

N° d'ordre : 356

50376
1989
83

50376
1989
83

THÈSE

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE FLANDRES ARTOIS

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Discipline : Physique de la matière et du rayonnement

par

ABDEL KADOUSS BEKKALI



CHAOS DANS LES LASERS CO2 : EFFETS GALVANIQUES ET EFFETS D'UN ABSORBANT SATURABLE

Soutenue le 17 Mai 1989 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :	MM.	B. MACKE	Président
		A. ARNEODO	Rapporteur
		E. RESSAYRE	Rapporteur
		P. GLORIEUX	Directeur de Thèse
		P. NIAY	Examineur
		D. DANGOISSE	Examineur

A tous ceux qui me sont chers...

Ce travail a été réalisé à l'U.F.R. de Physique de l'Université des Sciences et Techniques de Lille Flandres Artois, dans le laboratoire de Spectroscopie Hertzienne, associé au C.N.R.S., et dirigé par le Professeur B. Macke qui me fait l'honneur de présider le jury de cette thèse. Je l'en remercie très vivement.

Je remercie particulièrement Monsieur Arnéodo, Directeur de Recherche au C.N.R.S. (Université de Bordeaux), Madame Ressayre, chargée de Recherche au C.N.R.S. (Université de Paris XI), qui ont accepté de rapporter sur ce travail, et Monsieur Niay, Professeur à l'U.S.T.L. qui a bien voulu examiner ces études.

Ce travail a été effectué en collaboration et sous la direction de Messieurs les Professeurs Glorieux et Dangoisse qui n'ont cessé de suivre mon travail et de me prodiguer leurs conseils depuis mon entrée au laboratoire, ce dont je les remercie infiniment.

A la réalisation de ce travail, j'associe Monsieur Papoff, de l'Ecole Normale Supérieure de Pise (Italie), qui m'a apporté une aide importante en ce qui concerne la partie expérimentale présentée dans ce mémoire, Monsieur Hennequin, chargé de recherche au C.N.R.S., pour les différentes discussions fructueuses et les échanges stimulants que nous avons pu avoir dans le laboratoire, et toute l'équipe du 'troisième étage' pour leur sympathie et leur bonne humeur ; je suis très heureux de les remercier.

Je suis enfin très reconnaissant envers le personnel technique du laboratoire et de l'U.F.R., qui a permis la réalisation de ce travail.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE	3
PREMIERE PARTIE : CHAOS GALVANIQUE	
1.1 INTRODUCTION	11
1.2 DISPOSITIF EXPERIMENTAL	13
1.3 OBSERVATIONS EXPERIMENTALES	17
1.4 PROPRIETES DES DECHARGES LASER CO ₂	25
1.4.1 Processus de base dans les décharges laser CO ₂	25
1.4.2 Instabilités de décharge électrique laser CO ₂	26
1.4.3 Striations et constrictions	29
1.4.3.1. Striations	29
1.4.3.2. Constrictions	32
1.5 CHAOS ET STOCHASTICITE INTRINSEQUES DANS LES DECHARGES	34
1.6 CONCLUSION	36
DEUXIEME PARTIE : CHAOS DANS LE L.S.A	43
2.1. INTRODUCTION	43
2.2 DISPOSITIF EXPERIMENTAL	45
2.2.1 Le L.S.A	45
2.2.2 Le dispositif d'acquisition des signaux	48
2.3 OBSERVATIONS	50
2.3.1 Les différentes instabilités L.S.A	50
2.3.2 Instabilités PQS II	59
2.3.2.1 Diagramme (δ, \bar{p})	59
2.3.2.2 Influence d'autres paramètres expérimentaux	61
2.3.3 Instabilités PQS I	62
2.3.3.1 Diagramme (δ, \bar{p})	64
a- Comportements généraux	64
b- Zones chaotiques	67

2.3.3.2 Influences des paramètres expérimentaux	74
a- Pertes dans la cavité	74
b- Courant de décharge	75
c- Pression totale dans le milieu amplificateur	76
2.4 : ANALYSE DES RESULTATS	76
2.4.1 Reconstruction des attracteurs dans l'espace de phase	77
2.4.1.1 Description des attracteurs	78
2.4.1.2 Plan de phase (I,İ)	86
2.4.1.3 Diagramme du premier retour	88
2.4.2 Chaos de réinjection - chaos à la Shil'nikov	92
2.4.2.1 Orbites homoclines - Orbites hétéroclines	95
2.4.2.2 Chaos de réinjection	96
2.4.2.3 Applications au L.S.A	99
2.5 CONCLUSION	102
TROISIEME PARTIE : SIMULATIONS NUMERIQUES	109
3.1 INTRODUCTION	109
3.2 GENERALITES	110
3.3 DIFFERENTS MODELES L.S.A	114
3.3.1 Modèle à deux niveaux	114
3.3.2 Modèle à quatre niveaux	117
3.3.3 Modèle à trois niveaux	120
3.4 MODELE UTILISE	125
3.4.1 Choix du modèle	125
3.4.2 Détermination des constantes	130
3.4.3 Modèle réduit	134
3.5 RESULTATS NUMERIQUES	139
3.5.1 Séquences temporelles	139
3.5.2 Analyse de stabilité linéaire	142

3.5.2.1 Zone : $1,86 < A < 2,033$	145
a- Stabilité de S_+	145
b- Stabilité de S_0	145
3.5.2.2 Zone : $A < 1,86$	146
3.5.3 Espace de phase	148
3.5.3.1 Cas limites	149
3.5.3.2 Séquences PQS II, PQS I	152
3.6 CONCLUSION	154
CONCLUSION GENERALE	161
BIBLIOGRAPHIE	167

INTRODUCTION GENERALE

L'évolution des systèmes macroscopiques fermés vers l'équilibre est régie quelle que soit leur nature par les lois de la thermodynamique. Cette dernière a réussi à construire à partir des trois grands principes relatifs à l'énergie et à l'entropie, des potentiels obéissant à des conditions d'extremum lorsque le système atteint un certain état d'équilibre. Un état d'équilibre est caractérisé par des paramètres thermodynamiques indépendants du temps et uniformes dans l'espace. Dans les systèmes dissipatifs, l'apparition de toute perturbation se traduit automatiquement par une réduction de l'amplitude de cette dernière: le système retourne vers l'état d'équilibre. Dans le cadre de la théorie des phénomènes irréversibles linéaires, la relation entre la dissipation et les fluctuations microscopiques du système permet de déterminer l'échelle de temps associé au retour à l'état d'équilibre. Pour les systèmes ouverts, maintenus hors équilibre par un flux d'énergie et/ou de matière, il faut considérer plusieurs échelles spatio-temporelles; l'échelle moléculaire (microscopique), une échelle intermédiaire définissant l'équilibre local, et l'échelle macroscopique sur laquelle se manifeste l'absence d'équilibre global (Manneville 1986).

Un système macroscopique tiré hors équilibre sous l'effet de contraintes globales, peut suivre différents comportements selon l'intensité de la contrainte: dans le cas où celle-ci reste faible, le système se trouve dans un nouvel état d'équilibre voisin de l'état initial et appartenant à la "branche thermodynamique". Dans le cas contraire, le système étant tiré loin de l'état d'équilibre thermodynamique, l'effet des non linéarités augmente et le système subit des changements d'état qui peuvent altérer son comportement qualitatif et probablement sa structure. Le caractère statique de l'état d'équilibre est alors perdu: le système est instable et peut bifurquer vers

des états dynamiques simples, tel que des oscillations périodiques auto-entretenuës, ou vers d'autres états plus complexes, tels que des régimes quasi-périodiques, ou même erratiques par exemple, des comportements à plusieurs oscillations de périodes incommensurables.

Les travaux de Prigogine et Glansdorff (Glansdorff et Prigogine 1971), en élargissant l'étude de la thermodynamique à des systèmes ouverts hors équilibre, ont permis d'interpréter de tels comportements. En introduisant la variable temps dans cette théorie, on a pu retrouver des résultats importants sur la stabilité des états stationnaires des systèmes à proximité de l'équilibre. Mais en dehors de cette région, l'analyse thermodynamique s'avère impuissante à prévoir l'évolution des systèmes, et les résultats obtenus à partir de celle-ci sont sans retombées pratiques appréciables. Il est certes intéressant de savoir que sous l'hypothèse de l'équilibre local, la variation seconde de l'entropie a du point de vue de la stabilité, les propriétés d'une fonction de Lyapunov, mais ceci n'améliore guère les moyens d'analyse tant que la détermination de cette quantité continue de nous échapper (Prigogine 1980). A défaut d'information d'origine thermodynamique, il convenait alors de se tourner vers la théorie mathématique des systèmes dynamiques.

Pendant longtemps le comportement erratique (le chaos) des systèmes dynamiques semblait être totalement aléatoire échappant à tout prédictibilité à long terme, malgré l'aspect déterministe que présentent les équations décrivant l'évolution des systèmes. Ce comportement assez surprenant, attira l'attention de Landau et Hopf. Ainsi Landau (Landau 1944) proposa une explication de la transition vers la turbulence (état avancé du chaos) dans les systèmes dynamiques, en partant de l'idée que suite à une série de

bifurcations successives, le système passe tout d'abord d'un état stationnaire à un système périodique, puis à un système bi-périodique, puis quasi-périodique à trois fréquences, puis à quatre, cinq, etc... La turbulence survient alors par une cascade infinie de bifurcations introduisant chacune une nouvelle fréquence arithmétiquement indépendante des précédentes. Le signal résultant est erratique, et la turbulence viendrait du fait de l'impossibilité de contrôler les phases associées à chacune des fréquences. Celles-ci suivent un processus aléatoire, rendant statistique l'unique prédiction qui peut être menée sur le système.

Ce n'est qu'en 1971 et après l'observation du chaos sur un modèle à trois variables proposé par Lorenz (Lorenz 1963) qu'une explication plus simple de l'apparition de la turbulence a été présentée par Ruelle et Takens (Ruelle et Takens 1971). Ils ont rejeté la théorie de Landau en la jugeant trop "linéaire", et montré que la non linéarité jouant un rôle important par suite de l'augmentation de la dimension de l'espace de phase, un régime possédant les propriétés du chaos temporel - sensibilité aux conditions initiales, décorrélation, spectre de Fourier à composante continu...-peut s'établir après trois bifurcations seulement. De plus, Newhouse et al ont montré qu'après trois bifurcations, le régime devenait presque systématiquement chaotique (Newhouse et al. 1978). En conséquence, tout système non linéaire ayant un minimum de trois degrés de liberté couplés se présente comme candidat pour l'apparition du chaos. Celle ci peut de plus être favorisée par l'existence d'orbites homoclines ou hétéroclines dans les systèmes à plus de trois dimensions.

En pratique, la transition vers le chaos suit différents "scénarios" parmi lesquels on peut citer : la "route" par la quasipériodicité (Ruelle et Takens 1971), le scénario de Feigenbaum (Feigenbaum 1978), et le

scénario de transition vers le chaos par l'intermittence (Manneville et Pomeau 1979). Ces scénarios sont **universels**, indépendants dans une large part de la nature du système envisagé, ce qui a ouvert ces dernières années un domaine de recherche assez vaste, ayant pour but l'observation du chaos dans les systèmes non linéaires, son identification par la route qui y mène, sa caractérisation, puis l'attribution de son origine aux différents mécanismes non linéaires.

Parmi ces systèmes, les lasers ont été largement étudiés, du fait des différents avantages qu'ils présentent à savoir, ce sont des systèmes à nombre relativement faible de degrés de liberté, et à faible niveau du bruit. Relativement accessibles à l'expérience, ils offrent aussi la possibilité d'une observation en temps réel de différents comportements non linéaires. D'autre part, il était connu depuis la réalisation des premiers lasers que ceux ci présentaient des comportements instables, tels que les oscillations à courte échelle de temps variant typiquement de la microseconde à la nanoseconde.

Les lasers ont été classés de point de vue de la dynamique en trois familles (Arecchi et Harisson 1987) :

Les lasers classe A, pour lesquels les taux de relaxation de l'inversion de population ($\gamma_{//}$), et de la polarisation (γ_{\perp}) dépassent largement la constante de perte de photons laser (κ). Dans cette catégorie figurent les lasers à colorants et les lasers fonctionnant à pression atmosphérique....

Les lasers classe B, tels que $\gamma_{\perp} \gg \gamma_{//}, \kappa$. Dans cette famille on distingue les lasers à semi-conducteurs, les lasers à Rubis, les lasers Nd-Yag, les lasers CO₂ ...

Les lasers classe C, sont caractérisés par des constantes de relaxation du même ordre de grandeur que la constante κ . Cette

famille contient les lasers He-Ne (3,39 μ), Ar⁺, He-Xe (3,51 μ), les lasers IRL...

Notre étude porte sur les lasers CO₂, excités par décharge électrique continue. Ces lasers, comme mentionné ci dessus sont de classe B. Dans un modèle à deux niveaux, leur évolution est décrite par deux variables, l'inversion de population et l'intensité du laser car la polarisation est éliminée adiabatiquement. L'observation du chaos dans les lasers CO₂ a été réalisée en augmentant d'au moins une unité le nombre de degrés de liberté du système, ce que l'on peut réaliser en modulant les pertes ou la fréquence de résonance de la cavité (Arecchi et al 1982, Midavaine et al 1985, Hennequin 1986).

La première partie de ce travail est consacrée à l'étude des instabilités et à la mise en évidence du chaos dans la décharge électrique, source de pompage du laser. Ces instabilités peuvent entraîner la modulation de l'intensité du laser dans les conditions habituelles de fonctionnement. L'échelle de temps des oscillations associé permet de distinguer nettement ce type d'instabilité et celles d'origine optique.

La seconde partie est consacrée à l'étude expérimentale des instabilités qui apparaissent dans l'intensité du laser en présence d'un absorbant saturable (L.S.A), et aboutit notamment à la mise en évidence du chaos dans ce type de lasers.

La troisième partie est consacrée à une description théorique des différents comportements dans le L.S.A, en se basant sur un modèle assez simple. Les résultats des simulations numériques issues de ce dernier sont ensuite comparés à l'expérience.

PARTIE I :
CHAOS GALVANIQUE

1.1 INTRODUCTION

Les plasmas de décharge électrique présentent un champ d'étude intéressant dans la dynamique des systèmes non linéaires, à cause du grand nombre de modes entretenus dans ces plasmas et de l'étendue de l'échelle des temps caractéristiques des phénomènes qui y apparaissent. On s'intéresse dans cette étude aux décharges moléculaires du type de celles des lasers CO₂ continus à basse pression. Ce travail est plus particulièrement consacré à la mise en évidence des instabilités basses fréquences et à l'observation du chaos dans les décharges de ces lasers.

Les plasmas de la colonne positive de la décharge CO₂ peuvent présenter plusieurs types d'instabilités, et les temps caractéristiques correspondants peuvent couvrir un domaine de temps assez large variant de 10⁻² à 10⁻¹⁰ s (Haas 1973). Ceci permet de classer les instabilités en groupes de temps caractéristiques proches, les groupes dont les temps caractéristiques sont très différents étant découplés entre eux. En ce qui concerne les instabilités de la colonne positive à basse pression, on distingue les modes d'ionisation (striations : 10⁻⁷-10⁻⁵.s) et les modes thermiques (constrictions : 10⁻⁵-10⁻² s).

Les instabilités de décharge observées dans nos lasers possèdent des propriétés similaires aux striations dans les décharges de gaz rares en régime d'écoulement statique (Barabeu et Popescu 1968) et à celles observées dans les décharges moléculaires CO₂ en écoulement rapide (Nighan 1973). Le dispositif expérimental est présenté dans le paragraphe deux; dans le troisième paragraphe, on rapporte les résultats expérimentaux sur le comportement de la décharge et notamment l'observation du chaos. Le quatrième paragraphe est consacré à la discussion des processus qui peuvent être à la base des instabilités observées dans nos expériences.

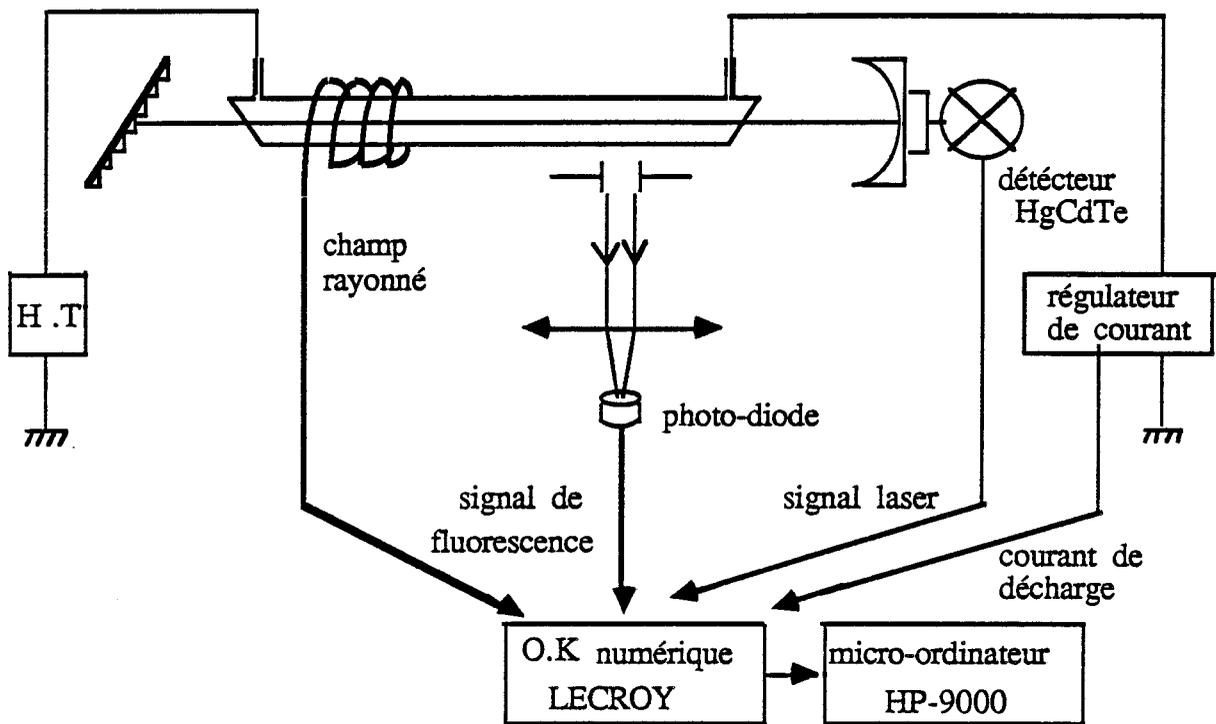


Figure 1-a): Dispositif experimental

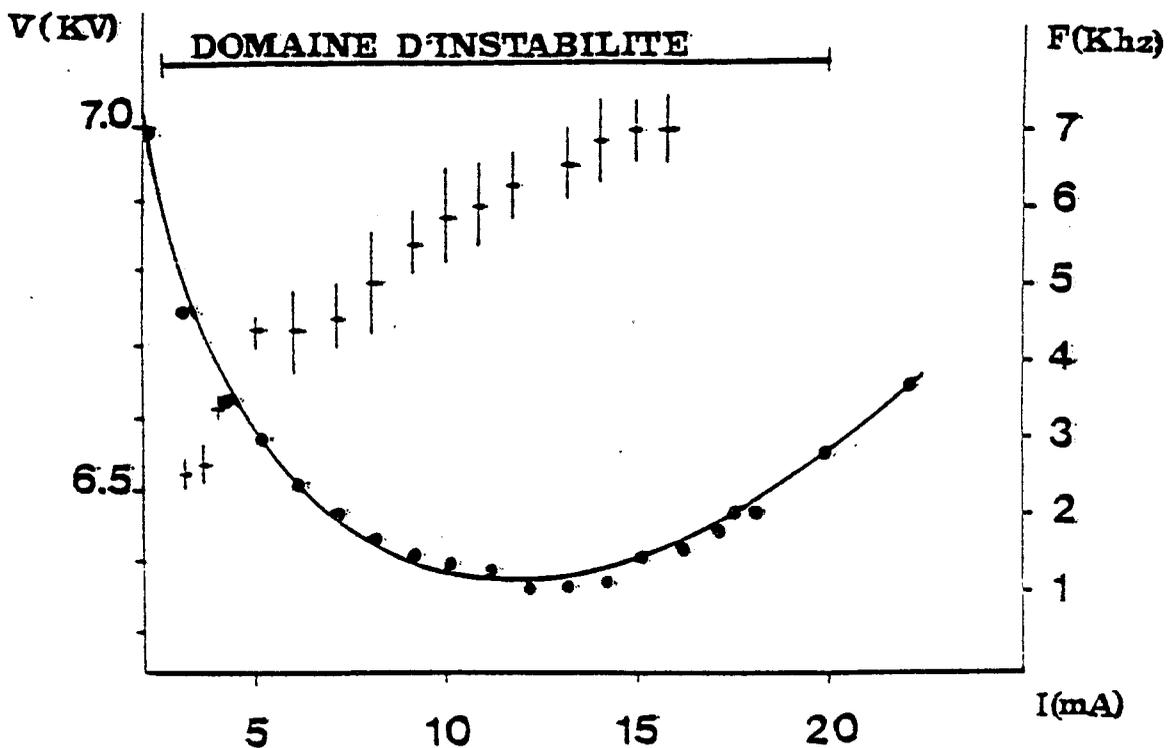


Figure 1-b): La courbe en points représente la caractéristique tension-courant de la décharge étudiée. La courbe en + représente l'évolution de la fréquence des oscillations (régime T) de la décharge en fonction du courant.

1.2. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

Le montage expérimental utilisé est classique pour les décharges des lasers à fonctionnement continu (fig. 1-a). Le tube à décharge, refroidi par une circulation d'eau à 290° K, a une longueur de 1,3 m et un diamètre de 12 mm. Il est fermé à chaque extrémité par des fenêtres en ZnSe. Un écoulement gazeux composé de CO₂, N₂, He y est assuré par une pompe primaire de débit 25 m³/h. La durée de résidence du gaz dans le tube est supérieure à 70 ms. La pression totale des gaz est contrôlée par un manomètre placé en amont du tube. Elle peut varier ici dans la zone allant de 5 à 20 Torr. Le circuit électrique de décharge est composé d'une alimentation haute tension reliée à l'anode par l'intermédiaire de deux résistances de ballast de 45 K Ω placées en série.

La cathode est reliée à un régulateur de courant, d'impédance dynamique variant de 25 à 75 M Ω pour un courant de décharge compris entre 5 et 40 mA. La fréquence de coupure à - 3 dB du régulateur de courant atteint 70 KHz. La caractéristique de la décharge est représentée dans la figure 1-b, pour une pression totale de gaz de 8,5 Torr avec un mélange gazeux contenant 20 % de N₂, 44 % de He et 36 % de CO₂. La stabilité électrique du circuit de l'alimentation de la décharge dans la zone négative de la caractéristique tension-courant (fig. 1-b) est assurée grâce à la forte impédance dynamique du régulateur de courant, nettement supérieure à celle de la décharge. Le tube de décharge est monté dans une cavité laser Fabry-Perot de longueur 3 m, limitée d'un côté par un réseau utilisé dans les conditions de Littrow, et de l'autre par un miroir concave en ZnSe à 90 % de pouvoir réflecteur. Ce dernier est monté sur une céramique piézo-électrique dont le déplacement

permet d'accorder la longueur de la cavité optique et donc la fréquence d'émission laser.

