

50376
1989
187

50376
1989
187

N° d'ordre : 779

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DE LILLE FLANDRES ARTOIS

pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Patrice GOERGER
Docteur Ingénieur



*ÉTUDE DES GRADATEURS TRIPHASÉS
EN RÉGIME DÉSÉQUILIBRÉ*



031 12 0390

Soutenue le 27 octobre 1989, devant la Commission d'Examen

MM.	G. SEGUIER	Président
	R. PERRET	Rapporteur
	C. ROMBAUT	Rapporteur
	B. TRANNOY	Rapporteur
	M. JABLONSKI	Examinateur
	M. LE BITOUX	Examinateur
	A. MOISAN	Examinateur
	A. WIART	Examinateur

AVANT-PROPOS

Les recherches dont les résultats sont résumés dans ce mémoire, ont été effectuées sous la direction de Monsieur le Professeur C. ROMBAUT, dans le cadre du "Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance" de l'I.D.N. Lille en collaboration avec le laboratoire "Applications des Redresseurs de Puissance" de l'U.S.T. Lille-Flandres-Artois dirigé par Monsieur le Professeur G. SEGUIER et l'E.N.S.A.M. Aix-en-Provence dirigée par Monsieur le Professeur A. MOISAN.

Nous tenons à témoigner notre profonde gratitude à Monsieur le Professeur C. ROMBAUT qui nous a guidé avec une extrême attention tout au long de ce travail, mettant à notre service sa très grande compétence.

Nous remercions très vivement Monsieur le Professeur G. SEGUIER qui nous a fait l'honneur de présider le jury auquel nous soumettons ce mémoire et qui nous a constamment aidé et encouragé dans nos recherches en nous faisant partager son expérience dans le domaine des sciences électriques.

Nous tenons à exprimer toute notre gratitude à Monsieur le Professeur B. TRANNOY, directeur de l'E.N.S.E.E.I.H.T. Toulouse, pour avoir accepté une nouvelle fois d'effectuer un rapport sur notre travail.

Nous sommes heureux que Monsieur le Professeur R. PERRET, directeur du Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble, ait accepté de juger ce mémoire et l'en remercions très chaleureusement.

C'est avec beaucoup de joie que nous saluons la participation de monsieur le Professeur M. JABLONSKI de l'Université Technique de Lodz au jury.

Monsieur le Professeur A. MOISAN, qui nous a soutenu durant toute la préparation de ce mémoire concrétise notre amitié en acceptant de l'examiner.

Monsieur A.WIART, Conseiller Scientifique de la Société Jeumont-Schneider, nous offre un témoignage concret de la liaison étroite entre l'Université et l'Industrie en acceptant de participer au jury.

Nous sommes très honorés par la présence dans le jury de Monsieur M. LE BITOUX Ingénieur-Chercheur à la Direction des Etudes et Recherches de la Société E.D.F.

Nous tenons enfin à marquer notre profonde reconnaissance à Monsieur P. GRAS qui a réalisé le graphisme et le tirage de ce mémoire et à Madame Rachel IVARS de la Sté ORDITEX qui en a assuré la mise en forme avec une extrême compétence.

SOMMAIRE

INTRODUCTION	13
---------------------------	----

**1^{ère} PARTIE : FONCTIONNEMENT EN COMMANDE
SYMETRIQUE**

CHAPITRE 1 - MONTAGE GRADATEUR TRIPHASE TOUT THYRISTORS

I- <u>NOTATIONS ET HYPOTHESES</u>	25
II - <u>FONCTIONNEMENT A PLEINE ONDE</u>	27
II.1 - <u>Expression des tensions aux bornes de la charge et des courants dans celle-ci</u>	27
II.2 - <u>Calcul des angles d'annulation θ_1, θ_2, et θ_3 des courants i_1, i_2 et i_3...</u>	29
II.3 - <u>Intervalles de conduction des thyristors</u>	31
II.3.1 - Si $K \leq 1$	
II.3.2 - Si $K \geq 1$	
II.4 - <u>Bilan</u>	32
II.4.1 - Circonstance $K \leq 1$	
II.4.2 - Circonstance $K \geq 1$	
III - <u>FONCTIONNEMENTS DIFFERENTS DU PLEINE ONDE</u>	34
III.1 - <u>Les 5 topologies</u>	34
III.1.1 - 3 thyristors conducteurs	
III.1.2 - 2 thyristors conducteurs	
III.1.3 - 0 thyristor conducteur	
III.2 - <u>Transition d'une topologie à l'autre</u>	37
III.2.1 - Notion de test	
III.2.2 - Notion de mode de fonctionnement	
III.3 - <u>Fonctionnement lorsque $K \leq 1$</u>	38
III.3.1 - 1 ^{er} mode	
III.3.2 - 2 ^{ème} mode	
III.3.3 - 3 ^{ème} mode	
III.3.4 - 4 ^{ème} mode	
III.3.5 - 5 ^{ème} mode	

III.3.6 - 6 ^{ème} mode	
III.3.7 - 7 ^{ème} mode	
III.3.8 - Conclusion	
III.4 - <u>Fonctionnement lorsque $K \geq 1$</u>	48
III.4.1 - 1 ^{er} mode	
III.4.2 - 2 ^{ème} mode	
III.4.3 - 3 ^{ème} mode	
III.4.4 - 4 ^{ème} mode	
III.4.5 - 5 ^{ème} mode	
III.4.6 - 6 ^{ème} mode	
III.4.7 - 7 ^{ème} mode	
III.4.8 - Conclusion	
IV - <u>FORMES D'ONDE</u>	54
IV.1 - <u>Obtention des formes d'onde</u>	54
IV.1.1.- Circonstance $K \leq 1$	
IV.1.2 - Circonstance $K \geq 1$	
IV.2 - <u>Tracé des formes d'onde</u>	57
IV.2.1.- Circonstance $K \leq 1$	
IV.2.2 - Circonstance $K \geq 1$	
IV.3 - <u>Formes d'onde obtenues à partir d'essais réels</u>	57
V - <u>CARACTERISTIQUES</u>	58
V.1 - <u>Valeurs maximales des tensions aux bornes des thyristors</u>	58
V.2 - <u>Valeurs efficaces I_1, I_2, I_3 des 3 courants en ligne</u> <u>et valeurs efficaces et phases des harmoniques de ces courants</u>	61
V.2.1 - Définitions	
V.2.2 - Topologie A	
V.2.3 - Topologie B	
V.2.4 - Topologie C	
V.2.5- Topologie D	
V.2.6 - Circonstance $K \leq 1$	
V.2.7 - Circonstance $K \geq 1$	
V.2.8 - Valeur efficace maximale du courant dans un thyristor	
V.2.9 - Conclusion	

	Page n°
V.3 - <u>Composantes symétriques des fondamentaux des courants en ligne...</u>	72
V.3.1 - Expression et représentation des composantes I_d et I_q	
V.3.2 - Conclusion : critère de déséquilibre	
V.4 - <u>Les puissances.....</u>	74
V.4.1 - Introduction	
V.4.2 - Le facteur de puissance apparent F_{ap}	
VI- <u>CONCLUSION : LES CRITERES DE CHOIX.....</u>	76
<u>ANNEXE : CALCUL DES INTEGRALES INDEFINIES</u> se rapportant aux valeurs efficaces des courants et de leurs harmoniques.....	77
<u>PLANCHES.....</u>	83

CHAPITRE 2 : GROUPEMENTS DE GRADATEURS MONOPHASES

	Page n°
I - <u>LE GRADATEUR MONOPHASE DEBITANT SUR RESISTANCE..</u>	117
I.1 <u>Valeur efficace du courant.....</u>	117
I.2 - <u>Valeur efficace de l'harmonique de rang $j = 2l+1$ du courant.....</u>	118
I.2.1 - Si $l = 0$	
I.2.2 - Si $l \neq 0$	
I.3 - <u>Contraintes sur les thyristors.....</u>	118
I.3.1 - Valeur maximale de la tension aux bornes d'un thyristor	
I.3.2 - Valeur efficace maximale du courant dans un thyristor	
II - <u>GROUPEMENT EN ETOILE DE 3 GRADATEURS MONOPHASES</u>	119
II.1 - <u>Fonctionnement et expression de $i_N = i_1 + i_2 + i_3$.....</u>	119
II.1.1 - 1 ^{er} mode	
II.1.2 - 2 ^{ème} mode	
II.1.3 - 3 ^{ème} mode	
II.1.4 - 4 ^{ème} mode	
II.2 - <u>Caractéristiques.....</u>	121
II.2.1 - Caractérisation du déséquilibre	
II.2.2 - Caractérisation de la déformation	
II.2.3 - Valeur efficace I_N du courant dans le neutre	
II.2.4 - Composantes symétriques des fondamentaux des courants en ligne	
II.3 - <u>Les puissances.....</u>	128
II.3.1 - Introduction	
II.3.2 - Le facteur de puissance apparent F_{ap}	
II.4 - <u>Conclusion : les critères de choix.....</u>	130
III - <u>GROUPEMENT EN TRIANGLE DE 3 GRADATEURS MONOPHASES.....</u>	131
III.1 - <u>Fonctionnement.....</u>	132
III.1.1 - Utilisation des résultats du paragraphe I	
III.1.2 - Calcul des courants en ligne	

	Page n°
III.2 - <u>Caractéristiques</u>	135
III.2.1 - Expression des valeurs efficaces des courants en ligne	
III.2.2 - Expression des valeurs efficaces des harmoniques des courants en ligne	
III.2.3 - Conclusion	
III.2.4 - Composantes symétriques des fondamentaux des courants en ligne	
III.3 - <u>Les puissances</u>	145
III.3.1 - Introduction	
III.3.2 - Le facteur de puissance apparent	
III.4 - <u>Conclusion : les critères de choix</u>	147
<u>ANNEXE : EQUIVALENCE DES FONCTIONNEMENTS DES MONTAGES</u>	149
- transformateur triangle-étoile avec neutre associé à 3 gradateurs monophasés groupés en étoile	
- groupement en triangle de 3 gradateurs monophasés	
<u>PLANCHES</u>	153

CHAPITRE 3 : COMPARAISON DES MONTAGES

	Page n°
I- <u>VARIANTES DU MONTAGE GRADATEUR TRIPHASE</u>	
<u>TOUT THYRISTORS</u>	165
I.1 - <u>Les 3 phases de la charge triphasée sont groupées en triangle</u>	165
I.1.1 - Charge triphasée en étoile équivalente	
I.1.2 - Utilisation des résultats du chapitre 1	
I.1.3 - Conclusion	
I.2 <u>Les 3 ensembles de 2 thyristors sont disposés en triangle</u>	
<u>en aval de la charge</u>	167
I.2.1 - Montage, notations et hypothèses	
I.2.2 - Conductions et grandeurs électriques relatives aux thyristors	
I.2.3 - Valeur efficace maximale du courant dans un thyristor	
II- <u>COMPARAISON DES CALIBRES DES THYRISTORS</u>	172
II.1 - <u>Préliminaire</u>	172
II.2 - <u>Présentation</u>	172
II.3 - <u>Résultats</u>	173
II.4 - <u>Discussion</u>	173
III- <u>COMPARAISON DU DESEQUILIBRE EN LIGNE</u>	174
III.1 - <u>Présentation</u>	174
III.2 - <u>Résultats</u>	174
III.3 - <u>Discussion</u>	175
III.3.1 - Montages T.T.E. et T.T.R.	
III.3.2 - Montages 3ME et 3MR	
III.3.3 - Conclusion	
IV- <u>CARACTERISATION DE LA DEFORMATION EN LIGNE</u>	177
IV.1 - <u>Présentation</u>	177
IV.2 - <u>Résultats</u>	177
IV.3 - <u>Discussion</u>	178
V- <u>CONCLUSION</u>	179

	Page n°
<u>ANNEXE : UNE APPLICATION</u> - Montage gradateur triphasé débitant sur une résistance triphasée à point milieu.....	181
<u>PLANCHES</u>	191

**2ème PARTIE : FONCTIONNEMENT EN COMMANDE
DISSYMETRIQUE**

**CHAPITRE 4 - LES GROUPEMENTS DE GRADATEURS MONOPHASES EN
COMMANDE DISSYMETRIQUE**

	Page n°
I - <u>INTRODUCTION</u>	205
I.1 - <u>Choix et buts des structures</u>	205
I.1.1 - Le choix	
I.1.2 - Les buts	
I.2 - <u>Les montages - Equivalence</u>	206
I.2.1 - Groupement en étoile de 3 gradateurs monophasés	
I.2.2 - Groupement en triangle de 3 gradateurs monophasés	
I.3 - <u>Les rééquilibrages - Relations</u>	208
I.3.1 - Le rééquilibrage en ligne	
I.3.2 - Le rééquilibrage en puissance	
II - <u>LE REEQUILIBRAGE EN LIGNE</u>	210
II.1 - <u>Présentation</u>	210
II.1.1 - Le fonctionnement de départ	
II.1.2 - Le fonctionnement en commande optimale	
II.1.3 - Le fonctionnement en commande simplifiée	
II.2 - <u>Résultats</u>	212
II.2.1 - Présentation - Exemple	
II.2.2 - Fonctionnement de départ	
II.2.3 - Fonctionnement en commande optimale	
II.2.4 - Fonctionnement en commande simplifiée	
III - <u>LE REEQUILIBRAGE EN PUISSANCE</u>	217
III.1 - <u>Présentation</u>	217
III.1.1 - Fonctionnement de départ	
III.1.2 - Fonctionnement	
III.2 - <u>Résultats</u>	218
III.2.1 - Fonctionnement de départ	
III.2.2 - Fonctionnement	

	Page n°
IV - <u>COMPARAISON DES MONTAGES</u>	221
IV.1 - <u>Définitions - Calculs préliminaires</u>	221
IV.1.1.- Définitions	
IV.1.2 - Calcul des rapports r_{J_j}	
IV.1.3 - Conclusion	
IV.2 - <u>Répercussions de la commande sur la ligne</u>	223
IV.2.1.- Montage 3ME ou étoile	
IV.2.2 - Montage 3MR ou triangle	
IV.3 - <u>Répercussions de la commande sur la charge</u>	226
IV.3.1 - Calcul des rapports r_{P_j}	
IV.3.2 - Exploitation des calculs	
V - <u>CONCLUSION</u>	228
CONCLUSION	231
BIBLIOGRAPHIE	235

INTRODUCTION

Afin de *régler continûment la puissance* consommée dans un récepteur triphasé résistif, on a recours le plus souvent à un dispositif à *thyristors*, le *gradateur triphasé*, inséré entre la ligne d'alimentation et le récepteur.

Dans ce genre de montage, les thyristors fonctionnent *en commutation naturelle libre* donc comme des interrupteurs unidirectionnels en courant et bidirectionnels en tension dont la fermeture est commandée et l'ouverture spontanée. Il est possible de protéger efficacement les thyristors lors de leurs commutations commandées et les pertes lors des commutations sont faibles. Ces composants permettent en outre le passage de courants importants moyennant une chute de tension très faible à leurs bornes : les pertes en conduction sont faibles. Ces convertisseurs, simples et robustes, ont donc un excellent rendement. Leur commande la plus courante a la même période que celle de la source d'alimentation ; elle est appelée *commande en variation d'angle de phase*.

Les résistances de charge, notamment dans le cas de fours de grande puissance, laissent circuler des courants très importants et ne sont pas toujours égales.

Le *déséquilibre* peut être permanent, dû par exemple à une mauvaise répartition de la chaleur dans le four ou occasionnel, dû à une résistance subitement défaillante. Dans les deux cas il est intéressant d'intervenir pour réduire l'impact sur le réseau d'une telle structure.

Une association gradateur-charge triphasée résistive équilibrée engendre des nuisances sur le réseau du fait du *déphasage des fondamentaux des courants en ligne* par rapport aux tensions simples correspondantes et de la *déformation de l'onde de courant* par rapport à la sinusoïde.

Lorsque la charge est déséquilibrée, ces nuisances sont accentuées.

Pour les ramener à un niveau acceptable, deux démarches peuvent être empruntées :

- une action indirecte visant à réguler le facteur de puissance et à réduire le déséquilibre de la source occasionné par le fonctionnement du gradateur. Elle fait intervenir des dispositifs annexes à semi-conducteurs pour compenser ce déséquilibre ;
- une action directe sur le convertisseur lui-même. On peut modifier la topologie du montage pour adopter le groupement de semi-conducteurs le mieux adapté ou, à topologie donnée, dissymétriser la commande afin de compenser la dissymétrie structurelle de la charge.

C'est cette action directe qui fait l'objet de ce mémoire, les deux procédés décrits sont traités respectivement dans les parties 1 et 2.

Les documents formant la bibliographie de ce mémoire sont groupés ci-après selon leur nature et leur thème spécifique. La liste détaillée et numérotée est disposée à la fin de l'ouvrage.

1) Livres à caractère pédagogique.

L'un d'électronique de puissance écrit par G. SEGUIER et l'autre d'électrotechnique industrielle écrit par G. SEGUIER et F. NOTELET nous ont constamment guidés dans le choix des grandeurs étudiées. [1] [2]

2) Livre à caractère de recherche.

Il s'agit d'un volume sur la conversion alternatif-alternatif écrit par C. ROMBAUT, R. BAUSIERE et G. SEGUIER faisant partie d'une série d'ouvrages d'électronique de puissance approfondie dans lequel nous avons puisé beaucoup d'informations précises sur les montages à gradateurs. [3]

3) Travaux sur l'étude analytique des gradateurs.

La 1^{ère} synthèse sur le sujet et présentée sous la forme d'une thèse d'Etat en 1979 est due à C. ROMBAUT. [4]

Auparavant, on peut noter :

- C. ROMBAUT et G. SEGUIER en 1973 sur la commande des gradateurs triphasés. [5]
- W. SHEPHERD et P.J. GALLAGHER en 1974 et 1975 sur le gradateur débitant dans une charge résistive. [6] [7]
- C. ROMBAUT et G. SEGUIER en 1974 établissant les premières caractéristiques des gradateurs triphasés. [8]
- T.G. BLAND en 1976 sur le gradateur débitant dans une charge résistive et inductive. [9]
- C. ROMBAUT, H. SCHOORENS et G. SEGUIER en 1978 sur le gradateur débitant dans une charge résistive, inductive ou capacitive. [10]

4) Travaux sur les associations gradateur-transformateur-charge résistive.

- J.L. COCQUERELLE, C. ROMBAUT et M. FLACHER proposant une 1^{ère} étude en 1985 ayant recours à une simulation pour les régimes transitoires. [11]
- J.L. COCQUERELLE effectue la synthèse en 1985 dans sa thèse d'Etat. [12]

5) Travaux sur les actions indirectes visant à réduire les perturbations engendrées dans le réseau par les gradateurs.

Tout d'abord ceux qui ont pour but l'amélioration du facteur de puissance de l'installation :

- M. GRANDPIERRE en 1977 avec une thèse sur un compensateur statique à thyristors. [13]

- J. BERGEAL en 1979 qui cherche en plus à minimiser le phénomène de Flicker créé par un four à arcs. [14]
- M. BOULIER, C. ROMBAUT et G. SEGUIER en 1981 sur l'amélioration des gradateurs triphasés. [15]
- C. BOISDON et G. DROUIN en 1984 sur les systèmes de compensation statique rapides. [16]
- J.P. BERRY et J.C. JOUBERT en 1987 qui utilisent le thyristor dual pour améliorer le facteur de puissance des montages redresseurs. [17]

Puis 3 autres publications présentent des moyens de réduire les harmoniques de courant réinjectés dans le réseau :

- S. WILLAMSON en 1981 pour un gradateur monophasé. [18]
- W.P. GIBBONS et R. VULPILLAT en 1985 pour des gradateurs triphasés. [19] [20]
- J.Y. LEOST et J.L. JAVERZAC en 1989 pour les installations de grande puissance. [21]

Enfin les articles qui abordent le problème particulier de la commande par train d'ondes entières :

- P.J. GALLAGHER, T.G. BLAND et W. SHEPHERD en 1977 pour un gradateur monophasé. [22]
- P. MEYNAUD et M. LEMOINE en 1978 étudient les conséquences des harmoniques de faible fréquence (phénomène de Elicker) et celles des harmoniques de rang plus élevé. [23]
- R. BAUSIERE, C. ROMBAUT et P. RUSSE en 1983 pour un gradateur triphasé. [24]
- P. GOERGER, R. BAUSIERE et P. RUSSE en 1985 proposant une commande optimisée par train d'ondes afin de réduire la valeur efficace des harmoniques de rang faible. [25]

6) Travaux sur les configurations optimales des gradateurs triphasés à charge résistive déséquilibrée.

- P. GOERGER et C. ROMBAUT ont établi en 1987 les premières règles de choix en raisonnant sur l'équilibrage des valeurs efficaces des courants en ligne. [26]

7) Travaux sur la commande dissymétrique en angle de phase des gradateurs triphasés en régime déséquilibré.

- R. BONNEFILLE dans un article en 1986 pose les bases de certains critères de choix. [27]
- Y. CHERON étudie et répertorie en 1988 dans sa thèse d'Etat les cellules les moins perturbatrices. [28]

- M. METS, Y. CHERON, F. OMS et S. BENDOUA résumant en 1989 les travaux sur la commutation douce. [29]
- P. GOERGER et C. ROMBAUT en 1989 utilisent les composantes symétriques dans l'élaboration de la commande . [30]

PRESENTATION DU MEMOIRE

- Deux parties dissocient l'étude des montages commandés symétriquement (1^{ère} partie) de ceux commandés de manière dissymétrique (2^{ème} partie).
- Dans chacune des deux parties les structures sont analysées tant au niveau du fonctionnement que de celui des performances (chap. 1, 2 et 4).
- C'est ensuite la comparaison de ces performances qui aiguille sur le choix le plus judicieux en rapport avec l'une des deux exigences retenue au départ, à savoir, la minimisation du déséquilibre dans la ligne et la minimisation du déséquilibre dans la charge (chap. 3 et 4).
- Des applications sont décrites en annexe (chap. 3) ou servent d'illustration aux raisonnements (chap. 4).

PREMIERE PARTIE

***FONCTIONNEMENT EN COMMANDE
SYMETRIQUE***

PREMIER CHAPITRE

***MONTAGE GRADATEUR TRIPHASE
TOUT THYRISTORS***

CHAPITRE 1

MONTAGE GRADATEUR TRIPHASE TOUT THYRISTORS

I. NOTATIONS ET HYPOTHESES.

Le montage est représenté sur la figure 1.

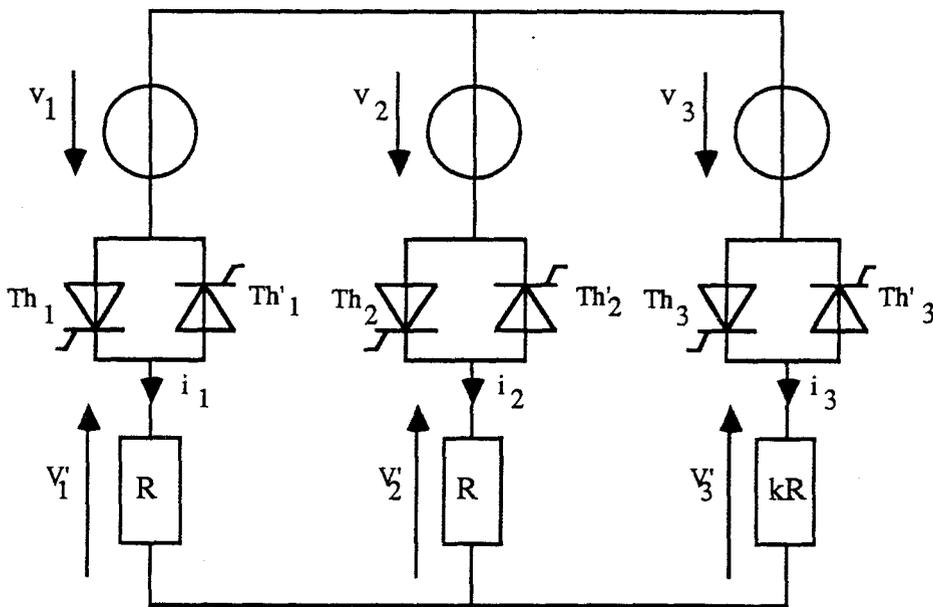


Figure n° 1

- La source, dont on néglige l'impédance, délivre les 3 tensions

$$v_1 = V\sqrt{2} \sin \theta \quad ; \quad v_2 = V\sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \quad ; \quad v_3 = V\sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right)$$

avec $\theta = \omega t$ et V valeur efficace d'une tension simple.

- Le récepteur est formé de 3 résistances disposées en étoile, chacune étant reliée à une phase du gradateur.
Deux d'entre elles (phases 1 et 2) valent R , la troisième (phase 3) vaut KR .
On appelle v'_1, v'_2, v'_3 les tensions à leurs bornes et i_1, i_2, i_3 les courants qui les traversent.
- Le gradateur est formé de 3 ensembles de 2 thyristors montés tête-bêche sur la ligne entre la source et le récepteur. Les tensions aux bornes des 6 thyristors sont notées $v_{Th_1}, v_{Th_2}, v_{Th_3}, v_{Th'_1}, v_{Th'_2}, v_{Th'_3}$ et les 6 thyristors sont débloqués tous les sixièmes de période dans l'ordre suivant : $Th_1, Th'_3, Th_2, Th'_1, Th_3, Th'_2$.
Le retard à l'amorçage du thyristor Th_1 , repéré par l'angle ψ , est compté par rapport à l'instant où la tension v_1 devient positive.
- Sur chacune des phases, le montage est symétrique, les mêmes phénomènes se reproduisent donc, au signe près, à chaque demi-période.
L'étude du fonctionnement sur une demi-période est suffisante car pour chaque grandeur $f(\theta + \pi) = -f(\theta)$.

II. FONCTIONNEMENT A PLEINE ONDE

Lorsqu'on adopte la stratégie de commande énoncée au paragraphe I et que l'on considère la charge équilibrée ($K = 1$), le fonctionnement à pleine onde (les tensions aux bornes de la charge v'_1, v'_2 , et v'_3 sont sinusoïdales) est obtenu avec ψ , angle de retard à l'amorçage, égal à 0.

Dans cette circonstance particulière, les tensions v'_1, v'_2 , et v'_3 sont constamment égales aux tensions simples d'alimentation v_1, v_2 et v_3 et dès qu'un thyristor est susceptible de conduire, il reçoit une impulsion de déblocage occasionnant sa mise en conduction : par exemple, Th_1 devient conducteur en $\theta = \psi = 0$ alors que $i_1 = \frac{v'_1}{R} = \frac{v_1}{R}$ s'annule et devient positif.

Si, maintenant, on considère la charge déséquilibrée ($K \neq 1$) les 3 tensions v'_1, v'_2 , et v'_3 ne sont plus égales à v_1, v_2 et v_3 même lors du fonctionnement pleine onde. En effet, à cause de la présence d'une composante inverse dans le système triphasé des courants (i_1, i_2, i_3), ceux-ci ne sont plus respectivement déphasés de $\frac{2\pi}{3}$ et $\frac{4\pi}{3}$.

Afin de connaître précisément en fonction de K , coefficient de déséquilibre, les instants d'annulation des 3 courants i_1, i_2 et i_3 lors du fonctionnement à pleine onde et ainsi élaborer une stratégie de commande permettant son obtention, nous supposons dans le reste du paragraphe qu'à chaque instant un thyristor par phase est conducteur. Dans ces conditions, le gradateur est équivalent à une simple liaison 3 fils.

II.1. EXPRESSION DES TENSIONS AUX BORNES DE LA CHARGE ET DES COURANTS DANS CELLE-CI

Lors du fonctionnement à pleine onde, la topologie du montage est la suivante :

Topologie A :
1 thyristor par phase
est conducteur .

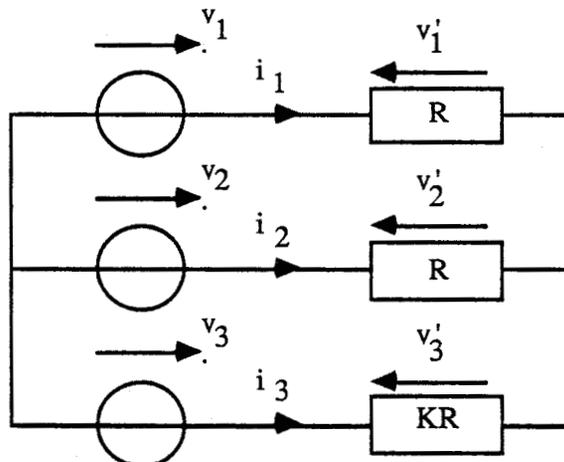


Figure n° 2

Cette topologie ou configuration particulière du montage initial (fig. n° 1) définit un fonctionnement décrit par les équations ci-dessous :

$$\begin{array}{l} \textcircled{1} \left| \begin{array}{l} v'_1 = R i_1 \\ v'_2 = R i_2 \\ v'_3 = K R i_3 \end{array} \right. \quad \textcircled{2} \left| \begin{array}{l} v'_1 - v'_2 = v_1 - v_2 \\ v'_1 - v'_3 = v_1 - v_3 \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \textcircled{3} \quad i_1 + i_2 + i_3 = 0 \end{array}$$

La relation $\textcircled{3}$ devient $v'_1 + v'_2 + \frac{1}{K} v'_3 = 0$ et rassemblée avec $\textcircled{2}$ forme un système de 3 équations à 3 inconnues (v'_1, v'_2, v'_3) qu'il est facile de résoudre :

$$\left| \begin{array}{l} v'_2 = -v_1 + v_2 + v'_1 \\ v'_3 = -v_1 + v_3 + v'_1 \end{array} \right.$$

d'où $v'_1 - v_1 + v_2 + v'_1 - \frac{1}{K} v_1 + \frac{1}{K} v_3 + \frac{1}{K} v'_1 = 0$

puis $v'_1 \left(2 + \frac{1}{K}\right) = v_1 \left(1 + \frac{1}{K}\right) - v_2 - \frac{1}{K} v_3$

et enfin $v'_1 = \frac{(1+K)v_1 - K v_2 - v_3}{2K+1} = \frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{2K+1}$

Alors $v'_2 = -v_1 + v_2 + \frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{2K+1} = \frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{2K+1}$

et $v'_3 = -v_1 + v_3 + \frac{(1+K)v_1 - K v_2 - v_3}{2K+1} = \frac{3K}{2K+1} v_1$

En définitive, la topologie A est caractérisée par les relations \textcircled{a} entre les tensions et les courants :

Relations \textcircled{a}

$$v'_1 = R i_1 = \frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{2K+1}$$

$$v'_2 = R i_2 = \frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{2K+1}$$

$$v'_3 = K.R.i_3 = \frac{3K}{2K+1} v_3$$

Afin de de définir une stratégie de commande conduisant au fonctionnement à pleine onde pour un coefficient K donné, il est impératif de déterminer les instants d'annulation (t_1, t_2, t_3) ou les angles correspondants ($\theta_1, \theta_2, \theta_3$) des courants (i_1, i_2, i_3)

Lorsque K est égal à 1, les 3 courants sont déphasés régulièrement d'un tiers de période l'un par rapport à l'autre comme le montre la figure ci-contre.

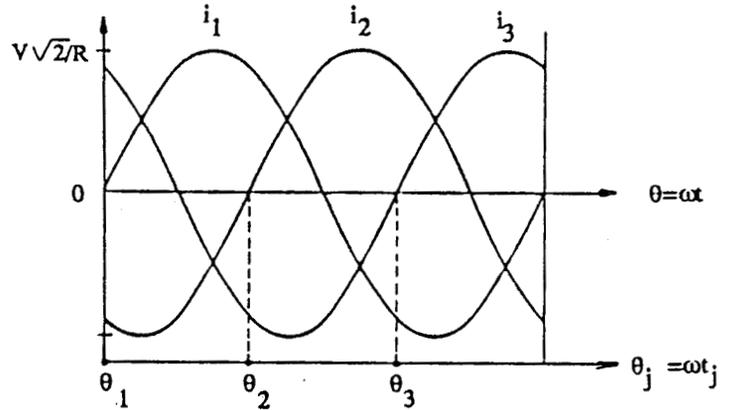


Figure n° 3

Soit alors θ_j l'angle pour lequel le courant i_j s'annule, passant d'une valeur négative à une valeur positive.

θ_j dépend de K et est défini modulo 2π . On l'appelle $\theta_j(K)$.

Le cas particulier où $K = 1$ conduit à

$$\left. \begin{aligned} \theta_1(1) &= 0 \\ \theta_2(1) &= \frac{2\pi}{3} \\ \theta_3(1) &= \frac{4\pi}{3} \end{aligned} \right\}$$

II.2. CALCULS DES ANGLES D'ANNULATION θ_1 , θ_2 ET θ_3 DES COURANTS i_1, i_2 ET i_3

A partir des relations (a), $i_3 = \frac{3}{(2K+1)R} v_3$ s'annule en devenant positif

en

$$\theta_3(K) = \frac{4\pi}{3}$$

(4), valeur indépendante de K .

$i_2 = \frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{(2K+1)R}$ s'annule en devenant positif en θ_2 tel que

$$(K-1)v_1 = (K+2)v_2$$

et
$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{K+2}{-K\sqrt{3}}$$

En choisissant la valeur de θ_2 dans l'intervalle $]-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$,

$$\theta_2(K) = \pi - \operatorname{Arctg} \frac{K+2}{K\sqrt{3}} \quad (5)$$

$i_1 = \frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{(2K+1)R}$ s'annule en devenant positif en θ_1 tel que

$$(K+2)v_1 = (K-1)v_2$$

donc
$$(K+2) \sin \theta_1 = (K-1) \sin \left(\theta_1 - \frac{2\pi}{3} \right)$$

et
$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{1-K}{\sqrt{3}(1+K)}$$

En choisissant la valeur de θ_1 dans l'intervalle $]-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$,

$$\theta_1(K) = \operatorname{Arctg} \frac{1-K}{\sqrt{3}(1+K)} \quad (6)$$

On a représenté ci-dessous sur la figure n° 4 l'évolution de $\theta_1(K)$ et $\theta_2(K)$ pour K variant entre 0 et 5.

Les relations (5) et (6) conduisent

$$\text{à } \frac{\operatorname{tg} \theta_1 + \operatorname{tg} \theta_2}{1 - \operatorname{tg} \theta_1 \cdot \operatorname{tg} \theta_2} = -\sqrt{3}$$

d'où
$$\operatorname{tg}(\theta_1 + \theta_2) = \operatorname{tg} \frac{2\pi}{3}$$

et, dans l'intervalle $]-\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$

$$\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \frac{\pi}{3} \quad (7)$$

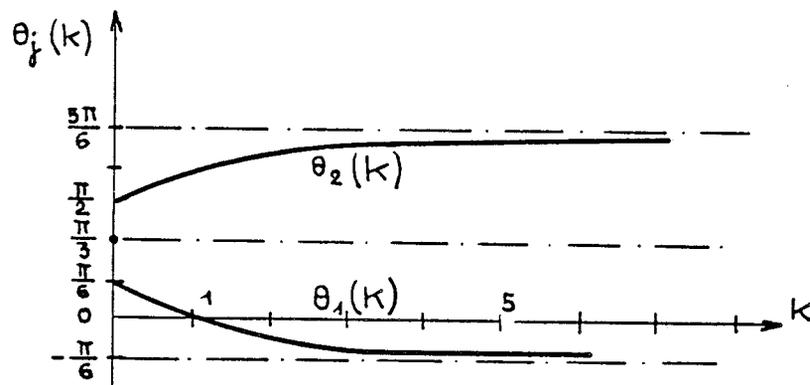


Figure n° 4

Les courbes $\theta_1(K)$ et $\theta_2(K)$ sont symétriques par rapport à l'axe $\theta_j = \frac{\pi}{3}$.

II.3. INTERVALLES DE CONDUCTION DES THYRISTORS

Le calcul des angles $\theta_1(K)$, $\theta_2(K)$ et $\theta_3(K)$ nous permet de tracer les ondes des courants (i_1, i_2, i_3) pour un coefficient K choisi et ainsi nous renseigner sur les intervalles de conduction nécessaire des thyristors donc sur les angles d'amorçage permettant le fonctionnement à pleine onde.

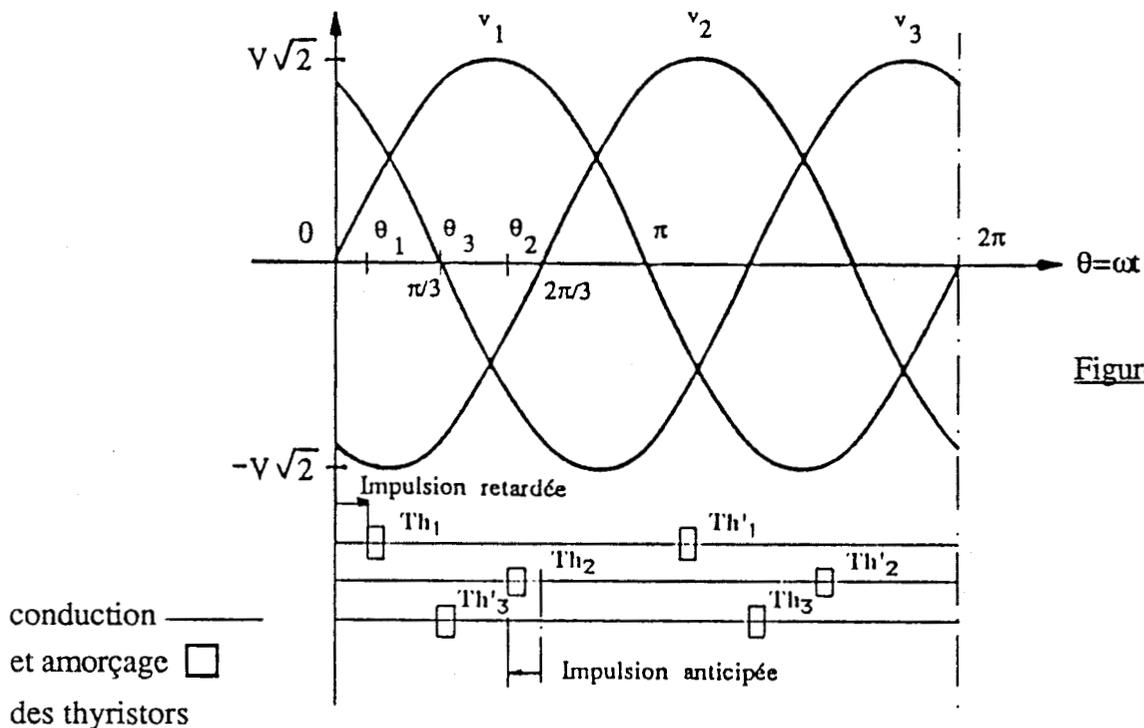
La figure n° 4 nous permet d'affirmer que pour obtenir un tel fonctionnement il sera nécessaire :

II.3.1. Si $K \leq 1$

- d'envoyer une impulsion retardée (après 0) sur le thyristor Th_1 car il ne pourra conduire qu'à partir de $\theta_1 \in \left[0, \frac{\pi}{6} \right]$.

- d'envoyer une impulsion anticipée (avant $\frac{2\pi}{3}$) sur le thyristor Th_2 car il devra conduire à partir de $\theta_2 \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3} \right]$.

Ce type de fonctionnement est illustré par la figure n° 5 où l'on a choisi $K = 0,2$; il en résulte $\theta_1(0,2) = 20^\circ$ et $\theta_2(0,2) = 100^\circ$.



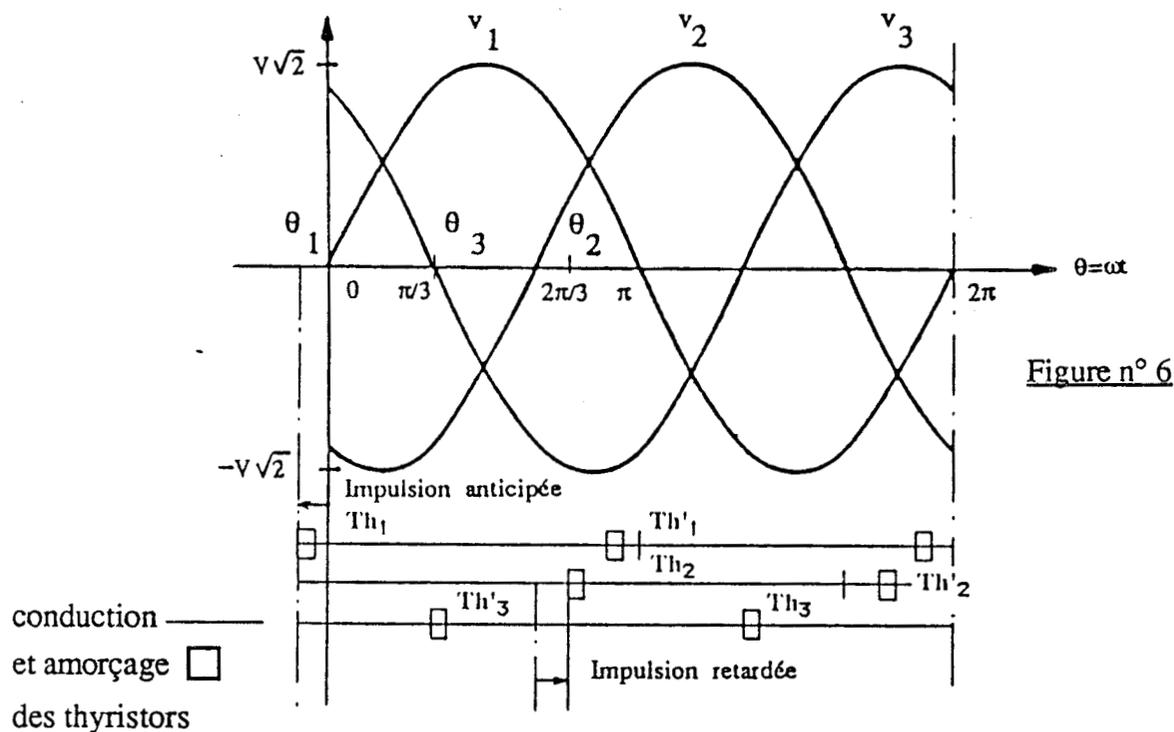
Les conclusions relatives aux conductions des thyristors Th_1 , Th_2 et Th_3 sont applicables aux thyristors Th'_1 , Th'_2 et Th'_3 avec un décalage d'une demi-période car, pour toutes les grandeurs du montage, $f(\theta + \pi) = -f(\theta)$ et notamment pour les courants i_1, i_2 et i_3 .

II.3.2. Si $K \geq 1$.

- d'envoyer une impulsion anticipée (avant 0) sur le thyristor Th_1 car il devra conduire à partir de $\theta_1 \in \left[-\frac{\pi}{6}, 0\right]$.

- d'envoyer une impulsion retardée (après $\frac{2\pi}{3}$) sur le thyristor Th_2 car il ne pourra conduire qu'à partir de $\theta_2 \in \left[\frac{2\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}\right]$.

Ce type de fonctionnement est illustré sur la figure n° 6 où l'on a choisi $K = 5$; il en résulte $\theta_1(5) = -20^\circ$ et $\theta_2(5) = 140^\circ$.



II.4. BILAN

Le fonctionnement à pleine onde est obtenu pour $\psi = 0$ lorsque $K = 1$, cela correspond à un amorçage de Th_1 en 0, de Th_2 en $\frac{2\pi}{3}$ et de Th_3 en $\frac{4\pi}{3}$.

Par contre, l'obtention du fonctionnement pleine onde lorsque K est différent de 1 nécessite une stratégie de commande différente nous amenant à distinguer les 2 circonstances $K \leq 1$ et $K \geq 1$.

Dans tous les cas, les conditions d'amorçage des thyristors de la série (Th') se déduisent de la série (Th) avec un décalage d'une demi-période.

II.4.1. Circonstance $K \leq 1$ (figure n° 5)

Alors le thyristor Th₂ se met à conduire dès qu'il a reçu sa première impulsion de déblocage. Celle-ci précède l'instant où l'angle θ vaut $\frac{2\pi}{3}$ car Th₂ doit être amorcé en $\theta_2 \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3} \right]$.

Si l'on veut conserver une commande symétrique sur les 3 phases et donc enclencher chacun

des thyristors tous les $1/6$ de période, il faut donner à ψ la valeur

$$\psi = \theta_2 - \frac{2\pi}{3}$$

Dans ces conditions, le thyristor Th₁ doit et ne peut conduire qu'à partir de $\theta_1 = \frac{2\pi}{3} - \theta_2$ tout en

recevant sa première impulsion de déblocage en $\psi = \theta_2 - \frac{2\pi}{3} = -\theta_1$. Seule une commande par train d'impulsions dont la durée totale excède $\frac{\pi}{3}$ garantira un amorçage correct de Th₁.

De même, Th₃ doit et ne peut conduire qu'à partir de $\theta_3 = \frac{4\pi}{3}$ en recevant sa première

impulsion de déblocage en $\psi + \frac{4\pi}{3} = \theta_2 + \frac{2\pi}{3}$. Seule une commande par train d'impulsions

dont la durée totale excède $\frac{\pi}{6}$ garantira un amorçage correct de Th₃.

II.4.2. Circonstance $K > 1$ (figure n° 6)

Le thyristor Th₁ se met à conduire dès qu'il a reçu sa première impulsion de déblocage. Celle-ci précède l'instant où l'angle vaut 0 car Th₁ doit être amorcé en $\theta_1 \in \left[-\frac{\pi}{6}, 0 \right]$, le fonction-

nement à pleine onde est obtenu avec

$$\psi = \theta_1$$

Dans ces conditions, le thyristor Th₂ doit et ne peut conduire qu'à partir de $\theta_2 = \frac{2\pi}{3} - \theta_1$ tout en

recevant sa 1^{ère} impulsion de déblocage en $\psi + \frac{2\pi}{3} = \theta_1 + \frac{2\pi}{3}$. Seule une commande par train

d'impulsions dont la durée totale excède $\frac{\pi}{3}$ garantira un amorçage correct de Th₂.

De même, Th₃ doit et ne peut conduire qu'à partir de $\theta_3 = \frac{4\pi}{3}$ en recevant sa première

impulsion de déblocage en $\psi + \frac{4\pi}{3} = \theta_1 + \frac{4\pi}{3}$. Seule une commande par train d'impulsions

dont la durée totale excède $\frac{\pi}{6}$ garantira un amorçage correct de Th₃.

III. FONCTIONNEMENTS DIFFERENTS DU PLEINE ONDE

A partir du fonctionnement à pleine onde défini ci-avant, il est possible, en faisant évoluer l'angle ψ , de régler la puissance consommée dans le récepteur.

Les 3 gradateurs monophasés insérés dans les phases sont des interrupteurs bidirectionnels en courant et en tension qui permettent de relier les 3 bornes du récepteur aux 3 bornes de la source.

Pour une valeur de ψ déterminée, certains de ces interrupteurs se ferment et s'ouvrent au cours d'une période et le montage se ramène à une succession de montages élémentaires que l'on appelle topologies.

Nous allons déterminer a priori les différentes topologies possibles et donner pour chacune d'elle les équations qui en régissent le fonctionnement.

III.1. LES 5 TOPOLOGIES

Chacune d'entre elle est caractérisée par le nombre de thyristors conducteurs et les phases auxquelles ces thyristors conducteurs appartiennent.

III.1.1. 3 Thyristors conducteurs

Il s'agira de 2 thyristors de la série (Th) et de 1 de la série (Th') ou de 2 thyristors de la série (Th') et de 1 de la série (Th).

Dans l'un et l'autre cas, ils effectuent la liaison directe des 3 phases du récepteur avec celles de la source comme lors du fonctionnement pleine onde.

La topologie définie ici n'est autre que la topologie A déjà décrite au paragraphe II.1 à l'aide de la figure n° 2 et des relations (a).

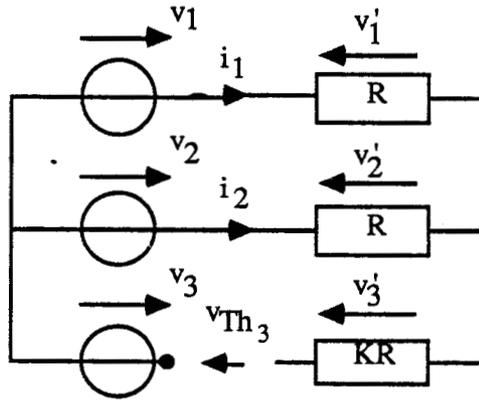
Nous rajouterons à celles-ci les 3 égalités

$$v_{Th_j} = 0 ; j = 1, 2, 3 .$$

car les tensions aux bornes des thyristors y sont toujours nulles.

III.1.2. 2 Thyristors conducteurs

Il s'agira nécessairement d'un thyristor de la série (Th) et d'un thyristor de la série (Th').
Suivant les phases conductrices (1 et 2, 1 et 3, 2 et 3) se dégagent 3 topologies que nous appellerons B, C et D.



Topologie B :

Figure n° 7

Cette topologie définit un fonctionnement décrit à l'aide des équations suivantes :

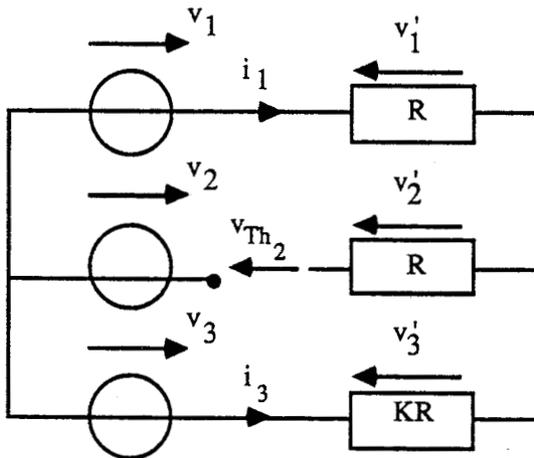
$$\left| \begin{array}{l} v'_1 = Ri_1 \\ v'_2 = Ri_2 \\ v'_3 = K.Ri_3 = 0 \end{array} \right| \quad \left| \begin{array}{l} v'_1 - v'_2 = v_1 - v_2 \\ i_1 + i_2 = 0 \end{array} \right.$$

il en résulte :

$$\begin{aligned} v'_1 &= R.i_1 = \frac{v_1 - v_2}{2} \\ v'_2 &= R.i_2 = \frac{v_2 - v_1}{2} \\ v'_3 &= K.R.i_3 = 0 \\ v_{Th_1} &= v_{Th_2} = 0 \\ v_{Th_3} &= v_3 - v_1 + v'_1 = \frac{3}{2}v_3 \end{aligned}$$

On remarque que ces relations ne dépendent pas du coefficient K car la phase déficiente n° 3 n'est pas reliée à la source.

L'ensemble des relations encadrées s'appelle (b) et caractérise la topologie B.



Topologie C :

Figure n° 8

Cette topologie définit un fonctionnement décrit à l'aide des équations ci-dessous :

$$\left. \begin{array}{l} v'_1 = Ri_1 \\ v'_2 = Ri_2 = 0 \\ v'_3 = K.Ri_3 \end{array} \right\} \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} v'_1 - v'_3 = v_1 - v_3 \\ i_1 + i_3 = 0 \end{array} \right.$$

il en résulte :

$$v'_1 = R.i_1 = \frac{v_1 - v_3}{K + 1}$$

$$v'_2 = R.i_2 = 0$$

$$v'_3 = K.R.i_3 = K \frac{v_3 - v_1}{K + 1}$$

$$v_{Th_1} = v_{Th_3} = 0$$

$$v_{Th_2} = v_2 - v_1 + v'_1 = \frac{(1 - K)v_1 + (2 + K)v_2}{1 + K}$$

L'ensemble de ces relations s'appelle \textcircled{C} et caractérise la topologie C.

Topologie D :

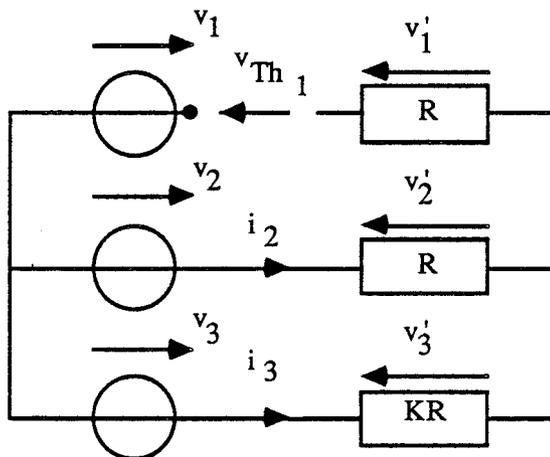


Figure n° 9

Cette topologie D définit un fonctionnement décrit à l'aide des équations suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} v'_1 = Ri_1 = 0 \\ v'_2 = Ri_2 \\ v'_3 = K.Ri_3 \end{array} \right\} \text{ et } \left\{ \begin{array}{l} v'_2 - v'_3 = v_2 - v_3 \\ i_1 + i_3 = 0 \end{array} \right.$$

il en résulte

$$v'_1 = R.i_1 = 0$$

$$v'_2 = R.i_2 = \frac{v_2 - v_3}{K + 1}$$

$$v'_3 = K.R.i_3 = K \frac{v_3 - v_2}{K + 1}$$

$$v_{Th_2} = v_{Th_3} = 0$$

avec

$$v_{Th_1} = v_1 - v_2 + v'_2 = \frac{(2 + K)v_1 + (1 - K)v_2}{1 + K}$$

L'ensemble des relations encadrées s'appelle \textcircled{D} et caractérise la topologie D.

III.1.3. 0 Thyristor conducteur

Le récepteur n'est plus relié à la source. Cela nous conduit à la

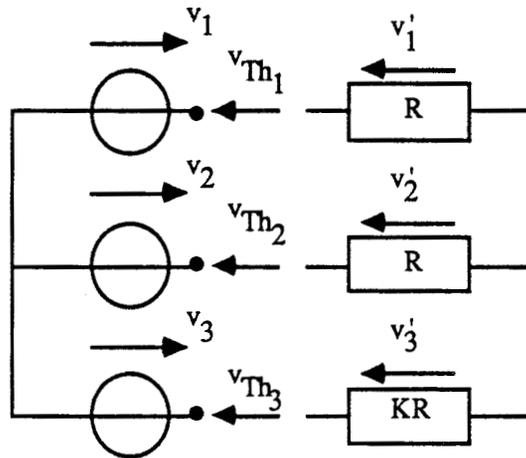


Figure n° 10

Topologie E :

Elle est définie par les équations encadrées car, de manière à équilibrer les tensions appliquées aux bornes des thyristors, on a monté à leurs bornes des résistances égales de valeur élevée.

$$\begin{aligned}
 v'_1 &= v'_2 = v'_3 = 0 \\
 i_1 &= i_2 = i_3 = 0 \\
 v_{Th_1} &= v_1 \\
 v_{Th_2} &= v_2 \\
 v_{Th_3} &= v_3
 \end{aligned}$$

L'ensemble de ces relations s'appelle \textcircled{e} et caractérise la topologie E.

III. 2. TRANSITION D'UNE TOPOLOGIE À L'AUTRE

A partir des 5 topologies définies précédemment et qui sont les seules possibles pour le montage, nous allons pouvoir étudier le fonctionnement sachant que, pour un angle ψ donné, celui-ci sera décrit sous la forme d'une succession de topologies.

III.2.1. Notion de test

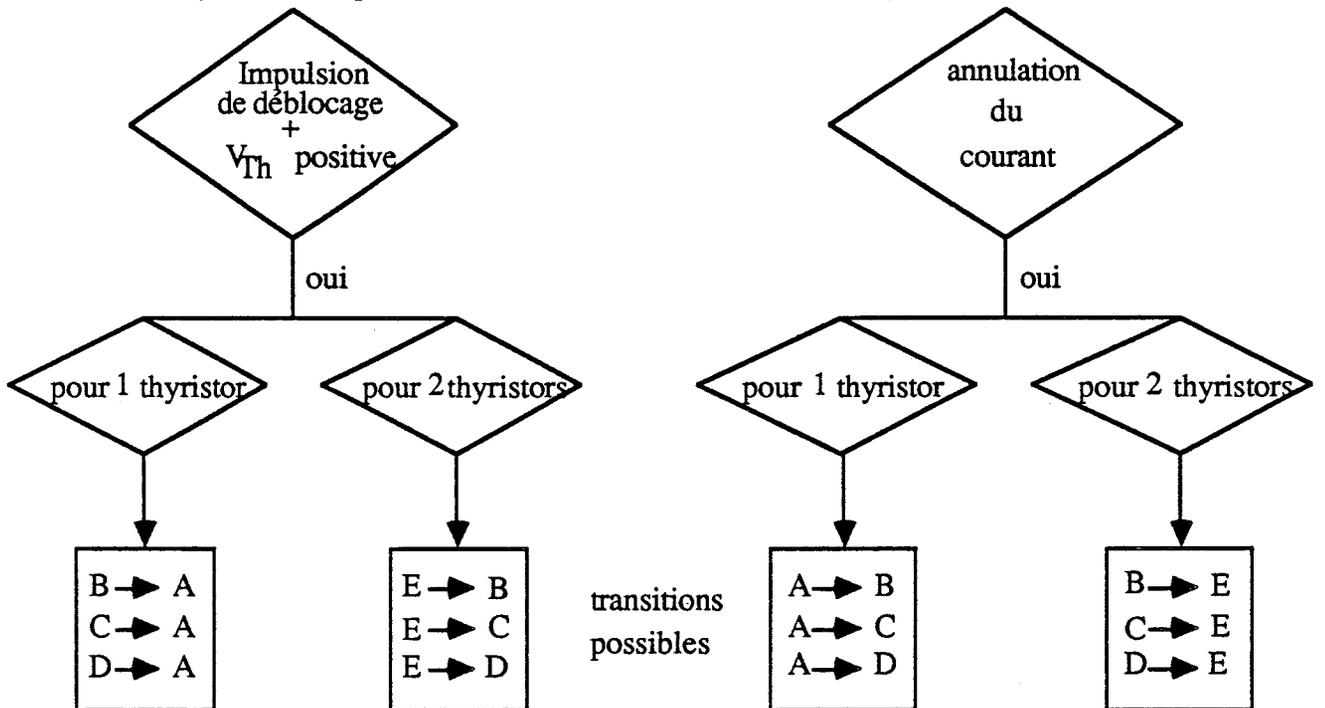
La transition d'une topologie à une autre sera provoquée par 2 types de phénomènes :

- soit par la mise en conduction d'un ou de 2 thyristors, elle-même imposée par la commande et la topologie précédente (v_{Th} est-elle positive ?),
- soit par le blocage d'un ou de 2 thyristors dû à l'annulation du courant qui le parcourt.

Ce passage fera l'objet de 2 tests :

• l'un sur les thyristors bloqués

• l'autre sur les thyristors conducteurs



III.2.2. Notion de mode de fonctionnement

Lorsque l'angle ψ croît de manière à diminuer la puissance transmise entre la source et le récepteur, il est possible que la nature, l'ordre et le nombre de topologies rencontrées sur la demi-période d'étude changent.

On rencontrera alors, suivant la valeur de ψ , différents modes de fonctionnement, chacun d'entre eux étant caractérisé par une succession précise de topologies.

Par exemple : si $\psi \in]-\theta_1, 0]$ topologies ACA 1^{er} mode
 puis si $\psi \in]0, \theta_1]$ topologies ABACA 2^{ème} mode

III.3. FONCTIONNEMENT LORSQUE $K \leq 1$

Il est toujours nécessaire de distinguer les 2 circonstances $K \leq 1$ et $K \geq 1$ car l'obtention du fonctionnement initial à pleine onde demande 2 stratégies de commande différentes.

Nous nous plaçons tout d'abord dans la circonstance $K \leq 1$ pour lequel le fonctionnement initial à pleine onde est obtenu avec $\psi = -\theta_1$ et nécessite l'envoi d'impulsions sous forme de train dont la longueur totale excède légèrement $\frac{\pi}{3}$.

A partir de ce fonctionnement, 7 modes se succèdent lorsque ψ varie de $-\theta_1$ à $\frac{5\pi}{6}$.

III.3.1. 1er mode

$$-\theta_1 < \psi \leq 0$$

Topologies ACA

Afin de décrire le fonctionnement nous allons donner la succession des topologies sur la demi-période $[\psi, \psi + \pi]$ et justifier les transitions de l'une à l'autre. Chaque topologie est caractérisée par les relations énoncées au paragraphe III.1.

- Pour $\theta \in \left[\psi, \frac{2\pi}{3} - \theta_1 \right]$, topologie A.

Supposons qu'en ψ , les thyristors Th_1 , Th_2 et Th_3 conduisent ensembles.

- En θ_1 , transitions instantanées $A \rightarrow D \rightarrow A$.

Compte-tenu des relations (a), le courant $i_1 = \frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{(2K+1)R}$ s'annule en devenant positif, le thyristor Th_1 se bloque.

Le montage est alors décrit par la topologie D.

Mais, au même instant, le thyristor Th_1 recevant une impulsion de déblocage issue d'un train de durée totale excédant $\frac{\pi}{3}$ et débuté en ψ alors que la tension à ses bornes

$v_{Th_1} = \frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{1+K}$ (relations (d)) s'annule et devient positive, se met à conduire.

La topologie du montage redevient A avec les thyristors Th_1 , Th_2 et Th_3 conducteurs.

- En $\theta_3 = \frac{\pi}{3}$, transitions instantanées $A \rightarrow B \rightarrow A$.

Compte-tenu des relations (a), le courant $i_3 = \frac{3}{2K+1} \cdot \frac{v_3}{R}$ s'annule en devenant négatif, le thyristor Th_3 se bloque.

Le montage est alors décrit par la topologie B.

Mais, au même instant, le thyristor Th_3 , recevant une impulsion de déblocage issue d'un train de durée totale excédant $\frac{\pi}{3}$ et débuté en $(\psi + \frac{\pi}{3})$ alors que la tension à ses bornes

$v_{Th_3} = -v_{Th_3} = -\frac{3}{2}v_3$ (relations (b)) est positive, se met à conduire.

La topologie du montage redevient A avec les thyristors Th_1 , Th_2 et Th_3 conducteurs.

- Pour $\theta = \theta_2 = \frac{2\pi}{3} - \theta_1$, transition $A \rightarrow C$.

Compte-tenu des relations (a), le courant $i_2 = \frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{(2K+1)R}$ s'annule en devenant positif, le thyristor Th_2 se bloque. Le montage est alors décrit par la topologie C.

- Pour $\theta \in]\frac{2\pi}{3} - \theta_1, \psi + \frac{2\pi}{3}[$, topologie C.

Les thyristors Th₁ et Th₃ conduisent ensemble.

- Pour $\theta = \psi + \frac{2\pi}{3}$, transition C \rightarrow A.

Le thyristor Th₂, recevant une impulsion de déblocage alors que la tension à ses bornes

$$v_{Th_2} = \frac{(1 - K)v_1 + (2 + K)v_2}{K + 1} \text{ (relations } \textcircled{C} \text{) est positive, se met à conduire.}$$

Le montage est alors décrit par la topologie A.

- Pour $\theta \in]\psi + \frac{2\pi}{3}, \psi + \pi]$, topologie A.

Les thyristors Th₁, Th₂ et Th₃ conduisent ensemble.

- Pour $\theta = \psi + \pi$, la topologie est A avec les thyristors Th₁, Th₂ et Th₃ conducteurs. Cette configuration est valable jusqu'en $\theta_1 + \pi$.

On retrouve donc en $\psi + \pi$ un fonctionnement analogue à celui rencontré une demi-période plus tôt.

La limite du mode se produit lorsque $\psi + \frac{\pi}{3}$ dépasse $\frac{\pi}{3}$ c'est-à-dire lorsque ψ devient positif avec l'apparition de la topologie B.

Cette description peut être synthétisée dans le tableau suivant où se présentent successivement :

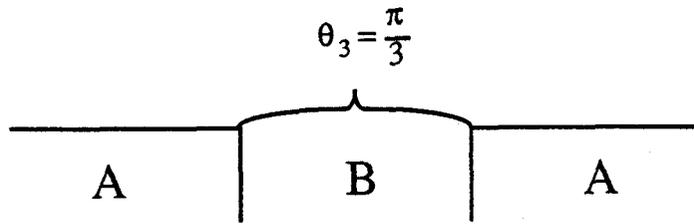
- l'angle θ
- le nom de la topologie rencontrée
- celui des thyristors conducteurs
- la nature du test validant la transition
- l'angle d'envoi des impulsions de déblocage
- l'expression de la grandeur testée et son évolution.

Le sigle "  en θ_t " signifient : train d'impulsions de longueur totale excédant $\frac{\pi}{3}$ et débutant en θ_t .

Le sigle "  " signifient : annulation de la grandeur testée alors qu'elle devient positive

Le sigle "  " signifient : annulation de la grandeur testée alors qu'elle devient négative

De plus lorsqu'une transition se décompose en 2 transitions instantanées successives, l'angle correspondant est agrandi par une accolade, par exemple :



Le tableau concernant le 1er mode est disposé sur la page suivante.

Afin d'éviter d'alourdir inutilement le texte, les autres modes de fonctionnement sont directement décrits à l'aide d'un tableau analogue à celui proposé pour le 1^{er} mode. En effet, celui-ci contient toutes les informations permettant la description du fonctionnement. Lorsqu'une partie de tableau est semblable d'un mode à un autre ($x^{\text{ième}}$ mode), elle sera mentionnée "IDEM $X^{\text{ième}}$ mode" et seule sera rappelée la succession des topologies dans cette zone.

$$\theta = \psi \quad \theta_1 \quad \theta_3 = \frac{\pi}{3} \quad \frac{2\pi}{3} - \theta_1 \quad \psi + \frac{2\pi}{3} \quad \psi + \pi$$

Topologie	A	D	A	B	A	C	A
thyristors conducteurs	Th' 1, Th' 2, Th3	Th' 2, Th3	Th1, Th' 2, Th3	Th1, Th' 2	Th1, Th' 2, Th' 3	Th1, Th' 3	Th1, Th2, Th' 3
Test	Th' 1 blocage?	Th1 amortage?	Th3 blocage?	Th' 3 amortage?	Th' 2 blocage?	Th2 amortage?	idem
en			ψ	$\frac{\pi}{\psi + 3}$	$\frac{2\pi}{\psi + 3}$		
grandeur testée et évolution	$i_1 = \frac{(2+K)v_1 + (1+K)v_2}{(2K+1)R}$ 	$i_3 = \frac{3v_3}{(2K+1)R}$ 	$i_2 = \frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{(2K+1)R}$ 	$i_3 = \frac{v_{Th'3}}{-3v_3}$ 	$i_2 = \frac{v_{Th2}}{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}$ 	$\frac{v_{Th2}}{1+K} > 0$	

III.3.2. 2ème mode $0 < \psi \leq \theta_1$ Topologies ABACA.

$$\theta = \quad \psi \quad \theta_3 = \frac{\pi}{3} \quad \psi + \frac{\pi}{3} \quad \frac{2\pi}{3} - \theta_1 \quad \psi + \pi$$

Topologie	A	B	A	CA
thyristors conducteurs	Th ₁ , Th' ₂ , Th ₃	Th ₁ , Th' ₂	Th ₁ , Th' ₂ , Th' ₃	
Test		Th ₃ blocage?	Th' ₃ amorçage?	I D E M 1 ^{er} mode
en			$\psi + \frac{\pi}{3}$	
grandeur testée et évolution		$i_3 = \frac{3v_3}{(2K+1)R}$ 	$v_{Th'_3} = -\frac{3v_3}{2} > 0$	

III.3.3. 3ème mode $\theta_1 < \psi \leq \frac{\pi}{3} - \theta_1$ Topologies ABACAD.

