

40





## Π THÈS

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE FLANDRES ARTOIS

pour obtenir le titre de

# DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

# Ahmed ZEDDAM

Maître ès Sciences

### ZD ELECTROMAGNETIQUE DECHARGE ORAGEUSE A TELECOMMUNICATIONS ONDE ONE DE D, O œ PAI CABLE COUPLAGE RAYONNEE

Rapporteur Rapporteur Rapporteur Président Soutenue le 8 Juillet 1988 devant la Commission d'Examen

Membre

30

GABILLARD	DEGAUQUE	FONTAINE	JECKO	DEFFIN	DELOGNE	GARY	HAMELIN
	Ч.	٦.	В.	Ч.	Ч.	ن ن	۲.
MM.							
: Yuu Jury :							

Examinateur Examinateur Examinateur Examinateur

A mes parents

A Maryline,

Mehdi et Anissa

Ce travail a été effectué au Centre National d'Etudes des Télécommunications (CNET) de Lannion en collaboration avec le Laboratoire de Radiopropagation et Electronique de l'Université des Sciences et Techniques de Lille (USTL) dirigé par Monsieur le Professeur R. GABILLARD.

Je remercie Monsieur J.N. MEREUR Directeur du CNET Lannion A pour son accord et ses encouragements à poursuivre des recherches en vue de l'obtention d'une thèse de doctorat d'état.

Je remercie Monsieur le Professeur R. GABILLARD d'avoir bien voulu juger ce travail et accepter de présider le jury.

Pendant toute la durée de cette étude, j'ai travaillé en étroite collaboration avec Monsieur le Professeur P. DEGAUQUE de l'USTL. Le soutien constant et les multiples encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer tout au long de ce travail ont été déterminants pour la réalisation de cette thèse. Qu'il trouve ici l'expression de ma reconnaissance pour cette aide amicale et efficace.

J'adresse mes plus sincères remerciements à Messieurs les Professeurs J. FONTAINE de l'Université de Clermont II et B. JECKO de l'Université de Limoges qui ont assumé la tâche de rapporteur de cette thèse.

Pour m'avoir fait l'honneur de participer au jury, je remercie Messieurs P. DEFFIN Ingénieur au CNET Lannion et Chef du Département Distribution Numérique et Protection5, P. DELOGNE Professeur à l'Université de Louvain-La-Neuve (Belgique) et Secrétaire Général de l'Union Radioscientifique Internationale (URSI), C. GARY Ingénieur au Centre d'Etudes et Recherches de l'E.D.F. à Clamart et J. HAMELIN Ingénieur à l'Agence Spatiale Européenne (ESA) de Noordwijk (Pays-Bas).

Les expérimentations décrites dans ce travail n'ont pu être menées à bien que grâce à l'ensemble des personnes participants au groupe de recherche de St Privat d'Allier sur la foudre. Qu'ils trouvent ici l'expression de toute ma reconnaissance pour leur amicale collaboration.

J'associe à mes remerciements l'ensemble des membres des départements "Distribution Numérique et Protections" de Lannion A et "Géophysique Externe appliquée à la Radioélectricité" de Lannion B.

Enfin, je ne terminerai pas cet avant-propos sans exprimer mes remerciements à l'ensemble du personnel technique et administratif du CNET et de l'USTL ayant contribué à l'élaboration de ce document, en particulier à Mme I. PHILIPPE pour la qualité de la frappe de cet ouvrage.

#### SOMMAIRE

INTRODUCTION

<u>CHAPITRE I</u> : COUPLAGE D'UNE ONDE PLANE A UNE LIGNE SITUEE	
AU-DESSUS D'UN SOL PARFAITEMENT CONDUCTEUR	
I.1 - CALCUL DE LA REPONSE DE LA LIGNE A L'AIDE DE LA THEORIE DES	
ANTENNES	5
1.1.1 - Equation integrale en champ electrique (EFIE)	0
<u>I.I.I.I - Cas de la ligne dans un milieu infini et homogène</u>	6
<u>I.1.1.2 - Cas de la ligne au-dessus du sol parfaitement conducteur</u>	8
I.1.2 - Résolution numérique de l'équation intégro-différentielle par la méthode des	;
moments	10
	10
<u>1.1.2.1 – Frincipe</u>	10
I.1.2.2 - Calcul de la matrice impédance Zmn	12
I.2 - CALCUL A L'AIDE DE LA THEORIE DES LIGNES DE TRANSMISSION	14
I.2.1 - Obtention de l'équation des lignes à partir de l'équation intégro-	
différentielle du courant	14
1.2.2 - Obtention de l'équation des lignes de transmission à partir des équations de	
Maxwell	16
<u>I.2.2.1 – Définition du potentiel à partir du champ diffracté</u>	17
I.2.2.2 – Définition du potentiel à partir du champ total	20
<u> I.2.2.3 – Quelques remarques sur l'approche basée sur les couplages magnétique</u>	
<u>et électrique</u>	21

I.3 - REPONSE D'UNE LIGNE HORIZONTALE COMPORTANT DES FILS DE	
DESCENTE VERTICAUX	23
I.3.1 - Concepts	23
I.3.2 - Formulation dans le cas où la variation de longueur est négligée	27
I.3.3 - Formulation dans le cas où la variation de longueur est prise en compte	34
I.4 - COMPARAISON DANS LE DOMAINE TEMPOREL ENTRE LES RESULTATS OBTENUS PAR LA THEORIE DES LIGNES ET LA THEORIE DES ANTENNES	39
<u>CHAPITRE II</u> : COUPLAGE D'UNE ONDE PLANE A UNE LIGNE DE TRANSMISSION EN PRESENCE D'UN SOL DE CONDUCTIVITE FINIE	
II.1 - COUPLAGE D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE A UNE LIGNE AERIENNE	47
II.1.1 - Calcul des constantes de propagation - équation modale	47
II.1.2 - Calcul des paramètres linéiques Z et Y de la ligne de transmission	53
<u>II.1.2.1 - Cas d'une ligne de longueur infinie</u>	53
II.1.2.2 - Cas d'une ligne de longueur finie	58
II.1.3 - Etude du couplage d'une ligne aérienne à une IEM en fonction des principat paramètres influençant la réponse de la ligne	1x 69
<u>II.1.3.1 - Influence de la conductivité du sol</u>	70
<u>II.1.3.2 – Influence de l'angle d'incidence</u>	72
<u>II.1.3.3 - Influence de la longueur de la ligne</u>	74
II.1.3.4 - Influence de la hauteur de la ligne	77
<u>II.1.3.5 - Influence des impédances terminales Z<sub>0</sub> et Z<sub>1</sub></u>	77

II.2 - COUPLAGE D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE AVEC UNE LIGNE ISOLEE ET ENTERREE	80
II.2.1 - Calcul de la constante de propagation - équation modale	80
<u> 11.2.1.1 – Expression des champs EM dans les différents milieux</u>	81
<u>II.2.1.2 - Equation modale</u>	83
11.2.2 - Paramètres primaires et secondaires de la ligne.	85
II.2.2.1 - Impédance caractéristique de la ligne	87
II.2.2.2 - Impédance et admittance linéiques	88
II.2.3 - Réponse de la ligne en présence d'une excitation extérieure	94

#### CHAPITRE III : MODELISATION DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE RAYONNE PAR UNE DECHARGE ORAGEUSE NUAGE-SOL

III.I - MECANISME DE LA DECHARGE ORAGEUSE NUAGE-SOL	102
III.1.1 - Processus de l'éclair nuage-sol	104
a) La décharge préliminaire	104
b) Le traceur par pas	104
c) L'arc en retour	107
d) Le traceur continu	107
e) L'arc en retour subséquent	109
III.2 - MODELISATION DE L'ARC EN RETOUR	110
III.2.1 - Modèles type "ligne de transmission"	111
III.2.2 - Autres modèles de l'arc en retour	116

III.3 - RAYONNEMENT ELECTROMAGNETIQUE DU CANAL FOUDRE EN	
PRESENCE D'UN SOL PARFAITEMENT CONDUCTEUR	118
III.3.1 - Hypothèses et systèmes de coordonnées	118
III.3.2 - Calcul dans le cas d'un courant de foudre de forme simple	118
III.3.3 - Calcul dans le cas d'un courant de foudre de forme complexe	121
III.3.4 - Calcul de la composante horizontale du champ électrique	122
III.4 - RAYONNEMENT ELECTROMAGNETIQUE DU CANAL FOUDRE EN	
PRESENCE D'UN SOL DE CONDUCTIVITE FINIE	129
•	
III.4.1 - Rayonnement d'un dipôle électrique vertical	131
III.4.2 - Etude des différentes approximations des intégrales de Sommerfeld	133
III.4.2.1 - Approximation par le formalisme de Banos	134
III.4.2.2 – Approximation par le formalisme de Norton	134
III.4.2.3 - Approximation par le formalisme de Bannister	135
III.4.2.4 – Approximation par le formalisme de Sarkar	135
<u>III.4.2.5 – Autres approximations</u>	136
<u>III.4.2.6 – Etude du domaine de validité des différentes approximations</u>	136
III.4.3 - Rayonnement électromagnétique du canal foudre	144
III.4.4 - Calcul du champ électromagnétique dans le sol	157

#### CHAPITRE IV : ETUDE THEORIQUE DES COURANTS ET TENSIONS INDUITS SUR UNE LIGNE DE TELECOMMUNICATIONS PAR LE CHAMP ELECTROMAGNETIQUE ASSOCIE A UNE DECHARGE ORAGEUSE

IV.1 - COUPLAGE AVEC UNE LIGNE AERIENNE

IV.1.1 - Formulation	160
IV.1.2 - Etude de la contribution de chaque composante du champ électrique	161
<u>IV.1.2.1 - Couplage aux parties verticales de la ligne</u>	162
IV.1.2.2 - Couplage à la partie horizontale de la ligne	164
IV.1.2.3 - Couplage total avec la ligne	166
IV.1.3 - Etude paramétrique du couplage avec la ligne	168
IV.2 - COUPLAGE AVEC UNE LIGNE ENTERREE	175
IV.2.1 - Formulation	175
IV.2.2 - Résultats numériques	176
IV.3 - COUPLAGE AVEC UN CABLE MULTIFILAIRE BLINDE	184
IV.3.1 - Caractérisation expérimentale du blindage d'un câble à l'aide des paramètres de transfert Z, et Y.	185
<u>IV.3.1.1 – Câble coaxial</u>	185
<u>IV.3.1.2 – Câble multifilaire blindé</u>	190
<u>IV.3.1.3 - Résultats expérimentaux</u>	191
IV.3.2 - Calcul des tensions parasites apparaissant sur un câble multifilaire blindé	195
IV.3.2.1 - Tension de mode commun apparaissant sur un câble de télécommunications illuminé par une onde électromagnétique	198
<u>IV.3.2.2 - Réponse d'un câble bifilaire blindé à une onde électromagnétique</u>	211

#### <u>CHAPITRE V</u> : ETUDE EXPERIMENTALE DU COUPLAGE D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE RAYONNEE PAR UNE DECHARGE ORAGEUSE A DES LIGNES DE TELECOMMUNICATIONS. COMPARAISON AVEC LES PREVISIONS THEORIQUES

V.1 - ETUDE EXPERIMENTALE	219
V.1.1 - Les éclairs déclenchés artificiellement	220
V.1.1.1 - Description de la station expérimentale de déclenchement	221
<u>V.1.1.2 – Résultats expérimentaux</u>	226
V.1.2 - Les éclairs naturels	238
<u>V.1.2.1 – Exemples d'enregistrements effectués dans le cadre de la campagne de</u>	-
<u>mesures "COPELIA"</u>	238
V.1.2.2 - Campagne de mesures en Côte d'Ivoire	244
V.1.2.3 - Présentation de quelques résultats expérimentaux	247
V.2 - confrontation entre les resultats expérimentaux et les	
prévisions theoriques	253
V.2.1 - Comparaison avec les résultats obtenus à l'aide d'éclairs déclenchés	254
<u>V.2.1.1 – Courant de gaine</u>	254
V.2.1.2 - Tension de mode commun	259
V.2.2 - Comparaison avec les résultats obtenus à l'aide d'éclairs naturels	264
CONCLUSION	269

#### BIBLIOGRAPHIE

ANNEXE A.1 : CALCUL DES ELEMENTS DE LA MATRICE IMPEDANCE GENERALISEE	283
ANNEXE A.2 : CALCUL DU COURANT INDUIT SUR UNE LIGNE DE LONGUEUR INFINIE.	288
ANNEXE A.3 : APPROXIMATIONS DES INTEGRALES DE SOMMERFELD	295
ANNEXE A.4 : GENERALISATION DE LA THEORIE DES LIGNES COUPLEES A UN CABLE MULTIFILAIRE	304

Les progrès accomplis durant ces dernières décennies dans le domaine de l'électronique ont conduit à un développement spectaculaire du réseau de télécommunications.

Cette sophistication des matériels a entraîné un accroissement substantiel des problèmes d'interférences électromagnétiques et, par la même occasion, a contribué à la naissance d'une nouvelle discipline scientifique : la compatibilité électromagnétique. Celle-ci traite de tous les moyens propres à limiter les "parasites" émis par les équipements utilisés et également nécessaires à assurer le bon fonctionnement de ces derniers en présence de toute perturbation électromagnétique d'origine naturelle (foudre...) ou artificielle (parasites industriels, explosion nucléaire, décharges électrostatiques...).

Le réseau de télécommunications, de par son étendue et la nature métallique de ses ligne, est susceptible de capter toutes ces perturbations et de les acheminer sous forme de courants et tensions parasites jusqu'aux installations qui y sont connectées.

Ces signaux perturbateurs peuvent être à l'origine de problèmes allant du mauvais fonctionnement jusqu'à la destruction d'un appareil.

Dans le cadre de la protection des installations et de l'amélioration de la qualité des liaisons, le CNET s'est engagé, depuis plusieurs années, dans des études à la fois théoriques et expérimentales ayant pour objet la caractérisation des sources électromagnétiques et la prévision des phénomènes perturbateurs dans le réseau. C'est ainsi que, dans le cas de la foudre par exemple, de nombreux travaux menés depuis 1975 en particulier sur des éclairs déchenchés ont permis d'étudier divers aspects de la physique des décharges orageuses afin de mieux appréhender les mécanismes de couplage entre les champs rayonnés et les câbles du réseau.

Le travail exposé dans notre thèse concerne plus particulièrement ce dernier aspect et a pour perspective de réunir tous les éléments indispensables à l'évaluation des surtensions et surintensités générées aux extrémités des câbles de télécommunications par une impulsion électromagnétique associée à une décharge orageuse nuage-sol. Les outils numériques que nous présentons sont cependant généralisables à toute autre source de perturbation.

Compte tenu de la structure du réseau, il n'est évidemment pas question de traiter le problème dans son ensemble et ce, notamment, à cause de la complexité géométrique des artères de transmission (jonctions aéro-souterraines, manchons de raccordement, réseau maillé, etc...) et de la grande diversité des supports de transmission (câbles multifilaires, câble coaxiaux, présence de blindages ou non, etc...). Ces considérations nous conduisent tout naturellement à rechercher une simplification de la structure étudiée et à nous intéresser uniquement au couplage avec des lignes de grande longueur aériennes ou souterraines en présence du sol.

La prise en compte des caractéristiques électriques du sol complique également le problème. En effet, dans la mesure où ces paramètres dépendent de la fréquence et que le sol n'est pas homogène, une première difficulté sera de caractériser ce milieu conducteur.

On est donc amené à approximer la configuration réelle du terrain en assimilant, par exemple, une ligne de télécommunications aérienne à un conducteur placé parallèlement à un sol homogène et de caractéristiques électriques indépendantes de la fréquence. On ne peut donc espérer trouver par le calcul que des ordres de grandeur des courants et tensions induits sur la ligne. Cependant, dans la plupart des cas, cet ordre de grandeur est suffisant et constitue de ce fait un élément important pour la conception et l'optimisation des dispositifs de protection.

La détermination des signaux parasites résultant du couplage d'une onde électromagnétique avec des lignes peut être réalisée, soit rigoureusement à l'aide du formalisme des antennes, soit d'une manière approchée au moyen de modèles basés sur la théorie des lignes de transmission. Cette dernière approche, de par sa simplicité de mise en oeuvre, est toute indiquée pour traiter le cas des lignes longues auxquelles on s'intéresse.

Cependant si certaines précautions ne sont pas prises dans l'application de cette théorie, des phénomènes de résonance peuvent être masqués. Avant de calculer la réponse d'une ligne de télécommunications à une impulsion de foudre, nous allons nous intérésser, en premier lieu, au couplage avec une onde électromagnétique plane de manière à éclaircir les problèmes évoqués ci-dessus.

Ainsi, dans le premier chapitre nous abordons à l'aide de la théorie des antennes mais également au moyen de la théorie des lignes, l'étude d'un câble aérien horizontal comportant des fils de descente verticaux. En considérant tout d'abord un sol parfaitement conducteur, nous indiquons comment introduire dans le formalisme classique des lignes, l'influence des fils de descente de manière à rendre compte correctement de la distribution du courant induit sur le câble.

Le prise en compte de la conductivité finie du sol dans le calcul des caractéristiques d'une ligne de transmission aérienne ou enterrée est examinée dans le second chapitre. On montre en particulier qu'en plus des limites inhérentes à la théorie des lignes de transmission rencontrées dans le cas d'un plan de masse infiniment conducteur, la généralisation de cette théorie au cas d'un sol réel s'accompagne d'approximations supplémentaires. Après avoir rappelé ces différentes approximations, nous effectuons dans les domaines fréquentiel et temporel une étude paramétrique du couplage d'une onde plane avec une ligne aérienne ou enterrée.

Dans le cas de la foudre, l'étude du couplage nécessite le calcul du champ électromagnétique rayonné par une décharge orageuse nuage-sol; cela fait l'objet du troisième chapitre. Après un bref aperçu des différents modèles permettant de caractériser l'arc en retour, nous déterminons le champ électromagnétique rayonné par le canal foudre à l'aide du modèle ligne de transmission et en considérant un sol de conductivité finie. Afin de réduire le temps de calcul dû notamment à l'évaluation numérique des intégrales de Sommerfeld, différentes approximations sont utilisées et justifiées.

Le quatrième chapitre présente d'abord le calcul du courant induit par un coup de foudre proche sur le blindage d'un câble de télécommunications aérien ou enterré.

Connaissant la répartition du courant le long du blindage et les paramètres de transfert du câble, il devient ensuite possible d'accéder aux tensions apparaissant aux extrémités de la ligne. La généralisation de la théorie des lignes couplées à un câble multifilaire blindé nous permet de déterminer les tensions parasites de mode commun et de mode différentiel.

Le cinquième et dernier chapitre a pour but la confrontation des résultats théoriques aux valeurs mesurées obtenues à partir d'expériences effectuées à la fois sur des éclairs déclenchés et sur des éclairs naturels.

#### INTRODUCTION

#### CHAPITRE

1

COUPLAGE D'UNE ONDE PLANE A UNE LIGNE SITUEE AU-DESSUS D'UN SOL PARFAITEMENT CONDUCTEUR

#### INTRODUCTION

Comme nous l'avons indiqué dans l'introduction générale, la ligne de télécommunications aérienne sera assimilée à un conducteur parallèle au sol. Lorsque cette ligne est soumise à une onde électromagnétique incidente, le couplage peut être décrit soit sous forme du couple courant-tension entre conducteurs soit à partir des valeurs du champ électromagnétique en tout point du milieu.

La distribution du courant induit sur la ligne peut être ainsi obtenue, soit rigoureusement à l'aide du formalisme des antennes qui conduit à la résolution numérique d'une équation intégro-différentielle établie en écrivant la condition aux limites sur la surface des conducteurs ; soit d'une manière approchée à l'aide de la théorie des lignes de transmission qui utilise les concepts de tension et de courant. De part sa simplicité de mise en oeuvre, cette dernière approche est souvent utilisée, quelquefois même en outrepassant son domaine de validité. D'autre part, des aspects tels que l'introduction des conditions aux limites ou encore l'influence des fils de descente verticaux sont rarement mentionnés dans les diverses publications sur le sujet.

De manière à éclaircir des différents points, nous nous proposons, dans ce chapitre, d'étudier le couplage d'une onde électromagnétique avec une ligne horizontale comportant des fils de descente verticaux à l'aide de la théorie des antennes mais également au moyen de la théorie des lignes de transmission. La mise en équation dans le cas d'un sol réel fait intervenir les intégrales de Sommerfeld et il est difficile à ce stade de se rendre compte de la signification physique des approximations que l'on est amené à faire. Aussi avons-nous jugé préférable de traiter tout d'abord, le cas d'un sol parfaitement conducteur.

Après avoir rappelé le formalisme de la théorie des antennes et indiqué le moyen de résoudre par la méthode des moments l'équation intégro-différentielle du courant, nous montrons, en particulier, que cette dernière équation peut se ramener, moyennant quelques hypothèses, à l'équation des lignes qui, elle, est établie à partir de l'intégration des équations de Maxwell sur des contours appropriés.

En considérant le cas d'une ligne horizontale comportant des fils de descente verticaux, nous indiquons comment introduire dans le formalisme de la théorie des lignes classique l'influence des fils de descente. Une comparaison est ensuite effectuée entre les résultats obtenus par les deux approches et nous montrons en particulier que la théorie des lignes peut masquer les phénomènes de résonances du courant, si les fils verticaux ne sont pas pris en compte.

Enfin, pour clore ce chapitre, nous effectuons une comparaison dans le domaine temporel entre les résultats obtenus par la théorie des lignes de transmission et par celle des antennes.

#### I.1 - CALCUL DE LA REPONSE DE LA LIGNE A L'AIDE DE LA THEORIE DES ANTENNES

L'étude de la diffraction d'une onde électromagnétique par des structures complexes repose généralement sur des résolutions numériques basées sur des méthodes aux différences finies et des méthodes aux équations intégrales. Ainsi, la réponse d'une ligne à une onde plane peut être obtenue rigoureusement à partir d'une formulation intégrale du problème. Les équations intégrales déduites des équations de Maxwell sont soit de type électrique (E.F.I.E.), soit de type magnétique (M.F.I.E.). La géométrie de la structure étudiée conditionne le choix du type de formulation. Pour l'étude, par exemple, de structures volumiques, l'équation intégrale de type magnétique est plus adaptée alors que l'équation de type électrique convient particulièrement bien pour des systèmes comportant des surfaces et des éléments filaires [1]. Dans le cas d'un sol parfaitement conducteur, le problème qui consiste à déterminer le courant induit sur la ligne est résolu à partir d'une équation intégrale établie soit dans le domaine fréquentiel soit dans le domaine temporel.

La prise en compte de la conductivité finie du sol complique le problème par l'introduction des intégrales de Sommerfeld dont l'évaluation est faite en régime harmonique [1]. Moyennant quelques hypothèses, certains auteurs [2] ont traité directement le problème dans le domaine espace-temps, par une méthode approchée utilisant les coefficients de réflexion de Fresnel.

En ce qui nous concerne, nous allons considérer le sol comme parfaitement conducteur et nous adopterons une approche fréquentielle ; la réponse temporelle de la ligne étant ensuite obtenue à l'aide d'une procédure de transformée de Fourier rapide. Nous allons tout d'abord rappeler l'équation intégrale de type électrique obtenue par une ligne au-dessus du sol puis nous indiquerons comment la résoudre numériquement à l'aide de la méthode des moments.

#### I.1.1 - Equation intégrale en champ électrique (E.F.I.E)

#### I.I.I.I - Cas de la ligne dans un milieu infini et homogène

Nous considérons, tout d'abord, le cas d'un fil rectiligne seul dans un milieu infini homogène, soumis à un champ incident  $E^{i}$ .

Le fil étant supposé parfaitement conducteur, il s'agit de calculer le courant I(s) induit par ce champ en un point quelconque du fil.

De manière à pouvoir simplifier l'équation intégrale du courant I(s), nous ferons les calculs dans le cadre de l'approximation des antennes minces :

- le rayon du fil est supposé très petit devant la longueur d'onde ; seule existe la composante axiale des courants qui est alors invariante le long de la circonférence de la structure.

L'équation intégrale en champ électrique pour la structure s'obtient directement à partir des potentiels vecteur et scalaire.

Le champ électromagnétique qui existe en tout point de l'espace est la superposition du champ incident  $\vec{E}^i$  et du champ diffracté par le fil  $\vec{E}^d$ .

En supposant une dépendance temporelle en  $e^{+jwt}$  que nous omettrons par la suite, le champ électrique diffracté  $\vec{E}^d$  en tout point est donné par :

$$\vec{E}^{d} = -j.w.\vec{A} - \vec{grad}(\emptyset)$$
(1)

où le potentiel vecteur  $\vec{A}$  est défini par :

$$A(s) = \frac{\gamma}{4\pi} \int_{s} I(s') e^{-jkR}/R ds'$$
<sup>(2)</sup>

et le potentiel scalaire Ø par :

$$\emptyset(\mathbf{s}) = \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} \int_{\mathbf{s}} \nabla_{\mathbf{s}} \cdot \mathbf{I}(\mathbf{s}') \, \mathbf{e}^{-j\mathbf{k}\mathbf{R}}/\mathbf{R} \, d\mathbf{s}'$$
(3)

Le champ électrique diffracté s'écrit alors :

$$E^{d} = -\frac{j\omega}{4\pi} \int_{S} I(s') e^{-jkR}/R ds' - \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} \cdot \frac{\partial^{2}}{\partial s^{2}} \int_{S} I(s') e^{-jkR}/R ds'$$
(4)

avec  $k = w\sqrt{\gamma \epsilon}$  constante de propagation du milieu homogène et infini.

l' et E désignent respectivement la perméabilité et la permittivité du milieu.

 $R = |\vec{r} - \vec{r'}|$  est la distance entre un point d'observation r situé sur la surface du conducteur et un point source r' situé sur l'axe de la structure (figure I.1).



Figure I.1 : Fil dans un milieu infini

Le potentiel Vecteur  $\overrightarrow{A}$  n'ayant de composante non nulle que dans la direction du fil (approximation des fils minces) nous aurons, si le point d'observation est choisi à la côte S sur le fil :

$$R = \left[ (s - s')^2 + a^2 \right]^{1/2}$$
(5)

$$A = \frac{\gamma}{4\pi} \int_{0}^{L} I(s') e^{-jkR}/R ds'$$
(6)

$$\emptyset = \frac{j}{4\pi\epsilon\omega} \int_{0}^{L} I(s') e^{-jkR}/R ds'$$
(7)

En écrivant la condition aux limites sur la surface du fil parfaitement conductrice :

$$\vec{n} \times (\vec{E}^{i} + \vec{E}^{d}) = 0$$
(8)

nous obtenons une équation intégrale de type de Fredholm de lère espèce.

$$E' = \frac{j \omega Y}{4\pi} \int_{\Gamma}^{L} I(s') e^{-jkR}/R ds' + ... + \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} \cdot \frac{\partial^2}{\partial s^2} \int_{0}^{L} I(s') e^{-jkR}/R ds'$$
(9)

Le courant I(s') cherché est donc solution de cette équation intégro-différentielle dite de Pocklington [3] qui peut encore se mettre sous la forme suivante :

$$\mathbf{E}^{i} = \frac{j}{4\pi\omega\epsilon}\int_{0}^{L} \mathbf{I}(s') \left(\frac{\partial^{2}}{\partial s^{2}} + \mathbf{k}^{2}\right) \mathbf{G}(s,s') \, \mathrm{d}s' \tag{10}$$

avec

 $G(s,s') = e^{-jkR}/R$ : Fonction de Green (11)

#### I.1.1.2 - Cas de la ligne au-dessus du sol parfaitement conducteur

Si nous considérons maintenant le cas d'un fil horizontal au-dessus d'un sol parfaitement conducteur, la présence de l'interface air-sol va se traduire par les effets suivants :

- modification du noyau de l'équation intégro-différentielle établie précédemment dans le cas d'un fil seul dans l'espace,

- addition d'un terme supplémentaire à la composante électrique du champ incident et dû à la réflexion de ce dernier sur l'interface air-sol.

Le sol étant parfaitement conducteur, on peut appliquer la théorie des images électriques et considérer donc que le fil au-dessus du sol est équivalent à deux fils dans l'espace libre.

Le champ appliqué est maintenant constitué du champ incident et du champ réfléchi par l'interface air-sol :

 $\vec{E}^{ap} = \vec{E}^{i} + \vec{E}^{r}$ (12)

L'équation intégro-différentielle sera obtenue d'une façon analogue à celle du paragraphe I.1.1.1 en remplaçant le champ  $\vec{E}^i$  par le champ  $\vec{E}^{ap}$  et en prenant en considération, les courants induits sur le fil et son image (figure I.2).



Nous obtenons l'équation proposée par Miller et al [1] qui s'écrit :

$$E^{ap} = \frac{j}{4\pi\omega\varepsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial s^2} + \frac{k}{\kappa}\right) \int_{0}^{L} I(s') \left[e^{-jkR} \frac{\partial^2}{\partial s^2} - e^{-jkR} \frac{\partial^2}{\partial s^2}\right] ds'$$
(13)

que l'on peut encore écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{E}^{\mathbf{q}\mathbf{p}} = \frac{\mathbf{j}}{4\pi\omega\varepsilon} \int_{0}^{\mathbf{L}} \mathbf{I}(\mathbf{s}') \begin{bmatrix} \mathbf{j}^{2} + \mathbf{k}^{2} \end{bmatrix} \mathbf{K}(\mathbf{s}, \mathbf{s}') \, \mathrm{ds'}$$
(14)

avec

$$K(s,s') = G_2(s,s') - G_1(s,s')$$
 (15)

$$G_2(s,s') = e^{-jkR} R_2 \quad G_1(s,s') = e^{-jkR} R_1$$
 (16)

et

$$R_{2} = \left[ (x - x')^{2} + a^{2} \right]^{1/2} R_{1} = \left[ (x - x')^{2} + 4h^{2} \right]^{1/2}$$
(17)

Lorsque la ligne horizontale comporte des fils de descente verticaux il est nécessaire de tenir compte du rayonnement des dipoles électriques. Ceci s'obtient simplement en changeant le noyau K, défini par l'équation 15, en l'expression suivante :

$$K_{v} = G_{2} + G_{1} \tag{18}$$

Les distances  $R_2$  et  $R_1$  étant toujours définies à partir de la position du point source et de la position du point d'observation.

I.1.2 - Résolution numérique de l'équation intégro-différentielle par la méthode des moments

La méthode des moments a été mise en oeuvre dans le cadre de l'électromagnétisme en 1968 par Harrington [4]. Depuis, cette méthode a connu un grand succès et de nombreux auteurs ont traité les problèmes filaires par ce concept très général.

Nous allons donc rappeler brièvement le principe de cette méthode dont l'idée de base consiste à transformer une équation intégrale en un système matriciel plus commode à résoudre.

#### I.1.2.1 - Principe

L'équation intégrale que nous avons à résoudre peut se mettre sous la forme suivante :

$$L[I(s')] = E^{ap}$$
<sup>(19)</sup>

où L : est un opérateur intégro-différentiel et linéaire

I(s') : est la répartition du courant inconnu

 $E^{ap}$ : est la fonction excitation de la ligne.

En divisant la structure filaire de longueur L' en N éléments de longueur identique, la fonction inconnue I(s') est, dans un premier temps, approximée par sa projection sur une base de N fonctions  $F_n(s')$  telles que :

$$I(s') \simeq \sum_{n=1}^{N} I_n F_n(s')$$
 (20)

où  $I_n$  sont les coefficients à déterminer ; les fonctions  $F_n(s')$  appelées fonctions de base sont définies sur l'intervalle dans lequel s'applique l'opérateur intégro-différentiel. Leur choix, en principe arbitraire, conditionne en pratique la simplicité des calculs et la rapidité de convergence.

En reportant l'expression (20) de I(s') dans l'équation intégrale (19) nous obtenons une nouvelle équation, forme approchée de la première :

$$\sum_{n=1}^{N} I_n L [F_n(s')] = E^{ap}$$
(21)

En considérant d'autre part, un produit scalaire défini par la relation :

$$\langle y, z \rangle = \int_{0}^{L} y(s') z(s') ds'$$
 (22)

et en projettant l'équation (21) sur une base de fonctions de tests  $\{W_m(s)\}_{m=1 \text{ àM}}$ on peut montrer qu'on aboutit au système d'équations :

$$\sum_{n=1}^{N} I_n < L [F_n(s')], W_m(s) > = \langle E^{ap}, W_m(s) \rangle$$
(23)

Celui-ci peut se mettre sous la forme d'une équation matricielle s'écrivant :

$$[Z] [I] = [V]$$
(24)

où [Z] est la matrice d'ordre MxN de terme général  $Zmn = \langle L[F_n(s')], W_n(s) \rangle$ 

[I] est une matrice colonne inconnue de terme général I<sub>n</sub>

[V] est une matrice colonne connue (excitation), de terme général  $\langle E^{ap}, W_m(s) \rangle$ 

La matrice [Z] souvent appelée matrice impédance est caractéristique de la structure étudiée.

En prenant généralement M=N, la résolution du système (24) est obtenue en inversant la matrice [Z] telle que :

$$[I] = [Z]^{-1} [V]$$
(25)

Cette résolution peut être effectuée à l'aide de la méthode "point-segment" qui consiste à choisir des fonctions portes en tant que fonction de "base" et des distributions de Dirac en tant que fonction de "test" [5] à [7].

Mais elle peut également s'effectuer à l'aide de la méthode de Galerkin où les fonctions de base et de test sont identiques. Les fonctions triangulaires constituées d'éléments rectilignes sont souvent utilisées [4] [8].

La matrice [Z], appelée également "matrice impédance généralisée", n'est pas unique, puisque la représentation matricielle de l'opérateur dépend du choix des systèmes de fonctions de base. De même la qualité de la solution est fonction de ce choix, d'une part parce qu'il faut que les courants soient bien représentés sur cette base et, d'autre part, à cause des calculs numériques qui en dépendent. Disposant d'un programme initial implanté sur l'ordinateur du CNET et basé sur l'utilisation de la méthode point-segment [9], nous avons continué à choisir cette approche pour effectuer une comparaison avec la théorie des lignes.

#### I.1.2.2 - Calcul de la matrice impédance [Z]

Nous rappelons que dans le cas de la méthode point-segment, la structure est divisée en N segments de longueur  $\Delta$ , chaque élément Zmn de la matrice [Z] représente l'interaction entre le segment m et le segment n (figure I.3).



Figure I.3 : Méthode point-segment

A partir de l'équation (14), Zmn peut s'écrire sous la forme suivante :

$$Z_{mn} = \frac{j_{0}w_{0}^{2}}{4\pi k^{2}} \left\{ \frac{3^{2}}{3s^{2}} + k \right\} [G_{2}(s,s') - G_{1}(s,s')] ds'$$
(26)

Les points Sm et Sn peuvent être situés sur un même segment ou sur des segments distincts, ce qui traduit le fait que tous les couplages sont pris en compte (interaction d'un segment sur lui-même mais aussi couplage de celui-ci avec chacun des autres segments de la structure).

La matrice [Z] est par conséquent divisée en  $N_B x N_B$  sous matrices  $[Z^{BkBl}]$  où  $B_k$  et  $B_l$  désignent respectivement les segments où se situent le point d'observation et le point source.

Si nous considérons les sous-matrices [Z<sup>BkBk</sup>] caractérisant l'influence d'un brin de la structure sur lui-même, chacun de leurs termes est formé d'intégrales semblables à celles de l'équation (14).

Chaque terme de [Z<sup>BkBk</sup>] s'exprime donc de la manière suivante :

$$Z_{mn} = \frac{j\omega_{0}}{4\pi k^{2}} \int_{(k^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial s^{2}})}^{(s_{n} + \omega_{2})} [G_{2}(s,s') \pm G_{1}(s,s')] ds'$$

$$S = Sm$$
(27)

où le signe "+" sera choisi lorsque le brin considéré est vertical, et le signé "-", lorsque le brin est horizontal. En décomposant cette intégrale en deux parties, la matrice [Z<sup>BkBk</sup>] peut encore s'écrire sous la forme suivante :

$$[Z^{BkBk}] = [Z^{BkBk}]^{source} + [Z^{BkBk}]^{image}$$
(28)

[Z<sup>BkBk</sup>]<sup>source</sup> correspond à un milieu infini

Οù

et [Z<sup>BkBk</sup>]<sup>image</sup> tient compte de la présence de l'interface air-sol.

Dans le cas des sous-matrices  $[Z^{BkB\ell}]$  caractérisant le couplage entre deux brins distincts (k  $\neq \ell$ ), les éléments de  $[Z^{BkB\ell}]$  peuvent alors s'exprimer de la même manière que ceux de  $[Z^{BkBk}]$  en prenant le signe "+", lorsque B<sub>l</sub> est vertical, et "-" lorsqu'il est horizontal.

Le calcul de ces différentes sous-matrices est rappelé en annexe A.1.

La détermination des termes des différentes sous-matrices va donc conduire à l'évaluation d'intégrales dont les noyaux sont formés de fonctions de Green.

D'une façon générale ces intégrales peuvent être calculées soit directement à l'aide de procédures numériques, soit analytiquement en décomposant les différents intégrants en série de Mac Laurin dont la primitive de chaque terme est connue [4].

Cette dernière façon de procéder permet de réduire les temps de calcul d'environ 20 % par rapport à la première méthode [5] [6].

#### I.2 - CALCUL A L'AIDE DE LA THEORIE DES LIGNES DE TRANSMISSION

La théorie des antennes, telle qu'elle vient d'être présentée, est une méthode de calcul exacte puisque dans son principe même elle ne fait aucune hypothèse restrictive, hormis le fait que l'antenne est supposée mince. De plus, elle a l'avantage de s'appliquer à des structures complexes.

Cependant, dès qu'il s'agit de traiter le cas de lignes longues, le formalisme qui est basé sur l'utilisation de la méthode des moments, nécessite des temps de calcul importants. D'autre part, si la conductivité du sol est prise en compte il faut également évaluer les intégrales de Sommerfeld ce qui, évidemment, augmentera encore les temps de calculs. Pour pallier cet inconvénient majeur, diverses approches basées sur la théorie des lignes de transmission sont souvent utilisées. Cette théorie de mise en oeuvre facile, repose évidemment sur des hypothèses de base, rarement mentionnées dans les différentes publications sur le sujet disséminées dans la littérature technique.

Outre l'application de la théorie des lignes en dehors de ses limites de validité, il arrive également qu'elle soit utilisée de façon incorrecte, notamment si l'introduction des conditions aux limites est faite d'une manière trop approchée.

Afin de saisir la signification physique des différentes approximations faites dans la théorie des lignes de transmission, nous allons tout d'abord nous intéresser au couplage d'une onde électromagnétique à un fil situé au-dessus d'un sol parfaitement conducteur.

En partant de l'équation exacte du courant induit sur la ligne, nous allons la simplifier, moyennant des approximations que nous indiquerons et nous montrerons que dans ce cas elle se réduit à l'équation des lignes.

I.2.1 - Obtention de l'équation des lignes à partir de l'équation intégro-différentielle du courant

Nous allons essayer de simplifier cette équation en considérant tout d'abord un fil seul dans l'espace. L'équation intégrale s'écrit dans ce cas :

$$E^{i} = \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} (k^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial s^{2}}) \int_{0}^{L} I(s') e^{-jkR}/R ds'$$
avec  $R = \left[ (s - s')^{2} + a^{2} \right]^{1/2}$ 
(29)

où a est le rayon du conducteur.

Dans le cas d'un fil mince  $|ka| \ll 1$  la contribution apportée par l'élément s' est dominante lorsque s'=s. Autrement dit, la contribution principale au courant n'est due qu'au rayonnement d'un petit élément de longueur 2 $\Delta$ sur lui-même [10]. Dans ce cas, nous pouvons admettre que le courant I(s') est constant sur cet intervalle et prend la valeur I(s), ainsi il peut être sorti du signe intégral de l'équation (29). En considérant d'autre part que le rayon a reste petit vis-à-vis de  $\Delta$ , nous pouvons approximer l'équation (29) par :

$$E^{\dagger} = \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} (k^2 + \frac{j^2}{2s^2}) I(s) \int_{s-\Delta}^{s+\Delta} ds'/R$$
(30)

Nous pouvons écrire encore (30) sous la forme :

$$E^{i} = \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} (k^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial s^{2}}) I(s) \int_{S-\Delta}^{S+\Delta} ds' / [(s-s')^{2} + a^{2}]^{\frac{1}{2}}$$
(31)

Soit encore en posant x=s'-s.

$$E^{i} = \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} (k^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial s^{2}}) I(s) \int_{-\Delta}^{+\Delta} dx/(a^{2} + x^{2})^{\frac{1}{2}}$$
(32)

Après calcul de l'intégrale, nous obtenons :

$$E^{i} = \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} \left(k^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial 5^{2}}\right) I(s). \ Log\left(\frac{\sqrt{a^{2} + \Delta^{2}} + \Delta}{\sqrt{a^{2} + \Delta^{2}} - \Delta}\right)$$
(33)

Sachant que a est petit devant A, nous pouvons écrire :

$$(\Delta^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} \simeq \Delta \cdot (1 + a^2/2\Delta^2) = \Delta + a^2/2\Delta$$
(34)

Ce qui permet d'obtenir finalement :

$$E^{i} \frac{j}{2\pi\omega\epsilon} \left(k^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial s^{2}}\right) I(s) \operatorname{Log} (2\Delta/a)$$
(35)

L'équation approchée (35) que nous venons d'obtenir implique que le courant possède une distribution sinusoïdale excepté au voisinage des noeuds de courant où la contribution des éléments distants de l'élément s' n'est plus négligeable.

Si nous considérons maintenant le cas du fil à une hauteur h au-dessus du sol, nous avons vu que, par l'application de la théorie des images, cette structure était équivalente à deux fils dans l'espace séparés par la distance 2h.

Nous pouvons donc utiliser la relation approchée (30). Si de plus, nous supposons que la distance 2h est faible, la formule (30) sera d'autant plus valable qu'il existe un phénomène de compensation. En effet, la contribution des éléments lointains pour le premier fil est presque annulée par celle des éléments similaires du second fil. Dans le cadre de cette approximation et compte-tenu de (35), l'équation intégrale (13) pour un fil au-dessus du sol s'écrit :

$$E^{ap} = \frac{j}{4\pi\omega\epsilon} (k^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial s^{2}}) I(s) \int_{S-\Delta}^{S+\Delta} [1/R_{2} - 1/R_{1}] ds'$$
(36)
$$avec R_{2} = [(s-s')^{2} + a^{2}]^{\frac{1}{2}} et R_{1} = [(s-s')^{2} + 4h^{2}]^{\frac{1}{2}}$$

Soit encore :

$$E^{ap} = \frac{j}{2\pi\omega\varepsilon} \left(k^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial s^{2}}\right) I(s) \left[Log 2\Delta/a - Log 2\Delta/2h\right] \quad \text{soit:}$$

$$E^{ap} = \frac{j}{2\pi\omega\varepsilon} \left(k^{2} + \frac{\partial^{2}}{\partial s^{2}}\right) I(s) Log 2h/a \quad (37)$$

où  $E^{ap}$  est le champ appliqué sur un fil, défini par la relation (12). On remarque que cette équation ne fait plus intervenir la longueur arbitraire  $\Delta$  d'un élément.

En posant :

$$Z_{c} = \sqrt{\frac{h}{\xi_{0}}} \frac{1}{2\pi} Log(2h/a)$$
(38)

et sachant que :  $k = w [ \gamma_0 \varepsilon_0 ]^{\prime k}$ 

l'équation (37) peut s'écrire :

$$\frac{\partial^2 I(s) + k^2 I(s) = -jkE^{ap}/Z_c$$
(39)

Cette équation n'est pas autre chose que l'équation des lignes qui, dans la littérature technique, est souvent obtenue à partir de l'intégration des équations de Maxwell sur un contour défini entre le fil et le sol.

C'est cette seconde approche que nous allons maintenant rappeler, et montrer qu'elle repose sur les mêmes approximations pour aboutir aux équations des lignes de transmission.

#### I.2.2 - Obtention de l'équation des lignes de transmission à partir des équations de Maxwell

Plusieurs approches ont été utilisées [11] à [15] pour obtenir les équations des télégraphistes, leur différence provenant essentiellement du choix du potentiel transverse évoqué précédemment.

Nous allons rappeler ces différentes formulations et montrer qu'elles sont équivalentes.

#### 1.2.2.1 - Définition du potentiel à partir du champ diffracté

Considérons la section de ligne représentée sur la figure I.4.



Figure I.4 : Section de ligne de transmission

La première équation différentielle s'obtient en intégrant l'équation de Maxwell suivante :

$$\overrightarrow{rot} \overrightarrow{E} = -jw\overrightarrow{B}$$
(40)

En écrivant que le champ électromagnétique total est la source d'un champ incident  $(\vec{E}^i, \vec{B}^i)$  et d'un champ diffracté  $(\vec{E}^d, \vec{B}^d)$  et en utilisant d'autre part le théorème de Stokes sur le contour (c)

$$\oint_{\mathbf{E}} \vec{\mathbf{E}} \cdot d\vec{\mathbf{I}} = \int_{\Delta S} \vec{\mathbf{E}} \, ds \tag{41}$$

nous obtenons :

$$\int_{0}^{h} [E_{x}(x,0,z + \Delta z) - E_{x}(x,0,z)] dx = -j\omega \int_{z}^{z+\Delta z} \int_{0}^{h} B_{y}(x,0,z) dx dz$$
(42)

puisque le fil et le sol sont supposés être parfaitement conducteurs.

En divisant les deux membres de l'équation précédente pardzet en faisant tendre dz vers 0 on obtient :

$$-\frac{\partial}{\partial z} \int_{0}^{h} E_{x}(x,0,z) \, dx = jw \int_{0}^{h} B_{y}(x,0,z) \, dx \tag{43}$$

D'autre part, en faisant apparaître le champ incident et le champ diffracté dans l'équation (41) on obtient :

$$-\frac{\partial}{\partial z}\int_{0}^{h} E_{x}^{ap} dx - \frac{\partial}{\partial z}\int_{0}^{h} E_{x}^{d} dx = jw \int_{0}^{h} B_{y}^{ap} dx + jw \int_{0}^{h} B_{y}^{d} dx$$
(44)

A ce stade du calcul, on introduit la définition du potentiel transverse par la relation suivante :

$$V^{d} = -\int_{O}^{h} E_{x}^{d} dx$$
 (45)

Il faut bien remarquer que ce potentiel est celui engendré uniquement par le courant induit sur la ligne et par définition ne fait pas intervenir la composante verticale du champ électrique incident.

Nous verrons plus loin que cette relation n'est valable que dans la mesure où l'on peut définir de façon unique le potentiel transverse, ceci est réalisé lorsque l'onde qui se propage est purement TEM.

Dans la mesure où la hauteur du fil est petite devant la longueur d'onde, on pourra admettre que ce mode TEM est prépondérant. Cette approximation sera appelée par la suite approximation quasi-TEM.

Compte tenu de la relation (45), l'équation (44) peut s'écrire :

$$\frac{\partial V^{d}}{\partial z} + jw \int_{0}^{h} B_{y}^{d} dx = jw \int_{0}^{h} B_{u}^{ap} dx + \int_{0}^{h} \frac{\partial E_{z}^{ap}}{\partial z} dx$$
(46)

Voyons maintenant en détail la signification physique du terme :

$$\int_{0}^{h} B_{y}^{d}(z) dx$$

D'une manière générale la composante  $B_y^d$  du champ magnétique diffractée par un fil au-dessus du sol est fonction de la répartition du courant sur le fil et il n'y a pas de proportionnalité entre  $B_y^d(z)$  et le courant I(z) à la même abcisse z.

Si l'on suppose par contre que le courant parcourant le fil est de la forme

$$I(z) = I_{o} e^{-v_{p}} \tilde{z}$$
(47)

où  $\mathcal{Y}_p$  est la constante de propagation le long du fil, il est alors facile de montrer que, dans ce cas, le champ  $B_y^d$  devient proportionnel au courant I(z) et que par conséquent le terme intégral de l'équation (46) peut se mettre sous la forme suivante :

$$jw \int_{0}^{h} B_{y}^{d}(x,z) dx = jw LI(z)$$
(48)

où L correspond à l'inductance linéique de la ligne.

En définissant Z = jLw comme l'impédance linéique de la ligne, l'équation (46) peut encore s'écrire :

$$\frac{\partial V^{d}}{\partial \xi} + ZI = \int_{0}^{h} [jwB_{\xi}^{ap} + \frac{\partial E_{\xi}^{ap}}{\partial \xi}] dx \qquad (49)$$

La première équation de Maxwell permet d'écrire la relation précédente sous la forme suivante :

$$\frac{\partial V^{d}}{\partial \xi} + ZI = E_{\overline{\partial}}^{ap}(h)$$
(50)

Nous obtenons ainsi la première équation des télégraphistes.

La deuxième équation différentielle reliant le courant et la tension s'obtient en intégrant la seconde équation de Maxwell :

$$\overrightarrow{rot} \vec{B} = \gamma(\sigma + jw \mathcal{E})\vec{E}$$
(51)

Elle peut être également obtenue directement à partir de la définition du potentiel transverse  $V^{d}(z)$  en posant :

$$\frac{4}{Y} \cdot \frac{\partial I}{\partial z} = \int_0^h E_x^d dx$$
 (52)

soit encore :

$$\frac{\partial I}{\partial z} + YV^{d} = 0$$
 (53)

Le terme Y représente l'admittance linéique de la ligne et correspond à la capacité linéique entre le fil et le sol.

On remarque qu'il n'y a pas de terme source dans cette seconde équation des télégraphistes.

L'équation différentielle de propagation du courant sera donc obtenue à partir du système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial z} + ZI = E_{z}^{ap}(h) \qquad (54)\\ \frac{\partial I}{\partial z} + YV = 0 \qquad (55) \end{cases}$$

En dérivant l'équation (55) par rapport à z et en substituant  $2V^{d}$  nous obtenons :

$$\frac{\partial I}{\partial x^2} - ZYI(z) = -YE_{\mathcal{F}}^{ap}(h)$$
(56)

Soit encore en remplaçant -ZY par  $k^2$ 

$$\frac{\partial^2 I}{\partial 3^2} + k^2 I(z) = -Y E_{3}^{ap}(h)$$
(57)

Compte-tenu de la définition de Zc l'équation (57) peut encore s'écrire sous la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{I}}{\partial \mathbf{z}^2} + k^2 \mathbf{I}(\mathbf{z}) = -jk \mathbf{E}_{\mathbf{z}}^{\mathrm{ap}}(\mathbf{h}) / \mathbf{Z}_c$$
(58)

On constate donc que l'équation des lignes (58) est identique à l'équation intégrale exacte (39) obtenue dans le cadre de l'approximation quasi-TEM.

