

50376
1988
181



50376
1988
181

N° d'ordre : 284

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

FLANDRES ARTOIS

pour l'obtention du titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

par

Pierre VANPEENE

**COMMANDE OPTIMALE MINI - MAX D'UN
SYSTEME NON STATIONNAIRE.
ETUDE THEORIQUE DE L'INFLUENCE DE LA
FORME DE DEBIT D'INSUFFLATION SUR LES
REGIMES DES PRESSIONS AERIENNES EN
VENTILATION MECANIQUE**

SOUTENUE LE 6 DECEMBRE 1988 DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN :

MM

VIDAL P.
BORNE P.
POVY L.
STAROSWIECKI M.
CHOPIN C.
CHAMBRIN M.C.

Président
Rapporteur
Rapporteur
Directeur de thèse
Examineur
Examineur

AVANT - PROPOS

Le travail exposé dans ce mémoire a été réalisé au centre d'Automatique de l'Université de Lille I.

Je tiens à remercier Monsieur le professeur P. VIDAL directeur de ce centre pour avoir accepté de présider ce jury de thèse.

Que Monsieur le professeur M. STAROSWIECKI, responsable scientifique et directeur de cette thèse, trouve ici l'expression de ma profonde gratitude pour sa sympathie et ses conseils éclairés.

Je remercie Monsieur le professeur P. BORNE pour l'intérêt qu'il a témoigné à ce travail et pour avoir accepté de le juger.

Je remercie également Monsieur le professeur L. POVY pour l'amabilité et l'intérêt avec lesquels il a accepté de juger cette thèse.

C. CHOPIN, responsable du centre de réanimation de l'hôpital B de Lille est à l'origine de cette étude. Je tiens à le remercier de m'avoir accueilli dans son service ainsi que de son aimable collaboration.

Madame M.C. CHAMBRIN m'a permis, par sa disponibilité ainsi que par ses conseils avisés, de me sensibiliser efficacement au contexte médical de cette étude. Je l'en remercie sincèrement.

Je remercie enfin tous ceux qui, de près ou de loin, m'ont aidé à réaliser ce travail. Je remercie spécialement Mademoiselle S. DELVARRE pour la patience et le dévouement avec lesquels elle a contribué à la dactylographie et à la réalisation matérielle de ce mémoire.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	
PREMIERE PARTIE : MODELISATION ET COMMANDE OPTIMALE	
CHAPITRE I : MODELISATION	1
INTRODUCTION	1
I - Aspects généraux de la ventilation et position du problème	2
1- La ventilation mécanique (V.M) et spontanée (V.S)	2
2- La notion d'asservissement en ventilation mécanique	3
3- Position du problème	4
II - Modélisation	5
1- Modélisation de la partie mécanique	6
1.1- Les voies aériennes supérieures	6
1.2- Les voies aériennes inférieures	7
1.3- Proposition de modélisation de la partie mécanique des voies aériennes inférieures	9
III - Procédure d'autoadaptation du système	12
1- But de la procédure	12
2- Description de la procédure	12
2.1- La phase d'initialisation	13
2.2- La phase de calcul de la commande optimale	13
2.3- La phase de simulation 1	13
2.4- La phase d'identification	14
2.5- La phase de simulation 2	14
CONCLUSION	15
CHAPITRE II : COMMANDE OPTIMALE	17
INTRODUCTION	17
I - Etude des modèles mécaniques de base	17
1- Le modèle linéaire monocompartmental	18
1.1- Mise en équation	18
1.2- Représentation des comportements inspiratoires et expiratoires	19

1.2.1-	Etude à débit constant	20
1.2.2-	Etude à débit quelconque	22
2-	Le modèle linéaire bicompartimental	22
2.1-	Mise en équation	22
2.1.1-	Expression dans l'espace d'état ..	23
2.1.2-	Expression sous la forme transmittance	25
2.2-	Représentation des comportements inspiratoires et expiratoires	26
2.2.1-	Etude à débit constant	26
2.2.2-	Etude à débit quelconque	27
II -	Etude des modèles mécaniques globaux	30
1-	Modèle mécanique global d'un système dont les paramètres évoluent pour chaque palier de débit	30
1.1-	Expressions des pressions limites à droite : Y_n^+	30
1.2-	Expressions des pressions limites à gauche : Y_n^-	32
1.3-	Expression du modèle global de type 1 ..	33
2-	Modèle mécanique global d'un système dont les paramètres évoluent par groupe de paliers de débit	34
2.1-	Expressions des pressions limites à droite : Y_n^+	35
2.2-	Expressions des pressions limites à gauche : Y_n^-	36
2.3-	Expression du modèle global de type 2 ..	38
3-	Modèle mécanique global d'un système dont les paramètres n'évoluent pas sur le cycle ..	39
3.1-	Expressions des pressions limites à droite : Y_n^+	39
3.2-	Expressions des pressions limites à gauche : Y_n^-	41
3.3-	Expression du modèle global de type 3 ..	42
III -	Les problèmes d'optimisation de la commande ...	43
1-	Présentation générale des problèmes d'optimisation	43
2-	Position du problème dans un contexte général	46
2.1-	Problème avec pression maximale en fin de cycle inspiratoire	48
2.1.1-	Position du problème	48
2.1.2-	Résolution	49

2.2-	Problème avec pression maximale	
	quelconque	50
	2.2.1-	Position des problèmes
		50
	2.2.2-	Résolution
		51
CONCLUSION		53
SECONDE PARTIE : IDENTIFICATION CLASSIFICATION VALIDITE ..		54
INTRODUCTION		54
I -	Présentation	54
1-	Les données	55
2-	Décomposition du problème d'identification ..	55
II -	La procédure d'identification	57
1-	Définitions	57
2-	Description de la procédure	58
2.1-	La phase de stabilisation des	
	transitoires	58
2.2-	La phase d'étude de la stabilité	58
2.3-	La phase d'identification partielle	
	sans contrainte	59
2.4-	La phase de détermination de	
	l'appartenance des résultats des	
	identifications partielles à la	
	classe C_{LB}	59
2.5-	La phase de classification	61
2.6-	La phase d'identification totale	
	sans contrainte	62
2.7-	La phase de détermination de	
	l'appartenance des résultats des	
	identifications totales à la	
	classe C_{LB}	63
2.8-	La phase de détermination de la	
	validité physique des modèles	64
2.9-	Les solutions de repli	69
<u>CHAPITRE III</u> : STABILITE IDENTIFICATION		71
INTRODUCTION		71
I -	Stabilité	72
1-	Position et résolution du problème	72
1.1-	Les sorties	72
1.2-	Le critère de décision	74
1.3-	Le bruit	75

II - Identification : présentation de la méthode	76
1- La méthode du modèle	77
III - Identification partielle	79
1- Identification partielle sans contrainte	80
2- Identification partielle sous contrainte	82
2.1- Identification partielle sous contrainte d'appartenance à la classe C_{LB}	82
2.2- Identification partielle sous contrainte de validité physique des résultats	85
IV - Identification totale	88
1- Identification totale sans contrainte	88
1.1- Détermination des coefficients de la transmittance en z	88
1.2- Détermination des résistances et capacités du modèle bicompartimental ...	92
2- Identification totale sous contrainte	93
2.1- Identification totale sous contrainte d'appartenance à la classe C_{LB}	93
2.2- Identification totale sous contrainte de validité physique des résultats	95
CONCLUSION	99
<u>CHAPITRE IV : CLASSIFICATION</u>	100
INTRODUCTION	100
I - Position du problème	100
1- Présentation	100
2- Formulation du problème en termes de recouvrements	102
2.1- Définition d'un recouvrement	102
2.2- Formulation du problème	103
II - Résolution du problème	104
1- Les méthode géométriques	104
2- Notations et rappels	105
3- Les méthodes utilisées	106
3.1- Notion d'homogénéité de classe : méthode n°1	106
3.2- Notion d'homogénéité de classe : méthode n°2	108

3.3-	Les techniques de seuil utilisées	109
4-	Algorithmes de résolution	110
4.1-	Algorithme de la méthode n°1	110
4.2-	Algorithme de la méthode n°2	111
III -	Exploitation des résultats	113
1-	Détermination de recouvrements fiables	114
1.1-	détermination d'un recouvrement fiable à partir de plusieurs recouvrements	115
2-	Détermination du type de modèle global	116
3-	Rattachement des parties "isolées"	118
CONCLUSION	120
<u>CHAPITRE V</u> :	VALIDITE	122
INTRODUCTION	122
I -	La classe C_{LB}	122
1-	Caractérisation de la classe C_{LB}	123
1.1-	Caractérisation à partir des résultats des identifications partielles	123
1.2-	Caractérisation à partir des résultats des identifications totales	126
2-	Tests d'appartenance à la classe C_{LB}	128
II -	La validité physique des modèles	131
1-	Les domaines admissibles	132
2-	Tests d'appartenance aux domaines de validité	133
2.1-	Etude qualitative	133
2.2-	Etude quantitative	135
2.2.1-	Normalisation des domaines admissibles	135
2.2.2-	Tests d'appartenance	136
2.2.3-	Evaluation de la position moyenne des modèles relativement aux domaines pathologiques	137
CONCLUSION	139
CONCLUSION GENERALE	141
BIBLIOGRAPHIE	143
ANNEXE 1	147
ANNEXE 2	156

INTRODUCTION GENERALE

Ce travail se situe dans le cadre d'études sur l'optimisation de l'assistance ventilatoire.

De nombreux travaux ont été réalisés afin d'asservir les réglages de la ventilation mécanique à des paramètres représentatifs de l'état du patient : asservissement de la pression d'insufflation des voies aériennes à la concentration de CO_2 de fin d'expiration (FETCO_2) /1/, asservissement de la ventilation minute (nombre de litres insufflés par minute) à FETCO_2 (/2/,/3/,/4/,/5/) etc...

Dans cette étude on s'est intéressé à un des réglages disponibles sur les respirateurs actuels et qui est celui de la forme de la courbe de débit d'insufflation.

Actuellement, la plupart des respirateurs existant sur le marché insufflent avec un débit constant, croissant, ou décroissant. Des références scientifiques permettant de justifier le choix de tel ou tel type de débit d'insufflation existent (/6/,/7/). Toutefois La forme du débit ne peut évoluer sans intervention manuelle, ni au cours du cycle respiratoire, ni en fonction de l'évolution de la pathologie respiratoire du patient.

L'objectif de cette étude est d'explorer une approche théorique au problème de l'adaptation automatique de la forme de la courbe de débit aux variations instantanées ou à plus long terme des qualités mécaniques du système thoraco-pulmonaire.

Dans ce but, différents problèmes spécifiques sont abordés. Leurs traitements sont organisés en deux parties intitulées respectivement :

- modélisation et commande optimale ;
- identification, classification, validité.

Première partie :

Cette étude expose dans un premier temps une proposition de modélisation de la mécanique thoraco-pulmonaire. Sur la base de celle-ci, on propose ensuite une procédure permettant une commande semi-automatique, voire automatique du processus.

Dans un second temps, on développe l'aspect mathématique des modèles, ainsi que les différents problèmes liés à l'obtention de commandes optimales sous l'aspect de formes de courbes de débit.

Deuxième partie :

La seconde partie développe les différents problèmes rencontrés pour la mise au point d'une procédure d'identification des modèles représentatifs du système.

C'est à partir de cette procédure que l'on conçoit le du bouclage du système.

PREMIERE PARTIE

MODELISATION ET COMMANDE OPTIMALE

CHAPITRE I

MODELISATION

INTRODUCTION

La plupart des appareils utilisés en ventilation ne fonctionnent qu'en boucle ouverte, la notion d'asservissement ne se conçoit qu'avec l'intervention d'opérateurs humains dans la boucle de régulation.

Il appartient au médecin de vérifier l'adéquation de son choix des paramètres ventilatoires par des mesures effectuées séparément.

Il apparaît donc intéressant d'envisager une étude débouchant sur la modélisation de l'appareil thoraco-pulmonaire, celle-ci pouvant conduire dans une phase ultérieure à une automatisation des respirateurs.

Le système thoraco-pulmonaire dans son ensemble est d'une telle complexité qu'avant d'envisager une modélisation globale, il paraît nécessaire de limiter l'étude à certains aspects caractéristiques. Dans ce sens cette étude se borne à explorer ce système sous un abord uniquement mécanique.

Ce premier chapitre développe trois points, à savoir :

1- Les aspects généraux de la ventilation

Ce paragraphe permet de se familiariser au contexte d'étude.

2- Une proposition de modélisation de la partie mécanique du système

La solution proposée repose sur l'utilisation de modèles linéaires couramment rencontrés dans la littérature. Le processus ayant un comportement non linéaire, cet état est pris en compte en utilisant des représentations à l'aide de modèles linéaires par morceaux.

3- Une proposition de commande automatique

La solution décrite permet d'obtenir une commande autoadaptative du processus.

I - ASPECTS GENERAUX DE LA VENTILATION ET POSITION DU PROBLEME

1- LA VENTILATION MECANIQUE (V.M) ET SPONTANEE (V.S) (/8/)

La ventilation artificielle se caractérise essentiellement par la mise en jeu de pressions motrices très différentes de celles observées au cours de la ventilation spontanée.

Durant la ventilation spontanée la mise en action des muscles respiratoires au cours de l'inspiration mobilise des débits et génère des volumes du fait d'une dépression induite à l'intérieur de la cage thoracique. A l'opposé l'insufflation mécanique se caractérise par une augmentation de la pression à l'intérieur des voies aériennes et du thorax. (Figure I-1)

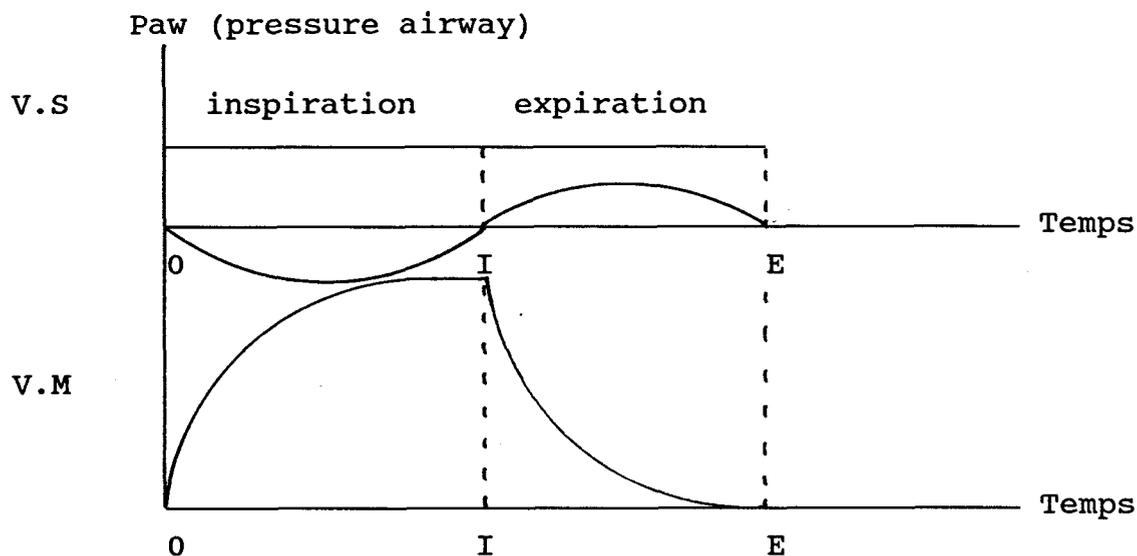


Figure I-1

Décrivons maintenant brièvement le déroulement du cycle respiratoire en ventilation mécanique.

Inspiration. La pression des voies aériennes augmente rapidement en fonction du débit gazeux d'insufflation et des propriétés mécaniques du système ventilatoire (résistances bronchiques, élasticité thoraco-pulmonaire). La pression passe

par un sommet " la pression de crête ". Elle diminue ensuite lorsque le débit inspiratoire s'interrompt.

Expiration. C'est un phénomène passif, l'élasticité thoraco-pulmonaire ramenant le poumon à sa position d'équilibre, ou capacité résiduelle fonctionnelle (CRF), lorsque la valve expiratoire s'ouvre. La pression dans les voies aériennes redescend alors librement au niveau de la pression barométrique.

2- LA NOTION D'ASSERVISSEMENT EN VENTILATION MECANIQUE

Les malades placés sous assistance ventilatoire en mode contrôlé ont perdu la faculté d'adapter leur ventilation à leurs besoins métaboliques.

De nombreux types d'appareil d'assistance respiratoire existent. Un aperçu général de la technologie des respirateurs est proposé par F. Trémolière et J.J Pocardalo dans /9/. L'utilisation de ces respirateurs nécessite de nombreux réglages fréquents et minutieux. Les principaux paramètres réglables sont :

- la fréquence respiratoire (en nombre de cycles respiratoires par minute et notée F_R);
- le volume courant : volume insufflé à chaque cycle (en litre et noté V_T);
- le débit inspiratoire (en litre par seconde et noté $U(t)$);
- la FiO_2 : la concentration fractionnelle en oxygène du gaz inspiré.

De nombreuses autres modalités particulières peuvent être envisagées : réglage du rapport I/E (temps d'insufflation sur temps expiratoire), réglage du plateau de pression en fin d'insufflation etc... Ces différents points sont plus amplement présentés dans /9/ et /10/.

L'utilisation de régimes de pressions positives par ces respirateurs comprend un risque de complications barotraumatiques qui peuvent être décrites sous deux aspects :

- Lésions broncho-pulmonaire. Elles se définissent principalement par des lésions bronchiques. Elles semblent liées à la pression de crête (/11/).

- Retentissement circulatoire. L'augmentation de pression à l'intérieur du thorax est susceptible de provoquer une compression des vaisseaux intra-thoracique et intra-pulmonaire ce qui entraîne la modification de l'hémodynamique du malade. Il y a donc diminution du débit cardiaque et modification de la répartition de la vascularisation pulmonaire et des rapports entre la perfusion et la ventilation. Ce retentissement circulatoire est plus corrélé à la pression moyenne (/12/).

Ces différents faits mettent en évidence l'intérêt qu'ont les médecins à rechercher la limitation des lésions de barotraumatisme. De nombreuses études ont montrées l'importance de deux variables, à savoir :

- Le niveau de débit insufflé. Les débits employés sont carrés et constants, le volume courant est constant et prédéfini. Le réglage du niveau de débit peut se faire directement ou par l'intermédiaire de la variable I/E (/13/).

- La forme de la courbe de débit insufflé (/6/,/7/,/14/).
(Figure I-2)

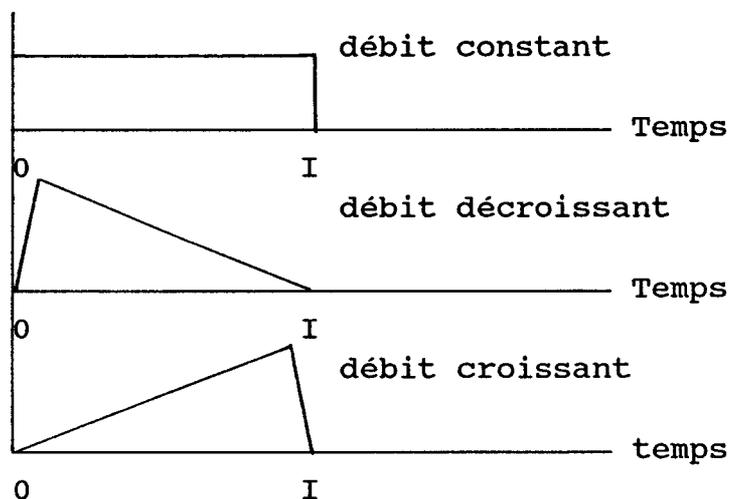


Figure I-2 : Les trois formes de débit les plus utilisées

3- POSITION DU PROBLEME

Dans le cadre de l'optimisation de l'assistance ventilatoire ce problème ne pouvait être étudié qu'en prenant

en compte le retentissement ventilatoire et circulatoire de la forme du débit d'insufflation.

- Nous limiterons volontairement cette étude à l'influence théorique de la forme du débit d'insufflation sur le régime des pressions aériennes maximum (ou pression de crête) et moyenne;

- cette étude se situe donc dans un cadre purement mécanique;

- son but est de rechercher les formes de courbe de débit d'insufflation qui optimisent un état mécanique du système (à définir), la commande s'adaptant automatiquement aux variations des qualités mécaniques de ce dernier;

- l'étude s'effectue à rapport I/E et volume courant (V_T) constant. On utilise des commandes de débits échantillonnées. (Figure I-3)

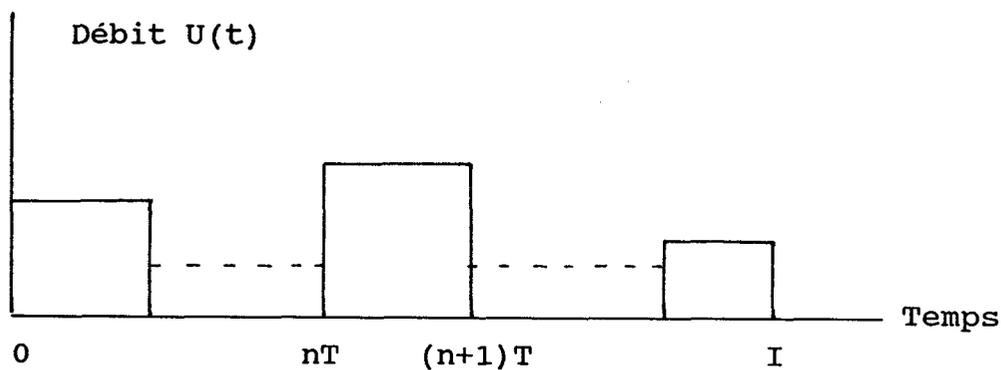


Figure I-3

Pour réaliser cette étude il est nécessaire de définir une modélisation mathématique du système.

II - MODELISATION

Comme dans tous les systèmes physiologiques, les phénomènes qui entrent en jeu dans le fonctionnement de l'appareil thoraco-pulmonaire sont d'une complexité telle qu'il paraît encore illusoire de les représenter par un modèle global. Toutefois on admet généralement que ce système peut être représenté par trois sous systèmes en interaction. (Figure I-4)

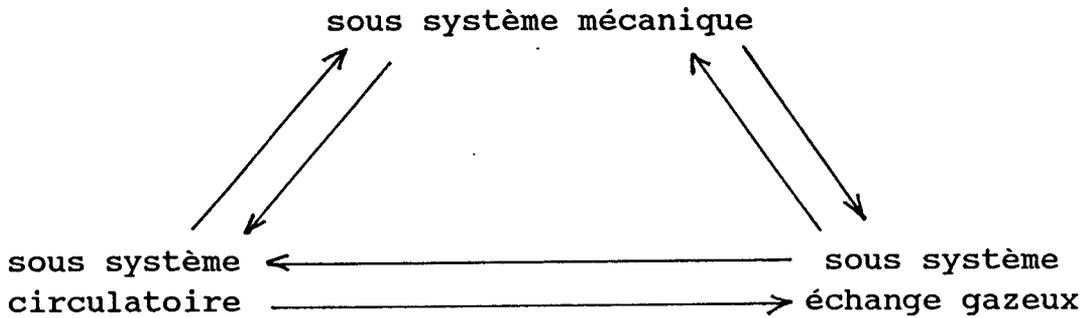


Figure I-4

Des modèles représentatifs de ces différents sous systèmes existent, ils sont plus ou moins nombreux et exploitables. On peut citer pour exemple un modèle échange gazeux décrit par G.Boy dans /15/. C'est le sous système mécanique qui semble avoir fait l'objet du plus grand nombre de représentations, nombre d'entre elles sont d'ailleurs très abordables en compréhension et en exploitation. Le sujet de ce travail étant imposé comme une étude de ce sous système, il est donc utile maintenant d'étudier sa modélisation.

1- MODELISATION DE LA PARTIE MECANIQUE

On peut dissocier le système thoraco-pulmonaire en deux parties principales :

- les voies aériennes supérieures : la bouche, la trachée artère ;
- les voies aériennes inférieures : les bronches, les alvéoles (les poumons).

Caractérisons ces deux parties, toujours d'un point de vue mécanique.

1.1- Les voies aériennes supérieures

On peut les assimiler à un élément uniquement résistif. On note cette résistance R_c . Lorsque l'on insuffle de l'air dans les voies aériennes supérieures, la résistance de celles-ci engendre une pression P_c que l'on peut estimer en régime laminaire par la formule :

$$P_c(t) = R_c U(t) \text{ où } U(t) \text{ représente le débit.}$$

L'hypothèse qui considère les voies aériennes supérieures uniquement résistives permet d'écrire qu'il n'y a pas d'accroissement de volume de ces voies durant l'insufflation :
 $\Delta V_c(t) = 0$

Les voies aériennes supérieures ont donc un volume $V_c(t)$ constant, ce volume étant négligeable devant celui insufflé, on admet que $V_c(t) \neq 0$

En ventilation assistée, les sujets sont intubés, c'est-à-dire qu'on leur introduit une sonde dans la trachée. L'air est insufflé au patient par cette sonde. La pression engendrée lors du passage d'un débit d'air $U(t)$ dans cette sonde peut s'écrire (/16/) :

$$P_c(t) = \pi_0 U(t)^{\pi_1}$$

où π_0 désigne la pression engendrée pour un débit de 1 litre par seconde et π_1 un nombre sans dimension dépendant des caractéristiques géométriques de la sonde.

En ventilation assistée, on peut assimiler, sans commettre trop d'erreurs, le comportement des voies aériennes supérieures à celui de la sonde d'intubation. Dans ces conditions, on peut estimer la résistance de ces voies à :

$$R_c(t) = \pi_0 U(t)^{\pi_1-1}$$

Cette résistance dépend donc du débit insufflé. Le modèle que l'on adopte pour représenter les voies aériennes supérieures est un modèle non linéaire, il est caractérisé par :

$$\begin{aligned} P_c(t) &= \pi_0 U(t)^{\pi_1} \\ V_c(t) &\neq 0 \\ R_c[U(t)] &= \pi_0 U(t)^{\pi_1-1} \end{aligned}$$

1.2- Les voies aériennes inférieures

On peut dire d'une façon générale que les poumons sont constitués d'une multitude de petits conduits (bronches, bronchioles) débouchant dans de petits "sacs" (alvéoles). (Figure I-5)

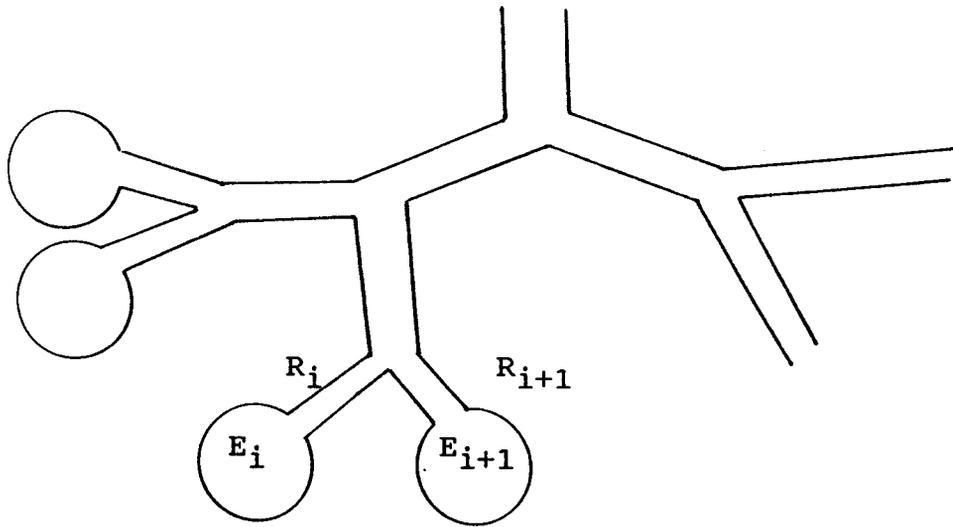
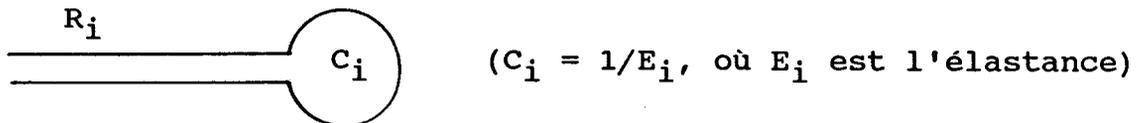


Figure I-5

En modélisation, la cellule de base de la représentation est constituée d'un élément résistif (R_i) pour le conduit (bronche, bronchiole) et d'un élément capacitif (C_i) pour l'alvéole.



Ces deux éléments traduisent respectivement la résistance au passage de l'air dans la bronche ou la bronchiole et l'élasticité de l'alvéole (/17//18//19/).

Des modèles multicompartimentaux sont proposés /20/, ils peuvent être schématisés par la figure I-12. Leur exploitation est lourde et difficile pour des nombres élevés de compartiments. On choisit d'utiliser le modèle bicompartimental (Figure I-6). Il est simple en compréhension et en exploitation (/19/).

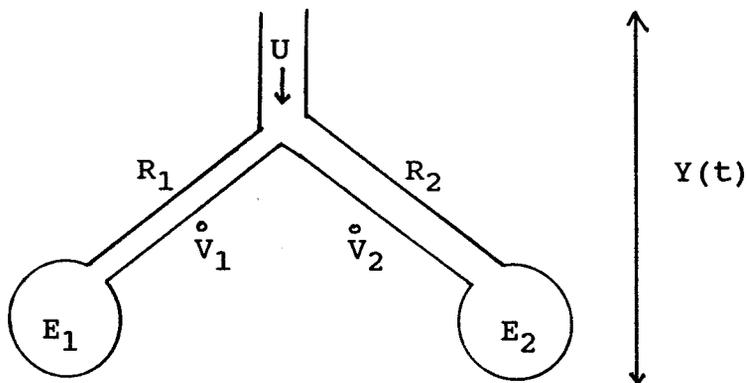


Figure I-6 : Le modèle bicompartimental

Chaque compartiment représente un poumon. Ce modèle est assez grossier d'aspect mais il s'avère à l'usage une très bonne approximation de la réalité. De nombreux spécialistes ont opté pour la représentation par de tels modèles (/17//, /18/ /19/). Des machines simulant le comportement mécanique pulmonaire ont d'ailleurs été construites d'après ce modèle. (Machine LS 800 de chez DRÄGER).

Les modèles multicompartimentaux sont des modèles linéaires. En effet, les équations régissant ces modèles s'écrivent :

$$\begin{aligned} \text{Pression} &: Y(t) = R_i \dot{V}_i(t) + E_i V_i(t) \quad i = 1, 2 \\ \text{Volume} &: V(t) = V_1(t) + V_2(t) \\ \text{Débit} &: U(t) = \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) \end{aligned}$$

Ces modèles permettent d'exprimer facilement les principaux paramètres représentatifs du sous-système mécanique.

La réalité échappe quand même à cette simplicité. Des études montrent qu'en fait les résistances et capacités (compliances) des poumons varient avec les débits et volumes insufflés (/18/). On a en réalité :

$$E_i = E_i[V(t)] \quad \text{et} \quad R_i = R_i[\dot{V}(t)]$$

On est donc en présence de modèles non linéaires. Pour chaque malade, les lois d'évolution des résistances et compliances varient en fonction de leur état naturel, en fonction de leur pathologie, etc. Il n'existe pas de modèle d'évolution universellement valable. Les faits admis par l'ensemble des spécialistes sont :

- les résistances évoluent d'une façon quasi instantanée en fonction des débits insufflés ;

- on peut considérer les compliances comme constantes sur une plage de volume insufflée de 0 à 500 ml, au-delà elles décroissent.

1.3- Proposition de modélisation de la partie mécanique des voies aériennes inférieures

Notre proposition repose sur l'hypothèse suivante :

Hypothèse : Pour une insufflation à débit constant, sur de très courts laps de temps de l'ordre de 0,2 s à 0,4 s, on considère que les éléments résistances et capacités n'ont pas varié.

Proposition de modélisation : On propose une modélisation du système par un modèle global linéaire par morceaux. Chaque morceau étant un modèle linéaire multicompartimental. Détaillons ce point de vue. Rappelons le type de commande employée. (Figure I-7)

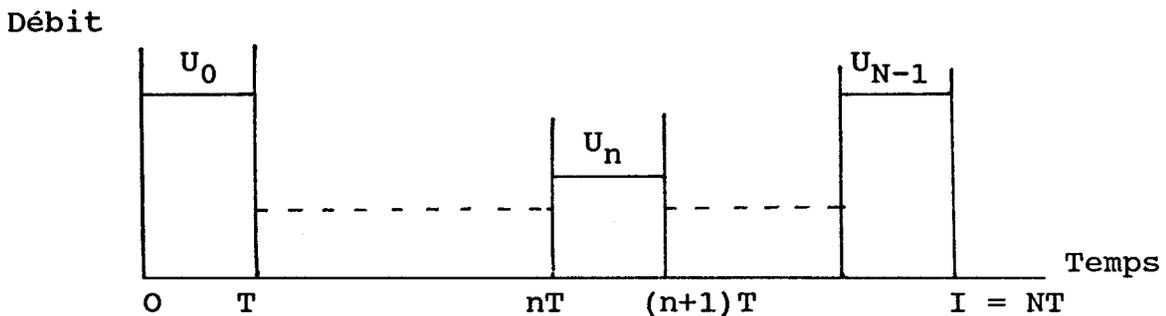


Figure I-7

La période inspiratoire est divisée en N période T, sur chaque période on génère un palier de débit U_n constant. La commande s'écrit donc :

$$\mathcal{C} = \{U_n \in \mathcal{D}_u, n=0, \dots, N-1\}$$

\mathcal{D}_u : ensemble admissible des débits

On propose trois types de modèles globaux théoriques, ils caractérisent chacun un mode d'évolution des paramètres du système.

Type 1 : Les paramètres R_i et E_i sont très sensibles ou la commande varie énormément d'un palier à l'autre. Les paramètres sont susceptibles de varier d'un palier de commande à l'autre. On opte dans ce cas pour un modèle global composé de N modèles linéaires de base. Chacun d'eux reflète l'évolution du système soumis à un palier de débit U_n.

Type 2 : Les paramètres R_i et E_i sont moins sensibles ou la commande est plus constante. Les paramètres sont susceptibles de rester à peu près constants pour plusieurs paliers successifs. On adopte dans ce cas un modèle global

composé de plusieurs modèles linéaires de base ($2, \dots, J$ où J est toujours inférieur à N). Chacun d'eux reflète l'évolution du système pour un groupe de paliers de débit.

Type 3 : Les paramètres R_i et E_i sont peu sensibles ou la commande est très constante. Les paramètres sont susceptibles de rester inchangés pendant toute la période inspiratoire. On adopte dans ce cas un modèle global composé d'un seul modèle linéaire de base. Il reflète l'évolution du système soumis à l'ensemble de la commande.

Les modèles linéaires de base sont, pour les types 2 et 3, des modèles linéaires bicompartimentaux et pour le type 1 des modèles linéaires monocompartimentaux équivalents. Ceci étant lié aux méthodes d'identification employées qui ne permettent pas de déterminer totalement un modèle bicompartimental pour un signal d'entrée constant (un palier U_n). La représentation d'un modèle linéaire monocompartimental équivalent, /17/, est présenté Figure I-8.

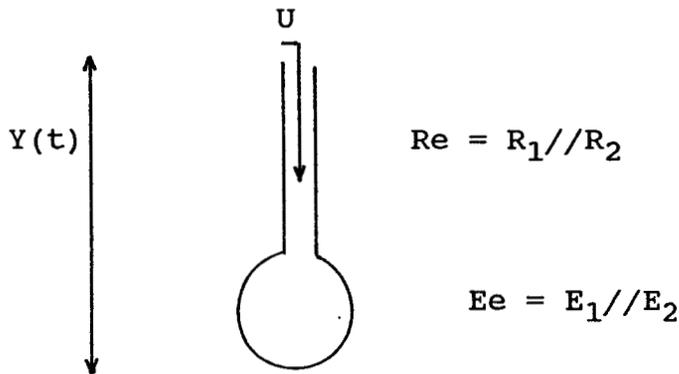


Figure I-8

Les équations qui le régissent sont :

Pression : $Y(t) = Re \dot{V}(t) + Ee V(t)$

Volume : $V(t) = \int_0^t U(t) dt$

Débit : $U(t)$

Le choix du genre de modélisation qui vient d'être décrit sous-entend la possibilité de déterminer le mode d'évolution des paramètres du système ainsi que ce que l'on appellera les différents ensembles identifiables (voir définition introduction seconde partie) et ceci pour chaque commande considérée. Des techniques sont proposées dans ce but dans la

seconde partie de ce mémoire. Les systèmes d'équations qui régissent les trois types de modèles globaux sont exposés au chapitre II.

III - PROCEDURE D'AUTOADAPTATION DU SYSTEME

1- BUT DE LA PROCEDURE

Le but de cette procédure est de maintenir le sous système mécanique dans un état considéré par les spécialistes comme optimal et ceci quelques soient les perturbations apportées au système.

Il fut convenu d'adopter comme état optimal un état dans lequel :

- le sujet en tant que système mécanique subit le moins possible l'agression barométrique inhérente à l'emploi de pressions positives ;

- il reçoit un volume d'air par cycle prédéfini pour ses besoins ;

- le volume d'air se répartit le plus uniformément dans les deux poumons ;

- l'élasticité des poumons reste dans des limites acceptables. Cette élasticité est évaluée par la mesure de l'élastance instantanée (Eins) ou par son inverse la compliance instantanée : Cins est la dérivée mathématique du volume insufflé par rapport à la pression engendrée.

2- DESCRIPTION DE LA PROCEDURE

Principe de base. On amène le système à un état optimal en recherchant à partir de son modèle une commande en débit d'air, dite optimale, qu'on lui applique ensuite. Le système est évolutif, pour le maintenir dans un état optimal on doit réévaluer cycliquement son modèle et ainsi sa commande.

Décrivons cette procédure, elle comporte cinq phases :

- une phase d'initialisation ;
- une phase de calcul de la commande optimale ;
- une phase de simulation ;

- une phase de réactualisation des modèles ;
- une nouvelle phase de simulation.

2.1- La phase d'initialisation

C'est une phase passive. Le sujet est ventilé par une commande initiale définie par un expert, elle est choisie croissante ou décroissante (non constante de préférence ceci pour une question d'identification des modèles cf chapitre III). On procède aux différentes initialisations telles que la fréquence respiratoire, rapport I/E etc. ainsi que différents seuils de test.

2.2- La phase de calcul de la commande optimale (Chap.II)

Cette phase ne s'exécute qu'après l'obtention d'un modèle global validé par ailleurs. Elle détermine à partir d'un modèle global noté \mathcal{M}_p (pième modèle global) une commande $\mathcal{E}_{p+1}(\mathcal{M}_p)$. Le modèle \mathcal{M}_p ayant été déterminé pour une commande \mathcal{E}_p , pour assurer la validité du modèle \mathcal{M}_p dans la recherche de \mathcal{E}_{p+1} on doit ajouter une contrainte de proximité des commandes \mathcal{E}_p et \mathcal{E}_{p+1} . Cette contrainte peut être définie par une relation de type distance $(\mathcal{E}_p, \mathcal{E}_{p+1})$ inférieure ou égale à un seuil prédéfini s . Cette façon de procéder est décrite par le schéma figure I-9.

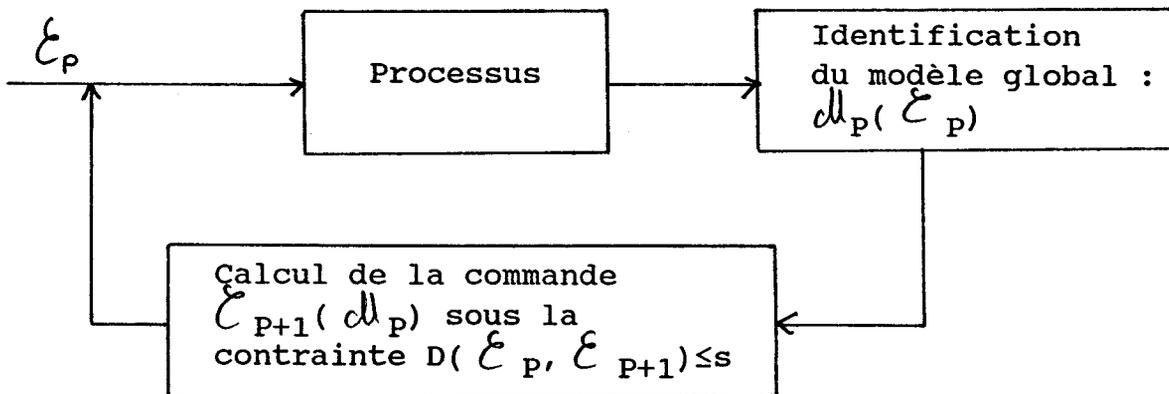


Figure I-9 : Boucle autoadaptative.

2.3- La phase de simulation 1

On simule le comportement du système thoraco-pulmonaire, modélisé par un modèle \mathcal{M}_p , soumis à une nouvelle commande \mathcal{E}_{p+1} . On compare cette simulation avec celle de \mathcal{M}_p soumis à

\mathcal{E}_p et aux relevés réels observés pour \mathcal{E}_p . On peut donc juger s'il y a oui ou non amélioration ou maintien dans un état optimal. La décision d'envoi de cette nouvelle commande peut être prise soit, par intervention humaine, l'opérateur décide d'après l'allure des courbes simulées et d'après les valeurs caractéristiques P^+ , \bar{P} , etc, soit automatiquement par comparaison de ces valeurs avec des valeurs optimales mémorisées. En cas d'échec, on peut soit continuer la ventilation avec la commande précédente \mathcal{E}_p soit on adopte une solution de repli proposée par un expert. Cette solution de repli est détaillée dans l'introduction de la seconde partie.

2.4- La phase d'identification (Chap.III,IV,V)

Après l'envoi d'une nouvelle commande \mathcal{E}_p on doit réactualiser le modèle global, premièrement parce que l'on a changé de commande, deuxièmement parce que l'état du sujet a pu évoluer. Après la vérification au moyen de tests automatiques de la stabilisation du système, la phase d'identification est démarrée. Différents tests permettent de juger de l'adéquation des modèles obtenus. Cette phase fournit un modèle global $\mathcal{M}_p(\mathcal{E}_p)$ dépendant de la commande \mathcal{E}_p . (cf introduction de la seconde partie)

2.5- La phase de simulation 2

Après l'obtention d'un modèle global $\mathcal{M}_p(\mathcal{E}_p)$ on effectue une simulation à partir de ce modèle et cela pour une commande \mathcal{E}_p . On compare les résultats simulés avec la réalité observée chez le sujet. La décision de l'emploi ou du non emploi de ce modèle est prise d'une façon identique à celle décrite dans la phase de simulation 1, il en est de même pour la solution de repli en cas d'échec.

L'ensemble de la procédure peut être représentée sous forme d'un organigramme. (Figure I-10).

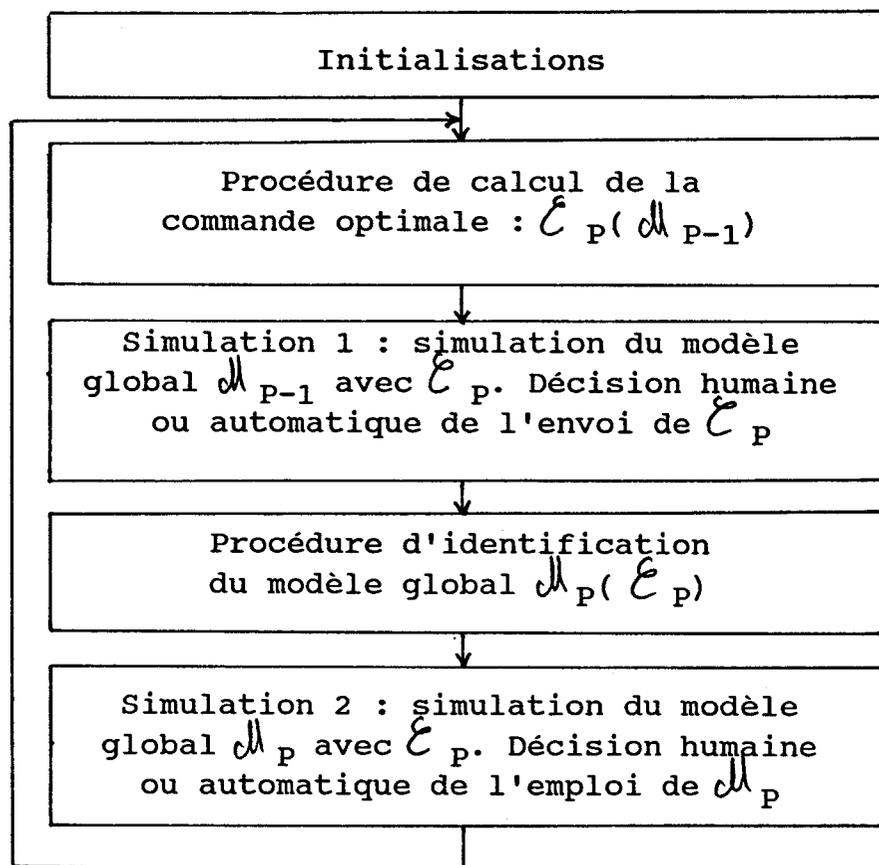


Figure I-10 : Organigramme général de la procédure d'autoadaptation

CONCLUSION

Ce chapitre a permis tout d'abord de présenter le contexte d'étude et de se familiariser avec les termes qui lui sont propres. Il permet aussi de positionner clairement le problème à traiter.

Dans un second temps on s'attache à décrire les représentations du système mécanique. Le type de modélisation proposé dans ce chapitre allie la simplicité des modèles utilisés à la complexité des phénomènes représentés. En effet, l'utilisation de modèles linéaires mono et bicompartimentaux résistances-capacités présente un très bon rapport : qualité de représentation - difficulté de mise en oeuvre. La complexité des phénomènes est principalement due au fait que les éléments (résistances capacités) réels dépendent de la commande. Cet état non linéaire du système est pris en compte en utilisant, non plus un seul modèle mais un ensemble de modèles linéaires par intervalles. Trois modes d'évolution non linéaire des paramètres sont avancés. A chacun d'eux on associe un type de modèle global.

La modélisation du système étant définie, une procédure permettant d'obtenir une conduite semi automatique voire automatique du processus a été imaginée.

Le développement de cette procédure nécessite la résolution de nombreux problèmes. Ceux-ci sont traités dans les chapitres suivants.

CHAPITRE II

COMMANDE OPTIMALE

INTRODUCTION

Ce second chapitre développe les aspects mathématiques de la solution de modélisation proposé au chapitre I ainsi que les problèmes de calcul de commandes optimales.

Dans un premier temps, on définit les différentes formes des modèles proposés. On dispose ainsi de plusieurs formes mathématiques différentes représentant chacune le même modèle. Chaque forme trouve son utilité dans un domaine spécifique d'analyse : la commande, l'identification, etc.

Ces expressions permettent d'étudier le comportement des modèles pour différentes formes de débit. Elles permettront aussi de réaliser des programmes de simulation.

De ces études théoriques et des études des simulations, on retire des informations qui sont très importantes pour la mise au point de programmes de recherche de commandes optimales en débit.

La dernière partie de ce chapitre est consacrée à la mise en forme des différents problèmes attachés à la recherche de ces commandes optimales. Les éléments qui constituent ces problèmes (critères, contraintes) s'expriment tous en termes linéaires. L'obtention de commandes optimales nécessite donc la résolution de programmes linéaires.

I - ETUDE DES MODELES MECANIQUES DE BASE

Dans le chapitre précédent, on a vu que la partie mécanique du système thoraco-pulmonaire peut être représentée par un modèle non linéaire pour les voies aériennes supérieures et par des modèles linéaires multicompartimentaux pour les voies aériennes inférieures.

A des fins d'étude et d'exploitation, il faut exprimer sous forme mathématique les lois qui régissent ces modèles. On s'attachera à décrire les modèles des voies aériennes

inférieures, celui des voies aériennes supérieures ne présentant pas d'intérêt pour nous. Toutefois, son étude a été traitée au chapitre I paragraphe II-1.1.

Les modèles de base étudiés sont les modèles linéaires monocompartimentaux et bicompartimentaux, pour les raisons exposées au chapitre I.

1- LE MODELE LINEAIRE MONOCOMPARTIMENTAL (/17/)

1.1- Mise en équation (inspiration)

La figure II-1 illustre le modèle employé.

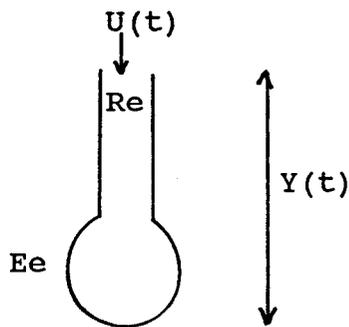


Figure II-1 : Le modèle linéaire monocompartimental équivalent

Les éléments de ce modèle sont :

- $Re = R_1 // R_2$ la résistance équivalente ;
- $Ee = E_1 // E_2$ l'élastance équivalente ;
- $\tau_e = Re/Ee$ la constante de temps.

Le système d'équations différentielles qui régit ce modèle s'écrit :

- $\forall t \in [0, I]$
- Pression : $Y(t) = Re V(t) + Ee V(t)$
 - Volume : $\dot{V}(t) = U(t)$
 - Débit : $U(t)$

La transmittance en z de ce modèle s'écrit :

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = Re \frac{1 + (T/\tau_e - 1)z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

$$\frac{V(z)}{U(z)} = \frac{z}{z - 1}$$

Etudions maintenant le comportement de ce modèle soumis à différentes entrées.

