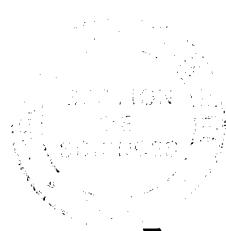


N° d'ordre : 421

50376  
1988  
169



50376  
1988  
169

# THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE FLANDRES ARTOIS

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR INGENIEUR**

par

**Bernard FRANCE**

**Ingénieur I.D.N.**

## **SUR LA MODELISATION GLOBALE DU MOTEUR ASYNCHRONE ALIMENTE PAR GRADATEUR. APPLICATION A LA CONCEPTION DE COMMANDES POUR BASSES VITESSES**

Soutenu le 27 Juin 1988 devant la Commission d'Examen

MM.	G.	SALMER	Président
	G.	MANESSE	Rapporteur
	C.	SOL	Examinateur
	C.	ROMBAUT	Examinateur
	C.	MAIZIERES	Examinateur
	P.	BARRET	Examinateur
	J.P.	HAUTIER	Examinateur

## A V A N T   P R O P O S

Le présent travail a été effectué au sein du Laboratoire de Systèmes Electromécaniques de l'Université des Sciences et Techniques de Lille, dirigé par M. le Professeur MAIZIERES. Je le remercie vivement pour l'aide et le soutien moral indispensables qu'il m'a toujours accordés.

Que ce mémoire soit pour moi l'occasion d'exprimer ma plus grande reconnaissance à Monsieur G.MANESSE, Maître de Conférences à l'Université de Lille, qui m'a constamment aidé et encouragé au cours de mes recherches. Je rends également hommage à sa volonté de promouvoir une approche nouvelle des convertisseurs statiques.

Monsieur SALMER, Professeur à l'Université de Lille, a accepté de présider ce Jury. Qu'il trouve ici l'assurance de mes plus sincères remerciements.

Ma reconnaissance va également à Monsieur le Professeur ROMBAUD, de l'Institut Industriel Du Nord, dont les travaux ont été à l'origine de mon intérêt pour le gradateur triphasé, et qui a bien voulu accepter de juger ce mémoire.

Je remercie Monsieur SOL, Professeur à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, de l'intérêt qu'il témoigne pour mon travail, par sa présence dans ce Jury.

J'exprime également ma gratitude à Monsieur BARRET, de la Direction des Etudes et Recherches de l'EDF, qui a bien voulu examiner les résultats de mes travaux.

Que, Monsieur HAUTIER, Maître Assistant à l'Ecole des Mines de Douai, trouve ici l'expression de ma reconnaissance pour l'intérêt qu'il manifeste envers ce mémoire, en participant à ce Jury.

Enfin, je n'oublierai pas de citer ici Monsieur FRANCHAUD, pour la qualité de son aide technique, et sa disponibilité.

## SOMMAIRE

INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1           PRESENTATION GENERALE	4
1    DEMARCHE DE MODELISATION	4
1.1    Blocs fonctionnels d'une chaine de conversion	4
1.2    Cas du gradateur	6
1.3    Modèle global et simulation numérique	8
2    POINTS DEVELOPPES	10
CHAPITRE 2           DIVISION DE FREQUENCE PAR GRADATEUR	12
1    DESCRIPTION FONCTIONNELLE DU GRADATEUR	12
1.1    Notations utilisées	12
1.2    Etats possibles pour le gradateur	14
1.3    Transitions possibles d'état à état	14
1.4    Graphe de fonctionnement du gradateur triphasé	18
1.4.1    Cas du gradateur mixte	20
2    RECHERCHE DES MODES DE FONCTIONNEMENT	22
2.1    Antécédents	22
2.2    Définition du champ d'investigation	22
2.3    Trajets associés aux modes de fonctionnement classiques	23
2.4    Synthèse de nouveaux modes de fonctionnement	26
3    GRAPHES DE COMMANDE ASSOCIES AUX DIFFERENTS MODES	29
4    CONCLUSION	30
CHAPITRE 3           DEBIT SUR RESISTANCE INDUCTIVE	31
1    DEFINITION D'UN MODELE GLOBAL	31
1.1    Equations de la charge R-L	31
1.1.1    Alimentation triphasée	32
1.1.2    Alimentations monophasées	32
1.1.3    Charge non alimentée	33
1.2    Cycle de calcul	33
2    ETUDE DES COURANTS	35
2.1    Formes d'ondes	35
2.2    Courants efficaces	38
2.3    Contenu harmonique des courants	39
3    CONCLUSION	42
CHAPITRE 4           RESOLUTION DES EQUATIONS DE LA MACHINE ASYNCHRONE	43
1    MISE EN EQUATIONS DU MOTEUR ASYNCHRONE	43

1.1	Position du problème	43
1.2	Hypothèses préalables	44
1.3	Equations considérées	45
1.3.1	Notations utilisées	45
1.3.2	Couplage étoile	45
1.3.3	Couplage triangle	46
1.4	Transformation triangle-étoile	47
1.4.1	Cas général	47
1.4.2	Alimentation triphasée	48
1.4.3	Alimentations monophasées	48
1.4.4	Moteur non alimenté	50
1.4.5	Conclusion	50
1.5	Mise en forme des équations	51
1.5.1	Alimentation triphasée	51
1.5.2	Alimentations monophasées	54
1.5.3	Moteur non alimenté	56
2	RESOLUTION DES EQUATIONS	56
2.1	Techniques de résolution	56
2.1.1	Exponentielles de matrices	56
2.1.2	Technique retenue	57
2.2	Recherche des régimes permanents	58
2.2.1	Alimentation triphasée	58
2.2.2	Alimentations monophasées	59
2.2.3	Moteur non alimenté	61
3	RECHERCHE DES VALEURS PROPRES	61
3.1	Alimentation triphasée	61
3.2	Alimentations monophasées	63
3.3	Moteur non alimenté	65
4	RECHERCHE DES REGIMES TRANSITOIRES	65
4.1	Alimentation triphasée	65
4.2	Alimentations monophasées	68
4.3	Moteur non alimenté	71
4.4	Conclusion	72
5	EXPLOITATION DES RESULTATS	72
5.1	Régime permanent	73
5.1.1	Alimentation triphasée	73
5.1.2	Alimentations monophasées	75
5.1.3	Conclusion	76
5.2	Valeurs propres	77
5.2.1	Alimentation triphasée	77
5.2.2	Alimentations monophasées	79
CHAPITRE 5	ASSOCIATION GRADATEUR MACHINE ASYNCHRONE	83
1	APPARITION D'UN COURANT	83
1.1	Graphe de commande	83
1.2	Surveillance des tensions aux bornes des thyristors	85
2	DISPARITION D'UN COURANT	89
3	ENCHAÎNEMENT DISPARITION-APPARITION D'UN COURANT	91
3.1	Nature du problème	91
3.2	Principe de résolution	92
4	CHOIX DU PAS DE CALCUL	93

5	ACTIONS ASSOCIEES AUX PLACES DU GRAPHE DE FONCTIONNEMENT	94
5.1	Résolution des équations du moteur	94
5.2	Autres actions	96
6	IMPLANTATION DU MODELE DU MOTEUR	96
7	CYCLE DE CALCUL	98
8	IMPLANTATION SUR CALCULATEUR NUMERIQUE	98
8.1	Choix du langage	98
8.2	Performances du modèle	100
8.3	Validation Du Modèle	100
9	CONCLUSION	103
CHAPITRE 6           RESULTATS ET PERFORMANCES		104
1	EXPLOITATION DU MODELE GLOBAL	104
1.1	Mode Diviseur par 5	105
1.2	Mode Diviseur par 7	108
2	RESULTATS EXPERIMENTAUX	111
3	CONCLUSION	116
CONCLUSION		117
ANNEXE 1           IDENTIFICATION DES PARAMETRES D'UN MOTEUR A CAGE		119
ANNEXE 2           PROGRAMME DE SIMULATION		121
BIBLIOGRAPHIE		131

## I N T R O D U C T I O N

La variation de vitesse du moteur asynchrone fait l'objet depuis quelques années de très nombreuses recherches /1/,/2/,/3/.

Le but visé est d'associer au moteur un dispositif de contrôle permettant de bénéficier des avantages de la machine asynchrone (robustesse, faible coût, facilité d'entretien ...), en éliminant ses inconvénients (variation de la vitesse en fonction de la charge, mauvais rendement aux faibles vitesses, fort courant de démarrage ...). Ceci est rendu possible par les progrès accomplis dans les domaines de la micro-informatique et des composants de l'électronique de puissance.

Parmi les solutions proposées, le gradateur triphasé permet dans de nombreux cas de répondre à moindre coût aux besoins exprimés par les industriels. Cependant, le principe utilisé, consistant à agir sur le glissement du moteur, conduit à des performances médiocres pour le rendement, avec pour corollaire un déclassement notable de la machine.

Une solution consisterait à utiliser le gradateur pour alimenter la machine asynchrone avec des tensions de fréquence différentes de celle du réseau.

L'absence de travaux théoriques sur ce sujet nous a conduit à orienter notre travail dans cette direction. Nous avons donc recherché une méthodologie permettant la synthèse de commandes périodiques du gradateur, qui, par un

découpage adéquat des tensions issues du réseau, fournissent de nouvelles vitesses de synchronisme pour le moteur.

Cette recherche nécessite une connaissance très précise des comportements du gradateur, du moteur, et de leur association. Une approche analytique est donc exclue, et nous aurons recours à des simulations numériques, après avoir défini un modèle global pour le système.

La modélisation d'ensembles source-convertisseur-machine-charge a fait l'objet de nombreux travaux /4/,/5/,/6/,/7/, qui reposent sur deux types d'analyses : la topologie constante, où les semi-conducteurs sont considérés comme des impédances de valeur différente suivant leur état, et la topologie variable, où leur caractère binaire est pris en compte.

Dans le cas qui nous intéresse, l'état passant ou bloqué des semi-conducteurs suffit à déterminer le comportement de l'ensemble moteur charge, et nous avons donc opté pour la deuxième approche.

La méthode DESIGN (Description Et Simulation d'Interruptions par Graphe Normalisé) /8/,/9/,/10/, permet alors d'aboutir à une description fonctionnelle du convertisseur faisant appel au formalisme des réseaux de Pétri sans conflit.

Dans le chapitre 1, nous reprenons les principes généraux de cette méthode, avant de les appliquer au cas du gradateur triphasé, pour lequel nous pouvons définir un graphe d'état, dans le chapitre 2. Il nous est alors possible, dans ce même chapitre, de synthétiser de nouveaux modes de fonctionnement, en recherchant des trajets périodiques dans ce graphe.

L'étude de certains de ces nouveaux modes, dans le cas d'un débit sur résistance inductive, nous permet, dans le chapitre 3, d'envisager une utilisation en variateur de vitesse à rapport fixe, dans le cas d'une association avec une machine asynchrone.

Pour celle-ci, la mise en équation est désormais classique, et nous n'avons eu qu'à choisir le modèle le mieux adapté à notre cas de figure. Une fois établies, ces équations peuvent être discrétisées, mais il s'avère que les temps

de calcul sont très longs. L'autre solution, consiste à isoler des intervalles de temps durant lesquels les coefficients sont considérés constants, et sur lesquels les équations sont résolues. Cette méthode est développée dans le chapitre 4. Bien que plus pénible à mettre en oeuvre, elle permet une diminution sensible du temps de calcul.

De plus, le pas de calcul devient un pas d'observation, que nous pouvons augmenter dans des proportions notables, à condition de rajouter au cycle de calcul certains traitements, nécessaires à la restitution exacte de tous les instants critiques de l'évolution du système. Cette démarche est mise en oeuvre dans le chapitre 5, où nous définissons un modèle global pour l'association gradateur-machine asynchrone.

Nous pouvons alors, dans le 6ème et dernier chapitre, étudier en simulation les performances de ce système, utilisé en variateur de vitesse à rapport fixe, avant de les confronter aux résultats expérimentaux.



## CHAPITRE 1

### P R E S E N T A T I O N   G E N E R A L E

#### 1 DEMARCHE DE MODELISATION

Nous reprenons ici les principes généraux de la méthode DESIGN (Description Et Simulation d'Interruptions par Graphe Normalisé) /8/,/9/,/10/, pour ensuite les appliquer au cas particulier du gradateur triphasé.

##### 1.1 Blocs fonctionnels d'une chaîne de conversion

D'une manière générale, quelle que soit la forme de l'énergie électrique transformée, un convertisseur statique est un ensemble d'interrupteurs quasi-idéaux (diodes, thyristors, transistors) toujours placé à l'intersection de deux axes (figure 1.1) :

- un axe de puissance, qui fait intervenir la source, les interrupteurs statiques et la charge.
- un axe de contrôle, sur lequel sont élaborés les ordres de fermeture et d'ouverture des interrupteurs (contrôle rapproché), ainsi que les grandeurs de réglage nécessaires à l'ensemble (contrôle éloigné).

L'actionneur (machine électrique) associé à sa charge mécanique et à son alimentation électrique constitue une partie opérative primaire P01 pour le convertisseur statique, qui représente alors une partie commande PC1 (figure 1.2).

Le dialogue entre ces deux parties est assuré par des conditions liées aux grandeurs électriques en présence (tensions et courants), et par les ordres binaires donnant l'état ouvert ou fermé des interrupteurs du convertisseur.

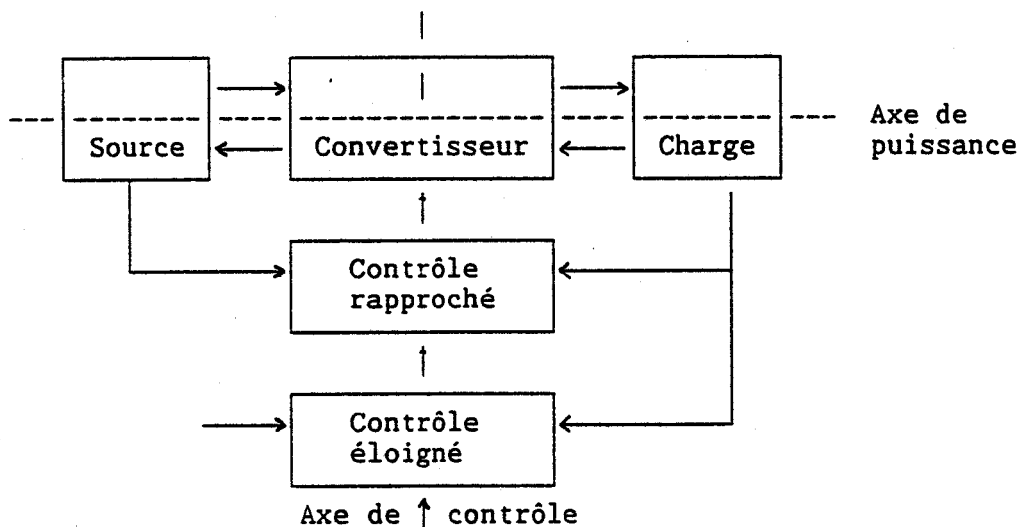


figure 1.1

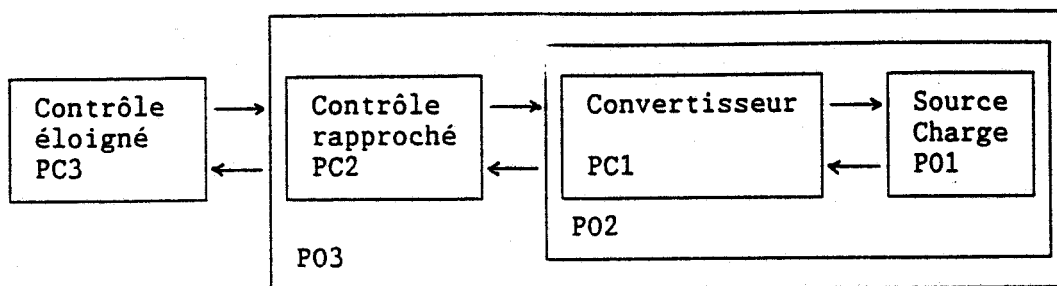


figure 1.2

Une partie opérative P02 secondaire est obtenue en regroupant les sous-systèmes PC1 et P01. Celle-ci est naturellement associée au dispositif de commande rapprochée PC2. Le dialogue entre ces deux nouvelles parties fait alors intervenir les ordres de fermeture et d'ouverture des interrupteurs, ainsi que certaines conditions liées à la protection des composants.

Cette démarche est répétée pour l'ensemble P02/PC2, qui figure ainsi une troisième partie opérative P03, contrôlée par le système de conduite éloignée, qui constitue ainsi la partie commande tertiaire PC3.

## 1.2 Cas du gradateur

Un des buts de ce travail étant la mise en évidence de nouveaux modes de fonctionnement par analyse du contrôle rapproché, nous n'envisageons pas ici de dispositif de commande éloignée. Nous utiliserons donc une décomposition en blocs fonctionnels ne faisant appel qu'aux niveaux de description 1 et 2.

De plus, les composants considérés étant des thyristors fonctionnant en commutation libre, le dispositif de commande rapprochée PC2 n'a à élaborer que des ordres de fermeture. Les thyristors pouvant supporter de fortes surcharges transitoires, nous ne ferons donc pas intervenir de conditions de protection.

Dans ces conditions, les différentes parties opératives et commande sont précisées figure 1.3, ainsi que les variables, binaires ou continues, qui participent aux dialogues entre ces blocs.

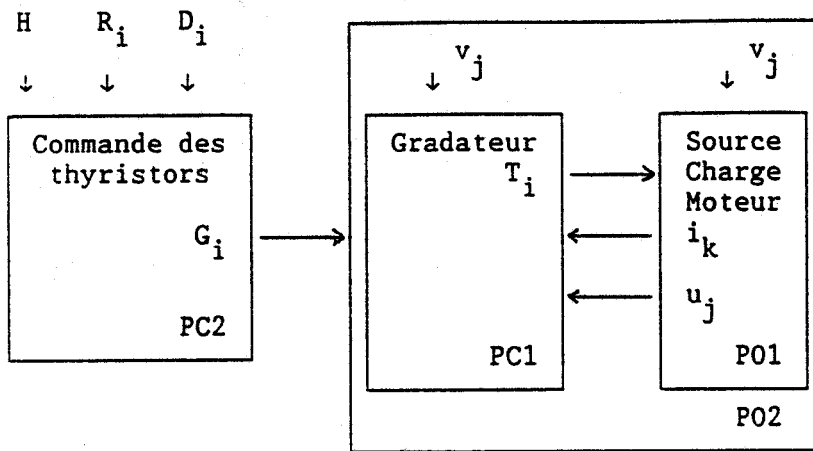


figure 1.3

- H désigne le signal d'horloge nécessaire à l'élaboration de la commande des thyristors. Les tops d'horloge correspondent à des passages par zéro des tensions d'alimentation du convertisseur, ou des courants parcourant par la charge.
- $R_i$  et  $D_i$  ( $i=1..6$ ) désignent respectivement le retard et la durée de la commande du  $i$ ème thyristor, par rapport au signal d'horloge H.
- $v_j$  ( $j=1..3$ ) représente les tensions alimentant le gradateur.
- $T_i$  ( $i=1..6$ ) représente l'état passant ou bloqué du  $i$ ème thyristor.
- $u_j$  ( $j=1..3$ ) désigne les tensions induites aux bornes du moteur, dans le cas où l'une au moins de ses bornes n'est pas alimentée.
- $i_k$  ( $k=1..3$ ) désigne les courants parcourant la charge.
- $G_i$  ( $i=1..6$ ) représente l'état de la commande du  $i$ ème thyristor.

L'analyse s'accompagne d'une classification des variables selon leur nature (variables indépendantes ou d'état), pour chacun des blocs envisagés (figure 1.4).

Parties		variables indépendantes	variables d'état
P02	P01	tensions $v_j$	courants $i_k$ tensions $u_j$
	PC1	tensions $v_j$	états $T_i$
PC2		signaux $H_i$ retards $R_i$ durées $D_i$	états $G_i$

figure 1.4

On définit alors un graphe par partie commande, le tableau précédent permettant de définir sans ambiguïté les échanges entre ces graphes. Ceux-ci font appel au formalisme des réseaux de Pétri sans conflit /11/.

### 1.3 Modèle global et simulation numérique

Pour chacun des graphes évoqués, on associe à chaque place une action spécifique, ainsi que l'ensemble de ses réceptivités de sortie. A chaque graphe correspond un pointeur (PlaceGraphe) désignant la place occupée dans le graphe, et permettant d'accéder aux réceptivités à tester. Pour le cas où une transition est validée, il faut également gérer un pointeur (PlaceAction), désignant l'action à effectuer. L'implantation du graphe s'effectuera alors selon le pseudo-code suivant (figure 1.5) :

```
SELON PlaceGraphe
CAS 'i' :
  POUR j:=1 à Ni
    SI Réceptivité(i,j) ALORS
      PlaceGraphe:=Place(i,j)
      PlaceAction:=Action(i,j)
    FINSI
  FINPOUR
FINSELON

SELON PLACEAction
CAS 0 :
  Pas d'action à effectuer
CAS 'm' :
  Effectuer l'action associée à la place 'm'
  PlaceAction:=0
FINSELON
```

figure 1.5

Les différentes parties commandées sont alors traitées au sein du pas de calcul, en respectant leur hiérarchie (figure 1.6) :

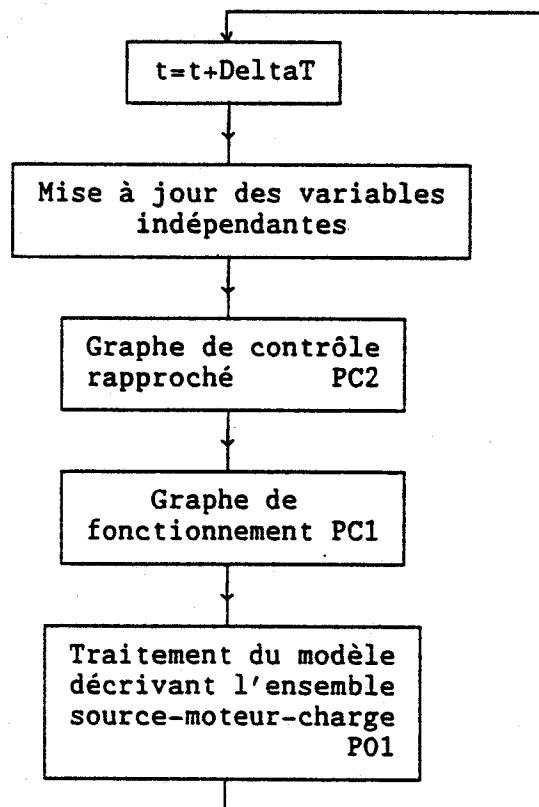


figure 1.6

Pour que ce programme décrive le plus fidèlement possible l'évolution du système réel, il est nécessaire de restituer le plus précisément possible les instants d'apparition ou de disparition des courants dans la charge. Avec le cycle de calcul décrit ci-dessus, cette restitution ne peut s'effectuer qu'avec une incertitude maximum égale à un pas de calcul. En effet, si un événement se produit entre deux cycles de calcul, il ne sera pris en compte qu'au cycle suivant. Si l'on conserve la même structure pour le cycle de calcul, il est donc impératif de se limiter à un pas de calcul très petit.

Dans le cas d'une charge simple (charge R-L triphasée, par exemple), ce point n'est pas trop pénalisant, les équations à traiter restant suffisamment simples pour qu'un nombre d'itérations élevé n'entraîne pas de temps de calcul prohibitif.

Si l'on envisage une charge plus complexe (cas du moteur asynchrone triphasé), on ne peut se satisfaire d'une telle structure, les temps de calcul étant beaucoup trop importants. Il faudra chercher, tout en respectant la hiérarchie des traitements imposée par l'analyse précédente, à restructurer le cycle de calcul, et à lui rajouter des étapes de traitement permettant d'augmenter le pas de calcul, tout en restituant les instants d'apparition et de disparition des courants avec une précision suffisante.

Ceci suppose également une réflexion supplémentaire pour ce qui est du traitement du modèle décrivant le comportement du moteur, celui-ci devant être suffisamment stable et précis pour supporter un pas de calcul relativement important.

## 2 POINTS DEVELOPPES

Sur la base de l'analyse précédente, nous avons mis l'accent sur les points suivants :

- Recherche sans a priori des modes de fonctionnement du gradateur.

Pour le graphe décrivant la partie commande PC1, deux approches sont envisageables.

- La première, consiste à associer à chaque branche du convertisseur, un graphe de fonctionnement muni d'une interprétation interne (GRAFCEET) /12/,/13/. Le graphe associé à PC1 devient alors un multigraphe de fonctionnement. Pour chaque branche, le nombre d'états et de transitions possibles étant faible, cette solution présente des avantages évidents en termes de simplicité de l'analyse, et de facilité de mise en oeuvre.
- La seconde, consiste à recenser pour le convertisseur considéré dans son ensemble, tous les états ainsi que toutes les transitions possibles. Cette solution, a priori beaucoup plus fastidieuse, présente l'avantage de permettre une observation d'ensemble du convertisseur. Il est alors possible de rechercher dans ce graphe (graphe des configurations), des trajets pouvant se répéter de façon périodique, et définissant par là-même de nouveaux modes de fonctionnement. Nous avons donc opté pour cette deuxième approche.
- Optimisation du cycle de calcul en agissant suivant deux axes :
  - Analyse de la structure et de la composition du cycle de calcul, conformément aux remarques formulées plus haut sur le modèle global.
  - Résolution des équations du moteur, afin d'augmenter la rapidité, la stabilité et la précision du modèle.



## CHAPITRE 2

### D I V I S I O N D E F R E Q U E N C E P A R G R A D A T E U R

#### 1 DESCRIPTION FONCTIONNELLE DU GRADATEUR

##### 1.1 Notations utilisées (figure 2.1)

A ce stade de l'exposé, nous ne faisons aucune hypothèse sur la forme des tensions alimentant le gradateur ( $v_1, v_2, v_3$ ), ni sur la nature de la charge. Celle-ci est représentée couplée en étoile uniquement à titre d'exemple.

A chaque thyristor  $T_j^k$  est associée une variable booléenne  $G_j^k$  décrivant l'état de son électrode de commande.

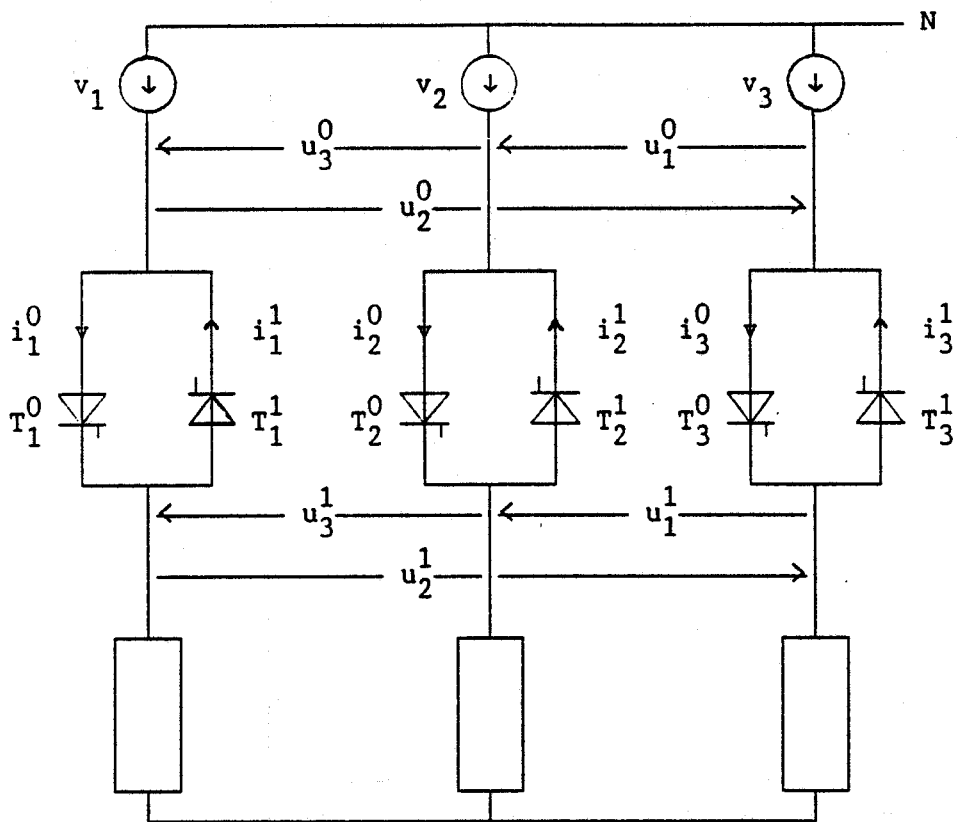


figure 2.1

A chaque branche  $j$  du gradateur ( $j=1,2,3$ ) est associé un des 3 états suivants :

- $B_j$  : La branche  $j$  est bloquée.
- $T_j^0$  :  $T_j^0$  conduit.
- $T_j^1$  :  $T_j^1$  conduit.

L'état du gradateur est alors représenté en accolant les états des 3 branches. L'état  $T_1^0 B_2 T_3^1$  correspond par exemple au cas où la branche 1 débite dans la branche 3, la branche 2 étant par ailleurs bloquée.

## 1.2 Etats possibles pour le gradateur

Chaque branche pouvant occuper 3 états ( $B_j, T_j^0, T_j^1$ ), il y a a priori  $3^3 = 27$  états possibles pour le gradateur, mais certains sont à exclure car on ne peut pas avoir des courants tous positifs ou tous négatifs. Il reste alors 13 états notés  $E_m$  ( $m=0..12$ ) qui sont :

$$\begin{array}{llll}
 E_0 : B_1 B_2 B_3 & E_1 : B_1 T_2^1 T_3^0 & E_2 : T_1^0 T_2^1 T_3^0 & E_3 : T_1^0 T_2^1 B_3 \\
 E_4 : T_1^0 T_2^1 T_3^1 & E_5 : T_1^0 B_2 T_3^1 & E_6 : T_1^0 T_2^0 T_3^1 & E_7 : B_1 T_2^0 T_3^1 \\
 E_8 : T_1^1 T_2^0 T_3^1 & E_9 : T_1^1 T_2^0 B_3 & E_{10} : T_1^1 T_2^0 T_3^0 & E_{11} : T_1^1 B_2 T_3^0 \\
 E_{12} : T_1^1 T_2^1 T_3^0 & & & 
 \end{array}$$

Ces états peuvent être rangés en 3 classes :

- Les états triphasés, du type  $T_j^k T_{j+1}^{k+1} T_{j+2}^{k+1}$ .
- Les états monophasés, du type  $T_j^k T_{j+1}^{k+1} B_{j+2}$ .
- L'état bloqué  $B_j B_{j+1} B_{j+2}$ .

Les indices  $j$  et  $k$  ne pouvant prendre comme valeurs respectives que 1,2,3 et 0,1, les additions sur ces indices sont effectuées modulo 3 pour  $j$  et modulo 2 pour  $k$ .

## 1.3 Transitions possibles d'état à état

Chacun des 13 états définis ci-dessus pouvant a priori évoluer vers n'importe lequel des 12 autres, il nous faudrait donc, pour être exhaustifs, envisager  $13 \times 12 = 156$  transitions.

Cette recherche promettant d'être fastidieuse, nous nous limitons aux transitions ne faisant intervenir que des mises en conduction, ou que des extinctions, en excluant toute simultanéité de ces deux types d'évènements.

Compte tenu de cette restriction, nous obtenons 48 transitions réparties en 8 classes de 6 transitions chacune.

Pour les décrire, nous introduisons la notation  $O_k$  ( $k=0..1$ ). Si  $k$  vaut zéro,  $O_k$  désigne  $O-$  (passage d'une grandeur par zéro, par valeurs décroissantes); si  $k$  vaut 1,  $O_k$  désigne  $O+$  (passage d'une grandeur par zéro, par valeurs croissantes).

Ces 8 classes sont alors :

$$1. \quad T_j^k T_{j+1}^{k+1} T_{j+2}^{k+1} \longrightarrow T_j^k B_{j+1}^{k+1} T_{j+2}^{k+1}$$

Passage d'un régime triphasé à un régime monophasé, dû à l'extinction du courant  $i_{j+1}^{k+1}$ .

$$\text{Réceptivité : } i_{j+1}^{k+1} = O_{k+1}$$

$$2. \quad T_j^k T_{j+1}^{k+1} T_{j+2}^{k+1} \longrightarrow T_j^k T_{j+1}^{k+1} B_{j+2}^{k+1}$$

Passage d'un régime triphasé à un régime monophasé, dû à l'extinction du courant  $i_{j+2}^{k+1}$ .

$$\text{Réceptivité : } i_{j+2}^{k+1} = O_{k+1}$$

$$3. \quad T_j^k T_{j+1}^{k+1} T_{j+2}^{k+1} \longrightarrow B_j B_{j+1} B_{j+2}$$

Blocage des 3 branches, dû à l'extinction du courant  $i_j^k$ .

$$\text{Réceptivité : } i_j^k = O_k$$

$$4. \quad T_j^k T_{j+1}^{k+1} B_{j+2}^{k+1} \longrightarrow T_j^k T_{j+1}^{k+1} T_{j+2}^{k+1}$$

Passage d'un régime monophasé à un régime triphasé, dû à l'apparition du courant  $i_{j+2}^{k+1}$ .

Réceptivité :  $(G_{j+2}^{k+1}=1)$  ET  $(u_{j+1}^{k+1}-u_{j+1}^k > 0)$

$$5. \quad T_j^k T_{j+1}^{k+1} B_{j+2} \longrightarrow T_j^k T_{j+1}^{k+1} T_{j+2}^k$$

Passage d'un régime monophasé à un régime triphasé, dû à l'apparition du courant  $i_{j+2}^k$ .

Réceptivité :  $(G_{j+2}^k=1)$  ET  $(u_j - u_j^{k+1} > 0)$

$$6. \quad T_j^k T_{j+1}^{k+1} B_{j+2} \longrightarrow B_j B_{j+1} B_{j+2}$$

Blocage des branches conductrices, dû à l'extinction du courant  $i_j^k$ .

Réceptivité :  $i_j^k = 0_k$

$$7. \quad B_j B_{j+1} B_{j+2} \longrightarrow T_j^k T_{j+1}^{k+1} T_{j+2}^{k+1}$$

Apparition d'un régime triphasé, due à l'apparition simultanée des courants  $i_j^k$ ,  $i_{j+1}^{k+1}$  et  $i_{j+2}^{k+1}$ .

Réceptivité :  $(G_j^k=1)$  ET  $(G_{j+1}^{k+1}=1)$  ET  $(G_{j+2}^{k+1}=1)$  ET  $(u_{j+1}^{k+1}-u_{j+1}^k > 0)$  ET  $(u_{j+2}^k - u_{j+2}^{k+1} > 0)$

$$8. \quad B_j B_{j+1} B_{j+2} \longrightarrow T_j^k T_{j+1}^{k+1} B_{j+2}$$

Apparition d'un régime monophasé, due à l'apparition du courant  $i_j^k$ .

Réceptivité :  $(G_j^k=1)$  ET  $(G_{j+1}^{k+1}=1)$  ET  $(u_{j+2}^k - u_{j+2}^{k+1} > 0)$

Le tableau de la figure 2.2 récapitule les 48 transitions possibles, en indiquant pour chacune d'elles, le cas, parmi les 8 évoqués ci-dessus, auquel elle se rattaché.

Tableau récapitulatif des transitions entre états adjacents

		E t a t f i n a l												
		E <sub>0</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>	E <sub>5</sub>	E <sub>6</sub>	E <sub>7</sub>	E <sub>8</sub>	E <sub>9</sub>	E <sub>10</sub>	E <sub>11</sub>	E <sub>12</sub>
E t a t  i n i t i a l	E <sub>0</sub>		8	7	8	7	8	7	8	7	8	7	8	7
	E <sub>1</sub>	6		4										5
	E <sub>2</sub>	3	2		1									
	E <sub>3</sub>	6		5		4								
	E <sub>4</sub>	3			2		1							
	E <sub>5</sub>	6				5		4						
	E <sub>6</sub>	3					2		1					
	E <sub>7</sub>	6						5		4				
	E <sub>8</sub>	3							2		1			
	E <sub>9</sub>	6								5		4		
	E <sub>10</sub>	3									2		1	
	E <sub>11</sub>	6										5		4
	E <sub>12</sub>	3	1										2	

figure 2.2

Le tableau de la figure 2.3 indique pour chacune des 48 transitions définies ci-dessus, quelles sont les valeurs respectives des indices j et k.

Indices (j,k) associés a chaque transition

		E t a t   f i n a l													
		E <sub>0</sub>	E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>	E <sub>5</sub>	E <sub>6</sub>	E <sub>7</sub>	E <sub>8</sub>	E <sub>9</sub>	E <sub>10</sub>	E <sub>11</sub>	E <sub>12</sub>	
E t a t  i n i t i a l	E <sub>0</sub>		2,1	2,1	1,0	1,0	3,1	3,1	2,0	2,0	1,1	1,1	3,0	3,0	
	E <sub>1</sub>	2,1		2,1										2,1	
	E <sub>2</sub>	2,1	2,1		2,1										
	E <sub>3</sub>	1,0		1,0		1,0									
	E <sub>4</sub>	1,0			1,0		1,0								
	E <sub>5</sub>	3,1				3,1		3,1							
	E <sub>6</sub>	3,1					3,1		3,1						
	E <sub>7</sub>	2,0						2,0		2,0					
	E <sub>8</sub>	2,0							2,0		2,0				
	E <sub>9</sub>	1,1								1,1		1,1			
	E <sub>10</sub>	1,1									1,1		1,1		
	E <sub>11</sub>	3,0										3,0		3,0	
	E <sub>12</sub>	3,0	3,0										3,0		

figure 2.3

1.4 Graphe de fonctionnement du gradateur triphasé

Une fois définis les états du gradateur et les transitions envisagées, on obtient le graphe de la figure 2.4 . Les actions associées aux places de ce graphe seront précisées lors de l'étude de l'association avec une charge.

