient :

$$\omega_3^2 = \frac{1}{2} (\omega_1^2 + \omega_2^2) \quad (86)$$

On découpe alors la bande de fréquences de la façon suivante :

$$[\omega_1, \omega_2] = [\omega_1, \omega_3] \quad [\omega_3, \omega_2] \quad (87)$$

et on répète la même opération dans chaque zone définie, si :

$$n_2 - n_1 = 1$$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{2} (\omega_1^2 + \omega_2^2) \quad (88)$$

ω_0 est alors une approximation de la valeur recherchée. Par application de la méthode de Puissance Inverse [Réf. 28]. On détermine la pulsation exacte ainsi que le vecteur propre correspondant.

L'équation (79) s'exprime donc :

$$[K] \{X\} = \omega_0^2 [M] \{X\} \quad (89)$$

Décomposons la matrice [K] sous la forme de CROUT :

$$[K] = [L] [D] [L]^T \quad (90)$$

Nous choisissons un vecteur initial $\{V_1\}$, non orthogonal au vecteur propre cherché par rapport à [M].

Nous calculons la sollicitation suivante :

$$\{F_1\} = [M] \{V_1\} \quad (91)$$

Pour chaque itération ($i=1,2,\dots$)

Nous devons résoudre l'équation suivante :

$$[L] [D] [L]^T \{V_{i+1}\} = \{F_i\} \quad (92)$$

Ensuite la sollicitation

$$\bar{\{F\}} = [M] \{V_{i+1}\} \quad (93)$$

Nous évaluons la valeur d tel que :

$$d = \{V_{i+1}\}^T \bar{\{F\}} \quad (94)$$

Le calcul du quotient de Rayleigh permet l'approximation de ω_0

$$\omega_{i+1} = \frac{1}{d} \{V_{i+1}\}^T \{F_i\} \quad (95)$$

Nous calculons ensuite $\{F_{i+1}\}$ de la manière suivante :

$$\{F_{i+1}\} = \frac{1}{\sqrt{d}} \{\bar{F}\} \quad (96)$$

Nous effectuons ensuite le test de convergence de ω_{i+1} suivant :

$$|\omega_{i+1} - \omega_i| < \varepsilon \quad (97)$$

où ε est une valeur très petite.

Nous pouvons ainsi calculer le premier vecteur propre correspondant normalisé par rapport à M

$$\{X_1\} = \frac{1}{\sqrt{d}} \{V_{i+1}\} \quad (98)$$

Pour rechercher successivement toutes les valeurs propres, il faut associer une technique d'orthogonalisation de GRAM-SCHMIDT [Réf. 29] suivante :

$$\{V_{i+1}\} = \{V_{i+1}\} - \sum_{j=1}^{p-1} (\{X_j\}^T [M] \{V_{i+1}\}) \{X_j\} \quad (99)$$

11.3. Code de calcul utilisé pour l'étude

11.3.1 Présentation générale

L'étude que nous allons décrire par la suite a été réalisée à l'aide du code de calcul CASTEM qui est un logiciel développé par le CEA (Commissariat à l'Energie Atomique) avec la participation de la CISI ingénierie (Compagnie Internationale de Service en Informatique). Le code CASTEM présente un caractère modulaire qui est représenté en figure 7.

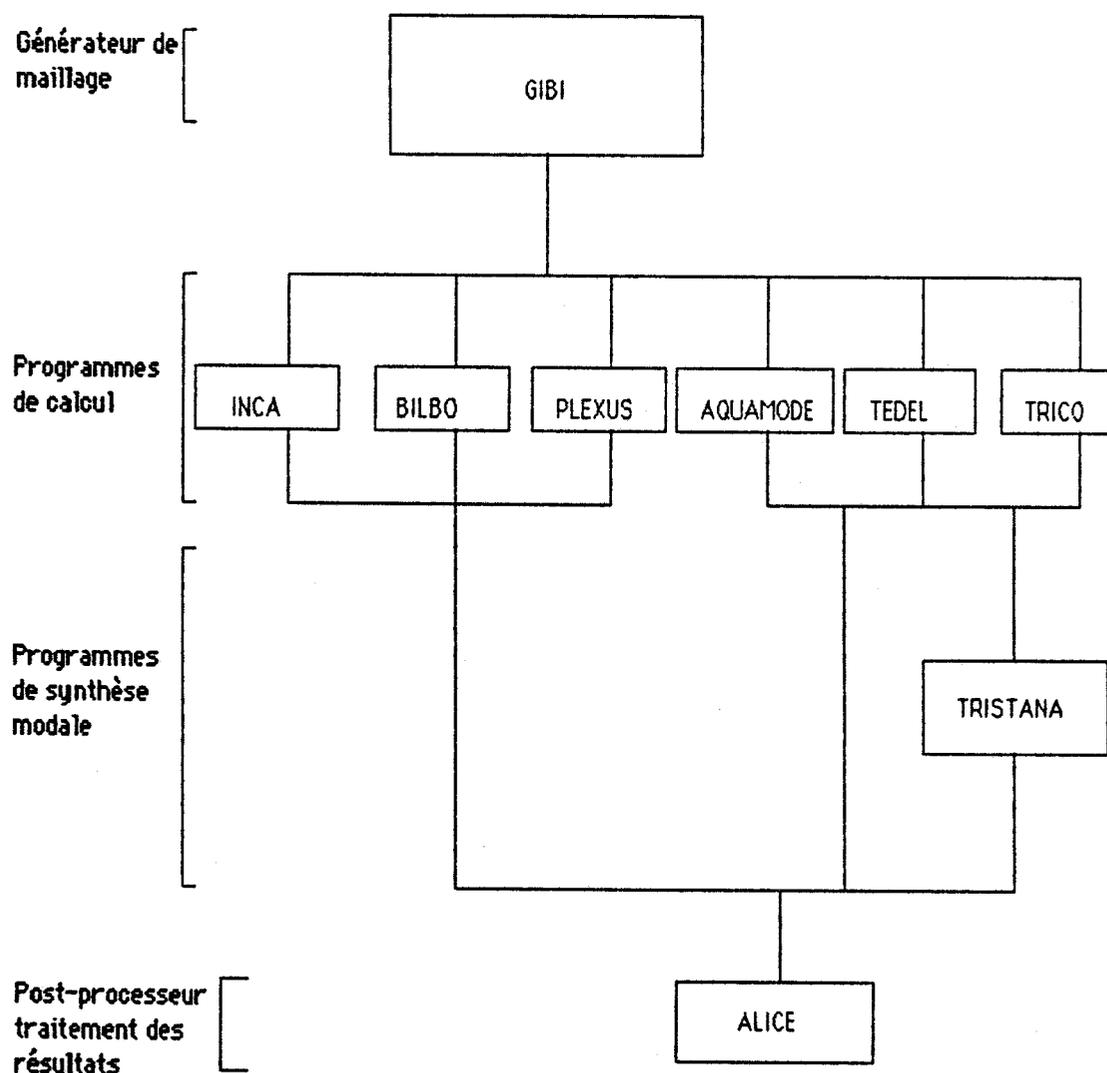


Fig. 7 - Présentation des modules de CASTEM

Les différents modules du code CASTEM ont des utilisations bien spécifiques.

GIBI est le générateur de maillage pour tous les modules de calculs. Ce pré-processeur utilise de fortes caractéristiques de Dessin Assisté par Ordinateur.

INCA permet d'analyser des structures axisymétriques ou planes par la méthode des éléments finis.

BILBO permet d'analyser les structures tridimensionnelles composées d'éléments massifs, coques et poutres.

PLEXUS utilise un algorithme explicite dans sa phase de résolution, son domaine d'application comprend les études de chocs, de pénétrations d'explosions et d'écoulements.

AQUAMODE est de même qu'**INCA** un programme de calcul de structures bidimensionnelles.

TEDEL est un module créé à l'origine pour l'étude des poutres et des tuyauteries en trois dimensions.

TRICO est en fait le complément de **TEDEL** en trois dimensions puisqu'il traite les problèmes de plaques.

TRISTANA est une procédure d'assemblage qui permet de caractériser le comportement dynamique des structures en utilisant une méthode de synthèse modale aux interfaces libres.

ALICE est le post-processeur commun à tous les modules qui effectue le traitement des résultats.

Cinq de ces modules sont implantés sur les moyens informatiques du Laboratoire de Génie Mécanique.

Ces cinq modules sont :

- **GIBI** (environ 55 000 lignes d'instructions **FORTRAN**) ;
- **INCA** (95 000 lignes) ;
- **BILBO** (65 000 lignes) ;
- **TRISTANA** (15 000 lignes) ;
- **ALICE** (50 000 lignes).

Les modules **INCA** et **BILBO** nous semblent très complets pour des études bi et tridimensionnelles et pouvant être encore développés, nous les avons donc choisis plutôt que **AQUAMODE**, **TEDEL** et **TRICO** qui ne sont, à l'heure actuelle, plus améliorés par le **CEA** ou la **CISI**.

Cependant le module **TRISTANA** n'est pas couplé au module de calcul **BILBO** et **INCA** (voir Figure 7).

Nous avons donc réalisé une interface permettant de coupler le module de calcul **BILBO** et le module de synthèse modale **TRISTANA**. La possibilité de réaliser le même couplage pour **INCA** n'est pas à envisager puisque **BILBO** traite à fortiori le 2D.

II.3.2. Développements réalisés

Afin de déterminer les caractéristiques vibratoires d'une structure par la méthode de synthèse modale implantée dans **TRISTANA**, nous devons rechercher les données nécessaires au bon déroulement du calcul.

Ces données permettent de définir le comportement des sous-structures. Deux calculs sont nécessaires pour déterminer ces données; le calcul des modes propres et le calcul ponctuel (calcul des modes statiques de liaison).

Calcul des modes propres

Le calcul des modes propres, pour chaque sous-structure, est obligatoire. Ce calcul est réalisé avec le module de calcul **BILBO**.

A l'aide de la commande "TRACER NB", on peut stocker les résultats du calcul sur un fichier "FORØNB.DAT (NB étant un numéro de fichier).

Ce fichier de résultats est formaté d'une manière différente de celui qui doit être interprété par le module **TRISTANA**.

Ce fichier comporte deux ensembles d'enregistrements [Réf. 30] :

- les enregistrements de tête qui sont écrits une seule fois,
- les enregistrements qui sont écrits à chaque pas de temps ou à chaque cas de charge.

Chaque enregistrement est précédé d'un enregistrement descripteur suivant sa structure et permettant de la décrypter.

L'enregistrement à décoder peut être :

- soit constitué de n groupements de même longueur m,
- soit constitué de n groupements de longueurs différentes.

Dans ce cas, il est nécessaire de définir la longueur de chaque partie. La longueur d'un groupement est alors définie par la différence entre le pointeur du groupement suivant et le pointeur du groupement considéré.

Nous pouvons trouver en annexe 1 la constitution du fichier de résultats écrit par **BILBO**.

Ce fichier de résultats doit donc être lu et écrit sous une forme nouvelle. Cette forme doit respecter un format d'écriture qui peut être de deux types :

- format du fichier de résultats écrit par **TEDEL**,
- format du fichier de résultats écrit par **TRICO**.

C'est la deuxième solution que nous avons retenue. En effet, elle comporte les informations nécessaires et suffisantes pour le type d'étude que nous voulons réaliser (modélisation de structure par des poutres et des coques dans l'espace).

L'annexe 2 présente la constitution d'un fichier généré par **TRICO** [Réf. 31].

Nous avons donc développé un programme "**ECRITIC**" qui

transforme le format d'un fichier généré par **BILBO** en un format de fichier écrit par **TRICO** qui est alors compatible avec **TRISTANA**.

La figure 8 montre le déroulement du programme "**ECRITIC**".

Nous avons donc pour chaque sous-structure la possibilité de générer un fichier contenant les modes propres compatibles avec le module **TRISTANA**.

Calcul ponctuel

Le calcul ponctuel est en fait le calcul des modes statiques de liaison qui permettent de prendre en compte l'effet des flexibilités résiduelles effectives négligées par la troncature des modes supérieurs dans la base modale.

Ce calcul est obligatoire dans le cas que nous allons étudier. En effet, étant donné les liaisons utilisées de type rigide (encastrement) pour faire l'assemblage entre les sous-structures, nous avons la matrice $[K_J]$ de l'équation (78) qui est infiniment grande donc $[K_J]^{-1}$ est nulle; $[G_{eff}]$ ne doit donc pas être nulle, afin de pouvoir être inversée (opération obligatoire lors de la résolution du système (78)).

Ce calcul pouvait être fait manuellement en chargeant de façon unitaire chaque degré de liberté aux interfaces et en calculant l'influence de ce chargement sur les autres degrés de liberté d'interface. Ensuite une opération de réécriture aurait été nécessaire afin de permettre l'entrée de ces données au module **TRISTANA**.

Nous avons donc décidé d'automatiser ces calculs et de les intégrer directement dans le module **BILBO** en créant une nouvelle commande : la commande "**PONCTUEL**".

Cette commande permet le calcul statique aux degrés de liberté des noeuds de liaison et l'écriture des résultats, suivant un format adapté directement au module **TRISTANA**.

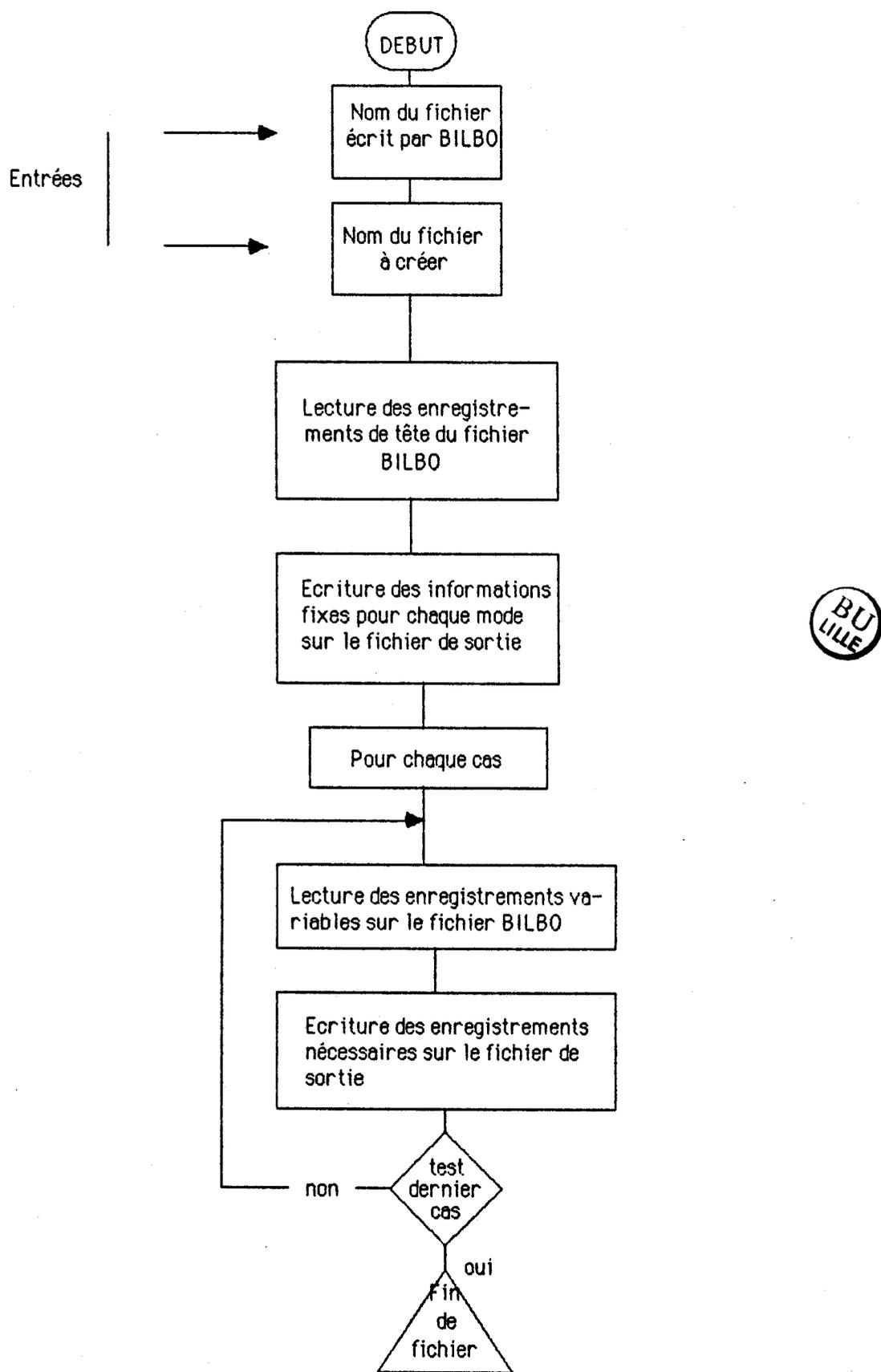


Fig. 8 - Organigramme du programme ECRITIC

Remarque

Dans le cas où la sous-structure étudiée n'a pas de condition aux limites extérieures, un calcul de réponse forcée à basse fréquence sera réalisé.

La fréquence du calcul devra être égale à la moitié de la première fréquence de résonance autre que les modes rigides. Ceci permettra d'éviter l'influence sur les modes propres.

L'automatisation des calculs a consisté à intégrer et à adapter le sous-programme **PONCTU** du module **TEDEL** au module de calcul **BILBO**.

Programme supplémentaire

D'autre part, pour des sous-structures n'ayant aucune condition aux limites avec le milieu extérieur (sous-structure dite libre-libre), nous devons calculer les modes rigides qui sont des modes de translations pures et de rotations pures. **BILBO** ne calcule pas correctement ces modes rigides.

En ajoutant des appuis élastiques dans les trois directions, nous pouvons obtenir les modes rigides de rotations qui ont une précision suffisante. Pour les modes rigides de translations nous avons réalisé un programme qui impose ces modes rigides [Réf. 32].

Le programme qui permet d'exécuter ce calcul se nomme "**CALMRIG**". La donnée nécessaire est la masse généralisée de la structure qui vaut pour les modes rigides de translation la masse totale de la sous-structure.

Le programme reprend le même processus que le programme **ECRITIC**.

Des tests de mise au point de l'ensemble des programmes ont été réalisés et ont permis de valider l'interface **BILBO-TRISTANA**.

Le test suivant a permis de comparer nos résultats (trouvés par l'interface **BILBO-TRISTANA**) à ceux obtenus par la **CISI** avec l'interface **TEDEL-TRISTANA**.

Description du Modèle étudié

Le modèle étudié est celui de 2 poutres identiques encastées à une extrémité et libre à l'autre (Figure 9).

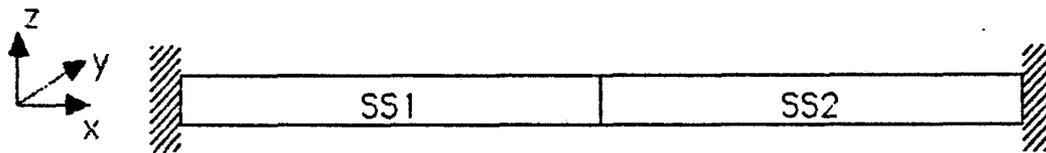


Fig. 9 - Test de comparaison



SS 1 = sous-structure 1 = poutre 1

SS 2 = sous-structure 2 = poutre 2

Chacune de ces 2 poutres est maillée par 10 éléments de poutres (de même longueur).

Caractéristiques des poutres

L = Longueur	= 2 m
S = Section droite	= $5 \cdot 10^{-3}$ m
I_y = Inertie suivant Y	= $1.0416 \cdot 10^{-6}$ m ⁴
I_z = Inertie suivant Z	= $4.16 \cdot 10^{-6}$ m ⁴
J = Inertie de torsion	= $5.2016 \cdot 10^{-6}$ m ⁴
V = Vecteur de y local	= (0 1 0)
E = module d'Young	= $1.51 \cdot 10^{11}$ pa
G = module de cisaillement	= $5.8 \cdot 10^{10}$ pa
ρ = masse volumique	= $7\,800$ Kg/m ³ .

Les modes propres de la sous-structure ont été recherchés dans la gamme de 0 à 500 Hz. Un calcul ponctuel a été réalisé pour effectuer la correction de troncature.

Les résultats de la figure 10 récapitulent trois calculs différents qui sont :

- le calcul fait par la CISI avec les modules TEDEL et TRISTANA (version originale),

- le calcul fait avec la version du Laboratoire de Génie Mécanique utilisant **BILBO** et **TRISTANA**,
- le calcul direct effectué par **BILBO**.

Remarque

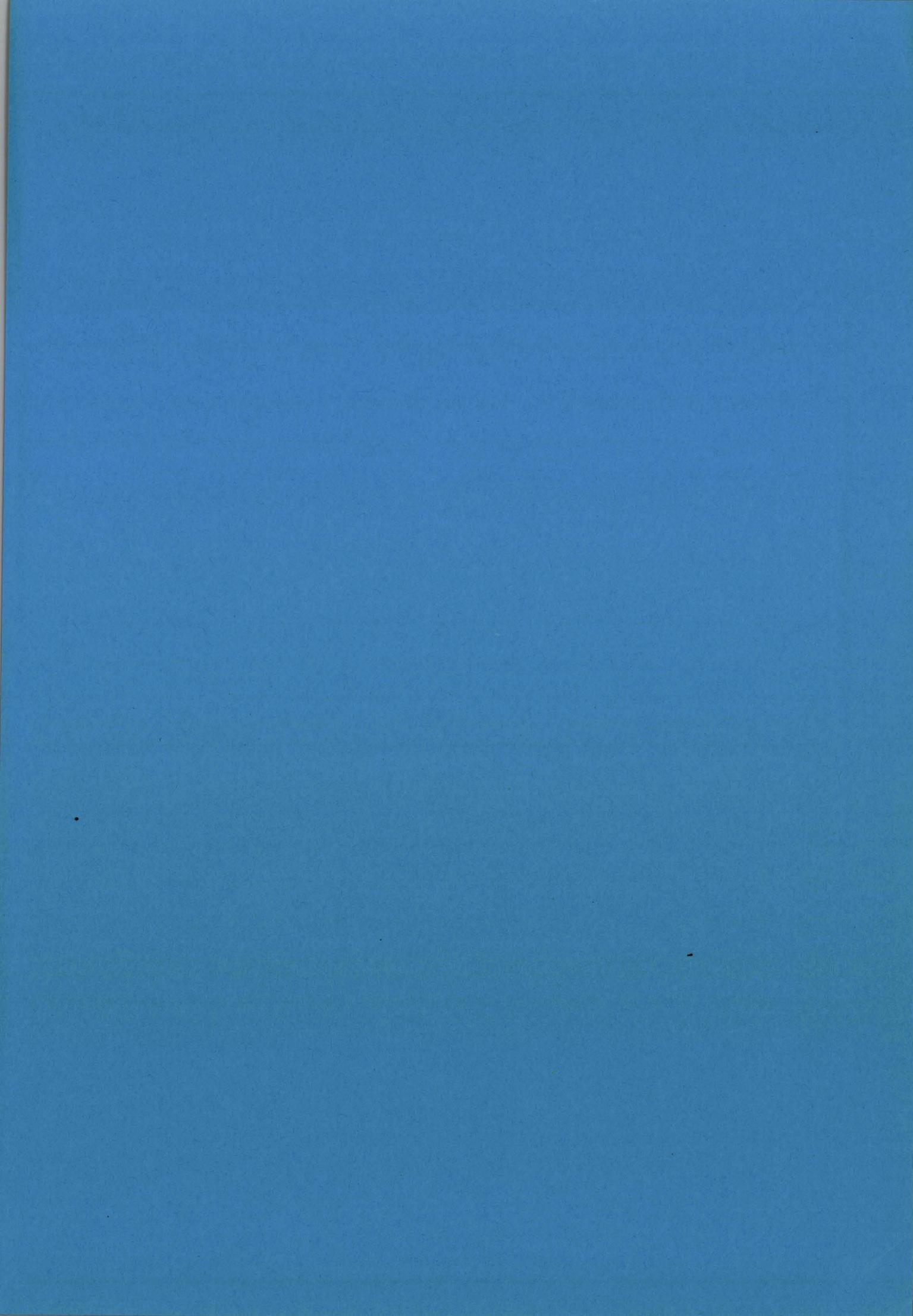
Pour ce test, le temps du calcul par synthèse modale sur **TRISTANA** est égal au quart du temps du calcul direct effectué avec **BILBO**.

