

N° d'ordre : 1427

50376
1988
163

50376
1988
163

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DE LILLE FLANDRES - ARTOIS

pour obtenir le grade de

DOCTEUR 3ème CYCLE

Spécialité : ELECTRONIQUE

par

Patrice RAZLOZNIK



**ANALYSE DE SYSTEMES THERMIQUES PAR LA
METHODE DES ELEMENTS FINIS
APPLICATION A LA CONCEPTION DE
NOUVEAUX CAPTEURS THERMIQUES**

Soutenu le 10 Juin 1988 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :	MM.	G. SEGUIER, P. THERY J. LESENNE G. MESMACQUE H. JONES	Président Rapporteur Examineur Examineur Invité
-------------------	-----	-------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------

AVANT PROPOS

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire "Mesures Automatiques" et du Centre de Recherche Science des Matériaux et Techniques de construction "(CRESMAT) de l'Université de Lille 1.

La partie simulation numérique s'est effectuée à l'I.U.T. de Béthune qui a mis à ma disposition toutes les ressources informatiques du centre C.A.O. / Calcul.

Cette étude a été dirigée par Monsieur le Professeur THERY. Je voudrais lui adresser ici mes sincères remerciements pour toute l'aide qu'il m'a apportée à la réalisation de ce travail, à la rédaction de cet exposé. Ses conseils, ses encouragements mais aussi sa constante disponibilité en ont permis l'aboutissement.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur LEBRUN du CRESMAT pour l'intérêt suscité par nos recherches et pour ses encouragements à mon égard toujours renouvelés.

Je suis particulièrement reconnaissant à Monsieur le Professeur SEGUIER, Directeur du Centre 3ème cycle "Génie Electrique" pour l'honneur qu'il me fait de présider le jury de cette thèse.

Monsieur le Professeur LESENNE, Directeur de l'I.U.T. de Béthune qui, grâce à son dynamisme, est à l'origine de la mutation technologique de cet établissement en se plaçant résolument dans une perspective européenne, a accepté de juger cette thèse. Je tiens à lui exprimer toute ma reconnaissance pour la confiance qu'il m'a toujours témoignée.

Monsieur le Professeur MESMACQUE, spécialiste et utilisateur de la méthode des éléments finis en mécanique a accepté de faire partie du jury. Je lui en suis profondément reconnaissant.

Très honoré par la présence parmi les membres du jury de Monsieur JONES, Responsable du Master of Science in Computer Graphics du Middlesex Polytechnic de Londres, je le prie d'accepter le témoignage de ma profonde gratitude.

J'adresse enfin mes remerciements aux services généraux de l'I.U.T. qui ont participé à l'élaboration de ce mémoire, particulièrement à Madame BLOUIN qui en assuré la dactylographie et la composition, à Monsieur FERON pour ses talents de dessinateur, à Monsieur FRUIT pour son dévouement sans faille et à Messieurs CORDIER et RAVAUX pour l'impression de ce document.

INTRODUCTION

Durant ces dix dernières années, la méthode des éléments finis a été largement utilisée dans l'industrie et la recherche pour la résolution de problèmes décrits par des équations aux dérivées partielles. Citons des exemples d'application en mécanique, en thermique ou en électromagnétisme.

Tous les problèmes réels sont en fait des problèmes de thermodynamique puisque les phénomènes de dissipation interne sont toujours présents et provoquent des échanges de chaleur qui doivent être pris en compte dans la modélisation numérique. Dans les problèmes de mécanique, d'électricité, d'hydrodynamique, l'effet des variations de température ne peut être négligé et des programmes d'éléments finis ont été conçus et réalisés pour modéliser numériquement les échanges thermiques dans une grande diversité de systèmes. Les systèmes thermiques ont généralement une grande inertie et la mesure des flux thermiques s'impose de plus en plus comme une mesure de base pour représenter le déséquilibre énergétique avec le milieu environnement afin d'anticiper les variations de température.

Ces mesures ont de nombreuses applications notamment dans le domaine de la commande des systèmes à partir de critères énergétiques. La mesure de flux thermique caractérise et permet l'analyse de la réponse réelle d'une structure à une séquence climatique comportant des composant déterministes et aléatoires. L'enregistrement et le traitement des mesures permet de valider un module de connaissance du système ou d'établir un modèle de représentation /1/ (réponse à une sollicitation du type échelon ou impulsion). Le modèle de connaissance peut servir éventuellement de mise au point d'algorithmes d'identification /2/. Notre travail se situe dans ce contexte de simulation numérique et de mesure en régime variable puisqu'il concerne la modélisation de capteurs de fine épaisseur destinés à être disposé sur une paroi opaque afin de mesurer le flux thermique déséquilibré en régime variable. Ces capteurs comportent des jonctions thermoélectriques de grande surface dans lesquelles le couplage thermoélectrique est distribué suivant les coordonnées d'espace.

Dans ces dispositifs, la force électromotrice détectée peut être estimée lorsque l'on connaît la distribution des lignes de flux thermique dans l'épaisseur des conducteurs de la thermopile. Le travail concerne la modélisation 3-D du champ de température dans des capteurs multicouches hétérogènes et le calcul de la f.e.m. détectée par le circuit thermoélectrique.

L'utilisation des codes de calcul pour la résolution numérique des équations aux dérivées partielles étant relativement récentes, nous avons adopté une présentation simple à objectif pédagogique.

Les principes de la méthode des éléments finis sont présentés dans le premier chapitre.

L'environnement informatique nécessaire à la mise en oeuvre d'un code de calcul est présenté dans le second chapitre. On introduit les phases essentielles : pré-traitement des données du modèle, recherche de la solution, post-traitement des résultats. On insiste également sur le rôle important des outils C.A.O. dans l'élaboration d'un modèle éléments finis.

La méthode est appliquée au problème de la modélisation des capteurs dans le troisième chapitre.

Les résultats de la modélisation ont permis :

- d'interpréter un grand nombre de résultats expérimentaux en régime permanent.
- de décrire les régimes de variation rapide à expérimenter en laboratoire
- de concevoir de nouveaux capteurs thermiques sensibles aux radiations.

Bibliographie

- /1/ FOULARD C.
"Commande et régulation par calculateur numérique"
Ed. Eyrolles

- /2/ EYKHOFF P.
"System Identification"
Wiley, 1974

CHAPITRE I

LES PRINCIPALES METHODES NUMERIQUES

DE MODELISATION EN THERMIQUE

SOMMAIRE

I. 1 - RAPPELS FONDAMENTAUX DE LA THERMIQUE

I.1.1 Les différents modes de transfert de la chaleur

I.1.1.2 La conduction

I.1.1.3 La convection

I.1.1.4 Le rayonnement

I.1.2 L'équation de diffusion de la chaleur

I.1.3 Les conditions aux limites

I.1.4 Les limites du modèle thermique analytique

I. 2 - PRESENTATION DES PRINCIPALES METHODES NUMERIQUES DE MODELISATION

I.2.1. Les différences finies

I.2.1.1 Expression du Laplacien discrétisé

I.2.1.2 Etablissement des équations aux différences finies à partir des lois de conservation

I.2.1.3 Résolution du système d'équations algébriques

I.2.1.3.1 Régime stationnaire

I.2.1.3.1.1 Méthode numérique directe

I.2.1.3.1.2 Méthode numérique itérative

I.2.1.3.2 Régime non stationnaire

I.2.1.3.2.1 Schéma explicite

I.2.1.3.2.2 Schéma implicite

I.2.1.3.2.3 Schéma hybride ou θ -méthode

I.3 - LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

I.3.1 Principes de la méthode

I.3.2 Etapes de transformation du système différentiel initial par la méthode des résidus pondérés

I.3.2.1.1 Formulation intégrale faible

I.3.2.1.2 Discrétisation de la forme intégrale par la méthode de Galerkin

I.3.3 Approximation par éléments finis

I.3.3.1 Détermination des fonctions d'interpolation

I.3.3.1.1 Dans le repère absolu

I.3.3.1.2 Dans le repère de référence

I.3.3.2 Expressions des matrices et vecteurs élémentaires

I.3.3.2.1 Matrice conductance

I.3.3.2.2 Matrice chaleur spécifique

I.3.3.2.3 Vecteur sollicitation

I.3.4 Formulation matricielle du système d'équations résultant de l'assemblage des éléments

CONCLUSION

ANNEXE

BIBLIOGRAPHIE

I. 1 - RAPPELS FONDAMENTAUX DE LA THERMIQUE

I.1.1 LES DIFFERENTS MODES DE TRANSFERT DE LA CHALEUR [1] [2]

La chaleur qui représente l'énergie interne d'un corps est repérée par sa température. Lorsque l'on met en contact deux corps de températures initiales différentes, leur quantité d'énergie interne étant différente, il se crée un transfert d'énergie du corps le plus chaud vers celui le plus froid et ce jusqu'à ce que l'équilibre soit atteint.

Selon la nature des corps en présence, on distingue trois modes fondamentaux de transfert de la chaleur :

- la conduction
- la convection
- le rayonnement.

I.1.1.1 La conduction

Le transfert de la chaleur résulte d'une différence de température entre différents points du corps, soit une paroi d'épaisseur (fig. 1).

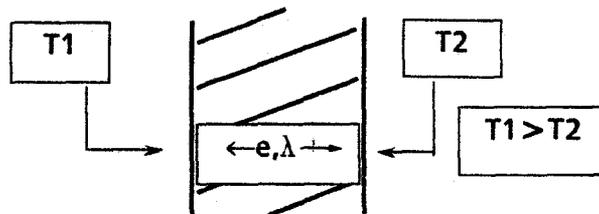


Fig. 1 : Paroi soumise à une différence de température

L'échange dépend des paramètres suivants :

- de l'écart de température entre la face chaude et celle froide ;
- du matériau de la conductivité ;
- de l'épaisseur du corps à traverser.

La loi de Fourier traduit cet échange :

$$\vec{\Phi} = - \lambda \vec{\text{grad}} T \quad (1)$$

Où ϕ représente la densité de flux de chaleur,
 λ la conductivité thermique

I.1.1.2 La convection

Le contact entre un matériau solide et un milieu fluide crée un échange de type convectif qui obéit à la loi de Newton.

$$\vec{\Phi} = h (\Theta_s - \Theta_e) \vec{n} \quad (2)$$

Où h représente le coefficient de convection
 Θ_e, Θ_s les températures respectives du fluide et du solide à la surface de séparation S
 \vec{n} normale à la surface S

Selon que l'échange s'établit de lui-même ou qu'il est aidé par une cause extérieure indépendante du phénomène thermique (par exemple, un ventilateur), la convection est dite naturelle dans le premier cas et forcée dans le second.

I.1.1.3 Le rayonnement

Alors que les échanges thermiques en conduction ou en convection nécessitent le support d'un milieu solide ou fluide, le rayonnement entre deux corps à des températures différentes permet le transfert de la majeure partie de l'énergie par onde électromagnétique infra-rouge sans rapport matériel et ce à une vitesse quasi-instantanée, celle de la lumière.

Les flux émis sont régis par la loi de Stéphan Boltzmann.

$$\vec{\Phi} = \sigma F (T_i^4 - T_j^4) \vec{n} \quad (3)$$

avec σ constante de Boltzmann
 F facteur de forme

Un corps "noir" est capable d'absorber toute l'énergie transmise alors qu'un solide à surface polie en restitue une bonne partie de celle-ci par réflexion.

En fait dans la nature, ces trois phénomènes se combinent jusqu'à ce que l'équilibre thermique des corps en présence soit atteint.

Le croquis (2) résume tous les phénomènes mis en jeu.

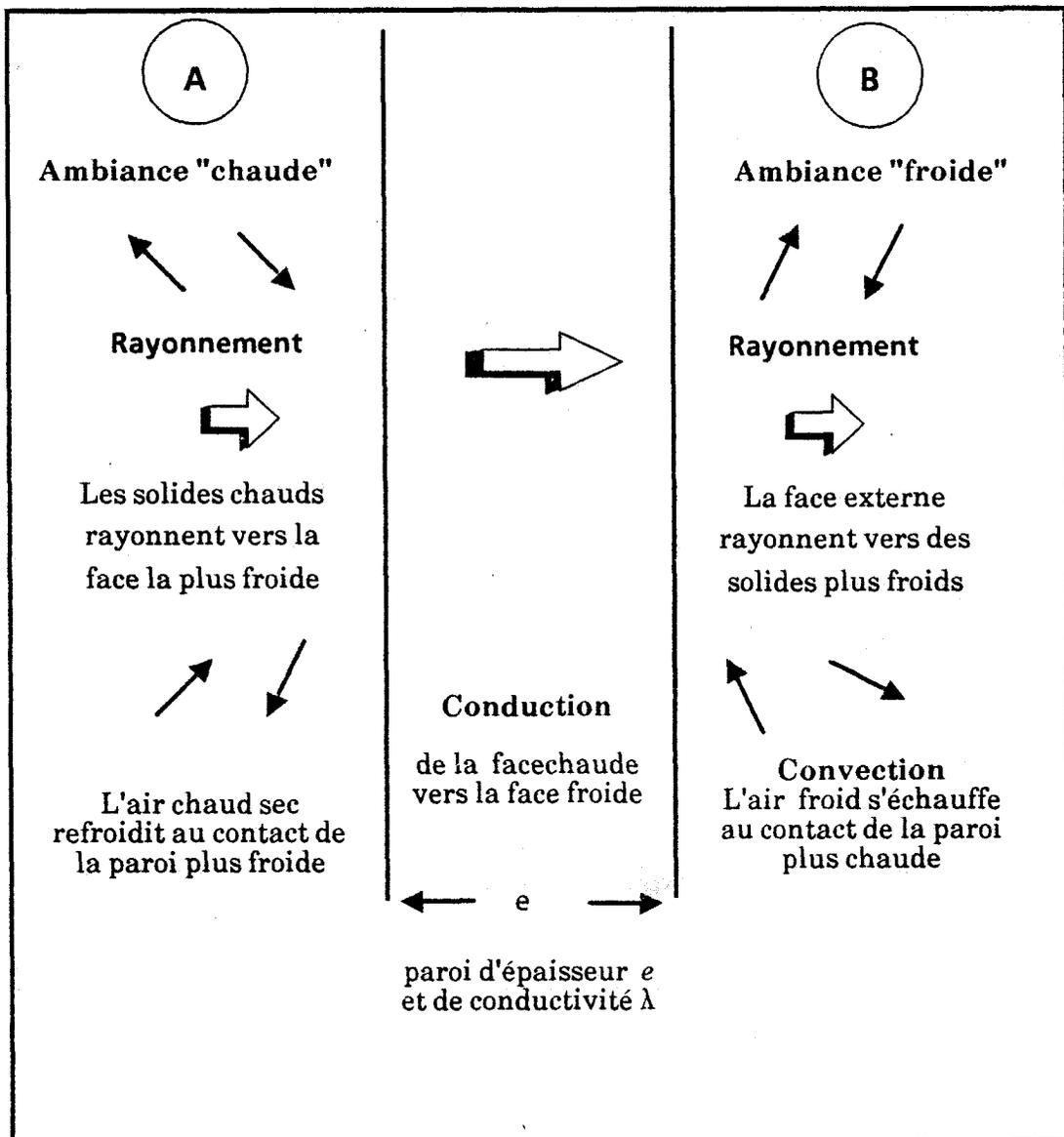


Fig. 2 - Les différents modes d'échanges de la chaleur à travers une paroi

I. 1.2 - L'EQUATION DE DIFFUSION DE LA CHALEUR

Les échanges de chaleur sont régis pour l'équation différentielle (4) pour un matériau orthotrope non linéaire en présence d'une source interne. p

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right) + p = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4)$$

Pour un matériau isotrope et linéaire, les conductivités sont identiques suivant les axes principaux :

$$\lambda_x(T) = \lambda_y(T) = \lambda_z(T) = \lambda \quad (5)$$

L'équation se simplifie en :

$$\Delta T + p/\lambda = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{avec } \alpha = \frac{\lambda}{\rho c} \text{ diffusivité du matériau} \quad (6)$$

En l'absence de source interne p et en régime permanent, l'équation aux dérivées partielles se réduit à l'équation de Laplace :

$$\Delta T = 0 \quad (7)$$

I.1.3. LES CONDITIONS AUX LIMITES

Le système différentiel (4) admet une solution en lui associant des conditions aux limites parmi lesquelles pour un point M de coordonnées (x,y,z) situé à la frontière on a :

- température imposé (condition de Dirichlet)	$T(M,t) = T_0$
- flux imposé (condition Neumann)	$\vec{\phi}(M,t) = \phi_0 \vec{n}$
- condition initiale	$T(M,0) = T_0$

I.1.4. LES LIMITES DU MODELE THERMIQUE ANALYTIQUE

En général, le système différentiel (4) associé avec des conditions aux limites ne possède pas de solution analytique excepté pour des modèles à géométrie simple. Il est donc nécessaire de recourir à l'analyse numérique pour disposer d'une solution approchée. Dans les paragraphes suivants, nous présentons les principales méthodes numériques de résolution des équations aux dérivées partielles (Annexe).

I. 2. PRESENTATION DES PRINCIPALES METHODES NUMERIQUES DE MODELISATION

1.2.1. LES DIFFERENCES FINIES [3], [4], [5], [6]

Parmi les méthodes numériques, les différences finies est l'une des premières avoir été mise en oeuvre sur ordinateur.

La mise en place du système d'équations peut se faire de deux voies différentes :

- l'une en discrétisant directement l'équation de la chaleur
- l'autre en formulant les équations à partir des lois de conservation.

Nous allons illustrer les principaux résultats de cette méthode par l'exemple suivant :

Soit une paroi d'épaisseur e soumise à une condition de température imposée T_0 sur la face S_1 et à une condition de convection sur S_2 .

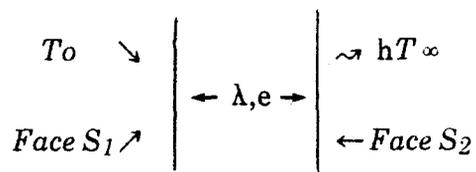


Fig.3 - Paroi soumise à des conditions d'échange

Les dimensions transversales étant beaucoup plus grandes que l'épaisseur e , le problème peut être décrit par un modèle mathématique unidimensionnel.

$$\left. \begin{array}{l}
 \Delta T = \frac{d^2 T}{dx^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{dT}{dt} \\
 T(x) = T_0 \text{ sur } S_1 \\
 \Phi = h S_2 (T - T_\infty) \text{ sur } S_2
 \end{array} \right\} \quad (8)$$

I.2.1.1 Expression du Laplacien discrétisé

L'équation aux dérivées partielles peut être transformée en termes de différences finies.

L'approximation consiste alors à exprimer les dérivées première et seconde en fonction de ces différences.

Nous rappelons les principaux résultats pour un problème mono-dimensionnel.

Soit la fonction $t(x)$

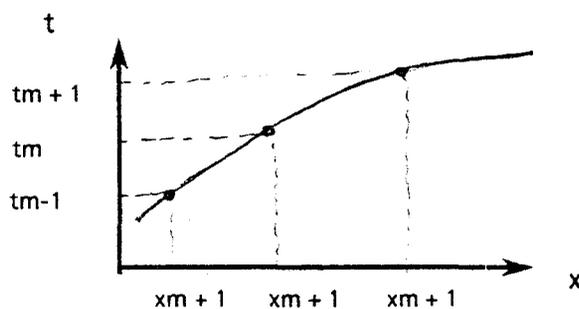


Fig. 4 - Fonction $t(x)$ discrétisée

Les expressions (9), (10), (11), représentent les approximations des dérivées premières exprimées en x_m , $x_m - \Delta x/2$, $x_m + \Delta x/2$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x_m} = \frac{t(x_m + \Delta x) - t(x_m)}{\Delta x} = \frac{t_{m+1} - t_{m-1}}{\Delta x} \quad \text{Différence centrale (9)}$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x_{m-\frac{1}{2}}} = \frac{t_m - t_{m-1}}{\Delta x} \quad \text{Différence arrière (10)}$$

$$\left. \frac{dT}{dx} \right|_{x_{m+\frac{1}{2}}} = \frac{t_{m+1} - t_m}{\Delta x} \quad \text{Différence avant (11)}$$

La dérivée seconde se calcule en combinant les différences arrière et avant.

$$\left. \frac{d^2 T}{dx^2} \right|_{x_m} = \frac{t_{m-1} - 2t_m + t_{m+1}}{(\Delta x)^2} \quad (12)$$

Celle-ci peut aussi être déduite en appliquant à la fonction $t(x)$ un développement en série de Taylor aux points $(x + \Delta x)$ et $(x - \Delta x)$

Soient

$$t_{m-1} = t_m + \Delta x \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x_m} + \frac{1}{2} (\Delta x)^2 \left. \frac{d^2 T}{dx^2} \right|_{x_m} + 0((\Delta x)^3) \quad (13)$$

$$t_{m+1} = t_m - \Delta x \left. \frac{dT}{dx} \right|_{x_m} + \frac{1}{2} (\Delta x)^2 \left. \frac{d^2 T}{dx^2} \right|_{x_m} + 0((\Delta x)^3) \quad (14)$$

Où $0((\Delta x)^3)$ exprime l'erreur de troncature.

L'expression de la dérivée seconde peut être retrouvée en combinant les relations (13) et (14).

$$\left. \frac{d^2 T}{dx^2} \right|_{x_m} = \frac{t_{m-1} - 2t_m + t_{m+1}}{(\Delta x)^2} + 0[(\Delta x)^2] \quad (15)$$

1.2.1.2. Equations aux différences finies établies partir des lois de conservation

Le mur d'épaisseur est idéalisé par un modèle discret uni-dimensionnel comportant $(N + 1)$ noeuds qui sont les inconnues du problème.

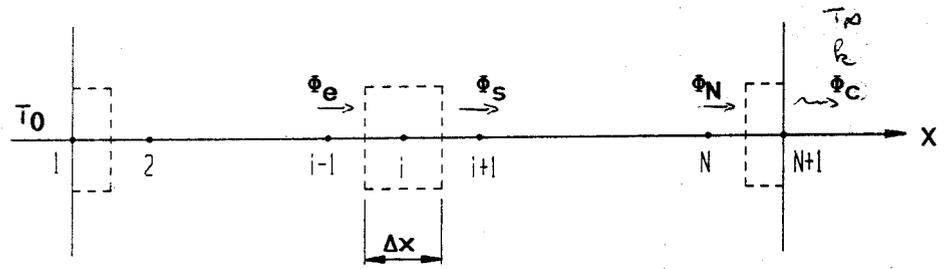


Fig.5 - Modèle de la paroi

Un bilan thermique pour un noeud intérieur i nous donne $\Phi_e = \Phi_s$

$$\Phi_e = -\lambda S \frac{t_{i-1} - t_i}{\Delta x} \quad \Phi_s = -\lambda S \frac{t_{i+1} - t_i}{\Delta x}$$

Soit

$$t_{i-1} - 2t_i + t_{i+1} = 0 \quad (16)$$

Pour les noeuds situés à la frontière, on a en

$$\text{en } x = 0 \quad T(x) = T_0$$

en $x = e$, une condition de convection.

Pour établir l'équation, on applique sur une zone d'épaisseur $\Delta x/2$, un bilan énergétique au noeud N

$$\Phi_N = \Phi_c$$

Avec

$$\Phi_N = -\lambda S \frac{t_{N+1} - t_N}{\Delta x}$$

$$\Phi_c = -\lambda S (t_N - t_\infty)$$

Soit

$$t_{N-1} - (1 + \beta i) t_N = \beta i t_\infty \quad (17)$$

$$\text{avec } \beta i = \frac{h \Delta x}{\lambda} \text{ par analogie avec le nombre de BIOT}$$

I.2.1. - 3 Résolution du système d'équations algébriques

La modélisation consiste ensuite à éliminer les équations où la température au noeud est imposée, et à élaborer un système d'équations algébriques que l'on condense sous forme matricielle en :

$$[A]\{T\} = \{B\} \quad (18)$$

Où [A] est la matrice caractéristique du système
 {T} le vecteur des températures inconnues
 {B} le vecteur des sollicitations

Pour résoudre ce système d'équations plusieurs méthodes s'offrent à nous selon la nature du problème.[7], [8], [9]

I.2.1.3. 1 Régime stationnaire

Les termes dérivées par rapport au paramètre temps n'apparaissent pas dans la formulation.

I.2.1.3.1.1 Méthodes numériques directes

Le calcul matriciel nous offre des méthodes directes d'inversion de matrice pour aboutir à la solution.

$$\{T\} = [A]^{-1} \{B\} \quad (19)$$

Les méthodes les plus couramment utilisées sont : les méthodes d'élimination de Gauss, Gauss- Jordan, Cholesky .

Ces méthodes ne s'appliquent qu'aux systèmes linéaires, exigent une place mémoire qui croit avec le nombre d'inconnues et sont sujettes aux erreurs d'arrondis.

En fait, seuls les problèmes de faible taille sont justiciables de ces méthodes.

I.2.1.3.1.2 Méthodes numériques itératives

Ces méthodes sont les plus intéressantes du point de vue informatique. Elles exigent moins d'espace mémoire, peuvent s'appliquer à des problèmes non linéaires, sont particulièrement adaptés à traiter les matrices creuses contenant beaucoup d'éléments nuls.

Cependant, ce procédé est itératif et le processus se termine lorsque la solution approchée converge vers la solution exacte selon un critère lié à l'erreur de troncature.

Elles nécessitent le choix arbitraire d'une solution initiale pour démarrer le cycle de calcul.

Un choix judicieux de cette solution si possible assez proche de la solution finale accélère la convergence.

On peut citer les méthodes usuelles suivantes : Gauss-Seidel, Richardson.

I.2.1.3.2 Régime non stationnaire

Dans l'équation différentielle (8) apparaît un terme dérivée par rapport au temps, lié à l'augmentation d'énergie interne pendant un intervalle de temps.

La mise en équation du système dépend de l'expression de la dérivée temporelle, elle donne lieu à deux grandes familles d'algorithmes numériques.

I.2.1.3.2.1. Schéma explicite

Pour un noeud interne i , l'équation discrétisée nous donne :

$$\lambda S \frac{t_{i-1}^t - t_i^t}{\Delta x} + \lambda S \frac{t_{i+1}^t - t_i^t}{\Delta x} = \rho c S \Delta x \frac{t_i^{t+\Delta t} - t_i^t}{\Delta t} \quad (20)$$

On exprime alors la température au noeud i à l'instant $(\tau + \Delta\tau)$ en fonction des températures à l'instant τ

Il vient :

$$t_i^{\tau+\Delta\tau} = Fo(t_{i-1}^{\tau} + t_{i+1}^{\tau}) + [1 - 2Fo] t_i^{\tau} \quad (21)$$

Où

$$Fo = \alpha \frac{\Delta\tau}{(\Delta x)^2} \quad \text{par analogie avec le coefficient de Fourier}$$

Les équations obtenues sont non couplées : les températures nodales étant connues à un instant, on peut calculer isolément chaque température à l'instant suivant

Cependant, le choix des paramètres $\Delta\tau$ et Δx a une influence sur la stabilité du calcul.

Pour un noeud interne, on doit respecter la relation :

$$Fo \leq 1/2 \quad (22)$$

Si Δx est choisi petit, $\Delta\tau$ diminue, ce qui entraîne une augmentation du temps de calcul.

L'avantage de cette méthode est qu'elle se programme facilement sur des calculateurs de faible puissance tels que les micro-ordinateurs. En fait, elle est surtout utilisée pour modéliser des problèmes de taille réduite comme par exemple les systèmes mono-dimensionnels.

1.2.1.3.2 Schéma implicite

Dans la méthode implicite, le Laplacien Δt discrétisé est exprimé à l'instant $\Delta\tau$ et le terme dérivé par rapport au temps par une différence avant.

$$\frac{t_i^{\tau+\Delta\tau} - t_i^\tau}{\Delta\tau} = a \frac{t_{i-1}^{\tau+\Delta\tau} - 2t_i^{\tau+\Delta\tau} + t_{i+1}^{\tau+\Delta\tau}}{(\Delta x)^2} \quad (23)$$

Le système final d'équations a la forme suivante :

$$[A_+]\{T\}^{\tau+\Delta\tau} = [A_-]\{T\}^\tau + \{B\} \quad (24)$$

Cette méthode est inconditionnellement stable, mais nécessite à chaque instant la résolution d'un système à n équations couplées.

La précision des résultats est d'autant meilleure que les paramètres Δx et $\Delta\tau$ sont choisis petits.

1.2.1.3.2.3 Schéma hybride ou θ -méthode

Les deux méthodes décrites précédemment sont deux cas particuliers de la méthode plus générale appelée θ -méthode.

Le paramètre θ fait apparaître la contribution des termes à $(\tau + \Delta\tau)$ et ceux à l'instant τ .

$$\frac{t_i^{\tau+\Delta\tau} - t_i^\tau}{\Delta\tau} = \frac{a}{(\Delta x)^2} \left[\theta (t_{i-1}^{\tau+\Delta\tau} - 2t_i^{\tau+\Delta\tau} + t_{i+1}^{\tau+\Delta\tau}) + (1-\theta) (t_{i-1}^\tau - 2t_i^\tau + t_{i+1}^\tau) \right] \quad (25)$$

avec $0 \leq \theta \leq 1$

La méthode est toujours stable si elle vérifie l'inégalité : $1/2 \leq \theta \leq 1$

On retrouve pour différentes valeurs de θ :

- $\theta = 0$ Schéma explicite
- $\theta = 1$ Schéma implicite
- $\theta = 1/2$ Schéma semi-implicite

Cette dernière valeur de θ conduit à une méthode qui donne d'excellents résultats, celle de Crank-Nicolson.

$$\frac{t_i^{\tau+\Delta\tau} - t_i^\tau}{\Delta\tau} = \frac{a}{2} \left[(\Delta t)_i^{\tau+\Delta\tau} + (\Delta t)_i^\tau \right] \quad (26)$$

I.3. LA METHODE DES ELEMENTS FINIS [10],[11],[12],

Parallèlement au progrès fulgurant des performances des ordinateurs, la méthode des éléments finis présentée par Zienkiewicz n'a cessé de se développer et a bénéficié d'une formulation mathématique solide.

Cette méthode occupe actuellement une place primordiale dans les problèmes rencontrés dans les différents domaines des sciences appliquées.

Nous nous proposons dans les paragraphes suivants d'en rappeler les principales notions.

I.3.1 Principes de la méthode

La méthode des éléments finis repose sur l'approximation d'un milieu continu par un milieu discret : cette opération a pour objectif la transformation du système initial d'équations aux dérivées partielles par un système d'équations algébriques plus facilement exploitables sur ordinateur. La synoptique () décrit les principales phases de la méthode.

I.3.2 Etapes de transformation du système différentiel initial

Cette transformation peut être obtenue par diverses méthodes , parmi celles-ci, une des deux plus couramment employées est la méthode des **résidus pondérés**. Pour plus de généralité, nous avons adopté les notations suivantes pour représenter le système différentiel :

Soit un système défini sur un domaine V délimité par une frontière S

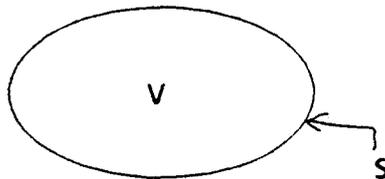


Fig. 7 - Définition du domaine

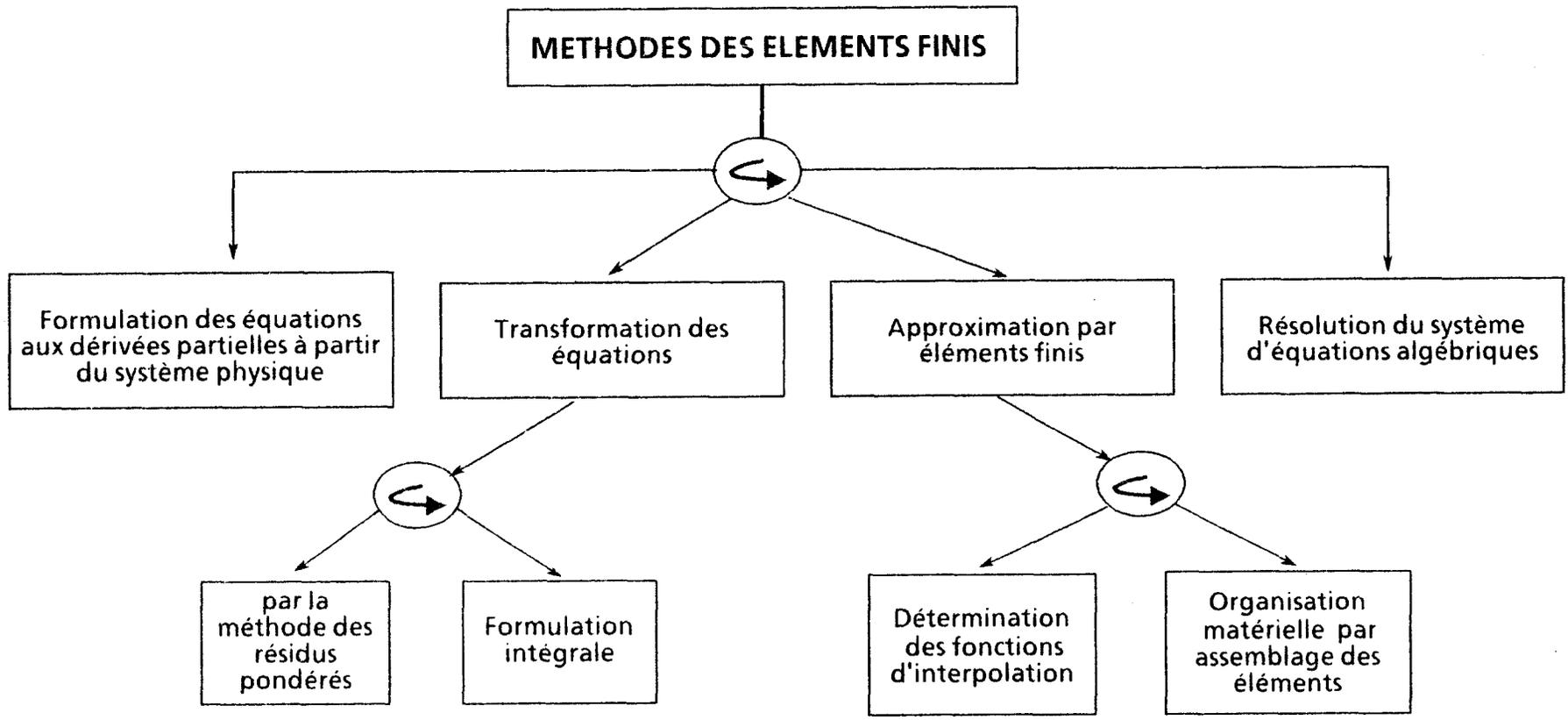


Fig. 6 - LES PRINCIPALES ETAPES DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

Le système aux dérivées partielles s'écrit :

$$L(u) + fv = 0 \quad (27)$$

Où L : opérateur différentiel
 u : inconnue du système fv : fonction d'excitation

avec comme conditions aux limites :

$$C(u) = fs \text{ sur la frontière } S \quad (28)$$

Considérons le problème stationnaire, linéaire ou non linéaire et dérivable jusqu'à l'ordre n sur le domaine V .

La méthode des résidus pondérés repose sur une transformation des équations aux dérivées en une forme intégrale basée sur un calcul variationnel.

Les variables inconnues du système sont remplacées par des fonctions d'approximation sur les sous-domaines de géométrie connue appelés éléments finis.

Les variables inconnues du problème sont solutions de celui-ci, si elles vérifient les équations (27) et (28).

Le résidu $R(u)$ est défini par l'expression

$$R(u) = L(u) + fv \quad (29)$$

Il a la propriété de s'annuler quand il est solution du problème.

La forme intégrale $W(u)$ est alors définie par :

$$W(u) = \int_v \langle \psi \rangle \{ R(u) \} dv = \int_v \langle \psi \rangle \{ L(u) + fv \} dv \quad (30)$$

où ψ est une fonction de pondération.

La méthode des résidus pondérés consiste ensuite à annuler $W(u)$ pour en déduire les fonctions appartenant à un ensemble de fonctions admissibles satisfaisant les conditions aux limites et dérivables jusqu'à l'ordre m .

Par exemple, la forme intégrale de l'équation de Poisson pour un problème plan s'écrit

$$W(u) = \int_v \psi(x,y) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + fu \right) dv = 0 \quad (31)$$

1.3.2.1 Formulation intégrale dite "faible"

Pour diminuer les contraintes imposées aux fonctions admissibles, on effectue une intégration par partie de $W(u)$ pour en déduire une forme intégrale dite "faible". ().

Cette opération offre les avantages suivants :

- l'ordre maximum des dérivées présentant dans $W(u)$ diminue ce qui a pour conséquence de rendre les conditions de dérivabilité moins fortes ;
- certaines conditions aux limites qui apparaissent dans la forme faible peuvent être prises en compte dans la formulation intégrale.

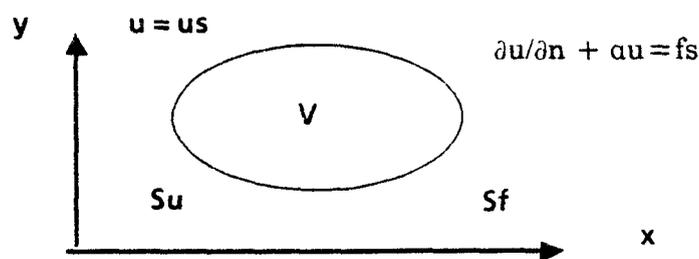


Fig. 8 - Modèle avec plusieurs conditions limites

La forme faible de l'équation de Poisson obtenue par transformation de la forme intégrale est :

$$W(u) = \int_v \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} - \psi f_v \right) dv + \int_{S_f} \psi \frac{\partial u}{\partial n} ds + \int_{S_u} \psi \frac{\partial u}{\partial n} ds = 0 \quad (32)$$

avec les conditions aux limites.

$$\begin{aligned} u &= u_s \quad \text{sur le contour } S_u \\ \partial u / \partial n + \alpha u &= f_s \quad \text{sur le contour } S_f \end{aligned}$$

Finalement, après deux intégrations par parties successives, la forme faible de l'équation fait apparaître une intégrale de contour.

$$w(u) = \int_v \left(\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \right) u + \psi f_v \right) dv + \int_s \left(\psi \frac{\partial u}{\partial n} - \frac{\partial \psi}{\partial n} u \right) ds = 0 \quad (33)$$

I.3.2.2. Discrétisation de la forme intégrale par la méthode de Galerkin

La recherche de la solution approchée u s'effectue en procédant à une discrétisation en deux étapes :

a) Les fonctions u sont approximées par éléments finis et dépendent de paramètres a_i

$$u = u(a_1, a_2, \dots, a_n) \quad (34)$$

Ceci implique :

$$W(u) = \int_v \psi (L(u(a_1, a_2, \dots, a_n) + f_v) dv = 0 \quad (35)$$

quelque soit ψ

b) Les n paramètres imposent le choix de n fonctions de pondération indépendantes ψ_i

L'expression (35) se transforme en n formes intégrales.

$$\begin{aligned} W_1(u) &= \int_v \psi_1 (L(u(a_1, a_2, \dots, a_n) + f_v) dv = 0 \\ W_2(u) &= \int_v \psi_2 (L(u(a_1, a_2, \dots, a_n) + f_v) dv = 0 \\ &\vdots \\ W_n(u) &= \int_v \psi_n (L(u(a_1, a_2, \dots, a_n) + f_v) dv = 0 \end{aligned} \quad (36)$$

La méthode de Galerkin s'intéresse aux variations δu de la fonction inconnue u , et celles-ci constituent les fonctions de pondération :

$$\psi = \delta u \quad (37)$$

Le domaine continue, V est discrétisée en n_e éléments V^e

L'intégrale continue se transforme en :

$$W = \sum_{e=1}^{n_e} W^e = \sum_{e=1}^{n_e} \int_{V^e} \delta u^e (L(u^e) + fv) dv \quad (38)$$

Où W^e est appelée forme intégrale élémentaire.

u^e et δu^e sont approximées sur chaque V^e par

$$\begin{aligned} u^e &= \langle N \rangle \{ u_n \} \\ \delta u^e &= \langle N \rangle \langle \delta u_n \rangle \end{aligned} \quad (39)$$

$\langle N \rangle$ représente les fonctions d'interpolations dépendantes des valeurs nodales de l'élément V^e

Soit

$$W^e = \langle \delta u_n \rangle \left(\int_{V^e} \{N\} (L(\langle N \rangle)) dv \{u_n\} + \int_{V^e} \{N\} fv dv \right) \quad (40)$$

Finalement W^e peut se mettre sous la forme classique :

$$W^e = \langle \delta u_n \rangle ([k] \{u_n\} - \{f\}) \quad (41)$$

- $[k]$: matrice caractéristique élémentaire
- $\{u_n\}$: vecteur élémentaire des variables nodales
- $\{f\}$: vecteur élémentaire des sollicitations

I.3.3. Approximation des sous-domaines par éléments finis

L'approximation par éléments finis a pour conséquence de reporter les calculs au niveau de chaque élément de forme géométrique plus simple. On donne les principaux résultats pour l'élément triangulaire défini par trois noeuds géométrique (I, J, K), dans le plan (Oxy).

La formulation des fonctions d'interpolation dépend du repère choisi.