#### I.2.2.2 - Définition du potentiel à partir du champ total

Certains auteurs [16] à [18] ont défini la tension transverse à partir du champ

$$V^{T} = -\int_{0}^{h} E_{\chi} dx = -\int_{0}^{h} (E_{\chi}^{ap} + E_{\chi}^{d}) dx = V^{d} - \int_{0}^{h} E_{\chi}^{ap} dx$$
(59)

En intégrant les équations de Maxwell sur le contour de la figure I.4 les équations différentielles reliant le courant I et la tension V<sup>t</sup> s'écrivent moyennant les mêmes hypothèses que précédemment :

$$\int \frac{\partial Y^{T}}{\partial 3} + ZI(z) = jw \int_{0}^{h} B_{u}^{ap} dx$$
(60)

$$\frac{\partial \mathbf{I}}{\partial \mathbf{z}} + \mathbf{Y}\mathbf{V}(\mathbf{z}) = -\mathbf{Y} \int_{0}^{0} \mathbf{E}_{\mathbf{X}}^{\mathsf{ap}} \, \mathrm{d}\mathbf{x} \tag{61}$$

On note cette fois-ci qu'il apparaît un terme source dans la seconde équation des télégraphistes. Cependant, en calculant l'équation de propagation du courant, nous obtenons :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{I}}{\partial z^2} + k^2 \mathbf{I}(z) = -Y \mathbf{E}_z^{ap}(h)$$
(62)

total :

On retrouve donc la même équation de propagation du courant, ce qui montre que les deux approches sont équivalentes.

[.2.2.3 - Remarques concernant l'approche basée sur les couplages "magnétique" et "électrique" [19]

En définissant la tension transverse à partir du champ total nous avons vu précédemment que cela se traduisait par l'apparition d'un terme source dans la seconde équation des télégraphistes.

Ainsi les équations (60) et (61) peuvent être interprétées physiquement à partir de trois configurations types suivant les termes sources intervenant dans la solution.

Si on envisage le cas d'une onde plane incidente sur la structure (une onde quelconque pouvant se mettre sous la forme d'une superposition d'ondes planes), les trois configurations d'excitation de la ligne sont représentées sur la figure I.5.





#### Figure I.5 : Configurations types d'attaque

La configuration (a) correspondra à un couplage "magnétique" puisque  $E_x^{i} = 0$ .

D'après l'équation (60), le terme source dû à  $B_y^i$  traduit une série de générateurs de tension équivalents insérés dans la ligne. Dans la seconde configuration (b), seul  $E_x^i$  est différent de zéro et le couplage dit "électrique" sera associé d'après l'équation (61) à des générateurs de courant placés dans le circuit. Ces deux configurations (a) et (b) correspondent à une attaque ou illumination simultanée de la ligne.

Le cas général où les deux composantes  $E_x^i$  et  $B_y^i$  interviennent est quelquefois appelé couplage "hybride" [18] comme dans la configuration (c) où l'illumination de la ligne se fait d'une façon progressive.

Cette démarche peut paraître attrayante a priori mais présente l'inconvénient de masquer les problèmes au niveau de l'introduction des conditions aux limites. De plus, l'interprétation physique donnée par certains auteurs peut préter à confusion.

Si on s'intéresse au couplage "électrique", nous avons déjà signalé que la formule (61) peut être interprétée par des termes sources générateurs de courant répartis sur la ligne et proportionnels au champ électrique vertical  $E_x^{i}$  en tout point. Cependant, ce n'est qu'au moment de la résolution complète du système d'équations différentielles aboutissant à l'équation (62) que l'on s'aperçoit que cette contribution de  $E_x^{i}$  n'intervient en réalité qu'aux extrémités par l'intermédiaire des conditions aux limites (nous verrons dans le prochain paragraphe comment sont introduites ces conditions aux limites).

Dans le cas du couplage "hybride", le détail des calculs au niveau de la résolution montre que seul  $E_x^{i}$  intervient et qu'il y a simplement un déphasage entre deux générateurs de tensions équivalents situés en bout de ligne.

Enfin, la composante horizontale  $E_z^i$  du champ électrique n'apparaissant pas directement dans les équations différentielles (60) et (61), certains auteurs en concluent que le formalisme néglige donc le couplage par cette composante, et que ceci est directement lié à l'hypothèse initiale d'un fil situé à faible hauteur au-dessus d'un plan parfaitement conducteur.

En réalité, et ceci a été clairement établi dans le paragraphe précédent, l'approche basée sur le champ magnétique  $B_y^i$  et celle basée sur le champ électrique  $E_z^i$  sont équivalentes et reposent sur des hypothèses similaires. Dans la pratique, l'introduction d'un terme source en champ magnétique pourra être utile dans le cas où les données du problème

proviennent de valeurs mesurées sur le terrain. En effet, il est souvent plus facile, et notamment en basse fréquence, de mesurer le champ magnétique que la composante du champ électrique parallèle à la surface du sol ou du plan de masse.

#### I.3 - REPONSE D'UNE LIGNE HORIZONTALE COMPORTANT DES FILS DE DESCENTES VERTICAUX [20] [21]

#### I.3.1 - Concepts

L'équation de propagation du courant établie dans les paragraphes précédents a été obtenue pour une ligne au-dessus du sol. Cependant, en dehors du cas où les impédances de charges  $Z_0$  et  $Z_L$  sont très élevées (circuit ouvert), il existe obligatoirement une liaison entre la ligne horizontale située à une hauteur h et le sol. En supposant, pour simplifier la présentation, que cette liaison s'effectue à l'aide de fils verticaux, la structure dont on doit cette fois-ci déterminer la réponse est représentée sur la figure I.6.

La position de l'onde incidente par rapport à la ligne est repérée par les angles  $\Psi$  et  $\Psi$ . La présence de ces éléments verticaux a donc pour effet de faire varier la longueur de la structure mais également de produire des courants supplémentaires dus au couplage de ces fils de descente avec la composante verticale du champ électrique incident.







Il faut également prendre en considération le couplage entre les éléments verticaux et la partie horizontale de la ligne. Bien entendu, la théorie des antennes permet de tenir compte rigoureusement de tous les effets évoqués ci-dessus.

Ce n'est malheureusement pas le cas pour la théorie des lignes de transmission classique puisque, dans la structure mise en équation, on a tenu compte uniquement du fil parallèle à l'interface air-sol. Cependant, moyennant quelques approximations supplémentaires, il est possible dans la théorie des lignes de tenir compte de certains de ces effets.

L'effet dont il évidemment impossible de tenir compte dans la théorie des lignes est celui du rayonnement de la ligne mais nous pouvons supposer que ce rayonnement reste négligeable dans la bande de fréquence envisagée. De plus, la modification de la répartition du courant due à l'interaction entre le fil vertical et la ligne horizontale sera d'autant plus négligeable que L>>h.

Pour ce qui est de l'induction sur les parties verticales de la ligne, il est possible de l'introduire dans le formalisme au niveau des conditions aux limites.

En effet, si on néglige le rayonnement de l'élément vertical et l'interaction avec la ligne horizontale, on peut estimer que la force électromotrice induite à l'origine sera donnée par :

$$V^{i}(0) = \int_{0}^{0} E_{\chi}^{ap} dx = h.(E_{\chi}^{ap})_{z=0}$$
 (63)

Si on suppose que la hauteur de la ligne est faible devant la longueur d'onde, la distribution du courant sera pratiquement constante sur la partie verticale.

Une relation du même type est obtenue en z = L.

La solution générale de l'équation de propagation du courant est obtenue en utilisant la méthode de la variation de la constante et les deux constantes intervenant dans cette solution sont déterminées en écrivant les conditions aux limites à l'aide de la tension  $V^d$  définie par la relation (45).
Dans ce cas, les conditions aux limites s'écrivent en tenant compte des relations (53) et (63) :

$$-Z_0 I_0 + \int_0^h E_x^{ap}(x,0,0) dx = -\left(\frac{\partial I}{\partial g}\right)_{z=0} / Y$$
(64)

$$Z_{L}I_{L} + \int_{0}^{h} E_{x}^{ap}(x,o,L) dx = -\left(\frac{\partial I}{\partial z}\right)_{z=L}/Y$$
(65)

Dans la mesure où la tension transverse a été définie à partir du champ total il est évident que la prise en compte de la force électromotrice induite sur les éléments verticaux est contenue implicitement dans le formalisme.

Dans ce cas, les conditions aux limites s'écrivent :

$$Z_0 I_0 = \left(\frac{\partial I}{\partial \mathcal{F}}\right)_{z=0} / Y$$
(66)

$$Z_{L}I_{L} = -\left(\frac{\partial I}{\partial g}\right)_{z=L}/Y$$
(67)

Enfin, pour prendre en compte par la théorie des lignes de transmission, la variation de longueur occasionnée par la présence des fils verticaux, il faut définir une impédance caractéristique équivalente à la partie verticale de la ligne. Schelkunoff [10] a montré, il y a de nombreuses années, qu'une antenne cylindrique de demi-hauteur h pouvait être approximée au premier ordre à une ligne de transmission biconique d'impédance caractéristique :

$$Z_{cb} = 60 (Log2h/a - 1)$$
 (68)

Comme dans la pratique  $2h \gg a$ , on se rend compte d'après cette formule que  $Z_{cb}$  est pratiquement identique à l'impédance caractéristique associée à la ligne horizontale. En première approximation, il n'y aura donc pas rupture d'impédance caractéristique et tout se passe comme si la partie horizontale de longueur L était prolongée de chaque côté par un tronçon de ligne de longueur h. Ce fait avait d'ailleurs déjà été aperçu par Vance [12].

Compte tenu de ces remarques, on peut donc appliquer la théorie des lignes "classique" développée pour un fil parallèle à l'interface air-sol, à la configuration équivalente du problème qui est représentée sur la figure I.7.



Figure I.7 : Ligne de transmission équivalente

Dans cette nouvelle configuration, la structure devient une ligne de longueur totale L+2h dont seule la partie comprise entre h et L+h est illuminée. Rappelons que le couplage du champ incident avec les éléments verticaux est pris en compte dans les conditions aux limites.

Une approche identique serait de considérer la ligne de la figure I.4 (comprise entre 0 et L) comme une ligne chargée z=0 et z=L par des impédances terminales  $Z'_0$  et  $Z'_L$ vues de ces points.

Les impédances ramenées  $Z'_0$  et  $Z'_1$  sont données par :

$$Z'_{0,L} = Z_{c'}(Z_{0,L} \cos kh + jZ_{c} \sin kh)/(Z_{c} \cos kh + jZ_{0,L} \sin kh)$$
 (69)

où k et  $Z_c$  sont respectivement la constante de phase et l'impédance caractéristique de la ligne horizontale.

Ce dernier aspect a souvent été négligé dans la littérature technique, les auteurs [13] à [16] considèrent généralement que la hauteur h est négligeable devant la longueur L de

la ligne. Nous allons voir les conséquences de cette approximation en comparant les résultats obtenus par la théorie des lignes à ceux donnés par la théorie des antennes. Dans le formalisme de la théorie des lignes, nous négligeons, dans un premier temps, l'influence des fils verticaux sur la longueur de la structure, puis nous abordons en second lieu le calcul, en tenant compte de la longueur réelle de la structure.

### I.3.2 - Formulation dans le cas où la variation de longueur est négligée

Dans les applications numériques qui vont être présentées, nous envisageons le cas d'une ligne excitée par une onde place dont la direction de propagation est perpendiculaire à la surface du sol et dont le vecteur champ électrique est parallèle à la ligne horizontale c.a.d  $\Psi = \frac{\pi}{2}$  et  $\Psi = 0$  (figure I.8).

Le champ  $E_z$  incident sur le fil somme du champ primaire  $E_z$  et du champ réfléchi par le sol va donc induire un courant I(z) dont la distribution peut être déterminée en résolvant l'équation différentielle (58) établie dans le paragraphe I.2.2.1.

En négligeant l'influence sur la longueur des éléments verticaux, on introduit par principe les conditions aux limites dans les plans z = 0 et z = L (figure I.7).

Dans ce cas, la distribution du courant I(z) est donnée par les formules classiques suivantes [14] :

$$I(3) = I_{L} \frac{\sin k_{3}}{\sin k_{L}} - I_{0} \frac{\sin k(3-L)}{\sin k_{L}} - j \frac{\sin k(3-L)}{Z_{c} \sin k_{L}} \int_{0}^{z_{ap}} (h, o_{1}u) \sin k_{u} du$$

$$- j \frac{\sin k_{3}}{Z_{c} \sin k_{L}} \int_{3}^{L} E_{3}^{ap}(h, o_{1}u) \sin k(u-L) du$$
(70)

où  $I_0$  et  $I_L$  désignent respectivement les courants traversant les impédances  $Z_0$  et

$$\begin{split} \mathbf{I}_{0} &= \frac{-Z_{L} \sin kL + j Z_{c} \cos kL}{D} \int_{0}^{h} \mathbf{E}_{x}^{aP}(x,o,o) dx - \frac{j Z_{c}}{D} \int_{0}^{h} \mathbf{E}_{x}^{aP}(x,o,L) dx \\ &+ \frac{1}{D} \int_{0}^{L} \mathbf{E}_{z}^{aP}(h,o,z) [-Z_{L} \sin k(L-z) + j Z_{c} \cos k(L-z)] dz \end{split}$$
(71)  
$$\mathbf{I}_{L} &= \frac{Z_{0} \sin kL - j Z_{c} \cos kL}{D} \int_{0}^{h} \mathbf{E}_{x}^{aP}(x,o,L) dx + \frac{j Z_{c}}{D} \int_{0}^{h} \mathbf{E}_{x}^{aP}(x,o,o) dx \\ &+ \frac{1}{D} \int_{0}^{L} \mathbf{E}_{z}^{aP}(k,o,z) [j Z_{c} \cos kz - Z_{0} \sin kz] dz \end{split}$$
(72)

avec

$$D = -(Z_0 Z_1 + Z_c^2) \sin kL + jZ_c (Z_0 + Z_1) \cos kL$$
(73)

k et  $Z_c$  étant respectivement la constante de propagation et l'impédance caractéristique de la ligne au-dessus du sol.

Dans le cas de l'attaque simultanée de la figure I.8, nous avons :

$$E_{2}^{ap} = E_{z}^{i} (1 - e^{2jkh})$$

$$E_{x}^{i} = 0$$
(74)

L'amplitude du courant à z = O est donnée par la relation suivante :

$$I_{0} = E_{y}^{ap} [jZ_{c} \sin kL - Z_{l}(1 - \cos kL)]/kD$$

$$(75)$$

$$i = \frac{2\pi}{2}$$

Dans les applications numériques que nous présentons le courant  $I_0$  est calculé par une ligne de rayon 5mm située à une hauteur de 50cm au-dessus du sol et dont la longueur horizontale vaut 20m.

La figure I.9 représente le courant  $I_0$  obtenu par la théorie des lignes pour des impédances de charge  $Z_0$  et  $Z_L$  identiques valant successivement 0, 1 $\Omega$ , 10 $\Omega$ , 100 $\Omega$  et 318 $\Omega$ , cette dernière valeur correspondant à l'impédance caractéristique de la ligne. Le champ électrique primaire est normalisé à 1V/m.

Nous remarquons, tout d'abord, que dans le cas d'une ligne court-circuitée aux deux extrémités, la valeur du courant induit ne dépend pas de la fréquence. L'interprétation que l'on pourrait donner à ce phénomène est que la ligne en court-circuit se comporte comme une boucle magnétique dont l'impédance varie linéairement en fonction de la fréquence. Cependant, comme la force électromotrice due au phénomène d'induction est également proportionnelle à la fréquence, le courant résultant reste constant et est donné par la relation suivante :

$$I = E^{ap}/kZ_{a} = E^{ap}/Z$$
(76)

où Z représente l'impédance série de la ligne.

Nous constatons également pour cette configuration que le courant ne présente ni maximum ni minimum.

Ceci s'explique mathématiquement par le fait que les zéros du numérateur et du dénominateur de l'équation (75) se produisent pour les mêmes fréquences [22].

Les courbes de la figure I.9 montrent également que dès que  $Z_0$  et  $Z_L$  sont différents de zéro, des minimums se produisent lorsque L=k $\lambda$ , comme on peut d'ailleurs le constater immédiatement d'après l'équation (75). Par définition, nous dirons qu'il se produit un phénomène d'antirésonance lorsque les conditions géométriques et électriques d'excitation sont telles que l'amplitude du courant s'annule.

D'autre part, les valeurs maximum des courants, lorsque la résistance terminale varie, ne dépassent jamais la valeur obtenue dans le cas du court-circuit.

D'après une telle variation en fréquence, on pourrait en conclure que la mise en court-circuit au plan de masse du blindage de câbles coaxiaux ou multifilaires évite tout phénomène de résonance. En réalité, cette hypothèse est loin d'être vérifiée, comme nous allons le voir, en mettant en équation la configuration de la ligne précédente par la théorie exacte qu'est celle des antennes.

La variation du courant I<sub>o</sub>, solution d'une équation intégro-différentielle, est représentée sur la figure I.10, tous les paramètres étant identiques à ceux de la figure I.9.

On constate que, cette fois, il existe des fréquences de résonances qui n'ont donc pas été prévues par la théorie des lignes telle qu'elle a été mise en oeuvre précédemment. Ceci est donc une conséquence de l'approximation qui a consisté à négliger l'influence des fils verticaux. En effet, dans la mise en équation par la théorie des lignes, le câble a été interrompu en z=0 et z=L pour l'écriture des conditions aux limites, ce qui revient à ignorer la continuité du courant entre la partie horizontale et les fils de descente.











Figure I.9 : Calcul du courant par la théorie des lignes dans le cas où la variation de longueur due aux fils de descente est négligée



Figure I.10 : Calcul du courant par la théorie des antennes



Figure I.10 : Calcul du courant par la théorie des antennes

Cette approximation qui n'est pas trop critique pour des impédances de charge élevées, le devient, par contre, pour des impédances faibles puisqu'elle masque les problèmes de résonances de la structure.

Nous allons reprendre le calcul par la théorie des lignes mais en tenant compte cette fois-ci de l'influence des fils verticaux sur la longueur de la structure telle qu'elle a été présentée dans le paragraphe I.3.1.

### I.3.3 - Formulation dans le cas où la variation de longueur est prise en compte

Compte-tenu des considérations indiquées dans le paragraphe I.3.1, la nouvelle configuration de la structure représentée sur la figure I.7 est une ligne de longueur totale (L+2h) illuminée sur une longueur L comprise entre h et L+h.

La distribution du courant I(z) sera donc obtenue directement à partir de la formule générale (70) mais en tenant compte des remarques ci-dessus. Dans le cas de l'attaque simultanée de la figure I.8, nous obtenons :

$$I(3) = \frac{1}{\sinh k(L+2h)} \begin{cases} I_{L} \sin k + I_{0} \sin k(L+2h-3) \\ I_{L} \sin k + I_{0} \sin k(L+2h-3) \end{cases}$$
(77)

$$-j\frac{E_3^{ap}}{Z_ck}\cdot \operatorname{Sin} k(L+2h-3)\left[\operatorname{cos} k_3 - \operatorname{cos} k_h\right] + \frac{jE_3^{ap}}{Z_ck}\cdot \operatorname{Sin} k_3\left[\operatorname{cos} k_1 - \operatorname{cos} k(L+2h-3)\right]$$

J

•

\* pour 
$$0 \le z \le h$$
 point d'observation situé à gauche de la partie excitée  

$$I(3) = \frac{1}{\operatorname{Sink}(L+2h)} \left\{ I_{L} \operatorname{Sink} z + I_{0} \operatorname{Sink}(L+2h-3) - j \frac{E^{aP}_{3x}}{Z_{c}k} \operatorname{Sink} z \left[ \cos k(L+h) - \cos kh \right] \right\}$$
(78)  
\* pour L+h  $\le z \le L+2h$  point d'observation situé à droite de la zone excitée  
 $I(3) = \frac{1}{\operatorname{Sink}(L+2h)} \left\{ I_{L} \operatorname{Sink} z + I_{0} \operatorname{Sink}(L+2h-3) - j \frac{E^{aP}_{3x}}{Z_{c}k} \operatorname{Sink}(L+2h-3) \left[ \cos k(L+h) - \cos kh \right] \right\}$ 
(79)

$$I_{0} = -E_{3}^{ap} \{Z_{L}[\cos kh - \cos k(L+h)] - jZ_{c}[\sin k(L+h) - \sin kh]\}/kD$$
(80)

$$I_{1} = E_{2}^{ap} \{ jZ_{1}[\sin k(L+h) - \sin kh] + Z_{1}[\cos k(L+h) - \cos kh] \} / kD$$
(81)

et

avec

$$D = -(Z_{o} Z_{L} + Z_{c}^{2}) \sin k(L+2h) + jZ_{c}(Z_{o} + Z_{L}) \cos k(L+2h)$$
(82)

Dans le cas d'un court-circuit de chaque côté, l'expression du courant I(z) est obtenue en posant  $Z_0 = Z_L = 0$  dans les relations (77), (78) et (79).

Au point z=h par exemple, le courant est donné par la relation suivante :

$$I(h) = -jE_{3}^{ap}.\cos kh. \{\sin k(L+h) - \sin kh\} / \{Z_{c} k \sin k(L+2h)\}$$
(83)

On constate que, dans ce cas, les résonances se produisent pour les fréquences :

$$F = nc/2(L+2h)$$
 avec n=1, 2, ..., m,... (84)

D'autre part, le phénomène de résonance du courant est indépendant de la position du point d'observation et ne dépend que de la longueur totale de la structure.

Les zéros de I(h) ou antirésonances apparaissent aux fréquences vérifiant l'une ou l'autre des conditions suivantes :

$$F = nc/L$$
 ou  $F = (2n+1)c/2h$  (85)

Quand la ligne est adaptée  $(Z_0=Z_L=Z_c)$ , l'expression du courant I(z) se simplifie et lorsque le point d'observation se situe sur la partie illuminée de la ligne (h  $\leq z \leq L+h$ ), on peut montrer facilement que I(z) s'écrit :

$$I(z) = E_{z}^{ap} \{2 - e^{-jk(z-h)} - e^{-jk(L+h-z)}\}/2jkZ_{c}$$
(86)

On constate, cette fois-ci qu'il n'existe plus de phénomène de résonance et les minimums de cette fonction se produisent donc pour des points d'observation et des fréquences tels que :

$$F = n_1.c/(z-h)$$
 et  $F = n_2.c/(L+h-z)$  (87)

(z-h et L+h-z) correspondent aux longueurs des tronçons de lignes illuminés de part et d'autre du point d'observation.

Lorsque le point d'observation n'est pas situé dans la zone illuminée, il est facile de voir, d'après les relations (78) et (79), que les minimums (antirésonances) se produisent pour des fréquences telles que F=n.c/L, L étant la longueur soumise à l'excitation. Ce phénomène d'antirésonance qui n'est fonction que de L, ne dépend d'ailleurs ni des charges  $Z_0$  et  $Z_1$  ni de la longueur totale de la structure.

Pour des d'impédances  $Z_0$  et  $Z_L$  quelconques, les courbes de la figure I.11 montrent les variations du courant I(h) en fonction de la fréquence lorsque les résistances de charge valent respectivement  $1 \Omega$ ,  $10 \Omega$ ,  $100 \Omega$  et  $318 \Omega$ .

En comparant ces courbes à celles de la figure I.10, on constate qu'il existe un bon accord avec les résultats obtenus par la théorie des antennes et ceci même au voisinage des résonances.

Il ne faut cependant pas oublier les limitations intrinsèques de la théorie des lignes qui néglige en particulier les phénomènes de rayonnement et notamment l'interaction de la ligne horizontale avec les fils de descente verticaux.



Figure II.11 : Calcul du courant par la théorie des lignes en tenant compte de la variation de longueur due aux fils de descente





Figure I.11 : Calcul du courant par la théorie des lignes en tenant compte de la variation de longueur due aux fils de descente

Pour une ligne parfaite, court-circuitée à chaque extrémité, la théorie des lignes prévoit des résonances, mais sera incapable de déterminer l'amplitude des courants aux fréquences de résonances. Cependant, dès que les impédances de charge deviennent de l'ordre de quelques ohms, la diminution de l'amplitude des coefficients de réflexion aux extrémités de la ligne amortira les résonances et ce phénomène deviendra rapidement prépondérant sur les effets d'amortissement dus au rayonnement de la ligne. La conductivité finie du sol joue également un rôle prépondérant dans l'amortissement des résonances. Nous reviendrons d'ailleurs sur cet aspect dans le prochain chapitre.

En tenant compte de la longueur réelle de la structure et compte tenu de ses hypothèses de base, la théorie des lignes de transmission rendra donc bien compte de la distribution du courant induit sur une ligne au-dessus du sol par une onde électromagnétique incidente. En guise de complément, nous allons dans le paragraphe suivant effectuer une comparaison dans le domaine temporel entre les résultats obtenus par la théorie des lignes et ceux calculés par la théorie des antennes.

## I.4 - COMPARAISON DANS LE DOMAINE TEMPOREL ENTRE LES RESULTATS OBTENUS PAR LA THEORIE DES LIGNES ET PAR LA THEORIE DES ANTENNES

De par sa simplicité de mise en oeuvre la théorie des lignes de transmission est souvent préférée à la théorie des antennes lorsqu'il s'agit d'analyser le comportement de lignes longues. Aussi, de nombreux auteurs [23] à [25] se sont efforcés, ces dernières années, à évaluer l'erreur qui en résultait, en comparant les résultats obtenus par les deux approches. Compte-tenu des temps de calcul mis en oeuvre par la méthode du moment, cette comparaison n'est généralement faite que pour des lignes relativement courtes.

Pour notre part, nous allons nous intéresser au cas de la ligne horizontale comportant des fils de descente verticaux, que nous avons déjà étudiée dans le domaine fréquentiel (figure I.8).

Pour cela, on considère que la ligne est illuminée par une impulsion électromagnétique dont les caractéristiques sont les caractéristiques standards d'une impulsion électromagnétique générée par une explosion nucléaire exo-atmosphérique (IEMN) :

$$E(t) = E_{0} \left( e^{-B_{1}t} - e^{-B_{2}t} \right)$$
(88)

avec

$$E_0 = 52 \text{ kV/m}$$
  
 $B_1 = 4.10^6 \text{ s}^{-1}$   
 $B_2 = 4.7610^8 \text{ s}^{-1}$ 

Que ce soit dans le cas de la théorie des antennes ou dans celui de la théorie des lignes de transmission, la réponse de la ligne est tout d'abord calculée dans le domaine fréquentiel ; le passage au domaine temporel est ensuite effectué à l'aide d'une procédure de transformée de Fourier rapide en 1024 points.

Les figures I.12 et I.13 représentent la forme du courant I(h, t) calculé par les deux approches et pour une ligne de 20m de long située à 50cm au-dessus du plan de masse auquel elle est reliée par l'intermédiaire des impédances de charges valant respectivement  $Z_0=Z_L=1$  Q et  $Z_0=Z_L=Z_c=318$ -Q.

La configuration d'attaque de la ligne était identique à celle représentée sur la figure I.8.

Dans le cas où les impédances de charges valent  $1 \Omega$ , nous avons vu que le spectre du courant I(h,w) est caractérisé par une alternance de résonances et d'antirésonances aux fréquences :

$\mathbf{F} = \mathbf{n.c}/(\mathbf{L+2h})$	pour les résonances	
et		
F = n.c/L	pour les antirésonances.	

Il importe donc de prendre quelques précautions dans l'application de l'algorithme de transformée de Fourier rapide en choisissant notamment un pas d'échantillonnage suffisamment fin.

On constate qu'il existe un bon accord entre les résultats obtenus par la théorie des antennes et ceux déterminés à partir de la théorie des lignes de transmission. Dans le cas où  $Z_0=Z_L=1$   $\Omega$ , la variation temporelle du courant I(h,t) est périodique. La période du signal est égale à 70ns ce qui correspond à la longueur d'onde  $\lambda = L+2h=21m$  caractérisant les résonances du courant dans le domaine fréquentiel. Lorsque la ligne est adaptée les résonances du courant disparaissent et il ne subsiste alors que les antirésonances.

Une interprétation physique de ces phénomènes est donnée dans la référence [26].













Sur la figure I.14, nous avons effectué pour une ligne de 100m placée à 12m audessus du sol, une comparaison entre la théorie des lignes et la théorie des antennes. Dans ce dernier cas, la réponse de la ligne a été obtenue en résolvant l'équation intégro-différentielle spatio-temporelle à l'aide de la méthode des moments associée à l'utilisation des polynomes de Lagrange [26].

La résolution du problème discret étant faite par incrémentation sur le temps. La ligne en question est court-circuitée à chaque extrémité et le courant est calculé en un point situé à l'extrémité droite à 1m au-dessus du sol. L'amplitude de l'IEMN étant normalisée à 1V/m.

On remarque que, là encore, il existe un bon accord entre les deux approches et que la variation temporelle du courant est périodique, la période étant cette fois égale à 413ns correspondant à la longueur d'onde  $\lambda = L+2h=124m$ .

Dans le cas où l'angle d'incidence  $\Psi$  est quelconque, certains auteurs [25] ont montré que d'une manière générale :

- aux temps  $t > \frac{2h}{c} \sin \Psi$  (instant où le câble reçoit le champ réfléchi par le sol), la théorie des lignes de transmission surestimait la réponse du câble et que l'erreur commise restait de l'ordre de 10 %. En pratique, une telle erreur n'est pas trop génante dans la mesure où il s'agit d'une surestimation.

- aux temps  $t < \frac{2h}{c} \sin \Psi$ , la théorie des lignes sous-estime la réponse du câble aux premiers instants mais l'erreur n'excède jamais 20 % et circonstance favorable, elle diminue lorsque l'angle  $\Psi$  diminue également c'est-à-dire lorsque la réponse du câble devient plus contraignante.

L'erreur est donc plus importante pour l'attaque simultanée ( $\Psi_{\pm}$ ,  $\Psi_{\pm}$ ,  $\Psi_{\pm}$ ) que nous avons choisie dans les exemples traités. Cependant, on constate que même dans ce cas, l'erreur reste tout à fait acceptable et que, par conséquent, la théorie des lignes de transmission peut convenir parfaitement pour traiter le problème du couplage d'une ligne à une onde électromagnétique. Evidemment, ceci n'est valable que pour des structures géométriques simples, dans le cas contraire, il faut recourir à la théorie des antennes, seule méthode capable de traiter rigoureusement le problème. Par exemple, un câble de descente d'immeuble comportant des parties verticales et horizontales est difficile à traiter par la théorie des lignes de transmission.





Figure I.14 : Courant induit sur une ligne de 100m de long

### **CONCLUSION**

L'étude du couplage entre une onde électromagnétique et une ligne située audessus d'un sol parfaitement conducteur peut être faite soit d'une manière exacte à l'aide de la théorie des antennes, soit d'une façon approchée en utilisant la théorie des lignes de transmission. Cette dernière approche de part sa simplicité de mise en oeuvre est souvent utilisée et convient particulièrement bien au calcul des courants induits sur des lignes longues.

Après avoir rappelé le formalisme de la théorie des antennes, nous avons montré que l'équation des lignes pouvait être obtenue, moyennant quelques hypothèses que nous avons indiquées, à partir de l'équation intégro-différentielle du courant. Nous avons ensuite obtenu directement les équations des télégraphistes à partir des équations de Maxwell. Dans ce cas, nous avons montré que, l'approche basée sur la définition du potentiel à partir du champ électrique diffracté et celle dont le potentiel était défini à partir du champ électrique total étaient équivalentes.

En étudiant plus particulièrement, à l'aide de la théorie des antennes, la réponse à une onde plane d'une ligne horizontale munie de deux fils de descente verticaux, nous avons vu que la théorie des lignes de transmission pouvait masquer les phénomènes de résonance du courant, si l'augmentation de la longueur de la ligne due aux fils de descente n'était pas prise en compte. Après avoir indiqué comment introduire dans le formalisme classique des lignes l'influence de ces fils de descente nous avons montré, à l'aide d'exemples numériques, que la théorie des lignes de transmission pouvait rendre compte correctement de la distribution réelle du courant induit sur la ligne.

Ceci est d'ailleurs confirmé dans la dernière partie du chapitre où nous avons comparé dans le domaine temporel les résultats obtenus par cette approche et ceux calculés par la théorie des antennes.

Dans les applications que nous avons présentées, la théorie des lignes de transmission a été appliquée dans le cas d'un sol parfaitement conducteur. Dans le prochain chapitre, nous allons montrer que cette approche peut être généralisée au cas d'un sol de conductivité finie.

# CHAPITRE

11

# COUPLAGE D'UNE ONDE PLANE A UNE LIGNE DE TRANSMISSION EN PRESENCE D'UN SOL DE CONDUCTIVITE FINIE

### INTRODUCTION

Les limites inhérentes à la théorie des lignes de transmission, exposées dans le chapitre précédent dans le cas d'un plan de masse infiniment conducteur, restent valables quelle que soit la conductivité du sol. Nous verrons que cette généralisation au cas d'une conductivité finie ne peut malheureusement se faire que moyennant des approximations supplémentaires. On ne peut donc espérer trouver que des ordres de grandeurs des courants induits mais qui suffisent dans bien des cas pratiques.

Il faut noter de plus que l'hypothèse d'un sol homogène, d'une conductivité et d'une permittivité indépendantes de la fréquence est en elle-même une approximation grossière de la configuration réelle du terrain.

Dans ce chapitre nous allons plus particulièrement insister sur les difficultés liées à la prise en compte de la conductivité finie du sol dans le calcul des caractéristiques d'une ligne de transmission aérienne ou enterrée.

Dans le premier paragraphe nous étudions tout d'abord la propagation d'une onde le long d'une structure monofilaire infinie située au-dessus du sol. Après avoir déterminé la constante de propagation à partir de la résolution d'une équation modale nous abordons ensuite le calcul des paramètres linéiques associés à la structure et nous effectuons dans le domaine fréquentiel une étude paramétrique du couplage d'une onde électromagnétique avec une ligne de longueur finie.

La réponse de la ligne aérienne à une impulsion électromagnétique est enfin calculée en fonction des principaux paramètres liés à l'onde incidente, au sol et à la ligne.

Dans le second paragraphe nous étudions le couplage d'une onde électromagnétique avec une ligne enterrée. Pour une telle configuration la distance entre la tresse conductrice et le sol est très faible, de l'ordre de quelques millimètres et le choix de l'origine des potentiels peut avoir une influence sur les valeurs des paramètres primaires et secondaires de la ligne. Nous nous attacherons donc à développer ce point puis, dans le cas d'une incidence normale nous calculerons la réponse de la ligne à une impulsion électromagnétique en fonction des principaux paramètres.

## II.1 - COUPLAGE D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE AVEC UNE LIGNE AERIENNE

L'étude de la propagation d'onde électromagnétique sur un conducteur situé audessus d'un sol conducteur a fait l'objet de nombreux travaux.

La détermination de la constante de propagation est abordée soit en traitant le problème par analogie à la théorie des lignes de transmission [11] [27] soit à l'aide d'une équation modale établie en écrivant les conditions aux limites sur le fil et sur l'interface air-sol [28] [29].

Dans la suite de l'étude nous adopterons cette dernière démarche en rappelant tout d'abord le principe de calcul des constantes de propagation propres à la structure puis en abordant en second lieu le calcul des paramètres linéiques de la ligne de transmission.

#### II.1.1 - Calcul des constantes de propagation - Equation modale

Considérons une ligne de longueur infinie située à une hauteur h au-dessus du sol dont les caractéristiques électriques sont notées  $\sigma_2$  et  $\mathcal{E}_2$ .

La ligne est assimilée à un fil cylindrique de rayon a (figure II.1).



D'une façon générale le courant se propageant sur une ligne parallèle à la surface du sol se met sour la forme suivante :

$$I(z) = \sum_{m} I_{om} e^{(- \int_{m} z^{+} jwt)}$$
(1)

 $\int_{m}^{r}$  est la constante de propagation inconnue, la sommation sur l'indice m pouvant être continue et correspondre à des modes dits rayonnés par opposition aux modes guidés caractérisés par des valeurs discrètes de m. Il est intéressant d'introduire une constante de propagation réduite  $a_{m}^{\prime}$  par :

$$\alpha'_{m} = \frac{f_{m}}{\chi_{1}}$$
(2)

avec

$$V_1 = jk$$
 (3)

X<sub>1</sub> étant la constante de propagation intrinsèque dans l'air.

Afin de simplifier les calculs, nous supposons que la présence du sol ne modifie pas la répartition du courant le long de la circonférence du fil, donc que cette répartition est de symétrie de révolution dans un plan de section droite. Cette approximation est valable tant que le rayon a reste faible par rapport à la hauteur du fil au-dessus du sol [27]. Pour une valeur particulière de $\alpha_m$ , l'onde se propageant sur le fil peut être décomposée en une onde transverse magnétique (T.M.) et transverse électrique (T.E.).

Les champs électromagnétiques dans l'air s'expriment donc en fonction d'un potentiel vecteur de Hertz électrique  $\prod_{1\hat{z}}$  et d'un potentiel magnétique  $\prod_{1\hat{z}}$ , chacun de ces vecteurs étant orienté suivant l'axe des z parallèle au fil,  $\hat{z}$  étant le vecteur unitaire suivant cet axe. On obtient donc [28]:

$$\vec{E}_1 = \operatorname{rot} \operatorname{rot} \prod_{12} - j w \prod_{1} \operatorname{rot} \prod_{12}^*$$
(4)

$$\overline{H}_{1} = jw \mathcal{E}_{1} \operatorname{rot} \overline{\Pi}_{12} + \operatorname{rot} \operatorname{rot} \overline{\Pi}_{12}^{*}$$
(5)

Le champ électrique longitudinal  $\vec{Ez}_1$  créé dans l'air par un fil infiniment long s'écrit [28] :

$$E_{21} = -\delta_1^2 \xi^2 \Pi_1 \quad \text{où } \xi^2 = 1 - \alpha_m^2$$
(6)

Le potentiel  $\Pi_1$  peut être considéré comme la somme d'un potentiel primaire associé au rayonnement du fil dans un milieu homogène et infini et d'un potentiel secondaire traduisant la présence du sol. Pour exprimer les conditions aux limites, on est amené à calculer l'expression du champ électrique  $Ez_1$  en un point situé à la surface du fil. Nous avons supposé précédemment que, dans un plan de section droite, l'amplitude du courant a une symétrie de révolution. Il apparait donc que les résultats pourraient être différents selon le point choisi le long de la circonférence du fil. Pour éviter ce problème, Olsen et Chang [28] proposent d'utiliser la valeur moyenne du champ électrique sur le cercle (figure II.2).

Les conditions aux limites au niveau du fil sont donc appliquées en supposant que la valeur moyenne du champ électrique longitudinal est nulle à la surface du fil, ce qui se traduit par :



Figure II.2 : Section du fil

En utilisant la représentation intégrale des fonctions de Bessel on montre [29] [30] [31] que l'équation aux limites se réduit à une équation dite équation modale que doit vérifier la constante de propagation réduite et qui s'écrit finalement :

Оù

$$M(q_m') = 0 \tag{8}$$

(7)

$$M(\varphi_{m}) = \left\{ \varphi_{1}^{2} [K_{0}(A_{1}^{q}) - K_{0}(2H_{1}^{q}) J_{0}(A_{1}^{q})] + J_{0}(A_{1}^{q}) [P(\varphi_{m}) - Q(\varphi_{m})] \right\} J_{0}(A_{1}^{q})$$
(9)

avec  $A = -j \bigvee_{1} a$  et  $H = -j \bigvee_{1} h$  (10)

$$P(\alpha_m) = \frac{2j}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-(211\alpha_n)}}{u_1 + u_2} d\lambda$$
(11)

$$Q(\alpha_m) = \frac{2j\alpha_m^2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\overline{e}^{(2Hu_1)}}{u_2 + n^2u_1} d\lambda$$
(12)
(13)

$$u_1 = \sqrt{\lambda^2 - \zeta^2} \qquad u_2 = \sqrt{\lambda^2 + \omega_m^2 - n^2}$$

Les déterminations des radicaux sont choisies de telle façon que

n est le rapport des constantes de propagation intrinsèques du sol et de l'air :

$$n = \mathcal{V}_2 / \mathcal{V}_1$$

 $J_0$  et  $K_0$  étant les fonctions de Bessel de première et deuxième espèce.

Le terme  $J_0(A^{\xi})$  apparaissant dans l'équation (9) traduit l'application de la relation (7) concernant la valeur moyenne du champ électrique sur la circonférence du fil. La quantité A étant petite, de nombreux auteurs remplacent donc souvent cette fonction de Bessel par l'unité.

On vérifie d'ailleurs que tant que la relation a « h est vraie, l'erreur introduite par cette approximation de la fonction de Bessel est faible.

La constante de propagation réduite  $\Upsilon_m$  apparait dans les fonctions de Bessel de 2ème espèce et dans les intégrant des fonctions  $P(\Upsilon_m)$  et  $Q(\Upsilon_m)$  qui traduisent l'influence de la conductivité finie du sol. Il n'est donc pas possible d'obtenir dans le cas général une forme explicite de  $\Upsilon_m$ .

et

### APPROXIMATION QUASI-TEM

Si la hauteur du fil au-dessus du sol n'est pas trop grande par rapport à la longueur d'onde dans l'air et dans l'hypothèse des basses fréquences ( $\nabla_2 \gg w \mathcal{E}_2$ ), on peut espérer que le module de la constante de propagation  $\prod_m$  associée au courant ne sera pas très différent de celui de la constante de propagation intrinsèque de l'air  $\mathcal{V}_1$ , soit  $|\prod_m| \sim |\mathcal{V}_1|$ d'où  $|\mathcal{V}_m| \geq 1$ . Ceci revient à supposer que l'onde reste pratiquement T.E.M. Dans ce cas, on ne devrait pas commetre une grande erreur en remplaçant  $\alpha'_m$  par l'unité dans les intégrants de P et Q.

Les fonctions P et Q peuvent être explicitées sous forme de fonctions de Hankel. La hauteur du fil étant supposée faible par rapport à la longueur d'onde, les développements limites des fonctions de Hankel peuvent être utilisés. Ceci mène à une équation explicite de m, dite équation modale dans l'approximation quasi TEM et qui se met sous la forme :

$$(1-\psi_m^2) \operatorname{Log} \frac{2h}{a} + P_a - Q_a = 0$$
(14)

Les formules approchées de P<sub>a</sub> et Q<sub>a</sub> étant données par :

$$P_{a} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2h|\lambda|}}{|\lambda| + U_{2a}} d\lambda$$
(15)

$$Q_a = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2h|\lambda|}}{U_{2a} + h^2|\lambda|} d\lambda$$
(16)

avec

$$u_{2a} = \sqrt{\lambda^2 + 1 - n^2} = \sqrt{\lambda^2 + (\delta_1^2 - \delta_2^2)/\delta_1^2}$$
(17)

En introduisant la définition de  $\alpha_m = \frac{lm}{34}$  dans l'équation (14) on montre très facilement que cette équation se met aussi sous la forme :

$$\int_{m}^{2} = Z_{a}Y_{a}$$
(18)

avec

$$Z_{a} = \frac{j\omega Y_{4}}{2\pi} \left[ Log \frac{2h}{a} + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2|\lambda|h}}{e^{-2|\lambda|h}} d\lambda \right]$$
(19)  
$$Y_{a} = j\omega 2\pi \mathcal{E}_{4} \left[ Log \frac{2h}{a} + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2|\lambda|h}}{u_{2a} + |\lambda|n^{2}} d\lambda \right]^{-1}$$
(20)

On remarque que  $Z_a$  et  $Y_a$  sont homogènes respectivement à une impédance et à une admittance. Nous reviendrons ultérieurement sur la signification physique de ces paramètres.

La solution de l'équation explicite (18) est donc associée au mode de propagation du courant dont la constante de propagation est la plus proche de celle dans l'air.

Les limites de validité de l'approximation quasi-TEM sont déterminées en résolvant numériquement l'équation modale exacte pour en comparer les résultats avec ceux calculés par les formules approchées [32].

Chang et Olsen [28] ont proposé une méthode de calcul approché beaucoup plus fine que celle consistant à poser  $\checkmark = 1$  utilisée précédemment.

On montre dans ce cas qu'il existe deux modes de propagation discrets associés à des constantes de propagation distinctes. Ils sont appelés mode "ligne de transmission" ou "attaché à la structure" et mode "rapide" ou de "surface".

Des études paramétriques [30] ont montré que la constante de propagation donnée par l'approximation quasi-TEM était comparable à celle du mode ligne de transmission dans la mesure où la hauteur de la ligne restait faible par rapport à la longueur d'onde dans le vide et que le produit w $\mathcal{E}_2$  restait inférieur à la conductivité du sol  $\sigma_2$ . Le détail des calculs et la comparaison des valeurs numériques sont donnés dans les références [33] et [29].

Dans la suite de cette étude nous nous placerons dans le cadre de l'hypothèse quasi-TEM qui suppose un seul mode guidé et dont le courant associé subit une décroissance exponentielle en fonction de la distance. Pour une excitation localisée de la ligne cette approximation de décroissance exponentielle du courant sera donc suffisante si on ne s'intéresse pas au champ rayonné lointain.

En fait, dans la plupart des cas, c'est une onde perturbatrice incidente qui se couple à la structure. Le problème qui se pose est évidemment de savoir si la théorie des lignes de transmission telle qu'elle a été présentée dans le premier chapitre peut s'appliquer.

La seule différence par rapport au cas du plan de masse parfaitement conducteur est qu'il faut déterminer les paramètres linéiques Z et Y de la ligne de transmission, dans la mesure tout au moins où ces paramètres ont un sens, en tenant compte des pertes dans le sol. Cependant, une première difficulté réside dans la définition de la différence de potentiel transverse  $V^d$ . En effet, le sol n'étant pas parfaitement conducteur, la différence de potentiel peut être calculée entre le fil et la surface du sol ou entre le fil et un point rejeté à l'infini dans le sol. Une autre difficulté apparaît lors de l'utilisation de l'approximation quasi-TEM. En effet, nous avons vu que la constante de propagation propre à la structure était donnée par :

$$\Gamma^2 = Z_a Y_a \tag{21}$$

 $Z_a$  et  $Y_a$  étant définis par les équations (19) et (20). Ces termes étant homogènes respectivement à une impédance et à une admittance, de nombreux auteurs concluent que  $Z_a$  et  $Y_a$  sont les paramètres linéiques de la ligne. Ceci apparaît d'ailleurs d'autant plus justifié que si on fait tendre la conductivité du sol vers l'infini dans les formules de  $Z_a$  et  $Y_a$ , on retrouve les valeurs d'impédance et d'admittance d'une ligne située au-dessus d'un plan de masse parfaitement conducteur.

Cependant, il est possible de former une infinité de couples Z, Y tels que le produit de ces termes soit égal au carré de la constante de propagation et qui vérifient la condition aux limites qui vient d'être évoquée quand  $\mathfrak{c}_2 \rightarrow \infty$ . Pour répondre à ce problème, nous allons calculer les paramètres linéiques en étudiant tout d'abord le couplage avec une ligne horizontale de longueur infinie.

### II.1.2 - Calcul des paramètres linéiques Z et Y de la ligne de transmission

#### II.1.2.1 - Cas d'une ligne de longueur infinie

On peut dans ce cas utiliser le formalisme exact basé sur la théorie des antennes pour obtenir une expression simple de la distribution du courant sur la ligne éclairée par une onde plane.

Ce type d'approche permet ensuite une comparaison avec les formules analytiques obtenues à partir d'une mise en équation par la théorie des lignes de transmission.

Soit Ez<sup>ap</sup>(h) la composante horizontale du champ incident parallèle au câble et qui existerait à la hauteur h en l'absence de ce câble. On montre en annexe A.2 que le courant I(z) induit par le champ satisfait l'équation suivante :

$$-\frac{Z_{o}}{8\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} N(z-z') I(z') dz' = E_{z}^{P}(h)$$
<sup>(22)</sup>

avec

$$N(z - z') = \int_{-\infty}^{+\infty} M(\alpha') \mathcal{C} \begin{bmatrix} -\delta_1 \alpha (3 - 3') \end{bmatrix} d\alpha$$
(23)

où  $M(\epsilon)$  est l'expression intervenant dans l'équation modale et donnée par la relation (9).

En utilisant les propriétés des transformées de Fourier et du théorème de convolution, le détail des calculs étant explicités en annexe A.2, on obtient :

$$I(z) = \frac{2}{\pi Z_{o}} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{3}^{AP}(3-3') R(3') d3'$$
(24)

avec

$$R(z') = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{(-\vartheta_{1} \alpha' g')}}{M(\alpha)} d\alpha$$
 (25)

Comme nous l'avons déjà signalé, l'équation modale est  $M(\gamma) = 0$ . Par conséquent, les solutions de cette équation sont les pôles de l'intégrant de R(z').

L'expression  $M(\alpha)$  étant connue (formule 9), on peut donc calculer numériquement en tout point d'abcisse z l'amplitude du courant induit. Cependant, des formules analytiques simples sont obtenues si on prend en compte qu'une seule constante de propagation qui est celle déterminée avec l'approximation quasi-TEM. En effet, on montre en annexe A.2 que  $M(\alpha)$  s'écrit dans ce cas :

$$M(\alpha) = \frac{4}{\omega \gamma} \left[ Z_{\alpha} - \frac{\chi_{1}^{2} \chi_{\alpha}^{2}}{\gamma_{\alpha}} \right]$$
(26)

 $Z_a$  et  $Y_a$  étant des constantes données par les équations (19) et (20). En intégrant l'équation (25) par la méthode des résidus, on obtient (voir annexe A.2) :

$$R(z') = \frac{\pi \omega l'}{4} \cdot \frac{(t l' z')}{Z_c}$$
(27)

Les signes + ou - étant respectivement affectés au cas où z'>0 et au cas z'<0; l'est la constante de propagation du mode quasi-TEM ( $\int^2 = Z_a Y_a$ ), la quantité  $Z_c$  étant définie par :

$$Z_{c} = [Z_{a}/Y_{a}]^{\frac{1}{2}}$$
(28)

Dans la configuration d'attaque pour laquelle le champ incident  $E_z^{i}$  est constant le long de la ligne, l'équation (24) définissant le courant mène à :

$$I(z) = E_{z}^{ap}(h) / \Gamma Z_{c} = E_{z}^{ap}(h) / Z_{a}$$
(29)

On retrouve ainsi une expression tout à fait similaire à celle obtenue dans le cas d'un plan de masse parfaitement conducteur. Dans cette configuration traitée par la théorie des lignes de transmission  $Z_c$  correspond à l'impédance caractéristique de la ligne. On voit donc que si l'approximation quasi-TEM est utilisée pour calculer la constante de propagation, l'impédance caractéristique équivalente de la ligne au-dessus du sol est donnée par l'expression (28),  $Z_a$  et  $Y_a$  pouvant ainsi être associés à l'impédance et à l'admittance linéique de la ligne de transmission.

D'après l'expression (29) l'influence de la conductivité du sol sur le courant se manifeste par l'intermédiaire de l'impédance linéique  $Z_a$  mais également par le champ perturbateur  $E_z^{ap}(h)$  qui dépend du coefficient de réflexion sur l'interface air-sol.

Nous avons donc étudié les variations de  $Z_a$  et  $E_z^{ap}(h)$  en fonction de la conductivité du terrain pour savoir lequel de ces deux paramètres est le plus sensible à une variation de conductivité et donc provoquera une modification importante du courant induit. On considère pour cela une ligne de rayon 5mm placée à une hauteur de 6m au-dessus du sol. La fréquence est choisie comme paramètre et varie entre 10 kHz et 10 MHz. Pour cette configuration il faut remarquer que la fréquence la plus élevée (10 MHz) correspond à un rapport  $h/\lambda = 0,2$  qui est la valeur maximum compatible avec le calcul des constantes de propagation à l'aide de l'approximation quasi-TEM [33].

Sur la figure II.3, on constate que l'impédance linéique  $Z_a$  est très peu influencée par la conductivité du sol, la variation étant plus sensible en basse fréquence.



