

50376
1989
307

50376
1989
307

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE
LILLE FLANDRES ARTOIS

pour obtenir le titre de

DOCTEUR

spécialité: Automatique et Informatique Industrielle

par

Bruno DESSIRIER



APPORT DE LA VISION ARTIFICIELLE A LA MECANIQUE DES
MILIEUX CONTINUS. APPLICATION A L'ETUDE DES LOIS DE
COMPORTEMENTS EN TRACTION ET COMPRESSION.

Soutenue le:

12 Décembre 1989

Devant la commission d'examen

Mr P. VIDAL	Président
Mr D. MEIZEL	Rapporteur
Mr G. MESMACQUE	Rapporteur
Mr J-G. POSTAIRE	Directeur de Recherche
Mr BELIN	Examineur
Mr REMY	Examineur



L'étude dont ce mémoire rend compte, a été effectuée au Centre d'Automatique de l'Université des Sciences et Techniques de Lille Flandres Artois.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur P. VIDAL, dont j'ai reçu l'enseignement, et qui m'a accueilli au Centre d'Automatique.

Je remercie vivement Monsieur le Professeur G. MESMACQUE, qui fut à l'origine de cette étude et qui m'a ouvert son laboratoire, mis à ma disposition le matériel nécessaire et fourni le support théorique et pratique.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur le Professeur D. MEIZEL de l'Université Technologique de Compiègne, qui a porté une attention particulière sur mon travail en acceptant d'en être l'un des rapporteurs.

Je remercie tout particulièrement Monsieur le Professeur J.G.POSTAIRE, Directeur de Recherche, qui m'a encadré et a su me conseiller pendant le temps de cette étude, mais aussi pour le support indispensable en Automatique et en Vision Artificielle qu'il m'a apporté.

Je remercie Monsieur A. TORDEUX de la C.E.F.E. pour l'attention qu'il a portée à l'intégration Technico-Economique et au déroulement du programme.

Je remercie également Monsieur BELIN, Directeur Général de la Division Adamel-Lhomargy de Instruments S.A., qui montre l'intérêt porté par les professionnels à l'innovation technique proposée.

Je suis reconnaissant envers l'ANVAR pour son soutien et la confiance qu'elle nous a témoignés.

Ma profonde reconnaissance va à l'ensemble du personnel technique et enseignant du département G.M.P.

Ma profonde reconnaissance va à l'ensemble du personnel technique et enseignant du département G.M.P. et en particulier Messieurs DEMARET, SION et NOYEN pour leur participation et leur collaboration active au déroulement de cette étude.

Je tiens également à remercier Messieurs CZESNALOVICH, DUPLOUY et HUART du Centre d'Automatique pour l'aide qu'ils m'ont apportée.

Enfin, je remercie Monsieur E. PREVOST pour sa patience et son habileté à exécuter les dessins représentant les différentes parties du système.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

CHAPITRE I: LES MESURES CONVENTIONNELLES POUR LES ESSAIS MECANIQUES DES MATERIAUX

1. Introduction
2. Les extensomètres mécaniques
3. Les extensomètres optiques
4. Besoin d'un système de mesure multidimensionnel
5. Conclusion

1 ère PARTIE SUIVI VISUEL AUTOMATIQUE DE L'ESSAI DE TRACTION

CHAPITRE II: L'ESSAI DE TRACTION

1. Introduction
2. Caractéristiques de l'essai de traction
 - 1) Caractéristiques géométriques
 - 2) Caractéristiques mécaniques
3. Conditions de réalisation
 - 1) Forme géométrique
 - 2) Vitesse de déformation
 - 3) Rupture de l'éprouvette
4. Analyse des différents domaine de déformations
 - 1) Domaine de déformations élastiques
 - 2) Domaine de déformations plastiques homogènes
 - 3) Domaine de déformations plastiques non homogènes
5. Conclusion

CHAPITRE III: SYSTEME DE MESURE PAR VISION ARTIFICIELLE

1. Introduction
2. Description du matériel
 - 1) Machine de traction/compression
 - 2) Système de vision
 - 3) Implantation
3. Traitement des données
 - 1) Etude du domaine élastique
 - 2) Etude du domaine plastique
4. Implantation du système de mesure
 - 1) Implantation sur une machine de traction
 - 2) Description de l'éprouvette
5. Conclusion

CHAPITRE IV: DEROULEMENT DE L'ESSAI DE TRACTION SOUS CONTROLE VISUEL

1. Etude du domaine élastique
 - 1) Description de l'essai
 - 2) Résultats
2. Etude du domaine plastique
 - 1) Description de l'essai
 - 2) Dépouillement des résultats et validation
3. Conclusion

2 ème PARTIE APPLICATION A L'ESSAI DE COMPRESSION

CHAPITRE V: L'ESSAI DE COMPRESSION

1. Introduction
2. Caractéristiques géométriques
 - 1) Etat initial
 - 2) Suivi de l'essai

3. Caractéristiques mécaniques
 - 1) Domaine de déformation
 - 2) Effort de compression
 - 3) Contrainte d'écoulement
 - 4) Coefficient de frottement
4. Interprétation conventionnelle des mesures
 - 1) Etude globale de l'essai
 - 2) Etude locale
5. Conclusion

CHAPITRE VI: DEROULEMENT DE L'ESSAI DE COMPRESSION SOUS CONTROL VISUEL

1. Introduction
2. Description du matériel
 - 1) L'adaptabilité du système
 - 2) La qualité des mesures
 - 3) Le traitement des données
3. Traitement des données
 - 1) Principe
 - 2) Déroulement de l'essai
4. Déroulement d'un essai et résultats
 - 1) Déroulement de l'essai de compression
 - 2) Dépouillement de l'essai
5. Conclusion

CONCLUSION

ANNEXE 1: NOTIONS DE BASE DE LA MECANIQUE DES MILIEUX CONTINUS

ANNEXE 2: ASPECT THEORIQUE SE RAPPORTANT A L'ETUDE DE L'ESSAI DE COMPRESSION

BIBLIOGRAPHIE

INTRODUCTION

La connaissance des lois de comportement des matériaux est nécessaire pour leur mise en oeuvre, tant au niveau de la conception qu'à celui de la fabrication et de la fiabilité. Ces lois permettent de déterminer les caractéristiques mécaniques des matériaux utilisés et de dimensionner les différents éléments, en fonction des efforts auxquelles ils sont soumis durant leur utilisation.

Pour déterminer ces différentes caractéristiques, plusieurs essais peuvent être effectués. Ces essais sont classés en deux grandes familles: les essais non destructifs et les essais destructifs.

Les essais non destructifs sont basés sur la détermination et la connaissance de la micro-structure des matériaux.

Les essais destructifs consistent à soumettre les matériaux à des efforts mécaniques connus et à observer et mesurer les déformations résultantes.

L'étude et le suivi des essais destructifs nécessitent l'utilisation de machines d'essais universelles équipées de capteurs de mesure des déformations. Les dispositifs de mesure actuellement disponibles permettent uniquement se suivre des déformations unidirectionnelles et sont bien souvent placés en contact directe avec l'éprouvette.

La nécessité d'améliorer les propriétés mécaniques des matériaux demande une détermination des caractéristiques mécaniques de plus en plus précise et nécessite des essais mécaniques de plus en plus complexes.

Au sein de l'Université des Sciences et Techniques de Lille Flandres Artois, le Centre d'Automatisme et l'équipe Matériaux du Département Genie Mécanique et Productique de l'Institut Universitaire Technologique "A" ont lancé une collaboration afin de développer un système de mesure des déformations multidimensionnelles. L'idée de base de ce programme est d'intégrer un système de vision artificielle afin d'accéder à des mesures bidimensionnelles des déformations au cours du suivi dynamique des essais. De plus, le développement de ce principe offre l'avantage d'éviter tout contact avec l'éprouvette, ce qui supprime les difficultés d'implantation des extensomètres mécaniques, et ouvre tout un nouveau champ d'investigation pour des mesures dans des ambiances agressives.

Ce projet a été soutenu par l'ANVAR, dans le cadre d'une aide à l'innovation. Une première phase a constitué en une étude de Faisabilité Technico-Economique qui a été confié à la C.E.F.E. (Centre d'Evaluation et de Faisabilité Economique de l'U.S.T.L. Flandres Artois). Les résultats de cette étude pour l'évaluation des besoins potentiels d'un système de mesure par vision artificielle ont permis de montrer l'intérêt porté à ce programme par les utilisateurs et constructeurs de machines d'essais.

Le rapport de la C.E.F.E. [25] met en évidence les avantages potentiels du système, notamment au niveau de sa polyvalence d'utilisation, de son adaptabilité et de ces possibilités d'accès à des mesures multidimensionnelles, qui font défauts à la plupart des systèmes existants sur le marché. De plus, à partir de l'enquête auprès des utilisateurs potentiels, ce rapport met en évidence l'intérêt du développement de ce nouveau système de mesure avec des capacités visuels et ses réels

débouchés de commercialisation, compte tenu du volume du marché sur les trois années à venir.

Le présent mémoire rend compte de la conception et de la réalisation d'un système automatique de mesure des déformations munis de capacités visuelles. Il s'agit de l'intégration d'un système informatique de pilotage et de mesure adapté à différents type d'essais mécaniques destructifs, comme l'essai de Traction et de Compression. Ce système permet le suivi dynamique de l'essai au cours du temps et d'obtenir la mesure simultanée de plusieurs paramètres géométriques en vue de la caractérisation du matériau étudié.

L'étude comporte deux partie, chacune d'elles correspondant à un type d'essai: La première partie est consacrée au suivi visuel automatique de l'essai de traction, la deuxième partie est consacrée au suivi de l'essai de compression.

Dans chacune des parties, un premier chapitre présente l'essai concerné. Un chapitre est ensuite consacré à l'étude et la conception du système de mesure par vision artificielle. Le troisième chapitre de chaque partie présente plusieurs essais mécaniques et expose les techniques de dépouillement des résultats afin de caractériser le matériau étudié.

CHAPITRE I
LES MESURES CONVENTIONNELLES POUR
LES ESSAIS MECANIQUES DES MATERIAUX

I.1) INTRODUCTION

Les essais mécaniques sur les matériaux à la température ambiante ont pour but principal de déterminer les caractéristiques mécaniques et les lois de comportements afin d'avoir des critères communs d'évaluation. Ces essais font l'objet de normes officielles dans tous les pays industriels. Ils permettent de définir les produits et de prévoir leurs comportements en cours d'utilisation.

Durant l'essai, on enregistre simultanément l'allongement de l'éprouvette et la force appliquée. L'étude consiste à déterminer l'évolution des différents paramètres en vue de la caractérisation du matériau.

Actuellement les essais mécaniques sont suivis grâce à des capteurs unidimensionnels placés sur l'éprouvette, dans la partie utile. Ces capteurs, ou extensomètres, ne permettent de mesurer qu'une seule variation dimensionnelle: soit celle du diamètre, soit celle de la longueur.

Il existe deux types de capteurs: les extensomètres mécaniques et les extensomètres optiques.

I.2) LES EXTENSOMETRES MECANIQUES

Ils sont placés sur l'éprouvette, dans la partie utile. Le contact se fait généralement à l'aide de "couteaux" métalliques très fins. Pour éviter tout glissement de ceux-ci le long de l'éprouvette durant le déroulement de l'essai, ce qui pourrait fausser les résultats obtenus, ils sont maintenus en position par rapport à l'éprouvette par l'intermédiaire d'un système à ressorts. La figure I.1 représente le principe d'implantation d'un extensomètre mécanique sur une éprouvette de traction.

Pendant le déroulement de l'essai, les parties extrêmes de l'extensomètre solidaire de l'échantillon se déplacent l'une par rapport à l'autre. Un système de mesure permet de déterminer l'allongement de l'échantillon qui correspond à l'évolution de la partie de l'éprouvette comprise entre les couteaux au cours de l'essai.

Remarques:

- * L'utilisation de ces capteurs mécaniques limite la partie utile de l'éprouvette.

- * Les empreintes des couteaux sur l'éprouvette peuvent créer des concentrations de contraintes néfastes au déroulement normal de l'essai et ainsi provoquer une rupture prématurée de l'éprouvette au niveau de ces empreintes.

- * Au moment de la rupture de l'éprouvette, l'extensomètre subit un choc du à une variation instantané de longueur, qui peut entraîner la détérioration du système de mesure des déplacements. Pour cette raison, certains extensomètres ne sont pas prévus pour une utilisation jusqu'à la rupture de l'éprouvette.

- * La distance entre les couteaux est propre à l'extensomètre et détermine la longueur utile minimale

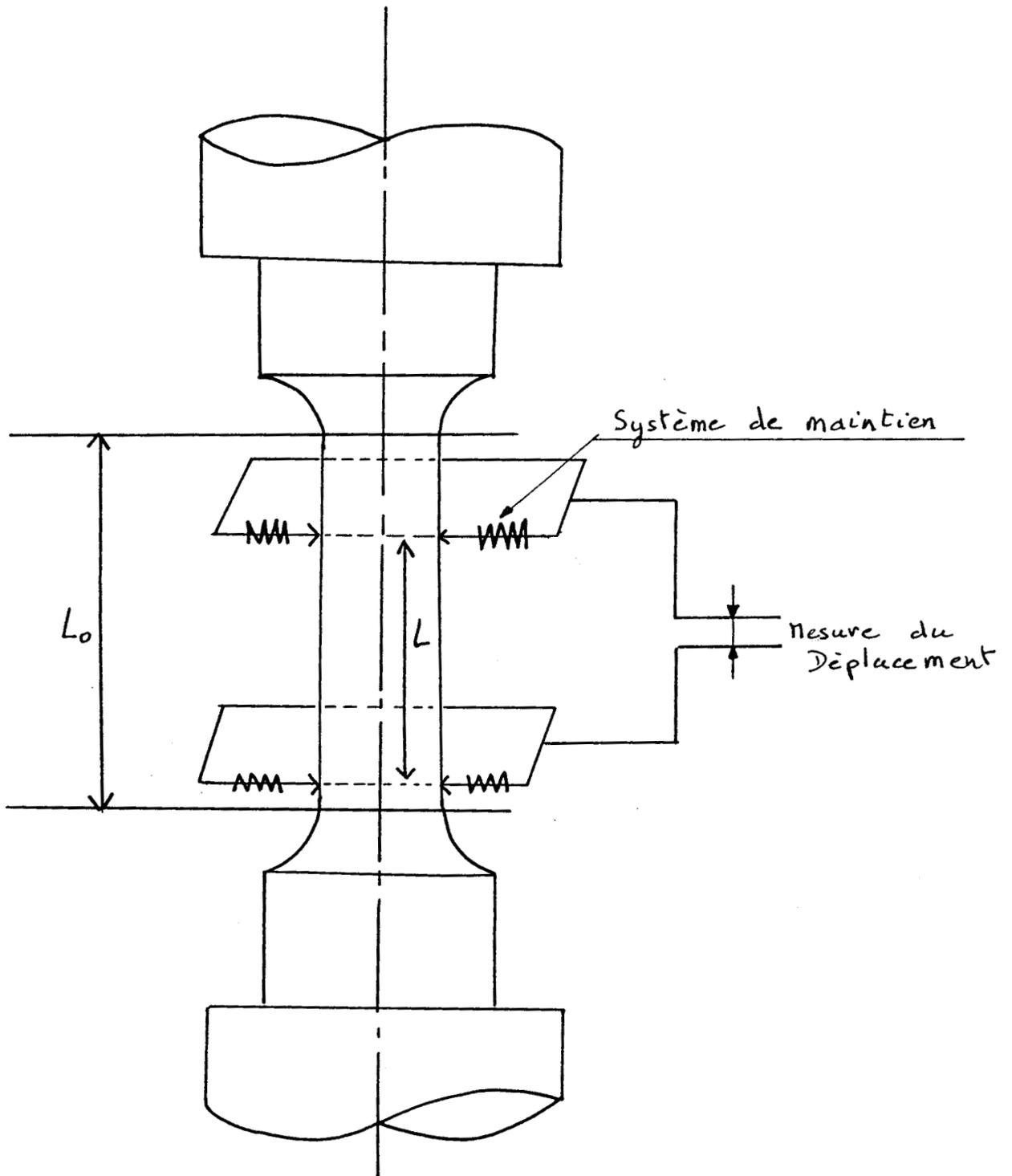


Figure I.1: Principe d'implantation d'un extensomètre mécanique sur une éprouvette de traction.

des éprouvettes. Si plusieurs modèles d'éprouvettes sont utilisés, il peut être nécessaire de disposer de plusieurs extensomètres de longueurs différentes afin de s'adapter au mieux à la partie utile de chaque type d'éprouvette. Les longueurs utiles des extensomètres mécaniques peuvent aller de quelques centimètres à plusieurs mètres.

Les figures I.2 et I.3 représentent différents types d'extensomètres mécaniques et leurs implantations sur des éprouvettes de traction.

I.3) LES EXTENSOMETRES OPTIQUES

Les capteurs optiques, de conception très récente, utilisent deux cellules photo-sensibles dirigées sur des empreintes placées sur l'éprouvette dans sa partie utile.

En cours d'essai, les empreintes se déplacent. Un système d'asservissement commande les cellules optiques afin de suivre les déplacements des empreintes.

Cette technique de mesure nécessite de très grandes précautions de réglage des cellules optiques et du positionnement des empreintes sur l'éprouvette. La précision de la mesure dépend de celle de l'asservissement du déplacement des cellules.

La figure I.4 représente un exemple d'utilisation d'un extensomètre optique pour le suivi d'un essai de traction.

Comparés aux extensomètres mécaniques, les extensomètres optiques sont relativement plus coûteux, sans pour autant

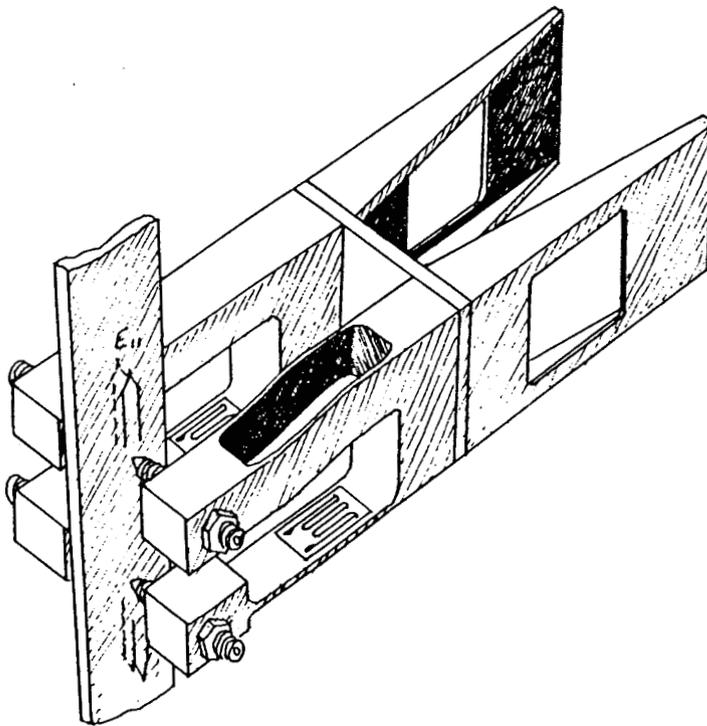
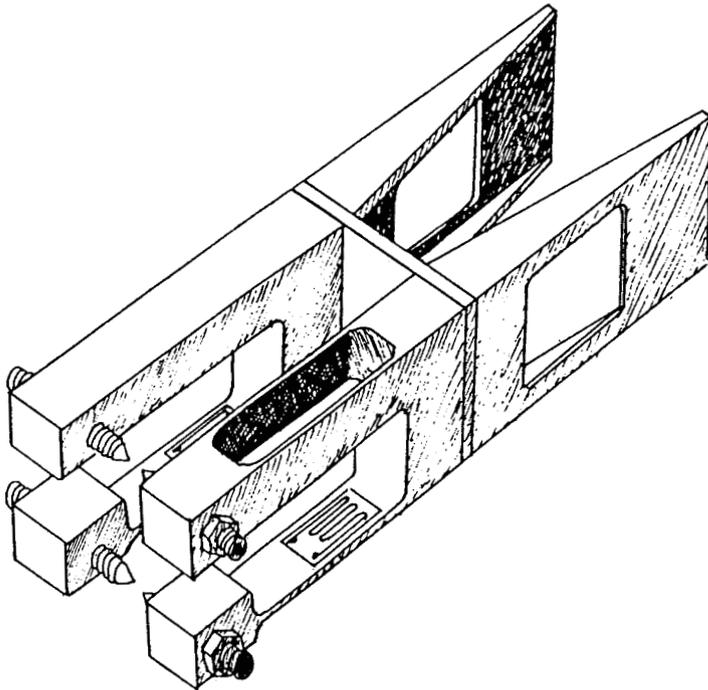


Figure I.2: Exemple d'extensomètre mécanique et sa fixation sur l'éprouvette.

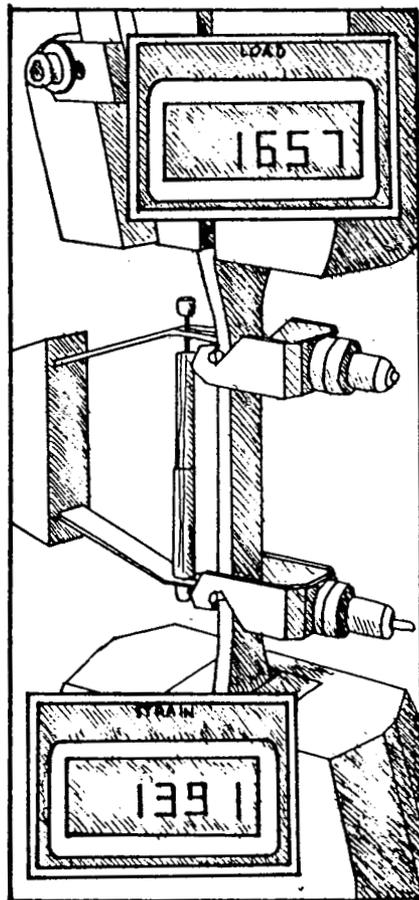
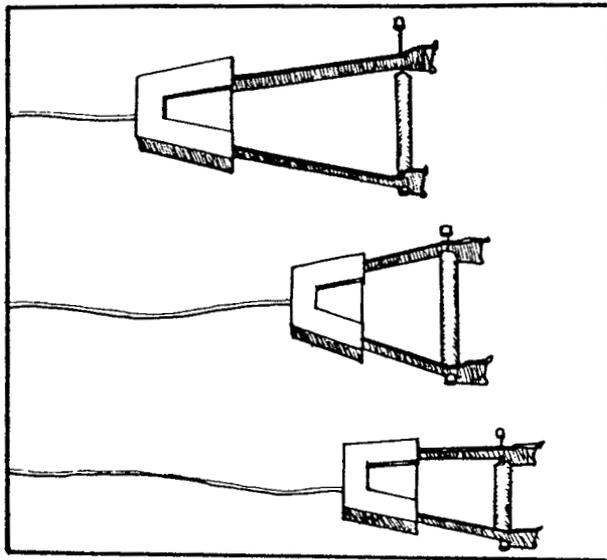


Figure I.3: Exemple d'extensomètre mécanique et son implantation sur une éprouvette.

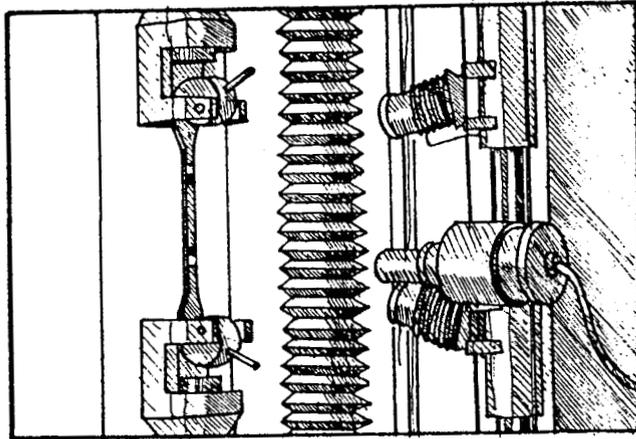


Figure I.4: Représentation de l'implatation d'un extensomètre optique sur une machine d'essai.

fournir des résultats plus précis. Ces extensomètres restant des capteurs unidimensionnels, leur principal avantage est l'absence de contact avec l'éprouvette.

I.4) BESOIN D'UN SYSTEME DE MESURE MULTIDIMENSIONNEL

Etant donné le caractère unidimensionnel des mesures effectuées par extensométrie traditionnelle, il s'avère nécessaire, pour permettre la détermination des caractéristiques mécaniques des matériaux, de faire appel à des méthodes de calcul et d'approximation pour déduire des mesures l'état général de l'éprouvette. Ainsi, à partir de l'évolution de la longueur d'une éprouvette, différents modèles théoriques de calcul permettent de déterminer l'évolution de sa section dans les différents domaines de déformations. Il est donc nécessaire d'obtenir des mesures très précises, car l'utilisation de ces méthodes de calcul est accompagnée par une augmentation de l'erreur sur la détermination des caractéristiques du matériau.

La conception et l'utilisation d'un système de mesure multidimensionnel permet d'envisager la suppression, en partie, de certaines méthodes d'approximation.

L'idée originale de ce nouveau système de mesure réside dans l'utilisation de la vision artificielle et dans l'analyse des données recueillies par une unité informatique. Les différents avantages sont l'absence de contact avec l'éprouvette, la détermination de données multidimensionnelles, le suivi automatique de l'essai et le traitement simultané des données en vue de l'obtention des caractéristiques mécaniques du matériau soumis à l'essai.

I.5) CONCLUSION

Les chapitres de ce mémoire, regroupés en deux parties présentent l'utilisation de ce principe de mesure des déformations pour l'étude et le suivi de l'essai de traction et de l'essai de compression.

La première partie est consacrée à l'étude et au suivi visuel automatique de l'essai de traction.

La deuxième partie est consacrée à l'adaptation du système, développé pour le suivi automatique de l'essai de traction, au suivi automatique de l'essai de compression.

Pour chacune des parties, un premier chapitre reprend l'approche traditionnelle du suivi de l'essai. On y trouve les différentes caractéristiques extraites du suivi de l'essai, les conditions de réalisation et l'analyse des données recueillies par des méthodes d'approximation en vue de la caractérisation du matériau soumis à l'essai mécanique étudié.

Un deuxième chapitre est consacré à l'adaptation d'un système de vision artificielle afin de remplacer les capteurs unidimensionnels traditionnels pour le suivi des essais mécaniques, sans modifier de manière fondamentale les protocoles expérimentaux classiques.

Le troisième chapitre est constitué de différents essais mécaniques, suivis par vision artificielle et par extensométrie classique, ainsi que de l'exploitation des différents résultats obtenus. Il permet de comparer les différentes méthodes de mesures et de valider le nouveau système de mesure des déformations sous contrôle visuel, en absence de tout contact avec l'éprouvette.

1 ère PARTIE
SUIVI VISUEL AUTOMATIQUE DE
L'ESSAI DE TRACTION

CHAPITRE II
L'ESSAI DE TRACTION

II.1) INTRODUCTION

L'essai de traction consiste à soumettre une éprouvette cylindrique à un effort de traction variable dans la direction des génératrices [1] [2]. Sur l'éprouvette représentée figure II.1, on définit la longueur de la partie utile L qui, à l'état initial, a pour valeur L_0 et le diamètre D de l'éprouvette dans la partie utile, qui est noté D_0 à l'état initial.

Durant l'essai, par l'intermédiaire d'un système de mesure des déformations, on enregistre simultanément l'allongement de l'éprouvette et la force appliquée.

Dans un premier temps nous abordons l'étude des caractéristiques de l'essai de traction. Nous présentons, ensuite, les conditions de réalisation de l'essai définies par les Normes AFNOR. Nous décrivons, enfin, l'analyse de l'essai de traction selon les différents domaines de déformation rencontrés, ainsi que les moyens mis en oeuvre pour son exploitation afin d'obtenir les caractéristiques mécaniques du matériau étudié.

Ce chapitre permet de se rendre compte des limites d'utilisation des extensomètres traditionnels et unidimensionnels.

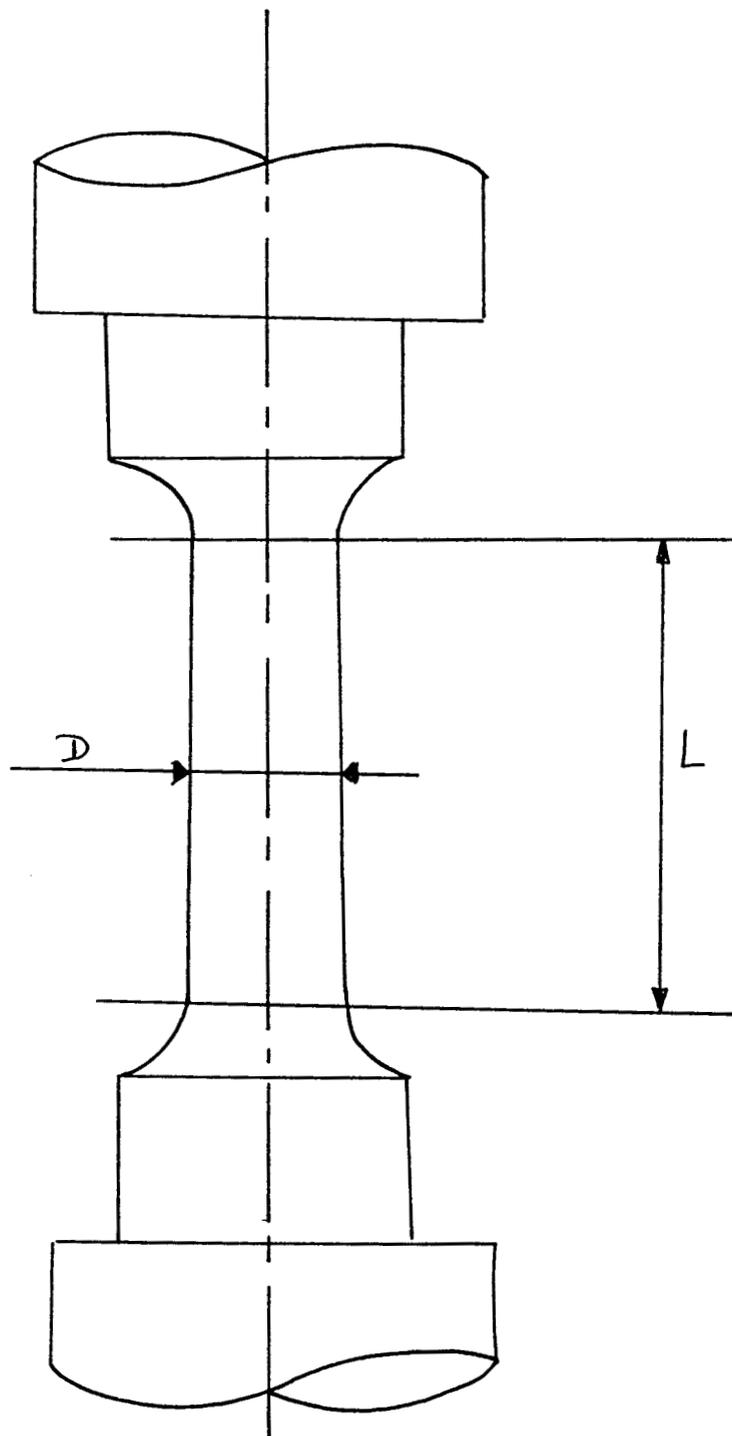


Figure II.1: Caractéristiques géométriques d'une éprouvette de traction.

II.2) CARACTERISTIQUES DE L'ESSAI DE TRACTION

Les normes officielles des essais mécaniques de traction sont déterminées par la norme AFNOR 03151. Elle définit les caractéristiques géométriques et mécaniques de l'essai, ainsi que les conditions de réalisation.

1) Caractéristiques géométriques

Elles sont déterminées par l'évolution de la forme de l'éprouvette et correspondent à l'allongement et au coefficient de striction [3].

a) Allongement

L'allongement, notée A , permet de déterminer l'augmentation relative de la longueur de l'éprouvette dans sa zone utile et est défini par la relation:

$$A = \frac{L-L_0}{L_0} = \frac{\Delta L}{L_0}$$

où L_0 est la longueur initiale et L la longueur en cours d'essai.

b) Coefficient de striction

Le coefficient de striction, noté Z , permet de déterminer la diminution relative de la section de l'éprouvette dans la zone utile et est défini par la relation:

$$Z = \frac{S_0-S}{S_0} = \frac{\Delta S}{S_0}$$

où S_0 est la section initiale et S la section en cours d'essai.

On définit également l'allongement de striction Z_u par la relation:

$$Z_u = \frac{\Delta S}{S}$$

Ce coefficient n'est que très rarement utilisé.

2) Caractéristiques mécaniques

Elles sont déterminées par des relations entre l'effort appliqué F et les variations géométriques, en vue de la caractérisation du matériau.

a) Contrainte

La contrainte, notée σ , est l'effort appliqué rapporté à la section réelle de l'éprouvette, soit:

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

b) Déformation

La déformation, notée ε , est le logarithme népérien du rapport entre la longueur réelle L et la longueur initiale L_0 soit:

$$\varepsilon = \text{Log}\left(\frac{L}{L_0}\right)$$

c) Module d'Elasticité

Le module d'élasticité, noté E et appelé Module de Young, caractérise le domaine de déformation élastique du matériau. Sur la figure II.2, qui représente l'évolution de l'effort en fonction de l'allongement lors d'un essai de traction, le domaine élastique se situe entre les points O et M. Dans ce domaine la relation entre l'effort et l'allongement est linéaire.

Le Module de Young est égal à la pente de cette partie linéaire de la courbe de traction et est défini par la relation:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

d) Limite d'élasticité

La limite d'élasticité, notée R_e , correspond au passage du domaine élastique (OM) au domaine plastique (MP) et est représentée sur la figure II.2 par le point M [4].

Etant donné les difficultés pour déterminer ce point, on utilise plutôt, dans la pratique, la "Limite d'Elasticité Conventionnelle". Celle-ci est égale à l'effort appliqué, rapporté à l'unité de section initiale S_0 , pour laquelle l'éprouvette présente une déformation permanente de valeur donnée par les normes. Cette détermination s'effectue géométriquement comme le montre la figure II.3.

La longueur OA_r correspond à l'allongement total après rupture. Les points M' et A_c permettent la détermination

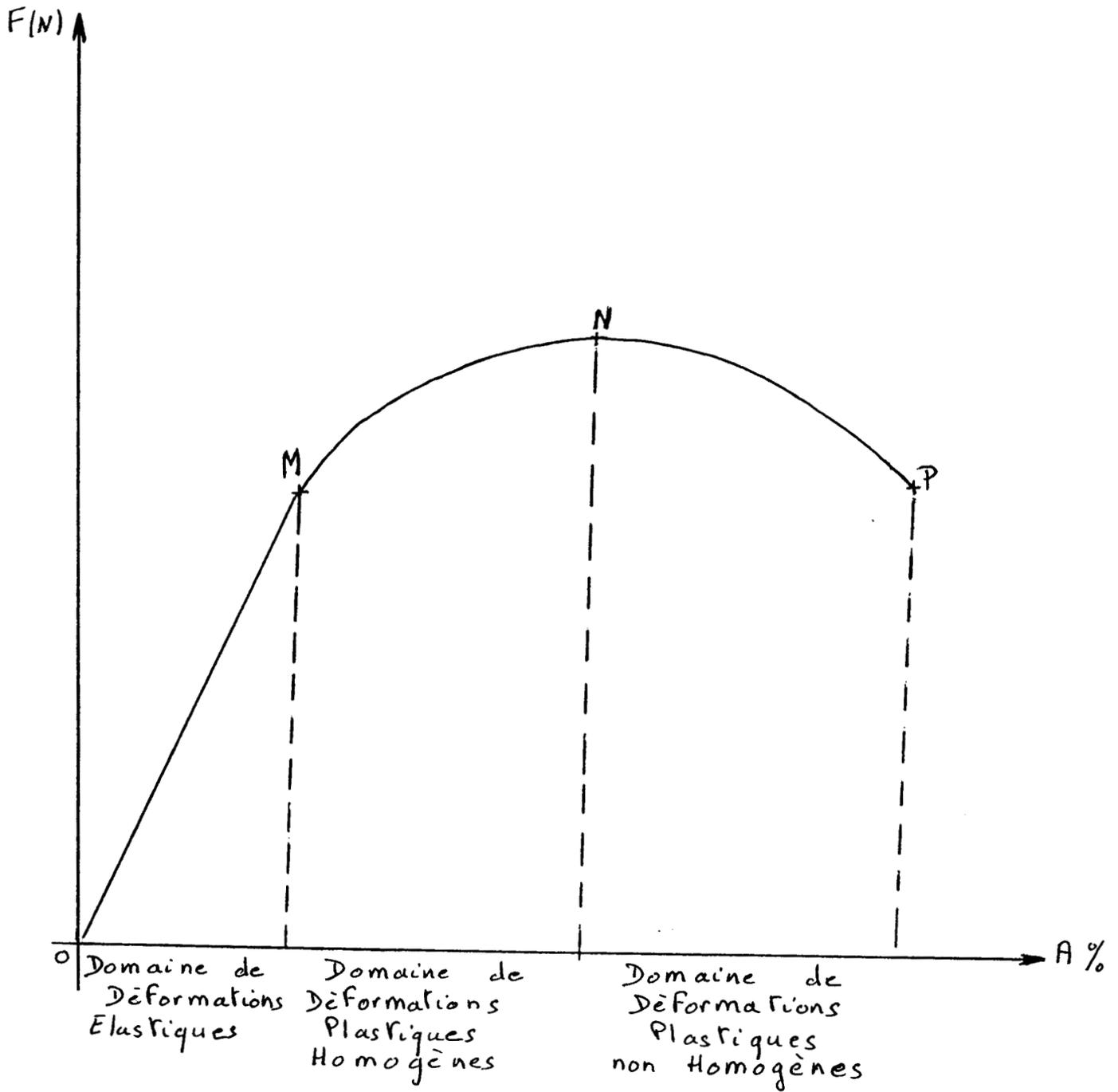


Figure II.2: Courbe conventionnelle de traction avec les différents domaines de déformations.

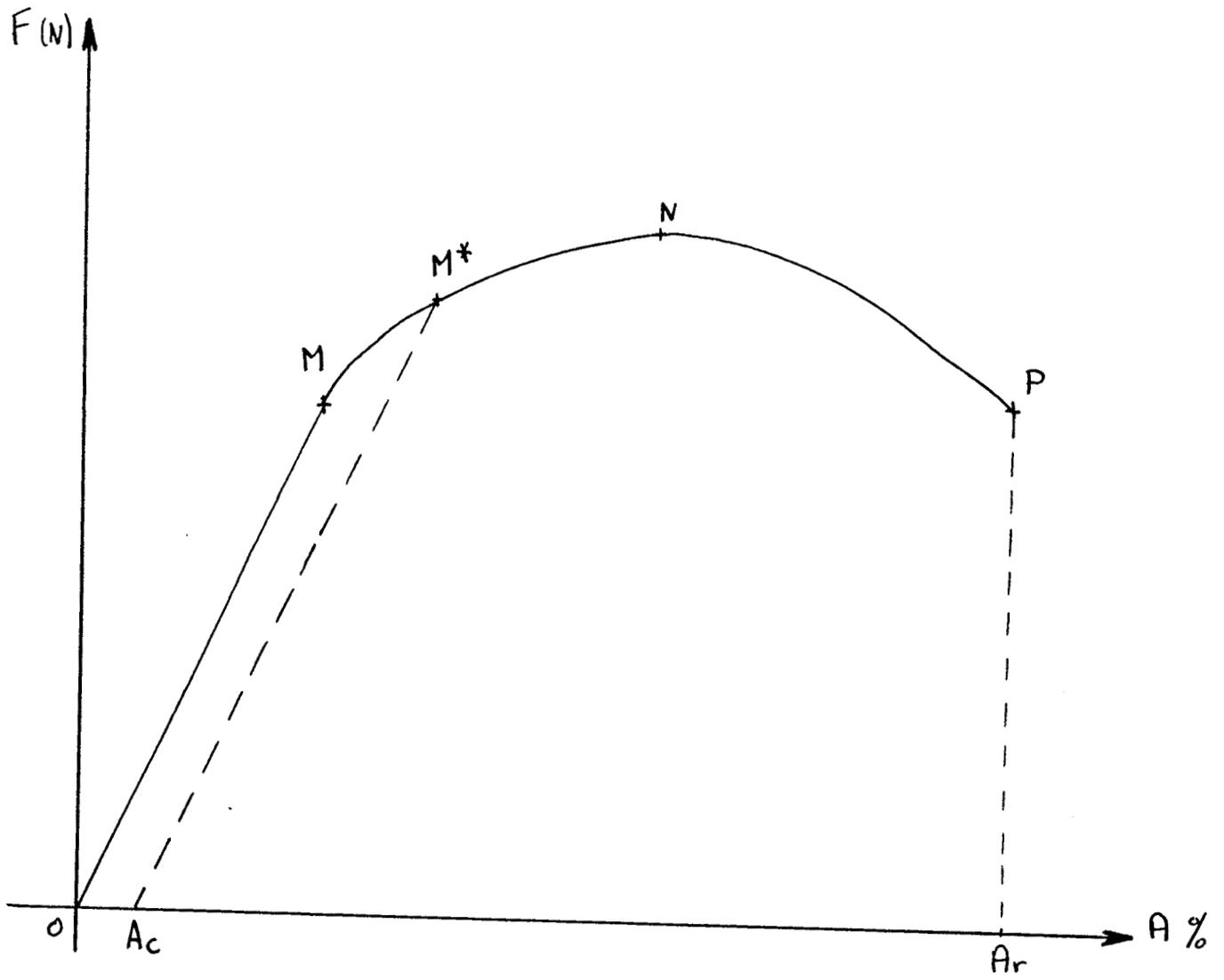


Figure II.3: Détermination géométrique de la Limite d'Elasticité Conventiennelle.

de la Limite d'Elasticité Conventionnelle. Généralement la longueur OA_c est prise égale à 0,2 % de l'allongement total OA_r .

Cette limite est déterminée en traçant une droite dont la pente est égale au Module de Young et passant par le point A_c . En considérant l'intersection de cette droite avec la courbe de traction, on obtient le point M' qui correspond à la Limite d'Elasticité Conventionnelle.

e) Limite de rupture

La limite de rupture, notée R_r , est aussi appelée "Résistance à la Rupture". Elle correspond à l'effort maximum supporté par l'éprouvette rapporté à l'unité de section initiale S_0 . Elle est représentée sur les figures II.2 et II.3 par le point N.

Remarque:

Cette valeur n'est utilisée qu'à titre indicatif et ne correspond pas à la contrainte réelle supportée par l'éprouvette au maximum de la courbe. En effet la contrainte σ est déterminée par:

$$\sigma = \frac{F_{\text{maxi}}}{S}$$

où S est la section réelle de l'éprouvette, tandis que R_r est définie par:

$$R_r = \frac{F_{\text{maxi}}}{S_0}$$

où S_0 est la section initiale de l'éprouvette. Or dans le domaine de déformation plastique, la section varie avec l'effort et S est inférieure à S_0 . Il serait donc plus juste d'utiliser la section réelle pour la détermination de R_r . Pour cela, il est nécessaire de connaître l'évolution simultanée de la section et de la longueur utile de l'éprouvette. Dans les essais traditionnels, la détermination de la section réelle S pose des problèmes étant donné l'utilisation de capteurs unidimensionnels. En effet cela nécessiterait l'installation de deux types de capteurs sur la partie utile de l'éprouvette, ce qui présenterait des difficultés compte tenu de l'encombrement des capteurs, de plus l'emplacement exacte de la zone de striction ne peut être préalablement défini. Par conséquent, seule la détermination de la variation de longueur est effectuée. Nous verrons ultérieurement comment l'implantation d'un système de mesure avec des capacités visuelles, qui permet de connaître simultanément l'évolution de la longueur L et de la section S de l'éprouvette, apporte une solution simple à ce problème.

II.3) CONDITIONS DE REALISATION

La norme AFNOR 03151 détermine aussi les conditions de réalisation de l'essai de traction. Ces conditions portent sur la forme géométrique de l'éprouvette et sur la conduite de l'essai.

1) Forme géométrique

Les éprouvettes réalisées pour l'essai de traction peuvent être, soit de section rectangulaire, soit de section circulaire. Pour les sections rectangulaires, le

rapport des cotés doit être inférieur à 8 et supérieur à 1. Pour les sections circulaires, le diamètre doit être supérieur à 4 millimètres.

De plus, la longueur utile au repos L_0 doit satisfaire la relation:

$$L_0 > 5,65 \sqrt{S_0}$$

Pour une section circulaire cette relation devient:

$$L_0 > 5 D_0$$

2) Vitesse de déformation

La vitesse de déformation de l'éprouvette durant tout l'essai doit être constante, c'est à dire que la dérivée par rapport au temps de ξ , notée $\dot{\xi}$, doit être constante: $\dot{\xi} = \text{Cte.}$

Remarque:

Dans la pratique, les machines de traction sont conçues pour fonctionner à vitesse d'allongement constante, soit:

$$\dot{A} = \text{Cte.}$$

La vitesse de déformation dépend alors d'une équation différentielle difficilement résolvable.

Cependant, dans la plus part des cas de réalisation, cette vitesse de déformation n'est pas contrôlée pour les matériaux métalliques car elle n'influe que très peu sur les résultats obtenus.

3) Rupture de l'éprouvette

Pour garantir les résultats de l'essai, la rupture de l'éprouvette doit se situer dans le tiers moyen de la partie utile. Si celle-ci intervient à un endroit différent, elle pourrait être due à une faiblesse de l'éprouvette avec concentration de contraintes, et les résultats seraient faussés.

II.4) ANALYSE DES DIFFERENTS DOMAINE DE DEFORMATIONS

La figure II.2 nous a permis de mettre en évidence trois domaines de déformations distincts:

*Le Domaine de déformations Elastiques

*Le Domaine de déformations Plastiques Homogènes

*Le Domaine de déformations Plastiques non Homogènes

Les caractéristiques mécaniques se déduisent de la loi de comportement représentée par la courbe:

$$\sigma = f(\epsilon)$$

sur laquelle on définit des points caractéristiques.

1) Domaine de déformations élastiques

Une déformation élastique est une déformation non permanente telle que le retrait de la charge est accompagné par le retour de l'éprouvette à l'état

initial. A l'issue de cette déformation, il ne subsiste aucune modification des caractéristiques mécaniques du matériau. D'un point vue géométrique, on n'observe aucune modification de section et de longueur de l'éprouvette qui restent constantes et égales à leurs valeurs initiales après relâchement de l'effort.

Pendant le déroulement de l'essai, dans ce domaine de déformations, on constate que la section de l'éprouvette n'est pas modifiée.

La courbe dite de "Consolidation" ou "Rationnelle": $\sigma = f(\epsilon)$ est caractérisée par une partie linéaire dont la pente est le Module de Young E. La limite d'élasticité, qui définit la limite de ce domaine de déformations, est déterminée selon les normes précédemment décrites.

Remarques:

* La détermination du Module E peut se faire également à partir de la courbe dite "Usuelle" ou "Conventionnelle": $F = f(A)$ et par la relation: $E \# A$.

soit : $E \# \frac{F}{S_0 A}$

* L'annexe 1 apporte plus de précision sur la Théorie de l'Elasticité, à l'aide de la mécanique des milieux continus.

2) Domaine de déformations plastiques homogènes [5][6]

Une déformation plastique est une déformation permanente. Celle-ci est dite homogène si elle est régulièrement répartie sur toute la longueur de l'éprouvette. Dans ces conditions, la section réelle S de l'éprouvette est

différente de la section initiale S_0 , mais elle reste constante le long de la partie utile. Dans ce domaine de déformations, le principe de conservation du volume conduit à la relation:

$$S \times L = \text{Cte}$$

La détermination de la courbe $\sigma = f(\epsilon)$ passe alors nécessairement par la connaissance de la section réelle, puisque:

$$\sigma = \frac{F}{S}$$

La déformation ϵ est calculée selon la définition, mais elle peut être approchée par la valeur de l'allongement:

$$\epsilon \approx \Delta$$

Une modélisation de la courbe de consolidation $\sigma = f(\epsilon)$ dans ce domaine à été proposée sous la forme:

$$\sigma = \sigma_0 + K \epsilon^n$$

Cette relation, où σ_0 et K sont des constantes spécifiques au matériau et où n est le coefficient d'écrouissage, est dite relation d'HOLLOMON [6]. Elle caractérise l'évolution de la contrainte en fonction de la déformation.

Pour déterminer le coefficient d'écrouissage n , on utilise la relation simplifiée:

$$\sigma = K \epsilon^n$$

En différenciant l'expression $F = \sigma S$, on obtient:

$$\frac{dF}{F} = \frac{d\sigma}{\sigma} + \frac{dS}{S}$$

En exprimant cette relation au maximum de l'effort, défini par:

$$dF = 0$$

il vient:

$$\frac{d\sigma}{\sigma} + \frac{dS}{S} = 0$$

De plus, par définition, on a:

$$d\mathcal{E} = - \frac{dS}{S}$$

Le coefficient d'érouissage n peut alors être déterminé par la relation:

$$\frac{d\sigma}{d\mathcal{E}} = n K \mathcal{E}^{n-1} = \sigma = K \mathcal{E}^n$$

soit:

$$\mathcal{E} = n$$

Une autre technique de calcul permet de déterminer ce coefficient n , en utilisant le logarithme népérien de la relation:

$$\sigma = K \mathcal{E}^n$$

* L'annexe 1 apporte plus de précision sur la théorie de la plasticité à l'aide de la mécanique des milieu continu.

3) Domaine de déformations plastiques non homogènes

Ce domaine de déformations est caractérisé par l'apparition d'une zone de striction. La répartition des déformations n'est plus uniforme le long de l'éprouvette: elle se concentre sur la zone de striction dont la section diminue rapidement jusqu'à la rupture de l'éprouvette.

Dans de telles conditions, il est évident que la contrainte n'est plus constante le long de la partie utile de l'éprouvette. En effet, pour chaque valeur de la section S le long de la zone de striction on a une contrainte σ différente.

La courbe de Consolidation $\sigma = f (\epsilon)$ est alors déterminée pour une section particulière. Par habitude, on calcule la contrainte en utilisant la section minimum de l'éprouvette, ce qui correspond à la contrainte maximum supportée par celle-ci.

Le principe de conservation du volume reste toujours valable mais est difficilement utilisable étant données les variations de section le long de l'éprouvette. La déformation est déterminée par la définition même:

$$\epsilon = \text{Log} \left(\frac{L}{L_0} \right)$$

On obtient:

$$\text{Log} (\sigma) = \text{Log} (K) + n \text{Log} (\epsilon)$$

Une détermination du coefficient d'écroissage n est alors possible en utilisant deux couples de valeurs (σ_1, ϵ_1) et (σ_2, ϵ_2) pris dans le domaine de déformations plastiques homogènes.

On obtient :

$$n = \frac{\text{Log} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right)}{\text{Log} \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \right)}$$

Remarques:

* La détermination de la courbe de Consolidation: $\sigma = f(\epsilon)$, dans le domaine des déformations homogènes peut s'effectuer à partir de la courbe usuelle de traction: $F=f(A)$ et de la détermination de la section réelle S de l'éprouvette en cours d'essai. En effet, le principe de conservation du volume en cours d'essai permet de déterminer la section réelle de l'éprouvette à partir de l'évolution de la longueur de la partie utile et de la relation:

$$S \cdot L = S_0 \cdot L_0$$

avec

$$L = L_0 + \Delta L \quad \text{et} \quad S = S_0 - \Delta S$$

De plus ΔS est petit devant S . La valeur de la section réelle est alors déduite de la relation:

$$\Delta S / S_0 \approx \Delta L / L_0$$

Dans ce domaine de déformations plastiques non homogènes les approximations faites sur le calcul des déformations ne sont plus utilisées.

L'allure de la courbe de consolidation pour l'essai de traction est donnée par la figure II.4:

Les sections (OM), (MN) et (NP) correspondent aux différents domaines définis par la courbe usuelle de traction.

Le point P' correspond à la correction apportée par BRIDGMANN [7] sur le calcul de la contrainte maximum en vue de la détermination de la contrainte moyenne dans la zone de striction. Cette loi de correction du calcul de la contrainte moyenne, qui tient compte de la forme géométrique de la zone de striction, est donnée par la relation:

$$\sigma_{\text{moy}} = \sigma_{\text{maxi}} \left(1 + \frac{2R}{a} \right) \text{Log} \left(1 + \frac{a}{2R} \right)$$

Où σ_{maxi} est la contrainte maximum supportée par l'éprouvette et qui correspond au point P. a est le rayon minimum de l'éprouvette dans la zone de striction et R est une valeur approchée du rayon de courbure au niveau de cette section minimale, c'est à dire le rayon du cercle osculateur au profil de l'éprouvette au niveau de cette section minimale de rayon a (cf figure II.5).

La contrainte moyenne ainsi déterminée est représentée par le point P' sur la courbe de consolidation de la figure II.4. BRIDGMANN suppose de plus que la partie de la courbe représentative du domaine de déformations non homogènes est linéaire.

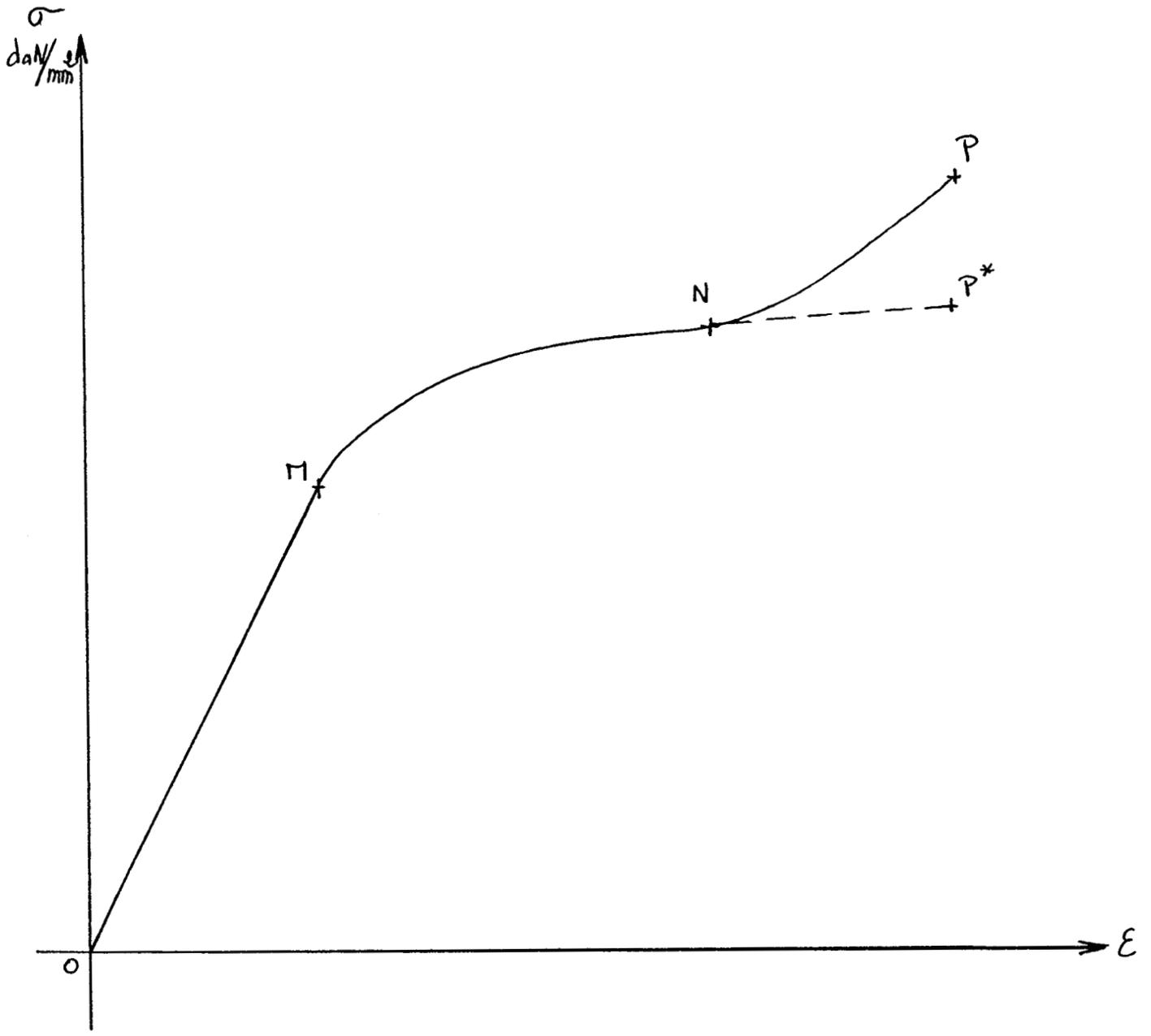


Figure II.4: Représentation de l'allure générale de la courbe de Consolidation de l'essai de traction.