I.3.3.1. Détermination des fonctions d'interpolation

I.3.3.1.1. Dans le repère absolu (Oxy)

L'élément triangle à trois noeuds est représenté sur la figure (9)

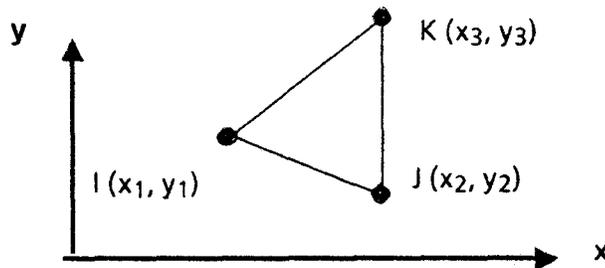


Fig.9 - Elément triangulaire

On suppose que le champ de température $\Theta(x,y)$ varie linéairement sur l'élément e

$$\Theta(x,y) = a_0 + a_1x + a_2y = P(x,y) \quad (42)$$

Le polynôme d'interpolation $P(x,y)$ prend les valeurs nodales ce qui conduit à poser un système de trois équations à trois inconnues

$$\begin{aligned} \Theta(x_1,y_1) &= a_0 + a_1x + a_2y = \Theta_I^e && \text{au noeud } I \\ \Theta(x_2,y_2) &= a_0 + a_1x + a_2y = \Theta_J^e && \text{au noeud } J \\ \Theta(x_3,y_3) &= a_0 + a_1x + a_2y = \Theta_K^e && \text{au noeud } K \end{aligned} \quad (43)$$

Les fonctions d'interpolation N_i sont déterminées en introduisant les valeurs des coefficients a_0, a_1, a_2 , dans $P(x,y)$.

$$\Theta(x,y) = \langle N_1 N_2 N_3 \rangle \begin{Bmatrix} \Theta_I^e \\ \Theta_J^e \\ \Theta_K^e \end{Bmatrix} = \langle N(x,y) \rangle \{\Theta^e\}$$

où

$$N_1(x,y) = 1/2A [y_{32}(x_2 - x) - x_{32}(y_2 - y)]$$

$$N_2(x,y) = 1/2A [y_{13}(x_3 - x) - x_{13}(y_3 - y)]$$

$$N_3(x,y) = 1/2A [y_{21}(x_1 - x) - x_{21}(y_1 - y)]$$

avec

$$x_{ij} = x_i - x_j \quad y_{ij} = y_i - y_j$$

$$A = \frac{1}{2}(x_{21}y_{31} - x_{31}y_{21})$$

A Aire du triangle

Il est intéressant d'exprimer la matrice [B] des gradients :

$$[B] = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \Theta}{\partial x} \\ \frac{\partial \Theta}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{vmatrix} y_{23} & y_{31} & y_{12} \\ x_{32} & x_{13} & x_{21} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\partial N_I}{\partial x} & \frac{\partial N_J}{\partial x} & \frac{\partial N_K}{\partial x} \\ \frac{\partial N_I}{\partial y} & \frac{\partial N_J}{\partial y} & \frac{\partial N_K}{\partial y} \end{vmatrix} \quad (45)$$

1.3.3.1. 2. Dans le repère de référence $(0, \xi, \eta)$

Le calcul des fonction N_i dans le repère $(0,x,y)$ s'avère très fastidieux dès que ces éléments sont de géométrie plus complexe.

On préfère alors travailler dans un repère de référence normalisé $(0, \xi, \eta)$

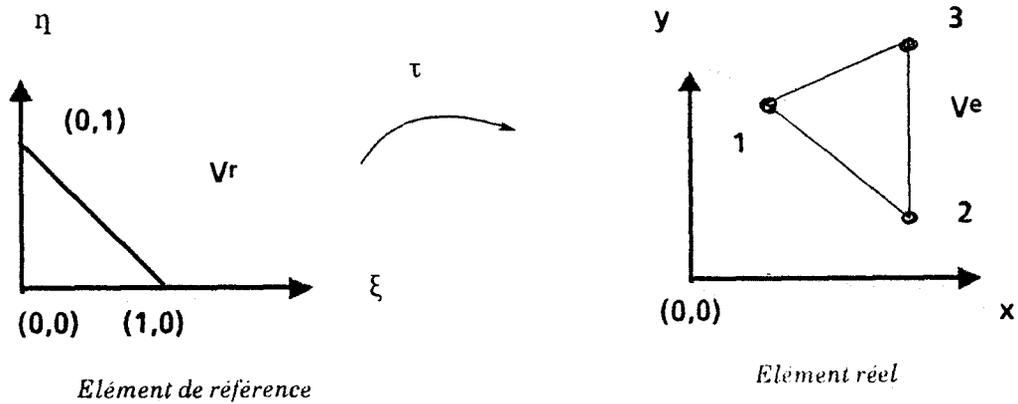
On passe de l'élément de référence à l'élément réel au moyen d'une simple transformation géométrique τ .

Les fonctions d'interpolation N_i sur V_r sont égales à :

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - \xi - \eta \\ N_2 &= \xi \\ N_3 &= \eta \end{aligned} \quad (46)$$

La transformation τ est définie par :

$$\tau: \begin{matrix} V_r \\ (\xi, \eta) \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} V_e \\ (x, y) \end{matrix}$$

Fig.10 - Transformation géométrique τ

$$x = \sum_{i=1}^3 \bar{N}_i(\xi, \eta) x_i \quad (47)$$

$$y = \sum_{i=1}^3 \bar{N}_i(\xi, \eta) y_i$$

Les fonctions N_i sont appelées fonctions d'interpolation géométrique. Si l'on choisit \bar{N}_i identique à N_i , l'élément est dit isoparamétrique.

Le calcul de la matrice des gradients [B] nécessite la connaissance du Jacobien [J] de la transformation τ

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{21} & x_{31} \\ y_{21} & y_{31} \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$[J]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{2A} \begin{bmatrix} y_{31} & -x_{31} \\ -y_{21} & x_{21} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Ce qui autorise le calcul des dérivées des fonctions N_i par rapport à x, y :

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (50)$$

$$\frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

On retrouve pour la matrice [B] les mêmes valeurs que précédemment.

I.3.3.1.3. Influence du choix des éléments sur l'erreur d'approximation

Cette erreur peut être diminuée en augmentant la densité du maillage ou en choisissant des éléments dont les fonctions d'interpolations sont de degré supérieur tel que le triangle à six noeuds;

I.3.3.2. Expressions des matrices et vecteurs élémentaires dans le repère absolu

On trouvera le développement du calcul de ces expressions dans [13]

$$\{k\}^e = \int_{V^e} [B]^t [D] [B] dv \quad (51)$$

$$\{f\}^e = \int_{V^e} \{N\} f v dv + \int_{S_f^e} \{N\} f s ds \quad (52)$$

avec pour un matériau orthotrope

$$[D] = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_y & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix}$$

I.3.4. Formulation matricielle par assemblage des sous-domaines

La forme intégrale global W est obtenue par assemblage des éléments finis :

$$W = \sum_e W^e = \sum_e \langle \delta u_n \rangle ([k] \{u_n\} - \{f\}) = 0 \quad (53)$$

que l'on peut écrire sous forme globale :

$$W = \langle \delta U_n \rangle ([K] \{U_n\} - \{F\}) = 0 \quad (54)$$

Cette relation doit être vérifiée quelque soit $\langle \delta U_n \rangle$, ce qui nous donne la formulation classique en élément fini des problèmes stationnaires :

$$[K] \{U_n\} = \{F\} \quad (55)$$

CONCLUSION

Dans cette première partie, nous avons essentiellement présenté deux grandes méthodes de calcul numérique :

- la méthode des différences finies
- la méthode des éléments finis

Des logiciels encore appelés codes de calcul commercialement disponibles ont été conçus pour faciliter la mise en oeuvre de ces méthodes. Le programme SINDA [14] peut être utilisé pour la mise en oeuvre des "différences finies", le programme ANSYS pour l'utilisation des "éléments finis". D'autres méthodes sont citées en bibliographie, mais n'ont pas toutes conduit à des développements logiciels commercialisés.[15],[16]

Le choix de ces méthodes est surtout dicté par la complexité des problèmes à traiter. La méthode des différences finies s'adapte bien aux problèmes mono et bi-dimensionnels à maillage régulier. Elle pose des problèmes dès que l'on s'intéresse à une partie du domaine par affinage du maillage.

Dans le cas de milieux semi-infini, on utilisera la méthode des équations intégrales encore appelée méthode des éléments frontières [17],[18], [19] qui permet de limiter le maillage au contour mais en contre partie entraîne des calculs plus complexes compte tenu de la forme des matrices à traiter (matrice pleine).

Notre démarche se situe dans ce contexte et nous nous limitons dans la suite de ce travail à la modélisation de structures multicouches hétérogènes à l'aide d'un programme d'éléments finis.

Dans les problèmes 3-D, on utilisera de préférence la méthode des "éléments finis" qui est complexe du point de vue conceptuel mais ne présente pas de difficultés particulières lorsque l'on se limite à l'analyse d'un problème spécifique à l'aide d'un code de calcul.

ANNEXE

Classification des équations aux dérivées partielles

Une forme générique des équations linéaires aux dérivées partielles limitées au deuxième ordre est donnée par

$$\sum_{i=1}^k A_i \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} + \sum_{i=1}^n B_i \frac{\partial u}{\partial x_i} + Cu + D = 0$$

dans laquelle les coefficients A_i évalués au point (x_1, x_2, \dots, x_n) peuvent prendre une des valeurs suivantes : - 1, 0 ou + 1; La fonction u représente la variable dépendante et les paramètres x_i les variables indépendantes (coordonnées d'espace x, y, z et du temps t).

Les valeurs des coefficients conditionnent l'appartenance de l'équation à l'un des types suivants :

1) Equation elliptique :

Tous les A_i sont différents de zéro et de même signe :

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad \text{Equation générale de Laplace}$$

2) Equation hyperbolique :

Tous les A_i sont différents de zéro et de même signe sauf un qui est du signe opposé :

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{Equation de propagation d'onde}$$

3) Equation parabolique

Si l'un des A_i est nul (par exemple A_k) et les autres non nuls et de même signe, et si le coefficient B_k de $\partial u / \partial x_k$ est lui aussi différent de zéro

$$\Delta u = \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{Equation de diffusion}$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] Mc ADAMS
"Transmission de la chaleur"
Dunod, 1964
- [2] CARSLow, JAEGER
"Conduction of heat solids"
Oxford Clovendon, 1978
- [3] GLEN E.MYERS
"Analytical method in conduction of heat transfert"
Mc Graw Hill, 1979
- [4] A.B. DE VRIENDT
"La transmission de la chaleur", volume I, tome 2
G. Morin, 1982
- [5] A.V. LUIKOV
"Analytical heat diffusion theory",
Academic Press, 1968
- [6] FORSYTHE, WASOV
"Finite difference methodes for partial differential equations"
J. WILEY, 1960
- [7] B. DEMIDOVITCH
"Eléments de calcul numérique"
Mir, 1979
- [8] F. CURTIS
"Applied numerical analysis"
Addison Wesley, 1984
- [9] *"Procédures ALGOL en analyse numérique"*
Tome I, II - CNRS, 1970
- [10] O.C. ZIENKIEWICZ

"The finite element method"
Mc Graw Hill, 1977

[11] R.K. GALLAGHER

"Finite elements Analysis, Fundamentals"
Prentice Hall, 1975

[12] NOBOKU, KIKUCHI

"Finite element methods in mechanics"
Cambridge University Press, 1986

[13] C. DHATT

"Une présentation de la méthode des éléments finis"
Collection Université de Compiègne, 1984

[14] J-P. SMITH

"SINDA, User's Manual"

[15] E. ABSI

"Méthode de calcul numérique en élasticité"
Eyrolles, 1978

[16] M. BORENSZTEIN

"Théorie des équivalences, Applications de la thermo-élasticité"
These de docteur-ingénieur, 1975

[17] C.A. BREBIA

"Boundary element technics"
Springer Verlag, 1984

[18] C.A. BREBIA

"BEASY : A boundary element system for structural analysis"
Volume V, Strucad 86, Paris

[19] M. CRISTESCU

*"Industrial Applications of the finite elements and boundary elements
analysis system C.A.S.T.O.R.
Volume IV, Strucad 86, Paris"*

CHAPITRE II

**ENVIRONNEMENT INFORMATIQUE D'UNE
MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS
ET SA MISE EN OEUVRE DANS L'ANALYSE
DES SYSTEMES THERMIQUES**

SOMMAIRE

I. ASPECTS INFORMATIQUES

- I.1. Configurations matérielles**
- I.2. Environnement logiciel standard**
- I.3. Intégration de la fonction calcul dans la chaîne CFAO**

II. CARACTERISTIQUES PRINCIPALES D'UN CODE DE CALCUL

- II.1. Structure logicielle et enchaînement des étapes de modélisation**
- II.2. Prétraitement des données du modèle**
 - II.2.1. Description géométrique**
 - II.2.2. Discrétisation du modèle et génération du maillage**
 - II.2.3. Spécifications des propriétés physiques**
 - II.2.4. Application des conditions aux limites**
- II.3. Phase de calcul**
 - II.3.1. Régime stationnaire**
 - II.3.2. Régime transitoire**
- II.4. Post-traitement des données**
 - II.4.1. Exploitations des résultats**
 - II.4.2. Présentation des résultats**

III. ILLUSTRATION DE LA METHODE SUR QUELQUES EXEMPLES

- III.1. Etude d'un mur multicouche en régime transitoire**
- III.2. Transfert de chaleur dans une plaque carrée percée**

CONCLUSION

BIBLIOGRAPHIE

I. ASPECTS INFORMATIQUES

Le choix de tout logiciel doit être subordonné à la configuration matérielle (Hardware) et logicielle (Software) de l'équipement informatique. Pour pérenniser l'investissement logiciel, il est préférable de se tourner vers les standards du marché.

I.1. CONFIGURATIONS MATERIELLES

Les grands codes de calcul pour pouvoir tourner correctement exigent des plates formes dotées d'une architecture matérielle puissante et disposant d'énormes ressources (disque dur, mémoire centrale, poste graphique).

Néanmoins, il est désormais possible de procéder à une modélisation par éléments finis sur micro-ordinateur : ce sont des versions qui ne disposent pas de toute la bibliothèque d'éléments et qui sont spécialisées dans un seul domaine de la physique.

Bien qu'il soit difficile d'établir une classification entre tous les matériels disponibles actuellement du fait de l'évolution ultra-rapide de la technologie, nous pouvons distinguer les catégories suivantes :

- micro-ordinateur (PC compatibles) CPU 16 bits
- Super micro (AT/386, PS/2)
- Mini ordinateur équipé de console graphique (MicroVAX + TEKTRONIX)
- Station de travail avec graphique haute résolution intégrée (SUN, APPOLO)
- Super-mini à architecture RISC
- Main frame (IBM)
- Super calculateur (CRAY I)

Nous avons exécuté le code de calcul sur l'équipement de l' I.U.T. de Béthune décrit par le synoptique ().

I.2. ENVIRONNEMENT LOGICIEL STANDARD

Le système d'exploitation, logiciel de base de toute machine nue, est la clé de voûte de toute application informatique : il doit pouvoir gérer des quantités importantes de données, partager les ressources et les périphériques en toute

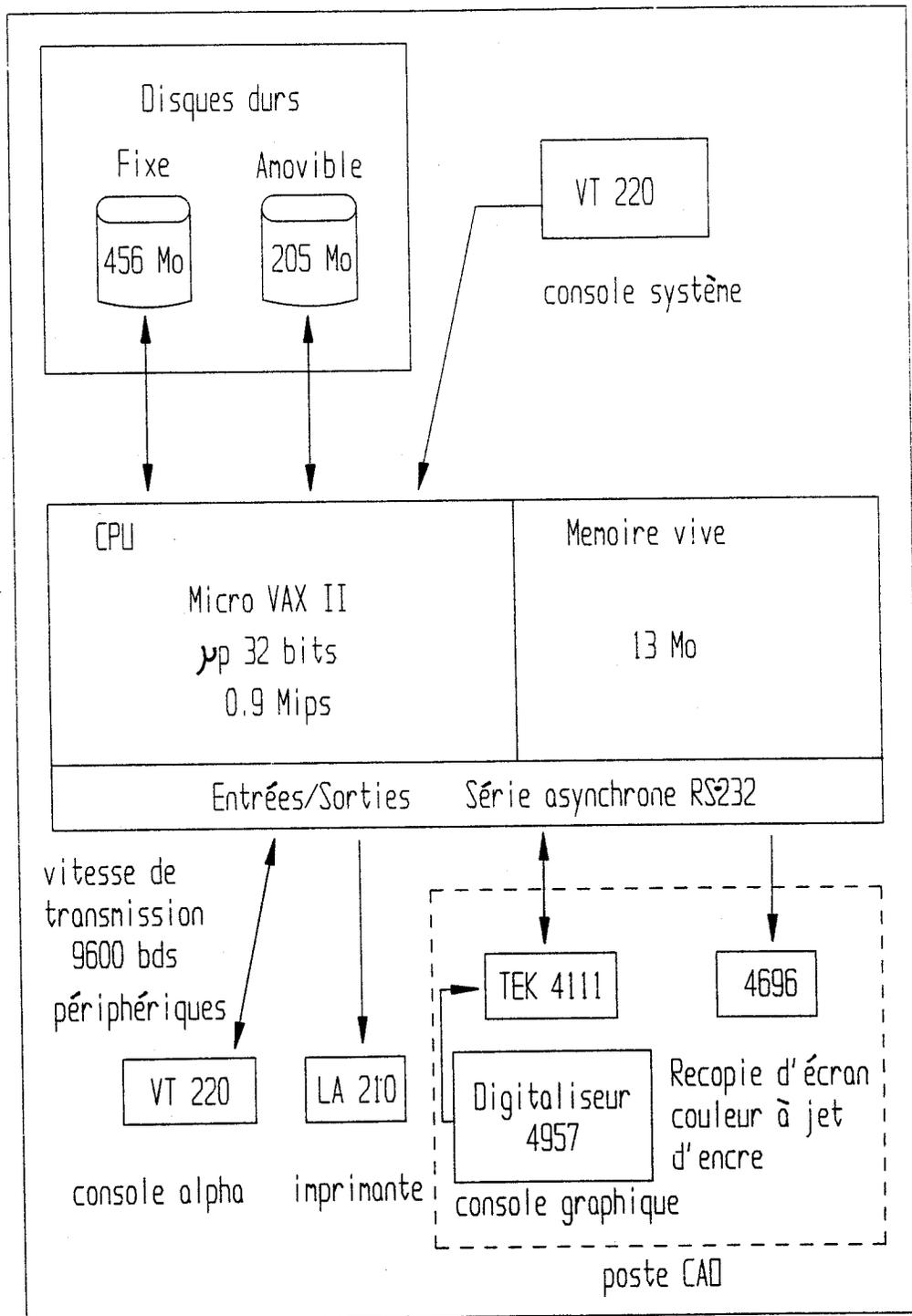


Fig Configuration matérielle du centre CAO/calcul

sécurité, être doté d'un mécanisme de gestion de mémoire virtuelle. L'application peut occuper un espace mémoire plus grand que celui disponible en mémoire vive.

Actuellement, pour les applications scientifiques, les systèmes d'exploitation les plus couramment rencontrés (la puissance du constructeur a son importance) sont :

- VMS sur les matériels de la gamme D.E.C.
- MVS sur les équipements IBM
- UNIX V5 sur les stations de travail

Ce dernier est en passe de devenir le standard de fait des applications C.A.O./calcul.

La plupart de ces logiciels ont été codés en langage évolué FORTRAN 77 compilateur disponible sur toute gamme de matériels et bénéficiant d'une standardisation.

Pour améliorer la portabilité des logiciels graphiques et garder une certaine indépendance vis-à-vis du matériel d'origines diverses, plusieurs normes graphiques se sont imposées :

- GKS (Graphic Kernel System)
- PHIGS pour le 3-D

Enfin avec la prolifération des écrans graphiques haute résolution, l'interface de dialogue homme-machine X-WINDOWS basé sur les menus déroulants et les icônes que l'on peut cliquer à l'aide d'une souris, facilite l'accès aux fonctions d'un système.

I.3. INTEGRATION DE LA FONCTION CALCUL DANS LA CHAINE CFAO

La fonction calcul est devenu un maillon essentiel dans la conception de nouveaux produits, elle permet de valider les caractéristiques de celui-ci et au moyen d'un calcul d'optimisation de réduire les coûts de fabrication. Les différents logiciels (CAO, Calcul de structures, GPAO) communiquent entre eux au moyen d'interface spécialisé :

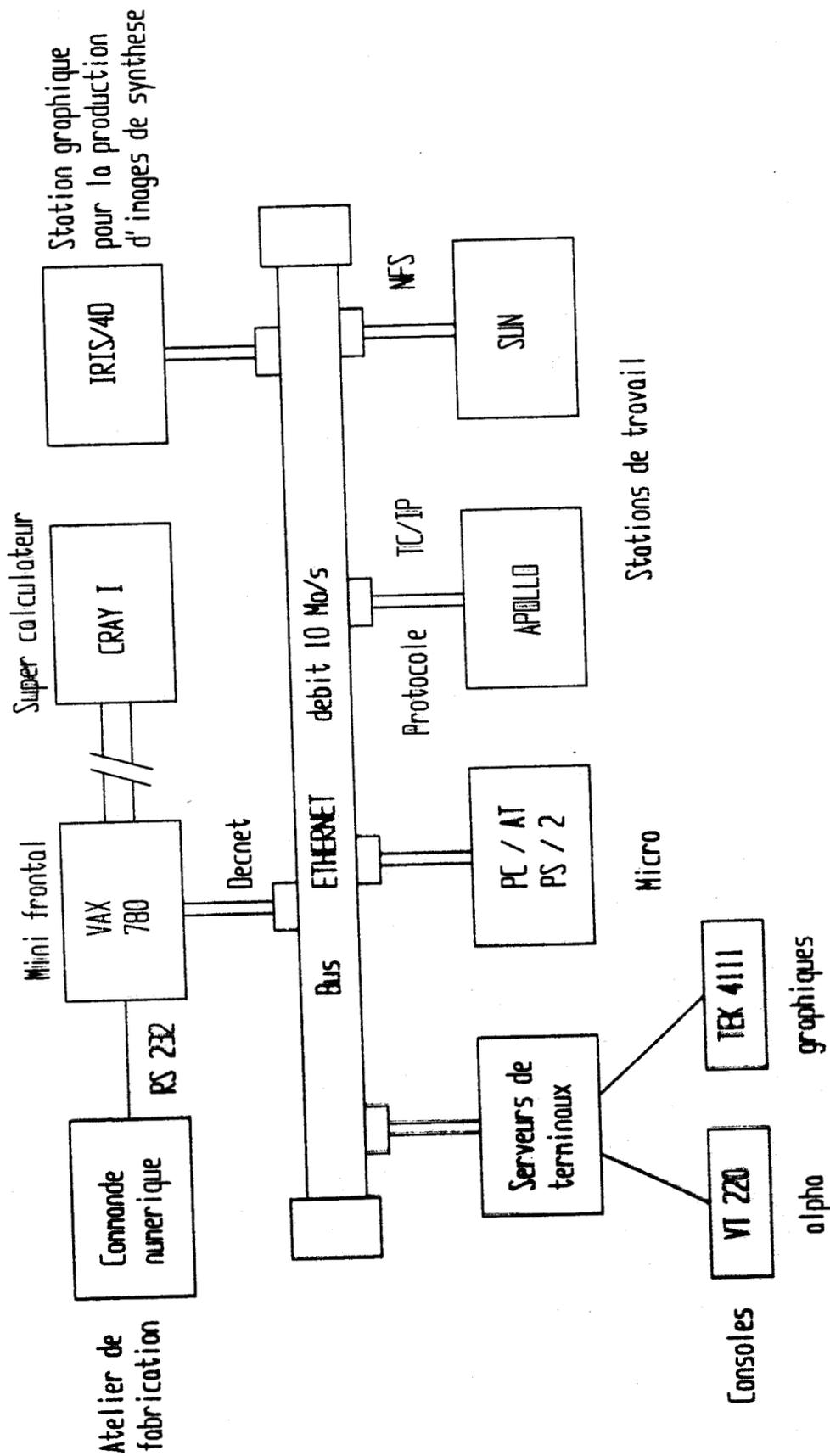


Fig Exemple de configuration heterogene en reseau en I.A.O

- IGES (norme adoptée par les USA pour transférer les entités géométriques de bas niveaux avec la version 2.0 et les entités de maillage avec la version 3.0)
- SET (norme européenne surtout utilisée dans l'aéronautique)

Certains logiciels de CAO possèdent leur propre mailleur et génèrent des entités directement compatibles avec les codes de calculs les plus répandus (NASTRAN, ANSYS).

Enfin l'efficacité d'un bureau d'étude peut se trouver renforcée par la connexion des différents matériels sur réseau local dont le plus répandu est ETHERNET. Le débit théorique de l'information est de 10 Mo/s sur câble coaxial. Sur la figure () nous montrons un exemple de configuration hétérogène

II. CARACTERISTIQUES PRINCIPALES D'UN CODE DE CALCUL

I. 1. STRUCTURE LOGICIELLE ET ENCHAINEMENT DES ETAPES DE MODELISATION

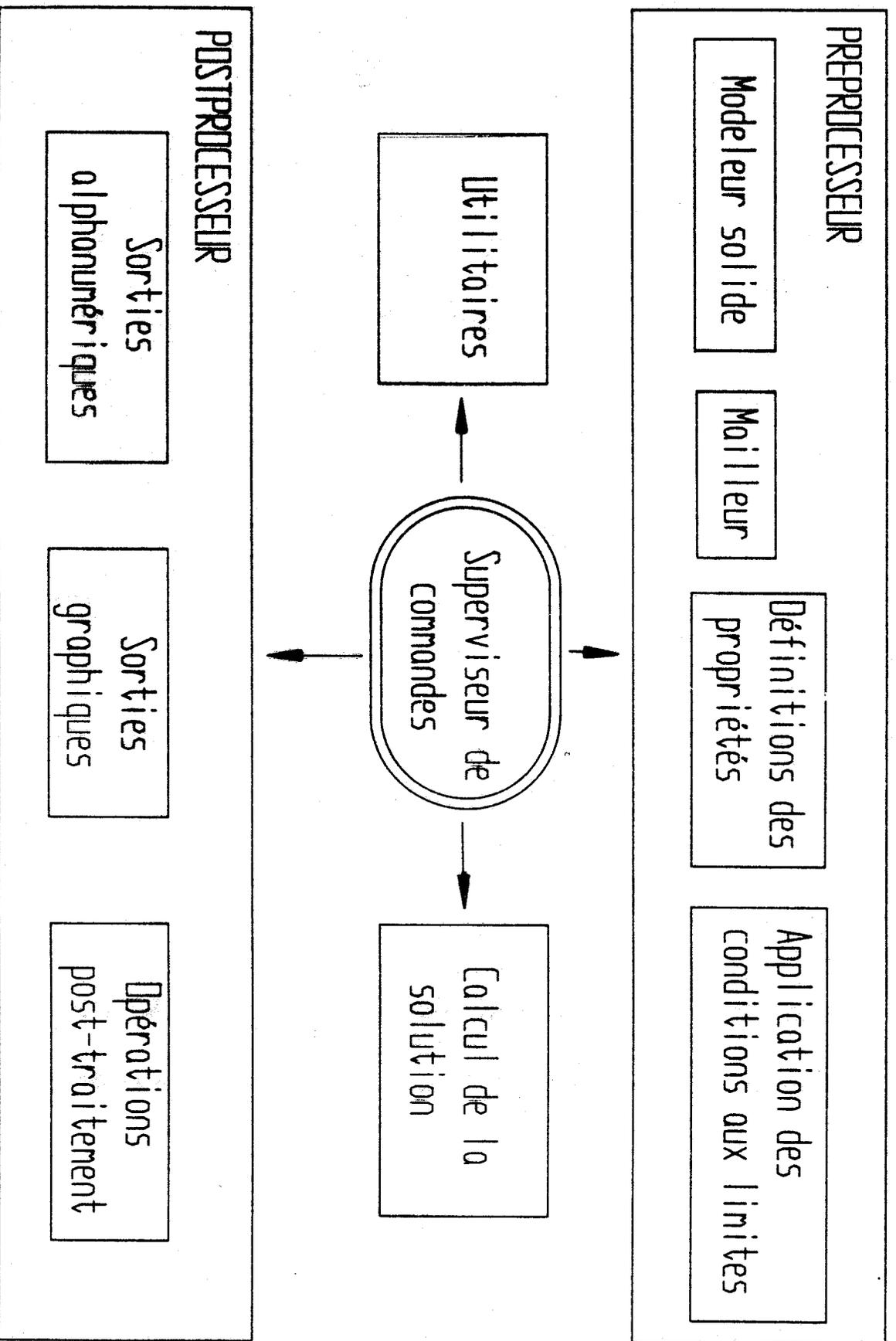


Fig structure logicielle d'un code de calcul

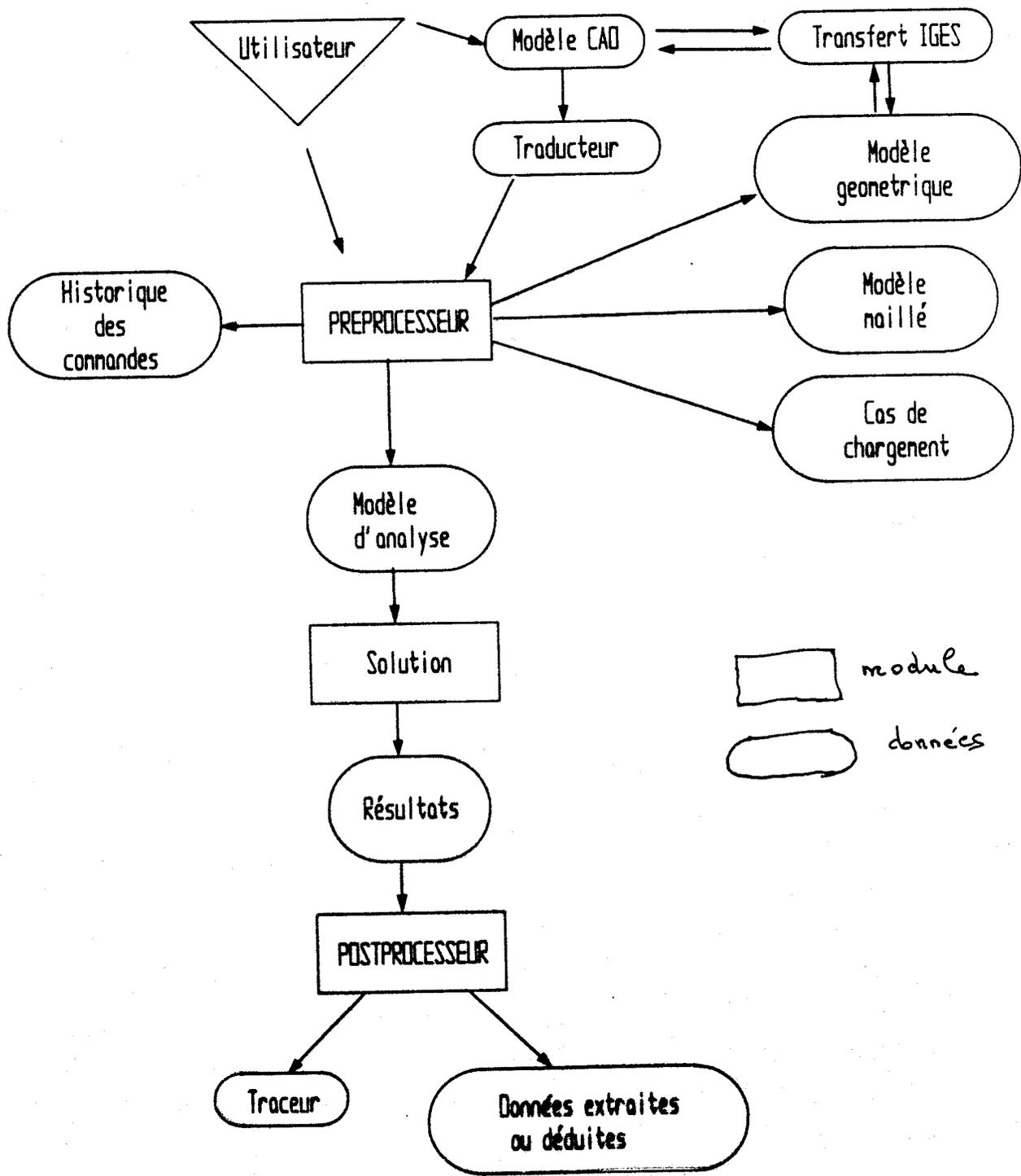


Fig Flot des données dans un code de calcul

II.2. PRETRAITEMENT DES DONNEES DU MODELE

La principale fonction du préprocesseur est de générer un modèle élément fini . Une attention toute particulière doit être apporté à cette phase de conception, la qualité de l'analyse en dépend largement. Ce module comporte une variété d'opérations nécessaires à la définition complète du modèle. Sa construction s'effectue en mode interactif ce qui autorise des modifications immédiates en cas d'erreurs et une modélisation progressive plus sûre.

Des menus d'aide et une documentation en ligne facilitent l'apprentissage du logiciel et apportent une assistance à chacune des étapes de l'analyse.

I.2.1. Description géométrique

La géométrie de l'objet modélisé est générée soit en utilisant des primitives graphiques intégrées au préprocesseur ou soit en le récupérant d'un système C.A.O.

On distingue trois types de modèle géométrique :

- le modèle filaire
- le modèle surfacique
- le modèle solide

Le **modèle filaire** est défini à partir des arêtes de l'objet. Il est relativement facile à produire mais la représentation géométrique de l'objet est incomplète. Il n'existe aucune information sur les surfaces et les portions intérieures de l'objet.

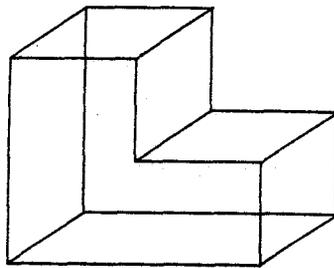


Fig. () - Modèle filaire

Le **modèle surfacique** décrit un objet en définissant toutes les surfaces qui le composent. Celles-ci peuvent être des surfaces gauches (Bézier ou B-spline). Il n'y a pas d'informations sur le contenu intérieur : il est impossible de distinguer un bloc rempli de matière et le même creux.

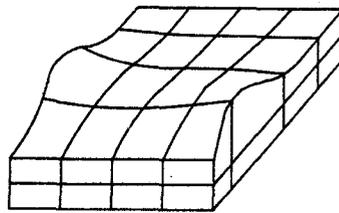


Fig. () - Modèle surfacique

Le **modèle solide** est le seul capable de définir complètement un objet. Il requiert d'avantage de ressources machines (mémoire, temps CPU). En contrepartie, on peut distinguer l'intérieur de l'extérieur d'un objet, calculer certaines propriétés (aire, volume, masse, moment d'inertie...).

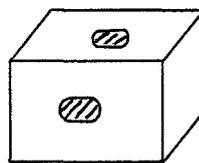


Fig. () - Modèle solide

Le module logiciel chargé de donner une représentation solide de l'objet est appelé **Modeleur**. Il existe principalement deux méthodes de description :

- **C.S.G.** : Construction Géométrique Solide (Constructive Solid Geometry)
- **B-Rep.** : Représentation par frontière (Boundary Representation)

Dans l'approche C.S.G., la construction de l'objet s'effectue à partir de formes géométriques de base appelées primitives (parallélépipède, cylindre, sphère, cône). Des opérateurs booléens (union, intersection, différence) permettent la modification ou l'assemblage d'objets simples jusqu'à l'obtention de la pièce désirée.

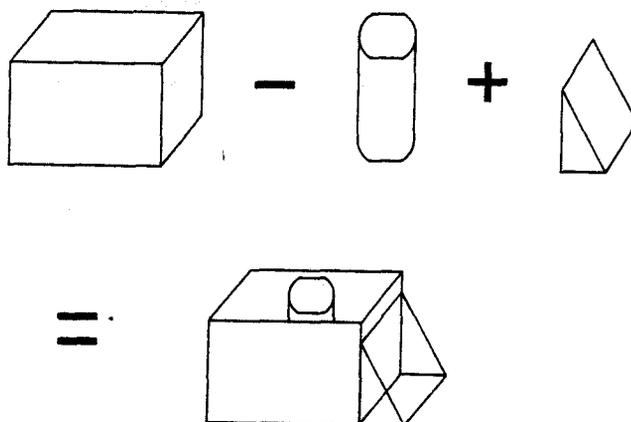


Fig. () - Construction d'un objet avec un modèleur C.S.G.

L'intérêt de cette méthode est qu'elle est conceptionnellement proche de la façon de procéder d'un utilisateur. Par contre, elle s'avère moins précise si les primitives sont "facettisées" et limitée par le jeu restreint de celles-ci à moins d'en créer d'autres.

Dans l'approche B-Rep., un objet est complètement défini à partir d'entités géométriques simples (point, ligne, surface, volume) obéissant aux règles de construction suivantes :

- une ligne est limitée par deux points
- une surface est délimitée par au moins trois lignes ou plus
- un volume est défini par au moins quatre faces ou plus.

La figure () montre un objet décomposé en ses constituants élémentaires.

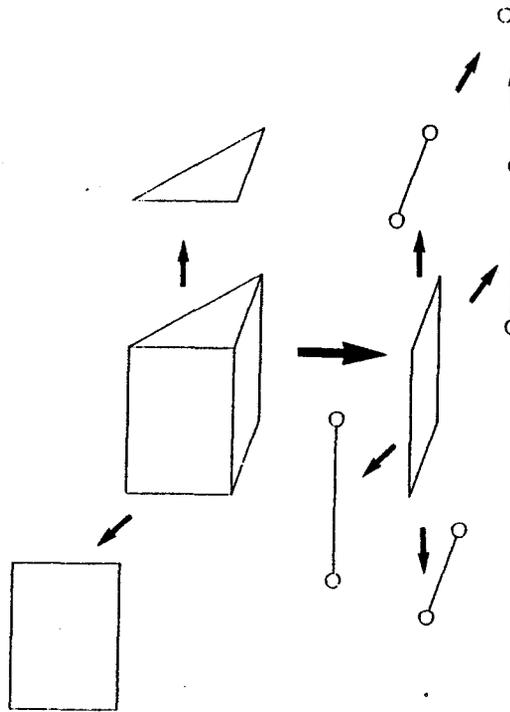


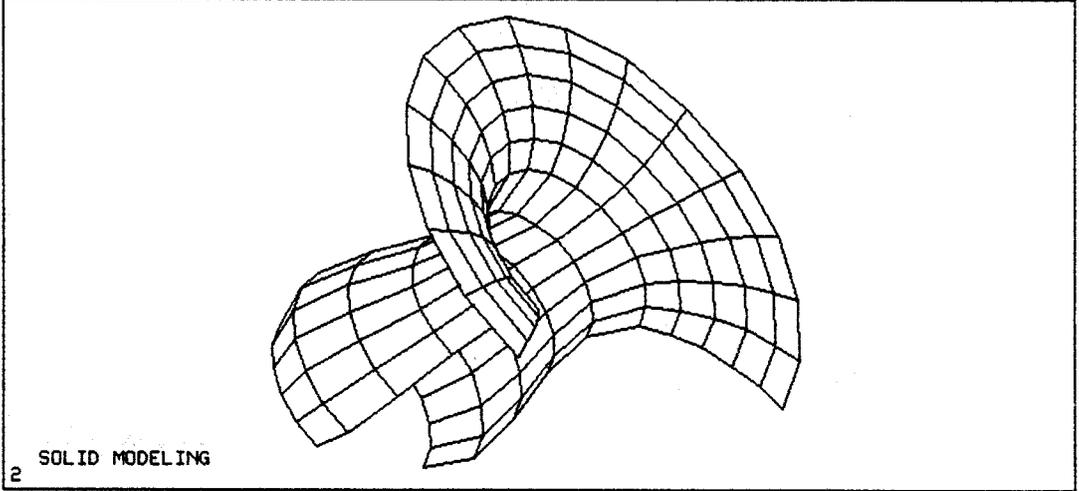
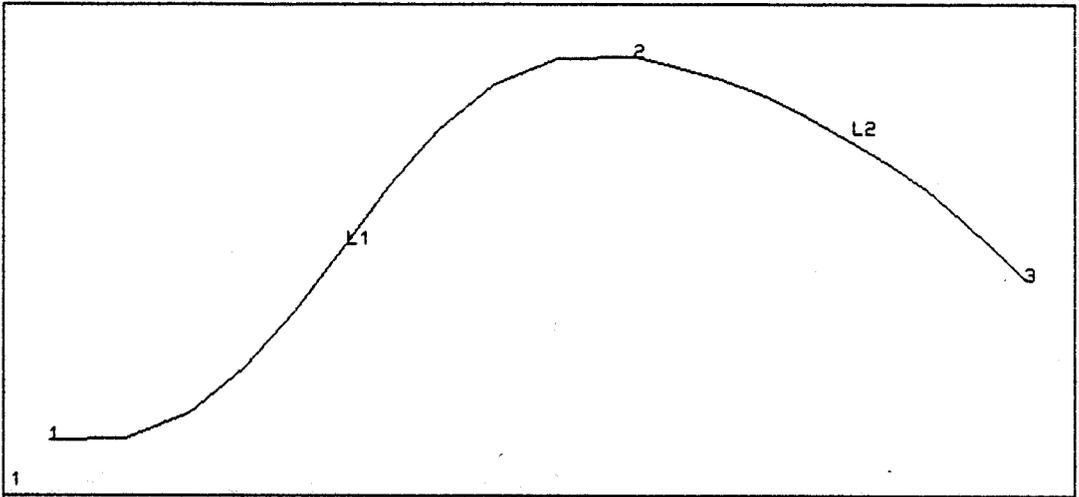
Fig.() - Structure géométrique d'un objet

La représentation mathématique d'un segment se fait au moyen d'une portion de spline cubique délimitée par deux points, celle d'une aire au moyen de surface de Bézier, Coons , B-splines ou Nurbs (Non uniform rationnal B-splines).