1.2- Représentations des comportements inspiratoires et expiratoires

1.2.1- Etude à débit constant

On note U ce débit constant. Les conditions initiales sont :

- pour l'inspiration : $t = 0$; $V(0) = V_0$; $Y(0) = Y_0$
- pour l'expiration : $t = I$; $V(I)$; $Y(I)$

Les évolutions des pressions et volumes sont décrites par les équations suivantes :

- Inspiration :

. Pression : $Y(t) = R_e U + E_e U t + E_e V_0$

. Volume : $V(t) = V_0 + U t$

- Expiration :

. Pression : $Y(t) = E_e V(I) e^{-(t-I)/\tau_e}$

. Volume : $V(t) = V(I) e^{-(t-I)/\tau_e}$

La figure II-2 a, b représente les évolutions des débits, volumes et pressions sur un cycle respiratoire.

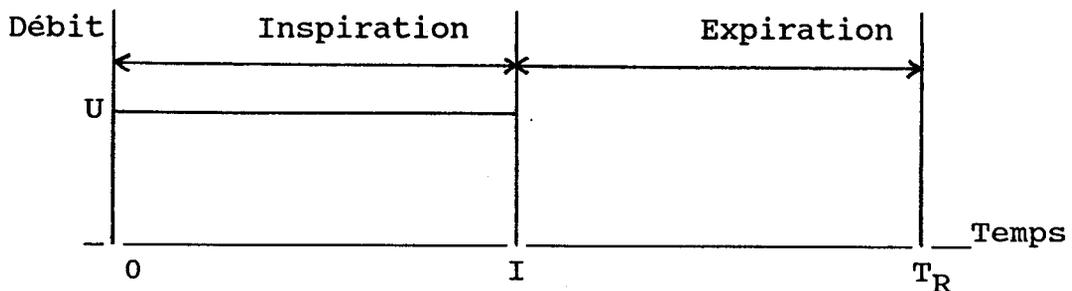


Figure II-2 a : Evolution du débit

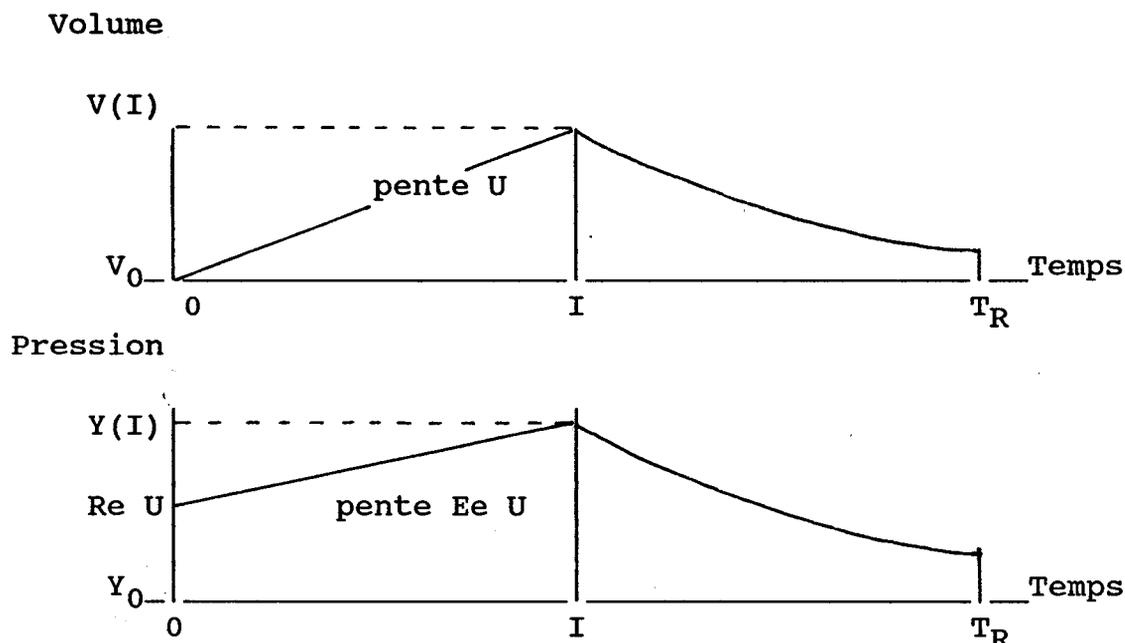


Figure II-2 b : Exemple de comportement du modèle linéaire monocompartimental pour un débit constant.
 $\underline{I/T_R = 0,5}$

Après un changement de commande on remarque que les pressions et volumes finaux ; $Y(T_R)$ et $V(T_R)$ ne sont pas forcément égaux à ceux des conditions initiales inspiratoires. Ce fait traduit un comportement transitoire du système. En régime permanent les conditions initiales et finales se stabilisent à des valeurs égales. Ce régime permanent est atteint après plusieurs cycles, le système étant soumis à une commande stationnaire.

1.2.2- Etude à débit quelconque

On soumet le modèle à une entrée de type échantillonnée :

$$\mathcal{E} = \{U_n \in \mathcal{D}_u, n=0, \dots, N-1\}$$

Les conditions initiales sont les mêmes que pour le cas précédent. Les évolutions des pressions et volumes sont décrites par :

- Inspiration :

Pression :

$$Y(t) = Y_0 + \sum_{n=0}^{N-1} [Y'(t-nT)\Gamma(t-nT) - Y'(t-(n+1)T)\Gamma(t-(n+1)T)] U_n$$

avec $Y'(t) = Re + Ee t$ et $\Gamma(t)$ désignant la fonction échelon unité.

Volume :

$$V(t) = V_0 + \sum_{n=0}^{N-1} [(t-nT)\Gamma(t-nT) - (t-(n+1)T)\Gamma(t-(n+1)T)] U_n$$

- Expiration :

Le comportement expiratoire est identique à celui du cas précédent. La figure II-3 représente ces différentes évolutions.

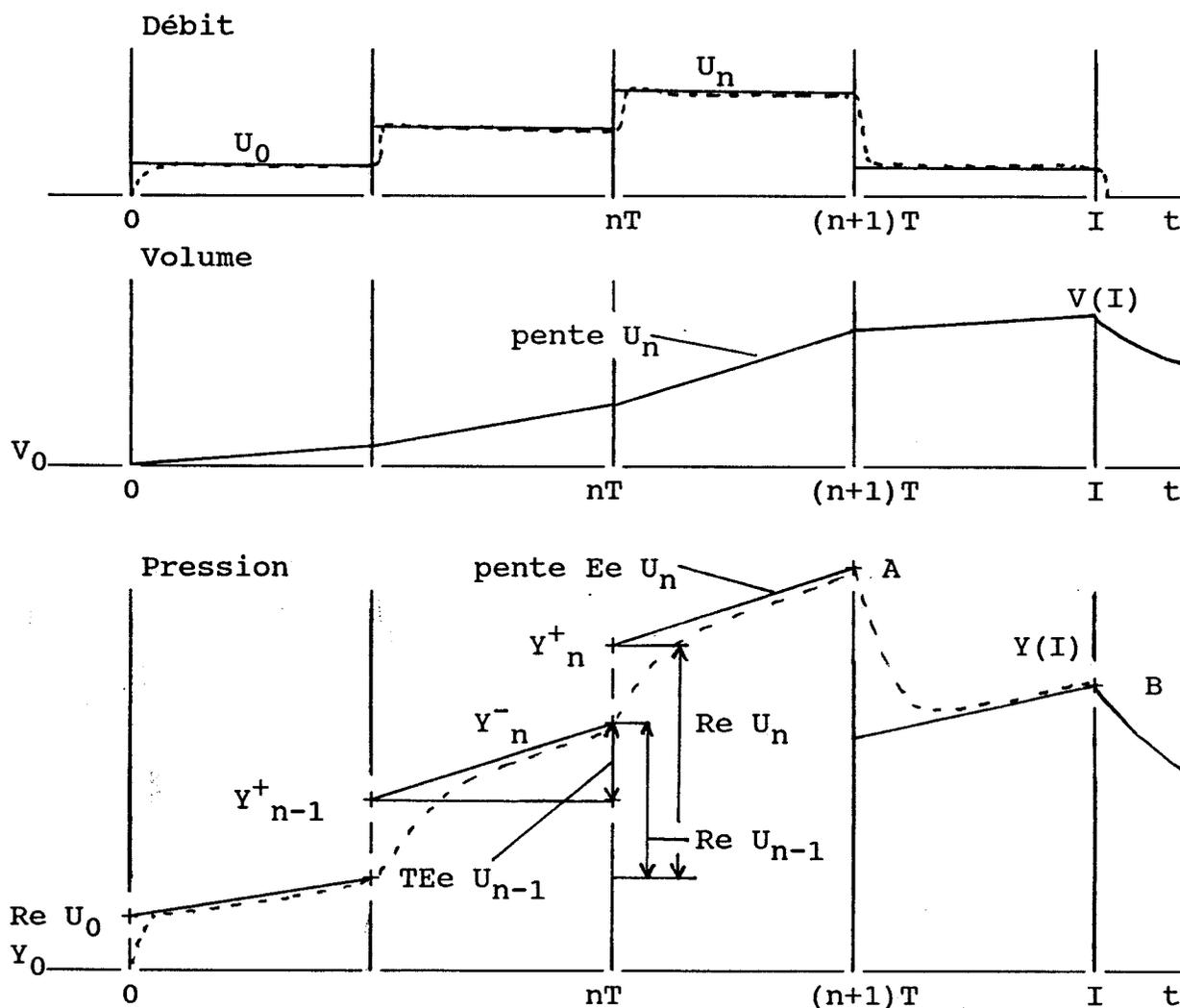


Figure II-3 : Exemple de comportement en volume et en pression du modèle linéaire monocompartimental soumis à un débit quelconque

On remarque que la courbe de pression présente des discontinuités. On note respectivement les pressions limites à gauche et à droite à l'instant nT : Y_n^- et Y_n^+ . L'équation de récurrence obtenue à partir de la transmittance en z s'écrit :

$$Y_n^+ = Y_{n-1}^+ + Ee^{-T} U_{n-1} + Re (U_n - U_{n-1})$$

$$\text{d'où : } Y_n^+ - Y_n^- = Re (U_n - U_{n-1})$$

On remarque aussi que cette courbe présente des pics de pression (points A et B). La pression maximale peut donc être atteinte à n'importe quel instant d'échantillonnage du cycle inspiratoire. Enfin, on remarque que la pression finale $Y(I)$ s'écrit, pour ce type de commande : $Y_N = Y_N^- = Y_N^+$. Ces remarques sont utiles à la mise en forme des problèmes d'optimisation de la commande. Les courbes réelles présentées en pointillés sur la figure II-3 ne présentent pas de discontinuités. En effet, il est impossible physiquement d'obtenir des signaux échantillonnés absolument parfaits ; d'où la forme de la courbe de débit. Quant à la différence entre les courbes de pression réelles et celle du modèle, elle provient du fait que de nombreux éléments du processus réel ne sont pas pris en compte par le modèle. L'observation de la figure II-3 montre que seules les pressions limites à gauche Y_n^- sont représentatives de la réalité physique. Ce sont donc elles qui devront être prises en compte lors de la formulation des problèmes d'optimisation de la commande.

2- LE MODELE LINEAIRE BICOMPARTIMENTAL (/18/,/19/)

2.1- Mise en équation (inspiration)

On utilise ici aussi deux formes de représentation :

- Equations d'état continues et discrètes. C'est sous cette dernière forme que sont exprimés les problèmes de commande optimale.

- Transmittance discrète. Cette forme est utilisée pour l'identification des paramètres de ce modèle.

Le modèle peut être représenté par le schéma de la figure II-4.

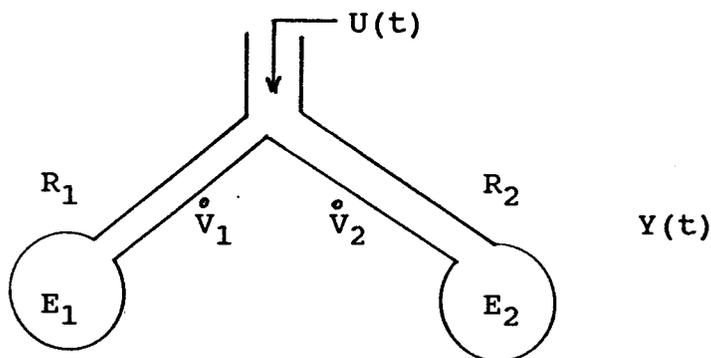


Figure II-4 : Le modèle linéaire bicompartimental

2.1.1- Expression dans l'espace d'état

a- Forme continue des équations d'état

On note :

$U(t), U_1(t), U_2(t)$: débits insufflés à l'instant $t \in [0, I]$
 $Y(t)$: pression produite à l'instant $t \in [0, I]$
 $V(t), V_1(t), V_2(t)$: volumes insufflés à l'instant $t \in [0, I]$

Les équations de base s'écrivent :

$$\text{II-1 } Y(t) = R_1 \dot{V}_1(t) + E_1 V_1(t) = R_2 \dot{V}_2(t) + E_2 V_2(t)$$

$$\text{II-2 } U(t) = \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t)$$

On note :

Le vecteur d'état : $X(t) = [V_1(t), V_2(t)]^T$

La commande : $U(t)$

La sortie : $Y(t)$

Les équations II-1 et II-2 peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\textcircled{1} \left| \begin{array}{c} \left| \begin{array}{cc} R_1 & -R_2 \\ 1 & 1 \end{array} \right| \dot{X}(t) = \left| \begin{array}{cc} -E_1 & E_2 \\ 0 & 0 \end{array} \right| X(t) + \left| \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right| U(t) \\ Y(t) = R_2 \dot{V}_2(t) + E_2 V_2(t) \end{array} \right.$$

La matrice : $\left| \begin{array}{cc} R_1 & -R_2 \\ 1 & 1 \end{array} \right|$ est inversible quelles que soient les valeurs de R_1 et R_2 . Ce fait

permet d'écrire le système (1) sous la forme :

$$(2) \quad \begin{cases} \dot{X}(t) = A^* X(t) + B^* U(t) \\ Y(t) = C^{*T} X(t) + D^* U(t) \end{cases} \quad t \in [0, I]$$

Où :

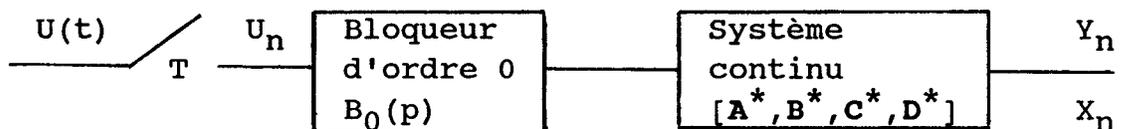
$$A^* = \begin{vmatrix} -E_1/R & E_2/R \\ E_1/R & -E_2/R \end{vmatrix} \quad B^* = \begin{vmatrix} R_2/R \\ R_1/R \end{vmatrix} \quad C^* = \begin{vmatrix} R_2 E_1/R \\ R_1 E_2/R \end{vmatrix}$$

$$D^* = R_1 R_2 / R = R_e$$

avec $R = R_1 + R_2$

b- Forme discrète des équations d'état

On considère le schéma ci-dessous :



L'utilisation d'un échantillonneur bloqueur sur une commande continue $U(t)$ revient à considérer une commande discrète :

$$\mathcal{E} = \{U_n \in \mathcal{D}_u, n=0, \dots, N-1\}$$

Pour obtenir les équations d'état discrètes du modèle, il suffit d'intégrer le système d'équations continues (2) sur $[nT, (n+1)T]$.

On obtient ainsi un système d'équations discrètes :

$$\begin{cases} X_{n+1} = A X_n + B U_n & n=0, \dots, N-1 \\ Y_n = C^T X_n + D U_n & n=0, \dots, N \end{cases}$$

où $X_n = [V_1(nT), V_2(nT)]^T$ représente le vecteur d'état (les volumes) à l'instant nT , Y_n représente la sortie (la pression) au même instant.

Précisons les éléments **A**, **B**, **C** et **D**.

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} (E_2 + E_1 e^{-T/\tau})/E & E_2(1-e^{-T/\tau})/E \\ E_1(1-e^{-T/\tau})/E & (E_1+E_2 e^{-T/\tau})/E \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{vmatrix} R_2(T/\tau_2 + (1 - \tau/\tau_2)(1-e^{-T/\tau}))/E \\ R_1(T/\tau_1 + (1 - \tau/\tau_1)(1-e^{-T/\tau}))/E \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{C} = [R_2E_1/R, R_1E_2/R]^T$$

$$\mathbf{D} = R_1R_2/R = Re$$

où $E = E_1+E_2$; $\tau = R/E$; $\tau_1 = R_1/E_1$; $\tau_2 = R_2/E_2$

2.1.2- Expression sous la forme transmittance

On utilise une représentation discrète sous forme de transmittance en z , celle ci se prêtant bien au traitement des problèmes d'identification. Elle s'écrit :

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\delta_0 + \delta_1 z^{-1} + \delta_2 z^{-2}}{1 - \alpha_1 z^{-1} - \alpha_2 z^{-2}}$$

$$\frac{V(z)}{U(z)} = \frac{z}{z-1}$$

Avec :

$$\delta_0 = Ee B_2/\tau = Re$$

$$\delta_1 = T Ee + Ee (B_1 - \tau)(1 + \alpha_2) - 2Ee B_2/\tau$$

$$\delta_2 = Ee B_2/\tau + T Ee \alpha_2 - Ee (B_1 - \tau)(1 + \alpha_2)$$

$$\alpha_1 = 1 + e^{-T/\tau} = \text{tr}(\mathbf{A})$$

$$\alpha_2 = -e^{-T/\tau} = \det(\mathbf{A})$$

où $B_1 = \tau_1 + \tau_2$ et $B_2 = \tau_1 \tau_2$

2.2- Représentation des comportements inspiratoires et expiratoires

Etudions maintenant les résultats des simulations de ce modèle soumis à différents types de commandes.

2.2.1- Etude à débit constant

Les évolutions des pressions et volumes sont décrites par les équations suivantes :

- Inspiration :

$$\cdot \text{ Pression : } Y(t) = Y_0(t) + U[at + b + ce^{-t/\tau}]$$

$$\cdot \text{ Volume : } U(t) = V_0 + Ut$$

avec $a = Ee$

$$b = (R_2 E_1^2 + R_1 E_2^2)/E^2$$

$$c = Re - b$$

et $Y_0(t)$ un terme dépendant des conditions initiales.

$$Y_0(t) = Ee[V_0 + 1/R e^{-t/\tau} (\tau_1 - \tau_2)(E_2 V_2(0) - E_1 V_1(0))]$$

La simulation de $Y_0(t)$ pour de nombreuses combinaisons des éléments R_i et E_i montre clairement que l'on peut écrire :

$$\forall t \in [0, I], \quad Y_0(t) \# Ee V_0 = Y_0$$

- Expiration :

Le comportement expiratoire de ce modèle est peu différent de celui du modèle monocompartmental.

Le modèle bicompartimental est plus complet que le modèle monocompartmental. Il nous renseigne à chaque instant sur l'état des deux compartiments (en volume, en débit, en pression). On peut donc représenter les évolutions des différents compartiments. La figure II-5 représente l'évolution de l'ensemble du modèle.

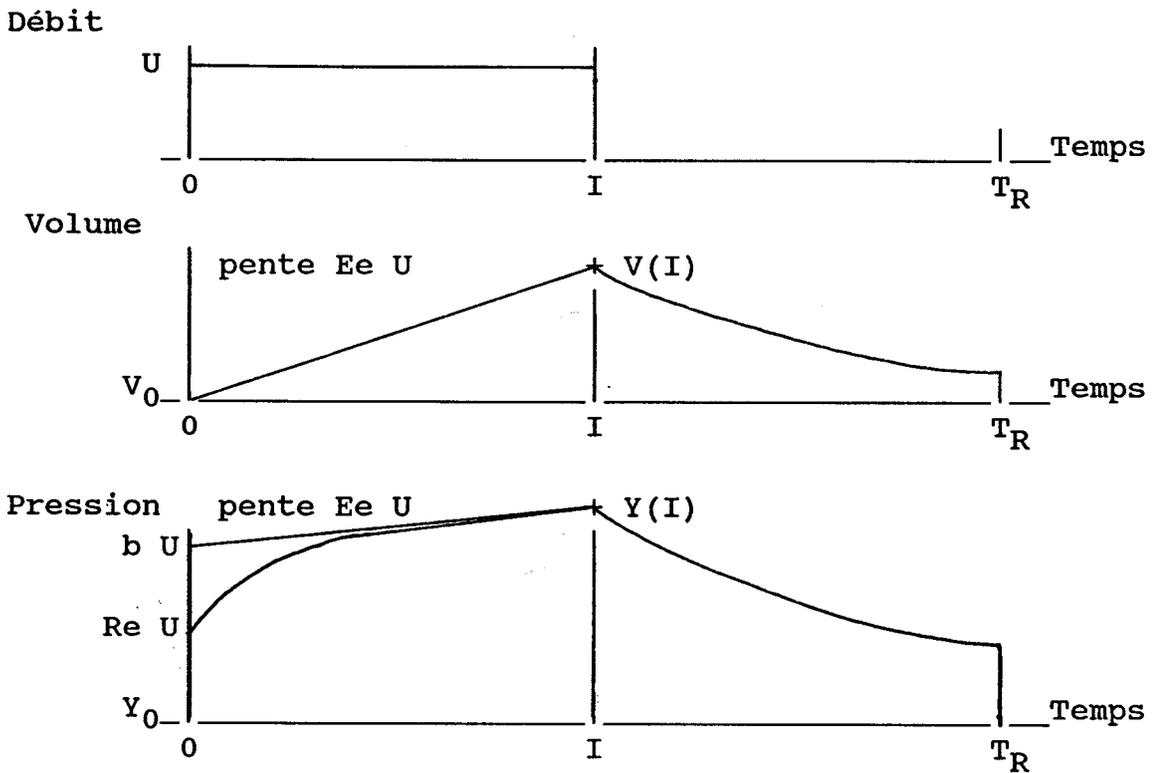


Figure II-5 : Exemple de comportement en pression et en volume du modèle bicompartimental pour un débit constant ($I/T_R = 0,5$)

On remarque que le comportement asymptotique du modèle bicompartimental correspond quasiment à celui du modèle mono-compartimental. On a $b \neq Re$ quelles que soient les valeurs de R_i et E_i . On constate ce fait en simulant le modèle pour de nombreux couples (R_i, E_i) .

2.2.2- Etude à débit quelconque

Le modèle est soumis à un signal échantillonné.

$$\{U_n \in \mathcal{D}_u, n=0, \dots, n-1\}$$

Les conditions initiales sont identiques aux cas précédents.

- Inspiration :

Pression :

$$Y(t) = Y_0 + \sum_{n=0}^{N-1} [Y''(t-nT)\Gamma(t-nT) - Y''(t-(n+1)T)\Gamma(t-(n+1)T)] U_n$$

avec $Y''(t) = at + b + ce^{-t/\tau}$

Volume :

$$V(t) = V_0 + \sum_{n=0}^{N-1} [(t-nT)\Gamma(t-nT) - (t-(n+1)T)\Gamma(t-(n+1)T)] U_n$$

- Expiration :

Le comportement expiratoire est identique à ceux du cas précédent.

La figure II-6 a,b représente les évolutions des débits, volumes, pressions pour l'ensemble du modèle, on s'aperçoit facilement que, comme pour les modèles monocloimentaux, on a :

$$Y_n^+ = Y_n^- + Re(U_n - U_{n-1})$$

A partir de cette remarque, on peut compléter notre formulation de ce modèle dans l'espace d'état, à savoir :

$$\begin{cases} X_{n+1} = A X_n + B U_n & n=0, \dots, N-1 \\ Y_n^+ = c^T X_n + D U_n & n=0, \dots, N \\ Y_n^- = c^T X_n + D U_{n-1} \end{cases}$$

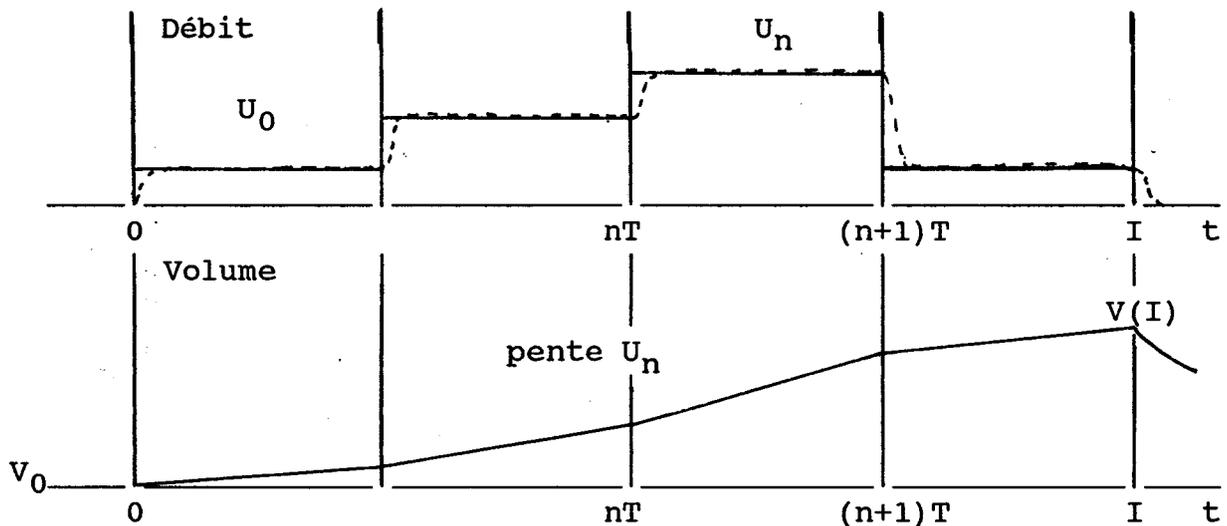


Figure II-6 b : Evolution des débits et volumes

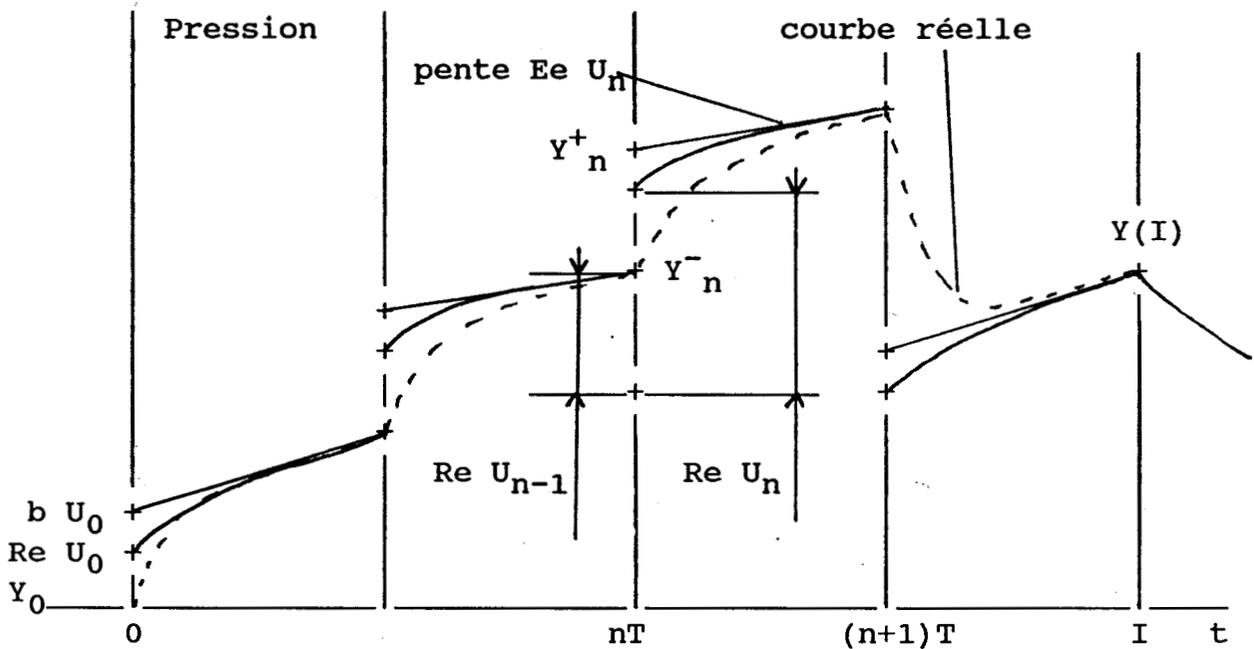


Figure II-6 b : Exemple de comportement en pression du modèle linéaire bicompartimental soumis à un débit quelconque

L'étude du comportement de ce modèle à débit quelconque nous amène à faire les mêmes remarques que celles faites pour le modèle monocompartmental.

On peut conclure ce paragraphe consacré à l'étude des modèles de base par les remarques suivantes :

1) Le modèle bicompartimental permet d'avoir un reflet des deux compartiments séparément, ce qui constitue un abord du système thoraco-pulmonaire plus réaliste.

2) Le comportement du modèle monocompartmental représente une bonne approximation du comportement global du modèle bicompartimental.

3) Lors de la formulation des problèmes d'optimisation de la commande, seules les pressions limites à gauche Y_n^- doivent être prises en compte.

4) La pression maximale peut être atteinte n'importe où dans le cycle inspiratoire. Les pics de pression correspondent à de forts débits.

Les modèles étudiés jusqu'à présent sont stationnaires (les paramètres ne varient pas). Si l'on considère la

modélisation de la partie mécanique des poumons d'un patient sur un horizon temporel plus étendu, il convient de distinguer les trois types de comportements présentés au chapitre I.

II - ETUDE DES MODELES MECANQUES GLOBAUX

On a défini au chapitre I trois types de modèles mécaniques globaux, chacun d'eux reflétant un mode d'évolution des paramètres du système. Précisons maintenant leurs expressions.

1- MODELE MECANIQUE GLOBAL D'UN SYSTEME DONT LES PARAMETRES EVOLUENT POUR CHAQUE PALIER DE DEBIT

On a défini ce modèle sous le terme : modèle global de type 1. Rappelons sa structure et son usage.

Modèle global de type 1 : C'est un modèle linéaire par morceaux. Il est composé de N modèles linéaires monocompartmentaux. Chacun d'eux caractérise l'évolution du système soumis à un palier de débit U_n . Ce type de modèle est utilisé pour représenter des systèmes dont les paramètres sont très sensibles aux variations des paliers de commande. Les modèles monocompartmentaux soumis à des commandes échantillonnées produisent des signaux de pressions discontinus. Nous allons maintenant exprimer les différentes pressions limites.

1.1- Expressions des pressions limites à droite : Y_n^+

On sait que ce modèle global est fonction de N modèles Mod_n linéaires monocompartmentaux. Si tous les modèles étaient identiques, la relation de récurrence liant les différentes pressions Y^+ serait :

$$Y_n^+ = Y_{n-1}^+ + Ee^T U_{n-1} + Re(U_n - U_{n-1})$$

du fait que pour chaque palier U_n on a un modèle Mod_n différent il faut considérer des équations de récurrence de la forme :

$$\text{II-3 } Y_n^+ = Y_{n-1}^+ + Ee_{n-1}^T U_{n-1} + Re_n U_n - Re_{n-1} U_{n-1}$$

ceci se comprend aisément en considérant la figure II-7

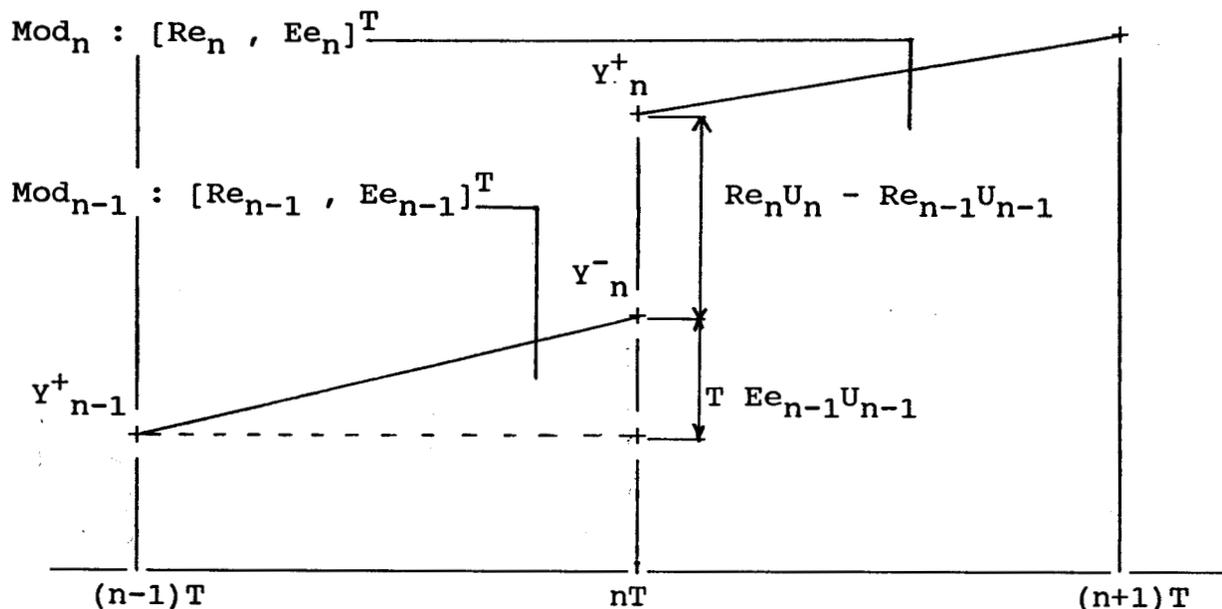


Figure II-7

On pose par définition : $Y_{-1}^+ = Y_0^- = Y_0$ pression de référence ; Y_0 est connue.

A partir de l'équation de récurrence II-3 on obtient facilement la relation exprimant les différentes pressions Y_n^+ , à savoir :

$$\forall n \in \{0, \dots, N\} \quad Y_n^+ = Y_0 + \sum_{k=0}^n s_n^+(k) U_k$$

en posant :

$$\left| \begin{array}{ll} s_n^+(k) = T Ee_k = s_k & k=0, \dots, n-1 \\ s_n^+(n) = Re_n & \\ s_n^+(k) = 0 & k > n \\ s_N^+(N) = Re_{N-1} & \end{array} \right.$$

On exprime ces différentes pressions sous la forme matricielle :

$$\begin{vmatrix} Y_0^+ \\ Y_1^+ \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_n^+ \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_N^+ \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} s_0^+(0) & & & & \\ s_0 & s_1^+(1) & & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ s_0 & \cdot & \cdot & s_n^+(n) & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ s_0 & \cdot & \cdot & \cdot & s_N^+(N) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} U_0 \\ U_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ U_n \\ \cdot \\ U_{N-1} \\ U_{N-1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} Y_0 \\ Y_0 \\ \cdot \\ \cdot \\ Y_0 \\ \cdot \\ Y_0 \\ Y_0 \end{vmatrix}$$

Ceci s'écrit : $y^+ = \mathcal{Y}^+ \mathcal{E} + y_0$

avec : $\dim y^+ = N+1$

$\dim y_0 = N+1$

$\dim \mathcal{Y}^+ = (N+1) \times (N+1)$

en posant : $\mathcal{E} = [U_0, \dots, U_{N-1}, U_{N-1}]^T$, $\dim = N+1$

\mathcal{E} est une commande fictive servant à la représentation mathématique.

1.2- Expressions des pressions limites à gauche : Y_n^-

Si tous les modèles de base Mod_n définissant le modèle global \mathcal{M} étaient égaux, la relation de récurrence liant Y_n^+ et Y_n^- s'écrirait :

$$Y_n^+ = Y_n^- + Re(U_n - U_{n-1})$$

Comme tous les modèles sont différents, on doit considérer une relation de type :

$$Y_n^+ = Y_n^- + Re_n U_n - Re_{n-1} U_{n-1}$$

De cette relation et de la connaissance des différents Y_n^+ on tire la forme générale des Y_n^- , à savoir :

$$\forall n \in \{0, \dots, N\} \quad Y_n^- = Y_0 + \sum_{k=0}^{n-1} s_n^-(k) U_k$$

en posant :

$$\begin{cases} s_n^-(k) = T \cdot E e_k = s_k & k=0, \dots, n-2 \\ s_n^-(n-1) = T E e_{n-1} + R e_{n-1} \\ s_n^-(k) = 0 & k > n-1 \end{cases}$$

Expression matricielle des pressions :

$$\begin{pmatrix} Y_0^- \\ Y_1^- \\ Y_2^- \\ \vdots \\ Y_n^- \\ \vdots \\ Y_N^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & & & & & & \\ s_1^-(0) & 0 & & & & & \\ s_0 & s_2^-(1) & 0 & & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & \\ s_0 & \vdots & s_n^-(n-1) & 0 & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & & \\ s_0 & \vdots & \vdots & \vdots & s_N^-(N-1) & 0 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \\ \vdots \\ U_{N-1} \\ U_{N-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} Y_0 \\ Y_0 \\ Y_0 \\ \vdots \\ Y_0 \\ \vdots \\ Y_0 \\ Y_0 \end{pmatrix}$$

Ceci s'écrit : $y^- = \mathcal{Y}^- \mathcal{E} + y_0$

avec : $\dim y^- = N+1$
 $\dim \mathcal{Y}^- = (N+1) \times (N+1)$

1.3- Expression du modèle global de type 1

D'une manière analogue on peut écrire l'ensemble des volumes sous la forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \vdots \\ V_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & & & & & & \\ T & 0 & & & & & \\ T & T & 0 & & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & \\ T & \vdots & T & 0 & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & & \\ T & \vdots & \vdots & \vdots & T & 0 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ \vdots \\ U_n \\ \vdots \\ U_{N-1} \\ U_{N-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} V_0 \\ V_0 \\ \vdots \\ V_0 \\ \vdots \\ V_0 \\ V_0 \end{pmatrix}$$

d'où $V = \mathcal{V} \mathcal{E} + V_0$

avec : $\dim \mathcal{V} = N+1$

$\dim \mathcal{Z} = (N+1) \times (N+1)$

Un modèle global de type 1 peut donc être décrit par le système suivant ; y_0 et v_0 sont connus.

$$\begin{cases} y^+ = \mathcal{Y}^+ \mathcal{E} + y_0 \\ y^- = \mathcal{Y}^- \mathcal{E} + y_0 \\ v = \mathcal{Z} \mathcal{E} + v_0 \end{cases}$$

Chaque y_n^+ et v_n peut être retrouvé en écrivant :

$$\begin{aligned} y_n^+ &= G_n^T y^+ \\ v_n &= G_n^T v \end{aligned}$$

où $G_n^T = [0, \dots, 1, \dots, 0]$ 1 en $n+1$ ième position

avec : $\dim G_n^T = N+1$

2- MODELE MECANIQUE GLOBAL D'UN SYSTEME DONT LES PARAMETRES EVOLUENT PAR GROUPE DE PALIERS DE DEBIT

Modèle global de type 2 : C'est un modèle linéaire par morceaux. Il est composé de J modèles linéaires bicompartimentaux. Chacun d'eux décrit l'évolution du système autour d'un point de fonctionnement. Ce type de modèle est utilisé pour représenter un système dont les paramètres sont moins sensibles aux variations des paliers de commande.

Chaque modèle bicompartimental Mod_j s'applique sur un intervalle $[n_j^T, n_{j+1}^T[$ du cycle inspiratoire. Il peut être représenté par un système d'équations :

$$\begin{cases} X_{n+1} = A_j X_n + B_j U_n & n = n_j, \dots, n_{j+1}-1 \\ y_n^+ = C_j^T X_n + D_j U_n \\ y_n^- = C_j^T X_n + D_j U_{n-1} & n = n_{j+1}, \dots, n_{j+1} \end{cases}$$

X_0 constitue l'état initial du système, c'est en même temps l'état initial du premier modèle, Mod_1 , du modèle global. X_0 est connu (cf chap.III).

La représentation du modèle global sous forme d'expressions matricielles linéaires par rapport au vecteur commande nécessite l'introduction, au sein de ces matrices, de termes de couplage entre les modèles. Ces termes de couplage sont compliqués à exprimer. Une solution s'offre à nous pour pallier à ces difficultés. Elle consiste à formuler les équations du modèle global à partir du vecteur commande et des vecteurs d'état aux transitions entre modèles. Soit X_{n_j} ces vecteurs.

2.1- Expressions des pressions limites à droite : Y_n^+

Pour chaque modèle linéaire bicompartimental donné, les pressions limites à droite : Y_n^+ s'expriment sous la forme :

$$\text{II-4 } Y_n^+ = C^T A^n X_0 + C^T [A^{n-1}B, \dots, AB, B] \begin{vmatrix} U_0 \\ \vdots \\ U_{n-1} \end{vmatrix} + D U_n$$

Pour chacun des différents modèles Mod_j composant le modèle global, l'expression II-4 s'écrit :

$$\text{II-5 } Y_n^+ = C_j^T A_j^{n-n_j} X_{n_j} + C_j^T [A_j^{n-n_j-1} B_j, \dots, A_j B_j, B_j] \begin{vmatrix} U_{n_j} \\ \vdots \\ U_{n-1} \end{vmatrix} + D_j U_n$$

$n = n_j, \dots, n_{j+1}-1$

On pose, quelque soit le modèle Mod_j considéré :

$$\begin{cases} a_j^+(0) = D_j \\ a_j^+(k) = C_j^T A_j^{k-1} B_j & k = 1, \dots, n_j - n_{j+1} - 1 \\ b_j(n) = C_j^T A_j^{n-n_j} X_{n_j} & n = n_j, \dots, n_{j+1} - 1 \end{cases}$$

L'expression II-5 se ramène à :

$$Y_n^+ = b_j(n) + \sum_{k=0}^{n-n_j} a_j^+(k) U_{n-k}$$

$n = n_j, \dots, n_{j+1}-1$

Pour chaque modèle Mod_j du modèle global cela s'écrit :

$$\text{II-6 } Y_n^- = C_j^T A_j^{n-n_j} X_{n_j} + C_j^T [A_j^{n-n_j-1} B_j, \dots, B_j] \begin{vmatrix} U_{n_j+1} \\ \vdots \\ U_{n-1} \end{vmatrix} + D_j U_{n-1}$$

$$n = n_j+1, \dots, n_{j+1}$$

On pose, quelque soit le modèle considéré : Mod_j

$$\begin{cases} a_j^-(1) = a_j^+(1) + a_j^+(0) \\ a_j^-(k) = a_j^+(k) \quad k=2, \dots, n_{j+1}-n_j \end{cases}$$

L'expression II-6 se ramène à :

$$Y_0^- = b_1(0)$$

$$Y_n^- = b_j(n) + \sum_{k=1}^{n-n_j} a_j^-(k) U_{n-k}$$

$$n = n_j+1, \dots, n_{j+1}$$

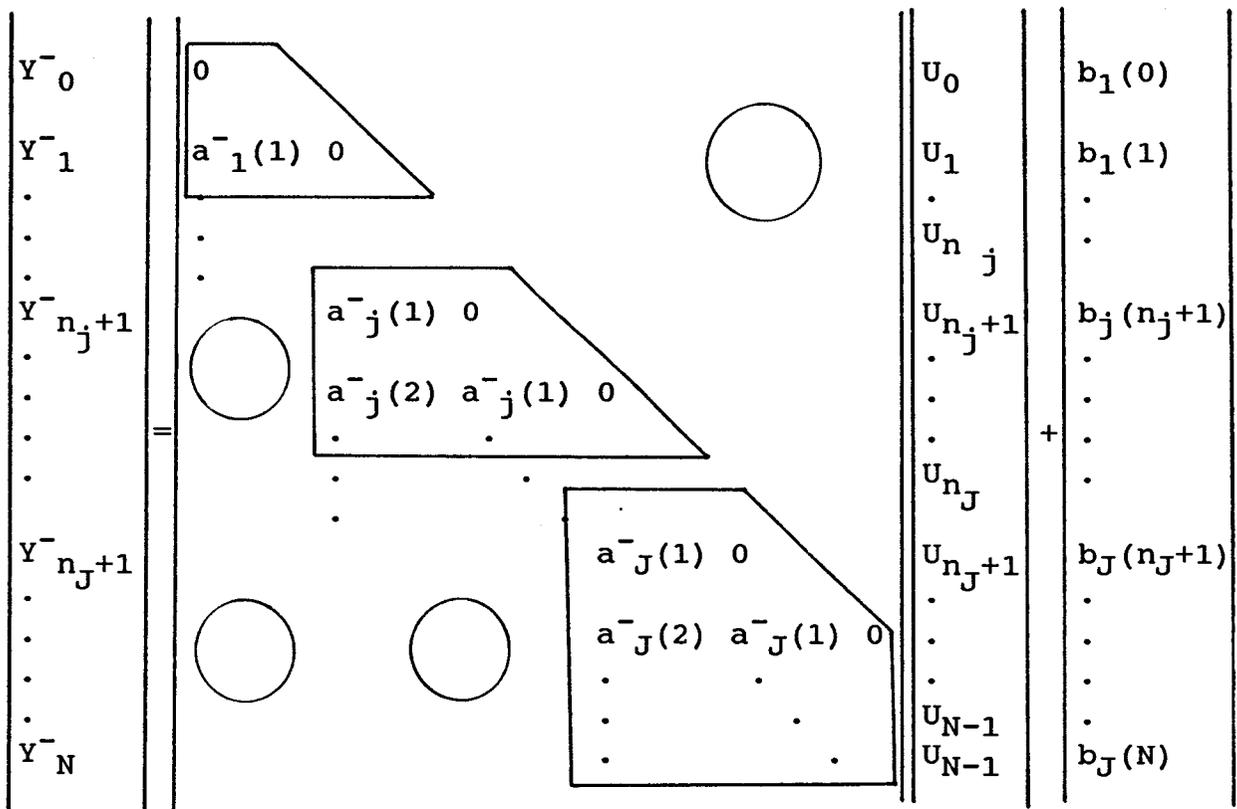
Soit, sous forme matricielle :

$$y^- = \mathcal{A}^- \mathcal{E} + B_{(X_{n_j})} \quad j=1, \dots, J$$

avec : $\dim y^- = N+1$

$$\dim \mathcal{A}^- = (N+1) \times (N+1)$$

Précisons ces différents éléments :



2.3- Expression du modèle global de type 2

On a vu pour le modèle global de type 1 que l'on pouvait écrire l'ensemble des volumes sous la forme matricielle :

$$V = \mathcal{Z} \mathcal{E} + V_0$$

Cette formulation reste valable ici, le comportement vis-à-vis du volume total est identique quels que soient les modèles de base employés.

Le comportement d'ensemble d'un modèle de type 2, c'est-à-dire le comportement observable en sortie (à la bouche sur un patient), pression totale moins pression des voies aériennes supérieures et volume total, peut être représenté par un système d'équations matricielles :

$$\begin{cases}
 y^+ = \mathcal{A}^+ \mathcal{E} + \mathcal{B}_{(x_{n_j})} \\
 y^- = \mathcal{A}^- \mathcal{E} + \mathcal{B}_{(x_{n_j})} \\
 V = \mathcal{Z} \mathcal{E} + V_0
 \end{cases}
 \quad j=1, \dots, J$$

Il faut adjoindre à ces trois équations J autres systèmes d'équations matricielles, ceux reflétant le comportement volumique au niveau des deux compartiments, à savoir :

$$\left| \begin{array}{l} X_0 \text{ connu} \\ X_{n+1} = A_j X_n + B_j U_n \\ n = n_j, \dots, n_{j+1}-1 \end{array} \right. \quad j=1, \dots, J$$

Les variables utilisées pour décrire le comportement d'ensemble sont au nombre de $2J \times N$; en effet, on dispose de N paliers de débit $U_n (U_0, \dots, U_{N-1})$ et de J vecteurs d'état X_{n_j} de dimension deux.

Les problèmes d'optimisation de la commande peuvent être posés à partir de ces formules à condition bien sûr d'introduire comme contraintes les équations d'état du modèle global. En effet, les valeurs admissibles des vecteurs X_{n_j} sont dépendantes des variables U_n par l'intermédiaire des équations d'état.

3- MODELE MECANIQUE GLOBAL D'UN SYSTEME DONT LES PARAMETRES N'EVOLUENT PAS SUR LE CYCLE

Modèle global de type 3 : Le modèle global est composé d'un seul modèle linéaire bicompartimental. Ce type de modèle est utilisé pour représenter un système dont les paramètres sont très peu sensibles aux variations des paliers de commande.

Les équations dans l'espace d'état de ce modèle s'écrivent :

$$\begin{array}{l} \text{II-7} \\ \text{II-8} \\ \text{II-9} \end{array} \left| \begin{array}{l} X_{n+1} = A X_n + B U_n \\ Y_n^+ = C^T X_n + D U_n \\ Y_n^- = C^T X_n + D U_{n-1} \end{array} \right. \begin{array}{l} n=0, \dots, N-1 \\ n=0, \dots, N \\ n=0, \dots, N \end{array}$$

A partir de ces équations, on peut obtenir des expressions des pressions limites à droite et à gauche sous forme de fonction linéaire des paliers de débit U_n .

3.1- Expressions des pressions limites à droite : Y_n^+

La combinaison des équations II-7 et II-8 permet

d'exprimer les pressions limites à droite sous la forme :

$$Y_n^+ = C^T A^n X_0 + C^T [A^{n-1} B, \dots, AB, B] \begin{vmatrix} U_0 \\ \vdots \\ U_{n-1} \end{vmatrix} + D U_n$$

$$n=0, \dots, N \quad \text{avec } U_N = U_{N-1}$$

On pose :

$$\begin{cases} h^+(0) = D \\ h^+(n) = C^T A^{n-1} B & n=1, \dots, N \\ l(n) = C^T A^n X_0 & n=0, \dots, N \end{cases}$$

X_0 représente l'état initial du système, X_0 est connu.
(Cf chap.III).