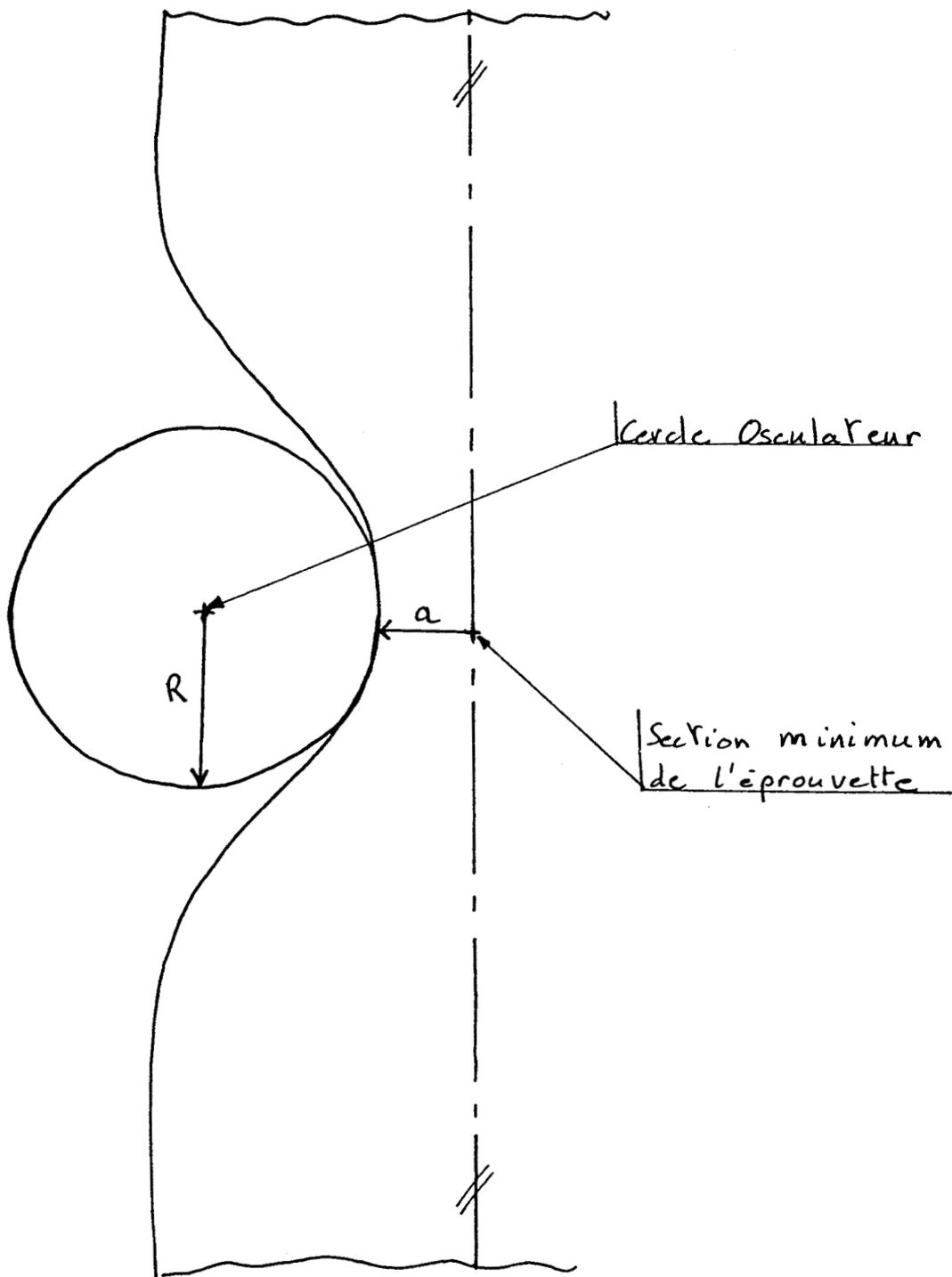


Figure II.5: Caractéristiques géométriques nécessaires à l'application de la correction de BRIDGMANN.

Remarque:

* Le domaine de déformations plastiques non homogènes n'est que très rarement étudié, étant donné les difficultés rencontrées actuellement pour mesurer le profil de la zone de striction de l'éprouvette pendant l'essai. Seule la détermination du point P correspondant à la rupture de l'éprouvette en fin d'essai de traction est utilisée pour calculer l'allongement total de celle-ci.

* L'utilisation d'un système de mesure avec des capacités visuelles permettra de mesurer le profil de l'éprouvette, notamment dans la zone de striction et de caractériser ce domaine de déformations plastiques non homogènes.

II.5) CONCLUSION

L'exploitation de l'essai de traction se fait généralement à partir des deux courbes suivantes:

* Courbe Usuelle de traction: $F=f(A)$

* Courbe de Consolidation: $\sigma=f(\epsilon)$

Ces courbes sont obtenues en mesurant l'effort appliqué et l'allongement de l'éprouvette en cours d'essai.

Les capteurs utilisés pour le suivi de l'essai ne permettent de mesurer les déformations géométriques de l'éprouvette que dans une seule direction, ce qui est insuffisant pour une étude complète et rigoureuse du domaine de déformations plastiques non homogènes. De plus, en dehors d'une mise en oeuvre longue et délicate, leur utilisation nécessite de grandes précautions

d'emploi si l'on désire garantir une parfaite répétabilité des mesures.

Dans le deuxième chapitre de cette partie consacrée à l'essai de traction, nous allons développer un système de mesure basé sur la détermination des différents paramètres géométriques de l'éprouvette en cours d'essai par l'intermédiaire d'un système de vision artificielle. Il sera alors possible de déterminer simultanément, sans contact avec l'éprouvette et en temps réel, la variation de section, l'allongement et la force appliquée à l'éprouvette. Cette technique évitera d'introduire des approximations de calcul pour déterminer les contraintes et les déformations. Le système, esclave de l'unité de contrôle de la machine d'essai, possèdera une autonomie totale lors du suivi de l'essai et assurera les traitements nécessaires au dépouillement et à l'extraction des données et caractéristiques attendues par l'opérateur.

CHAPITRE III
SYSTEME DE MESURE PAR VISION ARTIFICIELLE

III.1) INTRODUCTION

Nous avons vu précédemment que la détermination des caractéristiques du matériau soumis à un essai de traction est subordonnée à l'obtention des courbes Conventionnelle et de Consolidation. Ces courbes sont traditionnellement obtenues par l'intermédiaire d'extensomètres unidimensionnels, dont l'implantation sur l'éprouvette est délicate et longue. De plus, ces capteurs sont spécifiques à un type d'éprouvette et ne peuvent pas s'adapter à toutes les éprouvettes de traction. C'est donc toute une gamme d'extensomètres qui s'avère nécessaire pour le suivi de différents essais.

Le principe du système de mesure proposé dans cette étude repose sur l'utilisation d'une unité de vision artificielle permettant de déterminer l'évolution simultanée de tous les paramètres géométriques de l'éprouvette. L'absence de contact et la possibilité de réglage du champ visualisé permettent l'utilisation de ce système pour différentes valeurs de la longueur utile.

Dans ce chapitre nous décrivons en premier lieu le matériel utilisé et son implantation sur une machine de Traction-Compression. Dans un deuxième temps, nous développons les procédures de traitement des données et exposons le déroulement de l'essai en vue de la caractérisation du matériau.

III.2) DESCRIPTON DU MATERIEL

1) Machine de Traction/Compression

Pour effectuer les essais, nous disposons d'une machine de traction/compression. Un mouvement de translation est fourni à la traverse inférieure de la machine par un système vis-écrou, la traverse supérieure restant fixe (cf figure III.1).

Entre la traverse supérieure et l'éprouvette est placée une cellule de force basée sur la déformation d'une poutre encastree. Cette cellule délivre, en cours d'essai, une tension électrique proportionnelle à l'effort appliqué. Elle peut travailler aussi bien en traction qu'en compression. Un boitier de commande permet de sélectionner le sens de déplacement de la traverse inférieure ainsi que sa vitesse de déplacement.

2) Système de Vision

Trois conditions interviennent dans le choix du matériel et dans la réalisation du système de vision, à savoir:

- * L'adaptabilité du système
- * La qualité des mesures
- * La rapidité des traitements

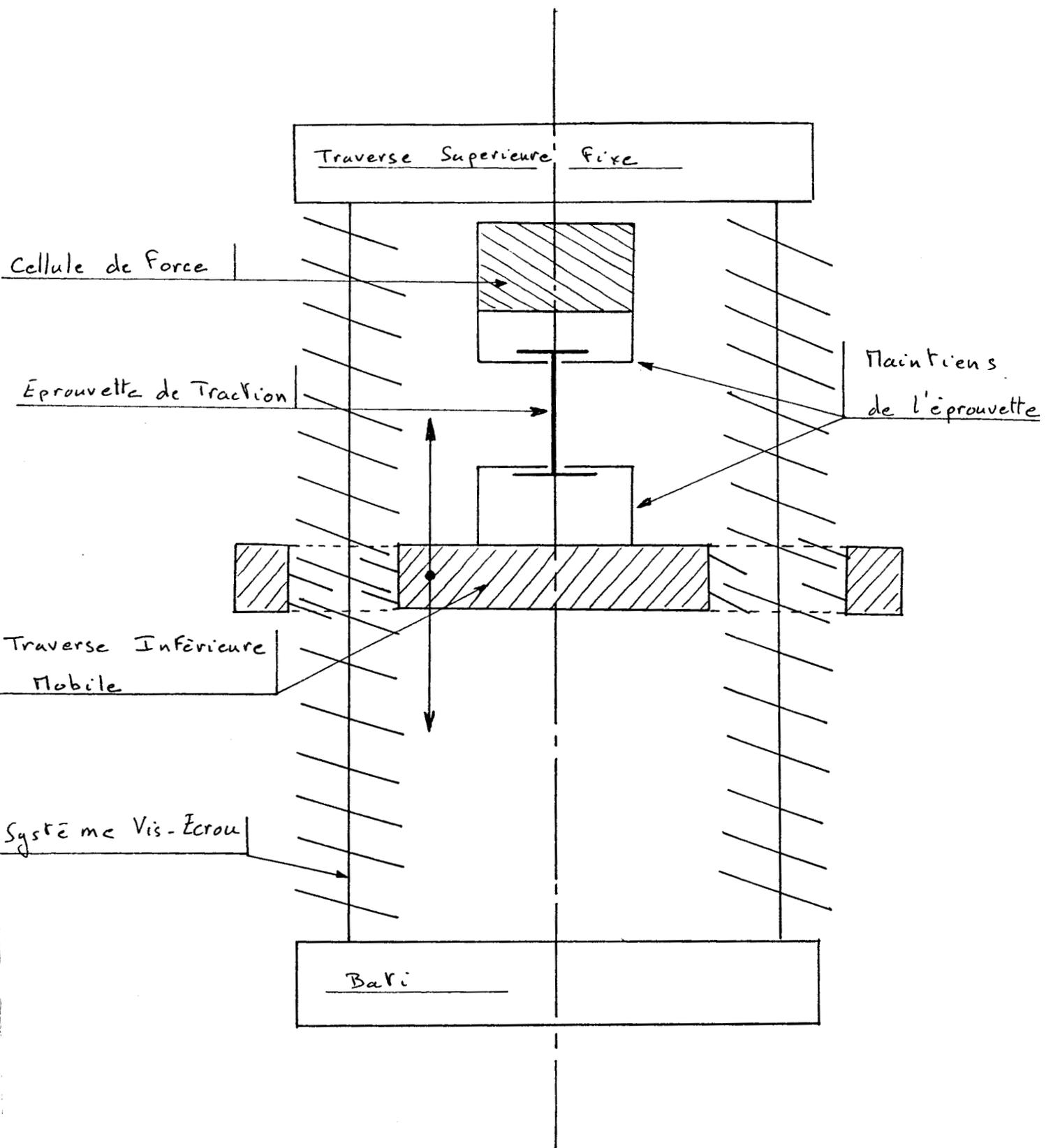


Figure III.1: Principe de fonctionnement d'une machine universelle d'essai.

a) L'adaptabilité du système

De même que les extensomètres traditionnels ne dépendent que de la forme de l'éprouvette et s'adaptent sur toutes les machines de traction, le système de mesure doit pouvoir s'implanter sur n'importe quel type de machine. Pour respecter cette condition d'adaptation, il est nécessaire de concevoir un support sur lequel vient se fixer le système de vision. Ce support pouvant être solidaire ou indépendant de la machine.

L'adaptabilité du système de vision artificielle aux différentes tailles d'éprouvettes se fait par l'intermédiaire d'une gamme d'objectifs.

b) La qualité des mesures

Le système de mesure doit être au moins aussi précis que les capteurs usuels. Pour cela on utilise une gamme de plusieurs objectifs adaptés à une caméra CCD fournissant une image de 512x512 points. Ces objectifs permettent d'obtenir des champs visuels allant de 1mmx1,5mm jusqu'à 50mmx75mm. Le choix de l'objectif dépend de la précision de la mesure à effectuer, celle-ci ne pouvant descendre en dessous de 1/500 de chaque dimension du champ visualisé. La caméra doit donc impérativement pouvoir s'approcher ou s'éloigner des éprouvettes en fonction des objectifs utilisés et de la taille du champ à visualiser.

L'étalonnage du champ visuel s'effectue à l'aide de jauges millimétriques placées dans le plan médian de l'éprouvette. Des butées de positionnement de la caméra sont alors fixées afin de conserver le réglage précédent pendant toute la durée de la série d'essai.

Le déplacement de la caméra d'une butée à l'autre s'effectue manuellement le long de deux glissières à galets (cf figure III.2).

Le positionnement de la caméra par rapport aux butées se fait au $1/10\text{mm}$; compte tenu de l'éloignement de la caméra de 20mm et de la taille du champ visualisé de 2mm (pour l'étude du domaine de déformations élastiques), cette imprécision de position provoque une variation de la dimension du champ visuel de $0,005\text{mm}$. Cette erreur se répercute sur tous les points soit une incertitude de mesure de $0,02\mu\text{m}$ par pixels. Les mesures extraites des images s'effectuant au pixels près, cette erreur de mesure ajoutée est négligeable par rapport à la dimension élémentaire du pixels.

Pour l'étude du domaine de déformations plastiques, l'incertitude de position est la même et l'erreur ajoutée est de $0,1\text{mm}$ soit une variation de $0,2\mu\text{m}$ par pixels pour une dimension élémentaire de $0,09\text{mm}$.

On peut donc facilement parler de répétabilité et de fiabilité du positionnement de la caméra vis à vis de la scène à visualisée.

D'autre part, deux platines micrométriques commandées par des moteurs pas à pas permettent le réglage fin de la position du champ visualisé (cf figure III.3). En effet, selon le domaine de déformations étudié, le champ visualisé se situe sur une parallèle à une génératrice afin de mesurer précisément la longueur utile de l'éprouvette, ou bien centré sur l'éprouvette afin d'obtenir une vision globale de l'éprouvette et ainsi de mesurer l'évolution générale de son profil au cours de l'essai.

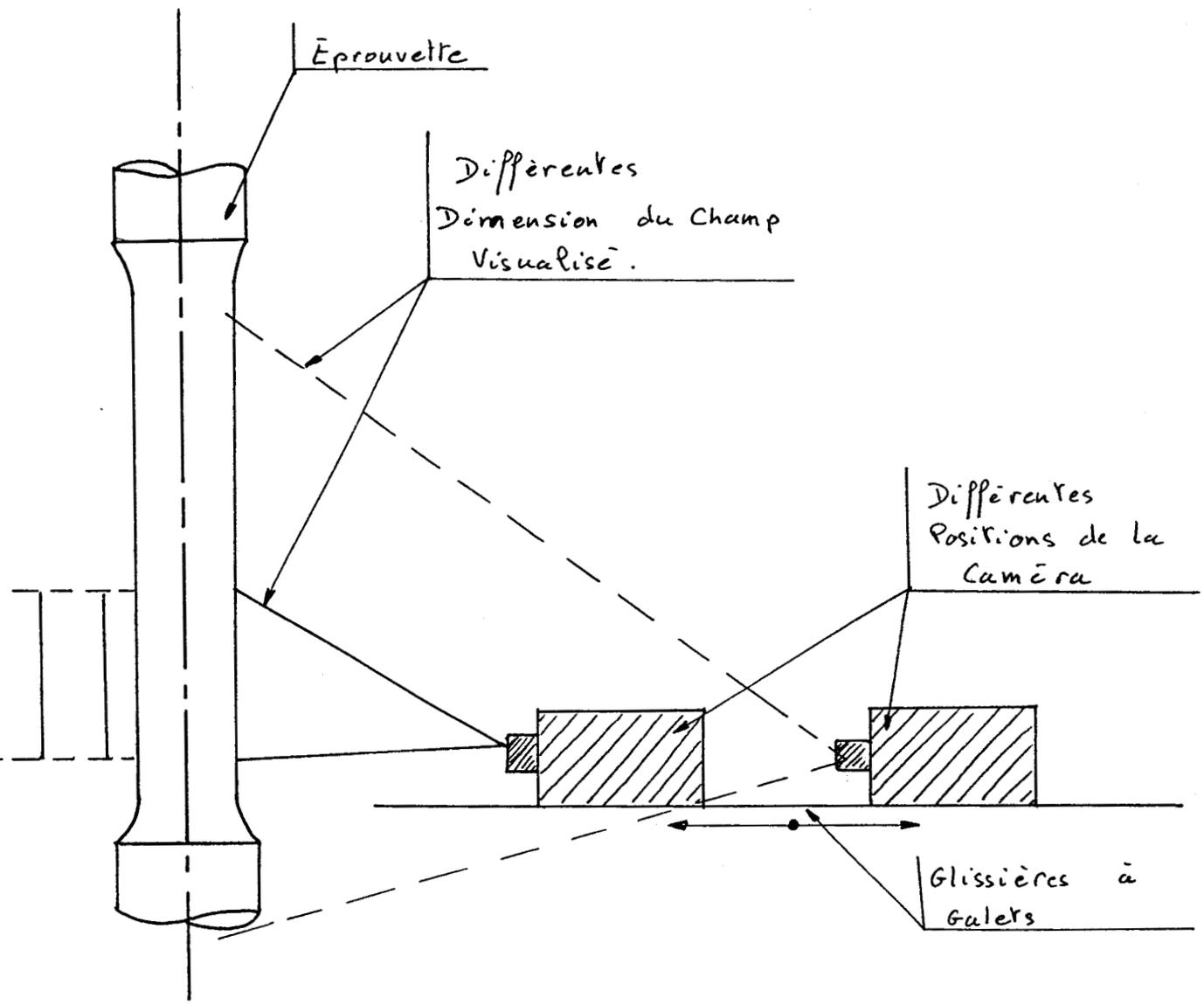


Figure III.2: Possibilité de réglage du champ visualisé par l'intermédiaire des glissières à galets.

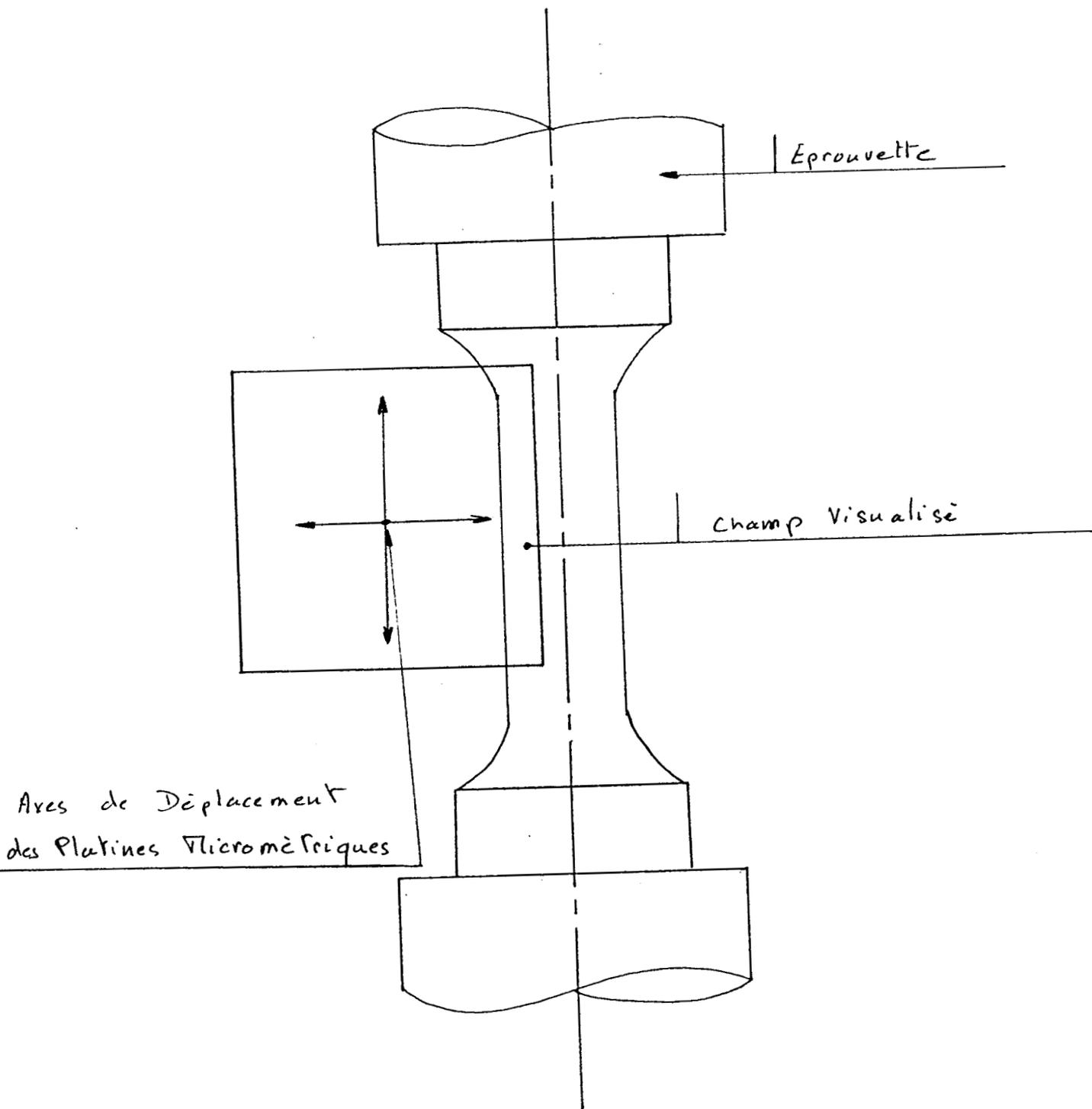


Figure III.3: Possibilité de réglage du champ visualisé par l'intermédiaire des platines micrométriques.

c) Le traitement des données

Le traitement de l'image se fait en temps réel par un système informatique dans lequel sont intégrés des cartes spécifiques de traitement d'images. Le système informatique est constitué d'une unité centrale avec un processeur Motorola 68000, d'un disque dur de capacité 12 M.octets. L'ensemble est placé dans un rack au standard VME, ou viennent s'ajouter les cartes de traitements d'image de DATA SUD SYSTEME et une carte de conversion Analogique-Digital.

L'ensemble des cartes de vision comporte:

Une carte d'acquisition qui permet d'effectuer les transferts des images visualisées par la caméra vers une carte mémoire image.

Deux cartes mémoires images qui permettent le traitement de l'image mémorisée point par point, l'ensemble des deux cartes offre la possibilité de stocker trois images différentes.

Une carte de transfert des données mémorisées vers l'unité centrale afin d'effectuer les différents traitements d'images.

Afin de permettre l'exécution des programmes de traitement entre les acquisitions successives des images, les programmes sont écrits en langage assembleur 68000. Etant donné la spécificité des programmes selon l'étude du domaine de déformations, ceux-ci sont développés plus précisément au chapitre III.3 concernant le traitement des données et au chapitre IV au cours de l'étude du déroulement de l'essai de traction sous contrôle visuel.

En plus de la rapidité d'exécution, le système informatique doit aussi présenter une structure ouverte pour que les paramètres extraits d'une image puissent

être accessibles en temps réel par l'utilisateur durant le déroulement de l'essai. Ces paramètres doivent également être stockés en mémoire afin d'effectuer, en temps différé, le dépouillement des données visuelles, une fois l'essai terminé. Cette approche permettra une évolution ultérieure du système en fonction des besoins des utilisateurs qui disposeront ainsi d'un système de mesure ouvert et flexible.

3) Implantation

Etant données les dimensions de l'éprouvette, le manque d'accessibilité sur les machines de traction/compression et les variations des paramètres géométriques pendant l'essai, l'implantation du système de mesure est délicate. D'autre part, pour éviter d'avoir recours à des procédures sophistiquées de prétraitement de bas niveau, il est nécessaire d'avoir une image bien contrastée de l'éprouvette [8]. A cet effet, une source lumineuse est placée derrière l'éprouvette, ce qui permet d'obtenir une visualisation du profil de cette dernière. Nous savons que la précision des mesures effectuées dépend directement de la taille du champ visualisé, qui est fonction de la distance focale de l'objectif utilisé et de la distance caméra-éprouvette. L'ajustement de ce champ dépend du domaine de déformation étudié.

Pour le domaine de déformations élastiques, il est nécessaire d'avoir une très grande précision de mesure de la longueur de la partie utile de l'éprouvette. Cette précision doit être de l'ordre du micronmètre. L'utilisation d'un objectif micro de 19mm de distance focale permet de visualiser un champ de 1mmx2mm et d'avoir une définition d'image de $2\mu\text{m} \times 3\mu\text{m}$ par point ou

pixel. Cette configuration du système optique sera référencée sous le nom de "Micro-Vision".

Pour le domaine de déformations plastiques, la précision de mesure requise est moins importante, de l'ordre du 1/10mm. Pour cela, l'utilisation d'un objectif macro de 50mm de distance focale permettant de visualiser un champ de 50mmx75mm avec une définition d'image de 0,09mmx0,14mm par pixel est utilisé. Cette configuration du système optique sera référencée sous le nom de "Macro-Vision".

Pour permettre le suivi d'un essai dans les deux domaines de déformations, il est absolument nécessaire de procéder à un changement d'objectif en cours d'essai. Ce changement doit impérativement intervenir pendant la phase d'étude du domaine élastique, afin de conserver les caractéristiques mécaniques initiales du matériau. Pour cela la connaissance approximative de la limite d'élasticité est obligatoire. Elle peut être prédéterminer de deux façons différentes:

- Dans certaines situations, on peut utiliser les résultats d'autres essais sur des matériaux de composition similaire et disposer d'un ordre de grandeur de cette limite.
- Par contre, si le matériau testé est totalement inconnu, on peut effectuer un essai préalable en Macro-Vision, pour obtenir une détermination approximative de la limite d'élasticité. Ce résultat est alors utilisé pour la réalisation et le suivis de l'essai sur d'autres éprouvettes dans les deux domaines de déformations en vue de l'obtention des caractéristiques du matériau de manière plus précise.

III.3) TRAITEMENT DES DONNEES

Le traitement des données est différent selon le domaine de déformation observé au cours de l'essai.

1) **Etude du domaine élastique**

a) Principe

L'étude du domaine de déformations élastiques se limite à la détermination du Module de Young E avec une très grande précision. Pour cela, on travaille en Micro-Vision et on utilise les capacités de déplacement de la caméra selon l'axe vertical de l'éprouvette à l'aide des platines micrométriques dont la précision d'incrément est de $1\ \mu\text{m}$, le calcul d'incertitude étant développé au chapitre IV.1 caractérisant le déroulement de l'essai.

Sur l'éprouvette sont placées deux bagues aux extrémités de la partie utile. Les faces de ces bagues sont rectifiées pour éliminer au maximum les défauts de surface (cf figure III.4). En effet l'utilisation du montage de Micro-Vision permet une visualisation des détails inférieurs au $1/100\text{mm}$ qui peuvent être néfastes à la précision de la détermination du module de Young.

A l'aide de la commande de l'axe vertical de déplacement de la caméra, le champ visuel est amené sur une bague puis sur l'autre. Pendant ce déplacement, les incréments du moteur pas à pas sont comptabilisés. Cette procédure permet de déterminer la distance séparant les deux bagues, c'est à dire la longueur de la partie utile de l'éprouvette (cf figure III.5a).

La mesure s'effectue le long d'une parallèle à la génératrice de l'éprouvette matérialisée dans le champ de

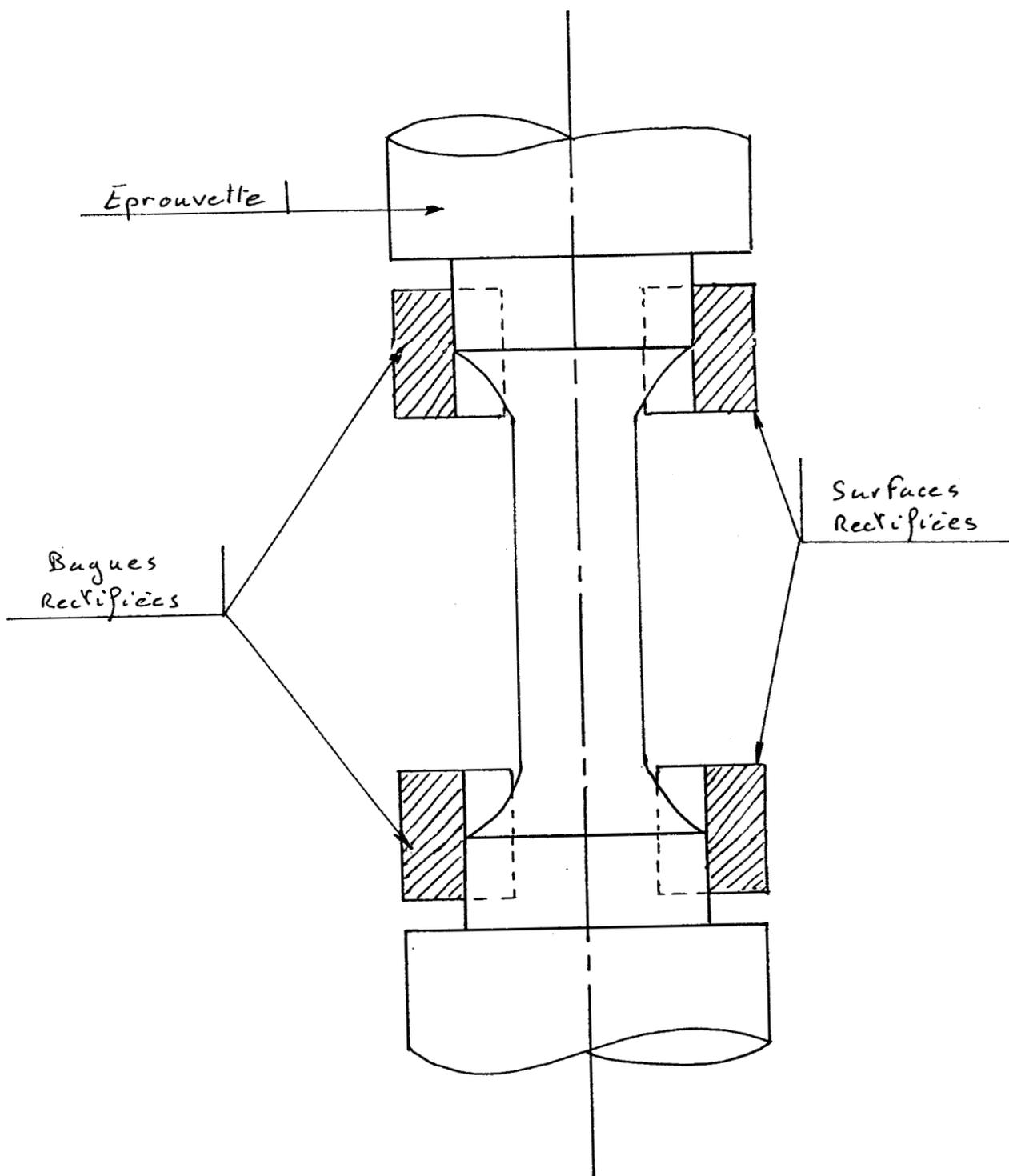


Figure III.4: Implantation des bagues rectifiées sur une éprouvette de traction.

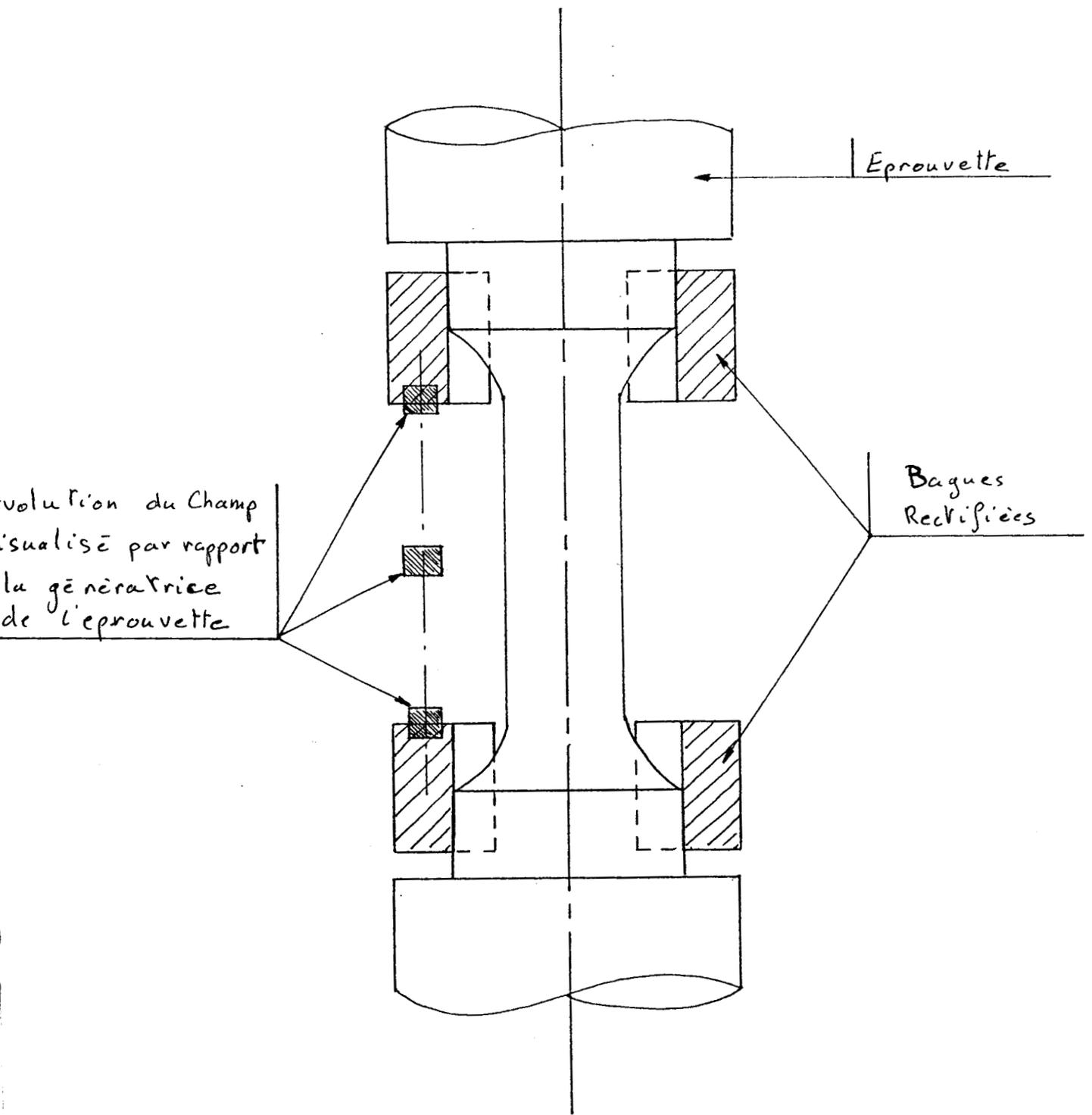


Figure III.5a: Principe de détermination de la longueur utile de l'éprouvette.

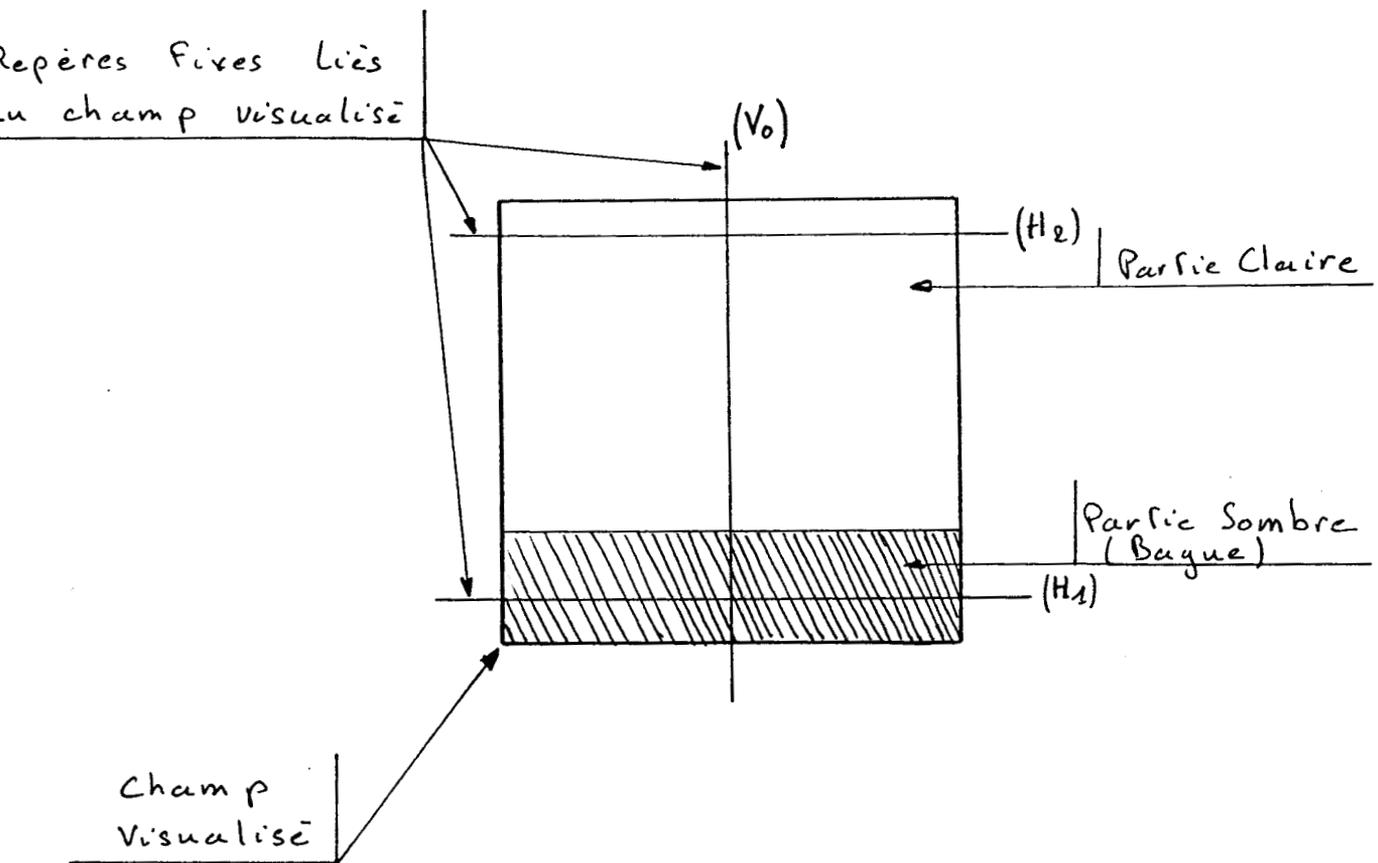


Figure III.5b: Principe de mesure par rapport au champ visualisé.

la caméra par une ligne verticale (repère V_0 de la figure III.5b). On définit également, dans le champ de la caméra, deux lignes horizontales (repère H_1 et H_2 de la figure III.5b). Entre ces repères horizontaux, on examine les niveaux de gris le long de la ligne de visée verticale V_0 . Les pixels foncés le long de ce repère correspondent à l'occultation du champ visuel par une bague, alors que les pixels clairs correspondent à la partie libre située entre les deux bagues. La caméra explore la génératrice verticale par incréments successifs d'amplitude connue entre deux positions extrêmes qui correspondent à l'apparition des bagues dans le champ visualisé. Le déroulement des pixels noirs et blanc dans ces champs extrêmes et la connaissance du nombre d'incrémentaires successifs pour explorer tout l'intervalle entre les deux bagues permet de déterminer la longueur L de la partie utile de l'éprouvette.

On procède à deux mesures de ce types:

* La première est effectuée alors que l'éprouvette est au repos et permet de mesurer la longueur initiale L_0 de la partie utile de l'éprouvette.

* La deuxième, faite alors que l'éprouvette supporte une charge F , donne la nouvelle valeur de la longueur L_1 de la partie utile.

La charge F est déterminée préalablement pour situer les mesures dans le domaine élastique.

Le module de Young E est calculé par la relation:

$$E = \frac{F}{S_0} \times \frac{L_0}{L_1 - L_0}$$

b) Passage au domaine plastique

Une fois effectuée l'étude du domaine élastique et le calcul du Module de Young E, l'éprouvette est déchargée et revient donc à l'état initial.

On procède alors au changement d'objectif pour permettre le passage de la Micro-Vision à la Macro-Vision en vue de l'étude du domaine plastique. Le montage optique utilisé pour l'étude des déformations plastiques ne permet pas d'obtenir des résultats suffisamment précis pour le calcul du module E, ce qui justifie le dispositif à 2 grossissements.

La détermination de la limite d'élasticité étant difficile, on calcule plutôt la Limite Conventionnelle d'Elasticité selon la définition proposée dans l'étude des caractéristiques mécaniques de l'essai de traction. Pour cela, il est nécessaire d'avoir une déformation permanente de l'éprouvette. Sa détermination s'effectuera donc dans l'étude du domaine de déformation plastique.

2) Etude du domaine plastique

a) Principe

Cette étude tire profit de la mesure simultanée de la variation de longueur et de la section de l'éprouvette. En Macro-Vision le système permet d'avoir une vision globale de la partie utile de l'éprouvette (cf figure III.6).

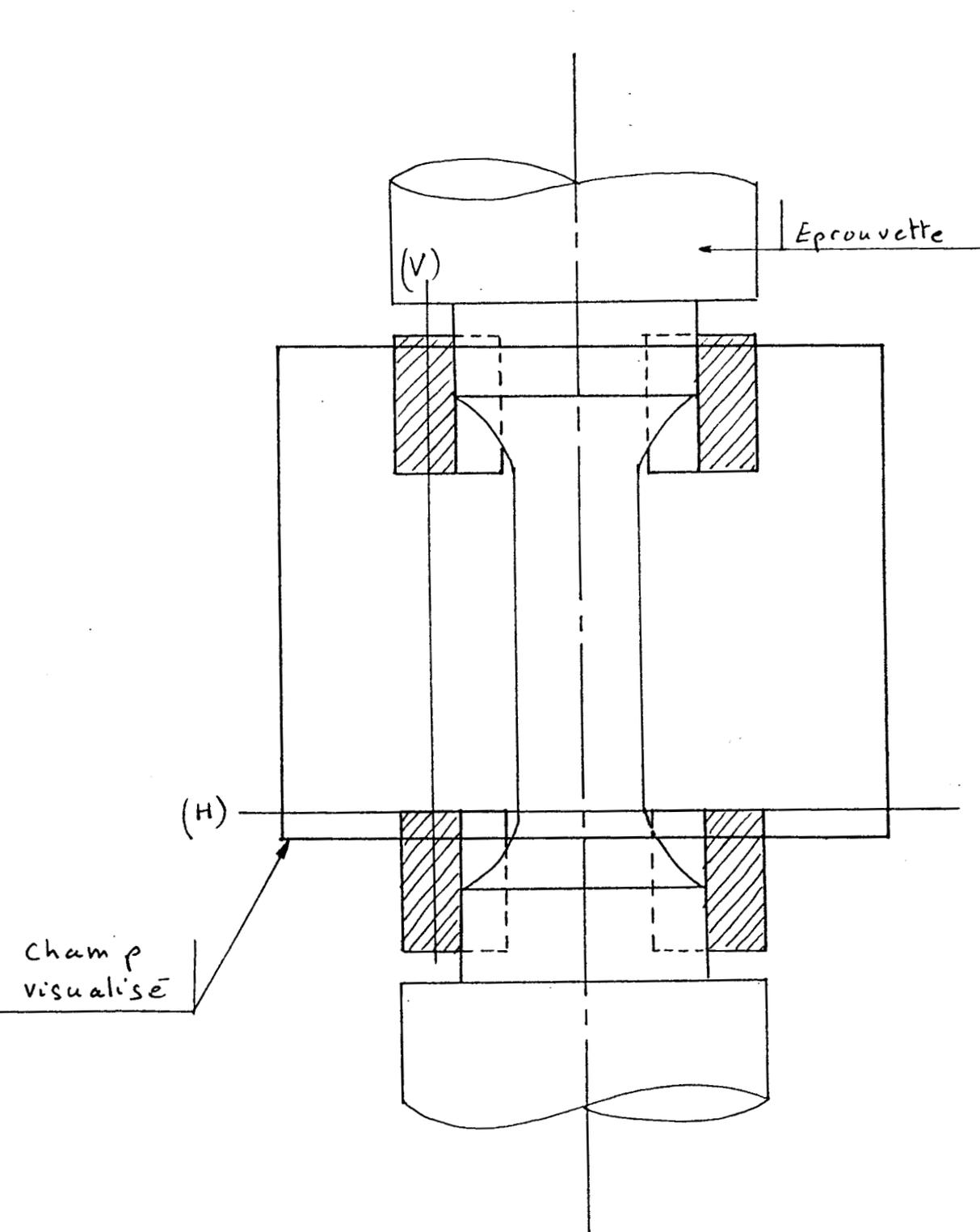


Figure III.6: Représentation du champ visualisé pour l'étude du domaine de déformations plastiques.

Deux droites, l'une horizontale (H) et l'autre verticale (V), constituant un repère lié au plan image, sont positionnées à l'aide d'un curseur de manière interactive en fonction de la géométrie des éprouvettes.

La droite horizontale (H) dans le plan image définit la base de la partie utile. La caméra étant liée au bas de l'éprouvette par l'intermédiaire de la traverse inférieure, cette droite reste fixe par rapport à l'éprouvette durant tout l'essai.

La droite verticale (V), parallèle à l'axe de l'éprouvette, permet de mesurer la longueur réelle de l'éprouvette comprise entre les deux bagues placées aux extrémités de la partie utile.

Afin de discrétiser le profil de l'éprouvette, la longueur utile L mesurée est divisée en N intervalles égaux, à partir du repère défini par la droite horizontale (H). Le profil de l'éprouvette est ainsi défini en $N+1$ coordonnées $y(i)$ auxquelles correspondent $N+1$ valeurs de diamètres $d(i)$, $i=0,1,\dots,N$.

Le profil de l'éprouvette est alors défini par une série de $N+1$ couples de valeurs $[y(i),d(i)]$; $i=0,1,\dots,N$ (cf figure III.7).

Les longueurs des $N+1$ séquences $y(i)$ qui définissent le profil de l'éprouvette sont déterminées en fonction de la longueur L mesurée le long de la verticale (V). Les valeurs $d(i)$ définissant l'évolution du diamètre de l'éprouvette, à chaque acquisition, le long de la partie utile permettent de connaître la section réelle de celle-ci.

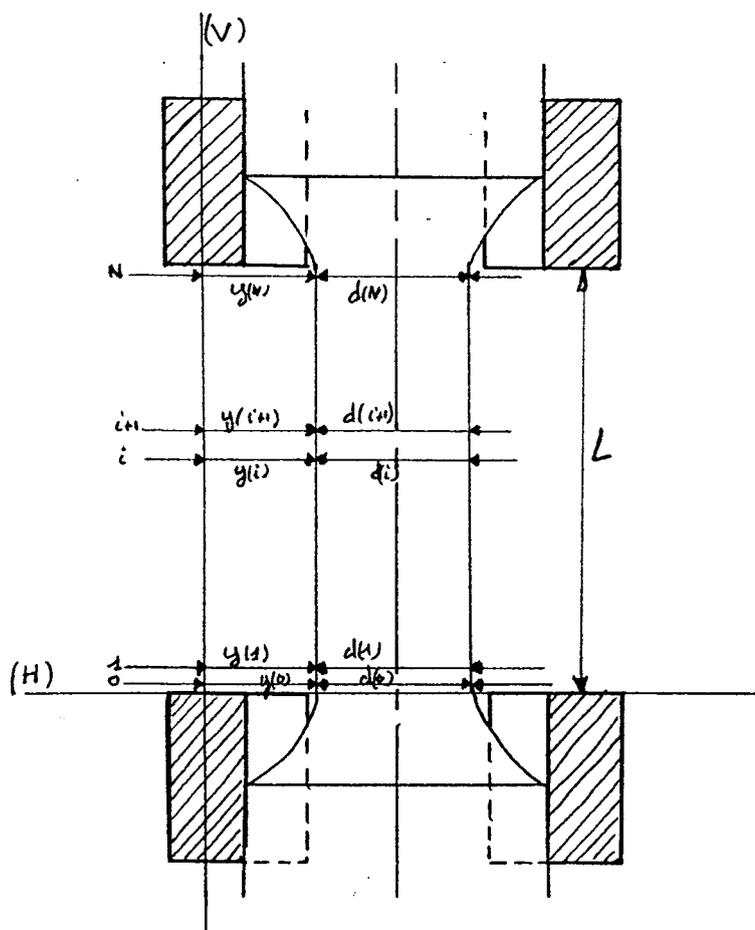


Figure III.7: Détermination des $N+1$ couples caractérisant le profil de l'éprouvette.

Etant donné la non symétrie de l'évolution du profil de l'éprouvette pendant l'essai, il est préférable de mesurer simultanément les valeurs de $y(i)$ et de $d(i)$, plutôt que de déduire directement le profil de l'éprouvette des valeurs des diamètres $d(i)$. En effet, on ne peut garantir la symétrie de l'évolution du profil de l'éprouvette durant l'essai à partir des seules valeurs des diamètres $d(i)$. La mesure simultanée de la distance $y(i)$ entre la droite (V) et le bord gauche de l'éprouvette et du diamètre $d(i)$ à chaque niveau i de discrétisation, $i=0,1,\dots,N$, permet de définir parfaitement le profil de l'éprouvette.

Le nombre N de niveaux de discrétisation le long de la verticale (V) est déterminé en fonction de la longueur L , de telle sorte que les différents niveaux correspondent à des espacements réels sur l'éprouvette de l'ordre du millimètre.

b) Evolution en cours d'essai

Durant l'essai, on procède à des prises de vues successives séparées par des intervalles de temps égaux. Soient $A(j)$, $j=0,1,\dots,Q$ les images ainsi mémorisées. L'indice j indique le rang de l'image acquise pendant le déroulement de l'essai.

La première acquisition $A(0)$, sert à initialiser l'essai. Elle permet de placer l'origine des efforts $F(0)$ et de déterminer les valeurs géométriques initiales caractérisant l'éprouvette: $L(0)$, $y(0,i)$, $d(0,i)$.

L'essai commence réellement à la deuxième acquisition $A(1)$. L'effort correspondant $F(1)$ est mesuré par rapport

à l'origine des efforts $F(0)$ et les données géométriques sont déterminées par les valeurs: $L(1)$, $y(1,i)$, $d(1,i)$, $i=0,1,\dots,N$.

Pour cette acquisition, l'effort considéré est :

$$F(1) - F(0) .$$

L'allongement de l'éprouvette est donné par la relation:

$$\frac{L(1) - L(0)}{L(0)}$$

Pour les acquisitions suivantes $A(j)$, $j=2,3,\dots,Q$, le principe reste identique et les valeurs déterminées sont notées: $F(j)$, $y(j,i)$, $d(j,i)$, $i=0,1,\dots,N$.

Les acquisitions $A(j)$ se succèdent jusqu'à la rupture de l'éprouvette. Elles sont séparées par des intervalles de temps constants, ajustés entre 2 et 3 secondes. Ce choix est conditionné par la vitesse de déformation des éprouvettes et par la place disponible en mémoire pour le stockage des données en vue des traitements différés.

III.4) IMPLANTATION DU SYSTEME DE MESURE

Après avoir décrit les moyens mis en oeuvre pour le suivi de l'essai de traction à l'aide d'un système de vision artificielle, nous décrivons, dans ce dernier paragraphe, l'implantation du système sur la machine d'essai.

1) Implantation sur une machine de traction

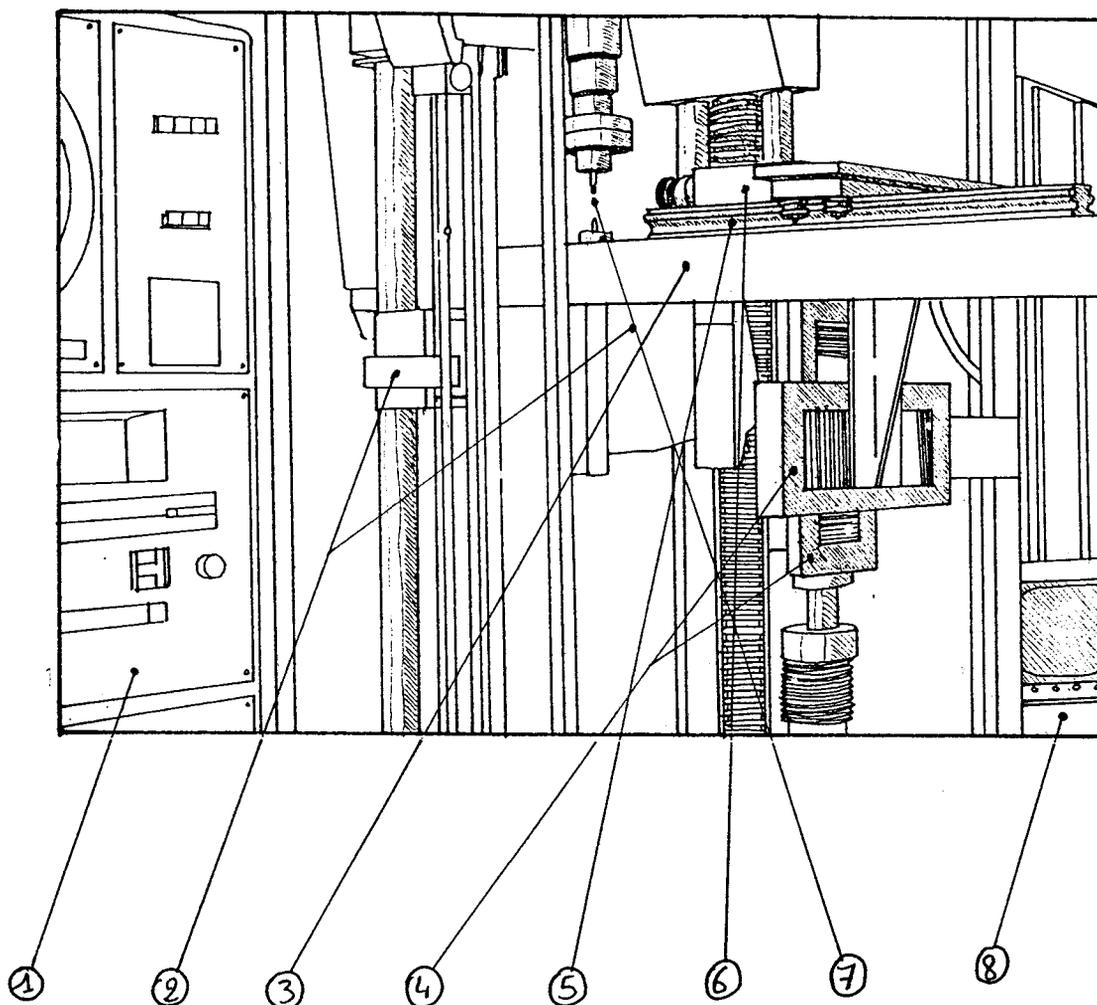
Le positionnement de la caméra du système de mesure par vision artificielle est représentée par les figures III.8, III.9, III.10 et III.11.

La figure III.8 représente le système de mesure automatique dans son contexte général. On y distingue, la machine de traction-compression avec son armoire de commande, le système de mesure par vision artificielle et son support d'adaptation à la machine, ainsi que l'armoire contenant le système informatique.

Les figures III.9 représentent le détail du système de mesure avec ses possibilités de réglage de la position de la caméra face à l'éprouvette. Ce réglage s'effectue par l'intermédiaire des deux platines micrométriques pour positionner le champ visualisé et par l'intermédiaire de glissières à galets pour l'éloignement de la caméra par rapport à l'éprouvette, ce qui permet d'ajuster la taille de l'image visualisée. Ces réglage sont définis par rapport aux axes X, Y et Z constituant un repère spacial.