Graphe de fonctionnement du gradateur

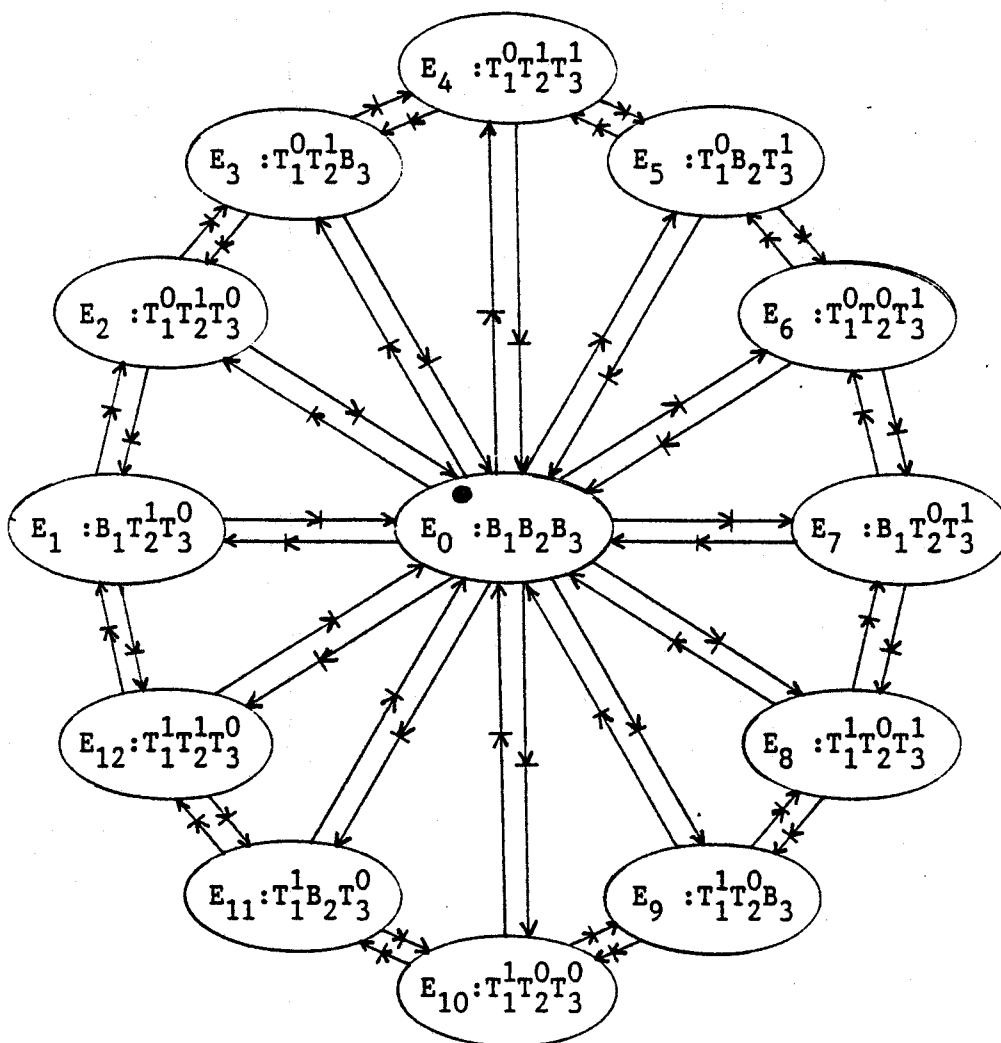


figure 2.4

Ce graphe correspond au cas le plus général de fonctionnement. Il peut admettre certaines simplifications si on envisage un régime établi et une alimentation par les tensions du réseau triphasé.

Celles-ci imposent en effet un sens de parcours à la périphérie du graphe, et d'autre part, il n'est plus nécessaire d'envisager les transitions entre les états triphasés et l'état bloqué, puisque nous considérons des thyristors fonctionnant en extinction naturelle. On obtient alors le graphe simplifié de la figure 2.5 :



Graphe de fonctionnement simplifié

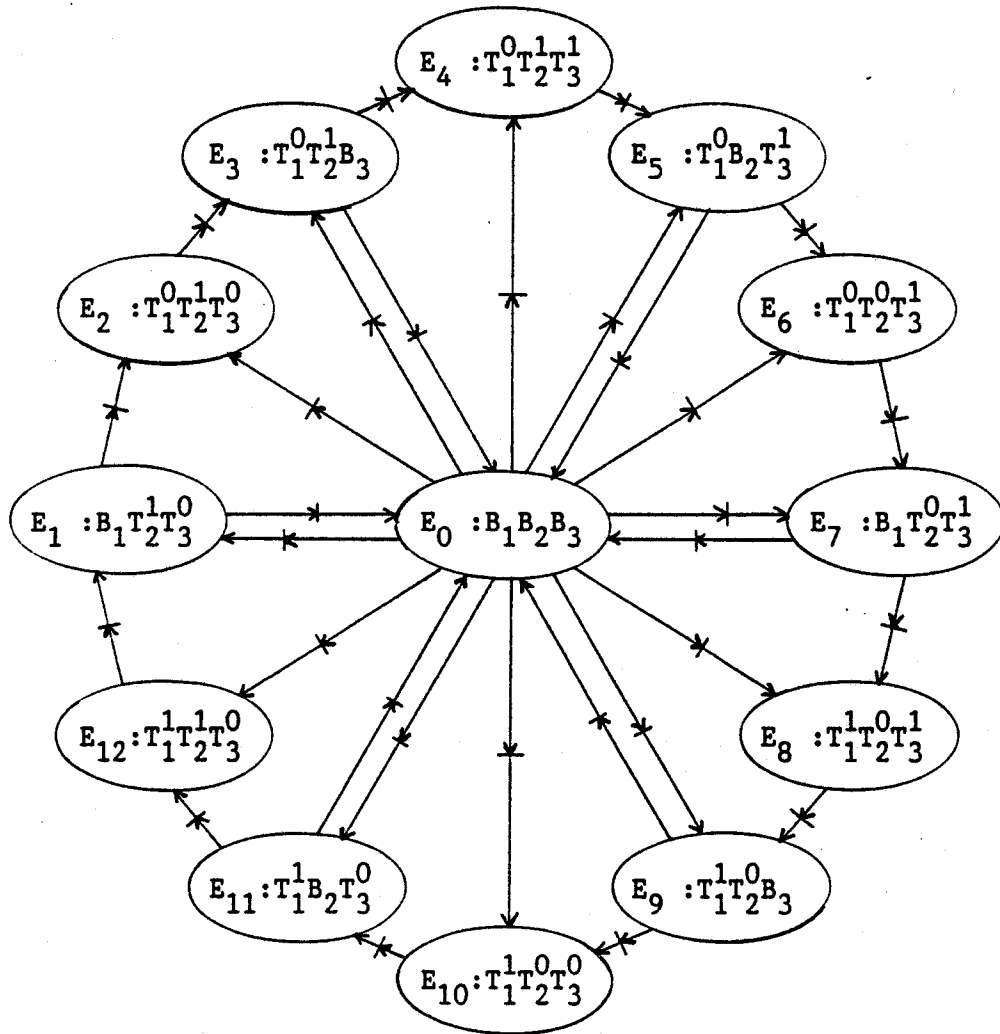


figure 2.5

1.4.1 Cas du gradateur mixte /14/ (figure 2.6) -

Pour cette variante, chaque branche est constituée d'un thyristor et d'une diode.

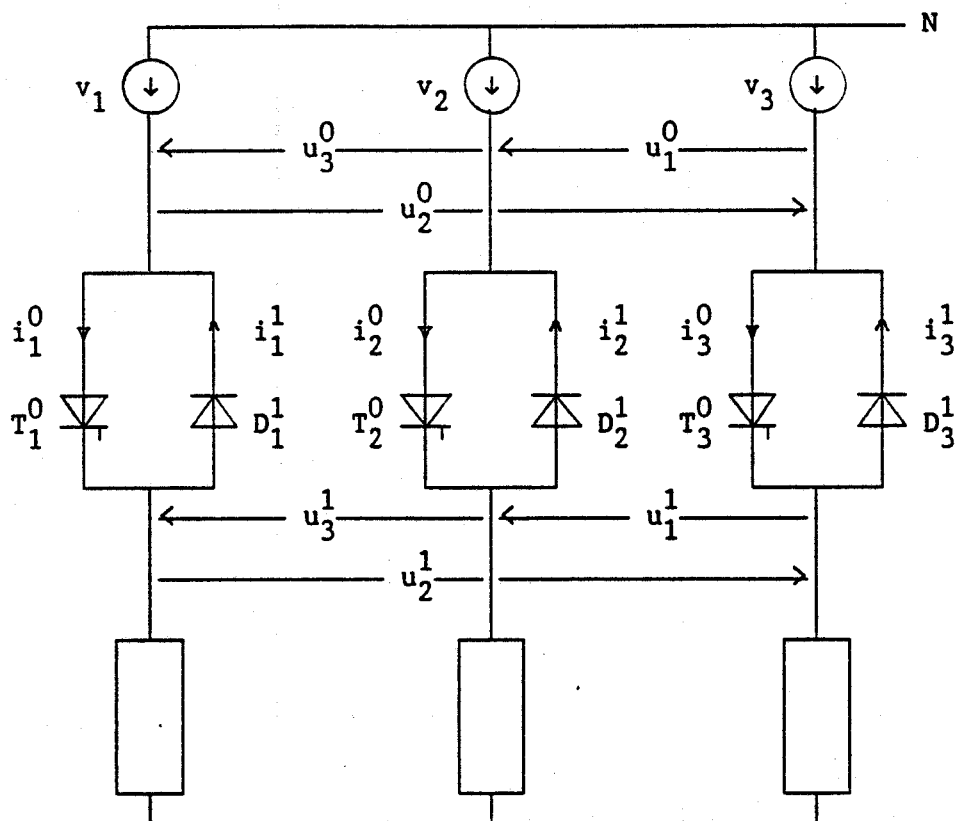


figure 2.6

Dans ce cas, il suffit de considérer qu'une diode est équivalente à un thyristor dont l'électrode de commande est toujours à l'état activé. Pour ce qui est des réceptivités faisant intervenir ces variables, il faudrait, en toute rigueur, supprimer les conditions du type  $G_j^k=1$  relatives aux diodes, puisqu'elles sont toujours vraies. En ce qui nous concerne, nous préférons les laisser subsister, afin de disposer d'un graphe de fonctionnement décrivant le plus grand nombre de cas possibles. Le fait que le convertisseur envisagé soit un gradateur mixte et non pas un gradateur tout thyristors, n'interviendra qu'au niveau de la commande du convertisseur, en considérant que trois des gâchettes sont toujours activées.

D'une manière générale, qu'un thyristor soit remplacé par une diode, ou toujours ouvert (défaut de la commande ou thyristor grillé), nous conservons le même graphe de fonctionnement, en faisant intervenir ces points particuliers au niveau de la commande du convertisseur.

## 2 RECHERCHE DES MODES DE FONCTIONNEMENT

### 2.1 Antécédents

L'utilisation du gradateur pour découper les tensions du réseau triphasé, afin de générer un nouveau système de tensions, de fréquence inférieure, n'est pas une idée fondamentalement neuve. De nombreux travaux sur le sujet ont déjà été réalisés /15/,/16/, mais ils reposent sur une approche intuitive du problème.

L'absence d'analyse théorique du convertisseur présente deux inconvénients majeurs :

- Elle ne permet pas de recenser tous les modes de fonctionnement.
- Pour un mode donné, il n'est pas possible d'explorer toutes les potentialités de ce dernier.

On aboutit ainsi à des systèmes permettant certes de réaliser une division de fréquence, mais présentant certaines limitations, par exemple pour ce qui est du réglage de la puissance transmise à la charge, ou certaines zones d'ombre, quand aux limites de fonctionnement.

Sur la base de la description fonctionnelle du gradateur, nous avons cherché à développer une méthodologie permettant la synthèse de nouveaux modes de fonctionnement, tout en évitant les problèmes mentionnés ci-dessus.

### 2.2 Définition du champ d'investigation

Le but de cette recherche étant d'obtenir des fonctionnements correspondant à des régimes établis, dans le cas d'une alimentation par le réseau triphasé, notre point de départ sera donc le graphe de fonctionnement simplifié (fig 2.5).

De plus, afin que les courants dans la charge présentent le plus de symétries possibles, nous nous limiterons au motif élémentaire suivant (fig 2.7). Les parcours dans ce motif, répétés 6 fois en faisant varier l'indice  $m$  de 1 à 6, permettent alors de définir les modes de fonctionnement correspondants.

Motif de base dans le graphe

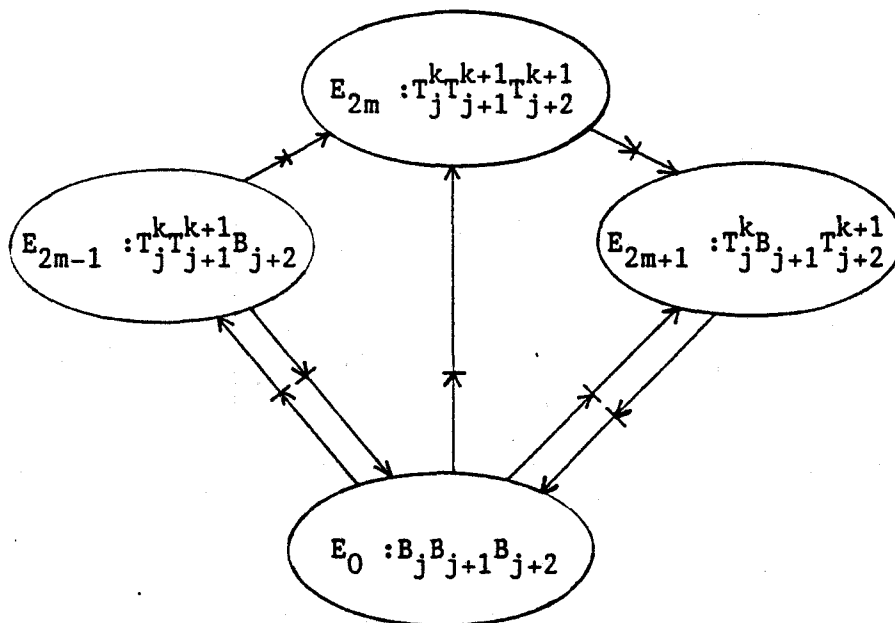


figure 2.7

### 2.3 Trajets associés aux modes de fonctionnement classiques

Rappelons que ces modes sont obtenus en amorçant les thyristors à chaque alternance, avec un retard donné, compté par rapport au zéro de tension ou de courant de la phase concernée /17/, /18/.

Les pages suivantes répertorient les trajets élémentaires et globaux pour chacun des 3 modes. Pour le premier et le deuxième mode (figure 2.8), ces trajets reviennent à parcourir la périphérie du graphe, bien que dans le deuxième cas, le passage par les états triphasés ne soit que transitoire. Pour le troisième mode (figure 2.9), les trajets reviennent à parcourir successivement les états monophasés et l'état bloqué.

Trajets associés aux premier et deuxième modes

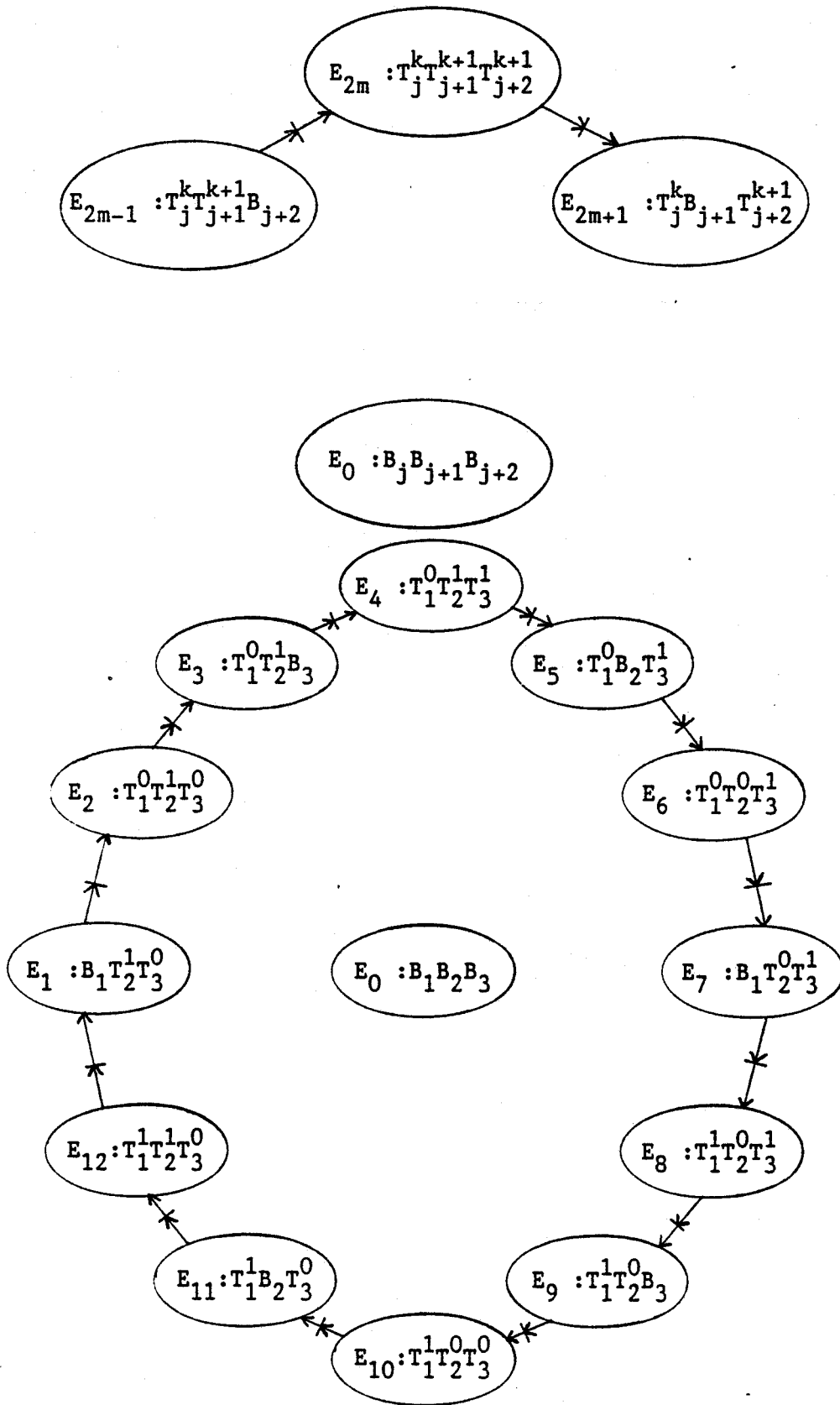


figure 2.8

Trajets associés au troisième mode

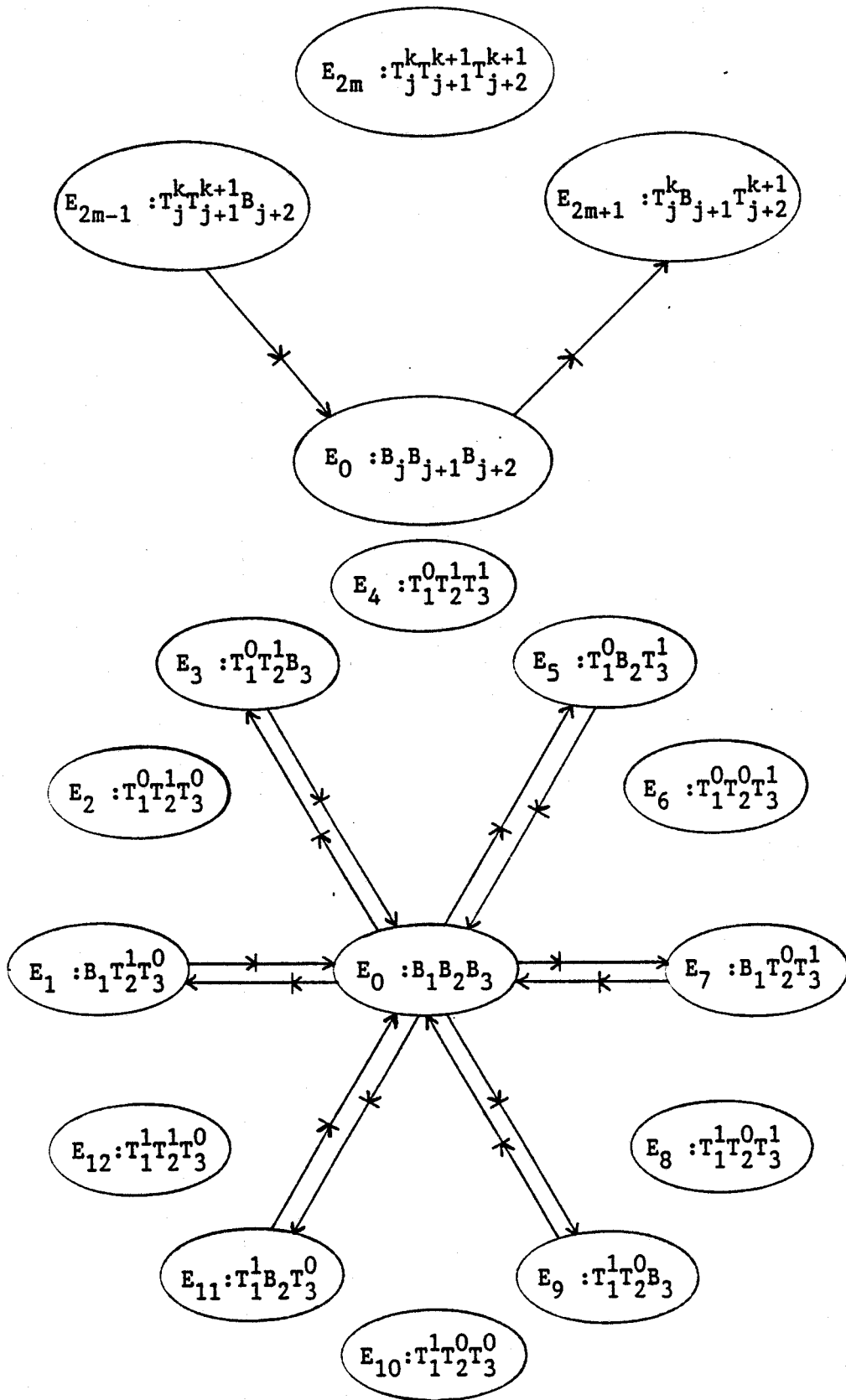


figure 2.9

## 2.4 Synthèse de nouveaux modes de fonctionnement

On remarque que l'utilisation 'classique' du gradateur ne met en oeuvre que deux trajets élémentaires. On peut donc envisager une recherche de nouveaux parcours, afin d'aboutir à une utilisation du gradateur en diviseur de fréquence.

La démarche préconisée est la suivante :

- Définition dans le motif élémentaire d'un parcours pouvant se répéter de façon identique sur chacune des 6 'portions' du graphe, caractérisant ainsi un mode de fonctionnement.
- Définition de la séquence d'amorçage des thyristors.
- Définition du graphe de commande associé à la séquence précédente.

Il s'avère que cette recherche conduit à une infinité de solutions, dont l'intérêt dépend des contraintes imposées par l'utilisation envisagée.

Pour notre part, nous ne nous sommes intéressés qu'aux séquences permettant de réaliser une division de fréquence par 5 ou par 7.

A titre d'exemple, les figures 2.10 et 2.11 précisent pour chacun de ces deux cas, les formes d'onde obtenues lorsque le gradateur alimente une charge équilibrée, résistive, et couplée en étoile.

On vérifie bien que, comme annoncé, les systèmes de courants triphasés ont pour fréquences respectives  $f_s/5$  et  $f_s/7$ . On peut également noter un point intéressant, qui est que pour le mode diviseur par 5, l'ordre de succession des phases est inverse de celui du réseau d'alimentation.

De plus, on constate que le fait de reporter 6 fois la même séquence, induit une symétrie intéressante au niveau des courants. Néanmoins, du fait du découpage des tensions, il est évident que le taux d'harmoniques n'est pas négligeable, comme nous le verrons plus loin.

Formes d'ondes des courants en diviseur par 5

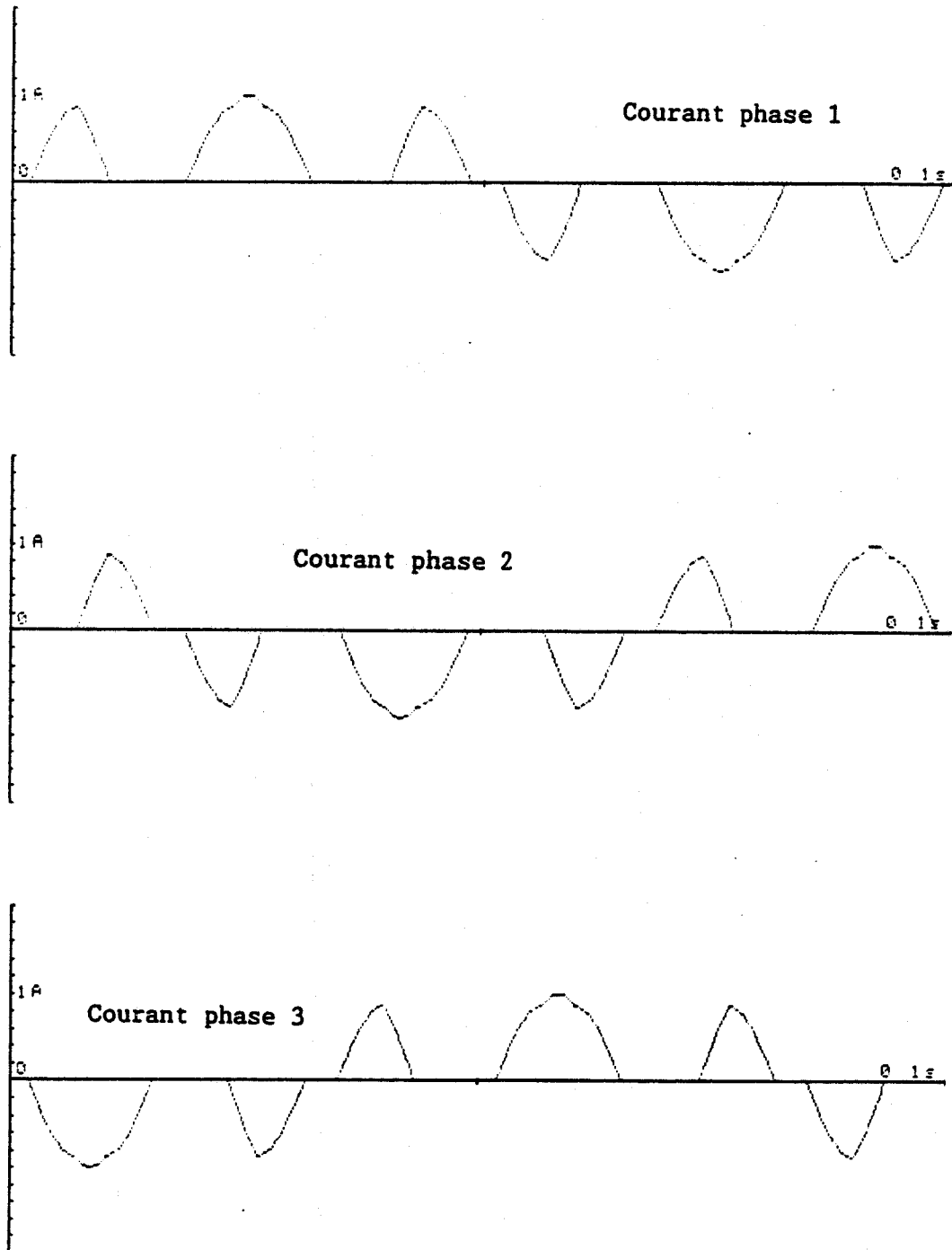


figure 2.10



Formes d'ondes des courants en diviseur par 7

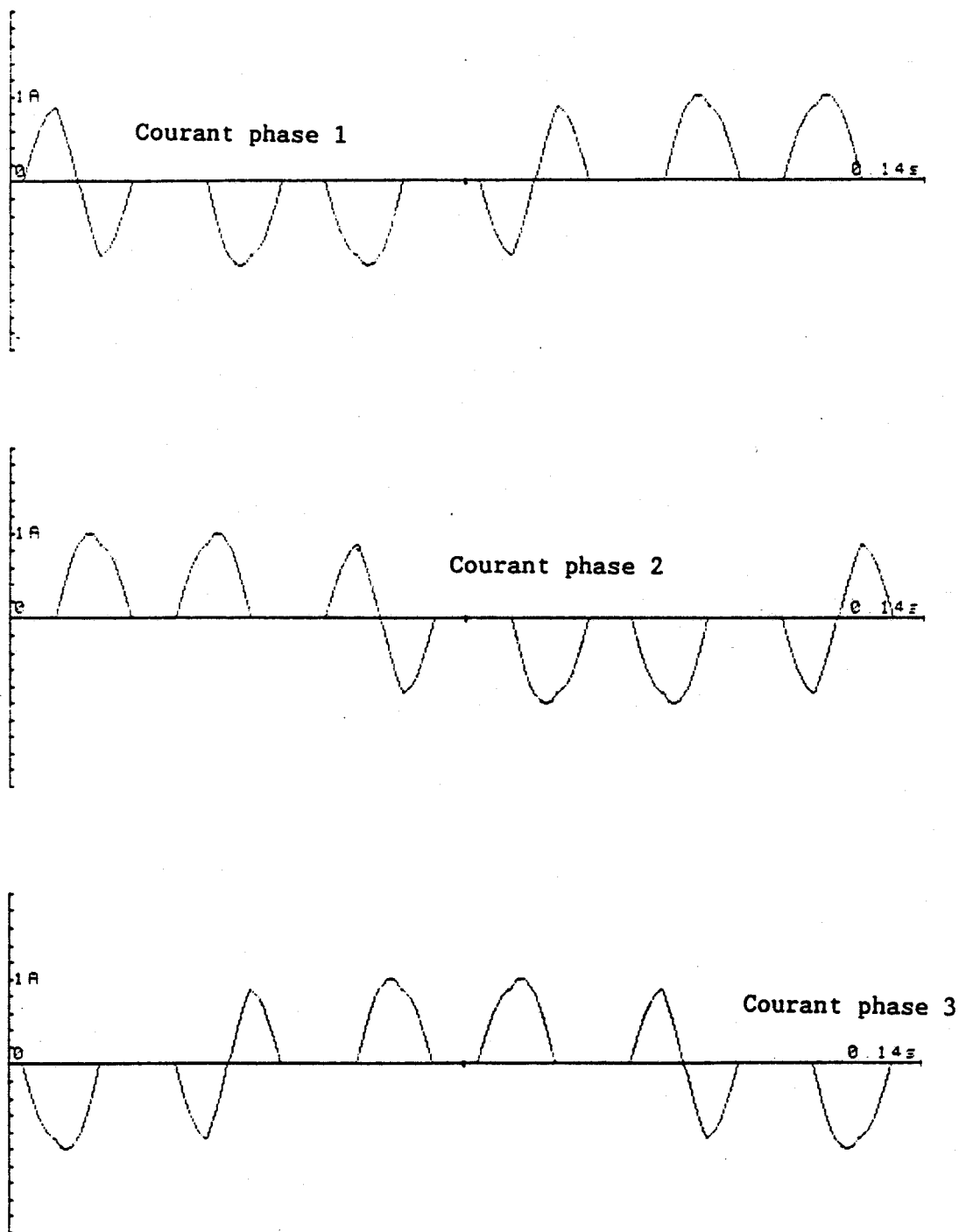


figure 2.11

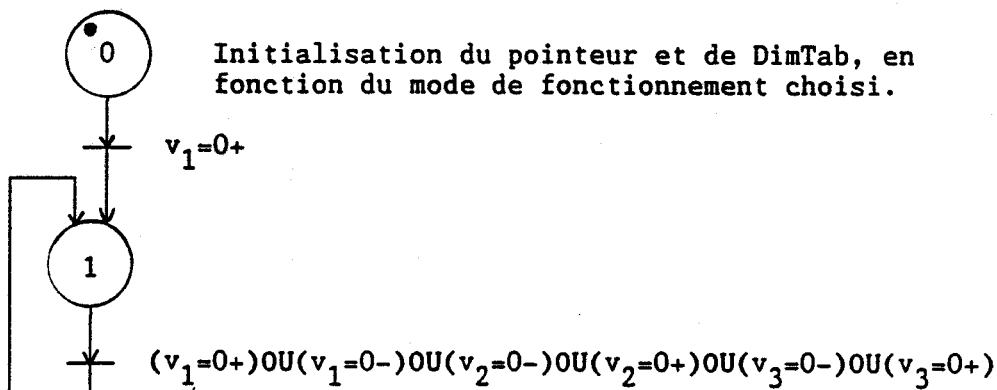
### 3 GRAPHES DE COMMANDE ASSOCIES AUX DIFFERENTS MODES

Comme expliqué précédemment, la définition de ces graphes passe d'abord par une phase d'identification d'une séquence de référence pour la commande. L'effet gradateur s'obtient alors simplement en retardant l'amorçage des thyristors par rapport à cette séquence.

En pratique, celle-ci sera matérialisée par un tableau définissant, pour chaque thyristor, à quels instants du cycle sa commande doit être activée. L'accès à ce tableau s'effectuera grâce à un pointeur, incrémenté à chaque passage par zéro d'une tension simple. Cette incrémentation s'effectuera modulo la dimension du tableau (DimTab), celle-ci dépendant de la périodicité du mode de fonctionnement envisagé. Les cases du tableau contiennent soit une valeur positive, représentant le retard de la commande du thyristor par rapport au dernier passage par zéro d'une tension, soit une valeur négative quelconque, signifiant que la commande du thyristor doit être inhibée pour l'instant.

L'initialisation du système se fera, par exemple, sur détection d'un front montant de la tension  $v_1$  (évènement noté  $v_1+$ ).

Cette commande peut être représentée par les deux graphes suivants (figures 2.12 et 2.13):



L'action associée à la place 1 est définie par le pseudo-code suivant :

```

Pointeur=Pointeur+1 MODULO DimTab
POUR i=1 à 6
  SI Retard(Pointeur,i)>=0 ALORS
    TDebutAmorçage'i' :=t+Retard(Pointeur,i)
    TFinAmorçage'i' :=TDebutAmorçage+Durée
  FINSI
FINPOUR
  
```

figure 2.12

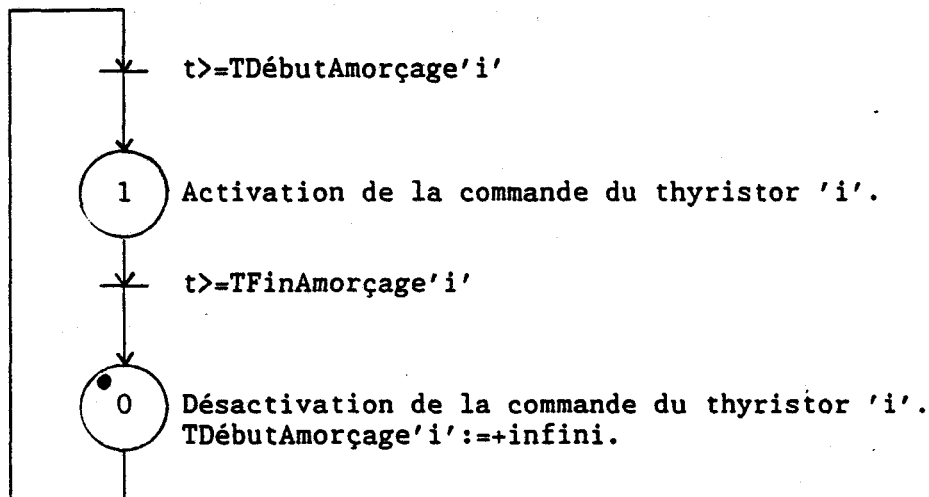


figure 2.13

#### 4 CONCLUSION

On voit donc que la démarche proposée, consistant à définir un graphe de fonctionnement pour l'ensemble du convertisseur, permet, en autorisant une vue d'ensemble du comportement de celui-ci, de trouver de nouveaux modes de fonctionnement. Ceci n'aurait pas été possible en se limitant à une description du comportement de chaque branche du gradateur.

On peut également noter que nous n'avons fait aucun a priori sur le graphe de commande, celui-ci se déduisant du trajet retenu dans le graphe de fonctionnement.

Cette approche pourrait être reprise pour d'autres convertisseurs, dans le cadre d'une recherche sans a priori des fonctionnements possibles.

Nous allons maintenant étudier, pour les modes diviseur par 5 et diviseur par 7, le cas d'un débit sur charge R-L triphasée, avant de passer au cas du moteur asynchrone triphasé.

### CHAPITRE 3

## DEBIT SUR RESISTANCE INDUCTIVE

### 1 DEFINITION D'UN MODELE GLOBAL

Nous reprenons ici la structure la plus simple du cycle de calcul, qui consiste à traiter les différents graphes dans l'ordre imposé par leur hiérarchie, en utilisant un pas de calcul suffisamment petit pour que les problèmes précédemment évoqués aient une influence négligeable.

