N° d'ordre : 339

THESE

présentée à
L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DE LILLE - FLANDRES-ARTOIS

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

dans la spécialité :
ELECTRONIQUE

par

Mouldi BEN FREDJ

CONTRIBUTION A L'ETUDE DE L'ASSOCIATION "GRADATEUR TRIPHASE - TRANSFORMATEUR - RESISTANCES" : INFLUENCE DU TYPE DE TRANSFORMATEUR UTILISE

Soutenue le 14 Avril 1989, devant la Commission d'examen :

Monsieur SEGUIER	-	Président
Monsieur COCQUERELLE	-	Rapporteur
Monsieur ROMBAUT	-	Rapporteur
Monsieur NOTELET	-	Examinateur
Monsieur SARLAT	-	Examinateur
Monsieur FLACHER	-	Examinateur

AVANT-PROPOS

Les travaux exposés dans ce mémoire ont été effectués sous la direction du Professeur J.-L. COCQUERELLE, dans un premier temps à l'I.D.N., au sein de l'Equipe du Professeur C. ROMBAUT, du Laboratoire "Applications des Redresseurs de Puissance", dirigé par Monsieur Le Professeur G. SEGUIER de l'Université de LILLE I, puis ensuite à NANTES, au Laboratoire L.R.I.I. 2EP (Equipe "Electrotechnique, Electronique de Puissance") du Laboratoire de Robotique et d'Informatique Industrielle, créée par Monsieur COCQUERELLE en 1987.

Nous tenons à témoigner notre plus profonde gratitude à Monsieur le Professeur J.-L. COCQUERELLE pour avoir dirigé nos travaux avec attention et efficacité.

Nous remercions vivement Monsieur le Professeur C. ROMBAUT pour l'attention particulière et l'aide précieuse qu'il nous a apportée.

Nous remercions très vivement Monsieur le Professeur G. SEGUIER pour avoir suivi nos travaux avec intérêt, et pour l'honneur qu'il nous fait d'accepter la présidence de notre jury.

Nous remercions sincèrement Monsieur le Professeur NOTELET d'avoir accepté d'examiner notre travail.

Nos remerciements vont également à Monsieur M. FLACHER de la Société CORECI, pour sa participation à notre jury, et la caution de "l'Industriel" qu'elle nous apporte.

Monsieur D. SARLAT, Chef du Département "Génie Electrique et Informatique Industrielle" de l'I.U.T. de NANTES a accepté, avec plaisir, l'invitation à notre jury, témoignant ainsi de l'intérêt que porte l'Université de NANTES à nos travaux. Qu'il en soit vivement remercié.

Nous tenons à exprimer notre profonde reconnaissance à Mesdames M. DURAND et R. DELHOMMEAU qui ont assuré la réalisation matérielle de ce mémoire.

A MES PARENTS ET

A MES AMI(E)S

INTRODUCTION

Pour contrôler le niveau d'une puissance électrique élevée, transmise à partir d'un réseau de distribution de tensions définies, à une charge résistive triphasée, de tensions différentes, il est souvent indispensable d'intercaler un transformateur à flux libres ou forcés, associé à un gradateur de puissance à thyristors.

Ces dispositifs vont fonctionner en commutation libre, l'instant d'extinction des thyristors va dépendre de la structure complète, c'est à dire du couplage des enroulements, de l'emplacement des composants, du niveau de la charge et de l'état magnétique du transformateur. Le couplage par le flux introduit par ce dernier est à l'origine de la grande complexité d'analyse de ce type de structure.

Il faut noter, en outre, qu'en cas de rupture brutale de charge, les variations rapides de flux qui en résultent peuvent occasionner, si la commande des thyristors n'est pas optimisée en ce sens, la destruction, par surtension, de ces derniers.

Les travaux antérieurs concernant les G.T.R. et, en particulier, les études de synthèse qui ont été réalisées, ont montré que la majorité des cas d'associations possibles peuvent se ramener à un seul, sauf en ce qui concerne le G.T.R. "D_o Yy" (Gradateur en branches d'un transformateur Dy à flux libres, à secondaires et charges en étoile).

Le but de ce mémoire est donc de conduire, à la fois sur le plan analytique et par simulation, une étude exhaustive de ce cas particulier, que l'on comparera aux précédents, tant sur le plan des régimes permanents équilibré et déséquilibré, que sur celui du transitoire résultant d'une rupture de charge.

Les documents à caractère bibliographique qui ont été examinés peuvent être regroupés comme suit :

1 - <u>DOCUMENTS DE BASE</u> : il s'agit essentiellement des thèses de Doctorat d'Etat de J.-L. COCQUERELLE [1] et C. ROMBAUT [2], lesquelles traitent respectivement des G.T.R. et des gradateurs à débit direct sur résistances et inductances.

2 - <u>OUVRAGES GENERAUX, A CARACTERE PEDAGOGIQUE</u>, se rapportant à l'électrotechnique et l'électronique de puissance, qui nous ont guidés sur les concepts essentiels [3], [4], [5], [6].

3 - TRAVAUX ANTERIEURS DES EQUIPES DE LILLE ET NANTES :

- concernant la transfiguration étoile triangle des récepteurs alimentés par un convertisseur à thyristors, par C. ROMBAUT et G. SEGUIER - [7],

- se rapportant aux gradateurs à débit direct sur résistances et résistances inductives, par C. ROMBAUT, G. SEGUIER, H. SCHOORENS, J.-P. SIX - [8], [9], [10],

- faisant état des possibilités d'associer un redresseur à diodes en aval d'un G.T.R. pour l'obtention de tensions continues variables très basses, par C. ROMBAUT, G. SEGUIER, P. GOERGER, A. WIART, J.-L. DUMOULIN - [11], [12],

- portant sur l'amélioration et la réduction des perturbations des gradateurs, par C. ROMBAUT, G. SEGUIER, P. RUSSE, R. BAUSIERE et M. BOULIER - [13], [14],

- concernant l'étude analytique et la simulation numérique des G.T.R., par J.-L. COCQUERELLE, C. ROMBAUT, T. SCHUFFENECKER, M. FLACHER, P. RUSSE, A. CASTELAIN - [15], [16], [17], [18],

- portant sur les gradateurs monophasés entrelacés, par P. RUSSE, C. ROMBAUT, J.-L. COCQUERELLE, A. CASTELAIN - [15], [20],

- permettant une première aproche du cas particulier du G.T.R. "D_o Yy" à travers l'étude analytique, par J.-L. COCQUERELLE, M. BEN FREDJ - [21], [22], [23], [38],

- concernant l'intérêt de mettre en oeuvre une modélisation pour l'étude des transitoires, par J.-L. COCQUERELLE et C. ROMBAUT - [24],

- autorisant la synthèse des G.T.R. autres que le D_o Yy, par J.-L. COCQUERELLE, C. ROMBAUT - [25],

- portant sur une information générale de synthèse des G.T.R., par J.-L. COCQUERELLE - [26],

- présentant les résultats des études analytique et par simulation du G.T.R. D_o Yy, par M. BEN FREDJ et J.-L. COCQUERELLE - [27], [28],

- faisant apparaître les possibilités de contrôle par microprocesseur des G.T.R., par M. BEN FREDJ, B. DURAND, J.-L. COCQUERELLE - [29].

4 - *PUBLICATIONS EXTERIEURES A L'EQUIPE AYANT APPORTE DIVERSES INFORMATIONS PARTICULIERES* :

* par A. YAIR [30], sur l'association en monophasé transformateur gradateur,

* par N.A. FEOKTISTOV et V.V. KONDORSKAYA [31], sur les conditions de fonctionnement d'un four alimenté par G.T.R.,

* par H.J. STILKE [32], sur l'influence des commutations,

* par M. VULPILLAT [33], sur les perturbations harmoniques du réseau liées au gradateur à SCR et Triacs,

* concernant l'arc électrique pouvant apparaître lors de la destruction d'un composant, quelques éléments de réflexions ont été donnés par les travaux de A. CASTRO et R. HAUG [34], D. DUFOURNET [35].

5 - *D.E.A. PORTANT SUR LES G.T.R. ET LEUR SIMULATION* :

. à flux forcés : T. SHUFFENECKER [36], C. MARRON [37]
. à flux libres : M. BEN FREDJ [38]

SOMMAIRE

TABLE DES MATIERES

CHAPITRE I

CHAPITRE I : ETUDE DU REGIME EQUILIBRE PERMANENT

I - MONTAGE A FLUX LIBRES (3 TRANSFORMATEURS MONOPHASES)

I-1. Etude analytique

I-11) Montage étudié - Hypothèses et notations

Le montage étudié concerne une association "Gradateur-Transformateur" dont les thyristors sont insérés à l'intérieur du couplage en triangle des enroulements primaires de 3 transformateurs monophasés dont les secondaires, connectés en étoile, alimentent un récepteur triphasé étoile purement résistif, à neutre non relié (FIG.1).

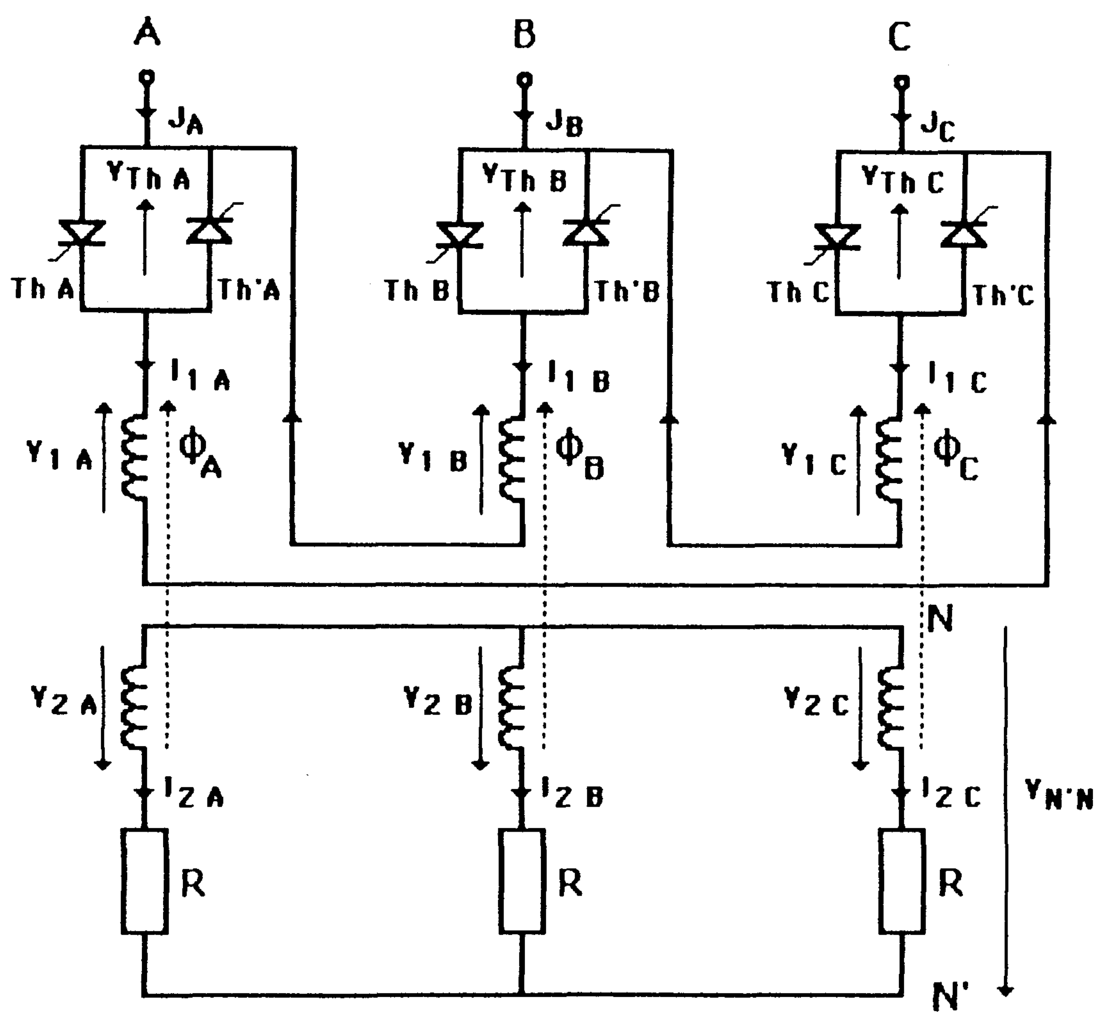


FIGURE 1.

Le transformateur est à flux libre, on néglige la saturation du circuit magnétique, les pertes actives dans le fer, les flux de fuite et la résistance des enroulements.

I-12) Relations générales

On alimente le montage par les tensions du réseau de distribution, à savoir :

$$[u] = U_M \begin{bmatrix} \sin \Theta \\ \sin (\Theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin (\Theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

avec $\Theta = \omega t$ $\quad U_M = U\sqrt{2}$ $\quad \omega = 2\pi f$ $\quad f = 50$ HZ

*** Equations des Ampères-tours :**

Le transformateur est à flux libres. La somme $\phi_A + \phi_B + \phi_C$ peut être différente de zéro.

L'indépendance des flux autorise la compensation, par noyau, des Ampères-tours, ce qui se traduit par les relations :

(a) $\quad n_1 i_{1A} - n_2 i_{2A} = R\,\phi_A \qquad i_{1A} - \frac{n_2}{n_1} i_{2A} = \frac{R}{n_1}\,\phi_A$

(b) $\quad n_1 i_{1B} - n_2 i_{2B} = R\,\phi_B \qquad i_{1B} - \frac{n_2}{n_1} i_{2B} = \frac{R}{n_1}\,\phi_B$

(c) $\quad n_1 i_{1C} - n_2 i_{2C} = R\,\phi_C \qquad i_{1C} - \frac{n_2}{n_1} i_{2C} = \frac{R}{n_1}\,\phi_C$

* n_1, n_2 sont respectivement le nombre de spires du primaire et du secondaire du transformateur.

* R représente la reluctance supposée identique pour les trois colonnes supportant les enroulements.

Posons : $\frac{n_1}{n_2} = m$ = rapport de transformation

On aura :

$$[i_1] - \frac{1}{m} [i_2] = \frac{R}{n_1} [\phi]$$

Les thyristors sont débloqués tous les sixièmes de période dans l'ordre suivant :

$$Th_A, Th'_C, Th_B, Th'_A, Th_C, Th'_B$$

Le retard à l'amorçage du thyristor Th_A est noté ψ.

Toutes les relations générales sont indépendantes de ψ, elles ne dépendent que des caractéristiques du montage étudié.

Les tensions aux bornes des enroulements primaire et secondaire du transformateur et celles aux bornes des thyristors seront notées respectivement :

$$[v_1] = \begin{bmatrix} v_{1A} \\ v_{1B} \\ v_{1C} \end{bmatrix} \qquad [v_2] = \begin{bmatrix} v_{2A} \\ v_{2B} \\ v_{2C} \end{bmatrix} \qquad [v_{Th}] = \begin{bmatrix} v_{Th_A} \\ v_{Th_B} \\ v_{Th_C} \end{bmatrix}$$

par suite :

(1) $$[v_1] = \frac{n_1}{n_2} [v_2] = n_1 \frac{d}{dt} [\phi]$$

(2) $$[v_2] = n_2 \frac{d}{dt} [\phi]$$

(3) $$[v_{Th}] = [u] - [v_1]$$

De même, les courants en ligne et dans les enroulements primaires et secondaires du transformateur s'écrivent respectivement :

(4) $$[j] = \begin{bmatrix} j_A \\ j_B \\ j_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{1A} - i_{1B} \\ i_{1B} - i_{1C} \\ i_{1C} - i_{1A} \end{bmatrix} \quad ; \quad [i_1] = \begin{bmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{bmatrix} \quad ; \quad [i_2] = \begin{bmatrix} i_{2A} \\ i_{2B} \\ i_{2C} \end{bmatrix}$$

La somme des courants en ligne est nulle (distribution trois fils), ce qui se traduit par :

$$j_A + j_B + j_C = 0$$

Les enroulements secondaires étant en étoile :

(5) $$i_{2A} + i_{2B} + i_{2C} = 0$$

Le transformateur est à flux libres, par suite :

(6) $$\phi_A + \phi_B + \phi_C \neq 0$$

La somme des courants primaires est égale à 3 fois la composante homopolaire i_o, d'où :

(7) $$i_o = \frac{1}{3}(i_{1A} + i_{1B} + i_{1C})$$

En dérivant (6) et en utilisant (1), on pourra avoir :

(8) $$v_{1A} + v_{1B} + v_{1C} \neq 0$$
$$v_{2A} + v_{2B} + v_{2C} \neq 0$$

On peut également écrire :

$$v_{N'} - v_N = v_{2A} - R\, i_{2A} = v_{2B} - R\, i_{2B} = v_{2C} - R\, i_{2C}$$

$$3(v_{N'} - v_N) = v_{2A} + v_{2B} + v_{2C} - R(i_{2A} + i_{2B} + i_{2C})$$

d'où :

(9) $$v_{N'N} = v_{N'} - v_N = \frac{1}{3}(v_{2A} + v_{2B} + v_{2C})$$

(10) $$[v_2] = R\,[i_2] + [v_{N'N}]$$

$$v_{2A} = R\, i_{2A} + \frac{1}{3}[v_{2A} + v_{2B} + v_{2C}]$$

$$\frac{2}{3} v_{2A} = R\, i_{2A} + \frac{1}{3}(v_{2B} + v_{2C})$$

$$v_{2A} = \frac{3}{2} R\, i_{2A} + \frac{1}{2}(v_{2B} + v_{2C}) \rightarrow i_{2A} = \frac{1}{3R}(2v_{2A} - v_{2B} - v_{2C})$$

$$v_{2B} = \frac{3}{2} R\ i_{2B} + \frac{1}{2} (v_{2C} + v_{2A}) \rightarrow i_{2B} = \frac{1}{3R} (2v_{2B} - v_{2A} - v_{2C})$$

$$v_{2C} = \frac{3}{2} R\ i_{2C} + \frac{1}{2} (v_{2A} + v_{2B}) \rightarrow i_{2C} = \frac{1}{3R} (2v_{2C} - v_{2A} - v_{2B})$$

Relations de compensation des Ampères-tours des mailles magnétiques :

$$(a) - (b) \rightarrow n_1\ (i_{1A} - i_{1B}) - n_2(i_{2A} - i_{2B}) = \mathcal{R}\ (\phi_A - \phi_B)$$

$$(b) - (c) \rightarrow n_1\ (i_{1B} - i_{1C}) - n_2(i_{2B} - i_{2C}) = \mathcal{R}\ (\phi_B - \phi_C)$$

$$(c) - (a) \rightarrow n_1\ (i_{1C} - i_{1A}) - n_2(i_{2C} - i_{2A}) = \mathcal{R}\ (\phi_C - \phi_A)$$

(11) $$i_{1A} - i_{1B} = \frac{1}{m} (i_{2A} - i_{2B}) + \frac{\mathcal{R}}{n_1} (\phi_A - \phi_B)$$

(12) $$i_{1B} - i_{1C} = \frac{1}{m} (i_{2B} - i_{2C}) + \frac{\mathcal{R}}{n_1} (\phi_B - \phi_C)$$

(13) $$i_{1C} - i_{1A} = \frac{1}{m} (i_{2C} - i_{2A}) + \frac{\mathcal{R}}{n_1} (\phi_C - \phi_A)$$

Il vient :

$$(a) + (b) + (c) \rightarrow n_1(i_{1A} + i_{1B} + i_{1C}) - n_2(i_{2A} + i_{2B} + i_{2C})$$

$$= \mathcal{R}\ (\phi_A + \phi_B + \phi_C)$$

Par suite :

$$\phi_A + \phi_B + \phi_C = \frac{n_1}{\mathcal{R}} (i_{1A} + i_{1B} + i_{1C}) = \frac{3\ i_o\ n_1}{\mathcal{R}}$$

(14) $$\mathcal{R}\ \phi_o = n_1 \cdot i_o$$

I-13) Etude du fonctionnement

Le montage étant symétrique, les grandeurs électriques relatives à chaque phase ont les mêmes variations au décalage de $\frac{1}{3}$ à $\frac{2}{3}$ de période près. Les thyristors formant un "gradateur" sont enclenchés en alternance toutes les demi-périodes et les variations des grandeurs électriques sont telles que leurs alternances positive et négative sont identiques au signe près.

Les relations de flux s'écrivent :

$$\phi_A(\Theta) = \phi_B\left(\Theta + \frac{2\pi}{3}\right) = \phi_C\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\phi_A(\theta) = -\phi_A(\theta \pm \pi) = \phi_A(\theta + 2\pi)$$

$$\phi_A\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = -\phi_B(\theta) \qquad \phi_A\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) = \phi_B(\theta)$$

$$\phi_A\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = \phi_C(\theta) \qquad \phi_A\left(\theta + \frac{5\pi}{3}\right) = -\phi_C(\theta)$$

$$\phi_A(\theta + \pi) = -\phi_A(\theta) \qquad \phi_A(\theta + 2\pi) = \phi_A(\theta)$$

$$\begin{bmatrix}\phi_A\\ \phi_B\\ \phi_C\end{bmatrix}_{\text{à } \theta=\psi} = -\begin{bmatrix}\phi_C\\ \phi_A\\ \phi_B\end{bmatrix}_{\text{à } \theta=\psi+\frac{\pi}{3}}$$

Ces propriétés de symétrie permettent de n'effectuer l'analyse du fonctionnement que sur l'intervalle $[\psi, \psi + \frac{\pi}{3}]$.

Le vecteur $[\phi]$ est le vecteur "d'état" du système, sa détermination autorise celle des courants et l'obtention de l'instant d'annulation de ceux-ci.

Lorsque l'on fait croître l'angle ψ, 4 modes de fonctionnement se succèdent, chacun de ces modes étant caractérisé par le nombre de thyristors passants.

I-131. Premier mode de fonctionnement : 3 ou 2 thyristors passants

$\psi_{1_o} \leqslant \psi \leqslant \psi_{1_1}$

$$\psi \underbrace{\qquad\qquad}_{(3)} \overset{\theta_1}{+} \underbrace{\qquad\quad}_{(2)} \psi + \frac{\pi}{3}$$

Dans ce mode, il existe toujours 3 ou 2 thyristors passants ; avant l'enclenchement de Th_A, deux autres thyristors (Th_C et Th'_B) étaient conducteurs. Le déblocage de Th_A, à $\theta = \psi$ permet de relier les trois phases du transformateur au réseau.

Th_A, Th'_B, Th_C sont conducteurs de $\frac{\psi}{\omega}$ à $\frac{\theta_1}{\omega}$

Th_A, Th'_B restent conducteurs jusqu'au déblocage de Th'_C à l'instant $\frac{\theta}{\omega} = (\psi + \frac{\pi}{3}) \cdot \frac{1}{\omega}$

$\frac{\theta_1}{\omega}$ est l'instant critique de passage du régime à 3 thyristors au régime à 2 thyristors passants.

I-1311. Equations de fonctionnement dans le premier intervalle du premier mode : $\psi \leqslant \theta \leqslant \theta_1$

Un redresseur par phase étant conducteur, on a :

(15) $$[v_1] = [u] \qquad [v_{Th}] = 0$$

(16) $$[v_2] = \frac{1}{m}[u]$$

(17) $$[i_2] = \frac{\frac{1}{m}[u] - [v_{N'N}]}{R}$$

$$v_{N'N} = 0 \rightarrow \qquad i_2 = \frac{[u]}{mR} = \frac{U_M}{mR}\begin{bmatrix} \sin\theta \\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

$$[\Phi] = \frac{1}{n_1}\int [V]\, dt \qquad\qquad [v_1] = n_1 \frac{d}{dt}[\phi]$$

$$[v_1] = \begin{bmatrix} U_M \sin\theta \\ U_M \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ U_M \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} \qquad\qquad \theta = \omega t$$

(18) $$[\phi] = -\frac{U_m}{n_1\omega}\begin{bmatrix}\cos\theta\\ \cos(\theta - 2\frac{\pi}{3})\\ \cos(\theta - 4\frac{\pi}{3})\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}K_1\\ K_2\\ K_3\end{bmatrix}$$

$$n_1\,[i_1] = n_2\,[i_2] + \mathcal{R}\,[\phi]$$

$$[i_1] = \frac{1}{m}[i_2] + \frac{\mathcal{R}}{n_1}[\phi]$$

(19) $$[i_1] = \frac{[u]}{m^2R} + \frac{\mathcal{R}}{n_1}\,[\phi]$$

(20) $$[i_1] = \frac{U_M}{m^2R}\begin{bmatrix}\sin\theta\\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})\\ \sin(\theta - \frac{4\pi}{3})\end{bmatrix} - \frac{\mathcal{R}}{n_1^2\omega}U_M\begin{bmatrix}\cos\theta\\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})\\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})\end{bmatrix} + \frac{\mathcal{R}}{n_1}\begin{bmatrix}K_1\\ K_2\\ K_3\end{bmatrix}$$

$$[J] = \begin{bmatrix}i_{1A} - i_{1B}\\ i_{1B} - i_{1C}\\ i_{1C} - i_{1A}\end{bmatrix}$$

$$[v_{Th}] = [u] - [v_1] = 0$$

I-1312. Equation de fonctionnement dans le deuxième intervalle du premier mode : $\theta_1 \leqslant \theta \leqslant \psi + \frac{\pi}{3}$

Seuls Th_A, Th'_B sont conducteurs

$$v_{1A} = U_{AC} \text{ et } v_{1B} = U_{BA} \rightarrow \quad v_{2A} = \frac{U_{AC}}{m}, \quad v_{2B} = \frac{U_{BA}}{m}$$

$$i_{1C} = 0 \rightarrow \quad -n_2\, i_{2C} = \mathcal{R}\,\phi_C$$

$$\phi_C = -\frac{n_2}{\mathcal{R}}\, i_{2C}$$

$$\phi_C = -\frac{n_2}{\mathcal{R}R}[v_{2C} - v_{N'N}] = -\frac{n_2}{\mathcal{R}R}[v_{2C} - \frac{1}{3}(v_{2A} + v_{2B} + v_{2C})]$$

$$\phi_C = -\frac{n_2}{\mathcal{R}\,R} \cdot \frac{1}{3}[\,2\,v_{2C} - (v_{2A} + v_{2B})\,]$$

$$\phi_C = -\frac{n_2}{\mathcal{R}R} \cdot \frac{1}{3}[\,2\,n_2 \frac{d\,\phi_C}{dt} - \frac{U_M}{m}(\sin\theta + \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})]$$

$$\phi_C = -\frac{2}{3}\tau \cdot \frac{d\,\phi_C}{dt} - \frac{U_M}{3n_1}\tau \quad \sin(\theta - \frac{4\pi}{3})$$

$$\phi_C + \frac{2}{3}\tau \cdot \frac{d\,\phi_C}{dt} = \frac{U_M}{3n_1}\tau \quad \sin(\theta - \frac{\pi}{3})$$

$$\phi_C = C \quad e^{-t/\frac{2}{3}\tau} + \frac{U_M}{3n_1}\tau \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{2}{3}\,\omega\,\tau)^2}} \sin(\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi)$$

avec : $\varphi = \text{Arc tg}\,(\frac{2}{3}\omega\tau)$ $\qquad \tau = \frac{n_2^2}{\mathcal{R}R}$

$$\phi_C = C \quad e^{-\frac{3\,\theta}{2\,\omega\tau}} + \frac{U_M}{n_1\omega} \frac{\omega\tau}{3\sqrt{1 + (\frac{2}{3}\,\omega\,\tau)^2}} \sin(\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi)$$

On pose : $K = \frac{\omega\,\tau}{3\sqrt{1 + (\frac{2}{3}\,\omega\tau)^2}} = \frac{1}{\sqrt{4 + (\frac{3}{\omega\tau})^2}}$

(21) $$[\phi] = -\frac{U_M}{n_1\omega}\begin{bmatrix} \cos\theta \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ -K\sin(\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K'_1 \\ K'_2 \\ C\ e^{-\frac{3\theta}{2\omega\tau}} \end{bmatrix}$$

et par suite, celle des tensions :

(22) $$[v_2] = n_2\omega \quad \frac{d\,\phi}{d\theta} = \frac{U_M}{m}\begin{bmatrix} \sin\theta \\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \quad + \\ K\ \cos(\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{3}{2\omega\tau}\,n_2\omega\,C\,e^{-\frac{3\theta}{2\omega\tau}} \end{bmatrix}$$

<u>Calcul des courants $[i_2]$ et $[i_1]$</u>

Partant de :

$$v_{2A} - v_{2C} = R\,(i_{2A} - i_{2C})$$

$$v_{2B} - v_{2C} = R\,(i_{2B} - i_{2C})$$

Il vient :

$$i_{2A} = \frac{1}{R} (v_{2A} - v_{2C}) + i_{2C}$$

$$i_{2B} = \frac{1}{R} (v_{2B} - v_{2C}) + i_{2C}$$

$$i_{2C} = - \frac{R}{n_2} \phi_C$$

Soit :

$$[i_2] = \frac{U_M}{mR} \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin (\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{U_M}{mR} K \cos(\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi) - \frac{3}{2} \frac{1}{\omega\tau} \frac{n_2\omega}{R} C e^{-3\theta/2\omega\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$- \frac{R}{n_2} \begin{bmatrix} \frac{U_M}{n_2\omega} K \sin (\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi) + C e^{-3\theta/2\omega\tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

et finalement :

(23)
$$[i_2] = \frac{U_M}{mR} \left\{ \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin (\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ 0 \end{bmatrix} - K \cos (\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{K}{\omega\tau} \sin (\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \frac{n_2\omega}{2R\omega\tau} C e^{-3\theta/2\omega\tau} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right\}$$

Calculons $[i_1]$: $[i_1] = \frac{1}{m} [i_2] + \frac{R}{n_1} [\phi]$

(24)
$$[i_1] = \frac{1}{m} [i_2] - \frac{R}{n_1^2 \omega} U_M \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \cos (\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ -K \sin (\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi) \end{bmatrix} + \frac{R}{n_1} \begin{bmatrix} K'_1 \\ K'_2 \\ C e^{-3\theta/2\omega\tau} \end{bmatrix}$$

I-1313. Détermination des constantes d'intégration

La détermination des constantes s'effectue à partir de deux propriétés générales.

I-13131 - Première propriété

Les flux ne peuvent subir de discontinuité, les valeurs des flux à la fin du premier intervalle et au début du second à l'instant où $\theta = \theta_1$ sont inchangés.

Rappelons l'expression du flux :

$$[\phi] = -\frac{U_M}{n_1\omega}\begin{bmatrix}\cos\theta \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{4\pi}{3})\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}K_1 \\ K_2 \\ K_3\end{bmatrix} \qquad \text{1er intervalle}$$

$$[\phi] = -\frac{U_M}{n_1\omega}\begin{bmatrix}\cos\theta \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ -K\sin(\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}K'_1 \\ K'_2 \\ C\,e^{-3\theta/2\omega\tau}\end{bmatrix} \qquad \text{2ème intervalle}$$

Appliquons la propriété de continuité du flux :

$$\underset{\text{1er intervalle}}{[\phi]_{\theta_1 - \varepsilon}} = \underset{\text{2ème intervalle}}{[\phi]_{\theta_1 + \varepsilon}}$$

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\begin{bmatrix}\cos\theta_1 \\ \cos(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_1 - \frac{4\pi}{3})\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}K_1 \\ K_2 \\ K_3\end{bmatrix} = -\frac{U_M}{n_1\omega}\begin{bmatrix}\cos\theta_1 \\ \cos(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}) \\ -K\sin(\theta_1 - \frac{\pi}{3} - \varphi)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}K'_1 \\ K'_2 \\ C\,e^{-3\theta_1/2\omega\tau}\end{bmatrix}$$

Il vient :

(25) $$K_1 = K'_1$$

(26) $$K_2 = K'_2$$

et

(27) $$K_3 = \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\cos(\theta_1 - \frac{4\pi}{3}) + K\sin(\theta_1 - \frac{\pi}{3} - \varphi)\right] + C\,e^{-3\theta_1/2\omega\tau}$$

I-13132 - Deuxième propriété

Les propriétés de symétrie du montage et la continuité des composantes du vecteur flux permettent d'écrire des équations de "bouclage" sur un sixième de période :

$$\begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \\ \end{bmatrix}_{\text{à } \theta = \psi} = - \begin{bmatrix} \phi_C \\ \phi_A \\ \phi_B \\ \end{bmatrix}_{\text{à } \theta = \psi + \frac{\pi}{3}}$$

1er intervalle 2ème intervalle

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \begin{bmatrix} \cos\psi \\ \cos(\psi - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\psi - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_1 \\ K_2 \\ K_3 \end{bmatrix} = \frac{U_M}{n_1\omega} \begin{bmatrix} -K\sin(\psi - \varphi) \\ \cos(\psi + \frac{\pi}{3}) \\ \cos(\psi - \frac{\pi}{3}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C\, e^{-\frac{(3\psi+\pi)}{2\,\omega\tau}} \\ K'_1 \\ K'_2 \end{bmatrix}$$

On en tire :

(28) $$K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} [\cos\psi - K\sin(\psi - \varphi)] - C\, e^{-\frac{(3\psi+\pi)}{2\,\omega\tau}}$$

(29) $$K_2 = - K'_1$$

(30) $$K_3 = - K'_2$$

I-13133 - Expressions des constantes d'intégration

On a un système de 6 équations à six inconnues.

Résolution :

(30) $$K'_1 = - K'_2 \rightarrow K_1 = - k'_2 \rightarrow \underline{K_3 = K_1}$$

$$K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} [\cos(\theta_1 - \frac{4\pi}{3}) + K\sin(\theta_1 - \frac{\pi}{3} - \varphi)] + C\, e^{-3\,\theta_1/2\omega\tau}$$

$$K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} [\cos\psi - K\sin(\psi - \varphi)] - C\, e^{-\frac{(3\psi + \pi)}{2\,\omega\tau}}$$

$$\frac{U_M}{n_1\omega} [\cos(\theta_1 - \frac{4\pi}{3}) + K\sin(\theta_1 - \frac{\pi}{3} - \varphi) - \cos\psi + K\sin(\psi - \theta)] +$$

$$C\, [e^{-3\theta_1/2\,\omega\tau} + e^{-\frac{(3\psi+\pi)}{2\,\omega\tau}}] = 0$$

d'où :

$$(32)\quad \begin{cases} C = -\dfrac{U_M}{n_1\omega}\,\dfrac{\cos(\theta_1 - \frac{4\pi}{3}) + K\sin(\theta_1 - \frac{\pi}{3} - \varphi) - \cos\psi + K\sin(\psi-\varphi)}{e^{-\frac{3\theta_1}{2\omega\tau}} + e^{-\frac{(3\psi+\pi)}{2\,\omega\tau}}} \\[2ex] K_1 = -\,C\,e^{-\frac{(3\psi+\pi)}{2\,\omega\tau}} + \dfrac{U_M}{n_1\omega}\,[\cos\psi - K\sin(\psi-\varphi)] \\[2ex] K_2 = -\,K_1 \qquad K_3 = K_1 \qquad K'_1 = K_1 \qquad K'_2 = -\,K_1 \end{cases}$$

I-13134 - Expression de l'angle critique θ_1

L'angle critique θ_1 est l'angle qui correspond à l'annulation du courant $[i_{1C}]$ dans le 1er intervalle (extinction de Th_C), ce qui se traduit par :

$$(20)\qquad \frac{i_{2C}}{m} + \frac{1}{m^2R}\cdot\frac{n_1}{\tau}\,\phi_C = 0$$

$$\frac{U_M}{m^2R}\sin(\theta_1 - \frac{4\pi}{3}) + \frac{1}{m^2R}\,\frac{n_1}{\tau}\,[-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos(\theta_1 - \frac{4\pi}{3}) + K_3] = 0$$

Soit :

$$(33)\qquad \frac{U_M}{m^2R}\,[\sin(\theta_1 - \frac{4\pi}{3}) - \frac{1}{\omega\tau}\cos(\theta_1 - \frac{4\pi}{3})] + \frac{1}{m^2R}\,\frac{n_1}{\tau}\,K_3 = 0$$

I-1314. Limites de fonctionnement dans le premier mode (3 ou 2 thyristors passants)

Le premier mode existe pour les valeurs de ψ comprises entre deux "butées" dépendantes de l'état de charge du transformateur : ψ_{1o} et ψ_{11}.

* Limite basse ψ_{1o} :

Elle correspond au fonctionnement à "toujours 3 thyristors passants" (gradateur fonctionnant à pleine onde).

ψ_{1o} est obtenue en remplaçant θ_1 par $\psi_{1o} + \frac{\pi}{3}$ et ψ par ψ_{1o} dans (33)

$\theta_1 = \psi_{1o} + \frac{\pi}{3}$ $\qquad\qquad \psi = \psi_{1o}$

$$\frac{U_M}{m^2 R}\left[\sin(\psi_{1o} - \pi) - \frac{1}{\omega\tau}\cos(\psi_{1o} - \pi)\right] + \frac{1}{m^2 R}\frac{n_1}{\tau}K_3 = 0$$

(34) $$\frac{U_M}{m^2 R}\left[\frac{1}{\omega\tau}\cos(\psi_{1o}) - \sin\psi_{1o}\right] + \frac{1}{m^2 R}\frac{n_1}{\tau}K_3 = 0$$

* Limite haute ψ_{11} :

ψ_{11} correspond à la limite de fonctionnement à 2 thyristors passants, l'intervalle d'étude $\psi + \frac{\pi}{3}$ vaut alors : $\psi_{11} + \frac{\pi}{3}$

Dans le deuxième intervalle de fonctionnement, il n'y a que Th_A et Th'_B qui sont conducteurs, on a $i_{1B} = 0$ pour $\theta = \psi_{11} + \frac{\pi}{3}$ (Th'_B se bloque). On remplace dans la relation (33) : θ_1 par ψ_{11} et ψ par ψ_{11}, il vient :

(35) $$\frac{U_M}{m^2 R}\left[\sin(\psi_{11} - \frac{4\pi}{3}) - \frac{1}{\omega\tau}\cos(\psi_{11} - \frac{4\pi}{3})\right] + \frac{1}{\omega\tau}\frac{n_1\omega}{m^2 R}K_3 = 0$$

Remarquons que si $\omega\tau \to \infty$: $\psi_{1o} \to 0$

$\psi_{11} \to \frac{\pi}{3}$

I-132. Deuxième mode de fonctionnement : 2 thyristors toujours passants

$\psi_{11} \leqslant \psi \leqslant \psi_{12}$ $\qquad\qquad \psi \underset{(2)}{\longmapsto} \psi + \frac{\pi}{3}$

Th_A et Th'_B sont conducteurs.

I-1321 - Equations de fonctionnement :

Dès que ψ devient supérieur à ψ_{11} (limite haute du 1er mode de fonctionnement), le deuxième mode apparaît.

Seuls Th_A et Th'_B sont passants ; ils sont conducteurs jusqu'à θ_2 ($\theta_2 > \psi + \frac{\pi}{3}$). Il n'y aura donc qu'un seul intervalle de conduction avec Th_A et Th'_B toujours passants.

Les équations sont les mêmes que celles du deuxième intervalle du premier mode (aux constantes près).

Equations des flux dans les colonnes :

(36) $$[\phi] = -\frac{U_M}{n_1\omega}\begin{bmatrix}\cos\theta \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ -K\sin(\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}K''_1 \\ K''_2 \\ C''\, e^{-3\theta/2\omega\tau}\end{bmatrix}$$

Equations des tensions au primaire des transformateurs :

(37) $$[v_1] = U_M\begin{bmatrix}\sin\theta \\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ K\cos(\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 \\ 0 \\ -\frac{3}{2\omega\tau}\, n_1\omega\, C''\, e^{-3\theta/2\omega\tau}\end{bmatrix}$$

Equations des tensions au secondaire des transformateurs :

(38) $$[v_2] = \frac{[v_1]}{m}$$

Equations des tensions aux bornes des thyristors :

(39) $$[v_{Th}] = [u] - [v_1] = \begin{bmatrix}0 \\ 0 \\ u_{CB} - v_{1C}\end{bmatrix}$$

Equations des courants dans les enroulements secondaires :

(40) $$i_2 = \frac{U_M}{mR}\left\{\begin{bmatrix}\sin\theta \\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ 0\end{bmatrix} - K\cos(\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi)\begin{bmatrix}1 \\ 1 \\ 0\end{bmatrix} - \frac{K}{\omega\tau}\sin(\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi)\begin{bmatrix}1 \\ 1 \\ 1\end{bmatrix}\right\} + \frac{n_2}{R\tau}\, C''\, e^{-3\theta/2\omega\tau}\begin{bmatrix}1/2 \\ 1/2 \\ -1\end{bmatrix}$$

Equations des courants dans les enroulements primaires :

(41) $$[\,i_1\,] = \frac{1}{m}\,[i_2] + \frac{R}{n_1}\,[\phi\,]$$

Equations des courants en ligne

(42) $$[\,j\,] = \begin{bmatrix} i_{1A} - i_{1B} \\ i_{1B} \\ - i_{1A} \end{bmatrix}$$

Expressions du courant homopolaire et du flux homopolaire :

(43) $$i_o = \frac{1}{3}\,(i_{1A} + i_{1B}) \qquad \phi_o = \frac{1}{3}\,(\phi_A + \phi_B + \phi_C)$$

I-1322 - Détermination des constantes d'intégration

Trois constantes sont inconnues. Cela nécessite trois équations, la condition de "bouclage" sur les flux suffit à cette détermination :

Soit : $$\begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}_{\text{à } \theta=\psi} = - \begin{bmatrix} \phi_C \\ \phi_A \\ \phi_B \end{bmatrix}_{\text{à } \theta=\psi+\frac{\pi}{3}}$$

Ce qui s'écrit :

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \begin{bmatrix} \cos\psi \\ \cos(\psi - \frac{2\pi}{3}) \\ -K\sin(\psi - \frac{\pi}{3} - \varphi\,) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K''_1 \\ K''_2 \\ C''\,e^{-3\psi/2\omega\tau} \end{bmatrix} =$$

$$\frac{U_M}{n_1\omega} \begin{bmatrix} -K\sin(\psi-\varphi) \\ \cos\,(\psi + \frac{\pi}{3}) \\ \cos\,(\psi - \frac{\pi}{3}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} C''\,e^{-\frac{(3\psi+\pi)}{2\,\omega\tau}} \\ K''_1 \\ K''_2 \end{bmatrix}$$

Par suite :

(44) $$K''_1 = \frac{U_M}{n_1\,\omega}\,[\cos\psi - K\sin(\psi-\varphi)] - C''\,e^{-\frac{(3\psi+\pi)}{2\,\omega\tau}}$$

$$K''_2 = \frac{U_M}{n_1\omega} \left[\cos(\psi - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\psi + \frac{\pi}{3})\right] - K''_1 \quad \rightarrow$$

(45) $$K''_2 = - K''_1$$

(46) $$K''_2 = \frac{U_M}{n_1\omega} \left[\cos(\psi - \frac{\pi}{3}) - K \sin(\psi - \frac{\pi}{3} - \varphi)\right] - C'' e^{-3\psi/2\omega\tau}$$

En combinant les relations (45) et (46), il vient :

$$- K''_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} D_3 - C'' D_4$$ avec D_1, D_2, D_3, D_4 : paramètres

(44) $$K''_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} D_1 - C'' D_2$$

$$0 = \frac{U_M}{n_1\omega} [D_1 + D_3] - C'' [D_2 + D_4]$$

d'où :

$$C'' = \frac{U_M}{n_1\omega} \frac{D_1 + D_3}{D_2 + D_4}$$

$$K''_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} D_1 - C'' D_2 \qquad K''_2 = - K''_1$$

I-1323 - Limites de fonctionnement dans le deuxième mode :

Le deuxième mode est obtenu quand ψ varie entre deux "butées" (haute et basse) qui dépendent de l'état de charge du transformateur.

* La butée "basse" ψ_{11} est la butée haute du premier mode.
* La butée "haute" ψ_{12} est obtenue quand disparaît le fonctionnement à deux thyristors toujours passants alors que $\psi = \psi_{12}$.

Quand i_{1B} s'annule (pour $\theta_2 > \frac{\pi}{3} + \psi$), le deuxième mode disparaît. Cela s'écrit :

(41) ⟶ $$\frac{U_M}{m^2 R} \left\{ \sin(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) - K \cos(\theta_2 - \frac{\pi}{3} - \varphi) - \frac{K}{\omega\tau} \sin(\theta_2 - \frac{\pi}{3} - \varphi)\right\} + \frac{C''}{R\tau} \frac{n_2}{m} \frac{1}{2} e^{-\frac{3\theta_2}{2\omega\tau}} + \frac{R}{n_1} \left[- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) + K''_2\right] = 0$$

$$\sin(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) - K\cos(\theta_2 - \frac{\pi}{3} - \varphi) - \frac{K}{\omega\tau}\sin(\theta_2 - \frac{\pi}{3} - \varphi)$$

$$+ \frac{C''}{2\omega\tau}\, e^{-\frac{3\theta_2}{2\omega\tau}} - \frac{1}{\omega\tau}\cos(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) + \frac{1}{\omega\tau}K''_2 = 0$$

Soit :

$$\omega\tau\sin(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) - K\omega\tau\cos(\theta_2 - \frac{\pi}{3} - \varphi) - K\sin(\theta_2 - \frac{\pi}{3} - \varphi)$$

$$+ \frac{C''}{2}\, e^{-\frac{3\theta_2}{2\omega\tau}} - \cos(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}) + K''_2 = 0$$

On remplace dans cette expression : θ_2 par $\psi_{12} + \frac{\pi}{3}$ et ψ par ψ_{11}, ce qui conduit finalement à :

(47)
$$\omega\tau\sin(\psi_{12} - \frac{\pi}{3}) - K\,\omega\tau\cos(\psi_{12} - \varphi) - K\sin(\psi_{12} - \varphi)$$

$$+ \frac{1}{2}C''\, e^{-\frac{(3\psi_{12}+\pi)}{2\,\omega\tau}} - \cos(\psi_{12} - \frac{\pi}{3}) + K''_2 = 0$$

I-133. Troisième mode de fonctionnement : 2 ou 1 thyristor(s) passant(s)

$\psi_{12} \leqslant \psi \leqslant \psi_{13}$

$\psi \;\vdash\!\!-\;(2)\;-\!\!+_{\theta_3}\!\!-\;(1)\;-\!\!\dashv\; \psi + \frac{\pi}{3}$

Le troisième mode apparaît quand ψ devient supérieur à ψ_{12} (limite haute du 2ème mode). Th_A et Th'_B conduisent. Pour un intervalle $[\psi, \psi + \frac{\pi}{3}]$, il apparaît 2 intervalles de conduction, le premier existe de ψ à θ_3 (conduction de Th_A et Th'_B), le deuxième va de θ_3 à $\psi + \frac{\pi}{3}$ (conduction de Th_A et blocage de Th'_B).

I-1331 - Equations de fonctionnement dans le premier intervalle du troisième mode : $\psi < \theta < \theta_3$

Les équations du deuxième mode sont directement applicables aux constantes près.

Equations du flux

(48)
$$[\phi] = -\frac{U_M}{n_1\omega}\begin{bmatrix}\cos\theta \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ -K\sin(\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}K'''_1 \\ K'''_2 \\ C'''\, e^{-\frac{3(\theta-\psi)}{2\,\omega\tau}}\end{bmatrix}$$

Equations des tensions :

$$[\,v_1\,] = n_1\,\omega\;\frac{d[\phi\,]}{d\;\theta}$$

(49) $$[\,v_2\,] = n_2\omega'\;\frac{d\,[\phi\,]}{d\;\theta} = \frac{U_M}{m}\begin{bmatrix} \sin\theta \\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ K\cos(\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{3n_2}{2\tau}\,C''\,e^{-\frac{3(\theta-\psi)}{2\,\omega\tau}} \end{bmatrix}$$

(50) $$[\,v_{Th}\,] = [\,u\,] - [v_1\,] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_{CB} - v_{1C} \end{bmatrix}$$

Equations des courants :

(51) $$[i_2] = \frac{U_M}{mR}\left\{\begin{bmatrix} \sin\;\theta \\ \sin(\,\theta - \frac{2\,\pi}{3}) \\ 0 \end{bmatrix} - K\cos(\,\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi\,)\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{K}{\omega\tau}\sin(\theta - \frac{\pi}{3} - \varphi)\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}\right.$$
$$+ \frac{n_2}{R\tau}\,C''\,e^{-\frac{(3\theta-\psi)}{2\,\omega\tau}}\begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ -\,1 \end{bmatrix}$$

(52) $$[i_1] = \frac{1}{m}\;[i_2] + \frac{R}{n_1}\,[\phi]$$

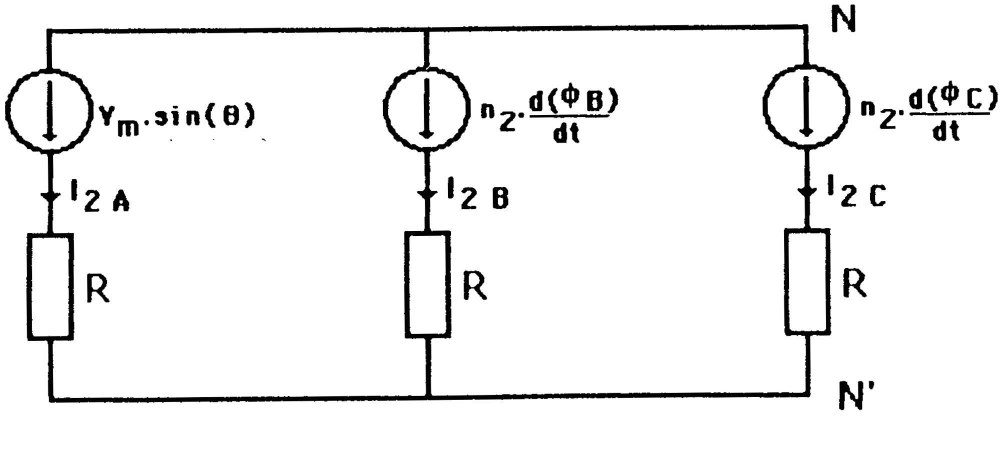
(53) $$[j] = \begin{bmatrix} i_{1A} - i_{1B} \\ i_{1B} \\ -i_{1A} \end{bmatrix}$$

Expressions du courant homopolaire et du flux homopolaire :

(54) $$i_o = \frac{1}{3}\,(i_{1A} + i_{1B})$$

(55) $$\phi_o = \frac{1}{3}\,(\phi_A + \phi_B + \phi_C)$$

I-1332 - Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du troisième mode



A l'examen du schéma, on peut écrire :

(56) $$U_{AC} = v_{1A}$$

(57) $$v_{2A} = \frac{U_{AC}}{m}$$

(58) $$i_{2A} = \frac{U_{AC/m} - v_{N'N}}{R}$$

(59) $$v_{N'N} = \frac{1}{3}(v_{2A} + v_{2B} + v_{2C}) = \frac{1}{3}(v_{2A} + n_2 \frac{d\phi_B}{dt} + n_2 \frac{d\phi_C}{dt})$$

$$= \frac{1}{3}[v_{2A} + n_2 \frac{d(\phi_B + \phi_C)}{dt}]$$

On a également :

(60) $$\phi_A = - \frac{U_M}{n_1 \omega} \cos\theta + K''''_1$$

et

$$j_2 = i_{1B} - i_{1C} = 0 = \frac{1}{m}(i_{2B} - i_{2C}) + \frac{\mathcal{R}}{n_1}(\phi_B - \phi_C)$$

d'où : $$\phi_B - \phi_C = - \frac{i_{2B} - i_{2C}}{m\mathcal{R}} n_1$$

soit : $$\phi_B - \phi_C = - \frac{v_{2B} - v_{N'N} - v_{2C} + v_{N'N}}{m\mathcal{R}R} n_1$$

soit encore : $$\phi_B - \phi_C = - \frac{n_1 n_2}{m\mathcal{R}R} \frac{d(\phi_B - \phi_C)}{dt}$$

et finalement :

(61) $$\phi_B - \phi_C = C'''' e^{-\frac{(\theta - \psi)}{\omega\tau}}$$

A partir de la relation d'ampère-tours, on peut écrire :

$$i_{1A} - \frac{n_2}{n_1} i_{2A} = \frac{\mathcal{R}}{n_1} \phi_A$$

$$i_{1A} - \frac{n_2}{n_1} \frac{v_{2A} - v_{N'N}}{R} = \frac{\mathcal{R}}{n_1} \phi_A$$

Par ailleurs, on sait que :

$$\phi_A + \phi_B + \phi_C = \frac{n_1 i_{1A}}{\mathcal{R}}$$

Soit $$\phi_A + \phi_B + \phi_C = \frac{n_1}{R}\left(\frac{n_2}{n_1}\,\frac{v_{2A} - v_{N'N}}{R} + \frac{R}{n_1}\,\phi_A\right)$$

d'où : $$\phi_B + \phi_C = \frac{n_2}{RR}\left[v_{2A} - \frac{1}{3}(v_{2A} + v_{2B} + v_{2C})\right]$$

$$\phi_B + \phi_C = \frac{n_2}{RR}\left[v_{2A} - \frac{1}{3} v_{2A} - \frac{n_2}{3}\,\frac{d(\phi_B + \phi_C)}{dt}\right]$$

$$(\phi_B + \phi_C) + \frac{n_2^2}{RR3}\,\frac{d(\phi_B + \phi_C)}{dt} = \frac{2}{3}\,\frac{n_2}{RR}\,v_{2A}$$

$$(\phi_B + \phi_C) + \frac{\tau}{3}\,\frac{d(\phi_B + \phi_C)}{dt} = \frac{2}{3}\,\frac{\tau}{n_1}\,U_M \sin\theta$$

$$\phi_B + \phi_C = C'''' e^{-\frac{3(\theta - \psi)}{\omega\tau}} + \frac{U_M}{n_1\omega}\,\frac{2}{3}\,\frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau/3)^2}} \sin(\theta - \gamma)$$

avec $$\gamma = \mathrm{Arc\ tg}\,\frac{\omega\tau}{3}$$

Finalement :

(62) $$\phi_B + \phi_C = C'''' e^{-\frac{3(\theta - \psi)}{\omega\tau}} + \frac{U_M}{n_1\omega} K' \sin(\theta - \gamma)$$

avec $$K' = \frac{2\ \omega\tau}{\sqrt{9 + (\omega\tau)^2}} = \frac{2}{\sqrt{1 + (3/\omega\tau)^2}}$$

A partir des relations (61), (62), on obtient ϕ_B et ϕ_C

En effet : $$(61) + (62) \rightarrow\ 2\phi_B = C'''' e^{-\frac{3(\theta - \psi)}{\omega\tau}} + \frac{U_M}{n_1\omega} K' \sin(\theta - \gamma) + C''' e^{-\frac{(\theta - \psi)}{\omega\tau}}$$

(63) $$\phi_B = \frac{1}{2}\left[C'''' e^{-\frac{3(\theta - \psi)}{\omega\tau}} + C''' e^{-\frac{(\theta - \psi)}{\omega\tau}} + \frac{U_M}{n_1\omega} K' \sin(\theta - \gamma)\right]$$

$$\phi_C = \phi_B - C''' e^{-\frac{(\theta - \psi)}{\omega\tau}}$$

(64) $$\phi_C = \frac{1}{2}\left[C'''' e^{-\frac{3(\theta - \psi)}{\omega\tau}} - C''' e^{-\frac{(\theta - \psi)}{\omega\tau}} + \frac{U_M}{n_1\omega} K' \sin(\theta - \gamma)\right]$$

La matrice flux s'écrit finalement :

(65)
$$[\ \phi] = -\frac{U_M}{n_1\omega}\begin{bmatrix}\cos\theta \\ -\frac{K'}{2}\sin(\theta-\gamma) \\ -\frac{K'}{2}\sin(\theta-\gamma)\end{bmatrix} + \frac{C''''}{2}e^{-\frac{(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}0\\1\\-1\end{bmatrix} + \frac{C''''{}'}{2}e^{-\frac{3(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix} + K''''_1\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$$

Il est alors possible d'obtenir les matrices des tensions :

(66)
$$[v_1] = n_1\omega\ \frac{d[\phi]}{d\theta} = U_M\begin{bmatrix}\sin\theta \\ \frac{K'}{2}\cos(\theta-\gamma) \\ \frac{K'}{2}\cos(\theta-\gamma)\end{bmatrix} - \frac{C''''}{2\tau}n_1\begin{bmatrix}0\\1\\-1\end{bmatrix} e^{-\frac{(\theta-\psi)}{\omega\tau}} - \frac{3C''''{}'}{2\tau}n_1\ e^{-\frac{3(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}0\\1\\-1\end{bmatrix}$$

$$[v_2] = \frac{[v_1]}{m}$$

$$[v_2] = \frac{U_M}{m}\begin{bmatrix}\sin\theta \\ \frac{K'}{2}\cos(\theta-\gamma) \\ \frac{K'}{2}\cos(\theta-\gamma)\end{bmatrix} - C''''\frac{n_2}{2\tau}e^{-\frac{(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}0\\1\\-1\end{bmatrix} - \frac{3}{2\tau}n_2\ C''''{}'\ e^{-\frac{3(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}$$

Connaissant $[v_2]$, on peut passer au calcul de $[i_2]$:

$$v_{2A} - v_{2C} = R\ (i_{2A} - i_{2C}) \rightarrow i_{2A} = \frac{1}{R}\ (v_{2A}-v_{2C})+i_{2C} = -(i_{2B} + i_{2C})$$

$$i_{2B} = -\ \mathcal{R}\ \frac{\phi_B}{n_2}$$

$$i_{2C} = -\ \mathcal{R}\ \frac{\phi_C}{n_2}$$

$$i_{2A} = \frac{\mathcal{R}}{n_2}\ (\phi_B + \phi_C)$$

(67)
$$[i_2] = \frac{U_M}{mR}\left\{\begin{bmatrix}\sin\theta\\0\\0\end{bmatrix} - \frac{K'}{2}\cos(\theta-\gamma)\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} - \frac{K'}{2\omega\tau}\sin(\theta-\gamma)\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}\right\} + \frac{\mathcal{R}}{n_2}C''''\ e^{-\frac{(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}0\\-1/2\\\frac{1}{2}\end{bmatrix} + \frac{\mathcal{R}}{n_2}C''''{}'\ e^{-\frac{3(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}1\\-1/2\\-1/2\end{bmatrix}$$

A partir de la relation (14), il vient alors :

$$[i_{1A}] = (\frac{R}{n_1}) \ (\phi_A + \phi_B + \phi_C)$$

Soit :

$$[i_1] = \begin{bmatrix} i_{1A} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

(68) $$i_{1A} = \frac{1}{m} i_{2A} - \frac{R}{n_1^2 \omega} U_M \cos \theta + \frac{R}{n_1} K_1''''$$

Le courant et le flux homopolaires auront les expressions suivantes :

$$i_0 = \frac{1}{3} (i_{1A})$$

$$\phi_0 = \frac{1}{3} (\phi_A + \phi_B + \phi_C)$$

I-1333 - Détermination des constantes d'intégration :

Application de la propriété de continuité du flux

$$\underbrace{[\phi]_{\theta_3 - \varepsilon}}_{\text{1er intervalle}} = \underbrace{[\phi]_{\theta_3 + \varepsilon}}_{\text{2ème intervalle}}$$

L'égalité des premières lignes conduit à :

(69) $$K_1'''' = K_1'''$$

L'égalité des deuxièmes lignes s'écrit :

$$- \frac{U_M}{n_1 \omega} \cos (\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) + K_2''' = \frac{U_M}{n_1 \omega} \frac{K'}{2} \sin (\theta_3 - \gamma) + \frac{C''''}{2} e^{-\frac{(\theta_3 - \psi)}{\omega\tau}} + \frac{C''''}{2} e^{-\frac{3(\theta_3 - \psi)}{\omega\tau}}$$

d'où :

(70) $$K_2''' = \frac{U_M}{n_1 \omega} [\cos (\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) + \frac{K'}{2} \sin (\theta_3 - \gamma)] + \frac{C''''}{2} e^{-\frac{(\theta_3 - \psi)}{\omega\tau}} + \frac{C'''''}{2} e^{-\frac{3(\theta_3 - \psi)}{\omega\tau}}$$

Enfin, l'égalité des troisièmes lignes s'écrit :

$$\frac{U_M}{n_1\omega} K \sin\left(\theta_3 - \frac{\pi}{3} - \varphi\right) + C''' e^{-\frac{3(\theta_3-\psi)}{2\,\omega\tau}} = \frac{U_M}{n_1\omega}\frac{K'}{2}\sin(\theta_3 - \gamma)$$

$$- \frac{C''''}{2} e^{-\frac{(\theta_3-\psi)}{\omega\tau}} + \frac{C'''''}{2} e^{-\frac{3(\theta_3-\psi)}{\omega\tau}}$$

et conduit à :

(71) $$C''' = e^{\frac{3(\theta_3-\psi)}{2\,\omega\tau}}\left[\frac{U_M}{n_1\omega}\left(\frac{K'}{2}\sin(\theta_3-\gamma) - K\sin\left(\theta_3 - \frac{\pi}{3} - \varphi\right)\right) - e^{-\frac{(\theta_3-\psi)}{\omega\tau}}\cdot\frac{C''''}{2} + \frac{C'''''}{2} e^{-\frac{3(\theta_3-\psi)}{\omega\tau}}\right]$$

- Application de la propriété de symétrie

$$\begin{bmatrix}\phi_A\\ \phi_B\\ \phi_C\end{bmatrix}_{\text{à } \psi} = - \begin{bmatrix}\phi_C\\ \phi_A\\ \phi_B\end{bmatrix}_{\text{à } \psi + \frac{\pi}{3}}$$

1er intervalle 2ème intervalle

$$- \frac{U_M}{n_1\omega}\begin{bmatrix}\cos\psi\\ \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right)\\ -K\sin\left(\psi - \frac{\pi}{3} - \varphi\right)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}K_1'''\\ K_2'''\\ C''' e^{-\frac{3(\psi-\psi)}{2\,\omega\tau}}\end{bmatrix} =$$

$$\frac{U_M}{n_1\omega}\begin{bmatrix}-\frac{K'}{2}\sin\left(\psi + \frac{\pi}{3} - \gamma\right)\\ \cos\left(\psi + \frac{\pi}{3}\right)\\ -\frac{K'}{2}\sin\left(\psi + \frac{\pi}{3} - \gamma\right)\end{bmatrix} - \frac{C''''}{2} e^{-\frac{(\psi + \frac{\pi}{3} - \psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}-1\\ 0\\ 1\end{bmatrix} - K_1''''\begin{bmatrix}0\\ 1\\ 0\end{bmatrix}$$

$$- \frac{C'''''}{2} e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 1\end{bmatrix}$$

L'égalité des premières lignes s'écrit :

$$- \frac{U_M}{n_1\omega}\cos\psi + K_1''' = - \frac{U_M}{n_1\omega}\frac{K'}{2}\sin\left(\psi + \frac{\pi}{3} - \gamma\right) + \frac{C''''}{2} e^{-\pi/3\,\omega\tau} - \frac{C'''''}{2} e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}$$

d'où :

(72) $$K_1''' = \frac{U_M}{n_1\omega}\left(\cos\psi - \frac{K'}{2}\sin\left(\frac{\pi}{3} + \psi - \gamma\right)\right) + \frac{C''''}{2} e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} - \frac{C'''''}{2} e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}$$

La deuxième égalité conduit à :

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) + K_2''' = \frac{U_M}{n_1\omega} \cos\left(\psi + \frac{\pi}{3}\right) - K_1''''$$

$$K_2''' + K_1'''' = \frac{U_M}{n_1\omega} \left[\cos\left(\psi + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right)\right]$$

(73) $$K_1'''' = -K_2'''$$

Enfin, l'égalité des troisièmes lignes s'écrit :

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} K \sin\left(-\psi + \frac{\pi}{3} + \varphi\right) + C''' = - \frac{U_M}{n_1\omega} \frac{K'}{2} \sin\left(\psi + \frac{\pi}{3} - \gamma\right) - \frac{C''''}{2} e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} - \frac{C'''''}{2} e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}$$

(74) $$C''' = \frac{U_M}{n_1\omega} \left[K \sin\left(-\psi + \frac{\pi}{3} + \varphi\right) - \frac{K'}{2} \sin\left(\psi + \frac{\pi}{3} - \gamma\right)\right] - \frac{C''''}{2} e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} - \frac{C'''''}{2} e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}$$

On observe que : $K_1''' = K_1'''' = - K_2'''$

A partir des relations (69), (70), (72) et (73), on peut obtenir :

$$\frac{U_M}{n_1\omega} \left[\cos\left(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{K'}{2} \sin(\theta_3 - \gamma) + \frac{C''''}{2} e^{-\frac{(\theta_3 - \psi)}{\omega\tau}} + \frac{C'''''}{2} e^{-\frac{3(\theta_3-\psi)}{\omega\tau}}\right.$$

$$= - \frac{U_M}{n_1\omega} \left[\cos\psi - \frac{K'}{2} \sin\left(\psi + \frac{\pi}{3} - \gamma\right)\right] - \frac{C''''}{2} e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} + \frac{C'''''}{2} e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}$$

donc

$$C''''\left[\left(\frac{1}{2} e^{-\frac{(\theta_3-\psi)}{\omega\tau}}\right) + \left(\frac{e^{-\pi/3\omega\tau}}{2}\right)\right] + C'''''\left[\frac{e^{-\frac{3(\theta_3-\psi)}{\omega\tau}} - e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}}{2}\right] =$$

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \left[\cos\left(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{K'}{2} \sin(\theta_3 - \gamma) + \cos\psi - \frac{K'}{2} \sin\left(\frac{\pi}{3} + \psi - \gamma\right)\right]$$

Cette égalité peut s'écrire à partir des paramètres a_1, b_1, d_1 indiqués ci-dessus.

A partir des relations (71) et (74), il vient :

$$e^{\frac{3(\theta_3 - \psi)}{2\omega\tau}} \frac{U_M}{n_1\omega} \left[\frac{K'}{2} \sin(\theta_3 - \gamma) - K \sin\left(\theta_3 - \frac{\pi}{3} - \varphi\right)\right] - \frac{C''''}{2} e^{\frac{(\theta_3-\psi)}{2\omega\tau}} +$$

$$\frac{C'''''}{2} e^{-\frac{3(\theta_3-\psi)}{2\omega\tau}} = \frac{U_M}{n_1\omega} \left[K \sin\left(\frac{\pi}{3} - \psi + \varphi\right) - \frac{K'}{2} \sin\left(\psi + \frac{\pi}{3} - \gamma\right)\right] -$$

$$\frac{C''''}{2} e^{-\pi/3\omega\tau} - \frac{C'''''}{2} e^{-\pi/\omega\tau}$$

d'où :

$$C'''' \left[\frac{e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} - e^{\frac{(\theta_3-\psi)}{2\omega\tau}}}{2} \right] + C'''\,' \left[\frac{e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}} + e^{-\frac{3(\theta_3-\psi)}{2\omega\tau}}}{2} \right] =$$

$$\frac{U_M}{n_1\omega} \{K \sin\left(\frac{\pi}{3} - \psi + \varphi\right) - \frac{K'}{2} \sin\left(\psi + \frac{\pi}{3} - \gamma\right) - e^{3\frac{(\theta_3-\psi)}{2\omega\tau}}$$

$$[\frac{K'}{2} \sin(\theta_3 - \gamma) - K \sin(\theta_3 - \frac{\pi}{3} - \varphi)]\}$$

Cette égalité peut s'exprimer à partir des paramètres a_2, b_2, d_2 indiqués ci-dessus comme précédemment.

Par suite :

$$C'''' a_1 + C'''\,' b_1 = d_1$$

$$C'''' a_2 + C'''\,' b_2 = d_2$$

On en tire les expressions de C'''' et $C'''\,'$.
Soit :

(75) $$C'''' = \frac{d_1b_2 - d_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

(76) $$C'''\,' = \frac{d_1a_2 - d_2a_1}{a_2b_1 - a_1b_2}$$

Puis, en remplaçant a_1, b_1, d_1 et a_2, b_2, d_2 par leurs valeurs, il vient :

(77) $$C''\,' = \frac{U_M}{n_1\omega} [K \sin\left(\frac{\pi}{3} + \varphi - \psi\right) - \frac{K'}{2} \sin\left(\psi + \frac{\pi}{3} - \gamma\right)] - \frac{1}{2}\left(C'''' e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} + C'''\,' e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}\right)$$

et par suite :

(78) $$K_1''\,' = K_1'''' = - K_2''\,' = \frac{U_M}{n_1\omega} [\cos\psi - \frac{K'}{2} \sin\left(\psi + \frac{\pi}{3} - \gamma\right)] + \frac{1}{2} C'''' e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} - \frac{1}{2} C'''\,' e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}$$

I-1334 - Détermination de l'angle critique θ_3

Il suffit d'écrire qu'à l'instant $\theta = \theta_3$, Th'_B se bloque car i_{1B} s'annule.

Soit :

$$\frac{U_M}{m^2 R}\left\{\sin(\theta_3 - 2\,\frac{\pi}{3}) - K\cos(\theta_3 - \frac{\pi}{3} - \varphi) - \frac{K}{\omega\tau}\sin(\theta_3 - \frac{\pi}{3} - \varphi)\right\}$$

$$+ \frac{n_2}{2mR\tau}\,C''' \, e^{-\frac{3(\theta_3 - \psi)}{2\omega\tau}} - \frac{U_M}{n_1^2\omega}\,R\cos(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) + \frac{n_1}{\tau m^2 R}\,K_2''' = 0$$

Soit encore :

$$\frac{U_M}{m^2 R}\left\{\sin(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) - K\cos(\theta_3 - \frac{\pi}{3} - \varphi) - \frac{K}{\omega\tau}\sin(\theta_3 - \frac{\pi}{3} - \varphi)\right\}$$

$$+ C'''\,\frac{n_2}{2mR\tau}\, e^{-\frac{3(\theta_3 - \psi)}{2\,\omega\tau}} - \frac{U_M}{m^2 R\omega\tau}\cos(\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) + \frac{n_1}{m^2 R\tau}\,K_2''' = 0$$

I-1335 - Limites de fonctionnement dans le troisième mode

La butée basse est $\psi_{\ell 2}$ (butée haute du deuxième mode), elle est obtenue lorsque le régime à un seul thyristor passant disparaît ; il faut donc que :

$$\theta_3 = \psi_{\ell 2} + \frac{\pi}{3} \qquad \text{et} \qquad \psi = \psi_{\ell 2}$$

En remplaçant dans la relation (77), il vient alors :

(80)
$$\frac{U_M}{m^2 R}\left\{\sin(\psi_{\ell 2} - \frac{\pi}{3}) - K\cos(\psi_{\ell 2} - \varphi) - \frac{K}{\omega\tau}\sin(\psi_{\ell 2} - \varphi)\right\}$$

$$+ \frac{C'''}{mR\tau}\,\frac{n_2}{2}\, e^{-\frac{\pi}{2\omega\tau}} - \frac{U_M}{m^2 R\omega\tau}\cos(\psi_{\ell 2} - \frac{\pi}{3}) + \frac{n_1}{m^2 R\tau}\,K_2''' = 0$$

La butée haute est $\psi_{\ell 3}$; elle est obtenue quand disparaît le fonctionnement à deux thyristors passants, soit pour $\theta_3 = \psi_{\ell 3}$ $\quad \psi = \psi_{\ell 3}$
L'expression (79) s'écrit alors :

(81)
$$\frac{U_M}{m^2 R}\left\{\sin(\psi_{\ell 3} - \frac{2\pi}{3}) - K\cos(\psi_{\ell 3} - \frac{\pi}{3} - \varphi) - \frac{K}{\omega\tau}\sin(\psi_{\ell 3} - \frac{\pi}{3} - \varphi)\right\}$$

$$+ C'''\,\frac{n_2}{2mR\tau} - \frac{U_M}{m^2 R\omega\tau}\cos(\psi_{\ell 3} - \frac{2\pi}{3}) + \frac{n_1}{m^2 R\tau}\,K_2''' = 0$$

I-134. Quatrième mode de fonctionnement : un seul ou aucun thyristor passant

$\psi_{\ell 3} \leqslant \psi \leqslant \psi_{\ell 4}$

ψ ——(1)——|——(0)—— $\psi + \frac{\pi}{3}$

$\psi > \psi_{\ell 3}$ (limite haute du mode précédent), le 4ème mode apparaît ; Th_A conduit jusqu'à l'instant $\frac{\theta_4}{\omega}$, avec $\theta_4 \in [\psi, \psi + \frac{\pi}{3}]$. Il existe donc 2 intervalles d'étude selon que θ est inférieur ou supérieur à θ_4.

I-1341 - Equations de fonctionnement dans le premier intervalle du quatrième mode : $\psi \leqslant \theta \leqslant \theta_4$

Les équations de fonctionnement sont celles du mode précédent aux constantes près, ce qui donne :

- pour le flux :

(82) $$[\phi] = -\frac{U_M}{n_1\omega}\begin{bmatrix}\cos\theta \\ -\frac{K'}{2}\sin(\theta-\gamma) \\ -\frac{K'}{2}\sin(\theta-\gamma)\end{bmatrix} + \frac{A}{2}e^{-\frac{(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}0\\1\\-1\end{bmatrix} + \frac{B}{2}e^{-\frac{3(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix} + D\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$$

- pour les tensions secondaires :

(83) $$[v_2] = \frac{U_M}{m}\begin{bmatrix}\sin\theta \\ \frac{K'}{2}\cos(\theta-\gamma) \\ \frac{K'}{2}\cos(\theta-\gamma)\end{bmatrix} - \frac{n_2}{2\tau}A\,e^{-\frac{(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}0\\1\\-1\end{bmatrix} - \frac{3n_2}{2\tau}B\,e^{-\frac{3(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix}$$

- pour les courants secondaires :

(84) $$[i_2] = \frac{U_M}{mR}\left\{\begin{bmatrix}\sin\theta\\0\\0\end{bmatrix} - \frac{K'}{2}\cos(\theta-\gamma)\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix} - \frac{K'}{2\omega\tau}\sin(\theta-\gamma)\begin{bmatrix}1\\1\\1\end{bmatrix}\right\}$$
$$+ \frac{R}{n_2}A\,e^{-\frac{(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}0\\-\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\end{bmatrix} + \frac{R}{n_2}B\,e^{-\frac{3(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}1\\-1/2\\-1/2\end{bmatrix}$$

- pour les courants primaires :

(85) $$[i_1] = \frac{1}{m}[i_2] - \frac{R}{n_1^2\omega}U_M\begin{bmatrix}\cos\theta \\ -\frac{K'}{2}\sin(\theta-\gamma) \\ -\frac{K'}{2}\sin(\theta-\gamma)\end{bmatrix} + \frac{R}{2n_1}A\,e^{-\frac{(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}0\\1\\-1\end{bmatrix}$$
$$+ \frac{R}{n_1}\frac{B}{2}e^{-\frac{3(\theta-\psi)}{\omega\tau}}\begin{bmatrix}0\\1\\1\end{bmatrix} + \frac{R}{n_1}D\begin{bmatrix}1\\0\\0\end{bmatrix}$$

- Les tensions aux bornes des thyristors s'écrivent alors :

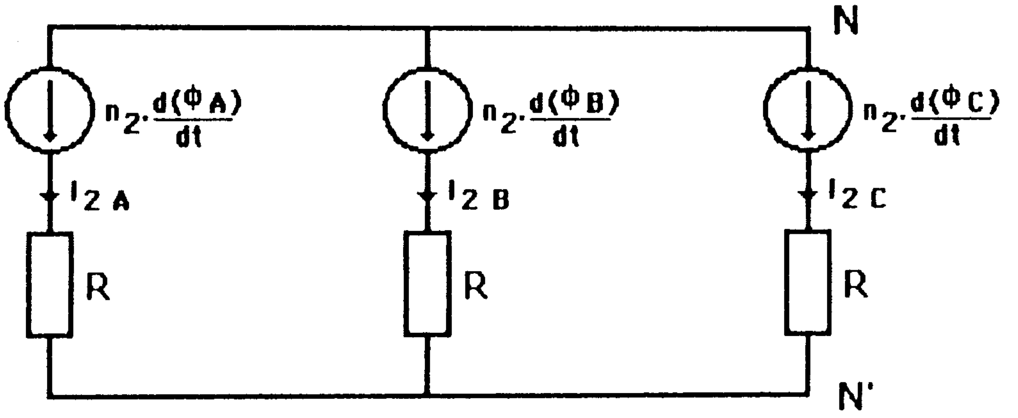
(86) $$[v_{Th}] = \begin{bmatrix} 0 \\ u_{BA} - v_{1B} \\ u_{CB} - v_{1C} \end{bmatrix}$$

et les courants en ligne s'expriment par :

(87) $$[j] = \begin{bmatrix} i_{1A} \\ 0 \\ - i_{1A} \end{bmatrix}$$

I-1342 - Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du quatrième mode : $\theta \in (\theta_4, \psi + \frac{\pi}{3})$

Tous les thyristors sont bloqués :



Les courants primaires sont nuls :

$$[i_1] = 0$$

Les relations générales d'ampères-tours s'écrivent ici :

$$\begin{cases} \frac{1}{m}(i_{2A} - i_{2B}) = \frac{R}{n_1}(\phi_B - \phi_A) \\ \frac{1}{m}(i_{2B} - i_{2C}) = \frac{R}{n_1}(\phi_C - \phi_B) \end{cases}$$

$$[i_2] = \frac{[v_2] - [v_{N'N}]}{R}$$

Par ailleurs :

$$v_{N'N} = \frac{1}{3}\left[n_2 \frac{d\phi_A}{dt} + n_2 \frac{d\phi_B}{dt} + n_2 \frac{d\phi_C}{dt}\right] = \frac{n_2\omega}{3} \frac{d(\phi_A + \phi_B + \phi_C)}{d\theta}$$

On sait que :

$$\phi_A + \phi_B + \phi_C = \frac{n_1}{\mathcal{R}} (i_{1A} + i_{1B} + i_{1C})$$

donc :

(88) $$\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$$

et

(89) $$v_{N'N} = 0$$

Les courants secondaires s'écrivent alors :

$$i_{2A} = -\frac{\mathcal{R}}{n_2}\phi_A \qquad\qquad i_{2A} = \frac{1}{R} n_2 \frac{d\phi_A}{dt}$$

$$i_{2B} = -\frac{\mathcal{R}}{n_2}\phi_B \qquad \text{ou} \qquad i_{2B} = \frac{1}{R} n_2 \frac{d\phi_B}{dt}$$

$$i_{2C} = -\frac{\mathcal{R}}{n_2}\phi_C \qquad\qquad i_{2C} = \frac{1}{R} n_2 \frac{d\phi_C}{dt}$$

En écrivant la double égalité, il vient :

$$\frac{\mathcal{R}R}{n_2^2}\phi_A + \frac{d\phi_A}{dt} = 0 \qquad\qquad \phi_A + \omega\tau\frac{d\phi_A}{d\theta} = 0$$

$$\frac{\mathcal{R}R}{n_2^2}\phi_B + \frac{d\phi_B}{dt} = 0 \qquad \text{soit} \qquad \phi_B + \omega\tau\frac{d\phi_B}{d\theta} = 0$$

$$\frac{\mathcal{R}R}{n_2^2}\phi_C + \frac{d\phi_C}{dt} = 0 \qquad\qquad \phi_C + \omega\tau\frac{d\phi_C}{d\theta} = 0$$

Par suite :

(90) $$[\phi] = e^{-\frac{(\theta-\psi)}{\omega\tau}} \begin{bmatrix} A' \\ A'' \\ A''' \end{bmatrix}$$

et les tensions primaires s'écrivent :

$$[v_1] = -\frac{n_1\omega}{\omega\tau} e^{-\frac{(\theta-\psi)}{\omega\tau}} \begin{bmatrix} A' \\ A'' \\ A''' \end{bmatrix}$$

Les tensions secondaires sont données par :

$$[v_2] = \frac{[v_1]}{m}$$

et les tensions aux bornes des thyristors par :

$$[v_{Th}] = [u] - [v_1]$$

Les courants primaires sont nuls :

$$[i_1] = 0$$

Les courants secondaires s'écrivent :

$$[i_2] = - \frac{\mathcal{R}}{n_2} [\phi]$$

et le courant en ligne vaut :

$$[j] = 0$$

Le courant homopolaire i_0 est nul ainsi que le flux homopolaire ϕ_0.

I-1343 - Détermination des constantes d'intégration

Appliquons la propriété de non-discontinuité du flux à l'instant critique :

$$\begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}_{\text{à } \theta_4 - \varepsilon} = \begin{bmatrix} \phi_A \\ \phi_B \\ \phi_C \end{bmatrix}_{\text{à } \theta_4 + \varepsilon}$$

1er intervalle   2ème intervalle

Cela donne :

$$- \frac{U_M}{n_1 \omega} \begin{bmatrix} \cos \theta_4 \\ - \frac{K'}{2} \sin(\theta_4 - \gamma) \\ - \frac{K'}{2} \sin(\theta_4 - \gamma) \end{bmatrix} + \frac{A}{2} e^{- \frac{(\theta_4 - \psi)}{\omega\tau}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \frac{B}{2} e^{- \frac{3(\theta_4 - \psi)}{\omega\tau}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + D \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= e^{- \frac{(\theta_4 - \psi)}{\omega\tau}} \begin{bmatrix} A' \\ A'' \\ A''' \end{bmatrix}$$

L'égalité des premières lignes conduit à :

$$- \frac{U_M}{n_1 \omega} \cos \theta_4 + \frac{A}{2} e^{- \frac{(\theta_4 - \psi)}{\omega\tau}} (0) + D = A' \, e^{- \frac{(\theta_4 - \psi)}{\omega\tau}}$$

d'où :

(91) $$D = \frac{U_M}{n_1 \omega} \cos \theta_4 + A' \, e^{- \frac{(\theta_4 - \psi)}{\omega\tau}}$$

La deuxième égalité s'écrit :

$$\frac{U_M}{n_1\omega}\frac{K'}{2}\sin(\theta_4-\gamma) + \frac{A}{2}e^{-\frac{(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}} + \frac{B}{2}e^{-\frac{3(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}} = A'' e^{-\frac{(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}}$$

d'où :

$$(92) \qquad (\frac{A}{2} - A'')[e^{-\frac{(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}}] + \frac{B}{2}e^{-\frac{3(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}} = -\frac{U_M}{n_1\omega}\frac{K'}{2}\sin(\theta_4-\gamma)$$

Enfin, la troisième égalité s'écrit :

$$\frac{U_M}{n_1\omega}\frac{K'}{2}\sin(\theta_4-\gamma) - \frac{A}{2}e^{-\frac{(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}} + \frac{B}{2}e^{-\frac{3(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}} = A''' e^{-\frac{(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}}$$

d'où :

$$(93) \qquad (A''' + \frac{A}{2})e^{-\frac{(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}} - \frac{B}{2}e^{-\frac{3(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}} = \frac{U_M}{n_1\omega}\frac{K'}{2}\sin(\theta_4-\gamma)$$

Appliquons la propriété de symétrie du flux :

$$\begin{bmatrix}\phi_A\\ \phi_B\\ \phi_C\end{bmatrix}_{\text{à } \theta=\psi} = -\begin{bmatrix}\phi_C\\ \phi_A\\ \phi_B\end{bmatrix}_{\text{à } \theta=\psi+\frac{\pi}{3}}$$

Soit, compte-tenu des expressions précédentes :

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\begin{bmatrix}\cos\psi\\ -\frac{K'}{2}\sin(\psi-\gamma)\\ -\frac{K'}{2}\sin(\psi-\gamma)\end{bmatrix} + \frac{A}{2}\begin{bmatrix}0\\ 1\\ -1\end{bmatrix} + \frac{B}{2}\begin{bmatrix}0\\ 1\\ 1\end{bmatrix} + D\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0\end{bmatrix} = -\begin{bmatrix}A'''\\ A'\\ A''\end{bmatrix} e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}}$$

La première égalité conduit à :

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\psi + D = -A''' e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}}$$

Soit :

$$(94) \qquad D = \frac{U_M}{n_1\omega}\cos\psi - A''' e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}}$$

La deuxième s'écrit :

$$\frac{U_M}{n_1\omega}\frac{K'}{2}\sin(\psi-\gamma) + \frac{A}{2} + \frac{B}{2} = -A' e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}}$$

(95) $$\frac{A}{2} + A' \, e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} + \frac{B}{2} = - \frac{U_M}{n_1\omega} \frac{K'}{2} \sin\,(\psi-\gamma)$$

et la troisième s'écrit :

$$\frac{U_M}{n_1\omega} \frac{K'}{2} \sin\,(\psi-\gamma) - \frac{A}{2} + \frac{B}{2} = - A'' \, e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}}$$

d'où :

(96) $$- \frac{A}{2} + A'' \, e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} + \frac{B}{2} = - \frac{U_M}{n_1\omega} \frac{K'}{2} \sin\,(\psi-\gamma)$$

A partir des relations (92) et (93), par sommation, on a :

$$(A + A'' + A''') \, e^{-\frac{(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}} = 0$$

Soit :

(97) $$A - A'' + A''' = 0$$

A partir des relations (95) et (96), par différence, on a :

$$A''' - A'' + (A'' - A') \, e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} = 0$$

Soit :

(98) $$A''' + A'' \, (e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} - 1) - A' \, e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} = 0$$

A partir des relations (91) et (94), par différence, on a enfin :

$$\frac{U_M}{n_1\omega} (\cos\theta_4 - \cos\psi) + A' \, e^{-\frac{(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}} + A''' \, e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} = 0$$

(99) $$A' \, e^{-\frac{(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}} + A''' \, e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} = - \frac{U_M}{n_1\omega} (\cos\theta_4 - \cos\psi)$$

D'autre part, on sait que $A' + A'' + A''' = 0$ (car $\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$)

Il vient :

$$A''' = - (A' + A'')$$

On remplace A"' par -(A' + A") dans les équations (95) et (96).
On obtient donc :

$$\begin{cases} A''(-1 + e^{-\pi/3\omega\tau}) - A' - A'' - A' e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} = 0 \\ A' e^{-\frac{(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}} - (A' + A'') e^{-\pi/3\omega\tau} = \frac{U_M}{n_1\omega} (\cos\psi - \cos\theta_4) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A'' (2 - e^{-\pi/3\omega\tau}) + A' (1 + e^{-\pi/3\omega\tau}) = 0 \\ -A'' e^{-\pi/3\omega\tau} + A' (e^{-\frac{(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}} - e^{-\pi/3\omega\tau}) = \frac{U_M}{n_1\omega} (\cos\psi - \cos\theta_4) \end{cases}$$

a, b, c, d, e sont des paramètres simplifiés ; ils vérifient :

$$\begin{cases} A'' a + A' b = 0 \\ A'' c + A' d = e \end{cases}$$

d'où :

$$A' = \frac{ae}{ad-bc}$$

$$A'' = \frac{eb}{cb-ad}$$

$$A''' = \frac{eb-ae}{ad-bc}$$

et

$$D = \frac{U_M}{n_1\omega} \cos\theta_4 + A' e^{-\frac{(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}}$$

$$A = A'' - A'''$$

$$B = \frac{U_M}{n_1\omega} K' \sin(\gamma-\psi) - A - 2A' e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}}$$

I-1344 - Détermination de l'angle critique θ_4

Il suffit d'écrire qu'à l'instant $\frac{\theta_4}{\omega}$, le courant i_{1A} s'annule.