La figure III.10 représente le système optique utilisé pour l'étude en Micro-Vision du domaine de déformations élastiques.

Les figures III.11 représentent le système optique utilisé pour l'étude en Macro-Vision du domaine de déformations plastiques.



- 1- Armoire de Commande
- 2- Traverse inférieure de la machine
- 3- Support de la caméra
- 4- Platines micrométriques
- 5- Glissières à galets
- 6- Caméra
- 7- Emplacement de l'éprouvette
- 8- Armoire su système informatique de traitement

Figure III.8: Vue générale du système de mesure sur une machine universelle.

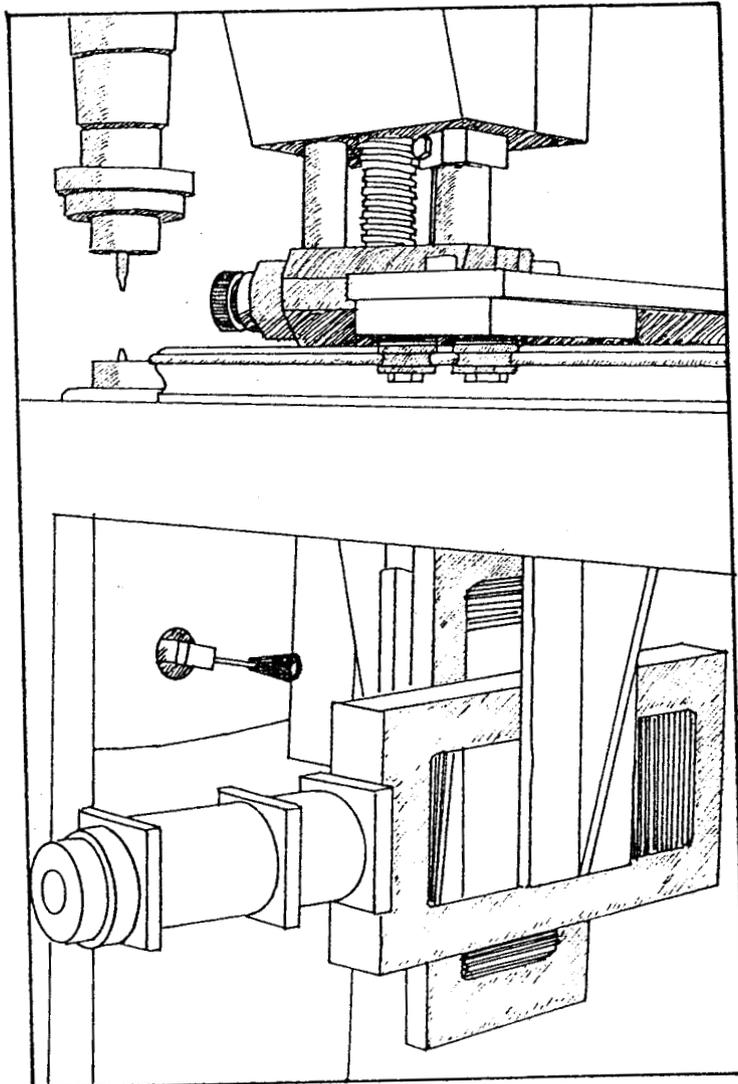


Figure III.9: Détail du système de mesure avec ses possibilités de réglage.

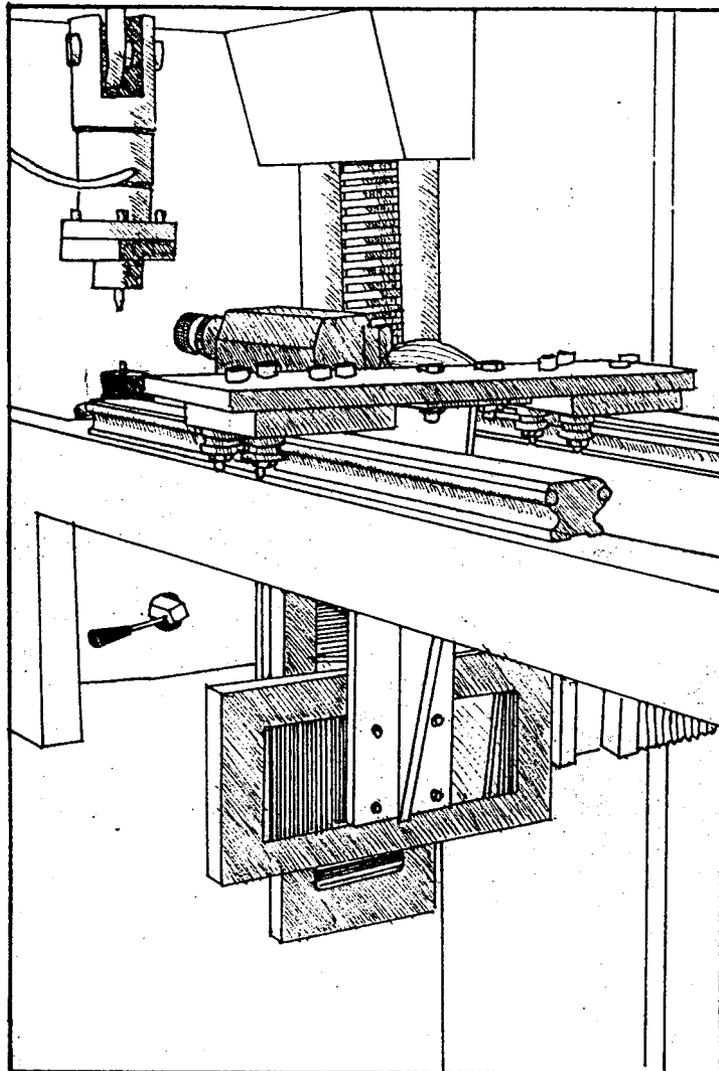


Figure III.9: Détail du système de mesure avec ses possibilités de réglage.

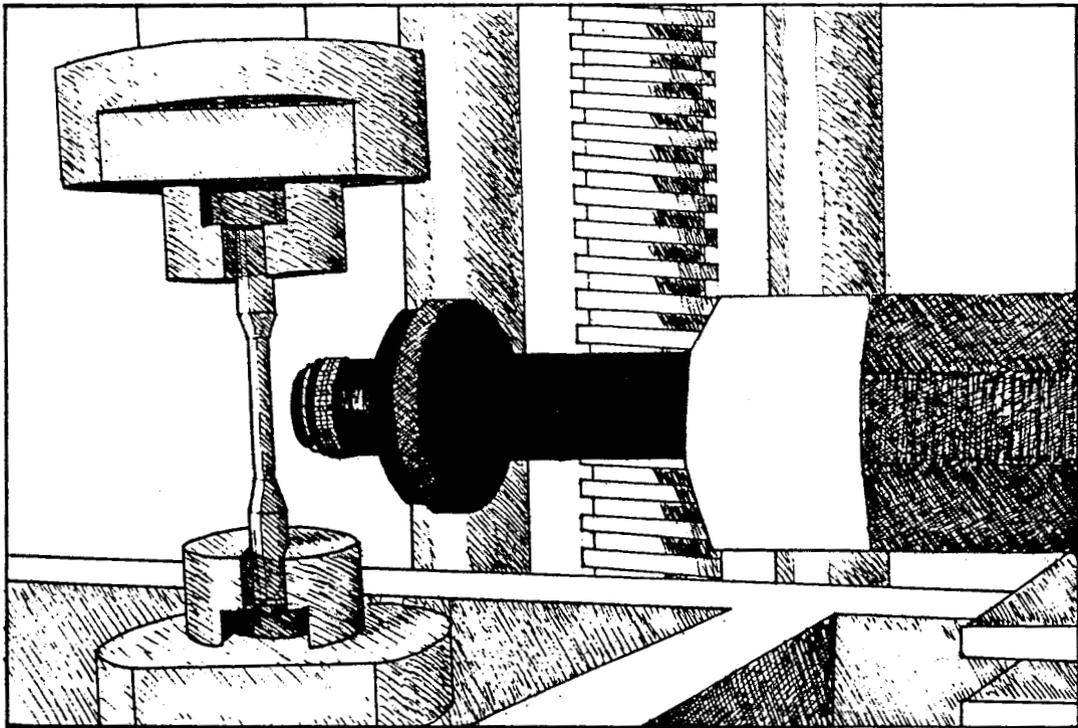


Figure III.10: Montage optique pour l'étude en Micro-Vision
du domaine de déformations élastiques.

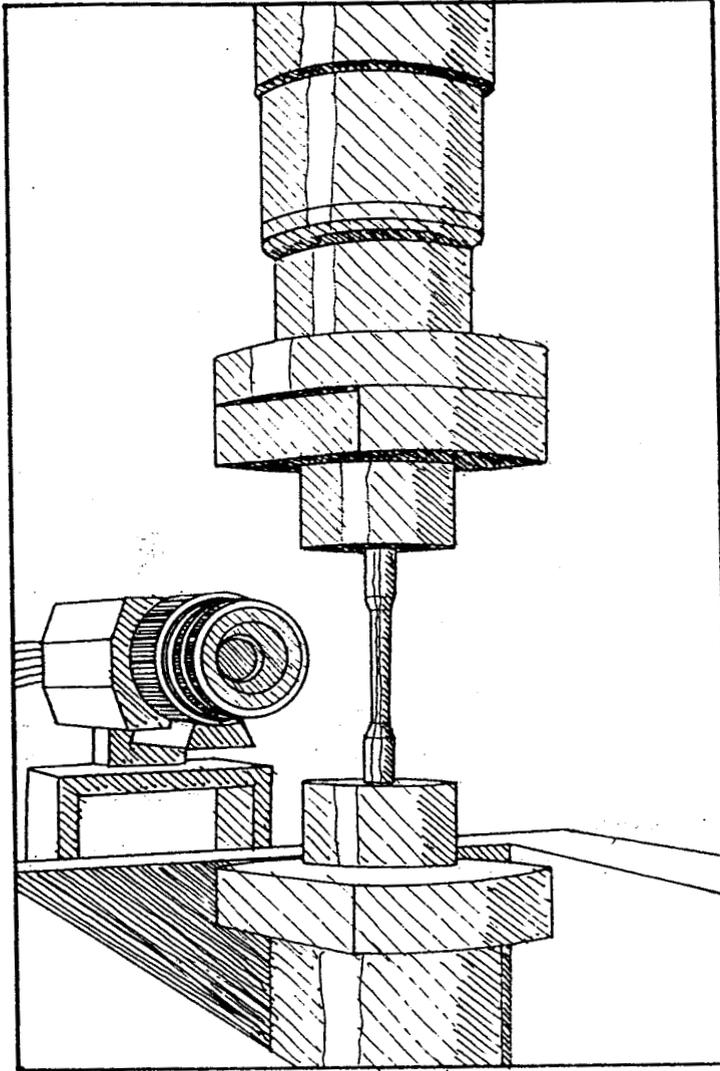


Figure III.11: Montage optique pour l'étude en Macro-Vision
du domaine de déformations plastiques.

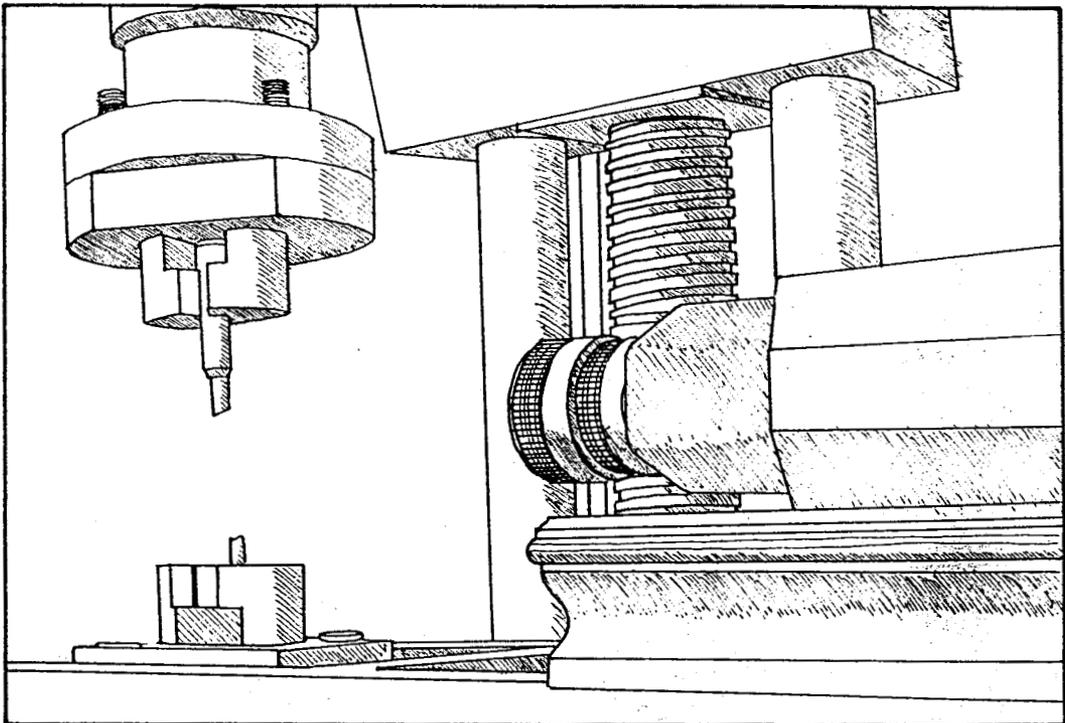


Figure III.11: Montage optique pour l'étude en Macro-Vision
du domaine de déformations plastiques.

2) Description de l'éprouvette

L'éprouvette est décrite par la figure III.12. Elle correspond à la norme AFNOR en vigueur pour la partie utile. Elle est usinée sur un tour à commande numérique et ne nécessite pas de préparation particulière. Elle correspond à un acier de traitement thermique, de nuance XC38 étiré puis usiné.

Deux bagues, ouvertes et rectifiées, sont positionnées sur les extrémités utiles de l'éprouvette par un montage sans jeu, légèrement serré. Grâce à leurs faces rectifiées, ces bagues, qui se montent à la main sur chaque éprouvette sans précaution particulière, permettent une mesure précise de l'allongement notamment dans le domaine élastique.

La figure III.13 montre le montage de ces bagues sur l'éprouvette.

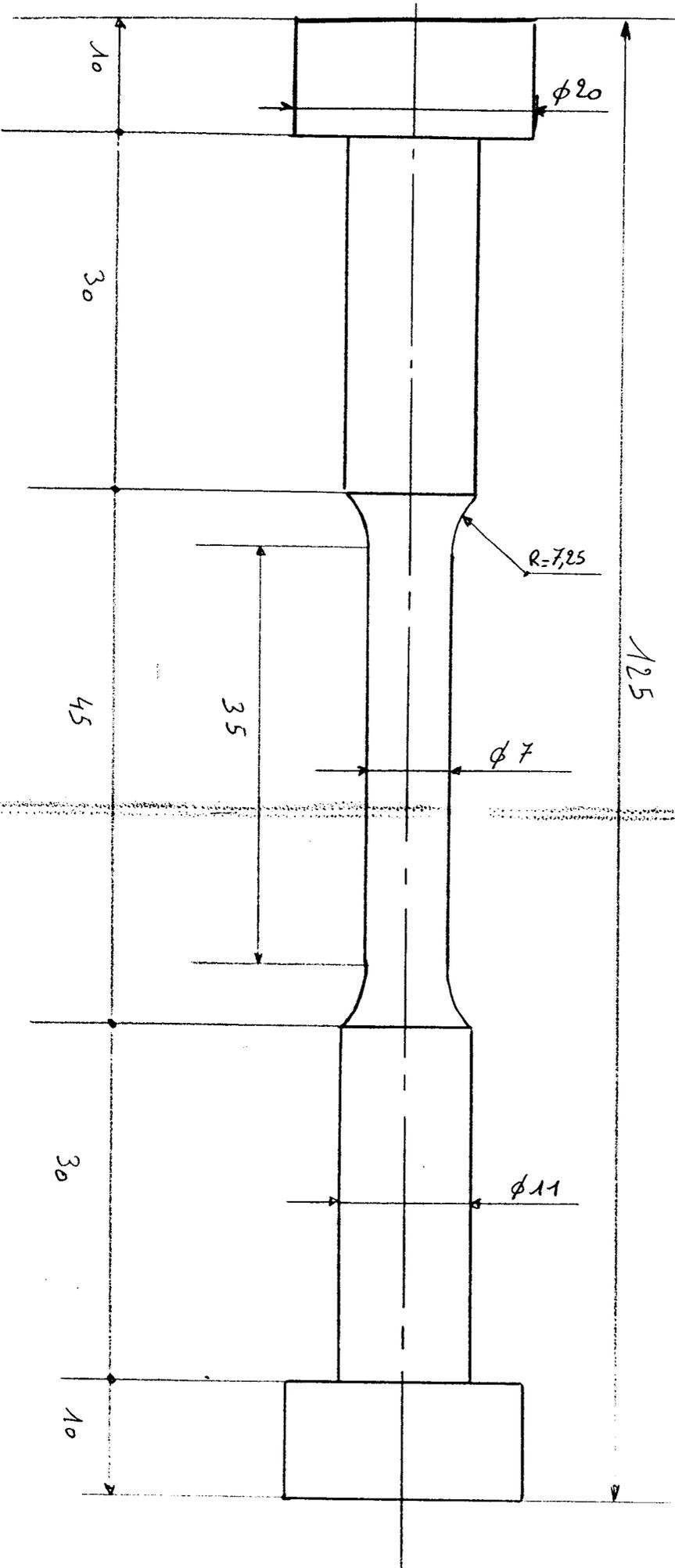
La figure III.14 représente une bague ouverte avec ses parties rectifiées.

III.5) CONCLUSION

Ce chapitre sur l'implantation du système de mesure des déformations utilisant la vision artificielle a permis de mettre en évidence l'adaptabilité du système par rapport aux dimensions de l'éprouvette. De plus, cette étude montre, qu'à l'aide des platines micrométriques et des glissières à galets, que le réglage du champ visualisé est facile.

Figure III.12:

Epruvette de Traction
Version 5 / 12/1987
Echelle: 2/1



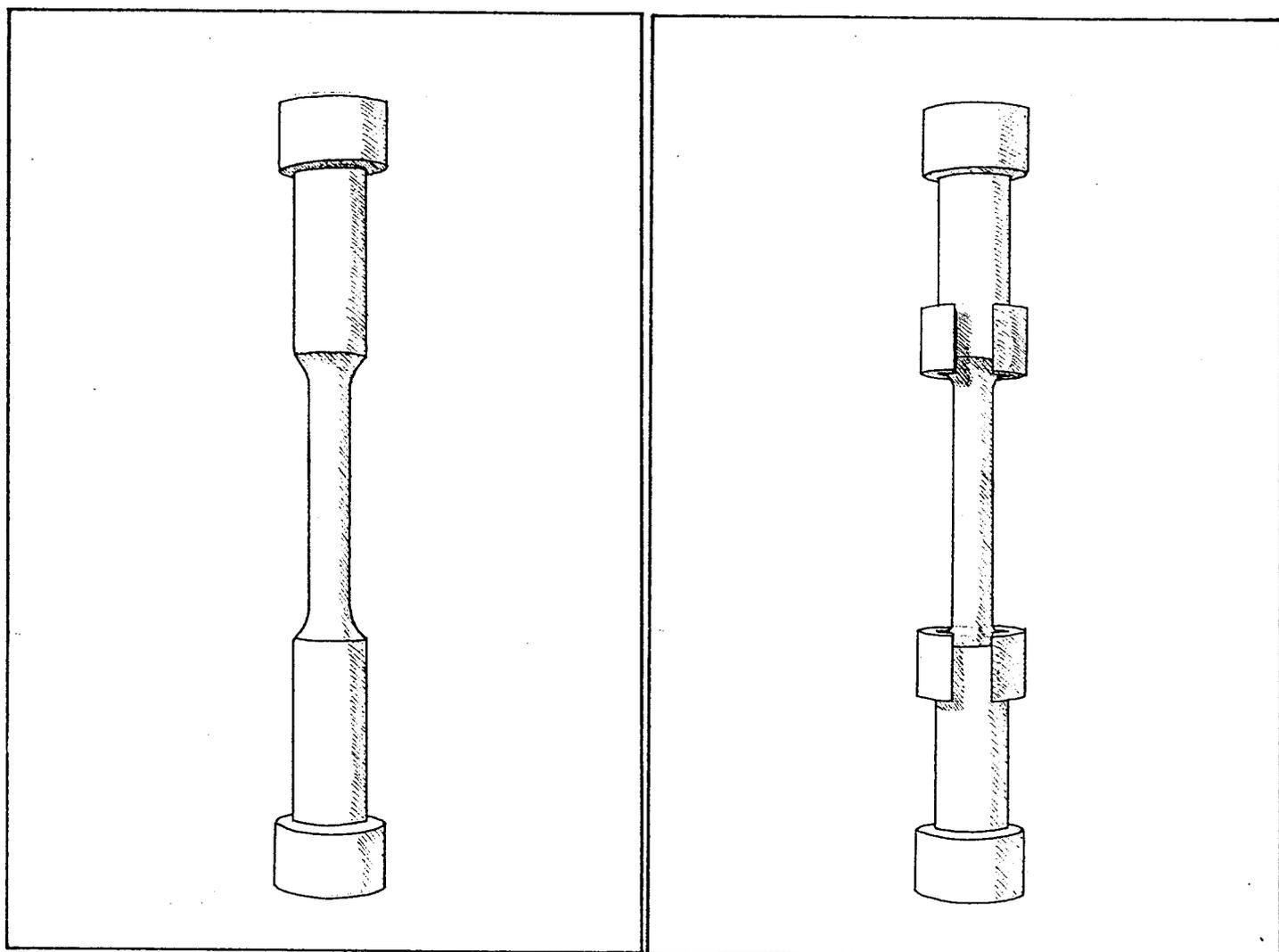


Figure III.13: Epruvette de traction avec et sans les bagues rectifiées.

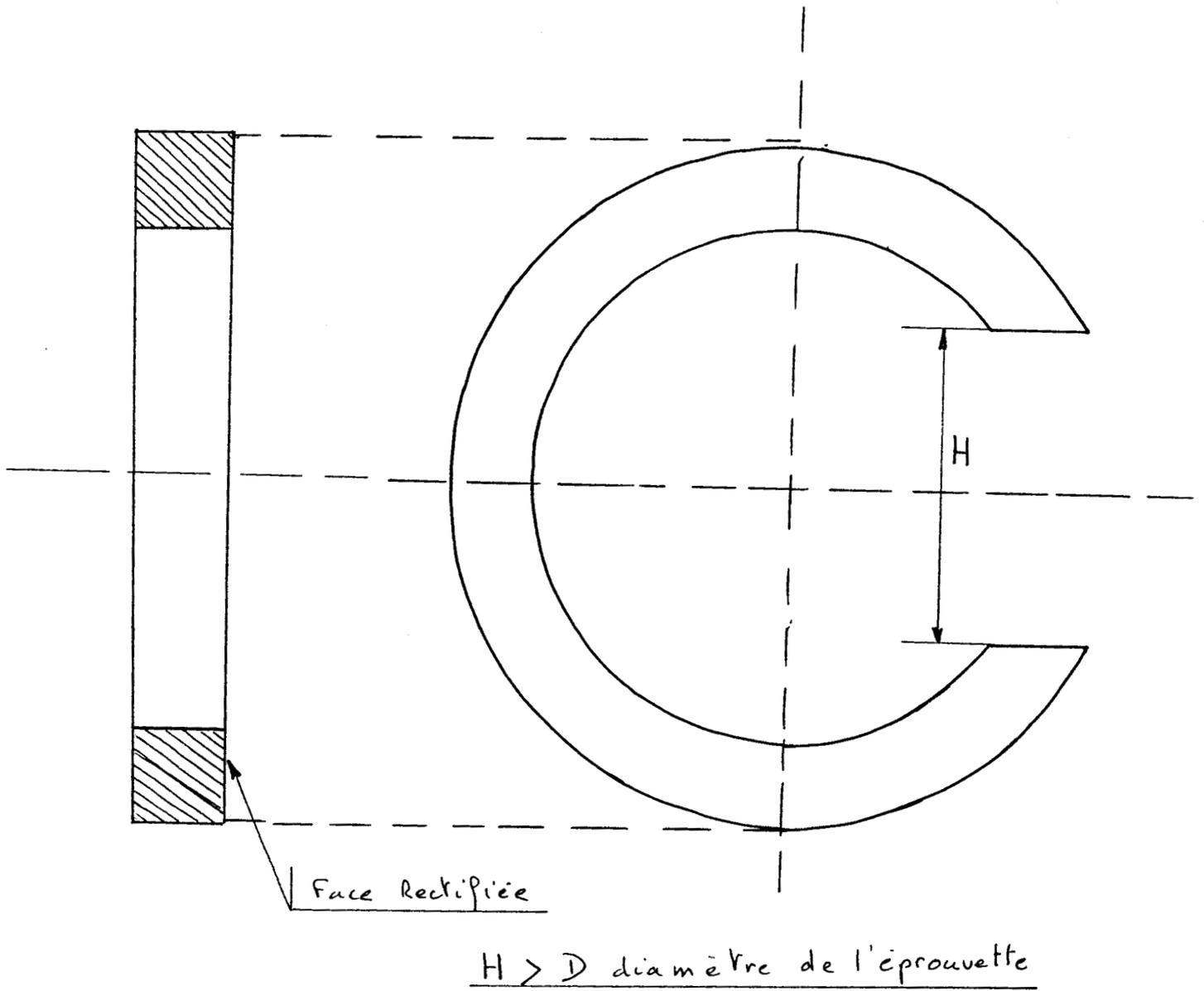


Figure III.14: Représentation des bagues de mesure rapportées sur les extrémités de la partie utile de l'éprouvette.

CHAPITRE IV
DEROULEMENT DE L'ESSAI DE TRACTION
SOUS CONTROLE VISUEL

Ce chapitre rend compte du suivi de l'essai de traction par le système de vision artificielle. Il est composé de plusieurs paragraphes qui décrivent le déroulement des essais et décrivent les procédures de suivis des déformations. Les résultats obtenus grâce à l'emploi du système de vision sont comparés à ceux résultant de l'emploi d'un extensomètre mécanique.

Le dépouillement de l'essai de traction s'effectue en deux étapes distinctes selon le domaine de déformations étudié. Les programmes de dépouillement font appel aux données décrites dans le chapitre précédent qui ont été mémorisées sous forme de tableaux. Ces différentes procédures de traitements sont exécutées en temps différé. Elles sont écrites en langage C avec une précision double flottant.

IV.1) ETUDE DU DOMAINE ELASTIQUE

1) Description de l'essai

Pour l'étude du domaine élastique, le système de mesure utilise le montage optique correspondant à la Micro-Vision. On règle le champ visualisé sur l'une des bagues. L'éprouvette n'étant pas chargée, on mesure sa longueur utile au repos L_0 en commandant la platine micrométrique

correspondant au déplacement vertical de la caméra. Cette mesure s'effectue en déplaçant verticalement la caméra entre les deux bagues positionnées aux extrémités de la partie utile de l'éprouvette. La connaissance du nombre de pas dont a tourné le moteur pas à pas de la platine micrométrique afin que la caméra explore tout l'intervalle séparant les deux bagues, permet de connaître la distance qui les sépare et par conséquent la valeur de la longueur utile de l'éprouvette.

La précision de la mesure de cette longueur est fonction de la précision de l'incrément minimum du moteur pas à pas commandant la platine micrométrique, soit $1\mu\text{m}$. Compte tenue des erreurs possibles au niveau du repérage des faces des deux bagues, la précision de mesure de la longueur utile de l'éprouvette est de l'ordre de $2\mu\text{m}$.

soit:

$$L_0^* = L_0 \pm 1\mu\text{m}$$

où L_0 est la longueur utile réelle
et L_0^* est la longueur utile mesurée.

Une fois la valeur de L_0 obtenue, on charge l'éprouvette sous un effort F , aussi proche que possible de la limite d'élasticité pour augmenter la précision de mesure. On détermine à nouveau la longueur utile de l'éprouvette selon le même procédé que précédemment. On en déduit alors la valeur du module de Young E par calcul:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

avec $\sigma = \frac{F}{S_0}$

et l'approximation $\epsilon = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L-L_0}{L_0}$

La relation de calcul du module E est déterminée par la relation:

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta(\Delta L)}{\Delta L}$$

La lecture de l'effort appliqué correspond à la retranscription d'un signal électrique en un mot de 12 bits par un convertisseur analogique-numérique. La précision de la mesure est de 1/4096 pour une tension limitée à 10 volts maximum. Cette tension limite correspondant à la capacité maximum de la machine soit 100.000 N. La précision de lecture de l'effort est alors de 25 N. Pour un effort de 5.000 N l'imprécision est de: 0,0005. Pour diminuer cette incertitude, on peut envisager de diminuer l'échelle de lecture de l'effort soit par exemple 10V pour 10.000 N, la précision est alors de: 0,00005. Notons que, pour cette analyse de la précision de la mesure, on a supposé le capteur d'effort idéal, c'est à dire parfaitement linéaire.

L'incertitude de mesure sur l'allongement ΔL est déterminée par la valeur de: $(\Delta L)/L$

avec: $\Delta(\Delta L) = \Delta(L-L_0) = 2(\pm 1 \mu m) = 4 \mu m$

et: $\Delta L = L-L_0$

L'allongement ΔL dans le domaine élastique est proportionnel à la longueur utile L de l'éprouvette et

dépend de la nature du matériau. Il est donc nécessaire de dimensionner la longueur utile de l'éprouvette en fonction du matériau afin d'obtenir une précision suffisante de mesure. En effet, pour un acier doux de longueur utile de 40mm l'allongement maximum dans le domaine élastique est environ de 100 μ m. La précision de mesure est donc de 4%. Pour une longueur utile de 100mm, l'allongement maximum dans le domaine élastique est environ de 250 μ m. La précision de mesure devient alors de 1,6%.

L'incertitude de calcul du module d'élasticité E dépend donc principalement de la précision de mesure de l'allongement, l'incertitude de mesure de l'effort étant négligeable devant celle-ci.

2) Résultats

Les procédures de traitement, dans ce domaine de déformations, consistent à déterminer le module d'élasticité ou module de Young E avec le maximum de précision. Pour les différents essais effectués, les valeurs obtenues sont:

1er Essai Mesure par système de vision
 $E_1 = 200\ 890\ \text{N/mm}^2$

2ème Essai Mesure par système de vision
 $E_2 = 202\ 050\ \text{N/mm}^2$

3ème Essai Mesure par extensométrie traditionnelle
 $E = 199\ 034\ \text{N/mm}^2$

La valeur théorique du module de Young est comprise entre:

$$E_{th} = 200\ 000\ \text{N/mm}^2 \text{ à } 210\ 000\ \text{N/mm}^2$$

L'analyse des résultats ci-dessus montre que la précision obtenue avec le système de mesure par vision artificielle est du même ordre de grandeur que celle associée à l'usage des capteurs traditionnels. Ces résultats encourageants devront être complétés par des essais systématiques sur différents matériaux afin de valider le système vis à vis des utilisateurs potentiels.

IV.2) ETUDE DU DOMAINE PLASTIQUE

1) Description de l'essai

Après l'étude du domaine élastique et le calcul du module de Young E , l'éprouvette est déchargée et le montage optique correspondant à la Macro-Vision est mis en place. Il faut alors régler le champ visualisé par l'intermédiaire des platines micrométriques et des glissières à galets. Les intervalles de temps entre chaque acquisition sont finalement ajustés en fonction de la vitesse de déformation sélectionnée.

L'étude de l'essai de traction se déroule alors selon l'organigramme présenté figure IV.1. Les procédures de traitement s'effectuent, pour la plupart, en temps réel entre les acquisitions successives.

* Chaque image $A(j)$, $j=1,2,\dots,Q$ est seuillée dès son acquisition. Le seuillage est une procédure de prétraitement de l'image pour faciliter l'extraction des données géométriques caractéristiques de l'essai [9].

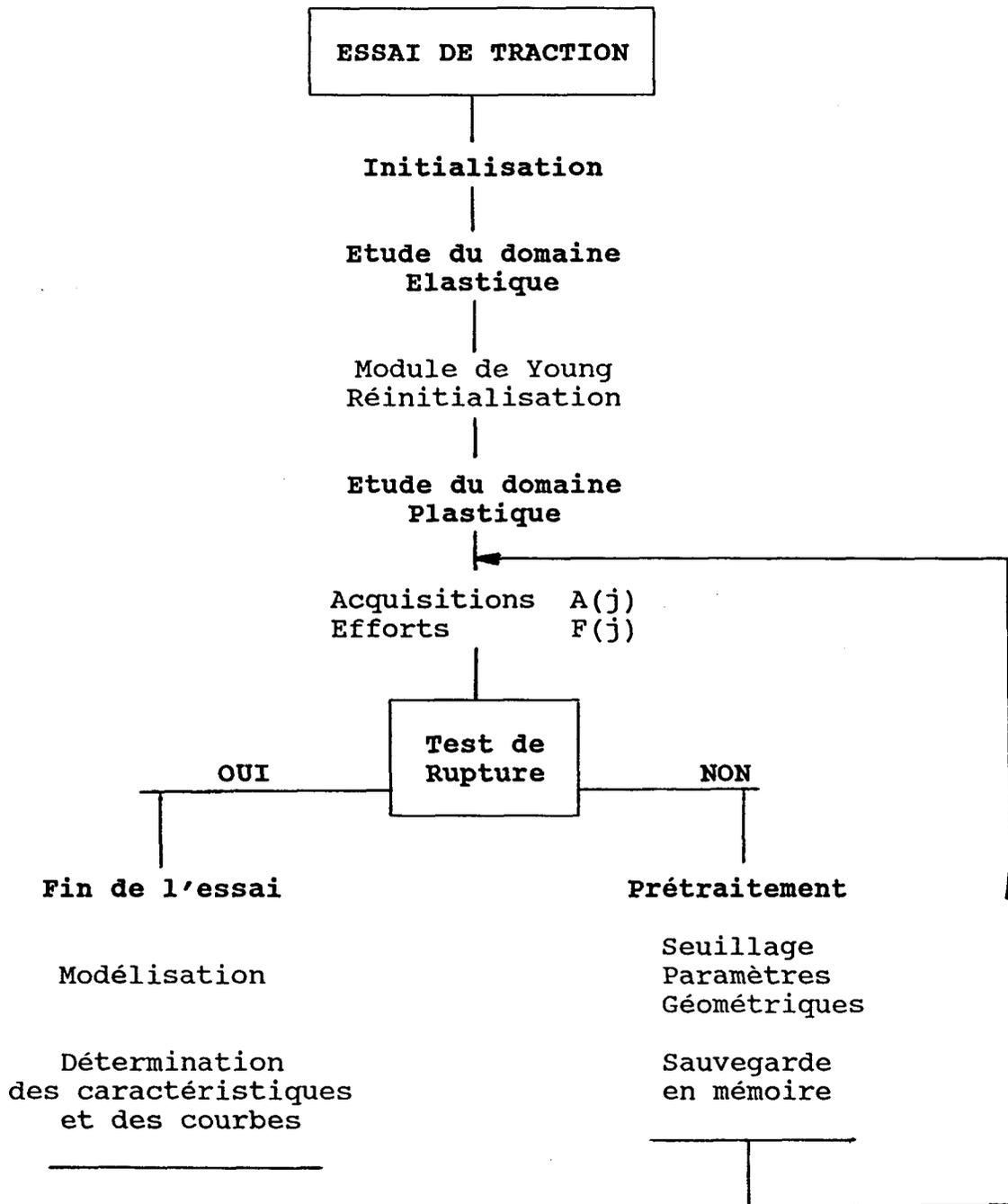


Figure IV.1: Organigramme de suivi de l'essai de traction.

Cette procédure consiste à binariser l'image selon le niveau de gris de chaque pixel. L'image est composée de 512x512 pixels, dont les niveaux de gris s'échelonnent entre 0 et 64, valeurs correspondant respectivement au noir et au blanc. Etant donné un seuil de valeur S_e , la procédure de seuillage consiste à remplacer le niveau de gris de chaque point par 0 ou 64, selon sa position par rapport au seuil choisi. Ce traitement s'effectue uniquement sur une zone réduite de l'image comportant l'éprouvette afin de diminuer son temps d'exécution.

* La détermination des différents paramètres géométriques extraits de chaque image $A(j)$ ainsi que leurs sauvegardes en mémoire s'effectue en temps réel.

* Un test de rupture permet de déterminer automatiquement la fin de l'essai. A chaque acquisition, on détermine si la rupture est intervenue en mesurant le diamètre minimum de l'éprouvette. L'essai s'arrête automatiquement après détection de la rupture de celle-ci. Le nombre total d'acquisitions survenues pendant le déroulement de l'essai avant rupture est noté Q .

* Une fois l'essai terminé les programmes de modélisation et de détermination des caractéristiques sont exécutés en temps diféré.

Le temps d'exécution de l'ensemble de ces procédures: acquisition, détermination de l'effort, prétraitement de l'image, extraction des données géométriques et sauvegarde en mémoire des paramètres se fait en 0,5 seconde. Néanmoins les intervalles de temps entre deux acquisitions successives ont été fixés à 2 ou 3 secondes compte tenu de la vitesse de déformations du matériau soumis à l'essai.

2) Dépouillement des résultats et validation

L'essai traditionnel ne nous fournit que la courbe conventionnelle de traction. La courbe de consolidation en est déduite par calcul en considérant la section S de l'éprouvette égale à sa valeur initiale. La zone de striction n'est pas étudiée. Avec le système de suivi visuel de l'essai, l'étude du domaine de déformations plastiques s'effectue à partir du dépouillement de la courbe de consolidation: $\sigma = f(\epsilon)$. Pour obtenir cette courbe, plusieurs traitements successifs des données recueillies par le système de vision sont nécessaires:

* La détermination de la courbe usuelle de traction:

Cette courbe correspond à l'évolution de l'effort appliqué en fonction de l'allongement de l'éprouvette. Elle est obtenue à partir des données brutes extraites du suivi de l'essai: $F(j)=f(A)$. Cependant, ces données sont généralement bruitées et sont difficilement exploitables sous leur forme brute. Afin de faciliter l'extraction des caractéristiques recherchées, la courbe est modélisée sous une forme polynomiale. Le polynôme qui représente le mieux les courbes obtenues est déterminé en minimisant l'erreur quadratique entre les données brutes et le modèle par la méthode des moindres carrés[10].

* La modélisation polynomiale n'est utilisée que pour la partie de la courbe correspondant aux déformations plastiques. En effet la courbe est constituée de deux segments. L'un est linéaire et correspond aux déformations élastiques. Seul l'autre, qui correspond aux déformations plastiques, est modélisé par un polynôme.

L'allure des courbes brutes montre qu'il n'est pas possible d'utiliser des polynomes de degré 2. En effet, les courbes caractéristiques de l'essai de traction dans le domaine plastique ne présentent pas de symétrie. Sachant que l'on recherche un seul extrémum dans la partie modélisée, il semble donc naturel d'utiliser un polynome du troisième degré.

* Pour chaque essai, deux courbes sont représentées:

- La courbe conventionnelle de traction.
- La courbe de consolidation.

A partir de la courbe conventionnelle, on détermine le maximum de l'effort correspondant à la limite de rupture ainsi que l'allongement total de l'éprouvette après rupture. A partir de la courbe de consolidation, on détermine la limite d'élasticité conventionnelle, la limite de rupture et la modélisation du domaine de déformations plastiques homogènes en vue de l'obtention du coefficient d'écrouissage.

Pour les différents essais effectués, les résultats obtenus sont les suivants:

1^{er} Essai: Mesure par le système de vision

Module d'Elasticité: $E_1 = 200\,890 \text{ N/mm}^2$

Limite d'Elasticité: $R_{e1} = 39 \text{ daN/mm}^2$

Limite de Rupture: $R_{r1} = 58 \text{ daN/mm}^2$

Rupture de l'éprouvette:

Contrainte Maximum: $69,5 \text{ daN/mm}^2$

Déformation Totale: 0,150

Modélisation du Domaine de Déformations Plastique:

Coefficient d'Ecrouissage: $n = 0,20$

2 ème Essai: Mesure par le système de vision

Module d'Elasticité: $E_2 = 202\ 050\ \text{N/mm}^2$

Limite d'Elasticité: $R_{e2} = 37\ \text{daN/mm}^2$

Limite de Rupture: $R_{r2} = 60\ \text{daN/mm}^2$

Rupture de l'éprouvette:

Contrainte Maximum: $72,5\ \text{daN/mm}^2$

Déformation Totale: $0,160$

Modélisation du Domaine de Déformations Plastiques:

Coefficient d'Ecrouissage: $n = 0,26$

3 ème Essai: Mesure par extensométrie traditionnelle

Module d'Elasticité: $E = 199\ 034\ \text{N/mm}^2$

Limite d'Elasticité: $R_e = 35\ \text{daN/mm}^2$

Limite de Rupture: $R_r = 53\ \text{daN/mm}^2$

Rupture de l'éprouvette:

non étudiée

Modélisation du Domaine de Déformations Plastiques:

non étudiée

Détermination des autres courbes par calcul avec une imprécision accrue due à l'absence de la connaissance de l'évolution de la section réelle S .

Approximation: rapport à la section initiale S_0

Valeurs théoriques: (Guide du dessinateur industriel, A.Chevalier)

Module d'Elasticité: $E_{th} = 200\ 000\ \text{N/mm}^2$ à $210\ 000\ \text{N/mm}^2$

Limite d'Elasticité: $R_{eth} > 33\ \text{daN/mm}^2$

Limite de Rupture: $R_{rth} > 58\ \text{daN/mm}^2$

Les figures IV.2 à IV.10 et IV.11 à IV.23 permettent de se rendre compte de l'évolution du profil de l'éprouvette au cours des deux essais. Elles fournissent un aperçu de l'évolution de la zone de striction et de la non symétrie des déformations par rapport à l'axe principal de