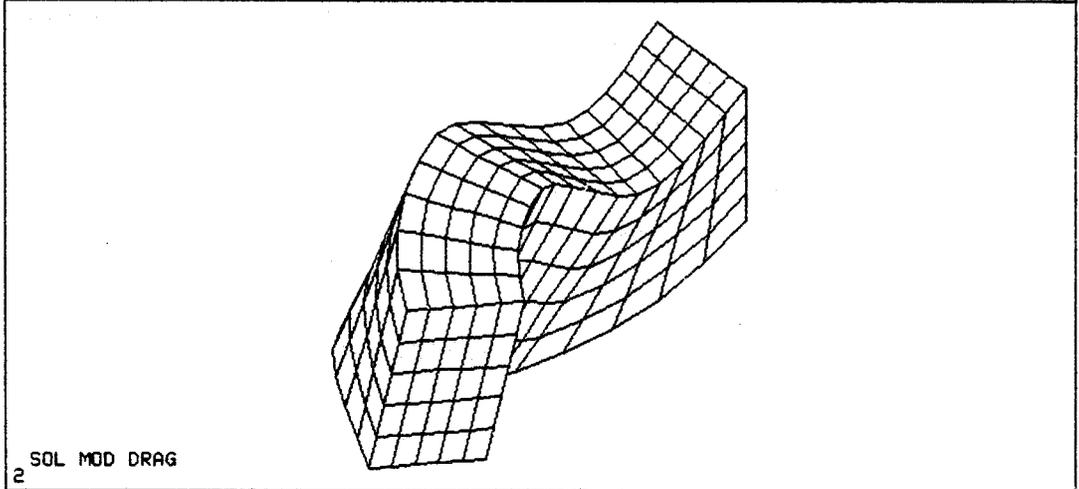
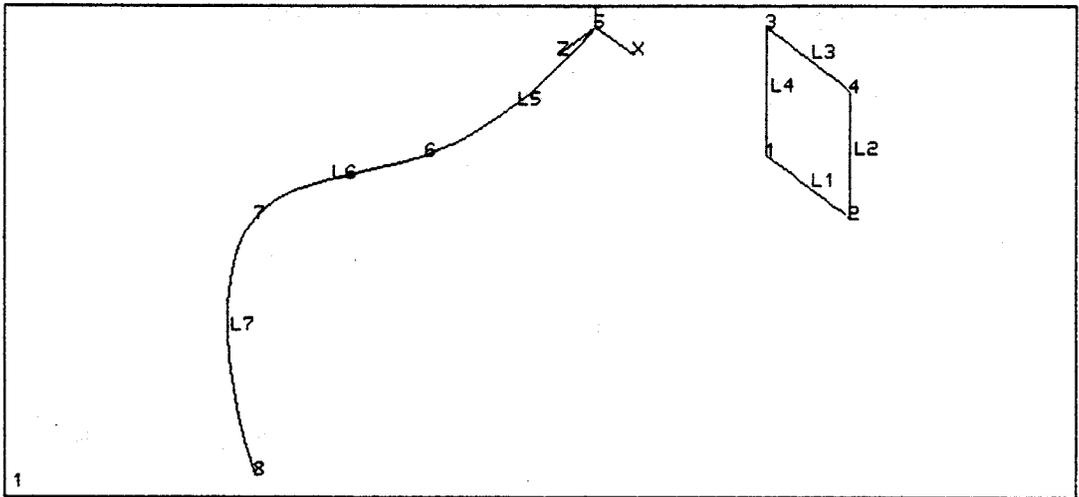
Cette méthode est couramment utilisée dans les modeleurs solides car elle s'adapte facilement à des formes géométriques quelconques et les notions qu'elle met en jeu s'apparentent à celles du dessinateur. La représentation filaire d'un objet peut être facilement obtenue à partir d'un modèle B-Rep, fonction utile lors de la face d'ébauche de celui-ci. Par contre, cette méthode nécessite une place mémoire substantielle, des calculs complexes et les formes régulières telles que les sphères ou cylindres sont approximées.

En général, un modeleur solide possède une panoplie de fonctions facilitant la génération de la géométrie d'un objet : on peut citer par exemple :

- construction segment, arc de cercle, spline
- construction de tangente
- génération de surface et de volume par des opérations de révolution autour d'un axe ou de translation le long d'une génératrice



2 SOLID MODELING



2 SOL MOD DRAG

- tracé automatique de chanfrein et de congé de raccordement

II.2.2. Discrétisation du modèle et génération du maillage

Une fois le modèle géométrique créé, nous disposons de plusieurs méthodes pour générer le maillage. Si le modèle géométrique est simple, nous pouvons le discrétiser directement sans passer par un modeleur, en générant d'abord les noeuds des mailles, puis les éléments :

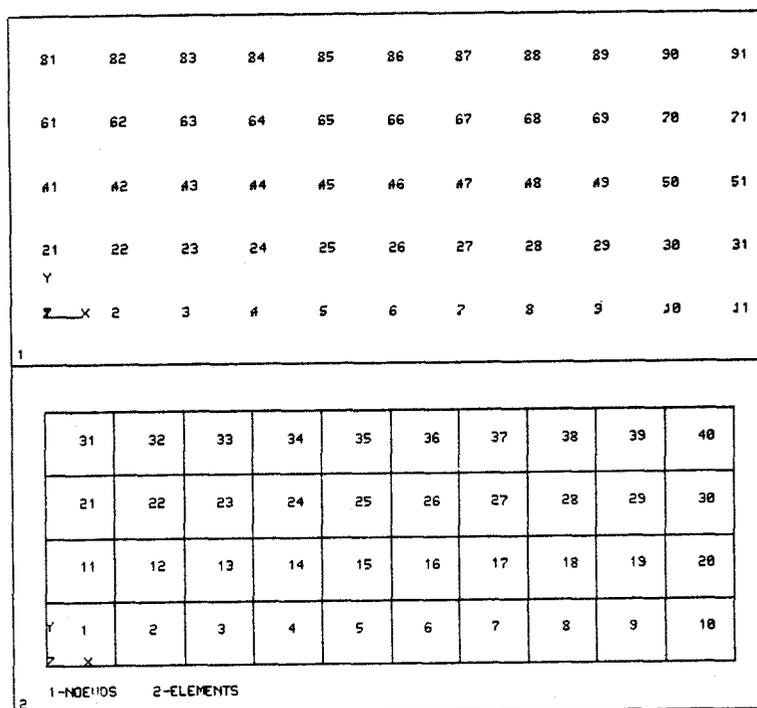


Fig. () - Etape de discrétisation du modèle

Si le modèle est de forme irrégulière, il est judicieux de l'avoir créé au moyen d'un modeleur. Sa géométrie sera alors discrétisée au moyen d'un mailleur capable de générer divers types d'éléments. Il peut fonctionner suivant deux modes :

- mode semi-automatique
- mode automatique.

En mode semi-automatique, la génération du maillage est réglée en indiquant par exemple, sur un des côtés d'un volume, soit un nombre de division, soit un pas de discrétisation. Cette opération peut être faite sur plusieurs côtés ce qui a pour effet de contrôler la densité du maillage.

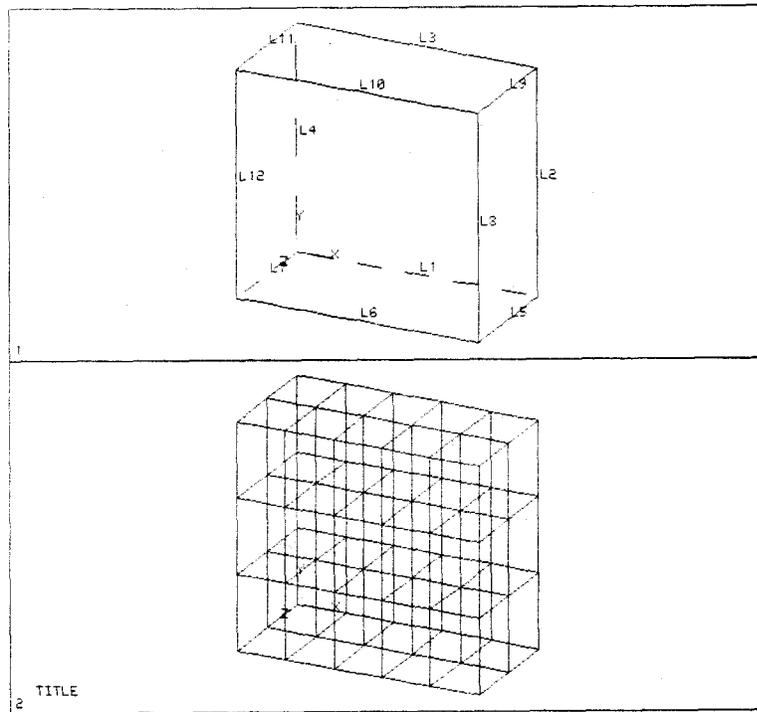


Fig. () - Génération du maillage en mode semi-automatique

En mode **automatique**, on se contente de définir le nombre de division ou le pas de discrétion par défaut et le type d'élément choisi, puis d'appliquer la commande de maillage.

La précision de la modélisation est étroitement lié à la finesse du maillage et au type d'élément. En thermique, on dispose d'une bibliothèque d'éléments spécifiques qui prennent en compte les différents modes de transfert de la chaleur.

En résumé, nous montrons sur un exemple différents types de maillage obtenus sur un même modèle.

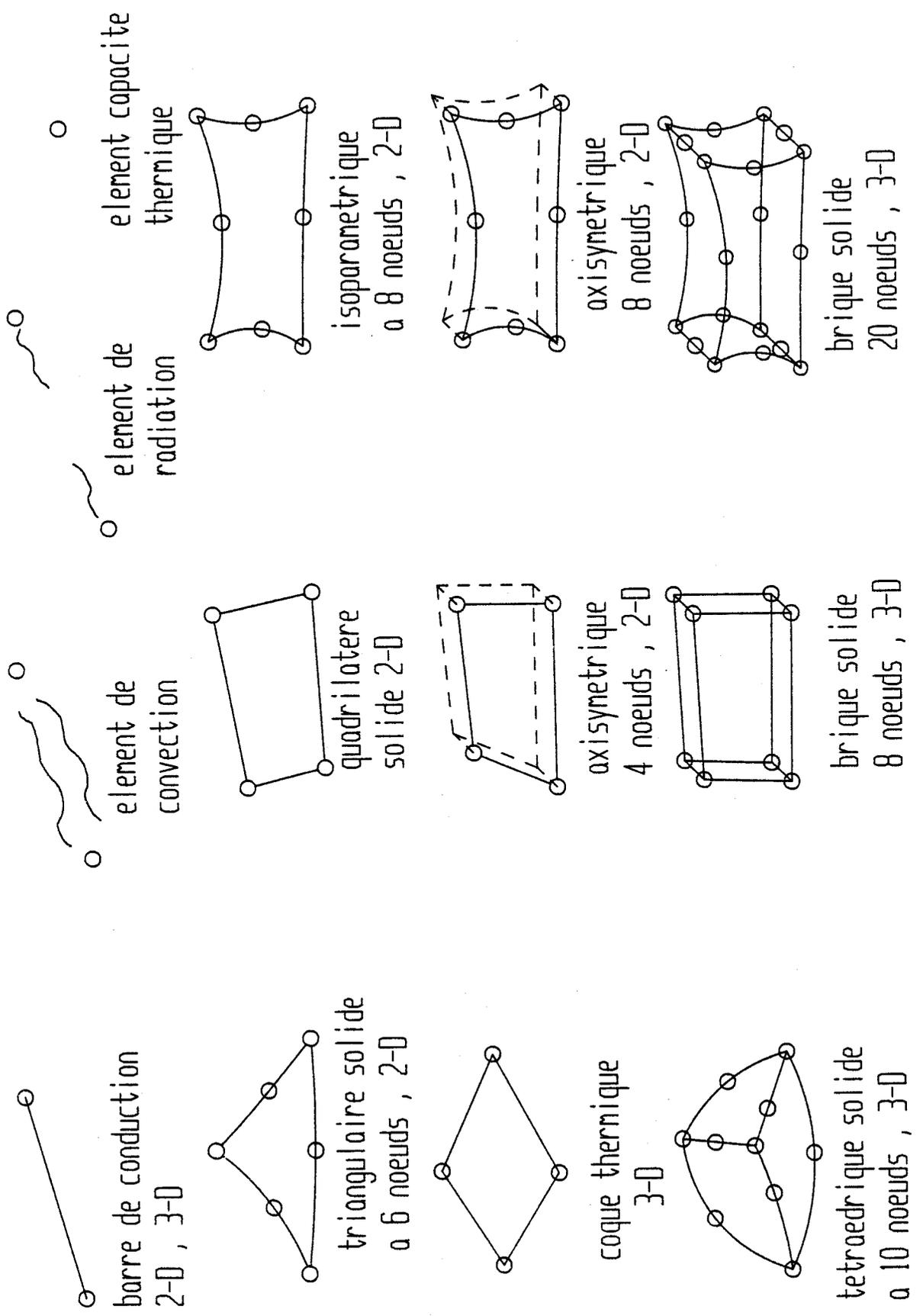
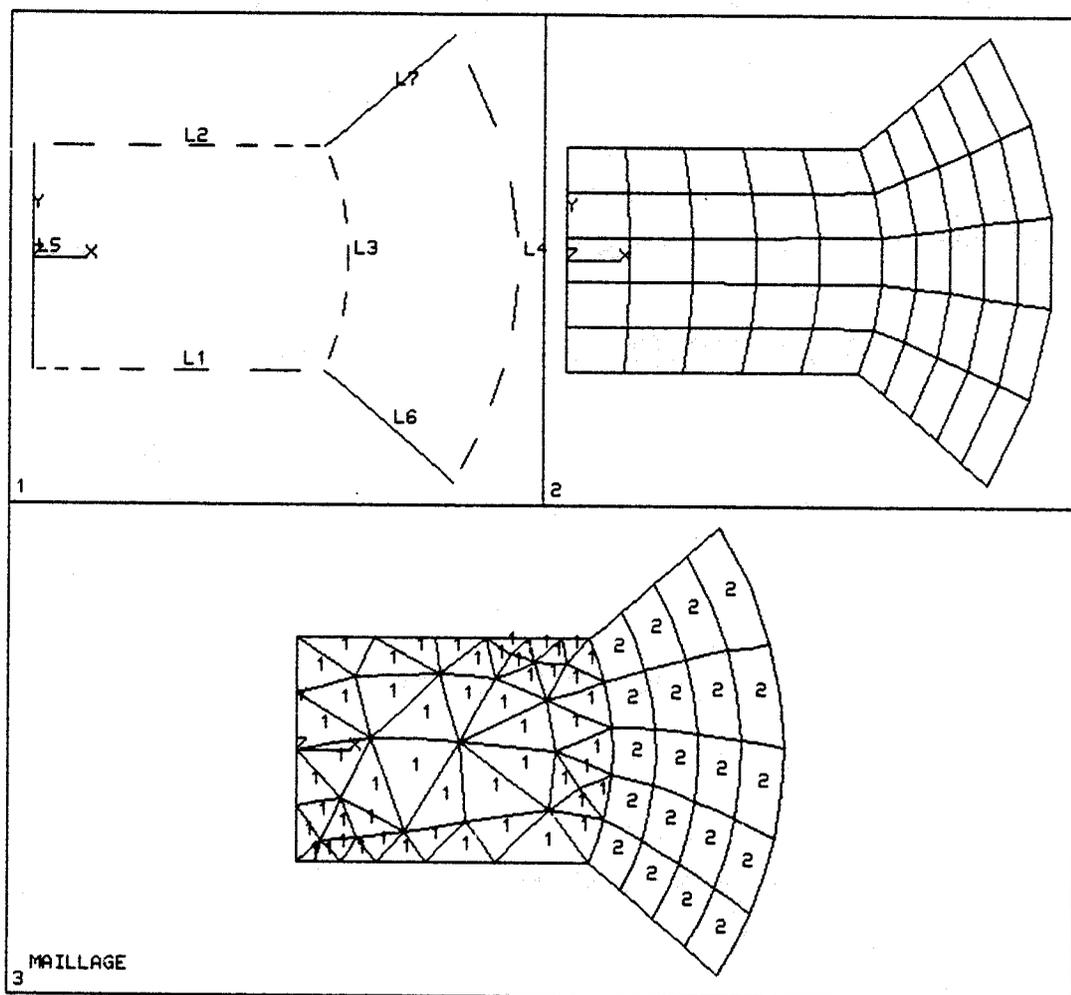


Fig. () - Bibliothèque d'éléments thermiques



Vue 1 - Modèle géométrique

Vue 2 - Maillage avec éléments quadrilatères à 4 noeuds

Vue 3 - Maillage mixte avec éléments triangulaires et quadrilatères

Figure () Exemples de maillage

II.2.3. Spécifications des propriétés physiques

Avant de passer à l'étape d'analyse, il convient de définir les caractéristiques des matériaux utilisés et de les attribuer aux différents sous-domaines constituant le modèle.

Les propriétés peuvent dépendre de la température par exemple pour des phénomènes non linéaires. Ces lois étant décrites par une approximation polynomiale, on introduit uniquement les coefficients du polynôme :

$$Prop(T) = a_0 + a_1 T + a_2 T^2 + a_3 T^3 + a_4 T^4$$

Elles peuvent être éventuellement décrites sous formes tabulées : on explicite alors pour chaque température une valeur correspondante de la grandeur physique.

T	T1	T2	T3	Tn
Prop(T)	P1	P2	P3	Pn

Il est ainsi possible de tenir compte de lois empiriques issues d'une expérimentation.

L'attribution des propriétés peut se faire soit sur le modèle géométrique ou soit en sélectionnant les éléments constituant un sous domaine. La première méthode est plus souple car on n'a pas à se préoccuper de la localisation des éléments lors d'un changement de maillage.

II.3. PHASE DE CALCUL

II.3.1. Régime stationnaire

Une analyse en régime permanent va servir à prédire la distribution du champ de température dans un système à l'équilibre. Les paramètres étant indépendants de la température, l'équation régissant le phénomène d'équilibre se réduit à :

$$[K]\{T\} = \{Q\}$$

Ce système d'équations se résoud par une des méthodes classiques de calcul matriciel.

Lorsque des phénomènes non-linéaires interviennent (matériaux dépendants de la température, condition de rayonnement), la recherche de la solution suit un processus itératif : l'équation de la chaleur est régie par :

$$[K]_i \{T\}_{i+1} = \{Q\}_i$$

Dans ce cas, la matrice de conductivité thermique effective n'est pas constante et doit être évaluée à chaque itération du calcul. A la première itération, on trouve une solution pour une température initiale, aux itérations suivantes, les températures obtenues à l'itération précédente. Ce processus itératif se termine lorsque le nombre d'itérations spécifié par l'utilisateur est atteint, ou lorsque la solution a convergé pour un critère donné. Le nombre d'itérations nécessaires pour obtenir une solution satisfaisante dépend du type de non linéarité. Pour une non linéarité due au matériaux, la solution converge en deux à trois itérations alors qu'il en faut plus d'une dizaine pour un phénomène hautement non linéaire tel que la radiation (présence de terme en T^4)

II.3.2. Régime transitoire

Une analyse transitoire est utilisée pour déterminer l'évolution du champ de température en fonction du temps ou des flux de chaleur dans la structure.

L'équation générale s'écrit alors :

$$[C]\{T\} + [K]\{T\} = \{Q\}$$

L'intégration de ce système s'effectue selon un schéma inconditionnellement stable, celui de Houbolt. Cette méthode numérique utilise une fonction quadratique par rapport au temps t pour approximer la température à un instant donné.

$$T_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$$

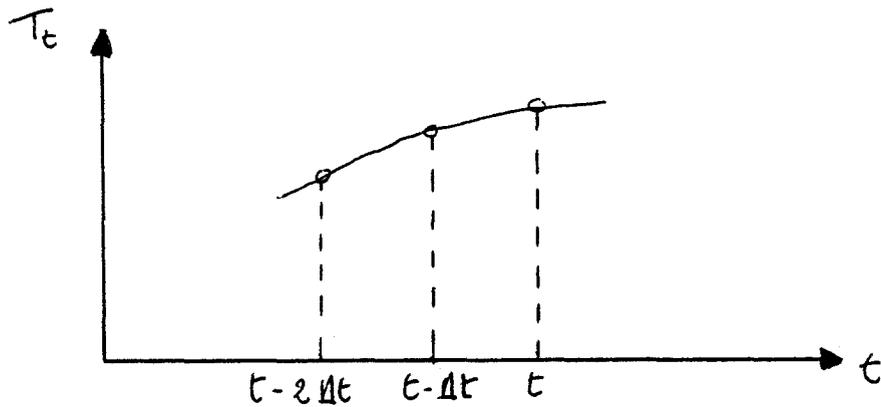


Fig. () -

Pour lever l'indétermination sur les coefficients a_0, a_1, a_2 , on exprime l'équation à trois instants différents ($t - 2\Delta t, t - \Delta t, t$) ce qui donne un système d'équation à trois inconnues.

Le système à résoudre s'écrit finalement :

$$(\beta/\Delta t)[C] + [K]\{T\} = \{Q_t\} + f([C], \{T_{t-\Delta t}\}, \{T_{t-\Delta t}\})$$

Lorsque le gradient thermique est élevé, il est recommandé de choisir un pas de temps Δt tel que :

$$\Delta t \leq \delta^2/4\alpha$$

δ étant la plus petite longueur d'un élément

La convergence vers la solution peut être accélérée en activant une procédure de calcul automatique du pas de temps Δt . Les temps de calcul sont alors réduits de façon significative. Le pas de temps peut augmenter ou diminuer en respectant un critère d'optimisation :

$$T^{max} = \left[\frac{d^2 T}{dt^2} \cdot (\Delta t)^2 \right]_{max \text{ sur tous les noeuds}}$$

T^{max} représente le rayon de courbure de la réponse. Il donne une indication sur la possibilité de faire évaluer le pas de temps.

La quantité T_{max} est évaluée par différences finies, et l'utilisateur se fixe une valeur limite TCR du critère d'optimisation.

Le pas de temps à l'instant $t + \Delta t$ est calculé en fonction de celui de l'instant t selon la relation :

$$\Delta t_{n+1} = \Delta t_n \left(\frac{T^{CR}}{T^{max}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Le choix du pas Δt_{n+1} obéit à des critères supplémentaires pour prendre en compte par exemple les phénomènes de changement de phase.

- Δt_{n+1} est un multiple entier du plus petit pas défini au départ par l'utilisateur

- $4\Delta t_n \geq \Delta t_{n+1} \geq 1/4 \Delta t_n$

- le temps à la dernière itération est celui spécifié par l'utilisateur

III. ILLUSTRATION DE LA METHODE SUR QUELQUES EXEMPLES

III.1. ETUDE D'UN MUR MULTICOUCHE EN REGIME TRANSITOIRE

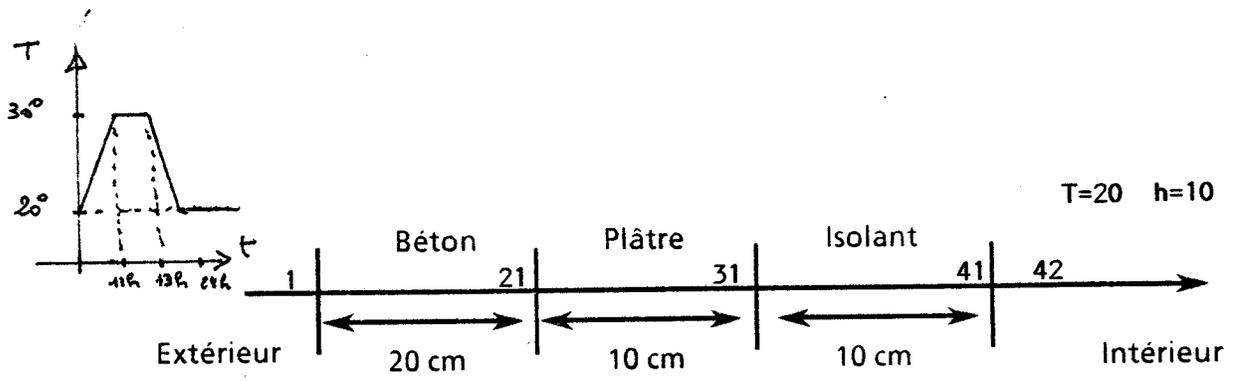
On souhaite étudier l'effet de la position dans un mur multicouche d'un isolant en régime instationnaire. La paroi est constituée de 10 cm de polystyrène, 10 cm de plâtre et 40 cm de béton qui ont pour caractéristiques :

Matériaux	λ	ρ	C
Béton	1,5	2300	1000
Plâtre	0,3	1000	1000
Polystyrène	0,04	40	1400

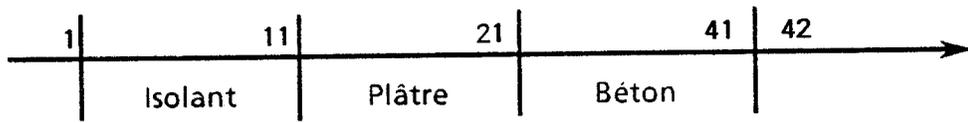
Elle est soumise sur une de ses faces à une condition de convection et à l'autre une condition de Dirichlet variant en fonction du temps simulant un effet d'échauffement sur une période de 24 H.

Dans ce problème, on considère les contacts thermiques parfaits, et les dimensions transversales de la paroi suffisamment grandes par rapport à son épaisseur : le modèle élément fini se réduit à des barres de conduction et de convection

Sur les figures (()) sont représentées les réponses en température et en flux aux noeuds indiqués sur le modèle. Un prolongement de cette étude fait l'objet d'une communication à Eurotherm [].

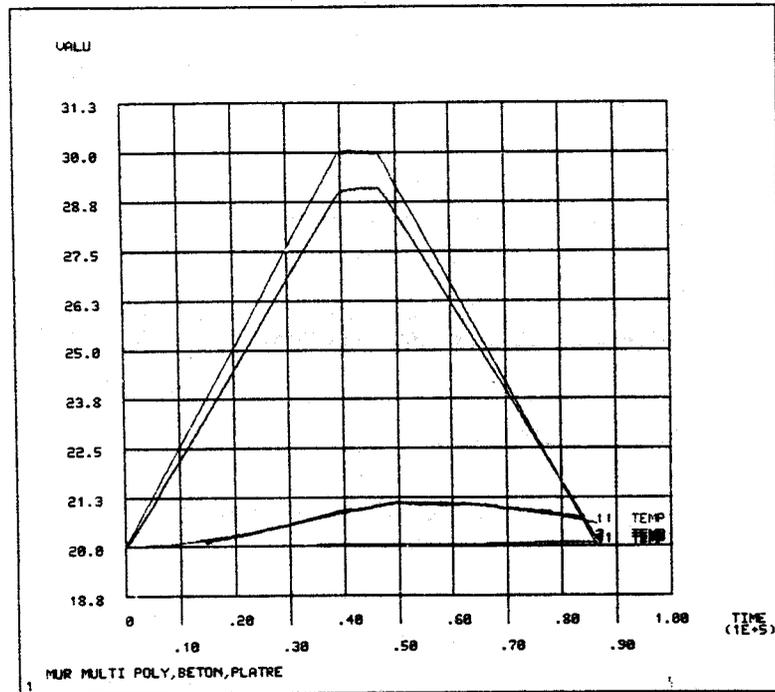
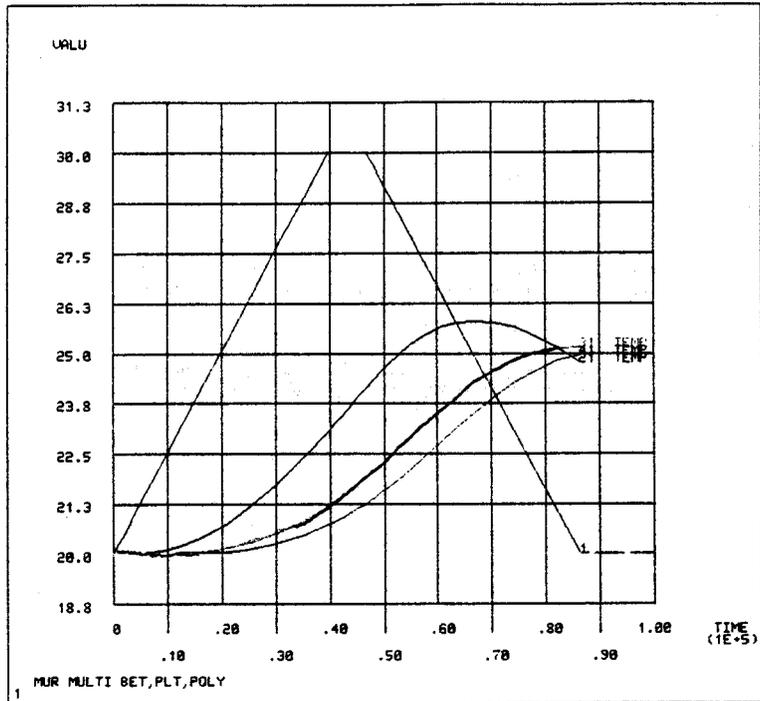


Cas 1 - Isolant intérieur

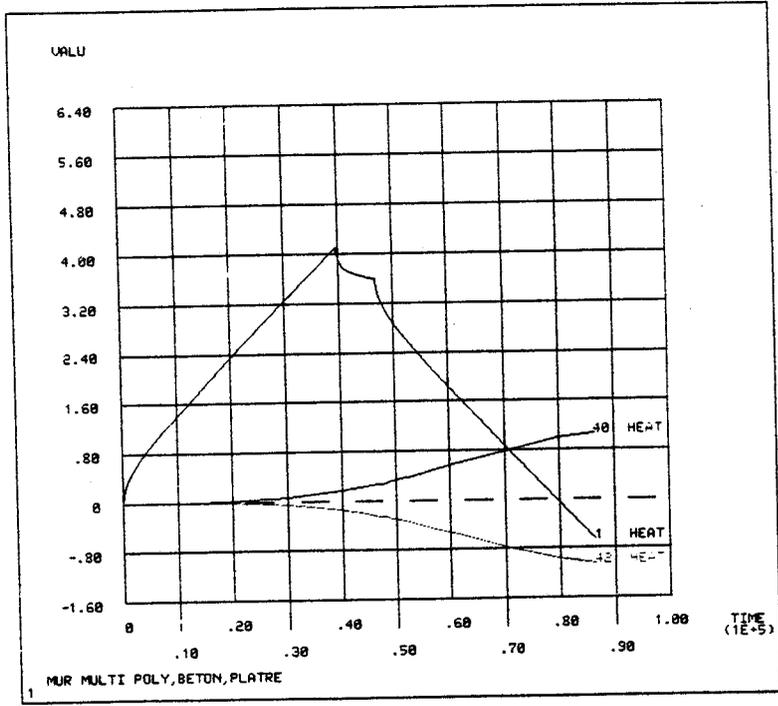
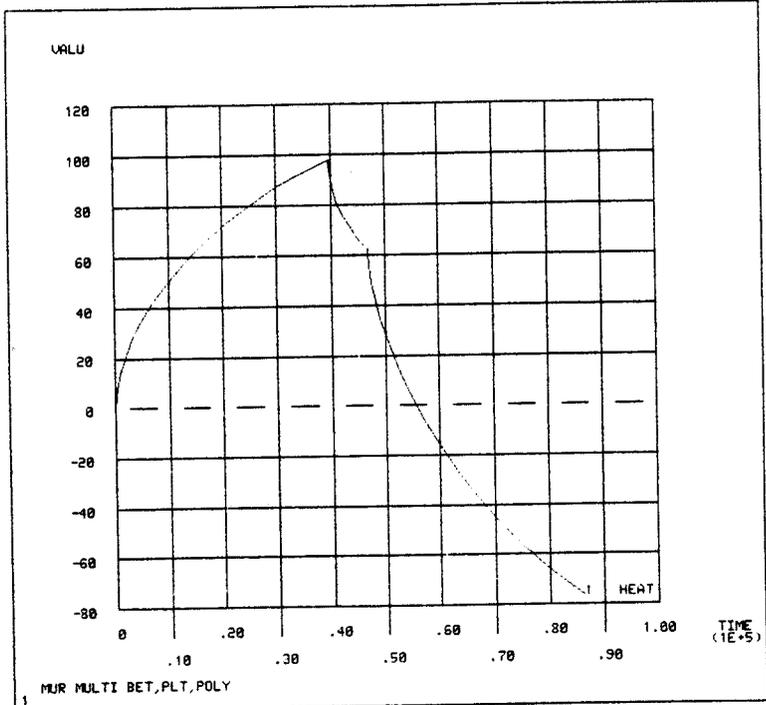


Cas 2 - Isolant extérieur

ANSYS 4.3
JUN 2 1988
12:28:58
POST26
ZU=1
DIST=1.26

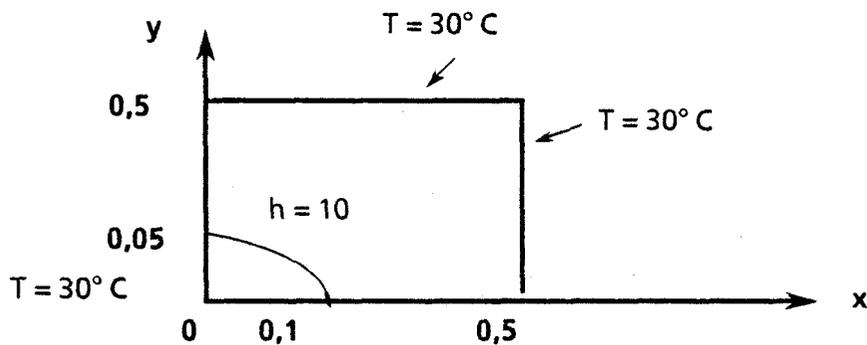


ANSYS 4.3
 JUN 2 1988
 14:53:30
 POST26
 ZU=1
 DIST=1.26



III.2. TRANSFERT DE CHALEUR DANS UNE PLAQUE PERCEE

Le dispositif à étudier est constitué d'une plaque carrée de 50 cm de côté percée en son milieu d'un trou elliptique dont le grand côté est égal à 10 cm et le petit à 5 cm. Cette plaque est soumise à une condition de Dirichlet sur les côtés extérieurs et à une condition de convection au niveau de l'orifice. Etant donné la symétrie du problème, l'étude se limite à discrétiser un quart de la plaque.



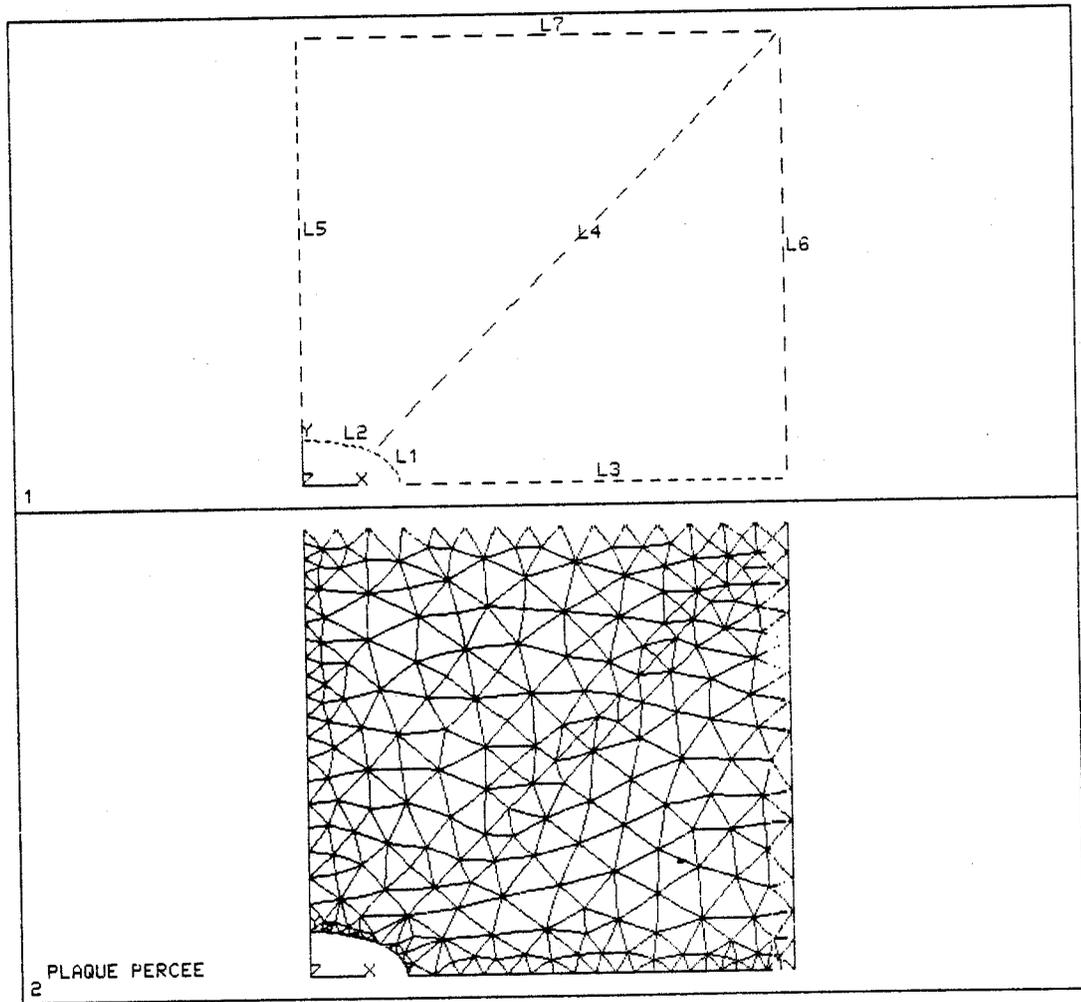
Le matériau considéré est orthotrope :

$$\lambda_x = 1,0$$

$$\lambda_y = 0,5$$

Le modèle élément fini a été obtenu en utilisant une méthode de maillage réglée avec des éléments triangulaires à six noeuds.

Sur les figures () et () sont représentées la carte du champ de température et le tracé vectoriel des flux thermiques.



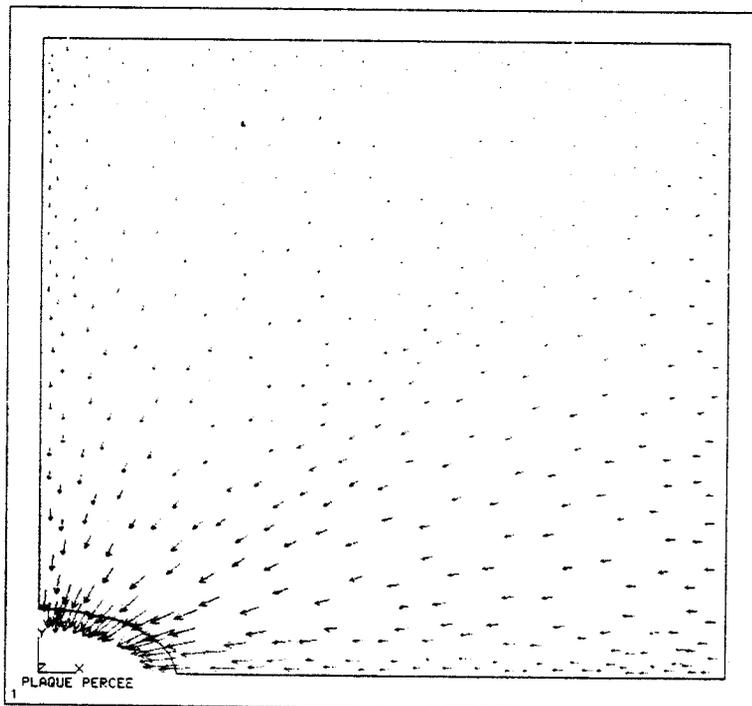
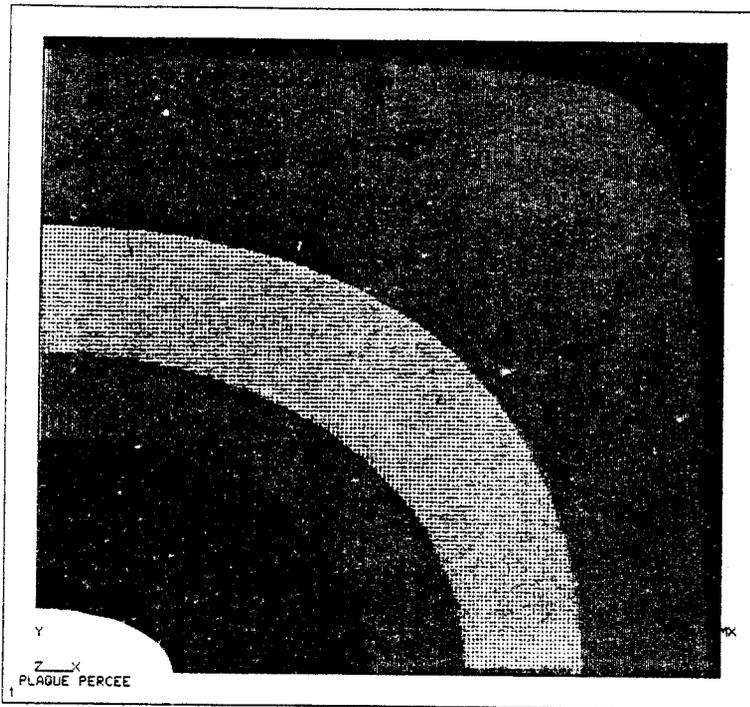
Le matériau considéré est orthotrope :

$$\lambda_x = 1,0$$

$$\lambda_y = 0,5$$

Le modèle élément fini a été obtenu en utilisant une méthode de maillage réglée avec des éléments triangulaires à six noeuds.

Sur les figures () et () sont représentées la carte du champ de température et le tracé vectoriel des flux thermiques.



CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principales possibilités offertes par un code de calcul doté d'interfaces graphiques hautement interactifs et l'aide appréciable qu'il apporte tout au long du processus de modélisation.

De nouvelles générations de logiciels intégreront les derniers concepts informatiques (langage orienté, objet, techniques d'intelligence interficielle). Ce qui donnera une puissance accrue et un confort supplémentaire lors de la modélisation.

BIBLIOGRAPHIE

- [] J.K. AHLBERG
"The theory of splines and their applications"
Academic Press, 1967
- [] P. BEZIER
"Mathematical and practical possibilities of unisurf"
Computer aided geometric design,
Academic Press 1974
- [] COONS
"Surfaces for computer aided design of space forms"
M.I.T. Press, 1967
- [] J. GARDAN, M. LUCAS
"Techniques graphiques interactives"
- [] NEWMANN, SPROUL
"Principles of interactive computer graphics"
Mc Graw Hill, 1979
- [] ENDERLE
"Computer graphics programming"
Springer Verlag, 1984
- [] FOLEY
"Fundamentals of interactive computer graphics"
Addison-Wesley, 1982
- [] American National Standards Institute
GKS Standard document
ANSI X3H3/83-25,1983
- [] American National Standards Institute
PHIGS baseline document
ANSI X3H3/85-21,1985

- American National Standards Institute
"Digital representation for communication of product definition data. IGES"
ANS Y 14.26 M, 1981

- J-C SABONNADIÈRE
"Éléments finis et C.A.O."
Hermès, 1986

- M. BERNADOU
"MODULEF : a library of computer procedures for finite elements analysis"

- J.F. COCHET
"MEF/MOSAIC : Linear, nonlinear finite element code with interactive graphic display"
Volume V, Strucad 86, Paris

- D. HALBRONN
"SYSTUS : An Industrial structural analysis system at the service of industry"
Volume V, Strucad 86, Paris

- J.M. FOUET
"Artificial intelligence in structural analysis"
Volume V, Strucad 86, Paris

- KOHNKE
"ANSYS : Theoretical manual"
Swanson Analysis Systems Inc., Houston, 1986

- DESALVO
"ANSYS User's manual"
Volumes I, II
Swanson Analysis Systems Inc., Houston, 1986

- B. IRONS
"A frontal solution program for finite element analysis"
International Journal for numerical methods in Engineering,
Volume II, n°1, Paris 1970

- Y. GARDAN
"La C.F.A.O. , Introduction , techniques et mise en oeuvre"
Hermès, 1986

- S.J. ROTHSTEIN
"Solid modeling using multiple representations of data"
Volume II, Micad 88, Paris

- J-M. MORIN
"Une approche intégrée à l'ingénierie au moyen de nouvelles techniques de modélisation en C.A.O."
Volume II, Micad 88, Paris

- G. HOUBERT
"Les bases de données en C.A.O."
Micro-systèmes, nov. 1987

- J.F. COCHET
"L'apport de l'optimisation à la conception des pièces"
Volume I, Micad 88, Paris

- J.F. COLONNA
"L'image de synthèse, un outil essentiel en sortie des super-ordinateurs"
Volume I, Micad 88, Paris

- E. CORDONNIER
"La synthèse d'image en complément d'un modelleur C.A.O."
Volume I, Micad 88, Paris

- L. OTER, P. RAZLOZNIK
"Fonction de transfert d'une structure multicouche, application à la caractérisation thermique des matériaux composites feuilletés"
Transferts thermiques dans les matériaux composites -
Eurotherm, Nancy, 1988

- B. MADELBROT
"The fractal geometry of nature"
Freeman and Company, 1983

- J-M. MORIN

"Une approche intégrée de l'ingénierie au moyen de nouvelles techniques de modélisation C.A.O."