Avec les notations précédentes, les pressions limites à droite s'écrivent :

$$Y_n^+ = l(n) + \sum_{k=0}^n h^+(k) U_{n-k}$$

$$n=0, \dots, N \quad \text{avec } U_N = U_{N-1}$$

L'ensemble de ces pressions peut être représenté par l'expression matricielle :

$$y^+ = \mathcal{H}^+ \mathcal{E} + \mathcal{L}(X_0)$$

$$\text{avec : dim } y^+ = N+1$$

$$\text{dim } \mathcal{E} = N+1$$

$$\text{dim } \mathcal{L} = N+1$$

$$\text{dim } \mathcal{H}^+ = (N+1) \times (N+1)$$

Détaillons ces différents éléments :

$$\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} Y^+_0 \\ Y^+_1 \\ \cdot \\ Y^+_n \\ \cdot \\ Y^+_N \end{array} \right| \end{array} = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{cccc} h^+(0) & & & \\ h^+(1) & h^+(0) & & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \\ h^+(n) & \cdot & \cdot & h^+(0) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ h^+(N) & \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \right| \end{array} \begin{array}{c} \bigcirc \end{array} \begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} U_0 \\ U_1 \\ \cdot \\ U_n \\ \cdot \\ U_{N-1} \\ U_{N-1} \end{array} \right| \end{array} + \begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} l(0) \\ l(1) \\ \cdot \\ l(n) \\ \cdot \\ l(N) \end{array} \right| \end{array}$$

L'ensemble des pressions Y^+_n apparait comme une expression linéaire par rapport à la commande .

3.2- Expressions des pressions limites à gauche : Y^-_n

En combinant les équations II-7 et II-9, on obtient l'expression générale de ce type de pression, soit :

$$Y^-_n = C^T A^n X_0 + C^T [A^{n-1}B, \dots, AB, B] \begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} U_0 \\ \cdot \\ U_{n-1} \end{array} \right| + D U_{n-1}$$

$$n=0, \dots, N$$

On pose :

$$\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} h^-(0) = 0 \\ h^-(1) = h^+(0) + h^+(1) \\ h^-(n) = h^+(n) \end{array} \right. \quad n=2, \dots, N$$

Ces notations permettent d'écrire Y^-_n sous la forme :

$$Y^-_n = l(n) + \sum_{k=0}^n h^-(k) U_{n-k}$$

$$n=0, \dots, N$$

Soit sous une expression matricielle :

$$y^- = \mathcal{H}^- \mathcal{E} + \mathcal{L} (x_0)$$

avec : $\dim y^- = N+1$

$$\dim \mathcal{H}^- = (N+1) \times (N+1)$$

Cette représentation matricielle est la suivante :

$$\begin{array}{c}
 \left| \begin{array}{c} Y^-_0 \\ Y^-_1 \\ Y^-_2 \\ \vdots \\ Y^-_n \\ \vdots \\ Y^-_N \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cccc} 0 & & & \\ h^-(1) & 0 & & \\ h^-(2) & h^-(1) & 0 & \\ \vdots & \vdots & & \\ h^-(n) & \cdot & h^-(1) & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdot & \cdot \\ h^-(N) & \cdot & \cdot & \cdot & h^-(1) & 0 \end{array} \right| \left(\text{Circle} \right) \left| \begin{array}{c} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \\ \vdots \\ U_{N-1} \\ U_{N-1} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} 1(0) \\ 1(1) \\ 1(2) \\ \vdots \\ 1(n) \\ \vdots \\ 1(N) \end{array} \right|
 \end{array}$$

3.3- Expression du modèle global de type 3

Le comportement d'ensemble d'un modèle global de type 3 peut être représenté par un système d'équations matricielles :

$$\left| \begin{array}{l}
 y^+ = \mathcal{H}^+ \mathcal{E} + \mathcal{L} (x_0) \\
 y^- = \mathcal{H}^- \mathcal{E} + \mathcal{L} (x_0) \\
 v = \mathcal{C} \mathcal{E} + v_0
 \end{array} \right.$$

Le comportement volumique au niveau des deux compartiments reste quant à lui reflété par l'expression matricielle :

$$\left| \begin{array}{l}
 X_0 \text{ connu} \\
 X_{n+1} = A X_n + B U_n \\
 n=0, \dots, N-1
 \end{array} \right.$$

Ce type de modèle global apparaît comme un cas particulier de modèle global de type 2.

III - LES PROBLEMES D'OPTIMISATION DE LA COMMANDE

1- PRESENTATION GENERALE DES PROBLEMES D'OPTIMISATION

On se place uniquement d'un point de vue mécanique. Notre but est d'amener et de maintenir un sujet sous ventilation assistée dans un état considéré par les spécialistes comme optimal.

On a choisi de travailler à fréquence respiratoire fixe ainsi qu'avec un rapport période inspiratoire sur période respiratoire fixe. La seule possibilité d'influer sur l'état du sujet se fait donc par l'intermédiaire de la forme de la courbe de débit d'air à insuffler. On utilise des commandes échantillonnées (figure II-8). La période inspiratoire $[0, I]$ est divisée en N intervalles, sur chacun desquels on génère un palier de débit constant U_n . La recherche d'une forme de débit équivaut donc à la recherche d'un ensemble :

$$\mathcal{C} = \{U_n \in \mathcal{D}_u, n=0, \dots, N-1\}$$

où \mathcal{D}_u désigne l'ensemble admissible des débits.

On a déjà introduit la notation vectorielle commande fictive :

$$\mathcal{C} = [U_0, \dots, U_{N-1}, U_{N-1}]^T$$

C'est cette forme que l'on utilisera le plus souvent.

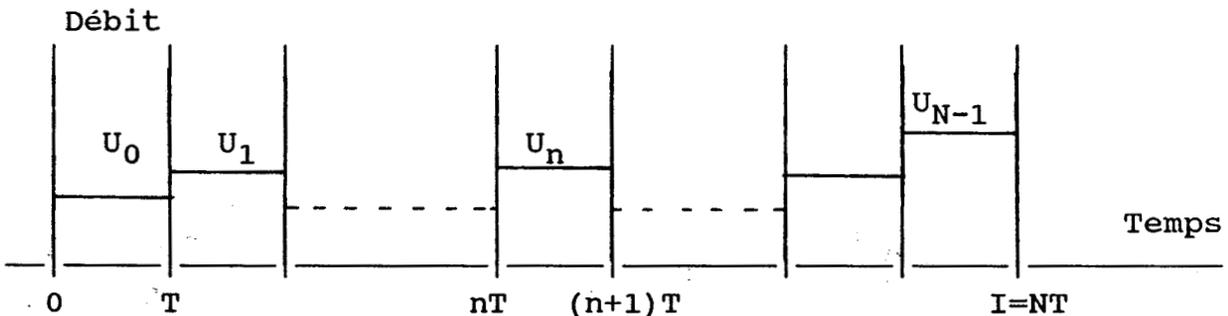


Figure II-8 : Commande de débit échantillonnée

Définissons maintenant sur un plan mécanique un état optimal en ventilation assistée. C'est un état pour lequel on a :

- 1) une minimisation de l'agression barométrique ;
- 2) un bon passage du volume courant prédéfini d'air pendant la période inspiratoire ;
- 3) une répartition la plus équilibrée possible de cet air entre les deux poumons ;
- 4) une compliance instantanée qui reste dans des limites normales.

Détaillons ces quatre points.

1) L'agression barométrique

Cette agression provient du mode de ventilation non naturelle employé (l'air est insufflé de l'extérieur au lieu d'être aspiré de l'intérieur). Ce mode de ventilation produit des pressions maximales et moyennes supérieures à celles engendrées lors d'une ventilation naturelle. A l'heure actuelle, on ne peut pas affirmer avec certitude que l'une est plus importante que l'autre dans le phénomène d'agression. Ces deux grandeurs pression maximale et moyenne doivent être considérées comme des critères à minimiser.

2) Le passage du volume courant

Un sujet sain absorbe en moyenne toujours le même volume d'air durant l'inspiration. En ventilation assistée, il convient donc de recréer cette situation naturelle en insufflant pendant chaque période inspiratoire un volume d'air prédéfini ; le volume courant V_T . Ce volume peut être différent d'un patient à un autre. Ce volume à passer durant la période inspiratoire constitue une contrainte impérative.

3) La répartition gazeuse

Sans entrer dans les détails, on peut dire qu'une répartition équilibrée de l'air dans les deux poumons entraîne un bon comportement au niveau des échanges gazeux. La différence entre les volumes finaux des deux poumons constitue un critère à minimiser.

4) La limitation de la compliance instantanée

Un reflet global de l'élasticité des poumons est donné par les calculs des compliances. Des valeurs normales admissibles de ces compliances peuvent être estimées. En ventilation assistée, il convient que les pressions engendrées et les volumes insufflés n'entraînent pas des dépassements de ces valeurs d'élasticité limites. On impose donc des contraintes sur les valeurs de la compliance instantanée.

Aux objectifs et aux contraintes concernant exclusivement le système réel viennent s'ajouter trois autres contraintes.

1) Les limitations des variables volumes et débits. Ces limitations sont liées au type de ventilateur employé ainsi qu'à la sécurité des patients.

2) Les équations du modèle. Ce sont ces équations qui décrivent les liens entre les différentes variables volumes et débits du système.

3) La proximité des courbes de débit d'une commande à l'autre. Le système est évolutif, pour chaque commande on détermine un modèle. C'est à partir de ce modèle que l'on calcule la nouvelle commande à appliquer. Pour que cette façon de procéder ait un sens et que la commande recherchée soit valide il faut que celle-ci diffère peu de l'ancienne.

Pour achever cette présentation des problèmes d'optimisation de la commande, trois points doivent être mis en évidence.

Premier point : l'utilité du modèle non linéaire représentatif des voies aériennes supérieures.

L'optimisation de la commande concerne uniquement les voies aériennes inférieures. En effet, il ne sert à rien d'essayer de minimiser la pression dans la sonde d'intubation, cette pression n'agresse que la sonde et non le patient. Les modèles employés ainsi que les problèmes posés sont tous linéaires. On a donc à traiter des problèmes de programmation linéaire (/22/).

Deuxième point : la position du maximum de pression durant la période inspiratoire.

Comme l'ont montré les courbes théoriques de pression pour un débit quelconque obtenues à partir de modèles mono et bicompartimentaux, la position du maximum de pression n'est pas fixée, elle varie en fonction de la forme de débit insufflé. Cette remarque est d'ailleurs bien vérifiée en pratique. Une minimisation de la pression maximale entraîne donc la résolution de plusieurs programmes linéaires dans lesquels tour à tour chaque pression est supposée maximale.

Troisième point : Les discontinuités des réponses en pression des modèles.

Avec des commandes échantillonnées, on constate que les réponses en pression des modèles sont discontinues. A chaque instant d'échantillonnage on dispose de deux pressions ; la pression limite à gauche notée Y_n^- et la pression limite à droite notée Y_n^+ . Ces dernières n'existent pas dans la réalité, les courbes de pression sont lissées par des éléments capacitifs non pris en compte par les modèles employés. Seules les pressions limites à gauche sont atteintes, c'est donc à partir de celles-ci que doivent être formulés les problèmes d'optimisation de la commande.

Ces différents points précisés, on peut formaliser les problèmes.

2- POSITION DU PROBLEME DANS UN CONTEXTE GENERAL

Les problèmes d'optimisation sont posés à partir des équations des modèles globaux, on travaille donc toujours dans un contexte discret.

Afin de positionner clairement les problèmes, précisons quelques notations.

* Pression maximale

On note $(Y_m)^+ = \max_n Y_n \quad n \in \{0, \dots, N\}$

C'est la pression à l'instant mT .

* Distance de deux commandes

Soit \mathcal{E}_p et $\mathcal{E}_{p-1} \in \mathcal{D}_u \subset \mathbb{R}^N$

On note $D(\mathcal{E}_p, \mathcal{E}_{p-1})$ la distance dans \mathcal{D}_u entre ces deux commandes. On précisera au moment opportun le type de distance utilisé (Annexe 1).

* Pression moyenne

Elle est notée : \bar{Y}

* Compliance instantanée

Elle est notée : $cins_n = \Delta v / \Delta y = (v_{n+1} - v_n) / (y_{n+1} - y_n)$

Soit \mathcal{D}_{cins} son domaine admissible.

* Ecart entre les volumes finaux des deux poumons

On note Δv_f l'écart entre les volumes finaux des deux compartiments du modèle.

* Domaines admissibles des variables volumes et débits

Ils sont notés respectivement \mathcal{D}_v et \mathcal{D}_u .

Une remarque importante s'impose maintenant.

Les contraintes concernant la compliance instantanée s'écrivent :

$$cins_n \in \mathcal{D}_{cins} \quad \forall n \in \{0, \dots, N-1\}$$

ou plus simplement :

$$C_{min} \leq cins_n \leq C_{max}$$

$$\text{avec } C_{min}, C_{max} > 0$$

Le volume ne pouvant que croître durant l'inspiration, ces contraintes entraînent les contraintes implicites :

$$\forall n \in \{0, \dots, N-1\} \quad y_{n+1} - y_n > 0$$

Cela revient à dire que la pression maximale se trouve en fin de cycle inspiratoire.

De cette remarque découle l'existence de deux types de problème d'optimisation. L'un tient compte des contraintes sur la compliance instantanée ; ce type de problème est appelé "problème avec pression maximale en fin de cycle inspiratoire". Les autres ne tiennent pas compte de ces contraintes, ils sont appelés "problèmes avec pression maximale quelconque".

Détaillons ces deux types de problème.

2.1- Problème avec pression maximale en fin de cycle inspiratoire

2.1.1- Position du problème

La pression maximale est notée $(Y_N)^+$. Le système est représenté par un modèle global calculé pour une commande \mathcal{E}_{p-1} , soit $\mathcal{M}_{p-1}(\mathcal{E}_{p-1})$ ce modèle.

Objectif : Trouver une commande \mathcal{E}_p vérifiant le programme linéaire suivant :

$$\min_{U_n, X_n} [Y_N(U_n, X_n)]^+$$

$$\min_{U_n, X_n} \bar{Y}(U_n, X_n)$$

$$\min_{U_n, X_n} \Delta V_f(U_n, X_n)$$

Sous les contraintes linéaires (C.L) :

A) Passage d'un volume d'air V_T pendant la période inspiratoire. Ceci s'écrit :

$$T \sum_{n=0}^{N-1} U_n = V_T \quad \implies \quad 1 \text{ C.L}$$

B) Proximité des commandes \mathcal{E}_p et \mathcal{E}_{p-1} . Ceci peut s'écrire :

$$D(\mathcal{E}_p, \mathcal{E}_{p-1}) \leq s \in \mathbb{R}^+ \quad \implies \quad N \text{ C.L}$$

On choisit une distance D qui permet d'exprimer cette contrainte sous une forme linéaire (cf Annexe 1).

C) Equations d'état du modèle global. Soit :

$$X_{n+1} = A X_n + B U_n \quad n=0, \dots, N-1 \quad \implies 2N \text{ C.L.}$$

D) Limitation de la valeur de la compliance instantanée.
Ceci s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta V(U_n) &\leq c_{\max} \Delta Y(U_n, X_n) \\ \Delta V(U_n) &\geq c_{\min} \Delta Y(U_n, X_n) \end{aligned} \quad \implies 2N \text{ C.L.}$$

$n=0, \dots, N-1$

Ce programme linéaire comporte :

N variables de débit U_n (la commande ξ_p) appartenant à un domaine admissible \mathcal{D}_u .

N variables de dimension deux :

$$X_n = [V_1(n), V_2(n)]^T \text{ appartenant au domaine admissible } \mathcal{D}_v^2$$

Il s'agit ici d'un problème d'optimisation multicritère. Il porte sur trois critères et $5N + 1$ contraintes.

2.1.2- Résolution

On ramène le problème multicritère à un problème monocritère. On choisit comme critère à minimiser celui représentant la pression maximale. Les deux autres critères sont traités comme des contraintes dont on fait varier les bornes. On obtient ainsi différentes solutions, il suffit de choisir le compromis le plus intéressant (/21/).

Le problème type s'écrit :

$$\min_{U_n, X_n} [Y_N(U_n, X_n)]^+$$

sous les contraintes

Ⓢ

A) B) C) D) et

E) Limitation de la pression moyenne :

$$\bar{Y}(U_n, X_n) \leq \bar{Y}_L \quad \implies 1 \text{ C.L}$$

F) Equilibrage des volumes finaux des deux compartiments :

$$\Delta V_f(U_n, X_n) \leq DV \quad \implies 1 \text{ C.L}$$

\bar{Y}_L et DV sont des limites variables que l'on ajuste.

On a à résoudre un programme linéaire (I) à un critère et $5N + 3$ contraintes.

Sa résolution est classique (/22/). Elle s'est effectuée par voie numérique. Dorénavant on considérera les problèmes à pression maximale en fin de cycle inspiratoire sous la forme (I).

2.2- Problème avec pression maximale quelconque

2.2.1- Position des problèmes

Le système est comme dans le cas précédent représenté par un modèle global $\mathcal{M}_{p-1} (\mathcal{C}_{p-1})$.

On ne connaît pas la position de la pression maximale, on émet l'hypothèse qu'une pression est maximale, soit $(Y_m)^+$ cette pression. Pour valider cette hypothèse, il faut ajouter des contraintes spécifiant que la pression choisie est supérieure ou égale à toutes les autres.

On dispose des expressions des $N+1$ pressions définies aux instants d'échantillonnage. On doit donc traiter $N+1$ programmes linéaires.

Le programme linéaire type est noté P.L N°m et il s'écrit:

Hypothèse : $(Y_m)^+ = \max_n Y_n \quad n \in \{0, \dots, N\}$

$\min_{U_n, X_n} [Y_m(U_n, X_n)]^+$

$\min_{U_n, X_n} \bar{Y}(U_n, X_n)$

$\min_{U_n, X_n} \Delta V_f(U_n, X_n)$

Sous les contraintes :

A) B) C) et

G) Contraintes spécifiant que $(Y_m)^+$ est la pression maximale. Elle s'écrit :

$Y_n - (Y_m)^+ \leq 0 \quad \forall n \in \{0, \dots, N\} - \{m\} \quad \implies N \text{ C.L.}$

Chaque programme linéaire numéro m comporte 3 critères et $4N+1$ contraintes.

2.2.2- Résolution

Comme pour les problèmes dits à "pression maximale en fin de cycle inspiratoire", on ramène les problèmes multicritères à des problèmes monocritères. On choisit toujours la pression maximale comme critère à minimiser.

Le programme linéaire type numéro m est encore noté P.L N°m. Il s'écrit :

Hypothèse : $(Y_m)^+ = \max_n(Y_n) \quad n \in \{0, \dots, N\}$

$\min_{U_n, X_n} [Y_m(U_n, X_n)]^+$

II

Sous les contraintes :

A) B) C) D) E) F) G)

Le programme type comporte 1 critère et $4N+3$ contraintes.

C'est sous cette forme (II) que l'on a traité les problèmes, et c'est celle-ci à qui sera dorénavant employée quand on abordera des problèmes du même type.

On doit résoudre N+1 programmes linéaires (II). Chacun d'eux a ou n'a pas une solution admissible. Cette solution, si elle existe, résulte d'un compromis entre les valeurs des pressions moyennes et maximales et de l'écart des volumes finaux. Pour chaque programme linéaire, on adopte le même compromis en fixant les valeurs limites \bar{Y}_L et DV. On note le minimum de pression maximale obtenu par la résolution d'un P.L N°m par :

$$\text{Min } (Y_m)^+$$

La résolution des N+1 P.L N°m nous donne :

$\xi_p(m)$: commande ξ_p solution du P.L N°m

$\text{Min } (Y_m)^+$: minimum de pression maximale obtenu

$$m = 0, \dots, N$$

La solution optimale est celle du programme linéaire qui procure la solution la plus favorable, à savoir celle conduisant à la pression maximale la moins importante.

Soit :

ξ_p^* : la commande optimale.
Elle produit le minimum de pression :

$$\min_m [\text{Min}(Y_m)^+] \quad m=0, \dots, N.$$

La formulation des différents problèmes d'optimisation de la commande vient d'être exposée dans un contexte général. L'étude peut être approfondie en détaillant pour chaque type de modèle global les expressions des éléments des programmes linéaires, à savoir celles des critères et des contraintes.

Les différents problèmes ainsi posés sont présentés dans l'annexe numéro un. L'annexe numéro deux présente les résultats de la résolution de ces problèmes et leurs simulations dans le cas de modèles globaux de type trois.

CONCLUSION

la solution de modélisation proposée au chapitre I repose sur l'utilisation de modèles linéaires mono et bicompartimentaux. Il était donc utile, dans un premier temps, d'étudier ces différents modèles de base. Le but recherché est la mise en évidence de l'influence de la forme de la courbe de débit sur les régimes de volume et de pression. Dans cette optique on a adopté un formalisme discret pour décrire les modèles. Celui-ci permet d'assimiler une courbe de débit à un vecteur à N composantes, chaque composante étant un palier de débit.

Les simulations des modèles pour différents vecteurs commandes mettent nettement en évidence l'influence de la forme de la courbe de débit. Elles indiquent en particulier que les positions et valeurs absolues des pics de pression sont dépendantes de la forme de la courbe de débit. A partir de ce moment, il est concevable d'envisager une optimisation de l'état mécanique du système par l'intermédiaire de la recherche d'une commande de débit optimale.

Dans un second temps, il était utile de définir une formulation adaptée aux modèles globaux proposés au chapitre I. Pour les trois types de modèles globaux, on propose des représentations discrètes, s'exprimant sous une forme matricielle. Toutes ces expressions sont des fonctions linéaires du vecteur commande, nous pouvons donc exploiter toutes les ressources de l'algèbre linéaire. Dès lors que la formulation est établie, il est possible de positionner les problèmes d'optimisation de la commande.

De la synthèse des résultats des simulations à débit variable et des entretiens avec des experts, on peut définir clairement un état mécanique optimal. Le problème consiste donc à rechercher le vecteur commande qui amène un modèle donné à son état optimal. Compte tenu du contexte linéaire du sujet, cette recherche peut être menée à bien par l'intermédiaire de la résolution de problèmes de programmation linéaire (annexe 1). Les résultats enregistrés par cette méthode sont en accord avec les prévisions des experts. Ces différents résultats sont présentés dans l'annexe 2.

SECONDE PARTIE

IDENTIFICATION CLASSIFICATION VALIDITE

INTRODUCTION

La seconde partie de ce mémoire est consacré à l'aspect identification du processus. Les buts de cette introduction sont :

- la présentation du problème de l'identification ;
- la présentation de la procédure d'identification ;
- la coordination des traitements des différents problèmes rencontrés pour la mise au point de cette procédure.

I - PRESENTATION

Pour un sujet sous intubation, la partie mécanique du système se comporte comme l'association de deux modèles.

Un premier modèle non linéaire représentatif des voies aériennes supérieures (bouche et trachée) et de l'appareillage.

Un second modèle linéaire par morceaux représentatif des voies aériennes inférieures (bronches et alvéoles).

But : On cherche à identifier les modèles précités pour des commandes de type échantillonné

$$\mathcal{C} = \{U_n \in \mathcal{D}_u, n=0, \dots, N-1\}$$

Le calcul de la résistance endotrachéale du modèle non linéaire (voies aériennes supérieures) ne présente aucune difficulté, elle a été traitée au chapitre I paragraphe II-1.1.

Dorénavant on s'attachera à l'étude de l'identification des paramètres des modèles représentatifs des voies aériennes inférieures, que l'on désignera par les termes "système" ou "processus" par souci de simplification.

1- LES DONNEES

Les grandeurs mécaniques accessibles aux mesures et enregistrées au niveau des voies aériennes supérieures sont :

- les débits insufflés ;
- les volumes passés ;
- les pressions (mesurées au niveau de la bouche) engendrées par cette insufflation.

On dispose aussi des caractéristiques de la sonde d'intubation : π_0 et π_1 .

Ces données sont enregistrées à partir de l'instant $t=0$ (départ d'un cycle respiratoire). La période d'échantillonnage des enregistrements peut être défini par $T_e=T/K$. On dispose de K enregistrements par période T .

A partir des coefficients π_0 et π_1 de la sonde d'intubation, on peut calculer en temps réel pour chaque palier de débit U_n la pression endotrachéale à l'instant nT : P_{c_n} . On dispose donc des enregistrements des débits U_n , des pressions en sortie $P_n(k)$, des volumes $V_n(k)$ et des différentes pressions endotrachéales P_{c_n} . Pour chaque palier de débit U_n on dispose ainsi d'un enregistrement de K triplets (débit, pression, volume) ; $\{(U_n, Y_n(k), V_n(k), k=0, \dots, K-1)\}$ où chaque $Y_n(k)$ représente la pression au niveau des voies aériennes inférieures à l'instant kT_e ($Y_n(K) = P_n(K) - P_{c_n}$).

Ces signaux sont enregistrés en régime stable (après la phase de stabilisation). Ils sont très peu bruités voire pas du tout. Compte tenu de la méthode d'identification employée (moindres carrés) les données enregistrées peuvent être utilisées telles quelles. Il n'est donc pas nécessaire d'effectuer un filtrage supplémentaire.

2- DECOMPOSITION DU PROBLEME D'IDENTIFICATION

Pour commencer cette étude il faut introduire la définition suivante :

Définition des ensembles identifiables : On appelle ensemble identifiable, un ensemble de points de mesure (débit, pression, volume) consécutifs, relevé sur un

Définition des ensembles identifiables : On appelle ensemble identifiable, un ensemble de points de mesure (débit, pression, volume) consécutifs, relevé sur un intervalle inclu ou égal au cycle inspiratoire $[0, I]$, pour lequel les éléments du modèle linéaire associé sont estimés constants et par conséquent identifiables. Cette notion peut être assimilée à celle de point de fonctionnement.

Les éléments constituant le système peuvent évoluer avec la commande, le système est donc globalement non linéaire. La modélisation envisagée est constituée par un ensemble de modèles linéaires, le modèle global apparaissant comme un modèle linéaire par morceaux.

Trois types de modèles globaux théoriques ont été proposés pour la modélisation du processus. (cf chapitre I paragraphe III). Chacun d'eux reflète un mode d'évolution des paramètres du système soumis à une commande fixée.

La stratégie d'approche du problème d'identification se résume en trois points. Il faut, pour chaque commande considérée :

- établir la décomposition du cycle inspiratoire en ensembles identifiables ;
- identifier cette décomposition à l'une des trois décompositions théoriques envisagées ;
- identifier les modèles correspondant aux différents ensembles identifiables.

La réalisation de cette stratégie amène à résoudre plusieurs problèmes spécifiques.

* Stabilité. Avant d'entreprendre quoi que ce soit, il faut s'assurer que pour la commande considérée le processus est stable.

* Identification. On étudie la détermination des éléments des différents modèles.

* Classification. Pour déterminer des modèles linéaires, il faut que les éléments qui les composent n'évoluent pas. On

recherche donc, sur chaque cycle inspiratoire, des portions de cycle sur lesquelles les paramètres des modèles sont estimés constants. Ces différents ensembles identifiables sont mis en évidence par des techniques apparentées à la classification.

* Validation. Dans l'hypothèse de la détermination de modèles, on doit s'assurer de leur cohérence.

* Repli. Il faut prévoir des solutions de repli en cas d'échec des différents tests de validité.

Les résolutions de ces problèmes constituent les étapes d'une procédure que l'on appelle "procédure d'identification".

II - LA PROCEDURE D'IDENTIFICATION

1- DEFINITIONS

Afin de déterminer le mode d'évolution des paramètres des modèles en fonction des paliers de commande, il est utile de pouvoir identifier tous ces paramètres pour chaque palier.

La méthode que l'on emploie ne permet pas d'identifier totalement les paramètres d'un modèle bicompartimental pour un signal d'entrée constant, par conséquent pour un palier de débit U_n . Toutefois, cette technique permet de résoudre en partie le problème. On introduit la définition suivante :

Identification partielle : C'est la détermination d'un modèle monocompartmental équivalent et d'une partie des paramètres d'un modèle bicompartimental. Ces identifications sont pratiquées pour chaque palier de débit U_n .

On considère que les résultats obtenus par cette méthode sont suffisants pour effectuer l'étude de classification (Chap.IV). On introduit maintenant deux définitions concernant la détermination effective des paramètres des modèles.

Identification totale : Deux étapes sont à dissocier ;
- La détermination complète des paramètres de la transmittance en z du modèle. Elle nécessite un signal d'entrée comportant au moins sept paliers successifs et différents entre eux. On verra que l'utilisation des résultats des identifications partielles abaissent cette contrainte à trois paliers.

- La détermination des résistances et capacités du modèle bicompartimental. Il faut que le modèle transmittance en z de la première étape appartienne à la classe C_{LB} .

Classe C_{LB} : C'est la classe des modèles linéaires bicompartimentaux résistances-capacités. Elle est caractérisée par des conditions sur les coefficients de la transmittance en z du modèle. (Chap. III, V)

2- DESCRIPTION DE LA PROCEDURE

Le système étant soumis à une commande stationnaire, on entend par procédure d'identification la phase d'apprentissage durant laquelle on étudie l'évolution de l'appareil thoracopulmonaire afin de le modéliser au mieux. On utilise le terme "phase d'apprentissage" pour faire ressortir le fait que l'on ne travaille pas en temps réel.

Pour étudier le déroulement de la procédure, il faut considérer sa structure. Elle se décompose en huit sous-phases.

2.1- La phase de stabilisation des transitoires

Après un changement de commande, on laisse le système se stabiliser et l'on juge de cette stabilité. C'est une phase passive. Le jugement peut être rendu, soit selon l'avis d'un expert, soit automatiquement par le truchement de tests et d'alarmes (cette partie n'est pas traitée dans ce mémoire). Pour définir l'utilité de cette phase, on peut dire que durant celle-ci le système a de fortes probabilités d'être instable. On doit donc attendre avant de commencer le contrôle de stabilité afin de ne pas perturber les mesures inutilement.

2.2- La phase d'étude de la stabilité (Chap. III)

On effectue une acquisition de données pendant N_s cycles. Après traitement de ces données, on déduit un comportement moyen. La décision concernant la stabilité se fait automatiquement en testant le comportement moyen. En cas d'échec, on adopte une solution de repli. Dans le cas contraire, il y a poursuite de la procédure : phase d'identification partielle. Les tests élaborés pour rendre compte de la stabilité sont développés au chapitre III paragraphe I. Cette phase est schématisée par l'organigramme de la figure 1.

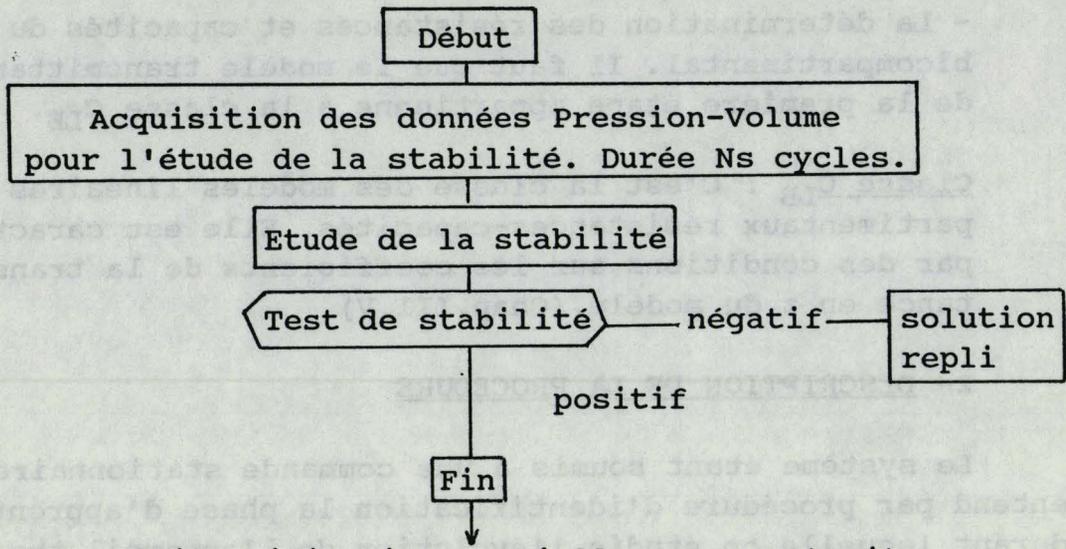
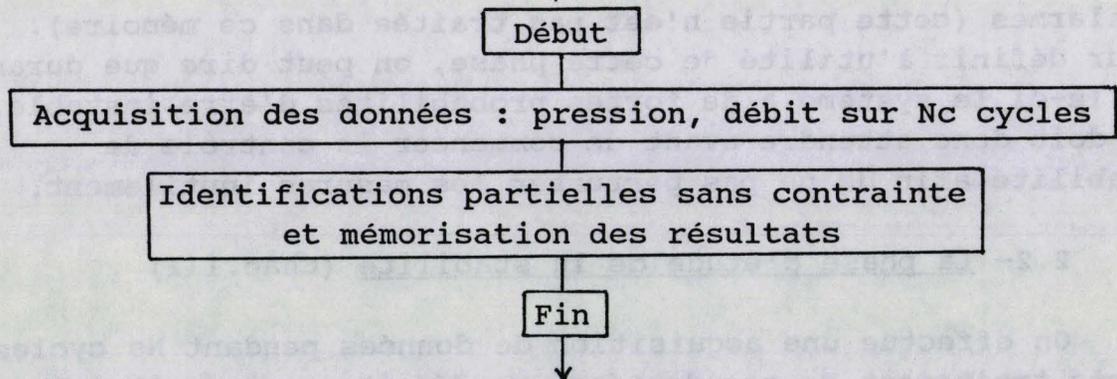


Figure 1

2.3- La phase d'identification partielle sans contrainte (Chap.III)

Le système est stable. On effectue une acquisition de données pendant N_c cycles. Pour chaque palier de la commande et pour chaque cycle, on effectue une identification partielle. Ceci fournit les bases de données nécessaires aux études qui suivent. On peut résumer cette phase par l'organigramme de la figure 2.



Phase de détermination de l'appartenance des résultats des identifications partielles à la classe C_{LB}

Figure 2

2.4- La phase de détermination de l'appartenance des résultats des identifications partielles à la classe C_{LB} (Chap.III,V)

C_{LB} est la classe des modèles linéaires bicompartimentaux. On évalue le pourcentage de résultats moyens appartenant à la classe C_{LB} . On teste ensuite ce pourcentage. Le résultat de ce test permet de savoir si il y a possibilité de déterminer des modèles linéaires bicompartimentaux résistances-capacités à partir des résultats des identifications partielles. Cette possibilité devra être confirmée ultérieurement à partir des résultats des identifications totales.

* Le résultat est négatif. On reconduit la procédure d'identification partielle en imposant une contrainte d'appartenance à la classe C_{LB} (Chap.III). On a maintenant le choix entre deux solutions :

- on utilise les résultats des identifications partielles sans contraintes. On aura un modèle global composé de N modèles monocompartmentaux (modèle global de type 1). On passe ensuite à la phase de détermination de la validité physique des modèles monocompartmentaux.

- On utilise les résultats des identifications partielles avec contraintes. On poursuit la recherche de modèles linéaires bicompartimentaux, on passe à la phase de classification.

On départage ces deux solutions en comparant à un seuil prédéfini l'augmentation relative du coût d'identification nécessaire au respect de la contrainte.

* Le résultat est positif. On poursuit la recherche des modèles bicompartimentaux, on passe à la phase de classification.

L'organigramme de la figure 3 résume cette procédure.

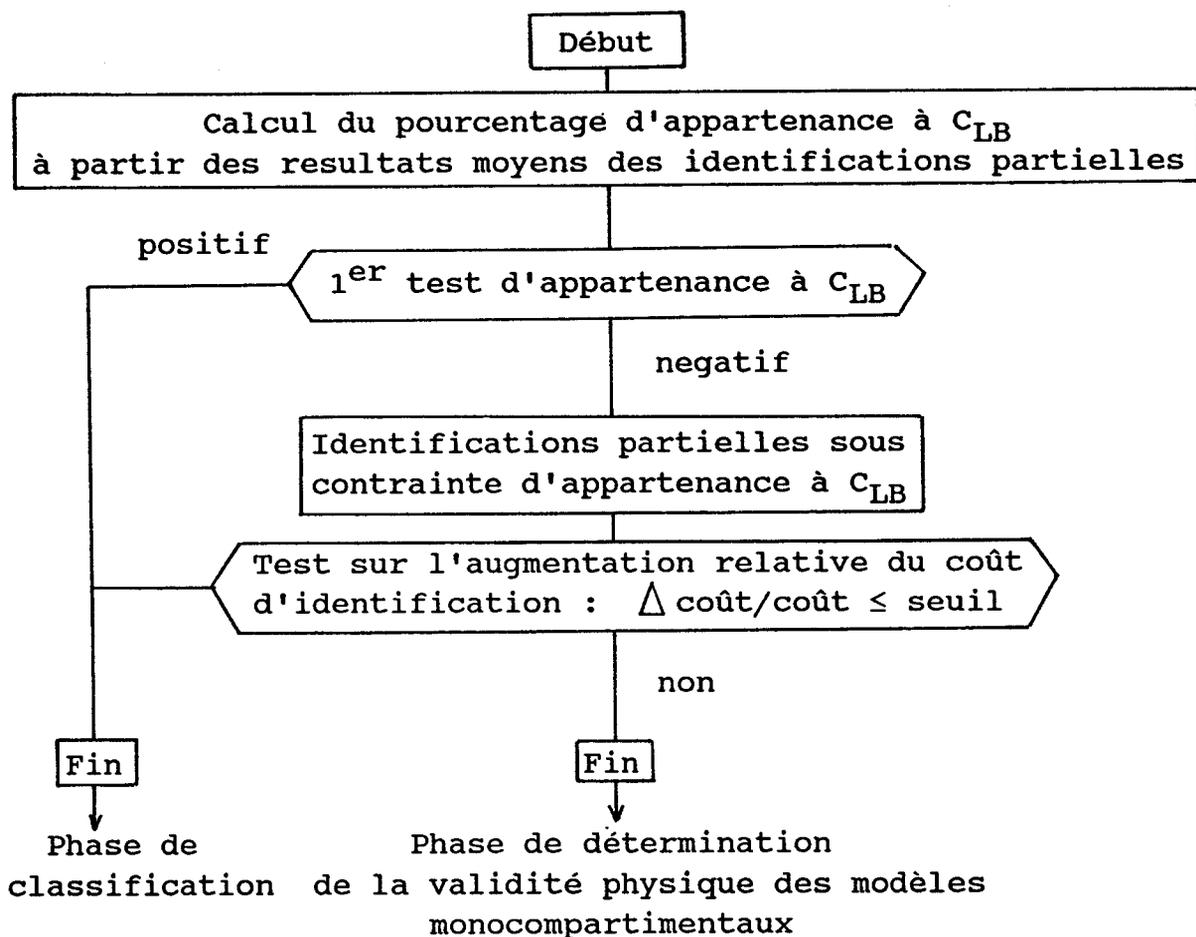


Figure 3

2.5- La phase de classification (Chap.IV)

Le premier test d'appartenance à C_{LB} est positif. A partir des résultats des identifications partielles sur N_c cycles, on détermine les différents ensembles identifiables. La décomposition moyenne du cycle inspiratoire en ensembles identifiables permet de tester le mode d'évolution des paramètres du système. Deux cas peuvent se présenter :

* Le test indique une évolution par palier. Le système est modélisé par un ensemble de N modèles linéaires monocloimentaux (modèle global de type 1). On passe ensuite à la phase de détermination de validité physique des modèles.

* Le test indique une évolution par groupe de paliers ou pas d'évolution. On poursuit la recherche de modèles linéaires bicloimentaux. On passe à la phase suivante : identification totale.

L'organigramme de la figure 4 présente cette phase.

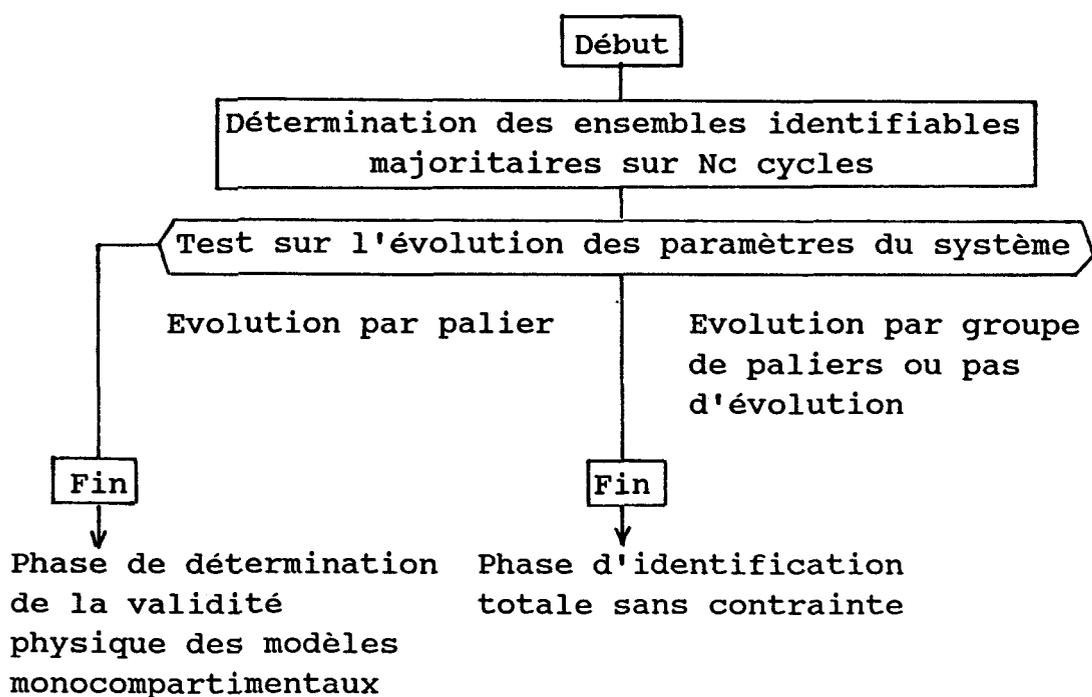


Figure 4

2.6- La phase d'identification totale sans contrainte
(Chap.III)

A ce point de la procédure, on connaît le mode d'évolution des paramètres du système ; à savoir une évolution par groupe de paliers ou pas d'évolution. Sur chaque groupe ainsi déterminé, on identifie totalement un modèle bicompartimental. Ils sont identifiés à partir des relevés moyens calculés sur les N_c cycles étudiés. On passe ensuite à la phase de détermination de validité physique des modèles bicompartimentaux. L'organigramme représentatif de cette phase est présenté figure 5.

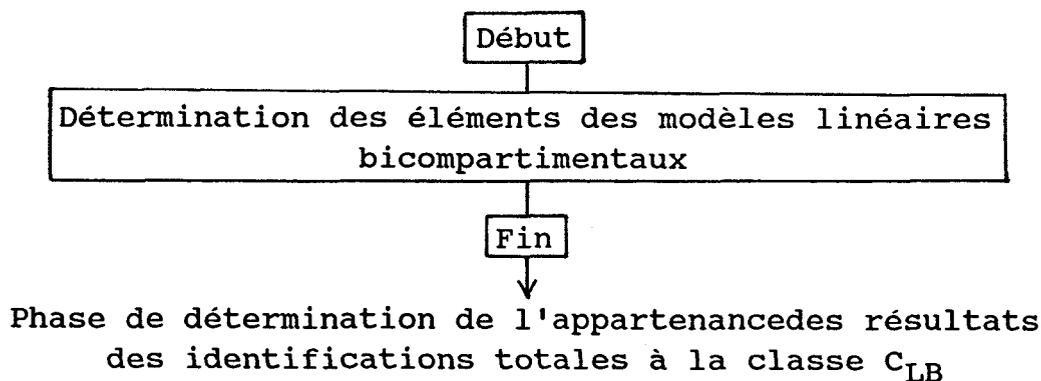


Figure 5

2.7 La phase de détermination de l'appartenance des résultats des identifications totales à la classe C_{LB} (Chap.III,V)

On effectue maintenant les seconds tests d'appartenance à la classe C_{LB} . Ils s'effectuent sur les résultats des identifications totales. Les résultats de ces tests permettent de savoir si l'on peut déterminer les résistances et capacités des modèles linéaires bicompartimentaux.

* Le résultat est négatif. L'un au moins des résultats des identifications totales ne vérifie pas le test. On reconduit la procédure d'identification totale en imposant une contrainte d'appartenance à la classe C_{LB} (Chap.III). On a maintenant le choix entre deux solutions :

- On utilise les résultats des identifications totales sans contrainte. On aura un modèle global composé de N modèles monocompartmentaux (modèle global de type 1). On passe à la phase de détermination de la validité physique des modèles monocompartmentaux.

- On utilise les résultats des identifications totales avec contrainte. On détermine les résistances et capacités des modèles. On a des modèles globaux de type 2 ou 3. On passe à la phase de détermination de la validité physique des modèles bicompartimentaux.

On départage ces deux solutions en comparant à un seuil prédéfini l'augmentation relative du coût d'identification nécessaire au respect de la contrainte.

* Le résultat est positif. On détermine les résistances et capacités des modèles. On a des modèles globaux de type 2 ou 3. On passe à la phase de détermination de la validité physique des modèles bicompartimentaux.

L'organigramme de la figure 6 résume cette phase.

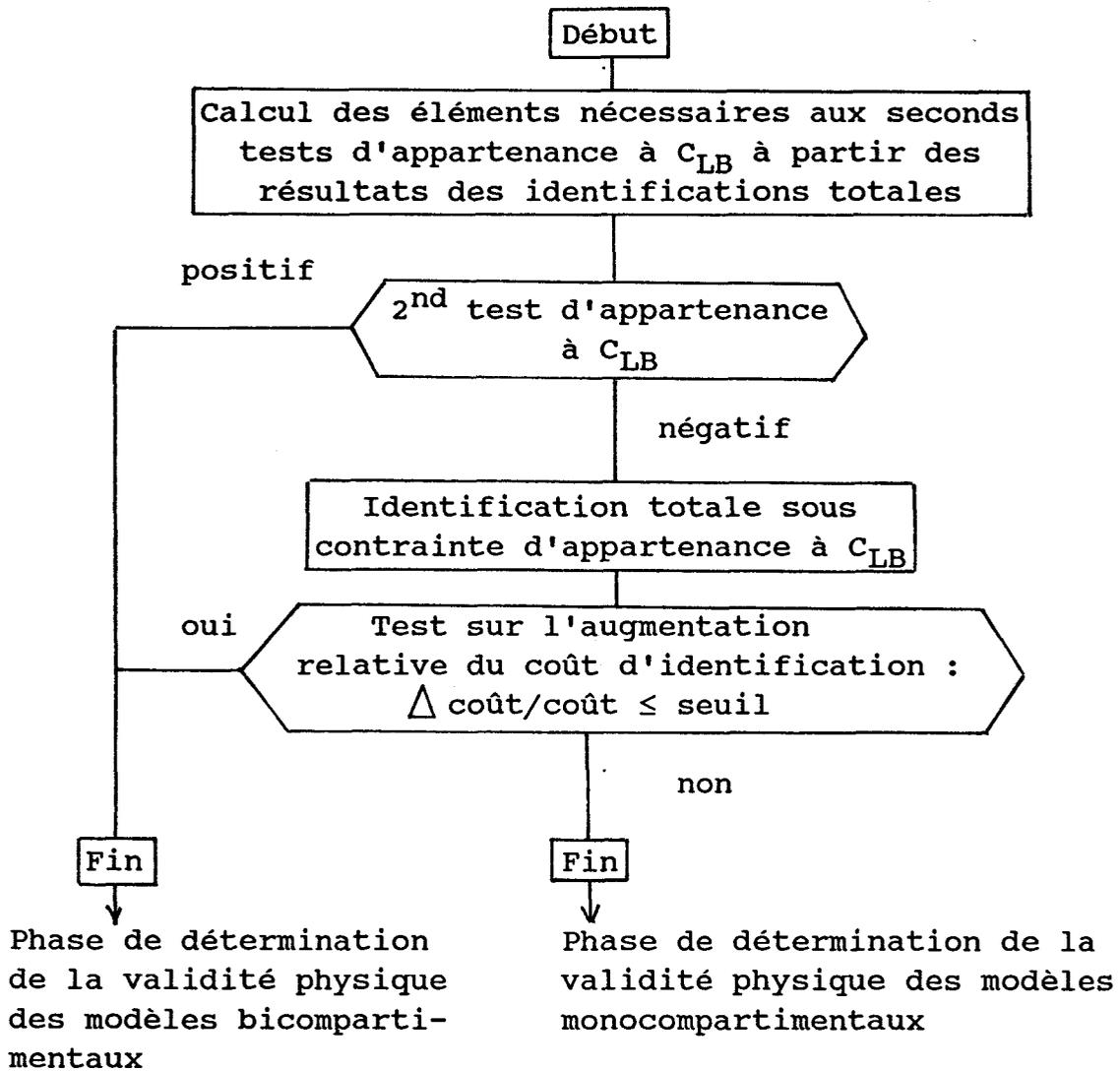


Figure 6

2.8- La phase de détermination de la validité physique des modèles (Chap.V)

Elle détermine la signification physique des paramètres des modèles.

a- *La détermination de la validité physique des modèles globaux de type 1 (composés de modèles linéaires monocompartimentaux)*

On calcule le pourcentage de modèles ayant une signification physique d'un point de vue paramétrique. On teste ce pourcentage.