#### 1.1 Equations de la charge R-L

Ces équations figurant dans de nombreux ouvrages /1/,/17/,/18/, nous nous contentons de rappeler leur formulation, ainsi que leurs expressions sous forme résolue :

1.1.1 Alimentation triphasée (figure 3.1) -

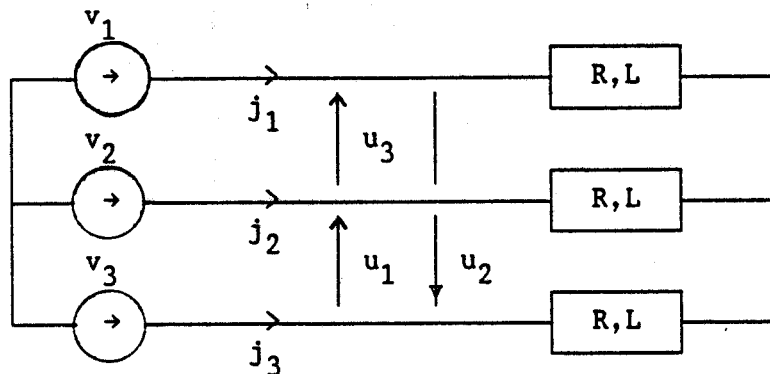


figure 3.1

Pour la phase k (k=1..3), nous avons l'équation suivante :

$$v_k = (R + L \frac{d}{dt}) \cdot j_k$$

Après résolution, nous obtenons, pour chaque phase k (k=1..3) :

$$j_k(t + \Delta T) = e^{-\Delta T \cdot R/L} \cdot j_k(t) + (1 - e^{-\Delta T \cdot R/L}) \cdot v_k(t) / R$$

Pour les tensions, nous avons simplement :

$$u_1 = v_2 - v_3 ; \quad u_2 = v_3 - v_1 ; \quad u_3 = v_1 - v_2$$

1.1.2 Alimentations monophasées (figure 3.2) -

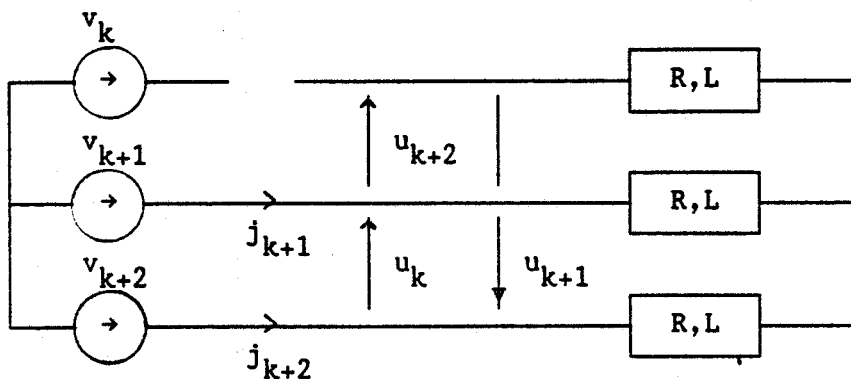


figure 3.2

Pour la phase k (k=1..3), nous avons l'équation suivante :

$$u_k = 2. \left( R + L \frac{d}{dt} \right) j_{k+1}$$

Après résolution, nous obtenons :

$$j_{k+1}(t+\Delta T) = e^{-\Delta T.R/L} . j_{k+1}(t) + (1 - e^{-\Delta T.R/L}) . u_k(t) / (2.R)$$

avec de plus :  $j_{k+2} = -j_{k+1}$  ;  $j_k = 0$

et pour les tensions :

$$u_k = v_{k+1} - v_{k+2} ; u_{k+1} = (v_{k+2} - v_k) / 2 ; u_{k+2} = u_{k+1}$$

### 1.1.3 Charge non alimentée (figure 3.3) -

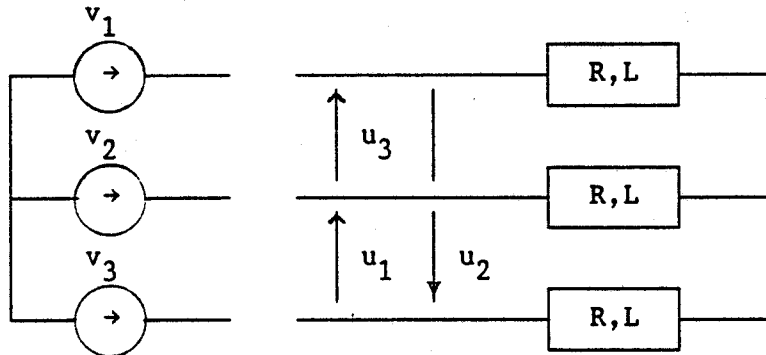


figure 3.3

Dans ce cas, les courants et les tensions sont tous nuls :

$$j_1 = j_2 = j_3 = 0 ; u_1 = u_2 = u_3 = 0$$

### 1.2 Cycle de calcul

L'organigramme décrivant le cycle de calcul est le suivant (figure 3.4) :

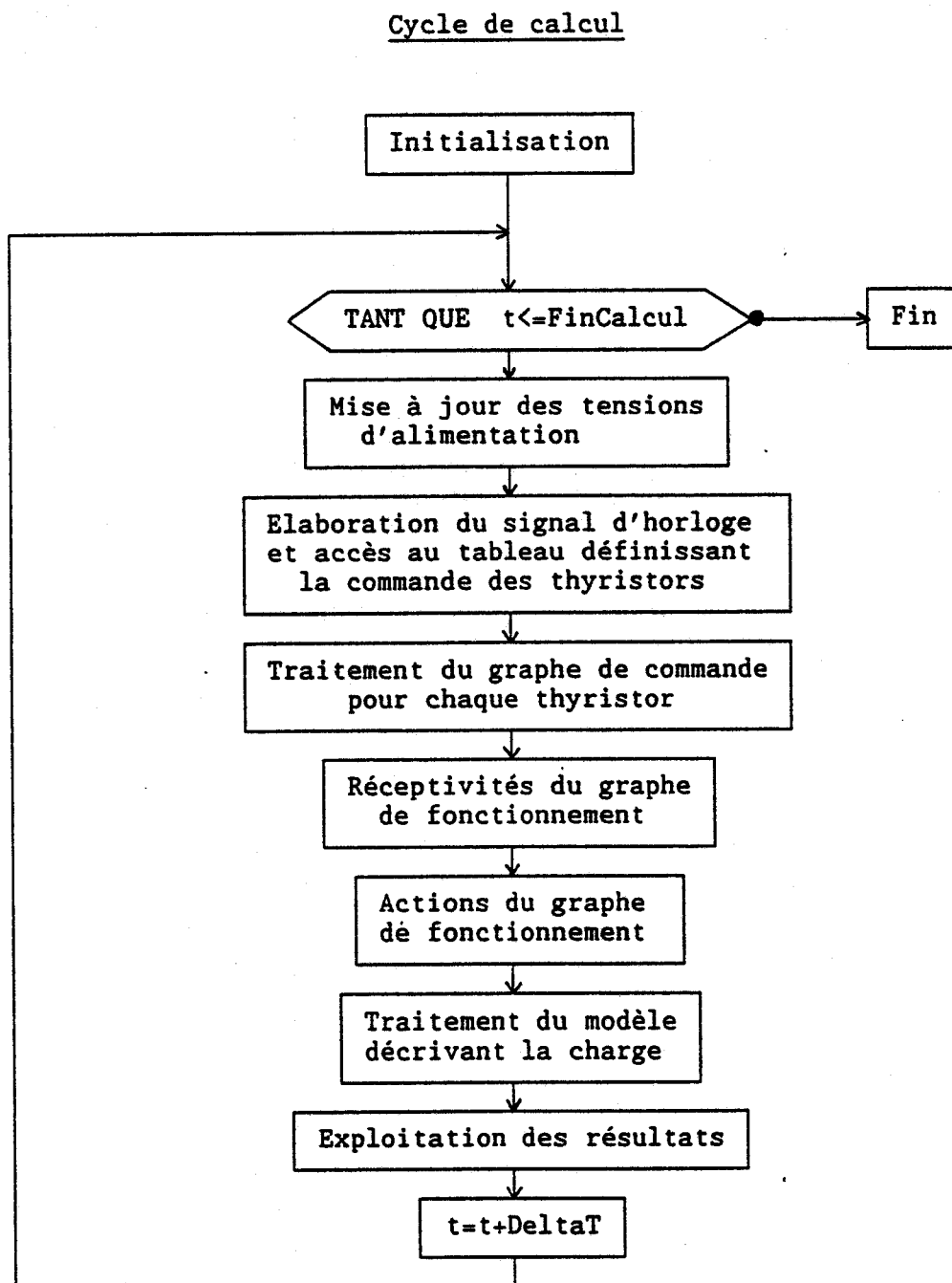


figure 3.4

Les seules actions associées aux places du graphe de fonctionnement consistent à choisir le type d'alimentation de la charge (triphasee, monophasée, charge non alimentée), en fonction de la place occupée.

## 2 ETUDE DES COURANTS

Nous mettons ici l'accent sur l'étude des courants, car le but de ce chapitre est de dégager les grandes lignes du comportement de ce système, en prévision d'une utilisation avec un moteur asynchrone. Il est donc fondamental d'avoir une idée du flux qui sera créé dans le moteur, d'où l'étude des courants.

Dans toute la suite de ce chapitre, nous considérons une charge R-L triphasée équilibrée, couplée en étoile, de module tel qu'elle soit parcourue par des courants de valeur efficace un ampère, en cas d'alimentation directe par les tensions du réseau EDF.

### 2.1 Formes d'ondes

Nous présentons ici pour les modes de fonctionnement 'diviseur par 5' et 'diviseur par 7', les formes d'onde des courants (figures 3.5 et 3.6), pour différentes valeurs du retard à l'amorçage, et pour différents arguments de la charge (à module constant).

On remarque une forte augmentation de l'amplitude des courants, lorsque l'argument de la charge se rapproche de celui d'une inductance pure. On aurait pu craindre pour ce cas limite, que le fonctionnement du système soit perturbé par la durée trop importante de certaines conceptions, pouvant éventuellement empêcher l'apparition en temps voulu de certains courants, mais il n'en est rien.

Ce point est important pour une utilisation avec une machine asynchrone, car au voisinage de la vitesse de synchronisme, celle-ci se comporte comme une charge R-L très inductive.



Courant dans la phase 1 en mode diviseur par 5

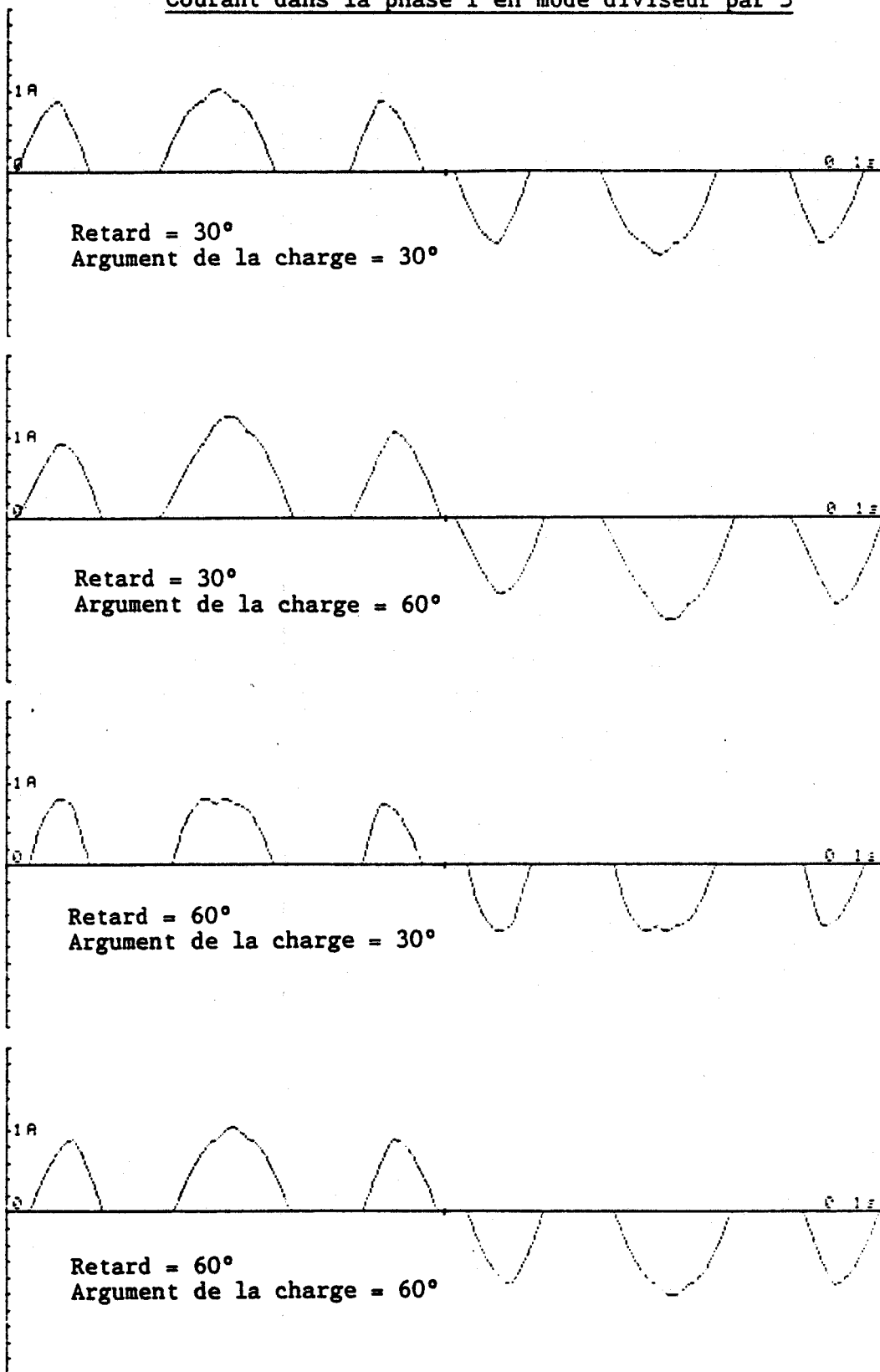


figure 3.5

Courant dans la phase 1 en mode diviseur par 7

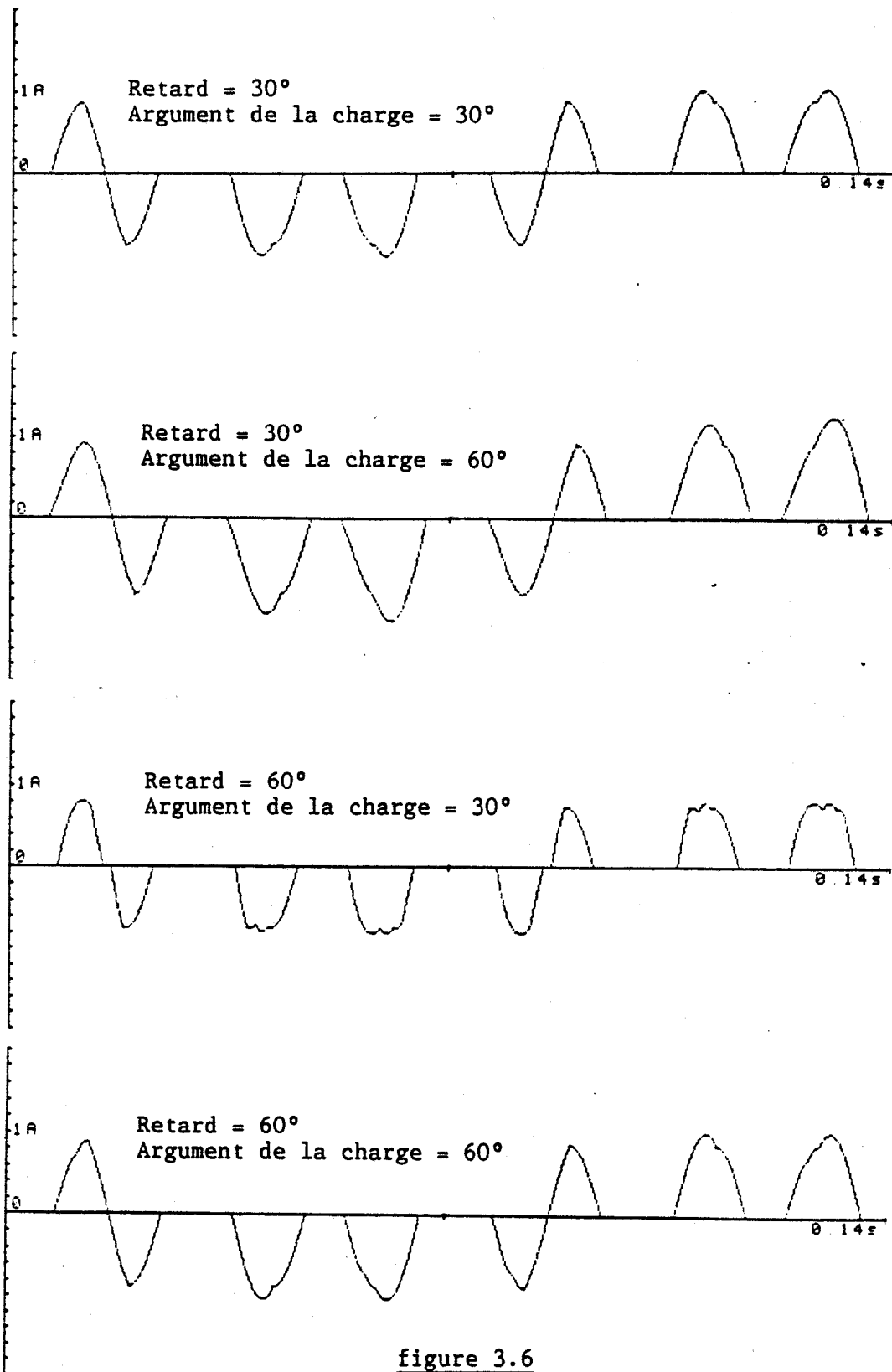


figure 3.6

## 2.2 Courants efficaces

Nous donnons ici pour les deux cas de fonctionnement envisagés, l'évolution du courant efficace en fonction de l'argument de la charge, pour différentes valeurs du retard à l'amorçage (figures 3.7 et 3.8). Nous rappelons que la valeur 1 correspond à une alimentation directe de la charge considérée par le réseau EDF.

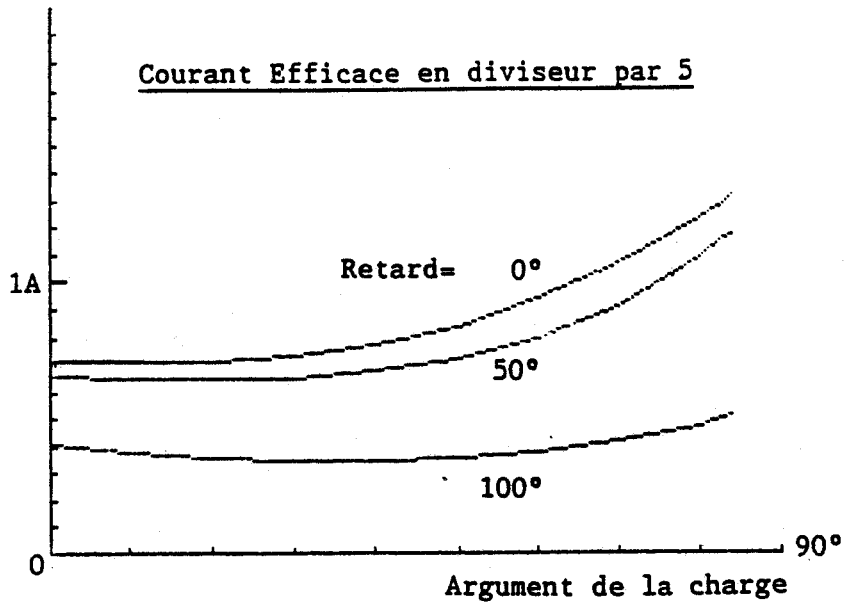


figure 3.7

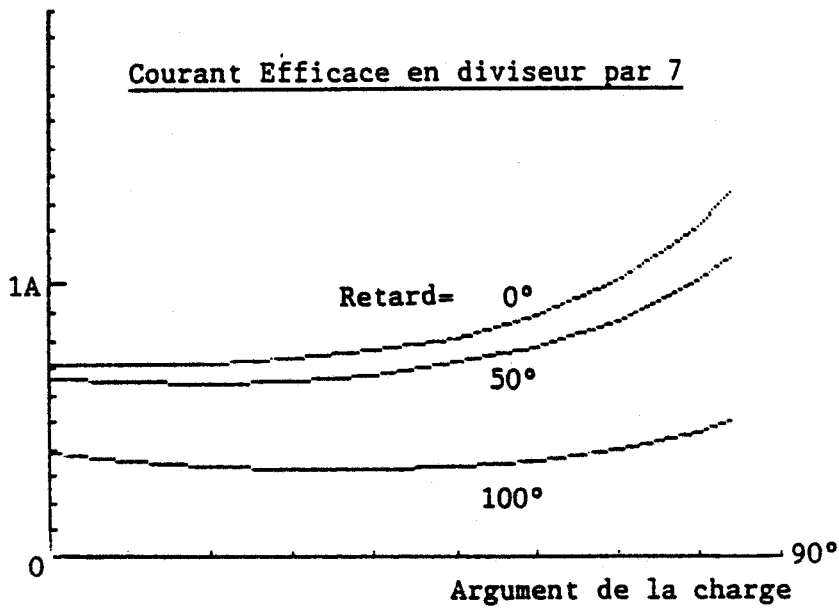


figure 3.8

En l'absence de tout retard, les valeurs prises par le courant efficace, pour les deux modes de fonctionnement considérés, laissent à penser que dans le cas d'un débit sur moteur asynchrone, le courant magnétisant sera suffisant pour que cette association soit viable.

Comme de plus, la fonction gradateur est préservée, il sera possible de régler la puissance transmise à la charge.

### 2.3 Contenu harmonique des courants

Indépendamment de la valeur du courant efficace, il est important de connaître la décomposition en série de FOURIER des courants parcourant la charge (figures 3.9, 3.10), pour avoir une estimation du rapport entre le flux créé par le fondamental et le flux créé par les autres harmoniques du courant.

Pour chaque mode de fonctionnement, nous étudions l'évolution de l'amplitude des 6 premiers harmoniques de courant non nuls, en fonction du retard à l'amorçage et de l'argument de la charge. Dans notre cas, celle-ci n'étant pas reliée au neutre, tous les harmoniques de rang multiple de 3 sont nuls. De plus, étant donnée la symétrie des formes d'ondes des courants, tous les harmoniques de rang pair sont nuls.

Comme il fallait s'y attendre, le taux d'harmoniques n'est pas négligeable, mais si l'on raisonne en termes de flux, celui créé par le fondamental de courant, reste toujours largement prépondérant par rapport à ses harmoniques, ce qui permet d'assurer que dans le cas d'une machine asynchrone, la nouvelle vitesse de synchronisme sera celle associée au fondamental de fréquence.

Par ailleurs, on peut noter que l'harmonique le plus important sera toujours celui associé à la fréquence du réseau.

Harmoniques de courant en mode diviseur par 5

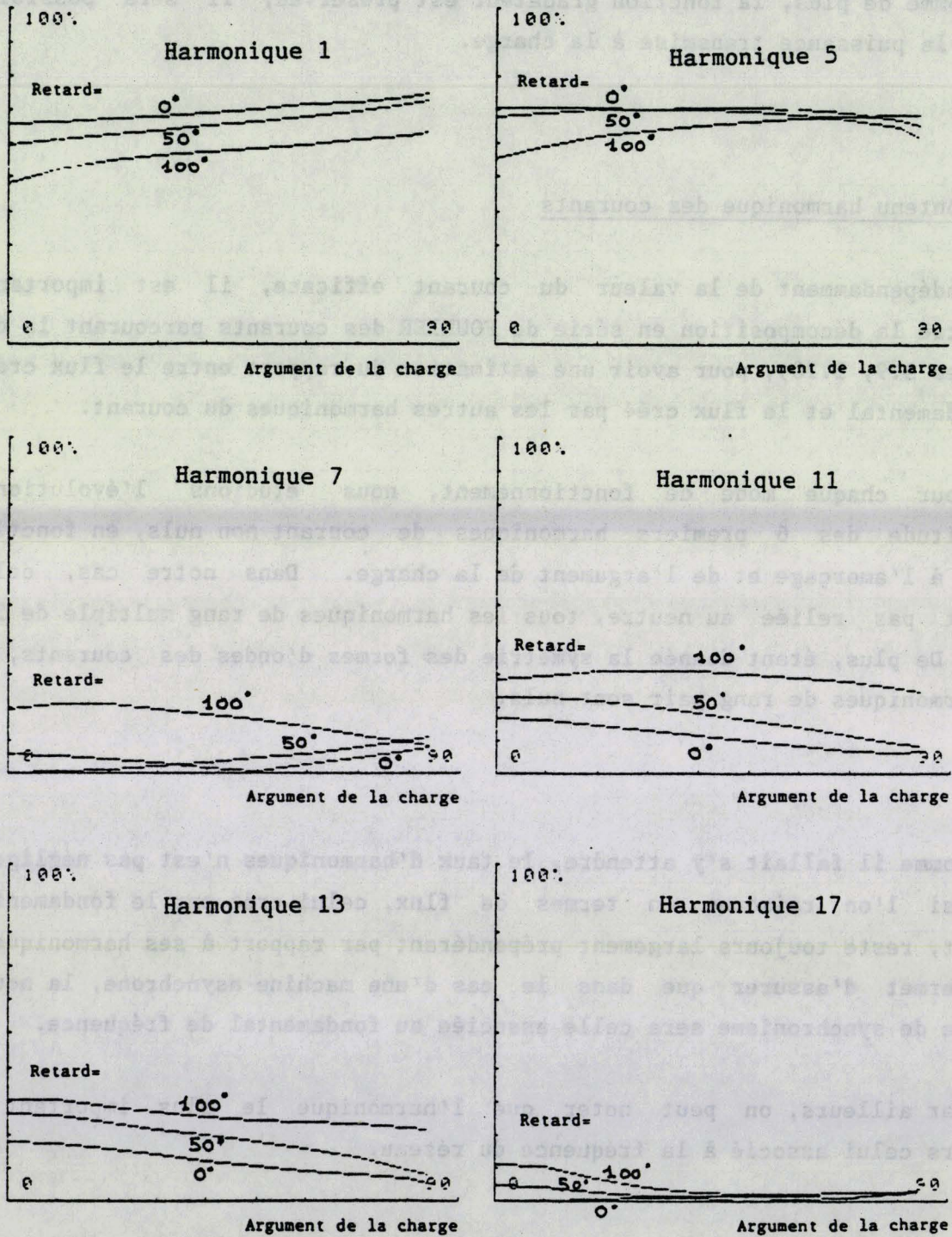


figure 3.9

Harmoniques de courant en mode diviseur par 7

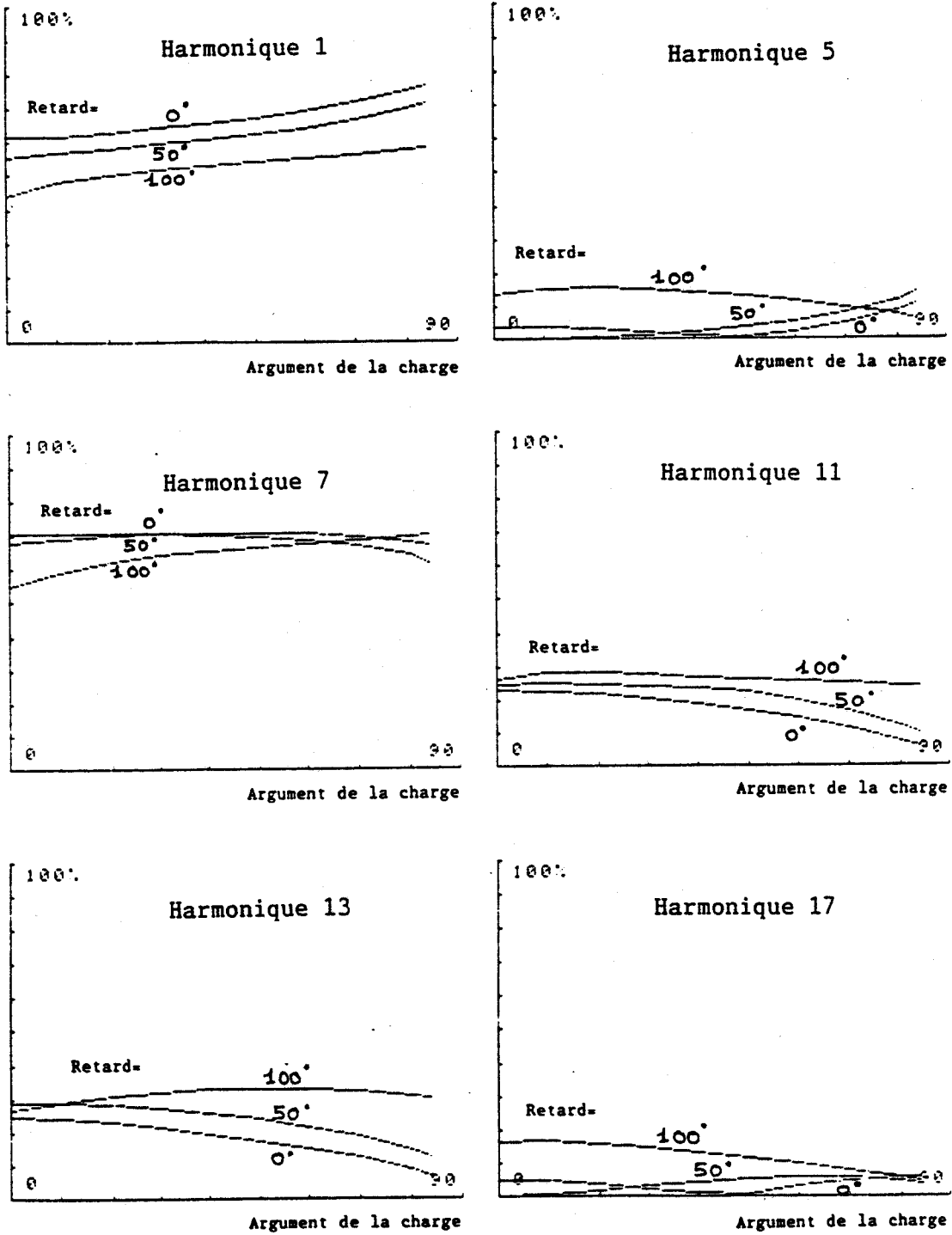


figure 3.10

### 3 CONCLUSION

Il ressort des observations effectuées dans le cas d'un débit sur charge R-L, que l'utilisation sur une machine asynchrone est réalisable. En effet, le fondamental de courant est largement prépondérant par rapport à ses harmoniques, et il possède une amplitude suffisante.

Comme de plus, la fonction gradateur est préservée, il sera possible de régler la puissance transmise à la charge.

## CHAPITRE 4

# RESOLUTION DES EQUATIONS DE LA MACHINE ASYNCHRONE

### 1 MISE EN EQUATIONS DU MOTEUR ASYNCHRONE

#### 1.1 Position du problème

Le comportement du moteur asynchrone triphasé est décrit par un système d'équations différentielles d'ordre 6, à coefficients périodiques, peu utilisable sous cette forme.

On cherche généralement à se ramener à un système d'ordre inférieur, à coefficients constants. La technique la plus employée consiste à utiliser la transformation de PARK /19/,/20/,/21/, afin de substituer aux enroulements polyphasés réels des enroulements diphasés fictifs.



Dans le cas d'une alimentation par convertisseur statique, il est néanmoins intéressant de conserver une structure triphasée au stator, afin d'accéder directement aux grandeurs statoriques nécessaires à la gestion du graphe de fonctionnement. Pour cette raison, nous avons adopté la formulation proposée par M.HAUTIER /2/.

## 1.2 Hypothèses préalables

La mise en équations adoptée impose deux hypothèses :

- Répartition sinusoïdale du flux dans l'entrefer.
- Absence de saturation et de pertes dans le circuit magnétique.

De plus, la résolution ultérieure des équations étant quelque peu fastidieuse, nous avons cherché à limiter au maximum le nombre d'équations, en nous ramenant pour chacun des trois modes d'alimentation du moteur (triphase, monophasé, non alimenté), à un seul système d'équations. Ceci est réalisé en mettant en oeuvre les points suivants :

- Choix du type de moteur : il s'avère que s'il est possible de se ramener d'un moteur à rotor bobiné à un moteur à cage, l'inverse est irréalisable, vu l'impossibilité de mesurer séparément les différents coefficients rotoriques. Nous nous plaçons donc dans le cas d'un moteur à cage.
- Choix du couplage des enroulements : afin de ne pas avoir à traiter séparément le couplage triangle et le couplage étoile, nous définissons une transformation permettant de se ramener du couplage triangle au couplage étoile. Nous ne traiterons donc que ce dernier cas.
- Regroupement des cas d'alimentations monophasées : grâce à la transformation définie par M.HAUTIER, il est possible de ramener les 3 cas d'alimentations monophasées à un seul. Nous ne considérerons que

le cas où la borne 1 du moteur n'est pas alimentée.

De plus, dans toute la suite, nous considérons que le moteur est alimenté par un système équilibré de tensions triphasées.

### 1.3 Equations considérées

#### 1.3.1 Notations utilisées -

Les symboles intervenant dans les équations du moteur sont les suivants:

- $R_s$  : résistance d'une phase statorique.
- $L_s$  : inductance cyclique du stator.
- $R_r$  : résistance d'une phase rotorique.
- $L_r$  : inductance cyclique du rotor.
- $p$  : nombre de paires de pôles.
- $p\Omega$  : vitesse de rotation du rotor.
- $M' = \sqrt{2/3} \cdot M$ ,  $M$  étant la mutuelle inductance cyclique entre stator et rotor.
- $i'_d$  et  $i'_q$  : courants rotoriques diphasés fictifs.

#### 1.3.2 Couplage étoile (fig 4.1) -

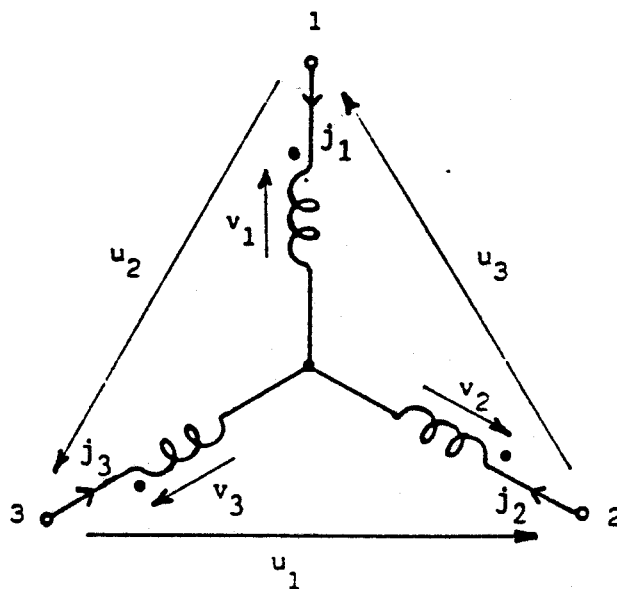


figure 4.1

Dans le cas le plus général d'alimentation, l'évolution du système est régie par l'équation suivante :

$$(1) \quad [V_E] = [Z_E] \cdot [I_E] \quad \text{avec} \quad [V_E] = (u_1, u_2, 0, 0)^t ; [I_E] = (j_1, j_2, i'_d, i'_q)^t$$

$$[Z_E] = [R_E] + [\alpha_E] \cdot [L_E] \cdot p\Omega + [L_E] \cdot \frac{d}{dt} \quad \text{et} \quad j_3 = -j_1 - j_2 ; u_3 = -u_1 - u_2$$

$$[R_E] = \begin{bmatrix} R_s & 2R_s & 0 & 0 \\ -2R_s & -R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y \end{bmatrix} \quad [\alpha_E] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[L_E] = \begin{bmatrix} L_s & 2L_s & 0 & \sqrt{3}X \\ -2L_s & -L_s & -3X/2 & -\sqrt{3}X/2 \\ 3/2 & 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & \sqrt{3} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad Y = R_r/L_r \quad \text{et} \quad X = M'^2/L_r$$

### 1.3.3 Couplage triangle (fig 4.2) -

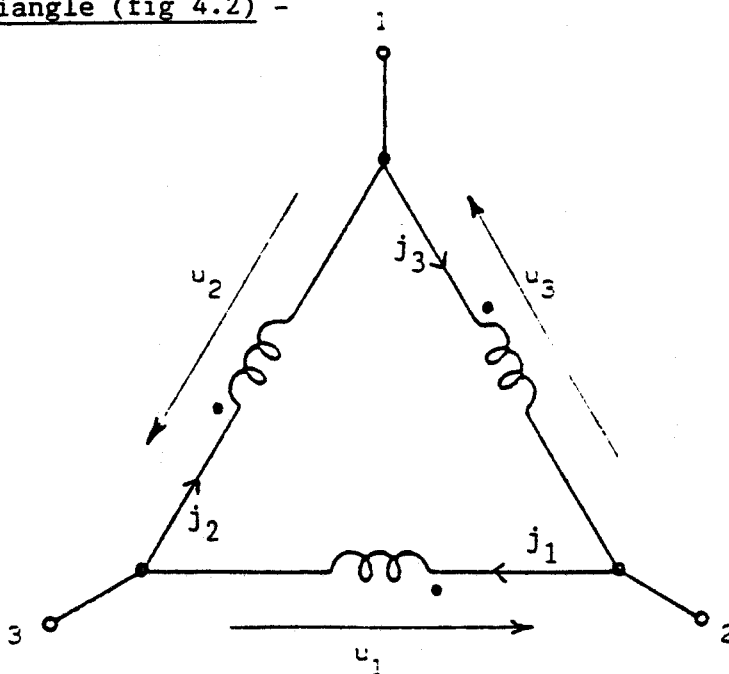


figure 4.2

Dans le cas le plus général d'alimentation, l'évolution du système est régie par l'équation suivante :

$$(2) \quad [V_T] = [Z_T] \cdot [I_T] \quad \text{avec} \quad [V_T] = (u_1, u_2, 0, 0)^t ; \quad [I_T] = (j_1, j_2, i'_d, i'_q)^t$$

$$[Z_T] = [R_T] + [\alpha_E] \cdot [L_T] \cdot p\Omega + [L_T] \cdot \frac{d}{dt} \quad \text{et} \quad j_3 = -j_1 - j_2 ; \quad u_3 = -u_1 - u_2$$

$$[R_T] = \begin{bmatrix} R_S & 2R_S & 0 & 0 \\ -2R_S & -R_S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Y \end{bmatrix} \quad [\alpha_T] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[L_T] = \begin{bmatrix} L_S & 2L_S & 0 & \sqrt{3}X \\ -2L_S & -L_S & -3X/2 & -\sqrt{3}X/2 \\ 3/2 & 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & \sqrt{3} & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad Y = R_r / L_r \quad \text{et} \quad X = M'^2 / L_r$$

#### 1.4 Transformation triangle-étoile

##### 1.4.1 Cas général -

A partir des équations précédentes, il est possible de se ramener à une formulation unique incluant les deux cas de couplage des enroulements. Nous avons alors :

$$(3) \quad [V_4] = [Z_4] \cdot [I_4] \quad \text{avec} \quad [V_4] = (u_1, u_2, 0, 0)^t ; \quad [Z_4] = [Z_E]$$

$$[I_4] = (j_1, j_2, i'_d, i'_q)^t \quad \text{pour un couplage étoile.}$$

$$[I_4] = [M_{T/E}] \cdot (j_1, j_2, i'_d, i'_q)^t \quad \text{pour un couplage triangle.}$$

$$[M_{T/E}] = \begin{bmatrix} -1/3 & -2/3 & 0 & 0 \\ 2/3 & 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/\sqrt{3} \\ 0 & 0 & 1/\sqrt{3} & 0 \end{bmatrix}$$

Pour les courants statoriques, on retrouve les formules habituelles du passage triangle/étoile. Pour les courants rotoriques, la transformation s'interprète comme une rotation de  $\pi/2$ , accompagnée d'une réduction d'un facteur  $\sqrt{3}$ .