MICAD 88, Volume 2, Paris

[] J. MORGAN

"The marriage between solid modeling and finite element technologies"

Fourth annual State-of-the Art Conference on Solid Modeling, 1987

[] D. DREISE

"L'intégration de systèmes hétérogènes dans un réseau local C.A.O. - Une solution contour d'Ethernet TCP/IP"

MICAD 88, volume 2, Paris

CHAPITRE III

APPLICATION A LA MODELISATION DE THERMOPILES A "EFFET THERMOELECTRIQUE DISTRIBUE"

SOMMAIRE

III. 1. MODELISATION 3-D DU CHAMP DE TEMPERATURE DANS UNE JONCTION BIMETALLIQUE DE GRANDE SURFACE

- 3.1.1. Description des jonctions thermoélectriques de grandes surfaces
- 3.1.2. Résultats de la caractérisation expérimentale
- 3.1.3. Description du modèle
- 3.1.4. Conditions limites

III.2. RELATION ENTRE LE CHAMP DE POTENTIEL ELECTRIQUE DETECTEE ET LE FLUX THERMIQUE INDUCTEUR

- 3.2.1. Conducteurs homogènes
- 3.2.2. Jonction thermoélectrique de grande surface

III.3. SIMULATION NUMERIQUE EN REGIME PERMANENT

- 3.3.1. Différence de température maintenue constante entre les surfaces extérieures du fluxmètre
- 3.3.2. Flux imposés sur les faces externes du fluxmètre
- 3.3.3. Echange convectif sur la face supérieures

III.4. LES PROBLEMES POSES PAR L'OPTIMISATION DE LA SENSIBILISATION DU FLUXMETRE

- 3.4.1. Influence de l'épaisseur
- 3.4.2. Influence du contraste de conductivité
- 3.4.3. Effet de la forme géométrique du motif

III.5. ETUDE EN REGIME TRANSITOIRE

- 3.5.1. Etablissement d'un échelon de différence de température entre les surfaces externes du fluxmètre
- 3.5.2. Etablissement d'une sollicitation convective en "échelon"

III.6. APPLICATION A LA CONCEPTION DE CAPTEURS THERMIQUES

- 3.6.1. Sensibilité aux échanges convectifs
- 3.6.2. Sensibilité aux échanges radiatifs

III.1.. MODELISATION 3.D DU CHAMP DE TEMPERATURE DANS UNE JONCTION BIMETALLIQUE DE GRANDE SURFACE

L'objectif de cette partie est le calcul de la sensibilité de capteurs thermiques intégrant des jonctions bimétalliques de grandes surfaces. Lorsqu'une telle jonction est intégrée dans un capteur thermique, le contact entre les deux métaux n'est pas forcément isotherme et la théorie classique de l'effet thermoélectrique ne peut être appliquée. Les interactions thermoélectriques sont "distribuées" sur toute la surface du contact bimétallique et la modélisation 3.D du champ de température dans l'épaisseur des conducteurs de la jonction est nécessaire pour déterminer la sensibilité de ces capteurs.

3.1.1..Description des jonctions thermoélectriques de grandes surfaces

Les jonctions bimétalliques sont réalisées à partir de circuits imprimés bimétalliques. Le mode de fabrication consiste à recouvrir une feuille métallique d'un métal noté 1 d'épaisseur (25 microns), d'électrodes plaquées de grande conductivité et de faible épaisseur (métal noté 2,5 microns d'épaisseur). Dans les réalisations actuelles le support 1 est en constantan et les électrodes sont en cuivre déposé par voie électrolytique. Ces jonctions de surface de l'ordre du millimètre carré sont connectées en série de façon à réaliser des thermopiles de grande sensibilité. *Fig.1.*

Un support continu comportant une succession de dépôts électrolytiques constitue une thermopile. Seuls les dépôts électrolytiques de forme dissymétriques permettent la mesure des flux thermiques en créant un champ de température non uniforme et non symétrique dans l'épaisseur du circuit thermoélectrique.

Sur les figures 1a et 1b, les lignes frontières de l'électrode ont été rendues dissymétriques.

Sur les figures 1c, la dissymétrie a été accentuée par gravure simultanée du support continu.

Sur la figure 1d, la dissymétrie est due à la présence d'un "trou gravé" au voisinage de la ligne frontière des dépôts électrolytiques.

Le circuit bimétallique est facile à fabriquer suivant la technologie des circuits imprimés. Partant d'un laminé de constantan d'épaisseur 25 microns ,

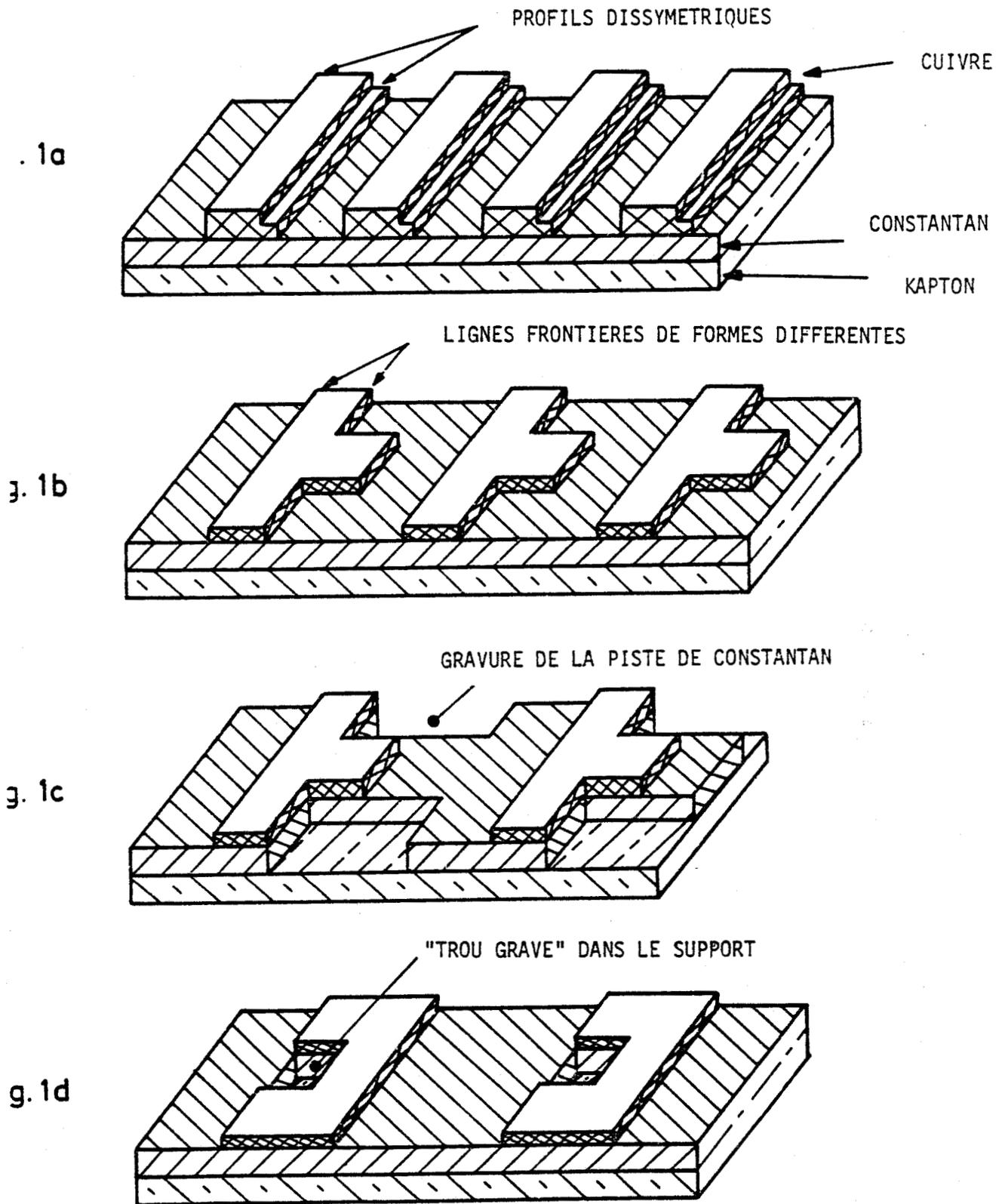
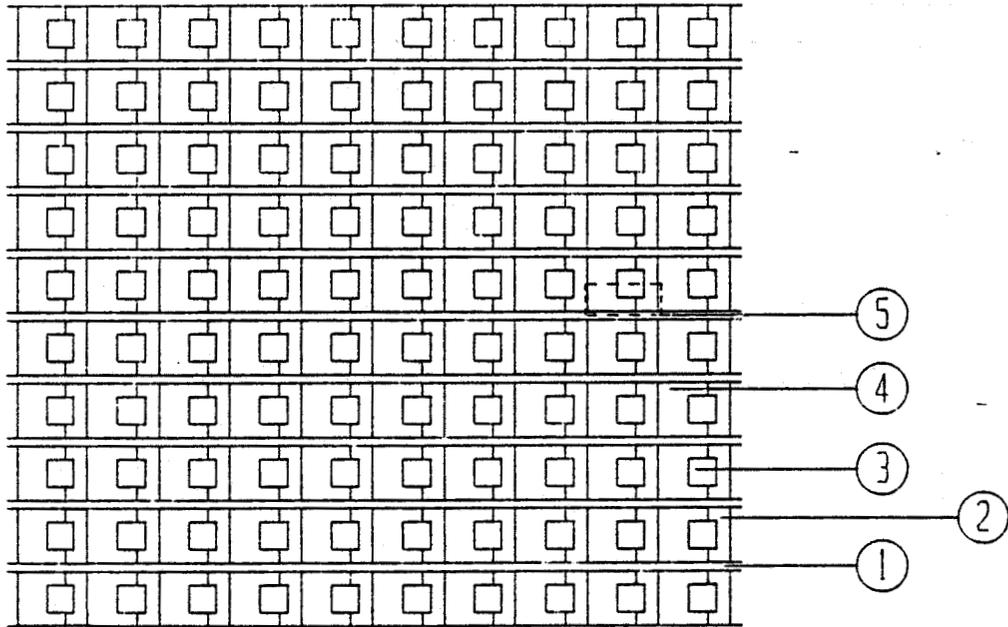


FIGURE 1 : ELECTRODES PLAQUEES DISSYMETRIQUES SUR UN SUPPORT DE CONSTANTAN



DETAIL DU CIRCUIT THERMOELECTRIQUE

(1) Bande isolante , (2) Ruban de constantan

(3) Trou , (4) Depot de cuivre , (5) Cellule elementaire

Figure 1e - Circuit thermoélectrique

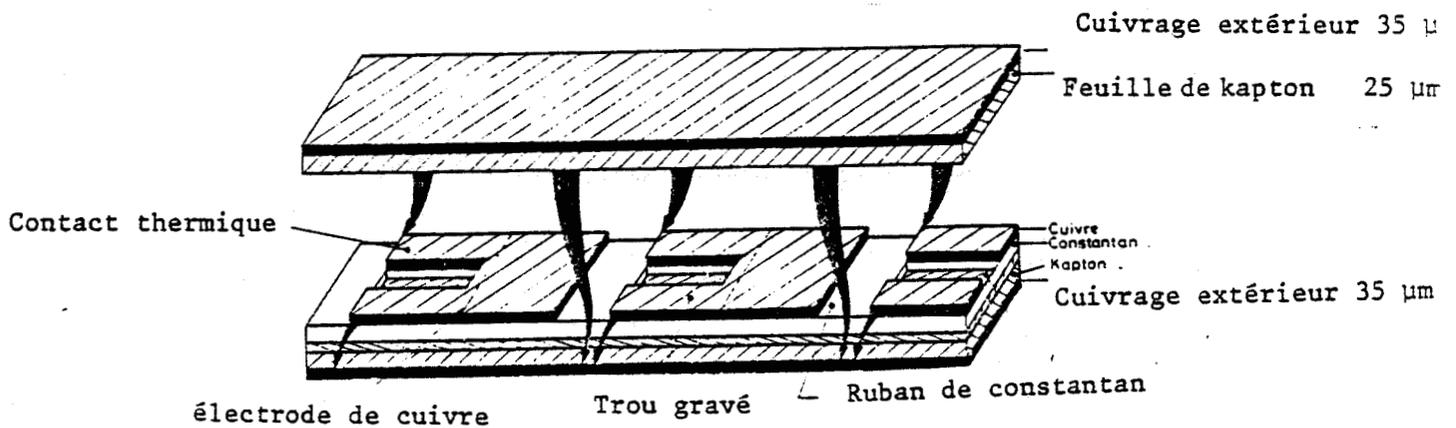


Figure 2 - Thermopile disposée entre deux feuilles de "kapton cuivré" pour réaliser un fluxmètre thermique

commerciallement disponible sur support kapton d'épaisseur comprise entre 25 et 50 μ , une couche de cuivre de 5 μ est déposée par voie électrolytique sur toute la surface du constantan. Les régions non cuivrées de la thermopile sont alors obtenues à l'aide d'une attaque chimique du seul dépôt de cuivre laissant le constantan intact. Les pistes de la thermopile sont ensuite gravées par attaque chimique du constantan.

Lorsque le circuit bimétallique est disposé entre deux feuilles de kapton cuivré (25 μ de kapton, 35 μ de cuivre sur les faces externes (figure 2), l'expérience montre que les structures multicouches obtenues constituent des capteurs délivrant une f.e.m. proportionnelle au flux thermique traversant le plan de mesure de la thermopile.

3.1.2. Résultats expérimentaux //

De nombreuses expériences ont été réalisées sur des fluxmètres de surface utile 1,6 dm² (12,5cm x 12,5cm). Les meilleurs résultats ont été obtenus avec le modèle 1d à "trous gravés".

Le modèle à "trous gravés" ayant un intérêt pratique, nous nous sommes limités à ce type particulier géométrique et avons développé une modélisation numérique de façon à interpréter les résultats expérimentaux.

Compte tenu de la périodicité de l'arrangement des cellules dans le plan de mesure nous avons représenté (fig.3) une demi-cellule de fluxmètre coupée dans le sens de la longueur :

- ~ la longueur totale est $x_{\max} = 3,8 \text{ mm}$
- ~ la largeur totale est $y_{\max} = 1,2 \text{ mm}$
- ~ l'épaisseur de la région cuivrée = 30 microns

Le "trou gravé" est centré sur la largeur de la cellule ; il commence à 0,4 mm de la ligne frontière de la région cuivrée.

- ~ sa longueur est de 1,5 mm
- ~ la largeur est de 0,4 mm

Les feuilles de kapton cuivré (matière polymide) disposées de part et d'autre de la cellule ont des épaisseurs de 25 et 50 microns et sont recouvertes de cuivre électrolytique de 35 microns d'épaisseur.

L'étude expérimentale de ce fluxmètre thermique a montré que la résistance thermique du capteur était égale à

$$R = 5,9 \pm 0,8 \cdot 10^{-4} \text{ K/W/m}^2$$

La surface de chaque cellule étant de $4,56 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$, chaque cellule a une résistance thermique égale ($129 \pm 18 \text{ K/W}$)

La sensibilité est égale à :

$$s = 6,19 \mu \text{ V/Wm}^2$$

Pour une différence de température de 1 K entre les faces extérieures du fluxmètre, le flux en traversant chaque demi-cellule est égal à 7,73 mW et la tension électrique détectée entre les extrémités de chaque cellule est de 5,35 μV .

Pour caractériser le couplage thermoélectrique distribué dans la structure, nous utiliserons la sensibilité de la cellule divisée par le flux inducteur traversant la surface de la cellule :

$$s = \frac{5,35}{7,73 \cdot 10^{-3}} \approx 700 \mu \text{ V/W}$$

Ce coefficient caractérise la chaîne thermoélectrique puisque lorsque le nombre de cellules est multiplié par 2 la tension détectée est également multipliée par 2 mais le flux inducteur étant également multiplié par 2, le coefficient de sensibilité de la thermopile à deux éléments reste inchangé

La surface des capteurs utilisés en pratique est voisine de $1,7 \text{ dm}^2$ et le nombre de cellule est voisin de 1850 - fig. (1e). Pour une différence de température de 1 K entre les surfaces extérieures du fluxmètre, le flux traversant la surface de mesure est égale à 28,65 W soit 1790 W/m^2 et la tension détectée par le capteur est voisine de 130 mV.

3.1.3. Description du modèle

Les valeurs des caractéristiques thermiques et thermoélectriques des matériaux constituant la cellule fluxmétrique sont données dans le tableau suivant :

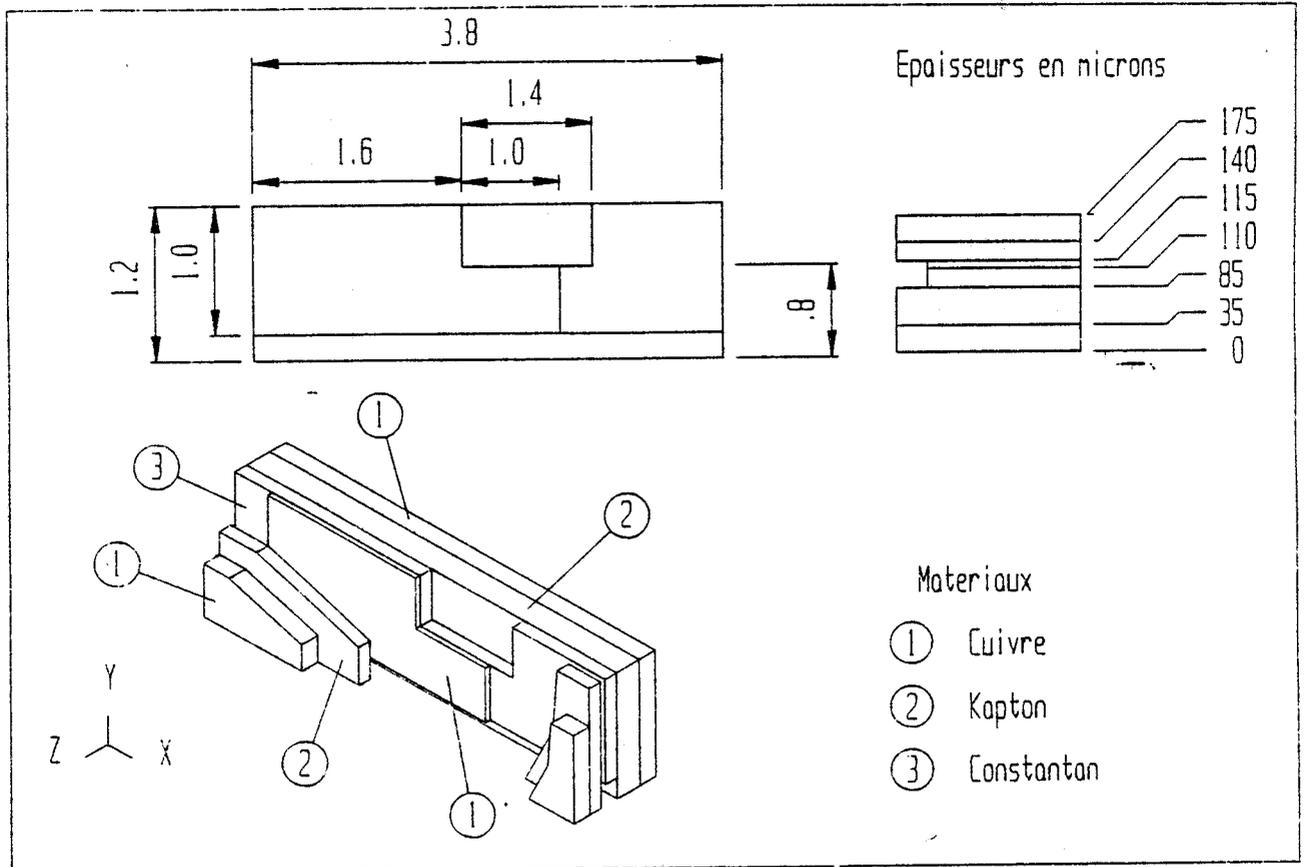


Figure 3 - Modèle géométrique d'une demi-cellule fluxmétrique

Caratéristiques matériaux	conductivité thermique W/mK	Pouvoir thermoélectrique $\mu\text{V/K}$	Chaleur volumique $\rho C(\text{J/m}^3)$ $\rho c \times 10^{-6} \text{ J/m}^3$
CUIVRE.	398		3,45
CONSTANTAN	23	3	3,42
KAPTON	0,156	- 38	1,55
AIR	0,025		$1,2 \cdot 10^{-6}$

Chacune des couches a été découpée en éléments ou "briques" de $0,2 \text{ mm} \times 0,2 \text{ mm}$ de surface dans la direction perpendiculaire à l'épaisseur. L'épaisseur des éléments est égale aux épaisseurs de chacune des couches constituant la structure multicouche. La figure 4 représente le maillage en "briques" dans plusieurs plan de section droite de la structure multicouche

3.1.4. Conditions limites

Les conditions aux limites utilisées dans la modélisation ont été obtenues par analyse des conditions d'expérimentation. La disposition symétrique des cellules conduit à prendre une condition d'isolation sur les faces latérales de la demi-cellule modélisée :

soit pour

$$y = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

$$y = y_{max} \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0$$

La périodicité du motif élémentaire conduit à rendre périodique le champ de température suivant la direction axiale de la thermopile. Cette condition de périodicité est appliquée sur les faces extrêmes de la cellule

$$T(0, y, z) = T(x_{max}, y, z)$$

Remarques : Toutes les équations et contraintes régissant le champ de température ont été écrites en négligeant la composante thermoélectrique du flux énergétique. Cette approximation est vérifiée en pratique compte tenu de la faible valeur du coefficient de couplage thermoélectrique des conducteurs.

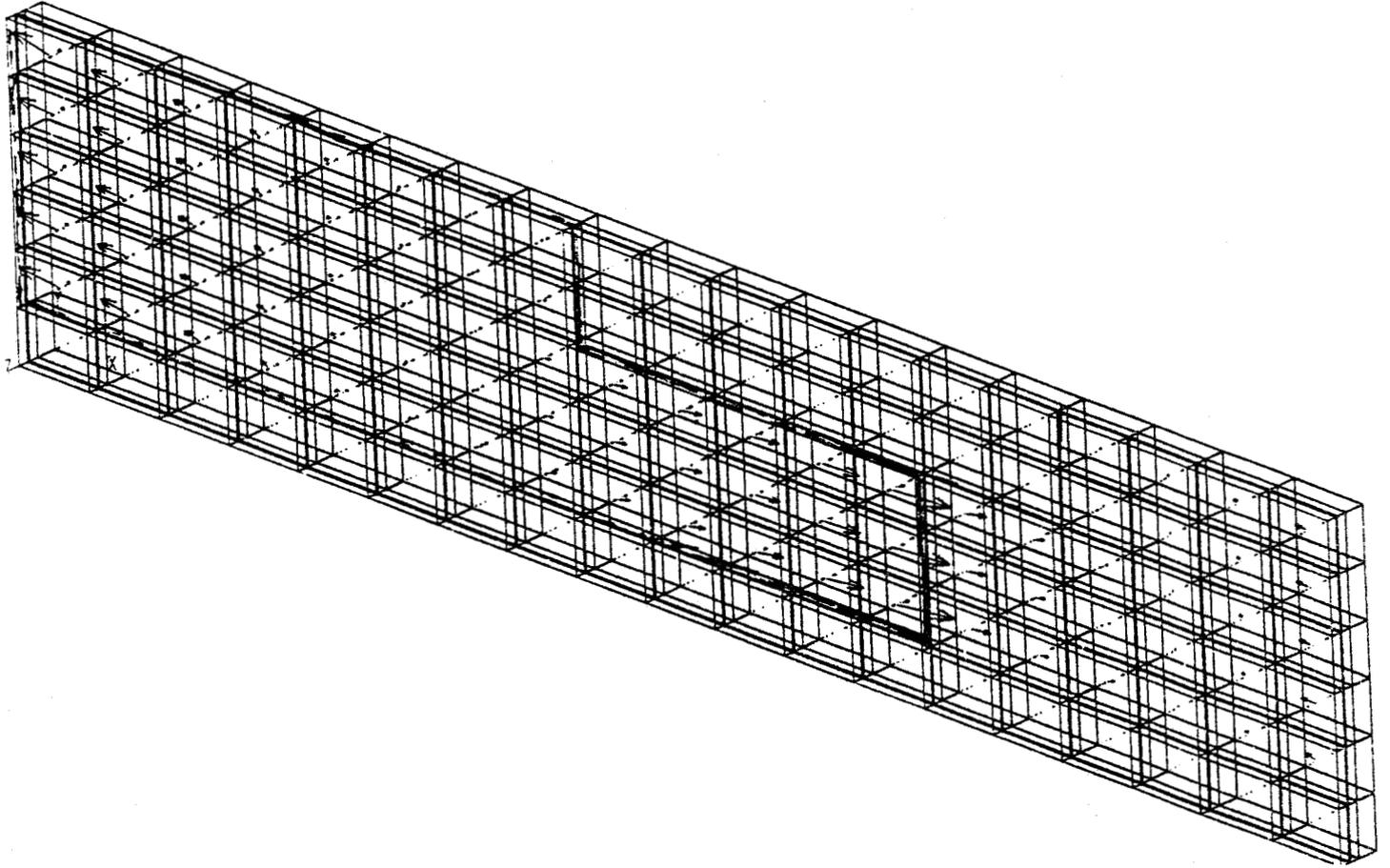


Figure 4 - Maillage avec des éléments en forme de "briques"

III.2.. RELATION ENTRE LE CHAMP DE POTENTIEL ELECTRIQUE DETECTE DANS LA THERMOPILE ET LE FLUX THERMIQUE INDUCTEUR

Dans cette partie nous montrons que la connaissance du champ de température dans les éléments de la thermopile permet la détermination du potentiel électrique distribué dans les jonctions thermoélectriques de grande surface. La relation entre les champs de potentiel électrique et de température est particulièrement intéressante puisqu'elle permet d'étendre le domaine d'application de programme d'élément finis commercialement disponibles, tel le programme ANSYS, aux problèmes de thermoélectricité. Cette extension nécessite le rappels des relations de base de l'effet thermoélectrique distribué dans les milieux continus.

3.2.1. Conducteurs homogènes

Considérons tout d'abord un conducteur homogène placé dans un flux thermique non uniforme. Dans le métal qui contient beaucoup d'électrons libres toute différence de température provoque un mouvement d'ensemble des électrons.

Couplé au flux thermique inducteur, un courant d'origine thermoélectrique apparaît proportionnellement au gradient thermique inducteur. Pour représenter ce courant thermoélectrique, nous utilisons la loi d'Ohm généralisée aux conducteurs à température non uniforme (1) =

$$j = \sigma E - \sigma \alpha \nabla T$$

j densité de courant

E, T gradient de potentiel et de température

σ conductivité électrique

α pouvoir thermoélectrique du conducteur

$\sigma \alpha \nabla T$ densité de courant thermoélectrique

Dans un conducteur homogène traversé par un flux thermique, la densité de courant électrique est partout nulle (Loi de Magnus) et l'équation (1) n'est identiquement nulle que si le courant thermoélectrique est compensé en tout point par le courant de conduction défini par la relation :

$$\sigma E = + \sigma \alpha \nabla T$$

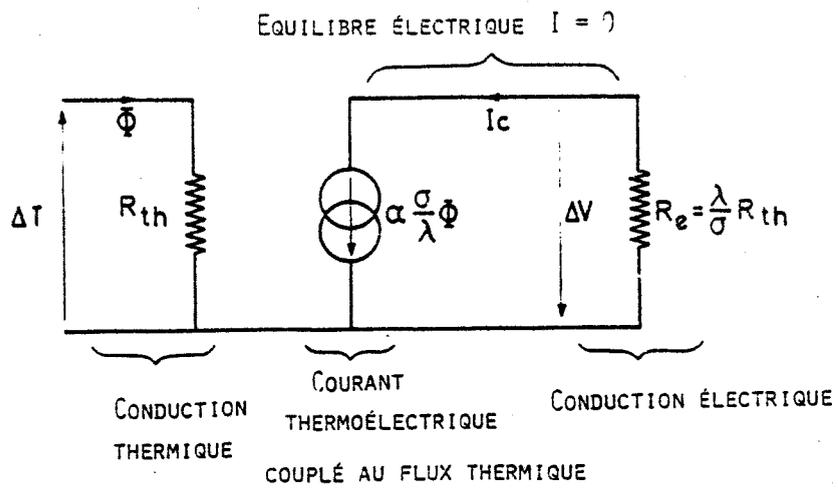
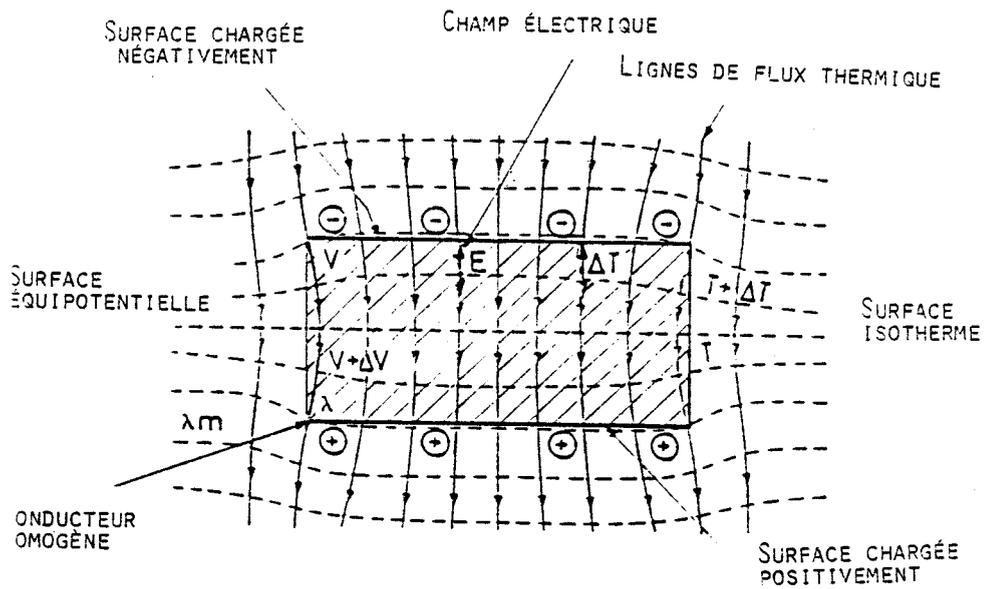


Figure 5 - Modélisation du couplage thermoélectrique dans un conducteur homogène

qui est proportionnel au champ électrique local :

$$E = - \nabla V = \alpha \nabla T$$

compte tenu de l'expression locale de la Loi de Fourier : (2)

$$\phi = - \lambda \nabla T$$

$$E = - \alpha / \lambda \phi$$

Le champ électrique local est donc proportionnel au flux thermique inducteur et est parfaitement déterminé lorsque l'on connaît la distribution de température dans le conducteur (fig.5). L'objectif de la suite de ce travail est de montrer qu'une relation semblable peut être obtenue pour une jonction thermoélectrique de grande surface.

3.2.2. Jonction thermoélectrique de grande surface

Les dispositifs thermoélectriques utilisés en pratique ne peuvent détecter les sollicitations thermiques que s'ils sont hétérogènes, c'est-à-dire constitués de conducteurs de natures différentes. Considérons maintenant une jonction bimétallique de grande surface (fig.6) réalisée en déposant une couche de cuivre électrolytique de forme dissymétrique sur un support métallique continu et montrons que les interactions thermoélectriques distribuées sur la surface de la jonction bimétallique sont déterminées lorsque l'on connaît le champ de température en chaque point des conducteurs superposés.

Compte tenu de la présence d'un gradient thermique le long de l'interface de séparation des conducteurs, il y a interaction électrique entre les conducteurs et circulation de courants électriques suivant la direction tangentielle de part et d'autre de l'interface bimétallique. Ces interactions résultent de :

- la conservation de la charge et de l'énergie représentées par la continuité des composantes normales du flux énergétique et de la densité de courant électrique :

$$j_{n1} = j_{n2} \quad \Phi_{n1} = \Phi_{n2} \quad (3)$$

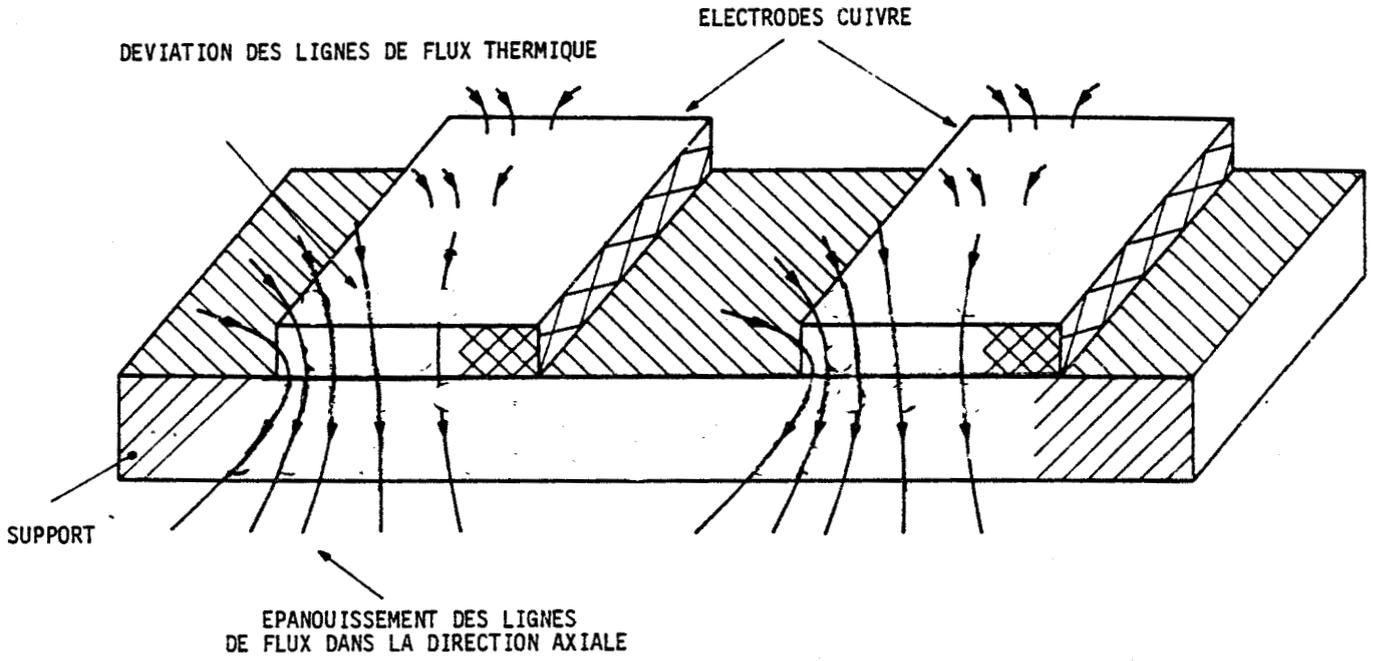


Figure 6 - Jonction thermoélectrique de grande surface
traversée par un flux thermique non uniforme

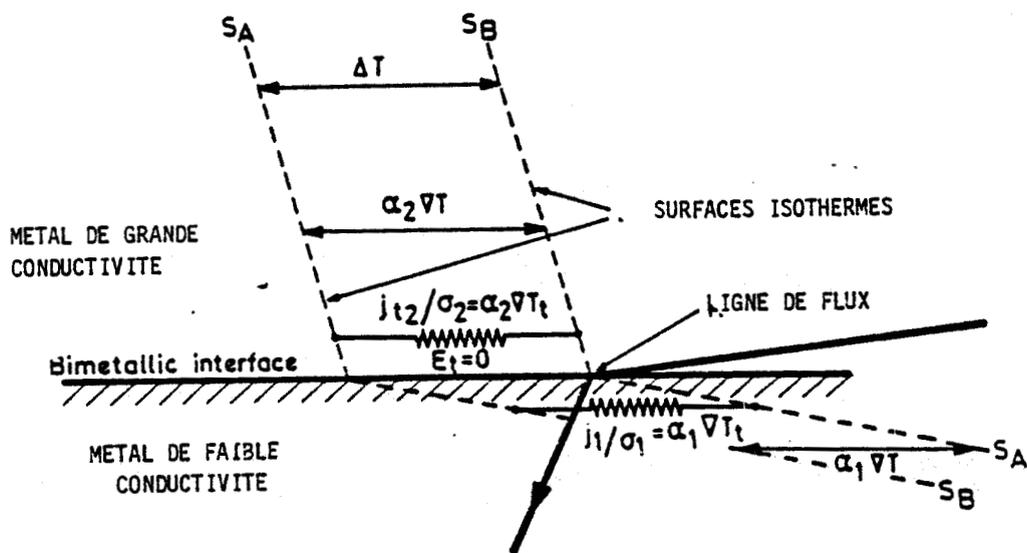
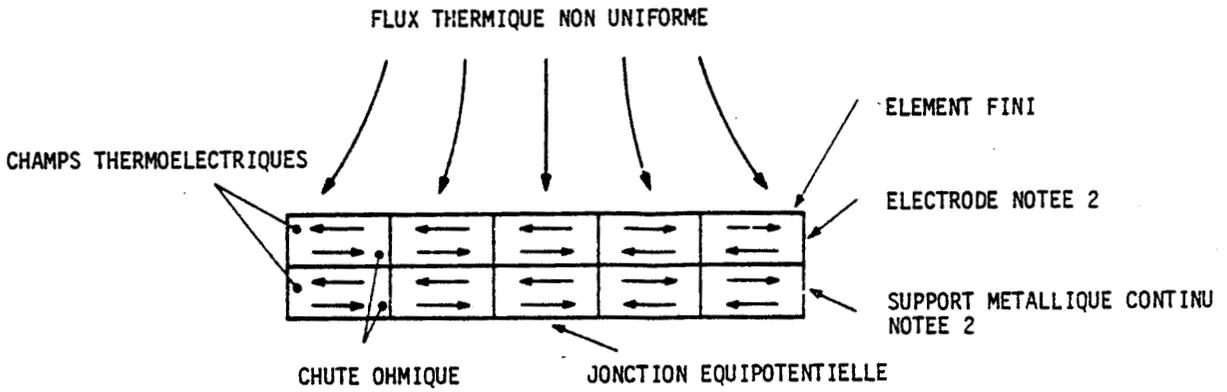
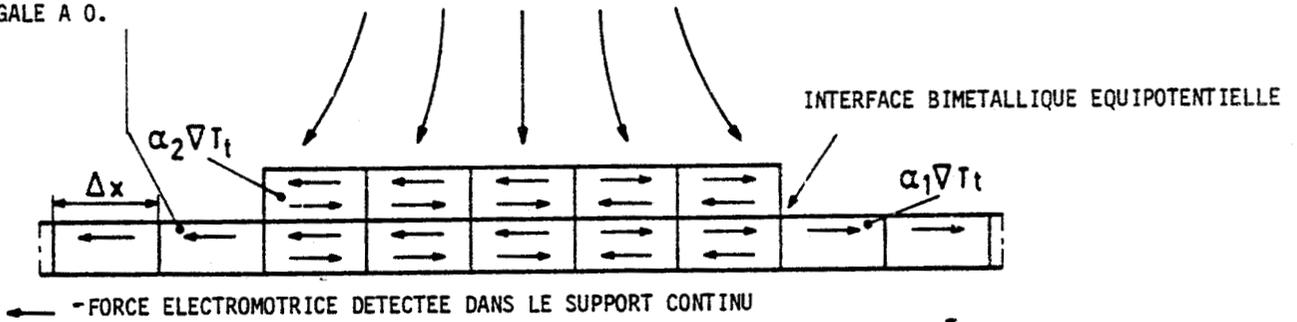


Figure 7 - INTERFACE BIMETALLIQUE EQUIPOTENTIELLE



L'INTEGRALE DU CHAMP THERMOELECTRIQUE SUIVANT LA DIRECTION AXIALE EST EGALE A 0.



$$\Delta V_1 = \sum \text{chutes ohmiques} = \sum \frac{\alpha_1 \phi_{t1} \Delta x}{\lambda_1}$$

$$\Delta V_2 = \sum \frac{\alpha_2 \phi_{t2} \Delta x}{\lambda_2}$$

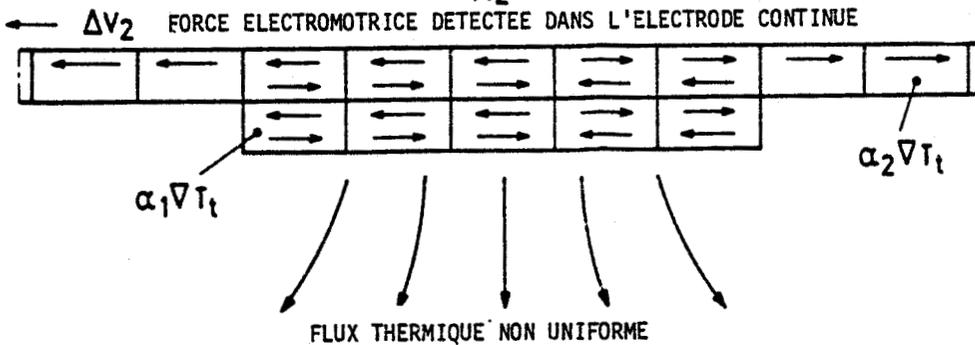


Figure 8 - Annulation du champ thermoélectrique par des courants induits dans chacun des éléments de la thermopile

- la continuité des champs de température et de potentiel électrique à la surface de séparation des conducteurs superposés.

$$E_{t1} = E_{t2} \quad \nabla T_{t1} = \nabla T_{t2} \quad (4)$$

- le courant thermoélectrique couplé à la composante tangentielle du flux thermique $\alpha \sigma \nabla T_t$ n'étant pas identique de part et d'autre de l'interface bimétallique, nous obtenons compte tenu de la conservation (4) pour le gradient de potentiel électrique tangential :

$$Et = \frac{j_{t1}}{\sigma_1} + \alpha_1 \nabla T_{t1} = \frac{j_{t2}}{\sigma_2} + \alpha_2 \nabla T_{t2}$$

Dans cette expression, j_{t1}/α_1 et j_{t2}/α_2 sont les chutes ohmiques provoquées par la circulation des courants électriques j_{t1} et j_{t2} suivant la direction tangentielle des conducteurs superposés. L'effet de ces courants électriques est essentiellement d'égaliser les variations de potentiel électrique de part et d'autre de l'interface bimétallique.