8 modes propres ont été retenus pour caractériser chaque sous-structure. En fait un seul calcul est réalisé car la sous-structure 2 est identique à la sous-structure 1. Les 8 modes ont des fréquences comprises entre 0 et 350 Hertz, le calcul par synthèse modale a donné les 11 premiers modes corrects par rapport au calcul direct réalisé avec **BILBO**. La fréquence du onzième mode étant de 336.303 Hertz.

TRISTANA CISI	TRISTANA LGM	BILBO
f7 = 14.1331	14.1331	14.1331
f8 = 28.2468	28.2468	28.2445
f9 = 38.9577	38.9577	38.9590
f10 = 76.3877	76.3877	76.3788
f11 = 77.8604	77.8604	77.8581



Fig. 10 - Résultats du test de la poutre



III. ELABORATION D'UNE STRATEGIE DE DECOUPAGE

III.1. Présentation du VAL

Le VAL (Véhicule Automatique Léger) est le métro de la communauté urbaine de Lille (Figure 11).

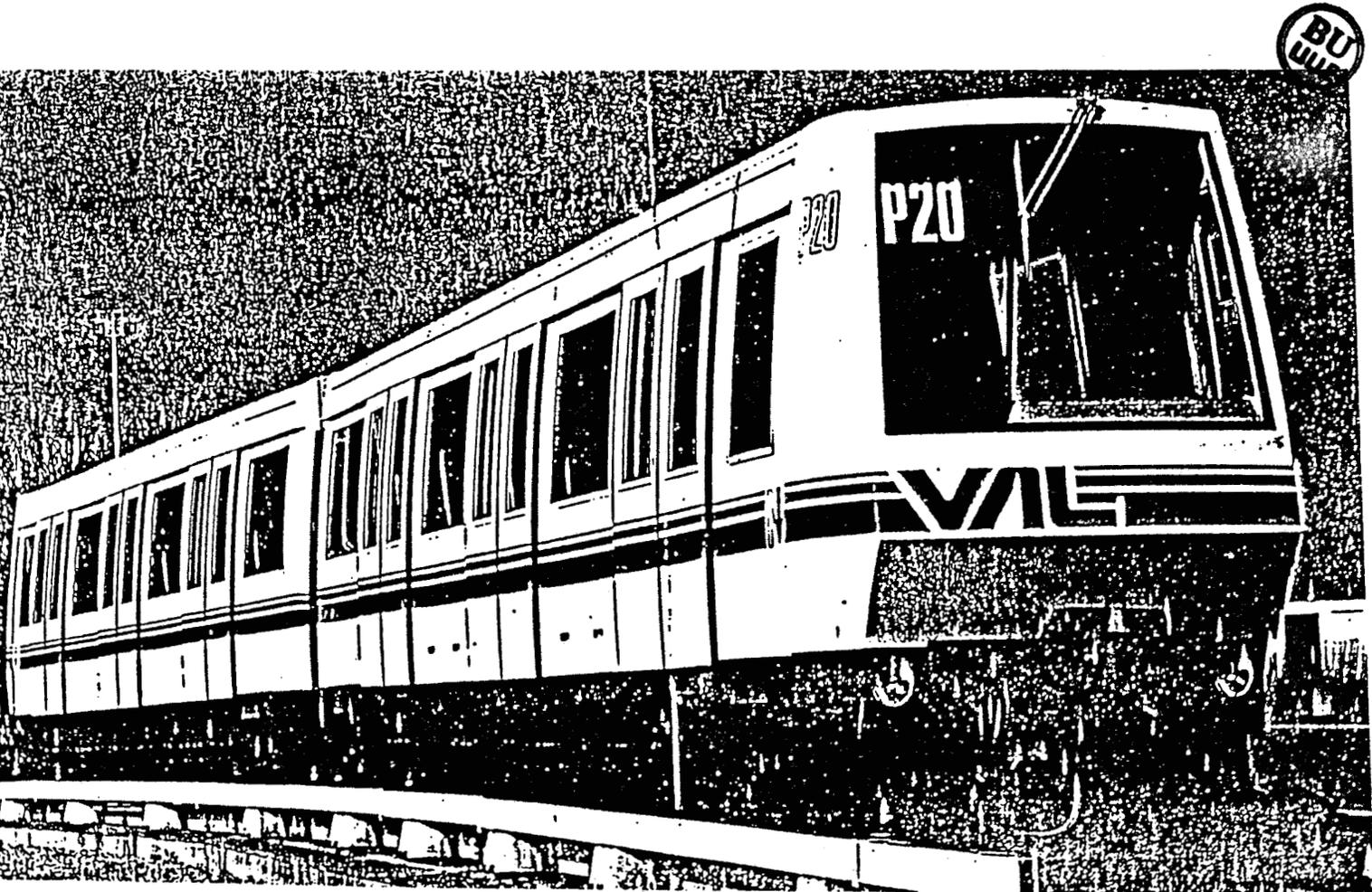


Fig. 11 - Le VAL

Ce métro léger est constitué de rames de deux voitures, chaque voiture ayant une longueur hors-tout d'environ 12 mètres, pouvant emporter un maximum de 68 passagers soit une masse totale en charge d'environ 20 tonnes à la vitesse maximale de 80 km/h.

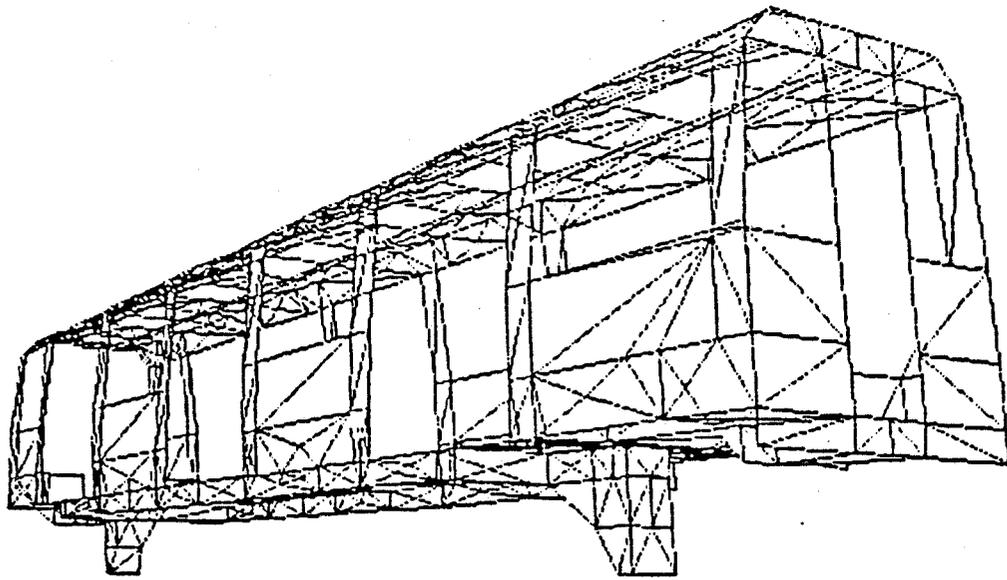
Ce métro développé par MATRA avec l'aide des fabricants de matériel ferroviaire régionaux (ALSTHOM et CIMT) a rencontré un accueil très favorable de la part du public puisque dès 1986 les relevés

mensuels de fréquentation ont fait état de plus d'un million de compostages et plus de 2,5 millions de voyageurs transportés. Cet accueil favorable n'est pas sans conséquences commerciales et des projets d'équipements d'autres villes sont très avancés, notamment en France, à Toulouse et Strasbourg et aux Etats-Unis, à Chicago et Jacksonville.

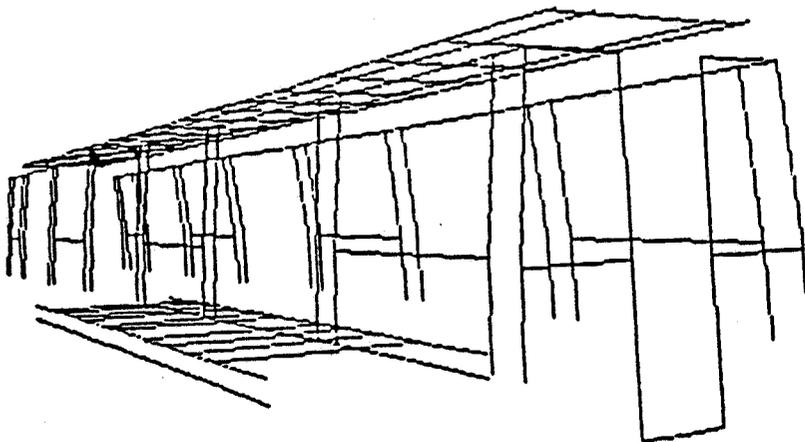
Pour soutenir cette promotion, la Région Nord - Pas-de-Calais a décidé de réunir toutes les forces locales dans un projet de développement des recherches sur les transports automatisés. C'est sous l'impulsion du GRRT (**G**roupement **R**égional de **R**echerche sur les **T**ransports) que les études de dynamique des structures ont été développées au sein du Laboratoire de Génie Mécanique. Il était donc normal de choisir le VAL comme objet de l'étude sur la synthèse modale.

Une première étude sur l'optimisation de la conception dynamique de la caisse du VAL [Réf. 2] a déjà été effectuée. Un modèle comportant environ 3700 degrés de liberté (figure 12) a été mis au point et a donné de bons résultats jusqu'à des fréquences voisines de 700 Hertz. Il est à noter que pour une recherche des fréquences dans la bande de 693 Hertz à 703 Hertz nous avons obtenu un temps de calcul sur un VAX 11/750 de près de 40 heures CPU.

Ce modèle étant cependant trop lourd pour être manoeuvré de manière commode dans le but de tester les différentes stratégies de sous-structurations possibles, nous avons décidé de recourir à une phase préliminaire de calculs sur une maquette simplifiée reproduisant grossièrement la géométrie d'une caisse de métro avec au moins des éléments prépondérants tel que les baies ou les portes [Réf. 33].



Structure coques



Structure poutres

Fig. 12 - Maillage du VAL pour le calcul direct.

III.2. Etude préliminaire

III.2.1. La maquette

Accessoirement, la maquette devait pouvoir être réalisée et étudiée expérimentalement par analyse modale au Laboratoire de Génie Mécanique. De petites dimensions ont donc été choisies.

Cette maquette ne prétend pas être un modèle similaire d'une caisse de VAL : les épaisseurs des parois sont donc très différentes de celles de la caisse réelle, ce qui produira des fréquences propres plus élevées et non significatives. Par souci de simplicité les répétitions de portes ou de baies existant dans la caisse réelle ne sont pas reproduites dans la maquette. Or, cette répétitivité est un facteur favorable d'application de la synthèse modale et il faudra en tenir compte dans l'évaluation finale.

Finalement, les caractéristiques de la maquette sont les suivantes : elle est constituée d'une baie avant, d'une porte et d'une baie centrale ; ses dimensions sont 0,33 m en longueur, 0,14 m en largeur et 0,19 m en hauteur pour des épaisseurs de 8 et 12 mm suivant les parois.

Le modèle éléments finis complet comprend 152 noeuds et 248 éléments coques à 3 noeuds avec 6 degrés de liberté par noeud (soit un modèle simplifié de près de 900 degrés de liberté). Les conditions aux limites sont des appuis en 4 points.

La figure 13 représente la modélisation de la maquette retenue pour l'étude préliminaire avec ces conditions aux limites.

Nous avons effectué le calcul modal direct avec "BILBO" afin de pouvoir comparer ses résultats à ceux obtenus par synthèse modale pour les différentes stratégies de découpage. Nous avons recherché les premiers modes dans une bande de fréquence maximale égale à 550 Hertz (suffisante pour inclure plusieurs modes sans demander de trop longs temps de calcul). Les calculs ont été effectués sur un VAX 11/8300 dans un temps de 17 mn et 40 s.

ALICE - VERSION DU 25.01.85

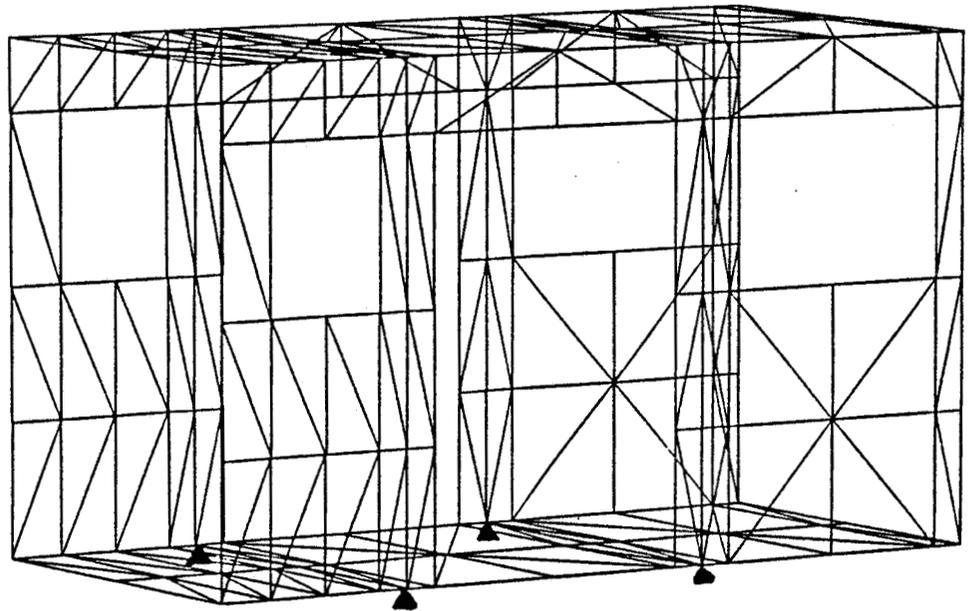
NOM OBJET	NOM DU CAS	OPER
-----------	------------	------

--	--	--

UNITES:

EIL	-0.200E+01
	-0.300E+01
	0.500E+00

BU
LILLE

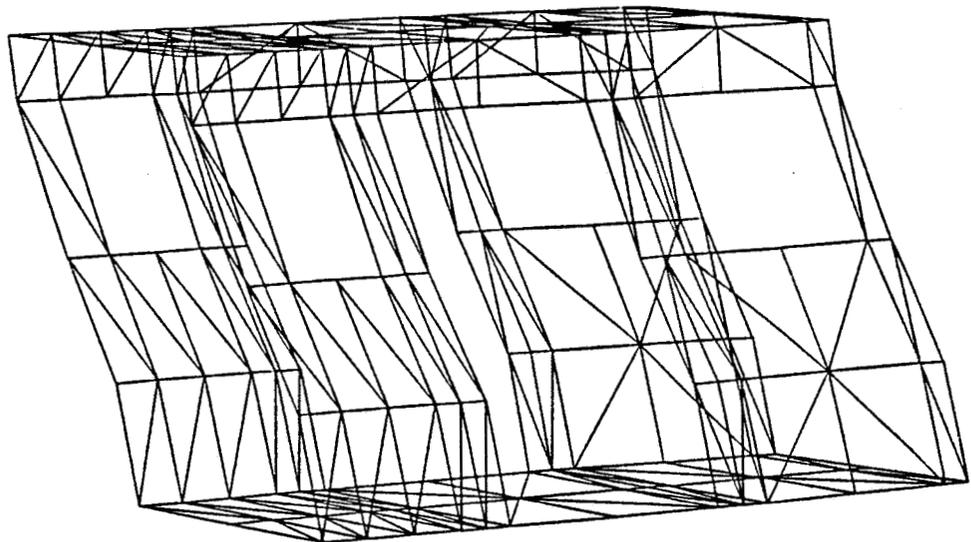


ENSEMBLE DE LA MAQUETTE

Fig. 13 - Modélisation de la maquette.

Nous obtenons la première fréquence propre à 154.234 Hertz, sa déformée modale est représentée sur la figure 14.

ALICE - VERSION DU 25.01.85		
NOM OBJET	NOM DU CAS	OPER
AO	DEF1	DEFO
UNITES:		
DEFO * (0.10, 0.10, 0.10)		
EIL -0.200E+01 -0.300E+01 0.500E+00		



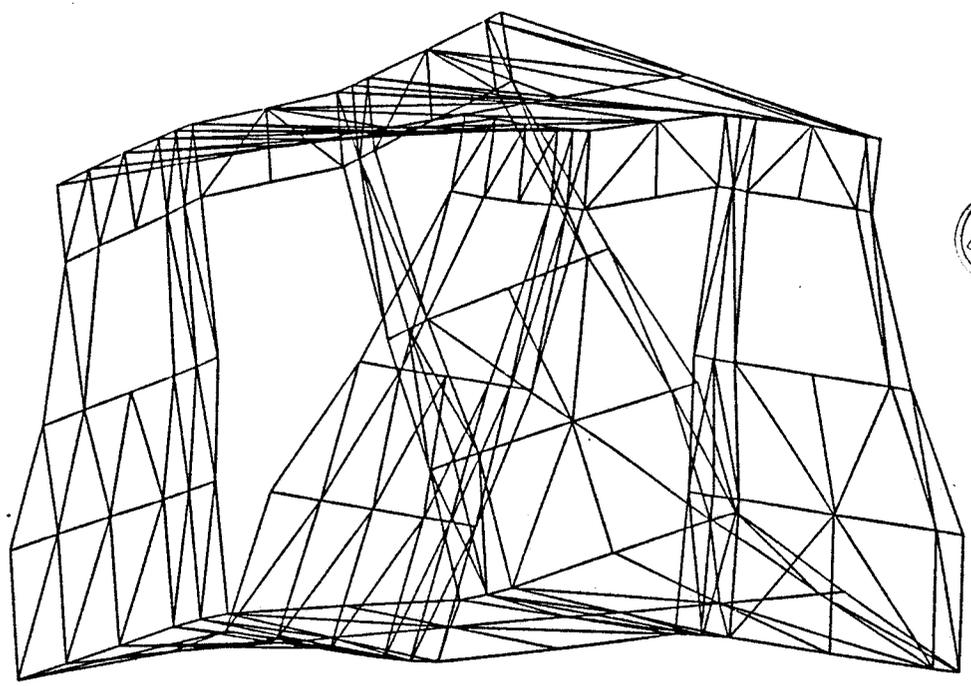
DEFORMEE MODALE A 154.23 HERTZ

Fig. 14 - Première déformée modale.

Deux autres modes ont été trouvés dans la bande donnée, l'un à 431.618 Hertz (figure 15), l'autre à la fréquence de 501.021 Hertz (figure 16).

Nous allons donc essayer de retrouver ces résultats en utilisant la synthèse modale sur différents types de décomposition du VAL.

LICE - VERSION DU 25.01.85		
OBJET	NOM DU CAS	OPER
	DEF2	DEFO
UNITES:		
DEFO * (0.10, 0.10, 0.10)		
IL -0.200E+01 -0.300E+01 0.500E+00		



BU
LILLE



DEFORMEE MODALE A 431.62 HERTZ

Fig. 15 - Second mode propre

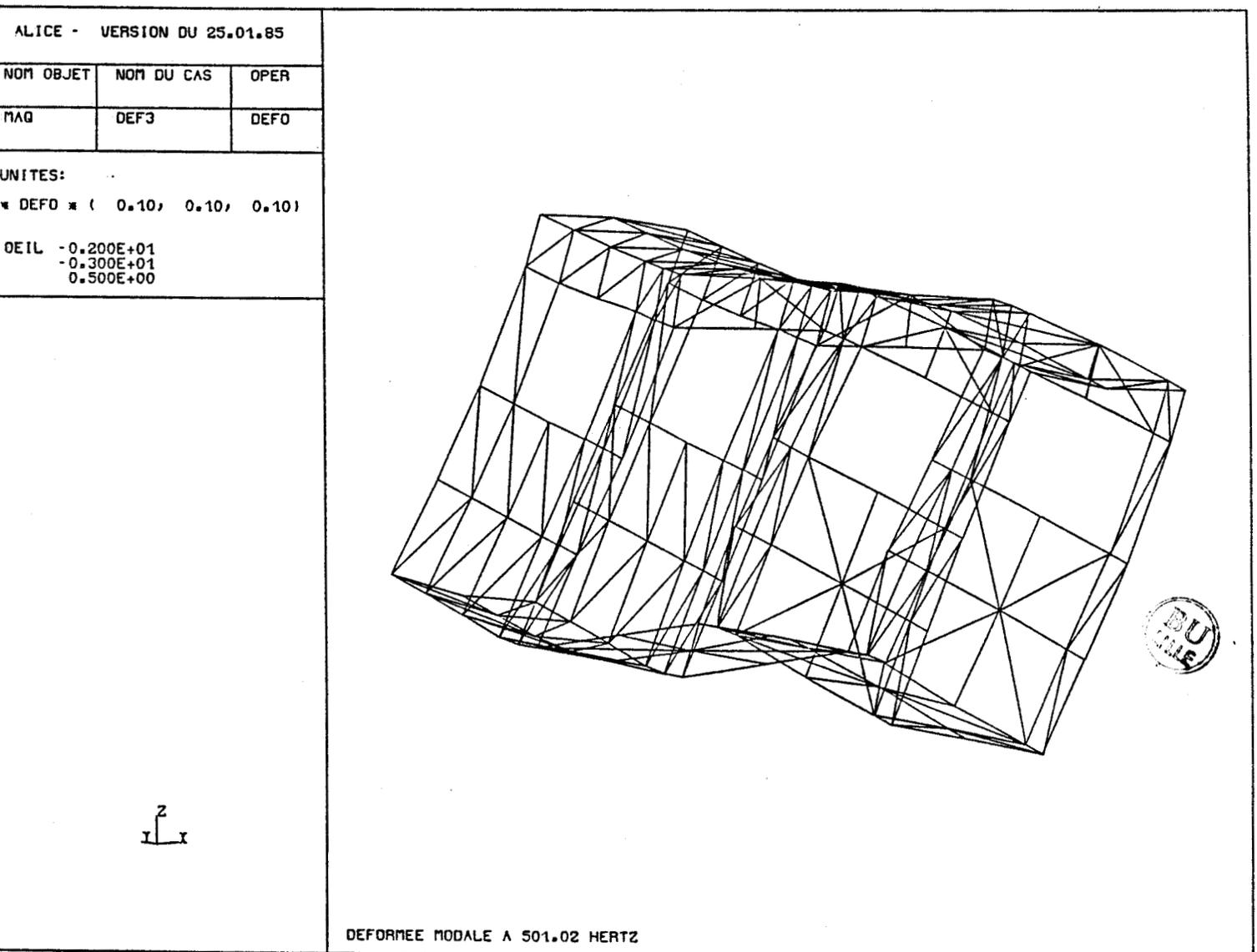


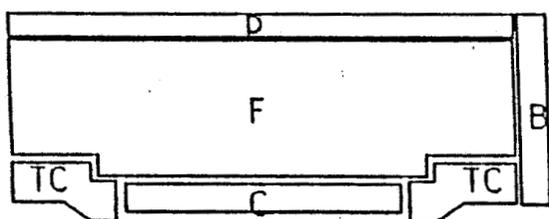
Fig. 16 - Troisième déformée modale.