Comme ψ est maintenant supérieur à θ_1 , l'amorçage du thyristor Th₁ se produira ($\psi - \theta_1$) après le blocage du thyristor Th'₁.

$$\theta = \quad \psi \quad \theta_1 + \pi \quad \psi + \pi$$

Topologie	ABACA	D	A
thyristors conducteurs	I D E M 2 ^{ème} mode	Th ₂ , Th' ₃	Th' ₁ , Th ₂ , Th' ₃
Test		Th ₁ blocage?	Th' ₁ amorçage?
en			$\psi + \pi$
grandeur testée et évolution		$i_1 = \frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{(2K+1)R}$ 	$v_{Th'_1} = \frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{1+K} > 0$

III.3.4. 4ème mode

$$\frac{\pi}{3} - \theta_1 < \psi \leq \frac{\pi}{3}$$

Topologies ABCAD.

$$\theta = \quad \psi \quad \quad \quad \psi + \frac{\pi}{3} \quad \quad \quad \psi + \frac{2\pi}{3} \quad \quad \quad \psi + \pi$$

Topologie	AB	A		C	AD
thyristors conducteurs	IDEM	Th ₁ , Th' ₂ , Th' ₃		Th ₁ , Th' ₃	IDEM
Test	3 ^{ème} mode	Th' ₃ amorçage?		Th' ₂ blocage?	3 ^{ème} mode
en		$\psi + \frac{\pi}{3}$			
grandeur testée et évolution		$v_{Th'_3} = \frac{3v_3}{2} > 0$		$i_2 = \frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{(2K+1)R} > 0$	

III.3.5. 5ème mode

$$\frac{\pi}{3} < \psi \leq \theta_1 + \frac{\pi}{3}$$

Topologies BCAD.

$$\theta = \quad \psi \quad \quad \quad \psi + \pi$$

Topologie	BCAD	A		B
thyristors conducteurs	IDEM	Th' ₁ , Th ₂ , Th' ₃		Th' ₁ , Th ₂
Test	4 ^{ème} mode	Th' ₁ amorçage?		Th' ₃ blocage?
en		$\psi + \pi$		
grandeur testée et évolution		$v_{Th'_1} = \frac{2+K}{2K+1} v_1 + \frac{1-K}{2K+1} v_2 > 0$		$i_3 = \frac{3v_3}{(2K+1)R} > 0$

III.3.6. 6ème mode

$$\theta_1 + \frac{\pi}{3} < \psi \leq \frac{\pi}{2}$$

Topologies BCD.

$\theta =$	ψ	$\psi + \frac{2\pi}{3}$		$\psi + \pi$	
Topologie	BC	A		D	
thyristors conducteurs	I D E M	Th ₁ , Th ₂ , Th' ₃		I D E M	
Test	5 ^{ème} mode	Th ₂ amorçage?		Th ₁ blocage?	
en		$\psi + \frac{2\pi}{3}$			
grandeur testée et évolution		$v_{Th_2} = \frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{1+K} > 0$		$i_1 = \frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{(2K+1)R} < 0$	

III.3.7 7ème mode

$$\frac{\pi}{2} < \psi \leq \frac{5\pi}{6}$$

Topologies BECEDE.

Le tableau concernant le 7ème mode est disposé sur la page suivante.

Au vu de ces résultats, nous voyons que lorsque ψ dépasse $\frac{5\pi}{6}$, seule la topologie E reste présente. Cela correspond à la fin du réglage. Pour ψ supérieur à $\frac{5\pi}{6}$, la puissance consommée par le récepteur est nulle.

$$\theta = \psi \quad \frac{5\pi}{6} \quad \psi + \frac{\pi}{3} \quad \frac{7\pi}{6} \quad \psi + \frac{2\pi}{3} \quad \frac{3\pi}{2} \quad \psi + \pi$$

Topologie	B	C	D	E	B
thyristors conducteurs	Th ₁ , Th ₂	Th ₃ , Th ₁	Th ₂ , Th ₃	0	Th ₁ , Th ₂
Test	blocage?	blocage?	blocage?	blocage?	amorage?
IIII en		$\frac{\pi}{3}$ (Th ₃) ψ (Th ₁)	$\frac{2\pi}{3}$ (Th ₂) $\frac{\pi}{3}$ (Th ₃)	$\frac{\psi + \pi}{3}$ (Th ₁) $\frac{2\pi}{3}$ (Th ₂)	
grandeur testée et évolution	$i_2 = \frac{v_2 - v_1}{2R}$ 	$i_1 = \frac{v_1 - v_3}{(K+1)R}$ 	$i_3 = \frac{v_3 - v_2}{(K+1)R}$ 	$v_{Th_1} = -v_1 > 0$ $v_{Th_2} = v_2 > 0$ $v_{Th_3} = -v_3 > 0$	$v_{Th_1} = -v_1 > 0$ $v_{Th_2} = v_2 > 0$

III.3.8. Conclusion

Pour donner une idée plus précise de la conduction des différents thyristors, il est intéressant de définir les angles ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 de début de conduction des thyristors Th_1 , Th_2 et Th_3 . Ceux-ci sont représentés sur la figure n° 11 ci-dessous pour $K = 0,5$ lorsque ψ varie de $-\theta_1$ à $\frac{5\pi}{6}$

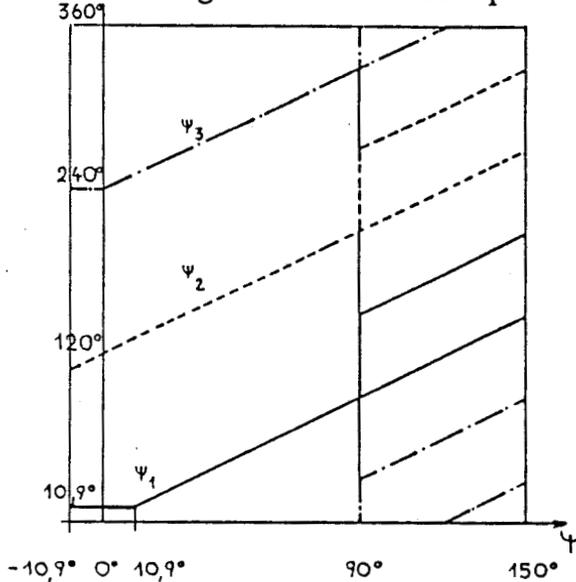


Figure n° 11 : $K = 0.5$

On distingue 3 zones de fonctionnement :

- une 1^{ère} zone où les angles de début de conduction ψ_1 et ψ_3 sont respectivement différents de ψ et $\psi + \frac{4\pi}{3}$ donc à ce qu'ils seraient si la charge était équilibrée, ce qui nécessite un déclenchement sous forme de train d'impulsions dont la durée totale excède $\frac{\pi}{3}$.

Cette 1^{ère} zone se situe pour $\psi \in \left[-\theta_1, \theta_1\right]$.

- une 2^{ème} zone où les mises en conduction sont semblables au fonctionnement sur charge équilibrée, ψ variant de θ_1 à $\frac{\pi}{2}$.

- une 3^{ème} zone est obtenue pour $\psi \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right]$ à l'intérieur de laquelle apparaît la

nécessité d'une impulsion décalée de $\frac{\pi}{3}$ par rapport à l'impulsion normale.

En définitive, la mise en œuvre d'une stratégie de commande équilibrée sur un récepteur déséquilibré demande quelques aménagements du dispositif de commande.

- Celui-ci doit délivrer des impulsions à partir de $-\frac{\pi}{6}$ jusqu'à $\frac{5\pi}{6}$ afin de garantir un fonctionnement initial à pleine onde quel que soit le coefficient de déséquilibre K du récepteur.
- Il doit en outre délivrer des trains d'impulsions de largeur totale excédant légèrement $\frac{\pi}{3}$ afin de garantir un fonctionnement correct dans les 1^{ère} et 3^{ème} zones.

Compte-tenu de ces modifications, il est possible d'obtenir un réglage continu de la puissance de son maximum à 0 quel que soit le déséquilibre de la charge (K quelconque).

Pour juger de l'intérêt de la commande symétrique avec un récepteur déséquilibré, il est indispensable de mener une étude quantitative. De l'analyse du fonctionnement, on peut déduire les formes d'onde (§IV) et les caractéristiques (§V).

III.4. FONCTIONNEMENT LORSQUE $K \geq 1$

Le fonctionnement à pleine onde est obtenu avec $\psi = \theta_1$ ($\theta_1 \in]-\frac{\pi}{6}, 0[$ cf. paragraphe II.4.2) et nécessite l'envoi d'impulsions de déblocage sous forme de train dont la largeur totale excède légèrement $\frac{\pi}{3}$.

Comme lorsque K est inférieur à 1, à partir de ce fonctionnement 7 modes se succèdent, ψ variant de θ_1 à $\frac{5\pi}{6}$, ce qui permet de faire évoluer la puissance transmise entre source et récepteur de son maximum ($\psi = \theta_1$) à 0 ($\psi = \frac{5\pi}{6}$).

Comme précédemment l'analyse du fonctionnement sera décrite sous forme de tableaux.

III.4.1. 1er mode $\theta_1 < \psi \leq 0$ Topologies AD.

Le tableau concernant le 1^{er} mode est disposé sur la page suivante.

	$\theta_3 = \frac{\pi}{3}$			$\frac{2\pi}{3} - \theta_1$			$\pi + \theta_1$			$\psi + \pi$
Topologie	A	B	A	C	A	D	A	D	A	
thyristors conducteurs	Th ₁ , Th' ₂ , Th ₃	Th ₁ , Th' ₂	Th ₁ , Th' ₂ , Th' ₃	Th ₁ , Th' ₃	Th ₁ , Th ₂ , Th' ₃	Th ₂ , Th' ₃	Th' ₁ , Th ₂ , Th' ₃	Th ₁ , Th ₂ , Th' ₃	Th' ₁ , Th ₂ , Th' ₃	A
Test	Th ₃ blocage?	Th' ₃ amorage?	Th' ₃ amorage?	Th' ₂ blocage?	Th' ₂ amorage?	Th ₁ blocage?	Th ₁ amorage?	Th ₁ amorage?	Th ₁ amorage?	
en		$\psi + \frac{\pi}{3}$	$\psi + \frac{\pi}{3}$	$\psi + \frac{2\pi}{3}$	$\psi + \frac{2\pi}{3}$		$\psi + \pi$	$\psi + \pi$		
grandeur testée et évolution	$i_3 = \frac{3v_3}{[2K+1]R}$	$\frac{v_{Th'_3}}{3v_3} - \frac{\pi}{2}$	$i_2 = \frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{[2K+1]R}$	$\frac{v_{Th'_2}}{(1-K)v_1 + (2+K)v_2} \cdot \frac{1}{1+K}$	$i_1 = \frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{[2K+1]R}$	$\frac{v_{Th'_1}}{(2+K)v_1 + (1-K)v_2} \cdot \frac{1}{1+K}$	$\frac{v_{Th'_1}}{(2+K)v_1 + (1-K)v_2} \cdot \frac{1}{1+K} > 0$			

III.4.2.

2ème mode

$$0 < \psi \leq -\theta_1$$

Topologies ABAD.

$$\theta = \psi \quad \frac{\pi}{3} \quad \psi + \frac{\pi}{3} \quad \frac{2\pi}{3} - \theta_1 \quad \psi + \pi$$

Topologie	A	B	A	AD
thyristors conducteurs	Th ₁ , Th' ₂ , Th ₃	Th ₁ , Th' ₂	Th ₁ , Th' ₂ , Th' ₃	I D E M 1 ^{er} mode
Test	Th ₃ blocage?		Th' ₃ amorçage?	
en			$\psi + \frac{\pi}{3}$	
grandeur testée et évolution		$i_3 = \frac{3v_3}{(2K+1)R}$ 	$v_{Th'_3} = -\frac{3v_3}{2}$ > 0	

III.4.3.

3ème mode

$$-\theta_1 < \psi \leq \frac{\pi}{3} + \theta_1$$

Topologies ABACAD.

$$\theta = \psi \quad \frac{2\pi}{3} - \theta_1 \quad \psi + \frac{2\pi}{3} \quad \pi + \theta_1 \quad \psi + \pi$$

Topologie	ABA	C	A	D
thyristors conducteurs	I D E M	Th ₁ , Th' ₃	Th ₁ , Th ₂ , Th' ₃	I D E M 2 ^{ème} mode
Test	2 ^{ème} mode	Th' ₂ blocage?	Th ₂ amorçage?	
en			$\psi + \frac{2\pi}{3}$	
grandeur testée et évolution		$i_2 = \frac{1 - K}{1 - K} v_1 + \frac{2 + K}{2 + K} v_2$ $(2K+1)R$ 	$v_{Th_2} = \frac{(1 - K)v_1 + (2 + K)v_2}{1 + K}$ > 0	

III.4.4. 4ème mode

$$\frac{\pi}{3} + \theta_1 < \psi \leq \frac{\pi}{3}$$

Topologies ABACD.

$\theta = \psi \qquad \qquad \qquad \psi + \frac{2\pi}{3} \qquad \qquad \qquad \psi + \pi$

Topologie	ABAC	A	D
thyristors conducteurs	IDEM	Th ₁ , Th ₂ , Th' ₃	IDEM
Test	3 ^{ème} mode	Th ₂ amorçage?	Th ₁ blocage?
en		$\psi + \frac{2\pi}{3}$	
grandeur testée et évolution		$v_{Th_2} = \frac{1-K}{1+K} v_1 + \frac{2+K}{1+K} v_2 > 0$	$i_1 = \frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{(2K+1)R} < 0$

III.4.5. 5ème mode

$$\frac{\pi}{3} < \psi \leq \frac{\pi}{3} - \theta_1$$

Topologies BACD.

$\theta = \psi \qquad \qquad \qquad \psi + \pi$

Topologie	BACD	A	B
thyristors conducteurs	IDEM	Th' ₁ , Th ₂ , Th' ₃	Th' ₁ , Th ₂
Test	4 ^{ème} mode	Th' ₁ amorçage?	Th' ₃ blocage?
en		$\psi + \pi$	
grandeur testée et évolution		$v_{Th'_1} = \frac{2+K}{1+K} v_1 + \frac{1-K}{1+K} v_2 > 0$	$i_3 = \frac{3v_3}{(2K+1)R} > 0$

III.4.6. 6ème mode

$$\frac{\pi}{3} - \theta_1 < \psi \leq \frac{\pi}{2}$$

Topologies BCD.

	$\theta = \psi$		$\psi + \frac{\pi}{3}$		$\psi + \pi$
Topologie	B	A		CD	
thyristors conducteurs	I D E M		Th ₁ , Th' ₂ , Th' ₃	I D E M	
Test	5ème		Th' ₃ amorçage?	Th' ₂ blocage?	5ème
en	mode		$\psi + \frac{\pi}{3}$		mode
grandeur testée et évolution	v _{Th'3} = $\frac{3v_3}{2}$ > 0		i ₂ = $\frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{(2K+1)R}$ > 0		

III.4.7 7ème mode

$$\frac{\pi}{2} < \psi \leq \frac{5\pi}{6}$$

Topologies BECEDE.

Ce mode est identique au 7ème mode lorsque $K \leq 1$ décrit au paragraphe III.3.7. Pour ψ supérieur à $\frac{5\pi}{6}$, la puissance consommée par le récepteur est nulle, cela correspond à la fin du réglage.

III.4.8. Conclusion

Pour donner une idée plus précise de la conduction des différents thyristors, il est intéressant de définir les angles ψ_1, ψ_2, ψ_3 de début de conduction des thyristors Th₁, Th₂ et Th₃. Ceux-ci sont représentés sur la figure n° 12 ci-dessous pour $K = 2$ lorsque ψ varie de θ_1 à $\frac{5\pi}{6}$.

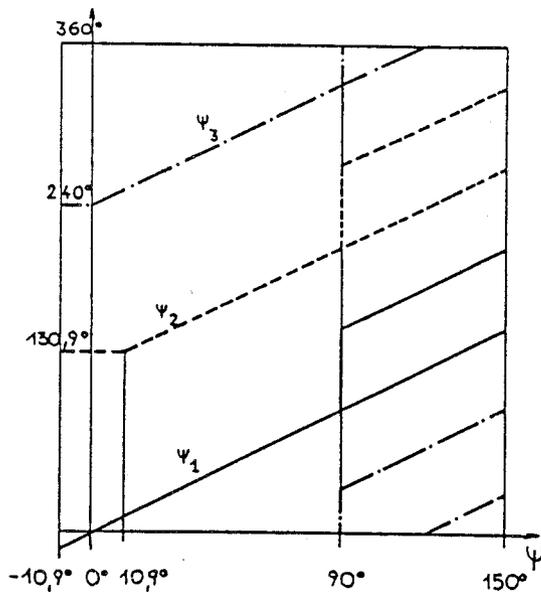


Figure n° 12 : $K = 2$

On distingue 3 zones de fonctionnement :

- une 1^{ère} zone pour $\psi \in \left[\theta_1, -\theta_1 \right]$: déclenchement par train d'impulsions de longueur excédant $\frac{\pi}{3}$;

- une 2^{ème} zone pour $\psi \in \left[-\theta_1, \frac{\pi}{2} \right]$: déclenchement normal ;

- une 3^{ème} zone pour $\psi \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6} \right]$: déclenchement avec impulsion supplémentaire décalée de $\frac{\pi}{3}$.

La conclusion de l'étude est semblable à celle énoncée au paragraphe III.3.8 lorsque $K \leq 1$.

L'étude quantitative est menée dans les paragraphes IV et V.

IV. FORMES D'ONDE

L'analyse du fonctionnement a donné les expressions analytiques des différentes grandeurs électriques relatives au montage.

En effet pour chaque fonctionnement possible défini par le coefficient K et l'angle ψ , la topologie est connue à tout instant et à partir de cette topologie les grandeurs v'_j , i_j et V_{Th_j} ($j =$

1, 2, 3) afférentes au montage avec les relations (a) (topologie A), (b) (topologie B),

(c) (topologie C), (d) (topologie D) et (e) (topologie E).

En utilisant un ordinateur et un programme où sont implantées les différentes relations qui caractérisent chaque type de fonctionnement, on construit, pour un coefficient de déséquilibre K donné, les formes d'ondes des grandeurs électriques pour un angle de retard à l'amorçage ψ choisi entre son minimum et son maximum.

L'organigramme du programme est présenté au paragraphe IV.1. et le tracé des formes d'onde au paragraphe IV.2.

Ces tracés obtenus par simulation, donc par réflexion, sont confortés par une vérification expérimentale dont les résultats sont présentés au paragraphe IV.3.

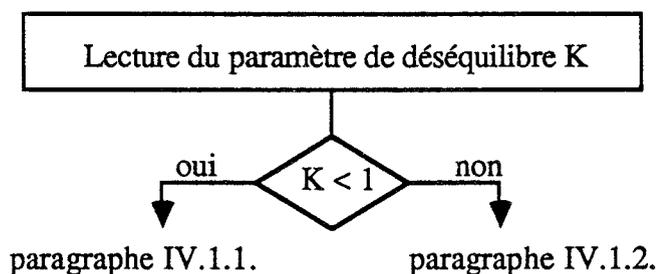
IV.1. OBTENTION DES FORMES D'ONDE

Toutes les relations permettant la description du fonctionnement du montage sont tout d'abord introduites dans le ordinateur.

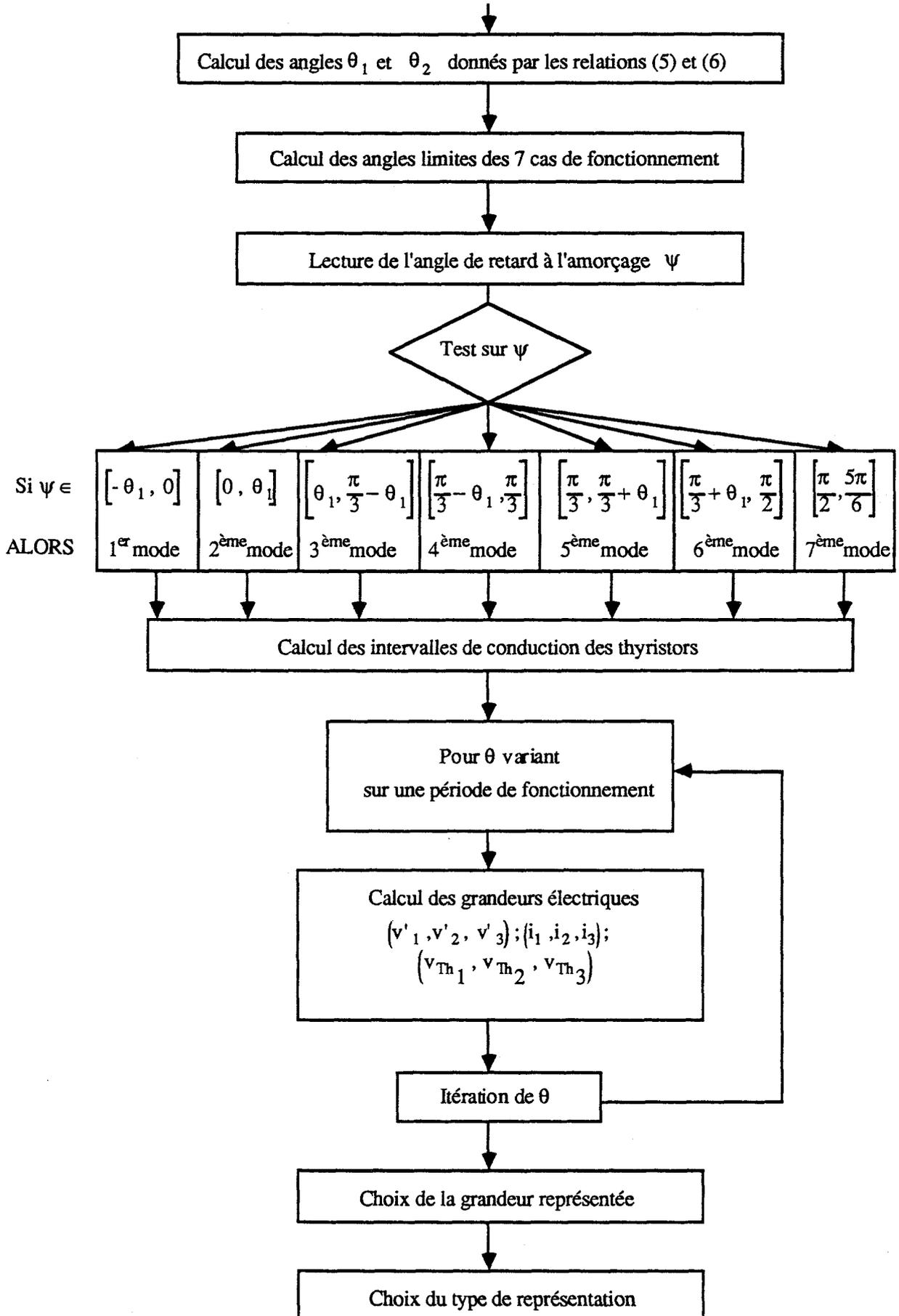
Ensuite la lecture du coefficient de déséquilibre K permet le calcul des angles θ_1 et θ_2 d'annulation des tensions v'_1 et v'_2 aux bornes des 2 phases également chargées.

A partir de là et pour un angle de retard à l'amorçage ψ donné, le calcul des angles de début (ψ_1 , ψ_2 et ψ_3 pour Th_1 , Th_2 et Th_3) et de fin de conduction des thyristors est opéré permettant alors la définition des grandeurs électriques du montage en fonction des grandeurs électriques d'entrée qui, elles, sont connues.

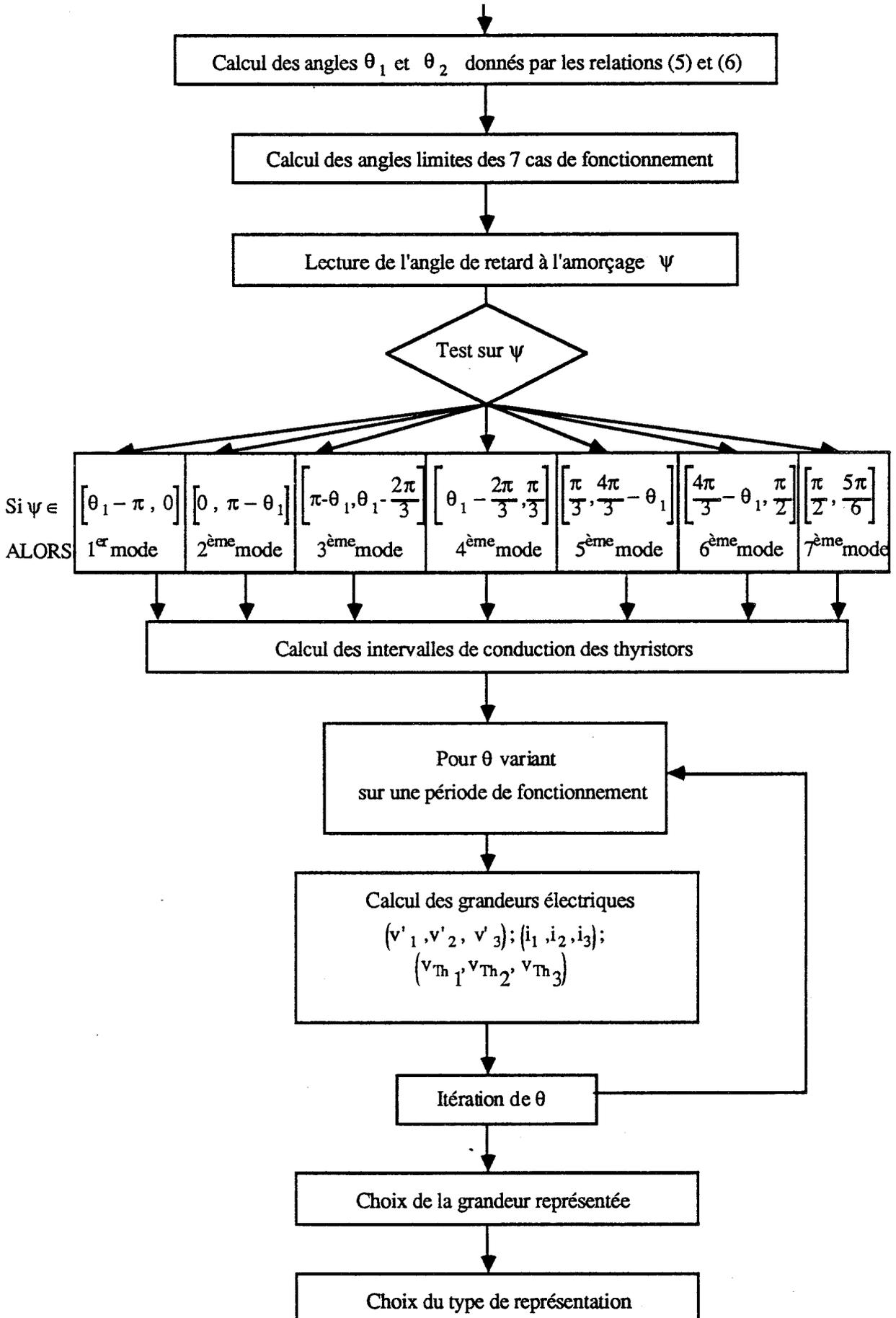
Les organigrammes relatifs à cette démarche sont donnés ci-dessous.



IV.1.1. Circonstance $K < 1$



IV.1.2. *Circonstance $K \geq 1$*



IV.2. TRACE DES FORMES D'ONDE

On a déjà représenté les angles θ_1 et θ_2 d'annulation des tensions v'_{1-} et v'_2 sur la figure 4.

Les courbes donnant les angles de début de conduction des thyristors Th_1 , Th_2 et Th_3 ont déjà été tracées en fonction de ψ sur les figures 11 et 12 dans les cas particuliers $K = 0,5$ et $K = 2$.

On donne par la suite sous forme de planches les formes d'onde des grandeurs électriques de sortie en distinguant les 2 circonstances $K < 1$ (IV.2.1.) et $K \geq 1$ (IV.2.2.).

IV.2.1. Circonstance $K < 1$

Les formes d'onde des courants (i_1, i_2, i_3) et celles des tensions ($v_{Th_1}, v_{Th_2}, v_{Th_3}$) sont données pour les angles ψ choisis dans chacun des 7 modes de fonctionnement pour K égal à 0,1.

Avec chaque forme d'onde, on indique le mode de fonctionnement, la succession des topologies rencontrées ainsi que le diagramme de conduction des thyristors. Celles-ci sont regroupées sur les planches 1 à 8.

IV.2.2. Circonstance $K \geq 1$

Les représentations sont les mêmes qu'au paragraphe précédent, le coefficient de déséquilibre K valant maintenant 10.

Les formes d'onde sont consignées sur les planches 9 à 16.

IV.3. FORMES D'ONDE OBTENUES A PARTIR D'ESSAIS REELS

Pour le cas particulier $K = 0,1$, nous visualisons les courants (i_1, i_2, i_3) à l'aide d'un oscilloscope à mémoire numérique. Les courbes présentées sont celles directement recopiées sur une table traçante numérique.

Les planches 17 à 22 donnent les formes d'onde pour des angles d'amorçage ψ° égaux successivement à $-25^\circ, 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$.

A représente le courant i_1 , B le courant i_2 et C le courant i_3 .

La cohérence entre les relevés expérimentaux et les résultats de la simulation montre la validité de l'analyse du fonctionnement.

On peut donc utiliser les expressions analytiques précédentes pour calculer les caractéristiques et effectuer l'étude quantitative du montage.

V. CARACTERISTIQUES

L'étude quantitative des tensions aux bornes des thyristors, v_{Th_1} , v_{Th_2} et v_{Th_3} permet la détermination du calibre tension des thyristors en calculant les valeurs maximales de ces tensions. C'est l'objet du paragraphe V.1.

L'étude quantitative des 3 courants en ligne i_1 , i_2 et i_3 permet :

- de compléter le dimensionnement des thyristors en calculant les valeurs efficaces I_1 , I_2 , I_3 ,
- d'évaluer le déséquilibre en calculant le rapport I_3/I_1 ,
- de rendre compte de l'altération des formes d'onde vis-à-vis de la sinusoïde en calculant les valeurs efficaces des harmoniques,
- de caractériser plus finement le déséquilibre en calculant les composantes symétriques du système triphasé des 3 fondamentaux.

C'est l'objet des paragraphes V.2 et V.3.

L'étude des puissances transmises entre source et récepteur complète cette étude des grandeurs relatives au montage. C'est l'objet du paragraphe V.4.

V.1. VALEURS MAXIMALES DES TENSIONS AUX BORNES DES THYRISTORS

Pour déterminer le calibre tension des thyristors, il faut connaître les valeurs extrêmes de la tension à leurs bornes pour tous les fonctionnements possibles depuis la marche à pleine onde jusqu'à l'annulation de la puissance.

Afin d'obtenir un dimensionnement unique des thyristors quelle que soit la charge,

nous calculons

$$v_{Th_{max}} = \max \left(\left| v_{ThK_{dérivé}} \right| \right)$$

Les expressions des tensions aux bornes des thyristors sont données à partir de la topologie du montage et des relations liées à cette topologie, le fonctionnement lorsque ψ varie n'est ensuite qu'une succession de ces topologies prédéfinies.

A partir des tensions obtenues lors de chaque topologie, nous déterminons la tension maximale qu'un thyristor est susceptible de supporter.

Topologie A

Les relations (a) donnent $v_{Th_j} = 0$ pour $j = 1, 2, 3$, $\forall K \in \mathcal{R}^+$.

Topologie B

Les relations (b) donnent $v_{Th_3} = \frac{3}{2} v_3$, $\forall K \in \mathfrak{R}^+$, les 2 autres tensions v_{Th_1} et v_{Th_2} étant nulles.

Topologie C

Les relations (c) donnent $v_{Th_2} = \frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{1+K}$, $\forall K \in \mathfrak{R}^+$, les 2 autres tensions v_{Th_1} et v_{Th_3} étant nulles.

Topologie D

Les relations (d) donnent $v_{Th_1} = \frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{1+K}$, $\forall K \in \mathfrak{R}^+$, les 2 autres tensions v_{Th_2} et v_{Th_3} étant nulles.

Topologie E

Les relations (e) donnent $v_{Th_j} = v_j$ pour $j = 1, 2, 3$, $\forall K \in \mathfrak{R}^+$.

Par conséquent, pour les topologies A, B et E les maxima sont immédiatement connus parce qu'indépendants de la valeur de K.

Pour la topologie D, $v_{Th_1}(\theta)$ passe par un extremum pour $\theta_0 \in [0, \pi[$ tel que $\frac{d v_{Th_1}(\theta_0)}{d\theta} = 0$

d'où la relation

$$\cos \theta_0 = \sin \theta_0 \frac{K-1}{\sqrt{3(K+1)}} \quad (8)$$

Alors

$$\begin{aligned} v_{Th_1}(\theta_0) &= \frac{V\sqrt{2}}{1+K} \cdot \frac{(2+K)\sin\theta_0 + (1-K)\sin\left(\theta_0 - \frac{2\pi}{3}\right)}{1+K} \\ &= V\sqrt{2} \cdot \sin\theta_0 \left[\frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{K-1}{K+1} \right)^2 \right] \\ &= V\sqrt{2} \cdot \sin\theta_0 \cdot G(K) \quad \text{avec} \quad G(K) = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{K-1}{K+1} \right)^2 \end{aligned}$$

Afin de connaître plus précisément $v_{Th_1}(\theta_0)$, il faut déterminer les valeurs de K pour lesquelles la tension $v_{Th_1}(\theta_0)$ passe par un extremum en effectuant le calcul de

$$\frac{d\left(\frac{v_{Th_1}(\theta_0)}{V\sqrt{2}}\right)}{dK} = \frac{d(\sin\theta_0)}{dK} \cdot G(K) + \sin\theta_0 \cdot \frac{dG(K)}{dK}.$$

A partir de la relation (8), il vient $\frac{-1}{\sin^2\theta_0} \cdot \frac{d\theta_0}{dK} = \frac{2}{\sqrt{3}(K+1)^2}$

$$\text{d'où} \quad \frac{d\sin\theta_0}{dK} = \cos\theta_0 \cdot \frac{d\theta_0}{dK} = \frac{-2(K-1)}{3(K+1)^3} \cdot \sin^3\theta_0.$$

$$\text{Par ailleurs} \quad \frac{dG(K)}{dK} = 2 \frac{K-1}{(K+1)^3},$$

$$\begin{aligned} \text{d'où finalement} \quad \frac{d\left(\frac{v_{Th_1}(\theta_0)}{V\sqrt{2}}\right)}{dK} &= \frac{K-1}{(K+1)^3} \cdot \sin\theta_0 \left[2 - \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{K-1}{K+1} \right)^2 \right] \sin^2\theta_0 \right] \\ &= \frac{K-1}{(K+1)^3} \cdot \sin\theta_0 \cdot H(K). \end{aligned}$$

$$\text{Or} \quad H(K) = 2 - \left[1 + \frac{1}{3} \left(\frac{K-1}{K+1} \right)^2 \right] \cdot \sin^2\theta_0 > \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad \sin\theta_0 > 0.$$

$$\text{Donc} \quad \frac{d\left(\frac{v_{Th_1}(\theta_0)}{V\sqrt{2}}\right)}{dK} \text{ a le même signe que } (K-1).$$

D'où le tableau de variation :

K	0	1	$+\infty$
$\frac{dv_{Th_1}(\theta_0)}{dK}$	-	0	+
$v_{Th_1}(\theta_0)$	$(v_1 - v_3)(\theta_0)$		$(v_2 - v_3)(\theta_0)$

\swarrow $\frac{3}{2}v_1(\theta_0)$ \searrow

et la conclusion :

$$v_{Th_{max}} = V\sqrt{6}$$

Cette relation est aussi valable pour la topologie C, le calcul correspondant étant analogue à celui présenté ci-dessus.

En définitive, les extrema de v_{Th} peuvent être présentés sous la forme suivante :

Topologie	A	B	C	D	E
$v_{Th_{max}}$	0	$\frac{3}{\sqrt{2}}V$	$V\sqrt{6}$	$V\sqrt{6}$	$V\sqrt{2}$

Il faut donc, pour assurer un dimensionnement correct des thyristors, qu'ils soient aptes à bloquer une tension

$$v_{Th_{max}} = V\sqrt{6}$$

V.2. VALEURS EFFICACES I_1, I_2, I_3 DES TROIS COURANTS EN LIGNE ET VALEURS EFFICACES ET PHASES DES HARMONIQUES DE CES COURANTS

V.2.1. Définitions

Compte-tenu des symétries des formes d'onde, toutes les valeurs efficaces sont calculées sur la demi-période $[\psi, \psi + \pi]$.

Celle du courant dans la ligne $n^\circ j$ ($j = 1, 2, 3$) vaut

$$I_j = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_j^2 d\theta}$$

(9)

Celle de l'harmonique de rang $k = 2l + 1$ du courant dans la ligne $n^\circ j$ vaut $I_{jk} = [X_j]_{k=2l+1}$

$$\text{avec } X_j = \sqrt{Y_j^2 + Z_j^2}, \quad Y_j = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_j \sin(2l+1)\theta d\theta$$

$$\text{et } Z_j = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_j \cos(2l+1)\theta d\theta$$

en désignant par ψ_j la phase de cet harmonique : $\text{tg } \psi_j = \frac{Z_j}{Y_j}$.

(10)

Les autres termes du développement en série de Fourier sont nuls.

Afin d'alléger la présentation des calculs des I_j , Y_j et Z_j , il est intéressant d'effectuer à priori le calcul des intégrales indéfinies suivantes pour chacune des topologies.

$$\text{Pour } j = 1, 2, 3 : \int i_j^2 d\theta, \quad \int i_j \sin(2l+1)\theta d\theta \quad \text{et} \quad \int i_j \cos(2l+1)\theta d\theta$$

Le calcul des intégrales $\int v_j^2 d\theta$, $\int v_1 v_2 d\theta$, $\int v_1 v_3 d\theta$, $\int v_2 v_3 d\theta$,
 $\int v_j \sin(2l+1)\theta d\theta$, $\int v_j \cos(2l+1)\theta d\theta$

est reporté en annexe à la fin du chapitre .

V.2.2. Topologie A

Les courants i_j sont définis par les relations (a) .

$$\begin{aligned} \text{Soient } A_1(\theta) &= \int i_1^2 d\theta = \int \left[\frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{(1+2K)R} \right]^2 d\theta \\ &= \left[\frac{2+K}{(1+2K)R} \right]^2 \int v_1^2 d\theta + \left[\frac{1-K}{(1+2K)R} \right]^2 \int v_2^2 d\theta + 2 \frac{(2+K)(1-K)}{(1+2K)^2 R^2} \int v_1 v_2 d\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2(\theta) &= \int i_2^2 d\theta = \int \left[\frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{(1+2K)R} \right]^2 d\theta \\ &= \left[\frac{1-K}{(1+2K)R} \right]^2 \int v_1^2 d\theta + \left[\frac{2+K}{(1+2K)R} \right]^2 \int v_2^2 d\theta + 2 \frac{(1-K)(2+K)}{(1+2K)^2 R^2} \int v_1 v_2 d\theta \end{aligned}$$

$$A_3(\theta) = \int i_3^2 d\theta = \frac{9}{(1+2K)^2 R^2} \int v_3^2 d\theta$$

$$\begin{aligned} A_1'(\theta) &= \int i_1 \sin(2l+1)\theta d\theta = \int \left[\frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{(1+2K)R} \right] \sin(2l+1)\theta d\theta \\ &= \frac{2+K}{(1+2K)R} \int v_1 \sin(2l+1)\theta d\theta + \frac{1-K}{(1+2K)R} \int v_2 \sin(2l+1)\theta d\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_2'(\theta) &= \int i_2 \sin(2l+1)\theta d\theta = \int \left[\frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{(1+2K)R} \right] \sin(2l+1)\theta d\theta \\ &= \frac{2+K}{(1+2K)R} \int v_1 \sin(2l+1)\theta d\theta + \frac{1-K}{(1+2K)R} \int v_2 \sin(2l+1)\theta d\theta \end{aligned}$$

$$A_3'(\theta) = \int i_3 \sin (2l + 1) \theta \, d\theta = \frac{3}{(1 + 2K)R} \int v_3 \sin (2l + 1) \theta \, d\theta$$

et $A_j''(\theta)$ obtenus pour $j = 1, 2, 3$ en remplaçant \sin par \cos dans les expressions des $A_j'(\theta)$.

V.2.3. Topologie B

Les courants i_j sont définis par les relations (b).

$$\text{Soient } B_1(\theta) = \int i_1^2 d\theta = \int \left[\frac{v_1 - v_2}{2R} \right]^2 d\theta = \frac{1}{4R^2} \int v_1^2 d\theta + \frac{1}{4R^2} \int v_2^2 d\theta - \frac{1}{2R^2} \int v_1 v_2 d\theta$$

$$B_2(\theta) = \int i_2^2 d\theta = B_1(\theta)$$

$$B_3(\theta) = \int i_3^2 d\theta = 0$$

$$\begin{aligned} B_1'(\theta) &= \int i_1 \sin (2l + 1) \theta \, d\theta = \int \frac{v_1 - v_2}{2R} \sin (2l + 1) \theta \, d\theta \\ &= \frac{1}{2R} \int v_1 \sin (2l + 1) \theta \, d\theta - \frac{1}{2R} \int v_2 \sin (2l + 1) \theta \, d\theta \end{aligned}$$

$$B_2'(\theta) = \int i_2 \sin (2l + 1) \theta \, d\theta = -B_1'(\theta)$$

$$B_3'(\theta) = \int i_3 \sin (2l + 1) \theta \, d\theta = 0$$

et $B_j''(\theta)$ obtenus pour $j = 1, 2, 3$ en remplaçant \sin par \cos dans les expressions des $B_j'(\theta)$.

V.2.4. Topologie C

Les courants i_j sont définis par les relations (c).

$$\begin{aligned} \text{Soient } C_1(\theta) &= \int i_1^2 d\theta = \int \left[\frac{v_1 - v_3}{(1 + K)R} \right]^2 d\theta \\ &= \frac{1}{(1 + K)^2 R^2} \int v_1^2 d\theta + \frac{1}{(1 + K)^2 R^2} \int v_3^2 d\theta - \frac{2}{(1 + K)^2 R^2} \int v_1 v_3 d\theta \end{aligned}$$

$$C_2(\theta) = \int i_2^2 d\theta = 0$$

$$C_3(\theta) = \int i_3^2 d\theta = C_1(\theta)$$

$$C_1'(\theta) = \int i_1 \sin(2l+1)\theta \, d\theta = \int \frac{v_1 - v_3}{(1+K)R} \sin(2l+1)\theta \, d\theta$$

$$= \frac{1}{(1+K)R} \int v_1 \sin(2l+1)\theta \, d\theta - \frac{1}{(1+K)R} \int v_3 \sin(2l+1)\theta \, d\theta$$

$$C_2'(\theta) = \int i_2 \sin(2l+1)\theta \, d\theta = 0$$

$$C_3'(\theta) = \int i_3 \sin(2l+1)\theta \, d\theta = -C_1'(\theta)$$

et $C_j''(\theta)$ obtenus pour $j = 1, 2, 3$ en remplaçant \sin par \cos dans les expressions des $C_j'(\theta)$.

V.2.5. Topologie D

Les courants i_j sont définis par les relations \textcircled{d} .

$$\text{Soient } D_1(\theta) = \int i_1^2 d\theta = 0$$

$$D_2(\theta) = \int i_2^2 d\theta = \int \left[\frac{v_2 - v_3}{(1+K)R} \right]^2 d\theta$$

$$= \frac{1}{(1+K)^2 R^2} \int v_2^2 d\theta + \frac{1}{(1+K)^2 R^2} \int v_3^2 d\theta - \frac{2}{(1+K)^2 R^2} \int v_2 v_3 d\theta$$

$$D_3(\theta) = \int i_3^2 d\theta = D_2(\theta)$$

$$D_1'(\theta) = \int i_1 \sin(2l+1)\theta \, d\theta = 0$$

$$D_2'(\theta) = \int i_2 \sin(2l+1)\theta \, d\theta = \int \frac{v_2 - v_3}{(1+K)R} \sin(2l+1)\theta \, d\theta$$

$$= \frac{1}{(1+K)R} \int v_2 \sin(2l+1)\theta \, d\theta - \frac{1}{(1+K)R} \int v_3 \sin(2l+1)\theta \, d\theta$$

$$D_3'(\theta) = \int i_3 \sin(2l+1)\theta \, d\theta = -D_2'(\theta)$$

et $D_j''(\theta)$ obtenus pour $j = 1, 2, 3$ en remplaçant \sin par \cos dans les expressions des $D_j'(\theta)$.

V.2.6. Circonstance $K \leq 1$

Les calculs préliminaires permettent l'obtention des I_j à partir des A_j, B_j, C_j, D_j , des Y_j à partir des A'_j, B'_j, C'_j, D'_j et des Z_j à partir des $A''_j, B''_j, C''_j, D''_j$.

Les définitions des I_j , Y_j , et Z_j changent à chaque mode en même temps que la succession des topologies .

• 1^{er} mode : $-\theta_1 \leq \psi \leq 0$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[A_j(\theta)]_{\psi}^{\frac{2\pi}{3} - \theta_1} + [C_j(\theta)]_{\frac{2\pi}{3} - \theta_1}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [A_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\pi + \psi} \right]$$

Y_j est obtenu en remplaçant $\frac{1}{\pi}$ par $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$, A_j par A'_j , B_j par B'_j , C_j par C'_j et D_j par D'_j

dans l'expression de I_j^2 .

Z_j est obtenu en remplaçant A'_j par A''_j , B'_j par B''_j , C'_j par C''_j et D'_j par D''_j dans l'expression de Y_j .

Y_j et Z_j sont obtenus de la même manière à partir de I_j^2 pour les modes suivants et lorsque $K \geq 1$.

• 2^{ème} mode : $0 \leq \psi \leq \theta_1$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[A_j(\theta)]_{\psi}^{\frac{\pi}{3}} + [B_j(\theta)]_{\frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [A_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3} - \theta_1} + [C_j(\theta)]_{\frac{2\pi}{3} - \theta_1}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [A_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\pi + \psi} \right]$$

• 3^{ème} mode : $\theta_1 \leq \psi \leq \frac{\pi}{3} - \theta_1$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[A_j(\theta)]_{\psi}^{\frac{\pi}{3}} + [B_j(\theta)]_{\frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [A_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3} - \theta_1} + [C_j(\theta)]_{\frac{2\pi}{3} - \theta_1}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [A_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\pi + \theta_1} + [D_j(\theta)]_{\pi + \theta_1}^{\pi + \psi} \right]$$

• 4^{ème} mode : $\frac{\pi}{3} - \theta_1 \leq \psi \leq \frac{\pi}{3}$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[A_j(\theta)]_{\psi}^{\frac{\pi}{3}} + [B_j(\theta)]_{\frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [C_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [A_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\pi + \theta_1} + [D_j(\theta)]_{\pi + \theta_1}^{\pi + \psi} \right]$$

• 5^{ème} mode : $\frac{\pi}{3} \leq \psi \leq \frac{\pi}{3} + \theta_1$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[B_j(\theta)]_{\psi}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [C_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [A_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\pi + \theta_1} + [D_j(\theta)]_{\pi + \theta_1}^{\pi + \psi} \right]$$

• 6ème mode : $\frac{\pi}{3} + \theta_1 \leq \psi \leq \frac{\pi}{2}$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[B_j(\theta)]_{\psi}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [C_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [D_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\psi + \pi} \right]$$

• 7ème mode : $\frac{\pi}{2} \leq \psi \leq \frac{5\pi}{6}$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[B_j(\theta)]_{\psi}^{\frac{5\pi}{6}} + [C_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\frac{7\pi}{6}} + [D_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\frac{3\pi}{2}} \right]$$

- Pour apprécier l'importance du déséquilibre, il est intéressant de rapporter les courants I_1, I_2, I_3 à V/R . On a représenté sur la planche 23 les valeurs de ces courants en fonction de ψ pour $K = 0,01, 0,1$ et $0,5$.

- Pour évaluer la déformation des courants dans chacune des lignes, les valeurs efficaces des harmoniques des courants sont rapportées à la valeur efficace des courants lors du fonctionnement à pleine onde. On a représenté sur la planche 25 les valeurs des harmoniques 3, 5, 7, 9 ligne par ligne en fonction de ψ pour $K = 0,1$.

- Pour comparer les valeurs efficaces des harmoniques de même rang dans les 3 lignes, on a ramené leurs valeurs à un même paramètre V/R . On a représenté sur la même figure les harmoniques de même rang pour les 3 lignes. La planche 27 donne les valeurs efficaces des harmoniques de rang 3, 5 et 7, la planche 29 celles du fondamental en fonction de ψ pour $K = 0,1$.

V.2.7 Circonstance $K \geq 1$

Le calcul des I_j, Y_j , et Z_j est semblable à celui du paragraphe V.2.6. Seules changent les bornes d'intégration le long des différents fonctionnements. On donne ci-dessous le calcul des I_j , celui des Y_j et Z_j s'en déduisant immédiatement :

• 1er mode : $\theta_1 \leq \psi \leq 0$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[A_j(\theta)]_{\psi}^{\theta_1 + \pi} + [D_j(\theta)]_{\theta_1 + \pi}^{\psi + \pi} \right]$$

• 2^{ème} mode : $0 \leq \psi \leq -\theta_1$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[A_j(\theta)]_{\psi}^{\frac{\pi}{3}} + [B_j(\theta)]_{\frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [A_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\pi + \theta_1} + [D_j(\theta)]_{\pi + \theta_1}^{\pi + \psi} \right]$$

• 3^{ème} mode : $-\theta_1 \leq \psi \leq \frac{\pi}{3} + \theta_1$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[A_j(\theta)]_{\psi}^{\frac{\pi}{3}} + [B_j(\theta)]_{\frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [A_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi - \theta_1}{3}} + [C_j(\theta)]_{\frac{2\pi - \theta_1}{3}}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [A_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\theta_1 + \pi} + [D_j(\theta)]_{\theta_1 + \pi}^{\pi + \psi} \right]$$

• 4^{ème} mode : $\frac{\pi}{3} + \theta_1 \leq \psi \leq \frac{\pi}{3}$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[A_j(\theta)]_{\psi}^{\frac{\pi}{3}} + [B_j(\theta)]_{\frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [A_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi - \theta_1}{3}} + [C_j(\theta)]_{\frac{2\pi - \theta_1}{3}}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [D_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\psi + \pi} \right]$$

• 5^{ème} mode : $\frac{\pi}{3} \leq \psi \leq \frac{\pi}{3} - \theta_1$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[B_j(\theta)]_{\psi}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [A_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi - \theta_1}{3}} + [C_j(\theta)]_{\frac{2\pi - \theta_1}{3}}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [D_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\psi + \pi} \right]$$

• 6^{ème} mode : $\frac{\pi}{3} - \theta_1 \leq \psi \leq \frac{\pi}{2}$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[B_j(\theta)]_{\psi}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [C_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [D_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\psi + \pi} \right]$$

• 7^{ème} mode : $\frac{\pi}{2} \leq \psi \leq \frac{5\pi}{6}$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[B_j(\theta)]_{\psi}^{\frac{5\pi}{6}} + [C_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\frac{7\pi}{6}} + [D_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\frac{3\pi}{2}} \right]$$

Pour les mêmes raisons qu'au paragraphe V.2.6. :

- On a représenté sur la planche 24 les courants I_1, I_2, I_3 rapportés à V/R en fonction de ψ pour $K = 2, 10$ et 100 .

- On a représenté ligne par ligne sur la planche 26 les valeurs efficaces des harmoniques 3, 5, 7, 9 rapportées à la valeur efficace des courants lors du fonctionnement à pleine onde en fonction de ψ pour $K = 10$.

- On a représenté sur la planche 28 les valeurs des harmoniques 3, 5, 7 et sur la planche 30 celles du fondamental pour les 3 lignes rapportées à V/R en fonction de ψ pour $K = 10$.

V.2.8. Valeur efficace maximale du courant dans un thyristor

Elle est obtenue à partir du fonctionnement à pleine onde. Dans ces conditions, pour un coefficient de déséquilibre K donné :

$$I_1 = I_2 = \frac{\sqrt{3(K^2 + K + 1)}}{2K + 1} \frac{V}{R} \quad \text{et} \quad I_3 = \frac{3}{2K + 1} \frac{V}{R} .$$

De plus, comme une alternance sur 2 du courant traverse un thyristor, la valeur efficace du courant dans un thyristor est majorée par :

$$I_{Th_{max}} = \max \left(\frac{V}{R\sqrt{2}} \frac{\sqrt{3(K^2 + K + 1)}}{2K + 1}, \frac{V}{R\sqrt{2}} \frac{3}{2K + 1} \right)$$

$$\cdot \text{ si } K \leq 1 \quad , \quad I_{Th_{max}} = \frac{3}{2K + 1} \frac{V}{R\sqrt{2}}$$

$$\cdot \text{ si } K \geq 1 \quad , \quad I_{Th_{max}} = \frac{\sqrt{3(K^2 + K + 1)}}{2K + 1} \frac{V}{R\sqrt{2}}$$

V.2.9. Conclusion

- Calcul des rapports $r = \frac{I_3}{I_1}$ et $s = \frac{s_I}{I}$

• A pleine onde , pour K donné :

$$r = \frac{I_3}{I_1} = \sqrt{\frac{3}{K^2 + K + 1}}$$

(11)

• Lors du 6ème mode , pour K donné :

$$I_1 = I_2 = \frac{V \sqrt{3}}{R} \frac{1}{2} \frac{\sqrt{K^2 + 2K + 5}}{K + 1} \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cos\left(2\psi - \frac{\pi}{3}\right)}$$

et
$$I_3 = \frac{V}{R} \sqrt{6} \frac{1}{K + 1} \sqrt{\frac{1}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2\pi} \cos\left(2\psi - \frac{\pi}{3}\right)}$$

donc
$$\boxed{r = \frac{I_3}{I_1} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{K^2 + 2K + 5}}} \quad (12)$$

• Lors du 7ème mode , pour K donné :

$$I_1 = I_2 = \frac{V \sqrt{3}}{R} \frac{1}{2} \frac{\sqrt{K^2 + 2K + 5}}{K + 1} \sqrt{\frac{5}{6} - \frac{\psi}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin\left(2\psi + \frac{\pi}{3}\right)}$$

et
$$I_3 = \frac{V}{R} \sqrt{6} \frac{1}{K + 1} \sqrt{\frac{5}{6} - \frac{\psi}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin\left(2\psi + \frac{\pi}{3}\right)}$$

Le rapport r est aussi donné par la relation (12) .

• Pour tous les modes :

$$\boxed{\bar{I} = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{3} = \frac{2 + r}{3} I_1}$$

et l'écart-type de la distribution (I_1, I_2, I_3) :

$$\boxed{s_I = \sqrt{(I_1 - \bar{I})^2 + (I_2 - \bar{I})^2 + (I_3 - \bar{I})^2}}$$

d'où

$$\boxed{s = \frac{s_I}{\bar{I}} = \frac{2|r - 1|}{r + 2}}$$

(13)

- Caractérisation de la réduction du déséquilibre

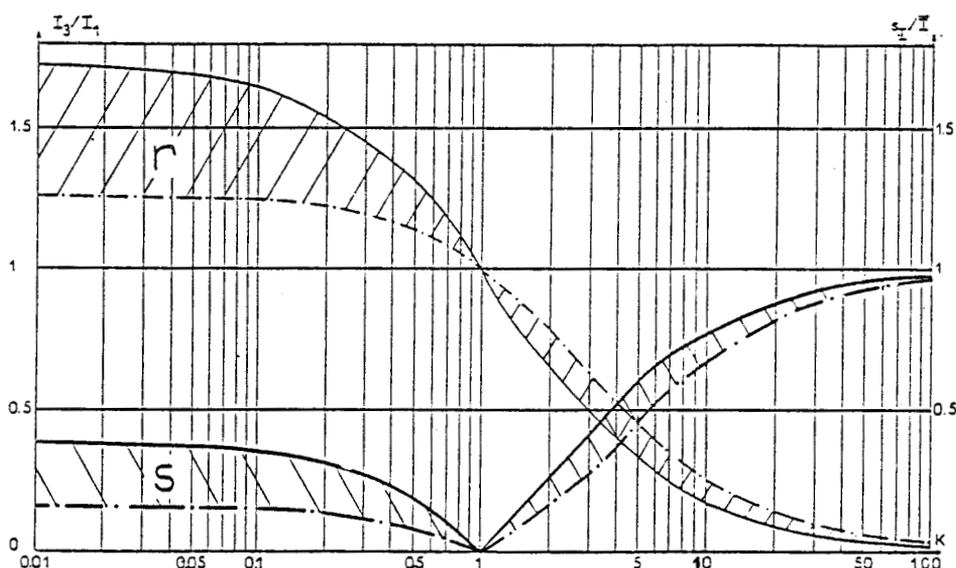
Les courbes des planches 23 et 24 montrent que lorsque ψ augmente et donc que la puissance transmise diminue, l'écart relatif entre les valeurs efficaces des courants dans les lignes diminue, cela contribue donc à la réduction du déséquilibre.

Afin de matérialiser plus clairement cette réduction du déséquilibre, la figure n° 13 ci-dessous donne les courbes illustrant les 2 relations, l'une liant le rapport $r = \frac{I_3}{I_1}$ des valeurs efficaces des courants dans la phase incorrecte de résistance KR et dans une phase correcte de résistance R et le coefficient de déséquilibre K, l'autre liant le rapport $s = \frac{s_I}{I}$ de l'écart-type de la distribution des 3 courants (I_1, I_2, I_3) ramené à la valeur moyenne de cette distribution et le coefficient K.

Les 2 relations sont fournies dans les 2 cas extrêmes de réglage :

- lors du fonctionnement pleine onde : relations (11) et (13) —————
- lors des 6^{ème} et 7^{ème} modes : relations (12) et (13) - - - - -

Figure n° 13
pleine onde —————
6^{ème} et 7^{ème} mode - - - - -



- On s'aperçoit que pour ces 2 derniers modes, les rapports r et s ne dépendent plus de ψ , que r est beaucoup plus proche de 1 que lors du fonctionnement pleine onde, et que s y est beaucoup plus proche de 0, ceci étant vérifié pour n'importe quelle valeur de K.
- Les zones intermédiaires hachurées correspondent au fonctionnement lors des 5 premiers modes, le rapport r s'y rapproche de 1, le rapport s s'y rapproche de 0 lorsque la profondeur de réglage augmente.
Par exemple, lorsque la phase 3 est court-circuitée, r passe 1,73 à 1,26 et s de 0,39 à 0,16 lors d'une transition du fonctionnement pleine onde au 6^{ème} mode.

En définitive, surtout lorsque le déséquilibre se traduit par une augmentation des valeurs efficaces des courants ($K < 1$), la commande symétrique a un effet de rééquilibrage des courants dans les 3 phases, effet très bénéfique en ce qui concerne les répercussions du montage sur le réseau d'alimentation.

- Calcul du taux d'harmonique global τ_g .

Soit $I_{j,1}$ la valeur efficace du fondamental du courant dans la ligne j , et $I_{j,k}$ celle de l'harmonique de rang $k = 2l + 1$;

elles sont calculées avec les relations (10) $I_{j,k} = I_{j,2l+1} = [X_j] \text{ rang } (2l + 1)$.

Soit τ_j , le taux d'harmoniques dans la ligne $n^o j$, il est calculé avec la relation

$$(14) \quad \tau_j = \frac{\sqrt{I_j^2 - I_{j1}^2}}{I_j}$$

τ_g , le taux d'harmonique global, est la valeur moyenne de τ_1 , τ_2 et τ_3

$$(15) \quad \tau_g = \frac{1}{3} (\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)$$

- Caractérisation de la déformation de l'onde de courant vis-à-vis de la sinusoïde.

Afin de matérialiser plus clairement cette déformation, la figure n° 15 donnée dans un paragraphe ultérieur (V.4) fournit la courbe illustrant la relation liant le taux d'harmonique global τ_g et la réduction de la puissance consommée par le récepteur, variable choisie en vue de la comparaison des différents montages gradateur triphasé en régime déséquilibré, ceci pour $K = 1$ ——— et K très différent de 1 ——— · ——— .

τ_g représente le critère global de déformation, il augmente en même temps que la profondeur du réglage et accompagne ainsi la déformation des ondes de courants.

En effet $\tau_j = \frac{\sqrt{I_j^2 - I_{j1}^2}}{I_j} = \frac{\sqrt{I_{j3}^2 + I_{j5}^2 + I_{j7}^2 + \dots}}{I_j}$ quantifie l'importance relative des harmoniques de rang différent de 1 par rapport à la valeur efficace du courant dans la ligne $n^o j$.

De plus, on remarque que τ_g ne dépend pratiquement pas de K .

La présence des harmoniques dont le rang est multiple de 3 lorsque K est différent de 1 étant contrebalancée par une valeur efficace plus petite des autres harmoniques.

V.3. COMPOSANTES SYMETRIQUES DES FONDAMENTAUX DES COURANTS EN LIGNE

La puissance consommée par le récepteur est égale à la somme des puissances consommées par les résistances de chacune des phases. C'est aussi le produit de la tension simple de la source par la somme des courants actifs des 3 phases.

La puissance triphasée est donc portée par les fondamentaux des courants.

Pour caractériser le déséquilibre il est intéressant de déterminer les composantes symétriques des *fondamentaux* des courants en ligne.

On estime le déséquilibre en calculant le rapport de la composante inverse à la composante directe (I_i/I_d).

V.3.1. Expression et représentation des composantes I_d et I_i

Soient I_{11} , I_{21} et I_{31} les expressions complexes des fondamentaux des 3 courants en ligne, ψ_{11} , ψ_{21} et ψ_{31} les déphasages respectifs de ces fondamentaux par rapport à la 1^{ère} tension simple \underline{V}_1 prise pour origine des phases et a le nombre complexe $e^{i\frac{2\pi}{3}}$.

$$\begin{aligned} 3 I_d &= I_{11} + a I_{21} + a^2 I_{31} \\ &= I_{11} \cos \psi_{11} - \frac{1}{2} I_{21} \cos \psi_{21} - \frac{1}{2} I_{31} \cos \psi_{31} - \frac{\sqrt{3}}{2} I_{21} \sin \psi_{21} + \frac{\sqrt{3}}{2} I_{31} \sin \psi_{31} \\ &+ i \left[I_{11} \sin \psi_{11} + \frac{\sqrt{3}}{2} I_{21} \cos \psi_{21} - \frac{1}{2} I_{21} \sin \psi_{21} - \frac{\sqrt{3}}{2} I_{31} \cos \psi_{31} - \frac{1}{2} I_{31} \sin \psi_{31} \right] \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 I_i &= I_{11} + a^2 I_{21} + a I_{31} \\ &= I_{11} \cos \psi_{11} - \frac{1}{2} I_{21} \cos \psi_{21} - \frac{1}{2} I_{31} \cos \psi_{31} + \frac{\sqrt{3}}{2} I_{21} \sin \psi_{21} - \frac{\sqrt{3}}{2} I_{31} \sin \psi_{31} \\ &+ i \left[I_{11} \sin \psi_{11} - \frac{\sqrt{3}}{2} I_{21} \cos \psi_{21} - \frac{1}{2} I_{21} \sin \psi_{21} + \frac{\sqrt{3}}{2} I_{31} \cos \psi_{31} - \frac{1}{2} I_{31} \sin \psi_{31} \right] \quad (17) \end{aligned}$$

On a représenté sur la planche n° 29 pour $K = 0, 1$ et sur la planche n° 30 pour $K = 10$, les valeurs efficaces des fondamentaux I_{11} , I_{21} , I_{31} ramenées à V/R , les valeurs efficaces des composantes directes et inverses I_d et I_i ramenées à V/R ainsi que le rapport I_i/I_d en fonction de ψ .

Pour $K = 0, 1$, on s'aperçoit que (I_i/I_d) décroît de 0,42 à 0,17 lorsqu'on passe du fonctionnement à pleine onde ($\psi = -25^\circ$) à celui correspondant au 6^{ème} mode ($\psi = 89^\circ$) puis reste constant jusqu'à la fin du réglage.

Pour $K = 10$, le rapport (I_i/I_d) décroît de 0,75 à 0,6 dans les mêmes conditions d'amorçage que précédemment.