Supposons la jonction bimétallique traversée par un flux thermique de densité non uniforme dans la direction perpendiculaire à l'interface bimétallique. Supposons de plus les niveaux de température identiques sur les lignes frontières de la jonction thermoélectrique dans la direction axiale de la thermopile. Si nous considérons, dans ces conditions, deux surfaces isothermes S_A et S_B coupant l'interface bimétallique séparant les conducteurs notés 1 et 2 (fig.7), compte tenu de la différence entre les valeurs des pouvoirs thermoélectriques α_1 et α_2 les surfaces S_A et S_B ne sont pas équipotentiellles et des courants électriques tangentiels distribués dans le champ non uniforme de température circulent dans les conducteurs 1 et 2 de façon à rendre les surfaces isothermes également équipotentiellles. Les densités de courants j_{t1} et j_{t2} dépendent donc des valeurs locales des champs thermoélectriques $\alpha_1 \nabla T_t$ et $\alpha_2 \nabla T_t$ et prennent des valeurs indépendantes l'une de l'autre de façon à égaliser le potentiel de part et d'autre de l'interface bimétallique. La seule façon d'égaliser les variations tangentiellles de potentiel électrique quelque soit la distribution du champ de température dans la jonction bimétallique est de supposer que le volume occupé par la jonction est un volume équipotentiel, c'est-à-dire que les chutes ohmiques j_{t1}/α_1 et j_{t2}/α_2 compensent en tout point la valeur au champ thermoélectrique local.

$$j_t / \alpha_1 = -\alpha_1 \nabla T_t$$

$$j_t_2 / \sigma_2 = - \alpha_2 \nabla T t$$

c'est-à-dire compte tenu de la relation (1)

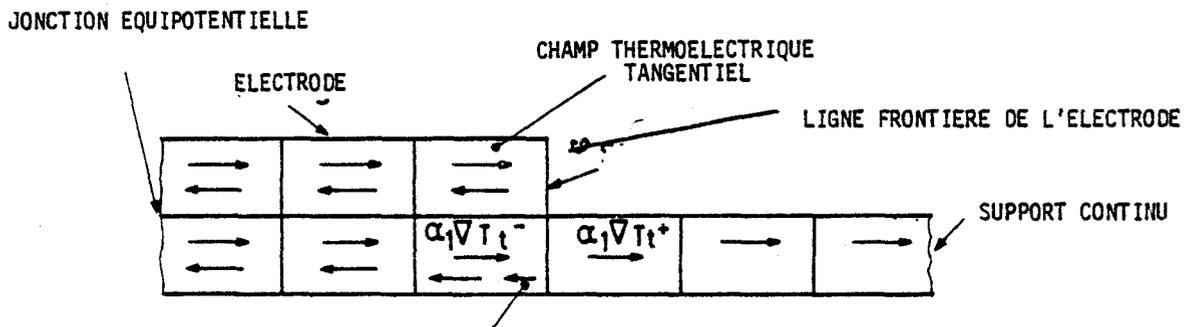
$$Et = j t / \sigma + \alpha \nabla T t = 0$$

La composante tangentielle du champ électrique est partout nulle sur la surface du contact bimétallique qui est une surface équipotentielle. Le volume occupé par la jonction bimétallique est équipotentiel et contient des courants de densités proportionnelles aux flux thermiques circulant suivant la direction tangentielle des conducteurs superposés. En pratique les chutes ohmiques provoquées par la circulation de ces courants peuvent être détectées en connectant un microvoltmètre entre les extrémités du support continu (fig.8). Le point essentiel de cette analyse est donc l'annulation de la composante tangentielle au champ thermoélectrique par des chutes ohmiques égales et opposées pour donner un état d'équilibre électrique entre les conducteurs superposés. Compte tenu de la relation (6), il y a relation de proportionnalité entre les valeurs locales des chutes ohmiques et du flux thermique inducteur ; La f.e.m. détectée aux bornes de la thermopile obtenue par sommation des chutes ohmiques élémentaires peut donc être estimée lorsque l'on connaît la solution du problème de conduction thermique. Lorsque la solution est déterminée par la méthode des éléments finis, les valeurs des composantes du flux thermique sont connues aux centres de chacun des éléments finis. En appliquant la relation (6) la f.e.m. détectée dans le support continue est égale à la somme des chutes ohmiques élémentaires induites par le champ thermoélectrique inducteur dans le support conducteur métallique noté 1 (fig.8)

$$\Delta V_1 = \sum_{\text{éléments 1}} \frac{j t_1}{\sigma_1} \Delta x = \sum \frac{\alpha_1 \phi_{t1}}{\lambda_1} \Delta x \quad (8)$$

Δx longueur des éléments finis suivant la direction axiale. La tension détectée ΔV_1 est donc parfaitement déterminée lorsque l'on connaît le flux thermique dans chacun des éléments de la partie du support recouvert par l'électrode de grande conductivité.

Dans les dispositifs à jonctions bimétalliques plaquées le rôle des courants électriques est donc d'annuler les variations spatiales de potentiel électrique sur toute la surface où il y a contact bimétallique. En mesurant la tension aux bornes de l'électrode supposée continue (fig.8) disposée sur un support de dimension finie, nous aurions obtenu de la même façon la somme des chutes ohmiques orientées suivant la direction axiale de l'électrode.



LA CHUTE OHMIQUE A LA FRONTIERE
EST PROPORTIONNELLE A LA DISCONTINUITÉ
DU CHAMP THERMOELECTRIQUE LOCAL =

$$\Delta\left(\frac{j}{\sigma}\right) = \alpha_1 (\nabla T_t^+ - \nabla T_t^-) = \frac{\alpha_1}{\lambda_1} (\varphi_t^+ - \varphi_t^-)$$

Figure 9 - Contribution des "éléments frontières"
à la f.e.m. thermoélectrique

$$\Delta V_2 = \sum_{\text{éléments 2}} \frac{j t^2}{\sigma^2} \Delta x = \sum \frac{\alpha^2 \phi t^2}{\lambda^2} \Delta x \quad (9)$$

La sommation étant étendue comme précédemment sur tous les éléments de la région où il y a contact bimétallique entre les conducteurs.

En pratique, la tension thermoélectrique est détectée aux bornes du support continu. Il faudra donc pour estimer cette tension ΔV_1 appliquer la relation (8), c'est-à-dire connaître les composantes axiales des flux thermiques aux milieux de chaque élément du support recouvert de cuivre électrolytique. La sommation (8) sur le volume du support noté 1 nécessite en fait deux sommations :

- ~ l'une sur le volume du métal noté 1 de la jonction thermoélectrique
- ~ l'autre sur la frontière. La contribution des éléments de la frontière peut être estimée en calculant la discontinuité de la composante axiale du flux thermique, c'est-à-dire en calculant pour chaque couple d'éléments situés de part et d'autre de la frontière la différence

$$\phi'_{tx} = \phi'_{tx+} - \phi'_{tx-}$$

ϕ'_{tx+} composante axiale du flux dans l'élément frontière non recouvert par l'électrode ϕ'_{tx-} composante axiale du flux dans l'élément voisin situé sous l'électrode

Pour obtenir le f.e.m. thermoélectrique, il faudra donc ajouter la quantité :

$$\Delta V'_1 = \sum_{\text{éléments 1 à la frontière}} \frac{\alpha_1}{\lambda_1} \phi'_{tx} \Delta x \quad (10)$$

De sorte que la f.e.m. détectée sera obtenue par sommation des expressions (9) et (10) c'est-à-dire :

$$\Delta V = \Delta V_1 + \Delta V'_1$$

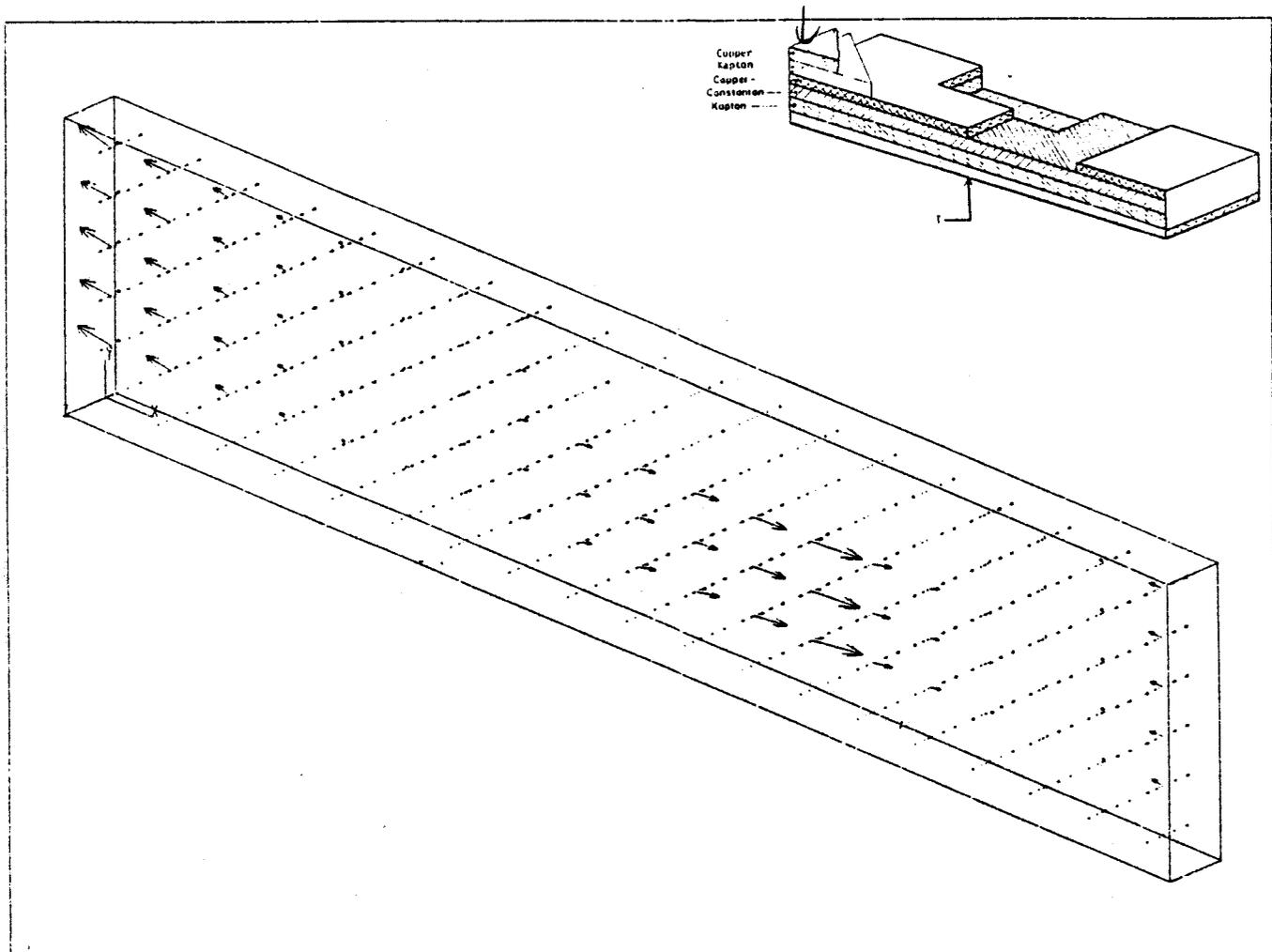


Figure 10 - Lignes de flux thermique dans la structure multicouche

III.3. RESULTAT DE LA SIMULATION NUMERIQUE EN REGIME PERMANENT

Partant du modèle décrit précédemment, le programme ANSYS permet d'imposer divers types de conditions limites sur les faces extérieures du capteur (Dirichlet., Neuman, Newton) et de calculer pour chaque type de sollicitation :

- ~ la résistance thermique qui caractérise le comportement thermique du capteur en régime permanent
- ~ la f.e.m. thermoélectrique qui caractérise globalement le couplage thermoélectrique distribué dans la jonction thermoélectrique de grande surface

L'objectif essentiel de cette partie est de montrer que ces caractéristiques ne dépendent pas du mode d'utilisation du capteur, c'est-à-dire des conditions limites extérieures, mais du seul flux thermique traversant la structure multicouche et de déterminer les paramètres qui permettront l'optimisation des performances des capteurs à effet thermoélectrique distribué.

PREMIER TYPE DE CONDITION LIMITE

3.3.1. Différence de température imposée maintenue constante entre les surfaces extérieures du fluxmètre

Lorsqu'une différence de température constante est appliquée entre les surfaces extérieures du fluxmètre, la forte hétérogénéité de la structure multicouche provoque une hétérogénéité du champ de température interne. En fait les électrodes de cuivre de la thermopile jouent le rôle de contacts thermiques entre la feuille de kapton supérieure et la surface de la thermopile.

L'effet principal de ce contact thermique de forme dissymétrique est de dévier les lignes du flux thermique suivant la direction axiale de la thermopile. D'un point de vue thermique, la thermopile peut être considérée comme un ensemble de "contacts thermiques" disposés en parallèle et provoquant une déviation des lignes de flux dans le ruban thermoélectrique. Les lignes de flux dans la demi-cellule modélisée sont présentées figure 10. Les flux thermiques représentés au centre de chacun des éléments n'ont de valeurs significatives que dans les régions cuivrées de la thermopile.

En chacun des noeuds où la température est imposée, le programme ANSYS permet le calcul du flux thermique traversant les surfaces isothermes extérieures

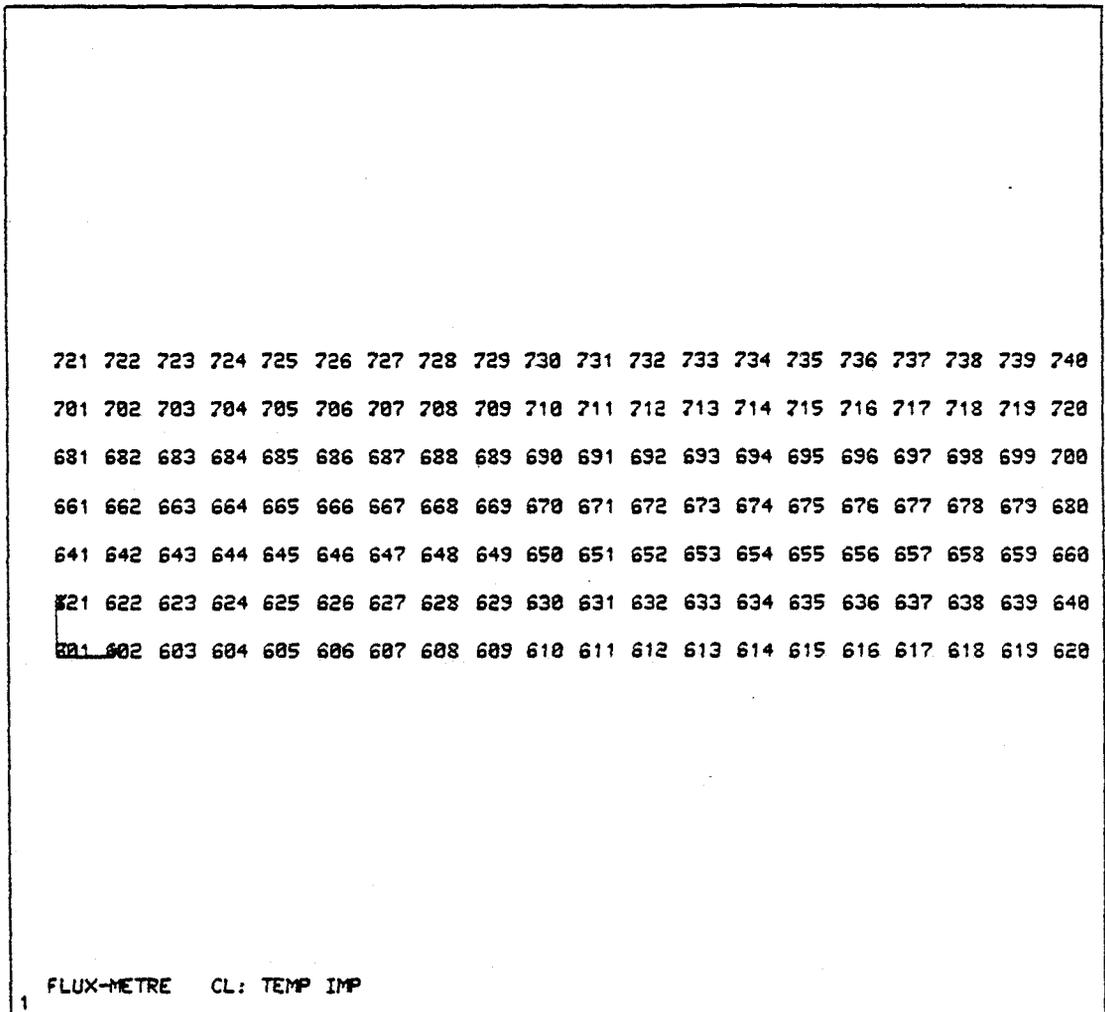


Figure 11 - Numérotation des "noeuds" dans le plan de l'interface bimétallique

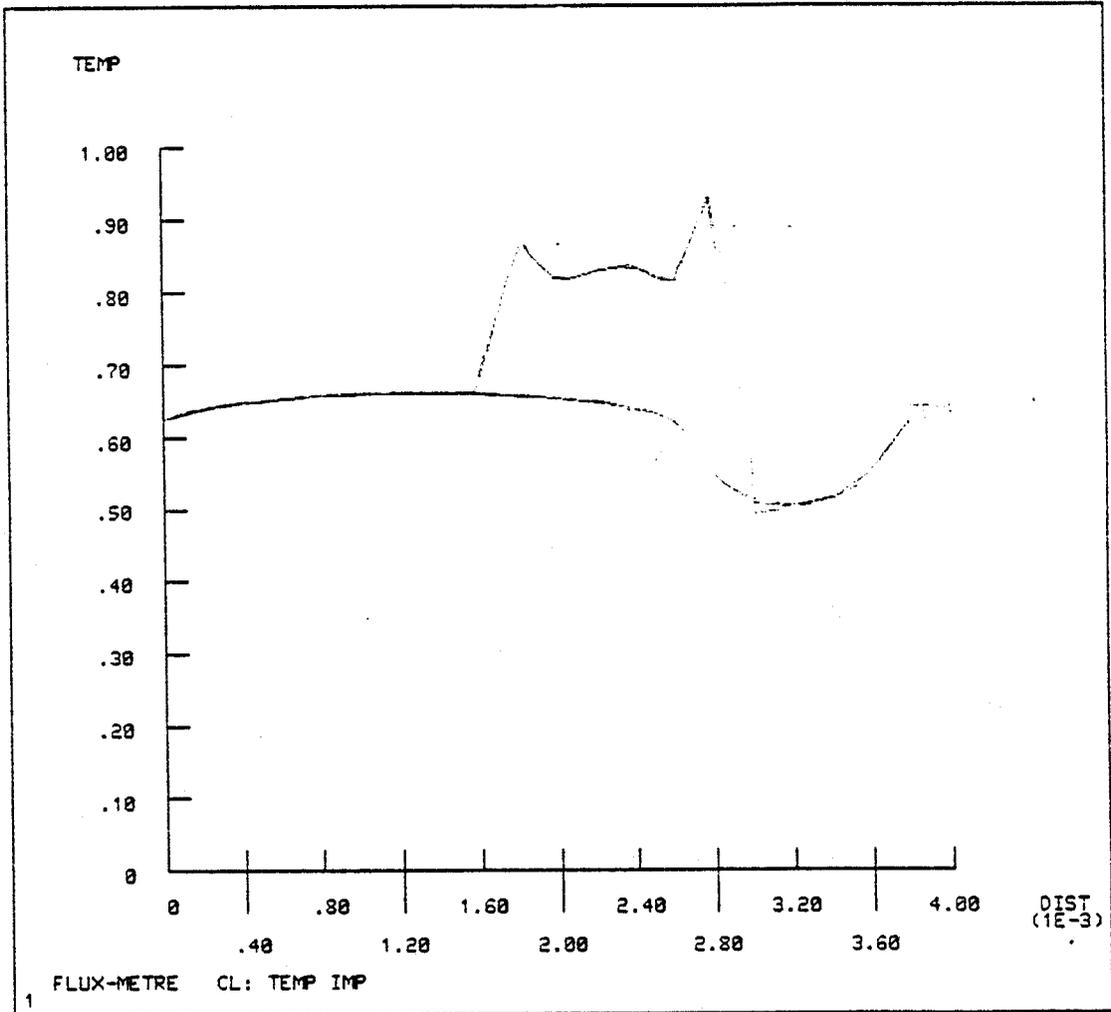


Figure 12 - Profils de température dans le plan de l'interface bimétallique

à température imposée. La valeur obtenue pour la demi cellule : $\Phi = 7,43 \text{ mW}$ conduit à une résistance de :

$R = 1/\Phi = 134,6 \text{ K/W}$, soit connaissant la surface $S = 5,46 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ de la demi cellule nous obtenons par unité de surface :

$$R = 6,13 \cdot 10^{-4} \text{ KW}^{-1} \text{ m}^2$$

Cette valeur est très proche de la valeur expérimentale ($5,9 \pm 08$) 10^{-4} K/W et montre que la modélisation numérique réalisée permet de rendre compte du comportement thermique de la structure multicouche en régime permanent.

Lorsque les surfaces limites sont maintenues à températures imposées, l'effet des couches de cuivre d'épaisseur 35 microns disposées sur les faces extérieures du fluxmètre n'est pas essentiel. En supprimant ces couches de cuivre et imposant la différence de température de 1° sur les faces extérieures des couches de kapton (modèle de la thèse de Oiry) nous avons obtenu un flux de 7,44 mW. La structure du champ de température dans la structure multicouche n'est donc pas influencée par les couches extérieures de cuivre lorsque la température est imposée sur les faces extérieures du capteur.

Le programme ANSYS permet la représentation du champ de température dans le volume de la structure multicouche hétérogène.

Pour représenter le champ de température dans le plan de l'interface de séparation des conducteurs de la jonction, nous utilisons les valeurs des températures aux noeuds (représentés par leurs numéros sur la fig.11) et représentons les profils de températures suivant plusieurs lignes orientées suivant la direction axiale de la thermopile.

Les profils passant dans les régions où il y a continuité du support de la thermopile (lignes 621-640 ; 641 - 660) sont confondues par contre les profils passant par les "trous gravés" dans la thermopile sont très différents des profils précédents (fig.12). Dans les électrodes de la thermopile le flux thermique circule tangentiellement. Cette "canalisation" de la chaleur est due au fait que la température est plus élevée dans les parties gravées de la thermopile ce qui minimise les transferts thermiques transversaux.

Un autre possibilité du code ANSYS est le calcul des grandeurs définies sur le champ de température telles le flux ou le gradient thermique aux centre des éléments finis du modèle.

Les trois composantes du flux thermique sont disponibles au centre de chacun des éléments et en effectuant la somme des densités de flux thermique suivant la dérivation axiale $x'x'$:

~ Dans les éléments Cu de l'électrode (fig.11.1)

$$\Sigma \Phi_{t2x} = - 132 039 \text{ W/m}^2$$

~ Dans les éléments "constantan" situés sous l'électrode (fig.11.2):

$$\Sigma \Phi_{t1x} = - 7425 \text{ W/m}^2$$

~ Dans les éléments constantan de la frontière:

$$\Sigma \Phi'_{t1x} = - 13214 \text{ W/m}^2$$

Nous obtenons une information sur les transferts thermiques tangentiels dans les conducteurs de la thermopile. Ces quantités sont en fait représentatives des valeurs moyennes des composantes axiales des flux thermiques.

Les valeurs numériques obtenues montrent que le rapport des composantes tangentielle moyennes des flux thermiques est égal au rapport des conductivités, ce qui est conforme à l'hypothèse de transfert thermique essentiellement orienté suivant la direction axiale de la thermopile :

$$\frac{\Sigma \Phi_{t2}}{\Sigma \Phi_{t1}} = 17,7 \quad \# \quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 17,47 = \frac{\Phi_{t2}}{\Phi_{t1}}$$

Connaissant la somme des composantes tangentielles des flux dans le support métallique continu aux centres des éléments finis, il est possible d'estimer la f.e.m. détectée par le fluxmètre en utilisant la relation (8). Avec les valeurs numériques suivantes :

$$\Delta x = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad \lambda_1 = 22,6 \text{ W/mK} \quad \alpha_1 = 38 \mu\text{V/K}$$

nous obtenons en tenant compte des seuls flux dans les éléments constantan disposés sous la jonction bimétallique une différence de :

$$\Delta v_1 = \sum_{\text{éléments 1}} \frac{\alpha_1 \Phi_{ts} \Delta x}{\lambda_1} = 2,48 \mu\text{V}$$

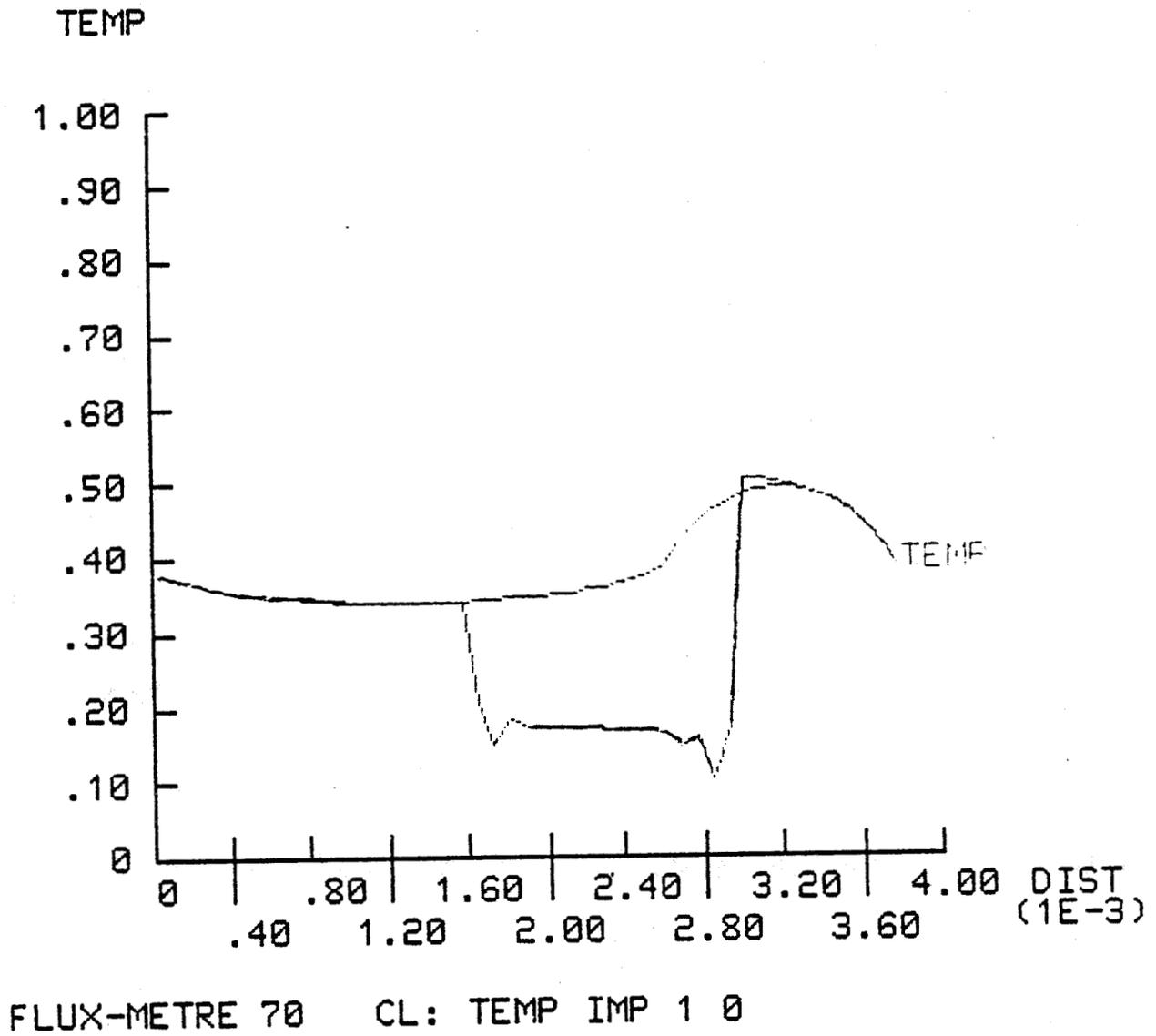


Figure 13b - Profils de température obtenus avec les mêmes éléments températures imposées (1 - 0)

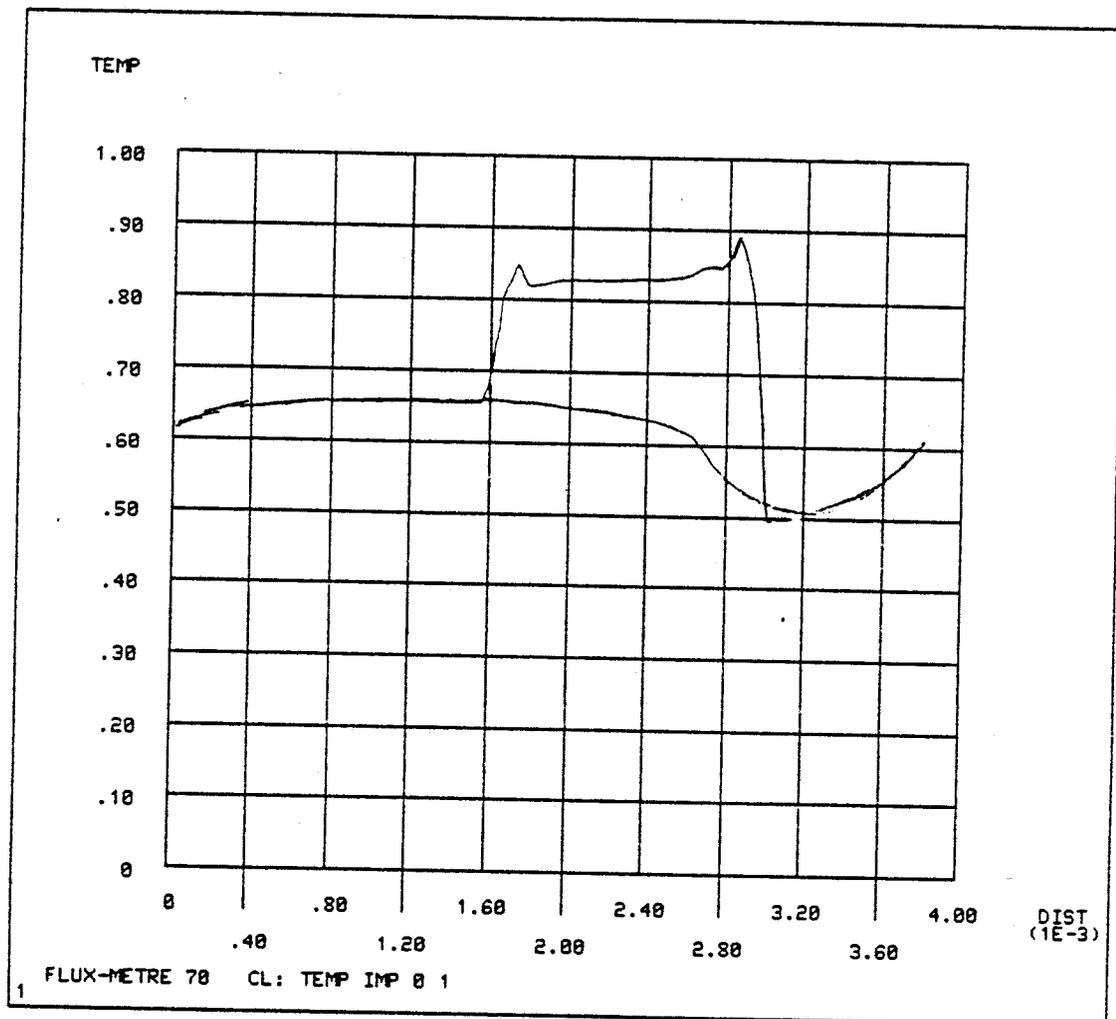


Figure 13 a - Profil de température dans le plan de l'interface bimétallique obtenu en doublant le nombre d'éléments suivant la direction Ox températures imposées (0-1)

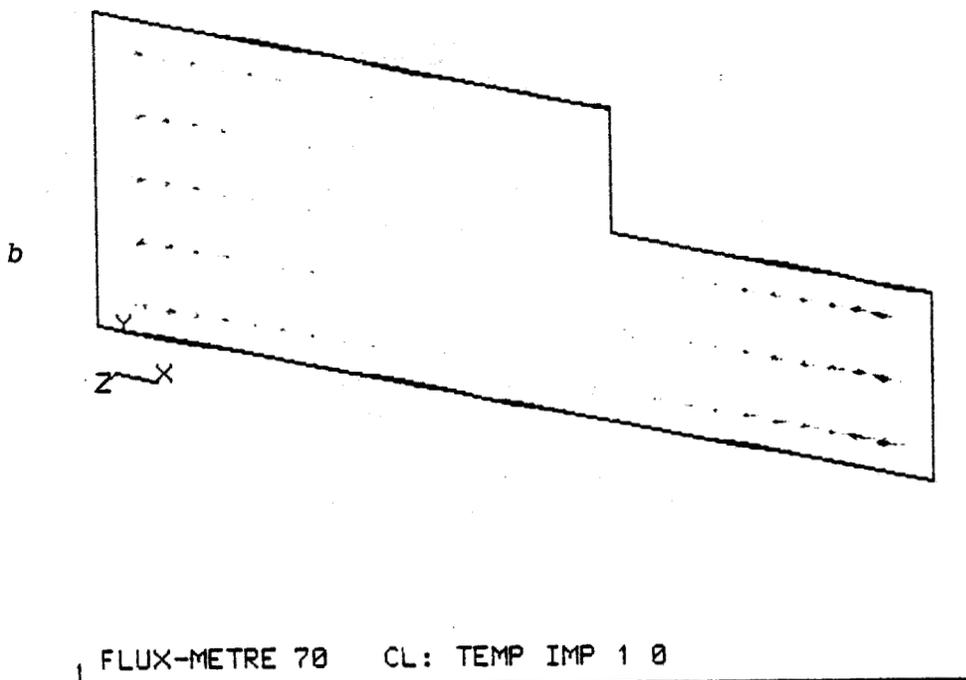
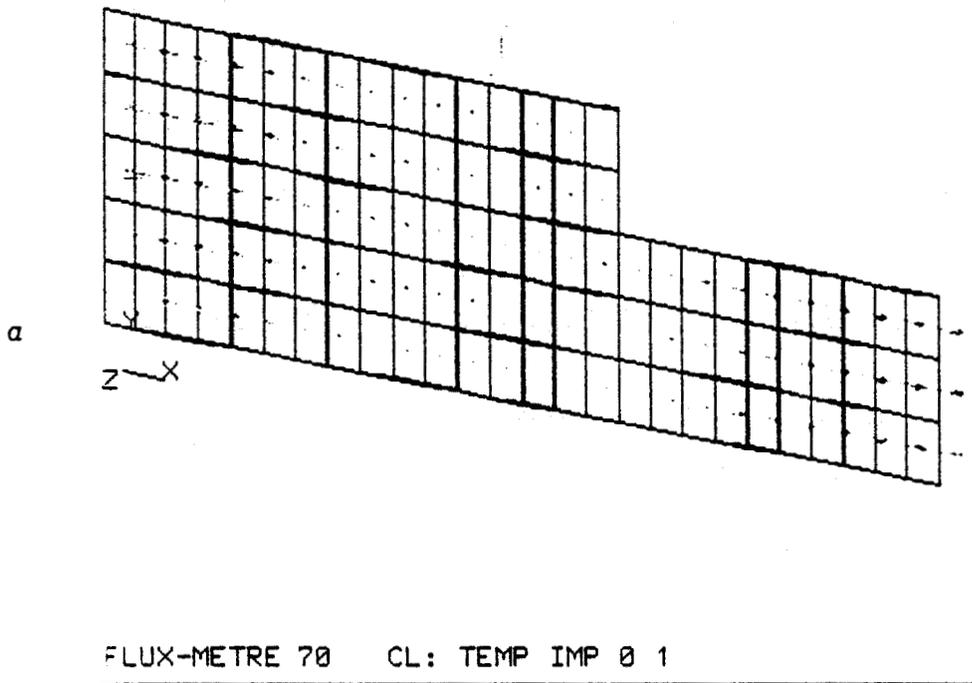


Figure 14 a - Les flux thermiques sont pratiquement tangentiels dans les éléments cuivre de l'électrode

Figure 14b - Inversion de la direction des lignes de flux lorsque les températures sont inversées sur les faces externes

Si de plus nous utilisons les éléments situés aux voisinage de la ligne de frontière des éléments constantan nous obtenons en effectuant la différence de chaque côté de la frontière une contribution :

$$\Sigma \Phi'_{tx} = - 10\,378 \text{ W/m}^2$$

Cette discontinuité de flux provoque une f.e.m. de 3,5 microvolts . Au total, la f.e.m. détectée est :

$$\Delta V_1 = 5,85 \mu\text{V}$$

Cette valeur voisine du résultat expérimental montre le couplage thermoélectrique distribué dans une jonction de grande surface peut être estimé lorsque que l'on connaît le champ de température.

Pour augmenter la précision de ces résultats, nous avons divisé par deux la largeur des éléments suivant la direction axiale de la thermopile. Avec les mêmes conditions limites, différence ou température de 1K imposé , nous avons obtenu pour le flux thermique travervant la demi cellule la valeur de 7,39 mW très voisine de la valeur précédente 7,43 mW.

Les profils de température dans le plan de séparation des conducteurs sont représentées par des courbes semblables aux courbes obtenues précédemment et montre que les flux thermiques tangentiels résultent de l'élévation de 0,35° présente dans le "trou gravé" (fig.13). Les flux thermiques représentés (fig.14) sont orientés suivant la direction axiale de la thermopile. L'orientation suivant la direction 0x du flux thermique dans les conducteurs de la thermopile est pratiquement complète au voisinage des lignes frontière de la thermopile.

A partir des résultats de la simulation, nous avons calculé la somme des densités de flux suivant les 3 directions x, y, z.

Dans les éléments "cuivré" de l'électrode, notée 2, :

$$\Sigma \Phi_{t2x} = 305\,176 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{t2y} = - 25702 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{t2z} = - 269\,556 \text{ W/m}^2$$

La quantité $\Sigma \Phi_{t2x}$ multiplié par la surface d'un élément 0,1 mm \times 0,2 m donne le flux traversant l'électrode de cuivre suivant oz. Les quantités $\Sigma \Phi_{t2x}$ et $\Sigma \Phi_{t2y}$ multipliée par la surface des éléments perpendiculairement aux directions

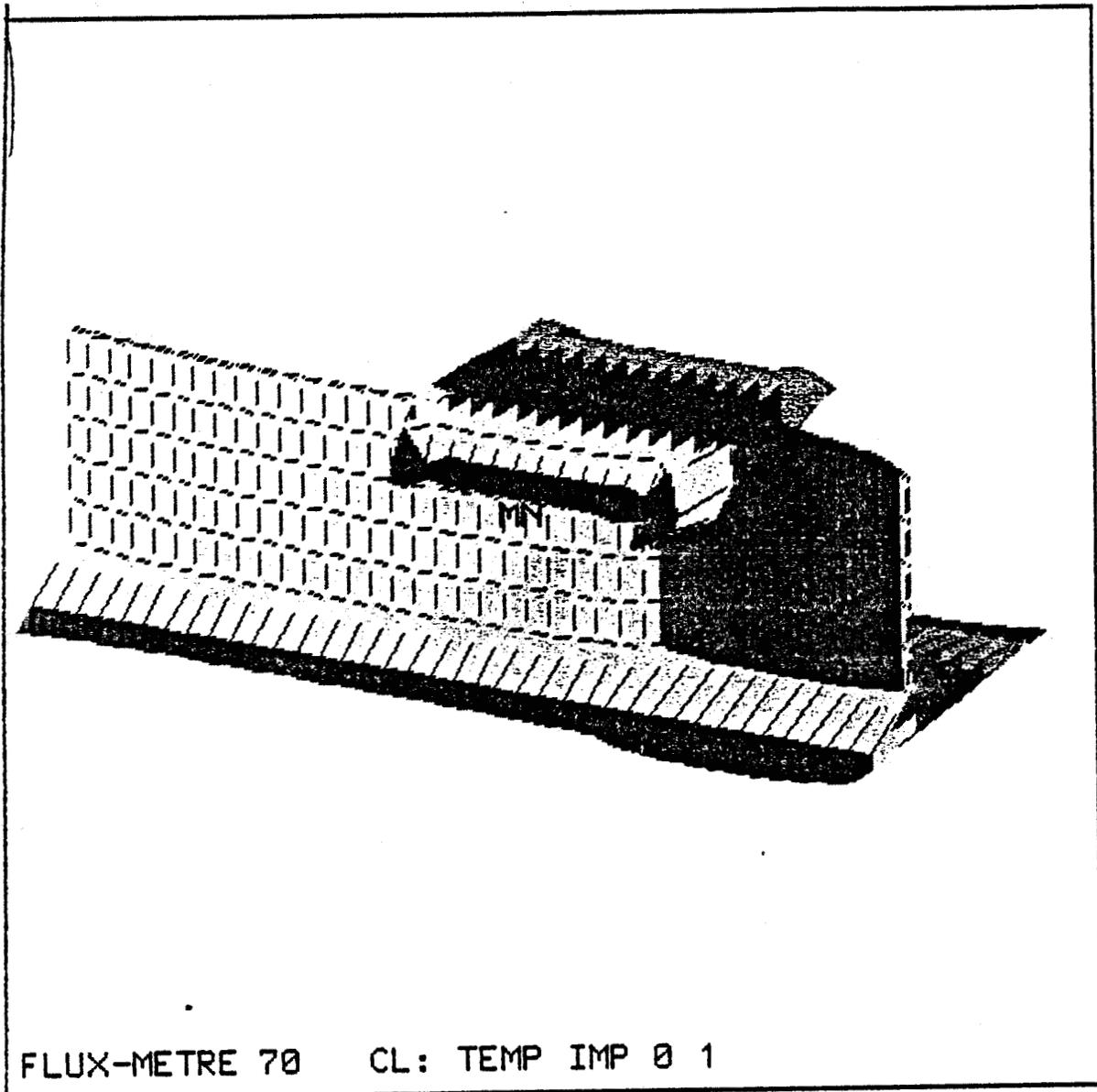


Figure 14 c- Contour de température dans le plan de l'interface bimétallique

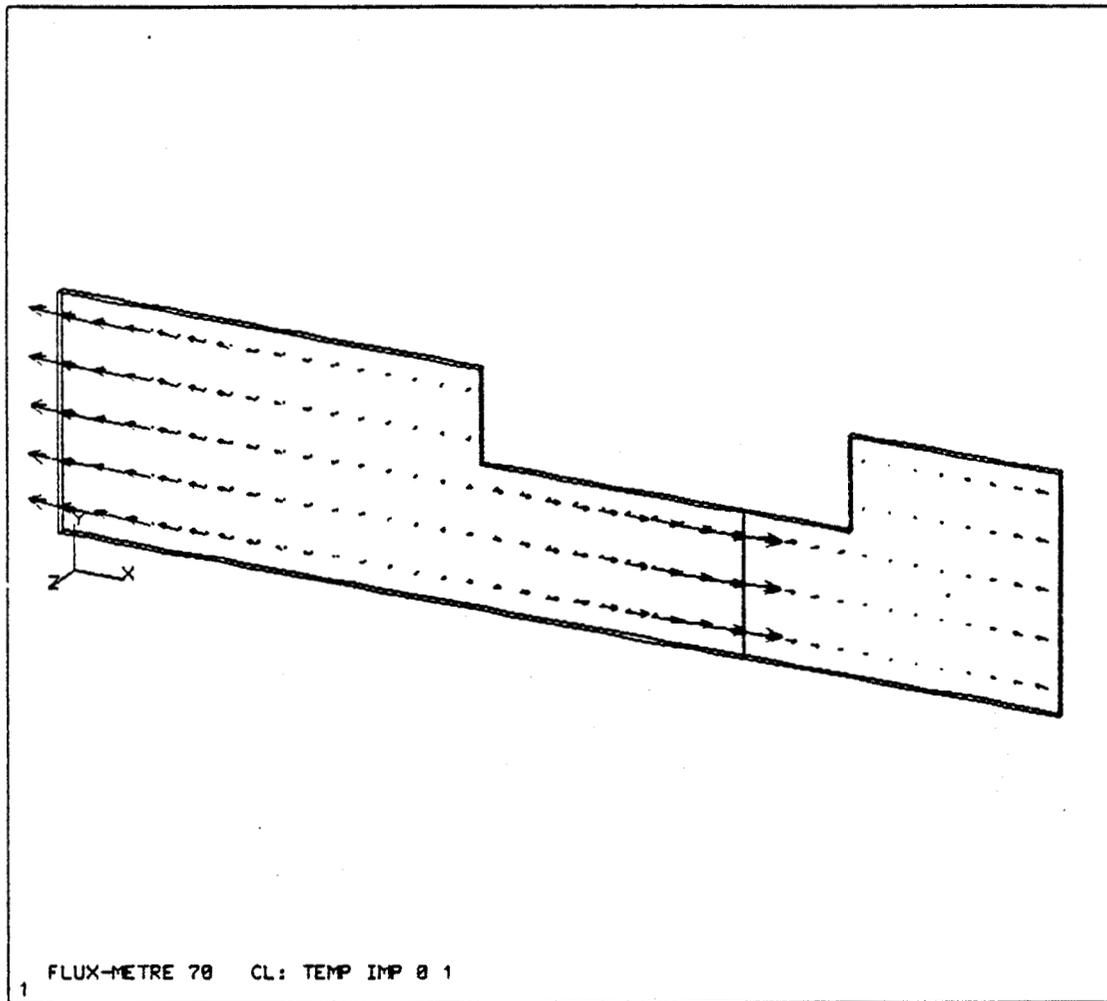


Figure 14 d - Dans le support constantan, les flux sont orientés suivant la direction axiale

ox et oy et divisées par la longueur de ces éléments donnent les valeurs moyennes des flux tangentiels suivant Ox et Oy.