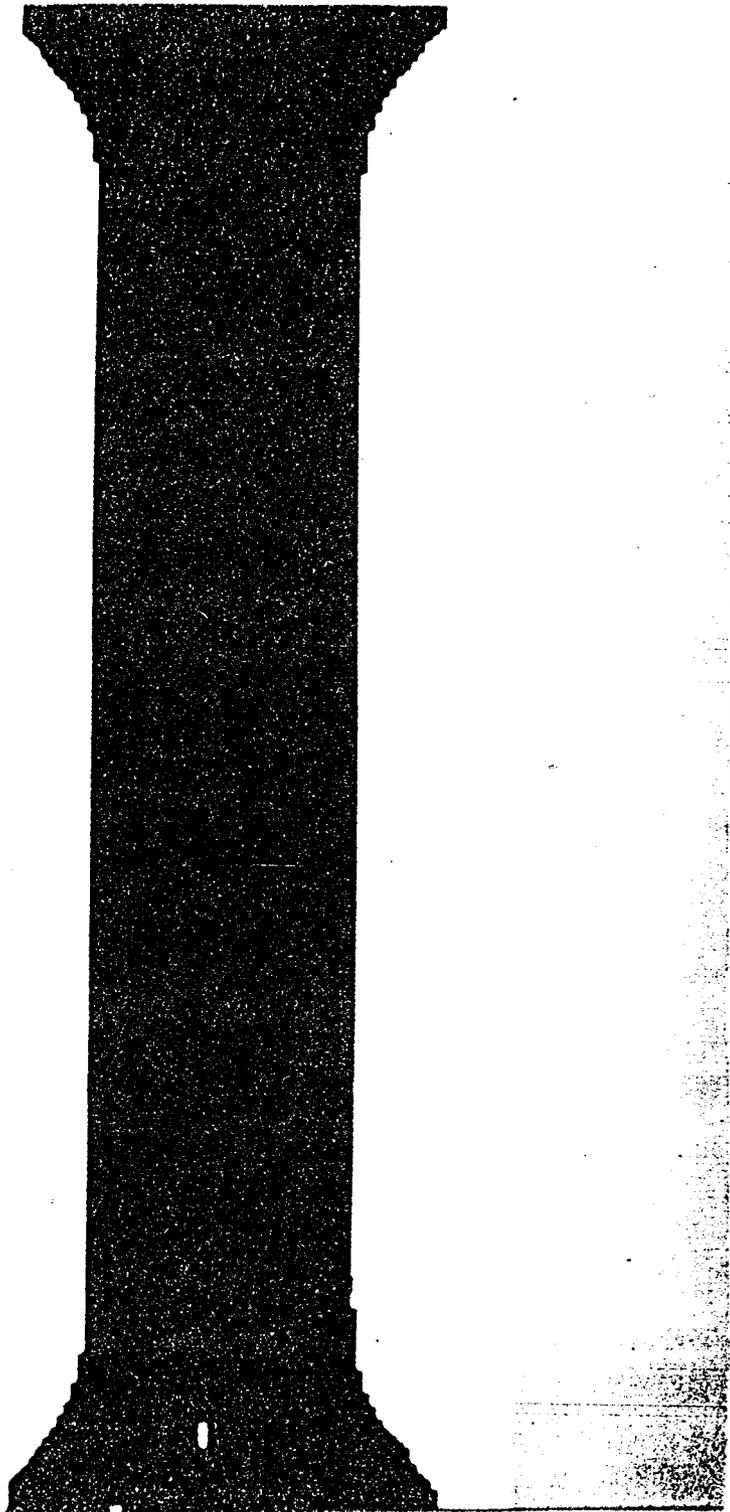


Figure IV.2

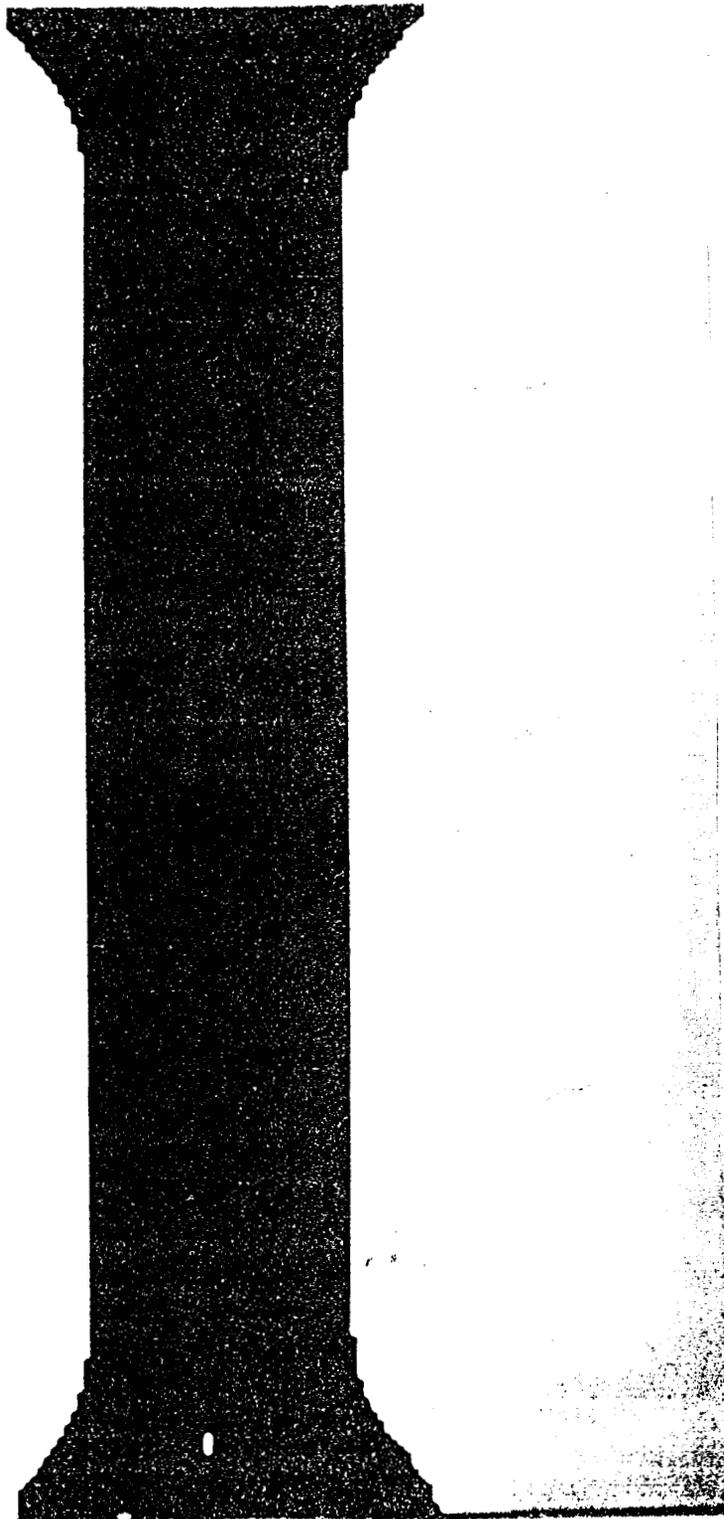


Figure IV.3

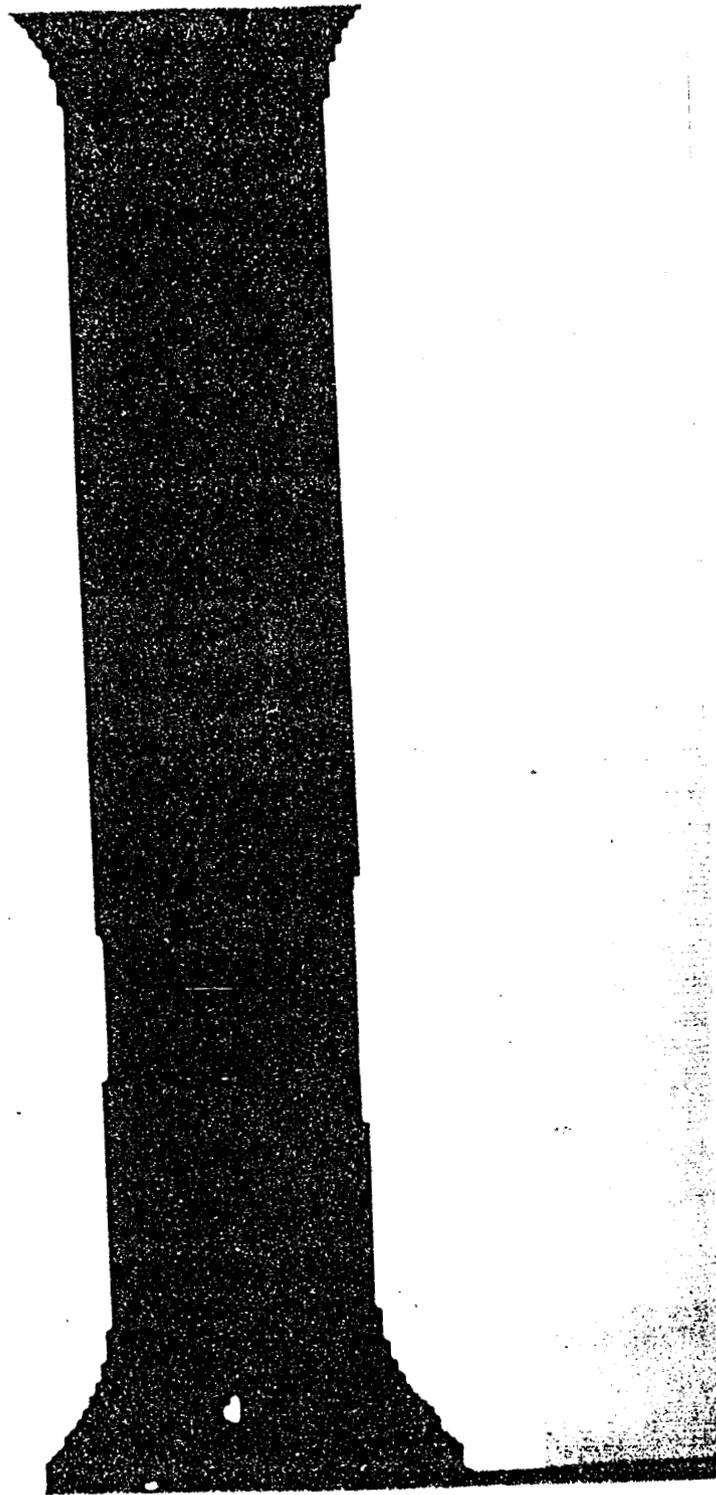


Figure IV.4

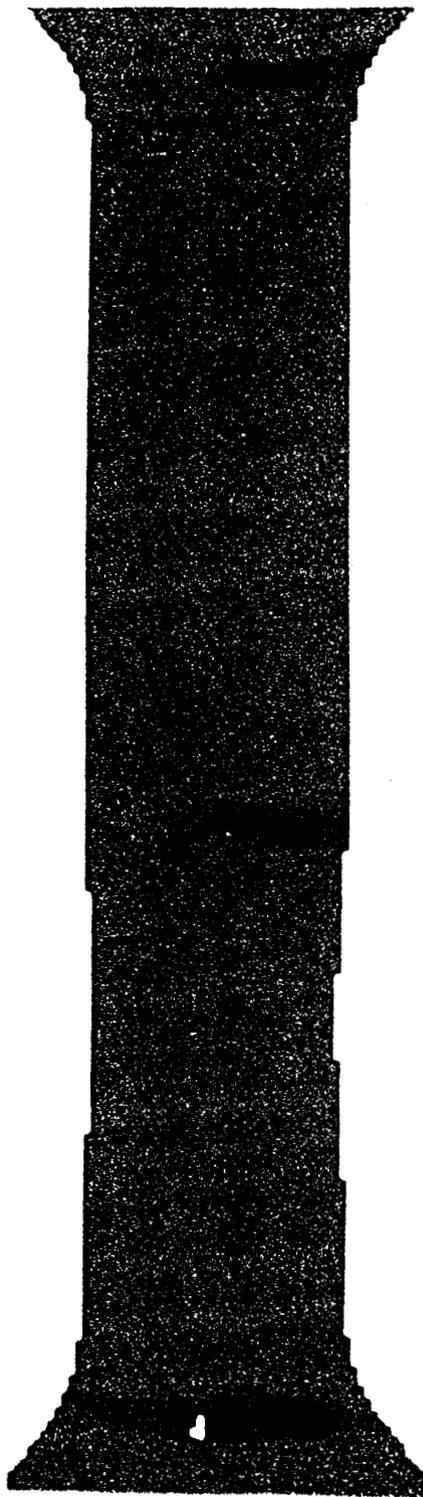


Figure IV.5

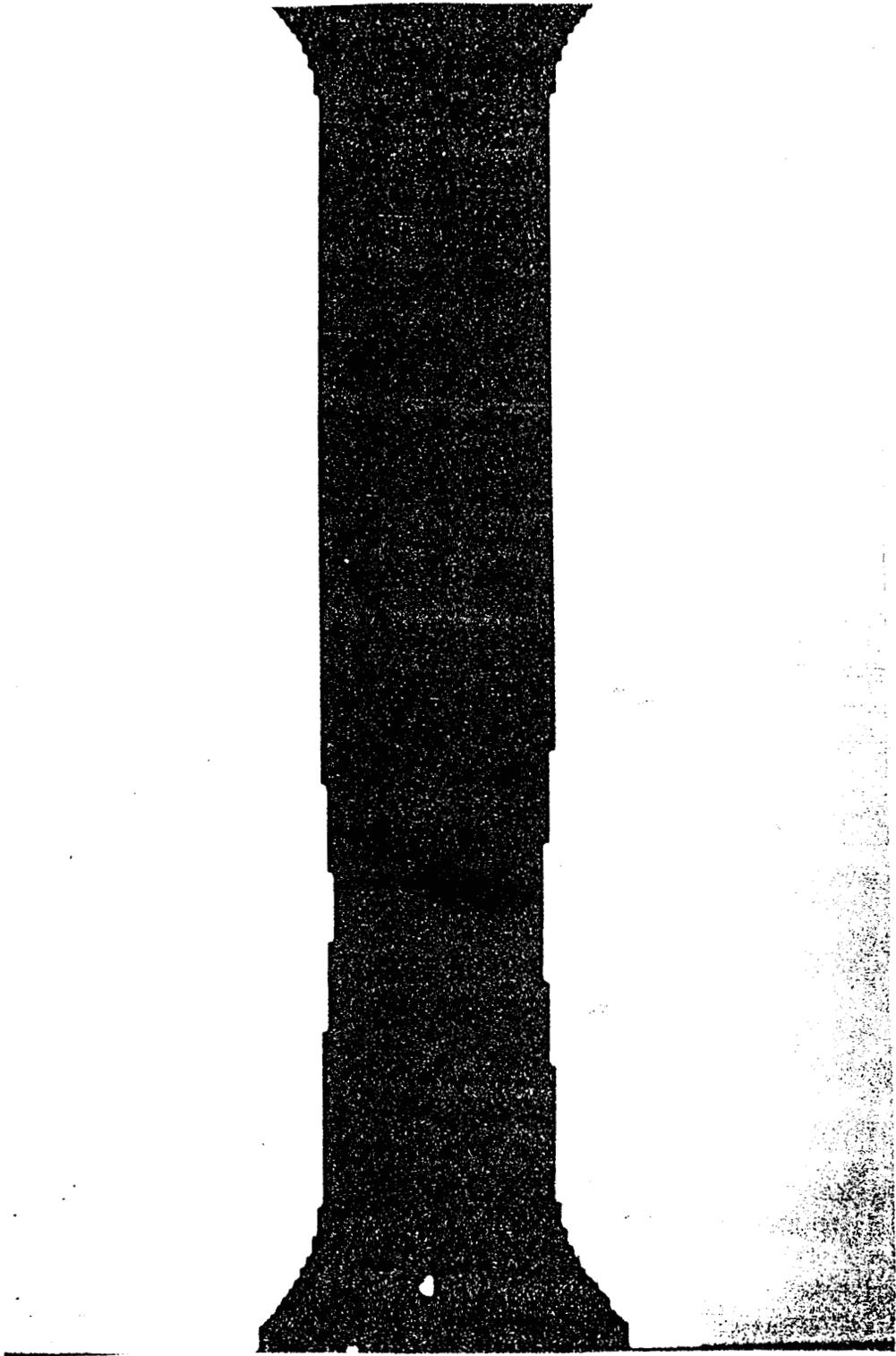


Figure IV.6

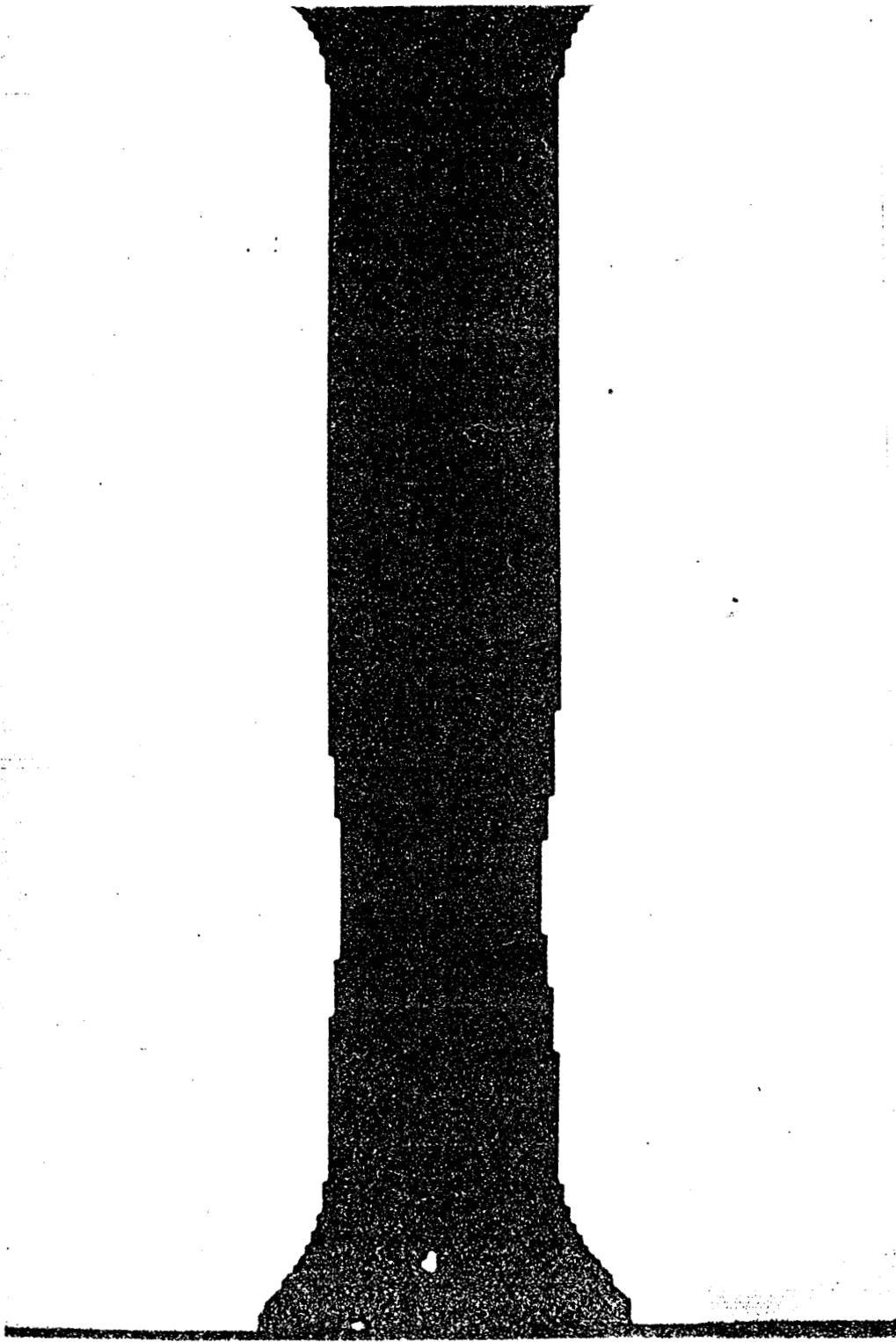


Figure IV.7

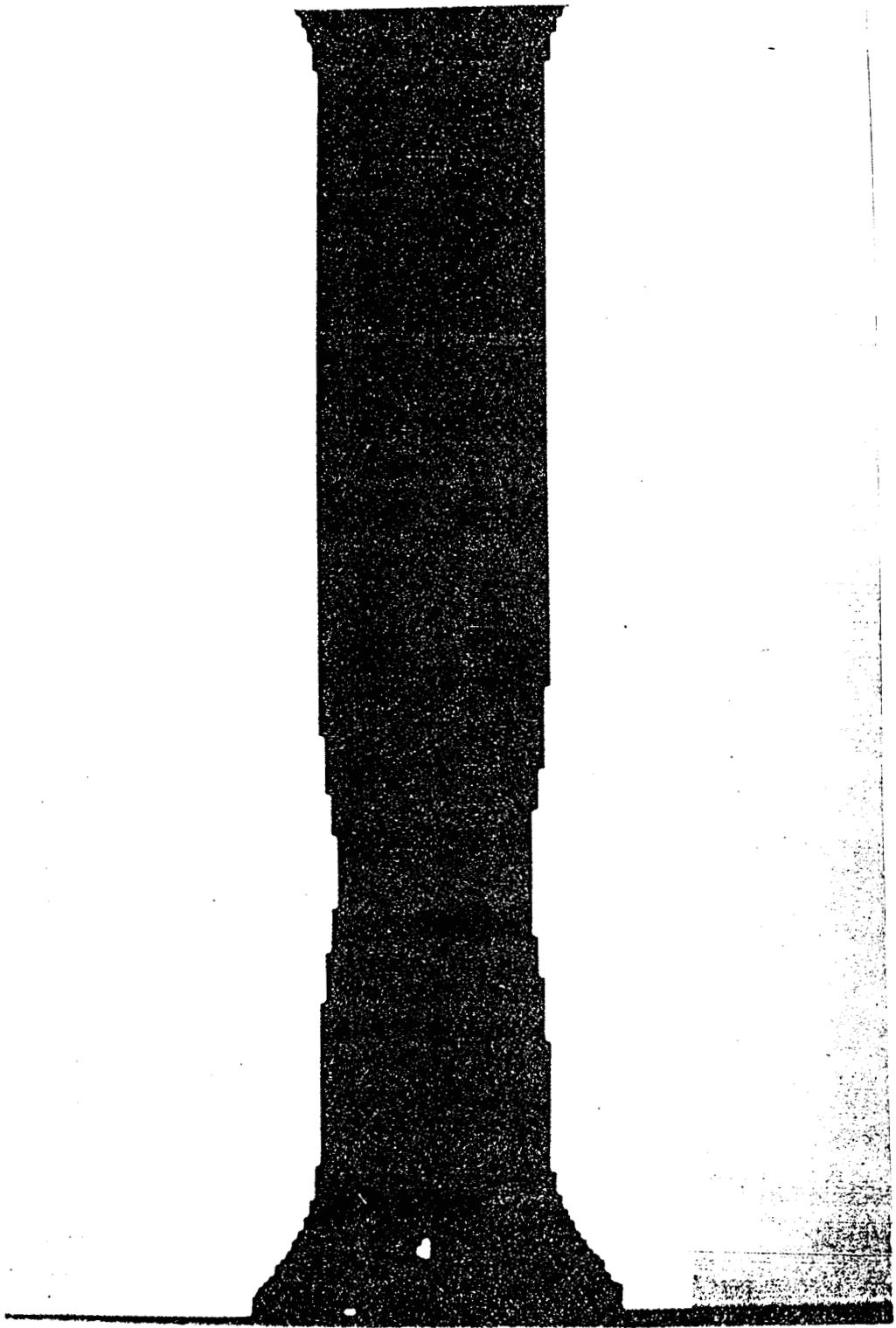


Figure IV.8

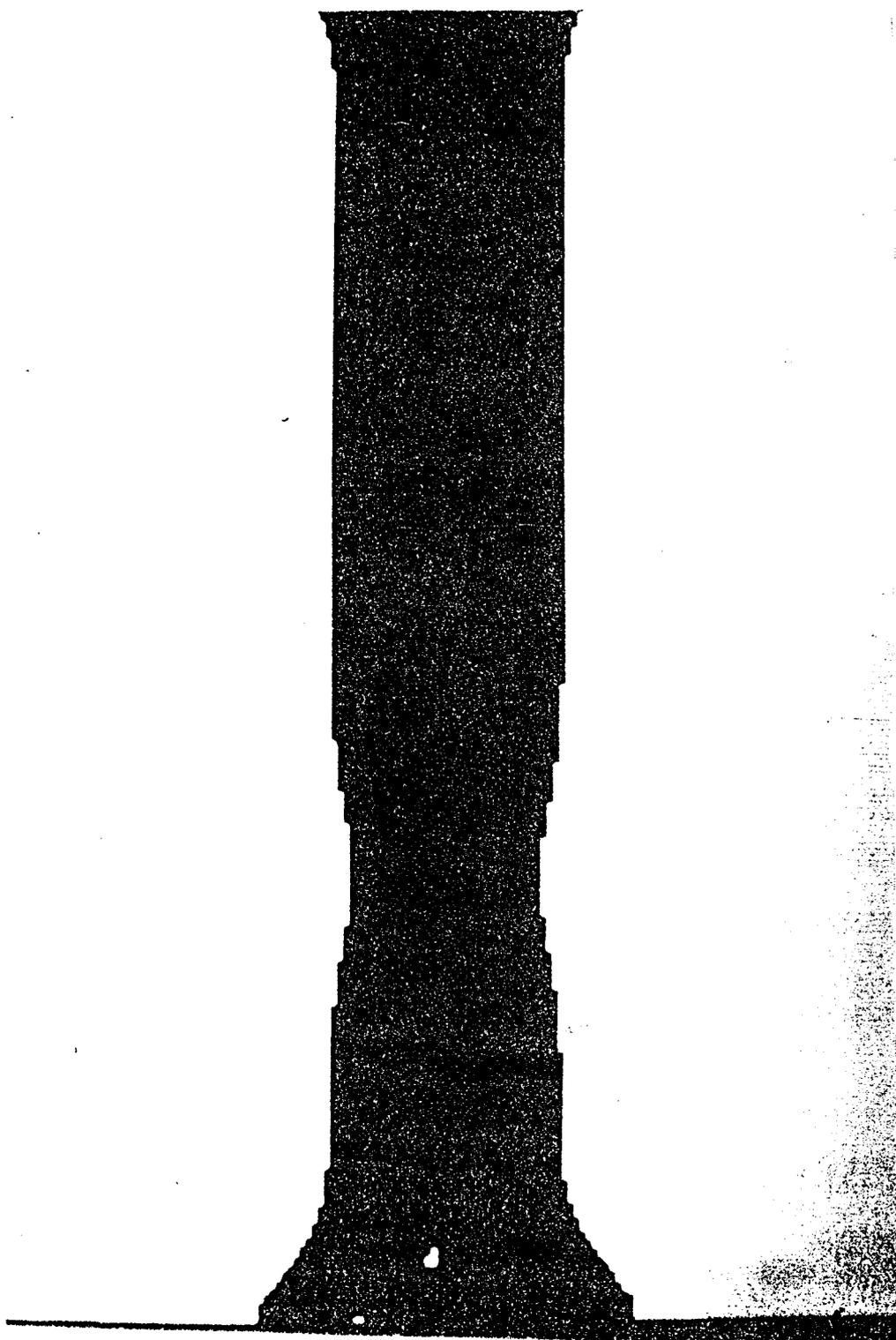


Figure IV.9

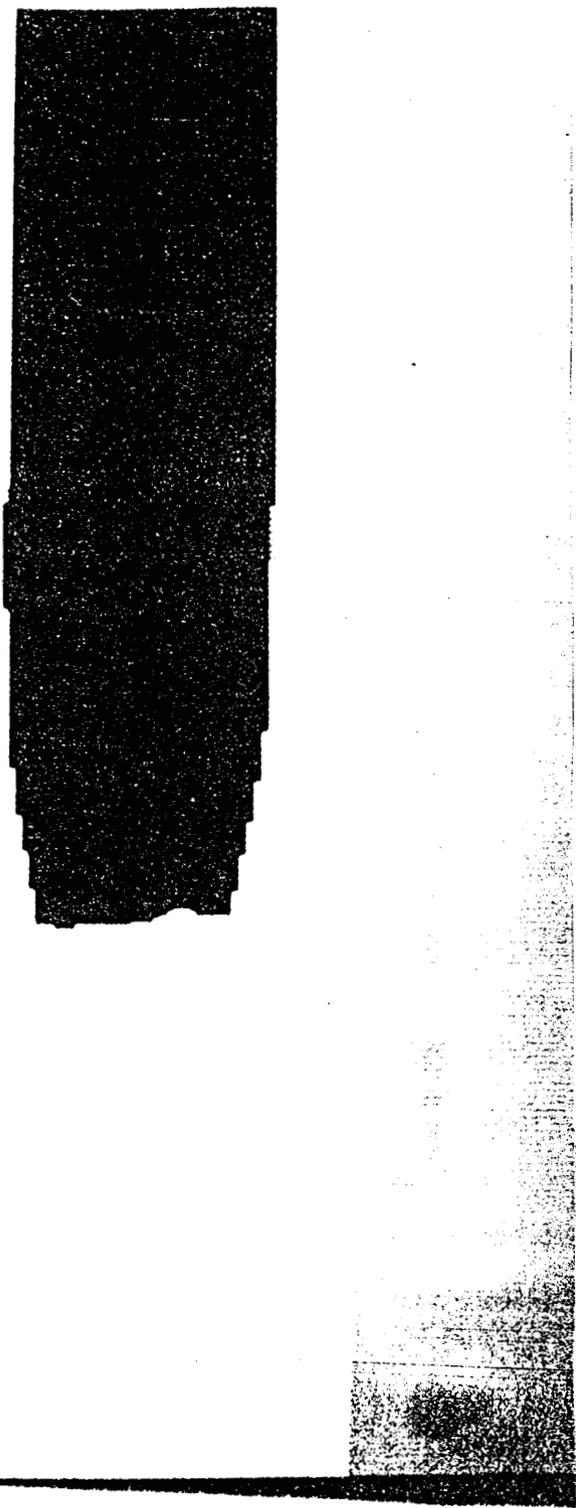


Figure IV.10

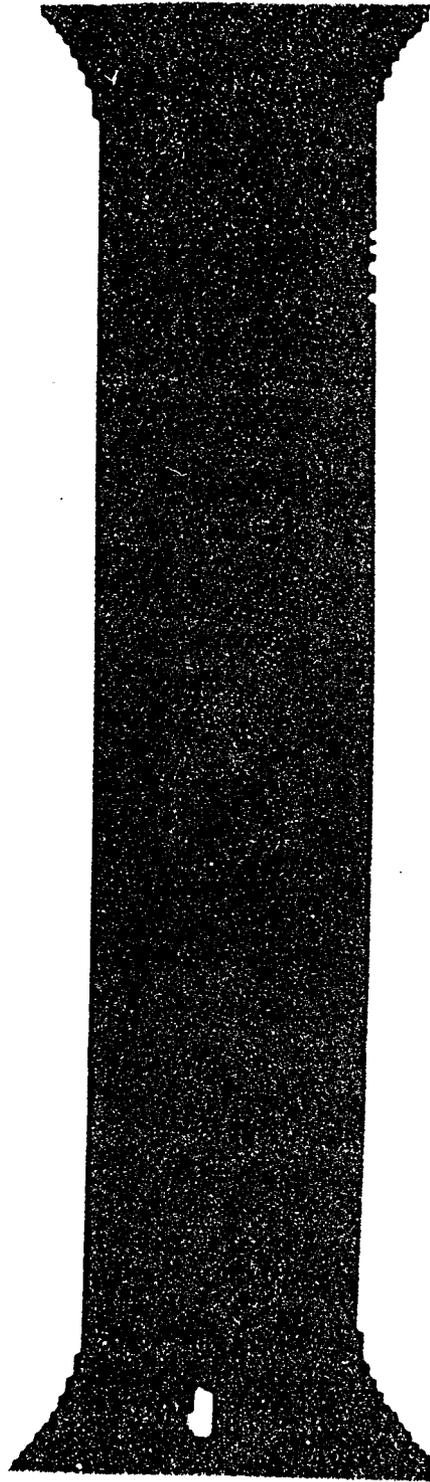


Figure IV.11

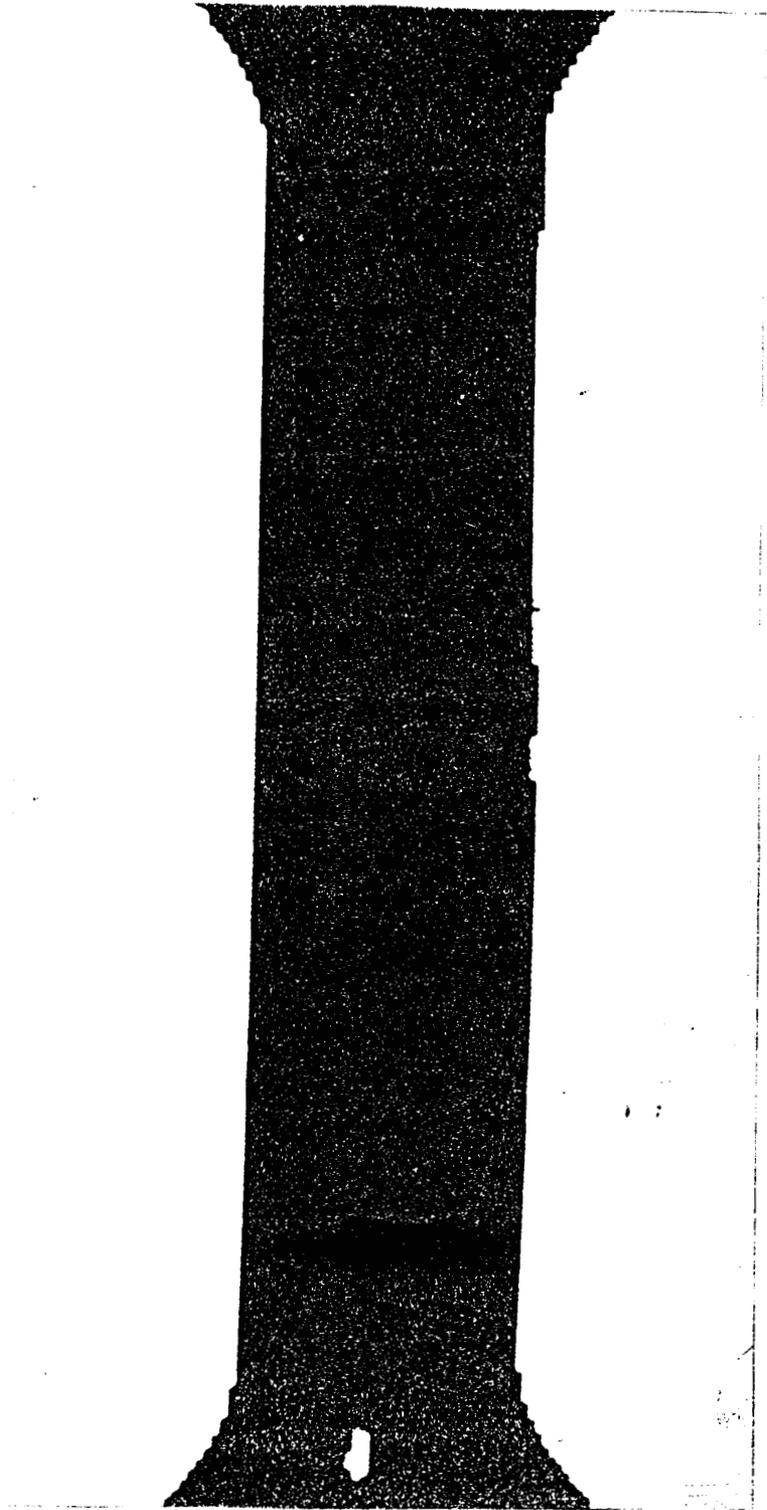


Figure IV.12

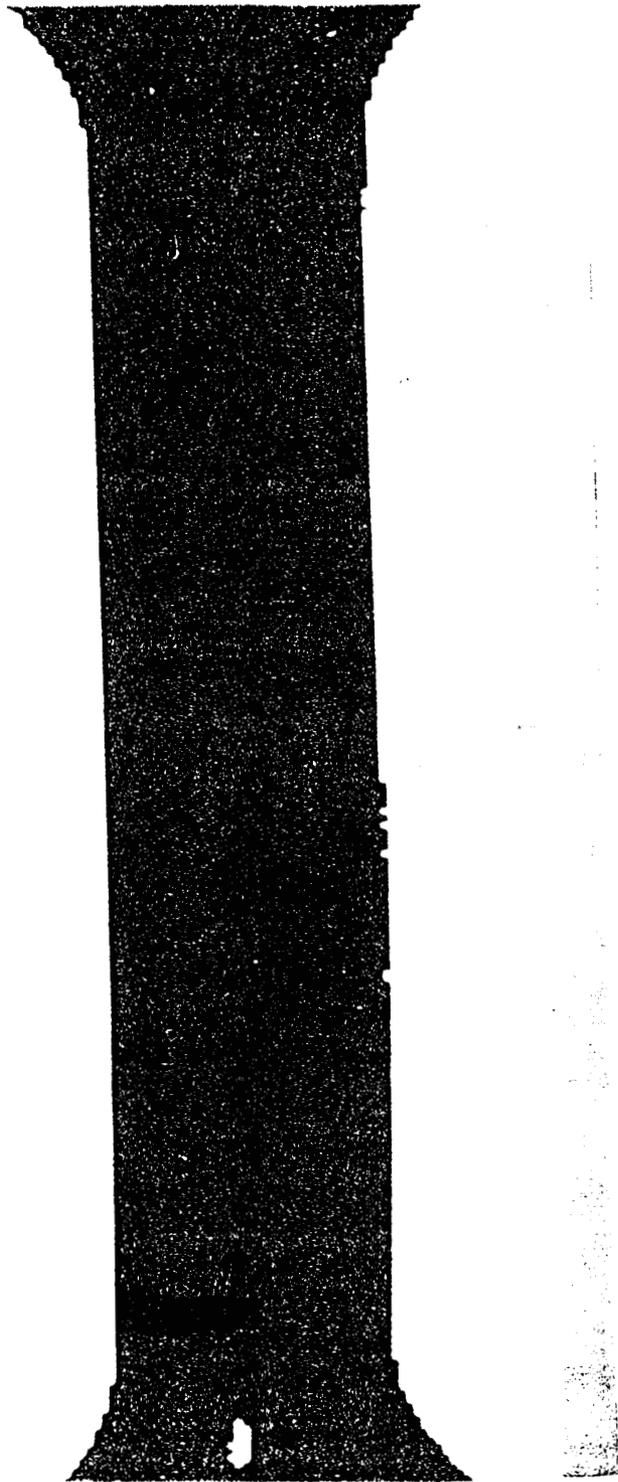


Figure IV.13

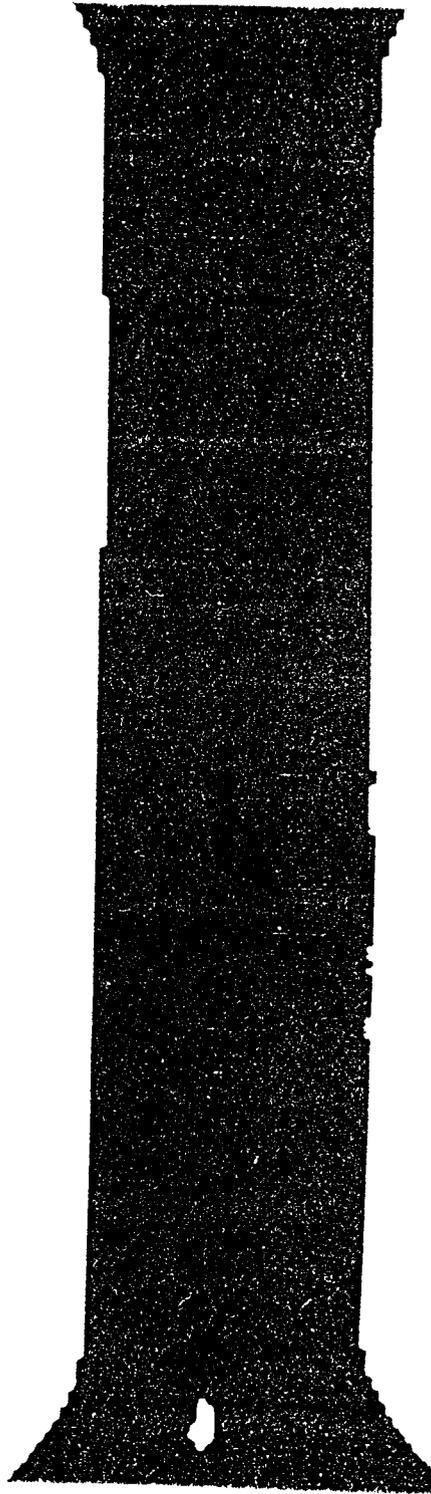


Figure IV.14



Figure IV.15

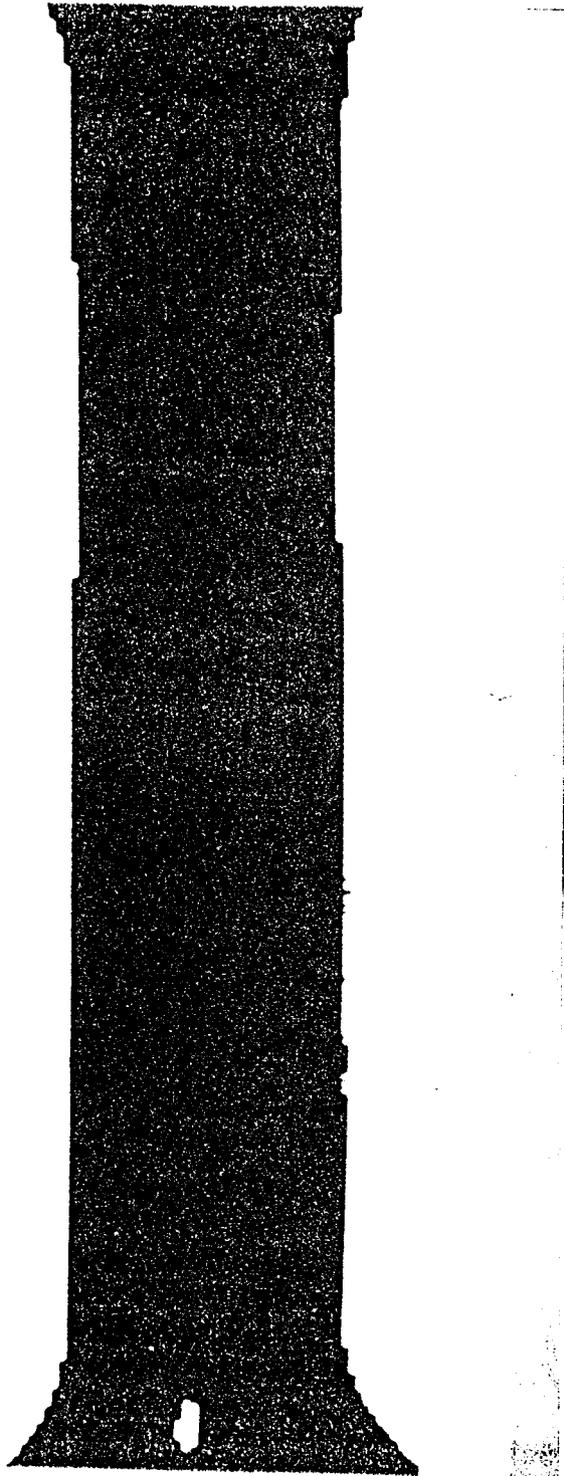


Figure IV.16



Figure IV.17

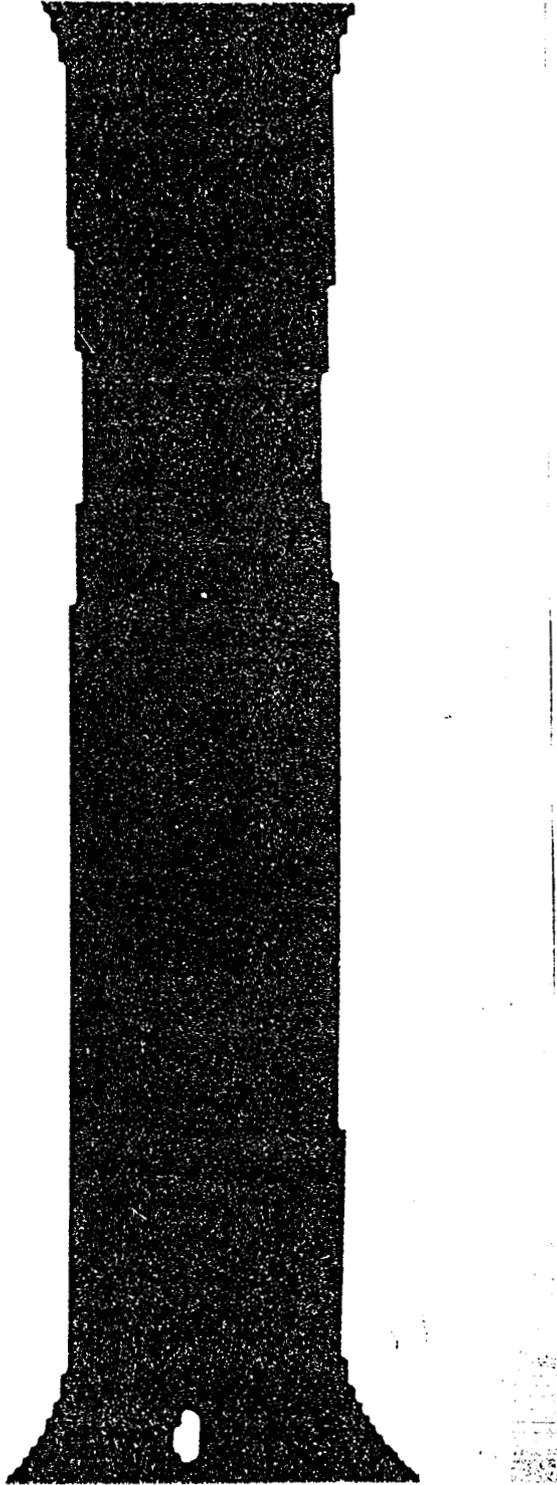


Figure IV.18

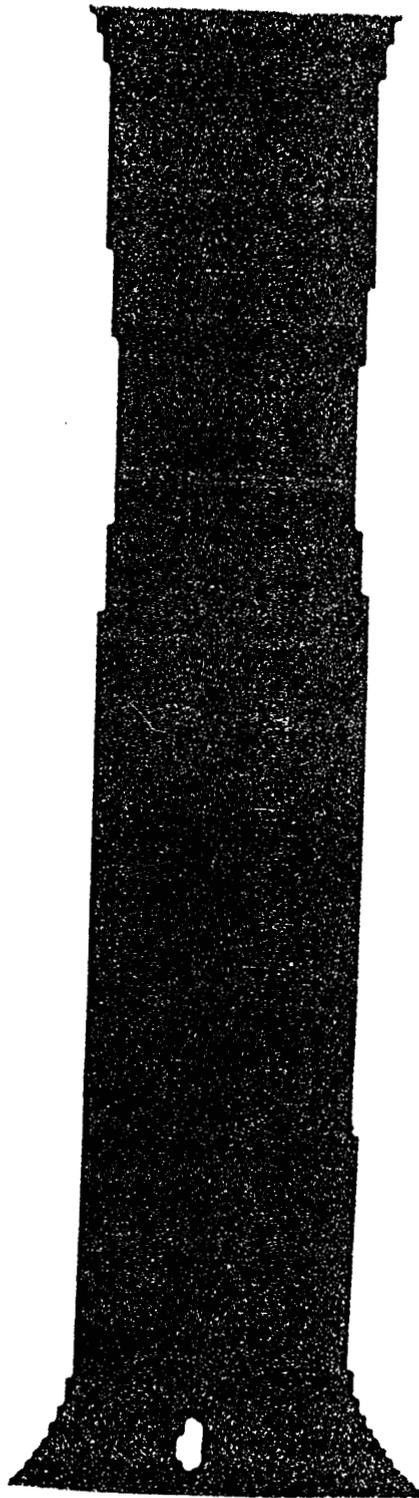


Figure IV.19

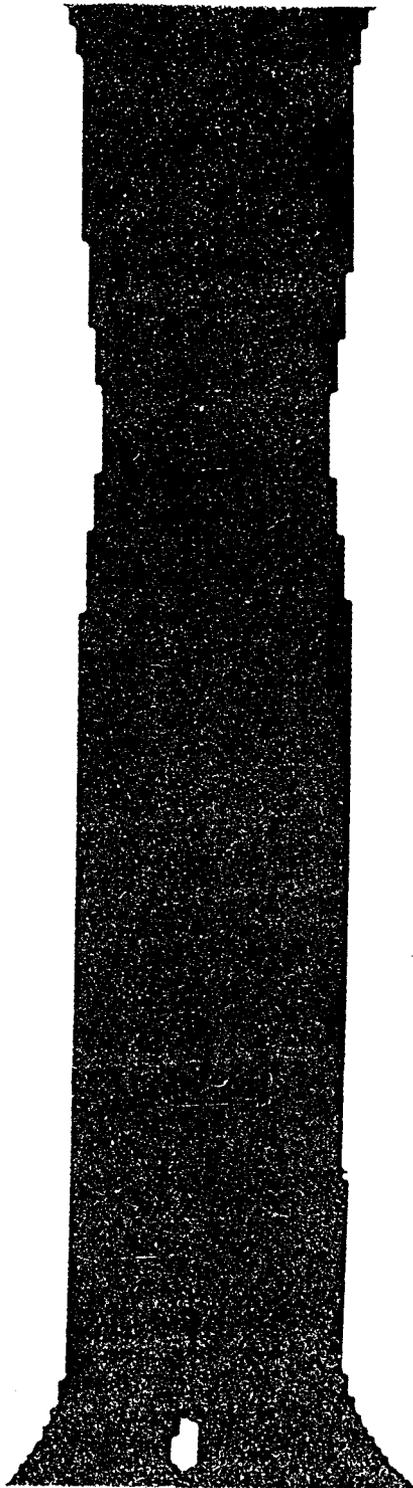


Figure IV.20

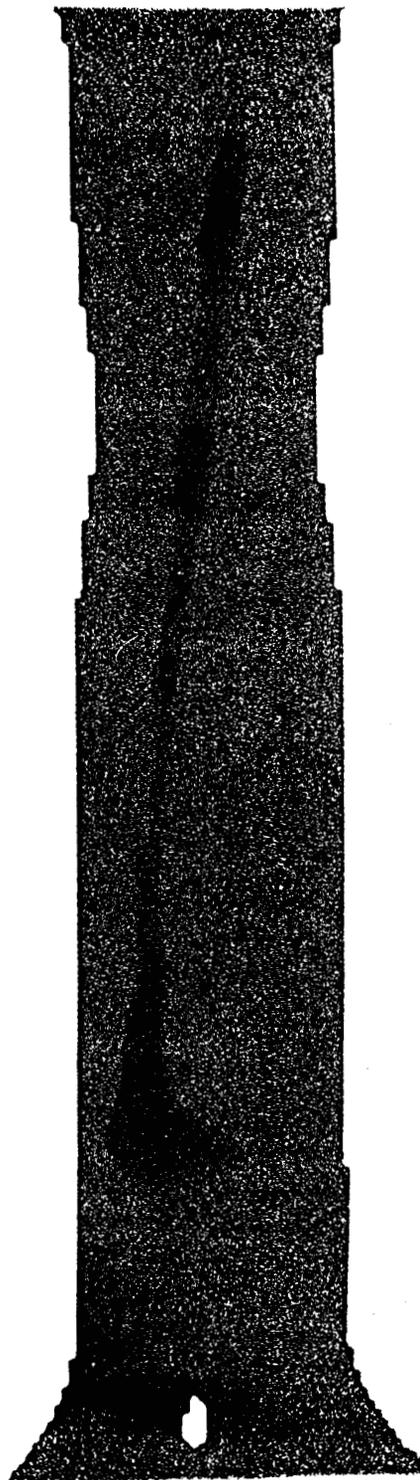


Figure IV.21

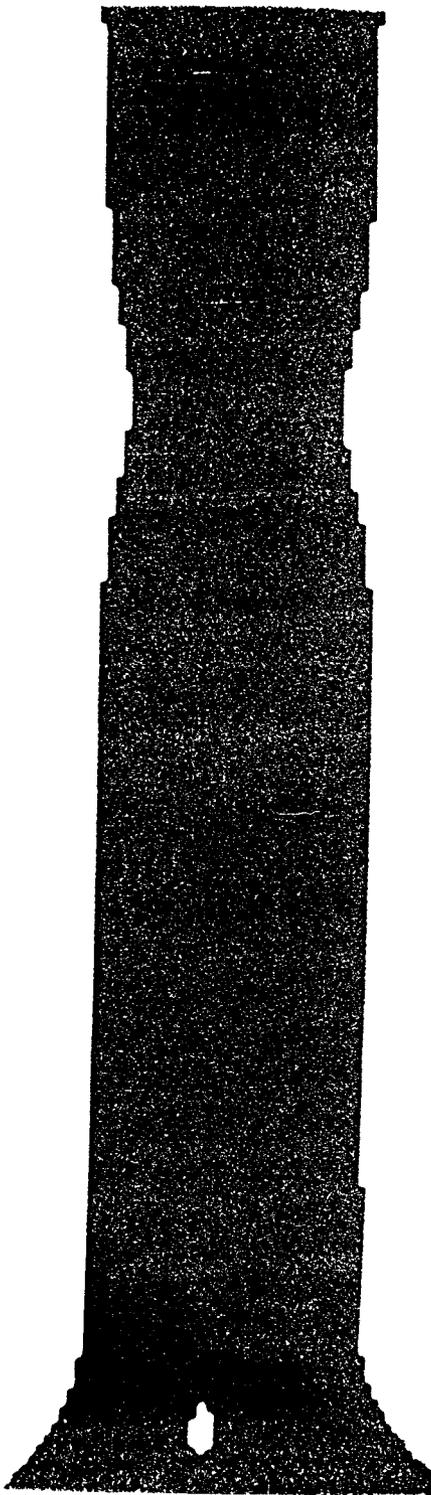


Figure IV.22

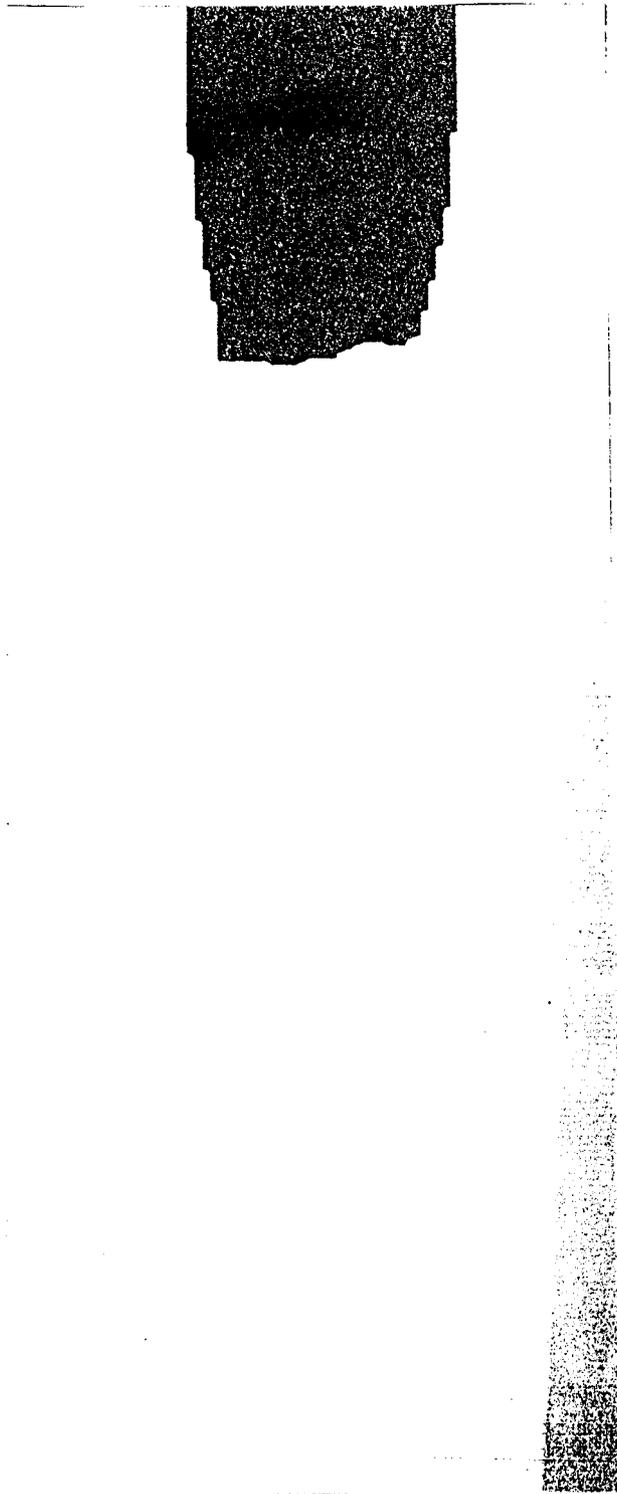
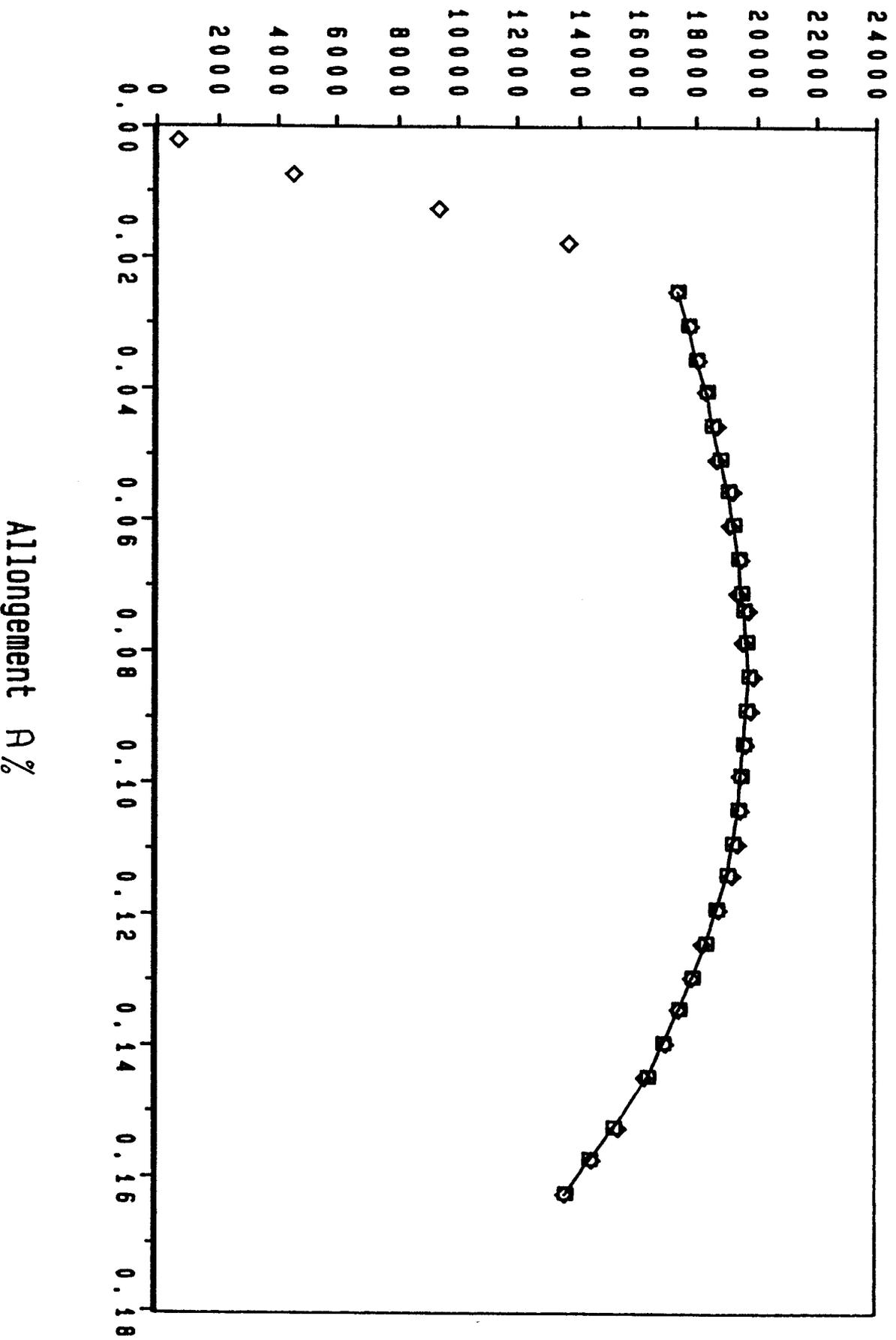


Figure IV.23



Figure IV.24 Courbe Usuelle de Traction : $F = f(A)$ Essai 1



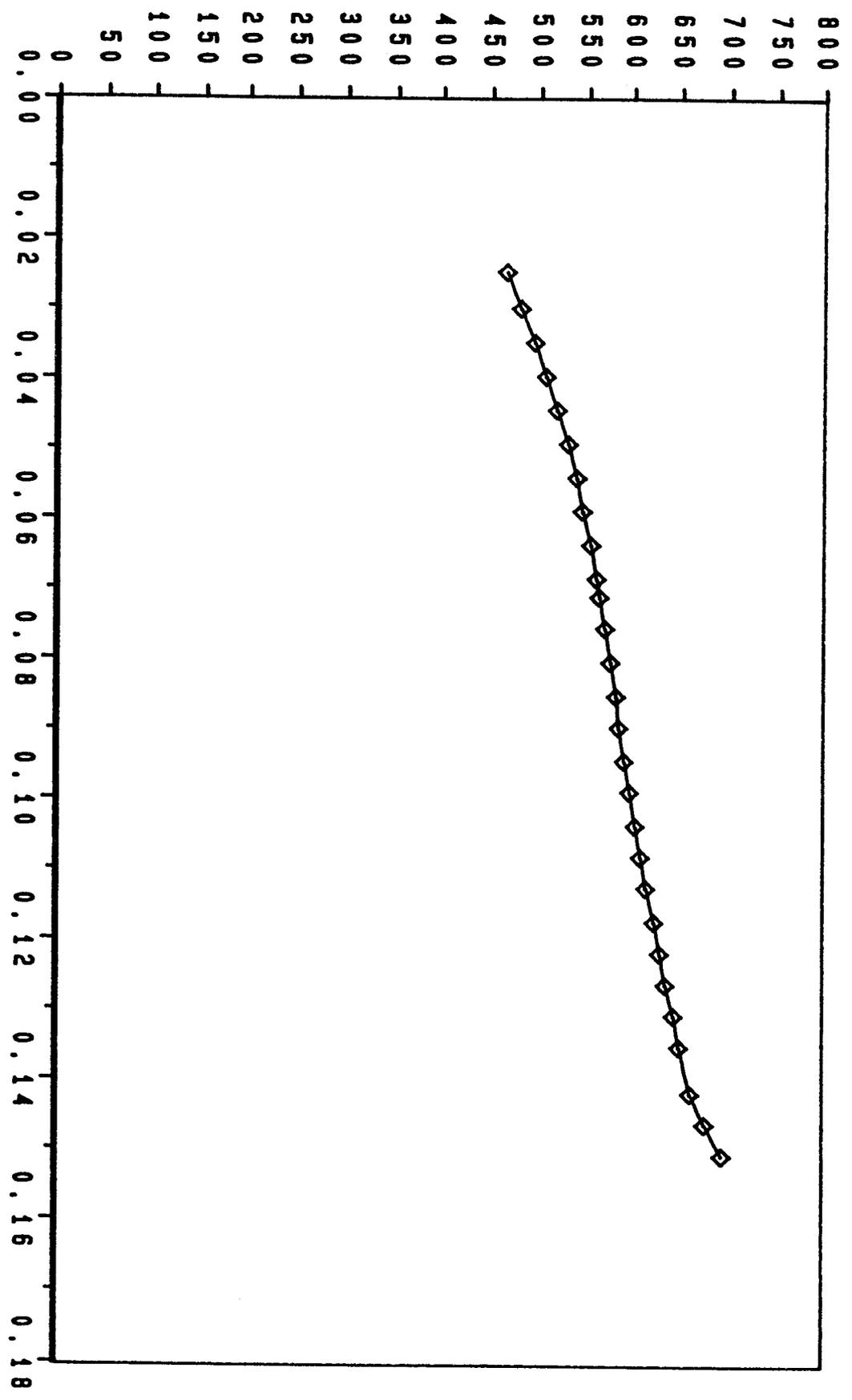
Force: N

Force: N

Allongement A%

Figure IV.25

Courbe de Consolidation $\sigma = f(\epsilon)$ Essai 1



Deformation ϵ

Contrainte: N/mm² σ

Figure IV.26 Courbe Usuelle de Traction : $F = f(A)$ Essai 2

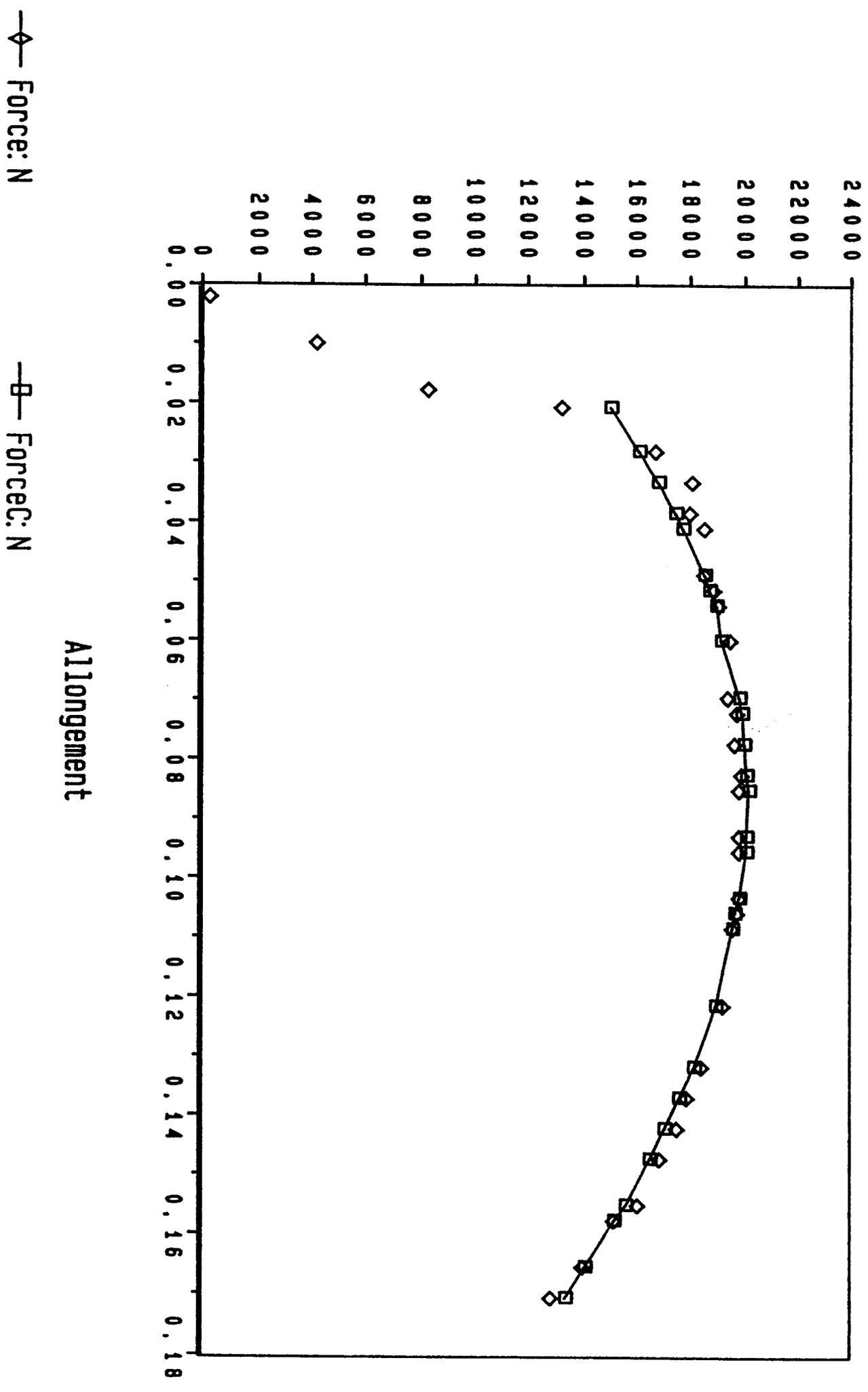
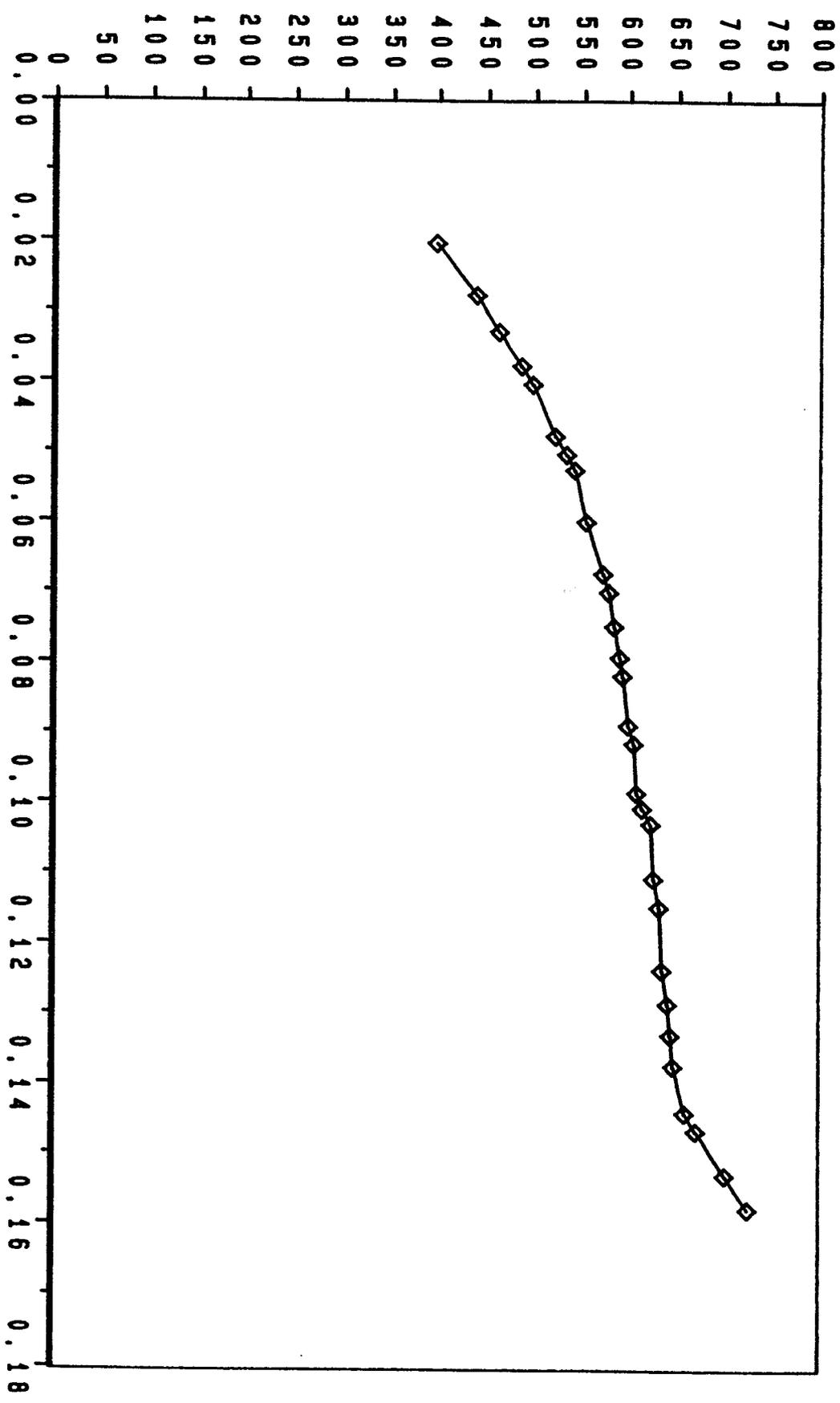


Figure IV.27 Courbe de Consolidation $\sigma = f(\epsilon)$ Essai 2



—◇— Contrainte: N/mm²

Deformation

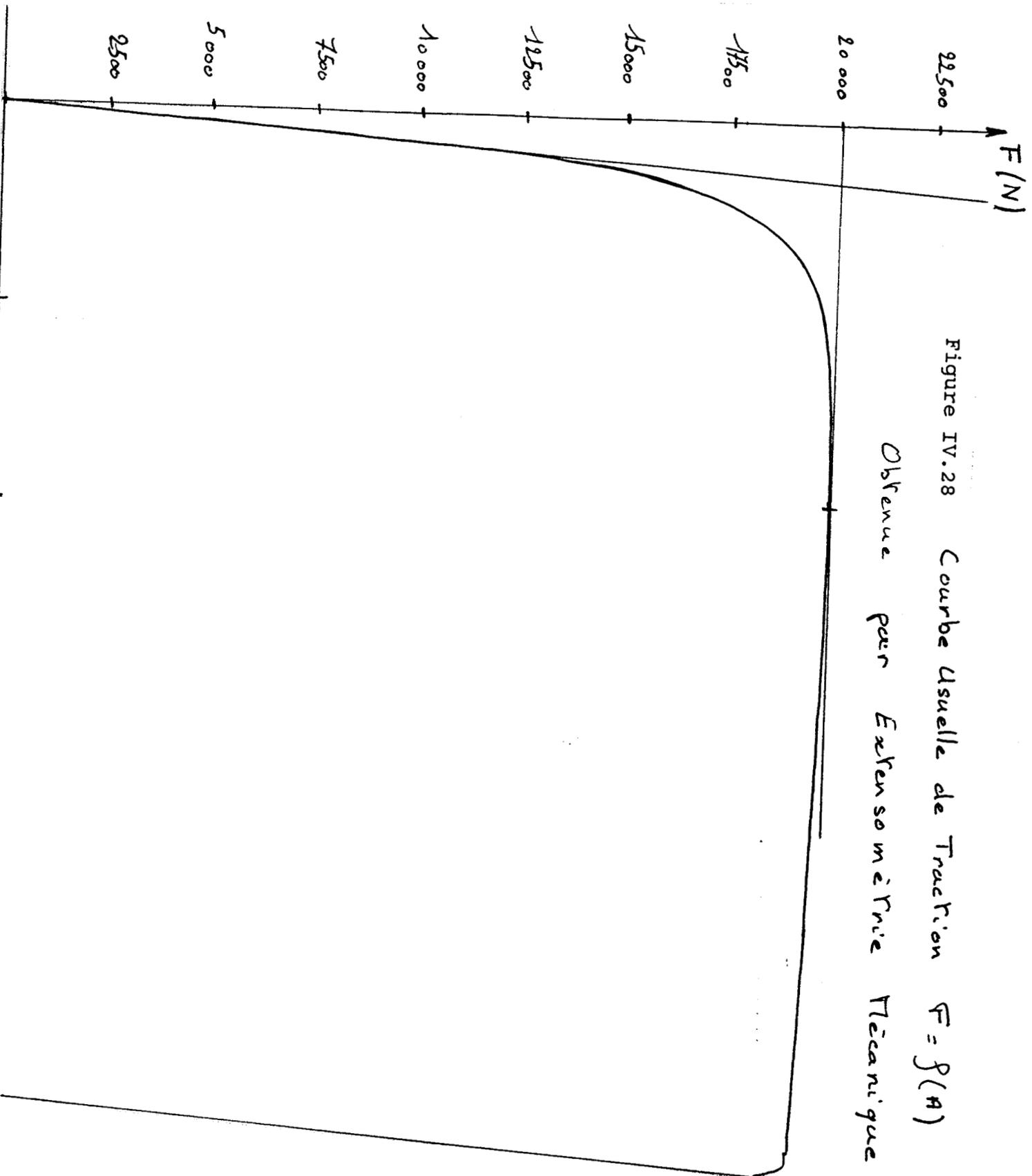


Figure IV.28 Courbe Usuelle de Traction $F = f(A)$

Obtenue par Extensométrie Mécanique.

l'éprouvette. Cette assymétrie est principalement due à l'hétérogénéité du matériau soumis à l'essai. Les figures IV.24 à IV.27 à représentent les différentes courbes caractéristiques de l'essai de traction obtenues par le système de mesure automatique avec des capacités de vision artificielle. La courbe traditionnelle caractérisant l'essai suivi par extensométrie mécanique est finalement représentée sur la figure IV.28.