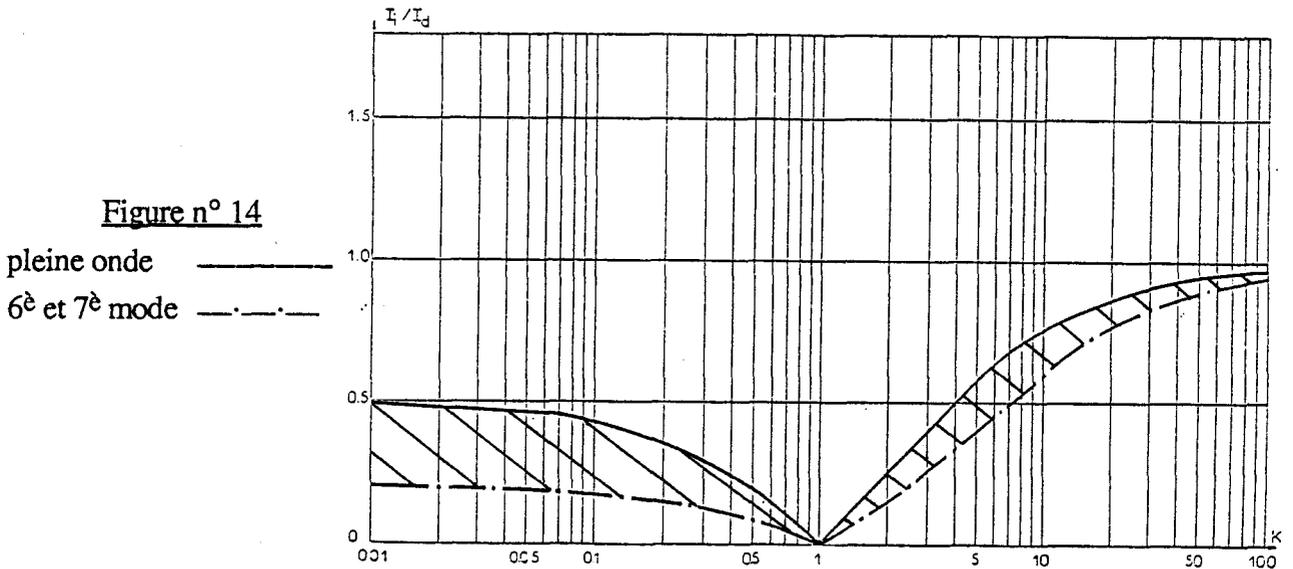
On constate donc une nouvelle fois l'effet de ré-équilibrage des courants dans les 3 phases de la commande symétrique des thyristors du gradateur.

Cet effet intervient dans les 2 premiers tiers du réglage. Il est d'autant plus notable que K est inférieur à l'unité.

Pour $K = 0,1$, par exemple, la réduction de (I_i/I_d) entre la marche à pleine onde et l'annulation de la puissance atteint 60 % alors que pour $K = 10$ elle n'est égale qu'à 20 %.

V.3.2. Conclusion : critère de déséquilibre

Afin de matérialiser l'évolution du rapport (I_i/I_d) lorsque K varie, on peut, comme pour le rapport (I_3/I_1) (§ V.2.8), tracer la courbe donnant (I_i/I_d) en fonction de K indépendamment de la valeur de ψ (fig. n° 14) pour des valeurs de ψ correspondant à des fonctionnements suivant les 6^{ème} et 7^{ème} modes. On peut alors comparer cette courbe avec celle obtenue à pleine onde.



On s'aperçoit que pour les 2 derniers modes, le rapport (I_i/I_d) est beaucoup plus proche de 0 que lors du fonctionnement pleine onde et ceci pour n'importe quelle valeur de K .

La zone intermédiaire hachurée correspond au fonctionnement lors des 5 premiers modes, le rapport (I_i/I_d) s'y rapproche de 0 lorsque la profondeur de réglage augmente.

Par exemple, lorsque la phase 3 est court-circuitée, I_i/I_d passe de 0,495 à pleine onde à 0,195 lors des 6^{ème} et 7^{ème} mode.

En définitive, l'effet de rééquilibrage des courants est accentué lorsque la charge est très déséquilibrée à cause d'une phase trop peu résistive : la commande symétrique atténue grandement les conséquences d'un court-circuit sur le réseau d'alimentation.

On constate que les courbes donnant $\frac{I_i}{I_d}$ et $\frac{S_i}{S}$ (fig. n° 13) en fonction de K sont très semblables.

Elles constituent l'une et l'autre une caractérisation du déséquilibre des 3 courants en ligne i_1 , i_2 et i_3 .

V.4 LES PUISSANCES

V.4.1. Introduction

Les puissances ne sont significatives que globales.

En effet, chaque phase réceptrice est soumise à une tension non sinusoïdale et qui ne se reproduit pas d'une phase à l'autre. Cette tension évolue avec le potentiel du point neutre de la charge qui est fonction à la fois du déséquilibre de cette charge et des conceptions des thyristors.

La puissance P transmise par la source et consommée par le récepteur est égale à la somme des puissances consommées par chacune des phases réceptrices.

$$P = R I_1^2 + R I_2^2 + K.R.I_3^2 \quad (18)$$

Soit alors P_0 la puissance lors du fonctionnement pleine onde :

$$P_0 = \frac{3V^2}{R} \frac{2K^2 + 5K + 2}{(2K + 1)^2}$$

Il est intéressant de ramener P à P_0 et d'exprimer certains paramètres en fonction de la réduction de puissance $\alpha = 1 - \frac{P}{P_0}$ en vue de la comparaison des montages "gradateur triphasé" en régime déséquilibré.

V.4.2. Le facteur de puissance apparent F_{ap} .

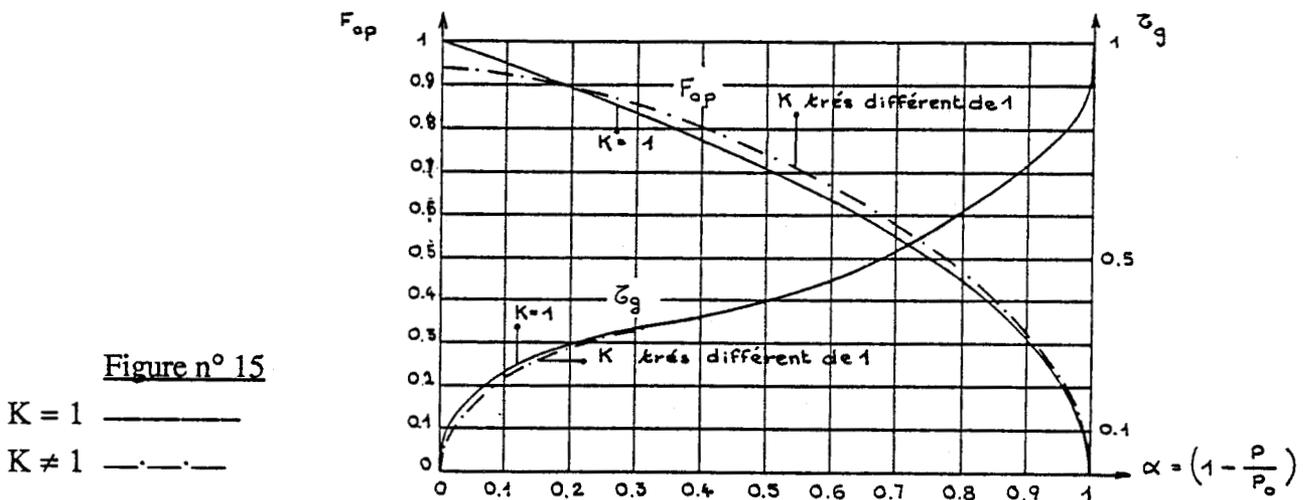
Il s'agit du rapport entre la puissance P et la puissance apparemment fournie par la source.

$$F_{ap} = \frac{P}{VI_1 + VI_2 + VI_3} \quad (19)$$

Ce facteur permet de caractériser à la fois la déformation des courants en ligne et le déphasage de fondamentaux de ceux-ci par rapport au fonctionnement pleine onde car la puissance P est portée par le fondamental des courants en ligne.

On a représenté sur la figure n° 15 ci-dessous les variations de F_{ap} pour $K = 1$ (—) et K très différent de 1 (— · —) en fonction de la réduction de la puissance α . On remarque que ces 2 courbes sont très proches dès que la réduction de puissance est notable (> 0.2).

Le fonctionnement en régime déséquilibré ne s'accompagne pas d'un affaiblissement de F_{ap} par rapport au facteur de puissance défini et égal à F_{ap} uniquement lorsque K vaut 1. Cela traduit encore une fois l'effet de rééquilibrage de la commande symétrique dans le cas précis du montage étudié dans ce chapitre : le gradateur triphasé tout thyristors en régime déséquilibré.



VI. CONCLUSION : LES CRITERES DE CHOIX

En vue de la comparaison des différents montages "gradateur triphasé" en régime déséquilibré, il est bon d'introduire un certain nombre de critères ayant trait :

- soit au déséquilibre des courants en ligne,
- soit à la déformation de ces courants.

Ceux-ci sont énumérés dans le tableau ci-dessous dont :

la 1^{ère} ligne donne le nom du critère,

la 2^{ème} ligne donne les n° des relations qui le définissent,

la 3^{ème} ligne donne le n° de la figure et la variable en fonction de laquelle il est décrit,

le 5^{ème} et 6^{ème} lignes indiquent s'il caractérise le déséquilibre ou la déformation.

CRITERE	$r = \frac{I_3}{I_1}$	$s = \frac{S_I}{I}$	$\frac{I_i}{I_d}$	τ_g	F_{ap}
N° RELATIONS	11,12	11,12,13	16,17	14,15	18,19
N° FIG. (VAR.)	13 (K)	13 (K)	14 (K)	15 (α)	15 (α)
DESEQUILIBRE	X	X	X		X
DEFORMATION				X	X

ANNEXE Chapitre 1

***CALCUL DES INTÉGRALES INDÉFINIES
SE RAPPORTANT AUX VALEURS ÉFFICACES
DES COURANTS ET DE LEURS
HARMONIQUES***

**CALCUL DES INTEGRALES INDEFINIES SE RAPPORTANT
AUX VALEURS EFFICACES DES COURANTS ET DE LEURS
HARMONIQUES**

(Complète le paragraphe V.2)

$$* \int v_1^2 d\theta = \int (V\sqrt{2} \sin \theta)^2 d\theta = V^2 \int [1 - \cos 2\theta] d\theta$$

$$\int v_1^2 d\theta = V^2 \left[\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right]$$

$$* \int v_2^2 d\theta = \int \left(V\sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right)^2 d\theta = V^2 \int \left[1 - \cos \left(2\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right] d\theta$$

$$\int v_2^2 d\theta = V^2 \left[\theta - \frac{1}{2} \sin \left(2\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right]$$

$$* \int v_3^2 d\theta = \int \left(V\sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right)^2 d\theta = V^2 \int \left[1 - \cos \left(2\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right] d\theta$$

$$\int v_3^2 d\theta = V^2 \left[\theta - \frac{1}{2} \sin \left(2\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$* \int v_1 v_2 d\theta = \int (V\sqrt{2} \sin \theta) \left(V\sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right) d\theta = V^2 \int \left[-\frac{1}{2} - \cos \left(2\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right] d\theta$$

$$\int v_1 v_2 d\theta = V^2 \left[-\frac{1}{2} \theta - \frac{1}{2} \sin \left(2\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right]$$

$$* \int v_1 v_3 d\theta = \int (V\sqrt{2} \sin \theta) \left(V\sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right) d\theta = V^2 \int \left[-\frac{1}{2} - \cos \left(2\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right] d\theta$$

$\int v_1 v_3 d\theta = V^2$	$-\frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2}\sin\left(2\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$	
------------------------------	---	--

$$* \int v_2 v_3 d\theta = \int \left(V\sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right) \left(V\sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right) d\theta = V^2 \int \left[-\frac{1}{2} - \cos 2\theta \right] d\theta$$

$\int v_2 v_3 d\theta = V^2$	$-\frac{1}{2}\theta - \frac{1}{2}\sin 2\theta$	
------------------------------	--	--

$$* \int v_1 \sin(2l+1)\theta d\theta = \int V\sqrt{2} \sin \theta \sin(2l+1)\theta d\theta$$

$$= \frac{V\sqrt{2}}{2} \int \left[\cos(2l\theta) - \cos(2l+2)\theta \right] d\theta$$

$$= \frac{V\sqrt{2}}{2} \left[\frac{\sin(2l\theta)}{2l} - \frac{\sin((2l+2)\theta)}{2l+2} \right] \quad \text{si } l \neq 0$$

$$= \frac{V\sqrt{2}}{2} \left[\theta - \frac{\sin 2\theta}{2} \right] \quad \text{si } l = 0$$

$$* \int v_2 \sin(2l+1)\theta d\theta = \int V\sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \sin(2l+1)\theta d\theta$$

$$= \frac{V\sqrt{2}}{2} \int \left[\cos \left(2l\theta + \frac{2\pi}{3} \right) - \cos \left[(2l+2)\theta - \frac{2\pi}{3} \right] \right] d\theta$$

$$= \frac{V\sqrt{2}}{2} \left[\frac{1}{2l} \sin \left(2l\theta + \frac{2\pi}{3} \right) - \frac{1}{2l+2} \sin \left[(2l+2)\theta - \frac{2\pi}{3} \right] \right] \quad \text{si } l \neq 0$$

$$= \frac{V\sqrt{2}}{2} \left[-\frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin \left(2\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad \text{si } l = 0$$

$$\begin{aligned} * \int v_3 \sin (2l + 1)\theta \, d\theta &= \int V\sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \sin (2l + 1)\theta \, d\theta \\ &= \frac{V\sqrt{2}}{2} \int \left[\cos \left(2l\theta + \frac{4\pi}{3} \right) - \cos \left[(2l + 2)\theta - \frac{4\pi}{3} \right] \right] d\theta \\ &= \frac{V\sqrt{2}}{2} \left[\frac{1}{2l} \sin \left(2l\theta + \frac{4\pi}{3} \right) - \frac{1}{2l + 2} \sin \left[(2l + 2)\theta - \frac{4\pi}{3} \right] \right] \quad \text{si } l \neq 0 \\ &= \frac{V\sqrt{2}}{2} \left[-\frac{\theta}{2} - \frac{1}{2} \sin \left(2\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right] \quad \text{si } l = 0 \end{aligned}$$

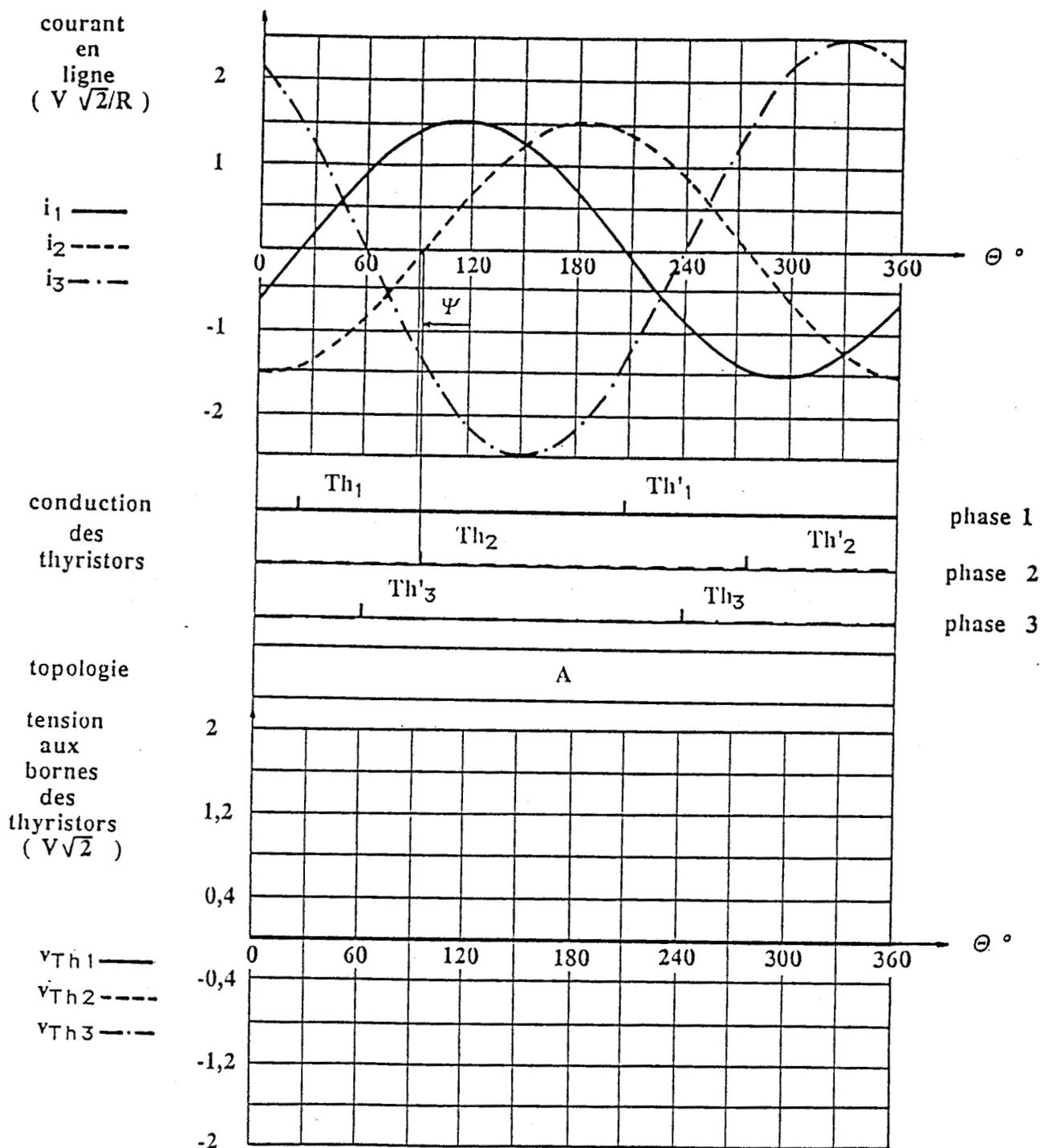
$$\begin{aligned} * \int v_1 \cos (2l + 1)\theta \, d\theta &= \int V\sqrt{2} \sin \theta \cos (2l + 1)\theta \, d\theta \\ &= \frac{V\sqrt{2}}{2} \int \left[-\sin (2l\theta) + \sin (2l + 2)\theta \right] d\theta \\ &= \frac{V\sqrt{2}}{2} \left[\frac{\cos (2l\theta)}{2l} - \frac{\cos ((2l + 2)\theta)}{2l + 2} \right] \quad \text{si } l \neq 0 \\ &= \frac{V\sqrt{2}}{2} \left[-\frac{\cos 2\theta}{2} \right] \quad \text{si } l = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
* \int v_2 \cos(2l+1)\theta \, d\theta &= \int V\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \cos(2l+1)\theta \, d\theta \\
&= \frac{V\sqrt{2}}{2} \int \left[-\sin\left(2l\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left[(2l+2)\theta - \frac{2\pi}{3}\right] \right] d\theta \\
&= \frac{V\sqrt{2}}{2} \left[\frac{1}{2l} \cos\left(2l\theta + \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{1}{2l+2} \cos\left[(2l+2)\theta - \frac{2\pi}{3}\right] \right] \quad \text{si } l \neq 0 \\
&= \frac{V\sqrt{2}}{2} \left[-\frac{\sqrt{3}}{2} \theta - \frac{1}{2} \cos\left(2\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \quad \text{si } l = 0
\end{aligned}$$

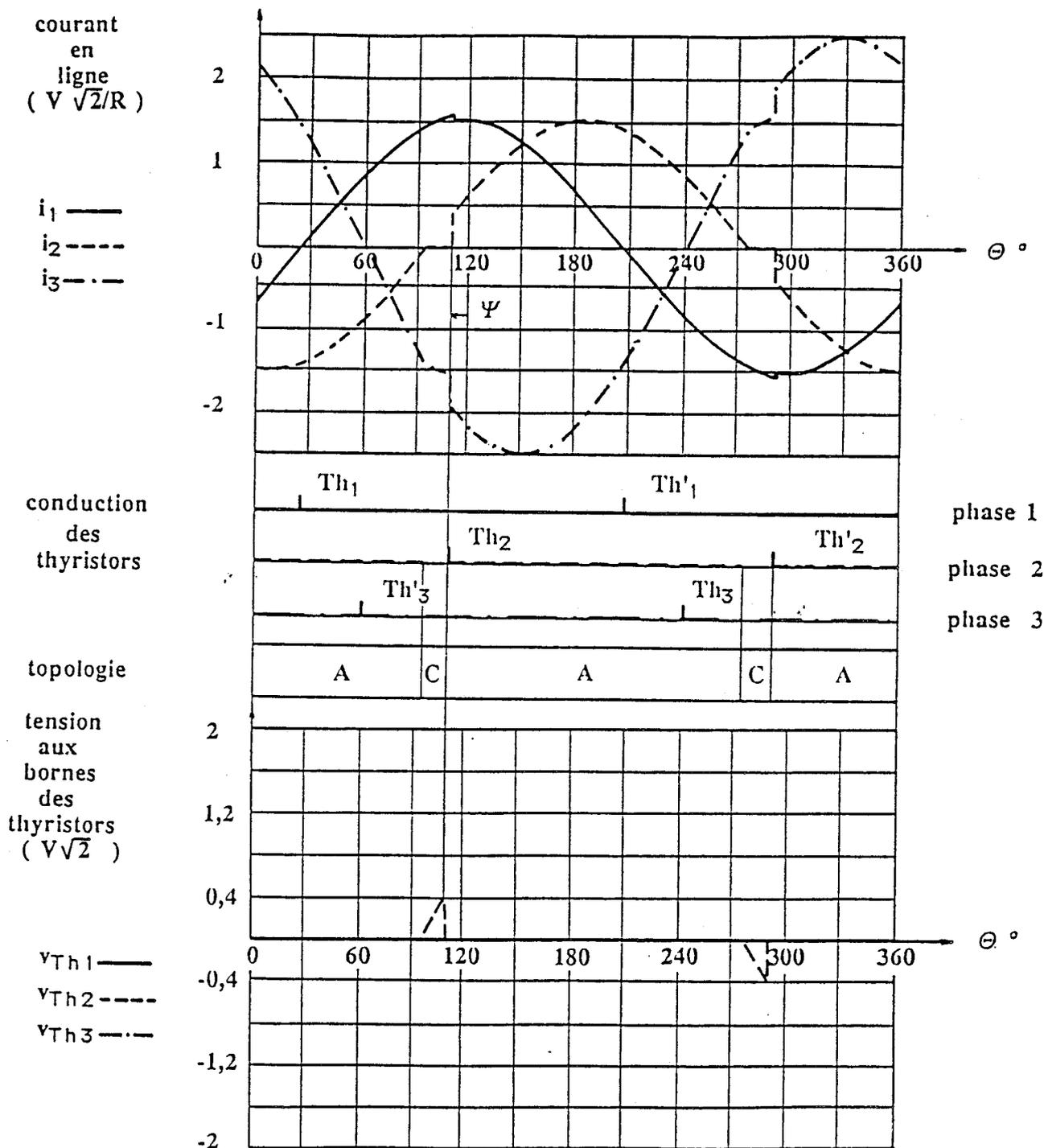
$$\begin{aligned}
* \int v_3 \cos(2l+1)\theta \, d\theta &= \int V\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \cos(2l+1)\theta \, d\theta \\
&= \frac{V\sqrt{2}}{2} \int \left[-\sin\left(2l\theta + \frac{4\pi}{3}\right) + \sin\left[(2l+2)\theta - \frac{4\pi}{3}\right] \right] d\theta \\
&= \frac{V\sqrt{2}}{2} \left[\frac{1}{2l} \cos\left(2l\theta + \frac{4\pi}{3}\right) - \frac{1}{2l+2} \cos\left[(2l+2)\theta - \frac{4\pi}{3}\right] \right] \quad \text{si } l \neq 0 \\
&= \frac{V\sqrt{2}}{2} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} \theta - \frac{1}{2} \cos\left(2\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \quad \text{si } l = 0
\end{aligned}$$

PLANCHES Chapitre 1

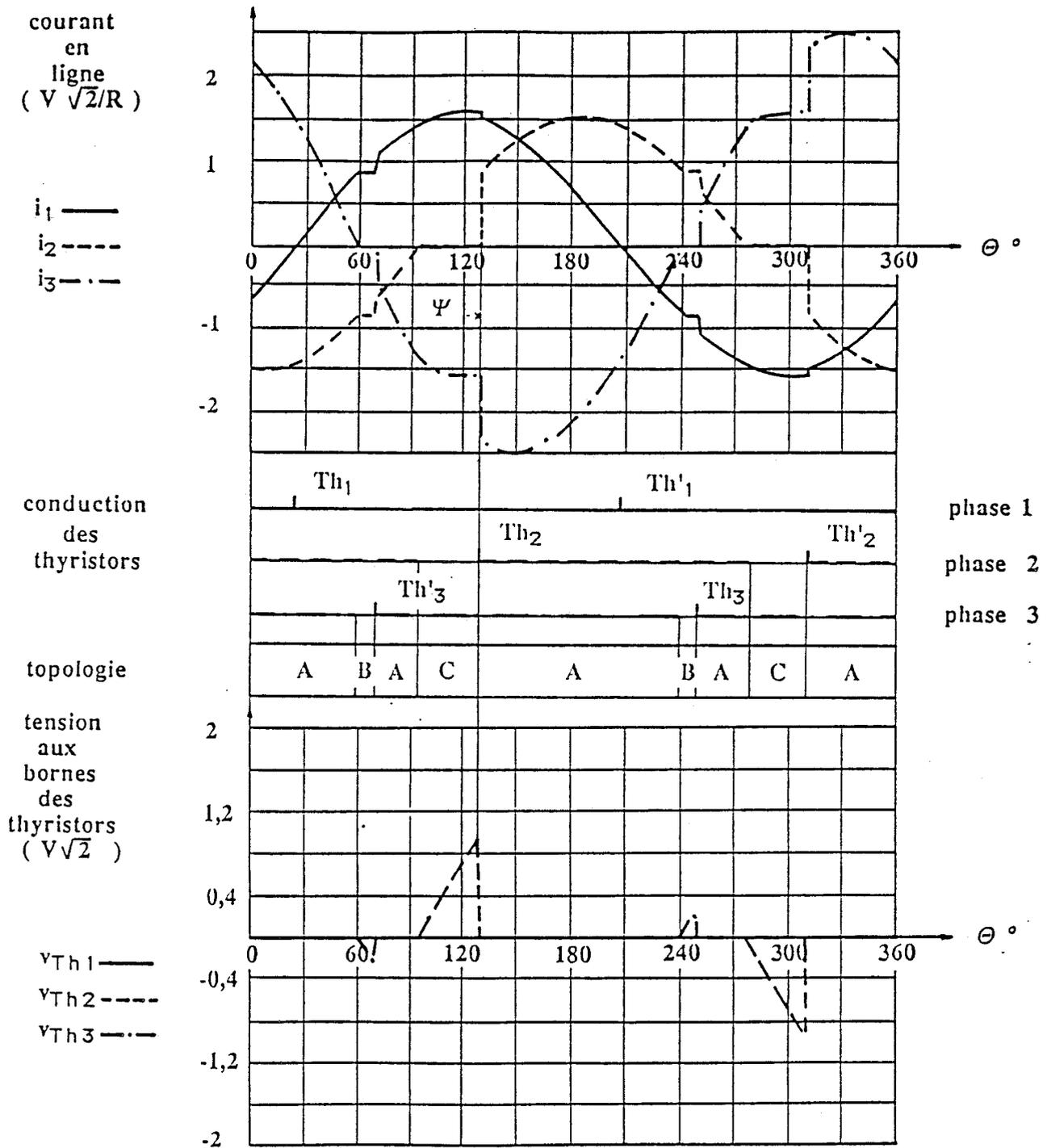
FORMES D'ONDE : PLEINE ONDE ($\psi = -25^\circ$)
 $K = 0,1$



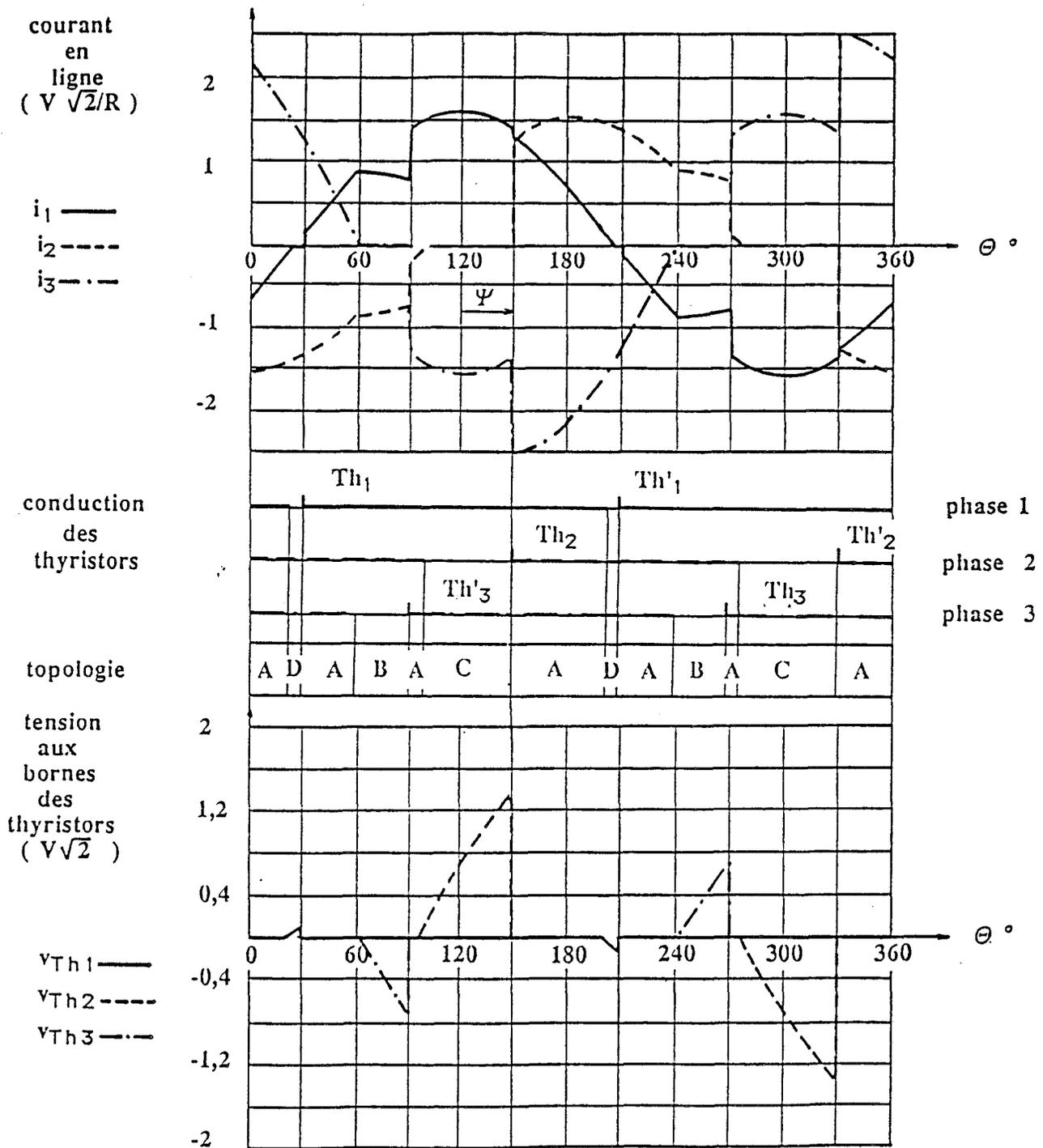
FORMES D'ONDE : 1er MODE ($\Psi = -10^\circ$)
 $K = 0,1$



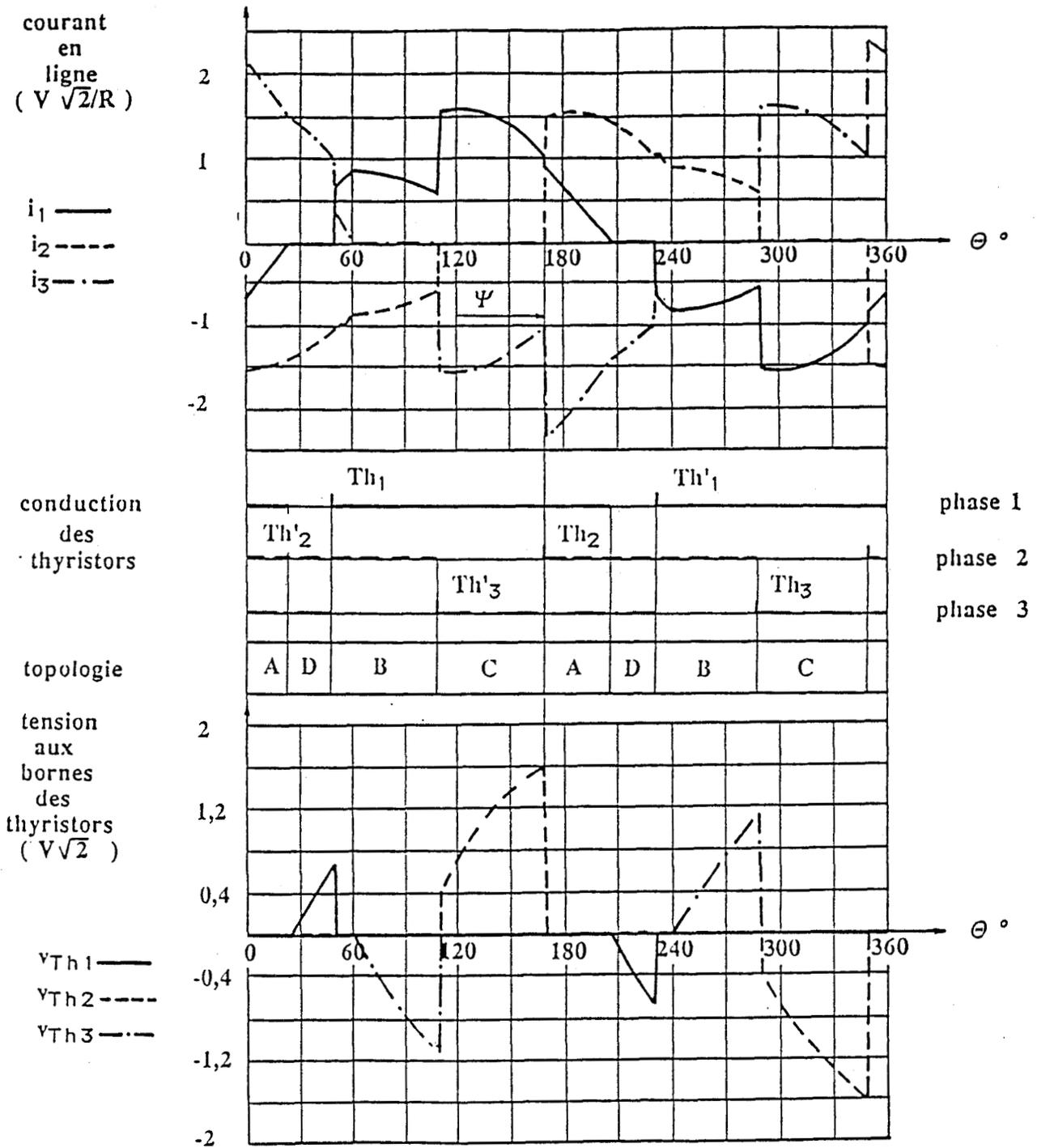
FORMES D'ONDE : 2ème MODE ($\Psi = 10^\circ$)
 $K = 0,1$



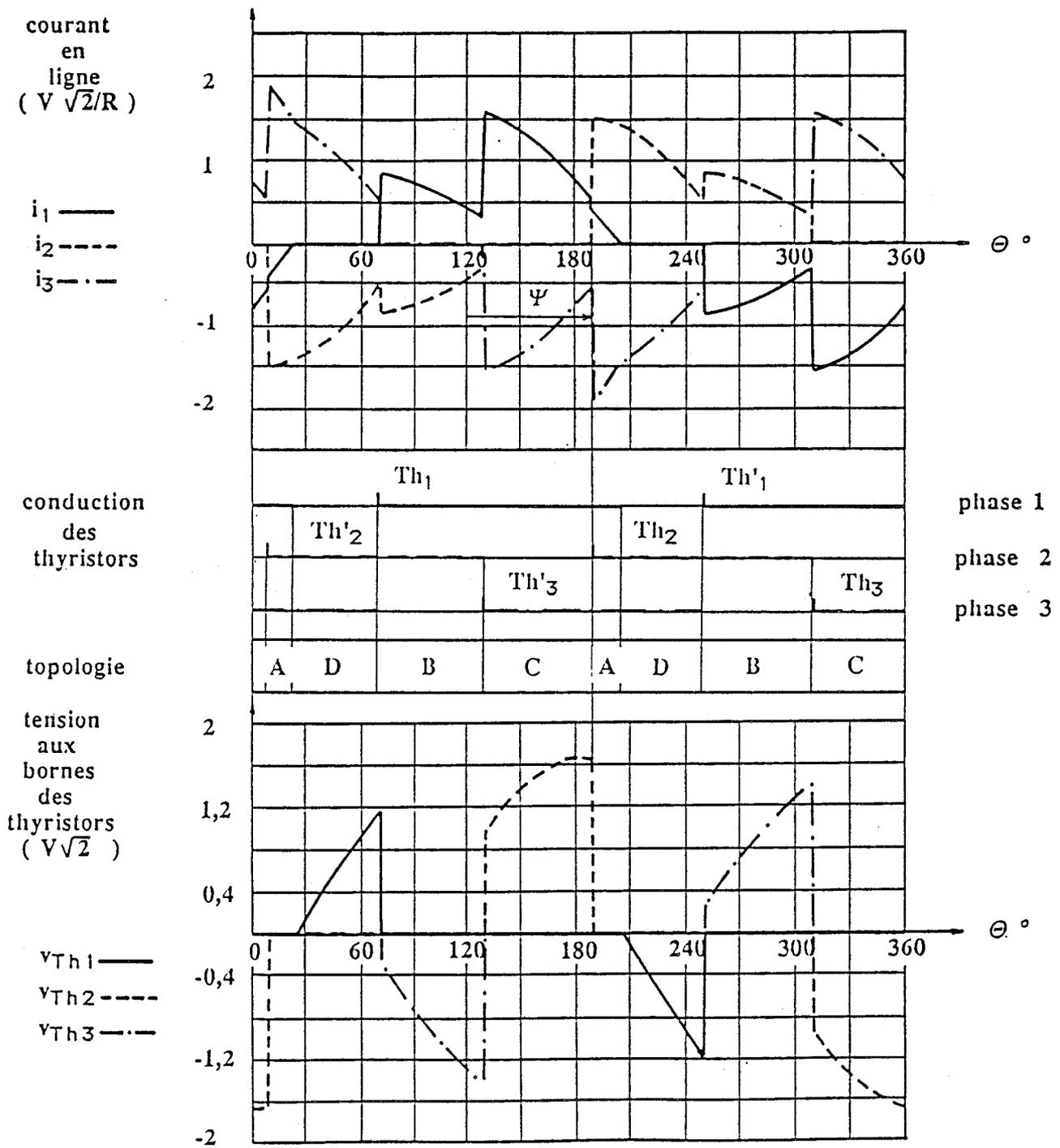
FORMES D'ONDE : 3ème MODE ($\psi = 30^\circ$)
 $K = 0,1$



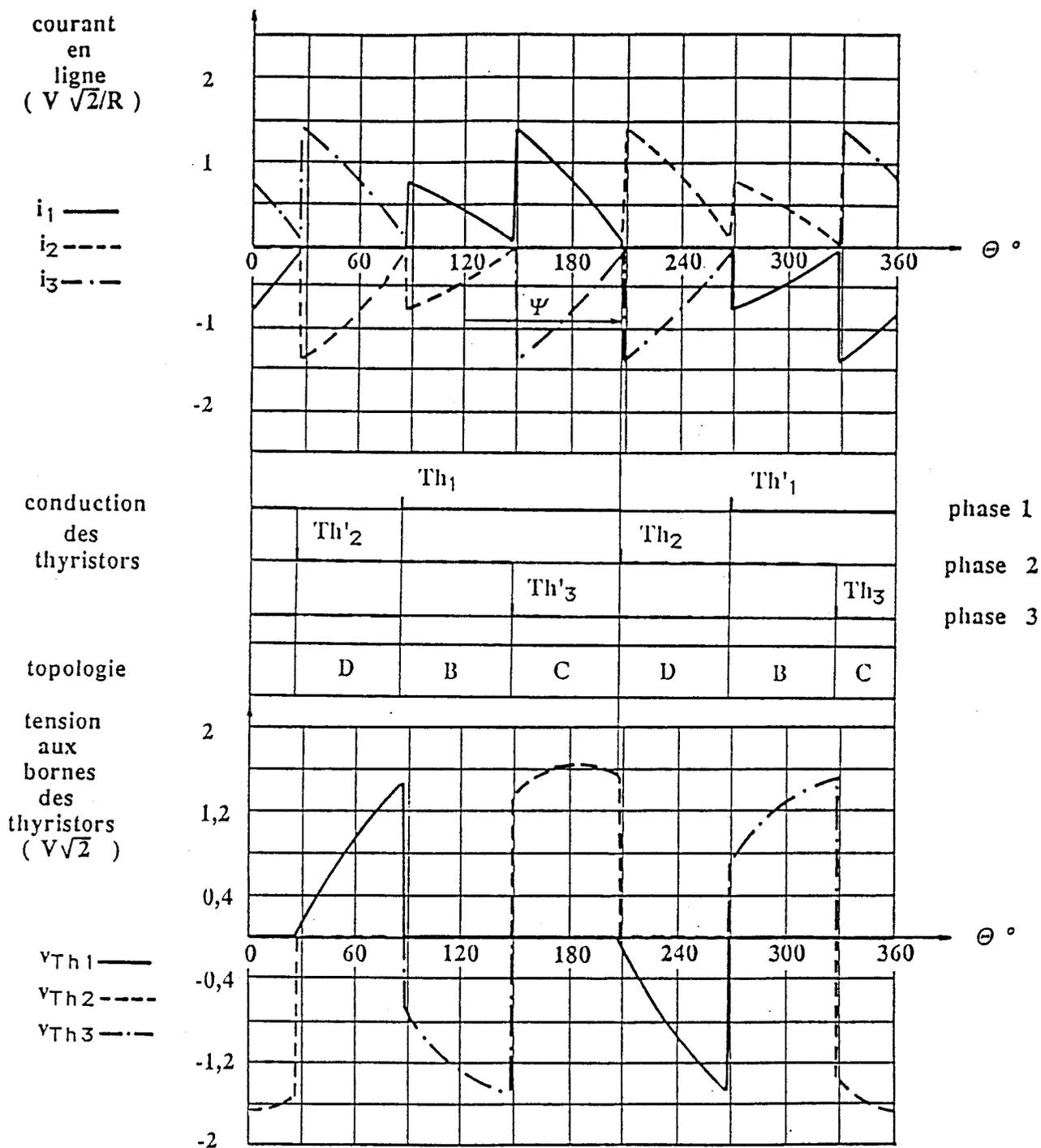
FORMES D'ONDE : 4ème MODE ($\Psi = 50^\circ$)
 $K = 0,1$



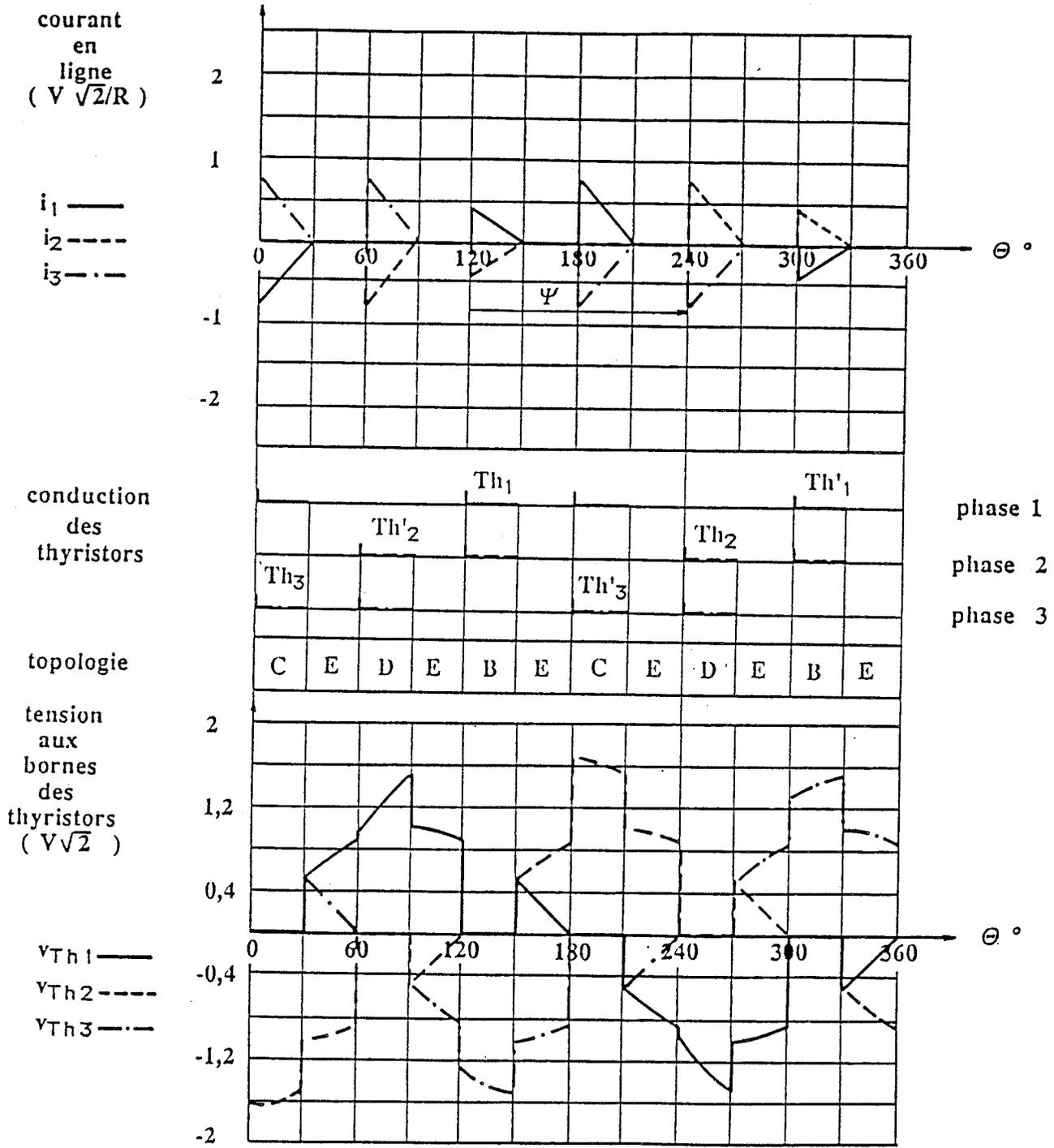
FORMES D'ONDE : 5ème MODE ($\Psi = 70^\circ$)
 $K = 0,1$



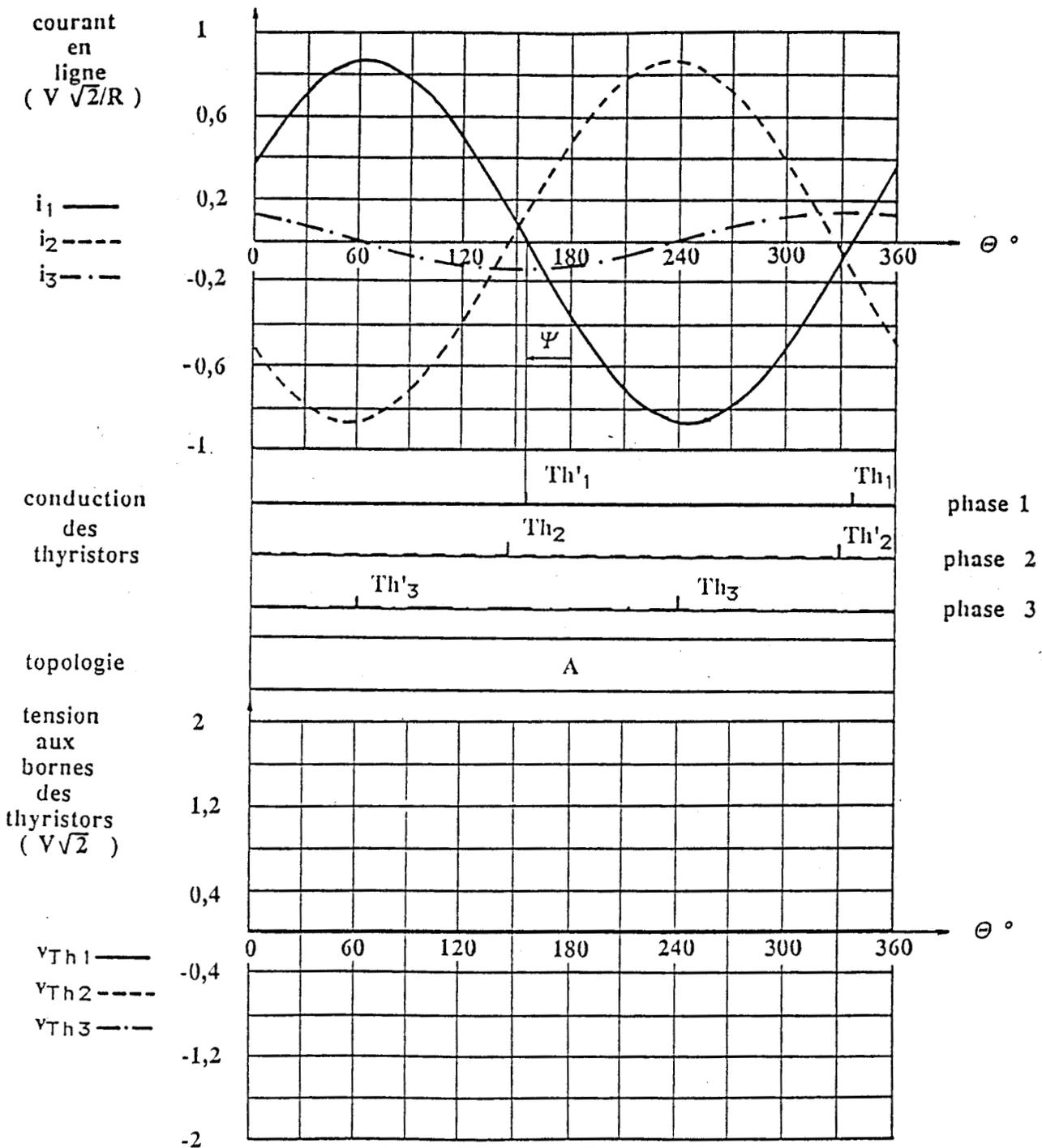
FORMES D'ONDE : 6ème MODE ($\Psi = 87,5^\circ$)
 $K = 0,1$



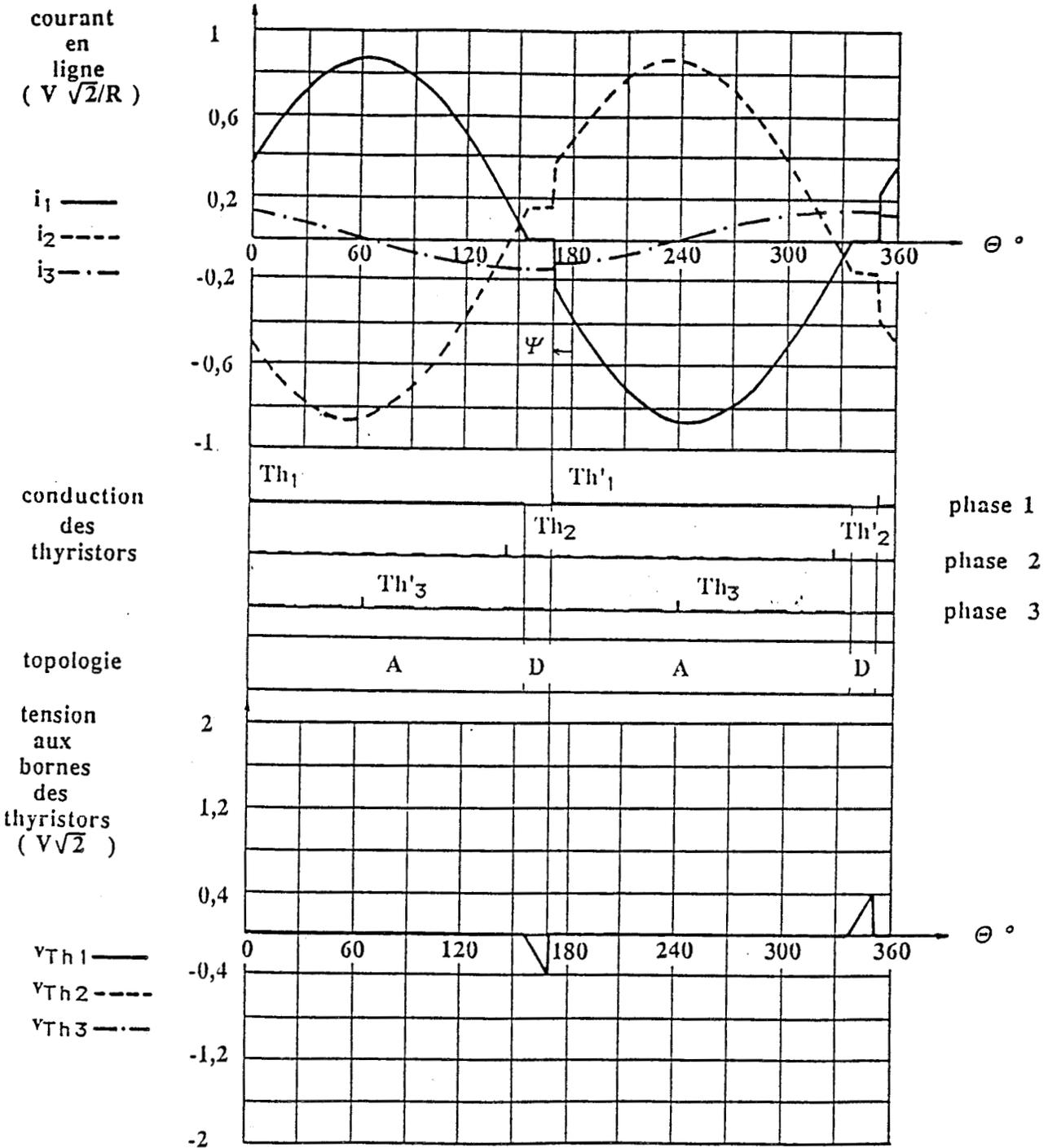
FORMES D'ONDE : 7ème MODE ($\Psi = 120^\circ$)
 $K = 0,1$



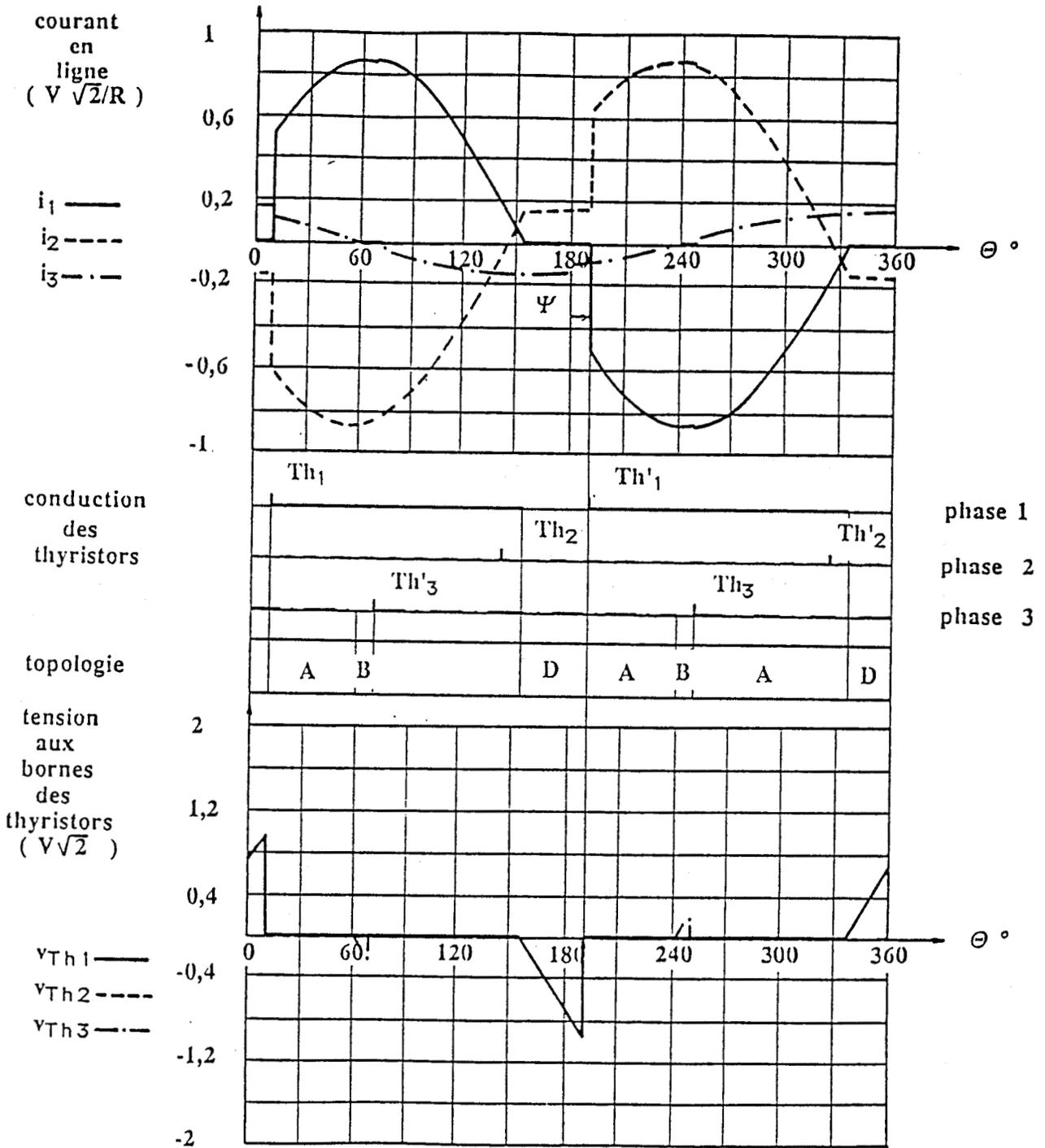
FORMES D'ONDE : PLEINE ONDE ($\Psi = -25^\circ$)
 $K = 10$



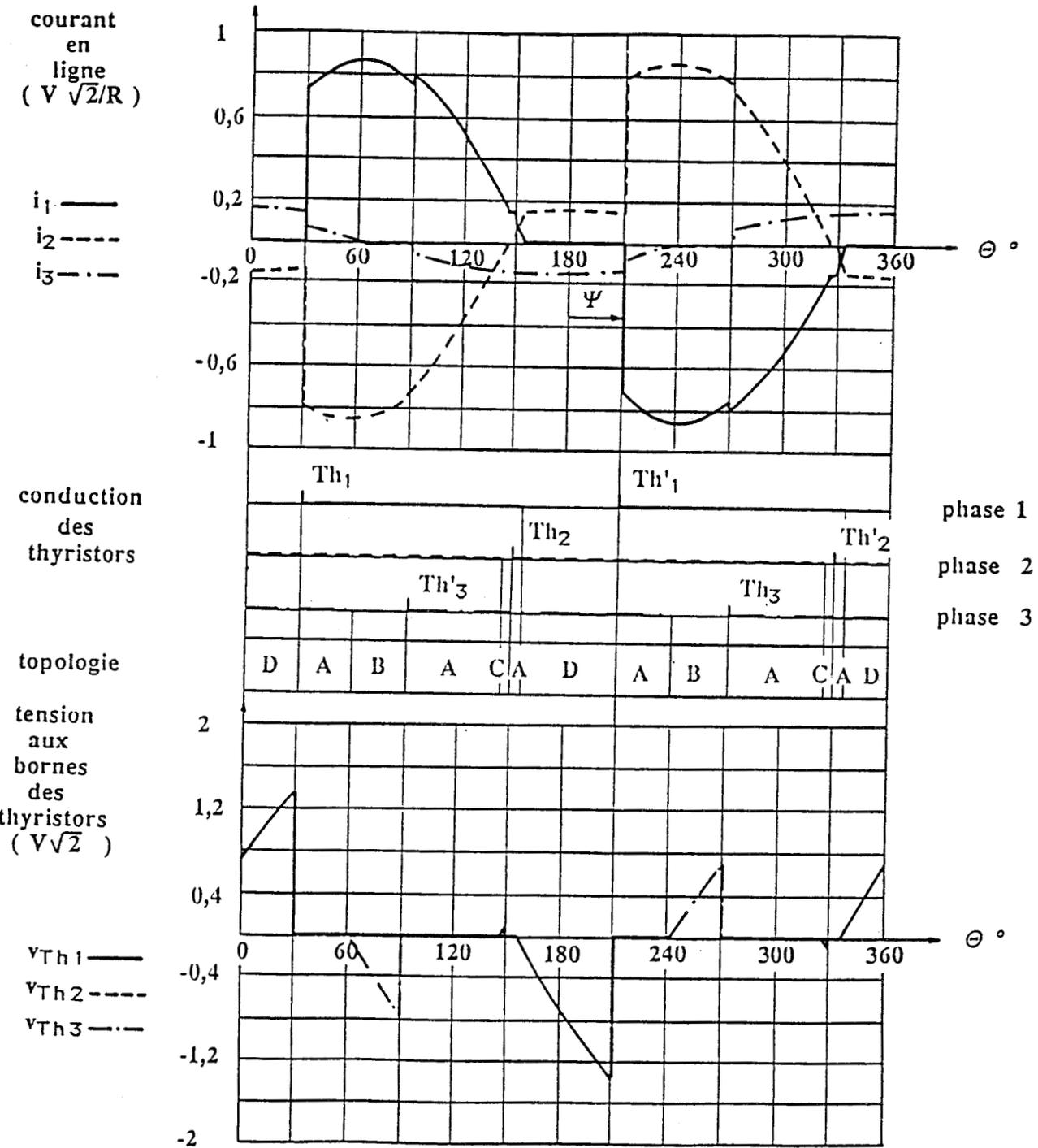
FORMES D'ONDE : 1er MODE ($\Psi = -10^\circ$)
 $K = 10$



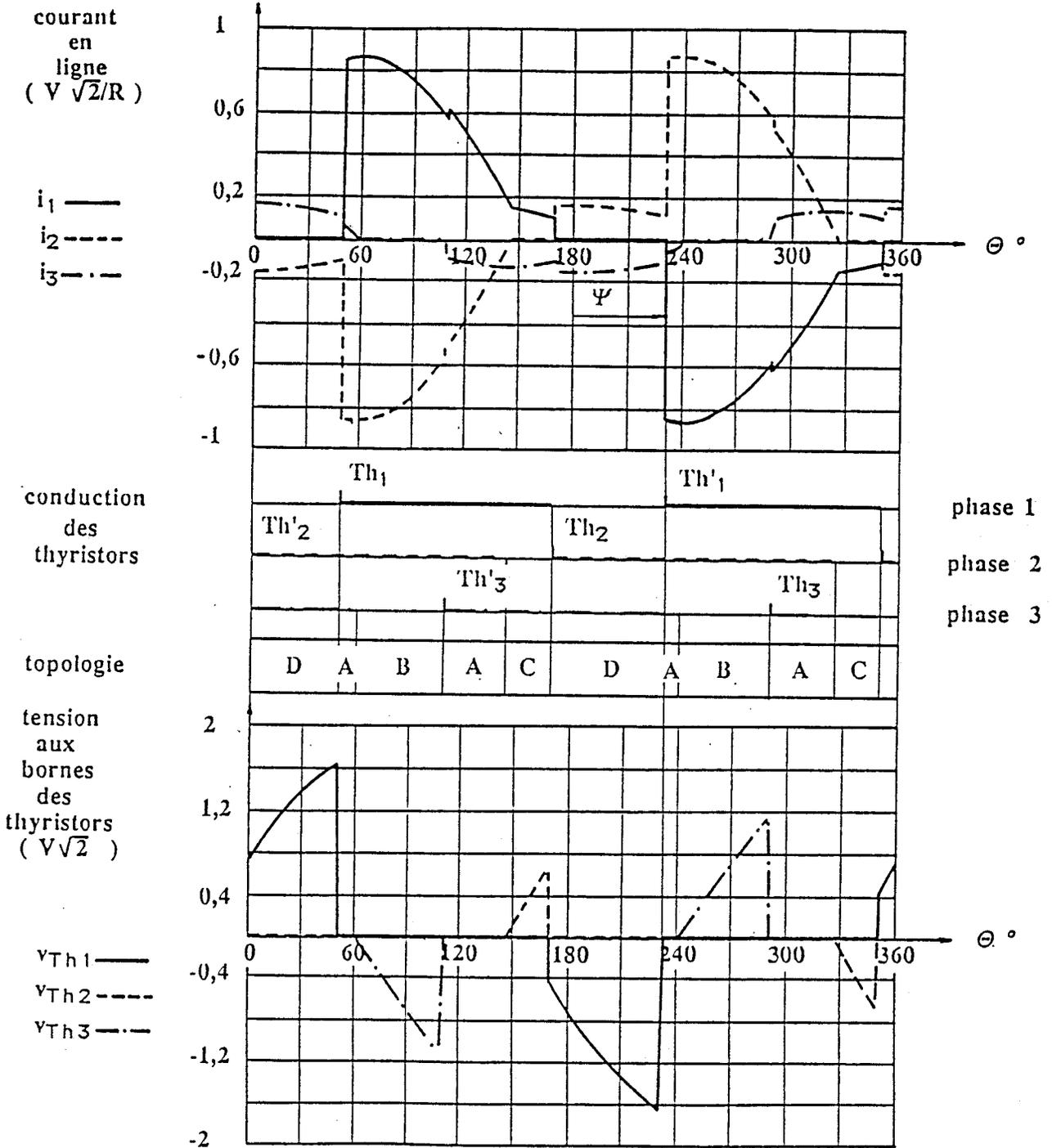
FORMES D'ONDE : 2ème MODE ($\Psi = 10^\circ$)
 $K = 10$