De la même façon, la sommation effectuée sur les éléments "cuivré" et les éléments "air":

$$\Sigma \phi_{tx} = - 305\,157 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \phi_{ty} = - 24\,679 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \phi_z = - 269\,556 \text{ W/m}^2$$

La comparaison avec les valeurs précédentes montre que 61,4 % du flux thermique traversant la demi-cellule est canalisé par l'interface bimétallique en régime permanent, et que le rapport des composantes tangentielles suivant la direction ox est égale au rapport des conductivités thermiques des conducteurs superposés.

Dans le support continu de constantan, nous obtenons pour les éléments situés sous l'électrode :

$$\Sigma \phi_{tx} = 17\,374 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \phi_{ty} = 3\,289 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \phi_{tz} = 250\,412 \text{ W/m}^2$$

La tension détectée peut être calculée à partir de ces valeurs numériques :

$$\Delta V_1 = \sum_{\text{elements } i} \frac{\alpha_i \phi_i \Delta x}{\lambda_i} = 2,94 \mu V$$

avec cette fois $\Delta x = 10^{-3} \text{ m}$

Si de plus nous tenons compte des valeurs à la frontière,

$$\Sigma \phi_{tx}^+ = 17\,190 \text{ W/m}^2 \quad \Sigma \phi_{tx}^- = 3\,848 \text{ W/m}^2 \quad \Sigma \phi_{tx}' = 13\,342 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \phi_{ty}^+ = 547 \text{ W/m}^2 \quad \Sigma \phi_{ty}^- = 538 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \phi_{tz}^+ = 19\,495 \text{ W/m}^2 \quad \Sigma \phi_{tz}^- = - 20\,752 \text{ W/m}^2$$

nous obtenons 5,18 microvolts pour la tension détectée, valeur proche de la valeur expérimentale. En tenant compte de cette condition limite, nous avons montré que lorsque la différence de température entre les faces externes change de signe, toutes les quantités calculées prennent des signes inverses. La caractéristique du fluxmètre calculée à partir du champ de température est donc symétrique.

DEUXIEME TYPE DE CONDITION LIMITE

3.3.1 Flux imposés sur les faces externes du fluxmètre

Le code de calcul ANSYS permet également d'imposer facilement une condition limite de Neuman, c'est-à-dire d'imposer les flux dans chacun des noeuds des surfaces limites de l'échantillon. Dans cette nouvelle simulation du type "flux imposé" un flux de 140 microwatts (+ 1 microwatt dans chacun des noeuds de la face supérieure 1 microwatt dans les noeuds de la face inférieure).

Pour une telle condition, les surfaces extérieures ne sont plus parfaitement isothermes (fig.15). Les variations spatiales de température sur la surface cuivrée sont de l'ordre de $3 \cdot 10^{-3}$ et dues à l'hétérogénéité de la structure multicouche. Pour ce type de condition limite, les couches de cuivre extérieures jouent un grand rôle dans le fonctionnement du capteur puisqu'elles uniformisent le champ de température sur les surfaces extérieures du capteur.

L'écart de la température entre les faces extérieures est de $18,6 \cdot 10^{-3}$ K, la résistance thermique égale à la valeur précédente). L'épaisseur des couches extérieures de cuivre est donc suffisante pour que la résistance thermique du capteur ne dépende pas des conditions limites extérieures.

Les résultats précédents ont été obtenus avec un maillage de $0,1\text{mm} \times 0,1$ mm perpendiculairement à la direction Oz. Pour augmenter la précision, nous avons doublé comme précédemment le nombre d'éléments dans la direction Ox. Les profils de température dans le plan de l'interface bimétallique sont représentés (fig.16)., Les courbes obtenues sont identiques aux courbes obtenues à températures imposées sur les faces externes et montrent que la cause provoquant la circulation de flux tangentiels dans l'électrode plaquée est due aux élévations de température localisées dans les parties gravées de la thermopile. Les flux tangentiels permettent le calcul de la f.e.m. thermoélectrique.

Pour un flux imposé de 1mW à travers la structure multicouche, la différence de température est de 6,134 K et la résistance thermique prend une valeur égale à la valeur obtenue précédemment.

Les sommations de flux thermiques suivant les trois directions x, y, z ont été effectuées comme précédemment :

~ dans les éléments "cuivrés"

$$\Sigma \Phi_{t2x} = - 41 577 \text{ W/m}^2$$

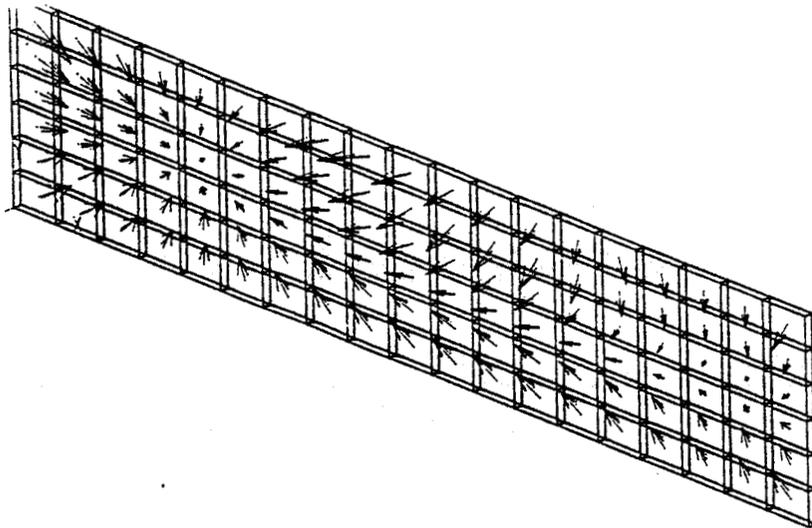
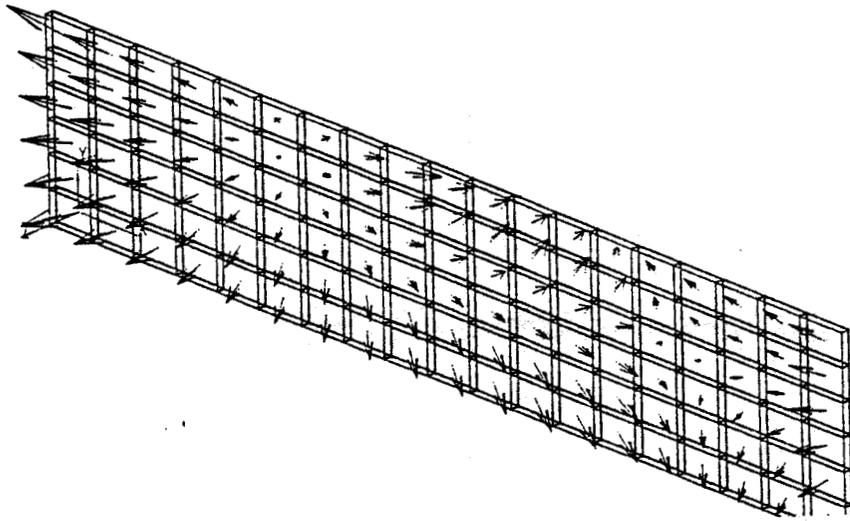
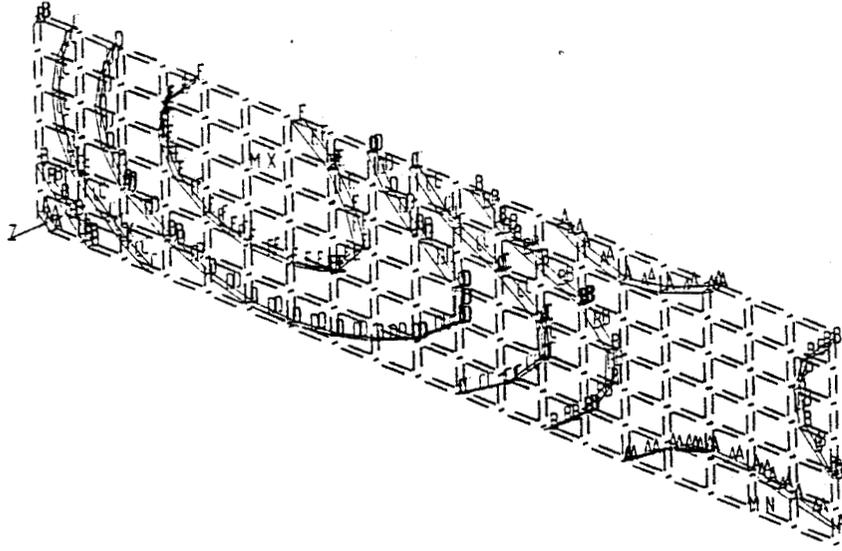
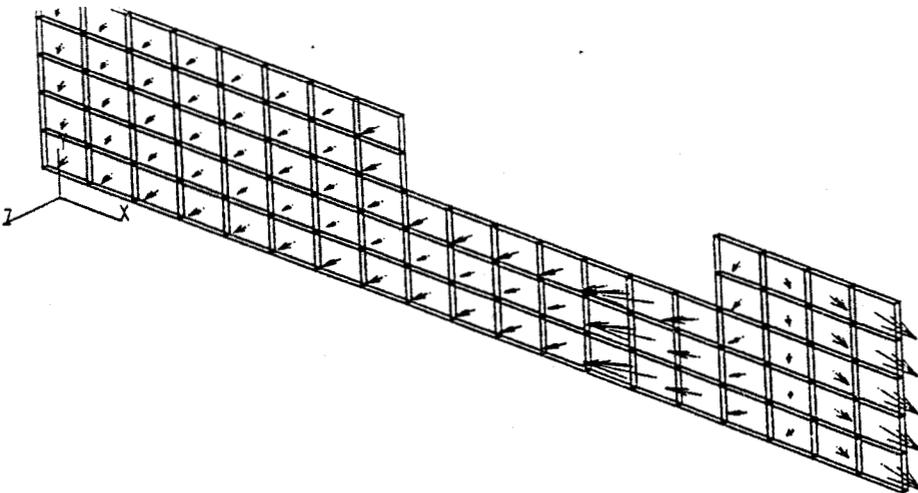
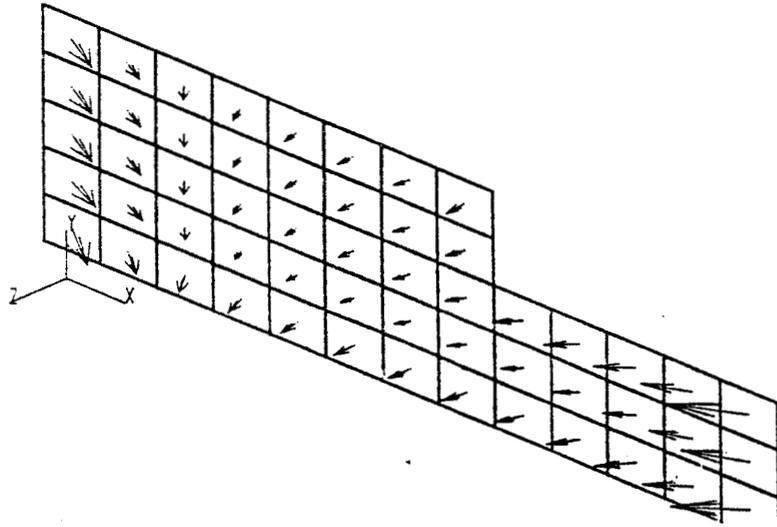
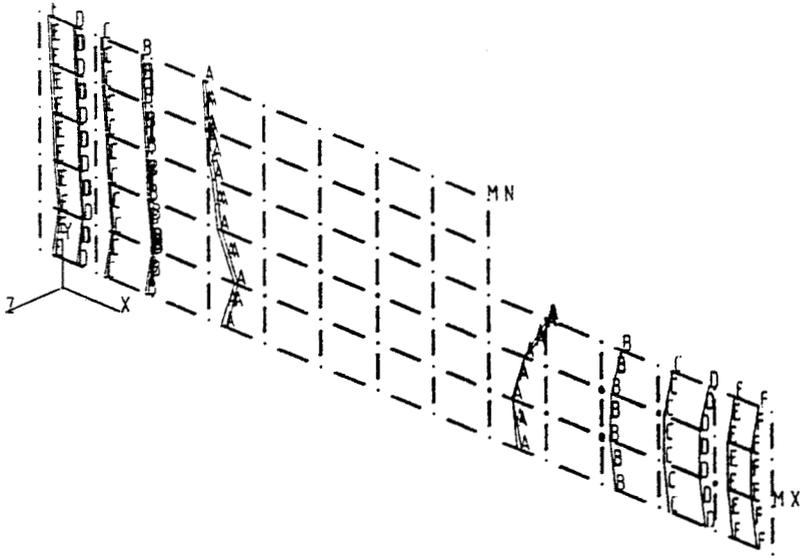


Figure 15 a - Condition limite deux flux de sens contraire sont imposés
sur les faces extérieures
- Isothermes et lignes de flux dans les faces d'entrée et de sortie



TF	=	.00123
XF	=	.00123
MAX	=	.118
MX	=	.00163
ELEM	=	1084
MN	=	.0015
A	=	.00152
XV	=	1
B	=	.00154
YV	=	1
C	=	.00156
ZV	=	1
D	=	.00158
DIST	=	.001
E	=	.0016
XF	=	.00123
F	=	.00162

Figure 15 b - Isotherme et lignes de flux dans les éléments des électrodes et au support constantan

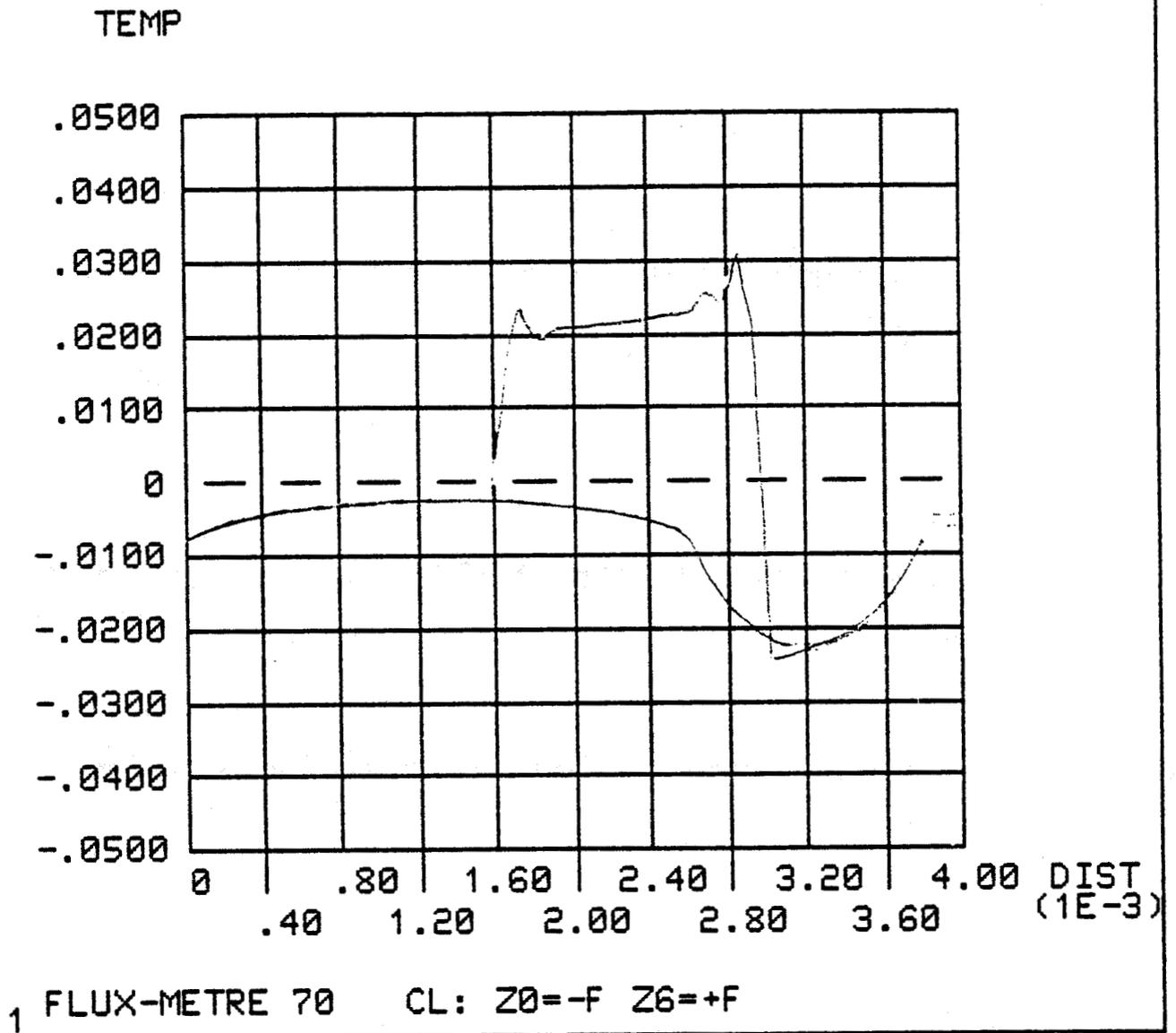


Figure 16 - Variation de température dans le plan de l'interface bimétallique correspondant à des conditions limites du type "Neuman" sur les faces extérieures

$$\Sigma \Phi_{2ty} = - 1766 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_t = - 36 247 \text{ W/m}^2$$

~ dans les "éléments constantan" :

$$\Sigma \Phi_{tlx} = - 2371 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{tly} = - 343 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{tz} = - 33 673 \text{ W/m}^2$$

~ dans les "éléments constantan" voisins de la frontière :

$$\Sigma \Phi'_{tz} = - 22 411 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi'_{tly} = - 72,5 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi'_{tlz} = 2 748 \text{ W/m}^2$$

En calculant la f.e.m. thermoélectrique suivant la même méthode que précédemment, nous obtenons pour valeur :

$$\Delta V_1 = 0,398 + 0,319 = 0,717 \mu V$$

qui, ramenée à 7,4 mW, c'est-à-dire 1 degré d'écart entre les surfaces extérieures du capteur, donne la même valeur que précédemment pour la sensibilité.

Les résultats montrent que la résistance thermique et la sensibilité du fluxmètre sont indépendantes des conditions limites dans le cas d'un fonctionnement en régime permanent.

TROISIEME TYPE DE CONDITION LIMITE

3.3.3. Echange convectif sur la face supérieure du fluxmètre

Pour compléter l'étude systématique sur l'effet des conditions limites, nous avons envisagé un échange convectif sur la face supérieure du fluxmètre, la face inférieure étant maintenue à température constante. Le flux entrant dans le capteur est alors déterminé par la relation classique, avec à titre d'application :

$$\Phi = h(T_e - T_s) \quad h = 10 \text{ W/m}^2 \text{ K}$$

$T_e = 20^\circ$ par rapport à la face de référence ; T_s : température de la face supérieure

Comme précédemment, la face cuivrée supérieure est pratiquement isotherme et traversée par des flux tangentiels circulant de façon à rendre le champ de température dans la structure hétérogène indépendante des conditions limites extérieures. Pour ce type de condition limite, le flux calculé est égal à 0,906 mW ; compte tenu de la différence de température entre les surfaces externes du capteur 0,122 K, la résistance thermique est de 134,6 K/W. Cette valeur est égale à la valeur obtenue précédemment et ne dépend donc pas des conditions limites. Les surfaces isothermes et lignes de flux sont représentés dans plusieurs plans de section droite (fig.18).

Pour préciser le calcul de la f.e.m. thermoélectrique, nous avons doublé comme précédemment, le nombre d'éléments suivant la direction x'x et avons calculé les composantes tangentiels des flux thermiques suivant la direction axiale de la thermopile. Le profil de température au niveau de l'interface bimétallique est représenté fig.19.

Dans les "éléments constantan", nous avons obtenu :

$$\Sigma \Phi_{lx} = - 20\,454 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{ly} = - 185 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{lz} = - 30\,611 \text{ W/m}^2$$

et pour les éléments situés à la frontière :

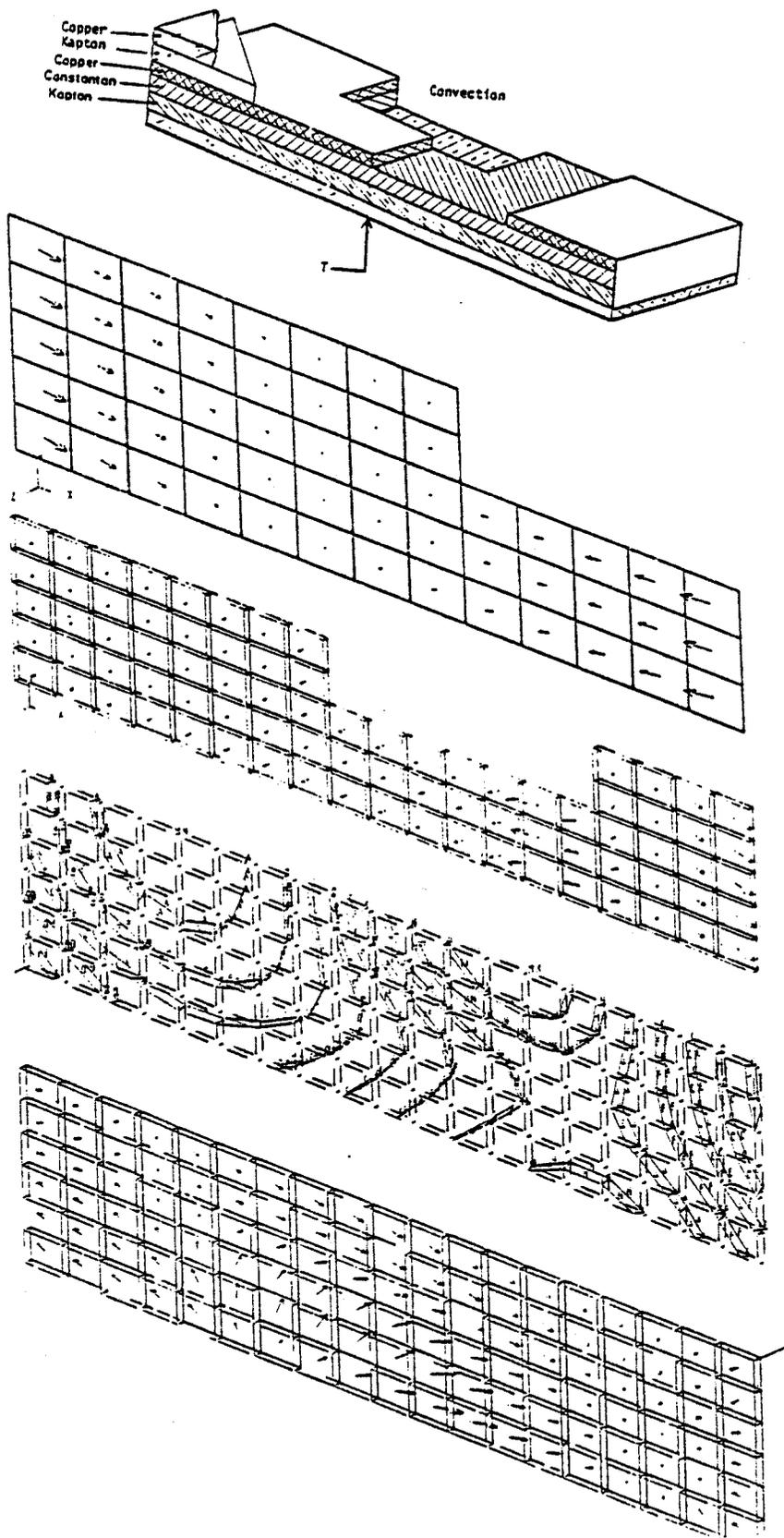
$$\Sigma \Phi'_{lx} = - 2\,026 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi'_{ly} = - 54 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi'_{lz} = - 2\,334 \text{ W/m}^2$$

Avec ces valeurs, nous avons obtenu une valeur de la tension détectée égale à :

$$\Delta V_1 = 0,35 \mu\text{V} + 0,27 \mu\text{V} = 0,62 \mu\text{V}$$



Thermopile entre deux feuilles de kapton cuivrées soumise à un échange convectif sur une face et maintenue à température constante sur l'autre face.

Dans les électrodes de cuivre, le flux thermique est tangentiel.

Dans le support constant le flux est fortement non uniforme.

Dans la face cuivrée soumise à l'échange convectif, il y a échanges tangentiels.

Fig.18 - Echanges convectifs sur la face supérieure isotherme et lignes de flux dans l'électrode et les faces extérieures du fluxmètre

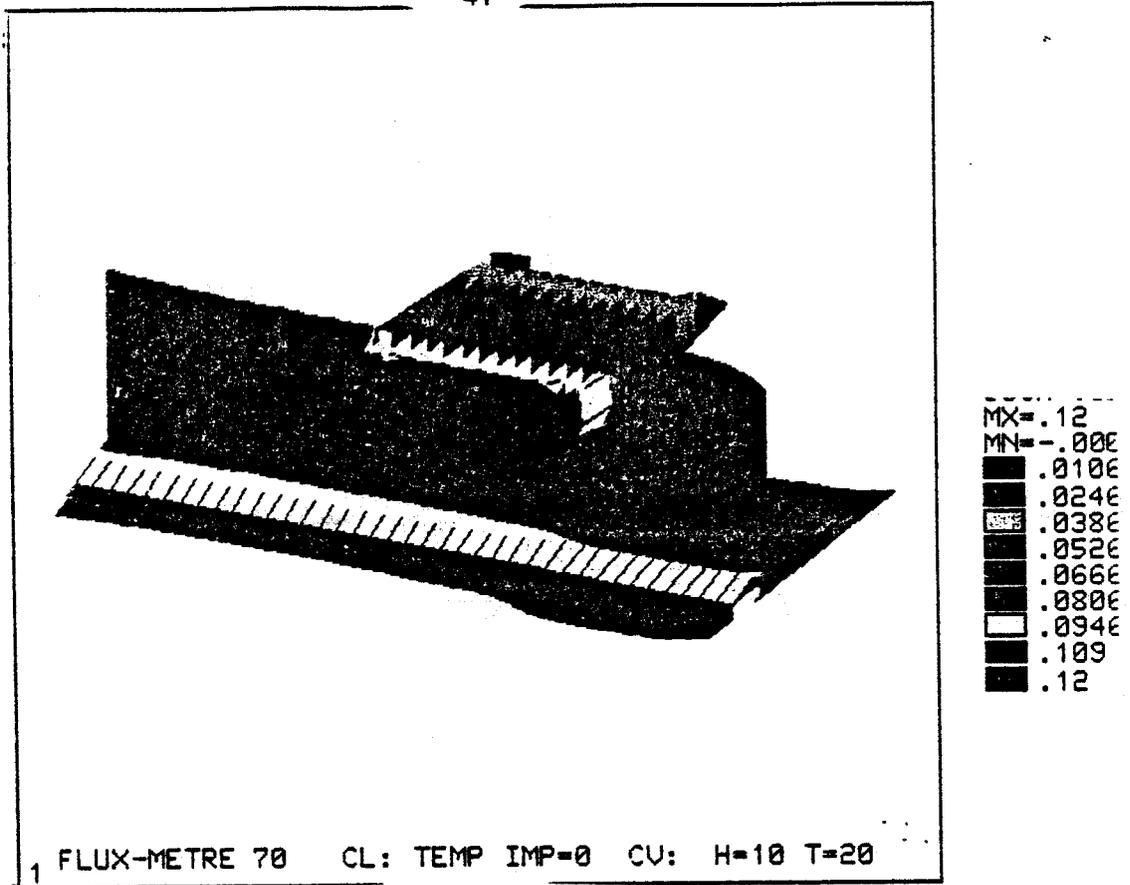


Fig. 18 - Contour de température dans le plan de l'interface bimétallique correspondant à une condition limite du type Newton sur la face supérieure du capteur

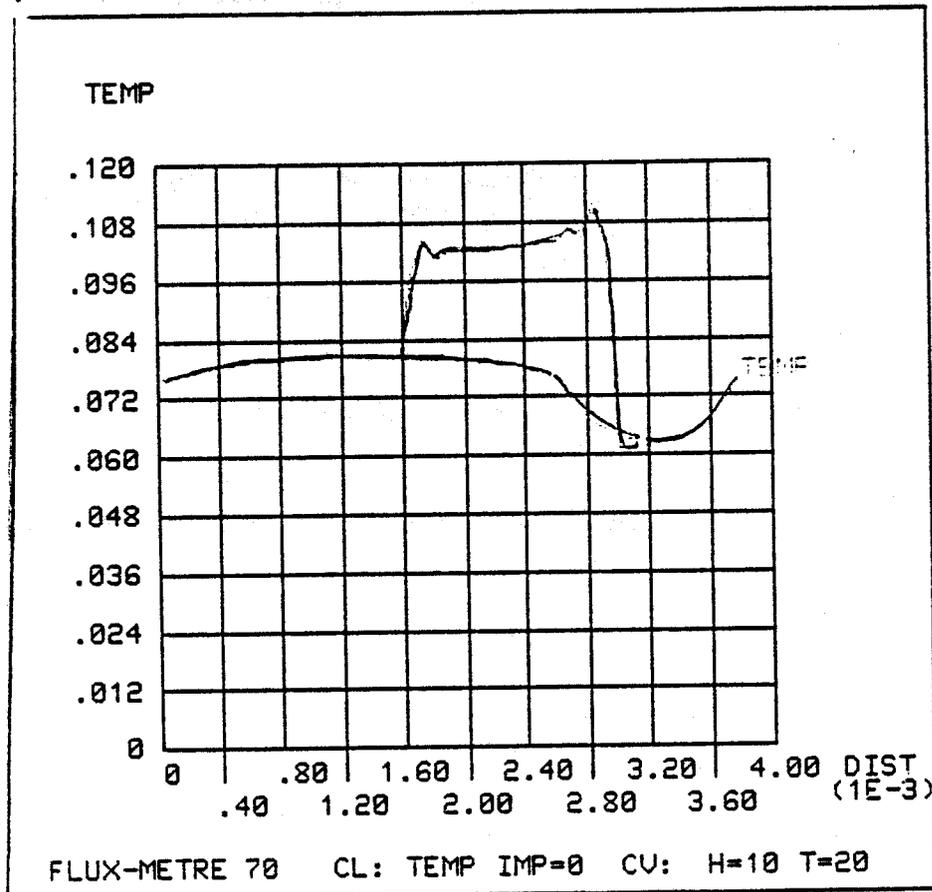


Fig. 19 - Variation de température dans le plan de l'interface bimétallique (condition limite du type Newton)

ce qui donne une valeur de $5,1 \mu\text{V}$ ramenée à un degré d'écart entre les surfaces limites du capteur. Ce résultat, ajouté aux précédents montre que la résistance thermique et la sensibilité ne dépendent pas de la nature des conditions limites en régime permanent.

III.4.. LES PROBLEMES POSES PAR L'OPTIMISATION DE LA SENSIBILITE DU FLUXMETRE

Les résultats de simulation précédents ont montré que la cause de l'effet thermoélectrique dans les fluxmètres thermiques est essentiellement la canalisation du flux thermique suivant la direction tangentielle des électrodes plaquées. L'optimisation de la sensibilité peut être obtenue en examinant dans quelles conditions les échanges tangentiels sont maximisés. Dans cette partie nous abordons ce problème en déterminant la valeur du flux thermique tangentiel en fonction des paramètres du modèle.

3.4.1. Influence de l'épaisseur de la thermopile

Pour estimer l'effet de la résistance thermique dans la direction tangentielle, l'épaisseur du support constantan a été divisée par 2 afin de préciser l'influence de l'épaisseur du support sur l'épanouissement des lignes du flux dans le plan de lamination de la structure multicouche. Les conditions limites imposées au modèle sont du type Dirichlet, écart de 1 K imposé entre les surfaces limites. Le maillage comporte comme précédemment des briques de 0,1 mm suivant la direction axiale de la thermopile. Lorsque l'épaisseur de constantan est divisé par 2 le flux thermique passe de 7,4 mW à 7,6 mW (augmentation de 3%). Cette diminution de la résistance thermique résulte essentiellement de la perturbation du champ de température non uniforme dans la structure multicouche. Cette modification de la conduction dans le plan de lamination est décrite pour les valeurs moyennes des flux thermiques tangentiels :

$$\Sigma \Phi_{2tx} = - 243\,286 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{2ty} = - 27\,815 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{2tz} = - 266\,084 \text{ W/m}^2$$

De la même façon dans les "éléments constantan"

$$\Sigma \Phi_{1tz} = - 13\,900 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{1ty} = - 2\,520 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{1z} = - 250\,074 \text{ W/m}^2$$

avec pour les éléments frontières :

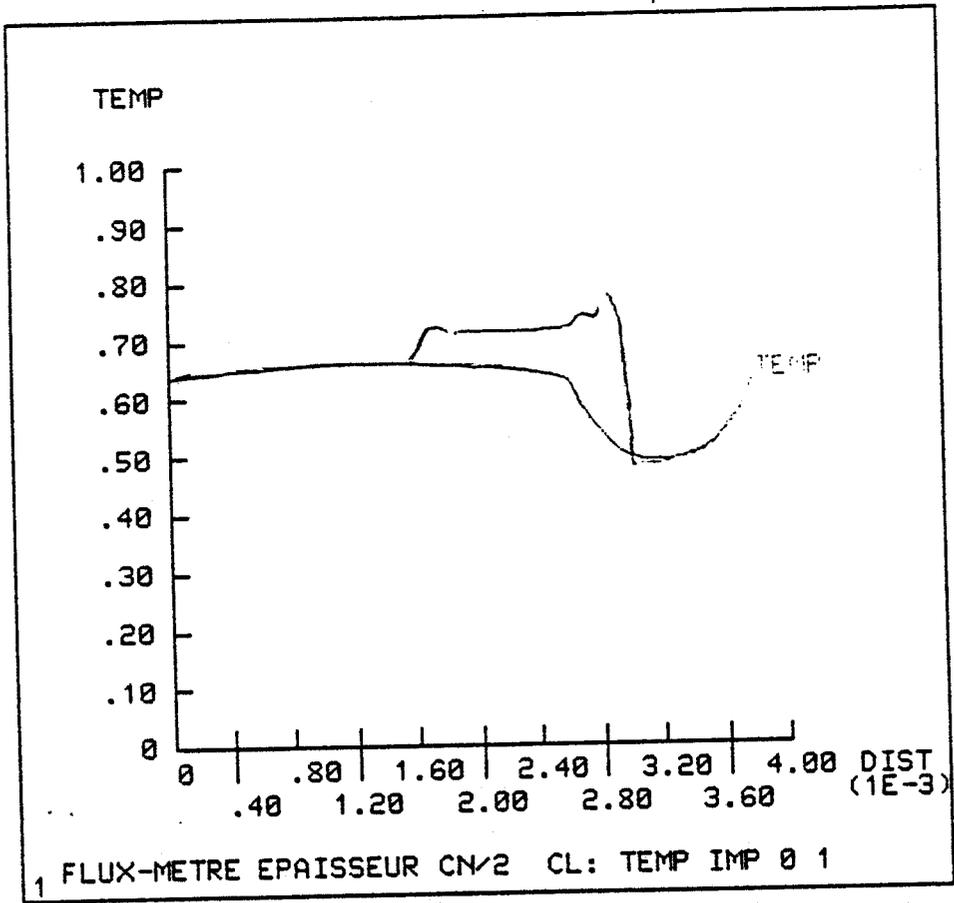


Figure 20 - Profil de température dans le plan de l'interface bimétallique lorsque l'épaisseur de constantan est divisée par deux

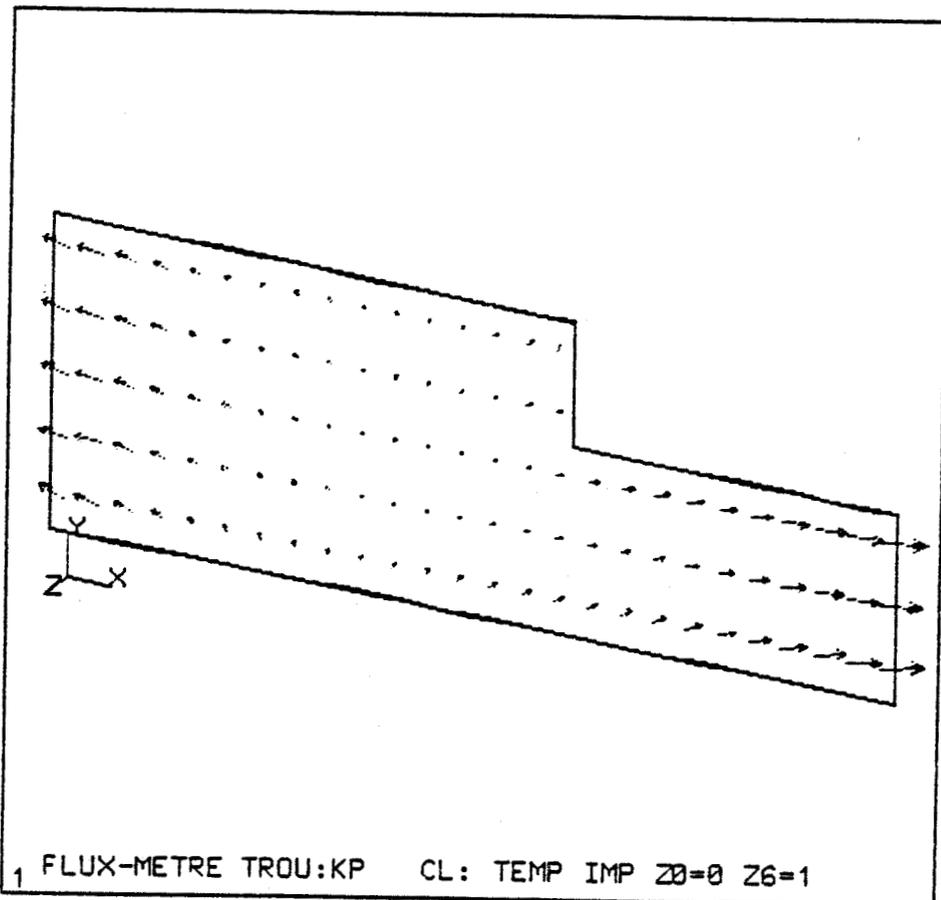
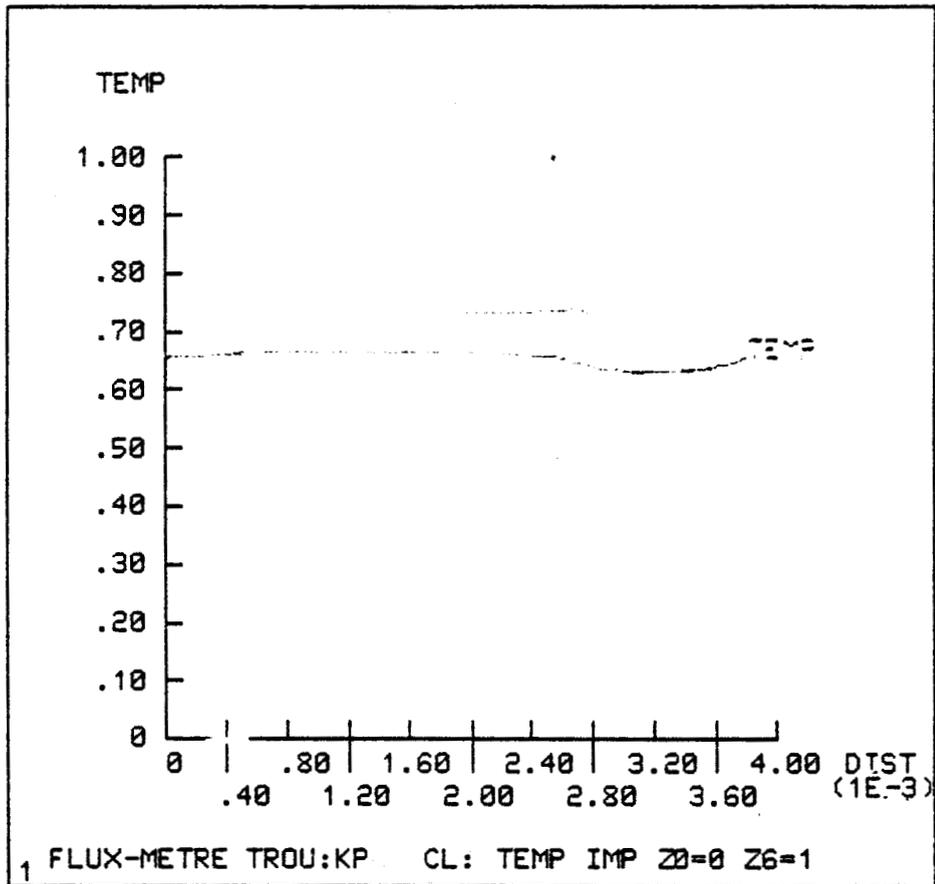


Figure 21 a - Profil de température dans la plan de l'interface bimétallique lorsque l'air est remplacée par du kapton

Figure 21 b - Flux thermique dans les éléments cuivre de l'électrode, les régions gravées étant remplies de kapton

Nous avons calculé les valeurs des composantes axiales des flux thermiques dans la thermopile afin d'estimer la f.e.m. thermoélectrique.