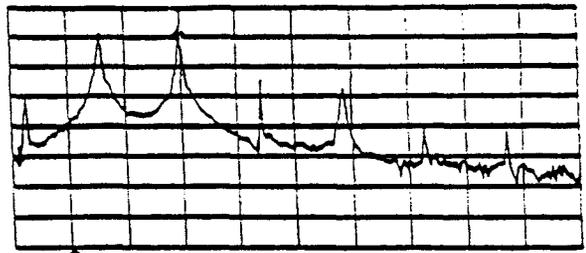
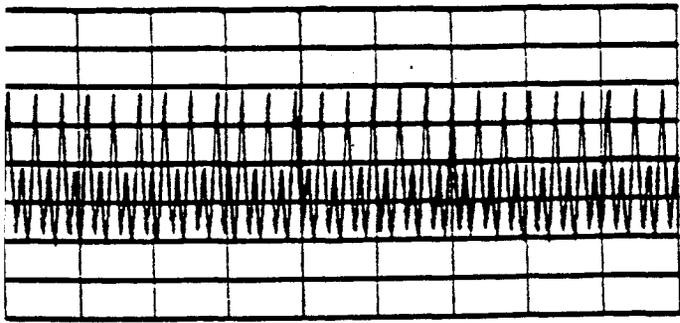
L'évolution dynamique de la colonne positive de la décharge peut être surveillée par plusieurs grandeurs:

- le courant de décharge I_d , qui est observé en mesurant la différence de potentiels aux bornes d'une faible résistance (100 Ω) incluse dans le circuit de décharge.
- l'intensité émise par le laser I_l , surveillée par un détecteur photovoltaïque rapide (HgCdTe).
- le champ électrique E_e au voisinage du tube de décharge observé par l'intermédiaire d'une antenne placée à l'extérieur du tube entre l'anode et la cathode.
- l'intensité de la lumière fluorescente I_f observée par l'intermédiaire d'un photo-détecteur sensible dans la zone 0,5-1 μm après focalisation de la lumière émise par une portion du tube (~ 1 cm).

Les signaux : I_d , I_f , E_e , I_l après détection sont envoyés à un oscilloscope numérique Lecroy (DC-125 MHz) couplé à un micro-ordinateur (HP9000) pour traitement ultérieur, si nécessaire. Les grandeurs associées au signaux I_f et E_e permettent une observation de la dynamique locale en différents points le long de la décharge, alors que les grandeurs I_d, I_l donnent des informations globales de l'état de la décharge et résultent donc d'une intégration du comportement local le long du tube.

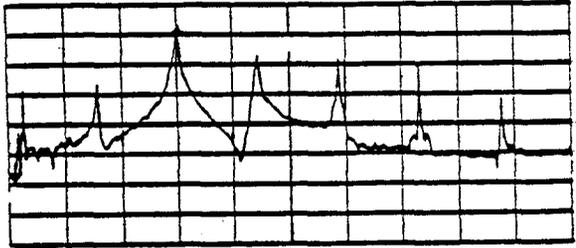
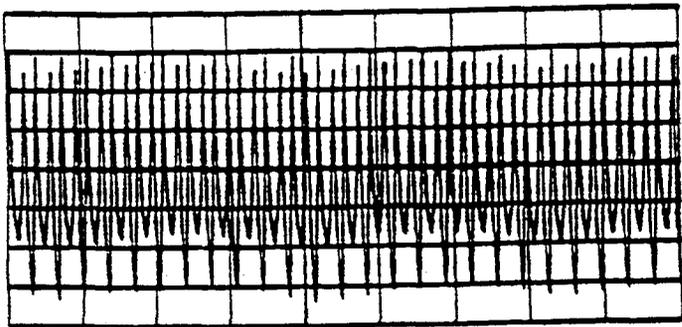
Différents paramètres de l'expérience peuvent être utilisés pour contrôler la dynamique de la décharge moléculaire. Pour des raisons de commodité, nous avons essentiellement utilisé la pression de CO_2 et le courant de décharge I_d . Ce dernier sert plus de paramètre de contrôle que de sonde de la dynamique de la

a



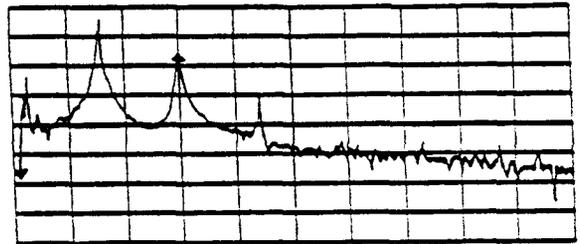
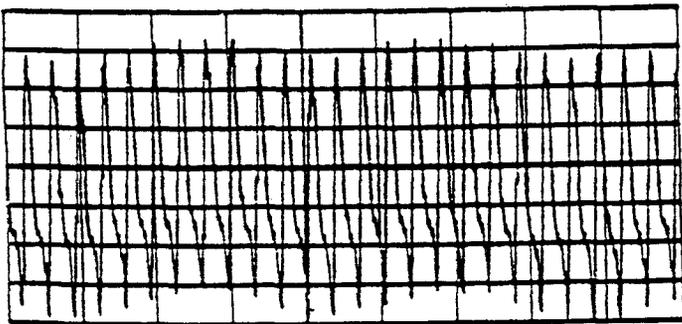
Δf 5.72 kHz

b



Δf 5.80 kHz

c



Δf 5.76 kHz

Figure 2): Représentation des différents signaux utilisés comme sondes (a: signal de fluorescence, b: champ rayonné par la décharge, c: signal laser) des oscillations temporelles (régime 2T, échelle de temps: 1ms par division) de la décharge avec les spectres de puissance correspondants.

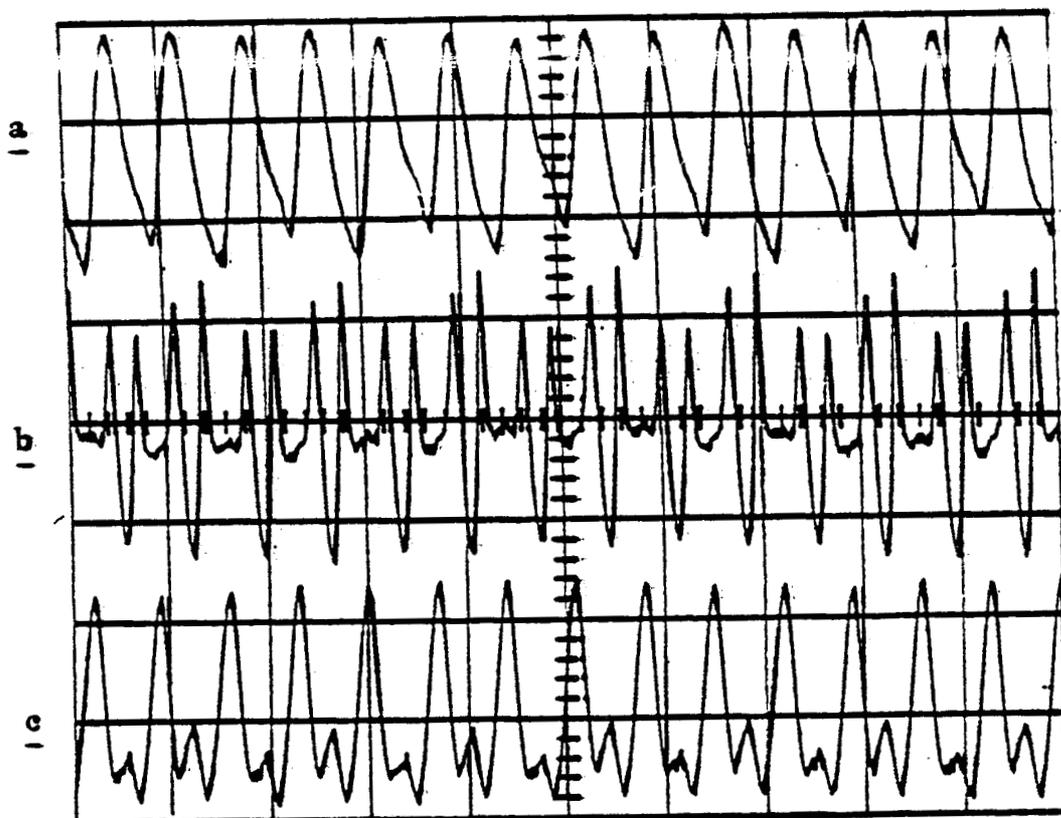


Figure 3): Autre exemple (régime 4T) d'illustration de la concordance temporelle entre les oscillations observées sur les signaux : laser (a), de fluorescence (b), et le champ rayonné par la décharge (c). Echelle de temps de 500 μ s par division.

décharge, ceci est dû au fort taux de régulation dans le circuit qui compense toute oscillation temporelle du courant.

1.3. OBSERVATIONS EXPÉRIMENTALES

Les décharges lasers CO_2 présentent un comportement dynamique varié, selon la valeur prise par les paramètres de contrôle ici la pression du gaz CO_2 , et le courant de décharge I_d : si par exemple, on suit la dynamique de la décharge en partant d'une situation où la décharge est stable, celle-ci se met brusquement à osciller et cette oscillation est visible à des degrés différents sur les diverses grandeurs I_l , I_f , E_e , I_d mentionnées précédemment (voir 1.2.). L'oscillation du courant I_d a une amplitude relative de l'ordre de 10^{-4} , le courant I_d sera considéré pratiquement constant, et sa valeur moyenne servira plutôt de paramètre de contrôle comme signalé précédemment. L'oscillation relative des potentiels appliqués aux électrodes est de l'ordre de 1 % à la cathode et de 0,6 % à l'anode. L'oscillation de la décharge engendre un champ électrique intense dont l'amplitude est de l'ordre de 50 V/cm au voisinage du tube laser. L'oscillation de la décharge est aussi facilement visible sur la lumière de fluorescence.

Les signaux I_f , E_e , I_l ont des formes différentes mais un comportement dynamique identique, c'est à dire que si l'une des quantités présente une modulation, les autres signaux seront eux aussi modulés aux mêmes fréquences fig(2-3). Comme mentionné en 1.2, les signaux E_e et I_f traduisent la dynamique en un point de la décharge et contiennent donc une information spatiale sur la phase de l'oscillation de la décharge en divers endroits du tube laser. La variation globale de la phase entre les extrémités du tube est de 2π . Cette variation ne possède pas de symétrie par rapport au plan perpendiculaire à l'axe de la décharge et passant par le milieu du

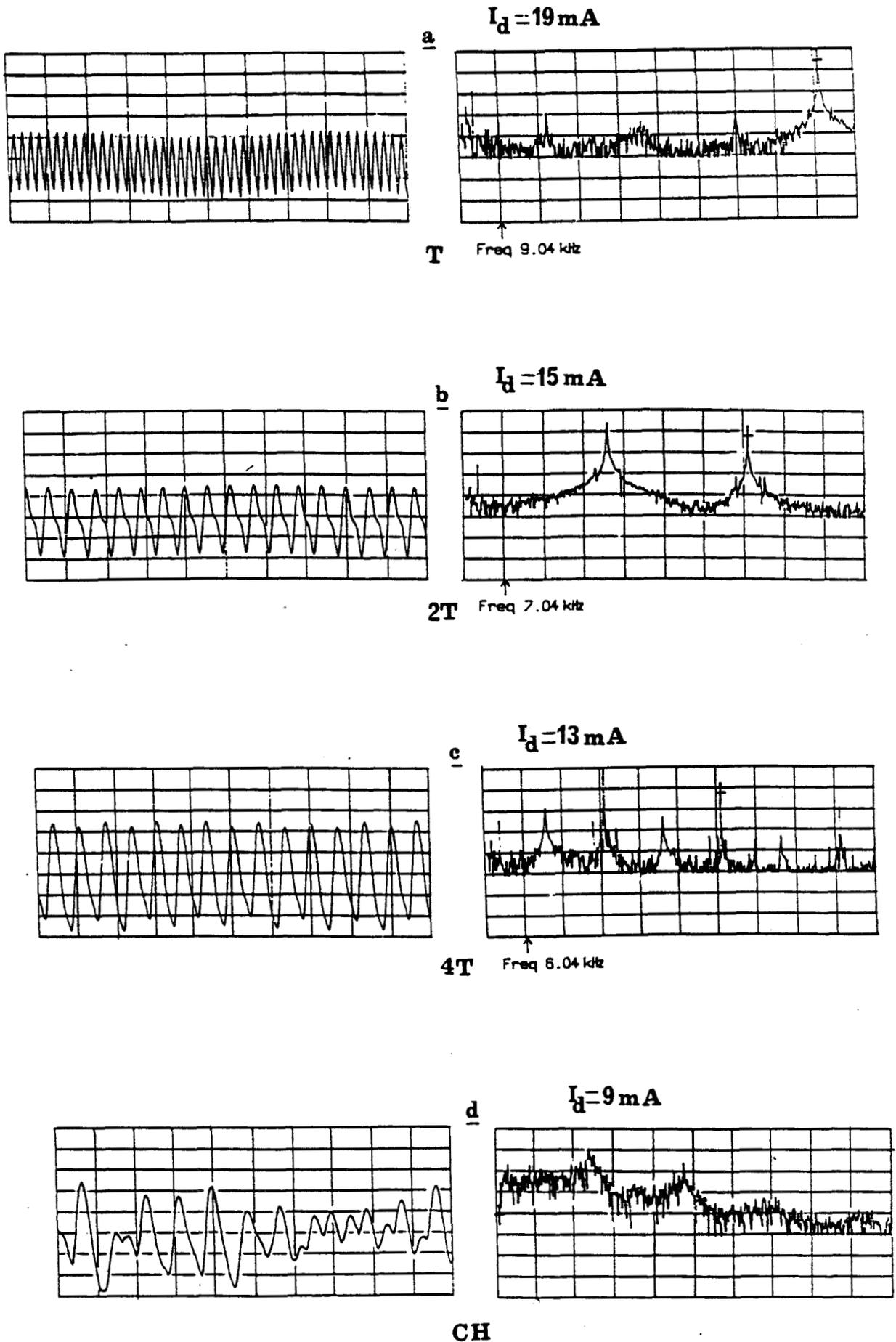


Figure 4): Séquence de dédoublement de période observée sur le signal laser (échelle de temps; 500 μs par division) et spectre de puissance associé (fig: a-d). Celle ci est obtenue par variation du courant de la décharge de 19 mA (signal T) à 9 mA (signal chaotique). Echelle de fréquence de 1Khz par division.

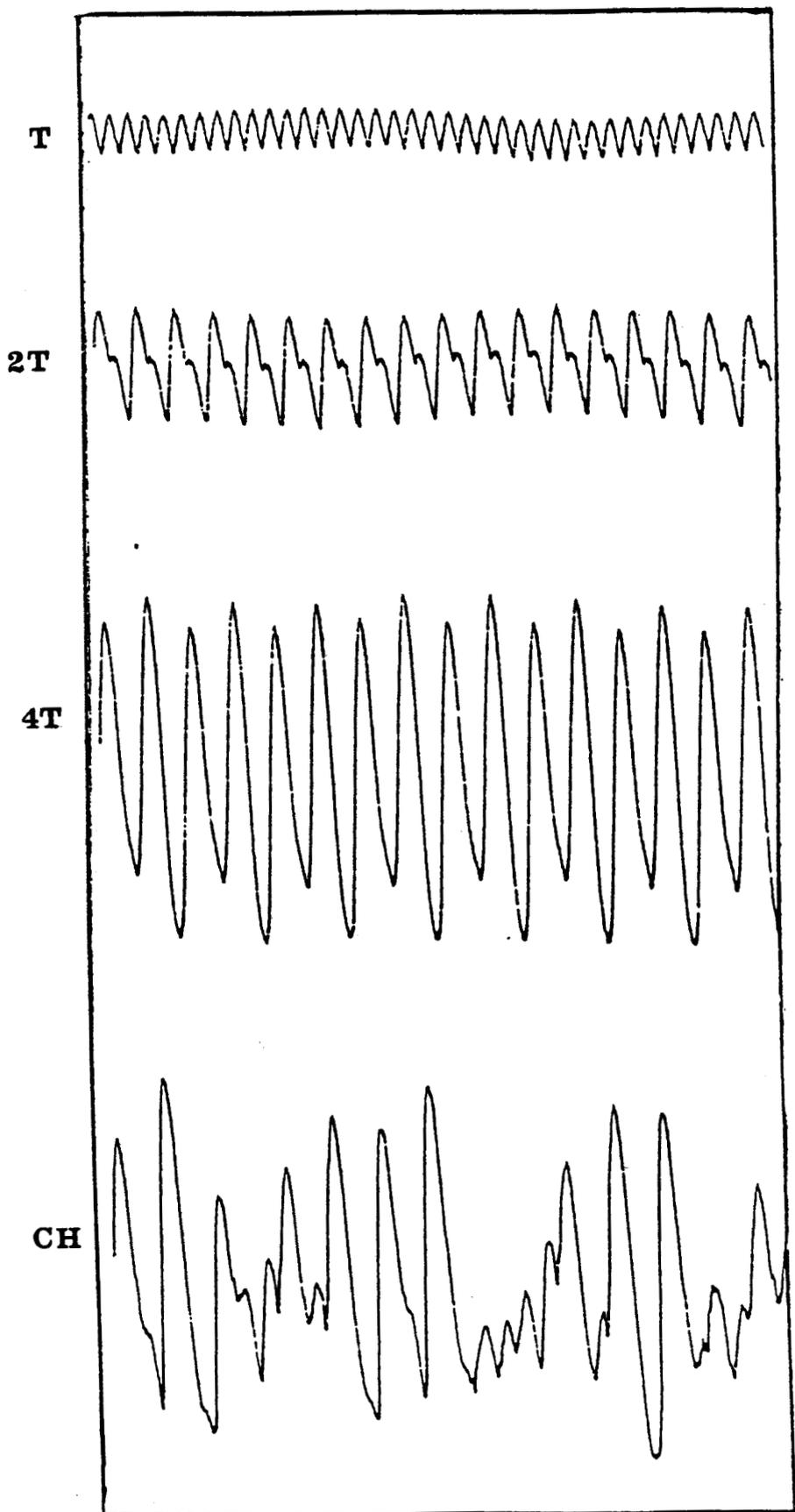


Figure 5) Représentation d'une séquence de dédoublement de période similaire à celle indiquée dans la figure précédente. Celle-ci a été observée par variation de la pression partielle de CO_2 pour un courant de 10 mA.

tube. Ceci explique l'apparition d'une oscillation de la lumière laser dans les conditions où la décharge est instable.

La fréquence des oscillations est reportée à la figure 1-b. Cette fréquence augmente avec le courant et varie de 2 à 7 KHz. Dans les conditions habituelles du travail, la pression totale des gaz étant limitée à 16 Torr, la décharge est toujours stable si le courant est supérieur à 20 mA.

L'évolution de la dynamique de la décharge en fonction du courant qui la traverse est illustrée à la figure 4. Cette évolution est ici observée sur le signal laser pour une pression totale de gaz de 9 Torr avec un pourcentage de mélange de: 43 % He, 17 % N₂, 40 % CO₂. Dans ces conditions, la décharge est stable tant que le courant électrique I_d est supérieur à 20 mA. Pour $I_d = 19$ mA, la décharge oscille de façon sinusoïdale à la période $T = 110 \mu s$ (fig. 4). La période du signal double pour $I_d = 15$ mA, et celui ci est de période $4T$ pour $I_d = 13$ mA. L'attribution des oscillations aux périodes $2T$ et $4T$ est confirmée par l'analyse spectrale du signal qui montre de plus qu'à un courant inférieur à 10 mA, l'oscillation de la décharge est erratique et son spectre devient large. Ce scénario correspond au cas classique de la transition vers le chaos par cascade de dédoublements de période (Feigenbaum 1978). La cascade sous-harmonique observée s'arrête à la période $4T$, et on n'a pas observé d'oscillation de période $8T$, ni évidemment de période $2^n T$ d'ordre supérieur. Il est en effet bien connu qu'à cause de leur faible zone d'existence et du bruit qui, dans une décharge, est notable, les régimes d'ordre élevé sont en général inobservables (Crutchfield et al. 1981, 1982, Fraser et al. 1983, Napiorkowski 1985, Hennequin 1986).

De la même façon, on a observé la séquence de dédoublement de période et la transition vers le chaos en fonction de

la pression partielle de CO_2 . On fait varier celle-ci en maintenant constantes les pressions des autres gaz du mélange, la pression totale varie donc dans le même sens que la pression de CO_2 . L'observation rapportée à la figure 5 est faite sur le signal laser pour une pression totale des gaz de l'ordre de 8 Torr et un courant électrique de 10 mA. Pour des pressions partielles de CO_2 faibles c'est-à-dire inférieures à 2 Torr correspondant à des pressions totales inférieures à 7,5 Torr, la décharge est stable, et à une pression totale de 7,6 Torr, la décharge commence à osciller périodiquement $T = 160 \mu\text{s}$ en fonction du temps (fig. 5)

Pour une augmentation de la pression totale, la période des oscillations augmente, $T = 168 \mu\text{s}$ pour des pressions juste inférieures à 7,7 torr. A cette pression, le signal observé subit une transition brutale vers un signal de période $2T$. De même pour une pression de 7.8 Torr, ce dernier donne lieu à un signal de période $4T$, qui à son tour cède place à un signal chaotique. On observe donc une cascade de doublement de période semblable à celle obtenue par variation du courant I_d (fig. 5).

En fin de cascade de dédoublement de période en fonction de la pression partielle de CO_2 et pour un courant plus important ($I_d = 15 \text{ mA}$), on observe même la coexistence du régime chaotique et d'un régime périodique pour une même valeur des paramètres de contrôle: la décharge se trouve dans l'un ou l'autre état dynamique suivant son histoire antérieure. ce comportement est illustré à la figure 6. Une légère augmentation de la pression du gaz CO_2 , induit une transition brutale de l'état chaotique vers une oscillation à grande amplitude de période $T' = 580 \mu\text{s}$ (fig. 6). En diminuant la pression du CO_2 , l'amplitude de cette oscillation diminue et tend vers zéro, la décharge bascule brutalement vers le signal $2T$,

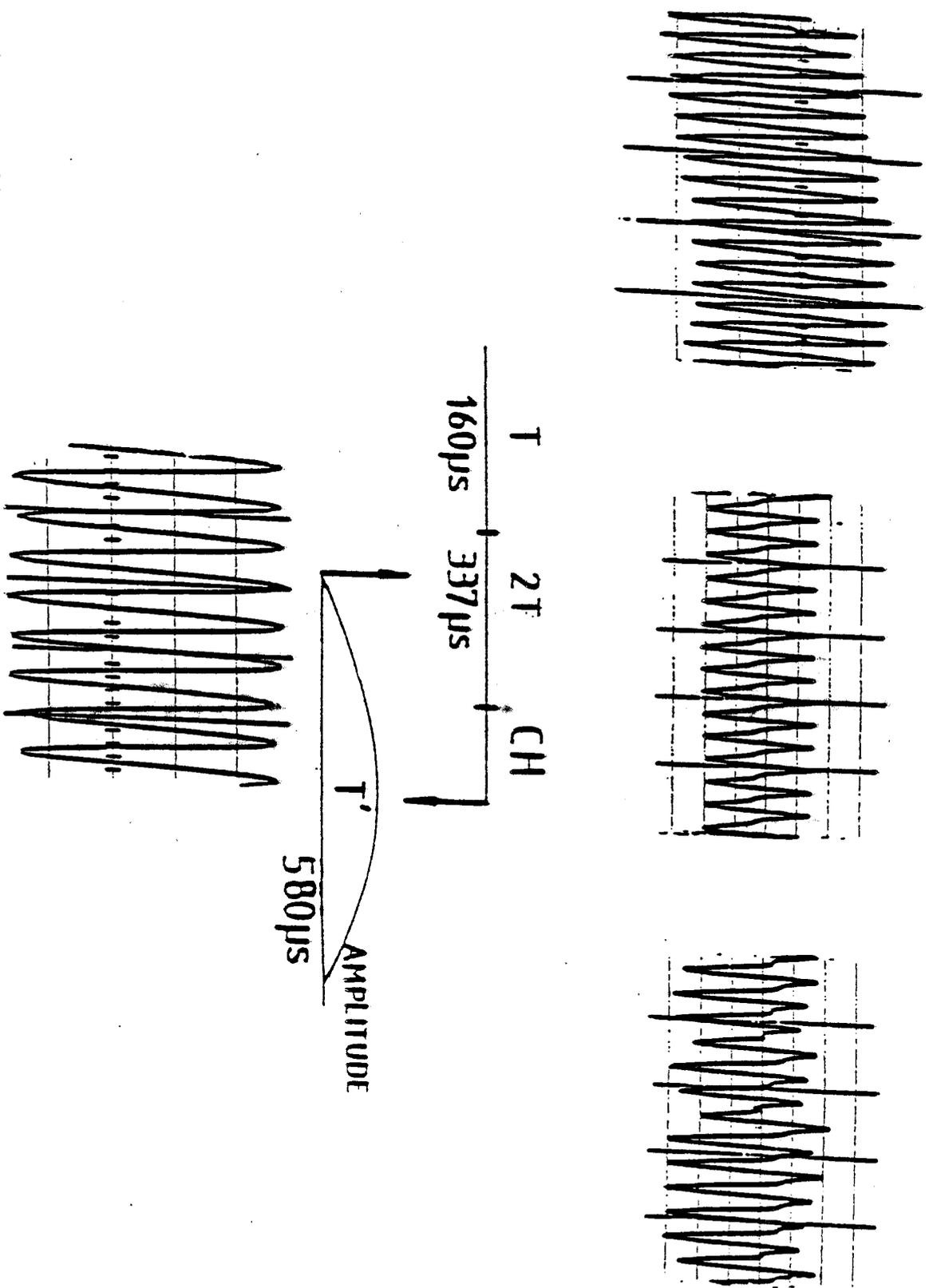


Figure 6): Schéma représentant un scénario de bistabilité "généralisée". Comme dans la figure précédente, celui ci est obtenu par variation de la pression des gaz dans la décharge, et est observé sur le signal laser. Les axes horizontaux représentent l'évolution de la pression partielle de CO_2 dans la décharge. Signalons que la zone 4T n'a pas été représentée et que les valeurs indiquée sur le schéma donnent des ordres de grandeurs des périodes.

correspondant à l'oscillation initialement observée. La "bistabilité" observée le long de cette séquence fait entrer en jeu deux régimes dynamiques de nature différente: un régime périodique lent, dont la période d'oscillation T' est supérieure à trois fois la période T , et un régime chaotique de la fin à la cascade. Ce type de comportement est appelé "bistabilité généralisée" par analogie à la bistabilité classique qui se manifeste par la coexistence pour des même valeurs des paramètres de contrôle de deux régimes stables stationnaires (constants). Le cycle de bistabilité n'est observable expérimentalement que si la pression partielle du CO_2 sert de paramètre de contrôle, et ne se manifeste pas si l'on fait varier le courant de de décharge ou la pression d'hélium par exemple. Notons que la variation de la pression du gaz CO_2 dans tout l'intervalle exploré dans cette expérience est faible, de l'ordre de 1 Torr.