(100)
$$\frac{U_M}{m^2 R} \{\sin\theta_4 - \frac{1}{\omega\tau}\cos\theta_4 - \frac{K'}{2}\cos(\theta_4-\gamma) - \frac{K'}{2\omega\tau}\sin(\theta_4-\gamma)\}$$

$$+ \frac{n_2}{R\tau m} B e^{-\frac{3(\theta_4-\psi)}{\omega\tau}} + \frac{R}{n_1} D = 0$$

I-1345 - Limites de fonctionnement dans le quatrième mode

Le quatrième mode existe quand ψ est compris entre deux limites : la première limite est $\psi_{\ell 3}$ qui est la "butée basse" mais également la "butée haute" du troisième mode, la seconde limite est $\psi_{\ell 4}$ qui sera la "butée haute".

Recherche de la butée basse $\psi_{\ell 3}$:

Elle est atteinte quand l'on retrouve pour cette valeur le régime à un seul thyristor toujours passant, soit pour $\theta_4 = \psi_{\ell 3} + \frac{\pi}{3}$ alors que $\psi = \psi_{\ell 3}$ (l'angle critique se trouvant alors à la limite de l'intervalle d'étude). Ceci s'écrit :

$$(103) \qquad \frac{U_M}{m^2 R} \{\sin (\psi_{\ell 3} + \frac{\pi}{3}) - \frac{1}{\omega\tau} \cos (\psi_{\ell 3} + \frac{\pi}{3}) - \frac{K'}{2} \cos (\psi_{\ell 3} + \frac{\pi}{3} - \gamma)$$

$$- \frac{K'}{2\omega\tau} \sin (\psi_{\ell 3} + \frac{\pi}{3} - \gamma)\} + \frac{n_2}{R\tau m} B\, e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}} + \frac{R}{n_1} D = 0$$

Recherche de la butée haute $\psi_{\ell 4}$:

La butée haute $\psi_{\ell 4}$ est atteinte quand ψ et $\psi_{\ell 4}$ sont identiques et que θ_4 égale $\psi_{\ell 4}$: soit $\psi = \psi_{\ell 4} = \theta_4$, d'où on obtient :

$$(104) \qquad \frac{U_M}{m^2 R} \{\sin \psi_{\ell 4} - \frac{1}{\omega\tau} \cos \psi - \frac{K'}{2} \cos (\psi_{\ell 4} - \gamma) - \frac{K'}{2\omega\tau} \sin (\psi_{\ell 4} - \gamma)\}$$

$$+ \frac{n_2}{R\tau m} B + \frac{R}{n_1} D = 0$$

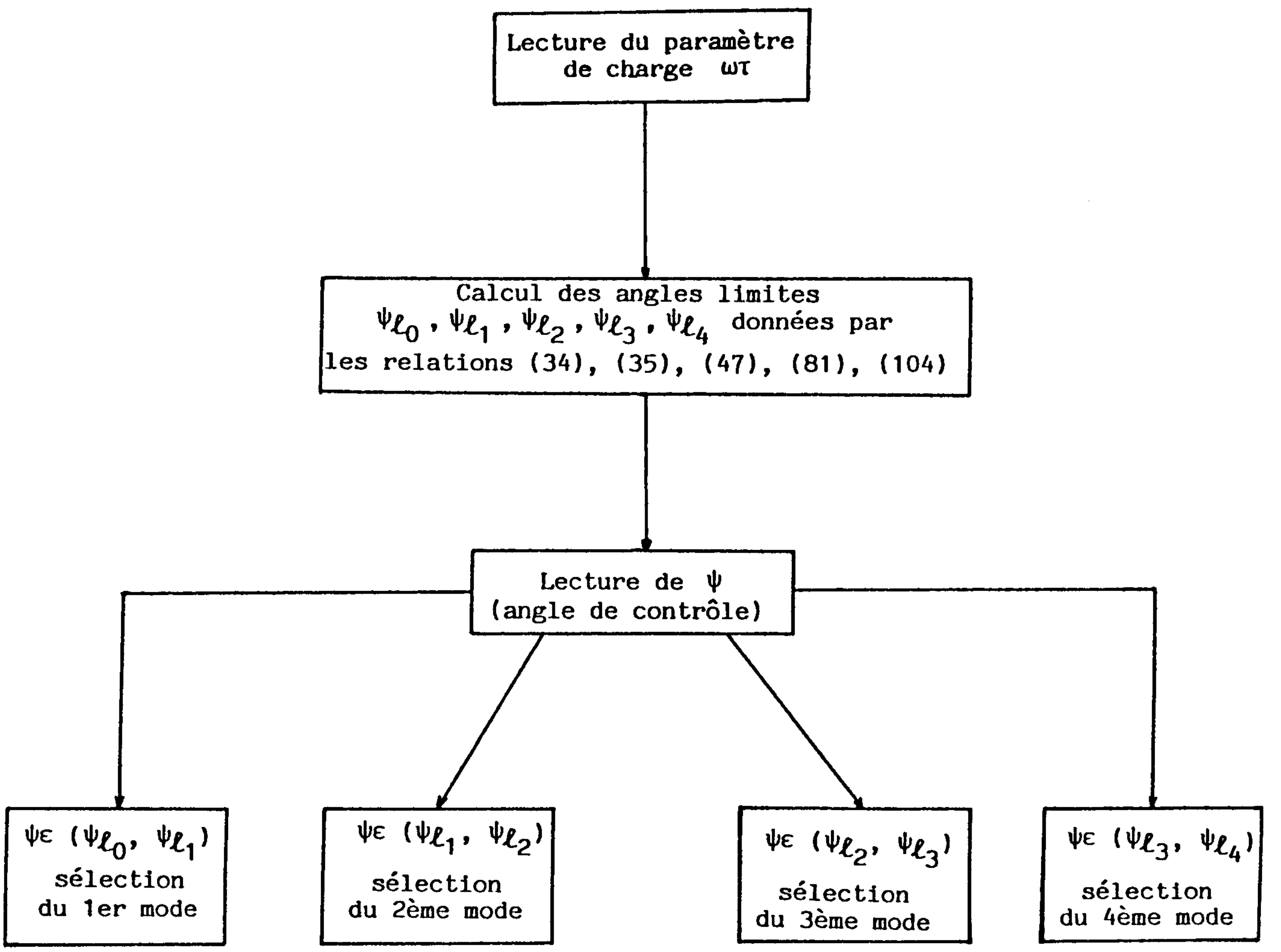
I-2. Obtention des formes d'ondes

Pour obtenir les formes d'ondes des différentes grandeurs électriques, tensions, courants, flux, il est intéressant d'utiliser "l'outil informatique". Les différentes relations caractérisant chacun des modes de fonctionnement, sont introduites dans le calculateur. Celui-ci devra fournir, pour diverses valeurs de la charge ou de l'état magnétique du transformateur, traduits globalement par le paramètre $\omega\tau$, les angles limites $\psi_{\ell 0}$, $\psi_{\ell 1}$, $\psi_{\ell 2}$, $\psi_{\ell 3}$, $\psi_{\ell 4}$ et pour différentes valeurs du retard à l'amorçage, les angles critiques Θ_1, Θ_3 et Θ_4.

Connaissant toutes ces grandeurs, et compte-tenu des symétries du montage, le calculateur donnera, pour Θ variant de 0 à 2π, les valeurs des flux, des tensions et des courants.

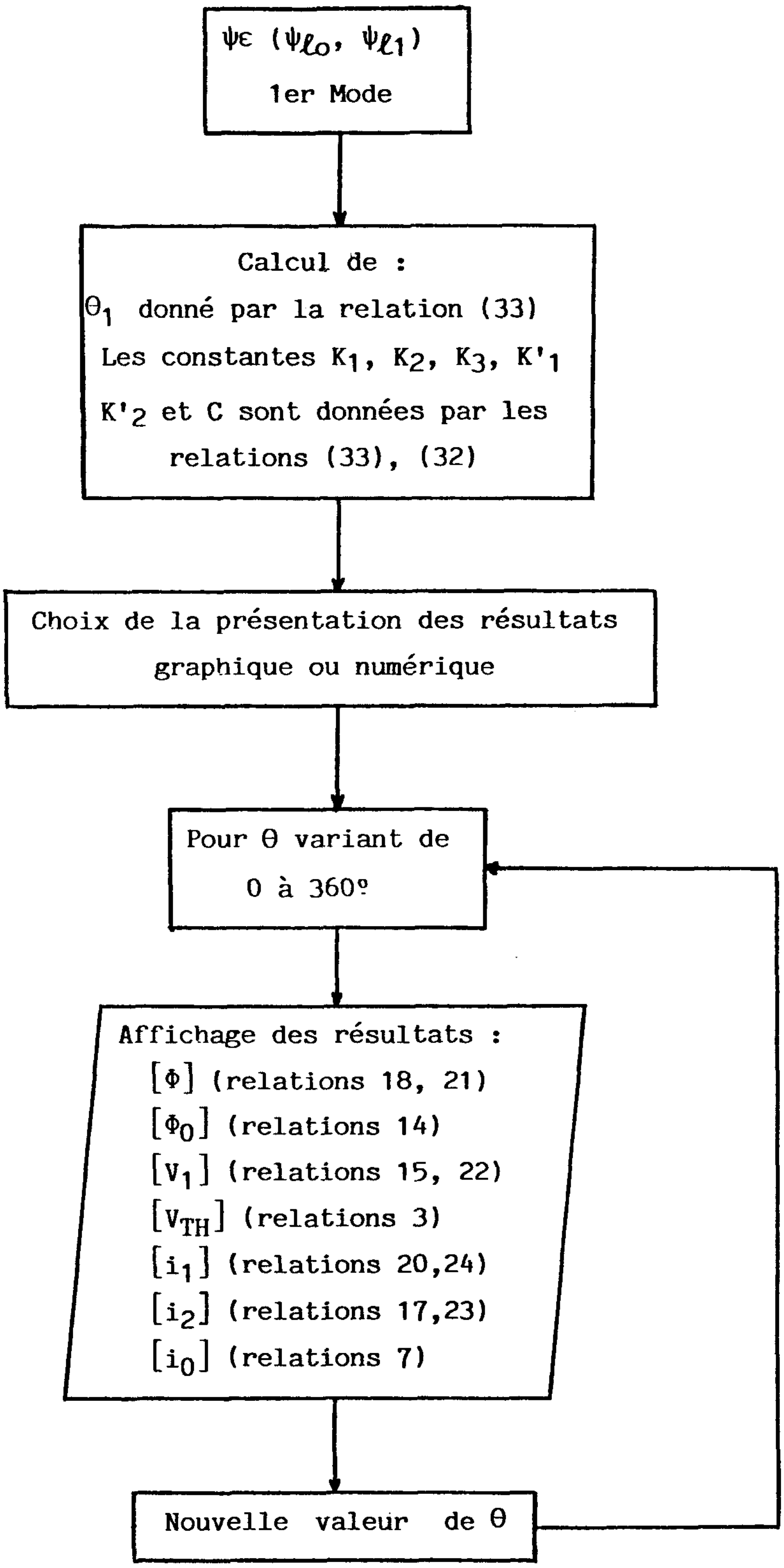
Nous nous limiterons ici à la présentation des organigrammes de calcul.

I-21) Organigramme général



I-22) Organigramme de traitement

Après avoir sélectionné, selon la valeur de l'angle ψ introduite, l'un des modes de fonctionnement, le traitement est assuré selon un organigramme dont nous donnons la représentation ci-dessous, dans le cas du premier mode.



I-23) Tracé des formes d'ondes

On a représenté figure 2 les courbes donnant les valeurs des limites $\psi_{\ell 0}$, $\psi_{\ell 1}$, $\psi_{\ell 2}$, $\psi_{\ell 3}$, $\psi_{\ell 4}$, en fonction du paramètre $\omega\tau$.

Les courbes des différentes planches précisent, pour des valeurs de ψ et $\omega\tau$ données, le mode de fonctionnement du montage, les instants d'extinction des thyristors, et donnent l'allure des différentes ondes.

Ces courbes dépendent du paramètre $\omega\tau$ égal à $n_2^2/\mathcal{R}R$. Puisque l'on néglige la saturation du fer, la réluctance $\mathcal{R}$ est constante. Le paramètre $\omega\tau$ caractérise donc bien la variable R et l'état magnétique du transformateur défini par sa réluctance $\mathcal{R}$.

Evaluons les valeurs du paramètre $\omega\tau$ en fonction du rapport R/R_n, R_n étant la résistance correspondant à la charge nominale du transformateur.
Soit :

$$\omega\tau = \omega \frac{n_2^2}{\mathcal{R}R_n} \frac{R_n}{R}$$

En désignant par V_1 la tension efficace nominale aux bornes d'un enroulement primaire, ϕ_n le flux correspondant et I_{10} la valeur efficace du courant magnétisant, il vient :

$$n_1 \, I_{10} = \mathcal{R}\phi_n = \mathcal{R} \frac{V_1}{n_1\omega}$$

d'où :

$$\mathcal{R} = n_1^2 \frac{\omega \, I_{10}}{V_1}$$

et :

$$\omega\tau = \frac{V_1}{m^2 R_n} \frac{1}{I_{10}} \frac{R_n}{R}$$

Dans cette expression, V_1/m^2R_n représente le courant de travail ramené au primaire : I'_{1n}

En négligeant les pertes Fer, les vecteurs I'_{1n} et I_{10} sont en quadrature et le courant primaire résultant au régime nominal vaut, en valeur efficace :

$$I_{1n} = \sqrt{I'^2_{1n} + I^2_{10}}$$

Soit :

$$\frac{I'_{1n}}{I_{10}} = \sqrt{\left[\frac{I_{1n}}{I_{10}} \right]^2 - 1}$$

Pour un transformateur dont le courant magnétisant vaudrait environ 5 % du courant nominal :

$$\omega\tau = 19{,}97 \; \frac{R_n}{R}$$

On note que $\omega\tau$ est voisin de 0 quand R est infinie (marche à vide) et $\omega\tau$ est égal à 20 en charge nominale.

On a représenté (FIG.3) les courbes des angles critiques utiles, θ_1, θ_3 et θ_4 en fonction de ψ et pour différentes valeurs de $\omega\tau$.

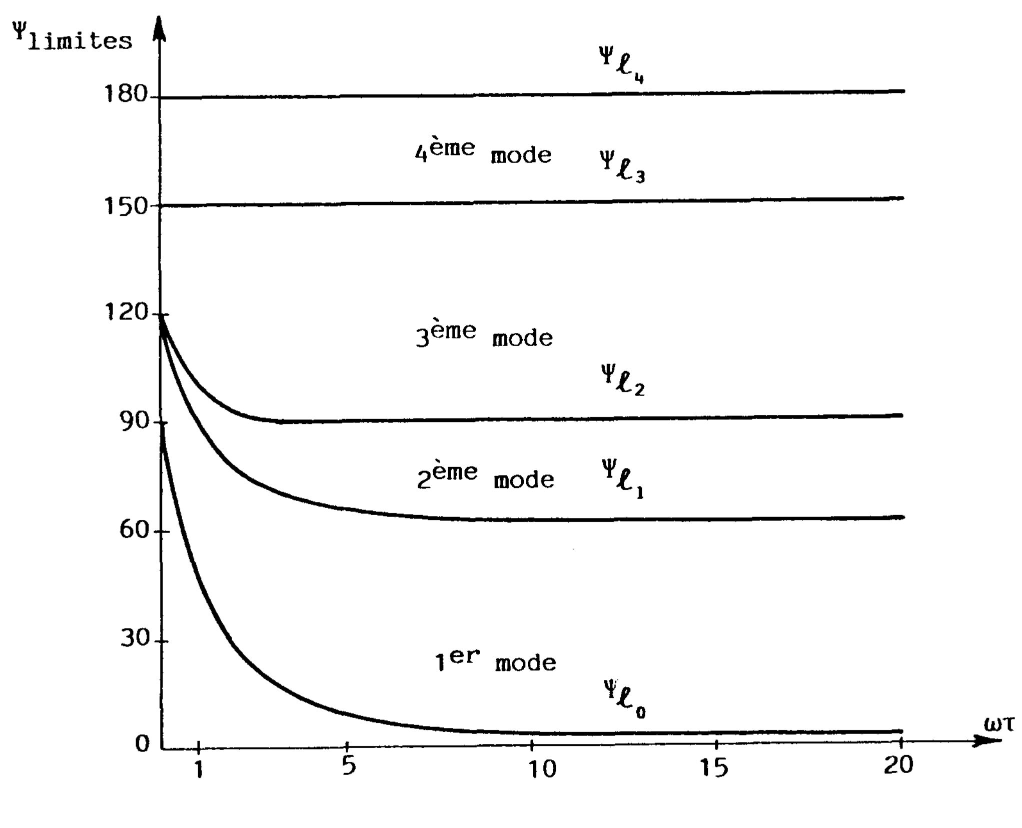


FIGURE 2

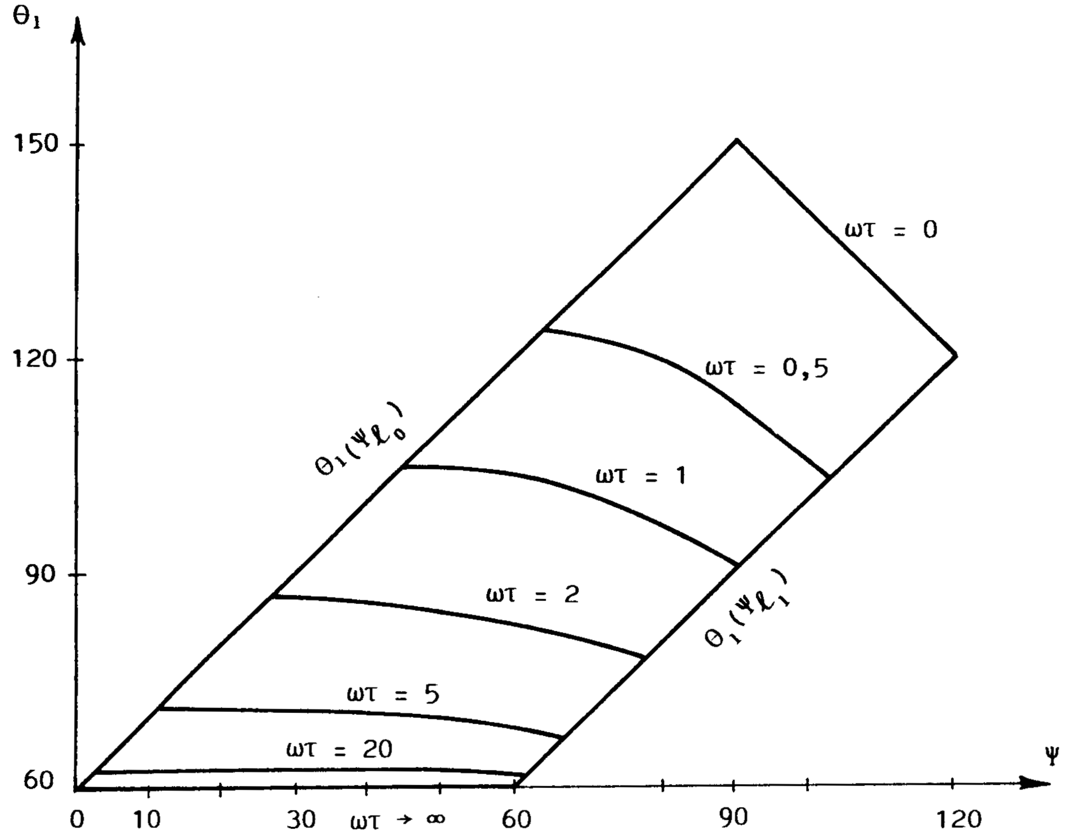


FIGURE 3.a.

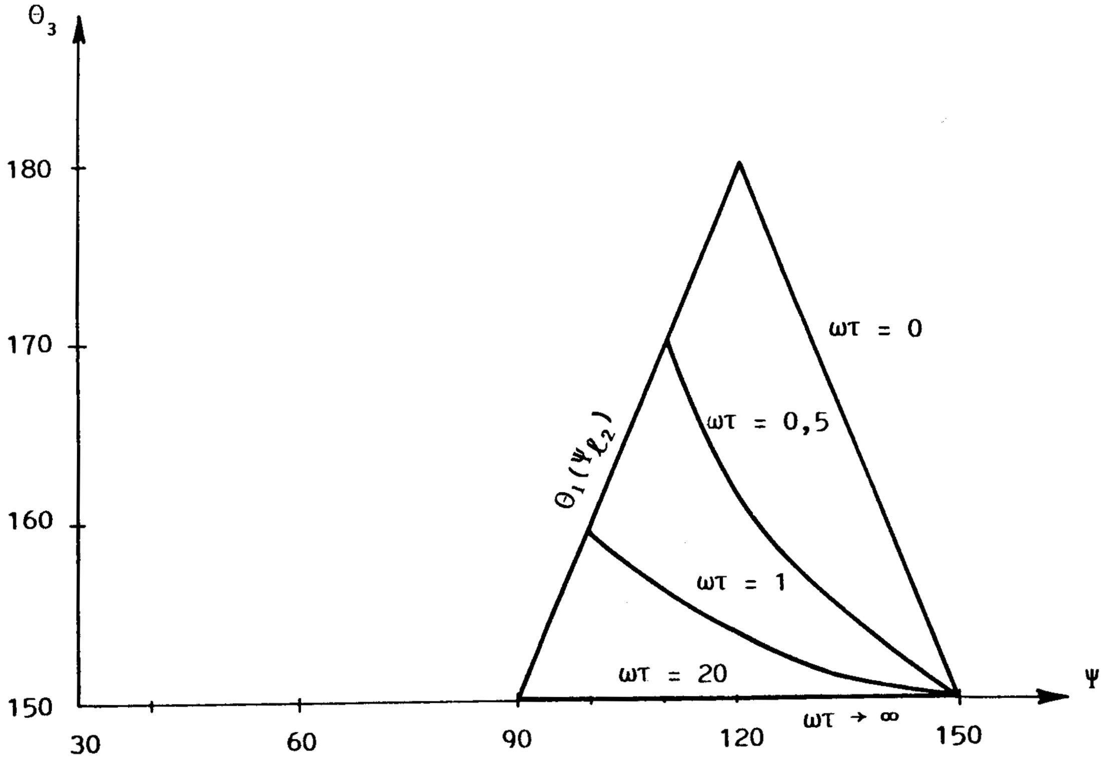


FIGURE 3.b.

On peut alors tracer en grandeurs réduites les formes d'ondes des différentes ondes électriques.

Ainsi, sont tracées pour 2 valeurs de $\omega\tau$ voisines de 20 et 0,5 (fonctionnement nominal et fonctionnement à très faible charge) et pour les valeurs de ψ correspondant à chacun des modes, les formes d'ondes des grandeurs réduites suivantes :

$$\phi_1 / \frac{U_M}{n_1 \omega} \qquad v_{1A}/U_M \qquad v_{2A}/U_M \qquad v_{ThA}/U_M$$

$$i_{1A} / \frac{U_M}{m^2 R} \qquad i_0 / \frac{U_M}{m^2 R} \qquad i_{2A} / \frac{U_M}{mR} \qquad j_A / \frac{U_M}{m^2 R}$$

A noter que la courbe v_{2A}/U_M est identique à celle de la tension primaire correspondante, on a toujours la relation générale :

$$v_{2A} = v_{1A}/m$$

Les planches correspondantes sont référencées de 1 à 8.

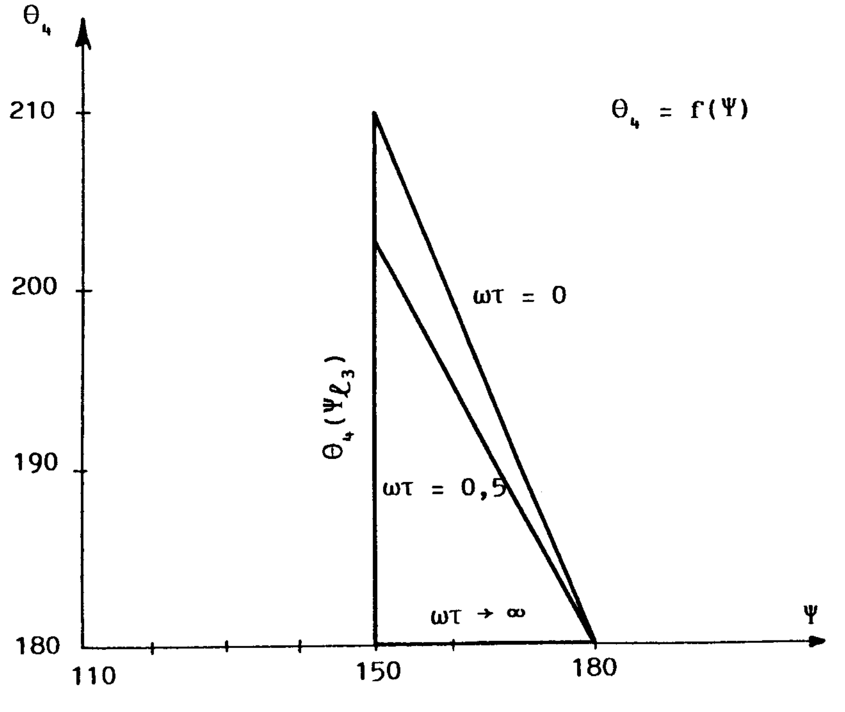


FIGURE 3.c.

1er mode : $\omega\tau = 0,5$ $\Psi = 95°$ $\Theta_1 = 109,53°$

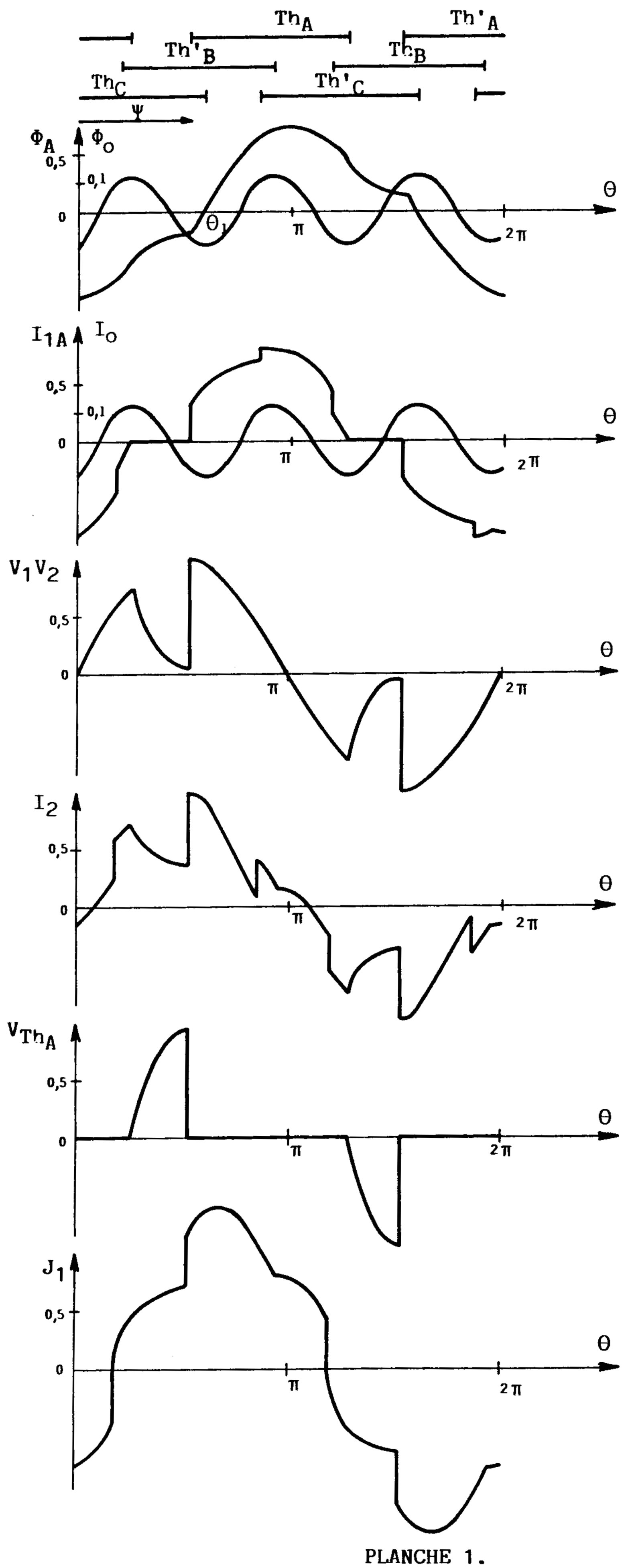


PLANCHE 1.

1er mode : $\omega\tau = 20$ $\Psi = 30°$ $\theta_1 = 62,62°$

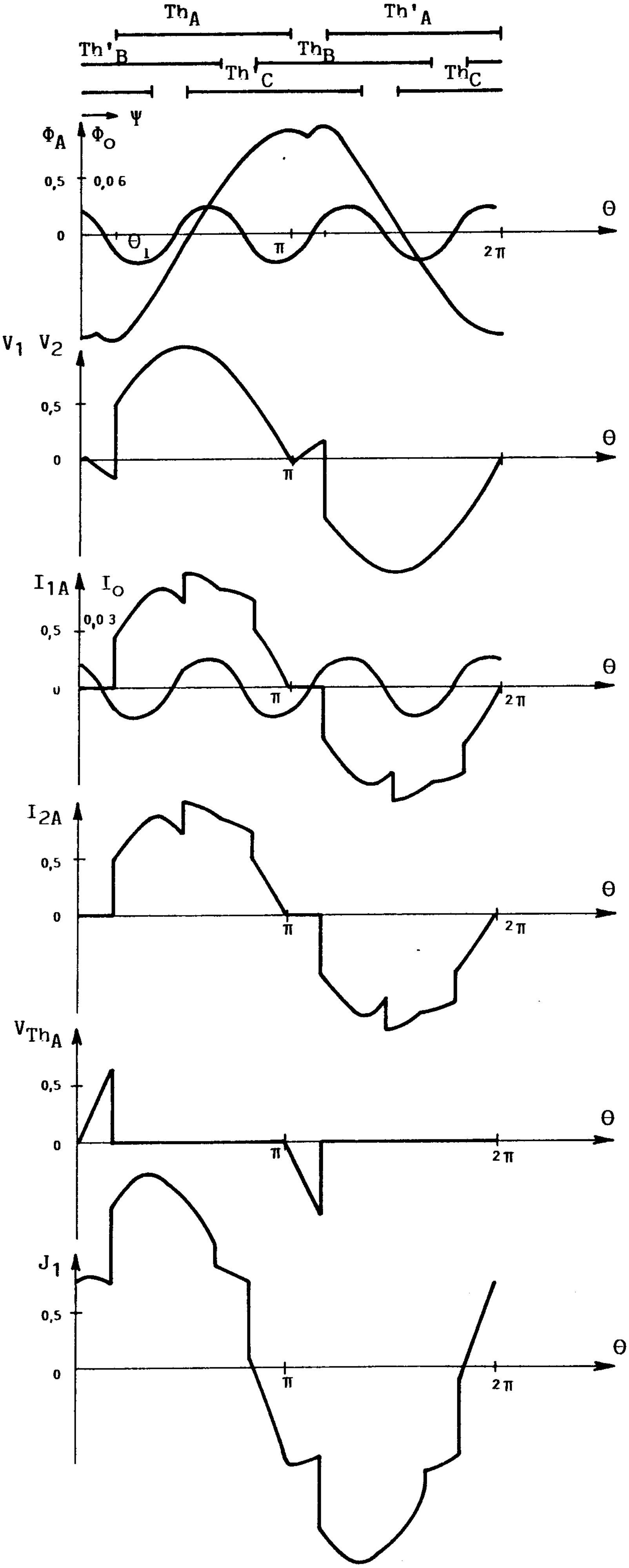


PLANCHE 2.

2ème mode : $\omega\tau = 0,5$ $\Psi = 105°$

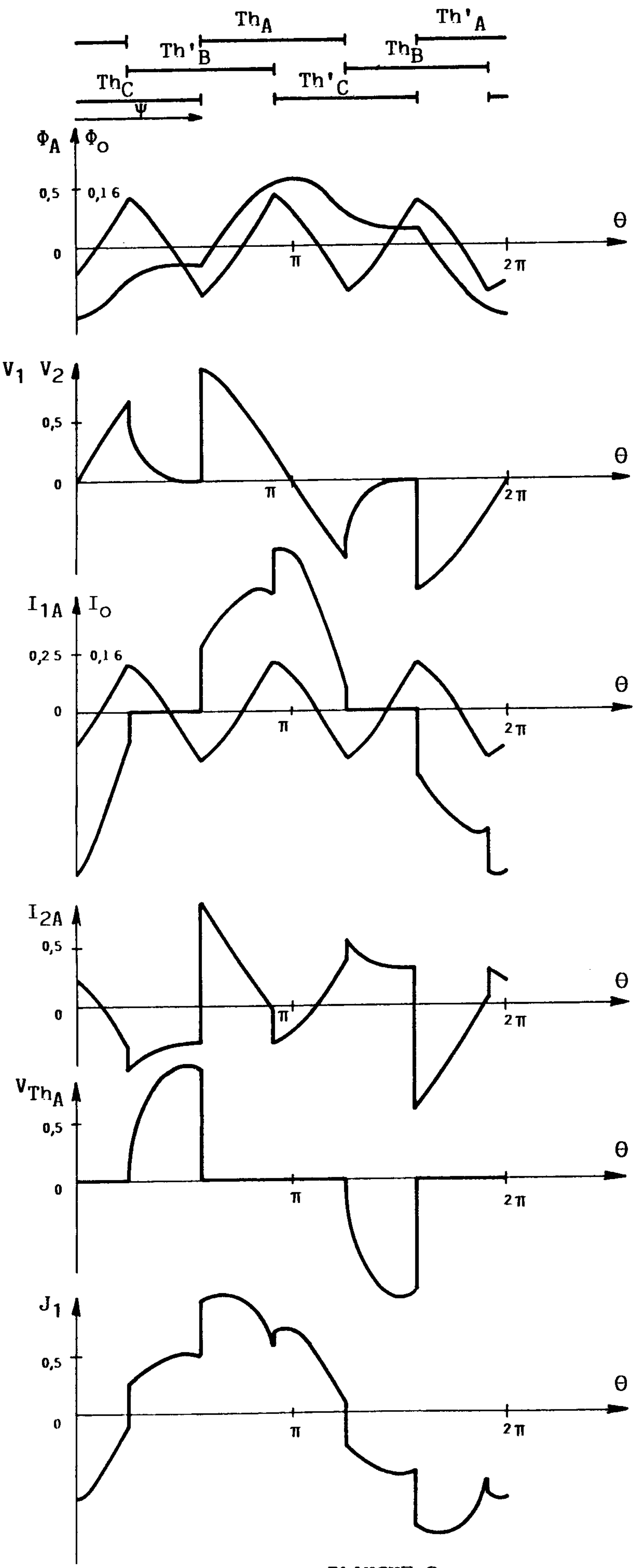


PLANCHE 3.

2ème mode : $\omega\tau = 20$ $\Psi = 75°$

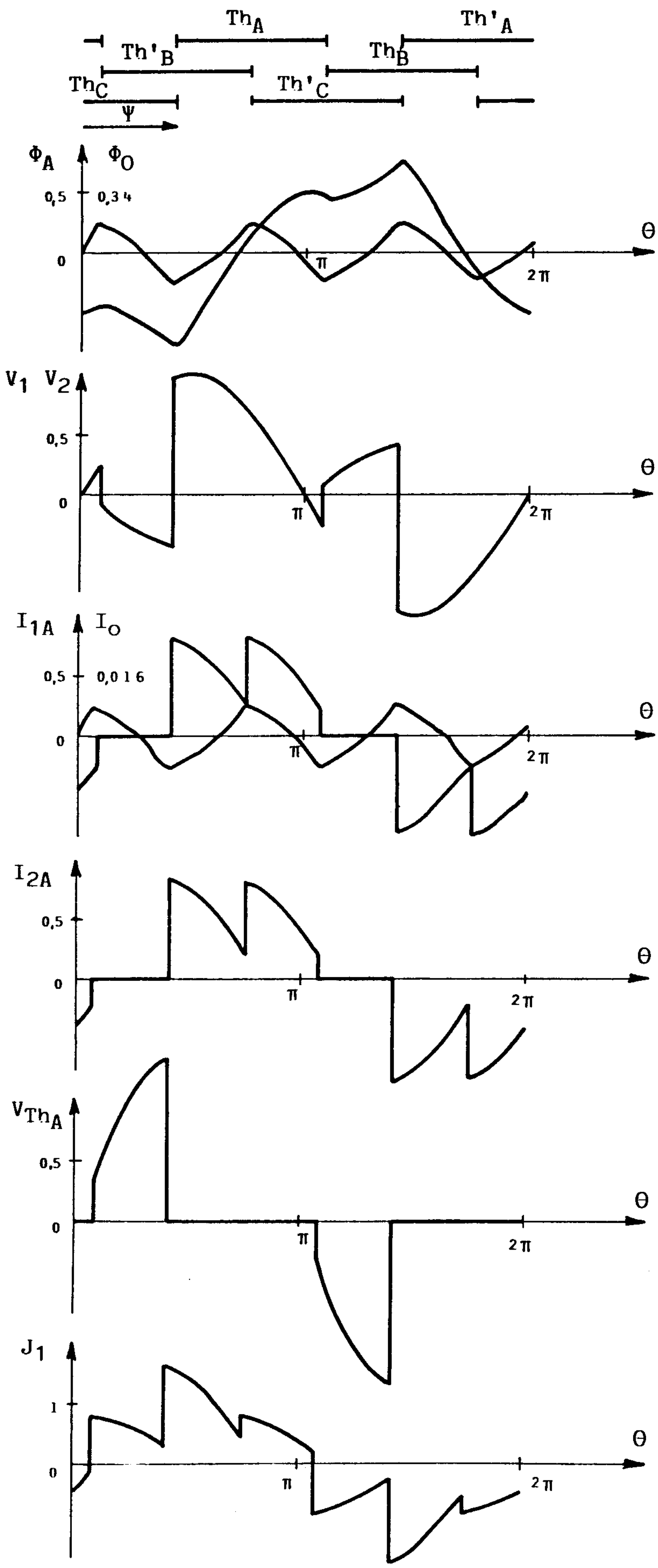


PLANCHE 4.

3ème mode : $\omega\tau = 0,5$ $\Psi = 130°$ $\theta_3 = 159,366°$

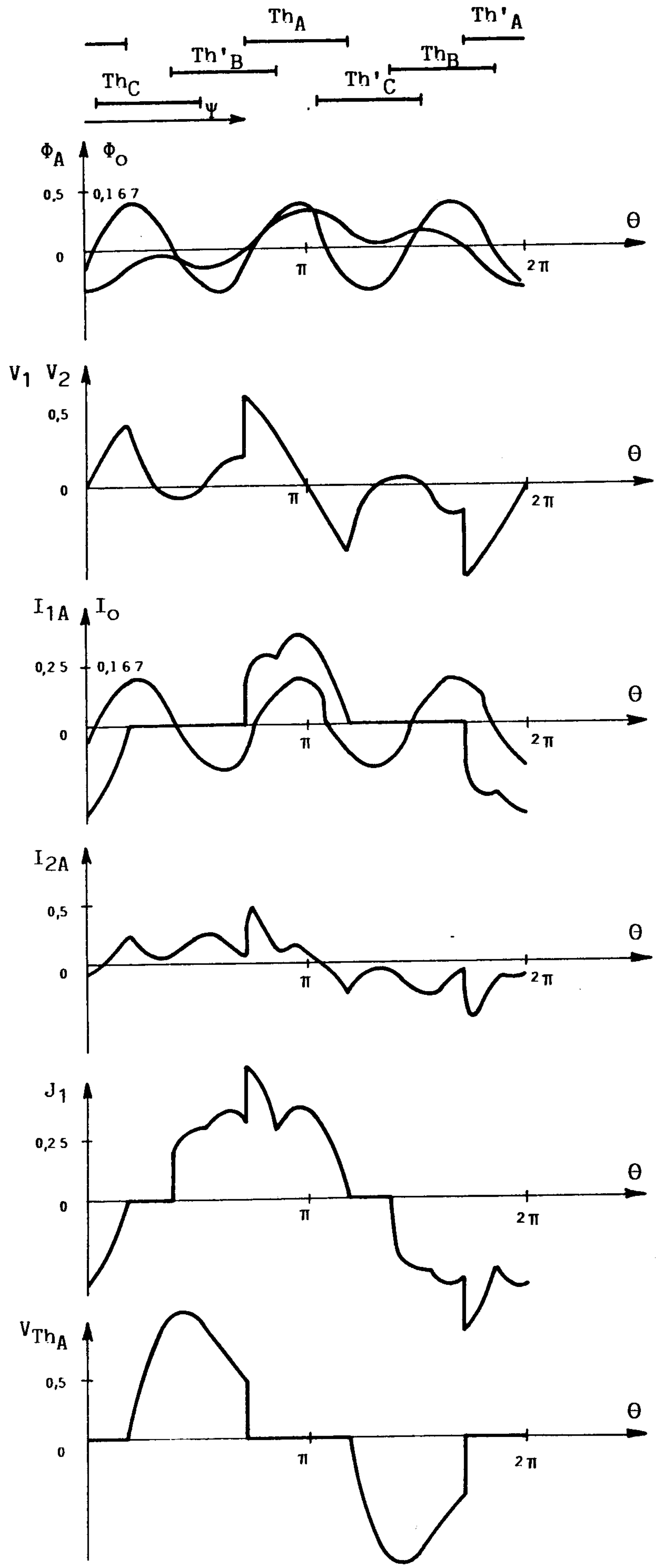


PLANCHE 5.

3ème mode : $\omega\tau = 20$ $\Psi = 120°$ $\theta_3 = 150,76°$

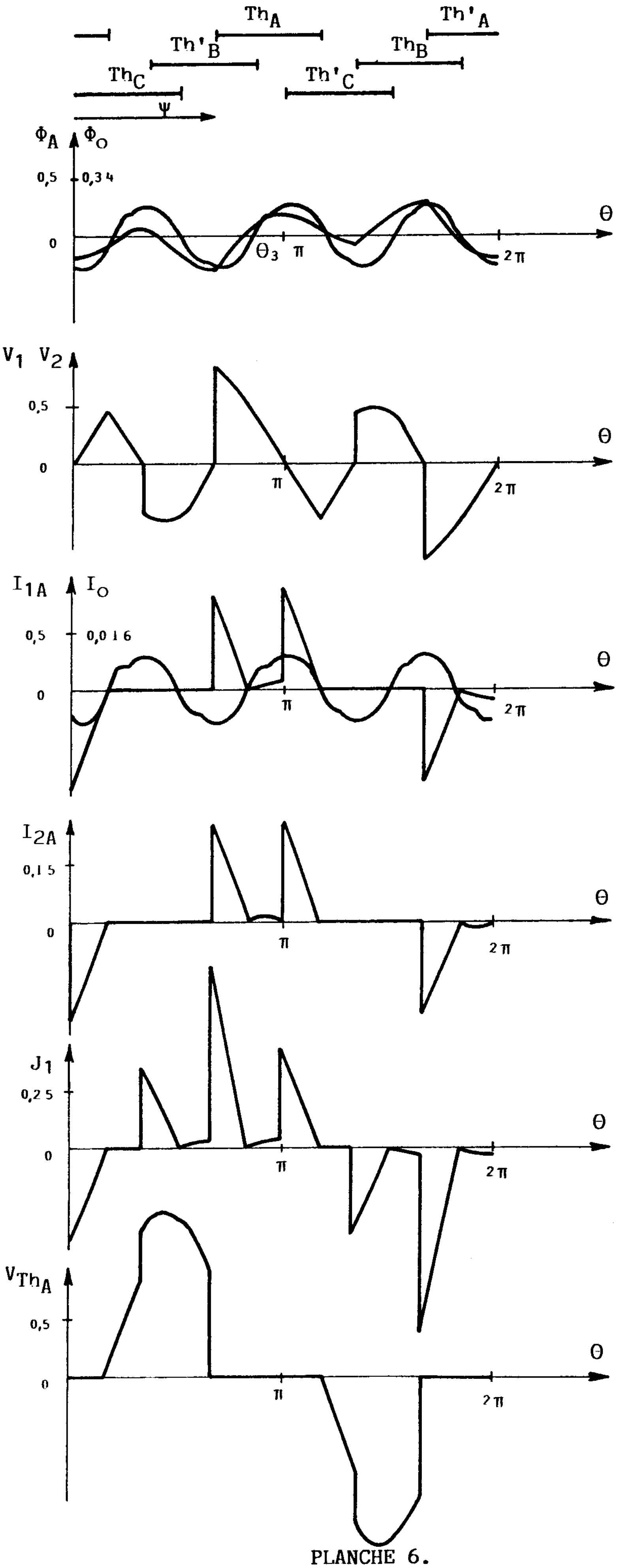


PLANCHE 6.

4ème mode : $\omega\tau = 0{,}5$ $\Psi = 165°$ $\Theta_3 = 191°$

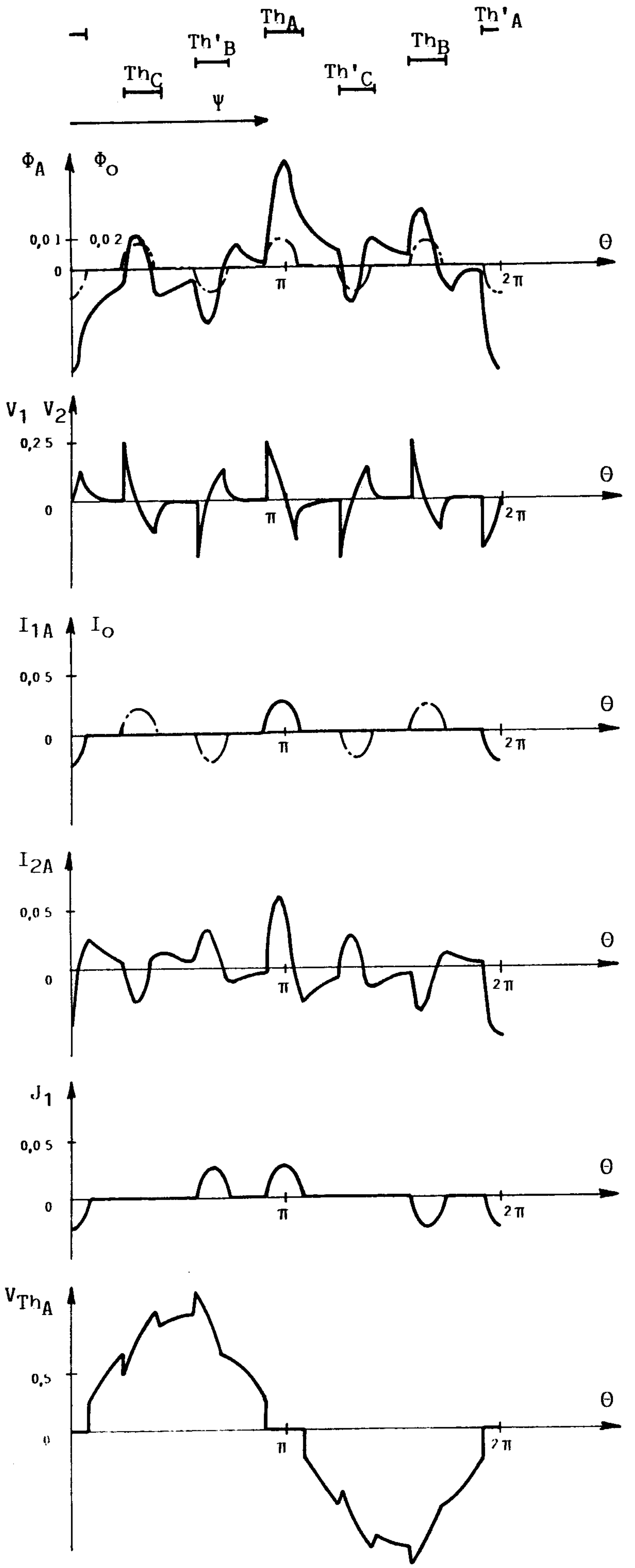


PLANCHE 7.

4ème mode : $\omega\tau = 20$ $\Psi = 165°$ $\Theta_3 = 194,74°$

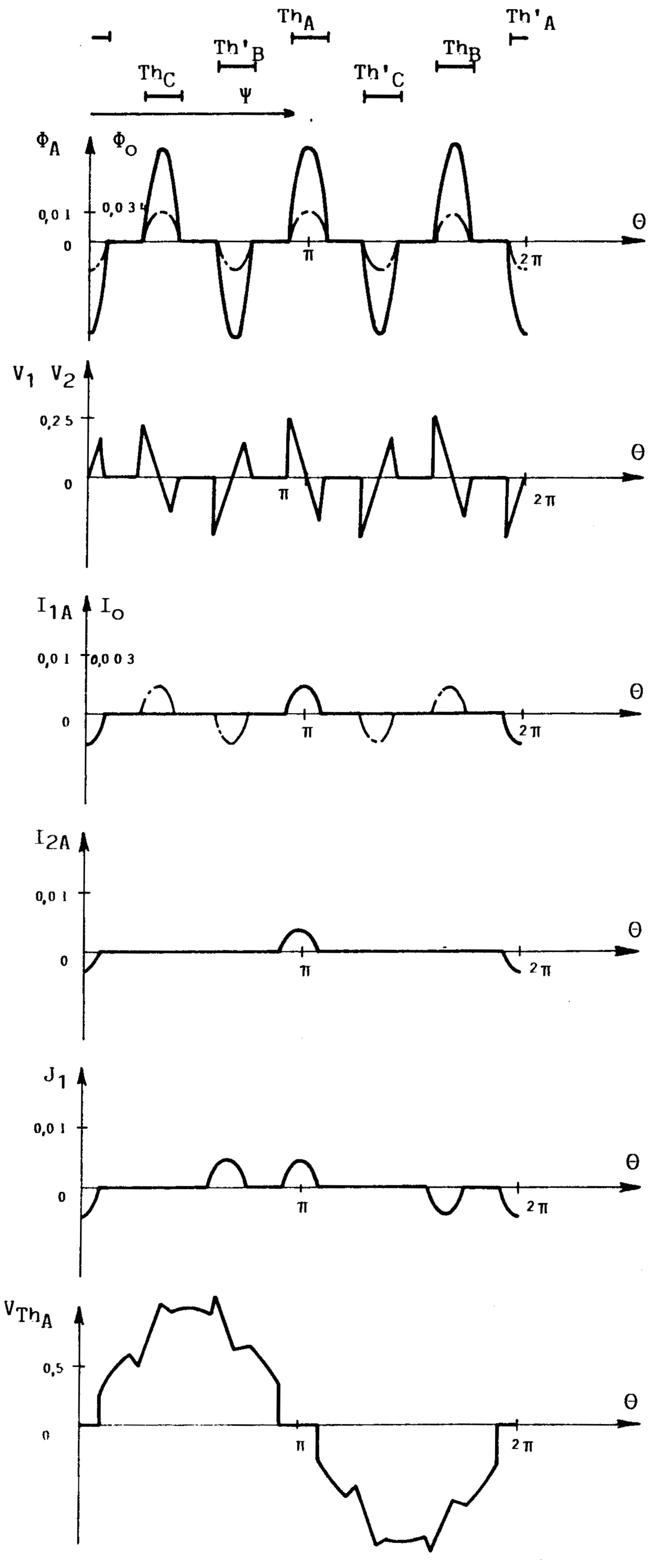


PLANCHE 8.

I-3. Caractéristiques

Connaissant les expressions des différentes variables tout au long de la période, on peut calculer la valeur efficace de I_2 des courants secondaires, celle (I_1) des courants primaires, et leur développement en série de Fourier. On pourra ensuite tracer les principales caractéristiques du montage.

I-31) Caractéristiques de réglage

La valeur efficace V_2 des tensions simples secondaires est égale à RI_2 avec :

$$I_2 = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} i_{2A}^2 \, d\theta}$$

Des valeurs de i_{2A} calculées pour différentes valeurs de ψ et $\omega\tau$, on déduit numériquement, par le programme de calcul numérique, les valeurs efficaces de I_2.

Les courbes donnant la valeur de I_2 ramenée à $I_{2\,\psi_0}$, $I_{2\psi_0}$ étant la valeur du courant secondaire lorsque le gradateur fonctionne à "pleine onde", c'est-à-dire lorsque $\psi = \psi_{\ell 0}$ sont représentées par la figure 4. On a aussi représenté figure 5 les caractéristiques de flux dans les colonnes, réduites par ϕ_{ψ_0} pour $\omega\tau$ = 20 et 0,5.

Afin de compléter les caractéristiques de réglage, il est intéressant de représenter la puissance absorbée P par les résistances, en fonction de l'angle d'ouverture des thyristors ψ et pour différentes valeurs de $\omega\tau$.

$$P = 3 \frac{V_2^2}{R} = 3\ R\ I_2^2$$

P s'exprime en valeur réduite par la puissance P_{ψ_0}, consommée quand le gradateur fonctionne à "pleine onde".

$$P\psi_0 = 3\ R\ I_2^2\ \psi_0$$

$$\text{(110)} \qquad \frac{P}{P\psi_0} = \left(\frac{I_2}{I_{2\psi_0}}\right)^2$$

L'examen de ces caractéristiques représentées figure 6, nous permet de remarquer que :

- pour $\psi = \psi_{\ell 0}$ le rapport $\frac{P}{P\psi_0}$ vaut toujours 1 quelle que soit $\omega\tau$. Pour un transformateur donné, les différentes valeurs de $\omega\tau$ correspondent à des valeurs différentes de la charge. Pour de faibles valeurs de $\omega\tau$, le fonctionnement à pleine onde correspond à une puissance débitée faible, bien que $\frac{P}{P\psi_0}$ soit égal à 1.

- Si le gradateur équivaut toujours à un interrupteur tripôlaire ouvert lorsque $\psi = \psi_{\ell 4} = 180°$, le fonctionnement à pleine onde est obtenu pour $\psi = \psi_{\ell 0}$ dépendant de $\omega\tau$.

Pour faciliter l'interprétation des caractéristiques de puissance, on peut tracer les caractéristiques donnant la puissance absorbée réduite par la puissance nominale P_n du transformateur.

$$P_n = 3\ R_n\ I_{2n}^2$$

avec R_n = résistance nominale de charge

I_{2n} = courant secondaire nominal, à pleine onde

$$\frac{P}{P_n} = \frac{3\ R\ I_2^2}{3\ R_n\ I_{2n}^2} = \frac{R}{R_n}\ \left(\frac{I_2}{I_{2\psi_0}}\right)^2\ \left(\frac{I_{2\psi_0}}{I_{2n}}\right)^2$$

$I_{2\psi_0} = \frac{U}{mR}$, U étant la valeur efficace de la tension composée de la source et $I_{2n} = \frac{U}{mR_n}$, donc :

$$\frac{P}{P_n} = \frac{R}{R_n}\left[\frac{I_2}{I_{2\psi_0}}\right]^2\left[\frac{R_n}{R}\right]^2$$

Soit, par la relation (110) :

$$\frac{P}{P_n} = \frac{R_n}{R}\ \left(\frac{P}{P\psi_0}\right)$$

on a $\frac{R_n}{R}$ qui vaut : $\frac{R_n}{R} = \frac{\omega\tau}{\sqrt{\left(\frac{I_{1n}}{I_{10}}\right)^2 - 1}}$

On aura donc :

$$\boxed{\frac{P}{P_n} = \frac{\omega\tau}{\sqrt{(\frac{I_{1n}}{I_{10}})^2 - 1}} \quad \frac{P}{P\psi_0}}$$

Pour $I_{10} = 5\ \%\ I_{1n}$ on a : $\frac{P}{P_n} = \frac{P}{P\psi_0} \frac{\omega\tau}{20}$

$$\frac{R_n}{R} = \frac{\omega\tau}{20}$$

On peut calculer $\frac{R_n}{R}$ pour chaque valeur de $\omega\tau$ et tracer les caractéristiques donnant $\frac{P}{P_n}$, déduites de $\frac{P}{P\psi_0}$ par multiplication des ordonnées par $\frac{R_n}{R}$, en fonction de ψ pour différentes valeurs de R_n/R.

On a tracé figure 7 les caractéristiques donnant P/P_n en fonction de ψ, pour diverses valeurs de la charge R_n/R, dans le cas d'un transformateur caractérisé par $I_{10}/I_{1n} = 5\ \%$.

Pour éviter que la plage de variation de l'angle de commande dépende de la valeur de $\omega\tau$, on peut penser à commander le gradateur, non pas en comptant le retard à l'amorçage par rapport au zéro de la tension U_{AC}, mais par rapport au zéro du courant dans la phase A.

La valeur de cet "angle pratique de commande" α se détermine à partir des diagrammes de conduction représentés planches 1 à 8.

<u>Pour le premier mode</u> :

Le thyristor Th_C se bloque pour $\theta = \theta_1$, le thyristor Th'_A s'éteint un sixième de période auparavant, donc pour $\theta = \theta_1 - \frac{\pi}{3}$. Le thyristor Th_A, enclenché pour $\theta = \psi$ est susceptible de conduire depuis l'instant de blocage de Th'_A, soit depuis $\theta_1 - \frac{\pi}{3}$. L'angle de retard à l'enclenchement par rapport au zéro de courant a donc pour expression :

$$\alpha = \psi - (\theta_1 - \frac{\pi}{3}) = \psi - \theta_1 + \frac{\pi}{3}$$

Dans ce cas, quand $\psi = \psi_{\ell 0}$, $\theta_1 = \psi + \frac{\Pi}{3}$ et $\alpha = 0 \quad \forall\ \omega\tau$

Pour le deuxième mode :

Le thyristor Th_C se bloque à l'instant d'enclenchement de Th_A, donc de la même façon Th'_A se bloque pour $\theta = \psi - \frac{\pi}{3}$, l'angle α a pour valeur :

$$\alpha = \psi - (\psi - \frac{\pi}{3}) = \frac{\pi}{3} \qquad \forall\ \omega\tau$$

Pour le troisième mode :

Le thyristor Th'_B se bloque pour $\theta = \theta_3$ et Th'_A s'éteint un tiers de période auparavant, donc pour $\theta = \theta_3 - \frac{2\pi}{3}$.

Th_A, enclenché pour $\theta = \psi$ est susceptible de conduire depuis l'instant de blocage de Th'_A, soit depuis $\theta_3 - \frac{2\pi}{3}$.

$$\alpha = \psi - (\theta_3 - \frac{2\pi}{3}) = \psi - \theta_3 + \frac{2\pi}{3}$$

Pour le quatrième mode :

Th'_A s'éteint à $\theta = \theta_4 - \pi$, et Th_A se bloque à $\theta = \theta_4$. L'angle de retard à l'enclenchement α est égal :

$$\alpha = \psi - \theta_4 + \pi$$

$$\text{pour } \begin{cases} \psi = \psi_{\ell 3} & \theta_3 = \psi_{\ell 3} + \frac{\pi}{3} & \rightarrow \quad \alpha = \frac{2\pi}{3} & \forall\ \omega\tau \\ \psi = \psi_{\ell 4} & \theta_3 = \psi_{\ell 4} & \rightarrow \quad \alpha = \pi & \forall\ \omega\tau \end{cases}$$

En conclusion :

La réduction de la tension commence à $\alpha = 0$, le premier mode cesse pour $\alpha = \frac{\pi}{3}$, le second mode est caractérisé par α constant et égal à $\frac{\pi}{3}$, le troisième mode débute à $\alpha = \frac{\pi}{3}$ et cesse à $\alpha = \frac{2\pi}{3}$. Quand au quatrième mode, il commence à $\alpha = \frac{2\pi}{3}$ et cesse pour $\alpha = \pi$.

On peut alors tracer les caractéristiques de réglage de puissance $\frac{P}{P\psi_0}$ (fig.8) et $\frac{P}{P_n}$ (Fig.9) pour diverses valeurs de $\omega\tau$, en fonction de l'angle α.

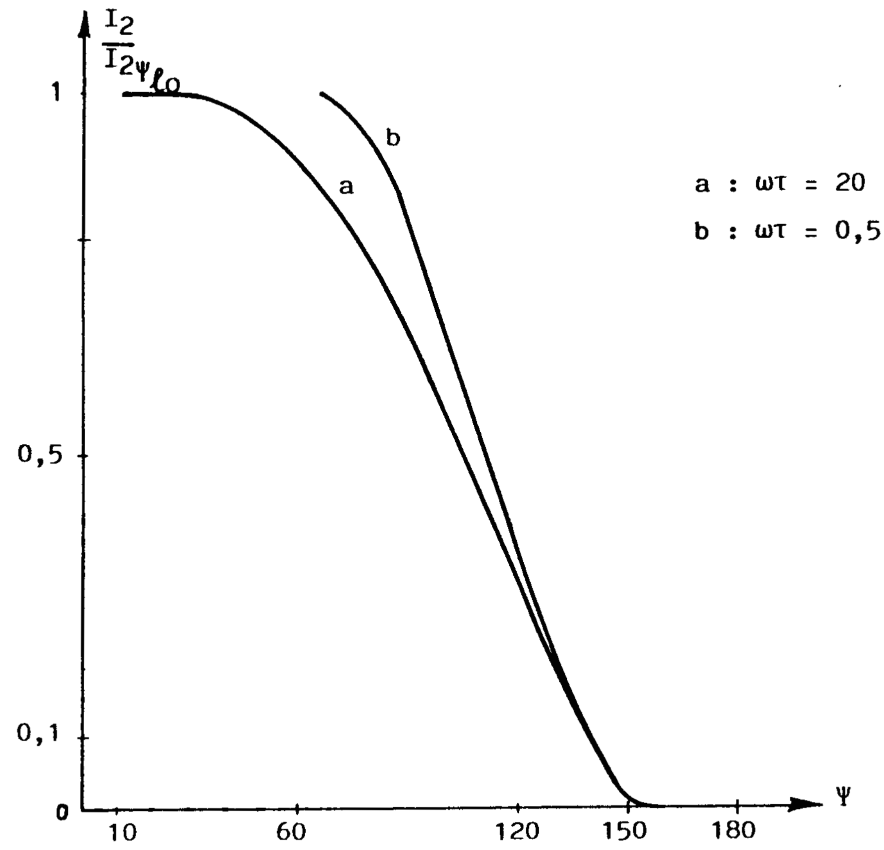


FIGURE 4.

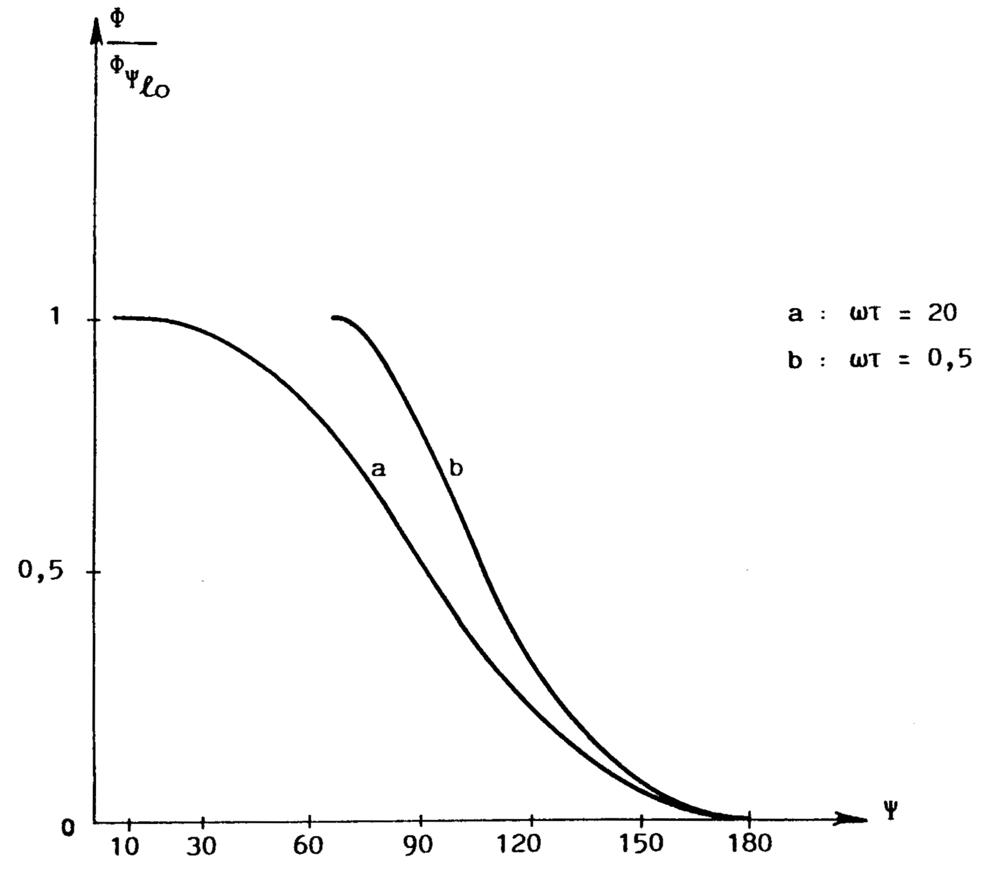


FIGURE 5.

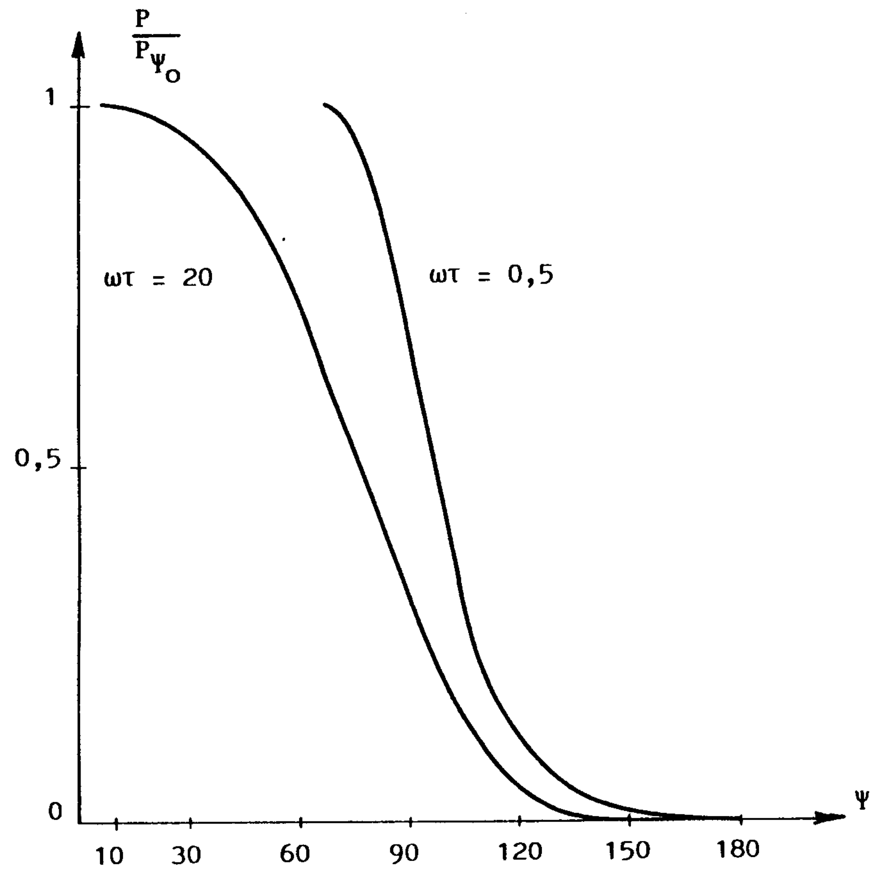


FIGURE 6.

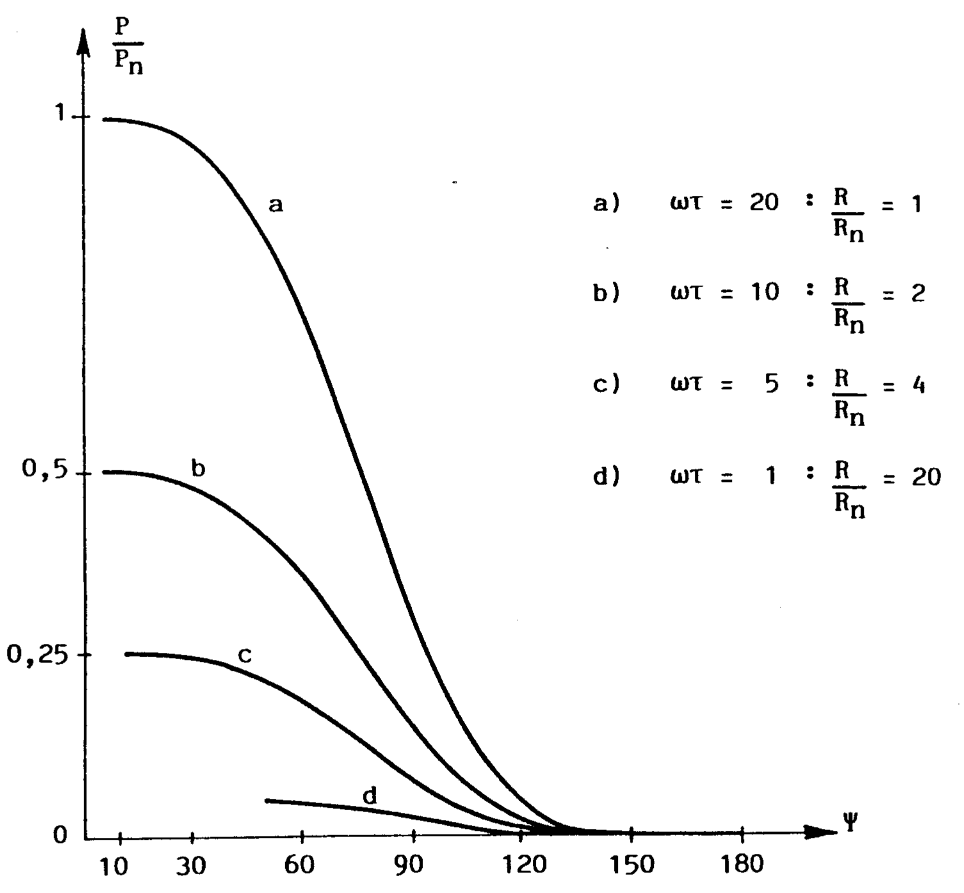


FIGURE 7.

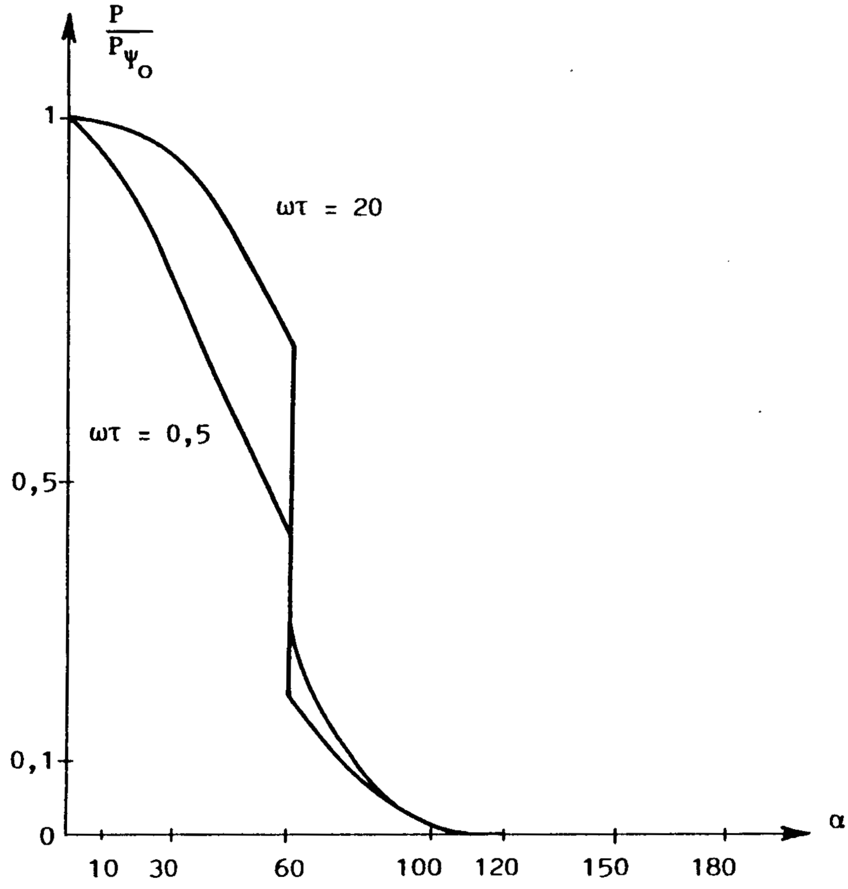


FIGURE 8.

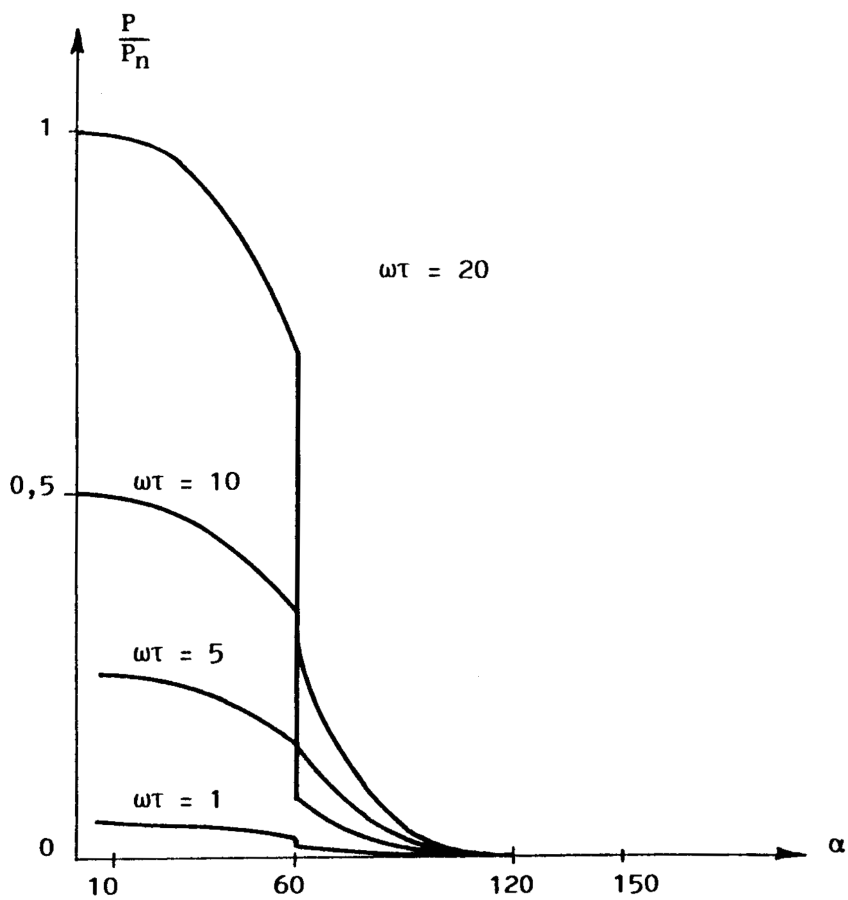


FIGURE 9.

I-32) Caractéristiques relatives au courant absorbé

I-321. Caractéristiques $I_1/I_{1\psi_0}$ et $J/J_{\psi 0}$

La valeur efficace I_1 du courant primaire est donnée par :

$$I_1^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} i_{1A}^2 \, d\theta$$

Des valeurs de i_{1A}, calculées pour différentes valeurs de ψ et de $\omega\tau$, on peut déduire numériquement la valeur de I_1.

Les formes d'onde du courant absorbé ont été tracées (planches 1 à 8) en ramenant la valeur du courant à U_{1M}/m^2R, c'est-à-dire à la valeur crête du courant secondaire ramené au primaire pour $\psi = \psi_{\ell 0}$. C'est ce mode de réduction qui explique les fortes valeurs du courant primaire observées pour les faibles valeurs de $\omega\tau$, donc les fortes valeurs de R.

Il est donc plus intéressant, pour le tracé des caractéristiques, de réduire le courant primaire, par $I_{1\psi_0}$ (courant absorbé par le montage pour $\psi = \psi_{\ell 0}$).

Puisque pour $\psi = \psi_{\ell 0}$, le courant absorbé est sinusoïdal, et que le courant magnétisant I_{10} est en quadrature arrière sur le courant secondaire ramené au primaire, il vient :

$$I_{1\psi_0} = \sqrt{\left[\frac{U_1}{m^2R}\right]^2 + I_{10}^2} \qquad \text{avec} \qquad I_{10} = \frac{R}{n_1^2}\,\frac{U_1}{\omega}$$

or, $\omega\tau = \dfrac{n_2^2}{RR'}$, donc :

$$I_{10} = \frac{U_1}{m^2R}\,\frac{1}{\omega\tau} \qquad \text{soit} \qquad I_{1\psi_0} = \frac{U_1}{m^2R}\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega\tau)^2}}$$

on a donc :

$$\frac{I_1}{I_{1\psi_0}} = \frac{I_1}{U_1/m^2R}\,\frac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{1}{(\omega\tau)^2}}} = \frac{I_1}{U_1/m^2R}\,\frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

Avec ce mode de réduction, $\dfrac{I_1}{I_{1\psi_0}}$ vaut 1 quand $\psi = \psi_{\ell 0}$.

Dans le but de mettre en évidence l'incidence du courant homopolaire, nous avons tracé (FIG. 10), pour la pleine charge du transformateur ($\omega\tau = 20$) et pratiquement la marche à vide ($\omega\tau = 0{,}5$), les caractéristiques $I_1/I_{1\psi_0}$ et $J/J_{\psi 0}$. Nous constatons que ces courbes se confondent, cela implique que les courants harmoniques de rang 3 et multiple de 3 sont en réalité négligeables. Ceci confirme bien l'annulation de ces courants liée au choix d'un transformateur à flux libre.

I-322. Facteur de puissance

Des valeurs de I_2 et I_1, on peut tirer celles du facteur de puissance primaire :

$$F_P = \frac{P}{S} = \frac{3\ R\ I_2^2}{\sqrt{3}\ U_1\ J} = \frac{\sqrt{3}\left[\dfrac{I_2}{U_1/mR}\right]^2}{\dfrac{J}{J\psi_0}\ \dfrac{J\psi_0}{U_1/m^2R}}$$

Pour $\psi = \psi_{\ell 0}$, on peut écrire : $J\psi_0 = \sqrt{\left(\dfrac{U_1\sqrt{3}}{m^2R}\right)^2 + J_{10}^2}$

avec $J_{10} = \dfrac{R}{n_1^2}\ \dfrac{U_1\ \sqrt{3}}{\omega}$

$\omega\tau = \dfrac{n_2^2}{RR}$, il vient : $J\psi_0 = \dfrac{U_1}{m^2R}\ \sqrt{3}\ \sqrt{1 + \left(\dfrac{1}{\omega\tau}\right)^2}$

Par ailleurs, $I_{2\psi_0} = U_1/mR$, par suite $\quad F_P = \dfrac{P/P\psi_0}{J/J\psi_0}\ \dfrac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$

Les courbes donnant le facteur de puissance en fonction de ψ pour diverses valeurs de $\omega\tau$ (FIG. 11) se déduisent aisément des courbes de puissance réduite et de courant réduit.

Elles montrent comment se dégrade le facteur de puissance quand l'angle ψ augmente.

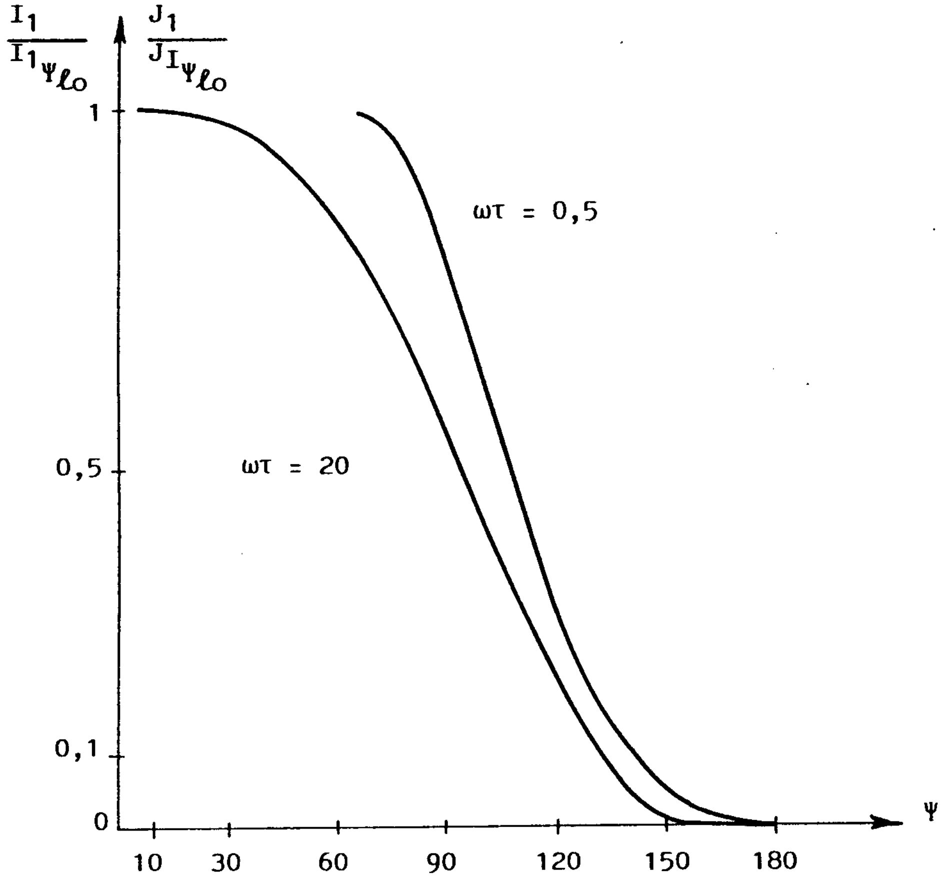


FIGURE 10.

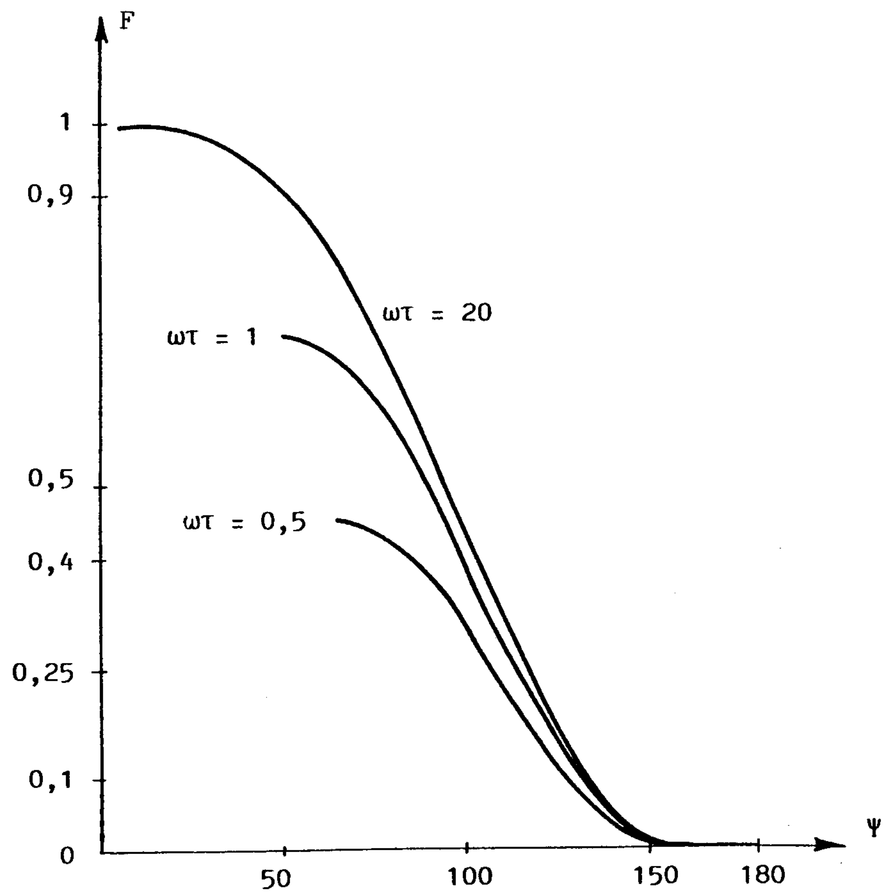


FIGURE 11.

I-323. Caractéristiques $J_n/J\psi_{\ell 0}$, $I_{1n}/I\psi_{\ell 0}$ et $\phi_n/\phi\psi_{\ell 0}$

Pour montrer comment le facteur de puissance se dégrade quand ψ augmente, il est intéressant de calculer le développement en série de Fourier du courant absorbé.

Le développement en série de Fourier ne donnera que des harmoniques impairs, car la demi-onde positive du courant est identique au signe près à la demi-onde négative.

* Développement en série de Fourier des courants polygonaux

On ne trouvera dans ce développement en série que des termes de rang impair : ω, 3ω, 5ω, 7ω, 9ω, ...

$$n = 2K \pm 1$$

La valeur efficace de l'harmonique de rang n est donnée par :

$$I_{1n} = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}$$

avec :

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} i_{1A} \sin n\theta \, d\theta$$

et :

$$B_n = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} i_{1A} \cos n\theta \, d\theta$$

On a calculé numériquement les valeurs de $\frac{I_{1n}}{I_{1\psi_0}}$, soit :

$$\frac{I_{1n}}{U_1/m^2R} \cdot \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

en fonction de ψ pour différentes valeurs de $\omega\tau$, donc de la charge, pour le fondamental (n=1) et les premières harmoniques (n = 3, 5, 7, 9, 11, 13) (FIG. 12a et 12b).

L'examen de ces courbes montre que la réduction de puissance s'effectue au détriment du fondamental, les harmoniques de courant ayant relativement une valeur élevée.

* Développement en série de Fourier du courant en ligne

La somme des courants en ligne $j_A + j_B + j_C$ est égale à zéro (distribution trois fils), donc on ne trouvera pas d'harmonique multiple de 3. Les courants homopolaires circulent librement à l'intérieur du triangle formé par les primaires des transformateurs.

On ne trouvera dans le développement en série que les termes de pulsation ω, 5ω, 7ω, 11ω, 13ω, ... ou plus généralement de rang $n = 6\,K \pm 1$.