Dans les éléments "cuivrés" :

$$\sum_{\text{élément 2}} \Phi_{t2x} = - 67\,988 \text{ W/m}^2$$

$$\sum \Phi_{t2y} = - 14\,025 \text{ W/m}^2$$

$$\sum \Phi_{t2z} = - 258\,210 \text{ W/m}^2$$

De la même façon pour les éléments "constantan" notés 1 :

$$\sum_{\text{élément 1}} \Phi_{t1x} = - 3\,459 \text{ W/m}^2$$

$$\sum \Phi_{t1y} = - 2\,503 \text{ W/m}^2$$

$$\sum \Phi_{t1z} = - 249\,322 \text{ W/m}^2$$

avec pour éléments disposés au voisinage de la ligne frontière :

$$\sum \Phi_{t1x} = - 4\,159 \text{ W/m}^2$$

$$\sum \Phi_{t1y} = - 240 \text{ W/m}^2$$

$$\sum \Phi_{t1z} = 18\,469 \text{ W/m}^2$$

Compte tenu de cette valeur, nous avons obtenu une f.e.m. thermoélectrique de 1,28 microvolts beaucoup plus faible que la valeur obtenue précédemment et proche de la valeur expérimentale. Ce résultat montre la nécessité de réaliser un fort contraste de conductivité thermique dans la structure multicouche pour obtenir une cellule fluxmétrique de grande sensibilité.

Pour préciser ce résultat, nous avons supposé le fluxmètre collé à l'aide d'un adhésif de grande conductivité thermique remplissant les espaces d'air de la structure multicouche. Dans ces conditions, la forte conductivité des parties remplies d'adhésifs limite fortement l'élévation de température entre les cellules fluxmétriques (fig.22) et la canalisation du flux thermique dans la direction tangentielle est fortement atténuée (fig.22 b). Comme précédemment nous avons calculé les composantes tangentielles des flux thermiques :

$$\Sigma \Phi'_{lx} = - 25\ 193\ W/m^2$$

$$\Sigma \Phi'_{ly} = - 740\ W/m^2$$

$$\Sigma \Phi'_{lz} = - 18\ 363\ W/m^2$$

Ces résultats comparés à ceux de la partie précédente, montrent que la diminution de l'épaisseur du support de la thermopile ne provoque pas de différence sensible dans la jonction thermoélectrique mais des effets latéraux localisés sur la ligne frontière calculée à partir de la relation (9), la tension détectée augmente de

$$4,3\ \mu V \text{ à } \Delta V_1 = 2,33 = 4,35 = 6,7\ \mu V$$

soit une augmentation de 56 %. La compréhension de ce résultat peut être facilitée à partir du profil de température et des courbes de la fig. 20 puisque l'élévation relative de température dans les régions gravées de la thermopile sensiblement la même que précédemment et provoque un important phénomène de constriction des lignes de flux au voisinage des lignes frontières des électrodes.

3.4.2. Influence du contraste de conductivité

Le phénomène provoquant la canalisation des lignes de flux thermique étant l'élévation de la température des régions cuivrées de la thermopile, c'est-à-dire le contraste de conductivité entre les électrodes de la thermopile et les régions gravées ("trous" et interlignes) nous analysons maintenant l'effet des variations de ce contraste sur la sensibilité du capteur.

- Lorsque les régions gravées de la thermopile sont supposées remplies de kapton, il y a annulation du contraste de conductivité. Pour une condition limite du type Dirichlet, c'est-à-dire une différence de températures imposées de 1 K, il y a augmentation du flux thermique qui passe de 7,43 mW à 8,72 mW pour chaque demi-cellule. La résistance thermique de la cellule est diminuée et les phénomènes de constriction des lignes de flux sont atténués.

Les variations de température dans le plan de séparation des conducteurs superposés est représentée fig. 21. L'élévation de température des régions gravées de la thermopile est moins forte que précédemment et provoque une diminution du phénomène de conduction tangentielle dans les électrodes de la thermopile fig.21b.

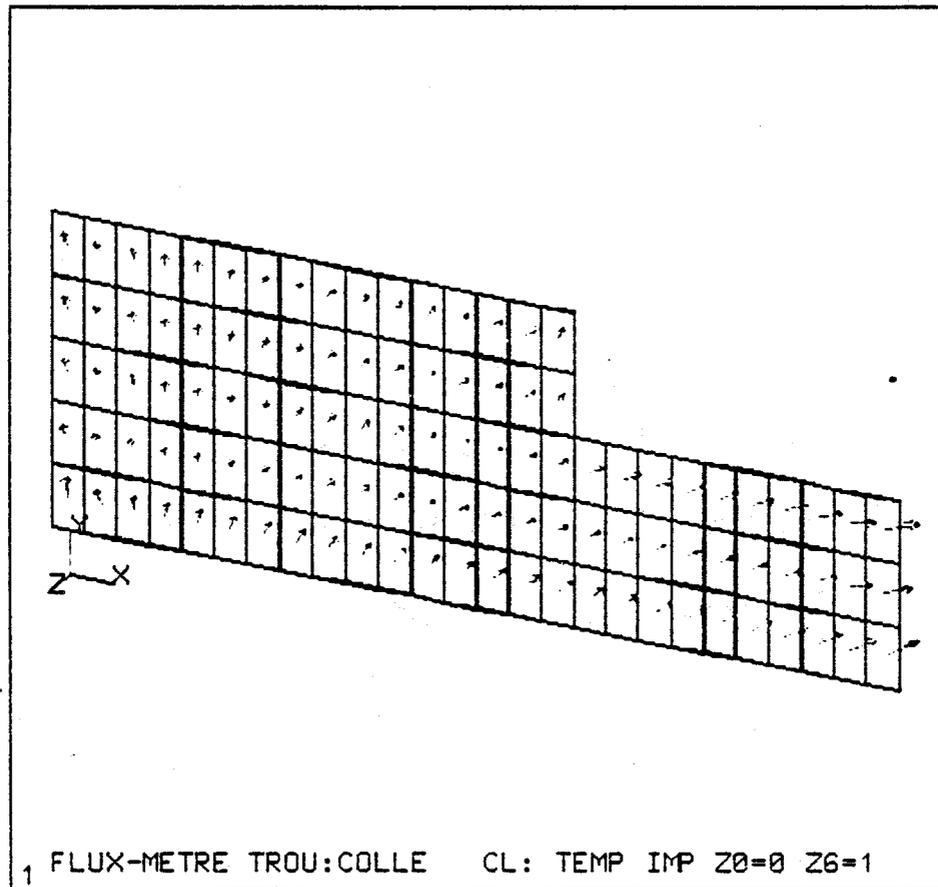
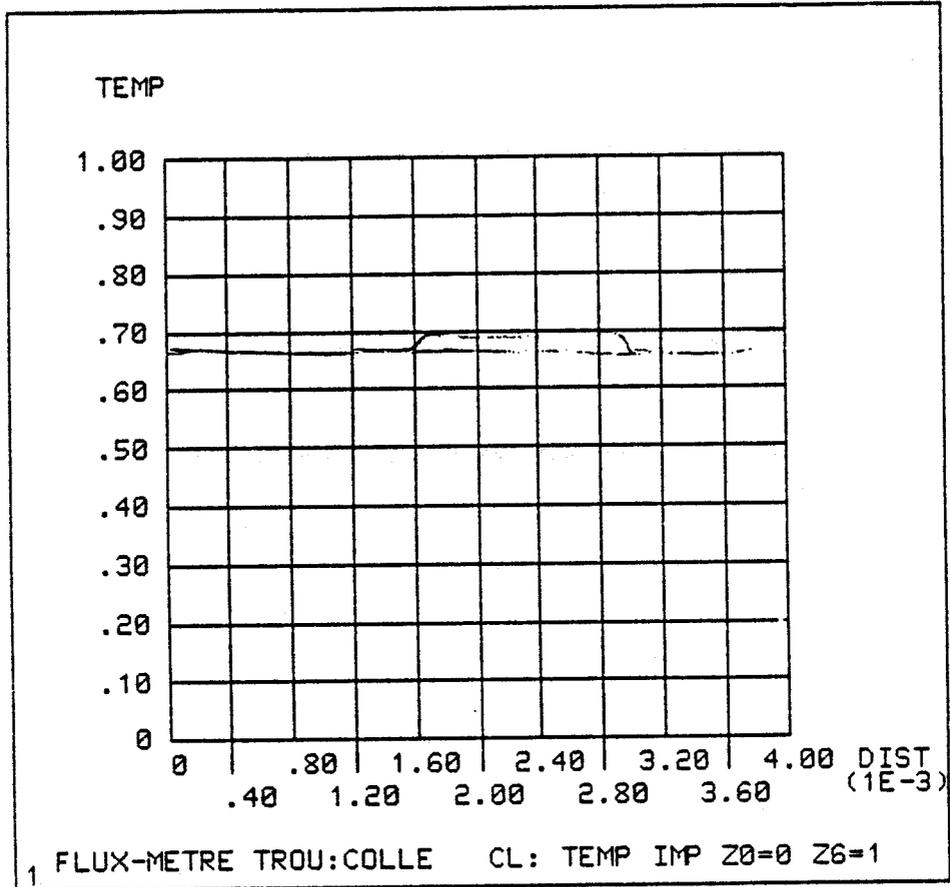


Figure 22 a - Profil de température lorsque les régions gravées sont remplies de colle de grande conductivité

Figure 22b - Flux thermique correspondant

- dans les éléments "cuivrés"

$$\Sigma \Phi'_{t2x} = - 15\,958 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi'_{t2y} = - 5\,610 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi'_{t2z} = 255\,211 \text{ W/m}^2$$

- dans les éléments "constantan"

$$\Sigma \Phi'_{t1x} = - 440 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi'_{t1y} = - 1\,905 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi'_{t1z} = - 248\,091 \text{ W/m}^2$$

- suivant les lignes frontières :

$$\Sigma \Phi'_{t1x} = - 1\,116 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi'_{t1y} = - 12 \text{ W/m}^2$$

A partir de ces valeurs nous obtenons $0,2 \mu\text{V}$ aux bornes de chaque cellule (au lieu de $5,3 \mu\text{V}$ comme précédemment).

Il est donc très important de ne pas rendre conductrice les régimes gravés de la thermopile pour ne pas diminuer la sensibilité.

3.4.3. Effet de la forme géométrique du motif

La conductivité tangentielle dépendant de la forme des électrodes, la valeur de la dimension latérale peut avoir une influence prépondérante sur la canalisation de la chaleur dans la direction tangentielle. Pour mettre cet effet en évidence, nous avons divisé par 2 les dimensions suivant la direction transversale oy . La valeur du flux pour la demi-cellule est de $3,73 \text{ mW}$; soit en doublant pour comparer avec les valeurs précédentes, une valeur de $,46 \text{ mW}$ pour une surface de $4,56 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$.

Comme précédemment, nous avons représenté fig.23 le profil de température dans le plan de l'interface bimétallique et les valeurs des flux aux

centres des éléments "cuivré et constantan". Nous avons obtenu pour les valeurs des composantes axiales du flux thermique les valeurs suivantes :

~ dans les éléments "cuivré"

$$\Sigma \Phi_{t2x} = - 25\,900 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{t2y} = - 72\,047 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{t2z} = - 274\,131 \text{ W/m}^2$$

~ dans les éléments "constantan"

$$\Sigma \Phi_{t1x} = - 14\,699 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{t1y} = - 8\,599 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{t1z} = - 254\,756 \text{ W/m}^2$$

Pour les éléments de la frontière du support :

$$\Sigma \Phi_{tx}^+ = 16\,965 \text{ W/m}^2 \quad \Sigma \Phi_{tx}^- = 3\,793 \text{ W/m}^2 \quad \Sigma \Phi_{tx}' = 13\,172 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_{ty}^+ = - 1\,070 \text{ W/m}^2 \quad \Sigma \Phi_{ty}^- = - 450 \text{ W/m}^2$$

$$\Sigma \Phi_z^+ = - 20\,006 \text{ W/m}^2 \quad \Sigma \Phi_z^- = - 21\,886 \text{ W/m}^2$$

A partir de ces valeur, nous avons calculé pour un écart de température de 1 . K entre les faces du capteur une f.e.m. thermoélectrique :

$$\Delta V_1 = 4.35 \mu V + 2.21 \mu V = 6.56 \mu V$$

Pour un ensemble de deux cellules occupant la même surface que la cellule étudiée précédemment, le f.e.m. détectée est de 13,12 microvolts.. Ce résultat montre l'intérêt des méthodes d'optimisation numérique pour obtenir des structures de grande sensibilité et qu'il est possible de miniaturiser les cellules en conservant les mêmes performances thermoélectriques.

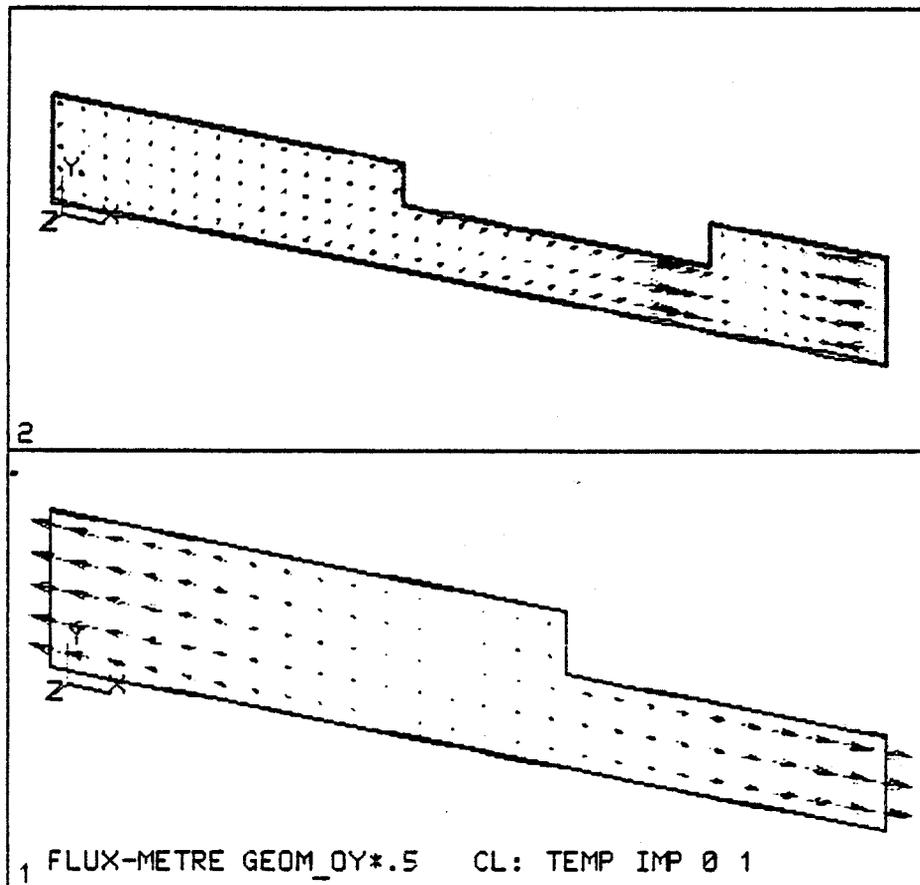
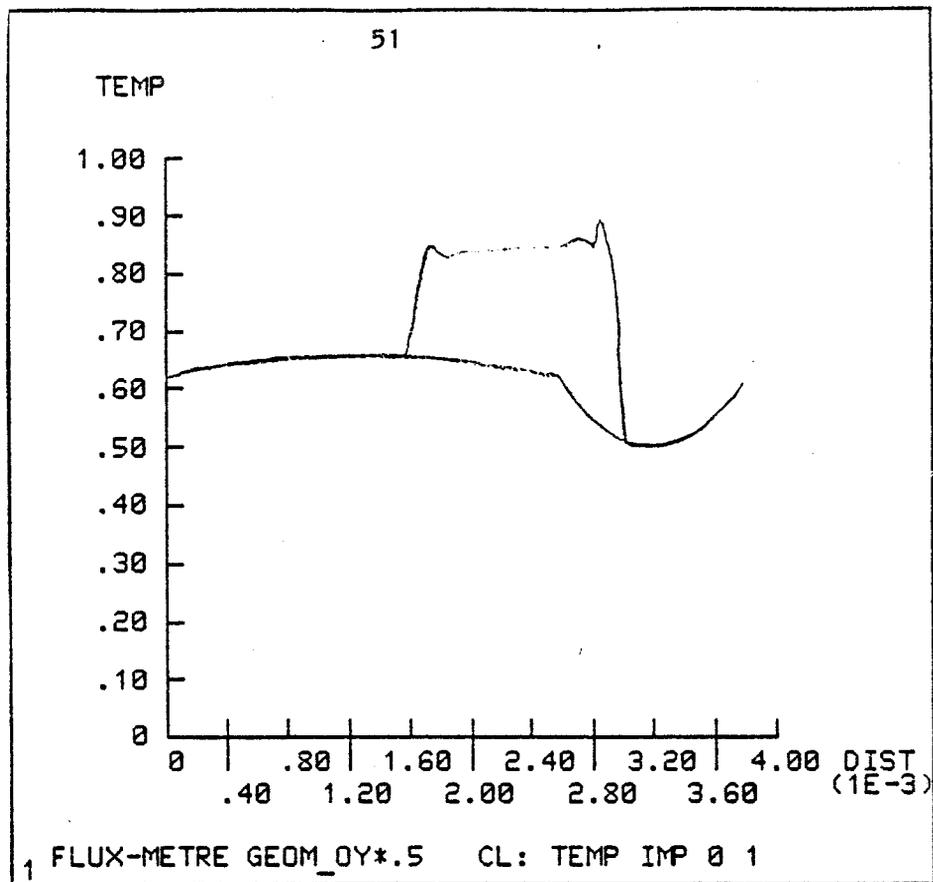


Figure 23 a - Profil de température dans le plan de l'interface bimétallique lorsque la largeur de la cellule est divisée par deux

Figure 23b - Flux thermiques dans les éléments cuivre et constantan lorsque l'épaisseur est divisée par deux

III.5. ETUDE EN REGIME TRANSITOIRE

L'analyse des transferts thermiques dans une structure multicouche hétérogène en régime variable est très complexe à cause de l'effet des capacités thermiques distribuées, c'est-à-dire du stockage non uniforme de chaleur dans les diverses couches de la structure. Dans un milieu multicouche hétérogène, seule une méthode numérique peut être utilisée pour déterminer le champ de température et les lignes de flux thermique à chaque instant. Un avantage du programme ANSYS est de permettre l'analyse de l'établissement d'un champ de température résultant d'une modification de la différence de température appliquée entre les faces externes de la structure multicouche. La mise en oeuvre du code de calcul nécessite la connaissance de l'ordre de grandeur du pas de temps caractéristique de l'évolution du champ de température. Dans chacune des couches de la structure, un temps caractéristique peut être défini à partir du coefficient de diffusivité 'a' et de l'épaisseur.

Pour les couches de cuivre extérieures, 'a' = $1,15 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$

$$\tau_{\text{cu}} = RC \# 9 \cdot 10^{-10} / 1,15 \cdot 10^{-4} \# 0,01 \text{ ms}$$

Pour le ruban de la thermopile a = $5,3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$$\tau_{\text{cu}} = 4,1 \cdot 10^{-10} / 5,3 \cdot 10^{-6} = 0,1 \text{ ms}$$

Pour les couches isolantes de Kapton

$$\tau_{\text{k}} \# 15 \text{ ms}$$

3.5.1. Etablissement d'un échelon de différence de température entre les surfaces externes du fluxmètre

Compte tenu de ces valeurs caractérisant le temps d'établissement du champ de température dans les couches successives, nous avons choisi 1 ms comme pas de temps élémentaire et avons déterminé l'évolution en fonction du temps des quantités représentatives du champ de température et de la f.e.m. thermoélectrique développée dans le circuit de la thermopile.

Pour chaque pas de temps du régime transitoire, le programme ANSYS permet le calcul et la représentation des quantités précédemment calculées et représentées en régime permanent. La caractérisation de l'établissement du régime dans la structure peut être représentée fig.24 par la variation en fonction du temps des valeurs globales des flux thermiques à travers les faces d'entrée et de sortie de la thermopile

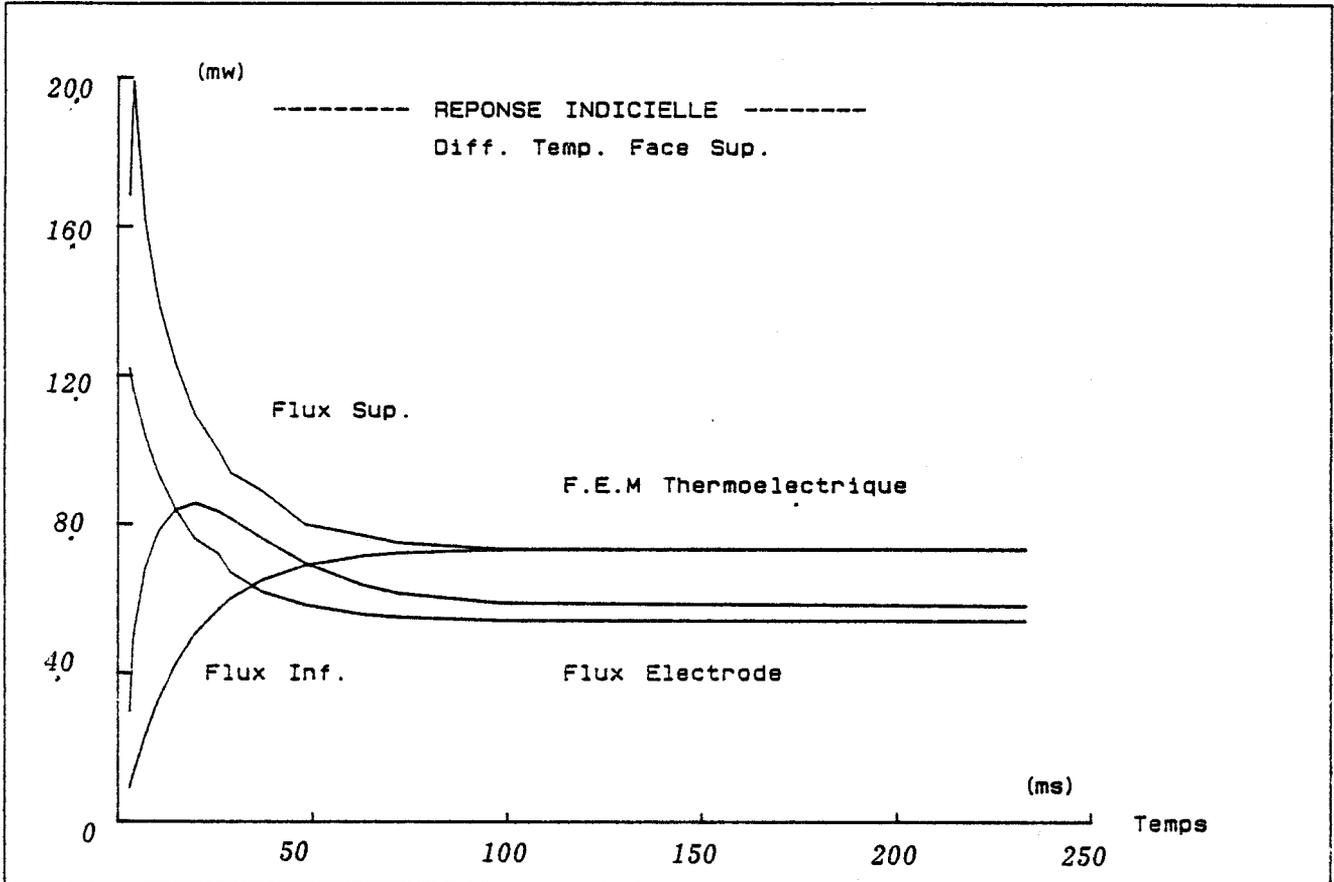


Figure 24 a - Variation en fonction du temps des flux thermiques dans plusieurs plans de section droite lorsque la face supérieure est soumise à une sollicitation de température en échelon

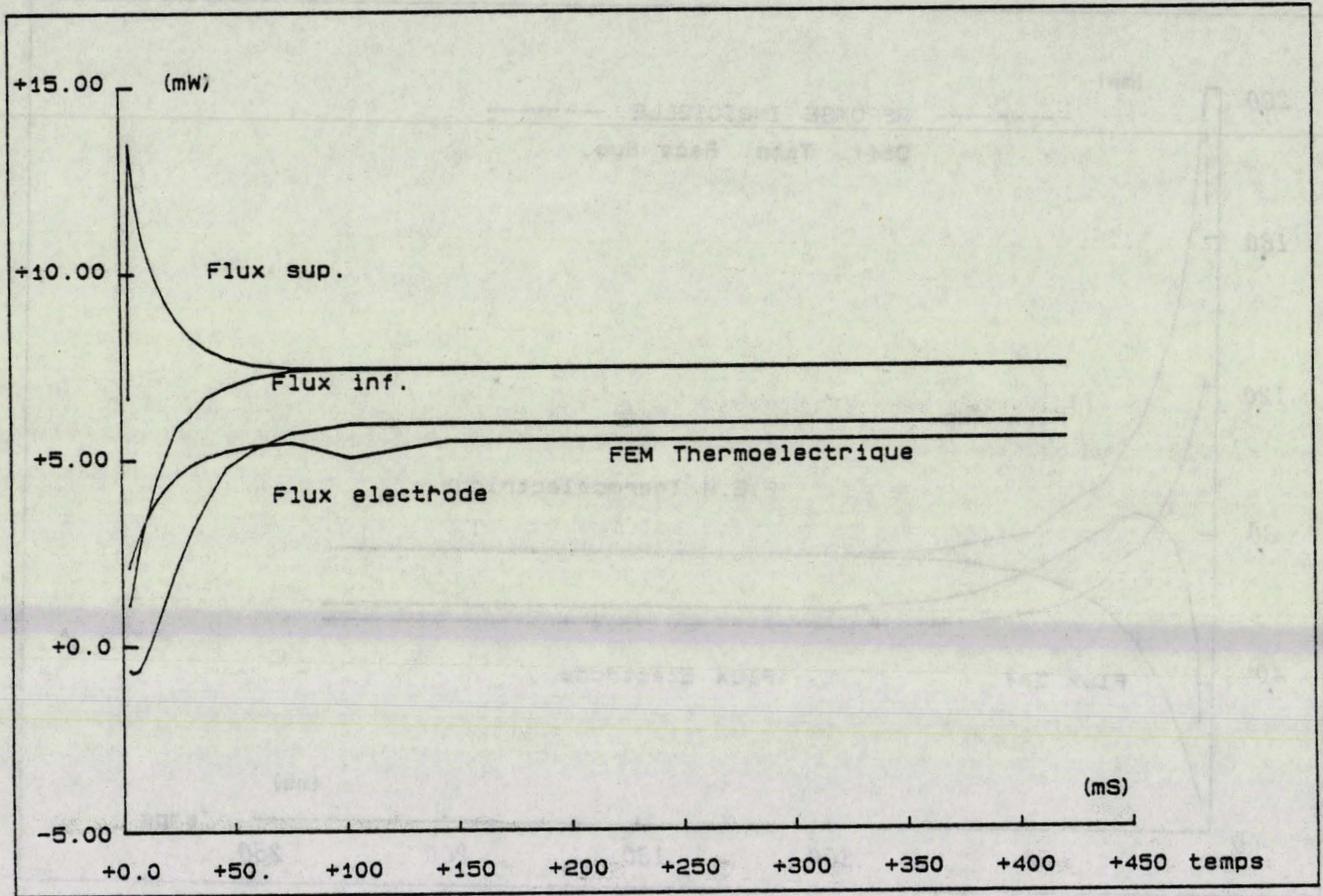
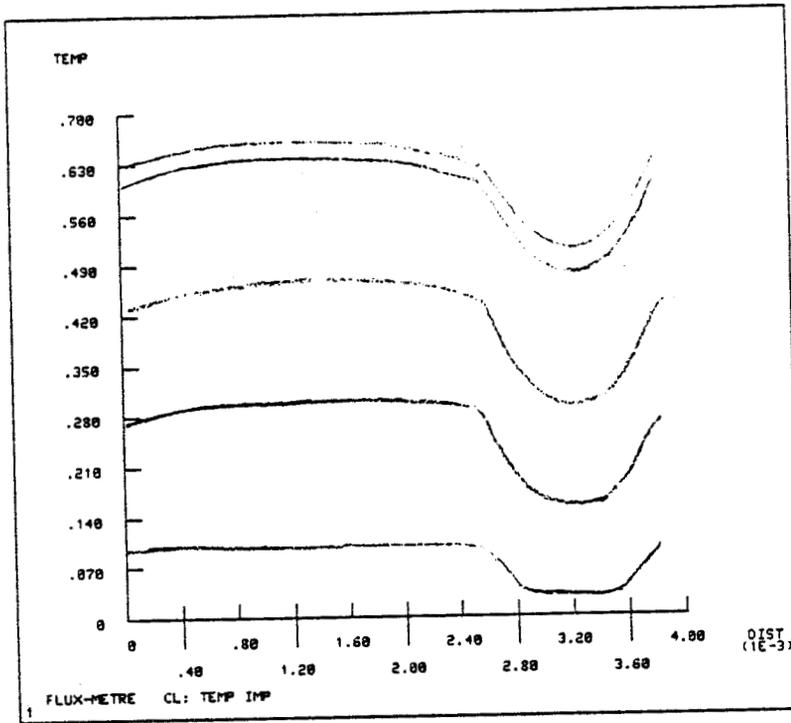


Figure 24b - Variation de flux thermique correspondant à une variation en échelon de température imposée sur la face inférieure

a)



b)

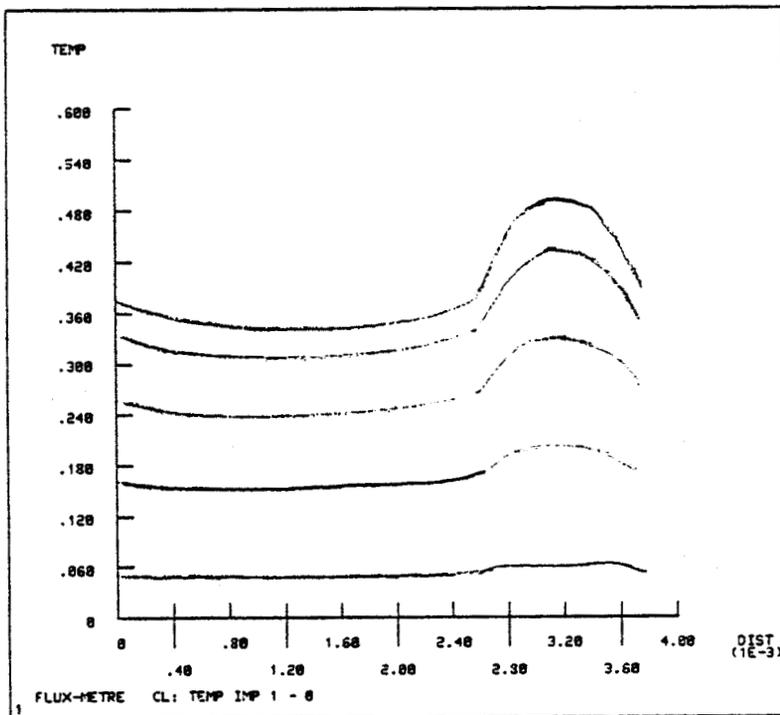
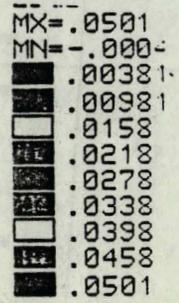
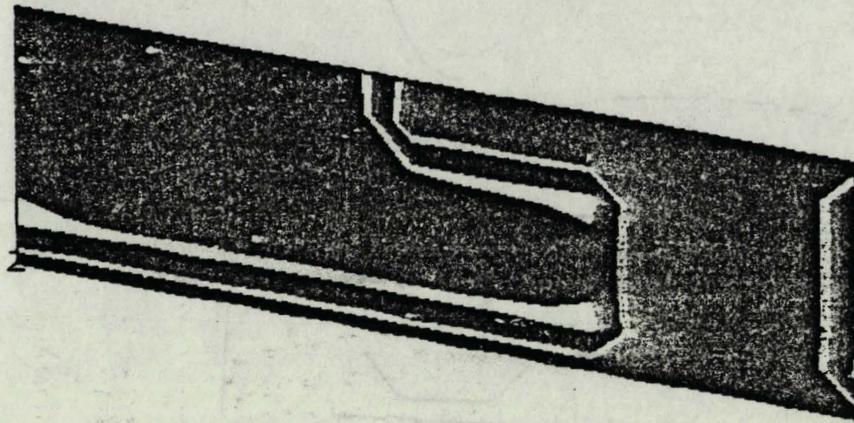
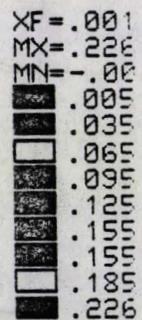
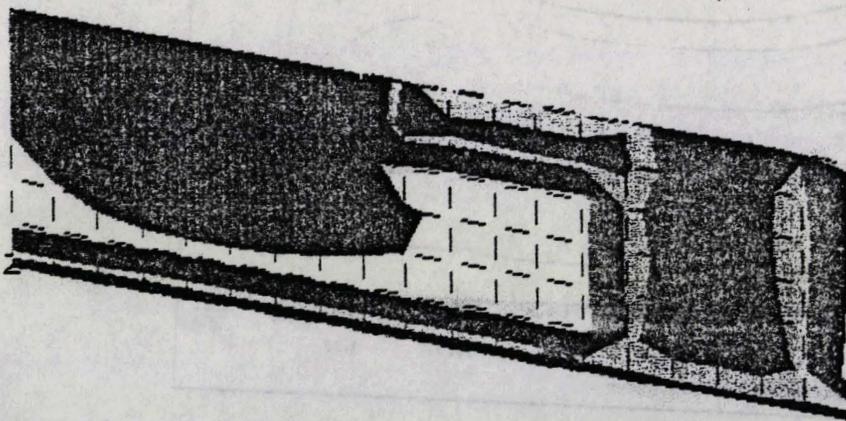


Figure 25 a - Variation en fonction du temps du profil de température correspondant à une variation en échelon de température imposée sur la face supérieure du fluxmètre

Figure 25b - Variation de température en échelon imposée sur la face inférieure



FLUX-METRE CL: TEMP IMP 1 - 0



1 FLUX-METRE CL: TEMP IMP 1 - 0

Figure 26 - Contours de température dans le plan de l'interface bimétallique
 (1) a début de la réponse indicielle $t = 0,001$ seconde
 (2) pendant la durée du régime transitoire $t = 0,01$ seconde

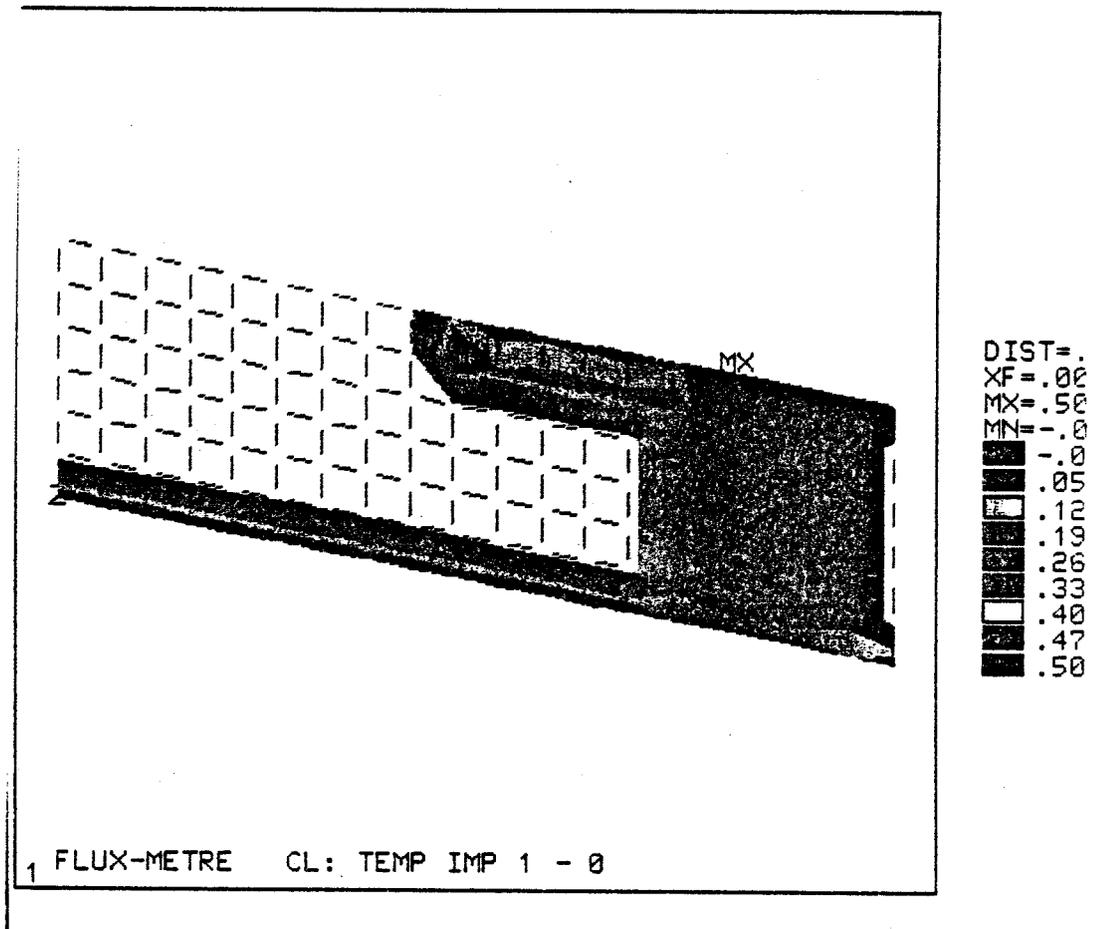


Figure 26 (3) - Contour de température dans le plan de l'interface bimétallique en régime permanent

TIME = .00
 TF
 MAX = 5501
 ELEM = 362

XU = 1
 YU = 1
 ZU = 2
 DIST = .00
 XF = .0019

TIME = .00
 TF
 MAX = 1184
 ELEM = 362

XU = 1
 YU = 1
 ZU = 2
 DIST = .001
 XF = .0019
 EDGE

FLUX-METRE CL: TEMP IMP 1 - 0

Fig. 27 - Variation en fonction du temps des flux dans la structure multicouche pour une variation en échelon de différence de température imposée

- (1) Début du régime transitoire $t = 0,001$ seconde
- (2) Les flux changent rapidement d'orientation à $t = 0,002$ seconde

$$\Phi_{z0} \text{ et } \Phi_{z6}$$

Pour caractériser l'établissement des lignes de constriction, nous avons également calculé la variation en fonction du temps du flux thermique traversant les éléments "cuivré" et "air" de la thermopile d'une part et le flux traversant les seuls éléments "cuivré" d'autre part. Le rapport de ces deux quantités est représentatif de l'établissement du phénomène de constriction thermique dans la structure multicouche.

Les couches représentant les flux ϕ_i et ϕ_s ont été tracées à partir des valeurs numériques de la simulation. Comme dans les structures multicouches classiques à couches homogènes superposées, l'évolution est caractérisée par une valeur importante du flux sur la face soumise à une élévation de température et une égalisation des flux à travers les faces supérieures et inférieures pour des valeurs du temps supérieures à 0,1 seconde. La cellule fluxmétrique n'étant pas parfaitement symétrique puisque l'épaisseur de kapton est égale à 50 microns du côté $z = 0$ et 25 μm de l'autre côté et que les électrodes de cuivre ne sont disposées que sur une seule des faces de la thermopile.

Les valeurs différentes des épaisseurs de kapton de part et d'autre de la thermopile sont responsables de la différence entre les temps de réponse suivant que la structure multicouche est sollicitée sur la face $z = 0$ ou sur la face z_6 ;

Le ruban continu de la thermopile peut être considéré du point de vue thermique comme une capacité en contact sur chacune de ses faces avec une feuille isolante de kapton. La présence des électrodes entre le ruban de constantan et la feuille de kapton cuivré introduit une dissymétrie thermique par constriction. Cette dissymétrie provoque une différence entre les réponses indicielles représentées (fig.25) pour plusieurs valeurs du temps, pour une sollicitation en échelon sur la face supérieure ou sur la face inférieure du capteur.