La bistabilité généralisée ou plus généralement la "multistabilité généralisée" (système à plusieurs états) a déjà été observée dans le cas des instabilités optiques dans les lasers CO_2 à paramètres modulés (Arecchi et al. 1982, Hennequin 1986).

Les divers comportements de la décharge ont été observés sur les différentes grandeurs citées précédemment. Ceci montre l'invariance de la dynamique de la décharge entre son comportement local en un point du tube, et son comportement global observé sur le signal laser: Mis à part des déphasages, on ne note pas de variation qualitative de signaux d'instabilité lorsque l'on surveille différents points de la décharge.

L'intensité laser joue en général le rôle de sonde pour la dynamique de la décharge. Comme cela a été vu ci dessus, celle-ci réagit d'une manière quasi-linéaire aux diverses oscillations de la décharge tant que le laser émet loin du seuil. Au contraire dans le cas

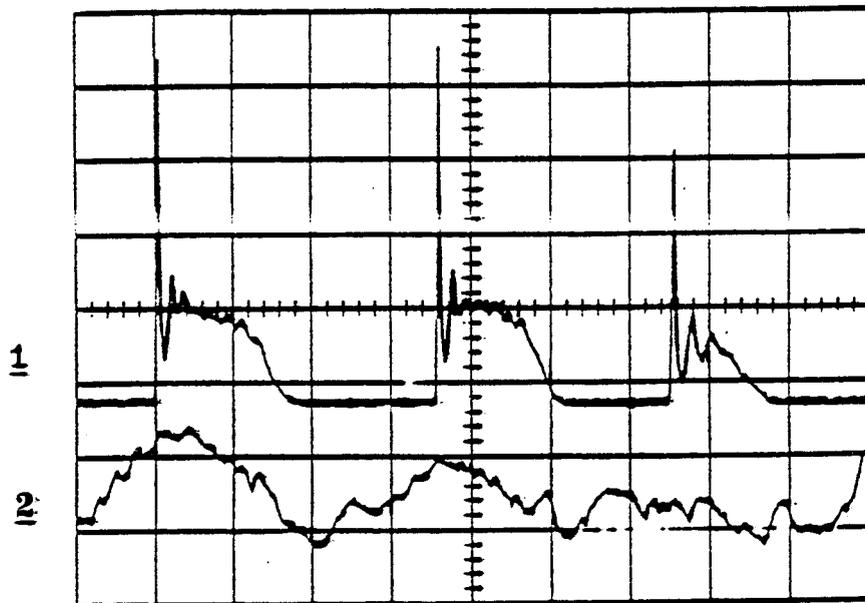


Figure 7-a): Signal laser (1) montrant des instabilités galvanique-optique pour un laser émettant proche du seuil. (2) Signal rayonné par la décharge. Echelle de temps: 200 μ s par division.

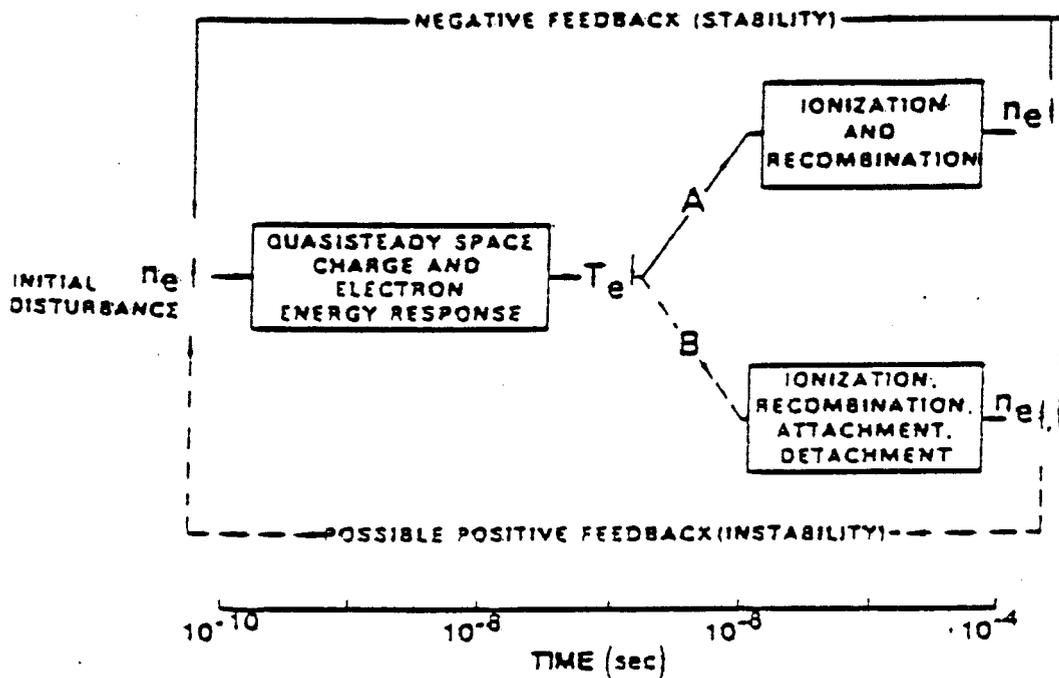


Figure 7-b): Diagramme illustrant les différentes réponses à une fluctuation de la densité électronique (n_e) dans le cas des décharges où les processus d'ionisation et de recombinaison dominent ceux de production et de pertes d'électrons.(A), et quand les processus d'attachement et de de détachement d'électron sont importants.(B).(Nighan et Wiegand 1974b).

où celui-ci se rapproche des conditions du seuil, il apparaît une modulation assez complexe dans le signal laser, qui reflète un couplage entre la dynamique de la décharge et celle du laser. Dans les conditions de la figure 7-a (pression totale 11 Torr, courant $I_d = 15,5$ mA), le laser fonctionne près du seuil et la décharge oscille d'une manière chaotique. On observe une modulation à 100 % du signal laser, l'intensité laser s'annule pendant des temps irréguliers, et lors de son rétablissement, on voit apparaître une oscillation optique rapidement amortie, la fréquence des oscillations de relaxation est de l'ordre de 50 KHz, fréquence typique du couplage entre le champ laser et l'inversion de population dans les lasers CO₂ (Hennequin 1986).

1.4 PROPRIÉTÉS DES DÉCHARGES LASERS CO₂

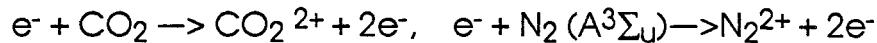
1.4.1. Processus de base dans les décharges lasers CO₂

Dans les décharges électriques des lasers CO₂, la dissociation par impact électronique, des molécules CO₂ et N₂ conduit à la formation d'un plasma constitué d'un mélange d'espèces chimiques chargées et neutres ainsi que d'atomes C, O et N (Niles 1970 ; Rapp et Englander-Gloden 1965 ; Winters 1966 ; Rapp et Brigila 1965 ; Wiegand et Nighan 1973).

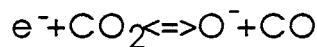
Un modèle décrivant en volume les processus chimiques qui ont lieu dans un plasma de décharge laser CO₂ faiblement ionisé a été développé par Wiegand (Wiegand 1972), pour décrire l'évolution temporelle des espèces chimiques présentes dans la colonne positive du plasma. Cette étude se rapportait au cas d'une décharge refroidie par écoulement convectif et supposait que le temps de résidence du gaz dans la décharge est inférieur à 10⁻² s. Le modèle a été établi pour la gamme de pression de 10 à 100 Torr et considère approximativement trois cents réactions chimiques différentes. Il permet de suivre l'évolution d' environ quarante espèces chimiques

présentes dans la colonne positive du plasma, et a permis d'établir que les principaux processus qui contribuent à la cinétique chimique dans les lasers CO₂, sont: (Wiegand, Nighan 1973):

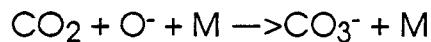
□ l'ionisation et la dissociation des molécules CO₂ par impact électronique:



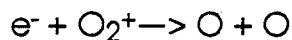
□ la formation (respectivement la destruction) d'ions négatifs O⁻ par le processus d'attachement dissociatif d'un e⁻ (respectivement de O⁻) à une molécule CO₂ (respectivement (CO)



□ la formation d'autres ions négatifs (CO₃⁻, par exemple), par réaction de type agrégats à trois corps:



□ la recombinaison dissociative de ions positifs:



□ la réaction d'annihilation de paires ions négatifs-ions positifs.

Grâce à ce modèle, on a pu montrer que dans les conditions de décharges laser à gaz moléculaires, la concentration des ions négatifs devient importante et peut même dans certaines conditions dépasser la concentration des électrons dans certaines conditions de décharge (Wiegand et Nighan 1973).

1.4.2. Instabilité de décharge électrique laser CO₂

Par leur nature de systèmes hors équilibre, les plasmas de décharge électrique moléculaires, tels que ceux rencontrés dans les lasers CO₂ (avec des paramètres variant dans la gamme: 10-100 Torr, pour la pression totale des gaz, 0.5-2 eV pour la température électronique, 300-600°K pour la température de translation, 10³-510³, pour la température de vibration et des taux d'ionisation considérés inférieurs à 10⁻⁶), peuvent être l'objet de plusieurs sortes

d'instabilités (Nighan et Wiegand 1973, Haas 1973). Pour caractériser ces différents types d'instabilités, Haas (Haas 1971) a effectué une analyse de stabilité linéaire autour d'un état stationnaire du plasma dans les hypothèses citées ci-dessus, et dans les approximations suivantes: ondes planes, décomposition chimique négligeable des éléments de base de la décharge et états stationnaires à caractère spatiale uniforme. Son analyse a permis d'établir une relation de dispersion des ondes dans le plasma, dont les solutions constituent les modes normaux. La stabilité de l'état stationnaire en question dépend donc de celle des modes excités par les fluctuations de la décharge (Haas 1973, Nighan et Wiegand 1973).

L'identification des différents modes normaux est un problème difficile car elle revient à résoudre une équation polynomiale de degré élevé. Cependant le fait que les temps caractéristiques des différents processus intervenant dans la dynamique de la décharge, s'étendent sur un large domaine variant typiquement de 10^{-10} à 10^{-2} s, (pour des longueurs d'onde de l'ordre de 1 cm) apporte une simplification au problème. La relation de dispersion peut alors être subdivisée en un ensemble de relations quasiment indépendantes; chacune d'elles étant associée à un groupe de processus évoluant à des échelles de temps voisines, caractérisant un mode ou un type de mode du plasma (Haas 1973, Nighan et Wiegand 1973).

Dans les plasmas de décharge électriques laser CO_2 , étudiés par Nighan et al (Nighan et Wiegand 1974 a et b), ces échelles de temps sont réparties de la manière suivante:

◇ les temps correspondant à la relaxation de la charge d'espace:

10^{-11} - 10^{-9} s

- ◇ les temps de réponse de l'énergie électronique sont de l'ordre de 10^{-9} - 10^{-8} s.
- ◇ les temps correspondant aux variations des densité électronique et des ions négatifs sont dans la zone: 10^{-7} - 10^{-5} s.
- ◇ les temps caractérisant la réponse des espèces neutres (densités, températures, température vibrationnelle des molécules) sont plus lents et varient de 10^{-5} à 10^{-2} s.

La limite supérieure des temps d'évolution du plasma est fixée par le temps d'écoulement du gaz dans la décharge.

En général, les instabilités basses fréquences qui se développent le plus facilement dans les décharges électriques des lasers moléculaires à basse pression sont celles associées aux modes d'ionisation c'est à dire liés à la cinétique des ions négatifs et des électrons dans le plasma. Plus précisément, à cette échelle de temps le plasma est quasi-neutre, et la densité d'énergie des électrons est quasi-stationnaire: les variables associées à ces modes évoluent très rapidement par rapport à celles liées aux modes d'ionisation et s'ajustent donc instantanément aux fluctuations de ces dernières. Par ailleurs on peut alors considérer que les variables attachées à l'évolution des espèces neutres sont gelées. Les modes d'ionisation sont décrits par les équations de la cinétique des ions négatifs et des électrons, ainsi que par les équations de Maxwell. Les instabilités d'ionisation apparaissent sous forme de striations mobiles qui se propagent le long de la colonne positive de la décharge (Haas 1973, Wiegand 1973). Les instabilités associées aux modes thermiques se développent aussi facilement dans ces plasmas. Ces modes sont caractérisés par l'évolution des molécules neutres, et des températures de translation et de vibration qui leur sont associées : le plasma associé est quasi-stationnaire du point de vue de la

dynamique des électrons et des ions négatifs. Les instabilités thermiques se manifestent sous forme de constriction de la colonne positive de la décharge (Haas 1973, Nighan et Wiegand 1973).

L'analyse des équations liées aux modes d'ionisation et aux modes thermique aboutie à une relation d'où découlent les deux propriétés suivantes: (Haas 1973, Nighan et Wiegand 1973)

- ◊ L'amplitude relative des perturbations de chacune des variables température électronique et densité électronique d'une part, et celle des densités de gaz d'autre part sont de signes opposés
- ◊ Les amplitudes relatives de perturbation de ces variables sont liées par une relation spatiale anisotrope, qui montre que dans la direction du courant électrique, le couplage température électronique et densité électronique est maximal. Dans la direction perpendiculaire, le couplage température électronique et densité du gaz l'emporte.

Ces résultats sont importants, car ils permettent d'établir un critère d'instabilité relatif aux deux modes qui sera utilisé dans les paragraphes qui suivent, et d'en déduire la direction de propagation dans le cas instable. En effet, sachant que le couplage entre température électronique et densité électronique est maximal dans la direction du courant, les striations se propagent donc dans la même direction, alors que les constriction se propagent dans la direction perpendiculaire c'est à dire celle où le couplage entre température électronique et densité de gaz est maximal.

1.4.3. Striation et constriction

1.4.3.1. Striations

Les instabilités observées dans ce travail (1.3) ont beaucoup de propriétés communes avec les striations mobiles, dont nous rappelons ici les principales propriétés. Dans les décharges

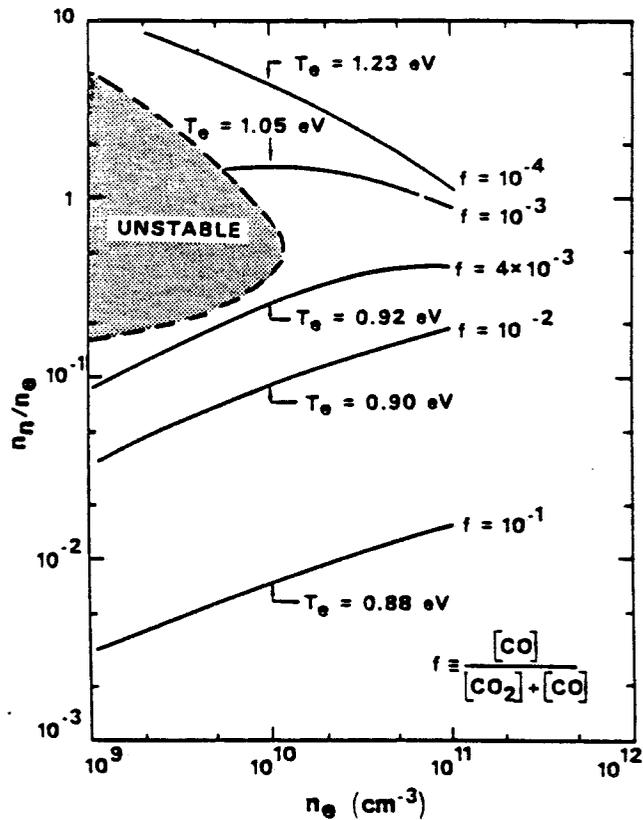


Figure 8-a): Représentation de la frontière de la zone instable (striations) de la décharge CO₂ en fonction des différents paramètres (T_e : température électronique, n_e : densité d'électrons, n_n : densité d'ions négatifs, f : fraction de CO dans le mélange). Celle-ci a été obtenue à partir des simulations numériques de Nighan et Wiegand pour un laser à pression totale de 20 Torr.

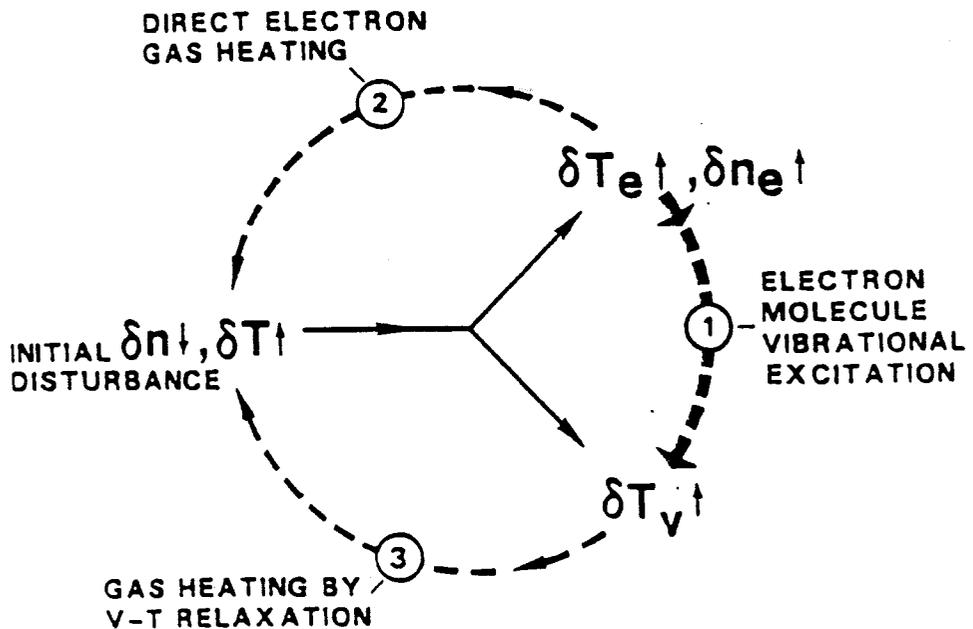


figure 8-b): Illustration des différentes réponses à une perturbation initiale de la densité de gaz dans la décharge (par les lignes continues sont représentés les couplages directs entre les fluctuations de la densité et la température du gaz et ceux des états vibrationnelles et électroniques. les lignes en pointillés représentent les éventuelles processus de réaction (Nighan et Wiegand 1974a).

moléculaires, Haas (Haas 1973) a montré que des modes de striation pourraient osciller si les conditions suivantes étaient réalisées simultanément: (Nighan et al. 1973, Nighan et Wiegand 1974 b)

- ◇ le coefficient d'attachement électron-molécule varie rapidement en fonction de la température électronique.
- ◇ les pertes d'électrons par attachement électron-molécule dominent leur production par ionisation.
- ◇ la densité d'ions négatifs dans le plasma est comparable à celle des électrons.

Dans ces conditions, toute fluctuation d'une variable du plasma se trouve alors amplifiée par réaction positive sur les fluctuations initiales (fig. 7-b), c'est la condition classique d'instabilité d'un état d'équilibre. Si par exemple une perturbation entraîne une augmentation de la température électronique, la densité électronique aussitôt baisse (plasma dominé par le processus d'attachement), ceci induit une augmentation supplémentaire de la température électronique, car la densité et la température électronique varient en sens inverse (voir 1.4.2.).

Dans les décharges lasers CO_2 , les conditions citées préalablement sont vraisemblablement réalisables, car le coefficient d'attachement électron-molécule CO_2 varie rapidement en fonction de la température électronique (Wiegand et Nighan 1973), et si le processus de détachement des électrons à partir des ions négatifs est faible (les molécules CO n'ont pas le temps de s'accumuler en quantité notable dans les décharges), en variant le courant, on passe d'un état de plasma stratifié à faible courant à un état de décharge stable si le courant dépasse une valeur limite (fig. 8-a).

Les striations mobiles ont été d'abord observées dans les décharges scellées de gaz rares à basse pression (~ 15 Torr) (Barareu

et Popescu 1968). Ces décharges deviennent stratifiées à faible courant (10 mA) et l'on observe des oscillations de tension de décharge d'environ 5 % à des fréquences variant de 2 à 10 KHz, les striations se propagent dans la direction du courant avec des vitesses de groupes variant de 30 à $3 \cdot 10^4$ m/s. Plus tard, les striations mobiles ont également été observées dans les décharges lasers CO_2 par Nighan (Nighan et Wiegand 1973), pour des pressions de gaz variant de 10 à 50 Torr, c'est-à-dire dans une zone qui couvre la gamme utilisée dans nos expériences et dans la plupart des lasers continus CO_2 . La fréquence d'oscillation de ces modes est de l'ordre de 5 KHz pour un mélange $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{-He}$ (5 %, 35 %, 60 %) à une pression totale 20 Torr, c'est à dire du même ordre que celle observée ici.

1.4.3.2. Constrictions

Ces instabilités apparaissent à une échelle de temps plus lente que celle des striations et peuvent se manifester dans une décharge quand la densité de courant atteint une valeur critique, l'état du plasma devient alors très sensible aux fluctuations de la température électronique: une augmentation locale de la température du gaz provoque alors une diminution de la densité du gaz (la pression des gaz est supposée constante). Celle-ci entraîne une augmentation de la densité électronique locale (voir 1.4.2.), qui par collision élastique ou inélastique, suivie de relaxation V-T produit une élévation supplémentaire de la température locale du départ s'il n'y a pas d'effet de dissipation (diffusion), ou si celui-ci est négligeable (fig. 8-b) (Nighan et Wiegand 1974 a).

Les constrictions ont été observées dans les décharges lasers CO_2 dans un large domaine de pression variant de 20 à 200 Torr (Nighan 1973). Pour un plasma de pression 20 Torr, la fréquence des

oscillations de ces modes est de l'ordre de 1 KHz avec un seuil de densité d'énergie de $0,5 \text{ w/cm}^3$ (Nighan et Wiegand 1974a).