IV.3) CONCLUSION

Ce chapitre concernant l'implantation et la mise en oeuvre du système de mesure par vision artificielle, permet de se rendre compte de ses capacités et de ses possibilités de traitement. La comparaison des résultats obtenus avec le système de mesure par vision artificielle et les extensomètres mécaniques, montre l'intérêt du système développé. Ce dernier offre, de plus tous les avantages dus à l'utilisation des capacités visuelles notamment, l'absence de contact avec l'éprouvette.

Cette propriété permet d'envisager l'utilisation de ce système dans des conditions d'expérimentations difficiles: milieu industriel corrosif, températures élevées , etc....

La commande du système par une unité informatique capable d'effectuer, en cours d'essai et une fois l'essai terminé, le dépouillement et la détermination des différentes caractéristiques mécaniques, rend le système autonome et facile d'utilisation.

Dans la pratique quotidienne des laboratoire, l'essai de traction constitue 60% des essais mécaniques [25]. Il

était donc nécessaire de débiter l'étude d'un système de mesure en l'adaptant à cet essai afin de valider la méthode utilisée, ce qui correspond au développement de cette première partie. Dans la deuxième partie de ce mémoire, nous montrons que l'utilisation de ce système de mesure ne se limite pas obligatoirement à l'étude de l'essai de traction et peut être appliqué à d'autres essais comme l'essai de compression, sans pour autant nécessiter de grande transformation pour l'adapter à ce nouveau type d'essai.

2 ème PARTIE

APPLICATION A L'ESSAI DE COMPRESSION

CHAPITRE V
L'ESSAI DE COMPRESSION

V.1) INTRODUCTION

Dans cette partie du mémoire nous montrons comment il est possible d'adapter le système de vision utilisé pour le suivi de l'essai de traction pour suivre les essais de compression axysymétrique.

Outre la détermination des caractéristiques géométriques multidimensionnelles en cours d'essai, cette étude met en évidence la facilité d'utilisation et de dépouillement des résultats obtenus par rapport à l'essai de compression traditionnel.

En effet, le déroulement classique de cet essai nécessite, par manque de moyens de mesure, un arsenal important de modèles et de méthodes théoriques pour permettre la caractérisation des matériaux soumis à la compression [24].

L'essai de compression axisymétrique, bien que très souvent laissé pour compte au profit de l'essai de traction ou des essais de fatigue, est pourtant très facile à mettre en oeuvre.

Il consiste de soumettre une éprouvette cylindrique à un effort de compression, en la plaçant entre les deux plateaux d'une presse. La figure V.0 illustre le positionnement de l'éprouvette entre ces plateaux.

H représente la hauteur de l'éprouvette, qui à l'état initial est notée H_0 et D représente son diamètre, de valeur initiale D_0 .

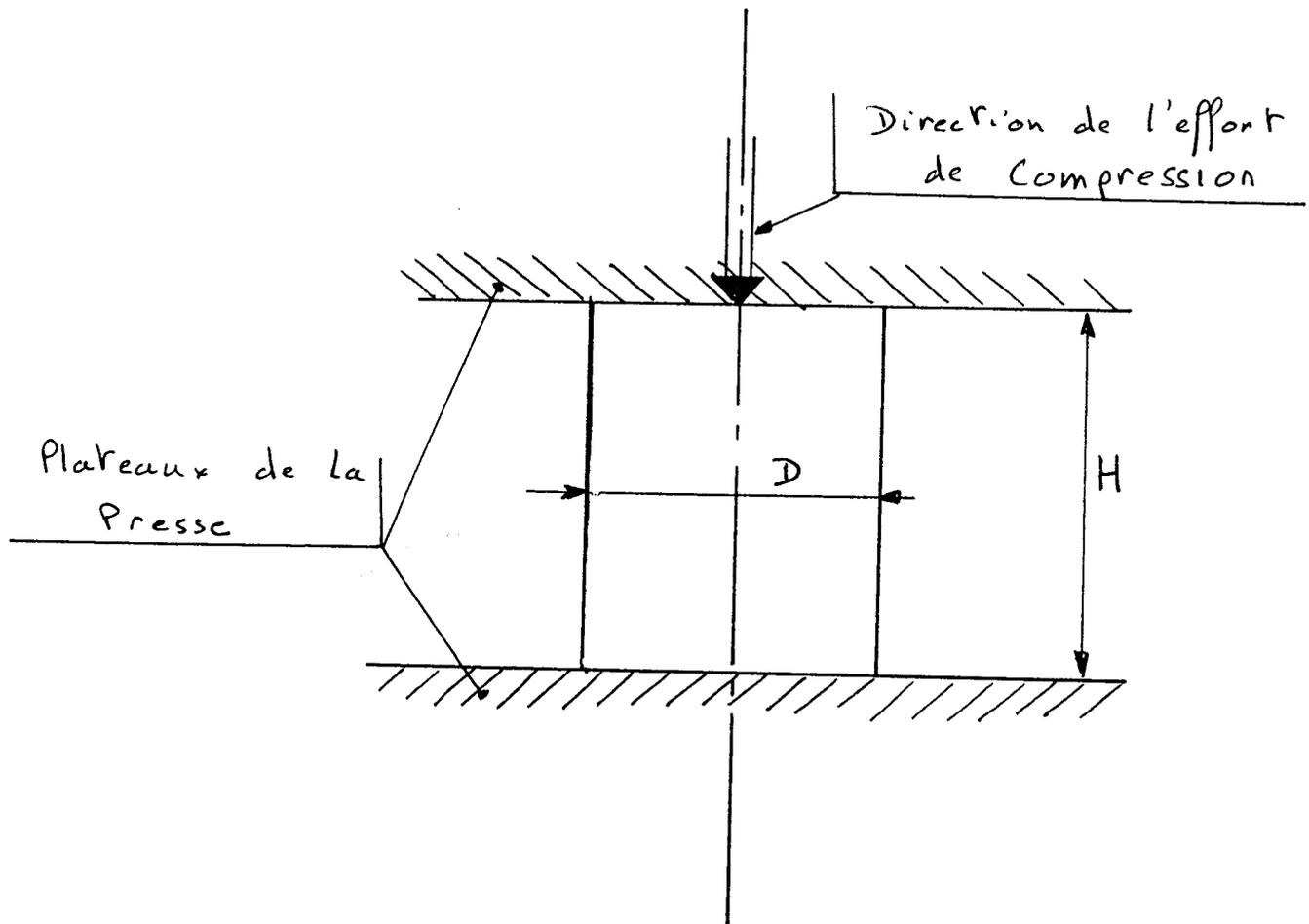


Figure V.0 : Principe de l'essai de compression

Dans cette étude de l'essai de compression, nous décrivons en premier lieu l'essai tel qu'on le pratique en absence de vision artificielle, c'est à dire à l'aide de capteurs traditionnels. Ce chapitre rend compte de la complexité de l'étude due à l'utilisation de modèles et de méthodes théoriques pour le dépouillement de l'essai et l'extraction des caractéristiques des matériaux.

L'étude se poursuit en développant les avantages que peut apporter l'utilisation d'un système de mesure basé sur la vision artificielle. Cette nouvelle méthode de mesure permet en effet de se libérer des contraintes dues aux supports théoriques nécessaires pour le dépouillement de l'essai traditionnel.

Une illustration de l'utilisation de la vision artificielle intégrée dans un système de mesure en vue du suivi et du dépouillement de l'essai de compression met en évidence les avantages principaux d'un tel système, tels que l'absence de contact entre l'éprouvette et le système de mesure mais aussi la possibilité de connaître le profil réel de l'éprouvette et son évolution en cours d'essai.

Un aperçu des méthodes et des modèles théoriques permettant la détermination des caractéristiques afin de faciliter le dépouillement de l'essai de compression est présenté plus en détail dans l'Annexe 2.

V.2) CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES

1) Etat initial

Les éprouvettes utilisées pour le suivi de l'essai de compression, contrairement à celles utilisées pour l'essai de traction, ne sont pas normalisées. Néanmoins

on définit couramment une caractéristique de la forme de l'éprouvette à l'état initial, appelée "élancement", et notée "e" telle que:

$$e = \frac{H_0}{D_0}$$

où H_0 est sa hauteur initiale et D_0 son diamètre initial.

Cette valeur, en absence de normes internationales sur l'essai de compression, fournit un critère de comparaison entre différentes études et est utilisée comme critère de normalisation non officiel de l'essai.

Différentes études expérimentales de l'essai de compression ont permis de définir une fourchette de valeur de "e" permettant un dépouillement, une interprétation et une comparaison des résultats obtenus aux cours de différentes séries d'essais. Cet intervalle est compris entre 1,5 et 2. Ces études ont montré que pour des valeurs supérieures ou inférieures aux limites de l'intervalle défini ci-dessus, l'étude du suivi de l'essai de compression est difficilement interprétable et ne peut être comparé à d'autres essais, même effectués dans des conditions de réalisation similaires.

2) Suivi de l'essai

Au cours d'un essai, la détermination des données géométriques constitue une première étape en vue de la caractérisation du matériau. Ces données géométriques sont de deux natures: La variation de la hauteur H et l'évolution des rayons maximum et minimum de l'éprouvette. Ces données sont utilisées pour le calcul de paramètres géométriques nécessaires à la caractérisation de l'essai de compression. Ces paramètres sont: Le taux de réduction et le facteur de profil.

a) Taux de Réduction, noté T_R

Le taux de réduction correspond à l'évolution de la variation de hauteur de l'éprouvette rapportée à sa valeur initiale. Il est défini par la relation:

$$T_R = \frac{\Delta H}{H_0} = \frac{H_0 - H}{H_0}$$

b) Facteur de profil

Le facteur de profil est utilisé pour caractériser l'évolution de la forme extérieure de l'éprouvette en cours d'essai. Il est déterminé par le rapport entre le rayon maximum R_B et le rayon minimum de l'éprouvette R_A . A l'état initial, l'éprouvette étant cylindrique, le facteur de profil est égale à 1. En cours d'essai, ce facteur de profil augmente, l'éprouvette prenant une forme de tonneau.

V.3) CARACTERISTIQUES MECANIQUES

1) Domaine de déformation

L'essai de compression permet d'atteindre des déformations mécaniques très importantes en comparaison de celles observées pendant l'essai de traction. Les déformations élastiques des éprouvettes métalliques sont négligeables par rapport aux déformations plastiques. En pratique, l'essai de compression s'attache plus à l'étude du domaine de déformations plastiques qu'à celui des déformations élastiques, celles-ci étant surtout étudiées au cours de l'essai de traction. C'est donc essentiellement sur l'analyse des déformations dans le domaine plastique que porte cette étude.

Cette approximation, justifiée pour l'étude des matériaux métalliques, peut présenter des inconvénients au cours du suivi de l'essai de compression appliqué à des matériaux où le domaine de déformations élastiques n'est plus négligeable par rapport au domaine de déformations plastiques, notamment pour des matériaux composites ou plastiques.

2) Effort de compression, noté F

Il permet de connaître l'effort mis en oeuvre durant l'essai et est nécessaire pour la détermination de la contrainte moyenne.

3) Contrainte d'écoulement, notée σ_0

Etant données les variations du facteur de profil reflétant la déformation de l'éprouvette qui prend la forme d'un tonneau, la contrainte n'est pas constante le long de celle-ci. En utilisant les différents modèles théoriques présentés en Annexe 2, il est néanmoins possible de déterminer la valeur de la contrainte d'écoulement. Cette contrainte caractérise l'essai de compression et correspond à la moyenne des contraintes subies par l'éprouvette durant l'essai.

4) Coefficient de Frottement, note m

Le coefficient de frottement entre l'éprouvette et les faces des plateaux de la presse permet de caractériser les conditions de réalisation de l'essai. Ce coefficient est utilisé par les différentes méthodes théoriques afin d'obtenir les caractéristiques mécaniques de l'essai, notamment la contrainte d'écoulement. De plus, ce coefficient permet, avec l'aide du facteur de profil, de caractériser l'évolution de la forme extérieure de l'éprouvette [19] [20]. C'est un élément important dans la mise en forme des matériaux pour le calcul des

puissances nécessaire à l'obtention des produit semi-fini obtenus par emboutissage, par fillage, forgeage à chaud ou à froid, etc...

V.4) INTERPRETATION CONVENTIONNELLE DES MESURES

1) Etude globale de l'essai

Plusieurs courbes sont déterminées au cours du suivi de l'essai de compression afin de permettre la caractérisation du matériau, les conditions de réalisation de l'essai et les lois d'écoulement:

- * Courbe Effort - Taux de réduction
- * Courbe Facteur de profil - Taux de réduction
- * Courbe Contrainte moyenne - Déformation généralisée

a) Courbe $F-\Delta H/H_0$

Cette courbe représente l'évolution de l'effort F mis en oeuvre pendant l'essai en fonction du taux de réduction $(H_0-H)/H_0$. Dans l'étude traditionnelle de l'essai de compression, faisant intervenir les différentes méthodes d'approximation développées en Annexe 2, cette courbe n'est que très rarement utilisée. En effet, des études antérieures ont montré que l'allure générale de cette courbe est indépendante du coefficient de frottement entre les faces de l'éprouvette et les plateaux de la presse. De plus, compte tenu de l'évolution de la forme extérieure de l'éprouvette, il est nécessaire de déterminer ce coefficient de frottement qui intervient dans la détermination de la contrainte d'écoulement. La figure V.1 illustre ce phénomène.

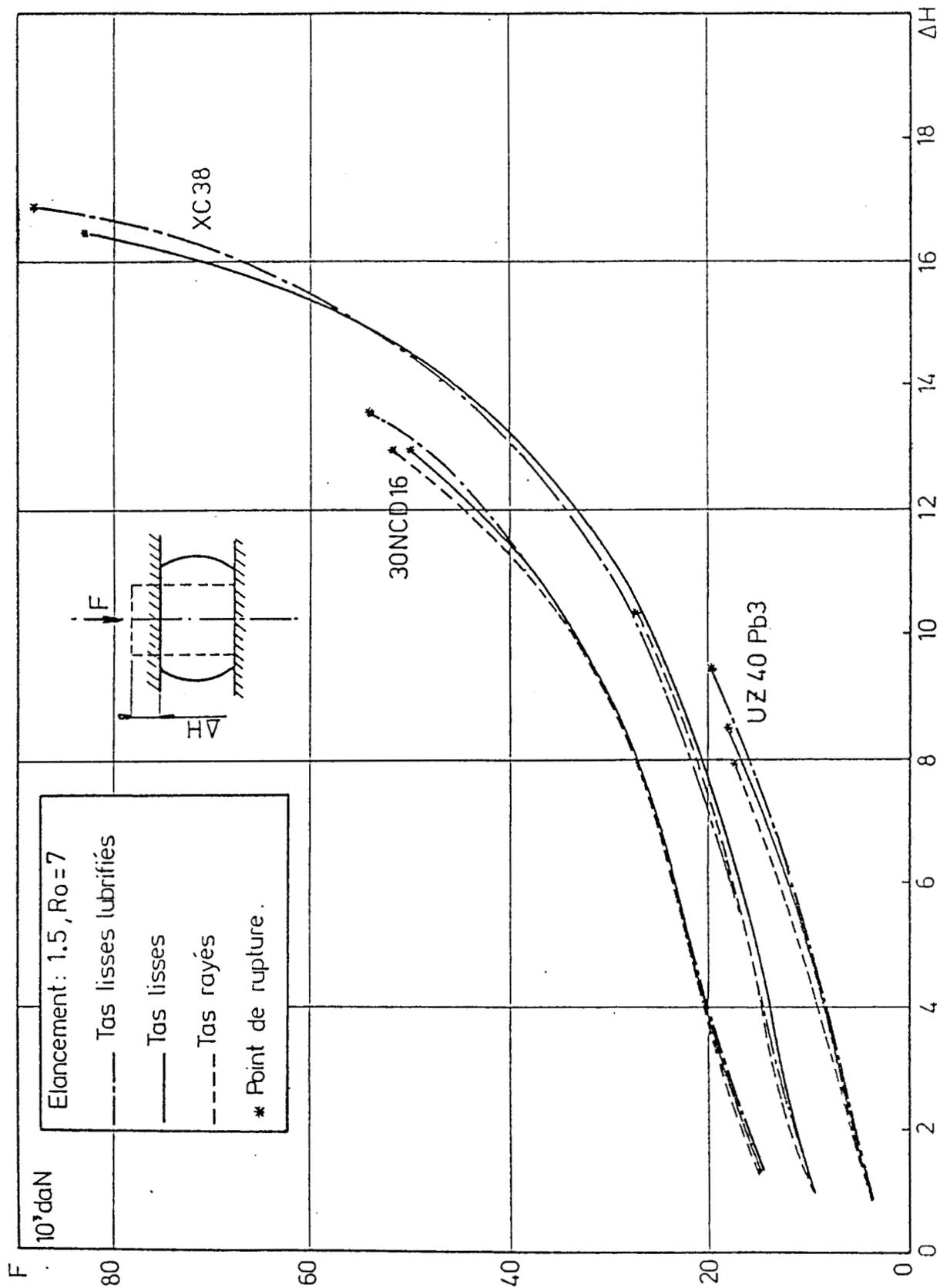


Figure V.1: Evolution de l'effort en fonction du taux de réduction pour différents matériaux.

b) Courbe $R_B/R_A - \Delta H/H_0$

Cette courbe représente l'évolution du facteur de profil R_B/R_A en fonction du taux de réduction $\Delta H/H_0$. Elle est la première courbe de l'essai directement utilisable en vue de la détermination de caractéristique de l'essai de compression. En effet, par l'intermédiaire d'abaques, elle permet de définir les conditions de réalisation de l'essai par l'obtention du coefficient de frottement entre l'éprouvette et les plateaux de la presse, de manière biunivoque. Différents abaques ont été déterminés à l'aide de plusieurs modèles théoriques d'approximation. Les principaux, développés en Annexe 2, sont les modèles P2P, E1P et P1P. L'examen graphique de ces courbes conduit aux remarques suivantes:

Pour des coefficients de frottement limités, inférieurs à 0,4-0,5, le modèle P2P donne des résultats supérieurs aux deux autres modèles. Mais dans tous les cas, le modèle P1P donne les plus faibles valeurs. Quand à lui, le modèle E1P donne des valeurs intermédiaires, mais considère une évolution de la forme extérieure de l'éprouvette avec une concavité inverse des deux autres modèles et qui ne correspond pas au phénomène réel observé.

La figure V.2 illustre cette détermination du coefficient de frottement et la comparaison des différents modèles présentés ci-dessus.

L'obtention de cette courbe est primordiale afin de poursuivre l'étude de l'essai de compression. La connaissance du coefficient de frottement est nécessaire pour l'application des méthodes d'approximation permettant la détermination des autres caractéristiques mécaniques de l'essai de compression, notamment la contrainte d'écoulement.

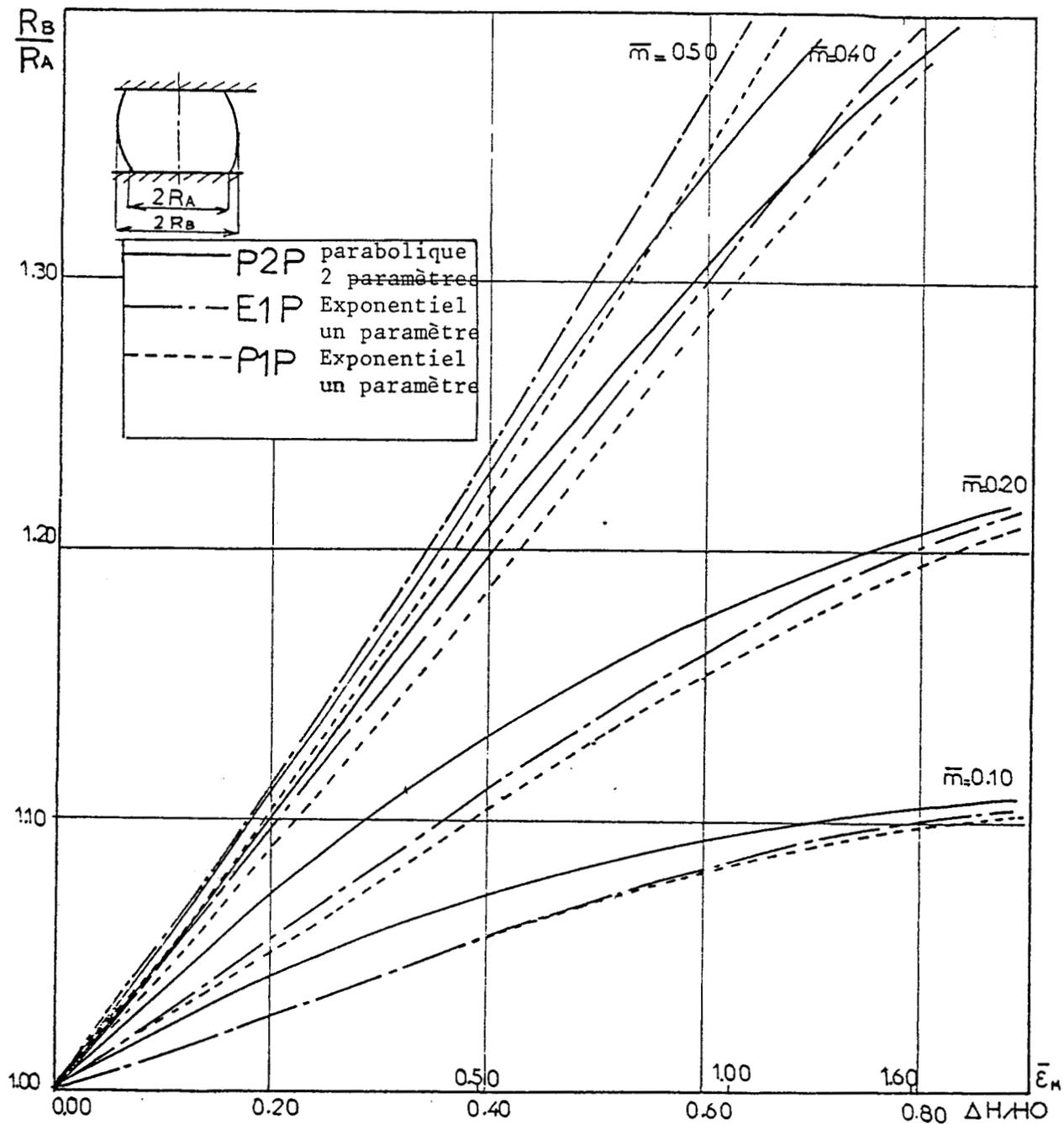


Figure V.2: Evolution du facteur de profil en fonction du taux de réduction pour différents coefficients de frottement.

c) Courbe $\sigma_0 - \bar{\epsilon}$.

Cette courbe représente l'évolution de la contrainte moyenne en fonction de la déformation généralisée. La caractérisation de cette courbe par des modèles théoriques, développés en Annexe 2, permet d'obtenir la loi d'écoulement et sa caractérisation.

En effet, de même que pour la courbe précédente qui a permis d'obtenir le coefficient de frottement, plusieurs méthodes de calcul ont été développées. La méthode d'approximation de Hill [21], compte tenu de l'évolution du facteur de profil et de l'obtention d'une mise en équation du profil extérieur de l'éprouvette, est souvent utilisée.

La courbe ainsi obtenue est généralement modélisée selon deux modèles [14] [15]:

* Modèle Rigide Parfaitement Plastique : RPP

* Modèle Rigide Plastique Ecouissable : RPE

** Le modèle RPP

Ce modèle consiste à approcher la courbe représentative de la loi d'écoulement par sa moyenne $\bar{\sigma}_0$. De l'essai de compression, on ne retient que deux caractéristiques: le coefficient de frottement entre l'éprouvette et les plateaux de la presse et la contrainte moyenne généralisée $\bar{\sigma}_0$. Ce modèle permet d'obtenir un ordre de grandeur de la contrainte d'écoulement, indépendamment de la déformation généralisée.

** Le modèle RPE

Ce modèle d'approximation consiste à modéliser la courbe représentative de la loi d'écoulement afin d'en extraire une relation mathématique utilisable en vue de la

caractérisation de l'essai. Cette méthode utilise la mise en équation des données selon le modèle de la loi de Norton-Hoff, caractérisée par la relation:

$$\sigma_0 = A \cdot \epsilon^n$$

Remarque:

La connaissance de l'évolution du profil en cours d'essai, la modélisation de ce profil par un polynôme et la connaissance de l'effort mis en oeuvre durant l'essai, permettraient d'éviter de faire appel à ces méthodes d'approximations en vue de l'obtention de la loi d'écoulement. La vision artificielle utilisée comme moyen de mesure de l'évolution du profil extérieur de l'éprouvette permet d'envisager une simplification de l'étude et du dépouillement de l'essai de compression axysymétrique.

2) Etude locale

La détermination de l'évolution du profil de l'éprouvette en cours d'essai n'étant qu'approximative, une étude locale est faite pour permettre un calcul plus précis des contraintes et des déformations mis en jeu lors de l'essai de compression. Généralement, cette étude locale se situe au niveau équatorial de l'éprouvette, c'est à dire au niveau de la section droite de l'éprouvette se trouvant à la mi-hauteur de l'éprouvette.

Faute de moyen de mesure directe de ces caractéristiques équatoriales en cours d'essai, une préparation minutieuse de l'éprouvette est nécessaire. Pour cela deux empreintes de dureté sont déposées préalablement sur l'éprouvette au niveau de la section considérée. Ces empreintes doivent se situer sur une même génératrice, distantes de 1mm avec une précision de 0,005mm. Pour permettre une mesure ultérieure de l'évolution de ces empreintes, la zone de

marquage est polie, afin d'éliminer toutes traces de défaut de surface. Cette préparation délicate de l'éprouvette nécessite de grandes précautions et rend le suivi des déformations équatoriales très fastidieuses.

En s'appuyant, sur les modèles de calcul présentés par l'analyse de S. KOBAYASHI [23] développés en Annexe 2, ainsi que sur les mesures expérimentales de l'évolution des empreintes de dureté et des rayons maximum R_B et minimum R_A , la détermination des caractéristiques équatoriales est possible. Cette détermination nécessite néanmoins un démontage de l'éprouvette en cours d'essai avant chaque mesure et rend l'étude des contraintes et déformations équatoriales longue et fastidieuse.

V.5) Conclusion

L'étude de l'essai de compression développé dans ce chapitre nous montre que, bien qu'il soit facile à réaliser, il nécessite un arsenal de méthodes de calcul et d'approximation basés sur la mécanique des milieux continus pour interpréter les mesures.

Ce support théorique, nécessaire à la détermination des caractéristiques de l'essai, est principalement dû au manque de connaissance des données géométriques de l'éprouvette en cours d'essai, notamment sur la mesure de la forme exacte de son profil extérieur et de son évolution.

L'utilisation d'un système informatique muni de capacités de vision artificielle permet, par la mesure multidimensionnelle des données géométriques, de connaître et de modéliser le profil réel de l'éprouvette en cours d'essai. Cette connaissance, en plus des données usuelles (effort, facteur de profil, taux de réduction), permet de faciliter l'étude et le suivi de l'essai de

compression. De plus cette approche ne nécessite plus pour le dépouillement, les approximations généralement utilisées lors du suivi traditionnel de l'essai de compression.

CHAPITRE VI
DEROULEMENT DE L'ESSAI DE COMPRESSION
SOUS CONTROL VISUEL

VI.1) INTRODUCTION

Le chapitre précédent met en évidence le fait que l'étude descriptive de l'essai de compression, bien que facile à réaliser et de mettre en oeuvre, nécessite un support théorique très important et des approximations pour permettre son exploitation. Ce chapitre permet de montrer que le système de mesure par vision artificielle, développé dans la partie précédente de ce mémoire pour l'étude de l'essai de traction, peut être adapté au suivi et à l'étude de l'essai de compression.

En effet, nous avons montré, dans l'étude de l'essai de traction, que l'utilisation de capacités visuelles permettait de connaître le profil de l'éprouvette en cours d'essai. Dans l'étude de l'essai de compression, cette connaissance en cours d'essai permet d'envisager la suppression de certains modèles théoriques pour l'exploitation des résultats, notamment la méthode d'approximation de Hill.

Outre la détermination du profil de l'éprouvette en cours d'essai, détermination indispensable pour permettre une caractérisation convenable de l'essai de compression, l'utilisation d'un système de vision artificielle conserve au système de mesure les avantages développés durant l'étude de l'essai de traction, à savoir:

* Absence de contact

* Facilité d'utilisation

* Autonomie parfaite

VI.2) DESCRIPTION DU MATERIEL

Les machines d'essais mécaniques développées actuellement permettent d'effectuer aussi bien des essais de traction que des essais de compression. Par conséquent, l'implantation du système de mesure muni de capacités de vision artificielle sur la machine n'est pas modifiée ce qui permet de conserver le support et le système de fixation de la caméra sur la machine. La seule modification intervenant au niveau de l'adaptation du système au suivi de l'essai se limite au choix du ou des objectifs à utiliser et du réglage du champ visualisé par rapport à l'éprouvette. En effet, le champ visualisé dépend de la géométrie des éprouvettes utilisées et celles-ci sont différentes de celles utilisées pour l'essai de traction.

Le matériel informatique de traitement des données reste inchangé, seules quelques procédures de calcul permettant le dépouillement, spécifiques à chaque type d'essai, seront à modifier. Néanmoins ces modifications ne doivent pas avoir d'influence sur les différents critères nécessaires au développement fiable et précis:

- * Adaptabilité du système
- * Qualité des mesures
- * Rapidité des traitements

1) L'adaptabilité du système

Cette condition d'adaptabilité est respectée par l'intermédiaire d'un support démontable et indépendant de la machine, mais aussi par la possession d'une gamme

complète d'objectifs en vue de l'adaptation du champ visualisé à la taille de l'éprouvette.

2) La qualité des mesures

La qualité des mesures est assurée par l'intermédiaire des platines micrométriques et des glissières à galets, décrites dans l'étude de l'essai de traction et conservées pour l'essai de compression. En effet, ces ensembles mécaniques offrent à la caméra des possibilités de déplacements tridimensionnels dans l'espace avoisinant l'éprouvette et permet ainsi un réglage du champ visualisé en fonction de la taille de l'éprouvette et des déformations à étudier.

Etant données les dimensions réduites de l'éprouvette, le manque d'accessibilité sur la machine et l'évolution de l'éprouvette en cours d'essai, il est nécessaire de prendre des précautions avant d'effectuer l'essai de compression. En effet, pour permettre une bonne visualisation du profil de l'éprouvette, une source lumineuse est placée derrière celle-ci. Cela évite de faire appel à des procédures sophistiqués de traitement d'image de bas niveau. Les figures VI.1 à VI.3 représente différentes vues du montage optique utilisé pour le suivi de l'essai de compression.

3) Le traitements des données

Le système informatique utilisé permet le traitement des images en temps réel en vue de l'extraction des données nécessaires au dépouillement de l'essai de compression. De plus, le principe général de traitement des données géométriques extraites du suivi de l'essai de compression est voisin de celui développé pour le suivi et le traitement de l'essai de traction. Il n'est donc pas nécessaire d'envisager une modification importante du système par rapport à celui développé dans la partie précédente.

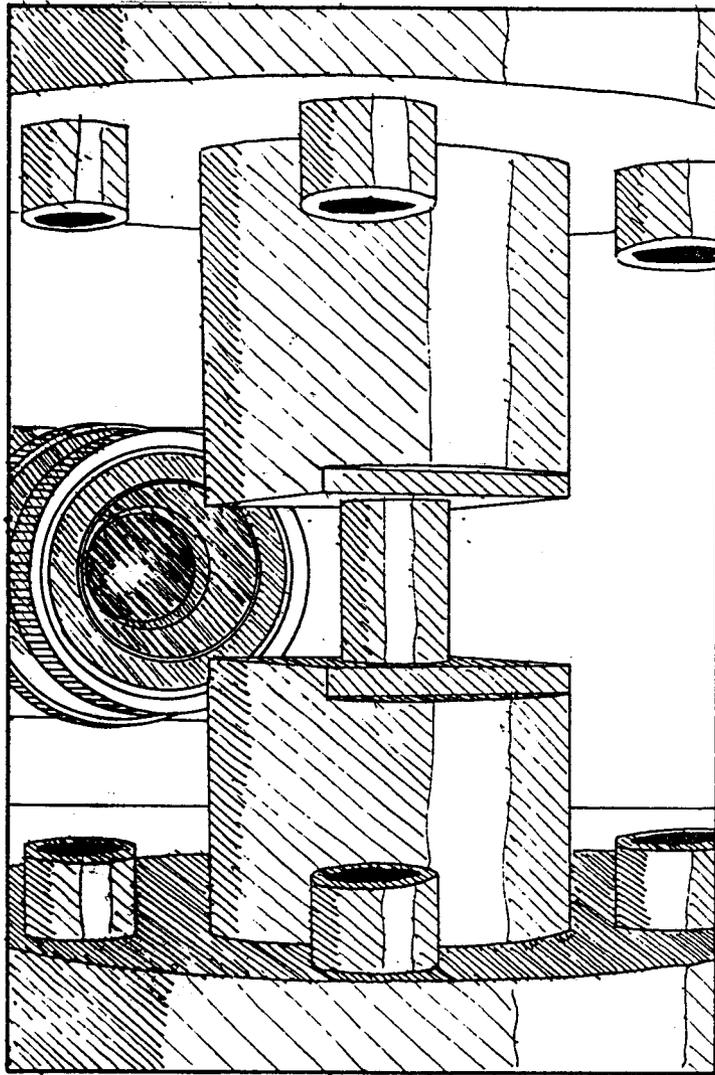


Figure VI.1: Montage optique utilisé pour le suivi de l'essai de compression.

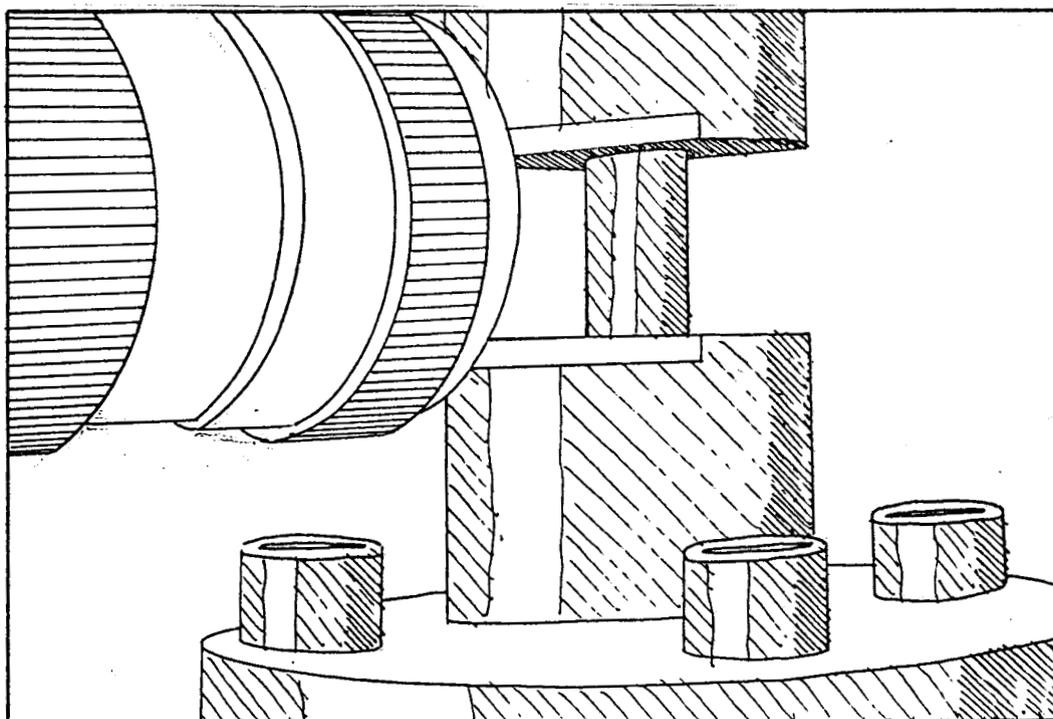


Figure VI.2: Montage optique utilisé pour le suivi de l'essai de compression.

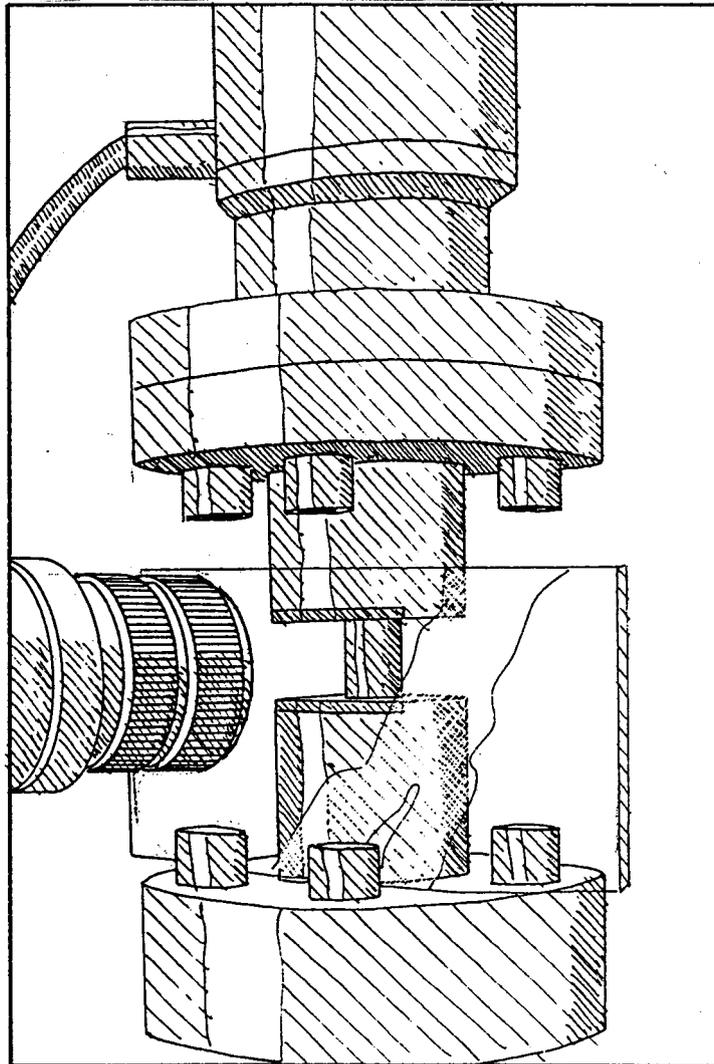


Figure VI.3: Montage optique utilisé pour le suivi de l'essai de compression.

Etant donné le domaine de déformations étudié, il n'est pas nécessaire d'utiliser le montage optique de la "Micro-Vision" mais plutôt celui de la "Macro-Vision" développé pour le suivi des déformations plastiques lors du suivi de l'essai de traction. Un nouveau réglage de ce montage permet d'obtenir un champ visualisé de 25mmx15mm avec une définition de l'image de 5/100mmx3/100mm par pixel, tout en permettant une visualisation de l'éprouvette entière durant tout l'essai. La figure VI.4 représente le champ visualisé par ce montage optique.

Remarque:

L'essai de compression est effectué afin de déterminer les lois d'écoulement des matériaux, l'éprouvette est donc placée entre des plateaux de la presse sans y être maintenue. En cours d'essai, celle-ci peut glisser et venir percuter l'objectif de la caméra et endommager le système de mesure. Il est donc nécessaire de prévoir une plaque de protection transparente à travers laquelle le suivi de l'essai peut s'effectuer. Cette plaque de protection, de plus, ne doit en aucune façon perturber l'image transmise de l'éprouvette, ce qui pourrait influencer les différents résultats obtenus après dépouillement de l'essai.

VI.3) TRAITEMENT DES DONNEES

1) Principe

Le principe général du suivi de l'essai de compression et de la détermination des données géométriques est identique à celui développé pour le suivi de l'essai de traction dans le domaine des déformations plastiques.

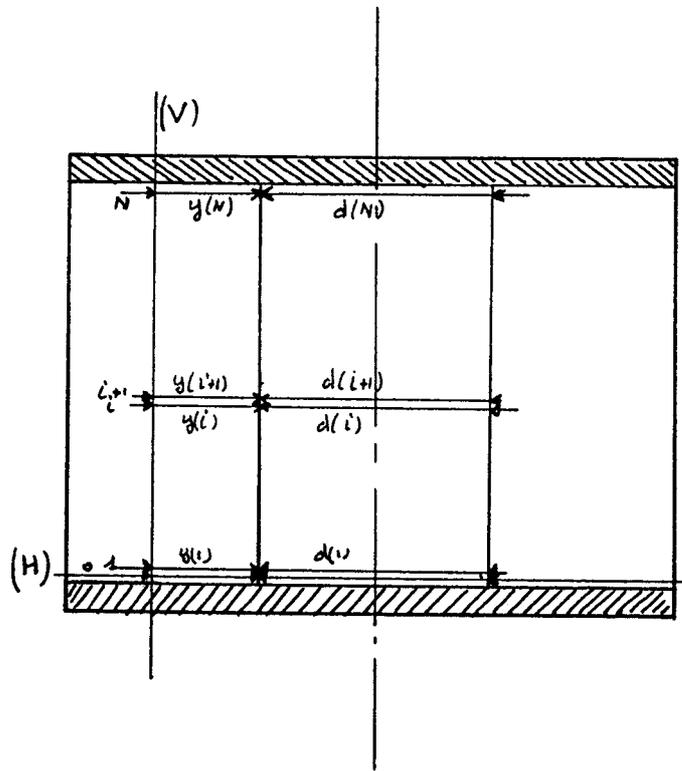


Figure VI.4 : Représentation du champ visualisé et des repères liés à la géométrie de l'éprouvette .

Deux droites, l'une horizontale (H) et l'autre verticale (V), définissent un repère positionné dans le plan image en fonction de la géométrie de l'éprouvette.

La droite verticale (V), parallèle à l'axe de l'éprouvette, permet de mesurer la hauteur réelle de l'éprouvette et son évolution. Elle définit ainsi la valeur du taux de réduction en cours d'essai.

La droite horizontale (H) définit la base de l'éprouvette à partir de laquelle son profil est échantillonné le long de sa hauteur, en N intervalles réguliers.

Le profil est alors défini par une série de N+1 couples de valeurs $[y(i), d(i)]$, $i=0,1,2,\dots,N$.

Etant donnée la non-symétrie de l'évolution du profil de l'éprouvette pendant l'essai, il est préférable de mesurer simultanément les valeurs de $y(i)$ et de $d(i)$, plutôt que de déduire directement le profil de l'éprouvette des valeurs des diamètres à différents niveaux.

Le nombre N+1 de niveaux de discrétisation du profil de l'éprouvette reste constant au cours de l'essai. Il est déterminé en fonction de la hauteur initiale de l'éprouvette. Ce nombre restant constant tout le long de l'essai, l'espacement des valeurs est de l'ordre de 0,5mm à l'état initial, alors qu'à la fin de l'essai celui-ci n'est plus que de 0,2mm.

Pour chaque acquisition d'image $A(j)$, $j=0,1,2,\dots,Q$; les données suivantes sont relevées:

$F(j)$ qui correspond à l'effort appliqué à l'éprouvette.

$H(j)$ qui correspond à la hauteur réelle de l'éprouvette.

Les couples $d(i,j)$ et $y(i,j)$ $i=0,1,2,\dots,N$, qui correspondent aux valeurs échantillonnées du profil et du diamètre de l'éprouvette le long de la hauteur $H(j)$.

Contrairement à l'essai de traction, qui se déroule jusqu'à la rupture de l'éprouvette, l'essai de

compression est délimité par le taux de réduction limite à atteindre. Le nombre d'acquisitions Q dépend alors de la durée totale de l'essai et la fréquence des acquisitions.

2) Déroulement de l'essai

L'acquisition de l'image $A(0)$ correspond à l'initialisation de l'essai. Elle détermine l'origine des efforts $F(0)$ ainsi que les valeurs des données géométriques au repos de l'éprouvette: $H(0)$, $d(0)$, $y(0)$.

Le suivi de l'essai débute réellement à l'acquisition $j=1$ et se termine à l'acquisition $j=Q$ qui correspond au taux de réduction limite à atteindre.

Les valeurs de $H(j)$, $d(j,i)$ et $y(j,i)$, $i=0,1,\dots,N$, extraites des images $A(j)$, $j=1,2,\dots,Q$, sont rapportées à celles caractéristiques de l'état initial afin d'en déduire les données nécessaires à l'exploitation de l'essai.

Ainsi l'effort réel subi par l'éprouvette à l'acquisition j est donné par la valeur:

$$F(j) - F(0)$$

Le taux de réduction est obtenu par l'expression:

$$H(0) - H(j) / H(0)$$

La déformation généralisée est calculée par la relation:

$$\bar{\epsilon} = \text{Log} \left(\frac{H(0)}{H(j)} \right)$$

L'ensemble de ces données caractérisant le suivi de l'essai de compression sont mémorisées en temps réel. Une fois l'essai terminé des procédures de traitement, écrites en langage C sont exécutées afin d'obtenir les courbes caractéristiques de l'essai.

Remarque:

Etant donnée la similitude des données recueillies lors du suivi de l'essai de compression par rapport à celles obtenues lors du suivi de l'essai de traction, les procédures de traitements sont sensiblement identiques, notamment en ce qui concerne les différentes modélisations.

Ainsi chaque courbe extraite est modélisée par la méthode des moindres carrés appliquée à un polynôme du 3ème degré afin de limiter l'influence des erreurs de mesures.

VI.4) DEROULEMENT D'UN ESSAI ET RESULTATS

1) Déroulement de l'essai de compression

Trois étapes principales composent le déroulement de l'essai de compression:

* L'initialisation de l'essai.

C'est une étape de réglage. Elle consiste à mettre au point le système de mesure par vision artificielle en réglant le champ visualisé. Elle permet de préparer la machine d'essai; mise en place de l'éprouvette, pré-sélection de la vitesse de déformation et réglage des paramètres des procédures informatiques du déroulement automatique de l'essai, notamment sélection de la temporisation entre les acquisitions successives.

* Le suivi automatique de l'essai de compression.

Cette étape constitue l'essai proprement dit. Les acquisitions s'effectuent à intervalles de temps réguliers. Entre deux acquisitions, les procédures d'extraction de données sont exécutées en temps réel afin d'extraire les différents paramètres géométriques et pour les sauvegarder en mémoire en vue du dépouillement de l'essai. Il y a arrêt automatique de l'essai une fois le taux de réduction limite atteint.

* L'essai étant terminé, on effectue simultanément la décharge de l'éprouvette et l'exécution des différentes procédures de dépouillement de l'essai et d'extraction des caractéristiques mécaniques du matériau.

Les figures VI.5 à VI.18 permettent de se rendre compte de l'évolution du profil de l'éprouvette en cours d'essai.

2) Dépouillement de l'essai

Les limites d'utilisation de la machine d'essai mécanique et le manque de résultats comparatifs sur des matériaux synthétiques ne permettent pas de valider cet essai de compression et les résultats qui en découlent. Néanmoins l'application présentée permet de se rendre compte de la qualité des mesures faites et des possibilités de traitements offertes par ce système de mesure des déformations.

Les courbes des figures VI.19 à VI.36 représentent la modélisation des profils successifs de l'éprouvette en cours d'essai. Ensuite viennent les courbes caractérisant l'évolution du facteur de profil en fonction du taux de réduction, de l'évolution de l'effort en fonction du taux de réduction et de l'évolution de la contrainte moyenne en fonction de la déformation généralisée (figures VI.37 à VI.39).