#### 1.4.2 Alimentation triphasée -

Les équations présentées ci-dessus sont directement utilisables. De plus, pour les deux cas de couplage, l'expression du couple électromagnétique est la suivante :

$$(4) \quad C = p \cdot X \cdot \sqrt{3}/2 \cdot (i'_d \cdot (j_1 + 2 \cdot j_2) - \sqrt{3}/2 \cdot i'_q \cdot j_1)$$

#### 1.4.3 Alimentations monophasées -

Dans le cas où la phase  $k$  du moteur ( $k=1,2,3$ ) n'est pas alimentée, les équations précédentes deviennent :

$$(5) \quad [V_k] = [Z_3] \cdot [I_k] \quad \text{avec} \quad [V_k] = (u_k, 0, 0)^t ;$$

$$[Z_3] = [R_3] + [\alpha_3] \cdot [L_3] \cdot p\Omega + [L_3] \cdot \frac{d}{dt}$$

$$[R_3] = \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & 0 \\ 0 & Y & 0 \\ 0 & 0 & Y \end{bmatrix} \quad [\alpha_3] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad [L_3] = \begin{bmatrix} 2L_s & 0 & \sqrt{3}X \\ 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{3} & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

avec  $Y = R_r / L_r$  et  $X = M'^2 / L_r$

$$[I_k] = [P(\theta_k)] \cdot (j_{k+1}, i'_d, i'_q)^t \quad \text{pour un couplage étoile.}$$

$$[I_k] = [P(\theta_k)] \cdot [M'_{T/E}] \cdot (j_{k+1}, i'_d, i'_q)^t \quad \text{pour un couplage triangle.}$$

et  $j_{k+2} = -j_{k+1}$  ;  $j_k = 0$

$$[P(\theta_k)] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_k) & \sin(\theta_k) \\ 0 & -\sin(\theta_k) & \cos(\theta_k) \end{bmatrix} \quad [M'_{T/E}] = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/\sqrt{3} \\ 0 & 1/\sqrt{3} & 0 \end{bmatrix}$$

avec  $\theta_1 = 0$  ;  $\theta_2 = 2\pi/3$  ;  $\theta_3 = -2\pi/3$

D'autre part, dans ce cas d'alimentation, seule la tension  $u_k$  est imposée par le secteur. Les deux autres tensions dépendent de l'état électromagnétique de la machine. Nous avons alors :

$$(6) \quad \begin{cases} u_{k+1} = -R_s \cdot I_k(1) - L_s \cdot \frac{d}{dt}(I_k(1)) - 3X/2 \cdot \frac{d}{dt}(I_k(2)) - \sqrt{3}X/2 \cdot \frac{d}{dt}(I_k(3)) \\ u_{k+2} = -u_k - u_{k+1} \quad (I_k(i) \text{ désigne la } i\text{ème composante du vecteur } [I_k]) \end{cases}$$

De plus, le couple électromagnétique a pour expression :

$$(7) \quad C = \sqrt{3} \cdot p \cdot X \cdot I_k(1) \cdot I_k(2)$$

#### 1.4.4 Moteur non alimenté -

Dans ce cas de figure, les équations du moteur se réduisent à :

$$(8) \quad [V_0] = [Z_0] \cdot [I_0] \quad \text{avec} \quad [V_0] = (0, 0)^t ; \quad [I_0] = (i'_d, i'_q)^t$$

$$[Z_0] = \begin{bmatrix} Y & p\Omega \\ -p\Omega & Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt}$$

De plus, les tensions aux bornes du moteur ne sont plus imposées par le réseau, mais sont induites par les courants rotoriques :

$$(9) \quad \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \sqrt{3} \cdot X \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\sqrt{3}/2 & -1/2 \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} [I'_0] \quad \text{et} \quad u_3 = -u_2 - u_1$$

avec  $[I'_0] = [I_0]$  pour un couplage étoile

$$[I'_0] = \begin{bmatrix} 0 & -1/\sqrt{3} \\ 1/\sqrt{3} & 0 \end{bmatrix} \cdot [I_0] \quad \text{pour un couplage triangle.}$$

Quand au couple électromagnétique, en l'absence de courants statoriques, il est nul :  $C=0$

#### 1.4.5 Conclusion -

On voit donc qu'il est possible de décrire chaque type d'alimentation du moteur, au moyen d'un seul groupe d'équations. Ceci est particulièrement intéressant, dans la perspective d'une résolution de ces équations. De plus, si on envisage une implantation sur ordinateur numérique, le programme de calcul se trouvera simplifié par la diminution du nombre de modèles à traiter.

### 1.5 Mise en forme des équations

Avant d'envisager une résolution des équations précédentes, nous les reformulons sous la forme classique :

$$\frac{d}{dt}[I] = [P] \cdot [I] + [Q] \cdot [U]$$

Ce qui nous donne, dans le cas d'une alimentation par le réseau triphasé :

$$(10) \quad \frac{d}{dt}[I] = [P] \cdot [I] + [Q_s] \cdot \sin(\omega.t) + [Q_c] \cdot \cos(\omega.t)$$

#### 1.5.1 Alimentation triphasée -

La relation (3) (cf §1.4.1), peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$(11) \quad \frac{d}{dt}[I_4] = -[L_4]^{-1} \cdot \left[ [R_4] + p\Omega \cdot [\alpha_4] \cdot [L_4] \right] \cdot [I_4] + [L_4]^{-1} \cdot [V_4]$$

avec :  $[L_4] = [L_E]$  ;  $[R_4] = [R_E]$  ;  $[\alpha_4] = [\alpha_E]$  ;  $[V_4] = [V_E]$

$$[L_4]^{-1} = 2/(3 \cdot D) \cdot \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3X & 0 \\ 2 & 1 & 3X/2 & -3\sqrt{3}X/2 \\ 3/2 & 3 & 3L_s & 0 \\ -3\sqrt{3}/2 & 0 & 0 & 3L_s \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} X = M'^2/L_r \\ Y = R_r/L_r \\ D = 2L_s - 3X \end{array}$$

Posons alors :

$$[A_4] = -[L_4]^{-1} \cdot [R_4] \quad ; \quad [B_4] = -[L_4]^{-1} \cdot [\alpha_4] \cdot [L_4] \quad ; \quad [M_4] = [A_4] + p\Omega \cdot [B_4]$$



$$[A_4] = -1/D. \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & -2XY & 0 \\ 0 & 2R_s & XY & -\sqrt{3}XY \\ -3R_s & 0 & 2L_s \cdot Y & 0 \\ -\sqrt{3}R_s & -2\sqrt{3}R_s & 0 & 2L_s \cdot Y \end{bmatrix}$$

$$[B_4] = -1/D. \begin{bmatrix} -\sqrt{3}X & -2\sqrt{3}X & 0 & -2X \\ 2\sqrt{3}X & \sqrt{3}X & \sqrt{3}X & X \\ \sqrt{3}L_s & 2\sqrt{3}L_s & 0 & 2L_s \\ -3L_s & 0 & -2L_s & 0 \end{bmatrix}$$

$X = M'^2 / L_r$   
 $Y = R_r / L_r$   
 $D = 2L_s - 3X$

D'autre part, les tensions  $u_1$  et  $u_2$  ont pour expressions :

$$u_1 = v_2 - v_3 \quad ; \quad u_2 = v_3 - v_1$$

avec de plus :  $v_1 = V_m \cdot \sin(\omega \cdot t)$

$$v_2 = V_m \cdot \sin(\omega \cdot t - 2\pi/3)$$

$$v_3 = V_m \cdot \sin(\omega \cdot t - 4\pi/3)$$

D'où :  $u_1 = -\sqrt{3} \cdot V_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$

$$u_2 = -3/2 \cdot V_m \cdot \sin(\omega \cdot t) + \sqrt{3}/2 \cdot V_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Il vient alors :

$$[V_4] = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sqrt{3}/2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \sqrt{3} \cdot V_m \cdot \sin(\omega \cdot t) + \begin{bmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \sqrt{3} \cdot V_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

Pour finir, nous obtenons :

$$[L_4]^{-1} \cdot [V_4] = V_m/D \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \sin(\omega \cdot t) + \sqrt{3} \cdot V_m/D \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix} \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

En conclusion, la relation (11) devient :

$$(12) \quad \frac{d}{dt}[I_4] = [M_4] \cdot [I_4] + [V_{s4}] \cdot \sin(\omega \cdot t) + [V_{c4}] \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$[M_4] = -1/D \cdot \begin{bmatrix} 2R_s - \sqrt{3} \cdot X \cdot p\Omega & -2\sqrt{3} \cdot X \cdot p\Omega & -2XY & -2X \cdot p\Omega \\ 2\sqrt{3} \cdot X \cdot p\Omega & 2R_s + \sqrt{3} \cdot X \cdot p\Omega & XY + \sqrt{3} \cdot X \cdot p\Omega & -\sqrt{3} \cdot XY + X \cdot p\Omega \\ -3R_s + \sqrt{3} \cdot L_s \cdot p\Omega & 2\sqrt{3} L_s \cdot p\Omega & 2L_s \cdot Y & 2L_s \cdot p\Omega \\ -\sqrt{3} \cdot R_s - 3L_s \cdot p\Omega & -2\sqrt{3} \cdot R_s & -2L_s \cdot p\Omega & 2L_s \cdot Y \end{bmatrix}$$

$$[V_{s4}] = V_m/D \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} ; \quad [V_{c4}] = \sqrt{3} \cdot V_m/D \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } X = M_r'^2/L_r \quad ; \quad Y = R_r/L_r \quad ; \quad D = 2L_s - 3X$$

Remarque : Si l'on s'intéresse au cas où le terme  $D=2L_s-3X$  s'annule, on s'aperçoit que ceci correspond à un couplage parfait entre le stator et le rotor du moteur. Cette condition n'étant jamais vérifiée dans la pratique, ce coefficient ne peut pas s'annuler. La matrice  $[L_4]$  est donc bien toujours inversible.

### 1.5.2 Alimentations monophasées -

La relation (5) (cf §1.4.3), peut aussi s'écrire sous la forme suivante :

$$(13) \quad \frac{d}{dt}[I_k] = -[L_3]^{-1} \cdot [R_3 + p\Omega \cdot [\alpha_3] \cdot [L_3]] \cdot [I_k] + [L_3]^{-1} \cdot [V_3]$$

Posons alors :

$$[A_3] = -[L_3]^{-1} \cdot [R_3] \quad ; \quad [B_3] = -[L_3]^{-1} \cdot [\alpha_3] \cdot [L_3] \quad ; \quad [M_3] = [A_3] + p\Omega \cdot [B_3]$$

$$[L_3]^{-1} = 1/D \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sqrt{3}X \\ 0 & D & 0 \\ -\sqrt{3} & 0 & 2L_s \end{bmatrix} \quad ; \quad [A_3] = -1/D \begin{bmatrix} 2R_s & 0 & -\sqrt{3}X \cdot Y \\ 0 & D \cdot Y & 0 \\ -2\sqrt{3}R_s & -2L_s & 2L_s \cdot Y \end{bmatrix}$$

$$[B_3] = -1/D \cdot \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{3}X & 0 \\ \sqrt{3}D & 0 & \sqrt{3}X \\ 0 & -2L_s & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{De plus : } [V_k] = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot -\sqrt{3} \cdot V_m \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta_k)$$

Pour finir, nous obtenons :

$$[L_3]^{-1} \cdot [V_k] = \sqrt{3} \cdot V_m / D \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix} \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta_k)$$

En conclusion, la relation (13) devient :

$$(14) \quad \frac{d}{dt} [I_k] = [M_3] \cdot [I_k] + [V_{c3}] \cdot \cos(\omega \cdot t - \theta_k)$$

$$[M_3] = -1/D \cdot \begin{bmatrix} 2R_s & \sqrt{3} \cdot X \cdot p\Omega & -\sqrt{3} X \cdot Y \\ \sqrt{3} \cdot D \cdot p\Omega & D \cdot Y & D \cdot p\Omega \\ -2\sqrt{3} \cdot R_s & -2L_s \cdot p\Omega & 2L_s \cdot Y \end{bmatrix} \quad [V_{c3}] = \sqrt{3} V_m / D \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix}$$

Comme pour une alimentation triphasée, l'inversion de  $[L_3]$  est toujours réalisable, puisqu'elle dépend elle aussi du coefficient D.

A partir de l'expression de  $\frac{d}{dt} [I_k]$ , il est possible de réécrire la relation (6) donnant les tensions induites  $u_{k+1}$  et  $u_{k+2}$ , de façon à les exprimer en fonction des courants, et de la tension  $u_k$  :

$$(15) \quad \begin{cases} u_{k+1} = 3X/2 \cdot [\sqrt{3} \cdot p\Omega \cdot I_k(1) + Y \cdot I_k(2) + p\Omega \cdot I_k(3)] - u_k/2 \\ u_{k+2} = -u_{k+1} - u_k \end{cases}$$

Ce dernier point est particulièrement intéressant, dans l'optique d'une résolution des équations du moteur. En effet, on accède alors directement aux courants, et le calcul de leurs dérivées, pour calculer les tensions induites, nécessiterait une étape de calcul supplémentaire. Les expressions exposées ci-dessus permettent de s'affranchir de cet inconvénient.

### 1.5.3 Moteur non alimenté -

Pour ce type d'alimentation, les équations sont suffisamment simples pour qu'il n'y ait pas besoin de les réécrire.

## 2 RESOLUTION DES EQUATIONS

Les équations considérées n'étant pas à coefficients constants, il n'est pas possible de proposer une solution unique, valable pour toutes les vitesses.

On peut par contre envisager une résolution sur des intervalles de temps de largeur suffisamment restreinte, pour que la vitesse puisse y être considérée comme constante.

Dans le cas d'un fonctionnement à vitesse variable, il faudra alors résoudre périodiquement ces équations, en fonction de l'évolution du système.

### 2.1 Techniques de résolution

#### 2.1.1 Exponentielles de matrices /22/, /23/, /24/ -

Cette technique peut être employée de deux manières:

- Dans le premier cas, le système différentiel est résolu de manière exacte, en utilisant, par exemple, la méthode des matrices constituantes.
- On peut également faire un développement en série entière des exponentielles de matrice, à un ordre qui fournisse une précision suffisante.

Dans les deux cas, cette méthode présente l'avantage d'être aisément implantable sur ordinateur numérique, mais nécessite par contre des calculs matriciels assez importants, ce qui se répercute sur les temps de traitement, bien que cette solution soit quand même plus avantageuse qu'une discrétisation des équations.

### 2.1.2 Technique retenue -

Pour notre part nous avons mis en oeuvre la technique suivante :

- A partir des équations mises sous la forme  $\frac{d}{dt}[I]=[M].[I]+[Vs].\sin(\omega.t)+[Vc].\cos(\omega.t)$ , recherche du régime permanent en considérant a priori des courants sinusoïdaux, présentant entre eux des déphasages de  $2\pi/3$  pour les courants statoriques, et, dans le cas d'une alimentation triphasée, de  $\pi/2$  pour les courants rotoriques fictifs  $i'_d$  et  $i'_q$ .
- Recherche des valeurs propres de la matrice  $[M]$ , notées  $a_i$ .
- Recherche du régime transitoire comme combinaison linéaire des fonctions  $e^{a_i \cdot t}$

Nous obtenons alors la solution  $[I(t)]$  sous la forme suivante :

$$(16) \quad [I(t)] = [I_p] \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t} + \sum_{i=1}^m [I_{ti}] \cdot e^{a_i \cdot (t-t_0)}$$

$[I_p]$  et  $[I_{ti}]$  étant des vecteurs constants calculés à chaque résolution, celle-ci ayant lieu à l'instant  $t_0$ .

Cette technique conduit à des temps de calcul extrêmement satisfaisants, et à une mise en oeuvre relativement simple.

## 2.2 Recherche des régimes permanents

### 2.2.1 Alimentation triphasée -

Nous considérons ici la relation (12), en remplaçant les fonctions trigonométriques par des exponentielles complexes:

$$\sin(\omega.t) \longrightarrow -j.e^{j.\omega.t}$$

$$\cos(\omega.t) \longrightarrow e^{j.\omega.t}$$

De plus, nous recherchons  $[I_4(t)]$  sous la forme suivante :

$$[I_4(t)] = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ I'_d \\ I'_q \end{bmatrix} . e^{j.\omega.t} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_1.e^{-j.2\pi/3} \\ I'_d \\ I'_d.e^{-j.\pi/2} \end{bmatrix} . e^{j.\omega.t} = [I_{p4}] . e^{j.\omega.t}$$

La relation (12) permet alors d'aboutir à un système à deux équations et deux inconnues ( $i'_d$  et  $J_1$ ) :

$$(17) \quad \begin{cases} (2R_s + j.\omega.D + 3j.X.p\Omega).J_1 + (-2X.Y + 2j.X.p\Omega).I'_d = -2j.V_m \\ (-3R_s - 3j.L_s.p\Omega).J_1 + (2L_s.Y + j.\omega.D - 2j.L_s.p\Omega).I'_d = 3j.V_m \end{cases}$$

On obtient sans difficulté les expressions de  $J_1$  et  $I'_d$  :

$$(18) \quad \begin{cases} J_1 = \frac{-2j.V_m.(Y+j.(\omega - p\Omega))}{2Y(R_s + j.L_s.\omega) + (p\Omega - \omega).(\omega.D - 2j.R_s)} \\ I'_d = \frac{-3V_m.(\omega - p\Omega)}{2Y(R_s + j.L_s.\omega) + (p\Omega - \omega).(\omega.D - 2j.R_s)} \end{cases}$$

On a alors :  $J_2 = J_1 \cdot e^{-j \cdot 2\pi \cdot 3}$  ;  $J_3 = J_1 \cdot e^{-j \cdot 4\pi \cdot 3}$  ;  $I'_q = I'_d \cdot e^{-j \cdot \pi \cdot 2}$

A partir de ces relations, il est possible d'obtenir pour toute vitesse de rotation du moteur, le régime permanent associé. Ceci peut être intéressant pour l'étude des caractéristiques statiques de la machine.

Lorsque le moteur tourne à la vitesse de synchronisme  $p\Omega$ , on constate que l'on obtient bien les valeurs attendues :

$$J_1 = \frac{V_m}{R_s + j \cdot L_s \cdot \omega} \quad \text{et} \quad I'_d = 0$$

### 2.2.2 Alimentations monophasées -

Nous envisageons ici la relation (14), en remplaçant aussi les fonctions trigonométriques par des exponentielles complexes :

$$\cos(\omega \cdot t - \theta_k) \quad \longrightarrow \quad e^{j \cdot (\omega \cdot t - \theta_k)}$$

Nous recherchons la solution  $[I_k(t)]$  sous la forme suivante :

$$[I_k(t)] = \begin{bmatrix} I_{k1} \\ I_{k2} \\ I_{k3} \end{bmatrix} \cdot e^{j \cdot \omega \cdot t}$$

Nous obtenons alors un système de trois équations à trois inconnues ( $I_{k1}$ ,  $I_{k2}$ ,  $I_{k3}$ ) :



$$(19) \quad \begin{cases} (2R_s + j.\omega.D).I_{k1} + \sqrt{3}.X.p\Omega.I_{k2} - \sqrt{3}.X.Y.I_{k3} = -\sqrt{3}.V_m.e^{-j.\theta_k} \\ \sqrt{3}.p\Omega.I_{k1} + (Y + j.\omega).I_{k2} + p\Omega.I_{k3} = 0 \\ \sqrt{3}.j.\omega.I_{k1} - p\Omega.I_{k2} + (Y + j.\omega).I_{k3} = 0 \end{cases}$$

Les expressions littérales des solutions sont :

$$\begin{cases} I_{k1} = \frac{-\sqrt{3}.V_m \cdot ((p\Omega)^2 + (Y + j.\omega)^2) \cdot e^{-j.\theta_k}}{(2R_s + j.\omega.D) \cdot ((Y + j.\omega)^2 + (p\Omega)^2) + 3X.Y.j.\omega.(Y + j.\omega)} \\ I_{k2} = \frac{3V_m.p\Omega.Y \cdot e^{-j.\theta_k}}{(2R_s + j.\omega.D) \cdot ((Y + j.\omega)^2 + (p\Omega)^2) + 3X.Y.j.\omega.(Y + j.\omega)} \\ I_{k3} = \frac{3V_m \cdot (j.\omega.(Y + j.\omega) + (p\Omega)^2) \cdot e^{-j.\theta_k}}{(2R_s + j.\omega.D) \cdot ((Y + j.\omega)^2 + (p\Omega)^2) + 3X.Y.j.\omega.(Y + j.\omega)} \end{cases}$$

Là encore, ces expressions pourraient trouver une application à l'étude du comportement statique du moteur asynchrone, d'autant que l'étude par le diagramme du cercle n'est pas très aisée pour une alimentation monophasée /25/.

Pour le cas où la phase 1 du moteur est non alimentée, celui-ci étant de plus couplé en étoile, nous avons directement  $I_k(2) = i'_d$  et  $I_k(3) = i'_q$ . On remarque alors que les expressions des régimes permanents de  $i'_d$  et  $i'_q$  ne correspondent pas à un déphasage de  $\pi/2$ .

Ceci s'explique par la dissymétrie du champ magnétique créé par les courants statoriques, qui se répercute au niveau des courants rotoriques. Ceci justifie également a posteriori le fait que nous n'ayons pas fait l'hypothèse, dans le cas d'une alimentation monophasée, d'un déphasage de  $\pi/2$  entre  $I_k(2)$  et  $I_k(3)$ .

### 2.2.3 Moteur non alimenté -

Dans ce cas d'alimentation, seul peut exister un régime transitoire correspondant à l'extinction des courants rotoriques. Le régime permanent est donc celui où tous les courants sont nuls.

## 3 RECHERCHE DES VALEURS PROPRES

### 3.1 Alimentation triphasée

Nous recherchons ici les valeurs propres de la matrice  $[M_4]$  (cf §1.5.1). Soient  $a_i$  ( $i=1..4$ ) ces valeurs propres. Elles vérifient alors la relation :

$$(20) \quad \det([M_4] - a_i \cdot [I_{d4}]) = 0 \quad [I_{d4}] \text{ étant la matrice identité } 4 \times 4.$$

Compte tenu de l'expression de  $[M_4]$ , cette relation devient :

$$\begin{vmatrix} 2R_s - \sqrt{3} \cdot X \cdot p\Omega + a_i \cdot D & -2\sqrt{3} \cdot X \cdot p\Omega & -2 \cdot X \cdot Y & -2 \cdot X \cdot p\Omega \\ 2\sqrt{3} \cdot X \cdot p\Omega & 2R_s + \sqrt{3} \cdot X \cdot p\Omega + a_i \cdot D & X(Y + \sqrt{3} \cdot p\Omega) & X(p\Omega - \sqrt{3} \cdot Y) \\ -3R_s + \sqrt{3} \cdot L_s \cdot p\Omega & 2L_s \cdot p\Omega \cdot \sqrt{3} & 2L_s \cdot Y + a_i \cdot D & 2L_s \cdot p\Omega \\ -\sqrt{3} \cdot R_s & -2\sqrt{3} \cdot R_s & -2L_s \cdot p\Omega & 2L_s \cdot Y + a_i \cdot D \end{vmatrix} = 0$$

Après calcul, on obtient finalement l'équation suivante :

$$(21) \quad \left[ a_i \cdot (2R_s + a_i \cdot D) + 2Y(R_s + L_s \cdot a_i) \right]^2 + \left[ p\Omega(2R_s + a_i \cdot D) \right]^2 = 0$$

La vitesse de rotation du moteur  $p\Omega$  intervenant uniquement au carré dans cette relation, on en déduit que pour deux valeurs opposées de cette vitesse, les valeurs propres seront les mêmes.

Cette équation polynômiale du quatrième degré se résoud sans aucun problème, puisqu'il s'agit en fait d'une équation bicarrée. On se ramène donc à deux équations du second degré :

$$\left[ \begin{array}{l} (a_i)^2.D + a_i.(2R_s + 2Y.L_s + j.p\Omega.D) + 2R_s.(Y + j.p\Omega) = 0 \\ (a_i)^2.D + a_i.(2R_s + 2Y.L_s - j.p\Omega.D) + 2R_s.(Y - j.p\Omega) = 0 \end{array} \right.$$

Nous obtenons alors 4 racines complexes deux à deux conjuguées :

$$\left[ \begin{array}{l} a_1 = \frac{-(R_s + L_s.Y).K + (-R_s + L_s.Y)}{D.K} + j.p\Omega.(K-1)/2 \\ a_2 = \frac{-(R_s + L_s.Y).K - (-R_s + L_s.Y)}{D.K} - j.p\Omega.(K+1)/2 \\ a_3 = \frac{-(R_s + L_s.Y).K + (-R_s + L_s.Y)}{D.K} - j.p\Omega.(K-1)/2 = \overline{a_1} \\ a_4 = \frac{-(R_s + L_s.Y).K - (-R_s + L_s.Y)}{D.K} + j.p\Omega.(K+1)/2 = \overline{a_2} \end{array} \right.$$

Le nombre K étant défini de la façon suivante :

$$K = \left[ [(K_1)^2 + (K_2)^2]^{1/2} - K_1 \right]^{1/2}$$

$$K_1 = 4(-R_s + L_s.Y)^2 - (p\Omega.D)^2 + 24R_s.X.Y$$

$$K_2 = 4.p\Omega.D.(-R_s + L_s.Y)$$

Les expressions définies ci-dessus, ne sont pas utilisables lorsque la vitesse du moteur est nulle. Dans ce dernier cas, nous prendrons comme valeur de la vitesse, une valeur très petite, mais non nulle. Ceci nous évitera

d'avoir à résoudre les équations d'une manière différente en un point particulier. L'expression de K étant prolongeable par continuité en zéro, cette manière de procéder est donc tout à fait licite, et ne pose aucun problème pour le comportement du modèle en ce point.

L'évolution des parties réelles et imaginaires en fonction de la vitesse sera évoquée plus loin.

### 3.2 Alimentations monophasées

Nous recherchons ici les valeurs propres de la matrice  $[M_3]$  (cf §1.5.2). Soient  $a_i$  ( $i=1..3$ ) ces valeurs propres. Elles vérifient la relation suivante :

$$(23) \quad \det([M_3] - a_i \cdot [I_{d3}]) = 0 \quad [I_{d3}] \text{ étant la matrice identité } 3 \times 3.$$

Compte tenu de l'expression de  $[M_3]$ , cette relation devient :

$$\begin{vmatrix} 2R_s + a_i \cdot D & \sqrt{3} \cdot X \cdot p\Omega & -\sqrt{3} \cdot X \cdot Y \\ \sqrt{3} D \cdot p\Omega & D(Y + a_i) & D \cdot p\Omega \\ -2\sqrt{3} \cdot R_s & -2L_s \cdot p\Omega & 2L_s \cdot Y + a_i \cdot D \end{vmatrix} = 0$$

Après calcul, nous obtenons alors :

$$(24) \quad D(a_i)^3 + [2(R_s + L_s \cdot Y) + D \cdot Y](a_i)^2 + [2Y(2R_s + L_s \cdot Y) + D(p\Omega)^2]a_i + 2R_s(Y^2 + (p\Omega)^2) = 0$$

Cette expression ne permet pas d'obtenir directement une forme factorisée, comme c'est le cas pour une alimentation triphasée. Nous avons donc recours aux formules de CARDAN, pour trouver les solutions. Posons alors :

$$K_1 = 2(R_s + L_s \cdot Y)/D + Y \quad K_2 = 2Y(2R_s + L_s \cdot Y)/D + (p\Omega)^2$$

$$K_3 = 2R_s(Y^2 + (p\Omega)^2)/D$$

En effectuant le changement de variable  $A_i = a_i + K_1/3$ , l'équation (24) devient

$$(A_i)^3 + A_i \cdot K_4 + K_5 = 0 \quad \text{avec :}$$

$$K_4 = -(K_1)^2/3 + K_2 \quad ; \quad K_5 = 2(K_1)^3/27 - K_1 \cdot K_2/3 + K_3$$

Il faut alors distinguer 2 cas suivant la valeur de :

$$K_6 = (K_5)^2/4 + (K_4)^3/27$$

-  $K_6 > 0$ . On obtient une racine réelle  $A_1$  et deux racines complexes conjuguées  $A_2$  et  $A_3$  :

$$(25) \quad \begin{cases} A_1 = \left[ -K_5/2 + \sqrt{K_6} \right]^{1/3} + \left[ -K_5/2 - \sqrt{K_6} \right]^{1/3} \\ A_2 = e^{j \cdot 2\pi/3} \cdot \left[ -K_5/2 + \sqrt{K_6} \right]^{1/3} + e^{-j \cdot 2\pi/3} \cdot \left[ -K_5/2 - \sqrt{K_6} \right]^{1/3} \\ A_3 = \overline{A_2} \end{cases}$$

-  $K_6 < 0$ . On obtient trois racines réelles  $A_1, A_2, A_3$  :

$$(26) \quad \begin{cases} A_1 = 2 \cdot \text{Re} \left[ \left[ -K_5/2 + j \cdot \sqrt{-K_6} \right]^{1/3} \right] \\ A_2 = 2 \cdot \text{Re} \left[ e^{j \cdot 2\pi/3} \cdot \left[ -K_5/2 + j \cdot \sqrt{-K_6} \right]^{1/3} \right] \\ A_3 = 2 \cdot \text{Re} \left[ e^{-j \cdot 2\pi/3} \cdot \left[ -K_5/2 + j \cdot \sqrt{-K_6} \right]^{1/3} \right] \end{cases}$$

Une fois les trois racines  $A_1, A_2, A_3$  obtenues, on retrouve les solutions de l'équation (23) en posant :

$$a_i = A_i - K_1/3 \quad (i=1..3)$$

L'évolution de ces valeurs propres sera étudiée au paragraphe 3.

### 3.3 Moteur non alimenté

Soient  $a_i$  ( $i=1..2$ ) les valeurs propres de la matrice  $[M_4]$  (cf §1.4.4). Elles vérifient :

$$(27) \quad \begin{vmatrix} -Y-a_i & p\Omega \\ p\Omega & -Y-a_i \end{vmatrix} = 0 \quad \text{c'est à dire : } (Y+a_i)^2 + (p\Omega)^2 = 0$$

On obtient alors :

$$(28) \quad a_1 = -Y + j.p\Omega \quad ; \quad a_2 = -Y - j.p\Omega$$

## 4 RECHERCHE DES REGIMES TRANSITOIRES

### 4.1 Alimentation triphasée

Pour ce type d'alimentation, le régime transitoire obéit à l'équation suivante :

$$(29) \quad \frac{d}{dt}[I_{t4}] = [M_4] \cdot [I_{t4}]$$

La solution générale peut donc s'écrire sous la forme :

$$(30) \quad [I_{t_4}] = [S_4] \cdot [E_4] \quad \text{avec} \quad [E_4] = \begin{bmatrix} e^{a_1 \cdot (t-t_0)} \\ e^{a_2 \cdot (t-t_0)} \\ e^{a_3 \cdot (t-t_0)} \\ e^{a_4 \cdot (t-t_0)} \end{bmatrix}$$

$[S_4]$  étant une matrice à coefficients constants. Soient  $s_{ij}$  ( $i, j=1..4$ ) les composantes de  $[S_4]$ . L'équation (29) s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} a_1 s_{11} & a_2 s_{12} & a_3 s_{13} & a_4 s_{14} \\ a_1 s_{21} & a_2 s_{22} & a_3 s_{23} & a_4 s_{24} \\ a_1 s_{31} & a_2 s_{32} & a_3 s_{33} & a_4 s_{34} \\ a_1 s_{41} & a_2 s_{42} & a_3 s_{43} & a_4 s_{44} \end{bmatrix} \cdot [E_4] = [M_4] \cdot [S_4] \cdot [E_4]$$

Soit  $[S_{4i}]$  le  $i^{\text{ème}}$  vecteur colonne de  $[S_4]$  :  $[S_{4i}] = \begin{bmatrix} s_{1i} \\ s_{2i} \\ s_{3i} \\ s_{4i} \end{bmatrix}$

L'équation (29) peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$(31) \quad \left[ [M_4] - a_i \cdot [I_{d4}] \right] \cdot [S_{4i}] = 0 \quad (i=1..4)$$

$a_i$  étant valeur propre de  $[M_4]$ , il n'est évidemment pas possible de résoudre ce système tel quel. Par contre, en ne gardant que trois des quatre équations, il est possible d'obtenir trois des composantes de  $[S_{4i}]$  en fonction de la quatrième. Pour notre part, nous avons choisi d'exprimer  $s_{2i}$ ,  $s_{3i}$ , et  $s_{4i}$ , en fonction de  $s_{1i}$ . Dans ces conditions, l'équation (31) devient :

$$(32) \begin{bmatrix} -2\sqrt{3X.p\Omega} & -2X.Y & -2X.p\Omega \\ 2R_s + \sqrt{3X.p\Omega} + a_i.D & X(Y + \sqrt{3p\Omega}) & -\sqrt{3X.Y + X.p\Omega} \\ 2\sqrt{3L_s p\Omega} & 2L_s Y + a_i.D & 2L_s p\Omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{2i} \\ s_{3i} \\ s_{4i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2R_s + \sqrt{3X.p\Omega} - a_i.D \\ -2\sqrt{3X.p\Omega} \\ 3R_s - \sqrt{3L_s p\Omega} \end{bmatrix} \cdot s_{1i}$$

Les seules valeurs propres de  $a_i$  pouvant annuler le déterminant du système sont 0 et  $-(2R_s + 3X.Y)/D$ . Les valeurs propres de  $[M_4]$  étant toutes complexes, ceci ne peut pas se produire. La résolution du système (32) ne pose donc pas de problème, et nous permet d'obtenir :

$$s_{2i} = t_{2i} \cdot s_{1i} ; s_{3i} = t_{3i} \cdot s_{1i} ; s_{4i} = t_{4i} \cdot s_{1i}$$

D'autre part, compte tenu du fait que  $a_3 = \overline{a_1}$  et  $a_4 = \overline{a_2}$ , la matrice  $[S_4]$  a finalement pour expression :

$$(33) [S_4] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & \overline{s_{11}} & \overline{s_{12}} \\ s_{11} \cdot t_{21} & s_{12} \cdot t_{22} & \overline{s_{11} \cdot t_{21}} & \overline{s_{12} \cdot t_{22}} \\ s_{11} \cdot t_{31} & s_{12} \cdot t_{32} & \overline{s_{11} \cdot t_{31}} & \overline{s_{12} \cdot t_{32}} \\ s_{11} \cdot t_{41} & s_{12} \cdot t_{42} & \overline{s_{11} \cdot t_{41}} & \overline{s_{12} \cdot t_{42}} \end{bmatrix}$$

Les coefficients  $t_{ij}$  calculés, il ne reste donc que deux inconnues,  $s_{11}$  et  $s_{12}$ . Nous allons les déterminer en faisant intervenir les conditions aux limites.

D'après l'équation (30), pour  $t=t_0$  (date à laquelle on résoud le système), nous avons :

$$[I_{t_0}] = [S_4] \cdot (1, 1, 1, 1)^t$$

$[I_{t_0}]$  désignant le vecteur  $[I_{t_4}]$  pris à l'instant  $t_0$



Compte tenu de l'expression de  $[S_4]$ , cette équation peut alors s'écrire sous la forme suivante :

$$(34) \quad \left[ \begin{array}{l} 2\text{Re}(s_{11}+s_{12}) \qquad \qquad = I_{t40}(1) \\ 2\text{Re}(s_{11} \cdot t_{21} + s_{12} \cdot t_{22}) = I_{t40}(2) \\ 2\text{Re}(s_{11} \cdot t_{31} + s_{12} \cdot t_{32}) = I_{t40}(3) \\ 2\text{Re}(s_{11} \cdot t_{41} + s_{12} \cdot t_{42}) = I_{t40}(4) \end{array} \right.$$

Ce système est un système à quatre équations et quatre inconnues, celles-ci étant  $\text{Re}(s_{11})$ ,  $\text{Re}(s_{12})$ ,  $\text{Im}(s_{11})$ ,  $\text{Im}(s_{12})$ . Il peut être résolu sans aucun problème par de nombreuses méthodes. Pour notre part, nous avons utilisé la méthode de GAUSS avec pivot.

Une fois déterminés les coefficients  $s_{11}$  et  $s_{12}$ , il ne reste plus qu'à les reporter dans l'expression (33) pour connaître  $[S_4]$ .

Pour ce qui est du calcul du vecteur  $[I_{t40}]$ , il s'obtient très simplement, en faisant la différence entre les courants à l'instant  $t_0$ , et le régime permanent calculé à cet instant :

$$[I_{t40}] = [I_4(t_0)] - [I_{p4}(t_0)]$$

On voit donc que l'algorithme décrit est très simple à mettre en oeuvre. De plus, son coût opératoire est des plus raisonnables, puisqu'il se limite à deux résolutions de systèmes à trois équations et trois inconnues, et une résolution d'un système à quatre équations et quatre inconnues.

#### 4.2 Alimentations monophasées

Pour ce type d'alimentation, le régime transitoire obéit à l'équation suivante :

$$(35) \quad \frac{d}{dt}[I_{tk}] = [M_3] \cdot [I_{tk}]$$

La solution générale peut donc s'écrire sous la forme :

$$(36) \quad [I_{tk}] = [S_k] \cdot [E_3] \quad \text{avec} \quad [E_3] = \begin{bmatrix} e^{a_1 \cdot (t-t_0)} \\ e^{a_2 \cdot (t-t_0)} \\ e^{a_3 \cdot (t-t_0)} \end{bmatrix}$$

$[S_k]$  étant une matrice à coefficients constants. Soient  $s_{ij}$  ( $i, j=1..3$ ) les composantes de  $[S_k]$ . L'équation (35) s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} a_1 s_{11} & a_2 s_{12} & a_3 s_{13} \\ a_1 s_{21} & a_2 s_{22} & a_3 s_{23} \\ a_1 s_{31} & a_2 s_{32} & a_3 s_{33} \end{bmatrix} \cdot [E_3] = [M_3] \cdot [S_k] \cdot [E_3]$$

Soit  $[S_{ki}]$  le  $i^{\text{ème}}$  vecteur colonne de  $[S_k]$  :  $[S_{ki}] = \begin{bmatrix} s_{1i} \\ s_{2i} \\ s_{3i} \end{bmatrix}$

L'équation (29) peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$(31) \quad \left[ [M_3] - a_i \cdot [I_{d3}] \right] \cdot [S_{ki}] = 0 \quad (i=1..4)$$

$a_i$  étant valeur propre de  $[M_3]$ , il n'est évidemment pas possible de résoudre ce système tel quel. Par contre, en ne gardant que deux des trois équations, il est possible d'obtenir deux des composantes de  $[S_{ki}]$  en fonction de la troisième. Pour notre part, nous avons choisi d'exprimer  $s_{2i}$  et  $s_{3i}$  en fonction de  $s_{1i}$ . Dans ces conditions, l'équation (37) devient :

$$(38) \quad \begin{cases} \sqrt{3}X.p\Omega.s_{2i} - \sqrt{3}X.Y.s_{3i} = -(2R_s + a_i.D).s_{1i} \\ (Y + a_i).s_{2i} + p\Omega.s_{3i} = -\sqrt{3}.p\Omega.s_{1i} \end{cases}$$

La seule valeur propre de  $a_i$  pouvant annuler le déterminant du système est  $a_i = -((p\Omega)^2 + Y^2)/Y$ . En reportant cette valeur dans l'équation (24), on vérifie qu'il n'existe pas de valeur de la vitesse telle qu'une des valeurs propres annule le déterminant. La résolution du système ne pose donc pas de problème, et nous permet d'obtenir :

$$s_{2i} = t_{2i}.s_{1i} \quad ; \quad s_{3i} = t_{3i}.s_{1i}$$

La matrice  $[S_k]$  a finalement pour expression :

$$(39) \quad [S_k] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{11}.t_{21} & s_{12}.t_{22} & s_{13}.t_{23} \\ s_{11}.t_{31} & s_{12}.t_{32} & s_{13}.t_{33} \end{bmatrix}$$

Les valeurs propres  $a_2$  et  $a_3$  n'étant pas systématiquement complexes conjuguées, nous ne pouvons pas faire apparaître de simplification supplémentaire pour la matrice  $[S_k]$ .