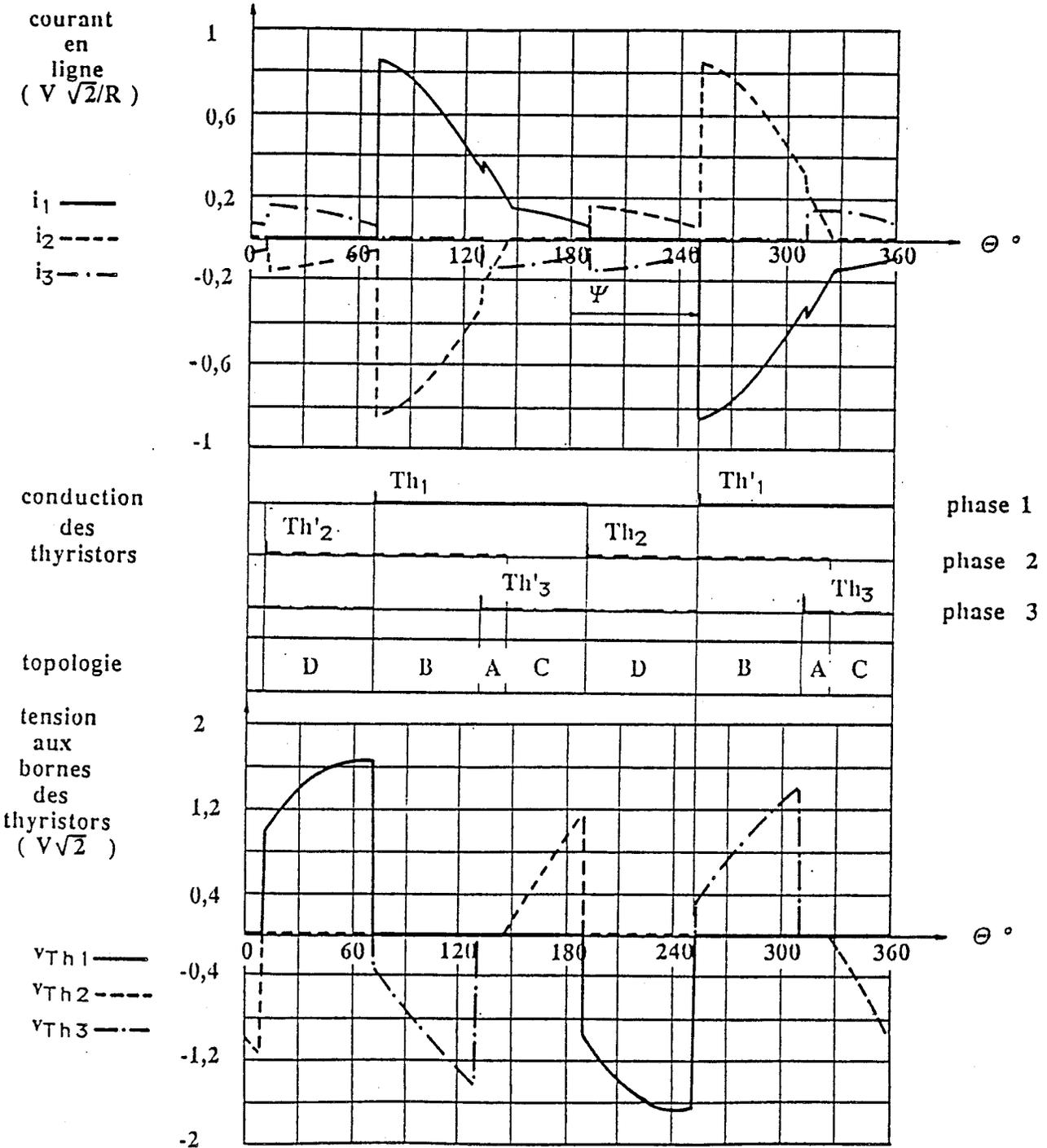
FORMES D'ONDE : 3ème MODE ($\Psi = 30^\circ$)
 $K = 10$



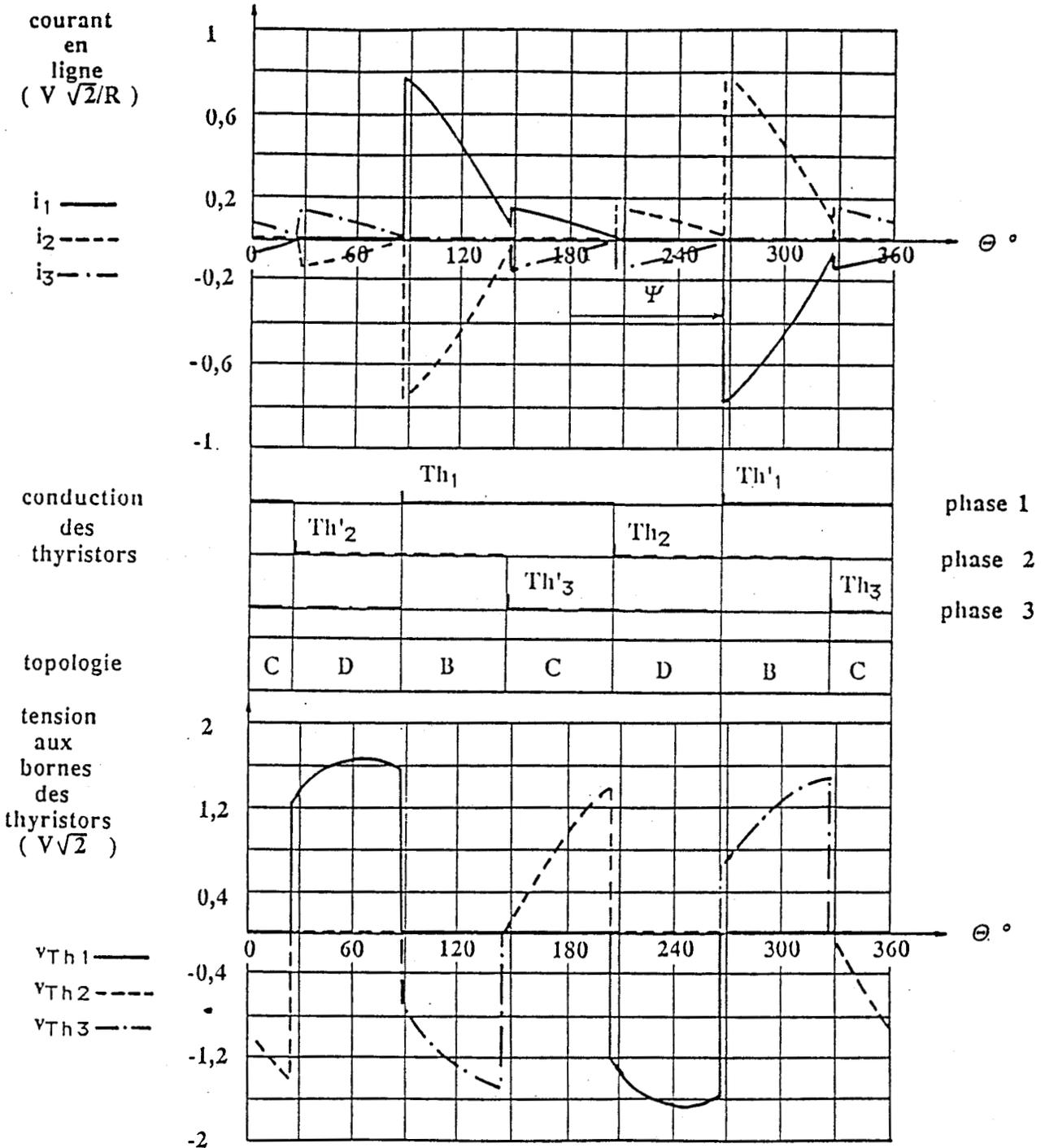
FORMES D'ONDE : 4ème MODE ($\Psi = 50^\circ$)
 $K = 10$



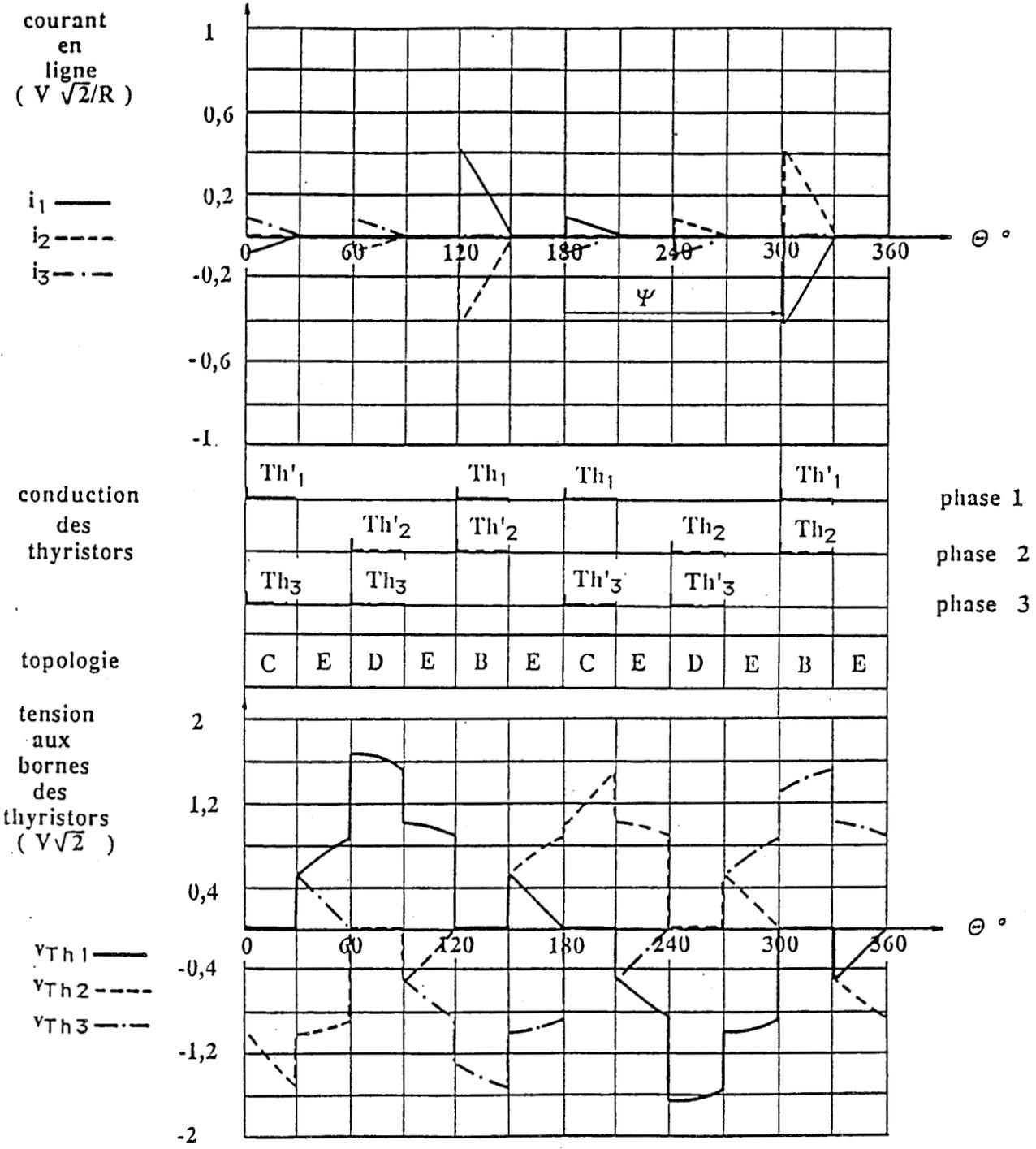
FORMES D'ONDE : 5ème MODE ($\Psi = 70^\circ$)
 $K = 10$



FORMES D'ONDE : 6ème MODE ($\Psi = 87,5^\circ$)
 $K = 10$



FORMES D'ONDE : 7ème MODE ($\Psi = 120^\circ$)
 $K = 10$



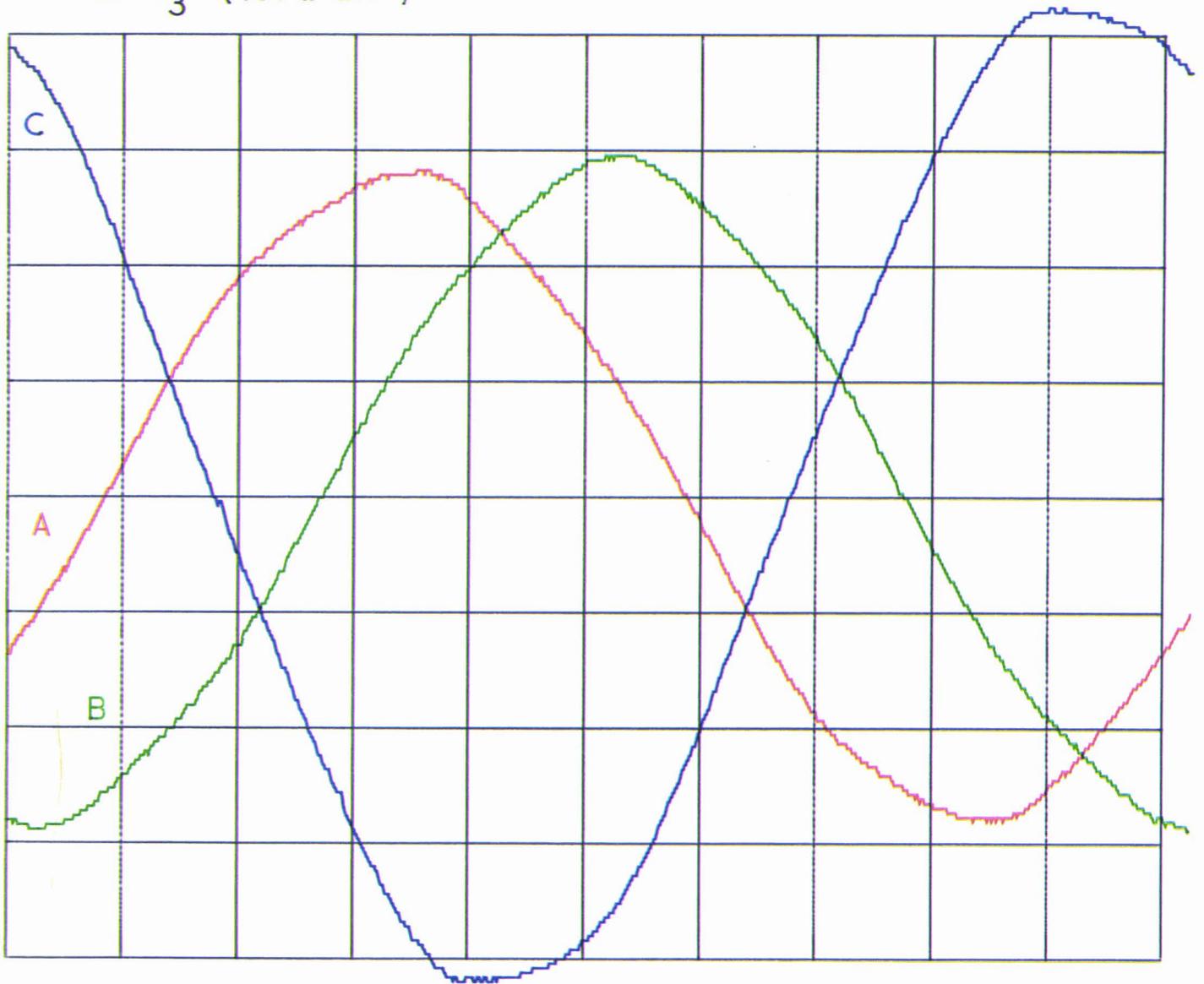
FORMES D'ONDE REELLES
POUR $\psi = -25^\circ$ ET $K = 0.1$

A = i_1 (10A/div)

B = i_2 (10A/div)

C = i_3 (10A/div)

TB = 2ms



RETURN

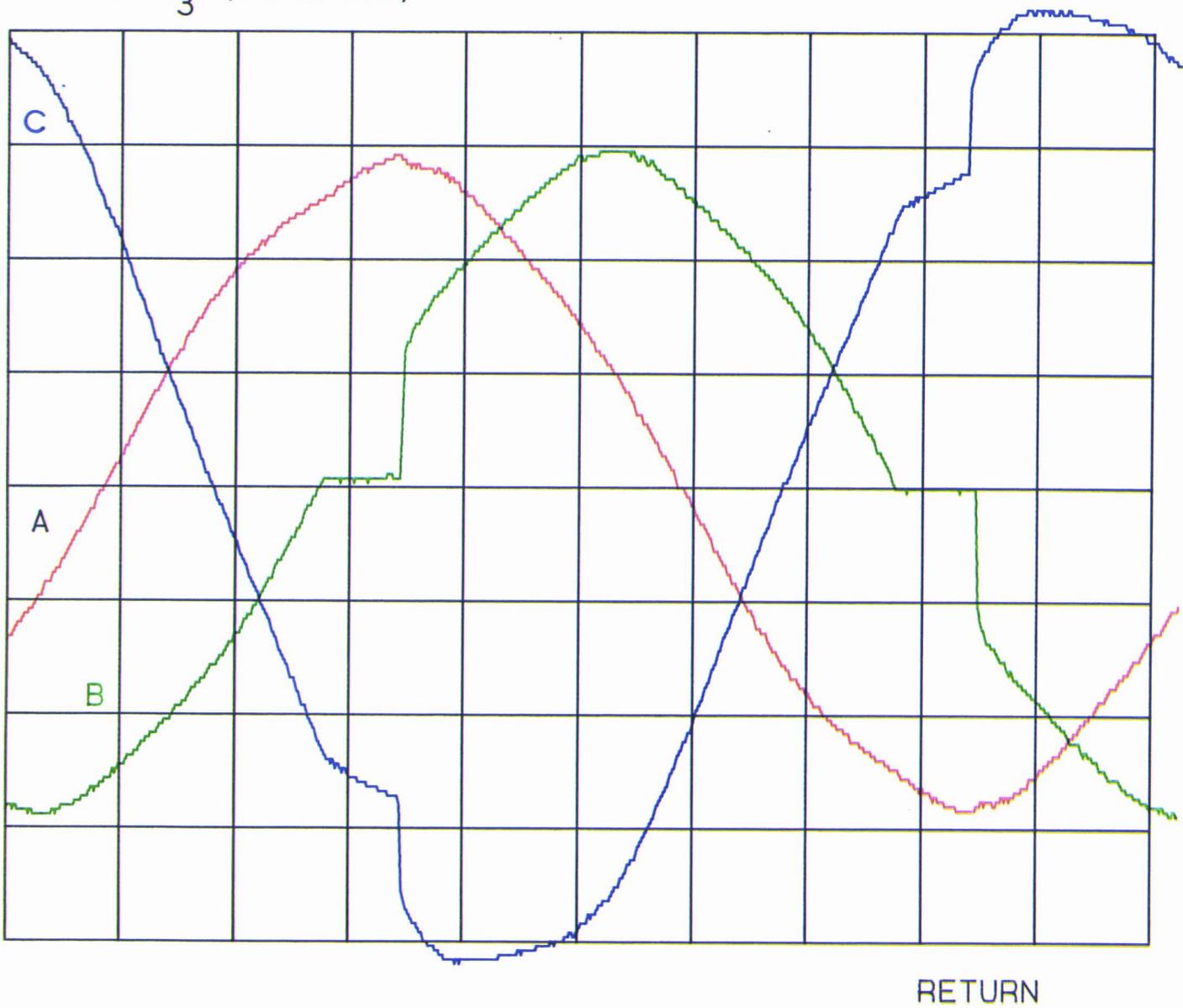
FORMES D'ONDE REELLES
POUR $\psi = 0^\circ$ ET $K = 0.1$

A = i_1 (10A /div)

B = i_2 (10A /div)

C = i_3 (10A /div)

TB= 2ms



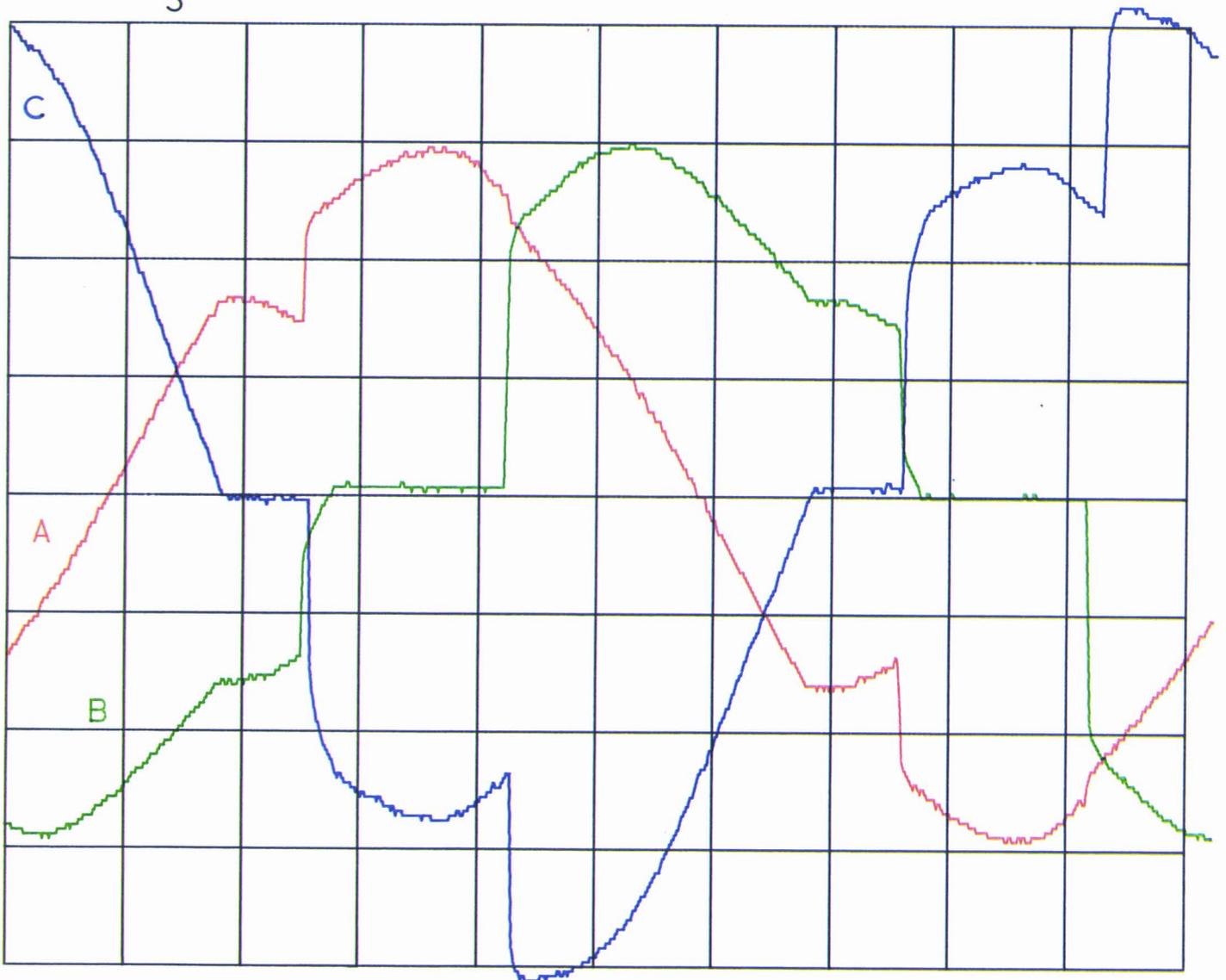
FORMES D'ONDE REELLES
POUR $\psi = 30^\circ$ ET $K = 0.1$

A = i_1 (10A/div)

B = i_2 (10A/div)

C = i_3 (10A/div)

TB= 2ms



RETURN

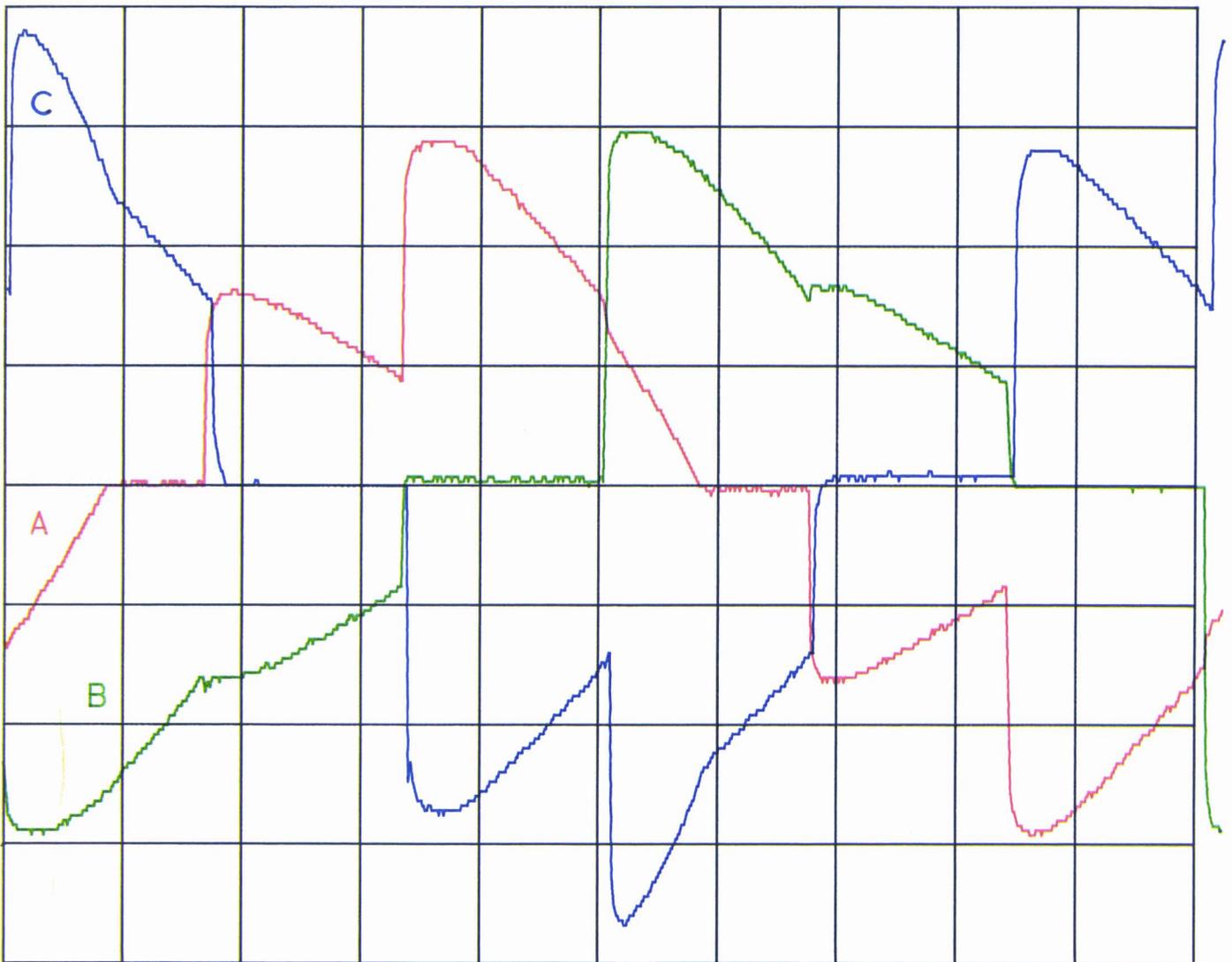
FORMES D'ONDE REELLES
POUR $\psi = 60^\circ$ ET $K = 0.1$

$A = i_1$ (10A/div)

$B = i_2$ (10A/div)

$C = i_3$ (10A/div)

TB = 2ms



RETURN

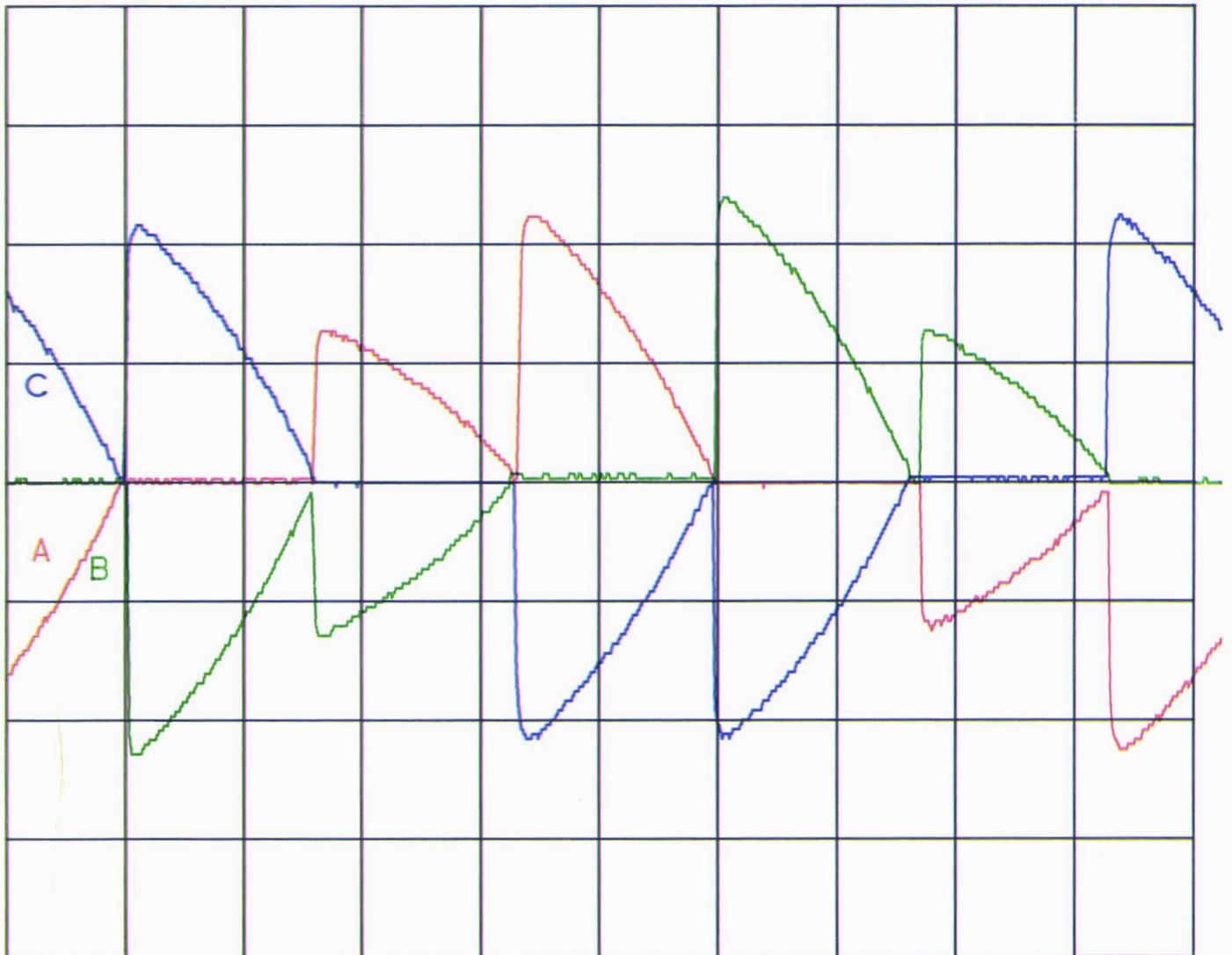
FORMES D'ONDE REELLES
POUR $\psi = 90^\circ$ ET $K = 0.1$

$A = i_1$ (10 A/div)

$B = i_2$ (10 A/div)

$C = i_3$ (10 A/div)

TB = 2ms



RETURN

FORMES D'ONDE REELLES
POUR $\psi = 120^\circ$ ET $K=0.1$

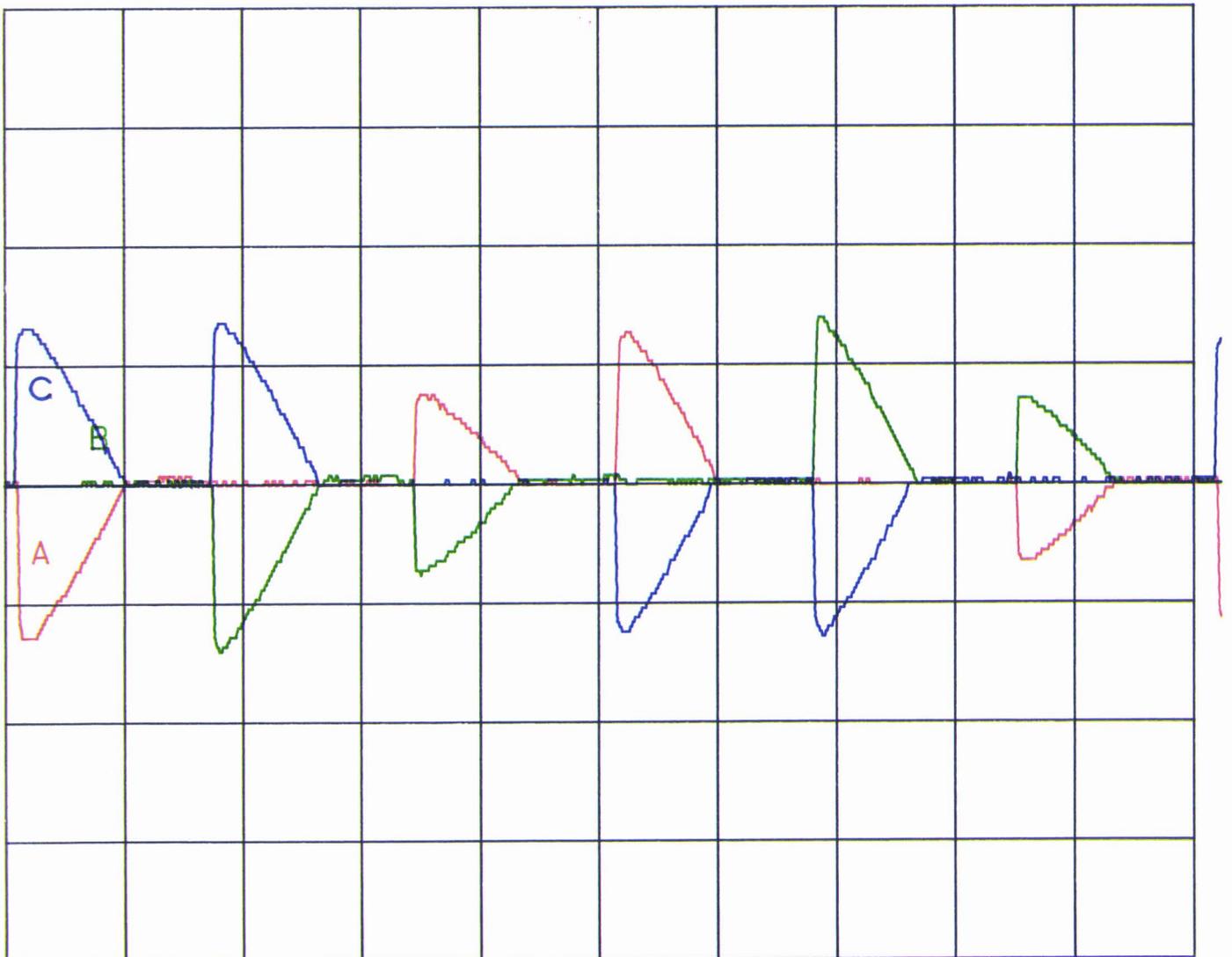


A = i_1 (10A / div)

B = i_2 (10A / div)

C = i_3 (10A / div)

TB = 2ms

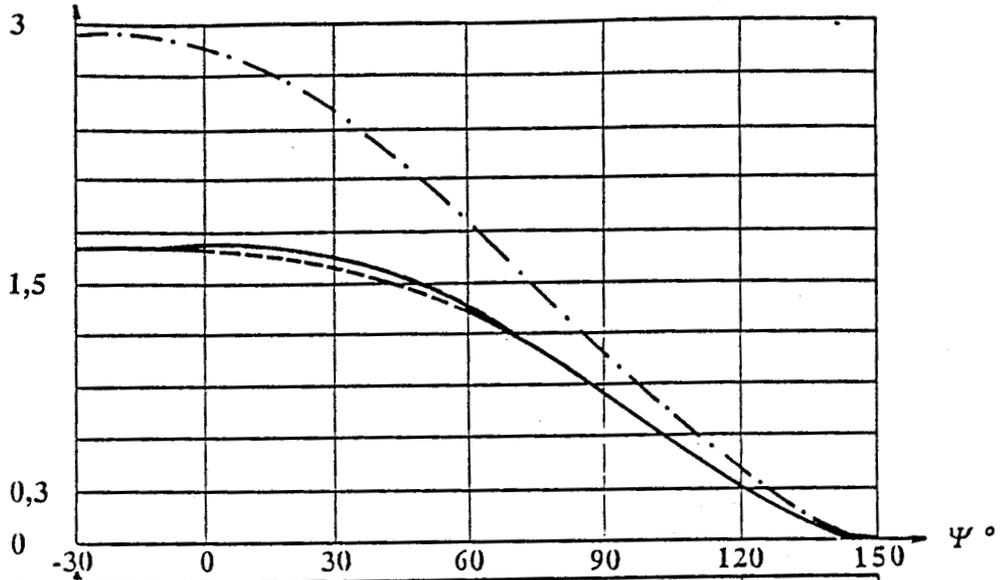


RETURN

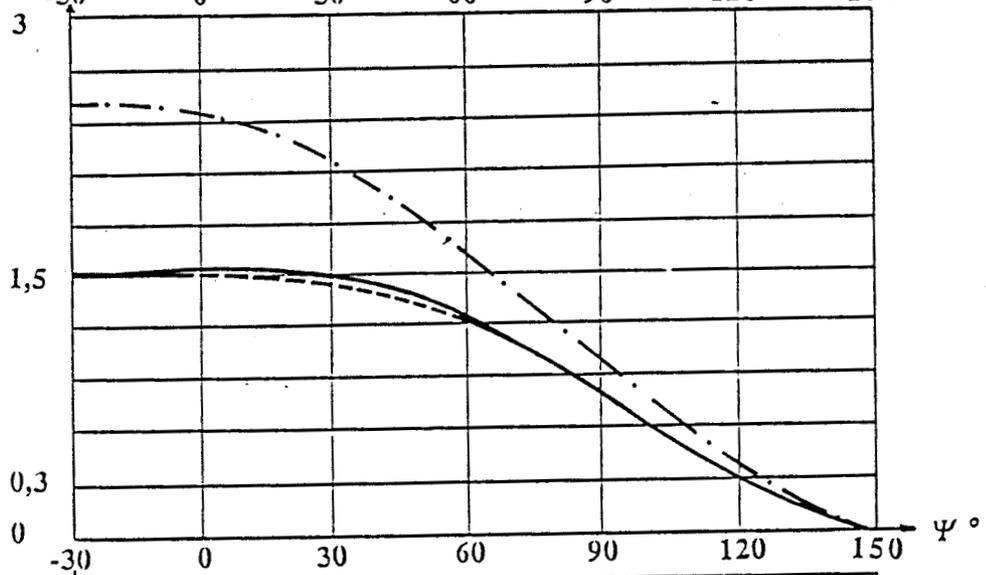
VALEURS EFFICACES DES COURANTS EN LIGNE (I / V / R)

I_1 ———
 I_2 - - - -
 I_3 - · - ·
 pour $K < 1$

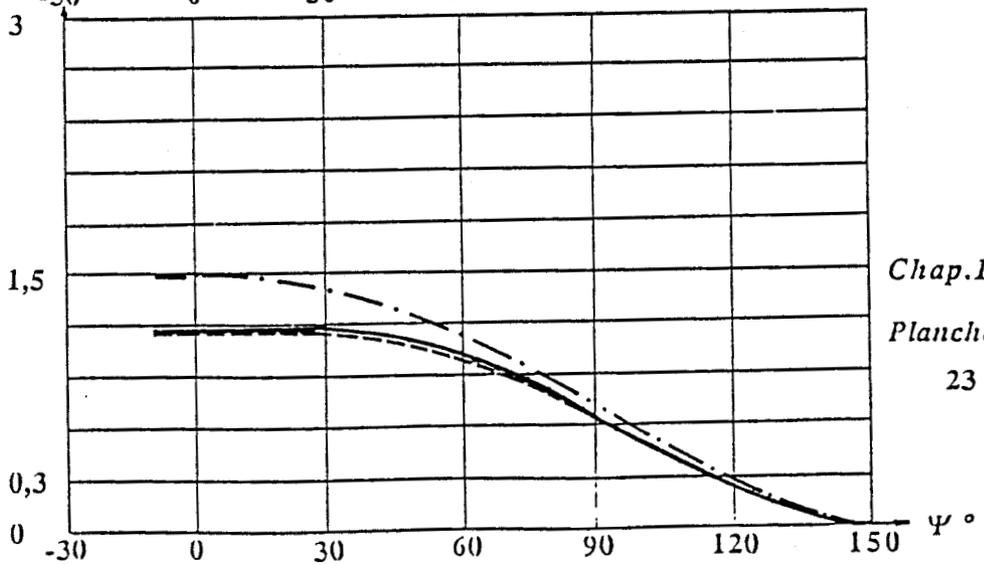
K=0,01



K=0,1



K=0,5



Chap. I

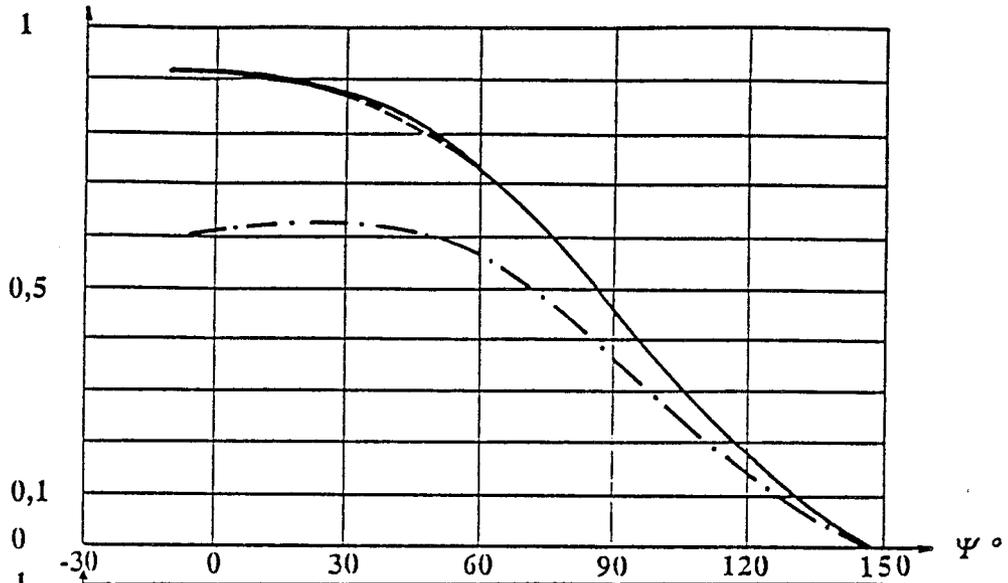
Planche n°

23

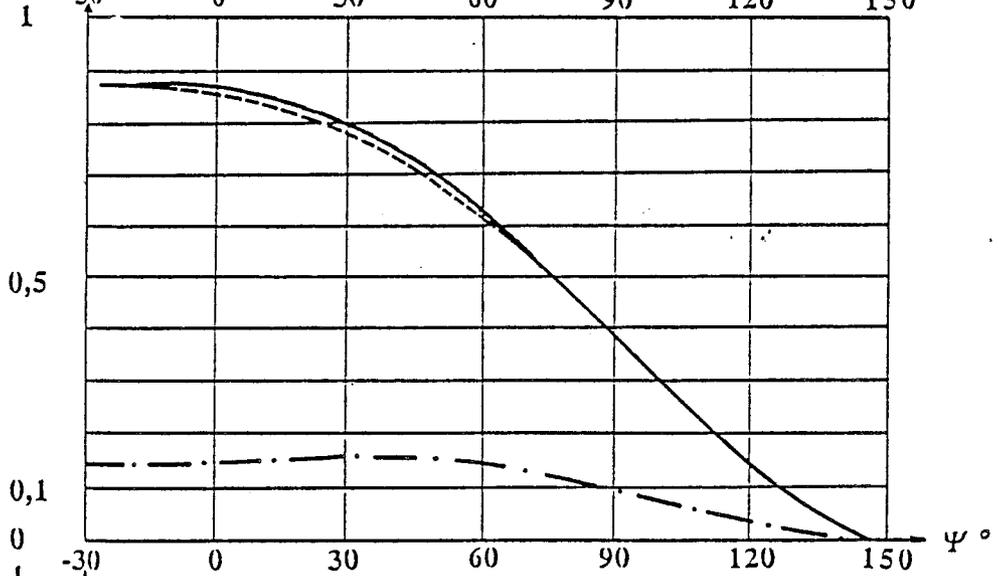
VALEURS EFFICACES DES COURANTS EN LIGNE (/ V / R)

I_1 ———
 I_2 - - - -
 I_3 - · - ·
 pour $K > 1$

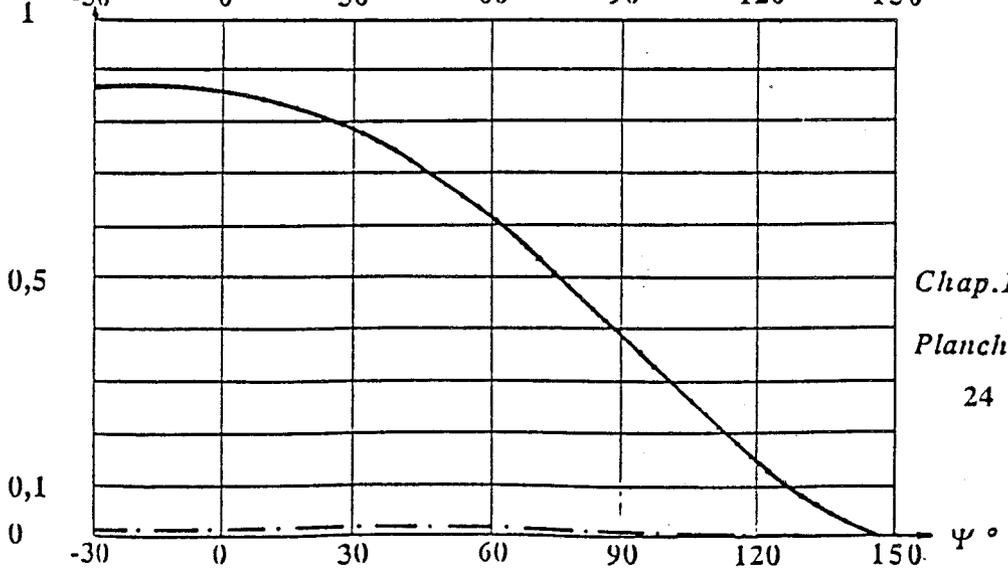
K=2



K=10



K=100

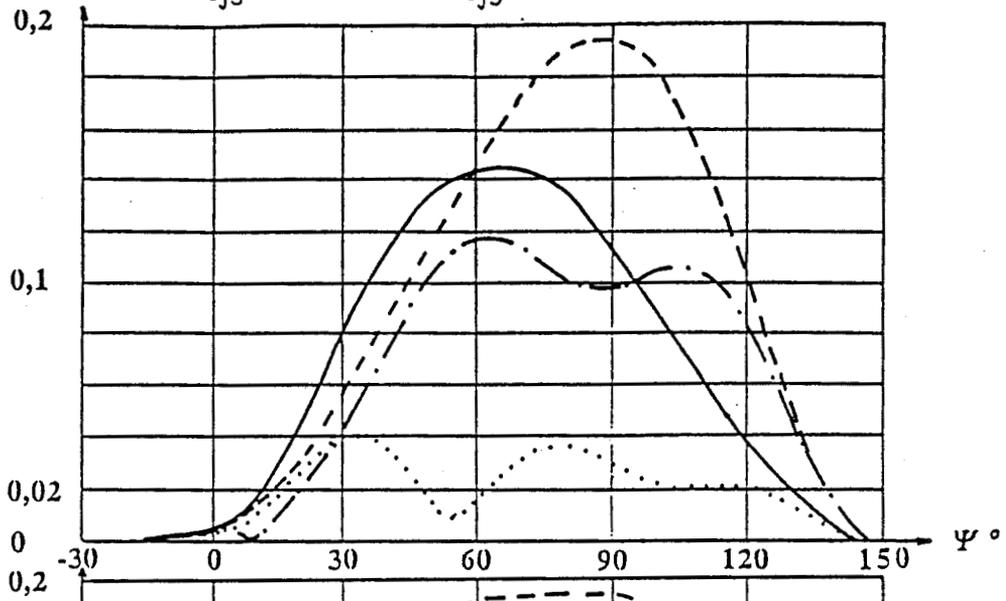


Chap.1
 Planche n°
 24

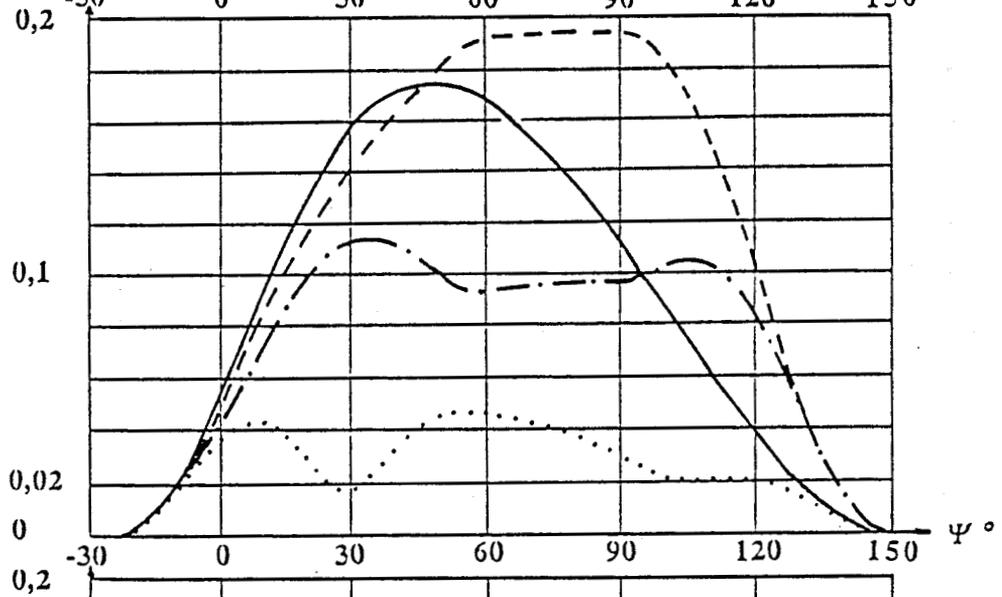
VALEURS EFFICACES DES HARMONIQUES (/ I_j à pleine onde)

I_{j3} ——— I_{j7} - · - · -
 I_{j5} - - - - I_{j9} ······
 pour $K=0,1$

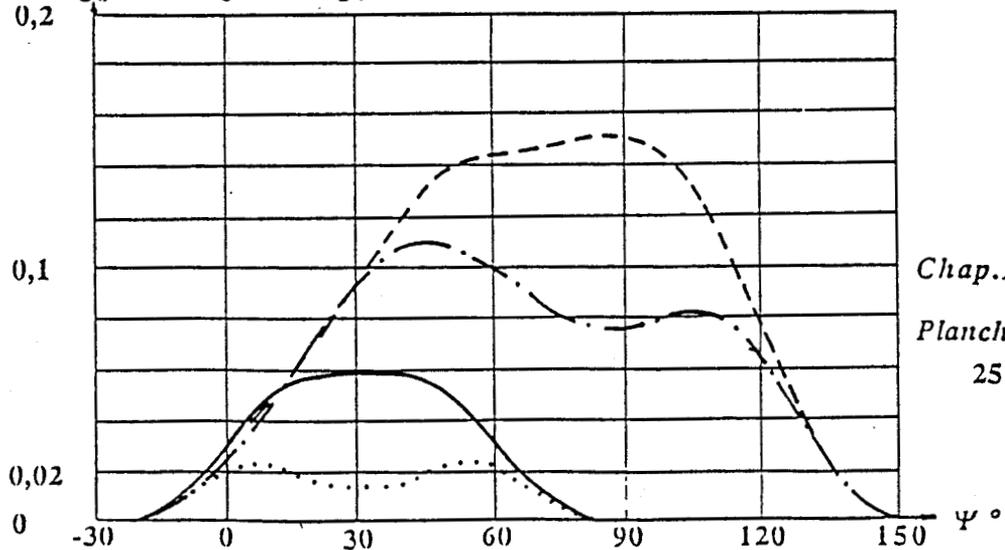
ligne j=1



ligne j=2



ligne j=3



Chap.1

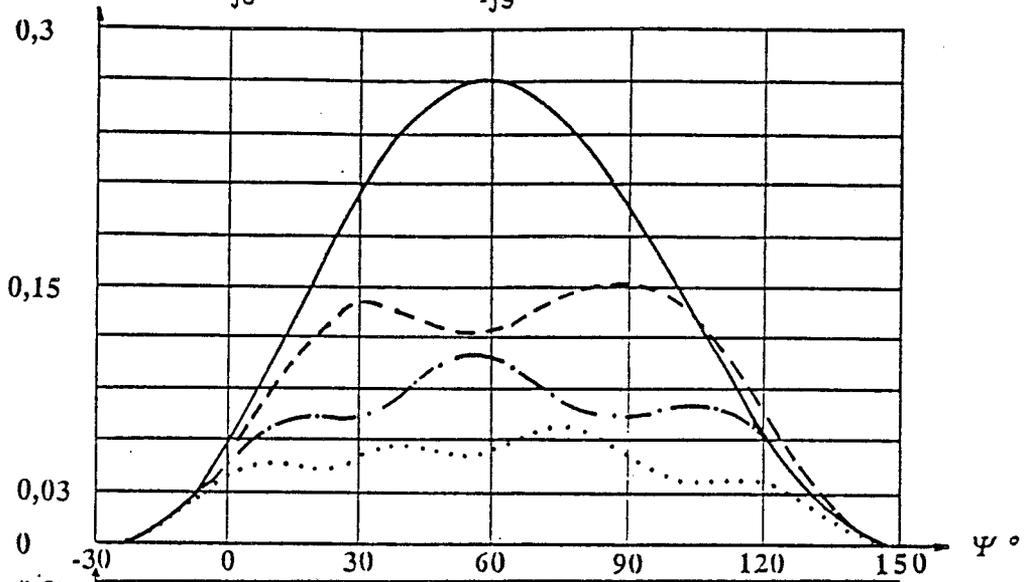
Planche n°

25

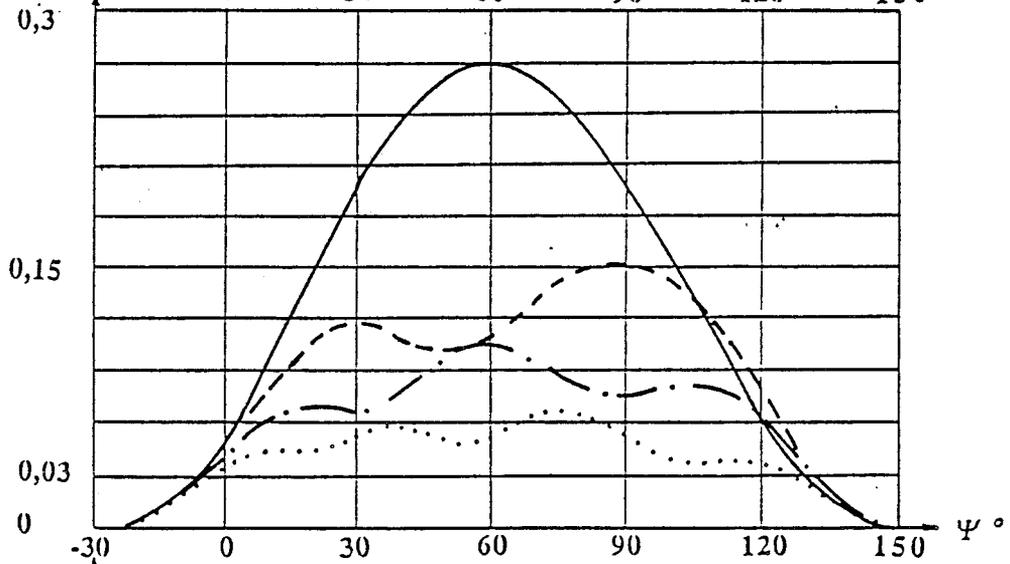
VALEURS EFFICACES DES HARMONIQUES (/ I_j à pleine onde)

I_{j3} ——— I_{j7} - · - · -
 I_{j5} - - - - I_{j9} ······
 pour $K=10$

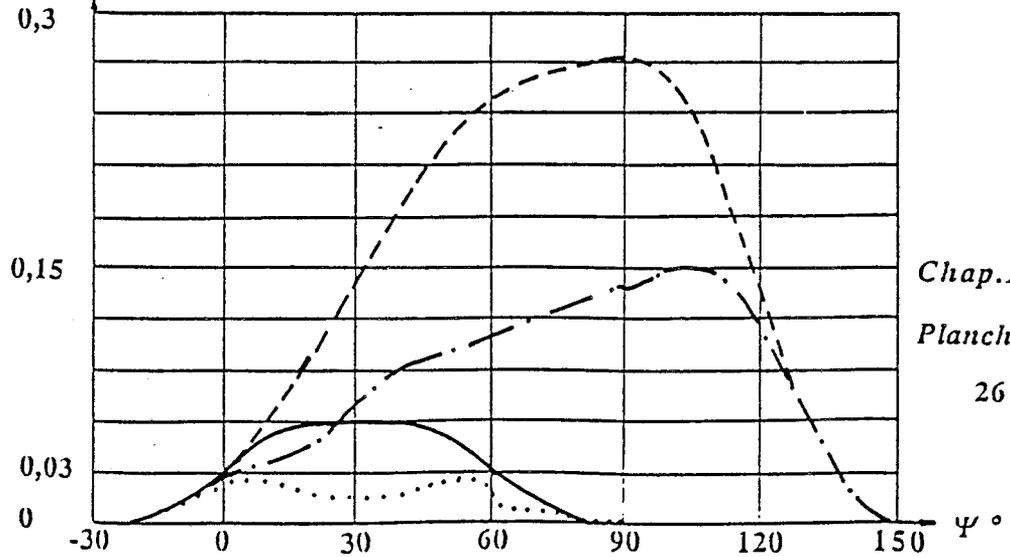
ligne j=1



ligne j=2



ligne j=3



Chap. I

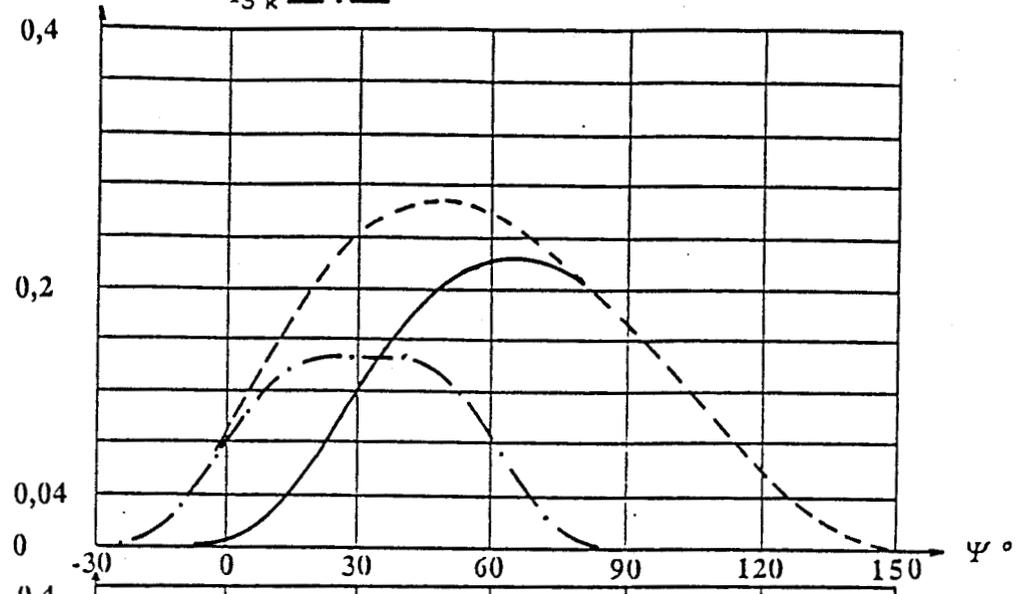
Planche n°

26

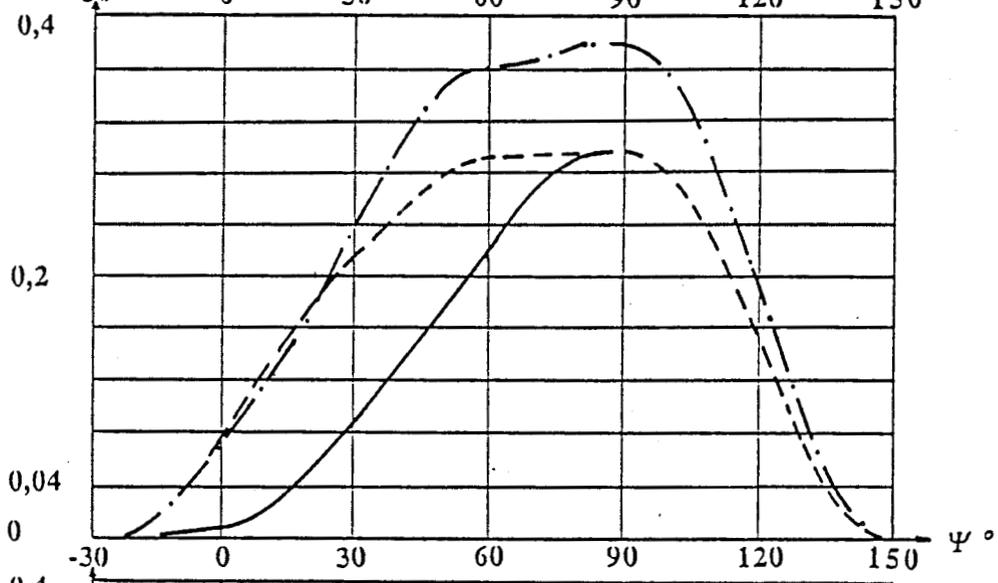
VALEURS EFFICACES DES HARMONIQUES (/ V / R)

I_{1k} ———
 I_{2k} - - - - -
 I_{3k} - · - · -
 pour $K=0,1$

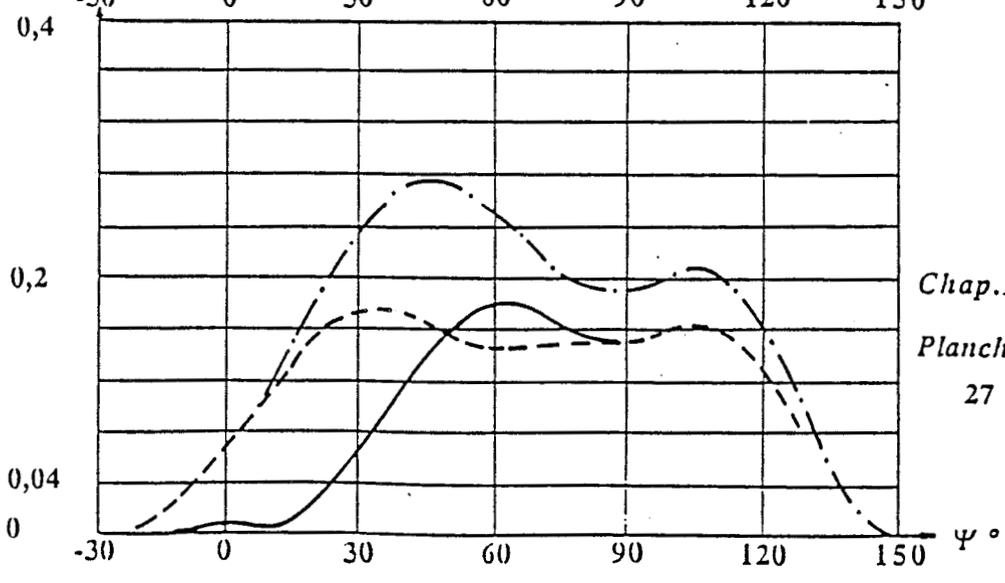
rang $k=3$



rang $k=5$



rang $k=7$

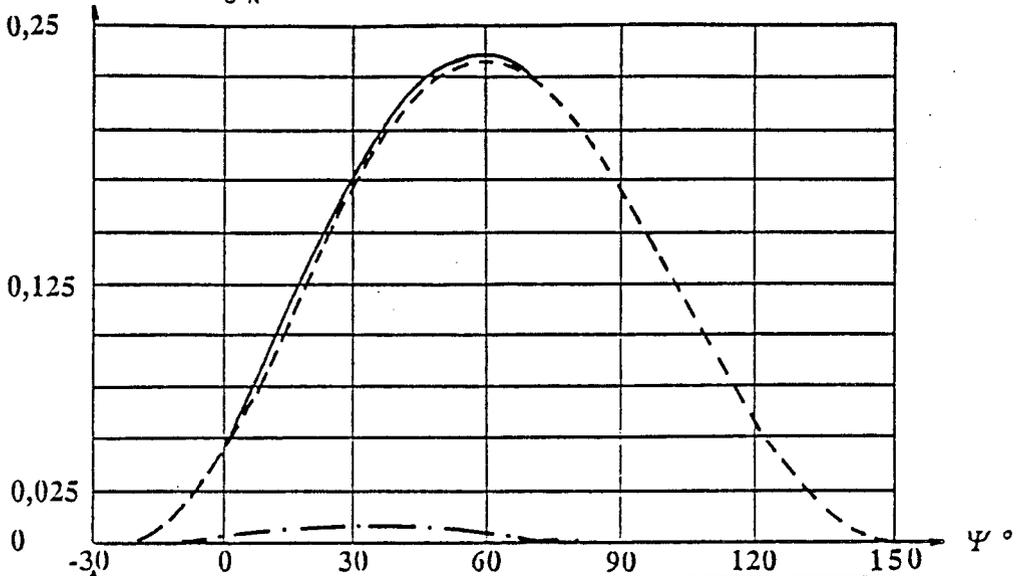


Chap.1
 Planche n°
 27

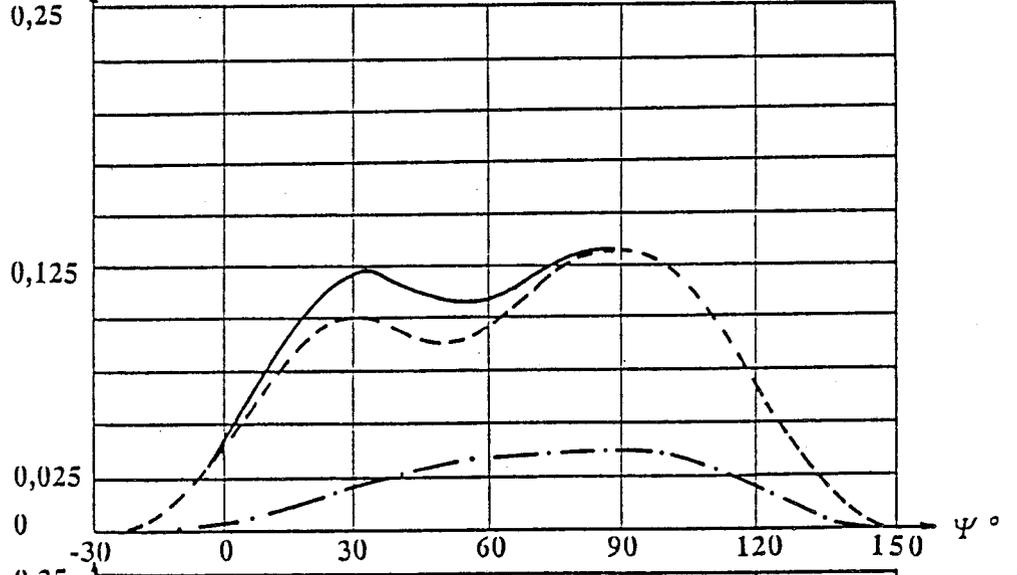
VALEURS EFFICACES DES HARMONIQUES (/ V / R)