* Le résultat est négatif. On reconduit la procédure d'identification partielle en imposant des contraintes sur

l'appartenance des résultats à un domaine de validité. Deux solutions se présentent :

- On utilise les résultats des identifications avec contraintes. On a un modèle global moyen de type 1. C'est un modèle de connaissance. La procédure d'identification est terminée.

- On utilise les résultats des identifications partielles sans contraintes. On a un modèle global moyen de type 1 non représentatif de la réalité physique d'un point de vue paramétrique. C'est un modèle de conduite. Il est impératif que ce modèle ait une réponse en pression peu différente de celle réellement observée. Si ce n'est pas le cas, on adopte une solution de repli.

On départage ces deux solutions (modèle de connaissance, modèle de conduite) en comparant à un seuil prédéfini l'augmentation relative du coût d'identification nécessaire au respect de la contrainte. Dans tous les cas, la procédure est terminée.

* Le résultat est positif. On a un modèle global moyen de type 1. C'est un modèle de connaissance. La procédure est terminée.

Cette phase est représentée par l'organigramme de la figure 7.

b- *La détermination de la validité physique des modèles globaux de type 2 et 3 (composés de modèles linéaires bicompartimentaux)*

On calcule le pourcentage de modèles monocompartimentaux équivalents ayant une signification physique. On calcule le pourcentage de modèles bicompartimentaux ayant une signification physique. On teste ces deux pourcentages.

* Le résultat du test est négatif. On reconduit les procédures d'identification partielles et totales en imposant des contraintes sur l'appartenance des résultats à la classe C_{LB} et à un domaine de validité. Deux solutions se présentent :

- On utilise les résultats des identifications avec contraintes. On a des modèles globaux de type 2 ou 3. Ce sont des modèles de connaissance. La procédure est terminée.

- On utilise les résultats des identifications sans contrainte. On a des modèles globaux de type 2 ou 3 non représentatifs de la réalité physique d'un point de vue paramétrique. Ce sont des modèles de conduite. Il est impératif que ces modèles aient des réponses en pression peu différentes de celle réellement observées. Si ce n'est pas le cas, on a le choix entre deux solutions :

. Le pourcentage de modèles monoclopartimentaux équivalents valides est suffisant. On a un modèle global de type 1.

. Le pourcentage de modèles monoclopartimentaux équivalents valides n'est pas suffisant. On adopte une solution de repli.

On départage les deux solutions (modèles de connaissance, modèles de conduite) en comparant à un seuil prédéfini l'augmentation relative du coût d'identification nécessaire au respect de la contrainte. Dans tous les cas, la procédure est terminée.

* Le résultat du test est positif. On a des modèles globaux de type 2 et 3. Ce sont des modèles de connaissance. La procédure est terminée.

Cette phase est représentée par l'organigramme de la figure 8.

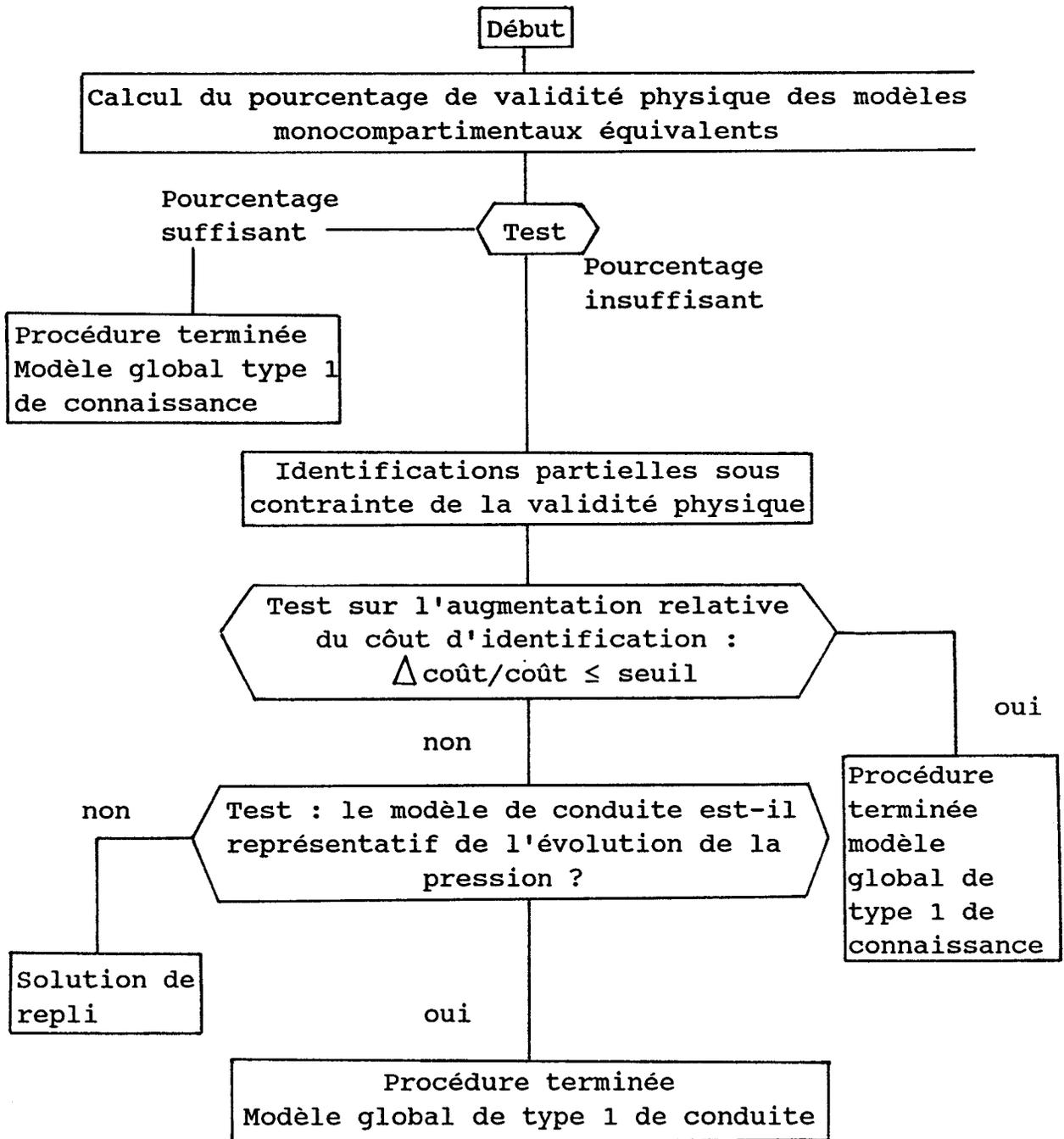


Figure 7

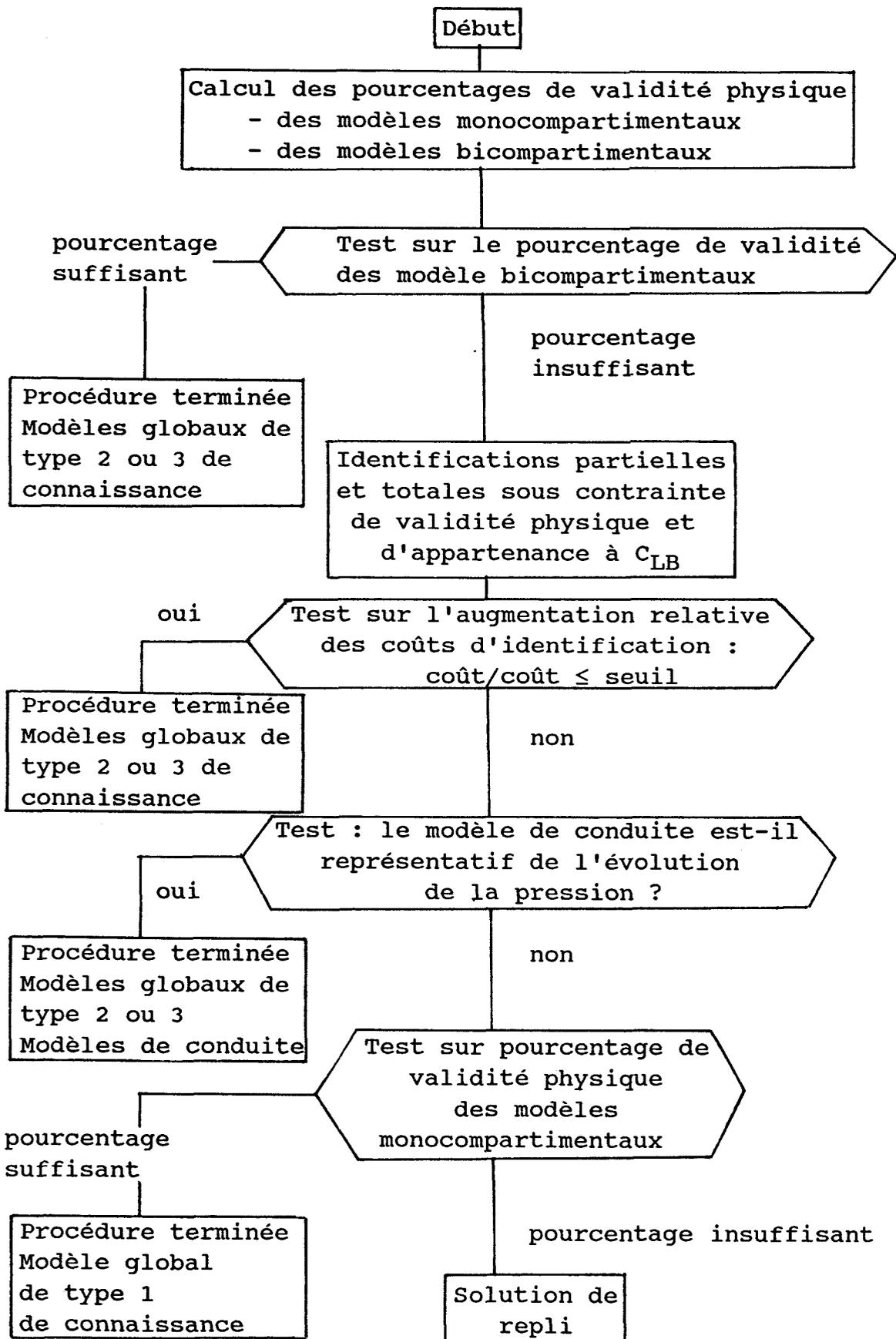


Figure 8

2.9- Les solutions de repli

Si le système est instable ou si les modèles identifiés sont non valides, on engage une solution de repli. Le choix de la forme de la courbe de débit est alors basé sur les connaissances d'un expert. Les débits généralement utilisés sont constants, croissants ou décroissants. Les données enregistrées sur le sujet traité fournissent des résultats importants : pression moyenne, pression maximale, volume passé, etc. On peut donc envisager que la connaissance de ces résultats puisse guider un choix automatique de la nouvelle forme de débit la plus appropriée à générer. Les possibilités de choix seraient dans ce cas très restreintes. Elles se limiteraient, par exemple, aux trois formes de débit précitées.

La procédure d'identification peut être résumée par l'organigramme présenté figure 9.

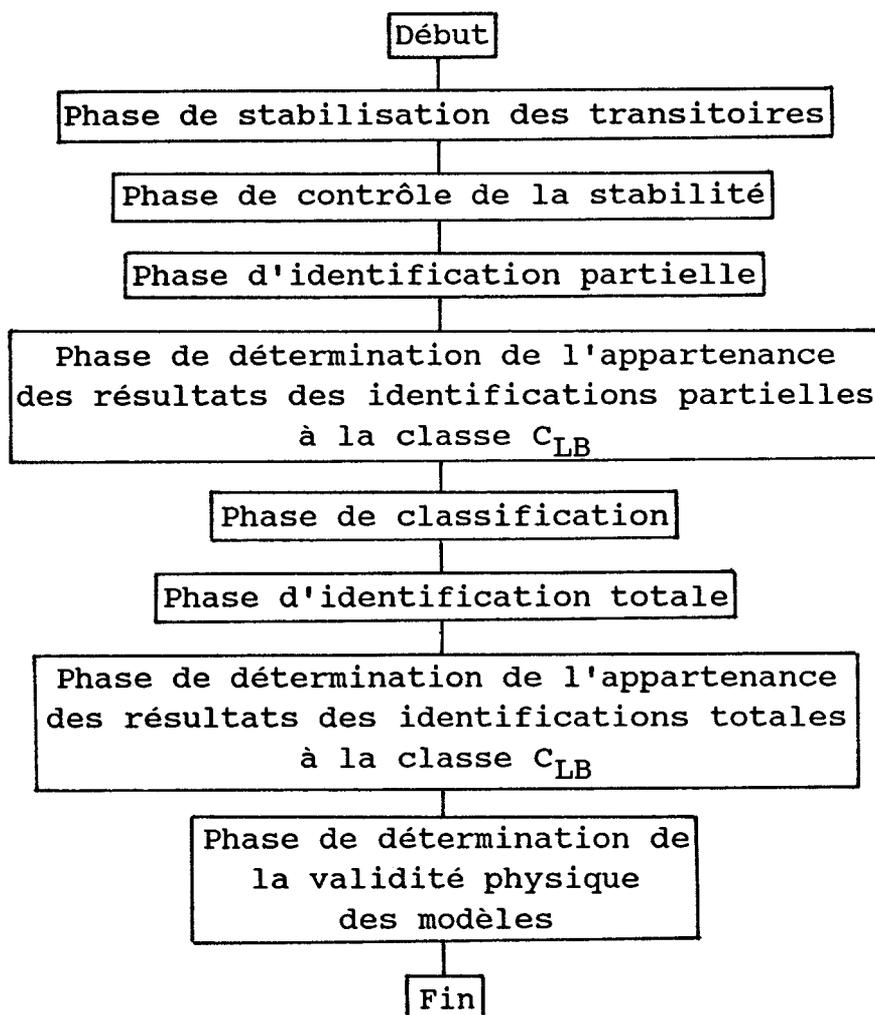


Figure 9

Remarque : Les procédures suivantes :

- contrôle de la stabilité ;
- contrôle de l'appartenance à la classe C_{LB} ;
- classification ;
- contrôle de la validité physique des modèles ;

font intervenir des techniques de test. La détermination des seuils utilisés pour ces tests découle d'études statistiques. Ces études ne sont pas traitées dans ce mémoire. On se limitera à donner quelques idées d'ordre général sur les facteurs permettant leur détermination.

CHAPITRE III

STABILITE - IDENTIFICATION

INTRODUCTION

Ce chapitre débute par le traitement du problème de la stabilité. Afin de pouvoir réaliser la modélisation du système, il faut s'assurer de sa stabilité. Pour cela, on propose une méthode qui analyse les sorties du système pour une entrée stationnaire sur plusieurs cycles respiratoires.

La seconde partie de ce chapitre concerne l'identification proprement dite des différents éléments des modèles.

Précisons aussi que ce chapitre ne traite que de l'identification des éléments des modèles représentatifs des voies aériennes inférieures. L'identification de la résistance du modèle représentatif des voies aériennes supérieures est traitée au chapitre I paragraphe II-1.1. Les modèles à identifier sont des modèles linéaires monocloimentaux et bicloimentaux. On utilise la méthode du modèle. Le signal d'entrée est un signal échantillonné constitué d'une suite de N paliers de débit. On distingue deux modes d'identification. La distinction s'exerce au niveau du signal d'entrée.

Dans un premier cas, on dispose d'un signal d'entrée constant, en l'occurrence un palier de débit. On détermine ainsi sur ce palier la résistance et la capacité d'un modèle linéaire monocloimental ainsi qu'une partie des éléments d'un modèle bicloimental. On appelle ce type d'identification : "identification partielle".

Dans un second cas, on dispose d'un signal d'entrée composé d'au moins trois paliers de débit différents et consécutifs. On peut alors déterminer les résistances et capacités d'un modèle bicloimental. On appelle ce mode d'identification : "identification totale".

La détermination de modèles linéaires bicloimentaux exigent que soient remplies certaines conditions d'appartenance à la classe C_{LB} . Dans ce sens, on propose des techniques d'identification sous contrainte d'appartenance des résultats à cette classe. Les problèmes d'identification sous contrainte de

validité physique des paramètres sont traités d'une façon analogue.

I - STABILITE

La question qui se pose maintenant est la suivante :

Soumis à une entrée stationnaire, les modèles représentatifs du système au q ième cycle et au $(q+p)$ ième cycle respiratoire sont-ils égaux ?

En d'autres termes, le système est-il modélisable par un modèle stationnaire ?

Pour répondre à cette question, on utilise une méthode simple reposant sur la comparaison des sorties pendant plusieurs cycles.

1- POSITION ET RESOLUTION DU PROBLEME

Cette méthode repose sur l'idée suivante :

Soumis à une entrée identique pendant plusieurs cycles, si le modèle global du système n'évolue pas, on doit observer les mêmes sorties au bruit près sur la majorité des cycles.

Trois points sont à définir pour traiter cette étude :

- 1) les sorties, leurs aspects qualitatif et quantitatif ;
- 2) le critère de décision ;
- 3) le bruit.

1.1- Les sorties

Les sorties étudiées sont les pressions et volumes relevés pendant l'inspiration. (Courbes P-V inspiratoires).

Un cycle inspiratoire est divisé en N périodes T . On a défini la période d'échantillonnage des enregistrements par $T_e = T/K$. On dispose donc, pour chaque cycle inspiratoire, de NK relevés. Les courbes P-V ont des aspects assez uniformes. (Figure III-1). Cela autorise à traiter un nombre de points

inférieur à NK . On convient d'utiliser quatre points par période T . On dispose ainsi pour chaque cycle inspiratoire de $4N+1$ points. On définit un k ième vecteur sortie au q ième cycle en coordonnées réduites par :

$$S_k(q) = [P(k)/\sigma P, V(k)/\sigma V]_q^T$$

Ce vecteur est calculé à partir des données pression $P(k)$ et volume $V(k)$ enregistrées à l'instant t_k , par rapport au départ du cycle $t_0 = 0$. σP et σV sont calculés sur l'ensemble :

$$\{ (P(k), V(k))_q ; k=1, \dots, 4N+1 ; q=1, \dots, N_s \}$$

où N_s désigne le nombre de cycles étudiés.

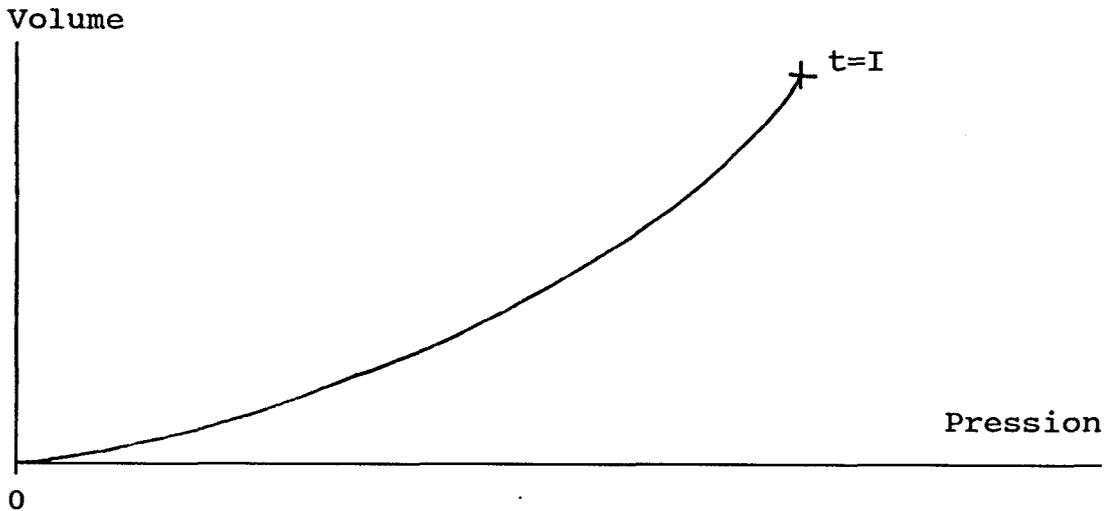


Figure III-1

On remarque que l'on utilise la pression totale $P(k)$ mesurable directement à la bouche plutôt que la pression $Y(k)$ existant au niveau des voies aériennes inférieures. Ceci s'explique par le fait que la pression $P(k)$ est égale à la somme des pressions $Y(k)$, dépendant d'une partie éventuellement instable (les poumons), et P_c dépendant d'une partie stable (la sonde d'intubation).

1.2- Le critère de décision

Pour une commande stationnaire le système est déclaré stable si sa courbe pression-volume l'est. En d'autres termes si :

$$\exists N_s \in \mathbf{N}^*, \forall k \in \{0, \dots, 4N\}, \forall q \in \{1, \dots, N_s\} D(S_k(q), \overline{S_k(N_s)}) \leq \mu_s$$

avec :

- D désignant une distance dans \mathbf{R}^2

- le vecteur sortie moyen sur N_s cycles : $\overline{S_k(N_s)}$

$$\overline{S_k(N_s)} = 1/N_s \sum_{q=1}^{N_s} S_k(q)$$

- le seuil de stabilité : μ_s

On peut énoncer le critère de décision pratique comme suit :

Quelle que soit la commande, si celle-ci est appliquée au système pendant N_s cycles, il existe N_s courbes P-V représentatives de l'état du système. Chaque courbe étant assimilée à un ensemble de $4N+1$ points. On décide que ces courbes sont stables si, pour la majorité des points sur la majorité des cycles q , on observe des écarts $D(S_k(q), \overline{S_k(N_s)})$ inférieurs à un seuil μ_s prédéfini.

On constate que la relation $D(S_k(q), \overline{S_k(N_s)}) \leq \mu_s$ définit un domaine admissible $\mathcal{D}_s(\mu_s)$ pour les vecteurs $S_k(q)$, centré en $\overline{S_k(N_s)}$ et de "rayon" μ_s . (Figure III-2).

Pour chaque vecteur S_k on peut définir un pourcentage d'appartenance au domaine admissible par :

$$P_s(\mu_s, k) = 1/N_s \sum_{q=1}^{N_s} [\text{nb de } S_k(q) \in \mathcal{D}_s(\mu_s)]$$

Pour les courbes P-V, on peut définir un pourcentage global d'appartenance :

$$Ps(\mu_s) = \frac{1}{(4N+1)Ns} \sum_{k=0}^{4N} \sum_{q=1}^{Ns} [\text{nb de } S_k(q) \in \mathcal{D}_s(\mu_s)]$$

Nous pouvons, à partir de ce résultat, énoncer la règle suivante :

Règle de décision concernant la stabilité de la modélisation. On décide que globalement la modélisation du système pour une commande donnée est stable si :

$$Ps(\mu_s) \geq Ps\%$$

PS % est un seuil que l'on se définit.

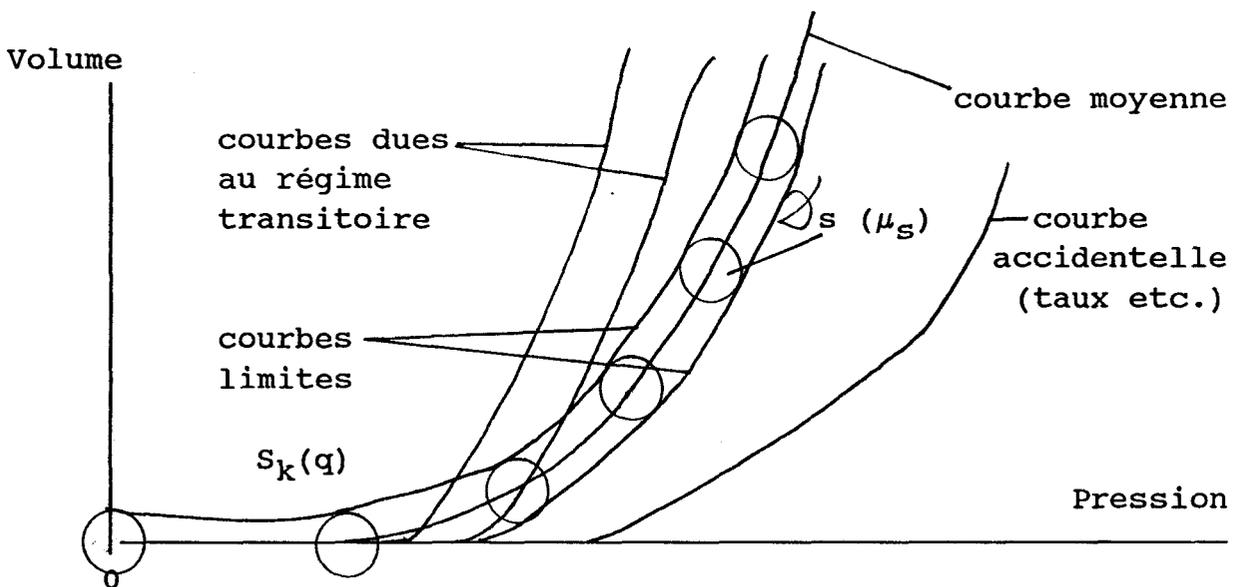


Figure III-2 : Exemple de stabilisation des courbes P-V

1.3- Le bruit

Les choix des seuils μ_s et $Ps\%$ découlent d'études statistiques. Ces études ne sont pas traitées dans ce mémoire. On se limite à émettre des hypothèses sur la nature des bruits et sur leurs dépendances avec μ_s et $Ps\%$.

Les causes de fluctuation des courbes pression-volume sont de trois ordres :

- évolution de l'état du sujet ;
- accident respiratoire momentané (exemple : toux) ;
- erreur de mesure (bruit de mesure).

Analysons ces trois points.

- Si l'état du patient évolue continuellement, le système est instable. On ne peut pas effectuer sa modélisation.

- Les fluctuations dues aux accidents respiratoires momentanés et aux bruits de mesure peuvent être estimées au moyen d'études statistiques. Elles seront effectuées à partir de mesures relevées sur des sujets stables appartenant à des mêmes classes pathologiques et toujours avec le même appareillage respiratoire. Différents types de commande seront employés. Dans ces conditions, on peut écrire :

$$\mu_s = \mu_s \text{ (bruits de mesure, fluctuations accidentelles)}$$

$$Ps\% = Ps\% \text{ (bruits de mesure, fluctuations accidentelles)}$$

II - IDENTIFICATION : PRESENTATION DE LA METHODE

On identifie des modèles de connaissance, en l'occurrence des modèles linéaires bicompartimentaux résistance-capacité. L'identification de tels modèles n'est pas toujours possible, elle est dépendante du signal d'entrée disponible. Rappelons que les signaux d'entrée sont des successions de paliers de débit U_n .

* Le signal d'entrée est constant. On identifie une partie des éléments du modèle bicompartimental et les éléments du modèle équivalent monocompartimental. On a appelé ce type d'identification : "Identification partielle".

* Le signal d'entrée n'est pas constant, il comporte au moins trois paliers différents successifs. On identifie tous les éléments du modèle bicompartimental. On a appelé ce type d'identification : "Identification totale".

1- LA METHODE DU MODELE

Cette méthode conduit généralement à la minimisation de critère nécessitant l'usage de la programmation non linéaire. Toutefois, un cas particulier dit "des modèles linéaires par rapport aux paramètres", /23/, /24/, /25/, peut être traité par des techniques de calcul linéaires. L'étude s'effectue dans ce cadre. Décrivons cette méthode à partir de son application au cas particulier du processus que l'on étudie.

On se place, pour les besoins de la description de la méthode, dans l'hypothèse où le processus peut être modélisé par un modèle linéaire bicompartimental. Sa transmittance pulsée s'écrit :

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\delta_0 + \delta_1 z^{-1} + \delta_2 z^{-2}}{1 - \alpha_1 z^{-1} - \alpha_2 z^{-2}} = \frac{Nu(z)}{Dé(z)}$$

avec $\delta_0, \delta_1, \delta_2, \alpha_1, \alpha_2$ fonctions des éléments R_i et E_i .

On peut l'identifier à partir des couples entrées-sorties $\{U_n\}$ $\{Y_n\}$ connus pour $n=0, \dots, N$.

Dans le cas idéal, en l'absence de bruit, on peut imaginer qu'il existe un vecteur $\hat{\theta} = (\hat{\alpha}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\delta}_0, \hat{\delta}_1, \hat{\delta}_2)^T$ tel que l'on ait :

$$Y_n - \hat{\alpha}_1 Y_{n-1} - \hat{\alpha}_2 Y_{n-2} = \hat{\delta}_0 U_n + \hat{\delta}_1 U_{n-1} + \hat{\delta}_2 U_{n-2}$$

Dans le cas réel, quel que soit $\hat{\theta}$, on observe toujours un écart E_n entre les deux membres :

$$E_n = Y_n - \hat{\alpha}_1 Y_{n-1} - \hat{\alpha}_2 Y_{n-2} - \hat{\delta}_0 U_n - \hat{\delta}_1 U_{n-1} - \hat{\delta}_2 U_{n-2}$$

Pour un vecteur $\hat{\theta}$ donné, on peut donc calculer la suite des écarts E_n à partir de $n=2$ jusqu'à $n=N$. On peut alors définir un critère :

$$J(\hat{\theta}) = \sum_{n=2}^N E_n^2$$

Le modèle optimal est défini à partir de $\hat{\theta}^*$ qui minimise le critère $J(\hat{\theta})$. On peut illustrer cette méthode par la figure III-3.

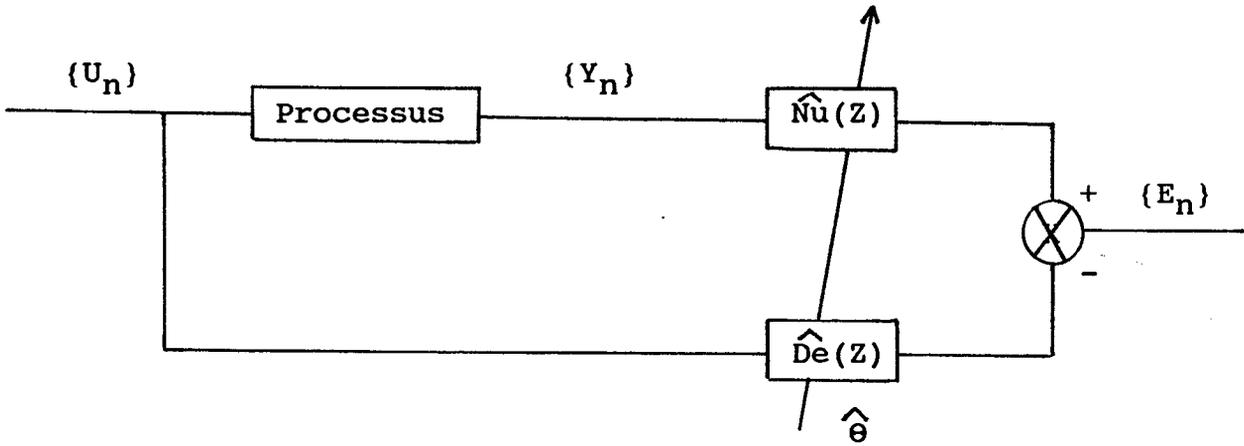


Figure III-3 : Ecarts résultant d'un modèle semi parallèle

Ecrivons sous forme matricielle la suite des écarts $\{E_n\}$.

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c}
 E_2 & & Y_2 & & Y_1 & Y_0 & U_2 & U_1 & U_0 & & \hat{\alpha}_1 \\
 \cdot & & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \hat{\alpha}_2 \\
 E_n & = & Y_n & - & Y_{n-1} & Y_{n-2} & U_n & U_{n-1} & U_{n-2} & & \hat{\delta}_0 \\
 \cdot & & \cdot & & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & & \hat{\delta}_1 \\
 E_n & & Y_N & & Y_{N-1} & Y_{N-2} & U_N & U_{N-1} & U_{N-2} & & \hat{\delta}_2
 \end{array}$$

Soit : $E = Y - M \hat{\theta}$

E , Y et M étant indépendants de $\hat{\theta}$, cette formule est bien celle d'un système linéaire.

Résolution :

Suivant le nombre de lignes de la matrice M , on a

soit :

- une résolution juste en écrivant $E=0$ d'où :

$$\hat{\theta}^* = M^{-1} Y$$

Dans ce cas le nombre de ligne de M est égal à cinq et le nombre minimal de paliers de débit nécessaire à l'identification totale de $\hat{\theta}$ est sept.

soit :

- une résolution portant sur la minimisation du critère quadratique :

$$J(\hat{\theta}) = E^T E = \hat{\theta}^T (M^T M) \hat{\theta} - 2Y^T M \hat{\theta} + Y^T Y$$

Pour obtenir $\hat{\theta}^*$ on écrit que la dérivée de $J(\hat{\theta})$ par rapport à $\hat{\theta}$ s'annule à l'optimum d'où :

$$\hat{\theta}^* = (M^T M)^{-1} M^T Y$$

Dans ce cas, le nombre de lignes de M est supérieur à cinq. Le signal d'entrée est composé d'au moins sept périodes.

La méthode décrite ici est dite "Identification par la méthode des moindres carrés".

III - IDENTIFICATION PARTIELLE

Chaque identification s'effectue pour un signal d'entrée constant ; un palier de commande U_n de durée $[nT, (n+1)T[$. Elle permet de déterminer les paramètres d'un modèle monocompartmental équivalent et une partie des paramètres d'un modèle linéaire bicompartimental.

Soit une commande de débit quelconque constitué d'une succession de N paliers de débit U_n . Pour chaque palier U_n on dispose d'un ensemble de relevés :

$$\{(U_n, Y_n(k), V_n(k)) ; k=0, \dots, K-1\}$$

Ces enregistrements sont obtenus par des échantillonnages synchrones, mais de cadences différentes de l'entrée et des sorties (/26/) (Figure III-4).

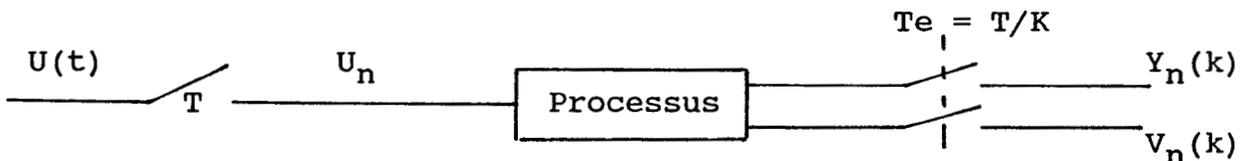


Figure III-4 : Echantillonneurs synchrones à plusieurs cadences

Pour chaque palier U_n on applique la méthode d'identifi-

cation décrite précédemment et on analyse les résultats. On considère à priori que pour chaque palier U_n il peut exister un modèle différent, les résultats sont ainsi indicés par "n". Pour chaque cycle "q". Les résultats des N identifications partielles fournissent une base de données. L'utilité de ces bases de données est spécifiée en fin de paragraphe.

1- IDENTIFICATION PARTIELLE SANS CONTRAINTE

On utilise la variable : $z_K = e^{Tp/K}$

Le processus est représenté par un modèle de transmittance pulsée :

$$\frac{Y(z_K)}{U(z)} = \frac{\delta_{0n}(K) + \delta_{1n}(K) z_K^{-1} + \delta_{2n}(K) z_K^{-2}}{1 - \alpha_{1n}(K) z_K^{-1} - \alpha_{2n}(K) z_K^{-2}}$$

Pour un palier de débit U_n on peut écrire l'équation de récurrence :

$$Y_n(k) = \alpha_{1n}(K) Y_n(k-1) + \alpha_{2n}(K) Y_n(k-2) + \delta_n(K) U_n$$

avec :

$$\alpha_{1n}(K) = 1 + e^{-T/K\tau_n}$$

$$\alpha_{2n}(K) = - e^{-T/K\tau_n}$$

$$\delta_n(K) = \sum_{i=0}^2 \delta_{in}(K) = (1 + \alpha_{2n}(K))T/(K C e_n)$$

La détermination de ces coefficients se fait par la méthode des moindres carrés sur un horizon :

$$[0, (K-1)Te[\subset [nT, (n+1)T[$$

La solution optimale s'écrit :

$$\hat{\theta}_n^*(K) = [M_n^T M_n]^{-1} M_n^T Y_n$$

en posant :

$$\hat{\theta}_n(K) = \begin{vmatrix} \hat{\alpha}_{1n}(K) \\ \hat{\alpha}_{2n}(K) \\ \hat{\delta}_n(K) \end{vmatrix} \quad M_n = \begin{vmatrix} Y_n(1) & Y_n(0) & U_n \\ Y_n(k-1) & Y_n(k-2) & U_n \\ Y_n(K-2) & Y_n(K-3) & U_n \end{vmatrix} \quad Y_n = \begin{vmatrix} Y_n(2) \\ Y_n(k) \\ Y_n(K-1) \end{vmatrix}$$

avec $\dim M_n = (K-2) \times 3$

$\dim Y_n = (K-2) \times 1$

$K \geq 5$ (pour avoir au moins une résolution juste).

A partir des vecteurs $\hat{\theta}_n(K)$ on peut déterminer :

- la capacité équivalente

$$\hat{C}e_n = T(1 + \hat{\alpha}_{2n}(K)) / (K \hat{\delta}_n(K))$$

- la constante de temps

$$\hat{\tau}_n = - T / [K \text{Log}(-\hat{\alpha}_{2n}(K))]]$$

- la résistance équivalente

$$\hat{R}e_n = \hat{\tau}_n / \hat{C}e_n$$

On explique l'obtention de la résistance équivalente de la façon suivante :

A un modèle linéaire monocompartmental équivalent correspond une infinité de modèles linéaires bicompartimentaux. L'un d'eux est symétrique. Il est tel que :

$$R_1 = R_2 = 2Re \quad E_1 = E_2 = 2Ee$$

On a d'une façon générale :

$$\tau_n = (R_{1n} + R_{2n}) / (E_{1n} + E_{2n})$$

On a en particulier pour le modèle symétrique :

$$\tau_n = Re_n / Ee_n \quad \text{avec} \quad Ee_n = 1 / Ce_n \quad \text{d'où} \quad Re_n = \tau_n / Ce_n$$

2- IDENTIFICATION PARTIELLE SOUS CONTRAINTE

2.1- Identification partielle sous contrainte d'appartenance à la classe C_{LB}

On rappelle que C_{LB} est la classe des modèles linéaires bicompartimentaux.

La caractérisation de cette classe à partir des résultats des identifications partielles s'écrit :

$$\forall K \in \mathbb{N}^*$$

$$\alpha_{1n}(K) + \alpha_{2n}(K) = 1$$

$$1 < \alpha_{1n}(K) < 2$$

$$-1 < \alpha_{2n}(K) < 0$$

Elle est présentée et développée plus amplement au chapitre V.

Les vecteurs $\theta_n(K)$ des identifications partielles satisfaisant cette caractérisation sont de la forme :

$$\forall K \in \mathbb{N}^*$$

$$1 < \alpha_{1n}(K) < 2$$

$$\alpha_{2n}(K) = 1 - \alpha_{1n}(K)$$

$$\delta_n(K) > 0$$

Pour un palier de débit U_n on peut écrire l'équation de récurrence :

$$Y_n(k) = \alpha_{1n}(K) Y_n(k-1) + \alpha_{2n}(K) Y_n(k-2) + \delta_n(K) U_n$$

En introduisant les contraintes nécessaires au respect de la caractérisation de C_{LB} on peut écrire :

$$Y_n(k) - Y_n(k-2) = [Y_n(k-1) - Y_n(k-2)] \alpha_{1n}(K) + \delta_n(K) U_n$$

$$1 < \alpha_{1n}(K) < 2 \quad \text{et} \quad \delta_n(K) > 0$$

On note $E_n(k)$ les écarts entre les deux membres de l'équation de récurrence. L'écriture matricielle de tous les écarts pour $k = 2, \dots, K-1$ est la suivante :

$$\begin{pmatrix} E_n(2) \\ \vdots \\ E_n(k) \\ \vdots \\ E_n(K-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_n(2) - Y_n(0) \\ \vdots \\ Y_n(k) - Y_n(k-2) \\ \vdots \\ Y_n(K-1) - Y_n(K-3) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Y_n(1) - Y_n(0) \\ \vdots \\ Y_n(k-1) - Y_n(k-2) \\ \vdots \\ Y_n(K-2) - Y_n(K-3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_n \\ \vdots \\ U_n \\ \vdots \\ U_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{\alpha}_{1n}(K) \\ \hat{\delta}_n(K) \end{pmatrix}$$

On note cette expression matricielle sous la forme :

$$E_n = Y'_n - M'_n \hat{\theta}'_n(K)$$

avec $\dim Y'_n = (K-2) \times 1$

$\dim M'_n = (K-2) \times 2$

$K \geq 5$

Chaque problème d'identification partielle sous contrainte d'appartenance des résultats à C_{LB} se ramène à la résolution de :

$$\hat{\theta}'_n(K) \min J(\hat{\theta}'_n(K)) = E_n^T E_n$$

sous la contrainte :

$$\hat{\theta}'_n(K) \in]1,2[\times]0,+\infty[$$

Cette contrainte définit un domaine admissible ouvert. D'un point de vue pratique, on préfère utiliser un domaine admissible fermé inclu dans le premier :

$$\mathcal{D}_{ac}(\theta) = [1+d_0, 2-d_1] \times [d_2, d_3]$$

L'introduction des coefficients d_0, d_1, d_2 et d_3 permet la résolution effective du problème. Les coefficients d_0 et d_1

dépendent du choix de τ_{\min} et de τ_{\max} . On peut écrire :

$$d_0 = e^{-T/K} \tau_{\min}$$

$$d_1 = 1 - e^{-T/K} \tau_{\max}$$

Les coefficients d_2 et d_3 dépendent du choix de $C_{e_{\min}}$ et de $C_{e_{\max}}$. On peut écrire :

$$d_2 = T.d_1 / (K C_{e_{\max}})$$

$$d_3 = T(1-d_0) / (K C_{e_{\min}})$$

La solution sans contrainte s'écrit :

$$(\hat{\theta}'_n(K))^* = [M'_n{}^T M'_n]^{-1} M'_n{}^T Y'_n$$

En présence de contraintes, deux cas sont envisageables :

- $(\hat{\theta}'_n(K))^* \in \mathcal{D}ac(\theta')$. la résolution est terminée. Le but est atteint.

- $(\hat{\theta}'_n(K))^* \notin \mathcal{D}ac(\theta')$. La solution optimale avec contrainte se trouve sur la frontière du domaine admissible. Elle est obtenue par voie numérique à l'aide d'algorithmes de type Gradient ou Newton-Ralphson (/25/). Etudions par exemple la résolution par l'algorithme du Gradient. On adopte une formulation générale par souci de simplification.

Le Gradient de $J(\hat{\theta})$ s'écrit :

$$\frac{\partial J(\hat{\theta})}{\partial \hat{\theta}} = 2[M^T M] \hat{\theta} - 2M^T Y$$

L'algorithme de progression s'écrit :

$\hat{\theta}_0$ vecteur initial

$$\hat{\theta}_{i+1} = \hat{\theta}_i - 2 \Omega [(M^T M) \hat{\theta}_i - 2M^T Y]$$

Ω est un coefficient assurant la convergence. On choisit $\hat{\theta}_0$ au centre du domaine admissible et l'on progresse suivant la loi précédente. La procédure s'arrête dès que l'on a saturé une contrainte. Le mode de progression risque de fournir une

solution peu précise. On peut améliorer la solution en recommençant la procédure de recherche à partir d'un vecteur initial se trouvant à proximité de la précédente solution et en employant un coefficient Ω plus petit.

Il est bon d'essayer plusieurs vecteurs initiaux. La meilleure solution est celle qui fournit un critère minimal. On peut illustrer cette méthode par la figure III-5.

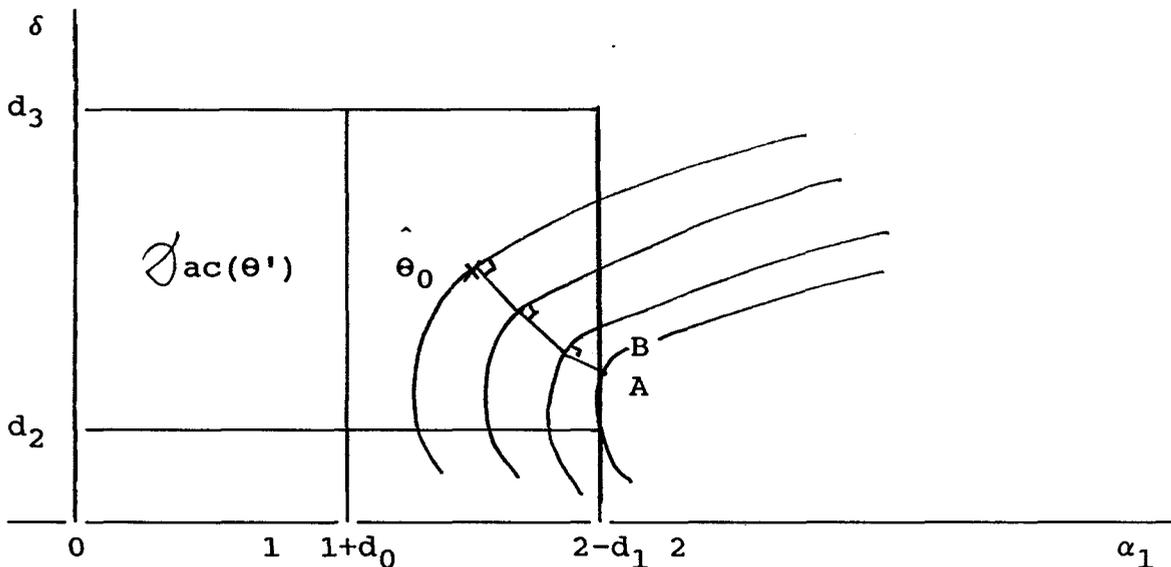


Figure III-5 : Point A solution idéale
Point B solution obtenue

2.2- Identification partielle sous contrainte de validé physique des résultats

Le but recherché est l'identification de modèles linéaires monocompartimentaux équivalents physiquement significatifs.

De tels modèles ont des paramètres appartenant au domaine de validité défini par :

$$Re_{\min} \leq Re \leq Re_{\max}$$

$$Ce_{\min} \leq Ce \leq Ce_{\max}$$

On note $\mathcal{D}_{vp}(\Gamma)$ ce domaine. ($\Gamma = [Re, Ce]^T$). Il peut être spécifique à un type pathologique.

L'existence de ce domaine permet d'en définir un autre

pour les vecteurs $\hat{\theta}$ des identifications partielles. Il est caractérisé comme suit :

- dans le plan (α_1, δ) par un domaine ayant les frontières :

$$\text{III-1} \quad \delta = -Re_{\min/\max}(2 - \alpha_1) \text{Log}(\alpha_1 - 1)$$

$$\text{III-2} \quad \delta = T(2 - \alpha_1)/(K C e_{\min/\max})$$

- sur l'axe α_2 par un intervalle :

$$\alpha_{2\min} \leq \alpha_2 \leq \alpha_{2\max}$$

On note $\mathcal{D}_{vp}(\theta)$ ce domaine. La relation entre les domaines admissibles de Γ et θ est bijective. La figure III-6 représente une coupe de $\mathcal{D}_{vp}(\theta)$ dans le plan (α_1, δ) .

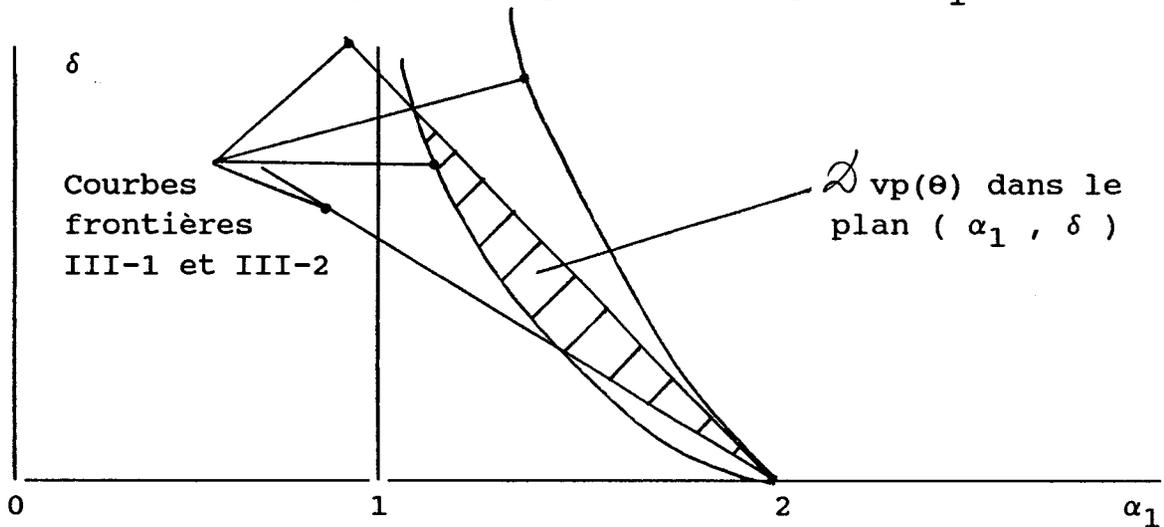


Figure III-6

Le domaine admissible étant défini, le problème se pose sous la forme :

$$\min_{\hat{\theta}} J(\hat{\theta}) = \hat{\theta}^T (M^T M) \hat{\theta} - 2Y^T M \hat{\theta} + Y^T Y$$

sous la contrainte :

$$\hat{\theta} \in \mathcal{D}_{vp}(\theta)$$

Les matrices et vecteurs M et Y ont été précisés au paragraphe III-1. Le problème est du même type que celui traité pour l'étude de l'identification sous contrainte d'appartenance

à C_{LB} . Pour sa résolution, on se référera donc au paragraphe 2.1.