III.2.2. Les différents découpages

Le choix des modes de découpage découle de la figure 17, on y voit représenté quatre types de sous-structurations possibles d'une caisse du VAL avec ses différents éléments.

Compte tenu de la forme de la maquette et de l'aspect technologique de la caisse, différentes stratégies de découpage sont envisageables.

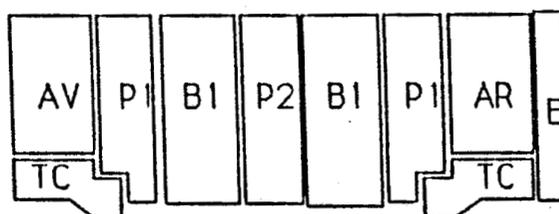
TYPE 1



Nombre de modules: 5
 Nombre de sous-structures: 7
 Nombre de liaisons: 852
 Nombre de modes propres: 432

B: Bout
 C: Chassis
 F: Face
 P: Pavillon
 TC: Traverse de Charge

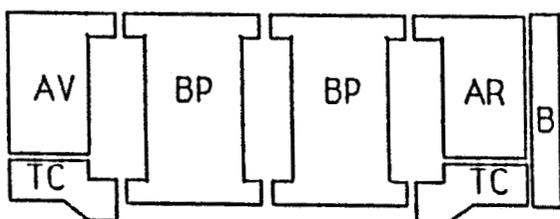
TYPE 2



Nombre de modules: 7
 Nombre de sous-structures: 10
 Nombre de liaisons: 948
 Nombre de modes propres: 367

AV: Avant
 AR: Arrière
 B: Bout
 B1: Bale centrale
 P1: Porte
 P2: Porte centrale
 TC: Traverse de charge

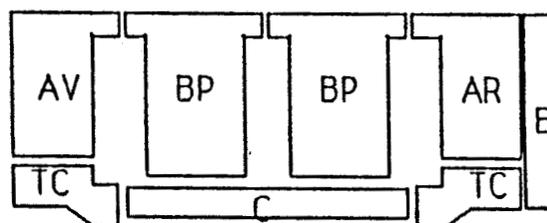
TYPE 3



Nombre de modules: 5
 Nombre de sous-structures: 7
 Nombre de liaisons: 534
 Nombre de modes propres: 365

AV: Avant
 AR: Arrière
 B: Bout
 BP: Bale et Porte
 TC: Traverse de Charge

TYPE 4



Nombre de modules: 6
 Nombre de sous-structures: 8
 Nombre de liaisons: 696
 Nombre de modes propres: 362

AV: Avant
 AR: Arrière
 B: Bout
 BP: Bale et Porte
 C: Chassis
 TC: Traverse de charge



Fig. 17 - Différentes décompositions en sous-structures du VAL.

- découpage horizontal : en sous-structures châssis-faces pavillon qui sont des unités de fabrication et qui pourront donc être modifiées globalement (la modification d'un longeron de châssis n'affectera que la sous-structure châssis) ;
- découpage vertical : en unités fonctionnelles sous-structures baie, porte qui ont l'avantage de faire apparaître des répétitivités dans la caisse réelle avec deux options différentes dans le découpage : découpage dans les panneaux pleins (3 sous-structures pour la maquette) ou au milieu des ouvertures (2 sous-structures pour la maquette) ;
- découpage mixte : mode de découpage intermédiaire dans lequel l'unité de fabrication châssis (élément contribuant majoritairement à la rigidité de la caisse) est ajoutée aux unités fonctionnelles baie et porte.

Nous allons donc tester ces différents découpages. Les calculs de synthèse modale seront évidemment effectués avec des bases modales tronquées. Des tests préliminaires ont montré de manière générale l'obligation de calculer les modes propres des sous-structures jusqu'à une fréquence égale à 4 ou 5 fois [Réf. 34] la plus grande fréquence propre d'ensemble. Des calculs préliminaires sur la maquette ont permis de ramener ce ratio à 2. Sur des tests plus simples, il peut même descendre à 1,2 [Réf. 35].

Nous allons donc étudier les sous-structures dans la bande de fréquences de 0 à 1000 Hertz. Pour prendre en compte l'effet des modes supérieurs négligés une correction de troncature sera effectuée.

Découpage horizontal (Découpage 1)

La maquette est décomposée en quatre sous-structures :

- le châssis représenté en figure 18 ;
- le pavillon représenté sur la figure 19 ;
- les faces (2 sous-structures identiques), figure 20.

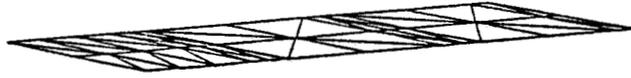


Fig. 18 - Châssis



Fig. 19 - Pavillon

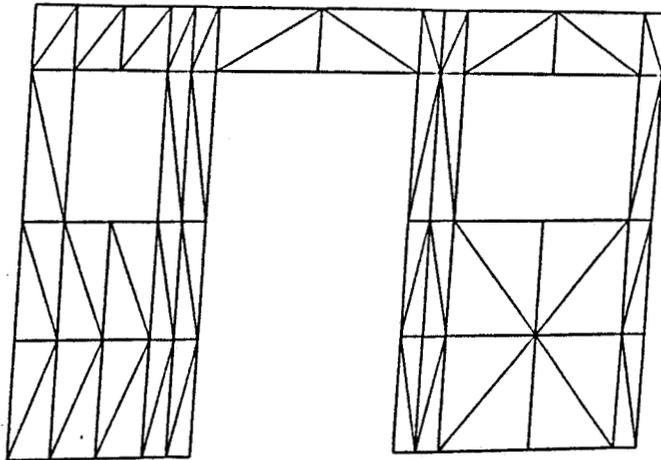


Fig. 20 - Face

La figure 21 montre les résultats des calculs obtenus dans ce cas.

Il apparaît clairement qu'une étude par synthèse modale n'est pas concevable avec ce type de découpage. En effet, le temps du calcul direct de l'ensemble de la structure est égal à la moitié du temps de calcul par synthèse modale, ceci étant dû au nombre important de liaisons (50) dans ce type de décomposition.

Sous-structures	1	2 et 3	4	Synthèse modale	Erreur (%)
Nbr. de noeuds des sous-structures	39	62	39		
Nbr. de noeuds de liaison	24	25	26	50	
Fréquences propres Hz	583.190	130.120 180.637 345.636 564.206 822.637	553.748 872.918	179.515 408.239	16 5
Temps CPU du calcul des modes	1 mn 18 s	3 mn 36 s	2 mn 26 s	33 mn 21 s	
Temps CPU des calculs ponctuels	1 mn 27 s	2 mn 34 s	1 mn 48 s		
Temps total	2 mn 45 s	6 mn 10 s	4 mn 14 s	46 mn 40 s	



Fig. 21 - Récapitulatif des résultats du Découpage 1.

Découpage vertical des panneaux pleins (Découpage 2)

La maquette est à présent divisée en trois parties :

- une partie contenant la baie avant (figure 22),
- une partie contenant la porte (figure 23),
- une partie incluant la baie centrale (figure 24).

Les résultats obtenus (figure 25) dans ce cas sont d'une précision excellente (0,05 % d'erreur sur les trois modes recherchés). Le nombre de liaisons n'étant pas trop élevé (24) nous obtenons un temps de calcul par synthèse modale qui égale environ 1/3 du temps du calcul direct.

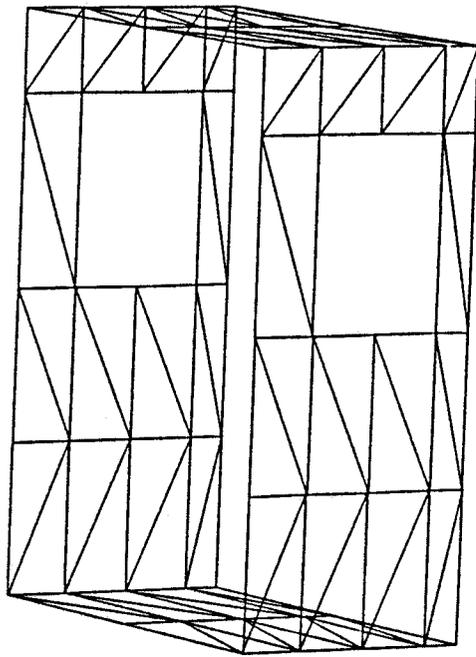


Fig. 22 - Baie avant

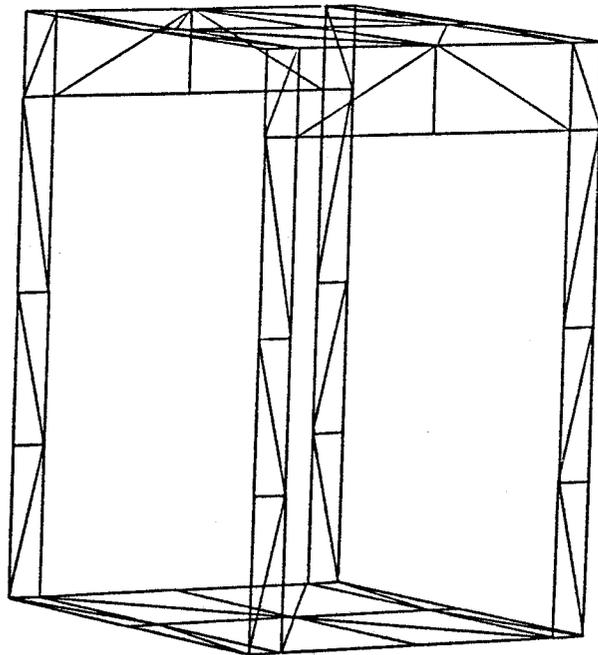


Fig. 23 - porte

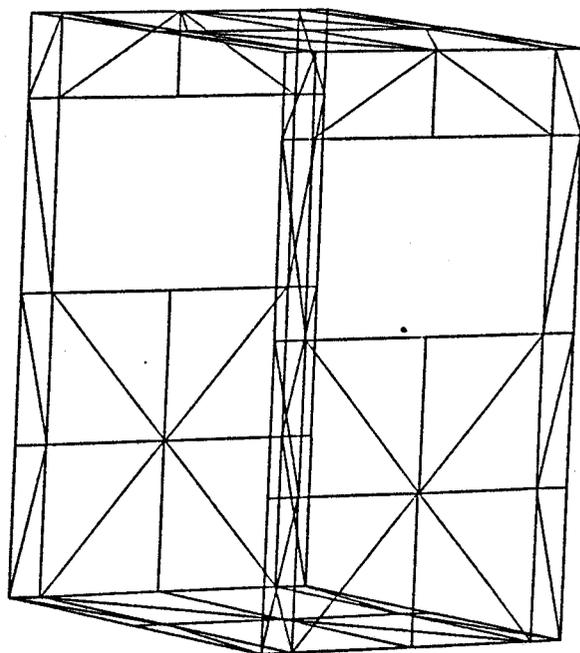


Fig. 24- baie centrale

Sous-structures	1	2	3	Synthèse modale	Erreur (%)
Nbr. de noeuds des sous-structures	60	56	60		
Nbr de noeuds de liaison	12	24	12	24	
Fréquences propres Hz	179.154 256.618 562.061	106.181 530.974 598.107	163.076 198.156 506.683	154.152 431.392 500.778	0.05 0.05 0.05
Temps CPU du calcul des modes	10 mn 15 s	7 mn 44 s	12 mn 24 s	5 mn 01 s	
Temps CPU des calculs ponctuels	1 mn 54 s	3 mn 04 s	2 mn 05 s		
Temps total	12 mn 09 s	10 mn 48 s	14 mn 29 s	42 mn 27 s	

Fig. 25 - Récapitulatif des résultats du 2ème découpage

Découpage vertical des panneaux ouverts (Découpage 3).

La maquette est toujours divisée dans le sens vertical mais le découpage s'effectue en deux parties au milieu d'une porte (intérêt : moins de noeuds de liaison à cet endroit).

Les deux sous-structures sont :

- un module avant (baie avant plus une moitié de porte), représenté sur la figure 26 ;
- un module central (baie centrale plus l'autre moitié de porte), représenté en figure 27).

La figure 28 montre les résultats obtenus. La précision des résultats est bonne dans ce cas. Le temps du calcul par synthèse modale est très faible (27 secondes). On en déduit donc la nécessité de diminuer le nombre de noeuds de liaison dans le choix du type de décomposition.

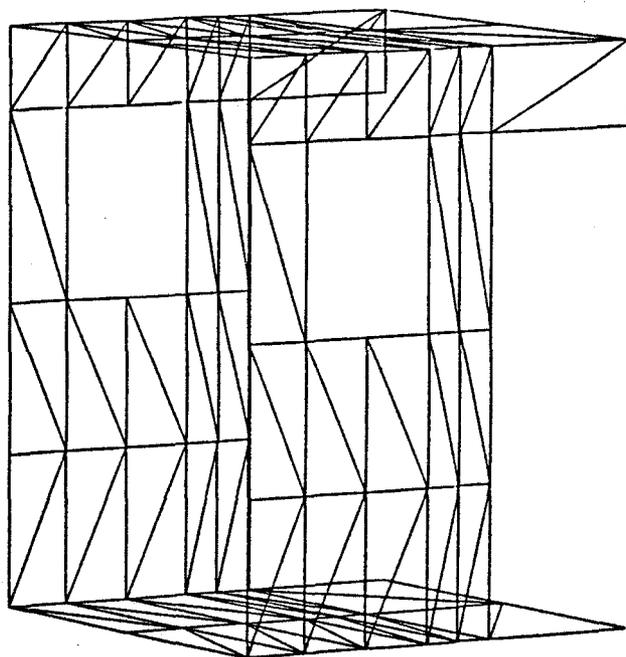


Fig. 26 - Module avant

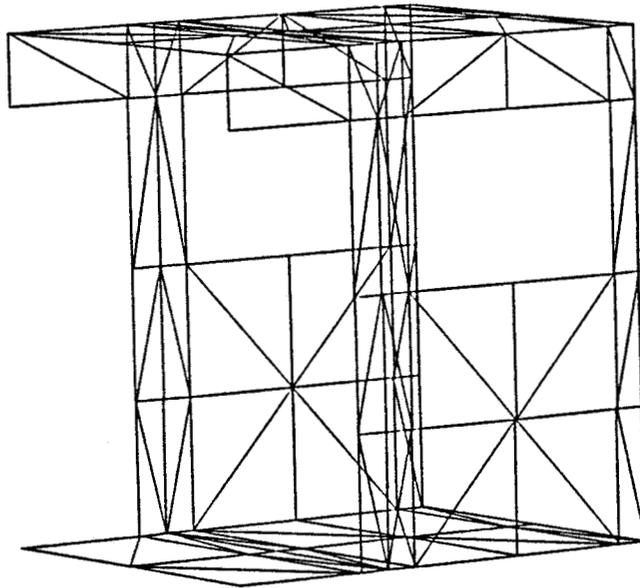


Fig. 27 - Module central



Sous-structures	1	2	Synthèse modale	Erreur (%)
Nbr de noeuds des sous-structures	80	80		
Nbr de noeuds de liaison	8	8	8	
Fréquences propres Hz	152.371 285.437 492.277	146.996 240.900 453.845	154.234 432.634 508.470	0 0.2 1.5
Temps CPU du calcul des modes	9 mn 36 s	10 mn 10 s	27 s	
Temps CPU des calculs ponctuels	2 mn 25 s	2 mn 30 s		
Temps total	12 mn 01 s	12 mn 40 s	25 mn 08 s	

Fig. 28 - Récapitulatif des résultats du découpage 3

Découpage mixte (Découpage 4)

Considérons à présent le découpage précédent en isolant le châssis. En effet, lors de la conception d'un véhicule ferroviaire, on est très souvent amené à modifier la rigidité du plancher, nous obtenons donc les trois sous-structures suivantes :

- une partie avant (figure 29) ;
- une partie centrale (figure 30) ;
- une partie châssis (figure 31).

Les résultats qui sont repris sur la figure 32 montrent que le premier mode est bien calculé mais les autres modes ne le sont pas ou le sont mal. L'imprécision des résultats peut s'expliquer si l'on regarde les fréquences des modes de sous-structures 1 et 2 qui ont une première fréquence très faible vis à vis de la suivante et le mode de la sous-structure 3 qui a une première fréquence très élevée.

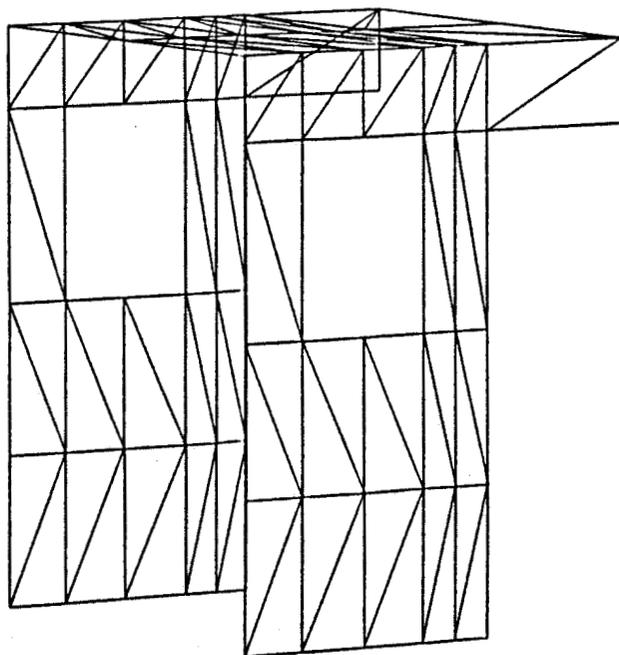


Fig. 29 - Partie avant

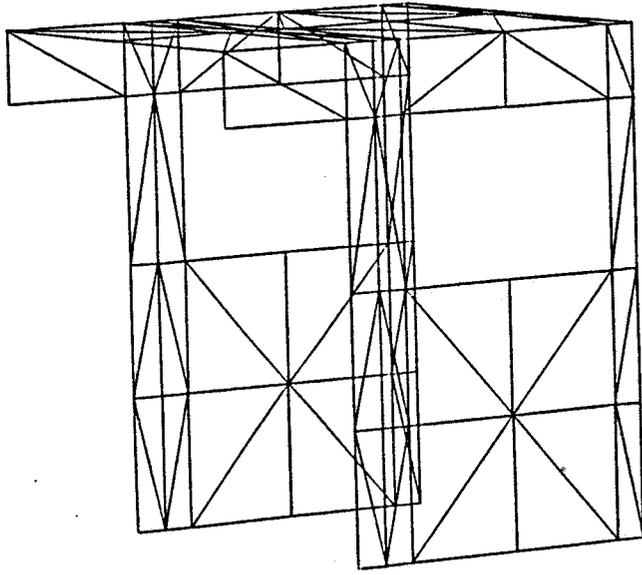


Fig. 30 - Partie centrale

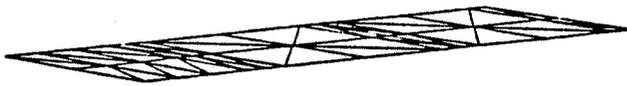


Fig. 31 - Châssis

Sous-structures	1	2	3	Synthèse modale	Erreur (%)
Nbr. de noeuds des sous-structures	71	71	39		
Nbr de noeuds de liaison	17	17	24	29	
Frequences propres Hz	0.237 126.264 269.963 715.563 802.127	0.231 114.692 229.561 478.728 548.280	583.19	154.127 316.675	0.06 36
Temps CPU du calcul des modes	4 mn 57 s	4 mn 50 s	1 mn 18 s	6 mn 20 s	
Temps CPU des calculs ponctuels	2 mn 17 s	2 mn 11 s	1 mn 27 s		
Temps total	7 mn 14 s	7 mn 01 s	2 mn 45 s	23 mn 20 s	

Fig. 32 - Récapitulatif des résultats du découpage 4

III.2.3. Comparaison des résultats

Les premiers résultats obtenus sont déjà très éclairants :

- le mode de découpage horizontal présente un nombre de noeuds de liaison prohibitif qui conduit à un temps de calcul de la synthèse modale seul, supérieur à celui du calcul direct.
- les modes de découpage vertical donnent des résultats précis dans des temps raisonnables.
- le mode de découpage mixte pose de gros problèmes de précision du fait de l'hétérogénéité de sous-structures.



Pour affiner cette comparaison, nous nous sommes placés dans une situation de calcul de modification de structures (modification de la rigidité de la baie par exemple) et nous avons estimé les temps de calcul nécessaires pour effectuer cette correction. La figure 33 présente les résultats obtenus.

Il en ressort les observations suivantes :

- le découpage 1 entraîne un temps excessif ;
- le découpage 2 n'apporte pas de gain significatif ;
- les découpages 3 et 4 sont comparables dans leur efficacité (amélioration de 25 % du temps de calcul).