Figure II.3 : Variation de Z<sub>a</sub> avec la conductivité du sol

Pour des valeurs élevées de la conductivité on retrouve pour  $Z_a$  la valeur de la réactance jLw d'un fil au-dessus d'un sol parfaitement conducteur avec :

$$L = \frac{\gamma_0}{2\pi} \log 2h/a$$
 (30)

Le champ perturbateur  $E_z^{ap}(h)$  (figure II.4) quant à lui est fortement conditionné par la valeur de la conductivité du sol ; les variations étant beaucoup plus importantes en basse fréquence. Compte tenu de la variation du coefficient de réflexion, sur l'interface airsol en fonction de la fréquence, on remarque que dans notre exemple l'amplitude du champ perturbateur est double de celle du champ incident primaire pour une fréquence de 10 MHz et une conductivité du sol supérieure à  $10^{-1}$ S/m.

Il apparaît donc que pour cette configuration, l'influence de la conductivité du sol se manifestera beaucoup plus par l'intermédiaire du champ perturbateur que par l'impédance linéique Z<sub>a</sub>.

Enfin la figure II.5 montre la variation du courant induit sur une ligne de longueur infinie en fonction de la conductivité. On remarque que pour un champ incident  $E^{i}$  de 1V/m et une fréquence de 10 kHz le courant décroît très vite en fonction de la conductivité puisqu'il passe de 1A pour  $0 = 10^{-4}$ S/m à 60 mA pour  $0 = 10^{-1}$ S/m. Par contre, dès que la fréquence devient supérieure à 1 MHz, l'effet de la conductivité reste faible.



Figure II.4 : Variation du champ avec la conductivité



Figure II.5 : Variation du courant induit avec la conductivité

### II.1.2.2 - Cas d'une ligne de longueur finie

L'utilisation de la théorie des lignes de transmission facilite évidemment l'application des conditions aux limites sur les extrémités du fil. Lorsque le fil est situé audessus du sol, une approche tout à fait identique à celle exposée lors de l'étude d'une ligne en présence d'un plan infiniment conducteur, peut être faite. Cependant, comme nous l'avons déjà signalé, il s'agit d'une théorie approchée, une des difficultés étant de définir les différences de potentiel dans un plan transversal. En effet, la structure réelle ne présentant pas de symétrie de révolution, l'onde qui se propage peut être décomposée en une onde transverse magnétique TM et une onde transverse électrique TE.

La théorie des lignes est généralisable sans problème majeur au cas d'une onde TM. En effet, on introduit une pseudo-différence de potentiel en calculant la circulation du champ électrique dans un plan transversal et le résultat ne dépend pas du contour suivi [34]. Par contre, en l'absence de symétrie de révolution, comme c'est le cas pour une ligne audessus du sol, l'apparition d'un mode TE empêche de définir cette pseudo-différence de potentiel de façon unique. L'utilisation de la théorie des lignes suppose donc que la contribution du mode TE soit faible ; la tension transverse étant définie par l'intégrale du champ électrique suivant un axe vertical, donc perpendiculaire à l'interface air-sol.

Compte-tenu de ces approximations, on peut continuer à utiliser  $Z_a$  et  $Y_a$  comme paramètres de la ligne.

Certains auteurs [35] [16] proposent une autre définition des paramètres linéiques Z et Y en calculant la circulation du champ électrique le long d'un contour fermé. On montre que Z se met sous la forme suivante :

$$z = j\omega l' \log \frac{2h}{q} + Z_{g}^{2} + \zeta^{2}$$
(31)

Z'g est défini comme étant l'impédance superficielle du sol :

$$Z'g = -Ez_{0}(z)/I(z)$$
(32)

On trouve également par cette démarche que l'admittance linéique de la ligne provient de la capacité électrostatique entre le fil et la surface du sol à laquelle vient s'adjoindre un terme complémentaire.

Une autre façon d'aborder le problème est de traiter le cas d'une ligne coaxiale excentrée dont l'âme est le câble métallique, le conducteur de retour étant la terre (Figure II.6).



Figure II.6 : Ligne coaxiale excentrée

Si on fait tendre le rayon intérieur R du conducteur de retour vers l'infini tout en maintenant constante la distance h entre le câble et la paroi, on aboutit au cas limite du fil au-dessus du sol, ce qui permet d'obtenir d'autres expressions approchées des paramètres linéiques [36] Z et Y.

Enfin, une dernière approche consiste à modifier la configuration de la ligne de manière à ce que seul un mode TM puisse se propager. Ceci se produit s'il existe une symétrie de révolution cylindrique, ce qui amène donc à assimiler la propagation entre le fil et le sol à une propagation à l'intérieur d'une structure coaxiale centrée [12] (figure II.7).


Figure II.7 : Ligne coaxiale équivalente à un fil au-dessus du sol

La différence de potentiel attachée à l'équation des lignes est définie dans ce cas entre le fil et un conducteur de retour supposé rejeté à l'infini. Pour un sol parfaitement conducteur, la capacité et l'inductance linéique, associées aux configurations représentées figure II.7 (a) et figure II.7 (b), seront identiques si on choisit comme rayon intérieur b, la valeur b = 2h.

Afin d'illustrer le comportement des paramètres linéiques obtenus par les différentes démarches évoquées ci-dessus nous présentons quelques résultats numériques. Pour cela nous considérons une ligne située à 6m au-dessus d'un sol dont les caractéristiques électriques sont  $\mathbf{T} = 10^{-2}$ S/m et $\mathbf{\xi}$ r = 10.

On compare avec les paramètres  $Z_a$  et  $Y_a$ , d'une part, les paramètres notés Z et Y obtenus en calculant la circulation du champ électrique le long d'un contour fermé, puis d'autre part, les paramètres notés  $Z_v$  et  $Y_v$  correspondant au cas d'une structure coaxiale centrée.

Les figures II.8 et II.9 représentent respectivement l'évolution en fonction de la fréquence, des parties imaginaires de l'impédance et de l'admittance linéique divisées par  $\omega$  (les parties réelles étant beaucoup plus faibles). La figure II.10 représente l'évolution de la partie réelle de l'impédance caractéristique de la ligne.



Figure II.8 : Variation de l'impédance linéique avec la fréquence



Figure II.9 : Variation de l'admittance linéique avec la fréquence



Figure II.10 : Variation de l'impédance caractéristique avec la fréquence

On constate qu'en basse fréquence tous les résultats donnent pratiquement la même valeur quelle que soit l'approche choisie.

Au delà d'une fréquence de l'ordre de 5 MHz, qui correspond à la limite de validité de l'approximation quasi-TEM pour la configuration étudiée, les paramètres linéiques obtenus en calculant la circulation du champ électrique le long d'un contour fermé, divergent fortement de ceux obtenus par les autres démarches. De nombreux auteurs [37] se sont d'ailleurs intéressé à obtenir des expressions analytiques simples pour les intégrales intervenant dans  $Z_a$  et  $Y_a$ .

Les termes complémentaires qui ont été ajoutés aux paramètres  $Z_a$  et  $Y_a$  n'ont donc une signification qu'en dehors de l'approximation quasi-TEM, ce qui est en contradiction avec l'hypothèse fondamentale de la théorie des lignes.

Dans les limites de validité de l'approximation quasi-TEM, la théorie des lignes de transmission donnera donc un bon ordre de grandeur des courants induits qui sera en général suffisant pour traiter les problèmes de compatibilité électromagnétique. Dans ce cas, on pourra continuer à utiliser  $Z_a$  et  $Y_a$  comme paramètres de ligne ainsi que nous l'avons montré dans le précédent paragraphe relatif au couplage d'une onde à une ligne de longueur infinie.

Avant d'aborder dans le prochain paragraphe le calcul de la réponse de la ligne à une impulsion électromagnétique, nous allons tout d'abord étudier dans le domaine fréquentiel le couplage de la ligne à une onde plane en fonction de la conductivité du sol, de la longueur et des impédances de charges.

Pour cela, nous considérons dans un premier temps une ligne de 200m de long placée à 6 m au-dessus du sol et illuminée simultanément par une onde plane dont l'amplitude du champ électrique incident est normalisée à 1V/m.

Les impédances de charge  $Z_0$  et  $Z_1$  valent 1Q.

Les figures II.11.a) et II.11.b) représentent respectivement les variations du courant induit  $I_0$  en fonction de la fréquence pour un sol de conductivité  $\sigma = 10^{-2}$ S/m puis pour un sol parfaitement conducteur.



Figure II.11.a) : courant induit I<sub>0</sub> pour un sol de conductivité  $0=10^{-2}$  S/m



Figure II.11.b) : Courant induit I<sub>0</sub> pour un sol parfaitement conducteur

On note que les résonances et les antirésonances dont nous avons déjà parlé dans le chapitre précédent sont fortement amorties pour une conductivité finie du sol. En outre, il apparaît qu'aux basses fréquences le courant reste constant dans le cas d'un sol parfaitement conducteur (fig. II.11.b)) alors qu'il augmente pour un sol de conductivité finie (fig. II.11.a)).

Bien que les paramètres linéiques Z et Y varient en fonction de la fréquence, l'augmentation du courant est principalement due au terme source  $E_z(h)$  qui, en basse fréquence, dépend fortement de la conductivité du sol comme nous pouvons le constater sur la figure II.12.



Figure II.12 : Variation de  $E_{\gamma}(h)$  en fonction de la fréquence

Les courbes de la figure II.13 représentent, dans le cas d'un sol de conductivité  $\mathbf{v} = 10^{-2}$ S/m, les variations du courant I<sub>0</sub> induit sur le câble de 200 m de long pour des impédances de charges Z<sub>0</sub> et Z<sub>1</sub> valant successivement 1  $\Omega$ , 30  $\Omega$  et 300  $\Omega$ .

La figure II.14 représente dans les mêmes conditions les variations du courant pour un câble de longueur 1000 m. On constate que les résonances ont presque disparues pour L = 1000 m et pour des faibles impédances de charge.

Le courant devenant quasiment indépendant de la fréquence pour F > 100 kHz et en dehors des fréquences de résonances son amplitude est la même pour L = 200 m et L = 1000 m.

On rappelle que pour ce type d'incidence, le courant induit sur une ligne horizontale située au-dessus d'un sol parfaitement conducteur et court-circuitée à chaque extrémité, est indépendant de la longueur de la ligne (en dehors des fréquences de résonances) et son amplitude est donnée par la relation suivante :

$$I = 2h E_{,}^{ap}/Zc$$
(33)

Pour clore ce paragraphe nous donnons sur les figures II.15 et II.16 la distribution de courant I(z) sur une ligne de 1000 m de long chargée sur des impédances de  $300 \Omega$  et pour des angles d'incidence de l'onde valant respectivement 90° et 45°.







Figure II.14 : Courant induit sur une ligne de 1000m en fonction des impédances de charge







Figure II.16 : Distribution du courant pour  $\Upsilon = 45^{\circ}$ 

Dans chaque cas, la distribution de courant I(z) a été tracée pour une fréquence de 280 kHz (courbe a) correspondant à une antirésonance pour z = 0 (figure II.14.c)) et pour une fréquence de 430 kHz (courbe b) loin des résonances et des antirésonances.

Dans le cas d'une incidence normale, on remarque que le courant présente un maximum au milieu du câble pour la fréquence de 280 kHz. Pour F = 430 kHz le courant est presque constant tout au long du câble. Lorsque l'angle d'incidence vaut 45° on note, cette fois-ci, que la distribution I(z) est une fonction croissante de la distance le long de la ligne.

Ce comportement est simplement dù au fait que dans le cas d'une attaque progressive, il existe un effet de sommation du courant induit. En effet, lorsque l'onde incidente atteint un élément d'abcisse z de la ligne, le courant sur cet élément est la somme du courant induit par le champ incident sur ce même élément et des courants induits sur les éléments de la ligne ayant une abcisse inférieure à z qui eux ont connu le champ incident plus tôt. II.1.3 - Etude du couplage d'une ligne aérienne à une I.E.M. en fonction des principaux paramètres influençant la réponse de la ligne.

Dans ce paragraphe nous déterminons la réponse d'une ligne aérienne à une impulsion électromagnétique dont la forme et l'amplitude crête correspondent à celles d'une I.E.M.N. normalisée (cf. chap. I). Le calcul est abordé à l'aide de la théorie des lignes de transmission avec, évidemment, tout ce que cela comporte comme approximations. Il importe donc de ne pas "oublier" ces hypothèses restrictives lorsqu'il s'agit de faire varier les principaux paramètres qui gouvernent la réponse de la ligne, à savoir :

- la conductivité du sol,

- l'angle d'incidence de l'onde plane,

- la longueur de la ligne,

- la hauteur de la ligne,

- les impédances de charges  $Z_0$  et  $Z_1$ .

D'autre part, nous considérons une polarisation verticale de l'onde (figure II.17). Le rayon du câble sera maintenu constant à la valeur de 5mm et la permittivité relative du sol sera fixée à 10.



Figure II.17 : Configuration de la ligne aérienne

La réponse temporelle de la ligne est obtenue à l'aide d'une transformation de Fourier rapide utilisant 1024 points.

Pour l'impulsion électromagnétique considérée et pour une ligne de télécommunications dont la hauteur moyenne est de l'ordre de 6m il est évident que la condition restrictive de la théorie des lignes h «  $0,2\lambda$  n'est pas vérifiée pour les plus petites longueurs d'onde significatives contenues dans le spectre de l'impulsion du champ électromagnétique.

En d'autres termes cela signifie qu'aux instants inférieurs à  $2h \sin \Psi$  (instant où le câble est éclairé par le champ réfléchi par le sol) le concept de ligne de transmission, qui implique un conducteur aller et un conducteur retour, est erroné. Dans ce cas, on montre [25] que la théorie des lignes sous estime la réponse de la ligne et que l'erreur commise dans les premiers instants reste cependant tout à fait acceptable.

#### II.1.3.1 - Influence de la conductivité du sol

Nous allons analyser la variation de la réponse de la ligne en fonction de la conductivité du sol, dans le cas d'une attaque simultanée  $\Psi = 90^{\circ}$  puis progressive  $\Psi = 20^{\circ}$  par une IEMN. De manière à s'affranchir des réflexions en bouts de ligne nous supposerons la ligne fermée à chaque extrémité sur son impédance caractéristique.

Sur les figures II.18a) et II.18b) nous avons représenté la variation du courant  $I_L(t)$  pour une ligne aérienne placée à 6m au-dessus du sol et dont la longueur vaut respectivement L = 200 m et L = 1000 m.

Pour la conductivité du sol nous avons considéré des valeurs allant de 10<sup>-4</sup>S/m à 1S/m.

Il est clair que pour les faibles valeurs de  $\sigma$ , la condition  $\sigma$  w  $\epsilon$  n'est pas respectée et qu'en principe la théorie des lignes ne s'applique plus.



a)

Ь)



Figure II.18 : Influence de la conductivité du sol

On constate tout d'abord qu'aux instants inférieurs à  $t = 2h \sin \psi$  (t=40ns pour  $\psi = \frac{\pi}{2}$  la réponse de la ligne ne dépend pas de la conductivité du sol puisque, comme nous l'avons signalé précédemment, le câble se comporte comme s'il était seul dans l'espace.

Pour des valeurs élevées de la conductivité  $\sigma > 10^{-1}$ S/m seules les composantes haute fréquence du champ appliqué sur le fil sont prépondérantes, car pour les basses fréquences cette onde à une amplitude voisine de l'onde incidente mais changée de signe et que de plus l'effet de déphasage est négligeable. Dans le domaine temporel cela va se traduire par un maximum de courant au bout d'un temps proche de t = 2h sin $\Psi$ .

Pour une conductivité inférieure à  $10^{-1}$ S/m, on constate à l'instant t = 2h sin  $\forall$  un changement de pente mais le courant continue à croître avec une pente plus faible.

Le maximum du courant est d'autant plus élevé que la conductivité d'du sol est faible. On remarque d'autre part, en comparant les courbes des figures II.18a) et II.18b), que si dans le cas d'une attache simultanée le maximum du courant est déjà atteint pour la longueur de ligne choisie (200m). Ceci n'est pas le cas pour l'attaque progressive où le maximum n'est pas encore atteint pour une longueur de ligne de 1000m et une conductivité de 10<sup>-4</sup>S/m.

Il apparaît donc clairement que l'attaque progressive est beaucoup plus contraignante que l'attaque simultanée dans la mesure où l'on calcule évidemment le courant à l'extrémité L de la ligne. Dans ce cas, la contribution des éléments lointains qui ont connu plus tôt le champ perturbateur, vient s'ajouter à celle des éléments voisins du point d'observation. On comprend dès lors que la réponse de la ligne soit fortement influencée par l'angle d'incidence  $\Psi$ .

#### II.1.3.2 - Influence de l'angle d'incidence

Dans cette partie de l'étude nous avons fixé les paramètres géométriques de la ligne (L=200m, h=6m, a=5mm), le sol ayant comme caractéristiques électriques  $\sigma = 10^{-3}$ S/m et  $\varepsilon r = 10$ .

Nous avons représenté sur les figures II.19a) et II.19b) les courants  $I_0(t)$  et  $I_1(t)$  calculés à chaque extrémité de la ligne en faisant varier l'angle d'incidence  $\Psi$  de 5° à 90°.

Bien entendu, compte-tenu du grand rapport existant entre la hauteur et la longueur de la ligne, c'est l'attaque simultanée qui est la plus contraignante lorsqu'il s'agit d'évaluer le courant  $I_0(t)$ .

Pour le courant  $I_{L}(t)$  on remarque que, outre le déphasage dû à la propagation de l'onde, la réponse de la ligne la plus contraignante est obtenue pour un angle de 20°. Plus l'angle sera petit plus la contribution des éléments lointains de la ligne sera affaiblie par la propagation et plus la composante horizontale du champ électrique perturbateur deviendra faible.



DPSI-5.

OPSI-10. ● PSI-20.

PSI-45? PSI-90? a)

Ь)



н

500.0

0.0

-500.0



#### II.1.3.3 - Influence de la longueur de la ligne

L'influence de la longueur de la ligne est ici étudiée pour deux valeurs de la conductivité du sol dans le cas d'une attaque simultanée puis progressive.

Les figures II.20a) et II.20b) montrent respectivement l'évolution du courant  $I_{L}(t)$ en fonction de la longueur de la ligne pour une conductivité de sol de  $10^{-3}$ S/m et  $10^{-4}$ S/m dans le cas où  $\Psi = 90^{\circ}$ .

On constate que la valeur crête du courant augmente avec la longueur de la ligne jusqu'à environ L=100m pour  $\mathcal{O}=10^{-3}$ S/m et jusqu'à L=200m pour  $\mathcal{O}=10^{-4}$ S/m. Au delà de ces longueurs la valeur crête du courant reste constante, l'effet de la longueur se manifeste d'autant plus tard que L est grand.

Les figures II.21a) et II.21b) montrent respectivement l'évolution du courant  $I_{L}(t)$ en fonction de la longueur de la ligne pour un angle d'incidence  $\Psi = 45^{\circ}$  et  $\Psi = 20^{\circ}$ , la conductivité du sol étant fixée à  $10^{-3}$ S/m.

On note que pour une attaque progressive la valeur crête maximale du courant n'est atteinte que pour une longueur L = 500 m quand  $\Psi$  = 45° et pour L = 1000 m quand  $\Psi$  = 20°.

Ce comportement s'explique évidemment d'une part, par le fait que pour une attaque progressive le couplage se fait à la fois par les composantes verticale et horizontale du champ électrique et que d'autre part la contribution des éléments éloignés de la ligne sera d'autant plus significative que l'angle est faible.



a)







a)



Figure II.21 : Influence de la longueur de la ligne pour  $\Psi = 45^{\circ}$  et  $\Psi = 20^{\circ}$ 

•

### II.1.3.4 - Influence de la hauteur de la ligne

Les figures II.22a) et II.22b) montrent respectivement l'évolution du courant  $I_{L}(t)$ en fonction de la hauteur de la ligne pour une attaque simultanée et pour une attaque progressive  $\Psi = 20^{\circ}$ .

La longueur de la ligne est fixée à 200m et la conductivité du sol est égale à  $10^{-3}$ S/m.

On notera que pour une hauteur de 10m et pour les fréquences élevées du spectre de l'impulsion incidente, les limites de validité de la théorie des lignes sont largement dépassées.

On observe que la valeur crête du courant augmente avec la hauteur et que le maximum du signal se produit d'autant plus tôt que la hauteur est grande.

# II.1.3.5 - Influence des impédances terminales Z<sub>0</sub> et Z<sub>L</sub>

La longueur de la ligne étant fixée à L = 500 m et la conductivité du sol à 10<sup>3</sup>S/m nous faisons varier les valeurs des impédances de charge  $Z_0$  et  $Z_L$  entre 12 et 1000 $\mathcal{X}$  pour une attaque simultanée puis progressive.

Les figures II.23a) et II.23b) montrent respectivement l'évolution du courant  $I_{L}(t)$ en fonction des impédances de charge pour  $Y = 90^{\circ}$  et  $Y = 20^{\circ}$ .

On constate que l'amplitude crête du courant augmente lorsque les impédances  $Z_0$  et  $Z_1$  diminuent.

Les réflexions en extrémités de ligne sont beaucoup plus prononcées pour des faibles angles d'incidence .



a)



Figure II.22 : Influence de la hauteur de la ligne





Figure II.23 : Influence des impédances terminales

## II.2 - COUPLAGE D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE AVEC UNE LIGNE ISOLEE ET ENTERREE

L'étude de la propagation d'une onde dans une structure coaxiale infinie composée d'un fil conducteur isolé, entouré d'un milieu homogène et infini (le sol) a été abordée en 1948 par Sunde [11]. Depuis de nombreux articles [39] à [41] sont parus sur le sujet car une des principales difficultés est la prise en compte de la conductivité finie du sol.

L'utilisation de la théorie des lignes de transmission pour déterminer la distribution des courants parasites conduit dans un premier temps au calcul des paramètres électriques de la ligne.

Dans cette partie nous allons tout d'abord rappeler le principe de calcul de la constante de propagation propre à la structure en précisant les différentes hypothèses simplificatrices.

Nous aborderons en second lieu le calcul des paramètres linéiques et nous analyserons en particulier l'influence du choix de l'origine des potentiels.

#### II.2.1 - Calcul de la constante de propagation - Equation modale

On considère la configuration géométrique représentée sur la figure II.24.

On suppose que le câble est disposé parallèlement à l'interface air-sol à une profondeur h »  $a_2$ .



Figure II.24 : Structure de la ligne enterrée

Le milieu 1 est constitué par le câble de rayon  $a_1$  et de conductivité  $\sigma_1$ .

Afin de simplifier la présentation, on supposera que ce conducteur est plein.

Le milieu 2 est un corps diélectrique de permittivité  $\sigma_2$ . Enfin le milieu 3 est le sol de caractéristiques électriques  $\mathcal{E}_3$  et  $\sigma_3$ .

L'utilisation d'un schéma équivalent de type ligne suppose que le courant se propage suivant l'axe des z avec une décroissance exponentielle de la forme :

$$I = I_0 e^{j w t \cdot \frac{d}{2}}$$
(33)

avec  $i = \alpha + j\beta$   $\alpha : a$ 

 $\alpha$ : affaiblissement linéique  $\beta$ : déphasage linéique

Cependant, dans la littérature on pose souvent :

$$\mathbf{\hat{y}}_{p} = \mathbf{j}\mathbf{\hat{\xi}} = -\mathbf{\hat{\beta}} + \mathbf{j}\mathbf{\hat{x}}$$
(34)

Dans ce cas, l'expression (33) se met sous la forme :

$$I = I_0 e^{j(wt + V_p^2)}$$
(35)

D'autre part, les différents milieux 1, 2 et 3 sont caractérisés par leur constante de propagation $\mathcal{X}_i$ :

$$\chi_i^2 = j w \gamma(\sigma_i + j w \varepsilon_i)$$
(36)

#### II.2.1.1 - Expression des champs électromagnétiques dans les différents milieux

L'état électromagnétique dans la gaine, le sol et l'air est caractérisé par les vecteurs champ électrique E et magnétique H dérivant de deux potentiels  $\mathbf{T}$  et  $\mathbf{T}^*$  qui sont respectivement les potentiels de Hertz de type électrique et magnétique [42] [43].

$$\overline{E}_{i} = rot rot \Pi_{i} k - jwi rot \Pi_{i}^{*} k$$
(37)

$$\overline{H}_{i} = (\sigma_{i} + jw \varepsilon_{i}) \operatorname{rot} \pi_{i} \vec{k} + \operatorname{rot} \operatorname{rot} \pi^{*}_{i} \vec{k}$$
(38)

où k est le vecteur unitaire suivant l'axe des z.

Puisque le courant est longitudinal à l'intérieur du conducteur, seule la composante z des vecteurs  $Met M^*$  est nécessaire [39].

On montre [42] d'autre part que le potentiel de Hertz de type électrique se compose d'un potentiel primaire décrivant un régime d'onde principale de mode TM à symétrie de révolution semblable à celui créé lorsque le milieu est infini et d'un potentiel secondaire rendant compte de la dissymétrie de révolution de l'onde par la présence de l'interface.

On note : 
$$\Pi_i = \Pi_i^p + \Pi_i^s$$
 (39)

Le potentiel de Hertz de type magnétique quant à lui comprend uniquement un terme secondaire en raison de l'absence de source de type magnétique dans les différents milieux considérés.

La résolution de l'équation d'onde dans le sol :

avec

$$\Delta \Pi_3 - \aleph_3^2 \Pi_3 = 0 \tag{40}$$

associée à l'équation (37) mène à l'expression suivante du champ électrique longitudinal à une distance  $\varrho$  de l'axe du câble :  $E_{z3} = -\Gamma_3^2 B \varrho^{j} \left( \frac{\chi_{\rho}_{3} + \omega t}{K_0} \right) \left[ \frac{R(\lambda) \varrho}{u_3} - \frac{u_3(x+h)}{u_3} \right] (41)$ 

où R(A) désigne le facteur de réflexion en mode TM à la surface du sol donné par :

$$R(\lambda) = -1 + \frac{2\chi_3^2 u_3}{\Gamma_3^2} \left[ \frac{1}{u_4 + u_3} + \frac{\chi_p^2}{u_4 \chi_3^2 + u_3 \chi_4^2} \right]$$
(42)

 $\chi_4$  et  $\chi_3$  étant les constantes de propagation dans l'air et dans le sol,

$$\begin{split} & \int_{3}^{2} = \aleph_{p}^{2} + \aleph_{3}^{2} \\ & u_{3} = \sqrt{\lambda^{2} + \aleph_{3}^{2}} \qquad & \mathcal{R}_{e}\left(u_{3}\right) > 0 \\ & u_{4} = \sqrt{\lambda^{2} + \aleph_{4}^{2}} \qquad & \mathcal{R}_{e}\left(u_{4}\right) > 0 \end{split}$$

B étant un coefficient d'intégration dépendant du courant parcourant le câble et  $K_0$  et la fonction de Bessel modifiée de 2ème espèce.

Le champ magnétique azimuthal  $H_{13}^{\mu}$  dans le sol s'obtient à partir de la relation (38).

En supposant que h »  $a_2$ , on montre [39] que le champ magnétique au voisinage du câble garde sa symétrie de révolution, ce qui revient à négliger l'influence de l'interface air-sol. Dans ce cas  $H_{3}^{\mu}$  peut se mettre sous la forme suivante :

$$H_{13}^{b} = (\sigma_{3} + jw \mathcal{E}_{3}) B_{3}^{p} K_{1}(I_{3}^{c}) e^{j(\overset{c}{b}z^{+wt})}$$
(44)

Dans la gaine diélectrique, du fait de la condition h » a<sub>2</sub>, les potentiels électrique et magnétique secondaires peuvent être négligés.

Dans ce cas, les vecteurs E et H dérivent uniquement du potentiel primaire :

$$E_{22} = -\Gamma_{2}^{2} A \left[ I_{0} \left( \Gamma_{2} \ell \right) - \frac{I_{0} \left( \Gamma_{2} q_{4} \right)}{K_{0} \left( \Gamma_{2} q_{4} \right)} K_{0} \left( \Gamma_{2} \ell \right) \right]^{j(\delta p_{3}^{2} + \omega \ell)}$$

$$H \psi_{3} = -j \omega \epsilon_{2} \Gamma_{2} A \left[ I_{1} \left( \Gamma_{2} \ell \right) + \frac{I_{0} \left( \Gamma_{2} q_{4} \right)}{K_{0} \left( \Gamma_{2} q_{4} \right)} K_{1} \left( \Gamma_{2} \ell \right) \right]^{j(\delta p_{3}^{2} + \omega \ell)}$$

$$(45)$$

où A est un coefficient à déterminer par les conditions aux limites et  $I_i(l_2)$  désigne la fonction de Bessel modifiée de première espèce d'ordre i.

#### II.2.1.2 - Equation modale

Les conditions aux limites sur les différents interfaces, écrites pour les composantes tangentielles du champ électrique et du champ magnétique mènent à l'équation implicite que doit satisfaire  $X_p$  et qui est appelée équation modale [42].

Puisque l'effet de proximité dû à l'interface air-sol est négligé en prenant h »  $a_2$ , on peut écrire la condition de continuité en n'importe quel point de la surface de la gaine ( $\rho = a_2$ ).

Au point  $x = h-a_2$  et y = 0 par exemple, nous aboutissons à l'équation modale suivante :

$$\chi_{p}^{2} = -Z'.Y'$$
 (47)

avec

$$Z' = \frac{j \omega Y_{0}}{2\pi} \log \frac{a_{2}}{a_{1}} + \frac{j \omega Y_{0}}{2\pi a_{2} \Gamma_{3} K_{A}(\Gamma_{3} a_{2})} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{a_{3}(2h-a_{2})}{u_{4}+u_{3}} d\lambda + \left[ K_{0}(\Gamma_{3} a_{2}) - K_{0}(\Gamma_{3}(2h-a_{2})) \right] \right\}$$
(48)

$$\frac{1}{Y'} = \frac{j\omega t_{0}}{2\pi \delta_{2}^{2}} \log \frac{\alpha_{2}}{\alpha_{1}} + \frac{j\omega t_{0}}{2\pi \alpha_{2} t_{3} K_{1}(t_{3}^{2}\alpha_{2})} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\alpha_{3}(2h-\alpha_{2})}{\delta_{3}^{2} u_{4} + \delta_{4}^{2} u_{3}} \frac{d\lambda + \frac{1}{\lambda_{2}^{2}} \left[ K_{0}(t_{3}^{2}\alpha_{2}) - K_{0}(t_{3}^{2}(2h-\alpha_{2})) \right]}{\delta_{3}^{2} u_{4} + \delta_{4}^{2} u_{3}} \right\}$$
(49)

L'équation (47) est implicite puisque l'inconnue  $\delta_p$  figure dans le terme  $\Gamma_3$ .

Cette équation est donc résolue par une procédure itérative utilisant la méthode de Newton [44].

A titre d'exemple la figure II.25 représente l'évolution de l'affaiblissement linéique  $\checkmark$  et du déphasage linéique ß en fonction de la fréquence pour un câble enterré à lm de profondeur et de rayon 2cm. La gaine diélectrique entourant le câble a un rayon de 2,2cm et une permittivité relative de 1,8, le sol ayant comme caractéristiques une conductivité de 10<sup>-3</sup>S/m et une permittivité relative de 10.

On constate qu'à haute fréquence, c'est-à-dire lorsque les courants de déplacement dans le sol deviennent plus grands que les courants de conduction, l'affaiblissement linéique  $\ll$  tend vers la limite  $1/L_c$  où  $L_c$  est la longueur caractéristique du milieu [45], elle est donné par la relation suivante :

$$L_{c} = \frac{2}{\sigma_{3}} \sqrt{\frac{\varepsilon_{3}}{V_{3}}}$$
(50)

Dans ce cas, l'influence de la gaine diélectrique devient négligeable.

Nous allons maintenant aborder le calcul des paramètres de ligne en négligeant dans un premier temps l'influence de l'interface air-sol.





II.2.2 - Paramètres primaires et secondaires de la ligne [46] à [48]

Le milieu extérieur, c'est-à-dire le conducteur de retour n'étant pas parfaitement conducteur, l'origine des potentiels n'est pas imposée. On peut ainsi choisir comme paramètre de ligne la différence de potentiel entre la surface extérieure du conducteur intérieur et la surface intérieure du conducteur de retour (figure II.26 configuration 1) ou entre le conducteur intérieur et un point rejeté à l'infini (configuration 2).



(A) **(B)** 

Configuration 1

Configuration 2



La configuration 1 présente l'avantage de mieux correspondre à l'idée de la propagation dans une structure coaxiale. Le schéma 2 rejette le conducteur de retour à l'infini et considère donc l'ensemble diélectrique-sol comme constituant l'espace entre l'âme et une tresse fictive. L'avantage que l'on peut trouver dans la configuration 2 est que deux points distants de z et situés à l'infini sont équipotentiels, ce qui n'est pas vérifié dans le cas 1. Les paramètres linéiques du câble seront différents dans les deux cas. Evidemment, tant que l'on ne s'intéresse qu'à la constante de propagation, le choix n'a aucune importance. Les résultats risquent par contre de devenir différents lorsque les conditions aux limites à l'extrémité de la ligne interviendront.

Le cas 1 suppose que l'impédance de charge  $Z_{L}$  est branchée entre le conducteur et un point situé sur l'interface air-sol, en négligeant l'impédance de "prise de terre"  $Z_{p}$ . Si la ligne est de grande longueur, on pourra espérer que, dans le formalisme mathématique, le changement de  $Z_{L}$  en  $Z_{L} + Z_{p}$  pourra représenter la charge réelle de la ligne. La configuration 2 semble se rapprocher d'avantage de la réalité mais dans un cas comme dans l'autre la déformation des lignes de champ à l'extrémité et le rayonnement des parties verticales ne sont pas pris en compte dans la théorie des lignes de transmission.

De manière à faire apparaître de façon analytique les différences entre ces deux configurations au niveau des paramètres de ligne nous allons donc négliger l'influence de l'interface air-sol en supposant le conducteur enterré à une grande profondeur (ce qui revient à considérer le conducteur dans un milieu homogène et infini).

Dans ce cas, compte tenu de la symétrie de révolution du problème et des dimensions transversales de la ligne bien inférieures à la longueur d'onde, on ne s'intéresse qu'au seul mode fondamental TM qui puisse se propager.

En utilisant un système de coordonnées cylindriques, on peut montrer à partir des équations de Maxwell que, dans chaque milieu i, les composantes  $E_{ri}$  et  $H \varphi_i$  peuvent s'exprimer en fonction de  $E_{zi}$  par les relations suivantes :

$$E_{ri} = \frac{-j \delta_{P}}{\Gamma^{2}} \cdot \frac{\partial E_{3}i}{\partial r}$$
(51)

$$H \varphi_{i} = \frac{\sigma_{z} + j\omega \varepsilon_{z}}{\Gamma_{z}^{2}} \cdot \frac{\partial E_{z}}{\partial \pi}$$
(52)

Soit

$$H \varphi_{i} = \frac{\sigma_{i} + j\omega \varepsilon_{i}}{j \nabla p} \cdot \varepsilon_{\pi i}$$
(53)

$$\Gamma_{i}^{2} = \mathcal{V}_{p}^{2} + \mathcal{V}_{i}^{2} \tag{54}$$

avec

Nous allons définir tout d'abord les paramètres de ligne associés à la configuration 1 de la figure II.26 et nous verrons ensuite les modifications qu'il faut apporter pour caractériser le cas 2.

#### II.2.2.1 - Impédance caractéristique de la ligne

Pour déterminer l'impédance caractéristique, il suffit de calculer la différence de potentiel entre les deux conducteurs. Par définition :

$$V = V_{E} - V_{F} = \int_{\mathcal{E}F} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$
(55)

Dans le cas de matériaux parfaitement conducteurs guidant une onde TEM, cette expression est définie de façon unique. Par contre, s'il existe une composante  $E_z$  (conductivité finie), le résultat va dépendre du contour d'intégration. Il faut donc introduire le "pseudo-potentiel électrique" en imposant que la circulation soit calculée dans un plan transversal [36].

Dans ce cas :

$$V = \int_{a_1}^{a_2} E_{n_2} dr$$
 (56)

En utilisant la relation (51) entre  $E_r$  et  $E_z$ , on obtient :

$$V = \frac{-j \delta \rho}{\Gamma_2^2} \left[ E_{32}(\alpha_2) - E_{32}(\alpha_4) \right]$$
(57)

Les champs étant directement proportionnels au courant I, on en déduit donc que l'impédance caractéristique  $Z_c$  est donnée par :

$$Z_{c} = \frac{-J \mathcal{Y}_{P}}{\Gamma_{2}^{2} I} \left[ E_{32}(q_{2}) - E_{32}(q_{4}) \right]$$
(58)

Cette impédance caractéristique généralisée est donc, par définition, le rapport entre la tension transversale et le courant de conduction sur le conducteur central. Comme dans le cas d'une ligne parfaite,  $Z_c$  correspond à l'impédance qu'il faut brancher en bout de ligne pour réaliser l'adaptation mais sans oublier les problèmes soulevés précédemment.

Dans le cas où la référence de potentiel est rejetée à l'infini, l'impédance caractéristique associée  $Z_{coo}$  est donnée par :

$$Z_{c\infty} = \frac{-\int^{3} \delta \rho}{\Gamma_{2}^{2} I} \left[ E_{32}(\alpha_{2}) - E_{32}(\alpha_{3}) \right] - \frac{\int^{3} \delta \rho}{\Gamma_{3}^{2} I} \cdot \left[ -E_{32}(\alpha_{2}) \right]$$
(59)

Soit :

$$Z_{coo} = Z_{c} + \frac{j \vartheta_{P}}{\Gamma_{3}^{2} I} \cdot E_{z}(a_{z})$$
(60)

#### II.2.2.2 - Impédance et admittance linéique

Un schéma de ligne à constantes réparties Z et Y est basé sur l'association de cellules élémentaires qui provoque une variation exponentielle du courant se propageant sur la structure. Cependant une des principales difficultés dans l'interprétation physique de Z et de Y réside dans le fait que le courant total est dû non seulement au courant de conduction I sur la ligne mais également au courant de déplacement dans le diélectrique. En effet, dans le cas d'un câble coaxial dont les conducteurs ont une résistance finie, il existe une composante longitudinale E, du champ électrique.

Dans ce cas, Z et Y ne peuvent pas être associés à des éléments physiques simples. Ce sont des quantités complexes déterminées à partir des expressions suivantes :

$$Z = -j \mathscr{Y}_{p} Z_{c} \quad \text{et } Y = \frac{-J^{\mathscr{Y}_{p}}}{Z_{c}} \tag{61}$$

Ces paramètres sont déterminés en appliquant le théorème de Stokes à chaque surface S de la configuration choisie (figure II.27).



Figure II.27 : Choix des surfaces pour le calcul de Z et Y

Dans le cas de la configuration 2 la surface sur laquelle on applique le théorème de Stokes a été divisée en deux surfaces  $S_1$  et  $S_2$  afin d'éviter les discontinuités des fonctions ou de leurs dérivées sur les interfaces.

Après quelques calculs on montre [46] à [48] que les paramètres linéiques associés à la configuration 2 dérivent de ceux de la configuration 1 par les relations suivantes :

$$Z = Z_{g\infty} + Z_{i} + \frac{j\omega h}{2\pi} \log \frac{\alpha_{2}}{\alpha_{1}}$$
(62)

$$1/Y_{xy} = 1/Y + 1/Y_{g}$$
 (63)

avec :

$$Z_{g=} = Z_{g} \cdot \frac{\delta_{3}^{2}}{\Gamma_{3}^{2}}$$
(64)

 $Z_g$  est l'impédance superficielle du conducteur de retour que forme le sol et qui est définie par le rapport de la composante tangentielle du champ électrique à sa surface  $E_z(a_2)$  au courant I circulant sur le conducteur.

$$Z_{g} = -E_{z}(a_{2})/I = \frac{-j^{T_{3}}}{2\pi a_{z}(r_{3}+j\omega\varepsilon_{3})} \cdot \frac{H_{o}^{(4)}(jT_{3}a_{z})}{H^{(4)}(jT_{3}a_{z})}$$
(65)

$$Z_{i} = \frac{J_{1}}{2\pi\sigma_{1}q_{1}} \cdot \frac{J_{\sigma}(jF_{1}q_{1})}{J_{1}(jF_{1}q_{1})}$$
(66)

$$1/Y_{g} = Z_{g}/p_{3}^{2}$$
 (67)

$$1/Y = \frac{J\omega V_0}{2\pi \chi^2} \log \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$
(68)

 $Y_g$  est homogène à une admittance qui traduit la conductivité finie du sol et  $Z_i$  est l'impédance interne du conducteur.

A titre d'exemple la figure II.28 représente l'évolution du module de l'impédance du sol en fonction de la fréquence pour les deux configurations. Le rayon du conducteur  $a_1$ est égal à 2cm, le rayon sur isolant extérieur valant respectivement  $a_2=2,2cm$  (courbes en traits pleins) et  $a_2=5cm$  (courbes en pointillés).

On constate que toutes les expressions de  $Z_g$  donnent pratiquement le même résultat en basse fréquence (F < 100 kHz). En effet, on peut montrer facilement en utilisant les développements limités des fonctions de Hankel intervenant dans l'expression de  $Z_g$  que :

où E est la constante d'Euler et \$ la profondeur de pénétration dans le sol. Le second terme de cette expression est une fonction lentement variable du rayon  $a_2$  et de la racine carrée de la fréquence, ce qui explique que le terme  $Z_g$  est sensiblement proportionnel à w et très peu dépendant de b.

Au delà de 100 kHz, on note une divergence entre  $Z_g$  et  $Z_{g\infty}$ , l'écart entre les deux courbes diminue lorsque le rayon de l'isolant extérieur croît.

La figure II.29 donne la variation du rapport |Y/w| en fonction de la fréquence. On remarque qu'à basse fréquence, l'admittance du sol  $Y_g$  est négligeable et les courbes tendent donc vers la valeur de la capacité électrostatique  $C_0$  entre le fil et le sol. Au delà de 10 kHz (pour  $a_2=2,2cm$ ) et 100 kHz (pour  $a_2=5cm$ ) par contre  $Y_g$  joue un rôle de plus en plus prépondérant et l'impédance par la capacité  $C_0$  devient très faible,  $Y_{co}$ tendant vers la valeur limite  $Y_g$ .

La variation de l'impédance caractéristique associée à la ligne ne dépend que des paramètres  $Z_g$  et Y si le câble est très bon conducteur. On note sur la figure II.30 que  $Z_c$  et  $Z_{c\infty}$  sont pratiquement confondus pour F < 100 kHz. Au delà, les courbes divergent rapidement, la variation de  $Z_c$  ayant le même comportement en fonction de la fréquence que l'impédance caractéristique associée à la propagation d'une câble non isolé. Ceci s'explique par le fait que l'admittance du sol joue un rôle prépondérant et qui se manifeste, pour des épaisseurs d'isolant relativement faibles (de l'ordre de quelques centimètres), bien avant que les courants de déplacement dans le sol ne deviennent du même ordre de grandeur que les courants de conduction.

Pour clore la comparaison, il nous a semblé intéressant d'étudier la distribution de l'énergie se propageant le long de la structure. A cet effet, nous avons reporté sur la figure II.31 le pourcentage de l'énergie totale  $P_z$  se propageant parallèlement au conducteur, comprise entre la surface du câble et une surface cylindrique de rayon variable r et ceci pour différents diamètres de la gaine isolante.









On remarque qu'à basse fréquence, toute l'énergie se propage dans l'isolant entre la surface du conducteur et le sol, le pourcentage et  $P_z$  atteignant 100 % lorsque  $r=a_2$ . Dans ce cas, on aboutit donc aux mêmes paramètres de ligne équivalente pour les deux configurations.

Lorsque la fréquence augmente, une partie de plus en plus importante de l'énergie se propage dans le sol. Ce comportement se produit à partir de fréquences d'autant plus basses que l'épaisseur de l'isolant est faible, ainsi qu'on peut le constater en comparant les différentes courbes de la figure II.31.

On voit donc que seul le choix de l'origine des potentiels à l'infini (configuration 2) permet ainsi de rendre compte de l'ensemble des phénomènes sans oublier toutefois que l'interruption de la ligne, c'est-à-dire les conditions aux limites restent un point délicat de la théorie des lignes de transmission.



Figure II.30 : Variation de Z<sub>c</sub> et de Z<sub>c</sub> ∞



Figure II.31 : Energie dans la structure

II.2.3 - Réponse de la ligne en présence d'une excitation extérieure [44] [49]

. .

En choisissant la configuration 2 pour l'origine des potentiels et en tenant compte de l'interface air-sol, les paramètres de ligne sont calculés dans le domaine fréquentiel et donnés par les relations suivantes [37] [44] :

$$\mathbf{Z} = \frac{j\omega\mu_{0}}{2\pi} \log \frac{\Omega_{2}}{\alpha_{4}} + \frac{j\omega\mu_{0}}{2\pi d_{2}^{2} \mathsf{K}_{1}(\overline{\mathfrak{g}}\mathfrak{q})} \left[ \mathsf{K}_{0}(\overline{\mathfrak{g}}\mathfrak{q}) - \mathsf{K}_{0}\left[\overline{\mathfrak{g}}(2\mathfrak{k}+\mathfrak{q})\right] \dots + \frac{j\omega\mu_{0}}{2\pi} \frac{\Omega_{2}}{\alpha_{2}} \frac{1}{\mathfrak{g}^{2}} + \frac{j\omega\mu_{0}}{\mathfrak{g}^{2}} \frac{\Omega_{2}^{2}}{\alpha_{4}} + \frac{j\omega\mu_{0}}{2\pi} \frac{\Omega_{2}^{2}}{\alpha_{2}} \frac{1}{\mathfrak{g}^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon^{-u_{3}(2\mathfrak{k}+\mathfrak{q})}}{u_{4}+u_{3}} d\lambda + \frac{j\omega\mu_{0}}{2\pi} \frac{\Omega_{2}^{2}}{\alpha_{2}} \frac{1}{\mathfrak{g}^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon^{-u_{3}(2\mathfrak{k}+\mathfrak{q})}}{u_{4}} \frac{1}{\mathfrak{g}^{2}} d\lambda \quad (70)$$

$$\frac{4}{\Upsilon} = \frac{j\omega\mu_{0}}{2\pi} \frac{\lambda_{0}}{\mathfrak{g}^{2}} \log \frac{\alpha_{2}}{\alpha_{4}} + \frac{1}{\mathfrak{g}^{2}} \left[ \frac{\mathsf{K}_{0}(\underline{\mathfrak{g}}\mathfrak{q}) - \mathsf{K}_{0}\left[\underline{\mathfrak{g}}(2\mathfrak{k}+\mathfrak{q})\right]}{2\pi} \frac{1}{\alpha_{2}(\underline{\mathfrak{g}}(\mathfrak{k},\underline{\mathfrak{g}}))} \frac{1}{\underline{\mathfrak{g}}^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon^{-u_{3}(2\mathfrak{k}+\mathfrak{q})}}{u_{4}+u_{3}} d\lambda + \frac{j\omega\mu_{0}}{2\pi} \frac{1}{\alpha_{2}(\underline{\mathfrak{g}}(\mathfrak{k},\underline{\mathfrak{g}}))} \frac{1}{\underline{\mathfrak{g}}^{2}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\varepsilon^{-u_{3}(2\mathfrak{k}+\mathfrak{q})}}{u_{4}} \frac{1}{\mathfrak{g}^{2}} \frac{1}{\mathfrak{g}^{2}} \frac{1}{\mathfrak{g}^{2}} \frac{1}{\mathfrak{g}^{2}} \frac{1}{\mathfrak{g}^{2}} \frac{1}{\mathfrak{g}^{2}} \frac{1}{\mathfrak{g}^{2}} \frac{\varepsilon^{-u_{3}(2\mathfrak{k}+\mathfrak{q})}}{u_{3}} \frac{1}{\mathfrak{g}^{2}} \frac{1}$$

Le courant induit sur le câble par une onde plane incidente s'obtient à partir de la résolution des équations des télégraphistes :

$$dV/dz + ZI = E_{z}^{t}(h)$$

$$dI/dz + YV = 0$$
(72)

Le terme  $E_z^{t}(h)$  représente la composante tangentielle du champ électrique transmis dans le sol à une profondeur h.

Dans cette partie de l'étude, nous allons nous intéresser à la réponse d'une ligne enterrée illuminée par une impulsion électromagnétique dont la forme et l'amplitude crête correspondent à celles d'une IEMN normalisée (cf chapitre I).

Pour cela nous considérons le cas d'une illumination simultanée (figure II.32).



Figure II.32 : Configuration d'attaque

Le conducteur a un rayon de 2cm et est entouré d'une gaine diélectrique d'épaisseur 2mm et de permittivité relative  $\mathcal{E}_{rg}=1,8$ , la ligne étant fermée à chacune de ses extrémités sur une impédance de 30-12.

Sur la figure II.33 nous avons représenté la forme temporelle du courant de gaine  $I_0(t)$  pour une ligne de longueur 500m enterrée à une profondeur de 1m, la conductivité du sol intervenant comme paramètre variable. On constate que l'amplitude du courant induit sur le conducteur est sensiblement proportionnelle à la racine carrée de la résistivité du sol. Ce comportement est évidemment dû au champ électrique dont la variation est proportionnelle à la profondeur de pénétration dans le sol. La variation des paramètres Z et Y en fonction de la conductivité ayant peu d'influence sur le courant induit.

La figure II.34 montre la variation du courant  $I_0(t)$  en fonction de la longueur L de la ligne, la conductivité du sol étant choisie dans ce cas égale à  $\sigma_3=10^{-3}$ S/m.

On remarque que l'effet de la longueur L sur l'amplitude du courant ne se manifeste que pour des longueurs inférieures à 50m. Cette longueur "critique" est conditionnée par la largeur de l'impulsion incidente. En effet, on peut montrer aisément en
analysant la contribution des différentes sources réparties que l'amplitude crête maximale est atteinte lorsque la longueur d'onde associée à la largeur de l'impulsion est voisine de la longueur de la ligne. La forme du signal, quant à elle, dépend évidemment de la longueur du câble.

La variation du courant induit sur une ligne de 500m en fonction de la profondeur h est représentée sur la figure II.35. La conductivité du sol étant égale à  $10^{3}$ S/m.



Figure II.33 : Influence de la conductivité sur le courant induit



Figure II.34 - Influence de la longueur de la ligne sur le courant induit



Figure II.35 - Influence de la profondeur sur le courant induit

97

On note que dans la gamme [0,2m] la profondeur h n'influe par fortement sur le courant  $I_0(t)$ .

Sur la figure II.36 nous avons reporté l'évolution du courant  $I_0(t)$  en fonction du diamètre de la gaine diélectrique entourant le conducteur. Il apparaît que si ce paramètre n'a pas une influence énorme sur l'amplitude du courant, il en a par contre une forte sur la vitesse de propagation de l'onde et par conséquent sur la forme du signal.

Enfin pour terminer nous avons sur la figure II.37 reporté les variations du courant en fonction de la valeur de l'impédance de charge connectée à chaque extrémité de la ligne de 500m de long. On constate que le courant diminue lorsque les impédances de charge augmentent et que le maximum du signal se produit à des temps d'autant plus grands que la valeur des impédances de charge est faible.