Les coefficients  $t_{ij}$  calculés, il ne reste donc que trois inconnues,  $s_{11}$ ,  $s_{12}$ , et  $s_{13}$ . Comme précédemment, nous allons les déterminer en faisant intervenir les conditions aux limites.

D'après l'équation (36), pour  $t=t_0$  (date à laquelle on résoud le système), nous avons :

$$[I_{tk0}] = [S_4].(1, 1, 1, 1)^t$$

$[I_{tk0}]$  désignant le vecteur  $[I_{tk}]$  pris à l'instant  $t_0$ . Il s'obtient en faisant la différence entre les courants pris à cet instant, et le régime permanent :

$$[I_{tk0}] = [I_k(t_0)] - [I_{pk}(t_0)]$$

Compte tenu de l'expression de  $[S_k]$ , cette équation devient :

$$(40) \quad \begin{cases} s_{11} + s_{12} + s_{13} = I_{tk0}(1) \\ s_{11} \cdot t_{21} + s_{12} \cdot t_{22} + s_{13} \cdot t_{23} = I_{tk0}(2) \\ s_{11} \cdot t_{31} + s_{12} \cdot t_{32} + s_{13} \cdot t_{33} = I_{tk0}(3) \end{cases}$$

Ce système ne pose aucun problème de résolution. Ici aussi, nous avons utilisé la méthode de GAUSS avec pivot.

Une fois déterminés les coefficients  $s_{11}$ ,  $s_{12}$ , et  $s_{13}$ , il ne reste plus qu'à les reporter dans l'expression (38) pour connaître  $[S_k]$ .

Conclusion : on voit qu'ici aussi, le coût opératoire est très faible, puisqu'il se résume à trois résolutions de systèmes à deux équations et deux inconnues, et une résolution d'un système à trois équations et trois inconnues.

#### 4.3 Moteur non alimenté

Dans ce cas d'alimentation, les courants sont confondus avec ceux du régime transitoire. Comme de plus les équations décrivant ce régime sont extrêmement simples, il est possible de résoudre de façon littérale le système (8) (cf §1.4.4). La résolution de celui-ci étant immédiate, nous ne présentons que le résultat final :

$$(41) \quad \begin{bmatrix} i'_d \\ i'_q \end{bmatrix} = e^{-(t-t_0) \cdot Y} \cdot \begin{bmatrix} \cos(p\Omega (t-t_0)) & -\sin(p\Omega (t-t_0)) \\ \sin(p\Omega (t-t_0)) & \cos(p\Omega (t-t_0)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i'_d(t_0) \\ i'_q(t_0) \end{bmatrix}$$

#### 4.4 Conclusion

Il ressort clairement des paragraphes précédents, que la méthode décrite est très simple à mettre en oeuvre, et que son coût opératoire est très faible. Ceci est dû pour une part importante au fait que les calculs ont été menés le plus loin possible de manière littérale. Il n'est donc pas possible de généraliser cette méthode à n'importe quel système. En particulier, l'inversion de matrices sous forme littérale, devient difficilement envisageable lorsque la dimension de celles-ci croît. Cependant, dans les cas où cette démarche est applicable, elle se compare avantageusement aux autres méthodes de résolution ou de discrétisation des équations, comme nous pourrons le constater, une fois défini le modèle global décrivant l'association source-gradateur-moteur-charge.

### 5 EXPLOITATION DES RESULTATS

A partir des résultats précédents, il est possible d'obtenir simplement certaines caractéristiques statiques du moteur asynchrone. Ceci nous permettra de valider, au moins partiellement, les calculs sur le régime permanent en comparant les caractéristiques obtenues, avec celles mesurées sur certaines machines, ou en vérifiant certaines symétries, par exemple pour le couple électromagnétique, en alimentation monophasée.

Nous étudions également ici l'évolution des valeurs propres en fonction de la vitesse.

## 5.1 Régime permanent

### 5.1.1 Alimentation triphasée -

A partir des résultats (18) (cf §2.2.1), il est possible d'obtenir directement l'évolution de l'amplitude des courants statoriques en fonction de la vitesse. De plus, pour ce type d'alimentation, le couple pulsatoire est nul. Pour obtenir le couple en régime permanent, il suffit de remplacer les courants par leur valeur à l'instant 0, par exemple. L'expression donnant le couple est alors :

$$(42) \quad C = pX. \left[ 3/2 \cdot \text{Re}(I'_d) \cdot [\text{Re}(J_1) + 2 \cdot \text{Re}(J_1 \cdot e^{-j2\pi/3})] - 3/2 \cdot \text{Re}(-j \cdot I'_d) \cdot \text{Re}(J_1) \right]$$

Les figures 4.3 et 4.4 présentent alors les évolutions de ces grandeurs, pour un moteur dont les paramètres sont :

$$R_s = 0.27 \Omega \quad ; \quad L_s = 0.101 \text{ H} \quad ; \quad X = M'^2 / L_r = 0.0633 \text{ H}$$

$$Y = R_r / L_r = 5.85 \text{ s}^{-1} \quad ; \quad D = 2L_s - 3X = 0.012 \text{ H} \quad ; \quad p = 2 \text{ paires de pôles}$$

Nous considérons de plus une alimentation par le réseau EDF, d'où :

$$\omega = 100 \cdot \pi \text{ rad/s} \quad ; \quad V_m = 220 \cdot \sqrt{2} \text{ V}$$

Pour le moteur considéré, on a mesuré un courant de démarrage de 150 A, un couple de démarrage de 120 Nm, et un couple maximum de 200 Nm. On peut constater que les courbes ci-dessus vérifient exactement ces trois points. De plus, les courants statoriques passent bien par un minimum prononcé pour la vitesse de synchronisme, tandis que le couple s'annule en changeant de signe pour cette même vitesse.

Amplitude des courants statoriques

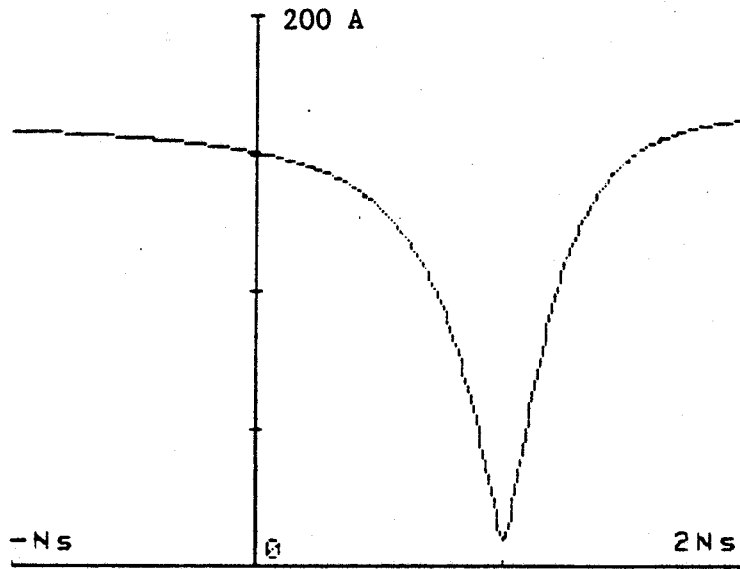


figure 4.3

Couple électromagnétique

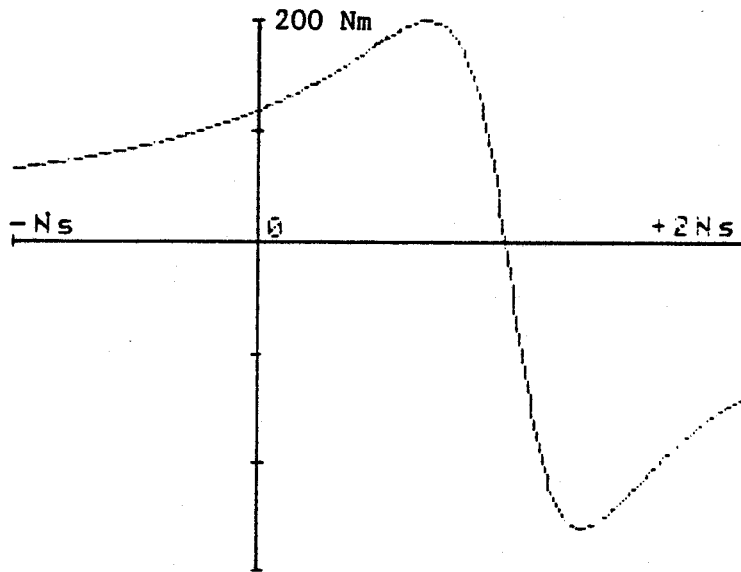


figure 4.4

### 5.1.2 Alimentations monophasées -

Dans ce cas d'alimentation, les relations (19) (cf §2.2.2) fournissent directement les courants statoriques. Par contre, pour le couple, la présence d'un terme pulsatoire oblige à faire une moyenne sur une période. Nous avons alors :

$$(43) \quad C = 3pX/2 \cdot [ \operatorname{Re}(I_{k1}) \cdot \operatorname{Re}(I_{k2}) + \operatorname{Im}(I_{k1}) \cdot \operatorname{Im}(I_{k2}) ]$$

Pour le même moteur que précédemment, nous traçons l'évolution des courants statoriques et du couple en fonction de la vitesse (figures 4.5 et 4.6):

Amplitude des courants statoriques

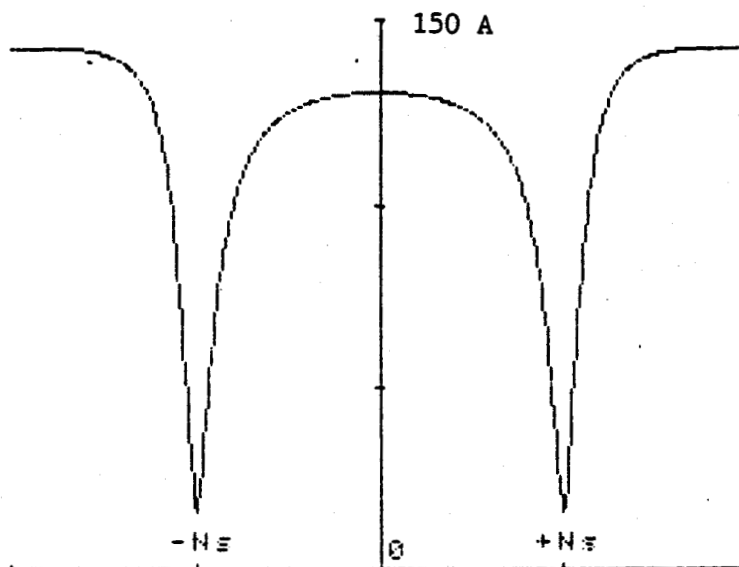


figure 4.5

Pour cette caractéristique, la symétrie par rapport au zéro de vitesse est bien vérifiée, et, de plus, on a bien des minimums prononcés lorsque la vitesse est voisine (en valeur absolue) de  $N_s$ .



Couple électromagnétique

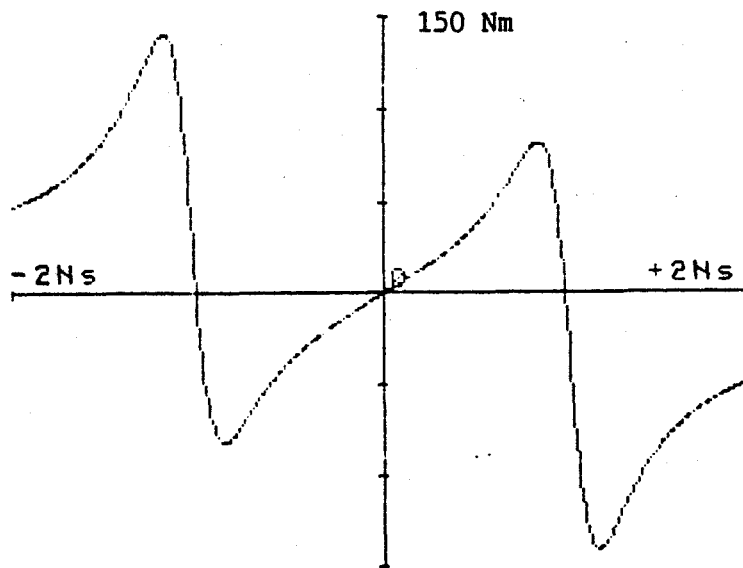


figure 4.6

Ici aussi, les conditions de symétrie sont respectées. De plus, le couple est bien nul pour une vitesse nulle, et il s'annule en changeant de signe, lorsque la vitesse passe par deux valeurs proches respectivement de  $N_s$  et  $-N_s$ .

5.1.3 Conclusion -

Les résultats ci-dessus permettent de valider au moins partiellement les expressions des régimes permanents. Cette validation ne sera complète qu'une fois défini le modèle global.

De plus, comme mentionné précédemment, on voit que ces expressions se prêtent tout à fait à l'étude des caractéristiques du moteur asynchrone en régime statique, d'autant que la simplicité des formules permet une implantation très aisée sur calculatrice programmable ou micro-ordinateur.

## 5.2 Valeurs propres

### 5.2.1 Alimentation triphasée -

Dans ce cas, nous avons vu que les quatre valeurs propres de la matrice  $[M_4]$  sont complexes et deux à deux conjuguées (cf §3.1). Nous n'avons donc à étudier que deux parties réelles et deux parties imaginaires. Les figures 4.7 et 4.8 présentent leurs évolutions respectives en fonction de la vitesse.

Etant donné que, pour deux valeurs opposées de la vitesse, les valeurs propres sont les mêmes, à une permutation près, nous ne considérons donc que des valeurs positives de la vitesse.

On constate que les parties réelles sont toujours strictement négatives, ce qui garantit la stabilité du système en boucle ouverte.

Cependant, l'une d'elles a une valeur très faible, lorsque la vitesse est voisine de zéro, et la partie imaginaire associée est alors elle aussi très faible. On peut donc en déduire que, pour un régime transitoire survenant à très faible vitesse, il s'ensuivra pour les courants des oscillations très peu amorties, et de fréquence faible par rapport à celle du secteur.

L'expérience montre que dans le cas de la mise sous tension du moteur asynchrone, on observe effectivement de telles ondulations pour les courants statoriques.

Pour les parties imaginaires, l'une croît de façon sensiblement proportionnelle à la vitesse, alors que l'autre est bornée, et reste toujours très petite par rapport à la pulsation des tensions du réseau.

Les courbes présentées correspondent au même moteur que précédemment (cf §2.2.1). Si on les compare avec celles obtenues pour d'autres moteurs, on observe exactement les mêmes types d'évolutions.

Parties réelles des valeurs propres

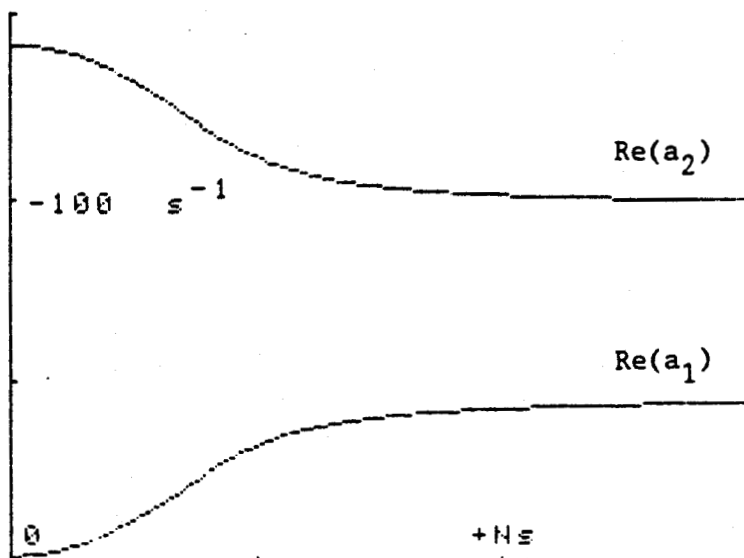


figure 4.7

Parties imaginaires des valeurs propres

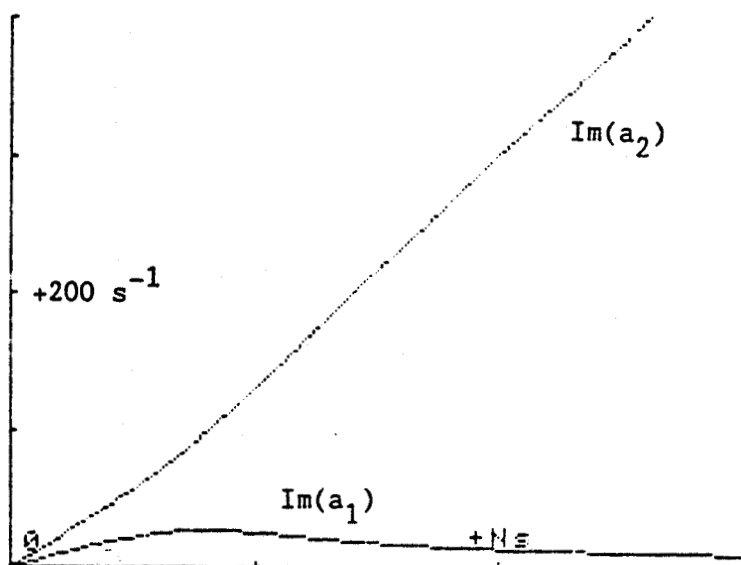


figure 4.8

### 5.2.2 Alimentations monophasées -

Dans ce cas, nous avons vu qu'il existe soit trois valeurs propres réelles, soit une valeur propre réelle et deux complexes conjuguées. Nous avons donc trois ou deux parties réelles, et zéro ou une partie imaginaire à observer. Pour la même raison que ci-dessus, nous ne considérons que des valeurs positives de la vitesse.

Le moteur considéré pour les courbes suivantes (figures 4.9.a, 4.9.b, 4.10) est toujours le même (cf §3.1.1), et, ici aussi, l'évolution générale des valeurs propres reste la même si on change de moteur.

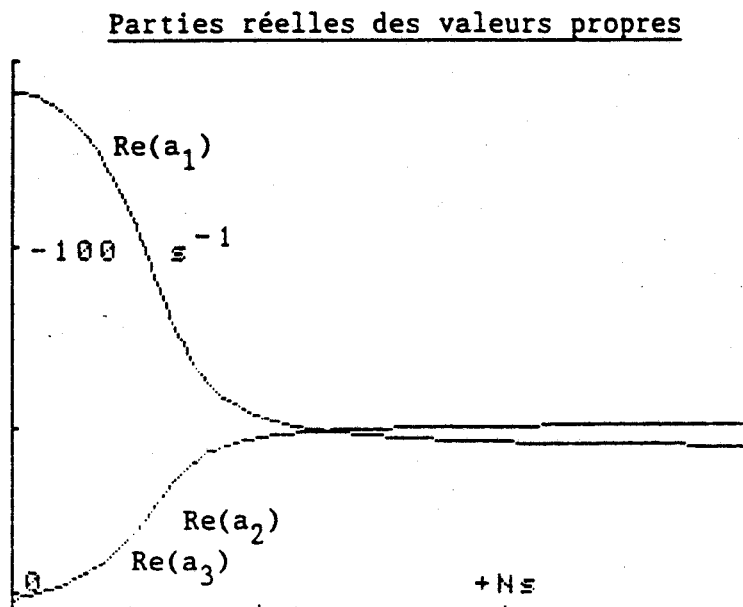


figure 4.9.a

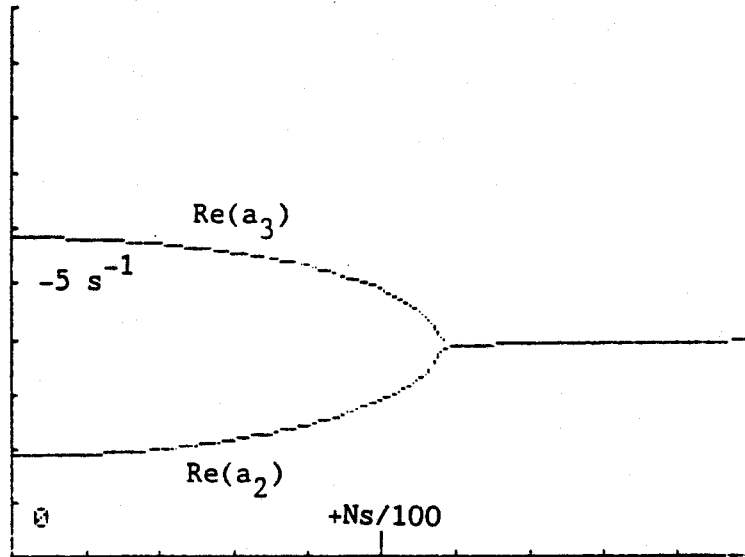


figure 4.9.b

Ici aussi, les parties réelles sont toujours strictement négatives, d'où la stabilité du système en boucle ouverte. On remarque également que pour de très faibles valeurs de la vitesse, les valeurs propres sont toutes réelles, alors qu'au delà d'une certaine limite, deux d'entre elles sont complexes conjuguées. La limite correspond à l'annulation du coefficient  $K_6$  (cf §3.2), mais vu sa définition, nous n'avons pas pu résoudre littéralement l'équation  $K_6=0$ . Cependant, si l'on trace les courbes en question pour plusieurs moteurs, le phénomène se reproduit dans tous les cas. On est donc en droit de supposer qu'il se reproduit pour n'importe quel moteur.

Pour la partie imaginaire, lorsqu'elle existe, on remarque qu'elle croît elle aussi de façon sensiblement proportionnelle à la vitesse.

De plus, comme pour une alimentation triphasée, certaines valeurs propres présentent simultanément des parties réelles et imaginaires très petites ou nulles, lorsque la vitesse est proche de zéro. On observera donc lors d'un régime transitoire survenant à faible vitesse, des ondulations du même type que celles déjà décrites.

Parties imaginaires des valeurs propres

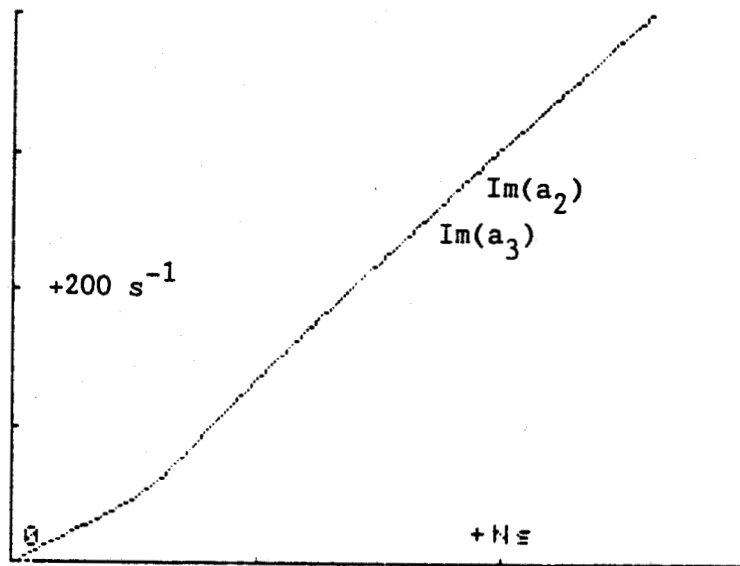


figure 4.10

## CHAPITRE 5

### ASSOCIATION GRADATEUR

### MACHINE ASYNCHRONE

Le but de ce chapitre est de proposer un modèle global permettant de mieux restituer, en simulation, les instants critiques de l'évolution du système, tout en augmentant le pas de calcul. Ces instants sont ceux conditionnant l'apparition ou la disparition d'un courant.

La technique employée consiste à détecter a posteriori, ou à anticiper ces instants. Il s'ensuit une modification du pas de calcul, de façon à faire coïncider un cycle de calcul avec l'évènement à restituer. Il faut également prévoir un dispositif de resynchronisation du pas de calcul sur sa valeur nominale.

## 1 APPARITION D'UN COURANT

L'apparition d'un courant dans un thyristor dépend d'une part de l'état de la variable binaire associée à son électrode de commande, et d'autre part du signe de la tension présente à ses bornes. Il est donc nécessaire de rendre compte de tous les changements d'état de ces deux grandeurs.

### 1.1 Graphe de commande

Si l'on considère la version de base de ce graphe, on peut remarquer que si la commande d'un thyristor est activée à un instant compris entre deux cycles de calcul, la prise en compte de cet événement s'effectuera forcément avec un certain retard, ce qui est gênant si l'on désire rendre compte fidèlement du comportement de la commande. Le problème est identique pour ce qui est de la désactivation de la commande (figure 5.1):

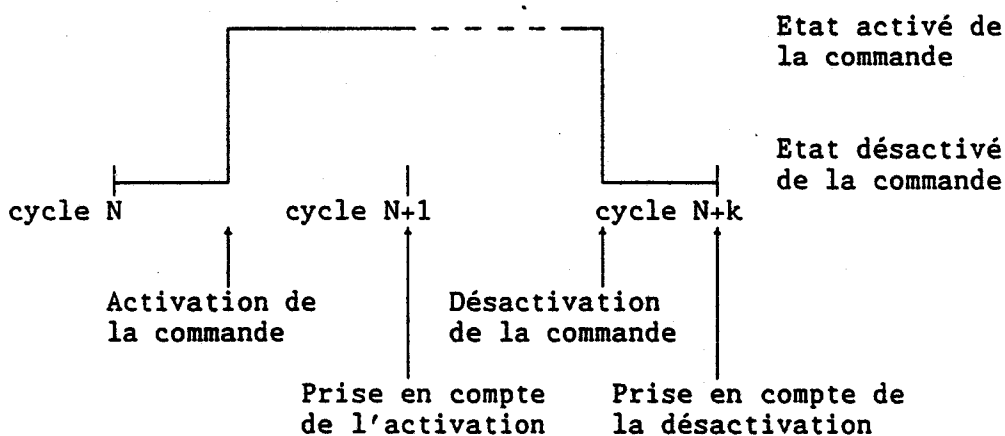


figure 5.1

Pour faire coïncider tout changement d'état de la commande avec un cycle de calcul, deux approches peuvent être retenues :

- On peut envisager de se restreindre à des lois de commande telles que les changements d'état coïncident toujours avec un cycle de calcul. Cette solution présente l'avantage de la simplicité, mais n'est guère satisfaisante, si l'on ne désire pas introduire de contrainte au niveau



de la commande.

- Il est également possible, sans agir sur la loi de commande elle-même, de modifier le pas de calcul, pour restituer tous les changements d'état. Nous avons opté pour cette deuxième approche, qui nécessite de rajouter certaines étapes à la version de base du graphe de commande. La structure retenue est présentée figure 5.2 :

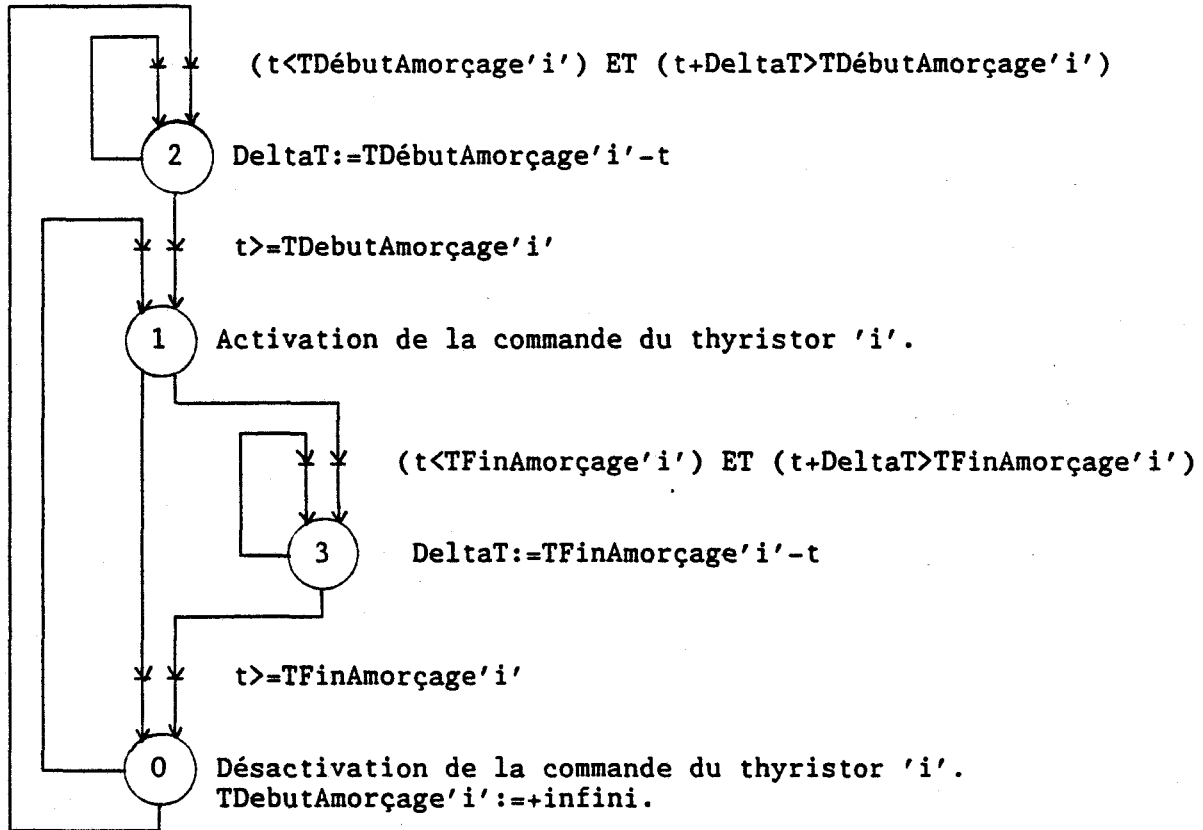


figure 5.2

Les modifications apportées sont les suivantes :

- Lorsque le marquage du graphe consiste à attendre l'activation de la commande, si l'on détecte que celle-ci ne peut se produire lors du cycle en cours, et qu'au suivant, le début d'activation sera déjà dépassé, le pas de calcul est modifié, de façon à ce que le cycle suivant coïncide avec ce début d'activation.

- Dans le cas où l'on attend la désactivation de la commande, nous mettons en oeuvre le même principe. On peut cependant noter que ce deuxième point est beaucoup moins critique, car les thyristors fonctionnant en commutation libre, la fin d'activation de la commande n'a pas d'influence sur l'extinction du courant, et la place 3 peut être omise dans la plupart des cas.

Les seuls cas où cette disposition présente un intérêt sont ceux où la durée de la commande joue sur l'apparition ou la réapparition des courants :

- Durée de la commande très faible : dans ce cas, il peut arriver que la tension aux bornes du thyristor soit négative lors de l'activation de la commande, et n'aie pas eu le temps de devenir positive lors de la désactivation de celle-ci.
- Durée de la commande élevée : il peut se produire une remise en conduction du thyristor concerné, après une première extinction.

Dans ces deux cas, la durée de la commande conditionne la mise en conduction, ou la remise en conduction des thyristors, et il est important de rendre compte avec précision des instants de désactivation de la commande.

Nous verrons plus loin comment resynchroniser le pas de calcul sur sa valeur nominale.

## 1.2 Surveillance des tensions aux bornes des thyristors

Le problème qui se pose ici est de même nature que pour la commande, à savoir que si la tension aux bornes d'un thyristor change de signe entre deux cycles de calcul, ce changement ne sera pris en compte qu'au cycle suivant (figure 5.3) :

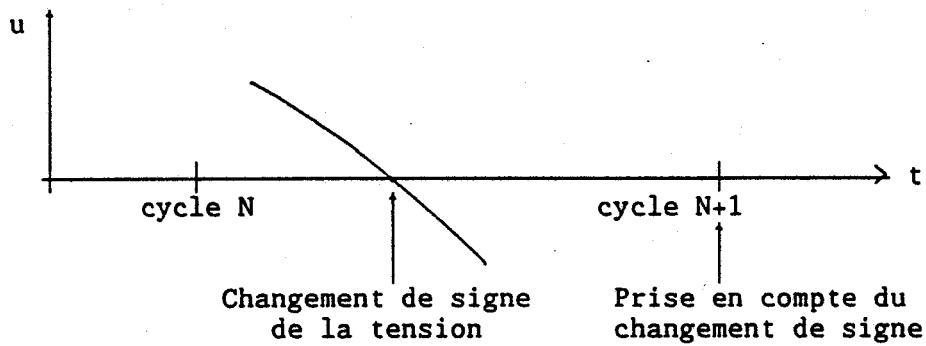


figure 5.3

Plusieurs solutions peuvent être retenues pour remédier à ce problème:

a/ Méthode du pas réduit [1/,/14/ : celle-ci revient à utiliser un pas  $P'=P/n$  ( $n$  entier), lorsque la grandeur à observer est à l'intérieur d'un intervalle centré sur zéro (figure 5.4). Les bornes de cet intervalle peuvent être fixes, ou calculées à partir de l'amplitude du signal considéré.

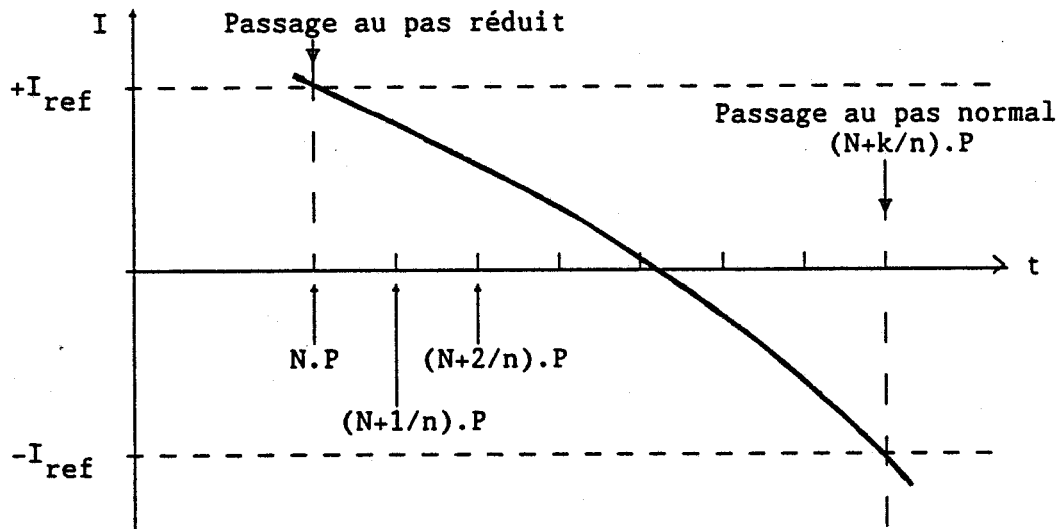


figure 5.4

Malgré une évidente simplicité de mise en oeuvre, cette méthode est beaucoup trop pénalisante, surtout si l'on exige une précision importante.

b/ Méthode du pas variable /24/ : en mode normal, l'état du système à l'instant suivant est calculé avec un pas de calcul  $P$  important. Si entre l'instant  $t$  et l'instant  $t+P$ , le signe de la tension à surveiller a changé, on revient à l'instant  $t$ , et on diminue le pas de calcul, en le divisant par un nombre  $X$ . L'opération peut être répétée  $n$  fois, jusqu'à ce que l'on ait localisé l'instant du changement avec une précision suffisante (figure 5.5).

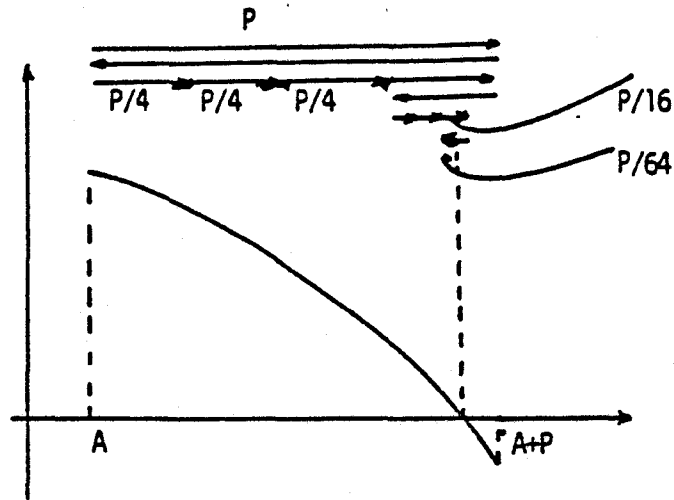


figure 5.5

Pour  $P, X$  et  $n$  choisis, celle-ci a pour valeur  $P/(X^n N)$ , ce qui donne, pour  $P=2$  degrés,  $X=4$ , et  $n=3$ , une erreur maximale de  $0.03125$  degré. Cette méthode donne donc entière satisfaction pour ce qui est de la précision, mais rajoute en moyenne  $n.X/2$  cycles de calcul, pour chaque changement d'état du système, ce qui nous a semblé trop pénalisant.

c/ La méthode que nous avons choisie, est un peu moins précise que la précédente, mais présente l'intérêt de ne pas nécessiter de cycle de calcul supplémentaire. Elle utilise le principe suivant :

- Juste avant le traitement du modèle décrivant le moteur, nous sommes à l'instant  $t$ , connaissons les grandeurs d'état à cet date, et le pas de calcul à employer est  $\Delta t$ .
- Après le traitement de ce modèle, nous disposons des grandeurs d'état aux instants  $t$  et  $t+\Delta t$ . Ces dernières permettent de détecter un changement de signe de l'une des tensions à observer. Soit Vobs la

tension changeant de signe.