Compte tenu des problèmes de précision posés par le mode de découpage numéro quatre, il apparaît donc que le mode de découpage vertical au milieu des ouvertures de panneaux est le seul mode à offrir à la fois précision et efficacité numérique.

De plus, si l'on reprend la figure 15, nous remarquons que le mode de découpage 3 envisagé sur la caisse réelle, permet de changer facilement les caractéristiques du châssis puisque celui-ci n'intervient que dans deux sous-structures qui de plus sont identiques (donc modification d'une seule sous-structure et un seul calcul à refaire dans ce cas.)

	Temps CPU par Synthèse modale	Temps CPU de la modification	Temps CPU du 2ème calcul : B	Gain (%) B/A
Découpage 1	33 mn 21 s	2 mn 45 s	36 mn 06 s	/
Découpage 2	5 mn 01 s	12 mn 09 s	17 mn 10 s	2.83.
Découpage 3	27 s	12 mn 01 s	12 mn 28 s	29.43
Découpage 4	6 mn 20 s	7 mn 14 s	13 mn 34 s	23.20
Calcul direct A			17 mn 40 s	

Fig. 33 - Comparaison du temps de réanalyse après modification

III.2.4. Evaluation des critères

En vue de mettre au point une stratégie de découpage de caisses de métro, une étude préliminaire a été réalisée sur une maquette simplifiée présentant globalement les caractéristiques topologiques d'une caisse du VAL sans prétendre être un modèle similaire.

L'objectif de l'étude est d'utiliser la méthode de synthèse modale comme méthode de post-processing des calculs modaux effectués sur des sous-structures, de manière à obtenir une diminution du temps de calcul nécessaire pour évaluer l'influence sur les modes propres d'ensemble d'une modification locale de la caisse.

Des quatre stratégies testées, nous pouvons tirer des critères permettant de minimiser le temps de réanalyse après un premier calcul.

Deux critères nous semblent très importants pour obtenir des gains de temps non négligeables :

Critère 1

Il est judicieux de décomposer la structure au milieu des éléments de porte ou de baie qui présentent des ouvertures, afin de minimiser le nombre de liaisons entre les sous-structures.

Critère 2

Lors d'une étude sur une caisse réelle, il est nécessaire de rendre des sous-structures répétitives, (exemple pour le VAL les baies centrales ou les traverses de charge), elles ne sont alors calculées qu'une seule fois ce qui permet un gain de temps de calcul et donc de coût.

Nous avons montré que le troisième découpage satisfait convenablement à ces deux critères. Nous allons donc utiliser sur le modèle de caisse du VAL (figure 12), ce découpage 3 dans le but de répondre aux exigences des entreprises qui conçoivent ce type de matériel.

IV. ETUDE DE LA CAISSE REELLE

IV.1. Critères de conception dynamique

Les concepteurs dans le domaine ferroviaire procèdent à quelques vérifications après le calcul du comportement dynamique d'un véhicule.

Les deux principaux critères de vérification sont :

-la première fréquence propre de la caisse doit être découplée et supérieure de 1 hertz à la fréquence propre maximale de la partie bogie;

-la déformée modale de la première fréquence propre doit correspondre à un mode de déformation d'ensemble.

Cette dernière condition est généralement vérifiée dans le cas où la caisse du véhicule présente une bonne homogénéité.

Dans le but d'optimiser la conception dynamique d'une caisse de métro VAL, nous allons chercher par la méthode de synthèse modale à déterminer ses premières fréquences propres.

IV.2. Première étude

IV.2.1. Conditions de l'étude

Nous allons donc appliquer la décomposition en sous-structures du VAL suivant le type le mieux approprié à cette étude, c'est à dire le type 3 de la figure 17.

Nous obtenons une décomposition en 7 sous-structures. Deux sous-structures se répètent deux fois dans ce mode de découpage. Il s'agit de la sous-structure "Baie-Porte" et de la sous-structure "Traverse de charge".

Nous devons définir cinq sous-structures distinctes qui sont :

- un module "Traverse de charge" (sous-structures 1 et 2 de la figure 34);
- un module "Bout" (sous-structure 3 de la figure 34);
- un module "Arrière" (sous-structure 4 de la figure 34);
- un module "Baie-Porte" (sous-structures 5 et 6 de la figure 34);
- un module "Avant" (sous-structure 7 de la figure 34).

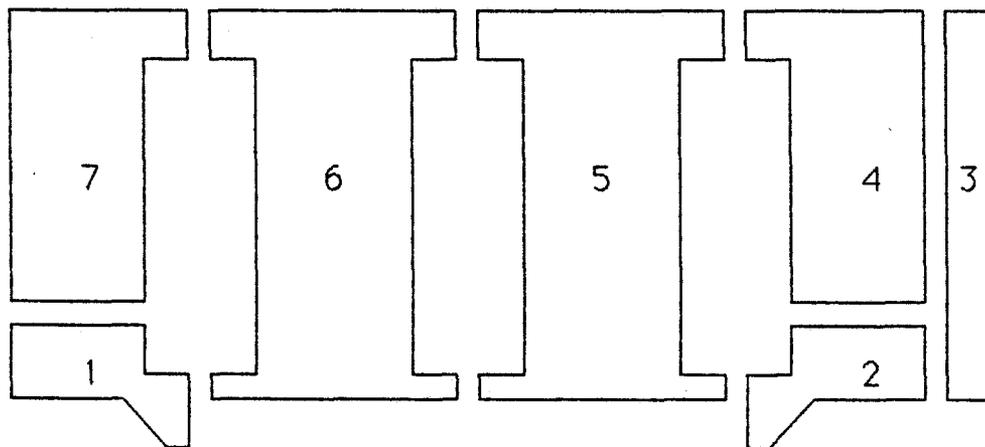
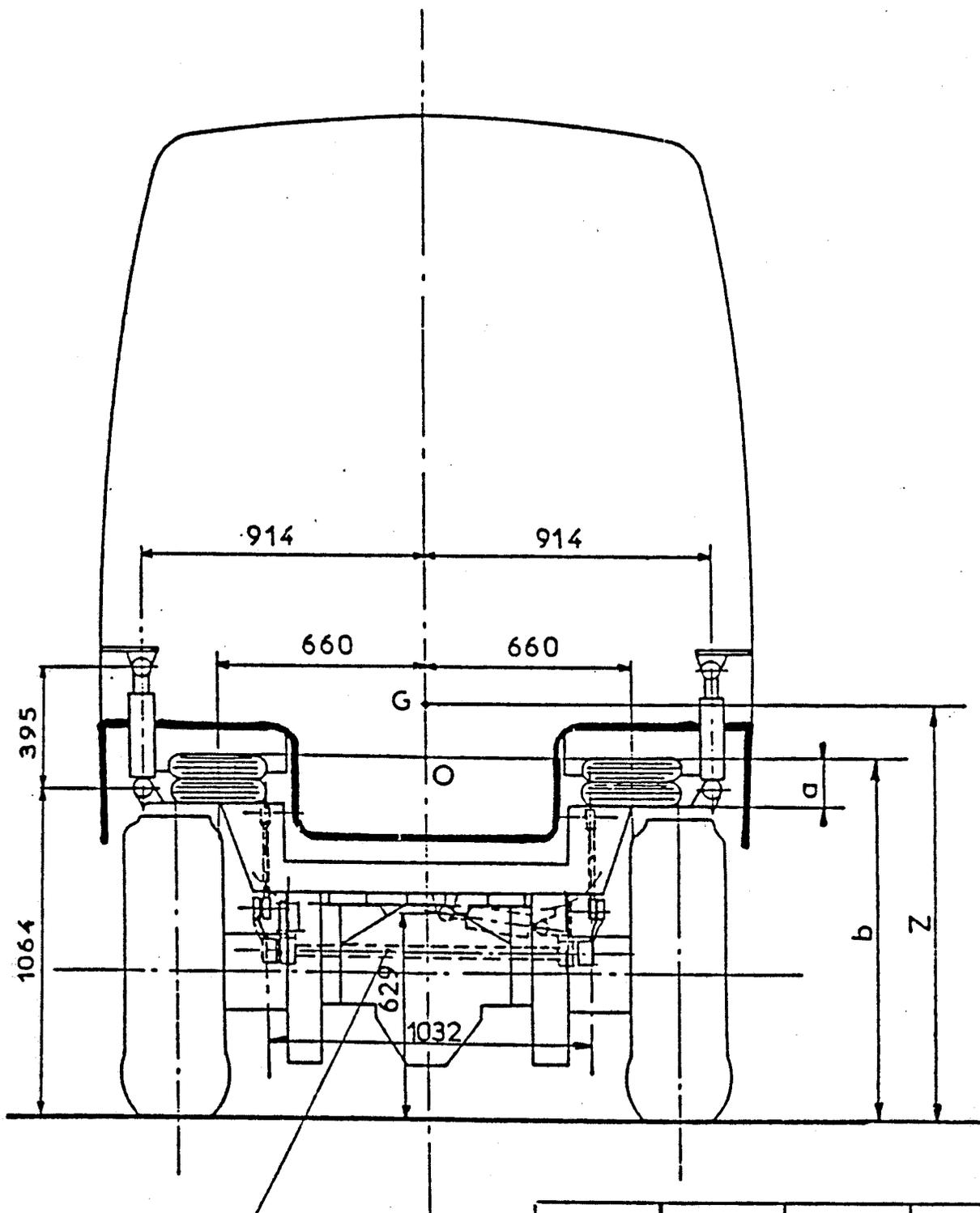


Fig. 34 - Numéros des sous-structures.

Présentation des sous-structures.

Module "Traverse de charge"

La traverse de charge est l'élément du VAL sous lequel se situe la partie roulement (figure 35). La caisse du métro repose sous les deux caissons de chaque traverse de charge sur des coussins porteurs qui permettent le couplage avec la partie roulement du véhicule. Les traverses de charge possèdent une béquille portant sur sa face les fixations des bielles de traction et à travers laquelle passe l'arbre de transmission. Cette béquille est donc un élément très important au sein des traverses.



COTES	①	②	③
a	160	195	195
b	1173	1208	1208

Fig. 35 - Position de la traverse de charge par rapport à l'ensemble du véhicule (trait plus épais).

La modélisation réalisée avec le mailleur "GIBI" constitue une sous-structure exclusivement composée d'éléments "TRI3" (coques à 3 noeuds possédant chacun 6 degrés de liberté). Les figures 36 et 37 représentent la modélisation retenue, elle comporte 110 noeuds et 217 éléments. Deux conditions aux limites sont appliquées afin de simuler l'action des coussins porteurs. Nous obtenons un modèle à 648 degrés de liberté.

Les résultats trouvés par l'étude préliminaire ont montré que l'on pouvait obtenir une précision excellente si l'on constituait les bases modales des sous-structures en prenant comme fréquence maximale une fréquence environ deux fois supérieure à la plus haute fréquence recherchée pour la structure complète. Nous allons donc, pour notre étude, rechercher les fréquences propres des sous-structures dans la bande de 0 à 20 hertz.

Quatre fréquences de résonances ont été trouvées en un temps CPU de 18mn57s. Le calcul ponctuel est réalisé pour 26 noeuds, ces noeuds sont les différents points de liaison entre les traverses de charge et les sous-structures qui sont en contact. Ce calcul a demandé un temps de 9mn21s CPU.

Module "Bout"

Le "Bout" est l'élément qui se situe à l'arrière du véhicule. Il est composé du prolongement de la traverse de charge arrière et de la face arrière. Le "Bout" comprend 53 noeuds, 60 éléments coques (tri3) et 18 éléments poutres (seg2) (figure 38). Ce module est supposé libre-libre, 12 fréquences sont comprises dans la bande de fréquences de 0 à 20 hertz. Les modes rigides de translation sont imposés par le programme "CALMRIG". Le calcul des modes propres a demandé 4mn52s de temps CPU. Pour cette sous-structure un calcul supplémentaire de 3mn29s CPU est nécessaire afin de calculer correctement les modes rigides de rotation. Pour 30 noeuds de liaison nous avons effectué le calcul ponctuel à la fréquence de 3,5 hertz qui est la moitié de la première fréquence propre, en un temps CPU de 3mn32s. Rappelons que la fréquence à laquelle est effectué le calcul ponctuel est prise de manière à ne pas perturber les modes propres.

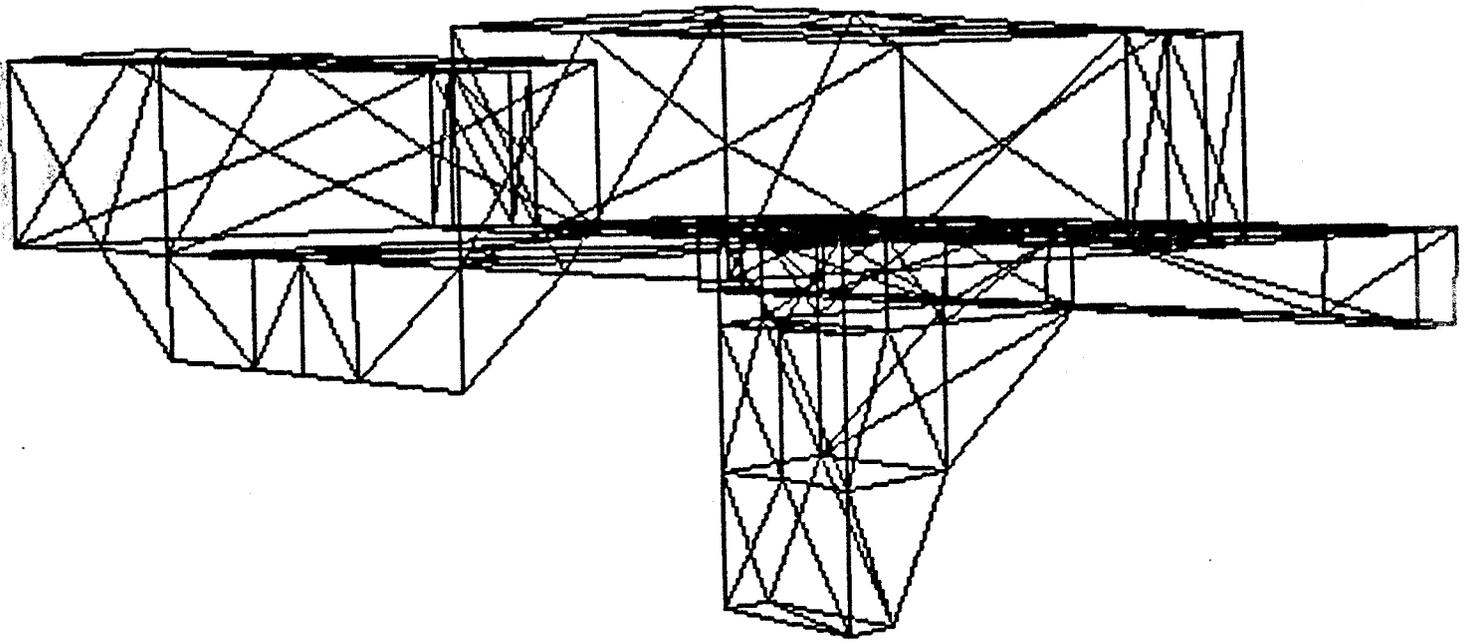


Fig. 36 - Traverse de charge

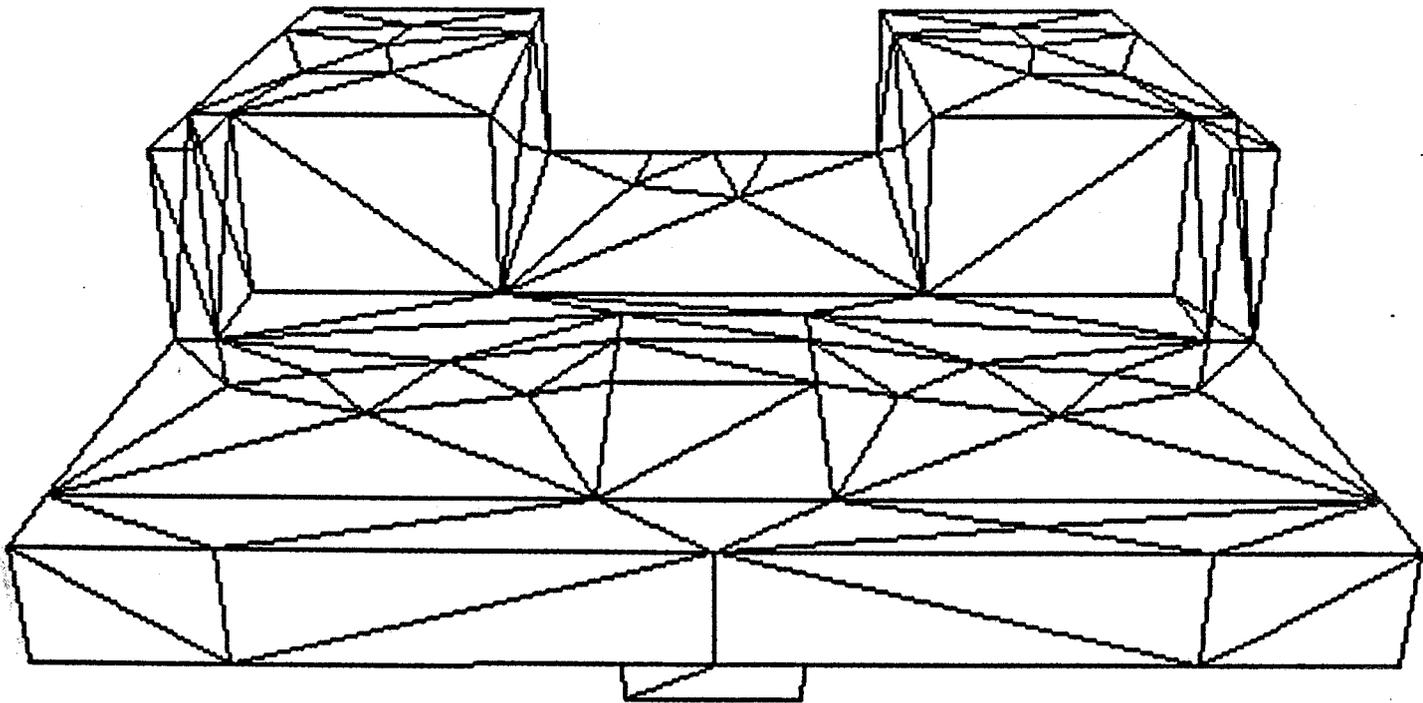


Fig. 37 - Vue de la traverse de charge en faces cachées

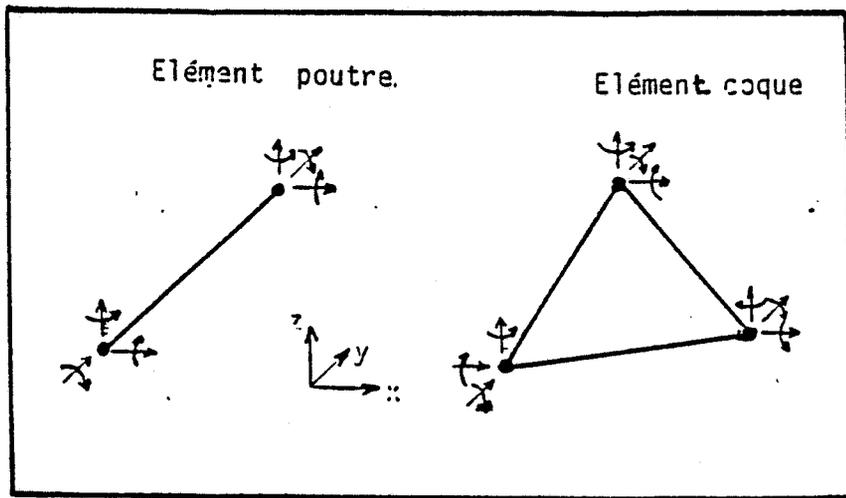


Fig. 38 - Types d'éléments employés

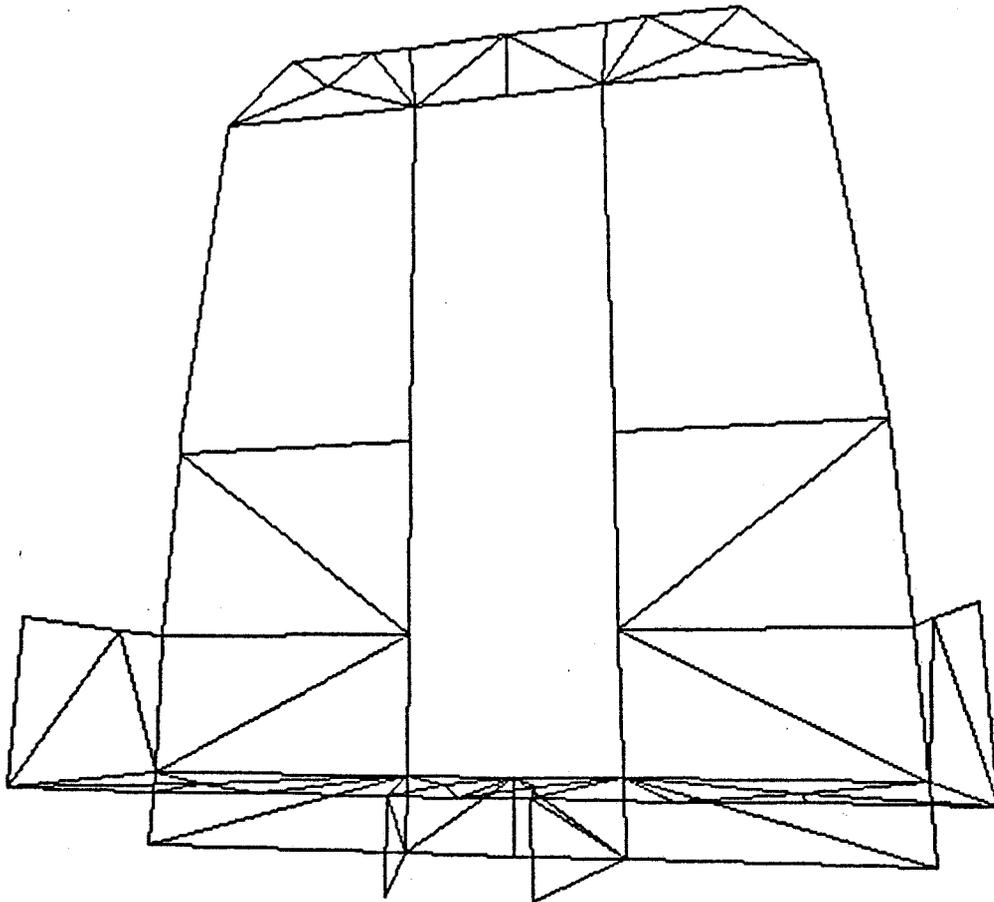


Fig. 39 - Modélisation du Bout



Module "arrière"

Le module est composé des baies arrières des faces latérales et de la partie du pavillon correspondante. La sous-structure comprend 87 noeuds, 120 éléments coques et 92 éléments poutres.