Figure II.36 : Influence du diélectrique



Figure II.37 - Influence des impédances de charge

.



#### CONCLUSION

Dans l'hypothèse d'un sol homogène dont les caractéristiques électriques sont indépendantes de la fréquence, la théorie des lignes de transmission peut fournir, moyennant certaines approximations, un bon ordre de grandeur des courants induits et qui est en général suffisant pour traiter les problèmes de compatibilité électromagnétique.

En étudiant, dans un premier temps, la propagation d'une onde sur un câble aérien de longueur infinie, nous avons rappelé le principe de calcul des constantes de propagation propres à la structure.

Dans le cadre de l'approximation quasi-TEM nous avons indiqué la forme de l'équation modale que doit satisfaire la constante de propagation. S'agissant des paramètres linéiques, l'étude, dans le domaine fréquentiel, du couplage d'une onde plane avec une ligne horizontale, nous a permis de montrer que les paramètres  $Z_a$  et  $Y_a$ , intervenant dans la définition de la constante de propagation, pouvaient également être considérés comme les paramètres impédance et admittance linéiques de la ligne.

A l'aide d'exemples numériques, nous avons également étudié l'influence du sol, de la longueur de la ligne, etc..., sur les phénomènes de résonances et sur la distribution du courant le long du câble.

La réponse de la ligne à une impulsion électromagnétique (IEMN) a, ensuite, été calculée en fonction des principaux paramètres qui la gouvernent (conductivité du sol, angle d'incidence de l'onde, longueur de la ligne, hauteur de la ligne et impédances de charge).

L'étude, en second lieu, du couplage d'une onde plane avec un câble enterré nous a permis de déterminer les paramètres primaires et secondaires de la structure. Après avoir examiné l'influence du choix de l'origine des potentiels sur ces paramètres, nous avons montré, en étudiant plus particulièrement la distribution de l'énergie se propageant le long de la structure, que seul le choix de cette origine à l'infini permet de tenir compte de tous les phénomènes.

La réponse temporelle de la ligne enterrée à une IEMN a été également calculée, en fonction des principaux paramètres dans le cas d'une illumination simultanée.

Dans ce chapitre, nous avons donc utilisé la théorie des lignes de transmission pour déterminer uniquement la réponse à une onde plane d'un câble aérien ou enterré. Lorsque la source de perturbation est une décharge orageuse située à grande distance du point d'observation, on pourra considérer que l'onde associée est plane et, par conséquent, continuer à appliquer les calculs qui ont été menés dans cette partie de l'étude.

Cependant les perturbations les plus importantes sont généralement celles produites par les coups de foudre proches et dans ce cas le champ électromagnétique perturbateur qui intervient comme terme source dans les équations ne peut plus être déterminé à partir de l'hypothèse de l'onde plane.

Avant d'aborder le problème général du couplage d'un coup de foudre proche à la ligne, nous allons donc nous intéresser, dans le prochain chapitre au calcul du champ rayonné par une décharge orageuse nuage-sol.

# CHAPITRE

111

# MODELISATION DU CHAMP ELECTROMAGNETIQUE RAYONNE PAR UNE DECHARGE ORAGEUSE NUAGE-SOL

## INTRODUCTION

Dans ce troisième chapitre, nous rappelons tout d'abord le mécanisme d'une décharge orageuse, en décrivant plus particulièrement les phases typiques des éclairs qui constituent les phénomènes rayonnants majeurs.

Suite à un bref aperçu des différents modèles de l'arc en retour publiés dans la littérature technique, le calcul du rayonnement électromagnétique du canal foudre est abordé à l'aide du modèle ligne de transmission en considérant, en premier lieu, le sol comme parfaitement conducteur. Dans une deuxième étape, la conductivité finie du sol est prise en compte et conduit à l'évaluation numérique des intégrales de Sommerfeld, intervenant dans les expressions du champ électromagnétique. De manière à réduire le temps de calcul de ces intégrales, différentes approximations sont utilisées et nous mettons en évidence leur domaine de validité en fonction de la fréquence et des paramètres géométriques de l'antenne. Le champ électromagnétique est alors obtenu dans le domaine temporel après intégration le long du canal foudre ce qui permet en particulier d'étudier les limites de validité de la relation de Zenneck, reliant les composantes verticale et horizontale du champ électrique rayonné.

Le calcul approché du champ électromagnétique dans le sol est ensuite abordé à l'aide du champ au niveau de l'interface air-sol.

#### III.1 - MECANISME DE LA DECHARGE ORAGEUSE NUAGE-SOL [50] A [53]

La formation des orages est précédée par le développement des nuages de type cumulus résultant de l'instabilité thermique d'une masse d'air chaud et humide dans les basses couches. Leur agrégation va produire des cumulonimbus qui se caractérisent par une extension verticale atteignant une dizaine de kilomètres et un rayon de plusieurs kilomètres.

L'électrisation de ces nuages résulte d'un processus de formation météorologique complexe pouvant atteindre des durées de quelques heures. De nombreuses théories ont été imaginées pour rendre compte des mécanismes de séparation puis de transfert des charges. La connaissance approfondie de ces mécansimes ne faisant pas l'objet de la présente étude, nous retiendrons que :

La partie supérieure du cumulo-nimbus positive est essentiellement constituée de cristaux de glace maintenus en suspension dans une zone d'équilibre de densité du nuage et de l'air environnant. Sous l'action continuelle des courants ascendants, la taille des glaçons augmente et leur poids les entraîne vers le bas du nuage. Durant la descente les glaçons rencontrent les gouttelettes ascendantes et au cours de ce brassage, arrachent des électrons aux gouttelettes. Les glaçons ainsi chargés négativement, poursuivent leur descente et les gouttelettes positivement chargées continuent leur ascension vers le sommet du nuage.

Des recombinaisons toujours possibles de plusieurs "ions-gouttelettes" retombant sous l'effet de leur poids, expliqueraient la présence de l'ilôt de charges positives enserrées parfois dans la masse négative de la base du cumulo-nimbus.

Schématiquement, une cellule orageuse peut être assimilée à un dipôle électrique géant disposé verticalement au-dessus du sol.

Il en résulte, au niveau du sol, un champ électrique dont la variation et la polarité sont liées au déplacement du nuage orageux.

Le nuage d'orage dans sa phase mature génère des phénomènes électriques et lumineux qui résultent tant de la dissociation des charges que de leur redistribution et de leur neutralisation dans le nuage ou entre le nuage et le sol.

Les éclairs, phénomènes lumineux par définition, ainsi produits sont les manifestations les plus spectaculaires d'une décharge orageuse. Ils constituent également les phénomènes rayonnants majeurs et, par voie de conséquence, (ils) sont à l'origine des perturbations électromagnétiques dans les systèmes électroniques.

Au même titre que l'éclair nuage-sol, l'éclair intra-nuage constitue une source de bruit électromagnétique dont le rayonnement doit être caractérisé. Cependant, le mécanisme de cet éclair est moins bien établi du fait de l'impossibilité d'effectuer des observations lumineuses précises dans le nuage. Toutefois, à partir de mesures électromagnétiques, il est possible de retracer le déroulement de la décharge [54].

L'amplitude des impulsions électromagnétiques dues aux décharges intra-nuage mesurée au sol, bien que non négligeable, est généralement plus faible que pour les décharges nuage-sol. A la différence de ces dernières, les décharges intra-nuage n'ont pas fait l'objet d'études intensives et il est communément admis qu'elles induisent des signaux négligeables sur les lignes de télécommunications. Néanmoins, il faut noter que la caractérisation des rayonnements de très haute fréquence à grande rapidité d'évolution associés aux décharges intra-nuage, est devenue indispensable suite aux développements accrus de systèmes numériques sensibles, notamment dans le domaine des télécommunications. D'autre part, des observations récentes [51] ont montré que des phénomènes rayonnants dans la bande VHF-UHF pouvaient être également générés durant la phase d'élaboration des canaux chargés des différents traceurs qui se développent entre le nuage et le sol.

Cependant, il n'en demeure pas moins que ce sont les manifestations électromagnétiques aux basses fréquences qui provoquent les effets destructeurs majeurs des systèmes, par les forts courants induits et les surtensions occasionnées.

Compte tenu de ces considérations, nous ne nous intéresserons donc dans la suite de cette étude qu'aux décharges nuage-sol dont nous allons rappeler brièvement le processus.

III.1.1 - Processus de l'éclair nuage-sol

Cet éclair est une décharge entre le nuage et le sol qui s'inscrit dans le processus de rééquilibrage général du potentiel de la terre et de l'atmosphère (figure III.1).

La durée totale de l'éclair atteint en moyenne 0,5 secondes.

Plusieurs phases successives peuvent y être distinguées (figures III.2, III.3 et III.4).

#### a) La décharge préliminaire

Elle intervient tout d'abord dans la partie basse du nuage et provoque le développement d'un canal chargé négativement vers le sol.

#### b) Le traceur par pas

La progression de ce canal s'effectue par une série de bonds lumineux successifs. Ils atteignent quelques dizaines de mètres en une microseconde avec une pause d'environ 500 microsecondes entre les pas. La vitesse moyenne du traceur par pas est de  $2.10^5$ m/s. On assiste généralement à la dissociation du canal en plusieurs branches à l'approche du sol.

De cette façon, environ 5 Coulombs sont draînés vers le sol en quelques dizaines de millisecondes.

Si le courant est de l'ordre d'une centaine d'Ampères durant les sauts, les crêtes dépassent le kiloAmpère avec des temps de montée très brefs, et sont à l'origine d'impulsions électromagnétiques de durée voisinant la microseconde avec des temps de montée inférieurs à 0,1's.

Les fluctuations lentes du courant provoquent des variations du champ électrique de quelques millisecondes à quelques centaines de millisecondes de durée.

A l'approche du sol, le traceur, dont le potentiel par rapport au sol est d'environ -10<sup>8</sup>V, provoque une intensification du champ électrique qui initie une décharge ascendante. La jonction des deux traceurs s'effectue à quelques dizaines de mètres au-dessus du sol et permet le développement d'un premier arc-en-retour.



Mouvement des porteurs de charges négatives autour de l'orage.

Figure III.1 : Schéma du circuit électrique atmosphérique global



Figure III.3:

: démarrage et propagation du ler arc-en-retour a) étape finale dans la descente du traceur par pas b) demarrage du traceur ascendant c) I e) propagation du ler arc-en-retour du sol vers le nuage



(Ы

Figure III.4:

: traceur continu et arc-en-retour subséquent a) à c) un traceur continu se propage dans le canal thermalisé par l'arc précédent d) à e) propagation de l'arc-en-retour subséquent vers le muage

(d)

1111

(0)

(c)

### L'arc-en-retour

Il s'agit d'une onde de potentiel qui se propage depuis le sol et neutralise le canal chargé par le traceur avec une vitesse estimée à 1/3 de celle de la lumière (environ  $10^8$ m/s). La durée nécessaire pour atteindre le coeur du nuage est donc inférieure à la centaine de microsecondes.

Au cours de la décharge, en général, le courant amène au sol des charges négatives. Les cas où la charge amenée au sol est positive sont plutôt rares. Cela est dû au fait que la base du cumulo-nimbus est plus souvent de polarité négative.

La figure III.5 donne un exemple de l'évolution du courant à la base du canal dont la crête atteint typiquement 14 kA avec un temps de montée de 1 s.

La thermalisation brutale du canal à des températures de l'ordre de 30 000 K est à l'origine de la phase lumineuse la plus énergétique de l'éclair et génère une onde de choc qui provoque le tonnerre. L'illumination des branches secondaires du premier traceur par l'arc-en-retour confère son aspect branché à l'éclair.

Des fluctuations lentes de courant de quelques centaines d'Ampères peuvent se manifester ensuite dans le canal durant plusieurs millisecondes.

L'arc-en-retour est la source de variations brutales et de grandes amplitudes des champs électrique et magnétique sur une échelle de durée de quelques dizaines de nanosecondes à quelques millisecondes.

Suite à cette intervention du premier arc-en-retour, et dans la mesure des charges disponibles au sein du nuage, des processus permettant leur redistribution et leur équilibrage appelés processus J et K vont permettre le développement d'un nouveau traceur de type différent.

#### d) Le traceur continu

Il se développe dans le canal précédemment tracé où subsiste une thermalisation résiduelle suite au premier arc. Sa progression est continue, d'où son appellation, et sa vitesse moyenne est de  $3x10^6$ m/s.

La charge ainsi draînée atteint environ l coulomb avec un courant moyen de 500A.







La première prédécharge (précurseur par **p**as) avance du nuage vers le sol par bonds successifs. Ce précurseur crée un canal fortement ionisé ; à l'issue de cette ionisation, une décharge (arc en retour) va progresser du sol vers le nuage. L'arc en retour est caractérisé par l'accroissement brutal du courant, donc de la luminosité ; sa vitesse voisine de c/3 (c : vitesse de la lumière) est environ mille fois supérieure à celle du précurseur. Quelque temps plus tard (30 à 40 ms), un autre couple précurseur-arc en retour peut succéder au précédent, et ainsi de suite une dizaine de fois.



108

Certains traceurs subséquents présentent parfois une évolution continue puis manifestent des sauts semblables à ceux des traceurs par pas au cours de la propagation vers le sol ; ils reçoivent l'appellation de traceur semi-continus.

Les traceurs continus occasionnent des champs électromagnétiques s'étalant sur une milliseconde environ.

Il se produit ensuite un arc-en-retour subséquent qui n'est habituellement pas branché du fait du chemin unique suivi par le traceur.

#### e) L'arc-en-retour subséquent

Le courant à la base du canal présente un temps de montée à la crête plus rapide que lors du premier arc, mais une pente maximale semblable [54]. Les arcs-en-retour précédés de traceurs semi-continus sont souvent la source des plus grandes impulsions électromagnétiques dans l'éclair.

Par la suite, de nouvelles séquences traceur-arc peuvent se produire ; le nombre de réamorçages atteint une dizaine d'arcs-en-retour dont la durée est une milliseconde environ avec une récurrence typique des 40 à 80ms. Le dernier arc est souvent à l'origine d'un fort courant continu qui draîne la charge résiduelle de la cellule orageuse.

La figure III.6 présente l'évolution typique des phénomènes lumineux telle qu'elle apparaît à l'enregistrement par une caméra à défilement continu.

Les décharges positives restent assez rares mais peuvent initier des courants de pointe et des transferts de charges particulièrement élevés.

La connaissance du domaine spectral de l'éclair apportée par les investigations expérimentales et théoriques de ces dernières années [52] est résumée sur la figure III.7.

Parmi l'ensemble des processus de l'éclair décrits précédemment, l'arc-en-retour est certainement celui qui a été le plus étudié car il est à l'origine des impulsions électromagnétiques les plus contraignantes de la foudre. De manière à disposer du champ électromagnétique émis par une décharge orageuse, plusieurs modèles mathématiques de l'arcen-retour ont été mis au point.

Dans le paragraphe suivant, nous allons procéder à une présentation succinte de ces différentes modélisations en insistant plus particulièrement sur l'approche physique qui a présidé à leur élaboration.



Figure III.7 : Domaine spectral de l'éclair

### **III.2 - MODELISATION DE L'ARC-EN-RETOUR**

Au cours des dernières décennies, plusieurs modèles concernant l'arc-en-retour ont été mis au point, pour appréhender au mieux le mécanisme du rayonnement électromagnétique.

Le calcul du champ rayonné suppose que soient connus le principe de la décharge ainsi que le courant dans le canal. Or il se trouve que c'est sur ces points précis que subsistent encore des incertitudes. En effet, des phénomènes tels que la jonction entre les leaders (précurseurs) ascendant et descendant ou encore la circulation des charges emmagasinées dans le canal, ne sont pas encore bien compris. Cette connaissance imparfaite de ces phénomènes se traduit évidemment par une multiplicité de modèles différents du canal foudre.

D'une manière générale les différents modèles développés peuvent être classés dans l'une des trois catégories suivantes :

a) les modèles basés sur des études physiques et phénoménologiques de la décharge orageuse et qui essaient de prévoir la variation spatio-temporelle du courant dans le canal foudre.

b) Les modèles qui définissent complètement les paramètres (résistance, inductance et capacité par unité de longueur) d'un circuit équivalent au canal foudre de manière à pouvoir ensuite calculer le courant dans le canal ainsi que le champ électromagnétique.

c) Enfin les modèles qui, à l'inverse des premiers, essayent de caractériser le courant dans le canal foudre à partir de résultats de mesures du champ électromagnétique effectués à différentes distances.

Il n'est évidemment pas question de décrire tous ces modèles, mais nous allons rappeler ceux qui nous semblent importants.

#### III.2.1 - Modèles type "ligne de transmission"

En 1941, Bruce et Golde [55] ont été les premiers à proposer une modélisation simplifiée du canal foudre. Dans leur modèle, le courant est supposé uniforme tout le long du canal, ce qui, évidemment, facilite les calculs mais ne traduit pas la réalité physique (figure III.8). En 1964, Dennis et Pierce [56] notaient qu'une telle hypothèse impliquait un transfert instantané des charges électriques entre le sommet et la base du canal foudre. Pour pallier cet inconvénient majeur, ils proposèrent une modification du modèle de Bruce et Golde en s'inspirant des nombreuses mesures existantes et notamment de celles entreprises par Berger [57] en 1961 et en 1962. En effet, les premières mesures électriques du courant à la base du canal foudre associées aux premières mesures optiques sur l'éclair, les amenèrent à considérer l'extension du courant dans le canal sous la forme d'une onde progressive (figure III.9). En 1969, Uman et Mc Lain [58] montrèrent que cette approche était équivalente à celle d'une ligne de transmission excitée par un générateur à l'une de ses extrémités. Evidemment, de part les dimensions géométriques de cette ligne de transmission, les effets de propagation dus à la courbure de la terre et à l'ionosphère devraient être pris en compte. Cependant, dans la plupart des modèles, on considère le sol comme horizontal et on admet que l'ionosphère n'influe pas sur la propagation, dans la mesure où l'on ne s'intéresse qu'au champ rayonné près de l'éclair. Depuis 1969, le modèle "ligne de transmission" a connu et connaît encore le développement de nombreuses variantes.

Toutes ces variantes sont obtenues en agissant sur un ou plusieurs des paramètres principaux de la "ligne de transmission" à savoir :

- la forme du canal foudre,

- la conductivité du sol,

- la vitesse de propagation du courant dans le canal,

- la forme du courant de foudre.

Généralement, pour simplifier les calculs, on suppose, d'une part, que l'impulsion de courant de foudre se propage du sol vers le nuage suivante une trajectoire rectiligne assimilable du point de vue électromagnétique à une antenne verticale et que, d'autre part, le sol est parfaitement conducteur. En 1978, Levine et Meneghini [59] ont étudié l'influence de la tortuosité du canal sur le champ électromagnétique rayonné. En choisissant une orientation arbitraire pour chaque segment constituant le canal, ils ont montré que cela ne se manifestait que par de faibles variations du champ électromagnétique. La figure III.10, extraite de cette étude, représente le champ rayonné à une distance de 100 km pour deux formes différentes du canal foudre. En 1979, Pearlman [60] montrait que la tortuosité du canal n'influençait pas le champ proche, justifiant ainsi l'hypothèse d'un canal rectiligne.







Figure III.9 : Modèle à onde progressive



Figure III.10 : Influence de la tortuosité du canal sur le champ électrique à 100 km

Quant à l'impact de la conductivité du sol sur le champ électromagnétique, des études faites en 1979 et 1980 respectivement par Haddad [61] et Leteinturier [62] ont montré que la conductivité finie du sol n'influait que très peu sur la composante verticale du champ électrique et cela, quelque soit la distance d'observation comprise entre 200m et 100km. Par contre, pour ce qui est de la composante horizontale du champ électrique, l'influence de la conductivité est plus grande. Bien que l'amplitude de cette composante horizontale soit très faible devant celle de la composante verticale, nous avons vu dans les chapitres précédents, qu'elle peut avoir un rôle déterminant dans le couplage avec une ligne de télécommunications.

De manière à faire concorder au mieux les résultats théoriques à la forme du champ électromagnétique observé, différentes hypothèses ont été faites sur la vitesse de l'arcen-retour. Bien que la littérature considère, de façon générale, que la vitesse des arcs-enretour secondaires soit constante, certains auteurs ont étudié cependant le cas d'une vitesse décroissante [55] [56] [62] [63].

114

Toutes ces différentes études s'accordent pour dire que le premier arc-en-retour a une vitesse de propagation plus lente que les suivants car il est précédé du "précurseur par pas" qui est plus lent à ioniser le canal et donne une ionisation plus faible que les précurseurs des arcs-en-retour secondaires.

En considérant une vitesse décroissante en fonction du temps, Leteinturier [62] a obtenu une meilleure approche théorique des résultats expérimentaux obtenus à St Privat d'Allier. Cependant, les enregistrements effectués à St Privat d'Allier n'étant pas tous identiques tant en amplitude qu'en forme, il est difficile de donner un modèle réaliste de la variation de la vitesse de l'impulsion de courant.

D'autre part, des observations récentes effectuées en 1983 par Jordan et Uman [64] ont montré que la luminosité dans le canal diminuait avec la hauteur pour les arcs-enretour secondaires traduisant ainsi une atténuation du courant de foudre. Cette atténuation du courant n'influe que très peu sur les champs électrique et magnétique au niveau du sol, mais par contre,elle modifie considérablement les champs mesurés en altitude [65].

Mais c'est, sans conteste, la modélisation du courant dans le canal foudre qui a atteint les plus hauts degrés de sophistication [56] [62] [63] [66] à [69]. L'un des derniers modèles en la matière est celui proposé par Lin et al [63] puis amélioré par Master et al [66]. Dans ce modèle, les paramètres du courant sont déterminés à partir de résultats expérimentaux concernant le champ électrique et le champ magnétique obtenus pour différentes distances du point d'impact de l'éclair.

Dans l'hypothèse d'un canal vertical et rectiligne situé au-dessus d'un sol parfaitement conducteur, le courant est défini à l'aide de trois composantes (figure III.11) :

a) une composante impulsionnelle constituée par une impulsion brève de courant se propageant à une vitesse constante v,

b) une composante uniforme,

c) une composante due à l'effet corona et qui est causée par la neutralisation des charges déposées dans le canal puis entraînées ensuite vers le sol par le passage du front d'onde de l'arc-en-retour.

#### III.2.2 - Autres modèles de l'arc-en-retour

Comme nous l'avons déjà signalé plus haut, le modèle type ligne de transmission est celui qui a connu le plus de développements. Cependant, d'autres modélisation de l'arcen-retour basées sur des concepts physiques différents existent dans la littérature. On signalera, à titre indicatif, le modèle proposé par Volland [70] qui compare le canal à un guide d'onde cylindrique de diamètre fini.

D'autres, comme Oetzel [71] ou Johannet [72], proposent une approche physique de l'arc sous la forme d'une ligne de transmission à constantes réparties.

Enfin, pour terminer, signalons le modèle proposé par Heidler [73] en 1985 qui considère une source de courant se propageant du sol vers le nuage à la vitesse v. Cette source génère un courant qui lui se propage de la source vers le sol à la vitesse de la lumière (figure III.12). Là encore, le canal est supposé rectiligne et le sol est considéré comme parfaitement conducteur. Le modèle de Heidler, dans son principe, ressemble à la modélisation de l'effet couronne décrit précédemment dans le modèle de Lin et Uman [63] mais il présente l'avantage de supposer implicitement que les charges déposées par le leader ont exactement la distribution qui conduit à la forme et à l'amplitude du courant mesuré à la base de l'éclair.

Au terme de cette analyse non exhaustive de la bibliographie relative aux modélisations du canal foudre, nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- le canal foudre peut être assimilé à une antenne verticale et rectiligne,

- la vitesse du courant dans le canal foudre peut être prise constante sauf pour le premier arc-en-retour,

- le sol peut être considéré comme parfaitement conducteur si l'on ne s'intéresse qu'à la composante verticale du champ électrique. A l'inverse<sub>s</sub> la conductivité finie du sol influe fortement sur la composante horizontale du champ électrique,

- la forme du courant de foudre peut être simple (loi exponentielle) ou compliquée (superposition de composantes supplémentaires).



Figure III.11 : Modélisation du courant de foudre d'après Master et al [66]



Figure III.12 : Modèle de la source de courant progressive proposé par Heidler [73]

117

Avec ces hypothèses, que ce soit dans le modèle type "ligne de transmission" ou dans le modèle type "source de courant progressive" la détermination du champ électromagnétique conduit dans un premier temps au calcul du rayonnement électromagnétique d'un dipôle électrique en présence du sol.

Ainsi, dans les paragraphes suivants, nous étudierons le rayonnement électromagnétique d'une décharge orageuse, dans le cas d'un sol parfaitement conducteur d'abord, puis de conductivité finie ensuite.

## III.3 - RAYONNEMENT ELECTROMAGNETIQUE DU CANAL FOUDRE EN PRESENCE D'UN SOL PARFAITEMENT CONDUCTEUR

#### III.3.1 - Hypothèses et système de coordonnées

Le canal foudre est modélisé par une antenne verticale dont l'extension maximale (notée Hc) correspond à la hauteur moyenne de la localisation des charges dans le nuage.

Sur la figure III.13, nous avons indiqué la géométrie du canal éclair et de son "image", simulant ainsi l'effet du sol parfaitement conducteur. Compte tenu de la symétrie cylindrique du problème, le champ électromagnétique en un point P (r,  $\Psi$ , z) quelconque sera calculé en considérant un système de coordonnées dont l'origine est le point de contact de l'arc en retour avec le sol.

L'antenne ainsi définie est assimilée à une succession de dipôles électriques parcourus par une impulsion de courant i(t). Le champ électromagnétique en un point P (r,  $\Psi$ , z), dû à l'arc-en-retour, est obtenu en sommant ensuite les contributions des différents dipôles constituant le canal et son image.

Le calcul du champ électromagnétique tel qu'il vient d'être décrit sera d'autant plus simple que la forme du courant dans le canal est elle-même simplifiée.

III.3.2 - Calcul dans le cas d'un courant de foudre de forme simple

En faisant l'hypothèse d'un canal de longueur infinie et en considérant un courant de forme rectangulaire, Chowdhuri [74] a, en 1967, établi des expressions très simples pour le calcul du champ électrique vertical.

Le calcul a été repris en 1981 par Koga [75] pour un courant de forme triangulaire (figure III.14) et appliqué à l'étude des surtensions induites sur des lignes de télécommunications.



Figure III.13 : Géométrie du canal foudre et système de coordonnées



Figure III.14 : Modélisation du courant de foudre d'après Koga [75]

La détermination du champ électrique est faite en recherchant la solution des équations de Maxwell dans le domaine temporel à l'aide des potentiels scalaire et vecteur. Le champ électrique Ez est solution de l'équation suivante :

$$E_{z} = -(\text{grad } \emptyset)_{z} \frac{\partial A}{\partial t}^{z}$$
(1)

où  $\emptyset$  et Az représentent respectivement le potentiel scalaire et le potentiel vecteur associés aux charges et courant dans le canal.

En considérant un courant de canal sous la forme d'un échelon unitaire se propageant à la vitesse  $\forall$  le champ électrique vertical en un point P (r,  $\forall$ , h) s'écrit [75] :

$$E_{zo}(t) = 30 \{ (\beta - 1)/[T^2 + R^2]^{\frac{1}{2}} - \beta/[h^2 + r_o^2]^{\frac{1}{2}} \}$$
(2)

avec

$$r_{o} = [x_{o}^{2} + y_{o}^{2}]^{h} \quad T = (vt-h)/(1+1/\beta)$$
(3)

$$R^{2} = r_{0}^{2} (\beta - 1)/(\beta + 1)$$
  $\beta = c/v$  (4)

c : vitesse de la lumière.

. -

Lorsque le courant I(t) a une forme triangulaire (figure III.14) le champ électrique Ez(t) correspondant s'obtient à partir de l'expression  $Ez_0(t)$  précédente en utilisant le théorème de Duhamel :

$$E_{z}(t) = \int_{0}^{\infty} E_{zo}(t) \cdot \frac{dI}{dt} (t-\delta) d\delta$$
(5)

Après calcul et à partir des paramètres Io, v,  $t_f$  et  $t_e$  du courant le champ Ez(t) est défini par les expressions suivantes :

$$t < t_{o} \qquad E_{z}(t) = 0$$

$$t_{o} < t < t_{o} + t_{f} \qquad E_{z}(t) = E_{1}(t)$$

$$t_{o} + t_{f} < t < t_{o} + t_{e} \qquad E_{z}(t) = E_{1}(t) + E_{2}(t)$$

$$t_{o} + t_{e} < t \qquad E_{z}(t) = E_{1}(t) + E_{2}(t) + E_{3}(t) \qquad (6)$$

et où . Pour n = 1 , 
$$a_1 = I_o/t_f$$
,  $t_1 = t$   
. Pour n = 2 ,  $a_2 = -I_o/t_f - I_o/(t_e - t_f)$ ,  $t_2 = t - t_f$   
. pour n = 3 ,  $a_3 = I_o/(t_e - t_f)$ ,  $t_3 = t - t_e$ 

A titre d'exemple, nous avons représenté sur la figure III.15 le champ électrique vertical calculé à l'aide de la relation précédente à une hauteur de 6m et à une distance de 200m du point d'impact avec les paramètres suivants du courant de foudre :

$$I_o = 10 \text{ kA}$$
  $t_e = 50 \text{ ys}$   
 $v = 1.1 \ 10^8 \text{ m/s}$   $t_f = 1 \text{ ys}$ 

#### III.3.3 - Calcul dans le cas d'un courant de foudre de forme complexe

Lorsque le courant de foudre a une forme quelconque, le calcul du champ électromagnétique conduit donc à intégrer numériquement la contribution de tous les dipôles élémentaires de l'antenne. Dans le cas d'un sol parfaitement conducteur les équations du champ électromagnétique produit par un dipôle électrique vertical peuvent être obtenues soit dans le domaine fréquentiel soit directement dans le domaine temporel [62] [84].

Dans ce dernier cas, nous rappelons ci-dessous les expressions du champ électrique et du champ magnétique en un point P (r,  $\mathcal{O}$ , z) pour un dipôle dz' situé à une hauteur z' et parcouru par un courant i(z', t).

$$B(r,\emptyset,z,t) = \frac{\gamma_0 d_3}{4\pi} \left[ \frac{\pi}{c R^2} \cdot \frac{\partial i(3,t-k)}{\partial t} + \frac{\pi}{R^3} i(3,t-k) \right]$$
(9)

$$E_{r}(r,\emptyset,z,t) = \frac{dz'}{4\pi\epsilon_{0}} \left[ \frac{3r(3-3')}{R^{5}} \int_{0}^{t} i(3', 5-\frac{R}{c}) dF + \cdots \right]$$
(10)

$$\dots + \frac{3\pi(3-3')}{cR^4}i(3',t-\frac{R}{c}) + \frac{\pi(3-3')}{c^2R^3}\frac{3i(3',t-\frac{R}{c})}{3t}$$

avec

$$E_{z}(r,\emptyset,z,t) = \frac{d^{2}}{4\pi\epsilon_{o}} \left[ \frac{2(3-3')-\pi^{2}}{R^{5}} \int_{0}^{t} i(3',\xi-\frac{R}{c})d\xi + \frac{2(3'-3)-\pi^{2}}{cR^{4}} i(3',t-\frac{R}{c}) - \frac{\pi^{2}}{c^{2}R^{3}} \cdot \frac{\partial i(3',t-\frac{R}{c})}{\partial t} \right]$$
(11)

où Y et E sont respectivement la perméabilité et la permittivité de l'air.

Les grandeurs géométriques correspondent à celles indiquées sur la figure III.13. Le premier terme dans les équations (10) et (11) est généralement appelé composante électrostatique du champ; le second, dans les équations (9), (10) et (11) est appelé terme d'induction; quant au dernier, il correspond à la composante rayonnée du champ.

Le champ électromagnétique produit en un point P (r,  $\phi$ , z) par l'arc-en-retour de la décharge orageuse sera obtenu en intégrant numériquement la contribution de chaque dipôle élémentaire depuis h=0 jusqu'à la hauteur totale de l'antenne [76] [77] [48].

A titre d'exemple, nous avons reporté, sur la figure III.16, le champ électrique vertical produit à une hauteur de 6m et à 200m du point d'impact. La hauteur du canal a été fixée à 7km et l'impulsion de courant choisie est une bi-exponentielle dont les paramètres sont définis ci-dessous.

 $I(t) = I_o (e^{dt} - e^{Bt})$ 

$$v = 1.1 \ 10^8 \text{m/s}, I_a = 10 \text{ kA}, \alpha = 310^4 \text{s}^{-1}, \beta = 10^7 \text{s}^{-1}$$
 (12)

Ce qui correspond à une impulsion dont le temps de montée est inférieur à 0,5 k et de temps à mi-hauteur de l'ordre de 25 k.

On constate que l'amplitude du champ électrique est identique à celle du champ calculé par la formule de Koga (figure III.15). La légère différence dans l'allure du champ s'explique par la forme observée du courant de foudre choisi dans chaque cas.

III.3.4 - Calcul de la composante horizontale du champ électrique

Si on envisage tout d'abord le cas d'un sol parfaitement conducteur, la composante tangentielle du champ électrique sera non nulle à une hauteur h (h>0) au-dessus du sol et par conséquent elle contribuera au couplage avec une ligne de télécommunications située à cette hauteur. Dans ce cas précis, on calculera cette composante à l'aide des expressions définies dans le paragraphe précédent.

122



Figure III.15 : Champ électrique vertical à 200m pour un courant de foudre de forme triangulaire





Si, par contre, la conductivité du sol est finie, il y a apparition d'une composante tangentielle du champ électrique même à la surface du sol.

Ce phénomène a été étudié en 1907 par Zenneck [78] qui a montré, qu'à grande distance, la composante tangentielle du champ électrique à la surface du sol pouvait être reliée à la composante verticale du champ par la relation suivante :

$$W(jw) = E_{\mu}(jw)/E_{\nu}(jw) = 1/[\varepsilon_{r} + \sigma/jw\varepsilon_{o}]^{\frac{1}{2}}$$
(13)

avec  $\mathcal{E}_{\mathbf{r}}$  : permittivité relative du sol

 $\sigma$ : conductivité du sol

E : permittivité de l'air

ن : pulsation de l'onde

Cette relation n'est évidemment valable que dans le cadre des hypothèses suivantes :

- le vecteur champ électrique rayonné est contenu dans le plan défini par la direction de propagation et la normale au sol,

- l'incidence de l'onde est très proche de l'incidence rasante.

D'autre part, pour une onde rayonnée dans l'air, la composante horizontale du champ magnétique et la composante verticale du champ électrique sont reliées par l'impédance d'onde  $Zo = [\gamma_o/\mathcal{E}_o]^{\frac{1}{2}}$ .

De ce fait, le champ électrique horizontal à la surface du sol peut être également déterminé à partir du champ magnétique horizontal et à l'aide de la relation (13).

Dans les chapitres précédents, nous avons vu, par exemple, que pour l'étude du couplage d'une onde électromagnétique avec une ligne de télécommunications, il est nécessaire de disposer du champ électrique vertical à chaque extrémité de la ligne ainsi que du champ électrique horizontal le long de la ligne. Les câbles de télécommunications étant situés à des hauteurs relativement faibles au-dessus du sol, on comprend aisément que certains auteurs [65] [75] préfèrent utiliser la relation de Zenneck pour déterminer la composante tangentielle du champ électrique. Ceci se traduit bien sûr par une réduction du temps de calcul non négligeable mais suppose, évidemment, que cette relation soit appliquée dans sa zone de validité. C'est ce que nous allons vérifier dans le paragraphe suivant, en comparant le champ exact avec le champ obtenu à partir de la relation de Zenneck et ceci en fonction de la distance du point d'impact du coup de foudre.

Pour calculer, par exemple, dans le domaine temporel le champ électrique horizontal  $E_{\mu}(t)$  à partir de la relation de Zenneck et des expressions temporelles du champ électrique vertical  $E_{\nu}(t)$  définies précédemment, il faut utiliser, d'une part, une transformée de Fourier directe pour obtenir  $E_{\nu}(w)$  et, d'autre part, une transformée de Fourier inverse pour déterminer  $E_{\mu}(t)$ . Ceci conduit évidemment à utiliser un algorithme de transformée de Fourier rapide.

Pour éviter cette "gymnastique informatique fréquence-temps", une solution consiste à approximer le champ  $E_{v}(t)$  par plusieurs segments de droite, ce qui permet d'obtenir une expression analytique du champ électrique horizontal, directement dans le domaine temporel, à l'aide de la transformée inverse de Laplace.

Dans le cas où le courant de foudre I(t) a une forme triangulaire, le champ électrique vertical  $E_{v}(t)$  défini précédemment par la relation (6) peut être également approximé par une forme triangulaire (figure III.17) dont l'expression analytique est la suivante :

$$E_{V}(t) = E_{MAX} \cdot t \cdot u(t) / t'_{f} - [E_{MAX} / t'_{f} + E_{MAX} / (t'_{e} - t'_{f})] (t - t'_{f}) u(t - t'_{f}) + [E_{MAX} / (t'_{e} - t'_{f})] (t - t'_{e}) u(t - t'_{e})$$
(14)

où u(t) représente un échelon unitaire

 $E_{MAX}$ : l'amplitude crête du champ électrique vertical

t', et t', sont des temps définis sur la figure III.17.

Chaque terme de l'équation (14) représente donc une rampe pour laquelle nous allons déterminer la réponse  $E_{\mu}(t)$  à partir du rapport W(jw) défini par l'équation (13).

$$E_{\mu}(p) = m.1/[\xi_{\mu} + \sqrt{7}p\xi_{o}]^{\frac{1}{2}}$$
(15)

En utilisant une table de transformée inverse de Laplace, nous obtenons :

$$E_{H}(t) = m.t.e^{-at} [I_{0}(at) + I_{1}(at)].u(t)$$
(16)

avec  $a = \frac{\sigma}{2 \epsilon_0 \epsilon_r}$ 

 $I_0$  et  $I_1$  étant les fonctions modifiées de Bessel de première espèce d'ordre 0 et 1.

Pour la forme du champ vertical de la figure III.17 donné par l'équation (14), le champ électrique horizontal est défini par les expressions suivantes :

$$t < t_{o} \qquad E_{H}(t) = 0$$

$$t_{o} \leq t < t_{o} + t_{f} \qquad E_{H}(t) = E_{H1}(t) \qquad (17)$$

$$t_{o} + t_{f} \leq t < t_{o} + t_{e} \qquad E_{H}(t) = E_{H1}(t) + E_{H2}(t)$$

$$t_{o} + t_{e} \leq t \qquad E_{H}(t) = E_{H1}(t) + E_{H2}(t) + E_{H3}(t)$$

avec :

$$E_{Hn}(t) = -\frac{K_n}{a} [1/\mathcal{E}_r]^{\frac{1}{2}} \cdot \dot{\mathcal{E}}_n^{atn} a.t_n [I_o(at_n) + I_1(at_n)]$$
(18)

pour n = 1

$$K_1 = E_{MAX}/t_f^{*}$$
  $t_1=t$ 

pour n = 2

$$K_2 = -E_{MAX}/t_f - E_{MAX}/(t_e^{-t_f})$$
  $t_2 = t - t_f^{*}$ 

pour n = 3

$$K_3 = E_{MAX}/(t'_e - t'_f)$$
  $t_3 = t - t'_e$ 

La figure III.18 représente le champ électrique horizontal, calculé à partir de la relation précédente, à une altitude de 6m pour un point d'observation situé à 1km du point d'impact de la foudre, et un sol dont les caractéristiques électriques valent :

$$f = 10^{-2} \, \text{S/m} \, \text{et} \, \xi_r = 10$$

Pour un courant de foudre I(t) de forme quelconque, la décomposition du champ électrique vertical  $E_v(t)$  en segments de droite peut être également effectuée mais elle sera tributaire de la forme du courant choisie.

La figure III.19 montre la décomposition en segments du champ  $E_{v}(t)$  proposée par Master [65] pour la forme de courant donnée sur la figure III.11.

Le champ électrique vertical est décomposé cette fois-ci en quatre segments de droite et se termine par un échelon dû à la composante électrostatique du courant de foudre.

De même que pour une rampe, le champ  $E_{\mu}(t)$  peut être calculé pour un échelon à partir de W(jw):

En posant par exemple  $E_v(t)=k u(t)$  nous obtenons :

$$E_{\mu}() = k . 1 / [p(p + \frac{\sigma}{\xi_{0}\xi_{1}})]^{\frac{1}{2}}$$
(19)

A l'aide d'une table de transformée inverse de Laplace nous avons finalement :

$$\mathbf{E}_{\mu}(t) = \mathbf{k} \cdot \mathbf{e}^{-\mathbf{a}t} \mathbf{I}_{\mathbf{a}}(\mathbf{a}t) \cdot \mathbf{u}(t)$$
(20)

A partir de la décomposition de  $E_v(t)$  représentée sur la figure III.19 l'expression analytique de  $E_v(t)$  peut être écrite sous la forme suivante [65] :

$$E_{\gamma}(t) = \frac{E_{\gamma_{2}}}{t_{2}} \cdot t \cdot u(t) + \left[-\frac{E_{\gamma_{2}}}{t_{2}} + \frac{E_{\gamma_{3}} - E_{\gamma_{2}}}{t_{3} - t_{2}}\right] \cdot (t - t_{2}) \cdot u(t - t_{2}) + \left[-\frac{E_{\gamma_{3}} - E_{\gamma_{2}}}{t_{3} - t_{2}} + \frac{E_{\gamma_{4}} - E_{\gamma_{3}}}{t_{4} - t_{3}}\right] \cdot (t - t_{3}) \cdot u(t - t_{3}) + \left[-\frac{E_{\gamma_{4}} - E_{\gamma_{3}}}{t_{4} - t_{3}} + \frac{E_{\gamma_{5}} - E_{\gamma_{4}}}{t_{5} - t_{4}}\right] \cdot (t - t_{4}) \cdot u(t - t_{4}) + \left[-\frac{E_{\gamma_{5}} - E_{\gamma_{4}}}{t_{5} - t_{4}} \cdot (t - t_{5}) - E_{\gamma_{5}}\right] \cdot u(t - t_{5})$$
(21)



Figure III.17 : Décomposition sous forme de triangle du champ électrique vertical



Figure III.18 : Champ électrique horizontal obtenu à partir de la relation de Zenneck

Le champ électrique horizontal  $E_{H}(t)$  qui en découle est, cette fois, donné par l'expression ci-dessous :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\mathbf{H}}(\mathbf{t}) &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{r}}} \cdot \frac{\mathbf{E}_{V_{2}}}{\mathbf{t}_{2}} \cdot \mathbf{t} \cdot \mathbf{e}^{-p\mathbf{t}} [I_{0}(p\mathbf{t}) + I_{1}(p\mathbf{t})] u(\mathbf{t}) \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{r}}} \left[ - \frac{\mathbf{E}_{V_{2}}}{\mathbf{t}_{2}} + \frac{\mathbf{E}_{V_{3}} - \mathbf{E}_{V_{2}}}{\mathbf{t}_{3} - \mathbf{t}_{2}} \right] \cdot (\mathbf{t} - \mathbf{t}_{2}) \cdot \mathbf{e}^{-p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{2})} \cdot [I_{0}(p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{2})) + I_{1}(p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{2}))] u(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{2}) \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{r}}} \left[ - \frac{\mathbf{E}_{V_{3}} - \mathbf{E}_{V_{2}}}{\mathbf{t}_{3} - \mathbf{t}_{2}} + \frac{\mathbf{E}_{V_{4}} - \mathbf{E}_{V_{3}}}{\mathbf{t}_{4} - \mathbf{t}_{3}} \right] \cdot (\mathbf{t} - \mathbf{t}_{3}) \cdot \mathbf{e}^{-p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{3})} \cdot \left[ I_{0}(p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{3})) + I_{1}(p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{3})) \right] u(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{3}) \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{r}}} \left[ - \frac{\mathbf{E}_{V_{4}} - \mathbf{E}_{V_{3}}}{\mathbf{t}_{4} - \mathbf{t}_{3}} + \frac{\mathbf{E}_{V_{5}} - \mathbf{E}_{V_{4}}}{\mathbf{t}_{5} - \mathbf{t}_{4}} \right] \cdot (\mathbf{t} - \mathbf{t}_{4}) \cdot \mathbf{e}^{-p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{4})} \cdot \left[ I_{0}(p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{3})) + I_{1}(p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{3})) \right] u(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{4}) \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{r}}} \left[ - \frac{\mathbf{E}_{V_{5}} - \mathbf{E}_{V_{4}}}{\mathbf{t}_{5} - \mathbf{t}_{4}} \right] \cdot (\mathbf{t} - \mathbf{t}_{5}) \cdot \mathbf{e}^{-p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{5})} \cdot \left[ I_{0}(p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{5})) + I_{1}(p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{5})) \right] u(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{5}) \\ &+ \frac{1}{\sqrt{\epsilon_{r}}} \left[ - \mathbf{E}_{V_{5}} \right] \cdot \mathbf{e}^{-p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{5})} \cdot \mathbf{I}_{0}(p(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{5})) + u(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{5}) \right] u(\mathbf{t} - \mathbf{t}_{5}) \end{aligned}$$

où u(t) est l'échelon unité.

Sur la figure III.19 est également reporté le champ électrique horizontal calculé à partir de la relation précédente pour un point d'observation situé à 3km et pour un sol de conductivité 10<sup>-3</sup> S/m.

# III.4 - RAYONNEMENT ELECTROMAGNETIQUE DU CANAL FOUDRE EN PRESENCE D'UN SOL DE CONDUCTIVITE FINIE

Dans ce paragraphe, l'étude est abordée en régime harmonique car le rayonnement d'un dipôle électrique en présence d'un demi milieu conducteur est défini dans le domaine fréquentiel. De plus, pour aborder le couplage électromagnétique avec un câble, le formalisme de la théorie des lignes de transmission nécessite également la définition, dans le domaine fréquentiel, des paramètres primaires du câble ainsi que des paramètres de transfert de son blindage.


Figure III.19 : Décomposition générale du champ  $E_v(t)$  et calcul de  $E_{H}(t)$  à 3 km par la relation de Zenneck

Le calcul du champ rayonné par une décharge orageuse en présence d'un sol de conductivité finie a été effectué en 1980 par Leteinturier [62] Sur la base du modèle ligne de transmission et en considérant un courant foudre de forme biexponentielle. La prise en compte de la conductivité du sol conduit à l'évaluation numérique des intégrales de Sommerfeld intervenant dans les expressions du champ électromagnétique rayonné par un dipôle électrique.

Compte tenu de la dimension de l'antenne verticale constituant le canal foudre la détermination du champ rayonné en un point va nécessiter des temps de calcul sur ordinateur très importants. D'autre part, le temps de calcul des signaux induits sur une ligne de télécommunications devient vite prohibitif dans la mesure où il faut définir le champ électrique le long de la structure. De plus les solutions proposées dans la littérature technique sont peu satisfaisantes car basées sur des hypothèses valables que pour un coup de foudre lointain c'est-à-dire quand les perturbations induites sur les lignes sont peu importantes.

De manière à pouvoir étudier le couplage aux lignes d'une façon systématique, nous allons reprendre le calcul du champ électromagnétique rayonné par une décharge orageuse en utilisant les différentes approximations possibles des intégrales de Sommerfeld. Afin de vérifier la validité de cette modélisation, nous effectuerons une comparaison de nos résultats avec ceux obtenus antérieurement par Leteinturier en adoptant la même modélisation du courant de foudre.

### III.4.1 - Rayonnement d'un dipôle électrique vertical

Le champ électromagnétique rayonné par le canal foudre est obtenu en sommant la contribution de tous les dipôles électriques verticaux constituant l'antenne rayonnante.

Le problème du rayonnement électromagnétique d'un dipôle électrique en présence d'un demi milieu a été étudié pour la première fois en 1909 par Sommerfeld [79]. Depuis, de nombreux travaux sont parus sur le sujet dont celui de Banos [80] qui a traité le problème complet en déterminant la solution des équations de Maxwell pour chaque milieu, 'en accord avec les conditions aux limites sur l'interface. Dans le cadre de cette étude nous utiliserons la représentation de Banos.

Le champ électromagnétique est défini à partir de la représentation intégrale de potentiel de Hertz [80] [84].

Pour un dipôle vertical situé dans l'air, (figure III.20) les composantes du champ électromagnétique rayonné dans l'air sont données en coordonnées cylindriques par les expressions suivantes [81]:

$$\mathbf{\mathbf{x}} = \mathbf{E}_{r} = \frac{J \omega \rho \mu_{0}}{4 \pi k_{1}^{2}} \quad (\mathbf{E}_{r_{1}} + \mathbf{E}_{r_{2}} - \mathbf{E}_{r_{3}})$$

où

$$E_{r_{1}} = (3 - k_{1}^{2} R_{1}^{2} - j \ 3 \ k_{1} R_{1}) \ (h + z) \ r \ \frac{e^{j \ k_{1} R_{1}}}{R_{1}^{5}}$$
  
$$E_{r_{2}} = (3 - k_{1}^{2} R_{2}^{2} - j \ 3 \ k_{1} R_{2}) \ (h - z) \ r \ \frac{e^{j \ k_{1} R_{2}}}{R_{2}^{5}}$$

$$E_{r_{3}} = 2 k_{2}^{2} \int_{0}^{\infty} \frac{\widetilde{J}_{1} e^{-\widetilde{J}_{1}(h-z)}}{k_{1}^{2} \widetilde{J}_{2} + k_{2}^{2} \widetilde{J}_{1}} J_{1} (\lambda r) \lambda^{2} d\lambda$$

$$E_{z_{1}} = \left[ (h+z)^{2} (3-k_{1}^{2} R_{1}^{2}) - R_{1}^{2} + k_{1}^{2} R_{1}^{4} + jk_{1}R_{1} (R_{1}^{2} - 3(h+z)^{2}) \right] \frac{e^{jk_{1}R_{1}}}{R_{1}^{5}}$$

$$E_{z_{2}} = \left[ (h-z)^{2} (3-k_{1}^{2} R_{2}^{2}) - R_{2}^{2} + k_{1}^{2} R_{2}^{4} + jk_{1}R_{2} (R_{2}^{2} - 3(h-z)^{2}) \right] \frac{e^{jk_{1}R_{2}}}{R_{2}^{5}}$$

$$E_{z_{3}} = 2 k_{2}^{2} \int_{0}^{\infty} \frac{e^{-\hat{\ell}_{1}} (h-z)}{k_{2}^{2} \hat{\ell}_{1}^{2} + k_{1}^{2} \hat{\ell}_{2}^{2}} \int_{0}^{0} (\lambda r) \lambda^{3} d\lambda$$

\* 
$$E\varphi = 0$$
  
  
milieu (2):air  
milieu (1): Sol  
  
 $\chi$   
Image

Figure III.20 : Dipôle électrique vertical dans l'air

Les intégrales de Sommerfeld qui interviennent dans les expressions précédentes du champ électromagnétique expriment l'interaction de la source avec le demi milieu conducteur que constitue le sol.

Le calcul des intégrales de Sommerfeld a fait l'objet de nombreux travaux. Certains auteurs ont exprimé ces intégrales à partir de formules analytiques en faisant certaines approximations, d'autres en effectuant directement le calcul de ces intégrales sur des contours appropriés [80] [82] [83]. La combinaison des deux méthodes est également très utilisée.