- Nous supposons alors que l'évolution des grandeurs d'état entre les instants  $t$  et  $t+\Delta t$  peut être considérée comme linéaire (figure 5.6). Le passage par zéro de  $V_{obs}$  correspond alors à l'instant  $t'=t+\Delta t'$ , avec  $\Delta t'=k.\Delta t$  et :

$$k = \frac{| V_{obs}(t) |}{| V_{obs}(t+\Delta t) - V_{obs}(t) |}$$

Pour que le cycle suivant corresponde à ce passage par zéro, il nous faut donc remplacer le pas de calcul  $\Delta t$  par  $\Delta t'$ , et modifier toutes les grandeurs d'état dans le même rapport. Pour une grandeur d'état  $X$ , nous aurons alors :

$$X(t+\Delta t') = X(t) + [X(t+\Delta t)-X(t)].k$$

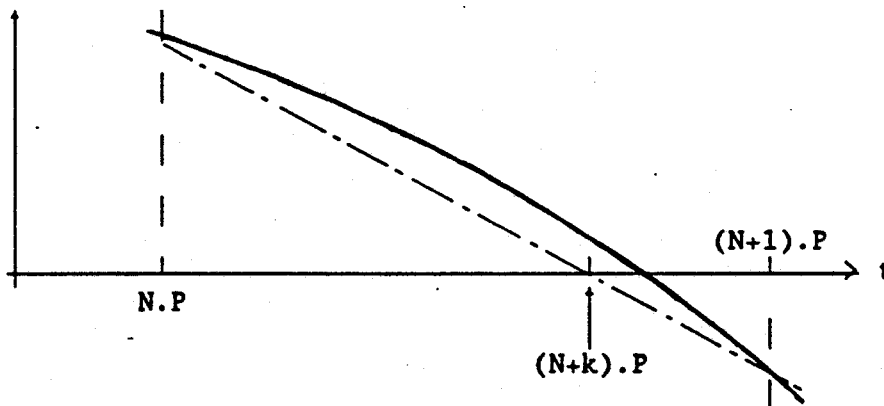


figure 5.6

L'erreur due à cette méthode est un peu supérieure à celle du pas variable, et son signe varie suivant que la courbe représentant la grandeur à surveiller est concave ou convexe. Le choix de cette méthode dépend essentiellement de la dynamique des tensions alimentant le système. Dans le cas qui nous intéresse, il s'agit du réseau EDF, et les variations des grandeurs à observer pourront valablement être considérées comme linéaires, entre deux cycles de calcul. De plus, cette technique présente un gain évident, pour ce qui est du coût opératoire.

On peut également remarquer qu'il n'est pas nécessaire de surveiller systématiquement toutes les tensions, et que suivant la place occupée dans le graphe, on peut déterminer les tensions intervenant dans l'évolution du système:

- Pour une place correspondant à un fonctionnement triphasé, seules interviennent les extinctions des courants, il n'y a pas de tension à surveiller.
- Pour un fonctionnement monophasé, il faut observer l'évolution de la tension aux bornes des deux thyristors ne conduisant pas.
- Pour le mode bloqué, les tensions aux bornes des trois paires de thyristors sont concernées.

En résumé, tous ces traitements peuvent être décrits par le pseudo-code suivant :

SELON PlaceGrapheFonct

CAS monophasé'i': (i=1..6)

SI Changement de signe de Vobs'i' ALORS  
Modification du pas de calcul et de  
toutes les grandeurs d'état pour se  
ramener au passage par zéro.

FINSI

CAS Bloqué:

POUR j=1 à 3

SI Changement de signe de Vobs'j' ALORS  
Modification du pas de calcul et de  
toutes les grandeurs d'état pour se  
ramener au passage par zéro.

FINSI

FINPOUR

FINSELON

## 2 DISPARITION D'UN COURANT

Pour restituer l'instant exact de disparition d'un courant, le principe est exactement le même que pour l'observation des changements de signe des tensions,

évoquée ci-dessus. Dès que l'on détecte un changement de signe de l'un des courants observés, le traitement à appliquer consiste ici aussi à modifier le pas de calcul et toutes les grandeurs d'état du système. La seule différence concerne l'évaluation du coefficient  $k$ , qui se fera sur la base des valeurs du courant observé. Soit  $I_{obs}$  ce courant, nous avons alors :

$$k = \frac{| I_{obs}(t) |}{| I_{obs}(t+\Delta T) - I_{obs}(t) |}$$

D'autre part, comme précédemment, il est possible de déterminer, en fonction de la place occupée dans le graphe de fonctionnement, quels sont les courants susceptibles de s'éteindre :

- Pour une place associée à un fonctionnement triphasé, les trois courants doivent être surveillés.
- Pour un fonctionnement monophasé, les deux courants étant identiques, au signe près, on peut se contenter de n'observer que l'un d'entre eux.
- Pour le cas où le moteur n'est pas alimenté, il n'y a évidemment pas de courant à observer.

La surveillance des changements de signe des tensions et des courants peut être regroupée dans la même phase de traitement, qui est alors définie par le pseudo-code suivant :

SELON PlaceGrapheFonct

CAS triphasé'i': (i=1..6)

POUR m=1 à 3

SI Changement de signe de Iobs'm' ALORS  
Modification du pas de calcul et de  
toutes les grandeurs d'état pour se  
ramener au passage par zéro.

FINSI

FINPOUR

CAS monophasé'j': (j=1..6)

SI Changement de signe de Vobs'j' ALORS  
Modification du pas de calcul et de  
toutes les grandeurs d'état pour se  
ramener au passage par zéro.

FINSI

SI Changement de signe de Iobs'j' ALORS  
Modification du pas de calcul et de  
toutes les grandeurs d'état pour se  
ramener au passage par zéro.

FINSI

CAS Bloqué:

POUR k=1 à 3

SI Changement de signe de Vobs'k' ALORS  
Modification du pas de calcul et de  
toutes les grandeurs d'état pour se  
ramener au passage par zéro.

FINSI

FINPOUR

FINSELON

### 3 ENCHAINEMENT DISPARITION-APPARITION D'UN COURANT

#### 3.1 Nature du problème

Indépendamment des problèmes liés à la restitution exacte des disparitions et apparitions des courants, on peut remarquer que le cycle de calcul sous sa forme initiale ne permet pas de restituer fidèlement le cas où un courant s'éteint et réapparaît immédiatement avec un signe opposé. Ceci correspond entre autre au cas du gradateur fonctionnant suivant le mode classique, avec un



retard à l'amorçage nul.

En effet, avec la structure proposée, l'extinction sera prise en compte au cycle N, et la réapparition du courant au cycle N+1, d'où une erreur égale à un pas de calcul (figure 5.7). Ceci est tolérable dans le cas où ce pas est faible, mais pour des valeurs plus importantes, ce point peut devenir gênant.

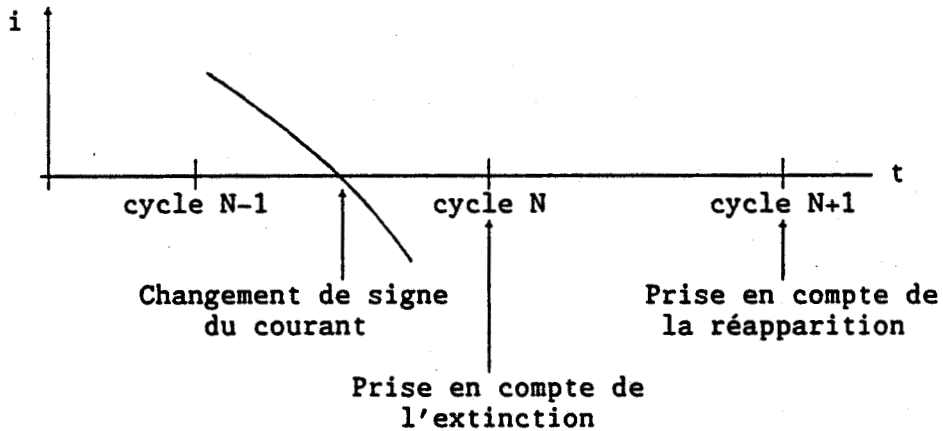


figure 5.7

### 3.2 Principe de résolution

On peut remédier à ce problème, en remarquant que les conditions d'extinction et d'apparition des courants sont totalement décorréliées. Il est donc possible de dissocier le traitement des extinctions et celui des apparitions, de telle sorte que les deux puissent être traités successivement au sein du même pas de calcul.

De plus, la commande des thyristors pouvant dépendre des extinctions des courants (commande par rapport au zéro de courant), et l'inverse étant faux, il est préférable de traiter la partie extinction des courants avant la commande, et de terminer par le traitement des apparitions de courants.

En ce qui concerne les actions associées aux places du graphe de fonctionnement, si l'on valide successivement deux transitions au sein du même pas de calcul, seules les actions associées à la dernière place seront effectuées.

Les traitements relatifs aux graphes de commande et de fonctionnement s'enchaînent alors de la manière suivante (figure 5.8):

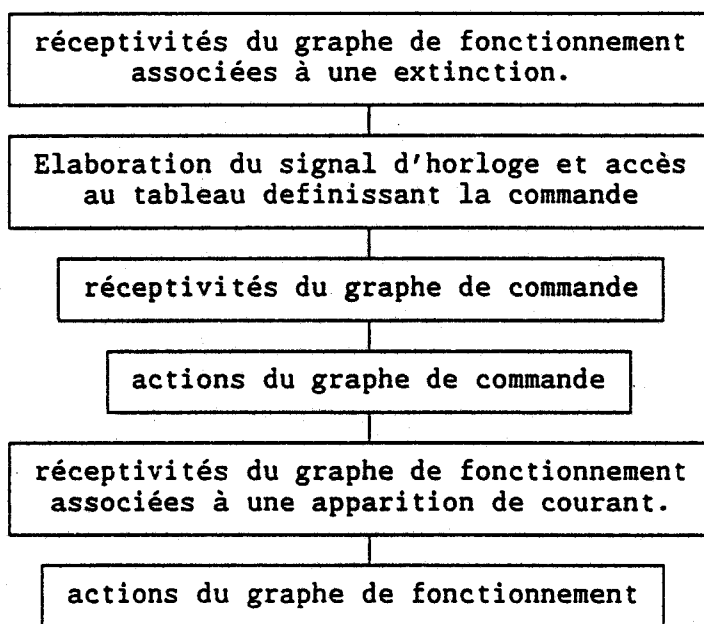


figure 5.8

#### 4 CHOIX DU PAS DE CALCUL

Le pas de calcul pouvant être modifié en différents points du cycle de calcul, il est nécessaire de prévoir un dispositif permettant de le resynchroniser sur sa valeur nominale.

En ce qui nous concerne, nous cherchons systématiquement à chaque début de cycle, quel est le pas à utiliser pour rejoindre le plus proche multiple du pas de calcul nominal.

Pour cela, on teste si l'instant courant est un multiple entier de cette valeur. Si c'est le cas, on affecte au pas de calcul sa valeur nominale. Dans le cas contraire, on cherche à rejoindre le plus proche multiple entier de cette valeur, de sorte qu'au cycle suivant, on puisse utiliser ce pas nominal.

L'algorithme à utiliser est donc le suivant :

```
SI t multiple de DeltaTNominal ALORS
  DeltaT := DeltaTNominal
SINON
  DeltaT := DeltaTNominal - (t MODULO DeltaTNominal)
FINSI
```

## 5 ACTIONS ASSOCIEES AUX PLACES DU GRAPHE DE FONCTIONNEMENT

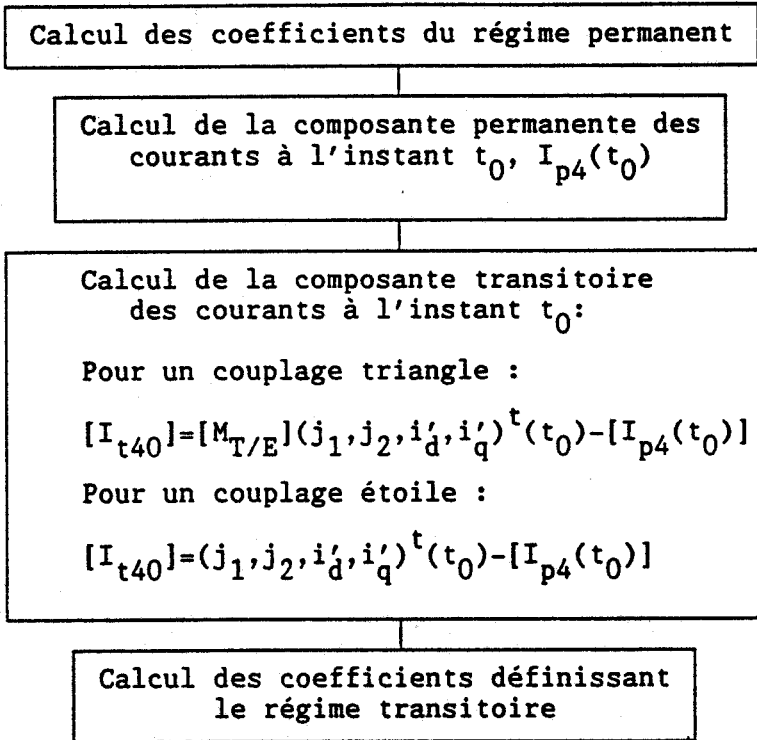
Lors d'un changement de place dans le graphe de fonctionnement, la tâche principale à effectuer, est la résolution des équations du moteur, en fonction du mode d'alimentation de celui-ci, et des valeurs des courants parcourant le système à cet instant.

### 5.1 Résolution des équations du moteur

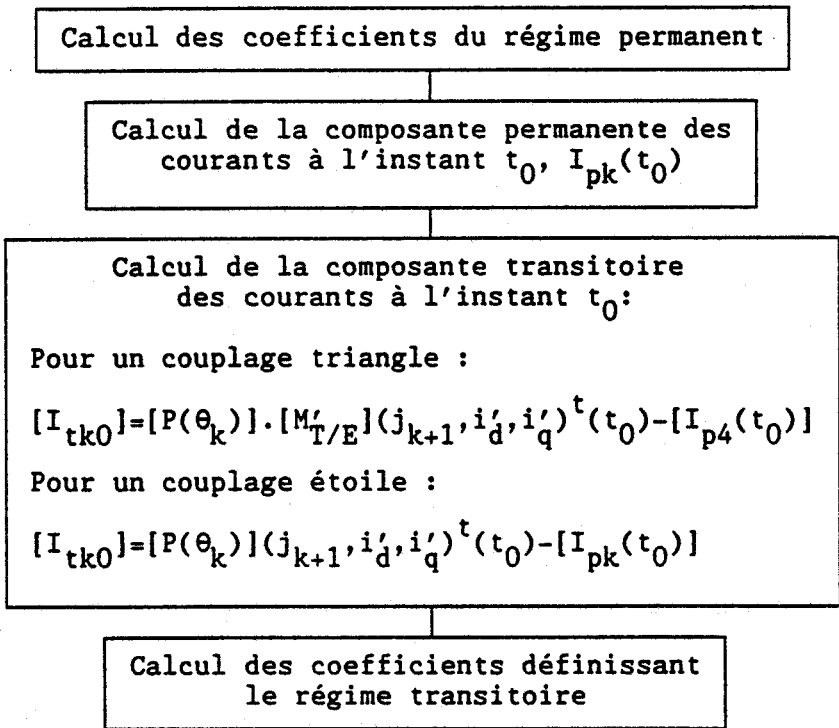
Etant donné que nous nous sommes définis un modèle unique pour chaque mode d'alimentation du moteur, avant de passer à la résolution proprement dite des équations du moteur, il est nécessaire d'appliquer aux courants initiaux les transformations décrites précédemment.

L'enchaînement des traitements s'effectue alors, pour chaque mode d'alimentation, dans l'ordre suivant, conformément à la technique décrite précédemment (cf Chapitre 4):

Alimentation triphasée



Alimentation monophasée



## Moteur non alimenté

Calcul direct des coefficients  
définissant le régime transitoire

### 5.2 Autres actions

La validation d'une réceptivité entraîne également l'activation d'un compteur. Lorsque ce dernier atteint une certaine borne, les équations du moteur sont résolues à nouveau, même s'il n'y a pas eu de changement de place dans le graphe. Ceci est rendu nécessaire par la technique de résolution de ces équations, qui se fait à vitesse constante, ou supposée telle.

En effet, pour que cette hypothèse ne s'éloigne pas trop de la réalité, il faut que l'intervalle de temps séparant deux résolutions soit suffisamment faible. Normalement, l'évolution du marquage du graphe se fait au rythme de l'évolution des tensions alimentant le système, ce qui correspond à un temps moyen d'occupation des places suffisamment faible pour qu'il n'y ait pas besoin de résoudre à nouveau les équations.

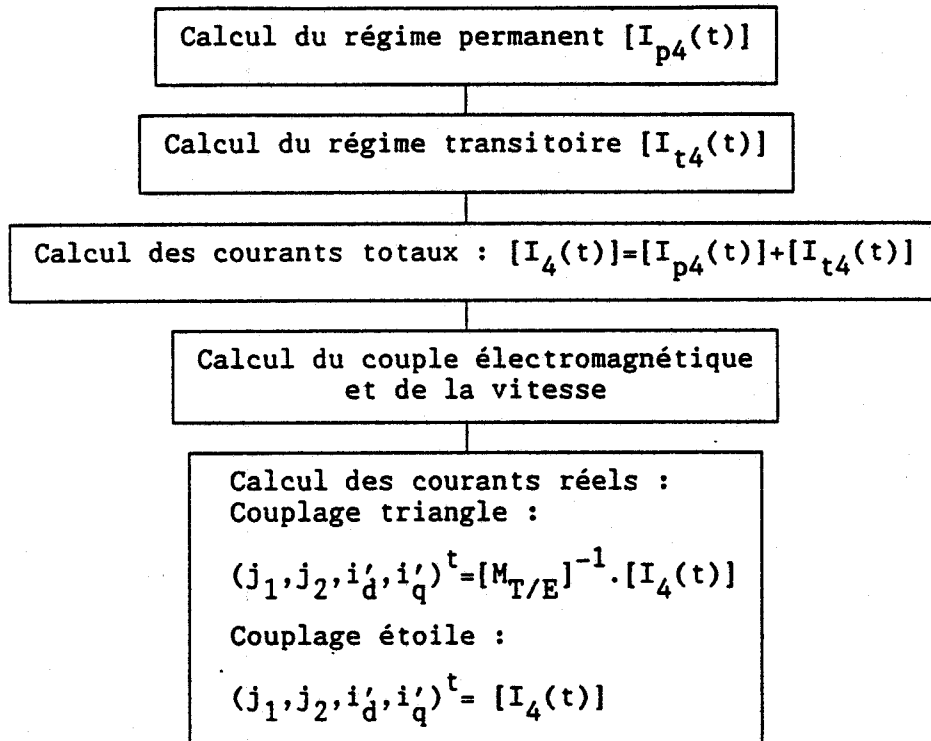
Par contre, si pour une raison ou pour une autre, l'évolution du système est bloquée ou perturbée, il faut prendre en compte ce point, pour que l'évolution du modèle ait encore un rapport avec celle du système réel.

Il est également nécessaire de mémoriser pour chaque place, quel est le modèle à utiliser (triphase, monophasé 'k', k désignant la branche non conductrice, ou bloqué).

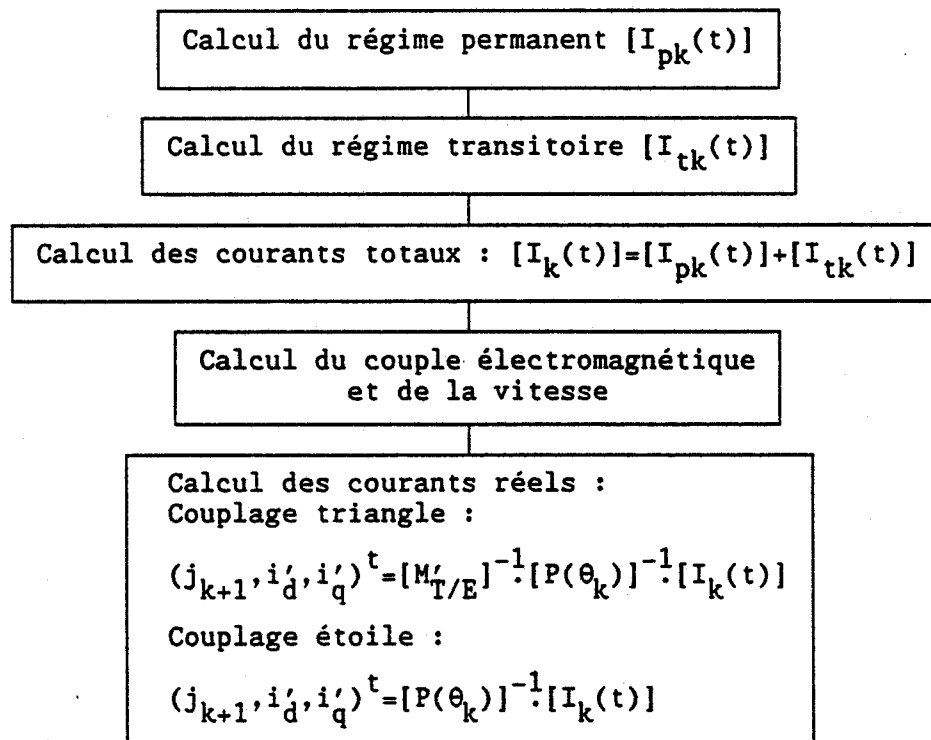
## 6 IMPLANTATION DU MODELE DU MOTEUR

Une fois calculés les coefficients des régimes transitoires et permanents, le calcul de l'évolution des courants parcourant le moteur ne pose aucun problème, et s'effectue dans l'ordre suivant :

Alimentation triphasée



Alimentation monophasée



Moteur non alimenté

Calcul direct des courants réels [ $I_0$ ]

Calcul direct de la vitesse, le couple électromagnétique étant nul

Pour ce qui est du calcul de la vitesse, il s'effectue par intégration du couple total, par la méthode des trapèzes. Il faut prendre en compte à ce niveau le couple de charge, ainsi qu'un éventuel couple de frottement.

7 CYCLE DE CALCUL

Compte tenu de tous les points mentionnés ci-dessus, les différents traitements s'enchaînent dans l'ordre donné figure 5.8. Comme annoncé précédemment, celui-ci respecte la hiérarchie des traitements définie au chapitre 1.

8 IMPLANTATION SUR CALCULATEUR NUMERIQUE

8.1 Choix du langage

Etant donné l'importance des calculs nécessaires, il est évidemment souhaitable de travailler avec un langage compilable. Nous avons porté notre choix sur PASCAL, car la programmation structurée par blocs convient particulièrement bien à la gestion de graphes. Dans l'optique d'une constitution d'une bibliothèque de modèles de charges et de convertisseurs, il serait de plus préférable de disposer d'un langage permettant de recourir à la compilation séparée de façon standardisée (MODULA-2 par exemple), ce qui n'est pas le cas de PASCAL. Celui-ci offre néanmoins l'avantage d'être très répandu, au contraire de MODULA-2.

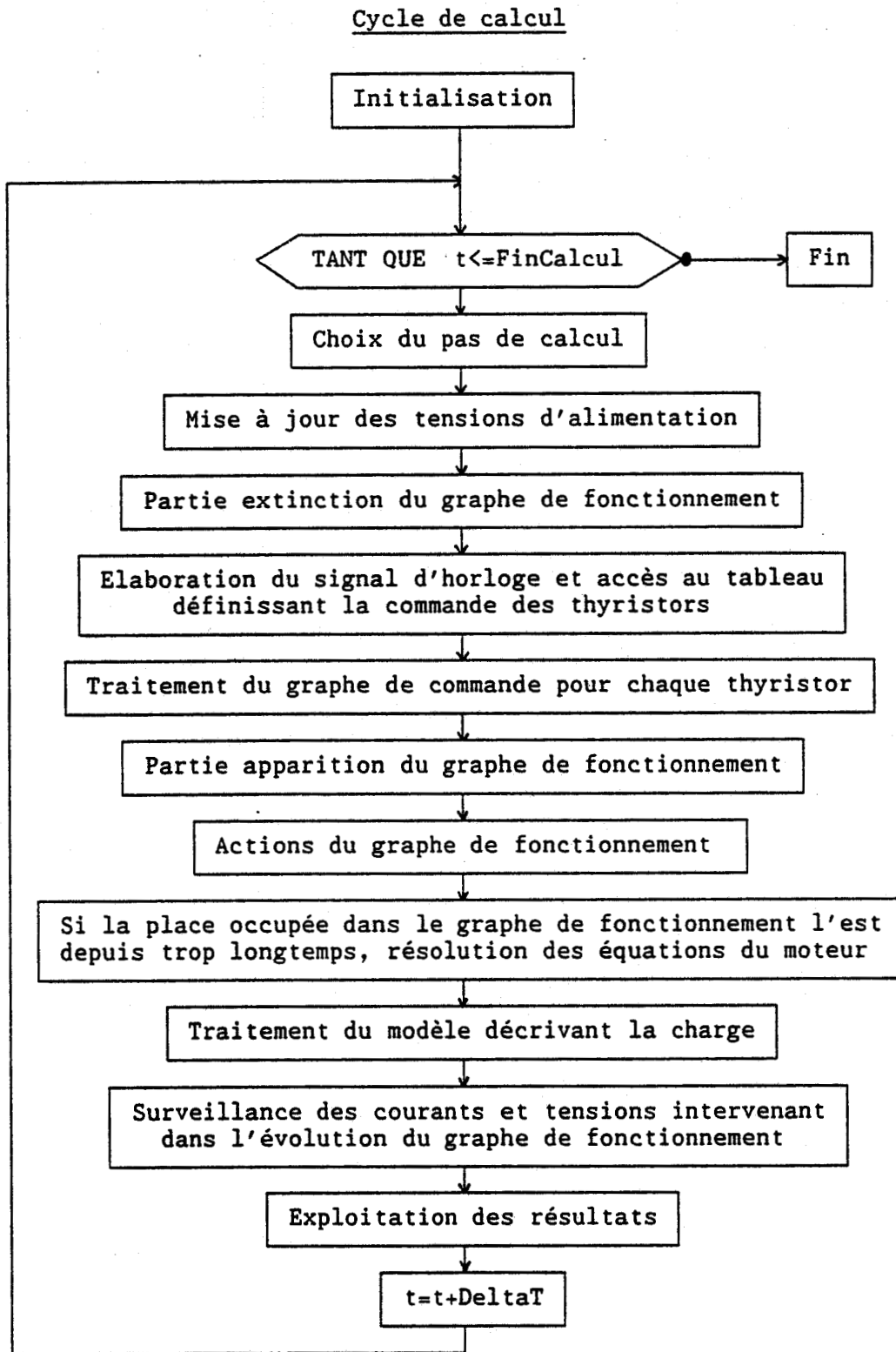


figure 5.8



## 8.2 Performances du modèle

Elles sont notablement meilleures que celles obtenues avec les autres méthodes. Ceci est dû aux points suivants :

- Le modèle utilisé ne nécessitant que des calculs peu complexes, le temps de calcul s'en trouve diminué d'autant.
- Les équations de la charge étant résolues, le pas de calcul devient un pas d'observation, et sa valeur n'influe aucunement sur l'évolution du modèle, compte tenu des précautions prises pour restituer tous les instants critiques. Il est alors possible de l'augmenter sensiblement, sans que cela ne perturbe le comportement du système. Pour notre part, nous avons adopté un pas de 10 degrés, alors qu'avec un modèle discrétisé, il n'est guère possible d'aller au-delà de 2 degrés, pour des raisons de stabilité numérique.

A titre de comparaison, pour simuler les deux premières secondes d'un démarrage, il faut 16 secondes sur un microVAX2 (Digital) ou 1 minute 20 secondes sur un IBM PC AT. A pas égal, le modèle de calcul proposé est deux fois plus rapide qu'avec une discrétisation des équations, mais son intérêt principal est évidemment la possibilité qu'il offre d'augmenter de façon notable le pas de calcul.

## 8.3 Validation Du Modèle

Celle-ci s'effectue en comparant l'évolution du modèle avec les résultats d'études antérieures. Nous donnons ci-dessous (figures 5.9 à 5.13) certaines caractéristiques de démarrage, dans le cas d'un gradateur mixte, le retard à l'amorçage étant constant et compté par rapport au zéro de tension, avec une charge résistante de 40Nm, et un pas de calcul de 10°.

On constate que les courbes obtenues coïncident parfaitement avec les résultats précédents /14/, dans les mêmes conditions, avec un modèle discrétisé et un pas de 2°. Ceci permet donc de valider le modèle global proposé, et

montre de plus que le pas de calcul, malgré sa valeur élevée, n'influence pas la stabilité du modèle, et que les précautions prises pour restituer précisément les apparitions et les disparitions des courants, sont bien efficaces.

Montée en vitesse du moteur

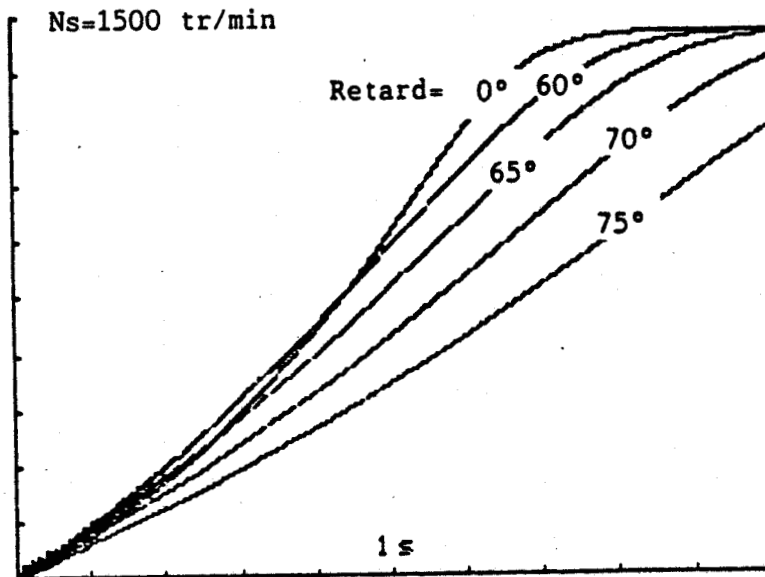


figure 5.9

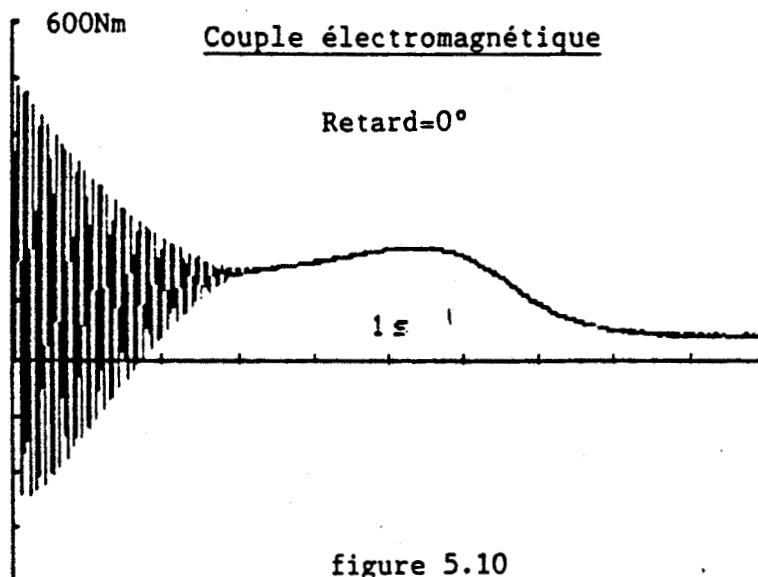


figure 5.10

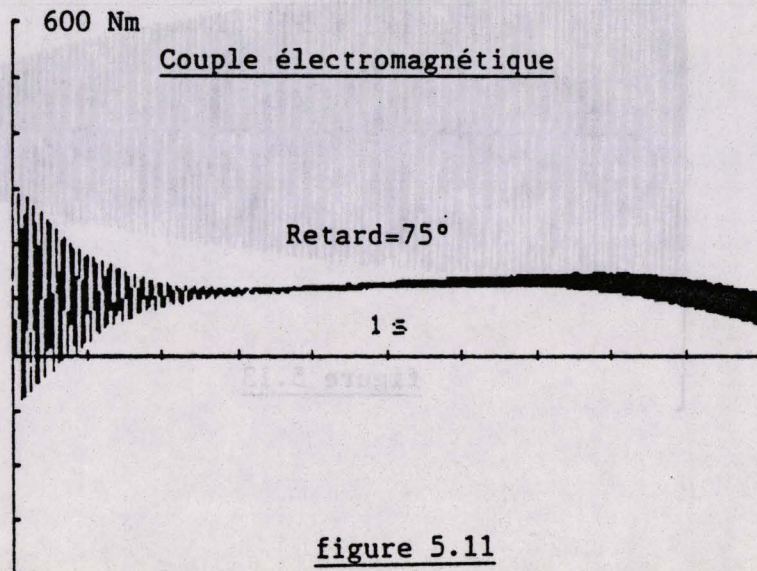


figure 5.11

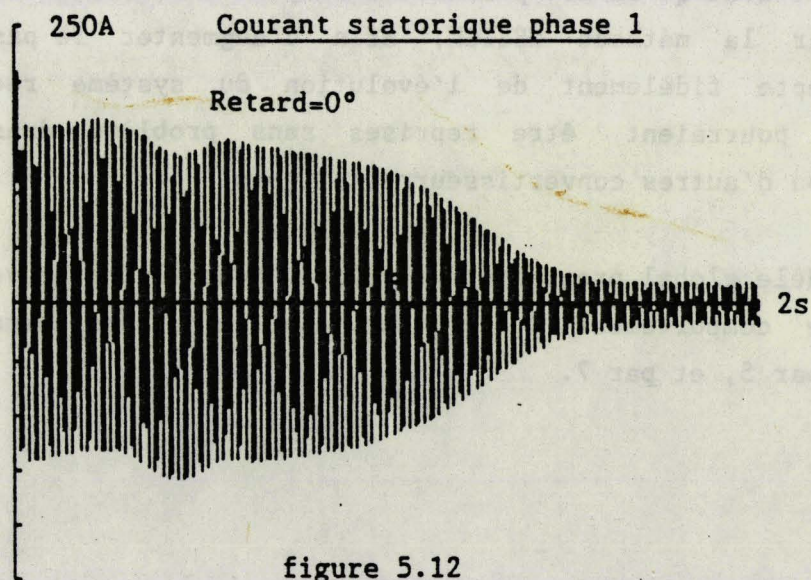
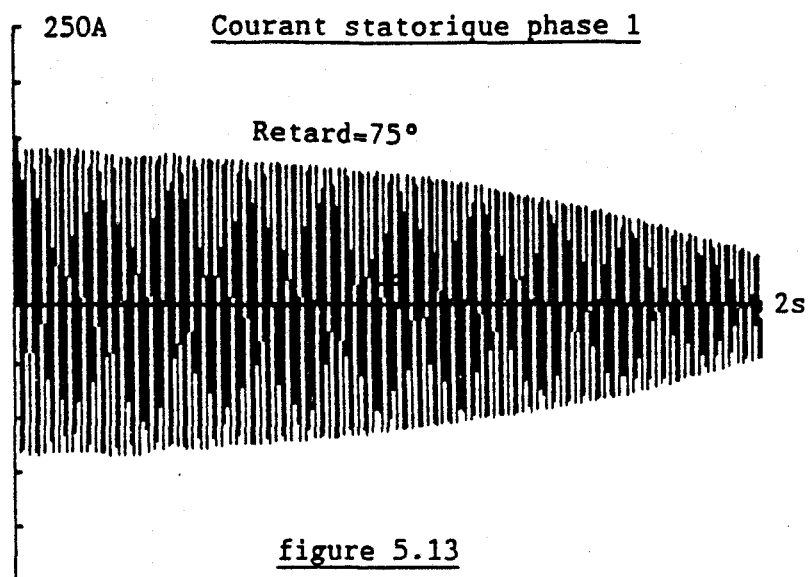


figure 5.12



## 9 CONCLUSION

On voit donc qu'il est possible d'adapter la structure du cycle de calcul imposée par la méthode DESIGN, afin d'augmenter le pas de calcul, tout en rendant compte fidèlement de l'évolution du système réel. Les solutions proposées pourraient être reprises sans problème dans le cadre de la modélisation d'autres convertisseurs statiques.

Le modèle global proposé étant validé, nous allons pouvoir l'utiliser pour étudier le comportement du système, dans le cas des commandes en diviseur de fréquence par 5, et par 7.

## CHAPITRE 6

### R E S U L T A T S   E T   P E R F O R M A N C E S

Nous nous intéressons ici au comportement de l'association gradateur machine asynchrone lors du démarrage, dans le cas des commandes proposées dans les chapitres précédents, le système fonctionnant en boucle ouverte.

#### 1 EXPLOITATION DU MODELE GLOBAL.

Nous utilisons dans ce paragraphe le modèle global pour montrer la possibilité d'utiliser le gradateur comme variateur de vitesse à rapport fixe.

## 1.1 Mode Diviseur par 5

Nous avons effectué des simulations correspondant à des charges résistantes ou entraînant, en observant, pour chaque valeur de la charge, l'influence du retard à l'amorçage, celui-ci restant par ailleurs constant pendant la phase de démarrage (figures 6.1, 6.2).

Dans tous les cas, il s'avère que le système joue bien un rôle de variateur de vitesse à rapport fixe, puisque la vitesse de la charge se stabilise toujours au voisinage de  $N_s/5$  (sauf bien sur en cas de charge trop importante, entraînant un décrochage du moteur), le sens de rotation étant, comme prévu, l'inverse de celui imposé par le réseau.

De plus, la possibilité de régler la puissance transmise à la charge existe bien, puisque en agissant sur le retard à l'amorçage, on règle la rapidité du démarrage, dans le cas d'une charge résistante.

D'autre part, le couple de démarrage est très supérieur à celui obtenu lors d'une alimentation directe par le réseau. Pour un moteur développant un couple de démarrage de 120Nm, et un couple maximum de 200Nm, il est possible de décoller une charge allant jusqu'à 200Nm. Ceci s'explique par le fait que la réduction de fréquence s'accompagne d'une augmentation du flux, la diminution de tension s'effectuant dans un rapport moindre.