Remarque : Les problèmes d'identifications partielles sous les deux contraintes :

- d'appartenance à C_{LB} ;
- de validité physique ;

se résolvent d'une manière identique à ceux comportant uniquement la contrainte d'appartenance à C_{LB} . La seule différence se situe au niveau du domaine admissible de θ' . On utilise celui défini par la contrainte de validité physique, à savoir, $\mathcal{D}_{vp}(\theta')$ dans le plan (α_1, δ) (Figure III-6).

Ce type d'identification peut être nécessaire pour obtenir des résultats qui permettent de poursuivre dans la voie d'une identification totale sous contrainte. (Cf introduction à la seconde partie).

En conclusion résumons, les informations apportées par les identifications partielles au cycle q .

On a déterminé :

$$\hat{R}e_n(q) , \hat{C}e_n(q) , \hat{\tau}_n(q) , \hat{\alpha}_{1n}(K,q) , \hat{\alpha}_{2n}(K,q) , \hat{\delta}_n(K,q)$$

A partir de ces résultats on forme :

- Les vecteurs $\Gamma_n(q)$. Ils définissent les modèles linéaires monocompartimentaux équivalents. Ils permettent d'obtenir les modèles globaux de type 1. C'est sur ces vecteurs que s'effectuent les tests de validité physique des modèles. (Chap V). Ils sont aussi utilisés pour déterminer le mode d'évolution des paramètres du système et pour la détermination des ensembles identifiables (Phase de classification. Chap IV).

$$\hat{\Gamma}_n(q) = [\hat{R}e_n(q), \hat{C}e_n(q)]^T$$

- Les vecteurs $\theta_n(K,q)$. Ils sont utilisés pour déterminer l'appartenance des modèles à la classe C_{LB} (Chap V).

$$\hat{\theta}_n(K,q) = [\hat{\alpha}_{1n}(K,q), \hat{\alpha}_{2n}(K,q), \hat{\delta}_n(K,q)]^T$$

IV - IDENTIFICATION TOTALE

On décrit dans ce paragraphe la détermination des paramètres d'un modèle linéaire bicompartimental noté Mod_j. Le signal d'entrée est composé de N_j (N_j ≥ 3) paliers de commande U_n.

1- IDENTIFICATION TOTALE SANS CONTRAINTE

1.1- Détermination des coefficients de la transmittance en z

On considère une partie P_j du cycle inspiratoire s'étendant sur un intervalle temporel [n_jT, (n_j+N_j)T[.

On dispose pour la partie P_j :

- Des relevés moyens débit, pression, volume calculés sur N_c cycles. On les note :

$$\{(U_n, \bar{Y}_n, \bar{V}_n) \in \mathbb{R}^{+3}, n=n_j, \dots, n_j+N_j-1, N_j \geq 3\}$$

$$\text{où : } \bar{Y}_n = 1/(K N_c) \sum_{q=1}^{N_c} \sum_{k=0}^{K-1} Y_n(k, q)$$

$$\bar{V}_n = 1/(K N_c) \sum_{q=1}^{N_c} \sum_{k=0}^{K-1} V_n(k, q)$$

- Des résultats moyens des identifications partielles sur N_c cycles. On les note :

$$\{(\hat{R}e_n, \hat{C}e_n, \hat{\tau}_n, \hat{\alpha}_{1n}(K), \hat{\alpha}_{2n}(K)), n=n_j, \dots, n_j+N_j-1, N_j \geq 3\}$$

$$\text{où par exemple : } \hat{R}e_n = 1/N_c \sum_{q=1}^{N_c} \hat{R}e_n(q)$$

On se place dans le cas où ces résultats répondent aux conditions d'appartenance à la classe C_{LB}.

La condition nécessaire à la détermination d'un modèle linéaire bicompartimental sur P_j est que les éléments qui le

compose n'évoluent pas. Dans ces conditions on peut écrire :

$$\forall n \in \{n_j, \dots, n_j + N_j - 1\}$$

$$\hat{\tau}_n \# \hat{\tau}_j = \text{constante}$$

$$\hat{C}e_n \# \hat{C}e_j = \text{constante}$$

$$\hat{R}e_n \# \hat{R}e_j = \text{constante}$$

d'où :

$$\hat{\alpha}_{1n} \# \hat{\alpha}_{1j} = \text{constante}$$

$$\hat{\alpha}_{2n} \# \hat{\alpha}_{2j} = \text{constante}$$

On démontre facilement qu'il existe des relations entre les coefficients $\alpha_{1n}(K)$ et $\alpha_{2n}(K)$ des identifications partielles et les coefficients α_{1j} et α_{2j} des identifications totales. Elles s'écrivent :

$$\alpha_{1j} = (\alpha_{1n}(K) - 1)^K + 1$$

$$\alpha_{2j} = - (-\alpha_{2n}(K))^K$$

Dans ce contexte, on peut calculer les résultats moyens des identifications partielles sur la partie P_j . On les note :

$$\hat{R}e_j, \hat{C}e_j, \hat{\tau}_j, \hat{\alpha}_{1j}, \hat{\alpha}_{2j}$$

$$\text{où par exemple : } \hat{R}e_j = 1/N_j \sum_{n=n_j}^{n_j+N_j-1} \hat{R}e_n$$

Position du problème d'identification.

Le modèle Mod_j est représenté par la transmittance :

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\delta_{0j} + \delta_{1j} z^{-1} + \delta_{2j} z^{-2}}{1 - \alpha_{1j} z^{-1} - \alpha_{2j} z^{-2}}$$

où :

$$\text{III-3} \quad \delta_{0j} = B_{2j} / (\tau_j C e_j) = R e_j$$

$$\text{III-4} \quad \delta_{1j} = \frac{T}{C_{ej}} + \frac{(B_{1j} - \tau_j)(1 + \alpha_{2j})}{C_{ej}} - \frac{2B_{2j}}{\tau_j C_{ej}}$$

$$\text{III-5} \quad \delta_{2j} = \frac{B_{2j}}{\tau_j C_{ej}} + \frac{T \alpha_{2j}}{C_{ej}} - \frac{(B_{1j} - \tau_j)(1 + \alpha_{2j})}{C_{ej}}$$

$$\text{III-6} \quad \alpha_{1j} = 1 + e^{-T/\tau_j}$$

$$\text{III-7} \quad \alpha_{2j} = -e^{-T/\tau_j}$$

en notant $B_1 = \tau_1 + \tau_2$ et $B_2 = \tau_1 \tau_2$

La seule inconnue de ces équations est B_{1j} . La résolution du problème consiste donc à la déterminer.

Résolution du problème.

On détermine B_{1j} à partir de l'équation III-4. δ_{1j} est déterminé par la méthode des moindres carrés. Le coefficient δ_{2j} peut s'écrire :

$$\delta_{2j} = \delta_j - \delta_{0j} - \delta_{1j}$$

en notant : $\delta_j = T/C_{ej}(1 + \alpha_{2j})$

L'équation de récurrence liant les pressions aux débits permet de définir une suite d'écarts d'identification : E_n

$$E_n = \bar{Y}_n - [\hat{\alpha}_{1j} \bar{Y}_{n-1} + \hat{\alpha}_{2j} \bar{Y}_{n-2} + \hat{\delta}_j U_{n-2} + \hat{\delta}_{0j} (U_n - U_{n-2})] + \hat{\delta}_{1j} (U_{n-1} - U_{n-2})$$

Ceux-ci peuvent s'écrire sous forme matricielle.

$$E = \bar{Y}_j - W_j \hat{\delta}_{1j}$$

Le critère s'écrit :

$$J(\hat{\delta}_{1j}) = E^T E$$

La solution optimale s'écrit :

$$\hat{\delta}_{1j}^* = [W_j^T W_j]^{-1} W_j^T \bar{Y}_j$$

où les vecteurs W_j et \bar{Y}_j s'écrivent :

$$\begin{aligned} W_j &= [\Delta U_{n_j+n}]^T \\ \bar{Y}_j &= [\Delta (\bar{Y}, U)_{n_j+n}]^T \end{aligned} \quad n=0, \dots, N_j-3$$

en posant :

$$\Delta U_{n_j+n} = U_{n_j+n+1} - U_{n_j+n}$$

et

$$\begin{aligned} \Delta (\bar{Y}, U)_{n_j+n} &= [\bar{Y}_{n_j+n+2} - \hat{\alpha}_{1j} \bar{Y}_{n_j+n+1} - \hat{\alpha}_{2j} \bar{Y}_{n_j+n}] \\ &\quad - [\hat{\delta}_j U_{n_j+n} + \hat{\delta}_{0j} (U_{n_j+n+2} - U_{n_j+n})] \end{aligned}$$

avec $\dim \bar{Y}_j = (N_j-2) \times 1$

$\dim W_j = (N_j-2) \times 1$

$N_j \geq 3$

Le nombre de paliers N_j doit être supérieur ou égal à trois pour avoir au moins une résolution juste des équations d'identification.

Avec ces nouvelles notations la solution optimale s'écrit:

$$\hat{\delta}_{1j}^* = \frac{\sum_{n=0}^{N_j-3} [\Delta U_{n_j+n}] [\Delta (\bar{Y}, U)_{n_j+n}]}{\sum_{n=0}^{N_j-3} [\Delta U_{n_j+n}]^2}$$

Pour la partie P_j on a déterminé le vecteur paramètre estimé du modèle transmittance en z , soit :

$$[\hat{\alpha}_{1j}, \hat{\alpha}_{2j}, \hat{\delta}_{0j}, \hat{\delta}_{1j}, \hat{\delta}_{2j}]^T$$

1.2- Détermination des résistances et capacités du modèle bicompartimental

La détermination des valeurs estimées des résistances et capacités du jⁱème modèle linéaire bicompartimental découle de la résolution du système :

$$\tau_j = \frac{R_{1j} + R_{2j}}{E_{1j} + E_{2j}} \quad ; \quad B_{1j} = \frac{R_{1j}}{E_{1j}} + \frac{R_{2j}}{E_{2j}} = \tau_{1j} + \tau_{2j}$$

$$C_{ej} = \frac{E_{1j} + E_{2j}}{E_{1j} E_{2j}} \quad ; \quad B_{2j} = \frac{R_{1j} R_{2j}}{E_{1j} E_{2j}} = \tau_{1j} \tau_{2j}$$

La condition de résolution de ce système s'écrit :

$$\text{III-8} \quad \hat{B}_{1j}^2 - 4\hat{B}_{2j} \geq 0$$

Théoriquement, cela est toujours vérifié car :

$$B_{1j}^2 - 4B_{2j} = (\tau_{1j} - \tau_{2j})^2$$

D'un point de vue pratique, l'équation III-8 constitue la condition d'appartenance des résultats des identifications totales à la classe C_{LB} . Les solutions préconisées suivant le résultat du test sont exposées dans l'introduction préliminaire à la seconde partie.

On se place maintenant dans la situation où le résultat du test est positif. On obtient dans ce cas :

$$\hat{\tau}_{1j}, \hat{\tau}_{2j} = 1/2 [\hat{B}_{1j} + (\hat{B}_{1j}^2 - 4\hat{B}_{2j})^{1/2}]$$

$$\hat{E}_{1j} = \frac{1}{\hat{C}_{1j}} = \frac{1}{\hat{C}_{ej}} \frac{\hat{\tau}_{2j} - \hat{\tau}_{1j}}{\hat{\tau}_j - \hat{\tau}_{1j}}$$

$$\hat{E}_{2j} = \frac{1}{\hat{C}_{2j}} = \frac{1}{\hat{C}_{ej}} \frac{\hat{\tau}_{1j} - \hat{\tau}_{2j}}{\hat{\tau}_j - \hat{\tau}_{2j}}$$

$$\hat{R}_{1j} = \frac{\hat{\tau}_{1j}}{\hat{C}_{ej}} \frac{\hat{\tau}_{2j} - \hat{\tau}_{1j}}{\hat{\tau}_j - \hat{\tau}_{1j}}$$

$$\hat{R}_{2j} = \frac{\hat{\tau}_{2j}}{\hat{C}_{ej}} \frac{\hat{\tau}_{1j} - \hat{\tau}_{2j}}{\hat{\tau}_j - \hat{\tau}_{2j}}$$

2- IDENTIFICATION TOTALE SOUS CONTRAINTE

2.1- Identification totale sous contrainte d'appartenance à la classe C_{LB}

La caractérisation de la classe C_{LB} à partir des résultats des identifications totales est défini par l'inéquation III-8 du paragraphe précédent, elle s'écrit :

$$\hat{B}_1^2 - 4\hat{B}_2 \geq 0$$

$$\text{où : } \hat{B}_1 = \frac{\hat{C}_e}{1 + \hat{\alpha}_2} \hat{\delta}_1 + \frac{2\hat{\tau} - T}{1 + \hat{\alpha}_2} + \hat{\tau}$$

$$\hat{B}_2 = \hat{\tau}^2$$

La contrainte d'appartenance à la classe C_{LB} s'exprime sur $\hat{\delta}_1$ de la façon suivante :

$$\hat{F} \hat{\delta}_1^2 + \hat{G} \hat{\delta}_1 + \hat{H} \geq 0$$

$$\text{où : } \hat{F} = \left[\frac{\hat{C}_e}{1 + \hat{\alpha}_2} \right]^2$$

$$\hat{G} = \left[\frac{2\hat{C}_e}{1 + \hat{\alpha}_2} \right] \left[\frac{2\hat{\tau} - T}{1 + \hat{\alpha}_2} + \hat{\tau} \right]$$

$$\hat{H} = \left[\frac{2\hat{\tau} - T}{1 + \hat{\alpha}_2} + \hat{\tau} \right]^2 + \hat{\tau}^2$$

Les coefficients \hat{F} , \hat{G} , \hat{H} sont calculés à partir de résultats d'identifications partielles satisfaisant aux contraintes d'appartenance à la classe C_{LB} .

Position et résolution du problème

Pour une partie P_j on détermine une contrainte :

$$\hat{F}_j \hat{\delta}_{1j}^2 + \hat{G}_j \hat{\delta}_{1j} + \hat{H}_j \geq 0$$

qui définit un domaine admissible pour $\hat{\delta}_{1j}$, on note $\mathcal{D}_{ac}(\delta_{1j})$ ce domaine.

Le critère d'identification a été défini dans la première partie (identification totale sans contrainte). Le problème se pose de la façon suivante :

$$\min_{\hat{\delta}_{1j}} J(\hat{\delta}_{1j})$$

sous la contrainte :

$$\hat{\delta}_{1j} \in \mathcal{D}_{ac}(\delta_{1j})$$

La solution sans contrainte est notée $\hat{\delta}_{1j}^*$. Elle est décrite au paragraphe 1. En présence de contrainte, deux cas sont envisageables :

- $\hat{\delta}_{1j}^* \in \mathcal{D}_{ac}(\delta_{1j})$ la résolution est terminée. Le but est atteint.

- $\hat{\delta}_{1j}^* \notin \mathcal{D}_{ac}(\delta_{1j})$ la solution avec contrainte se trouve sur la frontière de $\mathcal{D}_{ac}(\delta_{1j})$ et elle minimise le critère. (Figure III-7).

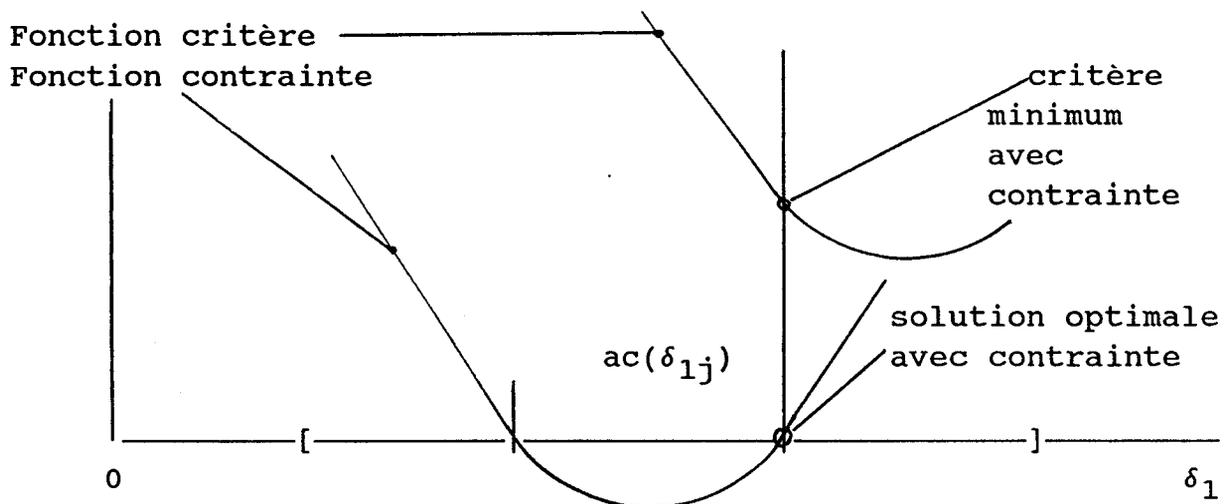


Figure III-7

2.2- Identification totale sous contrainte de validité physique des résultats

Le but recherché est l'identification de modèles linéaires bicompartimentaux physiquement significatifs d'un point de vue paramétrique. On se place dans le contexte où les résultats des identifications partielles ont une signification physique et satisfont la première condition d'appartenance à C_{LB} .

Les identifications totales déterminent la variable δ_1 . Il est impossible d'imposer une contrainte sur cette variable qui garantisse la validité physique des résistances et capacités du modèle. Toutefois, le problème peut être résolu en opérant par essais successifs.

On définit dans un premier temps un domaine admissible pour δ_1 . C'est l'intersection de deux domaines.

- Le premier domaine est défini par la contrainte d'appartenance à la classe C_{LB} . Il est spécifique à la partie P_j considérée. Il s'écrit :

$$\mathcal{D}_{ac}(\delta_{1j})$$

- Le second est défini par la contrainte de validité physique. Les modèles recherchés ont des paramètres appartenant aux intervalles :

$$R_{imin} \leq R_i \leq R_{imax} \quad i = 1, 2$$

$$E_{imin} \leq E_i \leq E_{imax} \quad i = 1, 2$$

Ils forment le domaine $\mathcal{D}_{vp}(\Phi)$ ($\Phi = [R_1, R_2, C_1, C_2]^T$).

On définit à partir de ceux-ci le domaine de validité physique de δ_1 . Il est le même quelque soit la partie P_j considérée. Il s'écrit :

$$\mathcal{D}_{vp}(\delta_1)$$

Le problème se pose ainsi :

$$\min_{\hat{\delta}_{1j}} J(\hat{\delta}_{1j})$$

sous la contrainte :

$$\hat{\delta}_{1j} \in \mathcal{D}_{ac}(\delta_{1j}) \cap \mathcal{D}_{vp}(\delta_1)$$

La résolution de ce problème est classique, elle a été traitée au paragraphe 2-1.

La solution optimale obtenue ne garantit pas l'appartenance du vecteur paramètre $\hat{\Phi}_j$ au domaine $\mathcal{D}_{vp}(\Phi)$. Envisageons deux cas :

- $\hat{\delta}_{1j}^* \longrightarrow \hat{\Phi}_j \in \mathcal{D}_{vp}(\Phi)$ La résolution est terminée. Le but est atteint.

- $\hat{\delta}_{1j}^* \longrightarrow \hat{\Phi}_j \in \mathcal{D}_{vp}(\Phi)$ On recherche par essais successifs la solution la plus proche de l'optimale et procurant un vecteur $\hat{\Phi}_j$ valide. Le critère est une fonction quadratique d'une variable, cette recherche est donc aisée. Il existe de nombreuses méthodes pour traiter ce type de problème, citons par exemple la méthode à pas constant, la méthode de Fibonacci, etc .. (/22/).

La figure III-8 représente cette méthode.

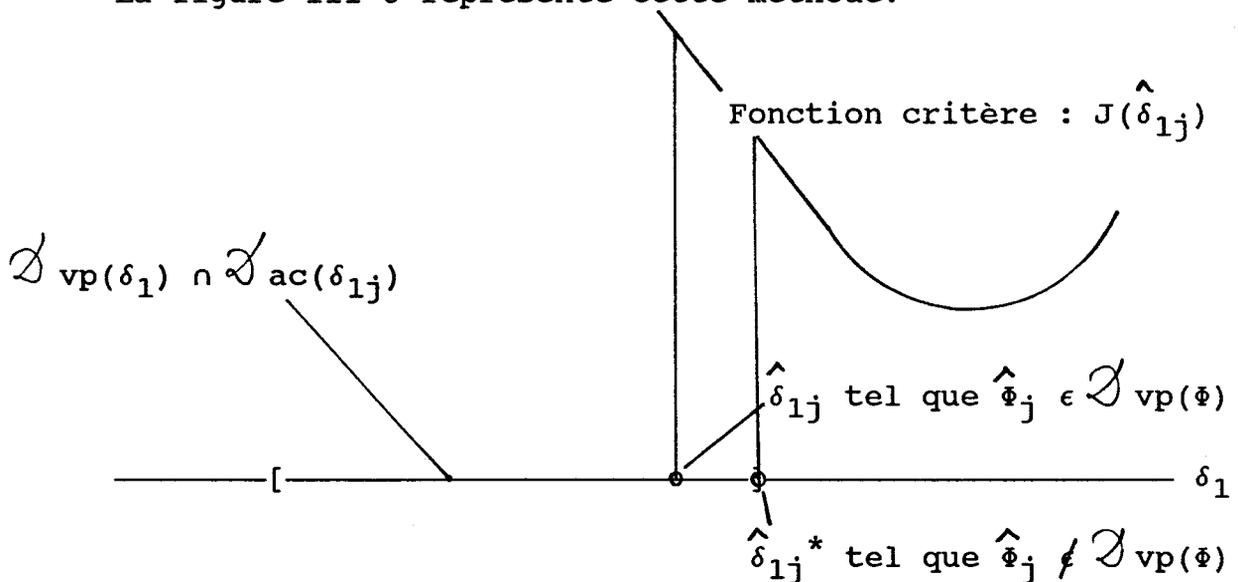


Figure III-8

Terminons ce paragraphe par un rappel des informations fournies par les identifications totales. Pour une partie P_j du cycle inspiratoire, on a déterminé :

- le vecteur paramètre estimé du modèle transmittance en z

$$[\hat{\alpha}_{1j}, \hat{\alpha}_{2j}, \hat{\delta}_{0j}, \hat{\delta}_{1j}, \hat{\delta}_{2j}]^T$$

- le vecteur paramètre estimé du modèle linéaire bicompartimental

$$\hat{\Phi}_j = [\hat{R}_{1j}, \hat{R}_{2j}, \hat{E}_{1j}, \hat{E}_{2j}]^T$$

Avant de conclure ce chapitre il est utile de préciser quelques points concernant la reconstruction des modèles globaux. On dispose des résultats des identifications sur N_c cycles. On a défini au chapitre I trois types de modèles globaux.

* Modèle global de type 1. Il est composé de N modèles monocompartimentaux équivalents. Chacun d'entre eux est un modèle moyen calculé sur l'ensemble des N_c modèles identifiés. Cela peut s'écrire :

$$\mathcal{M} = \{\text{Mod}_n, n=0, \dots, N-1\}$$

où Mod_n est défini par un vecteur paramètre moyen ;

$$\bar{\Gamma}_n = 1/N_c \sum_{q=1}^{N_c} \hat{\Gamma}_n(q)$$

* Modèle global de type 2. Il est composé de J modèles bicompartimentaux. Chacun d'entre eux est caractérisé par un vecteur paramètre $\hat{\Phi}_j$. On peut écrire :

$$\mathcal{M} = \{\text{Mod}_j, j=1, \dots, J\}$$

* Modèle global de type 3. Il est composé d'un seul modèle bicompartimental caractérisé par son vecteur paramètre $\hat{\Phi}_1$. On peut écrire :

$$\mathcal{M} = \text{Mod}_1$$

C'est un cas particulier de modèle global de type 2 (J=1).

Un dernier point reste à traiter, celui de la détermination de l'état initial du modèle X_0 .

Soit une commande \mathcal{E} appliquée au système pendant plusieurs cycles. Après stabilisation des transitoires, on observe en sortie des pressions et volumes initiaux stables, soit V_0 et Y_0 leurs valeurs. Un modèle global \mathcal{M} est alors déterminé.

L'état initial X_0 du modèle global peut être estimé par l'intermédiaire de Y_0 et V_0 et du vecteur C du modèle \mathcal{M} . En effet, nous pouvons écrire :

$$Y_0 = \hat{C}^T \hat{X}_0$$

$$V_0 = e^T \hat{X}_0$$

$$\text{où : } \hat{X}_0 = [\hat{V}_1(0), \hat{V}_2(0)]^T$$

$$\hat{C} = [\hat{Re}/\hat{\tau}_1, \hat{Re}/\hat{\tau}_2]^T$$

$$e = [1, 1]^T$$

La résolution de ce système conduit à :

$$\hat{V}_2(0) = \frac{Y_0 - \hat{Re}/\hat{\tau}_1 V_0}{[\hat{Re}/\hat{\tau}_2 - \hat{Re}/\hat{\tau}_1]}$$

$$\hat{V}_1(0) = V_0 - \hat{V}_2(0)$$

Précision sur le vecteur C :

Pour un modèle global de type 1, le problème de l'estimation de X_0 ne se pose pas. Les connaissances de Y_0 et de V_0 suffisent.

Pour un modèle global de type 2, le vecteur C employé est le vecteur C_1 du premier modèle Mod_1 , on a en effet $Y_0 = C_1^T X_0$

Pour un modèle global de type 3, on a un seul vecteur C , c'est donc celui-là que l'on utilise.

CONCLUSION

La question de l'identification des paramètres des modèles constitue, après celle de l'obtention de commande optimale, la seconde phase maîtresse dans la mise au point d'une procédure d'autoadaptation du système.

Afin de rendre compte de l'évolution non linéaire du système, il est tout d'abord essentiel de l'analyser sur chaque palier de commande. La méthode employée a permis de le décrire en tant que modèle monocompartmental. Les résultats ainsi obtenus permettent de déterminer le type de modèle global le mieux adapté au processus.

Un autre aspect est ensuite abordé, celui de l'identification des paramètres des modèles bicompartimentaux. Sous différentes hypothèses, en particulier celle de la stationnarité des paramètres identifiés sur chaque palier, on montre que la condition nécessaire à l'identification des résistances et capacités des modèles bicompartimentaux est que le signal d'entrée comporte au moins trois paliers consécutifs et différents.

Il peut s'avérer que dans certains cas les résultats obtenus précédemment ne soient pas valides. Deux notions de validité sont essentielles :

- l'appartenance à la classe C_{LB} . Elle autorise la détermination des résistances et capacités de modèles bicompartimentaux ;
- la validité physique des paramètres.

Dans ce but, on utilise une technique d'identification sous contrainte. Compte tenu de la formulation adoptée, les problèmes traités se ramènent à l'optimisation de fonctions quadratiques sur des domaines admissibles. On utilise des méthodes classiques de résolution.



CHAPITRE IV

CLASSIFICATION

INTRODUCTION

Ce chapitre est consacré à la détermination des points de fonctionnement du système soumis à une commande stationnaire sur plusieurs cycles, et ceci pour chaque commande considérée.

La détermination des ensembles identifiables, ou points de fonctionnement linéaire, s'effectue par l'intermédiaire de la recherche du meilleur recouvrement d'un ensemble de vecteurs. Le sens du terme "meilleur" est défini au moyen de critères spécifiques à la méthode employée. Les vecteurs analysés sont déterminés lors des identifications partielles. Ils caractérisent principalement l'état des éléments des modèles monoclopartimentaux équivalents (résistance, capacité) pour chaque palier de débit.

Chaque partie du recouvrement ainsi obtenu est constituée par des vecteurs semblables. Elle indique des comportements stationnaires des éléments des modèles monoclopartimentaux équivalents. On émet l'hypothèse selon laquelle elle traduit aussi des comportements stationnaires des modèles biclopartimentaux, d'où la possibilité d'une détermination ultérieure.

Les méthodes employées pour résoudre ces problèmes sont dérivées de méthodes classiques. Ce sont des méthodes géométriques basées sur des techniques de seuil.

I - POSITION DU PROBLEME

1- PRESENTATION

Le type de non linéarité présenté par le processus a conduit à opter pour une modélisation par un système linéaire par intervalle. Chaque modèle linéaire est identifié sur ce que l'on a défini par le terme "ensemble identifiable". (Cf Introduction à la seconde partie).

L'objectif de ce chapitre est la mise en évidence des ensembles identifiables.

Le processus est soumis à une commande stationnaire sur N_c cycles respiratoires. Les commandes employées sont échantillonnées. Le cycle inspiratoire est découpé en N intervalles $[nT, (n+1)T[$. Sur chaque intervalle, le signal de commande appliqué est un palier constant de débit ; U_n .

La technique d'identification que l'on emploie permet de déterminer un vecteur paramètre Γ_n sur chaque intervalle $[nT, (n+1)T[$ du cycle inspiratoire. Ce vecteur caractérise un modèle linéaire monocompartmental résistance-capacité équivalent à un modèle bicompartimental.

L'étude de l'évolution de ces vecteurs en fonction des paliers de commande appliqués nous renseigne sur l'état stationnaire ou non des modèles.

Cette étude repose sur deux hypothèses :

Première hypothèse : Pour une insufflation à débit constant, sur de très courts laps de temps de l'ordre de 0,2 s à 0,4 s (intervalle $[nT, (n+1)T[$), on considère que les éléments résistances-capacités n'ont pas varié.

Deuxième hypothèse : On considère que l'étude de l'évolution des paramètres des modèles linéaires monocompartmentaux équivalents est suffisante pour refléter celle des paramètres des modèles bicompartimentaux.

Le problème peut s'énoncer de la façon suivante :

On dispose de N_c ensembles de vecteurs paramètres :

$$\hat{\Gamma}(q) = \{ \Gamma_n(q) \in \mathbb{R}^2 ; n=0, \dots, N-1 \}$$

Chaque ensemble est déterminé sur un cycle inspiratoire q .

Pour chaque commande considérée, on possède des ensembles de vecteurs reflétant l'état paramétrique du processus. En accord avec la définition des ensembles identifiables (cf Introduction à la seconde partie), on peut dire que leur

recherche peut être ramenée à celle de groupes de vecteurs Γ_n , semblables au sens de critères à définir et consécutifs entre eux.

On doit donc étudier la décomposition d'ensembles de vecteurs en classes. A chaque ensemble identifiable correspond la possibilité d'une détermination de modèle. Afin de faciliter cette détermination, on cherche à obtenir des ensembles identifiables les plus importants possibles. De plus, les vecteurs appartenant à une même classe doivent être consécutifs entre eux. Ces deux faits déterminent le type de problème à traiter, à savoir des problèmes de recouvrements d'ensembles sous contraintes.

2- FORMULATION DU PROBLEME EN TERME DE RECOUVREMENTS

Avant de formuler le problème, rappelons la définition d'un recouvrement d'un ensemble (/27/).

2.1- Définition d'un recouvrement

On considère un ensemble \mathcal{T} :

$$\mathcal{T} = \{ \Gamma_n, n=0, \dots, N-1 \}$$

et une famille de ses parties :

$$\mathcal{F} \subset \mathcal{P}(\mathcal{T}) - \{ \emptyset \}$$

On dit qu'une sous famille de \mathcal{F} , telle que :

$$\mathcal{R} = \{ P_j / P_j \in \mathcal{F}; j=1, \dots, J \}$$

est un recouvrement de l'ensemble \mathcal{T} , si elle possède la propriété suivante :

$$\bigcup_{j=1}^J P_j = \mathcal{T}$$

Un recouvrement de \mathcal{T} est donc une famille de parties non vide de \mathcal{T} telle que pour tout élément Γ_n de \mathcal{T} , il existe au moins un $j \in \{1, \dots, J\}$

tel que : $\Gamma_n \in P_j$

2.2- Formulation du problème

Soit un ensemble de vecteurs paramètres :

$$\Gamma = \{ \Gamma_n \in \mathbb{R}^2 ; n=0, \dots, N-1 \}$$

déterminé sur un cycle inspiratoire quelconque. Dans \mathbb{R}^2 l'ensemble Γ apparaît comme un nuage de points Γ_n , chacun d'eux reflétant l'état paramétrique du processus pendant un intervalle $[nT, (n+1)T[$ du cycle inspiratoire.

Le problème qui se pose consiste à réaliser un recouvrement de l'ensemble Γ en sous ensembles P_j ($j=1, \dots, J$).

Sous la contrainte d'ordre :

A) Respect de la succession temporelle des vecteurs au sein de chaque partie P_j . Ceci s'écrit :

$$\forall P_j \in \{P_1, \dots, P_J\} \in \mathcal{F}(\Gamma) \quad \forall n \in \{0, \dots, N-1\}$$

$$\text{si } \Gamma_{n-1} \in P_j \text{ et } \Gamma_{n+1} \in P_j \text{ alors } \Gamma_n \in P_j$$

La figure IV-1 illustre par un exemple le but recherché.

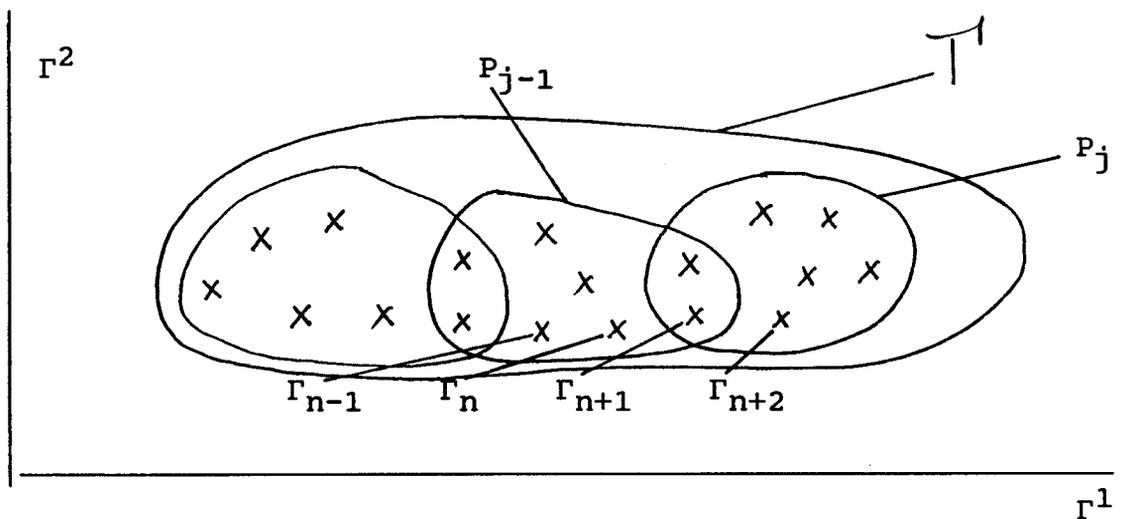


Figure IV-1

II - RESOLUTION DU PROBLEME

On peut aborder les problèmes de classification sous trois points de vue :

- géométrique ;
- statistique ;
- théorie de l'information.

C'est sous un aspect géométrique que la résolution de notre problème semble la plus aisée.

1- LES METHODES GEOMETRIQUES

Elles utilisent des représentations géométriques des ensembles à traiter (figure IV-1). Les problèmes de classification se ramènent à la recherche de la meilleure partition d'un ensemble. Dans le cas de cette étude, on préfère rechercher le meilleur recouvrement.

Toutefois, les techniques employées pour partitionner ou recouvrir un ensemble sont basées sur les mêmes principes. On peut dire d'une façon sommaire qu'il existe trois types d'algorithmes de recherche de la meilleure partition.

a) Ceux basés sur l'optimisation de critères (/28/, /29/). Ces techniques nécessitent beaucoup de place mémoire et les calculs sont longs.

b) Les techniques de seuil (/30/, /31/). Elles sont basées sur le choix de seuils ; contrairement aux techniques a), elles sont rapides et nécessitent peu de place mémoire. Cependant, la valeur de la partition est fortement liée au choix des seuils et au déroulement de l'algorithme qui dépend en général d'autres paramètres.

c) Les techniques algorithmiques, basées sur l'agrégation de groupes de points améliorés par itérations successives (/32/).

Des problèmes spécifiques de recherche de recouvrement sous contrainte d'ordre ont été étudiés par Le Chevalier (/33/).

L'étude qui suit présente deux méthodes "rustiques" basées sur des techniques de type b).

2- NOTATIONS ET RAPPELS

On dispose dans \mathbb{R}^2 d'un nuage de points :

$$\uparrow = \{ \Gamma_n \in \mathbb{R}^2, p_n \in \mathbb{R}^+, n=0, \dots, N-1 \}$$

où p_n désigne le poids associé à chaque vecteur Γ_n , on choisit les différents coefficients de pondération de sorte que leur somme soit égale à un. De cette manière, chaque p_n peut être interprété comme une probabilité. Dans notre problème, tous les vecteurs ont la même importance. On prend donc pour tout n :

$$p_n = 1/N$$

Vecteurs centres de gravité :

a) de l'ensemble

On note un vecteur quelconque de \mathbb{R}^2 :

$$\Gamma_n = (\Gamma_n^i)^T \quad i=1,2$$

Le vecteur centre de gravité de N vecteurs s'écrit :

$$g = (g^i)^T \quad i=1,2$$

où :

$$g^i = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} p_n \Gamma_n^i}{\sum_{n=0}^{N-1} p_n}$$

du choix des p_n découle :

$$g^i = \overline{\Gamma^i} \quad i=1,2$$

g représente donc le vecteur moyenne.

b) D'une partie P_j

Soit une partie P_j comportant N_j vecteurs, alors g_j s'écrit :

$$g_j = (g_j^i)^T \quad i=1,2$$

où comme précédemment $g_j^i = \overline{\Gamma_j^i}$

Matrice de variance covariance

a) De l'ensemble

Cette matrice s'écrit :

$$v = \begin{vmatrix} \text{var}(\Gamma^1) & \text{cov}(\Gamma^2, \Gamma^1) \\ \text{cov}(\Gamma^1, \Gamma^2) & \text{var}(\Gamma^2) \end{vmatrix}$$

Les éléments de cette matrice sont calculés sur l'ensemble \uparrow . Les variables sont centrées sur g.

b) D'une partie P_j

Cette matrice s'écrit :

$$v_j = \begin{vmatrix} \text{var}_j(\Gamma^1) & \text{cov}_j(\Gamma^2, \Gamma^1) \\ \text{cov}_j(\Gamma^1, \Gamma^2) & \text{var}_j(\Gamma^2) \end{vmatrix}$$

Les éléments de cette matrice sont calculés sur P_j . Les variables sont centrées sur g_j .

3- LES METHODES UTILISEES

Deux méthodes ont été développées pour résoudre ce problème. Elles reposent toutes deux sur l'emploi de techniques de seuil. Cette technique semble la mieux adaptée pour prendre en compte facilement la contrainte d'ordre.

L'obtention de classes au sein d'un ensemble nécessite la définition de notions d'homogénéité de ces classes. C'est principalement sur ce point que diffèrent les deux méthodes. Précisons les deux notions retenues.

3.1- Notion d'homogénéité de classe : méthode n°1

L'ensemble à recouvrir s'écrit :

$$\uparrow = \{ \Gamma_n \in \mathbb{R}^{+2}, p_n \in \mathbb{R}, n=0, \dots, N-1 \}$$

On utilise une métrique Euclidienne généralisée définie par la matrice Q :

$$Q = \begin{vmatrix} 1/\text{var}(\Gamma^1) & 0 \\ 0 & 1/\text{var}(\Gamma^2) \end{vmatrix}$$

où $\text{var}(\Gamma^i)$ désigne la variance de la composante Γ^i calculée sur l'ensemble . L'utilisation de cette métrique revient à celle de la métrique canonique avec des variables réduites de la forme :

$$\Gamma^{i'} = \Gamma^i / \sigma(\Gamma^i)$$

Cette métrique permet de s'affranchir des problèmes d'unités.

On définit un vecteur écart type de la partie P_j par :

$$\sigma(P_j) = [\sigma_j(\Gamma^1) , \sigma_j(\Gamma^2)]^T$$

où les $\sigma_j(\Gamma^i)$ sont calculés sur P_j .

On évalue l'homogénéité de la partie P_j en calculant la norme de son vecteur écart type. Soit :

$$\text{IV-1} \quad \sigma(P_j) = [\sigma(P_j)^T Q \sigma(P_j)]^{1/2} = (\text{tr}(V_j Q))^{1/2}$$

Cette notion est très proche de celle d'inertie de la partie P_j . En effet on peut écrire :

$$\sigma(P_j) = [1/N_j I_j(g_j)]^{1/2}$$

où $I_j(g_j)$ désigne l'inertie de P_j par rapport à son centre de gravité g_j . N_j représente le nombre d'éléments de P_j . La figure IV-2 présente un exemple aidant à la compréhension de cette notion.

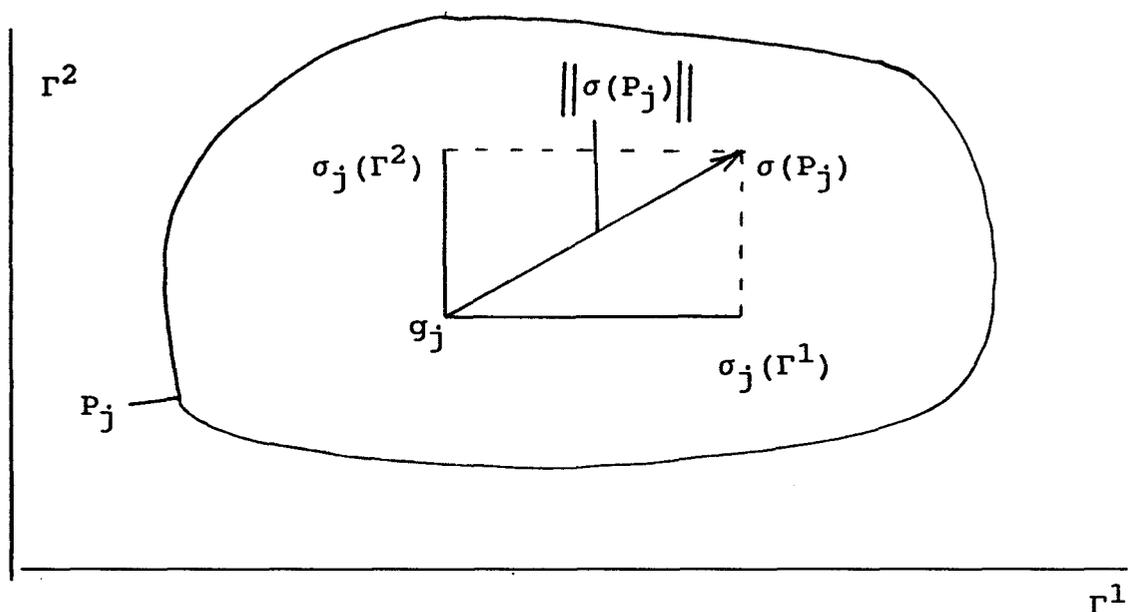


Figure IV-2

3.2- Notion d'homogénéité de classe : méthode n°2

L'ensemble à recouvrir est toujours :

$$\mathcal{T} = \{ \Gamma_n \in \mathbb{R}^2, p_n \in \mathbb{R}, n=0, \dots, N-1 \}$$

On utilise des variables réduites de la forme :

$$\Gamma^{i'} = \Gamma^i / \sigma(\Gamma^i)$$

On évalue l'homogénéité de la partie P_j en calculant :

$$\begin{aligned} & \max D(\Gamma_n, \Gamma_{n'}) \\ \text{IV-2} & \Gamma_n, \Gamma_{n'} \in P_j \end{aligned}$$

$D(\Gamma_n, \Gamma_{n'})$ désigne la distance entre Γ_n et $\Gamma_{n'}$.
L'homogénéité de P_j est donc définie par la distance maximale séparant les vecteurs de P_j . Différents types de distances peuvent être utilisées, citons par exemple la distance Euclidienne, la distance du Max etc ...

La figure IV-3 présente un exemple illustrant cette notion.

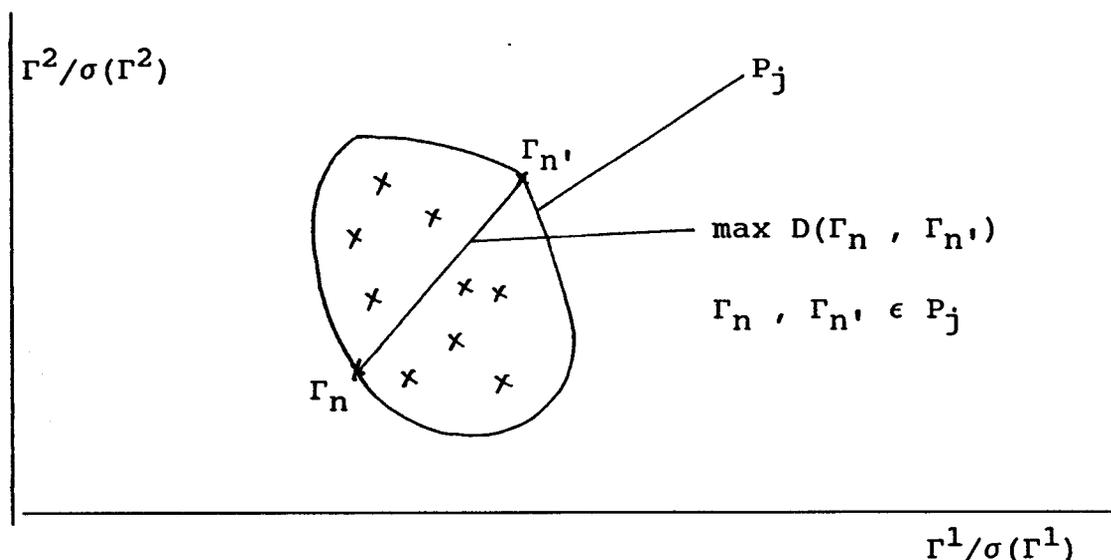


Figure IV-3

3.3- Les techniques de seuil utilisées

Les deux mesures d'homogénéité de classe qui viennent d'être présentées sont notées indistinctement $Ho(P_j)$.

On caractérise une partie P_j par sa mesure d'homogénéité. On impose qu'elle soit obligatoirement telle que :

$$IV-3 \quad Ho(P_j) \leq \mu_c$$

où μ_c désigne un seuil que l'on se définit.

La valeur du recouvrement composé de parties satisfaisant à la condition IV-3 est donc fortement liée au choix du seuil. On définit ce seuil d'un point de vue paramétrique de la façon suivante :

* Le seuil paramétrique : μ_c . Il caractérise la ressemblance paramétrique des éléments d'une même partie. Il est défini par les connaissances des experts. Tous les vecteurs appartenant à une même classe sont donc représentatifs d'un même modèle d'un point de vue paramétrique. L'utilisation de ce type de seuil permet d'obtenir des recouvrements représentatifs de l'évolution paramétrique des modèles.

Sous un aspect pratique il faut tenir compte des bruits susceptibles de perturber les mesures. Dans cette optique la détermination de modèles statistiques du bruit permet de guider un choix efficace des seuils.

4- ALGORITHMES DE RESOLUTION

4.1- Algorithme de la méthode n°1

L'ensemble à recouvrir s'écrit :

$$\uparrow = \{ \Gamma_n \in \mathbb{R}^2, p_n = 1/N \in \mathbb{R}, n=0, \dots, N-1 \}$$

La métrique employée a été précisée au paragraphe II 3.1. On considère que l'on a choisit un seuil μ_c .

Tous les éléments étant fixés, précisons que la contrainte d'ordre est prise en compte par le déroulement de l'algorithme.

On démarre au point $\Gamma_0 = g_0$. On regroupe g_0 et Γ_1 et on mesure l'homogénéité de la partie ainsi formée. Si celle-ci est inférieure ou égale au seuil prédéfini on se place sur le c.d.g de la partie et on itère la procédure avec le point suivant dans le temps. Si, à une itération quelconque, le seuil est dépassé, on considère que l'on a obtenu une partie P_j .

Pour obtenir les parties suivantes on démarre toujours la procédure en se plaçant sur le vecteur le plus proche dans le temps de la dernière partie obtenue. Cette façon de procéder favorise l'obtention de recouvrements temporels. A partir de ce point la prospection s'effectue suivant deux directions, l'une dans le sens croissant du temps, l'autre en remontant le temps. (Figure IV-4). Finalement la procédure s'arrête lorsque l'on a traité tous les points du nuage.