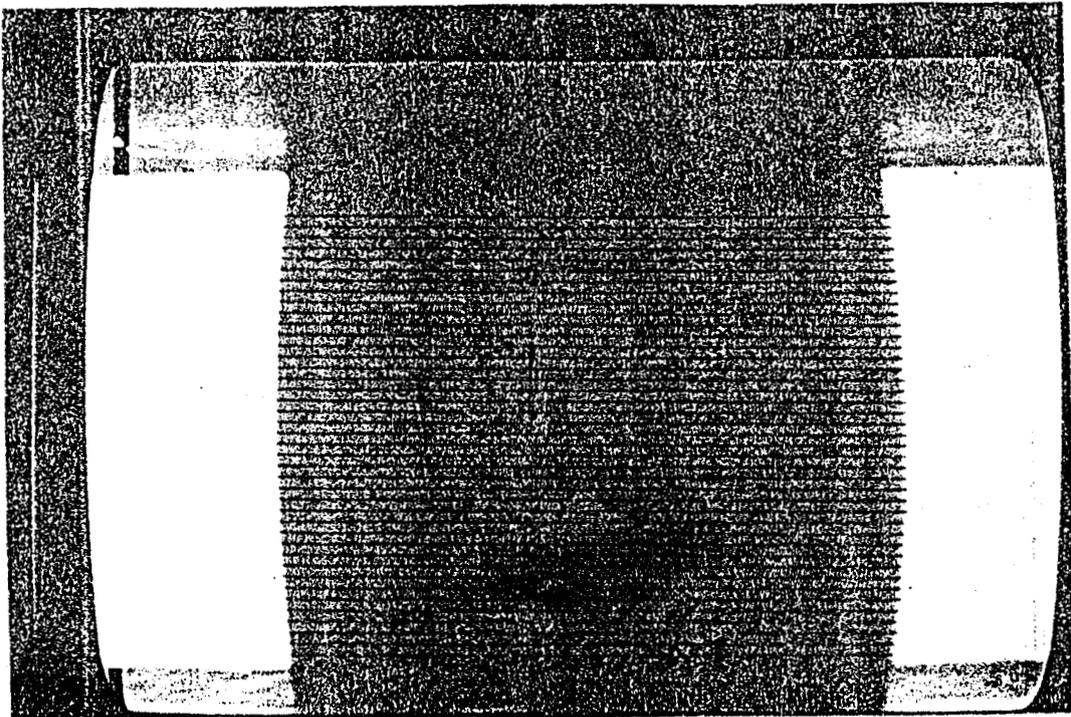


Figure VI.5

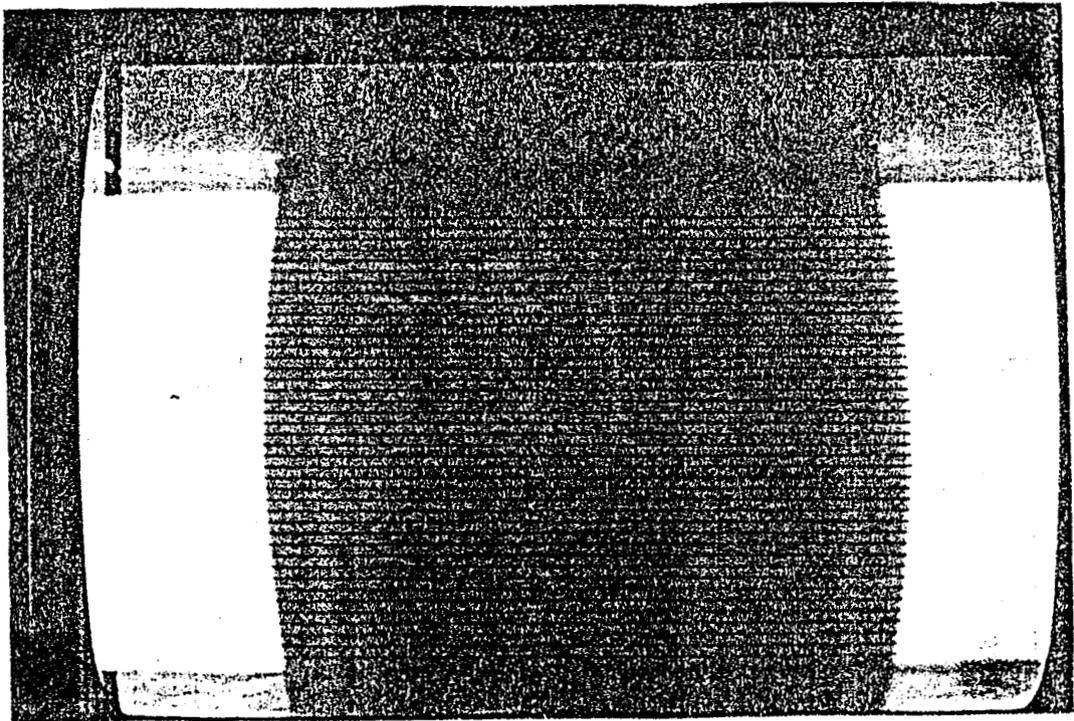


Figure VI.6

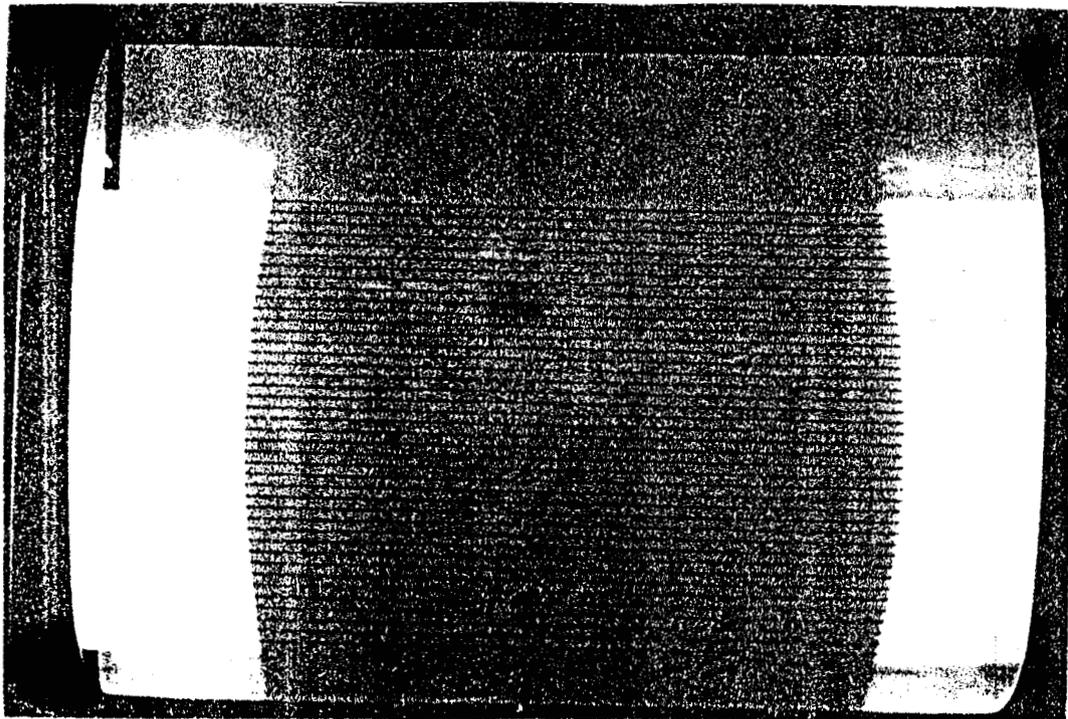


Figure VI.7

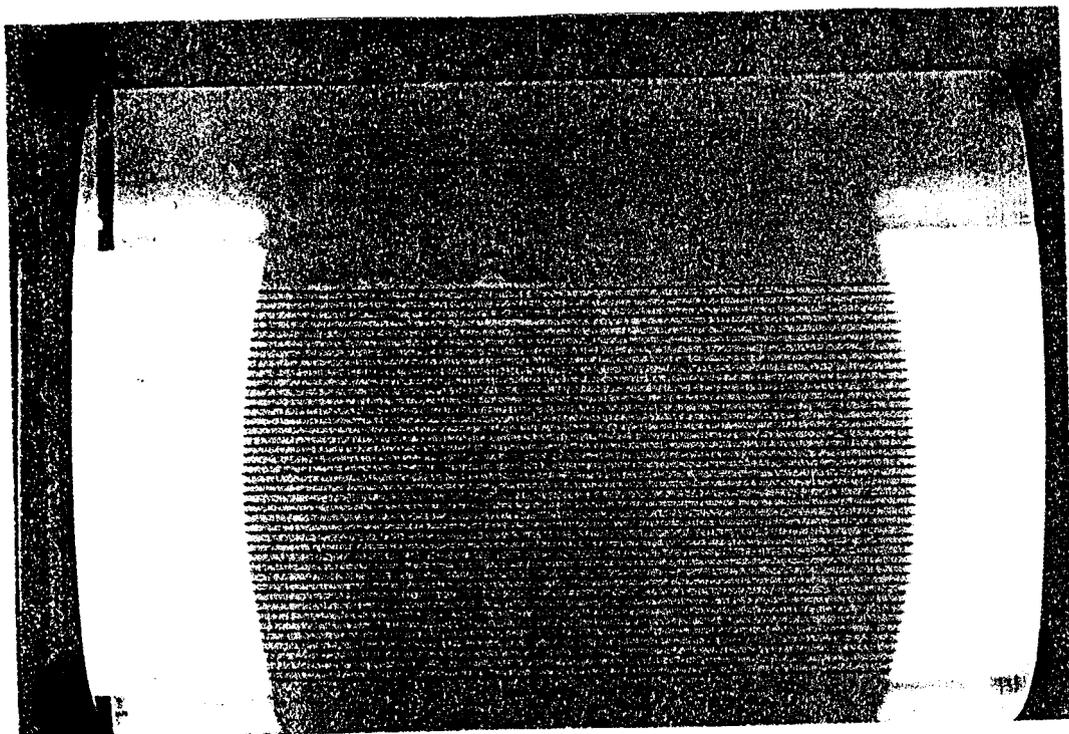


Figure VI.8

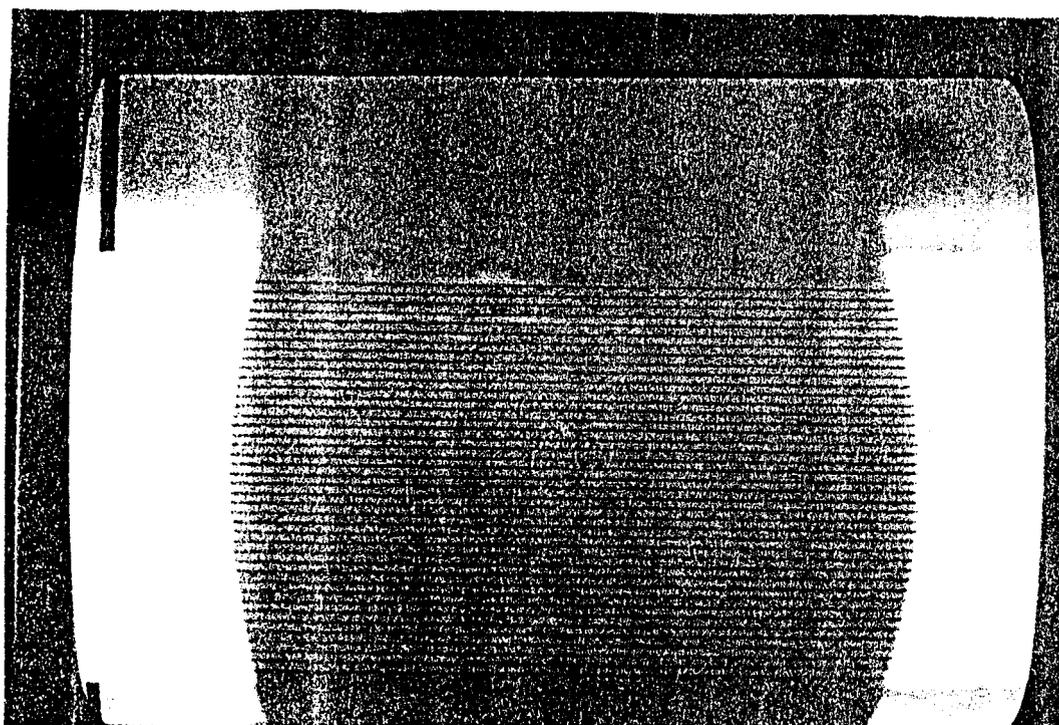


Figure VI.9

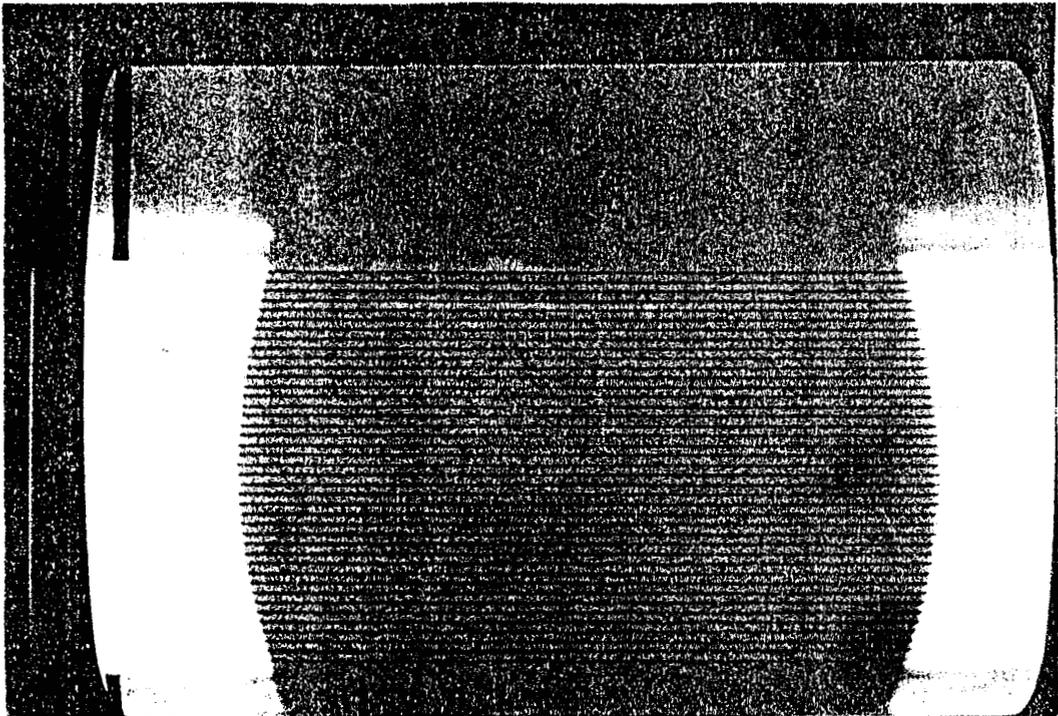


Figure VI.10

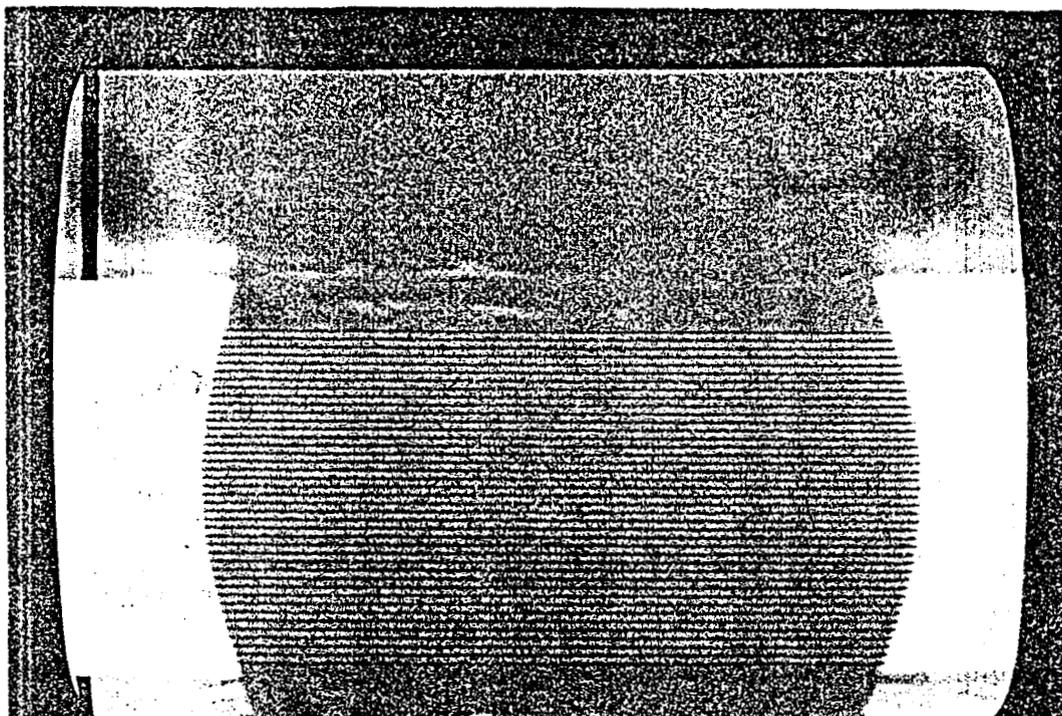


Figure VI.11 .



Figure VI.12

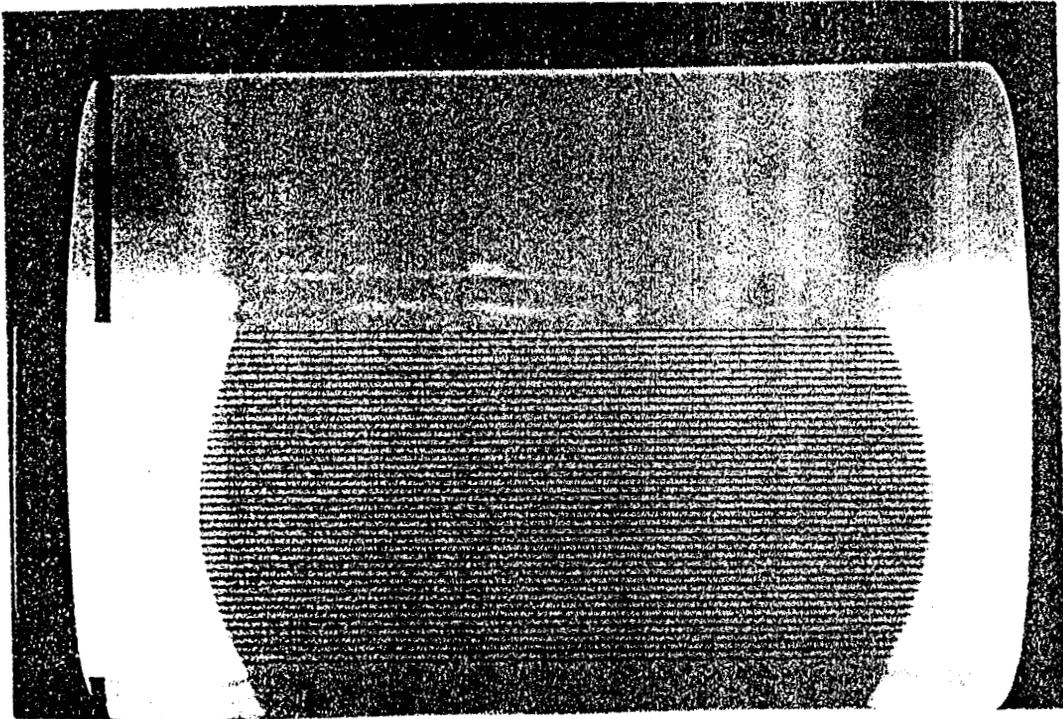


Figure VI.13

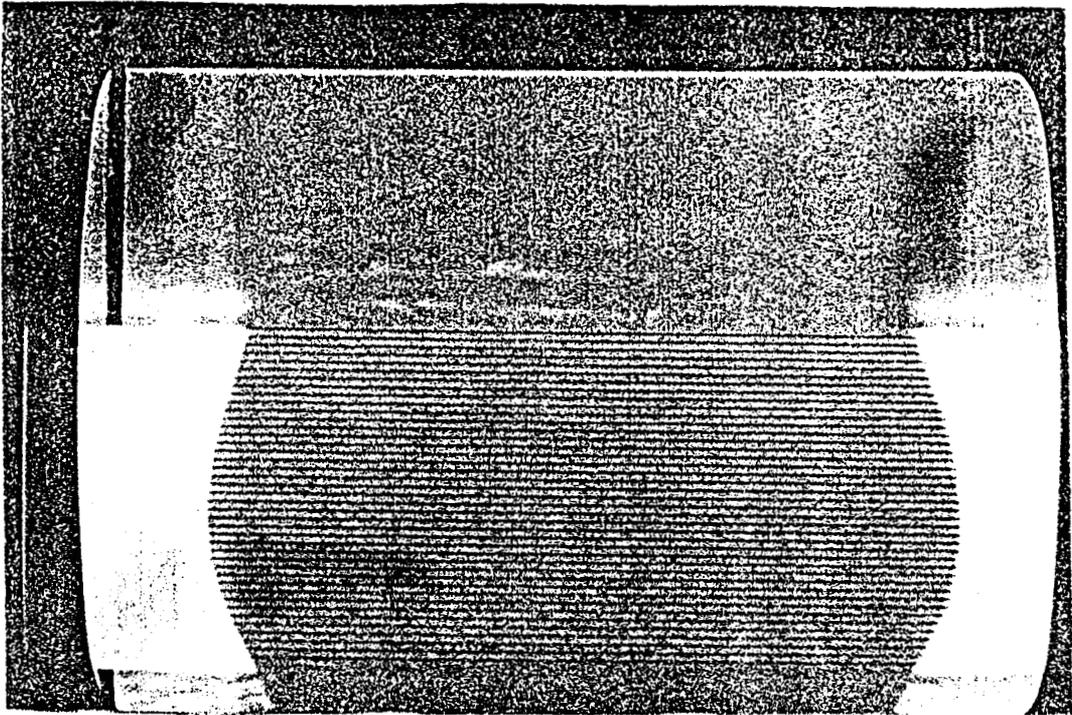


Figure VI.14

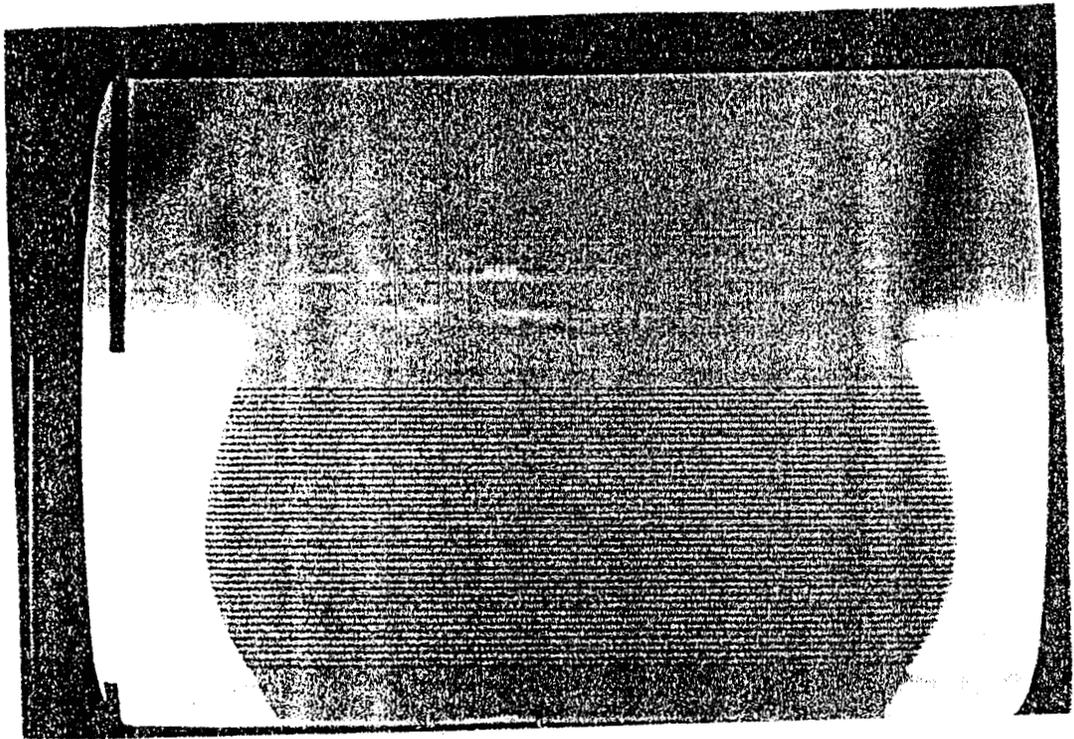


Figure VI.15

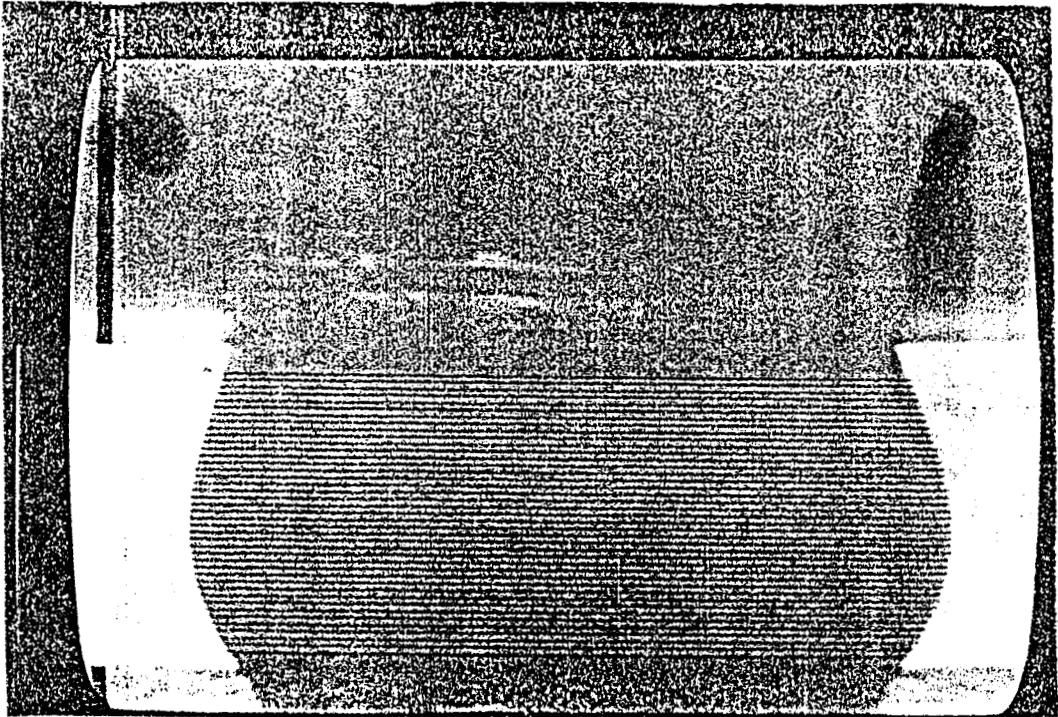


Figure VI.16

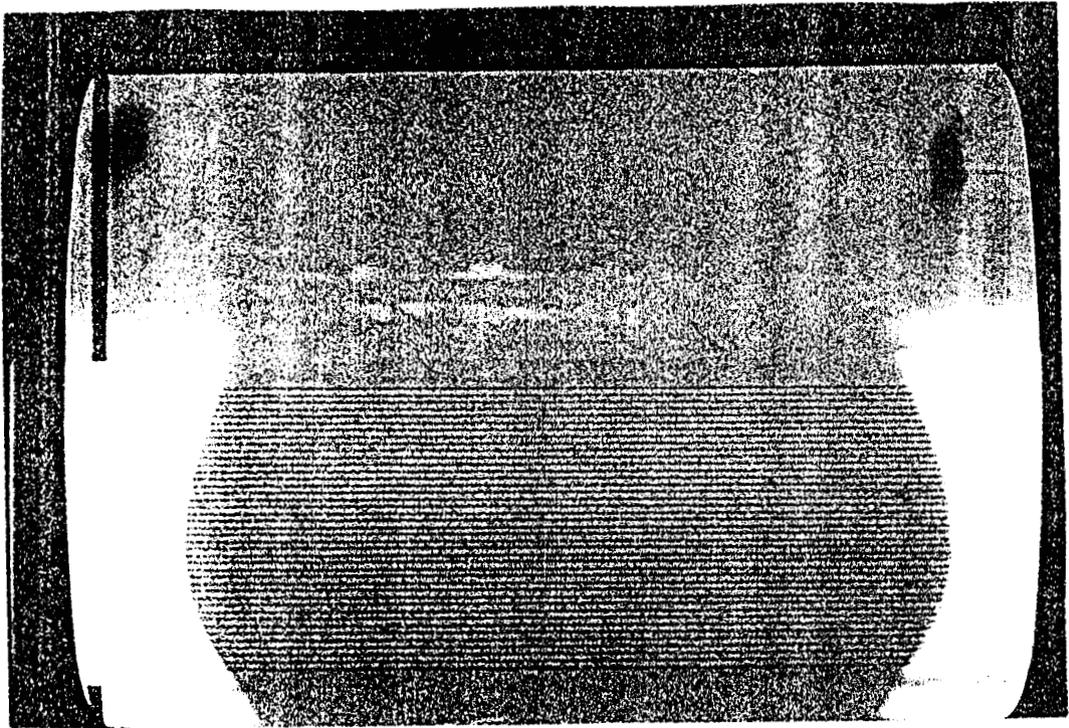
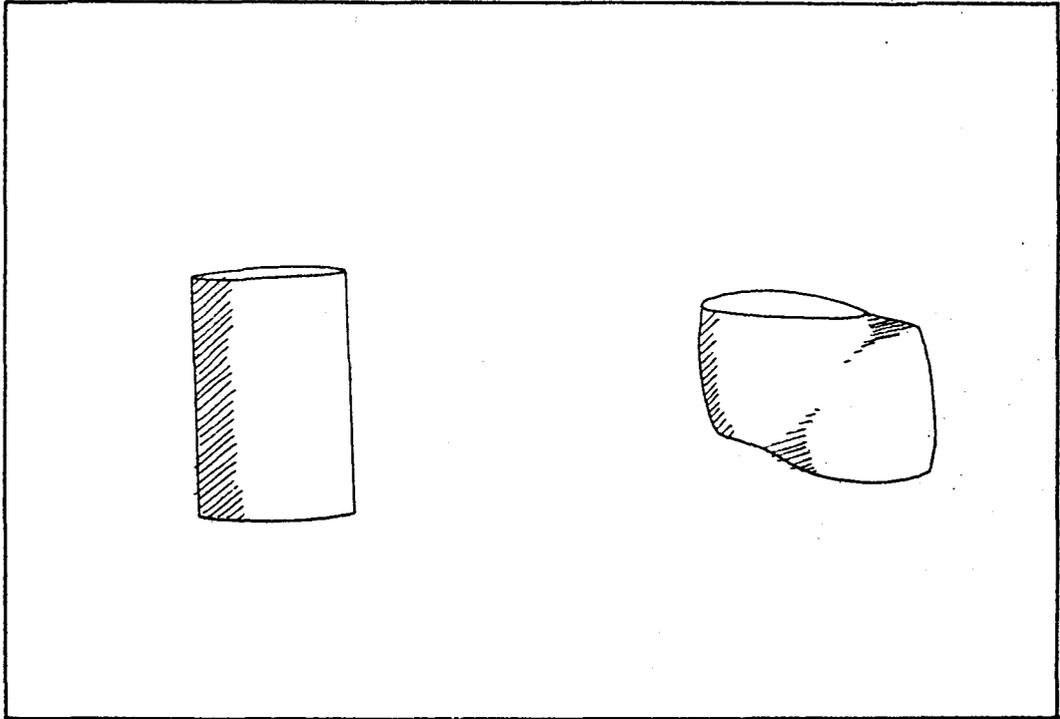


Figure VI.17



Evolution d'une éprouvette après compression

Figure VI.18

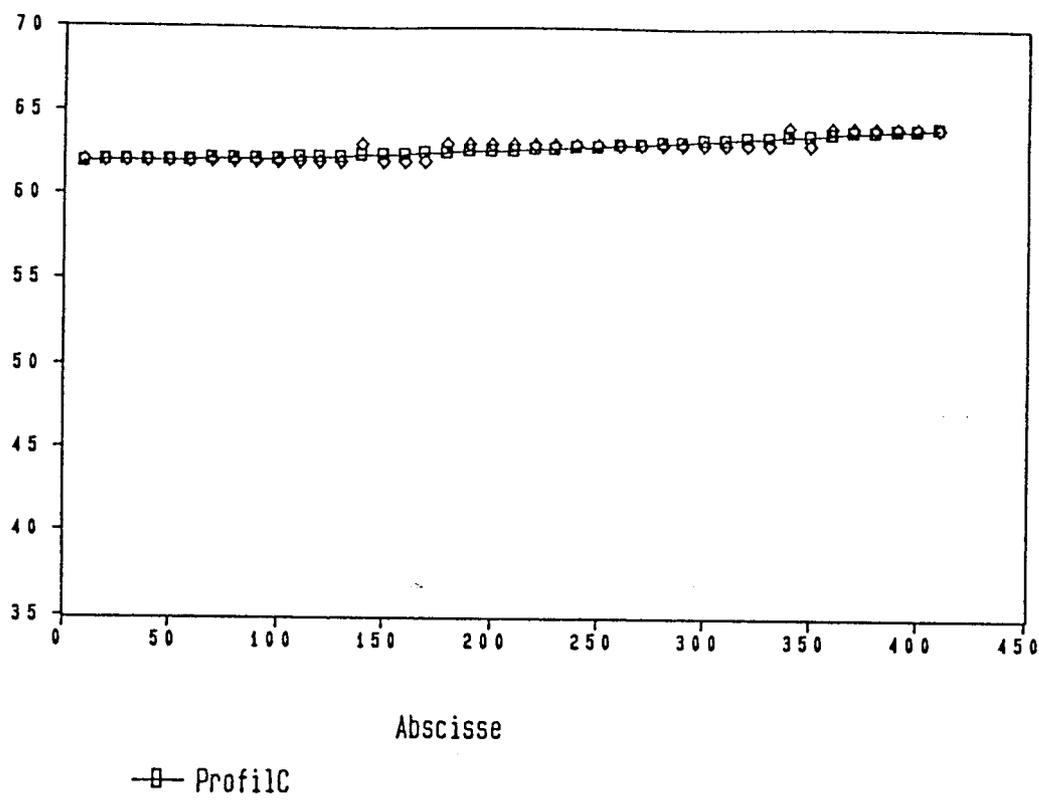


Figure VI.19

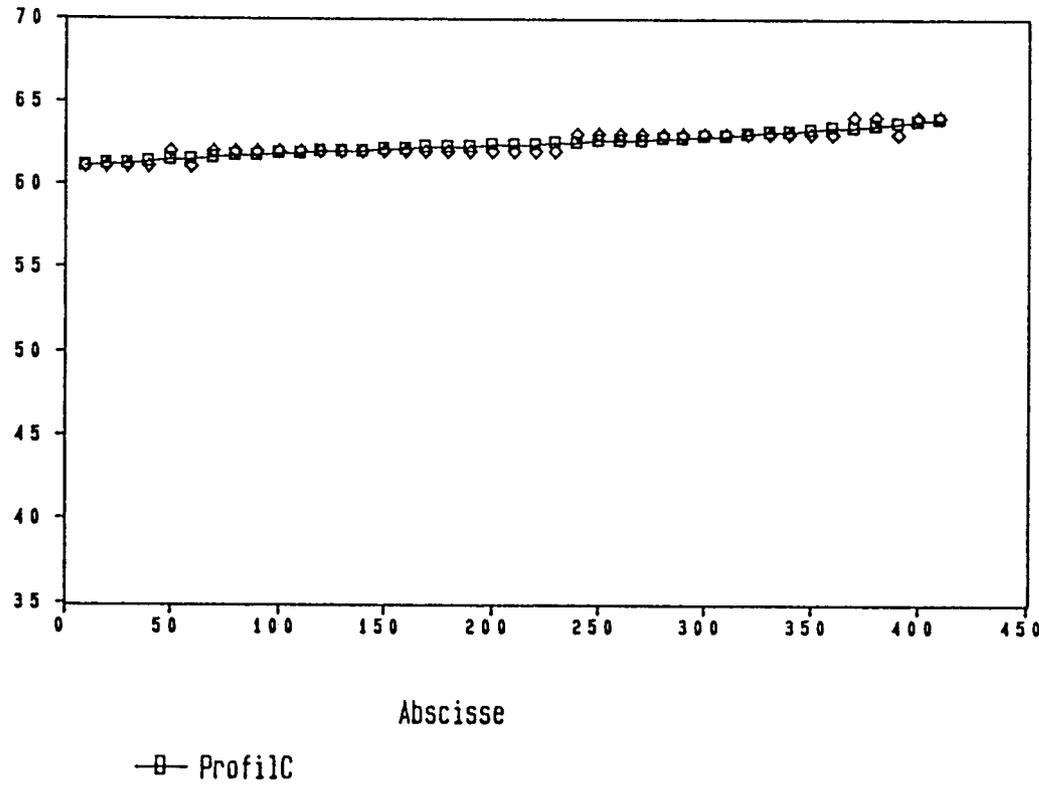


Figure VI.20

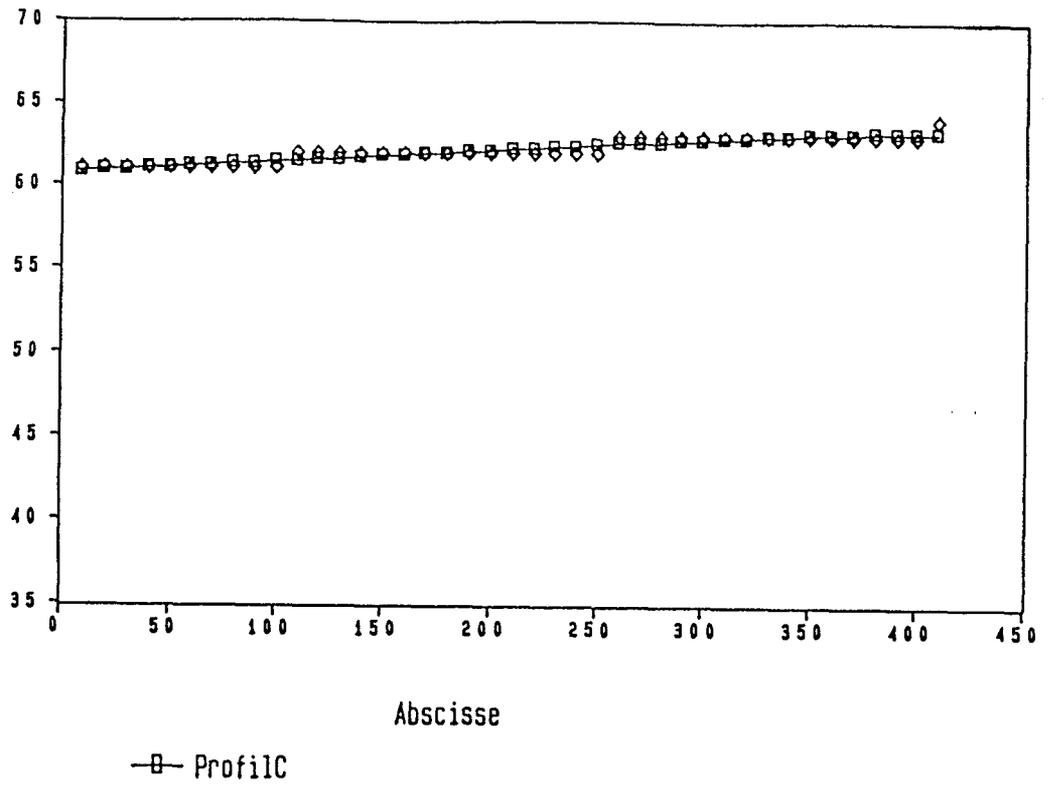


Figure VI.21

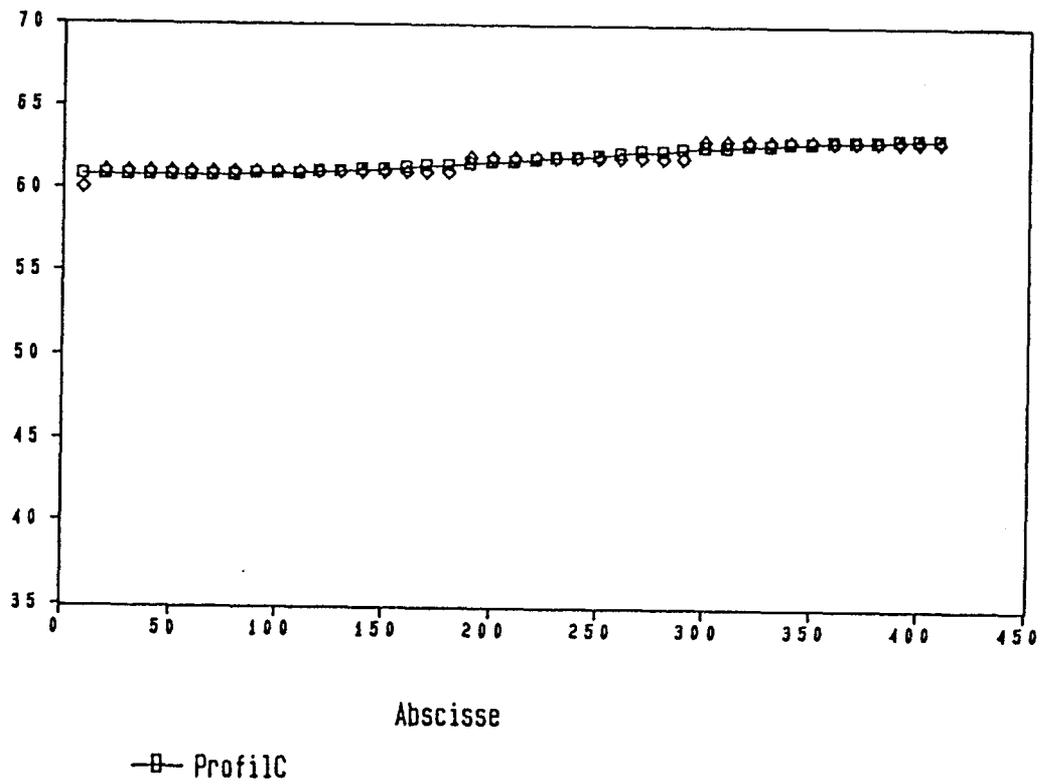
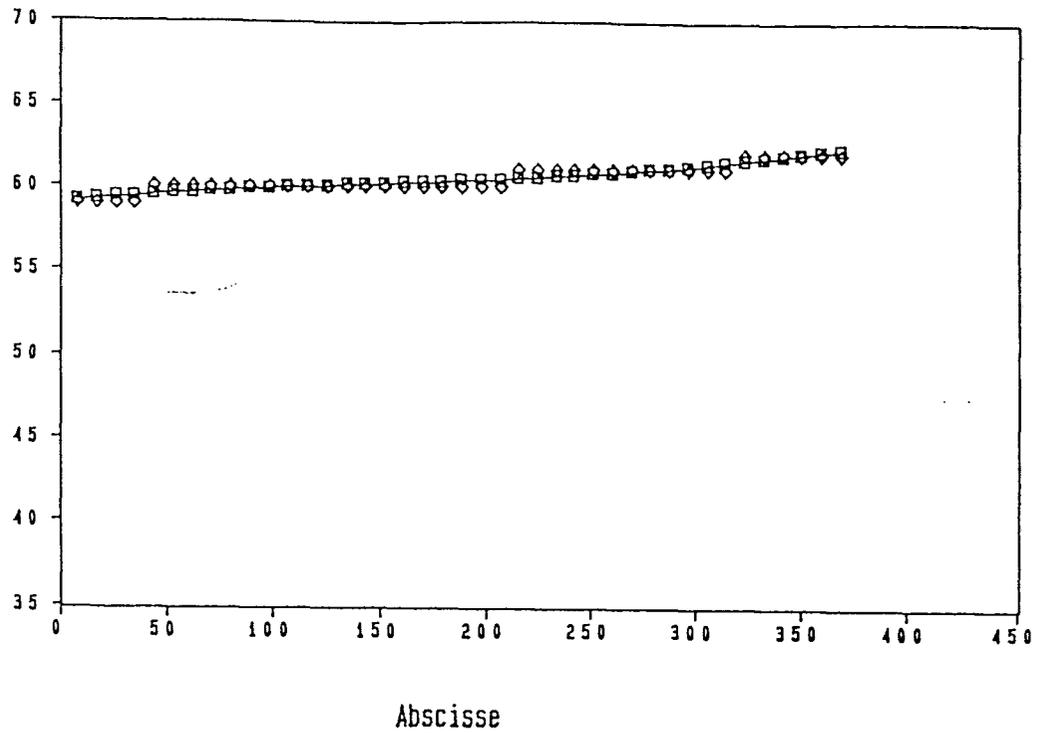
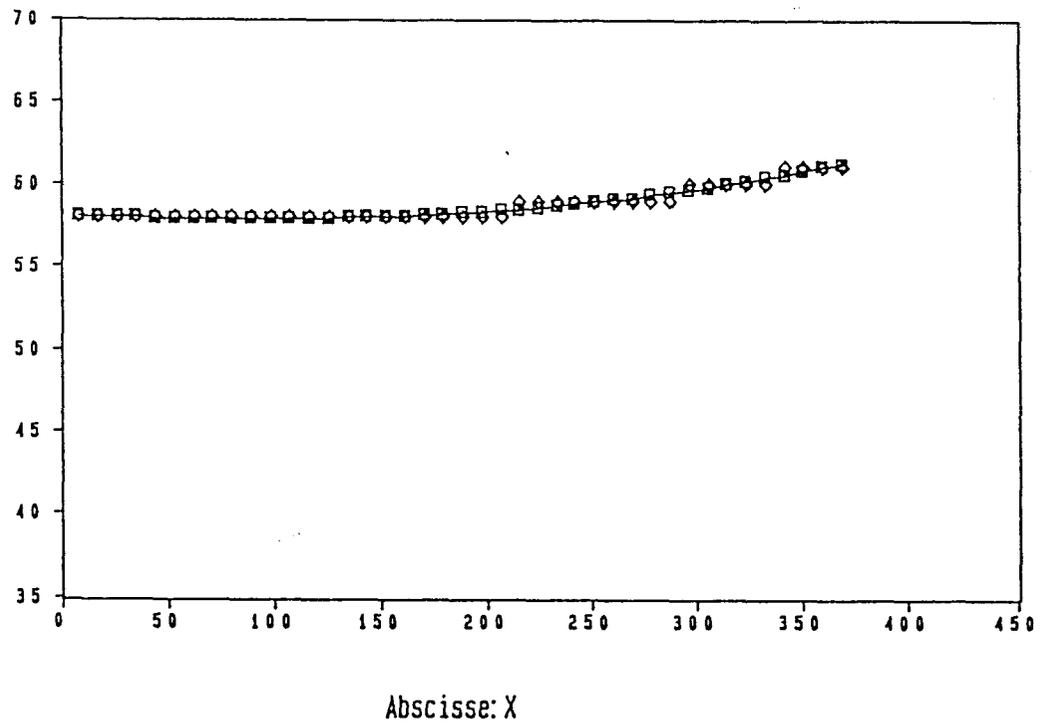