Par contre, le taux d'harmoniques n'étant pas négligeable (cf chapitre 3), le couple électromagnétique présente une composante pulsatoire importante. Celle-ci se matérialise par des vibrations, visibles sur les courbes de montée en vitesse. Cependant les simulations effectuées ne prennent en compte que l'inertie du moteur, et dans un cas de charge réel, les vibrations seraient moins importantes.

Pour ce qui est des courants statoriques, on peut remarquer que leur amplitude à la mise sous tension est comparable à celle observée lors d'un démarrage en gradateur classique, ce qui ne remet pas en cause le dimensionnement des organes de protection.

Mode diviseur par 5, charge résistante=50Nm

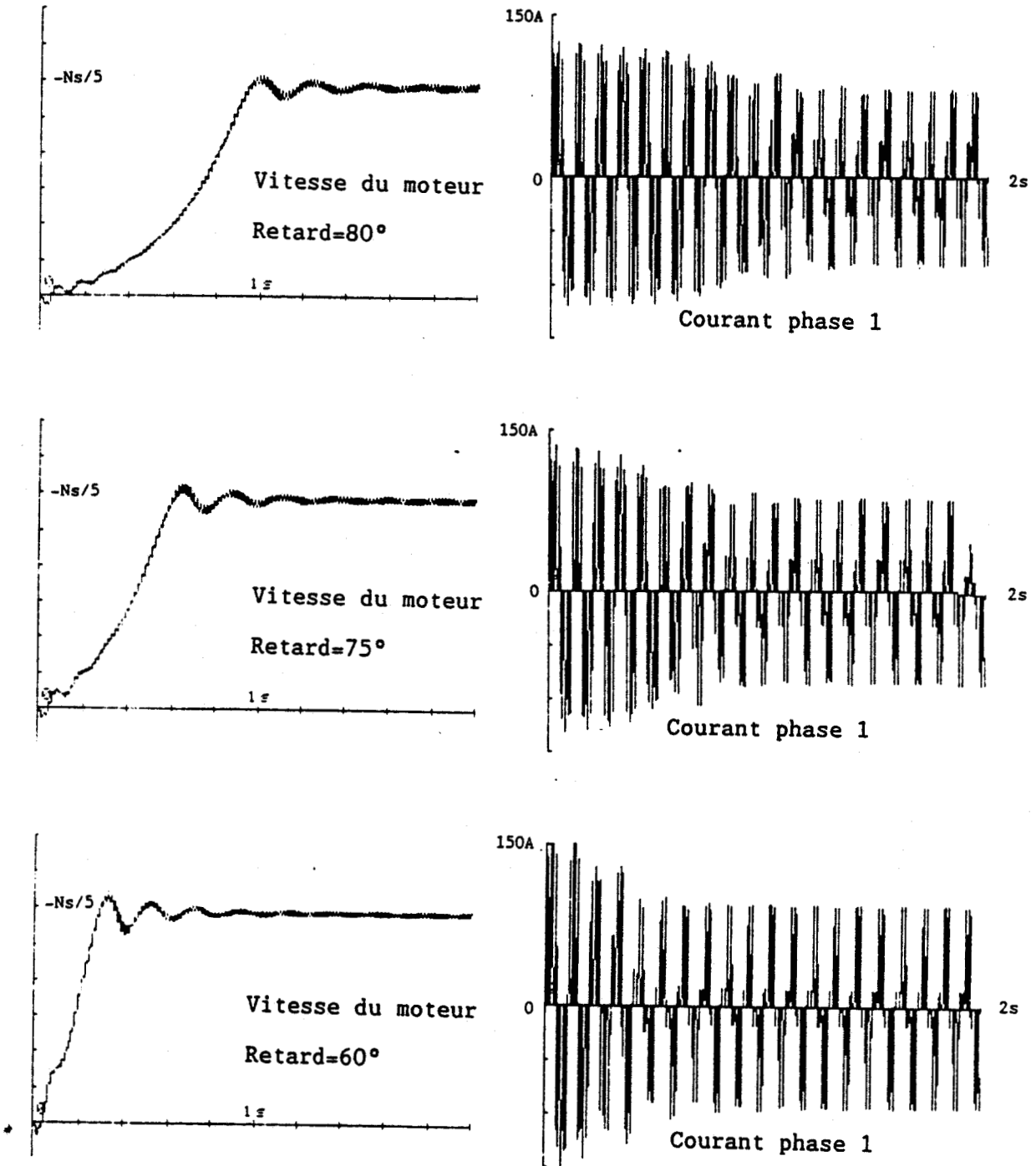


figure 6.1

Mode diviseur par 5, charge entrainante=50Nm

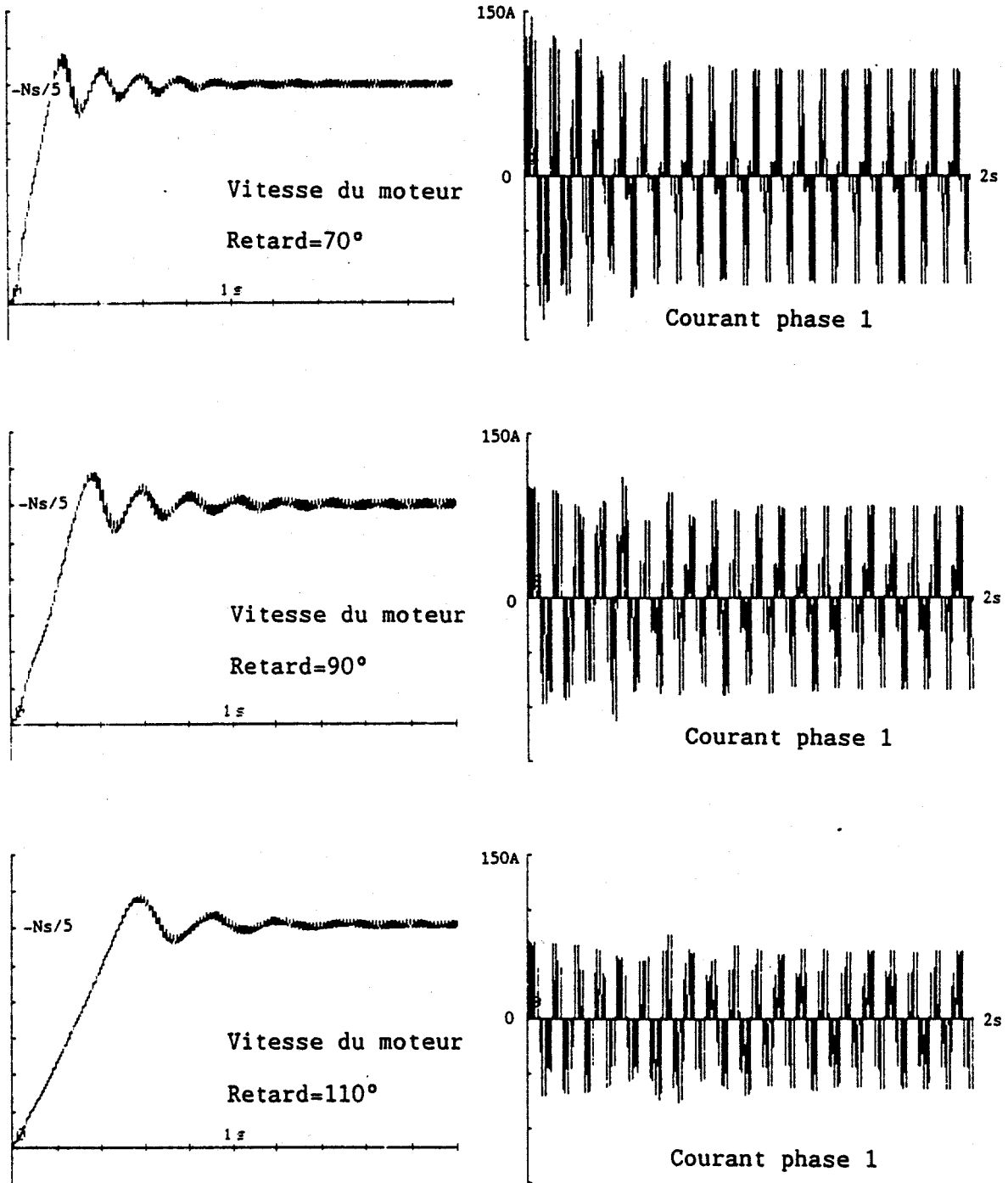


figure 6.2



## 1.2 Mode Diviseur par 7

Des simulations de même nature que les précédentes ont fourni des résultats tout à fait similaires (figures 6.3, 6.4):

- Ici aussi, le fonctionnement en variateur de vitesse à rapport fixe ressort clairement, la vitesse se stabilisant au voisinage de  $+Ns/7$ , avec possibilité de régler la rapidité du démarrage en jouant sur le retard à l'amorçage.
- Concernant le couple de démarrage, sa valeur est comparable à celle observée ci-dessus.
- Pour les vibrations, elles semblent être un peu plus importantes pour ce mode que pour le précédent.
- L'amplitude des courants statoriques n'est pas modifiée.

Mode diviseur par 7, charge résistante=50Nm

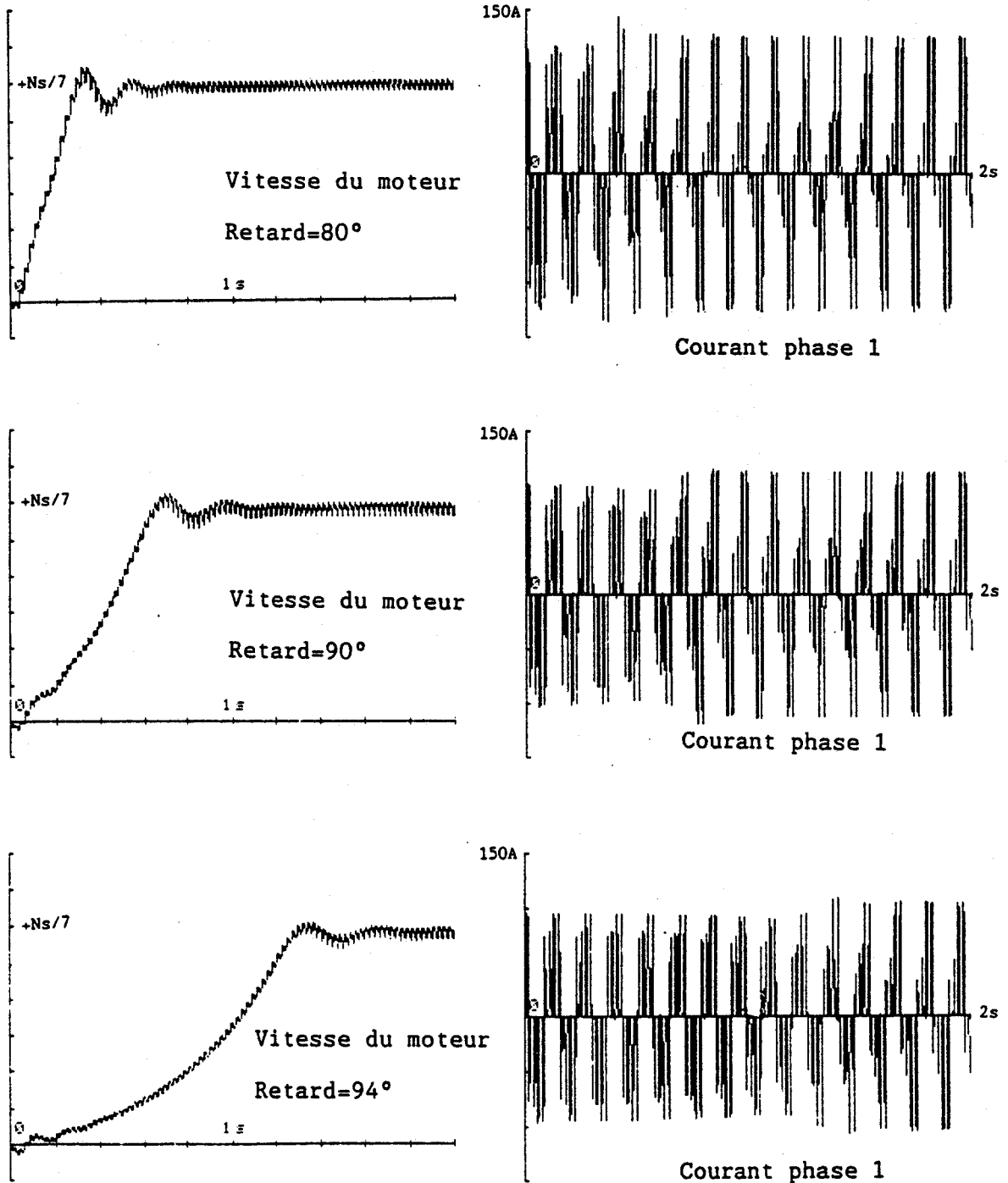


figure 6.3

Mode diviseur par 7, charge entrainante=50Nm

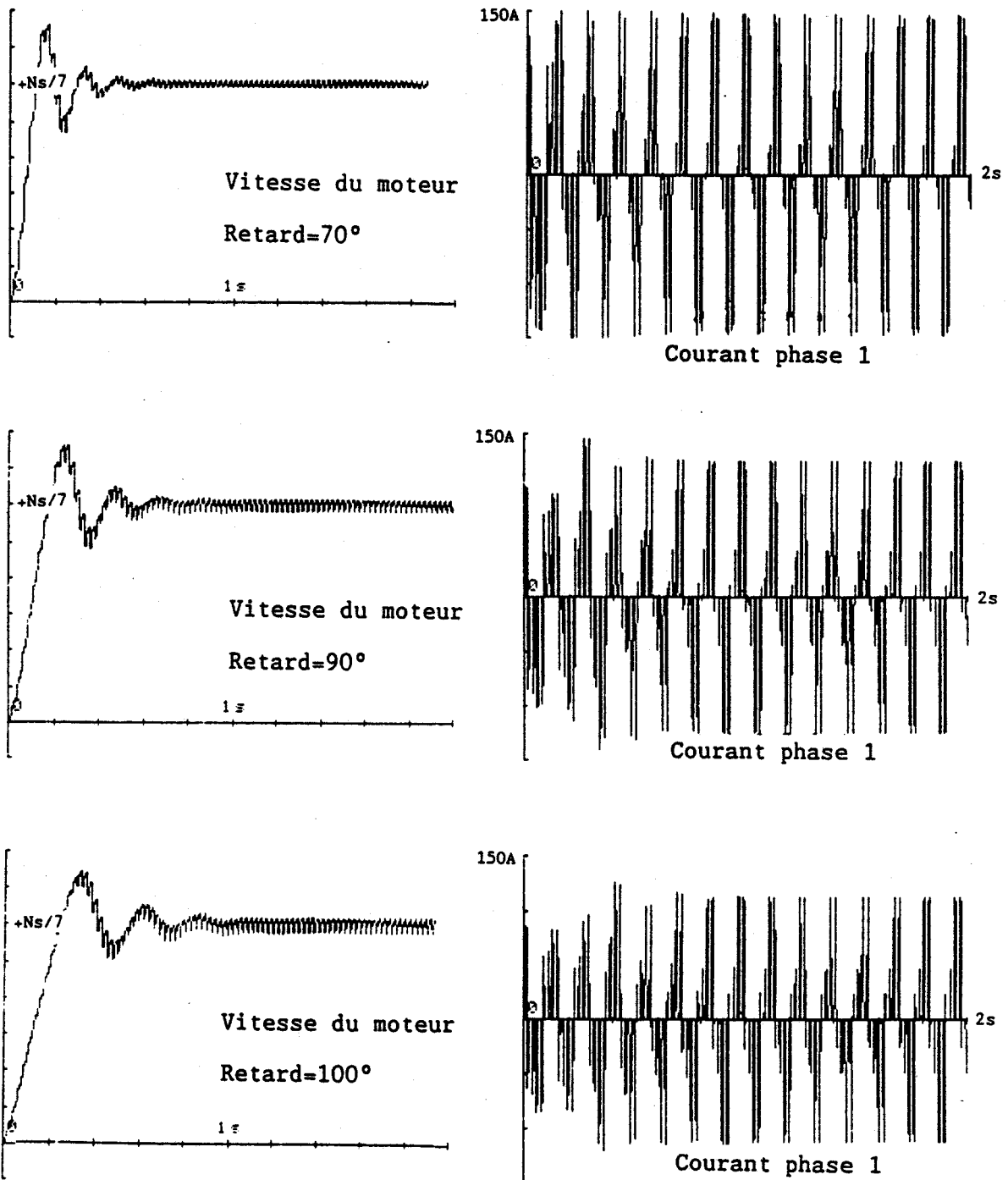


figure 6.4

## 2 RESULTATS EXPERIMENTAUX

Nous donnons ici les résultats obtenus pour différents essais en charge, en régime établi (figures 6.1 et 6.2), ou lors d'une montée en vitesse (figures 6.3 et 6.4).

Dans le premier cas, les formes d'ondes obtenues montrent clairement que le découpage des courants est bien conforme à ce que nous avons prévu. De plus, on vérifie bien que, pour une charge identique, l'amplitude des courants est du même ordre de grandeur pour les modes diviseur par 5 et diviseur par 7, que pour le mode gradateur. Comme prévu, le dimensionnement du gradateur n'est pas remis en question par une utilisation en diviseur de fréquence.

Pour les montées en vitesse, les relevés confortent tout à fait les résultats des simulations, que ce soit pour le calage de la vitesse sur un sous-multiple de la vitesse de synchronisme, la possibilité de régler la mise en vitesse, ou l'augmentation du couple de démarrage.

Pour ce qui concerne les vibrations, il s'avère qu'il est possible, une fois la charge mise en vitesse, de les minimiser, en optimisant le réglage du retard à l'amorçage.

L'adéquation entre les relevés expérimentaux et les simulations, permet également de valider définitivement le modèle global.

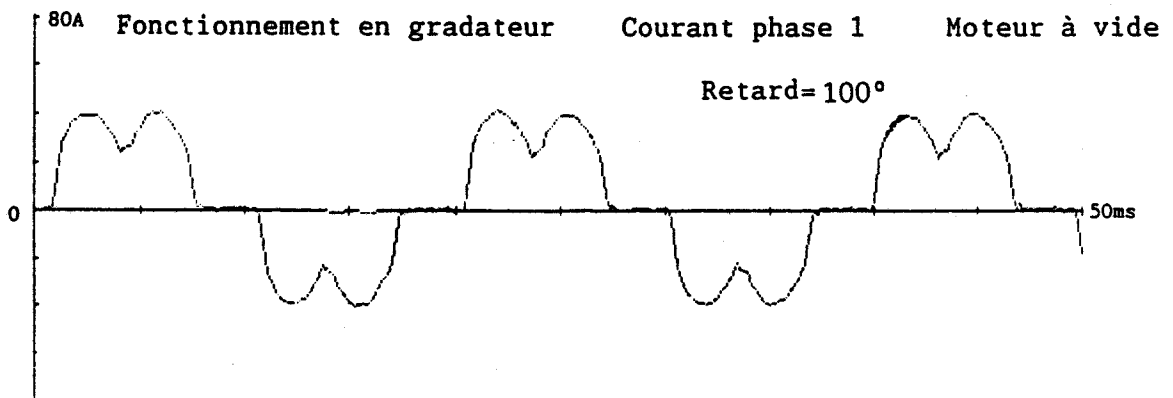
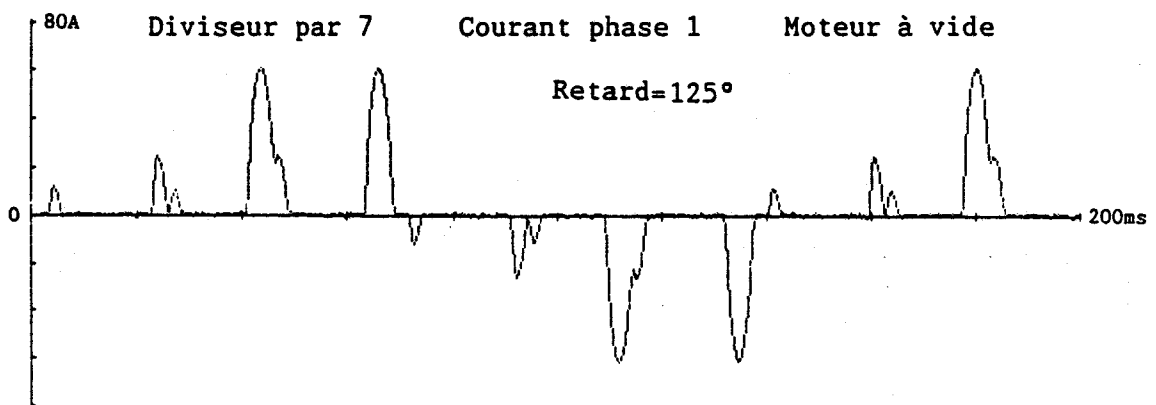
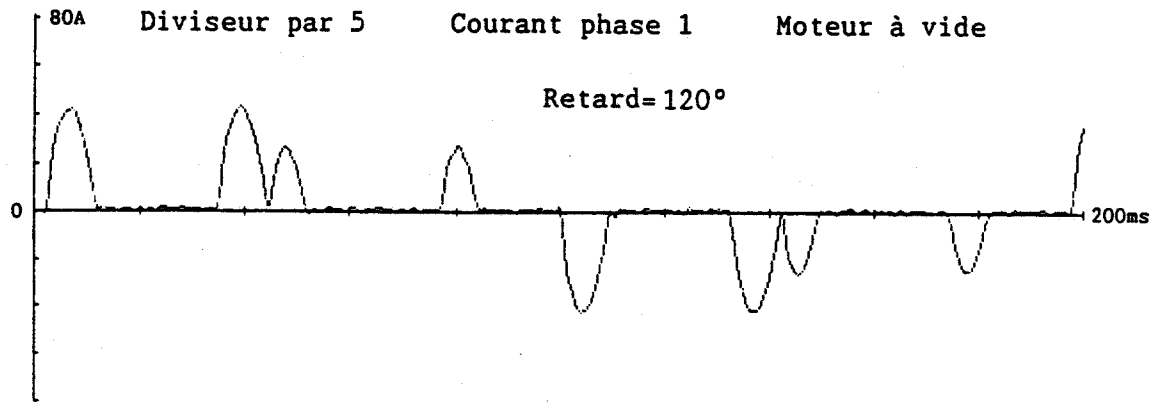


figure 6.5

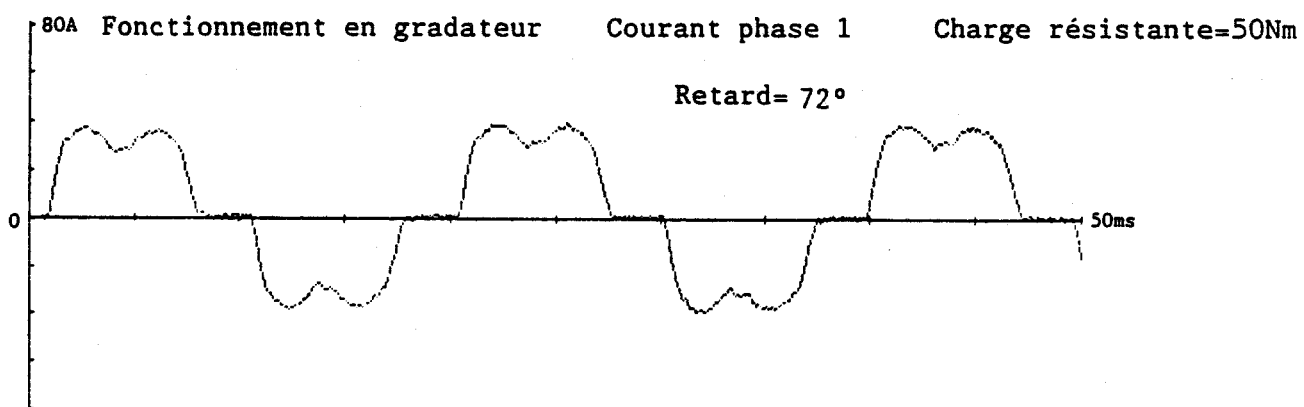
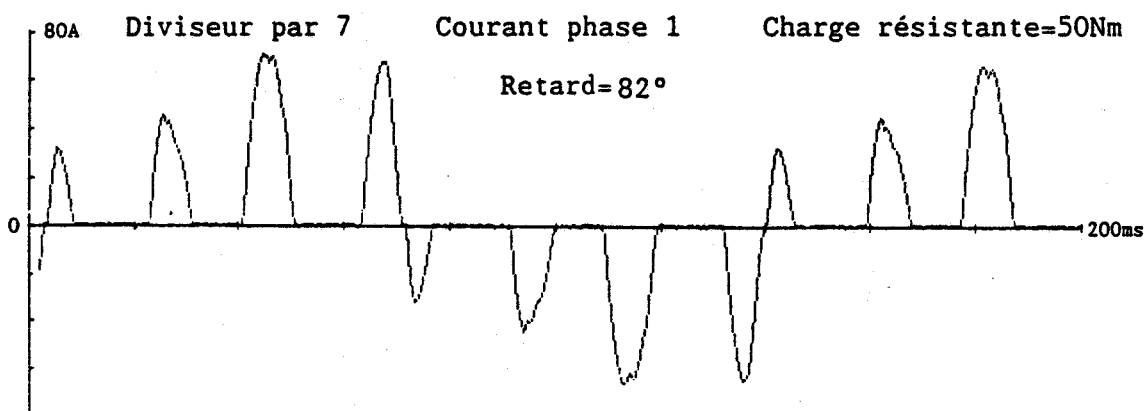
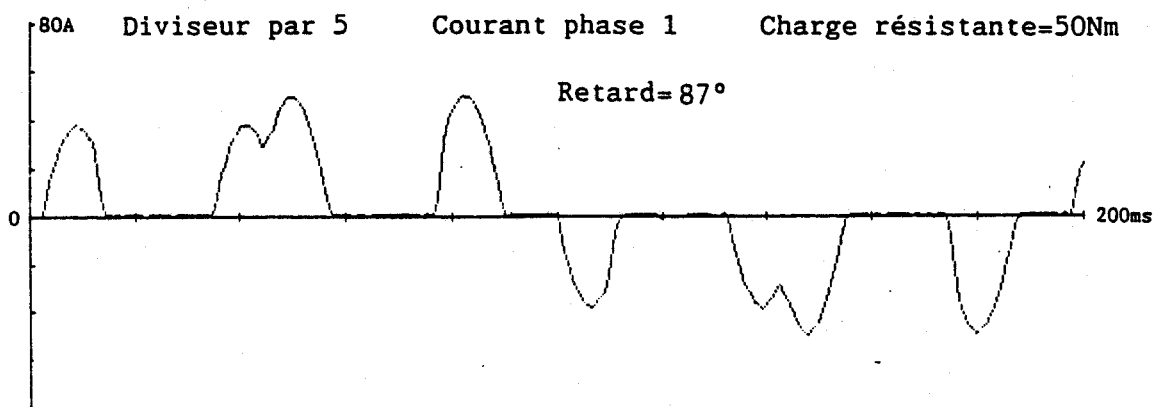


figure 6.6

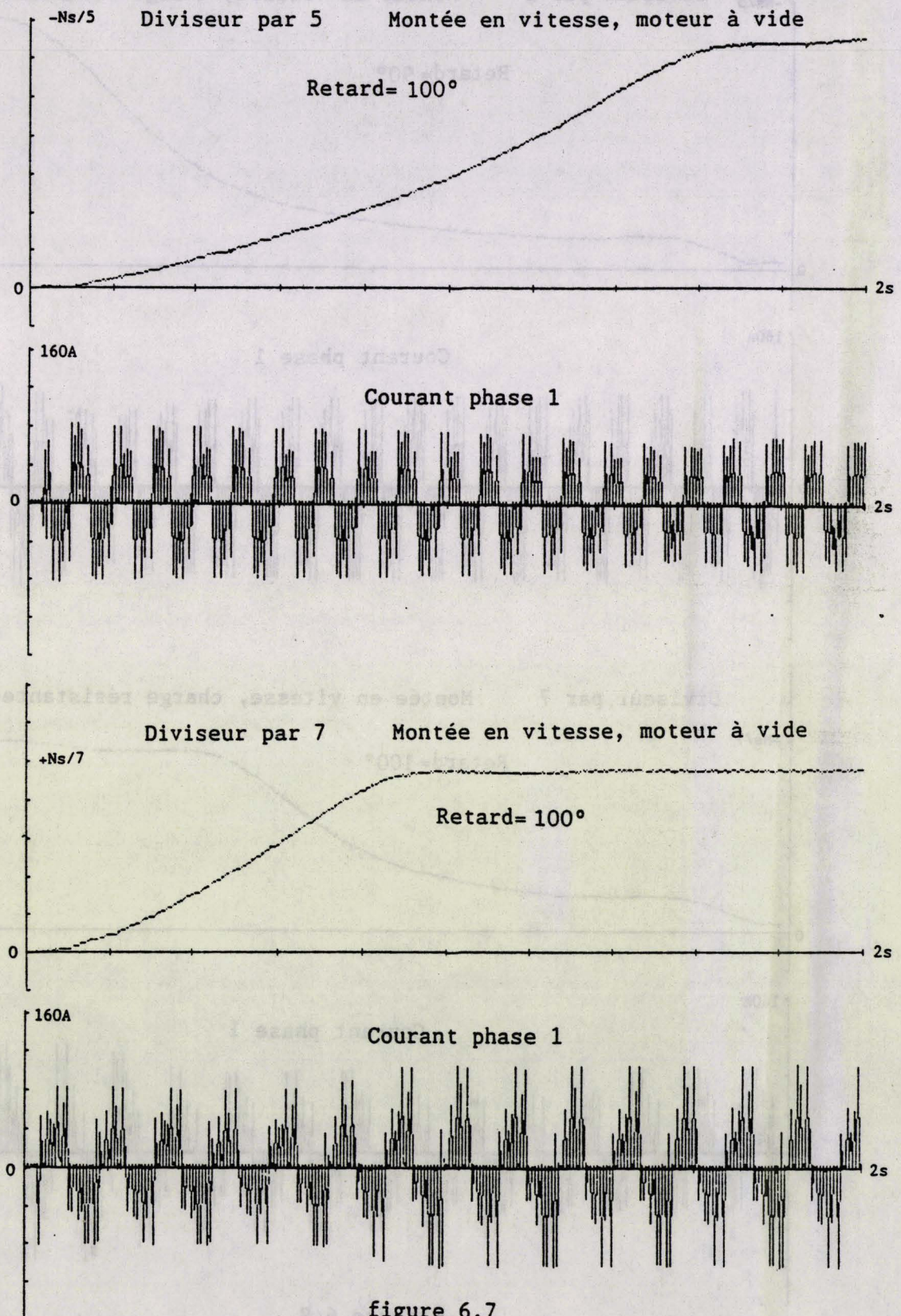


figure 6.7

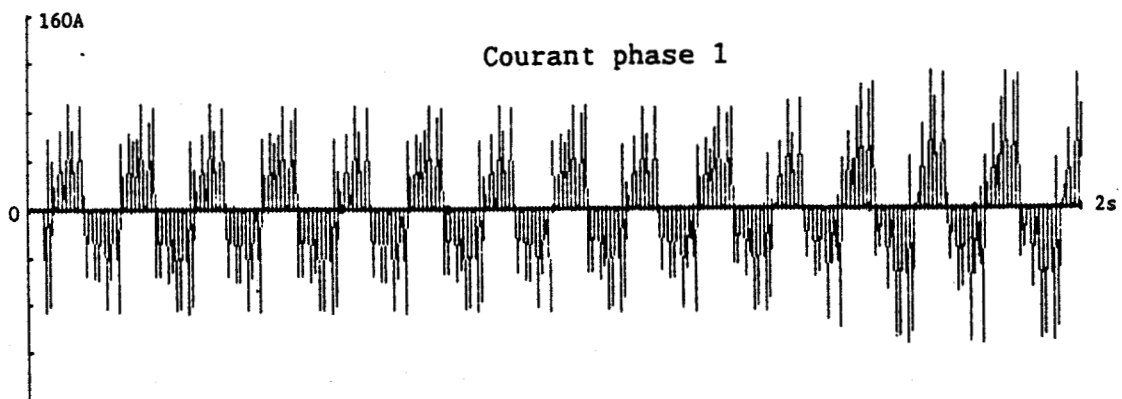
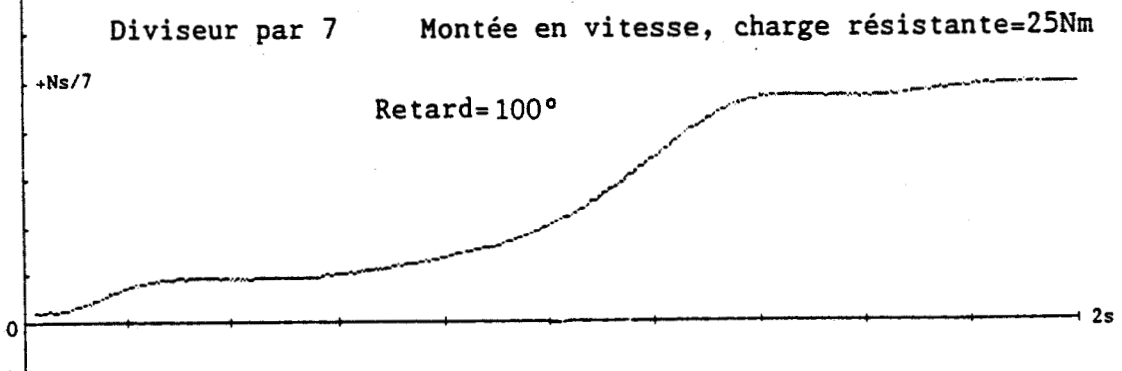
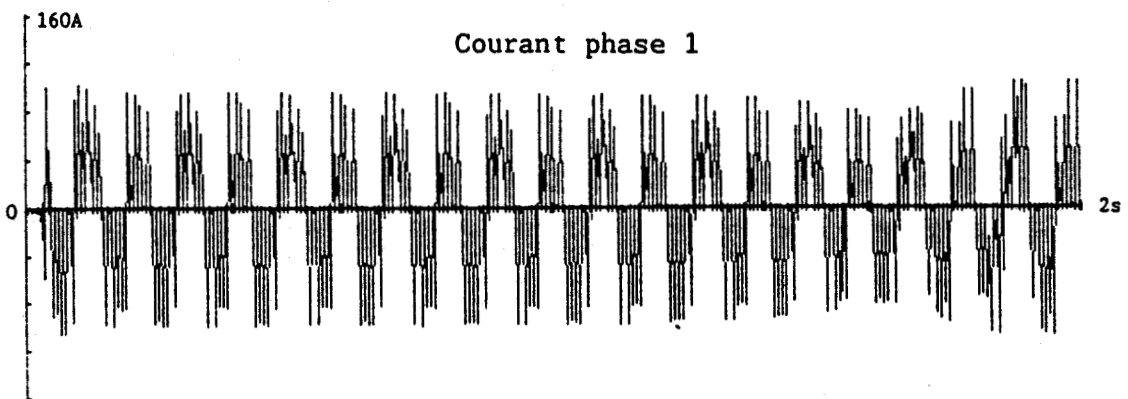
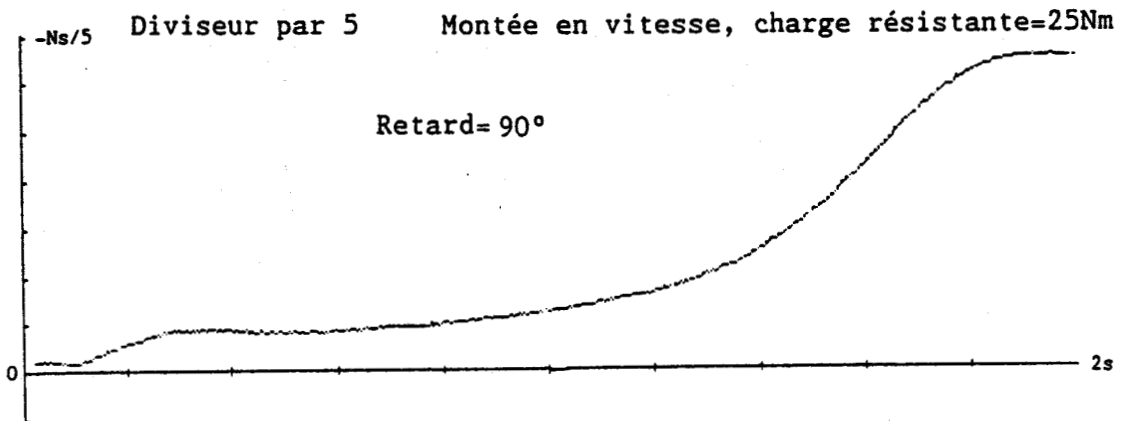


figure 6.8



### 3 CONCLUSION

Les résultats précédents montrent clairement que les commandes proposées sont parfaitement exploitables sur le plan industriel, pour réaliser un variateur de vitesse à rapport fixe présentant de nombreux points intéressants:

- Ce système se caractérise principalement par un très faible coût, dû à sa très grande simplicité. En effet, par rapport à un gradateur classique, il ne nécessite que l'adjonction d'une logique de commande, permettant de définir la séquence d'amorçage des thyristors.
- Par rapport à une commande en gradateur classique, il autorise une bien meilleure utilisation de la machine asynchrone aux basses vitesses, en permettant d'entraîner des charges importantes.
- Le mode diviseur par 5 permet d'inverser le sens du champ tournant, en agissant uniquement sur la commande, sans avoir à croiser de connexions.
- L'utilisation de thyristors en commutation libre, implique une grande robustesse, ainsi que la possibilité de commander de très fortes puissances.
- Le seul problème concerne le taux d'harmoniques des courants, et les vibrations qu'il implique, encore qu'un système de réglage du retard à l'amorçage en fonction de la charge, permettrait certainement de les ramener à un niveau acceptable.

Compte tenu de ces caractéristiques, ce système pourrait trouver des applications intéressantes en levage, pour l'entraînement d'escaliers mécaniques, et plus généralement dans tous les cas nécessitant d'entraîner des charges importantes à basse vitesse, quand la chaîne cinématique peut accepter des vibrations.

## C O N C L U S I O N

La méthode de description fonctionnelle proposée rend compte de la nature des dialogues entre le gradateur, sa commande et sa charge.

Le formalisme employé constitue un outil d'analyse puissant, qui renforce, en l'explicitant, la compréhension des phénomènes physiques. Il impose de s'interroger sur toutes les conditions d'évolutions possibles, à partir des configurations définies par la structure du système.

On obtient alors un graphe d'état, qui permet d'envisager une investigation systématique des modes de fonctionnement possibles, en définissant des trajets périodiques dans ce graphe, desquels se déduisent les commandes associées.