1.4.3.3. Interprétation des instabilités observées

Les instabilités observées dans notre expérience ont des fréquences d'oscillation comparables à celles observées dans les striations et les constrictions. Le déphasage des oscillations le long de la décharge permet d'estimer leur vitesse de propagation qui est de l'ordre de 9.10^3 m/s . On peut donc raisonnablement les attribuer à des striations. Ceci est confirmé par le fait que la valeur du courant limite ainsi que le domaine de pression sont du même ordre que le cas des striations. Les conditions d'opération de la décharge utilisée dans ce travail sont en fait peu différentes des conditions expérimentales de Nighan (Nighan et Wiegand 1973). La vitesse d'écoulement de gaz dans notre cas est de 3 à 5 fois inférieure à celle des décharges réalisées par Nighan, il conviendrait par conséquent de considérer l'effet de la dissociation des molécules introduites dans la décharge qui n'est pas pris en compte dans ces études. Le deuxième point de différence réside dans le mécanisme de refroidissement de la décharge. Dans le cas de Nighan, les effets de transport sont négligeables et la décharge est refroidie par écoulement convectif, alors que dans le notre, il faudrait éventuellement tenir compte de la diffusion qui a de plus un effet stabilisant pour les constrictions. Toutefois, compte tenu du grand nombre de caractères communs entre les instabilités observées ici et les striations mobiles rapportées par Nighan, on peut raisonnablement interpréter ces phénomènes présentés dans ce chapitre comme dûs aux mécanismes responsables des striations mobiles.

1.5. CHAOS ET STOCHASTICITE INTRINSEQUES DANS LES DECHARGES

Certains modes de striations dans le plasma de décharge apparaissent quand on essaie d'engendrer de fortes inversions de population dans les lasers correspondants , en particulier ceux à He-Ne, He-Cd, He-Se et He-Zn, où suivant les conditions de fonctionnement, la décharge passe d'un état stable à un état oscillant avec un mode de striation (Critescu et al. 1986). Ces modes instables deviennent de plus en plus nombreux, si l'on s'écarte davantage de la zone stable, l'interaction non linéaire entre les variables dynamiques conduit la décharge à osciller d'une manière stochastique, c'est-à-dire que le spectre des variables servant à surveiller l'état dynamique de la décharge devient continu. Ces oscillations sont évidemment une source principale du bruit indésirable dans les lasers à décharge (Wallard et Woods 1974, Suzutei et Teiri 1977, Tseng et al 1983, Melekhin et al. 1985). et il est intéressant d'en connaître l'évolution.

De tels effets sont aussi intéressants lorsqu'on les aborde du point de vue de la dynamique des systèmes non linéaires par exemple, lorsque l'on étudie les processus de passage d'un état stable à un état chaotique. Plus généralement, le chaos à faible dimensionnalité dans les décharges électriques a été discuté dans des études théoriques par (Adams et al. 1979, Wersinger et al. 1980) alors que les observations expérimentales du chaos sous l'effet des contraintes externes sont toutes récentes. Les premières observations ont été faites sur les plasmas d'état solide (Held et al. 1984 et Martin et al. 1984). Le chaos dans les plasmas de décharges électriques capillaires d'He, N₂ ou d'air a aussi été observé postérieurement à ce travail par (Braun et al. 1987) qui ont montré que la décharge transite en général vers le chaos par cascade de dédoublement de période. Ils ont aussi observé que pour une décharge scellée de He et à courant

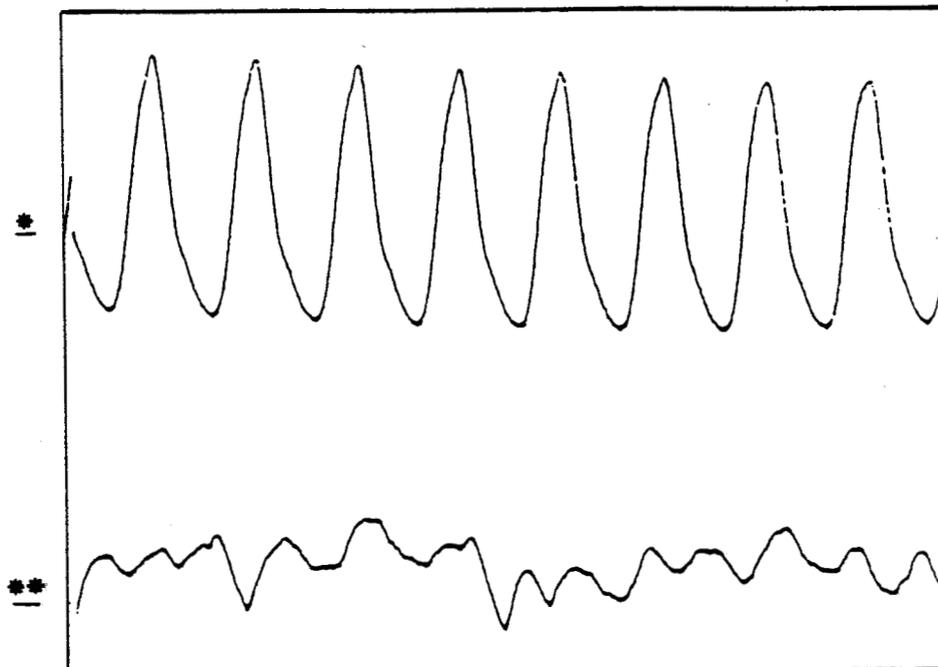


Figure 9-a): Stabilisation des oscillations de la décharge laser CO₂ en régime T par adjonction d'une fraction de CO au mélange actif:

-(*) Signal laser oscillant.

-(**) Signal laser après adjonction de 14% de CO.au mélange des gaz du milieu laser.

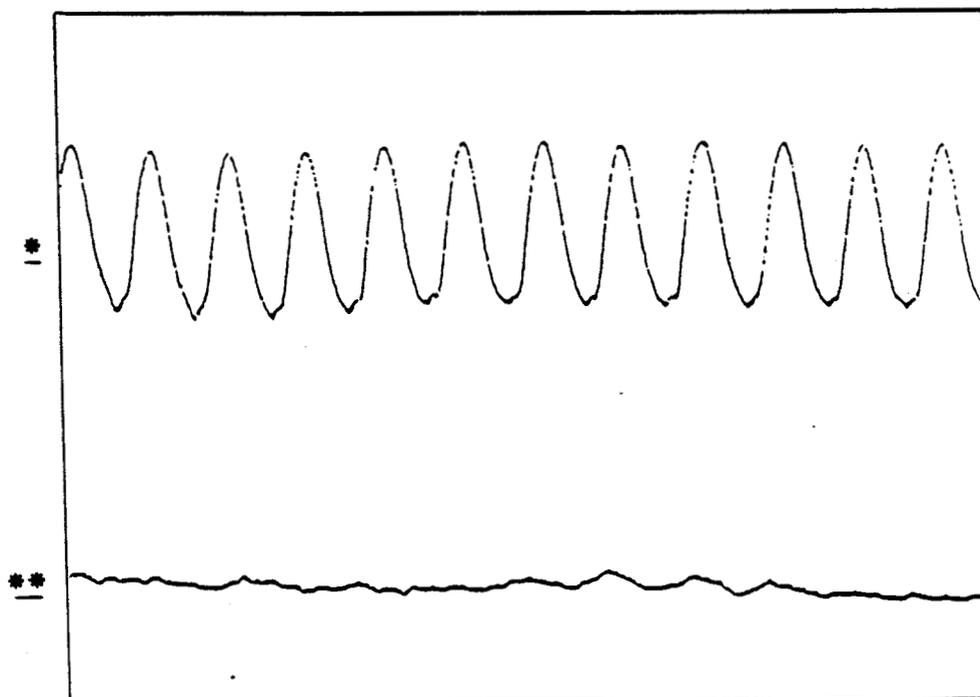


Figure 9-b): Stabilisation des oscillations de la décharge laser N₂O en régime T (d'une manière analogue que pour les lasers CO₂):

-(*) Signal laser oscillant.

-(**) Signal laser après adjonction de 10% de CO.au mélange des gaz du milieu laser.

légèrement plus élevé que celui utilisé dans nos expériences ($I_d \sim 35$ mA), la transition vers le chaos s'effectue par une cascade de dédoublements de période incomplète, interrompue par une multiplication de la période par un entier impair. Ce comportement est analogue à celui qui a été observé par Libchaber et al. (Libchaber et al. 1983, Arneodo et al. 1983, Thompson et Stewart 1984) en hydrodynamique. Des comportements analogues ont d'ailleurs été observés pour des itérations à deux dimensions (comme le système de Hénon...).

1.6. CONCLUSION

Comme on vient de le voir, les décharges des lasers CO_2 présentent une dynamique assez riche. La variation de certains paramètres de la décharge fait passer celle-ci de l'état stable, où toutes les variables sont stationnaires et constantes à un état instable, où celles-ci deviennent oscillantes d'une manière périodique. Ce comportement périodique perd sa stabilité interne à la suite d'une variation supplémentaire du paramètre de contrôle et perd ensuite toute régularité en fonction du temps. La décharge devient chaotique en suivant le scénario de Feigenbaum (Feigenbaum 1978). Cette transition vers le chaos attribue donc aux instabilités de la décharge qui sont qualifiées parfois de "bruit de décharge", un caractère déterministe indiscutable. Ce caractère erratique de la décharge ne peut donc être réduit, même si on diminue les fluctuations inévitables des paramètres de contrôle de la décharge. La présence de la bistabilité généralisée montre que la décharge peut parfois osciller pour les mêmes paramètres, sur deux régimes différents périodiques ou chaotiques. Selon la valeur finale du paramètre de contrôle et la façon dont cette valeur est atteinte, l'un ou l'autre des deux régimes est dominant: il y a un effet d'hystérésis sur les instabilités de la décharge.

La même dynamique a été retrouvée dans des décharges des lasers N_2O , avec le même domaine de fréquence d'oscillation et le même sens d'évolution des diverses oscillations en fonction des paramètres de contrôle. Dans les décharges des lasers N_2O , comme dans les décharges des lasers CO_2 , on a pu stabiliser l'oscillation périodique de départ, en ajoutant du gaz CO au mélange actif (fig. 9), ceci est en parfait accord avec les travaux de Nighan qui ont montré que le gaz CO , par son important effet détacheur des électrons aux ions négatifs limite les instabilités d'ionisation (striations).

Ces instabilités ont été observées à différents degrés sur les diverses variables de la décharge. Le rayonnement laser sert de sonde à la dynamique de la décharge tant que le laser fonctionne loin du seuil d'émission, ceci est dû à la faiblesse du couplage opto-galvanique. Toutefois, près du seuil le signal laser montre deux évolutions à deux échelles de temps différentes: d'une part un blocage erratique de l'émission qui intervient sur un temps long (~ 1 ms), et d'autre part des oscillations optiques rapides ($\sim 20 \mu s$) qui apparaissent à l'établissement de l'émission.

Dans cette partie, on s'est intéressé uniquement aux instabilités temporelles de la décharge du laser, on a vu que le comportement dynamique de cette décharge est en bon accord avec les résultats théoriques de Haas (Haas 1973) ainsi qu'avec les expériences et le modèle de Nighan obtenus avec des conditions expérimentales (vitesse d'écoulement de gaz, volume de décharge) qui ne sont pas exactement les mêmes que les nôtres. La modélisation de la décharge laser dans le cas étudié ici à la lumière du travail de Nighan nécessiterait pour être plus précise, la prise en compte supplémentaire de la diffusion et éventuellement d'autres effets

comme la dissociation des molécules et l'accumulation du gaz CO qui résultent du faible débit d'écoulement du gaz.

L'analyse de stabilité linéaire de la décharge est donc complexe, car pour tenir compte des couplages spatio-temporels, on est amené à traiter un ensemble d'équations aux dérivées partielles au lieu des équations différentielles ordinaires utilisées par Nighan.

PARTIE 2 :
CHAOS DANS LE L.S.A.

2.1 INTRODUCTION

Le laser avec absorbant saturable, c'est-à-dire avec absorbant se saturant plus rapidement que le milieu amplificateur, est un excellent prototype pour l'étude des systèmes dynamiques en optique. Celui-ci présente en effet différents comportements instables mettant en jeu soit les régimes stationnaires où l'intensité émise est nulle (noté OFF) et où elle est constante (noté par la suite Cw), soit des régimes périodiques. Les comportements où l'intensité émise est modulée seront notés P.Q.S. (Passive Q-Switching). On y observe notamment:

- la bistabilité optique, c'est à dire la coexistence dans les mêmes conditions du fonctionnement du laser de deux régimes stationnaires stables.
- des régimes périodiques où l'intensité laser présente différentes formes, il s'agit notamment de:
 - ◇ une modulation sinusoïdale
 - ◇ une modulation pulsée
 - ◇ de modulations définies par une superposition d'une impulsion à grande amplitude et d'une sur-oscillation à faibles amplitudes divergentes.
 - ◇ et même d'autres modulations à forme complexe sans régularité temporelle.
- la bistabilité entre régimes stables et pulsés, on a ainsi observé de la bistabilité entre les régimes PQS et OFF, PQS et Cw, et même entre différents types de PQS.

Le travail rapporté ici est en premier lieu consacré à la mise en évidence expérimentale de ces divers comportements. L'expérience est menée sur un laser CO₂ avec CH₃I comme absorbant saturable. On procède habituellement par balayage lent

(adiabatique) d'un paramètre de contrôle du laser, et on regarde la réponse du système pour diverses valeurs des autres paramètres. Ceci nous a permis d'établir une carte résumant les comportements dynamiques du L.S.A. Dans un plan rapporté aux valeurs de deux paramètres du laser une zone de dynamique assez riche dans la réponse du laser a été dégagée à partir de cette "carte des dynamiques". Dans cette zone, on observe une variété importante de signaux PQS. Pour essayer d'interpréter et comprendre l'évolution de ces signaux en fonction des paramètres de contrôle, on a fait appel dans un deuxième temps aux outils propres à la dynamique des systèmes non linéaires tels que le tracé de la section de Poincaré et les diagrammes de premier retour, ainsi qu'à quelques résultats bien connus dans cette discipline, comme les scénarios de transitions vers le chaos de Feigenbaum et celui à la Shil'nikov.

2.2. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

2.2.1. Le L.S.A.

Le laser utilisé dans ces expériences est le même que celui qui a servi pour les études de bistabilité optique par Arimondo et al. 1983. Nous en rappelons ci-dessous ses principales caractéristiques, la cavité optique (fig. 1-a) ayant déjà été décrite dans la première partie.

La pression totale des gaz du milieu amplificateur utilisé est de l'ordre de 12 Torr avec la composition relative de 50 % He, 8 % CO₂, 42 % N₂. On utilise l'émission laser à 10,7 μm , correspondant à la raie P₃₂ de la molécule CO₂. Aux pressions de travail, cette raie possède à la fois un élargissement Doppler de 50 MHz, et un élargissement collisionnel estimé à 17 MHz d'après la formule empirique de Jacobs 1974. Le profil de la raie est donc de type VOIGT.

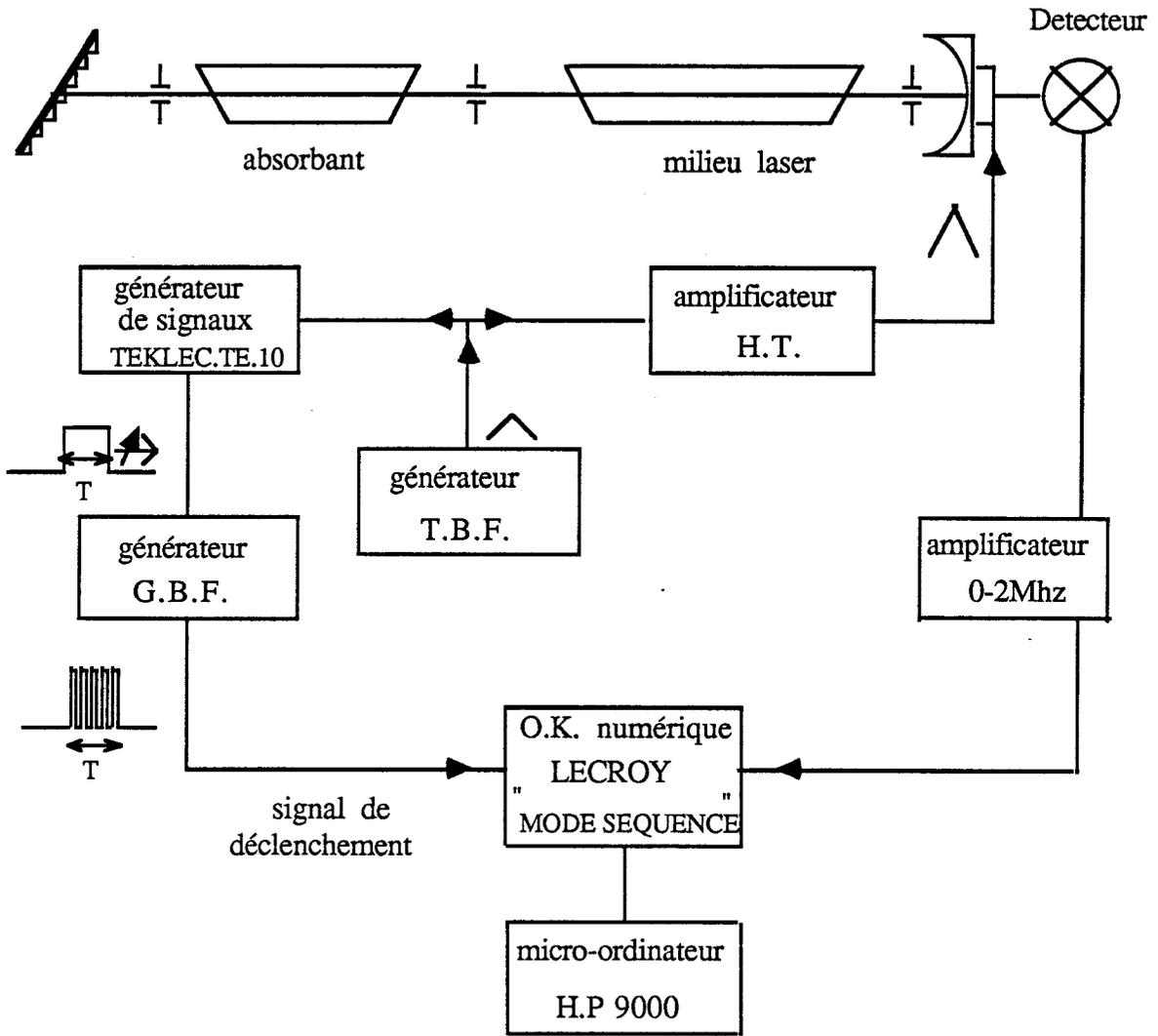


Figure 1-a): Dispositif expérimental

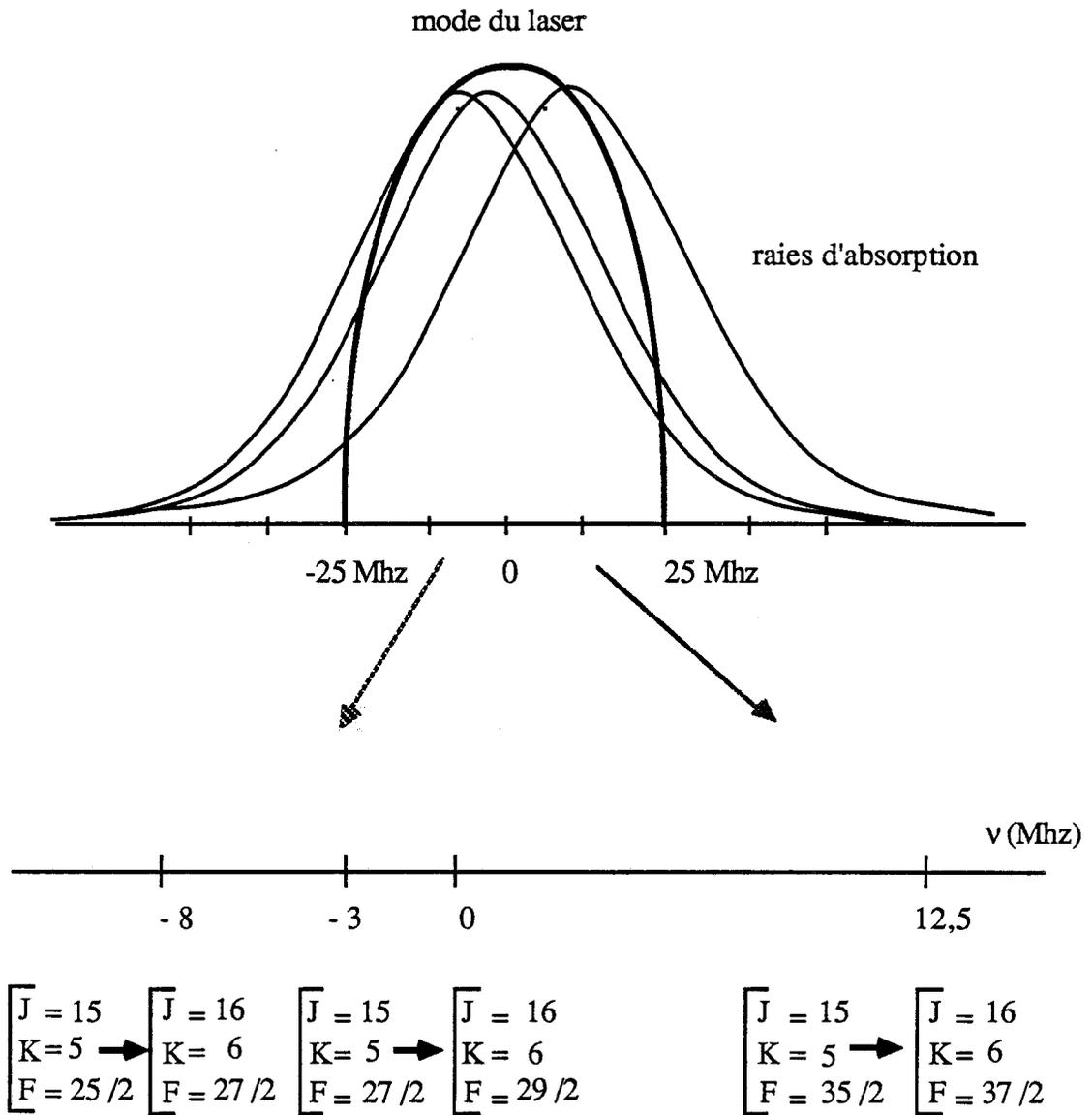


Figure 1-b): Répartition des raies principales d'absorption de CH_3I contenues dans le mode du laser CO_2 à $10,7\mu$

Le gaz absorbant est introduit dans la cellule d'absorption par l'intermédiaire d'une vanne microfuite réglable qui permet de contrôler la pression du gaz au mT près. Cette pression est mesurée par une jauge à capacité (Datamatrix-1173) et se situe dans la gamme 1-100 mT. Un faible écoulement de gaz est assuré par une pompe primaire. Dans la zone d'opération habituelle, le gradient de pression entre les deux extrémités de la cellule ne dépasse pas 10 % en valeur relative. On peut ainsi éviter les fluctuations de la pression pendant le temps d'observation.

Le signal laser excite au moins trois composantes hyperfines principales ($\Delta J = \Delta K = \Delta F = +1$) de la raie R(15,5) dans la bande $\nu_6 \leftarrow 0$ de CH_3I (Arimondo et Glorieux 1979). Ces trois composantes sont distantes de quelques mégahertz et sont réparties de façon asymétrique dans le profil du gain laser, qu'on notera dans la suite mode du laser (fig. 1-b). L'élargissement des raies de l'absorbant, aux pressions utilisées ici est essentiellement Doppler, car l'élargissement collisionnel est de l'ordre de 20 KHz mT^{-1} soit au maximum 2 MHz dans la gamme de pression utilisée ($\leq 100 \text{ mTorr}$) (Arimondo et al. 1983). L'élargissement Doppler (50 MHz) associé à chacune des composantes hyperfines couvre le domaine spectral contenant les deux autres composantes (fig. 1-b). Le laser excite donc simultanément différentes classes de vitesses pour les différentes raies liées à la structure hyperfine de la raie R(15,5) de CH_3I . En conséquence, il est impossible de déterminer de façon unique le désaccord entre la fréquence d'émission laser et celle de l'absorbant saturable CH_3I .