Dans une précédente étude [84], nous avons mis au point un programme de calcul numérique de ces intégrales. l'intégration a été effectuée le long de l'axe réel en utilisant une procédure adaptée aux fonctions présentant de grandes variations. Le cas des fonctions décroissant lentement a été traité à l'aide de la méthode d'accélération de convergence de Gray-Atchinson [85].

La validité du programme a d'autre part été vérifiée en comparant nos résultats avec ceux obtenus par d'autres auteurs [86].

Le calcul du champ électromagnétique rayonné par un dipôle élémentaire nécessite environ 1 seconde sur un ordinateur type IBM 3083. Par contre, pour calculer le courant induit sur une ligne de 1 kilomètre de long, plusieurs heures sont nécessaires car il faut non seulement effectuer une intégration le long du canal foudre mais également le long du câble illuminé.

Afin de réduire le temps de calcul des signaux induits sur les câbles de télécommunications, nous allons utiliser différentes approximations des intégrales de Sommerfeld disponibles dans la littérature. Leur domaine de validité sera déterminé en comparant les résultats approchés à ceux obtenus par intégration numérique de manière à pouvoir choisir l'approximation idoine pour chaque configuration géométrique, et pour chaque fréquence.

III.4.2 - Etude des différentes approximations des intégrales de Sommerfeld

Il s'agit, dans la suite de l'étude, de déterminer les approximations qui sont valables dans les domaines de fréquences et de distances utilisés de manière à regrouper dans un seul programme, les expressions analytiques nécessaires au calcul du champ électromagnétique par intégration le long du canal foudre. En utilisant la méthode d'intégration dite "méthode du col", Banos a obtenu des développements asymptotiques pour les intégrales de Sommerfeld moyennant les hypothèses suivantes :

- la hauteur du point d'émission h et la hauteur de point de réception z sont beaucoup plus petites que la distance horizontale r entre ces deux points,

$$|n| = |k_2/k_1| \ll 1$$
  
 $|k_1r| \gg 1$ 

Des expressions analytiques sont données par Banos [80] dans trois zones définies comme suit :

Zone proche : 
$$5r_a < r < r_b/5$$
  
Zone intermédiaire :  $r_b/5 < r < r_c/5$  (24)  
Zone symptotique :  $r > 5r_c$ 

et où r<sub>a</sub>, r<sub>b</sub> et r<sub>c</sub> sont définies par les relations suivantes :

$$|K_1 r_a| = 1$$
,  $|k_2 r_b| = 1$  et  $|n^2 k_2 r_c| = 1$  (25)

k<sub>2</sub> et k<sub>1</sub> étant respectivement les constantes de propagation dans l'air et dans le sol.

Les expressions analytiques du champ électromagnétique [81] sont rappelées dans l'annexe A.3.

### III.4.2.2 - Approximation par le formalisme de Norton [87]

L'une des toutes premières approximations du champ rayonné par un dipôle électrique vertical fut proposée par Norton en 1937. En approximant le champ rayonné à l'interface auc-sol par des ondes planes, le potentiel de Hertz peut s'exprimer à partir du coefficient de réflexion en mode TM ainsi qu'à l'aide de la fonction d'onde de surface de Sommerfeld  $F_e$  définie par la relation suivante :

$$F_{e} = 1 - j \sqrt{\pi P_{e}} \cdot e^{-Pe} \cdot \operatorname{erfc} (j \sqrt{P_{e}})$$
(26)

où Pe est la distance complexe de Sommerfeld donnée par :

$$P_{e} = -\frac{k_{z}R_{1}}{2\sin^{2}\theta} \left\{ \cos\theta + n^{2}\sqrt{\frac{1}{n^{2}} - \sin^{2}\theta} \right\}$$
avec:  

$$R_{1} = [r^{2} + (z+h)^{2}]^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{1}{n^{2}} = E_{r} - j\frac{\sigma}{\omega E_{0}}$$
(27)

σ et Erétant respectivement la conductivité et la permittivité relative du sol.

Les expressions analytiques du champ électromagnétique obtenues dans ce cas ne sont valables que dans le cadre de l'hypothèse  $|k_2 r| \gg 1$ .

La zone de validité de cette approximation est donc beaucoup plus étendue que celle de la zone asymptotique de Banos valable pour  $|n^2k_2r| \gg 1$ .

Les expressions du champ sont rappelées dans l'annexe A.3.

# II.4.2.3 - Approximation par le formalisme de Bannister [88] [89]

En approximant la distance complexe de Sommerfeld Pe définie précédemment, Bannister a, dans une première étude [88], étendu le domaine de validité des expressions de Norton en donnant des expressions du champ électromagnétique valables pour des distances d'observation beaucoup plus petites que la longueur d'onde mais beaucoup plus grandes que la profondeur de pénétration dans le sol. D'autre part, en faisant usage de la théorie des images en présence d'un sol de conductivité finie, Bannister [89] a introduit d'autres formules approchées valables pour n'importe quelle distance et dont la limite de validité est définie par :  $|n^2| \ll 10$ .

Les expressions sont rappelées dans l'annexe A.3.

### III.4.2.4 - Approximation par le formalisme de Sarkar [90]

En utilisant la méthode des coefficients de réflexion, Sarkar a obtenu des expressions analytiques pour le champ rayonné. Dans ce cas, l'effet du sol est pris en compte en décomposant l'onde sphérique produite par le dipôle image en ondes planes et en multipliant les différentes composantes par un coefficient de réflexion spéculaire. L'auteur donne, comme limite de validité, des expressions :

$$h > 0.7 \lambda / \sqrt{\epsilon_r}$$
 (28)

où h est la hauteur du dipôle émetteur,  $\lambda$  la longueur d'onde et  $\mathcal{E}_{r}$  la permittivité relative du sol.

On constate, en particulier, que la relation précédente limite la validité de l'approximation à des valeurs élevées de fréquences. Les expressions du champ sont rappelées en annexe A.3.

### III.4.2.5 - Autres approximations

Il existe évidemment d'autres approximations des intégrales de Sommerfeld dans la littérature technique comme par exemple celle proposée par Mittra et al [91] pour améliorer la méthode des coefficients de réflexion. Cependant, nous verrons que les approximations définies précédemment sont suffisamment précises pour l'application que nous envisageons.

> III.4.2.6 - Etude du domaine de validité des différentes approximations [92] [93] [94]

En vue du calcul des perturbations induites sur les lignes de télécommunications, nous allons considérer une ligne ayant une hauteur moyenne de 6m au-dessus d'un sol dont les caractéristiques électriques sont :  $\epsilon_{r=10}$   $\lambda_0^{-4} < \sigma < \lambda_0^{-1} S/m$ 

Nous effectuerons une comparaison entre le champ rayonné par un dipôle électrique vertical obtenu à l'aide des différentes approximations et le champ calculé par intégration numérique.

En considérant la distance horizontale r entre le dipôle émetteur et le point d'observations, la hauteur h du dipôle émetteur et la fréquence f nous ferons varier les différents paramètres entre les valeurs extrèmes définies ci-dessous :

> 10m < r < 55km 1m < h < 10km 1kHz < f < 20 MHz.

Il est alors possible d'effectuer à chaque point du plan (h,f) ou du plan (r,f) un symbole représentant l'erreur relative de l'approximation considérée par rapport au calcul numérique des intégrales de Sommerfeld effectué à l'aide du programme décrit précédemment [84].

La comparaison étant faite sur les deux composantes du champ électrique, nous prenons, comme erreur relative, la plus élevée des deux.

Les symboles utilisés pour chaque valeur de l'erreur relative sont représentés sur la figure III.21.

.

ERREUR RELATIVE PAR RAPPORT AU CALCUL EXACT

\_\_\_\_\_

•	SUPERIEURE A 100 %
+	COMPRISE ENTRE 50 ET 100 %
<b>◊</b>	COMPRISE ENTRE 30 ET 50 %
x	COMPRISE ENTRE 20 ET 30 %
*	COMPRISE ENTRE 10 ET 20 %
0	COMPRISE ENTRE 5 ET 10 %
a	COMPRISE ENTRE 1 ET 5 %
	INFERIEURE A 1 %

Figure III.21 : Erreur relative par rapport au calcul exact

Sur les figures III.22, III.23 et III.24 nous avons reporté les erreurs obtenues par les formalismes de Norton et de Bannister pour des distances d'observations respectivement égales à 100m, 1km et 5km. Nous constatons que ces approximations donnent de bons résultats et que l'erreur relative est inférieure à 1 % dans une grande zone.

On remarque également que dans la zone basse fréquence et pour des distances élevées, où l'approximation de Norton présente une erreur excédent 10 %, il est possible d'affiner les résultats en utilisant le formalisme de Bannister.

Pour des distances d'observations inférieures à 100m il a été constaté que l'approximation de Norton présentait une erreur de l'ordre de 50 % pour des hauteurs du dipôle émetteur très élevées (h > 1km) et qu'il n'existait malheureusement aucune autre approximation donnant des résultats meilleurs dans cette zone.

Cependant, pour des faibles distances d'observations, le champ rayonné à 6m audessus du sol par un dipôle situé à une hauteur supérieure à 1km est très faible et par conséquent sa contribution au champ total est négligeable. Dans ce cas, le calcul du champ rayonné par le canal foudre se fera donc par le formalisme de Norton mais en arrêtant l'intégration le long du canal à une hauteur inférieure à 1km.

Sur la figure III.25, sont représentées les erreurs relatives obtenues par les formalismes de Norton, bannister et Sarkar pour une distance d'observations de 10km. On constate comme prévu que l'approximation de Sarkar qui utilise la méthode des coefficients de réflexion n'est valable que pour des fréquences élevées.

Les expressions analytiques du champ électromagnétique, obtenues par Banos dans les différentes zones définies précédemment, ne sont valables que dans la mesure où la hauteur du dipôle émetteur et la hauteur du point de réception sont beaucoup plus faibles que la distance d'observation horizontale, ce qui, évidemment, dans notre application, limite l'utilisation de ces formules, au calcul du champ rayonné à très grande distance.

A titre d'exemple, nous donnons la figure III.26, le domaine de validité des zones de Banos dans le plan distance horizontale-fréquence pour un dipôle émetteur situé à 10m au-dessus du sol.





19^5

ā

10^6

10^7

FREQUENCE

a 

10^3

10^1

a

0

10^4

ũ



Figure III.23 : Calcul distance de 1 km par les formalismes de Norton et de Bannister





Figure III.24 : Calcul à une distance de 5 km par les formalismes de Norton et de Bannister





Figure III.25 : Calcul pour une distance de 10 km avec les formalismes de Bannister, Norton et Sarkar



Figure III.26 : Domaine de validité des zones de Banos pour h = 10 m

En combinant toutes ces approximations dans un même programme, il est possible, à l'aide d'un sous programme d'aiguillage, de choisir l'approximation donnant les meilleurs résultats en fonction des différents paramètres. On peut, ainsi, couvrir tout le spectre de fréquences utiles et calculer le champ rayonné par un dipôle élémentaire, quelle que soit sa hauteur dans le canal foudre.

Les nombreux calculs effectués à l'aide du programme mis au point, nous ont permis, par exemple, de choisir pour le calcul du champ rayonné à une hauteur de 6 m audessus du sol, le formalisme de Norton excepté dans la zone : 5 km < r < 55 km, h<r/100 et F < 10 kHz où le formalisme de Bannister donne de meilleurs résultats, l'erreur commise dans tout le domaine d'étude restant inférieure à 5 %.

Dans le paragraphe suivant, nous allons calculer le champ total rayonné en faisant usage de ces approximations et en intégrant numériquement le long de l'antenne.

#### III.4.3 - Rayonnement électromagnétique du canal foudre

Comme indiqué précédemment, nous choisissons une forme bi-exponentielle pour le courant dans le canal foudre, de manière à comparer nos résultats avec ceux obtenus antérieurement par Leteinturier.

L'expression temporelle du courant est donnée par la relation suivante :

 $I(t) = I_{o}(e^{-B_{1}t} - e^{-B_{2}t})$   $B_{1} = 310^{4} \text{ s}^{-1} \qquad B_{2} = 10^{7} \text{ s}^{-1}$ (29)

Cette impulsion, dont la forme est représentée sur la figure III.27 est supposée d'autre part se propager dans le canal à une vitesse  $v = 1,110^8 \text{m/s}$ .

Le champ rayonné par le canal est obtenu en intégrant numériquement dans le domaine fréquentiel le champ émis par chaque dipôle élémentaire depuis h = 0 jusqu'à la hauteur totale de l'antenne. Compte tenu de l'importance de cet intervalle, les fonctions à intégrer présentent de fortes oscillations en haute fréquence et il faut recourir à un découpage judicieux du domaine d'intégration. A l'intérieur de chacun de ces intervalles, la procédure d'intégration de Gauss-Romberg est utilisée [48] [77].

A titre d'exemple, la figure III.28 représente la variation du champ électrique rayonné par un dipôle en fonction de sa hauteur, pour une fréquence de 100 kHz et une distance d'observation de 1 km.



Figure III.27 : Impulsion de courant dans le canal foudre



Figure III.28 : Variation du champ électrique en fonction de la hauteur du dipôle

La réponse de l'antenne dans le domaine temporel est ensuite obtenue à l'aide d'une transformée de Fourier rapide de 1024 échantillons.

De manière à réduire le temps de calcul, nous effectuons le calcul du champ rayonné par le canal foudre uniquement pour un nombre restreint de fréquences, les autres valeurs du spectre étant déterminées par une interpolation polynomiale.

Cependant, comme les parties réelle et imaginaire du champ électrique produit par le canal foudre présentent de fortes oscillations en fonction de la fréquence, (figure III.29a) une interpolation directe n'est pas réaliste.

. En multipliant, pour chaque fréquence, le champ électromagnétique par un terme de phase  $\tilde{\mathcal{C}}^{J_{\mathcal{L}}\mathcal{R}}$  où R est une distance appropriée, on obtient une nouvelle fonction lentement variable avec la fréquence et, donc, plus facile à interpoler. Dans une précédente étude [84], nous avions montré que le terme R correspondait au plus court chemin optique entre le dipôle d'émission et le point d'observation. Dans notre cas, la vitesse de propagation du courant dans le canal étant plus faible que la vitesse de la lumière, la distance R sera donnée par la relation suivante :

$$= [r^2 + z^2]^{\frac{1}{2}}$$

(30)

où z est la hauteur du point d'observation

R

et r la distance horizontale entre le point d'impact du coup de foudre et le point d'observation.

La nouvelle fonction obtenue (figure III.29b) varie plus rapidement en basse fréquence et, de ce fait, nous avons choisi pour l'échantillonnage une progression quadratique. Ainsi, en calculant le champ pour 36 fréquences discrètes, il est possible d'obtenir, avec suffisamment de précision, les autres valeurs du spectre à l'aide d'une interpolation polynomiale.





Figure III.29 : Spectre de l'impulsion de champ électrique a) initial b) multiplié par e

La figure III.30 représente la composante horizontale Er et la composante verticale Ez du champ électrique rayonné par le canal foudre à une distance de 200 m et pour un point d'observation situé à 10 m au-dessus d'un sol dont les caractéristiques électriques sont :



Figure III.30 : Champ électrique rayonné à 200 m

Les choix reportées sur ces mêmes courbes correspondent aux résultats obtenus par Leteinturier [62] par intégration numérique des intégrales de Sommerfeld. On constate que ses résultats sont en accord avec nos propres résultats obtenus avec des temps de calcul réduits au moins d'un facteur 50. Pour une hauteur d'observation de 6 m, les figures III.31 à III.34 montrent les formes de l'impulsion de champ électrique obtenues lorsque la distance au point d'impact augmente. Au delà d'une distance de 500 m, la composante horizontale  $E_R$  du champ présente un pic négatif dont la largeur est comparable au temps de montée de l'impulsion de courant foudre. Ceci apparaît plus clairement sur la figure III.35, où nous avons représenté  $E_R$  durant les 50 premières  $|_{5}^{5}$ . Cependant, la forme de  $E_R$  est fortement conditionnée par la valeur de la conductivité du sol comme nous pouvons le constater en comparant les figures III.35 et III.36. La figure III.36 correspond au cas d'un sol de forte résistivité ( $\sigma = 10^4$  s/m).

D'autre part, lorsque la distance d'observation r devient importante (r > 3 km), la contribution, au champ total, des dipôles situés dans la partie supérieure de l'antenne devient non négligeable et, de ce fait, il importe de limiter le calcul à des temps inférieurs à  $T_{M} = (Hc/v + r/c)$  correspondant au temps mis par le rayonnement du dernier dipôle de l'antenne pour atteindre le point d'observation. Au delà de ce temps, le comportement du champ électromagnétique n'a plus de signification physique.

Pour une distance d'observation de 12 km on constate, sur la figure III.34 que la composante horizontale Er du champ électrique présente une forme très proche de celle de la dérivée de la composante verticale Ez du champ. En effet, nous avons vu dans le paragraphe III.3.4. que, pour des grandes distances et pour un point d'observation situé près de la surface du sol, l'onde de surface ou onde de Zenneck est prépondérante et que, dans ce cas le rapport  $E_z/E_r$  des deux composantes du champ électrique tendait vers le rapport des constantes de propagation dans le sol et dans l'air :

$$E_{z}/E_{r} = \left[ \mathcal{E}_{r} + \frac{\sigma}{j\omega \mathcal{E}_{o}} \right]^{\frac{1}{2}}$$
(31)

Cette formule a été utilisée par plusieurs auteurs [65] [75] dans le but de s'affranchir du calcul des intégrales de Sommerfeld. L'idée est que la composante verticale du champ électrique étant très peu dépendante de la conductivité du sol, elle pouvait, par conséquent, être calculée dans le cas d'un sol parfaitement conducteur ; la composante horizontale était ensuite obtenue à l'aide de la relation de Zenneck. De manière à vérifier cette hypothèse nous allons maintenant comparer le champ électrique horizontal obtenu par notre modèle et celui calculé par la relation de Zenneck : ceci en fonction de la distance horizontale d'observation.

Sur les figures III.37 à III.40, nous avons reporté la composante  $E_r$  obtenue par ces deux moyens de calcul pour une hauteur de 6 m au-dessus d'un sol de conductivité  $\overline{0} = 10^{-2}$  s/m; la distance horizontale r variant de 500 m à 12 km. On constate que les résultats obtenus par la relation de Zenneck ne sont valable que dans le cas où la distance d'observation r devient supérieure à quelques kilomètres. Pour une conductivité  $\overline{0}$  de 10<sup>-4</sup> s/m et une distance d'observation de 500 m, les deux composantes du champ électrique sont représentées sur la figure III.41. La figure III.42 montre, dans ce cas, que la forme du champ horizontal est plus proche de celle obtenue à l'aide de la relation de Zenneck.



Figure III.31 : Composantes du champ électrique à 200 m



Figure III.32 : Composantes du champ électrique à 500 m



Figure III.33 : Composantes du champ électrique à 1,5 km



Figure III.34 : Composantes du champ électrique à 12 km



Figure III.35 : Composante horizontale du champ électrique à 500 m et pour  $\sigma = 10^{-2}$  S/m



Figure III.36 : Composante horizontale du champ électrique à 500 m pour  $\sigma = 10^{-4}$  S/m



Figure III.37 : Calcul de la composante horizontale à 500 m et comparaison avec les résultats obtenus par la relation de Zenneck



Figure III.38 : Calcul de la composante horizontale à 1,5 km et comparaison avec les résultats obtenus par la relation de Zenneck



Figure III.39 : Calcul de la composante horizontale à 3 km et comparaison avec les résultats obtenus par la relation de Zenneck

.2.



Figure III.40 : Calcul de la composante horizontale à 12 km et comparaison avec les résultats obtenus par la relation de Zenneck



Figure III.41 : Calcul des 2 composantes du champ électrique à 500 m pour  $\sigma = 10^{-4}$  S/m



Figure III.42 : Calcul de la composante horizontale à 500 m et pour  $\sigma = 10^{-4}$  S/m. Comparaison avec les résultats obtenus par la relation de Zenneck

L'idée proposée par certains auteurs selon laquelle on peut utiliser la formule de Zenneck même en zone proche est donc à prendre avec beaucoup de réserves.

En ce qui nous concerne, nous effectuerons le calcul exact du champ horizontal pour déterminer, dans la suite de cette étude, les signaux induits sur une ligne de télécommunications par un coup de foudre proche.

### III.4.4 - Calcul du champ électromagnétique dans le sol

Pour pouvoir calculer les signaux induits par un coup de foudre sur des câbles de télécommunications enterrés, il faut connaître le champ électromagnétique dans le sol au voisinage de la structure étudiée. On fera remarquer cependant, que, cans le cas d'un câble situé près du point d'impact de la foudre, il faudrait tenir compte également de la circulation des charges dans le sol qui peuvent induire des courants du même ordre, voire supérieurs à ceux induits par le champ électromagnétique rayonné de l'éclair.

Dans le cadre de cette étude, nous ne nous intéresserons qu'au couplage d'un câble enterré avec une source de perturbation caractérisée uniquement par un champ électromagnétique (orage lointain).

Le champ électromagnétique rayonné dans le sol par un dipôle électrique vertical situé dans l'air s'exprime également à l'aide des intégrales de Sommerfeld.

Dans une étude précédente [84], nous avons mis au point un programme numérique de calcul de ces intégrales ; cependant, l'intégration le long du canal foudre va là encore nécessiter des temps de calculs très importants et on ne dispose pas, à notre connaissance, de formules approchées pour l'évaluation des intégrales de Sommerfeld.

Compte tenu du contraste de conductivité, l'onde dans le sol se propage en basse fréquence, presque verticalement, le champ électrique étant horizontal. Dans ce cas, si le point d'observation situé dans le sol est à une distance horizontale de l'éclair beaucoup plus grande que la profondeur de pénétration dans le sol, on pourra faire l'hypothèse d'une décroissance exponentielle du champ en fonction de la profondeur. On est donc ramené au calcul du champ horizontal sur l'interface air-sol exposé précédemment.

On pourra utiliser cet artifice pour déterminer le champ électromagnétique dans le sol afin de calculer les courants induits sur un câble enterré par un coup de foudre.

CONCLUSION

Dans ce troisième chapitre, nous avons tout d'abord rappelé le mécanisme d'une décharge orageuse nuage-sol dont la manifestation la plus énergétique est l'arc en retour. De manière à pouvoir calculer le champ électromagnétique émis par une telle décharge, nous avons ensuite présenté les différents modèles de l'arc en retour disponibles à ce jours, en insistant plus particulièrement sur les principes physiques auxquels ils se rattachent.

Sur la base du modèle "ligne de transmission," le rayonnement électromagnétique de l'arc en retour a été étudié, dans un premier temps, en considérant un sol parfaitement conducteur. Dans ce cas, le champ électromagnétique est obtenu en intégrant numériquement le long du canal foudre des expressions analytiques simples représentant le rayonnement d'un dipôle élémentaire. Moyennant des hypothèses supplémentaires sur la forme du courant et du canal, il est possible de s'affranchir de l'opération d'intégration précédente et d'obtenir directement des expressions analytiques du champ électrique vertical rayonné par un coup de foudre.

La prise en compte de la conductivité finie du sol nous a conduit, en second lieu, à étudier le domaine de validité des différentes approximations des intégrales de Sommerfeld intervenant dans les expressions du champ rayonné par un dipôle élémentaire, de manière à effectuer dans des temps de calculs non prohibitifs l'intégration le long du canal foudre. Les résultats obtenus ont montré que le champ électromagnétique pouvait être calculé avec une précision suffisante dans toute l'étendue du spectre de l'impulsion foudre, à l'aide des approximations de Norton et de Bannister.

Cette étude montre, d'autre part, que le calcul de la composante horizontale du champ électrique à l'aide de la relation de Zenneck n'est valable que pour une distance au point d'impact supérieure à quelques kilomètres. Enfin, le calcul du champ électromagnétique dans le sol ne pouvant se faire à l'aide de formules approchées, nous avons indiqué une méthode pour obtenir ce champ dans des temps de calcul raisonnables.

Disposant d'un moyen de calcul du champ électromagnétique émis par un coup de foudre dans l'air et dans le sol, il devient possible d'envisager l'étude du couplage de ce champ avec une ligne de télécommunications aérienne ou enterrée.

De même, une confrontation entre les résultats théoriques et expérimentaux doit permettre de valider ou non les différentes modélisations : ceci fait l'objet des chapitres suivants.

# CHAPITRE

IV

ETUDE THEORIQUE DES COURANTS ET TENSIONS INDUITS SUR UNE LIGNE DE TELECOMMUNICATIONS PAR LE CHAMP ELECTROMAGNETIQUE ASSOCIE A UNE DECHARGE ORAGEUSE

### **INTRODUCTION**

Les câbles du réseau de télécommunications constituent d'immenses antennes susceptibles de capter le rayonnement de diverses sources électromagnétiques d'origine naturelle ou artificielle. Des signaux parasites vont être, ainsi, véhiculés, jusqu'aux extrémités des lignes où ils peuvent altérer le bon fonctionnement des équipements qui leur sont connectés.

Une perturbation électromagnétique illuminant un câble téléphonique multifilaire blindé a pour conséquence d'induire des tensions de mode commun entre un conducteur intérieur ou un ensemble de conducteurs intérieurs et la référence de masse (blindage), et des tensions de mode différentiel entre conducteurs intérieurs alimentant les entrées-sorties des équipements.

Dans le cas où cette perturbation électromagnétique est une impulsion isolée mais de grande amplitude, comme celle produite par exemple par la foudre ou une explosion nucléaire à haute altitude (I.E.M.N.), c'est la tension de mode commun qui est la plus critique pour la protection du système électronique puisqu'elle va présenter un risque élevé de claquage des composants à l'entrée de l'équipement connecté au câble.

Par contre, lorsque la perturbation est produite par une source d'amplitude bien plus modeste, mais de nature récurrente comme par exemple, le brouillage émanant d'une station de radiodiffusion, la tension de mode commun bien que supérieure à la tension de mode différentiel ne présente plus de risque élevé pour les équipements. On peut donc s'intéresser à l'effet de cette perturbation sur le signal utile transmis par la ligne : des erreurs de transmissions pouvant se produire.

La qualité de la liaison dépendra donc des tensions de mode différentiel parasites qui seront induites dans le câble.

Dans le cadre de la compatibilité électromagnétique les prévisions théoriques de ces différentes grandeurs visent à la fois une amélioration de la qualité de la liaison et une optimisation des dispositifs de protection. Cependant, la résolution du problème interne permettant d'aboutir à ces tensions nécessite, ou préalable, l'étude du problème externe lié au calcul du courant perturbateur circulant sur le blindage du câble.

Dans ce chapitre, nous déterminons dans un premier temps le courant induit, par un coup de foudre proche, sur le blindage d'un câble de télécommunications aérien ou enterré.

Nous nous attachons, en particulier, à étudier la contribution au courant induit de chaque composante du champ électrique rayonné et à analyser la forme des signaux obtenus. A l'aide de nombreuses applications numériques, nous mettons en évidence l'influence des principaux paramètres qui gouvernent la réponse du câble.

En second lieu, nous abordons, à l'aide de la théorie des lignes couplées, le calcul des courants et tensions relatifs au conducteurs internes. Après avoir introduit les notions d'impédance et d'admittance de transfert qui caractérisent le blindage d'un câble, nous indiquons la méthode de mesure de ces paramètres.

Enfin, en généralisant la théorie des lignes couplées à une ligne multifilaire blindée, nous étudions plus particulièrement la réponse d'un câble coaxial puis celle d'un bifilaire blindé.

### **IV.1 - COUPLAGE AVEC UNE LIGNE AERIENNE**

### IV.1.1 - Formulation

Considérons une ligne de rayon a et de longueur L située à une hauteur h audessus du sol de conductivité finie. On suppose que la ligne est fermée sur les impédances de charge  $Z_0$  et  $Z_L$ .



Dans les deux premiers chapitres, nous avons montré que la réponse du câble à une onde électromagnétique pouvait être déterminée de façon satisfaisante, à l'aide de la théorie des lignes. Ceci nécessite la connaissance à la fois de la composante horizontale  $E_r$  du champ électrique rayonné tout le long de la ligne mais également de la composante  $E_z$  qui se couplera aux deux extrémités verticales.

Dans le chapitre précédent, bien que le temps de calcul du champ électrique rayonné ait été considérablement réduit pour l'évaluation des intégrales de Sommerfeld il n'en demeure pas moins que la détermination du champ électrique horizontal reste très pénalisante, du point de vue temps de calcul, pour des lignes relativement longues. Aussi, dans la suite de l'étude nous ne calculerons la composante  $E_r$  que pour un nombre restreint de points le long de la ligne ; les autres valeurs étant obtenues au moyen d'une interpolation polynomiale.

Nous analyserons la contribution, de chacune des composantes du champ électrique, au courant induit sur la ligne et pour faciliter l'interprétation des signaux nous allons, dans un premier temps, considérer une ligne adaptée ( $Z_0 = Z_L = Z_c$ ).

# IV.1.2 - Etude de la contribution de chaque composante du champ électrique [95]

Nous considérons une ligne de 1 km de long placée à 6 m au-dessus d'un sol de conductivité  $\sigma = 10^{-2}$  s/m et de permittivité relative  $\varepsilon r = 10$ . La ligne est fermée à chaque extrémité sur son impédance caractéristique  $Z_r = 467 - 2$ .

De manière à voir l'influence de la position du point d'impact du coup de foudre, nous allons effectuer les calculs pour deux points d'impact particuliers repérés par les lettres A et B sur la figure IV.2. La distance de ces points au centre de la ligne étant fixée à 1 km.



Figure IV.2 - Positions relatives du point d'impact

La forme de l'impulsion de courant de foudre qui a été utilisée pour effectuer les applications numériques est reportée sur la figure IV.3.



Figure IV.3 - Courant de Foudre

Le courant  $I_{L}(t)$  induit sur la ligne pour les deux points d'impact A et B est représenté respectivement sur les figures IV.4a) et IV.4b) en tenant compte du couplage avec les parties horizontales et verticales de la ligne.

Ces courbes appellent quelques remarques : On constate en effet que la polarité du courant  $I_{L}(t)$  dépend de la position du point d'impact et que la durée du signal  $I_{L}(t)$  est beaucoup plus brève que l'impulsion du courant se propageant dans le canal foudre.

Pour bien comprendre ce dernier point, nous allons considérer successivement la contribution dûe aux parties verticales et à la partie horizontale de la ligné.

# <u>IV.1.2.1 - Couplage aux parties verticales de la ligne</u>

La figure IV.5 représente le courant  $I_{L}(t)$  obtenu en ne considérant que le couplage de la composante verticale  $E_{z}$  du champ électrique avec les fils de descente.





Figure IV.4 - Courant induit sur la ligne en tenant compte du couplage total

Lorsque l'impact du coup de foudre a lieu au point A (figure IV.5.a)) l'onde incidente va atteindre en premier, l'élément vertical de la ligne situé au point 0 et induire un courant qui se propagera jusqu'à l'extrémité L avec très peu d'affaiblissement puisque la longueur du câble n'est que de 1 km.

Si To est le temps mis par l'onde incidente pour arriver au point 0 le courant induit atteindra l'extrémité L du câble au bout d'un temps :

$$\mathbf{f} = \mathbf{T}\mathbf{o} + \mathbf{L}/\mathbf{v} \tag{1}$$

où v est la vitesse du courant se propageant sur la ligne.

En outre, l'onde électromagnétique aura, quant à elle, atteint l'extrémité L au bout du temps :

$$T = To + L/c$$
 (2)

c étant la vitesse de la lumière.

Cette onde induit aussi un courant sur l'élément vertical situé en L.

Cependant, ce courant sera faible puisque en comparant les ligures III.31 et III.32 du chapitre précédent, il apparaît clairement que le champ électrique vertical calculé à 500 m (extrémité 0) est beaucoup plus faible que celui obtenu pour une distance de 1500 m (extrémité L).

Le courant résultant  $I_{L}(t)$  a, dans ce cas, une forme similaire à celle de la composante  $E_{z}$  au point 0.

Pour un éclair tombant au point B (figure IV.5.b)) la chronologie des evènements est différente du cas précédent. En effet, l'onde incidente va, dans ce cas, atteindre simultanément les deux extrémités O et L de la ligne et induire des courants identiques qui vont se propager dans des directions opposées. Après un retard de L/v, dû à la propagation le long de la ligne, les deux courants induits vont se soustraire et le signal résultant  $I_L(t)$  a une amplitude négligeable au delà de 30 Ys. La largeur à mi-hauteur est ici de 10 Ys et l'amplitude de crête est de 1,5 A comparées au 40 Ys et 9 A du cas précédent. La polarité du signal est, dans ce cas, identique à celle du courant induit à l'extrémité L.

# IV.1.2.2 - Couplage à la partie horizontale de la ligne

Nous nous intéressons dans ce paragraphe au courant induit par la composante  $E_r$  du champ électrique sur la partie horizontale de la ligne.


- a -





La figure IV.6 représente, comme précédemment, le courant  $I_L(t)$  pour les deux positions du point d'impact.

Dans le cas où l'impact a lieu au point A (figure IV.6.a)), toutes les parties élémentaires de la ligne vont être successivement illuminées par la composante  $E_r$  de l'onde incidente. Ce processus va donc engendrer des courants élémentaires qui vont s'ajouter tout au long du trajet entre O et L conduisant ainsi à une forme du signal résultant  $I_L(t)$  très proche de celle de la composante  $E_r$  du champ électrique.

Les pics négatif et positif du courant  $I_{L}(t)$  ont respectivement une amplitude de 9A et 7A alors qu'au de 100 r's l'amplitude du courant devient négligeable.

Pour un éclair engendré au point B (figure IV.6.b)), les courants induits sur chaque moitié de la ligne seront de signes opposés et de plus, l'amplitude de la composante du champ électrique parallèle au câble sera très faible.

Il en résulte que la durée du signal  $I_{L}(t)$  représenté sur la figure IV.6.b) est inférieure à 30  $\gamma$ 's et l'amplitude des pics n'est plus que de l'ordre de 0,6A.

# IV.1.2.3 - Couplage total avec la ligne

La prise en compte des deux modes de couplage décrits précédemment permet de comprendre et d'expliquer les formes de signaux représentés sur la figure IV.4.

Ainsi, la durée brève du courant résultant  $I_{L}(t)$  est la conséquence de phénomènes différents selon que le point d'impact de la foudre se situe en A ou en B.

En effet, lorsque l'impact a lieu en A (figure IV.4.a)), l'amplitude et la durée des impulsions de courant dûes aux composantes  $E_r$  et  $E_z$  du champ électrique, sont du même ordre de grandeur. Cependant, ces impulsions vont se retrancher les unes aux autres pour donner naissance à une impulsion résultante  $I_t(t)$  très brève avec un pic d'amplitude 10A.

Par contre, lorsque l'impact se produit au point B (figure IV.4.b)), la contribution de la composante  $E_r$  devient négligeable et la brève durée du signai résultant  $I_L(t)$  est cette fois-ci due à la différence des courants induits par  $E_z$  sur les deux descentes verticales de la ligne.





Figure IV.6 - Courant induit sur la ligne en ne tenant compte que du couplage avec la partie horizontale

# IV.1.3 - Etude paramétrique du couplage avec la ligne

Dans ce paragraphe, nous allons présenter quelques formes typiques du courant induit  $I_{L}(t)$  sur une ligne aérienne considérée, dans un premier temps comme courte (L=200m) puis, en second lieu, comme relativement longue (L=2km).

Les calculs sont effectués pour deux valeurs de conductivité du sol ( $\mathcal{T} = 10^{-2}$  S/m et  $\mathcal{T} = 10^{-4}$  S/m) et pour deux configurations de charge de la ligne correspondant à la ligne en court-circuit ( $Z_0 = Z_L = 0 \Omega$ ) puis à la ligne adaptée ( $Z_0 = Z_L = Z_c$ ).

Les composantes du champ électrique sont déterminées en supposant un courant de foudre de forme biexponentielle et dont les paramètres ont été fixés à :

$$I(t) = I_0 \left[ e^{-\alpha_A t} - e^{-\alpha_A t} \right]$$
(3)

$$I(t,h) = I(t - h/v, o)$$
 (4)

avec

$$I_{0} = 15 \text{ kA}$$

$$v = 1,1 \ 10^{8} \text{ m/s}$$

$$v'_{4} = 310^{4} \text{ s}^{-1}$$

$$v'_{2} = 10^{7} \text{ s}^{-1}$$
(5)

D'autre part, la distance entre le point d'impact de la foudre et le point le plus proche de la ligne est fixée à d=200m puis à d=1km.

Pour chacune de ces distances, nous choisissons cinq positions du point d'impact par rapport à la ligne que nous désignons par les lettres A, B, C, D, E (figure IV.7).



## Figure IV.7 : Positions du point d'impact

Les signaux calculés dans les différentes configurations évoquées ci-dessus sont représentés sur les figures IV.8 à IV.12.

Sur chaque figure, nous avons indiqué la conductivité du sol, la valeur des impédances de charge ainsi que la distance "d" entre la ligne et le point d'impact de la foudre.

Certaines courbes ont été multipliées par un coefficient "A" de manière à utiliser la même échelle, dans ce cas, ce coefficient est indiqué sur la courbe correspondante par le sigle "xA".

En analysant ces courbes, les remarques suivantes peuvent être faites :

- Lorsque la ligne est court-circuitée aux deux extrémités (figures IV.8 et IV.9), le courant  $I_{L}(t)$  présente des oscillations qui correspondent aux réflexions du courant sans changement de signe à chaque extrémité et se distinguent d'autant mieux que la ligne est longue (figure IV.9).

Le couplage maximum se produit pour les points A et E et le courant  $I_{L}(t)$  est plus faible lorsque l'impact du coup de foudre a lieu au point C.

- Dans le cas d'une ligne adaptée, il n'y a évidemment plus de réflexions et le signal résultant  $I_{L}(t)$  est beaucoup plus bref que celui correspondant au cas du court-circuit (figure IV.8 et IV.10).

- Enfin, la comparaison des courbes des figures IV.11 et IV.12 montre que l'amplitude des signaux est d'autant plus importante que la conductivité du sol est faible. Ce comportement s'explique par le fait que la contribution de la composante horizontale du champ électrique devient importante. Dans le cas, par exemple, d'une ligne de 200m de long et pour un point d'impact situé à 200m au point E, le courant  $I_L(t)$  vaut 24A pour  $\sigma = 10^{-2}$  S/m contre 75A pour  $\sigma = 10^{-4}$  S/m.



Figure IV.8 - Courant induit sur une ligne aérienne de 200 m de long



Figure IV.9 - Courant induit sur une ligne aérienne de 2 km de long



Figure IV.10 - Courant induit sur une ligne aérienne adaptée de 200 m de long pour d = 1 km et  $0^{-2}$  S/m



Figure IV.11 - Courant induit sur une ligne aérienne adaptée de 200 m de long pour d = 200 m et  $\mathbf{O} = 10^{-2}$  S/m



Figure IV.12 - Courant induit sur une ligne aérienne adaptée de 200 m de long pour d = 200 m et  $\sigma = 10^{-4}$  S/m

#### **IV.2 - COUPLAGE AVEC UNE LIGNE ENTERREE**

#### **IV.2.1 - Formulation**

Considérons un câble de diamètre 2a entouré d'une gaine isolante de diamètre 2b et de longueur L : Il est enterré à une profondeur h et connecté à la terre à travers des impédances de charge  $Z_0$  et  $Z_L$  qui correspondent généralement aux valeurs de prises de terre (figure IV.13).



Figure IV.13 - Configuration du câble enterré et position du point d'impact

On se propose ici de calculer, à l'aide du formalisme de la théorie des lignes exposé précédemment, le courant induit  $I_L(t)$  sur la ligne enterrée par un coup de foudre dont la position relative est repérée à l'aide des grandeurs  $X_0$  et  $Y_0$ .

L'étude est faite dans le cadre des hypothèses suivantes :

- On considère d'une part, qu'il n'y a pas de couplage avec les éléments verticaux de la ligne, le champ électrique vertical ayant une amplitude négligeable dans le sol. Seule la composante  $E_y$  du champ électrique interviendra (le calcul de cette composante a été abordé dans le chapitre précédent).

- On suppose d'autre part, que le point d'impact est suffisamment éloigné pour que n'intervienne que le champ rayonné par l'arc en retour et que soient négligés les courants générés sur la ligne par la circulation de charges dans le sol.

A titre d'exemple, les courbes de la figure IV.14 montrent les variations de la composante horizontale du champ électrique rayonné dans le sol par une décharge orageuse dont le point d'impact se situe à une distance de 100m. Deux valeurs de conductivité du sol et trois profondeurs ont été envisagées.

L'examen de ces courbes fait apparaître que le champ ne varie que très peu lorsque la profondeur à laquelle est situé le point d'observation passe de 0 à 1 m. On note également que, pour une profondeur donnée, l'amplitude crête du champ électrique augmente lorsque la conductivité du sol diminue (la variation est pratiquement inversement proportionnelle à la racine carrée de la conductivité).

Par ailleurs, en comparant les courbes de la figure IV.15, on constate que le champ électrique horizontal calculé à l'interface air-sol a une durée beaucoup plus brève que celle du champ obtenu dans le paragraphe précédent, à une hauteur de 6 m au-dessus du sol. Ceci s'explique par le fait que les basses fréquences contenues dans le spectre de l'impulsion sont beaucoup plus atténuées lorsque le point d'observation se situe près du sol.

Pour le couplage avec la ligne enterrée, nous donnons quelques applications numériques afin de mettre en évidence l'influence des principaux paramètres sur la réponse du câble.

#### IV.2.2 - Résultats numériques

Nous considérons une ligne de rayon 5 mm entourée d'un diélectrique ayant une épaisseur de 1 mm et une permittivité relative de 2.3.

Cette ligne est enterrée à une profondeur de 1 m dans un milieu ayant les caractéristiques suivantes :  $\sigma = 10^{-2}$  à  $10^{-3}$  S/m et,  $\varepsilon r = 10$ .

Les impédances de charge  $Z_0$  et  $Z_1$  sont fixées à 30 $\Omega$  et sont très proches des valeurs de prises de terre courramment utilisées.



Figure IV.14 - Champ électrique radial dans le sol à 100 m du point d'impact de l'eclair

177





Figure IV.15 - Champ électrique dans l'air et sur l'interface air-sol à d = 100 m

Dans les applications numériques, on se limitera à deux positions relatives du point d'impact de la décharge orageuse repérées par les points A (0, -100) et B (100, L).

On effectuera, d'autre part, le calcul du courant induit à chacune des extrémités de la ligne que l'on désignera respectivement par  $I_0$  et  $I_L$ .

Les figures IV.16 à IV.19 représentent les variations de ces courants pour une longueur de ligne valant respectivement 200m et 2km.

Quelques commentaires concernant ces différents résultats peuvent être faits :

- On constate, en premier lieu, que contrairement au cas de la ligne aérienne, la forme du courant induit sur la ligne enterrée ne présente par d'oscillations. En effet, la valeur des impédances de charge  $Z_0$  et  $Z_L$  fixée ici à 30  $\mathcal{I}$  est très proche de celle correspondant à l'impédance caractéristique de la ligne et, par conséquent, il ne se produit pas de réflexions du courant aux extrémités.

- Lorsque l'impact de la décharge orageuse se situe au point A on note que l'amplitude crête du courant induit à l'extrémité O de la ligne est plus faible que celle du courant induit à l'extrémité L. En comparant les courbes des figures IV.16 et IV.18, on constate également que la valeur crête de  $I_0(t)$  est identique pour les deux longueurs de ligne considérées. Ce comportement indique que la contribution au courant des éléments de la ligne situés au delà d'une distance de 200m environ devient négligeable. Dans cet exemple numérique, et dans le cas d'une conductivité de  $\nabla = 10^{-2}$ S/m, l'amplitude crête du courant va donc tendre vers une valeur limite qui vaut 85A pour  $I_0(t)$  et 120A pour  $I_L(t)$ .

- Pour un coup de foudre généré au point B, on remarque que l'amplitude de courant est beaucoup plus faible pour L=200m (figures IV.16 ou IV.17) que pour L=2km (respectivement figures IV.18 ou IV.19).

- Enfin, il faut noter que l'amplitude du courant induit augmente lorsque la conductivité du sol diminue (évolution en  $1/\sqrt{r}$ ).



Figure IV.16 - Courant induit sur une ligne enterrée de 200 m de long pour  $\sigma = 10^{-2}$  S/m







Figure IV.18 - Courant induit sur une ligne enterrée de 200 m de long pour  $\sigma = 10^{-3}$  S/m



Figure IV.19 - Courant induit sur une ligne enterrée de 2 km de long pour  $G = 10^{-3}$  S/m

#### **IV.3 - COUPLAGE AVEC UN CABLE MULTIFILAIRE BLINDE**

Les câbles de télécommunications constituent des récepteurs privilégiés du rayonnement électromagnétique produit par diverses sources de perturbations. L'énergie ainsi captée pouvant avoir des effets nuisibles sur le fonctionnement des équipements électroniques, on est amené à blinder les lignes de transmission pour permettre une réduction appréciable des signaux parasites.

Afin de pouvoir caractériser l'effet de l'écran placé autour du câble, on utilise la notion d'efficacité de blindage qui peut s'évaluer à partir des paramètres linéiques que sont l'impédance et l'admittance de transfert.

L'étude du couplage d'une onde électromagnétique à un câble de télécommunications blindé passe donc par la résolution de deux types de problèmes :

- Un problème externe où il s'agit d'évaluer l'interaction de l'onde électromagnétique incidente avec le blindage du câble afin de déterminer la distribution du courant perturbateur.

Nous avons vu, dans les chapitres précédents, que ce point pouvait être abordé d'une façon exacte par la théorie des antennes ou d'une manière approchée, à l'aide de la théorie des lignes de transmission, en considérant le blindage comme une ligne de propagation et le sol ou le plan de masse comme le conducteur de retour.

- Un problème interne où il s'agit, connaissant le courant perturbateur circulant sur le blindage, de déterminer les tensions parasites aux extrémités de la ligne. A ce stade, on distinguera la tension de mode commun qui apparaît entre un conducteur ou un ensemble de conducteurs réunis entre eux et le blindage du câble, ainsi que la tension de mode différentiel apparaissant entre conducteurs intérieurs alimentant les entrées-sorties des équipements.

Cette séparation entre problème externe et problème interne est acceptable car l'écran offre un blindage suffisant pour que la réaction des lignes intérieures sur le courant perturbateur retenu soit négligeable. Avant de rappeler brièvement la théorie générale des lignes couplées qui nous servira lors de la mise en équation d'un câble multifilaire nous allons, tout d'abord, rappeler les notions d'impédance et d'admittance de transfert qui caractérisent le blindage d'un câble. On indiquera également les techniques de mesure de ces paramètres.

# IV.3.1 - Caractérisation expérimentale du blindage d'un câble à l'aide des paramètres de transfert Z<sub>t</sub> et Y<sub>t</sub> [96] [97] [98] [99]

# IV.3.1.1 - Câble coaxial

Afin de simplifier la présentation, considérons tout d'abord le cas d'un câble coaxial de longueur L.

#### A) Définition de l'impédance de transfert

Si on court-circuite une extrémité de ce câble et que l'on injecte un courant perturbateur I dans le blindage, une tension parasite V va apparaître à l'autre extrémité entre l'âme et la gaine du câble (figure IV.20).





#### Figure IV.20

Figure IV.21

L'impédance de transfert traduit d'une part la pénétration de la composante horizontale du champ électrique dans le blindage (effet de diffusion) et d'autre part, la diffraction par les ouvertures du champ magnétique provoqué par le courant I circulant sur le blindage (figure IV.21).

En supposant la longueur de l'échantillon petite par rapport à la longueur d'onde, l'impédance de transfert  $Z_t$  s'exprime par la relation suivante :

$$Z_{t} = \frac{1}{L} \cdot \frac{V}{I}$$
(6)

## B) Définition de l'admittance de transfert

Si le blindage présente des ouvertures, considérons maintenant le tronçon de câble sans contact avec la masse mais court-circuité aux deux extrémités (figure IV.22).



Figure IV.22

Figure IV.23

Contrairement au cas précédent l'excitation en tension ainsi imposée favorise ici le couplage électrostatique. Si on appelle  $V_0$  la tension appliquée entre le blindage et la masse, l'admittance de transfert est définie par la relation suivante :

$$Y_t = \frac{1}{L} \cdot \frac{Ii}{V_0}$$

(7)

L'admittance de transfert traduit la diffraction du champ électrique normal au plan des ouvertures (figure IV.23).

# C) Détermination de l'impédance et de l'admittance de transfert [98] [99]

La détermination expérimentale des paramètres de transfert est faite à partir d'une structure triaxiale dont les deux lignes de transmission sont adaptées conformément à la figure IV.24.

Le couplage entre les deux lignes de transmission (1) et (2) peut être décrit à l'aide des équations des lignes couplées reliant les courants et tensions attachés à chaque ligne (la théorie générale des lignes couplées sera abordée dans le prochain paragraphe).

Ligne (1)  

$$\begin{cases}
- dV_1/dz = Z_1 I_1 - Z_t I_2 \quad (8) \\
- dI_1/dz = Y_1 V_1 + Y_t V_2 \quad (9)
\end{cases}$$
Ligne (2)  

$$\begin{cases}
- dV_2/dz = Z_2 I_2 - Z_t I_2 \quad (9) \\
- dI_2/dz = Y_2 V_2 + Y_t V_1
\end{cases}$$

où  $(Z_1, Y_1)$  et  $(Z_2, Y_2)$  sont les constantes primaires des lignes (1) et (2).  $Z_t$  et  $Y_t$  représentent l'impédance et l'admittance de transfert du câble sous test.

La résolution du système d'équations différentielles (8) et (9) avec les conditions aux limites appropriées conduisent aux expressions suivantes des tensions parasites,

$$V_{1}(0) = -\frac{1}{2} \left( Z_{t} + Z_{c_{1}} Z_{c_{2}} Y_{t} \right) \frac{1 - e^{-(\vartheta_{1} + \vartheta_{2})L}}{\vartheta_{1} + \vartheta_{2}} \cdot I_{2}(0)$$

$$V_{1}(L) = -\frac{1}{2} \left( Z_{t} - Z_{c_{1}} Z_{c_{2}} Y_{t} \right) \frac{1 - e^{-(\vartheta_{2} - \vartheta_{1})L}}{\vartheta_{2} - \vartheta_{1}} \cdot e^{-\vartheta_{1}L} \cdot I_{2}(0)$$
<sup>(10)</sup>

 $\chi_1$  et  $\chi_2$  étant les constantes de propagation rattachées à chacune des lignes.

Ces expressions ont été établies en négligeant la réaction de la ligne (1) sur la ligne (2). D'autre part, pour des fréquences inférieures à 30 MHz la longueur du banc de mesure peut être considérée comme petite par rapport à la longueur d'onde. Les phénomènes de propagation peuvent dont être négligés et les équations précédentes se simplifient en utilisant les développements limités.

$$V_{1}(0) = -\frac{1}{2} \left( Z_{t} + Z_{c}, Z_{c_{2}} Y_{t} \right) L I_{2}(0)$$
$$V_{1}(L) = -\frac{1}{2} \left( Z_{t} - Z_{c}, Z_{c_{2}} Y_{t} \right) L I_{2}(0)$$
(11)

A partir de ces expressions, il est possible d'extraire l'impédance de transfert  $Z_t$ en sommant les tensions parasites et l'admittance de transfert  $Y_t$  en effectuant leur différence :

$$Z_{L} = -\frac{V_{1}(0) + V_{1}(L)}{L I_{2}(0)}$$
(12)

$$Y_{L} = \frac{1}{Z_{c_1}Z_{c_2}} \cdot \frac{V_1(L) - V_1(0)}{L I_2(0)}$$
(13)

On voit donc qu'il suffit de mesurer le courant perturbateur  $I_2(0)$  à l'origine de la ligne et les tensions  $V_1(0)$  et  $V_1(L)$  pour accéder aux paramètres de transfert du câble.