Cette démarche permet, en refusant tout a priori sur la commande, de montrer la possibilité d'une utilisation du gradateur triphasé en diviseur de fréquence à rapport fixe.

L'exploitation de ce formalisme pour simuler l'association avec une machine asynchrone, est largement tributaire des performances du modèle décrivant celle-ci, et la résolution des équations d'état apporte un gain de temps et de stabilité particulièrement appréciable. Les calculs, menés le plus loin possible de manière littérale, conduisent également à certaines formulations intéressantes, permettant de simplifier l'étude des caractéristiques de la machine.

Grâce à la résolution, le pas de calcul devient un pas d'observation, qu'il est possible d'augmenter de façon intéressante, à condition de restituer avec précision les instants de commutation des thyristors. Le modèle global ainsi obtenu est particulièrement performant, comparé aux travaux antérieurs. Il permet de démontrer l'intérêt d'une exploitation en

variateur de vitesse à rapport fixe, du gradateur triphasé alimentant une machine asynchrone.

La structuration modulaire adoptée, confère à ce modèle les qualités de transparence et de flexibilité indispensables pour rendre possible son évolution vers un outil de conception assistée par ordinateur, que ce soit pour la conception de commandes rapprochées, en utilisant la méthodologie décrite pour explorer de nouveaux modes de fonctionnement, ou pour la conception de commandes éloignées, afin d'optimiser les modes existants, où de les adapter, en fonction des conditions d'exploitation.

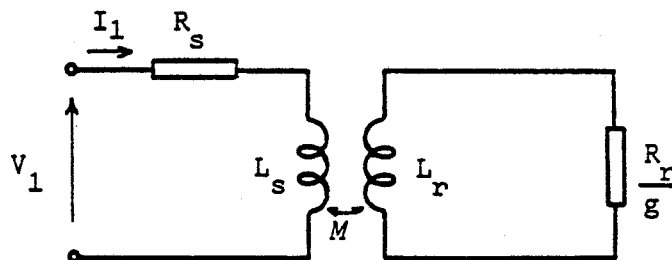
ANNEXE 1

IDENTIFICATION DES PARAMETRES  
DU MOTEUR A CAGE

Des essais effectués en régime permanent sinusoïdal permettent d'identifier les paramètres d'un moteur à cage nécessaires à la simulation.

1.1 PRINCIPE

Chaque phase de la machine peut être représentée par le schéma équivalent suivant :



Au synchronisme l'impédance d'une phase a pour expression :

$$z = R_s + j.L_s.\omega$$

Pour un glissement g donné l'impédance équivalente devient :

$$z' = R'_s + j.L'_s.\omega$$

En posant  $\tau_r = \frac{L_r}{R_r}$  et en explicitant z' à partir du schéma équivalent, il vient :

$$\frac{R_r}{L_r} = g \frac{L_s - L'_s}{R'_s - R_s} = \frac{1}{\tau_r} \quad \frac{M'^2}{L_r} = \frac{2}{3} \left( 1 + \frac{1}{\tau_r^2 \cdot g^2 \cdot \omega^2} \right) \cdot (L_s - L'_s)$$

## 1.2 MESURES

- Mesure de  $R_s$  :

La résistance  $R_s$  d'un enroulement statorique est déterminée par un essai en courant continu.

- Mesure de  $L_s$  :

La mesure de l'impédance apparente d'un enroulement statorique est effectuée lorsque le moteur est entraîné à la vitesse de synchronisme; dans ces conditions il vient :

$$L_s = \frac{1}{\omega} \sqrt{\frac{V_1^2}{I_1^2} - R_s^2}$$

- Essai à vide :

Un essai à vide permet de déterminer les pertes dans la machine (pertes fer plus pertes mécaniques).

- Essai en charge :

Les puissances active et réactive absorbées par la machine, ainsi que le glissement g, sont mesurés lors d'un essai en charge. Les paramètres de l'impédance équivalente s'écrivent :

$$R'_s = \frac{P - \text{pertes}}{3.I_1^2} \quad L'_s = \frac{Q}{3.I_1^2.\omega}$$

ANNEXE 2

PROGRAMME DE SIMULATION

PROGRAM Simulations ( INPUT , OUTPUT );

Const

```
pi = 3.1415926 ; r2 = sqrt(2) ; r3 = sqrt(3) ;
pi2d3 = 2*pi/3 ; pi4d3 = 4*pi/3 ;

fin = 36000 ; omega = 100*pi ; Vm = 220*r2 ;
rs = 0.27 ; ls = 0.101 ; x = 0.19/3 ; y = 5.85 ; Jmec = 1.05 ;
D = 2*ls-3*X ; rps = rs/D ; lps = ls/D ; xp = x/D ;
omega2 = sqr(omega) ; y2 =sqr(y) ;
```

Type

Nbcplx = array[1..2] of REAL ;

var

```
z1,Un, Zero, Excw23, Excw12, Exc23, Excl2 : Nbcplx ;
z,vp : array[1..3] of Nbcplx;
Duree,Retard,DimTableau,i,j,amorlage : Integer:=0;
ini,ini1,ini2,place,oldplace : Integer:=0;
u,ua,v,va : array[1..3] of real;
rt, ctem,ctet,TdebutAmorlage, TfinAmorlage : array[1..6] of real;
TableauRetard : array[1..42] of real;
g: array[1..6] of Boolean;
deltat,N,t0,cosini, angleini, sinini, vit, vit2 : real:=0;
NO,TopHorloge,couplecharge,past,couple,oldcouple : real:=0;
angle, InstantRef,pas,t, PasNominal : real:=0;
compo : array[1..4] of Nbcplx;
it0,i0,ls,isa,it,ip : array[1..5] of real;
s : array[1..4,1..4] of Nbcplx;
horloge : Boolean;
Commande , pointeur : Array[1..6] of Integer;
```

(\*----- Signification des variables et constantes -----\*)

```
fin : duree de la simulation, exprimee en degre.
omega : pulsation des tensions du reseau.
Vm : amplitude des tensions simples du reseau.
rs, ls, x, y, Jmec : parametres du moteur.
vp[i] : ieme valeur propre du systeme.
Duree, Retard : caracteristiques de la commande.
DimTableau : Dimension de la table definissant la sequence de commande.
Amorlage : choix de la loi de commande.
place, oldplace : places dans le graphe de fonctionnement aux instants N.T
et (N-1).T
u,ua : tensions composees aux bornes du moteur aux instants N.T et (N-1).T
v,va : tensions reseau aux instants N.T et (N-1).T
TdebutAmorlage, TfinAmorlage : instants de debut et de fin de l'activation
de la commande d'un thyristor.
```

```
ctem, ctet : constantes utilisees dans le calcul des valeurs propres.
TableauRetard : table definissant la sequence de commande.
g : etat des electrodes de commande des thyristors.
N : vitesse de rotation du moteur.
vit : N multiplie par le nombre de poles.
deltat : duree ecoulee depuis la derniere resolution des equations.
Horloge : Signal d'horloge cadencant la commande.
couple, oldcouple: couple electromagnetique aux instants N.T et (N-1).T
couplecharge : couple de charge.
Pas, PasT ; pas de calcul exprime en degres et en secondes.
t,angle : instant courant exprime en secondes ou en deges.
compo : coefficients du regime permanent.
s : coefficients du regime transitoire.
i0 : courants a l'instant t0.
it0 : courants transitoires a l'instant t0.
is, isa : courants aux instants N.T et (N-1).T
it, ip ; composantes permanentes et transitoires des courants.
Commande : place occupee dans le graphe de commande, pour chaque thyristor.
```

(\*-- Definitions des operations de base sur les nombres complexes --\*)

```
function mulcomp(y,z:Nbcplx):Nbcplx; (*-- multiplication --*)
var
  x:Nbcplx;
begin
  x[1]:=y[1]*z[1]-y[2]*z[2];
  x[2]:=y[1]*z[2]+y[2]*z[1];
  mulcomp := x;
end;
```

(\*-- multiplication de deux nombres complexes --\*)

```
function mulrc(y:real;z:Nbcplx):Nbcplx;
var
  x:Nbcplx;
begin
  x[1]:=y*z[1]; x[2]:=y*z[2] ;
  mulrc := x;
end;
```

(\*-- addition de deux nombres complexes --\*)

```
function addcomp (y,z:Nbcplx):Nbcplx;
Var
  x:Nbcplx;
begin
  x[1]:=y[1]+z[1];
```

```

function invcomp(x:Nbcplx):Nbcplx;
var
  y:Nbcplx;
  modx:real;
begin
  modx:=1/(sqrt(x[1])+sqrt(x[2]));
  y[1]:=x[1]*modx;
  y[2]:=-x[2]*modx;
  invcomp:=y;
end;

(*-- calcul de exp(x), avec x reel --*)
function expj(x:real):Nbcplx;
var z:Nbcplx;
begin
  z[1]:=cos(x);
  z[2]:=-sin(x);
  expj:=z;
end;

(*-- calcul de exp(x) avec x complexe --*)
function expcomp(x:Nbcplx):Nbcplx;
var
  y:Nbcplx;
  modx:real;
begin
  modx:=exp(x[1]);
  y[1]:=cos(x[2])*modx;
  y[2]:=-sin(x[2])*modx;
  expcomp:=y;
end;

(*-- calcul d'un determinant 2x2 --*)
function det(x1,x12,x21,x22:real):real;
begin
  det:=x11*x22-x12*x21;
end;

(*-- resolution d'un systeme 2x2 a coefficients reels --*)
procedure res2r(var x1,x12,x13,x21,x22,x23,y1,y2:real);
var x:real;
begin
  x:=1/det(x11,x12,x21,x22);
  y1:=-det(x13,x12,x23,x22)*x;
  y2:=-det(x11,x13,x21,x23,x22)*x;
end;

```

```

x[2]:=-y[2]+z[2];
adcomp := x;
end;

(*-- addition d'un reel et d'un complexe --*)
function addrc(y:real;z:Nbcplx):Nbcplx;
var
  x:Nbcplx;
begin
  x[1]:=y+z[1];
  x[2]:=z[2];
  addrc := x;
end;

(*-- soustraction de deux complexes --*)
function souscomp(y,z:Nbcplx):Nbcplx;
var
  x:Nbcplx;
begin
  x[1]:=-y[1]-z[1];
  x[2]:=-y[2]-z[2];
  souscomp := x;
end;

(*-- soustraction d'un reel et d'un complexe --*)
function sousrc(yreal;z:Nbcplx):Nbcplx;
var
  x:Nbcplx;
begin
  x[1]:=-y-z[1];
  x[2]:=-z[2];
  sousrc := x;
end;

(*-- soustraction d'un complexe et d'un reel --*)
function souscr(y:Nbcplx;z:real):Nbcplx;
var
  x:Nbcplx;
begin
  x[1]:=-y[1]-z;
  x[2]:=-y[2];
  souscr := x;
end;

(*-- inversion d'un complexe --*)

```



```

rt[2]:=-q/2+rt[1];
if rt[2]>=0 then rt[2]:=(rt[2])**2*(1/3) else rt[2]:=-(-(rt[2])**2*(1/3));
rt[3]:=-q/2-rt[1];
if rt[3]>=0 then rt[3]:=(rt[3])**2*(1/3) else rt[3]:=-(-(rt[3])**2*(1/3));
vp[1]:=-rt[2]-rt[3]; ; vp[1][2]:=0;
vp[2][1]:=-0.5*vp[1][1]; ; vp[2][2]:=-r/2*(rt[2]-rt[3]); ;
vp[3][1]:=-vp[2][1]; ; vp[3][2]:=-vp[2][2]; ;

```

```

end else begin
rt[2]:=-q/2;
rt[3]:=sqrt(-p/3);
rt[4]:=arctan(rt[1]/rt[2]);
if rt[2]<0 then rt[4]:=rt[4]+pi;
rt[4]:=rt[4]/3; ;
vp[1][1]:=2*rt[3]*cos(rt[4]); ; vp[2][2]:=0;
vp[1][1]:=2*rt[3]*cos(rt[4]+pi/3); ; vp[1][2]:=0;
vp[3][1]:=2*rt[3]*cos(rt[4]+pi/3); ; vp[3][2]:=0;
end;
for i:=1 to 3 do vp[i][1]:=vp[i][1]-ctem[i]/3;

```

```

(*--- resolution d'un systeme 2x2 a coefficients complexes ---*)
procedure res2c( var x11,x12,x13,x21,x22,x23,y1,y2 : Nbcplx);
var
x,y,z:Nbcplx;
begin
x := mulcomp(x11,x22);
y := mulcomp(x21,x12);
z := souscomp(x,y);
z := invcomp(z);
x := mulcomp(x13,x22);
y := mulcomp(x12,x23);
y1 := souscomp(x,y);
y1 := mulcomp(y1,z);
x := mulcomp(x11,x23);
y := mulcomp(x13,x21);
y2 := souscomp(x,y);
y2 := mulcomp(y2,z);
end;

```

```

(*-----*)
(* calcul des valeurs propres et des coefficients definissant les
regimes permanents et transitoires, pour une alimentation
monophasée du moteur. *)
Procedure CalculCoeffHono;
var
p,q : real;
l,j : integer;
t,cs : array[1..3,1..3] of Nbcplx;
zt : array[1..4] of Nbcplx;
rt : array[1..5] of real;
Begin
(*--- Recherche des valeurs propres ---*)
ctem[2]:=ctem[5]+vit2;
ctem[3]:=ctem[6]+2*trps+vit2;
p:=-ctem[1]+ctem[1]/3+ctem[2];
q:=(2/27)*ctem[1]**3)-ctem[1]*ctem[2]/3+ctem[3];
rt[2]:=-(p**3)/27+q**4;
rt[1]:=sqrt(abs(rt[2]));
if rt[1]>=0 then begin

```

```

(*--- recherche du regime permanent ---*)
zt[1][1] := 2*rs ; zt[1][2]:=-omega*d ;
zt[2][1] := y2-omega2+vit2 ; zt[2][2]:=-2*omega*y ;
zt[3][1] := -3*x*y*omega2 ; zt[3][2]:=-3*x*y2*omega ;
zt[4] := invcomp(addcomp(mulcomp(zt[1],zt[2]),zt[3]));
zr[1] := multc(-i*vm, zt[2]); ; zt[2][2]:=0;
zt[2][1] := 3*vm*y*vit ; zt[3][2]:=-3*vm*omega*y ;
zt[3][1] := 3*vm*(vit2-omega2) ; zt[3][2]:=-3*vm*omega*y ;
for i:=1 to 3 do compo[i]:=mulcomp(zt[i],zt[4]);
(*--- calcul du regime transitoire ---*)
cosini:=cos(angleini); sinini:=sin(angleini);
i0[1]:= is|ini[1];
i0[2]:= cosini*is[4]+sinini*is[5];
i0[3]:=-sinini*is[4]+cosini*is[5];
zt[1]:=exp(x*omega*(t0-(ini-1))*120/18000));
for i:=1 to 3 do begin

```

```

i0[i]:=-i0[i]-(zt[1][1]*compo[1][1]-zt[1][2]*compo[1][2]);
(*--- Le systeme a resoudre est le suivant : ---)

```

```

| R3Xpw -R3XY | . |s21|- |-(2R3vai.D)|.s11 |
| Yvai | |s31| | -R3.pw |
|-----|
| On obtient s21=t21.s11 ; s31=t31.s11
|-----|
|
|
| cs[1,1][1] := r3*xp*vit ; cs[1,1][2] := 0 ;
| cs[1,2][1] := -r3*xy ; cs[1,2][2] := 0 ;
| cs[1,3] := sousrc(-2*rps , vp[1] ) ;
| cs[2,1] := addrc( y , vp[1] ) ;
| cs[2,2][1] := vit ; cs[2,2][2] := 0 ;
| cs[2,3][1] := -r3*vit ; cs[2,3][2] := 0 ;
|
| res2c(cs[1,1],cs[1,2],cs[1,3],cs[2,1],cs[2,2],cs[2,3],t[2,1],t[3,1]);
|
| end;
|
| (* le systeme a resoudre est :
|-----|
| 1 1 | |s11| |t0[1]|
| t21 t22 t23 | |s12|-|t0[2]|
| t31 t32 t33 | |s13| |t0[3]|
|-----|
| Comme s13=It0[1]-s11-s12, on se ramene par substitution
| a un systeme 2 equations 2 inconnues.
|-----|
|
| for i:=2 to 3 do begin
| cs[1,i] := souscomp(t[i,1],t[i,3]) ;
| cs[1,2] := souscomp(t[i,2],t[i,3]) ;
| cs[1,3] := sousrc(it0[i],mulrc(it0[i],t[i,3]));
| end;
|
| res2c(cs[2,1],cs[2,2],cs[2,3],cs[3,1],cs[3,2],cs[3,3],s[1,1],s[1,2]);
| s[1,3]:= sousrc(it0[1],addcomp(s[1,1],s[1,2]));
|
| (* une fois obtenus s11, s12, s13, on peut calculer la matrice [Sk
| ( en entier
|
| for i:=2 to 3 do for j:=1 to 3 do s[i,j]:=mulcomp(t[i,j],s[1,j]);
|
| end;
|
| (*-----|
| (* calcul des valeurs propres et des coefficients definissant les |

```

```

| regimes permanents et transitoires, pour une alimentation
| triphasee du moteur.
|
| Procedure CalculCoeffTri;
| va;
| i,j : integer;
| kc : real;
| cr : array[1..4,1..4] of real;
| t,cs : array[1..4,1..4] of Nbcplx;
| zt : array[1..3] of Nbcplx;
| rt : array[1..5] of real;
| begin
|
| (*-- Recherche des valeurs propres --*)
|
| rt[5]:= 0.5/vit2 ; rt[1]:=ctet[3]*rt[5]-0.5 ;
| rt[2]:= ctet[4]*rt[5] ; rt[3]:=sqrt(sqrt(rt[1])*rt[2]) ;
| kc:= sqrt(rt[3]-rt[1]) ; rt[4]:= ctet[2]/kc ;
|
| vp[1][1]:= -ctet[1]+rt[4] ; vp[1][2]:= vit*0.5*(kc-1) ;
| vp[2][1]:= -ctet[1]-rt[4] ; vp[2][2]:= vit*0.5*(kc+1) ;
|
| (*-----|
| (* calcul des coefficients du regime permanent *)
|
| zt[1][1] := 2*xy*rs*(vit-omega)*omega*d ;
| zt[1][2] := 2*yal*omega-2*rs*(vit-omega) ;
| zt[1] := invcomp(zt[1]);
| zt[2][1] := 2*vm*(omega-vit) ; zt[2][2] := -2*vm*xy ;
| zt[3][1] := 3*vm*(vit-omega) ; zt[3][2] := 0 ;
|
| compo[1] := mulcomp(zt[1],zt[2]);
| compo[3] := mulcomp(zt[1],zt[3]);
| compo[2] := mulcomp(compo[1],excm23);
| compo[4] := mulcomp(compo[3],excm12);
|
| (*--- Calcul du regime transitoire ---*)
|
| i0[1] := is[1] ; i0[2] := is[2] ; i0[3] := is[4] ; i0[4] := is[5];
| zt[1]:=exp(x(omega*t0));
| for i:=1 to 4 do i0[i]:=i0[i]+(zt[1][1]*compo[1][i]-zt[1][2]*compo[1][2]);
|
| (*--- Calcul des coefficients tij. Le systeme est mis sous la forme : ---|
|-----|
| 0 a1X 0 | |s21| |-(R3vaiLs)|
| 4R3*za1D 2X(R3pv-ai) -2R3XY | |s31| | -3X(ai-R3pv)|.s11
| 2R3pw 2(Y+ai) 2pv | |s41| | -(3ai+R3pw)|
|-----|
| et nous permet d'obtenir s21=t21.s11 ; s31=t31.s11 ; s41=t41.s11 ;

```

```

end;
for i:=3 to 4 do for j:=2 to 4 do
  cr[i,j]:=-cr[2,1]*cr[i,j]+cr[i,1]*cr[2,j];
res2r(cr[3,2],cr[3,3],cr[3,4],cr[4,2],cr[4,3],cr[4,4],s[1,2][1],s[1,2][2]);
(*---- on obtient Ici Re(s12) et Im(s12) ----*)
s[1,1][2]:=(cr[2,4]-cr[2,3]*s[1,2][2]-cr[2,2]*s[1,2][1])/cr[2,1];
s[1,1][1]:=0.5*(0|1|-s[1,2][1]);
(*--- on obtient Ici Re(s11) et Im(s11) ---*)
(*--- Une fois obtenus s11 et s12, on peut calculer
la matrice [S4] au complet ----*)
for i:=2 to 4 do for j:=1 to 2 do s[i,j]:=mulcomp(t[i,1],s[1,j]);
end;
(*--- Modification de toutes les variables concernees par une interpolation ---*)
procedure interpolation ( var oldvaleur,valeur:real);
var x,y:real;
begin
  y:=valeur;
  x:=abs(oldvaleur/(valeur-oldvaleur));
  if x>0 then begin
    pas:=pas*x;
    for i:=1 to 5 do is[i]:=isa[i]+x*(is[i]-isa[i]);
    couple:=oldcouple+x*(couple-oldcouple);
    for i:=1 to 3 do u[i]:=ua[i]+x*(u[i]-ua[i]);
    for i:=1 to 3 do v[i]:=va[i]+x*(v[i]-va[i]);
    if y>0 then valeur:=0.1 else valeur:=-0.1;
    end;
  end;
(*--- calcul des tensions reseau a un instant donne ---*)
procedure tensionsreseau( angle : real );
var
  x:real;
begin
  x:=angle*omega/18000;
  v[1]:=vm*sin(x);
  v[2]:=vm*sin(x-pi/2);
  v[3]:=-v[1]-v[2];
  (* v[3]:=-vm*sin(x-pi/4); *)
end;

```

```

for i:=1 to 2 do begin
  cs[1,1] := zero ;
  cs[1,2] := mulrc(xp,vp[1]);
  cs[1,3] := zero ;
  cs[1,4] := addrc(-rps,mulrc(-lps,vp[1]));
  cs[2,1][1] := 2*r3*vit ; cs[2,1][2] := 0 ;
  cs[2,2] := addrc(2*y,mulrc(2,vp[1]));
  cs[2,3][1] := 2*vit ; cs[2,3][2] := 0 ;
  cs[2,4] := Sousrc(-r3*vit,mulrc(3,vp[1]));
  cs[3,1] := addrc(4*rps,mulrc(2,vp[1]));
  cs[3,2] := addrc(2*r3*vit*xp,mulrc(-2*xp,vp[1]));
  cs[3,3][1] := -2*r3*xy ; cs[3,3][2] := 0 ;
  cs[3,4] := addrc(-3*r3*vit*xp,mulrc(3*xp,vp[1]));
  t[3,1] := mulcomp(invcomp(cs[1,2]),cs[1,4]);
  cs[2,4] := souscomp(cs[2,4],mulcomp(cs[2,2],t[3,1]));
  cs[2,2] := zero ;
  cs[3,4] := souscomp(cs[3,4],mulcomp(cs[3,2],t[3,1]));
  cs[3,2] := zero ;
  res2c(cs[2,1],cs[2,3],cs[2,4],cs[3,1],cs[3,3],cs[3,4],t[2,1],t[4,1]);
end;
(* calcul de Re(s11), Im(s11), Re(s12), Im(s12) -----*)
Le systeme a resoudre est le suivant :
| 1 0 1 0 | | Re(s11) | | It0[1]/2 |
| Re(t21) -Im(t21) Re(t22) -Im(t22) | | Im(s11) | | It0[2]/2 |
| Re(t31) -Im(t31) Re(t32) -Im(t32) | | Re(s12) | | It0[3]/2 |
| Re(t41) -Im(t41) Re(t42) -Im(t42) | | Im(s12) | | It0[4]/2 |
Il vient Re(s11)=It0[1]/2-Re(s12), ce qui permet de se ramener par
substitution a un systeme 3 equations 3 inconnues.
for i:=2 to 4 do begin
  cr[i,1]:=-t[1,1][2];
  cr[i,2]:= t[1,2][1]-t[1,1][1];
  cr[i,3]:=-t[1,2][2];
  cr[i,4]:= 0.5*(It0[1]-t[1,1][1]+It0[1]);
end;

```

```

(*-----*)
Begin
(*-- Initialisation des variables ---*)
Zero[1]:=0 ; Zero[2]:=0; Un:=exp(x(0) ;
exc23:=exp(x(pi2d3) ; exc12:=exp(x(pi/2) ;
exc23:=exp(x(-pi2d3) ; excm12:=exp(x(-pi/2) ;

Retard:= 50; Duree:=200; Amorage:=2; CoupleCharge:=80; PasNominal:=10;

WriteIn('Retard Duree Amorage Charge PasNominal');
ReadIn(Retard,Duree,Amorage,CoupleCharge,PasNominal);

ctem[1]:=(2*(rps+lps*y)+y);
ctem[5]:=2*y*(2*rps+lps*y);
ctem[6]:=2*rps*y2;

ctet[1]:=rps+lps*y;
ctet[2]:=-rps+lps*y;
ctet[3]:=4*sqr(ctet[2])+24*rps*x*y;
ctet[4]:=8*sqr(ctet[2]);

for i:=1 to 5 do is[i]:=0;

place:=13; ini:=5; angle:=-pasnominal ;

for i:=1 to 6 do begin
TDebutAmorage[i]:=fin; TFinAmorage[i]:=fin+duree;
g[i]:=false ; Commande[i]:=0;
end;

for i:=1 to 42 do TableauRetard[i]:=1 ;

Case Amorage of (*-- Choix de la loi de commande ---*)
0,1: (*-- Gradateur classique ---*)
begin
DimTableau:= ;
TableauRetard[ ]:= ;
Pointeur[ ]:= ; Pointeur[ ]:= ; Pointeur[ ]:= ;
Pointeur[ ]:= ; Pointeur[ ]:= ; Pointeur[ ]:= ;
end;
2: (*-- Diviseur par 5 ---*)
begin
DimTableau:= ;
TableauRetard[ ]:= ; TableauRetard[ ]:= ; TableauRetard[ ]:= ;
Pointeur[ ]:= ; Pointeur[ ]:= ; Pointeur[ ]:= ;
Pointeur[ ]:= ; Pointeur[ ]:= ; Pointeur[ ]:= ;
end;
3: (*-- Diviseur par 7 ---*)
begin
DimTableau:= ;
TableauRetard[ ]:= ; TableauRetard[ ]:= ; TableauRetard[ ]:= ;
Pointeur[ ]:= ; Pointeur[ ]:= ; Pointeur[ ]:= ;
Pointeur[ ]:= ; Pointeur[ ]:= ; Pointeur[ ]:= ;
end;
(*-- Choix du pas de calcul ---*)
Pas := Pasnominal-(angle-pasnominal*trunc(angle/pasnominal));

ti:=angle/18000;
tensionsreseau( angle );
oldplace:=place;

(*-- Partie extinction du graphe de fonctionnement ---*)
case oldplace of
1,2:if is[1]<=0 then place:=13;
3:if is[1]<=0 then place:=13 else
if is[2]>=0 then place:=2 else
if is[3]>=0 then place:=1;
4,5:if is[2]<=0 then place:=13;
6:if is[2]<=0 then place:=13 else
if is[3]>=0 then place:=4 else
if is[1]>=0 then place:=5;
7,8:if is[3]<=0 then place:=13;
9:if is[3]<=0 then place:=13 else
if is[1]>=0 then place:=8 else
if is[2]>=0 then place:=7;
10:if is[3]>=0 then place:=13 else
if is[2]<=0 then place:=2 else
if is[1]<=0 then place:=5;
11:if is[2]>=0 then place:=13 else

```

```

if is1|<-0 then place:=1 else
if is1|<-0 then place:=8;
12:if is1|>-0 then place:=13 else
if is1|<-0 then place:=4 else
if is2|<-0 then place:=7;
end;
(*-- Elaboration du signal d'horloge ---*)
horloge := false;
case amorcage of
0: if place<>oldplace then horloge:=true;
1,2,3:
if angle>= TopHorloge then begin
Horloge:=true;
InstantRef:=TopHorloge;
TopHorloge:=TopHorloge+60;
end;
end;
(*-- Elaboration de la comande par acces au tableau ---*)
if horloge=true then
for i:=1 to 6 do begin
pointeur[i]:=pointeur[i]+1;
if pointeur[i]>DimTableau then pointeur[i]:=-pointeur[i]-DimTableau;
if TableauRetard[pointeur[i]]>-0 then begin
TDebutAmorcage[i]:=InstantRef+TableauRetard[pointeur[i]]+Retard;
TFinAmorcage[i]:=TDebutAmorcage[i]+Duree;
end;
end;
(*-- Traitement des graphes de comande ---*)
for i:=1 to 6 do
Case Commande[i] of
0:if angle>=TDebutAmorcage[i] then begin
g[i]:=true ; Commande[i]:=-1 end
else (* t<TDebutAmorcage *)
if angle+pas>TDebutAmorcage[i] then begin
pas:=TDebutAmorcage[i]-angle+0.1;
end;
1:if angle>=TFinAmorcage[i] then begin
g[i]:=false ; Commande[i]:=0 ; TDebutAmorcage[i]:=-fin end

```

```

else (* t<TFinAmorcage *)
if angle+pas>TFinAmorcage[i] then begin
pas:=TFinAmorcage[i]-angle+0.1;
end;
end;
(*-- Partie apparition du graphe de fonctionnement ---*)
Case Place of
1:if(v1|+u|2|-v|3|>1) and g|6| then place:=3 else
if(v|3|+u|1|-v|2|>1) and g|3| then place:=1;
2:if(v1|-u|3|-v|2|>1) and g|5| then place:=3 else
if(v|2|-u|1|-v|3|>1) and g|2| then place:=10;
4:if(v|2|-u|1|-v|3|>1) and g|6| then place:=6 else
if(v|3|-u|2|-v|1|>1) and g|3| then place:=12;
5:if(v|2|+u|3|-v|1|>1) and g|4| then place:=6 else
if(v|1|+u|2|-v|3|>1) and g|1| then place:=10;
7:if(v|3|+u|1|-v|2|>1) and g|5| then place:=9 else
if(v|2|+u|3|-v|1|>1) and g|2| then place:=12;
8:if(v|3|-u|2|-v|1|>1) and g|4| then place:=9 else
if(v|1|-u|3|-v|2|>1) and g|1| then place:=11;
13: begin
if v|1|-u|3|-v|2|>1 then begin
if g|1| and g|5| then place:=1
end else begin
if (v|1|-u|3|-v|2|<-1)and g|4| and g|2| then place:=4;
end;
if v|1|+u|2|-v|3|>1 then begin
if g|1| and g|6| then place:=2
end else begin
if (v|1|+u|2|-v|3|<-1)and g|4| and g|3| then place:=7;
end;
if v|2|-u|1|-v|3|>1 then begin
if g|2| and g|6| then place:=5
end else begin
if (v|2|-u|1|-v|3|<-1) and g|5| and g|3| then place:=8;
end;
end;
end;
(*-- Resolution des equations si changement de place ou compteur echu ---*)
if ((place<>oldplace) or ((t-t0)>150/18000)) then begin

```



```

couple i:=0 ;
z[2] :=mulcomp(vp[1],z[2]) ;
u[1] := r3*x*z[2][1] ;
u[2] := -x*0.5*(3*z[2][1]+r3*z[2][2]) ;
u[3] := -u[1]-u[2] ;
end;
end;

```

(\*-- Surveillance des courants et tensions, et le cas echeant, |  
| Interpolation sur les grandeurs d'etat du systeme ---\*)

Case place of

```

1: begin
begin
if is[1]<0 then interpolation(isa[1],is[1]);
end;
2: begin
if is[1]<0 then interpolation(isa[1],is[1]);
end;
3:if is[1]<0 then interpolation(isa[1],is[1]) else
if is[2]>0 then interpolation(isa[2],is[2]) else
if is[3]>0 then interpolation(isa[3],is[3]);
4: begin
if is[2]<0 then interpolation(isa[2],is[2]);
end;
5: begin
if is[2]<0 then interpolation(isa[2],is[2]);
end;
6:if is[2]<0 then interpolation(isa[2],is[2]) else
if is[3]>0 then interpolation(isa[3],is[3]) else
if is[1]>0 then interpolation(isa[1],is[1]);
7: begin
if is[3]<0 then interpolation(isa[3],is[3]);
end;
8: begin
if is[3]<0 then interpolation(isa[3],is[3]);
end;
9:if is[3]<0 then interpolation(isa[3],is[3]) else
if is[1]>0 then interpolation(isa[1],is[1]) else
if is[2]>0 then interpolation(isa[2],is[2]);
10:if is[3]>0 then interpolation(isa[3],is[3]) else
if is[2]<0 then interpolation(isa[2],is[2]) else

```

```

if is[1]<0 then interpolation(isa[1],is[1]);
11:if is[2]>0 then interpolation(isa[2],is[2]) else
if is[3]<0 then interpolation(isa[3],is[3]) else
if is[1]<0 then interpolation(isa[1],is[1]);
12:if is[1]>0 then interpolation(isa[2],is[2]) else
if is[3]<0 then interpolation(isa[3],is[3]) else
if is[2]<0 then interpolation(isa[2],is[2]);
end;

```

(\*-- Calcul de la vitesse. Couple integre par la methode des trapezes --\*)

```

N:=N+(0.5*(Couple+OldCouple)+couplecharge)*past/jmec ;
OldCouple:=Couple;

```

(\*-- Incrementation de l'angle courant --\*)

angle:=angle+pas;

(\*-- Exploitation des resultats --\*)

```

if place<>oldplace then begin
writein(angle,' place ',place,' vitesse ',n,'couple ',couple);
writein(' courants ',is[1],' ',is[2],' ',is[3],' ',is[4],' ',is[5]);
writein(' ');
end;
end; (* while *)
end.

```

B I B L I O G R A P H I E

1. B. BOUCHER  
Sur la commande optimale du déplacement d'une charge suspendue entraînée par moteur asynchrone et gradateur.  
Mémoire CNAM. Lille. Octobre 1984.
2. J.P. HAUTIER  
Sur la description fonctionnelle et la simulation numérique d'un onduleur à transistors. Application au contrôle de la dynamique d'une machine asynchrone.  
Thèse de Docteur-Ingénieur. Lille. Mai 1984.
3. E. DESTOBBELEER  
Paramètres et régimes optimaux du moteur asynchrone alimenté par cycloconvertisseur.  
Thèse 3ème cycle. Lille 1976.
4. R. LE DOEUFF  
Contribution à la modélisation et à la simulation d'ensembles convertisseurs statiques-machines tournantes.  
Thèse d'état. Nancy. Juin 1981.
5. C. IUNG, R. LE DOEUFF, J.P. LOUIS, J.P. THOMESSE.  
Une modélisation des convertisseurs à thyristors adaptée à la simulation numérique.  
C.R Acad. Sc. Paris. 1985.
6. M. GRANDPIERRE et J. FAUCHER.  
Simulation Organisée des Systèmes Interconnectés Electriques (SOSIE).  
Journée d'étude sur les recherches du GRECO n° 22 en Electrotechnique.  
Toulouse. Septembre 1985.



7. J.FAUCHER, M.GRANDPIERRE et C.IÜNG.  
Simulation numérique des systèmes électromécaniques complexes.  
Journée d'étude sur les recherches du GRECO n° 22 en Electrotechnique.  
Toulouse. Septembre 1985.
8. G.MANESSE, J.P.HAUTIER et J.M.TOULOTTE  
Conception simultanée des parties opératives et commandes des ensembles  
de conversion électromécaniques. Méthode de conception DESIGN.  
Convention automatique. Paris 1986.
9. G.MANESSE et C.MAIZIERES  
Sur la description fonctionnelle des convertisseurs statiques.  
Application aux montages redresseurs.  
C.R Acad. Sc. Paris, t. 295, Série II, p. 963-966 (1982)
10. G.MANESSE  
Sur une analyse fonctionnelle des groupements d'interrupteurs statiques.  
Extension à la modélisation des convertisseurs dans leur environnement  
de contrôle et de puissance.  
Thèse ès Sciences Physiques. Lille. Avril 1987.
11. J.P.HAUTIER, G.MANESSE et C.MAIZIERES.  
Sur la description fonctionnelle par réseau de PETRI d'un onduleur en  
tension à transistors.  
C.R Acad. Sc. Paris, t. 297, Série II, p. 565-568 (1983)
12. S.THELLIEZ et J.M.TOULOTTE  
Applications industrielles du GRAFCET.  
EYROLLES 1983.
13. S.THELLIEZ et J.M.TOULOTTE.  
GRAFCET et logique industrielle programmée.  
EYROLLES 1980.
14. B.FRANCE  
Sur un modèle numérique pour l'étude de la dynamique du système moteur  
asynchrone-gradateur mixte.  
Rapport de DEA. Lille. Octobre 1985.

15. P.J.UNSWORTH  
Digital power controller for induction motors.  
UK Patent Application GB 2120422A. Novembre 1983.
16. U.HARTJE  
Drehfrequenz Untersetzung fur Dreiphasen Drehfeld Motoren oder Motorgruppen.  
Brevet RDA. Decembre 1984.
17. C.ROMBAUT  
Etude de gradateurs triphasés et d'autres convertisseurs alternatif-alternatif fonctionnant en commutation naturelle.  
Thèse de Doctorat. Lille 1979.
18. J.L.COCQUERELLE  
Etude des associations en triphasé gradateur en angle de phase, transformateur, résistances.  
Thèse ès Sciences Physiques. Lille Novembre 1985.
19. P.BARRET.  
Régimes transitoires des machines tournantes électriques.  
EYROLLES 1982.
20. J.LESENNE  
Contribution à l'étude des composantes relatives et à leur emploi pour l'étude analytique du moteur asynchrone alimenté par des montages à redresseurs.  
Thèse Docteur ès Sciences. Lille 1978.
21. J.P.HAUTIER  
La machine électrique généralisée. Méthode des composantes de PARK.  
Cours IDN.
22. P.MATHYS  
Méthodes numériques de simulation pour convertisseurs statiques associés à des machines asynchrones.  
Thèse de Docteur ès Sciences Appliquées.  
Université libre de Bruxelles. Janvier 1984.

23. F.BORDRY

Synthèse des méthodes de simulation des convertisseurs statiques.  
Logiciel SCRIPT. Application en CAO-EAO.

Thèse de Docteur ès Sciences. Toulouse. Décembre 1985.

24. F.LEPLUS.

Modèle numérique pour l'étude des régimes troublés dans les montages redresseurs.

Rapport de DEA. Lille. Juillet 1987.

25. G.SEGUIER

L'électronique de puissance.

Dunod Technique 1986.