Pour étudier la dynamique du L.S.A., il est utile de disposer de plusieurs paramètres de contrôle et dans le laser utilisé on peut régler le courant de décharge, la pression de l'absorbant \bar{p} , et le désaccord δ

entre la fréquence centrale du mode du laser et la fréquence de la cavité du laser. La variation de δ est effectuée d'une manière continue en balayant la longueur de la cavité par action sur une céramique piezoélectrique. En négligeant la nonlinéarité de la céramique (notice Burleigh PZ-80), et les effets de tirage de fréquence ("frequency pushing" et "pulling"), la correspondance entre δ et la tension de commande de la céramique est linéaire. Les tensions de commande utilisées sont triangulaires, et permettent le balayage linéaire du mode laser (voir 3.1.2). Ceci permet donc de relier le paramètre δ et la durée du balayage Δt du mode. Connaissant l'intervalle de temps pendant lequel une forme particulière du signal est observée, on peut évaluer la largeur en fréquence $\Delta\delta$ domaine d'existence de ce dernier, les autres paramètres étant bien entendu maintenus fixes. En procédant ainsi pour différentes valeurs de la pression d'absorbant \bar{p} , on pourra tracer un diagramme de phase qui donnera une représentation des différentes dynamiques du laser dans le plan (δ, \bar{p}) .

2.2..2. Le dispositif d'acquisition des signaux

L'acquisition des signaux laser se fait en plusieurs étapes, dont on précisera le déroulement ci-dessous.

Le signal de sortie laser est recueilli par un détecteur infrarouge rapide (HgCdTe), amplifié par un amplificateur large bande (DC-2MHz), puis envoyé sur une voie de l'oscilloscope numérique LECROY (32.000 points, 8 bits). Le désaccord δ entre la fréquence centrale du laser et la fréquence de la cavité est un paramètre critique pour la dynamique du L.S.A. Pour s'affranchir de l'influence de ses fluctuations, on lui applique un balayage lent (adiabatique) à des fréquences de l'ordre du Hertz. Ce balayage comme a été signalé précédemment, est assuré par une tension S_1 délivré par un amplificateur HT alimenté par un signal triangulaire

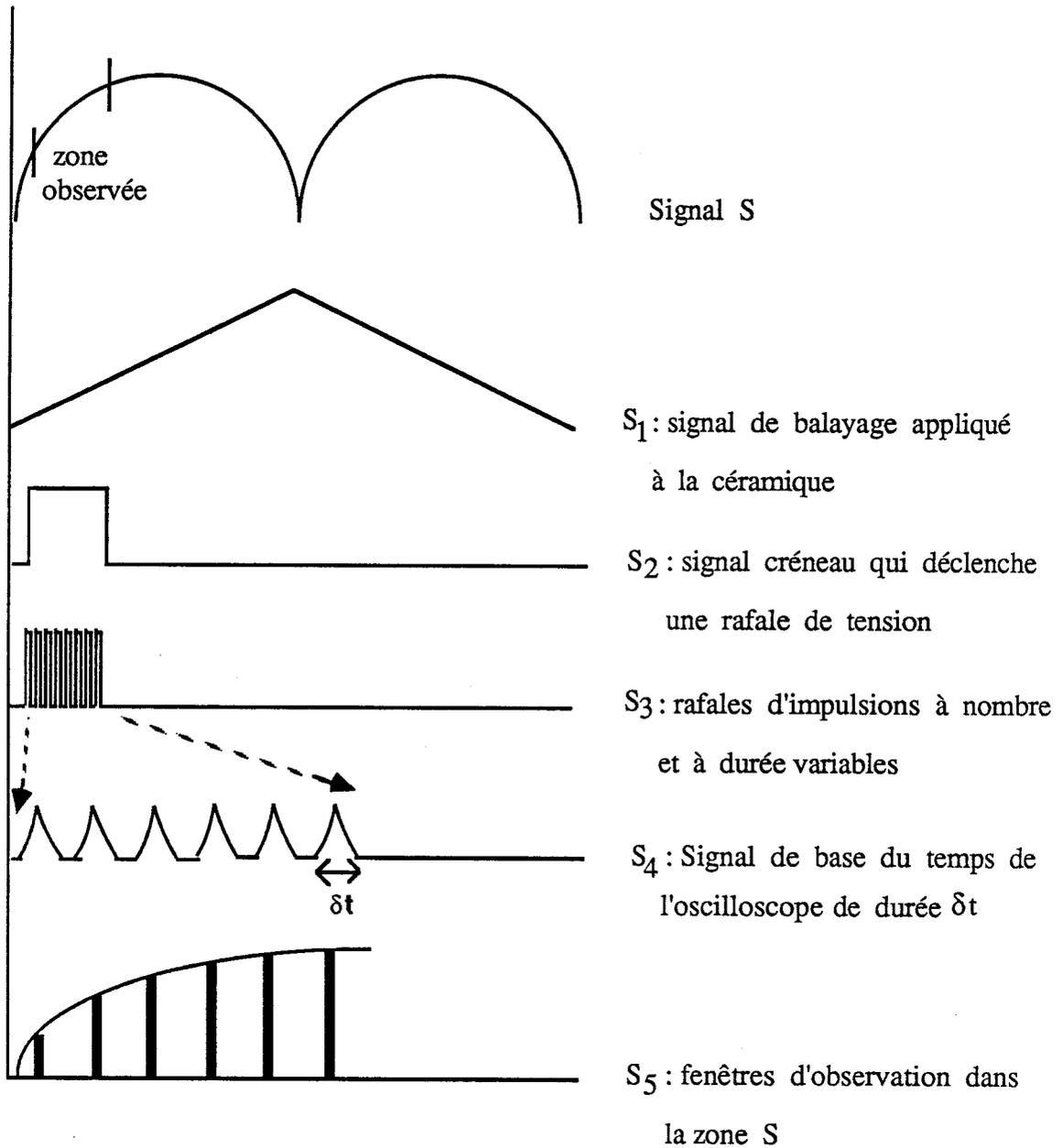


Figure 2): Différents signaux permettant l'observation d'une zone choisie dans le mode du laser

délivré par un générateur T.B.F.. Le signal S_1 sert aussi à déclencher en mode externe un générateur d'impulsions (TEKELEC-T10). Les impulsions délivrées par ce dernier forment un signal S_2 qui est composé de créneaux de tensions dont la durée et le retard par rapport au signal de synchronisation externe sont réglables. Le signal S_2 déclenche en mode rafale un générateur de fonction G.B.F. (EURELCO 6080). Celui-ci délivre un train d'impulsions rectangulaires identiques (signal S_3) avec un retard constant par rapport au signal S_2 . La durée et la fréquence, donc le nombre de ces impulsions S_3 , sont variables. La durée de chaque impulsion S_3 utilisée ici est de l'ordre de 1-2 ms, et on engendre habituellement un série de 64 impulsions S_3 . L'ensemble de ces opérations a pour but de fournir un nombre variable N (~64) d'impulsions S_3 et un signal "porte" S_2 synchrone de celles ci. Ce train d'impulsions pouvant être placé à un endroit quelconque du triangle S_1 qui assure le balayage de la fréquence du laser. L'oscilloscope numérique LECROY, déclenché en mode "rafale" (signal S_4), fournit donc par exemple 64 échantillons de 512 points illustrant le comportement dynamique du L.S.A dans la zone de fréquence choisie. Cette zone est donc discrétisée en N régions chacune d'elles sera appelée par la suite "fenêtre d'observation" (signal S_5). Ces fenêtres d'observation permettent de délimiter la zone d'existence de chacun des signaux P.Q.S, et de surveiller le spectre correspondant grâce à une F.F.T. interne à l'oscilloscope LECROY. Les différents signaux après observation sont mémorisés sur micro-ordinateur (HP 9000) pour traitement ultérieur.

2.3. OBSERVATIONS

2.3.1. Les différentes instabilités L.S.A.

Comme on a indiqué à la section 2.1, le L.S.A. présente différents comportements non linéaires, tels que la bistabilité, et des

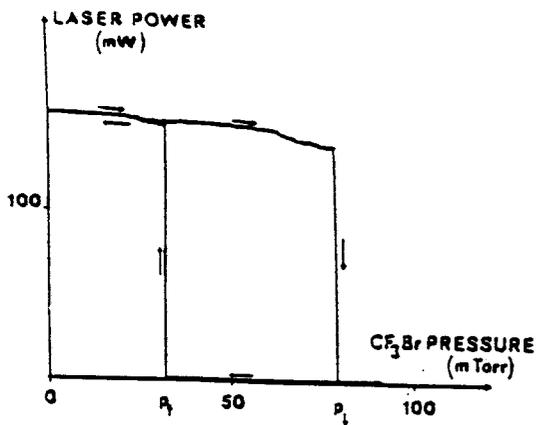


Figure 3-a): Cycle de bistabilité OFF-ON observé en fonction de la pression de l'absorbant CF_3Br dans un laser CO_2 (Jacques et Glorieux 1983).

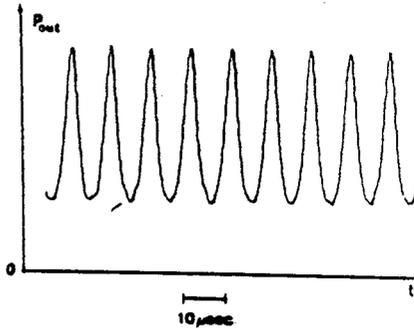
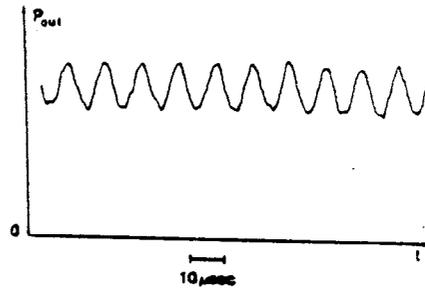
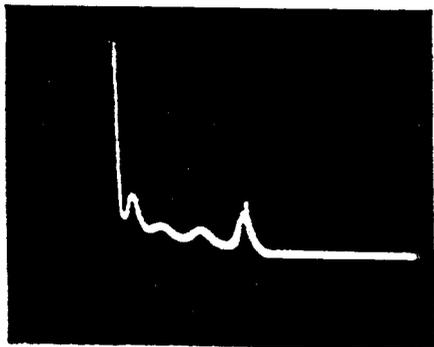
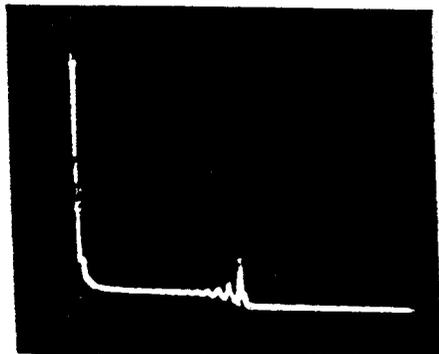


Figure 3-b): Evolution du signal T dans la zone instable du laser en fonction du courant de pompage, et pour une pression de 110 mT de l'absorbant CH_3I (Arimondo et al 1985).



20 μ sec

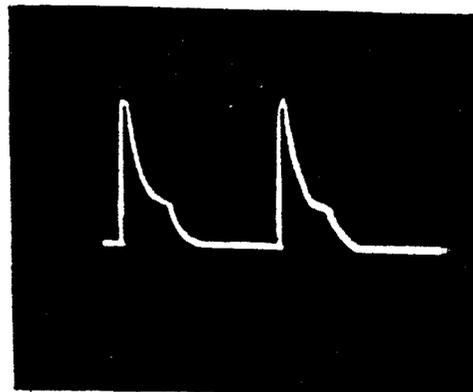
1



100 μ sec

2

Figure 3-c): Les différents signaux PQS observé dans un laser CO_2 avec CF_3Br comme absorbant saturable ((1)- 66 mT de CF_3Br , (2)-30 mT de CF_3Br et 110 mT d'He) (Arimondo et al 1985).



500 μ s

Figure 3-d): Signal PQS observé dans un laser CO_2 en utilisant une pression de 40 mT de l'absorbant SF_6 (Arimondo et al 1985).

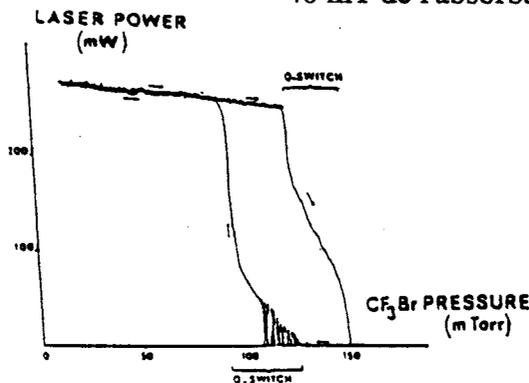


Figure 3-e): Cycle d'hystérésis montrant la bistabilité entre différents régimes: OFF-PQS, OFF-ON, et PQS-ON, pour des conditions expérimentales similaires à celles de la figure 3-a) (Jacques et Glorieux 1983).

auto-oscillations avec différentes formes de modulation de l'intensité laser. Dans ce paragraphe on s'efforce de classer selon leur évolution temporelle les signaux obtenus. Celle-ci varie notamment avec la nature de l'absorbant et éventuellement la pression du gaz tampon mélangé avec celui-ci (fig. 3). Pour un absorbant donné, la forme des signaux dépend aussi des paramètres du laser: le pompage du milieu actif, la pression dans le milieu amplificateur, le désaccord en fréquence δ , et les qualités de la cavité optique (Arimondo et al. 1983, 1985). La dynamique du L.S.A est liée à l'interaction de plusieurs processus en particulier les transferts d'énergie dans les molécules actives et absorbantes, l'interaction molécule-rayonnement, et la dynamique propre de la cavité optique.

Le passage d'un type de signal du L.S.A. à un autre lors d'une variation continue et lente du paramètre de contrôle, se fait en général d'une manière discontinue. Deux signaux peuvent aussi coexister pour la même valeur des paramètres du laser. Une telle bistabilité a été observée expérimentalement avec un laser CO_2 contenant SF_6 comme absorbant saturable (Rushin et Bauer 1979), CF_3Br (Jacques et Glorieux 1982) ou CH_3F (Arimondo et al. 1983). Dans les trois cas, il y a coexistence des deux régimes stationnaires constants à intensité nulle (OFF) ou non nulle (Cw). Dans le cas de CF_3Br et CH_3F , il y a également bistabilité entre les régimes Cw-PQS, Cw-OFF à faible gain du laser ou PQS-PQS, et PQS-OFF à gain plus élevé (fig. 3).

On se propose ici d'étudier les régimes du fonctionnement du L.S.A., en utilisant les outils d'interprétation propres à la dynamique des systèmes non linéaires, tels que les concepts de trajectoire dans l'espace de phase, d'attracteurs... On distinguera les modes de fonctionnement instables du L.S.A., d'après les différentes formes de modulation temporelle qui se manifestent dans l'intensité émise par le

laser, et en particulier par la façon dont la dynamique met en jeu les deux états "d'équilibre" stables ou instables (dépend de δ) Cw et OFF propres au L.S.A. Ceci nécessite donc une reconstruction des attracteurs associés à chaque type de signal instable observé. Rappelons qu'un attracteur représente "géométriquement" dans un espace rapporté aux variables dynamiques du système (espace de phase), l'ensemble limite ($t \rightarrow +\infty$) caractérisant le signal étudié en régime permanent dans cet espace de phase. Ainsi, on associe à un régime stationnaire constant, un point attracteur dans l'espace de phase. Pour un régime périodique, l'attracteur correspondant est une courbe fermée appelée cycle ou cycle limite dans le cas où celui-ci est linéairement stable. Une oscillation chaotique est représentée par un attracteur, qui possède des propriétés plus complexes que celles rencontrées dans le cas simple cité ci-dessus. Il est dit "attracteur étrange" compte tenu de ses propriétés géométriques remarquables (Ruelle et Takens 1971). La reconstitution des attracteurs caractérisant les signaux du L.S.A. dans l'espace de phase est une tâche difficilement réalisable, car les variables utiles ne sont pas toujours mesurables. Dans le cas étudié ici, seule l'intensité laser est facilement observable. Les autres variables telles que l'inversion de population dans le milieu amplificateur ou absorbant sont expérimentalement inaccessibles, on pourrait à la limite observer l'évolution de la fréquence du champ laser comme seconde variable, mais cela nécessite d'utiliser un second laser comme oscillateur local, technique expérimentale plus complexe qui n'a pas été mise en oeuvre dans cette étude. Nous verrons dans le paragraphe 2.4. qu'il est cependant possible d'obtenir des attracteurs équivalents à l'attracteur de base à partir de la seule variable intensité laser (Takens 1981).

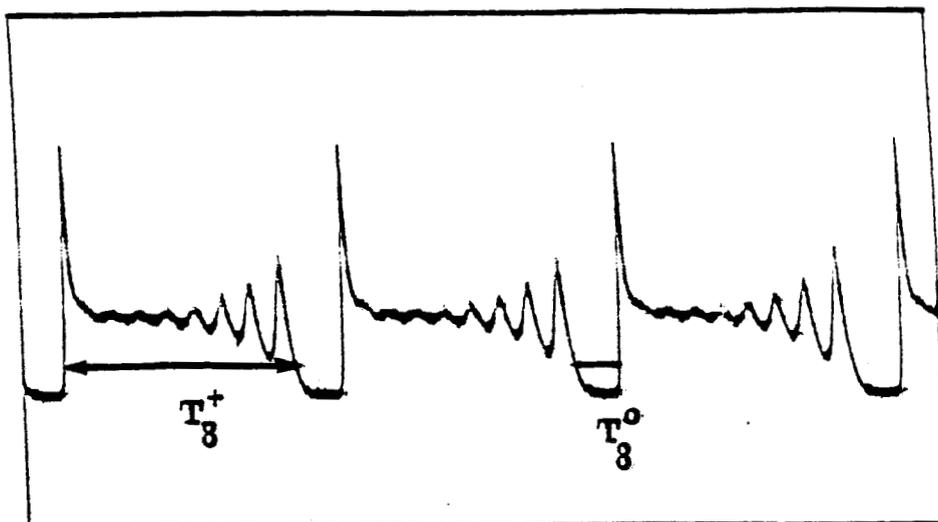
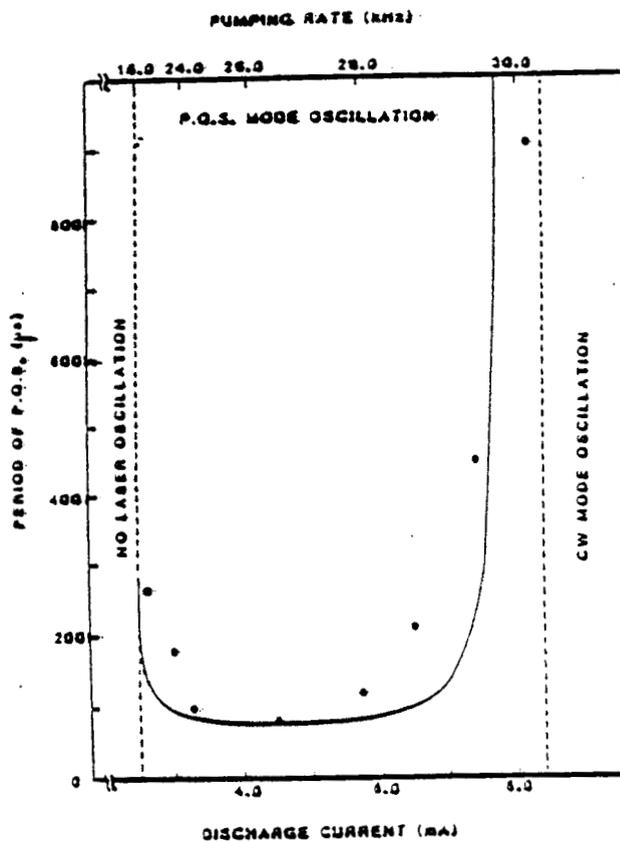
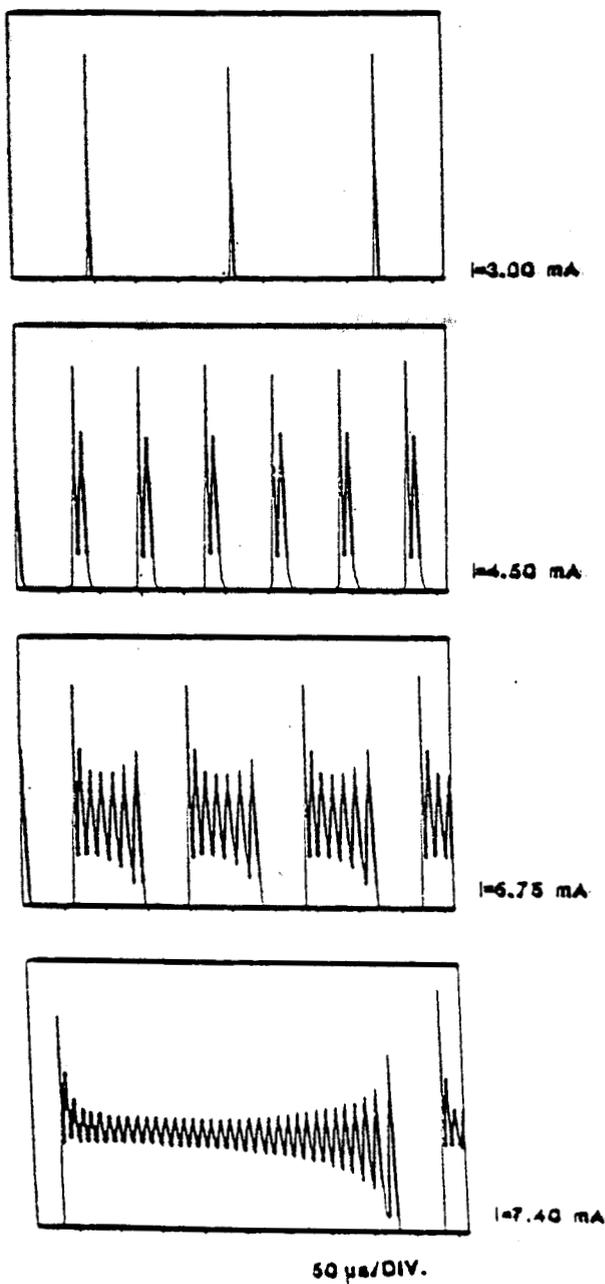


Figure 4-a): signal PQS I de type P^8 avec la présence de deux temps d'évolution T_8^+ et T_8^0 , le signal est représenté sur une durée de 1ms dans les conditions expérimentales: pression totale du milieu amplificateur $p = 9$ Torr, courant de décharge $I = 17$ mA, et pression de l'absorbant $\bar{p} = 28$ mT.



b

Figure 4-b): En (a) est représentée l'évolution des signaux laser instables en fonction du courant de décharge dans un laser CO_2 avec $HCOOH$ comme absorbant saturable. En b) est représentée l'évolution de la période des mêmes signaux en fonction du courant de décharge (Tachikawa et al 1986).

On commence tout d'abord par analyser les différentes formes temporelles des signaux observés expérimentalement. En se basant sur des études antérieures consacrées au L.S.A (Arimondo 1983, 1985, 1985, Tachikawa et al. 1986, 1987, 1988, Tani et al. 1988) ceux-ci se présentent sur plusieurs formes que l'on groupera en deux types d'instabilité PQS:

- i) Les instabilités qui se manifestent comme une modulation sinusoïdale de l'intensité laser à amplitude relativement faible sans changement notable de l'intensité moyenne émise (fig. 3), les signaux correspondants seront notés signaux T. Dans leur évolution en fonction d'un paramètre de contrôle, l'amplitude des oscillations T peut augmenter en entraînant une modulation relativement importante de l'intensité laser. Dans ce cas aussi, on parlera de "signaux T", si leur forme temporelle présente une allure proche d'une modulation sinusoïdale (fig. 3-b).
- ii) Les instabilités qui se manifestent sous forme d'une série d'impulsions qui après un "pic" de grande amplitude, sont suivies par n oscillations de faibles amplitudes divergentes et qui relaxent après la n^{e} oscillation vers une intensité voisine de zéro (fig. 4-a) (Arimondo et al. 1985). Ce type d'évolution sera noté P^n dans le cas des signaux périodiques. Notons que dans le cas où $n = 0$, on retrouve un signal pulsé à une seule oscillation de grande amplitude contrairement aux signaux T, cette dernière présente une évolution à deux échelles de temps: un temps court associé à la durée du grand pic, et un temps habituellement long pendant lequel l'intensité est voisine de zéro.