I_{1k} ———
 I_{2k} - - - - -
 I_{3k} - . - .
 pour $K=10$

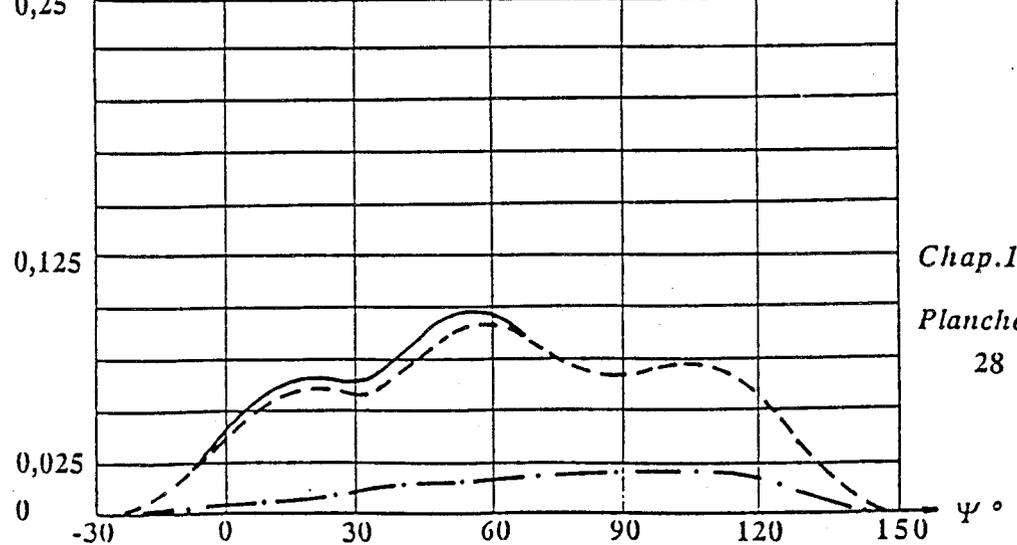
rang $k=3$



rang $k=5$



rang $k=7$



Chap.1

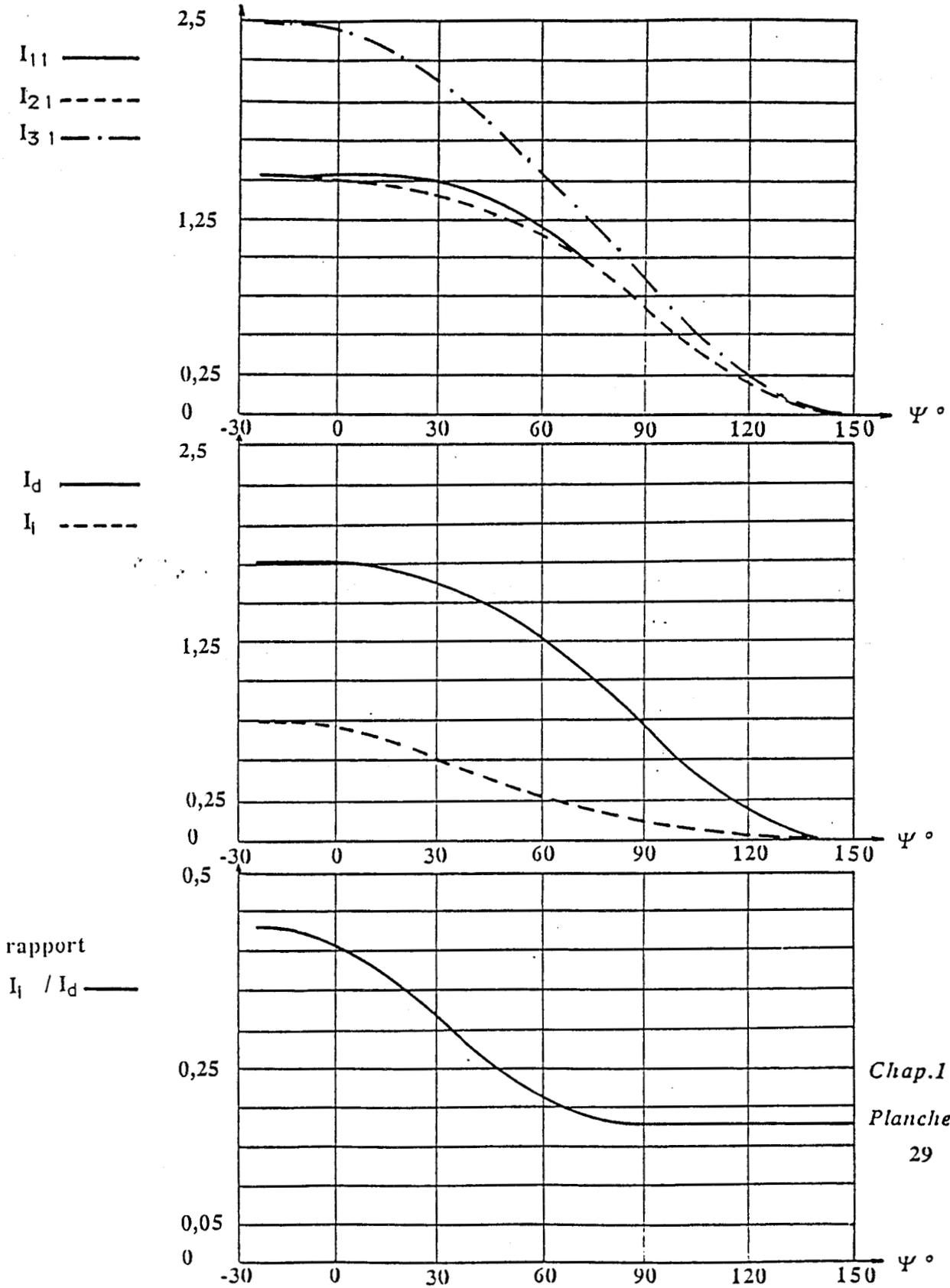
Planche n°

28

VALEURS EFFICACES

DES COMPOSANTES SYMETRIQUES DES FONDAMENTAUX (/ V / R)

pour $K=0,1$



Chap.1

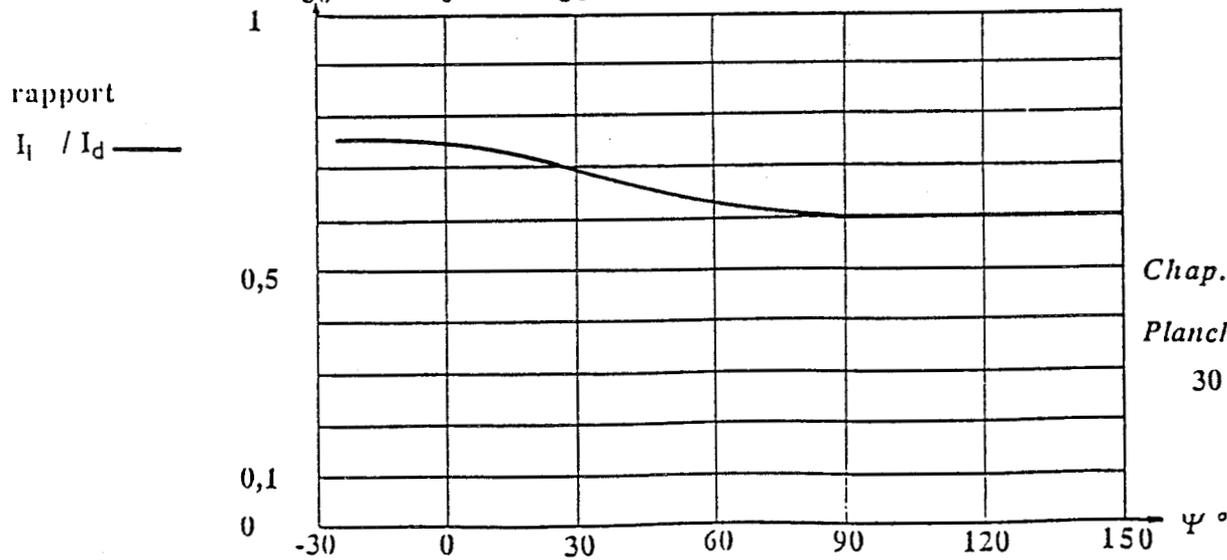
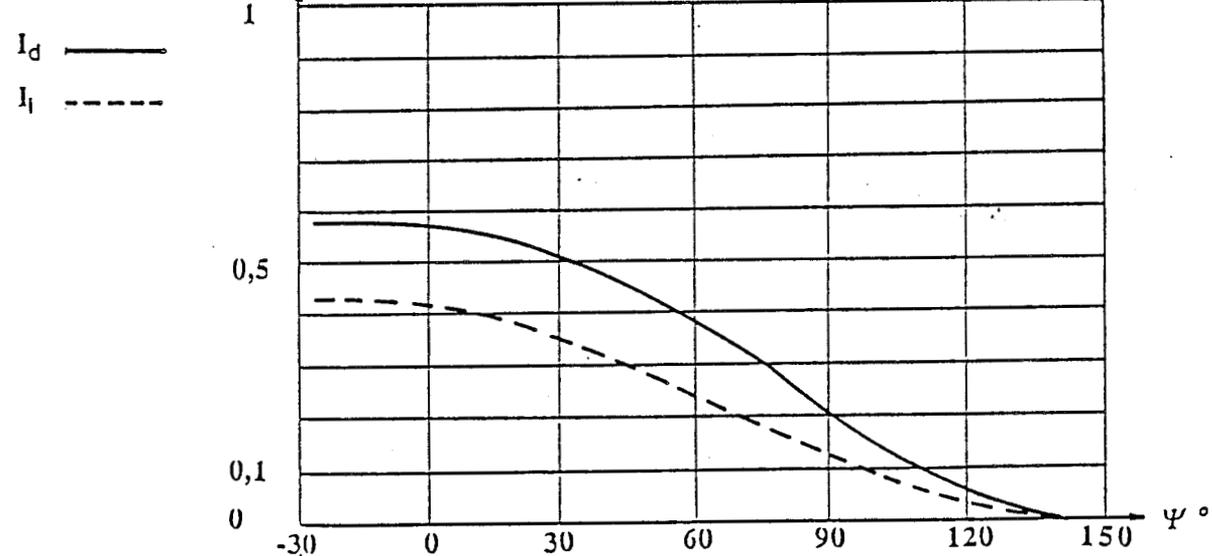
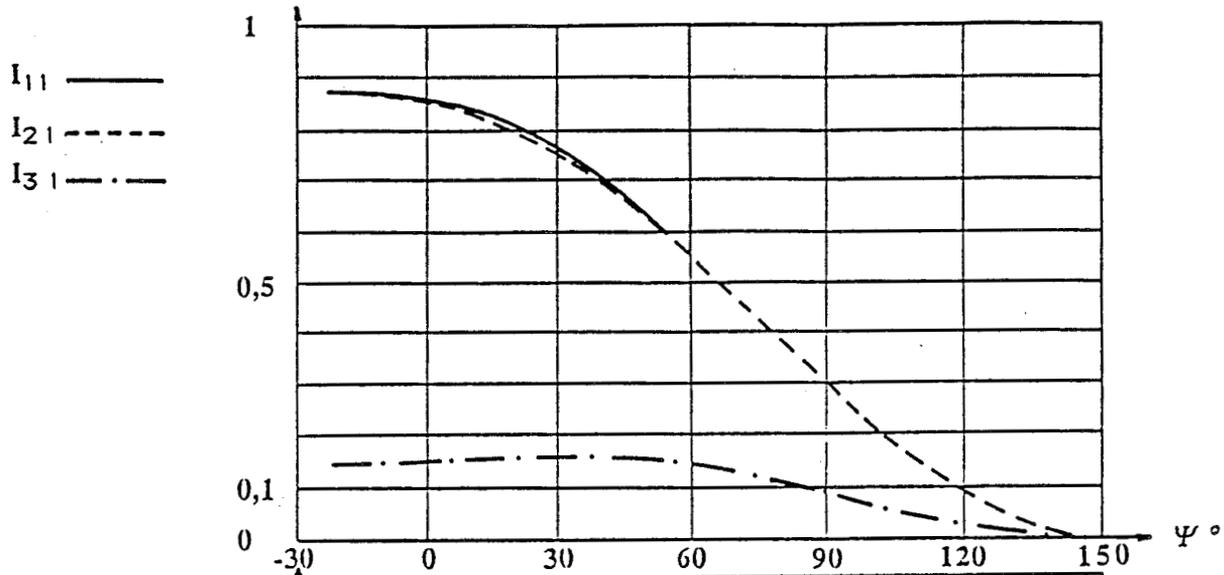
Planche n°

29

VALEURS EFFICACES

DES COMPOSANTES SYMETRIQUES DES FONDAMENTAUX (/ V / R)

pour $K=10$



Chap. I

Planche n°

30

CHAPITRE 2

***GROUPEMENTS DE GRADATEURS
MONOPHASES***

CHAPITRE 2

GROUPEMENT DE GRADATEURS MONOPHASES

I. LE GRADATEUR MONOPHASE DEBITANT SUR RESISTANCE

Le fonctionnement du gradateur monophasé débitant sur une résistance R est bien connu.

On se limite ici au rappel de ses caractéristiques, notamment :

- la valeur efficace du courant,
- la valeur efficace des harmoniques du courant,
- les contraintes sur les thyristors.

Les expressions sont données compte-tenu d'une tension d'alimentation $v = V\sqrt{2} \sin \omega t$ et du déclenchement repéré par l'angle ψ compté à partir de $\theta = \omega t = 0$.

I.1. VALEUR EFFICACE DU COURANT

$$I = \frac{V}{R} \sqrt{1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\psi}$$

①

I.2. VALEUR EFFICACE DE L'HARMONIQUE DE RANG **$j = 2l + 1$ DU COURANT.****I.2.1. Si $l = 0$ (fondamental)**

$$I_1 = \sqrt{Y_1^2 + Z_1^2}$$

avec $Y_1 = \frac{V}{\pi R} \left[\pi - \psi + \frac{1}{2} \sin 2\psi \right]$

et $Z_1 = \frac{V}{\pi R} \left[\frac{1}{2} \cos 2\psi - \frac{1}{2} \right]$

(2)

I.2.2. Si $l \neq 0$

$$I_j = \sqrt{Y_j^2 + Z_j^2}$$

avec $Y_j = \frac{V}{\pi R} \left[\frac{\sin (2l + 2) \psi}{2l + 2} - \frac{\sin 2l\psi}{2l} \right]$

et $Z_j = \frac{V}{\pi R} \left[\frac{\cos (2l + 2) \psi - 1}{2l + 2} - \frac{\cos 2l\psi - 1}{2l} \right]$

(3)

I.3. CONTRAINTES SUR LES THYRISTORS.**I.3.1. Valeur maximale de la tension aux bornes d'un thyristor**Dès qu'un thyristor est bloqué $v_{Th} = v$.

Donc

$$v_{Th_{max}} = V\sqrt{2}$$

I.3.2. Valeur efficace maximale du courant dans un thyristorElle est obtenue lorsque $\psi = 0$.

Donc

$$I_{Th_{max}} = \frac{V}{R\sqrt{2}}$$

A partir de ces résultats, la description et l'exploitation du fonctionnement des groupements de gradateurs monophasés alimentés par une source triphasée sont aisées et font l'objet des paragraphes II et III.

II. GROUPEMENT EN ETOILE DE 3 GRADATEURS MONOPHASES

- Les notations et hypothèses sont celles du 1^{er} chapitre.

Le montage ne diffère que par l'adjonction d'un conducteur de retour entre le point neutre de la charge et celui de la source.

- Chaque phase réceptrice fonctionnant indépendamment des 2 autres, les formes d'onde et les caractéristiques pour chacune d'elles sont celles du gradateur monophasé.

Néanmoins et dans le but d'établir la forme d'onde du courant dans le conducteur de retour, nous allons décrire le fonctionnement composé de 3 modes distincts caractérisés par une succession précise de topologies.

II.1. FONCTIONNEMENT ET EXPRESSION DE $i_N = i_1 + i_2 + i_3$

La connaissance du courant dans le neutre i_N est importante. En effet, il représente la composante homopolaire instantanée du système des courants en ligne (i_1, i_2, i_3) c'est-à-dire la somme des composantes homopolaires relatives à chacun des harmoniques de ces courants.

A ce titre, l'étude ci-après montre que i_N prend des valeurs instantanées beaucoup plus importantes que i_1, i_2 et i_3 , phénomène préjudiciable pour la ligne de retour.

Le dimensionnement de cette ligne sera fait en fonction de la valeur efficace I_N et i_N dont l'expression est établie au paragraphe II.2.3.

II.1.1. 1er mode

$$0 \leq \psi \leq \frac{\pi}{3}$$

$$\theta = \quad \psi \quad \frac{\pi}{3} \quad \psi + \frac{\pi}{3} \quad \frac{2\pi}{3} \quad \psi + \frac{2\pi}{3} \quad \pi \quad \psi + \pi$$

topologie	A'	B'	A'	C'	A'	D'
thyristors conducteurs	Th ₁ , Th' ₂ , Th ₃	Th ₁ , Th' ₂	Th ₁ , Th' ₂ , Th' ₃	Th ₁ , Th' ₃	Th ₁ , Th ₂ , Th' ₃	Th ₂ , Th' ₃
Ri _N =	$v_1 + v_2 + \frac{v_3}{K}$	$v_1 + v_2$	$v_1 + v_2 + \frac{v_3}{K}$	$v_1 + \frac{v_3}{K}$	$v_1 + v_2 + \frac{v_3}{K}$	$v_2 + \frac{v_3}{K}$

Ce mode cesse lorsque ψ dépasse $\frac{\pi}{3}$ avec la disparition de la topologie A'.

On a tracé sur la planche 1 la forme d'onde du courant i_N lorsque $\psi = \frac{\pi}{6}$ pour 3 valeurs de K : 0.1, 1 et 10.

II.1.2. 2ème mode

$$\frac{\pi}{3} \leq \psi \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$\theta = \psi \quad \frac{2\pi}{3} \quad \psi + \frac{\pi}{3} \quad \pi \quad \psi + \frac{2\pi}{3} \quad \frac{4\pi}{3} \quad \psi + \pi$$

topologie	B'	F'	C'	H'	D'	G'
thyristors conducteurs	Th ₁ , Th' ₂	Th ₁	Th ₁ , Th' ₃	Th' ₃	Th ₂ , Th' ₃	Th ₂
Ri _N =	v ₁ + v ₂	v ₁	v ₁ + $\frac{v_3}{K}$	$\frac{v_3}{K}$	v ₂ + $\frac{v_3}{K}$	v ₂

Ce mode cesse lorsque ψ dépasse $\frac{2\pi}{3}$ avec la disparition des topologies B', C' et D'.

On a tracé sur la planche 2 la forme d'onde du courant i_N lorsque $\psi = \frac{\pi}{3}$ pour 3 valeurs de K : 0.1, 1 et 10.

II.1.3. 3ème mode

$$\frac{2\pi}{3} \leq \psi \leq \pi$$

$$\theta = \psi \quad \pi \quad \psi + \frac{\pi}{3} \quad \frac{4\pi}{3} \quad \psi + \frac{2\pi}{3} \quad \frac{5\pi}{3} \quad \psi + \pi$$

topologie	F'	E'	H'	E'	G'	E'
thyristors conducteurs	Th ₁		Th' ₃		Th ₂	
Ri _N =	v ₁	0	$\frac{v_3}{K}$	0	v ₂	0

Ce mode et le fonctionnement cessent lorsque ψ dépasse π avec l'annulation de la puissance transmise entre la source et le récepteur.

On a tracé sur la planche 3 la forme d'onde du courant i_N lorsque $\psi = \frac{5\pi}{6}$ pour 3 valeurs de K : 0.1, 1 et 10.

II.1.4. Conclusion

Chaque phase fonctionnant indépendamment l'une de l'autre, il n'y a aucune contrainte particulière sur le déclenchement des thyristors : ils se mettent à conduire dès leur première impulsion de déblocage.

De plus, le coefficient de déséquilibre K n'intervient pas dans la succession des topologies : les 3 modes de fonctionnement sont indépendants de K .

Pour juger de l'intérêt d'un tel montage en commande symétrique avec un récepteur déséquilibré, il est indispensable de compléter l'étude quantitative du paragraphe I. C'est l'objet du paragraphe II.2.

II.2. CARACTERISTIQUES

Elles sont, pour la plupart, rapportées dans le paragraphe I.

Les valeurs efficaces relatives à la phase 3 seront affectées d'un coefficient $\frac{1}{K}$ car, dans cette phase, la résistance R est remplacée par la résistance KR .

Nous allons dans la suite caractériser le déséquilibre et la déformation par les mêmes critères r , s , τ_g et $\frac{I_i}{I_d}$ qu'au chapitre précédent, et compléter l'étude par le calcul de la valeur efficace I_N du courant dans le neutre.

II.2.1. Caractérisation du déséquilibre

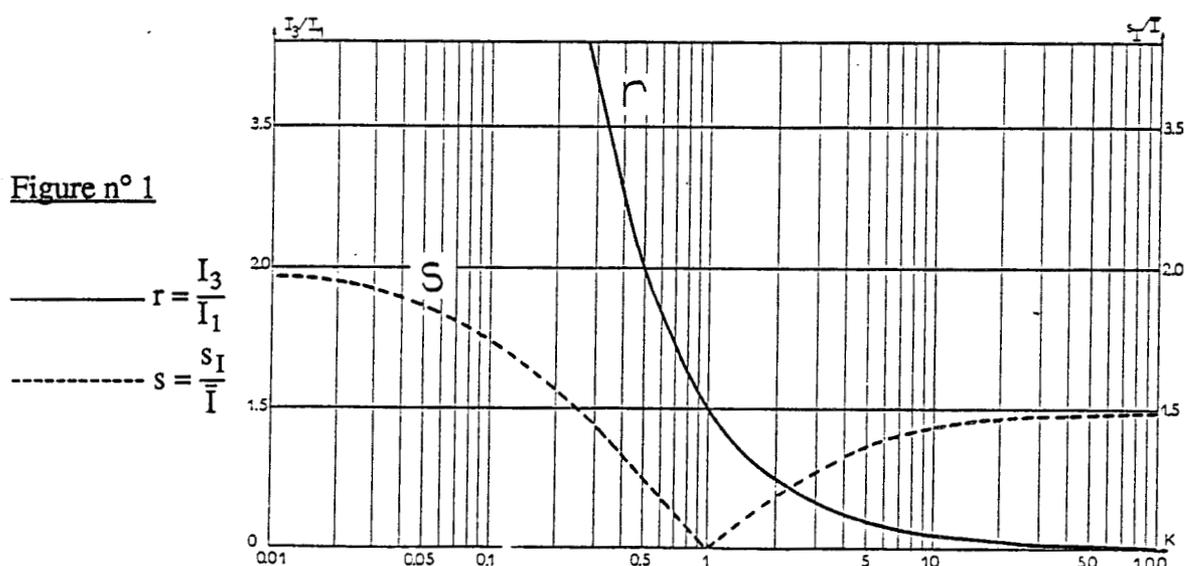
- Calcul des rapports $r = \frac{I_3}{I_1}$ et $s = \frac{s_I}{\bar{I}}$.

Tout le long du fonctionnement
$$r = \frac{I_3}{I_1} = \frac{1}{K} \quad (4)$$

et $s = \frac{s_I}{\bar{I}}$, rapport entre l'écart-type et la valeur moyenne de la distribution (I_1, I_2, I_3) vaut :

$$s = \frac{s_I}{\bar{I}} = \frac{2|r-1|}{r+2} = \frac{2|K-1|}{2K+1} \quad (5)$$

- Contrairement au montage sans conducteur de retour commun, l'écart relatif entre I_3 et I_1 reste égal à $\frac{1}{K}$ quel que soit l'angle ψ donc quelle que soit la puissance transmise. Il n'y a pas d'évolution du déséquilibre lorsque les conditions de fonctionnement changent : la présence du gradateur ne change rien par rapport au fonctionnement à pleine onde. Néanmoins, afin de matérialiser le déséquilibre occasionné par une telle structure, la figure n° 1 fournit les courbes illustrant les relations (4) et (5) qui donnent les rapports r et s en fonction de K .



En définitive, la commande symétrique n'a ici aucun effet de rééquilibrage des courants dans les 3 phases.

Le montage est même particulièrement pénalisant lorsque le déséquilibre se traduit par une augmentation de la valeur efficace du courant I_3 ($K < 1$).

Lorsque la phase 3 est court-circuitée ($K \rightarrow 0$)

$$r \rightarrow +\infty$$

$$s \rightarrow 2$$

II.2.2. Caractérisation de la déformation

- Reprenant la définition introduite au chapitre précédent :

$$\tau_g = \tau_1 = \frac{\sqrt{I_1^2 - I_{11}^2}}{I_1}$$

(6)

τ_g représente le taux d'harmonique global, égal à celui dans une ligne, car les formes d'onde des courants sont identiques dans les 3 lignes.

- La figure 2 du paragraphe II.3 donne la courbe illustrant la relation liant τ_g et la réduction de la puissance consommée dans le récepteur.

Cette courbe est indépendante de K et l'augmentation de τ_g en même temps que la réduction de puissance caractérise la déformation de plus en plus prononcée des ondes de courant lorsque la profondeur de réglage augmente.

II.2.3. Valeur efficace I_N du courant dans le neutre

Cette valeur est importante pour le fournisseur d'énergie car elle conditionne le dimensionnement de la ligne de retour par l'intermédiaire de sa borne supérieure $I_{N_{\max}}$.

Utilisant l'annexe du chapitre 1, nous allons calculer les intégrales indéfinies relatives à chaque topologie puis donner l'expression de I_N dans chacun des modes de fonctionnement.

$$\text{Topologie A' : } A'(\theta) = \int i_N^2 d\theta = \frac{1}{R^2} \int \left(v_1 + v_2 + \frac{v_3}{K} \right)^2 d\theta$$

$$= \frac{1}{R^2} \left[\int v_1^2 d\theta + \int v_2^2 d\theta + \frac{1}{K^2} \int v_3^2 d\theta + 2 \int v_1 v_2 d\theta + \frac{2}{K} \int v_1 v_3 d\theta + \frac{2}{K} \int v_2 v_3 d\theta \right]$$

$$\text{Topologie B' : } B'(\theta) = \int i_N^2 d\theta = \frac{1}{R^2} \int (v_1 + v_2)^2 d\theta$$

$$= \frac{1}{R^2} \left[\int v_1^2 d\theta + \int v_2^2 d\theta + 2 \int v_1 v_2 d\theta \right]$$

$$\text{Topologie C' : } C'(\theta) = \int i_N^2 d\theta = \frac{1}{R^2} \int \left(v_1 + \frac{v_3}{K} \right)^2 d\theta$$

$$= \frac{1}{R^2} \left[\int v_1^2 d\theta + \frac{1}{K^2} \int v_3^2 d\theta + \frac{2}{K} \int v_1 v_3 d\theta \right]$$

$$\begin{aligned} \text{Topologie D'} : D'(\theta) &= \int i_N^2 d\theta = \frac{1}{R^2} \int \left(v_2 + \frac{v_3}{K} \right)^2 d\theta \\ &= \frac{1}{R^2} \left[\int v_2^2 d\theta + \frac{1}{K^2} \int v_3^2 d\theta + \frac{2}{K} \int v_2 v_3 d\theta \right] \end{aligned}$$

$$\text{Topologie E'} : E'(\theta) = \int i_N^2 d\theta = 0$$

$$\text{Topologie F'} : F'(\theta) = \int i_N^2 d\theta = \frac{1}{R^2} \int v_1^2 d\theta$$

$$\text{Topologie G'} : G'(\theta) = \int i_N^2 d\theta = \frac{1}{R^2} \int v_2^2 d\theta$$

$$\text{Topologie H'} : H'(\theta) = \int i_N^2 d\theta = \frac{1}{K^2 R^2} \int v_3^2 d\theta$$

$$\bullet \text{ 1er mode} \quad : \quad 0 \leq \psi \leq \frac{\pi}{3}$$

$$I_N^2 = \frac{1}{\pi} \left[[A'(\theta)]_{\psi}^{\frac{\pi}{3}} + [B'(\theta)]_{\frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [A'(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} + [C'(\theta)]_{\frac{2\pi}{3}}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [A'(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\pi} + [D'(\theta)]_{\pi}^{\psi + \pi} \right]$$

$$\bullet \text{ 2ème mode} \quad : \quad \frac{\pi}{3} \leq \psi \leq \frac{2\pi}{3}$$

$$I_N^2 = \frac{1}{\pi} \left[[B'(\theta)]_{\psi}^{\frac{2\pi}{3}} + [F'(\theta)]_{\frac{2\pi}{3}}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [C'(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\pi} + [H'(\theta)]_{\pi}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [D'(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}} + [G'(\theta)]_{\frac{4\pi}{3}}^{\psi + \pi} \right]$$

$$\bullet \text{ 3ème mode} \quad : \quad \frac{2\pi}{3} \leq \psi \leq \pi$$

$$I_N^2 = \frac{1}{\pi} \left[[F'(\theta)]_{\psi}^{\pi} + [H'(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}} + [G'(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{3}} \right]$$

On a représenté sur la planche 4 les valeurs de I_N en fonction de ψ pour $K = 0.1, 1$ et 10 .

De plus, on obtient des expressions simplifiées de I_N pour les 3 cas extrêmes suivants :

$$\bullet K \ll 1 \quad I_N = \frac{V}{KR} \sqrt{1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\psi} \quad \text{d'où } I_{N_{\max}} = \frac{V}{KR}$$

$$\bullet K = 1 \quad \begin{array}{l} \text{1er mode} \quad I_N = \frac{V}{R} \sqrt{\frac{3\psi}{\pi} - \frac{3}{2\pi} \sin 2\psi} \\ \text{2ème mode} \quad I_N = \frac{V}{R} \sqrt{1 - \frac{3\sqrt{3}}{\pi} \cos^2 \psi} \quad \text{d'où } I_{N_{\max}} = \frac{V}{R} \\ \text{3ème mode} \quad I_N = \frac{V}{R} \sqrt{3 - \frac{3\psi}{\pi} + \frac{3}{2\pi} \sin 2\psi} \end{array}$$

$$\bullet K \gg 1 \quad \begin{array}{l} \text{1er mode} \quad I_N = \frac{V}{R} \\ \text{2ème mode} \quad I_N = \frac{V}{R} \sqrt{\frac{4}{3} - \frac{\psi}{\pi} - \frac{\sqrt{3}}{2\pi} - \frac{1}{\pi} \sin \left(2\psi - \frac{4\pi}{3} \right)} \\ \text{3ème mode} \quad I_N = \frac{V}{R} \sqrt{2 - \frac{2\psi}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sin \psi} \quad \text{d'où } I_{N_{\max}} = \frac{V}{R} \end{array}$$

Finalement

$$\forall K \in \mathcal{R}^+, \quad I_{N_{\max}} = \max \left(\frac{V}{KR}, \frac{V}{R} \right)$$

Pour presque tous les fonctionnements (même lorsque $K = 1$) la valeur efficace I_N du courant dans la ligne de retour est supérieure à celle dans les fils de ligne.

Néanmoins elle possède la même borne supérieure que pour les courants en ligne : le conducteur de retour a le même dimensionnement que les conducteurs de ligne.

Ce conducteur de retour n'est placé que si le récepteur nécessite un point neutre ou lorsque l'on veut régler le courant indépendamment d'une phase à l'autre (cf. 2^{ème} partie).

II.2.4. Composantes symétriques des fondamentaux des courants en ligne

La puissance triphasée est portée par les fondamentaux des courants. Pour caractériser le déséquilibre transmis dans la ligne d'alimentation, il est intéressant de déterminer les composantes symétriques des fondamentaux des courants en ligne.

- Expression et représentation des composantes I_d , I_i et I_o

Soient I_{11} , I_{21} et I_{31} les expressions complexes des fondamentaux des 3 courants :

$$\begin{aligned} I_d &= \frac{1}{3} (I_{11} + a I_{21} + a^2 I_{31}) \\ I_i &= \frac{1}{3} (I_{11} + a^2 I_{21} + a I_{31}) \\ I_o &= \frac{1}{3} (I_{11} + I_{21} + I_{31}) \end{aligned}$$

(8)

Les expressions des courants en ligne permettent d'affirmer que les 3 vecteurs I_{11} , I_{21} et I_{31} sont déphasés d'un tiers de période en arrière l'un par rapport à l'autre.

De plus , $I_{11} = I_{21} = K.I_{31} = (X_1)_{l=0}$

a étant égal à $e^{i\frac{2\pi}{3}}$, les 3 vecteurs I_{11} , a I_{21} et $a^2 I_{31}$ ont même direction et même sens : le module de leur somme est égal à la somme de leurs modules.

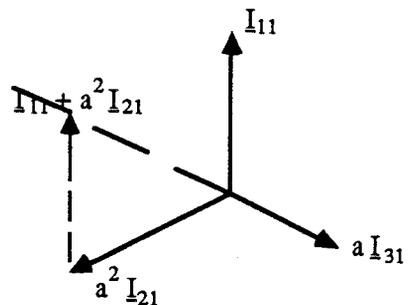
Il vient

$$\begin{aligned} I_d &= \frac{1}{3} (I_{11} + I_{21} + I_{31}) \\ &= \frac{1}{3} I_{11} \left[2 + \frac{1}{K} \right] \end{aligned}$$

(9)

Les 3 vecteurs I_{11} , a I_{31} et $a^2 I_{21}$ sont, eux, déphasés d'un tiers de période en arrière l'un par rapport à l'autre comme l'indique la figure ci-contre.

Le module de leur somme est obtenu à l'aide d'une projection sur l'axe porté par a I_{31} .



(10)

Il vient

$$\begin{aligned} I_i &= \frac{1}{3} \left| \frac{1}{2} I_{11} + \frac{1}{2} I_{21} - I_{31} \right| \\ &= \frac{1}{3} I_{11} \left| 1 - \frac{1}{K} \right| \end{aligned}$$

En dernier lieu, en projetant la somme $(I_{11} + I_{21} + I_{31})$ sur l'axe porté par I_{13} , il vient :

$$\boxed{I_o = \frac{1}{3} \left| \frac{1}{2} I_{11} + \frac{1}{2} I_{21} - I_{31} \right|} \quad (11)$$

$$= \frac{1}{3} I_{11} \left| 1 - \frac{1}{K} \right|$$

Les relations (9), (10) et (11) prouvent que, pour un coefficient K donné, les courbes donnant I_{11} , I_{21} , I_{31} , I_d , I_i et I_o en fonction de ψ sont homothétiques.

On a représenté sur la planche n° 5 pour $K = 0,1$, d'une part les valeurs efficaces des fondamentaux I_{11} , I_{21} , I_{31} ramenées à V/R , d'autre part les valeurs efficaces des composantes directe I_d , inverse I_i et homopolaire I_o ramenées à V/R et enfin le rapport $\frac{I_i}{I_d}$ en fonction de ψ .

Les rapports d'homothétie des courbes ramenées à I_{11} sont dans le cas précis où $K = 0,1$, 1 pour I_{12} , 10 pour I_{13} , 4 pour I_d , 3 pour I_o et I_i , concrétisant les relations (9), (10) et (11).

- Conclusion : critère de déséquilibre

Le déséquilibre se traduit par la présence des composantes inverse I_i et homopolaire I_o qui se propagent dans la ligne.

- La propagation de I_o peut être annihilée par un couplage adapté du transformateur d'alimentation (triangle - étoile avec neutre ou étoile - zig-zag avec neutre).

Dans ces conditions, il n'y a plus de composante homopolaire en amont du transformateur et sa présence en aval de celui-ci n'est pas trop dommageable, les forces magnéto-motrices restant équilibrées sur chaque noyau. []. On démontre d'ailleurs dans l'annexe de ce chapitre l'équivalence des fonctionnements du montage où le transformateur amont est couplé en triangle au primaire et en étoile avec neutre au secondaire et du montage étudié au paragraphe III où les 3 gradateurs monophasés sont disposés en triangle.

- Par contre, la composante inverse I_i se propage dans toutes les circonstances. C'est elle qui, ramenée à la valeur de la composante directe I_d sous la forme du rapport $\left(\frac{I_i}{I_d}\right)$, va nous servir une nouvelle fois pour caractériser le déséquilibre.

- Compte tenu des relations définissant I_d , I_i et I_o :

$$\boxed{\frac{I_i}{I_d} = \frac{I_o}{I_d} = \frac{|K - 1|}{2K + 1} = \frac{s}{2}} \quad (12)$$

La figure n°1 de la page 122 donne en trait pointillé le double du rapport $\frac{I_i}{I_d} = \frac{I_o}{I_d}$, c'est-à-dire s en fonction de K .

Les caractérisations du déséquilibre par $s = \frac{s_I}{I}$, rapport de l'écart-type de la distribution (I_1 , I_2 , I_3) sur sa valeur moyenne et par $\frac{I_i}{I_d}$, rapport des valeurs efficaces des composantes inverses et directe du système (I_{11} , I_{21} , I_{31}) sont les mêmes, compte-tenu de l'égalité (12).

Elles conduisent à la même conclusion : le montage est très pénalisant lorsque le déséquilibre se traduit par une augmentation de la valeur efficace du courant i_3 ($K < 1$).

En effet, lorsque la phase 3 est court-circuitée ($K \rightarrow 0$), $\frac{I_i}{I_d} \rightarrow 1$.

Ce même montage se comporte de manière beaucoup plus satisfaisante lorsque cette phase est trop résistive ($K \rightarrow +\infty$) car alors $\frac{I_i}{I_d} \rightarrow 0.5$.

Globalement, la commande symétrique ne peut pas rééquilibrer les courants lors d'une anomalie car chaque phase est indépendante, le réglage de puissance effectué par le gradateur ne change pas le déséquilibre observé lors du fonctionnement pleine onde.

II.3. LES PUISSANCES

II.3.1. Introduction

Les puissances, dans le cas particulier de ce montage à conducteur de retour commun, se transmettent phase par phase indépendamment l'une de l'autre, car la tension est imposée par la source aux bornes de chaque phase réceptrice.

Néanmoins on définit la puissance P globalement, c'est-à-dire pour l'ensemble du récepteur conformément à l'étude des autres montages.

$$P = R I_1^2 + R I_2^2 + K R I_3^2$$

$$(13) \quad \boxed{P = R \left(2 + \frac{1}{K} \right) I_1^2} \quad \text{car} \quad \frac{I_3}{I_1} = \frac{1}{K}$$

et P_0 , la puissance lors du fonctionnement pleine onde vaut :

$$(14) \quad P_0 = 3 \frac{V^2}{R} \frac{2K + 1}{3K}$$

Dans la suite, certaines grandeurs seront exprimées en fonction de $\alpha = 1 - \frac{P}{P_0}$ pour faciliter la comparaison des performances de différents montages.

II.3.2. Le facteur de puissance apparent F_{ap}

Il est défini par $F_{ap} = \frac{P}{V I_1 + V I_2 + V I_3}$ comme au chapitre précédent.

d'où (15)
$$F_{ap} = \frac{I_1}{V/R}$$

Ce facteur permet de caractériser à la fois la déformation des courants en ligne et le déphasage des fondamentaux de ceux-ci par rapport au fonctionnement à pleine onde. Il est égal, dans le cas présent, à I_1 ramené à V/R donc indépendant de K .

On a représenté sur la figure n° 2 les variations de F_{ap} en fonction de α , la courbe est indépendante de K

car (16)
$$\alpha = 1 - \frac{I_1^2}{(V/R)^2}$$
 d'après les relations (14) et (15).

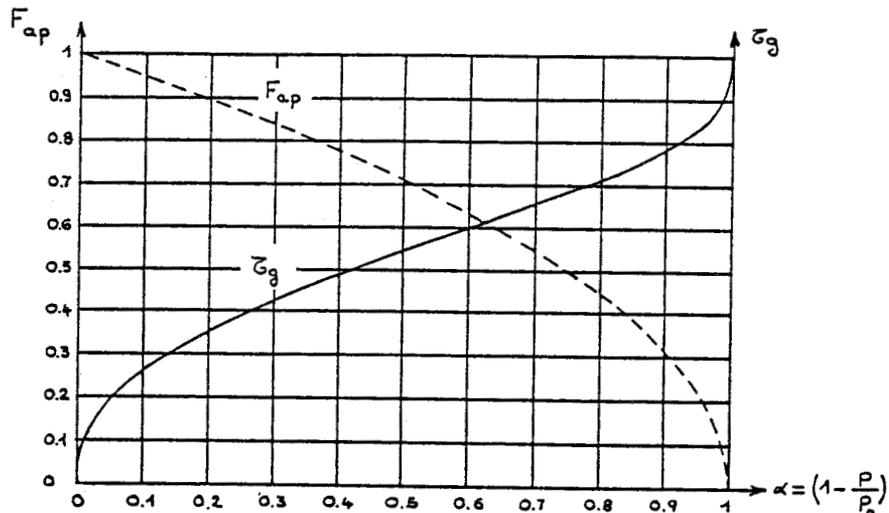


Figure n°2

Le fonctionnement en régime déséquilibré se solde par l'égalité entre F_{ap} et le facteur de puissance défini lorsque K vaut 1.

Donc le déséquilibre n'entraîne pas de déformation supplémentaire des courants en ligne ni de déphasage supplémentaire du fondamental de ces courants par rapport au fonctionnement en régime équilibré.

II.4. CONCLUSION : LES CRITERES DE CHOIX

Le tableau ci-dessous, semblable à celui du chapitre précédent (paragraphe VI), résume les différents critères qui permettent de comparer les montages.

CRITERE	$r = \frac{I_3}{I_1}$	$s = \frac{s_I}{\bar{I}}$	$\frac{I_i}{I_d}$	τ_g	F_{ap}
n° relations	4	5	12	6,16	15,16
n° fig. (var.)	1 (K)	1 (K)	1 (K)	2 (α)	2 (α)
DESEQUILIBRE	X	X	X		X
DEFORMATION				X	X

III. GROUPEMENT EN TRIANGLE DE 3 GRADATEURS MONOPHASES

Le montage est représenté ci-dessous .

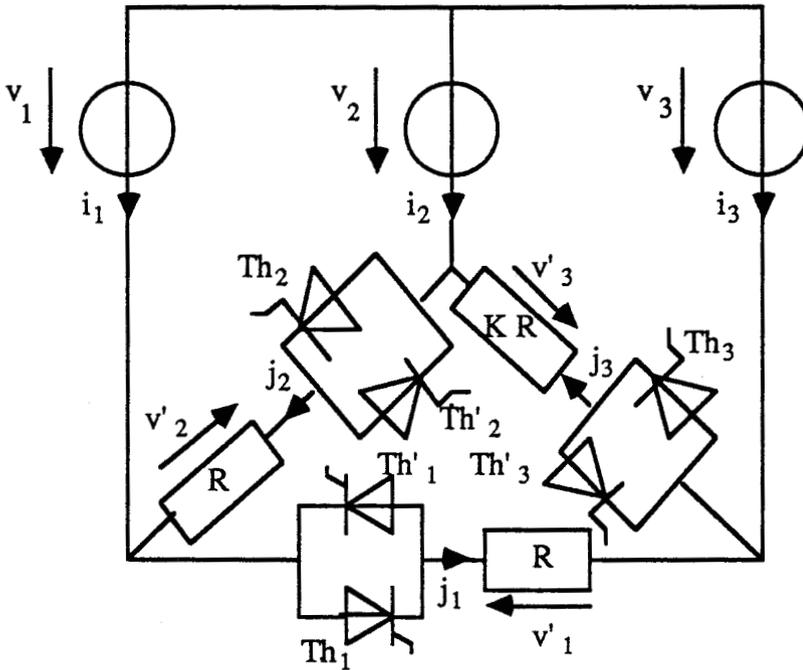


figure n°3

- Les notations sont les mêmes qu'au paragraphe précédent.
- Le récepteur est formé de 3 résistances reliées chacune à 2 thyristors tête-bêche. Les 3 ensembles "gradateur monophasé" ainsi formés sont disposés en triangle. Chaque sommet du triangle est relié à une phase de la source par un fil de ligne.
Deux des résistances (phases réceptrices 1 et 2) valent R , la troisième (phase réceptrice 3) vaut KR . On appelle j_1, j_2, j_3 les courants qui les traversent.
- Le retard à l'amorçage du thyristor Th_1 , repéré par l'angle ψ , est compté par rapport à l'instant où la tension $u_{31} = v_1 - v_3$ devient positive donc à partir de $\theta = \frac{\pi}{6}$.
Les autres hypothèses sont les mêmes qu'au chapitre précédent.
- Les tensions composées de la source sont directement appliquées aux bornes de chaque ensemble "gradateur-phase réceptrice". Chacun d'entre eux fonctionne indépendamment des 2 autres comme un gradateur monophasé.

III.1. FONCTIONNEMENT

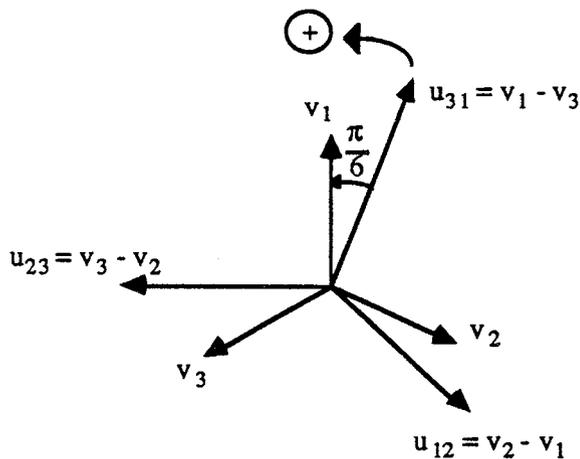
Il est identique à celui du montage du paragraphe II en ce qui concerne les phases réceptrices, il n'en diffère que par les courants en ligne.

Dorénavant la somme instantanée de ces 3 courants est nulle.

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

(17)

III.1.1. Utilisation des résultats du paragraphe II



Soit le système triphasé (u_{31}, u_{12}, u_{23}) des tensions composées de la source :

$$\text{avec } U = V\sqrt{3} \quad \left\{ \begin{array}{l} u_{31} = v_1 - v_3 = U\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) \\ u_{12} = v_2 - v_1 = U\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{5\pi}{6}\right) \\ u_{23} = v_3 - v_2 = U\sqrt{2} \sin\left(\theta - \frac{3\pi}{2}\right) \end{array} \right.$$

On passe des expressions instantanées du paragraphe II à celles du paragraphe III en remplaçant (v_1, v_2, v_3) par (u_{31}, u_{12}, u_{23}) et (i_1, i_2, i_3) par (j_1, j_2, j_3) dans les relations de définition des tensions v'_k et v_{thk} ($k = 1, 2, 3$).

Cela revient à multiplier V par $\sqrt{3}$ et à remplacer θ par $\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$ dans toutes les expressions instantanées du chapitre précédent.

Compte-tenu de cela, les 8 topologies, les 3 modes de fonctionnement et les conclusions qui en découlent sont les mêmes dans les 2 chapitres.

Relations de passage II \rightarrow III :

$$V \rightarrow V\sqrt{3}$$

$$\theta \rightarrow \theta - \frac{\pi}{6}$$

(18)

Il reste à calculer dans le cas présent l'expression des courants en ligne.

III.1.2. Calcul des courants en ligne

La configuration du montage (figure 3) permet d'écrire :

$$\begin{array}{l} i_1 = j_1 - j_2 \\ i_2 = j_2 - j_3 \\ i_3 = j_3 - j_1 \end{array} \quad (19)$$

Le système (i_1, i_2, i_3) des courants en ligne est donc défini à chaque instant par l'intermédiaire de la topologie du montage et des relations de fonctionnement qui en découlent.

Les formes d'onde des 3 courants i_1, i_2, i_3 sont données dans chacun des 3 modes de fonctionnement pour $K = 0,1$ sur la planche 6 et pour $K = 10$ sur la planche 7.

III.1.3. Conclusion

La relation (17) indique que la composante homopolaire instantanée du système (i_1, i_2, i_3) est constamment nulle, donc à fortiori celle des 3 fondamentaux et celle liée aux 3 harmoniques de même rang.

Pour juger de l'intérêt d'un tel montage en commande symétrique avec un récepteur déséquilibré, il est indispensable de mener une étude quantitative.

De l'analyse du fonctionnement, on peut déduire les caractéristiques décrites au paragraphe III.2.

III.2. CARACTERISTIQUES

Compte-tenu des conditions de passage (18) du II au III, les contraintes sur les thyristors et les valeurs efficaces des courants dans les phases réceptrices sont connues.

Il reste à établir les caractéristiques relatives aux courants en ligne.

III.2.1. Expression des valeurs efficaces des courants en ligne

Dans la ligne n° j, elle vaut

$$I_j = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_j^2 d\theta}$$

$j = 1, 2, 3.$

Tout d'abord on calcule les intégrales indéfinies $\int i_j^2 d\theta$ pour chaque courant et chaque topologie de fonctionnement compte-tenu des relations (19) de passage entre les courants dans les phases réceptrices et les courants en ligne.

Pour simplifier et surtout relier le calcul à celui du chapitre 1 (ANNEXE) on décale l'origine des temps de $\theta = \frac{\pi}{6}$ en arrière.

Cela permet de remplacer u_{31} par $v_1 \sqrt{3}$,
 u_{12} par $v_2 \sqrt{3}$,
 et u_{23} par $v_3 \sqrt{3}$

dans les expressions de définition des courants J_1, j_2 et J_3 .

Les égalités conduisant aux I_j sont ensuite données dans chacun des 3 modes de fonctionnement.

Topologie A'

$$\begin{aligned} \text{Soient } A'_1(\theta) &= \int i_1^2 d\theta = \int (j_1 - j_2)^2 d\theta = \int \left(\frac{\sqrt{3} v_1}{R} - \frac{\sqrt{3} v_2}{R} \right)^2 d\theta \\ &= \frac{3}{R^2} \int v_1^2 d\theta + \frac{3}{R^2} \int v_2^2 d\theta - \frac{6}{R^2} \int v_1 v_2 d\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A'_2(\theta) &= \int i_2^2 d\theta = \int (j_2 - j_3)^2 d\theta = \int \left(\frac{\sqrt{3} v_2}{R} - \frac{\sqrt{3} v_3}{KR} \right)^2 d\theta \\ &= \frac{3}{R^2} \int v_2^2 d\theta + \frac{3}{K^2 R^2} \int v_3^2 d\theta - \frac{6}{KR^2} \int v_2 v_3 d\theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A'_3(\theta) &= \int i_3^2 d\theta = \int (j_3 - j_1)^2 d\theta = \int \left(\frac{\sqrt{3} v_3}{KR} - \frac{\sqrt{3} v_1}{R} \right)^2 d\theta \\ &= \frac{3}{K^2 R^2} \int v_3^2 d\theta + \frac{3}{R^2} \int v_1^2 d\theta - \frac{6}{KR^2} \int v_3 v_1 d\theta \end{aligned}$$

Topologie B'

$$\text{Soient } B'_1(\theta) = \int i_1^2 d\theta = \int (j_1 - j_2)^2 d\theta = A'_1(\theta)$$

$$\begin{aligned}
 B'_2(\theta) &= \int i_2^2 d\theta = \int j_2^2 d\theta = \int \left(\frac{\sqrt{3} v_2}{R} \right)^2 d\theta \\
 &= \frac{3}{R^2} \int v_2^2 d\theta \\
 B'_3(\theta) &= \int i_3^2 d\theta = \int j_1^2 d\theta = \int \left(\frac{\sqrt{3} v_1}{R} \right)^2 d\theta \\
 &= \frac{3}{R^2} \int v_1^2 d\theta
 \end{aligned}$$

Topologie C'

$$\begin{aligned}
 \text{Soient } C'_1(\theta) &= \int i_1^2 d\theta = \int j_1^2 d\theta = B'_3(\theta) \\
 C'_2(\theta) &= \int i_2^2 d\theta = \int j_3^2 d\theta = \int \left(\frac{\sqrt{3} v_3}{KR} \right)^2 d\theta \\
 &= \frac{3}{K^2 R^2} \int v_3^2 d\theta \\
 C'_3(\theta) &= \int i_3^2 d\theta = \int (j_3 - j_1)^2 d\theta = A'_3(\theta)
 \end{aligned}$$

Topologie D'

$$\begin{aligned}
 \text{Soient } D'_1(\theta) &= \int i_1^2 d\theta = \int j_2^2 d\theta = B'_2(\theta) \\
 D'_2(\theta) &= \int i_2^2 d\theta = \int (j_2 - j_3)^2 d\theta = A'_2(\theta) \\
 D'_3(\theta) &= \int i_3^2 d\theta = \int j_3^2 d\theta = C'_2(\theta)
 \end{aligned}$$

Topologie F'

$$\begin{aligned}
 \text{Soient } F'_1(\theta) &= \int i_1^2 d\theta = \int j_1^2 d\theta = B'_3(\theta) \\
 F'_2(\theta) &= \int i_2^2 d\theta = 0 \\
 F'_3(\theta) &= \int i_3^2 d\theta = \int j_1^2 d\theta = B'_3(\theta)
 \end{aligned}$$

Topologie G'

$$\text{Soient } G'_1(\theta) = \int i_1^2 d\theta = \int j_2^2 d\theta = B'_2(\theta)$$

$$G'_2(\theta) = \int i_2^2 d\theta = \int j_2^2 d\theta = B'_2(\theta)$$

$$G'_3(\theta) = \int i_3^2 d\theta = 0$$

Topologie H'

$$\text{Soient } H'_1(\theta) = \int i_1^2 d\theta = 0$$

$$H'_2(\theta) = \int i_2^2 d\theta = \int j_3^2 d\theta = C'_2(\theta)$$

$$H'_3(\theta) = \int i_3^2 d\theta = \int j_3^2 d\theta = C'_2(\theta)$$

Expression des valeurs efficaces I_j ($j = 1, 2, 3$) dans chacun des modes -

Comme chaque mode est défini par une succession particulière de topologies, il est nécessaire de les distinguer.

• 1^{er} mode : $0 < \psi < \frac{\pi}{3}$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[A'_j(\theta)]_{\psi}^{\frac{\pi}{3}} + [B'_j(\theta)]_{\frac{\pi}{3}}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [A'_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} + [C'_j(\theta)]_{\frac{2\pi}{3}}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [A'_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\pi} + [D'_j(\theta)]_{\pi}^{\psi + \pi} \right]$$

• 2^{ème} mode : $\frac{\pi}{3} < \psi < \frac{2\pi}{3}$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[B'_j(\theta)]_{\psi}^{\frac{2\pi}{3}} + [F'_j(\theta)]_{\frac{2\pi}{3}}^{\psi + \frac{\pi}{3}} + [C'_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\pi} + [H'_j(\theta)]_{\pi}^{\psi + \frac{2\pi}{3}} + [D'_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}} + [G'_j(\theta)]_{\frac{4\pi}{3}}^{\psi + \pi} \right]$$

• 3^{ème} mode : $\frac{2\pi}{3} < \psi < \pi$

$$I_j^2 = \frac{1}{\pi} \left[[F'_j(\theta)]_{\psi}^{\pi} + [H'_j(\theta)]_{\psi + \frac{\pi}{3}}^{\frac{4\pi}{3}} + [G'_j(\theta)]_{\psi + \frac{2\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{3}} \right]$$

Pour apprécier l'importance du déséquilibre entre les lignes, il est intéressant de rapporter I_1 , I_2 et I_3 à $3V/R$. On a représenté sur la planche 8 pour $K = 0,1$ la valeur de ces courants en fonction de ψ .

III.2.2. Expression des valeurs efficaces des harmoniques des courants en ligne

Celles-ci sont directement liées à celles des courants dans les phases réceptrices compte-tenu des relations (19).

Les calculs relatifs aux phases réceptrices sont ceux du paragraphe précédent au coefficient multiplicateur $\sqrt{3}$ près. Il en résulte :

dans la phase n° 1 :

$$J_{11} = \sqrt{Y_1^2 + Z_1^2}$$

$$\text{avec } Y_1 = \frac{V\sqrt{3}}{\pi R} \left[\pi - \psi + \frac{1}{2} \sin 2\psi \right]$$

pour le fondamental

$$\text{et } Z_1 = \frac{V\sqrt{3}}{\pi R} \left[\frac{1}{2} \cos 2\psi - \frac{1}{2} \right]$$

(20)

$$\text{et } J_{1,2l+1} = \sqrt{Y_1^2 + Z_1^2}$$

$$\text{avec } Y_1 = \frac{V\sqrt{3}}{\pi R} \left[\frac{\sin (2l+2)\psi}{2l+2} - \frac{\sin 2l\psi}{2l} \right]$$

pour les autres harmoniques ($l \neq 0$)

$$\text{et } Z_1 = \frac{V\sqrt{3}}{\pi R} \left[\frac{\cos (2l+2)\psi - 1}{2l+2} - \frac{\cos 2l\psi - 1}{2l} \right]$$

$$\text{dans la phase n° 2 : } J_{2,2l+1} = J_{1,2l+1} \quad \forall l \in \mathfrak{R}^+$$

$$\text{et dans la phase n° 3 : } J_{3,2l+1} = J_{1,2l+1} / K \quad \forall l \in \mathfrak{R}^+$$

La configuration du montage indique que les 3 courants j_1 , j_2 , j_3 sont régulièrement déphasés en arrière d'un tiers de période l'un par rapport à l'autre et ont la même décomposition en série de Fourier à un coefficient multiplicatif près ($\frac{1}{K}$ pour j_3).

Il en découle :

$$\forall l \in \mathbb{R}^+, \exists \beta_{2l+1} \in \left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2} \right] \left/ \begin{array}{l} j_1 = \sum_{l=0}^{+\infty} J_{1,2l+1} \sin \left[(2l+1) \omega t + \beta_{2l+1} \right] \\ j_2 = \sum_{l=0}^{+\infty} J_{2,2l+1} \sin \left[(2l+1) \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) + \beta_{2l+1} \right] \\ j_3 = \sum_{l=0}^{+\infty} J_{3,2l+1} \sin \left[(2l+1) \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) + \beta_{2l+1} \right]. \end{array} \right.$$

D'où

$$i_3 = j_3 - j_1 = \sum_{l=0}^{+\infty} \left[-J_{1,2l+1} \sin \left[(2l+1) \omega t + \beta_{2l+1} \right] + J_{3,2l+1} \sin \left[(2l+1) \left(\omega t - \frac{4\pi}{3} \right) + \beta_{2l+1} \right] \right].$$

Alors • si $(2l+1)$ est multiple de 3 :

les 2 vecteurs $\underline{-J_{1,2l+1}}$ et $\underline{J_{3,2l+1}}$ associés aux courants $-j_1$ et $+j_3$ sont colinéaires

donc

$$I_{3,2l+1} = \left| -J_{1,2l+1} + J_{3,2l+1} \right| = J_{1,2l+1} \left| 1 - 1/K \right|$$

(21)

• si $(2l+1)$ n'est pas multiple de 3 :

les 2 vecteurs $\underline{-J_{1,2l+1}}$ et $\underline{J_{3,2l+1}}$ sont décalés de $+\frac{\pi}{3}$ ou $-\frac{\pi}{3}$ l'un par rapport à l'autre.

d'où
$$I_{3,2l+1}^2 = J_{1,2l+1}^2 + J_{3,2l+1}^2 + 2 J_{1,2l+1} J_{3,2l+1} \cos \left(\pm \frac{\pi}{3} \right)$$

$$I_{3,2l+1} = \sqrt{J_{1,2l+1}^2 + J_{3,2l+1}^2 + J_{1,2l+1} J_{3,2l+1}}$$

$$I_{3,2l+1} = J_{1,2l+1} \sqrt{1 + \frac{1}{K} + \frac{1}{K^2}}$$

(21)'

En permutant les indices relatifs aux phases, on obtient pour les lignes 2 et 3 :

- si $(2l + 1)$ est multiple de 3 :

$$I_{1,2l+1} = J_{1,2l+1} - J_{2,2l+1} = 0$$

$$I_{2,2l+1} = |J_{2,2l+1} - J_{3,2l+1}| = J_{1,2l+1} |1 - 1/K|$$

(21)''

- si $(2l + 1)$ n'est pas multiple de 3 :

$$I_{1,2l+1} = \sqrt{J_{1,2l+1}^2 + J_{2,2l+1}^2 + J_{1,2l+1} J_{2,2l+1}}$$

$$I_{1,2l+1} = J_{1,2l+1} \sqrt{3}$$

(21)'''

et
$$I_{2,2l+1} = \sqrt{J_{2,2l+1}^2 + J_{3,2l+1}^2 + J_{2,2l+1} J_{3,2l+1}}$$

$$I_{2,2l+1} = J_{1,2l+1} \sqrt{1 + \frac{1}{K} + \frac{1}{K^2}}$$

(21)''''

Finalement les relations (21) peuvent être résumées par (22), la valeur de $J_{1,2l+1}$ étant calculée à l'aide des relations (19) pour chaque rang $(2l + 1)$ d'un harmonique caractérisé par l .

- si $(2l + 1)$ est multiple de 3 :

$$I_{2,2l+1} = I_{3,2l+1} = J_{1,2l+1} |1 - 1/K|$$

$$I_{1,2l+1} = 0$$

- si $(2l + 1)$ n'est pas multiple de 3 :

$$I_{2,2l+1} = I_{3,2l+1} = J_{1,2l+1} \sqrt{1 + \frac{1}{K} + \frac{1}{K^2}}$$

$$I_{1,2l+1} = J_{1,2l+1} \sqrt{3}$$

(22)

On a matérialisé sur la planche n° 8 les valeurs efficaces des harmoniques de rang 3, 5, 7 et 9 lorsque $K = 0,1$, rapportées à la valeur efficace des courants lors du fonctionnement pleine onde, en fonction de ψ .

Les courbes sont les mêmes pour les 3 lignes, sauf pour les harmoniques de rang 3 et 9 qui sont nuls dans la ligne n° 1.

III.2.3. Conclusion

- Calcul des rapports $r = \frac{I_3}{I_1}$ et $s = \frac{s_I}{I}$.

• A pleine onde, pour K donné :

$$r = \frac{I_3}{I_1} = \sqrt{\frac{K^2 + K + 1}{3K^2}} \quad (23)$$

• Lors du 3^{ème} mode, pour K donné :

$$I_1 = \frac{V}{R} \sqrt{6} \sqrt{1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\psi}$$

et

$$I_2 = I_3 = \frac{V}{R} \sqrt{6} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{1}{K^2}} \sqrt{1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\psi}$$

donc

$$r = \frac{I_3}{I_1} = \sqrt{\frac{K^2 + 1}{2K^2}} \quad (24)$$

• Pour tous les modes :

$$s = \frac{s_I}{I} = \frac{2|r-1|}{r+2} \quad (25)$$

Il s'agit du rapport entre l'écart-type et la valeur moyenne de la distribution (I_1, I_2, I_3).

- Caractérisation du déséquilibre

Les courbes de la planche n° 8 montrent qu'à ψ donné, l'écart relatif entre les valeurs efficaces des courants dans les lignes est plus petit que celui observé sur les courants dans les phases réceptrices. Le déséquilibre est donc réduit dans la ligne.

Mais lorsque ψ augmente, ce déséquilibre en ligne a tendance à croître sans toutefois atteindre l'écart existant entre 2 phases réceptrices.

Afin de matérialiser plus clairement l'évolution de ces déséquilibres, la figure n° 4 ci-après donne les courbes illustrant les 2 relations donnant r et s en fonction de K .

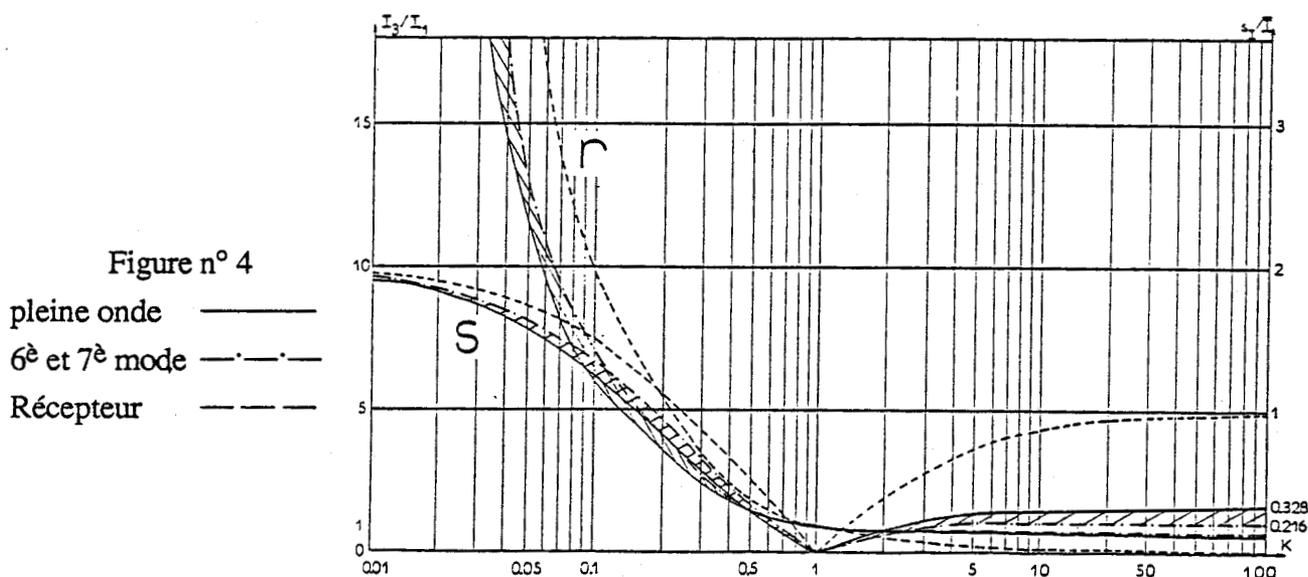
Ces 2 relations sont fournies dans les 2 cas extrêmes de réglage pour les courants en ligne.