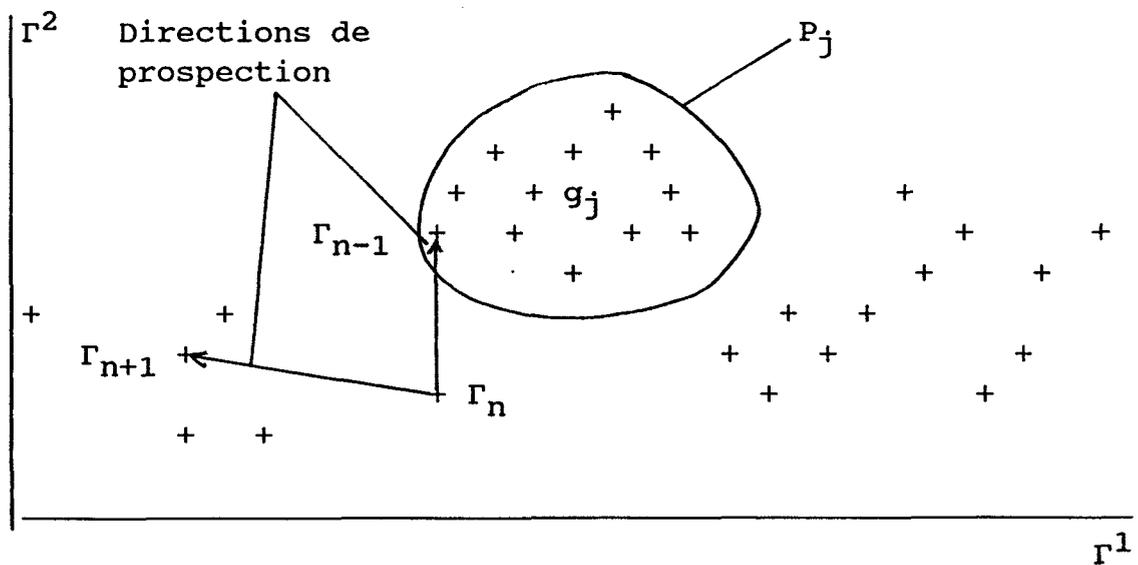


Figure IV-4

4.2- Algorithme de la méthode n°2

L'ensemble à recouvrir s'écrit :

$$\hat{\Gamma} = \{ \Gamma_n \in \mathbb{R}^2, p_n = 1/N \in \mathbb{R}, n=0, \dots, N-1 \}$$

On utilise des coordonnées réduites de la forme :

$$\Gamma^{i'} = \Gamma^i / \sigma(\Gamma^i)$$

On considère que l'on a choisi une métrique ainsi qu'un seuil μ_c . La contrainte d'ordre est prise en compte par le déroulement de l'algorithme.

On recherche des parties P_j telles qu'au sein de chacune d'elle la distance maximale entre deux points quelconques ne peut excéder le seuil μ_c . Une façon pratique de réaliser ceci consiste à fixer des vecteurs de référence Γ_r et à rechercher tous les vecteurs Γ_n satisfaisant aux conditions suivantes :

- IV-4 - $D(\Gamma_n, \Gamma_r) \leq \mu_c/2$;
 - la contrainte d'ordre.

Le choix des vecteurs de référence. La solution qui consiste à choisir les vecteurs de référence égaux aux centres de gravité est à rejeter. En effet, ces derniers ne sont pas fixes, ils évoluent à chaque agrégation de points à la partie. Dans ce cas, bien que la condition IV-4 soit toujours vérifiée, il se peut que la condition d'homogénéité définie par IV-3 soit non satisfaite. Le choix des vecteurs de référence s'est donc porté sur les vecteurs Γ_n de $\hat{\Gamma}$. Chacun d'eux est tour à tour choisi comme vecteur de référence. Le déroulement de l'algorithme s'effectue comme suit :

On se place sur Γ_0 d'où $\Gamma_r = \Gamma_0$. On recherche tous les vecteurs successifs dans le temps, inclus dans la boule fermée centrée en $\Gamma_0 = \Gamma_r$ et de rayon $\mu_c/2$. (Inéquation IV-4). Dès que l'on arrive sur un vecteur non inclus à la boule, on considère que l'on a obtenu une partie. On itère la procédure. Le nouveau centre est défini en incrémentant l'indice du vecteur de référence précédent.

$$\text{Centre } \Gamma_r = \Gamma_n \longrightarrow \text{Centre } \Gamma_r = \Gamma_{n+1}$$

La recherche des vecteurs appartenant à cette nouvelle boule s'effectue comme dans la méthode précédente ; c'est-à-dire en prospectant dans les sens croissants et décroissants du temps.

La procédure s'arrête lorsque l'on a utilisé tous les points du nuage comme centre. Cette méthode fournit donc autant de parties que de points dans le nuage. On considère que le meilleur recouvrement de l'ensemble \mathcal{T} est celui qui comporte un minimum de parties ; celles-ci ayant les cardinaux les plus importants.

On illustre cette procédure par la figure IV-5 qui représente le graphe des parties obtenues pour un exemple donné.

La méthode de recherche du meilleur recouvrement à partir du graphe des parties peut être décrite par l'algorithme suivant :

Départ : N parties P_1, \dots, P_N

On recherche les différents cardinaux des parties. On suppose qu'il en existe $N' < N$, ils sont notés :

$$\text{card}_1 = \max_n \text{card}(P_n) ; \dots ; \text{card}_k ; \dots ; \text{card}_{N'} = \min_n \text{card}(P_n)$$

A chaque itération de la procédure on cherche à couvrir une portion maximale de l'ensemble \mathcal{T} .

1ère itération : Utilisation de parties à card_1 éléments. Soit \mathcal{R}_1 l'ensemble des parties ainsi obtenues.

kième itération : Utilisation de parties à card_k éléments.

$$\mathcal{R}_k = \mathcal{R}_{k-1} \cup \{P_n / \text{card}(P_n) = \text{card}_k\}$$

La procédure s'arrête quand on a obtenu une couverture totale de l'ensemble .

Notations : 1 signifie $\Gamma_n \in P_j$
 0 signifie $\Gamma_n \notin P_j$

r \ n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
0	1	1	1	0						0	P_1
1	1	1	1	1	0					0	P_2
2	1	1	1	0						0	P_3
3	0		0	1	1	0				0	P_4
4	0		0	1	1	0				0	P_5
5	0				0	1	1	1	0	0	P_6
6	0				0	1	1	1	1	1	P_7
7	0				0	1	1	1	1	0	P_8
8	0					0	1	1	1	1	P_9
9	0							0	1	1	P_{10}

Figure IV-5 : Exemple de graphe fournissant 10 parties (N=10)
Meilleur recouvrement $\{P_2, P_4$ ou $P_5, P_7\}$

Dans l'exemple présenté figure IV-5 on obtient une couverture totale de l'ensemble \mathcal{T} en trois itérations.

$$\mathcal{R}_1 = \{P_7\} ; \mathcal{R}_2 = \{P_7\} \cup \{P_2\} ; \mathcal{R}_3 = \{P_7\} \cup \{P_2\} \cup \{P_4 \text{ ou } P_5\}$$

III - EXPLOITATION DES RESULTATS

Chacune des méthodes décrites au paragraphe précédent fournit un recouvrement de l'ensemble \mathcal{T} qui peut s'écrire :

$$\mathcal{R} = \{P_j / P_j \in \mathcal{P}(\mathcal{T}) ; j=1, \dots, J\}$$

Ce recouvrement comporte J parties. Elles sont ordonnées de façon à avoir :

$$n_0 < \dots < n_j < \dots < n_J$$

Chaque partie s'écrit :

$$P_j = \{ \Gamma_n \in C R^2 ; n=n_j, \dots, n_j+N_j-1 \}$$

Les parties P_j comportent N_j éléments et s'étendent sur des intervalles du cycle inspiratoire :

$$[n_j^T, (n_j+N_j)^T[$$

Suivant la valeur de N_j , la partie représente :

* Un ensemble identifiable par un modèle linéaire monocompartimental, si :

$$1 \leq N_j \leq 2$$

* Un ensemble identifiable par un modèle linéaire bicompartimental, si :

$$3 \leq N_j \leq N$$

Cette distinction provient de la méthode d'identification employée. (Cf chapitre III paragraphe IV-1.1). L'utilité de la recherche de recouvrements plutôt que de partitions découle aussi de cela. En effet, il est essentiel de rechercher des parties comportant le plus d'éléments, ceci pour favoriser l'identification de modèles bicompartimentaux que l'on espère plus représentatifs du système.

Il faut aborder maintenant la question de la validité des recouvrements.

1- DETERMINATION DE RECOUVREMENTS FIABLES

Pour une commande fixée, les relevés de pression, bien que filtrés, peuvent varier d'un cycle à l'autre. Ces fluctuations sont dues à des perturbations momentanées du sujet. (agitation du sujet, toux, etc.). L'obtention d'un recouvrement fiable nécessite donc un filtrage sur plusieurs cycles. On note N_c ce nombre de cycles. Deux solutions se présentent :

Première solution. On détermine un cycle moyen pour la pression. On identifie sur ce cycle un ensemble de vecteurs :

$$\mathcal{T} = \{ \Gamma_n \in \mathbb{R}^2 ; n=0, \dots, N-1 \}$$

On détermine un recouvrement \mathcal{R} de cet ensemble par les méthodes précédentes. On considère que ce recouvrement est fiable.

Seconde solution. On détermine N_c ensembles de vecteurs $\mathcal{T}(q)$. Chaque ensemble est recouvert par $\mathcal{R}(q)$. On dispose donc de N_c recouvrements $\mathcal{R}(q)$. On détermine le recouvrement composé des parties qui ont la plus grande fréquence d'apparition sur N_c cycles. On considère que ce recouvrement est fiable.

La première solution ne nécessite pas de développement particulier, abordons donc la seconde solution.

1.1- Détermination d'un recouvrement fiable à partir de plusieurs recouvrements

On dispose de N_c recouvrements $\mathcal{R}(q)$. On considère qu'il existe J parties P_j différentes. On définit l'application :

$$\mathcal{P}(\mathcal{T}) \longrightarrow \mathbb{N}^2$$

$$P_j \longrightarrow (n_j, n_j + N_j - 1)$$

Cette application associe à chaque partie P_j un couple d'indices ; respectivement l'indice de son premier et dernier vecteur. On détermine un graphe représentant les fréquences d'apparition des classes. Il est caractérisé par l'application :

$$\mathbb{N}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^+$$

$$(n_j, n_j + N_j - 1) \longrightarrow f_j = 1/N_c [\text{nb d'apparition de } P_j]$$

Détermination d'un recouvrement majoritaire. On choisit les classes ayant les fréquences d'apparition les plus fortes de façon à obtenir un recouvrement total de l'ensemble. On choisit de préférence les classes comportant le plus d'éléments. On peut illustrer cette méthode par l'exemple

présenté figure IV-6. Pour cet exemple le recouvrement majoritaire est le suivant :

$$\{ (0,4) ; (4,8) ; (7,12) \}$$

Un problème peut être traité maintenant ; celui du mode d'évolution des paramètres du système. On détermine ainsi le type de modèle global susceptible de représenter au mieux le système, pour la commande considérée.

n	0	1	2	3	4	.	7	8	9	.	12
0	0			2/5	3/5						
1		0									
2			0								
3				0							
4					0		2/5	3/5			
.											
7							0				2/5
8								0			2/5
9									0		1/5
.											
12											0

Figure IV-6 : Exemple de graphe représentant les fréquences d'apparition des parties. (Nc=5)

2- DETERMINATION DU TYPE DE MODELE GLOBAL

Par l'une ou l'autre des méthodes exposées précédemment, on obtient un recouvrement fiable, on le note :

$$R^+ = \{P_j^+ \in \mathcal{P}(T) ; j=1, \dots, J^+\}$$

Les parties sont ordonnées dans le temps. A partir de ce recouvrement, on peut déterminer le mode d'évolution des paramètres du système et par conséquent le type de modèle global qui correspond le mieux au dit système.

Le recouvrement \mathcal{R}^+ est composé d'un mélange de parties. On considère qu'il existe parmi ces J^+ parties :

- J^+_{bi} parties notées $P^+_{j_{bi}}$ sur lesquelles on peut identifier des modèles bicompartimentaux ;

- $J^+_{mo} = J^+ - J^+_{bi}$ parties notées $P^+_{j_{mo}}$ sur lesquelles on peut identifier des modèles monocpartimentaux.

On définit un coefficient β exprimant le pourcentage de couverture de l'ensemble \mathcal{R}^+ par des parties sur lesquelles on peut identifier des modèles bicompartimentaux. Il s'écrit :

$$\beta = 1/N \left[\sum_j \text{nb de } \Gamma_n \text{ différents } \in P^+_{j_{bi}} \right]$$

Les modèles globaux que l'on a défini au chapitre I sont composés exclusivement de modèles mono ou bicompartimentaux. Dans le cas de recouvrements comportant des mélanges de parties, on doit définir une règle de décision pour trancher le problème du choix du type de modèle global. Dans ce cas, on introduit la règle de décision suivante :

Règle de décision concernant le type de modèle global à adopter dans le cas d'un recouvrement présentant un mélange de parties

d) Si $\beta \leq P_{bi}\%$

alors, on décide que le modèle global est de type 1.
(Composé de modèles monocpartimentaux).

e) Si $\beta > P_{bi}\%$

alors, on décide que le modèle global est de type 2.
(Composé de modèles bicompartimentaux).

$P_{bi}\%$ désigne un pourcentage seuil que l'on se définit.

Les différents cas envisageables pour le choix du type de modèle global sont résumés dans le tableau présenté figure IV-7.

J^+_{bi}	J^+_{mo}	Décision sur le type de modèle global à choisir
1) Recouvrement composé exclusivement de parties de même type		
0	J^+	a) Modèle global de type 1 (composé de N modèles monocloimentaux)
$J^+=1$	0	b) Modèle global de type 3 (composé d'un seul modèle bicloimental)
$J^+>1$	0	c) Modèle global de type 2 (composé de J^+ modèles bicloimentaux)
2) Recouvrement composé d'un mélange de parties de type différent		
J^+_{bi}	J^+_{mo}	d) $\beta \leq P_{bi}\%$: Modèle global de type 1 (composé de N modèles monocloimentaux)
		e) $\beta > P_{bi}\%$: modèle global de type 2 ou 3 (composé d'un ou plusieurs modèles bicloimentaux)

Figure IV-7

Dans les cas a) et d), on dit que les paramètres évoluent par palier (de commande). Dans les cas c) et e), on dit qu'ils évoluent par groupe de paliers. Dans les cas b) et e), on dit qu'ils n'ont pas évolués.

Le cas e) nécessite la mise au point d'une technique de rattachement des parties "isolées" : $P_j^+_{mo}$.

3- RATTACHEMENT DES PARTIES "ISOLEES"

On se place dans le cas e) de l'étude précédente. Les parties "isolées" sont les $P_j^+_{mo}$, elles ont des cardinaux égaux à un ou deux.

La technique de rattachement utilisée est la fusion des parties prises deux à deux. On adopte deux critères de rattachement. Le premier est prioritaire, il s'exprime par :

- la consécutive temporelle des parties. Celles-ci étant ordonnées, cette consécutive s'exprime par la succession des indices des parties à fusionner.

Le second s'exprime par :

- la proximité spatiale des parties. Elle est évaluée en calculant la distance entre les centres de gravités des deux parties.

Le second critère est utilisé quand un problème de choix apparaît. Ce cas se présente pour toute partie P_j^+ d'indice différent de un et de J^+ . (Première et dernière partie).

Deux schémas de fusion sont envisagés , soit :

- $P_j^+ \text{ mo} \cup P_j^+ \text{ mo} \longrightarrow P_j^+ \text{ bi}$ avec $\sum_j N_j \geq 3$
- $P_j^+ \text{ mo} \cup P_j^+ \text{ bi} \longrightarrow P_j^+ \text{ bi}$

Dans le premier schéma de fusion si la contrainte "somme des N_j " n'est pas satisfaite, on fusionne tout de même les parties. On poursuit ensuite la procédure jusqu'à ce qu'il n'y ait plus aucune partie isolée.

Un dernier point reste à traiter. Il s'agit de la détermination des intervalles d'application des modèles bicompartimentaux. On se place donc dans le cadre de modèles globaux de type 2.

Chaque modèle bicompartimental, noté Mod_j , est identifié sur un intervalle du cycle inspiratoire :

$$[n_j^T, (n_j + N_j)^T[$$

Le fait de rechercher des recouvrements implique que les modèles aient des intervalles d'application qui se chevauchent. Afin de définir clairement les expressions des modèles globaux de type 2, on décide que chaque modèle aura un intervalle d'application défini par :

$$[n_j^T, n_{j+1}^T[$$

D'autres choix étaient envisageables. Celui que l'on utilise a pour avantage de faciliter les notations employées pour décrire les modèles globaux. La figure IV-8 illustre cette question.

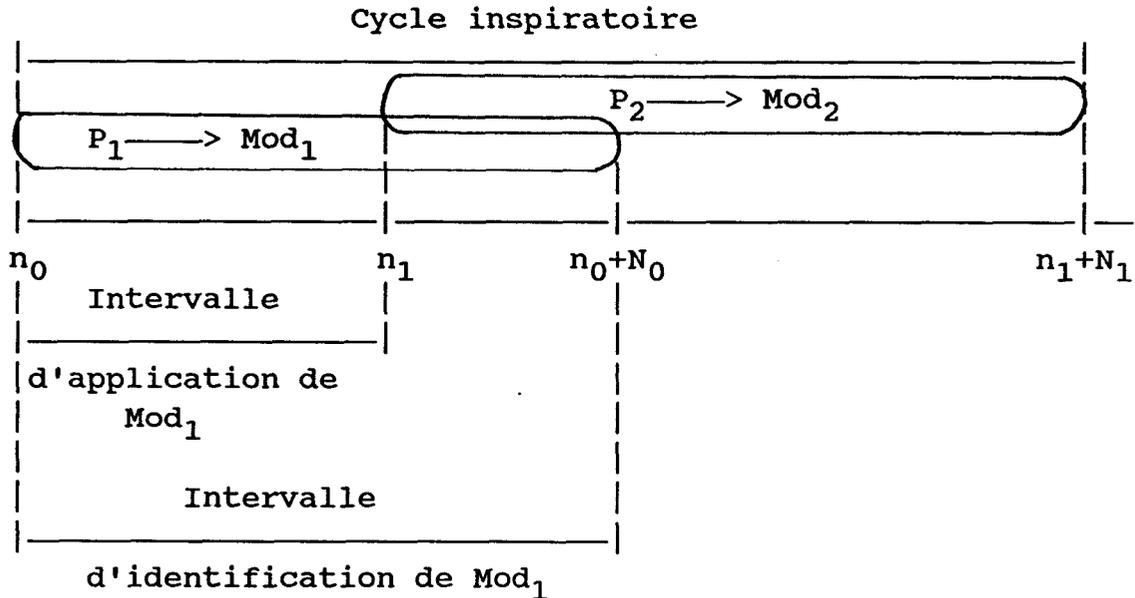


Figure IV-8

CONCLUSION

L'étude se déroulant dans un contexte "échantillonné", les résultats des identifications sur chaque intervalle ont permis de considérer le cycle inspiratoire en tant qu'ensemble de N vecteurs.

Pour chaque commande donnée, composée de N paliers de débit, le processus peut être représenté par cet ensemble. Chaque vecteur caractérise l'état paramétrique du processus. Une méthode de contrôle de l'évolution des paramètres semble alors s'imposer. Il suffit d'étudier les regroupements de vecteurs sous la contrainte que ces derniers soient consécutifs.

Le problème est donc formulé en termes de recherche de recouvrements sous contrainte d'ordre. Il existe de nombreuses méthodes de résolution de ce type de problème. Compte tenu du contexte propre à cette étude, on a préféré développer deux méthodes "rustiques". Toutes deux reposent sur l'emploi de techniques de seuil. Le choix des seuils paraît être un facteur

de grande importance. Une poursuite de l'étude dans ce sens semblerait très intéressante.

Afin d'obtenir un recouvrement bien représentatif de l'évolution paramétrique, on a proposé à la fin de ce chapitre une méthode permettant la détermination d'un recouvrement majoritaire à partir de ceux déterminés sur N_c cycles. La mise au point d'une règle de décision permet de déterminer, à partir de ce recouvrement majoritaire, le type de modèle global le plus représentatif du processus.

CHAPITRE V

VALIDITE

INTRODUCTION

On traite ici des problèmes de validité des modèles. Deux aspects sont développés. Le premier concerne la validité en tant qu'appartenance à la classe des modèles linéaires bicompartimentaux (notée C_{LB}). C'est à partir de tests sur cette appartenance que l'on détermine si oui ou non on peut identifier des modèles linéaires bicompartimentaux sur les différents ensembles identifiables mis en évidence par les techniques de la classification.

Cette étude débute par la caractérisation de la classe C_{LB} . Elle s'effectue en deux étapes, premièrement à partir des résultats des identifications partielles, et deuxièmement à partir de ceux des identifications totales. Cette caractérisation permet ensuite de mettre au point des tests pour vérifier l'appartenance à C_{LB} .

Le second aspect étudie la validité physique des modèles. On juge ainsi la représentativité physique des paramètres des modèles. Comme pour la question de l'appartenance à C_{LB} , on développe des tests permettant le jugement.

On termine ce chapitre en présentant une étude sur les positions relatives des modèles pour différentes commandes. Les positions des modèles dans un espace paramétré par ses éléments résistances-capacités peuvent indiquer des tendances pathologiques exploitables par les spécialistes.

I - LA CLASSE C_{LB}

On nomme ainsi la classe des modèles linéaires bicompartimentaux résistances-capacités. Un tel modèle peut être représenté par une transmittance en z :

$$V-1 \quad \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{\delta_0 + \delta_1 z^{-1} + \delta_2 z^{-2}}{1 - \alpha_1 z^{-1} - \alpha_2 z^{-2}}$$

La réciproque n'est pas forcément vraie.

On définit sur l'ensemble des transmittances décrit par l'équation V-1 une classe notée C_{LB} . A chaque élément de cette classe correspond un unique modèle linéaire bicompartimental résistance-capacité. Cette classe est caractérisée par des conditions sur les coefficients de la transmittance V-1.

1- CARACTERISATION DE LA CLASSE C_{LB}

L'identification des coefficients de la transmittance V-1 s'effectue en deux étapes :

- identification partielle ;
- identification totale.

Pour chaque étape on définit des conditions d'appartenance à la classe sur les résultats obtenus.

1.1- Caractérisation à partir des résultats des identifications partielles

On pose : $z_K = e^{Tp/K}$

Sur un intervalle $[nT, (n+1)T[$ du cycle inspiratoire, le processus est représenté par la transmittance :

$$V-2 \quad \frac{Y(z_K)}{U(z)} = \frac{\delta_{0n}(K) + \delta_{1n}(K)z_K^{-1} + \delta_{2n}(K)z_K^{-2}}{1 - \alpha_{1n}(K)z_K^{-1} - \alpha_{2n}(K)z_K^{-2}}$$

K définit le nombre d'échantillons de données relevés sur l'intervalle considéré. L'identification partielle du modèle V-2 pour un palier de débit U_n fournit un vecteur :

$$\hat{\theta}_n(K) = [\hat{\alpha}_{1n}(K) , \hat{\alpha}_{2n}(K) , \hat{\delta}_n(K)]^T$$

Les composantes de ce vecteur s'expriment sous les formes :

$$V-3 \quad \alpha_{1n}(K) = 1 + e^{-T/K\tau_n}$$

$$V-4 \quad \alpha_{2n}(K) = - e^{-T/K\tau_n}$$

$$V-5 \quad \delta_n(K) = \sum_{i=0}^2 \delta_{in}(K) = (1 + \alpha_{2n}(K)) T / (K C e_n)$$

Ces trois coefficients sont des fonctions des résistances R_i et des élastances E_i .

Des équations V-3, V-4 et V-5 on déduit une première caractérisation de la classe C_{LB} . Elle s'écrit :

$$\forall (R_i, E_i) \in \mathbb{R}^2$$

$$\forall K \in \mathbb{N}^*$$

$$\alpha_{1n}(K) + \alpha_{2n}(K) = 1$$

$$1 < \alpha_{1n}(K) < 2$$

$$-1 < \alpha_{2n}(K) < 0$$

$$\delta_n(K) > 0$$

Cette caractérisation définit dans l'espace des paramètres α_1 , α_2 , δ un domaine admissible pour les vecteurs $\theta_n(K)$ que l'on note $\mathcal{D}ac(\theta)$. La figure V-1 représente ce domaine.

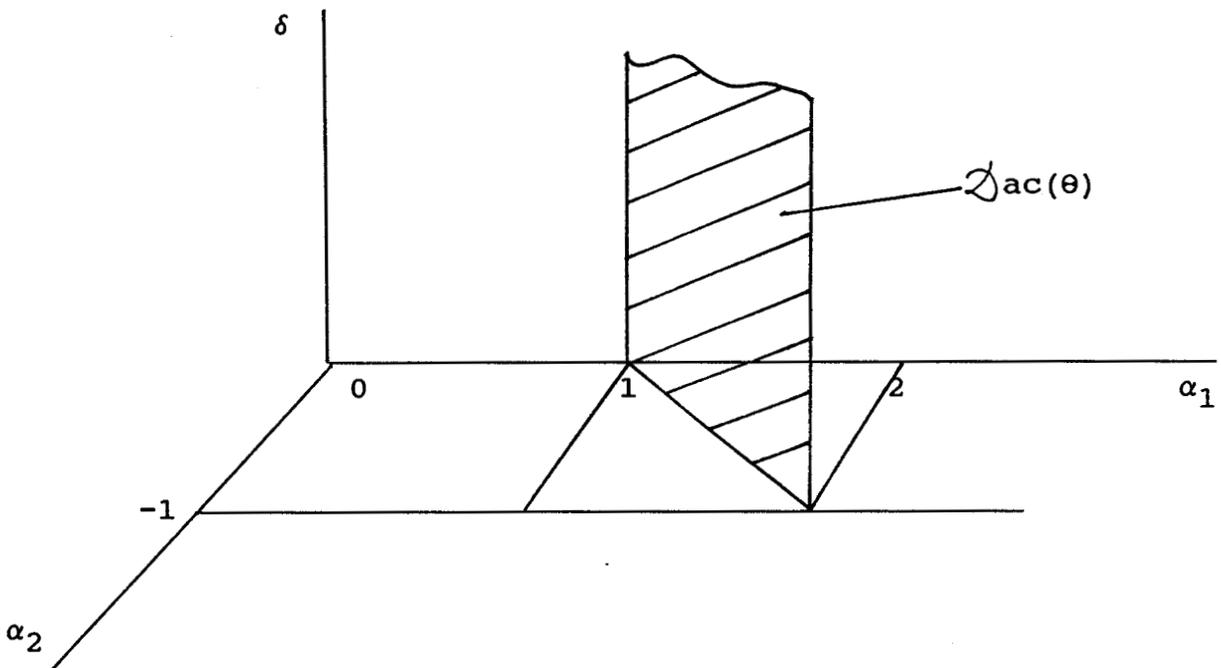


Figure V-1

Soit un modèle noté Mod_j déterminé sur un intervalle $[n_j T, (n_j + N_j) T[$ ($N_j \geq 3$) du cycle inspiratoire. La première règle de décision concernant l'appartenance de ce modèle à la classe C_{LB} s'écrit :

Première règle de décision concernant l'appartenance à C_{LB}

Mod_j satisfait à la première condition d'appartenance à C_{LB} si :

$$\forall n \in \{n_j, \dots, n_j + N_j - 1\} \quad \hat{\theta}_n(K) \in \mathcal{D}_{ac}(\theta)$$

Démonstration

Soit un modèle Mod_j de vecteur θ_j ayant pour composantes :

$$\alpha_{1j} = 1 + e^{-T/\tau_j}$$

$$\alpha_{2j} = - e^{-T/\tau_j}$$

$$\delta_j = T/Ce_j(1 + \alpha_{2j})$$

Ce modèle satisfait à la première condition d'appartenance à la classe C_{LB} si :

$$\theta_j \in \mathcal{D}_{ac}(\theta)$$

Mod_j est déterminé sur $[N_j T, (n_j + N_j) T[$; sur cet intervalle on a :

$$\forall n \in \{n_j, \dots, n_j + N_j - 1\}$$

$$\hat{\tau}_n \# \hat{\tau}_j = \text{constante}$$

$$\hat{E}e_n \# \hat{E}e_j = \text{constante}$$

$$\text{d'où : } \hat{\theta}_n \# \hat{\theta}_j = \text{constante}$$

On définit une application F_K de la façon suivante :

$$F_K : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

$$\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{array} \right| \longrightarrow \left| \begin{array}{l} z'_1 = (z_1 - 1)^K + 1 \\ z'_2 = - (-z_2)^K \\ z'_3 = K z_3 [1 - (-z_2)^K] / (1 + z_2) \end{array} \right. \end{array}$$

Cette application laisse invariant le domaine $ac(\theta) =]1,2[\times]-1,0[\times]0,+\infty[$ et elle est bijective sur ce domaine.

Les expressions des vecteurs θ_j et $\theta_n(K)$ permettent d'écrire :

$$\theta_j = F_K[\theta_n(K)]$$

La condition d'appartenance à C_{LB} sur θ_j qui s'écrit :

$$\theta_j \in \mathcal{D}_{ac(\theta)}$$

peut s'exprimer sous la forme :

$$\forall n \in \{n_j, \dots, n_j + N_j - 1\} \quad \hat{\theta}_n(K) \in \mathcal{D}_{ac(\theta)}$$

1.2 - Caractérisation à partir des résultats des identifications totales

L'identification totale du modèle sous la forme transmittance V-1 se ramène à la détermination du coefficient δ_1 .

On a vu au chapitre III que la condition de résolution du système conduisant à la détermination des résistances et capacités du modèle s'écrivait :

$$V-6 \quad B_1^2 - 4B_2 \geq 0$$

où :

$$V-7 \quad B_1 = [Ce / (1 + \alpha_2)] \delta_1 + [(2\tau - T) / (1 + \alpha_2)] + \tau$$

$$V.7 \quad B_2 = \tau^2$$

Les coefficients C_e , α_2 et τ figurant dans les équations V-7 et V-8 sont connus. Ils ont été déterminés lors des identifications partielles. On suppose que α_2 satisfait à la première condition d'appartenance à la classe C_{LB} .

L'équation V-6 permet d'écrire la seconde caractérisation de la classe C_{LB} . Elle s'écrit :

$$f(\delta_1) = F \delta_1^2 + G \delta_1 + H \geq 0$$

où :

$$F = \left[\frac{C_e}{1 + \alpha_2} \right]^2$$

$$G = \left[\frac{2 C_e}{1 + \alpha_2} \right] \left[\frac{2\tau - T}{1 + \alpha_2} + \tau \right]$$

$$H = \left[\frac{2\tau - T}{1 + \alpha_2} + \tau \right]^2 + \tau^2$$

F, G et H sont connus.

Cette caractérisation définit sur le domaine de définition de δ_1 un domaine admissible que l'on note $\mathcal{D}_{ac}(\delta_1)$. La figure V-2 représente différents domaines admissibles envisageables.

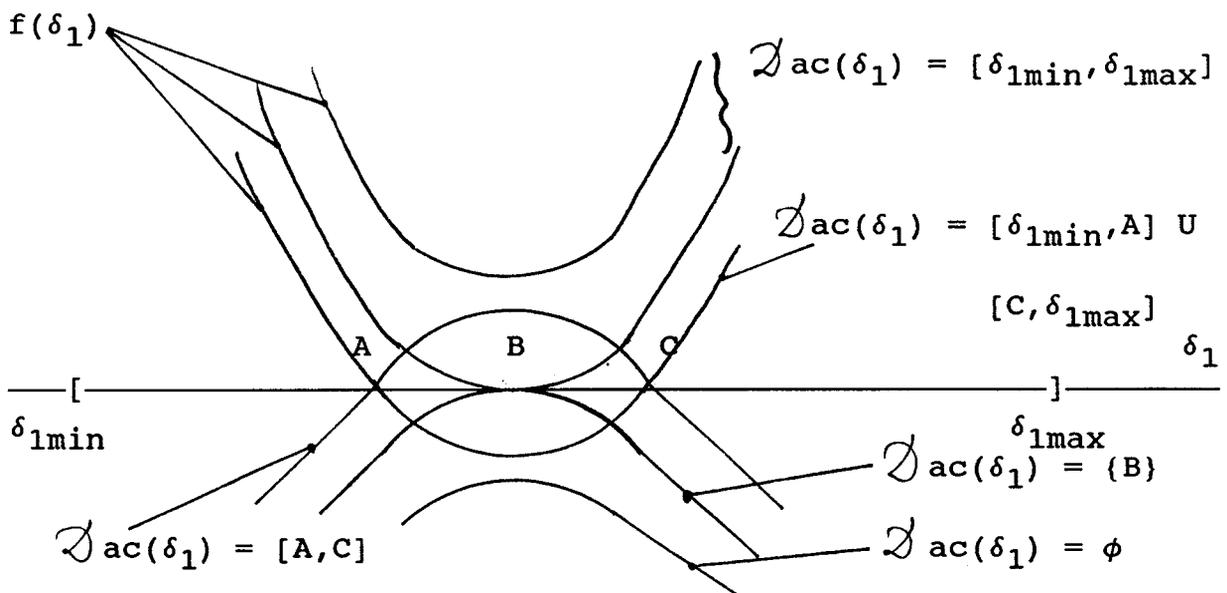


Figure V-2

Soit un modèle Mod_j déterminé sur un intervalle $[n_j T, (n_j + N_j) T[$ ($N_j \geq 3$) du cycle inspiratoire. La contrainte d'appartenance à C_{LB} est spécifique à ce modèle. Elle s'écrit :

$$f(\delta_{1j}) = F_j \delta_{1j}^2 + G_j \delta_{1j} + H_j \geq 0$$

Elle définit un domaine admissible noté $\mathcal{D}_{ac}(\delta_{1j})$. On énonce la seconde règle de décision concernant l'appartenance à la classe C_{LB} de la façon suivante :

Seconde règle de décision concernant l'appartenance à C_{LB}

Mod_j satisfait à la seconde condition d'appartenance à C_{LB} si :

$$\hat{\delta}_{1j} \in \mathcal{D}_{ac}(\delta_{1j})$$

La règle de décision concernant l'appartenance d'un modèle à la classe C_{LB} s'écrit :

Règle de décision de l'appartenance à la classe C_{LB}

Quel que soit le modèle Mod_j appartenant à l'ensemble des modèles défini par la transmittance $V-1$ et déterminé sur un intervalle $[n_j T, (n_j + N_j) T[$:

$\text{Mod}_j \in C_{LB}$ si $\forall K \in \mathbb{N}^* \quad \forall n \in \{n_j, \dots, n_j + N_j - 1\}$

- } $\hat{\theta}_n(K)$ tel que $\hat{\theta}_n(K) \in \mathcal{D}_{ac}(\theta)$

- } $\hat{\delta}_{1j}$ tel que $\hat{\delta}_{1j} \in \mathcal{D}_{ac}(\delta_{1j})$

2- TESTS D'APPARTENANCE A LA CLASSE C_{LB}

Les caractérisations de C_{LB} ont permises d'énoncer une règle de décision concernant l'appartenance des modèles à cette classe.

Cette règle est théorique. Afin de pouvoir tester pratiquement l'appartenance à C_{LB} on procède comme suit.

On dispose de N_c ensembles de vecteurs $\hat{\theta}_n(K, q)$ provenant des identifications partielles. On en déduit un ensemble de vecteurs moyens calculés sur N_c cycles :

$$\{ \hat{\theta}_n(K) \in \mathbb{R}^3, n=0, \dots, N-1 \}$$

Pour chaque partie P_j s'étendant sur un intervalle $[N_j T, (N_j + N_j) T[$ du cycle inspiratoire, on dispose d'un coefficient $\hat{\delta}_{1j}$. On a pour le cycle entier un ensemble de J coefficients :

$$\{ \hat{\delta}_{1j} \in \mathbb{R}, j=1, \dots, J \}$$

On a défini au chapitre I trois types de modèles globaux. Chacun d'entre eux est constitué des mêmes modèles de base mono ou bicompartimentaux.

Les tests d'appartenance à C_{LB} doivent prendre en compte ce fait. Ils sont donc effectués sur l'ensemble des résultats obtenus par cycle, c'est-à-dire pour toutes parties confondues.

Le premier test d'appartenance à la classe C_{LB} s'effectue à partir des résultats des identifications partielles. Il s'énonce de la façon suivante :

Première règle de décision pratique concernant l'appartenance à C_{LB}

On décide que globalement les résultats des identifications partielles vérifient la condition d'appartenance à C_{LB} si :

$$\text{Pac}(\theta) \geq \text{Pac}\%(\theta)$$

où $\text{Pac}\%(\theta)$ est un pourcentage seuil.

Le coefficient $\text{Pac}(\theta)$ représente le pourcentage de vecteurs moyens satisfaisant la condition d'appartenance à C_{LB} . Il s'exprime sous la forme :

$$\text{Pac}(\theta) = 1/N [\text{nb de } \hat{\theta}_n(K) \in \mathcal{D}ac(\theta)]$$

Le fait d'utiliser des vecteurs moyens permet d'avoir un reflet plus fiable du comportement du processus. Le pourcentage seuil $\text{Pac}\%(\theta)$ est estimé au moyen d'études statistiques. Elles sont pratiquées sur des ensembles de données provenant d'identifications partielles effectuées dans des conditions déterminées, à savoir :

- utilisation du même appareillage ;
- utilisation de sujets stables.

Les sujets traités peuvent être choisis soit appartenant à une même classe pathologique, soit toutes classes confondues.

Le second test d'appartenance à la classe C_{LB} s'effectue sur les résultats des identifications totales. Il s'énonce de la façon suivante :

Seconde règle de décision pratique concernant l'appartenance à C_{LB}

On décide que globalement les résultats des identifications totales vérifient la condition d'appartenance à C_{LB} si :

$$\text{Pac}(\delta_1) \geq \text{Pac}\%(\delta_1)$$

où $\text{Pac}\%(\delta_1)$ est un pourcentage seuil.

Le coefficient $\text{Pac}(\delta_1)$ représente le pourcentage de coefficients δ_1 satisfaisant la condition d'appartenance à C_{LB} sur un cycle. Il s'écrit :

$$\text{Pac}(\delta_1) = 1/J [\text{nb de } \hat{\delta}_{1j} \in \mathcal{D}_{ac}(\delta_{1j})]$$

Le seuil $\text{Pac}\%(\delta_1)$ est déterminé d'une façon analogue à celle utilisée pour $\text{Pac}\%(\theta)$.

Les solutions envisagées suivant les résultats des tests sont exposées dans l'introduction de la seconde partie. Néanmoins, il est utile d'apporter quelques précisions concernant les cas où les tests sont positifs.

En effet, dans ces cas il existe un certain nombre de vecteurs $\theta_n(K)$ et de variables δ_{1j} n'appartenant pas aux domaines admissibles. On utilise dans ce cas les résultats les plus proches vérifiant les conditions d'appartenance à C_{LB} . (Figure V-3).

On note $\hat{\theta}_j^*$ un vecteur appartenant au domaine admissible $\mathcal{D}_{ac}(\theta)$. Il est défini par :

$$\begin{aligned} \min_D [\hat{\theta}_j, \hat{\theta}_j^*] \\ \hat{\theta}_j^* \in \mathcal{D}_{ac}(\theta) \end{aligned}$$

$D [\hat{\theta}_j, \hat{\theta}_j^*]$ exprime la distance entre $\hat{\theta}_j$ et $\hat{\theta}_j^*$.

De même, on définit un coefficient $\hat{\delta}_{1j}^*$ par :

$$\min D [\hat{\delta}_{1j}, \hat{\delta}_{1j}^*]$$

$$\hat{\delta}_{1j}^* \in \mathcal{D}_{ac}(\delta_{1j})$$

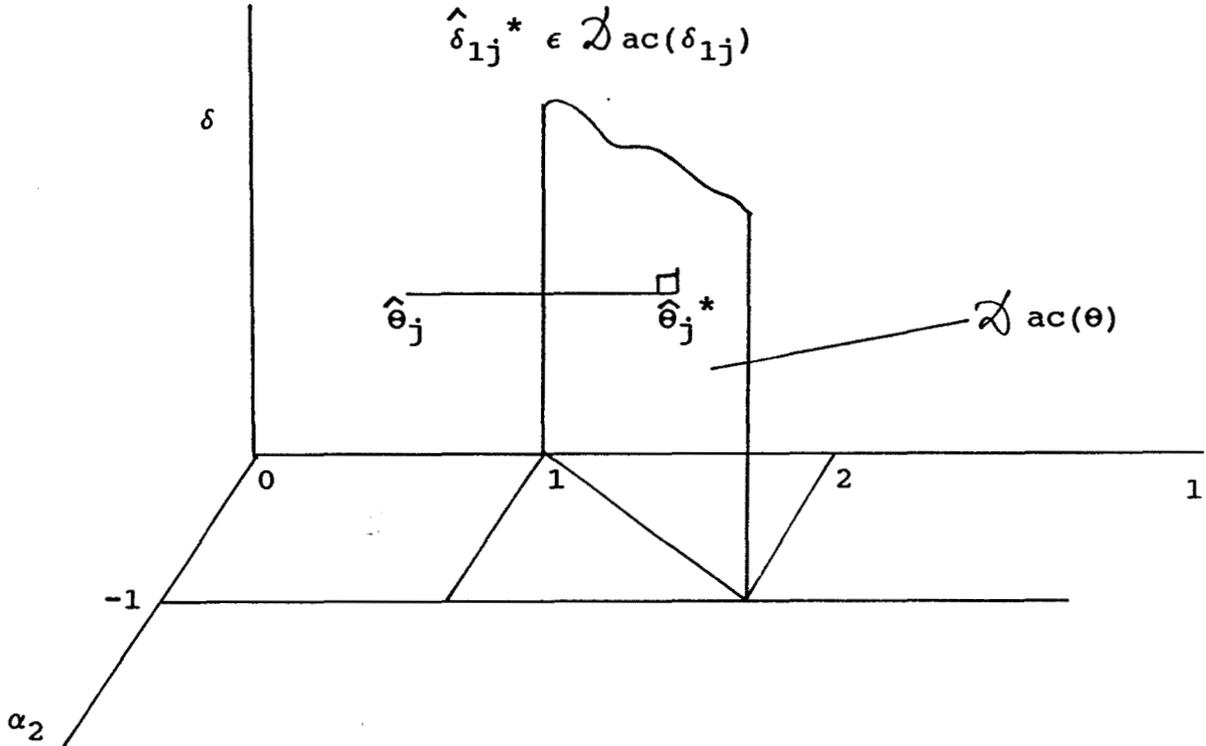


Figure V-3

II - LA VALIDITE PHYSIQUE DES MODELES

Dans ce paragraphe on définit des moyens permettant de répondre à la question suivante :

Les modèles identifiés sont-ils représentatifs de la réalité physique ?

Un premier élément de réponse consiste à dire qu'un modèle est valide si les éléments résistances et capacités qui le composent sont jugés acceptables par un expert.

On peut donc tester la validité d'un modèle linéaire monocompartmental en testant l'appartenance de son vecteur paramètre Γ à un domaine $\mathcal{D}_{vp}(\Gamma)$. De même, celle d'un modèle bicompartimental en testant l'appartenance de son vecteur paramètre Φ à un domaine $\mathcal{D}_{vp}(\Phi)$.

1- LES DOMAINES ADMISSIBLES

On définit dans \mathbb{R}^4 un domaine admissible de base $\mathcal{D}_{vp}(\Phi)$:

$$\mathcal{D}_{vp}(\Phi) = \left[\bigcap_{i=1}^2 \mathcal{D}_{vp}(R_i) \right] \cap \left[\bigcap_{i=1}^2 \mathcal{D}_{vp}(C_i) \right]$$

Le domaine est défini par les connaissances d'un expert. Il a pour frontières les valeurs R_{imin} , R_{imax} et C_{imin} , C_{imax} déterminées pour toutes pathologies confondues. Du choix de ce domaine découle la connaissance des domaines suivants :

- $\mathcal{D}_{vp}(\Gamma) = \mathcal{D}_{vp}(Re) \cap \mathcal{D}_{vp}(Ce)$ dans \mathbb{R}^2
- $\mathcal{D}_{vp}(\theta)$ dans \mathbb{R}^3
- $\mathcal{D}_{vp}(\delta_1)$ dans \mathbb{R}

Les deux derniers domaines trouvent leurs applications lorsque l'on pratique des identifications sous contrainte de validité physique. (Chap.III)

Choix des domaines admissibles

On peut imaginer partitionner $\mathcal{D}_{vp}(\Gamma)$ et $\mathcal{D}_{vp}(\Phi)$ en plusieurs classes, chacune d'elles reflétant une pathologie différente. (Figure V-4)

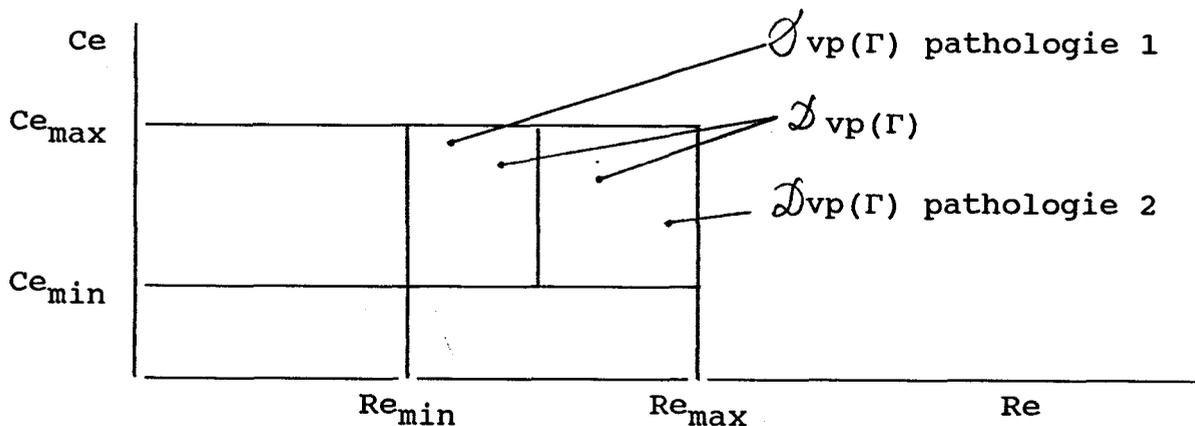


Figure V-4

La connaissance qu'a l'expert de son malade définit des domaines pathologiques plausibles. Ils peuvent servir de référence pour tester la cohérence des résultats. Cependant, l'état d'un malade peut évoluer lors du traitement, par conséquent ces domaines pathologiques peuvent varier.

On choisit donc comme domaines admissibles pour tester la validité physique des modèles le domaine $\mathcal{D}_{vp}(\Phi)$ de base et le domaine $\mathcal{D}_{vp}(\Gamma)$ qui en découle. Toutefois, la position des modèles relativement aux domaines pathologiques peut nous renseigner sur l'évolution de l'état du sujet.

Avant d'entamer l'étude de l'appartenance proprement dite, signalons les relations qui existent entre $\mathcal{D}_{vp}(\Gamma)$ et $\mathcal{D}_{vp}(\Phi)$:

$$9 \quad V-9 \quad \Gamma \in \mathcal{D}_{vp}(\Gamma) \implies \Phi \in \mathcal{D}_{vp}(\Phi)$$

$$V-10 \quad \Gamma \notin \mathcal{D}_{vp}(\Gamma) \implies \Phi \notin \mathcal{D}_{vp}(\Phi)$$

$$V-11 \quad \Phi \in \mathcal{D}_{vp}(\Phi) \implies \Gamma \in \mathcal{D}_{vp}(\Gamma)$$

2- TESTS D'APPARTENANCE AUX DOMAINES DE VALIDITE

On développe dans ce paragraphe des méthodes qui permettent de définir des tests pratiques concernant la validité physique des paramètres des modèles. Deux aspects sont abordés, l'un qualitatif, l'autre quantitatif.

On dispose pour effectuer ces études :

- D'un ensemble de vecteurs paramètres moyens calculés sur N_c cycles :

$$\{ \Gamma_n \in \mathbb{R}^2 ; n=0, \dots, N-1 \}$$

Ils caractérisent les modèles moyens monocloimentaux.

- D'un ensemble de vecteurs paramètres :

$$\{ \hat{\Phi}_j \in \mathbb{R}^4 ; j=1, \dots, J \}$$

Ils caractérisent les modèles bicloimentaux identifiés sur un cycle inspiratoire moyen calculé à partir de N_c cycles.

2.1- Etude qualitative

Les modèles globaux que l'on a proposés au chapitre I sont constitués uniquement, soit de modèles monocloimentaux équivalents : type 1, soit de modèles bicloimentaux : type 2 et 3. On propose donc deux règles de décision. La première concerne les modèles globaux de type 1.

Règle de décision qualitative concernant la validité physique des paramètres des modèles monocompartimentaux

On décide que globalement les paramètres des modèles monocompartimentaux ont une signification physique si :

$$Pvp(\Gamma) \geq Pvp\%(\Gamma)$$

où $Pvp\%(\Gamma)$ est un pourcentage seuil.

Le coefficient $Pvp(\Gamma)$ représente le pourcentage de vecteurs paramètres moyens $\bar{\Gamma}_n$ appartenant au domaine de validité $\mathcal{D}_{vp}(\Gamma)$. Il s'écrit :

$$Pvp(\Gamma) = 1/N [\text{nb de } \bar{\Gamma}_n \in \mathcal{D}_{vp}(\Gamma)]$$

Comme pour l'étude de l'appartenance à C_{LB} , on utilise des vecteurs moyens. Cela permet d'avoir un reflet plus juste du comportement paramétrique du processus. Le seuil $Pvp\%(\Gamma)$ peut être estimé d'une façon analogue à celle décrite pour la détermination des seuils $Pac\%(\theta$ ou $\delta_1)$.

La seconde règle de décision concerne les modèles globaux de type 2 et 3.

Règle de décision qualitative concernant la validité physique des paramètres des modèles bicompartimentaux

On décide que globalement les paramètres des modèles bicompartimentaux ont une signification physique si :

$$Pvp(\Phi) \geq Pvp\%(\Phi)$$

$Pvp\%(\Phi)$ est un seuil prédéfini.