Comme précisé ci-dessus, les signaux de type P^n sont régis par une évolution à deux phases, une phase oscillante où le signal laser est à une intensité non nulle, celle-ci se manifeste pendant un laps

de temps qu'on notera T_n^+ , et la seconde phase où l'intensité laser évolue lentement (zone d'amortissement) proche de zéro, ceci pendant un intervalle de temps qu'on notera T_n^o (fig. 4-a). Différentes études ont été faites sur l'évolution des temps T_n^+ et T_n^o (caractéristiques des signaux de type P^n) en fonction du courant de décharge qui est en fait dans une large gamme, proportionnel aux taux de pompage du laser. Deux absorbants saturables ont été introduits dans la cavité laser CO_2 : SF_6 par Arimondo et Menchi (Arimondo et Menchi 1985) et $HCOOH$ par Tachikawa et al. (Tachikawa et al. 1986). Ces études ont montré que le temps T_n^+ et n augmentent (surtout pour $HCOOH$ où n est facilement mesurable) quand le laser s'approche de l'émission continue c'est-à-dire du régime CW. L'augmentation de T_n^+ fait apparaître davantage des oscillations de plus faibles amplitudes. Le temps T_n^o suit une évolution contraire à T_n^+ , et diminue quand l'émission du laser s'approche du régime continu. D'autre part on observe expérimentalement que la période des signaux P^n possède un minimum pour différentes valeurs du courant de décharge (fig.4-1 et 2).

Les deux types d'instabilités (i) et (ii) représentent deux cas limites importants et déjà rencontrés au cours des travaux précédents sur les instabilités dans les lasers CO_2 avec absorbant saturable (Arimondo 1983, 1985, 1985, Tachikawa et al. 1986-1987, Tani et al. 1988). Non seulement les signaux (i) et (ii) se présentent sous des formes différentes, mais ils évoluent aussi différemment sous l'action des paramètres de contrôle.

a) Dans le cas (i), le signal T peut se transformer en un signal de période $2T$, qui lui-même peut suivre la même évolution donnant lieu à un signal $4T$. Ce dernier dans certains cas peut évoluer à son tour vers un signal erratique. Les signaux $2^n T$, ainsi que les signaux erratiques

correspondants définiront dans ce qui suit les instabilités PQS de type II (Hennequin et al. 1988) et seront notés PQS II.

b) Dans le cas (ii), les signaux périodiques de type P^n doublent de période puis deviennent erratiques ayant un spectre large contenant des composantes spectrales importantes à la fréquence f/n caractéristique des signaux P^n , on notera C^n dans la suite, les signaux erratiques correspondants. Par action sur les paramètres de contrôle, ces signaux peuvent soit subir des doubléments de période et devenir erratiques, soit évoluer vers des signaux périodiques de type P^{n+1} . L'ensemble de ces différents signaux définiront les instabilités PQS de type I (Hennequin et al. 1988) ou PQS I.

Dans l'étude expérimentale présentée ici, nous avons choisi pour suivre la dynamique du L.S.A. deux paramètres de contrôle, l'un caractérisant une grandeur relevant de l'absorbant (\bar{p}), l'autre relatif au laser (δ), les autres paramètres expérimentaux sont fixés. Le paramètre \bar{p} varie par pas de 1 mT et pour chaque valeur de \bar{p} , le paramètre δ est balayé lentement par l'intermédiaire du dispositif expérimental décrit dans le paragraphe 2.2.2., pour tenir compte des dérives lentes de la fréquence du laser. Les signaux correspondants forment une "séquence dynamique", l'évolution des "séquences dynamiques" correspondant aux différentes pressions \bar{p} , utilisées est synthétisée en un "diagramme de phase", qui décrit donc le comportement du L.S.A. dans le plan (δ, \bar{p}) (fig. 5), c'est-à-dire dans un espace de *paramètres* du L.S.A. qu'il faut distinguer de l'espace de phase qui est rapporté aux *variables dynamiques* du L.S.A., c'est-à-dire des grandeurs comme le champ laser, l'inversion de population,...

Nos expériences ont surtout été réalisées en variant le désaccord δ , et en maintenant constante la pression \bar{p} de l'absorbant, au même titre que les autres paramètres comme le courant de

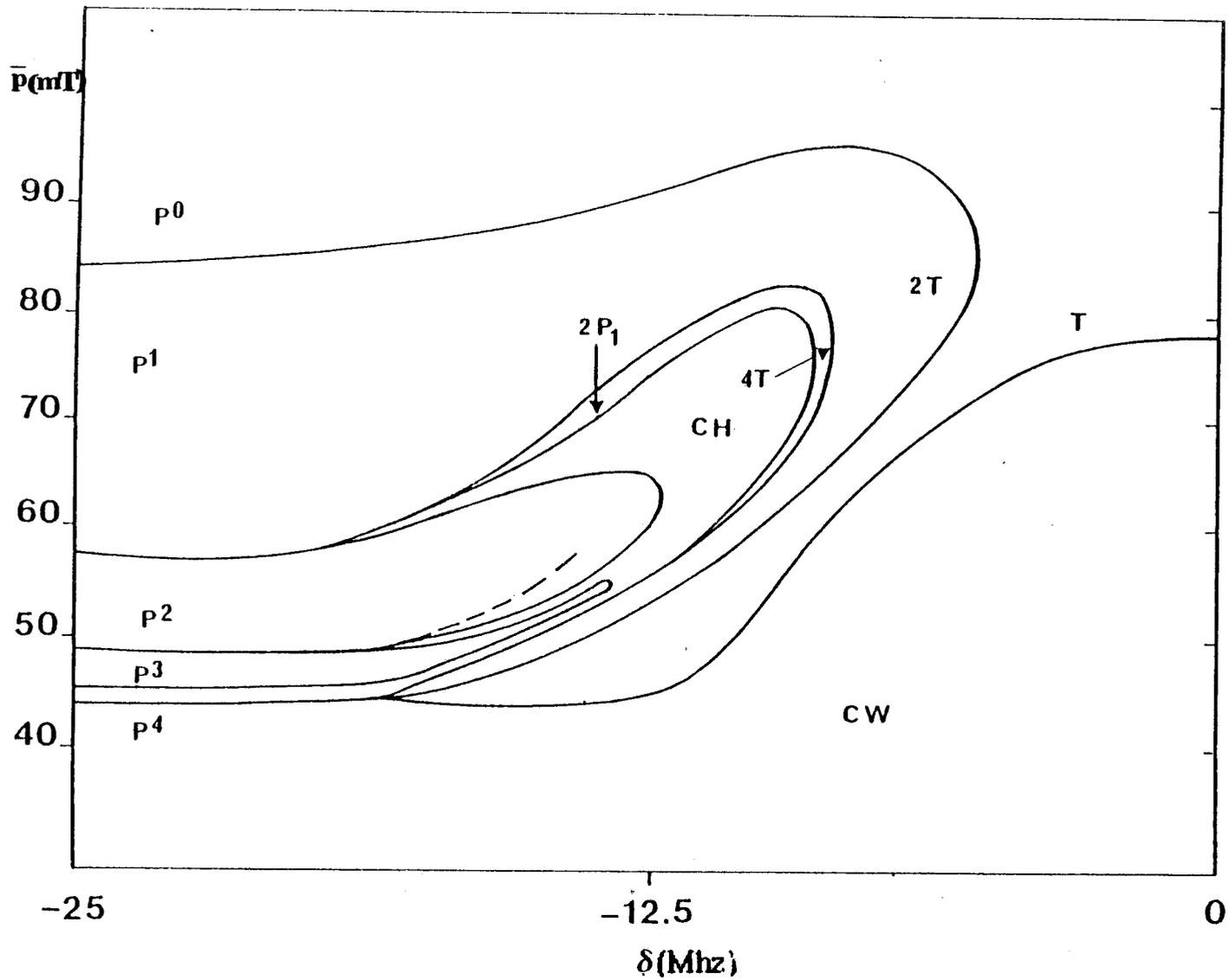


Figure 5): Diagramme de phase (δ, \bar{p}) caractérisant la dynamique du laser dans les conditions expérimentales: courant de décharge de 23 mA, et pression totale p est de 13,5 Torr avec la composition: ($\text{CO}_2, \text{N}_2, \text{He}$) (.08; .42; .5).

décharge, les pertes de la cavité, la pression dans le milieu amplificateur. Dans la section suivante, nous présenterons séparément les zones d'instabilités de type PQS II et PQS I en commençant par le PQS II qui est plus simple que le PQS I et les signaux P^n et C^n dont l'évolution sera discutée ensuite.

2.3.2. Instabilités PQS II

Dans ce paragraphe, nous nous limiterons à des descriptions qualitatives des instabilités PQS II, et en particulier nous établirons l'influence des paramètres de contrôle \bar{p} et δ selon la procédure présentée précédemment.

2.3.2.1. Diagramme (δ, \bar{p})

Un diagramme de phase dans le plan de paramètre (δ, \bar{p}) a été tracé dans les conditions où la pression dans le milieu amplificateur est de l'ordre de 12 Torr, le courant de décharge est égal à 23 mA, les autres paramètres tels que les pertes dues à l'ouverture des diaphragmes sont ajustées de sorte que la sone instable du laser permette de suivre la transition entre divers types de signaux appartenant à une même séquence dynamique. La longueur de la cavité est balayée sur une demi longueur d'onde, ce qui compte tenu de la longueur de la cavité, correspond à une variation de δ entre -25 et +25 Mhz, la pression \bar{p} de l'absorbant variant de 30 à 100 mT. L'ensemble des résultats est reporté à la figure 5 et nous décrirons ci-dessous les différentes séquences dynamiques correspondantes.

Dans les conditions que nous venons de préciser, les instabilités de type PQS II apparaissent à faible pression de l'absorbant ($\bar{p} \sim 44-100$ mT). En-dessous de cette zone l'émission laser est continue (régime CW) tout au long de la séquence dynamique c'est à dire sur tout le profil d'émission du laser. Aux alentours de $\bar{p} = 44$ mT, l'émission laser est continue pour δ variant de + 25 à -10 MHz, devient périodique

(oscillations T) jusqu'aux valeurs de $\delta \sim -19$ Mhz, puis redevient continue dans le reste du mode laser. L'oscillation périodique T apparaît d'une manière soudaine lors du passage d'une émission laser continue vers une émission oscillatoire T, et il y a bistabilité entre le signal T et le signal continu (régime CW). La largeur et la position de cette région de bistabilité sont très sensibles aux conditions expérimentales. Celle-ci se trouve en fait assez réduite dans les conditions de la figure 5.

Une augmentation supplémentaire de la pression \bar{p} , entraîne un élargissement de la zone instable dans les séquences dynamiques. Celles-ci contiennent en suivant l'ordre de δ décroissant: une émission continue (régime I_+) suivie d'un signal T ($\delta < 0$) qui donne lieu pour δ inférieur à un signal 2T qui à son tour et de la même façon, donne lieu à un signal 4T, ce dernier se déstabilise quand δ diminue davantage et il donne lieu à des oscillations erratiques: la cascade de dédoublements de période est une forte présomption de l'apparition du chaos déterministe (Feigenbaum 1978) (fig. 5). Nous n'avons pas pu observer les sous harmoniques $2^n T$ du signal T d'ordre supérieur à 4T, ceci est probablement dû au bruit du système: il a en effet été montré tant théoriquement qu'expérimentalement que l'augmentation des fluctuations dans un système non linéaire provoque la disparition des régimes périodiques d'ordre élevé et des fenêtres périodiques de la séquence "U" au profit du régime chaotique (Crutchfield et al. 1981, 1982, Fraser et al. 1983, Napiorkowski 1985, Hennequin 1986).

Notons aussi que durant la cascade sous harmonique et même dans sa partie chaotique et en dépit d'une augmentation d'amplitude de l'oscillation, l'intensité du laser reste toujours très différente de zéro. Lorsque δ est encore diminué, le régime chaotique en se déstabilisant, donne lieu à des signaux de type PQS I qui demeurent jusqu'à la fin de la séquence ($\delta \sim -25$ MHz). Ce compor-

tement demeure pour des pressions de l'absorbant allant jusqu'à $\bar{p} \sim 80$ mT. A partir de $\bar{p} > 80$ mT le signal chaotique décrit ci-dessus disparaît. Quand la pression augmente les séquences dynamiques perdent leur complexité: on observe successivement, les séquences Cw, T, 2T, 4T, 2P¹, P¹, P⁰ pour \bar{p} compris entre 80 et 82 mT puis seulement les séquences Cw, T, 2T, P¹, P⁰ pour \bar{p} compris entre 82 et 97 mT. Rappelons que les signaux P¹ et P⁰ correspondent à des régimes pulsés possédant une oscillation à grande amplitude suivie dans le cas de P¹ d'une seconde oscillation à faible amplitude. Pour des pressions \bar{p} supérieures à 97 mT, les séquences dynamiques contiennent uniquement les signaux T et P⁰, ainsi que des signaux lasers continus Cw.

Notons que pour $\bar{p} \geq 100$ mT, l'évolution de la période dans la transition T \rightarrow P⁰, montre que celle-ci passe d'une valeur de 8-10 μ s et peut atteindre 20 μ s pour le signal P⁰, ceci est en parfait accord avec les résultats expérimentaux de Arimondo et al. (Arimondo et al. 1983) qui prévoient pour $\bar{p} = 170$ mT une variation de la période de 12-40 μ s, les valeurs extrêmes correspondant à l'oscillation T après transition Cw \rightarrow T et à l'oscillation P⁰ près du seuil du laser.

2.3.2.2. Influence d'autres paramètres expérimentaux

Les instabilités PQS II dépendent bien entendu de plusieurs paramètres expérimentaux, et elles sont particulièrement sensibles d'une part aux pertes linéaires de la cavité optique, et d'autre part à la pression du milieu amplificateur. Rappelons que le gain laser augmente avec celle-ci dans les conditions expérimentales utilisées ici (fig. 5).

La modification des pertes de la cavité provoque essentiellement un déplacement de la pression seuil d'absorbant à partir de laquelle apparaissent les instabilités PQS II. Dans la limite des variations modérées où le laser reste monomode, celle-ci augmente

quand les pertes diminuent et vice versa. Par contre, une variation de la pression du milieu amplificateur dans la zone d'émission laser conduit à une modification importante de la dynamique de type PQS II à faible pression \bar{p} ($\bar{p} \sim 44$ mT): on constate d'abord un élargissement en δ de la zone d'existence du signal T le long des séquences dynamiques repérées à ces pressions, accompagné par un élargissement du cycle de bistabilité entre le régime T et le régime CW. Contrairement aux expériences antérieures, où soit la pression d'absorbant (Jacques et Glorieux 1983), soit l'intensité de décharge (Arimondo et al. 1983) étaient balayées, il s'agit ici de bistabilité en fonction du désaccord de la cavité laser. D'après ce qui précède, on conclut que les instabilités PQS II présentent un cas limite de signaux PQS, ce sont des oscillations T périodiques qui sous l'effet d'une variation des paramètres de contrôle, peuvent donner lieu à une succession des signaux $2^n T$. Dans une même séquence dynamique, celles-ci évoluent selon la valeur de \bar{p} , soit vers un régime d'oscillation chaotique, ou vers un signal de type PQSI. Ainsi par exemple, les signaux T et $2T$ se déforment progressivement pour devenir respectivement des signaux de type P^0 et P^1 et le signal $4T$ devient de type $2P^1$.

2.3.3. Instabilités PQS I

Comme on l'a signalé au paragraphe 2.3.1., les instabilités PQS I se manifestent en une modulation à deux temps caractéristiques et plus précisément par les différents signaux P^n et C^n définis précédemment. Dans cette section on présentera plus particulièrement la façon dont s'effectue la transition entre les différents types de fonctionnement du laser.

Les signaux P^n ($n > 0$) semblent avoir été observés plus tard que leur variante P^0 dans les lasers CO_2 (Dupré 1977, Solajic et Heppner

1984, Arimondo et al. 1985, Arimondo et Menchi 1985, Tachikawa et al. 1986-1987-1988, Tannii et al. 1988). Toutes les observations ont été faites sur des absorbants forts tels que SF₆, CH₃OH, CF₃Br et HCOOH, car il faut que l'absorption compense le gain du milieu actif. Dans les expériences réalisées jusqu'ici, la largeur des impulsions de type PQS I a été suivie en agissant essentiellement sur la pression du gaz tampon ajouté à l'absorbant, ou le courant de décharge laser (Dupré 1977, Arimondo et al. 1985, Arimondo et Menchi 1985, Tachikawa et al. 1986). On observe ainsi que:

- L'adjonction d'une quantité de gaz tampon, entraîne une diminution de la longueur des impulsions PQS I, tant dans le cas rapporté par Dupré en utilisant SF₆ comme absorbant, que dans celui étudié par Tachikawa (Tachikawa et al. 1986) en utilisant l'absorbant HCOOH. Arimondo (Arimondo et al. 1986) a de plus montré qu'une diminution de la pression de l'absorbant (CF₃Br dans ce cas) associée à une augmentation de la proportion d'He permet d'accroître considérablement la largeur des impulsions PQS I (fig. 4 -b), et d'atteindre des largeurs dépassant 100 μs.
- Une variation du courant de décharge dans la zone instable du laser, induit un effet semblable pour l'absorbant SF₆ (Arimondo et Menchi 1985) et pour HCOOH (Tachikawa et al. 1988). L'évolution de la période des signaux de type Pⁿ en fonction du courant de décharge dans la zone instable du laser pour ces deux absorbants se présente en forme de "U" avec la présence d'un minimum et de deux branches, où la période devient très grande, caractérisant d'une part la transition des états PQS I vers les états Cw pour la branche à courant élevé et vers les états OFF pour la branche à courant faible. Dans ces zones de transition, l'augmentation de la durée des impulsions peut être interprétée comme un effet de

ralentissement critique (Arimondo et Menchi 1985) au voisinage des transitions concernées.

L'étude faite ici, se rapporte à un absorbant faible CH_3I à basse pression. Dans les conditions expérimentales utilisées, on a observé différents signaux de type P^n caractéristiques des instabilités PQS I, avec n variant de 0 à 4. Ceux-ci se manifestent séparément dans les séquences dynamiques correspondant à différentes pressions \bar{p} avec une zone d'existence assez large en fonction du paramètre de contrôle δ (fig. 5). De ce fait, et par suite de la faible valeur de n , ces signaux sont relativement résistants au bruit, ce qui nous a permis d'observer toute la région de transition décrivant l'évolution des signaux P^n et l'apparition des signaux erratiques C^n , qui se présentent essentiellement comme une "hésitation" entre les régimes P^n et P^{n+1} (effet prononcé à n faible) conjuguée à une irrégularité des amplitudes des grandes et des petites oscillations.

Comme dans le cas des instabilités PQS II, nous décrivons les divers signaux PQS I contenus dans les séquences dynamiques dans le plan (δ, \bar{p}) et nous observerons l'effet sur les différents signaux associés de différents paramètres expérimentaux pris séparément, comme les pertes dans la cavité, le courant de décharge, ou la pression dans le milieu amplificateur.

2.3.3.1. Diagramme (δ, \bar{p})

a- Comportements généraux

Les instabilités de type PQS I sont observées dans une région du plan (δ, \bar{p}) complémentaire de celle des instabilités de type PQS II, à savoir essentiellement pour des désaccords notables de la cavité laser ($-25 \text{ MHz} < \delta < -7 \text{ MHz}$) et à des pressions d'absorbant intermédiaires $44 \text{ mT} < \bar{p} < 82 \text{ mT}$ dans les conditions standard présentées en 2.3.2.1.

Nous allons décrire maintenant quelques séquences dynamiques enregistrées dans ce domaine et qui illustrent le mode d'apparition des régimes de type PQS I:

□ Pour \bar{p} au-delà de 44 mT, les séquences dynamiques contiennent en plus des signaux de type PQS II, déjà présentés, les signaux de type P⁴ pour δ inférieur à -10 Mhz. Une augmentation légère de \bar{p} entraîne une modification de cette séquence dynamique: la zone d'existence du signal P⁴ se rétrécit vers les valeurs de δ supérieures dans la zone de PQS I pour laisser place à un signal chaotique avec un domaine d'existence très réduit, suivi pour δ décroissant d'un signal périodique P³ qui subsiste sur le reste de la séquence dynamique jusqu'au bord du mode ($\delta \sim -25$ MHz). Ce scénario change aussitôt qu'on augmente la pression \bar{p} de quelques mT, et les zones instables occupent des régions de plus en plus importantes dans le mode laser. Les séquences dynamiques contiennent en plus des régimes PQS II toujours présents pour une valeur de \bar{p} donnée dans cette gamme, les signaux P³ avec des domaines d'existence de plus en plus réduits. La diminution de δ donne ensuite lieu à une oscillation de type chaotique C², avec un domaine d'existence très faible, ce signal transite en diminuant δ , vers le signal 2P², sous harmonique deux du signal P², qui à son tour par diminution de δ donne lieu au signal P², et c'est ce dernier qui subsiste jusqu'aux valeurs de $\delta \sim -25$ MHz.

□ Une augmentation supplémentaire de \bar{p} , $\bar{p} > 53$ mT entraîne une modification dans cette séquence avec notamment un élargissement de la zone instable du laser, la disparition des signaux P³, et l'augmentation à la fois de la région chaotique située dans la zone intermédiaire entre les régimes PQS II et PQS I, où le signal ne

peut être clairement attribué à l'un des deux régimes (chaos de transition PQS II-PQS I), et de la zone d'existence du signal P^2 .

- A des pressions $\bar{p} > 58$ mT, il apparaît dans la séquence, le signal chaotique C^1 , le signal $2P^1$ et le signal P^1 , qui subsiste jusqu'à $\delta \sim -25$ MHz, au prix d'une diminution de la zone d'existence du signal P^2 .
- Pour $\bar{p} > 66$ mT, la zone d'instabilité s'élargit davantage le long du mode, et les séquences dynamiques contiennent une zone PQS I, une zone de chaos de transition PQS II-PQS I, qui gagne un domaine d'existence assez large en fonction de δ , et les signaux C^1 , $2P^1$, P^1 .
- Une élévation de la pression au delà de $\bar{p} > 80$ mT, entraîne une disparition complète des zones chaotiques dans les séquences dynamiques et d'une extension supplémentaire de la zone PQS le long du mode laser, à la suite de laquelle les séquences dynamiques contiennent les signaux T, 2T, 4T dans la zone PQS II, et les signaux $2P^1$, P^1 dans la zone PQS I. La transition du signal 4T vers $2P^1$ s'effectue sans discontinuité notable. Ce passage semble ne pas être localisé au voisinage d'une valeur du paramètre de contrôle δ .
- Une augmentation supplémentaire de \bar{p} ($\bar{p} > 82$ mT) entraîne une disparition des signaux $2P^1$ et 4T et une augmentation de la zone instable dans les séquences dynamiques, celles-ci ne contiennent plus que les signaux T, 2T, P^1 , P^0 et pour des pressions plus encore élevées, les séquences se réduisent aux signaux P^0 et T, la transition du signal T vers P^0 suit la même procédure que celle correspondant aux signaux 4T- $2P^1$ et 2T- P^1 , c'est-à-dire un accroissement progressif de la *phase d'amortissement* (évolution lente de l'intensité laser au voisinage de zéro) lors du passage de la zone PQS II vers la zone

PQS I, la durée de cette phase atteint la valeur T_n^0 pour les signaux P^n de la fin de transition.

On constate donc que la pression \bar{p} est un paramètre essentiel pour décrire le comportement du L.S.A.: à basse pression \bar{p} ($\bar{p} < 80$ mT) le laser présente un comportement dynamique assez riche qui se manifeste dans la zone $\delta < 0$ par:

- ◇ La présence de régimes périodiques que l'on caractérise par les cas limites P^n, P^{n-1}, \dots (PQS I), T (PQS II), chacun des cas limite donne lieu à un doublement de période, plus ou moins facile à observer expérimentalement et qui peut atteindre un sous harmonique d'ordre 4 soit $4T$, ou $4P^1$ (difficilement observable).
- ◇ La présence de zone d'hésitation entre signaux P^n et P^{n-1} avec des fluctuations importantes des amplitudes d'oscillation.

Pour \bar{p} élevé ($\bar{p} \geq 80$ mT), la zone instable du laser s'élargit aux valeurs de $\delta > 0$ et la transition entre les signaux $4T \rightarrow 2P^1, 2T \rightarrow P^1$ puis la transition $T \rightarrow P^0$ est "continue". dans ce dernier cas on retrouve une situation bien connue dans le cas de l'absorbant saturable CH_3I qui a été rapportée précédemment par Arimondo et al. (Arimondo et al. 1983).