Figure IV.24 : Structure triaxiale de mesure

A partir de cette structure triaxiale, nous avons développé au CNET un banc de mesure automatique qui permet la détermination des paramètres de transferts des câbles de télécommunications avec beaucoup de souplesse, et dont la configuration est représentée sur la figure IV.25.



# Figure IV.25 : Configuration de la chaîne automatique de mesure

L'émission comprend un générateur programmable et un amplificateur de puissance pouvant débiter 70 W de 10 kHz à 20 MHz.

La mesure du courant perturbateur est obtenue au moyen d'une sonde de courant de bande passante 400 Hz : 400 MHz.

La mesure de la tension est faite à l'aide d'un amplificateur de tension large bande de gain 40 dB et d'un vecteurmètre programmable d'une sensibilité voisine de 3 r'Vavec une bande passante de 200 Hz ou 1 kHz pour des fréquences d'accord comprises entre 10 kHz et 30 MHz. Les appareils sont contrôlés par un calculateur à partir d'un logiciel écrit en langage BASIC. Les périphériques permettant le stockage et la sortie des résultats sont constitués par :

. un lecteur de disquette,

. une imprimante,

. une table traçante.

Pour soustraire l'amplificateur de tension et le vecteurmètre du champ électromagnétique ambiant, ces deux instruments sont protégés par une cage de Faraday à "l'équipotentielle" du blindage du câble à tester. Pour éviter l'entrée des signaux haute fréquence dans la cage, l'alimentation des appareils se fait au moyen d'une batterie d'accumulateur 24 V couplée à un onduleur autonome (24 V. =, 220 V $\sim$ ).

D'autre part, une liaison par fibre optique relie le vecteurmètre au calculateur, cette solution permet d'éviter le couplage à travers le bus I.E.E.E. Pour la fibre optique, la traversée étanche du blindage de la cage de Faraday est faite par un tube métallique faisant office de guide d'onde en-dessous de sa fréquence de coupure.

#### IV.3.1.2 - Câble multifilaire blindé

La caractérisation de la pénétration d'un champ électromagnétique dans un câble multifilaire blindé est plus complexe que pour un câble coaxial car celle-ci donne naissance à la fois à des tensions de mode commun et à des tensions de mode différentiel.

Nous allons voir maintenant les moyens de mesure de ces tensions.

#### A) Tension de mode commun

Par définition la tension de mode commun est celle qui va apparaître entre chaque conducteur intérieur et le blindage. Une première possibilité consiste donc à utiliser le banc d'impédance de transfert décrit précédemment et à mesurer séparément l'impédance de transfert propre à chaque conducteur, les autres fils étant en circuit ouvert. Cependant, on remarque expérimentalement que ces impédances de transfert présentent très peu de dispersion entre elles et qu'une ou deux mesures sont suffisantes pour caractériser l'impédance de transfert de mode commun. Compte tenu de cette remarque, une deuxième possibilité qui est généralement adoptée consiste à réunir électriquement le faisceau de fils à ses deux extrémités et à mesurer la tension entre ce faisceau et le blindage. Dans ce cas, tout se passe comme si on avait une structure coaxiale et on peut appliquer une approche tout à fait identique à celle décrite dans le paragraphe précédent.

#### B) Tension de mode différentiel

Lorsque le câble est parcouru par un courant perturbateur, une tension parasite dite de mode différentielle va apparaître entre chaque paire.

D'une façon générale, ces tensions différentielles dépendent de paramètres extrinsèques au câble comme les impédances d'extrémités et de paramètres intrinsèques au câbles comme le degré de symétrie des conducteurs internes au blindage et le degré de symétrie propre au blindage lui-même.

La dissymétrie de blindage joue un rôle majeur (ou du moins comparable à celui des autres causes) dans la génèse des tensions différentielles, on peut alors caractériser l'efficacité de blindage du câble à partir de la notion d'impédance de transfert différentielle. Il suffit dans ce cas d'extrapoler les méthodes de mesures d'impédances de transfert évoquées pour les câbles coaxiaux et décrites dans le paragraphe précédent.

Il faut noter cependant que la mesure de la tension différentielle est beaucoup plus délicate car elle a, en général, une amplitude bien plus faible que celle du mode commun. L'appareillage de mesure devra donc être conçu en conséquence. La partie spécifique du banc de mesure est donnée sur la figure IV.26.

#### IV.3.1.3 - Résultats expérimentaux

La figure IV.27 représente la loi d'évolution avec la fréquence du module et de la phase de l'impédance de transfert de mode commun d'une quarte blindée dont l'écran est constitué d'une enveloppe en acier de 8mm de diamètre enroulée autour de la quarte avec un chevauchement de 2mm.



Figure IV.27 : Module et phase de  $Z_t$  (quarte blindée)

On constate que la remontée de l'impédance de transfert se produit à une fréquence voisine de 2 MHz au delà de laquelle le couplage est de nature inductif, l'impédance de transfert pouvant être dans ce cas caractérisée par une inductance de transfert. Pour des fréquences inférieures à la fréquence de transition évoquée ci-dessus, l'allure de  $Z_t$  s'apparente à celle obtenue pour un blindage homogène et est liée aux phénomènes de diffusion du champ électromagnétique dans le métal.

Les deux courbes de la figure IV.28 représentent telles qu'elles ont été définies précédemment l'impédance de transfert de mode commun et l'impédance de transfert de mode différentiel d'un câble multifilaire blindé de télécommunications (14 paires câlibre 0,6mm).

Si nous regardons en premier lieu la loi d'évolution de l'impédance de transfert différentielle  $Z_{td}$  avec la fréquence, on remarque qu'elle est pratiquement proportionnelle à la fréquence; En effet, du fait de la présence d'une ouverture longitudinale dans le blindage due au chevauchement sans contact, les fuites magnétiques à travers cette ouverture créent des inductions dissymétriques qui sont à l'origine de la tension différentielle.

Si nous comparons maintenant les variations de l'impédance de transfert de mode commun  $Z_{tc}$  et de mode différentiel  $Z_{td}$ , nous remarquons que jusqu'à la fréquence de transition de 20 MHz,  $Z_{tc}$  est due au couplage par diffusion alors que  $Z_{td}$  a certainement pour origine un couplage de nature magnétique. A la fréquence de 1 MHz nous constatons un écart entre  $Z_{tc}$  et  $Z_{td}$  de 38 dB.



Figure IV.28 : Impédance de transfert de mode commun et de mode différentiel

#### IV.3.2 - Calcul des tensions parasites apparaissant sur un câble multifilaire blindé [101]

Considérons un câble multifilaire blindé comportant n conducteurs internes et supposons que celui-ci soit parallèle à un plan de masse (figure IV.29).



#### Figure IV.29

La perturbation électromagnétique sera caractérisée par le courant "ip" circulant sur le blindage et la tension " $v_p$ " entre le blindage et le plan de référence. Chaque conducteur (j) forme avec le plan de masse une ligne de transmission, la tension " $v_j$ " étant la différence de potentiel entre le conducteur (j) et le plan de masse, le courant " $i_j$ " étant le courant circulant dans le conducteur (j).

L'application de la théorie classique des lignes couplées pour les n+1 conducteurs dans le domaine fréquentiel permet d'écrire les systèmes d'équation différentielles reliant les courants et tensions se propageant sur chaque conducteur. Ces équations ainsi que la définition des différents termes sont rappelées en annexe A.4. Si maintenant, nous considérons le blindage du câble comme référence des tensions des conducteurs internes, ce qui est le cas en pratique (figure IV.30) le blindage et le plan de masse forment toujours la ligne perturbatrice, mais cette fois, chaque conducteur interne et le blindage composent une ligne de propagation à laquelle sont attachés le courant "I<sub>j</sub>" qui circule dans le conducteur et la tension "V<sub>j</sub>" entre ce conducteur et le blindage.





Dans ce cas les sytèmes matriciels des équations différentielles reliant les courants et tensions peuvent s'écrire sous la forme condensée suivante :

$$[-dV/dz] = [Z] * [I] - [Z_t] * I_p$$
 (14)

$$\left[-dI/dz\right] = \left[Y_{e}\right] * \left[V\right] + \left[Y_{t}\right] * V_{p}$$
(15)

où [Z] et [Y] représentent respectivement les matrices impédance et admittance.

 $[Z_t]$  et  $[Y_t]$  sont les matrices impédances et admittance de transfert. La matrice  $[Z_t]$  est diagonale, chaque élément  $Z_t^i$  de celle-ci correspond à l'impédance de transfert propre à chaque conducteur.

Il faut également ajouter la condition de propagation sur la ligne perturbatrice qui s'exprime par les équations :

$$-dV_{p}/dz \neq Z_{pp} I_{p}$$
(16)

$$-dI_{p}/dz \neq V_{pp} V_{p}$$
(17)

où  $Z_{pp}$  et  $Y_{pp}$  sont l'impédance série et l'admittance parallèle de la ligne extérieure.

Les équations (16) et (17) ne sont valable que dans la mesure où nous négligeons la réaction des lignes de transmission intérieures au blindage sur la ligne perturbatrice.

La définition des différentes matrices intervenant dans les équations (14) et (15) est donnée en annexe A.4.

La résolution des systèmes (14) et (15) permet d'évaluer tout d'abord l'amplitude des tensions parasites qui apparaissent entre la borne d'entrée des équipements et la référence de masse que l'on suppose connectée au blindage.

Une tension de ce type sera dite "tension de mode commun". On peut également accéder à la "tension de mode différentiel" qui se rapporte aux signaux parasites induits sur une paire de conducteurs.

Les formules (14) et (15) montrent que l'origine des tensions de mode différentiel peut être liée à plusieurs mécanismes :

- Si le blindage ne possède pas rigoureusement une symétrie de révolution, les tensions qui apparaîtront entre les conducteurs intérieurs et le blindage ne seront pas strictement identiques et il en résultera une tension différentielle. Ceci se traduit par des valeurs légèrement différentes de l'impédance de transfert de mode commun  $Z_{tc}^{i}$  de chaque conducteur. Pour une paire constituée par 2 fils d'indice i et j on introduit une impédance de transfert différentielle  $Z_{td}$  par la relation suivante :

$$Z_{td} = Z_{tc}^{i} - Z_{tc}^{j}$$
(18)

- Si le blindage satisfait les conditions de symétrie de révolution, mais que des dissymétries apparaissent soit dans la position des conducteurs à l'intérieur du blindage soit encore sur les impédances connectées entre le conducteur et le blindage, elles vont créer une rejection du mode commun en mode différentiel.

L'analyse de la contribution de tous les paramètres évoqués ci-dessus sera évidemment très difficile si elle s'applique à un câble comportant un nombre important de conducteurs. Aussi dans la pratique, pour bien comprendre tous les mécanismes de couplage, on se ramène souvent à l'étude d'un câble bifilaire blindé ou d'un câble ne comportant que très peu de conducteurs [102] [103] [104].

C'est dans cet esprit que nous allons, dans les prochains paragraphes, exposer les étapes du calcul des tensions parasites apparaissant, soit en mode commun aux extrémités d'un câble de télécommunications soit en mode différentiel aux bornes d'un câble bifilaire blindé. Quelques applications numériques sur des exemples précis seront également données en guise d'illustration.

> IV.3.2.1 - Tension de mode commun apparaissant sur un câble de télécommunications illuminé par une onde électromagnétique

Considérons par exemple le cas d'un câble blindé au-dessus d'un plan de référence (figure IV.31).



Figure IV.31 - Câble blindé au-dessus d'un plan de référence

Les impédances  $Z_A$  et  $Z_B$  branchées entre le conducteur intérieur et le blindage simulent les impédances de mode commun des équipements électroniques. Le blindage est relié quant à lui au plan de masse par l'intermédiaire des impédances  $Z_0$  et  $Z_1$ .

On suppose que le blindage est caractérisé par ses paramètres de transfert Z<sub>t</sub> et

En négligeant l'influence de la ligne coaxiale sur la ligne extérieure formée par le blindage et le sol, les courants et tensions relatifs à ces deux lignes sont reliés d'après les équations (13) et (14) par les systèmes d'équations différentielles suivants :

Y<sub>t</sub>.

$$\begin{cases} dV_{1}/dz + Z_{1} I_{1} = E_{z}^{i}(h)$$
(19)  
$$dI_{1}/dz + Y_{1} V_{1} = 0$$
  
$$\begin{cases} dV_{2}/dz + Z_{2} I_{2} = + Z_{t} I_{1}$$
(20)  
$$dI_{2}/dz + Y_{2} V_{2} = - Y_{t} V_{1} \end{cases}$$

Le système (19) concrétise le problème externe tel que nous l'avons déjà rencontré et le système (20) correspond au problème interne pour lequel les termes sources font intervenir le couplage par l'impédance et l'admittance de transfert.

Nous allons maintenant effectuer quelques applications numériques en calculant la réponse d'un câble blindé tout d'abord dans le domaine fréquentiel pour une onde plane puis dans le domaine temporel pour une onde de foudre. Les câbles étudiés ayant un blindage à bon recouvrement, l'influence de l'admittance de transfert est tout à fait négligeable.

Nous allons dans un premier temps étudier l'influence des connexions du blindage au plan de masse sur les tensions apparaissant aux extrémités du câble.

Pour cela on considère un câble de télécommunications (28 paires calibre 6/10mm) de 300m de long fermé sur son impédance caractéristique et situé à une hauteur de 6m au-dessus du sol.

Le blindage du câble est caractérisé par son impédance de transfert dont l'évolution avec la fréquence est représentée sur la courbe (a) de la figure IV.32.



Figure IV.32 : Caractéristiques du blindage des câbles utilisés pour les applications numériques

On considère les deux types de connexions du blindage et les deux cas d'attaque simultanée de l'onde incidente repérés par les lettre (a) et (b) (figure IV.33).


Figure IV.33 : Configuration de la ligne

L'amplitude de l'onde incidente est normalisée à 1 V/m.

Les figures IV.34 à IV.37 représentent pour chaque configuration d'attaque le courant de gaine I(L) et la tension de mode commun  $V_c(L)$  pour les deux modes de connexions du blindage.

En examinant ces courbes, on constate qu'aux fréquences basses et pour la configuration d'attaque (a) (figure IV.34 et IV.35) l'amplitude des signaux est beaucoup plus importante pour le mode de connexion symétrique. Dans ce cas la mise à la masse du blindage en un seul endroit peut contribuer à réduire les tensions parasites de basse fréquence.

Par contre, on note que pour la configuration d'attaque (b), c'est le mode de connexion symétrique qui est le plus intéressant.

Si on s'intéresse à la protection contre le champ rayonné et non au problème de remontées de potentiel, il n'y a donc pas de mode de connexion privilégié permettant de réduire l'amplitude des tensions parasites, quelque soit l'angle d'incidence de l'onde perturbatrice.





**(a)** 





(a)









(b)

Nous allons maintenant nous intéresser à la réponse d'un câble coaxial tressé soumis à une impulsion électromagnétique ayant pour origine un coup de foudre.

Le câble de rayon 1 cm a une tresse caractérisée par une impédance de transfert dont l'évolution en fonction de la fréquence est donnée sur la courbe (b) de la figure IV.32. On voit donc que cette impédance peut être modélisée par une relation mathématique ayant la forme suivante :

$$Z_t(w) = Ro + j L_t w$$
 (21)  
où Ro correspond à la résistance en continu du blindage et  $L_t$  à l'inductance de transfert  
avec Ro =  $6m\Omega$  et  $L_t = 1.3 \ 10^{-9} \text{ H/m}$ .

Le câble de longueur 200m fermé sur son impédance caractéristique a son blindage relié au sol à chaque extrémité à travers des impédances  $Z_0 = Z_L = 1\Omega$ . Il est d'autre part placé à 6m au-dessus du sol dont la conductivité est  $\sigma = 10^{-2}$  S/m.

Les courbes de la figure IV.38 représentent le courant de gaine  $I_{L}(t)$  et la tension parasite  $V_{L}(t)$  obtenus sur la ligne en considérant deux positions du point d'impact d'un coup de foudre d'amplitude 15 kA situé à 500m de la ligne.

On remarque d'après ces courbes que la tension  $V_{L}(t)$  apparaissant entre le conducteur intérieur et le blindage a dans ce cas la même forme que le courant de gaine  $I_{L}(t)$ . En effet, compte tenu de la valeur de l'inductance de transfert de la tresse et sachant que le spectre du courant de foudre ne comporte pas de très hautes fréquences, seul le terme de diffusion Ro joue un rôle dans l'évaluation de la tension  $V_{L}(t)$ .

Supposons maintenant que le même câble coaxial soit enterré dans le sol à une profondeur de 1m et soumis au rayonnement d'un coup de foudre ayant les mêmes caractéristiques que précédemment.

Les résultats obtenus dans ce cas sont donnés sur les courbes de la figure IV.39. On note qu'à l'inverse de la ligne aérienne les réflexions aux extrémités de la ligne enterrée sont plus apparentes car la vitesse de propagation des signaux est cette fois-ci plus faible. On s'aperçoit également que lorsque le point d'impact est situé dans le prolongement de la ligne, l'amplitude de la tension parasite  $V_L(t)$  est sensiblement la même pour le câble aérien et le câble enterré. par contre, lorsque le point d'impact est vers le milieu de la ligne, il existe un écart de 20 dB entre les deux tensions. En effet, dans ce dernier cas, le couplage de la composante verticale du champ électrique avec les fils de descente de la ligne aérienne est prédominant.



Figure IV.38a) : Signaux induits sur une ligne aérienne par un coup de foudre tombant au point A



Figure IV.38b) : Signaux induits sur une ligne aérienne par un coup de foudre tombant au point B



Figure VI.39a) : Signaux induits sur une ligne enterrée par un coup de foudre tombant au point A



Figure IV.39b) : Signaux induits sur une ligne enterrée par un coup de foudre tombant au point B

# IV.3.2.2 - Réponse d'un câble bifilaire blindé à une onde électromagnétique

Considérons un câble bifilaire blindé terminé par des impédances différentielles  $Z_{d0}$  et  $Z_{dL}$  et des impédances connectées entre chaque conducteur et le blindage  $Z_{C0j}$  et  $Z_{CLj}$ , l'indice j se rapportant au conducteur 1 ou 2 (figure IV.40).



Figure IV.40 : Bifilaire blindé

Si nous supposons comme précédemment que l'admittance de transfert du blindage est négligeable, les courants et tensions relatifs aux conducteurs intérieurs sont reliés par les équations des lignes couplées suivantes :

$$-dV_{1}/dz = Z_{11}I_{1} + Z_{12}I_{2} - Z_{t1}I_{p}(z)$$
(22)

$$-dV_2/dz = Z_{12}I_1 + Z_{22}I_2 - Z_{12}I_p(z)$$
(23)

$$-dI_{1}/dz = Y_{11} V_{1} + Y_{12} (V_{2} - V_{1})$$
(24)

$$-dI_2/dz = Y_{12} (V_1 - V_2) + Y_{22} V_2$$
(25)

où  $Z_{11}$ ,  $Y_{11}$ ,  $Z_{22}$  et  $Y_{22}$  sont les impédances séries et les admittances parallèles des lignes de transmission 1 et 2 constituées respectivement par chaque conducteur et le blindage du câble.

Z<sub>12</sub> et Y<sub>12</sub> sont les impédances et admittances mutuelles des deux lignes.

Les termes  $Z_{t1}$  et  $Z_{t2}$  représentent respectivement l'impédance de transfert du blindage pour le conducteur 1 et le conducteur 2.

A partir de  $Z_{t1}$  et  $Z_{t2}$  on peut exprimer facilement l'impédance de transfert différentielle  $Z_{td}$  à l'aide de la relation suivante :

$$Z_{td} = Z_{t1} - Z_{t2}$$
(26)

La solution du système d'équations différentielles précédentes conduit aux tensions différentielles  $V_d(0)$  et  $V_d(L)$  définies par :

$$V_{d}(0) = |V_{1}(0) - V_{2}(0)|$$
(27)

$$V_{d}(L) = |V_{1}(L) - V_{2}(L)|$$
 (28)

Les équations différentielles (22) à (25) misent sous forme matricielle pour plus de simplicité deviennent alors :

$$[-dV/dz] = [Z] [I] - [Z_t] I_p$$
(29)

$$[-dI/dz] = [Y] [V]$$
 (30)

Que nous pouvons encore réduire à un système du second ordre :

$$[d^{2}I/dz^{2}] - [M] [I] = - [S] I_{p}$$
(31)

οù

$$[M] = [Y] [Z]$$
 (32)

$$[S] = [Y] [Z_t]$$

$$(33)$$

La résolution du système (31) passe en général par la diagonalisation de la matrice [M], ce qui revient à exprimer ce système dans une base diagonale [D] telle que :

$$[d^{2}i/dz^{2}] - [D]i = -[s] I_{p}$$
(34)

avec

$$\begin{bmatrix} D \end{bmatrix} = + \begin{vmatrix} \chi_1^2 & 0 \\ 0 & \chi_2^2 \end{vmatrix}$$
(35)  
X<sup>2</sup> sont les valeurs propres de la matrice [M]

dans laquelle 
$$\chi_1^2$$
 et  $\chi_2^2$  sont les valeurs propres de la matrice [M]  
[s] = [T]<sup>-1</sup> [S] (36)

οù

[T] est la matrice de changement de base.

Les solutions dans la base diagonale sont obtenues par la méthode de la variation des constantes et à l'aide des conditions aux limites appliquées dans la base initiale.

Les courants dans la base initiale sont calculés par la transformation linéaire :

$$[I] = [T] [i]$$
 (37)

alors que les tensions sont obtenues directement en exploitant la relation (30) :

$$[V] = - [Y]^{-1} [dI/dz]$$
(38)

Comme exemple numérique nous choisissons le cas d'une ligne bifilaire blindée illuminée par une onde se propageant verticalement d'amplitude  $E^{i} = 1 \text{ V/m}$ .

Les paramètres géométriques et électriques de la ligne sont : L=200m, h=6m,  $Z_0=Z_L=1\Omega$ . Nous allons successivement considérer l'influence des dissymétries des inductances de transfert ( $L_{t1}=1.3nH/m \neq L_{t2}=1.2nH/m$ ) des impédances de mode commun ( $Z_{c10}=11k\Omega=Z_{c20}=10k\Omega$ ) et dans la position des conducteurs à l'intérieur du blindage ( $C_{11}=75pF/m \neq C_{22}=64pF/m$  et  $L_{11}\neq L_{22}$ )  $L_{11}$  et  $L_{22}$  étant choisis de manière que l'onde se propageant dans le câble soit TEM [103].

Les tensions de mode commun et de mode différentiel sont indiquées dans le tableau IV.41 pour différentes fréquences.

La distribution du courant circulant sur le blindage est représenté pour les mêmes fréquences sur la figure IV.42.

F $L_{t1} \neq L_{t2}$		$Z_{c10} \neq Z_{c20}$		$C_{11} \neq C_{22} \text{ et } L_{11} \neq L_{22}$		
	٧ <sub>c</sub>	Vd	Vc	٧d	Vc	٧ <sub>d</sub>
10 KHz	82 mV	86 µV	82 mV	5.5 µV	82 mV	1.5 uV
100 KHz	38 mV	378 µV	38 mV	2.6 µV	38 mV	7 μV
1 MHz	3 mV	186 µV	3 mV	0.38µV	3 mV	01.2 μV
10 MHz	4.3 mV	255 µV	4.3 mV	0.67µV	4.3 mV	1.5 µV

Tableau IV.41



Figure IV.42 : Distribution du courant circulant sur le blindage du bifilaire pour différentes fréquences

\$

On constate que la tension de mode commun diminue lorsque la fréquence augmente et que le courant dans le blindage a le même comportement du moins avant que n'apparaissent les résonances.

De manière à mettre en évidence la seule influence de la distribution du courant dans le blindage nous donnons dans le tableau IV.43 les valeurs obtenues en normalisant ce courant à une valeur moyenne de 1A.

Compte tenu des valeurs numériques choisies nous constatons que c'est dans ce cas une dissymétrie dans les inductances de transfert qui produit une tension de mode différentiel importante. Cependant, des études [105] menées sur d'autres types d'écran ont montré que la dissymétrie dans la position des conducteurs peut également être un paramètre critique pour les câbles longs.

Des travaux sont actuellement en cours sur ce sujet [106], une compréhension des différents phénomènes de couplage nécessitant de nombreuses mesures.

-								
	F Lt1 # Lt2		Lt2	$Z_{c10} \neq Z_{c20}$		$C_{11} \neq C_{22}$ et $L_{11} \neq L_{22}$		
		Vc	Vd	Vc	Vd	٧ <sub>c</sub>	Vd	
	10 KHz	600 mV	627 µV	600 mV	40 μV	600 mV	11 μV	
	100 KHz	619 mV	бmV	619 mV	42 μV	619 mV	114 μV	
	1 MHz	86 mV	5.3 mV	86 mV	10 μV	86`mV	3.4 μV	
	10 MHz	330 mV	19 mV	330 mV	75 μV	330 mV	117 μV	

#### Tableau IV.43

### CONCLUSION

Les lignes de télécommunications constituent de par leur configuration géométrique des récepteurs privilégiés du rayonnement électromagnétique produit en particulier par une décharge orageuse nuage-sol. L'énergie ainsi captée se retrouve aux extrémités des lignes sous forme de tensions et de courants parasites. L'évaluation de ces signaux perturbateurs passe en premier lieu par la résolution d'un problème externe où connaissant le champ rayonné il s'agit de déterminer le courant induit sur le conducteur extérieur constitué par le blindage du câble. Dans ce chapitre, sur la base de la théorie des lignes de transmission, nous avons donc étudié le couplage d'une onde de foudre à un conducteur aérien ou enterré.

Dans le cas d'une ligne aérienne nous avons analysé la contribution au courant induit sur la ligne par chaque composante du champ électrique. Ceci a permis en particulier de déterminer et d'expliquer la forme des signaux obtenus. Une étude paramétrique intensive a ensuite été effectuée et des formes typiques de courants induits ont été présentées. Nous avons ainsi montré l'influence des paramètres tels que la position du point d'impact, ou encore la longueur de la ligne.

Pour une ligne enterrée le courant induit a été calculé dans l'hypothèse d'un point d'impact du coup de foudre suffisamment éloigné de manière à ne faire intervenir que le champ rayonné et à négliger les courants générés sur la ligne par la circulation de charges dans le sol.

Connaissant la répartition du courant le long du blindage du câble, il s'agissait en second lieu de résoudre un problème interne pour accéder aux tensions parasites apparaissant aux extrémités de la ligne.

En définissant tout d'abord les grandeurs impédance et admittance de transfert qui caractérisent le blindage d'un câble nous avons ensuite indiqué comment déterminer expérimentalement ces paramètres.

Après avoir rappelé la généralisation de la théorie des lignes couplées à un câble multifilaire blindé nous avons calculé les tensions parasites de mode commun et de mode différentiel. En régime sinusoïdal, nous avons mis en évidence l'influence des connexions du blindage sur la tension de mode commun apparaissant à l'extrémité d'un câble de télécommunications.

En étudiant plus particulièrement le cas d'un bifilaire blindé nous avons indiqué les différentes dissymétries pouvant générer une tension parasite de mode différentiel et nous avons montré que sur un câble aérien de 200m de long, une dissymétrie dans les inductances de transfert attachées à chaque conducteur, pouvait créer une tension différentielle importante.

De manière à valider les différentes modélisations qui ont été présentées dans ce travail, il importe d'effectuer une confrontation entre les résultats théoriques et expérimentaux.

S'agissant de la foudre la vérification expérimentale implique la connaissance du courant de foudre ainsi que de la position du point d'impact.

L'accès à ces deux paramètres est évidemment possible dans le cas d'un déclenchement artificiel de la foudre alors que pour un éclair naturel cela est plus difficile et nécessite des moyens de mesures spécifiques.

Dans le prochain chapitre nous allons comparer les prévisions théoriques avec les signaux expérimentaux générés sur des lignes de télécommunications à la fois par des éclairs déclenchés et par des éclairs naturels.

# CHAPITRE

V

ETUDE EXPERIMENTALE DU COUPLAGE D'UNE ONDE ELECTROMAGNETIQUE RAYONNEE PAR UNE DECHARGE ORAGEUSE A DES LIGNES DE TELECOMMUNICATIONS. COMPARAISON AVEC LES PREVISIONS THEORIQUES

## INTRODUCTION

Dans les chapitres précédents, nous avons exposé les méthodes que nous avons développées pour la prédiction des signaux parasites induits sur une ligne de télécommunications par le champ électromagnétique associé à une décharge orageuse. Nous avons mis en oeuvre un certain nombre de programmes informatiques permettant à la fois de modéliser la source perturbatrice mais également de traiter le couplage électromagnétique à l'aide du formalisme des lignes de transmission.

Après les nombreuses simulations détaillées dans le chapitre précédent nous allons présenter une validation des méthodes de calcul.

Mettre ces différents modèles à l'épreuve de la vérification expérimentale nécessite cependant, dans le cas de la foudre, une mise en oeuvre expérimentale assez importante. En effet, non seulement il faut mesurer les signaux induits sur différentes lignes de télécommunications, mais il faut également avoir accès aux principales caractéristiques de la décharge orageuse. Une telle étude expérimentale peut être menée soit à l'aide d'éclairs déclenchés, dans ce cas on maîtrise parfaitement le point d'impact ainsi que l'amplitude et la forme du courant de foudre, soit à l'aide d'éclairs naturels. Des mesures de champs électromagnétiques sont nécessaires dans ce dernier cas pour accéder au point d'impact et à l'amplitude du courant de foudre.

Dans ce chapitre nous allons tout d'abord présenter les résultats expérimentaux obtenus durant les dernières campagnes de mesures effectuées en 1983 et 1986 sur le site de déclenchement artificiel de la foudre de St Privat d'Allier. Nous indiquons la configuration géométrique des différentes lignes installées sur le site et nous donnons des exemples d'enregistrements de courants et tensions induits.

Dans le cas des éclairs naturels de nombreux enregistrements obtenus sur les lignes du réseau de télécommunications sont disponibles dans le cadre de l'étude COPELIA. Mal heureusement aucune mesure de champ électromagnétique ne leurs est associée. Après avoir présenté quelques exemples de signaux nous tenterons d'analyser leur forme compte tenu de la topologie des lignes.

Pour compléter nos résultats expérimentaux relatifs aux éclairs naturels nous donnons ensuite des enregistrements effectués sur une ligne de télécommunications dans le cadre d'une campagne de mesures en Côte d'Ivoire.

Enfin, nous effectuons une confrontation entre les résultats de calcul et les résultats de mesures.

#### **V.1 - ETUDE EXPERIMENTALE**

L'étude expérimentale des tensions parasites véhiculées par les lignes du réseau de télécommunications est abordée par le CNET, en particulier, à l'aide du projet COPELIA [107] à [109] (Connaissances des PErturbations sur les LIgnes d'Abonnés) qui a pour objectif la connaissance statistique de ces surtensions ainsi que la compréhension des phénomènes perturbateurs.

A partir des enregistrements effectués sur différents sites répartis sur le territoire français, il est possible d'envisager une analyse statistique et de comparer les valeurs obtenues aux normes françaises et internationales.

Cette approche permettra de moduler éventuellement les méthodes de protection actuelles en tenant compte des conditions locales (configuration géométrique, relief, niveau kéraunique, résistivité des sols...) et de proposer une amélioration dans les exigences des spécifications de tenue aux surcharges des équipements en se rapprochant de la menace réelle.

S'agissant de la foudre, il va de soi qu'une étude complémentaire et "plus fine" des perturbations sur les lignes est nécessaire, d'une part, pour mieux comprendre les mécanismes de couplage et, d'autre part, pour faciliter le traitement statistique des résultats de COPELIA. L'utilisation de l'approche théorique décrite dans les chapitres précédents supose que ce modèle ait pu être validé à l'aide de résultats expérimentaux, ce qui nécessite la connaissance des caractéristiques du coup de foudre, à savoir sa localisation et son intensité. Ces paramètres n'étant pas disponibles pour les enregistrements de COPELIA, la comparaison théorie-expérience n'est donc pas possible. Dès lors d'autres expériences peuvent être envisagées soit à l'aide d'éclairs naturels soit à l'aide d'éclairs déclenchés artificiellement. Pour les éclairs naturels il faut évidemment disposer d'un système de goniométrie formé de plusieurs capteurs électromagnétiques afin de déterminer la position et l'intensité de l'éclair.

L'intérêt des éclairs déclenchés réside, par contre, dans la maîtrise du point d'impact ce qui permet, par ailleurs, d'accéder à la forme du courant de foudre à la base de l'éclair. Cependant, les éclairs générés de cette façon ne sont pas tout à fait représentatifs de ce qui se produit normalement dans la nature. En effet, tous les éclairs déclenchés sont des éclairs ascendants puisque le fil accroché à la fusée est à l'origine d'un précurseur ascendant, par lequel s'écoule ensuite la charge du nuage. La majorité des éclairs naturels atteignant le sol sont au contraire initiés par des précurseurs descendant du nuage, le précurseur ascendant créé à partir du sol et rejoignant le précurseur descendant n'existe que sur quelques dizaines de mètres.

Cette différence ne constitue pas, cependant, un obstacle à l'étude du couplage aux lignes de télécommunications puisque dans la modélisation de la décharge on ne s'intéresse qu'à l'arc en retour.

Dans les prochains paragraphes nous présenterons, d'ailleurs, des signaux induits sur les lignes de télécommunications à la fois par des éclairs déclenchés et par des éclairs naturels.

#### V.1.1 - Les éclairs déclenchés artificiellement

Le rêve de certains savants téméraires du 18ème siècle est devenu réalité en 1966 lorsque le professeur américain Newman depuis son bateau au large des côtes de Floride réalisa avec succès plusieurs déclenchements artificiels de la foudre à l'aide d'une fusée reliée au bateau par un fil métallique. En 1973, grâce aux efforts conjugués du CEA et d'EDF l'expérience fut tentée, pour la première fois, depuis une station terrestre fixe située en France à St Privat d'Allier dans le massif central [110].

A ces deux organismes fondateurs se sont associés, au fil des campagnes de mesure, d'autres équipes de recherches (le CNET LANNION en 1975) pour constituer le groupe de recherche de St Privat d'Allier. La dernière campagne s'est déroulée durant l'été 1986 et a donné lieu à 14 éclairs déclenchés.

Le tableau V.1 récapitule le nombre d'éclairs déclenchés à St Privat d'Allier depuis la création de la station en 1973.

Années	nombre de tirs corrects	nombre total d'éclairs	nombre d'éclairs anormaux	pourcentage de réussite
1973	19	12	o	63,2
1974	11	8	1	72,7
1975	- 33	25	5	75,8
1976	21	17	2	81
1977	17	9	1	52,9
1978	13	13	5	100
1979	10	6	0	60
1980	8	4	1	50
1981		*	*	*
1982	*	*	*	*
1983	18	4	•	22,2
1984		*		T
1985	*	*	*	*
1986	23	14	3	60,9

Tableau V.1 : Statistique des éclairs déclenchés à St Privat d'Allier

Avant de présenter les résultats obtenus durant les dernières campagnes de mesures nous allons tout d'abord décrire brièvement la station de St Privat d'Allier.

#### V.1.1.1 - Description de la station expérimentale de déclenchement

La station de St Privat d'Allier (1100m d'altitude) se situe dans une des régions les plus foudroyées de France (niveau kéraunique : 30).

a) Les dispositifs de déclenchement

La fusée utilisée est de type paragrèle en matière plastique et pèse 2,7 kg. Elle entraîne derrière elle un fil d'acier de 0,2mm de diamètre issu d'un dérouleur permettant une vitesse maximale de l'ordre de 180 m/s.

Le fil est relié à la fusée par l'intermédiaire d'un attelage incombustible jouant en outre le rôle d'amortisseur. La fusée est conçue pour atteindre une altitude de 700m en 5 secondes et s'autodétruire en fin de trajectoire pour éviter des retombées dangereuses. Les rampes de lancement, jusqu'en 1983, étaient constituées de fer en U, formant des glissières verticales. Depuis 1983, un nouveau type de fusée avec dérouleur a été conçu et expérimenté avec succès par le CENG-LASP (figure V.2). La nouvelle technique, utilisée en 1986 à St Privat d'Allier comporte douze glissières verticales disposées en cercle et placées sur isolateurs (photo V.3).

L'extrémité du fil conducteur est connectée au sol à travers un shunt coaxial servant à la mesure du courant de foudre. De manière à préciser expérimentalement le temps de montée du courant par un procédé complémentaire au précédent on utilise une sonde inductive dont la tension de sortie est directement proportionnelle à la dérivée du courant. Le temps de montée du capteur est de l'ordre de la nanoseconde et la dérivée maximum mesurable est de 500 kA/l's.

Ce capteur est relié au moyen d'une fibre optique à un numériseur dont la fréquence d'échantillonnage est de 200 MHz. L'ensemble du dispositif de mesure du courant d'éclair est schématisé sur la figure V.4.

Il existe en outre sur le site un certain nombre de capteurs permettant d'apprécier l'approche d'un orage et de juger de l'opportunité de la mise en alerte de la station.

Le champ électrostatique au sol est mesuré par un moulin à champ. Ce champ qui par beau temps est de l'ordre d'une centaine de Volts/m dépasse les 500 V/m en période d'orage et lorsqu'il atteint des valeurs de l'ordre de 10 kV/m la décharge au sol est imminente. Ce champ sert donc de critère pour le tir de la fusée (en 1986, la valeur moyenne du champ électrique au sol pour 14 coups de foudre déclenchés a été de  $-7_{\bullet}7$  kV/m).

La détection de l'orage est assurée à la fois par un radar météorologique et un compteur de décharges atmosphériques du type CIGRE. La commande des tirs de fusées, ainsi que la mise en service d'un certain nombre d'appareils de mesure est assurée par un système pneumatique et des fibres optiques que, pour des raisons de sécurité, réalisent le découplage électrique de la cage de Faraday qui protège le personnel (photo V.5).

La station principale comprend également un système de mesure du champ électromagnétique rayonné ainsi que plusieurs dispositifs de mesure propres à chaque expérience menée sur le site.



a) Système de déclanchement classique jusqu'en 1983.

b) Système de déclenchement dit "LRS" utilisé depuis 1983.

Figure V.2 : Système de déclenchement



Photo V.3 : Rampes de lancement



Figure V.4 : Dispositif de mesure du courant de foudre



Photo V.5 : Abri central de commande

#### b) Mesures sur les lignes de télécommunications

Afin de voir l'influence de la longueur du câble de télécommunications sous test et de la position du point d'impact de l'éclair sur l'amplitude et la forme des signaux induits, plusieurs configurations de ligne ont été retenues. La figure V.6 montre la position de deux lignes aériennes qui sont des câbles multipaires (série 98 14 paires calibre 0,6) de 2km de long (notées n°1 et n°2). La ligne n°1 a une direction passant pratiquement par la base de l'éclair tandis que la ligne n°2 est situé à 1800m du point d'impact orthogonalement à la précédente. Dans la partie supérieure de la figure V.6 nous avons détaillé d'implantation de deux lignes courtes de 200m de longueur, l'une aérienne (série 98 14 paires calibre 0,6 notée n°3) et l'autre enterrée à une profondeur de 1m (câble triaxial d'impédance caractéristique 75 Ohms notée n°4).

Les lignes aériennes sont situées à une hauteur moyenne de 6m. Toutes les lignes ont leurs blindages reliés à chaque extrémité à des prises de terre dont les impédances ont été mesurées en courant continu et sont comprises entre 10 Ohms et 100 Ohms.

Sur chacune des lignes nous avons procédé à la mesure du courant induit sur le blindage ainsi qu'à la tension de mode commun qui dans le cas de ligne aérienne a été mesurée entre plusieurs fils court-circuités aux extrémités et le blindage à travers une impédance de 600 Ohms (figure V.7). Le câble enterré est refermé quant à lui sur son impédance caractéristique de 75 Ohms. Ces différents signaux sont reliés à des systèmes d'enregistrement situés dans des cages de Faraday. Des oscilloscopes numériques sont utilisés ainsi qu'un enregistreur de perturbations aléatoires (EPAL) comportant 8 voies et ayant une bande passante de 5 MHz.

Toutes les voies de mesure ont été protégées entre les coups de foudre directs par des parafoudres situés dans une boîte d'interface accolée à la cage de Faraday.



Figure V.6 : Position des lignes expérimentales sur le site



Figure V.7 : Montage de mesure

#### V.1.1.2 - Résultats expérimentaux

Dans ce paragraphe nous allons présenter les principaux résultats obtenus sur le site de déclenchement artificiel durant les campagnes de mesures de 1983 et 1986.

a) Résultats de la campagne de 1983

En 1983 un seul éclair déclenché a permis l'enregistrement de signaux induits sur les lignes de Télécommunications [111].

Les causes principales de ce manque de succès furent des conditions météorologiques peu propices aux tirs de fusées mais également un certain nombre d'incidents techniques ayant affecté les tirs [112].

Le tir 8301, seul tir ayant donné lieu à des résultats exploitables, fut un coup anormal. En d'autres termes ce coup de foudre n'est pas tombé là où il était attendu, à savoir sur le shunt, mais à côté. Le processus d'un coup anormal est le suivant : lorsque le fil est fondu, le courant s'arrête et après une pause d'environ 30ms, il se développe un traceur descendant qui, au lieu de passer par le canal créé par la fusion du fil, emprunte un chemin différent qui peut le diriger sur n'importe quel point au sol dans le voisinage de l'aire de tir.

L'intérêt particulier des coups anormaux est qu'ils présentent des caractéristiques semblables à celles des coups de foudre naturels frappant le sol.

L'exploitation des résultats obtenus sur le tir 8301 présente d'autant plus d'intérêt qu'une concentration exceptionnelle de moyens d'observation a permis de déterminer en particulier le point d'impact ainsi que la reconstitution géométrique du canal de l'éclair 8301 par la méthode stéréographique [113].

L'éclair 8301 a donné lieu à 18 réamorçages dont la liste des principales impulsions détectées par un capteur de champ magnétique est représentée sur le tableau V.8.

Nº d'ordre de succession	temps de succession (m5)	champ max, mesurè (m <b>G)</b>	Imax (kA)	temps de montée (µs)
1	0	80 ± 4	8,92	4
2	5	$29 \pm 1,45$	3,24	1
3	10,6	$18 \pm 0,9$	2,01	1
4	11,5	$13 \pm 0,65$	1,45	20
5	12,8	5 ± 0,00	0,67	40
6	20,5	$51 \pm 2,55$	5,69	2
7	35,5	$122 \pm 6,10$	13,62	0,3
8	44,5	$22 \pm 1,10$	2,46	0,3
9	50,5	$24 \pm 1,20$	2,68	0,5
10	51,5	$35 \pm 1,75$	3,91	20,3
11	58,5	38 ± 1,90	4,24	0,5
12	65,5	$22 \pm 1,10$	2,46	1 1
13	96,5	54 ± 5,40	5,03	40,5
14	111.5	35 ± 1,75	3,91	30,5
15	132.5	88 ± 4,40	9,82	10,5
15	143	58 ± 2,90	6,48	10,5
17	151.5	$35 \pm 1.75$	3.91	20.5
18	162,5	20 ± 1	2,23	60,5

Tableau V.8 : Principales impulsions du tir 83-01

Le calcul de l'amplitude des impulsions de courant de foudre est effectué dans l'hypothèse où les effets de propagation électromagnétique sont négligeables. De plus le canal est supposé rectiligne.

A titre d'exemple la figure V.9 représente dans l'ordre chronologique la forme des signaux détectés par un capteur magnétique disposé à l'endroit où s'effectue l'enregistrement sur les lignes. Pour des raisons de saturation de la mémoire de l'enregistreur EPAL toutes les impulsions de l'éclair n'ont pas été enregistrées.

En 1983, sur le site expérimental seules les lignes aériennes et enterrées de 200m de long étaient installées.

Les courbes de la figure V.10 représentent la variation temporelle du courant induit sur l'écran du câble aérien pour les réamorçages les plus importants.

On constate que pour la 7ème impulsion ayant une amplitude calculée de 13,6 kA la valeur crête du courant induit mesuré sur la ligne vaut 40 A.

Les courbes de la figures V.11 représentent les enregistrements du courant de gaine et de la tension de mode commun associés au câble enterré.

On note que seul le 7ème réamorçage a donné lieu à l'enregistrement d'une tension de mode commun de 10V pour un courant de gain de 62A. Cette faible valeur s'explique par le fait que le blindage du câble est à haute immunité électromagnétique (double blindage).

b) Résultats de la campagne 1986

La campagne foudre de l'été 1986 dont la période opérationnelle était de 48 jours a donné lieu à 14 coups de foudre déclenchés pour 23 tirs de fusées.

Parmi les éclairs déclenchés 6 d'entre eux ont présenté un ou plusieurs réamorçages. Le nombre moyen d'impulsions par éclair est inférieur à 2 et ceci contrairement aux valeurs obtenues lors des campagnes précédentes qui se situaient aux environs de 6 impulsions.

Il est difficile d'en connaître la raison mais il faut signaler que la technique de déclenchement utilisant un dérouleur de fil embarqué sur la fusée a été mise en oeuvre pour la première fois à St Privat en 1986. Il est possible qu'il existe une corrélation entre le nombre d'impulsions et cette nouvelle technique de déclenchement mais des essais complémentaires sont nécessaires pour confirmer ou infirmer cette hypothèse.

En ce qui concerne le courant de foudre, les amplitudes maximales enregistrées au cours de cette campagne furent un courant crête de 48 kA et une dérivée temporelle de courant dI/dt de 139 kA/ $\gamma$ s.

L'ensemble des résultats relatifs au courant de foudre, à sa dérivée, au champ électrique rayonné et à la corrélation existant entre ces quantités est décrit dans la référence [114].



Figure V.9 : Enregistrement du champ magnétique - tir 83-01 -



Figure V.10 : Courant induit sur l'écran du câble aérien - tir 83-01 -







Figure V.11 : Courant et tension induits sur l e

câble enterré - tir 83-01 -

A titre d'exemple les courbes de la figure V.12a) représentent la variation temporelle de I et de dI/dt pour le tir 8602. On note une valeur crête du courant de 15 kA et une valeur maximum de dI/dt de 72 kA/ $\gamma$ 's. La figure V.12b) représente l'enregistrement du courant d'éclair associé au premier arc en retour du tir 8613 pendant 5 $\gamma$ 's. On constate sur ces courbes ainsi que sur les enregistrements d'autres tirs [113] que l'allure du courant I(t) est globalement la même et s'apparente à la forme bi-exponentielle que nous avons utilisée pour la modélisation numérique.

Concernant le couplage aux ligne, seuls des enregistrements sur les lignes aériennes ont été obtenus en 1986. Envisageons tout d'abord le cas de la ligne aérienne de 200m de long. A titre d'exemple, les courbes de la figure V.13 montrent la variation du courant de gaine ainsi que de la tension de mode commun pour le premier arc en retour des tirs 8602 et 8605. La durée des signaux est dans ce cas voisine de 10 y's et à un courant de gaine de 50A correspond une tension de mode commun de 70V.

Pour les lignes longues la figure V.14 représente les variations du courant de gaine mesuré sur la ligne n°1 à l'extrémité opposée à celle située au voisinage du pas de tir. Le cas -a- correspond au couplage dû au premier arc en retour du tir 8612 illustré sur la figure V.12b).

On note un courant crête de 150A, la durée du phénomène étant approximativement de 250 l's et le temps de montée d'environ 2l's.

Les courbes des figures V.14b) et V.14c) ont trait respectivement aux 3ème et 4ème arcs subséquents du même éclair. Les amplitudes sont plus faibles de l'ordre de 80A mais les formes sont tout à fait similaires.

Les tensions de mode commun Vc enregistrées sur cette ligne pour le même éclair sont données sur la figure V.15, les cas -a-, -b- et -c- correspondant respectivement au premier arc en retour et aux arcs subséquents cités précédemment.

On constate que Vc atteint une valeur de 800 Volts durant 100 s avec un temps de montée voisin de 5 ys.

Sur la ligne n°2 orientée perpendiculairement à la précédente les valeurs du courant de gaine et de la tension de mode commun obtenus pour le même tir sont beaucoup plus faibles, la tension Vc n'est plus que de 100 Volts (figure V.16). Ceci peut s'expliquer d'une part par l'éloignement de la ligne mais également par des contributions différentes des composants du champ électrique rayonné par l'éclair comme nous l'avons décrit dans le chapitre précédent.



Figure V.12 : Variation du courant de foudre et de sa dérivée - tirs 8602 et 8613 -













Figure V.14 : Courant de gaine induit sur la ligne aérienne n°1 (2 km) - tir 8613 -


TIR 8613











## V.1.2 - Les éclairs naturels

Les enregistrements de parasites induits sur des lignes de télécommunications par des élcairs naturels peuvent être utilisés pour effectuer une validation expérimentale à condition cependant d'avoir des données suffisantes de champs électromagnétiques qui puissent aider à évaluer l'intensité du coup de foudre ainsi que la localisation du point d'impact.

Les nombreuses données collectées sur les lignes dans le cadre de l'étude COPELIA du CNET ne sont malheureusement pas exploitables puisqu'aucune mesure de champ électromagnétique ne leurs est associée. Ceci n'est pas le cas, par contre, pour les mesures que nous allons présenter dans ce paragraphe et qui proviennent d'une campagne expérimentale menée en Côte d'Ivoire dans le cadre d'une coopération entre le CNET et l'Université Nationale de Côte d'Ivoire à Abidjan [116].

Mais avant de présenter les résultats relatifs aux décharges orageuses tropicales nous allons tout d'abord donner quelques enregistrements obtenus sur les lignes de télécommunications dans le cadre de la campagne de mesures COPELIA.

# V.1.2.1 - Exemples d'enregistrements effectués dans le cadre de la campagne de mesures COPELIA

Les signaux enregistrés sur les lignes de télécommunications sont des tensions de mode commun (mesure à travers 600 Ohms de la tension entre un fil et la terre) et de mode différentiel (mesure à travers 120 Ohms de la tension entre deux fils).

Sur chaque site l'enregistreur EPAL peut en permanence surveiller simultanément huit lignes d'abonnés. A l'arrivée d'une perturbation, il discrétise la surtension jusqu'à une fréquence de 10 MHz. Au total 80 lignes sont ainsi surveillées à travers la France. Les informations sont ensuite rapatriées à travers le réseau commuté vers le centre de calcul du CNET LANNION.

De manière à évaluer l'incidence des paramètres de terrain sur le nombre ou le niveau des surtensions les paramètres suivants sont pris en compte dans l'étude statistique :

- Longueur de chaque tronçon de ligne,

- Ligne aérienne,
- Ligne enterrée,

- Câble avec ou sans écran,

- Résistivité des sols,

- Relief,

- Niveau kéraunique,

- Voisinage des transformateurs EDF.

A titre d'exemples nous donnons sur les figures V.17 à V.19 les enregistrements de tensions de mode commun induites par la foudre sur des lignes de télécommunications dont la configuration géométrique est également indiquée sur chaque figure [117].