Le coefficient $Pvp(\Phi)$ représente le pourcentage de vecteurs paramètres $\hat{\Phi}_j$ appartenant au domaine de validité $\mathcal{D}_{vp}(\Phi)$. Il s'écrit :

$$Pvp(\Phi) = 1/J [\text{nb de } \hat{\Phi}_j \in \mathcal{D}_{vp}(\Phi)]$$

Le seuil $Pvp\%(\Phi)$ peut être déterminé par le même procédé que $Pvp\%(\Gamma)$.

2.2- Etude quantitative

Quel que soit le résultat du test précédent, il peut être utile de connaître la position du vecteur paramètre d'un modèle relativement aux domaines admissibles.

2.2.1- Normalisation des domaines admissibles

Pour simplifier l'étude, nous utilisons des coordonnées centrées réduites.

On note indifféremment les vecteurs Γ et $\Phi : Z$ ainsi que leurs domaines admissibles respectifs $\mathcal{D}_{vp}(\Gamma)$ et $\mathcal{D}_{vp}(\Phi) : \mathcal{D}_{vp}(Z)$

On note :

$Z_M = (\dots Z_M^i \dots)^T$ le vecteur bornes maximales de $\mathcal{D}_{vp}(Z)$

$Z_m = (\dots Z_m^i \dots)^T$ le vecteur bornes minimales de $\mathcal{D}_{vp}(Z)$

On définit une application :

$$\mathbb{R}^d \longrightarrow \mathbb{R}^d \quad (d=2 \text{ ou } 4)$$

$$Z' \longrightarrow Z$$

$$Z = \begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1/2 (Z_M^i - Z_m^i) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} \quad [Z' - 1/2 (Z_M + Z_m)]$$

Avec ces nouvelles coordonnées, les domaines admissibles peuvent s'écrire :

$$\mathcal{D}_{vp}(Z) = \{Z \in \mathbb{R}^d \text{ tel que } D(Z, 0) \leq 1/2\}$$

Ce sont des boules fermées centrées sur l'origine 0 et de rayon 1/2. (Figure V-5)

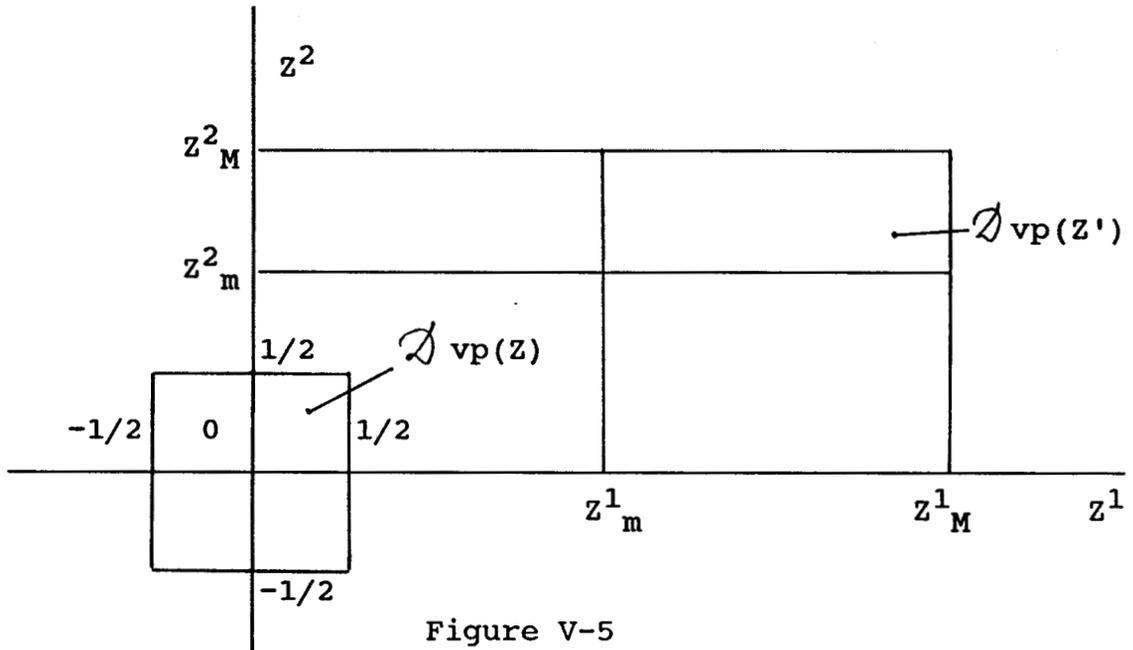


Figure V-5

2.2.2- Tests d'appartenance

On teste l'appartenance des vecteurs $Z(\Gamma$ ou $\Phi)$ aux domaines admissibles en calculant les distances qui les séparent des centres des domaines. On utilise la distance du max qui semble la mieux appropriée. Elle s'écrit :

$$\forall Z \in \mathbb{R}^d \quad D(Z, 0) = \max_i \{ |z^i| \}$$

Chaque modèle global est composé des mêmes modèles de base. Il peut donc être caractérisé par un vecteur paramètre moyen. On propose deux règles de décision. La première concerne les modèles globaux de type 1.

Règle de décision quantitative concernant la validité physique des paramètres des modèles monocloppartimentaux

On décide que globalement les paramètres des modèles monocloppartimentaux ont une signification physique si :

$$D(\bar{\Gamma}, 0) \leq 1/2$$

où $\bar{\Gamma}$ représente le vecteur paramètre moyen calculé sur le cycle inspiratoire :

$$\bar{\Gamma} = 1/N \sum_{n=0}^{N-1} \bar{\Gamma}_n$$

La seconde règle de décision concerne les modèles globaux de type 2 et 3.

Règle de décision quantitative concernant la validité physique des paramètres des modèles bicompartimentaux

On décide que globalement les paramètres des modèles bicompartimentaux ont une signification physique si :

$$D(\bar{\Phi}, 0) \leq 1/2$$

où $\bar{\Phi}$ représente le vecteur paramètre moyen calculé sur le cycle inspiratoire :

$$\bar{\Phi} = 1/J \sum_{j=1}^J \hat{\Phi}_j$$

2.2.3- Evaluation de la position moyenne des modèles
relativement aux domaines pathologiques

Les patients peuvent être classés suivant leurs états pathologiques. L'expert peut donc définir des domaines pathologiques plausibles pour les vecteurs paramètres. La position du vecteur paramètre moyen d'un modèle, relativement aux domaines admissibles pathologiques peut être une information intéressante. Elle reflète en effet un état pathologique du sujet.

On se propose donc de situer plus précisément les vecteurs paramètres des modèles identifiés. Pour cela, on décompose les domaines $\mathcal{D}_{vp}(Z)$, chaque partie étant susceptible de refléter un état pathologique.

Le mode de décomposition est choisi de façon à conserver l'aspect hypercubique des domaines. On adopte ainsi le recouvrement de $\mathcal{D}_{vp}(Z)$ suivant :

$$\{ \mathcal{D}_{vp}(Z, EP_i) ; i=1, \dots, 2^d \}$$

où $\mathcal{D}_{vp}(Z, EP_i) = \{ Z \in \mathbb{R}^d \text{ tel que } D(Z, O_i) \leq 1/4 \}$

giques révélées par les positions des vecteurs paramètres et celles pronostiquées par l'expert permet de tirer des renseignements sur :

- l'évolution de la pathologie du sujet traité ;
- l'influence de la commande employée.

La figure V-6 illustre ceci.

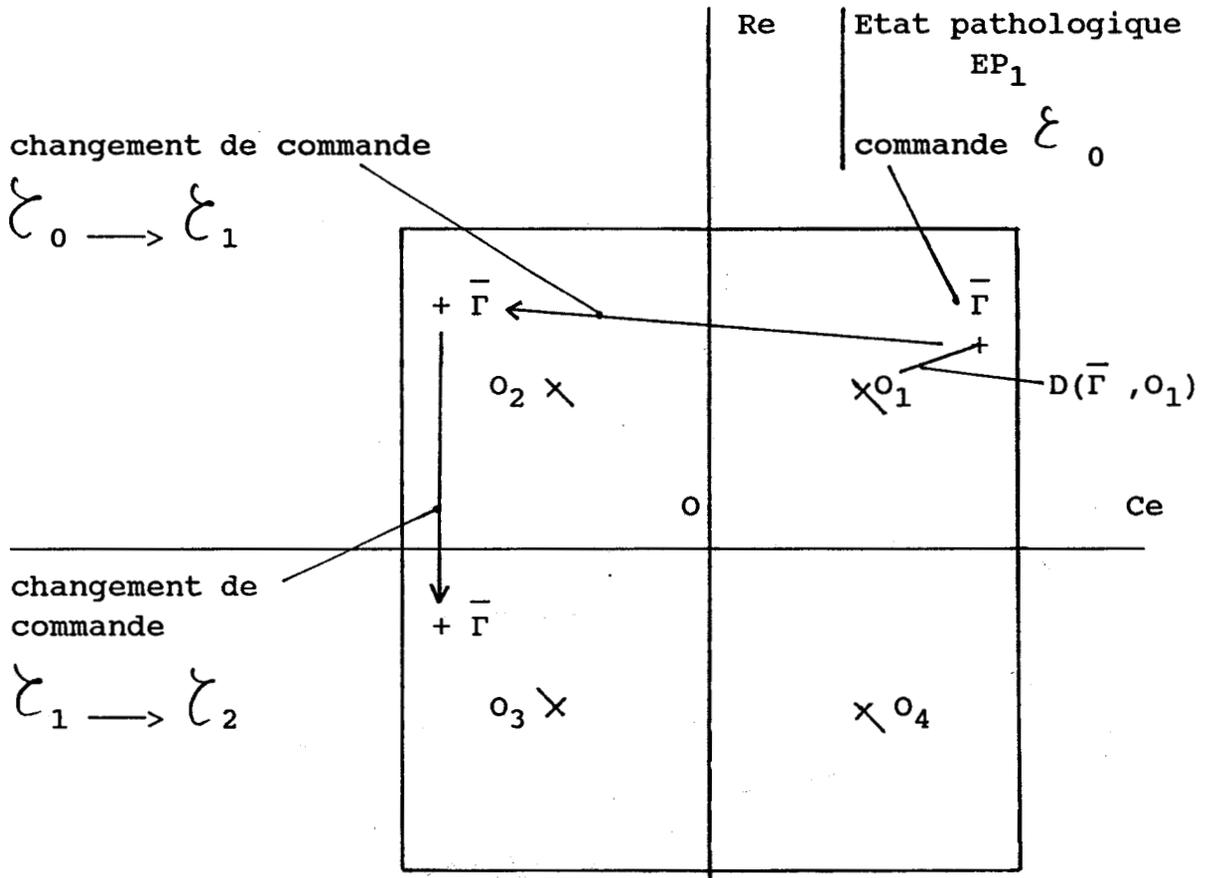


Figure V-6 : Exemple d'évolution de la position d'un vecteur paramètre pour plusieurs commandes. (d=2 Z=Γ)

CONCLUSION

Deux questions ont été traitées dans ce chapitre. La première a pour objet l'appartenance à la classe des modèles linéaires bicompartimentaux résistances-capacités (C_{LB}). Elle est traitée sous un abord géométrique. Elle débouche sur la détermination de domaines admissibles pour les variables obtenues lors des identifications. De ce fait il est alors possible :

- de proposer des règles de décision concernant cette appartenance ;

- d'utiliser ces domaines admissibles pour exprimer les contraintes d'appartenance à la classe C_{LB} lors des identifications.

Cette étude a permis de mettre en évidence les conditions de détermination des résistances et capacités des modèles bicompartimentaux.

La seconde question traite de la validité physique des paramètres des modèles identifiés. L'étude a été effectuée d'une manière analogue à la précédente.

En fin de ce chapitre, on a proposé une méthode permettant de suivre l'évolution paramétrique des modèles pour chaque commande de débit utilisée. Les informations apportées par cette méthode pourraient avoir une certaine importance pour les experts.

Les règles de décision décrites ici reposent sur des techniques de seuil. La détermination de ces seuils semble une voie qui mérite d'être plus approfondie.

CONCLUSION GENERALE

L'étude présentée dans ce mémoire a montré que sous certaine réserve la notion d'asservissement est envisageable en ventilation assistée. Cette réserve est consécutive au fait que l'on ne considère que l'aspect mécanique du système thoraco-pulmonaire. L'asservissement s'exerce sur la forme de la courbe de débit à insuffler. Dans ce contexte il a été possible de proposer une procédure permettant la commande auto-adaptative du système. La mise au point d'une telle procédure a nécessité le traitement de nombreux problèmes spécifiques :

- La modélisation. Les modèles utilisés sont fréquemment employés pour représenter ce système, ce sont des modèles linéaires. La solution proposée rend compte de l'évolution non linéaire des paramètres du système tout en gardant un aspect global linéaire. Cette solution simplifie grandement la résolution des problèmes d'optimisation.

- La commande optimale. La recherche de courbes de débit optimales se ramène à celle de séquences de N paliers de débit constants. Les problèmes se posent sous forme de programmes linéaires multicritères. Deux critères mécaniques traduisent principalement l'agression barométrique inhérente à l'emploi d'une ventilation artificielle :

- la pression maximale;
- la pression moyenne.

Les formes de débit obtenues par la résolution des différents problèmes confirment les suppositions des experts. Il est donc possible d'optimiser l'état mécanique du système. La question qui se pose maintenant est de savoir quel est le retentissement de cette optimisation mécanique au niveau des échanges gazeux et de l'hémodynamique. Il serait souhaitable d'entreprendre une campagne expérimentale dans ce sens. Les résultats de ces expérimentations devraient pouvoir indiquer si un critère mécanique est prédominant ou si l'on doit opter pour un compromis.

- L'identification des modèles. Les méthodes d'identification employées ont montré qu'il est possible de déterminer les résistances et capacités des modèles mono et bicompartimentaux à partir des signaux de pression. La détermination de ces éléments pour chaque palier de débit

fournit un ensemble de vecteurs caractérisant l'état paramétrique du système. Il est dès lors possible de déterminer les points de fonctionnement de ce dernier en appliquant des techniques de classification.

- La validité des modèles. A partir des connaissances des experts il est possible de définir des domaines de plausibilité pour les résistances et capacités. La confrontation des résultats obtenus avec ceux appartenant aux domaines admissibles permet de déterminer la cohérence des modèles. Elle pourrait aussi permettre de suivre l'évolution de la pathologie du sujet traité en fonction de la commande employée, ce qui fournirait d'intéressantes informations aux experts.

- BIBLIOGRAPHIE -

- /1/ FRUMIN M.J., LEE A.S.J.
A physiologically oriented artificial ventilator which produces N₂O O₂ anesthesia in man
J. Lab. Clin. Med., 49, 167, 1957
- /2/ COLES J.R., BROWN W.A., LAMPARD D.G.
Computer control of respiration and anesthesia
Med. Biol. England, 11, 262, 1973
- /3/ OHLSON K.B., WESTENSKOW D.R., JORDAN W.S.
A microprocessor based feedback controller for mechanical ventilation
Ann. Biomed. Eng., 10, pp 35 - 48, 1982
- /4/ CHAPMAN F.W., NEWELL JK.C., ROY R.J.
A feedback controller for ventilatory therapy
Ann. Biomed. Eng., 13, pp 359 - 372, 1985
- /5/ EAST T.D., WESTENSKOW D.R., NATHAN L.Pace, NELSON L.D
A microcomputer based differential lung ventilation system
Biomed. Eng., 11, pp 736 - 740, 1982
- /6/ CONNORS A.F., MC CAFFREE D.R., GRAY B.A.
Effects of inspiratory flow rate on gas exchanges during mechanical ventilation
Am. Rev. Resp. Dis., 124, pp 534 - 543, 1981
- /7/ JOHANSSON H.
Effects on breathing mechanics and gas exchanges of different inspiratory gas flow pattern in patients undergoing respirator treatment
Acta anaesth. Scand., 19, pp 19 - 27, 1975
- /8/ HARF A., LEMAIRE F., REGNIER B.
Physiologie de la ventilation artificielle
La revue du praticien, Tome 29, N° 51, pp 3885 - 3897,
Novembre 1979

- /9/ TREMOLIERE F., POCIDALO J.J.
Technologie des respirateurs artificiels
La revue du praticien, Tome 29, N° 51, pp 3901 - 3915,
Novembre 1979
- /10/ LA BROSE J., SALMONA J.P., TREMOLIERE F.
Le respirateur ERIKA (ENGSTROM). Présentation et
évaluation
RBM, Vol. 5, N° 4, pp 215 - 217, 1983
- /11/ KOLOBOW T., MORETTI M.P., FUMAGALLI R., MASCHERONI D.,
PRATO P., CHEN V., JORIS M.
Severe impairment in lung fonction induced by high peak
airway pressure during mechanical ventilation
Am. Rev. Resp. Dis., 135, pp 312 - 315, 1987
- /12/ CARDINAUD J.P., DUMAZEAUD M.M.
Recherche des pressions optimales en ventilation
artificielle
Agressologie, 12, B, pp 141 - 146, 1971
- /13/ LESTAVEL Ph., CHOPIN C., CHAMBRIN M.C., FOURRIER F.,
MANGALABOYI J.
Influence du débit d'insufflation lors de la ventilation
contrôlée des malades obstructifs
Rean. Soins intens. Méd. Urg., 3, 2, pp 67 - 73, 1987
- /14/ BEN HAIM S.A., DINNAR U., SAIDEL G.M.
Optimal design of mechanical ventilator waveform using
a mathematical model of the ventilatory system
Med. Biol. Eng. comput., 26, pp 419 - 424, 1988
- /15/ BOY G.
Structure et fonction respiratoire : modélisation et
applications de l'analyse des phénomènes de transfert à
la prévision du comportement de l'appareil respiratoire
chez l'homme
Thèse de docteur ingénieur, Ecole nationale supérieure
de l'aéronautique et de l'espace, Toulouse, 1980
- /16/ ROSSI A., GOTTFRIED S.B., HIGGS B.D., ZOCCHI L.
GRASSINO A., MILIC-EMILI J.
Respiratory mechanics in mechanically ventilated patients
with respiratory failure
IEEE, J. Appl. Physiol., Vol. 58 (6), pp 1849 - 1858, 1985

- /17/ BATES J.H.T., ROSSI A., MILIC-EMILI J.
Analysis of the behavior of the respiratory system with
constant inspiratory flow
IEEE, J. Appl. Pysiol., Vol. 58 (6), pp 1840 - 1848, 1985
- /18/ JANSSON L., JONSON B.
A theoretical study on flow patterns of ventilators
Scand. J. Resp. Dis., Vol. 53, pp 237 - 246, 1972
- /19/ OTIS A.B., MC KERROW C.B., BARTLETT R.A., MEAD J.
MC ELROY M.B., SELVERSTONE N.J., RADFORD E.P.
Mechanical factors in the distribution of ventilation
IEEE, J. Appl. Physiol., Vol. 8, pp 427 - 443, 1956
- /20/ MIKAMI T., MIYAMOTO Y., YAMAMOTO K., MIYAKAWA M., SAJI H.
Analysis of multi-compartment ventilatory system
Bio-medical control, Reseach institute of applied
electricity, Hokkaido University, Sapporo, Japan, 1974
- /21/ YU P.L.
Cone convexity, Cone extreme points nondominated solutions
in decision problems with multiobjectives
Univ. of Rochester, Center for System Science,
Rapport n° 72-02, 1972
- /22/ PUN L.
Introduction à la pratique de l'optimisation
Dunod, Techniques de l'Automatisme, Paris
- /23/ POVY L.
Identification des processus
Dunod Université, Bordas, Paris, 1975
- /24/ RICHALET J., RAULT A., POULIQUEN R.
Indentification des processus par la méthode du modèle
Gordon and Breach, Paris, 1971
- /25/ DE LARMINAT J., THOMAS Y.
Automatique des systèmes linéaires, Tome 2 Identification
Flammarion Sciences, Paris, 1977
- /26/ SEVELY Y.
Systèmes et asservissements linéaires échantillonnés
Dunod Université, Paris, 1973

- /27/ LAVALLEE I.
Recouvrement d'un ensemble par une famille de ses parties
Thèse de docteur ingénieur, Paris VI, 1974
- /28/ REGNIER S.
Sur quelques aspects mathématiques des problèmes de
classification automatique
ICC Bull., Vol. 4, pp 175 - 191 ,1962
- /29/ RUSPINI E.H.
Numerical method for fuzzy clustering
Information Sciences, Vol. 2, pp 319 - 350, 1970
- /30/ HILL D.R.
Mechanized information storage, retrieval and
dissemination
Proceeding of the FID/IFIP Joint conference, Rome, 1967
- /31/ BONNER
Clustering analysis
IBM Corporation Advance System dev. div., New York
- /32/ DIDAY E.
Nouvelles méthodes et nouveaux concepts en classification
automatique et en reconnaissance des formes
Thèse d'état, Paris, 1972
- /33/ LE CHEVALIER Y.
Classification automatique optimale sous contrainte
d'ordre total
Rapport de recherche n° 200, IRIA, Novembre 1976
- /34/ SALUKVADZE M.
On the existence of solutions in problems of optimization
under vector-values criteria
Jour. Optimiz. Theory Applic., Vol. 13, n° 2, 1974

ANNEXE 1

EXPRESSION DES PROBLEMES D'OPTIMISATION A PARTIR DES
EQUATIONS DES TROIS TYPES DE MODELES GLOBAUX

Ce paragraphe est consacré à la mise en équations des différents programmes linéaires à partir des équations des trois types de modèles globaux que nous avons proposés.

Avant d'entamer les études spécifiques à chaque modèle global, exprimons les éléments des programmes linéaires qui sont indépendants du type de modèle considéré et de la formulation adoptée.

C'est le cas pour deux contraintes ; les contraintes A et B ; ainsi que pour les domaines admissibles des variables de débits U_n et de volume V_n .

La contrainte A : Elle exprime le passage d'un volume courant V_T pendant la période inspiratoire. Elle s'écrit :

$$T \sum_{n=0}^{N-1} U_n = V_T$$

La contrainte B : Elle exprime le fait que l'on recherche une commande ξ_p peu différente de la commande précédente ξ_{p-1} . Elle s'écrit :

$$D[\xi_p, \xi_{p-1}] \leq s \quad s \in \mathbb{R}^+$$

On choisit d'utiliser la norme du max pour exprimer cette contrainte.

$$D[\xi_p, \xi_{p-1}] = \max_n \{ |(U_n)_p - (U_n)_{p-1}| \} \leq s$$

ce qui équivaut à :

$$-s \leq (U_n)_p - (U_n)_{p-1} \leq s \quad n=0, \dots, N-1$$

C'est sous cette seconde forme que ces contraintes sont introduites dans les programmes linéaires.

Les domaines admissibles des variables volume et débit :

Elles s'écrivent :

$$\forall n \in \{0, \dots, N-1\} \quad U_n \in \mathcal{Z}_u$$

ou

$$\forall n \in \{0, \dots, N-1\} \quad] U_{\min} \text{ et } U_{\max} \in \mathbb{R}^+ \text{ tel que } U_{\min} \leq U_n \leq U_{\max}$$

$$\forall n \in \{1, \dots, N\} \quad V_n \in \mathcal{Z}_v$$

ou

$$\forall n \in \{1, \dots, N\} \quad] V_{\min} \text{ et } V_{\max} \in \mathbb{R}^+ \text{ tel que } V_{\min} \leq V_n \leq V_{\max}$$

Décrivons maintenant les programmes linéaires spécifiques à chaque type de modèle global.

1- FORMULATION DES PROGRAMMES LINEAIRES A PARTIR D'UN MODELE GLOBAL DE TYPE 1

La structure de ce type de modèle ne permet pas dans ce cas d'exprimer les contraintes C et F qui sont spécifiques aux modèles bicompartimentaux.

On introduit les vecteurs suivants :

$$G = [1, \dots, 1]^T \text{ avec } \dim G = N+1$$

$$G_n = [0, \dots, 1, \dots, 0]^T \quad 1 \text{ en } n+1 \text{ ième position}$$

$$n=0, \dots, N \quad \text{avec } \dim G_n = N+1$$

Expression en fonction des pressions Y_n^-

L'équation matricielle d'un tel modèle s'écrit :

$$y^- = Y^- \cdot y + y_0$$

1.1- Programme linéaire de type I : Pression maximale en fin de cycle inspiratoire.

Critère : Pression à l'instant NT.

$$\text{Soit } (Y_N^-)^+ = G_N^T y^- = Y_0 + \sum_{k=0}^{N-1} s_n^-(k) U_k$$

Contraintes :

A, B ; ces contraintes ont été définies une fois pour toute au début de cette annexe.

C, F ; ces contraintes ne sont pas exprimables avec ce type de modèle.

D ; contraintes sur la compliance instantanée. On note $L_{\min} = T/C_{\min}$ et $L_{\max} = T/C_{\max}$.

$$C_{\min} \leq C_{ins_n} \leq C_{\max} \quad n=0, \dots, N-1 \quad \text{équivaut à :}$$

$$- Re_{n-1} U_{n-1} + U_n [Re_n + T Ee_n - L_{\min}] \leq 0 \quad n=1, \dots, N$$

$$U_0 [Re_0 + T Ee_0 - L_{\min}] \leq 0$$

$$Re_{n-1} U_{n-1} + U_n [L_{\max} - T Ee_n - Re_n] \leq 0 \quad n=1, \dots, N$$

$$U_0 [L_{\max} - T Ee_0 - Re_0] \leq 0$$

E ; contrainte sur la pression moyenne.

$$\bar{Y}^- = (1/N+1) G^T y^- \leq \bar{Y}_L$$

Ceci s'écrit :

$$Y_0 + (1/N+1) \sum_{n=0}^{N-1} [(N-n) T Ee_n + Re_n] U_n \leq \bar{Y}_L$$

1.2- Programme linéaire de type II : Pression maximale quelconque.

P.L N°m

Critère : Pression à l'instant mT.

$$(Y_m^-)^+ = G_m^T y^- = Y_0 + \sum_{k=0}^{m-1} s_m^-(k) U_k$$

Contraintes :

A, B, E ; idem programme linéaire de type I.

C, F, D ; ces contraintes ne peuvent pas être exprimées.

G ; contraintes spécifiant que $(Y_m^-)^+$ est la pression maximale.

$$Y_n^- - Y_m^- = s_n^-(n-1)U_{n-1} - s_m^-(m-1)U_{m-1} + \sum_{k=m-1}^{n-2} s_k U_k \quad n > m$$

$$Y_n^- - Y_m^- = s_n^-(n-1)U_{n-1} - s_m^-(m-1)U_{m-1} - \sum_{k=n-1}^{m-2} s_k U_k \quad n < m$$

$$n=0, \dots, N \quad m=0, \dots, N$$

On remarque qu'avec ce type de modèle global, seules les variables débits $U_n (n=0, \dots, N-1)$ interviennent.

2- FORMULATION DES PROGRAMMES LINEAIRES A PARTIR D'UN MODELE GLOBAL DE TYPE 2

Le plan d'étude est identique à celui utilisé pour les modèles de type 1. Toutes les contraintes sont maintenant exprimables.

Expressions en fonction des pressions Y_n^-

L'équation matricielle de ce modèle s'écrit :

$$y^- = A^- \epsilon + B(x_{n_j}) \quad j=1, \dots, J$$

2.1 - Programme linéaire de type I : Pression maximale en fin de cycle inspiratoire.

Critère : Pression à l'instant NT.

$$(Y_N^-)^+ = G^T y^- = b_J(N) + \sum_{k=1}^{N-n_J} a_J^-(k) U_{N-k}$$

Contraintes :

A, B ; contraintes définies quelque soit le modèle.

C ; équations d'état du modèle.

X_0 connu

$j = 1, \dots, J$

$$X_{n+1} = A_j X_n + B_j U_n$$

$n = n_j, \dots, n_{j+1}-1$

D ; contraintes sur la compliance instantanée.

Les contraintes $C_{ins_n} \leq C_{max}$ $n=0, \dots, N-1$ s'écrivent :

* compliance sur un modèle : Mod_j

$$D_j U_{n-1} + [L_{max} - D_j] U_n + C_j^T X_n - C_j^T X_{n+1} \leq 0$$

$n = n_{j+1}, \dots, n_{j+1} \quad j=1, \dots, J$

* compliance aux transitions entre modèles :

$$D_{j-1} U_{n_{j-1}-1} + [L_{max} - D_j] U_{n_j} + C_{j-1}^T X_{n_j} - C_j^T X_{n_j+1} \leq 0$$

$j = 2, \dots, J$

* compliance en début de cycle :

$$(L_{max} - D_1) U_0 + C_1^T X_0 - C_1^T X_1 \leq 0$$

Les contraintes $C_{ins_n} \geq C_{min}$ $n=0, \dots, N-1$ s'écrivent :

* compliance sur un modèle : Mod_j

$$[D_j - L_{\min}]U_n - D_j U_{n-1} - C_j^T X_n + C_j^T X_{n+1} \leq 0$$

$$n = n_{j+1}, \dots, n_{j+1} \quad j = 1, \dots, J$$

* compliance aux transitions entre modèles :

$$[D_{j-1} - L_{\min}]U_{n_j} - D_{j-1} U_{n_j-1} - C_{j-1}^T X_{n_j} + C_j^T X_{n_j+1} \leq 0$$

$$j = 2, \dots, J$$

* compliance en début de cycle :

$$[D_1 - L_{\min}]U_0 - C_1^T X_0 + C_1^T X_1 \leq 0$$

E ; contrainte sur la pression moyenne.

$$\bar{Y}^- = \frac{1}{N+1} [G^T \mathcal{J}^T \mathcal{E} + G^T B(x_{n_j})] \leq \bar{Y}_L$$

F ; contrainte concernant l'équilibrage des volumes finaux des deux compartiments.

$$\Delta V_f = | V_1(N) - V_2(N) | \leq DV$$

ce qui équivaut à :

$$- DV \leq V_1(N) - V_2(N) \leq DV$$

2.2- Programme linéaire de type II : Pression maximale quelconque.

P.L N°m

Critère : Pression à l'instant mT.

$$(Y_m^-)^+ = G_m^T y^- = b_j(m) + \sum_{k=1}^{m-n_j} a_j^-(k) U_{m-k}$$

Contraintes :

A, B, C, E, F ; identiques au cas précédent.

D ; cette contrainte ne peut pas être exprimée.

G ; contraintes spécifiant que $(Y^-_m)^+$ est la pression maximale.

$$j = 1, \dots, J \quad n = 0, \dots, N \quad m = 0, \dots, N$$

* Y^-_n et $(Y^-_m)^+$ définis sur le même modèle : Mod_j

$$C_j^T X_n + D_j U_{n-1} - C_j^T X_m - D_j U_{m-1} \leq 0$$

* Y^-_n et $(Y^-_m)^+$ définis respectivement sur Mod_j et Mod_{j'},

$$C_j^T X_n + D_j U_{n-1} - C_{j'}^T X_m - D_{j'} U_{m-1} \leq 0$$

* cas particulier $Y^-_n = Y_0$ et $(Y^-_m)^+$ quelconque.

$$C_1^T X_0 - C_j^T X_m - D_j U_{m-1} \leq 0$$

Le type de modèle 2 fait intervenir les variables $U_n (n=0, \dots, N-1)$ et $X_n (n=0, \dots, N)$.

3- FORMULATION DES PROGRAMMES LINEAIRES A PARTIR D'UN MODELE GLOBAL DE TYPE 3

Ce cas constitue une particularité de l'étude précédente. On a en effet un modèle global constitué d'un seul modèle linéaire bicompartimental.

Expressions en fonction des pressions Y^-_n

L'équation matricielle définissant l'évolution des pressions s'écrit :

$$y^- = H^- y + L(x_0)$$

3.1- Programme linéaire de type I : Pression maximale en fin de cycle inspiratoire.

Critère : Pression à l'instant NT.

$$(Y_N^-)^+ = G^T \int y^- = l(N) + \sum_{k=0}^N h^-(k) U_{N-k}$$

Contraintes :

A, B, F ; identiques à celles définies au cas précédent.

C ; équations d'état du modèle :

X_0 connu

$$X_{n+1} = A X_n + B U_n$$

$$n = 0, \dots, N-1$$

D ; contraintes sur la compliance instantanée.

Les contraintes $Cins_n \leq C_{max}$ $n=0, \dots, N-1$ s'écrivent :

* contraintes pour $n = 1, \dots, N-1$

$$DU_{n-1} + [L_{max} - D]U_n + c^T X_n - c^T X_{n+1} \leq 0$$

* contrainte pour $n = 0$

$$[L_{max} - D]U_0 + c^T X_0 - c^T X_1 \leq 0$$

Les contraintes $Cins_n \geq C_{min}$ $n=0, \dots, N-1$ s'écrivent :

* contraintes pour $n = 1, \dots, N-1$

$$[D - L_{min}]U_n - DU_{n-1} - c^T X_n + c^T X_{n+1} \leq 0$$

* contrainte pour $n = 0$

$$[D - L_{min}]U_0 - c^T X_0 + c^T X_1 \leq 0$$

E ; contrainte sur la pression moyenne.

$$\bar{Y}^- = \frac{1}{N+1} [G^T \mathcal{H}^- \mathcal{E} + G^T \mathcal{A} (X_0)] \leq \bar{Y}_L$$

3.2- Programme linéaire de type II : Pression maximale quelconque.

P.L N°m

Critère : Pression à l'instant mT.

$$(Y_m^-)^+ = G_m^T \mathcal{Y}^- = l(m) + \sum_{k=0}^m h^-(k) U_{m-k}$$

Contraintes :

A, B, C, E, F ; idem au cas précédent.

D ; cette contrainte ne peut être exprimée.

G ; contraintes spécifiant que $(Y_m^-)^+$ est la pression maximale.

* contraintes pour n ou m = 0

$$C^T X_n + DU_{n-1} - C^T X_m - DU_{m-1} \leq 0$$

* contraintes pour n = 0 m quelconque.

$$C^T X_0 - C^T X_m - DU_{n-1} \leq 0$$

Le type de modèle 3 fait intervenir, comme celui de type 2, les variables $U_n (n=0, \dots, N-1)$ et $X_n (n=0, \dots, N)$.

ANNEXE 2

EVOLUTION DE DIFFERENTS MODELES SOUMIS A DES COMMANDES DE DEBIT

Les modèles globaux employés sont de type 3 (un seul modèle linéaire bicompartimental).

On effectue dans un premier temps les simulations à débit constant pour servir d'élément comparatif. Les autres débits employés résultent de la résolution des différents programmes linéaires que l'on a définis au chapitre II et dans l'annexe 1.

Cette étude porte sur quatre modèles. Chaque modèle reflète un état pathologique. Ces différents états sont simulés en faisant varier les valeurs des résistances et capacités des modèles.

Le modèle n°1 : Poumons sains.

On effectue l'étude à débit constant et avec un débit résultant de la résolution d'un programme linéaire de type I.

Le modèle n°2 : Poumons obstrués.

On effectue l'étude à débit constant et avec des débits solutions des programmes linéaires de type I et II.

Le modèle n°3 : Poumons rigides.

On effectue le même type d'étude que celles faites pour le modèle n°1.

Le modèle n°4 : Poumons dissymétriques.

On effectue une étude identique à celle faite pour le modèle n°3. On étudie en plus la résolution du problème multicritère.

Pour chaque modèle, on ne présente que les courbes de débit ainsi que les réponses en pression au niveau des voies aériennes inférieures. Les pressions prises en compte pour la résolution des programmes linéaires sont les pressions Y^- . Les conditions expérimentales sont les mêmes pour tous les modèles. Elles sont :

- volume courant : $V_T = 0,8 \text{ l}$;
- Période inspiratoire sur période respiratoire :
Rapport $I/T_R = 0,5$

- fréquence respiratoire : $F_R = 15$ cycles/minute
- nombre de paliers de la commande : $N = 5$
- période d'échantillonnage : $T = 0,4$ s
- domaine admissible des débits : $0,3 \leq U_n \leq 1,5$ (en l/s)
- Etat initial des modèles : $X_0 = 0$

Quels que soient les modèles considérés les programmes linéaires de type I ont certaines contraintes qui demeurent invariantes. Elles sont :

A) Passage du volume courant $V_T = 0,8$ l durant la période inspiratoire de 2 s.

D) Limitation de la compliance instantanée :

$$0,02 \leq C_{ins_n} \leq 0,12 \quad (l/cmH_2O) \quad n=0, \dots, 4$$

D'autres contraintes ne sont pas prises en comptes, ce sont :

B) Proximité entre la commande recherchée et la précédente.

F) Equilibrage des volumes finaux des deux compartiments.

Seules les contraintes ci-dessous diffèrent pour chaque modèle étudié. Ce sont les contraintes :

C) Equations d'état du modèle

E) Limitation de la pression moyenne.

I - MODELE REPRESENTATIF DE POUMONS NORMAUX

Modèle n°1 : Il caractérise des poumons présentant peu de différence physiologique entre eux. Les valeurs des résistances et capacités sont normales pour un sujet sain.

Résistances (cmH₂O s/l)

$$R_1 : 5 \qquad R_2 : 7$$

Elastances (cmH₂O/l)

E₁ : 20

E₂ : 30

1- SIMULATION A DEBIT CONSTANT

Pour passer un volume de 0,8 l pendant une période inspiratoire de 2 s, on doit appliquer un débit constant de 0,4 l/s. La réponse en pression est présentée figure 1.

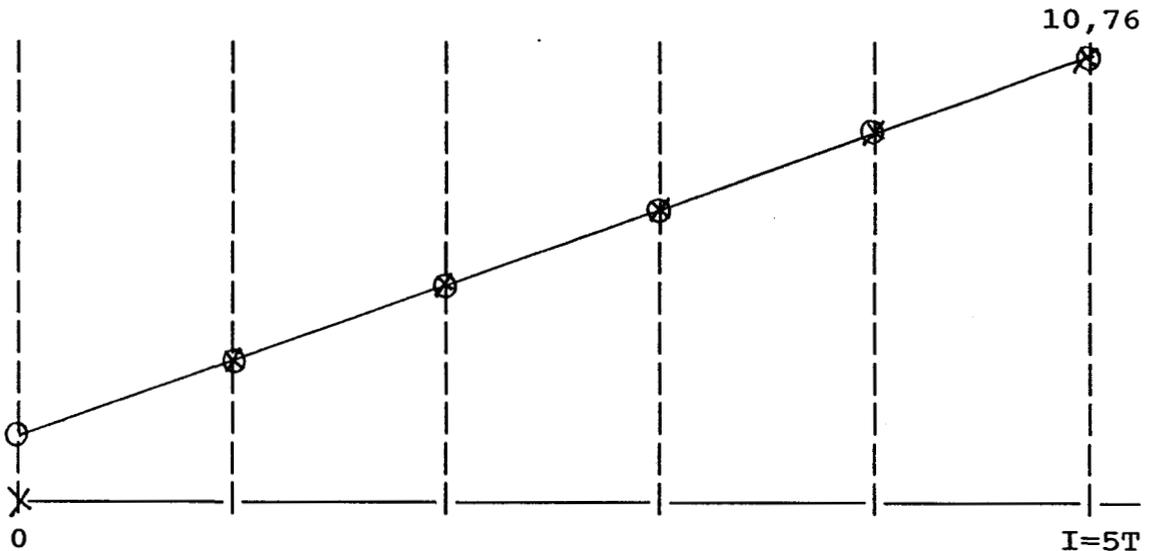


Figure 1

X : point limite à gauche.

O : point limite à droite.

Résultats principaux :

Pression maxi : $Y^+ = 10,76$ cmH₂O

Pression moyenne : $\bar{Y} = 5,77$ cmH₂O

2- SIMULATION AVEC UN DEBIT CALCULE A PARTIR D'UN PROGRAMME LINEAIRE DE TYPE I (Pression maximale en fin de cycle)

Les contraintes du programme linéaire spécifiques au modèle sont :

C) Equations d'état du système :

$$X_{n+1} = \begin{vmatrix} 0,67 & 0,48 \\ 0,32 & 0,51 \end{vmatrix} X_n + \begin{vmatrix} 0,23 \\ 0,16 \end{vmatrix} U_n \quad n=0, \dots, 4$$

E) Limitations pression moyenne :

$$\bar{Y} \leq \bar{Y}_L = 8,16 \text{ cmH}_2\text{O}$$

Le débit obtenu est présenté figure 2.a. On le note débit 1.

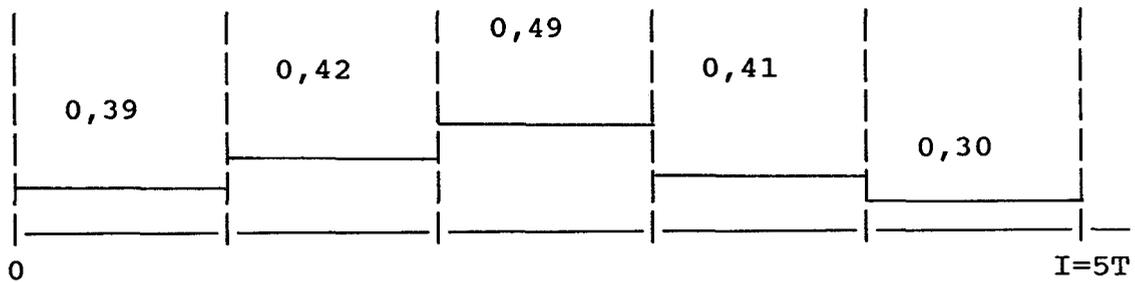


Figure 2.a : Débit 1

On remarque que la forme de cette courbe de débit semble avoir une allure sinusoïdale, ce qui est normal compte-tenu de la nature du modèle. (Analogie avec les débits naturels)

La réponse en pression du modèle 1 pour le débit 1 est présentée figure 2.b.

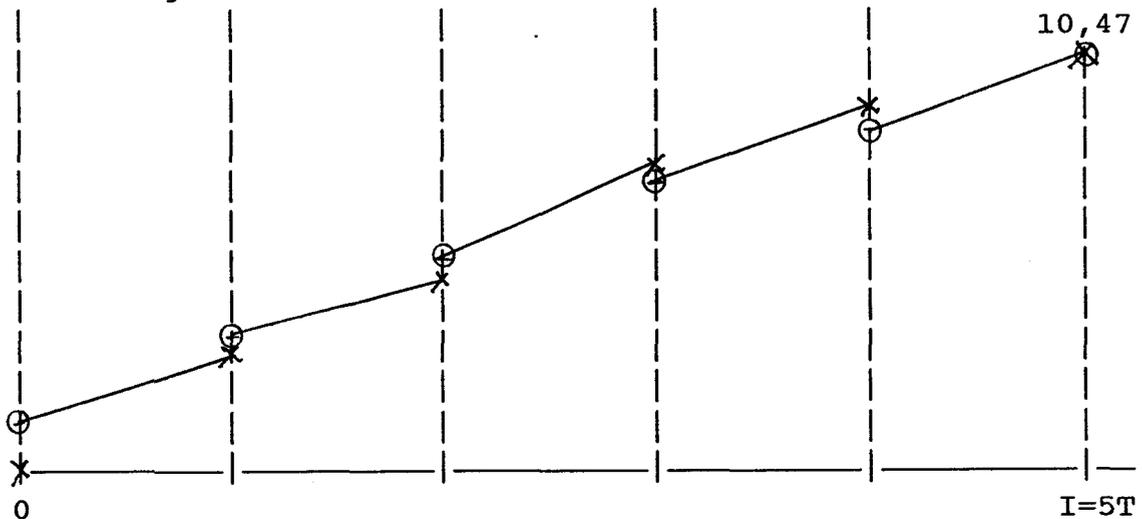


Figure 2.b

Résultats principaux :

Pression maxi : $Y^+ = 10,47 \text{ cmH}_2\text{O}$

Pression moyenne : $\bar{Y} = 5,92 \text{ cmH}_2\text{O}$

Diminution de la pression maximale de 2,6 %
Augmentation de la pression moyenne de 2,5 %
par rapport au débit constant.

Conclusion :

L'intérêt de la méthode n'est pas mis en évidence avec de tels types de modèles. On retrouve tout de même des formes de débit naturelles.

II - MODELE REPRESENTATIF DE POUMONS OBSTRUES

Modèle n°2 : Ce modèle présente des compartiments ayant des valeurs résistives importantes.

Résistances ($\text{cmH}_2\text{O s/l}$)

$R_1 : 30$ $R_2 : 20$

Elastances ($\text{cmH}_2\text{O/l}$)

$E_1 : 20$ $E_2 : 30$

1- SIMULATION A DEBIT CONSTANT

On prend un débit de 0,4 l/s de façon à passer un volume de 0,8 l d'air durant 2s. La réponse en pression est présentée figure 3.

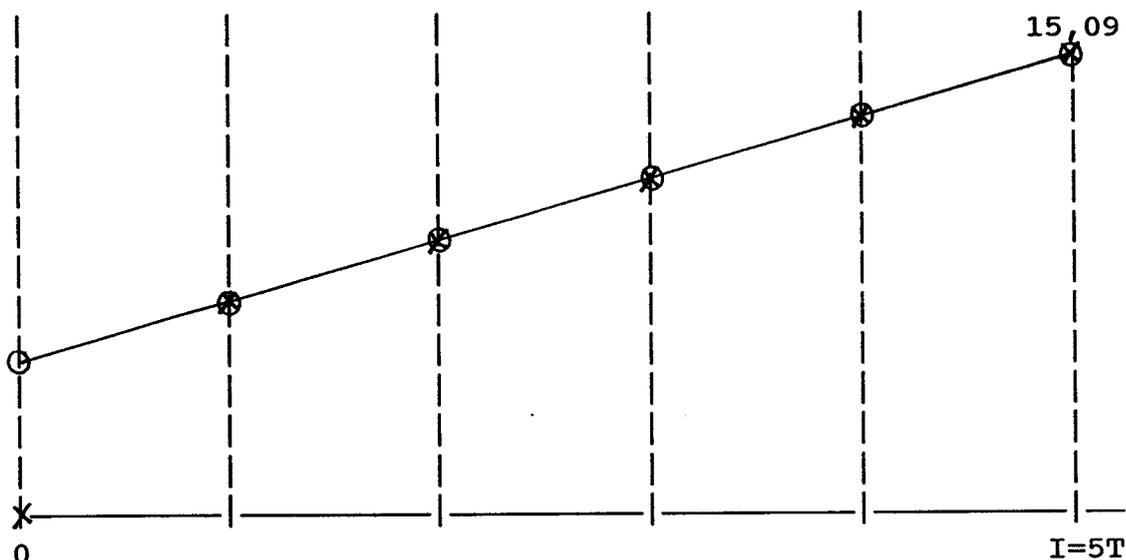


Figure 3

Résultats principaux :

Pression maximale : $Y^+ = 15,09 \text{ cmH}_2\text{O}$

Pression moyenne : $\bar{Y} = 9,23 \text{ cmH}_2\text{O}$

2- SIMULATION AVEC UN DEBIT CALCULE A PARTIR D'UN PROGRAMME LINEAIRE DE TYPE I (Pression maximale en fin de cycle)

Les contraintes du programme linéaire spécifiques au modèle sont :

C) équation d'état du système :

$$X_{n+1} = \begin{vmatrix} 0,86 & 0,19 \\ 0,13 & 0,80 \end{vmatrix} X_n + \begin{vmatrix} 0,17 \\ 0,22 \end{vmatrix} U_n \quad n=0, \dots, 4$$

E) limitation de la pression moyenne :

$$\bar{Y} \leq Y_L = 12 \text{ cmH}_2\text{O}$$

Le débit obtenu est présenté figure 4.a, on le note débit 2. C'est un débit de forme décroissante. Ceci était fortement supposé par les experts.

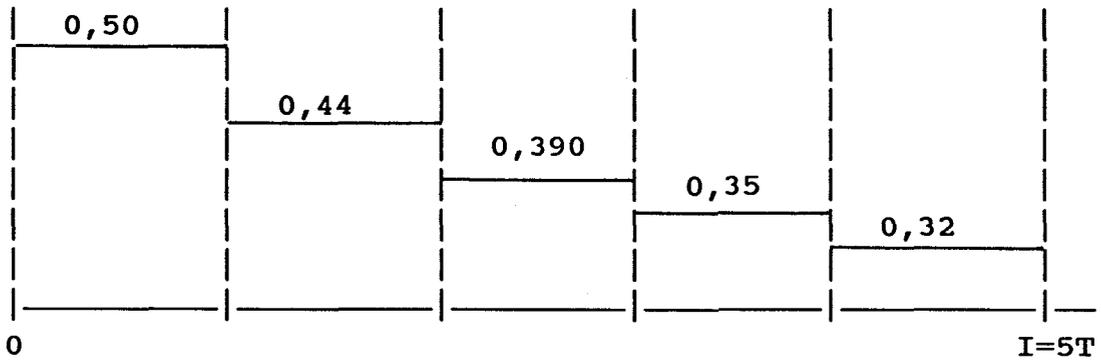


Figure 4.a : Débit 2

La réponse en pression du modèle 2 pour le débit 2 est présentée figure 4.b.