Dans la suite, nous allons nous attacher à préciser les différentes sortes de signaux chaotiques qui ont été rencontrés au cours de cette exploration.

b- Zones chaotiques

Parmi les comportements chaotiques du L.S.A. décrits dans le paragraphe précédent, on peut distinguer deux classes:

- i) La première correspond au chaos qui survient à la fin d'une cascade de dédoublements de période. Ce scénario de transition vers le chaos est assez connu, il a été illustré notamment par Feigenbaum (1978) à partir de l'étude de l'itération quadratique universelle de

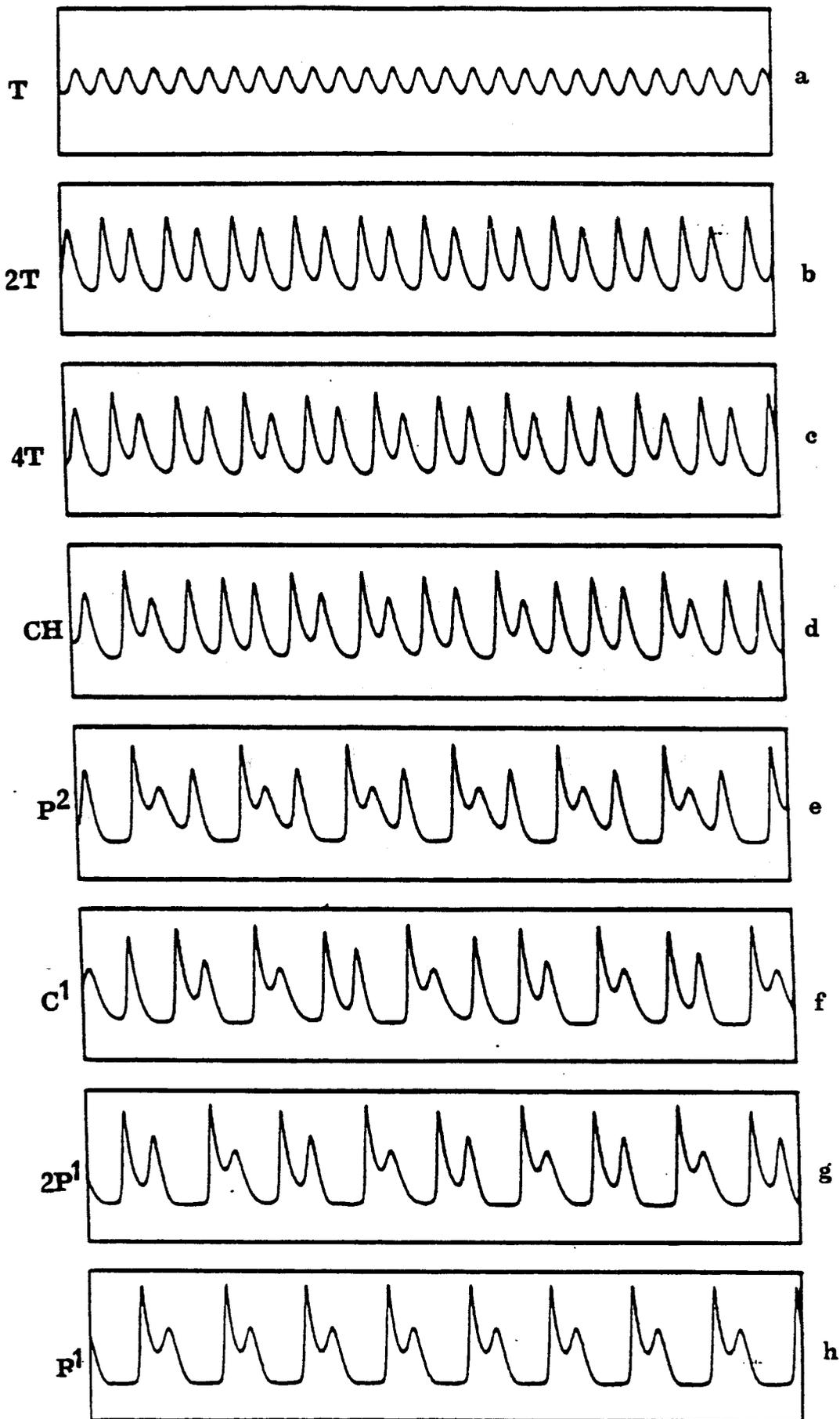


Figure 6): Séquence dynamique extraite du diagramme de phase de la figure 5 avec $\bar{p}=66$ mT. Les signaux correspondants sont enregistrés sur une durée de 200 ms.

type $x_{k+1} = rx_k(1-x_k)$ avec les $x_k \in (0,1)$, avec $0 < r < 4$. Ce type de comportement apparaît dans le L.S.A. à basse pression d'absorbant ($\bar{p} \leq 80$ mT) pour $\delta < 0$ et au début de la zone instable du laser. Notons que tout au long de l'évolution, l'intensité reste sensiblement différente de zéro.

ii) Une deuxième classe qu'on appelle d'une manière anticipée "zone chaotique" et dont l'interprétation plus détaillée fera l'objet du paragraphe 2.4, est observée dans la zone de transition entre les signaux P^n et P^{n+1} , c'est celle que nous avons noté jusqu'ici C^n . Pour les faibles valeurs de n ($n \leq 2$), les signaux C^n sont observés après apparition des signaux sous harmoniques $2P^n$. Pour les valeurs plus élevées de n , les signaux sous harmoniques sont difficilement identifiables, probablement parce que leur domaine d'existence est très réduit. Dans ce cas, on ne peut pas parler d'un comportement de doublement de période, mais ceci ne peut être exclu. Les signaux C^n gardent à la fois des amplitudes erratiques et une mémoire des signaux de type P^n et ils présentent d'une manière irrégulière des signaux de type P^{n+1} . Cette dernière caractéristique des signaux C^n nous a amenés à les appeler "hésitation" du fait qu'ils présentent dans leur forme temporelle un "mélange complexe" dominant (surtout loin de la zone chaotique PQS II-PQS I) des formes des signaux périodiques observés dans des zones immédiatement voisines dans le diagramme de phase.

Nous présentons (fig. 6) un exemple de séquence dynamique où les deux types de chaos présentés ci-dessus apparaissent. Elle a été obtenue à une pression d'absorbant de 66 mT en faisant varier le désaccord δ de -7 à -17 Mhz.

Le signal laser initialement constant se déstabilise soudainement à $\delta \sim -7$ MHz, et se met à osciller à la période T (fig. 6-a)

qui selon les conditions varie de 7 à 12 μs , une diminution de δ augmente la non linéarité dans le système, celui-ci oscille successivement aux périodes $2T$ (fig. 6-b) et $4T$ (fig. 6-c) et finit par une oscillation chaotique (fig. 6-d). Comme il a été précisé précédemment, le signal chaotique évolue relativement proche de l'intensité nulle dans la zone chaotique à la limite de la zone périodique $2^n T$ (fig. 6-d). En diminuant davantage la valeur de δ le signal s'approche de plus en plus de $I = 0$ et donne lieu à un signal P^2 (fig. 6-e). Ce dernier perd sa stabilité sous l'action d'une diminution supplémentaire de δ , et laisse place à un signal C^1 , dont la forme temporelle contient des oscillations de type P^2 et où apparaît aussi d'une manière "aléatoire" un signal de type P^1 (fig. 6-f). Pour une valeur de δ plus faible, le signal $2P^1$ prend place (fig. 6-g) et se transforme ensuite en un signal P^1 .

La zone de transition entre les régimes PQS II et PQS I présente du chaos sur un domaine relativement large de variation de δ , ($\Delta\delta \sim -2.5$ Mhz), par rapport à celui des différentes zones chaotiques C^n . ($\Delta\delta \sim -0,3$ Mhz). Le signal correspondant suit une évolution d'un comportement oscillant loin de $I = 0$ (zone PQS II) vers celui caractéristique des signaux P^n , qui évolue lentement près de $I = 0$ pendant le temps T_n^0 . Cette transition "continue" d'un type de régime à l'autre a déjà été observée pour les signaux périodiques. D'un autre côté, l'approche de la zone PQS II-PQS I à partir des signaux P^n s'accompagne par une diminution du temps T_n^0 . Dans cette zone, le temps correspondant à $I = 0$ caractérisant la phase d'amortissement de l'intensité fluctue fortement, et les signaux correspondants présentent un mélange "aléatoire" et fluctuant en amplitude des différents signaux des deux zones PQS I, et PQS II. Nous présentons dans la figure 7 dans des conditions expérimentales voisines de celles

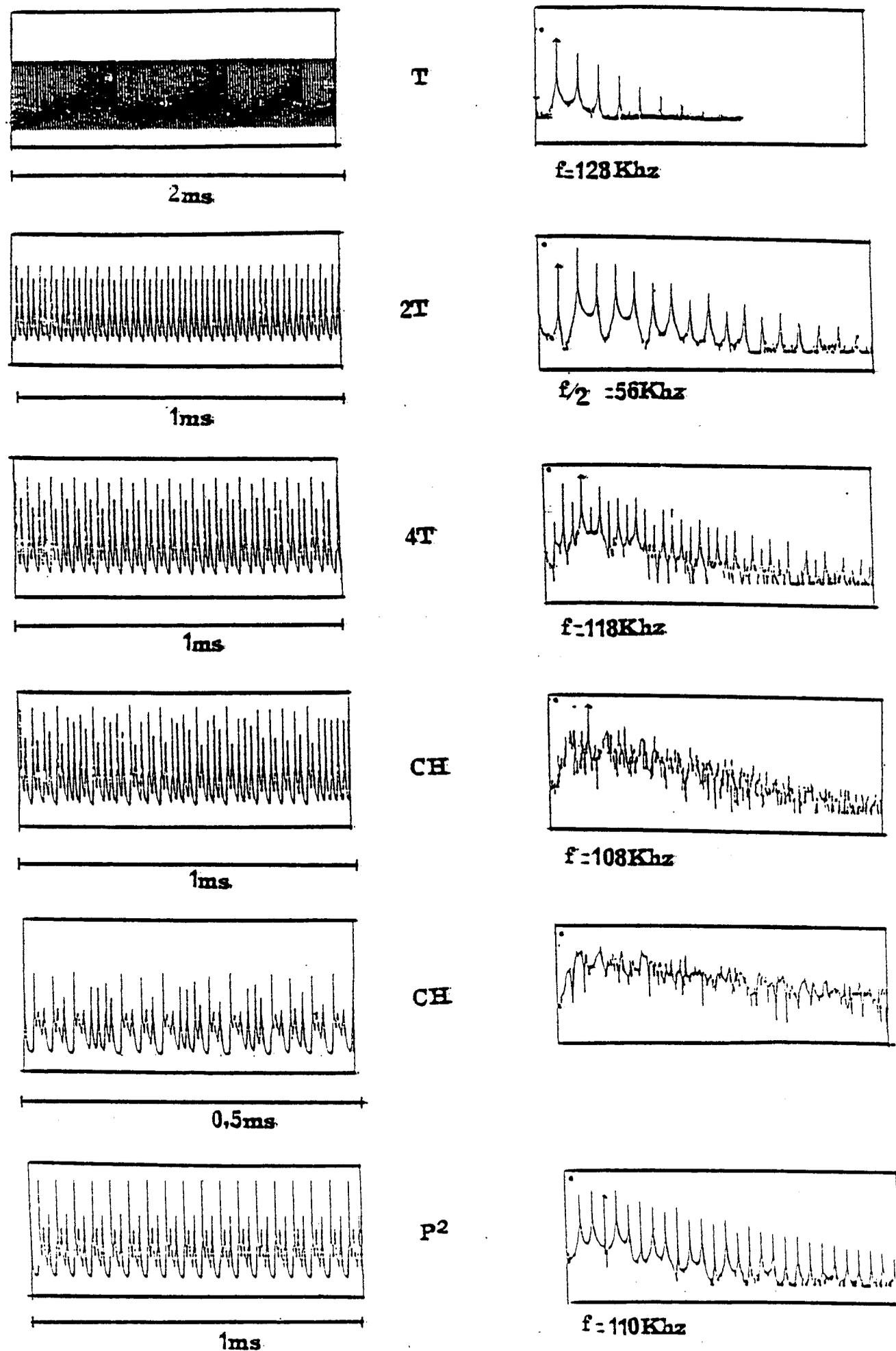


Figure 7): Signaux représentant une séquence T-P² dans des conditions expérimentales voisines de celles de la figure 6 pour $\bar{p} \approx 64$ mT, avec une vue de la zone chaotique PQS II-PQS I. Ceux ci sont accompagnés des spectres de puissance correspondants (échelle verticale logarithmique).

de la figure 6, un exemple montrant le chaos à l'approche de la zone PQS II-PQS I à partir de la zone PQS I et de la zone PQS II avec les signaux correspondants à chacune des deux zones. Nous présentons également le spectre de ces signaux. Dans celui-ci apparaissent d'abord les fréquences moitiées de la fréquence propre du PQS, il apparaît ensuite brutalement un spectre continu au voisinage de la fréquence du signal T. A l'autre extrémité du domaine de variation, on observe le signal P^2 avec la présence d'une fréquence fondamentale, dans le spectre. Une légère augmentation de δ (dans un sens ou dans l'autre) montre l'apparition d'une zone chaotique et amène le signal à se rapprocher d'une manière irrégulière de la valeur $I = 0$ (fig. 7) où le signal possède un spectre dense et continu.

En résumé, on a retrouvé dans diverses parties du plan (δ, \bar{p}) :

- ◇ Des modulations périodiques du signal laser (signaux P^n) semblables à celles obtenues sur le L.S.A avec absorbants forts tels que CH_3OH , HCOOH , SF_6 ... (Arimondo et al. 1985, Tachikawa et al. 1986-1987),
- ◇ Deux types de signaux chaotiques dans les zones PQS I et PQS II du laser
- ◇ La transition continue $T \rightarrow P^0$, déjà observée dans d'autres expériences à pression de CH_3I élevée (Arimondo 1983-1985).

Dans la suite, nous allons étudier l'effet des principaux paramètres maintenus fixes dans ce paragraphe tels que le courant de décharge, la pression dans le milieu amplificateur, les pertes introduites dans la cavité optique, sur une séquence dynamique présentant des comportements assez variés, c'est-à-dire celle de la figure 6 ($\bar{p} \sim 66$ mT) en prenant séparément ces paramètres.

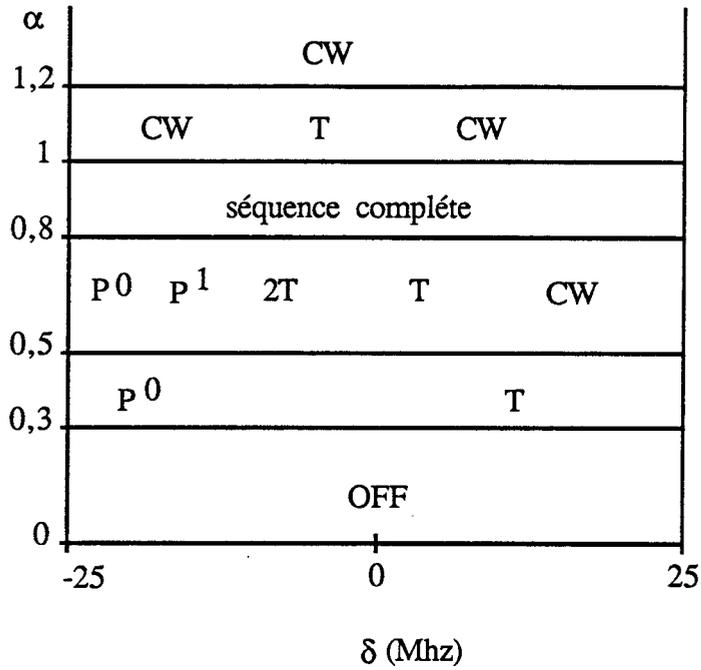


Figure 8-a): Influence des pertes de la cavité du laser sur la séquence de la figure (6), celles-ci sont repérées par le rapport α de la puissance moyenne au centre du mode en unité de puissance correspondante dans les conditions de la figure (6).

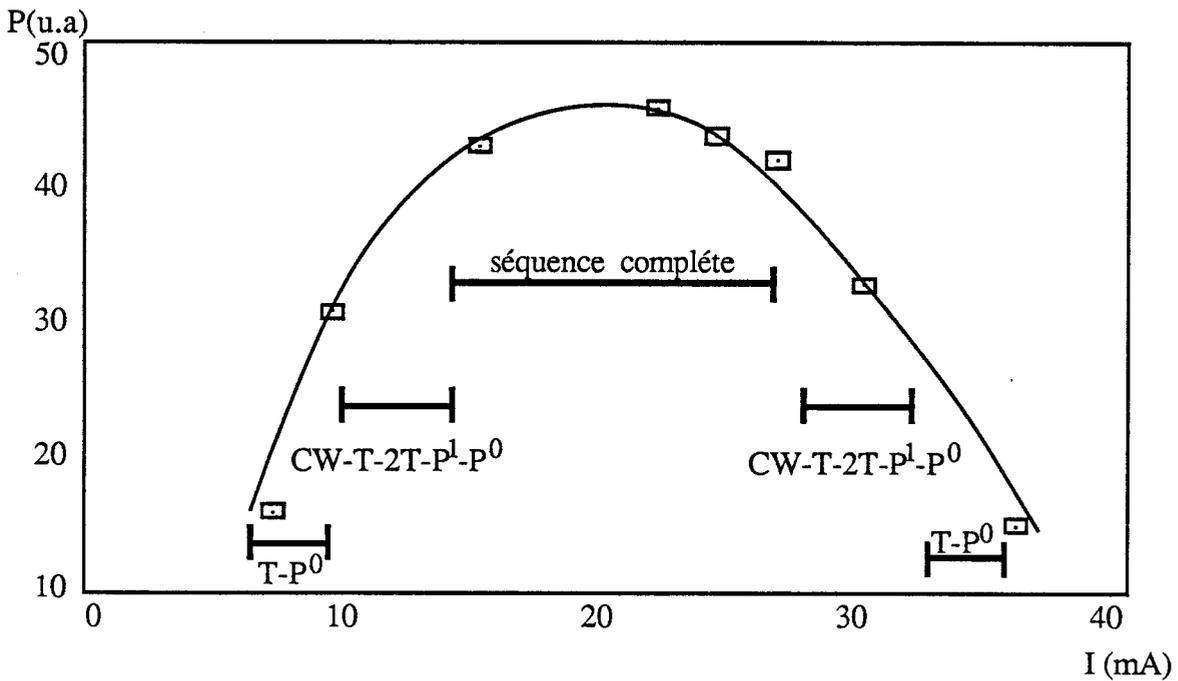


Figure 8-b): Représentation de l'influence du courant de décharge sur la séquence de la figure (6) accompagnée du tracé de la puissance moyenne au centre du mode du laser.

2.3.3.2. Influence des paramètres expérimentaux

a-Pertes de la cavité

D'une manière générale, le diagramme (δ, \bar{p}) est très sensible aux pertes de la cavité, que l'on fait varier par exemple en modifiant l'ouverture d'un diaphragme placé dans la cavité du laser.

On repère l'ouverture a du diaphragme par rapport à une ouverture de référence notée a_0 , qui est celle correspondant aux figures 5 et 6. Comme il est difficile de mesurer précisément a , on utilise le rapport de puissance

$$\alpha = \frac{P_m(a)}{P_m(a_0)}$$

où $P_m(a)$ et $P_m(a_0)$ sont les puissances moyennes au sommet du mode laser ($\delta = 0$) (fig. 8-a).

Pour $\alpha > 1,2$, l'émission laser est continue (régime CW), celle-ci se déstabilise en donnant lieu à des signaux oscillants T pour $\alpha = 1,2$ ($-11\text{Mhz} \leq \delta \leq -10\text{Mhz}$). Les séquences dynamiques associées sont globalement identiques à celle de la figure 6: pour $0,8 \leq \alpha \leq 1$, celles-ci présentent des signaux Cw, T, 2T, 4T, Chaos, P², C¹, 2P¹, P¹. Pour $0,5 \leq \alpha < 0,8$, les zones chaotiques dans les séquences dynamiques disparaissent au prix d'un élargissement des zones périodiques. Les séquences contiennent donc les signaux Cw, T, 2T, P¹, P⁰. Pour $0,3 \leq \alpha < 0,5$, les séquences dynamiques contiennent uniquement les signaux T et P⁰ et pour $\alpha < 0,3$ l'intensité laser est nulle (fig. 8-a).

L'exemple de la séquence dynamique étudiée ici, montre qu'il est nécessaire d'optimiser les pertes linéaires pour amener le L.S.A. dans une région où la dynamique est suffisamment riche. Dans les conditions extrêmes de faibles pertes ou de fort gain, le L.S.A. se comporte comme un laser ordinaire, c'est-à-dire émettant un rayonnement soit constant (Cw) soit nul (OFF).

b- Courant de décharge

Le courant de décharge agit essentiellement sur le taux de pompage sur les lasers à décharge. On admet généralement qu'aux faibles courants (~ 10 mA) ces deux grandeurs sont proportionnelles (Arimondo et al. 1985, Arimondo et Menchi 1985). Une augmentation du courant dans la zone instable du laser, si elle est accompagnée par une augmentation de la puissance moyenne du laser, entraîne des transitions entre les signaux P^n et $P^{n'}$ avec $n' > n$ (Tachikawa et al. 1986). Il est donc intéressant d'observer l'effet de ce paramètre sur les séquences dynamiques du diagramme (δ, \bar{p}) . On se limitera ici au cas de la séquence dynamique précédemment décrite, le maximum de puissance en absence d'absorbant étant obtenu pour un courant de 20 mA. En présence d'absorbant, on fait varier le courant de 8 à 35 mA (fig. 8-b). On constate un comportement à peu près symétrique par rapport au courant $I = 20$ mA, l'augmentation ou la diminution du courant ayant alors globalement le même effet. Les séquences restent pratiquement invariantes pour des courants compris entre 15 mA et 24 mA, où l'on observe des séquences dynamiques semblables à celle présentées à la figure 6, c'est à dire contenant toute la variété des instabilités PQS I et PQS II périodiques et erratiques. Au dessous de 15 mA et au delà de 28 mA, la zone instable s'élargit le long du mode laser. Les zones chaotiques disparaissent de la séquence dynamique qui contiennent alors uniquement les signaux T, 2T, $P^1 P^0$. Pour un courant inférieur à 10 mA ou supérieur à 33 mA, la séquence dynamique ne comporte que des oscillations périodiques de type T au voisinage du centre du mode, et P^0 sur le reste du mode laser. Dans la zone 13-17 mA, le courant de décharge ne semble donc pas jouer d'autre rôle que celui de modifier le taux de pompage, car les effets dynamiques sont symétriques de part et d'autre du maximum de puissance.

c- Pression totale dans le milieu amplificateur

Les diagrammes de phase à une dimension ($\delta = 0$) qui décrivent la dynamique du L.S.A. considérée ici en fonction de la pression dans le milieu amplificateur p , montrent que les instabilités PQS apparaissent dans un faible intervalle de pression au-dessus du seuil d'émission laser obtenu pour $p = p_s$ et en-dessous des valeurs de p_c correspondant à une émission continue (régime CW) (Arimondo et al. 1983). Dans cette zone $p_s < p < p_c$, l'augmentation de p est accompagnée par une augmentation de la puissance moyenne du laser (Arimondo et al. 1983).

Quand p baisse de 12 à 10 Torr, la puissance émise au centre du mode chute de moitié et l'on observe sur les séquences dynamiques les effets suivants:

- ◇ Le domaine d'existence des signaux P^n diminue par suite de l'apparition aux fortes valeurs de δ (~ -25 Mhz) de signaux $P^{n'}$ et $C^{n'}$ avec n' inférieur à n ; Par exemple la séquence obtenue à $\bar{p} = 66$ mT devient Cw, T, 2T, 4T, chaos, P^2 , C^1 , P^1 , P^0 avec une augmentation notable des temps T_n° .
- ◇ Si on diminue maintenant le courant de 23 à 16 mA on peut observer à très basse pression d'absorbant ($\bar{p} \sim 20$ à 30 mT), des séquences dynamiques très riches contenant de nombreux signaux P^n avec $0 \leq n \leq 8$ en plus des instabilités PQS II et du régime CW, et les temps T_n° sont supérieurs à ceux des cas précédents. Notons ceux-ci excèdent T_n^+ pour $n \leq 4$, et que de plus les signaux C^n (à l'exception de la zone chaotique PQS I-PQS II), deviennent difficilement observables expérimentalement dans les séquences dynamiques.