La valeur efficace de l'harmonique de rang n est donnée par :

$$J_n = \sqrt{A'^2_n + B'^2_n}$$

avec :

$$A'_n = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} j_A(\theta) \sin n\theta \, d\theta \quad \text{et } B'_n = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} j_A(\theta) \cos n\theta \, d\theta$$

Par la même méthode que pour I_{1n}, on a calculé les valeurs de $J_n/J\psi_0$, soit :

$$\frac{J_{1n}}{U_1/m^2R} \; \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

Les différentes courbes sont représentées par la FIG. 13a et 13b.

* Développement en série de Fourier des flux dans les colonnes

L'objectif concernant les courbes "$\phi_n/\phi\psi_{\ell 0}$" est d'observer l'incidence du flux homopolaire et son évolution dans les différents régimes de fonctionnement.

On ne trouvera dans le développement en série de Fourier du flux que des harmoniques impairs, de rang $n = 2\,K \pm 1$.

La valeur efficace de l'harmonique de rang n est donné par :

$$\phi_n = \sqrt{A''^2_n + B''^2_n}$$

Les coefficients A''_n et B''_n ont comme expressions :

$$A''_n = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} \phi_A (\theta) \sin n\theta \, d\theta$$

$$B''_n = \frac{2}{\pi} \int_{\psi}^{\pi+\psi} \phi_A (\theta) \cos n\theta \, d\theta$$

Le tracé des courbes (FIG. 14a et 14b) montre que le flux homopolaire est important et que sa présence autorise la réduction de l'harmonique 3 des courants polygonaux. Quant aux autres harmoniques, ils demeurent très faibles.

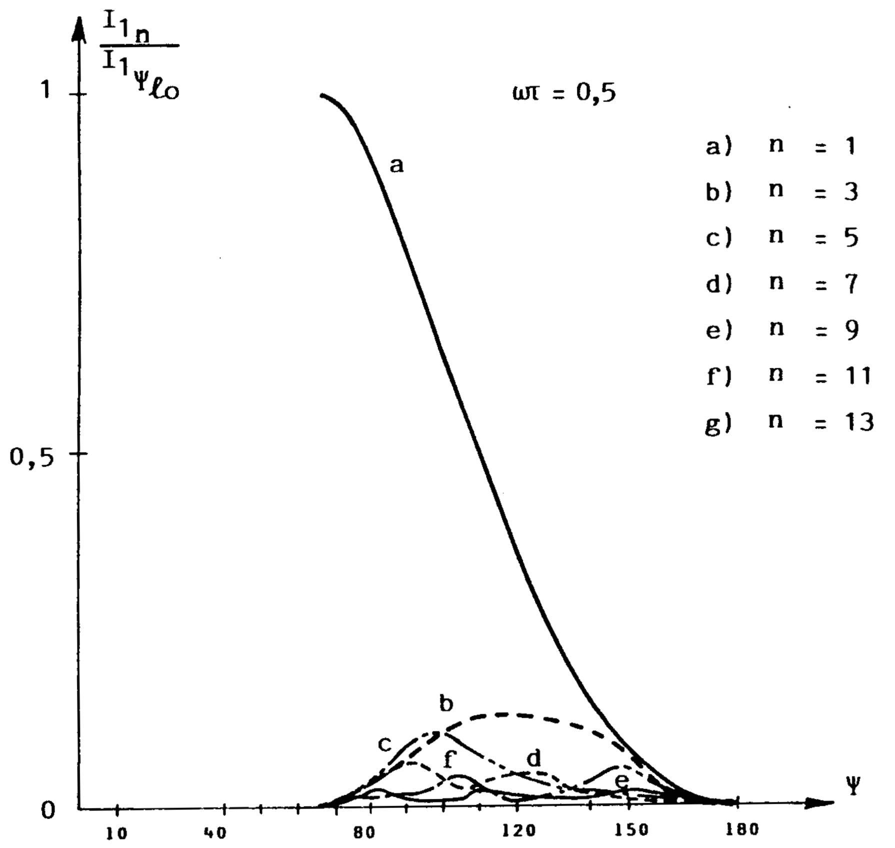


FIGURE 12.a.

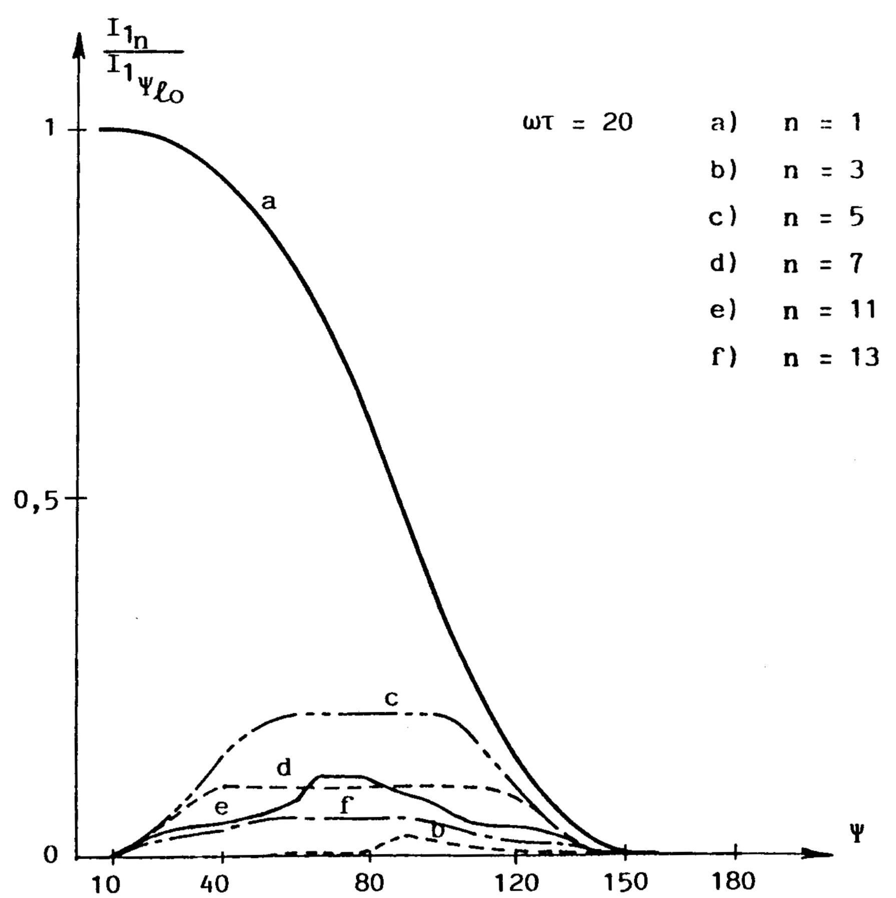


FIGURE 12.b.

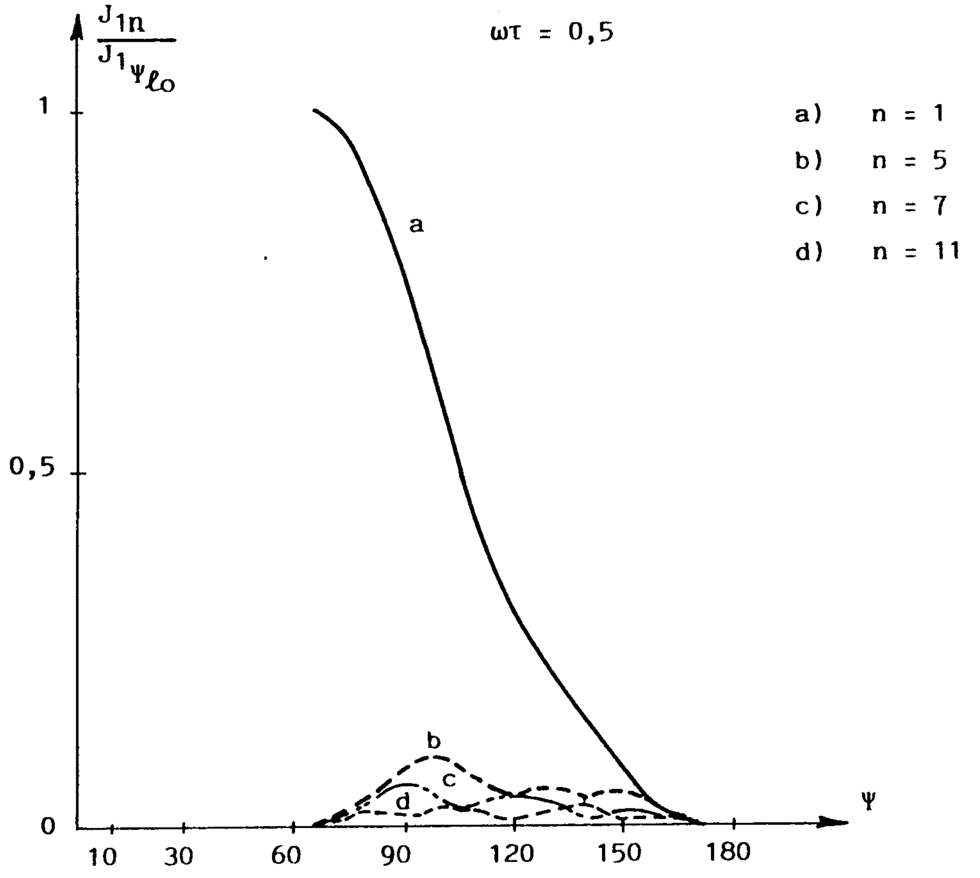


FIGURE 13.a.

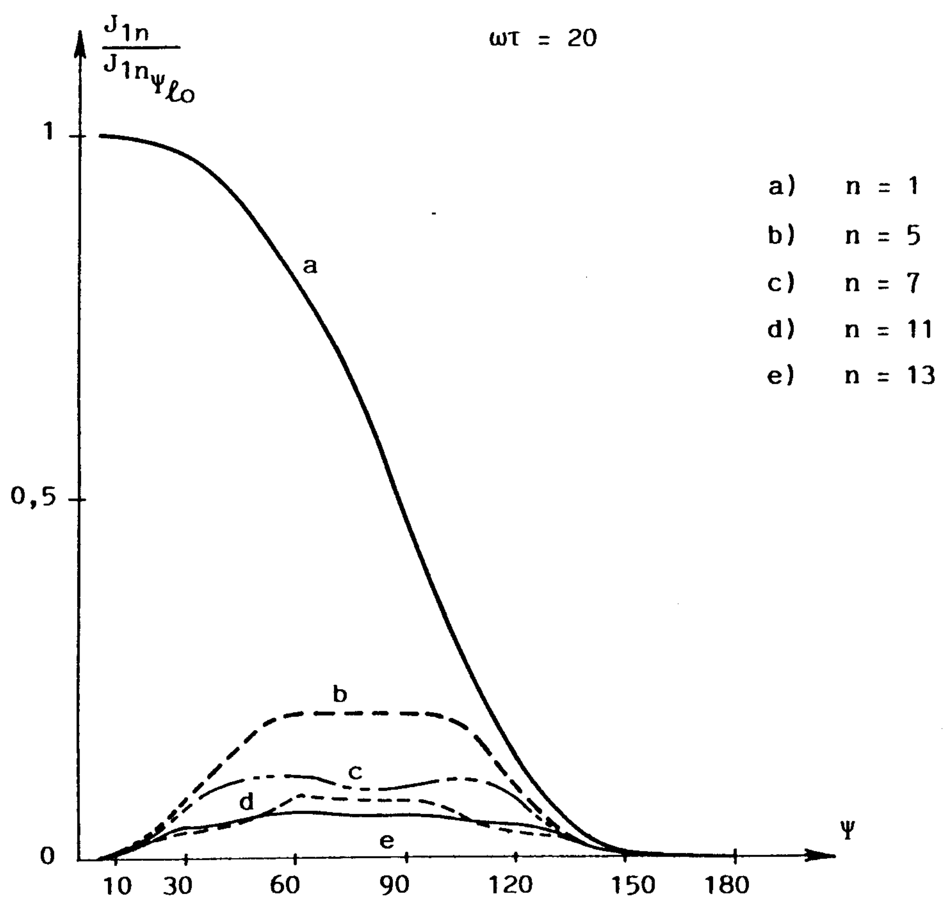


FIGURE 13.b.

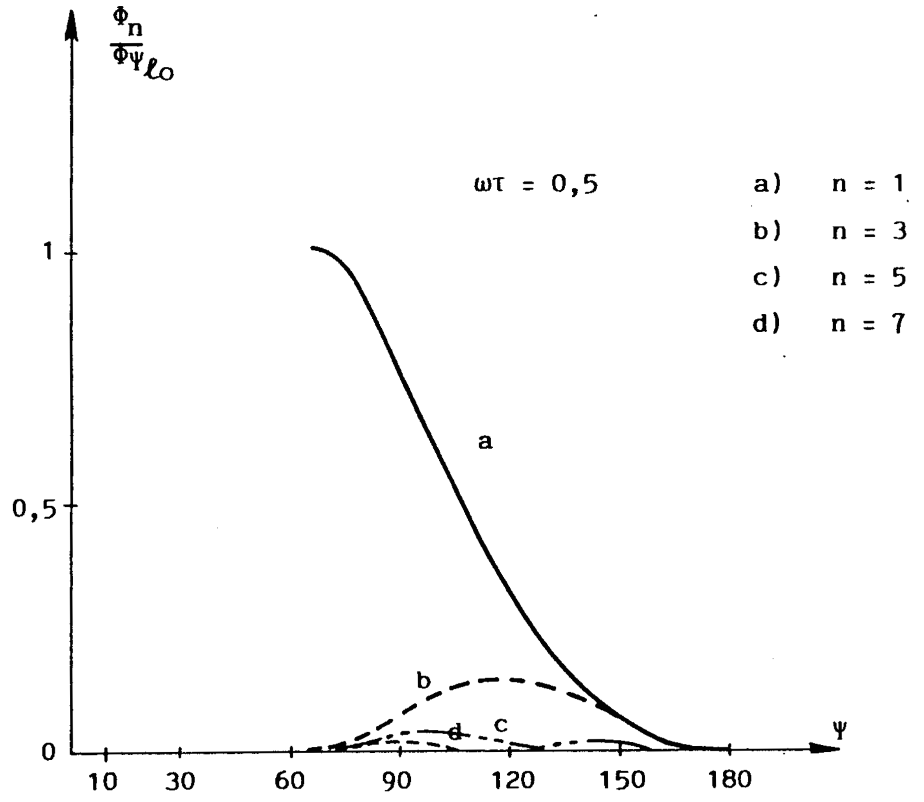


FIGURE 14.a.

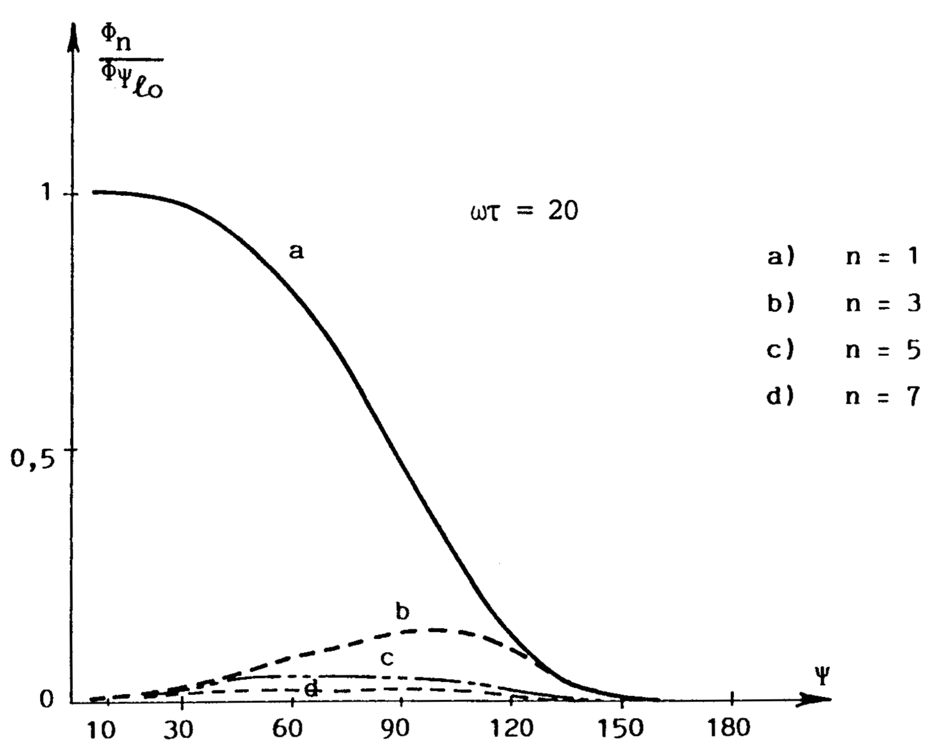


FIGURE 14.b.

I-324) Puissance réactive et déformante

Les tensions d'alimentation étant sinusoïdales, la puissance réactive absorbée est portée par le fondamental .

$$Q = 3\ U\ I_{11}\ \sin\varphi_1 = 3\ U_1\ A_1$$

φ_1 étant le déphasage du courant fondamental I_{11} par rapport à la tension composée d'alimentation.

Les variations de Q ramenées à $S\ \psi_0$ sont représentées par la FIGURE (15). $S\ \psi_0$ étant la puissance apparente absorbée quand le montage fonctionne à pleine onde :

$$\frac{Q}{S\psi_0} = \frac{3\ U_1\ I_{11}\ \sin\ \varphi_1}{3\ U_1\ I_{1\psi_0}} = \frac{I_{11}\ \sin\ \varphi_1}{I_{1\psi_0}} = \frac{I_{11}\ \sin\ \varphi_1}{U_1/m^2R}\ \frac{\omega\tau}{\sqrt{1+(\omega\tau)^2}}$$

On observe que l'énergie réactive consommée lorsque la charge est suffisante, croît avec ψ, passe par un maximum pour ψ voisin de 75°, puis diminue du fait de la réduction importante du fondamental.

La présence d'harmoniques de courant au primaire peut se traduire par la notion de puissance déformante "D". En effet, les tensions du réseau sont parfaitement sinusoïdales. Dans ce cas, seul le fondamental I_{11} des courants polygonaux (I_1) transportant de la puissance active, on a :

$$P_1 = 3\ U\ I_{11}\ \cos\ \varphi_1 \tag{111}$$

La puissance réactive correspondante au fondamental du courant est :

$$Q_1 = 3\ U\ I_{11}\ \sin\ \varphi_1 \tag{112}$$

A partir de ces deux relations, on peut alors définir la puissance apparente du fondamental :

$$S_1 = \sqrt{P_1^{\ 2} - Q_1^{\ 2}} = 3\ U\ I_{11} \tag{113}$$

La puissance déformante, elle, étant égale à :

$$D = \sqrt{S^2 - S_1^{\ 2}}$$

La puissance apparente totale est égale au produit des valeurs efficaces de la tension et du courant, se traduisant par la relation suivante :

$$S = 3\ U\ I_1$$
$$\text{avec } I_1 = \sqrt{I_{11}^2 + I_{13}^2 + I_{15}^2 + I_{17}^2 + \ldots}$$

On peut alors exprimer la puissance déformante D par l'expression :

$$D = 3\ U \sqrt{I_1^2 - I_{11}^2} = 3\ U \sqrt{I_{13}^2 + I_{15}^2 + I_{17}^2 + \ldots}$$

En ramenant D à la puissance apparente $S\psi_0$ absorbée pour $\psi = \psi_0$:

$$\frac{D}{S\,\psi_0} = \frac{3\ U \sqrt{I_{13}^2 + I_{15}^2 + I_{17}^2 + \ldots}}{3\ U\ I_{1\,\psi_0}} = \frac{\sqrt{I_{13}^2 + I_{15}^2 + I_{17}^2 + \ldots}}{\dfrac{U_1}{m^2 R}} \quad \frac{\omega\tau}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

L'expression de D traduit bien le lien entre la puissance déformante et la présence d'harmoniques de courant dans le triangle et, par conséquent, également en ligne.

Le calcul numérique nous a permis d'obtenir les différentes valeurs et le tracé de ces courbes (FIG.16).

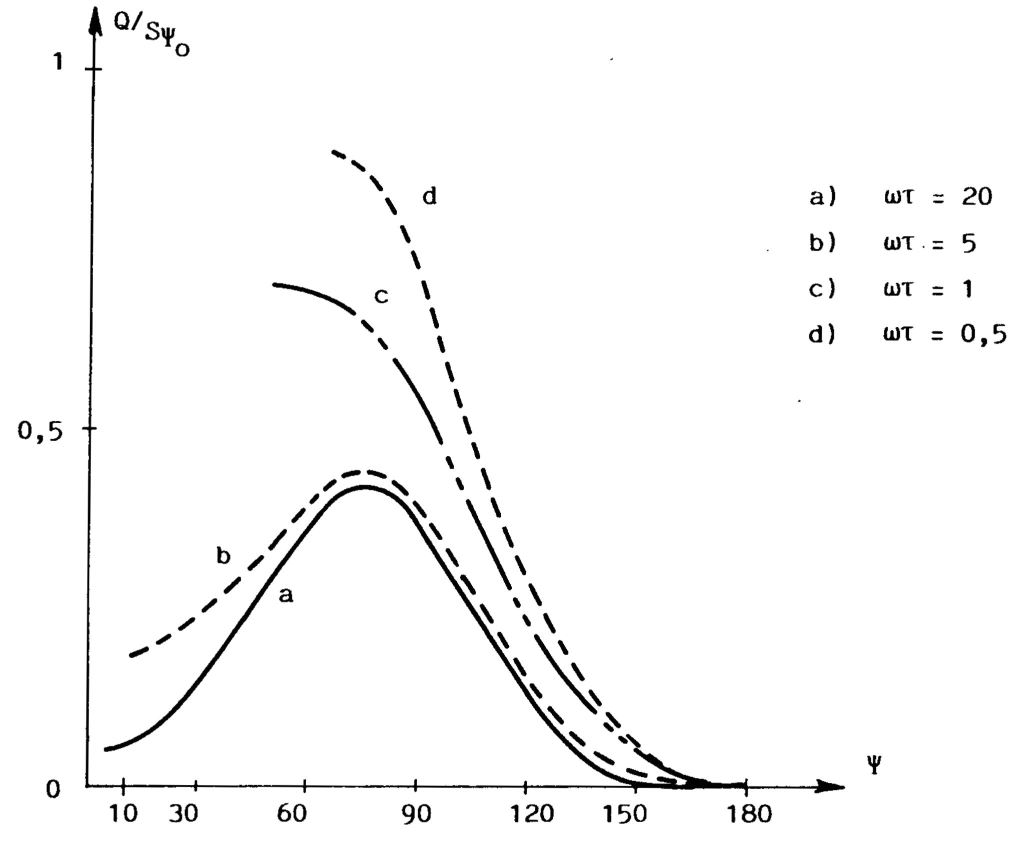


FIGURE 15.

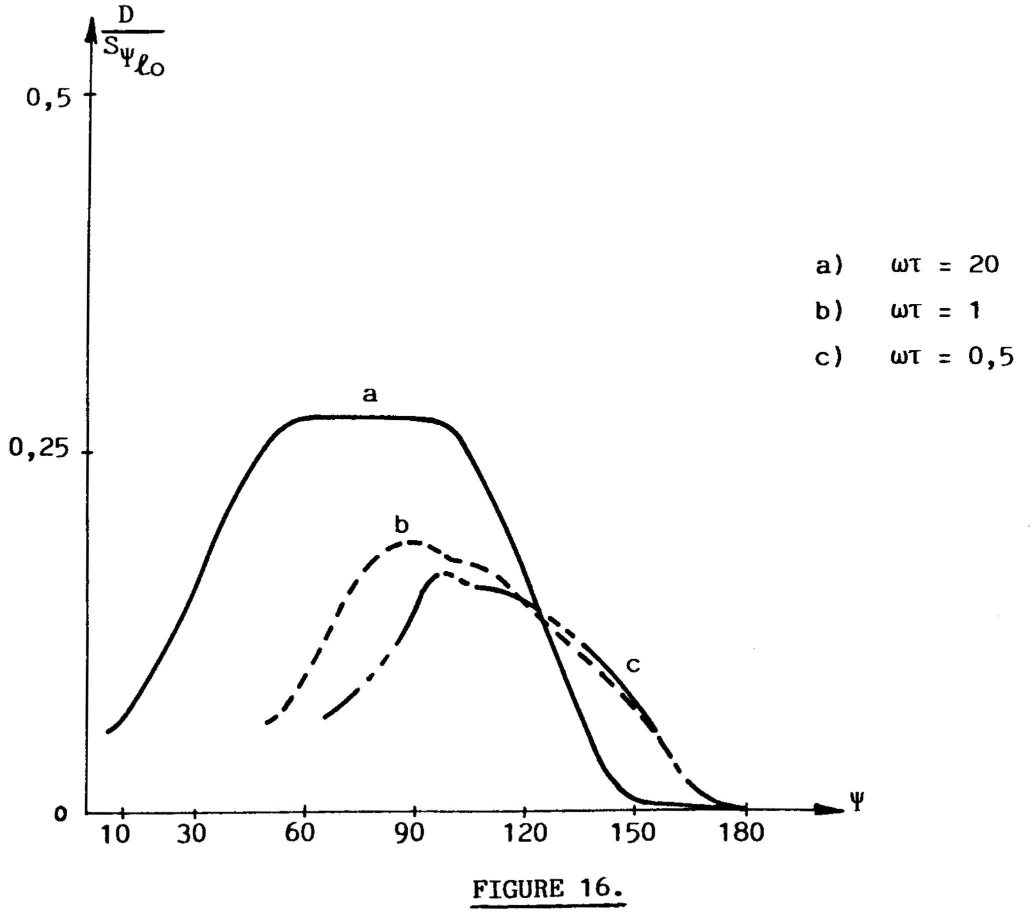


FIGURE 16.

II - MONTAGE A FLUX FORCES

Ce montage a fait l'objet d'une étude antérieure de notre Equipe de Recherche (FIG.17). Nous allons indiquer ici les résultats des calculs qui vont nous servir à la comparaison avec le montage précédent à flux libres.

II-1 - Découpage en modes

Montage étudié

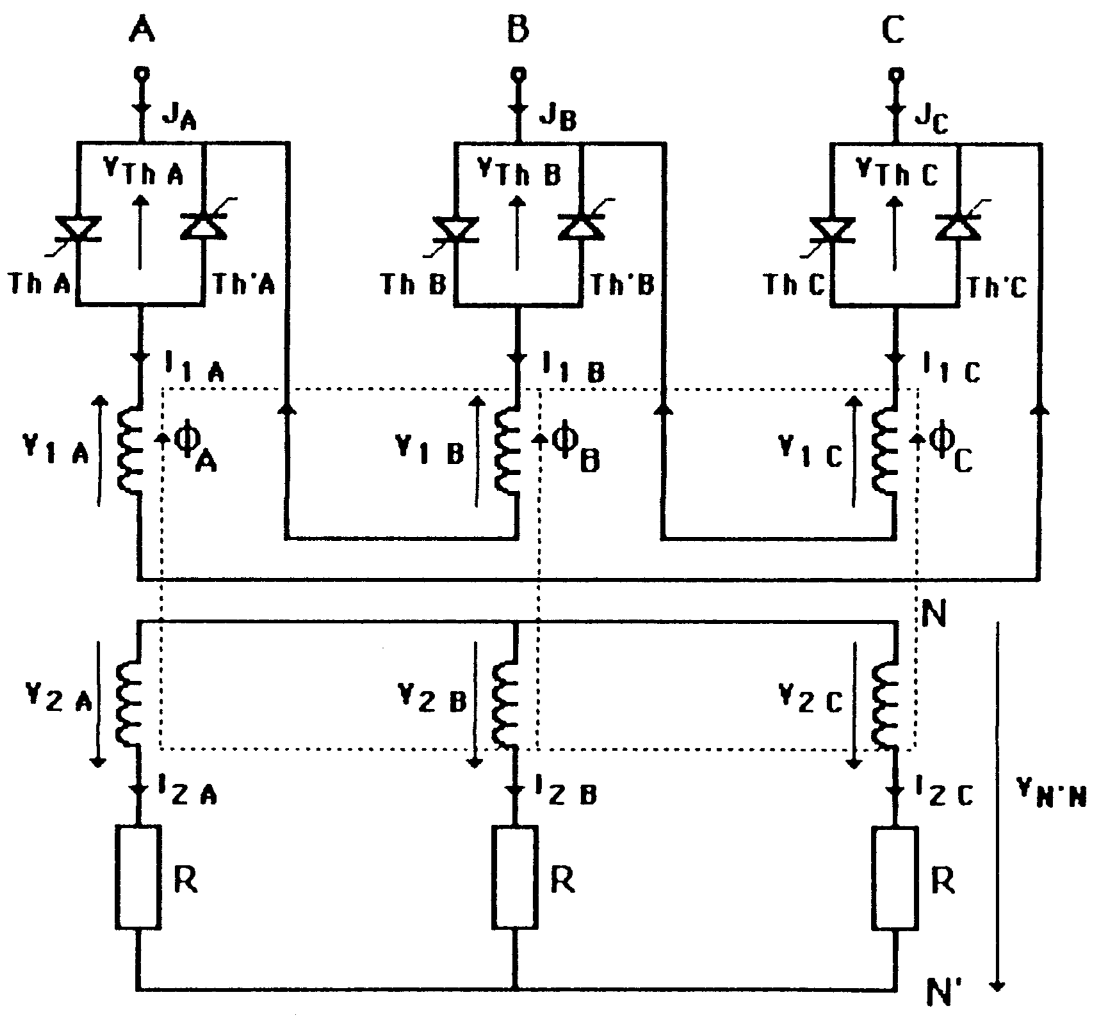


FIGURE 17

L'étude analytique a montré l'existence de 3 modes de fonctionnement.

<u>1er mode de fonctionnement</u>

Conduction de 2 ou 1 thyristor(s)
Il y a deux intervalles de conduction :
Pendant le 1er intervalle ($\psi \leqslant \theta \leqslant \theta_1$), Th_A et Th'_B sont conducteurs.
Pour le 2ème intervalle ($\theta_1 \leqslant \theta \leqslant \psi + \frac{\pi}{3}$), seul Th_A est passant.

$\frac{\Theta_1}{\omega}$ étant l'instant d'annulation du courant dans Th'_B

Ce mode existe pour ψ compris entre les deux limites suivantes :
* une limite basse notée $\psi_{\ell 0}$
* une limite haute notée $\psi_{\ell 1}$

<u>2ème mode de fonctionnement</u>

Un seul thyristor passant pendant l'intervalle d'étude $\frac{\pi}{3}$
Soit : Th_A, lequel conduit de ψ à $\psi + \frac{\pi}{3}$
Ce mode existe pour ψ compris entre : $\psi_{\ell 1}$ (limite basse) et $\psi_{\ell 2}$ (limite haute).

<u>3ème mode de fonctionnement</u>

Un seul ou aucun thyristor passant. Th_A conduit de ψ à θ_3 ($\frac{\theta_3}{\omega}$ étant l'instant critique d'annulation du courant dans Th_A). Il y a donc deux intervalles de conduction. Et ce mode existe pour ψ compris entre $\psi_{\ell 3}$ (limite basse) et $\psi_{\ell 4}$ (limite haute).

II-2 - <u>Résultats de l'étude</u>

Les courbes des limites de modes ainsi que les angles critiques sont représentés par les FIGURES 18 et 19.

Les formes d'onde en grandeurs réduites des flux, tensions et courants sont tracées pour deux valeurs de $\omega\tau$ (0,5 et 20), (planches 10 à 15).

Les différentes caractéristiques font référence aux FIGURES 20 à 30.

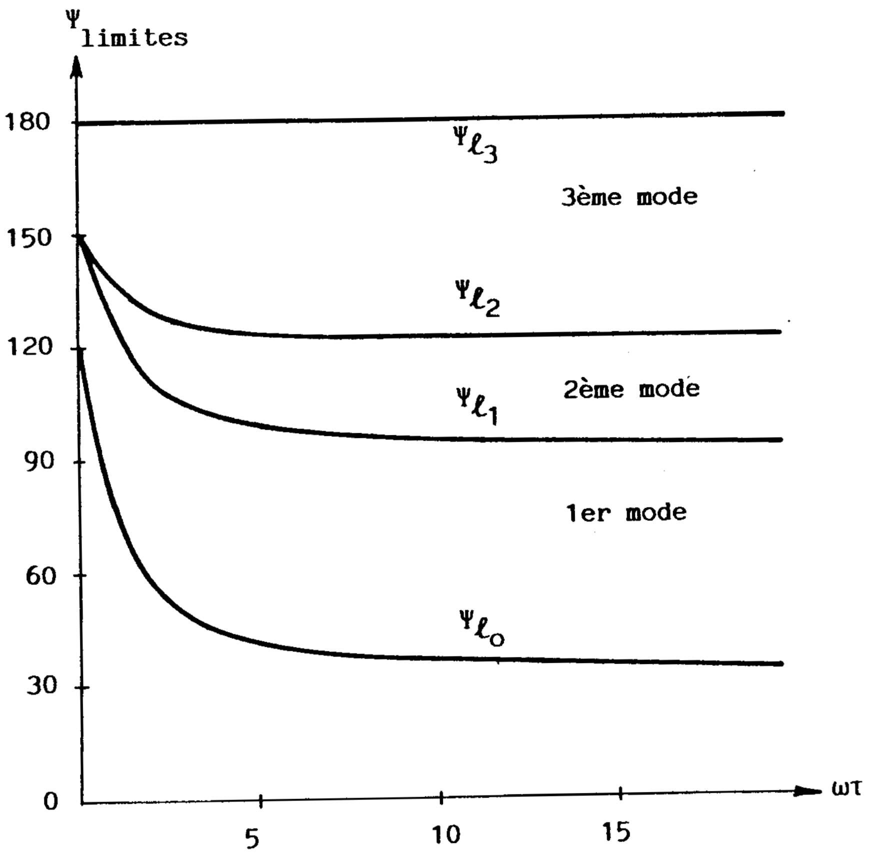


FIGURE 18.

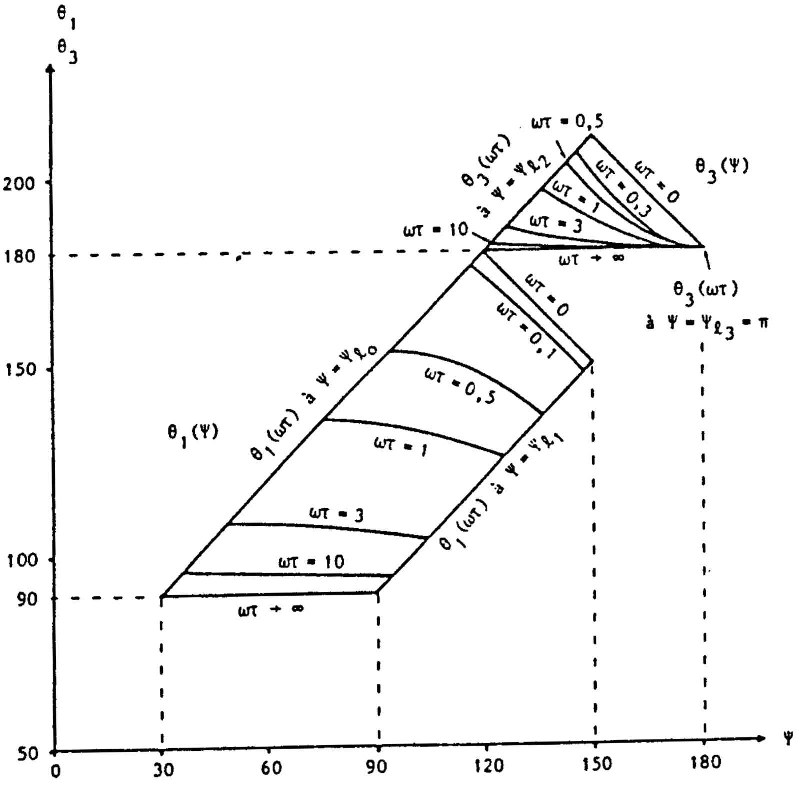
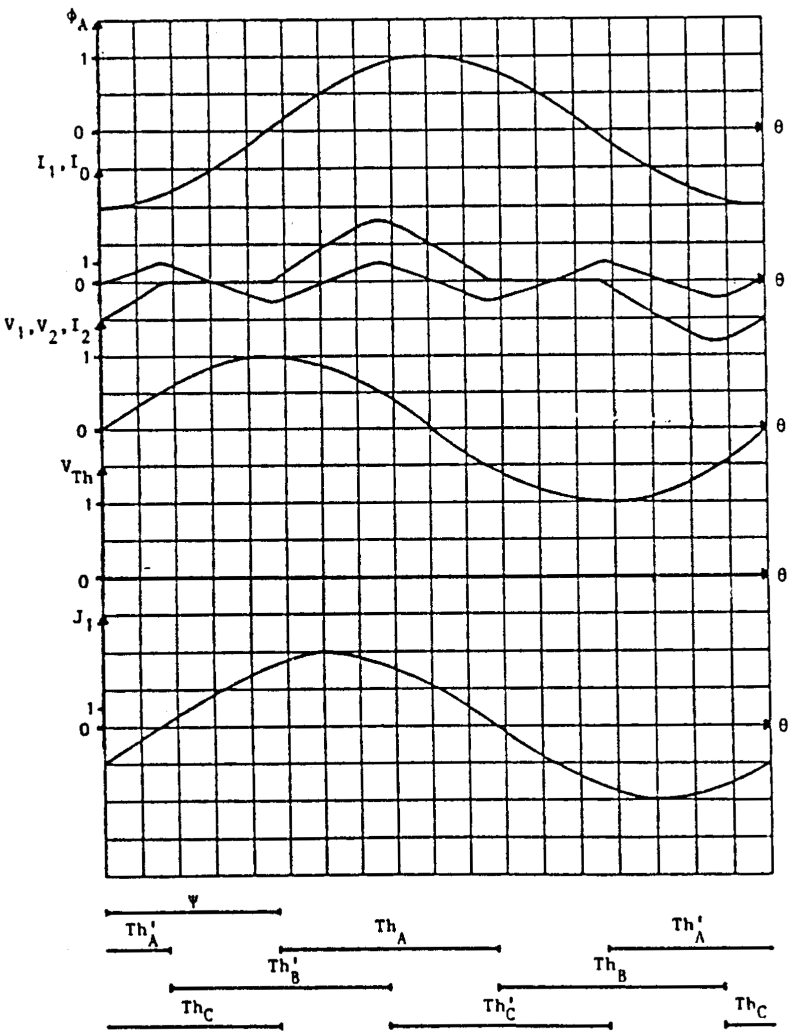
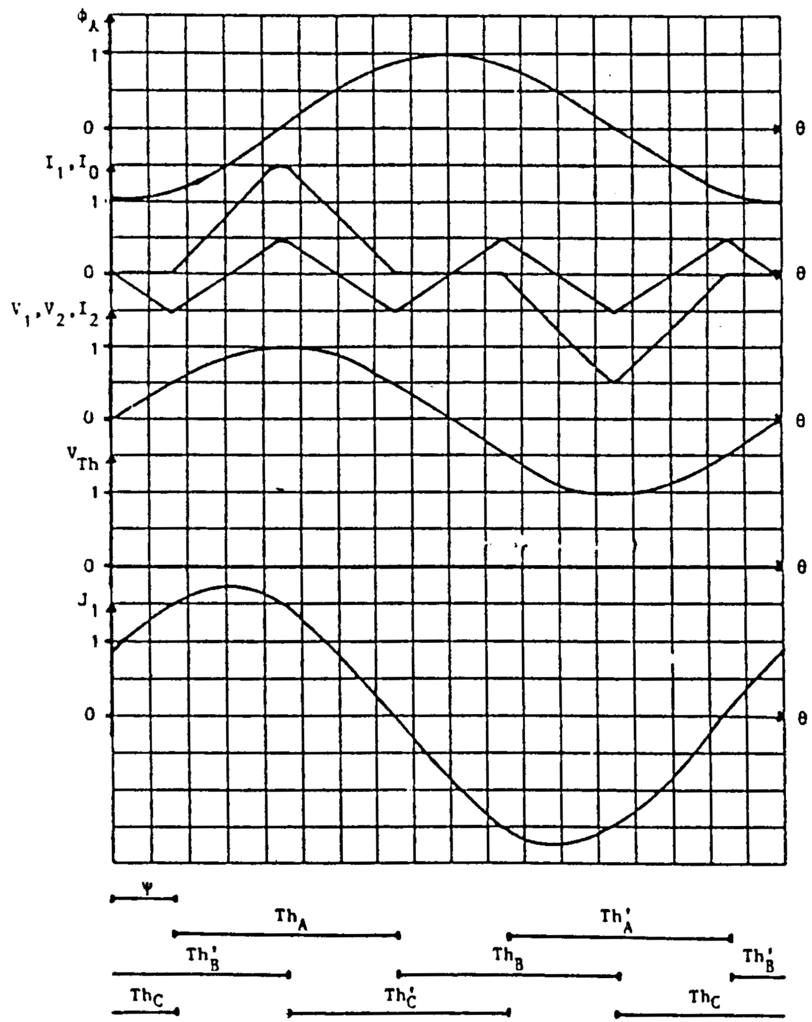


FIGURE 19.



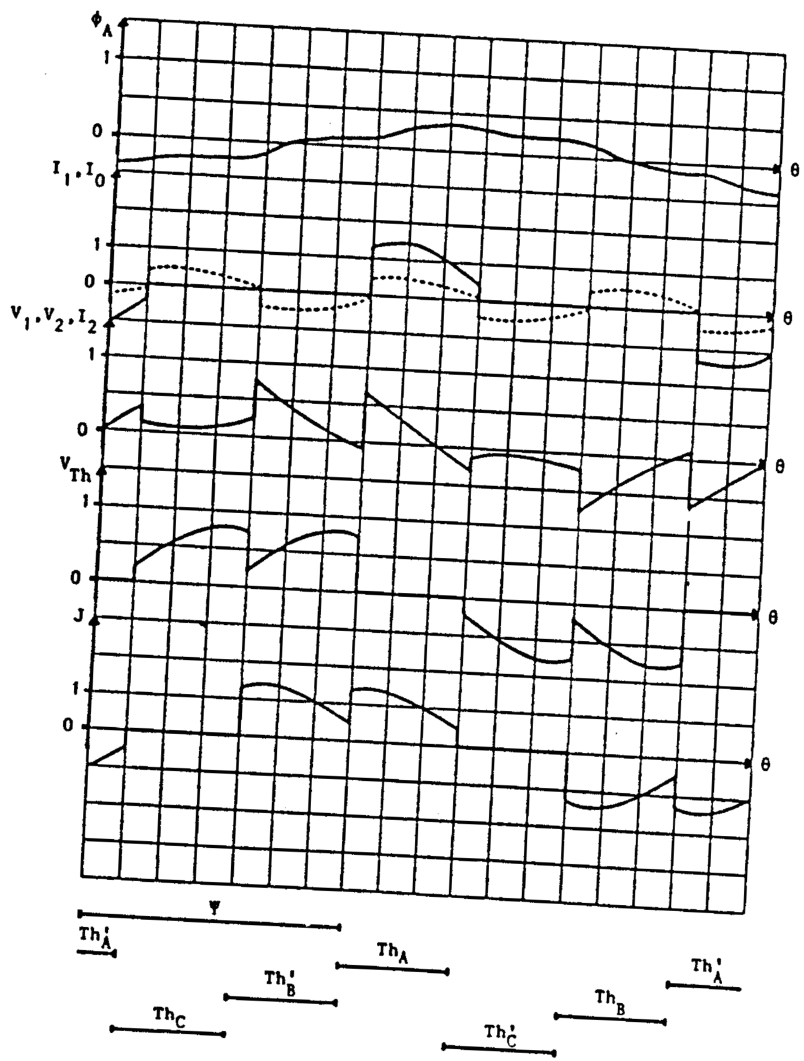
$\omega\tau = 0,5 \quad \Psi = \Psi_{\ell_o} = 93,43 \quad \theta_1 = 153,43 \quad$ mode 1

PLANCHE 10.



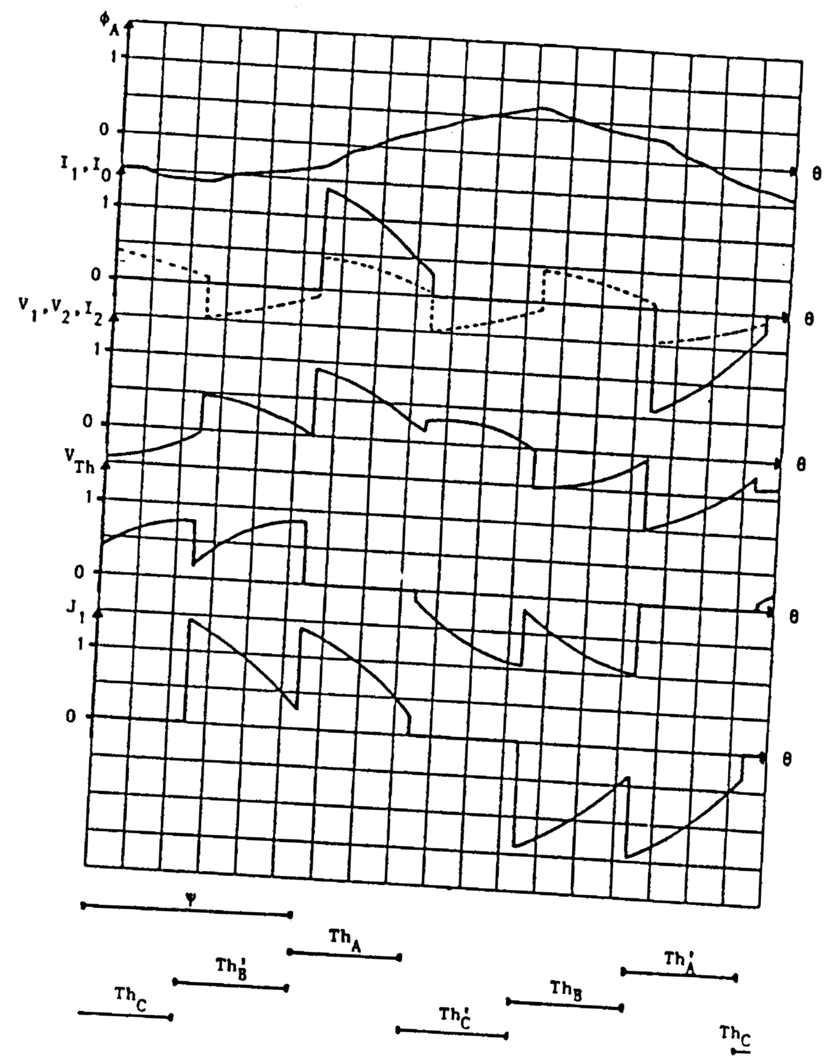
$\omega\tau = 20 \quad \Psi = \Psi_{\ell_o} = 32 \quad \theta_1 = 93 \quad$ mode 1

PLANCHE 11.



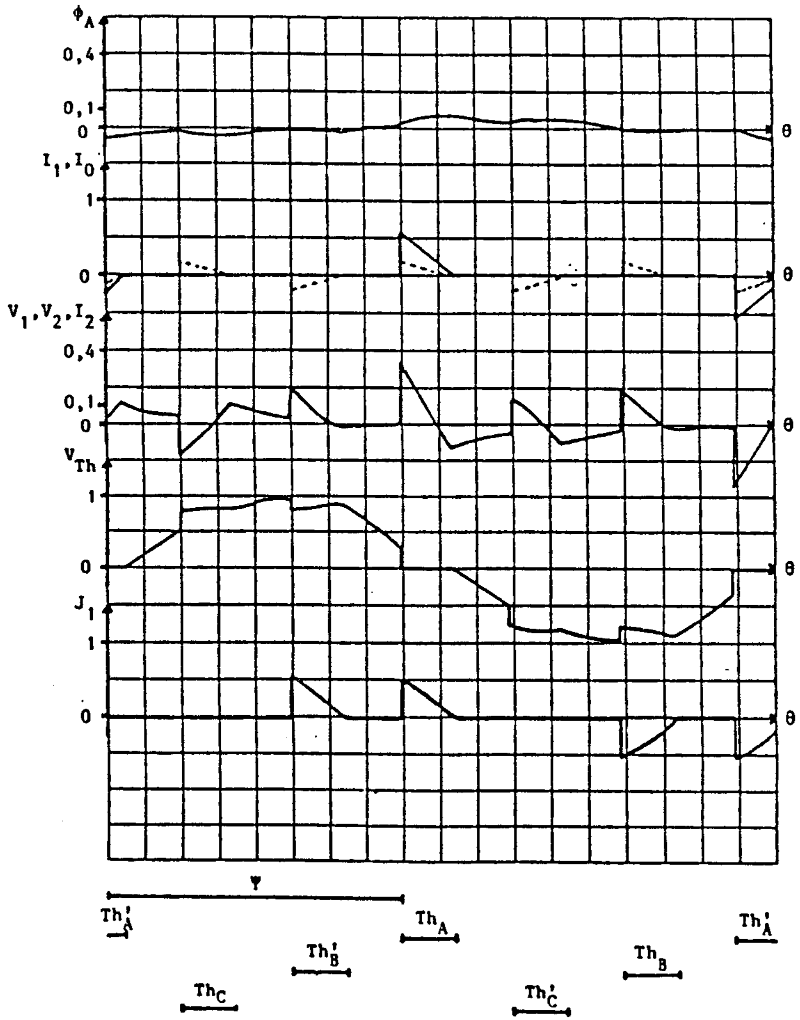
$\omega\tau = 0,5 \quad \Psi = 140 \quad$ mode 2

PLANCHE 12.



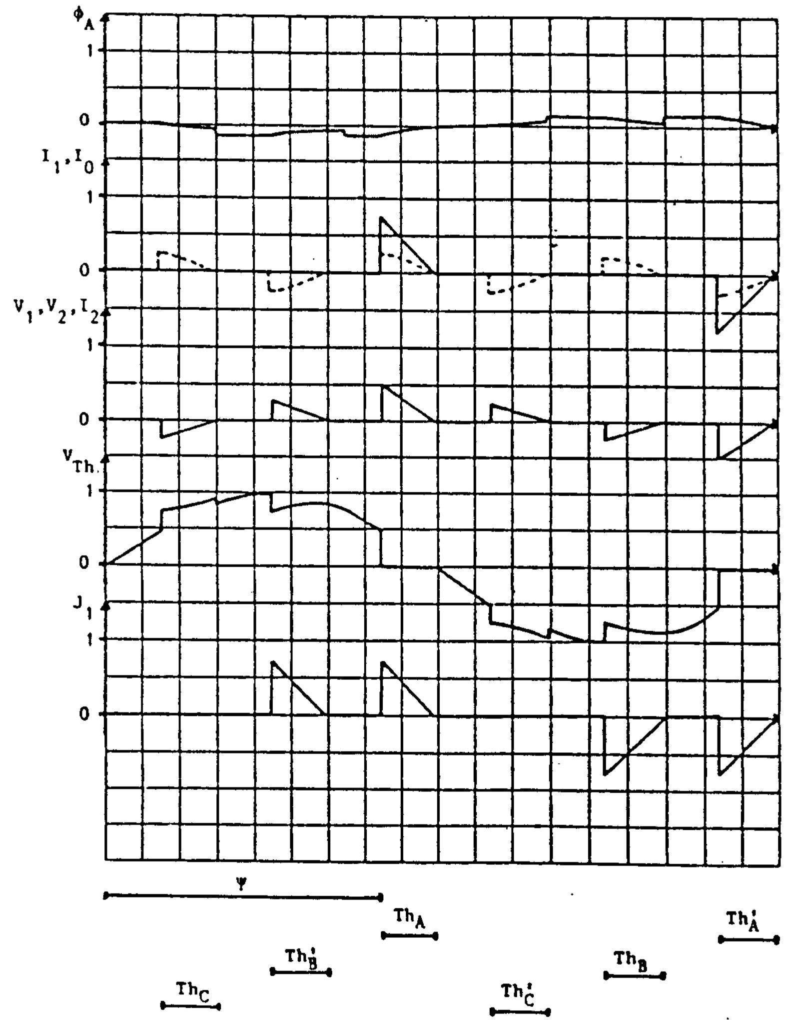
$\omega\tau = 20 \quad \Psi = 110 \quad$ mode 2

PLANCHE 13.



$\omega\tau = 0{,}5 \quad \Psi = 160 \quad \theta_3 = 187 \quad$ mode 3

PLANCHE 14.



$\omega\tau = 20 \quad \Psi = 150 \quad \theta_3 = \Psi_{\ell 3} = 180 \quad$ mode 3

PLANCHE 15.

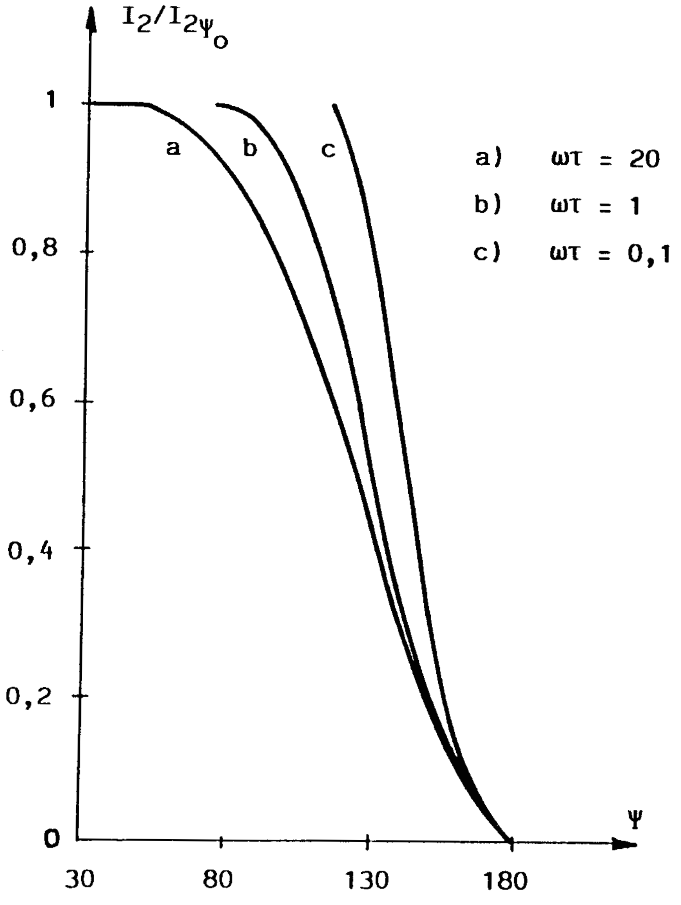


FIGURE 20.

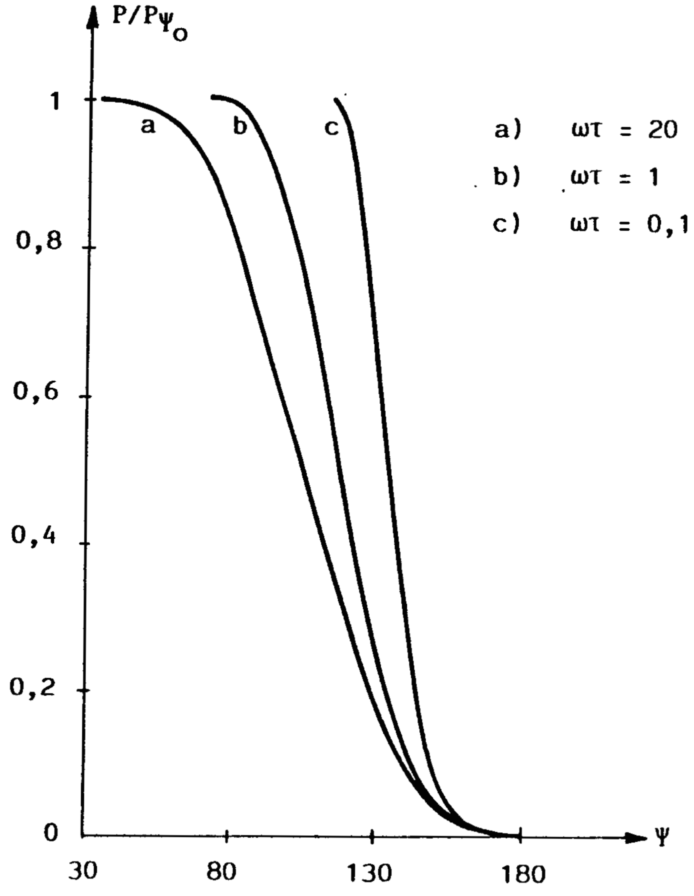


FIGURE 21.

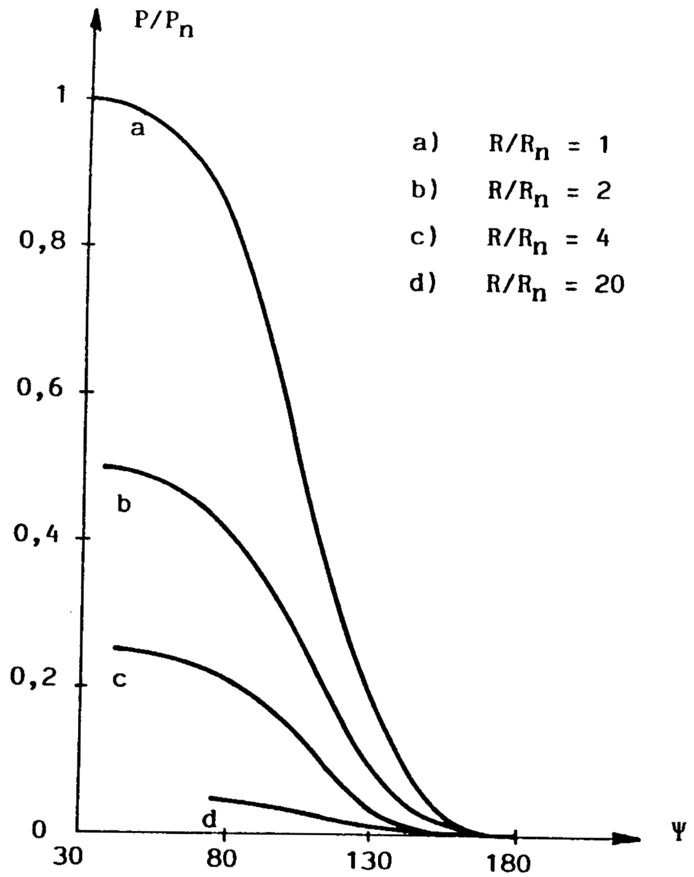


FIGURE 22.

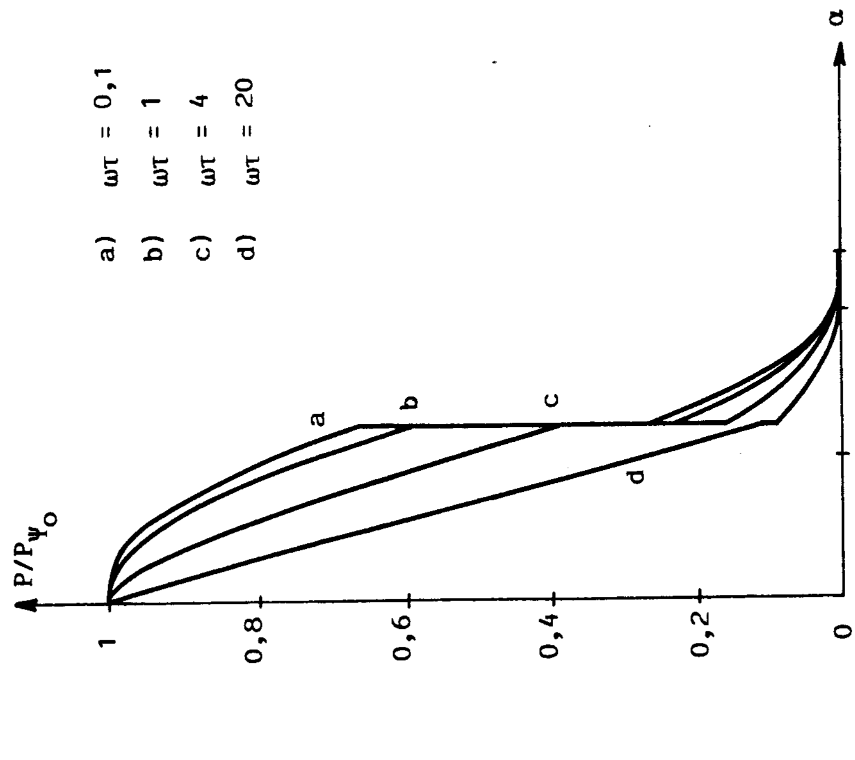


FIGURE 23.

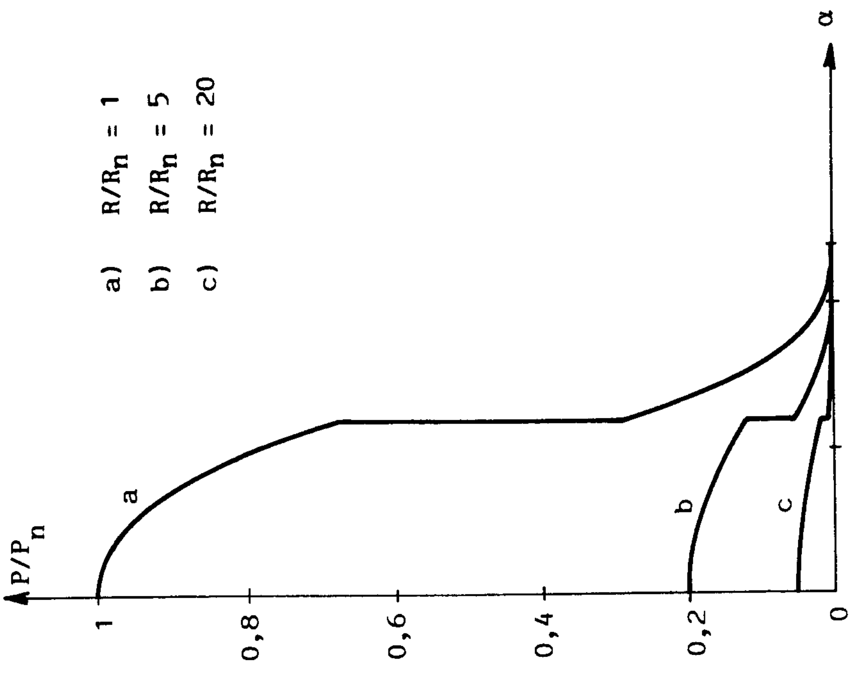


FIGURE 24.

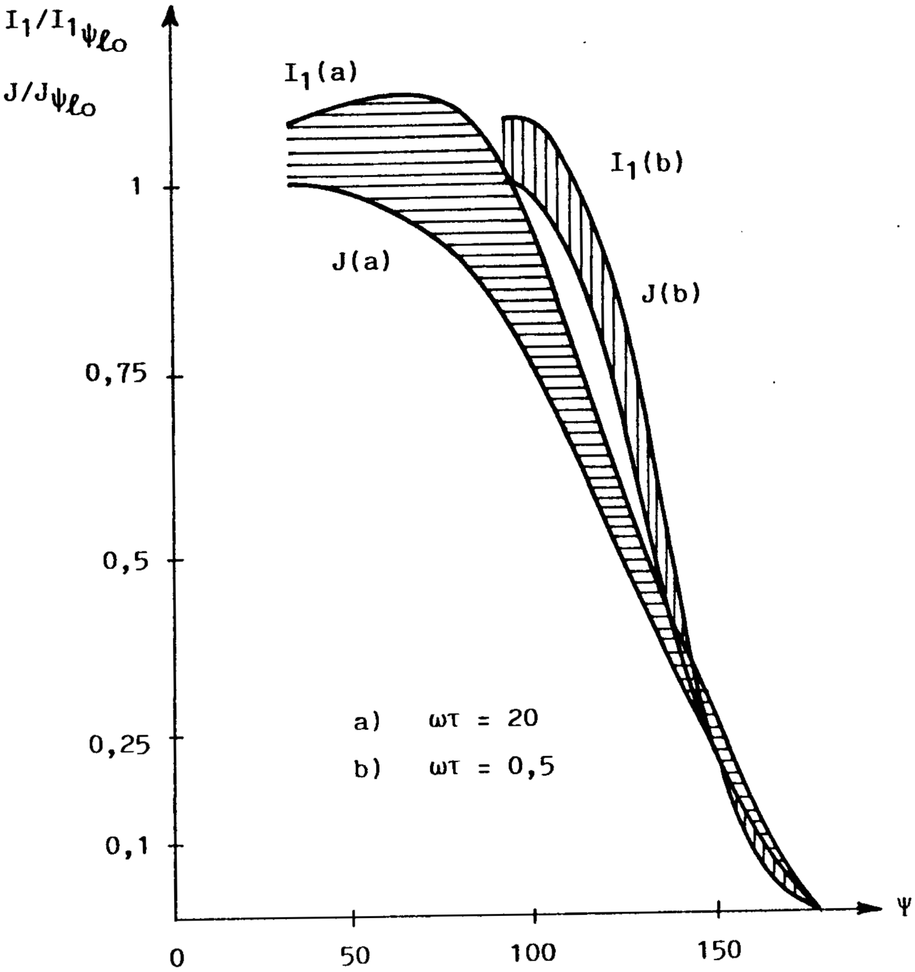


FIGURE 25.

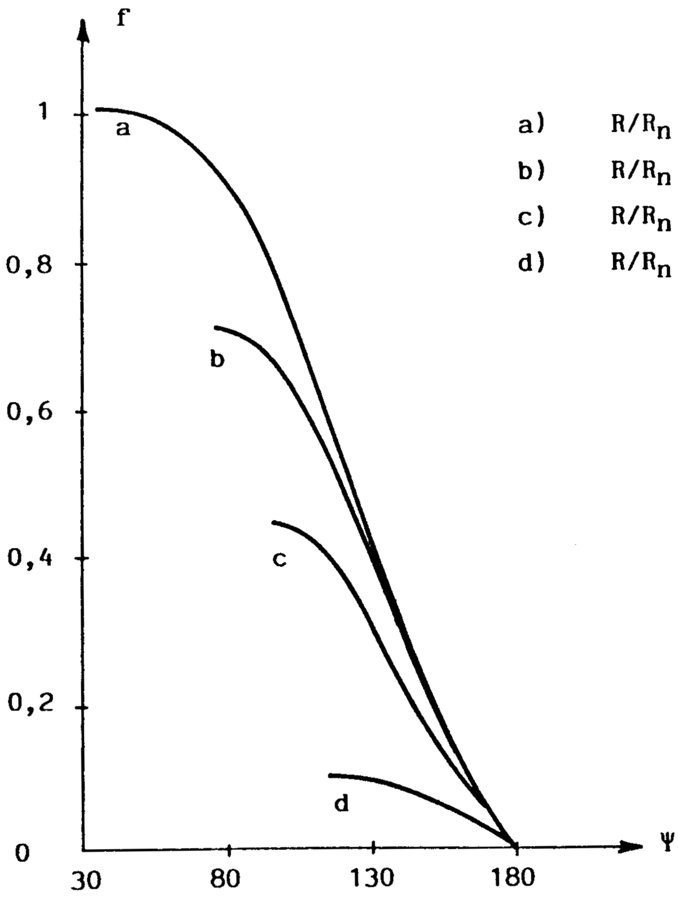


FIGURE 26.

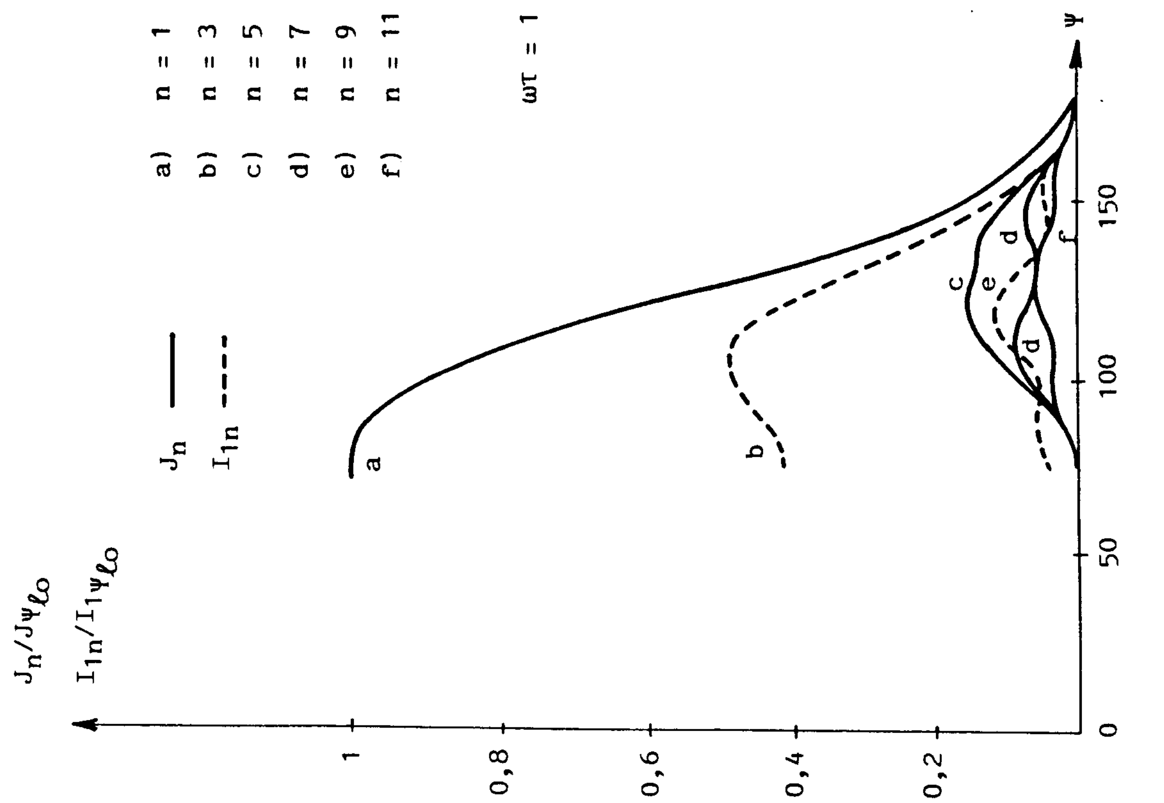


FIGURE 27.

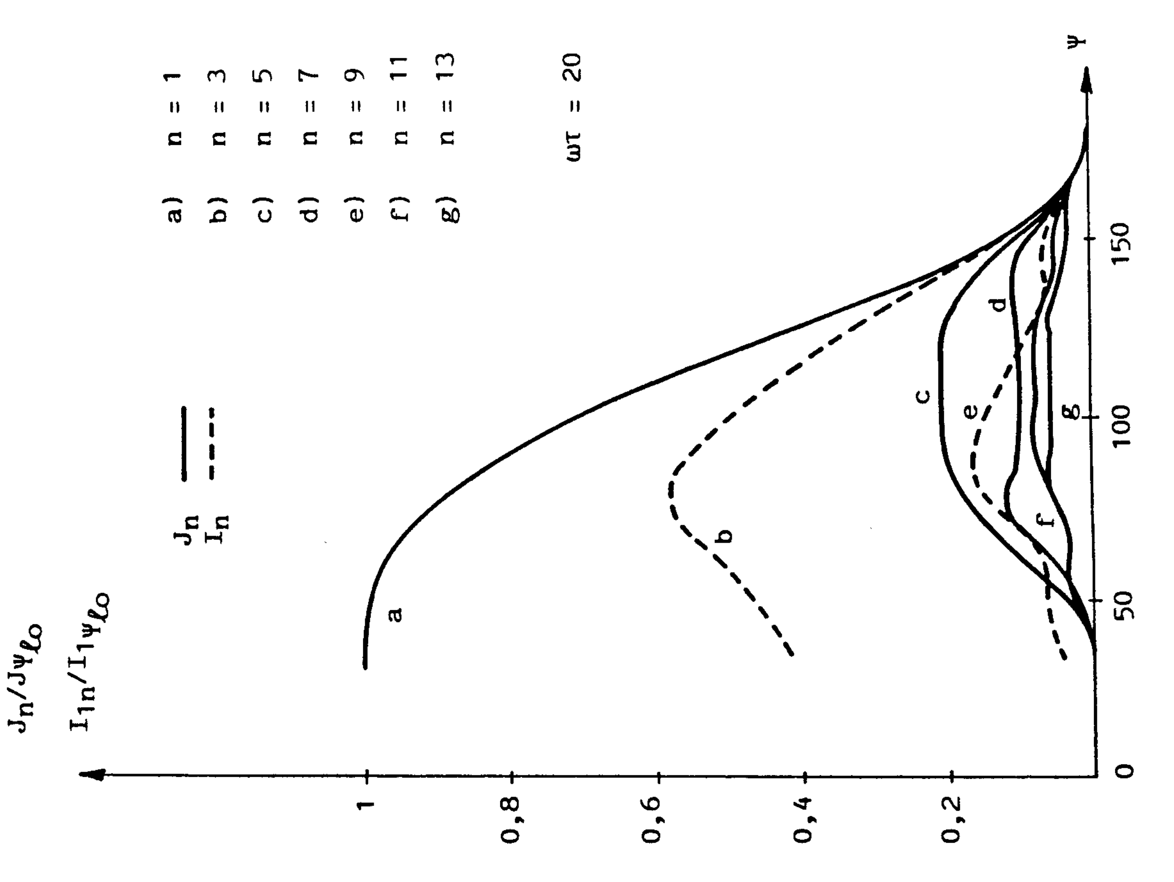


FIGURE 28.

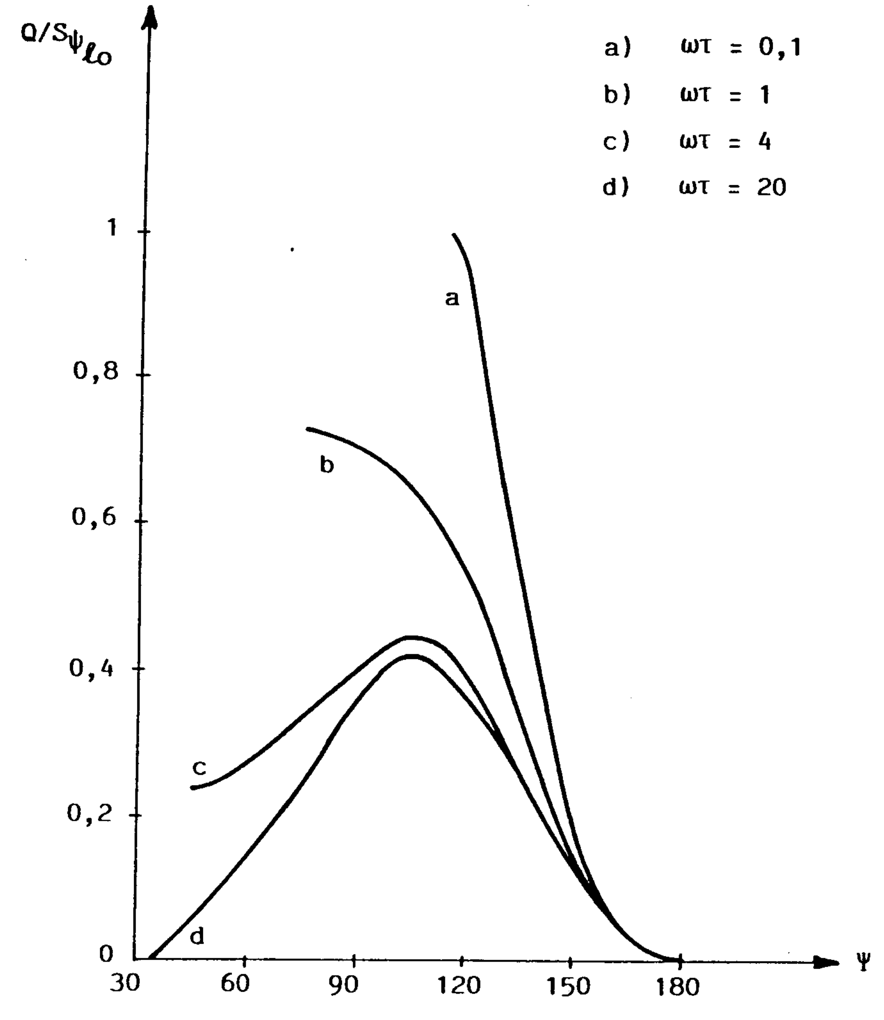


FIGURE 29.

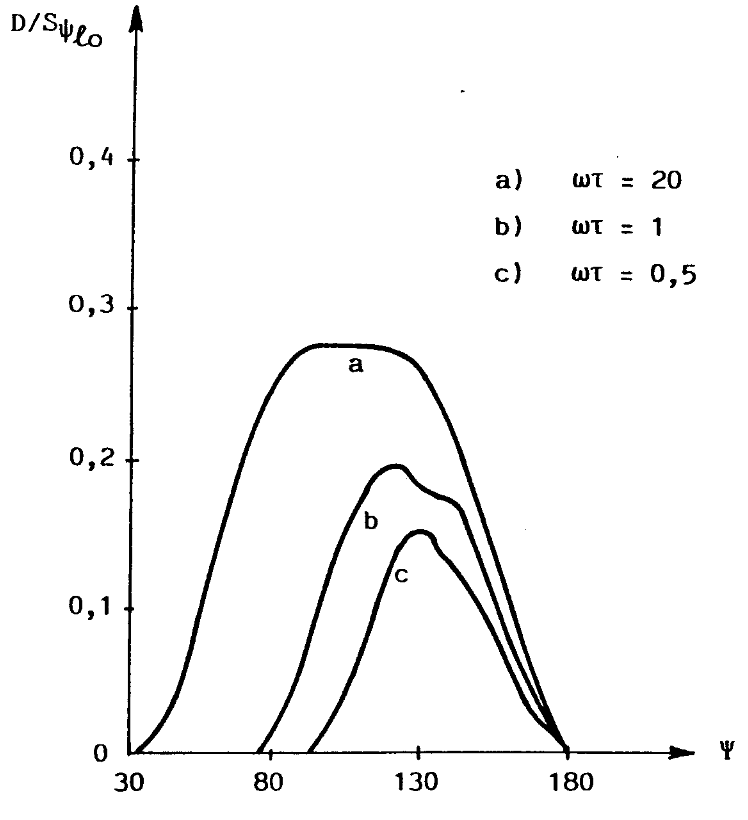


FIGURE 30.

CHAPITRE II

CHAPITRE II : ETUDE DU REGIME PERMANENT DESEQUILIBRE

I - INCIDENCE D'UNE COUPURE DE CHARGE DU MONTAGE A TROIS TRANSFORMATEURS MONOPHASES

I-1. Etude analytique

Le déséquilibre du montage étudié concerne la rupture d'une des trois résistances de charge, disposées aux secondaires des transformateurs. Cet incident est le plus prévisible dans ce type d'utilisation au niveau industriel.

Le cas de la rupture de plus d'une phase ne mérite pas notre attention puisque les trois transformateurs seront alors à vide.

I-11 - Montage étudié - Hypothèses et notations

Les gradateurs sont toujours constitués de trois groupes de deux thyristors : Th_A - Th'_A, Th_B - Th'_B, Th_C - Th'_C connectés en "parallèle inverse" et insérés dans le triangle formé par les enroulements primaires. Les secondaires, couplés en étoile, alimentent un récepteur formé de deux résistances égales, de valeur R.

On garde les mêmes symboles et les mêmes notations, on admet qu'il y a rupture au niveau de la 3ème colonne (C) (FIG. 33).

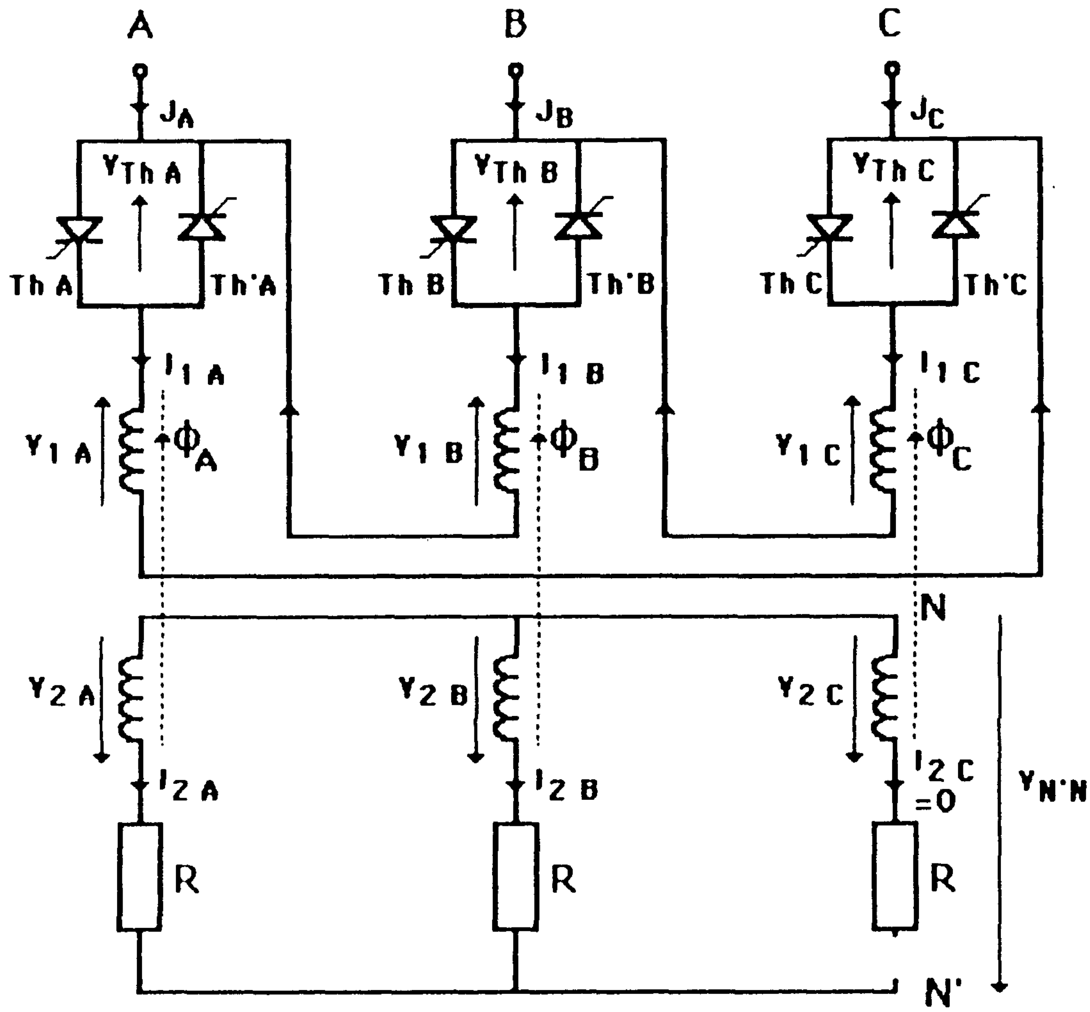


FIGURE 33

Le transformateur est à flux libres, on néglige la résistance des enroulements, la saturation et les fuites magnétiques.

I-12 - Relations générales

Le montage est toujours alimenté par le réseau de distribution, équilibré et de système direct.

$$[u] = U_M \begin{bmatrix} \sin\theta \\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

avec $\theta = \omega t$ $\quad U_M = U\sqrt{2}$ $\quad \omega = 2\pi f$ $\quad f = 50$ HZ

Equations des mailles magnétiques

La somme des flux dans les noyaux peut être différente de zéro, du fait que les transformateurs sont à flux libres.

L'indépendance des flux autorise la compensation, par noyau, des ampères-tours, ce qui se traduit par les relations suivantes :

$$(1)\qquad \begin{array}{l} (a) \\ \\ (b) \\ \\ (c) \end{array} \quad \begin{cases} n_1\ i_{1A} = n_2\ i_{2A} + \mathcal{R}\ \phi_A \\ \\ n_1\ i_{1B} = n_2\ i_{2B} + \mathcal{R}\ \phi_B \\ \\ n_1\ i_{1C} = \mathcal{R}\ \phi_C \end{cases}$$

$$[i_1] = \frac{1}{m}\ [i_2] + \frac{\mathcal{R}}{n_1}\ [\phi] \qquad \underline{\text{avec } i_{2C} = 0}$$

On débloque les thyristors tous les sixièmes de période, et les impulsions sont suffisamment larges pour éliminer tout fonctionnement anormal des semi-conducteurs.

L'ordre d'enclenchement est le suivant :

Th_A, Th'_C, Th_B, Th'_A, Th_C, Th'_B

Le retard à l'amorçage du thyristor Th_A, par rapport à la tension composée U_{AC}, est noté ψ.

Toutes les relations générales sont indépendantes de ψ, elles ne dépendent que des caractéristiques du montage étudié.

Equations des tensions

$$(2)\qquad [v_1] = \begin{bmatrix} v_{1A} \\ v_{1B} \\ v_{1C} \end{bmatrix} = n_1 \frac{d}{dt}\ [\phi]$$: tensions aux bornes des enroulements primaires

$$(3)\qquad [v_2] = \begin{bmatrix} v_{2A} \\ v_{2B} \\ v_{2C} \end{bmatrix} = n_2 \frac{d}{dt}\ [\phi]$$: tensions aux bornes des enroulements secondaires

$$(4)\qquad [v_{Th}] = \begin{bmatrix} v_{Th_A} \\ v_{Th_B} \\ v_{Th_C} \end{bmatrix} = [\,u\,] - [v_1]$$: tensions aux bornes des thyristors

Equations des courants

(5) $$[i_1] = \begin{bmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{bmatrix}$$: courants dans les enroulements primaires

(6) $$[i_2] = \begin{bmatrix} i_{2A} \\ i_{2B} \\ i_{2C} \end{bmatrix}$$: courants dans les enroulements secondaires

(7) $$[j] = \begin{bmatrix} j_A \\ j_B \\ j_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{1A} - i_{1B} \\ i_{1B} - i_{1C} \\ i_{1C} - i_{1A} \end{bmatrix}$$: courants en ligne

La somme instantanée des courants en ligne est toujours nulle (distribution 3 fils) :

$$j_A + j_B + j_C = 0$$

$$i_{2A} + i_{2B} = 0$$

$$\phi_A + \phi_B + \phi_C \neq 0$$

$$i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 3\ i_o$$

On peut écrire encore :

$$v_{N'} - v_N = v_{2A} - R\ i_{2A} = v_{2B} - R\ i_{2B}$$

$$2(v_{N'} - v_N) = v_{2A} + v_{2B} - R(i_{2A} + i_{2B})$$

$$v_{N'N} = v_{N'} - v_N = \frac{1}{2}\ (v_{2A} + v_{2B})$$

$$[v_2] = R\ [i_2] + [v_{N'N}]$$

$$i_{2A} = \frac{v_{2A} - v_{N'N}}{R} = \frac{1}{R}\ [v_{2A} - \frac{1}{2}\ (v_{2A} + v_{2B})]$$

(8)
$$i_{2A} = \frac{1}{2R}\ [v_{2A} - v_{2B}]$$

$$i_{2B} = \frac{1}{2R}\ [v_{2B} - v_{2A}]$$

$$i_{2A} = -\ i_{2B} \quad , \quad i_{2C} = 0$$

Relation de compensation des A.t :

(a) + (b) + (c) $\rightarrow$

$$\Phi_A + \Phi_B + \Phi_C = \frac{n_1}{R} (i_{1A} + i_{1B} + i_{1C})$$

(9) $$R\ \phi_o = n_1\ i_o$$

avec : i_o = courant homopolaire circulant dans le triangle formé par les primaires

ϕ_o = flux homopolaire circulant dans chaque circuit magnétique

En conclusion : la circulation d'un courant homopolaire dans les primaires entraîne une circulation d'un flux homopolaire dans chaque circuit magnétique.