Dans la bande de fréquence de 0 à 20 hertz, 9 modes propres ont été calculés en un temps cpu de 9mn10s. Le calcul ponctuel pour 33 noeuds à la fréquence de 1,8 hertz a pris 4mn59s de temps CPU. Comme pour la sous-structure "Bout" la partie "Arrière" est libre-libre. Le programme "CALMRIG" est alors encore mis à contribution pour imposer les modes rigides de translation. Les figures 40 et 41 représentent la modélisation de cette sous-structure vue sous des angles différents.

Module "Baie-Porte"

Le module "Baie-Porte" est un ensemble qui se répète. Il est composé d'une baie centrale et de deux demi-portes de chaque côté. Cette sous-structure est très importante au sein de l'ensemble. La modélisation comprend 162 noeuds, 280 éléments coques et 152 éléments poutres (figures 42 et 43).

Le calcul des modes propres dans la bande donnée a permis de trouver 8 fréquences en 47mn53s de temps CPU. Le calcul ponctuel à la fréquence de 3,1 hertz pour les 33 noeuds de liaison a pris 25mn de temps CPU. Les modes rigides de translation sont imposés pour cette sous-structure par le programme "CALMRIG".

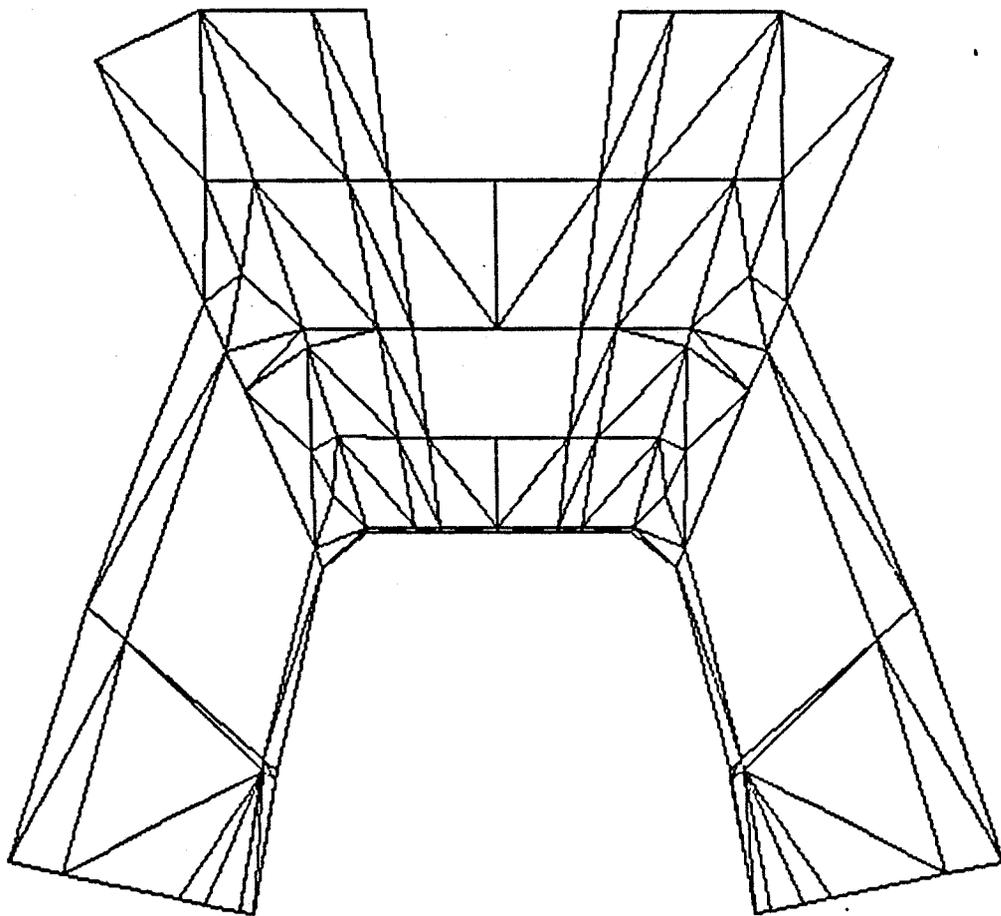


Fig. 40 - Modélisation de l'arrière

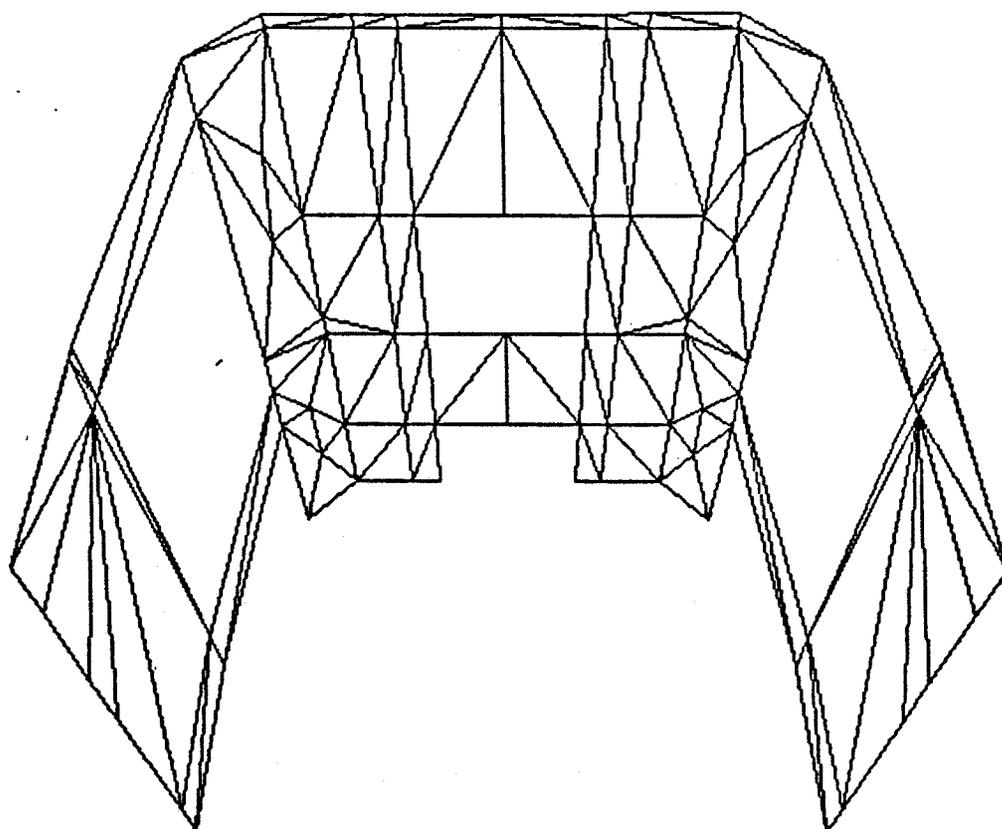


Fig. 41 - Autre vue de la modélisation de l'arrière

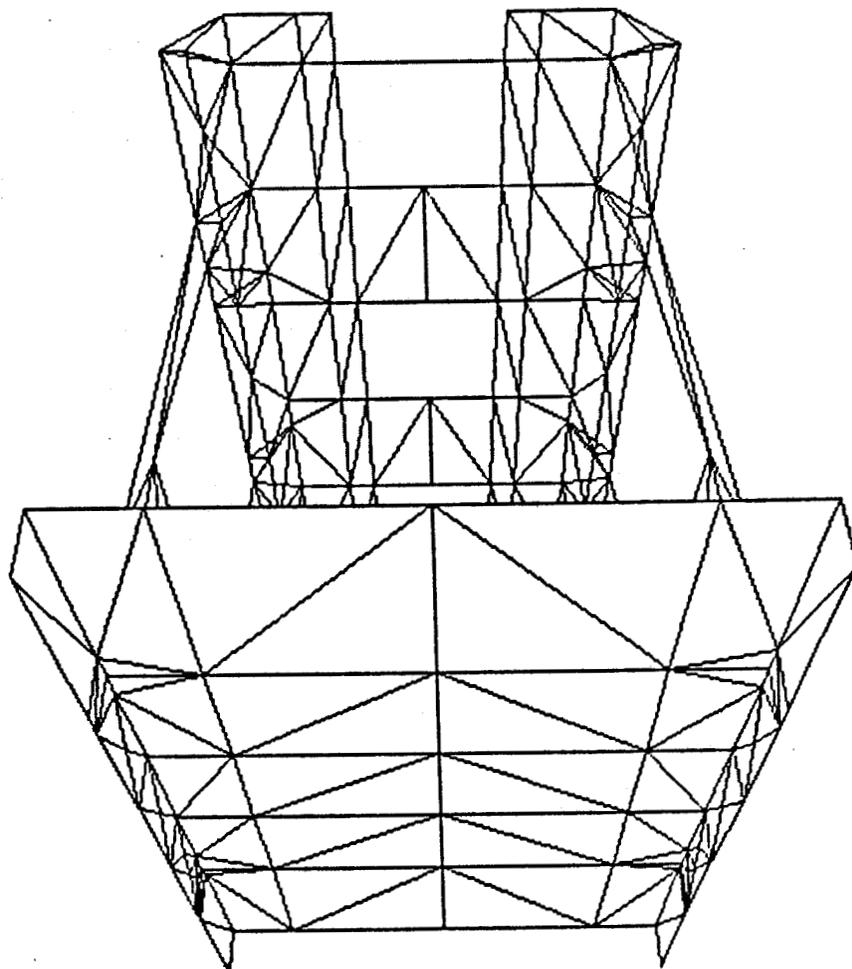


Fig. 42 - Modélisation de "Baie-Porte"

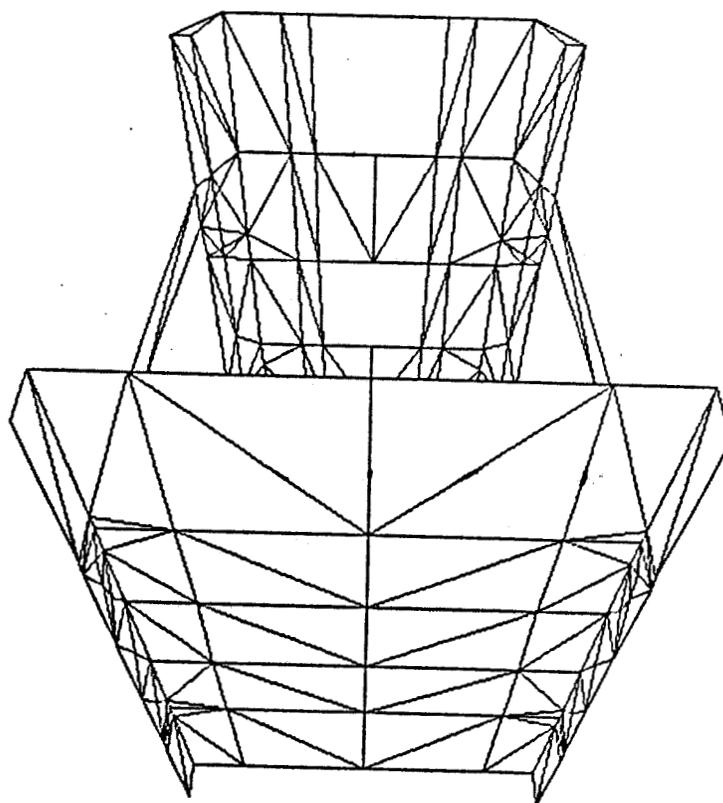


Fig. 43 - Autre vue de la modélisation de "Baie-Porte"

Module "Avant"

Le dernier module est la partie située au dessus de la traverse de charge avant et contenant la première baie. Ce module est modélisé par 98 éléments coques et 78 éléments poutres pour 72 noeuds (figures 44 et 45). Nous avons obtenu 9 fréquences dans la bande de 0 à 20 hertz en un temps CPU de 5mn34s. Le calcul ponctuel s'est effectué à la fréquence de 2 hertz pour 16 noeuds en un temps CPU de 2mn13s. Nous avons pour ce module imposé les modes rigides de translation à l'aide du programme "CALMRIG".

Construction du modèle utilisé pour l'étude en synthèse modale

Chaque sous-structure est définie dans un repère local. Nous avons ramené toutes les sous-structures dans un repère général en utilisant des compositions de translations et de rotations. Ces instructions sont définies dans le fichier de commandes lu par TRISTANA pour exécuter le calcul.

Ce fichier comporte différentes instructions qui sont :

- les informations générales, nécessaires au dimensionnement des tableaux;
- un titre;
- la définition de la géométrie avec les caractéristiques modales des sous-structures;
- les liaisons entre les sous-structures;
- la correction de troncature pour chaque sous-structure;
- le stockage des résultats sur des fichiers;
- le type de calcul à réaliser.

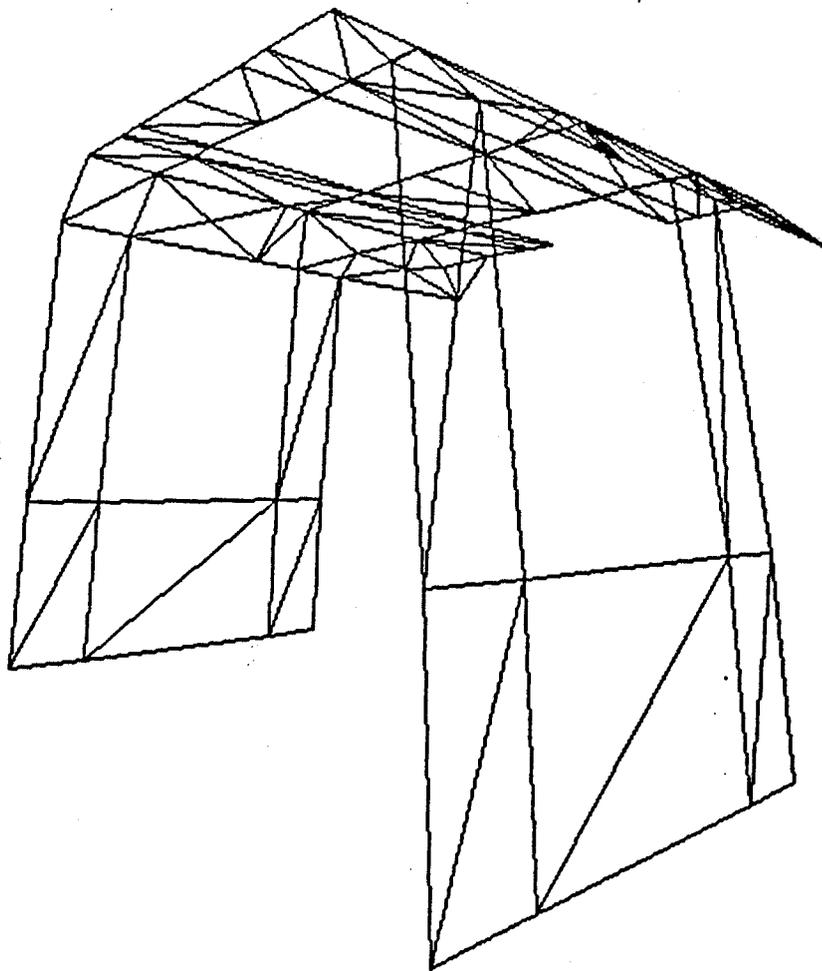


Fig. 44 - Modélisation de l'avant

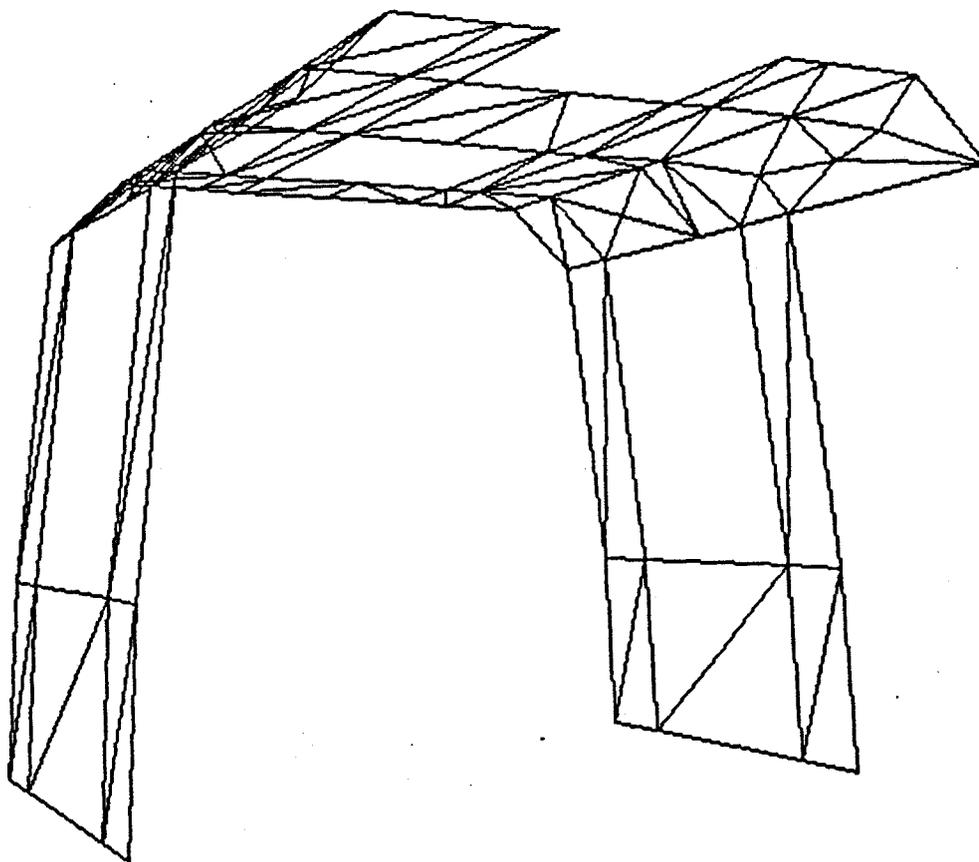


Fig. 45 - Autre vue de la modélisation de l'avant

Le temps total CPU d'étude des sous-structures est de 2h15mn, il est à noter que pour étudier la sous-structure "Baie-porte" nous avons passé 60% du temps de calcul. Il apparaît déjà que pour une modification autre que la sous-structure "baie-porte" le temps de calcul du module concerné sera peu élevé.

IV.2.2. Résultats et comparaisons au calcul direct

Notre étude comprend donc 54 modes propres caractérisant les sous-structures et 94 liaisons permettant de réaliser l'assemblage.

Nous avons recherché dans cette première étude les deux premières fréquences propres de la caisse. Un premier calcul [Ref.2] avait été réalisé par une méthode directe sur un modèle quasi-identique (figure 46) qui avait donné pour valeurs de ces deux fréquences propres :

-9,45 Hertz correspondant à un mode de flexion représenté sur la figure 47;

-10,75 Hertz correspondant à un mode de torsion représenté sur la figure 48.

Le temps CPU du calcul direct pour une largeur de bande de recherche de fréquences propres de 4 Hertz est de 5h25mn11s.

L'étude par synthèse modale a permis de retrouver ces deux modes propres à des fréquences voisines :

-11,47 Hz pour le mode de flexion;

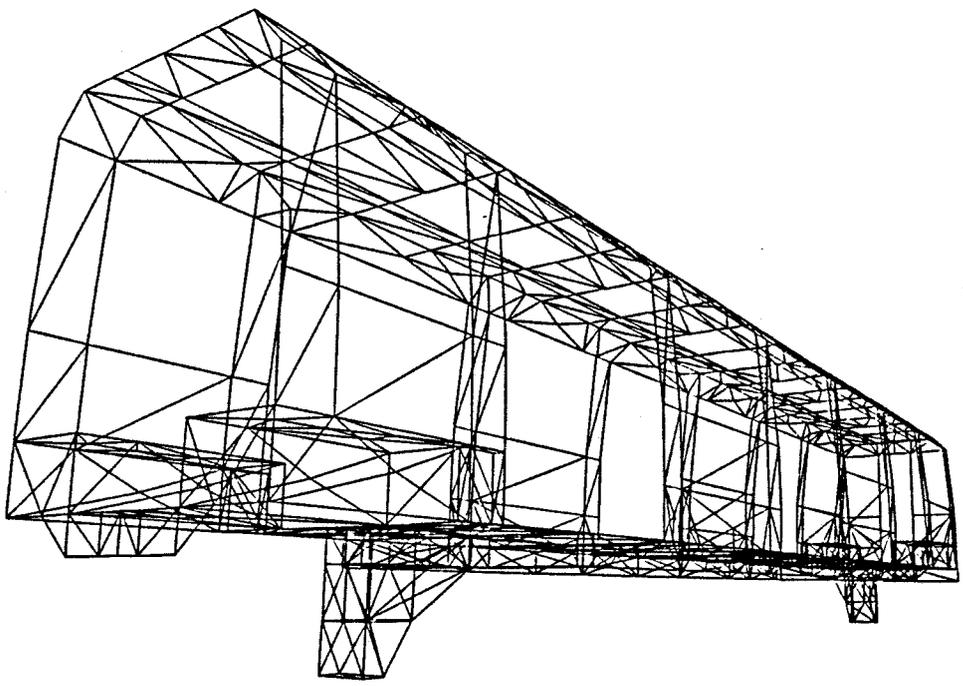
-12,29 Hz pour le mode de torsion.

Le temps de calcul par synthèse modale est de 2h7mn9s.

Nous pouvons déjà constater que le temps du calcul par synthèse modale seul, est inférieur à la moitié du temps du calcul direct.

Si l'on comptabilise les calculs qui ont permis de caractériser le comportement des modes statiques de liaisons et des modes propres des sous-structures, nous obtenons pour la première étude un temps de 80% du calcul direct. Nous avons déjà un gain de temps vis-à-vis du calcul direct.