- lors du fonctionnement pleine onde : relations (23) et (25) —————

- lors du 3^{ème} mode : relations (24) et (25) - - - - -

Elles sont fournies de même pour les courants dans les phases réceptrices à l'aide des relations

(4) et (5) - - - valables tout au long du fonctionnement.



- On s'aperçoit que lors du 3^{ème} mode, les rapports r et s ne dépendent plus de ψ , r étant plus proche de 1 pour les courants en ligne que pour les courants dans les phases réceptrices et que s y est plus proche de 0, ceci étant vérifié pour n'importe quelle valeur de K .

- Les zones intermédiaires hachurées correspondent au fonctionnement lors des 2 premiers modes pour les courants en ligne.

Le montage présente 2 comportements différents suivant les valeurs de K .

- si $K > 1$: Le rapport r se rapproche de 1 et s se rapproche de 0 lorsque la profondeur de réglage augmente.

Par exemple, lorsque la phase 3 est coupée ($K \rightarrow +\infty$), r passe de 0,577 à 0,707 et s de 0,328 à 0,216 lors d'une transition du fonctionnement pleine onde au 3^{ème} mode.

Pour caractériser le déséquilibre transmis dans la ligne d'alimentation, il est intéressant de déterminer les composantes symétriques (I_d, I_i, I_o) des fondamentaux (I_{11}, I_{21}, I_{31}) des courants en ligne.

Pour cela, il est bon d'exprimer (I_d, I_i, I_o) en fonction de (J_d, J_i, J_o) composantes symétriques des fondamentaux (J_{11}, J_{21}, J_{31}) des courants dans les phases réceptrices.

La connaissance de (J_d, J_i, J_o) directement obtenue à partir des résultats du chapitre 2 permet celle de (I_d, I_i, I_o)

- Expression de (I_d, I_i, I_o) en fonction de (J_d, J_i, J_o)

La relation (19) appliquée aux fondamentaux permet d'écrire :

$$\begin{cases} I_{11} = J_{11} - J_{21} \\ I_{21} = J_{21} - J_{31} \\ I_{31} = J_{31} - J_{11} \end{cases}$$

avec dans les phases réceptrices

$$\begin{cases} J_d = \frac{1}{3} (J_{11} + a J_{21} + a^2 J_{31}) \\ J_i = \frac{1}{3} (J_{11} + a^2 J_{21} + a J_{31}) \\ J_o = \frac{1}{3} (J_{11} + J_{21} + J_{31}) \end{cases}$$

et en ligne

$$\begin{aligned} I_d &= \frac{1}{3} (I_{11} + a I_{21} + a^2 I_{31}) \\ &= \frac{1}{3} [J_{11} - J_{21} + a(J_{21} - J_{31}) + a^2(J_{31} - J_{11})] \\ &= \frac{1}{3} [J_{11}(1 - a^2) + J_{21}(a - 1) + J_{31}(a^2 - a)] \\ &= (1 - a^2) J_d \\ I_i &= (1 - a^2) J_i \\ I_o &= 0 \end{aligned}$$

Finalement (27)

$$\begin{cases} I_d = \sqrt{3} J_d \\ I_i = \sqrt{3} J_i \\ I_o = 0 \end{cases}$$

- Calcul et évolution de I_d et I_i

Les calculs du chapitre précédent permettent de conclure quant aux courants dans les phases réceptrices.

$$I_d = \sqrt{3} J_d = \frac{\sqrt{3}}{3} J_{11} \left[2 + \frac{1}{K} \right]$$

Il vient

$$I_i = \sqrt{3} J_i = \frac{\sqrt{3}}{3} J_{11} \left[1 - \frac{1}{K} \right]$$

et comme la relation (22) indique $I_{11} = J_{11} \sqrt{3}$.

On obtient

$$I_d = \frac{1}{3} I_{11} \left[2 + \frac{1}{K} \right]$$

(9)

$$I_i = \frac{1}{3} I_{11} \left[1 - \frac{1}{K} \right]$$

(10)

Les évolutions de I_d et I_i ramenés au fondamental en fonction de ψ sont les mêmes qu'au paragraphe précédent.

- Conclusion : critère de déséquilibre

La liaison 3 fils entre source et récepteur impose la nullité de la composante homopolaire.

Par contre la composante inverse I_i existe et peut être comparée à la composante directe I_d sous la forme d'un rapport $\frac{I_i}{I_d}$.

$$\frac{I_i}{I_d} = \frac{|K - 1|}{2K + 1}$$

(12)

On rappelle sur la figure 5 la courbe donnant $\frac{I_i}{I_d}$ en fonction de K qui est indépendante de ψ .

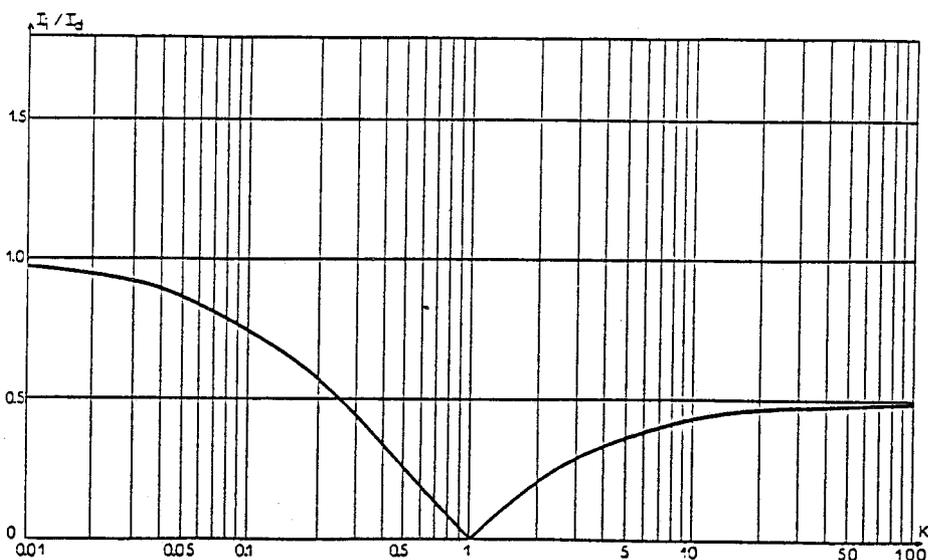


Figure n° 5

On retrouve les mêmes conclusions que lors de l'étude des valeurs efficaces.

Le montage est très pénalisant lorsque la phase 3 est trop peu résistive $\left(\frac{I_i}{I_d} \rightarrow 1 \text{ quand } K \rightarrow 0\right)$

et devient beaucoup plus satisfaisant lorsque cette phase devient trop résistive $\left(\frac{I_i}{I_d} \rightarrow 0.5 \text{ quand } K \rightarrow +\infty\right)$.

Par contre l'influence déséquilibratrice ou rééquilibratrice de la commande n'est pas mise en évidence par le critère $\frac{I_i}{I_d}$ qui demeure constant quel que soit ψ .

III.3. LES PUISSANCES

III.3.1. Introduction

Les puissances consommées dans chacune des phases réceptrices sont transmises globalement par les 3 lignes d'alimentation.

La puissance P consommée par le récepteur est égale à :

$$P = RJ_1^2 + RJ_2^2 + KRJ_3^2$$

(28)

$$P = R \left(2 + \frac{1}{K}\right) J_1^2$$

$$\text{car } \frac{J_3}{J_1} = \frac{1}{K}.$$

Et P_0 , la puissance lors du fonctionnement pleine onde vaut :

(29)

$$P_0 = 3 \frac{V^2}{R} \frac{2K + 1}{K}$$

Nous nous servons par la suite de la variable $\alpha = 1 - \frac{P}{P_0}$, réduction de puissance.

III.3.2. Le facteur de puissance apparent

Il est défini par

$$F_{ap} = \frac{P}{VI_1 + VI_2 + VI_3}$$

30

$$F_{ap} = \frac{(2K + 1) R J_1^2}{KV (I_1 + I_2 + I_3)}$$

Le facteur caractérise à la fois la déformation des courants en ligne et le déphasage des fondamentaux de ceux-ci par rapport au fonctionnement à pleine onde.

On a représenté sur la figure 6 les variations de F_{ap} en fonction de α ,

pour $K = 1$, courbe en trait plein

et pour K très différent de 1, courbe en trait mixte.

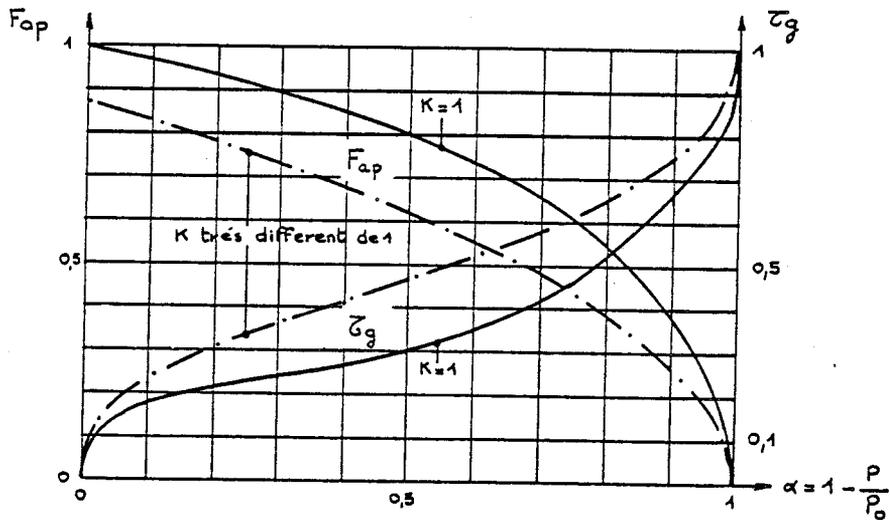


Figure n° 6

Le fonctionnement en régime déséquilibré s'accompagne d'une nette dégradation de F_{ap} par rapport au facteur de puissance défini et égal à F_{ap} uniquement lorsque K vaut 1. Ceci traduit l'apparition d'un déphasage important entre les ondes fondamentales des courants en ligne et celles des tensions d'alimentation ainsi que la présence d'un taux d'harmonique assez élevé.

III.4. CONCLUSION : LES CRITERES DE CHOIX

Le tableau ci-dessous, semblable à celui du chapitre précédent , résume les différents critères qui permettent de comparer les montages.

CRITERE	$r = \frac{I_3}{I_1}$	$s = \frac{s_I}{I}$	$\frac{I_i}{I_d}$	τ_g	F_{ap}
n° relations	23, 24	25	12	26, 6, 29	30, 29
n° fig. (var.)	4 (K)	4 (K)	5 (K)	6 (α)	6 (α)
DESEQUILIBRE	X	X	X		X
DEFORMATION				X	X

ANNEXE Chapitre 2

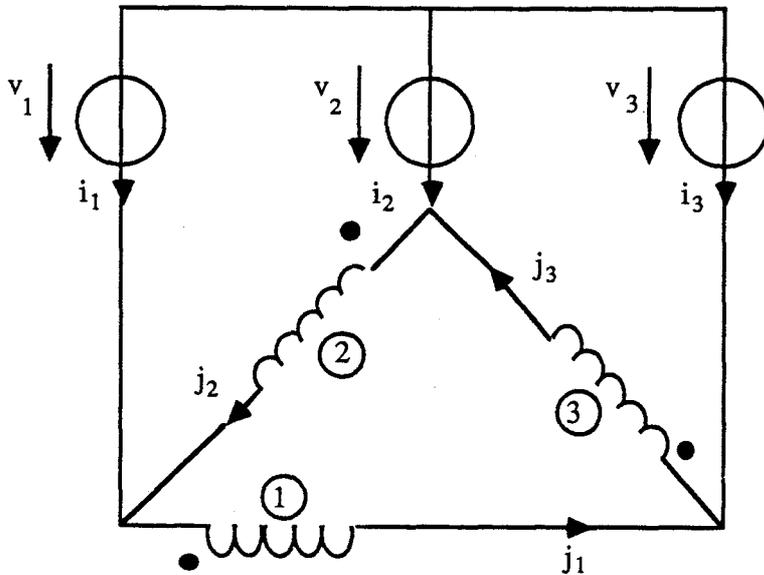
ÉQUIVALENCE DES FONCTIONNEMENTS DES MONTAGES :

- **TRANSFORMATEUR TRIANGLE-ÉTOILE AVEC NEUTRE ASSOCIÉ À 3 GRADATEURS MONOPHASÉS GROUPÉS EN ÉTOILE**
- **GROUPEMENT EN TRIANGLE DE 3 GRADATEURS MONOPHASÉ**

EQUIVALENCE DES FONCTIONNEMENTS DES MONTAGES

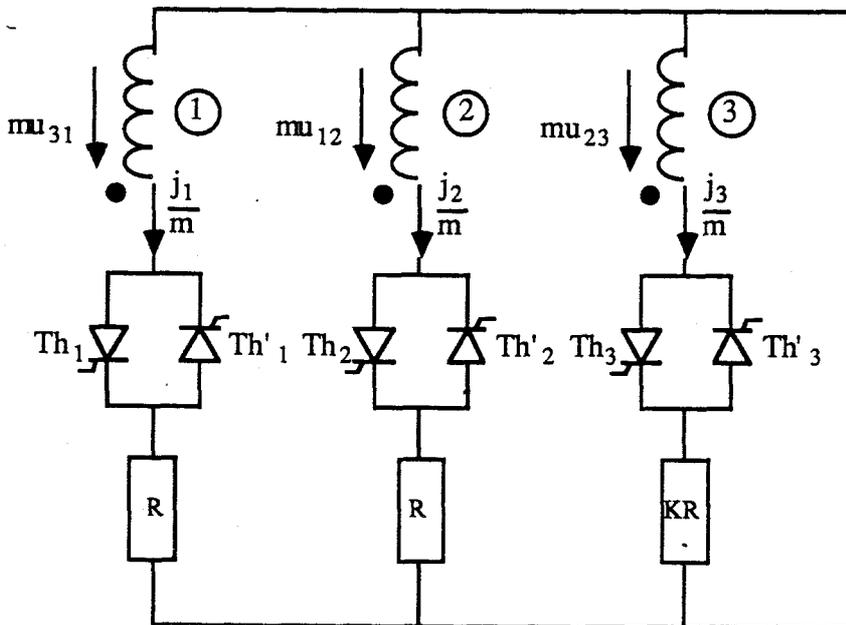
- transformateur triangle - étoile avec neutre associé à 3 gradateurs monophasés groupés en étoile (1^{er} montage)
- groupement en triangle de 3 gradateurs monophasés (2^{ème} montage)

Le 1er montage est représenté ci-dessous



Le transformateur possède n_1 spires au primaire et n_2 spires au secondaire

Le rapport de transformation $m = \frac{n_2}{n_1}$



Avec les notations et les hypothèses définies lors de l'étude du 2^{ème} montage et énoncées au paragraphe III de la page 131, il est loisible d'appeler $\frac{j_1}{m}$, $\frac{j_2}{m}$ et $\frac{j_3}{m}$ les courants dans les phases

réceptrices du 1^{er} montage.

Compte-tenu des relations de compensation des Ampère-tours pour chaque noyau, on trouve $\{j_1, j_2, j_3\}$ dans les 3 enroulements primaires du transformateur et les mêmes courants en ligne $\{i_1, i_2, i_3\}$ pour les 2 montages.

Les contraintes sur les thyristors du montage n° 1 sont :

xm pour les tensions
/m pour les courants

par rapport au montage n° 2, soient

$$v_{Th_{max}} = mV\sqrt{6}$$

$$I_{Th_{max}} = \max\left(\frac{V\sqrt{3}}{mKR\sqrt{2}}, \frac{V\sqrt{3}}{mR\sqrt{2}}\right)$$

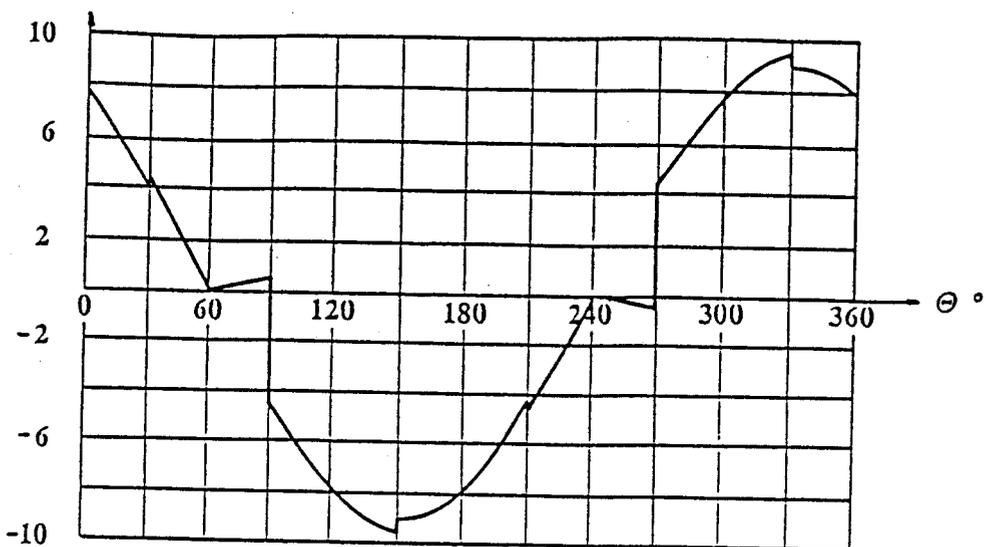
PLANCHES Chapitre 2

FORMES D'ONDE : COURANT DANS LE CONDUCTEUR NEUTRE

1er MODE ($\psi = 30^\circ$)

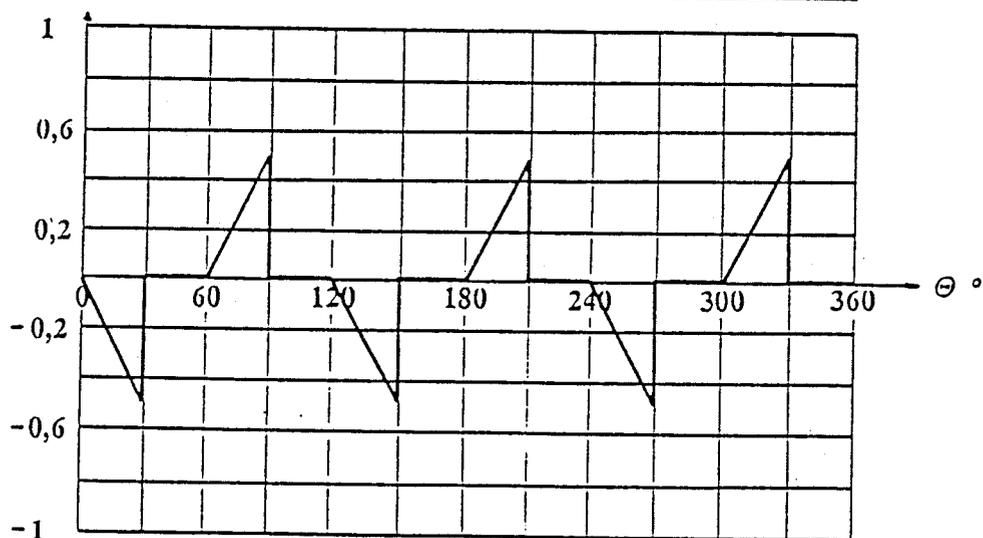
courant
($V\sqrt{2}/R$)

K=0,1



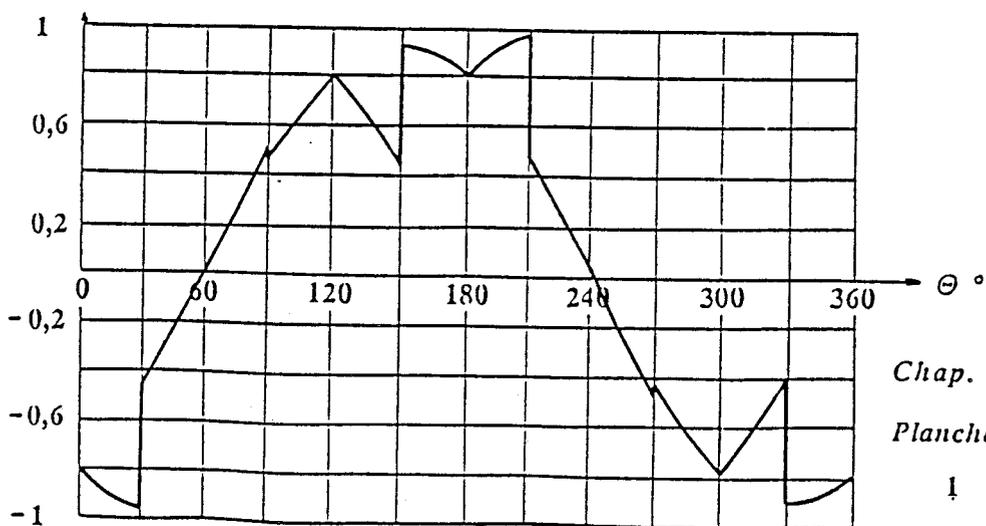
courant
($V\sqrt{2}/R$)

K=1



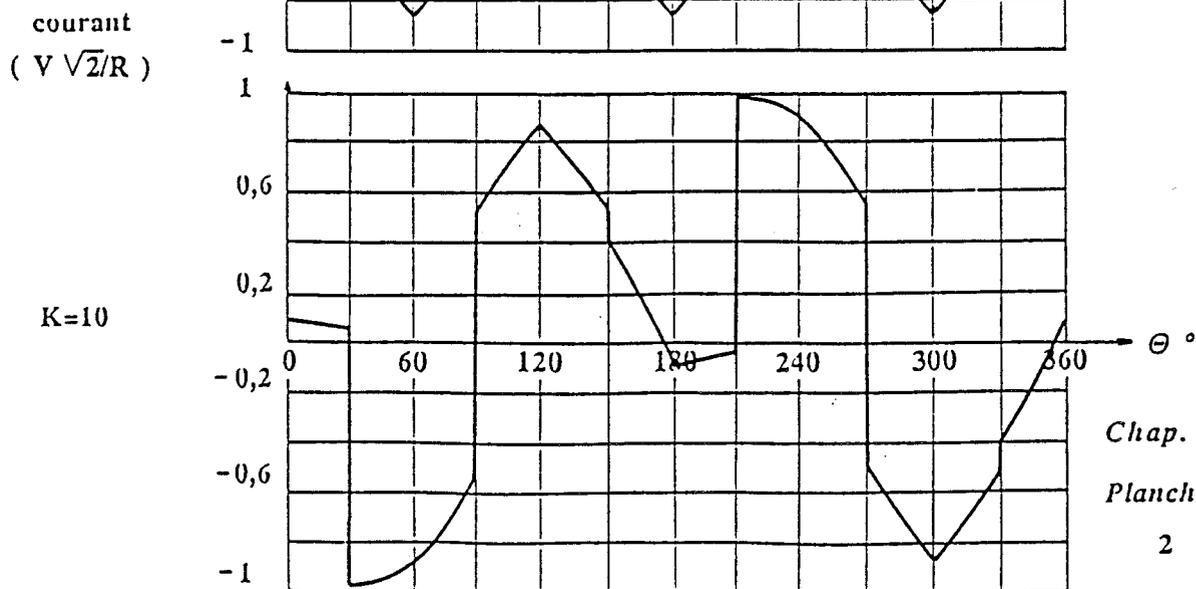
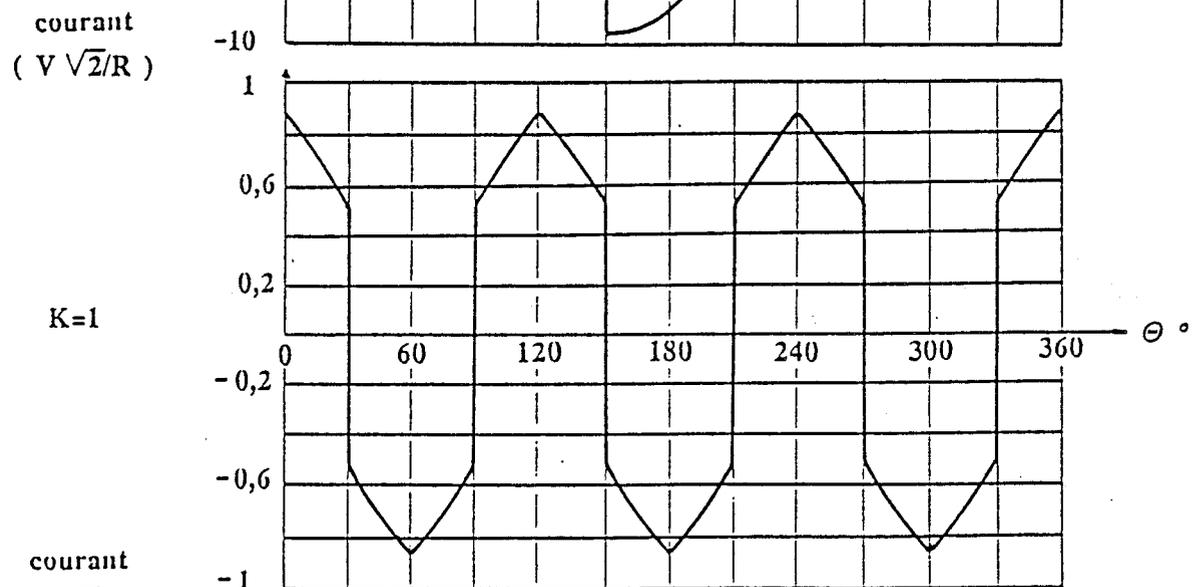
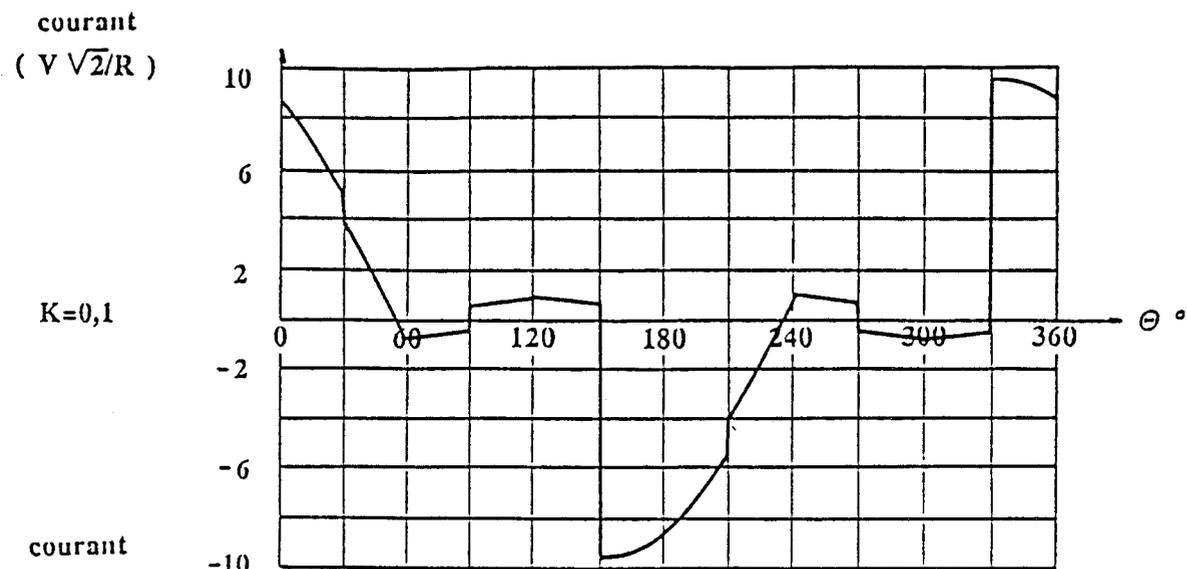
courant
($V\sqrt{2}/R$)

K=10



FORMES D'ONDE : COURANT DANS LE CONDUCTEUR NEUTRE

2ème MODE ($\Psi = 90^\circ$)



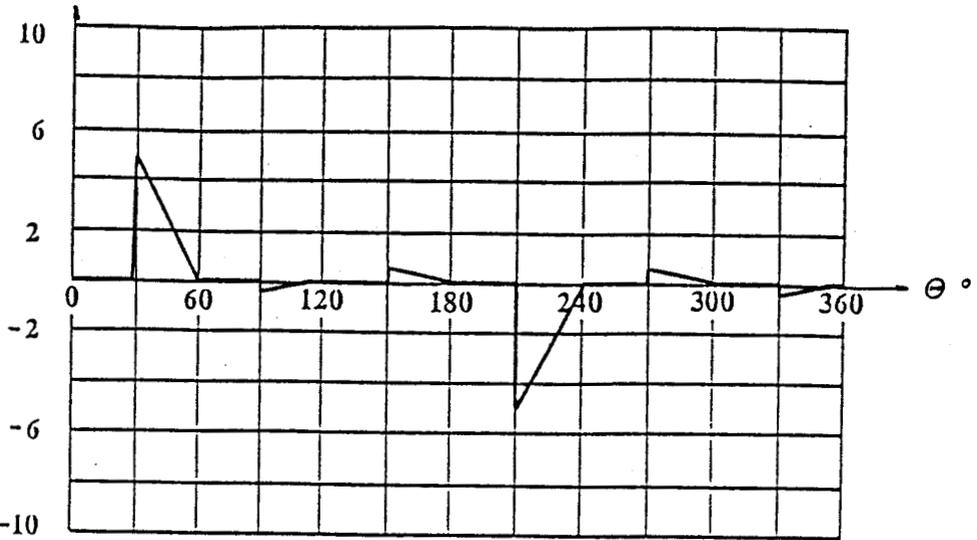
FORMES D'ONDE :

COURANT DANS LE CONDUCTEUR NEUTRE

3ème MODE ($\Psi = 150^\circ$)

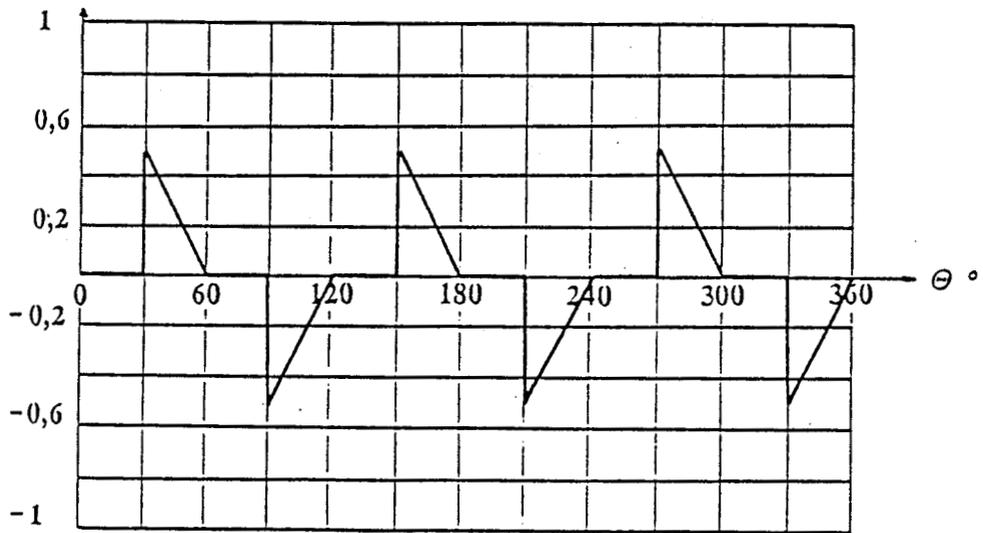
courant
($V \sqrt{2}/R$)

K=0,1



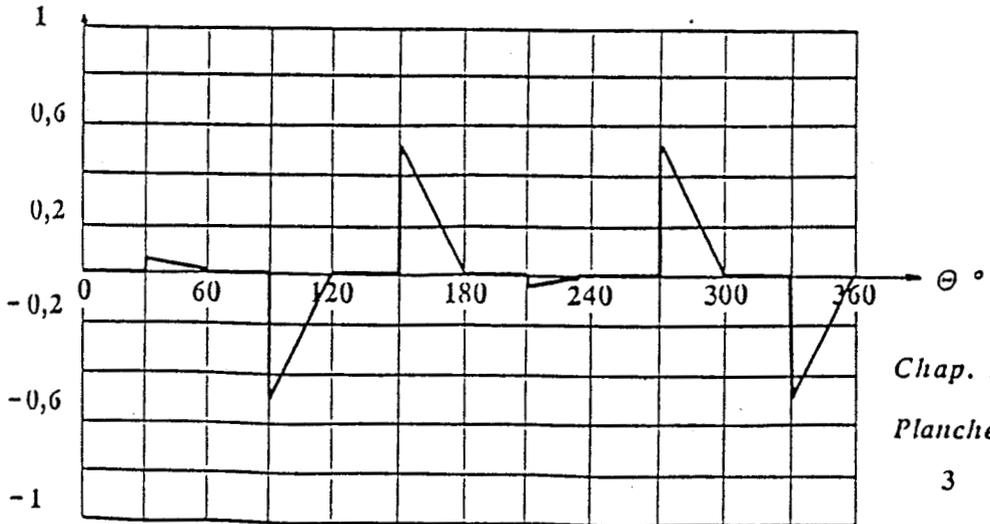
courant
($V \sqrt{2}/R$)

K=1



courant
($V \sqrt{2}/R$)

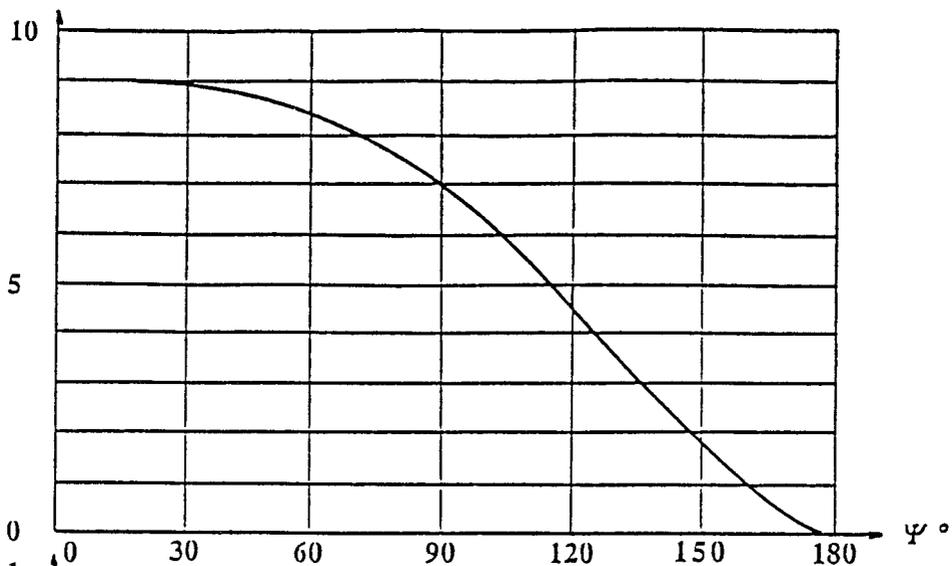
K=10



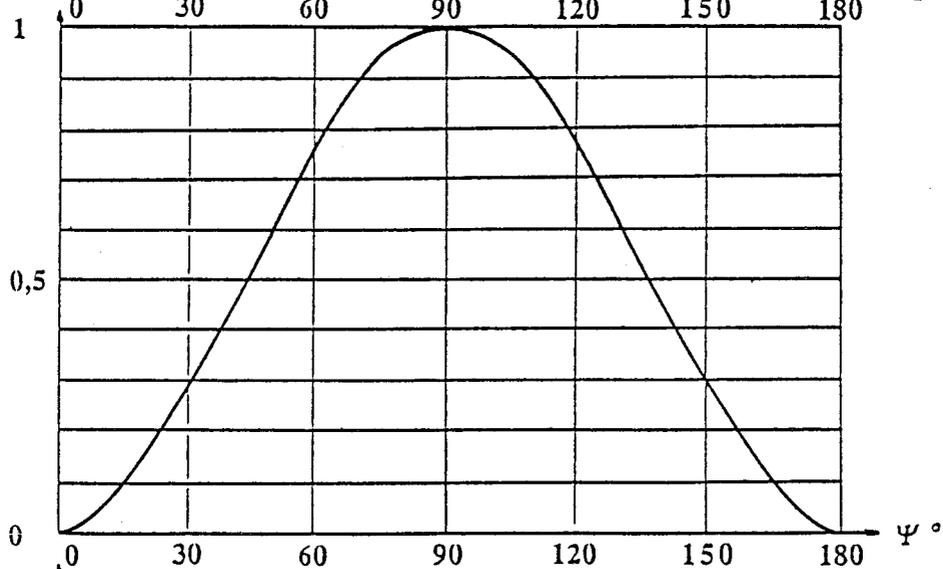
VALEUR EFFICACE

DU COURANT DANS LE CONDUCTEUR NEUTRE
/V/R

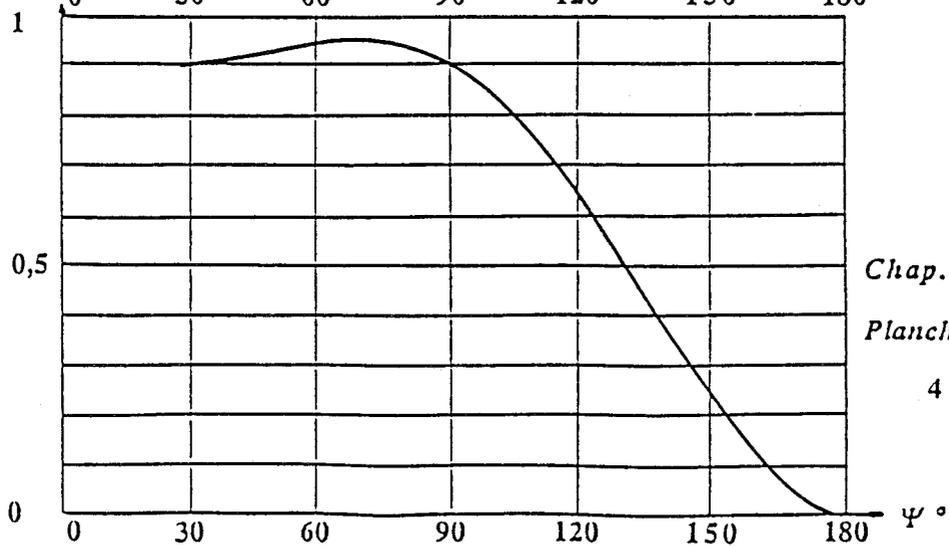
K=0,1



K=1



K=10



Chap. 2

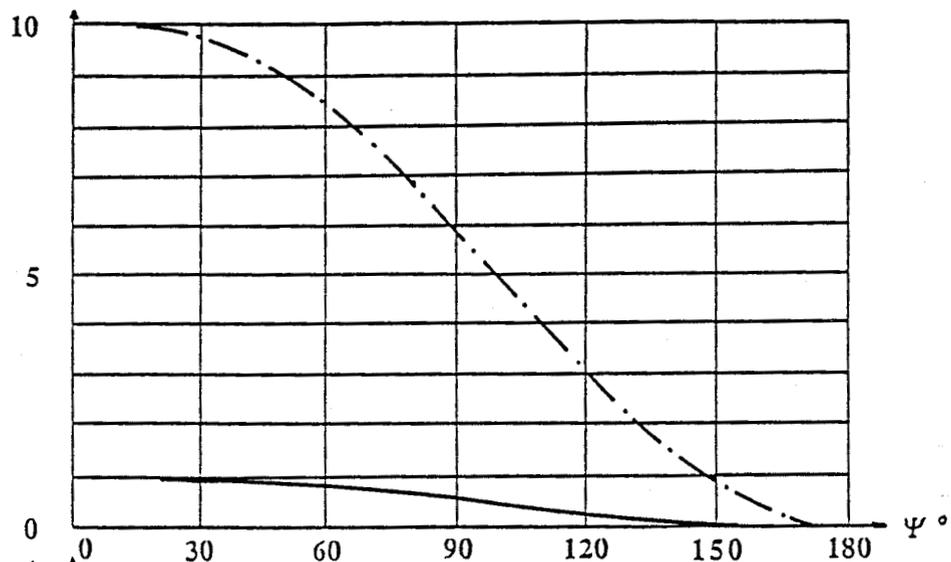
Planche n°

4

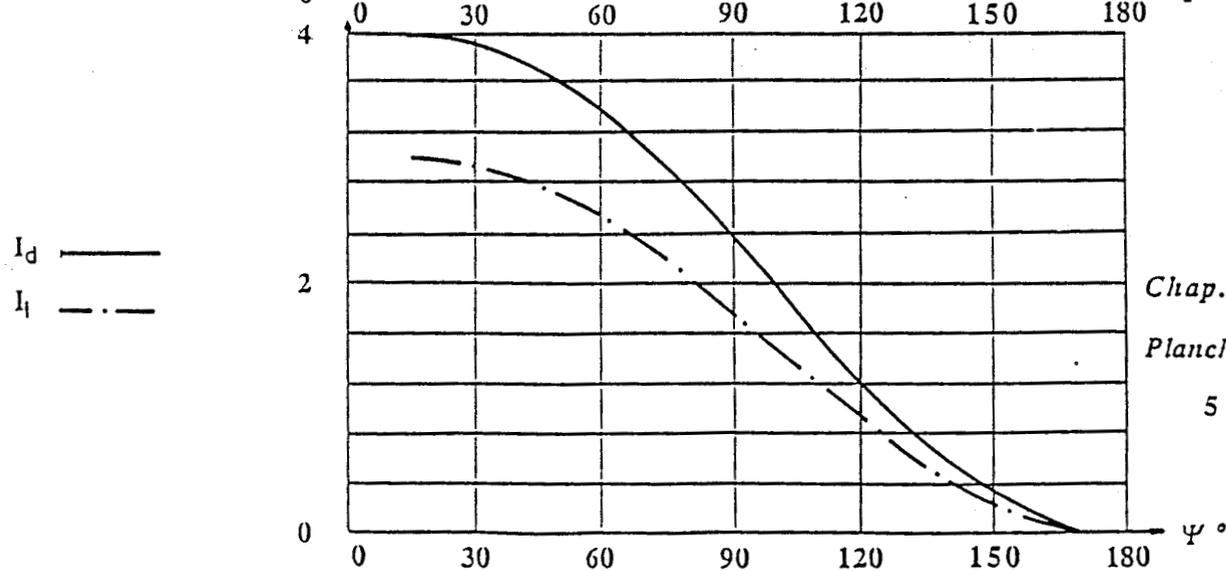
VALEURS EFFICACES

DES COMPOSANTES SYMETRIQUES DES FONDAMENTAUX (/ V / R)

pour $K=0,1$



I_{11} ———
 I_{21} - - - -
 I_{31} - · - · -



I_d ———
 I_1 - - - -

Chap. 2
Planche n°
5

FORMES D'ONDE : DES COURANTS EN LIGNE

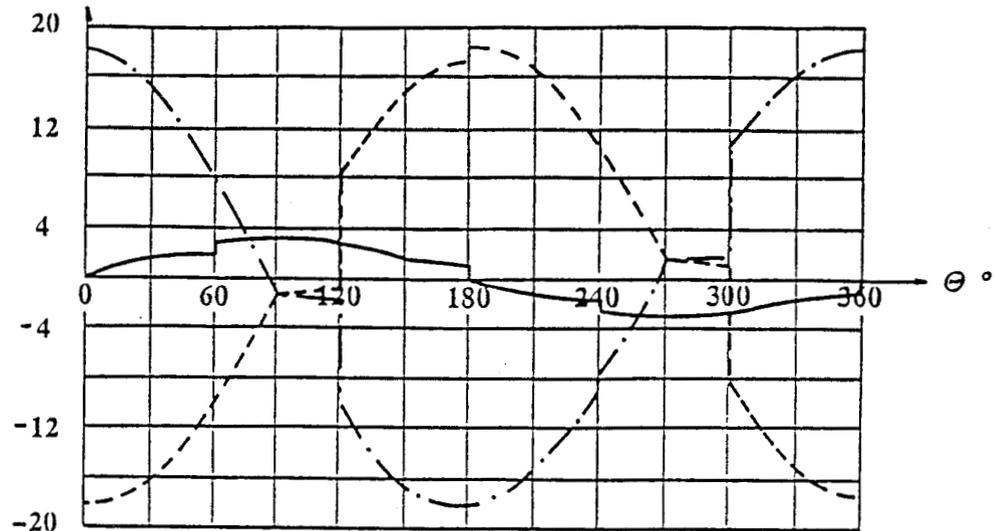
I_1 ———
 I_2 - - - -
 I_3 - · - ·

$K=0,1$

courant
 ($V \sqrt{2}/R$)

1er MODE

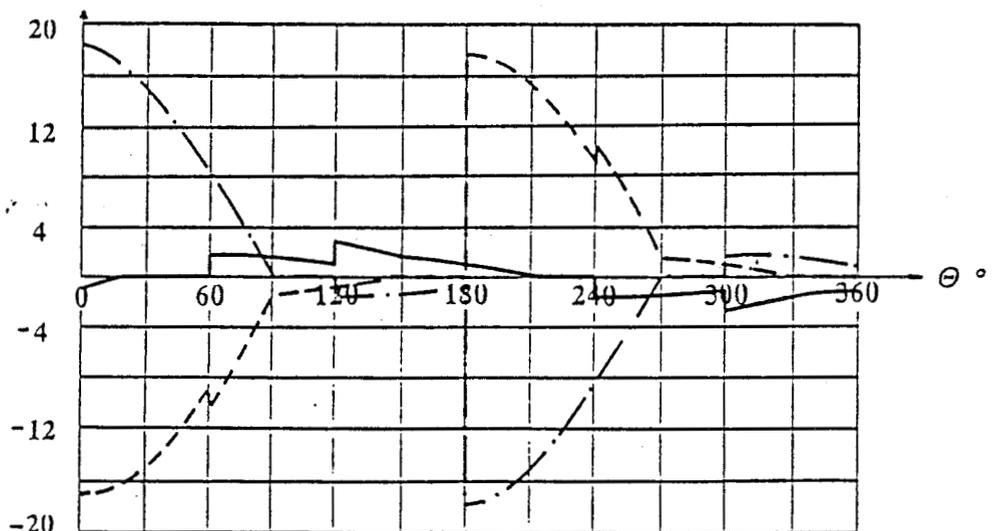
($\Psi = 30^\circ$)



courant
 ($V \sqrt{2}/R$)

2ème MODE

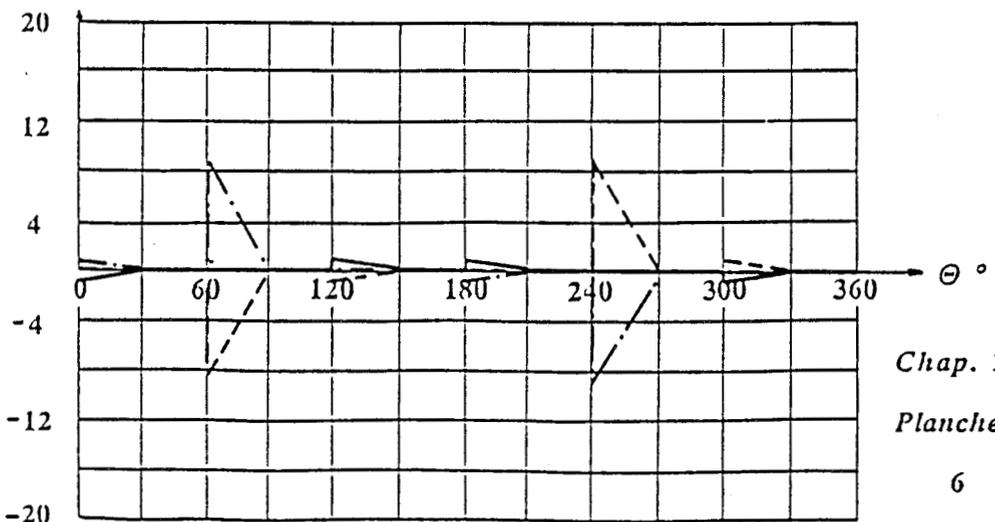
($\Psi = 90^\circ$)



courant
 ($V \sqrt{2}/R$)

3ème MODE

($\Psi = 150^\circ$)



Chap. 2

Planche n°

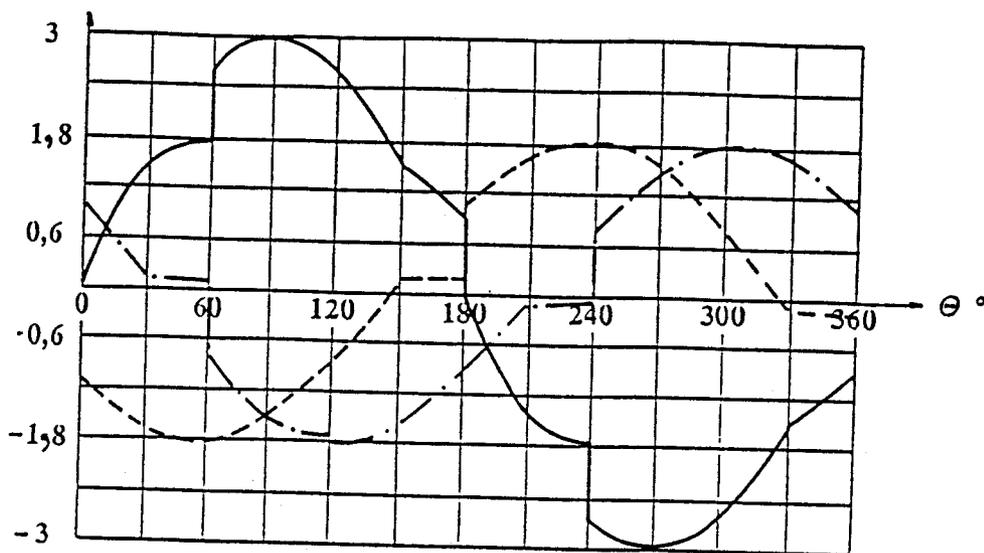
FORMES D'ONDE : DES COURANTS EN LIGNE

I_1 ———
 I_2 - - - -
 I_3 - · - ·

$K=10$

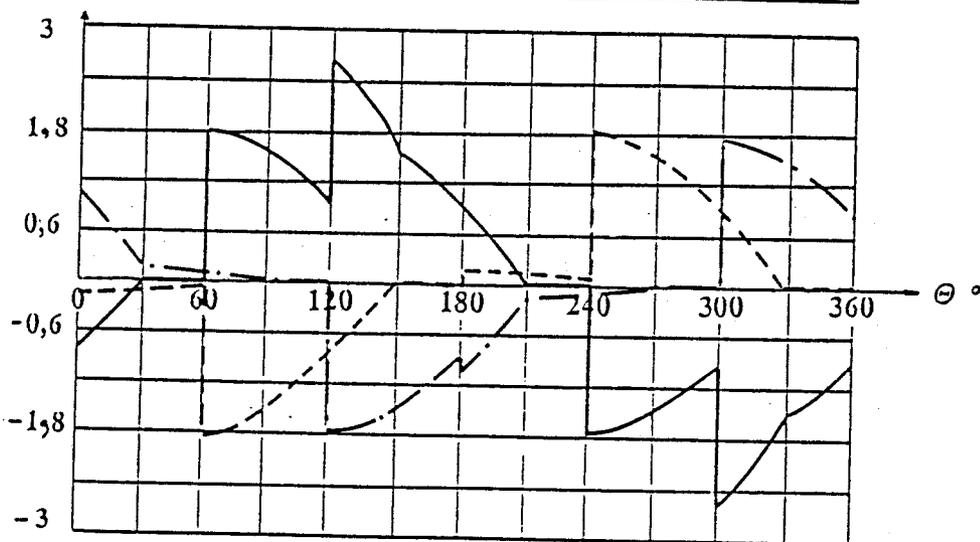
courant
($V\sqrt{2}/R$)

1er MODE
($\Psi = 30^\circ$)



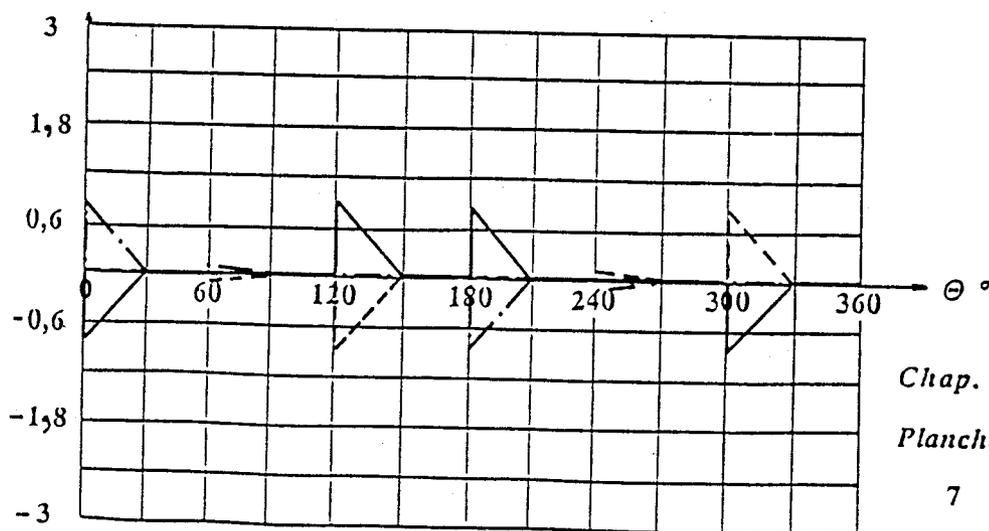
courant
($V\sqrt{2}/R$)

2ème MODE
($\Psi = 90^\circ$)



courant
($V\sqrt{2}/R$)

3ème MODE
($\Psi = 150^\circ$)

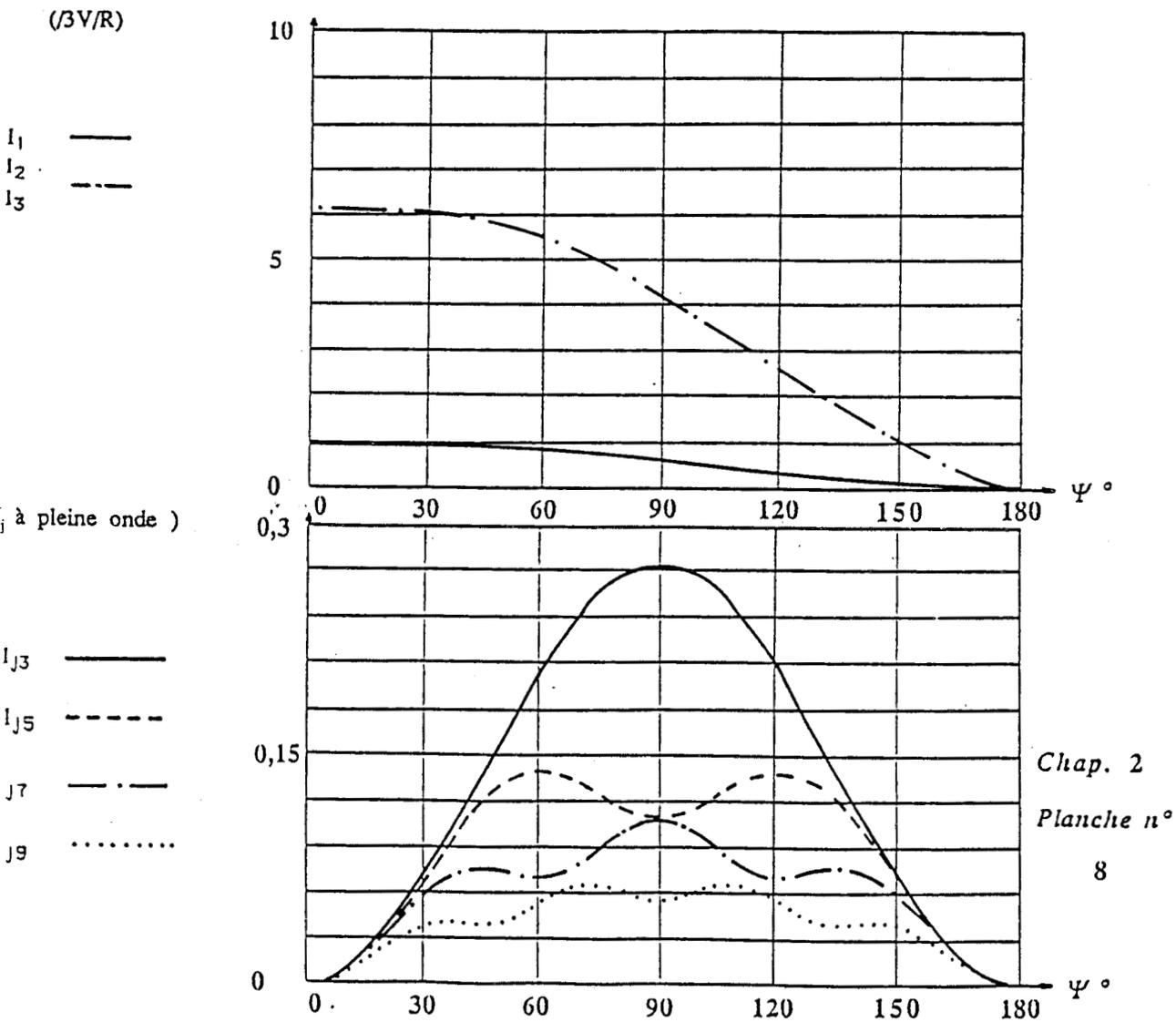


Chap. 2

Planche n°

VALEURS EFFICACES DES COURANTS EN LIGNE
ET DE LEURS HARMONIQUES

pour $K=0,1$



CHAPITRE 3

COMPARAISON DES MONTAGES

CHAPITRE 3 COMPARAISON DES MONTAGES

I. VARIANTES DU MONTAGE GRADATEUR TRIPHASÉ TOUT THYRISTORS

Deux variantes sont à considérer.

- La première consiste à utiliser une charge triphasée dont les 3 phases sont groupées en triangle. Un calcul approprié permet de déterminer une charge en étoile équivalente.
- La deuxième consiste à placer les 3 groupements de 2 thyristors en aval de la charge et à les grouper en triangle. Cela permet de modifier de manière intéressante le dimensionnement des thyristors car le courant dans ceux-ci a une valeur efficace notablement plus faible que dans le montage initial.

I.1. LES 3 PHASES DE LA CHARGE TRIPHASÉE SONT GROUPEES EN TRIANGLE

Les notations et les hypothèses sont les mêmes que pour le montage initial et définies au chapitre 1.

Soient R' , R' et $K'R'$ les résistances des 3 phases réceptrices disposées selon le schéma ci-dessous :

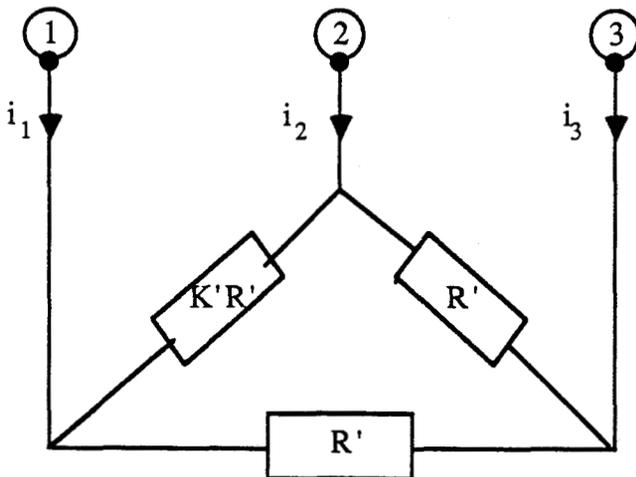
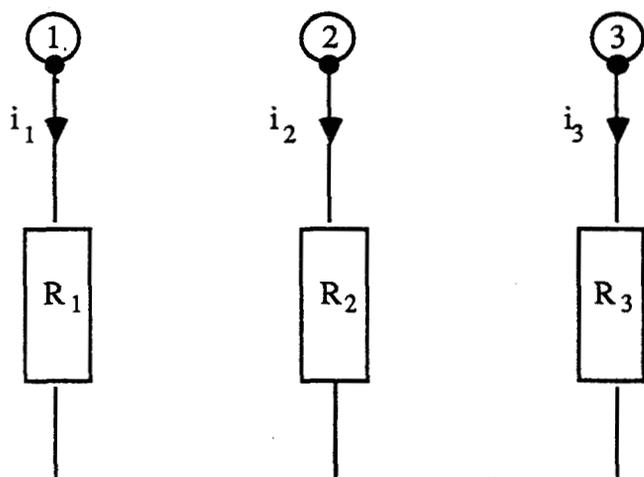


figure n° 1

1.1.1. Charge triphasée en étoile équivalente

Le théorème de Kennely permet de substituer en aval des 3 points (1), (2), et (3) une charge en étoile équivalente (R_1, R_2, R_3) consommant les mêmes courants (i_1, i_2, i_3) pour un même système de tensions d'alimentation.



$$R_1 = R_2 = K'R_3 = \frac{K'R'}{2 + K'}$$

(1)

figure n° 2

1.1.2. Utilisation des résultats du chapitre 1

Le montage étoile équivalent est celui du chapitre 1 si l'on pose

$$K = \frac{1}{K'}$$

$$R = \frac{K'R'}{2 + K'}$$

(2)

Moyennant ce changement de variable, on peut connaître les expressions instantanées des courants et des tensions ainsi que leurs valeurs efficaces en fonction de K' et R' .

1.1.3. Conclusion

Les conclusions relatives aux critères r, s et $\frac{I_i}{I_d}$ lorsque K' varie sont faites compte-tenu du changement d'échelle $K \rightarrow K' = \frac{1}{K}$ et du fait que la résistance R dépend à présent de K car

$$R = \frac{R'}{2K + 1}$$

C'est donc lorsque le déséquilibre se traduit par une diminution des valeurs efficaces des courants ($K' > 1$) que la commande symétrique a l'effet de rééquilibrage le plus prononcé. Les courbes donnant τ_g et F_{ap} en fonction de α étant inchangées, les conclusions sont les mêmes, traduisant une fois de plus l'effet rééquilibrateur du gradateur.

I.2. LES 3 ENSEMBLES DE 2 THYRISTORS SONT DISPOSES EN TRIANGLE EN AVAL DE LA CHARGE

Lorsque le récepteur a ses bornes sorties, il est intéressant de placer le gradateur tout thyristors en aval de la charge et de le coupler en triangle.

La liaison complète source-récepteur est faite par seulement 2 thyristors conducteurs et 1 thyristor passant suffit pour relier 2 phases de la source avec 2 phases réceptrices.

On montre que ces nouvelles topologies relatives au thyristors permettent la diminution des valeurs efficaces des courants qui y circulent.

I.2.1. Montage, notations et hypothèses

Le montage est représenté sur la figure n°3.

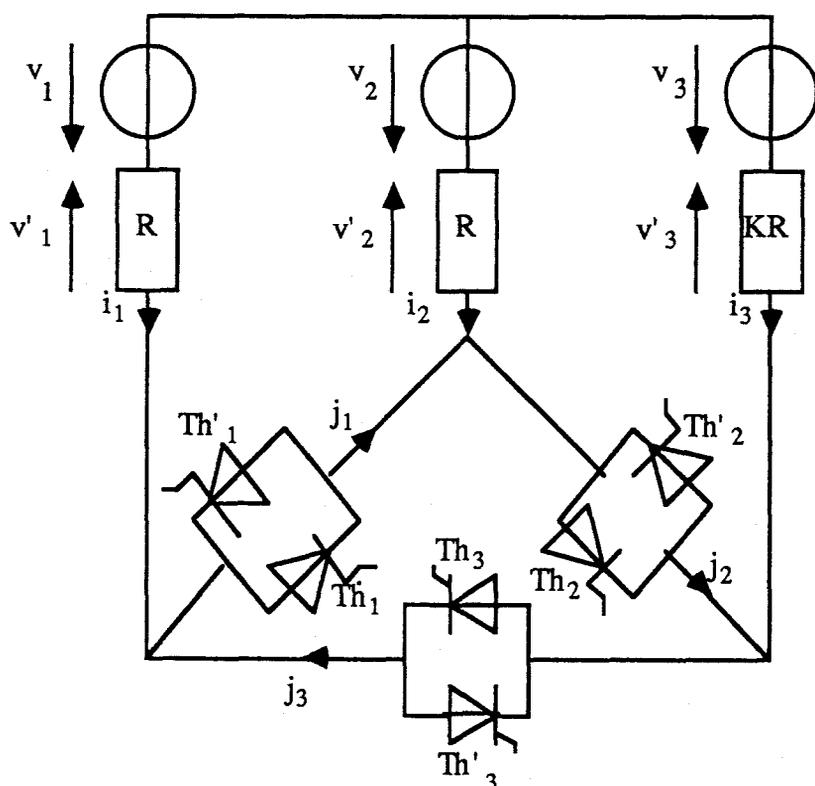


Figure n°3

- Le retard à l'amorçage du thyristor Th_1 , repéré par l'angle ψ , est compté par rapport à l'instant où la tension $v_1 = \sqrt{2} \sin \theta$ devient positive, donc à partir de $\theta = 0$.
- Les notations et hypothèses concernant la source, le récepteur et le déclenchement des thyristors sont les mêmes qu'au chapitre 1. Il en résulte les mêmes expressions instantanées des courants (i_1, i_2, i_3) et des tensions (v'_1, v'_2, v'_3) dans les phases réceptrices.

- Par suite de la séparation des phases réceptrices et des ensembles de 2 thyristors, les conductions et les grandeurs électriques relatives aux thyristors se trouvent modifiées. Leur étude fait l'objet du paragraphe suivant.

I.2.2. Conductions et grandeurs électriques relatives aux thyristors.

On reprend ici les définitions des topologies introduites au chapitre 1 en les associant à la liaison source-récepteur qu'elles occasionnent. Les conductions et les grandeurs électriques relatives aux thyristors pour ces topologies sont imposées par la configuration du montage décrit sur la figure n° 3. Par exemple :

- pour obtenir la topologie A, donc la liaison directe source-récepteur, la conduction de 2 thyristors est suffisante.
- pour obtenir les topologies B, C et D, la conduction d'un seul thyristor est suffisante,

Th₁ ou Th'₁ pour B

Th₃ ou Th'₃ pour C

Th₂ ou Th'₂ pour D.

Pour chacune des topologies, nous allons exprimer les grandeurs électriques inconnues (j_1, j_2, j_3) et ($v_{Th_1}, v_{Th_2}, v_{Th_3}$) en fonction de celles qui sont connues (i_1, i_2, i_3) et (v'_1, v'_2, v'_3).