I-13 - Etude du fonctionnement

Le montage n'étant plus symétrique, les grandeurs électriques relatives à chaque phase n'ont plus les mêmes variations au décalage de $\frac{1}{3}$ à $\frac{2}{3}$ de période près, comme c'était le cas pour le fonctionnement équilibré. Il faut noter que la structure du montage présente une symétrie différente de celle des tensions d'alimentation. Il en résulte une dissymétrie globale de fonctionnement.

Les thyristors formant un "gradateur" sont débloqués en alternance toutes les demi-périodes, et les variations des grandeurs électriques sont telles que leurs alternances positive et négative sont identiques au signe près.

On peut écrire pour les relations de flux :

$$\phi_A(\theta) = -\ \phi_A(\theta \pm \pi) = \phi_A(\theta + 2\pi)$$

$$\phi_A(\theta + \pi) = -\ \phi_A(\theta)$$

$$\phi_B(\theta + \pi) = -\ \phi_B(\theta)$$

$$\phi_C(\theta + \pi) = -\ \phi_C(\theta)$$

(10) $$[\phi]_{(\theta + 2\pi)} = [\phi]_{(\theta)}$$

$$[\phi]_{(\theta \pm \pi)} = -[\phi]_{(\theta)}$$

Ces propriétés de symétrie permettent de n'effectuer l'analyse de fonctionnement que sur l'intervalle $[\psi, \pi + \psi]$.

Le vecteur d'état du système est toujours le flux $[\phi]$, sa détermination autorise celle des courants et l'obtention de l'instant d'annulation de ceux-ci.

Le transformateur de la colonne C se trouve à vide, puisqu'il n'y a aucune charge connectée à ses bornes, le fonctionnement du gradateur correspondant sera celui d'un gradateur monophasé branché sur une charge inductive. De ce fait, on réduit l'étude analytique du montage à un fonctionnement de deux gradateurs monophasés qui sont alimentés par deux sources de tensions différentes et qui sont "liés" par le couplage des secondaires.

Lorsque l'on fait croître l'angle ψ, de $\psi_{\ell o}$ à 180°, 3 modes de fonctionnement se succèdent, chacun de ces modes étant caractérisé par le nombre de thyristors passants.

I-131) <u>Premier mode de fonctionnement</u>

$$\psi_{\ell 0} \leqslant \psi \leqslant \psi_{\ell 1}$$

Pour une valeur de ψ donnée, on aura sur π trois intervalles de conduction caractérisés par le nombre de thyristors passants.

$\frac{\theta_1}{\omega}$ est l'instant d'annulation du courant i_{1B}

$\frac{\theta_2}{\omega}$ est l'instant d'annulation du courant i_{1A}

I-1311. <u>Equation de fonctionnement dans le premier intervalle du premier mode</u> : $\psi \leqq \theta \leqq \theta_1$

Les thyristors Th_A et Th'_B sont tous les deux conducteurs. Les équations de fonctionnement sont les suivantes :

<u>Tensions</u> :

$$v_{1A} = U_{AC} = U_M \sin \theta$$
$$v_{1B} = U_{BA} = U_M \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

(11) $$v_{2A} = \frac{v_{1A}}{m} \qquad v_{Th_A} = 0$$

$$v_{2B} = \frac{v_{1B}}{m} \qquad v_{Th'_B} = 0$$

(12) $$\underline{\text{Flux}} : \phi_A = \int v_{1A}\, dt = - \frac{U_M}{n_1 \omega} \cos \theta + K_1$$

$$\phi_B = \int v_{1B}\, dt = - \frac{U_M}{n_1 \omega} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + K_2$$

(13) $$\underline{\text{Courants}} : i_{2A} = - i_{2B} = \frac{v_{2A} - v_{2B}}{2\, R} = \frac{U_M}{mR} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{6}\right)$$

On observe un déphasage de $\frac{\pi}{6}$ entre le courant secondaire et la tension de référence U_{AC}.

$$i_{1A} = \frac{n_2}{n_1} i_{2A} + \frac{\mathcal{R}}{n_1} \phi_A \quad : \quad i_{1B} = \frac{n_2}{n_1} i_{2B} + \frac{\mathcal{R}}{n_1} \phi_B$$

(14) $$i_{1A} = \frac{U_M}{m^2 R} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{U_M}{m^2 R} \frac{1}{\omega \tau} \cos \theta + \frac{\mathcal{R}}{n_1} K_1$$

(15) $$i_{1B} = - \frac{U_M}{m^2 R} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{U_M}{m^2 R} \frac{1}{\omega \tau} \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\mathcal{R}}{n_1} K_2$$

avec $\tau = \frac{n_2^2}{\mathcal{R}\, R}$ et $m = \frac{n_1}{n_2}$ = rapport de transformation

I-1312. Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du premier mode

$\theta_1 \leqslant \theta \leqslant \theta_2$

Dès que Th'_B s'éteint (à θ_1), le thyristor Th_B se met à conduire, du fait que les impulsions de gâchette sont assez larges pour permettre le fonctionnement à pleine onde du gradateur de la colonne B.

Th_A et Th_B sont alors conducteurs.

Les équations du fonctionnement sont les mêmes du fait de la continuité de conduction dans la branche B.

I-1313. Equations de fonctionnement dans le troisième intervalle du premier mode

Seul Th_B est conducteur dans cet intervalle et jusqu'à $(\theta_1 + \pi) > \pi + \psi$

Equations :

(16) Tensions : $v_{1B} = U_{BA} = U_M \sin (\theta - \frac{2\pi}{3})$

Flux : $\phi_B = - \frac{U_M}{n_1 \omega} \cos (\theta - \frac{2\pi}{3}) + K'_2$

$$i_{2A} = - i_{2B} = \frac{v_{2A} - v_{2B}}{2\ R} = \frac{n_2 \omega}{2\ R} \frac{d(\phi_A - \phi_B)}{d\ \theta} \rightarrow$$

$$i_{1A} = 0 \rightarrow i_{2A} = - \frac{R}{n_2} \phi_A$$

$$\frac{n_2 \omega}{2\ R} \frac{d(\phi_A - \phi_B)}{d\ \theta} = - \frac{R}{n_2} \phi_A$$

$$\phi_A + \frac{\omega\tau}{2} \frac{d\phi_A}{d\theta} = \frac{\omega\tau}{2} \frac{d\phi_B}{d\theta}$$

$$\phi_A + \frac{\omega\tau}{2} \frac{d\phi_A}{d\theta} = \frac{\omega\tau}{2} \frac{U_M}{n_1 \omega} \sin (\theta - \frac{2\pi}{3})$$

$$\phi_A = K'_1\ e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}} + \frac{U_M}{n_1 \omega} \frac{\omega\tau}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{\omega\tau}{2})^2}} \sin (\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3})$$

(18)
$$\phi_A = \frac{U_M}{n_1 \omega} K \sin (\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + K'_1\ e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$

avec $K = \frac{1}{\sqrt{1 + (\frac{2}{\omega\tau})^2}}$ et $\varphi = \text{Arc tg} \frac{\omega\tau}{2}$

(19)
$$v_{1A} = n_1 \omega \frac{d\phi_A}{d\theta} = U_M\ K \cos (\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) - \frac{2n_1}{\tau} K'_1\ e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$

Courants :

(20)
$$i_{2A} = - i_{2B} = - \frac{R}{n_2} \phi_A = - \frac{U_M}{n_1 \omega} \frac{R}{n_2} K \sin (\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) - \frac{R}{n_2} K'_1\ e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$

$$i_{2A} = - i_{2B} = - \frac{U_M}{mR} \frac{K}{\omega\tau} \sin (\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) - \frac{R}{n_2} K'_1\ e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$

$$i_{1B} = \frac{n_2}{n_1} i_{2B} + \frac{\mathcal{R}}{n_1} \phi_B$$

$$i_{1B} = \frac{n_2}{n_1} \left(\frac{\mathcal{R}}{n_2} \phi_A \right) + \frac{\mathcal{R}}{n_1} \phi_B = \frac{\mathcal{R}}{n_1} (\phi_B + \phi_A)$$

$$i_{1B} = \frac{\mathcal{R}}{n_1} [- \frac{U_M}{n_1 \omega} \cos (\theta - \frac{2\pi}{3}) + K'_2 + \frac{U_M}{n_1 \omega} K \sin (\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + K'_1 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}]$$

(21)
$$\begin{cases} i_{1B} = \frac{U_M}{m^2 R} [- \frac{1}{\omega\tau} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \frac{K}{\omega\tau} \sin(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3})] + \frac{\mathcal{R}}{n_1} [K'_2 + K'_1 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}] \\ i_{1A} = 0 \end{cases}$$

(22)
$$\begin{cases} v_{1A} = m\, v_{2A} \\ v_{Th_A} = U_{AC} - v_{1A} = U_M [\sin\theta - K \cos(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3})] + \frac{2n_1}{\tau} K'_1 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}} \\ v_{Th_B} = U_{BA} - v_{1B} = 0 \end{cases}$$

(23)
$$\begin{cases} j_A = - i_{1B} \\ j_B = i_{1B} \end{cases}$$

I-1314. <u>Détermination des instants d'annulation des courants</u>

A l'instant $\frac{\theta_1}{\omega}$ le courant i_{1B} s'annule et le thyristor Th'_B s'éteint.

$i_{1B}(\theta_1) = 0$; la relation (15) donne :

(24)
$$- \frac{U_M}{m^2 R} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\theta_1 + \frac{\pi}{6}) - \frac{U_M}{m^2 R} \frac{1}{\omega\tau} \cos(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}) + \frac{\mathcal{R}}{n_1} K_2 = 0$$

A l'instant $\frac{\theta_2}{\omega}$ le courant dans le thyristor Th_A s'annule lui aussi :

$i_{1A}(\theta_2) = 0$; la relation (14) donne :

(25)
$$\frac{U_M}{m^2 R} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\theta_2 + \frac{\pi}{6}) - \frac{U_M}{m^2 R} \frac{1}{\omega\tau} \cos\theta_2 + \frac{\mathcal{R}}{n_1} K_1 = 0$$

I-1315. Détermination des constantes d'intégration

Le calcul des constantes d'intégration se fait à partir des relations :

- de la continuité du flux à l'instant critique :

$\phi(\theta_C - \varepsilon) = \phi(\theta_C + \varepsilon)$

- de la symétrie sur une demi-période :

$\phi(\psi) = - \phi\ (\pi + \psi)$

* Calcul de K_1 et K'_1

- Application de la relation de continuité du flux à l'instant critique θ_2 :

$\phi_A\ (\theta_2 - \varepsilon) = \phi_A\ (\theta_2 + \varepsilon)$

(12) et (18)→

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos \theta_2 + K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} K \sin (\theta_2 - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + K'_1\ e^{-\frac{2\theta_2}{\omega\tau}}$$

(26) $$K_1 - K'_1\ e^{-\frac{2\theta_2}{\omega\tau}} = \frac{U_M}{n_1\omega} [\cos \theta_2 + K \sin (\theta_2 - \varphi - \frac{2\pi}{3})]$$

- Application de la relation de symétrie sur une demi-période :

$\phi_A\ (\psi) = - \phi_A\ (\pi + \psi)$

(12) et (18) →

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos \psi + K_1 = - \frac{U_M}{n_1\omega} K \sin (\psi + \pi - \varphi - \frac{2\pi}{3}) - K'_1\ e^{-\frac{2(\pi+\psi)}{\omega\tau}}$$

(27) $$K_1 + K'_1\ e^{-\frac{2(\pi+\psi)}{\omega\tau}} = \frac{U_M}{n_1\omega} [\cos \psi - K \sin (\psi + \frac{\pi}{3} - \varphi)]$$

(27) - (26) →

$$K'_1[\ e^{-\frac{2\theta_2}{\omega\tau}} + e^{-\frac{2(\pi+\psi)}{\omega\tau}}] = \frac{U_M}{n_1\omega} [\cos \psi - K \sin (\psi + \frac{\pi}{3} - \varphi)$$
$$- \cos \theta_2 - K \sin (\theta_2 - \varphi - \frac{2\pi}{3})]$$

(28) $$\boxed{K'_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} \frac{(b_2 - a_2)}{(b_1 + a_1)}}$$

$$K_1 = K'_1\, a_1 + \frac{U_M}{n_1\omega} a_2 = \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\frac{a_1(b_2 - a_2)}{(b_1 + a_1)} + a_2\right]$$

(29) $$\boxed{K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\frac{a_1(b_2 - a_2) + a_2(b_1 + a_1)}{b_1 + a_1}\right]}$$

Avec a_1, b_1, a_2, b_2 : paramètres simplifiés.

Calcul de K_2 et K'_2 :

- La relation de continuité du flux nous permet d'écrire que :

$$\phi_B\,(\theta_1 - \varepsilon) = \phi_B\,(\theta_1 + \varepsilon)$$

(12) et (17) →

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\left(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}\right) + K_2 = -\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\left(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}\right) + K'_2$$

(30) $$\boxed{K_2 = K'_2}$$

- La relation de symétrie sur $\frac{T}{2}$ nous permet d'écrire :

$$\phi_B\,(\psi) = -\,\phi_B\,(\pi + \psi)$$

(12) et (17) →

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) + K_2 = \frac{U_M}{n_1\omega}\cos\left(\pi + \psi - \frac{2\pi}{3}\right) - K'_2$$

(31) $$K_2 + K'_2 = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{K_2 = K'_2 = 0}$$

I-1316. Limites de fonctionnement dans le premier mode

Le premier mode est défini entre deux limites :

- une limite basse ($\psi_{\ell 0}$) qui correspond au fonctionnement à pleine onde des deux gradateurs (toujours 2 thyristors passants)

$$\psi = \psi_{\ell 0} \quad \text{et} \quad \theta_2 = \psi_{\ell 0} + \pi$$

(25) →

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\psi_{\ell 0} + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{1}{\omega\tau}\cos\left(\psi_{\ell 0}\right)$$

(32) $$\boxed{\psi_{\ell 0} = \text{Arc tg}\left(\frac{4 - \sqrt{3}\,\omega\tau}{3\omega\tau}\right)}$$

- une limite haute ($\psi_{\ell 1}$) qui correspond à la fin du fonctionnement à pleine onde du gradateur de la colonne B : $\psi = \psi_{\ell 1}$ et $\theta_1 = \psi_{\ell 1} + \frac{2\pi}{3}$

$$\psi_{\ell 1} = \theta_1 - \frac{2\pi}{3}$$

(24) $\rightarrow$
$$-\frac{U_M}{m^2 R}\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\psi_{\ell 1} + \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{U_M}{m^2 R}\frac{1}{\omega\tau}\cos\left(\psi_{\ell 1} + \frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}\right) = 0$$

$$-\frac{U_M}{m^2 R}\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\psi_{\ell 1} + \frac{5\pi}{6}\right) - \frac{U_M}{m^2 R}\frac{1}{\omega\tau}\cos\psi_{\ell 1} = 0$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\psi_{\ell 1} + \frac{5\pi}{6}\right) = -\frac{\cos\Psi_{\ell 1}}{\omega\tau}$$

(33)
$$\boxed{\psi_{\ell 1} = \text{Arc tg}\left(\frac{\sqrt{3}\,\omega\tau + 4}{3\,\omega\tau}\right)}$$

Pour $\omega\tau \rightarrow 0$: $\left\{\begin{array}{l}\psi_{\ell 0} \rightarrow \frac{\pi}{2}\\ \psi_{\ell 1} \rightarrow \frac{\pi}{2}\end{array}\right.$

$\omega\tau \rightarrow \infty$: $\left\{\begin{array}{l}\psi_{\ell 0} \rightarrow -\frac{\pi}{6}\\ \psi_{\ell 1} \rightarrow \frac{\pi}{6}\end{array}\right.$

I-132. Deuxième mode de fonctionnement

$$\psi_{\ell 1} \leqslant \psi \leqslant \psi_{\ell 2}$$

Il y a trois intervalles de conduction dans ce mode.

I-1321. Equations de fonctionnement dans le premier intervalle du deuxième mode : $\psi \leqslant \theta \leqslant \theta'_1$

Dans cet intervalle, seuls Th_A et Th'_B sont conducteurs. Th'_B est passant jusqu'à l'instant $\frac{\theta'1}{\omega}$

On a les mêmes équations que dans le 1er intervalle du premier mode (à des constantes près). Par suite, les grandeurs s'expriment par :

Tensions : $v_{1A} = U_{AC} = U_M \sin\theta$

(34) $v_{1B} = U_{BA} = U_M \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$

$$v_{2A} = \frac{v_{1A}}{m}$$

$$v_{2B} = \frac{v_{2B}}{m}$$

$$v_{Th_A} = 0, \; v_{Th_B} = 0$$

Flux :

(35)
$$\phi_A = -\frac{U_M}{n_1\omega} \cos\theta + K_1$$
$$\phi_B = -\frac{U_M}{n_1\omega} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + K_2$$

Courants :

(36)
$$i_{2A} = -i_{2B} = \frac{U_M}{mR} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{6})$$
$$i_{1A} = \frac{U_M}{m^2R} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) - \frac{U_M}{m^2R} \frac{\cos\theta}{\omega\tau} + \frac{R}{n_1} K_1$$
$$i_{1B} = -\frac{U_M}{m^2R} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) - \frac{U_M}{m^2R} \frac{1}{\omega\tau} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \frac{R}{n_1} K_2$$

I-1322. Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du deuxième mode : $\theta'_1 \leqslant \theta \leqslant \frac{2\pi}{3} + \psi$

Seul Th_A est conducteur jusqu'à l'instant $(\frac{2\pi}{3} + \psi)/\omega$

Equations :

(37) Tension : $v_{1A} = U_{AC} = U_M \sin\theta$

Flux : $\phi_A = -\frac{U_M}{n_1\omega} \cos\theta + K'_1$

$$i_{2A} = -i_{2B} = \frac{v_{2A} - v_{2B}}{2R} = \frac{n_2\omega}{2R} \frac{d(\phi_A - \phi_B)}{d\theta}$$

$$i_{1B} = 0 \rightarrow i_{2B} = -\frac{R}{n_2} \phi_B$$

(38)
$$-\frac{n_2\omega}{2R} \frac{d(\phi_A - \phi_B)}{d\theta} = -\frac{R}{n_2} \phi_B$$
$$\phi_A + \frac{\omega\tau}{2} \frac{d\phi_B}{d\theta} = \frac{\omega\tau}{2} \frac{d\phi_A}{d\theta}$$
$$\phi_B + \frac{\omega\tau}{2} \frac{d\phi_B}{d\theta} = \frac{\omega\tau}{2} \frac{U_M}{n_1\omega} \sin\theta$$

$$\phi_B = K'_2\, e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}} + \frac{U_M}{n_1\omega}\,\frac{\omega\tau}{2}\,\frac{1}{\sqrt{1+(\frac{\omega\tau}{2})^2}}\sin(\theta-\varphi)$$

avec $\varphi = \text{Arc tg}\,\frac{\omega\tau}{2}$, $K = \frac{1}{\sqrt{1+(2/\omega\tau)^2}}$

(39) $$\phi_B = \frac{U_M}{n_1\omega} K \sin(\theta-\varphi) + K'_2\, e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$

(40) $$v_{1B} = n_1\omega\,\frac{d\phi_B}{d\theta} = U_M K\cos(\theta-\varphi) - 2K'_2\,\frac{n_1}{\tau}\, e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$

$$v_{2B} = \frac{v_{1B}}{m}$$

<u>Courants</u> :

$$i_{2A} = -\, i_{2B} = \frac{R}{n_2}\,\phi_B = \frac{R}{n_2}\,K'_2\, e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}} + \frac{U_M}{n_1\omega}\,\frac{R}{n_2}\,K\sin(\theta-\varphi)$$

$$i_{1A} = \frac{n_2}{n_1}\left(\frac{R}{n_2}\,\phi_B\right) + \frac{R}{n_1}\,\phi_A = \frac{R}{n_1}\,(\phi_A+\phi_B)$$

$$i_{1A} = \frac{R}{n_1}\left[-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\theta + K'_1 + K'_2\, e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}} + \frac{U_M}{n_1\omega}K\sin(\theta-\varphi)\right]$$

(41) $$i_{1A} = \frac{U_M}{m^2R}\,\frac{1}{\omega\tau}\,[K\sin(\theta-\varphi) - \cos\theta] + \frac{R}{n_1}\left[K'_1 + K'_2\, e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}\right]$$

$$i_{1B} = 0$$

(42) $$v_{Th_A} = U_{AC} - v_{1A} = 0$$

$$v_{Th_B} = U_{BA} - v_{1B} = U_M\sin\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right) - U_M K\cos(\theta-\varphi) + 2\,K'_2\,\frac{n_1}{\tau}\, e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$

(43) $$j_A = i_{1A} - i_{1B}$$

$$j_B = i_{1B}$$

I-1323. <u>Equations de fonctionnement dans le troisième intervalle du deuxième mode</u>

$\frac{2\pi}{3} + \psi \leqslant \theta \leqslant \pi + \psi$

Seul Th_B est conducteur jusqu'à $\pi + \theta'_1$

On a les mêmes équations que dans le 3ème intervalle du 1er mode (à des constantes près).

Tension :

$$v_{1B} = U_{BA} = U_M \sin\,(\theta - \frac{2\pi}{3})$$

(44)
$$v_{1A} = U_M\, K \cos\,(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) - \frac{2n_1}{\tau} K"_1\, e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$

$$v_{2A} = \frac{v_{1A}}{m}$$

(45)
$$v_{2B} = \frac{v_{1B}}{m}$$

$$v_{Th_B} = 0$$

$$v_{Th_A} = U_{AC} - v_{1A} = U_M \sin\theta - U_M\, K \cos\,(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \frac{2n_1}{\tau} K"_1\, e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$

Flux :

$$\phi_A = \frac{U_M}{n_1\omega} K \sin\,(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + K"_1\, e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$

(46)
$$\phi_B = - \frac{U_M}{n_1\omega} \cos\,(\theta - \frac{2\pi}{3}) + K"_2$$

Courants :

$$i_{2A} = - i_{2B} = - \frac{U_M}{mR}\frac{K}{\omega\tau} \sin\,(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) - \frac{R}{n_2} K"_1\, e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$

(47)
$$i_{1A} = 0$$

$$i_{1B} = \frac{U_M}{m^2R}\,[- \frac{1}{\omega\tau} \cos\,(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \frac{K}{\omega\tau} \sin\,(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3})] + \frac{R}{n_1}\,[K"_2 + K"_1\, e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}]$$

$$j_A = - i_{1B},\; j_B = i_{1B}$$

I-1324. Calcul des instants d'annulation des courants

A $t = \frac{\theta'_1}{\omega}$, le courant i_{1B} s'annule et le thyristor Th'_B s'éteint. $i_{1B}\,(\theta'_1) = 0$, la relation (36) conduit à :

(48)
$$- \frac{U_M}{m^2R}\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\,(\theta'_1 + \frac{\pi}{6}) - \frac{U_M}{m^2R}\frac{1}{\omega\tau} \cos\,(\theta'_1 - \frac{2\pi}{3}) + \frac{R}{n_1} K_2 = 0$$

A l'instant $\frac{\theta'_2}{\omega}$, le courant i_{1A} s'annule. L'annulation de ce courant résulte du fait de l'injection d'un courant à travers le secondaire de la colonne B à $t = \dfrac{\psi + \frac{2\pi}{3}}{\omega}$

donc :

(49) $$\theta'_2 = \frac{2\pi}{3} + \psi$$

I-1325. Détermination des constantes d'intégration

- L'application de la relation de symétrie donne :

$$\phi_A(\psi) = -\phi_A(\pi + \psi),$$

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\psi + K_1 = -\frac{U_M}{n_1\omega} K \sin\left(\pi + \psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) - K''_1\, e^{-\frac{2(\pi+\psi)}{\omega\tau}}$$

(50) $$K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\cos\psi + K\sin\left(\psi - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right)\right] - K''_1\, e^{-\frac{2(\pi+\psi)}{\omega\tau}}$$

$$\phi_B(\psi) = -\phi_B(\pi+\psi)$$

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) + K_2 = \frac{U_M}{n_1\omega}\cos\left(\psi + \pi - \frac{2\pi}{3}\right) - K''_2$$

(51) $$K_2 = -K''_2$$

- Appliquant la relation de non-discontinuité des flux aux instants critiques, il vient :

$$\phi_A(\theta'_1 - \varepsilon) = \phi_A(\theta'_1 + \varepsilon)$$

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\theta'_1 + K_1 = -\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\theta'_1 + K'_1$$

(52) $$K_1 = K'_1$$

$$\phi_A(120 + \psi - \varepsilon) = \phi_A(120 + \psi + \varepsilon)$$

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos(120 + \psi) + K'_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} K\sin(120 + \psi - \varphi - 120) + K''_1\, e^{-\frac{2(120+\psi)}{\omega\tau}}$$

(53) $$K'_1 = \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\cos(\psi+120) + K\sin(\psi-\varphi)\right] + K''_1\, e^{-\frac{2(120+\psi)}{\omega\tau}}$$

$$\phi_B(\theta'_1 - \varepsilon) = \phi_B(\theta'_1 + \varepsilon)$$

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos(\theta'_1 - \frac{2\pi}{3}) + K_2 = \frac{U_M}{n_1\omega} K \sin(\theta'_1 - \varphi) + K'_2 \, e^{-\frac{2\theta'_1}{\omega\tau}}$$

(54) $$K_2 = \frac{U_M}{n_1\omega} [\cos(\theta'_1 - \frac{2\pi}{3}) + K \sin(\theta'_1 - \varphi)] + K'_2 \, e^{-\frac{2\theta'_1}{\omega\tau}}$$

$$\phi_B(120 + \psi - \varepsilon) = \phi_B(120 + \psi + \varepsilon)$$

$$\frac{U_M}{n_1\omega} K \sin(\psi + \frac{2\pi}{3} - \varphi) + K'_2 \, e^{-\frac{2(120+\psi)}{\omega\tau}} = - \frac{U_M}{n_1\omega} \cos(\psi + \frac{2\pi}{3} - \frac{2\pi}{3}) + K''_2$$

(55) $$K''_2 = \frac{U_M}{n_1\omega} [\cos\psi + K \sin(\psi + \frac{2\pi}{3} - \varphi)] + K'_2 \, e^{-\frac{2(120+\psi)}{\omega\tau}}$$

Il apparaît un système de 6 équations à 6 inconnues :

(50) $$K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} A_1 + K''_1 A_2$$

(52) $$K_1 = K'_1$$

(53) $$K'_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} B_1 + K''_1 B_2$$

(51) $$K_2 = - K''_2$$

(54) $$K_2 = \frac{U_M}{n_1\omega} a_1 + K'_2 a_2$$

(55) $$K''_2 = \frac{U_M}{n_1\omega} b_1 + K'_2 b_2$$

Avec A_1, A_2, B_1, B_2, a_1, a_2, b_1, b_2 : paramètres simplifiés

(50) dans (52) - (53) →

$$\frac{U_M}{n_1\omega} (A_1 - B_1) + K''_1 (A_2 - B_2) = 0$$

(56) $$K''_1 = - \frac{U_M}{n_1\omega} \frac{A_1 - B_1}{A_2 - B_2} = \frac{U_M}{n_1\omega} \frac{B_1 - A_1}{A_2 - B_2}$$

(57) $$K'_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} B_1 + K''_1 B_2 \qquad K_1 = K'_1$$

(51) dans (54) - (55) →

$$\frac{U_M}{n_1\omega}(a_1+b_1) + K'_2(a_2+b_2) = 0$$

(58) $$K'_2 = -\frac{U_M}{n_1\omega}\,\frac{a_1+b_1}{a_2+b_2}$$

(59) $$K''_2 = \frac{U_M}{n_1\omega}\,b_1 + K'_2\,b_2$$

(60) $$K_2 = -K''_2$$

I-1326. Limites de fonctionnement dans le deuxième mode

Ce mode étant défini entre deux limites :

* Limite basse : $\psi_{\ell 1}$

La limite basse du deuxième mode est égale à la limite haute du premier mode.

(61) $$\psi_{\ell 1} = \theta_1 - \frac{2\pi}{3}$$

* Limite haute : $\psi_{\ell 2}$

La limite haute correspond à la disparition de la conduction simultanée de Th_A et Th'_B. Il vient donc que $\psi = \psi_{\ell 2}$ et $\theta'_1 = \psi_{\ell 2}$:

$$i_{1B}(\theta'_1) = 0$$

(36) →

(62) $$-\frac{U_M}{m^2R}\,\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(\psi_{\ell 2}+\frac{\pi}{6}) - \frac{U_M}{m^2R}\,\frac{1}{\omega\tau}\cos(\psi_{\ell 2}-\frac{2\pi}{3}) + \frac{R}{n_1}K_2 = 0$$

I-133. Troisième mode de fonctionnement

$\psi_{\ell 2} \leqslant \psi \leqslant \psi_{\ell 3}$

Quatre intervalles se succèdent.

I-1331. Equations de fonctionnement dans le premier intervalle du troisième mode : $\psi \leqslant \theta \leqslant \theta''_1$

Seul Th_A est en conduction dans cet intervalle.

On trouve les mêmes équations que dans le deuxième intervalle du deuxième mode, aux constantes près.

Equations de tensions :

$$(63) \quad \begin{cases} v_{1A} = U_{AC} = U_M \sin\theta \\ v_{1B} = U_M K \cos(\theta-\varphi) - \dfrac{2n_1}{\tau} K_2 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}} \end{cases}$$

$$(64) \quad \begin{cases} v_{2A} = \dfrac{v_{1A}}{m} \\ v_{2B} = \dfrac{v_{1B}}{m} \end{cases}$$

$$(65) \quad \begin{cases} v_{Th_A} = 0 \\ v_{Th_B} = U_{BA} - v_{1B} = U_M \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - U_M K \cos(\theta-\varphi) + \dfrac{2n_1}{\tau} K_2 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}} \end{cases}$$

Equations des flux :

$$(66) \quad \begin{cases} \phi_A = -\dfrac{U_M}{n_1\omega} \cos\theta + K_1 \\ \phi_B = \dfrac{U_M}{n_1\omega} K \sin(\theta-\varphi) + K_2 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}} \end{cases}$$

Equations des courants :

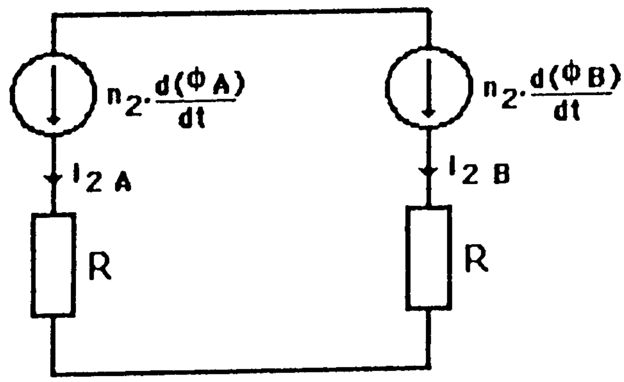
$$(67) \quad \begin{cases} i_{2A} = -i_{2B} = \dfrac{U_M}{n_1\omega}\dfrac{R}{n_2} K \sin(\theta-\varphi) + \dfrac{R}{n_2} K_2 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}} \\ i_{1A} = \dfrac{U_M}{m^2 R}\dfrac{1}{\omega\tau} [K \sin(\theta-\varphi) - \cos\theta] + \dfrac{R}{n_1} [K_1 + K_2 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}] \\ i_{1B} = 0 \end{cases}$$

$$(68)\quad \begin{cases} j_A = i_{1A} \\ j_B = 0 \end{cases}$$

I-1332. <u>Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du troisième mode</u> :

$\theta''_1 \leqslant \theta \leqslant \psi + \frac{2\pi}{3}$

Aucun thyristor n'est conducteur.



$$i_{1A} = 0 \quad \rightarrow \quad i_{2A} = -\frac{R}{n_2}\ \phi_A$$

$$i_{1B} = 0 \quad \rightarrow \quad i_{2B} = -\frac{R}{n_2}\ \phi_B$$

$$0 = -\frac{R}{n_2}\ (\phi_A + \phi_B)$$

$$(69)\quad \phi_A + \phi_B = 0$$

$$i_{2A} = \frac{n_2\omega}{2R}\ \frac{d(\phi_A - \phi_B)}{d\theta}$$

$$i_{2A} = -\ i_{2B} \quad \rightarrow \quad \frac{n_2\omega}{2R}\,\frac{2d\ \phi_A}{d\theta} = -\frac{R}{n_2}\ \phi_A$$

$$\phi_A + \omega\tau\ \frac{d\ \phi_A}{d\theta} = 0$$

$$(70)\quad \begin{cases} \phi_A = K'_1\ e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}} \\ \phi_B = -\ K'_1\ e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}} \end{cases}$$

$$v_{1A} = n_1\ \omega \frac{d\phi_A}{d\theta} = -\frac{n_1}{\tau} K'_1\ e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$

(71)

$$v_{1B} = -\ v_{1A}$$

$$v_{Th_A} = U_{AC} - v_{1A} = U_M \sin\theta + \frac{n_1}{\tau} K'_1\ e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$

(72)

$$v_{Th_B} = U_{BA} - v_{1B} = U_M \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{n_1}{\tau} K'_1\ e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$

$$i_{1A} = 0, \qquad j_A = 0$$

(73)

$$i_{1B} = 0, \qquad j_B = 0$$

$$i_{2A} = -\ i_{2B} = -\frac{R}{n_2} K'_1\ e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$

I-1333. <u>Equations de fonctionnement dans le troisième intervalle du troisième mode</u> : $\psi + \frac{2\pi}{3} < \theta < \theta''_2$

A $t = \dfrac{\psi + \frac{2\pi}{3}}{\omega}$, Th_B entre en conduction et ne s'arrête qu'à $\dfrac{\theta''_2}{\omega}$.

On aura les mêmes équations que dans le troisième intervalle du deuxième mode et à des constantes près.

Les équations de fonctionnement seront :

<u>Tensions</u> :

$$v_{1A} = U_M\ K \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) - \frac{2n_1}{\tau} K''_1\ e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$

(74)

$$v_{1B} = U_{BA} = U_M \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$v_{2A} = \frac{v_{1A}}{m}$$

$$v_{2B} = \frac{v_{1B}}{m}$$

$$v_{Th_A} = U_M \sin\theta - U_M\ K \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) + \frac{2n_1}{\tau} K''_1\ e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$

$$v_{Th_B} = 0$$

Flux :

(75)
$$\phi_A = \frac{U_M}{n_1\omega} K \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) + K''_1 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$
$$\phi_B = -\frac{U_M}{n_1\omega} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + K''_2$$

Courants :

(76)
$$i_{1A} = 0$$
$$i_{1B} = \frac{U_M}{m^2 R} \frac{1}{\omega\tau} \left[K \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) - \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right] + \frac{R}{n_1} \left[K''_2 + K''_1 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}\right]$$
$$i_{2A} = -i_{2B} = -\frac{U_M}{mR} \frac{K}{\omega\tau} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) - \frac{R}{n_2} K''_1 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}$$
$$j_A = -i_{1B}$$
$$j_B = i_{1B}$$

I-1334. Equations de fonctionnement dans le quatrième intervalle du troisième mode :
$\theta''_2 \leqslant \theta \leqslant \pi + \psi$

Aucun thyristor n'est conducteur. Les équations de fonctionnement sont les suivantes :

Tensions :

(77)
$$v_{1A} = -\frac{n_1}{\tau} K'''_1 e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$
$$v_{1B} = \frac{n_1}{\tau} K'''_1 e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$
$$v_{2A} = \frac{v_{1A}}{m}$$
$$v_{2B} = \frac{v_{1B}}{m}$$
$$v_{Th_A} = U_M \sin\theta + \frac{n_1}{\tau} K'''_1 e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$
$$v_{Th_B} = U_M \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{n_1}{\tau} K'''_1 e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$

Flux :

(78)
$$\phi_A = K'''_1 e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$
$$\phi_B = -K'''_1 e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$

Courants :

$$i_{1A} = 0$$

(79) $$i_{1B} = 0$$

$$i_{2A} = - i_{2B} = - \frac{R}{n_2} K''' e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$

I-1335. Instants d'annulation des courants i_{1A} et i_{1B}

A $\frac{\theta''_1}{\omega}$, le courant i_{1A} s'annule et le thyristor Th_A s'éteint. Il vient donc : $i_{1A}\ (\theta''_1) = 0$

(67) →

(80) $$\frac{U_M}{m^2 R} \frac{1}{\omega\tau} [K \sin(\theta''_1 - \varphi) - \cos \theta''_1] + \frac{R}{n_1} [K_1 + K_2\, e^{-\frac{2\theta''_1}{\omega\tau}}] = 0$$

Et à $\frac{\theta''_2}{\omega}$, le courant i_{1B} s'annule lui aussi et Th_B se bloque.

$$i_{1B}\ (\theta''_2) = 0$$

(81) $$\frac{U_M}{m^2 R} \frac{1}{\omega\tau} [K \sin(\theta''_2 - \frac{2\pi}{3} - \varphi) - \cos(\theta''_2 - \frac{2\pi}{3}) + \frac{R}{n_1} [K''_2 + K''_1\, e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}] = 0$$

I-1336. Détermination des constantes d'intégration

Application de la relation de symétrie sur T/2

$$\phi_A(\psi) = - \phi_A(\pi + \psi)$$

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos \psi + K_1 = - K'''_1\, e^{-\frac{(\pi+\psi)}{\omega\tau}}$$

(82) $$K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} \cos \psi - K'''_1\, e^{-\frac{(\pi+\psi)}{\omega\tau}}$$

$$\phi_B(\psi) = - \phi_B(\pi + \psi)$$

$$\frac{U_M}{n_1\omega} K \sin(\psi-\varphi) + K_2\, e^{-\frac{2\psi}{\omega\tau}} = K'''_1\, e^{-\frac{(\pi+\psi)}{\omega\tau}}$$

(83) $$K_2 = - \frac{U_M}{n_1\omega} K \sin\ (\psi-\varphi)\ e^{\frac{2\psi}{\omega\tau}} + K'''_1\, e^{-\frac{(\pi-\psi)}{\omega\tau}}$$

Application de la relation de continuité du flux aux instants critiques :

$$\phi_A(\theta''_1 - \varepsilon) = \phi_A(\theta''_1 + \varepsilon)$$

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\theta''_1 + K_1 = K'_1\, e^{-\frac{\theta''_1}{\omega\tau}}$$

(84) $$K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega}\cos\theta''_1 + K'_1\, e^{-\frac{\theta''_1}{\omega\tau}}$$

$$\phi_A(\psi + 120 - \varepsilon) = \phi_A(\psi + 120 + \varepsilon)$$

$$K'_1\, e^{-\frac{(\psi+120)}{\omega\tau}} = \frac{U_M}{n_1\omega} K \sin(\psi + 120 - 120 - \varphi) + K''_1\, e^{-\frac{2(120+\psi)}{\omega\tau}}$$

(85) $$K'_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} K\, e^{\frac{(\psi+120)}{\omega\tau}} \sin(\psi-\varphi) + K''_1\, e^{-\frac{(120+\psi)}{\omega\tau}}$$

$$\phi_A(\theta''_2 - \varepsilon) = \phi_A(\theta''_2 + \varepsilon)$$

$$\frac{U_M}{n_1\omega} K \sin\left(\theta''_2 - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) + K''_1\, e^{-\frac{2\theta''_2}{\omega\tau}} = K'''_1\, e^{-\frac{\theta''_2}{\omega\tau}}$$

(86) $$K'''_1 = \frac{U_M}{n_1\omega}\, e^{\frac{\theta''_2}{\omega\tau}} K \sin\left(\theta''_2 - \frac{2\pi}{3} - \varphi\right) + K''_1\, e^{-\frac{\theta''_2}{\omega\tau}}$$

$$\phi_B(\psi + 120 - \varepsilon) = \phi_B(\psi + 120 + \varepsilon)$$

$$-K'_1\, e^{-\frac{(120+\psi)}{\omega\tau}} = -\frac{U_M}{n_1\omega}\cos(\psi + 120 - 120) + K''_2$$

(87) $$K''_2 = \frac{U_M}{n_1\omega}\cos\psi - K'_1\, e^{-\frac{(120+\psi)}{\omega\tau}}$$

$$\begin{cases} K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} a_1 - K'''_1 a_2 & (82) \\ K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} b_1 + K'_1 b_2 & (84) \\ K'_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} c_1 + K''_1 c_2 & (85) \\ K'''_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} d_1 + K''_1 d_2 & (86) \end{cases}$$

avec a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2, d_1 et d_2 : des paramètres simplifiés

(82) - (84) →

$$\frac{U_M}{n_1\omega}(a_1 - b_1) - K'''_1 a_2 - K'_1 b_2 = 0$$

(88) $$K'_1 = \frac{U_M}{n_1\omega}\frac{(a_1-b_1)}{b_2} - K'''_1 \frac{a_2}{b_2}$$

(88) dans (85)

$$\frac{U_M}{n_1\omega}\frac{(a_1-b_1)}{b_2} - K'''_1 \frac{a_2}{b_2} = \frac{U_M}{n_1\omega} c_1 + K''_1 c_2$$

$$- K'''_1 = \frac{U_M}{n_1\omega}\frac{(c_1 b_2 + b_1 - a_1)}{a_2} + K''_1 \frac{b_2 c_2}{a_2}$$

$$K'''_1 = \frac{U_M}{n_1} d_1 + K''_1 d_2$$

$$0 = \frac{U_M}{n_1\omega}[d_1 + \frac{c_1 b_2 + b_1 - a_1}{a_2}] + K''_1[\frac{a_2 d_2 + b_2 c_2}{a_2}]$$

$$K''_1 = - \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\frac{b_1 - a_1 + a_2 d_1 + c_1 b_2}{a_2 d_2 + b_2 c_2}\right]$$

$$K'''_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} d_1 + K''_1 d_2$$

$$K'_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} c_1 + K''_1 c_2$$

$$K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} a_1 - K'''_1 a_2$$

K_2 et K''_2 sont donnés par les relations (83) et (87).

I-1337. <u>Limites de fonctionnement dans le troisième mode</u>

- La limite basse du 3ème mode est égale à la limite haute du 2ème mode.

- La limite haute est égale à π, car la tension appliquée au thyristor Th_A, par exemple, cesse d'être positive au moment où il reçoit une impulsion de gachette :

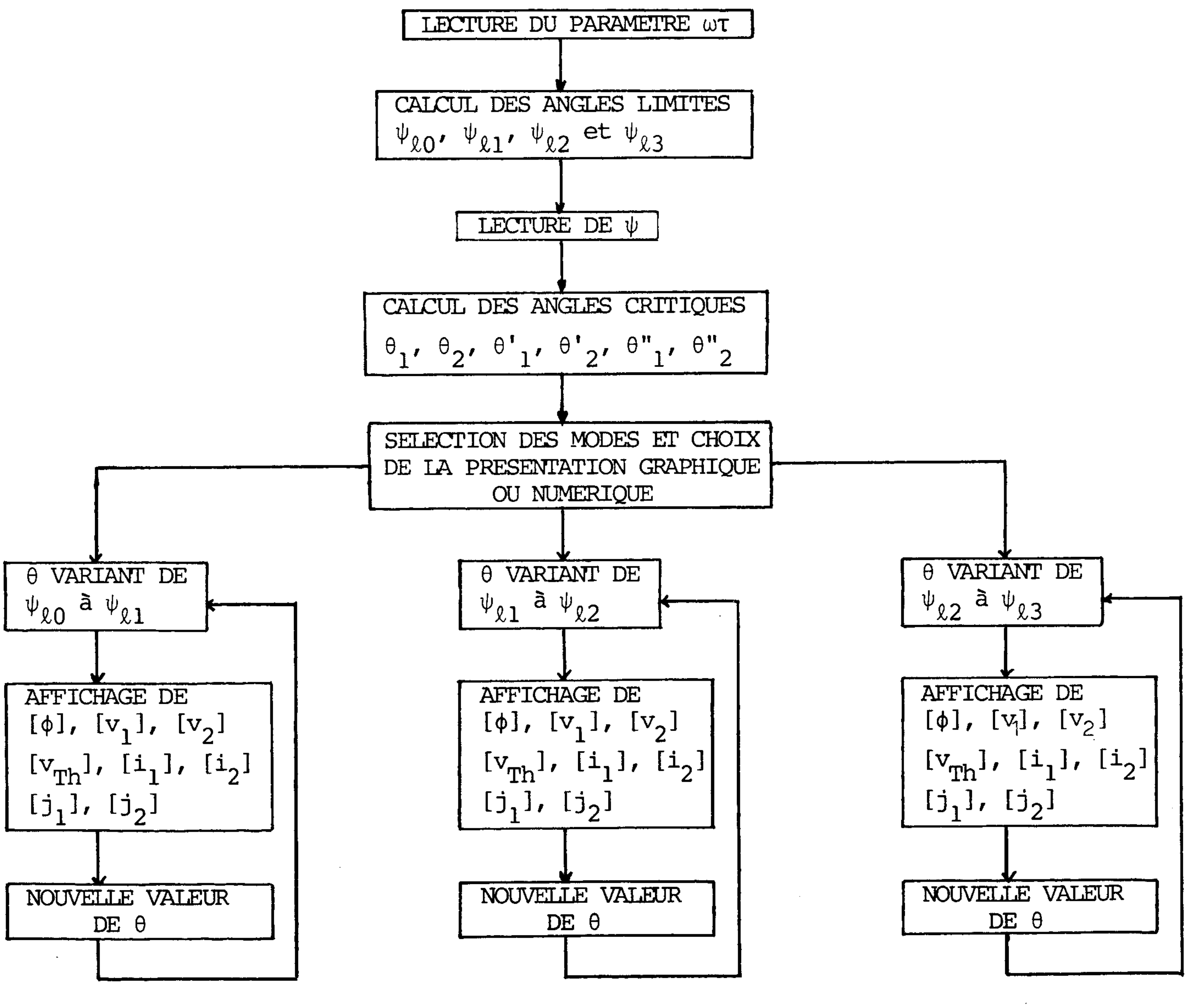
$$\boxed{\psi_{\ell 3} = \pi}$$

I-2. Obtention des formes d'ondes

Les différentes formes d'ondes des grandeurs électriques, tensions, courants et flux, sont obtenues par un programme informatique comme pour les autres montages.

On introduit les différentes relations obtenues par l'étude analytique dans le calculateur qui restitue, pour différentes valeurs de la charge, les valeurs du flux, des tensions et des courants.

L'organigramme de traitement est le suivant :



Tracé des formes d'ondes :

On a représenté (Figure 34) les courbes donnant les valeurs des limites $\psi_{\ell 0}$, $\psi_{\ell 1}$, $\psi_{\ell 2}$ et $\psi_{\ell 3}$ en fonction de $\omega\tau$.

Les courbes des Figures 35, 36 et 37 représentent les variations des angles critiques en fonction de ψ et de $\omega\tau$. On a tracé aussi et pour trois valeurs de $\omega\tau$ (0,5, 1 et 20), et pour les valeurs de ψ correspondant à chacun des modes, les formes d'ondes en grandeurs réduites des différentes ondes électriques (Planches 21 à 26).

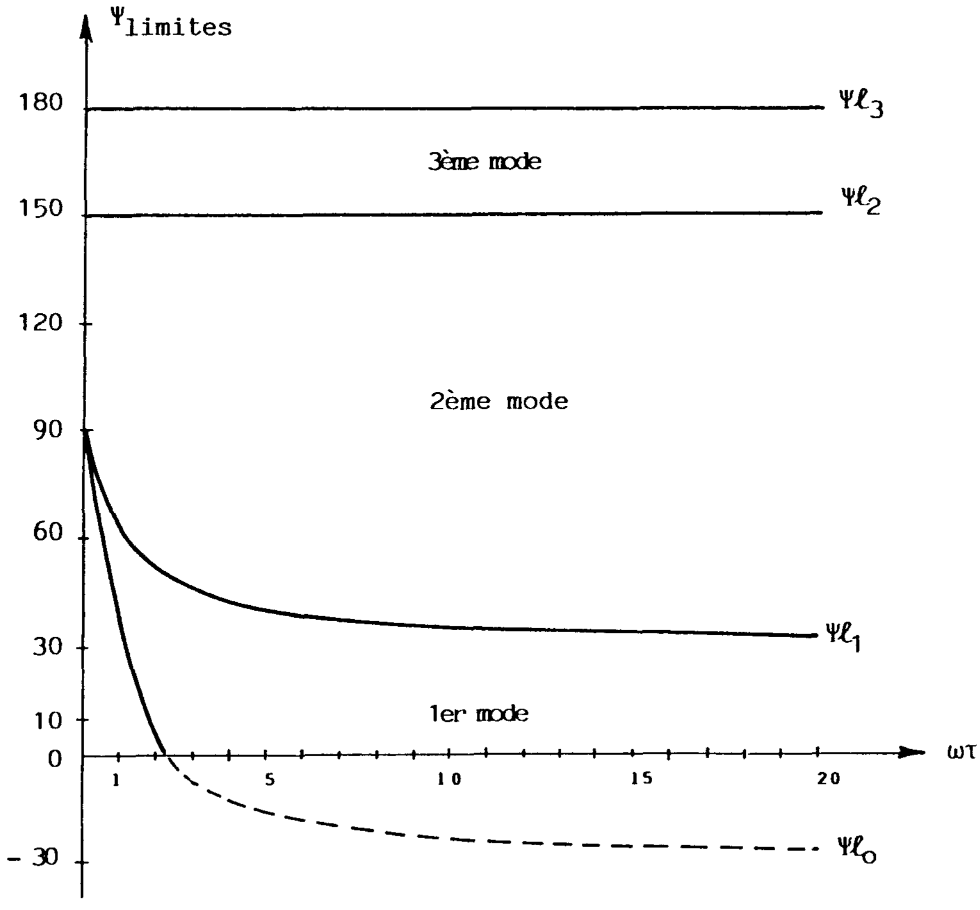


FIGURE 34.

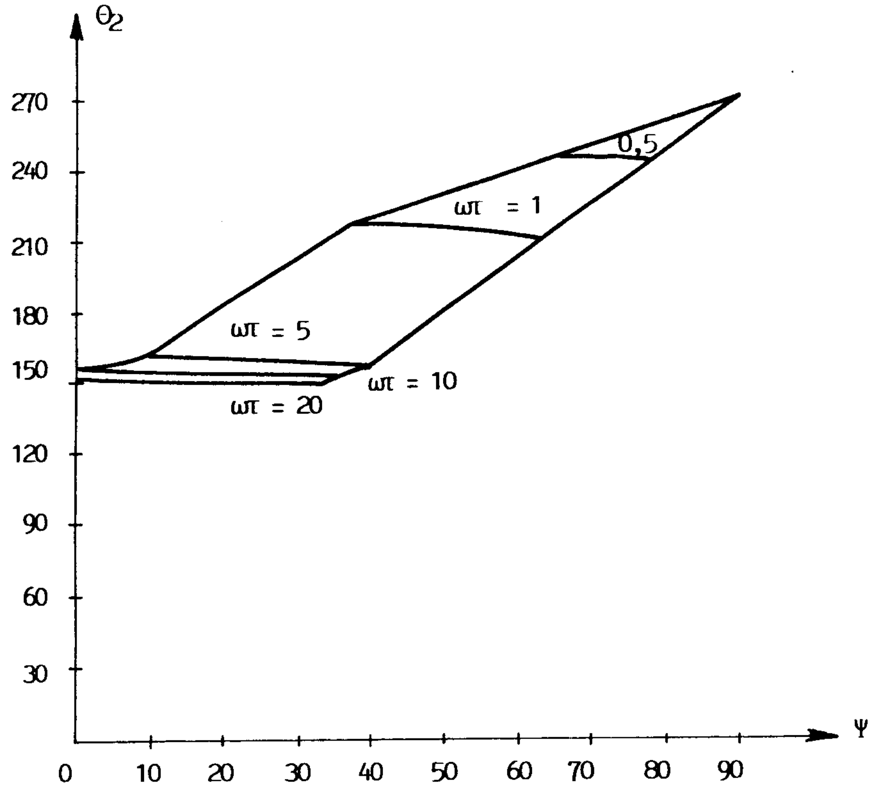


FIGURE 35.

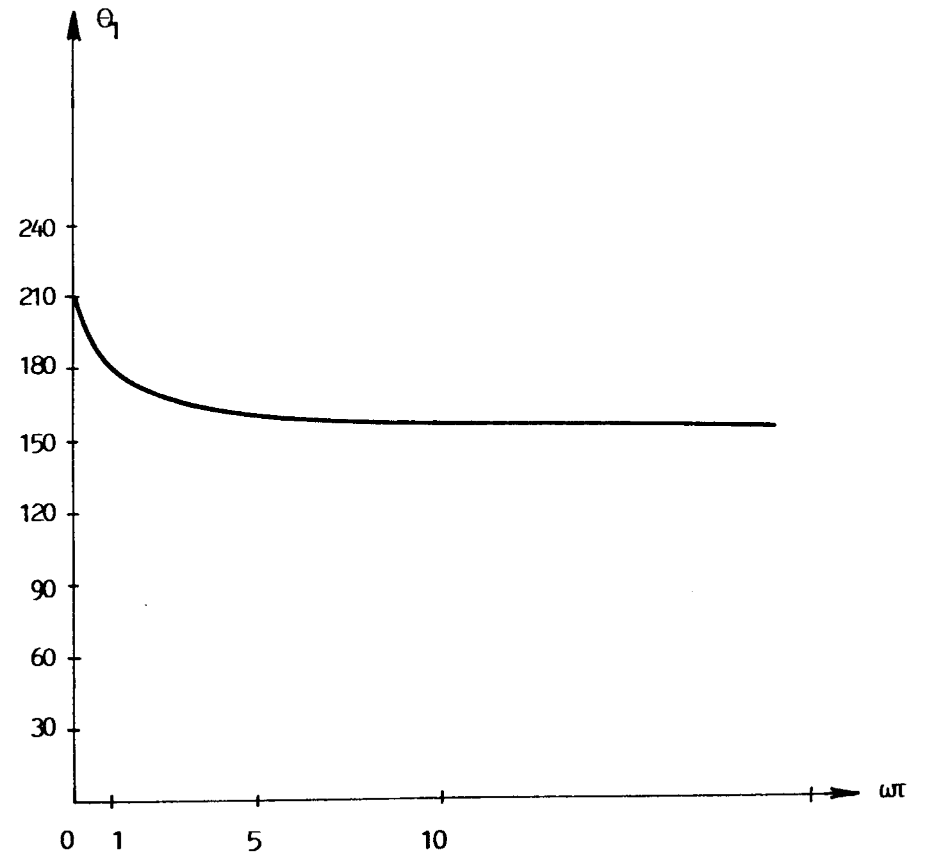


FIGURE 36.

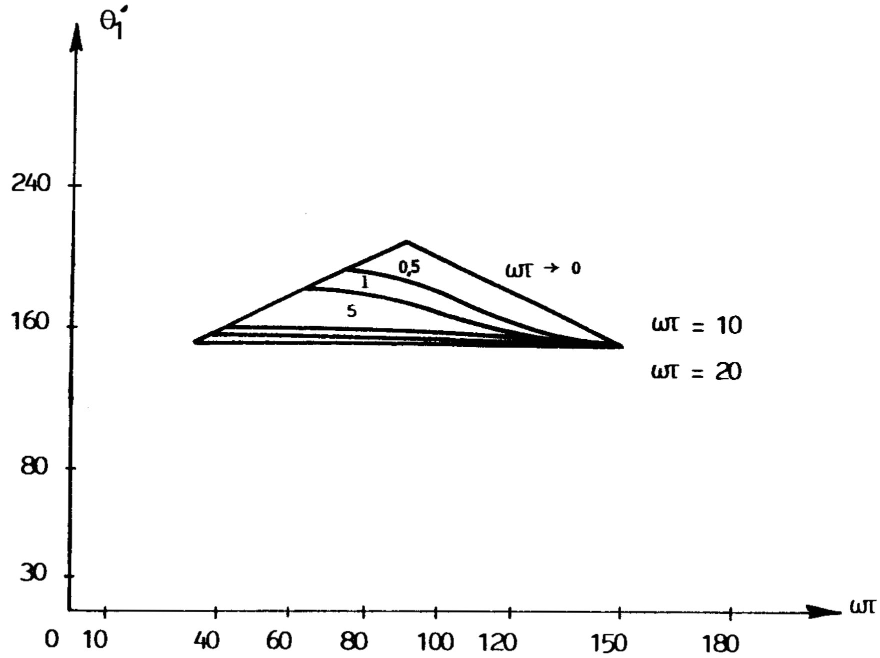


FIGURE 37.

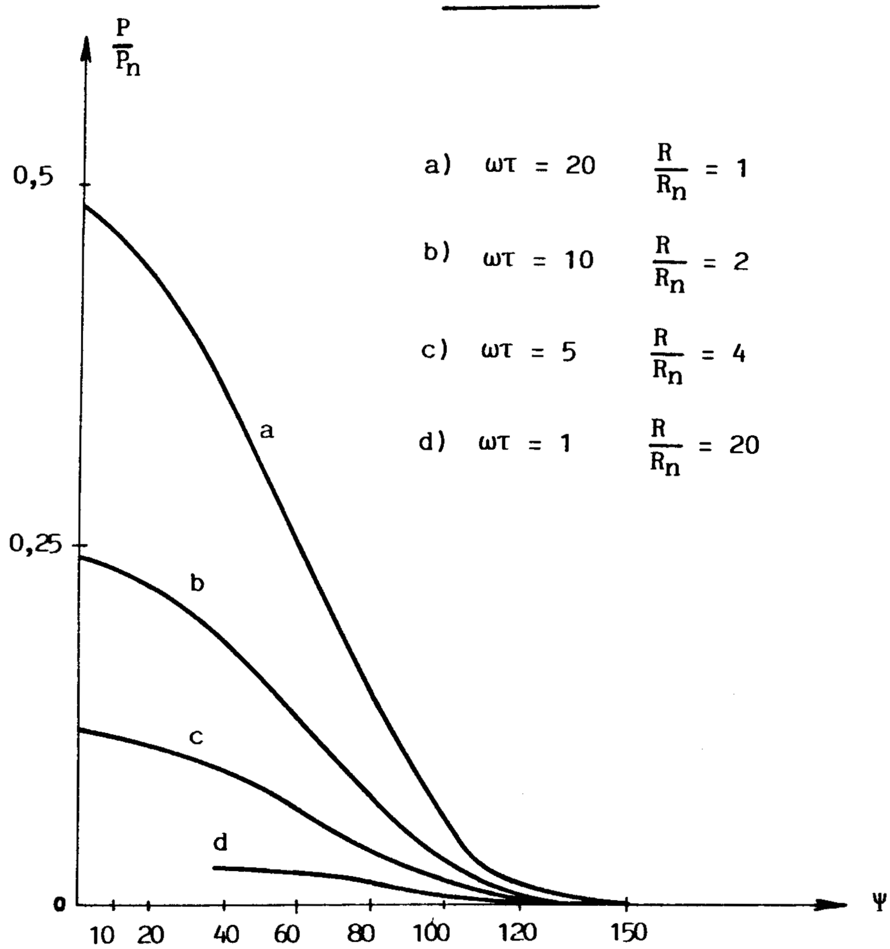


FIGURE 38.

1er mode : $\omega\tau = 0,5$ $\Psi = 70°$

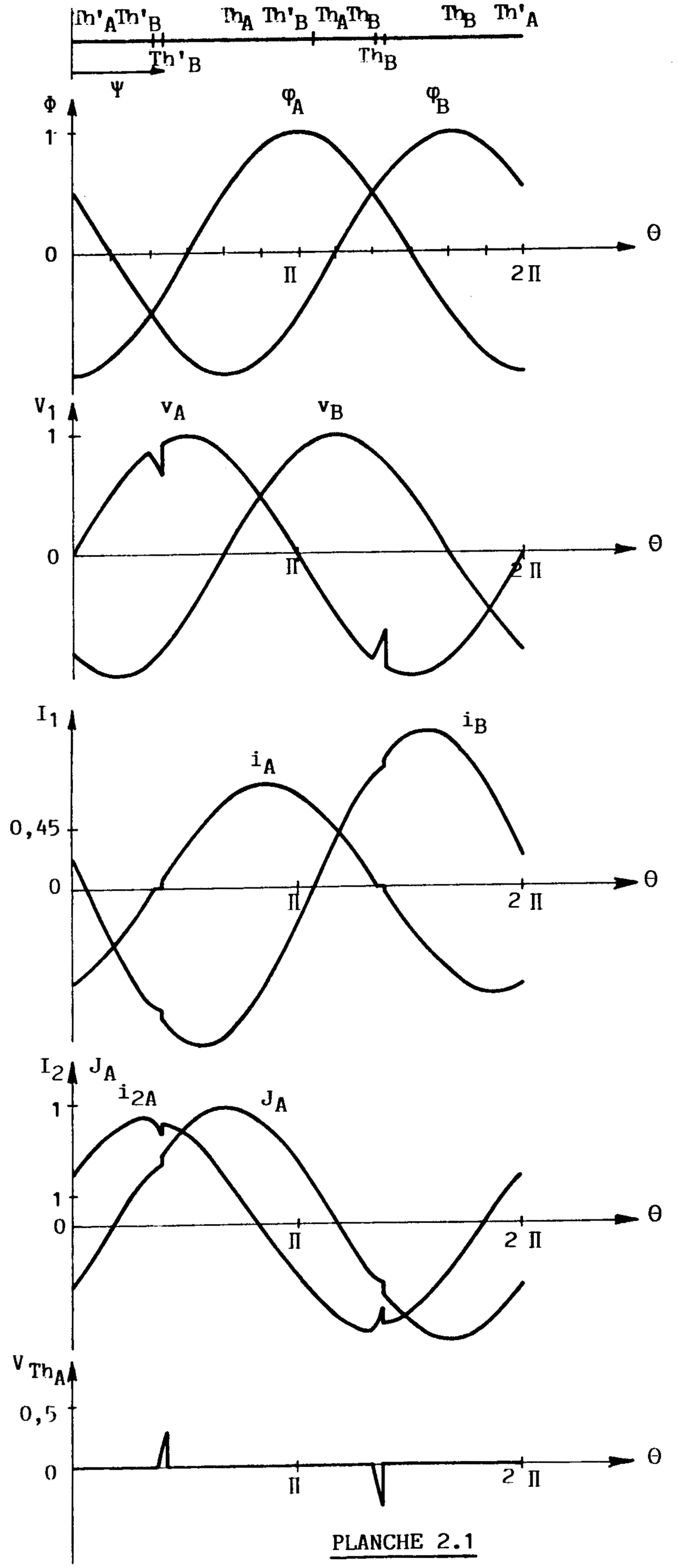


PLANCHE 2.1

1er mode : $\omega\tau = 1$ $\Psi = 50°$

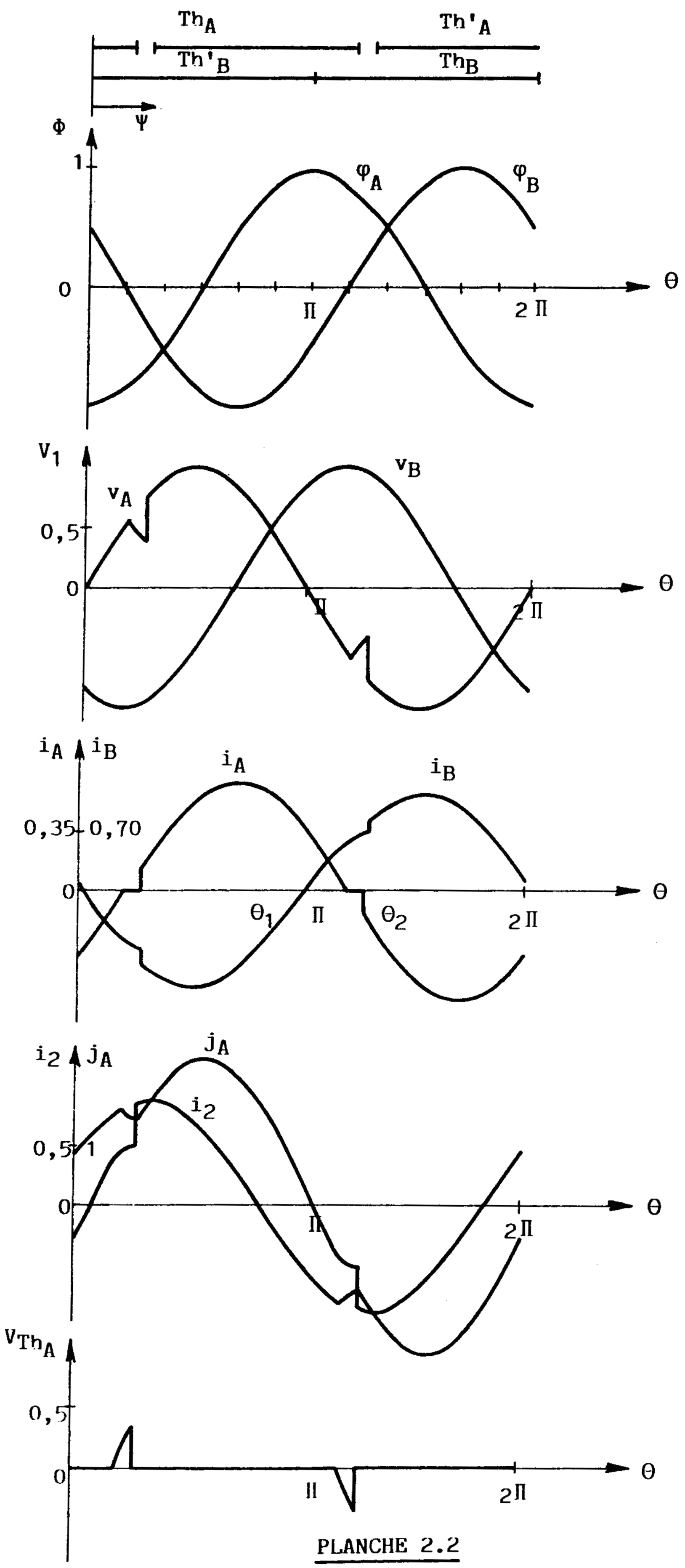
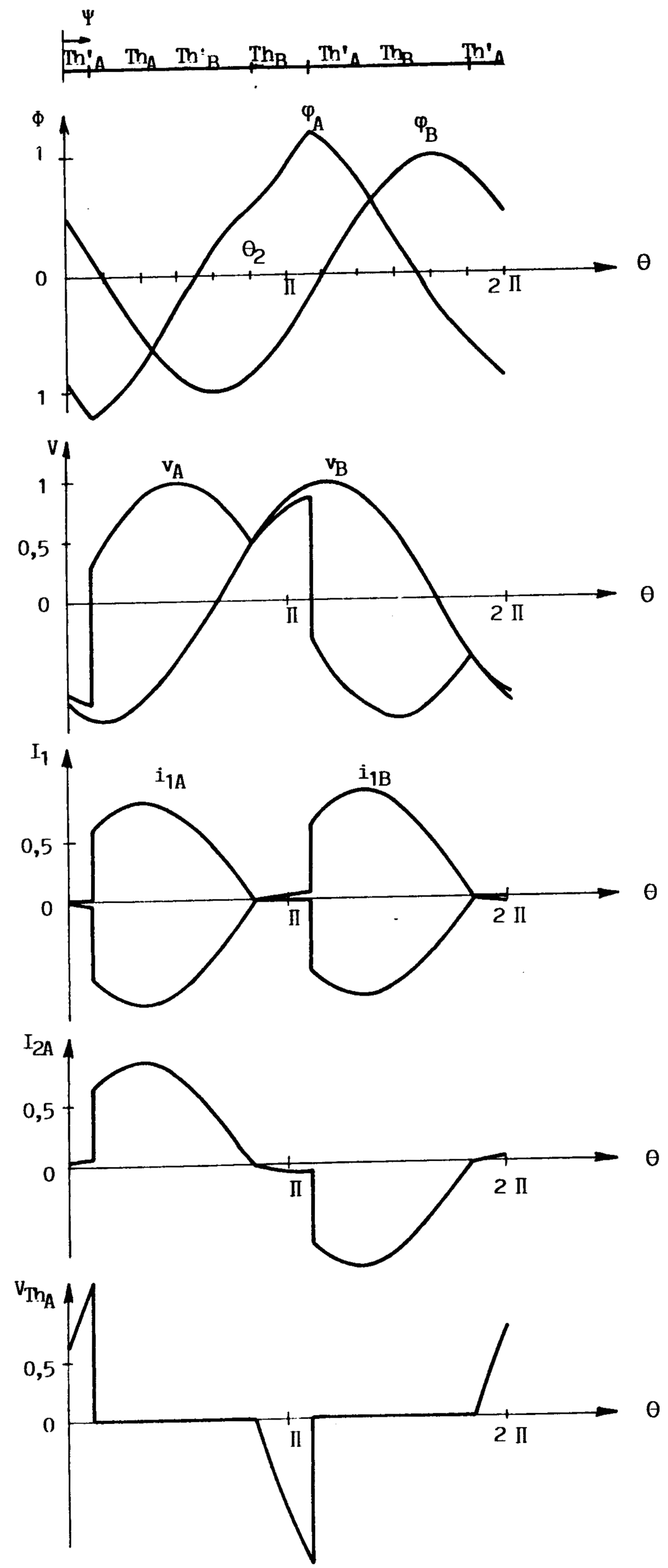


PLANCHE 2.2

1er mode : $\omega\tau = 20$ $\Psi = 20°$



<u>PLANCHE 2.3</u>

2ème mode : $\omega\tau = 0{,}5$ $\Psi = 100°$

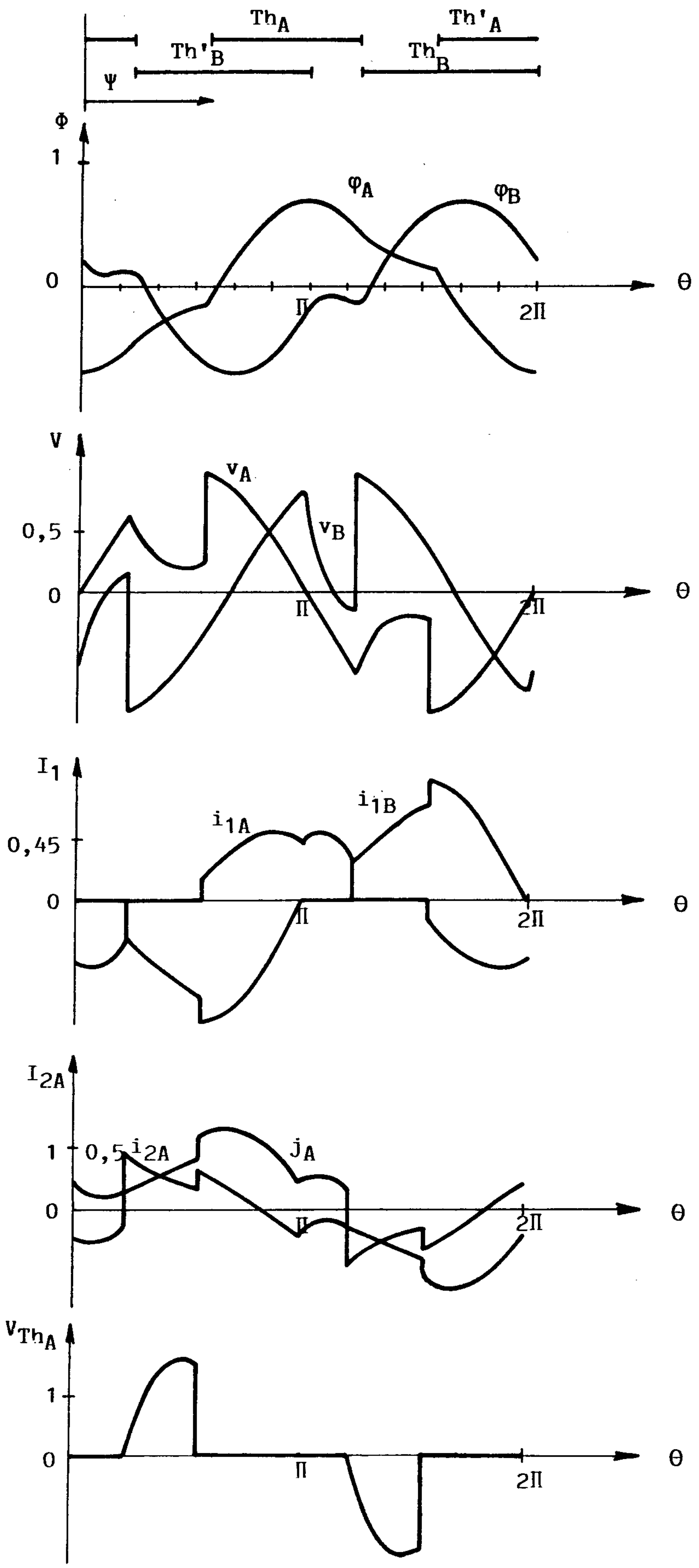


PLANCHE 2.4

2ème mode : $\omega\tau = 1$ $\Psi = 100°$

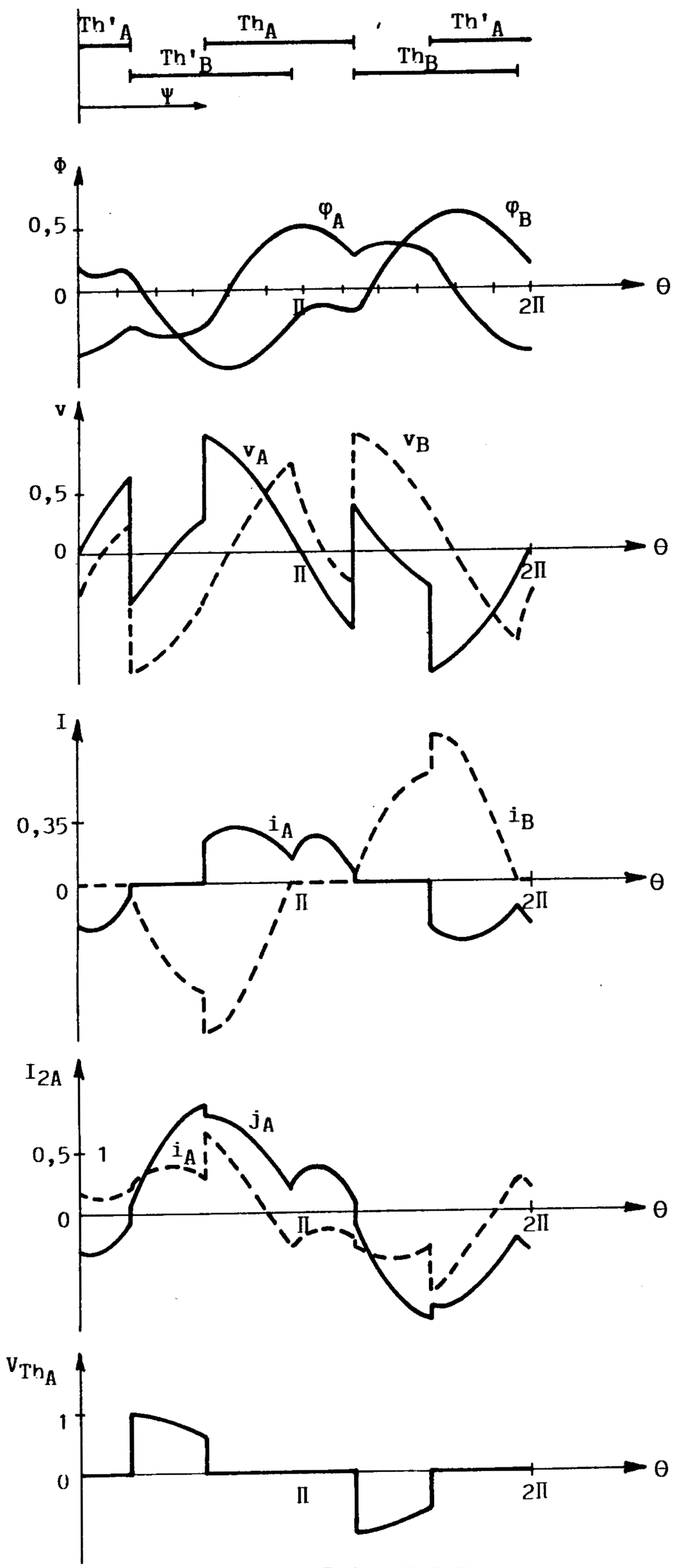


PLANCHE 2.5

2ème mode : $\omega\tau = 20$ $\Psi = 90°$

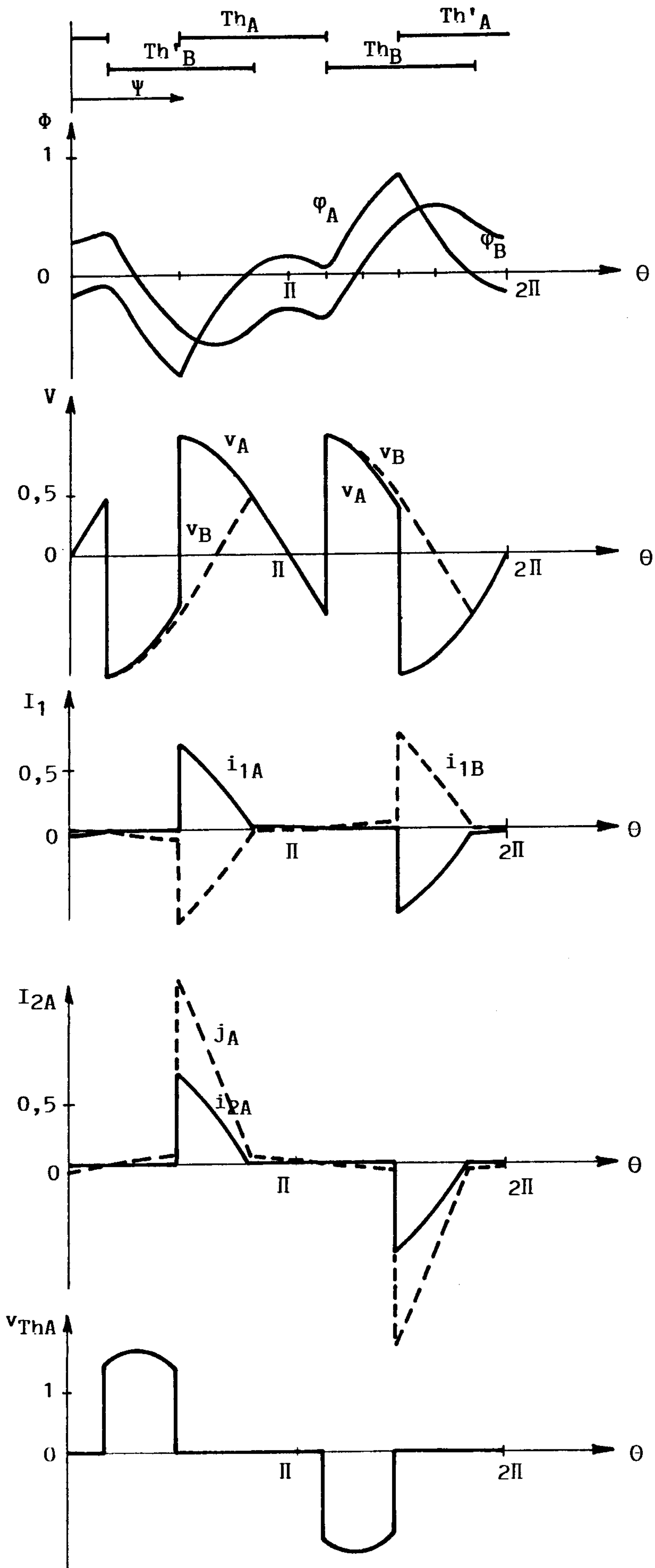


PLANCHE 2.6

I-3. Caractéristiques de réglage

La caractéristique principale à étudier dans ce montage est la puissance active. On a tracé, Figure 38, l'évolution de $\frac{P}{P_n}$ en fonction de ψ et pour des valeurs différentes de $\omega\tau$.

$$\frac{P}{P_n} = \frac{2RI_2^2}{3R_nI_{2_n}^2} = \frac{2}{3}\frac{R}{R_n}\left(\frac{I_2}{I_{2_n}}\right)^2 \frac{I_{2\psi_0}^2}{I_{2\psi_0}^2} = \frac{2}{3}\frac{R}{R_n}\left[\frac{I_2}{I_{2\psi_0}}\right]^2 \left[\frac{I_{2\psi_0}}{I_{2n}}\right]^2$$

$$I_{2\psi_0} = \frac{U}{mR}, \quad I_{2n} = \frac{U}{mR_n}, \quad \frac{I_{2\psi_0}}{I_{2n}} = \frac{R_n}{R}$$

$$\frac{P}{P_n} = \frac{2}{3}\frac{R}{R_n}\left[\frac{I_2}{I_{2\psi_0}}\right]^2 \left[\frac{R_n}{R}\right]^2$$

$$\frac{P}{P_n} = \frac{2}{3}\frac{R_n}{R}\frac{P}{P_{\psi_0}}, \qquad \text{avec } \frac{P}{P_{\psi_0}} = \left[\frac{I_2}{I_{2\psi_0}}\right]^2$$

$$\boxed{\frac{P}{P_n} = \frac{2}{3}\frac{P}{P_{\psi_0}}\frac{\omega\tau}{20}}$$

La modulation de la puissance active avec ce montage est possible mais dans une plage de 50 % du fonctionnement normal (c'est à dire sans rupture de charge).

On peut observer sur la Figure 38 que le rattrapage du niveau de puissance fournie (en cas de rupture de phase), n'est possible que si le débit est inférieur à 50 % du débit nominal. Dans le cas précis des "50 %", il convient, en cas de rupture, que la commande "réduise" l'angle ψ de 78° à 0°.

II - INCIDENCE D'UNE COUPURE DE CHARGE DU MONTAGE A FLUX FORCES

II-1. Etude analytique

La rupture d'une phase au secondaire est synonyme de déséquilibre du montage. Ce type de fonctionnement peut appararaître accidentellement. L'étude suivante va nous permettre d'évaluer les conséquences d'une telle rupture sur le comportement de l'association.

II-11) Montage étudié - Hypothèses et notations

Les gradateurs sont constitués de trois groupes de deux thyristors Th_A - Th'_A, Th_B - Th'_B, Th_C - Th'_C, connectés en parallèle inverse et insérés dans le triangle formé par les enroulements primaires. Les secondaires, couplés en étoile, alimentent un récepteur formé de deux résistances égales de valeur R.

Les symboles et les notations sont ceux de la Figure 39.

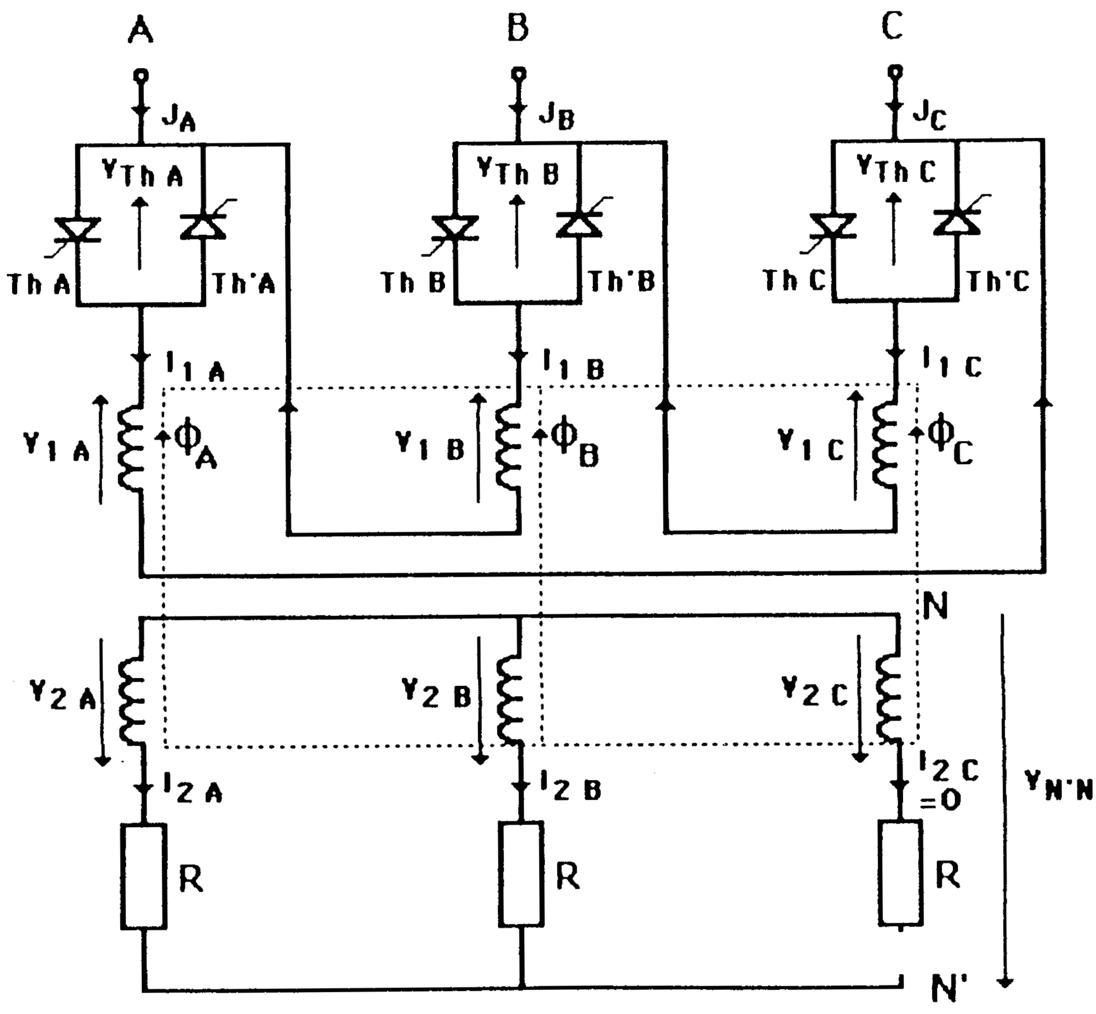


FIGURE 39.

Le transformateur est à flux forcés, on néglige la saturation magnétique, les pertes actives dans le fer et les flux de fuite. On ne tient pas compte de la dissymétrie de construction et on néglige la résistance des enroulements.

II-12) Relations générales

On alimente le montage, par un système triphasé de séquence directe et équilibré en tensions :

(1) $$[U] = U_M \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin (\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin (\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{bmatrix}$$

avec $\theta = \omega \tau$ $\quad U_M = U\sqrt{2}$ $\quad \omega = 2\pi f$ $\quad f = 50$ HZ

Equations des mailles magnétiques

Le transformateur est à flux forcés, par conséquent la somme des flux dans les colonnes est nulle.