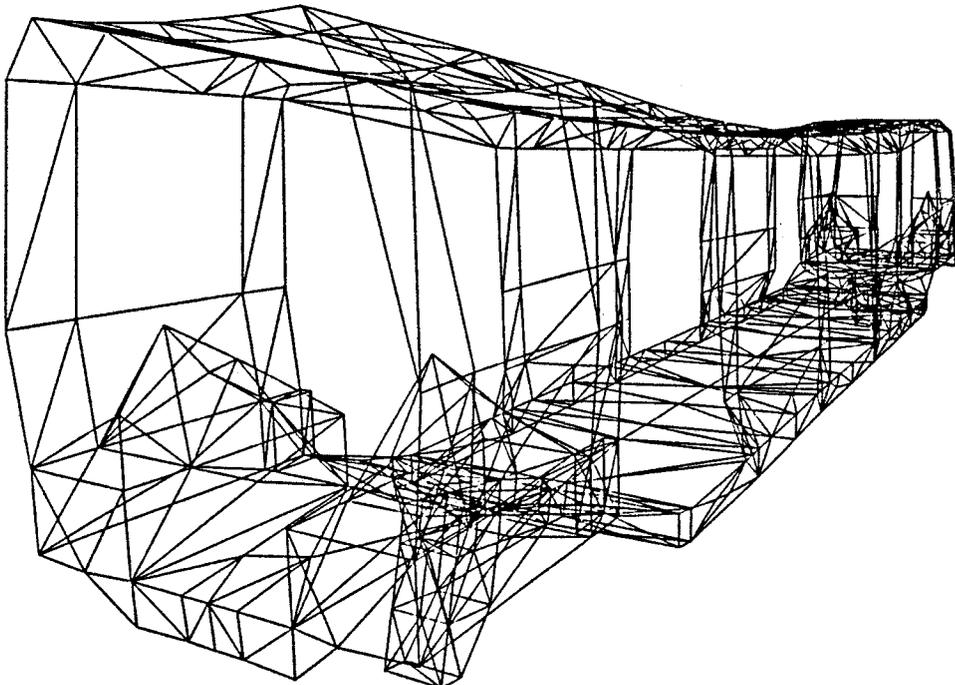
ALICE - VERSION DU 25.01.85		
NOM OBJET	NOM DU CAS	OPER
VAL		
UNITES:		
OEIL -0.200E+01		
-0.300E+01		
0.500E+00		



MAILLAGE DU VAL AVEC GIBI

Fig. 46 - Maillage du VAL pour le calcul direct

ALICE - VERSION DU 25.01.85		
DM OBJET	NOM DU CAS	OPER
AL	1	DEFO
UNITES:		
DEFO * (1.00, 1.00, 1.00)		
EIL -0.200E+01		
-0.200E+01		
0.200E+01		



DEFORMEE MODALE A 9.45 HERTZ DU VAL

Fig. 47 - Première déformée modale (calcul direct)

ALICE - VERSION DU 25.01.85		
NOM OBJET	NOM DU CAS	OPER
VAL	2	DEFO
UNITES:		
* DEFO * (0.50, 0.50, 0.50)		
DEIL -0.200E+01 0.900E+00 0.500E+00		

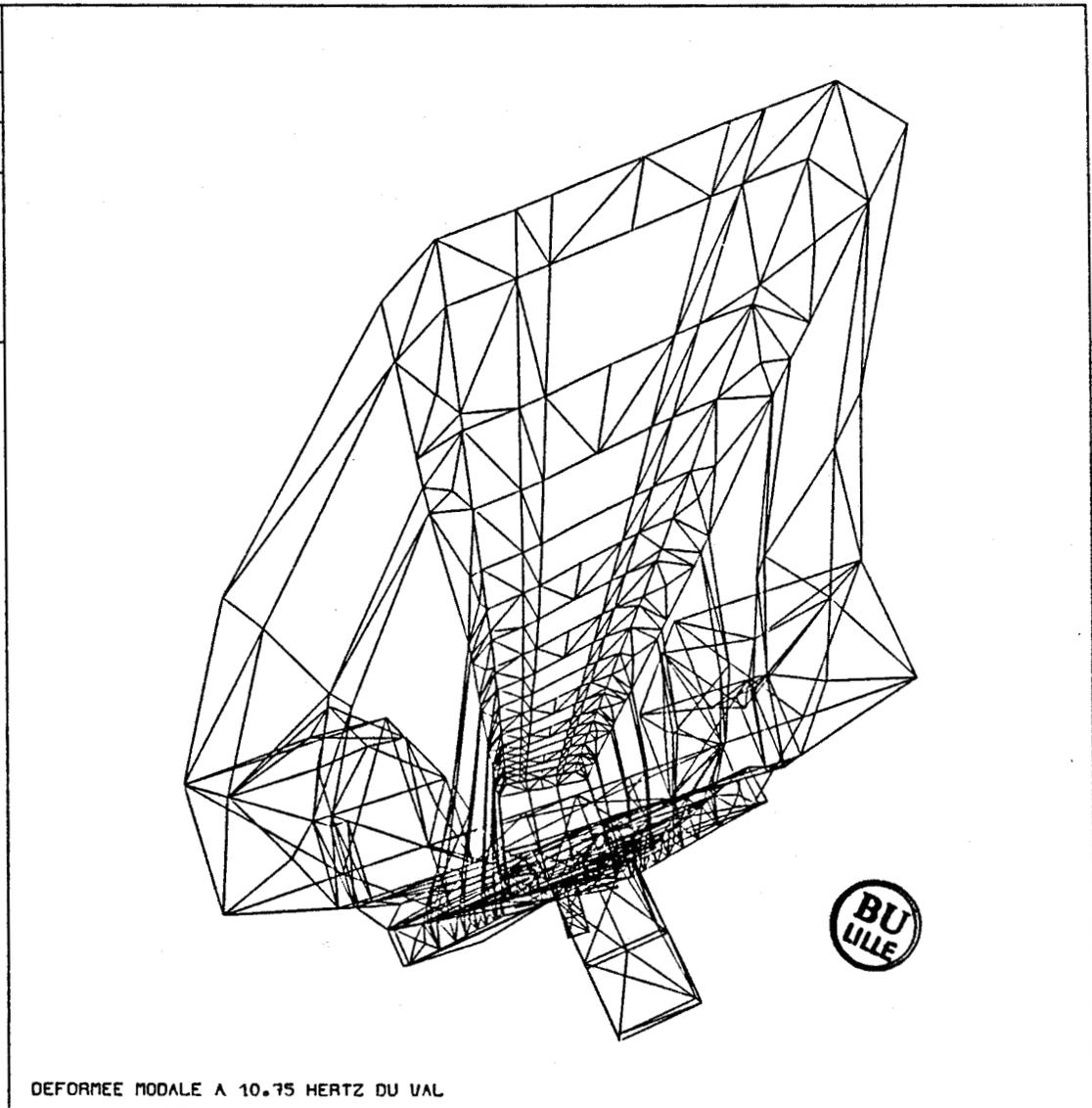


Fig. 48 - Seconde déformée modale (calcul direct)

De plus, si l'on envisage cette méthode comme méthode itérative pendant la phase de conception, nous pouvons espérer un gain important en réanalyse après modification d'une sous-structure.

Les fréquences trouvées par le calcul ne sont pas exactement celles du calcul direct (erreur moyenne de précision sur les deux modes d'environ 15%). Nous pouvons expliquer cette différence par le fait d'avoir étudié et donc caractérisé le comportement des sous-ensembles dans une bande de fréquence maximale de 20 Hertz. En effet, en comparant le nombre de fréquences trouvées et le nombre de degrés de liberté par sous-structures, on s'aperçoit que peu de modes sont pris en compte :

- 0,5% des modes propres pour la traverse de charge;
- 3,4% pour le bout;
- 1,7% pour l'arrière;
- 0,8% pour la baie-porte;
- 2% pour l'avant;

soit une moyenne de 1,2% des modes.

Nous avons par contre retrouvé de manière acceptable les déformées modales pour les fréquences correspondantes.

Pour le mode de flexion (figure 49), nous pouvons remarquer une imperfection au niveau des raccordements de sous-structures. En effet, la méthode implantée dans TRISTANA tient compte de la correction de troncature pour le calcul des fréquences propres, le calcul des efforts aux liaisons et le calcul des coefficients appliqués aux modes propres des sous-structures, mais n'est pas appliquée au calcul du champ de déplacement de l'ensemble.

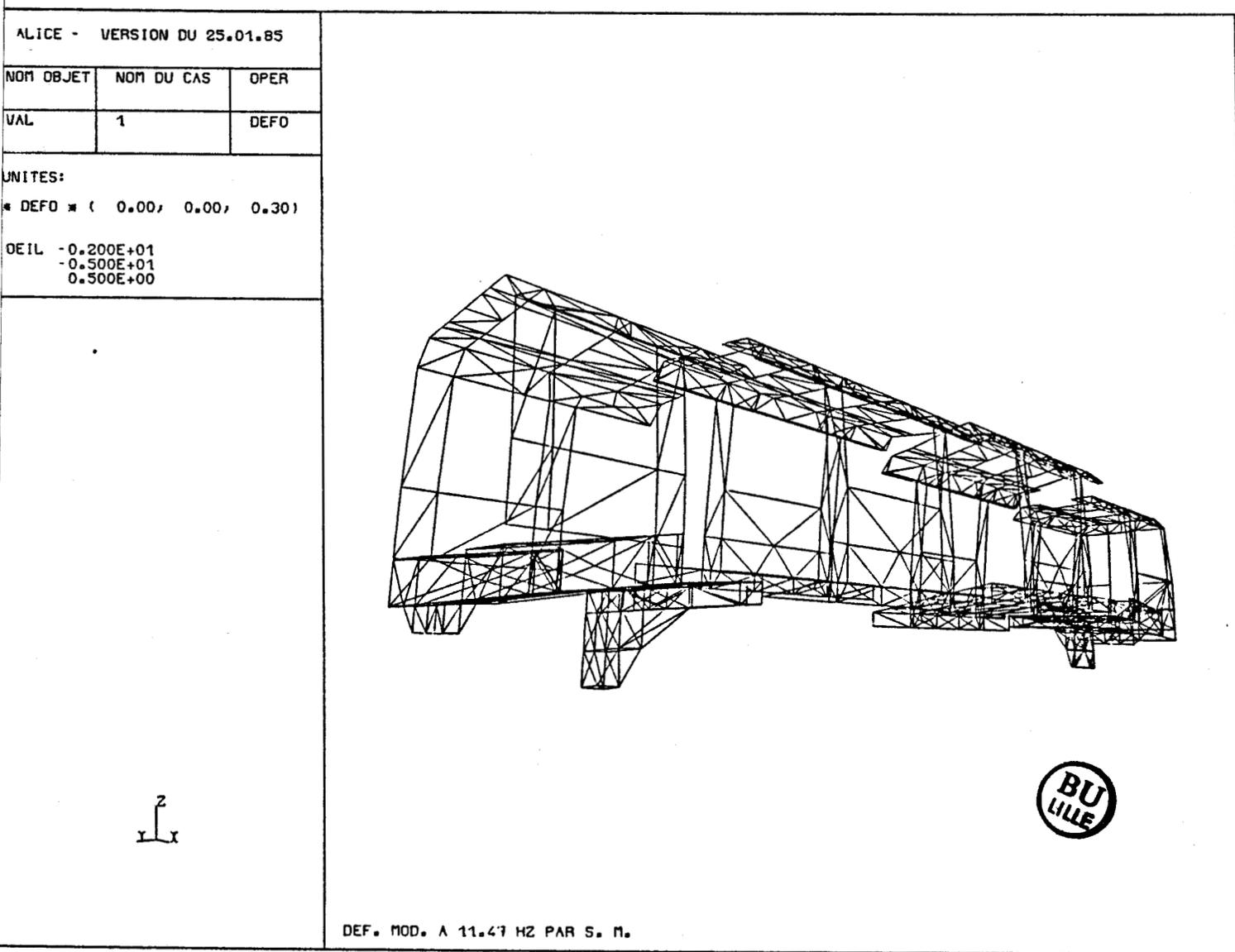


Fig. 49 - Première déformée modale trouvée par synthèse modale

Cependant, nous pouvons confirmer que ce premier mode est un mode de flexion au regard du fichier de résultat, où nous trouvons l'expression des déplacements généralisés.

Les équations qui permettent de trouver ces valeurs sont :

$$q_x = \{\varphi\}^T [M] \{U_x\} \quad (100)$$

$$q_y = \{\varphi\}^T [M] \{U_y\} \quad (101)$$

$$q_z = \{\varphi\}^T [M] \{U_z\} \quad (102)$$

avec $\{\varphi\}$ vecteur propre correspondant à la fréquence de résonance, $[M]$ matrice de masse du système et $\{U_x\}$, $\{U_y\}$, $\{U_z\}$ vecteurs de localisation des déplacements suivant les trois directions x, y et z [Réf. 36].

Exemple pour un noeud à 6 degrés de liberté pour la direction x nous avons :

$$\{U_x\} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (103)$$

Rappelons que l'axe longitudinal de la caisse est l'axe des X, que l'axe transversal est l'axe des Y et que l'axe des Z est l'axe vertical.

Les déplacements généralisés pour le premier mode sont :

$$q_x = 7,6891 \quad (104)$$

$$q_y = 37,272 \quad (105)$$

$$q_z = 978,98 \quad (106)$$

Nous pouvons constater l'importance des déplacements dans la direction z qui représentent 97% des déplacements généralisés totaux ce qui montre parfaitement que nous avons un mode de flexion équivalent au mode trouvé par le calcul direct pour lequel les déplacements généralisés étaient :

$$q_x = 9,65 \quad (107)$$

$$q_y = 9,82 \quad (108)$$

$$q_z = 1595 \quad (109)$$

Le second mode, le mode de torsion (figure 50) est plus facile à comparer avec celui du calcul direct (figure 48). Nous constatons toujours les mêmes discontinuités au niveau des liaisons entre les sous-structures qui sont amplifiées par le post-processeur.

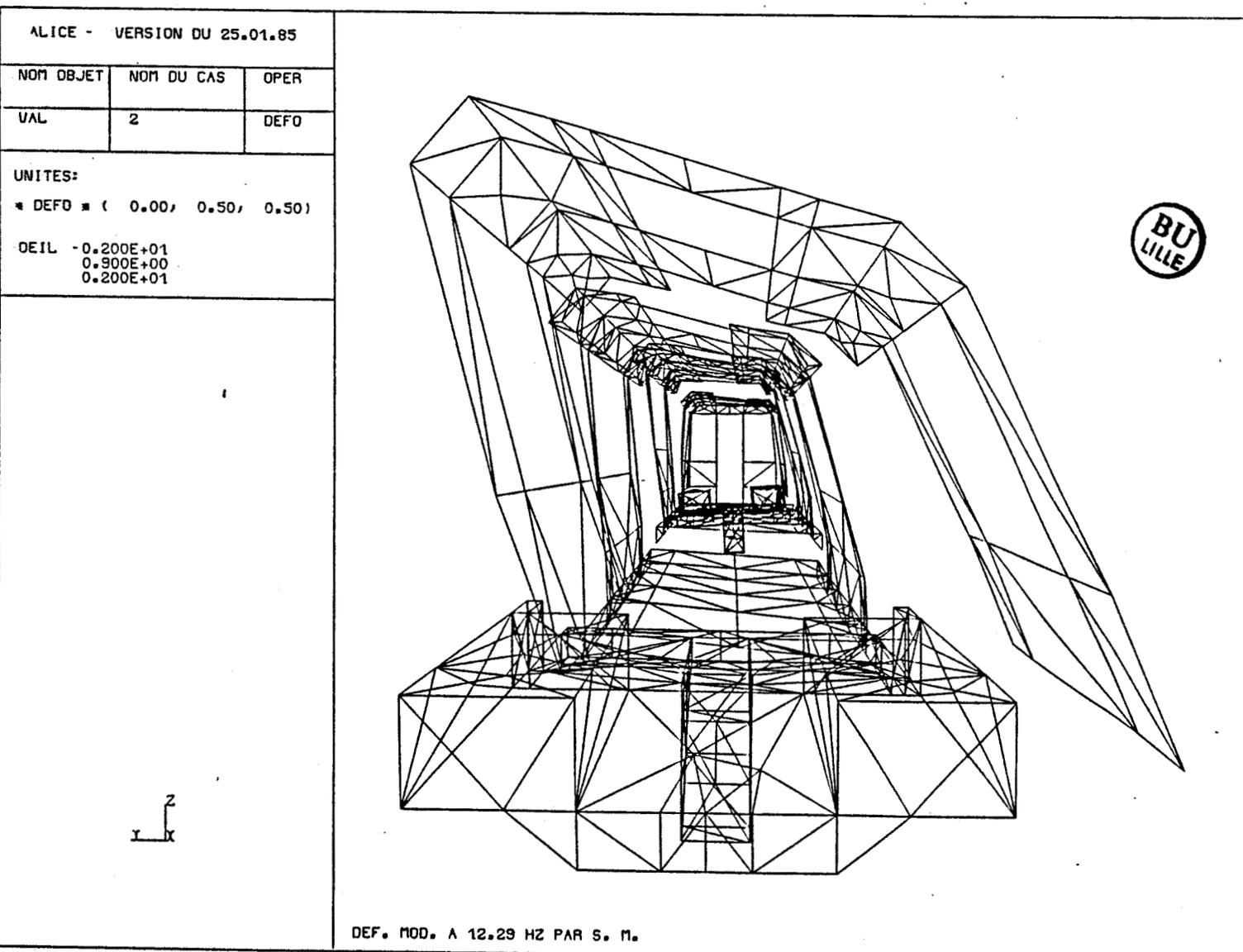


Fig. 50 - Seconde déformée modale trouvée par synthèse modale

Dans le cas où nous voudrions affiner ces résultats graphiques, nous pouvons effectuer un calcul en réponse harmonique à la fréquence de résonance trouvée par synthèse modale pour chacune des sous-structures, en imposant en plus des conditions aux limites existantes, les forces de liaisons calculées par le programme TRISTANA aux noeuds d'interface existants pour la sous-structure considérée. On peut ensuite assembler les déformées de chaque sous-structure avec le post-processeur ALICE et constater que les discontinuités aux interfaces n'apparaissent plus.

Nous pouvons néanmoins au vu de la figure 50, retrouver l'allure globale de la déformée modale présentée en figure 48.

Les résultats de cette première étude ne présentant pas une excellente précision, nous avons décidé d'augmenter le nombre de modes propres composant les bases modales des sous-structures.

IV.3. Seconde étude

IV.3.1 Nouvelles conditions de l'étude

Dans le but d'augmenter les bases modales, nous avons fixé la fréquence maximale de recherche des fréquences propres caractérisant les sous-structures à cinq fois la fréquence maximale recherchée pour la structure complète. Nous avons donc étudié le comportement vibratoire des sous-structures dans la bande de 0 à 60 hertz.

La figure 51 représente le temps des calculs nécessaires qui permettent de déterminer les paramètres modaux des sous-structures. Nous obtenons un temps CPU total de 3h49mn52s pour l'étude des sous-structures (calculs des modes propres et des modes statiques de liaison). Le nombre de modes propres constituant la base modale représente 2% de l'ensemble des modes.

Sous-Structures	1 ou 2	3	4	5 ou 6	7
Nombre de Modes propres dans [0,60] Hz	7	22	14	20	14
Temps CPU des calculs de modes propres	33mn 10s	08mn 56s	14mn 17s	1h 36s	08mn 40s
Temps CPU des calculs ponctuels	09mn 21s	03mn 32s	04mn 59s	18mn 28s	02mn 13s
Temps CPU total	42mn 31s	12mn 28s	19mn 06s	2h 24mn	10mn 53s



Fig. 51 - Temps CPU des calculs préparatoires.

IV.3.2 Résultats et comparaisons

Cette seconde étude par synthèse modale avec 104 modes propres caractérisant les sous-structures et 94 liaisons permettant de réaliser l'assemblage, a demandé 2h36mn45s pour rechercher les deux fréquences propres de la caisse du métro dans la bande de 9 à 13 hertz. Nous pouvons remarquer que le temps du calcul par synthèse modale a peu varié (20mn de temps CPU en plus pour 2 fois plus de modes propres).

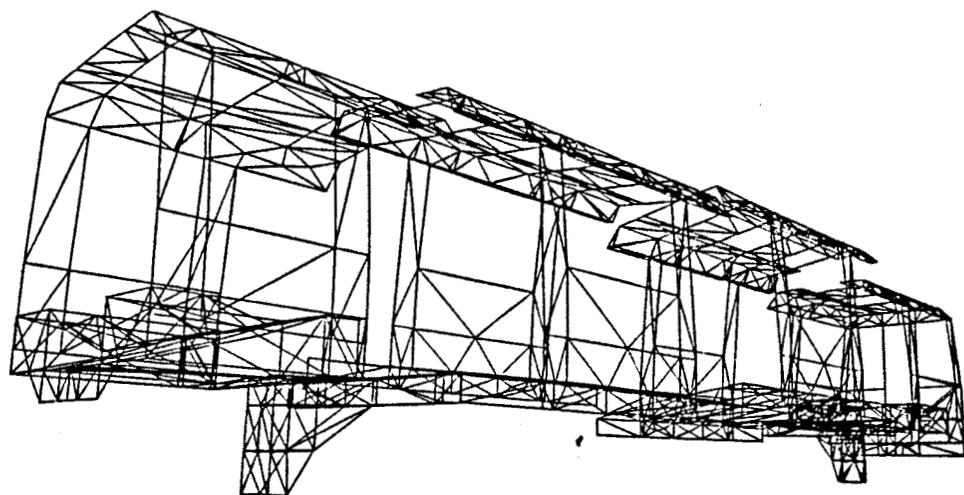
Les deux modes propres ont été retrouvés à des fréquences présentant une précision meilleure par rapport au premier calcul par synthèse modale.

Le mode de flexion représenté sur la figure 52 a une fréquence de résonance de 10,95 hertz, le second mode (figure 53) a été trouvé à une fréquence très voisine de celle du premier calcul; cette fréquence est de 12,21 hertz. Nous retrouvons pour ces deux modes des déformées modales identiques au premier calcul.

Pour le premier mode nous retrouvons l'expression des déplacements généralisés qui confirment l'allure de la flexion de la caisse. Ces valeurs sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 q_x &= 5,0571 && (110) \\
 q_y &= 26,882 && (111) \\
 q_z &= 1242,8 && (112)
 \end{aligned}$$

ALICE - VERSION DU 25.01.85		
NOM OBJET	NOM DU CAS	OPER
VAL	1	DEFO
UNITES:		
* DEFO * (0.00, 0.00, 0.30)		
OEIL -0.200E+01 -0.500E+01 0.500E+00		



DEF. MOD. A 10.95 HZ PAR S. M.

Fig. 52 - Première déformée modale (dernier calcul)

Pour le second mode, nous pouvons facilement effectuer la comparaison entre le mode trouvé dans ce cas et celui du calcul direct afin de vérifier qu'ils sont identiques.