Figure VI.22



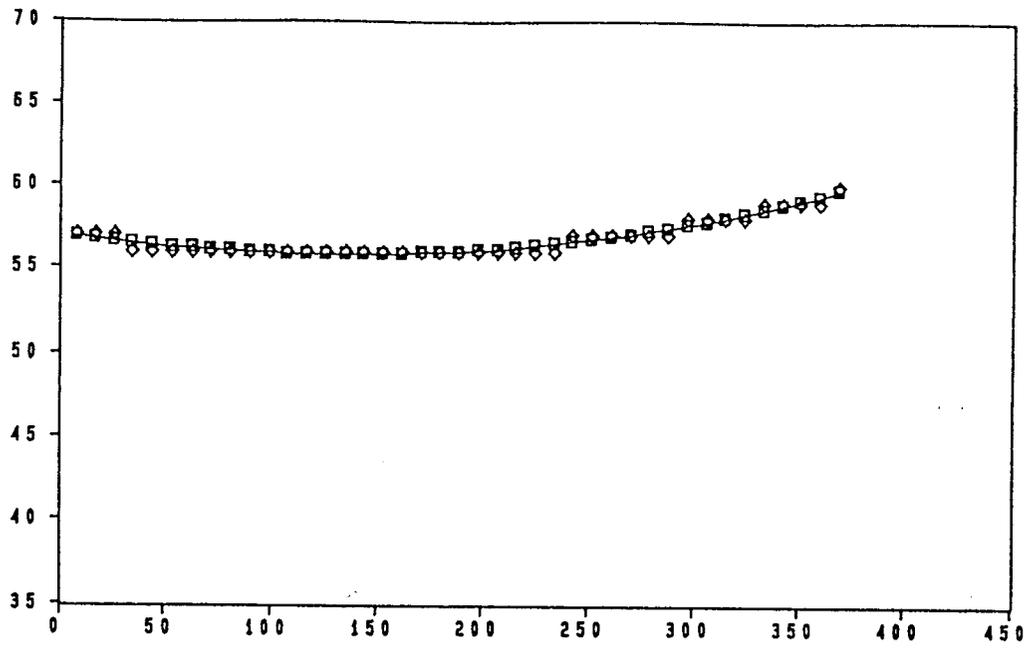
—◇— Profil:Y —□— ProfilC

Figure VI.23



—◇— Profil:Y —□— ProfilC

Figure VI.24

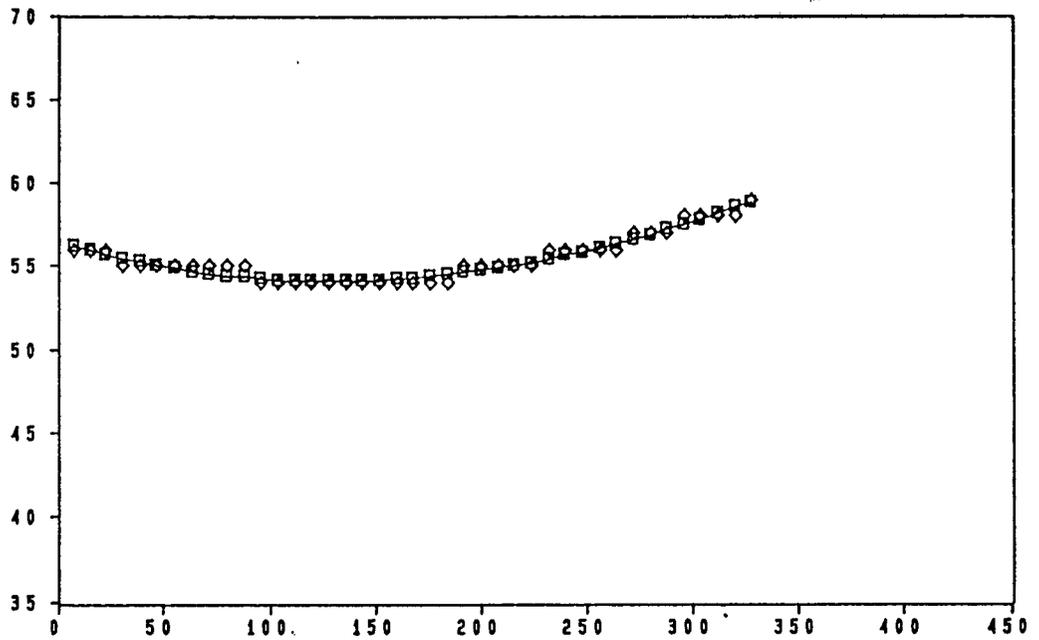


Abcisse: X

—◇— Profil: Y

—□— ProfilC

Figure VI.25

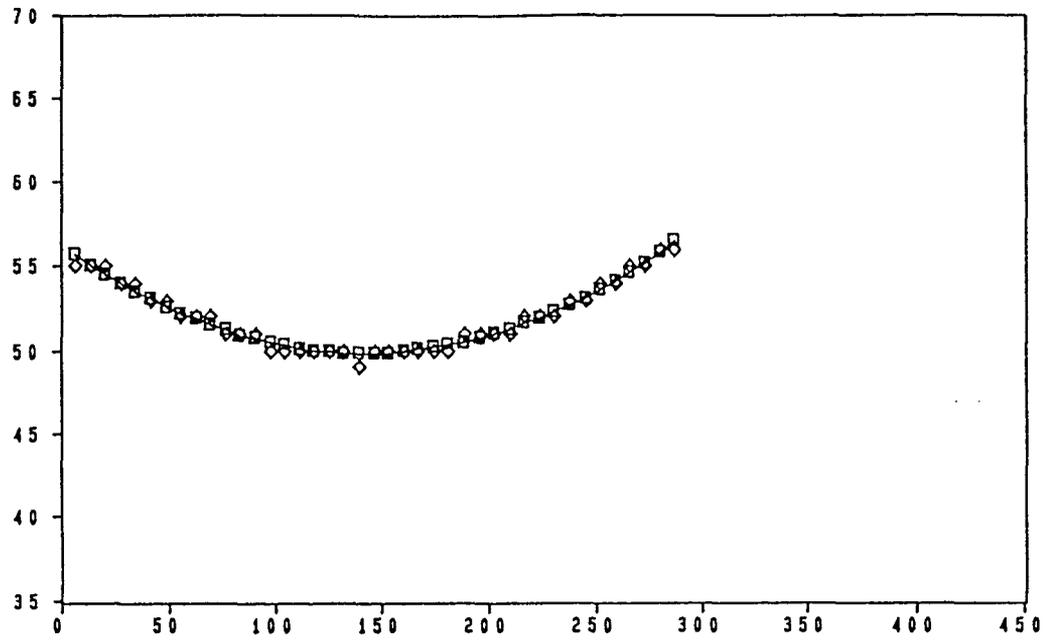


Abcisse: X

—◇— Profil: Y

—□— ProfilC

Figure VI.26

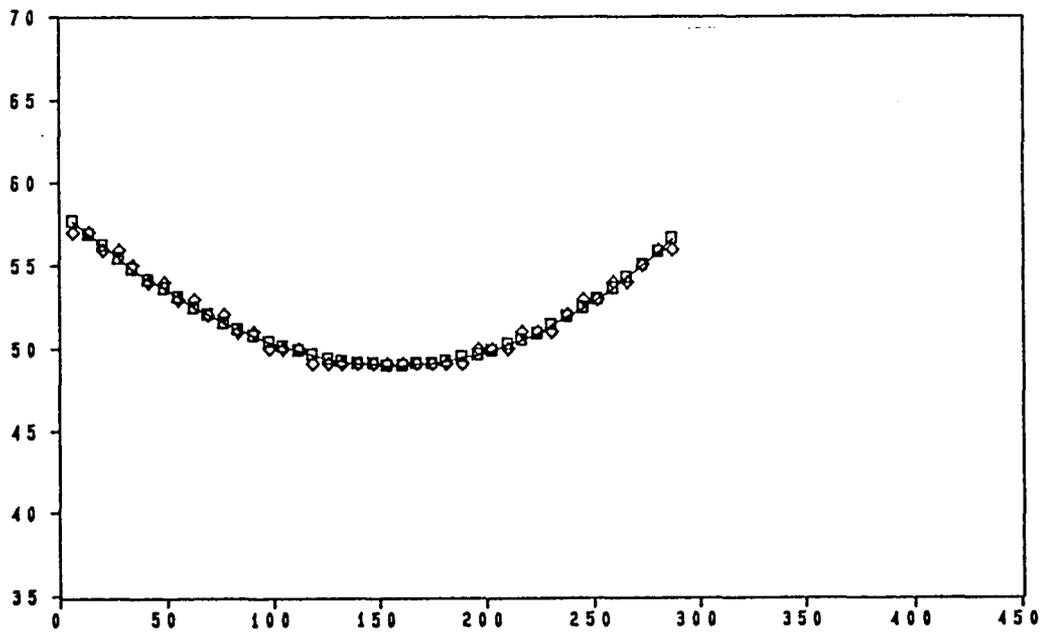


Abscisse: X

—◇— Profil: Y

—□— ProfilC

Figure VI.29

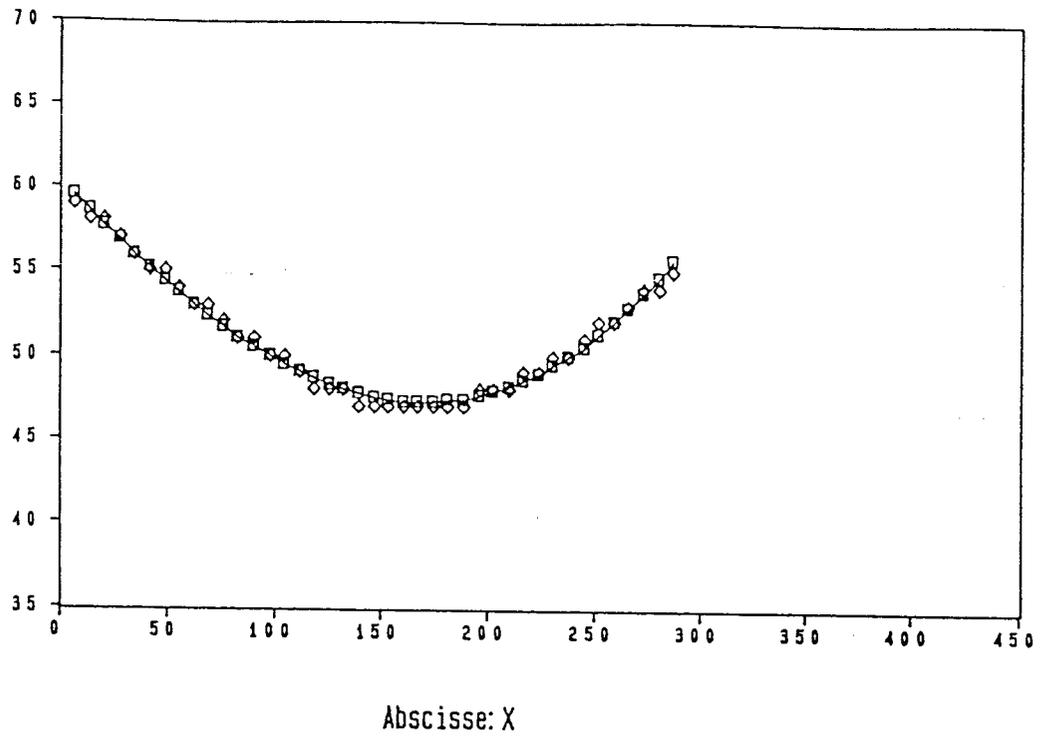


Abscisse: X

—◇— Profil: Y

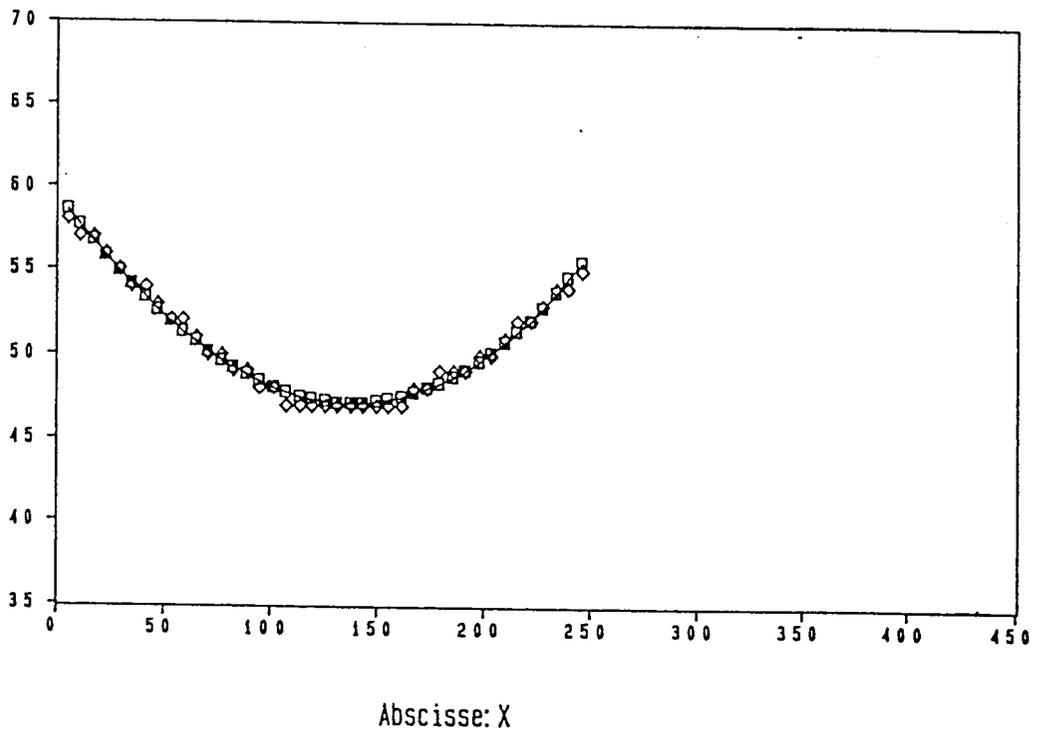
—□— ProfilC

Figure VI.30



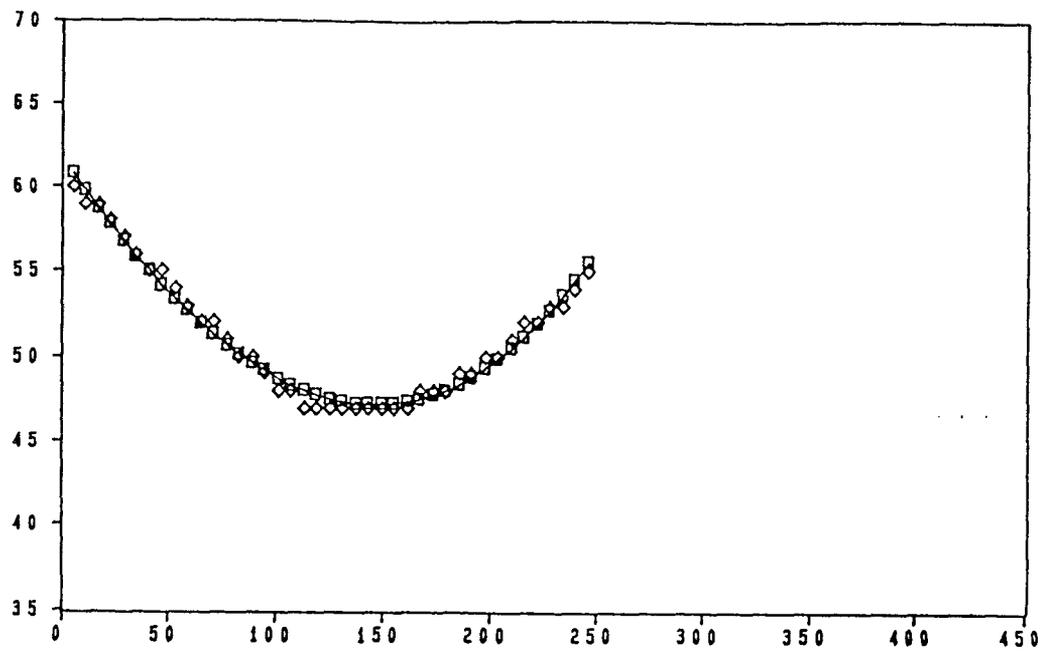
—◇— Profil:Y —□— ProfilC

Figure VI.31



—◇— Profil:Y —□— ProfilC

Figure VI.32

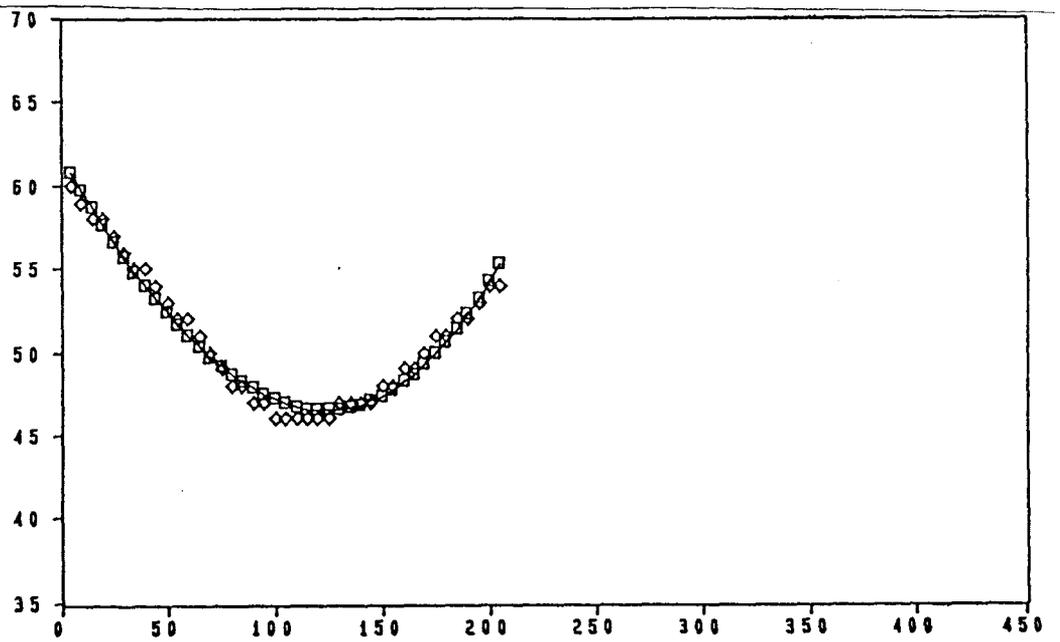


Abcisse: X

—◇— Profil:Y

—□— ProfilC

Figure VI.33

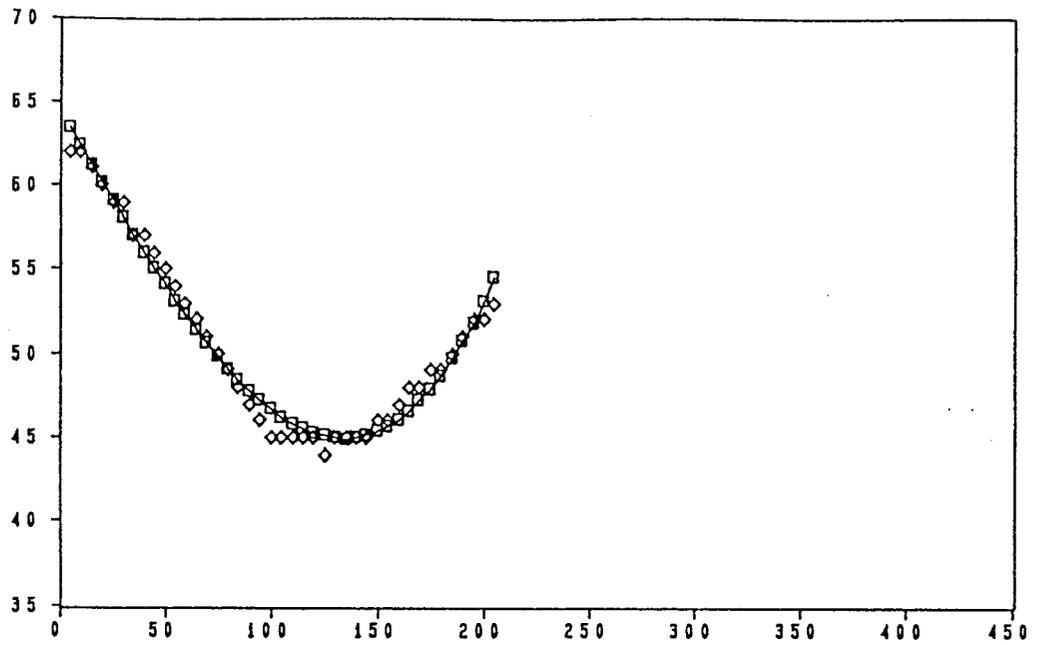


Abcisse: X

—◇— Profil:Y

—□— ProfilC

Figure VI.34

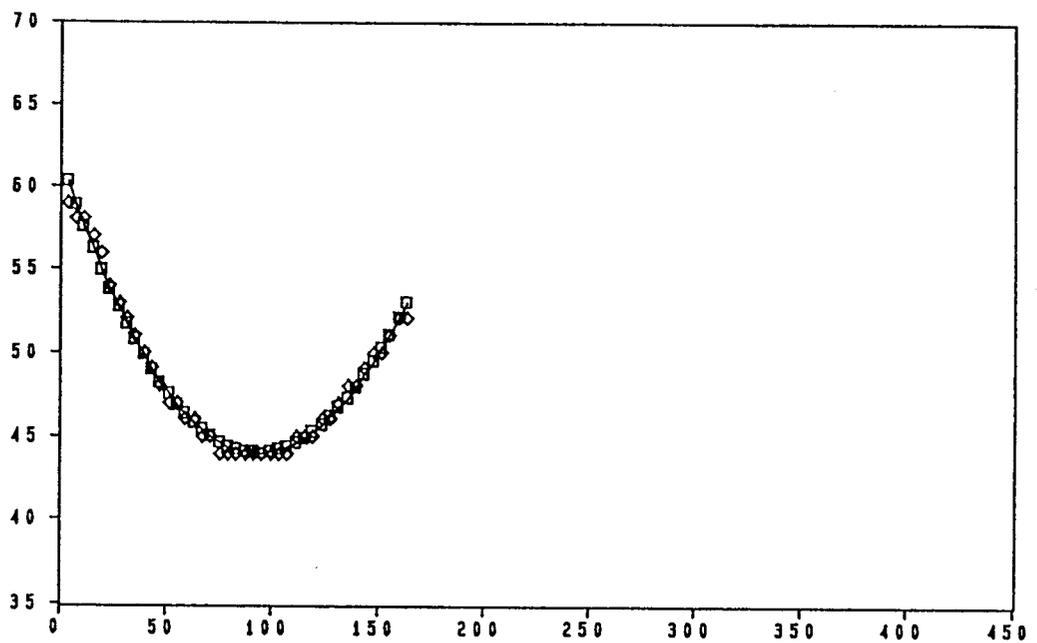


Abcisse: X

—◇— Profil:Y

—□— ProfilC

Figure VI.35

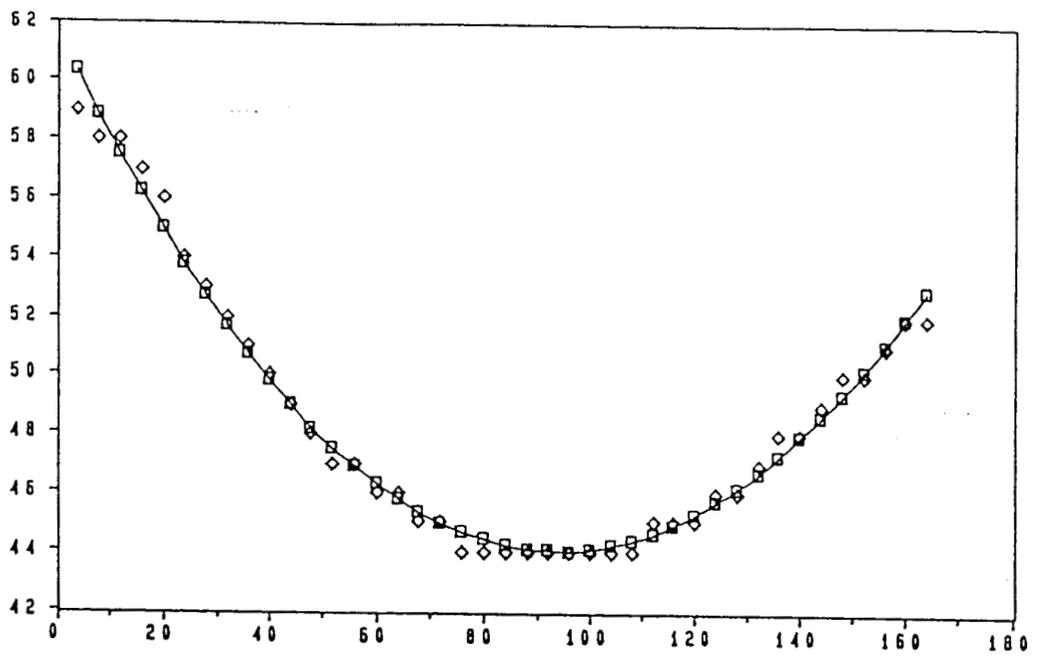


Abcisse: X

—◇— Profil:Y

—□— ProfilC

Figure VI.36



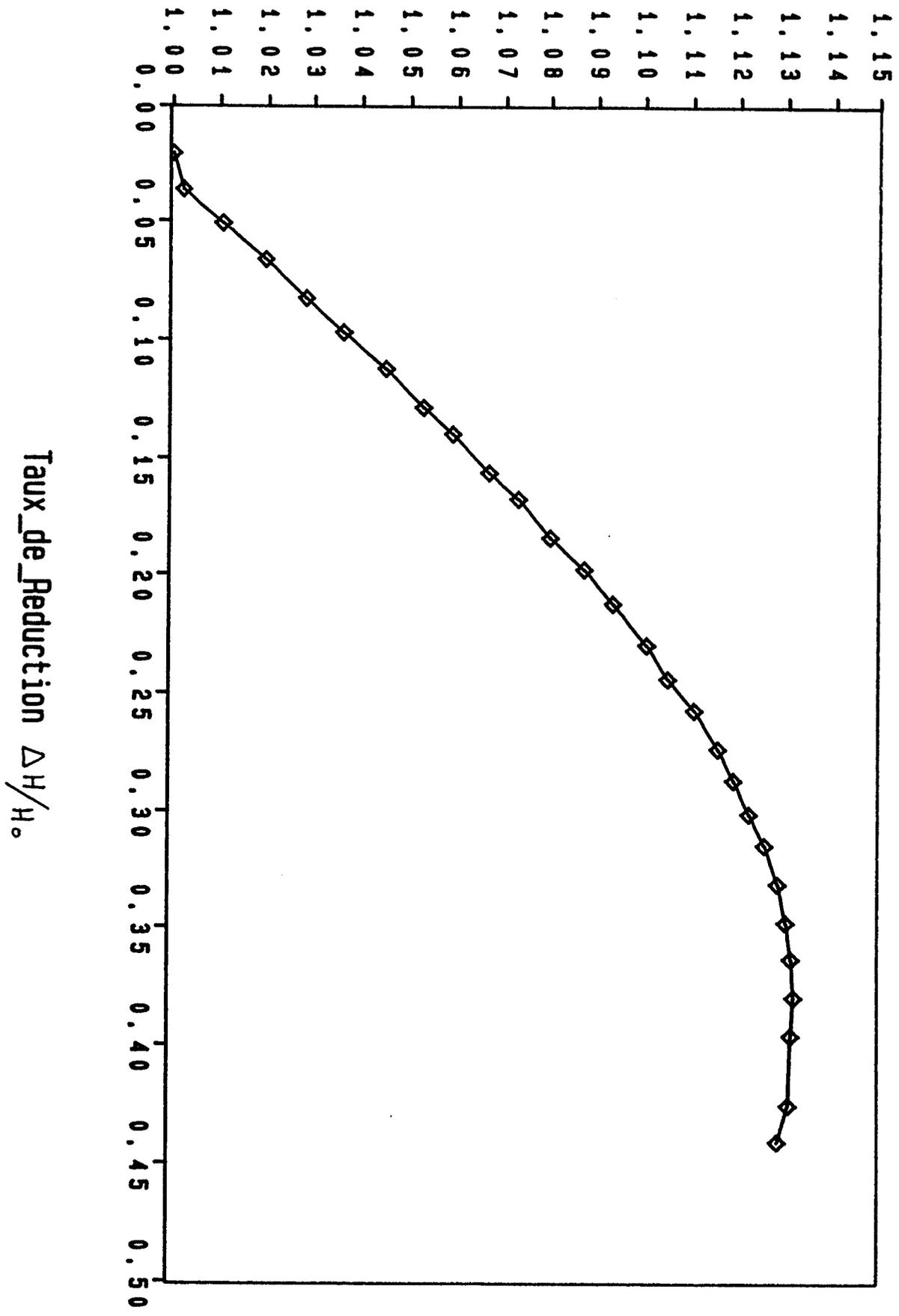
Abcisse: X

—◇— Profil: Y

—□— Profil: C

Figure VI.36 bis

Figure VI.37



—◇— rapport: Rb/Ra

Figure VI.38

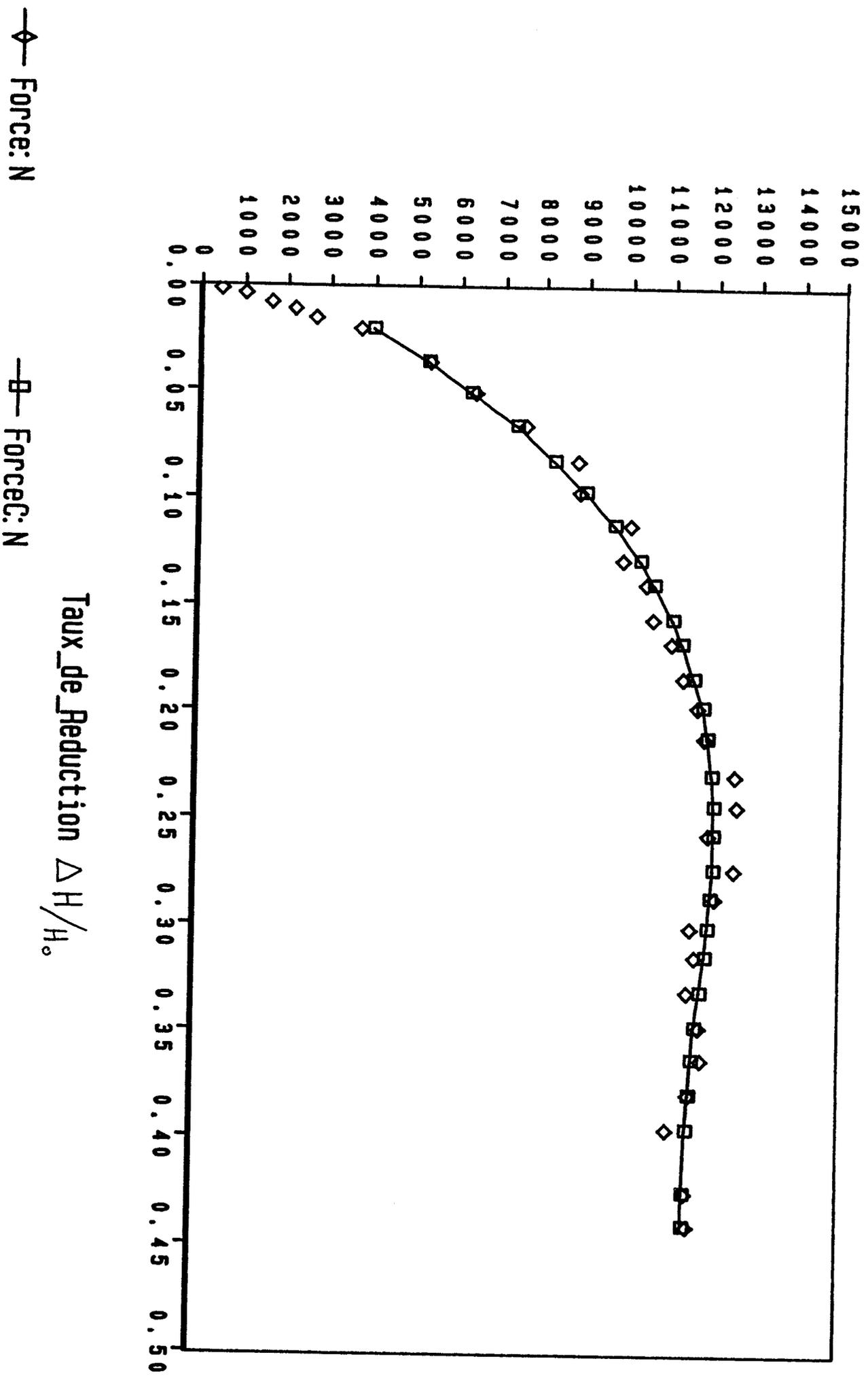
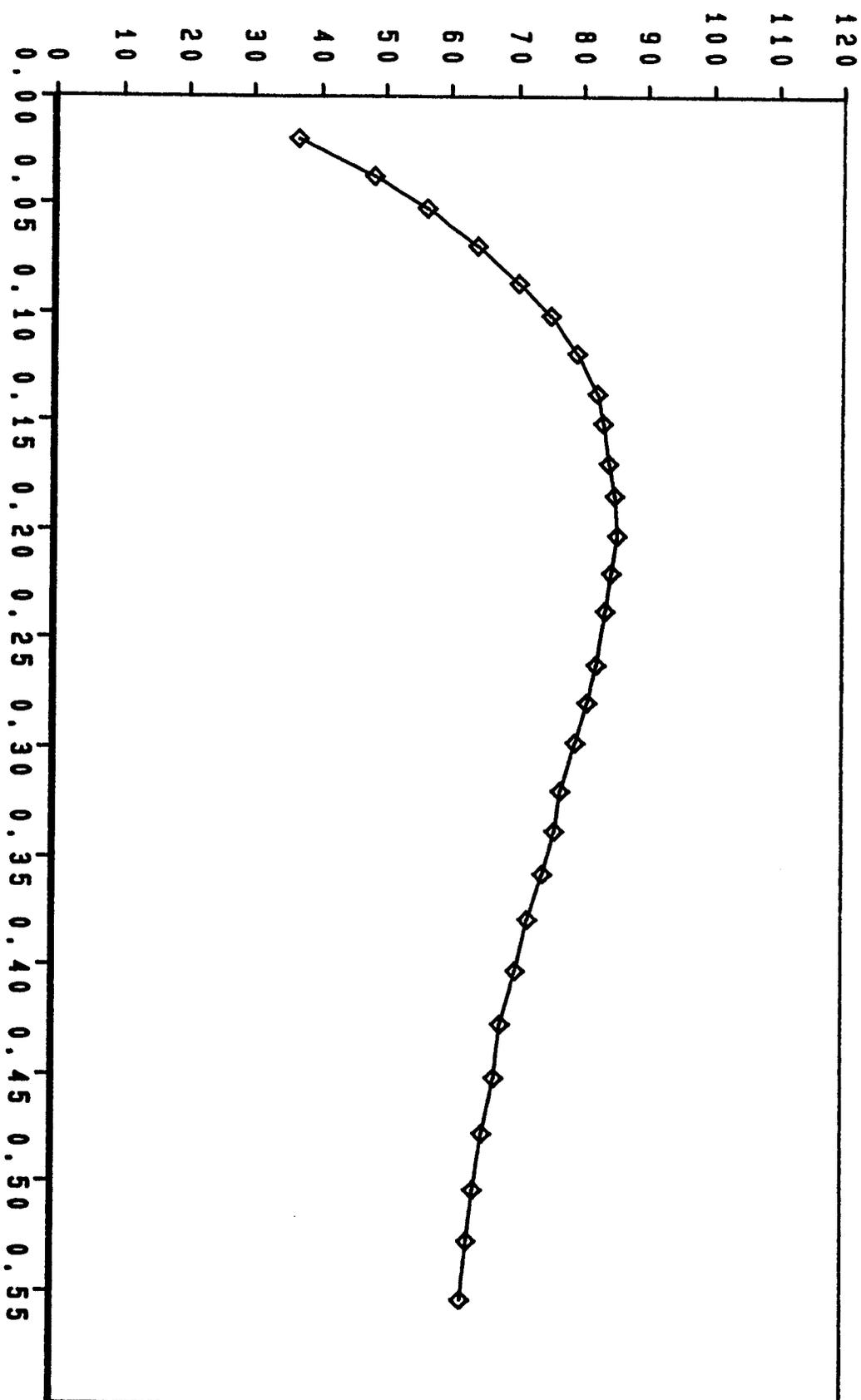


Figure VI.39



—◇— Contrainte: N/mm^2 σ

Deformation $\bar{\xi}$

L'évolution du facteur de profil en fonction du taux de réduction permet, à l'aide des abaques représentés sur la figure V.2 pour le modèle P2P tout en considérant le modèle de frottement des couches limites de Tresca, présenté plus en détail en Annexe 2, d'obtenir la valeur du coefficient de frottement entre les plateaux de la presse et les faces de l'éprouvette. La valeur obtenue est $m = 0,20$

La modélisation de la courbe d'évolution de la contrainte moyenne en fonction de la déformation généralisée, par le modèle RPP permet d'en déduire la valeur de la contrainte moyenne d'écoulement. Celle-ci est de: $\bar{\sigma}_0 = 72,3 \text{ N/mm}^2$

La modélisation de cette courbe par le modèle RPE permet d'obtenir les coefficients de la relation de Norton-Hoff:

$$\bar{\sigma}_0 = A \bar{\epsilon}^n$$

avec $A = 51,07 \text{ N/mm}^2$

et $n = 0,1104$

VI.5) CONCLUSION

Ce chapitre sur l'utilisation du système de mesure par vision artificielle pour le suivi automatique de l'essai de compression met en évidence ces capacités de traitement et sa facilité d'implantation sur une machine d'essai mécanique. En effet, bien que ne pouvant être comparé à des essais traditionnels par extensométrie mécanique, la quantité et la qualité des mesures recueillies durant le déroulement de l'essai de compression rend le suivi de cet essai mécanique plus facile et plus rapide à effectuer et à dépouiller.

De plus, la connaissance de l'évolution du profil de l'éprouvette en cours d'essai, favorisée par l'absence de contact, évite le démontage de l'éprouvette pour la mesure de la section moyenne qui est nécessaire pour la détermination des caractéristiques locales. En effet, le suivi de l'essai de compression traditionnel nécessite le démontage de l'éprouvette, plusieurs fois de suite, afin de déterminer les caractéristiques locales et leurs évolutions. La modélisation du profil permet la détermination éventuelle de ces caractéristiques, aussi bien au niveau équatorial que pour une section particulière de l'éprouvette.

L'adaptation et le développement de ce système de système de mesure par vision artificielle pour le suivi de l'essai de compression permet d'envisager une utilisation plus régulière et plus facile de cet essai mécanique comme moyen de détermination des caractéristiques mécaniques des matériaux que par le passé.

CONCLUSION

Cette étude sur la conception, la réalisation et l'utilisation d'un système de mesure des déformations des matériaux par vision artificielle a mis en évidence trois propriétés du système proposé.

De conception simple, son implantation sur une machine universelle ne présente aucune difficulté. L'utilisation de capacités visuelles permet d'obtenir des données bidimensionnelles et offre la possibilité de s'adapter à n'importe quel type d'éprouvette, et ceci sans contact avec l'échantillon. L'automatisation de l'essai, le traitement des données en temps réel et le dépouillement des résultats par un système informatique ouvert lui confèrent une autonomie parfaite.

Développé sur des essais simples, ce système a permis d'obtenir des résultats positifs et encourageants pour une généralisation de l'utilisation de cette méthode de mesure des déformations. Il est maintenant nécessaire de passer par une période d'utilisation intensive du système sur plusieurs types de matériaux afin de valider les résultats obtenus par ce système de vision artificielle.

Son utilisation pour la mesure des déformations au cours du suivi des essais de traction sur des éprouvettes métalliques et au cours des essais de compression sur des éprouvettes en matière synthétique, montre sa polyvalence. Ce système de mesure, muni de capacités visuelles, n'est donc pas spécifique à un type de matériau, contrairement aux extensomètres mécaniques. Il peut donc s'adapter à plusieurs types d'essais sans modifications fondamentales.

Il est donc tout à fait pensable d'envisager l'utilisation et l'adaptation de ce principe de mesure par vision artificielle à des essais plus complexes, notamment pour l'endommagement de surface, le suivi dynamique de la propagation des fissures lors des essais de fatigue, les essais mécaniques à chaud, etc...

Compte tenu de la rapidité du système de saisie et de traitement des données, une application à la mécanique de la rupture peut être envisagé, d'autant plus que ce type d'essais nécessite une mise en place très délicate de plusieurs capteurs conventionnels.

L'ensemble des conclusions et des perspectives de développement de ce système de mesure des déformations des matériaux permet d'envisager un apport important dans l'étude de la rhéologie des matériaux, dans la validation d'hypothèses et des méthodes d'approximation. Il ouvre également de nouveaux champs d'investigation sur le comportement des matériaux grâce à des mesures bidimensionnelles et en temps réel.

si
, 2

La
le

Re:
Le
d'

*
*

I.

Le
de
fac
3
pa
ch
d'

Fac

Fac

ANNEXE 1

NOTIONS DE BASE DE LA MECANIQUE
DES MILIEUX CONTINUS [12] [13]

I] TENSEURS - DEFORMATIONS

I.1) Hypothèse du milieu continu

Cette hypothèse, née de la mécanique des fluides, exprime que le milieu étudié varie de façon continue de point à point. Cela ne permet pas de parler des discontinuités sous grains et cellules. L'hypothèse de continuum est le volume adopté, tout petit, est un volume du milieu continu. La description typique des discontinuités macroscopiques sera faite à l'aide des propriétés physiques dont la variation est continue d'un "point" à un autre.

I.2) Forces de contact

Parmi les forces se faisant à distance, on va faire une triple distinction :

* Forces à distance : fait d'actions à distance (actions électriques, gravitationnelles) par une densité massique volumique $\vec{F}(M)$, tel qu'un élément de volume V soit :

$$\vec{F} dV = \frac{\vec{F}}{\rho} dm = \dots$$

si \vec{T} est l'action du milieu (A) vers le milieu (B), \vec{T} . Alors l'action de (B) vers (A) est $-\vec{T}$.

La figure A1.1 représente les actions et leurs projections par rapport au vecteur normal.

Remarque :

Le signe de σ , apporte une précision sur le sens de l'effort :

* si $\sigma > 0$: Traction, Tension

* si $\sigma < 0$: Compression

I.4) Matrice des contraintes

Le vecteur contrainte ne définit pas l'état de contrainte en un point puisqu'il est défini sur une facette particulière. L'état de contrainte est défini par 3 vecteurs contraintes pour 3 facettes passant par ce point. Le choix des facettes et le choix de vecteurs normal correspondant définissent d'un repère $M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$.

Facette 1 :

Vecteur normal $\vec{x} = \vec{n}_1$
Vecteur contrainte \vec{T}_1 (σ_{11})

Facette 2 :

Vecteur normal $\vec{y} = \vec{n}_2$
Vecteur contrainte \vec{T}_2 (σ_{12})

ou dm est la masse de l'élément de volume dV .

Pour la suite, nous n'envisagerons que les forces à distance dont le moment résultant pour un élément dV ne soit que du 4ème ordre par rapport à l'infiniment petit principal.

* Forces de surface, s'exerçant sur la surface du milieu étudié, que l'on peut mesurer par une densité superficielle $\vec{f}(P)$, telle que la force exercée sur un élément de surface d'aire dS autour d'un point P soit:

$$\vec{f}(P) dS .$$

* Forces de contact, exercées les unes sur les autres par les éléments de matière contigus et exprimant la cohésion de la matière: Ces forces de cohésion étant de si faible rayon d'action que l'on peut les représenter par des forces de surface; on représentera ainsi par le vecteur \vec{T} . dS la force de contact en un point intérieur M , pour un élément de surface donné en M ; l'aire dS limitant les deux parties du solide en contact. \vec{T} défini en un point et pour un élément de plan orienté contenant dS donné, passant par M est appelé vecteur contrainte (dimension d'une pression).

I.3) Contrainte normale et tangentielle

Soit \vec{T} le vecteur contrainte, soit $\sigma = \vec{T} \cdot \vec{n}$ sa projection sur \vec{n} (vecteur normal), appelé contrainte normale.

Sa projection sur le plan de la face (dS) est la contrainte tangentielle notée τ (cisaillement, cision) Selon le principe de réciprocité des actions:

Facette 3:

$$\begin{aligned} \text{Vecteur normal } \vec{z} &= \vec{n}_3 \\ \text{Vecteur contrainte } \vec{T}_3 & (\sigma_{13}, \sigma_{23}, \sigma_{33}) \end{aligned}$$

La matrice contrainte en M:

$$((\sigma_{ij})) = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}$$

La connaissance de $((\sigma_{ij}))$ permet de connaître tous vecteurs de contrainte \vec{T} passant par une facette de vecteur normal \vec{n} par simple combinaison linéaire; en effet si $\vec{n} = n_1 \cdot \vec{x} + n_2 \cdot \vec{y} + n_3 \cdot \vec{z}$ ($\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$) base de vecteur normaux, alors:

$$\vec{T} = n_1 \vec{T}_1 + n_2 \vec{T}_2 + n_3 \vec{T}_3$$

soit:

$$T_i = \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} \cdot n_j = \sigma_{ij} n_j$$

relation obtenue en prenant comme convention, l'omission du signe \sum sur l'indice muet répété (j), c'est à dire que:

$$T_i = \sigma_{i1} \cdot n_1 + \sigma_{i2} \cdot n_2 + \sigma_{i3} \cdot n_3$$

I.5) Tenseur des contraintes

La matrice des contraintes en M $((\sigma_{ij}))$ référencée par rapport à $(M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ peut s'exprimer par rapport à

n'importe quelle référence $(M, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ par relation de changement de base:

soit $((\sigma_{ij}))$ référencé $(M, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$
 soit $((\Sigma_U))$ référencé $(M, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$

On a la relation:

$$\Sigma_U = A_{ii} \cdot A_{Jj} \cdot \sigma_{ij}$$

ou A_{ii} est la matrice de passage de $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ en $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$
 et A_{Jj} est la matrice de passage de \vec{T}_j en \vec{T}_J

Ceci montre que la matrice $((\sigma_{ij}))$ définit parfaitement la contrainte en M quelque soit le système d'axe choisi.

I.6) Equations d'équilibre

Les composantes du tenseur des contraintes en un point, obéissent à certaines restrictions qui découlent de la loi fondamentale de la dynamique.

a) Equilibre de la résultante géométrique

$((\sigma_{ij}))$ étant défini en M et par rapport à un système d'axe $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, on considère la variation des contraintes d'une facette par rapport à un déplacement de cette facette selon sa propre normale.

soit:

$\vec{T}_1 (\sigma_{11}, \sigma_{21}, \sigma_{31})$ de normale \vec{x}
 on obtient $\vec{T}'_1 (\sigma'_{11}, \sigma'_{21}, \sigma'_{31})$ de normale \vec{x} et de déplacement dx

avec les relations:

$$\sigma_{11}' = \sigma_{11} + \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} dx$$

$$\sigma_{21}' = \sigma_{21} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x} dx$$

$$\sigma_{31}' = \sigma_{31} + \frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x} dx$$

de même pour \vec{T}_2 et \vec{T}_3 .

En considérant le volume ainsi décrit dx, dy, dz ; les forces de volume sont $\vec{F} dx dy dz$ et les force d'inertie sont: $-\rho \vec{\gamma} dx dy dz$

avec ρ = masse volumique

et $\vec{\gamma}$ = l'accélération

et $\vec{F} = f_1 \vec{x} + f_2 \vec{y} + f_3 \vec{z}$

La notion d'équilibre sous les efforts et leur projection sur les axes $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$, nous donne:

$$\left[\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{13}}{\partial z} + f_1 - \rho \gamma_1 \right] dx dy dz = 0$$

$$\left[\frac{\partial \sigma_{21}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{23}}{\partial z} + f_2 - \rho \gamma_2 \right] dx dy dz = 0$$

$$\left[\frac{\partial \sigma_{31}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{32}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial z} + f_3 - \rho \gamma_3 \right] dx dy dz = 0$$

en considérant la notation : $-\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} = \sigma_{ij,i}$

on obtient $\sigma_{ijj} + f_i - \rho \gamma_i = 0$

en considérant que $Y_i = \frac{dv_i}{dt} = \dot{v}_i$

la relation devient $\sigma_{ijj} + f_i - \rho \dot{v}_i = 0$

σ_{ijj} désigne alors la divergence du tenseur des contraintes.

b) Equilibre des moments

En négligeant les forces de volume et d'inertie ainsi que la variation des forces de contact on peut écrire directement:

$$\begin{aligned} [\sigma_{32} dx dz] dy - [\sigma_{23} dy dx] dz &= 0 \\ [\sigma_{13} dx dy] dz - [\sigma_{31} dy dz] dx &= 0 \\ [\sigma_{21} dy dz] dx - [\sigma_{12} dx dz] dy &= 0 \end{aligned}$$

soit:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$$

La matrice $((\sigma_{ij}))$ est donc une matrice symétrique; propriété se conservant par changement d'axes.

c) Conditions de surface

En considérant une distribution des forces de surface $\vec{f}(P)$, en surface du milieu, celle-ci, en cas d'équilibre, dépend de la relation:

$$\sigma_{ij}(P) n_j(P) = f_i(P)$$

ou P est le point de surface considéré.

I.7) Valeurs et Directions propres du tenseur de contrainte Contraintes Principales

La matrice de contraintes $((\sigma_{ij}))$ étant symétrique, il est possible de déterminer ses valeurs et vecteurs propres en calculant λ tel que:

$$\sigma_{ij} n_j = \lambda n_i$$

Cette résolution nous donnera 3 valeurs: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, non nulles que l'on notera aussi $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

Ces trois valeurs nous donneront alors la matrice équivalente à $((\sigma_{ij}))$ dans la base des vecteurs propres correspondant, et les trois directions principales.

$$\text{d'ou } ((\sigma)) = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix}$$

I.8) Cercles principaux - Cercle de Mohr

La représentation de Mohr permet une analyse simple de l'état de contrainte en un point M par l'étude des valeurs de la contrainte normale σ et de la contrainte de cisaillement τ pour toute facette passant par M.

Soit une facette de normale $\vec{N}(n_1, n_2, n_3)$ par rapport au repère principal, le vecteur de contrainte $\vec{T}(n_1\sigma_1, n_2\sigma_2, n_3\sigma_3)$, sa contrainte normale σ est telle que:

$$\sigma = \vec{T} \cdot \vec{N} = \sigma_1 \cdot n_1^2 + \sigma_2 \cdot n_2^2 + \sigma_3 \cdot n_3^2$$

et sa contrainte de cisaillement:

$$\sigma^2 + \tau^2 = T^2 = \sigma_1^2 \cdot n_1^2 + \sigma_2^2 \cdot n_2^2 + \sigma_3^2 \cdot n_3^2$$

si l'on choisit \vec{N} comme vecteur unitaire alors:

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1$$

Il est alors possible de déterminer un point μ de coordonnée σ, τ caractéristique de la facette.

Inversement:

Soit un point $\mu(\sigma, \tau)$, celui-ci correspond-il bien à une facette de normale $\vec{N}(n_1, n_2, n_3)$?

Hypothèse préalable pour simplifier l'étude:

Plaçons $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ tel que $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

et résolvons le système décrit précédemment; on obtient:

$$(\tau^2 + (\sigma - \sigma_2)(\sigma - \sigma_3)) \geq 0$$

$$(\tau^2 + (\sigma - \sigma_3)(\sigma - \sigma_1)) \geq 0$$

$$(\tau^2 + (\sigma - \sigma_1)(\sigma - \sigma_2)) \geq 0$$

La figure A1.2 représente le domaine $\mu(\sigma, \tau)$ par les cercles de Mohr.

Remarque:

* si 2 valeurs propres sont égales, alors $\mu(\sigma, \tau)$ se trouve sur le demi cercle: σ_1, σ_3

* si $\mu(\sigma, \tau)$ se trouve sur l'un des demi cercle, alors la facette correspondante contient une direction principale.

I.9) Déplacements - Déformations

Soient deux vecteurs élémentaires $\vec{P_0Q_0}(dx_i)$ et $\vec{P_0Q_0'}(dx_i')$ tracés dans un élément de volume déformable avant

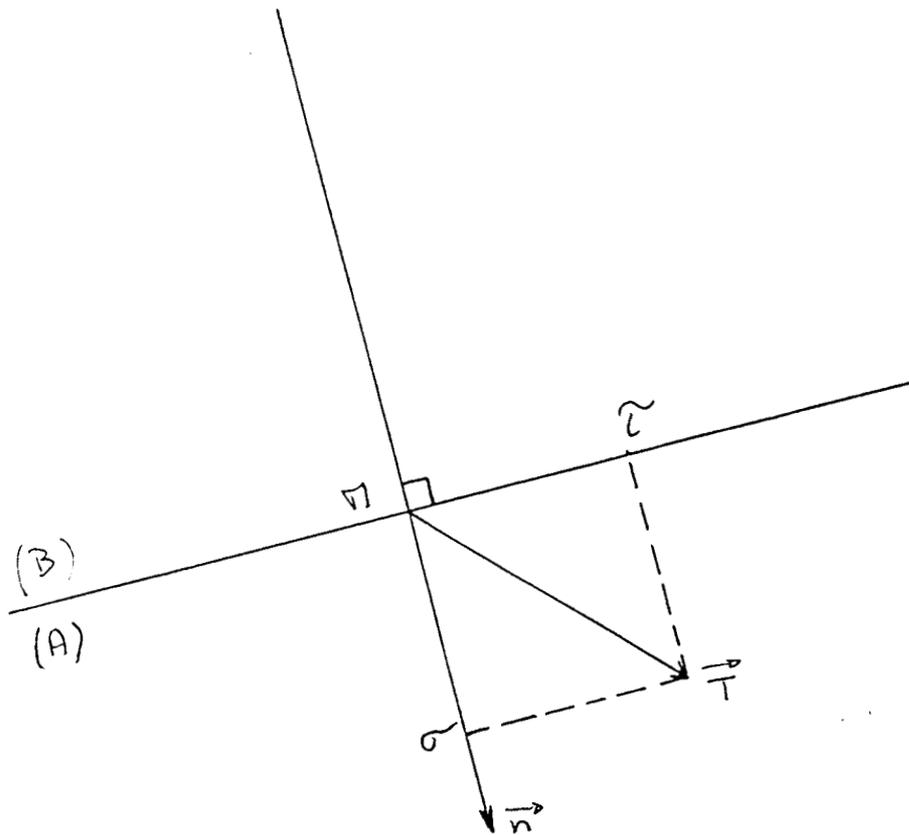


Figure A1.1: Les actions et leurs projections par rapport au vecteur normal.

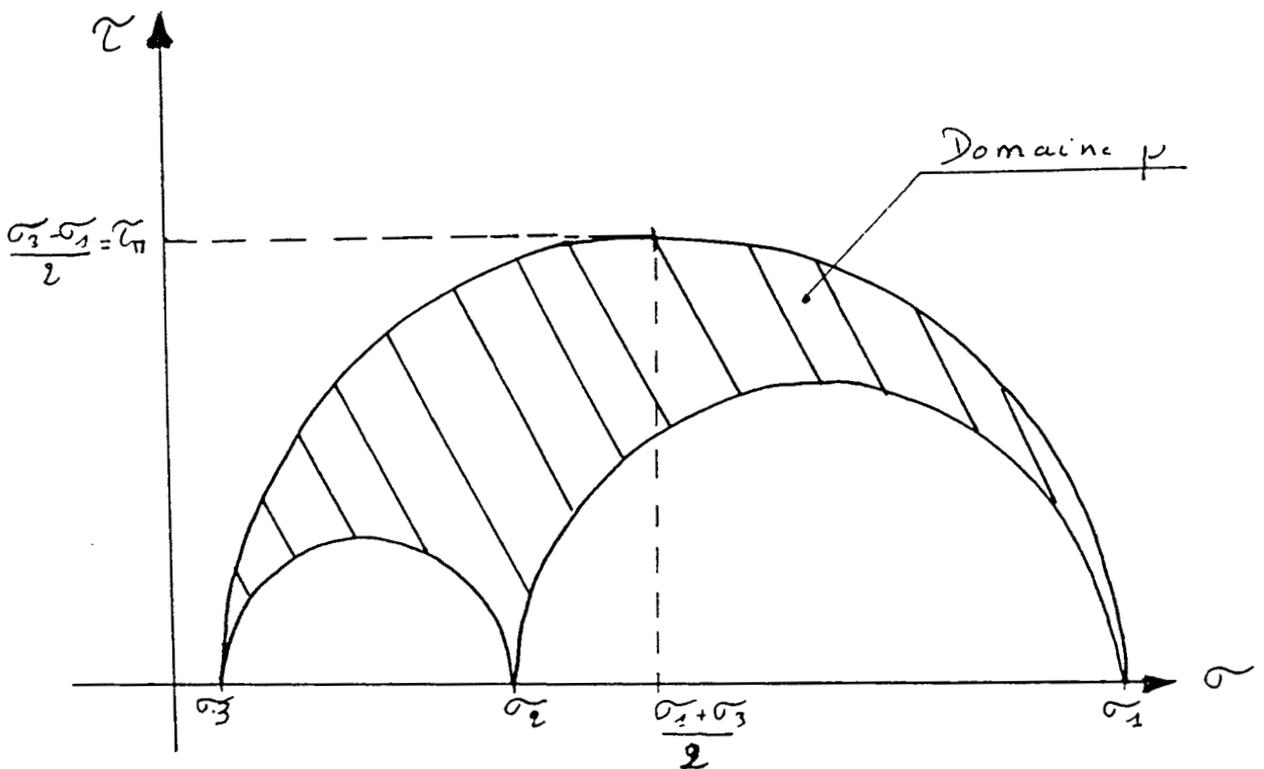


Figure A1.2: Détermination et représentation des cercles de MOHR.

déformation. Sous l'effort des sollicitations extérieures, chaque point subit un déplacement, ce qui définit un champ de vecteur $\vec{U}(u_i)$; c'est à dire que $\overrightarrow{P_0Q_0}$ et $\overrightarrow{P_0Q_0'}$ se transforme en $\overrightarrow{PQ}(dx_i)$ et $\overrightarrow{PQ'}(dx_i')$ tels que:

$$\begin{cases} dx_i = dX_i + U_i(Q_0) - U_i(P_0) \\ dx_i' = dX_i' + U_i'(Q_0') - U_i'(P_0') \end{cases}$$

en développant au premier ordre U_i près de P_0 on obtient:

$$U_i(Q_0) = U_i(P_0) + \sum_j \left(\frac{\partial U_i}{\partial X_j} \right) dX_j$$

soit:

$$\begin{cases} U_i = U_i^\circ + U_{ij} dX_j \\ U_i' = U_i^\circ + U_{ij} dX_j' \end{cases}$$

soit:

$$\begin{cases} dx_i = (\delta_{ij} + U_{ij}) dX_j \\ dx_i' = (\delta_{ij} + U_{ij}') dX_j' \end{cases}$$

ou $\delta_{ij} = 1$ si $i=j$

et $\delta_{ij} = 0$ si non

En calculant $\vec{dx} \cdot \vec{dx}'$ en fonction de $\vec{dX} \cdot \vec{dX}'$; on obtient:

$$\vec{dx} \cdot \vec{dx}' = (\delta_{ij} + 2 \Delta_{ij}) dX_i dX_j'$$

soit:

$$\vec{dx} \cdot \vec{dx}' - \vec{dX} \cdot \vec{dX}' = 2 \Delta_{ij} dX_i dX_j'$$

avec:

$$\Delta_{ij} = 1/2 (U_{ij} + U_{j,i} + U_{k,i} \cdot U_{k,j})$$

δ_{ij} et Δ_{ij} donnent une mesure de la déformation du milieu et peuvent être utilisés comme tenseur de déformation. Dans le cas de petites déformations, l'expression de Δ_{ij} se simplifie et peut s'écrire:

$$\mathcal{E}_{ij} = 1/2(U_{ij} + U_{ji})$$

Correspondant à l'expression du tenseur de déformation symétrique.

a) Dilatation Linéaire

On a:

$$\vec{dx}' = \vec{dx} \quad \text{et} \quad \vec{dX}' = \vec{dX}$$

soit:

$$ds = |\vec{dx}| \quad \text{et} \quad ds_0 = |\vec{dX}|$$

en considérant \vec{u} vecteur unitaire de \vec{dX} ;
c'est à dire:

$$dX_i = ds_0 u_i$$

on définit la dilatation linéaire dans la direction \vec{u} par la valeur e tel que:

$$ds = (1 + e) ds_0$$

En remplaçant dans l'équation précédente, il vient:

$$e = \mathcal{E}_{ij} U_i \cdot U_j$$

Remarque:

Les composantes diagonales de \mathcal{E}_{ij} , représentent la dilatation linéaire selon les axes principaux.

b) Distorsion

Soit dX et dX' orthogonaux; on a $\vec{dX} = ds_0 \vec{u}$
et $\vec{dX}' = ds_0' \vec{u}'$
avec $\vec{u} \cdot \vec{u}' = 0$

Soit φ l'angle (\vec{dX}, \vec{dX}')

En introduisant e et e' les dilatations linéaires respectivement par rapport à u et u' , on obtient:

$$(1 + e)(1 + e') ds_0 \cdot ds_0' \cos \varphi = 2 \mathcal{E}_{ij} u_i \cdot u_j' ds_0 \cdot ds_0'$$

Soit en première approximation:

$$\cos \varphi = 2 \mathcal{E}_{ij} u_i \cdot u_j'$$

Cas particulier, en considérant: $\vec{u} = O\vec{x}$ et $\vec{u}' = O\vec{y}$

$$\text{alors } \cos \varphi_{12} \approx \pi/2 - \varphi_{12} = 2 \mathcal{E}_{12}$$

de même pour les autres composantes non diagonales de \mathcal{E}_{ij}

c) Dilatation volumique

D'après les résultats obtenus précédemment, la transformation d'un volume dV_0 en dV se fait selon la relation:

$$dV = \begin{vmatrix} 1 + \mathcal{E}_{11} & \mathcal{E}_{12} & \mathcal{E}_{13} \\ \mathcal{E}_{21} & 1 + \mathcal{E}_{22} & \mathcal{E}_{23} \\ \mathcal{E}_{31} & \mathcal{E}_{32} & 1 + \mathcal{E}_{33} \end{vmatrix} dV_0$$

Soit:

$$\frac{dV}{dV_0} = 1 + (\mathcal{E}_{11} + \mathcal{E}_{22} + \mathcal{E}_{33}) = 1 + \mathcal{E}_{\kappa\kappa}$$

et
$$\Theta = \frac{dV - dV_0}{dV_0} = \mathcal{E}_{\kappa\kappa} = \text{dilatation volumique}$$

D'où, la dilatation volumique correspond à la trace de la matrice des déformations \mathcal{E}_{ij} .

De plus, par changement d'axes celle-ci reste inchangée (propriétés sur le calcul des matrices).

d) Déformations Principales

L'étude faite sur le tenseur des contraintes σ_{ij} pour la détermination des contraintes principales est aussi applicable pour le tenseur des déformations \mathcal{E}_{ij} ; et nous donne les trois directions principales et les déformations principales:

$$((\mathcal{E}_{ij})) = \begin{pmatrix} \mathcal{E}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{E}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{E}_3 \end{pmatrix}$$

Les déformations principales représentent une dilatation linéaire et les directions principales ne subissent pas de distorsion.

e) Equations de Compatibilités

Il n'est pas possible d'imposer à un solide une déformation quelconque sans risquer de détruire la cohésion de la matière. Pour que cette cohésion subsiste, il faut que le champ de déformation $\mathcal{E}_{ij}(M)$ appliqué en un point matériel M , dérive d'un champ de déplacements $U_i(M)$ appliqué au même point matériel.

C'est à dire: $\mathcal{E}_{ij} = 1/2(U_{ij} + U_{ji})$

I.10) Vitesse de déformation

Généralement, les transformations dépendent du facteur temps: t . Soit, l'étude de deux situations voisines aux instants t et $t+dt$:

$\vec{u}(M)$ est le champ de vitesses à l'instant t

Le champ de déplacement:

$$d\vec{U} = \vec{u}.dt$$

Les équations précédentes permettent d'obtenir:

$$d\mathcal{E}_{ij} = 1/2(dU_{ij} + dU_{ji}) = 1/2(u_{ij} + u_{ji})dt$$

soit par convention:

$$\dot{\mathcal{E}}_{ij} = \frac{d\mathcal{E}_{ij}}{dt} = 1/2(u_{ij} + u_{ji})$$

On peut donc développer les mêmes considérations sur le tenseur de vitesse de déformation $\dot{\mathcal{E}}_{ij}$ que sur le tenseur de déformation \mathcal{E}_{ij} .

I.11) Propriétés sur les tenseurs

a) Propriétés Générales

Ces propriétés sont déduites directement des propriétés sur le calcul matriciel.

* Dans l'étude du comportement des matériaux, il est pratique de décomposer les tenseurs en une partie sphérique et un déviateur.

Soit un tenseur $[T]$ symétrique: $((T_{ij}))$

La partie sphérique est un tenseur proportionnel au tenseur unité: $[\delta]$, et de même trace que le tenseur initial $[T]$.

La trace du tenseur $[T]$ est égale à $T_{11} + T_{22} + T_{33} = T_{kk}$

La partie sphérique est donc égale à $T_{kk}/3[\delta]$.

soit:

$$\begin{pmatrix} T_{kk}/3 & 0 & 0 \\ 0 & T_{kk}/3 & 0 \\ 0 & 0 & T_{kk}/3 \end{pmatrix}$$

Le déviateur $[t]$ se déduit du tenseur initial en lui retranchant la partie sphérique soit:

$$[t] = [T] - T_{kk}/3[\delta]$$

Remarque:

La trace du déviateur $[t]$ est nulle.

Soit $[T]$ le tenseur défini dans le repère principal, on obtient les relations suivantes:

$$[T] = \begin{pmatrix} T_1 & 0 & 0 \\ 0 & T_2 & 0 \\ 0 & 0 & T_3 \end{pmatrix}$$

la trace T_{kk} nous donne la partie sphérique:

$$\text{soit } T_m = T_{kk}/3 = (T_1 + T_2 + T_3)/3$$

Le déviateur [t] s'écrit alors:

$$[t] = \begin{pmatrix} T_1 - T_m & 0 & 0 \\ 0 & T_2 - T_m & 0 \\ 0 & 0 & T_3 - T_m \end{pmatrix}$$

** Nous savons qu'un tenseur représente une transformation donnée, qui est indépendante du repère choisi pour l'exprimer; mais que les composantes du tenseur changent par changement de repère.

On a pu ainsi déjà déterminer les valeurs et directions principales du tenseur; on peut de la même façon déterminer si certaines combinaisons ne gardent pas invariante l'expression du tenseur par changement d'axes.

Nous savons que par changement de repères le tenseur [T] se transforme en [T'] : ((T_{ij})) en ((T'_{ij}'))

tel que:

$$\begin{aligned} T'_{ij} &= A_{li} \cdot A_{lj} \cdot T_{ij} \\ \text{et} \quad T_{kk'} &= A_{ki} \cdot A_{kj} \cdot T_{ij} \end{aligned}$$

ou A_{li} et A_{lj} représentent les matrices de changement de base.

En utilisant l'expression de l'équation caractéristique du tenseur [T], il faut que les coefficients de ce polynôme (A,B,C) soient invariants.

On peut alors écrire les expressions de A,B et C en fonction du tenseur [T] dans n'importe quelle base, notamment par rapport à son repère principale; soit:

$$\begin{aligned} (A &= T_1 + T_2 + T_3 \\ (B &= T_1 \cdot T_2 + T_2 \cdot T_3 + T_3 \cdot T_1 \\ (C &= T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \end{aligned}$$

Dans un repère quelconque, l'expression devient:

$$\begin{cases} (A = T_{kk} = \text{Trace de } [T] \\ (B = 1/2(T_{ii} \cdot T_{jj} - T_{ij} \cdot T_{ij}) \\ (C = | T_{ij} | = \text{déterminant de } [T] \end{cases}$$

A,B,C sont appelés respectivement les 1er, 2ème et 3ème invariants symétriques du tenseur [T].

b) Application aux tenseurs de contraintes et de déformations

* Tenseur de contraintes $[\sigma]$

Pour le tenseur de contraintes $[\sigma]$, on note [S] son déviateur. Selon les définitions précédentes, la valeur σ_m est appelée contrainte moyenne et a pour valeur:

$$\sigma_m = \sigma_{kk}/3 = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3$$

Par analogie, on détermine le vecteur déviateur:

$$\vec{t} = [S] \cdot \vec{n} \quad \text{et} \quad \vec{T} = [\sigma] \cdot \vec{n}$$

avec $\vec{t} = \vec{T} - \sigma_m \cdot \vec{n}$

Les trois invariants de $[\sigma]$ sont:

$$\begin{cases} (I_1 = \sigma_{kk} = \text{Trace de } [\sigma] \\ (I_2 = 1/2(\sigma_{ii} \cdot \sigma_{jj} - \sigma_{ij} \cdot \sigma_{ij}) \\ (I_3 = | \sigma_{ij} | = \text{déterminant de } [\sigma] \end{cases}$$

Pour le déviateur de contraintes les invariants sont:

$$\begin{cases} J_1 = S_{kk} = 0 \\ J_2 = -1/2 (S_1^2 + S_2^2 + S_3^2) \\ J_3 = |S_{ij}| = S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \end{cases}$$

** Tenseur de déformations [\mathcal{E}]

Pour le tenseur de déformations [\mathcal{E}], on applique les même relations que précédemment, ainsi que pour le tenseur de vitesse de déformations [$\dot{\mathcal{E}}$].

On définit de plus la vitesse de déformation généralisée par l'invariant tensoriel:

$$\dot{\mathcal{E}} = (2/3 \dot{\mathcal{E}}_{ij} \cdot \dot{\mathcal{E}}_{ij})^{1/2}$$

A partir de $\dot{\mathcal{E}}$, on définit la déformation généralisée ou équivalente: $\bar{\mathcal{E}}$.

On définit également la dilatation moyenne par:

$$\mathcal{E}_m = \frac{\mathcal{E}_{kk}}{3}$$

I.12) Equation de comportement

Les équations générales introduites précédemment (Equilibre pour les contraintes, compatibilité pour les déformations) ne suffisent pas à résoudre un problème de mécanique des milieux continus. Il faut en effet déterminer les équations dites de comportement mécanique du matériau par des relations physiques entre contraintes et déformations.

De plus, ces équations de comportement dépendent directement du type de déformations supportées par le

matériau: Déformations Elastiques ou Déformations Plastiques.