Les relations des mailles magnétiques sont les suivantes :

$$\begin{cases} n_1 (i_{1A} - i_{1B}) = n_2 (i_{2A} - i_{2B}) + R (\phi_A - \phi_B) & \text{(a)} \\ n_1 (i_{1B} - i_{1C}) = n_2 i_{2B} + R (\phi_B - \phi_C) & \text{(b)} \\ n_1 (i_{1C} - i_{1A}) = - n_2 i_{2A} + R (\phi_C - \phi_A) & \text{(c)} \end{cases}$$

avec $m = \frac{n_1}{n_2}$ et $i_{2C} = 0$

(2) $$i_{1A} - i_{1B} = \frac{1}{m} (i_{2A} - i_{2B}) + \frac{R}{n_1} (\phi_A - \phi_B)$$

(3) $$i_{1B} - i_{1C} = \frac{1}{m} i_{2B} + \frac{R}{n_1} (\phi_B - \phi_C)$$

(4) $$i_{1C} - i_{1A} = - \frac{1}{m} i_{2A} + \frac{R}{n_1} (\phi_C - \phi_A)$$

Les thyristors sont débloqués tous les sixièmes de période, et les impulsions sont suffisamment larges pour éliminer tout fonctionnement anormal des semi-conducteurs.

L'ordre de déblocage est le suivant :

Th_A, Th'_C, Th_B, Th'_A, Th_C, Th'_B

Le retard à l'amorçage du thyristor Th_A est noté ψ et les relations générales seront indépendantes de ψ, elles ne dépendent que des caractéristiques du montage étudié.

Les équations générales sont les suivantes :

Equations des tensions :

- Tensions aux bornes des enroulements primaires

(5) $$[v_1] = \begin{bmatrix} v_{1A} \\ v_{1B} \\ v_{1C} \end{bmatrix} = n_1 \frac{d}{dt} [\phi]$$

- Tensions aux bornes des enroulements secondaires

(6) $$[v_2] = \begin{bmatrix} v_{2A} \\ v_{2B} \\ v_{2C} \end{bmatrix} = n_2 \frac{d}{dt} [\phi]$$

- Tensions aux bornes des thyristors

(7) $$[v_{Th}] = \begin{bmatrix} v_{Th_A} \\ v_{Th_B} \\ v_{Th_C} \end{bmatrix} = [U] - [v_1]$$

Equations des courants :

- Courants dans les enroulements primaires

(8) $$i_1 = \begin{bmatrix} i_{1A} \\ i_{1B} \\ i_{1C} \end{bmatrix}$$

- Courants en ligne :

(9) $$j = \begin{bmatrix} j_A \\ j_B \\ j_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{1A} - i_{1B} \\ i_{1B} - i_{1C} \\ i_{1C} - i_{1A} \end{bmatrix}$$

La somme instantanée des courants en ligne est nulle.

(10) $$j_A + j_B + j_C = 0$$

(11) Le courant i_{2C} est nul, ainsi que la somme des deux autres courants secondaires ($i_{2A} + i_{2B} = 0$).

(12) Le transformateur est à flux forcés et la somme des flux dans les colonnes est nulle. $\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$

La somme des courants primaires est égale à trois fois la composante homopolaire.

(13) $$i_0 = \frac{1}{3} (i_{1A} + i_{1B} + i_{1C})$$

En dérivant (12) et en utilisant (5), on obtient :

(14) $$\begin{cases} v_{1A} + v_{1B} + v_{1C} = 0 \\ v_{2A} + v_{2B} + v_{2C} = 0 \end{cases}$$

On peut écrire encore :

$$v_{N'} - v_N = v_{2A} - R\, i_{2A} = v_{2B} - R\, i_{2B}$$

Soit :

$$2\, v_{N'N} = v_{2A} + v_{2B} - R\, (i_{2A} + i_{2B})$$

Compte-tenu de la relation (11), on a :

(15) $$v_{N'N} = \frac{1}{2} (v_{2A} + v_{2B})$$

Les courants secondaires s'écrivent alors :

(16) $$i_{2A} = \frac{v_{2A} - v_{N'N}}{R} = \frac{v_{2A} - \frac{1}{2}(v_{2A} + v_{2B})}{R} = \frac{v_{2A} - v_{2B}}{2R}$$

(17) $$i_{2B} = \frac{v_{2B} - v_{N'N}}{R} = \frac{v_{2B} - v_{2A}}{2R} = - i_{2A}$$

II-13) Etude du fonctionnement

Le montage perd sa symétrie avec l'apparition d'une coupure au secondaire, les grandeurs électriques relatives à chaque phase n'ont plus les mêmes variations au décalage de $\frac{1}{3}$ à $\frac{2}{3}$ de période près. Vu de l'extérieur, le montage est symétrique, mais le fonctionnement ne l'est pas du fait des tensions d'alimentation.

Les thyristors formant un gradateur sont débloqués en alternance toutes les demi-périodes, et les variations des grandeurs électriques sont telles que leurs alternances positive et négative sont identiques au signe près.

Les relations de flux s'écrivent :

$$\phi_A(\theta) = - \phi_A(\theta \pm \pi) = \phi_A(\theta + 2\pi)$$

$$\begin{cases} \phi_A(\theta + \pi) = - \phi_A(\theta) \\ \phi_B(\theta + \pi) = - \phi_B(\theta) \\ \phi_C(\theta + \pi) = - \phi_C(\theta) \end{cases}$$

(18) $$[\phi]_{(\theta + 2\pi)} = [\phi]_{\theta}$$

(19) $$[\phi]_{(\theta \pm \pi)} = - [\phi]_{(\theta)}$$

Ces propriétés de symétrie permettent d'effectuer l'analyse du fonctionnement seulement sur l'intervalle $[\psi, \pi + \psi]$.

Le vecteur d'état du système est le flux $[\phi]$, sa détermination autorise celles des grandeurs électriques, et l'obtention des instants d'annulation des courants.

Lorsque l'on fait croître l'angle ψ de sa valeur minimale $\psi_{\ell 0}$ à π, trois modes de fonctionnement se succèdent, chacun de ces modes est caractérisé par le nombre de thyristors passants.

II-131. Premier mode de fonctionnement

$\psi_{\ell 0} \leqslant \psi \leqslant \psi_{\ell 1}$

Sur l'intervalle d'étude défini, on a quatre intervalles de conduction, caractérisés par leur nombre de thyristors passants.

II-1311. Equation de fonctionnement dans le premier intervalle du premier mode : $\psi \leqslant \theta \leqslant \theta_1$

Les thyristors Th_A, Th'_B et Th_C sont conducteurs, $\frac{\theta_1}{\omega}$ étant l'instant d'annulation du courant dans Th_C.

Les courants choisissent les chemins de moindre réactance et assurent la compensation des ampères-tours par noyau magnétique.

Les équations traduisant ce fonctionnement sont les suivantes :

Tensions :

$$(20) \qquad \begin{cases} v_{1A} = U_{AC} = U_M \sin \theta \\ v_{1B} = U_{BA} = U_M \sin (\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ v_{1C} = U_{CB} = U_M \sin (\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_{2A} = \frac{v_{1A}}{m} \\ v_{2B} = \frac{v_{2B}}{m} \\ v_{2C} = \frac{v_{2C}}{m} \end{cases} \qquad \begin{cases} v_{Th_A} = 0 \\ v_{Th_B} = 0 \\ v_{Th_C} = 0 \end{cases}$$

Flux : le flux s'obtient par intégration de la tension

$$(21) \qquad \begin{cases} \phi_A = - \frac{U_M}{n_1 \omega} \cos \theta + K_1 \\ \phi_B = - \frac{U_M}{n_1 \omega} \cos (\theta - \frac{2\pi}{3}) + K_2 \\ \phi_C = - \frac{U_M}{n_1 \omega} \cos (\theta - \frac{4\pi}{3}) + K_3 \end{cases}$$

Courants :

(22) $$i_{2A} = - i_{2B} = \frac{v_{2A} - v_{2B}}{2R} = \frac{U_M}{mR} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin (\theta + \frac{\pi}{6})$$

$$i_{1A} = \frac{n_2}{n_1} i_{2A} + \frac{\mathcal{R}}{n_1} \phi_A$$

$$i_{1B} = \frac{n_2}{n_1} i_{2B} + \frac{\mathcal{R}}{n_1} \phi_B$$

$$i_{1C} = - \frac{\mathcal{R}}{n_1} \phi_C$$

(23) $$\begin{cases} i_{1A} = \frac{U_M}{m^2R} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin (\theta + \frac{\pi}{6}) - \frac{U_M}{m^2R} \frac{1}{\omega\tau} \cos \theta + \frac{\mathcal{R}}{n_1} K_1 \\ i_{1B} = \frac{-U_M}{m^2R} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin (\theta + \frac{\pi}{6}) - \frac{U_M}{m^2R} \frac{1}{\omega\tau} \cos (\theta - \frac{2\pi}{3}) + \frac{\mathcal{R}}{n_1} K_2 \\ i_{1C} = - \frac{U_M}{m^2R} \frac{1}{\omega\tau} \cos (\theta - \frac{4\pi}{3}) + \frac{\mathcal{R}}{n_1} K_3 \end{cases}$$

(24) $$\begin{cases} j_A = i_{1A} - i_{1B} = \frac{U_M}{m^2R} \sqrt{3} \, [\sin (\theta + \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{\omega\tau} \cos (\theta + \frac{\pi}{6})] + \frac{\mathcal{R}}{n_1} (K_1 - K_2) \\ j_B = i_{1B} - i_{1C} = - \frac{U_M}{m^2R} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin (\theta + \frac{\pi}{6}) - \frac{\sqrt{3}}{\omega\tau} \frac{U_M}{m^2R} \cos (\theta - \frac{\pi}{2}) + \frac{\mathcal{R}}{n_1} (K_2 - K_3) \\ j_C = i_{1C} - i_{1A} = - \frac{U_M}{m^2R} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin (\theta + \frac{\pi}{6}) - \frac{\sqrt{3}}{\omega\tau} \frac{U_M}{m^2R} \cos (\theta + \frac{5\pi}{6}) + \frac{\mathcal{R}}{n_1} (K_3 - K_1) \end{cases}$$

$$\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$$

$$i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = \frac{1}{m} (i_{2A} + i_{2B}) + \frac{\mathcal{R}}{n_1} (\Phi_A + \Phi_B + \Phi_C) \rightarrow$$

(25) $$i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0$$

$$i_0 = 0$$

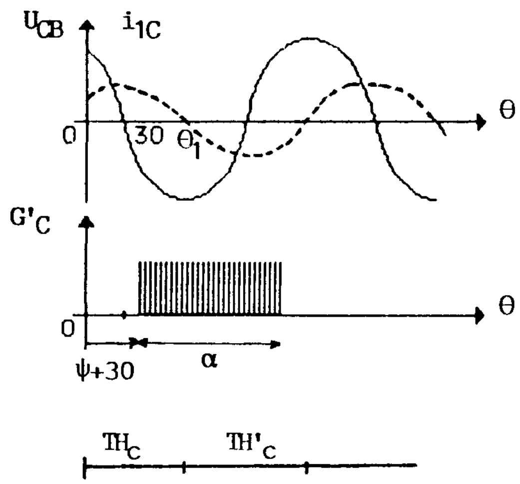
avec $\tau = \frac{n_2^2}{\mathcal{R}R}$ et $m = \frac{n_1}{n_2}$

II-1312. <u>Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du premier mode</u>

$\theta_1 \leqslant \theta \leqslant \theta_2$

Dès que Th_C s'arrête de conduire (à $t_1 = \frac{\theta_1}{\omega}$), le thyristor Th'_C qui reçoit une impulsion large (supérieure à 90°), assure à son tour le passage du courant. Th_A, Th'_B et Th'_C sont conducteurs en même temps.

Les équations du fonctionnement sont celles du premier intervalle aux constantes près.



II-1313. <u>Equations de fonctionnement dans le troisième intervalle du premier mode</u>

$\theta_2 \leqslant \theta \leqslant \theta_3$

A l'instant $t_2 = \frac{\theta_2}{\omega}$, le thyristor Th'_B s'arrête de conduire et c'est Th_B qui prend la relève et qui assure le fonctionnement à pleine onde du gradateur de la colonne B.

On a les mêmes équations que dans le 1er intervalle (à des constantes près).

II-1314. Equations de fonctionnement dans le quatrième intervalle du premier mode

$\theta_3 \leqslant \theta \leqslant \pi + \psi$

A $t_3 = \frac{\theta_3}{\omega}$, le thyristor Th_A s'arrête de conduire ainsi que Th'_C et seul Th_B reste en conduction.

Equations de fonctionnement

$$v_{1B} = U_{BA} = U_M \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\phi_B = - \frac{U_M}{n_1 \omega} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + K'_2$$

$$v_{2B} = \frac{v_{1B}}{m}$$

(26) $$i_{1B} = \frac{i_{2B}}{m} + \frac{R}{n_1} (\phi_B - \phi_C)$$

(27) $$i_{2A} = \frac{R}{n_2} (\phi_C - \phi_A)$$

(28) $$i_{2A} = \frac{n_2}{2R} \frac{d(\phi_A - \phi_B)}{dt}$$

(29) $$\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$$

On a quatre équations à quatre inconnues : ϕ_A, ϕ_C, i_{2A} et i_{1B}

(27) = (28) $$\vec{\frac{R}{n_2}} (\phi_C - \phi_A) = \frac{n_2}{2R} \frac{d(\phi_A - \phi_B)}{dt}$$

(30) $$\phi_C - \phi_A = \frac{\omega\tau}{2} \frac{d(\phi_A - \phi_B)}{d\theta}$$

(29) → $$\phi_C = - (\phi_A + \phi_B) \qquad (31)$$

(31) dans (30) → $$- \phi_A - \phi_B - \phi_A = \frac{\omega\tau}{2} \frac{d(\phi_A - \phi_B)}{d\theta}$$

$$2 \phi_A + \frac{\omega\tau}{2} \frac{d\phi_A}{d\theta} = - \phi_B + \frac{\omega\tau}{2} \frac{d\phi_B}{d\theta}$$

$$\frac{d \phi_B}{d\theta} = \frac{U_M}{n_1 \omega} \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$2\,\phi_A + \frac{\omega\tau}{2}\frac{d\phi_A}{d\theta} = \frac{U_M}{n_1\omega}\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - K'_2 + \frac{U_M}{n_1\omega}\frac{\omega\tau}{2}\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$2\,\phi_A + \frac{\omega\tau}{2}\frac{d\phi_A}{d\theta} = \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\omega\tau}{2}\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)\right] - K'_2$$

C'est une équation différentielle du premier ordre, sa résolution conduit à :

(32) $$\phi_A = \frac{U_M}{n_1\omega} K\left[\cos\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\omega\tau}{2}\sin\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right] - \frac{K'_2}{2} + K'_1\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}}$$

avec $\varphi = \text{Arc tg}\,\frac{\omega\tau}{4}$

$$K = \frac{1}{\sqrt{4 + \left(\frac{\omega\tau}{2}\right)^2}}$$

$$\phi_C = -\,(\phi_A + \phi_B)$$

(33) $$\phi_C = \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - K\cos\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - K\frac{\omega\tau}{2}\sin\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right] - \frac{K'_2}{2} - K'_1\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}}$$

(27) →

(34) $$i_{2A} = \frac{R}{n_2}\left\{\frac{U_M}{n_1\omega}\left[\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - 2K\cos\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - K\,\omega\tau\sin\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right] - 2\,K'_1\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}}\right\}$$

(35) $$i_{1B} = -\frac{i_{2A}}{m} + \frac{R}{n_1}\,(\phi_B - \phi_C)$$

$$v_{1A} = n_1\omega\,\frac{d\phi_A}{d\theta}$$

(36) $$v_{1A} = U_M K\left[-\sin\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\omega\tau}{2}\cos\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right] - \frac{n_1}{\tau}\,4\,K'_1\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}}$$

$$v_{2A} = \frac{v_{1A}}{m}$$

(37) $$v_{1C} = -\,(v_{1A} + v_{1B})$$

$$v_{1C} = U_M K\left[-\frac{1}{K}\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{\omega\tau}{2}\cos\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right] + \frac{n_1}{\tau}\,4\,K'_1\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}}$$

(38) $j_A = -\,i_{1B}$ $\qquad j_B = i_{1B}$ $\qquad j_C = 0$

II-1315. Détermination des instants d'annulation des courants

A l'instant $t_1 = \frac{\theta_1}{\omega}$, le courant dans Th'_C s'annule et le thyristor s'arrête de conduire. Soit $i_{1C}\ (\theta_1) = 0$

La relation (23) s'écrit alors :

(39) $$- \frac{U_M}{m^2 R} \frac{1}{\omega\tau} \cos\ (\theta_1 - \frac{4\pi}{3}) + \frac{R}{n_1} K_3 = 0$$

A $t_2 = \frac{\theta_2}{\omega}$, le courant i_{1B} s'annule : $i_{1B}\ (\theta_2) = 0$

(40) $$- \frac{U_M}{m^2 R} [\ \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\ (\theta_2 + \frac{\pi}{6}) + \frac{1}{\omega\tau} \cos\ (\theta_2 - \frac{2\pi}{3})\ ] + \frac{R}{n_1} K_2 = 0$$

et à $t_3 = \frac{\theta_3}{\omega}$, le courant i_{1A} s'annule aussi : $i_{1A}\ (\theta_3) = 0$

(41) $$\frac{U_M}{m^2 R} [\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\ (\theta_3 + \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{\omega\tau} \cos\ \theta_3] + \frac{R}{n_1} K_1 = 0$$

II-1316. Détermination des constantes d'intégration

L'application des propriétés de symétrie et de non-discontinuité du flux nous permet de calculer les différentes constantes :

* Propriété de continuité du flux à l'instant critique θ_1 :

$$\phi_A(\theta_1 - \varepsilon) = \phi_A(\theta_1 + \varepsilon)$$

$$\phi_B(\theta_1 - \varepsilon) = \phi_B(\theta_1 + \varepsilon)$$

$$\phi_C(\theta_1 - \varepsilon) = \phi_C(\theta_1 + \varepsilon)$$

(42) $$[\phi]_{(\theta_c - \varepsilon)} = [\phi]_{(\theta_c + \varepsilon)}$$

* Propriété de symétrie du flux sur T/2 :

$$\phi_A(\psi) = - \phi_A(\pi + \psi)$$

$$\phi_B(\psi) = - \phi_B(\pi + \psi)$$

$$\phi_C(\psi) = - \phi_C(\pi + \psi)$$

(43) $$[\phi]_{(\psi)} = - [\phi]_{(\pi + \psi)}$$

Il n'y a donc aucune symétrie entre les flux.

Calcul de K_1 et K'_1 :

$\ast$ $\phi_A(\theta_3 - \varepsilon) = \phi_A(\theta_3 + \varepsilon)$

(21) et (32) $\rightarrow$

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos (\theta_3) + K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} K \left[\cos \left(\theta_3 - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\omega\tau}{2} \sin \left(\theta_3 - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right] - \frac{K'_2}{2} + K'_1\, e^{-\frac{4\theta_3}{\omega\tau}}$$

$$K_1 - K'_1\, e^{-\frac{4\theta_3}{\omega\tau}} + \frac{K'_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega} \left[\cos \theta_3 + K \left(\cos \left(\theta_3 - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\omega\tau}{2} \sin \left(\theta_3 - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right]\right.$$

$\ast$ $\phi_A(\psi) = - \phi_A(\pi + \psi)$

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos \psi + K_1 = - \frac{U_M}{n_1\omega} K \left[\cos\left(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\omega\tau}{2} \sin \left(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}\right)\right] + \frac{K'_2}{2} - K'_1\, e^{-\frac{4(\pi+\psi)}{\omega\tau}}$$

$$K_1 + K'_1\, e^{-\frac{4(\pi+\psi)}{\omega\tau}} - \frac{K'_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega} \left[\cos \psi - K \left(\cos\left(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\omega\tau}{2} \sin \left(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}\right)\right)\right]$$

On peut écrire :

$$K_1 + a_1\, K'_1 + \frac{K'_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\, a_2$$

$$-\quad K_1 + a_1\, K'_1 - \frac{K'_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\, a_4$$

$$K'_1(a_1 - a_3) + K'_2 = \frac{U_M}{n_1\omega} (a_2 - a_4)$$

(44) $$K'_1 = \left[\frac{U_M}{n_1\omega} (a_2 - a_4) - K'_2 \right] \frac{1}{(a_1 - a_3)}$$

(45) $$K_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} a_2 - a_1 K'_1 - \frac{K'_2}{2}$$

Il reste donc à calculer K'_2 pour définir K'_1 et K_1.
a_1, a_2, a_3, a_4 sont des paramètres simplifiés.

Calcul de K_2 et K'_2 :

$$* \quad \phi_B(\theta_2 - \varepsilon) = \phi_B(\theta_2 + \varepsilon)$$

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos\left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}\right) + K_2 = - \frac{U_M}{n_1\omega} \cos\left(\theta_2 - \frac{2\pi}{3}\right) + K'_2$$

$$K_2 = K'_2$$

$$* \quad \phi_B(\psi) = - \phi_B(\pi + \psi)$$

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) + K_2 = \frac{U_M}{n_1\omega} \cos\left(\pi + \psi - \frac{2\pi}{3}\right) - K'_2$$

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) + K_2 = - \frac{U_M}{n_1\omega} \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) - K'_2$$

(46) $$K_2 = - K'_2 \quad \rightarrow \quad K_2 = K'_2 = 0$$

Calcul de K_3 et K'_3 :

$$* \quad \phi_C(\psi) = - \phi_C(\pi + \psi)$$

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos\left(\psi - \frac{4\pi}{3}\right) + K_3 = \frac{U_M}{n_1\omega} K \left[\cos\left(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\omega\tau}{2} \sin\left(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}\right)\right] + K'_1 e^{-\frac{4(\pi+\psi)}{\omega\tau}} - \frac{U_M}{n_1\omega} \cos\left(\frac{\pi}{3} + \psi\right)$$

(47) $$K_3 = \frac{U_M}{n_1\omega} \left\{ K \left[\cos\left(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}\right) + \frac{\omega\tau}{2} \sin\left(\psi - \varphi + \frac{\pi}{3}\right)\right] - \cos\psi \right\} + K'_1 e^{-\frac{4(\pi+\psi)}{\omega\tau}}$$

II-1317. Limites de fonctionnement du premier mode

On a :

- une limite basse ($\psi_{\ell 0}$) qui correspond au fonctionnement à pleine onde des gradateurs

$$\psi = \psi_{\ell 0} \text{ et } \theta_3 = \psi_{\ell 0} + \pi$$

En reportant ces valeurs dans l'équation de θ_3 (relation 41), il vient :

(48) $$\boxed{\psi_{\ell 0} = \text{Arc tg } \left(\frac{4 - \sqrt{3}\,\omega\tau}{3\omega\tau} \right)}$$

- une limite haute ($\psi_{\ell 1}$) qui correspond à la fin du fonctionnement à pleine onde du gradateur de la colonne B : $\theta_2 = \psi_{\ell 1} + \frac{2\pi}{3}$, $\psi = \psi_{\ell 1}$

La relation (40) permet d'écrire :

(49) $$\boxed{\psi_{\ell 1} = \frac{\pi}{3} + \text{arc tg } \left(\frac{2 - \omega\tau\,\sqrt{3}}{2\sqrt{3} + 3\omega\tau} \right)}$$

Si $\omega\tau \to 0$ $\begin{cases} \psi_{\ell 0} \to \pi/2 \\ \psi_{\ell 1} \to \pi/2 \end{cases}$

$\omega\tau \to \infty$ $\begin{cases} \psi_{\ell 0} \to -\pi/6 \\ \psi_{\ell 1} \to \pi/6 \end{cases}$

II-132. Deuxième mode de fonctionnement

$$\psi_{\ell 1} \leqslant \psi \leqslant \psi_{\ell 2}$$

Dans ce mode, on a quatre intervalles de conduction.

II-1321. Equation de fonctionnement dans le premier intervalle du deuxième mode

$$\psi \leqslant \theta \leqslant \theta'_1$$

Th_A, Th'_B et Th_C sont conducteurs ensemble.

$\frac{\theta'_1}{\omega}$ étant l'instant d'annulation du courant i_{1C}, on a les mêmes équations que dans le 1er intervalle du premier mode (et aux constantes près), on aura les équations suivantes :

Tensions :

(50)
$$v_{1A} = U_{AC} = U_M \sin\theta$$

$$v_{1B} = U_{BA} = U_M \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$v_{1C} = U_{CB} = U_M \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$v_{2A} = \frac{v_{1A}}{m} \; ; \; v_{2B} = \frac{v_{1B}}{m} \; ; \; v_{2C} = \frac{v_{1C}}{m}$$

$$v_{Th_A} = 0, \; v_{Th_B} = 0, \; v_{Th_C} = 0$$

Flux :

(51)
$$[\phi] = -\frac{U_M}{n_1\omega}\begin{bmatrix}\cos\theta\\ \cos\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right)\\ \cos\left(\theta-\frac{4\pi}{3}\right)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}K_1\\K_2\\K_3\end{bmatrix}$$

Courants :

(52)
$$i_{2A} = -\,i_{2B} = \frac{U_M}{mR}\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)$$

(53)
$$\begin{cases} i_{1A} = \frac{U_M}{m^2R}\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right) - \frac{U_M}{m^2R}\frac{1}{\omega\tau}\cos\theta + \frac{R}{n_1}K_1 \\ i_{1B} = -\frac{U_M}{m^2R}\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right) - \frac{U_M}{m^2R}\frac{1}{\omega\tau}\cos\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right) + \frac{R}{n_1}K_2 \\ i_{1C} = -\frac{U_M}{m^2R}\frac{1}{\omega\tau}\cos\left(\theta-\frac{4\pi}{3}\right) + \frac{R}{n_1}K_3 \end{cases}$$

(54)
$$\begin{cases} j_A = i_{1A}-i_{1B} = \frac{U_M}{m^2R}\sqrt{3}\left[\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{\omega\tau}\cos\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right)\right] + \frac{R}{n_1}(K_1-K_2) \\ j_B = i_{1B}-i_{1C} = \frac{-U_M}{m^2R}\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right) - \frac{\sqrt{3}}{\omega\tau}\frac{U_M}{m^2R}\cos\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right) + \frac{R}{n_1}(K_2-K_3) \\ j_C = i_{1C}-i_{1A} = \frac{-U_M}{m^2R}\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{6}\right) - \frac{\sqrt{3}}{\omega\tau}\frac{U_M}{m^2R}\cos\left(\theta+\frac{5\pi}{6}\right) + \frac{R}{n_1}(K_3-K_1) \end{cases}$$

II-1322. Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du deuxième mode

$\theta'_1 \leqslant \theta \leqslant \theta'_2$

A $t = \frac{\theta'_1}{\omega}$, Th_C s'arrête de conduire. Et c'est Th'_C qui devient passant en même temps que Th_A et Th'_B.

Les équations du fonctionnement dans cet intervalle sont celles du premier intervalle, aux constantes près.

$\frac{\theta'_2}{\omega}$ est l'instant d'annulation du courant dans Th'_B.

II-1323. Equations de fonctionnement dans le troisième intervalle du deuxième mode

$\theta'_2 < \theta < \theta'_3$

Seul Th_A conduit, jusqu'à θ'_3.

($\frac{\theta'_3}{\omega}$ est l'instant d'annulation du courant i_{1A}).

Equations :

La tension aux bornes de l'enroulement primaire de la colonne A est U_{AC}, donc :

(55) $$v_{1A} = U_{AC} = U_M \sin\theta$$

$$v_{2A} = \frac{v_{1A}}{m}$$

(56) $$\phi_A = -\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\theta + K'_1$$

On peut écrire les relations suivantes à partir de (2), (3), (4), (16) et (17) :

(57) $$i_{1A} = \frac{i_{2A}}{m} + \frac{\mathcal{R}}{n_1}(\phi_A - \phi_C)$$

(58) $$i_{2A} = \frac{\mathcal{R}}{n_2}(\phi_B - \phi_C)$$

(59) $$i_{2A} = \frac{n_2}{2R}\frac{d(\phi_A - \phi_B)}{dt}$$

(60) $$\phi_C = -(\phi_A + \phi_B)$$

On a 4 équations à 4 inconnues : ϕ_B, ϕ_C, i_{2A}, i_{1A}

Résolution de ces équations :

(58) et (59) →

$$\frac{\mathcal{R}}{n_2}(\phi_B - \phi_C) = \frac{n_2}{2R}\frac{d(\phi_A - \phi_B)}{dt}$$

$$\phi_B - \phi_C = \frac{\omega\tau}{2}\frac{d(\phi_A - \phi_B)}{d\theta}$$

On remplace ϕ_C par son expression →

$$\phi_B + \phi_A + \phi_B = \frac{\omega\tau}{2}\frac{d(\phi_A - \phi_B)}{d\theta}$$

$$2\phi_B + \frac{\omega\tau}{2}\frac{d\phi_B}{d\theta} = -\phi_A + \frac{\omega\tau}{2}\frac{d\phi_A}{d\theta}$$

$$(56) \rightarrow \quad \frac{d\phi_A}{d\theta} = \frac{U_M}{n_1\omega}\sin\theta$$

$$2\phi_B + \frac{\omega\tau}{2}\frac{d\phi_B}{d\theta} = \frac{U_M}{n_1\omega}\cos(\theta) - K'_1 + \frac{U_M}{n_1\omega}\frac{\omega\tau}{2}\sin\theta$$

$$2\phi_B + \frac{\omega\tau}{2}\frac{d\phi_B}{d\theta} = \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\cos\theta + \frac{\omega\tau}{2}\sin\theta\right] - K'_1$$

- Equation différentielle du premier ordre -

Résolution :

(61) $$\phi_B = \frac{U_M}{n_1\omega} K\left[\cos(\theta-\varphi) + \frac{\omega\tau}{2}\sin(\theta-\varphi)\right] - \frac{K'_1}{2} + K'_2\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}}$$

avec $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega\tau}{4}$

$$K = \frac{1}{\sqrt{4 + \left(\frac{\omega\tau}{2}\right)^2}}$$

(62) $$\phi_C = \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\cos\theta - K\cos(\theta-\varphi) - K\frac{\omega\tau}{2}\sin(\theta-\varphi)\right] - \frac{K'_1}{2} - K'_2\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}}$$

(58) $\rightarrow$

$$i_{2A} = \frac{U_M}{n_1\omega}\frac{R}{n_2}\left[2K\cos(\theta-\varphi) - \cos\theta + K\omega\tau\sin(\theta-\varphi)\right] + \frac{R}{n_2}2K'_2\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}}$$

(63) $$i_{2A} = \frac{U_M}{mR}\frac{1}{\omega\tau}\left[K(2\cos(\theta-\varphi) + \omega\tau\sin(\theta-\varphi)) - \cos\theta\right] + \frac{R}{n_2}2K'_2\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}}$$

(57) $\rightarrow$

$$i_{1A} = \frac{i_{2A}}{m} + \frac{R}{n_1}\frac{U_M}{n_1\omega}\left[-\cos\theta - \cos\theta + K\cos(\theta-\varphi) + K\frac{\omega\tau}{2}\sin(\theta-\varphi)\right]$$
$$+ \frac{3}{2}K'_1\frac{R}{n_1} + K'_2\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}}\frac{R}{n_1}$$

(64) $$i_{1A} = \frac{U_M}{m^2R}\frac{1}{\omega\tau}\left[K(2\cos(\theta-\varphi) + \omega\tau\sin(\theta-\varphi) - \cos\theta\right] + \frac{R}{n_2}2K'_2\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}}$$
$$+ \frac{U_M}{m^2R}\frac{1}{\omega\tau}\left[-2\cos\theta + K\cos(\theta-\varphi) + K\frac{\omega\tau}{2}\sin(\theta-\varphi)\right] + \frac{3}{2}K'_1\frac{R}{n_1}$$
$$+ K'_2\frac{R}{n_1}e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}}$$

Les courants en ligne sont :

$$(65)\quad \begin{cases} j_A = i_{1A} \\ j_B = 0 \\ j_C = - i_{1A} \end{cases}$$

$$(66)\quad \begin{cases} v_{1B} = U_M\, K\, [- \sin(\theta - \varphi) + \frac{\omega\tau}{2} \cos(\theta - \varphi)] - \frac{4n_1}{\tau} K'_2\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \\ v_{1C} = - U_M \sin(\theta) - U_M\, K\, [- \sin(\theta - \varphi) + \frac{\omega\tau}{2} \cos(\theta - \varphi)] + \frac{4n_1}{\tau} K'_2 e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \end{cases}$$

$$(67)\quad \begin{cases} v_{Th_A} = 0 \\ v_{Th_B} = U_M \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - v_{1B} \\ v_{Th_C} = U_M \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) - v_{1C} \end{cases}$$

II-1324. Equations de fonctionnement dans le quatrième intervalle du deuxième mode

$2\frac{\pi}{3} + \psi \leqslant \theta \leqslant \psi + \pi$

Seul Th_B est conducteur.

Les équations de fonctionnement sont celles du quatrième intervalle du 1er mode, aux constantes près. Il vient :

Flux :

$$(68)\quad \begin{cases} \phi_A = \frac{U_M}{n_1\omega} K\, [\cos(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \frac{\omega\tau}{2} \sin(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3})] - \frac{K''_2}{2} + K''_1\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \\ \phi_B = - \frac{U_M}{n_1\omega} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + K''_2 \\ \phi_C = \frac{U_M}{n_1\omega} [\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - K \cos(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) - K \frac{\omega\tau}{2} \sin(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3})] \\ \qquad - \frac{K''_2}{2} - K''_1\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \end{cases}$$

$$(69)\quad \begin{cases} v_{1A} = U_M\, K\, [- \sin(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) + \frac{\omega\tau}{2} \cos(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3})] - \frac{4n_1}{\tau} K''_1\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \\ v_{1B} = U_M \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ v_{1C} = U_M\, [- \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + K \sin(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}) - K \frac{\omega\tau}{2} \cos(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3})] \\ \qquad + \frac{4n_1}{\tau} K''_1\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \end{cases}$$

(70) $$\begin{cases} i_{2A} = \dfrac{R}{n_2} (\Phi_C - \Phi_A) \\ i_{2B} = -i_{2A} \\ i_{2C} = 0 \end{cases}$$

(71) $$\begin{cases} i_{1A} = 0 \\ i_{1B} = - \dfrac{i_{2A}}{n} + \dfrac{R}{n_1} (\Phi_B - \Phi_C) \\ i_{1C} = 0 \end{cases} \qquad \begin{aligned} j_A &= - i_{1B} \\ j_B &= i_{1B} \\ j_C &= 0 \end{aligned}$$

(72) $$\begin{cases} v_{Th_A} = U_{AC} - v_{1A} = U_M \sin \Theta - v_{1A} \\ v_{Th_B} = 0 \\ v_{Th_C} = U_{CB} - v_{1C} = U_M \sin (\Theta - \frac{4\pi}{3}) - v_{1C} \end{cases}$$

II - 1325. Détermination des instants d'annulation des courants

A $t = \frac{\Theta'_1}{\omega}$, le courant i_{1C} s'annule et Th_C s'arrête donc de conduire

$i_{1C} (\Theta'_1) = 0$

à partir de la relation (53), on peut écrire :

(73) $$- \frac{U_M}{m^2 R} \frac{1}{\omega\tau} \cos (\Theta'_1 - \frac{4\pi}{3}) + \frac{R}{n_1} K_3 = 0$$

Le courant i_{1B} s'annule à $\frac{\Theta'_2}{\omega}$ et Th'_B se bloque, donc :

$i_{1B} (\Theta'_2) = 0$

(74) $$- \frac{U_M}{m^2 R} [\frac{\sqrt{3}}{2} \sin (\Theta'_2 + \frac{\pi}{6}) + \frac{1}{\omega\tau} \cos (\Theta'_2 - \frac{2\pi}{3})] + \frac{R}{n_1} K_2 = 0$$

A $t = \frac{\Theta'_3}{\omega}$ le courant i_{1A} s'annule et Th_A se bloque à son tour. Donc :

$i_{1A} (\Theta'_3) = 0$

(75) $$\Theta'_3 = \frac{2\pi}{3} + \psi$$

II - 1326. Détermination des constantes d'intégration

Les propriétés de symétrie et de continuité des flux conduisent aux calculs des constantes : relations (42) et (43)

- **Calcul de K_1, K'_1 et K''_1** :

- Symétrie du flux -

$$\underset{\text{1er intervalle}}{\Phi_A(\psi)} = \underset{\text{2ème intervalle}}{-\Phi_A(\pi+\psi)}$$

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\psi + K_1 = -\frac{U_M}{n_1\omega} K\left[\cos(\psi-\varphi+\frac{\pi}{3}) + \frac{\omega\tau}{2}\sin(\psi-\varphi+\frac{\pi}{3})\right]$$

$$+\frac{K''_2}{2} - K''_1\, e^{-\frac{4(\pi+\psi)}{\omega\tau}}$$

$$K_1 + K''_1\, e^{-\frac{4(\pi+\psi)}{\omega\tau}} - \frac{K''_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\cos\psi - K\left(\cos(\psi-\varphi+\frac{\pi}{3})\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\omega\tau}{2}\sin(\psi-\varphi+\frac{\pi}{3})\right)\right]$$

On peut écrire aussi :

$$K_1 + K''_1\, a_1 - \frac{K''_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\, a_2$$

avec a_1, a_2 paramètres simplifiés.

- Continuité du flux -

$$\Phi_A(120+\psi-\varepsilon) = \Phi_A(120+\psi+\varepsilon)$$

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos(120+\psi) + K'_1 = \frac{U_M}{n_1\omega} K\left[\cos(\frac{2\pi}{3}+\psi-\varphi-\frac{2\pi}{3})\right.$$

$$\left.+\frac{\omega\tau}{2}\sin(\frac{2\pi}{3}+\psi-\varphi-\frac{2\pi}{3})\right] - \frac{K''_2}{2} + K''_1\, e^{-\frac{4(120+\psi)}{\omega\tau}}$$

$$K'_1 - K''_1\, e^{-\frac{4(120+\psi)}{\omega\tau}} + \frac{K''_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\cos(120+\psi)\right.$$

$$\left.+K\cos(\psi-\varphi) + K\frac{\omega\tau}{2}\sin(\psi-\varphi)\right]$$

$$K'_1 + K''_1\, a_3 + \frac{K''_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\, a_4$$

avec a_3, a_4 paramètres simplifiés

$$\Phi_A(\Theta'_2-\varepsilon) = \Phi_A(\Theta'_2+\varepsilon)$$

(76) $$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos \Theta_2' + K_1 = - \frac{U_M}{n_1\omega} \cos \Theta_2' + K'_1 \rightarrow K_1 = K'_1$$

$$K_1 + K''_1 a_1 - \frac{K''_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega} a_2$$

$$-$$

$$K_1 + K''_1 a_3 + \frac{K''_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega} a_4$$

$$K''_1 (a_1 - a_3) - K''_2 = \frac{U_M}{n_1\omega} [a_2 - a_4]$$

(77) $$K''_1 = [K''_2 + \frac{U_M}{n_1\omega} (a_2 - a_4)] \frac{1}{a_1 - a_3}$$

(78) $$K_1 = - K''_1 a_1 + \frac{K''_2}{2} + \frac{U_M}{n_1\omega} a_2$$

Il faut donc connaître K''_2

- **Calcul de K_2, K'_2 et K''_2** :

$$* \ \Phi_B (\psi) = - \Phi_B (\pi + \psi)$$

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos (\psi - \frac{2\pi}{3}) + K_2 = \frac{U_M}{n_1\omega} \cos (\psi - \frac{2\pi}{3} + \pi) - K''_2$$

(79) $$K_2 = - K''_2$$

$$* \ \Phi_B (\Theta'_2 - \varepsilon) = \Phi_B (\Theta'_2 + \varepsilon)$$

$$- \frac{U_M}{n_1\omega} \cos (\Theta'_2 - \frac{2\pi}{3}) + K_2 = \frac{U_M}{n_1\omega} K [\cos (\Theta'_2 - \varphi) +$$

$$\frac{\omega\tau}{2} \sin (\Theta'_2 - \varphi)] - \frac{K'_1}{2} + K'_2 e^{- 4 \frac{\Theta'_2}{\omega\tau}}$$

$$K_2 - K'_2 e^{- 4 \frac{\Theta'_2}{\omega\tau}} + \frac{K'_1}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega} [\cos (\Theta'_2 - \frac{2\pi}{3}) +$$

$$K \cos (\Theta'_2 - \varphi) + K \frac{\omega\tau}{2} \sin (\Theta'_2 - \varphi)]$$

$$K_2 + K'_2 b_1 + \frac{K'_1}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega} b_2$$

(b_1 et b_2, paramètres simplifiés)

$$* \ \Phi_B\,(120 + \psi - \varepsilon) = \Phi_B\,(120 + \psi + \varepsilon)$$

$$\frac{U_M}{n_1\omega} \quad K\left[\cos\,(120 + \psi - \varphi) + \frac{\omega\tau}{2}\sin\,(120 + \psi - \varphi)\right] -$$

$$\frac{K'_1}{2} + K'_2\, e^{-4\,\frac{(120 + \psi)}{\omega\tau}} = -\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\,(120 + \psi - 120) + K''_2$$

$$K''_2 - K'_2\, e^{-4\,\frac{(120 + \psi)}{\omega\tau}} + \frac{K'_1}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\cos\psi + K\cos\,(120 + \psi - \varphi\right.$$

$$\left. + K\,\frac{\omega\tau}{2}\sin\,(120 + \psi - \varphi)\right]$$

$$\left\{\begin{array}{l} K_2 + K'_2\, b_1 + \frac{K'_1}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\, b_2 \\[2ex] - K_2 + K'_2\, b_3 + \frac{K'_1}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\, b_4 \end{array}\right.$$

(80) $$\rightarrow \quad K'_2 = \frac{U_M}{n_1\omega}\;\frac{(b_2 - b_4)}{(b_1 - b_3)} - \frac{2K_2}{(b_1 - b_3)}$$

Calcul de K_3 :

A partir des relations (12) et (51), on calcule K_3 :

(81) $$K_3 = -\,(K_1 + K_2)$$

On est en présence d'un système de 4 équations à 4 inconnues K_1, K''_1, K_2 et K'_2

(82) $$K_1 + K''_1\, a_1 + \frac{K_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\; a_2$$

(83) $$K_1 + K''_1\, a_3 + \frac{k''_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\, a_4$$

(84) $$K_2 + K'_2\, b_1 + \frac{K_1}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\, b_2$$

(85) $$- K_2 + K'_2\, b_3 + \frac{K_1}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\, b_4$$

Le système s'écrit aussi sous la forme matricielle :

$$\begin{vmatrix} 1 & a_1 & 1/2 & 0 \\ 1 & a_3 & -1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1 & b_1 \\ 1/2 & 0 & 1 & b_3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} K_1 \\ K''_1 \\ K_2 \\ K'_2 \end{vmatrix} = \frac{U_M}{n_1\omega} \begin{vmatrix} a_2 \\ a_4 \\ b_2 \\ b_4 \end{vmatrix}$$

Calcul du déterminant Δ :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & a_1 & 1/2 & 0 \\ 1 & a_3 & -1/2 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1 & b_1 \\ 1/2 & 0 & -1 & b_3 \end{vmatrix} = a_1 b_1 \begin{vmatrix} a_3-a_1 & 1/2\,(a_1+a_3) \\ 1/2\,(b_3-b_1) & b_1+b_3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta = a_1 b_1 \left[(a_3-a_1)\,(b_1+b_3) + 1/4\,(a_1+a_3)\,(b_1-b_3)\right]$$

Calcul du déterminant de K_1 :

$$\Delta_{K_1} = \begin{vmatrix} a_2 & a_1 & 1/2 & 0 \\ a_4 & a_3 & -1/2 & 0 \\ b_2 & 0 & 1 & b_1 \\ b_4 & 0 & -1 & b_3 \end{vmatrix} = a_1 b_1 \begin{vmatrix} a_2 a_3 - a_1 a_4 & 1/2\,(a_1+a_3) \\ b_2 b_3 - b_1 b_4 & (b_1+b_3) \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{K_1} = a_1 b_1 \; [(a_2 a_3 - a_1 a_4)(b_1+b_3) + \frac{1}{2}(a_1+a_3)(b_1 b_4 - b_2 b_3)]$$

(86) $$K_1 = \frac{\Delta_{K_1}}{\Delta}$$

<u>Calcul du déterminant de K''_1</u> :

$$\Delta K''_1 = \begin{vmatrix} 1 & a_2 & 1/2 & 0 \\ 1 & a_4 & -\frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & b_2 & 1 & b_1 \\ \frac{1}{2} & b_4 & -1 & b_3 \end{vmatrix} = -\frac{b_1}{2} \begin{vmatrix} 2 & a_2 + a_4 \\ \frac{5b_1+3b_3}{4} & a_2(b_1+b_3) - \frac{(b_2 b_3 - b_1 b_4)}{2} \end{vmatrix}$$

$$\Delta K''_1 = -\frac{b_1}{2} \; [2a_2(b_1+b_3) - b_2 b_3 + b_1 b_4 - (a_2+a_4)\frac{(5b_1+3b_3)}{4}]$$

(87) $$K''_1 = \frac{\Delta_{K''_1}}{\Delta}$$

<u>Calcul de ΔK_2</u> :

$$\Delta K_2 = \begin{vmatrix} 1 & a_1 & a_2 & 0 \\ 1 & a_3 & a_4 & 0 \\ 1/2 & 0 & b_2 & b_1 \\ \frac{1}{2} & 0 & b_4 & b_3 \end{vmatrix} = a_1 b_1 \begin{vmatrix} a_3 - a_1 & a_2 a_3 - a_1 a_4 \\ \frac{b_3 - b_1}{2} & b_2 b_3 - b_1 b_4 \end{vmatrix}$$

$$\Delta K_2 = a_1 b_1 \; [(a_3 - a_1)(b_2 b_3 - b_1 b_4) + \frac{(b_1 - b_3)}{2}(a_2 a_3 - a_1 a_4)]$$

(88) $$K_2 = \frac{\Delta K_2}{\Delta}$$

<u>Calcul de $\Delta K'_2$</u> :

$$\Delta K'_2 = \begin{vmatrix} 1 & a_1 & \frac{1}{2} & a_2 \\ 1 & a_3 & -1/2 & a_4 \\ 1/2 & 0 & 1 & b_2 \\ 1/2 & 0 & -1 & b_4 \end{vmatrix} = \frac{a_1(a_1+a_3)}{2} \begin{vmatrix} \frac{3a_3 - 5a_1}{4} & (a_2 a_3 - a_1 a_4) - \frac{b_2}{2}(a_1+a_3) \\ 1 & (b_2+b_4) \end{vmatrix}$$

$$\Delta K'_2 = \frac{a_1(a_1+a_3)}{2} \left[\frac{(b_2+b_4)(3a_3 - 5a_1)}{4} + \frac{b_2}{2}(a_1+a_3) + a_1 a_4 - a_2 a_3) \right]$$

(89) $$K'_2 = \frac{\Delta K'_2}{\Delta}$$

II-1327. Limites de fonctionnement dans le deuxième mode

* La limite basse de ce mode est égale à la limite haute du premier mode :

(90) $$\psi_{\ell 1} = \theta_2 - \frac{2\pi}{3}$$

* La limite haute correspond à la disparition de la conduction à trois thyristors passants, soit pour : $\psi = \psi_{\ell 2}$ et $\theta'_2 = \psi_{\ell 2}$

La relation (53) s'écrit alors :

(91) $$- \frac{U_M}{m^2 R} \frac{\sqrt{3}}{2} \sin\left(\psi_{\ell 2} + \frac{\pi}{6}\right) - \frac{U_M}{m^2 R} \frac{1}{\omega\tau} \cos\left(\psi_{\ell 2} - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{R}{n_1} K_2 = 0$$

II-133. Troisième mode de fonctionnement

$\psi_{\ell 2} \leqslant \psi \leqslant \psi_{\ell 3}$

On a quatre intervalles de fonctionnement dans ce mode avec conduction successivement de (1) (0) (1) et (0) thyristor.

II-1331. Equations de fonctionnement dans le premier intervalle du troisième mode : $\psi \leqslant \theta \leqslant \theta''_1$

Dans cet intervalle, seul Th_A est passant, $\frac{\theta''_1}{\omega}$ étant l'instant d'annulation du courant dans Th_A.

Les équations de fonctionnement sont celles du troisième intervalle du deuxième mode et à des constantes près.

(92) $$\begin{cases} v_{1A} = U_M \sin\theta \\ v_{1B} = U_M K \left[- \sin(\theta - \varphi) + \frac{\omega\tau}{2} \cos(\theta-\varphi)\right] - \frac{4}{\tau} n_1 K_2 e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \\ v_{1C} = U_M \left[- \sin\theta + K \sin(\theta-\varphi) - K \frac{\omega\tau}{2} \cos(\theta-\varphi)\right] + \frac{4n_1}{\tau} K_2 e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \end{cases}$$

(93) $$\begin{cases} v_{2A} = \frac{v_{1A}}{m} \\ v_{2B} = \frac{v_{1B}}{m} \\ v_{2C} = \frac{v_{1C}}{m} \end{cases}$$

(94)
$$\begin{cases} v_{Th_A} = 0 \\ v_{Th_B} = U_M \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - v_{1B} \\ v_{Th_C} = U_M \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) - v_{1C} \end{cases}$$

(95)
$$\begin{cases} \phi_A = - \frac{U_M}{n_1\omega} \cos\theta + K_1 \\ \phi_B = \frac{U_M}{n_1\omega} K \left[\cos(\theta-\varphi) + \frac{\omega\tau}{2} \sin(\theta-\varphi)\right] - \frac{K_1}{\tau} + K_2\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \\ \phi_C = \frac{U_M}{n_1\omega} \left[\cos\theta - K\cos(\theta-\varphi) - K \frac{\omega\tau}{2} \sin(\theta-\varphi)\right] - \frac{K_1}{2} - K_2\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \end{cases}$$

(96)
$$\begin{cases} i_{2A} = \frac{U_M}{mR} \frac{1}{\omega\tau} \left[2K\cos(\theta-\varphi) + K\omega\tau \sin(\theta-\varphi) - \cos\theta\right] + \frac{2R}{n_2} K_2\, e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \\ i_{1A} = \frac{i_{2A}}{m} + \frac{U_M}{m^2 R} \frac{1}{\omega\tau} \left[-2\cos\theta + K\cos(\theta-\varphi) + K \frac{\omega\tau}{2} \sin(\theta-\varphi)\right] + \frac{3}{2} K_1 \frac{R}{n_1} \\ \qquad + K_2 \frac{R}{n_1} e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \\ i_{1B} = 0 \\ i_{1C} = 0 \end{cases}$$

(97)
$$\begin{cases} j_A = i_{1A} \\ j_B = 0 \\ j_C = - i_{1A} \end{cases}$$

(98)
$$\begin{cases} v_{Th_A} = 0 \\ v_{Th_B} = U_M \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - v_{1B} \\ v_{Th_C} = U_M \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) - v_{1C} \end{cases}$$

II-1332. <u>Equations de fonctionnement dans le deuxième intervalle du troisième mode</u> : $\theta''_1 \leqslant \theta \leqslant \frac{2\pi}{3} + \psi$

Aucun thyristor n'est passant.

Les courants primaires étant nuls :

$$[i_1] = 0 \quad \rightarrow \quad [j] = 0$$

On peut écrire les équations suivantes :

(99) $$i_{2A} = \frac{\mathcal{R}}{n_2} (\phi_B - \phi_C)$$

(100) $$i_{2A} = \frac{\mathcal{R}}{n_2} (\phi_C - \phi_A)$$

(101) $$i_{2A} = \frac{n_2 \omega}{2R} \frac{d(\phi_A - \phi_B)}{d\theta}$$

(102) $$\phi_A + \phi_B + \phi_C = 0$$

(99) et (100) $\rightarrow \phi_B - \phi_C = \phi_C - \phi_A$

$$\phi_A + \phi_B - 2\phi_C = 0$$

(103) $$\phi_A + \phi_B + \phi_C - 3\phi_C = 0 \rightarrow \phi_C = 0$$

$$\phi_A + \phi_B = 0$$

(100) et (101) $\rightarrow -\frac{\mathcal{R}}{n_2} \phi_A = \frac{n_2 \omega}{2R} \frac{2\, d\phi_A}{d\theta}$

$$\phi_A + \frac{n_2^2 \omega}{\mathcal{R} R} \frac{d\, \phi_A}{d\theta} = 0$$

$$\phi_A + \omega\tau \frac{d\, \phi_A}{d\theta} = 0$$

(104) $$\phi_A = K'_1 \, e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$

$$\phi_A = -\phi_B = K'_1 \, e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$

(105) $$\left\{ \begin{array}{l} v_{1A} = -v_{1B} = -\frac{K'_1}{\tau} n_1 \, e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}} \\ \\ v_{1C} = 0 \end{array} \right.$$

(106)
$$v_{Th_A} = U_M \sin\theta + \frac{K'_1}{\tau} n_1 e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$
$$v_{Th_B} = U_M \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{K'_1}{\tau} n_1 e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}$$
$$v_{Th_C} = U_M \sin\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$$

II-1333. Equations de fonctionnement dans le troisième intervalle du troisième mode : $120 + \psi \leqslant \theta \leqslant \theta''_2$

A $t = \dfrac{2\frac{\pi}{3} + \psi}{\omega}$, Th_B entre en conduction, c'est le seul thyristor passant. Il s'arrête à $t = \dfrac{\theta''_2}{\omega}$.

Les équations dans cet intervalle sont celles du quatrième intervalle du deuxième mode, aux constantes près, ce qui donne :

Tensions :

(107)
$$\begin{cases} v_{1A} = U_M K \left[-\sin\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\omega\tau}{2}\cos\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right] - \frac{4n_1}{\tau} K''_1 e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \\ v_{1B} = U_M \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_{1C} = U_M \left[-\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + K\sin\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - K\frac{\omega\tau}{2}\cos\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \\ \qquad + \frac{4n_1}{\tau} K''_1 e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \end{cases}$$

Flux :

(108)
$$\begin{cases} \phi_A = \frac{U_M}{n_1\omega} K \left[\cos\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{\omega\tau}{2}\sin\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right] - \frac{K''_2}{2} + K''_1 e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \\ \phi_B = -\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + K''_2 \\ \phi_C = \frac{U_M}{n_1\omega}\left[\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - K\cos\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right) - K\frac{\omega\tau}{2}\sin\left(\theta - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right] \\ \qquad - \frac{K''_2}{2} - K''_1 e^{-\frac{4\theta}{\omega\tau}} \end{cases}$$

Courants :

(109)
$$\begin{cases} i_{2A} = \frac{R}{n_2}(\phi_C - \phi_A) \\ i_{2B} = -i_{2A} \\ i_{2C} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} i_{1A} = 0 \\ i_{1B} = -\frac{i_{2A}}{m} + \frac{R}{n_1}(\phi_B - \phi_C) \\ i_{1C} = 0 \end{cases}$$

$$(110)\quad \begin{cases} v_{Th_A} = U_M \sin\theta - v_{1A} \\ v_{Th_B} = 0 \\ v_{Th_C} = U_M \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) - v_{1C} \end{cases} \qquad \begin{cases} j_A = - i_{1B} \\ j_B = i_{1B} \\ j_C = 0 \end{cases}$$

II-1334. Equations de fonctionnement dans le quatrième intervalle du troisième mode : $\theta''_2 \leqslant \theta \leqslant \psi + 180$

Aucun thyristor n'est conducteur.

Les équations des différentes grandeurs sont celles du deuxième intervalle de ce mode, à des constantes près, on a :

$$(111)\quad \begin{cases} \phi_A = K'''_1\, e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}} \\ \phi_B = - \phi_A \\ \phi_C = 0 \end{cases}$$

$$(112)\quad \begin{cases} v_{1A} = - \frac{K'''_1}{\tau}\, n_1\, e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}} \\ v_{1B} = - v_{1A} \\ v_{1C} = 0 \end{cases}$$

$$(113)\quad \begin{cases} i_{1A} = 0 \\ i_{1B} = 0 \\ i_{1C} = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} j_A = 0 \\ j_B = 0 \\ j_C = 0 \end{cases}$$

$$(114)\quad \begin{cases} v_{Th_A} = U_M \sin\theta + K'''_1 \frac{n_1}{\tau}\, e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}} \\ v_{Th_B} = U_M \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) - K'''_1 \frac{n_1}{\tau}\, e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}} \\ v_{Th_C} = U_M \sin(\theta - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}$$

II-1335. Instants d'annulation des courants i_{1A} et i_{1B}

Th_A s'arrête de conduire quand le courant qui le traverse est nul. $i_{1A}(\theta''_1) = 0$

(96)→

(115) $$\frac{U_M}{m^2 R}\frac{3}{\omega\tau}\left[K\cos(\theta''_1-\varphi) - \cos\theta''_1 + K\frac{\omega\tau}{2}\sin(\theta''_1-\varphi)\right] + \frac{3R}{n_1}\left[\frac{K_1}{2} + K_2 e^{-\frac{4\theta''_1}{\omega\tau}}\right] = 0$$

A $t = \frac{\theta''_2}{\omega}$, le courant i_{1B} s'annule aussi et Th_B se bloque : $i_{1B}(\theta''_2) = 0$

(96)→

$$\frac{U_M}{m^2 R}\frac{3}{\omega\tau}\left[K\cos(\theta''_2 - \varphi - \frac{2\pi}{3}) - \cos(\theta''_2 - \frac{2\pi}{3}) + K\frac{\omega\tau}{2}\sin(\theta''_2 - \varphi - \frac{2\pi}{3})\right] + 3\frac{R}{n_1}\left[\frac{K''_2}{2} + K''_1 e^{-\frac{4\theta''_2}{\omega\tau}}\right] = 0$$

II-1336. Détermination des constantes d'intégration

$*\ \phi_A(\psi) = -\phi_A(\pi+\psi)$

1er intervalle 4ème intervalle

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\psi + K_1 = -K'''_1 e^{-\frac{(\pi+\psi)}{\omega\tau}}$$

$$K_1 + K'''_1 e^{-\frac{(\pi+\psi)}{\omega\tau}} = \frac{U_M}{n_1\omega}\cos\psi$$

$*\ \phi_A(\theta''_1 - \varepsilon) = \phi_A(\theta''_1 + \varepsilon)$

$$-\frac{U_M}{n_1\omega}\cos\theta''_1 + K_1 = K'_1 e^{-\frac{\theta''_1}{\omega\tau}}$$

$$K_1 - K'_1 e^{-\frac{\theta''_1}{\omega\tau}} = \frac{U_M}{n_1\omega}\cos\theta''_1$$

$*\ \phi_A(\psi + 120 - \varepsilon) = \phi_A(\psi + 120 + \varepsilon)$

$$K'_1 e^{-\frac{(120+\psi)}{\omega\tau}} = \frac{U_M}{n_1\omega}K\left[\cos(120+\psi-\varphi-120) + \frac{\omega\tau}{2}\sin(120+\psi-\varphi-\frac{2\pi}{3})\right] - \frac{K''_2}{2} + K''_1 e^{-\frac{4(120+\psi)}{\omega\tau}}$$

$*\ \phi_A\ (\theta''_2 - \varepsilon) = \phi_A\ (\theta''_2 + \varepsilon)$

$$\frac{U_M}{n_1\omega} K \left[\cos(\theta''_2-\varphi-\frac{2\pi}{3}) + \frac{\omega\tau}{2}\sin(\theta''_2-\varphi-\frac{2\pi}{3})\right] - \frac{K''_2}{2} + K''_1\ e^{-\frac{4\theta''_2}{\omega\tau}}$$
$$= K'''_1\ e^{-\frac{\theta''_2}{\omega\tau}}$$

$*\ \phi_B(\psi) = -\ \phi_B(\pi+\psi)$

$$\frac{U_M}{n_1\omega} K\ [\cos(\psi-\varphi)+\frac{\omega\tau}{2}\sin(\psi-\varphi)] - \frac{K_1}{2} + K_2\ e^{-\frac{4\psi}{\omega\tau}} = K'''_1\ e^{-\frac{(180+\psi)}{\omega\tau}}$$

$*\ \phi_B\ (\psi + 120 - \varepsilon) = \phi_B\ (\psi + 120 + \varepsilon)$

$$-\ K'_1\ e^{-\frac{(120+\psi)}{\omega\tau}} = -\ \frac{U_M}{n_1\omega}\cos\ (120 + \psi - 120) + K''_2$$

Les inconnues étant K_1, K'_1, K''_1, K'''_1, K_2 et K''_2, on a donc six équations dont a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, b_1 et b_2 paramètres simplifiés.

(116) $$K_1 + K'''_1\ a_1 = \frac{U_M}{n_1\omega}\ a_2$$

(117) $$K_1 + K'_1\ a_3 = \frac{U_M}{n_1\omega}\ a_4$$

(118) $$K'_1\ a_5 + K''_1\ a_6 + \frac{K''_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\ a_7$$

(119) $$K''_1\ a_8 + K'''_1\ a_9 - \frac{K''_2}{2} = \frac{U_M}{n_1\omega}\ a_{10}$$

(120) $$\frac{K_1}{2} + K'''_1\ a_1 + K_2\ b_1 = \frac{U_M}{n_1\omega}\ b_2$$

(121) $$K'_1\ a_5 + K''_2 = \frac{U_M}{n_1\omega}\ a_2$$

Le système d'équations peut s'écrire sous une forme matricielle :

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 1 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_5 & a_6 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & a_8 & a_9 & 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & a_1 & b_1 & 0 \\ 0 & a_5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} K_1 \\ K'_1 \\ K''_1 \\ K'''_1 \\ K_2 \\ K''_2 \end{vmatrix} = \frac{U_M}{n_1\omega} \begin{vmatrix} a_2 \\ a_4 \\ a_7 \\ a_{10} \\ b_2 \\ a_2 \end{vmatrix}$$

<u>Calcul du déterminant Δ</u> :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 1 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_5 & a_6 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & a_8 & a_9 & 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & a_1 & b_1 & 0 \\ 0 & a_5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -\frac{a_5 b_1}{2} \begin{vmatrix} a_3 & 0 & a_1 & a_3 \\ a_5 & a_6 & 0 & \frac{a_5}{2} \\ 0 & a_8 & -a_9 & \frac{a_5}{2} \end{vmatrix}$$

$$\Delta = \frac{a_3\, a_5^3\, b_1}{4} [a_1 a_5 (a_6 + a_8) - a_6 (a_1 a_5 + a_3 a_9)]$$

<u>Calcul du déterminant ΔK_1</u> :

$$\Delta K_1 = \begin{vmatrix} a_2 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 \\ a_4 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_7 & a_5 & a_6 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ a_{10} & 0 & a_8 & a_9 & 0 & -\frac{1}{2} \\ b_2 & 0 & 0 & a_1 & b_1 & 0 \\ a_2 & a_5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta K_1 = b_1 a_3 a_4 (b_2 - a_2)(a_2 a_3 - a_4 a_5)[(a_2 - a_7)(a_6 + a_8) a_1 a_3 - a_1 a_6 (a_4 a_5 - a_3 (a_7 + a_{10})) - b_2 a_3\, a_6 a_9]$$

(122) $$K_1 = \frac{\Delta K_1}{\Delta}$$

Connaissant K_1, on peut déterminer les autres constantes :

(116) $\rightarrow K'''_1 = [\frac{U_M}{n_1\omega} a_2 - K_1] \frac{1}{a_1}$

(117) $\rightarrow K'_1 = [\frac{U_M}{n_1\omega} a_4 - K_1] \frac{1}{a_3}$

(121) $\rightarrow K''_2 = [\frac{U_M}{n_1\omega} a_2 - K'_1 a_5]$

(118) $\rightarrow K''_1 = [\frac{U_M}{n_1\omega} a_7 - \frac{K''_2}{2} - K'_1 a_5] \frac{1}{a_6}$

(120) $\rightarrow K_2 = [\frac{U_M}{n_1\omega} b_2 - \frac{K_1}{2} - K'''_1 a_1] \frac{1}{b_1}$

II-1337. Limites de fonctionnement dans le troisième mode

* La limite basse du troisième mode est égale à la limite haute du deuxième mode :

$\psi_{\ell 2}$ est donné par la relation (91)

* La limite haute correspond à l'instant où la tension, initialement positive, passe par zéro :

(123) $$\psi_{\ell 3} = \pi$$

II-2. Tracé des formes d'ondes

Pour obtenir les différentes formes d'ondes, on met en oeuvre un programme de calcul numérique qui permet de connaître, à chaque instant, les valeurs des grandeurs électriques.

L'organigramme de traitement est le même que celui du montage à flux libres.

Les valeurs des ψ limites sont les mêmes qu'en flux libres (figure 34).

Les courbes des figures 41, 42 et 43 représentent les variations des angles critiques en fonction de ψ et de $\omega\tau$.

On a tracé aussi, et pour deux valeurs de $\omega\tau$ (4 et 20), et pour les valeurs de ψ correspondant à chacun des modes, les formes d'ondes en grandeurs réduites des différentes ondes (Planches 2.7 à 2.10).

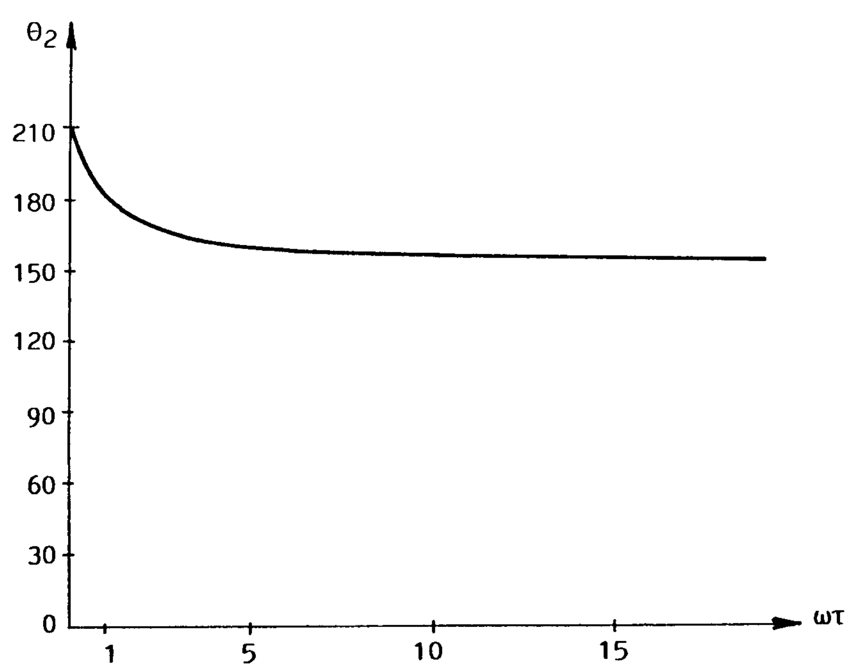


FIGURE 41.

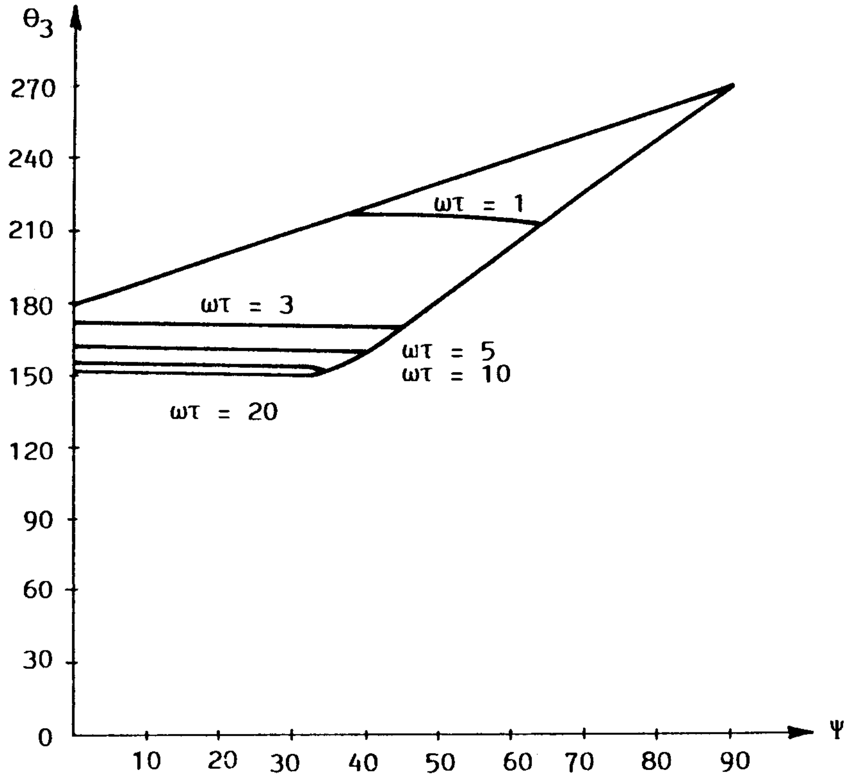


FIGURE 42.

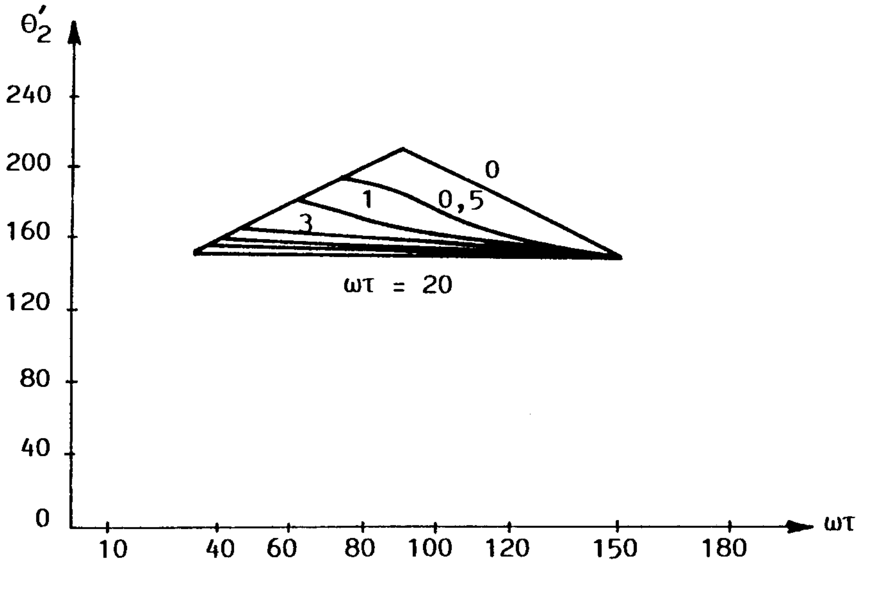


FIGURE 43.

1er mode : $\omega\tau = 4$ $\Psi = 30°$

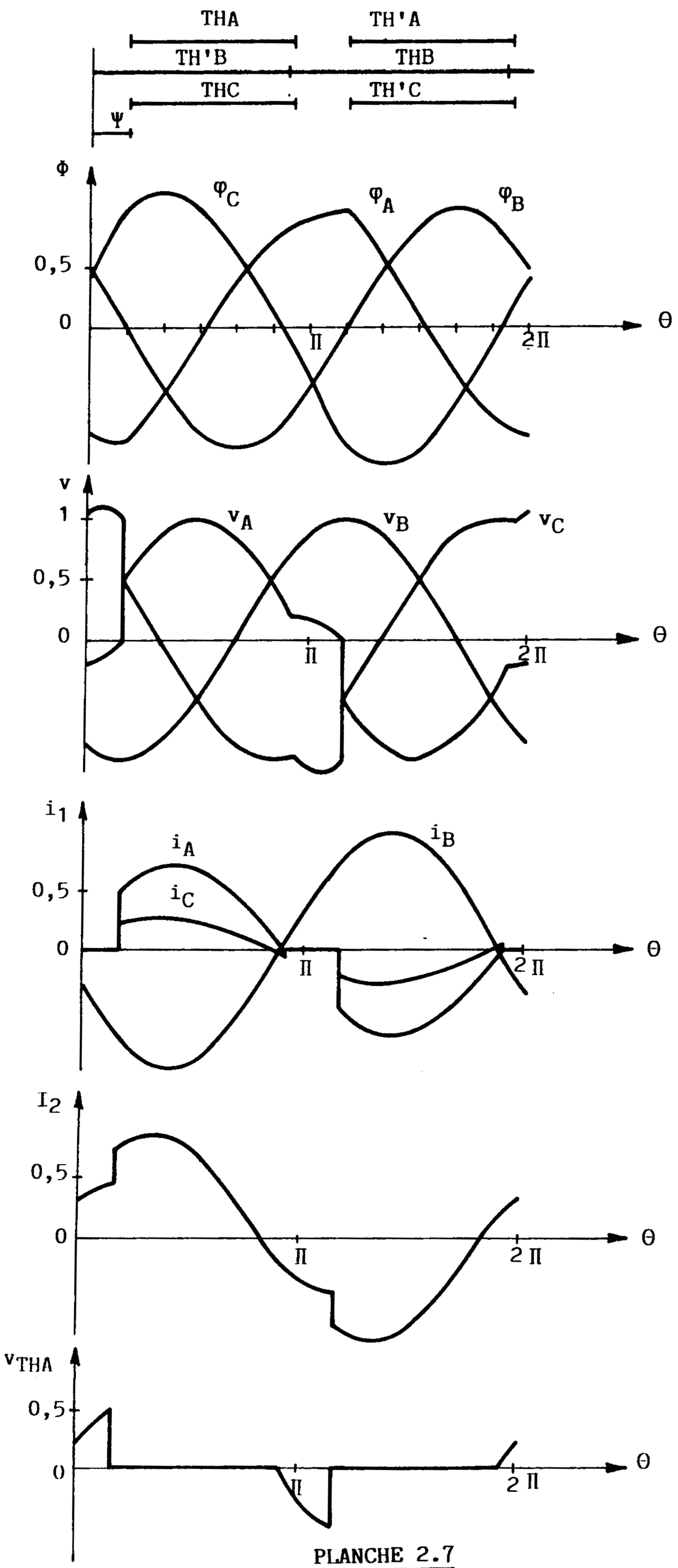


PLANCHE 2.7

1er mode : $\omega\tau = 20$ $\Psi = 20°$

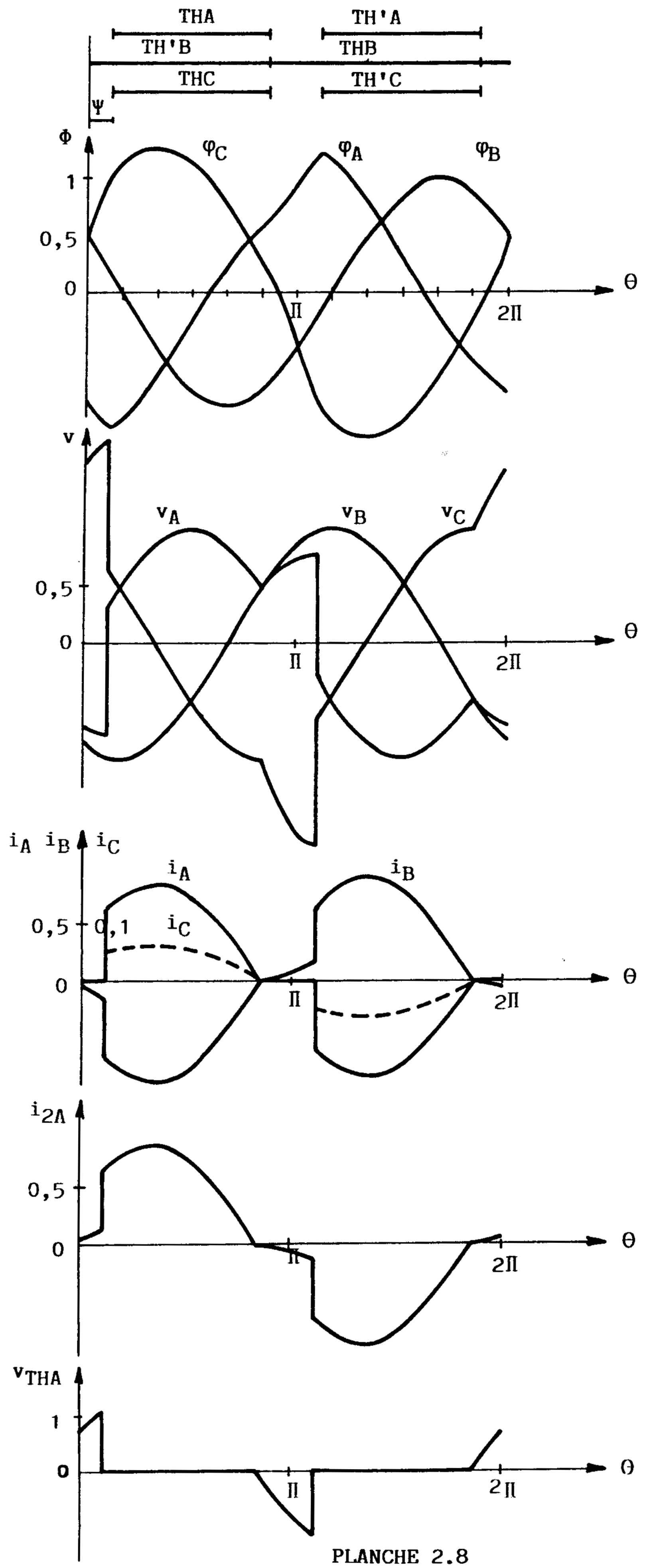


PLANCHE 2.8

2ème mode : $\omega\tau = 4$ $\Psi = 90°$

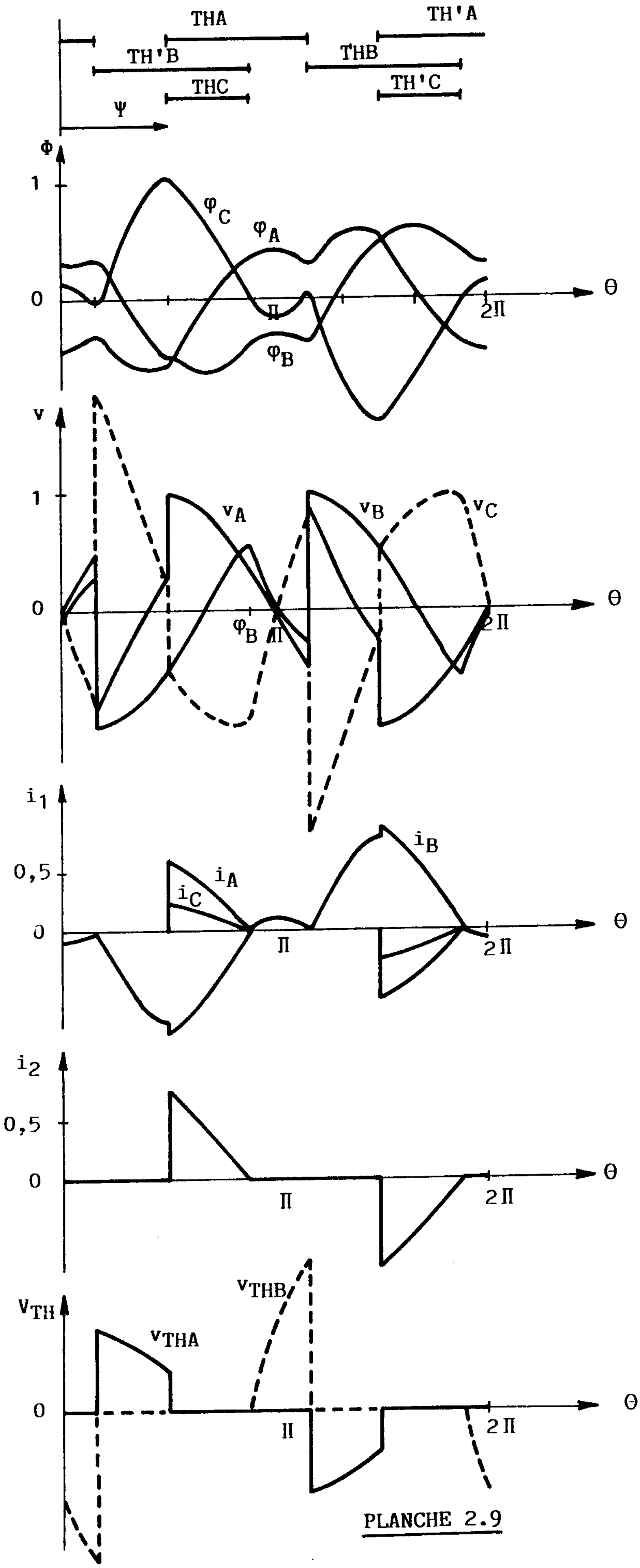


PLANCHE 2.9

2ème mode : $\omega\tau = 20$ $\Psi = 90°$

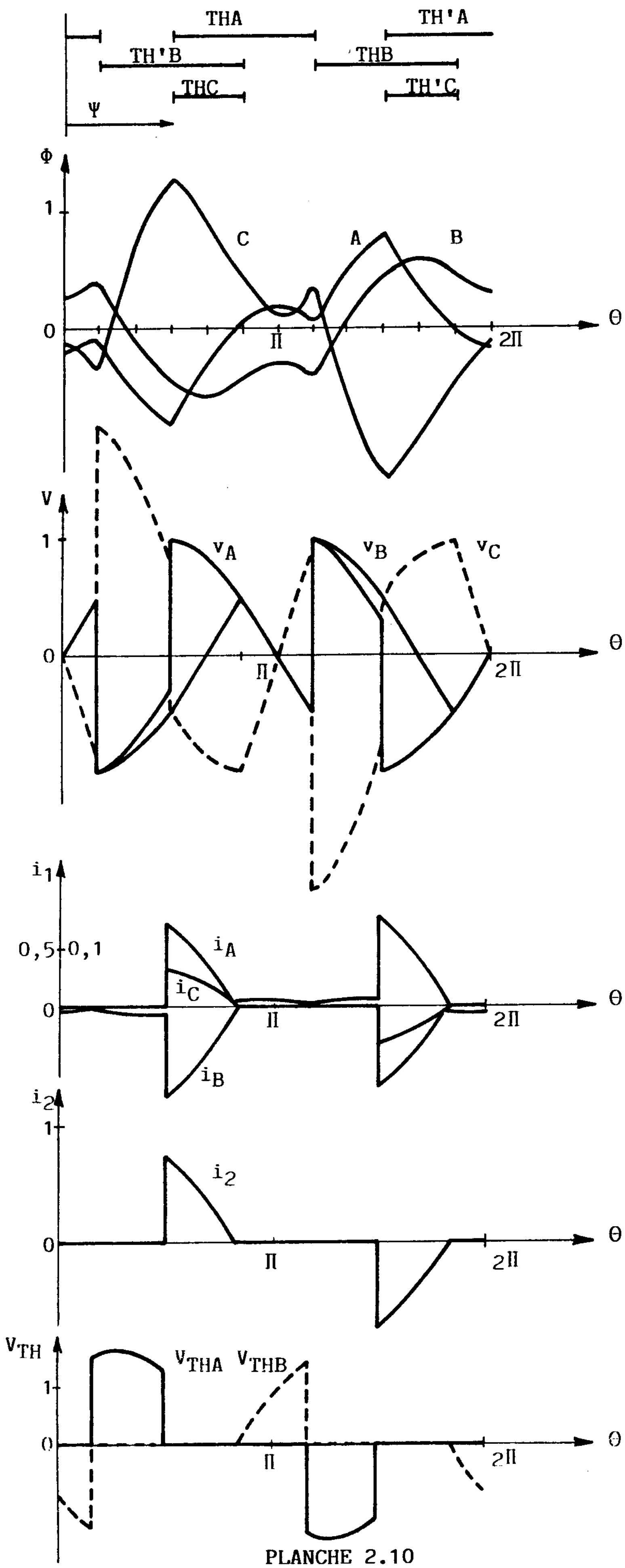


PLANCHE 2.10

II-3. Caractéristique de réglage

On a étudié, comme pour le montage à flux libres, l'évolution de la puissance active en fonction de la charge et de l'angle de commande des thyristors $\frac{P}{P_n} = f\ (\psi,\ \omega\tau)$, Figure (44). P_n étant la puissance active nominale en régime équilibré.

Il est donc possible de faire varier la puissance par le gradateur, malgré la rupture de charge. Le rattrapage du niveau de puissance fournie n'est possible que dans une zone correspondant à un débit inférieur à 50 % du débit nominal.

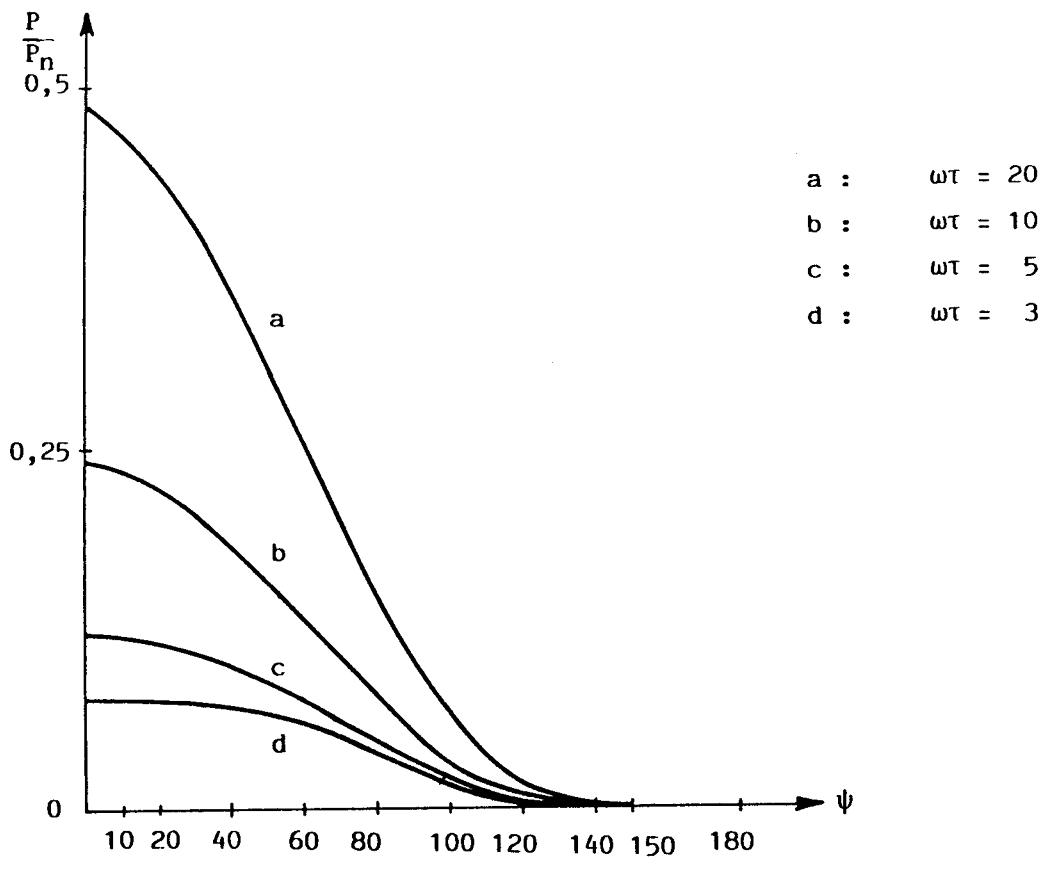


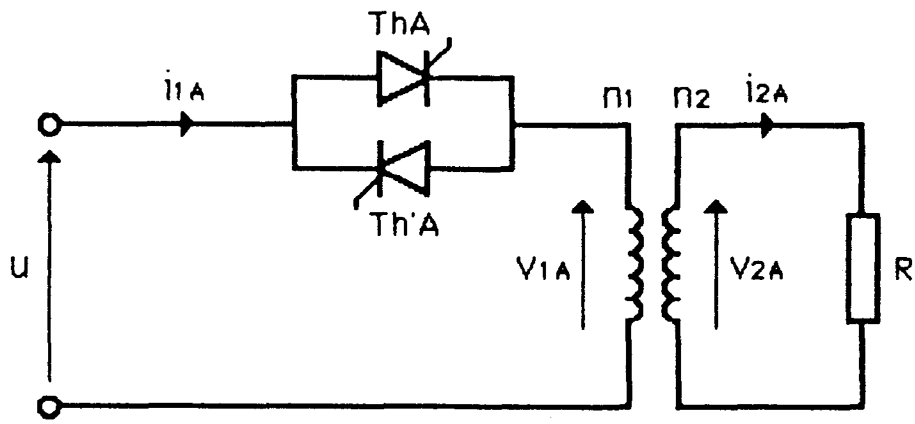
FIGURE 44.