La figure V.20, quant à elle, montre des exemples d'enregistrements de la tension de mode différentiel.



Figure V.17 : Enregistrement de la tension de mode commun -COPELIA-





VOIE 3 : SENAILLAC - LATRONOUIERE +Adams

Figure V.18 : Enregistrement de la tension de mode commun -COPELIA-

241



Figure V.19 : Enregistrement de la tension de mode commun -COPELIA-



Figure V.20 : Enregistrements de la tension de mode différentiel - COPELIA-

L'examen de ces signaux et de la topologie des lignes expérimentales nous amène à faire les remarques suivantes :

La configuration de ligne indiquée sur la figure V.17 montre que la longueur du tronçon aérien (582m) est plus importante que celle de la partie enterrée (345m). Il est donc fort probable que la tension de mode commun induite sur la ligne soit essentiellement due au couplage de la partie aérienne avec le champ rayonné par la foudre.

La ligne de la figure V.18 est composée de deux tronçons aériens dont la longueur cumulée est équivalente à peu de chose près à celle des tronçons enterrés.

Au vu de la forme du signal enregistré on peut supposer comme précédemment que le couplage avec les parties aériennes de la ligne est prédominant.

On constate cependant que, compte tenu de la longueur totale de la ligne (8678m), le temps de montée et la durée du signal sont beaucoup plus importants dans ce dernier exemple.

La configuration de ligne représentée sur la figure V.19 est intéressante puisqu'il s'agit d'une ligne totalement enterrée. On note que la forme de la tension induite est différente de celle des cas précédents et qu'elle s'apparente assez bien à celle des signaux théoriques présentés dans le chapitre précédent pour un câble enterré.

Enfin les tensions de mode différentiel reportées sur la figure V.20 présentent un caractère oscillatoire qui, comme nous l'avons indiqué également dans le chapitre IV, est essentiellement dû à un couplage de nature inductive.

La complexité du réseau et la manque d'informations sur la localisation du point d'impact de la foudre rendent donc difficile voire impossible toute comparaison des résultats expérimentaux avec des prévisions théoriques.

### V.1.2.2 - Campagne de mesures en Côte d'Ivoire

L'objet de la coopération entre le CNET et l'Université d'Abidjan est la caractérisation des paramètres électriques et électromagnétiques associés aux décharges orageuses tropicales.

Cette caractérisation s'accompagne de mesures sur une ligne expérimentale de télécommunications afin de déterminer les effets des décharges nuage-sol ou intra-nuages, sur la ligne ainsi que la distribution des surtensions induites.

Les principaux points d'intérêts couverts par cette collaboration sont :

- L'Etude statistique de l'ensemble de l'activité électromagnétique (amplitude, forme) pour un site donné durant les différentes périodes orageuses et en fonction du type de convection,

- L'Etude de la répartition intra-nuage/nuage-sol des sources électromagnétiques et l'identification de leurs paramètres spécifiques,

- L'Etude statistique des champs électromagnétiques dus aux décharges intranuages,

- L'Etude du couplage avec une ligne aérienne de télécommunications.

En ce qui nous concerne nous ne nous interressons qu'au dernier point et avant de donner quelques résultats de mesures nous allons décrire l'implantation de la ligne ainsi que les moyens de mesures et d'acquisitions mis en oeuvre sur le site expérimental de Marcory [116].

Toutes les mesures de champs électromagnétiques ainsi que celles des signaux induits sur la ligne de télécommunications sont rapatriées vers un enregistreur de perturbations aléatoires (EPAL) modifié.

De plus, un moulin à champ est connecté à une table traçante, permettant ainsi d'observer l'évolution du champ électrostatique pendant l'orage. L'envoi d'un top de déclanchement par l'EPAL sur la table traçante permet de reconnaître les évènements pour lesquels il y a eu acquisition.

## A) Mesures de champs électromagnétiques

Les capteurs utilisés pour la caractérisation électromagnétique des décharges orageuses tropicales sont au nombre de deux, à savoir une antenne capacitive permettant de mesurer la composante du champ électrique vertical et un capteur magnétique monté en système gonio, c'est-à-dire deux capteurs à 90° qui mesurent la composante horizontale du champ magnétique. Ces capteurs ont été définis de façon à recueillir les signaux électromagnétiques des décharges orageuses dans un rayon d'une vingtaine de kilomètres.

Etant donné la plage de variation du courant de foudre qui va de quelque kA jusqu'à 100 kA voire plus ; la dynamique des capteurs doit être grande.

A titre d'exemple, le tableau V.21 donne, en fonction de la distance pour un courant de 10 kA, un ordre de grandeur des valeurs du champ magnétique et du champ électrique ainsi que les valeurs de tension à l'entrée de l'EPAL qui leurs sont associées.

I <sub>MAX</sub> =10 kA [	200 m	l km	5 km	10 km	20 km
Champ magnétique ()	8000	600 - 1000	150	60	30
	8 V	0,6 - 1 V	0,15 V	0,06 V	30 mV
Champ électrique (V/n	) 4000	250	50	20	10
	saturé	1,25 V	250 mV	100 mV	50 mV

Tableau V.21 : Variation du champ électromagnétique en fonction de la distance

## B) Mesures sur la ligne de télécommunications

La ligne aérienne de télécommunications installée sur le site est un câble multipaires (série 98 14 paires calibre 0.6) identique à ceux utilisés à St Privat d'Allier.

La ligne de longueur 1,725 km a son blindage relié à une prise de terre à chaque extrémité.

Parallèlement aux mesures de champs électromagnétiques, on enregistre les perturbations engendrées sur la ligne par la décharge orageuse.

On effectue la mesure du courant de gaine à une extrémité de la ligne en même temps que la mesure de la tension de mode commun à travers une impédance de 600 Ohms connectée à chaque extrémité entre un fil d'une paire et le blindage du câble. La tension de mode différentiel est également mesurée aux bornes d'une paire fermée à chaque extrémité sur son impédance caractéristique de 120 Ohms.

L'implantation sur le site de la ligne expérimentale et des différents capteurs est représentée sur la figure V.22.



Fiugre V.22 : Site expérimental en Côte d'Ivoire

## V.1.2.3 - Présentation de quelques résultats expérimentaux

Nous donnons dans ce paragraphe quelques exemples des tous premiers enregistrements obtenus pendant des orages qui se sont déroulés en mars 1988.

Cette première série de résultats a permis notamment de régjuster les seuils de déclenchements et les atténuations de certaines voies d'enregistrements de l'EPAL.

Les figures V.23 à V.26 représentent sur une durée de 166  $\mu$ s des exemples d'enregistrements qui sont synchronisés à la microseconde.

Sur chacune de ces figures nous avons reporté le champ électrique (Voie 1) les composantes Nord-Sud (Voie 2) et Est-Ouest (Voie 3) du champ magnétique ainsi que le courant de gaine (Voie 4) et la tension de mode commun (Voie 5) induits sur la ligne.

247

On constate (figure V.23 à V.25) que la tension de mode commun est souvent supérieure à 100 Volts (saturation). En exeminant la figure V.26 on remarque que cette valeur est dépassée dès que l'amplitude crête du courant de gaine est supérieure à 10A.

Les mesures de champs électromagnétiques effectuées en même temps que celles des signaux induits sur la ligne vont nous permettre de déterminer la direction du point d'impact du coup de foudre.

Afin de pouvoir exploiter ces résultats pour efectuer une comparaison avec les prévisions théoriques, il est également nécessaire de déterminer la position du point d'impact par rapport à la ligne expérimentale.

Cette position sera calculée dans le prochain paragraphe en considérant plusieurs valeurs du courant de foudre.



Figure V.23 : Enregistrements - Côte d'Ivoire -

249



Figure V.24 : Enregistrements - Côte d'Ivoire -



Figure V.25 : Enregistrements - Côte d'Ivoire -



Figure V.26 : Enregistrements - Côte d'Ivoire -

## V.2 - CONFRONTATION ENTRE LES RESULTATS EXPERIMENTAUX ET LES PREVISION THEORIQUES

Les résultats expérimentaux que nous avons présenté vont nous permettre d'effectuer une comparaison directe avec les prévisions théoriques et de ce fait contribuer à la validation des modèles et des méthodes de calcul que nous avons développés dans le cadre de ce travail.

Rappelons que les prévisions théoriques sont basées d'une part sur le calcul du champ électrique rayonné par l'éclair et d'autre part sur le couplage de celui-ci à la ligne de télécommunications.

Les résultats expérimentaux que nous avons sélectionnés sont relatifs à des éclairs déclenchés mais aussi à des éclairs naturels.

Dans le premier cas la connaissance du courant de foudre mesuré à la base de l'éclair permet d'ajuster les paramètres caractérisant l'éclair de manière à ce que l'impulsion théorique du courant de foudre donnée par la différence de deux exponentielles corresponde au signal expérimental. On calcule ensuite la composante verticale du champ électrique rayonné par l'éclair à chaque extrémité de la ligne ainsi que la composante horizontale tout le long du câble. Connaissant le champ électrique incident en tout point de la structure, il devient possible de déterminer les courant et tensions induits sur celle-ci.

Pour les éclairs naturels la démarche est la même excepté pour le premier point où les paramètres du courant de foudre sont déterminés directement à partir des mesures de champs électromagnétiques. Dans notre cas, les mesures de champs qui sont effectuées permettent uniquement de déterminer la direction du point d'impact pour les éclairs nuagesol. En effet, la valeur du champ électromagnétique en un point d'observation donné est fonction de l'amplitude du courant de foudre mais aussi de la distance entre ce point et le point d'impact de l'éclair. Ne pouvant accéder au courant de foudre nous effectuerons les calculs pour des valeurs de 10 kA et 20 kA.

Pour chacune de ces valeurs nous aurons évidemment une position différente du point d'impact et par conséquent une modification de la contribution au couplage électromagnétique des parties horizontale et verticale de la ligne.

## V.2.1 - Comparaison avec les résultats obtenus à l'aide d'éclairs déclenchés [118] à [120]

## V.2.1.1 - Courant de gaine

La comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux est d'abord effectuée pour une ligne aérienne de 200m de long.

La figure V.27-a- rappelle la forme du signal enregistré lors du premier réamorçage du tir 8301. La courbe -b- représente la forme du courant de gaine calculé en considérant un sol de conductivité  $-10^{-2}$  S/m et en supposant le blindage relié à la terre à chaque extrémité à travers des impédances  $Z_0$  et  $Z_L$  égales à 30 Ohms. Cette valeur est celle qui a été mesurée en basse fréquence en 1983. On constate que l'amplitude et la forme du courant calculé sont comparables à celles du signal expérimental.



\_ a -



Figure V.27 : Comparaison théorie-expérience : tir 83-01 courant de gaine sur la ligne aérienne n°3 (200 m)

La figure V.28-a- montre le courant de gaine enregistré en 1986 durant le tir 86-02. En reprenant pour le calcul théorique les mêmes paramètres de ligne que précédemment nous obtenons les résultats représentés sur la courbe V.28-b-. On remarque que dans ce cas l'amplitude du courant calculé est comparable à celle relevée expérimentalement. Cependant, la durée du signal est plus élevée que celle du signal mesuré, la courbe-b- fait apparaître des oscillations dues au fait que la ligne est pratiquement court-circuitée à chacune de ses extrémités car les impédances terminales  $Z_0$  et  $Z_L$  ont été prises comme précédemment égales à 30 Ohms. L'absence de réflexion dans tous les enregistrements effectués sur ce tronçon en 1986 nous incite à penser que la ligne était fermée sur des valeurs d'impédances  $Z_0$  et $Z_L$ beaucoup plus élevées que celles mesurées lors de la précédente campagne en 1983 et qu'il s'est donc produit une dégradation de la qualité de ces prises de terre. En reprenant le calcul dans les mêmes conditions mais en imposant pour les impédances  $Z_0$  et  $Z_L$  la valeur de 100 Ohms, nous obtenons la courbe de la figure V.28-c-. On constate dans ce cas que la forme du courant théorique est beaucoup plus proche de celle du signal expérimental.

Nous allons maintenant effectuer une comparaison des courants induits sur la ligne enterrée de 200m de long. Les résultats expérimentaux sont ceux obtenus en 1983. La figure V.29-a- donne la forme du signal enregistré lors du 7ème réamorçage du tir 8301.

La courbe -b- représente le courant calculé en considérant un sol de conductivité  $\sigma = 10^{-2}$  S/m et des impédances terminales Z<sub>0</sub> et Z<sub>1</sub> de 30 Ohms.

On constate que la forme "bipolaire" (présentant un pic positif et un pic négatif) du signal expérimental se retrouve également pour le signal théorique. On observe cependant que si l'amplitude crête à crête des courbes -a- et -b- est comparable il n'en est pas de même en ce qui concerne la durée du signal qui est plus brève pour le courant mesuré. Cette différence peut, sans doute, s'expliquer par la fait que le câble enterré était dans une conduite en plastique dont on n'a pas tenu compte dans la modélisation. Cette conduite peut modifier sensiblement les caractéristiques de propagation de la ligne.



Figure V.28 : Comparaison théorie-expérience : tir 86.02 courant de gaine sur la ligne aérienne n°3 (200 m)





Figure V.29 : Comparaison théorie-expérience : tir 83-01 courant de gaine sur le câble enterré n°4 (200 m)

Envisageons maintenant le couplage à la ligne aérienne longue de 2 km dont la direction passe au voisinage du point d'impact (ligne 1 de la figure V.6).

Contrairement à la ligne courte de 200m située au-dessus d'une prairie, les lignes 1 et 2 sont à flanc de montagne dont la résistivité, plus élevée peut être estimée entre  $10^{-2}$  S/m et  $10^{-3}$  S/m. Les courbes -b- et -c- de la figure V.30 montrent respectivement les résultats pour une conductivité du sol de  $10^{-3}$  S/m. Les valeurs d'impédances de prise de terre mesurées sont égales à 10 Ohms. On remarque tout d'abord l'influence de la conductivité du sol sur l'amplitude maximum du courant induit sur de longues lignes. La comparaison de ces courbes au relevé expérimental -a- montre quand même un accord satisfaisant tant au point de vue de l'amplitude que de la forme des signaux.

## V.2.1.2 - Tension de mode commun

Les câbles de télécommunications implantés sur le site de St Privat d'Allier (14 paires calibre 0.6mm série 98) ont leur blindage constitué par une enveloppe d'aluminium. La variation de l'impédance de transfert en fonction de la fréquence caractérisant ce blindage est donnée sur la figure IV du chapitre précédent. On remarque que jusqu'à la fréquence de 10 MHz indiquée sur cette courbe, le blindage se comporte comme une couche homogène.

L'effet de recouvrement de la feuille d'aluminimum constituant ce blindage ne provoquera une remontée de l'impédance de transfert que pour des fréquences supérieures à 10 MHz. La variation de  $Z_t(f)$  a été introduite dans les modèles numériques de couplage pour le calcul de la tension de mode commun.

Les courbes -a- et -b- de la figure V.31 montrent respectivement la tension enregistrée et la tension calculée dans le cas du câble aérien de 200m de long pour le tir 8602. Les calculs ont été effectués, comme pour le courant de gaine, en considérant une conductivité du sol de  $10^{-2}$  S/m et des impédances de mise à la terre de 100 Ohms. On note un accord satisfaisant avec le relevé expérimental.









- a -





Pour le calcul de la tension de mode commun apparaissant sur le câble de 2 km de long (ligne 1 de la figure V.6) trois valeurs de conductivité du sol ont été envisagées  $\sigma = 10^{-3}$  S/m, 5.10<sup>-3</sup> S/m et 10<sup>-2</sup> S/m.

La figure V.32-b- représente les résultats théoriques obtenus pour ces différentes valeurs de conductivité. On constate qu'il existe un assez bon accord avec la courbe expérimentale de la figure V.32-a- obtenue lors du 3ème réamorçage du tir 86.13. Cependant au regard de la courbe expérimentale il apparaît que le signal théorique s'amortit plus rapidement. Cette différence peut s'expliquer par le fait que pour le tir 86.13 le courant de foudre n'a pu être enregistré sur une base de temps plus grande (figure V.12-b-) et par conséquent nous avons dû considérer les mêmes paramètres que ceux du tir 86.02 pour la modélisation du courant de foudre par une impulsion à profil biexponentiel. Les fronts de montée et de descente d'une telle impulsion peuvent, en effet, présenter une grande dispersion d'un éclair à un autre, comme on peut d'ailleurs le constater en comparant l'allure des tensions enregistrées pour les 3 réamorçages du tir 86-13 (figure V.15).

Pour clore ce paragraphe on notera que pour les perturbations provoquées par la foudre, le couplage électromagnétique dans le blindage des câbles de télécommunications étudiés est d'une façon générale gouverné par le mécanisme de diffusion du champ électrique à travers l'enveloppe d'aluminium. Dans ce cas, le câble se comporte comme un filtre passe bas. La forme de la tension induite de mode comun s'apparente à celle du courant perturbateur circulant sur le blindage du câble car dans la bande de fréquences considérée l'impédance de transfert est quasiment constante (résistance en continu du blindage).



- a -



Figure V.32 : Comparaison théorie-expérience : tir 86.13 tension de mode commun sur le câble aérien N°1 (2 km)

V.2.2 - Comparaison avec les résultats obtenus à l'aide d'éclairs naturels [122]

Comme nous l'avons déjà signalé plus haut la comparaison est dans ce cas rendue difficile dans la mesure où nous ne connaissons que la direction du point d'impact de l'éclair. Nous ferons donc les calculs théoriques en considérant deux valeurs de courant de foudre ce qui, par conséquent, donnera deux positions du point d'impact.

A titre d'exemple, la figure V.33 indique la position relative de la ligne expérimentale et des deux points d'impact calculés respectivement en faisant l'hypothèse d'un courant de foudre de 10 kA et 20 kA pour des enregistrements obtenus le 13 mai 1988 à 16H30mn 2.979652s.



Figure V.33 : Position relative du point d'impact

Le câble de télécommunications est identique à celui utilisé dans le cas des éclairs déclenchés et son blindage est mis à la terre à travers des impédances voisines de 30 Ohms. Pour les calculs théoriques nous avons introduit une valeur de conductivité du sol égale à  $10^{-2}$  S/m.

Les figures V.34-b- et V.35-b représentent respectivement le courant de gaine et la tension de mode commun calculés pour les deux positions du point d'impact indiquées précédemment. Sur ces mêmes figures sont également reporté les résultats expérimentaux (figure V.34-a- et V.35-a-).

L'observation de ces différentes courbes montre qu'il existe un accord satisfaisant de nos prévisions avec les mesures expérimentales, tant au point de vue de l'amplitude que de la forme des signaux.













## CONCLUSION

### CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons essayé de donner une vérification expérimentale des différentes modélisation et méthode de calcul développées dans cette étude.

Pour cela nous avons tout d'abord présenté les résultats obtenus dans le cadre des dernières campagnes de mesures effectuées en 1983 et 1986 à la station de déclenchement artificiel de la foudre de St Privat d'Allier. Les différentes courbes enregistrées représentent à la fois le courant de foudre et les courants et tensions induits sur différentes lignes de télécommunications implantées sur le site.

S'agissant des éclairs naturels, nous avons rappelé que de nombreux enregistrements sur des lignes du réseau de télécommunications sont disponibles dans le cadre de l'étude COPELIA mais que malheureusement il n'existe aucun enregistrement de champ électromagnétique permettant de localiser le point d'impact de l'éclair. De ce fait, toute confrontation avec des résultats théoriques devient impossible. Cependant, à la lumière de nos résultats théoriques nous avons pu, en analysant quelques exemples d'enregistrements ainsi que la configuration des lignes, tirer quelques conclusions intéressantes quant à la forme des signaux.

De manière à pouvoir quand même comparer nos résultats de calcul aux signaux expérimentaux obtenus sur des éclairs naturels, nous avons donné des enregistrements effectués sur une ligne de télécommunications dans le cadre d'une campagne de mesures en Côte d'Ivoire. Aux mesures de courants et de tensions induits sur la ligne sont également associées des mesures de champs électromagnétiques permettant de déterminer la direction du point d'imapct de l'éclair naturel. Pour le calcul théorique, la position du point d'impact a été déterminée en choisissant une valeur de courant de foudre de 10 kA puis de 20 kA.

Qu'il s'agisse d'éclairs déclenchés ou d'éclairs naturels nous avons en règle générale constaté un accord satisfaisant de nos résultats théoriques avec les signaux expérimentaux. intervenant dans le formalisme du rayonnement et ceci après avoir clairement défini leur domaine de validité.

Cette approche originale nous a permis de déterminer la distribution du courant induit sur une ligne aérienne ou enterrée par une décharge orageuse. En nous efforçant de donner une interprétation physique des phénomènes, nous avons en particulier montré l'influence de la position relative du point d'impact de l'éclair par rapport à la ligne sur l'amplitude et la forme des signaux induits.

Ceci nous a mené à poursuivre notre investigation et à nous intéresser au problème intérieur, c'est-à-dire au calcul des tensions parasites apparaissant aux extrémités de la ligne. La généralisation de la théorie des lignes couplées à un câble multifilaire blindé nous a permis, dans ce cas, d'accéder aux tensions de mode commun et de mode différentiel.

Ainsi, par exemple, si on envisage une décharge orageuse caractérisée par un courant crête de 15 kA et se produisant à 500 m d'un câble aérien de 200 m de long, la valeur crête du courant induit sur la gaine de ce câble peut varier entre 10A et 70A suivant la position du point d'impact au sol de l'éclair, ce qui provoque respectivement dans le câble, des tensions de mode commun de 3 volts et 40 volts.

La validité des différents codes développés a été montrée grâce à une confrontation des résultats de calcul aux valeurs mesurées obtenues lors d'expériences effectuées à la fois sur des éclairs déclenchés et sur des éclairs naturels.

D'une façon générale, nous avons pu constater un accord satisfaisant avec les prévisions théoriques. Les différences qui subsistent peuvent s'expliquer par différentes causes : une modélisation approximative de la source de rayonnement qu'est le canal foudre, la topologie du terrain et la difficulté de caractériser des prises de terre en régime transitoire.

Ce travail, par ses trois aspects, modélisation analytique, résolution numérique et expérimentation apporte une contribution à l'étude du couplage onde-câble et à ses implications dans la définition des règles de protection.

Dans le cadre de l'orientation des télécommunications vers le Réseau Numérique à Intégration de Services (RNIS), les travaux que nous avons exposés peuvent être aisément généralisés aux sources de perturbations électromagnétiques d'origine industrielle et au couplage de celles-ci à des structures de lignes plus compliquées telles que câbles multifilaires ou bus de données. Le travail exposé dans notre thèse constitue une contribution à l'étude de la protection des installations de télécommunications vis-à-vis de l'environnement électromagnétique. Dans ce cadre et compte tenu de l'enjeu industriel et commercial important que représente la protection des équipements de télécommunications, l'étude du couplage d'une onde électromagnétique à un câble du réseau est une étape nécessaire pour obtenir un ordre de grandeur de l'amplitude et de la forme des signaux parasites apparaissant aux extrémités d'une ligne illuminée par une onde perturbatrice. A partir de ces caractéristiques, les dispositifs de protection pourront être définis ou optimisés.

La détermination du courant induit sur le blindage extérieur des câbles est fréquemment basée sur l'application de la théorie des lignes de transmission. En effet, cette approche, de par sa simplicité de mise en oeuvre, est souvent préférée au formalisme exact menant à une équation intégrale qui devient délicate et longue à résoudre lorsque, comme c'est généralement le cas, les lignes considérées dépassent plusieurs kilomètres. Cependant, un des points délicats de la théorie des lignes de transmission réside dans la prédiction des résonances. En considérant par exemple, le cas simple d'une ligne parallèle à un plan de masse infiniment conducteur et connectée à ses deux extrémités à ce plan, la théorie "usuelle" des lignes ne permet pas de connaître les résonances de la structure.

En reprenant les calculs, nous avons montré qu'une prise en compte judicieuse des conditions aux limites permet de prédire correctement la distribution du courant induit sur la ligne.

Nous nous somme ensuite attachés à faire une synthèse des différentes approches disséminées dans la littérature technique, pour traiter le cas d'un sol de conductivité finie. Sur la base de ce modèle approché, nous avons étudié la réponse d'une ligne de transmission à une onde électromagnétique plane en fonction des principaux paramètres géométriques et électriques.

Dans le cas de la foudre, l'étude du couplage nécessite la modélisation du champ électromagnétique rayonné par une décharge orageuse entre le nuage et le sol.

Il a donc fallu aborder, à l'aide du modèle ligne de transmission caractérisant l'arc en retour, le calcul du champ électrique rayonné par l'éclair qui est assimilé à une succession de dipôles élémentaires.

De manière à réduire les temps de calcul et disposer ainsi d'un code facilement exploitable, nous avons utilisé différentes approximations des intégrales de Sommerfeld
# BIBLIOGRAPHIE

#### BIBLIOGRAPHIE

- E.K. MILLER, A.J. POGGIO, G.J. BURKE, E.S. SELDEN
   "Analysis of wire antennas in the presence of a conducting half space. Part II. The horizontal antenna in free space"
   Canadian journal of physics - vol. 50 - 1972
- [2] F. MAUMY, B. JECKO, O. DAFIF

"Influence du sol réel sur la réponse à une EIEM de ligne d'énergie 3ème colloque national sur la compatibilité électromagnétique Clermont-Ferrand - juin 1985

[3] A.J. POGGIO, E.K. MILLER

"Integral equation, solutions of three dimensionnal scatering problems" Computer techniques for electromagnetics, R. MITTRA, University of Illinois -Urbana édité par PERGAMON - 1973

#### [4] R.F. HARRINGTON

"Field computation by moment methods" The Macmillan company - New York - 1968

## [5] D. ROUBERTOU

"Etude de l'impédance d'entrée en haute fréquence et de la réponse à une onde plane de structures filaires en présence d'un sol de conductivité finie" Thèse de docteur ingénieur, Université de Clermont-Ferrand - 1984

#### [6] F. PALADIAN

"Diffraction d'une onde électromagnétique par des conducteurs filaires en présence d'un sol imparfaitement conducteur. Application à une ligne de télécommunications" Thèse de docteur de l'Université de Clermont II - 1985

 [7] D. ROUBERTOU, J.P. PLUMEY, J. FONTAINE, A. ZEDDAM "Harmonic input impedance of earth connections" International symposium on Electromagnetic compatibility - Tokyo, 1984

# [8] G. LE BORGNE

"Contribution à l'étude théorique des courants induits par une impulsion électromagnétique sur une structure filaire en présence du sol. Application au cas d'une ligne aérienne parallèle à un sol de conductivité quelconque" Thèse de 3ème cycle - Université de Limoges - 1983

#### [9] J. FONTAINE, F. PALADIAN, J.P. PLUMEY

"Couplage d'une impulsion électromagnétique avec une ligne de télécommunications aérienne"

Rapport final : Convention Université de Clermont - CNET

[10] S.A. SCHELKUNOFF
 "Electromagnetic waves"
 Van Nostrand Co, New York - 1945

#### [11] E.D. SUNDE

"Earth conduction effects in transmission systems" Van Nostrand - 1948

# [12] E.F. VANCE

"Coupling to shielded cables" Wiley Interscience - 1978

#### [13] J.L. FAURE

"Rayonnement des lignes haute tension dans le domaine des hautes fréquences" Thèse de 3ème cycle, Université de Clermont-Ferrand - 1976

#### [14] A.A. SMITH

"Coupling to external electromagnetic fields to transmission lines" J. Wiley Ed., New York - 1977

#### [15] C.D. WHITESCARVER

"Transient electromagnetic field coupling with two-wire uniform transmission line" Ph. D., University of Florida - 1969

#### [16] J.M. FONTAINE, A. UMBERT, B. DJEBARI, J. HAMELIN

"Ground effects in the response of a single-wire transmission line illuminated by an E.M.P."

Proceedings of the 4th symposium on E.M.C., pp 109-114, Zurich, 1981

#### [17] C.D. TAYLOR, R.S. SATTERWHITTE AND C.W. HARRISON

"The response of a terminated two-wire transmission line excited by a non-uniform electromagnetic field" IEEE Trans. on Ant. and Prop., pp 987-989 - Nov. 1965

#### [18] C. CHANDESRIS

"Recherche de la répartition des mises à la masse du bindage d'un câble coaxial permettant d'optimiser son immunité vis-à-vis des perturbations électromagnétiques" Thèse de docteur ingénieur, Université de Lille, Nov. 1981

#### [19] P. DEGAUQUE, A. ZEDDAM

"Couplage entre une onde électromagnétique et un câble aérien ou enterré. Remarques sur les approches basées sur la méthode des lignes de transmission" Note technique CNET, NT/LAA/ELR/465 - Avril 1985

#### [20] P. DEGAUQUE, A. ZEDDAM

"Remarks on the transmission line approach to determine the currend induced on above-ground cables" IEEE Trans. on Electromagn. Compat., vol. 30, N° 1, pp. 77-80, Feb. 1988

#### [21] P. DEGAUQUE, A. ZEDDAM

"Couplage d'une onde plane à un fil parallèle à la surface du sol : Quelques remarques concernant l'approche par la théorie des lignes de transmission" 4ème colloque sur la compatibilité électromagnétique, Limoges - juin 1987

# [22] C.D. TAYLOR, J.P. CASTILLO

"On electromagnetic field excitation of unshielded multiconductor cables" IEEE Trans. on E.M.C., Vol 20, pp 495-500, Nov. 1978

#### [23] C. PAQUIER

"Réponse de lignes de transmission en présence d'un plan de masse parfaitement conducteur ou non à une impulsion électromagnétique. Confrontation entre différentes méthodes de calcul et résultats expérimentaux" Journées nationales sur la compatibilité électromagnétique, Lille, 1981

# [24] Y. BENIGUEL

"Courant induit par une onde incidente sur un conducteur rectiligne et filiforme situé au voisinage du sol"

Annales des Télécommunications, 37, n° 3-4, pp 155-166, 1982

#### [25] G. LEBORGNE, M. RENARD

"Validité de l'approximation des lignes pour calculer la réponse d'un câble aérien à une impulsion de champ électromagnétique dans les premiers instants" 2ème colloque national sur la compatibilité électromagnétique, Trégastel - 1983

#### [26] M. SCOTTO, B. JECKO

"Analyse du comportement de lignes aériennes de télécommunications ou d'énergie électrique soumises à une impulsion électromagnétique limitations de l'utilisation de la théorie des lignes"

Annales des Télécommunications, t.42, n° 9-10, 1987

#### [27] J.R. CARSON

"Wave propagation in overhead wires with ground return" Bell. Sys. Tech. J.S., 1926, pp 539-554

#### [28] J.R. WAIT

"Theory of wave propagation along a thin wire parallel to an interface" Radio Science, Vol. 7, n° 6, pp 675-679, 1972

#### [29] G. OLSEN, D.G. CHANG

"Electromagnetic characteristics of a horizontal wire above a finitely conducting earth"

Scientific report, n° 3, Université du Colorado, octobre 1973

#### [30] EF. KUSTER, D.C. CHANG, R.G. OLSEN

"Modal theory of long horizontal wire structures above the earth - Part I Excitation - Part II Properties of discretes modes" Radio Science, Vol. 13, pp 605-623, 1978 [31] D.C. CHANG, R.G. OLSEN

"Excitation of an infinite antenna above a dissipative earth Radio Science, Vol. 10, pp 823-831, 1975

[32] G. COURBET, P. DEGAUQUE, A. ZEDDAM, M. HEDDEBAUT
 "Propagation of disturbing current along averhead lines"
 Int. Symp. on Electromag. Compat., Boulder, Colorado, 18-20 aug, 1981

## [33] G. COURBET, P. DEGAUQUE, R. GABILLARD

"Etude théorique et expérimentale de la répartition du courant le long d'un fil tendu au-dessus d'un sol de conductivité finie" Annales des Télécom., Tome 37, n° 5-6, pp 225-238, 1982

## [34] P. DEGAUQUE, G. COURBET, M. HEDDEBAUT "Propagation along a line parallel to the ground surface : comparison between the exact solution and the quasi-TEM approximation"

IEEE Trans. on Electromag. Compat., Vol. EMC 25, nº 4, pp 422-427, 1983

#### [35] G. COURBET

"Recherche théorique et expérimentale sur la propagation d'une onde électromagnétique le long d'un fil parallèle à la surface du sol. Application à l'étude du sous-sol proche" Thèse 3ème cycle, Université de Lille, 1980

#### [36] P. GRIVET

"Physique des lignes de haute fréquence et d'ultra haute fréquence" Tome 1, Masson, 1961

# [37] A. UMBERT

"Prise en compte de la conductivité du sol sur le rayonnement d'une structure filiforme et sur le couplage d'une onde électromagnétique avec une ligne de transmission"

Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Clermont II, 1981

#### [38] R.W.P. KING

"The many places of the insulated antenna" Proc. IEEE, Vol. 64, pp 228-238, 1976

#### [39] J.R. WAIT

"Electromagnetic wave propagation along a buried insulated wire" Canad. J. of Phys., 50, 1972

#### [40] J.R. WAIT

"Excitation of currents on a buried insulated cable" J. Appl. Physics, USA, 9, N° 2, pp 876-880, 1978

#### [41] Y. BENIGUEL

"Courant induit par une onde incidente sur un conducteur et filiforme situé au voisinage du sol"

Annales des Télécom, 37, n° 3-4, pp 155-166, 1982

#### [42] J.A. STRATON

"Theorie de l'électromagnétisme" Dunod, 1961

# [43] R. GABILLARD

"Propagation des ondes électromagnétiques dans les milieux conducteurs, applications aux télécommunications souterraines" Cours de l'Institut Radiotechnique de l'Université de Lille

#### [44] A. ZEDDAM

"Calcul de la réponse d'un câble isolé et enterré soumis à une impulsion électromagnétique" Note technique CNET/LAA/ELR/353, Lannion, février 1984

#### [45] R. GABILLARD, P. DEGAUQUE, J.R. WAIT

"Subsurface électromagnetic telecommunication A. Review" IEEE Trans. Com, 19, n° 6, 1971

#### [46] P. DEGAUQUE, A. ZEDDAM

"Couplage entre une onde électromagnétique et un câble aérien ou enterré : Remarques sur les approches basées sur la théorie des lignes de transmission" Note technique CNET/LAA/ELR/465, Lannion, mars 1985

#### [47] A. ZEDDAM, P. DEGAUQUE

"Couplage d'une onde électromagnétique avec une ligne de télécommunication isolée et enterrée"

3ème colloque national sur la compatibilité électromagnétique, D1.3, Clermont-Ferrand, juin 1985

#### [48] A. ZEDDAM, P. DEGAUQUE

"Couplage entre le champ électromagnétique rayonné par un coup de foudre et une ligne de télécommunications aérienne ou enterrée" Annales des Télécom., 41, n° 7-8, pp 392-402, 1986

#### [49] A. ZEDDAM, P. DEGAUQUE

"Disturbing currents induced on buried telecommunications cables" Proced. of the International Symp. on electromag. Compat. Tokyo, Japon, pp 925-929, octobre 1984

#### [50] J. HAMELIN, C. LETEINTURIER "La Foudre"

L'écho des recherches n° 108, Avril 1982 et n° 109, juillet 1982

#### [51] M. LE BOULCH

"Caractérisation et mécanismes du rayonnement VHF-UHF des décharges orageuses" Thèse de docteur ingénieur, Université de Clermont II, mars 1984

# [52] P. LAROCHE

"Localisation des charges électriques dans les nuages. Corrélation avec la structure des zones précipitantes" CIPIG, Grenoble, 1979

# [53] S. SOULA, S. CHAUZY

"Etude de la répartition des charges statiques à l'intérieur et sous les nuages d'orage" Rapport de synthèse finale, Convention - CNET - Université Toulouse, janvier 1985

#### [54] M.A. UMAN and E.P. KRIDER

"A review of natural lightning : expérimental data and modeling" I.E.E.E. Trans. on Electr. Compat., Vol EMC-24 n° 2, mai 1982

# [55] C.E.R. BRUCE and R.H. GOLDE

"The lightning discharge" J. Inst. Electr. Engrs 88, pp 487-520, 1941

# [56] A.S. DENNIS and E.T. PIERCE

"The return stroke of the lightning flash to earth as a source of VLF atmospherics" Radio Sci. 7, 777-794, 1964

#### [57] K. BERGER

"Front duration and current steepness of lightning strokes to earth" Gas Discharges and the Electricity Sypply Industry, J.S. FORREST, P.R. HOWARD and D.J. LITTLER, eds London : England, Butterworth pp 63-73, 1962

#### [58] M.A. UMAN and D.K. McLAIN

"Magnetic field of lightning return stroke" J. Geophys. Res., 74, pp 6899 6909 - 1978

#### [59] D.H. LEVINE and R. MENEGHINI

"Simulation of radiation from lighnting return strokes : The effects of tortuosity" Radio Sci., vol. 13, pp 801-809 - 1978

#### [60] R.A. PEARLMAN

"Lightning near fields generated by return stroke current" EMC symposium, San Diego, october 1979

## [61] H.A. HADDAD

"Transient Electromagnetic propagation over conducting earth" Ph. D. Thesis - University of Colorado - Boulder - 1979

#### [62] C. LETEINTURIER

"Champ électromagnétique émis par une décharge orageuse modèle intégrant les variations de la résistivité du sol" Thèse de 3ème cycle - Universite de RENNES - octobre 1980

[63] Y.T. LIN, M.A. UMAN and R.B. STANDLER
"Lightning return stroke models"
J. of geophys. Res. 85, pp 1571-1583 - 1980

#### [64] D.J. JORDAN and M.A. UMAN

"Variations of light intensity with height and time from subsequent return strokes" Trans. on Geophys. Union, Vol. 61, pp 977 - 1980 J. of Geophys. Res. - 1983

#### [65] M.J. MASTER

"Lightning induced voltages or power ines theory and experiment" P.H.D. Thesis, University of Florida - 1982

#### [66] M.J. MASTER, M.A. UMAN, Y.T. LIN and R.B. STANDLER

"Calculations of lightning return stroke electric and magnetic fields above ground" J. of Geophys. Res. 86, 12, 127-12, 132 - 1981

#### [67] P. HUBERT

"A new model of lightning subsequent stroke - confrontation with triggered lightning observations" I.C.O.L.S.E. - Paris 1985

# [68] J. HAMELIN, C. LETEINTURIER, L. NICOT, C. WEIDMAN

"Submicrosecond structure of the radiation fields produced by lightning. Correlated current-derivative (dI/dt) and electric field derivative (dE/dt) emitted by triggered flashes"

#### [69] C.E. BAUM, L. BAKER

"Return stroke transmission-line model" Lightning Phenomenology Notes

#### [70] H. VOLLAND

"A wave guide model of lightning currents" J. of Atmospheric and Terrestrial Physics, vol. 43, n° 3, pp 191-204 - 1981

#### [71] G.N. OETZEL

"Computation of the diameter of a lightning return stroke" J. of Geophys. Res., vol 73, pp 1889-1896 - 1968

# [72] P. JOHANNET

"Modélisation opérationnelle du canal de foudre" Bulletin de la Direction des études et recherches, Série B, n° 2, 1987

#### [73] F. HEIDLER

"Traveling current source model for LEM calculation" Proced. of 6th symposium on EMC - Zurich - 1985

#### [74] P. CHOWDHURI and T.T.B. GROSS

"Voltage induced on overhead multiconductor lines by lightning strokes" Proc. IEE, 116, 561-565 - 1969

# [75] H. HOGA, T. MOTOMITSU and M. TAGUCHI

"Lightning surge waves induced in transmission lines" Review of the Electrical Communication Laboratory, 29, 797-810 - 1981

#### [76] A. ZEDDAM

"Couplage entre une onde électromagnétique et un câble aérien ou enterré" Journées protection des équipements - Trégastel - Avril 1985

#### [77] A. ZEDDAM

"Courant induit sur une ligne de télécommunications par un coup de foudre" 3ème colloque national sur la compatibilité électromagnétique, Clermont-Ferrand, Juin 1985 - A.1.4.

#### [78] J. ZENNECK

"Wirelles Telegraphy"

1907 english Translation by A.E. SEELIG Mc GRAW HILL - 1915

#### [79] A. SOMMERFELD

"Uber die Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen telegraphie" Ann. Phys. 28, 665 - 1909

#### [80] A. BANOS

"Dipole radiation in the presence of a conducting half-space" Pergamon Press, New York - 1966

#### [81] A. ZEDDAM

"Etude du rayonnement haute fréquence d'un dipôle électrique placé dans l'air en présence d'un demi milieu conducteur" DEA Université de Lille - juillet 1978

#### [82] R.J. LYTLE, D.L. LAGER

"Numerical evaluation of Sommerfeld integrals" Lawrence Livermore Laboratory Rept. UCRL 591628 - 1974

#### [83] P. PARHAMI, Y. RAHMAT-SAMII, R. MITTRA

"An efficient Approach for evaluating Sommerfeld integrals encountered in the problem of a current Element Radiating over Lossy Grounds" IEEE Trans. on Antennas Propagation, vol. 28, n° 1 - 1980

#### [84] A. ZEDDAM

"Etude théorique et expérimentale d'une impulsion de courant se propageant sur un fil parallèle à la surface du sol. Application à l'exploration des terrains de subsurface"

Thèse de 3ème cycle, Université de Lille - Novembre 1980

# [85] T.A. GRAY, H.L. ATCHINSON

"Non linear transformation related to the evaluation of improper integrals" SIAM, J.N. Anel., vol. 5 n° 2 - 1968

#### [86] A. ZEDDAM

"Evaluation analytique et numérique des intégrales de Sommerfeld" Note technique NT/LAA/ELR/301 - CNET LANNION 1983

#### [87] K.A. NORTON

"The propagation of radio waves over the surface of the earth and in the upper atmosphere"

Proc. IRE 25, 1203-1236 - 1937

#### [88] P.R. BANNISTER

"Nex formulas that extend Norton's far field elementary dipole equations to the quasi near field range" NUSC, Tech. Rept. 59007 - 1984

#### [89] P.R. BANNISTER

"Extension of finitely conducting earth-image-theory results to any range" NUSC, Tech. Rept. 6885 - 1984

#### [90] T.K. SARKAR

"Analysis of arbitrarily oriented thin wire antenna arrays over imperfect ground planes"

Proc. IEEE, pp 4.13 - Décembre 1975

#### [91] R. MITTRA, P. PARHAMI, Y. RAHMAT-SAMII

"Solving the current element problem over losoy half-space without Sommerfeld integrations"

#### [92] J.Y. LOJOU

"Etude des différentes approximations des intégrales de Sommerfeld intervenant dans le calcul du champ électromagnétique rayonné par un dipôle électrique vertical situé au-dessus d'un sol de conductivité finie : application au champ rayonné par une décharge orageuse nuage-sol"

Note technique LAA/ELR/552 - LAB/MER/193 - CNET LANNION, Janvier 1986

# [93] A. ZEDDAM, J.Y. LOJOU, P. DEGAUQUE

"Field radiated by cloud-ground lightning above a finitely conducting soil. Study of the domains of validity of the different approximations of Sommerfeld integrals. Elaboration of an efficient numerical code"

Proced. of the 8th symposium on EMC, pp 273-280, Wroclaw - Poland - 1986

[94] A. ZEDDAM, J.Y. LOJOU, P. DEGAUQUE

"Current and voltage induced on an aerial telecommunications cable by a lightning discharge"

NEMP Meeting, Albuquerque, N.M. - May 1986

#### [95] A. ZEDDAM, P. DEGAUQUE

"Current and voltage induced on telecommunications cables by a lightning stroke" Papier invité à paraître dans "Electromagnetics"

#### [96] S.S. SCHELKUNOFF

"The electromagnetic theory of coaxial transmission lines and cylindrical shields" Bell system Techn. pp. 533 - 579, oct. 1934

#### [97] P. DELOGNE

"Leaky feader and subsurface radiocommunications" I.E.E Electromagnetic waves, Series 14

# [98] B. DEMOULIN

"Etude de la pénétration des ondes électromagnétiques à travers des blindages homogènes ou des tresses à structure coaxiale" Thèse de doctorat d'état, Lille 1981

# [99] A. ZEDDAM

" Caractérisation du blindage des câbles" Journées protection des équipements, Trégastel, Avril 1985

#### [100] A. ZEDDAM

"Journées d'études sur la mesure de l'impédance de transfert des câbles et des connecteurs, Lille, Octobre 1985

#### [101] S. EL ASSAD

"Etude théorique et expérimentale de l'immunité aux perturbations électromagnétiques de câbles coaxiaux et bifilaires blindés" Thèse de doctorat, Université de Lille, 1987

# [102] B. DEMOULIN, S. EL ASSAD, P. DEGAUQUE "Analysis of the behavior of a two-wire shielded line in a disturbing environment" 7th International Symposium on E.M.C., Zurich, 1987

 [103] B. DJEBARI, A. ZEDDAM, F. BRUNEL, R. LERAY
 "Coupling phenomena in multiconductor screaned telephone cables" Electromagn. Pulse Symp., Menlo Park, Ca., May 1988

# [104] A. ZEDDAM, L. KONE, P. DEGAUQUE, B. DEMOULIN "Voltage induced on coaxial cables or multi-wire shielded lines by a disturbing wave" Papier invité à paraître dans "Electromagnetics" en 1988

[105] B. DEMOULIN, L. KONE, P. DEGAUQUE "Response of a two-wire shielded line to a disturbing wave" Electromagn. Pulse Symp., Menlo Park, Ca., May 1988

- [106] L. KONE "Induction des perturbations électromagnétiques sur des câbles multifilaires blindés" Thèse à paraître
- [107] J. MENEZ, A. CARON, J.L. DELEPINE, M. GLEONEC, M. PERIGNON "Une étude expérimentale "COPELIA" (Connaissance des perturbations sur les lignes d'abonnés)" NT/LAA/ELR/201 - CNET LANNION, 1982
- [108] J. MENEZ, B. DJEBARI, A. ZEDDAM, A. CARON
   "Electromagnetic field coupling to telecommunications networks" EMC symposium - Zurich Proced., pp. 185-190, 1983
- [109] A. ZEDDAM, A. CARON, B. DJEBARI
   "Etude des perturbations induites sur les lignes de télécommunications" Annales des Télécommunications, Tome 39, n° 5-6, 1984
- [110] R. FIEUX, C. GARY, J. HAMELIN, P. HUBERT, B. HUTZLER, A. MEESTERS "Eclairs déclenchés à la station de St Privat d'Allier"
   13ème conférence internationale pour la protection contre la foudre, Venise, 1976
- [111] B. DJEBARI, A. CARON, M. GLEONEC, R. LECAER, P. NUSS, M. ROUDEAU, M. PERIGNON, A. ZEDDAM
   "Influence de la foudre sur les câbles de télécommunications. Campagnes de mesures 1983 à St Privat d'Allier" NT/LAA/ELR/368 CNET LANNION, 1984
- [112] P. HUBERT "Campagne de foudre St Privat d'Allier" Note DPhG-SAp-83-51R-SACLAY, 1983

# [113] C. ENIANLOKO

"Interprétation théorique des observations effectuées sur un éclair déclenché anormal. Comparaison avec les prédictions du modèle électrogéométrique" Thèse de Doctorat de l'Université Paris 6ème, Décembre 1987

[114] C. LETEINTURIER, J. HAMELIN, C. WEIDMAN

"Correlated current and electric field-derivatives emitted by triggered flashes" A paraître dans J. of Geophys. Res.

 [115] J.P. BERLANDIS, A. EYBERT-BERARD, B. BADOR
 "Campagne foudre St Privat 86 : Recueil des résultats bruts" Rapport CENG, 86-11/JPB

- [116] G. DU CHAFFAUT, J.Y. FENVARCH, C. LETEINTURIER, L. NICOT, J.Y. POLICE "Campagne Côte d'Ivoire CNET/Université d'Abidjan. Caractérisation des orages tropicaux" Note Technique NT/LAA/MER/261 LANNION, Mars 1988
- [117] J.L. DELEPINE, M. GLEONEC, M. PERIGNON
  - "Campagne de mesures COPELIA. Présentation des différents sites pris en observation et des surtensions recueillies pendant la période janvier 1984 à février 1985"

Note technique NT/LAA/ELR/459, Mai 1985

- [118] A. ZEDDAM, P. DEGAUQUE
   "Comparison between predicted and measured currents induced on telecommunications cables by a lightning discharge"
   Int. Symp. on Electromagn. Compat, Zurich, March 1987
- [119] A. ZEDDAM, R. LERAY, P. DEGAUQUE
   "Calculs des signaux induits sur une ligne de télécommunications par un coup de foudre proche. Comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus à St Privat d'Allier"
   4ème colloque sur la Compat. électromagn., Limoges, Juin 1987
- [120] A. ZEDDAM, P. DEGAUQUE, R. LERAY
   "Etude des perturbations induites par une décharge orageuse sur un câble de télécommunications"
   A paraître dans les annales des télécommunications
- [121] A. ZEDDAM, P. DEGAUQUE
   "Theoritical and experimental results of the coupling between a buried cable and a lightning stroke"
   Soumis pour présentation à Int. Symp. on EMC, Zurich, Mars 1989
- [122] A. ZEDDAM, P. DEGAUQUE "Common mode voltage induced on a multi-wire shielded cable illuminated by an electromagnetic pulse" Electromagn. Pulse. Symp., Menlo Park, California, May 1988



# **ANNEXE A.1**

# CALCUL DES ELEMENTS DE LA MATRICE IMPEDANCE GENERALISEE

Dans le cas de la ligne de télécommunications située au-dessus du sol parfaitement conducteur, il est nécessaire d'effectuer le calcul de seulement cinq sousmatrices de (Z). Les éléments des autres se déduisent de ceux déjà calculés.

Désignons par G l'expression suivante :

$$G = G(x,x',z,z') = \exp(jk_2R)/R$$
  
avec : R = [(x-x')<sup>2</sup> + (z-z')<sup>2</sup>]<sup>½</sup>

Les fonctions de Green  $G_{22}$  et  $G_{21}$  apparaissant dans le noyau des intégrales à calculer peuvent donc être formulées ainsi :

$$G_{22} = G(x,x',z,z')$$
  
 $G_{21} = G(x,x',z,-z')$ 

Avec ces notations, nous avons :

$$\begin{cases} \frac{\partial^2}{\partial x^2} & G_{22} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} & G \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} & G_{22} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} & G \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} & G_{22} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} & G \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} & G_{21} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} & G \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} & G_{21} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} & G \\ \frac{\partial^2}{\partial z^2} & G_{21} = -\frac{\partial^2}{\partial z^2} & G \\ \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & G_{21} = -\frac{\partial^2}{\partial x \partial z} & G \end{cases}$$

Nz désigne l'ordre du découpage de la méthode des moments sur chaque partie verticale, et Nx l'ordre sur la partie horizontale.

Nous avons, de plus :

$$\mathbf{x}_{\mathbf{n}} = \mathbf{z}_{\mathbf{n}} = (\mathbf{n} - \mathbf{0}, \mathbf{5} \mathbf{\Delta})$$

où  $\Delta$  représente la longueur de chaque segment.

 $x_n$  et  $z_n$ , qui sont les abscisses de la source suivant Ox et Oz respectivement, apparaissent dans les bornes des intégrales à calculer.