II] THEORIE DE L'ELASTICITE : LOI DE COMPORTEMENT

En plus des équations d'équilibre pour les contraintes et les équations de compatibilité pour les déformations, il faut faire intervenir, pour résoudre un problème de mécanique des milieux continus, des équations de comportement mécanique.

Etudions celles intervenant pour l'élasticité linéaire en petites déformations, pour un milieu isotrope initialement libre de contrainte et non déformé.

Soit un couple donné Déformation $[\mathcal{E}]$, Contrainte $[\sigma]$, la loi de Hooke, nous donne une relation entre:

\mathcal{E} et σ ; si ceux-ci ont même direction principales:

$$\sigma_i = \lambda_{ij} \cdot \mathcal{E}_j$$

avec:

$$\lambda_{ij} = \begin{pmatrix} \alpha & \beta & \beta \\ \beta & \alpha & \beta \\ \beta & \beta & \alpha \end{pmatrix}$$

ou α et β sont des coefficients d'élasticité du matériau.

Remarque:

λ_{ij} est de cette forme compte-tenu de l'isotropie de l'état initial au repos.

En développant on obtient les relations:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \alpha \epsilon_1 + \beta (\epsilon_2 + \epsilon_3) \\ \sigma_2 = \alpha \epsilon_2 + \beta (\epsilon_1 + \epsilon_3) \\ \sigma_3 = \alpha \epsilon_3 + \beta (\epsilon_1 + \epsilon_2) \end{cases}$$

Soit :

$$\theta = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 3 \cdot \epsilon_m = \text{Dilatation moyenne}$$

$$\lambda = \beta$$

et $2 \cdot \mu = \alpha - \beta$

Il vient alors:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \lambda \theta + 2 \cdot \mu \epsilon_1 = 3 \cdot \lambda \epsilon_m + 2 \cdot \mu \epsilon_1 \\ \sigma_2 = \lambda \theta + 2 \cdot \mu \epsilon_2 = 3 \cdot \lambda \epsilon_m + 2 \cdot \mu \epsilon_2 \\ \sigma_3 = \lambda \theta + 2 \cdot \mu \epsilon_3 = 3 \cdot \lambda \epsilon_m + 2 \cdot \mu \epsilon_3 \end{cases}$$

et $\sigma_m = \text{contrainte moyenne invariante}$

avec:

$$\sigma_m = (3 \cdot \lambda + 2 \cdot \mu) \cdot \epsilon_m$$

En considérant les déviateurs $[S]$ de $[\sigma]$ et $[e]$ de $[E]$;
on obtient la relation tensorielle:

$$[S] = 2\mu \cdot [e]$$

soit $[\sigma] = [S] + \sigma_m \cdot [\delta] = \lambda \theta [\delta] + 2\mu \cdot [E]$

soit:

$$\sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \epsilon_{ij}$$

En définissant le module de compressibilité par:

$$K = \frac{\sigma_m}{\theta} = \lambda + \frac{2\mu}{3}$$

En introduisant d'autres caractéristiques du matériau:

* E = Module de Young

* ν = Rapport de Poisson = Cte

Les relations dans le cas d'une traction simple selon l'axe 1 sont:

$$\begin{cases} \sigma_{11} = 0 \\ \sigma_{ij} = 0 \quad \text{si } i, j = 1 \end{cases}$$

soit:

$$[\sigma] = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les relations pour les déformations deviennent:

$$\begin{cases} \epsilon_{11} = \frac{\lambda + \mu}{\mu(3\lambda + 2\mu)} \sigma_{11} \\ \epsilon_{22} = \epsilon_{33} = \frac{-\lambda}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \sigma_{11} \\ \epsilon_{12} = \epsilon_{23} = \epsilon_{31} = 0 \end{cases}$$

soit

$$\begin{cases} \sigma_{11} = E \cdot \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} = \epsilon_{33} = -\nu \cdot \epsilon_{11} = -\frac{\nu}{E} \sigma_{11} \end{cases}$$

Dans le cas général, on peut écrire ces relations sous la forme suivante:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \cdot \delta_{ij}$$

III] THEORIE DE LA PLASTICITE

III.1) Loi de Ros et Eichinger

La détermination de la courbe de consolidation se fait à partir de la courbe de traction usuelle pour $\nu < n$; pour des déformations plus élevées, on a apparition de la striction, les contraintes ne sont donc plus uniformes dans la section de l'éprouvette.

De plus, la contrainte équivalente $\bar{\sigma}$ ne dépend plus de la déformation équivalente $\bar{\varepsilon}$ à vitesse de déformation constante; soit:

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma} = \frac{1}{2^{1/2}} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33} - \sigma_{11})^2]^{1/2} \\ \bar{\varepsilon} = \frac{1}{3^{1/2}} [\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{33}^2]^{1/2} \end{array} \right.$$

Pour l'essai de traction on a:

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0$$

et

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_{33} = -1/2 \varepsilon_{11}$$

soit

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{\sigma} = \sigma_{11} \\ \bar{\varepsilon} = \varepsilon_{11} \end{array} \right.$$

soit:

$$d\epsilon_{11} = [(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + (\sigma_{11} - \sigma_{33})] d\lambda$$

avec

$$d\lambda = 1/2 \frac{d\bar{\epsilon}}{\bar{\sigma}}$$

c) Caractéristiques du milieu:

$$E, G, \nu \quad \text{et} \quad \bar{\sigma} = f(\bar{\epsilon})$$

III.3) Milieu Anisotrope

Les équations de Von Mises sont déterminées pour l'approximation du milieu isotrope; Lankford puis Hill les ont généralisées aux milieux anisotropes par:

$$\begin{cases} d\epsilon_{11} = [H(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + G(\sigma_{11} - \sigma_{33})] d\lambda \\ d\epsilon_{22} = [F(\sigma_{22} - \sigma_{33}) + H(\sigma_{22} - \sigma_{11})] d\lambda \\ d\epsilon_{33} = [G(\sigma_{33} - \sigma_{11}) + F(\sigma_{33} - \sigma_{22})] d\lambda \end{cases}$$

avec $H + F + G = 3$

Hill a également déterminé une relation entre $\bar{\sigma}$ et $\bar{\epsilon}$:

$$\bar{\sigma} = 2^{-1/2} [F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2]^{1/2}$$

et:

$$d\bar{\epsilon} = \frac{2^{1/2}}{FG+GH+HF} [F(Gd\epsilon_{22} - Hd\epsilon_{33})^2 + G(Hd\epsilon_{33} - Fd\epsilon_{11})^2 + H(Fd\epsilon_{11} - Gd\epsilon_{22})^2]^{1/2}$$

ce qui donne une généralisation de la loi de Ros et Eichinger.

ANNEXE 2

ASPECT THEORIQUE SE RAPPORTANT
A L'ETUDE DE L'ESSAI DE COMPRESSION [24]

INTRODUCTION

L'étude de l'essai de compression peut être abordée à la lumière des lois d'écoulement plastique instationnaires, en tenant compte des conditions de frottement des matériaux déformés.

Ces différentes lois proviennent de la mécanique des milieux continus: [12] et [13].

* L'équation de continuité ou d'incompressibilité:

$$\dot{\rho} + (\rho v)_j = 0$$

* L'équation de comportement rhéologique:

$$\sigma_{ij} = f(\epsilon_{ij}, \dot{\epsilon}_{ij}, \dots)$$

* L'équation d'équilibre:

$$\sigma_{ijj} + f_i = \rho \dot{v}_i$$

Les principes de base de la mécanique des milieux continus étant développés en Annexe 1.

Ces équations peuvent être transformées en appliquant le principe de Von Mises, exprimé à l'aide du déviateur de contrainte [S] et en le rapportant à un repère en coordonnées cylindriques:

* Equation de continuité:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

* Equation de comportement: Levy - Von Mises

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{rr} = \dot{\lambda} (\sigma_{rr} - \sigma_m) \\ \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \dot{\lambda} (\sigma_{\theta\theta} - \sigma_m) \\ \dot{\epsilon}_{zz} = \dot{\lambda} (\sigma_{zz} - \sigma_m) \\ \dot{\epsilon}_{rz} = \dot{\lambda} (\sigma_{rz}) \end{cases}$$

avec:

$$\dot{\lambda} = \frac{3}{2\sigma_0} \left[\frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_{rr}^2 + \dot{\epsilon}_{\theta\theta}^2 + \dot{\epsilon}_{zz}^2 + 2\dot{\epsilon}_{rz}^2) \right]^{1/2}$$

et où σ_0 est la contrainte d'écoulement.

* Equation d'équilibre:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \\ \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} = 0 \end{cases}$$

Etant donné la complexité de ce système d'équations, différentes méthodes de calcul d'approximation ont été développées dont voici les principales:

- * Méthode Extrémale - Méthode de la Borne Supérieure
- * Méthode Générale de Hill
- * Méthode des Résidus Pondérés

I] METHODE DE LA BORNE SUPERIEURE

I.1) Présentation

Considérons la compression d'une éprouvette cylindrique entre deux plateaux d'une presse représentée par la figure A2.1. On peut envisager deux types d'écoulement des matériaux; soit un écoulement homogène sur la hauteur avec un glissement important entre les surfaces de contacts, représenté par la figure A2.1(a); soit un écoulement hétérogène avec déformation de la surface extérieure, forme de tonneau, représenté par la figure A2.1(b).

La méthode de la borne supérieure intègre à la fois la puissance dissipée par frottement aux surfaces de contacts et la puissance dissipée à l'intérieur de la matière. Elle repose sur l'utilisation du principe du travail maximal.

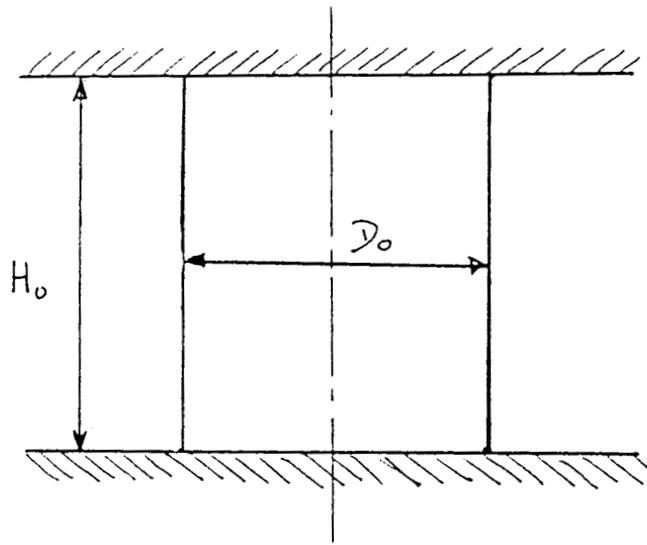
I.2) Hypothèse de Travail [14]

Ces hypothèses sont fondées sur les propriétés intrinsectes des matériaux:

* La résistance au glissement ne dépend que très peu de la contrainte normale exercée.

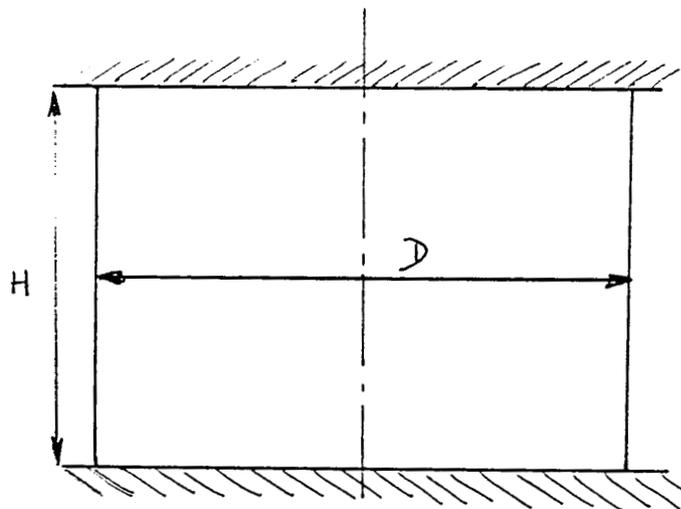
* Le tenseur des contraintes réelles rend maximum la puissance de déformation.

En vue de l'application à la compression, ces hypothèses se traduisent par:



Etat Initial.

Figure A2.1

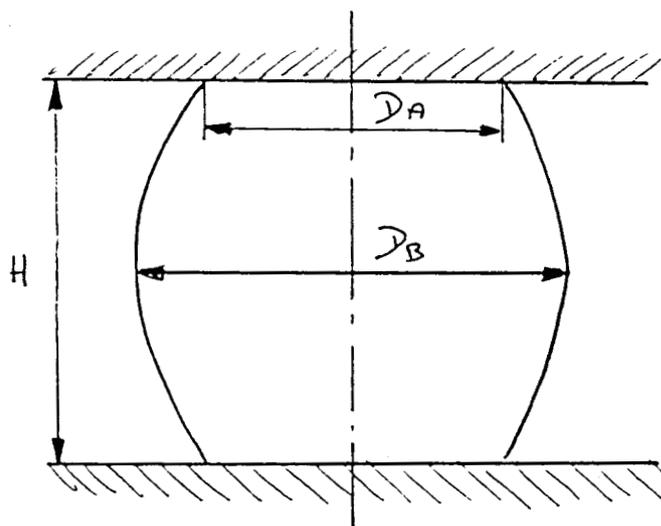


Ecoulement
Homogène

$$H < H_0$$

$$D > D_0$$

Figure A2.1a



Ecoulement
Hétérogène

$$H < H_0$$

$$D_A = D_{\text{mini}}$$

$$D_B = D_{\text{maxi}}$$

Figure A2.1b

Evolution d'une éprouvette en compression.

** Les déformations sont petites:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = 1/2 (V_{ij} + V_{ji})$$

** Les forces volumiques et d'accélération massique sont négligeables:

$$\sigma_{ij,j} = 0$$

** Pas de déformation élastique.

** Principe du travail maximal.

** Application du critère de Von Mises pour l'écoulement plastique.

** La contrainte d'écoulement σ_0 est constante;
 σ_0 est la moyenne des contraintes.

I.3) Développement de la méthode

Le critère de Von Mises pour l'écoulement plastique impliquant l'incompressibilité des matériaux, nous donne pour tout champ de vitesse \vec{V} , la relation:

$$V_{ij} = 0$$

Soit en coordonnées cylindriques:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

A ce champ de vitesse, on y associe une fonction ϕ , appelée fonction de courant et définie par:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_r = \frac{K}{2r} \frac{\partial \phi}{\partial z} \\ V_z = \frac{-K}{2r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \end{array} \right.$$

et vérifiant les conditions suivantes:

* 2 fois continuellement différentiables

* satisfaire les conditions limites sur les différentes surfaces S_v et S_f .

où S_v est une surface où les vitesses sont imposées

et S_f est une surface où les efforts sont imposés.

On peut alors exprimer ϕ par la relation:

$$\phi(r, z) = \frac{V_0 \cdot r^2}{2KH} \left[2z \gamma(z) + \frac{4}{r} \alpha(r) \cdot \varphi(z) \right]$$

L'expression du champ de vitesse devient alors:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_r = \frac{V_0}{H} \frac{r}{2} \left\{ \gamma(z) + z \gamma'(z) \right\} + \alpha(r) \cdot \varphi'(z) \\ V_z = - \frac{V_0}{H} \left\{ z \gamma(z) + \left[\alpha'(r) + \frac{\alpha(r)}{r} \right] \varphi(z) \right\} \end{array} \right.$$

L'utilisation du principe du travail maximal au champ de vitesse \vec{v} implique la relation [15]:

$$\int_{S_v} \sigma_{ij} \cdot n_j \cdot v_i \cdot dS_v < \int_D \sigma_{ij} \cdot \dot{\epsilon}_{ij} \cdot dV - \int_{S_f} \sigma_{ij} \cdot n_j \cdot v_i \cdot dS_f$$

avec:

$$S_v \cdot P_m \cdot V_0 = \int_{S_v} \sigma_{ij} \cdot n_j \cdot v_i \cdot dS_v$$

où P_m représente la pression moyenne de forgeage.

$\int_{\mathcal{D}} \mathcal{P}_i$ représente la puissance dissipée au sein de la matière

$\int_{S_f} \mathcal{P}_f$ représente la puissance dissipée au contact des plateaux de la presse = \mathcal{P}_f

En considérant la contrainte d'écoulement σ_0 constante sur le domaine \mathcal{D} , il vient:

$$\frac{P_m}{\sigma_0} < \frac{1}{V_0 \cdot S_v} \left[\int_{\mathcal{D}} \dot{\epsilon}_{ij} \cdot d\mathcal{D} + \frac{m}{\sqrt{3}} \int_{S_f} \xi(r) \cdot (v_i, l_i) \cdot dS_f \right]$$

où m est le coefficient de frottement entre l'éprouvette et les plateaux de la presse; $\xi(r)$ est la loi de répartition de la contrainte tangentielle et l_i le vecteur tangent à la direction d'écoulement.

I.4) Application à la compression

L'étude de la compression consiste en un choix préalable du modèle de la fonction de courant ϕ et de l'application du principe du travail maximal.

Plusieurs fonctions ont été développées, donnant des résultats plus ou moins satisfaisants pour l'étude des lois d'écoulement.

Les plus couramment utilisées sont:

* Le modèle Exponentiel à 1 paramètre: E1P, [16]

- * Le modèle Parabolique à 1 paramètre: P1P , [17]
- * Le modèle Parabolique à 2 paramètres: P2P , [18]

a) Modèle E1P [16]

Le choix de la fonction de courant ϕ s'exprime sous la forme suivante:

$$\phi(r, z) = \frac{V_0}{2K} r^2 \frac{1 - e^{-bz/H}}{1 - e^{-b/2}}$$

avec b comme paramètre.

En différentiant ϕ par rapport à r et z, il vient les expressions déterminant le champ de vecteur vitesse:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_r = \frac{V_0}{4H} \frac{br e^{-bz/H}}{1 - e^{-b/2}} \\ V_z = \frac{V_0}{2} \frac{1 - e^{-bz/H}}{1 - e^{-b/2}} \end{array} \right.$$

Les expressions des vitesses de déformations sont:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\epsilon}_{rr} = \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{zz} = \frac{V_0}{4H} \frac{b e^{-bz/H}}{1 - e^{-b/2}} \\ \dot{\epsilon}_{rz} = -\frac{b^2 V_0}{8H} \frac{e^{-bz/H}}{1 - e^{-b/2}} \end{array} \right.$$

Le principe du travail maximal s'exprime par les relations des puissances \mathcal{P}_i et \mathcal{P}_r , sous la forme:

$$\left\{ \begin{aligned} \mathcal{P}_i &= \frac{\pi \sigma_0 \cdot V_0 b R_0^3}{3 \sqrt{3} H} \left\{ \left[12 \frac{(H)^2}{(b R_0)^2} + 1 \right]^{3/2} - \left[12 \left(\frac{H}{b R_0} \right) \right]^{3/2} \right\} \\ \mathcal{P}_r &= m \pi \sigma_0 \frac{b e^{-b/2}}{3 \sqrt{3} (1 - e^{-b/2})} \frac{R_0^3 V_0}{H} \end{aligned} \right.$$

La détermination de la contrainte d'écoulement σ_0 se fait par minimisation de la fonctionnelle \mathcal{F} définie par la relation:

$$\mathcal{F} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_r = f\left(m, \frac{R_0}{H}, b\right)$$

b) Modèle P1P [17]

Le choix de la fonction de courant ϕ est définie sous la forme:

$$\phi(r, z) = \frac{V_0 r^2}{2KH \left(1 - \frac{bH^2}{12}\right)} \left[2z \left(1 - \frac{bH^2}{12}\right) + 2z \left(\frac{bH^2}{12} - \frac{bz^2}{3} \right) \right]$$

avec b comme paramètre.

Le champ de vecteur vitesse s'exprime par:

$$\left\{ \begin{aligned} V_r &= \frac{V_0 (1 - bz^2) r}{2H (1 - bH^2/12)} \\ V_z &= \frac{V_0 (1 - bH^2/3) z}{H (1 - bH^2/12)} \end{aligned} \right.$$

Les vitesses de déformations deviennent:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{\mathcal{E}}_{\pi} = \dot{\mathcal{E}}_{\infty} &= - \frac{1}{2} \dot{\mathcal{E}}_{zz} = \frac{V_0 (1 - bz^2)}{2H (1 - bH^2/12)} \\ \dot{\mathcal{E}}_{rz} &= - \frac{V_0 brz}{2H (1 - bH^2/12)} \end{aligned} \right.$$

L'application du principe du travail maximal nous donne:

$$\left\{ \begin{aligned} \mathcal{P}_i &= \frac{4 \pi V_0}{\sqrt{3} H (1 - bH^2/12)} \int_0^{H/2} \int_0^R [3(1 - bz^2)^2 + (brz)^2] r dr dz \\ \mathcal{P}_f &= \frac{4 \pi m_0 V_0 R_0}{2 \sqrt{3} H (1 - bH^2/12)} (1 - bH^2/4) \end{aligned} \right.$$

La contrainte d'écoulement σ_0 étant déterminée par la minimisation de la fonctionnelle:

$$F = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_f$$

c) Modèle P2P [18]

Les deux modèles développés ci-dessus, supposent que toute section horizontale de l'éprouvette reste plane et horizontale au cours de l'essai de compression.

Le modèle P2P considère que la vitesse axiale dépend aussi de r ; déformation des sections horizontales; ce qui se rapproche plus de la réalité.

L'inconvénient de cette méthode est qu'elle complique sensiblement les calculs.

Le choix de la fonction de courant ϕ est sous la forme:

$$\Phi(r, z) = \frac{V_0 r^2}{2KH} \left\{ 2z \left[\frac{1-bz^2}{1-bH^2/4} \right] - r^2 cz \left[\frac{H^2/4-z^2}{1-bH^2/4} \right] \right\}$$

avec b et c paramètres.

L'expression du vecteur vitesse devient:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_0 r \\ V_r = \frac{V_0 r}{2H(1-bH^2/4)} [1-3bz^2 - \frac{cr^2}{2} (H^2/4-3z^2)] \\ V_0 z \\ V_z = - \frac{V_0 z}{H(1-bH^2/4)} [1-bz^2 - cr^2 (H^2/4-z^2)] \end{array} \right.$$

L'expression des vitesses de déformations sont:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\epsilon}_{rr} = \frac{V_0}{2H(1-bH^2/4)} [1-3bz^2 - 3/2 \cdot cr^2 (H^2/4-3z^2)] \\ \dot{\epsilon}_{\theta\theta} = \frac{V_0}{2H(1-bH^2/4)} [1-3bz^2 - \frac{cr^2}{2} (H^2/4-3z^2)] \\ \dot{\epsilon}_{zz} = \frac{-V_0}{2H(1-bH^2/4)} [1-3bz^2 - cr^2 (H^2/4-3z^2)] \\ \dot{\epsilon}_{rz} = \frac{V_0}{2H(1-bH^2/4)} [-3brz + 3/2 \cdot cr^3 z + 2crz (H^2/4-z^2)] \end{array} \right.$$

Le principe du travail maximal nous fournis les expressions:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_i = \frac{4 \sqrt{10} V_0}{H \sqrt{3} (1-bH^2/4)} \int_0^{R0} \int_0^{H/2} [2 \varphi_{zz}^{2+1/2} \varphi_{rr}^{2+1/2} \varphi_{\theta\theta}^{2+} \varphi_{rz}] 1/2 r dr dz \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{P}_i = \frac{4\pi\sigma_0 V_0 m}{2H\sqrt{3}(1-bH^2/4)} \\ \mathcal{P}_f = \frac{[(1-3bH^2/4)R_0^3/3 + cr^5H^2/20]}{2H\sqrt{3}(1-bH^2/4)} \end{array} \right.$$

La contrainte d'écoulement $\bar{\sigma}_0$ est déterminée par la minimisation de la fonctionnelle:

$$\mathcal{F} = \mathcal{P}_i + \mathcal{P}_f$$

I.5) Détermination du coefficient de frottement

La méthode de la borne supérieure est utilisable avec deux modèles de détermination du coefficient de frottement [19][20]:

- * Modèle de couche limite de Tresca: \bar{m}
- * Modèle de couche limite linéaire: \tilde{m}

Les relations obtenues selon le modèle utilisé sont les suivantes:

- * Modèle de Tresca:

$$\sigma_{rz} = - \bar{m} \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad \text{pour } z=H/2$$

- * Modèle linéaire:

$$\sigma_{rz} = - \tilde{m} \frac{\sigma_0 r}{\sqrt{3}R_0} \quad \text{pour } z=H/2$$

I.6) Utilisation de cette méthode

L'utilisation de la méthode de la borne supérieure réside dans le choix de deux modèles théoriques:

* L'un pour l'application du principe du travail maximal:
E1P; P1P; P2P.

* L'autre pour la détermination du coefficient de frottement entre l'éprouvette et les plateaux de la presse:

Modèle de Tresca; Modèle linéaire.

Une fois ce choix fait, un essai de compression est effectué. La courbe du facteur de profil R_B/R_A en fonction du taux de réduction $\Delta H/H_0$ est tracée.

L'utilisation d'abaques permet alors la détermination de manière biunivoque du coefficient de frottement pour une valeur de $\Delta H/H_0$ donnée. La courbe de l'évolution du rapport caractéristique de l'essai P_m/σ_0 en fonction du taux de réduction $\Delta H/H_0$ en est alors déduite ainsi que la valeur de la contrainte d'écoulement

En considérant le modèle de couche limite de Tresca, les deux courbes suivantes sont des exemples d'évolution des différentes données en fonction du taux de réduction, figures A2.2 et A2.3.

I.7) Conclusion

Les trois modèles E1P, P1P, P2P, donnent des résultats similaires pour des coefficients de frottement faibles. Néanmoins pour des valeurs plus élevées, le modèle P2P améliore les valeurs des résultats de 5% environ, mais nécessite, comme nous avons pu nous en rendre compte, beaucoup plus de calculs. Ils donnent aussi une forme approximative du profil extérieur de l'éprouvette.

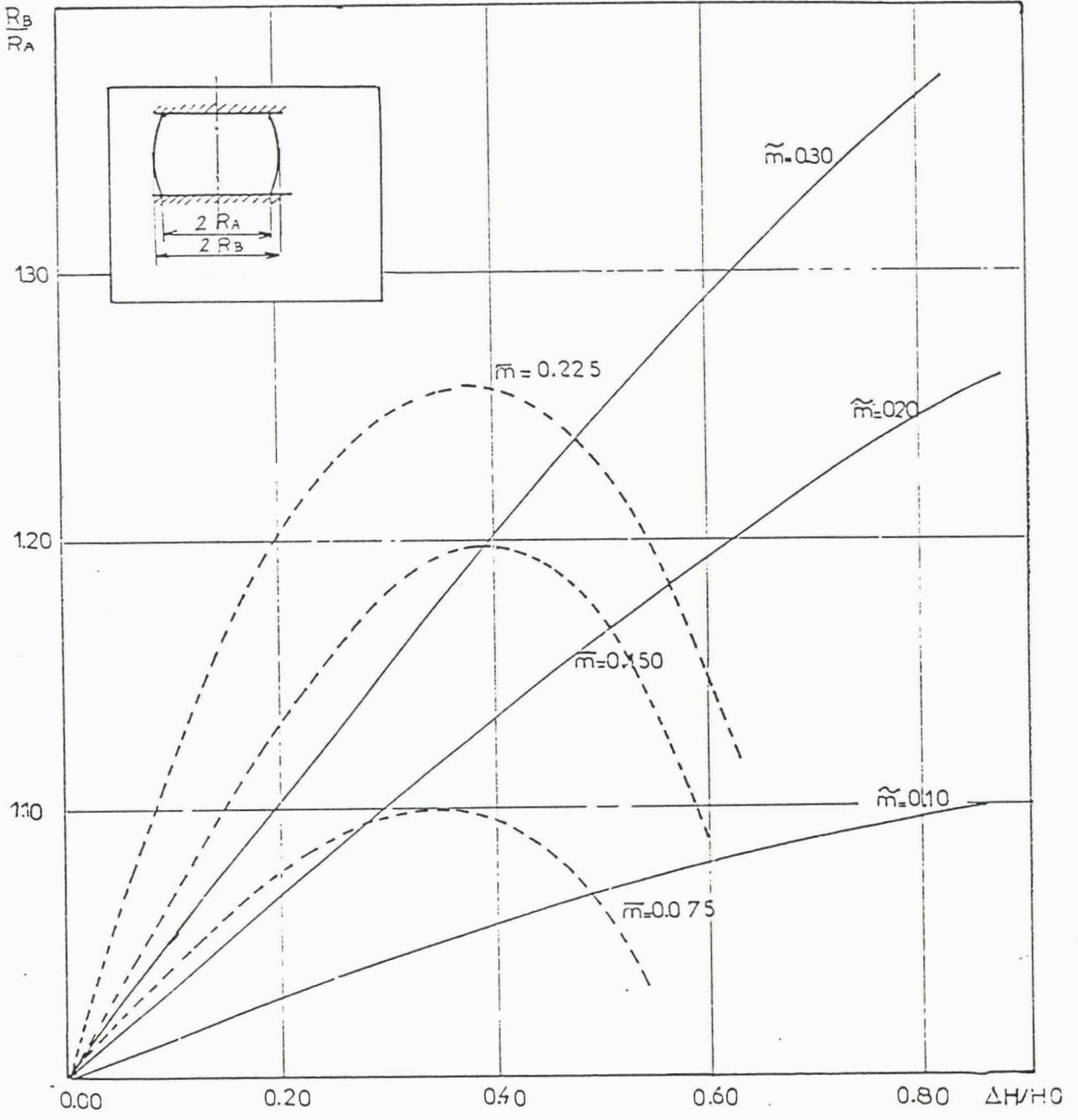


Figure A2.2: Evolution du facteur de profil pour différents modèle théoriques.

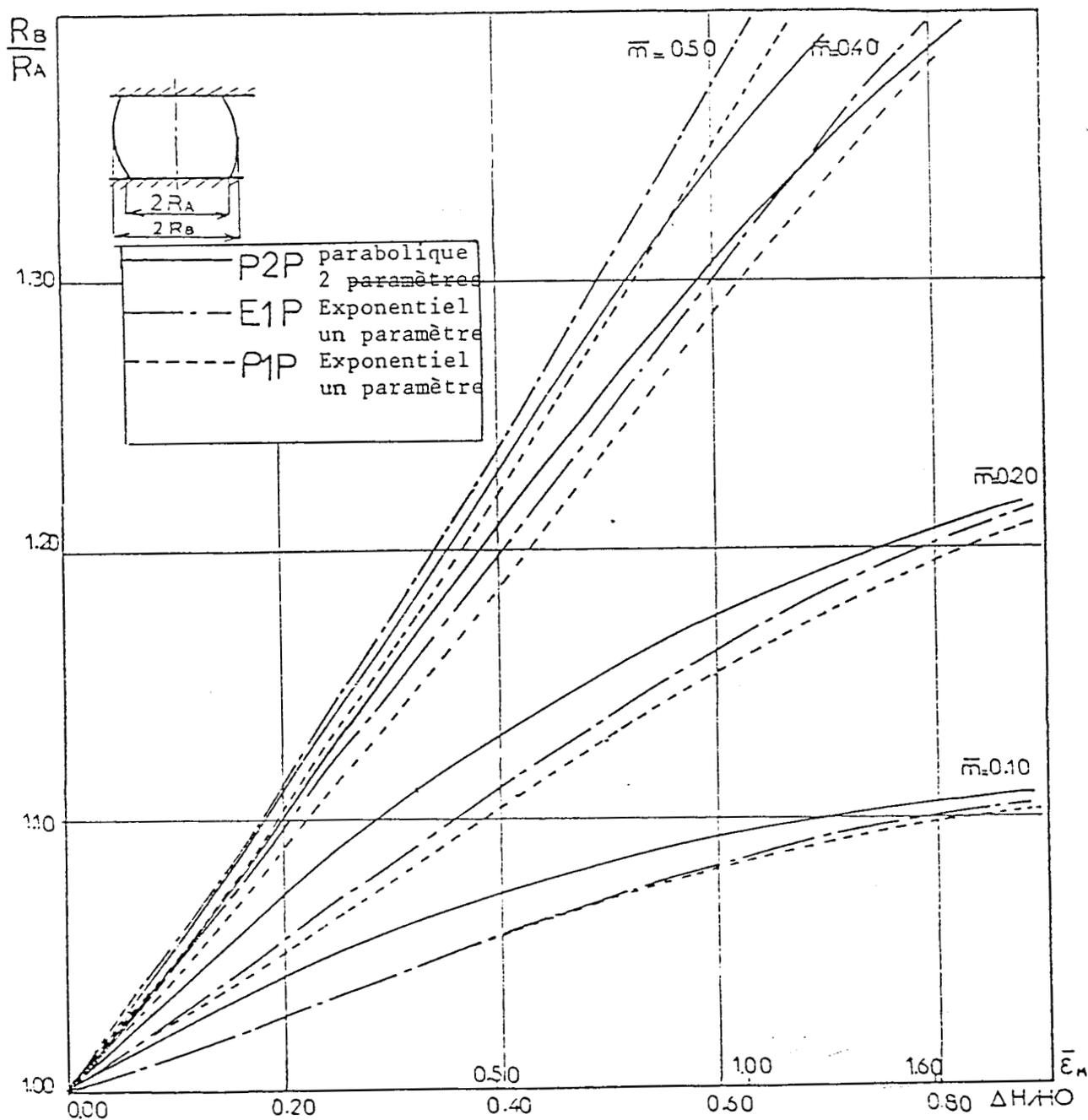


Figure A2.3: Evolution du facteur de profil pour différents modèle théoriques.

II] METHODE D'APPROXIMATION DE HILL [21]

II.1) Présentation

La méthode de Hill est une méthode d'approximation permettant d'élargir le domaine d'étude et le domaine d'application, développé par la méthode de la borne supérieure; notamment dans la détermination du profil extérieur des éprouvettes soumis à des efforts de compression.

Il s'agit de déterminer un champ de vitesse \vec{V} vérifiant les conditions limites et le critère de Von Mises de telle sorte que, pour tout tenseur de contraintes $[\sigma]$ déduit du champ de vitesse \vec{V} , le principe des puissances virtuelles soit vérifié.

II.2) Développement de la méthode

Soit un champ de vitesse \vec{V} associé à un tenseur de déformations $[\epsilon]$ auquel correspond un tenseur de contraintes $[\sigma]$ par la loi d'écoulement. Le principe des puissances virtuelles doit être vérifié quel que soit un champ \vec{W} orthogonal à \vec{V} ; soit

$$\int_{\mathcal{D}} \sigma_{ij} \cdot w_{ij} d\mathcal{D} = \int_S T_j W_j$$

où S est la frontière de \mathcal{D} et T_i tel que $T_i = \sigma_{ij} \cdot n_j$ sur la frontière S .

En décomposant la frontière S de \mathcal{D} en:

* S_i : surface de discontinuité intérieur

* $\alpha(r)$ définit à un facteur multiplicatif près : \bar{m}

* omission dans les expressions de la constante : $\frac{V_0}{H}$

il vient:

$$\begin{cases} \{ v_r = \frac{r}{2} + \bar{m} \alpha(r) \varphi'(z) \\ \{ v_z = -z + \bar{m} \beta(r) \varphi(z) \end{cases}$$

avec:

$$\beta(r) = -[\alpha'(r) + \alpha(r)/r] = -\frac{1}{r} \frac{\partial [r \alpha(r)]}{\partial r}$$

Le tenseur de déformation correspondant devient:

$$\begin{cases} \{ \dot{E}_{rr} = \frac{1}{2} + \bar{m} \alpha' \varphi' \\ \{ \dot{E}_{\theta\theta} = \frac{1}{2} + \bar{m} \frac{\alpha}{r} \varphi' \\ \{ \dot{E}_{zz} = -1 + \bar{m} \beta \varphi' \\ \{ \dot{E}_{rz} = -\frac{1}{2} \bar{m} (\alpha \varphi'' + \beta' \varphi) \end{cases}$$

Le taux de déformation généralisé est donné par la relation:

$$\dot{E} = \left(\frac{2}{3} \sum_{ij} \dot{E}_{ij} \varepsilon_{ij} \right)^{1/2} = 1 - \bar{m} \beta \varphi'$$

Le déviateur de contraintes [s] s'exprime alors par:

* Sf: surface où les efforts sont imposés

* Sc: surface de contact entre l'éprouvette et les plateaux de la presse.

En considérant les notations suivantes:

$$l_j = \frac{-\vec{V}_c}{\|\vec{V}_c\|} \quad \text{avec } \vec{V}_c \text{ vitesse relative au niveau de } S_c$$

et \vec{T} la pression extérieure exercée sur les faces de l'éprouvette.

La relation devient:

$$\int_{\mathcal{D}} s_{ij} w_{ij} d\mathcal{D} = \int_{S_i} T_j w_j dS_i - \int_{S_f} \bar{u}_j w_j dS_f + \int_{S_c} (n_i T_i n_j + m l_j \sigma_0 / \sqrt{3}) w_j dS_c$$

L'utilisation de la méthode de Hill consiste à choisir le vecteur vitesse \vec{V} en vue de l'application de cette relation.

II.3) Application à la compression

Nous avons vu précédemment que l'on pouvait mettre les composantes V_r et V_z de la vitesse sous la forme:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_r = \frac{V_0}{H} \frac{r}{2} \left[\frac{1}{2} (\gamma(z) + z \gamma'(z)) + \alpha(r) \varphi'(z) \right] \\ V_z = - \frac{V_0}{H} \left[z \gamma(z) + \left(\alpha'(r) + \frac{\alpha(r)}{r} \right) \varphi(z) \right] \end{array} \right.$$

En considérant les simplifications suivantes:

* $\gamma(z) = 1$

$$\left\{ \begin{aligned} s_{zz} &= -\frac{2}{3} \sigma_0 \\ s_{rr} &= \bar{m} \frac{\sigma_0}{3} (\alpha \varphi'' + \beta' \varphi) \end{aligned} \right.$$

Le vecteur \vec{W} est s'exprime par:

$$\left\{ \begin{aligned} W_r &= \frac{r}{2} \psi' \\ W &= 0 \\ W_z &= -\psi \end{aligned} \right. \quad \text{avec } \psi \text{ une fonction de } z \text{ impaire}$$

L'utilisation du principe des puissances virtuelles permet d'obtenir le rapport caractéristique de l'essai P_m / σ_0 et l'évolution de la surface extérieure de l'éprouvette, pour les deux modèles de frottement:

a) Modèle de couche limite de Tresca: \bar{m}

$$\frac{P_m}{\sigma_0} = 1 + 2\bar{m} \frac{R_0}{3\sqrt{3}H} \quad \text{pour la valeur : } z=H/2$$

l'évolution de la surface extérieure : (z)

$$\varphi(z) = \frac{R_0^2}{\sqrt{3}} \left[\frac{\sin(\sqrt{3} z/a)}{\sin(\sqrt{3} h/a)} - \frac{z}{h} \right] \quad \begin{array}{l} \text{avec : } a^2=R_0^2 \\ \text{et : } h=H/2 \end{array}$$

b) Modèle de couche limite linéaire: \tilde{m}

$$\frac{P_m}{\sigma_0} = 1 + \frac{\tilde{m} R_0}{2\sqrt{3}H} \quad \text{pour } z=H/2$$

l'évolution de la surface extérieure: (z)

$$\varphi(z) = \frac{\sqrt{3}}{6hR_0}(zh^2 - z^3) \quad \text{avec } h=H/2$$

c) Remarque

La comparaison des deux modèles de frottement et des résultats obtenus par cette méthode dans ces deux cas, permet d'écrire la relation entre \bar{m} et \tilde{m} :

$$\tilde{m} = \frac{4}{3}\bar{m}$$

II.4) Utilisation de cette méthode

Cette méthode d'approximation est souvent utilisée en complément de la méthode précédente. L'étude faite avec le modèle de frottement de couche limite linéaire permet d'aboutir à une forme proche de celle obtenue par le modèle P2P. L'avantage de l'approximation de Hill est de posséder l'équation de la surface libre (Forme parabolique).

III] METHODE DES RESIDUS PONDERES [20][22]

III.1) Présentation

Les méthodes de calcul précédentes permettent une étude globale de l'essai de compression: détermination des lois d'écoulement, détermination du coefficient de frottement

aux interfaces éprouvette - plateaux de la presse, détermination de la forme extérieure...

Si l'on s'intéresse aux caractéristiques locales afin de déterminer le comportement du matériau plus précisément, ces méthodes d'approximations ne sont plus adaptées car trop imprécises.

La méthode des Résidus Pondérés, outre l'analyse de l'état global de l'éprouvette soumis à un essai de compression axysymétrique et la détermination de la contrainte d'écoulement, permet de déterminer les caractéristiques locales de l'état de contrainte et de déformation d'une section droite particulière de l'éprouvette.

III.2) Développement de la méthode

Soit une fonction φ définie dans un domaine \mathcal{D} par des équations différentielles linéaires et mises sous la forme:

$$\begin{cases} D_1(\varphi) = \varphi_1 & \text{à l'intérieur du domaine } \mathcal{D} \\ D_2(\varphi) = \varphi_2 & \text{sur la frontière } S \text{ du domaine } \mathcal{D} \end{cases}$$

Bien souvent la fonction φ ne peut être déterminée directement par résolution de ce système d'équations différentielles. Il est alors nécessaire de passer par l'intermédiaire d'une fonction connue servant d'approximation de φ . Pour cela, il est nécessaire de définir un critère permettant l'approche de la fonction

par une expression d'approximation la plus précise possible.

Soit F une fonction d'approximation de φ ; cette fonction $F(x)$ ne satisfait pas l'équation différentielle caractérisant φ . Il en résulte l'apparition d'une erreur appelée Résidus et notée $R(x)$. Le choix de cette fonction est subordonnée par la minimisation de l'intégrale des Résidus dans le domaine \mathcal{D} ; soit par la minimisation de l'expression E , définie par:

$$E = \int_{\mathcal{D}} R(x) d\mathcal{D} \quad \text{avec } R(x) = D_1[F(x)] - F_1(x)$$

On détermine ainsi la fonction F afin que E soit minimum.

A la fonction Résidus on associe généralement une fonction de pondération $W(x)$ afin d'améliorer le critère de détermination de la fonction d'approximation $F(x)$. L'expression E devient alors:

$$E = \int_{\mathcal{D}} R(x) \cdot W(x) d\mathcal{D}$$

Différents choix de la fonction de pondération $W(x)$ sont possibles, néanmoins une formulation habituelle de cette méthode a été déterminée en considérant l'égalité entre la fonction de pondération $W(x)$ et la fonction résidus $R(x)$. L'obtention de la fonction d'approximation passe alors par la minimisation de la nouvelle expression E :

$$E = \int_{\mathcal{D}} R^2(x) d\mathcal{D}$$

Afin de faciliter le calcul de la fonction d'approximation $F(x)$, celle-ci est définie par une forme linéaire:

$$F(x) = \sum_i A_i \cdot f_i(x)$$

l'expression du résidus devient:

$$R(x) = \sum_i A_i \cdot D_1[f_i(x)] - F_1(x)$$

et

$$E = \int_{\mathcal{D}} R^2(x) d\mathcal{D}$$

La forme linéaire la plus couramment utilisée est un polynôme de degré n en x. La minimisation de l'expression E s'exprime alors par les relations suivantes définies quelque soit i:

$$\int_{\mathcal{D}} \frac{\partial R(x)}{\partial A_i} R(x) d\mathcal{D} = 0$$

Cette formulation de la méthode des Résidus Pondérés correspond au critère des moindres carrés, et est très souvent utilisée en informatique pour la modélisation de processus.

III.3) Application à la compression

Soit la fonction de courant $\phi(r, z)$, explicitée par la méthode de la Borne Supérieure, et choisie sous la forme polynomiale par l'expression:

$$\phi(r, z) = \frac{V_0}{2h} r^2 z + (z^2 - h^2) \sum_i \sum_j A_{ij} r^{2i} z^{2j-1}$$

avec pour conditions limites sur le vecteur vitesse:

$$\begin{cases} \{ V_z = 0 & \text{pour } z=0 \\ \{ V_r = 0 & \text{pour } r=0 \\ \{ V_z = -V_0 & \text{pour } z=h=H/2 \\ \{ \end{cases}$$

Les fonctions de contraintes ϕ_1 et ϕ_2 sont également choisies sous forme polynomiales par les relations:

$$\begin{cases} \{ \phi_1 = -\frac{\sigma_0}{6}r^3 + \sum_m \sum_n B_{mn}r^{2m-1}z^{2n} \\ \{ \phi_2 = \sum_p \sum_q C_{pq}r^{2p-1}z^{2q} \\ \{ \end{cases}$$

avec le tenseur de contraintes défini par les équations suivantes:

$$\begin{cases} \{ \sigma_{rr} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} + \frac{\phi_2}{r} \\ \{ \sigma_{zz} = \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} \\ \{ \sigma_{\theta\theta} = \frac{r}{r^2} \frac{\partial \phi_2}{\partial r} \\ \{ \sigma_{rz} = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial r \partial z} \quad \text{avec } \sigma_{rz}=0 \text{ pour } r=0 \text{ et } z=0 \\ \{ \end{cases}$$

En considérant les équations de Levy - Mises, la fonction Résidus s'exprime par la relation:

$$R(x) = [\dot{\epsilon}_{rr} - \dot{\lambda}(\sigma_{rr} - \sigma_m)]^2 + [\dot{\epsilon}_{zz} - \dot{\lambda}(\sigma_{zz} - \sigma_m)]^2 + [\dot{\epsilon}_{rz} - \dot{\lambda}\sigma_{rz}]^2$$

Cette fonction exprime l'erreur quadratique introduite en remplaçant les composantes des tenseurs de contraintes et des taux de déformations, par les valeurs déduites des équations d'approximation de $\bar{\phi}(r,z)$, $\bar{\phi}_1$ et $\bar{\phi}_2$. La détermination des coefficients des différents polynômes se fait par la résolution de la minimisation de l'expression E soit par la résolution du système d'équations défini par l'expression générale:

$$\int_{\mathcal{D}} \frac{\partial R}{\partial a_k} R \, d\mathcal{D} = 0$$

où a_k correspond à l'ensemble des coefficients A_{ij} , B_{mn} , C_{pq} .

III.4) Conclusion

Après comparaison des résultats obtenus par cette méthode avec ceux obtenus par la méthode de la borne supérieure, on peut constater que le facteur de profil R_B/R_A est supérieur lors de l'utilisation de la méthode des résidus pondérés. La forme bombée de l'éprouvette y est surévaluée.

L'utilisation de cette méthode permet d'obtenir aussi les caractéristiques locales de l'écoulement, mais la résolution des équations de Levy - Mises pour cette étude nécessite l'emploi de processus itératifs.

L'analyse de S. KOBAYASHI [23] a permis d'élaborer un modèle de calcul des déformations locales; ce modèle est présenté dans le chapitre suivant.

IV] DETERMINATION DES CARACTERISTIQUES LOCALES

Les caractéristiques locales les plus souvent calculées sont les déformations et les contraintes équatoriales, correspondant à l'étude de la section droite de l'éprouvette située à la mi-hauteur.

IV.1) Calcul des déformations équatoriales

a) Champ de déplacement local

Le déplacement radial d'un point situé au voisinage de la section équatoriale de l'éprouvette peut se mettre sous la forme:

$$du_r = a_1 r(1 - \alpha z^2) + a_2 r^3$$

où a_1 et a_2 sont deux constantes à déterminer et un coefficient fonction du frottement à l'interface éprouvette-plateaux de la presse.

La relation d'incompressibilité permet d'avoir:

$$du_z = -2a_1 \left(z - \frac{\alpha}{3} z^3 \right) - 4a_2 r^2 z$$

b) Relation entre $d\epsilon_{\theta\theta}$ et $d\epsilon_{zz}$

Différentes études [23] on permit de déterminer une relation entre $d\epsilon_{\theta\theta}$ et $d\epsilon_{zz}$ provenant de la relation des déformations équatoriales $\epsilon_{\theta\theta}$ et ϵ_{zz} .

Cette relation est:

$$\epsilon_{\theta\theta} = b \epsilon_{zz}^2 - \frac{1}{2} \epsilon_{zz}$$

soit

$$d \mathcal{E}_{\infty} = d \mathcal{E}_{zz} (2b \mathcal{E}_{zz} - 1/2)$$

La connaissance des déformations équatoriale passe alors par la détermination des constantes de calcul: a_1 , a_2 , et b .

c) Evaluation des constantes

Au niveau équatoriale les relations deviennent:

$$\mathcal{E}_{zz} = \frac{a_2 r^2}{4b(a_1 + 2a_2 r^2)} \quad \text{en } z=0$$

c'est à dire pour $r=R_B$ =rayon maximum de l'éprouvette

soit

$$\mathcal{E}_{zz} = \frac{a_2 R_B^2}{4b(a_1 + 2a_2 R_B^2)}$$

de plus on a la relation:

$$d \mathcal{E}_{\infty} = \frac{dR_B}{R_B} = a_1 + a_2 R_B^2$$

Soit φ l'angle entre l'axe $O\vec{r}$ et la direction principale au point considéré ainsi que l'approximation de la génératrice de la surface libre par une parabole (Méthode de Hill), le calcul des constantes a_1 et a_2 donnent les résultats suivants:

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2d\mathcal{E}_{zz}}{d\mathcal{E}_{rr} - d\mathcal{E}_{zz}}$$

$$a_1 = \frac{7R_B^2 + 4R_B \rho}{4R_B^2 + 4R_B \rho - R_B \rho^2 - (3 + \alpha R_B \rho)} \times \frac{dR_B}{R_B}$$

$$a_2 = \frac{- (3 + \alpha R_B \rho)}{4R_B^2 + 4R_B \rho - \alpha R_B^3 \rho} \times \frac{dR_B}{R_B}$$

avec

$$\rho = \frac{H^2}{8R_B(1-R_A/R_B)}$$

d) Détermination des coefficients α et b

Compte tenu des valeurs de a_1 et de a_2 , on peut en déduire la valeur de \mathcal{E}_{zz} , soit:

$$\mathcal{E}_{zz} = \frac{-(3 + \alpha R_B \rho)}{4b(1 + 4\rho/R_B - 2\alpha R_B \rho)}$$

de plus la relation $\mathcal{E}_{\infty} = b\mathcal{E}_{zz}^2 - 1/2\mathcal{E}_{zz}$ reste à vérifier pour α et b .

En considérant la méthode des moindres carrés appliquée à cette relation, l'expression E doit être minimum pour les différentes valeur de α et b ; soit:

$$E = \sum (\mathcal{E}_{\infty} - b\mathcal{E}_{zz}^2 + 1/2\mathcal{E}_{zz})^2$$

IV.2) Détermination des contraintes équatoriales

Au niveau de la zone équatoriale, l'état des contraintes est du type:

$$[\sigma] = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta\theta} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{Bmatrix}$$

En appliquant la loi d'écoulement de Levy-Mises on obtient les relations:

$$d\varepsilon_{\theta\theta} = d\lambda \left(\sigma_{\theta\theta} - \frac{\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}}{3} \right)$$

$$d\varepsilon_{zz} = d\lambda \left(\sigma_{zz} - \frac{\sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}}{3} \right)$$

$$\text{avec } d\lambda = \frac{3}{2} \frac{d\bar{\varepsilon}}{\sigma_0}$$

$$\text{et } d\bar{\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{3}} (1 + \lambda + \lambda^2)^{1/2} |d\varepsilon_{zz}|$$

$$\text{où } \lambda = \frac{d\varepsilon_{\theta\theta}}{d\varepsilon_{zz}} = \text{pente du trajet des déformations équatoriales}$$

$$\lambda = 2b\varepsilon_{zz} - 1/2$$

d'où les relations permettant d'obtenir les contraintes équatoriales:

$$\frac{\sigma_{\theta\theta}}{\sigma_0} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \frac{4b\varepsilon_{zz}}{(4b^2\varepsilon_{zz}^2 + 0.75)^{1/2}} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \frac{2\lambda + 1}{(1 + \lambda + \lambda^2)^{1/2}}$$

et

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_0} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \frac{2b E_{zz} + 1/2}{(4b^2 E_{zz}^2 + 0.75)^{1/2}} = \frac{-1}{\sqrt{3}} \frac{\lambda + 1}{(1 + \lambda + \lambda^2)^{1/2}}$$

L'expérience a permis de montrer que le trajet des déformations équatoriales a une évolution linéaire en fonction du taux de réduction.

V] SYNTHÈSE ET CONCLUSION

Nous avons à notre disposition trois méthodes principales de calcul d'approximation pour effectuer une approche théorique des phénomènes issus de l'essai de compression et permettant d'obtenir les caractéristiques rhéologiques; $\sigma = f(\dot{\epsilon})$; et des caractéristiques tribologiques; m ; des matériaux. Ces différentes méthodes peuvent être utilisées séparément ou simultanément selon l'étude faite et d'après l'organigramme suivant:

Compression Expérimentale

Courbes :

$$F - \Delta H/H_0$$

$$R_B/R_A - \Delta H/H_0$$

Exploitation :

Méthode de le Borne
Superieure

Méthode Générale de
Hill

Détermination de :

- * coefficient m
- * loi d'écoulement

Détermination de :

- * coefficient m
- * loi d'écoulement
- * expression de la
forme extérieure

Méthode des Résidus

Pondérés

Détermination de :

- * écoulement
plastique interne
- * caractéristiques
locales

BIBLIOGRAPHIE

[1] G.JEGADEN.

L'essai de traction.

CESSID, Séminaire sur les méthodes d'investigation.

[2] G.POMEY.

Etude expérimentale de la déformation plastique pour l'essai de traction.

IRSID.

[3] E.B.KULA, N.H.FAHEY.

Effect of specimen geometry on determination of elongation in sheat tension specimen materiels research and standars.

Aout 1961-Janvier 1962

[4] C.CRUSSARD.

Contribution à la théorie de la limite élastique du fer et des aciers doux.

IRSID

[5] B.JAOUL.

Etude de la plasticité et application aux métaux.

Dunod 1965

[6] KEEMOLA, NIEMINEN.

Metallurgie transformation.

Aout 1974

[7] P.V.BRIDGMANN.

Large plastic flow and fracture.

Mc Graw Hill C° N.Y 1952

[8] J.G.POSTAIRE.

De l'image à la décision.

DUNOD, 187p, 1987.

[9] J.S.WESKA.

A survey of threshold selection techniques.

C.G.I.P., 7, 259-265p, 1978.

[10] P.K.SAHOO, S.SOLTANI, A.K.C.WONG & Y.C.CHEN.

A survey of thresholding techniques.

C.G.I.P., 41, 233-260p, 1988.

[11] R.W.HORNBECK.

Numerical methods.

Quantum publishers, N.Y., 310p, 1975.

[12] J.MANDEL.

Cours de mécanique des milieux continus.

Tome 2, Gauthier Villars, Paris, 1966

[13] P.GERMAIN.

Cours de mecanique des milieux continus, théorie générale.

Tome 1, Masson 1973.

[14] R.HILL.

The mathematical theory of plasticity.

Oxford University Press, N.Y., 1950

[15] P.BAQUE, E.FELDER, J.HYAFIL & Y.DESCATHA.

Mise en forme des metaux, calculs pour la plasticité.

Dunod, 1973.

[16] B.AVITZUR.

Limit analysis of disc and strip forging.

Int.J.Machine tool design and research, Vol 9, 165p, 1969.

[17] C.H.LEE & T.ALTAN.

Influence of flow stress and friction upon metal flow in upset forging of rings and cylinders.

Trans.ASME, J. of Eng.Ind., 175p, Aout 1972.

[18] H.KUDO & S.MATSUBARA.

Joint examination project of validity of various numerical methodes for the analysis of metal forming process.

IUTAM Symposium, Tutzing Germany, 1978.

[19] T.WANHEIN.

An engineering theory of plasticity.

Londre 1961

[20] K.LANGE, M.REBHOLZ & K.ROLL.

An approximate method for calculation of forming operations.

Proc. Sixth North American Metal Working Research Conference, 142-149p, 1978.

[21] R.HILL.

A general method of analysis for metal working process.

J. of Mechanics an physics solids, Vol. 11, 305-326p, 1963.

[22] S.NAKAMURA.

Weighted residural methods and variational principles in: computational method in engineering and sciences with applications to fluid dynamics and nuclear systems.

Wiley interscience publication, 207-244p, 1977.

[23] S.KOBAYASHI.

Deformation characteristics and ductile fracture of 1040 steel in simple upsetting of solids cylinders and rings.

J.of Eng. Ind Trans.ASME, 391-399p, May 1970.

[24] J.C.GELIN.

Contribution à la détermination des lois d'écoulement et
limites de ductilité des métaux par essai de
compression.

Thèse de Docteur-Ingénieur, ENSAM, Décembre 1980.

[25] Centre d'Evaluation et de Faisabilité Economique.

Système de suivi des déformations par analyse d'image.

Rapport de synthèse.

U.S.T.L. Flandres Artois, Mai 1988.