CHAPITRE III

CHAPITRE III : REGIME TRANSITOIRE LIE A LA RUPTURE D'UNE RESISTANCE

I - DESCRIPTION DU PHENOMENE :

Une première description peut être conduite dans le cas du monophasé :



L'équation de compensation d'ampère-tours s'écrit :

$$n_1\ i_{1A} - n_2\ i_{2A} = R\Phi_A$$

La tension aux bornes de l'enroulement primaire peut s'écrire, en négligeant la résistance d'enroulement et la réactance de fuite primaire :

$$v_{1A} = n_1 \frac{d\Phi_A}{dt}$$

On peut donc observer des surtensions primaires si le flux subit une variation très rapide. Ceci est possible dans certains cas ; par exemple où $|n_1\ i_{1A}|<|n_2\ i_{2A}|$. A la rupture de R, i_{2A} tend vers 0 de manière instantanée. Pour que Φ_A ne pouvant pas subir de discontinuité, i_{1A} va lui aussi tendre instantanément vers 0. Mais comme $|n_1\ i_{1A}|<|n_2\ i_{2A}|$, i_{1A} peut atteindre 0 avant i_{2A}, le thyristor initialement passant se bloque, à cet instant, on aura :

$$n_2\ i_{2A} + R\Phi_A = 0$$

i_{1A} restera ensuite nul, si le thyristor, qui ne conduisait pas, avant cassure ne reçoit pas d'impulsion de gâchette suffisamment tôt. Dans ce cas, l'équation ci-dessus est vérifiée et le flux Φ_A tend à s'annuler à la vitesse du courant, ce qui entraîne une surtension au primaire du transformateur qui se reporte sur les composants bloqués, pouvant les détruire.

II - RUPTURE DE RESISTANCE DANS LE MONTAGE "G.T.R." A FLUX LIBRES.

L'analyse du régime de cassure peut se faire selon deux méthodes différentes. La première consiste à rechercher, à partir des ondes temporelles, des grandeurs électriques, les instants où des risques de surtension peuvent survenir. La deuxième méthode repose sur l'utilisation d'un logiciel de simulation permettant d'étudier, de façon systématique, le phénomène.

La facilité de mise en oeuvre et le grand nombre de cas observables par simulation montrent tout l'intérêt de cette démarche.

II-1 Etude de la rupture de résistance dans le montage à flux libres par "observation" des phénomènes dans les différents régimes des modes possibles.

Par observation des ondes temporelles, des flux et des courants, nous proposons d'examiner, pour le montage gradateur à trois transformateurs monophasés, les possibilités de réamorçage des thyristors à un instant "t_c" de la coupure, autorisant un écoulement des A.T. excédentaires.

Etudions, à titre d'exemple, la planche 4 qui correspond à la pleine charge et à un angle d'amorçage ψ = 75°. Le fonctionnement en régime permanent dénote un 2ème Mode. On a choisi un instant de coupure $t_c = \pi/2\omega$, on voit qu'à "$t_c-\varepsilon$" les courants primaires i_{1A} et secondaires i_{2A} sont positifs et le flux Φ_A négatif.

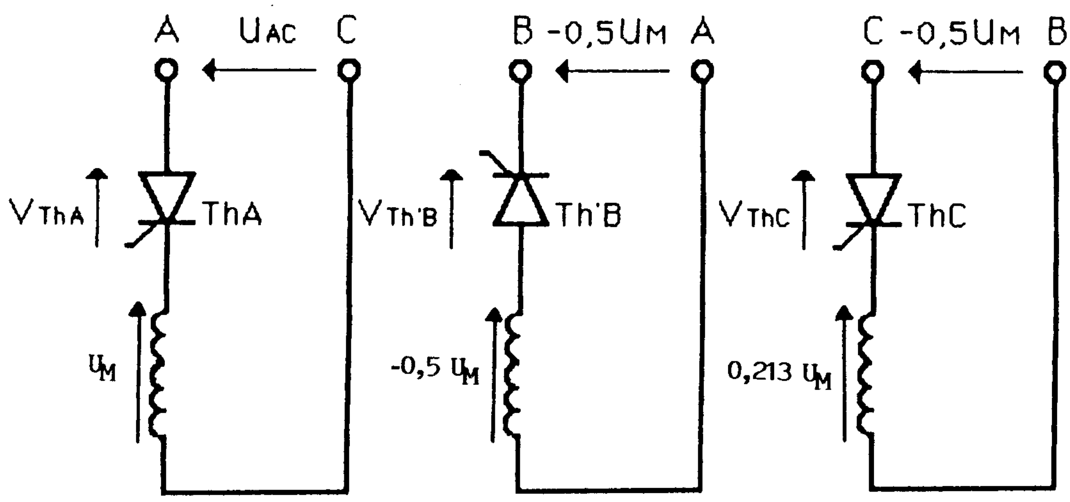
Les thyristors Th_A et Th'_B sont initialement passants.
Les tensions composées valent à cet instant :

$$[u]\ t_c-\varepsilon = \begin{bmatrix} u_{Ac} \\ u_{BA} \\ u_{cB} \end{bmatrix} = U_M \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ -0,5 \end{bmatrix}$$

Et pour les tensions aux bornes des primaires, on a :

$$[v_1]\ t_c-\varepsilon = U_M \begin{bmatrix} 1 \\ -0,5 \\ 0,213 \end{bmatrix}$$

Sur le schéma ci-après, on a indiqué la répartition correspondante des potentiels, juste avant coupure. Seuls sont représentés les thyristors passants.



Potentiels à $t_c - \varepsilon$

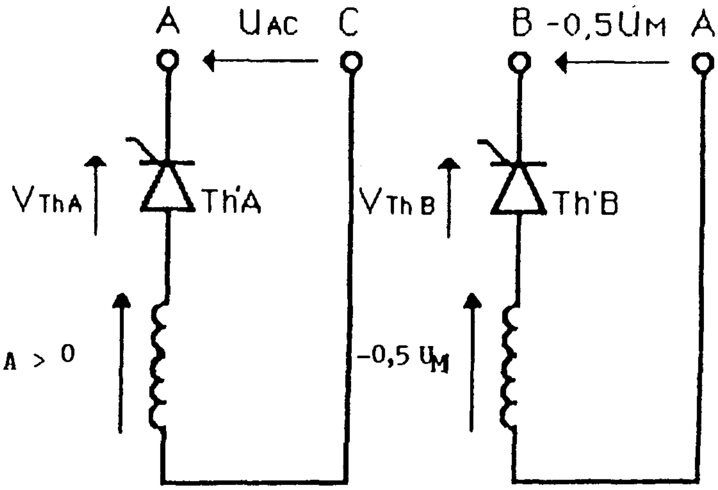
Du fait du couplage triangle au primaire, il est possible de considérer individuellement 3 gradateurs, les flux dans les colonnes étant, par ailleurs, indépendants.

Quand une rupture au secondaire de la colonne A se produit, le courant i_{2A} s'annule avec un effet d'arc aux bornes de la cassure, le flux, lui, va varier "insensiblement", le temps de la mise en conduction des thyristors.

On peut utiliser le raisonnement suivant :

"On part de l'hypothèse que les composants vont conduire, ce qui permet de dire que le flux ne subira pas de discontinuité supérieure à celle qui, par les variations des tensions $[v_1]$ ainsi occasionnées, permettra, par une légère modification de la répartition des potentiels à $(t_c + \varepsilon)$ d'obtenir, sur les jonctions des thyristors devant conduire, la polarité cohérente, entrainant ainsi un "écoulement" des ampères-tours excédentaires, permettant de conclure que le flux ne subit, effectivement, aucune discontinuité notoire". [1]

A l'instant "$t_c + \varepsilon$", le courant i_{1A} passe par 0, seul $T_{h'B}$ reste passant. En considérant que les tensions aux bornes des enroulements n'ont pas évolué du tout.



Potentiels à $t_C + \varepsilon$

A l'observation de ce schéma, on voit que les tensions appliquées aux bornes des gradateurs, à $t_C-\varepsilon$, permettent l'amorçage.

Le flux Φ_A, initialement négatif, va donc tendre à s'annuler, la tension v_{1A} croît alors très rapidement et positivement, T_{hA} est donc bien bloqué. L'annulation du courant i_{2A} entraine une réduction considérable du courant i_{2B} dont on peut écrire qu'il vaut : $i_{2B} = -i_{2A} - i_{2C}$, (loi des noeuds). La valeur atteinte par i_{2B} est fixée par la valeur de la tension v_{1B} et l'impédance du transformateur N°3, alors magnétisé par son secondaire. A noter que son primaire était, de toute façon, déconnecté de la source (Th_C et Th'_C bloqués). v_{1B}, quant à elle, ne subit guère de variation instantanée dans la mesure où, d'une part $T_{h'B}$ restera conducteur, et d'autre part, le flux Φ_B est indépendant du flux Φ_A donc ne subit pas de variation. On voit que le thyristor Th'_A est le siège d'une tension positive, permettant l'amorçage si une impulsion est présente sur sa gâchette. Sur la planche N°4, on peut voir que des impulsions de durée égale à 230° autoriseront l'amorçage.

A l'aide d'un programme informatique de calcul mettant en oeuvre une méthode de test cherchant les instants des changements de signe du produit $\Phi \times i_{1A}$, on peut déterminer les largeurs d'impulsions nécessaires pour amorcer les thyristors pouvant assurer l'écoulement des ampères-tours excédentaires. En effectuant ce travail pour des valeurs de $\omega\tau$ et ψ régulièrement incrémentées, on trouve que la largeur des impulsions nécessaires est comprise entre 60° et 270°.

En choisissant la valeur la plus élevée (270°), on assure donc la protection dans tous les cas. Mais il est à noter que ce choix peut perturber le fonctionnement en régime équilibré pour le quatrième mode, car un "empiètement" des thyristors est possible.

Nous reviendrons plus tard sur ce problème.

II-2 **Méthode d'étude des ruptures par simulation :**

II-21) **Présentation du logiciel :**

La simulation met en oeuvre un logiciel de CAO intéractif dont l'appellation commerciale est "CIRCUIT", et qui permet de visualiser, à partir d'un circuit électrique défini par l'utilisateur, les divers tensions et courants en fonction du temps, en tout point du circuit. l'application de ce logiciel s'oriente principalement vers les simulations des montages d'électronique de puissance.

II-22) **Résultats obtenus par la simulation :**

La mise en oeuvre de la simulation est essentiellement liée à la nécessité d'étudier, de manière aisée et systématique, les phénomènes de rupture de charge. Néanmoins, les enregistrements qu'il est évidemment possible d'effectuer en régime permanent permettent, par comparaison avec ceux qui sont issus de l'étude analytique précédente, de corroborer les résultats de manière bilatérale. A ce titre, nous présentons ci-après , en régime permanent équilibré et déséquilibré, les évolutions des formes d'ondes correspondant au G.T.R. à flux libres.
Le logiciel permet, en outre, le relevé des régimes transitoires liés à la rupture.

La cassure est simulée à l'aide d'interrupteurs bidirectionnels disposés côté charge, dont on commande l'ouverture à des instants "t_C" correspondants à tous les intervalles de mode différents du gradateur de la colonne C.

L'étude systématique des ruptures a été conduite de la façon suivante :

1er temps :

On choisit de commander les gâchettes des thyristors par des impulsions brèves de durée α et l'on procède à l'enregistrement des ondes diverses en introduisant la "cassure" à t_C.

2ème temps :

On augmente de manière quantifiée la largeur α des impulsions jusqu'à la disparition de la surtension que l'on a préalablement observée.

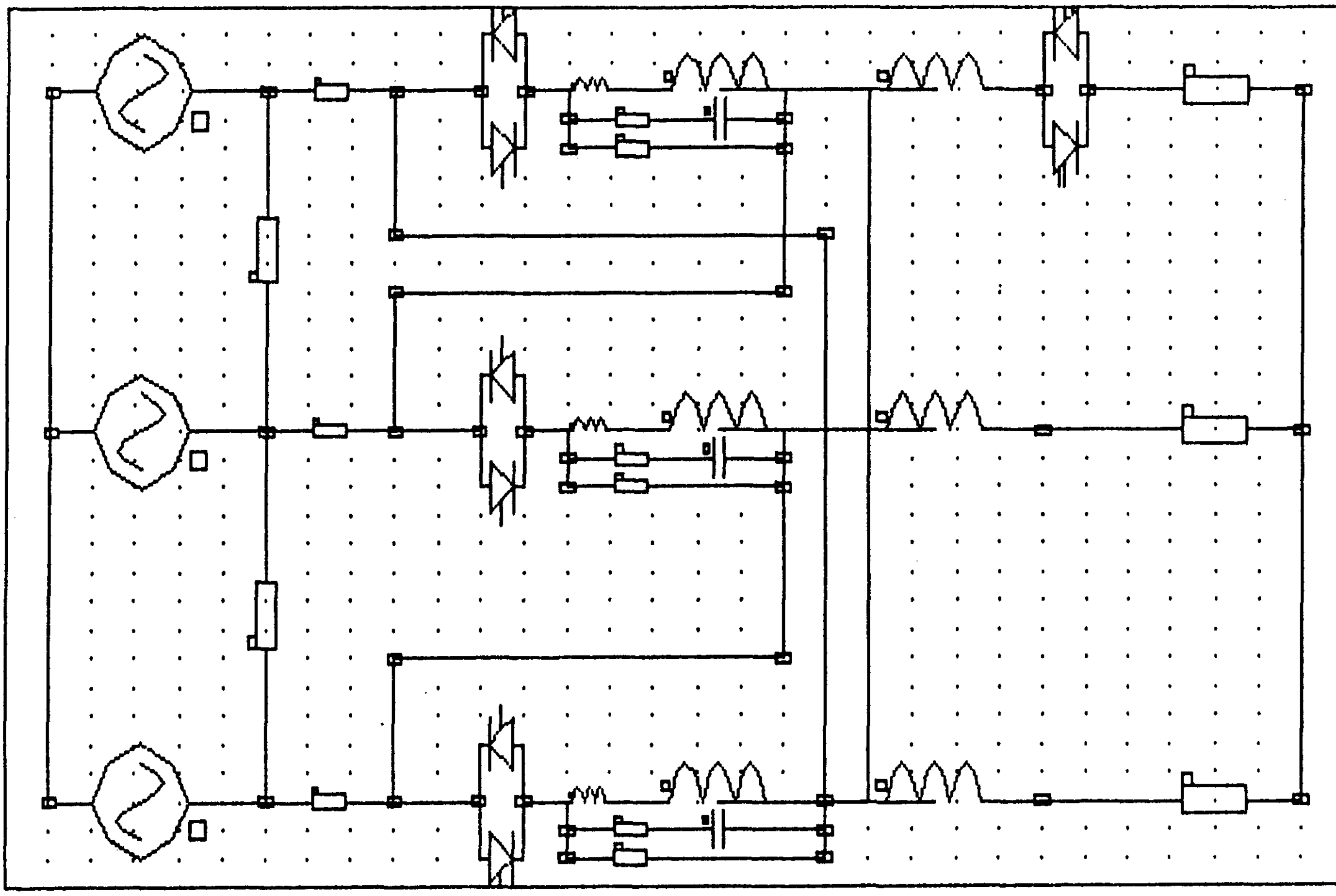
Une série d'essais a été menée. Nous donnons quelques un de ces enregistrements avec, à gauche, les résultats obtenus pour des impulsions brèves mais supérieures à $\pi/3$, et à droite, ceux obtenus pour des impulsions larges. On remarquera la disparition de la surtension sur l'onde V_{Th_A} dans le tracé côté droit. Ces différents enregistrements correspondent à une charge voisine du régime nominal et à des valeurs fixées de l'angle de commande ψ et de la largeur des impulsions α.

III - <u>RESULTATS DE L'ETUDE DE LA RUPTURE DE RESISTANCE DANS LE CAS DU MONTAGE A FLUX FORCES</u>

Nous rappelons ici les principaux résultats de l'étude conduite antérieurement par notre Equipe de Recherche [1] dans le but de comparaison des deux montages : flux forcés flux libres.

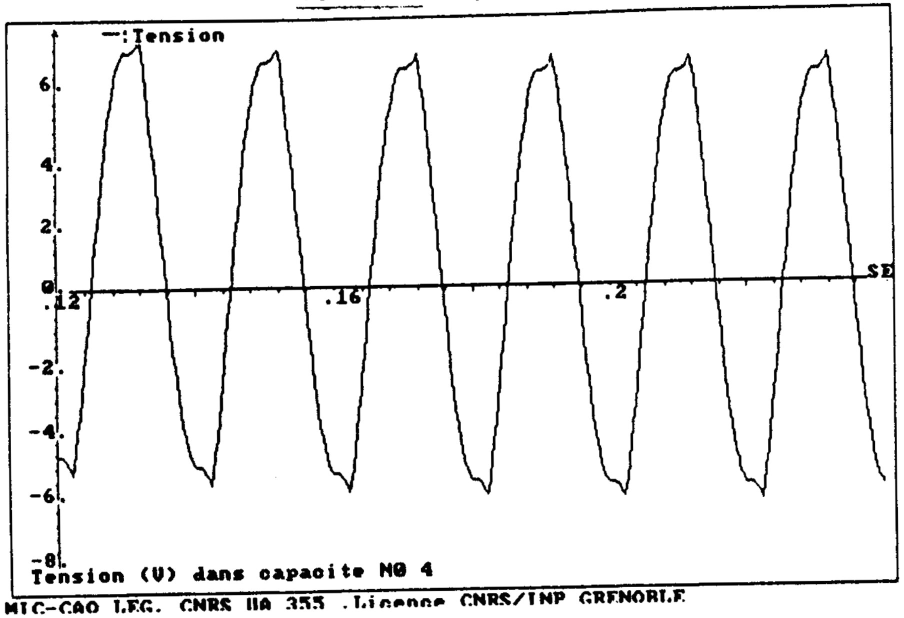
La campagne d'essais menée, a montré que des impulsions de largeurs égales à 180° permettent de pallier le risque de surtension dans le cas du flux forcé.

RESULTATS DU FONCTIONNEMENT EQUILIBRE

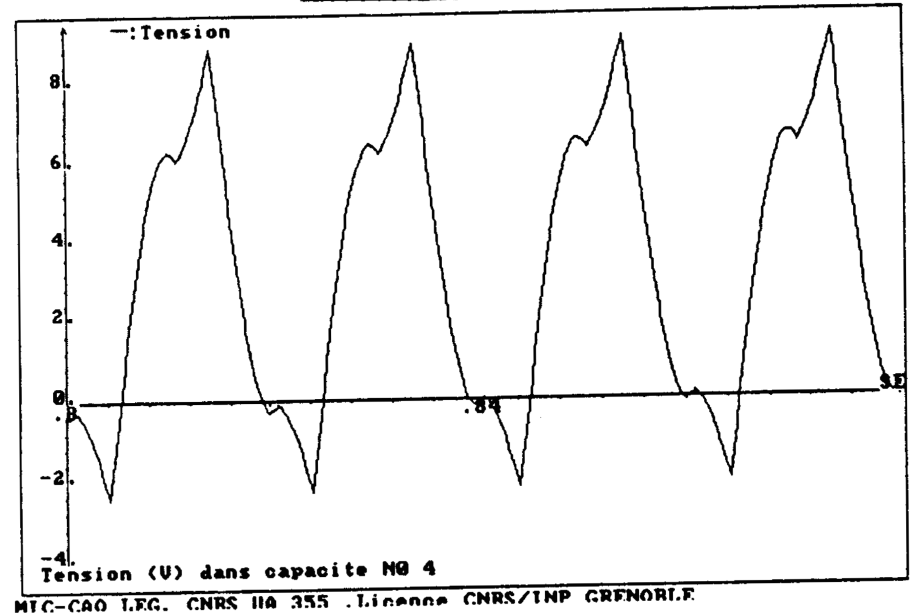


SCHEMA DU MONTAGE SIMULE

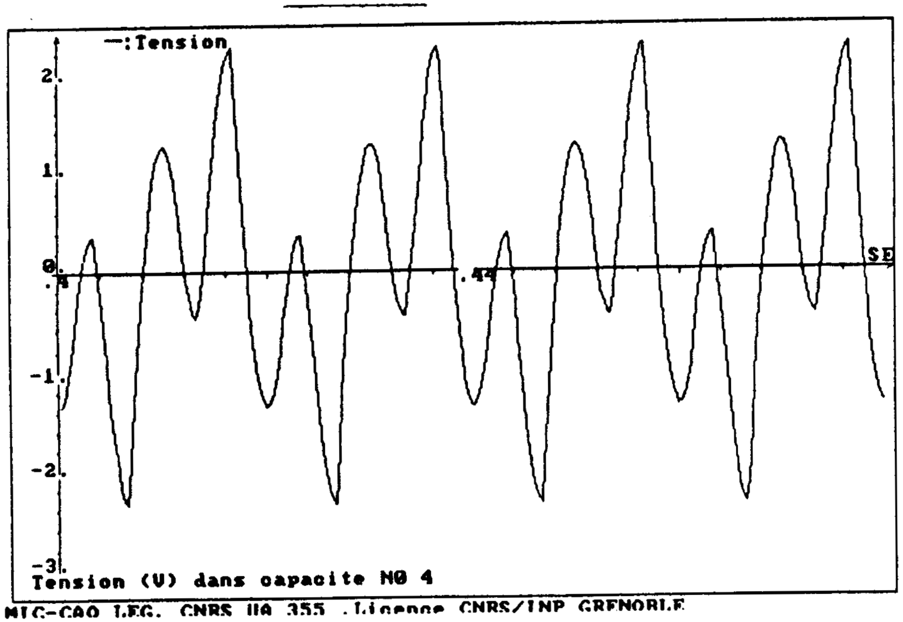
1er MODE : $\psi = 30°$



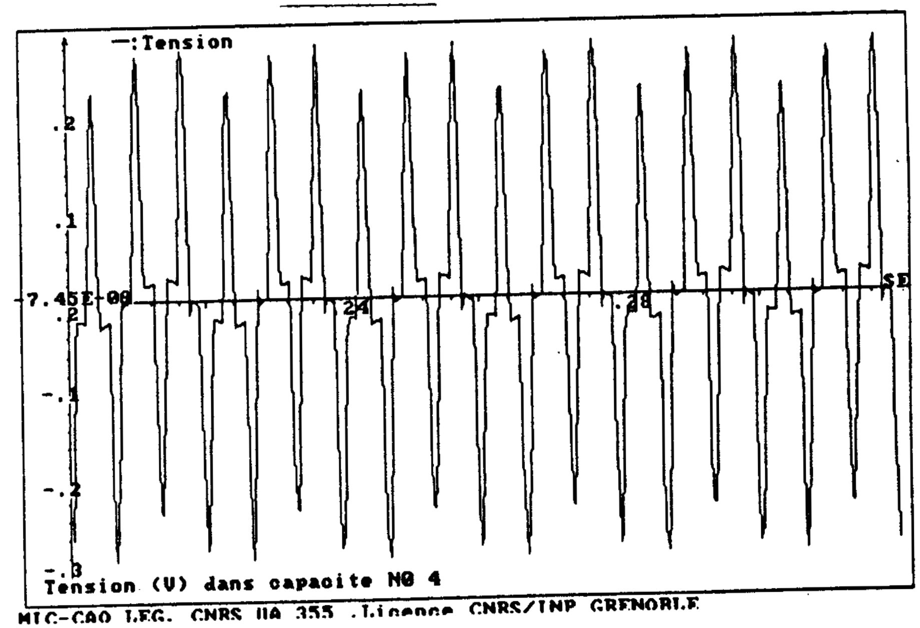
2ème MODE : $\psi = 75°$



3ème MODE : $\psi = 120°$



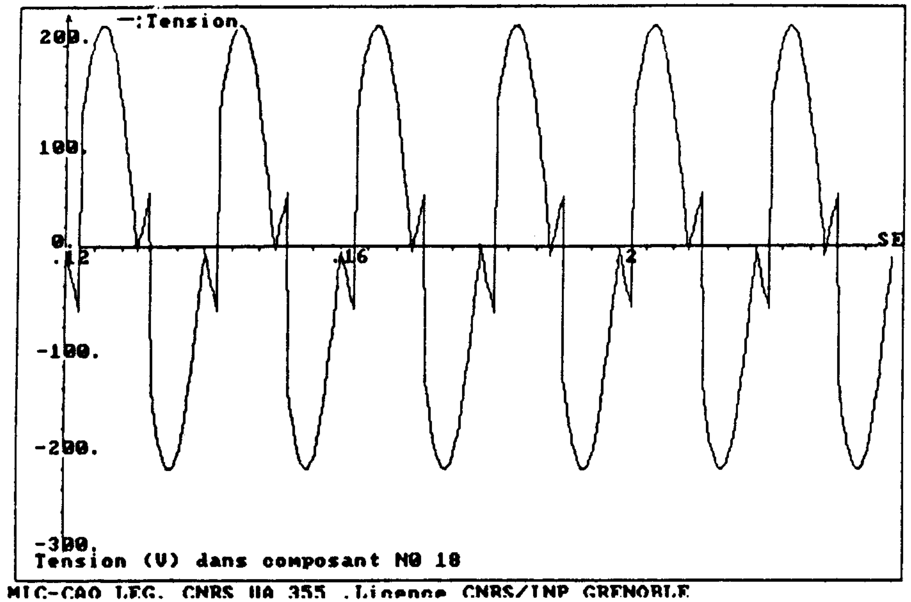
4ème MODE : $\psi = 165°$



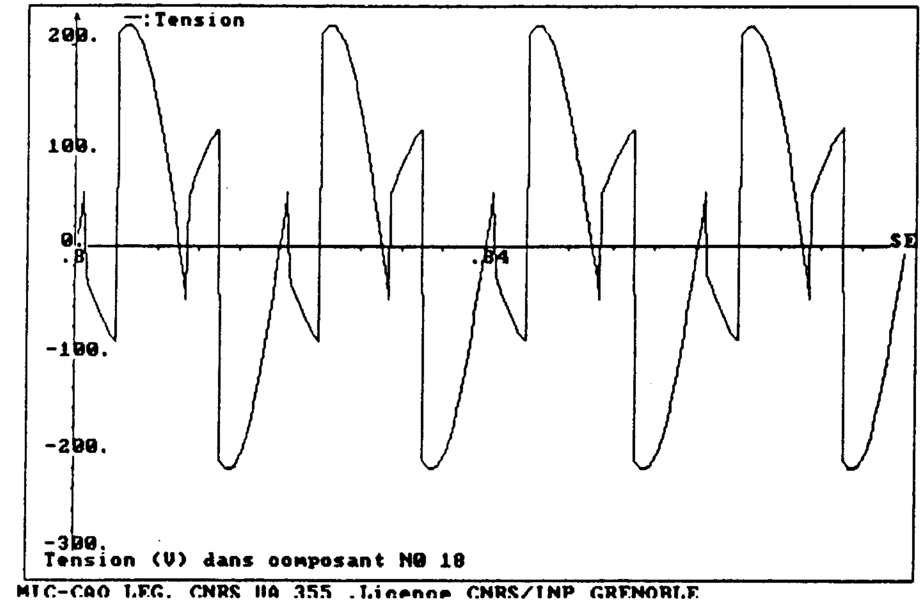
FONCTIONNEMENT EQUILIBRE à $\omega\tau = 20$

FLUX : Φ_A

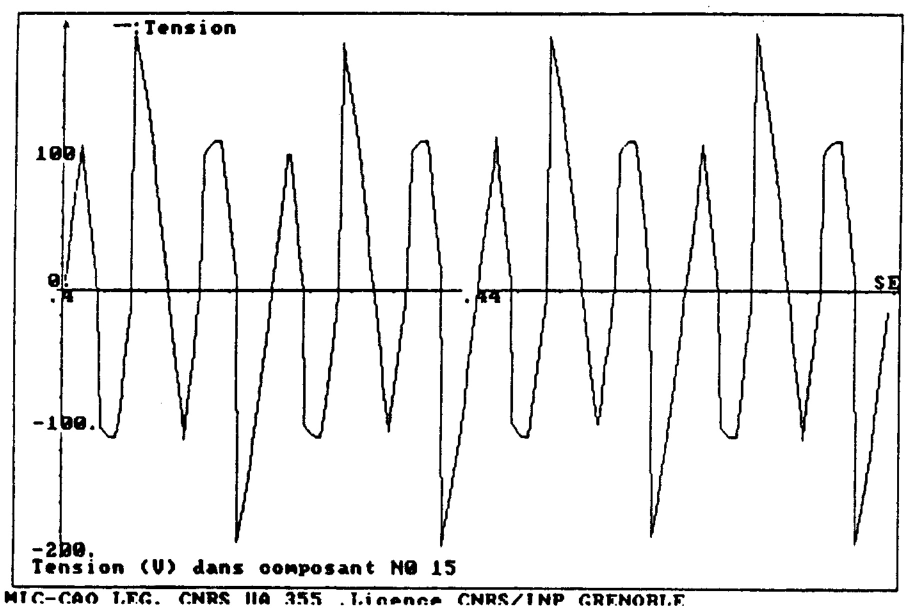
1er MODE : ψ = 30°



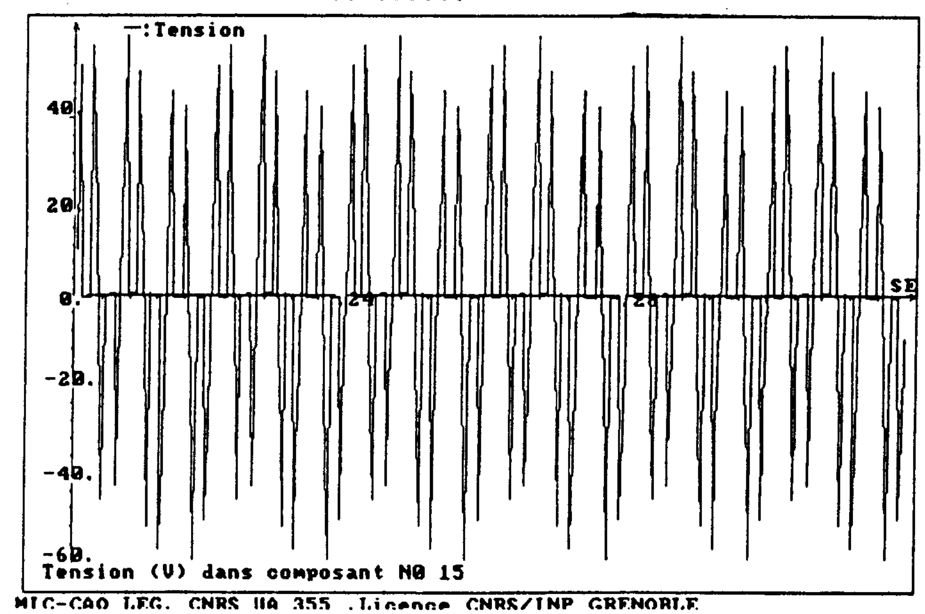
2ème MODE : ψ = 75°



3ème MODE : ψ = 120°



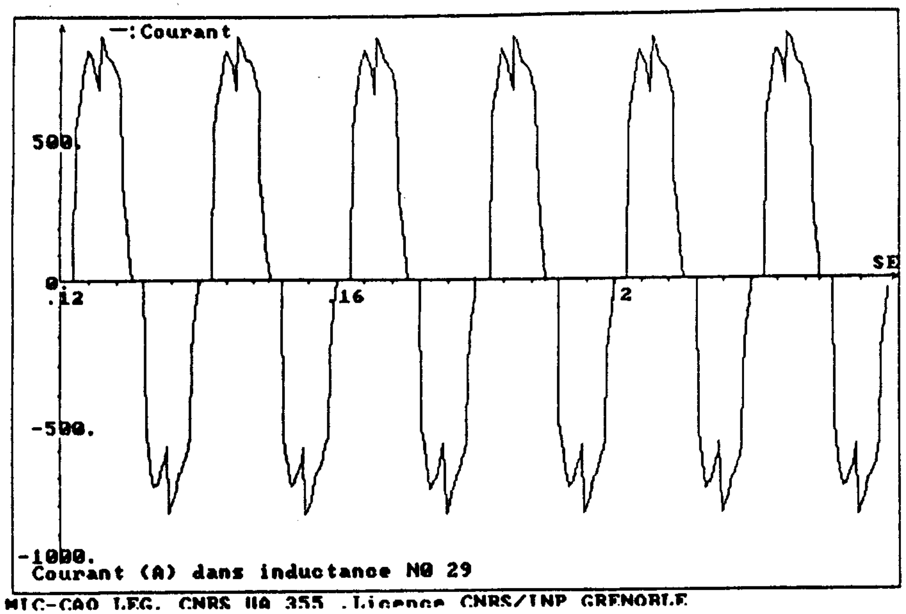
4ème MODE : ψ = 165°



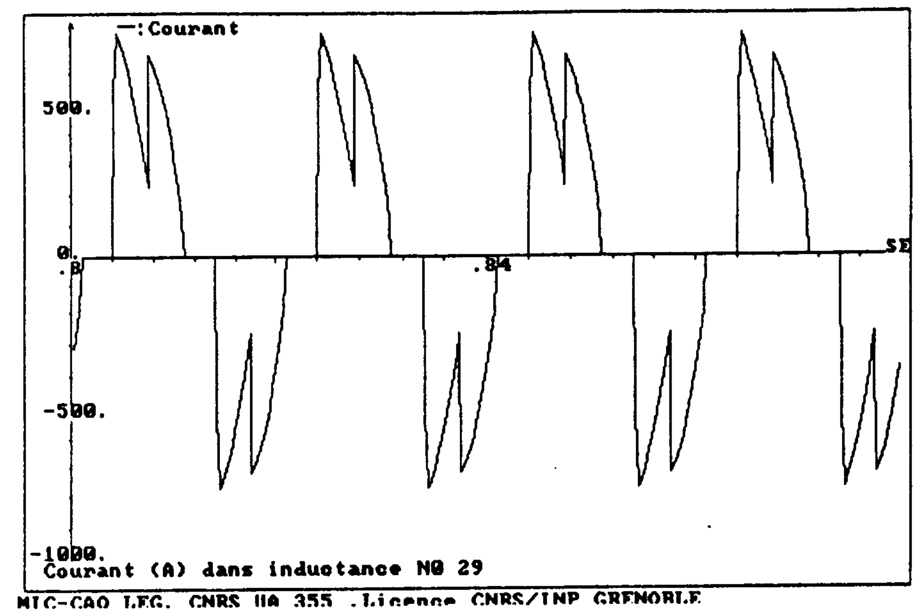
FONCTIONNEMENT EQUILIBRE à $\omega\tau$ = 20

TENSIONS PRIMAIRES v_{1A}

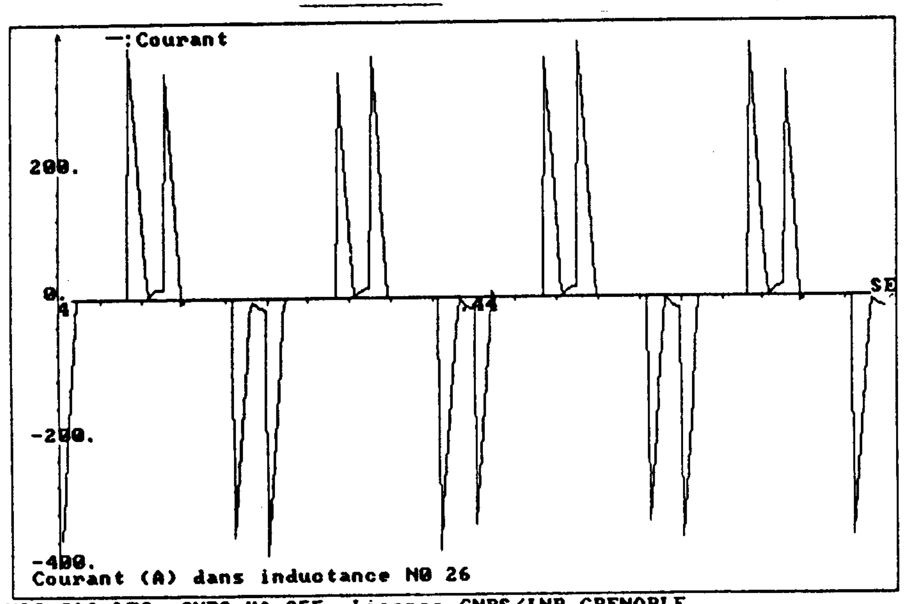
1er MODE : ψ = 30°



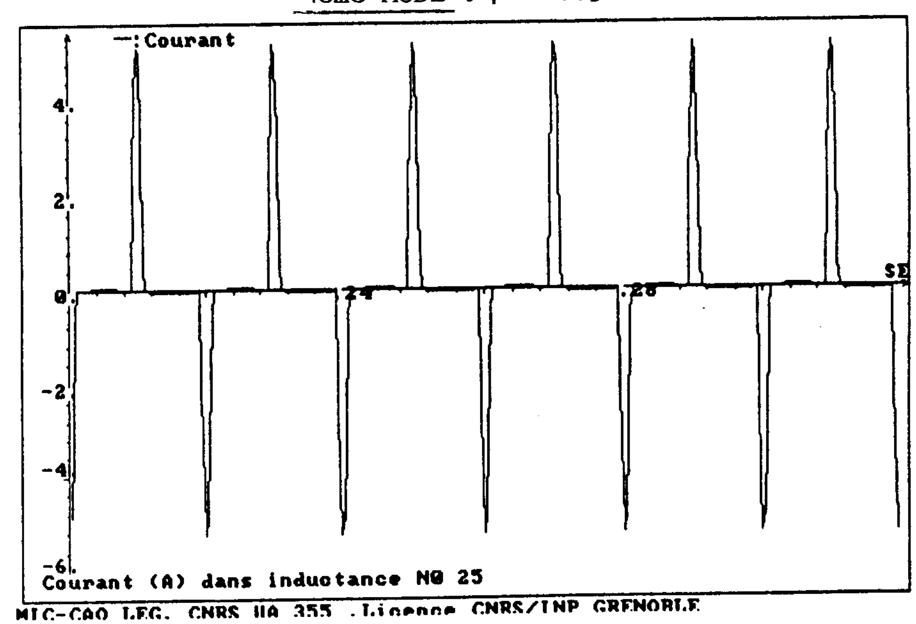
2ème MODE : ψ = 75°



3ème MODE : ψ = 120°



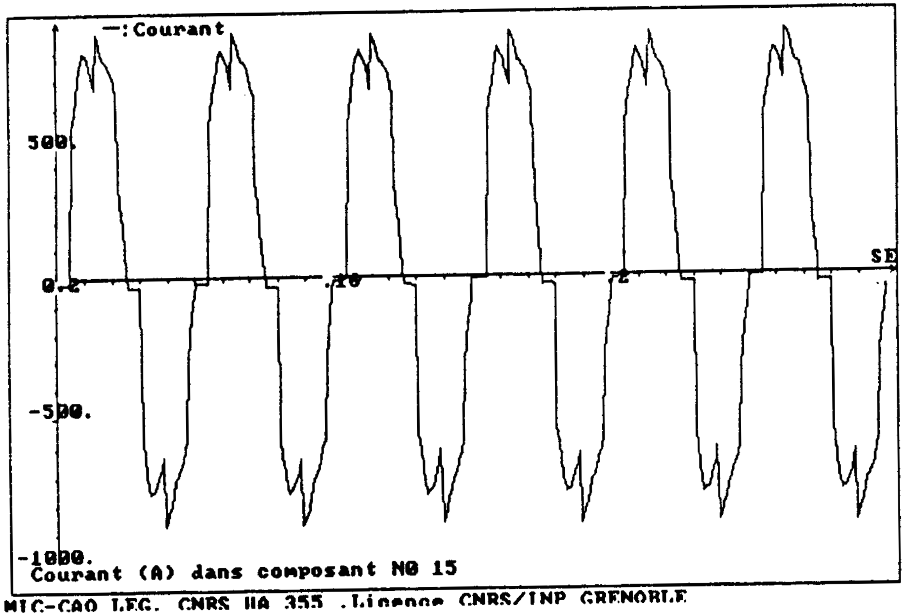
4ème MODE : ψ = 165°



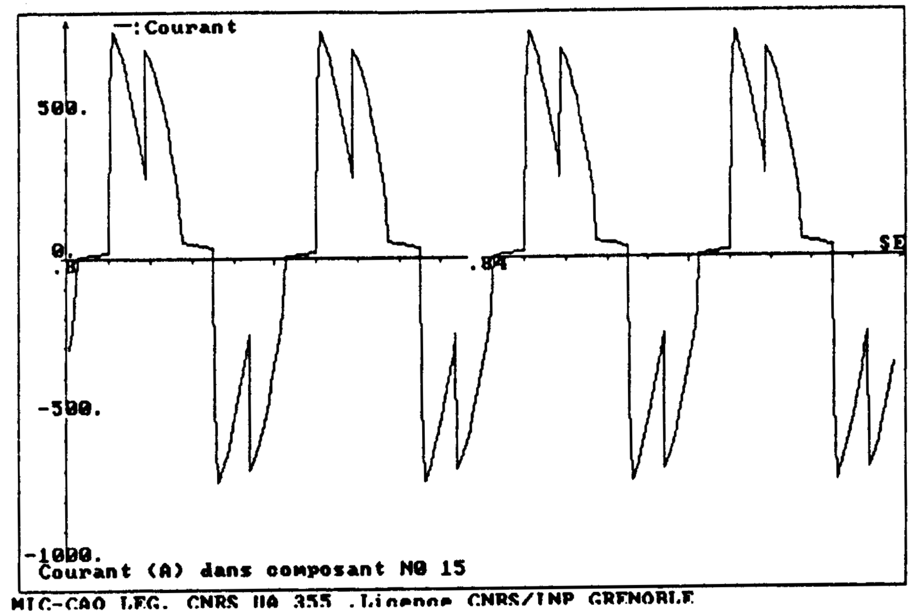
FONCTIONNEMENT EQUILIBRE à $\omega\tau$ = 20

COURANTS i_{1A}

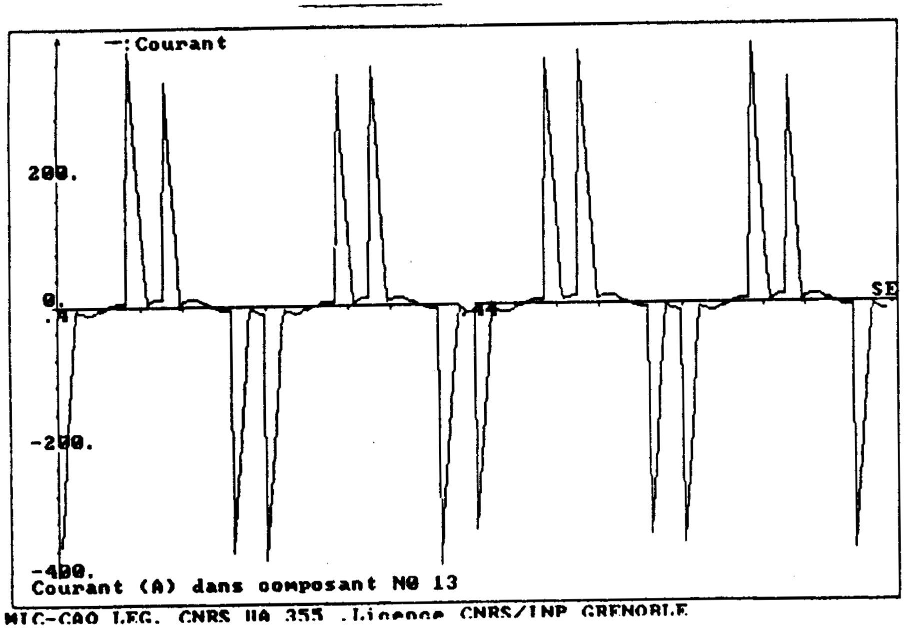
1er MODE : ψ = 30°



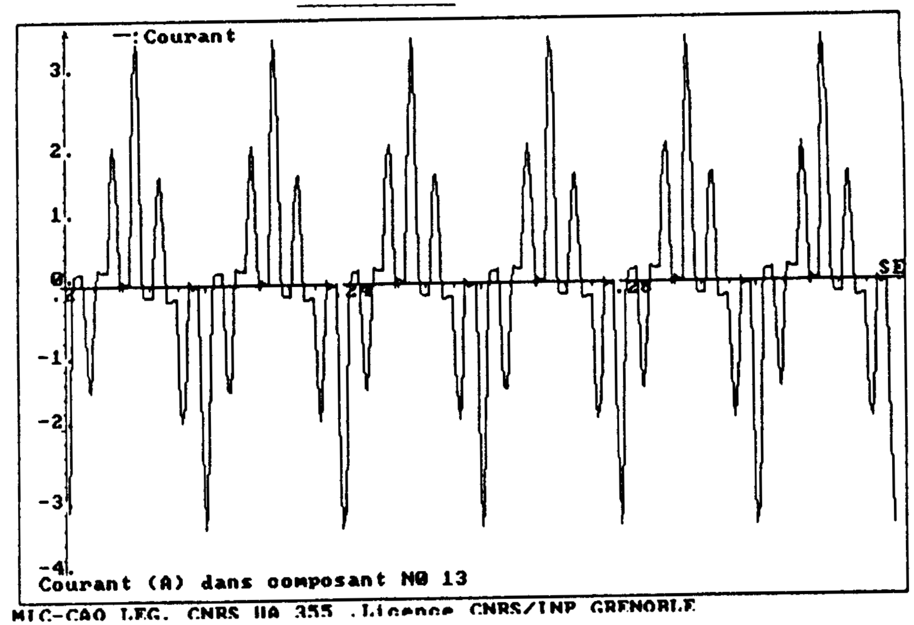
2ème MODE : ψ = 75°



3ème MODE : ψ = 120°



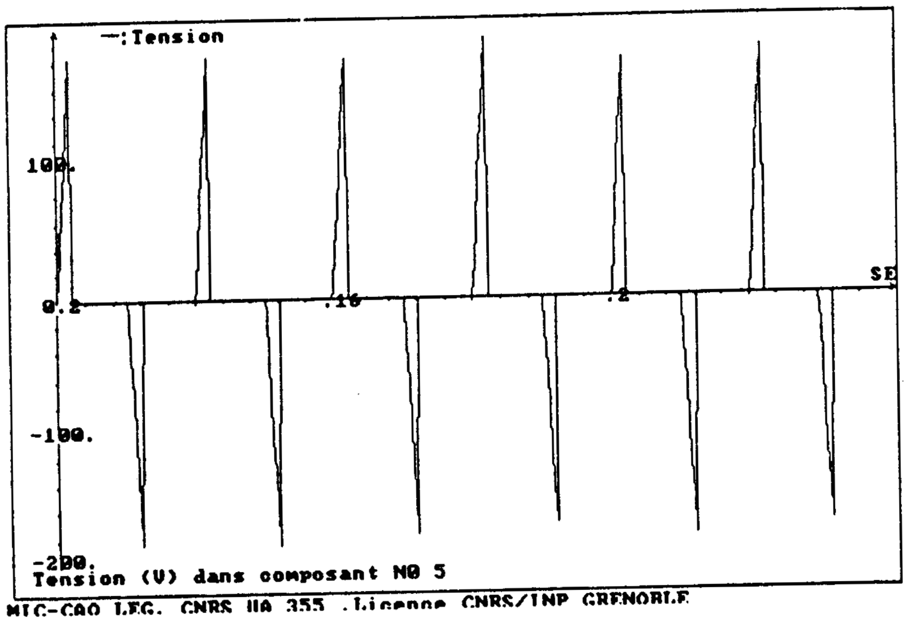
4ème MODE : ψ = 165°



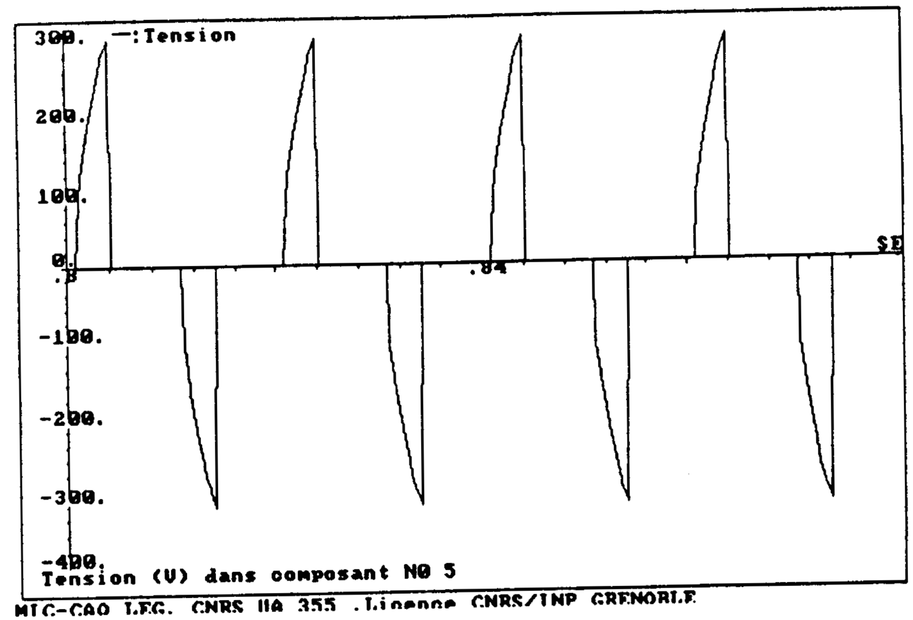
FONCTIONNEMENT EQUILIBRE à $\omega\tau$ = 20

COURANTS i_{2A}

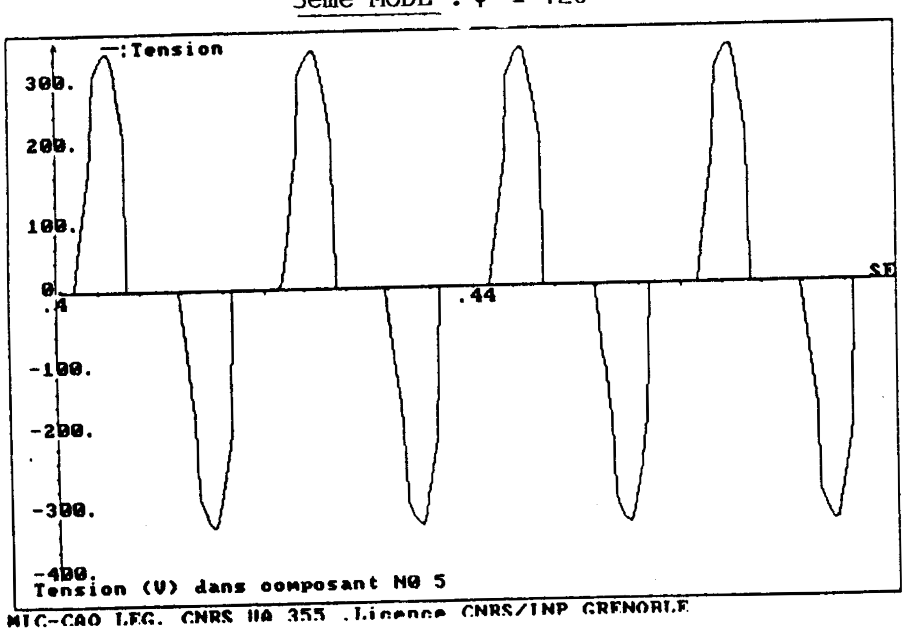
1er MODE : ψ = 30°



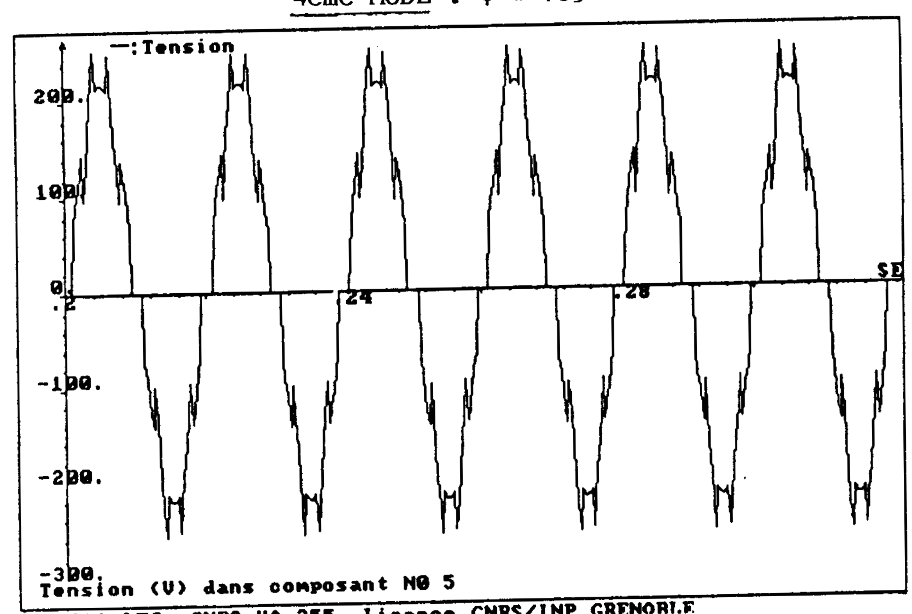
2ème MODE : ψ = 75°



3ème MODE : ψ = 120°



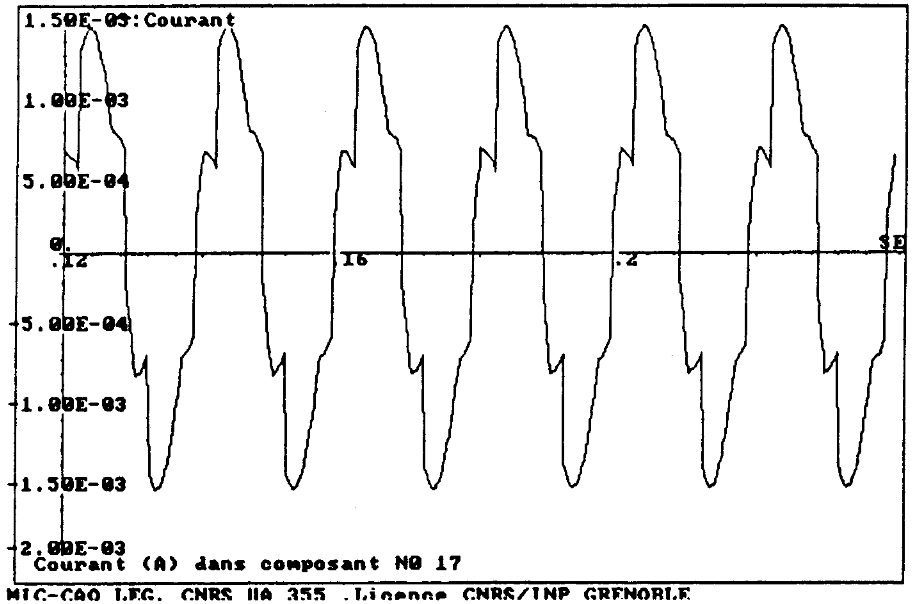
4ème MODE : ψ = 165°



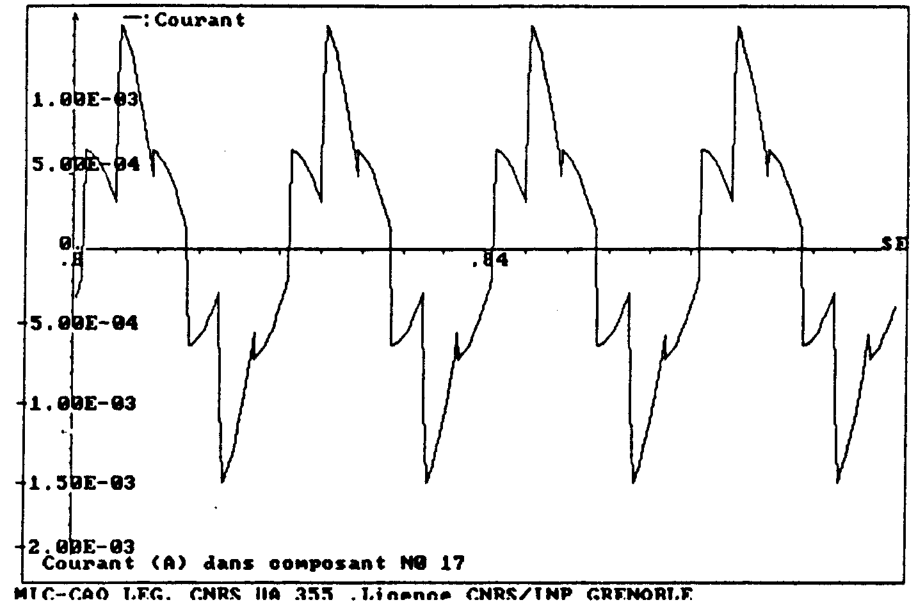
FONCTIONNEMENT EQUILIBRE à $\omega\tau$ = 20