- Lors de la topologie A :

- si les gradateurs 1 et 2 conduisent :

$j_1 = i_1$	$v_{Th_1} = 0$
$j_2 = -i_3$	$v_{Th_2} = 0$
$j_3 = 0$	$v_{Th_3} = -v_{Th_1} - v_{Th_2} = 0$

- si les gradateurs 1 et 3 conduisent :

$j_1 = -i_2$	$v_{Th_1} = 0$
$j_2 = 0$	$v_{Th_2} = -v_{Th_1} - v_{Th_3} = 0$
$j_3 = i_3$	$v_{Th_3} = 0$

- si les gradateurs 2 et 3 conduisent :

$j_1 = 0$	$v_{Th_1} = -v_{Th_2} - v_{Th_3} = 0$
$j_2 = i_2$	$v_{Th_2} = 0$
$j_3 = -i_1$	$v_{Th_3} = 0$

- Lors de la topologie B :

$j_1 = i_1$	$v_{Th_1} = 0$
$j_2 = 0$	$v_{Th_2} = -v'_2 + v_2 - v_3 = -\frac{3}{2}v_3$
$j_3 = 0$	$v_{Th_3} = -v_{Th_1} - v_{Th_2} = \frac{3}{2}v_3$

- Lors de la topologie C :

$j_1 = 0$	$v_{Th_1} = v_1 - v_2 + v'_2 = -\frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{1+K}$
$j_2 = 0$	$v_{Th_2} = -v_{Th_1} - v_{Th_3} = \frac{(1-K)v_1 + (2+K)v_2}{1+K}$
$j_3 = i_3$	$v_{Th_3} = 0$

- Lors de la topologie D :

$j_1 = 0$	$v_{Th_1} = v_1 - v_3 + v'_3 = -\frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{1+K}$
$j_2 = i_2$	$v_{Th_2} = 0$
$j_3 = 0$	$v_{Th_3} = -v_{Th_1} - v_{Th_2} = \frac{(2+K)v_1 + (1-K)v_2}{1+K}$

- Lors de la topologie E :

$j_1 = 0$	$v_{Th_1} = v_1 - v_2$
$j_2 = 0$	$v_{Th_2} = v_2 - v_3$
$j_3 = 0$	$v_{Th_3} = v_3 - v_1$

- Le fonctionnement pleine onde est assuré avec seulement 2 thyristors conducteurs suivant le diagramme de conduction suivant ($K = 1, \psi = 0$) auquel se rapporte les formes d'onde des 3 courants j_1, j_2, j_3 dans les thyristors consignées sur la planche n° 1.

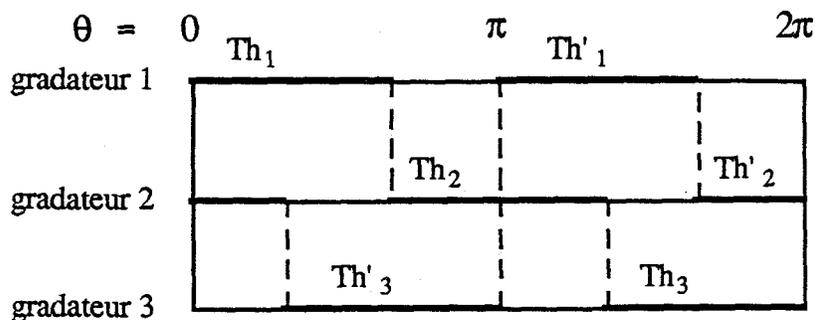


Figure n° 4

Sur cette même planche n° 1, on a rapporté les fonctionnements pleine onde lorsque $K=0.1$ ($\psi = -25^\circ$) et $K=10$ ($\psi = -25^\circ$).

Il en résulte des courants dans les thyristors dont les valeurs efficaces sont plus faibles que pour le montage du chapitre 1.

- Ceci se prolonge tout au long du fonctionnement défini par les mêmes modes (succession donnée de topologies) qu'au chapitre 1.
- A cause du glissement des courants en ligne i_1 , i_2 et i_3 , en avant ou en arrière par rapport à la tension simple correspondante, dû au déséquilibre, il est nécessaire d'envoyer un train d'impulsions de largeur au moins égale à $\frac{\pi}{3}$ sur la gâchette des thyristors afin de leur garantir un amorçage correct.
- On a représenté sur la planche n° 2 les courants j_1 , j_2 et j_3 pour 3 fonctionnements différents correspondant à $\psi = 0^\circ, 30^\circ, 90^\circ$ lorsque $K = 0,1$.
- Afin de montrer l'avantage du montage étudié, nous allons nous intéresser aux valeurs efficaces des courants j_1 , j_2 et j_3 .

I.2.3. Valeur efficace maximale du courant dans un thyristor

Alors que la contrainte en tension $v_{Th_{max}} = V\sqrt{6}$ est inchangée, la contrainte en courant est amoindrie.

Cette contrainte se ramène au calcul de la valeur efficace maximale des courants dans les gradateurs obtenue lors du fonctionnement à pleine onde.

L'expression de $I_{Th_{max}}$, valeur efficace maximale du courant dans un thyristor, donnée en fonction de K , étant très complexe, nous donnons le résultat sous la forme d'une courbe $I_{Th_{max}}(K)$ (figure n°5).

Compte tenu de la configuration du montage (figure n° 3), $I_{Th_{max}}$ se rapporte au gradateur 2 lorsque K est inférieur à 1 et au gradateur 1 lorsque K est supérieur à 1.

Les expressions conduisant aux résultats sont directement issues de l'étude du fonctionnement.

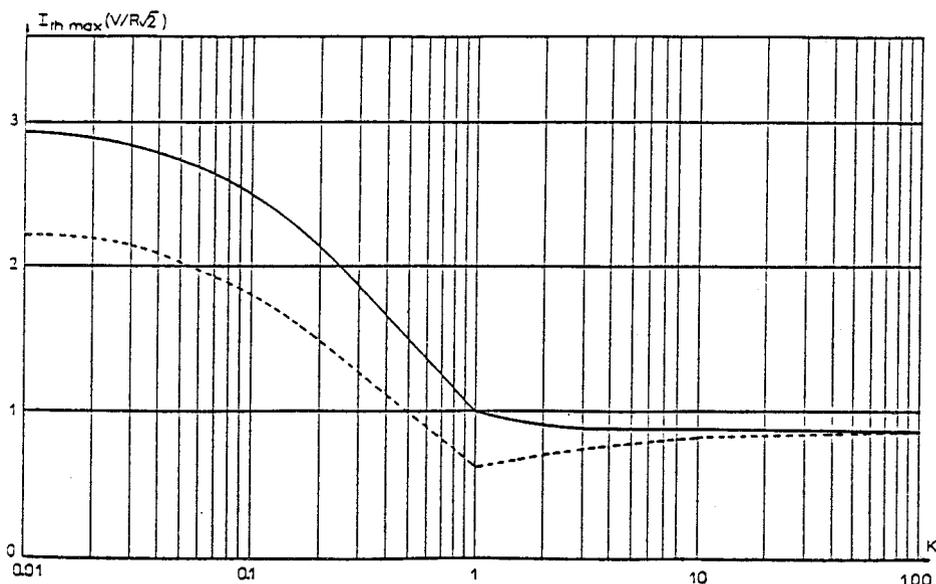


Figure n° 5

T.T. Etoile ———

T.T. Triangle - - - -

Afin de mettre en évidence l'amélioration apportée par cette nouvelle structure, nous avons rappelé sur la figure n° 5 en trait plein la courbe $I_{Th_{max}}(K)$ relative au montage tout thyristors du chapitre 1 et nous avons tracé sur cette même figure en trait pointillé la courbe illustrant la même relation cette fois-ci pour le montage thyristors en triangle.

Pour les 2 courbes, $I_{Th_{max}}$ est rapporté à $\frac{V}{R\sqrt{2}}$, valeur de référence obtenue à pleine onde en

régime équilibré avec un montage étoile.

C'est surtout lorsque les courants ont des valeurs efficaces élevées ($K < 1$) que l'écart entre les 2 courbes se creuse.

A la limite, lorsque $K = 0$, $I_{Th_{max}} = 3 \frac{V}{R\sqrt{2}}$ pour le T.T.E. (Tout Thyristors Etoile)

et $I_{Th_{max}} = 2,255 \frac{V}{R\sqrt{2}}$ pour le T.T.R. (Tout Thyristors tRiangle)

soit une diminution de calibre de 25 % d'un montage à l'autre.

C'est lorsque le régime est équilibré que la réduction de calibre, 37,5 % est la plus importante.

Elle s'amenuise ensuite lorsque K augmente pour disparaître totalement aux valeurs élevées de K .

II. COMPARAISON DES CALIBRES DES THYRISTORS

II.1. PRELIMINAIRE

Dans les paragraphes II, III et IV de comparaison, les montages seront nommés par leurs initiales que nous donnons dans le tableau ci-dessous dans leur ordre d'apparition.

MONTAGE	INITIALES	ETUDE
Gradateur triphasé tout thyristors	T.T.E.	chap. 1
3 gradateurs monophasés en étoile	3.M.E.	chap. 2 II
3 gradateurs monophasés en triangle	3.M.R.	chap. 2 III
gradateur triphasé avec thyristors en triangle	T.T.R.	chap. 3 I.2.

Figure n° 6

Les autres montages ne sont que des cas particuliers de l'un des 4 montages désignés dans le tableau.

II.2. PRESENTATION

Les résultats sont présentés sous la forme d'un tableau unique (figure n°7) regroupant :

- la nature du montage,
- la tension maximale aux bornes d'un thyristor,
- la valeur efficace maximale du courant dans un thyristor.

Les contraintes sont ramenées à des valeurs de référence obtenues à pleine onde en régime équilibré ($K = 1$) pour le montage 3.M.E.

Les 2 circonstances $K \leq 1$ et $K \geq 1$ sont distinguées au sujet des courants.

De plus, pour que la comparaison soit significative, elle est menée pour des montages consommant la même puissance à pleine onde en régime équilibré. En ce cas la résistance d'une phase réceptrice pour le montage 3.M.R. doit être multipliée par 3 et les calibres courant divisés par 3 par rapport à l'étude du chapitre 2.III.

II.3. RESULTATS

MONTAGE	TENSION($V\sqrt{2}$)	COURANT ($V/R\sqrt{2}$)	
		$K \leq 1$	$K \geq 1$
T.T.E.	$\sqrt{3}$	$\frac{3}{2K+1}$	$\frac{\sqrt{3(K^2+K+1)}}{2K+1}$
3.M.E.	1	$\frac{1}{K}$	1
3.M.R.	$\sqrt{3}$	$\frac{1}{K\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
T.T.R.	$\sqrt{3}$	$< \frac{3}{2K+1}$	$< \frac{\sqrt{3(K^2+K+1)}}{2K+1}$

Figure n° 7

II.4. DISCUSSION

- En ce qui concerne les contraintes en tension, les montages sont équivalents mis à la part le 3.M.E. où la tension maximale à bloquer est $\sqrt{3}$ fois plus petite que pour les autres.

- En ce qui concerne les courants, il est significatif de se placer lorsque les courants dans les phases réceptrices sont les plus grands c'est-à-dire lorsque $K \rightarrow 0$.

Alors $I_{Th_{max}}(V/R\sqrt{2}) \rightarrow +\infty$ pour 3.M.E. et 3.M.R.
 $\rightarrow 3$ pour T.T.E.
 $\rightarrow 2,25$ pour T.T.R. (figure n° 5)

- En définitive c'est le montage T.T.R. qui permet le dimensionnement minimal des thyristors.

III. COMPARAISON DU DESEQUILIBRE EN LIGNE

III.1. PRESENTATION

Les 3 critères $r = \frac{I_3}{I_1}$, rapport entre la valeur efficace du courant dans la phase déficiente (KR) et celle dans une phase saine (R)

$s = \frac{S_I}{I}$, rapport entre l'écart-type et la valeur moyenne de la distribution (I_1, I_2, I_3) des valeurs efficaces des courants en ligne.

$\frac{I_i}{I_d}$, rapport entre la composante inverse et la composante directe du système triphasé des 3 fondamentaux des 3 courants en ligne,

caractérisent chacun le déséquilibre en ligne.

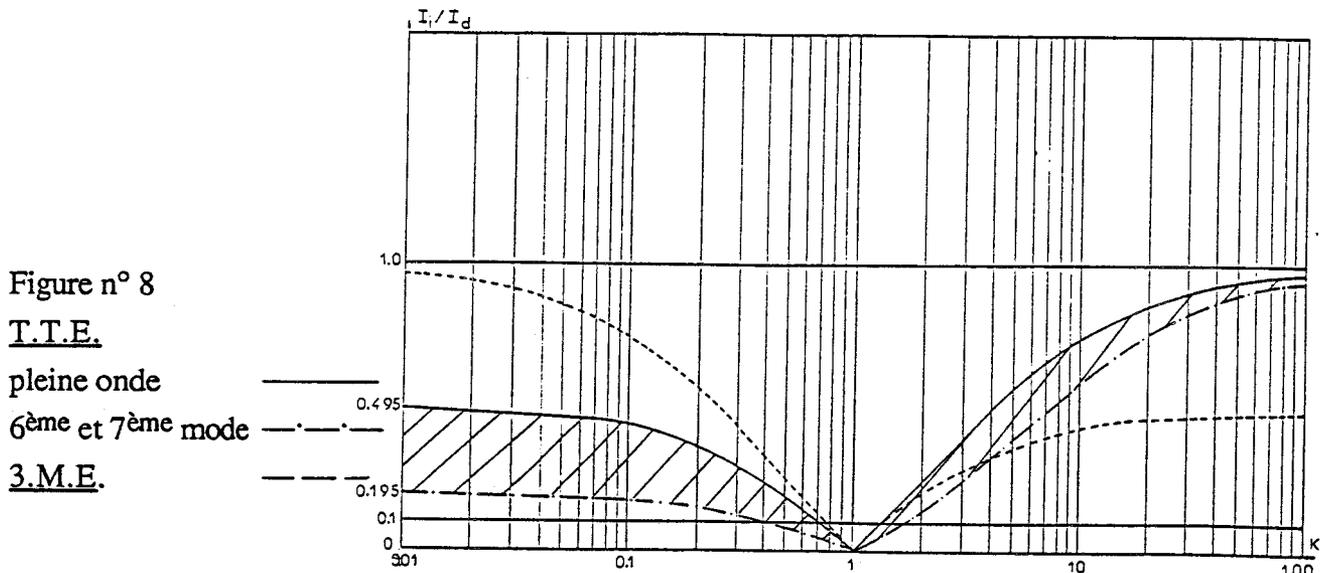
Leurs études séparées permettent d'arriver sensiblement aux mêmes conclusions.

Pour effectuer la comparaison, nous n'en retiendrons qu'un, $\frac{I_i}{I_d}$, qui est le plus significatif de la représentation du déséquilibre.

Pour ce critère, les montages T.T.E. et T.T.R. d'une part et 3.M.E. et 3.M.R. d'autre part ont les mêmes performances.

Nous présentons donc sur la figure n° 8 les courbes donnant $\frac{I_i}{I_d}$ en fonction de K pour les montages T.T.E. (— à pleine onde, — — — pour les 2 derniers modes) et 3.M.E. (— — —).

III.2. RESULTATS



III.3. DISCUSSION

III.3.1. Montages T.T.E. et T.T.R.

La figure n° 8 montre que lorsque l'angle ψ croît (pour K donné), donc que la puissance décroît, on passe de la courbe en trait plein (pleine onde) à la courbe en trait mixte (2 derniers modes) en fonctionnant dans la zone hachurée où le paramètre $\frac{I_i}{I_d}$ décroît traduisant la réduction du déséquilibre.

C'est surtout pour les valeurs de K inférieures à 1 que cette réduction est sensible, $\frac{I_i}{I_d}$ atteint la valeur 0,195 en fin de réglage lorsque la phase 3 est court-circuitée alors qu'il valait 0,495 en l'absence de gradateur. La profondeur de réglage s'accompagne d'une amélioration de 60 % du critère de déséquilibre.

III.3.2. Montages 3.M.E. et 3.M.R.

Relativement au critère $\frac{I_i}{I_d}$, les 2 montages sont peu intéressants car ils répercutent intégralement en ligne le déséquilibre des phases réceptrices, quelque soit le réglage adopté.

Ce déséquilibre reste assez faible ($\frac{I_i}{I_d} < 0,5$) lorsque K est supérieur à 1. C'est d'ailleurs dans cette zone que l'on peut mettre en évidence l'effet équilibrateur de la commande à l'aide du critère s pour le montage 3.M.R. (figure n° 9)

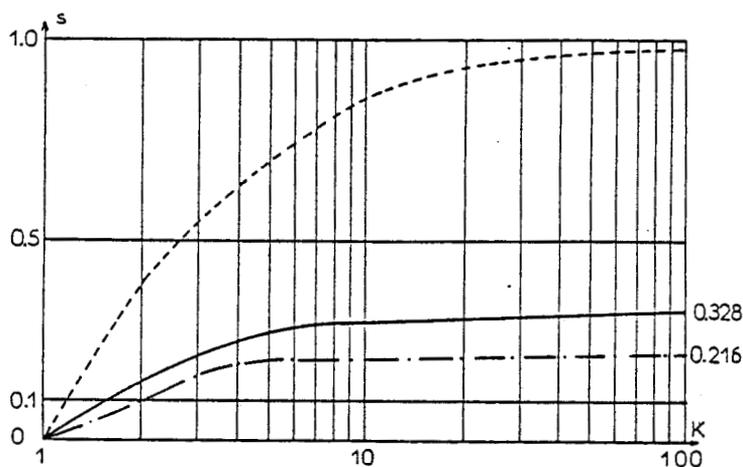


Figure n° 9

- pleine onde
- · - 3^{ème} mode
- - - phases réceptrices ou 3.M.E.

s se rapproche nettement de 0 lorsque ψ augmente.

Quand la phase 3 est coupée, s passe de 0,328 à 0,216 lors d'une transition du fonctionnement pleine onde au 3^{ème} mode soit une amélioration de 34 %.

Lors de la même transition, le déséquilibre dans les phases réceptrices reste très important (s voisin de 1).

Lorsque l'on groupe en triangle 3 gradateurs monophasés, la suppression des harmoniques de rang 3 et multiple de 3 dans les fils de ligne entraîne une diminution du déséquilibre par rapport au courant dans la charge, décelable avec le critère s .

La profondeur de réglage apporte encore une diminution supplémentaire.

III.3.3. Conclusion

La comparaison des différents groupements de gradateurs montre qu'avec une commande symétrique, 3 montages permettent une réduction du déséquilibre des courants en ligne : T.T.E., T.T.R. et 3.M.R.

Seuls les 2 montages, T.T.E. et sa variante T.T.R. permettent une réduction du déséquilibre dans les phases réceptrices.

Ce sont eux qui sont les plus intéressants, surtout lorsque K est inférieur à 1.

Lorsque K est supérieur à 1, c'est le montage 3.M.R. qui s'avère être le meilleur.

En aucun cas, le montage 3.M.E. n'offre d'avantages en commande symétrique, la présence du conducteur de retour entraînant en outre la circulation d'une composante homopolaire dans tous les systèmes triphasés des harmoniques des courants en ligne.

IV. CARACTERISATION DE LA DEFORMATION EN LIGNE

IV.1. PRESENTATION

Les 2 critères τ_g , taux d'harmonique global

et F_{ap} , facteur de puissance apparent, caractérisent la déformation des courants en ligne.

Néanmoins τ_g est le plus approprié pour caractériser l'éloignement plus ou moins grand des courants en ligne de la sinusoïde parfaite.

Pour que la comparaison soit significative, nous donnons pour chacun des montages la courbe illustrant la relation $\tau_g(\alpha)$, α étant la variation de puissance due au réglage du gradateur.

Ces courbes sont uniquement fournies pour K très différent de 1 car c'est dans cette circonstance que la déformation est la plus importante. La figure n° 10 les regroupe avec :

- en trait plein, celle se rapportant aux montages T.T.E. et T.T.R.,
- en trait pointillé, celle se rapportant au montage 3.M.E.,
- en trait mixte, celle se rapportant au montage 3.M.R.

IV.2. RESULTATS

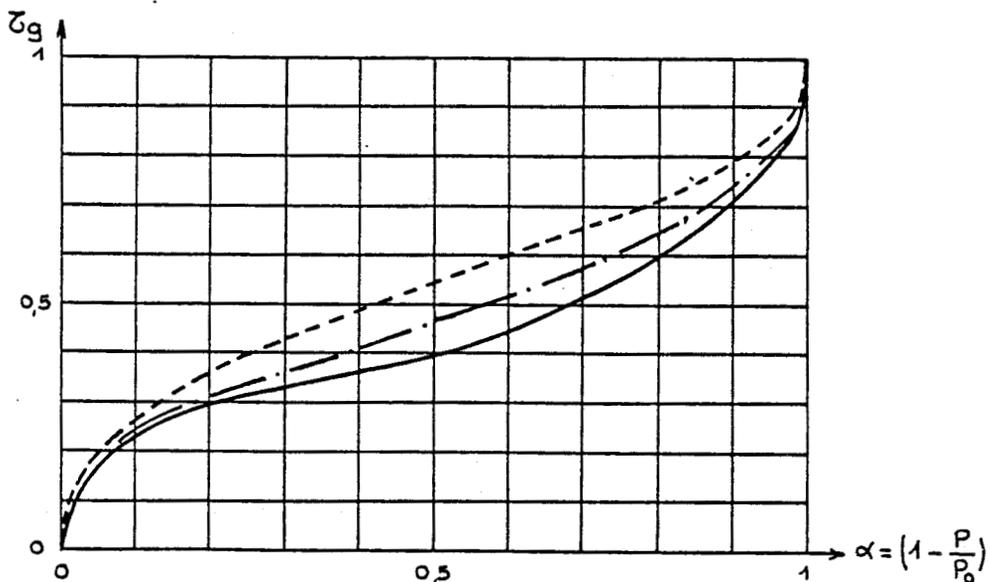


Figure n° 10 T.T.E et T.T.R. _____
 3 M.E. -----
 3 M.R. -.-.-.-

IV.3. DISCUSSION

Pour tous les montages, le taux d'harmonique global se dégrade avec la profondeur de réglage α .

Néanmoins, on note un avantage très marqué des montages T.T.E. et T.T.R. vis-à-vis du montage 3.M.E. tout au long du fonctionnement. Cela se traduit par exemple lorsque $\alpha = 0,5$ par $\tau_g = 0,4$ d'une part et $0,55$ d'autre part, soit une différence relative de $37,5\%$ en faveur de T.T.E. et T.T.R.

Le montage 3.M.R., quant à lui, a des performances situées entre les 2 autres ($\tau_g = 0,46$ pour $\alpha = 0,5$). Il prend l'avantage sur le montage 3.M.E. à cause de la disparition des harmoniques 3 et multiples de 3 dans un des fils de ligne.

V. CONCLUSION

Le dernier critère étudié F_{ap} , facteur de puissance apparent, ne permet pas de conclure quant à l'intérêt plus ou moins prononcé de tel ou tel montage. En effet, il reste sensiblement le même quelque soit le montage et quelque soit le facteur de déséquilibre K pour une profondeur de réglage α donnée.

- Si le récepteur n'a que 3 bornes sorties, on ne peut utiliser que le gradateur triphasé tout thyristors.
- Si le récepteur a ses bornes sorties, que l'on ne s'intéresse qu'au déséquilibre en ligne et que K est toujours supérieur à 1, le groupement en triangle de 3 gradateurs monophasés est le meilleur montage.
- Avec les 6 bornes du récepteur sorties et si les caractéristiques de celui-ci sont mal connues ou susceptibles d'évoluer au cours du temps, la variante avec thyristors en triangle du gradateur triphasé est la plus intéressante.

Le gradateur triphasé tout thyristors et sa variante interviennent donc comme modérateurs en réduisant les effets du déséquilibre de la charge sans qu'il soit nécessaire pour autant de modifier les ordres de déblocage des thyristors.

ANNEXE Chapitre 3

UNE APPLICATION :

***MONTAGE GRADATEUR TRIPHASE
DEBITANT SUR UNE RESISTANCE
MONOPHASEE A POINT MILIEU***

I. INTRODUCTION

Pour régler la puissance dissipée dans une résistance, on utilise un gradateur monophasé connecté en série avec la résistance. Si l'on dispose d'une source triphasée on peut brancher l'ensemble soit entre 2 phases, soit entre phase et neutre. Si de plus la résistance a un point milieu accessible, la borne supplémentaire permet d'autres sortes de liaisons entre la source et le récepteur.

En ajoutant une paire de thyristors supplémentaires, on peut insérer les 2 gradateurs monophasés dans 2 fils de ligne et connecter le neutre au point milieu de la résistance.

En utilisant 3 groupements de 2 thyristors, on peut les insérer dans chacun des fils de ligne et connecter en aval des 3 bornes du récepteur.

Le premier montage n'est qu'un simple gradateur monophasé, ses performances sont donc médiocres et la source ne voit qu'une charge monophasée.

Les 2 autres montages sont des applications particulières de montages étudiés aux chapitre 1 et 2.

L'augmentation du nombre de thyristors permet une réduction des effets néfastes de la charge monophasée vis-à-vis de la source triphasée.

L'objet de cette annexe est la mise en évidence de l'amélioration apportée par l'augmentation du nombre de thyristors.

Les montages à 2, 4, 6 thyristors sont respectivement étudiés aux paragraphes II, III, IV et leurs performances comparées au paragraphe V.

II. MONTAGE À 2 THYRISTORS

Il s'agit d'un gradateur monophasé alimenté par la tension composée $u_{21} = v_1 - v_2$ car, seules les phases réceptrices 1 et 2 sont reliées aux lignes 1 et 2. Entre la source et le récepteur, un seul groupement de 2 thyristors est nécessaire pour obtenir le réglage de la puissance.

De l'étude menée au paragraphe I du chapitre 2 à partir de la page 117, nous déduisons les caractéristiques relatives aux thyristors, à la puissance et au déséquilibre du montage.

II.1. CONTRAINTES SUR LES THYRISTORS

$$v_{Th_{max}} = V\sqrt{6} \quad \text{et} \quad I_{Th_{max}} = \sqrt{3} \frac{V}{R\sqrt{2}}$$

II.2. LA PUISSANCE

Elle vaut à pleine onde $P_0 = \frac{3}{2} \frac{V^2}{R}$

Puis, lorsque ψ augmente, $P = 2RI^2 = \frac{3}{2} \frac{V^2}{R} \left[1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\psi \right]$

d'où la réduction de puissance $\alpha = 1 - \frac{P}{P_0} = \frac{\psi}{\pi} - \frac{1}{2\pi} \sin 2\psi$

II.3. COMPOSANTES SYMETRIQUES DES FONDAMENTAUX DES COURANTS EN LIGNE

Le système des 3 courants en ligne (i_1, i_2, i_3) vaut ($i_1, -i_1, 0$).

Les fondamentaux s'y rapportant ont une composante directe I_d et inverse I_i et le système (I_{11}, I_{21}, I_{31}) n'est autre que ($I_{11}, -I_{11}, 0$).

Donc
$$3 I_d = I_{11} + a I_{21} + a^2 I_{31} = I_{11} (1 - a)$$

$$3 I_i = I_{11} + a^2 I_{21} + a I_{31} = I_{11} (1 + a^2).$$

Il en résulte un rapport $\frac{I_i}{I_d} = \frac{|1 + a^2|}{|1 - a|} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ constant tout au long du réglage.

III. MONTAGE À 4 THYRISTORS

Il s'apparente au montage 3ME pour lequel $K = +\infty$.

En effet les phases réceptrices 1 et 2 sont reliées aux lignes 1 et 2 et la phase réceptrice 3 est reliée au point neutre de la source.

De l'étude menée au paragraphe II du chapitre 2 à partir de la page 119, nous déduisons les caractéristiques relatives aux thyristors, à la puissance et au déséquilibre du montage.

III.1. CONTRAINTES SUR LES THYRISTORS

$$v_{Th_{max}} = V\sqrt{2} \quad \text{et} \quad I_{Th_{max}} = \frac{V}{R\sqrt{2}}.$$

III.2. LA PUISSANCE

Elle vaut à pleine onde $P_0 = 2 \frac{V^2}{R}$.

Puis, lorsque ψ augmente, $P = 2RI^2 = 2 \frac{V^2}{R} \left[1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\psi \right]$

d'où la réduction de puissance $\alpha = 1 - \frac{P}{P_0} = \frac{\psi}{\pi} - \frac{1}{2\pi} \sin 2\psi$

III.3. COMPOSANTES SYMETRIQUES DES FONDAMENTAUX DES COURANTS EN LIGNE

Soit I_{11} , la valeur efficace du fondamental du courant dans les lignes 1 et 2, la composante directe des 3 fondamentaux a une valeur efficace égale à $I_d = \frac{2}{3} I_{11}$

et la composante inverse $I_i = \frac{1}{3} I_{11}$.

Il en résulte un rapport $\frac{I_i}{I_d} = \frac{1}{2}$ constant tout au long du réglage.

IV. MONTAGE À 6 THYRISTORS

IV.1. MONTAGE

La charge est dessinée ci-contre :
elle est formée de 2 résistances R
mises en série.

Soit O le point milieu.

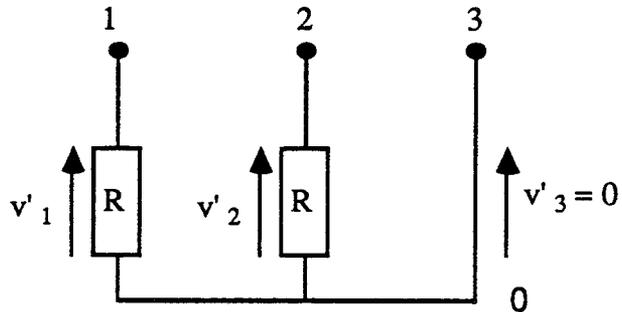


Figure N° 11

Afin d'exploiter l'effet de rééquilibrage du gradateur triphasé, on relie les phases 1, 2 et 3 de cette charge aux lignes 1, 2 et 3 en aval d'un gradateur triphasé.

Un tel montage est analogue à celui étudié au chapitre 1 lorsque $K = 0$. L'étude menée dans ce chapitre permet d'obtenir directement les relations liant les grandeurs instantanées (paragraphe IV.2.) le fonctionnement (paragraphe IV.3.) et les caractéristiques (paragraphe IV.4.).

IV.2. RELATIONS

En reprenant les notations du chapitre 1, les différentes topologies sont définies par $v'_3 = 0$ pour toutes et :

- | | | |
|---|---------------------|----------------------|
| • $v'_1 = Ri_1 = v_1 - v_3$ | pour la topologie A | |
| • $v'_2 = Ri_2 = v_2 - v_3$ | | |
| • $v'_1 = Ri_1 = \frac{v_1 - v_2}{2} = - Ri_2 = - v'_2$ | | pour la topologie B |
| • $v'_1 = Ri_1 = \frac{v_1 - v_3}{2} ; v'_2 = Ri_2 = 0$ | | pour la topologie C |
| • $v'_1 = Ri_1 = 0 ; v'_2 = Ri_2 = \frac{v_2 - v_3}{2}$ | | pour la topologie D |
| • $v'_1 = Ri_1 = v'_2 = Ri_2 = 0$ | | pour la topologie E. |

A partir de ces relations, il est aisé de déduire les tensions aux bornes des thyristors.

IV.3. FONCTIONNEMENT

Comme $K = 0$, l'angle d'annulation de i_1 , $\theta_1 = \frac{\pi}{6}$.

Dans ces conditions, lorsque ψ varie de $-\frac{\pi}{6}$ à $\frac{5\pi}{6}$, 5 modes de fonctionnement se succèdent ; les 3^{ème} et 6^{ème} modes existant pour K différent de 0 ont disparu.

Il reste :	un 1 ^{er} mode pour	$-\frac{\pi}{6} < \psi \leq 0$, topologies ACA
	un 2 ^{ème} mode pour	$0 < \psi \leq \frac{\pi}{6}$, topologies ABACA
	un 4 ^{ème} mode pour	$\frac{\pi}{6} < \psi \leq \frac{\pi}{3}$, topologies ABCAD
	un 5 ^{ème} mode pour	$\frac{\pi}{3} < \psi \leq \frac{\pi}{2}$, topologies BCAD
	un 7 ^{ème} mode pour	$\frac{\pi}{2} < \psi \leq \frac{5\pi}{6}$, topologies BECEDE.

Nous présentons sur les planches 1 à 3 libellées "Annexe Chap. 3" les formes d'onde des 3 courants (i_1, i_2, i_3) et des 3 tensions ($v_{Th_1}, v_{Th_2}, v_{Th_3}$) ainsi que les diagrammes de conduction des thyristors pour les 1^{er}, 2^{ème} et 5^{ème} modes ($\psi = -\frac{\pi}{6}, +\frac{\pi}{6}, +\frac{\pi}{2}$).

IV.4. CARACTERISTIQUES

L'intérêt du montage réside essentiellement dans la diminution du déséquilibre des courants en ligne. Pour la mettre en évidence, nous allons calculer les composantes symétriques relatives aux fondamentaux des courants en ligne et comparer l'importance de la composante inverse I_i par rapport à la composante directe I_d .

Nous allons rappeler aussi les expressions de la puissance à pleine onde P_0 , de la réduction de puissance $\alpha = 1 - \frac{P}{P_0}$ et les contraintes sur les thyristors.

IV.4.1. Contraintes sur les thyristors

$$v_{Th_{max}} = V\sqrt{6} \quad \text{et} \quad I_{Th_{max}} = 3 \frac{V}{R\sqrt{2}} .$$

IV.4.2. La puissance

Elle vaut à pleine onde $P_0 = 6 \frac{V^2}{R} .$

Puis, lorsque ψ augmente, $P = R (I_1^2 + I_2^2) .$

d'où la réduction de puissance $\alpha = 1 - \frac{P}{P_0}$.

IV.4.3. Composantes symétriques des fondamentaux des courants en ligne

A partir des expressions instantanées de (i_1, i_2, i_3) , on calcule les fondamentaux de ces courants tout au long du fonctionnement. Puis, à partir de ces fondamentaux on calcule les composantes directes I_d et inverse I_i s'y rapportant. La planche n° 4 donne leur évolution lorsque ψ varie de

$$-\frac{\pi}{6} \text{ à } \frac{5\pi}{6} .$$

On note que le rapport $\frac{I_i}{I_d}$ passe de 0,5 à 0,2 avec le réglage.

V. COMPARAISON - CONCLUSION

V.1. TABLEAU RECAPITULATIF

Il rassemble tous les éléments relatifs aux thyristors et au déséquilibre lorsque la puissance à vide P_0 est égale à $\frac{6 V^2}{R}$.

Ceci nécessite l'emploi d'une résistance $\frac{R}{3}$ au lieu de R pour le montage à 2 gradateurs et d'une résistance $\frac{R}{4}$ au lieu de R pour le montage à un seul gradateur.

MONTAGE	Nb. de th.	$\frac{I_i}{I_d}$	$\alpha = 1 - \frac{P}{P_0}$	$V_{Th \max}$	$I_{Th \max}$
II	2	0,577	$\frac{\psi}{\pi} - \frac{1}{2\pi} \sin 2\psi$	$V \sqrt{6}$	$4 \sqrt{3} \frac{V}{R \sqrt{2}}$
III	4	0,5	$\frac{\psi}{\pi} - \frac{1}{2\pi} \sin 2\psi$	$V \sqrt{2}$	$3 \frac{V}{R \sqrt{2}}$
IV	6	$0,5 < < 0,2$		$V \sqrt{6}$	$3 \frac{V}{R \sqrt{2}}$

V.2. CONCLUSION

- Le montage à 2 thyristors est à proscrire, leur calibre étant très élevé et le déséquilibre occasionné en ligne très grand (0,577) et constant tout au long du réglage.
- Le montage à 4 thyristors est peu intéressant à cause du déséquilibre élevé et constant (0,5) qu'il entraîne en ligne.
- Le montage à 6 thyristors nécessite quant à lui des thyristors de calibre semblable au montage précédent. L'introduction de 2 thyristors supplémentaires permet la réduction très importante du déséquilibre (de 0,5 à 0,2) lors du réglage.
Il convient tout à fait pour une charge monophasée lorsque celle-ci comporte un point milieu et que l'on dispose directement de la source triphasée.

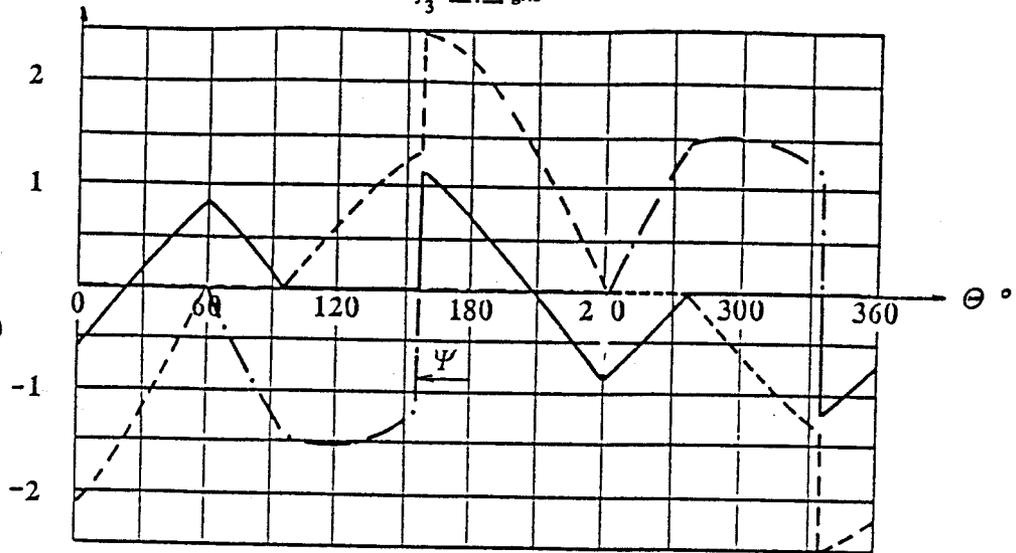
PLANCHES Chapitre 3

FORMES D'ONDE :

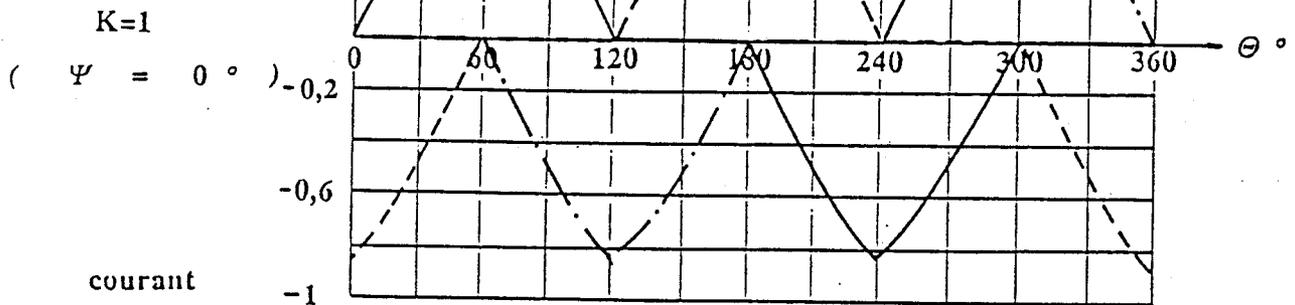
Courant dans les groupements de 2 thyristors à pleine onde pour le montage T.T.R

j_1 — gr.1
 j_2 - - - gr.2
 j_3 - · - gr.3

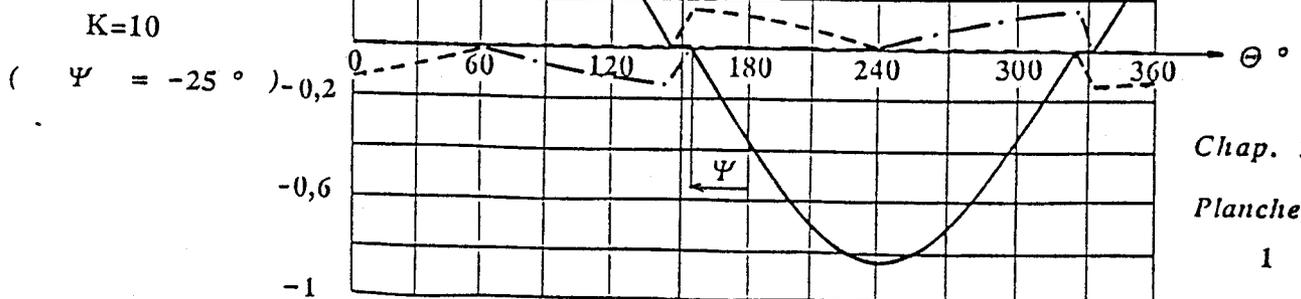
courant
 ($V \sqrt{2}/R$)



courant
 ($V \sqrt{2}/R$)



courant
 ($V \sqrt{2}/R$)



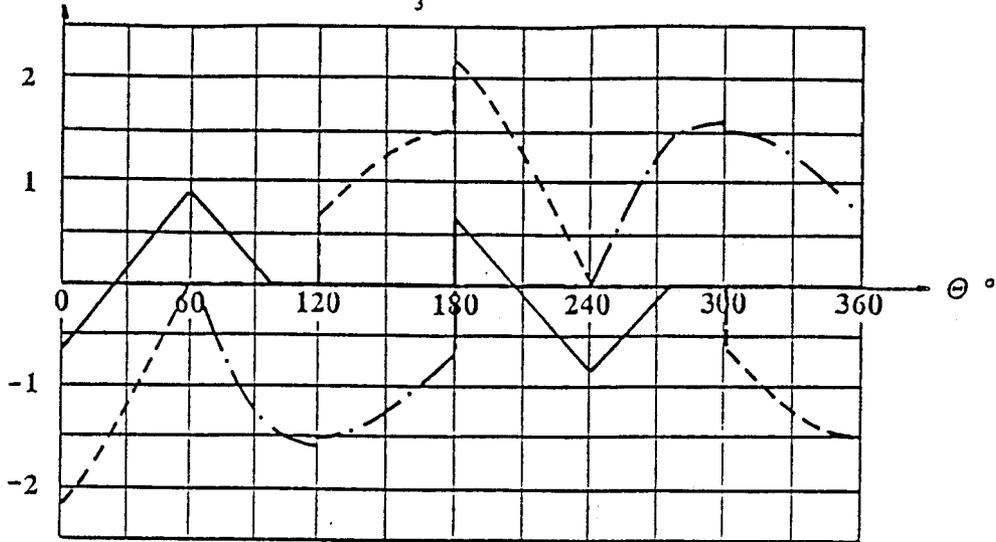
FORMES D'ONDE :

Courant dans les groupements
de 2 thyristors quand $K=0.1$
pour le montage T.T.R

j_1 — gr.1
 j_2 --- gr.2
 j_3 -.- gr.3

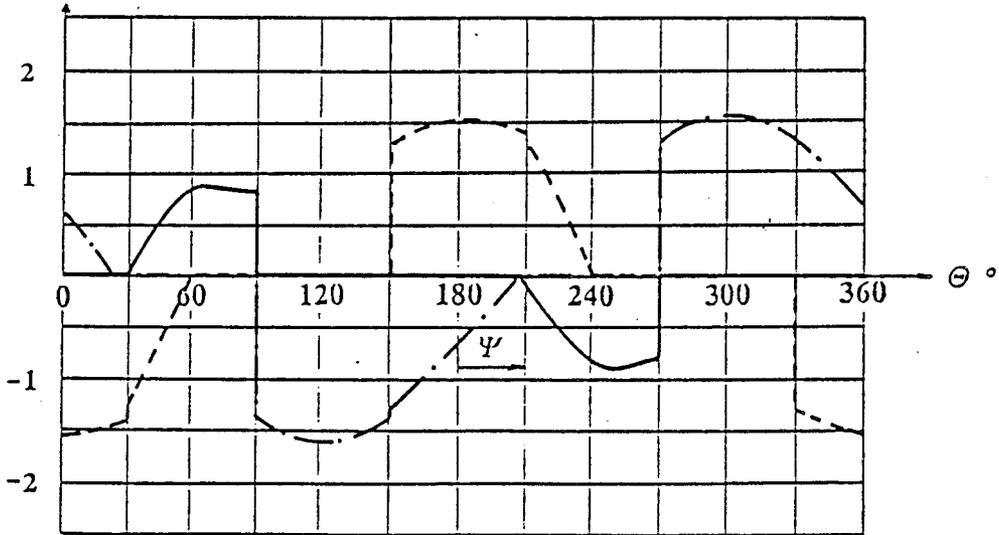
courant
($V\sqrt{2}/R$)

$\Psi = 0^\circ$)



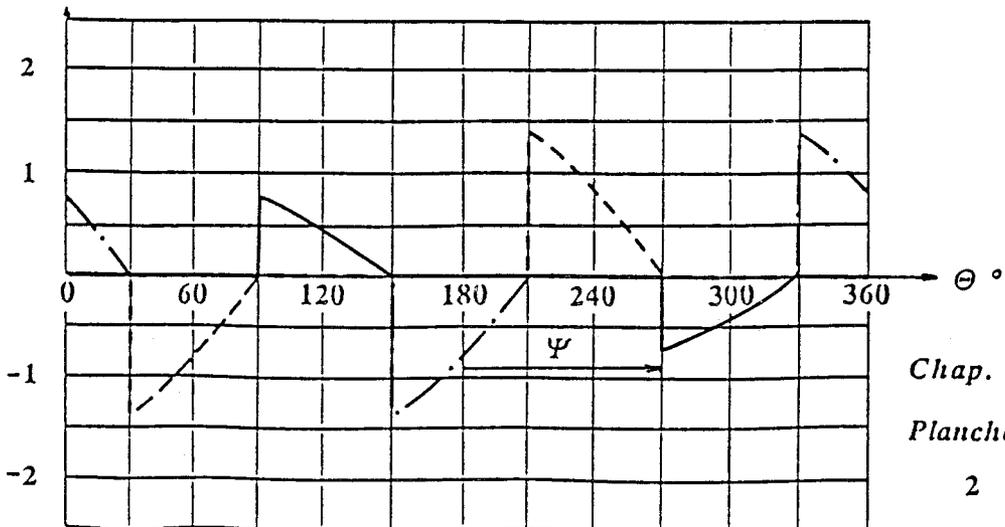
courant
($V\sqrt{2}/R$)

$\Psi = 30^\circ$)

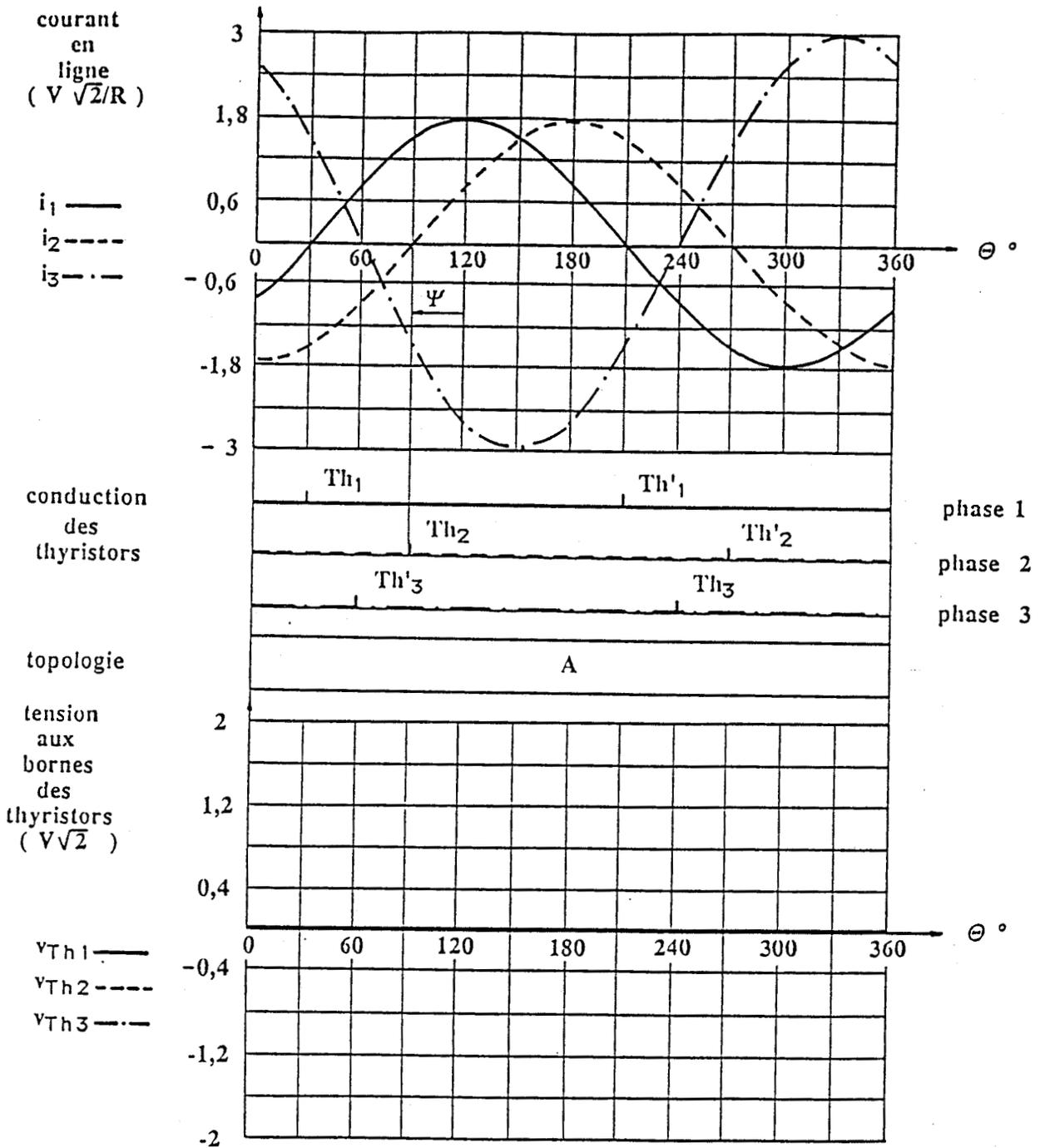


courant
($V\sqrt{2}/R$)

$\Psi = 90^\circ$)



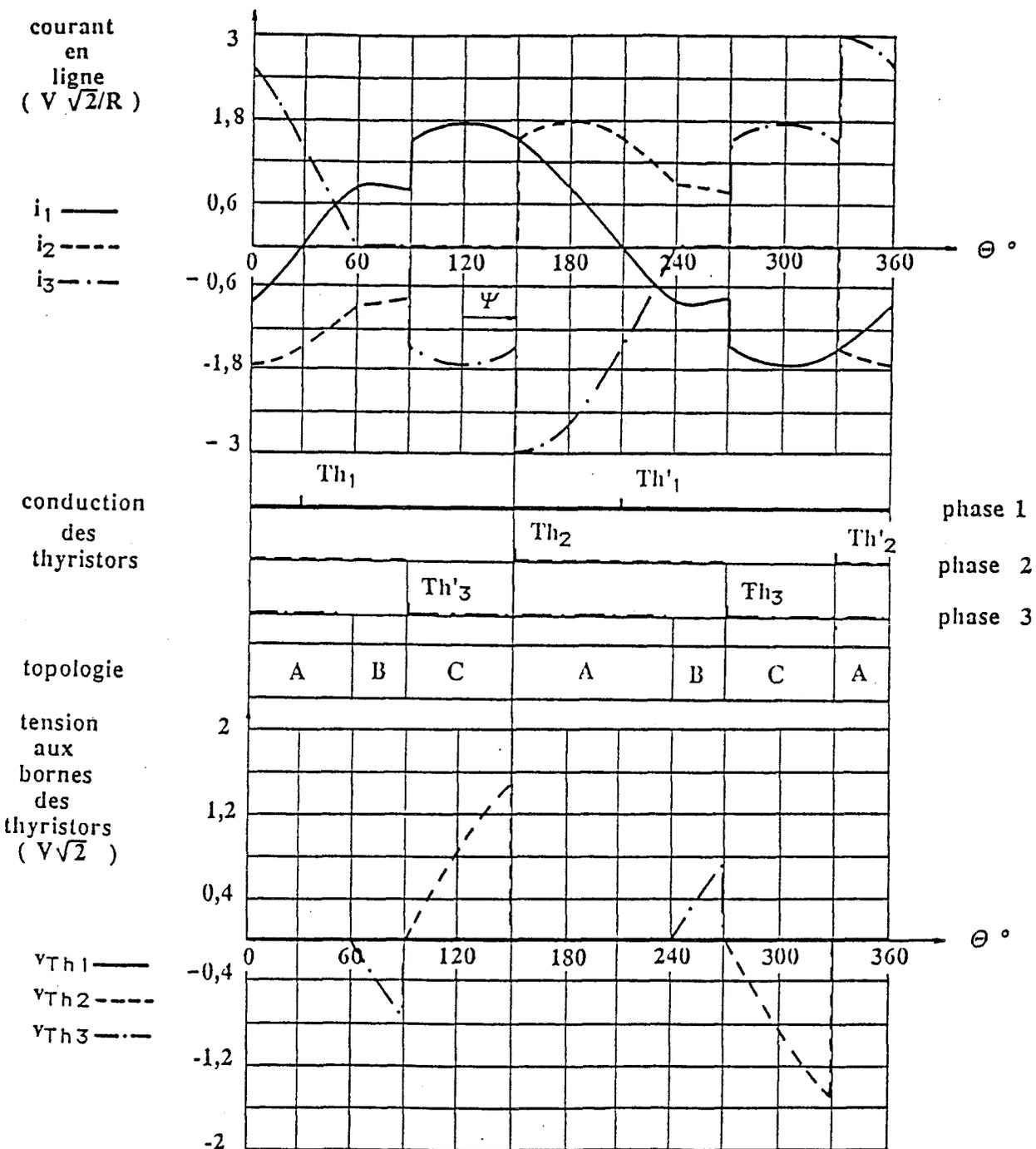
Limite du
FORMES D'ONDE : 1er MODE ($\psi = -30^\circ$)
 $K = 0$



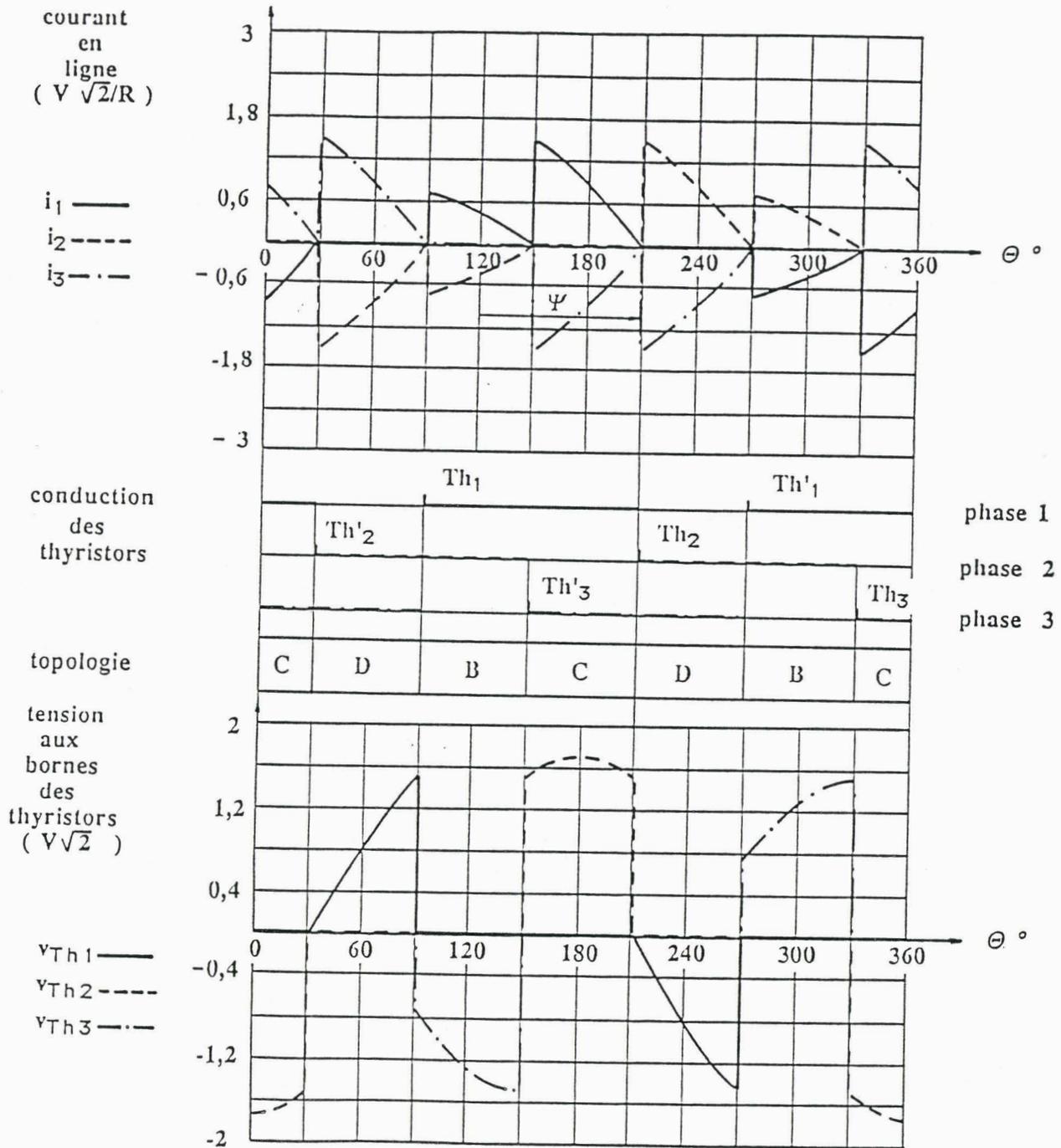


Limite du

FORMES D'ONDE : 2ème MODE ($\Psi = 30^\circ$)
 $K = 0$



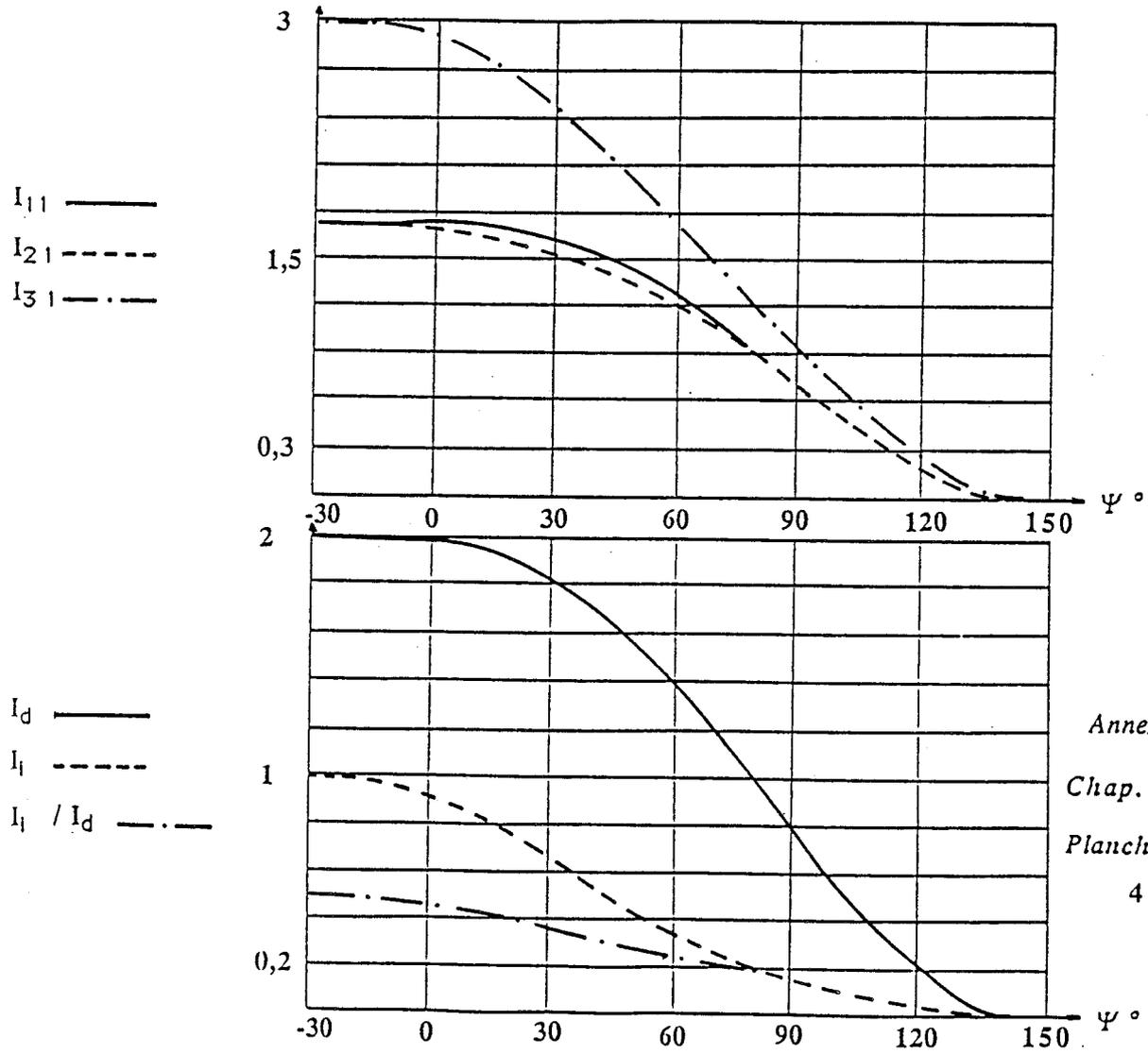
Limite du
FORMES D'ONDE : 5ème MODE ($\Psi = 90^\circ$)
 $K = 0$



VALEURS EFFICACES

DES COMPOSANTES SYMETRIQUES DES FONDAMENTAUX (/ V / R)

pour $K=0,1$



Annexe

Chap. 3

Planche n°

4

DEUXIEME PARTIE

FONCTIONNEMENT EN COMMANDE

DISSYMETRIQUE

CHAPITRE IV

**LES GROUPEMENTS DE GRADATEURS
MONOPHASES EN COMMANDE DISSYMETRIQUE**

CHAPITRE IV

LES GROUPEMENTS DE GRADATEURS MONOPHASES EN COMMANDE DISSYMETRIQUE

I. INTRODUCTION

I.1 CHOIX ET BUTS DES STRUCTURES

I.1.1 Le choix

La 1ère partie nous a amené à étudier des montages à gradateurs commandés symétriquement, la charge n'étant déséquilibrée que sur une des phases réceptrices. Cette dernière hypothèse était alors suffisante pour statuer quant à l'intérêt de telle ou telle structure, la multiplicité d'évolution des différents paramètres ne modifiant en rien les conclusions de l'étude.

Dans cette 2ème partie, l'utilisation de commandes dissymétriques est envisagée pour réduire, voire annuler, le déséquilibre. Il est donc évident que tous les déséquilibres doivent être envisagés : la charge est constituée de 3 résistances différentes ($R_1=R$; $R_2=K_2R$; $R_3=K_3R$). La commande de chaque ensemble " thyristors tête-bêche - phase réceptrice " étant indépendante des 2 autres, le bon contrôle des grandeurs relatives au montage nous conduit à choisir une structure pour laquelle ces grandeurs restent indépendantes d'une phase à une autre, donc une association de 3 gradateurs monophasés. Sinon, les améliorations apportées par une commande dissymétrique sont difficiles à évaluer, la commande délicate à mettre en œuvre et les performances moins bonnes que celles espérées par l'association de gradateurs monophasés.

Nous sommes donc amenés dans cette partie à étudier les 2 montages décrits ci-après au paragraphe I.2.

I.1.2. Les buts

La commande dissymétrique a pour but de rééquilibrer par son effet une structure triphasée résistive déséquilibrée.

Le type de rééquilibrage peut être de deux sortes :

Rééquilibrage vis-à-vis de la source : les courants en ligne

C'est le rééquilibrage qui a été pris en compte dans la 1^{ère} partie et pour lequel nous avons choisi un critère, l'annulation de la valeur efficace de la composante inverse du système triphasé des courants en ligne. Le choix s'est alors fait sur le montage qui minimisait ce critère.

3 commandes indépendantes au lieu d'une permettent maintenant la vérification du critère dans toutes les circonstances de charge. La présentation des relations correspondantes fait l'objet du paragraphe I.3.1.

Rééquilibrage vis-à-vis de la charge : répartition des puissances

On cherche à rendre égales les puissances consommées par chaque phase réceptrice. Cela permet, par exemple, la constance de la température à l'intérieur d'un four dont les 3 résistances sont mal équilibrées.

Les relations conduisant à un tel fonctionnement sont données au paragraphe III.2.

I.2. LES MONTAGES - ÉQUIVALENCE

L'association de 3 gradateurs monophasés peut se faire soit en étoile (I.2.1.), soit en triangle (I.2.2.).

Ces montages sont déjà étudiés dans la 1^{ère} partie et leur fonctionnement relativement aux phases réceptrices se ramène à celui du gradateur monophasé que la commande soit symétrique ou dissymétrique.

I.2.1 Groupement en étoile de 3 gradateurs monophasés

Le montage est celui présenté dans la 1^{ère} partie (chapitre 2, II, p. 119) à 2 différences près :

- la charge triphasée est maintenant constituée de 3 résistances différentes
($R_1=R$; $R_2=K_2R$; $R_3=K_3R$).
- les thyristors de chaque groupement sont commandés de manière indépendante.

L'origine des phases est choisie lorsque $v_1 = V\sqrt{2} \cdot \sin \theta$ s'annule et devient positive.

Dans ces conditions, le groupement 1 est amorcé avec un retard ψ

soit Th_1 en $\theta = \psi$ et Th'_1 en $\theta = \psi + \pi$,

le groupement 2 est amorcé avec un retard β

soit Th_2 en $\theta = \beta + \frac{2\pi}{3}$ et Th'_2 en $\theta = \beta + \frac{2\pi}{3} + \pi$,

le groupement 3 est amorcé avec un retard γ

soit Th_3 en $\theta = \gamma + \frac{4\pi}{3}$ et Th'_3 en $\theta = \gamma + \frac{4\pi}{3} + \pi$,

comme l'indique la figure n° 1 ci-dessous. Les intervalles de conduction des thyristors y sont aussi marqués.