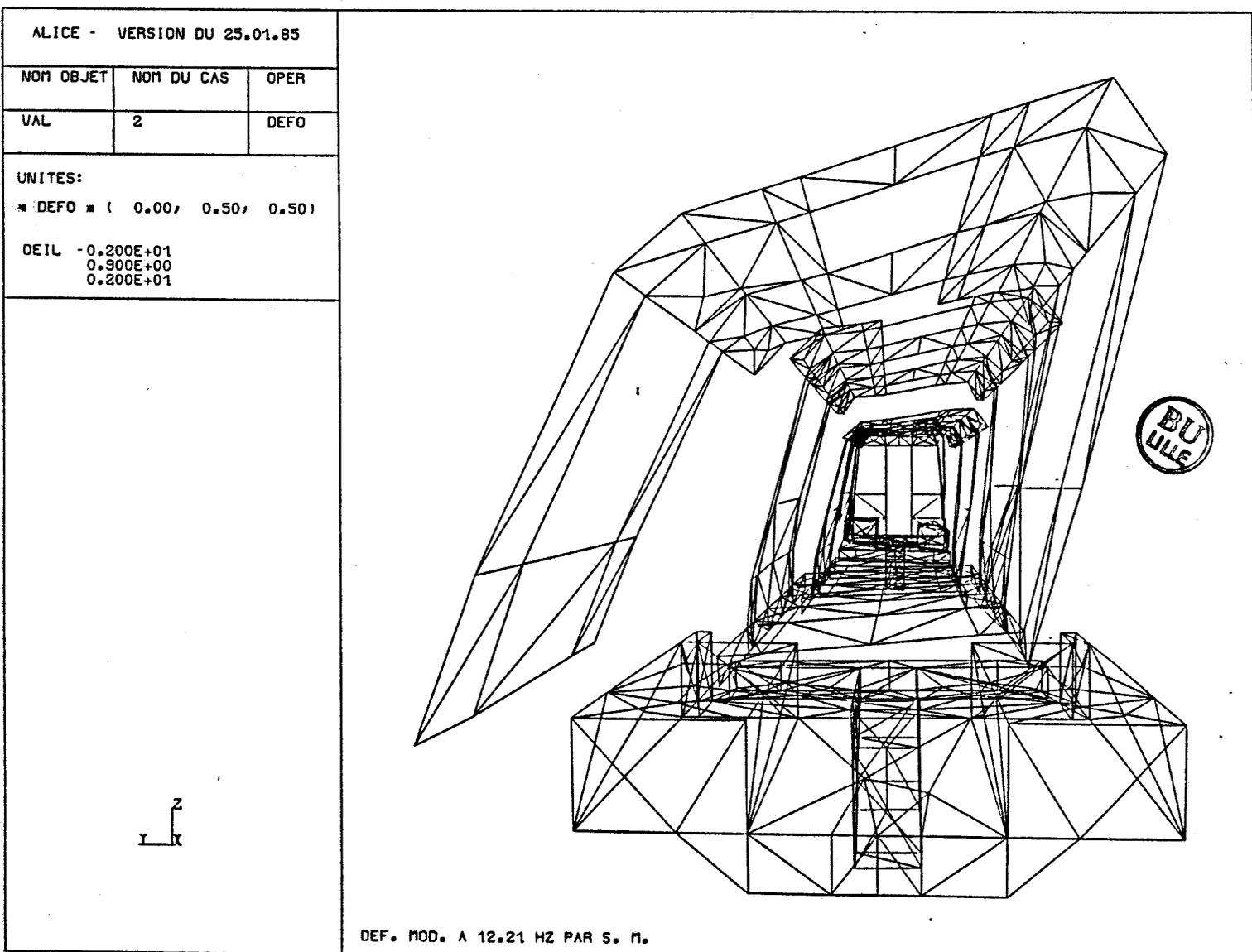


Fig. 53 - Seconde déformée modale (dernier calcul)

Le temps complet pour cette étude a demandé 118% du calcul direct (environ 6h26mn). Ce temps de calcul est certes supérieur au temps du calcul direct mais l'on envisage cette méthode comme méthode itérative qui entre en jeu dans un processus de réanalyse après modification. Il apparaît clairement que cette méthode doit permettre un gain de temps appréciable au cours des phases de réanalyse.

Nous constatons que le nombre de modes intervenant dans les bases modales des sous-structures, permet quand il augmente d'améliorer la précision des résultats (pour ce cas, erreur moyenne de 12% pour les deux modes), mais ne fait pas tellement augmenter le temps de calcul par synthèse modale. Si l'on trace une courbe (figure 54) représentant une évaluation du temps de calcul par synthèse modale en fonction du nombre de modes pris pour constituer la base modale dans les deux cas, on s'aperçoit que ce nombre de modes ne pénalise pas considérablement le temps d'étude à partir d'un certain nombre.

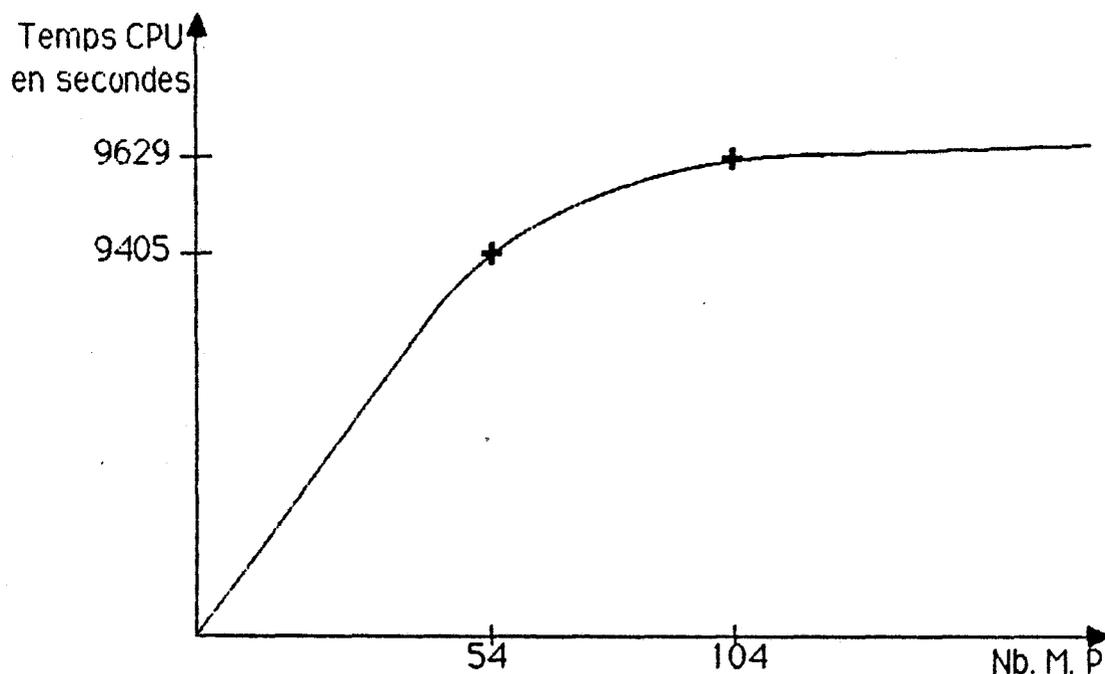


Fig. 54 - Temps de calcul du métro VAL par synthèse modale en fonction du nombre de modes propres

Une fois encore la part du temps dû au nombre de liaisons d'une étude par synthèse modale est prépondérante par rapport au temps dû au nombre de modes propres.

IV.4. Cas de réanalyse après modification de la caisse

IV.4.1 Modification d'une sous-structure

Nous allons envisager une étude de réanalyse avec les données de l'étude précédente.

Prenons par exemple la modification que l'on réalise généralement au cours de la phase de conception d'un véhicule ferroviaire qui est la modification du châssis de la caisse.

Nous voulons essayer de diminuer la fréquence du premier mode propre de la caisse du métro. Ce mode est un mode de flexion suivant l'axe longitudinal, nous pouvons donc dire que sa pulsation propre est de la forme :

$$\Omega = a (EI/ml^3)^{1/2} \quad (113)$$

avec a étant un coefficient;

E le module d'Young;

I l'inertie de la section de la caisse;

m la masse de la caisse;

et l sa longueur.

Si nous voulons baisser la fréquence propre, nous devons augmenter la masse sans faire varier l'inertie. Pour cela nous allons donc modifier des paramètres structurels qui ne soient pas dans le sens longitudinal de la caisse.

Nous allons donc modifier les raidisseurs transversaux qui se situent sous le plancher. Ces raidisseurs sont des poutres au profil en "I". Nous allons augmenter la taille du "I" en ajoutant un millimètre aux épaisseurs des trois éléments constituant le "I". Pour réaliser cette modification, seule la sous-structure "baie-porte" doit être recalculée.

Nous avons effectué un nouveau calcul modal pour déterminer les fréquences et les modes propres de cette sous-structure dans la bande de fréquence maximale égale à 60 hertz. La base modale trouvée se compose de 17 modes propres qui ont demandé 1h36mn44s de temps CPU. Le calcul ponctuel des modes statiques est réalisé en 18mn28s de temps CPU, ce qui nous donne comme nouveau temps de calculs préliminaires pour l'étude de réanalyse 1h55mn12s.

Nous pouvons sans autre calcul réaliser le nouvel assemblage par synthèse modale de l'ensemble des sous-structures.

IV.4.2. Résultats et comparaisons

Le calcul par synthèse modale a demandé 1h41mn32s de temps CPU. La fréquence propre du mode de flexion a baissé de 0,23 hertz (environ 2%) ce qui est tout à fait logique puisque la masse globale de la caisse a augmenté d'environ 20 kilogrammes.

Nous constatons, en regardant l'expression des déplacements généralisés, que les modifications au niveau du châssis n'ont pas changé l'allure de la déformée modale (figure 55). Ces valeurs de déplacements sont les suivantes :

$$q_x = 4,6081 \quad (114)$$

$$q_y = 19,999 \quad (115)$$

$$q_z = 518,71 \quad (116)$$

Le temps CPU du calcul complet de réanalyse après modification de la sous-structure "baie-porte" est de 3h36mn44s, ce qui nous donne par rapport à un nouveau calcul direct un gain de 33% en sachant évaluer correctement l'influence de la modification sur le mode d'ensemble recherché de la caisse.

De plus, la sous-structure modifiée pour ce nouveau calcul est celle qui comporte le plus de degrés de liberté, donc celle qui prend le plus de temps pour être calculé.

Nous pouvons donc envisager, pour un second cas de réanalyse après modification d'une sous-structure autre que la "baie-porte", un gain plus important du temps de calcul vis-à-vis d'un calcul direct.

ALICE - VERSION DU 25.01.85		
NOM OBJET	NOM DU CAS	OPER
UAL	1	DEFO
UNITES:		
* DEFO * (0.00, 0.00, 0.30)		
OEIL -0.200E+01 -0.500E+01 0.500E+00		

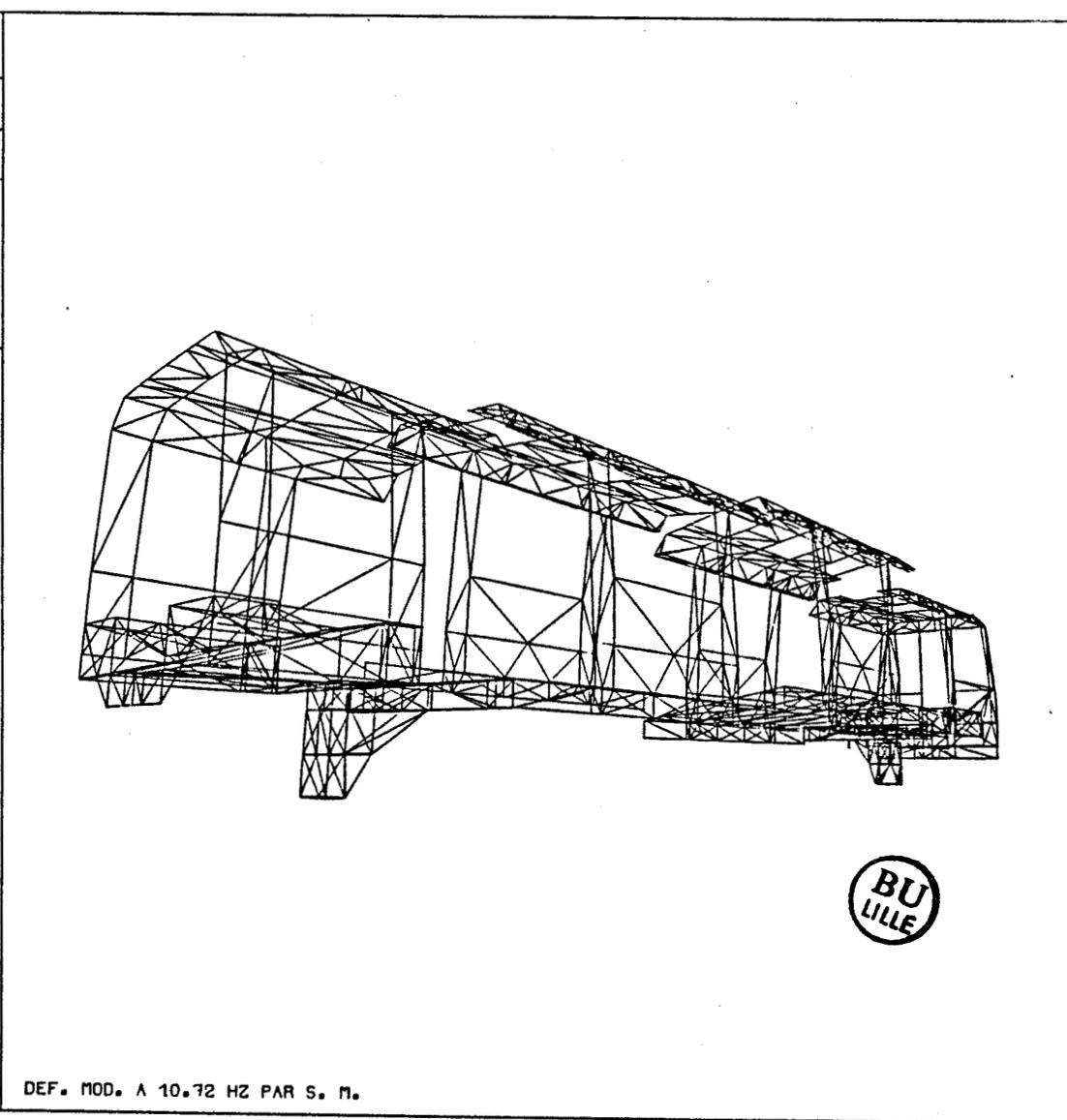


Fig. 55 - Déformée modale du premier mode après réanalyse

Dans ce cas, l'étude par la méthode de synthèse modale apparaît déjà rentable au niveau du temps de calcul et donc au niveau du coût après une première réanalyse. En effet, pour la première étude, (calcul du comportement des sous-structures plus calcul par synthèse modale), nous avons mis 118% du temps du calcul direct et pour la seconde (calcul de la sous-structure modifiée plus calcul par synthèse modale) 67% ce qui nous fait déjà sur les deux études un gain total de 7,5% du temps CPU.

IV.4.3 Modifications des autres sous-structures

Nous avons effectué une réanalyse en modifiant la sous-structure la plus importante de l'ensemble et nous avons obtenu un gain de temps par rapport à un calcul direct.

Evaluons le gain envisageable dans le même cas de réanalyse pour une modification de toutes les sous-structures une à une.

Les temps présentés en figure 56 montrent que des gains considérables sont réalisés au cours de la phase de réanalyse après modification d'une sous-structure. Ce processus itératif obligatoire en phase de conception du véhicule va donc permettre d'accroître ce gain de temps de calcul au fur et à mesure des itérations.

Sous-Structures	1 ou 2	3	4	5 ou 6	7
Temps CPU des calculs de modes propres	33mn 10s	08mn 56s	14mn 17s	1h 36s	08mn 40s
Temps CPU des calculs ponctuels	09mn 21s	03mn 32s	04mn 59s	18mn 28s	02mn 13s
Temps CPU du calcul par synthèse modale	1h42mn	1h42mn	1h42mn	1h42mn	1h42mn
Total du temps CPU après réanalyse	2h25mn	1h54mn	2h01mn	3h37mn	1h53mn
% du gain de temps CPU/calcul direct	55%	65%	63%	33%	65%



Fig. 56 - Gain de temps en réanalyse après modification d'une sous-structure



IV.5 Dédution de règles d'études

Nous pouvons, à partir des renseignements obtenus par synthèse modale au cours des trois études précédentes, envisager plusieurs stratégies d'études dans le cadre de l'optimisation du comportement vibratoire d'un modèle de véhicule ferroviaire.

Nous avons montré l'efficacité de la méthode par synthèse modale au niveau du temps de calcul par rapport à un calcul direct lors du processus itératif qui entre en jeu pendant la phase de conception. Néanmoins, l'imprécision des résultats du calcul par la méthode de synthèse modale, due aux nombres de modes propres pris en considération pour former les bases modales (figure 57), ne permet pas de valider exactement le premier critère de conception dynamique d'un véhicule ferroviaire. Il serait donc souhaitable d'obtenir l'exactitude des résultats du calcul direct.

En règle générale, nous pouvons donc définir la courbe représentant le pourcentage d'erreurs trouvé sur les fréquences de l'ensemble d'une structure calculée par la méthode de synthèse modale, en fonction du pourcentage de modes propres pris pour former les bases modales de sous-structures. La figure 57 montre cette courbe qui est tracée en fonction des différents résultats obtenus au laboratoire de Génie-Mécanique sur les calculs réalisés par la méthode de synthèse modale.

Etant donné les critères de vérification du concepteur, nous ne pouvons donc pas nous arrêter à ces résultats. En effet, si nous recherchons le premier mode propre du métro VAL à une fréquence supérieure de 1 hertz à la fréquence maximale de la partie bogie, nous ne pouvons pas nous permettre d'avoir une erreur de 10% sur la valeur de cette fréquence (10% d'erreur égale à 1 hertz). Nous devons donc, pour ce type de véhicule, augmenter le nombre de modes propres caractérisant les bases modales des sous-structures.

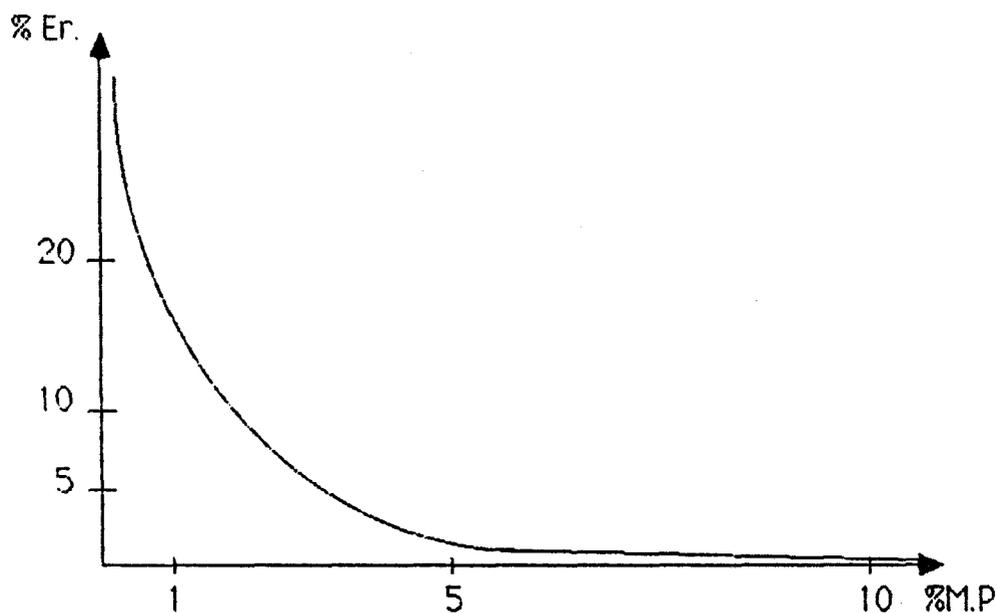


Fig. 57 - Courbe de précision des résultats obtenus par synthèse modale

Si l'on se fie aux premiers résultats obtenus et aux différents tests réalisés au cours de l'étude préliminaire, on peut espérer arriver, en prenant 4% des modes propres pour représenter la base modale (soit un total de 200 modes), à une erreur de précision de 1 à 2%.

Effectuons donc une évaluation du temps nécessaire pour calculer ces 200 modes. Nous allons considérer pour cela que le temps du calcul des fréquences propres d'une sous-structure varie linéairement en fonction du nombre de modes cherché. Nous pouvons fixer à partir de la figure 54 un temps de calcul par synthèse modale d'environ 3 heures.

La figure 58 représente l'évaluation du temps des calculs nécessaires pour obtenir une bonne précision sur la première fréquence propre d'ensemble. Nous obtenons un temps total de 6h17mn pour les calculs préliminaires. En ajoutant un temps d'environ 3 heures pour prendre en compte le calcul par synthèse modale, nous obtenons un temps d'environ 9h20mn, soit 170% du temps du calcul direct.

Sous-Structures	1 ou 2	3	4	5 ou 6	7
Temps CPU des calculs de modes propres	1h	18mn	28mn	4h	16mn
Temps CPU des calculs ponctuels	10mn	3mn	4mn	25mn	3mn
Temps CPU total des sous-structures	1h10mn	21mn	32mn	4h25mn	19mn

Fig. 58 - Evaluation des temps de calculs nécessaires pour déterminer une base modale suffisante afin d'obtenir une précision excellente

Envisageons maintenant à partir de ces hypothèses une étude de réanalyse. La figure 59 montre les gains de temps que l'on obtiendrait pour une réanalyse après modification d'une sous-structure et recherche de la première fréquence propre.



Sous-Structures	1 ou 2	3	4	5 ou 6	7
Temps CPU des calculs de modes propres	1h	18mn	28mn	4h	16mn
Temps CPU des calculs ponctuels	10mn	3mn	4mn	25mn	3mn
Temps CPU du calcul par synthèse modale	3h	3h	3h	3h	3h
Total du temps CPU après réanalyse	4h10mn	3h21mn	3h28mn	7h25mn	3h16mn
% du gain de temps CPU/calcul direct	23%	38%	37%	----	39%

Fig. 59 - Pourcentage du gain de temps par rapport à un calcul direct lors d'une opération de réanalyse avec une bonne précision

Nous constatons que, sauf pour la sous-structure "baie-porte", nous pouvons réaliser un gain de temps de calcul avec l'utilisation de la méthode de synthèse modale dans un processus itératif de conception dynamique d'un véhicule de ce type.

Il nous est donc possible de définir une stratégie d'étude en fonction des résultats et des hypothèses formulées précédemment pour ce type de véhicules, cette stratégie est la suivante :

1_ calcul des modes propres des sous-structures pour une fréquence maximale très supérieure à celle recherchée pour l'ensemble;

2_ recherche des premiers modes propres par la méthode de synthèse modale;

3_ vérification des critères de conception dynamique;

4_ nouveau calcul après modification jusqu'à la mise au point du modèle souhaité si la phase précédente n'est pas validée.

V. CONCLUSIONS

V.1. Rappel des objectifs

Le but de l'étude qui a été présentée, était de réaliser un gain de temps de calcul occasionné lors de l'opération qui consiste à mettre au point la conception dynamique d'un véhicule ferroviaire.