TENSIONS v_{Th_A}

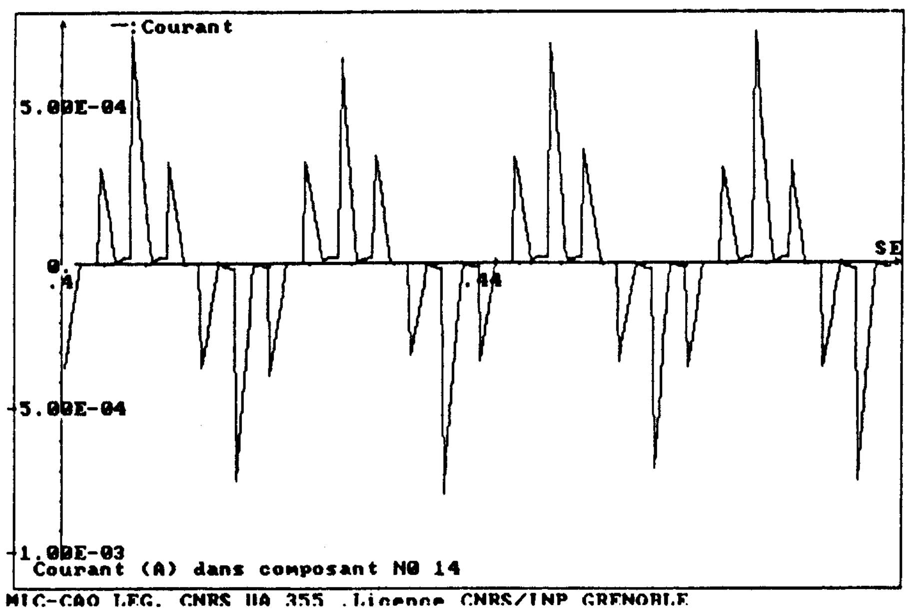
1er MODE : ψ = 30°



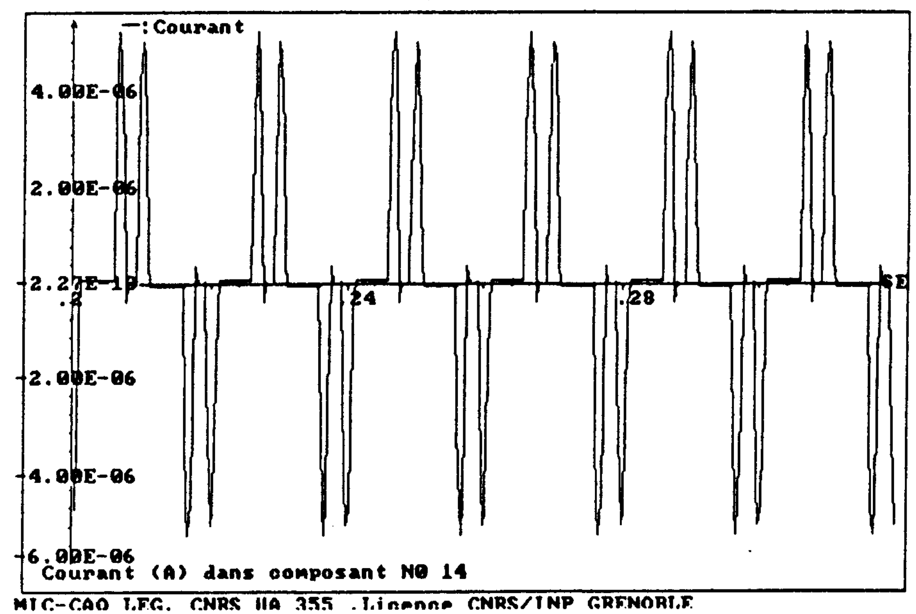
2ème MODE : ψ = 75°



3ème MODE : ψ = 120°



4ème MODE : ψ = 165°

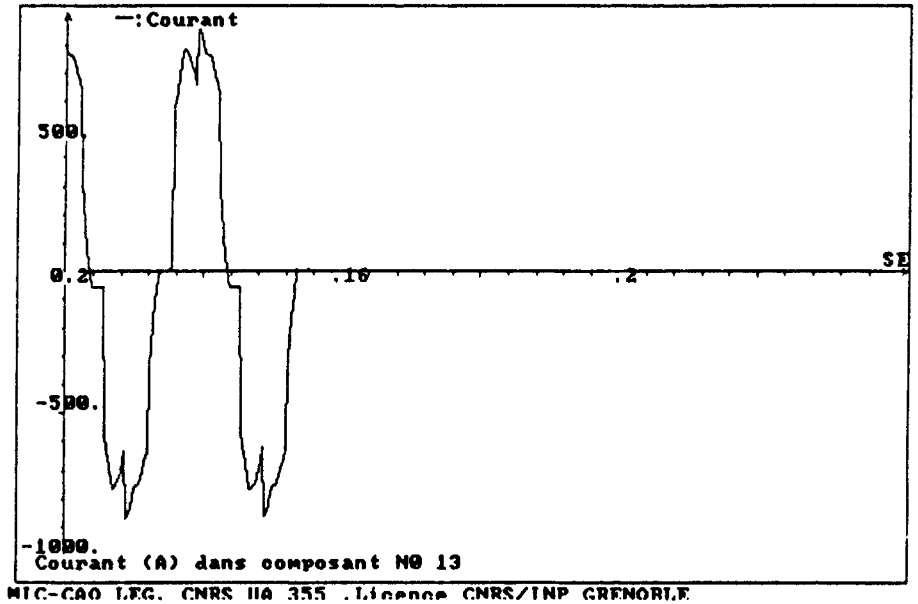


FONCTIONNEMENT EQUILIBRE à $\omega\tau$ = 20

COURANTS J_1

RESULTATS DU REGIME TRANSITOIRE

i_{2C} $\alpha = 60°$



<u>1er MODE</u>

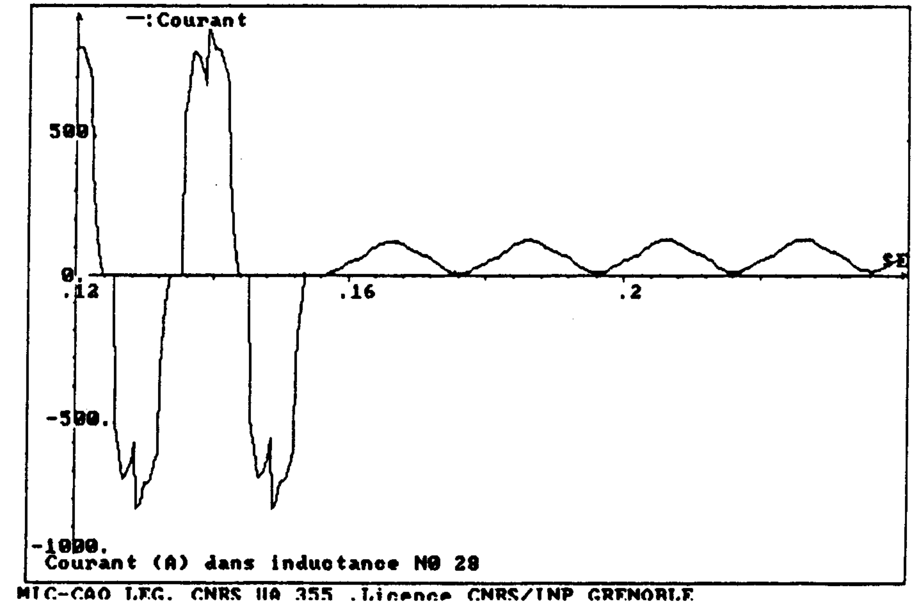
$\omega\tau = 20$

$\psi = 35°$

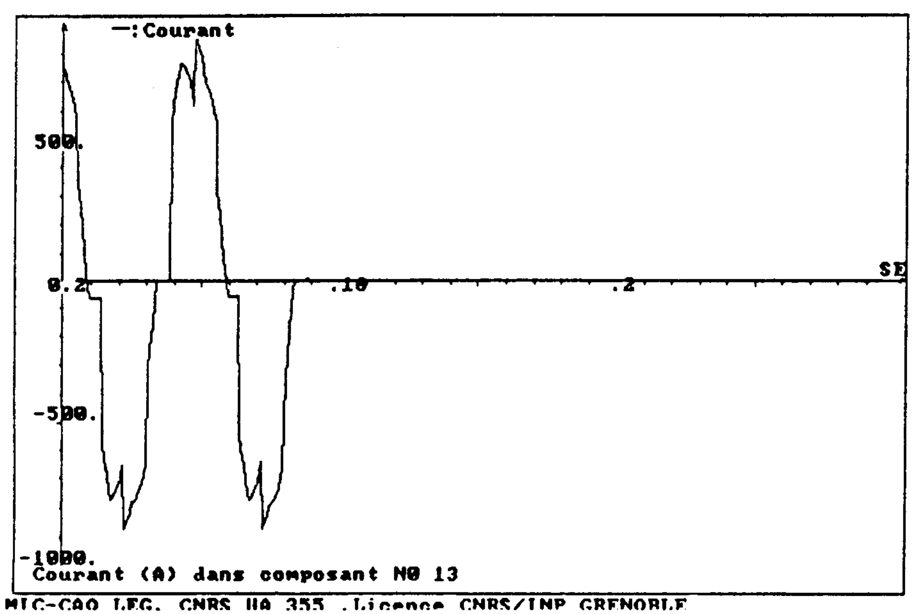
$\alpha = 60°$

$t_c = 15{,}4$ ms

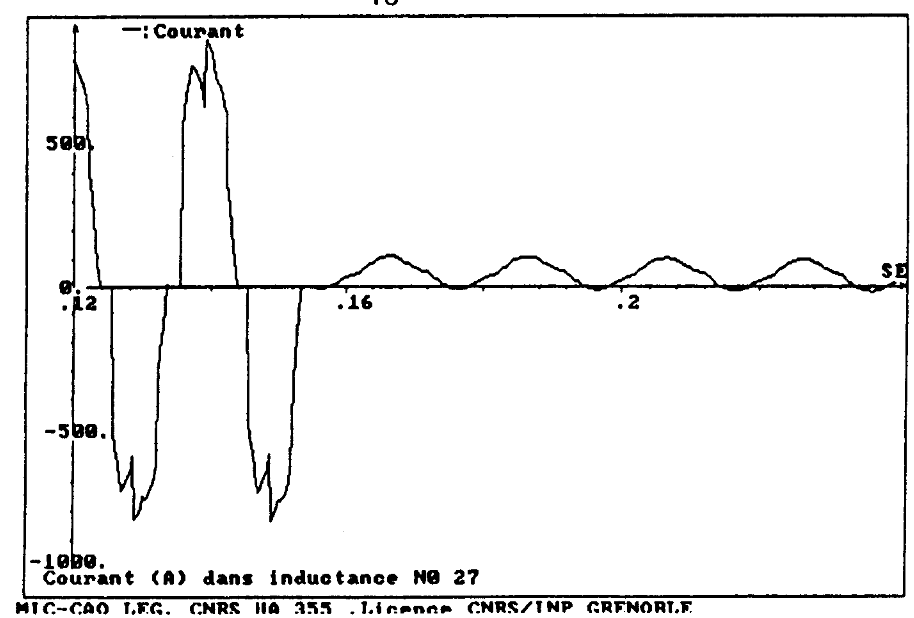
i_{1C} $\alpha = 60°$



i_{2C} $\alpha = 240°$

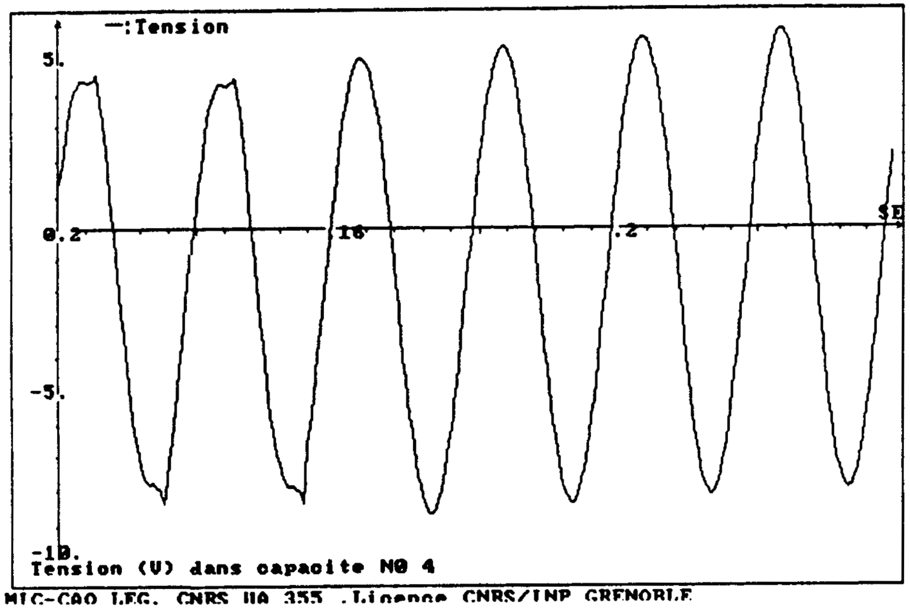


i_{1C} $\alpha = 240°$



<u>REGIME TRANSITOIRE : EQUILIBRE</u> → <u>RUPTURE</u>

φ_C $\alpha = 60°$



1er MODE

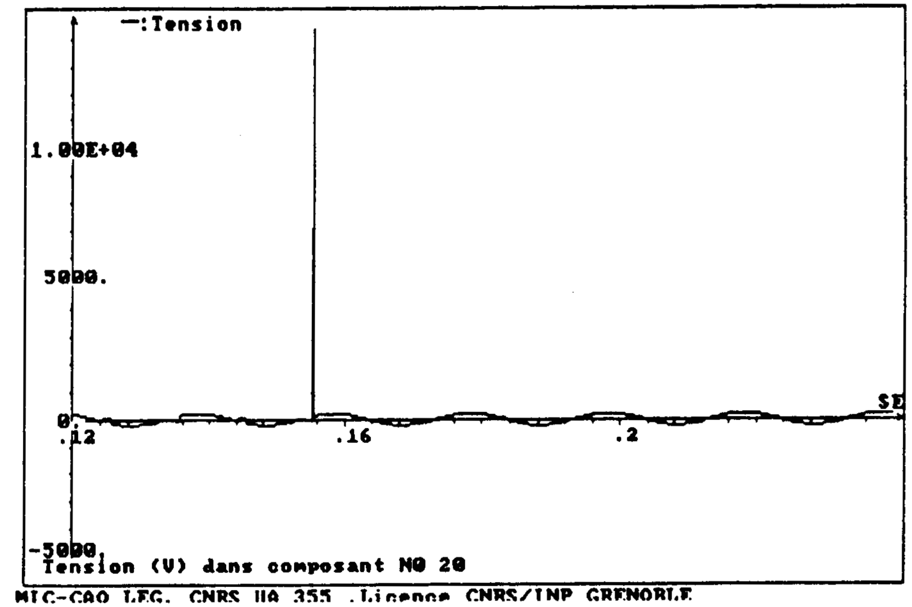
$\omega\tau = 20$

$\psi = 35°$

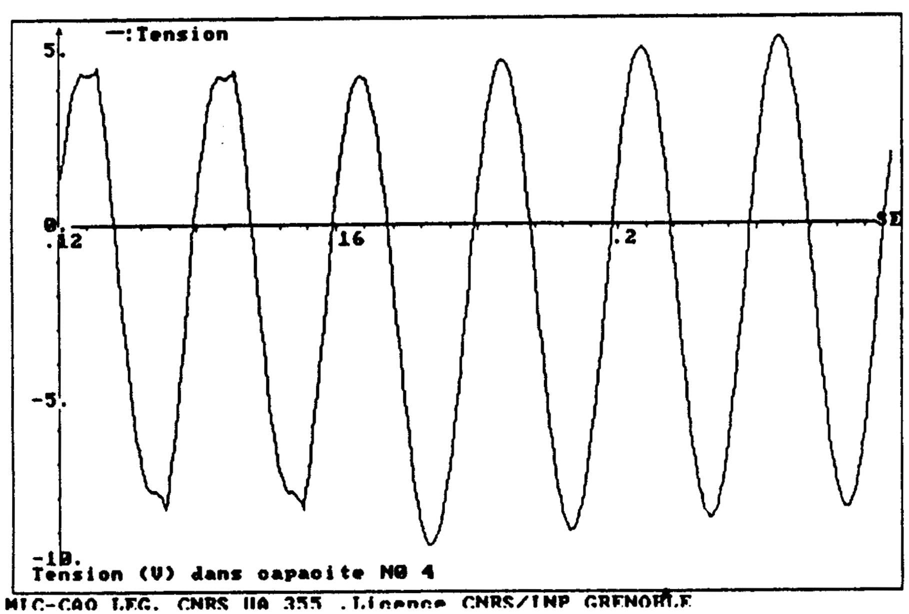
$\alpha = 60°$

$t_C = 15{,}4$ ms

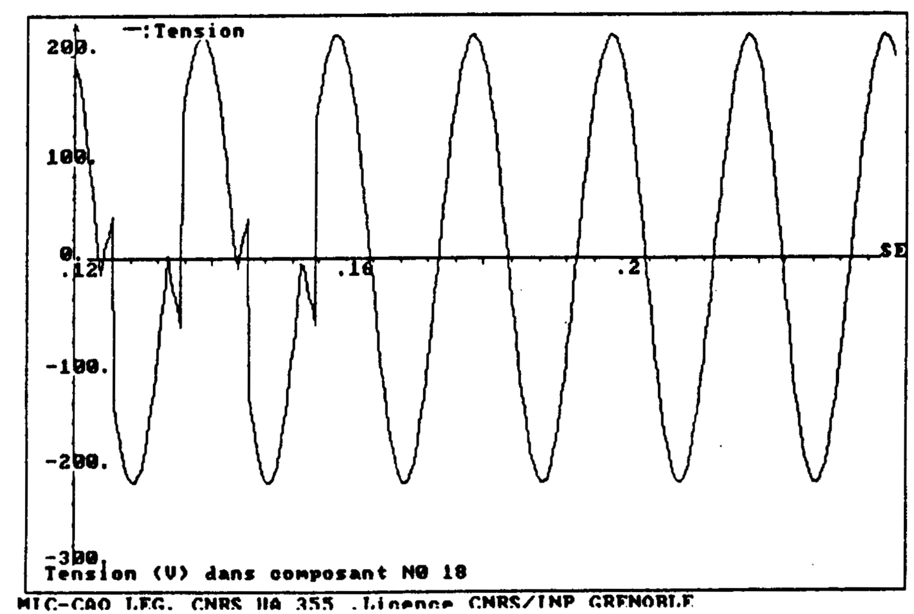
v_{1C} $\alpha = 60°$



φ_C $\alpha = 240°$

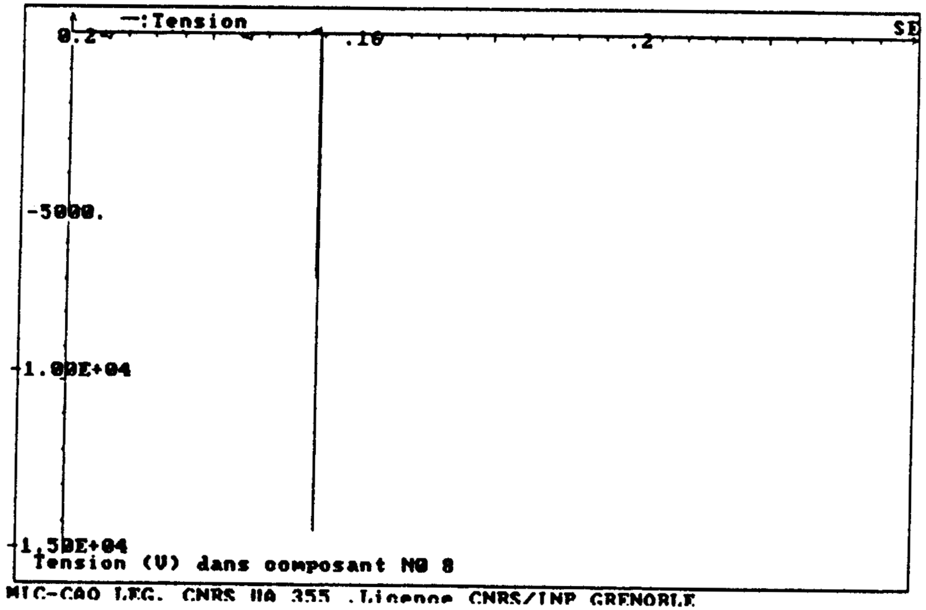


v_{1C} $\alpha = 240°$



REGIME TRANSITOIRE : EQUILIBRE → RUPTURE

v_{Th_C} $\alpha = 60°$



1er MODE

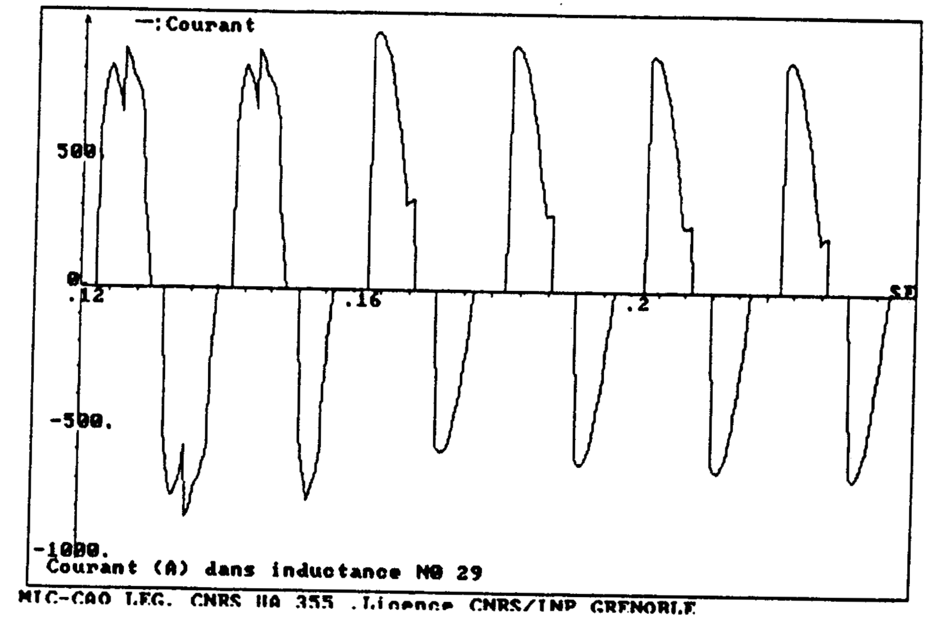
$\omega\tau = 20$

$\psi = 35°$

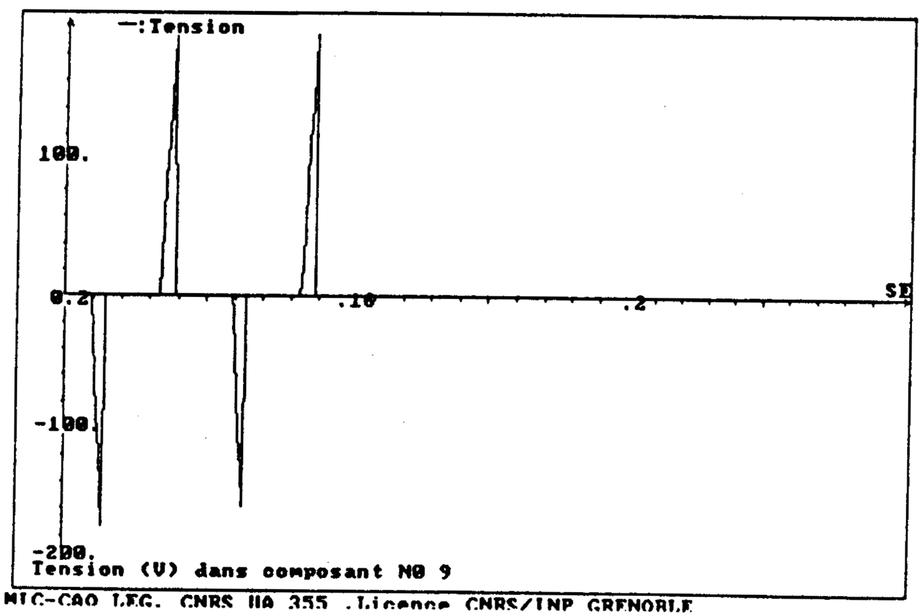
$\alpha = 60°$

$t_C = 15{,}4$ ms

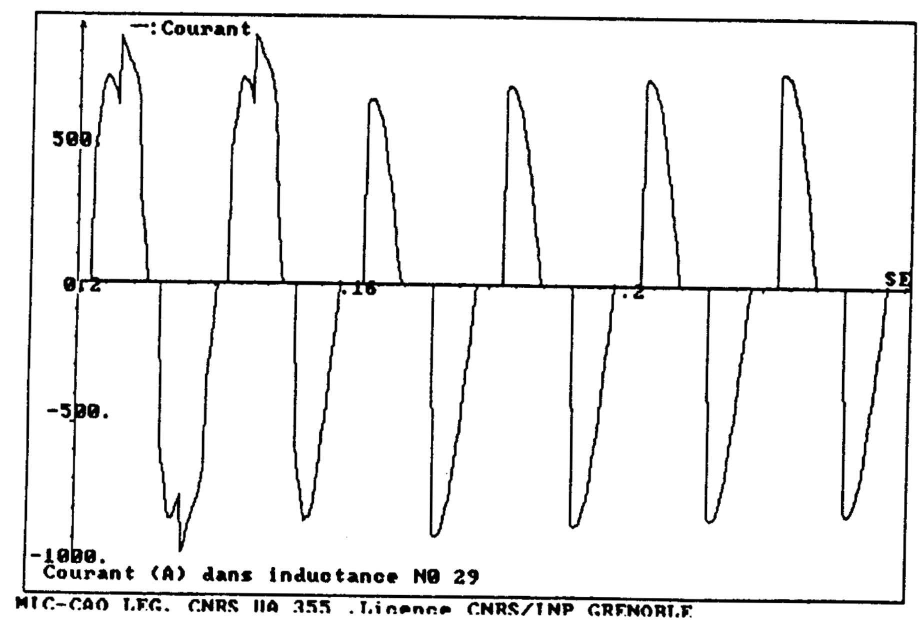
i_{1C} $\alpha = 60°$



v_{Th_C} $\alpha = 240°$

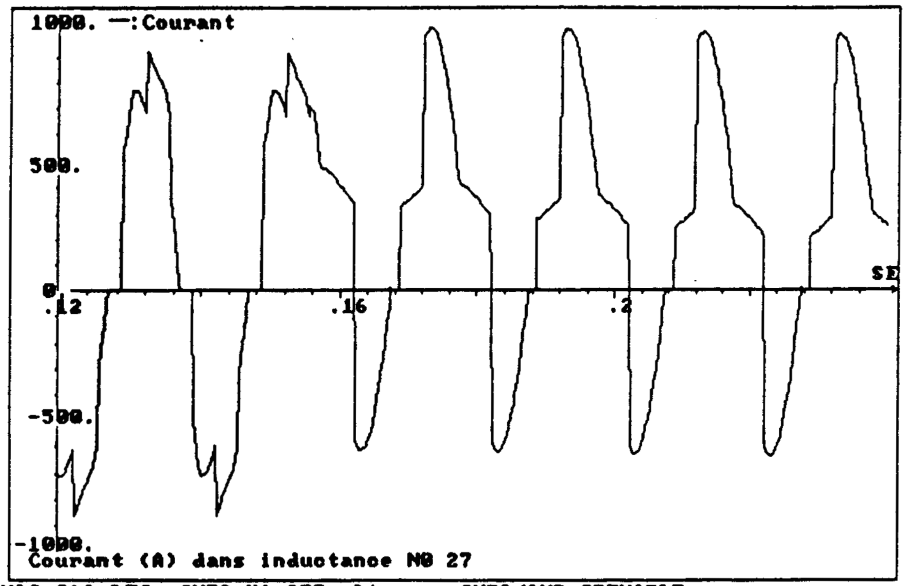


i_{1C} $\alpha = 240°$



REGIME TRANSITOIRE : EQUILIBRE → RUPTURE

i_{1B} $\alpha = 60°$



MIC-CAO LEG. CNRS UA 355 .Licence CNRS/INP GRENOBLE

1er MODE

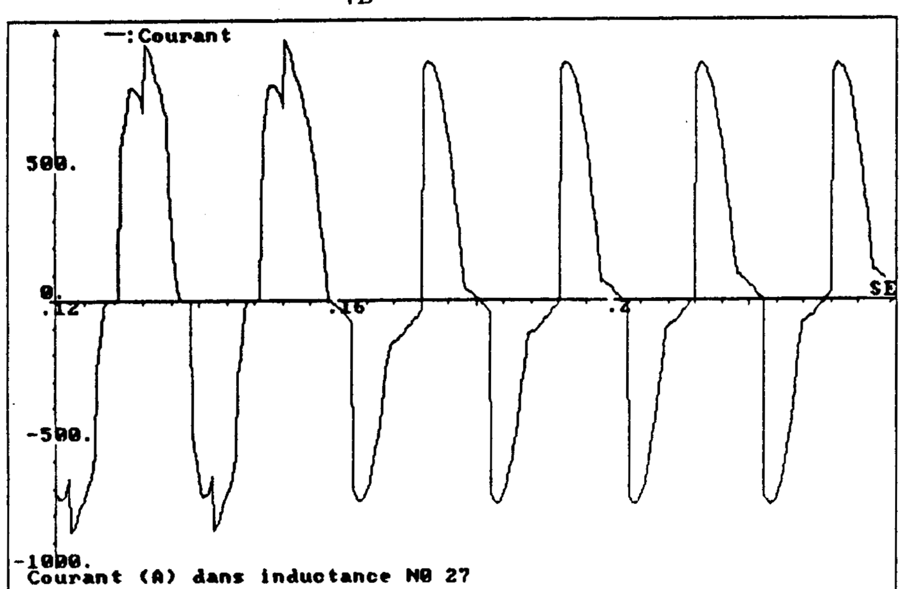
$\omega\tau = 20$

$\psi = 35°$

$\alpha = 60°$

$t_c = 15,4$ ms

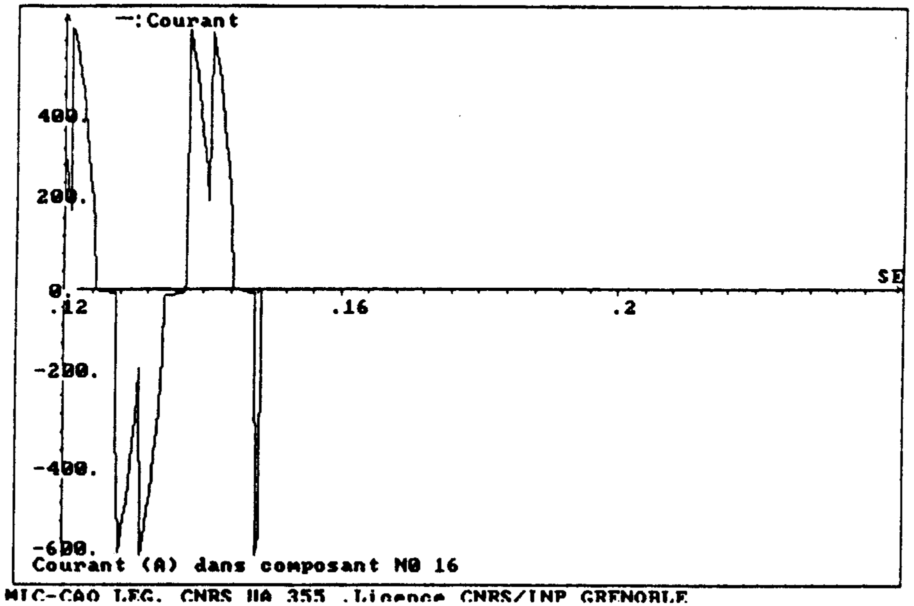
i_{1B} $\alpha = 240°$



MIC-CAO LEG. CNRS UA 355 .Licence CNRS/INP GRENOBLE

REGIME TRANSITOIRE : EQUILIBRE → RUPTURE

i_{2C}



2ème MODE

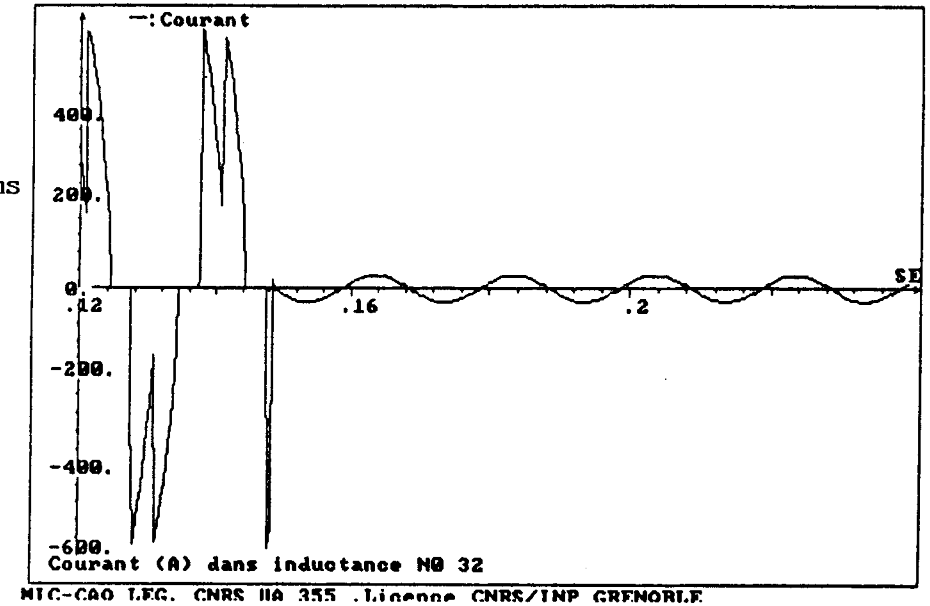
$\omega\tau = 20$

$\psi = 75°$

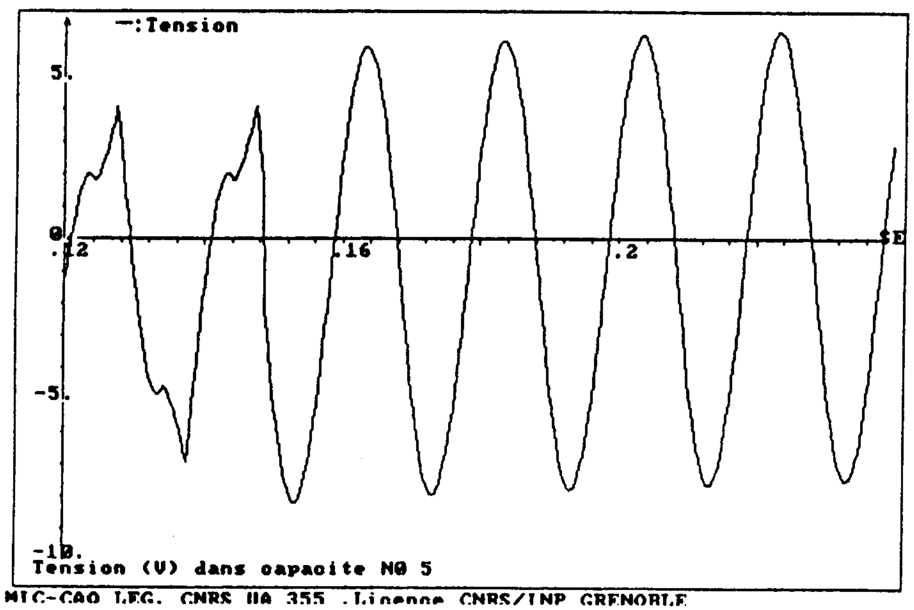
$\alpha = 60°$

$t_C = 8,5$ ms

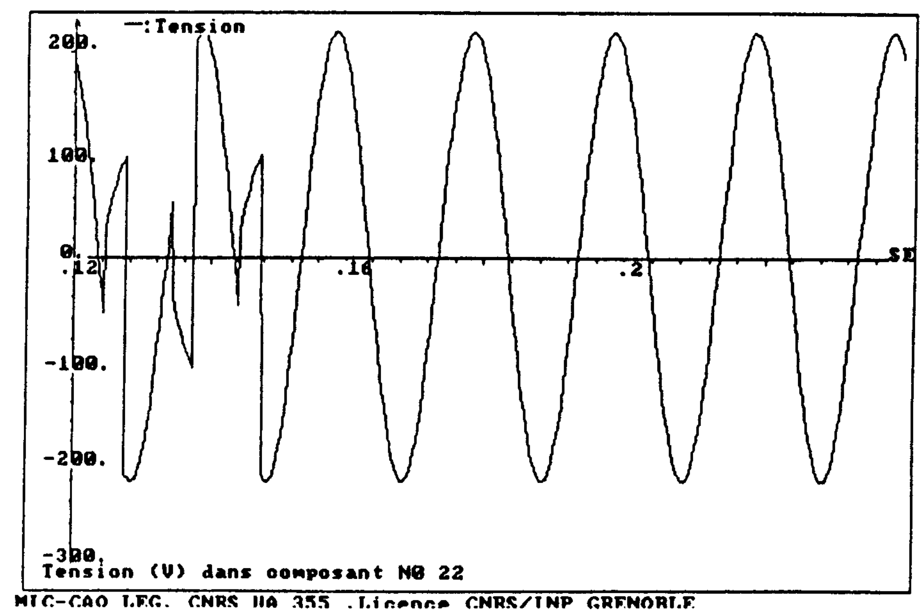
i_{1C}



Φ_C

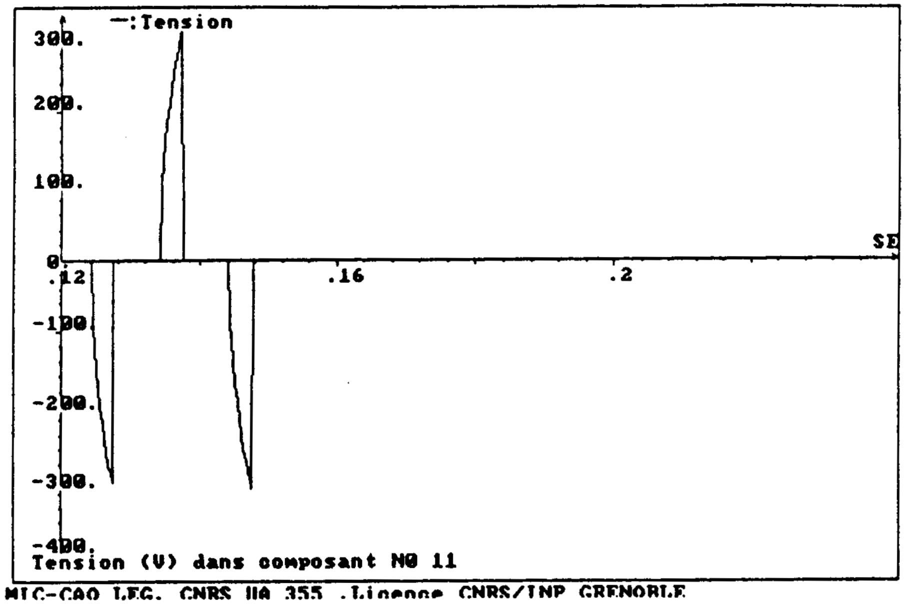


v_{1C}



REGIME TRANSITOIRE : EQUILIBRE → RUPTURE

v_{Th_C}



<u>2ème MODE</u>

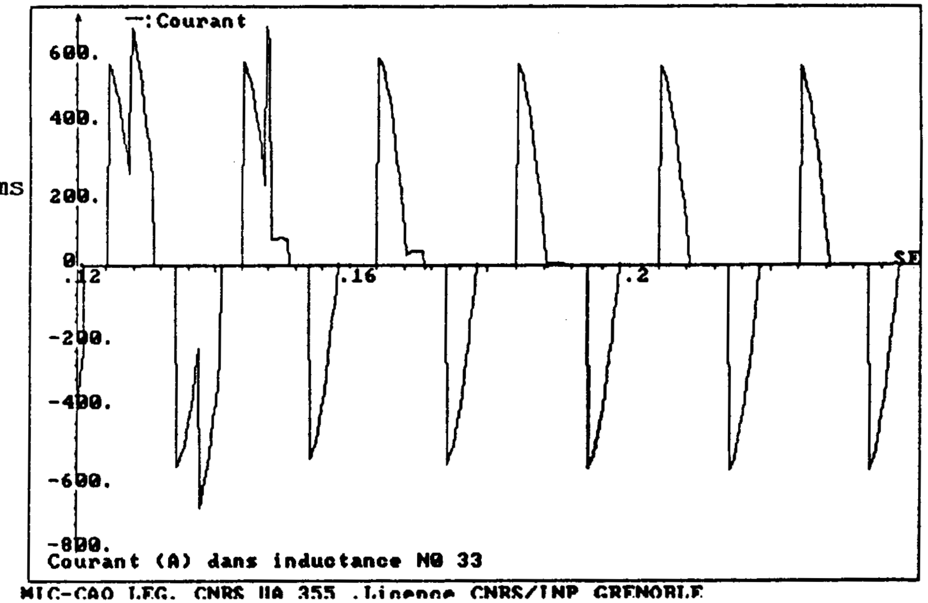
$\omega\tau = 20$

$\psi = 75°$

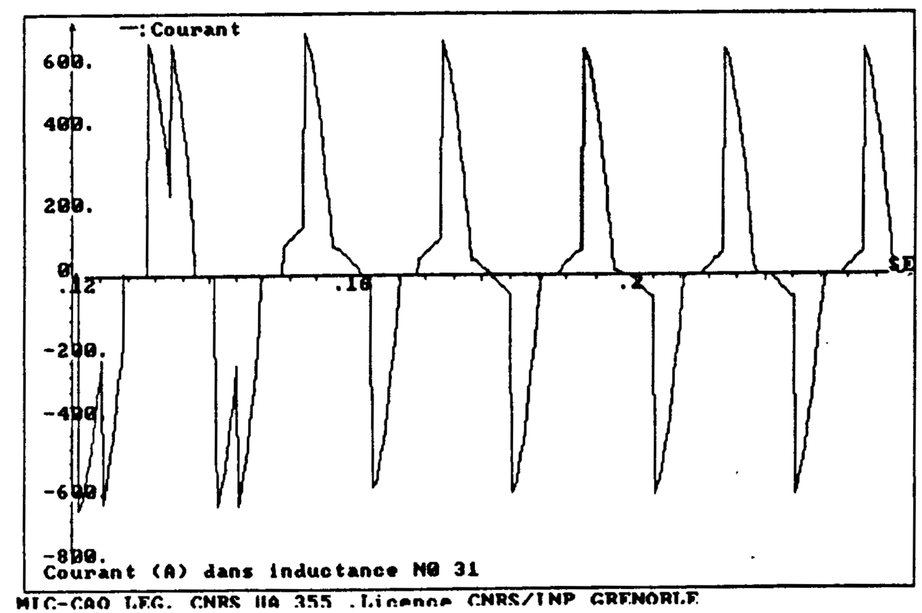
$\alpha = 60°$

$t_C = 8{,}5$ ms

i_{1A}

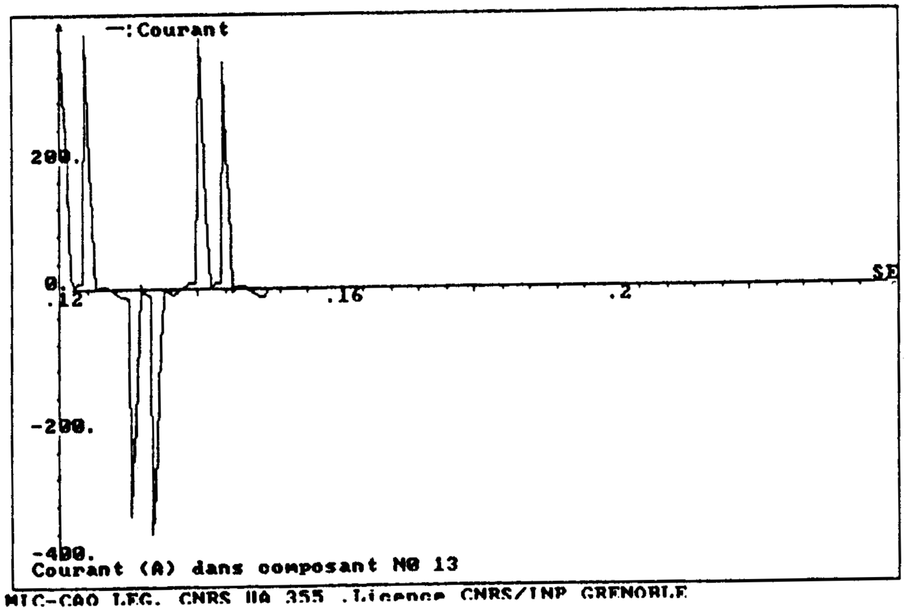


i_{1B}



<u>REGIME TRANSITOIRE : EQUILIBRE</u> → <u>RUPTURE</u>

i_{2C} $\alpha = 60°$



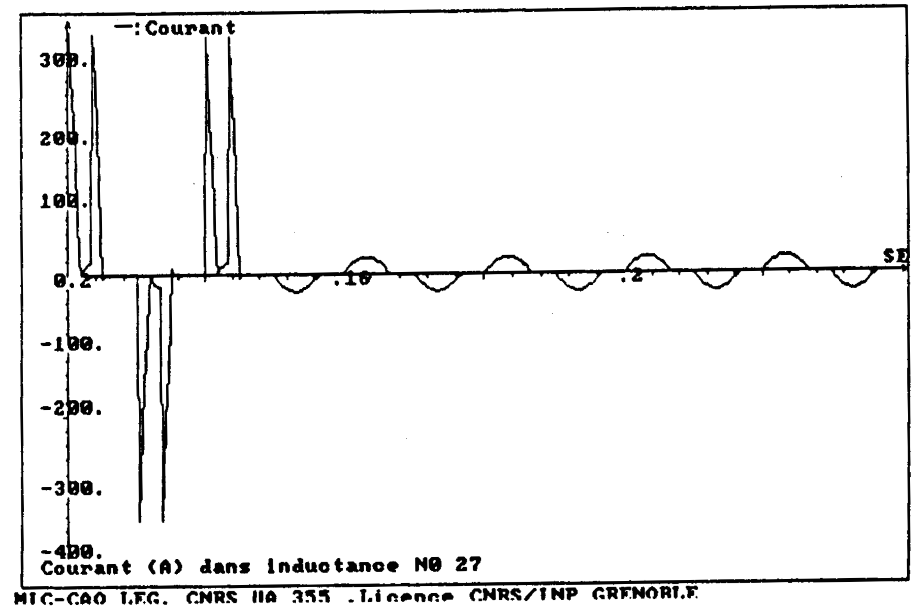
3ème MODE

$\omega\tau = 20$

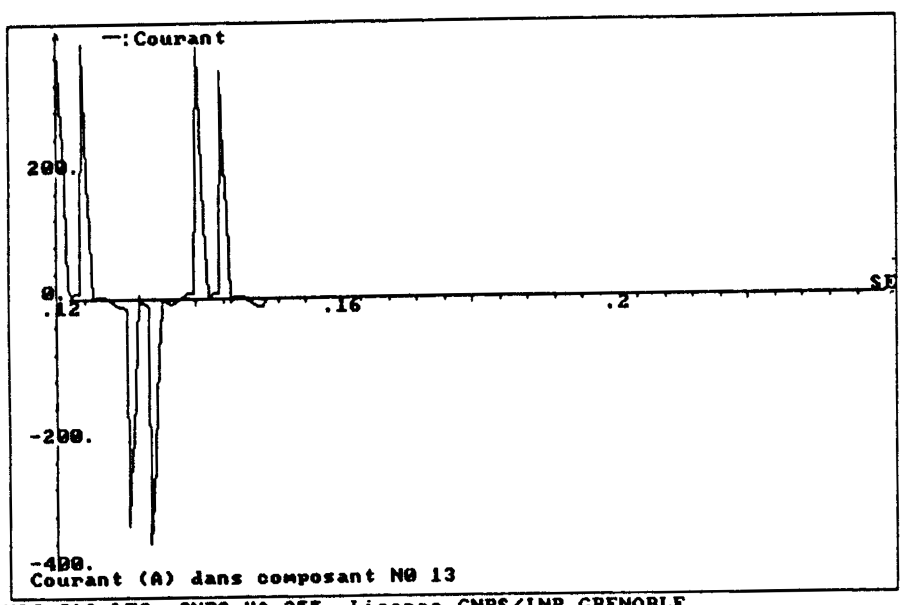
$\psi = 120°$

$t_c = 10$ ms

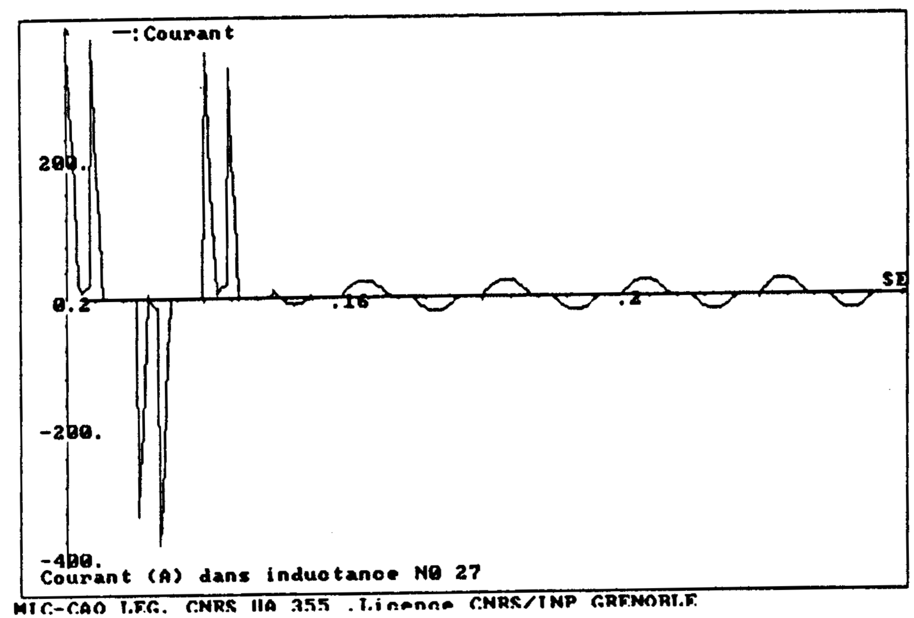
i_{1C} $\alpha = 60°$



i_{2C} $\alpha = 240°$

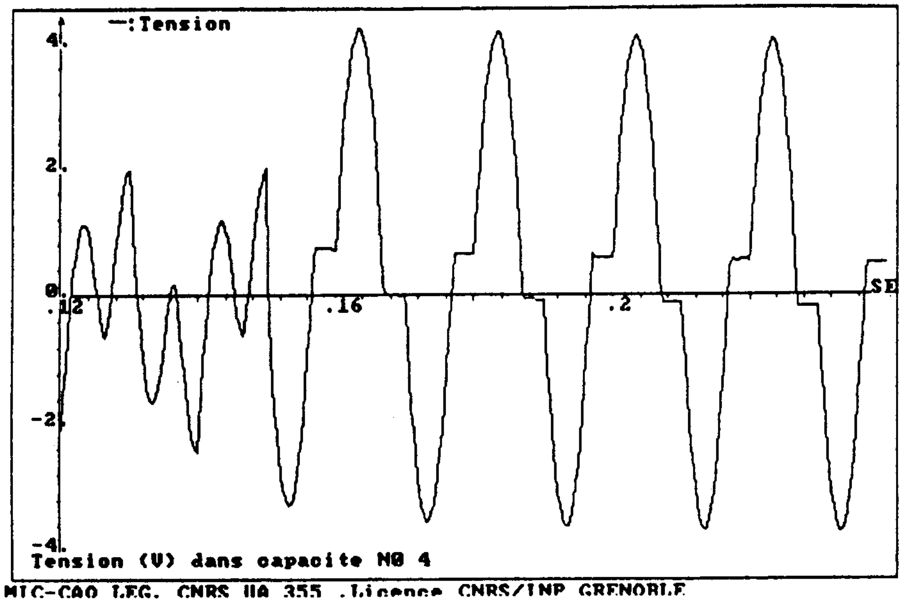


i_{1C} $\alpha = 240°$



REGIME TRANSITOIRE : EQUILIBRE → RUPTURE

Φ_C $\alpha = 60°$



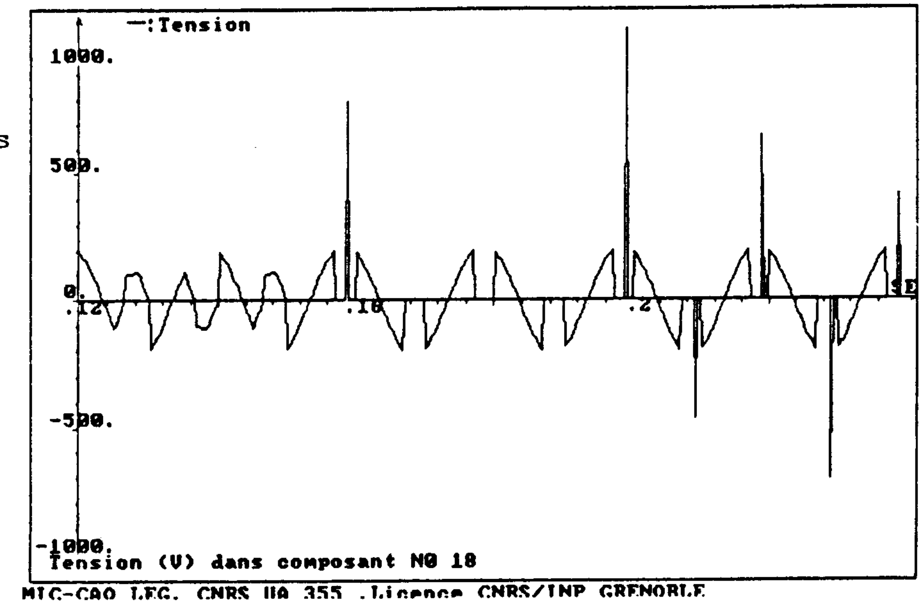
3ème MODE

$\omega\tau = 20$

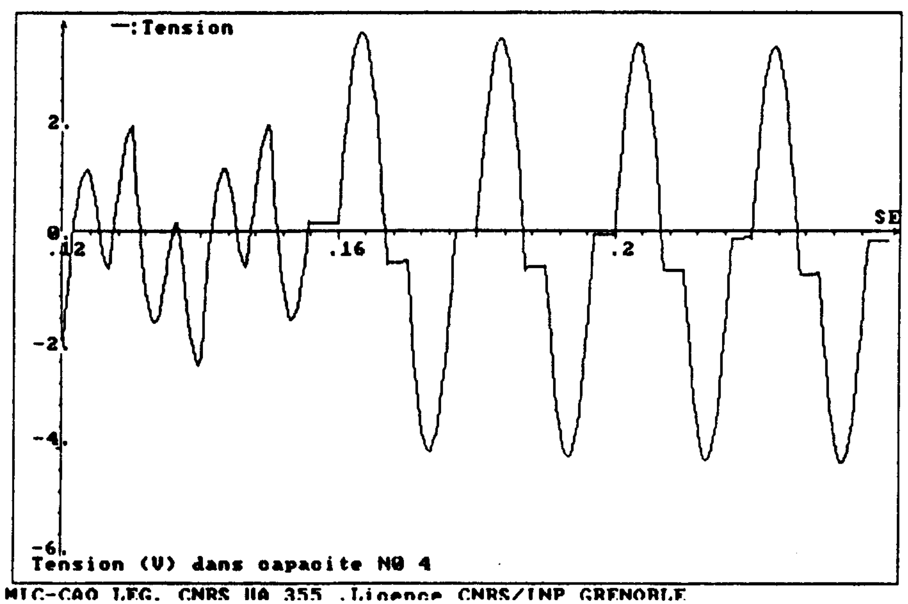
$\psi = 120°$

$t_C = 10$ ms

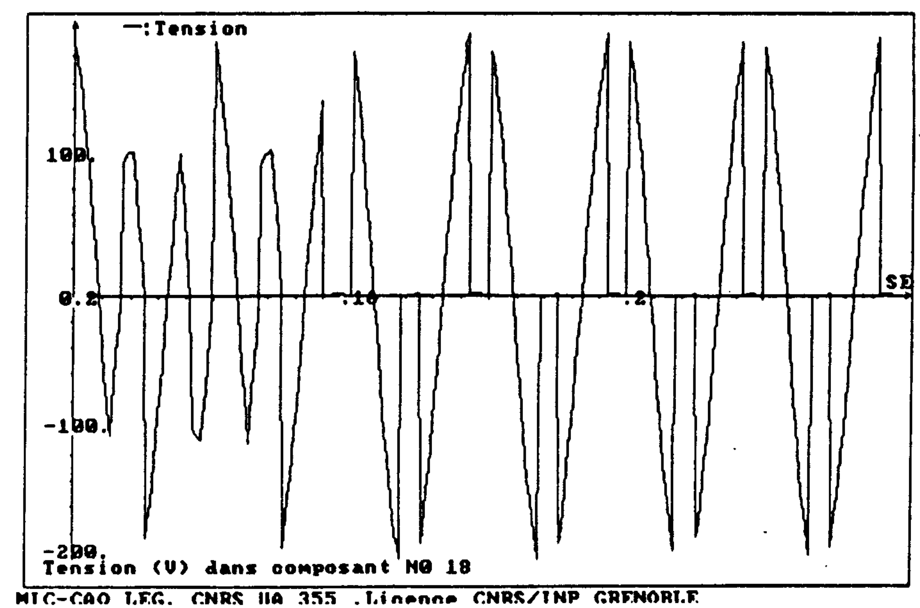
v_{1C} $\alpha = 60°$



Φ_C $\alpha = 240°$



v_{1C} $\alpha = 240°$



REGIME TRANSITOIRE : EQUILIBRE → RUPTURE

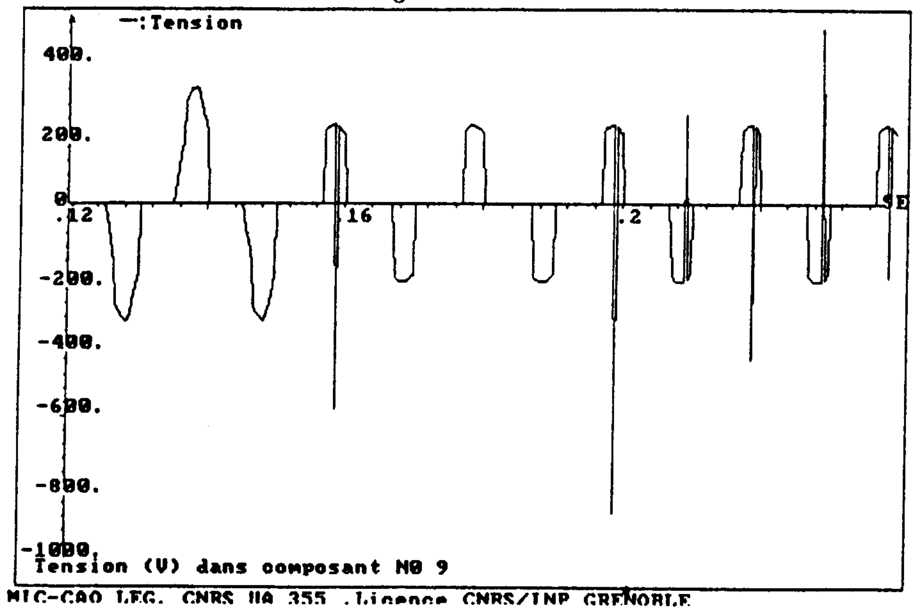
3ème MODE

$\omega\tau = 20$

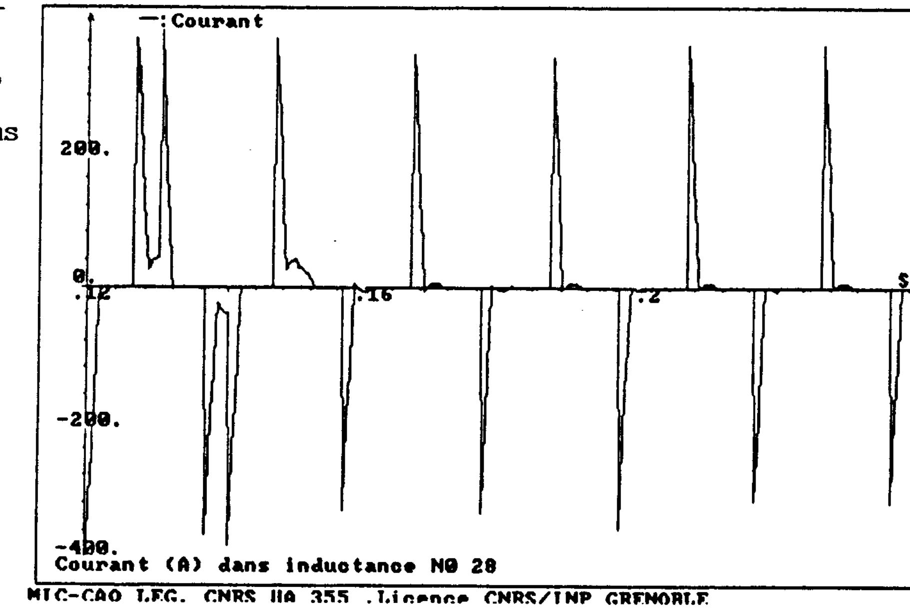
$\psi = 120°$

$t_C = 10$ ms

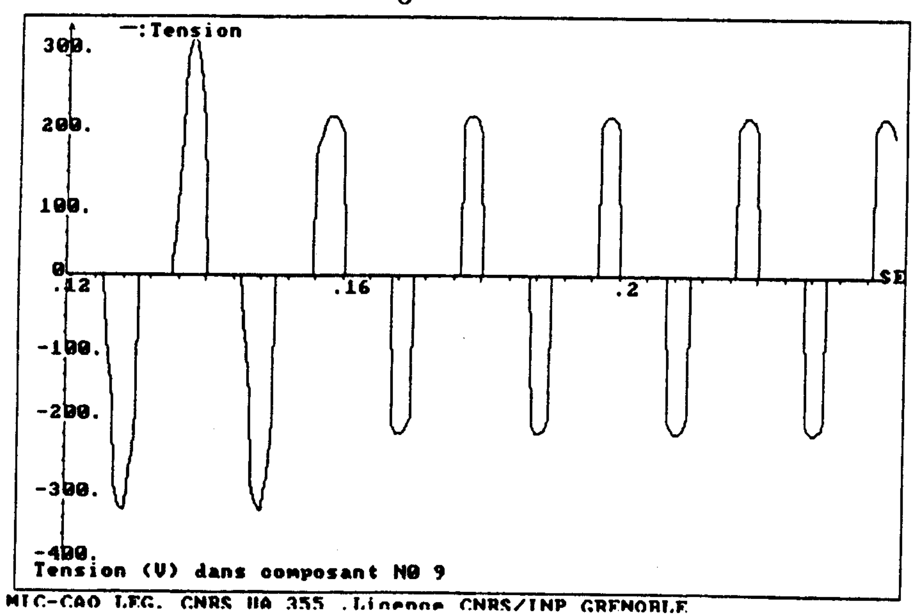
v_{Th_C} $\alpha = 60°$



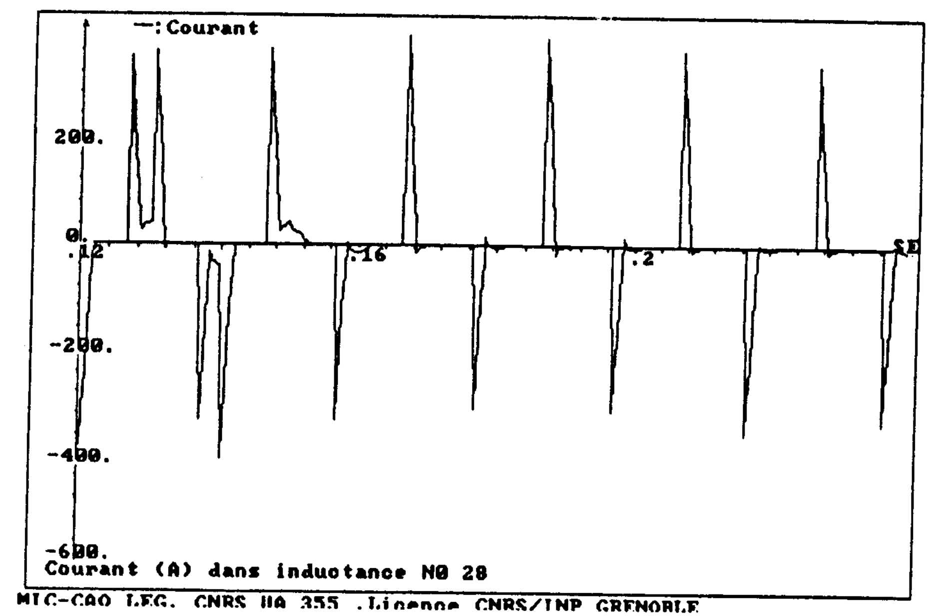
i_{1A} $\alpha = 60°$



v_{Th_C} $\alpha = 240°$

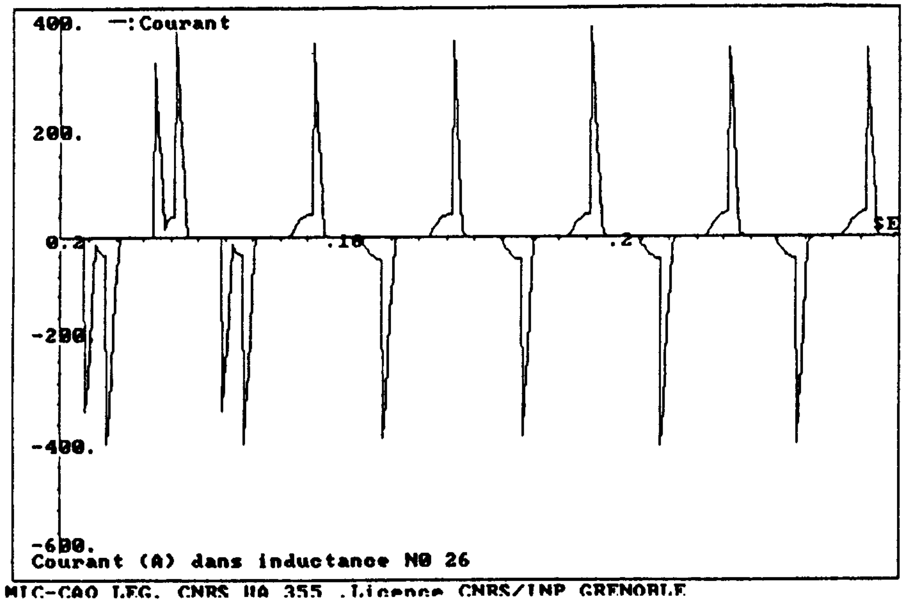


i_{1A} $\alpha = 240°$



REGIME TRANSITOIRE : EQUILIBRE → RUPTURE

i_{1B} $\alpha = 60°$



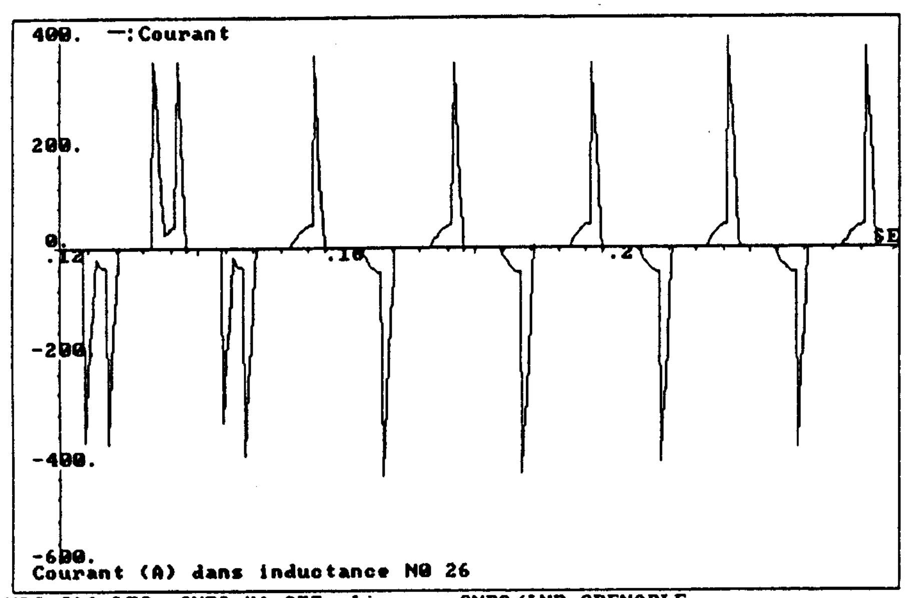
3ème MODE

$\omega\tau = 20$

$\psi = 120°$

$t_c = 10$ ms

i_{1B} $\alpha = 240°$

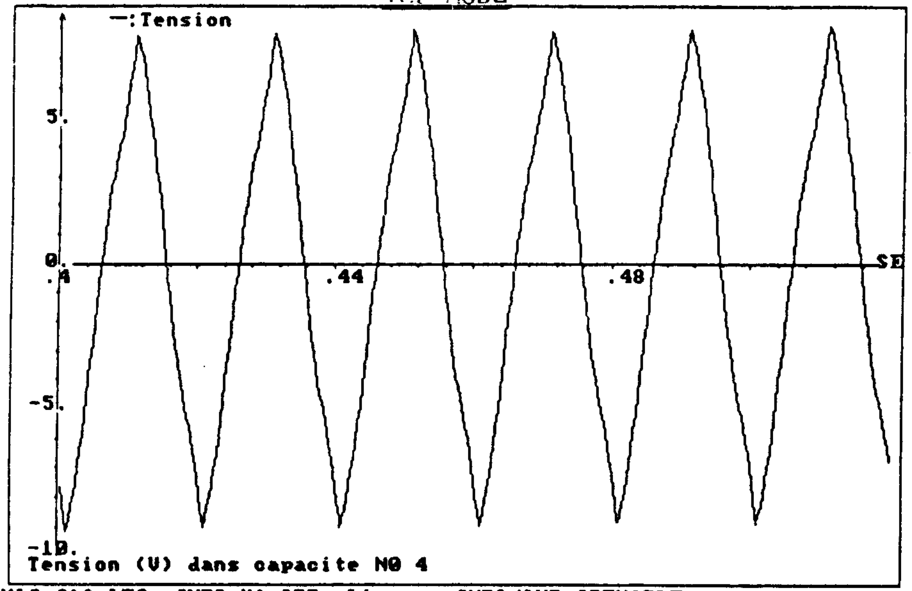


REGIME TRANSITOIRE : EQUILIBRE → RUPTURE

RESULTATS DU FONCTIONNEMENT

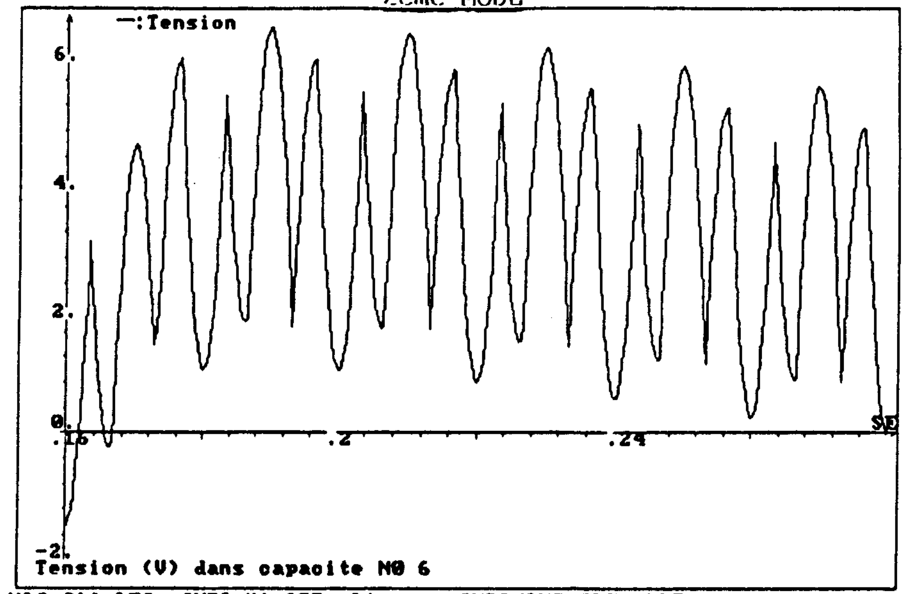
DESEQUILIBRE PERMANENT

1er MODE



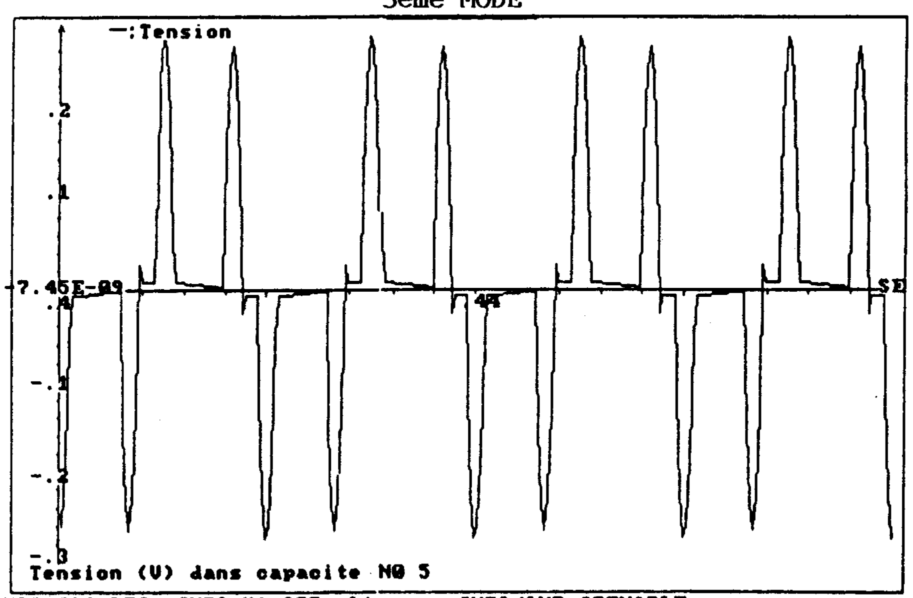
MIC-CAO LEG. CNRS UA 355 .Licence CNRS/INP GRENOBLE

2ème MODE



MIC-CAO LEG. CNRS UA 355 .Licence CNRS/INP GRENOBLE

3ème MODE



MIC-CAO LEG. CNRS UA 355 .Licence CNRS/INP GRENOBLE

1er MODE :

ψ = 20°

α = 240°

2ème MODE :

ψ = 120°

α = 100°

3ème MODE :

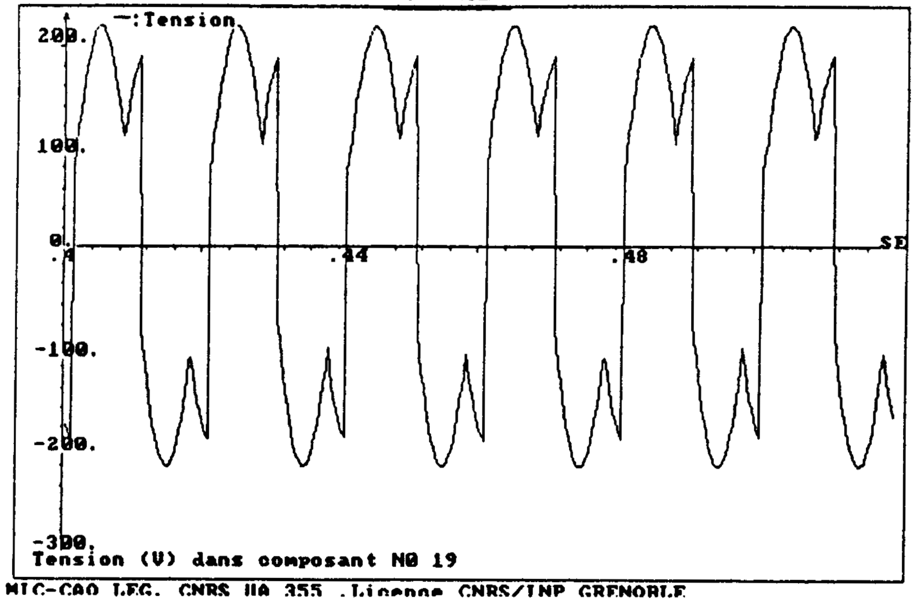
ψ = 165°

α = 120°

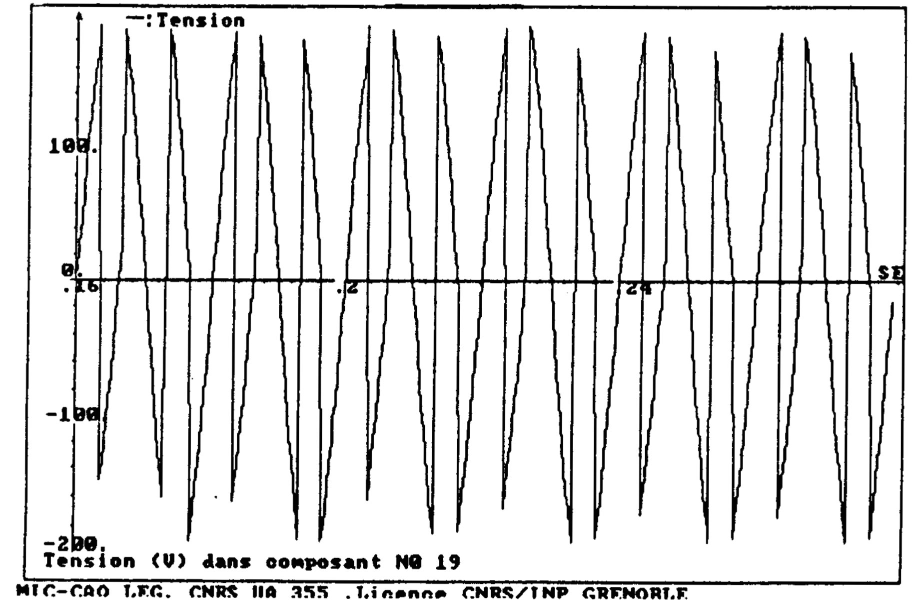
FONCTIONNEMENT DESEQUILIBRE à $\omega\tau = 20$

FLUX : Φ_A

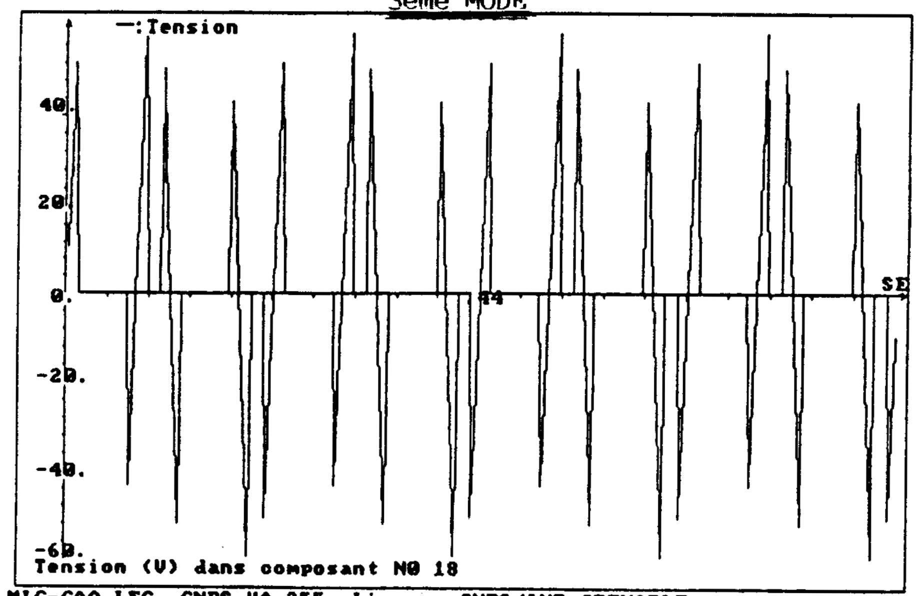
1er MODE



2ème MODE



3ème MODE



1er MODE :

$\psi = 20°$

$\alpha = 240°$

2ème MODE :

$\psi = 120°$

$\alpha = 100°$

3ème MODE :

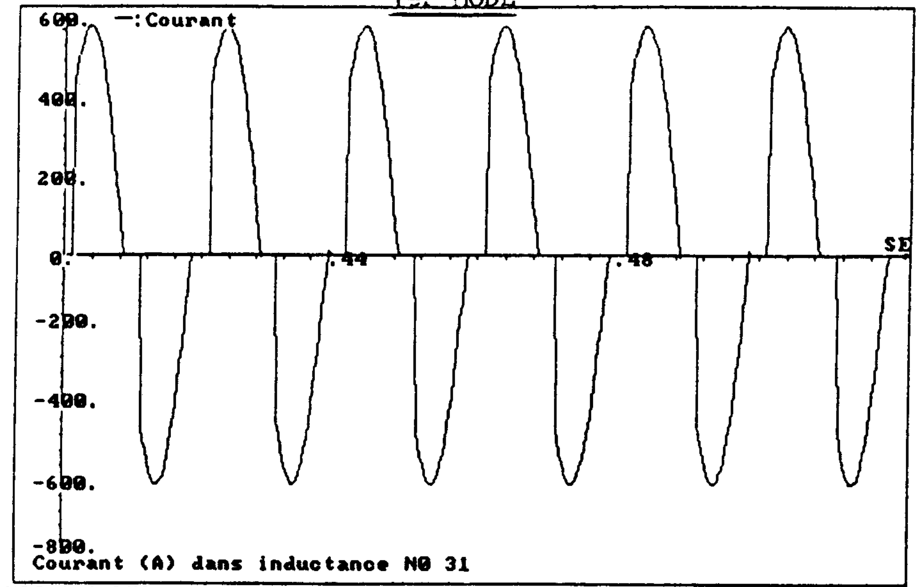
$\psi = 165°$

$\alpha = 120°$

FONCTIONNEMENT DESEQUILIBRE à $\omega\tau = 20$

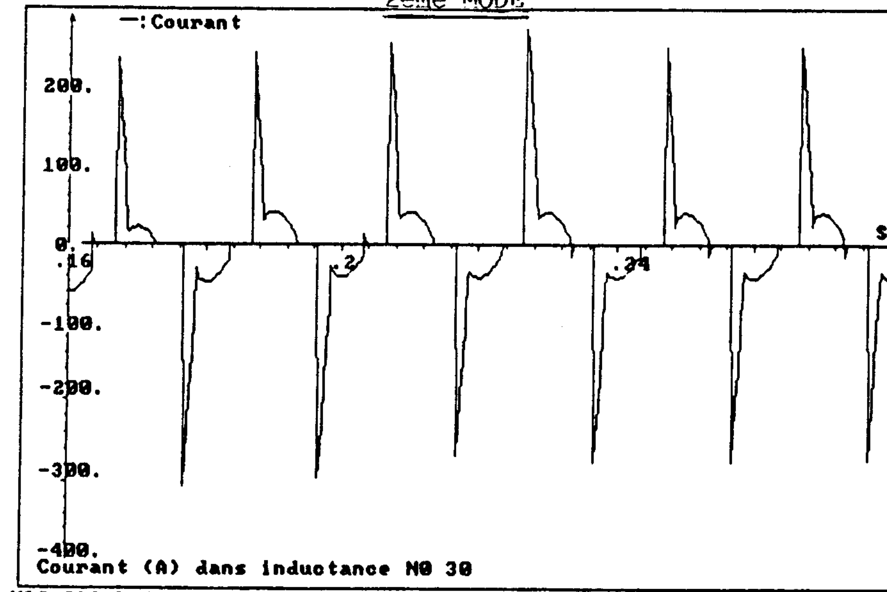
TENSIONS : v_{1A}

1er MODE



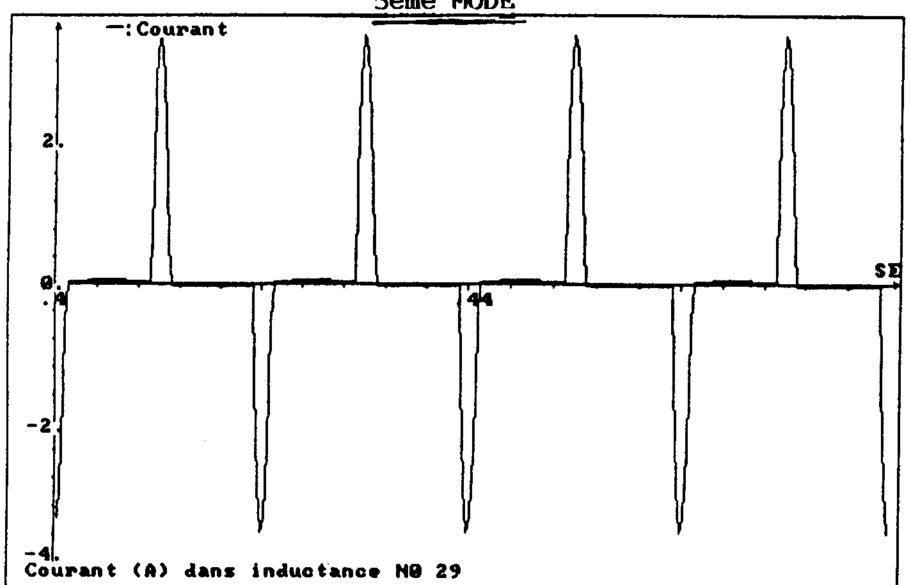
MIC-CAO LEG. CNRS UA 355 .Licence CNRS/INP GRENOBLE

2ème MODE



MIC-CAO LEG. CNRS UA 355 .Licence CNRS/INP GRENOBLE

3ème MODE



MIC-CAO LEG. CNRS UA 355 .Licence CNRS/INP GRENOBLE

1er MODE :

$\psi = 20°$

$\alpha = 240°$

2ème MODE :

$\psi = 120°$

$\alpha = 100°$

3ème MODE :

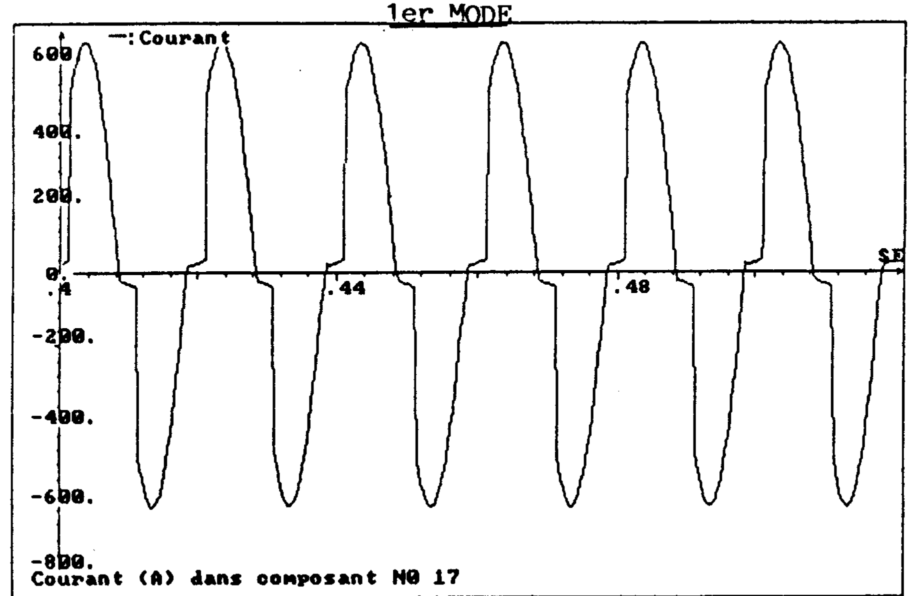
$\psi = 165°$

$\alpha = 120°$

FONCTIONNEMENT DESEQUILIBRE à $\omega\tau = 20$

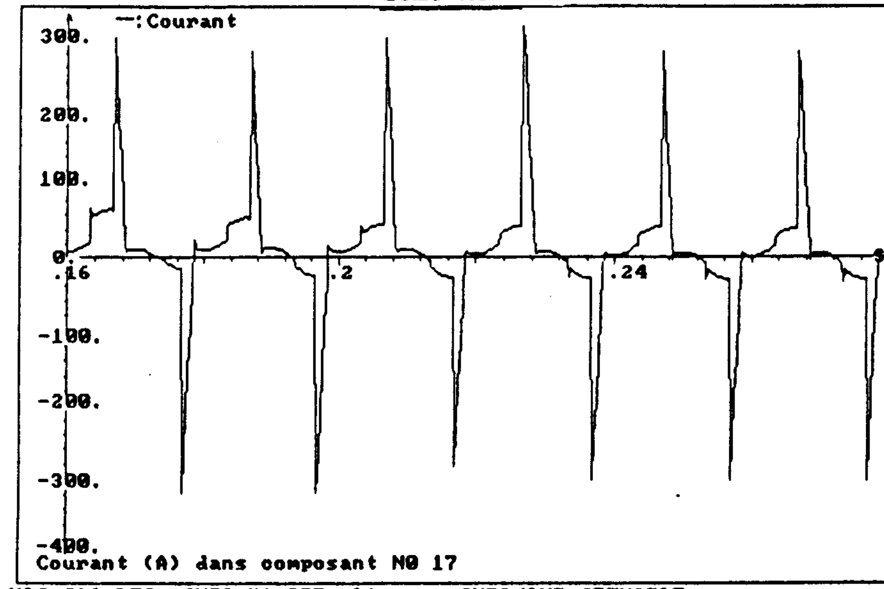
COURANTS i_{1A}

1er MODE



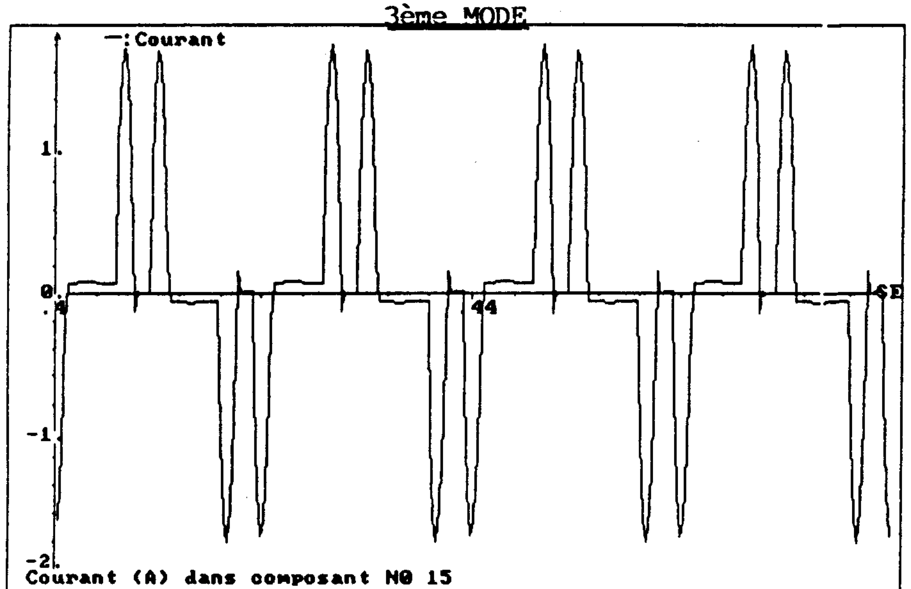
MIC-CAO LEG. CNRS UA 355 .Licence CNRS/INP GRENOBLE

2ème MODE



MIC-CAO LEG. CNRS UA 355 .Licence CNRS/INP GRENOBLE

3ème MODE



MIC-CAO LEG. CNRS UA 355 .Licence CNRS/INP GRENOBLE

1er MODE :

ψ = 20°

α = 240°

2ème MODE :

ψ = 120°

α = 100°

3ème MODE :

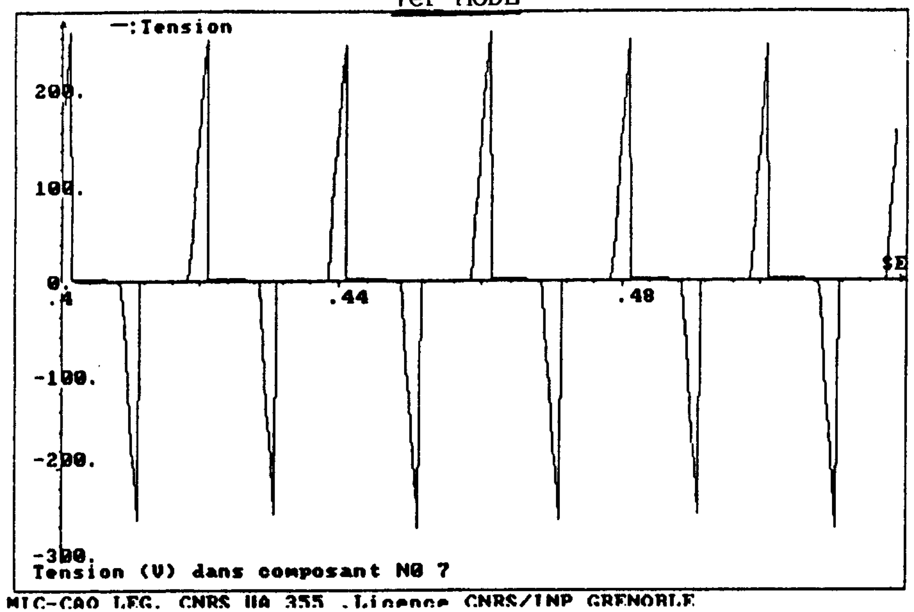
ψ = 165°

α = 120°

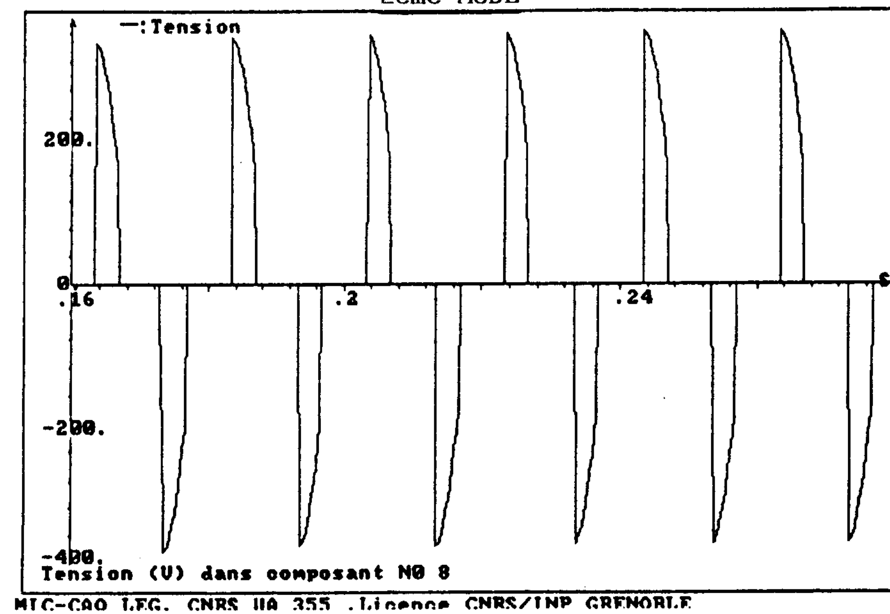
FONCTIONNEMENT DESEQUILIBRE à $\omega\tau$ = 20

COURANTS I_{2A}

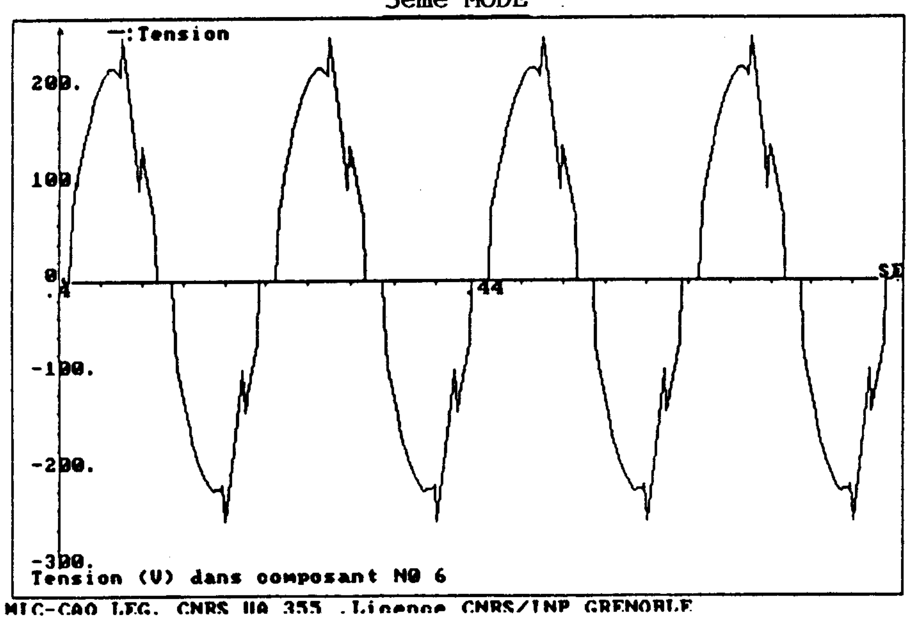
1er MODE



2ème MODE



3ème MODE



1er MODE :

$\psi = 20°$

$\alpha = 240°$

2ème MODE :

$\psi = 120°$

$\alpha = 100°$

3ème MODE :

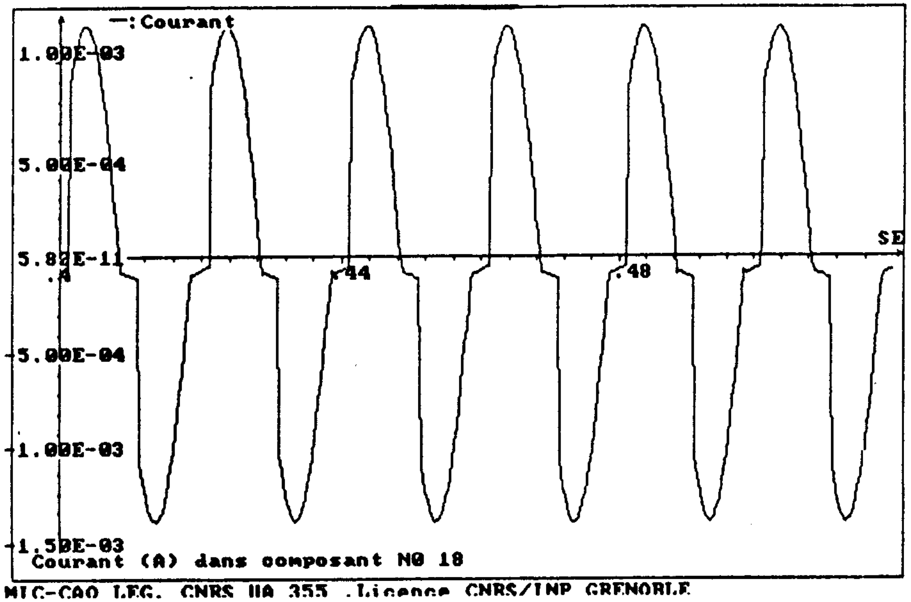
$\psi = 165°$

$\alpha = 120°$

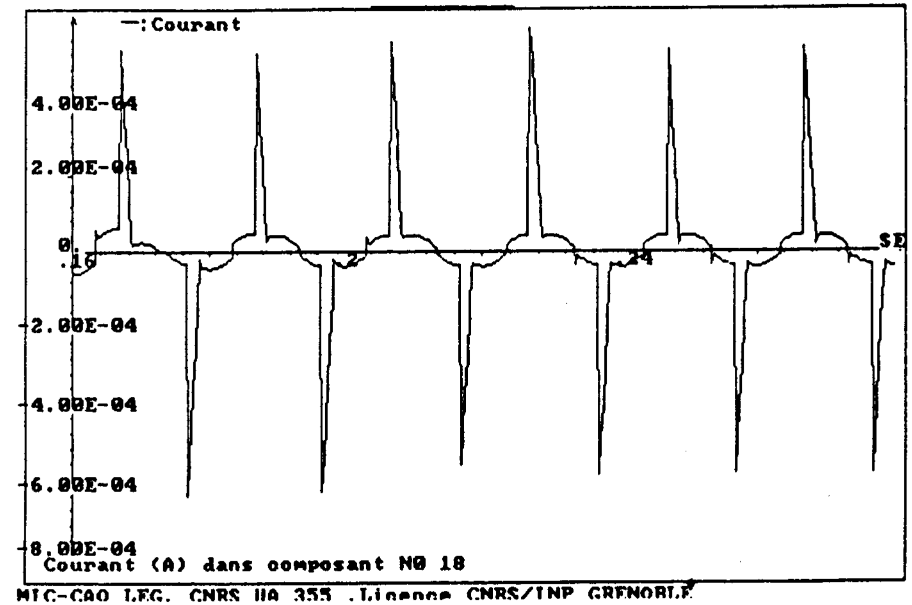
FONCTIONNEMENT DESEQUILIBRE à $\omega\tau = 20$

TENSIONS V_{THA}

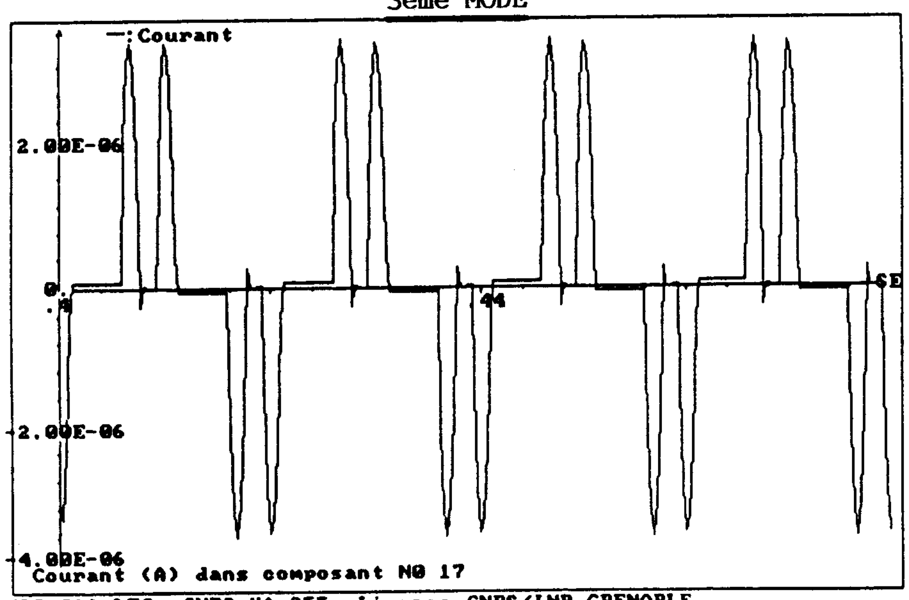
1er MODE



2ème MODE



3ème MODE



1er MODE :

$\psi = 20°$

$\alpha = 240°$

2ème MODE :

$\psi = 120°$

$\alpha = 100°$

3ème MODE :

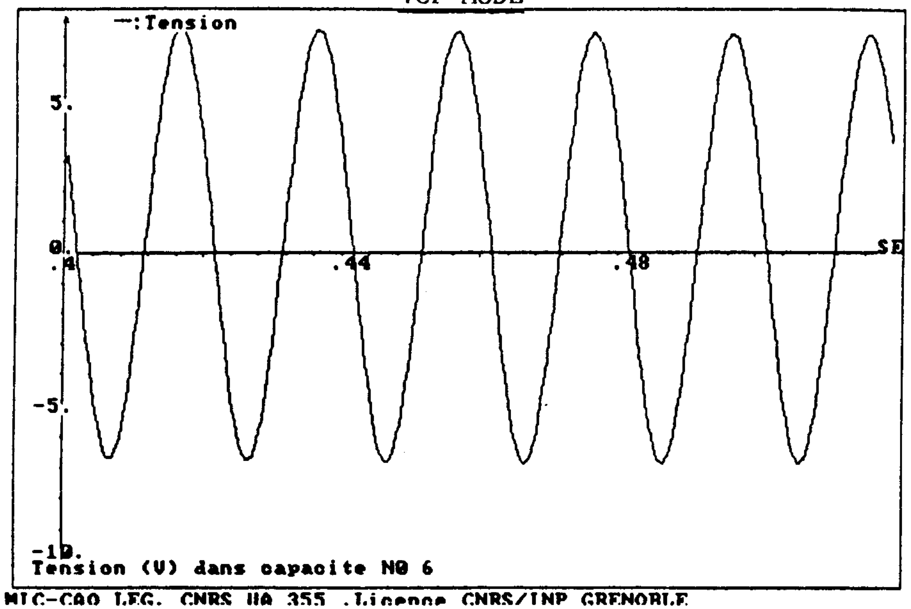
$\psi = 165°$

$\alpha = 120°$

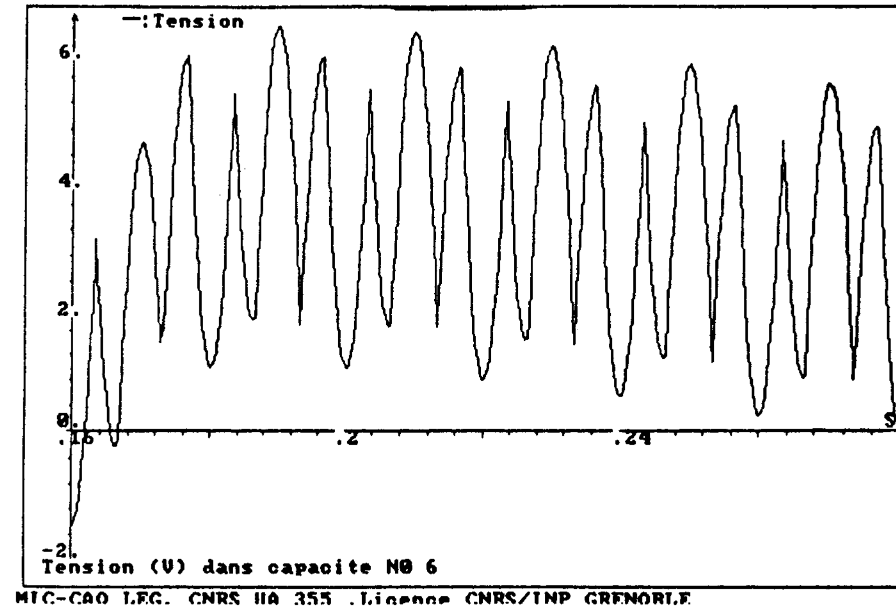
FONCTIONNEMENT DESEQUILIBRE à $\omega\tau = 20$

COURANTS j_A

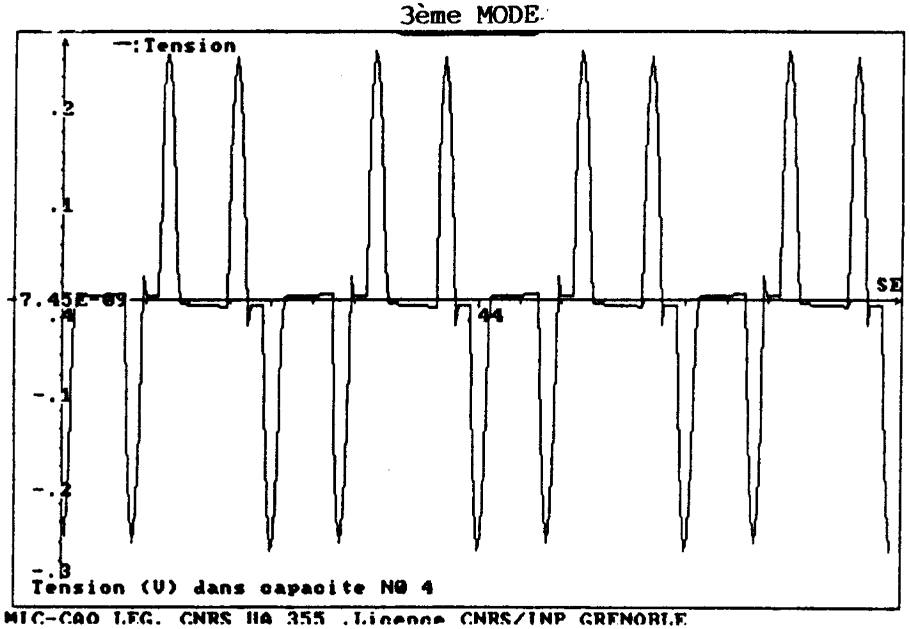
1er MODE



2ème MODE



3ème MODE



1er MODE :

$\psi = 20°$

$\alpha = 240°$

2ème MODE :

$\psi = 120°$

$\alpha = 100°$

3ème MODE :

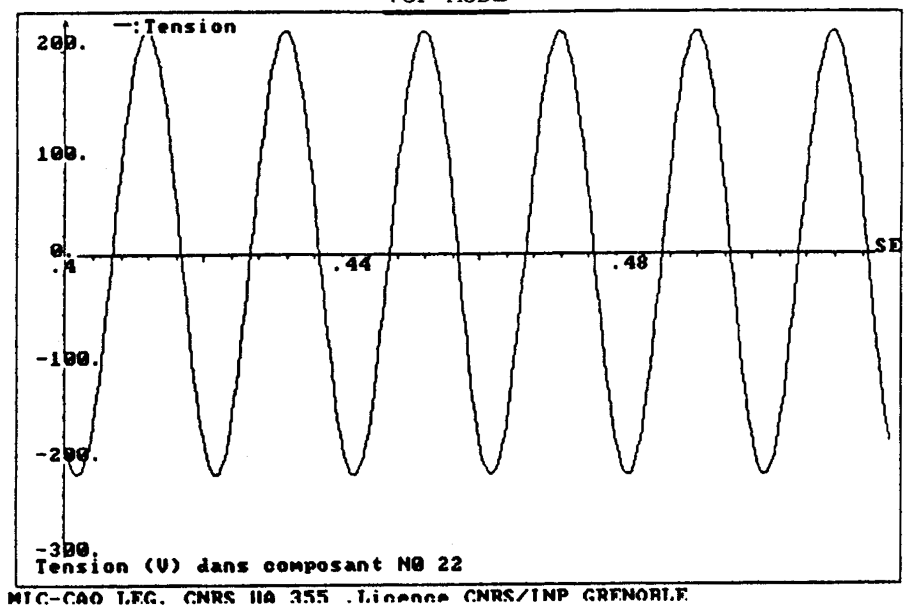
$\psi = 165°$

$\alpha = 120°$

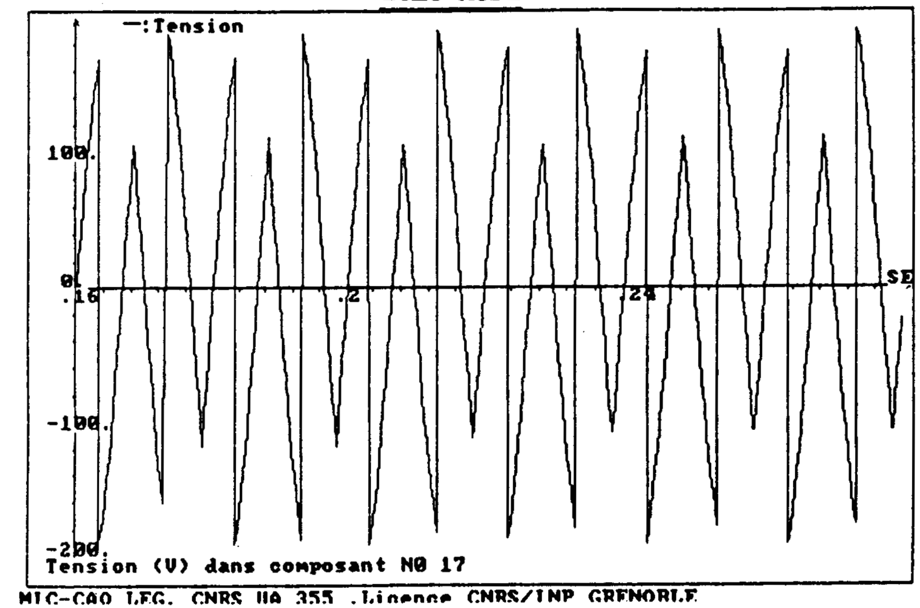
FONCTIONNEMENT DESEQUILIBRE à $\omega\tau = 20$

FLUX Φ_B

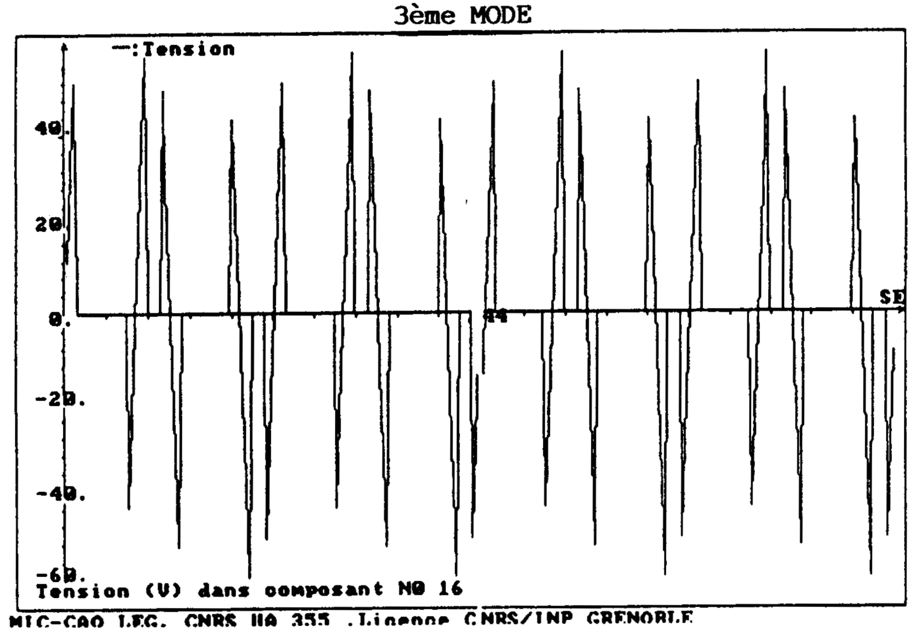
1er MODE



2ème MODE



3ème MODE



1er MODE :

ψ = 20°

α = 240°

2ème MODE :

ψ = 120°

α = 100°

3ème MODE :

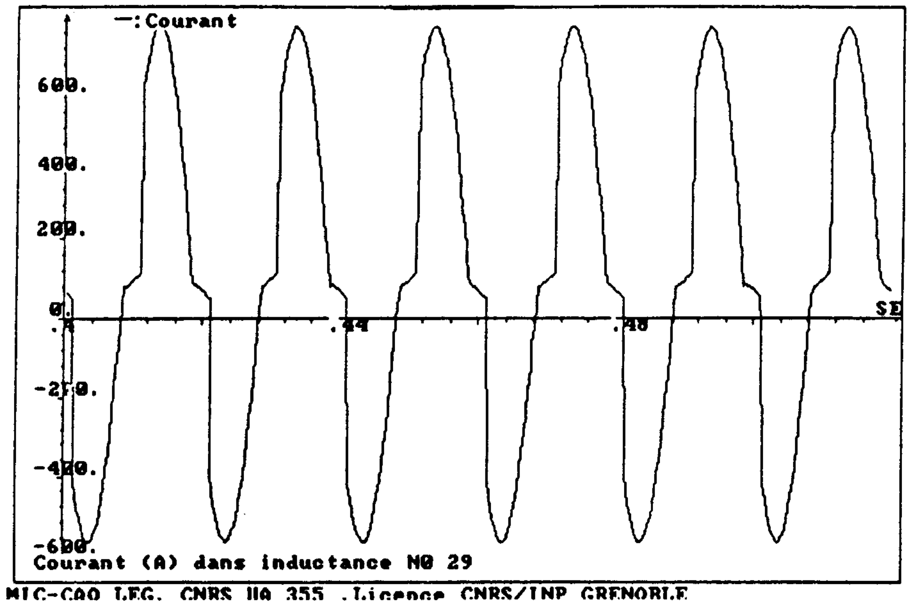
ψ = 165°

α = 120°

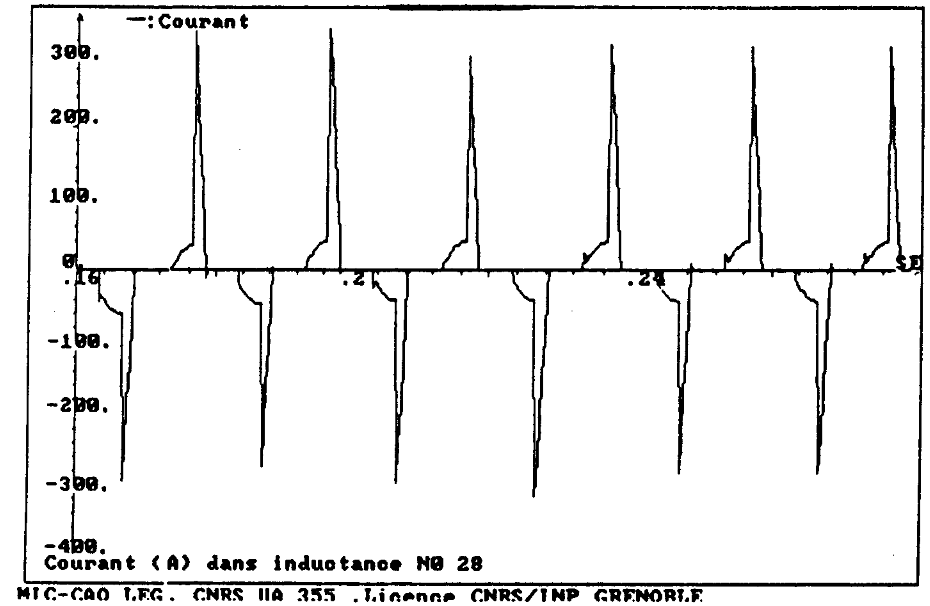
FONCTIONNEMENT DESEQUILIBRE à $\omega\tau$ = 20

TENSIONS v_{1B}

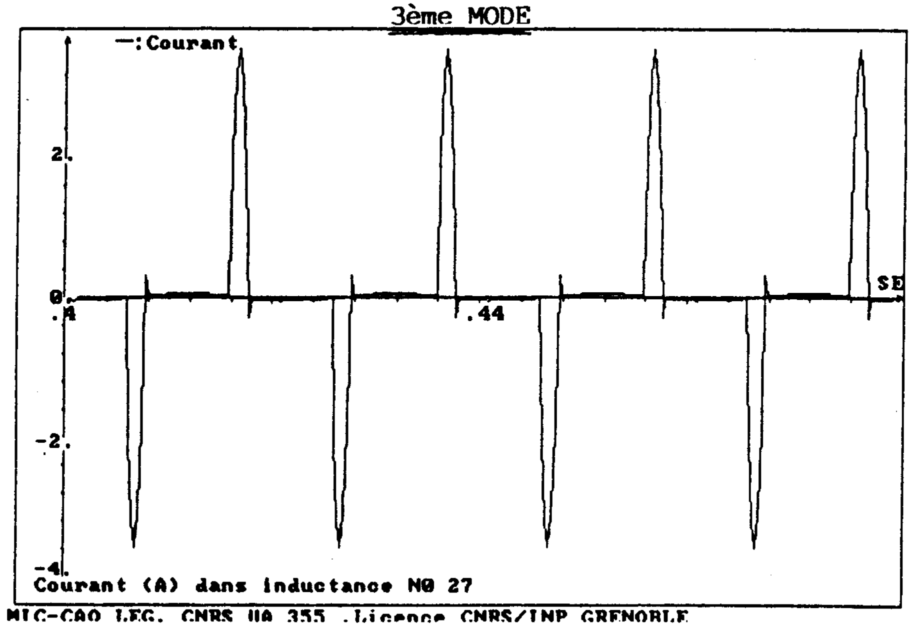
1er MODE



2eme MODE



3ème MODE



1er MODE :

$\psi = 20°$

$\alpha = 240°$

2ème MODE :

$\psi = 120°$

$\alpha = 100°$

3ème MODE :

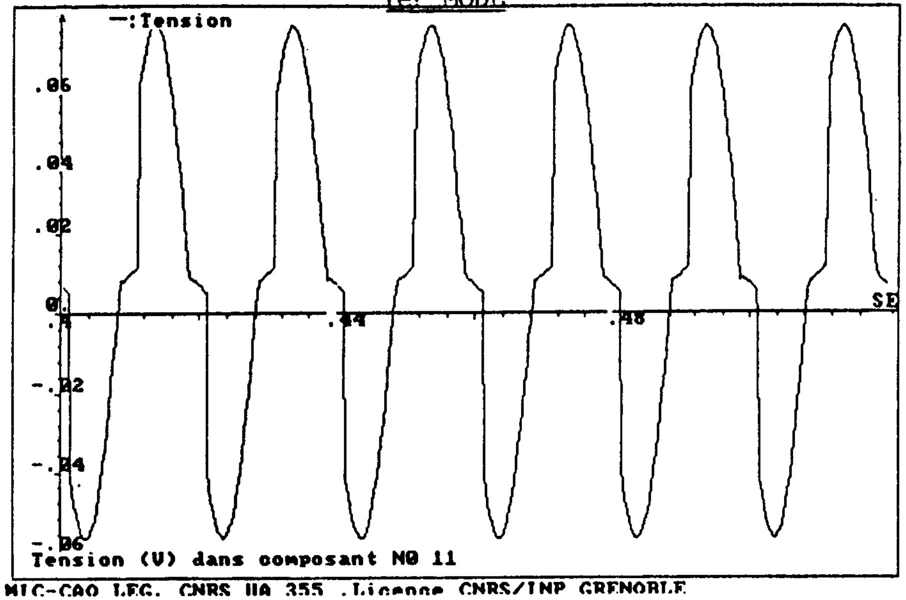
$\psi = 165°$

$\alpha = 120°$

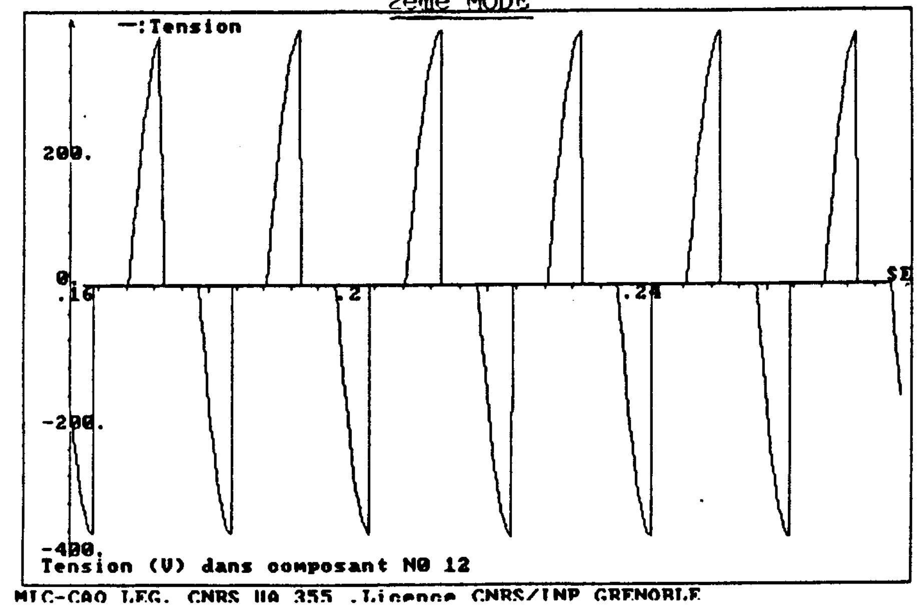
FONCTIONNEMENT DESEQUILIBRE à $\omega\tau = 20$

COURANTS i_{1B}

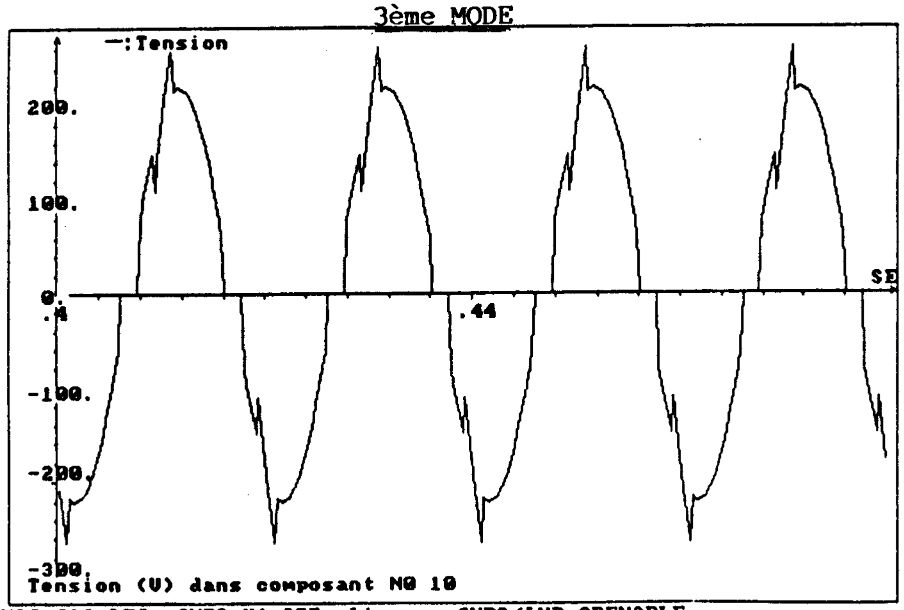
1er MODE



2ème MODE



3ème MODE



1er MODE :

$\psi = 20°$

$\alpha = 240°$

2ème MODE :

$\psi = 120°$

$\alpha = 100°$

3ème MODE :

$\psi = 165°$

$\alpha = 120°$

FONCTIONNEMENT DESEQUILIBRE à $\omega\tau = 20$

TENSIONS v_{ThB}

CHAPITRE IV

CHAPITRE IV : COMPARAISON DES DEUX MONTAGES G.T.R.