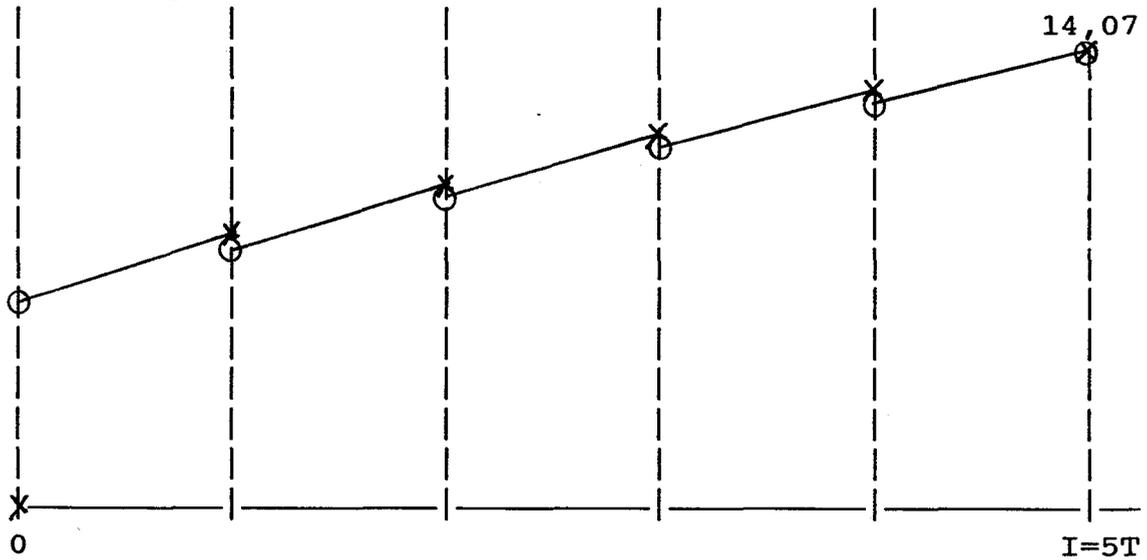


Figure 4.b

Résultats principaux :

Pression maximale : $Y^+ = 14,07 \text{ cmH}_2\text{O}$

Pression moyenne : $\bar{Y} = 9,59 \text{ cmH}_2\text{O}$

Diminution de la pression maximale de 6,7 %

Augmentation de la pression moyenne de 3,7 %

Remarque : Quand on diminue la valeur limite de la pression moyenne, on observe un changement de sens dans la forme de la courbe de débit, il devient décroissant. La pression maximale augmente et la pression moyenne diminue.

3- SIMULATIONS AVEC DES DEBITS CALCULES A PARTIR DE PROGRAMMES LINEAIRES DE TYPE II (Pression maximale quelconque)

Pour les cinq programmes traités, les contraintes A, B, C, E, F sont identiques à celles du programme linéaire de type I. Seule la contrainte concernant la position du maximum de pression varie à chaque fois.

3.1- PL N°1 (Programme linéaire N°1)

Hypothèse : Y_1 est la pression maximale.
Cela se traduit par les contraintes G.

$$G) Y_n \leq Y_1 \quad n \in \{0, \dots, 5\} - \{1\}$$

Le débit obtenu est présenté figure 5.a. On le note débit 2.1.

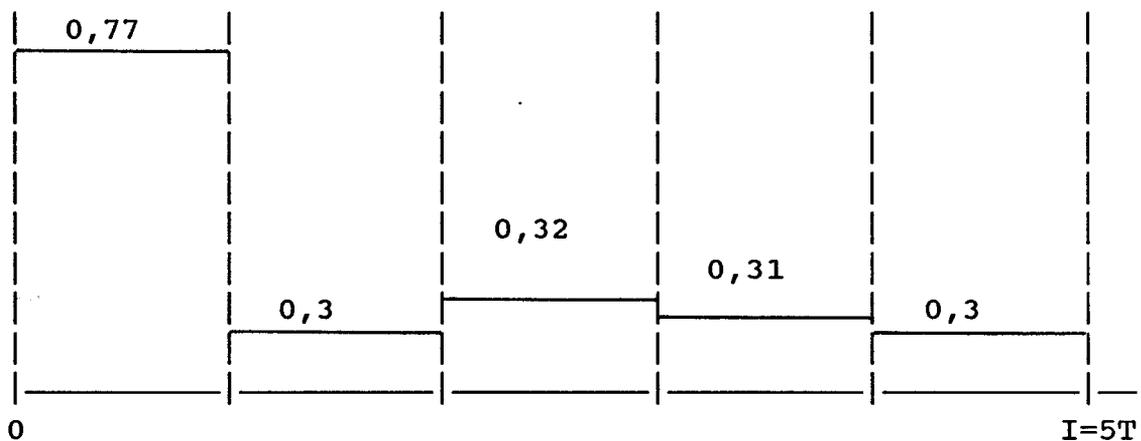


Figure 5.a : Débit 2.1

La réponse en pression du modèle 2 pour le débit 2.1 est présentée figure 5.b.

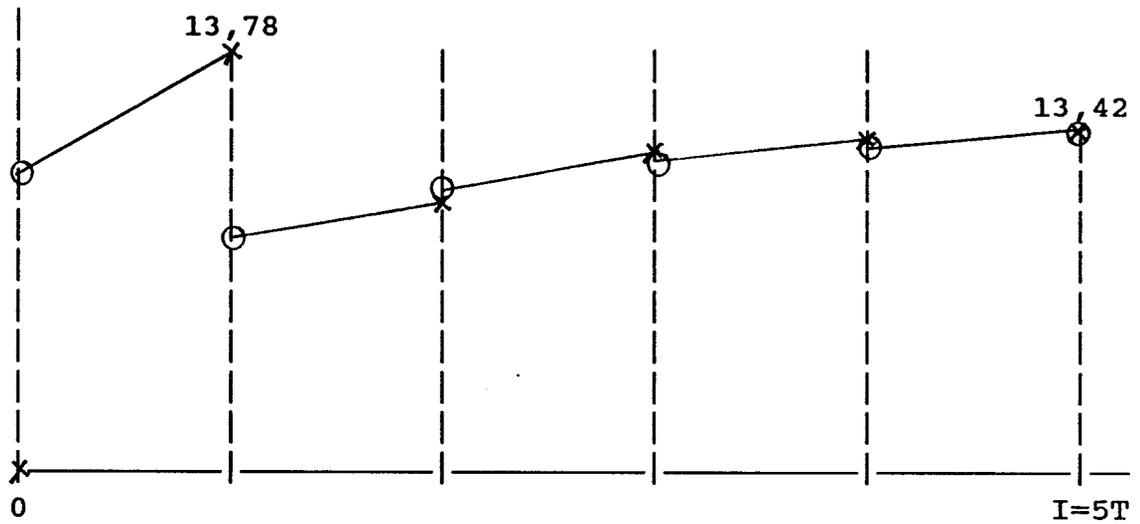


Figure 5.b

Résultats principaux :

Pression maximale : $Y^+ = 13,78 \text{ cmH}_2\text{O}$

Pression moyenne : $\bar{Y} = 9,99 \text{ cmH}_2\text{O}$

3.2- PL N°2

Hypothèse : Y_2 est la pression maximale.

G) $Y_n \leq Y_2 \quad n \in \{0, \dots, 5\} - \{2\}$

Le débit obtenu est présenté figure 6-a. On le note Débit 2-2.

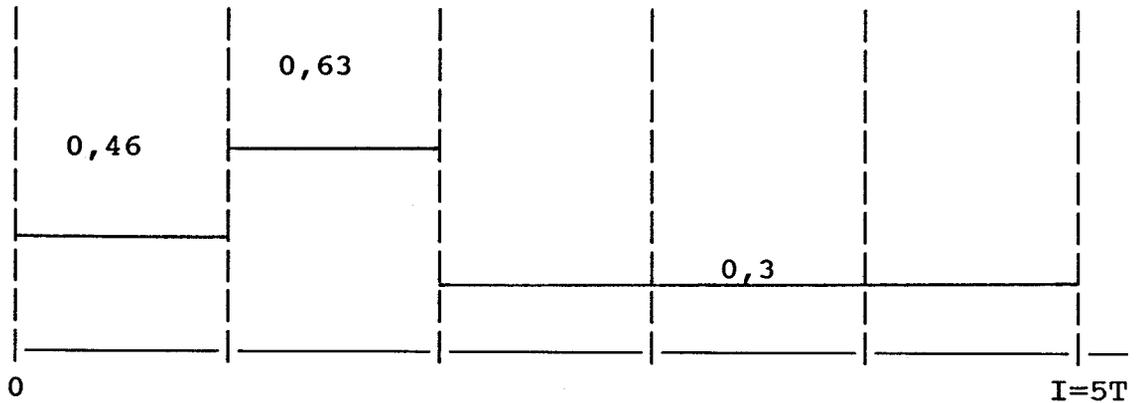


Figure 6-a

La réponse en pression du modèle 2 pour le débit 2-2 est présentée figure 6-b.

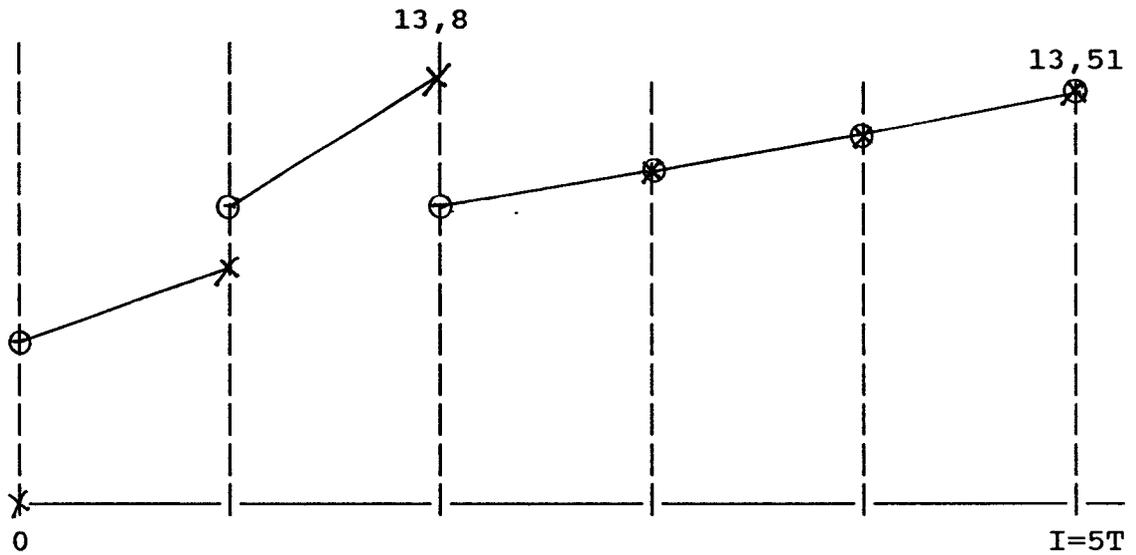


Figure 6-b

Résultats principaux :

Pression maximale : $Y^+ = 13,8 \text{ cmH}_2\text{O}$

Pression moyenne : $\bar{Y} = 9,88 \text{ cmH}_2\text{O}$

3.3- PL N° 3

Hypothèse : Y_3 est la pression maximale.

G) $Y_n \leq Y_3 \quad n \in \{0, \dots, 5\} - \{3\}$

Le débit obtenu est présenté figure 7-a. On le note Débit 2-3.

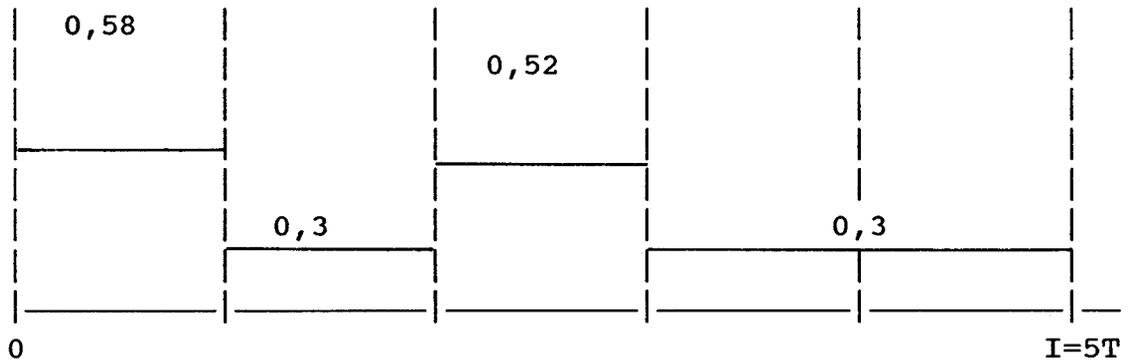


Figure 7-a : Débit 2-3

La réponse en pression du modèle 2 pour le débit 2-3 est présentée figure 7-b.

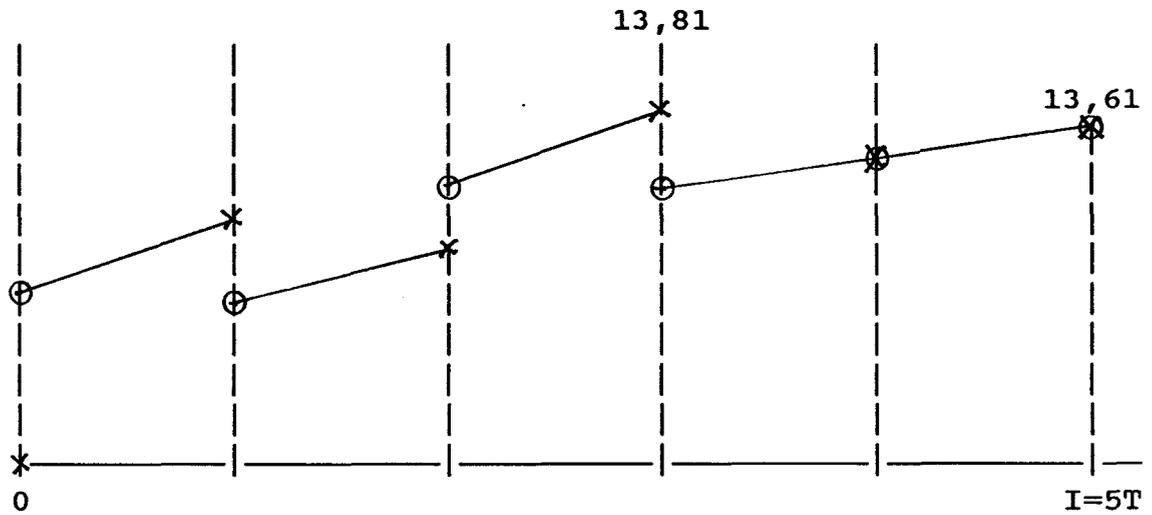


Figure 7-b

La réponse en pression du modèle 2 pour le débit 2-3 est présentée figure 7-b.

Résultats principaux :

Pression maximale : $Y^+ = 13,81$

Pression moyenne : $\bar{Y} = 9,69$

3.4- PL N°4

Hypothèse : Y_4 est la pression maximale.

G) $Y_n \leq Y_n \quad n \in \{0, \dots, 5\} - \{4\}$

Le débit obtenu est présenté figure 8-a. On le note Débit 2-4.

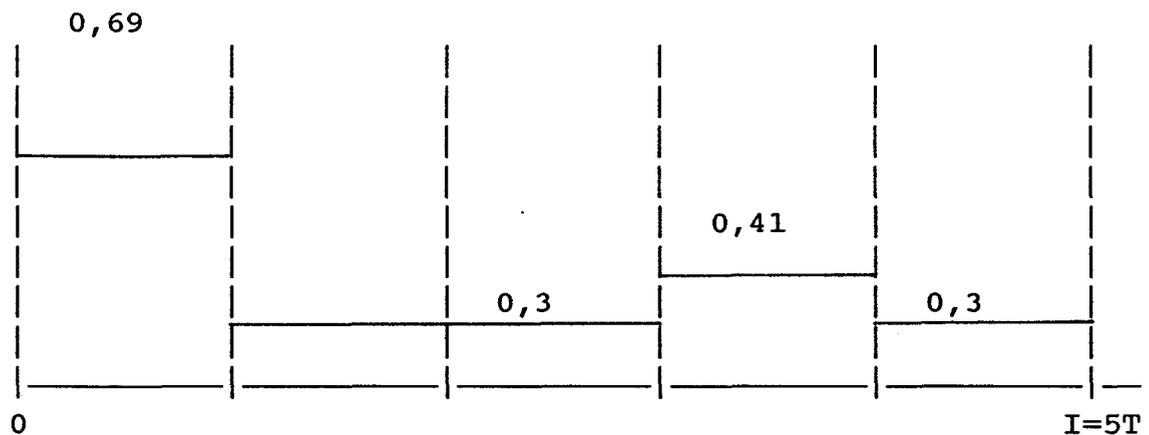


Figure 8-a : Débit 2-4

La réponse en pression du modèle 2 pour le débit 2-4 est présentée figure 8-b.

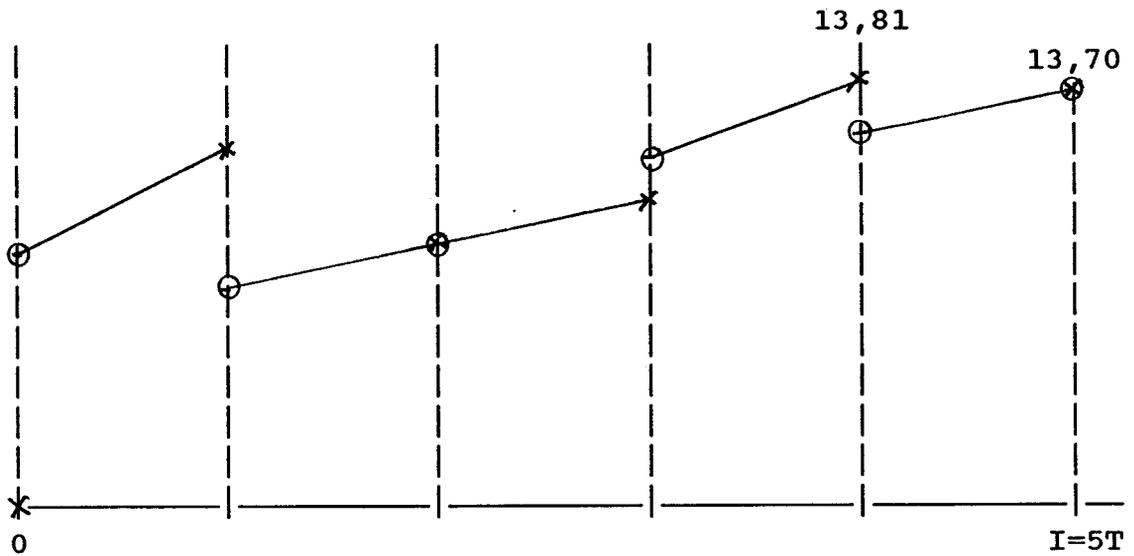


Figure 8-b

Résultats principaux :

Pression maximale : $Y^+ = 13,81 \text{ cmH}_2\text{O}$

Pression moyenne : $\bar{Y} = 9,78 \text{ cmH}_2\text{O}$

3.5- PL N°5

Hypothèse : Y_5 est la pression maximale.

G) $Y_n \leq Y_5 \quad n \in \{0, \dots, 4\}$

Le débit obtenu est présenté figure 9-a. On le note Débit 2-5.

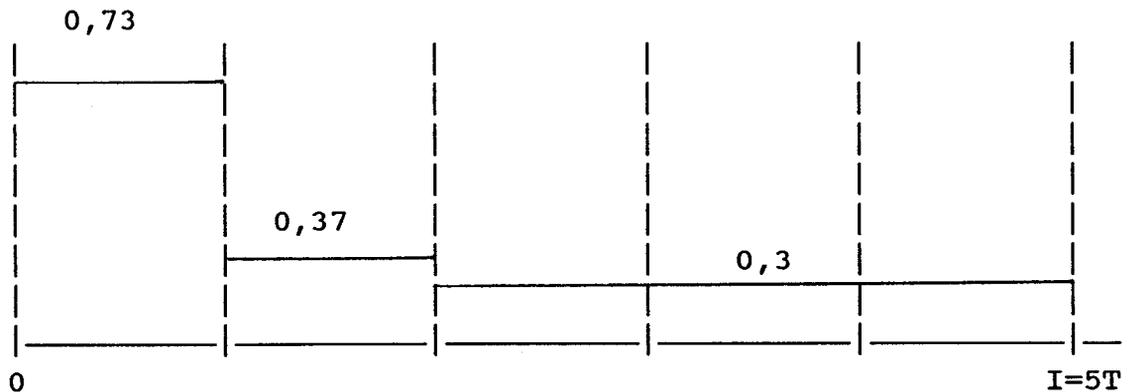


Figure 9-a : Débit 2-5

La réponse en pression du modèle 2 pour le débit 2-5 est présentée figure 9-b.

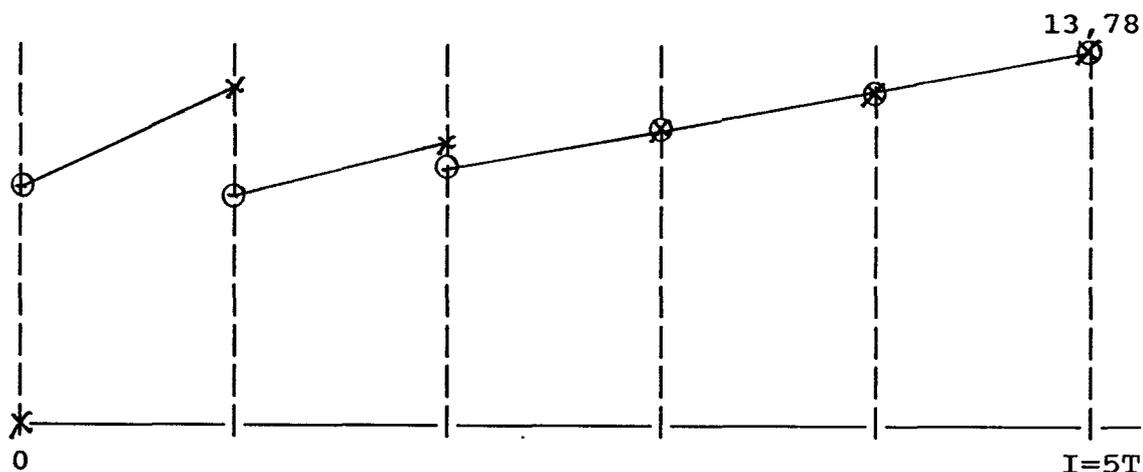


Figure 9-b

Résultats principaux :

Pression maximale : $Y^+ = 13,78 \text{ cmH}_2\text{O}$

Pression moyenne : $\bar{Y} = 10,00 \text{ cmH}_2\text{O}$

On observe que la pression maximale minimum est obtenue lorsque l'on fait l'hypothèse : "pression maximale égale pression en fin de cycle". On obtient à peu près le même résultat en prenant pour hypothèse : "pression maximale égale pression Y_1 ". Dans ce cas on obtient :

- une diminution de la pression maximale de 8,6 %
- une augmentation de la pression moyenne de 7,7 %

par rapport à l'utilisation d'un débit constant.

Conclusion :

Il semble que l'hypothèse : "pression maximale en fin de cycle" soit souvent vérifiée, on peut donc souvent se limiter à la résolution de programmes linéaires de type I. Il existe un antagonisme entre la minimisation de la pression maximale et celle de la pression moyenne. Des débits décroissants semblent mieux convenir pour la minimisation de la première, alors que pour la seconde ce sont des débits croissants.

III - MODELE REPRESENTATIF DE POUMONS PEU ELASTIQUES

Modèle n°3 : Ce modèle présente des compartiments ayant des valeurs capacitives faibles.

Résistances (cmH₂O)

R₁ : 5 R₂ : 7

Elastances (cmH₂O)

E₁ : 50 E₂ : 80

1 - SIMULATION A DEBIT CONSTANT

On utilise un débit de 0,4 l/s de façon à passer un volume de 0,8 l d'air durant 2 s. La réponse en pression est présentée figure 10.

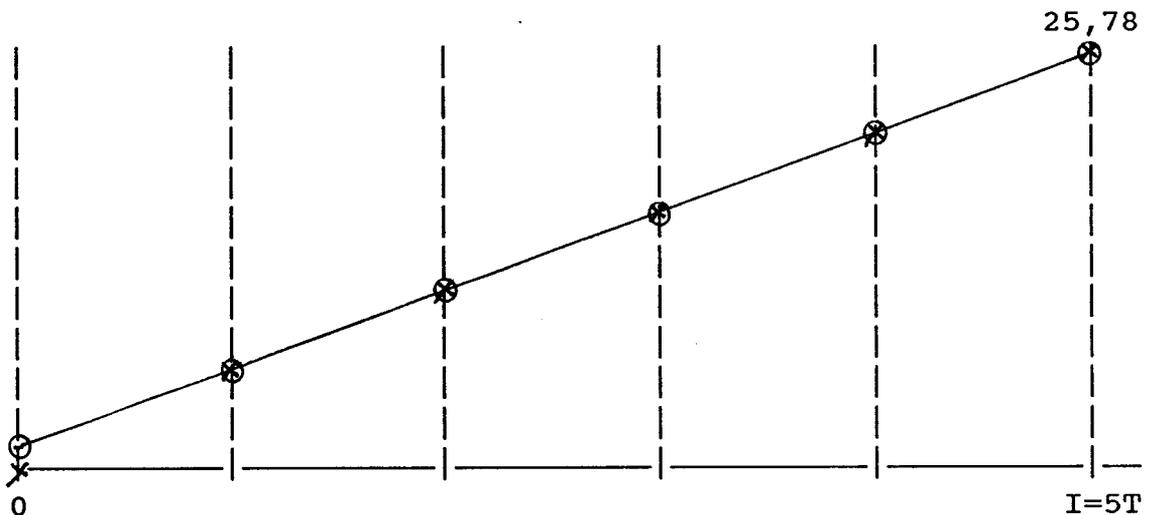


Figure 10

Résultats principaux :

Pression maximale : $Y^+ = 25,78$ cmH₂O

Pression moyenne : $\bar{Y} = 13,28$ cmH₂O

2- SIMULATION AVEC UN DEBIT CALCULE A PARTIR D'UN PROGRAMME LINEAIRE DE TYPE I (Pression maximale en fin cycle)

Les contraintes du programme linéaire spécifiques au modèle sont :

C) équations d'état du système :

$$X_{n+1} = \begin{vmatrix} 0,62 & 0,60 \\ 0,37 & 0,39 \end{vmatrix} X_n + \begin{vmatrix} 0,24 \\ 0,15 \end{vmatrix} U_n \quad n=0, \dots, 4$$

E) limitations de la pression moyenne :

$$\bar{Y} \leq \bar{Y}_L = 15 \text{ cmH}_2\text{O}$$

Le débit obtenu est présenté figure 11-a, on le note Débit 3.

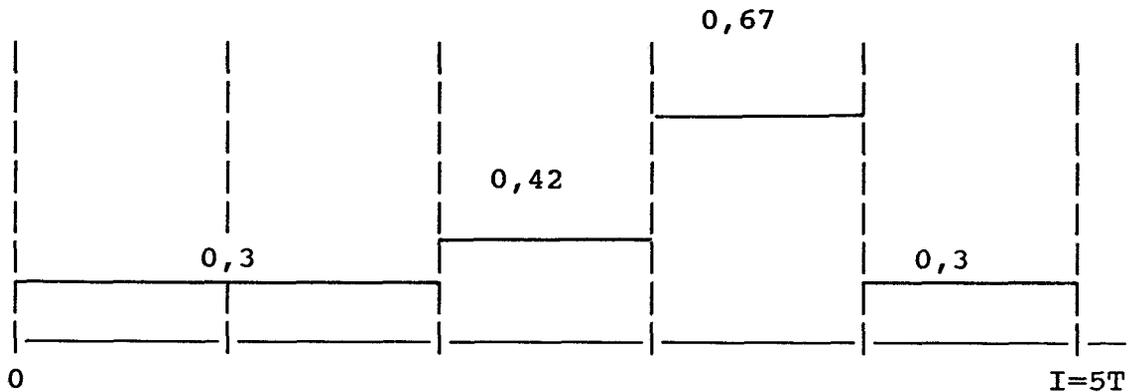


Figure 11-a : Débit 3

La réponse en pression du modèle 3 pour le débit 3 est présentée figure 11-b.

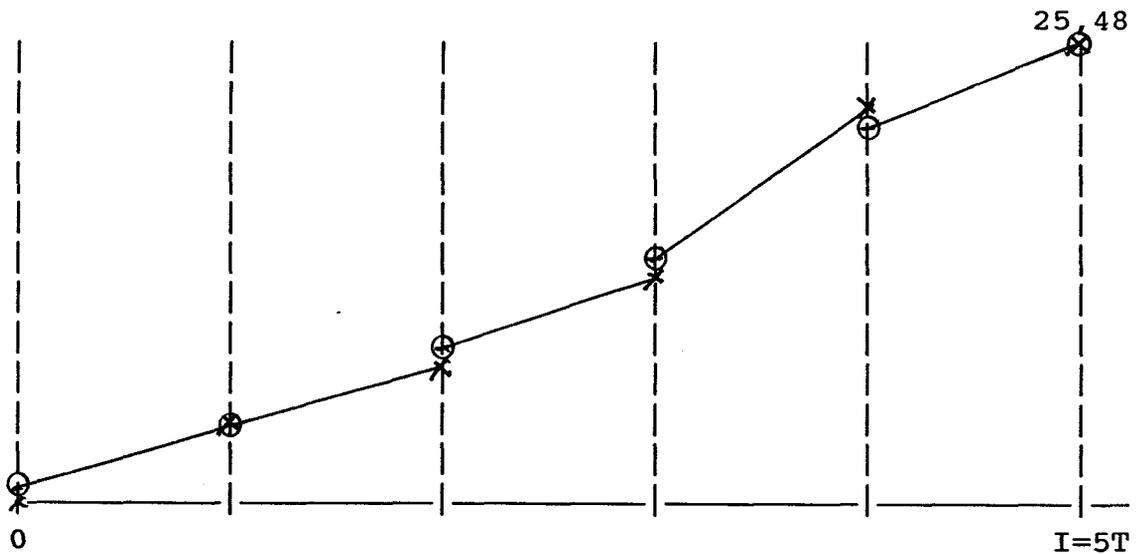


Figure 11-b

Résultats principaux :

Pression maximale : $Y^+ = 25,48 \text{ cmH}_2\text{O}$

Pression moyenne : $\bar{Y} = 12,50 \text{ cmH}_2\text{O}$

Diminution de la pression maximale de 1,16 %

Diminution de la pression moyenne de 5,80 %

Pour ce type de modèle, la forme de la courbe de débit joue plus sur la pression moyenne que sur la pression maximale. Quand on diminue la valeur limite de la pression moyenne, par exemple $Y_L = 14 \text{ cmH}_2\text{O}$, on obtient les résultats suivants :

Pression maximale : $Y^+ = 26,30 \text{ cmH}_2\text{O}$

Pression moyenne : $\bar{Y} = 11,67 \text{ cmH}_2\text{O}$

Augmentation de la pression maximale de 2,00 %

Diminution de la pression moyenne de 12,12 %

La courbe de débit obtenue dans ce cas est croissante.

Conclusion :

Pour ce type de modèle, la forme de la courbe de débit n'influe que très peu sur la minimisation de la pression maximale. Par contre, elle semble avoir beaucoup d'influence sur la pression moyenne.

IV - MODELE REPRESENTATIF DE POUMONS DISSYMETRIQUES

Modèle n°4 : Ce modèle présente un compartiment ayant une résistance importante (poumons obstrués) et une élastance normale, et un compartiment normal.

Résistances ($\text{cmH}_2\text{O s/l}$)

$R_1 : 5$ $R_2 : 35$

Elastances ($\text{cmH}_2\text{O/l}$)

$E_1 : 20$ $E_2 : 30$

1- SIMULATION A DEBIT CONSTANT

On utilise toujours un débit de 0,4 l/s de façon à passer un volume de 0,8 l d'air durant 2s. La réponse en pression est présentée figure 12.

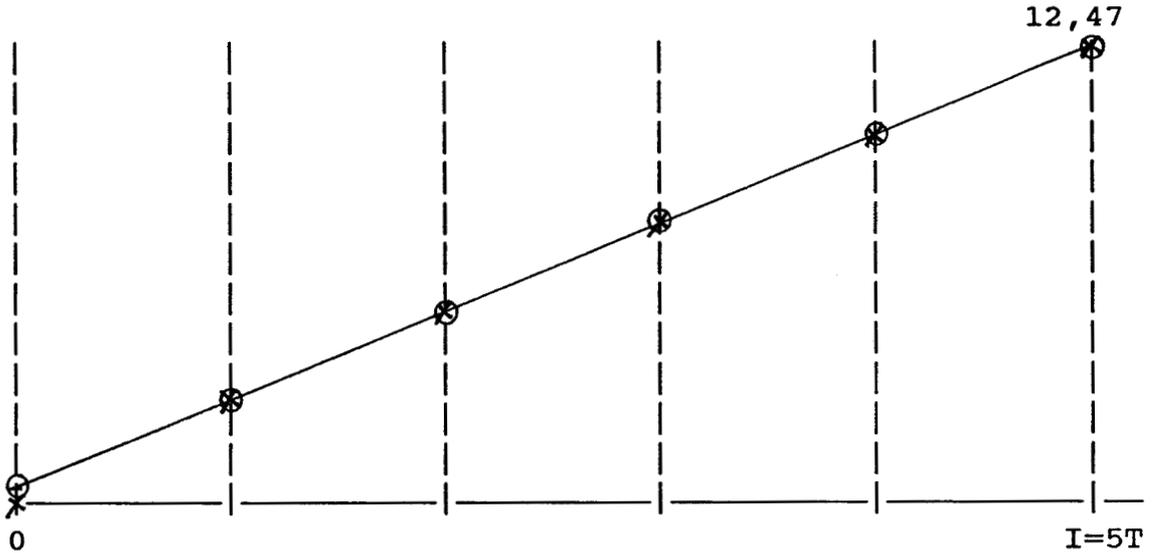


Figure 12

Résultats principaux :

Pression maximale : $Y^+ = 12,47 \text{ cmH}_2\text{O}$

Pression moyenne : $\bar{Y} = 6,98 \text{ cmH}_2\text{O}$

2- SIMULATION AVEC UN DEBIT CALCULE A PARTIR D'UN PROGRAMME LINEAIRE DE TYPE I (Pression maximale en fin de cycle)

Les contraintes du programme linéaire spécifiques au modèle sont :

C) équations d'état du système :

$$X_{n+1} = \begin{vmatrix} 0,84 & 0,23 \\ 0,15 & 0,76 \end{vmatrix} X_n + \begin{vmatrix} 0,32 \\ 0,07 \end{vmatrix} U_n \quad n = 0, \dots, 4$$

E) limitation de la pression moyenne

$$\bar{Y} \leq \bar{Y}_L = 11 \text{ cmH}_2\text{O}$$

Le débit obtenu est présenté figure 13-a, on le note Débit 4.

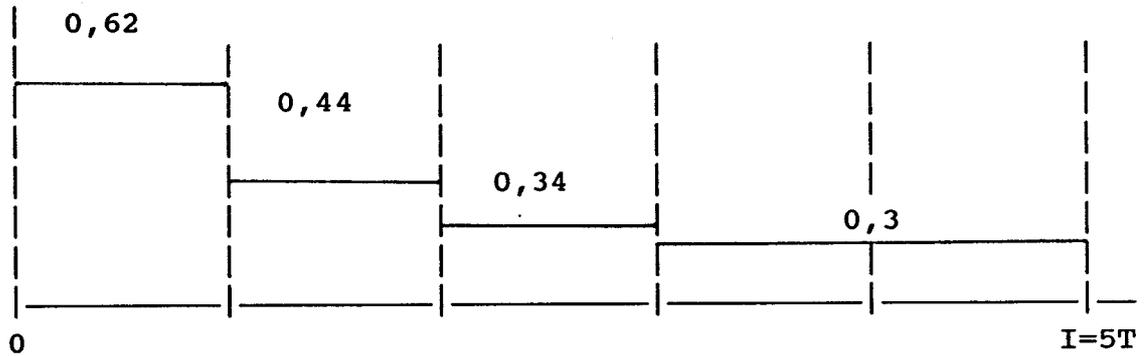


Figure 13-a : Débit 4

La réponse en pression du modèle 4 pour le débit 4 est présentée figure 13-b.

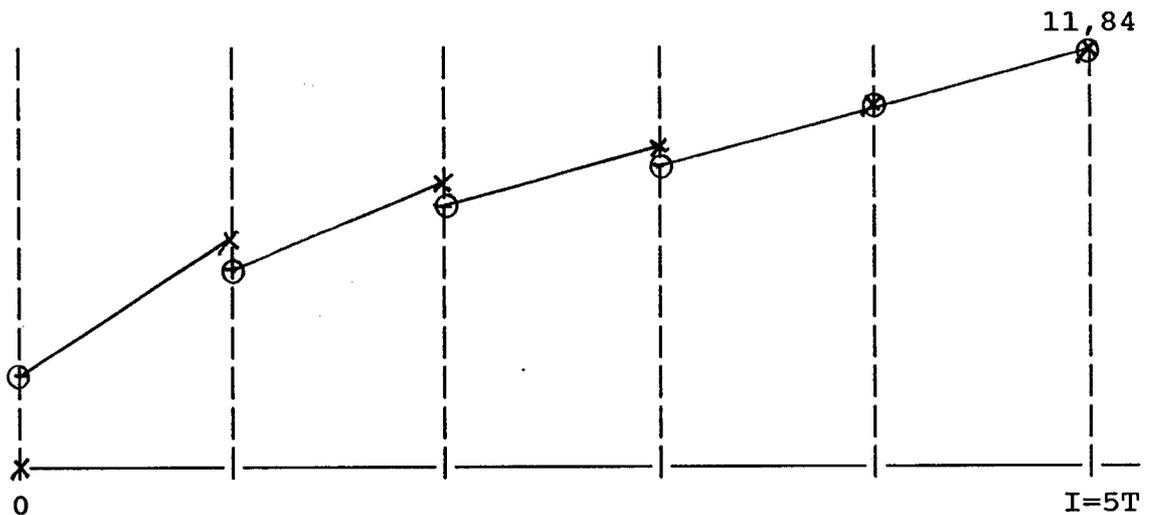


Figure 13-b

Résultats principaux :

Pression maximale : $Y^+ = 11,84 \text{ cmH}_2\text{O}$

Pression moyenne : $\bar{Y} = 7,64 \text{ cmH}_2\text{O}$

Diminution de la pression maximale de 5,00 %

Augmentation de la pression moyenne de 9,40 %

La forme du débit obtenu est décroissante.

Si l'on réduit la tolérance sur la pression moyenne en prenant comme contrainte :

$$\bar{Y} \leq \bar{Y}_L = 8,2 \text{ cmH}_2\text{O}$$

on observe les résultats suivants :

Pression maximale : $Y^+ = 12,42 \text{ cmH}_2\text{O}$

Pression moyenne : $\bar{Y} = 6,72 \text{ cmH}_2\text{O}$

Diminution de la pression maximale de 0,4 %

Diminution de la pression moyenne de 3,7 %

La forme de la courbe de débit est maintenant croissante puis décroissante. Il semble exister un antagonisme entre les minimisations des pressions maximales et moyennes. Des débits décroissants semblent minimiser la pression maximale et des débits croissants semblent au contraire minimiser la pression moyenne.

3- RESOLUTION DU PROBLEME MULTICRITERE

Les trois critères à optimiser sont :

- la pression maximale prise en fin de cycle : Y_N^+
- la pression moyenne : \bar{Y}
- la répartition des gaz dans les deux compartiments : ΔV_f

On a vu au chapitre II paragraphe III-21 comment on ramène ce problème multicritère à un problème monocritère. Pour cela les deux derniers critères sont remplacés par des contraintes à valeurs limites variables.

La contrainte sur la pression moyenne s'écrit :

$$E) \bar{Y} \leq \bar{Y}_L$$

La contrainte sur la répartition des gaz s'écrit :

$$F) \Delta V_f \leq DV$$

DV et \bar{Y}_L désignent des limites que l'on fait varier.

Pour résoudre ce problème multicritère, on choisit un compromis entre les valeurs des trois critères. Dans un premier temps, on recherche les valeurs optimales absolues des trois critères.

1) On obtient $(Y_N^+)^*$ en minimisant Y_N^+ sous des contraintes sur \bar{Y} et ΔVf très larges, voire pas de contrainte du tout.

2) On obtient \bar{Y}^* en minimisant Y_N^+ sous une contrainte sur ΔVf très large et on augmente progressivement la contrainte sur Y en diminuant \bar{Y}_L . Quand le problème devient sans solution, on déduit que l'on a obtenu \bar{Y}^* .

3) On obtient ΔVf^* en minimisant Y_N^+ sous une contrainte sur \bar{Y} très large, on augmente progressivement la contrainte sur ΔVf en diminuant DV . Quand le problème devient sans solution, on déduit que l'on a obtenu ΔVf^* .

Résultats :

1) Pression maximale optimale

$$(Y_N^+)^* = 11,82 \text{ cmH}_2\text{O}$$

avec $\bar{Y} = 8,00 \text{ cmH}_2\text{O}$

$$\Delta Vf = 0,29 \text{ l soit } \frac{\Delta Vf}{V_T} = 36,25 \%$$

Le débit obtenu est présenté par la figure 14.

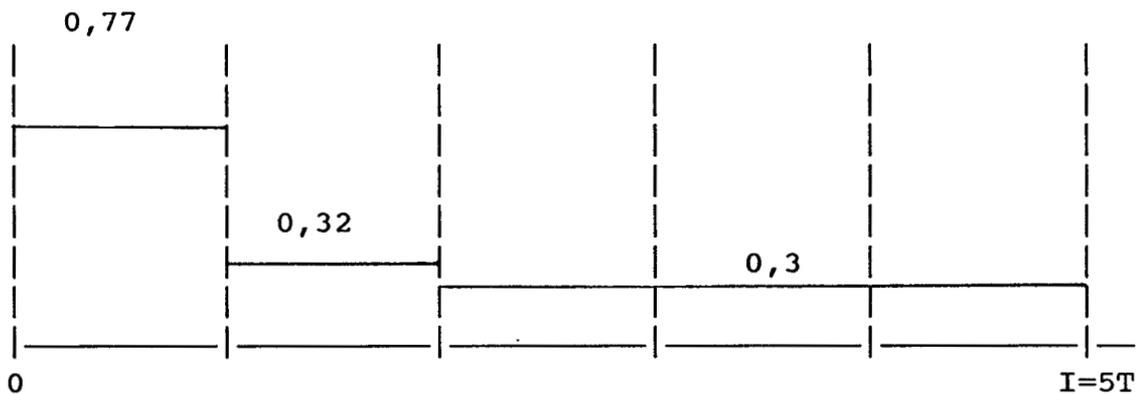


Figure 14

On remarque la forme fortement décroissante du débit.

2- Pression moyenne optimale

$$\bar{Y}^* = 6,69 \text{ cmH}_2\text{O}$$

avec $Y_N^+ = 13,57 \text{ cmH}_2\text{O}$

$$\Delta v_f = 0,35 \text{ l soit } \frac{\Delta v_f}{V_T} = 43,8 \text{ \textcircled{u}}$$

Le débit obtenu est présenté figure 15.

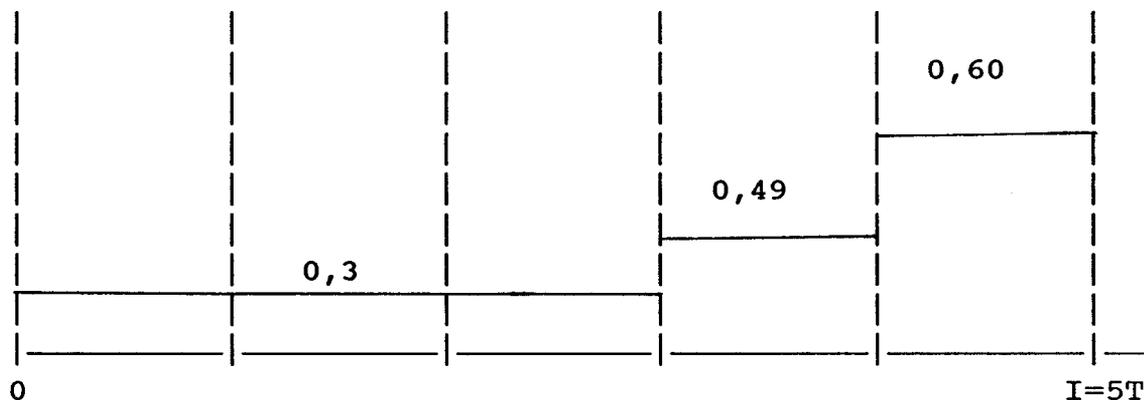


Figure 15

On remarque maintenant la forme fortement croissante du débit.

3- La répartition optimale des gaz

$$\Delta v_f^* = 0,29 \text{ l soit } \frac{\Delta v_f^*}{V_T} = 36,25 \%$$

avec $Y_N^+ = 11,82 \text{ cmH}_2\text{O}$

$$\bar{Y} = 8,00 \text{ cmH}_2\text{O}$$

On remarque que l'on obtient le même résultat que lors de la recherche de $(Y_N^+)^*$. La forme de débit est identique à celle de la figure 14.

On peut regrouper ces résultats pour obtenir une représentation graphique dans l'espace à trois dimensions des pressions moyennes et maximales et de l'indice de répartition des gaz. (Figure 16)

Le point A de la figure 16, de coordonnées :

$$(Y_N^+)^* = 11,82 \text{ cmH}_2\text{O}$$

$$\bar{Y}^* = 6,69 \text{ cmH}_2\text{O}$$

$$\frac{\Delta v_f}{V_T} = 36,25 \%$$

est un point fictif inaccessible. Le meilleur compromis entre les valeurs des différents critères peut être défini par le point D /34/.. Il appartient à la courbe , il est tel que la distance entre A et D est la plus faible possible. L'emploi de différentes distances peut être envisagé, on peut ainsi obtenir plusieurs points D d'où plusieurs compromis.

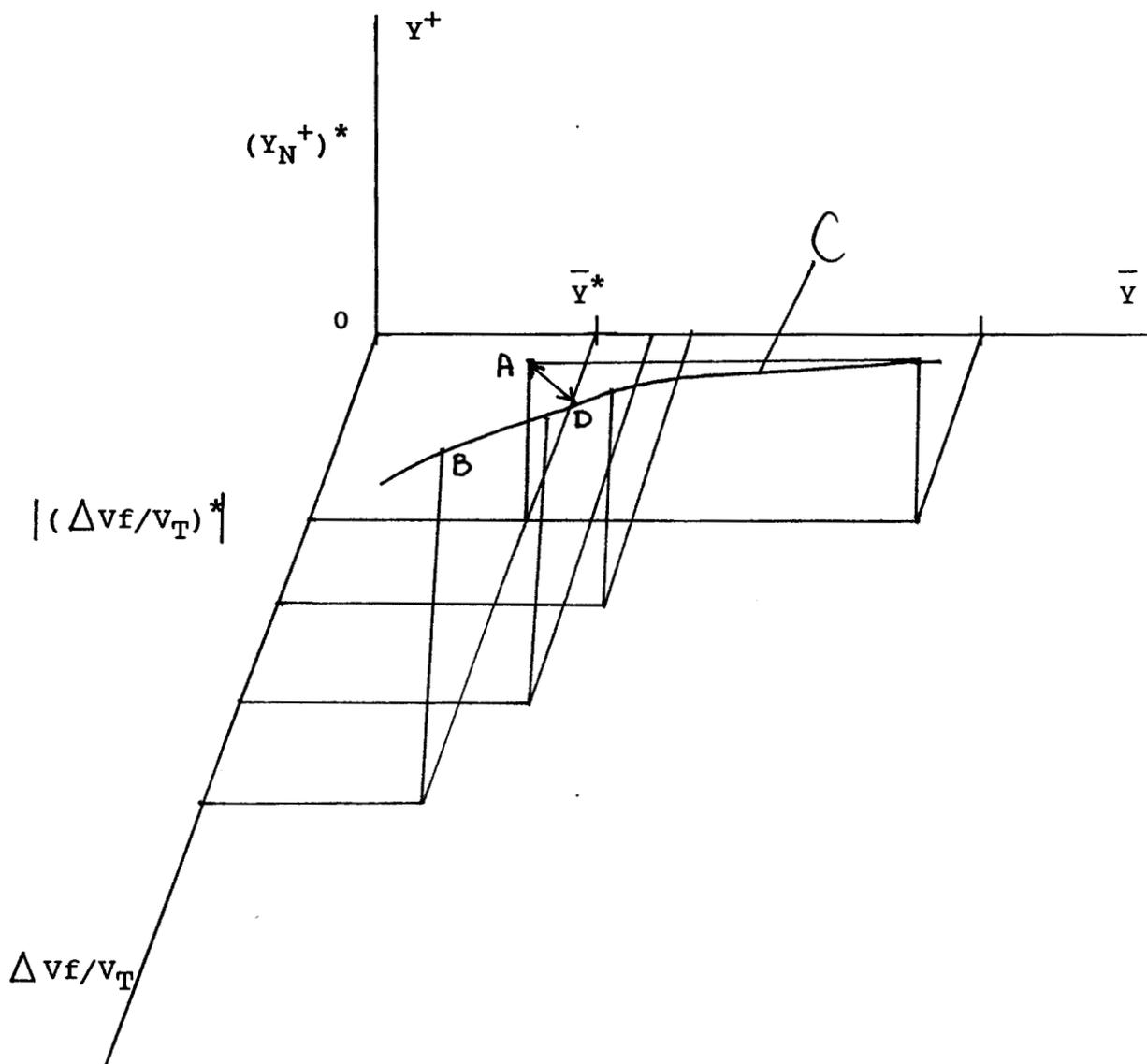


Figure 16

On remarque que quand on se déplace sur la courbe C du point C (pression maximale optimale et répartition optimale) vers le point B (pression moyenne optimale), on passe de débits à formes décroissantes vers des débits à formes croissantes.

Conclusion : Il semble que les débits décroissants favorisent la minimisation de la pression maximale et la répartition des gaz au sein des deux compartiments. A l'opposé,

les débits croissants favorisent la minimisation de la pression moyenne. Ceci est démontré pour le modèle 4 mais peut être étendu à tous les modèles représentatifs de poumons présentant des "obstructions".