L'analyse de la variation en fonction du temps de la réponse indicielle est particulièrement utile puisqu'elle permet d'identifier l'effet des hétérogénéités thermiques introduites par construction dans l'épaisseur de la thermopile sur la dynamique des transferts thermiques.

Comme en régime permanent, nous avons représenté les contours de température et les lignes de flux thermique (fig. 26 et 27) dans le plan de l'interface bimétallique pour plusieurs valeurs du temps (1 ms, 2 ms, ...).

Par l'analyse de ces profils, il apparaît que la différence de température de 1K appliquée entre les faces extérieures du capteur est tout d'abord transmise

aux régions évidées de la structure multicouche et provoque l'apparition d'une distribution de gradient thermique localisée sur la ligne frontière des électrodes en régime variable.

Les résultats obtenus montrent clairement l'effet essentiel de l'hétérogénéité de la structure multicouche aussi bien en régime permanent qu'en régime variable. Les régions évidées du fluxmètre thermique sont des régions de grande résistance thermique et de faible capacité dans lesquelles le champ de température est rapidement variable en fonction du temps. Les écarts de température suivant la direction axiale provoquent la circulation de flux thermiques tangentiels (fig. 27) qui sont à l'origine de la f.e.m. détectée par le ruban thermoélectrique.

3.5.2. Etablissement d'une sollicitation convective en échelon sur la face supérieure du fluxmètre

Les résultats obtenus dans la partie précédente ont montré que la f.e.m. détectée par un fluxmètre thermique à jonctions thermoélectriques de grande surface n'était pas directement proportionnelle à la différence de température entre les surfaces extérieures, mais à la différence de température présente dans le plan de l'interface bimétallique.

En régime de variations rapides, il y a déphasage entre la différence de température suivant l'épaisseur et la différence de température tangentielle appliquée sur la jonction thermoélectrique. Ce déphasage apparaît clairement dans les courbes de la partie précédente.

Une autre illustration de ce déphasage peut être apportée en soumettant le fluxmètre à une sollicitation convective en échelon de flux imposé. Compte tenu de la faible résistance interne du capteur, il est facile de voir que cette condition est réalisée avec une loi du type Newton :

$$\Phi = h(T - T_s)$$

dans laquelle la valeur du coefficient h peut être prise égale à $10 \text{ W/m}^2\text{K}$.

Le programme ANSYS permet la prise en compte de cette condition limite et nous avons représenté (fig.28) les variations en fonction du temps :

- des flux thermiques dans les faces supérieures et inférieures du fluxmètre
- du flux dans l'électrode plaquée
- de la différence de température entre les surfaces extérieures du capteur

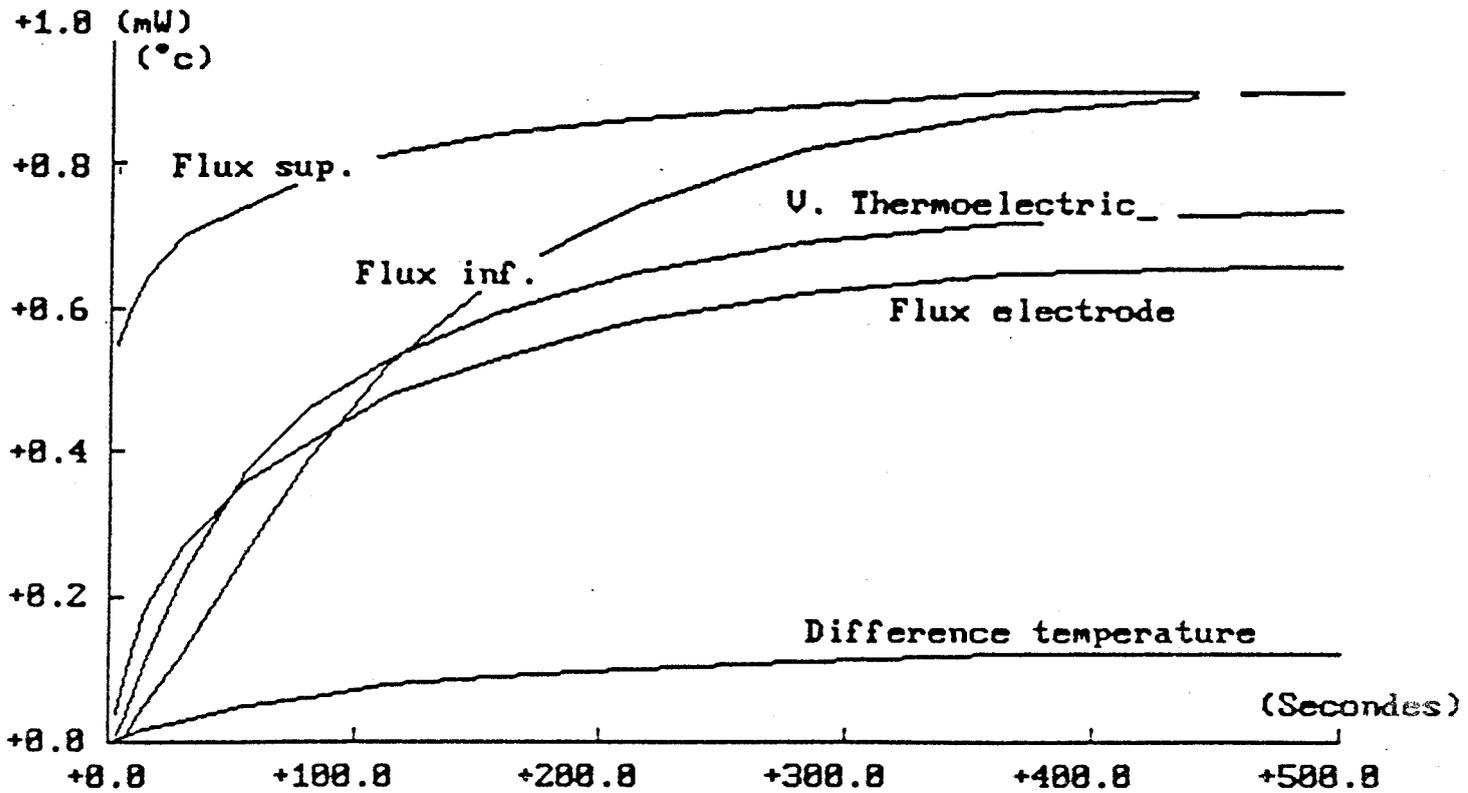
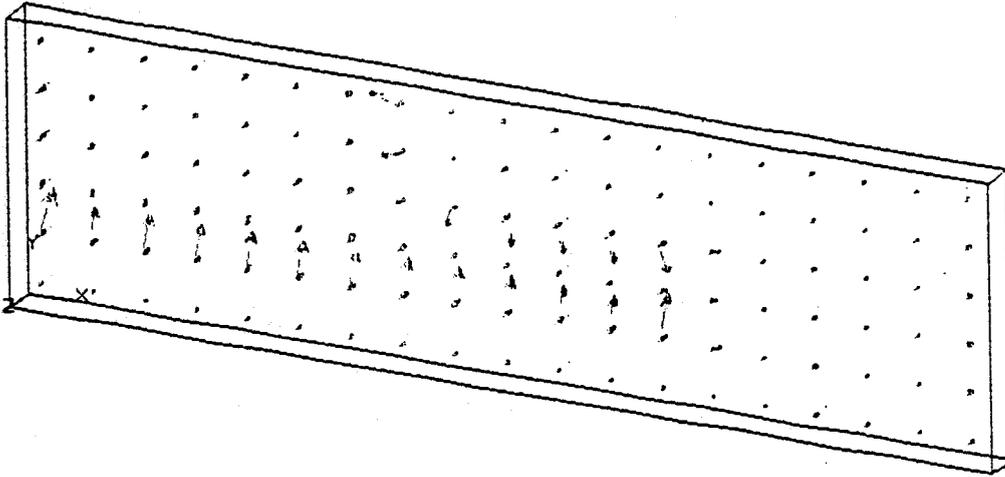


Figure 28 - Variation en fonction du temps des flux dans plusieurs plans du fluxmètre provoqué par une variation en échelon des échanges convectifs sur la face supérieure du fluxmètre

TIME=.001
TF
MAX=21
ELEM=362

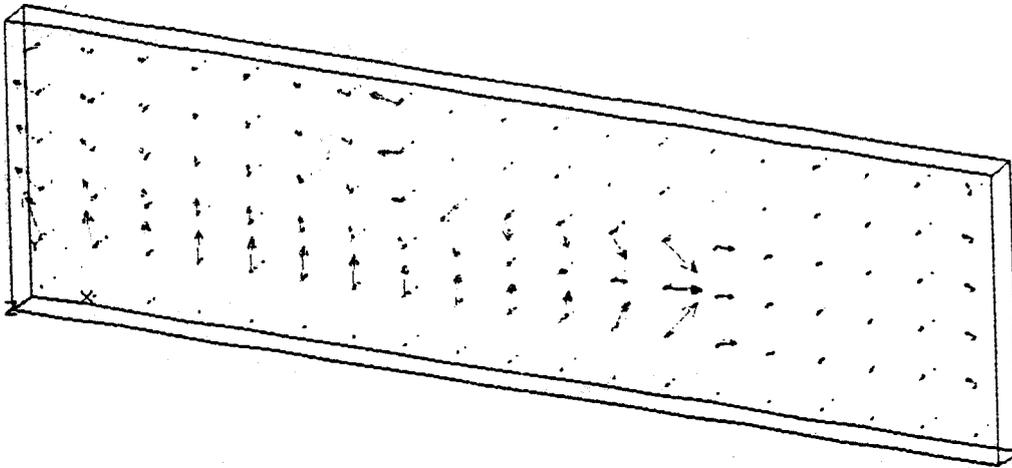
XU=1
YU=1
ZU=2
DIST=.0019
XF=.0019
EDGE



FLUX-METRE CL: TEMP IMP + CONU

TIME=.01
TF
MAX=224
ELEM=362

XU=1
YU=1
ZU=2
DIST=.0019
XF=.0019
EDGE

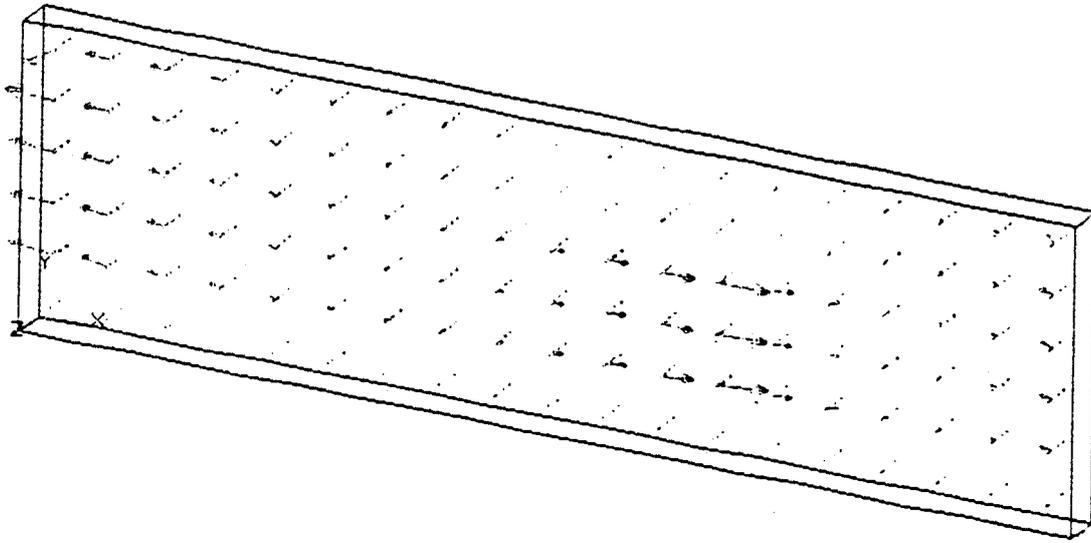


FLUX-METRE CL: TEMP IMP + CONU

Figure 29 - Variation des flux thermiques en fonction du temps pour une variation en échelon de la sollicitation convective sur la face supérieure du fluxmètre
(1) début du régime transitoire $t = 0,001$ seconde
(2) $t = 0,01$ seconde

TIME=.343
TF
MAX=3756
ELEM=419

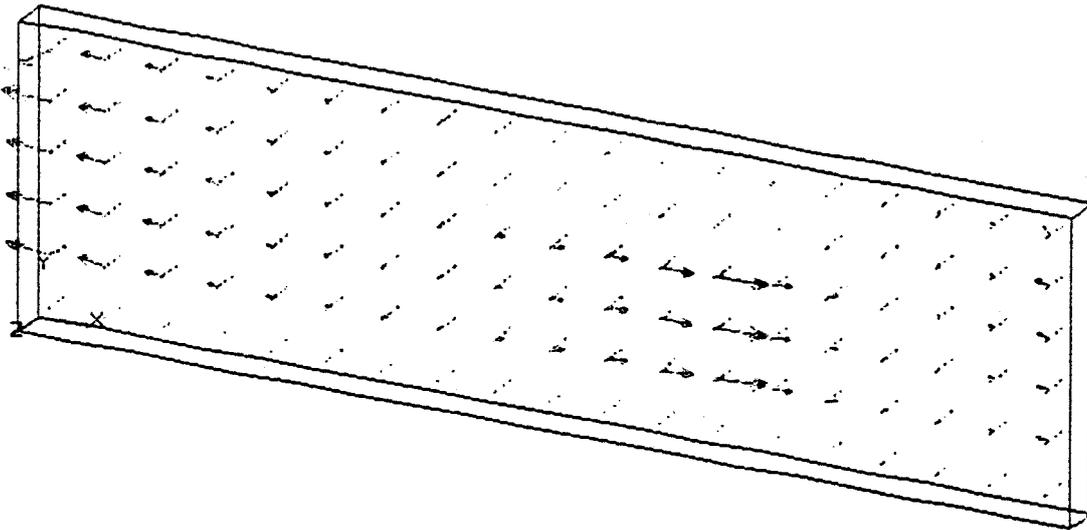
XU=1
YU=1
ZU=2
DIST=.0019
XF=.0019
EDGE



1 FLUX-METRE CL: TEMP IMP + CONJ

TIME=1
TF
MAX=3793
ELEM=419

XU=1
YU=1
ZU=2
DIST=.0019
XF=.0019
EDGE



1 FLUX-METRE CL: TEMP IMP + CONJ

Figure 29 (3) et (4) - Alignement de lignes de flux en régime établi

- de la f.e.m. thermoélectrique détectée calculée en utilisant les relations (8) et (9).

L'analyse des variations en fonction du temps montre que la f.e.m. thermoélectrique détectée est sensiblement proportionnelle au flux thermique traversant l'électrode plaquée.

III.-3. APPLICATION A LA CONCEPTION DE CAPTEURS THERMIQUES

Dans les parties précédentes, le code de calcul ANSYS a été appliqué à la modélisation de transports d'énergie par conduction et convection. Un autre avantage important du programme est de permettre l'analyse des échanges radiatifs entre le capteur et le milieu environnant. Pour traiter les échanges par rayonnement, on introduit une conductivité radiative à partir de la relation définissant l'échange radiatif par unité de surface entre deux surfaces aux températures T_i et T_j =

$$A_i F_{ij} \epsilon \sigma (T_i^4 - T_j^4) = \phi_{rj}$$

- T Température absolue des surfaces i et j
 ϕ_{rj} Flux radiatif échangé entre les surfaces
 σ constante de Stephan Boltzman
 ϵ émissivité
 A_i surface notée i
 F_{ij} facteur de forme de la surface i par rapport à la surface j .

Un programme utilitaire est directement utilisable pour calculer le flux radiatif échangé entre deux surfaces de dimensions finies. D'un point de vue fonctionnel, le programme opère en deux étapes :

- tout d'abord, les facteurs de forme sont estimés, compte tenu des positions relatives des surfaces en interaction
- dans une deuxième phase, il y a résolution d'une équation matricelle comportant des termes en T^3 à partir de l'équation générale précédente.

Dans cette analyse, l'évolution est représentée par la solution d'un système d'équation linéaire comportant des coefficients dépendant de la température. A chaque pas d'itération, l'information obtenue est utilisée pour modifier les

coefficients de l'équation et améliorer la précision sur la connaissance du champ de température.

Lorsque des échanges convectifs se superposent aux échanges radiatifs, il faut ajouter dans le bilan thermique au noeud de température T_j un terme supplémentaire :

$$h(T - T_j) = \phi_{ci}$$

dans lequel h peut être fonction de l'écart de température ($T - T_j$) et la température des noeuds est déterminée comme précédemment par un calcul itératif.

L'utilisation de ce programme est particulièrement intéressante puisqu'elle permet de compléter l'étude précédente limitée aux échanges convectifs et conductifs sur la face supérieure du fluxmètre. Lorsque la surface cuivrée supérieure du capteur est soumise à des échanges radiatifs ou à une superposition d'échanges radiatifs et convectifs le flux énergétique transformée en chaleur dans la surface métallique et induit une différence de température suivant l'épaisseur couplée à une distribution de gradients thermiques tangentiels dans le plan des échanges bimétalliques. Quelque soit la nature des échanges énergétiques entre la face supérieure du fluxmètre et le milieu environnant (convectif, radiatif, conductif) le f.e.m. détectée ne dépend que du flux thermique traversant le capteur et la sensibilité est de l'ordre de $730 \mu V/W$.

Considérons maintenant de nouveaux capteurs ne comportant pas de couche de cuivre pour uniformiser le champ de température sur la face supérieure. Lorsque cette condition est réalisée, le passage d'un flux de chaleur est associé à une distribution de température sur la face supérieure de la couche isolante recouvrant la thermopile et le problème pratique est de caractériser les comportements thermique et thermoélectrique du capteur.

3.6.1. Sensibilité aux échanges convectifs

Le capteur est destiné à être placé sur une paroi et la face "kapton" est en contact thermique par radiation et convection avec le milieu environnant. Nous avons tout d'abord modélisé un échange convectif avec un coefficient égale à $10 W/m^2K$. La face inférieure du capteur est maintenue à température constante. En régime permanent la température de la surface supérieure du capteur est égale à $0,16 K$ et le flux traversant la structure multicouche est égal à $0,905 mW$. La résistance thermique du capteur égale au rapport de ces deux quantités est augmentée puisque la valeur calculée de $176,8 kW$ est nettement plus élevée que

la valeur obtenue avec un fluxmètre à face supérieure cuivrée (134 K/W). Cette augmentation de la résistance thermique est due à une modification des lignes de flux donc des "chemins" de plus faible résistance dans la structure multicouche. Les propriétés du capteur sans couche de cuivre sont totalement différentes et il en est de même pour la sensibilité du circuit thermoélectrique.

Comme précédemment, nous avons calculé la somme des composantes axiales des flux thermiques dans les éléments "cuivre" et "constantan":

$$\sum_{\text{éléments Cn}} \phi . tx = - 863 \text{ W/m}^2$$

$$\sum_{\text{éléments Cu}} \phi . tx = - 15 454 \text{ W/m}^2$$

Le rapport de ces quantités est dans le rapport des conductivités thermiques ce qui vérifie comme précédemment l'hypothèse de conservation du gradient thermique tangentiel de part et d'autre de l'interface bimétallique. Pour estimer la f.e.m. thermoélectrique, il faut de plus connaître la contribution des éléments de la frontière de la région cuivrée :

$$\sum_{\text{frontière}} \phi . tx = - 797 \text{ W/m}^2$$

A partir de cette valeur, nous avons obtenu :

$$\Delta V_1 = 0,268 \mu V$$

soit pour la cellule une sensibilité de :

$$s = \frac{0,268}{0,905 \cdot 10^{-3}} = 297 \mu V/W$$

Cette valeur est plus faible que la valeur obtenue avec la structure du capteur précédent. En l'absence d'uniformisation de la température par la couche de cuivre supérieure, le gradient thermique tangentiel prend une valeur plus faible.

3.6.2. Sensibilité aux échanges radiatifs

Pour déterminer la sensibilité du capteur aux échanges radiatifs, nous avons disposé la thermopile sur un plan à température imposée face à un solide parallélépipédique (situé à 1 cm du capteur). L'écart entre les températures de la source de radiation par rapport au plan de référence sur lequel est disposé le fluxmètre est de 500 K. Dans ces conditions, le programme ANSYS permet le calcul du flux radiatif émis par le corps chaud vers la surface du capteur et le flux

thermique dans chacun des plans du capteur radiatif. Pour un écart de température de 500 K, le flux radiatif émis est égal au flux traversant la surface du capteur et prend une valeur de 4,06 mW par demi cellule. Pour cette configuration, nous avons estimé comme précédemment la résistance thermique par le rapport entre la valeur moyenne de la température de la face supérieure et le flux traversant le capteur. La valeur obtenue 179,8 K/W est voisine de la valeur de la résistance thermique aux échanges convectifs. Ce résultat peut être interprété si l'on considère la similitude entre les distributions de température sur la face supérieure de la couche de kapton (réduites par des perturbations convectives et radiatives). Figures 30 et 31.

Cette similitude entre les distributions de température et de flux thermique dans l'épaisseur de la thermopile conduite à la même sensibilité thermoélectrique aux sollicitations convectives et radiatives. A partir des valeurs des flux thermiques dans les éléments constantan :

$$\sum_{\text{elements Cu}} \phi \cdot tx = - 7579,6 \text{ W/m}^2$$

$$\sum_{\text{frontière}} \phi' \cdot tx = 824,9 \text{ W/m}^2$$

Nous avons obtenu une valeur inférieure à la précédente égale à :

$$s = 274 \mu\text{V/W}$$

Comme dans la configuration précédente, le flux de chaleur est canalisé par l'hétérogénéité de la structure dans la direction axiale de la thermopile puisque le rapport des flux thermiques dans l'électrode et son support est égal au rapport des conductivités :

$$\frac{\sum \phi_{tcu}}{\sum \phi_{tcn}} = \frac{133\ 624}{7572} \approx 17,6$$

Pour cette configuration, le programme ANSYS permet le calcul précis des écarts par rapport à la température de la face arrière :

- de la température de la surface du capteur 0,73 K
- de la température de la face supérieure de l'électrode 0,59 K
- de la température de l'interface bimétallique 0,51
- de la température de la face inférieure du ruban de constantan 0,28.

La comparaison des écarts de température dans le kapton supérieure 0,14 K, (qui joue un rôle de corps noir), dans l'électrode 0,08 K et dans le ruban de constantan 0,33 K montre des écarts qui ne sont pas dans le rapport des

résistances thermiques. Cette observation indique le caractère non monodimensionnel et fortement perturbé des lignes de flux thermique dans les matériaux de la structure multicouche. La connaissance des valeurs de températures aux interfaces et du flux thermique canalisé à travers la surface du contact bimétallique ici 2,37 mW.

L'analyse précédente peut être généralisée à la superposition d'échanges radiatifs et convectifs sur la face supérieure du capteur. Pour illustrer cette possibilité de simulation, nous avons appliqué simultanément les deux types de conditions limites simulées précédemment, c'est-à-dire :

- écart de 500 K entre la source de rayonnement et la température du plan de référence sur laquelle est disposé le capteur
- température du milieu environnant maintenue à 293 K, le coefficient d'échange de la loi de Newton étant pris égal à $h = 10 \text{ W/m}^2 \text{ K}$

Dans ces conditions, nous avons obtenu, figure 32, :

- pour le flux radiatif émis par la source de radiation : $\phi_r = 4,06 \text{ mW}$
- pour le flux thermique traversant le capteur : $\phi_r = 4,93 \text{ mW}$

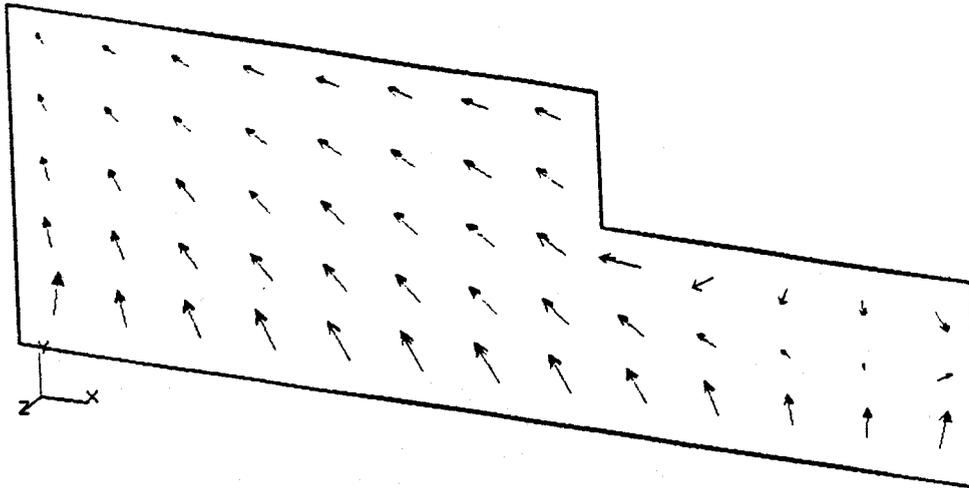
Il y a superposition des valeurs des flux radiatifs et convectifs calculés précédemment. (4,06 mW et 0,9 mW). Il en est de même si l'on considère les valeurs obtenues pour les températures :

- de la face supérieure du kapton : 0,88 K
- de la face supérieure de l'électrode : 0,71 K
- de la face inférieure du support constantan : 0,61 K

Ces résultats montrent clairement que lorsque la condition limite (ici température) est spécifiée sous la face inférieure du capteur, la sensibilité est sensiblement la même pour les sollicitations radiatives et convectives. Cette observation peut être interprétée par la similitude des champs de température induits par ces sollicitations dans l'épaisseur des conducteurs de la thermopile.

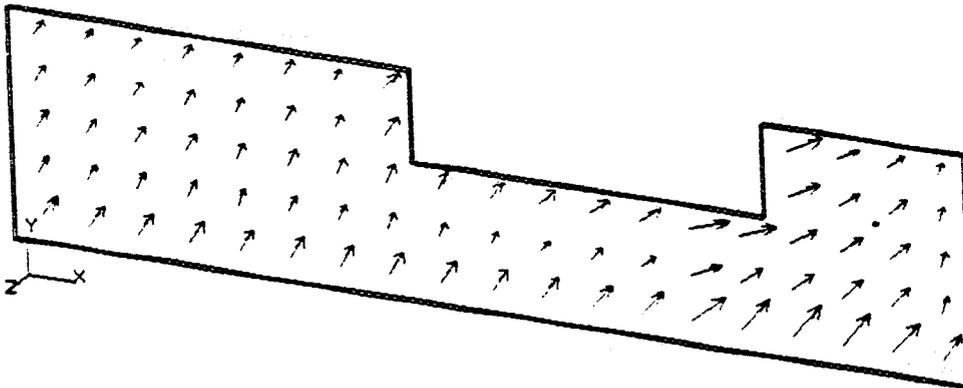
CONCLUSION

La méthode de calcul par éléments finis mise en oeuvre dans ce travail nous a permis de modéliser le comportement thermique et thermoélectrique de capteur à effet thermoélectrique distribué. Les résultats de simulation permettront l'interprétation des résultats expérimentaux et notre formulation du couplage thermoélectrique dans les jonctions bimétallique de grande surface. Partant de cette base, un développement intéressant serait d'appliquer la méthode à la simulation de nouveaux capteurs utilisant l'effet thermoélectrique distribué dans les circuits imprimés bimétalliques.



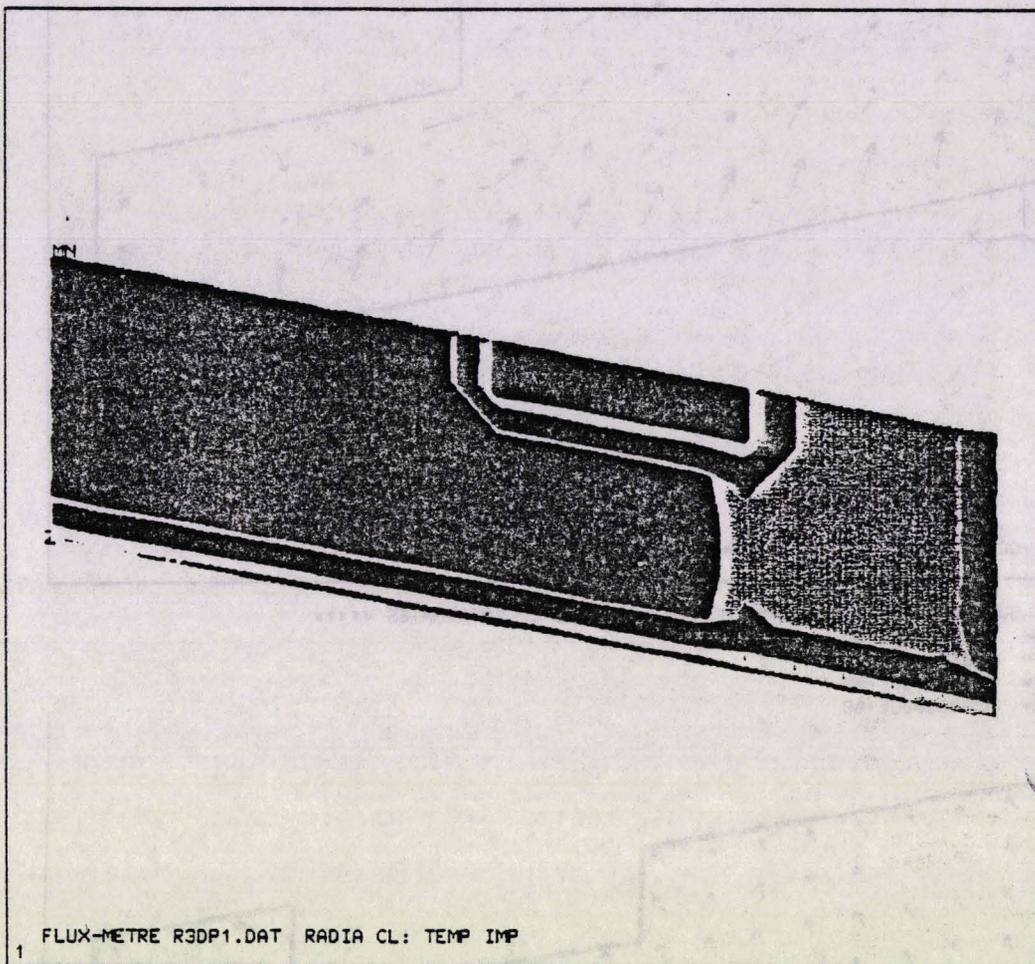
1 FLUX-METRE R3DP1.DAT RADIA CL: TEMP IMP

***** SUMMATION OF FORCES AND MOMENTS IN GLOBAL COORDINATES *****
 FLOW= 0.000000E+00
 HEAT= -8.2372078E-02
 AMPS= 0.000000E+00
 FLUX= 0.000000E+00



1 FLUX-METRE R3DP1.DAT RADIA CL: TEMP IMP

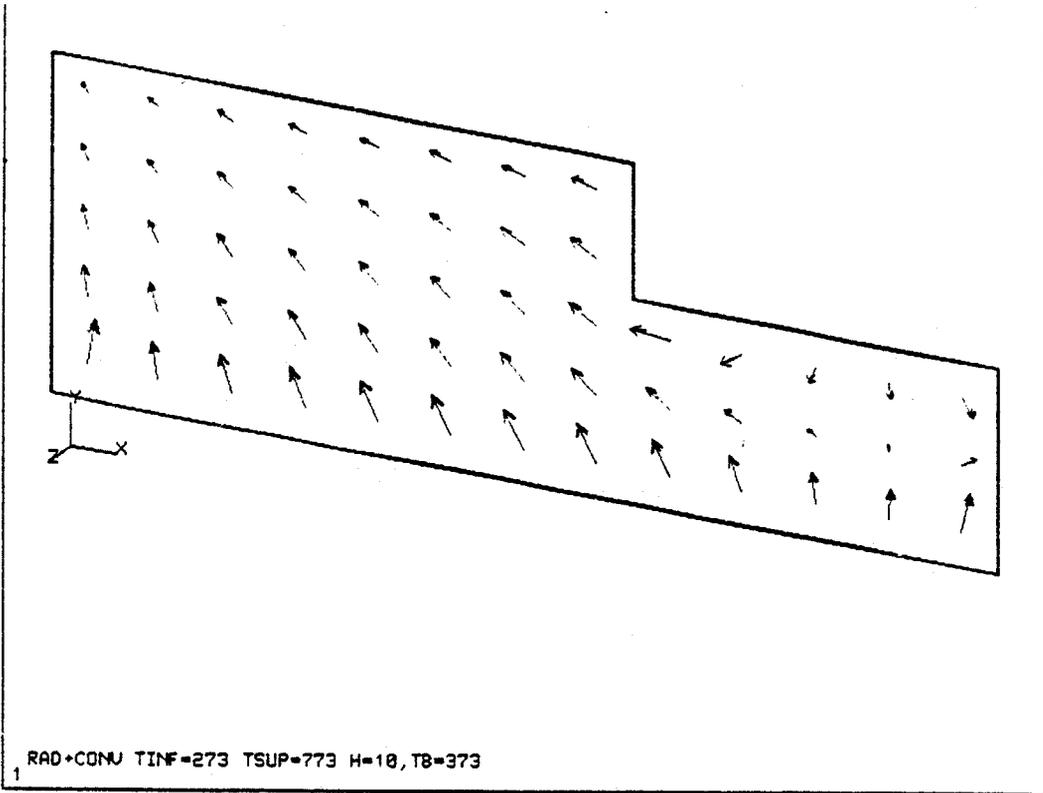
Figure 30 - Contour de température sur la surface de la feuille de kapton disposée sur la surface de la thermopile



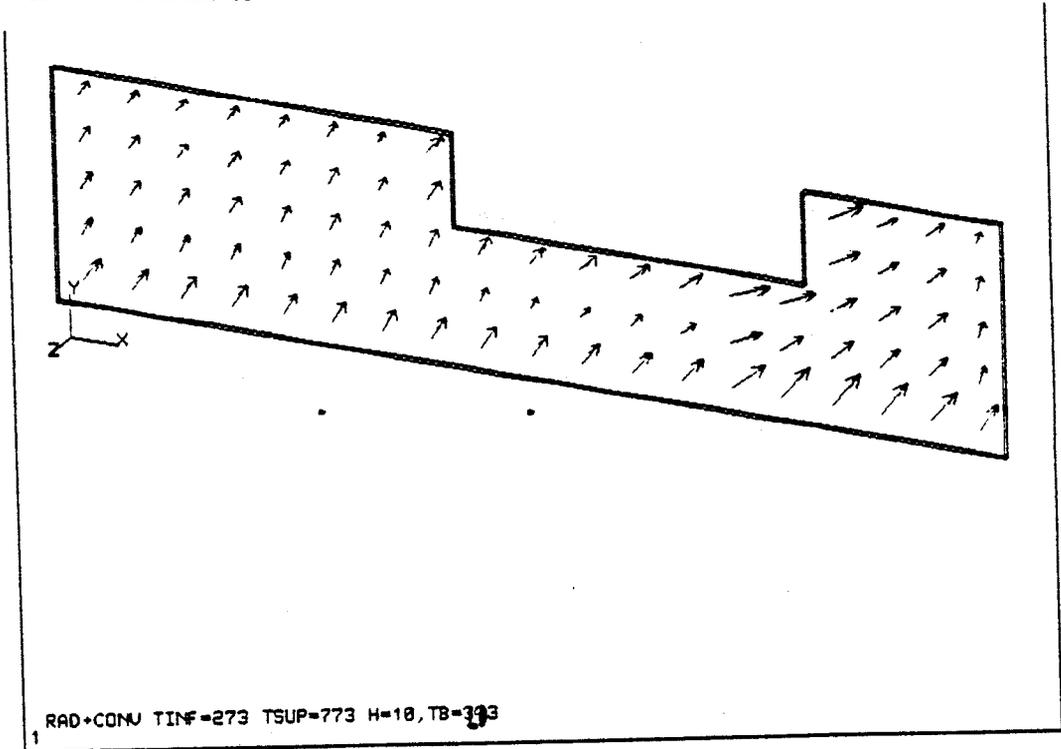
***** SUMMATION OF FORCES AND MOMENTS IN GLOBAL COORDINATES *****
 FLOW= 0.000000E+00
 HEAT= -0.4063067E-02
 AMPS= 0.000000E+00
 FLUX= 0.000000E+00

Figure 31 - Lignes de flux thermique induites par l'absorption d'un flux radiatif sur la surface du capteur

XU=1
 YU=1
 ZU=2
 DIST=.00123
 XF=.00127
 EDGE



***** SUMMATION OF FORCES AND MOMENTS IN GLOBAL COORDINATES *****
 FLOW= 0.000000E+00
 HEAT= -0.2388399E-02
 AMPS= 0.000000E+00
 FLUX= 0.000000E+00



***** SUMMATION OF FORCES AND MOMENTS IN GLOBAL COORDINATES *****
 FLOW= 0.000000E+00
 HEAT= -0.4049869E-02
 AMPS= 0.000000E+00
 FLUX= 0.000000E+00

Figure 32 - Lignes de flux dans les éléments cuivre et constantan lorsque des échanges convectifs et radiatifs sont superposés sur la face supérieure du capteur

BIBLIOGRAPHIE

- [1] F. IOFFE, CLEANER H.
"Physics of semi-conductors"
 Press Ltd London, 1980
- [2] J. TAVERNIER, D. CALECKI
"Introduction aux phénomènes de transports linéaires dans les semiconducteurs"
 Masson, 1980
- [3] J. TAVERNIER
"La conduction thermique dans les solides"
 L'onde électrique, n°423, pp.541-553, 1962
- [4] M. RODOT
"Les effets thermoélectriques et leurs applications"
 L'onde électrique, n°423, pp.507-522, 1962
- [5] L. GIRAUDIER
"Contribution à l'étude d'une méthode de mesures simultanées et indépendantes des grandeurs thermiques et électriques"
 Thèse Faculté des Sciences de Paris, Ed. Bartheye et Co, 1968
- [6] T.C. HARMAN, J.H. CAHN, M.J. LOGAN
"Measurement of thermal conductivity by utilization of the Peltier effect"
 Journal Appl. Phys. 30, 9, 1351-1359, 1959
- [7] LANDLAU, LIFCHIFT
"Electrodynamique des milieux continus"
 Editions Mir, Tome VIII, pp. 143-149, 1969
- [8] T.C. HARMAN
"Special Technics for measurement of thermoelectric properties"
 Journal Appl. Phys. 29, 9, 1373-1384, 1958
- [9] M. DEGENNE, S. KLARSFELD
"A new type of heatflowmeter for application and study of insulation and systems"
 Building applications of heat flux transducers, ASTM, STP 885, E. Bales,

M; Bombert and G.E., Courville, Edit. American Society for testing and materials Philadelphia, 1985, pp. 163-171

[10] G. RAVALITERA, M. CORNET, B. DUTHOIT, P. THERY

"Etude et description d'un nouveau thermofluxmètre permettant la mesure simultanée des flux thermiques et des variations de température"

Rev. Phys. Appl. 17, 177-185, 1982

[11] D. LECLERCQ, P. THERY,

"Three dimensional thermoelectric coupling in bimetallic circuit. Application for designing new heat flow sensors"

Workshop on heat flux measurements, Budapest, April 1986, pp. 43-76

[12] H. OIRY

"Etude thermique approfondie d'un fluxmètre à gradient tangentiel"

Thèse 3ème cycle, Université de Nantes, avril 1985

[13] E. GAVIOT, P. HERIN, P. THERY

"New thermopile for measuring convective and radiative fluxes on a bare wall"

3 IMEKO Symposium on temperatures and thermal measurements in science and industry, Sheffield U.K., 15-17 sept. 1987

[14] D. LECLERCQ, P. RAZLOZNIK, P. THERY

"Thin foil bimetallic printed circuits for measuring convective and radiative fluxes. Application in thermal feedforward control"

IMEKO XI "Instrumentation for the 21 st century", to be published, Houston, USA, 1988

[15] P. RAZLOZNIK, P. THERY

"Adapting available finite element heat transfer programs solve 3-D distributed thermoelectric field problems in large plated junctions - Applicatin for designing heat flow sensors"

A paraître 1988 - Pergamon press - Edt.



CONCLUSION GENERALE

Pour traiter le sujet qui nous a été confié : modéliser un capteur de façon à interpréter les résultats expérimentaux obtenus depuis plusieurs années au laboratoire, nous avons choisi un code de calcul d'utilisation générale plutôt que de réaliser un programme adapté au problème spécifique à traiter. La mise en oeuvre d'un tel programme a nécessité un investissement important afin de bien comprendre les principes utilisés pour la conception du programme et la maîtrise de l'outil informatique nécessaire. Cette démarche nous semble fructueuse compte tenu de la qualité des logiciels actuellement disponibles. Cet investissement rend possible la modélisation d'un grand ensemble de configurations expérimentales. Dans le cas particulier du fluxmètre thermique, les résultats obtenus sont en accord avec les observations expérimentales et montrent que les comportements thermiques et thermoélectriques ne dépendent pas de la nature des conditions limites, c'est-à-dire des conditions expérimentales dans lesquelles le fluxmètre est utilisé. Une étude expérimentale plus complète est souhaitable pour vérifier les résultats obtenus en régime transitoire. Si nous considérons maintenant le problème industriel de la conception de fluxmètre assistée par ordinateur, la méthode développée permet pour toute géométrie de cellule à électrodes plaquées le calcul de la sensibilité du capteur et de concevoir les capteurs adaptés aux performances souhaitées. Le programme de modélisation peut être considéré comme le maillon d'une chaîne de fabrication assistée par ordinateur. Pour achever cette étude, il consisterait à utiliser un programme d'optimisation afin de déterminer la structure de cellule optimale correspondant à toute spécification déterminée.

D'un point de vue scientifique, les résultats obtenus sont essentiels puisqu'ils permettent la validation d'une formulation nouvelle de l'effet thermoélectrique distribué dans les jonctions bimétalliques de grande surface. La modélisation des lignes de flux dans l'épaisseur des conductions est indispensable pour la description de ces interactions.

La connaissance du champ de température dans la structure multicouche permettant de déterminer la f.e.m. thermoélectrique, il est possible d'utiliser la méthode mise au point pour concevoir de nouveaux capteurs à effet thermoélectrique distribué. Dans la dernière partie de ce travail nous avons modélisé le fonctionnement du capteur sensible aux flux radiatif et convectif. L'exploitation de ces résultats permettra l'optimisation de capteurs de flux radiatif.