If suffit de calculer numériquement les expressions :  
\* 
$$z_{mn}^{hg} = C \left( \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} \frac{3^2}{2x3z} G(x_m^{+a},a,h,z^{+})dz^{+} - \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} \frac{3^2}{2x3z} G(x_m^{+a},a,-h,z^{+})dz^{+} \right)$$
(1)  
pour m variant de l à Nx  
n variant de l à Nx  
\*  $z_{mn}^{hh} = C \left( \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} (k_2^2 + \frac{3^2}{2x^2}) G(x_m,x^{+},h+a,-h)dx^{+} - \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} (k_2^2 + \frac{3^2}{2x^2}) G(x_m,x^{+},h+a,-h)dx^{+} \right)$ 
(2)  
pour m variant de l à Nx  
\*  $z_{mn}^{gg} = C \left( \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} (k_2^2 + \frac{3^2}{3x^2}) G(a,0,z_m,z^{+})dz^{+} + \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} (k_2^2 + \frac{3^2}{3x^2}) G(a,0,z_m,-z^{+})dz^{+} \right)$ 
(3)  
pour m variant de l à Nz  
\*  $z_{mn}^{gh} = C \left( \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} \frac{3^2}{2x3z} G(a,x^{+},z_m,h)dx^{+} - \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} \frac{3^2}{2x3z} G(a,x^{+},z_m,-h)dx^{+} \right)$ 
(4)  
pour m variant de l à Nx  
\*  $z_{mn}^{gd} = C \left( \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} (k_2^2 + \frac{3^2}{3x^2}) G(a,0,z_m,z^{+})dz^{+} - \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} \frac{3^2}{2x3z} G(a,x^{+},z_m,-h)dx^{+} \right)$ 
(4)

pour

m variant de 1 à Nz

n variant de 1 à Nz

Où

$$C = \frac{-j\omega\mu_o}{4\pi k_2^2}$$

Il est possible de simplifier encore ces expressions à l'aide d'un changement de variable par lequel tous les calculs pourront être effectués avec une seule variable d'intégration z.

Les relations (2) et (4) deviennent alors :

\*  $Z_{mn}^{hh} = C \left\{ \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} (k_2^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) G(z_m, z', h+a, h) dz' \right\}$ 

 $- * \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} (k_2^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2}) G(z_m, z', h+a, -h) dz' \}$ (6)

$$\begin{array}{l} \star \quad Z_{mn}^{\text{gh}} = C \left\{ \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} G(a,z',x_m,h) dz' - \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} G(a,z',x_m,-h) dz' \right\} \end{array}$$

En utilisant les approximations des différences finies centrées, nous obtenons par exemple avec l'opérateur  $\frac{\partial^2}{\partial x \partial z}$ :

$$Z_{mn}^{hg} = C \left\{ \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} \left( G(x_m + a + \Delta/2, 0, h + \Delta/2, z') - G(x_m + a + \Delta/2, 0, h - \Delta/2, z') \right) \right\}$$

- G(x<sub>m</sub>+a-
$$\Delta/2,0,h+\Delta/2,z'$$
) + G(x<sub>m</sub>+a- $\Delta/2,0,h-\Delta/2,z'$ )]dz'

$$- \int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} (G(x_m + a + \Delta/2, 0, h + \Delta/2, -z') - G(x_m + a + \Delta/2, 0, h - \Delta/2, -z'))$$

- 
$$G(x_m+a-\Delta/2,0,h+\Delta/2,-z') + G(x_m+a-\Delta/2,0,h-\Delta/2,z') dz'$$

avec l'opérateur : 
$$\frac{\partial^2}{\partial z^2}$$
  
 $Z_{mn}^{hh} = C\{\int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} (G(z_m + \Delta, z', h + a, h) + G(z_m - \Delta, z', h + a, h)$ 

+(
$$k_2^2 \Delta^2 - 2$$
) G( $z_m, z', h+a, h$ ) dz' -  $\int_{(n-1)\Delta}^{n\Delta} (G(z_m+\Delta, z', h+a, -h))$ 

+ 
$$G(z_m-\Delta,z',h+a,-h) + (k_2^2\Delta^2-2) G(z_m,z',h+a,-h) dz'$$

A partir des sous-matrices dont les éléments sont donnés par (1), (3), (5), (6) et (7), nous obtenons les autres termes de (Z) à l'aide des relations :

# ANNEXE A.2

# CALCUL DU COURANT INDUIT SUR UNE LIGNE DE LONGUEUR INFINIE

## I - Excitation d'une ligne de longueur infinie par une onde plane

Si un champ électrique incident sur la structure a une composante  $E_z^{i}(h)$  à la hauteur de la ligne, la condition aux limites sur le fil s'écrit :

$$E_{z}(z) + E_{z}^{i}(z,h) = 0$$
 (1)

où  $E_z$  est le champ diffracté par le fil. Ce champ à une abscisse z, s'exprime en fonction du courant I(z') existant en tout point z' de la ligne et des dyades de Green associées. En utilisant les représentations intégrales des fonctions de Green et en mettant les intégrales de Sommerfeld sous forme d'intégrales doubles [80], on montre dans le paragraphe II) que le champ  $dE_z$  créé à la surface du fil par un élément de courant dz' situé à l'abscisse z' est :

$$dE_{3} = \frac{Z_{0}\chi_{1}^{2}}{8\pi} I(3')d3' \int_{-\infty}^{+\infty} M(\eta) \mathcal{E} d\eta \qquad (2)$$

où M(n) est donné par l'équation (9) du chapitre II et  $Z_o$  est l'impédance d'onde du vide. Le champ total en un point d'abscisse z s'obtenant en intégrant la contribution de tous les éléments de la ligne s'étendant entre  $-\infty$  et  $+\infty$ , la condition aux limites sur la surface du fil s'écrit :

$$-\frac{Z_{0}Y_{1}^{2}}{8\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}N(z_{0}-z_{0}')I(z_{0}')dz' = E_{z}^{i}(z_{0})$$
(3)

où le noyau N(z-z') de l'équation intégrale se met sous la forme :

$$N(3-3') = \int_{-\infty}^{+\infty} M(\eta) e^{-\Im(\eta)(3-3')} d\eta$$
<sup>(4)</sup>

Les équations (3) et (4) sont simplement une autre présentation de l'équation intégrale des fils minces dite de Pocklington pour un fil de longueur infinie. L'avantage de la formulation ci-dessus est de pouvoir utiliser les propriétés du produit de convolution intervenant dans l'équation (3). En effet, l'équation (4) montrant que le noyau N est une transformée de Fourier de  $M(\eta)$ , la transformée de Fourier de l'équation (3) notée avec l'indice supérieur  $\sim$  changera le produit de convolution en un produit simple. On obtient ainsi :

$$\widetilde{E}_{3}^{*}(\eta) = \frac{Z_{0} \aleph_{1}}{4} M(\eta) \widetilde{I}(\eta)$$
<sup>(5)</sup>

La transformée inverse de Fourier mène à la relation :

$$I(3) = \frac{2}{\pi Z_0} \int_{-\infty}^{+\infty} E_3^i(3') R(3-3') d3'$$
(6)

avec

$$R(3-3') = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-8\eta(3-8)}}{M(\eta)} d\eta$$
(7)

L'expression de M(n) étant connue on peut donc calculer numériquement en tout point d'abscisse z l'amplitude du courant induit. Cependant si on se limite au calcul de I(z)dans l'approximation d'un seul mode guidé avec un exposant de propagation donné par l'approximation "quasi-TEM", M(n) prend la forme simple suivante :

$$M(\eta) = \frac{4}{\omega Y_{A}} \left[ Z_{a} Y_{a} - \vartheta_{1}^{2} \eta^{2} \right]$$
<sup>(8)</sup>

L'intégrale figurant dans l'équation (7) peut être calculée par la méthode des résidus :

$$R(z-z') = -\frac{\pi \omega Y_1}{4j \chi_1} \cdot \frac{e}{\sqrt{Z_a/Y_a}}$$
(9)

Les signes + ou - correspondant respectivement au cas où z-z' est négatif et au cas où z-z' est positif. L'équation (6) de went :

$$I(3) = \frac{1}{2\sqrt{Z_{a}/Y_{a}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\left[\pm \Gamma_{a}(3-3')\right]}{E_{3}^{i}(3')e^{-i\sigma}} dz'$$
(10)

# II - Champ rayonné par un dipôle électrique horizontal

La mise en équation développée dans le paragraphe I) suppose connue l'intéraction d'un élément d'antenne que constitue le fil horizontal, sur un autre. On est donc amené à mettre l'expression mathématique du rayonnement d'un dipôle électrique horizontal (D.E.H.) au-dessus de la surface du sol sous une forme qui soit similaire à celle employée dans la théorie modale associée à la propagation d'une onde sur la structure faite par le fil et le sol [30]. Choisissons le système d'axes de la figure A.1. La composante horizontale  $dE_z$ rayonné par un D.E.H. de longueur dz parcouru par un courant I situé en y=z=o et une hauteur x=h est donné par Banos [80].



Figure A.1

$$dE_{3} = -\frac{jZ_{0}}{4\pi} I d_{3} \left\{ \frac{\partial^{2}}{\partial g^{2}} \left[ G_{A} - G_{2} - j \aleph_{1} V_{4} \right] - \aleph_{1}^{2} \left[ G_{1} - G_{2} - \frac{U_{4}}{j \aleph_{1}} \right] \right\}$$
(11)

avec

$$G_{1} = \frac{e^{-\chi_{1}R_{1}}}{R_{1}} \text{ et } R_{1} = \sqrt{(\chi - h)^{2} + y^{2} + y^{2}}$$

$$G_{2} = \frac{e^{-\chi_{1}R_{2}}}{R_{2}} \text{ et } R_{2} = \sqrt{(\chi + h)^{2} + y^{2} + y^{2}}$$
(12)
(13)

 $Z_0$  est l'impédance d'onde du vide,  $V_1$  et  $V_2$  les exposants linéiques de propagation d'une onde plane dans l'air et dans le sol.

291

 $U_1$  et  $V_1$  sont les intégrales de Sommerfeld qui peuvent se mettre sous les formes d'intégrales doubles suivantes [80] :

$$U_{1} = \frac{1}{2\pi} \iint \frac{2}{M} \frac{\omega_{1}(z+k) - j(\beta z - v_{y})}{M} d\beta dV$$
(14)

$$V_{1} = \frac{1}{2\pi} \iint_{N}^{+\infty} \frac{2}{N} \frac{-y_{1}(r-h) - j(\beta - y)}{N} d\beta dV$$
(15)

Les dénominateurs M et N sont donnée respectivement par

$$M = u_1 + u_2$$
 et  $N = -(\chi_1^2 u_2 + \chi_2^2 u_1)$  (16)

De plus

$$u_{1} = \sqrt{\beta^{2} + v_{1}^{2} + v_{1}^{2}} \quad \text{et} \quad u_{2} = \sqrt{\beta^{2} + v_{1}^{2} + v_{2}^{2}} \tag{17}$$

la détermination des radicaux est choisie de telle façon que  $Re(u_1)$  et  $re(u_2)$  soient positives.

# II.1 - Expression intégrale des fonctions de Green

Les fonctions  $G_1$  et  $G_2$  font intervenir la fonction de Green G qui s'écrit sous la forme générale

$$G = \frac{\bar{e}^{\chi_1 R}}{R} \text{ avec } R = \sqrt{\bar{z}^2 + y^2 + \bar{z}^2}$$
 (18)

la variable  $\overline{x}$  étant égale à x-h ou x+h.

Cette fonction s'exprime sous forme d'une intégrale double [80]

$$G = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{-u_1 |\bar{z}| - j (\beta_{\bar{z}} - \bar{v}_{\bar{z}})}{u_1} d\beta d\bar{v}$$
(19)

Faisons le changement de variable  $\beta = -j \delta_{1} \int_{1}^{1} et = j \lambda_{1} \lambda$ . L'expression de G devient :

$$G = -\frac{\partial \chi_1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \chi_1 |z| - \chi_1 \eta_2 - \chi_1 \lambda_2}{u_1} d\eta d\lambda$$
(20)

avec

$$u_1 = \sqrt{\eta^2 + \lambda^2 - 1} = \sqrt{\lambda^2 - g^2}$$
 avec  $g^2 = 1 - \eta^2$  (21)

Calculons l'intégrale (20) par rapport à la variable  $\lambda$ , soit :

$$I = \frac{j}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{ju_1 \delta_1 |z| - \delta_1 \lambda y}}{u_1} d\lambda$$
 (22)

Posons ·

<sup>s</sup>  $\overline{X} = -j \chi_1 \overline{z}$  et  $Y = -j \chi_1 \gamma$  <sup>(23)</sup>

Ces quantités ne sont autre que des coordonnées exprimées en nombre d'ondes puisque -j  $\chi_1 = 2\pi/\lambda_{air}$  où  $\lambda_{air}$  est la longueur d'onde dans l'air. On obtient ainsi :

$$I = \frac{3}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\bar{e}^{\sqrt{\lambda^2 - q^2} |\bar{x}| - j^2 Y}}{\sqrt{\lambda^2 - q^2}} d\lambda$$
<sup>(23)</sup>

Cette expression n'est autre que la représentation intégrale de la fonction de Hankel de 2e espèce  $H_0^{(2)}$  [ $\sqrt[4]{X^2 + Y^2}$ ]. Les fonctions  $G_1$  et  $G_2$  se mettent donc sous la forme suivante :

$$G_{1} = \frac{e^{\chi_{1}R_{1}}}{-j\chi_{1}R_{1}} = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \sqrt{(\chi - H)^{2} + \gamma^{2}} \right] \frac{e^{\chi_{1}}\eta_{3}}{e^{\chi_{1}}\eta_{3}} d\eta$$
(25)  
$$G_{2} = \frac{e^{-\chi_{1}R_{2}}}{i\chi_{1}R_{2}} = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \sqrt{(\chi - H)^{2} + \gamma^{2}} \right] \frac{e^{\chi_{1}}\eta_{3}}{e^{\chi_{1}}\eta_{3}} d\eta$$
(26)

- 181 N2 - J-w <u>II.2 - Expression des intégrales de Sommerfeld</u>

Dans les expressions de  $U_1$  et  $V_1$  sous forme d'intégrales doubles (14) et (15) faisons le même changement de variable que précédemment, à savoir  $\beta = -j \gamma_{11}$  et  $\sqrt{1} = j \gamma_{12}$ . L'expression de  $U_1$  devient :

$$U_{1} = -\frac{i}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{i x_{1} u_{1}(x+h) - x_{1} \eta_{2}^{2} - x_{1} \lambda_{y}}{u_{1} + u_{2}} d\eta d\lambda$$
(27)

expression dans laquelle

$$u_{1} = \sqrt{\eta^{2} + \lambda^{2} - 1} = \sqrt{\lambda^{2} - \zeta^{2}}$$
et  $u_{2} = \sqrt{\eta^{2} + \lambda^{2} - n^{2}}$ 
(28)

n est le rapport des exposants de propagation dans le sol et dans l'air  $(n = \frac{\gamma}{2} / \frac{\gamma}{1})$ . De la même façon l'autre intégrale de Sommerfeld peut se mettre sous une forme tout à fait semblable, à condition de remplacer le dénominateur  $u_1 + u_2$  par  $-(\frac{\gamma}{1} u_2 + \frac{\gamma}{2} u_1)$  comme indiqué par les formules (14) à (16). En remplaçant les fonctions de Green et les intégrales de Sommerfeld par leurs expressions dans l'équation (11) et en effectuant les dérivations par rapport à z, on obtient l'expression de la composnate  $dE_z$ .

$$dE_{3} = \frac{Z_{0}Y_{1}^{2}Id_{3}}{8\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{q^{2}}{[H_{0}^{(2)}(\sqrt{(\chi-H)^{2}+Y^{2}}) - H_{0}^{(2)}(\sqrt{(\chi+H)^{2}+Y^{2}})] + \cdots \right]$$

$$\cdots - \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{ju_{1}Y_{1}(\chi+h) - Y_{1}\lambda_{1}}{u_{2} + \eta^{2}u_{1}} d\lambda + \cdots$$

$$u_{2} + \eta^{2}u_{1}$$

$$\cdots + \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{ju_{1}Y_{1}(\chi+h) - Y_{1}\lambda_{1}}{u_{1} + u_{2}} d\lambda \right] = \frac{Y_{1}\eta_{3}^{2}}{0} d\eta \qquad (29)$$

Dans le cadre du problème qui nous intéresse, on souhaite calculer l'interaction d'un élément de l'antenne sur un autre et on s'intéresse donc à la composante tangentielle produite sur la surface du fil. Celui-ci ayant son axe situé dans le plan xoz à une hauteur h, on peut faire y=0 et x=h+a dans les formules précédentes, a étant le rayon du fil (on rappelle que a<<h). De plus si le dipôle d'émission n'est plus situé en z=0 mais en z=z', il suffit de changer z en z=z' dans les formules (29). Le champ  $E_z(z)$  produit par un dipôle situé en z' s'écrit donc :

$$dE_{z}(h\pm a,0,3) = \frac{Z_{0}Y_{1}^{2}I(3')d3'}{8\pi} \int_{-\infty}^{\infty} M(\eta) \bar{\mathcal{E}}^{3}\eta(3\cdot3') d\eta$$
(30)

avec

$$M(\eta) = \xi^{2} \left[ H_{o}^{(2)}(\xi A) - H_{o}^{(2)}(2H\xi) \right] + P(\eta) - Q(\eta)$$
<sup>(31)</sup>

et où les termes P et Q sont donnés par :

$$P(\eta) = \frac{2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\bar{e}^{2u_1 H}}{u_1 + u_2} d\lambda$$
(32)

$$Q(\eta) = \frac{2j \Lambda^2}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-2u_1 H}}{u_2 + n^2 u_1} d\lambda$$
(33)

A et H sont respectivement le rayon et la hauteur du fil exprimés en nombre d'ondes (A=-j $\lambda_1$ a et H=-j $\lambda_1$ h). **ANNEXE A.3** 

**APPROXIMATIONS DES INTEGRALES DE SOMMERFELD** 

# 1 - APPROXIMATION PAR LE FORMALISME DE BANOS

Dans l'expression du champ électromagnétique nous avons vu que seules intervenaient les fonctions de Green  $G_{22}$  et  $G_{21}$  ainsi que l'intégrale de Sommerfeld  $V_{22}$  et leurs dérivées. La dérivation des fonctions de Green se fait aisément, car ces fonctions ont une expression analytique assez simple.

Le but est donc de trouver une approximation de l'intégrale de Sommerfeld :

$$V_{22} = V(0, h+z, p)$$
 (1)

S'il est possible de déterminer une approximation analytique de cette intégrale, le calcul des dérivées en découlera immédiatement, et nous disposerons donc d'une équation approchée analytique du champ, réduisant considérablement les temps de calcul.

L'intégrale V peut se décomposer comme suit :

$$V = V^{(1)} + V^{(2)}$$
(2)

où  $V^{(1)}$  correspond à l'évaluation de l'intégrale sur  $C_1$  et  $V^{(2)}$  sur  $C_2$ .

De plus  $V^{(2)}$  tient compte de l'effet du pôle en on peut donc écrire :

 $V^{(2)} = V^{(2)} + P$ 

où  $V^{(2)}$  est la contribution du point de branchement et P celle du pôle.

Afin de pouvoir donner un développement en série de V<sup>(2)</sup> Banos [80] a déterminé quatre zone définie comme suit :

zone quasi statique :
$$\boldsymbol{\varrho} < r_b/10$$
zone proche: $5_{ra} < \boldsymbol{\varrho} < r_b/5$ (4)zone intermédiaire : $r_b/5 < \boldsymbol{\varrho} < r_c/5$ (4)zone asymptotique : $\boldsymbol{\varrho} > 5_{rc}$ (4)où  $r_a, r_b$  et  $r_c$  sont définis par : $tk_1 r_a t = 1$ 

$$k_{2}r_{b}t = 1$$
 (5)  
 $k_{2}^{2}/K_{1}r_{c}t = 1$ 

Il faut de plus que h et z soient très petits devant la longueur d'onde.

En posant :

$$b = h+z, \ \beta = iK_1b, = iK_1p, \ n = K_2/K_1$$

on peut écrire :

<u>en zone quasi-statique :</u>

$$V^{(2)} = \frac{2 i}{k_1^2 Y} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{75}{512} - \beta^2 \right) \frac{1}{\delta_r^2} \right\}$$
(6)

en zone proche :

$$V^{(2)} = \frac{1}{k_1^4 \rho^2} \left\{ \frac{75}{512} - \beta^2 + 2\vartheta^2 + 4\vartheta \left( \frac{147}{512} + 2\vartheta^2 \right) \right\}$$
(7)

en zone intermédiaire :

$$V^{(2)} = 2 \frac{k_2}{k_1} \left\{ \frac{e^{i k_2 \ell}}{k_2 \ell} - \frac{1}{2} \pi \eta H_0^{(4)}(k_2 \ell) \right\}$$
(8)

H<sup>(1)</sup> étant la fonction de Hankel d'ordre 0 de première espèce.

٠

$$\frac{En \text{ zone asymptotique}}{\sqrt{2}} = 2i \frac{\left[1 - in^2 k_1 b \left(1 - n^2\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{k_2^3 \left(1 - n^2\right) e^2} e^{ik_2} \qquad (9)$$

Après dérivation, nous obtenons pour le champ électrique, dans chacune des

zones:

en posant

$$\gamma_2 = -ik_2$$
  $\gamma_1 = -ik_1$   $F = -\frac{i\omega P_0}{4\pi \gamma_2^2}$ 

en zone quasi-statique :

$$F_{22} = F \cdot \left[ - (h-z)^{2} \vartheta_{2} \frac{e^{-\vartheta_{2} R_{2}}}{R_{2}^{4}} \left( 3 + \vartheta_{2} R_{2} + \frac{3}{\vartheta_{2} R_{2}} \right) + \frac{1 + \vartheta_{2} R_{2}}{R_{2}^{3}} e^{-\vartheta_{2} R_{2}} + (h+z)^{2} \vartheta_{2} \frac{e^{-\vartheta_{2} R_{1}}}{R_{4}^{4}} \left( 3 + \vartheta_{2} R_{4} + \frac{3}{\vartheta_{2} R_{4}} \right) \right. \\ \left. - \frac{1 + \vartheta_{2} R_{4}}{R_{4}^{3}} e^{-\vartheta_{2} R_{1}} + \frac{2}{\rho^{3}} + \frac{\vartheta_{4}^{2}}{R_{2}} e^{-\vartheta_{2} R_{1}} - \frac{\vartheta_{4}^{2}}{R_{4}} e^{-\vartheta_{2}^{2} R_{1}} + \frac{2}{\rho} \vartheta_{2}^{2} \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{75}{512} - \vartheta_{4}^{2} \left( h+z \right)^{2} \right) \frac{1}{\vartheta_{4}^{2} \rho^{3}} \right] \right] \right]$$

$$\frac{en \ zone \ proche :}{r} = F \cdot \left[ \rho^{(h-2)} \underbrace{x_{2}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{e^{-x_{1}R_{1}}}_{R_{1}^{*}} + \frac{1}{x_{1}R_{1}} + \frac{1}{\rho^{(h+2)}} \underbrace{x_{2}}_{R_{2}} \underbrace{e^{-x_{1}R_{2}}}_{R_{1}^{*}} \left( 3 + x_{2}R_{1} + \frac{3}{x_{2}R_{1}} \right) - z \, \overline{x_{1}} \left( 1 + z \right) \frac{e^{-x_{1}R_{2}}}{\rho^{5}} \left( 3 + \overline{x_{1}}\rho + \frac{3}{x_{1}P_{1}} \right) \right] \qquad (12)$$

$$y = F \cdot \left[ - (h-2)^{2} \underbrace{x_{2}}_{R_{2}^{*}} \underbrace{e^{-x_{1}R_{1}}}_{R_{1}^{*}} \left( 3 + x_{2}R_{1} + \frac{3}{x_{1}R_{1}} \right) + \underbrace{-\frac{4 + x_{1}R_{1}}{R_{3}^{*}}}_{R_{3}^{*}} e^{-\frac{x_{2}R_{1}}{R_{1}^{*}}} + (h+2)^{2} \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{e^{-x_{1}R_{1}}}_{R_{1}^{*}} \left( 3 + x_{2}R_{1} + \frac{3}{x_{1}R_{1}} \right) \right]$$

$$= F \cdot \left[ - (h-2)^{2} \underbrace{x_{2}}_{R_{2}^{*}} \underbrace{e^{-x_{2}R_{1}}}_{R_{1}^{*}} + \underbrace{x_{1}^{*}}_{R_{2}^{*}} \underbrace{x_{2}}_{R_{1}^{*}} - \underbrace{x_{1}^{*}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{e^{-x_{1}R_{1}}}_{R_{1}^{*}} + 2 \underbrace{e^{-x_{1}R_{1}}}_{R_{1}^{*}} \left( 4 + x_{1}\rho \right) - 2 \underbrace{x_{2}} \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{e^{-x_{1}R_{1}}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} + \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{e^{-x_{1}R_{1}}}_{R_{1}^{*}} - \underbrace{x_{1}^{*}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{e^{-x_{1}R_{1}}}_{R_{1}^{*}} + 2 \underbrace{e^{-x_{1}R_{1}}}_{R_{1}^{*}} \left( 4 + x_{1}\rho \right) - 2 \underbrace{x_{2}} \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} + \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} + \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} - \underbrace{x_{1}^{*}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} + \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} - \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} + \underbrace{x_{1}}_{R_{1}^{*}} \underbrace{x$$

avec

 $K_0(z_0) = -i \frac{\pi}{2} H_0^{(2)}(-iz_0)$  $H_0^{(2)}$  étant la fonction de Hankel d'ordre 0 de 2ème espèce.

En zone asymptotique

$$= F \left[ \rho(h-2) \aleph_{z} \frac{e^{-\aleph_{z} R_{z}}}{R_{z}^{h}} \left( 3 + \aleph_{z} R_{z} + \frac{3}{\aleph_{z} R_{z}} \right) + \rho(h+2) \aleph_{z} \frac{e^{-\aleph_{z} R_{z}}}{R_{z}^{h}} \left( 3 + \aleph_{z} R_{z} + \frac{3}{\aleph_{z} R_{z}} \right) + 2 \frac{\aleph_{z} R_{z}}{\aleph_{z}^{3}} \frac{m^{2}}{\rho^{3}} e^{-\aleph_{z} \rho} \left( \aleph_{z} \rho + 2 \right) \right]$$

$$(14)$$

$$= F \cdot \left[ -(h-z)^{2} \delta_{2} \frac{e^{-\delta_{2}R_{2}}}{R_{1}^{4}} \left( 3 + \delta_{2}R_{2} + \frac{3}{\delta_{3}R_{4}} \right) + \frac{1 + \delta_{2}R_{2}}{R_{1}^{3}} e^{-\delta_{2}R_{2}} + (h+z)^{2} \delta_{2} \frac{e^{-\delta_{2}R_{4}}}{R_{4}^{4}} \left( 3 + \delta_{2}R_{4} + \frac{3}{\delta_{2}R_{4}} \right) \right. \\ \left. - \frac{1 + \delta_{2}R_{4}}{R_{1}^{3}} e^{-\delta_{2}R_{4}} + \delta_{2}^{2} \frac{e^{-\delta_{2}R_{4}}}{R_{2}} - \delta_{2}^{2} \frac{e^{-\delta_{2}R_{4}}}{R_{1}} + \frac{2\delta_{4}^{2}}{\delta_{2}\rho^{2}} \left( 3 + \sigma^{2} \delta_{4} (h+z) \right) e^{-\delta_{1}\rho} \right]$$

# 2 - APPROXIMATION PAR LE FORMALISME DE NORTON

En approximant les ondes sphériques rayonnées par le d.e.v. à des ondes planes, au niveau de l'interface (plan z=0) Norton [87] a exprimé analytiquement le potentiel de Hertz à l'aide de la fonction d'onde de surface de Sommerfeld :

$$F_{e} = 1 - i \sqrt{\pi P_{e}} \cdot e^{-P_{e}} \cdot erfc(i \sqrt{P_{e}})$$
(15)

où P<sub>e</sub> est la distance complexe de Sommerfeld.

$$Pe = \frac{ik_{2}R_{1}}{2\sin^{2}\theta} \left[\cos\theta + \frac{\sqrt{n^{2} - \sin^{2}\theta}}{n^{2}}\right]^{2}$$

$$n^{2} = \varepsilon_{r} - i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_{0}}$$
(16)

avec

ainsi, en introduisant le coefficient de réflexion de mode TM :

$$\Gamma_{\rm PM} = \frac{n^2 \cos \theta - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{n^2 \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}$$
(17)

on a :

$$E_{22} = -\frac{i\omega\mu\sigma P}{4\pi\tau} \left[ \sin^2\theta_2 \frac{e^{iK_2R_2}}{R_2} + F_{TH} \sin^2\theta \frac{e^{iK_2R_1}}{R_1} + (4 - F_{TH}) F(P_2) \sin^2\theta_2 \frac{e^{iK_1R_1}}{R_1} \right]$$

$$-\left(\frac{4}{iK_2R_2} - \frac{4}{(iK_2R_2)^2}\right) \left(-4 - 3\cos^2\theta_2\right) \frac{e^{iK_2R_2}}{R_2} - F_{TH} \left(\frac{4}{iK_2R_1} - \frac{4}{(iK_2R_1)^2}\right) \left(-4 - 3\cos^2\theta\right) \frac{e^{iK_2R_1}}{R_1} \right]$$

$$E_{2x} = \frac{i\omega\mu\sigma P}{4\pi\tau} \left[ \cos\theta_2 \sin\theta_2 \frac{e^{iK_2R_2}}{R_2} + F_{TH} \cos\theta \sin\theta \frac{e^{iK_2R_1}}{R_1} - 3\cos\theta_2 \sin\theta_2 \left(\frac{4}{iK_2R_2} - \frac{4}{(iK_2R_1)^2}\right) \frac{e^{iK_2R_1}}{R_2} \right]$$

$$-3 F_{TH} \cos\theta \sin\theta \left(\frac{4}{iK_2R_1} - \frac{4}{(iK_2R_1)^2}\right) \frac{e^{iK_2R_1}}{R_1} - \frac{4}{(iK_2R_1)^2} \right]$$

+ (1-  $\Gamma_{TR}$ ) cos  $\theta$  sin  $\theta$   $\frac{e^{iK_2R_1}}{iK_2R_i^2}$  + (1-  $\Gamma_{TR}$ ) sin  $\theta$   $\frac{\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{n^2}$   $\frac{e^{iK_2R_i}}{2iK_2R_i^2}$ ] (19) Cette approximation présente une sone de validité beaucoup plus étendue que celle de la zone asymptotique de Banos, les seules limites étant :  $|K_2R_1| >> 1$ .

# 3 - APPROXIMATION PAR LE FORMALISME DE BANNISTER

En approximant la distance de Sommerfeld P<sub>e</sub>, définie précédemment par :

$$P_{\epsilon} = \frac{ik_{2}R}{2} \left(\cos\theta + \frac{1}{\sqrt{\epsilon}}\right)^{2}$$

$$\epsilon = \epsilon_{r} - i\frac{\sigma}{\omega\epsilon_{o}}$$
(20)

avec :

dans le cas où  $\theta$  est voisin de  $\frac{\pi}{2}$ 

Bannsiter [88] a montré que l'intégrale de Wait P, représentant le champ réfléchi par le sol :

$$P = \int_{0}^{\infty} \frac{i \kappa_{e}}{\sqrt{\epsilon}} \frac{e^{-u_{e}(h+2)}}{u_{e}(u_{e} - \frac{i \kappa_{e}}{\sqrt{\epsilon}})} \qquad J_{o}(\lambda \rho) \lambda d\lambda$$
(21)

pouvait être approchée par :

$$\widehat{\Upsilon} = \frac{1 - \overline{k}}{2} \left( 1 - \overline{F}(P_e) \right) \frac{e^{i K_e P_e}}{R_e}$$
(22)

dans la mesure où :

$$\begin{array}{c} |\varepsilon| \gg 1 \\ R_1 \gg 5 \end{array}$$

5 étant l'épaisseur de Peau :

$$S = \frac{\left(\frac{2}{\omega_{\mu_{\sigma}\sigma_{4}}}\right)^{4/2}}{\left(\left(\frac{\omega_{\sigma_{4}}^{2}\varepsilon_{\sigma_{4}}^{2}}+1\right)^{4/2}-\frac{\omega_{\sigma_{\sigma}}\varepsilon_{\sigma_{\pi}}}{\sigma_{\pi}}\right)^{4/2}}$$
(23)

avec

$$\int_{II} = \frac{\cos \Theta}{\cos \Theta} - \sqrt{\varepsilon - \sin^2 \Theta}$$
(24)

qui est le coefficient de réflexion de Fresnel, en polarisation verticale, et F(Pe) qui est la fonction d'atténuation d'onde de surface définie précédemment. Ceci nous permet d'écrire les composantes du champ électrique :

$$F \cdot \left\{ \left[ \left( R_{2}^{2} - 3 \left( h \cdot z \right)^{3} \right) \left( 1 - iK_{2}R_{1}^{2} \right) - K_{2}^{2}R_{2}^{2} \rho^{2} \right] \frac{e^{iK_{2}R_{2}}}{R_{2}^{5}} + \left[ \left( R_{1}^{2} - 3 \left( h + z \right)^{2} \right) \left( 1 - iK_{2}R_{1} \right) - \Gamma_{0}^{2} K_{2}^{2}R_{1}^{2} \rho^{2} \right] \frac{e^{iK_{2}R_{1}}}{R_{1}^{5}} - \left( 1 - \overline{\Gamma_{0}} \right) F \left( P_{e} \right) K_{2}^{2} R_{1}^{2} \rho^{2} \frac{e^{iK_{2}R_{1}}}{R_{1}^{5}} \right]$$

$$(25)$$

$$-(1-\overline{L_{1}})F(P_{e})K_{2}^{2}R_{1}^{2}\rho^{2}=\frac{e^{iK_{2}R_{1}}}{R_{1}^{3}}\right\}$$
(25)

$$E_{2r} = F \cdot \left\{ \left( 3 - i 3 k_2 R_2 - k_3^2 R_3^2 \right) \left( h - 2 \right) p \frac{e^{i k_1 R_2}}{R_3^5} + \left( 3 - i 3 k_2 R_1 - \int_{ii}^{ii} k_2^2 R_1^2 \right) \left( h + 2 \right) \frac{e^{i k_2 R_1}}{R_1^5} \right\}$$

$$\hat{F} = -\frac{i\omega h_0 P}{4\pi} + \frac{2i\kappa_2^2(h-2)}{\kappa_r^* R_r^2} \left[ 1 - i \frac{1-F_r}{2} F(P_e) \kappa_2 R_r \right] e^{-i\kappa_2 R_r}$$

cette approximation, dont la limite de validité est donnée par :

$$|\mathcal{E}| = \left|\frac{k_{1}^{2}}{k_{1}^{2}}\right| \ge 10$$
  $R_{1} \ge 105$ 

nous permet de déterminer dans une large zone, avec une assez bonne précision la valeur du champ électrique.

# 4 - APPROXIMATION PAR LE FORMALISME DE SARKAR

a) méthode des coefficients de réflexion

et

Sarkar [90] a montré qu'en utilisant la méthode des coefficients de réflexion, et en décomposant le potentiel de Hertz en 2 termes :

$$\Pi_{2} = \Pi_{2} + \Pi_{2}$$
(26)

où  $\mathcal{T}_{23}^{\mathcal{D}}$  correspond au champ rayonné directement par le dipôle ( $\mathcal{T}_{23}^{\mathcal{D}} = G_{22}$ ), et  $\mathcal{T}_{23}^{\mathcal{R}}$  au champ réfléchi, on obtenait, sans réserve d'une distance d'observation assez grande, une expression analytique approchée pour  $\mathcal{T}_{23}^{\mathcal{R}}$ :

$$\overline{\Pi_{22}}_{0}^{R} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

$$\overline{\Psi_{1}}_{0}^{2} = F \left\{ F_{TM} - \frac{1}{ik_{2}R_{1}} \left(A_{1} - A_{2}\right) \right\} \frac{e^{ik_{2}R_{1}}}{R_{1}}$$

et  $\Gamma_{TH}$  est le coefficient de réflexion de mode TM.

$$T = \frac{\varepsilon \cos \theta - \sqrt{\varepsilon} - \sin^2 \theta}{\varepsilon \cos \theta + \sqrt{\varepsilon} - \sin^2 \theta}$$
(28)  
$$\varepsilon = \varepsilon r - \frac{i}{\omega \varepsilon_0} \frac{\delta - \varepsilon}{\varepsilon}$$

avec :

 $\boldsymbol{\theta}$  étant l'angle entre le dipôle image et le rayon vecteur  $\boldsymbol{R}_1,$  on a donc :

$$\sin \Theta = \frac{R}{R_1}$$
  $\cos \Theta = \frac{h+3}{R_1}$  (29)

 $A_1$  et  $A_2$  sont 2 termes correctifs prenant en compte l'influence du point de branchement en  $\lambda = k_1$ :

$$\hat{H}_{1} = \frac{\mathcal{E}(\mathcal{E}-1) \left[ 2\mathcal{E}(\mathcal{E}-1) + \mathcal{E}\cos^{2}\theta \left(3 - \cos^{2}\theta\right) + \cos\theta \left(2\mathcal{E} + \sin^{2}\theta\right) \sqrt{\mathcal{E}} - \sin^{2}\theta \right] }{\left(\mathcal{E} - \sin^{2}\theta\right)^{3/2} \left(\mathcal{E}\cos\theta - \sqrt{\mathcal{E}} - \sin^{2}\theta\right)^{3} }$$

$$A_{2} = \frac{\sqrt{\varepsilon - \sin^{2}\Theta}}{2 \sin^{2}\Theta \left(\varepsilon \cos \Theta - \sqrt{\varepsilon - \sin^{2}\Theta}\right)}$$
(30)

<u>Remarque</u> : Pour évaluer l'intégrale de Sommerfeld,  $V_{22}$ , différents auteurs proposent le changement de variable

$$\lambda = k_2 \cos \omega \tag{31}$$

et obtiennent le contour d'intégration suivant (figure A.2).



ainsi, le terme  $\frac{1}{ik_2R_1}$  (A<sub>1</sub>-A<sub>2</sub>) représente l'intégration le long du contour  $\mathcal{E}'_1$ .

b) Champ au voisinage de l'interface

En utilisant la méthode d'intégration dite de la "Selle" (qui est un développement asymptotique de la méthode du "col"), pour des hauteurs d'observation faibles, on obteint pour  $\Pi_{2Z}^{R}$ :

$$\Pi_{22} = F \cdot \left\{ \frac{\rho}{R_{1}} - \left(-\frac{v_{1} fr_{1}^{*} k_{2}}{R_{1}}\right)^{H_{2}} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon - \sin^{2}\theta}}{\varepsilon^{2} - 1} \cdot \frac{\sqrt{\varepsilon - \sin^{2}\theta} - \varepsilon \cos\theta}{\varepsilon \cos\theta - \frac{1}{\varepsilon + 1}} \cdot \frac{er f_{c}(iw) e^{iK_{2}R_{c} - W^{2}}}{\sqrt{\varepsilon + 1}} + \frac{\sqrt{\varepsilon} \sin\theta}{\sqrt{\varepsilon + 1}}\right)^{H_{2}} \right)$$

$$Où \qquad W^{2} = iK_{2}R_{i} \left(-1 + \frac{\cos\theta}{\sqrt{\varepsilon + 1}} - \frac{\sqrt{\varepsilon} \sin\theta}{\sqrt{\varepsilon + 1}}\right) \qquad (32)$$

c) Expression du champ

En reprenant les équations 2.26-2.27 du chapitre précédent, nous obtenons directement le champ électrique par dérivation de  $T_{ZZ}$ :

$$E_{2r} = \frac{\int_{r}^{2} \Pi_{22}}{\partial r \partial 2}$$
(34)

$$E_{2Z} = \left(\frac{\lambda^2}{\lambda Z^2} + \kappa_2^2\right) T_{2Z}$$

Nous ne détaillerons pas plus amplement les calculs, dont l'expression est assez complexe.

La seule restriction, pour le calcul du champ au voisinage de l'interface est :

$$\rho > \frac{\lambda}{2} \tag{35}$$

pour la méthode du coefficient de réflexion :

$$h > \frac{\rho z}{\sqrt{|\varepsilon|}} \cdot \lambda$$
 (36)

où  $\lambda$  est la longueur d'onde.

La relation 4.14 limite la validité de cette approximation à des valeurs élevées de fréquences.

# ANNEXE A.4

# GENERALISATION DE LA THEORIE DES LIGNES COUPLEES A UN CABLE MULTIFILAIRE
Considérons un câble multifilaire blindé comportant n conducteurs internes (figure 1).





La perturbation électromagnétique sera caractérisée par le courant " $i_p$ " qui circule à l'extérieur du blindage et la tension " $v_p$ " entre le blindage et le plan de référence parfaitement conducteur.

La ligne de propagation composée du blindage et du plan de masse est appelée ligne perturbatrice (L<sub>p</sub>).

Chaque conducteur (j) forme avec le plan de masse une ligne de transmission  $(L_j)$ , les tensions " $v_j$ " sont les différences de potentiels entre le conducteur (j) et le plan de masse, les courants " $i_j$ " sont les courant qui circulent dans chaque conducteur (j). L'application de la théorie classique des lignes couplées pour les n+1 conducteurs (n conducteurs internes plus l'écran) dans le domaine fréquentiel va s'écrire pour le système qui relie les paramètres impédances :

$$\begin{pmatrix}
- dv_{1}/dz = z_{11}i_{1} + z_{12}i_{2} + ... + z_{1n}i_{n} + z_{1p}i_{p} \\
\cdot \\
\cdot \\
\cdot \\
- dv_{n}/dz = z_{n1}i_{1} + z_{n2}i_{2} + ... + z_{nn}i_{n} + z_{np}i_{p} \\
- dv_{p}/dz = z_{p1}i_{1} + z_{p2}i_{2} + ... + z_{pn}i_{n} + z_{pp}i_{p}$$
(1)

où :  $z_{jj}$  représente l'impédance linéique du conducteur (j) par rapport au plan de masse.  $z_{ij}$  est l'impédance de couplage du conducteur (j) sur le conducteur (i).

Le système qui relie les paramètres admittance s'écrit :

$$\begin{cases} - di_{1}/dz = y_{11}v_{1} + y_{12}(v_{2}-v_{1}) + ... + y_{nn}(v_{n}-v_{1}) + y_{1p}(v_{p}-v_{1}) \\ - di_{n}/dz = y_{n1}(v_{1}-v_{n}) + y_{n2}(v_{2}-v_{n}) + ... + y_{nn}v_{n} + y_{np}(v_{p}-v_{n}) \\ - di_{p}/dz = y_{p1}(v_{1}-v_{p}) + y_{p2}(v_{2}-v_{p}) + ... + y_{pn}(v_{n}-v_{p}) + y_{pp}v_{p} \end{cases}$$
(2)

où  $y_{jj}$  représente l'admittance linéique du conducteur (j) par rapport au plan de masse  $y_{jj} > 0$  pour chaque j.

 $y_{ij}$  est l'admittance mutuelle traduisant l'action du conducteur (j) sur le conducteur (i)  $y_{ij} < 0$  (par convention).

Si maintenant, nous prenons le blindage du câble comme référence des tensions des conducteurs internes, ce qui est le cas en pratique (figure 2), le blindage et le plan de masse forment toujours la ligne perturbatrice  $(L_p)$ , mais cette fois-ci, chaque conducteur interne et le blindage composent une ligne de propagation à laquelle sont attachés le courant "I<sub>i</sub>" qui circule dans le conducteur et la tension "V<sub>i</sub>" entre ce conducteur et le blindage.



Le passage de la représentation de la figure 1 à la représentation de la figure 2 et vice versa, s'effectue en faisant les transformations suivantes [98] :

Nous pouvons écrire deux nouveaux systèmes d'équations différentielles (5) et (6) dans le cas de la représentation de la figure 2, grâce à la relation (3).

Pour le système reliant les impédances, nous obtenons :

$$\begin{cases} - dV_{1}/dz = Z_{11}I_{1} + Z_{12}I_{2} + \dots + Z_{1n}I_{n} - Z_{t1}I_{p} \\ \vdots \\ - dV_{n}/dz = Z_{n1}I_{1} + Z_{n2}I_{2} + \dots + Z_{nn}I_{n} + Z_{tn}I_{p} \\ - dV_{p}/dz = -Z_{t1}I_{1} - Z_{t2}I_{2} - \dots - Z_{tn}I_{n} - Z_{pp}I_{p} \end{cases}$$

$$(5)$$

et pour les admittances :

$$\begin{pmatrix}
- dI_{1}/dz = Y_{11}V_{1} - Y_{12}(V_{2}-V_{1}) + \dots + Y_{1n}(V_{n}-V_{1}) + Y_{t1}V_{p} \\
\vdots \\
- dI_{1}/dz = Y_{n1}(V_{1}-V_{n}) + Y_{n2}(V_{2}-V_{n}) + \dots + Y_{nn}V_{n} + Y_{tn}V_{p} \\
- dI_{p}/dz = Y_{t1}V_{1} + Y_{t2}V_{2} + \dots + Y_{tn}V_{n} + Y_{pp}V_{p}
\end{cases}$$
(6)

Systèmes dans lesquels

$$Z_{tj} = -(z_{jp} - z_{pp}) \quad (j = 1 \dots n)$$
 (7)

où  $Z_{tj}$  traduit l'influence du blindage sur le conducteur (j), nous l'appellerons impédance de transfert du blindage sur le conducteur (j).

$$Z_{jj} = (z_{jj} - z_{jp}) - (z_{pj} - z_{pp}) \quad (j = 1 \dots n)$$
(8)

où un  $Z_{jj}$  représente l'impédance linéique de la ligne  $(L_j)$  qui est formée du conducteur (j) et du blindage.

$$Z_{pp} = z_{pp} \tag{9}$$

où  $Z_{pp}$  est l'impédance linéique de la ligne  $(L_p)$  qui est formée du blindage et du plan de masse.

$$Z_{ij} = (z_{ij} - z_{ip}) - (z_{pj} - z_{pp})$$

$$(i = 1 ... n)$$

$$(j = 1 ... n)$$

$$(i = 1 ... n)$$

les Z<sub>ij</sub> traduisent l'impédance de couplage du conducteur (j) sur le conducteur (i), lorsque les tensions ont pour référence le blindage, il s'agit des habituelles impédances de couplage définies dans les câbles blindés.

$$Y_{tj} = \mathbf{y}_{ij}$$
 (j = 1 ... n) (11)

En l'absence de blindage, nous avons vu qu'un  $y_{jj}$  est l'admittance linéique du conducteur (j) par rapport au plan de masse en présence du blindage,  $y_{jj}$  est toujours l'admittance linéique entre le conducteur (j) et le plan de masse, en supposant le blindage au même potentiel que le conducteur (j), en d'autre terme " $Y_{tj}V_p$ " représente le couplage électrique de la ligne perturbatrice sur le conducteur (j) protégé par l'écran, et  $Y_{tj}$  l'admittance de transfert du blindage par rapport au conducteur (j) comme elle l'a été définie au chapitre  $\overline{X}$ 

$$Y_{jj} = (y_{jj} - y_{jp})$$
 (j = 1 ... n) (12)

où  $Y_{jj}$  est l'admittance linéique de la ligne de transmission  $(L_j)$  composée du conducteur (j) et du blindage.

$$Y_{ij} = y_{ij} \begin{cases} (j = 1 ... n) \\ i \neq j \text{ et } Y_{ij} < 0 \\ (i = 1 ... n) \end{cases}$$
(13)

où Y<sub>ij</sub> est l'admittance de couplage du conducteur (j) sur le conducteur (i).

$$Y_{pp} = y_{pp} + \underbrace{n}_{z=1} \mathcal{Y}_{jz}$$
(14)

où  $Y_{pp}$  représente un coefficient d'admittance linéique de la ligne  $(L_p)$  composée du blindage et du plan de masse en tenant compte de la présence des conducteurs intérieurs.

Les systèmes (5) et (6) mis sous forme matricielle (nxn) s'écrivent de la manière condensée suivante :

$$\begin{bmatrix} - dV/dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z \\ t \end{bmatrix} * I_{p}$$
(15)
$$\begin{bmatrix} - dI/dz \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{e} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{t} \end{bmatrix} * V_{p}$$
(16)

## RESUME



L'introduction, dans le réseau de télécommunications, de matériels électroniques de plus en plus sophistiqués et fonctionnant sous faibles niveaux de tension a augmenté la vulnérabilité des équipements. L'optimisation des dispositifs de protection nécessite donc une connaissance préalable des perturbations auxquelles tout câble de distribution aérien ou enterré risque d'être soumis. Cette thèse décrit tout d'abord le couplage d'une onde électromagnétique plane avec un conducteur aérien placé au-dessus d'un sol de conductivité finie ou non. L'étude est abordée par deux théories différentes : la méthode des lignes de transmission et celle des antennes. Ceci a permis de dégager des solutions simples pour calculer la réponse de câbles de grande lonqueur.

Dans le cas de la foudre, l'étude du couplage nécessite le calcul du champ électromagnétique rayonné par une décharge orageuse entre le nuage et le sol. Ce calcul est effectué grâce à des expressions analytiques approchées des intégrales de Sommerfeld dont les domaines de validité ont été mis en évidence. L'application de la théorie des lignes couplées permet ensuite de faire une étude paramétrique des surtensions pouvant apparaître aux extrémités d'une ligne multifilaire blindée.

La dernière partie de ce travail est consacrée à une confrontation entre les prévisions théoriques et les résultats expérimentaux obtenus soit sur des éclairs déclenchés à la station de St Privat d'Allier (Haute-Loire) soit sur des éclairs naturels en Côte d'Ivoire.

## MOTS-CLES :

Couplage onde-câble - Rayonnement d'une décharge orageuse - Blindage électromagnétique - Réseaux de télécommunications - Protection contre les parasites électriques - Compatibilité électromagnétique

## RESUME

L'introduction, dans le réseau de télécommunications, de m électroniques de plus en plus sophistiqués et fonctionnent sous taibles de tension à augmenté la vulnérabilité des equipements. L'optimiseu dispositifs de protection nécessite donc une connaisseure préala perturbations auxquelles tout déple de distribution aérien ou enterne d'être soumis. Cette thèse décrit tout d'abord le couplage d'u électromagnétique plane avec un conducteur aérien plané qui-dessus d'un conductivité finie culmon. L'étude est abordée par deux théories différen méthode des lignes de transmission et culle des antennes. Cette a po dégager des solutions somplet pour calculer la réponce de cables de longueur.

Band le cas de la foudre, l'étude du couplage nécessite le n champ électromagnétique rayonné par une décharge orageuse entre le nuar sol. Ce calcul est effectué grâce à des expressions analytiques approc intégrales de Sommentele dont les domaines de validité ont été mis en éva L'application de la théorie des lignes complées permet ensuite de taire u paramétrique des surtensions pouvant apparaîtle aux extrémisés d'un sultificaire blindée.

Le dannière partie de chitravail est consacrée à une confrontati les prévisions tréchiques et les résultats expérimentaux obtenus soit éclairs declenchés à la station de Sc Privat d'Allier (Haute-Loire) soit éclairs naturels en Côte d'Ivoire.

## MOTS-CLES :

Couplage unde-câble - Rayonnement d'une déchange orageuse -Electromognemique - Péseaux de télécommunications - Protection com parasites électromues - Computibilité electromagnétique