La nécessité de gagner du temps au cours de la phase de conception dynamique d'un véhicule s'explique facilement quand on regarde les modèles éléments finis. Les modélisations deviennent de plus en plus fines et donc comportent des nombres de degrés de liberté importants. Le temps de calcul en dynamique est beaucoup plus important qu'en statique et donc l'unité centrale du processeur de calcul est soumise à grande épreuve à chaque calcul. Il est donc primordial de minimiser ce temps d'étude CPU afin de moins pénaliser l'unité centrale de l'ordinateur.

La méthode qui a été choisie pour traiter ce problème est une méthode de synthèse modale de Mac Neal, généralisée à l'utilisation des interfaces libres. Sa facilité d'adaptation à tous les cas possibles est l'un des principaux atouts qui a influencé le choix de cette technique.

De plus, cette méthode permet l'alliance de données calculées et mesurées au cours d'expérimentations qui peuvent provenir de l'Analyse Modale Expérimentale.

Nous pouvons, avec cette méthode et grâce aux interfaces libres, considérer les sous-structures dites "libres-libres" (aucune condition aux limites avec le milieu extérieur). Il convient de s'assurer que les modes rigides sont bien des modes purs de translation et de rotation afin de vérifier aisément les critères d'orthogonalité entre les modes propres de chacune des bases modales caractérisant les sous-structures.

L'opération de mise au point d'une conception dynamique du véhicule ferroviaire se traduit par un processus itératif qui entre en jeu à chaque modification effectuée sur la caisse. Toute variation, qu'elle soit d'ordre géométrique ou matérielle entraîne inévitablement un nouveau calcul.

La technique de la synthèse modale permet de décomposer un ensemble en sous-structures qui sont étudiées indépendamment. Une procédure d'assemblage permet alors de simuler le comportement global à partir des modes de déformation dynamique et statique des sous-ensembles.

L'avantage apparaît donc clairement dans le cas où une modification locale est effectuée, seule le composant modifié sera à nouveau étudié et nous pouvons en déduire par la même procédure d'assemblage le comportement d'ensemble de la structure.

Notre étude s'est déroulée en trois étapes.

La première a permis de coupler un algorithme de synthèse modale à un code de calcul existant, cette phase s'est terminée par la vérification de l'interface réalisée.

Nous avons ensuite recherché une stratégie optimale de décomposition d'une caisse de véhicule ferroviaire. Pour ce faire, nous avons étudié différents types de sous-structurations d'une maquette présentant des caractéristiques topologiques mais non similaires au modèle final à analyser. La seconde étape a donc permis de définir un découpage optimal d'une caisse de métro.

La troisième étape a consisté en l'application de cette décomposition au modèle réel et en l'optimisation des temps de calculs obtenus.

V.2. Résultats obtenus

Nous avons cité précédemment trois parties, la première a été validée efficacement par des tests de comparaison.

Au cours de la seconde partie quatre types de sous-structurations ont été testés.

Le découpage horizontal en unités de fabrication a montré qu'il n'était pas envisageable pour notre étude finale car il engendrait un nombre de liaisons entre les différents composants très important et donc un temps de calcul prohibitif.

Deux découpages dans le sens vertical en unités fonctionnelles ont été calculés. Les résultats ont présenté une précision excellente. Les deux découpages se différenciaient par les endroits où ils étaient effectués. L'un présentait un découpage au milieu des panneaux ouverts l'autre au niveau des panneaux pleins. Ce dernier engendrait donc un nombre de liaisons plus important et un temps de calcul plus élevé.

Un quatrième découpage a été réalisé. Il reprenait des caractéristiques communes aux découpages cités précédemment. En effet, nous avons une unité de fabrication (le châssis) et des unités fonctionnelles.

Ce mode de découpage a donné des résultats mitigés. Une précision excellente sur le premier mode d'ensemble et une incapacité à trouver les autres, ceci pouvant s'expliquer au vue de l'hétérogénéité des sous-structures.

Le découpage retenu est la décomposition dans le sens vertical au milieu des panneaux ouverts.

Ce découpage a été appliqué au modèle "éléments finis" de la caisse réelle du métro de la Communauté Urbaine de Lille dans le but de rechercher les premières fréquences propres afin de vérifier les critères de conception dynamique.

Les résultats obtenus sont satisfaisants : nous avons retrouvé correctement l'allure des deux modes propres de référence qui avaient été calculés par une méthode directe lors d'une autre étude [Réf. 2].

Les premiers résultats obtenus avec des bases modales insuffisantes ont donné des erreurs de précision que nous pouvons expliquer facilement à l'aide du critère suivant : pour caractériser correctement une sous-structure par ses modes propres, la somme des masses entraînées pour chacun des modes retenus formant la base modale doit être supérieure à 80% de la masse totale.

Dans le module TRISTANA de CASTEM, la masse entraînée pour un mode propre dans une direction (par exemple X), est déterminé par l'équation suivante :

$$M_{ent} = q_x^2 / m_g \quad (117)$$

Dans les deux premiers calculs réalisés ce critère n'était pas vérifié pour toutes les sous-structures, d'où la nécessité d'augmenter le nombre de modes propres caractérisant les bases modales.

Nous avons montré que l'on pouvait obtenir, à partir d'une première étude pour un calcul de réanalyse après modification d'un paramètre, un gain de temps de calcul pouvant aller jusqu'à 58% du temps du calcul direct suivant la modification effectuée.

Il s'est avéré nécessaire, dans le cas où les bases modales sont tronquées fortement, d'effectuer sur le modèle complet un calcul direct après les phases de mise au point, afin d'obtenir les résultats exacts.

V.3. Conclusion générale

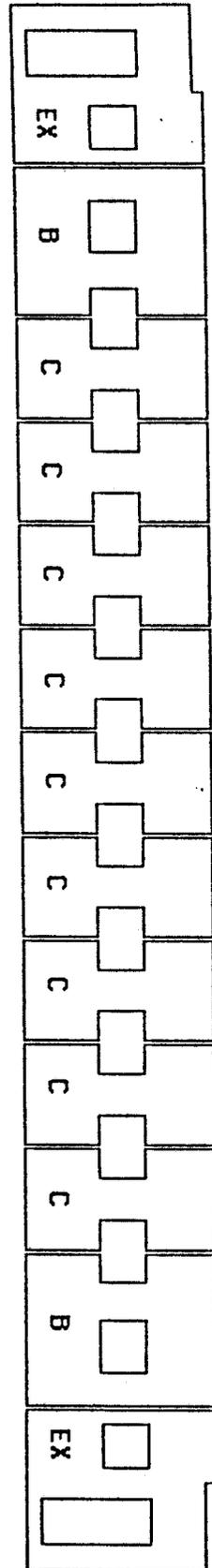
Par notre étude nous avons pu définir une méthode de post-traitement permettant la réanalyse d'une structure qui avait subi une modification après un premier calcul ne satisfaisant pas aux critères du cahier des charges du concepteur. Cette méthode a montré des possibilités de gain du temps de calcul tout à fait intéressantes, d'autant plus que la tendance générale est à l'augmentation des degrés de liberté dans les modèles éléments finis.

Nous avons défini une stratégie de décomposition en sous-structures d'une caisse de métro qui peut s'appliquer également à tous types de véhicules ferroviaires.

Un exemple d'application autre que la caisse du métro VAL est présenté en figure 60. Il s'agit d'une voiture SNCF du type "Cabine 8". L'utilisation de la méthode de synthèse modale pour ce type de véhicule apparaît encore plus intéressante dans ce cas. En effet, la longueur des véhicules SNCF étant généralement plus grande que celle des métros (ce qui est le cas pour la "cabine 8"), le facteur de répétitivité devient à ce moment prépondérant. Nous obtenons donc une caisse composée de treize sous-structures dont trois seulement sont différentes.

On peut donc dans ce cas définir des bases modales importantes afin de caractériser au mieux le comportement vibratoire des sous-structures sans pénaliser pour cela les temps de calcul. Dans ce cas la méthode évoquée au cours des travaux réalisés dans ce mémoire, devient une application idéale, où les gains de temps par rapport à un calcul direct devrait être considérables tout en assurant une efficacité numérique excellente.

Si l'on ajoute en plus la possibilité d'utiliser des données issues de résultats expérimentaux, la synthèse modale apparaît donc comme une solution extrêmement performante dans le domaine de la conception dynamique des véhicules ferroviaires.



Nombre de modules : 13

Nombre de sous-structures : 3

**Decomposition voiture SNCF
(cabine 8)**

Fig. 60 Découpage envisagé sur un véhicule SNCF

REFERENCES

- [1] **J. Y. BOISSINOT**, Méthode de maillage topologique pour la génération et la manipulation des grands maillages, Conférence du Club Sap, mars 1987.
- [2] **D. COUTELLIER, P. LEVEL, Y. RAVALARD**, Optimisation de la conception dynamique du VAL, Rapport de fin d'étude pour le GRRT, février 1986.
- [3] **B.P. WANG, W.D. PIKEY, A.R. PALAZZOLO**, Reanalysis, modal synthesis and dynamic design, State of art surveys on finite element technology.
- [4] **K.M. ROMSTAD, J.R. HUTCHINSON, K.H. RUNGE**, Design parameter variation and structural response, Inter. Journ. for Numerical Method in Engin., Vol. 5, 1973.
- [5] **K.G. BHATIA**, Rapid iterative reanalysis for automated design, TND-7357, Nasa Tech. Note, october 1973.
- [6] **R.W. CLOUGHT, J. PENZIEN**, Dynamics of structures 1st, Ed.
- [7] **G.T.S. DONE, A.D. HUGHES**, The response of a vibrating structure as a function of structural parameters, Journal of sound and vibration, Vol. 38, N° 2, 1975.
- [8] **P. VANHONACKER**, Sensitivity analysis of mechanical structures, based on experimentally determined modal parameters, Proceeding of 10 th Seminar modal analysis Leuven 1985.
- [9] **W.C. HURTY, J.D. COLLINS, G.C. HART**, Dynamic analysis of large structures by modal synthesis techniques, computer of structures, Vol. 1, 1971.

- [10] **J.F. IMBERT**, Analyse des structures par éléments finis, Ed. Supaeros, 1977.
- [11] **B.M.L. GLADWELL**, Branch mode analysis of vibrating systems, Jnl. of sound and vibration, 1964.
- [12] **W.A. BENFIELD, R.F. HRUDA**, Vibration analysis of structures by component mode substitution, AIAA Jnl, Vol. 9, 1971.
- [13] **W.C. HURTY**, Dynamic analysis of structural systems using component modes, AIAA Jnl. Vol. 4, 1965.
- [14] **R.R. CRAIG Jr., MC.C. BAMPTON**, Coupling of substructures for dynamic analysis, AIAA Jnl, Vol. 6, 1968.
- [15] **S. HOU**, Review of modal synthesis techniques and a new approach, Shock Vibration Bulletin, U.S. Naval Res. Lab., 1969.
- [16] **R.L. GOLDMAN**, Vibration analysis of dynamic partitioning, AIAA Jnl, Vol. 7 1969.
- [17] **S. RUBIN**, Improved component mode representation for structural dynamic analysis, AIAA Jnl, Vol. 13, 1975.
- [18] **R.M. MAC NEAL**, A hybrid method of component mode synthesis, Computers and Structures, Vol. 1, 1971.
- [19] **R.M. HINTZ**, Analytical method in component modal synthesis, AIAA Jnl, Vol. 13, 1976.
- [20] **R.R. CRAIG, G.J. CHANG**, On the use of attachment modes in substructure coupling for dynamic analysis, AIAA - ASME, 18 th, Struct. Dyn. and Mat. Conference, 1977.
- [21] **M. LIVOLANT, F. JEANPIERRE**, vibrational analysis of the Superphenix internal Shells, Nuclear Eng. and Des. 1978.
- [22] **A. GIRARD, M. RAGAD**, Intérêt et aspects pratiques de la synthèse modale pour l'analyse dynamique des structures, CNES Rapport-Interne.

- [23] **W. RITZ**, Reine angew Math., Vol. 135, 1908.
- [24] **R.M. BAMFORD**, A modal combinaison program for dynamic analysis of structures, Tech. Memo, Jet Propulsion Lab., 1967.
- [25] **G. ROZEMBLUM**, Modal synthesis : generalization of Mac Neal's method : Theoretical basis, Comp. Meth. in applied mechanics and engeneering 48, 1985.
- [26] **M. LIVOLANT, F. JEANPIERRE**, Experimental and theoritical methods for assersments of flow induced vibration of nuclear reactor internal structures, S. SMIRT Conference Londres, F1:5, 1975.
- [27] **G. DHATT, G. TOUZOT**, Une présentation de la méthode des éléments finis, Col. Univ. de Compiègne, 1981.
- [28] **K.J. BATHE**, Finite element procedures in engineering analysis, 1982.
- [29] **G. H. GOLUB, G.A. MEURANT**, Résolution numérique des grands systèmes linéaires, Ecole d'été d'analyse numérique, CEA, EDF, INRIA, 1980.
- [30] Notice d'utilisation de **BILBO** module de **CASTEM CEA.DEMT**.
- [31] Notice d'utilisation de **TRICO** module de **CASTEM CEA.DEMT**.
- [32] Notice du programme **RIGID**, Société **METRAVIB**.
- [33] **D. COUTELLIER, B. MARGUET, Y. RAVALARD**, Optimization of sub-structuring strategy of underground bodies, Proceeding of 12 th Seminar modal analysis Leuven 1987.
- [34] **F. JEANPIERRE, M. LIVOLANT**, Calcul de structures par une méthode de sous-structures définies par leurs modes propres, applications linéaires et non linéaires : programme **TRISTANA**, CEA.DEMT.

- [35] **H. MAGITS, C. LIEFORGHE, M. DESMET, P. SAS, R. SNOEYS,** Component mode synthesis of flexible structures, Proceeding of 12 th Seminar modal analysis Leuven 1987.
- [36] **F. GANTENBEIN,** Cours d'analyse sismique du DEA de mécanique appliquée à la construction de Paris VI 1985.

ANNEXE 1

Constitution de la bande BILBO

1. Enregistrement descripteur : iprec, num, Kind, npart, npos, long

		L'enregistrement décrit (qui suit) est en :	
iprec =	- 2	entier	2 I * 2
	- 4	entier	4 I * 4
	+ 4	flottant	4 R * 4
	+ 8	flottant	8 R * 8
	+ 10	caractères	A4

num \geq 0
 enregistrement écrit à chaque pas de temps
 < 0

- 998 titre
- 1 coordonnées
- 2 n° du type d'élément
- 3 définition des types d'élément (nombre de noeuds, nombre de contraintes, etc...)
- 4 numéros des noeuds des éléments
- 5 épaisseurs
- 6 matériaux (numéros)
- 7 poubelle

- 999 info générales
- 0 déplacement
- 1 vitesse
- 2 accélérations
- 3 contraintes
- 4 contraintes principales
- 5 contraintes de Von Mises
- 6 forces
- 7 déformation plastique cumulée équivalente ϵ^*
coordonnées actuelles
- 9 $\Delta\sigma_p$ incrément contraintes plastique (tenseur)
- 10 $\Delta\epsilon_p$ incrément déformation plastique (tenseur)
- 11 et déformations totales (tenseur)
- 12 ρ déformations plastiques cumulées
- 13 angle fissuration béton
- 14 températures
- 15 réactions
- 16 titre de chaque pas de temps.

Kind = 0 si découpage régulier (groupements de même longueur)

$\neq 0$ il y a un pointeur ipos associé de numéro Kind
 npart = nombre de groupements si Kind = 0
 = 0 sinon.

 npos = 0 si l'enregistrement qui suit n'est pas un pointeur ipos
 $\neq 0$ l'enregistrement qui suit le numéro npos comme
 numéro de pointeur
 long = longueur du tableau qui suit ; si npart $\neq 0$,
 longueur du groupement = long/npart.

2. ENREGISTREMENTS

2.1. Enregistrements de tête

. ENR1 - Descripteur

10	-998	0	LTIT	0	LTIT
----	------	---	------	---	------

. ENR2

ITIT (I), I=1, LTIT

ITIT(1) en A4, nom du code ('BILB' par exemple)
 ITIT(2) en A4, nom de la machine ('CRAY' ou 'IBM')
 ITIT(3) ... ITIT(LTIT) en 18A4, titre de la bande

. ENR3 - Descripteur

-4	-999	0	Linfge	0	Linfge
----	------	---	--------	---	--------

ENR4

(Infge(l), l=1, Linfge)

- infge (1) = nfin 3 = tridim
- (2) = nombre d'enregistrements de type ipos = niposi
- (3) = nombre d'enregistrements fixe de tête = ntrt
- (4) = nombre d'enregistrements possible nvari
- (5) = nombre de points
- (6) = nombre d'éléments
- (7) = nombre de degrés de liberté
- (8) = longueur tableaux de contraintes
- (9) = longueur Von Mises
- (10) = option
- (11) = type de calcul -3 3D

ENR5 - Descripteur

Descripteur du tableau de pointeur dans les déplacements

-4	0	0	NPOIN+1	1	NPOIN+1
----	---	---	---------	---	---------

ENR6

Tableau de pointeur dans le vecteur déplacement IPOS

ENR7 - Descripteur

Descripteur du tableau de pointeur dans les numéros de noeud des éléments

-4	0	0	nelem	2	nelem
----	---	---	-------	---	-------

ENR8

Pointeur dans le tableau de numéros de noeuds des éléments

ENR9 - Descripteur

Descripteur du tableau de pointeurs dans les tableaux de contraintes

-4	0	0	nelem+1	3	nelem+1
----	---	---	---------	---	---------

. ENR10

Pointeur dans le tableau de contraintes

. ENR11 - Descripteur

Descripteur du pointeur dans le tableau de Von Mises

-4	0	0	nelem+1	4	nelem+1
----	---	---	---------	---	---------

. ENR12

Pointeur dans les tableaux de Von Mises

. ENR13 - Descripteur

Descripteur du tableau de coordonnées

. ENR14

Coordonnées du maillage (3 x npoin)

. ENR15 - Descripteur

Descripteur des types d'éléments

-4	-2	0	nelem	0	nelem
----	----	---	-------	---	-------

. ENR16

Tableau des types d'éléments

. ENR17 - Descripteur

Descripteur des caractéristiques de chaque type d'élément

-4	-3	0	ntyp	0	7*ntyp
----	----	---	------	---	--------

. ENR18

Il y a 7 valeurs pour chaque type d'éléments possibles de BILBO (ntyp étant le nombre total de types d'éléments)

- jdef(1) = nombre de noeuds
- jdef(2) = nombre de points de contraintes < 0 si contraintes au point de GAUSS
- jdef(3) = nombre de degrés de liberté/noeud
- jdef(4) = nombre de contraintes par point
- jdef(5) = type COCO (pour le dessin)
- jdef(6) = nombre de points dans l'épaisseur
- jdef(7) = type de formulation de l'élément

. ENR19 - Descripteur

Descripteur de numéro de noeud/élément

. ENR20

Numel tableau des numéros de noeud/élément

. Autres enregistrements

Ce sont les descripteurs des enregistrements variables possibles, c'est-à-dire les descripteurs de tout ce qui peut être enregistré sur la bande à chaque pas de temps. Il y en a en tout nvvari, avec nvvari = infge (4)

2.2. Enregistrements écrits à chaque pas de temps ou chaque cas de charge

. ENR1 - Descripteur

iprec	999	0	LTET	0	LTET	iprec ≥ 0 (flottant)
-------	-----	---	------	---	------	-------------------------

. ENR2 BTET(i), i=1, LTET (LTET > 11 + nenrpa ; nenrpa = BTET(11))

- BTET(1) = DT pas de temps
- BTET(2) = T instant
- BTET(3) = Freq fréquence propre
- BTET(4) = AMAS masse généralisée
- BTET(5) = UG1 déplacement généralisé direction 1
- BTET(6) = UG2 déplacement généralisé direction 2
- BTET(7) = UG3 déplacement généralisé direction 3
- BTET(8) = icha ou ipas numéro de cas de charge ou de pas de temps
- BTET(9) = -----

BTET(10) = ifcos 0 série sinus
 1 série cosinus
 BTET(11) = nenrpa nombre d'enregistrements variables
 pour ce pas
 BTET(12) = npati
 BTET(13) = npati définition de ce qu'il y a dans le pas
 BTET(14) = npati (nenrpa valeurs)

 BTET(11+nenrpa) = npati

Enregistrements des résultats

Il y a nenrpa enregistrements à ce pas de temps ; nenrpa = BTET(11).
 Seules quelques possibilités existent à l'heure actuelle.
 Pour chaque enregistrement de ce pas de temps, on fait le test :

$$k = \text{BTET}(11+j) \quad i \leq j \leq \text{nenrpa}$$

si k = 0, on lit le vecteur déplacement
 k = 3, on lit les contraintes
 k = 5, on lit les Von Mises
 k = 7, on lit les déformations plastiques
 k = 9, on lit les contraintes plastiques
 k = 15, on lit les réactions
 k = 14, on lit les températures.

ANNEXE 2

Constitution de la bande TRICO

1er enregistrement

TITRE

2è enregistrement

IBID 1 : 1	Integer 4	Numéro du cas de charge
IBID 2 : NP	"	Nombre de noeuds
IBID 3 : NEL	"	Nombre d'éléments
IBID 4 : NINC	"	Nombre d'inconnues
IBID 5	"	0 pas d'enregistrement des contraintes 1 enregistrement des contraintes
IBID 6	"	0 les enregistrements sont les mêmes
pour tous	"	les cas de charge 1 la constitution de la bande est la suivante :

	TITRE
	IBID (10), BID (5)
1er cas de charge	JOJO X F éventuellement les contraintes
autres cas de charge	F éventuellement les contraintes

IBID 7	"	
IBID 8	"	
IBID 9	"	
IBID 10	"	
F	real *8	Fréquence
MN	"	Masse généralisée
UG ₁	"	
UG ₂	"	Déplacements généralisés
UG ₃	"	

	COQUES		POUTRES
	ELASTIQUE	PLASTIQUE	ELASTIQUE
$C_1 (1, 1)$	moment principal	moment principal	M_y au point 1
$C_1 (2, 1)$	moment principal	moment principal	M_z au point 1
$C_1 (3, 1)$	angle par rapport au côté 1-2	angle par rapport au côté 1-2	torsion
$C_2 (1, 1)$	contraintes de membrane	contraintes de membrane	compression
$C_2 (2, 1)$			effort tranchant z au point 1
$C_2 (3, 1)$			effort tranchant y au point 1
$C_3 (1, 1)$	contraintes sur la face interne	NON UTILISABLE	module des moments au point 1
$C_3 (2, 1)$			module des moments au point 2
$C_3 (3, 1)$			effort tranchant z au point 2
$C_4 (1, 1)$	contraintes sur la face externe	NON UTILISABLE	M_y au point 2
$C_4 (2, 1)$			M_z au point 2
$C_4 (3, 1)$			effort tranchant y au point 2