La comparaison s'effectue entre les "G.T.R." $D_o yy$ à flux libres et forcés.

L'objectif est de définir le meilleur choix en fonction des régimes de fonctionnement et des considérations énergétiques diverses.

Nous découpons notre présentation selon les trois types de fonctionnement envisageables, à savoir :

- Fonctionnement équilibré permanent
- Fonctionnement déséquilibré permanent
- Régime de cassure

I - COMPARAISON DES MONTAGES EN REGIME EQUILIBRE PERMANENT

Concernant l'allure des ondes temporelles, les deux montages diffèrent l'un de l'autre. En effet, le montage à flux libre possède une profondeur de réglage plus large que celle du montage à flux forcé , lequel présente d'autre part un mode "préliminaire" pour lequel le réglage de la puissance n'est pas possible car 2 thyristors sont toujours passants, ce qui est équivalent, du fait que la somme des tensions est nulle, à une connexion directe des 3 phases du transformateur triphasé sur le réseau.

Vu côté charge et sur le plan énergétique, la puissance transmise par les deux montages est la même (voir courbes, figures 7 et 22). Et, du fait que l'on a négligé les pertes Joule et les pertes Fer des transformateurs, le facteur de puissance de l'ensemble est identique.

Si l'on avait pris en compte les pertes du convertisseur, on aurait vraisemblablement davantage de pertes Fer pour le montage à flux libres, car les circuits magnétiques sont plus volumineux. De même, l'indépendance des flux, entraîne une réduction de la composante homopolaire des courants polygonaux, et, de ce fait, des pertes Joule dans les enroulements primaires des transformateurs. Les courbes $I_1^2 / I_{1\psi 0}^2 = f(\psi)$, tracées (figure 45) pour les deux G.T.R., montrent bien la majoration des pertes Joule . On note un écart atteignant 50%. Les pertes par conduction des thyristors augmentent dans la même proportion, entraînant un dispositif plus important pour leur refroidissement, ainsi que leur surdimensionnement.

Un autre élément de comparaison concerne le nombre de thyristors passants. En effet, il y a pour un mode donné (parmi les trois premiers) un thyristor conducteur en moins dans le cas du flux forcé.

Considérant, par exemple, le premier mode, ayant vérifié que, à profondeur de réglage donnée, (ce qui équivaut à ψ donné) les angles critiques ont même valeur, on peut en déduire que les durées de conduction observées sur un intervalle d'étude pour chaque régime du mode sont identiques. Par suite, la durée de conduction d'un thyristor, observée sur une période est supérieure de T/6 dans le cas du flux libre.

Comme par ailleurs les valeurs efficaces des courants dans les composants, calculées sur une période sont les mêmes, il faut en déduire que les valeurs instantanées sont plus élevées dans le cas des flux forcés.

II - COMPARAISON DES MONTAGES EN REGIME DESEQUILIBRE PERMANENT :

L'étude en régime déséquilibré permanent a permis de remarquer que les deux montages gradateurs autorisent le même réglage de la charge, c'est-à-dire, en cas de coupure d'une phase au secondaire, que la puissance globalement transmise aux résistances est la même quel que soit le montage retenu. Pour mieux expliquer celà, on peut comparer les relations d'ampères-tours des transformateurs. En effet, pour un transformateur à flux forcés, et en cas de rupture de charge, (exemple : $i_{2C} = 0$), on peut écrire que :

$$n_1(i_{1A} - i_{1C}) = n_2\ i_{2A} + \mathcal{R}(\Phi_A - \Phi_C)$$
$$n_1(i_{1B} - i_{1C}) = n_2\ i_{2B} + \mathcal{R}(\Phi_B - \Phi_C)$$

Pour une charge nominale, on voit que les courants i_{1A} et i_{1B} sont largement supérieurs à i_{1C} (qui est un courant à vide). Les relations d'Ampère-tours deviennent alors après simplification :

$$n_1\ i_{1A} \simeq n_2\ i_{2A} + \mathcal{R}(\Phi_A - \Phi_C)$$
$$n_1\ i_{1B} \simeq n_2\ i_{2B} + \mathcal{R}(\Phi_B - \Phi_C)$$

Ces relations s'apparentent à celles d'un transformateur à flux libres où les

compensations d'ampères-tours par colonne sont toujours vérifiées, et avec des courants magnétisants plus élevés ($R|\Phi_A - \Phi_C|>R|\Phi_A|$ et $R|\Phi_B - \Phi_C|>R|\Phi_B|$).
On peut observer, pour "les flux forcés", à partir des ondes temporelles des différentes grandeurs électriques et magnétiques, et pour les différentes planches, qu'il y a des problèmes de fonctionnement éventuels sur la colonne où il y a rupture de charge. En effet, cette colonne est très saturée, elle consomme davantage de réactif, la tension aux bornes de l'enroulement primaire atteint le double de sa valeur nominale, d'où surtension aux bornes des bobinages dont il faudra veiller à un bon isolement. Quant à la tension inverse aux bornes des thyristors de la colonne C, elle peut atteindre des valeurs importantes d'où risque de destruction.

Afin de compléter cette étude, nous allons montrer, à partir de la détermination des ondes temporelles des flux dans le transformateur triphasé à trois colonnes utilisé, que les valeurs maximales de ceux-ci, lors de la rupture de charge d'une phase, peuvent augmenter considérablement, entrainant ainsi la saturation du circuit magnétique et par suite, une altération de la caractéristique de réglage du G.T.R. (figures 46 et 47). L'examen du problème est donc limité aux flux dont on connait les valeurs crêtes pour les deux fonctionnements, avec et sans cassure d'une résistance de charge. Les figures 48 et 49 permettent de comparer directement l'évolution en fonction de la commande ψ des valeurs crêtes des flux avec et sans cassure, et respectivement pour 20% et 100% de la charge nominale.

On remarquera que l'écart peut atteindre plus de 50%, pour Φ_C et dans le cas de la charge nominale.

Le déséquilibre et le risque de saturation s'accentuent avec la charge. De manière à mieux observer ce phénomène, nous avons tracé, figures 50 et 51, l'évolution du rapport par phase distincte :

Flux crête en régime déséquilibré / Flux crête en régime équilibré

On observe que le phénomène de saturation peut apparaître sur une plage très importante de l'angle de réglage ψ.

Conservant la puissance active globale transmise au récepteur, celle-ci est affectée, bien entendu, par l'absence d'une phase, ce qui est traduit sur la figure 52 où l'on compare les fonctionnements avec et sans cassure.

La présence de la saturation devrait affecter l'allure de la caractéristique en fonctionnement déséquilibré.

En conclusion : l'étude analytique qui a été conduite, soit sur le montage symétrique, soit dans le cas où une cassure est envisagée, a permis de montrer, sans tenir compte, dans les hypothèses de calcul du phénomène de saturation, du matériau magnétique, que celui-ci ne pouvait être négligé en cas de cassure, même si le point de fonctionnement initial était choisi en dessous du coude de la caractéristique magnétique. Cette conclusion serait valable pour les deux montages.

III - COMPARAISON DES MONTAGES EN CAS DE CASSURE

Lors d'une rupture de charge, et dans la mesure où la largeur des trains d'impulsions de gâchette serait insuffisante, on constaterait, du fait de la variation rapide du flux de la colonne en défaut, liée à l'annulation des ampères-tours secondaires correspondants, l'apparition de surtensions très élevées, limitées à une seule colonne dans le cas des transformateurs monophasés, mais visibles sur chaque phase dans le cas de la carcasse triphasée à trois noyaux, les flux étant liés par la relation de "somme nulle".

Pour neutraliser les surtensions, une largeur de train d'impulsion de 180° suffit dans le cas des flux forcés, mais doit atteindre 270° pour le G.T.R. à flux libres, or, cette valeur entraîne un disfonctionnement en régime permanent équilibré du 4ème mode (fortes valeurs de ψ). On peut vérifier par la simulation qu'il s'en suit un passage au fonctionnement pleine onde, ce qui est évidemment un défaut très important du fait du passage brutal d'un faible débit au débit maximum. Si le gradateur peut supporter cet événement, il n'en est pas forcément de même pour la charge. Il y a donc discontinuité éventuelle de la caractéristique du G.T.R.

Si l'on veut répondre à toutes les exigeances concernant ce G.T.R. à flux libres, donc, envisager la cassure avec un fonctionnement équilibré sans problèmes, il conviendrait d'éviter le 4ème mode, ce qui est facilement obtenu en limitant ψ à la butée haute 150°.

La plage de réglage de la puissance pour les faibles valeurs présente alors un seuil bas égal à moins de 1% de la charge maximum, ce qui est, sans aucun doute, sans incidence notoire sur les possibilités de réglage en puissance offertes par l'association.

Remarques : concernant le rattrapage de la puissance en cas de rupture d'une résistance, le couplage en triangle de la charge est plus intéressant. En effet, la puissance maximale qu'on peut atteindre avec un couplage en étoile est de 50% de la puissance nominale en régime équilibré alors qu'avec un couplage en triangle, on peut atteindre 66%

Toutefois, si la rupture apparait entre transformateur et charge, la puissance transmise à celle-ci sera la même (50% de la puissance en régime équilibré), avec toutefois une meilleure répartition de la puissance dans le cas du triangle.

COURBE DES PERTES JOULE

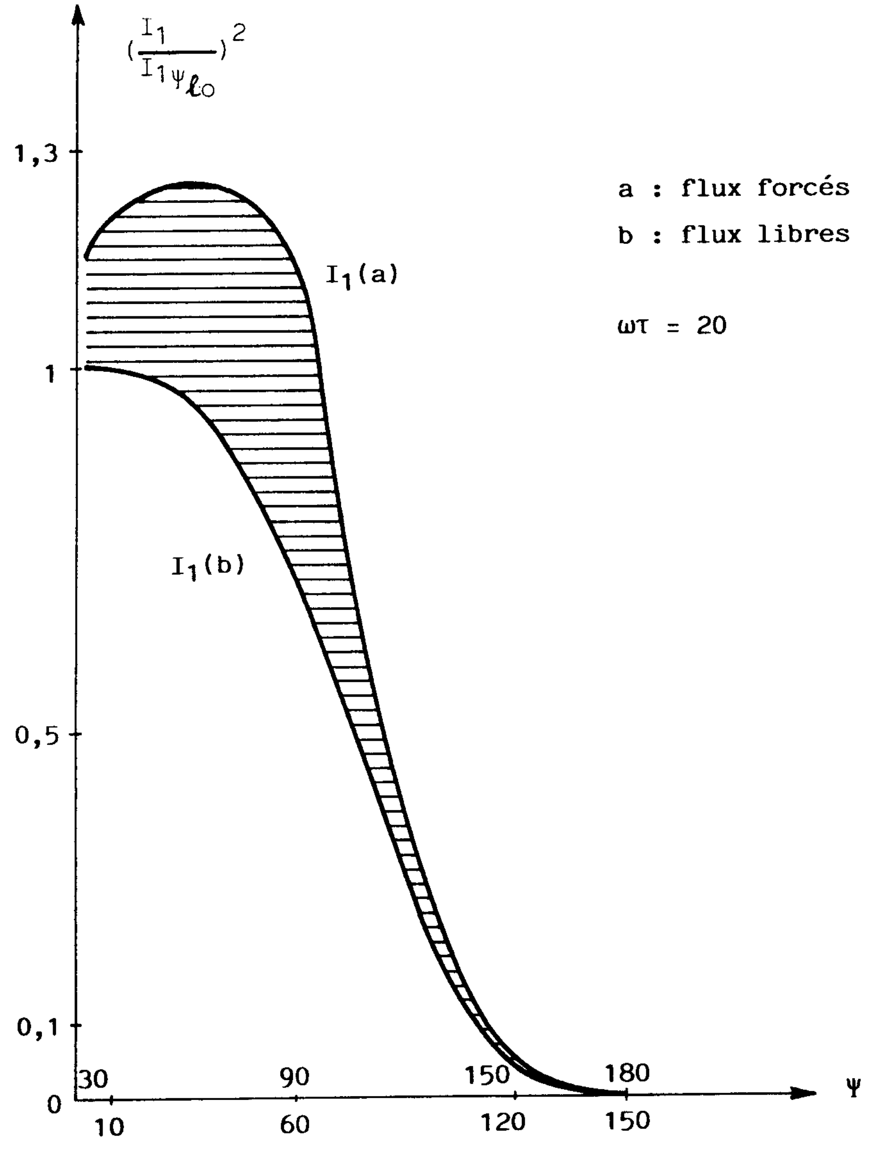


FIGURE 45.

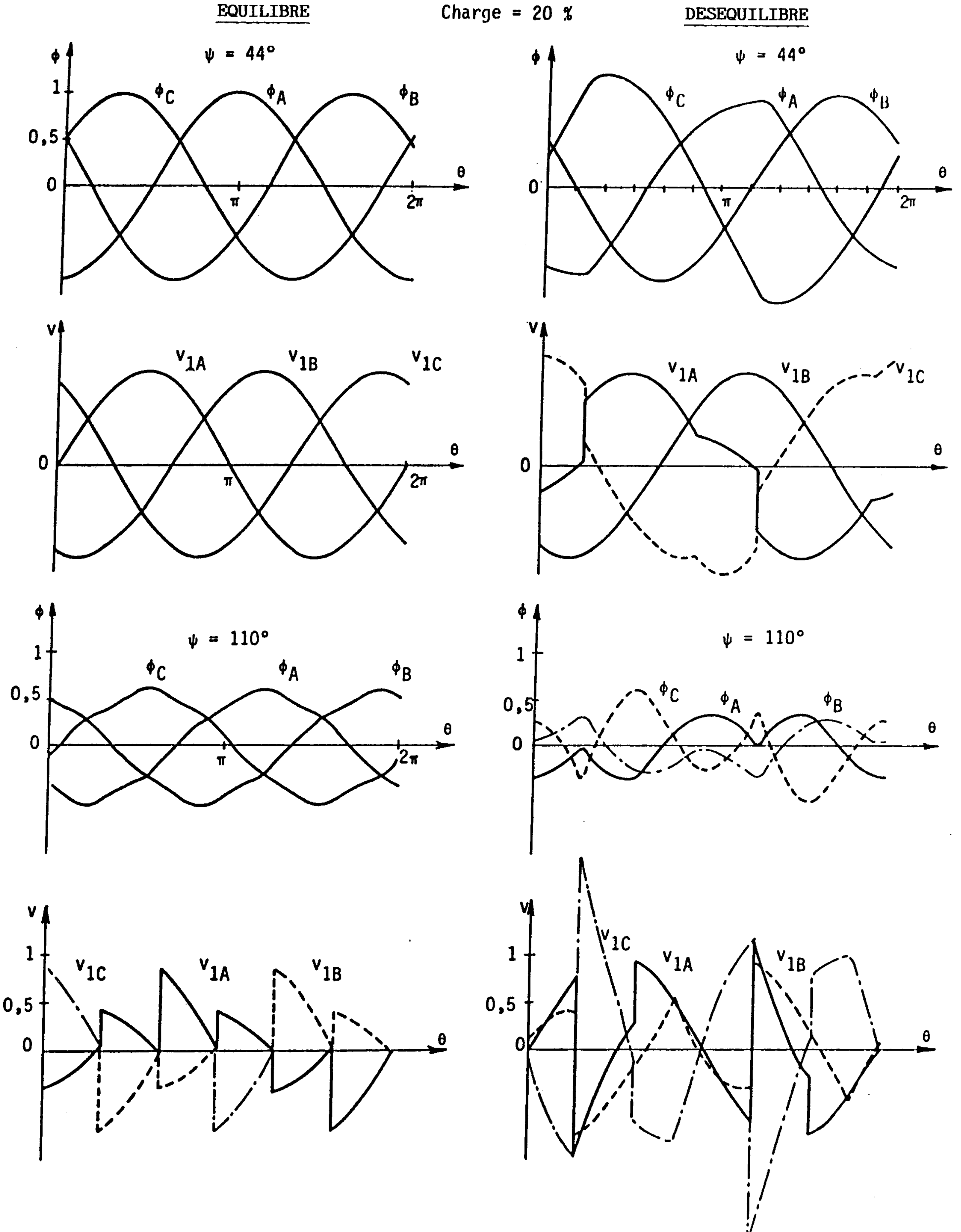

EQUILIBRE
Charge = 20 %
DESEQUILIBRE
ψ = 44°
ϕ
1
0,5
0
ϕC
ϕA
ϕB
θ
π
2π
v
v1A
v1B
v1C
ψ = 110°

FIGURE 46.

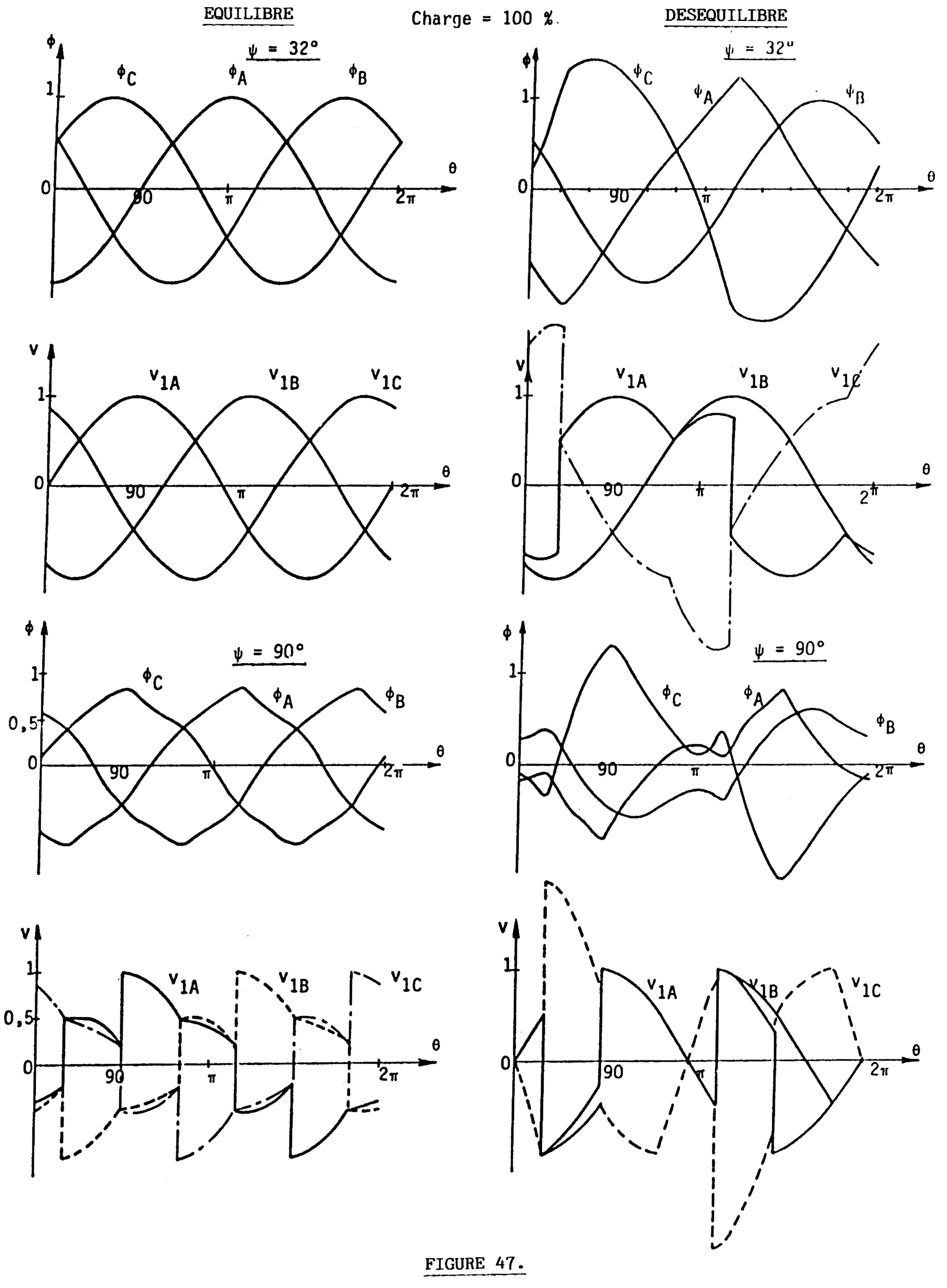

EQUILIBRE
Charge = 100 %
DESEQUILIBRE
ψ = 32°
ψ = 90°
φ
v
1
0,5
0
90
π
2π
θ
φC
φA
φB
v1A
v1B
v1C

FIGURE 47.

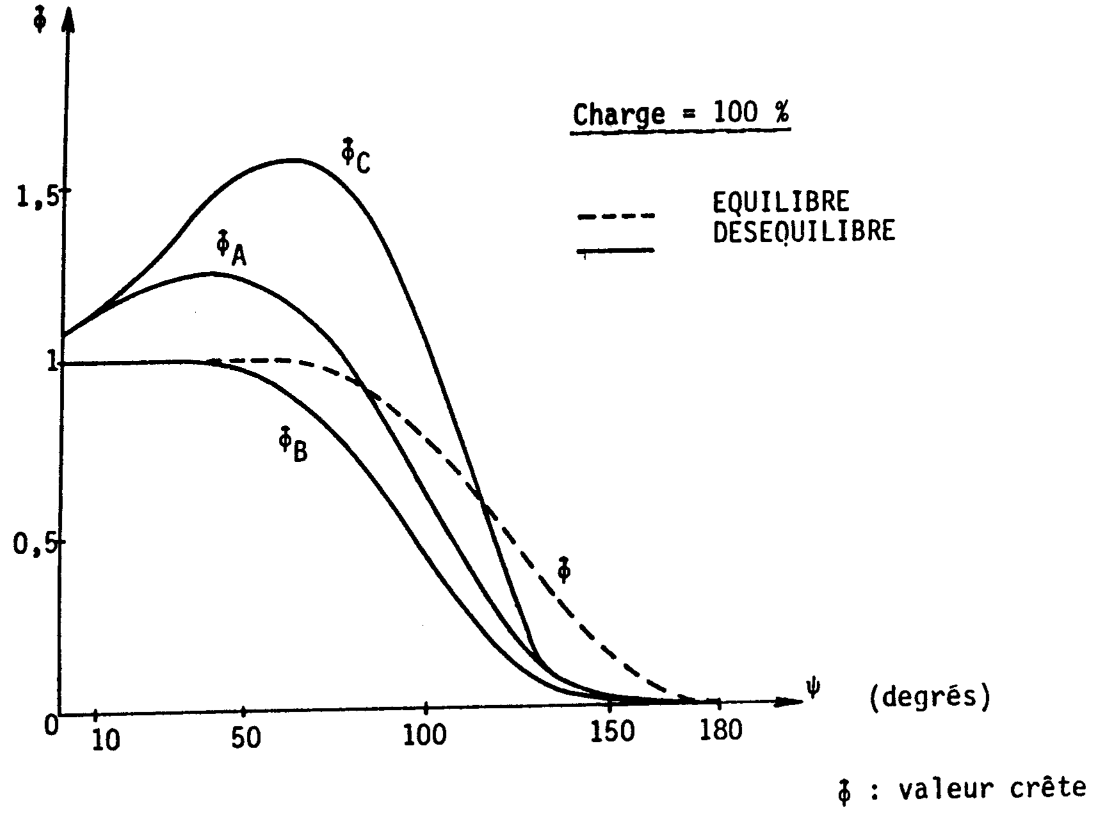


FIGURE 48.

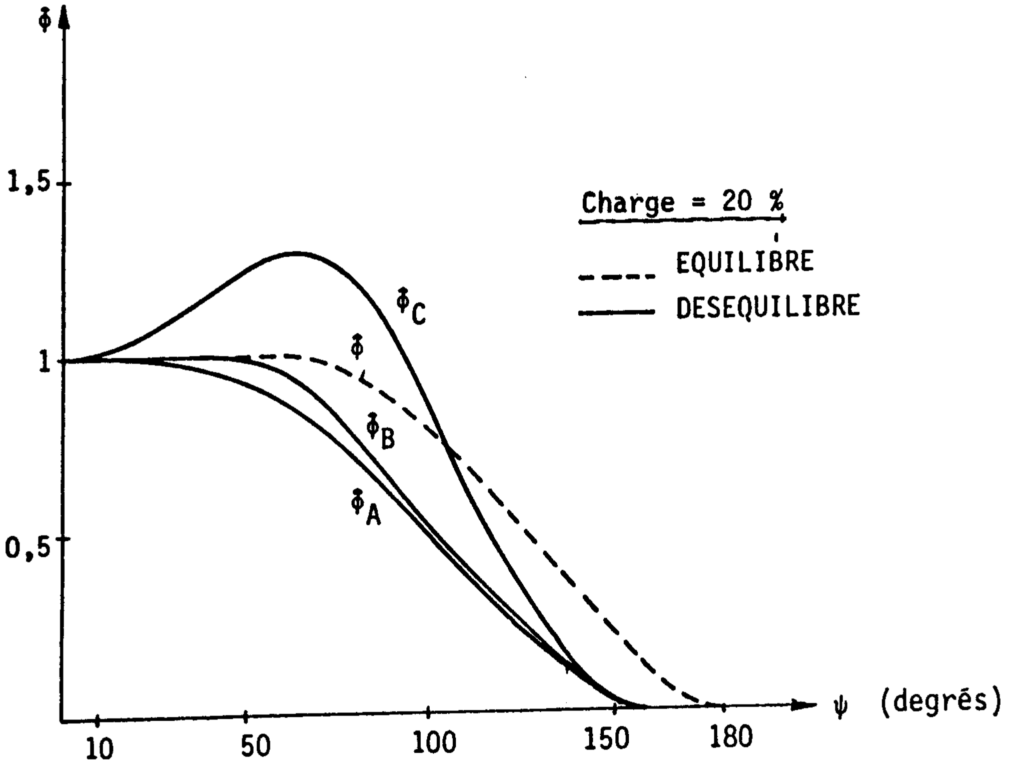


FIGURE 49.

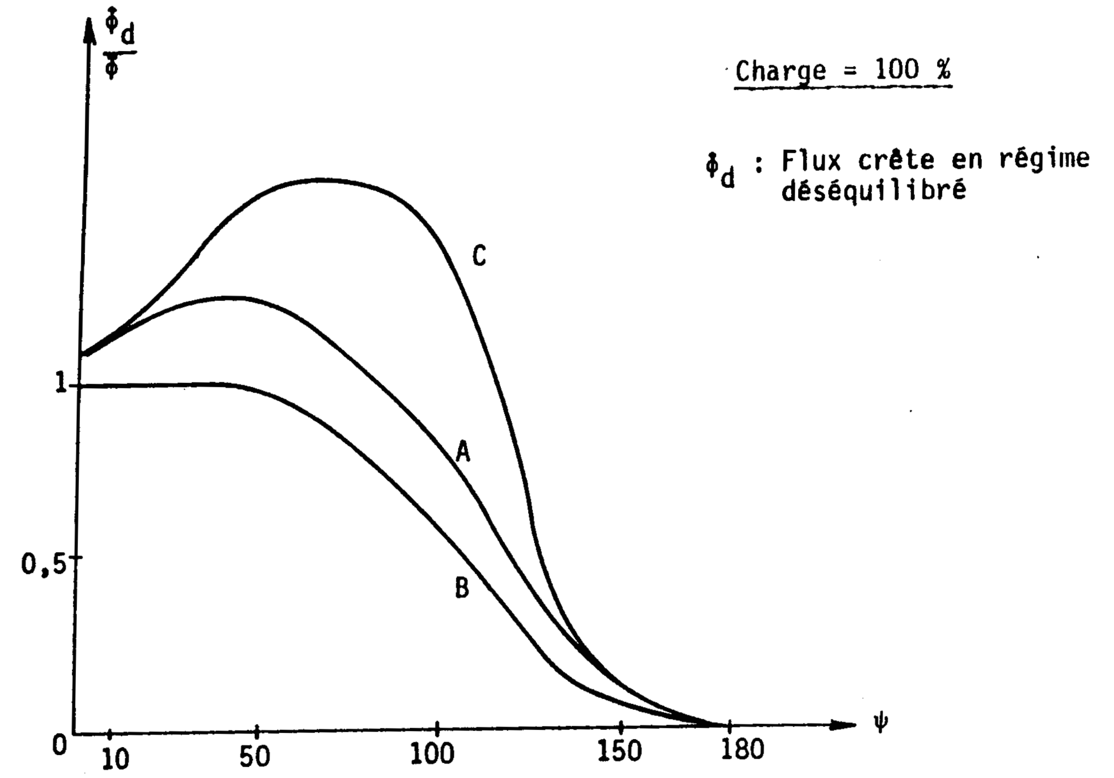


FIGURE 50.

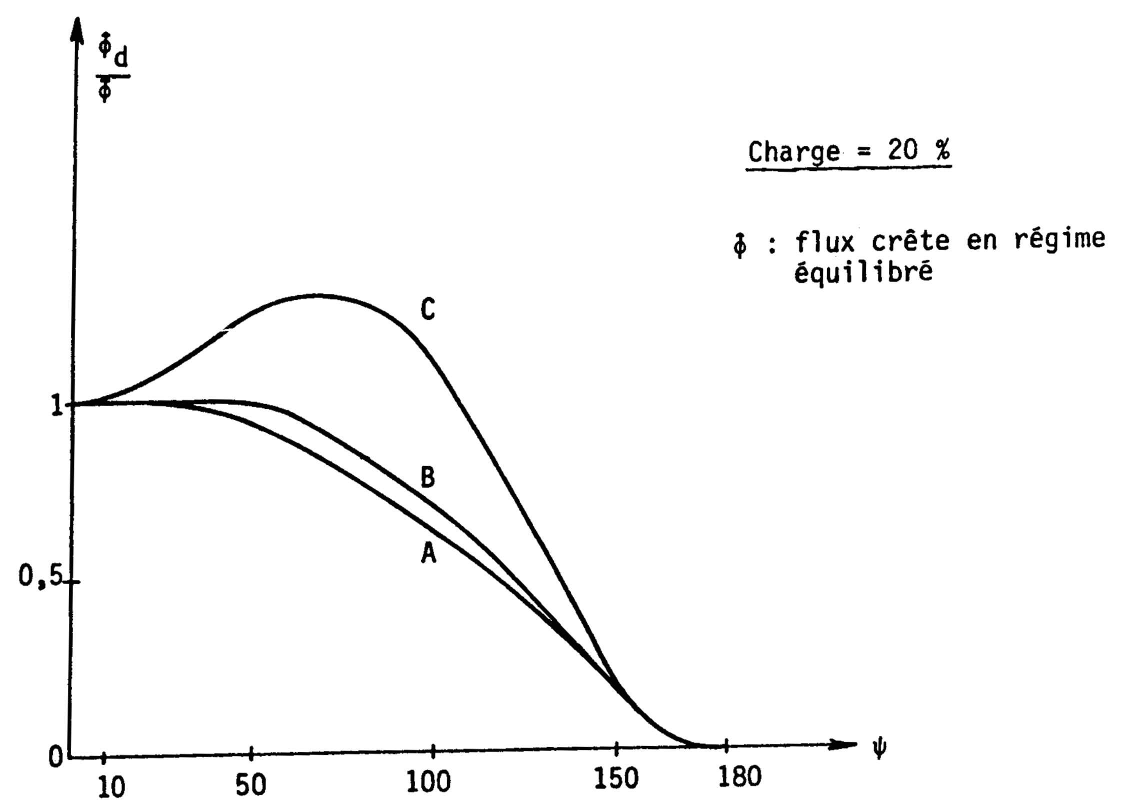


FIGURE 51.

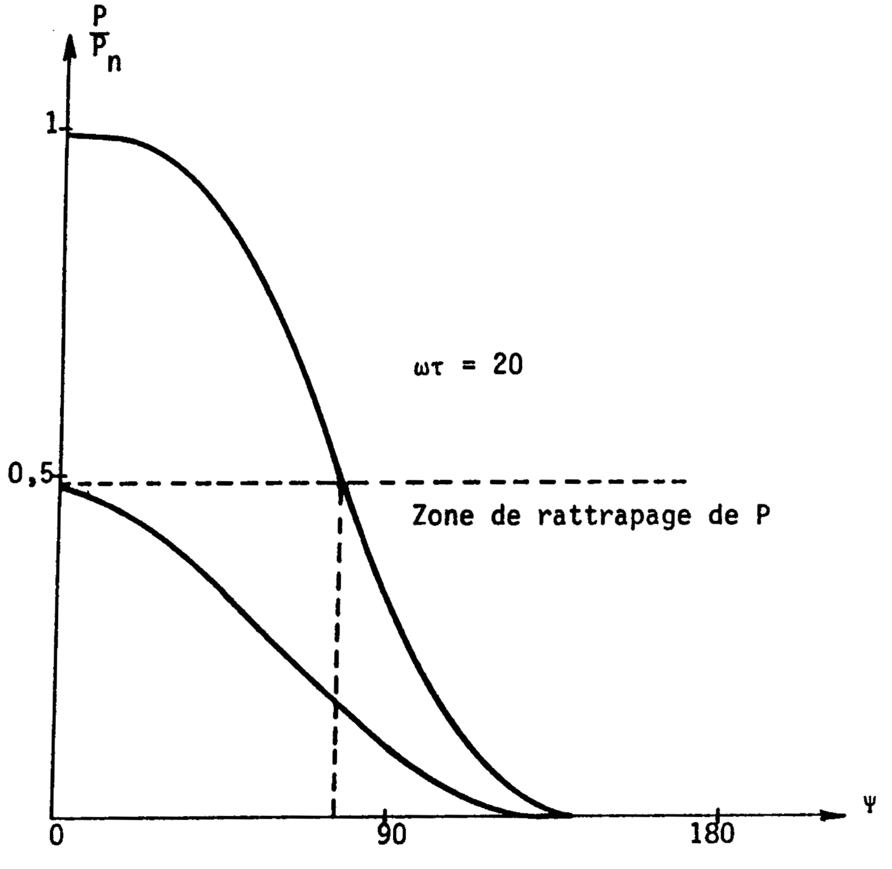


FIGURE 52.

CHAPITRE V

CHAPITRE V : MAQUETTE D'ESSAI DU G.T.R.

Après avoir conduit l'étude analytique et simulé le gradateur, il est nécessaire de valider les résultats numériques obtenus expérimentalement. Pour ce faire, nous avons réalisé une maquette en petite puissance.

Il s'agit d'un convertisseur triphasé de puissance égale à 4,5 Kw, utilisant des thyristors et trois transformateurs monophasés.

I - PARTIE PUISSANCE

L'unité de puissance est réalisée à l'aide de thyristors montés sur des radiateurs appropriés et des fusibles ultra-rapides (PROTISTOR) en série, sur chaque phase. Une protection supplémentaire contre les "$\frac{dV}{dt}$" excessifs est obtenue à l'aide de circuits RC (figure 52).

Les thyristors sont commandés par des impulsions de largeur et de fréquence réglables, délivrées par une carte de commande analogique.

II - COMMANDE DE CONVERTISSEUR

Avant la réalisation d'une telle maquette, il est important d'étudier la loi de commande des thyristors. En effet, cette commande doit satisfaire les critères suivants :

- Autoriser un réglage continu de la puissance de sortie, sachant que la consigne ne peut être indépendante des paramètres de la charge et du transformateur.

- Assurer une mise en route automatique. A cet égard, les largeurs d'impulsions doivent autoriser l'amorçage des thyristors dans les meilleures conditions, même si le couplage primaire est en étoile. Une largeur supérieure à $\pi/3$ permet au G.T.R. de fonctionner correctement.

- Assurer une protection des thyristors à tout moment contre les surtensions dues à une rupture éventuelle de résistance (ce qui représente l'un des risques majeur dans l'utilisation des fours).

Le retard à l'amorçage des thyristors peut être compté par rapport au zéro de tension (commande en Ψ) ou de courant (commande en α). Ces deux procédés présentent individuellement un inconvénient. Pour la "commande en Ψ", hormis sa dépendance d'avec la charge, on doit éviter en sus, l'apparition d'un "blocage" vis à vis du contrôle lorsque Ψ descend en dessous de $\Psi_{\ell o}$. Pour la commande en α, nous avons vu la présence d'une discontinuité des puissances au 2ème mode, quand sa valeur est voisine de $\frac{\Pi}{3}$.

Si l'on veut obtenir un réglage continu de la puissance débitée, il faut utiliser une commande en Ψ, et mesurer également l'angle α permettant ainsi par détection d'une approche de α vers $\frac{\Pi}{3}$ de réagir aussitôt sur l'angle Ψ, pour le maintenir à une valeur supérieure à $\Psi_{\ell o}$.

Le mode de commande proposé ci-dessus permet d'assurer un bon fonctionnement, à la mise sous tension et en régime permanent équilibré.

Le cas d'une rupture accidentelle d'une résistance de charge peut, éventuellement, nous conduire à parfaire la loi de commande précédente. Il faut envoyer des impulsions de largeurs égales à 270° pour pallier le risque de surtension aux bornes des S.C.R.

Commande câblée

Nous avons réalisé une carte de commande analogique.

La carte permet de commander les six thyristors constituant le gradateur par des impulsions réglables en largeur et en fréquence. Un circuit analogique standard de type SL 440 assure la synchronisation car il génère les impulsions après détection du passage à zéro de la tension. Le réglage de la fréquence et des largeurs des impulsions est assuré par un circuit utilisant des portes logiques de type NOR et NAND et des bascules J.K. (FIGURE 53.)

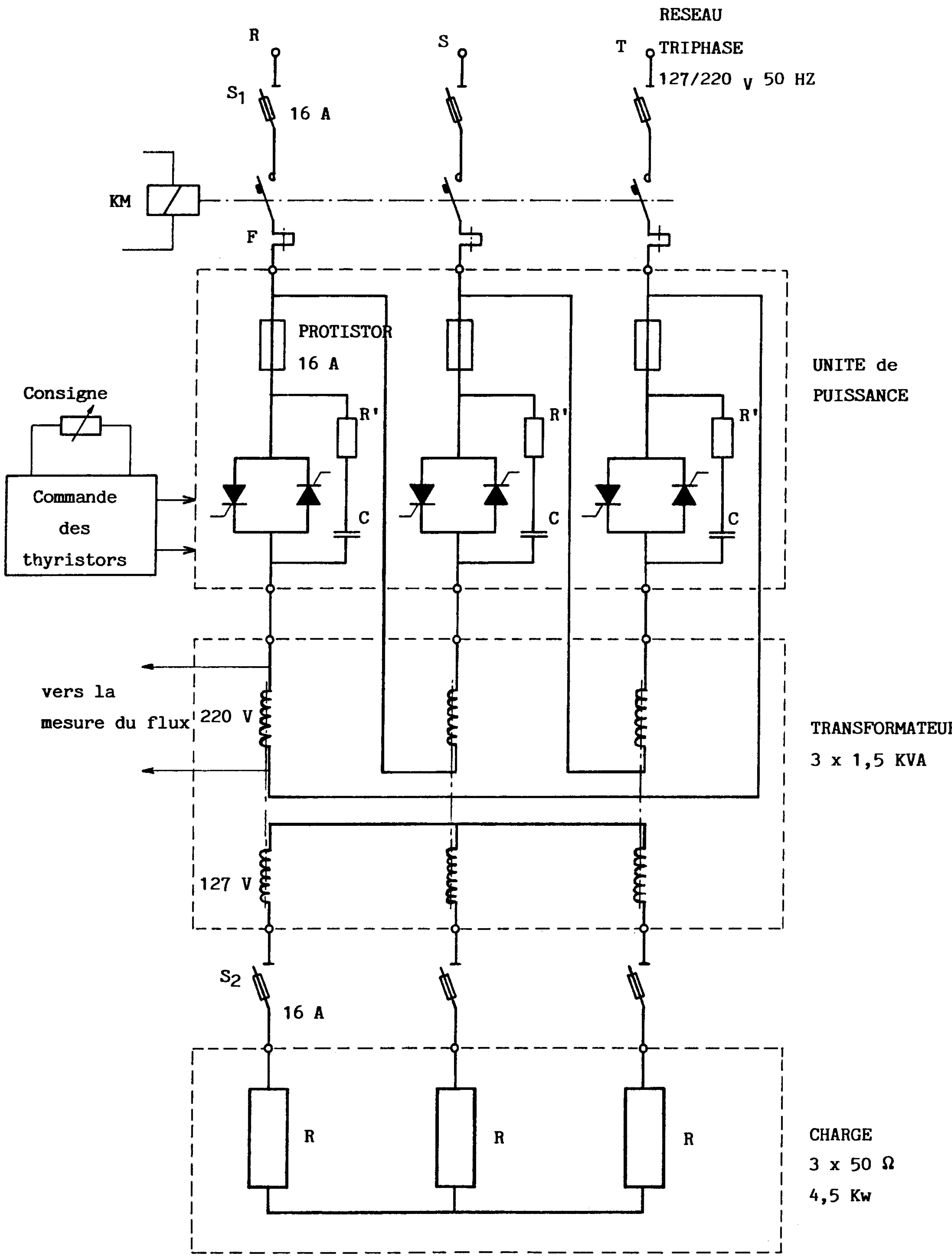

RESEAU
TRIPHASE
127/220 V 50 HZ
R
S
T
S_1
16 A
KM
F
PROTISTOR
16 A
UNITE de
PUISSANCE
Consigne
R'
Commande
des
thyristors
C
vers la
mesure du flux
220 V
TRANSFORMATEUR
3 x 1,5 KVA
127 V
S_2
16 A
R
CHARGE
3 x 50 Ω
4,5 Kw

FIGURE 53.

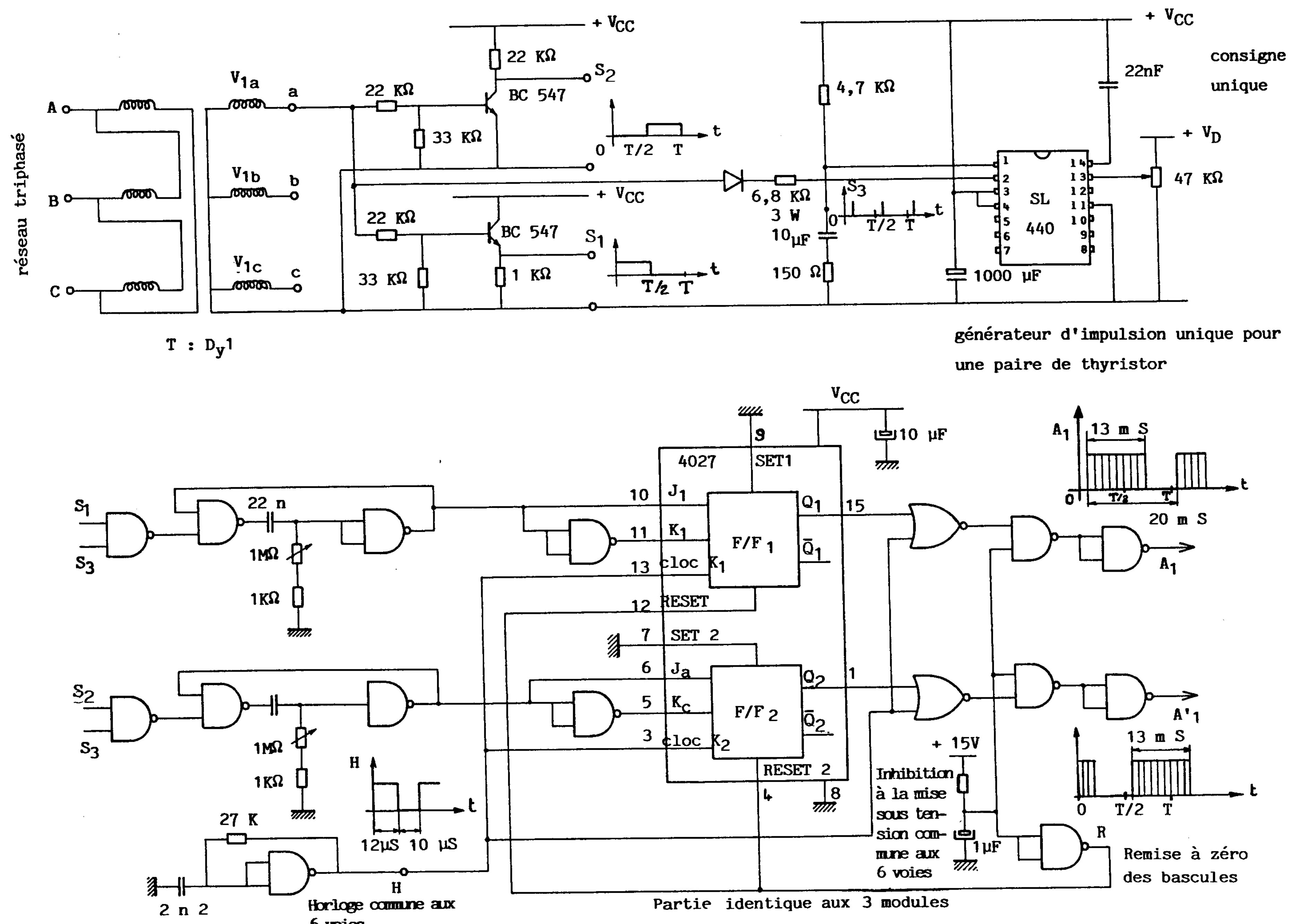
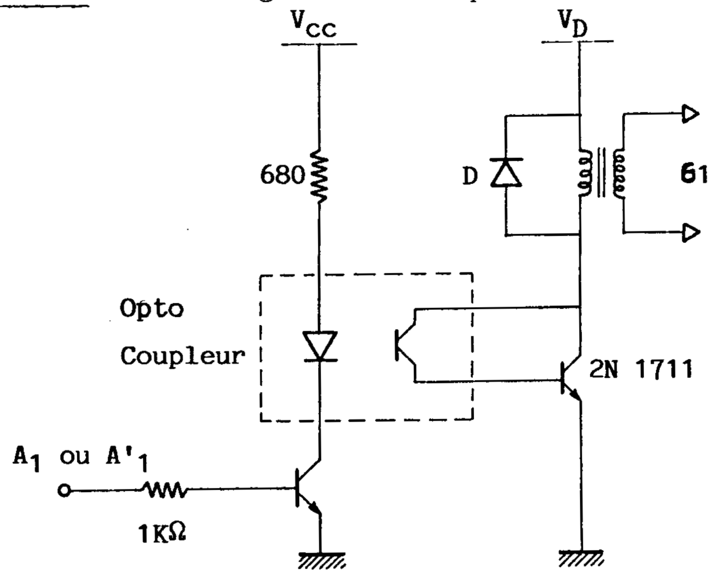

réseau triphasé
T : Dy1
+ VCC
22 KΩ
33 KΩ
BC 547
1 KΩ
S1
S2
S3
6,8 KΩ
3 W
10μF
150 Ω
4,7 KΩ
1000 μF
SL
440
22nF
+ VD
47 KΩ
consigne
unique
générateur d'impulsion unique pour
une paire de thyristor
4027
SET1
F/F 1
F/F 2
RESET
SET 2
RESET 2
22 n
1MΩ
1KΩ
27 K
2 n 2
12μS 10 μS
Horloge commune aux
6 voies
Inhibition
à la mise
sous tension commune aux
6 voies
+ 15V
1μF
10 μF
13 m S
20 m S
A1
A'1
Remise à zéro
des bascules
Partie identique aux 3 modules

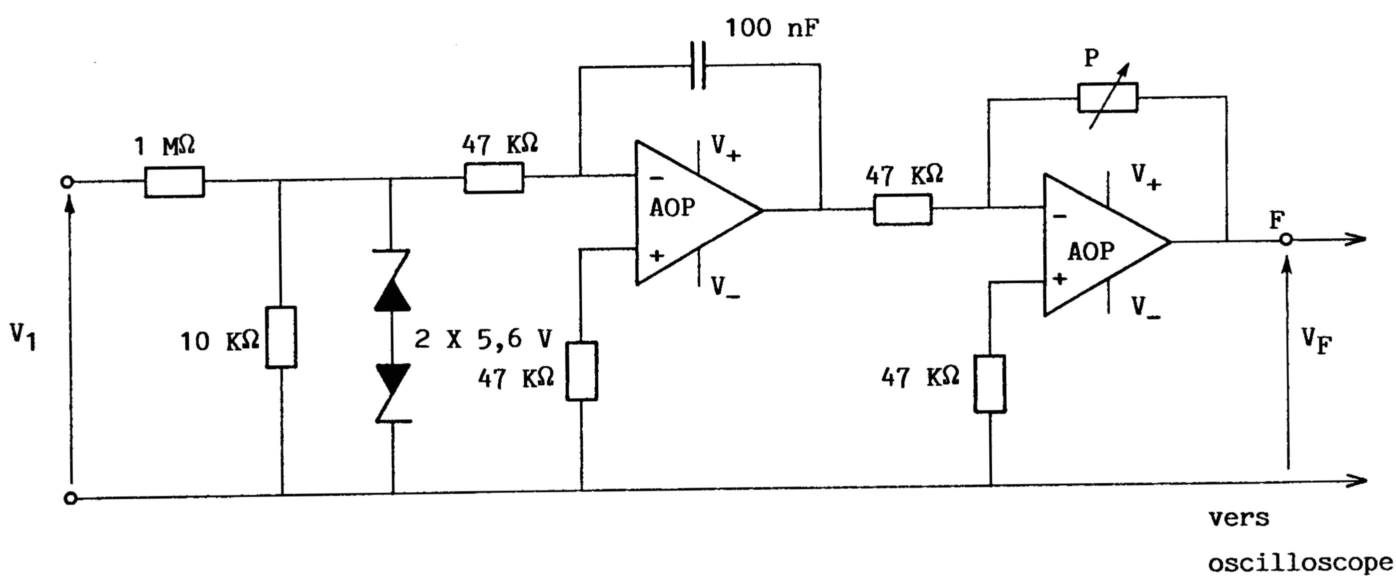
FIGURE 54.

Carte d'interface : le montage est identique aux 6 voies.



Mesure des flux

Un montage intégrateur à ampli opérationnel nous permet de mesurer ou de visualiser sur un oscilloscope le flux dans chaque noyau du circuit magnétique par mesure directe de la tension aux bornes d'un enroulement primaire.

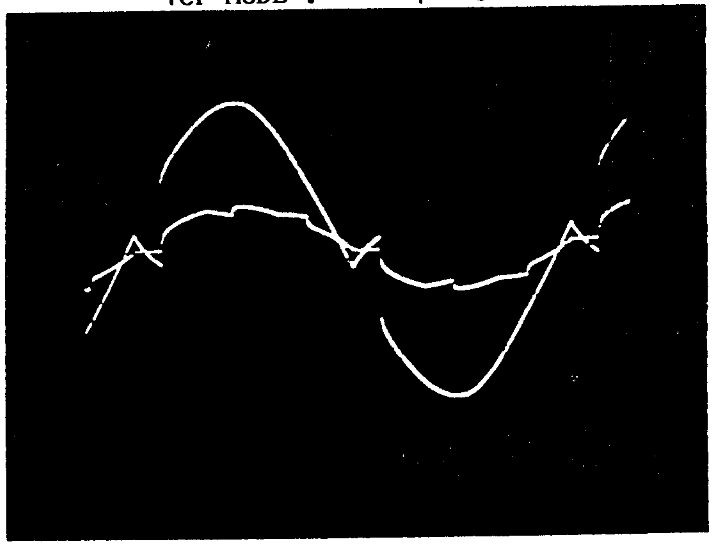


III - RESULTATS EXPERIMENTAUX

Les résultats pratiques obtenus confirment la validité précédente et autorisent l'application industrielle du prototype.

Nous donnons ci-après, quelques planches des courants et tensions pour différents modes de fonctionnement du gradateur.

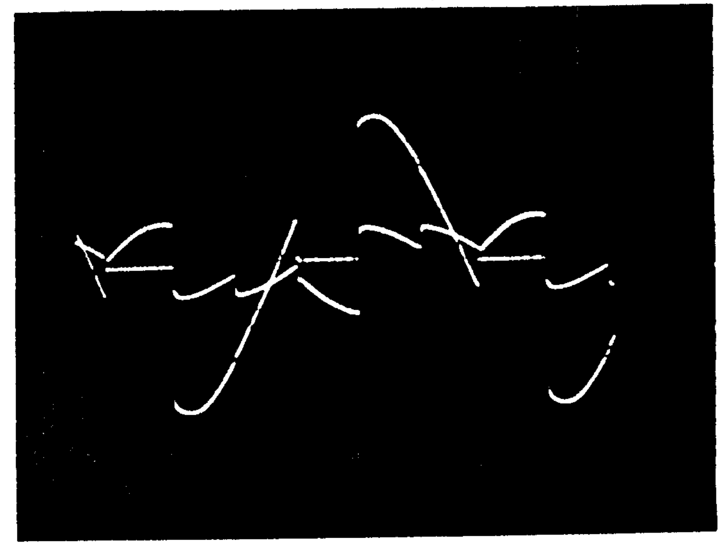
1er MODE : $\psi = 30°$



v_{1A}

i_{1A}

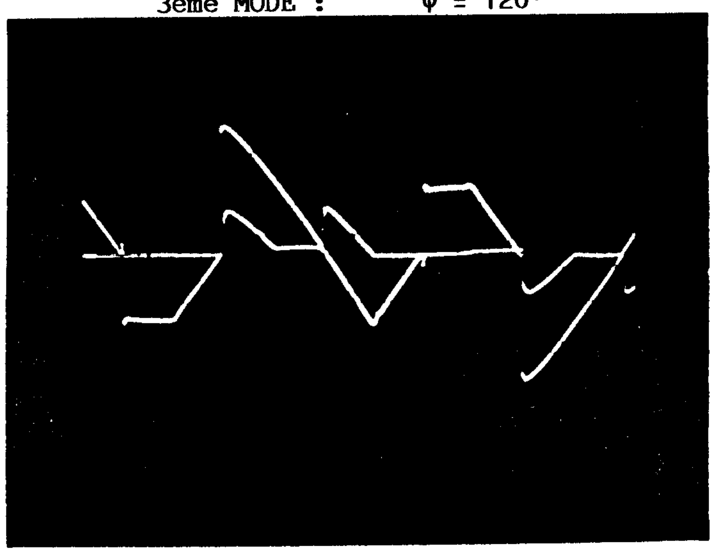
2ème MODE : $\psi = 75°$



v_{1A}

i_{1A}

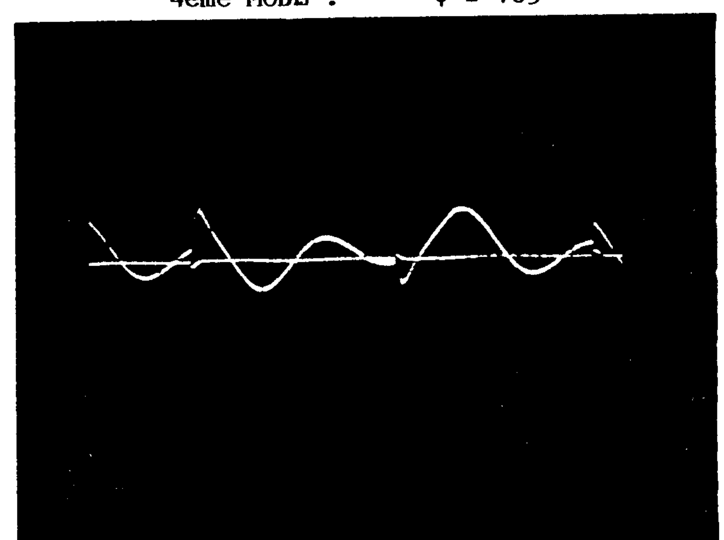
3ème MODE : $\psi = 120°$



v_{1A}

i_{1A}

4ème MODE : $\psi = 165°$



v_{1A}

i_{1A}

<u>FONCTIONNEMENT EQUILIBRE : $\omega\tau = 20$</u>

FONCTIONNEMENT EQUILIBRE :

1er MODE :

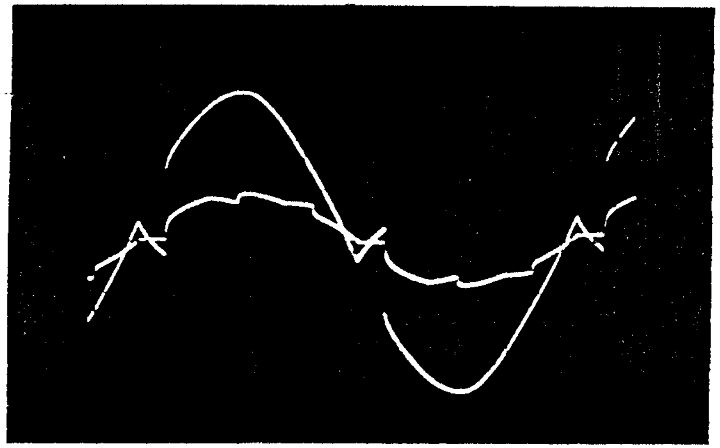
$\omega\tau = 20$

$\psi = 30°$

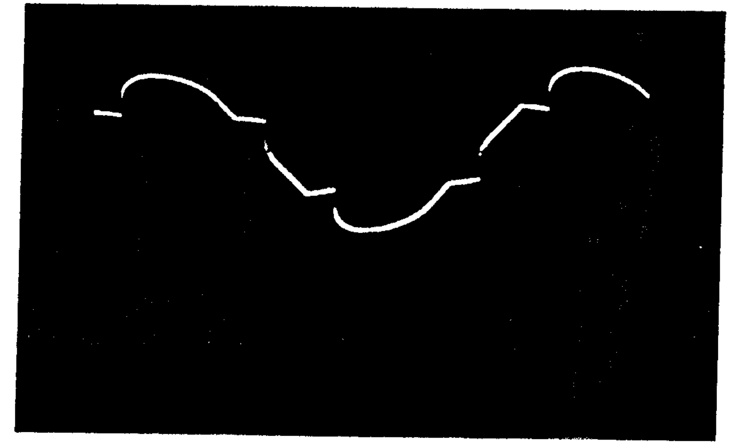
$\alpha = 120°$

v_1

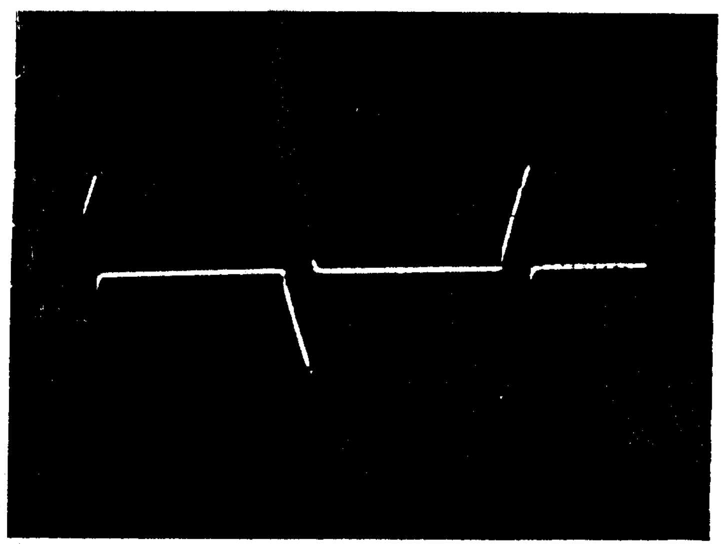
i_A



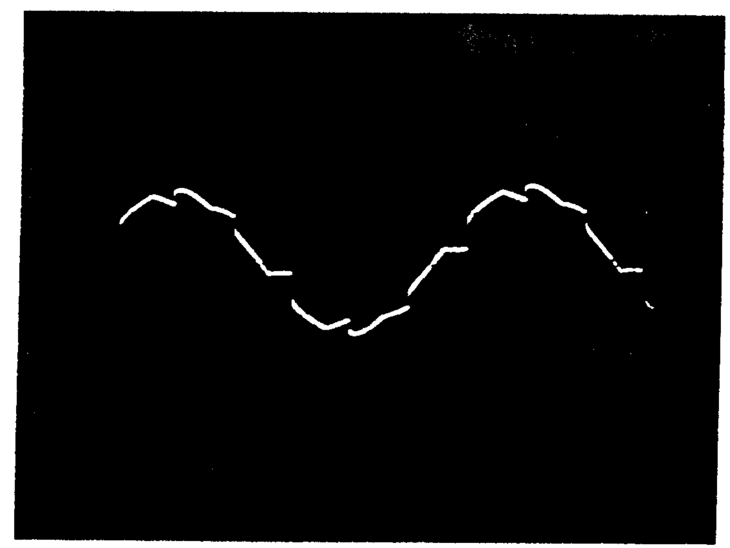
j_{1A}



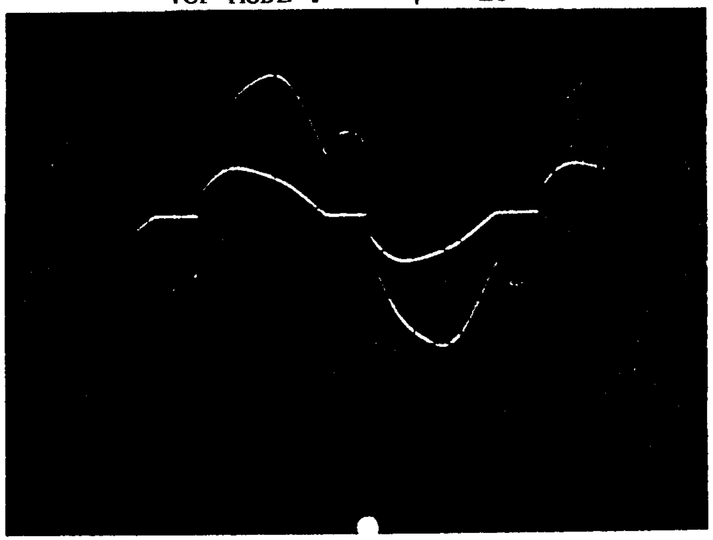
v_{ThA}



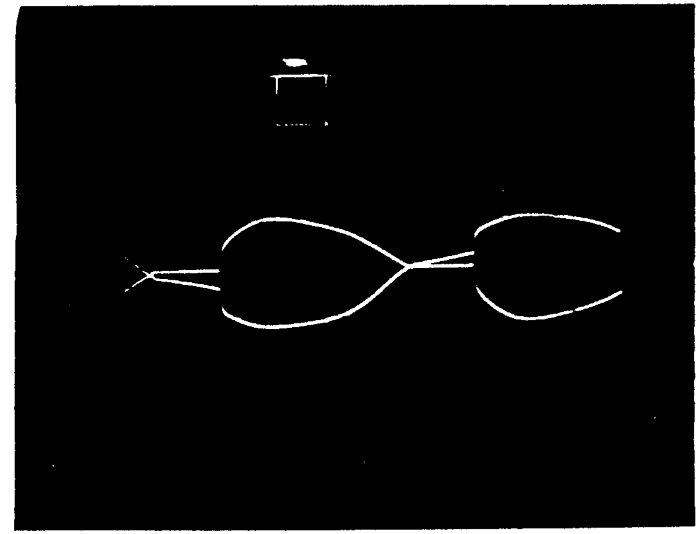
i_{2A}



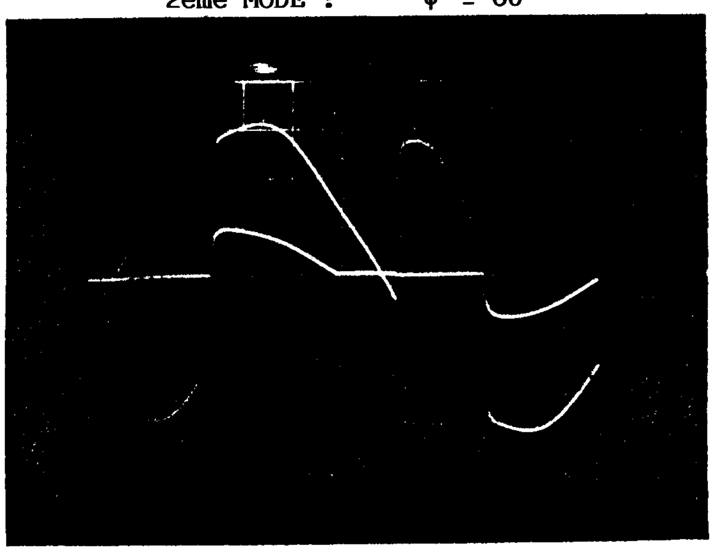
1er MODE : ψ = 20°



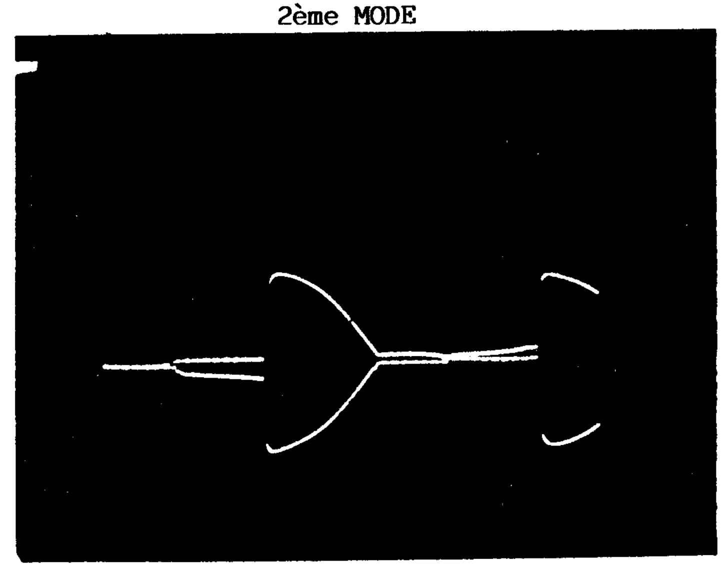
1er MODE



2ème MODE : ψ = 60°



2ème MODE



<u>FONCTIONNEMENT PERMANENT DESEQUILIBRE : $\omega\tau$ = 20</u>

CONCLUSION

Nous pensons, à travers ce mémoire, avoir atteint l'objectif visé, à savoir : traiter entièrement le cas particulier de l'association mettant en oeuvre trois transformateurs monophasés couplés en triangle, thyristors disposés en branche, laquelle constituait un cas d'espèce échappant à la synthèse développée lors de travaux antérieurs par notre Equipe.

La comparaison à la même association "G.T.R." mais avec un transformateur à flux forcés, nous a permis d'établir un bilan comparatif montrant clairement que les deux montages présentent des avantages et des inconvénients distincts, qu'il convient de bien connaître pour effectuer le meilleur choix.

L'étude pour chaque montage du régime déséquilibré a fait apparaître des éléments intéressants tels que la saturation possible du circuit magnétique et la possibilité de rattrapage de puissance (jusqu'à un certain niveau).

La difficulté d'analyse de ces structures met en évidence l'intérêt des méthodes de simulation, en particulier pour l'étude des régimes transitoires.

BIBLIOGRAPHIE

[1] J.-L. COCQUERELLE
Etude des associations en triphasé : "Gradateur en angle de phase-transformateur-résistances"
THESE D'ETAT, LILLE, 1985

[2] C. ROMBAUT
"Etude des gradateurs triphasés et d'autres convertisseurs alternatif/alternatif fonctionnant en commutation naturelle"
THESE D'ETAT, LILLE, 1979

[3] G. SEGUIER
"Les montages redresseurs"
ED. DUNOD, 1970

[4] G. SEGUIER
"L'électronique de puissance"
ED. DUNOD, 1970

[5] C. ROMBAUT - G. SEGUIER
Les convertisseurs de l'électronique de puissance, volume 2 : "La conversion alternatif-alternatif"
LAVOISIER, 1986

[6] G. SEGUIER - F. NOTELET
"Electrotechnique industrielle"
ED. LAVOISIER, 1977

[7] C. ROMBAUT SEGUIER
"Condition d'application de la transfiguration étoile triangle aux récepteurs triphasés, alimentés par un montage à redresseurs contrôlés"
C.R. ACAD.SC. PARIS, T.277, NOVEMBRE 1973, PP.607-609

[8] C. ROMBAUT - G. SEGUIER
"Caractéristiques des gradateurs triphasés"
REVUE JEUMONT SCHNEIDER, N°17, JUIN 1974, PP. 33-46
REVUE JEUMONT SCHNEIDER, N°18, SEPT.1974, PP. 29-46

[9] C. ROMBAUT - H. SCHOORENS - G. SEGUIER
"Operation of a 3-phase A.C. thyristor-regulator feeding an R or RL or RC balanced load"
PROC. IEE, VOL.125, N°8, AUGUST 1978

[10] C. ROMBAUT - J.-P. SIX
"Les caractéristiques des gradateurs triphasés"
Colloque sur l'utilisation des semi-conducteurs de puissance
LIEGE, 4EME PARTIE, RAPPORT N°1, NOV.1978, PP. 1-10

[11] G. SEGUIER - A. WIART - C. ROMBAUT - J.-L. DUMOULIN
"Association gradateur-transformateur abaisseur-diodes destinée à l'obtention de basses tensions continues variables"
EXTRAIT DE LA R.G.E., T.89, N°1, JANVIER 1980

[12], C. ROMBAUT - P. GOERGER - G. SEGUIER
"Ensembles gradateur-transformateur-diodes destinés à l'obtention de très hautes ou de très basses tensions redressées variables"
CONGRES AIM, LIEGE, 27-29 OCTOBRE 1980

[13] M. BOULIER - C. ROMBAUT - G. SEGUIER
"Amélioration des montages gradateurs triphasés"
EXTRAIT DE LA R.G.E., T.90, N°1, JANVIER 1981

[14] R. BAUSIERE - C. ROMBAUT - P. RUSSE
"Moyens de réduire les perturbations induites dans le réseau d'alimentation par les gradateurs triphasés débitant sur résistances pures"
Journées internationales d'étude sur l'utilisation des semi-conducteurs de puissance en électrotechnique
LIEGE, 10-11-12 OCTOBRE 1983

[15] T. SCHUFFENECKER - J.-L. COCQUERELLE - C. ROMBAUT
"Numerical simulation of a set A.C. regulator-transformer-load"
IASTED, SUISSE, FEVRIER 1985 (A-I's)

[16] J.-L. COCQUERELLE - C. ROMBAUT - M. FLACHER
"Analytical study of an A.C. regulator, transformer, 3-phase resistive load assembly"
E.P.E., BRUXELLES, OCTOBRE 1985

[17] J.-L. COCQUERELLE - Ph. RUSSE - A. CASTELAIN
"On the advantages of an "ahead control" in an AC/AC Converter-Transformer-Assembly, compared with the relative level of magnetic losses"
MECO'86, MSPC, TAORMINA

[18] J.-L. COCQUERELLE - C. ROMBAUT - A. CASTELAIN
"Numerical simulation of a set : AC delta connected regulator transformer load"
MECO'86, MSPC, TAORMINA, 1986

[19] Ph. RUSSE - A. CASTELAIN - J.-L. COCQUERELLE
"Modélisation des gradateurs monophasés en trains d'ondes, entrelacés, en vue de l'acquisition du spectre de la puissance instantanée"
IMACS 86, JUIN, LILLE

[20] Ph. RUSSE - J.-L. COCQUERELLE - C. ROMBAUT
"Sur le tracé par une technique de modélisation des variations du facteur de puissance de n gradateurs monophasés entrelacés"
IMACS 86, JUIN, LILLE

[21] M. BEN FREDJ - J.-L. COCQUERELLE
"Dy Free Flux-Transformer-Resistive load"
IMACS (TC1) : QUEBEC, AOUT 1987
(M & S of Electrical Machines)

[22] M. BEN FREDJ - J.-L. COCQUERELLE - C. ROMBAUT
"Etude analytique en régime déséquilibré de l'association : gradateur-transformateurs monophasés charge résistive"
IM'S IASTED, PARIS, JUIN 1987

[23] M. BEN FREDJ - J.-L. COCQUERELLE
"Détermination analytique des flux instantanés dans une carcasse de transformateur à 3 noyaux, alimenté par un gradateur à thyristors"
3ème colloque Université-Industrie
CFE-CEE, JUIN 1988, SAINT-NAZAIRE

[24] J.-L. COCQUERELLE - C. ROMBAUT
"The advantages of modelling in the study of over-voltage during load breakdown of an AC/AC converter-transformer-assembly"
IMACS, WORLD CONGRESS, 12TH JULY 1988, PARIS

[25] J.-L. COCQUERELLE - C. ROMBAUT
"On the equivalence of different assemblies bringing into operation on SCR AC/AC converter, line or D connected to the primary of secondary windings of a 3 phases transformer with resistive load"
IMACS, WORLD CONGRESS, PARIS, 1988

[26] J.-L. COCQUERELLE
"G.T.R. de puissance"
Revue "Electronique de puissance"
N°27 et 28 (Juin et Septembre 1988)

[27] M. BEN FREDJ - J.L. COCQUERELLE
"G.T.R. flux libres", Session Poster
JOURNEES SEE-EEA, GRENOBLE, MARS 1989

[28] M. BEN FREDJ - J.L. COCQUERELLE
"Simulation of the assembly "AC/AC-SCRs Converter-Dy free flux transformer-resistive load" in case of rupture"
Applied Informatics International Symposium
GRINDELWALD, FEVRIER 1989

[29] M. BEN FREDJ - J.-L. COCQUERELLE - B. DURAND
"Microprocessor control âf a "G.T.R. Assembly"
Applied Informatics, International Symposium
GRINDELWALD, FEVRIER 1989

[30] A. YAIR
"Steady-state analysis of single-phase transformer coupled loads controlled by a bidirectional A.C. switch"
IEEE TRANS. ON IA, VOL.IA-12, N°2, MARCH-APRIL 1976, PP.143-146

[31] N.A. FEOKTISTOV et V.V. KONDORSKAYA
"Improvement of the operating conditions of an electric furnace transformer, regulated by thyristors on the primary side"
PROM. ENERG., U.S.S.R., N°7, JULY 1982, PP. 31-3

[32] H.J. STILKE
"Converter-influence of commutating and load resistance at controlled rectifiers"
ELEKTROTECHNIK, V.67, N°3, 15 FEBRUARY 1985, PP.47-8

[33] M. VULPILLAT
"Perturbations harmoniques du réseau par les gradateurs de puissance à thyristors ou à triacs"
Revue Electronique de Puissance
N°10, JUIN 1985, PP. 45-50

[34] A. CASTRO et R. HAUG
"Etude de l'arc électrique par corrélation"
R.G.E., N°6, JUIN 1979, PP. 521-522

[35] D. DUFOURNET
"Modélisation de l'arc - Application à la coupure des disjoncteurs haute tension"
R.G.E., N°1, JANVIER 1982, PP. 26-31

[36] T. SCHUFFENECKER
"Simulation des G.T.R."
DEA, LILLE, 1984

[37] C. MARRON
"Simulation des G.T.R."
DEA, LILLE, 1985

[38] M. BEN FREDJ
"G.T.R. D_o Yy"
DEA, LILLE, 1986

RESUME

Le sujet de ce mémoire est relatif aux associations e triphasé : Gradateur en angle de phase, Transformateur Résistances (G.T.R.).

Parmi tous les montages possibles, l'un d'entre eux s distingue par la complexité de son étude analytique, laquell met en évidence des modes et des régimes de fonctionnement bie spécifiques. Il s'agit de l'association "D_oYy" mettant e oeuvre 3 transformateurs monophasés dont les primaires son couplé~~e~~s en triangle, les thyristors étant insérés l'intérieur de celui-ci (disposition en "branches").

On sait que pour l'ensemble des "G.T.R.", la complexit des calculs est essentiellement liée à la dépendance de instants d'extinction des thyristors, d'avec, non seulement le tensions d'alimentation, mais aussi le couplage de enroulements, le niveau de la charge et l'état magnétique d transformateur.

Ce mémoire fait apparaître une étude, relativemen exhaustive, des différents cas de fonctionnement du G.T.R., savoir :

- *fonctionnement en régime permanent équilibré,*
- *fonctionnement en régime permanent déséquilibré (rupture d'une phase),*
- *comportement transitoire lors d'une "cassure" en aval.*

Une comparaison entre flux forcés et flux libres est conduite systématiquement, il en découle un certain nombre d remarques intéressantes sur le choix des carcasses magnétique et les plages de réglage sans risques.

Ce mémoire met, en outre, en évidence tout l'intérêt de logiciels de simulation en électronique de puissance lorsqu'i s'agit d'étudier des phénomènes apériodiques et transitoires.

A l'issue du travail, et en regard de tous les problème constatés, est proposée la meilleure loi de commande d G.T.R. "D_oYy".

MOTS CLES : ELECTRONIQUE DE PUISSANCE - GRADATEURS - TRANSFORMATEURS - SIMULATION ET MODELISATION