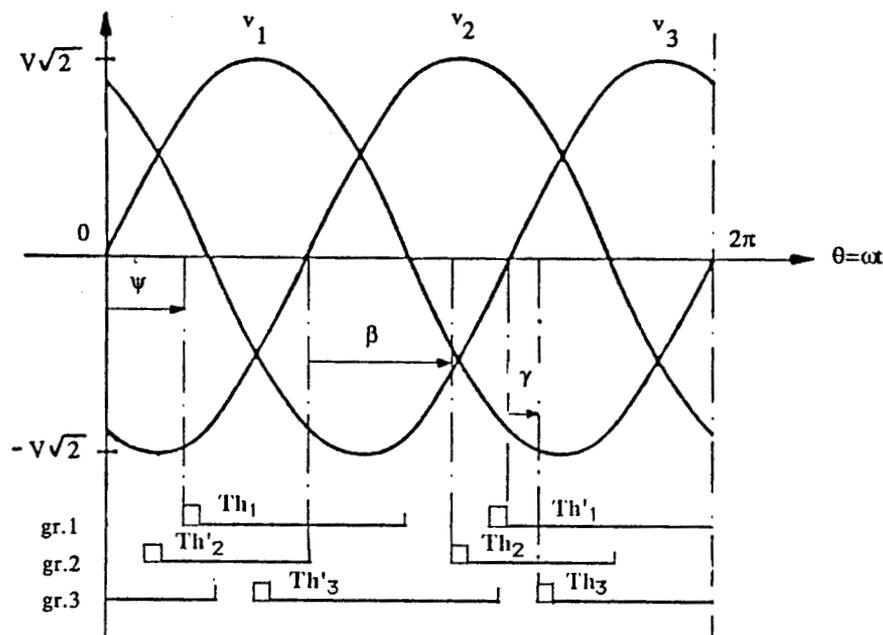


Figure n° 1

L'étude de la phase réceptrice n° j se ramène à celle du gradateur monophasé débitant sur une résistance $R_j = K_j R$ ($K_1 = 1$).

L'étude des courants dans la ligne n° j est la même que celle des courants dans la phase réceptrice n° j à cause du couplage étoile.

1.2.2. Groupement en triangle de 3 gradateurs monophasés

Le montage est celui présenté dans la 1ère partie (chap.2, III) aux 2 différences près déjà évoquées au paragraphe précédent (1.2.1.).

La stratégie de commande est aussi celle décrite dans ce paragraphe avec un retard à l'amorçage compté non plus à partir de $\theta = 0$ mais à partir de $\theta = \frac{\pi}{6}$ c'est-à-dire lorsque la tension

$u_{31} = v_1 - v_3$ devient positive.

Le fonctionnement est identique à celui du montage étoile en ce qui concerne les phases réceptrices.

Seuls les courants en ligne diffèrent et sont obtenus avec les relations (1) :

$\begin{aligned} i_1 &= j_1 - j_2 \\ i_2 &= j_2 - j_3 \\ i_3 &= j_3 - j_1 \end{aligned}$
--

I.3. LES REEQUILIBRAGES - RELATIONS

I.3.1. Le rééquilibrage en ligne

On a choisi de le caractériser par l'intermédiaire de la composante inverse du système triphasé des fondamentaux des courants en ligne (I_{11}, I_{21}, I_{31})

Son expression est la suivante :

(2)

$$I_i = \frac{1}{3} (I_{11} + a^2 I_{21} + a I_{31})$$

avec $a = e^{\frac{i2\pi}{3}}$.

Les courants I_{j1} ($j = 1, 2, 3$) sont quant à eux exprimés par les relations (3) relatives au gradateur monophasé (1ère partie, chap. 2, I.2.)

(3)

$$\begin{aligned} I_{j1} &= Y_{j1} + i Z_{j1} \\ \text{avec } Y_{j1} &= \frac{V}{\pi R_j} \left[\pi - \psi + \frac{1}{2} \sin 2\psi \right] \\ \text{et } Z_{j1} &= \frac{V}{\pi R_j} \left[\frac{1}{2} \cos 2\psi - \frac{1}{2} \right] \end{aligned}$$

en remplaçant ψ par β lorsque $j = 2$
et ψ par γ lorsque $j = 3$.

- Si les groupements sont couplés en étoile, les courants en ligne sont les courants dans les phases réceptrices.
- Si les groupements sont couplés en triangle, les courants en ligne sont liés aux courants dans les phases réceptrices par la relation (1).

La démonstration effectuée dans la 1ère partie (chap. 2, III.2.4.) nous indique que $I_i = (1 - a^2) J_i$.

J_i étant la composante inverse relative aux fondamentaux des courants dans les phases réceptrices.

- Le rééquilibrage est dit optimal lorsque (4) $I_i = 0$ quelque soit l'angle de réglage ψ .

La stratégie de commande est dite optimale lorsqu'elle conduit à un rééquilibrage optimal.

Elle est élaborée de la façon suivante : ψ, β et $\gamma / I_i = 0$ (5).

Cette stratégie est la même pour les 2 montages association de gradateurs monophasés car les conditions d'annulation de la composante inverse sont les mêmes pour les courants en ligne et les courants dans les phase réceptrices.

I.3.2. Le rééquilibrage en puissance

Ce rééquilibrage se traduit par l'égalité des puissances consommées par chacune des phases réceptrices, donc par la double relation :

$$\textcircled{6} \quad R J_1^2 = K_2 R J_2^2 = K_3 R J_3^2$$

J_1 , J_2 et J_3 étant les valeurs efficaces des courants dans les phases réceptrices.

L'étude du gradateur monophasé nous indique pour le montage étoile

$$J_1 = \frac{V}{R} \sqrt{1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\psi} \quad \text{pour la phase 1.}$$

Pour les phases 2 et 3, ψ est remplacé respectivement par β et γ .

Pour le montage triangle, V est simplement remplacée par $V\sqrt{3}$.

La *stratégie de commande* liée à ce rééquilibrage est dite "*en puissance*" et consiste à déclencher les thyristors des groupements 1, 2 et 3 avec des retards respectifs ψ , β et γ tels que la condition $\textcircled{6}$ soit vérifiée.

Il en découle la double égalité $\textcircled{7}$:

$$\left[1 - \frac{\psi}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\psi = \frac{1}{K_2} \right] \left[1 - \frac{\beta}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\beta \right] = \frac{1}{K_3} \left[1 - \frac{\gamma}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2\gamma \right]$$

valable pour les 2 montages association de gradateurs monophasés.

II. LE REEQUILIBRAGE EN LIGNE

II.1. PRÉSENTATION

Les relations (5) conduisent à l'élaboration de la stratégie de commande optimale. Celle-ci permet l'annulation à tout moment de la composante inverse I_i des fondamentaux des courants en ligne. Cette stratégie dépend des facteurs de déséquilibre K_2 et K_3 .

Le *fonctionnement de départ*, c'est-à-dire celui pour lequel la puissance transitée entre source et récepteur est maximale et la composante inverse nulle, dépend au même titre de K_2 et K_3 . Le paragraphe II.1.1. en donne quelques exemples. La mise en œuvre d'une telle stratégie de commande est complexe.

Une 2^{ème} stratégie de commande dite "*simplifiée*", semblable à la précédente en ce qui concerne le fonctionnement de départ, peut être envisagée. Elle ne permet pas l'annulation de la composante inverse pour toutes les valeurs du réglage mais présente le grand avantage d'une simplification importante. Elle consiste à conserver tout au long du fonctionnement le décalage de départ entre les angles d'amorçage. Cette solution permet à la fois la simplicité du circuit de déclenchement et une diminution notable de la composante inverse I_i par rapport à la commande symétrique.

II.1.1. Le fonctionnement de départ

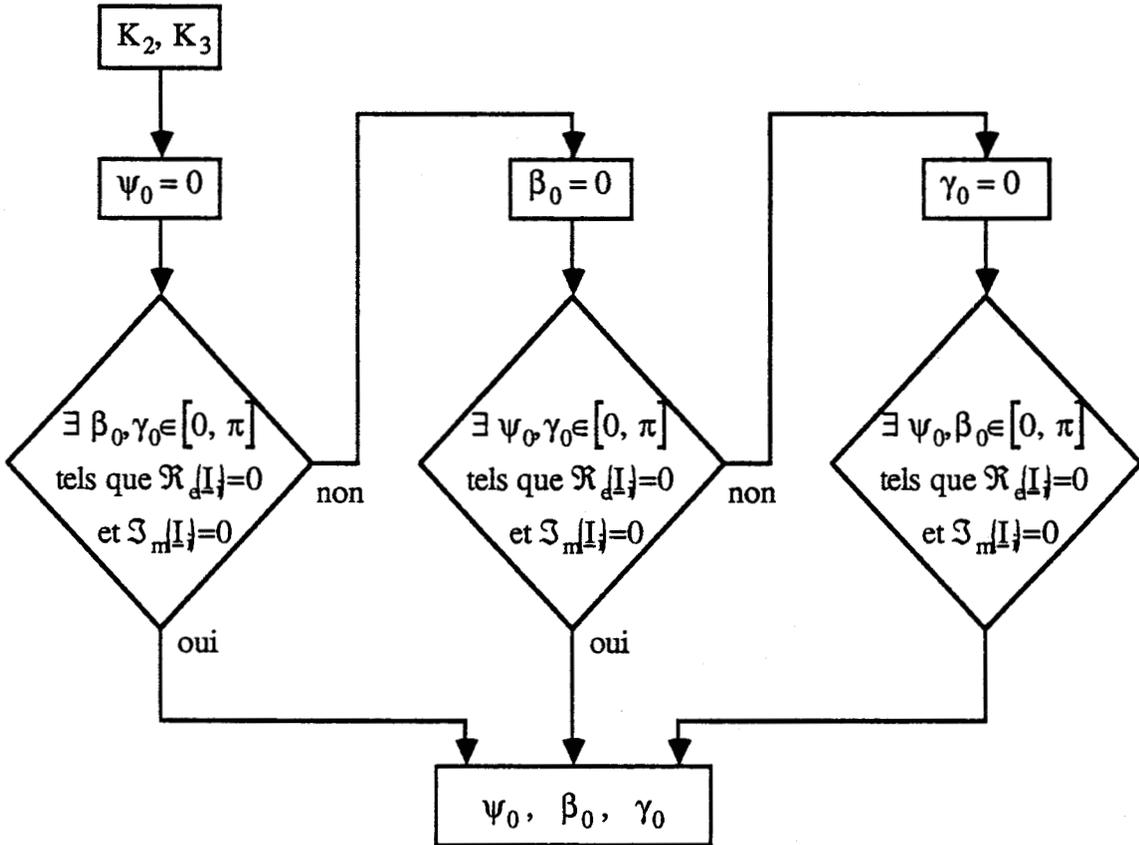
Il est caractérisé par les 3 angles ψ_0 , β_0 et γ_0 .

Ceux-ci sont calculés par les 2 relations $\mathcal{R}_e(I_i) = 0$ et $\mathcal{I}_m(I_i) = 0$ issues de la relation (4) qui permet de calculer 2 des angles, le troisième étant donné a priori.

La condition de départ (puissance maximale) nécessite d'autre part la nullité d'un au moins des 3 angles.

Par conséquent, pour chaque charge caractérisée par un couple (K_2, K_3) , il n'existe qu'un seul fonctionnement de départ calculé en fixant a priori un des 3 angles à 0 et en cherchant les 2 autres entre 0 et π tels que la relation (4) soit vraie.

Pour 2 coefficients de déséquilibre K_2 et K_3 donnés, l'organigramme de calcul est le suivant :



II.1.2. Fonctionnement en commande optimale

A partir du fonctionnement de départ caractérisé par le triplet $(\psi_0, \beta_0, \gamma_0)$ on fait varier la puissance transitée entre son maximum et 0 en calculant pour chaque puissance le triplet (ψ, β, γ) permettant l'obtention de la relation (4) : $I_i = 0$.

La puissance délivrée par la source est caractérisée par l'angle d'amorçage nul au départ que l'on fait évoluer entre 0 et π .

Des exemples sont consignés au paragraphe II.2.

II.1.3. Fonctionnement en commande simplifiée

On conserve au long du fonctionnement le décalage de départ entre les angles d'amorçage.

Si, par exemple, au départ $\psi_0 = 0$, les décalages $(\beta - \psi)$ et $(\gamma - \psi)$ restent égaux respectivement à β_0 et γ_0 .

Donc
$$\begin{array}{l} \beta = \beta_0 + \psi \\ \gamma = \gamma_0 + \psi \end{array}$$
 tant qu'ils n'ont pas atteint π .

Dès qu'ils atteignent π , ils restent à cette valeur jusqu'à la fin du réglage.

Cette commande simplifiée permet de diminuer sensiblement I_i avec le seul calcul de départ fournissant le triplet $(\psi_0, \beta_0, \gamma_0)$.

Les résultats consignés au paragraphe II.2. le montrent très bien sur un cas particulier.

II.2. RESULTATS

II.2.1. Présentation - Exemple

Les coefficients de température des résistances de corps de chauffe varient normalement d'environ 50 % entre la température ambiante et leur température de fonctionnement (par exemple lorsque la résistance d'un fil tréfilé à froid NIKROTAL 20 vaut 1 Ω à 20°C, elle vaut 1,34 Ω à 1100°C). Il en résulte des rapports K_2 et K_3 couramment compris entre $\frac{1}{1,5} = 0,66$ et 1,5, K_2 et K_3 pouvant accidentellement dépasser ces valeurs.

Afin d'avoir une marge importante et ainsi protéger efficacement le montage en cas de détérioration rapide d'une des résistances, nous choisissons dans la suite K_2 et K_3 compris entre 0,5 et 2. En dehors de cet encadrement il y a lieu de changer la ou les résistances défailtantes.

II.2.2. Fonctionnement de départ

Il est unique pour chaque couple (K_2 , K_3) et est caractérisé par le triplet (ψ_0 , β_0 , γ_0) calculé avec les règles du paragraphe I.

On a résumé dans un tableau à double entrée (K_2 et K_3) quelques-uns de ces fonctionnements. Chaque case du tableau donne dans l'ordre ψ_0 , β_0 et γ_0 en ° pour des valeurs de K_2 et K_3 variant entre 0.5 et 2.

K_2	0.5	0.75	1	1.5	2
K_3					
0.5	0 105.7 74.3	0 101.0 85.1	0 94.7 90.1	0 82.0 95.6	0 68.7 99.0
0.75	63.0 77.4 0	0 58.2 24.6	0 60.7 56.6	0 44.8 74.2	54.8 0 102.2
1	94.7 90.1 0	60.7 56.6 0	0 0 0	42.2 0 74.2	74.0 0 105.0
1.5	128.3 110.2 0	102.9 82.7 0	74.2 42.2 0	68.3 0 72.2	85.2 0 101.0
2	148.4 123.1 0	126.1 101.1 0	105.7 74.3 0	77.4 0 63.0	90.1 0 94.7

Tableau n° 1

II.2.3. Fonctionnement en commande optimale

Il est déterminé pour chaque couple (K_2, K_3) .

A partir de l'une des cases du tableau n° 1 caractérisant le fonctionnement de départ, l'évolution des 3 angles (ψ, β, γ) permet de faire diminuer la puissance transmise entre source et récepteur tout en maintenant égale à 0 la composante inverse des courantes en ligne.

La détermination de ces angles doit être effectuée pour ψ variant de ψ_{mini} à π pour chaque valeur de (K_2, K_3) . Les méthodes de calcul sont toujours les mêmes. Pour alléger la présentation des résultats, on se limite à l'exposé d'un exemple : $(K_2, K_3) = (1, 0.5)$. Il en résulte le triplet de départ $(0, 94.7^\circ, 90.1^\circ)$.

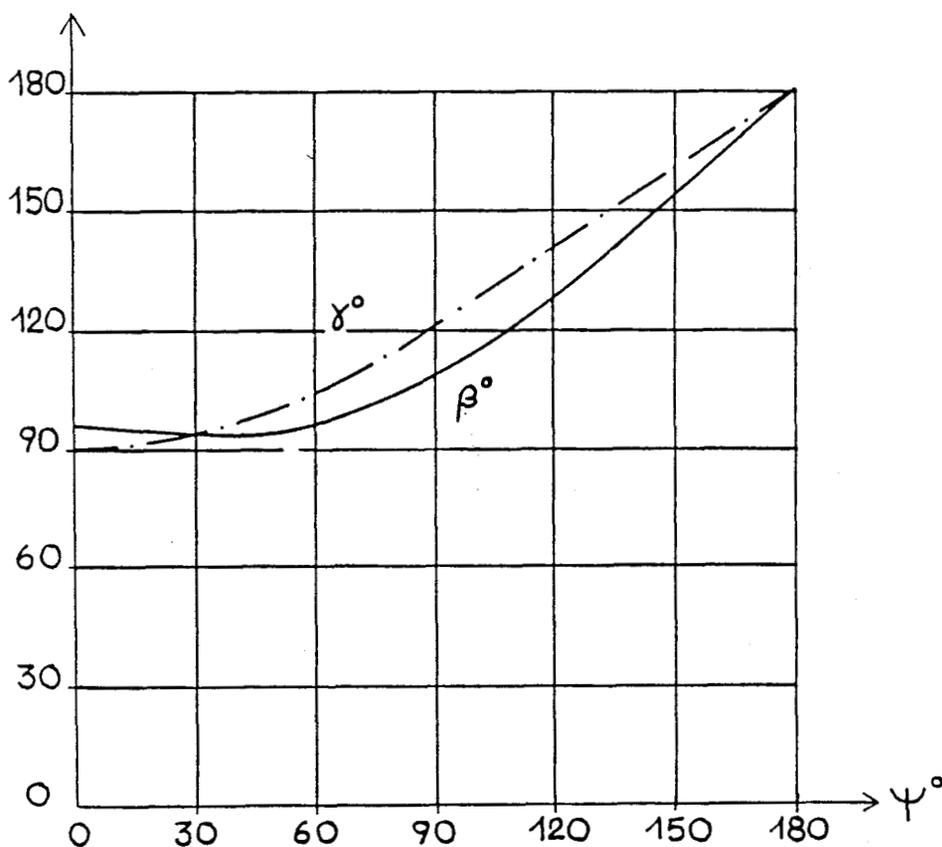
On donne dans le tableau n° 2 ci-dessous les triplets (ψ, β, γ) en $^\circ$ pour ψ° variant entre 0° et 180° de 30° en 30° .

ψ°	0	30	60	90	120	150	180
β°	94.7	92.9	95.9	107.9	127.2	151.7	180.0
γ°	90.1	93.4	104.4	120.8	139.5	159.3	180.0

Tableau n° 2

Ce tableau est matérialisé par la figure n° 2 ci-contre où l'on donne les évolutions de β° et γ° en fonction de ψ° pour le couple de déséquilibre $(1, 0.5)$.

Figure n°2



A titre d'exemple, on a représenté sur la planche ci-après en traits continus les formes d'onde des courants dans les phases réceptrices obtenues pour cet exemple lorsque $\psi = 60^\circ$.

Les formes d'onde en traits pointillés correspondent au même type de récepteur lorsque le gradateur est commandé symétriquement.

On a représenté également sur la partie droite de la planche les courants en ligne lorsque les gradateurs sont groupés en triangle.

On voit que l'annulation de la composante inverse n'est pas suffisante pour diminuer de façon notable le déséquilibre des courants dans les phases. Il subsiste en effet une composante homopolaire importante. En revanche, le couplage en triangle permet la suppression de cette composante homopolaire et on voit que dans ce cas les courants en ligne sont moins *déséquilibrés*. En effet, les fondamentaux de ces courants sont alors équilibrés.

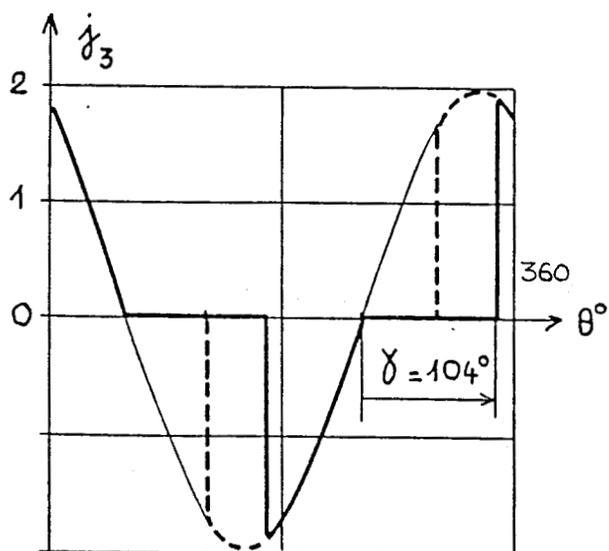
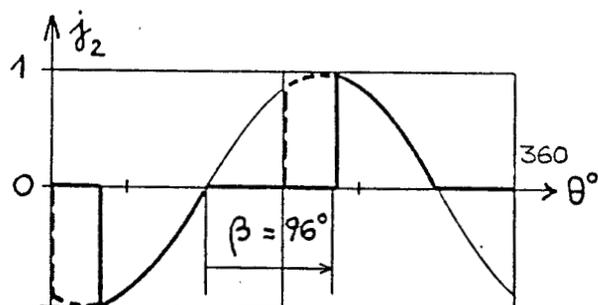
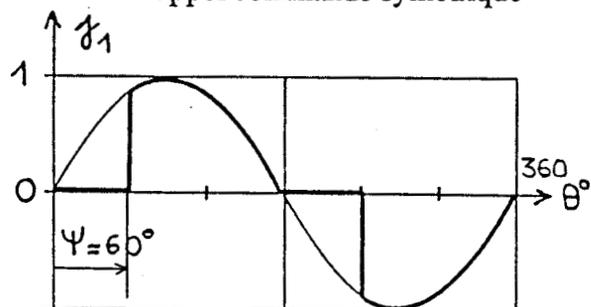
Commande dissymétrique optimale : $\psi = 60^\circ - (K_2, K_3) = (1, 0.5)$

COURANT DANS LES PHASES RECEPTRICES

——— $(\sqrt{V\sqrt{2}/R}) 3ME$

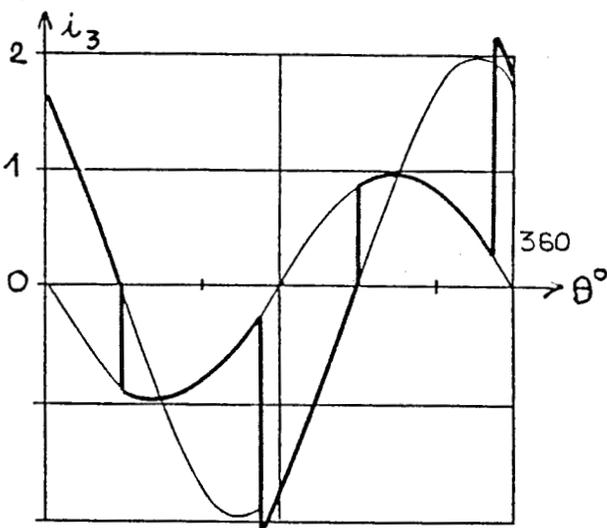
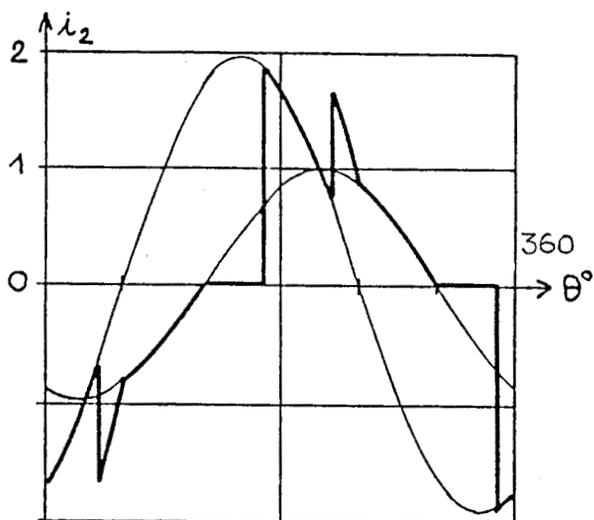
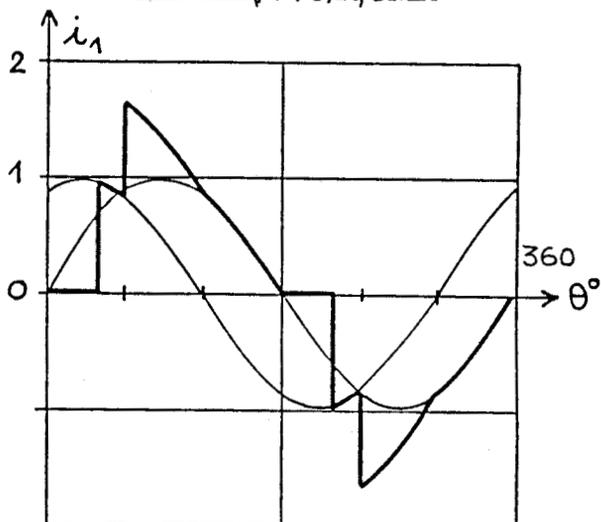
$(\sqrt{V\sqrt{6}/R}) 3MR$

----- rappel commande symétrique



COURANT EN LIGNE

——— $(\sqrt{V\sqrt{6}/R}) 3MR$



II.2.4 Fonctionnement en commande simplifiée

Sur le même exemple $(K_2, K_3) = (1, 0.5)$ qu'au paragraphe II.2.2., on a :

$$\beta^\circ = \beta_0^\circ + \psi^\circ = 94.7^\circ + \psi^\circ$$

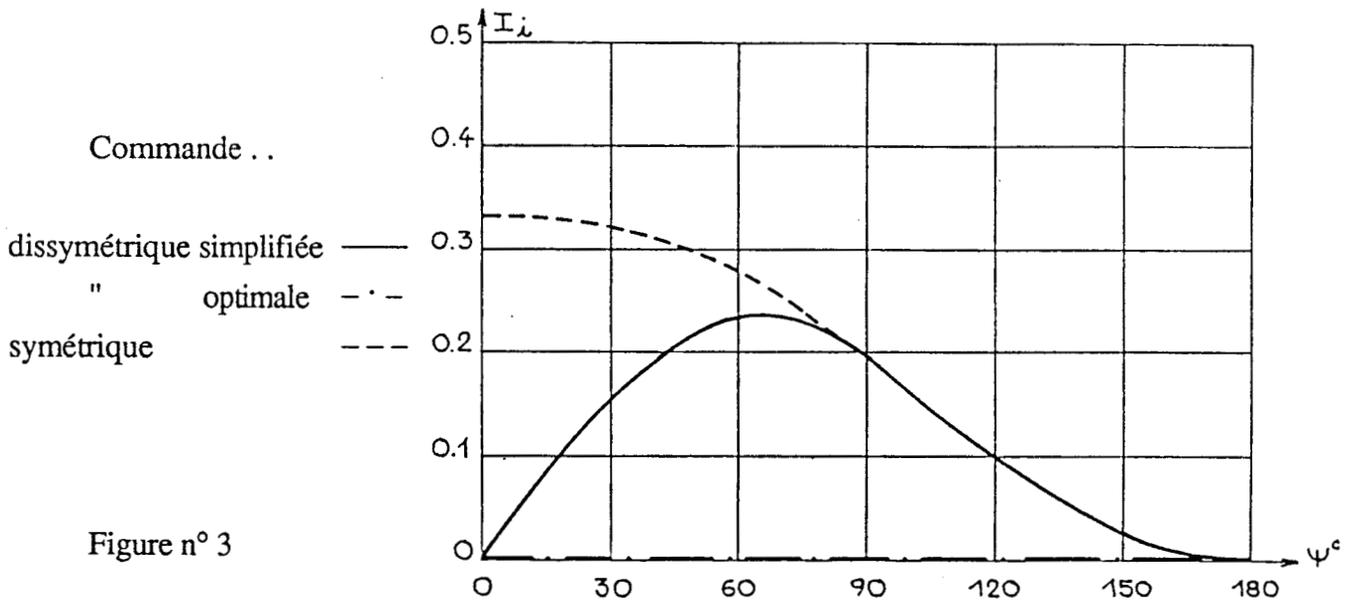
$$\text{et } \gamma^\circ = \gamma_0^\circ + \psi^\circ = 90.1^\circ + \psi^\circ$$

tout au long du fonctionnement tant que β° et γ° n'ont pas atteint 180° .

Au-delà, ceux-ci restent égaux à cette valeur.

Pour justifier l'intérêt d'une telle commande, on a représenté sur la figure n° 3 l'évolution de I_i en fonction de ψ dans le cas de cette commande dissymétrique simplifiée (—) et dans le cas de la commande symétrique (---).

L'amélioration intervient dans la première moitié du réglage lorsque la puissance transmise est la plus importante et permet de réduire I_i à une valeur toujours inférieure à $0.23 \left(\frac{V}{R} \right)$ pour le montage étoile et à $0.23 \left(\frac{3V}{R} \right)$ pour le montage triangle.



On a rappelé en trait mixte sur la même figure le résultat obtenu à l'aide de la commande optimale, à savoir l'annulation de I_i tout au long du fonctionnement.

III. LE REEQUILIBRAGE EN PUISSANCE

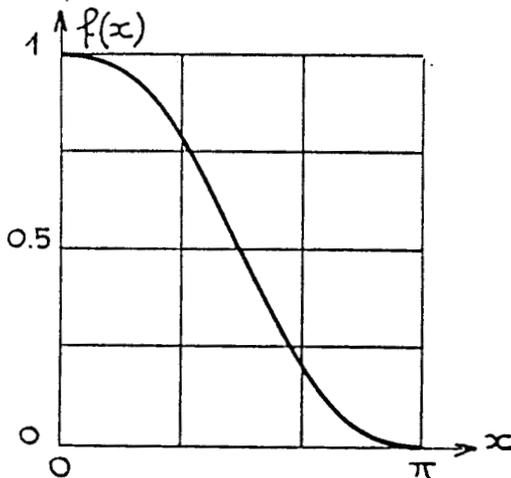
III.1. PRÉSENTATION

Les relations (7) conduisent à l'élaboration de la stratégie de commande en puissance. Celle-ci dépend des facteurs de déséquilibre K_2 et K_3 .

Le *fonctionnement de départ*, c'est-à-dire celui pour lequel la puissance transitée entre source et récepteur est maximale dépend au même titre de K_2 et K_3 . Le paragraphe III.2.1. en donne quelques exemples.

III.1.1. Fonctionnement de départ

Il est singularisé par les angles ψ_0 , β_0 et γ_0 .



Soit f la fonction de la variable réelle x définie par $f(x) = 1 - \frac{x}{\pi} + \frac{1}{2\pi} \sin 2x$ représentée

ci-contre sur la figure n° 4 pour $x \in [0, \pi]$.

f est strictement décroissante dans cet intervalle.

Figure n° 4

La double égalité (7) se traduit par :

$$f(\psi_0) = \frac{1}{K_2} f(\beta_0) = \frac{1}{K_3} f(\gamma_0).$$

Les angles ψ_0 , β_0 et γ_0 étant situés par définition entre 0 et π , 3 éventualités se présentent suivant les valeurs relatives de 1, K_2 et K_3 .

1^{er} cas : si $1 > K_2$ et $1 > K_3$, alors

$$\psi_0 = 0$$

et

$$\beta_0 > 0 \text{ tel que } f(\beta_0) = K_2$$

et

$$\gamma_0 > 0 \text{ tel que } f(\gamma_0) = K_3$$

2^{ème} cas : si $K_2 > K_3$ et $K_2 > 1$, alors $\beta_0 = 0$

et $\psi_0 > 0$ tel que $f(\psi_0) = \frac{1}{K_2}$

et $\gamma_0 > 0$ tel que $f(\gamma_0) = \frac{K_3}{K_2}$

3^{ème} cas : si $K_3 > 1$ et $K_3 > K_2$, alors $\gamma_0 = 0$

et $\psi_0 > 0$ tel que $f(\psi_0) = \frac{1}{K_3}$

et $\beta_0 > 0$ tel que $f(\beta_0) = \frac{K_2}{K_3}$.

III.1.2. Fonctionnement

A partir du fonctionnement de départ caractérisé par $(\psi_0, \beta_0, \gamma_0)$, on fait varier la puissance transmise entre son maximum et 0 en calculant pour chaque puissance le triplet (ψ, β, γ) conforme à la relation (7).

Des exemples sont consignés au paragraphe suivant.

III.2. RÉSULTATS

Puisque les résistances varient normalement entre 0,66 R et 1,5 R, on choisit d'étudier les fonctionnements pour des valeurs de K comprises entre 0.5 et 2.

III.2.1. Fonctionnement de départ

Il est unique pour chaque couple (K_2, K_3) et est caractérisé par le triplet $(\psi_0, \beta_0, \gamma_0)$ calculé avec les règles du paragraphe I.1.

On a résumé dans le tableau n° 3 à double entrée (K_2, K_3) quelques uns de ces fonctionnements. Chaque case du tableau donne dans l'ordre ψ_0, β_0 et γ_0 en ° pour des valeurs de K_2 et K_3 variant entre 0.5 et 2.

K_2 K_3	0.5	0.75	1	1.5	2
0.5	0	0	0	74.6	90.0
	90.0	66.2	0	0	0
	90.0	90.0	90.0	105.4	113.8
0.75	0	0	0	74.6	90.0
	90.0	66.2	0	0	0
	66.2	66.2	66.2	90.0	101.4
1	0	0	0	74.6	90.0
	90.0	66.2	0	0	0
	0	0	0	74.6	90.0
1.5	74.6	74.6	74.6	74.6	90.0
	105.4	90.0	74.6	0	0
	0	0	0	0	66.2
2	90.0	90.0	90.0	90.0	90.0
	113.8	101.4	90.0	66.2	0
	0	0	0	0	0

Tableau n° 3

III.2.2. *Fonctionnement*

Il est déterminé pour chaque couple (K_2, K_3) .

A partir de l'une des cases du tableau n° 3 caractérisant le fonctionnement de départ, l'évolution des 3 angles ψ , β et γ permet de faire diminuer la puissance transitée entre source et récepteur en respectant l'équipartition de cette puissance entre les 3 phases réceptrices.

Par exemple, choisissant $(K_2, K_3) = (1, 0.5)$, il en résulte un triplet de départ $(0, 0, 90.0^\circ)$.

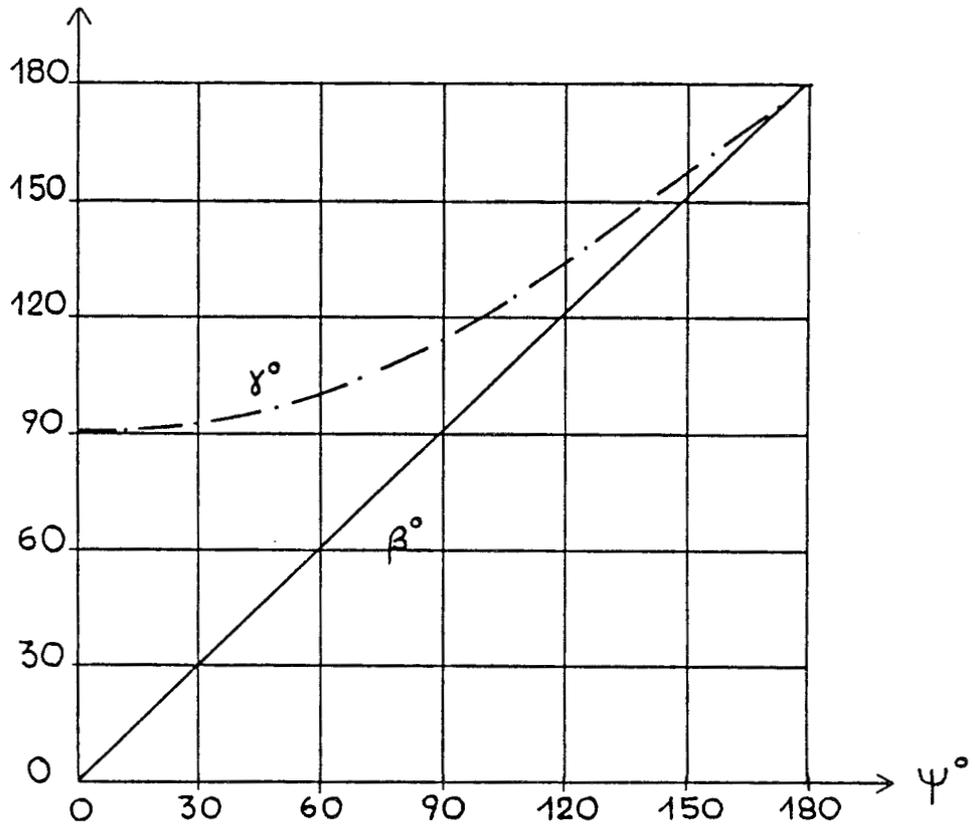
On donne dans le tableau n° 4 ci-dessous les triplets (ψ, β, γ) en $^\circ$ pour ψ° variant entre 0° et 180° de 30° en 30° .

ψ°	0	30	60	90	120	150	180
β°	0	30.0	60.0	90.0	120.0	150.0	180.0
γ°	90.0	91.3	98.9	113.8	133.8	156.4	180.0

Tableau n° 4

Ce tableau est matérialisé par la figure n° 5 ci-contre où l'on donne les évolutions de β° et γ° en fonction de ψ° pour le couple de déséquilibre (1, 0.5)

Figure n° 5



IV. COMPARAISON DES MONTAGES

IV.1. DEFINITIONS - CALCULS PRELIMINAIRES

IV.1.1. Définitions

Pour faciliter les comparaisons globales, que le montage soit étoile ou triangle, on appelle (j_1, j_2, j_3) les 3 courants dans les phases réceptrices et (i_1, i_2, i_3) les 3 courants dans les lignes d'alimentation.

Si le montage est étoile

8

$$\begin{cases} i_1 = j_1 \\ i_2 = j_2 \\ i_3 = j_3 \end{cases}$$

, s'il est triangle

9

$$\begin{cases} i_1 = j_1 - j_2 \\ i_2 = j_2 - j_3 \\ i_3 = j_3 - j_1 \end{cases}$$

IV.1.2. Calcul des rapports $r_{J_j} = \frac{J_j}{J_1}$ suivant la commande adoptée

Ces rapports sont identiques pour les 2 montages, étoile et triangle, car les expressions des valeurs efficaces J_j ($j = 1, 2, 3$) des courants dans les phases réceptrices ramenées à $\left(\frac{V}{R}\right)$ dans le cas étoile et à $\left(\sqrt{3} \frac{V}{R}\right)$ dans le cas triangle sont identiques.

En commande symétrique

Celle-ci impose les 2 relations $RJ_1 = K_j R J_j$ ($j = 2, 3$) donc

$$r_{J_j} = \frac{1}{K_j}$$

10.

En commande dissymétrique en puissance

Celle-ci impose les 2 relations $RJ_1^2 = K_j R J_j^2$ ($j = 2, 3$) donc

$$r_{J_j} = \sqrt{\frac{1}{K_j}}$$

11.

En commande dissymétrique optimale

Pour illustrer ce paragraphe, nous reprenons l'exemple $(K_2, K_3) = (1, 0.5)$ pour lequel nous avons fourni la stratégie de commande sous la forme du tableau n° 4.

Reprenant la fonction f , il vient

$$\begin{cases} J_1 = f(\psi) \\ J_2 = f(\beta) \\ J_3 = f(\gamma) \end{cases}$$

Les valeurs particulières ψ°, β° et γ° du tableau donnent directement les valeurs efficaces J_1, J_2 et J_3 ramenées à $\left(\frac{V}{R}\right)$ pour le montage étoile 3ME
et à $\left(\sqrt{3} \frac{V}{R}\right)$ pour le montage triangle 3MR.

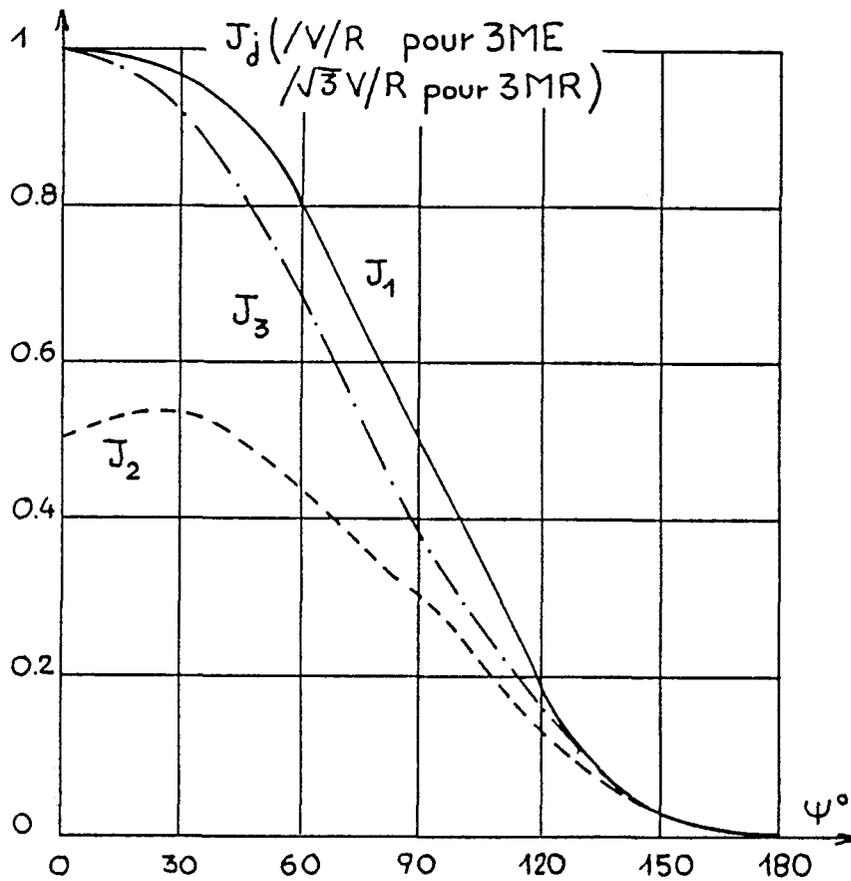


Figure n° 6

Celles-ci sont matérialisées en fonction de ψ sur la figure n° 6 ci-contre.

On s'aperçoit que J_1 et J_3 restent proches l'une de l'autre, leur différence relative, de très faible (0,2 %) au début du réglage, reste faible ensuite tant que les courants sont importants et n'atteint que 30 % en fin de réglage.

Par contre J_2 et J_3 diffèrent beaucoup en début de réglage (un peu plus de 100 % de différence relative) pour se retrouver ensuite très proches (moins de 20 % de différence) dès la moitié du réglage.

Dans le cas précis de l'exemple r_{J_3} est voisin de 1 et r_{J_2} est compris entre 0.5 et 1.

De façon générale

(12)

$$r_{J_j} \in [K_j, 1]$$

$j = 2, 3.$

L'adoption d'une commande optimale entraîne sur les caractéristiques donnant les valeurs efficaces des courants dans les phases réceptrices des résultats qui peuvent sembler surprenants. Pour les faibles valeurs de ψ , donc pour les faibles réductions de puissance, les écarts observés entre J_2 et J_3 ou J_1 sont importants. Cela est dû au fait que le critère retenu est l'annulation de la composante inverse.

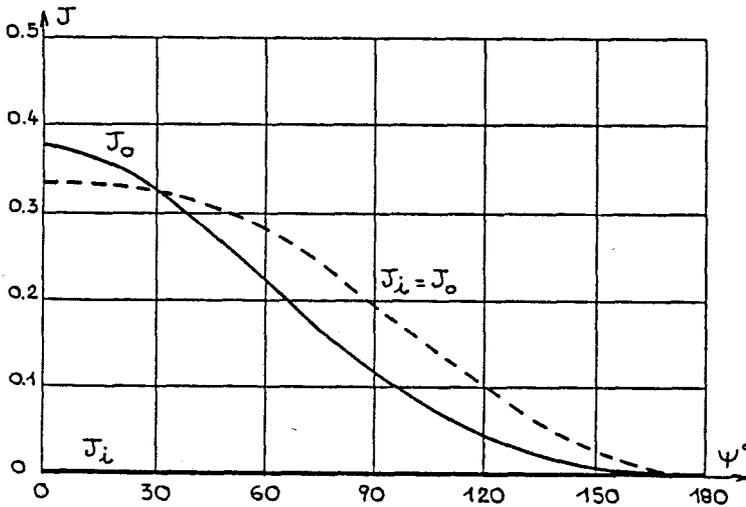


Figure n° 7

En début de réglage, la suppression de la composante inverse entraîne une augmentation de la composante homopolaire du fondamental.

Pour le montrer, on a représenté sur la figure n° 7 ci-contre les courbes donnant pour le même récepteur les valeurs efficaces des composantes inverses et homopolaires en adoptant une commande symétrique (---) et une commande optimale (—).

C'est cette augmentation de la composante homopolaire ainsi que la présence des harmoniques qui expliquent les écarts importants observés.

Il est donc évident que le critère de l'annulation de la composante inverse n'est pas le critère optimal en ce qui concerne le déséquilibre du courant dans les phases.

IV.1.3. Conclusion

L'étude des répercussions des divers types de commande sur la ligne d'alimentation et sur la charge va être menée dans les paragraphes suivants à l'aide de grandeurs facilement calculables : les valeurs efficaces des courants ou d'autres paramètres qui leur sont directement reliés comme les rapports r_{J_j} que l'on vient de déterminer.

IV.2. REPERCUSSIONS DE LA COMMANDE SUR LA LIGNE

IV.2.1 Montage 3ME. ou étoile

La nature du couplage des gradateurs monophasés constituant le montage est ici primordiale car elle indique quel groupe de relations (8) ou (9) relie les courants en ligne et les courants dans les phases réceptrices.

Les relations (8) conduisent à

$$r_{I_j} = \frac{I_j}{I_1} = r_{J_j}$$

$j = 2, 3.$

Les rapports de déséquilibre de courants en ligne sont donc donnés par les relations (10), (11) et (12) suivant le type de commande adopté.

Comme, pour $K_j \in \mathfrak{R}^+$, $\sqrt{\frac{1}{K_j}}$ est toujours plus proche de 1 que $\frac{1}{K_j}$ la commande dissymétrique en puissance réduit davantage les écarts entre les courants en ligne que la commande symétrique.

En tout état de cause, le montage 3ME transmet à la ligne la composante homopolaire instantanée des courants dans les phases réceptrices.

L'adoption d'une commande optimale qui ne fait qu'annuler la composante inverse des fondamentaux en entraînant une augmentation de la composante homopolaire n'est pas le mode de commande approprié pour réduire le déséquilibre. Ne disposant que de 2 paramètres de réglage indépendants, il n'est évidemment pas possible d'annuler simultanément les composantes inverses et homopolaires.

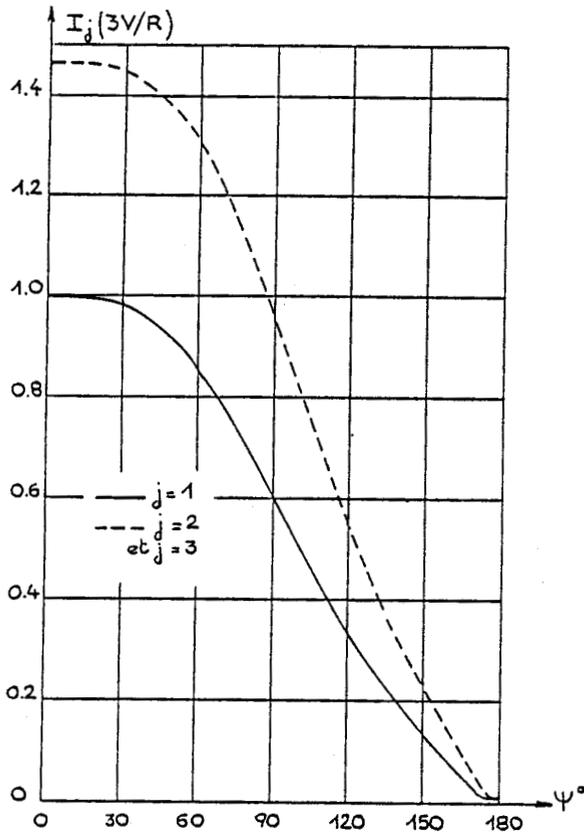
En revanche l'homologue triangle, le montage 3MR, permet la suppression par couplage de la composante homopolaire. un tel montage donne un système de fondamentaux des courants en ligne équilibré, la composante inverse étant annulée par la commande et la composante homopolaire par le couplage.

IV.2.2 Montage 3MR ou triangle

Afin de comparer les influences respectives des différentes commandes sur la ligne, nous nous plaçons dans le cas particulier $(K_2, K_3) = (1, 0.5)$ déjà envisagé dans le cadre du paragraphe IV.1.

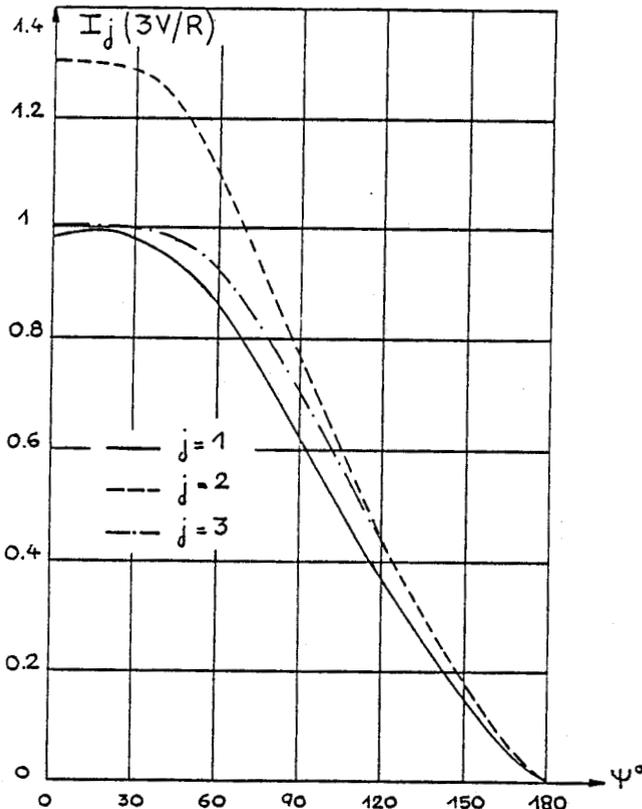
Les résultats relatifs à ce cas particulier s'étendent aux autres cas mais ne peuvent s'exprimer de manière exhaustive. C'est pourquoi l'étude d'un exemple est indispensable et surtout permet seule une interprétation.

Les figures 8, 9 et 10 donnent l'évolution des valeurs efficaces des courants en ligne en fonction de ψ , angle de réglage pour les 3 commandes possibles.

En commande symétrique

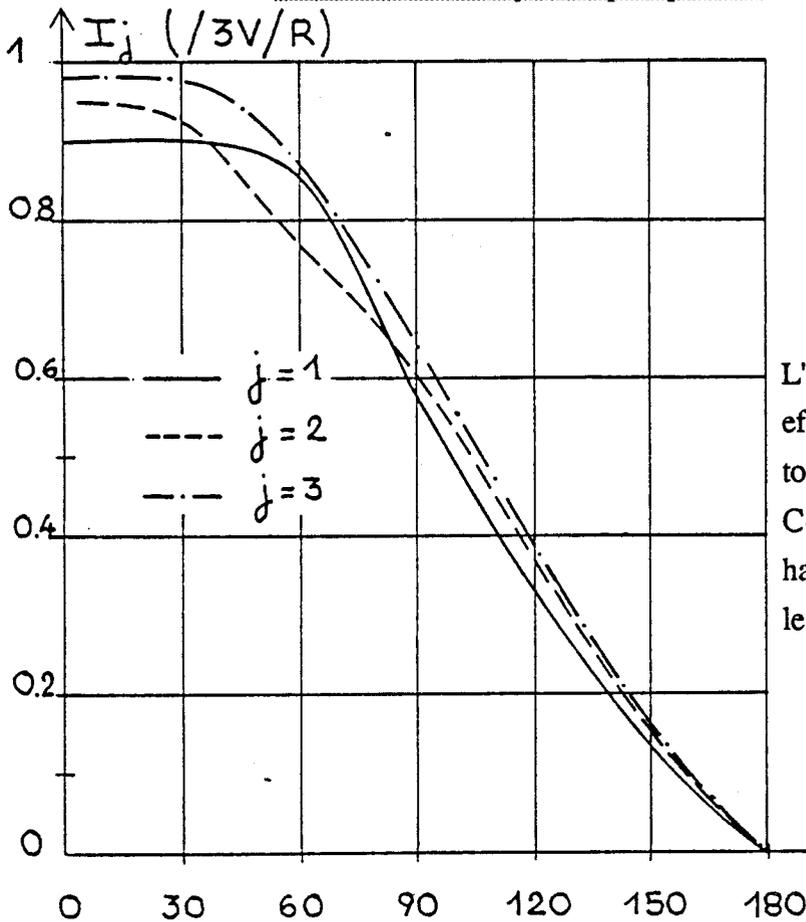
Quelle que soit la profondeur de réglage, l'erreur relative maximale entre 2 valeurs efficaces reste voisine de 50 % (I_1). Cette valeur est très inférieure aux 100 % enregistrés sur les courants dans les phase réceptrices mais est néanmoins excessive dès que la puissance transitée est grande.

Figure n° 8

En commande dissymétrique en puissance

Au début du réglage l'erreur relative maximale entre 2 valeurs efficaces vaut 30 % (I_1) puis décroît régulièrement jusqu'en fin de réglage.

Figure n° 9

En commande dissymétrique optimale

L'erreur relative maximale entre 2 valeurs efficaces reste aux alentours de 10 % (I_1) tout au long du réglage.

Cela traduit sur l'ensemble des harmoniques le rééquilibrage effectué sur les fondamentaux des courants en ligne.

Figure n° 10

- La commande optimale apporte un excellent rééquilibrage. Les écarts observés entre les valeurs efficaces des différents courants en ligne sont dus aux écarts entre les valeurs des harmoniques dans les différentes phases. En effet, la commande optimale n'agit que sur les fondamentaux de ces courants.
- Si l'on cherche à égaliser les puissances dissipées dans chacune des phases, l'adoption d'une commande dissymétrique en puissance permet cette égalité, les écarts entre les valeurs efficaces des courants en ligne sont alors moindres que ceux observés en commande symétrique.

IV.3. REPERCUSSIONS DE LA COMMANDE SUR LA CHARGEIV.3.1. Calcul des rapports $r_{P_j} = \frac{P_j}{P_1}$ suivant la commande adoptée

P_1 , P_2 et P_3 représentent les puissances dissipées dans chaque phase réceptrice. Tout comme les rapports r_{I_j} auxquels ils vont être reliés, les rapports r_{P_j} ne dépendent pas du couplage, étoile ou triangle, des phases réceptrices. Ce qui suit est donc valable pour les 2 montages.

$$r_{P_j} = \frac{P_j}{P_1} = \frac{K_j R J_j^2}{R J_1^2} = K_j \left(\frac{J_j}{J_1} \right)^2 \quad \text{donc} \quad \boxed{r_{P_j} = K_j r_{J_j}^2} \quad (13).$$

En commande symétrique

Les relations (11) et (13) conduisent à :

$$\boxed{r_{P_j} = \frac{1}{K_j}} \quad (14).$$

En commande dissymétrique en puissance

La conception même de la commande est d'imposer $P_1 = P_2 = P_3$ d'où $r_{P_j} = 1$.

En commande dissymétrique optimale

Les relations (12) et (13) conduisent à :

$$\boxed{r_{P_j} \in [K_j^3, K_j]} \quad (15).$$

IV.3.2. Exploitation des calculs

On regroupe les résultats concernant les rapports r_{P_j} sur la figure n° 11 où l'on donne leur

évolution en fonction de K_j .

Les courbes donnant r_{P_2} et r_{P_3} s'éloignent très vite de 1 dès que K_2 et K_3 imposent un régime déséquilibré.

Néanmoins, dans le cas d'un court-circuit dans une seule phase réceptrice ($K_j \rightarrow 0$), le rapport r_{P_j} pour cette phase tend vers 0 pour la commande optimale alors qu'il tend vers l'infini en commande symétrique. Ceci est vrai aussi pour les puissances P_j ; le comportement vis-à-vis d'un court-circuit est donc meilleur en commande optimale qu'en commande symétrique. Ces courbes montrent que l'adoption d'une commande dissymétrique optimale ou d'une commande symétrique conduit à une dispersion de la puissance dans les phases réceptrices. Seule la commande dissymétrique en puissance (---) permet l'égalité de celles-ci.

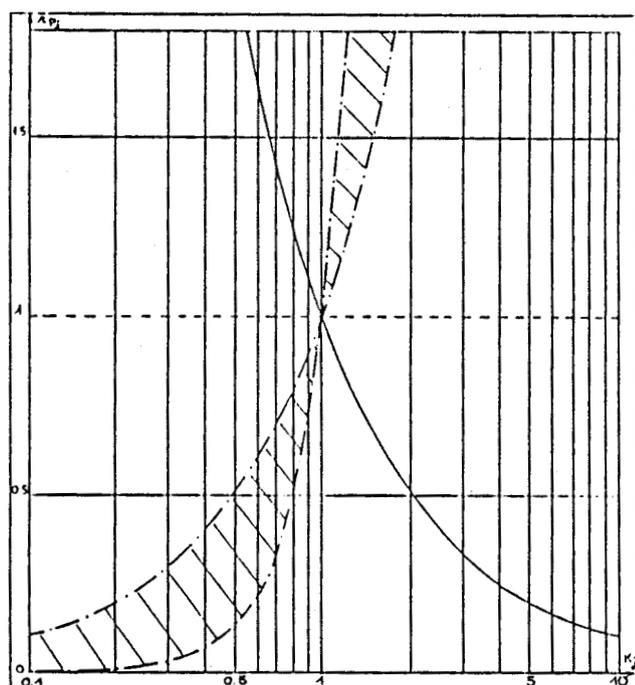


Figure n° 11 : ——— commande symétrique
 - · - commande optimale
 - - - - commande en puissance

V. CONCLUSION

La commande dissymétrique optimale permet pour le montage 3MR le rééquilibrage des fondamentaux des courants absorbés. En revanche, ce type de commande améliore peu la répartition des puissances consommées par les phases réceptrices par rapport à une commande symétrique. Elle présente néanmoins l'avantage d'assurer la protection des composants lors d'un fonctionnement en court-circuit.

Cette commande n'apporte rien pour le montage 3ME.

La commande dissymétrique en puissance permet l'équipartition de la puissance dans les phases réceptrices et la protection des composants en cas de court-circuit, elle ne permet cependant qu'une faible réduction du déséquilibre en ligne.

Les commandes dissymétriques sont bien adaptées aux réductions de déséquilibre, le choix d'un type de commande est fait en fonction des exigences conjointes de l'utilisateur et du fournisseur d'énergie.

Le groupement en triangle de trois gradateurs monophasés est toujours préférable à la structure étoile avec neutre car, quelle que soit la commande envisagée, les effets du déséquilibre vis-à-vis de la source sont réduits.

CONCLUSION

Nous pensons avoir atteint l'objectif fixé, à savoir, étudier le comportement des associations gradateur-charge triphasée résistive lorsque le récepteur n'est pas équilibré pour ensuite effectuer le choix de la meilleure structure compte-tenu des exigences du fournisseur d'énergie ou de l'utilisateur.

La commande symétrique avec un groupement en étoile permet à elle seule la réduction du déséquilibre.

En prenant des associations de gradateurs monophasés, la dissymétrisation de la commande permet la réduction du déséquilibre ou, avec une topologie adaptée, l'annulation de celui-ci pour les grandeurs fondamentales.

D'autres stratégies de commande assurent le rééquilibrage en puissance des phases réceptrices ou la réduction des déséquilibres.

On montre également que la topologie étoile avec neutre reste toujours pénalisante.

L'imperfection des résultats obtenus avec certaines topologies est liée à la multiplicité des paramètres et au manque de moyens d'action par la commande puisqu'on n'utilise des composants commandables qu'à l'amorçage.

Le développement des composants de puissance commandables à l'amorçage et au blocage permet la synthèse d'interrupteurs bidirectionnels en tension et en courant qui pourraient apporter de nouveaux moyens d'action et améliorer encore les performances de ces convertisseurs.

Toutes ces extensions sont maintenant envisageables grâce à l'expérience acquise lors de la réalisation de ce mémoire.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] G. SEGUIER
L'électronique de puissance.
Dunod éditeur - Paris, 1974.
- [2] G. SEGUIER et F. NOTELET
L'électrotechnique industrielle.
Lavoisier éditeur - Paris, 1977.
- [3] C. ROMBAUT, G. SEGUIER et R. BAUSIERE
Les convertisseurs de l'électronique de puissance, Vol. 2, la conversion alternatif-alternatif.
Lavoisier éditeur - Paris, 1986.
- [4] C. ROMBAUT
Etude des gradateurs triphasés et d'autres convertisseurs alternatif-alternatif fonctionnant en commutation naturelle.
Thèse de Doctorat ès Sciences, Lille, n° 460, juillet 1979.
- [5] C. ROMBAUT et G. SEGUIER
Discontinuité, lors du débit sur résistance pure, de la caractéristique pratique de commande des gradateurs triphasés.
C.R. acad. Sciences, Paris, t. 277, sept. 1973, pp. 281-284.
- [6] W. SHEPHERD et P.J. GALLAGHER
Some properties of thyristor controlled resistive load with integral cycle switching.
I.E.E.E. conf. publications, n° 110, avril 1974, pp. 188-192.
- [7] P.J. GALLAGHER et W. SHEPHERD
Operation of two parallel-connected thyristor controlled resistive loads with integral cycle triggering.
I.E.E.E. trans. on I.E.C.I., Vol. 22, n° 4, nov. 1975, pp. 510-515.

- [8] C. ROMBAUT et G. SEGUIER
Caractéristiques des gradateurs triphasés.
Revue Jeumont-Schneider, n° 17, juin 1974, pp. 33-46, et n° 18, sept. 1974, pp. 29-46.
- [9] T.G. BLAND
Steady-state analysis of the series resistance-inductance circuit with controlled switches.
I.E.E.E. trans. on I.E.C.I., Vol. 23, n° 2, mai 1976, pp. 171-177.
- [10] C. ROMBAUT, H. SHOORENS et G. SEGUIER
Operation of a 3-phase A.C. thyristor regulator feeding an R or RL or RC balanced load.
Proc. I.E.E.E., Vol. 125, n° 8, Août 1978, pp. 741-742.
- [11] J.L. COCQUERELLE, C. ROMBAUT et M. FLACHER
Analytical study of an AC regulator, transformer, 3 phase resistive load assembly.
E.P.E 85, Bruxelles, proc. Vol. 2, oct. 85, pp. 243-249.
- [12] J.L. COCQUERELLE
Etude des associations en triphasé gradateur en angle de phase-transformateur-résistance.
Thèse de Doctorat ès Sciences, Lille, n° 626, nov. 1985.
- [13] M. GRANDPIERRE
Régulation du facteur de puissance et équilibrage d'un réseau au moyen d'un compensateur statique à thyristors.
Thèse de Docteur-Ingénieur, Toulouse, n° 590, sept. 1977.
- [14] J. BERGEAL
Compensateurs statiques à thyristors et fours à arcs.
A.I.M. Liège, nov. 1979.
- [15] M. BOULIER, C. ROMBAUT et G. SEGUIER
Amélioration des montages gradateurs triphasés.
R.G.E., Paris, t. 90, n° 1, janv. 1981, pp. 30-37.
- [16] C. BOISDON et G. DROUIN
Les systèmes de compensation statique rapide dans les réseaux industriels.
R.G.E., Paris, n° 12, déc. 1984, pp. 797-807.

- [17] J.P. BERRY et J.C. JOUBERT
Le thyristor dual.
 Revue Electronique de Puissance, n° 21, juin 1987, pp. 55-63.
- [18] S. WILLAMSON
Reduction of the voltage and current harmonics introduced by a single-phase triac A.C. controller, by means of shunt resistances.
 I.E.E.E. trans. on I.E.C.I., Vol. 28, n° 4, nov. 1981, pp. 266-272.
- [19] W.P. GIBBONS
Current and voltage waveform distortion analysis on three phase power systems with rectifier loads.
 I.E.E.E. trans. on I.E.C.I., Vol. 19, n° 2, mars-avril 1983, pp. 181-190.
- [20] R. VULPILLAT
Perturbations harmoniques du réseau par les gradateurs de puissance à thyristors ou à triacs.
 Revue Electronique de Puissance, n° 10, juin 1985, pp. 45-50.
- [21] J.Y. LEOST et J.L. JAVERZAC
Pollution harmonique des réseaux.
 Revue Electronique de Puissance, n° 33, juin 1989, pp. 38-45.
- [22] P.J. GALLAGHER, T.G. BLAND et W. SHEPHERD
Power-factor of thyristor-controlled loads with sinusoidal supply voltage and integral-cycle triggering.
 I.E.E.E. trans. on I.E.C.I., Vol 24, n° 1, fev. 1977, pp. 92-96.
- [23] P. MEYNAUD et M. LEMOINE
Réseaux de distribution - Flicker et harmonique.
 Techniques de l'Ingénieur, Vol D4I, par .D648, 3^{ème} tr. 1978, pp. 1-13.
- [24] R. BAUSIERE, C. ROMBAUT et P. RUSSE
Moyens de réduire les perturbations induites dans le réseau d'alimentation par les gradateurs triphasés débitant sur résistances pures.
 Journées internationales d'étude sur l'utilisation des S.C. de puissance en électrotechnique, Liège, oct. 1983.

- [25] P. GOERGER, R. BAUSIERE et P. RUSSE
Choix de la commande des gradateurs triphasés débitant sur charge résistive alimentés par train d'ondes entières.
M.I.C. 85, Grindelwald, fév. 1985.
- [26] P. GOERGER et .C. ROMBAUT
Three-phase AC/AC converter : reduction of the effects of an unbalanced load.
E.P.E. 87, Grenoble, proc. Vol. 1, sept 1987, pp. 515-520.
- [27] R. BONNEFILLE
Multipôles linéaires passifs et actifs en régime harmonique.
Techniques de l'ingénieur, Vol. D1, par. D 68, 1^{er} tr. 1986, pp. 13-22.
- [28] Y. CHERON
La commutation douce dans la conversion statique de l'énergie électrique.
Thèse de doctorat ès Sciences, I.N.P. Toulouse, 1988.
- [29] M. METS, Y. CHERON, F. OMS et S. BENDOUA
Commutation douce : une façon de réduire les EMI et RFI.
Revue Electronique de Puissance, n° 31, fév. 1989, pp. 38-44.
- [30] P. GOERGER et C. ROMBAUT
Three-phase AC/AC converter feeding an unbalanced load : unbalance and harmonics-practical applications.
E.P.E. 89, Aachen, oct. 1989.