2.4 ANALYSE DES RÉSULTATS

Dans tout ce qui précède, on a décrit la dynamique du L.S.A. par l'intermédiaire des signaux lasers obtenus par balayage (resp.

variation) de δ (resp. \bar{p}). Nous avons classé les comportements dynamiques du L.S.A. en deux familles de signaux ayant des formes temporelles différentes notées PQS I et PQS II, et correspondant à des comportements différents du laser. Pour approfondir et préciser cette analyse, nous allons examiner les trajectoires associées dans un espace de phase. Comme il a été précisé précédemment, cette représentation décrit l'évolution de toutes les variables dynamiques indépendantes de système. De plus, nous avons vu que les instabilités PQS II évoluent en cascade sous-harmonique qui peut mener au chaos. Les signaux C^n présents dans la zone instable PQS I ont été présentés comme étant chaotiques. Dans cette partie nous allons justifier cette interprétation en prenant le cas simple des signaux C^1 qui apparaissent dans la transition $P^2 \rightarrow P^1$. Nous essaierons par la suite de rapporter le type de comportement observé ici dans le L.S.A. (séquences périodiques (P^n)-chaotiques (C^n)) à un cadre plus général, celui concernant la transition vers le chaos à la Shil'nikov.

2.4.1. Reconstruction des attracteurs dans l'espace de phase

Dans l'expérience présentée ici, les variables qui caractérisent le L.S.A. autres que l'intensité laser I sont inaccessibles avec les dispositifs de mesure utilisés dans ce travail. La reconstitution des attracteurs associée aux différents signaux laser peut se faire dans des espaces utilisant la seule variable I , en tirant parti d'une propriété mathématique énoncée par Takens (Takens 1981) et applicable aux systèmes à petit nombre de degrés de liberté. Les espaces considérés sont ceux formés par les dérivées temporelles successives de I : $I(t)$, $\dot{I}(t)$, $\ddot{I}(t)$,... ou encore l'espace formé par $I(t)$, et ses valeurs décalées dans le temps: $I(t)$, $I(t+\tau)$, $I(t+2\tau)$,... $I(t+n\tau)$ où τ est un temps arbitrairement choisi. Les attracteurs reconstruits dans ces espaces ne sont pas identiques aux attracteurs présentés dans l'espace des variables dynamiques du

système, mais leurs propriétés topologiques dans ces différents espaces sont conservées, en particulier en ce qui concerne l'existence et la stabilité des points fixes, des orbites et des ensembles limites (Takens 1981). Avant de décrire les différents attracteurs associés aux diverses instabilités du L.S.A. et reconstruits comme indiqué ci-dessus, rappelons que dans la zone instable du laser, et pour une large gamme de paramètres l'évolution de l'intensité émise dans les régimes de type P^n et C^n comporte deux phases. L'amplitude des variations de I pendant la première phase où I est sensiblement différent de zéro (temps T_n^+ pour P^n) est relativement importante, tandis que celle-ci reste très faible pendant la seconde phase au cours de laquelle la variable I est amortie au voisinage de la zone $I \sim 0$ (temps T_n^o pour P^n). En fait, pendant cette phase le signal est approximativement constant, au bruit de la détection près. Dans l'espace des phases reconstitué à partir de I , ceci se traduit donc par $I(t) \sim \dot{I}(t) \sim \ddot{I}(t) = 0$, et par $I(t) \sim I(t+\tau) \sim I(t+2\tau) = 0$ (pour τ suffisamment faible) c'est-à-dire que le système reste au voisinage du point origine 0 dans ces espaces. Le point 0 représente donc une zone d'accumulation de la trajectoire. Notons que le point 0 ainsi reconstitué à partir de la variable I , qui est la seule observable dans notre cas, ne représente pas forcément l'état "d'équilibre" du laser à intensité nulle (qu'on notera dans la suite S_0): Autrement dit, ce n'est pas parce que la trajectoire reconstituée est telle que le système reste un long temps autour de l'origine, qu'on peut en déduire que le laser complet (intensité, inversions de populations,...) évolue pendant ce temps au voisinage de la solution nulle.

2.4.1.1. Description des attracteurs

Pour des raisons de commodité, nous allons reconstruire ici les différents attracteurs correspondants aux signaux PQS I et PQS II dans

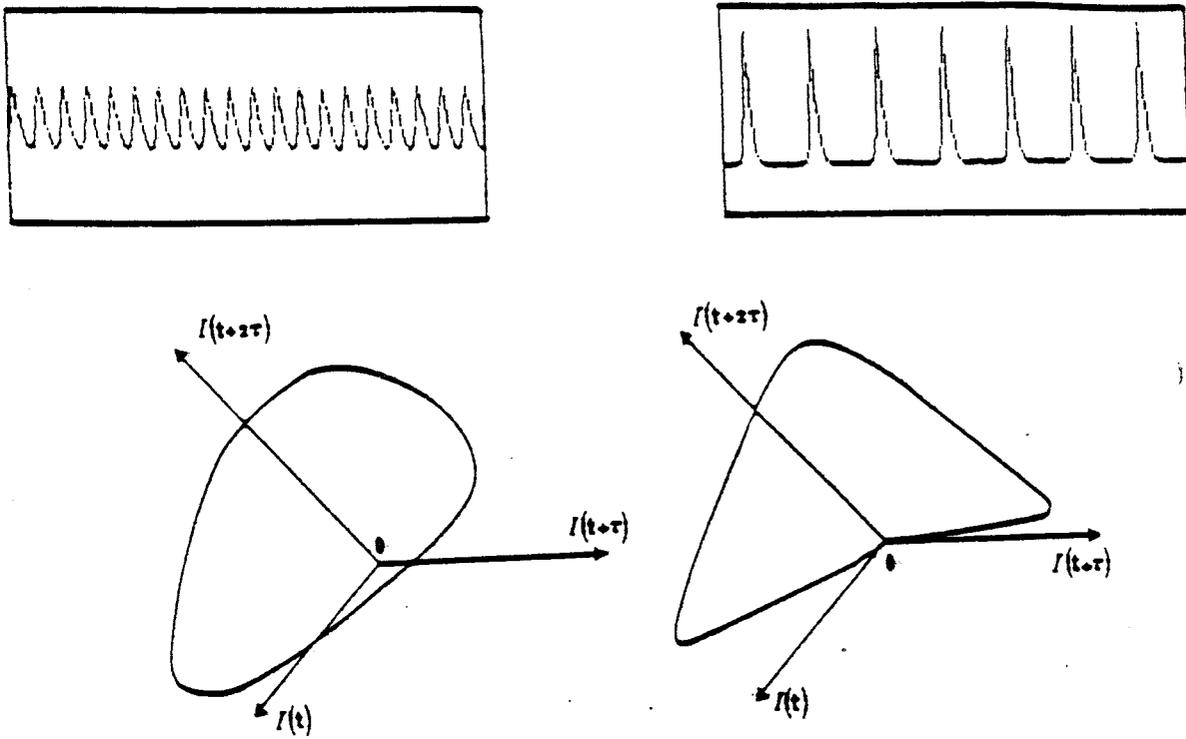


Figure 9-a): Signaux T et P⁰ représentés pour un ensemble de 500 points étalés sur un intervalle de 200 ms, dans les mêmes conditions de la figure 5. Sont représentés aussi leur portraits de phases dans l'espace $I(t), I(t+\tau), I(t+2\tau)$ avec $\tau = 2.5 \mu s$.

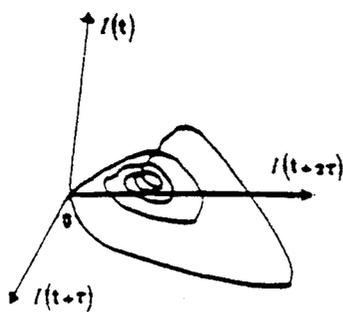
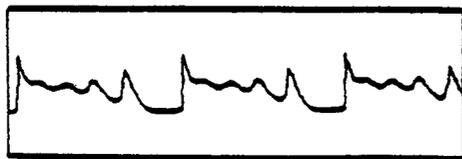


Figure 9-b): Signal P⁴ représenté dans les mêmes conditions que la figure 9-a, ainsi que son portrait de phases dans l'espace $I(t), I(t+\tau), I(t+2\tau)$, avec $\tau = 1,2 \mu s$.

l'espace de phase $I(t), I(t+\tau), I(t+2\tau)$. Ceux-ci seront représentés à trois dimensions en perspective pour mieux cerner leur évolution. Le temps τ est arbitraire ; il n'existe pas de règle générale qui permette de déterminer une valeur idéale de τ , mais Il est clair que si $\tau \rightarrow 0$ les trajectoires vont "dégénérer" vers un segment de la diagonale (1,1,1) de l'espace de phase. A l'opposé, si τ devient grand (en particulier supérieur au temps de corrélation moyen du signal) les points définissant la trajectoire dans l'espace de phase sont alors définis par des composantes décorrélatées, et dans ce cas les attracteurs sont mal définis. En pratique, les valeurs de τ sont souvent choisis de l'ordre du tiers au dixième de la période la plus rapide du système.

Dans cet espace fictif, les signaux lasers constants et non nuls (régime CW) sont représentés par des points attracteurs notés " S_+ ". Les signaux lasers instables, retrouvent une représentation fidèle de leurs différentes évolutions ainsi dans l'exemple des signaux P^n , l'évolution pendant le temps T_n^0 correspond ici à la durée que le système passe au voisinage du point 0, alors que l'évolution de ces signaux pendant T_n^+ correspond au temps nécessaire au système pour explorer une trajectoire qui quitte un voisinage du point 0 et y revient.

Dans le cas limite correspondant aux signaux PQS II, les attracteurs correspondants dans l'espace $I(t), I(t+\tau), I(t+2\tau)$ sont des cycles limites évoluant loin du point 0. Une représentation d'un cycle limite T est présentée avec τ choisi de l'ordre du cinquième de la période T (2,5 μ s) (fig. 9-a). Les attracteurs correspondant aux signaux PQS I ont des formes différentes. A la figure 9-a, on a représenté un cycle limite correspondant au signal P^0 , dont la trajectoire visite le point 0, et comme exemple des signaux P^n ($n \neq 0$) (fig. 9-b), on a représenté l'attracteur associé au signal P^4 , les deux attracteurs sont reconstitués à partir de 500 points couvrant trois périodes pour le signal P^4 et environ 7

périodes pour le signal P^0 avec τ de l'ordre du dixième de la période T la plus rapide de la séquence dynamique correspondante, et de l'ordre du cinquième du temps de montée de l'impulsion de démarrage à partir de $I \sim 0$. La trajectoire associée au signal P^4 est constituée d'une partie spirale formée de quatre boucles autour de S_+ , divergentes dans le sens des aiguilles d'une montre, qui après la dernière boucle se trouve attirée vers le point 0 , où elle reste un temps T_4° . La trajectoire quitte ensuite ce point et se trouve *réinjectée* au voisinage de S_+ au centre de la spirale en un temps faible devant T_4° . La révolution de la trajectoire autour de S_+ en forme de spirale divergente, ainsi que la convergence de celle-ci après réinjection en un voisinage de S_+ , confèrent à ce dernier les propriétés d'un point foyer-col, la spirale correspondant au foyer instable et la retombée vers S_+ à l'aspect attracteur de ce point.

L'attracteur correspondant à ce régime P^4 est un cycle limite, résultant des "plis" successifs de la trajectoire en forme de spirale autour de S_+ avec un retour au voisinage de S_+ . Remarquons que ce retour est assuré d'une part par le point 0 et d'autre part par l'attraction de S_+ . La nature de ce type de cycle et la dynamique qui leur est attachée seront interprétées plus en détail dans le paragraphe 2.4.2.4.

Tout d'abord, on s'intéresse à l'évolution des attracteurs ainsi reconstitués quand on modifie l'un des paramètres de contrôle. Pour cela, on suit dans l'espace de phase les différents attracteurs associés aux signaux de la séquence dynamique de la figure 6. Notons tout de suite que ceci est insuffisant pour couvrir les régions explorées par les attracteurs chaotiques de la séquence, à cause de la faible valeur du rapport Durée d'observation / $T_n^+ + T_n^\circ$, mais permet surtout de visualiser l'évolution des attracteurs périodiques (fig. 10).

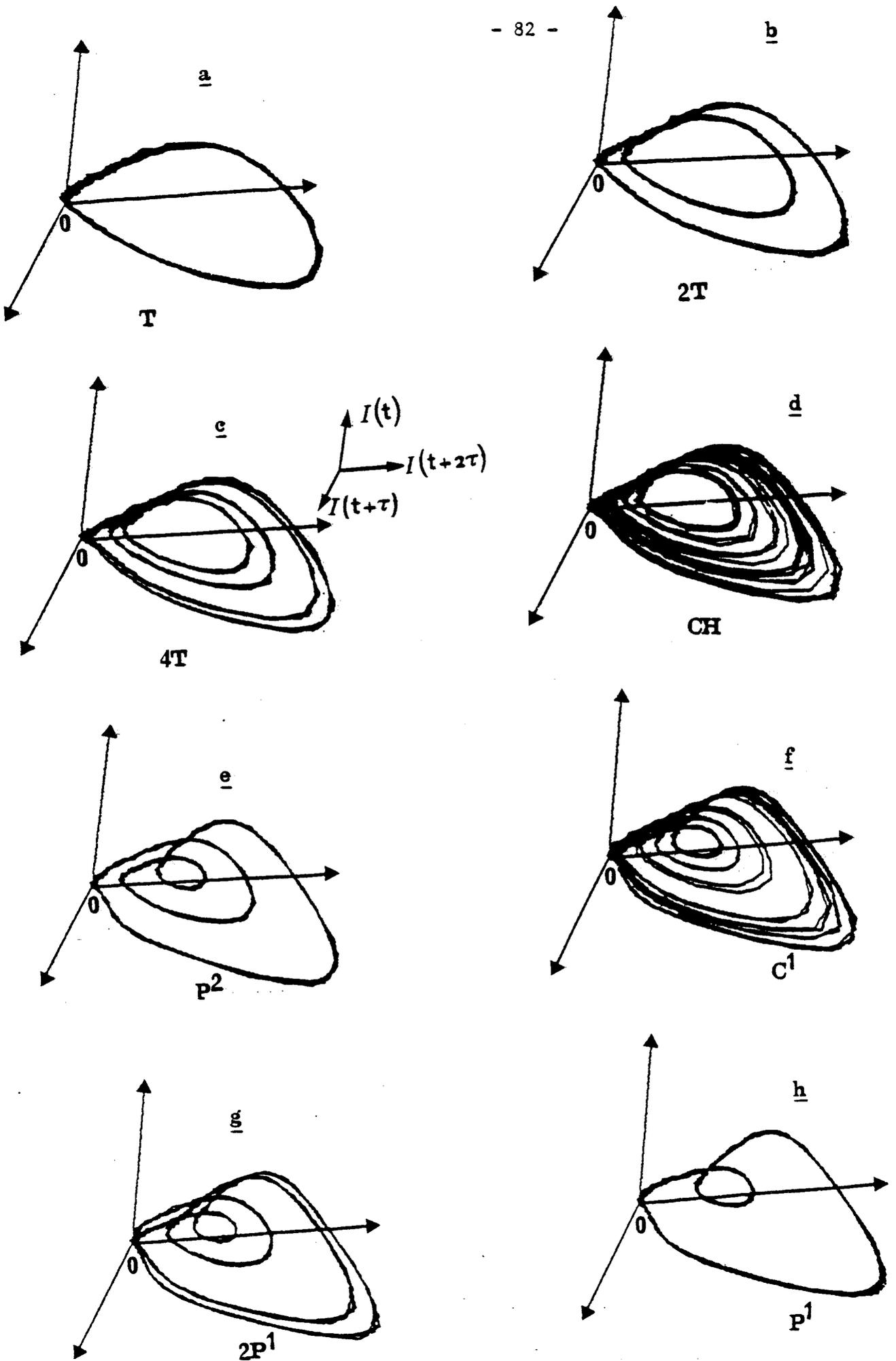


Figure 10): Représentation dans le même ordre de succession a), b), c), d), e), f), g), h), des signaux de la séquence correspondante à la figure 6 dans l'espace $I(t)$, $I(t+\tau)$, $I(t+2\tau)$ sur un ensemble de 1000 points et pour $\tau = 1,2 \mu s$.

Pour la figure 6-a, l'attracteur correspondant est un cycle limite qui reste loin du point 0 (fig. 10-a), pour δ correspondant à la figure 8-b, il se forme une boucle à l'intérieur de la trajectoire précédente (fig. 10-b) qui résulte d'un "pli" de l'attracteur dans l'espace de phase. La dimension de cette boucle est nettement plus faible que celle du cycle T dans cet espace, et l'attracteur résultant est un cycle limite 2T. L'attracteur correspondant à la figure 6-c montre un dédoublement des trajectoires de la même manière que précédemment, celui ci est un cycle limite 4T (fig. 10-c). Dans les conditions de la figure 6-d davantage de "plis" se forment sur la trajectoire et l'attracteur devient chaotique (fig. 10-d). On constate que lors de cette séquence, les trajectoires ne visitent pas le point 0, elles restent confinées dans un espace compris entre une boucle intérieure d'extension relativement faible par rapport au cycle T, et une boucle de la taille de ce cycle.

Dans les conditions de la figure 6-e, les trajectoires correspondant au signal considéré convergent momentanément vers le point 0, puis s'en éloignent et se réinjectent en une boucle de faible extension par rapport au cycle T, et enfin divergent selon une seconde boucle en forme de spirale (fig. 10-e). L'attracteur correspondant P^2 est un cycle de même type que le cycle P^4 vu précédemment. Alors que dans le cas de la figure 6-f il apparaît dans l'espace de phase, un régime chaotique qui conserve la récurrence des trajectoires (la réinjection autour de S_+) sans être périodique. Ce comportement demeure sur des temps d'observation nettement plus grands, et l'hypothèse d'un transitoire peut être éliminée. Pour la valeur de δ correspondant à celle de la figure 6-g, l'attracteur est constitué d'une orbite à deux boucles de réinjections différentes autour de S_+ , la première d'extension plus faible est suivie d'une seconde boucle qui possède une extension plus importante dans l'espace de phase (fig.

10-g) et finalement pour δ correspondant à celle de la figure 10-h, l'attracteur est un cycle limite P^1 du même type que $2P^1$ avec une boucle de réinjection unique de faible extension dans l'espace de phase (fig. 10-h).

La reconstitution des attracteurs dans l'espace de phase $I(t)$, $I(t+\tau)$, $I(t+2\tau)$ montre donc que les deux régimes chaotiques décrits au début de cette section (2.4) correspondent bien à des comportements dynamiques différents:

- Le premier régime qui survient à la suite d'une déstabilisation de l'attracteur "cycle limite de période T ", donne lieu successivement à d'autres cycles de limites de période $2^n T$ (n limité à $n = 2$), avant d'aboutir au chaos.
- Le second régime qui se situe à des valeurs δ plus petites que le premier dans une même séquence dynamique, parvient à la suite d'une déstabilisation par modification de δ d'un cycle limite ayant une propriété particulière: les trajectoires de ce dernier sont soumises à un processus non linéaire de réinjection au voisinage de S_+ point de type foyer-col, et qu'après divergence au voisinage de ce point forment une orbite passant par 0. Ce régime est caractérisé par l'existence de multiples trajectoires soumises au processus de réinjection comme on peut le constater dans les régimes C^n . Ce régime chaotique est atteint après doublement de période pour le signal P^n . Lors de ce doublement de période on obtient différentes boucles de réinjection, par exemple deux boucles pour le signal $2P^1$. Notons qu' à l'approche de la zone chaotique PQS I-PQS II. Les attracteurs associés aux signaux P^n présentent des spirales avec un nombre croissant de tours autour de S_+ , dont les trajectoires se réinjectent plus près de ce point.

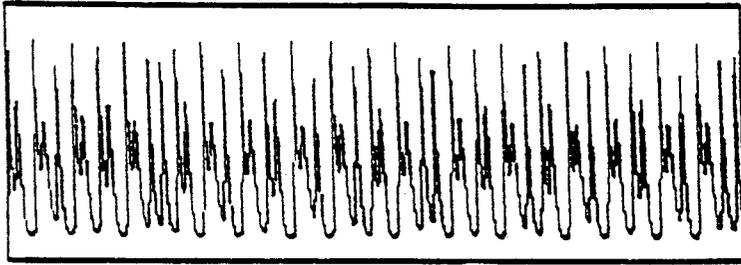


Figure 11-a): Signal $I(t)$ en régime chaotique de type C^1 représenté avec un ensemble de 32000 points explorant un intervalle de 1 ms.

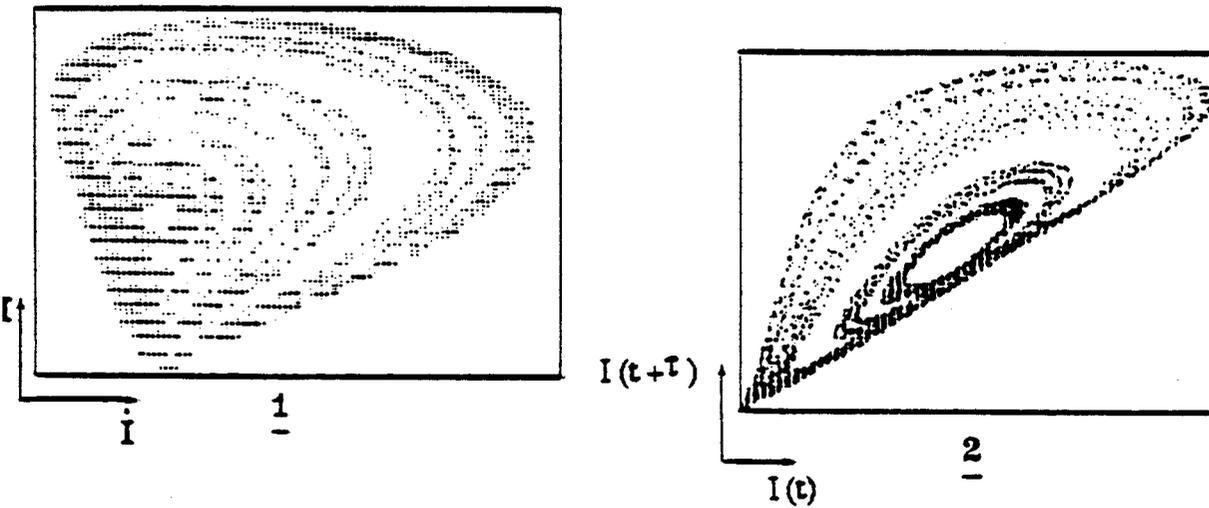


Figure 11-b): Portraits de phase du signal C^1 représentés: en (1) dans les espaces (\dot{I}, I) et en (2) dans l'espace $(I(t), I(t+\tau))$ avec $\tau = 1,2 \mu s$.

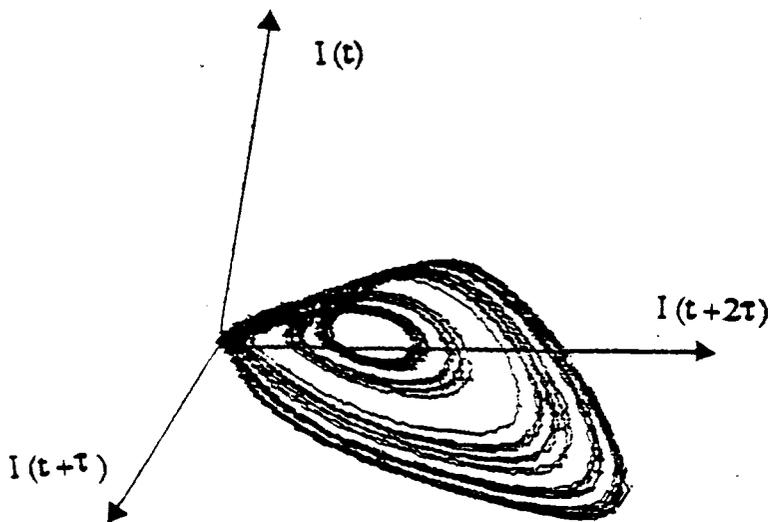


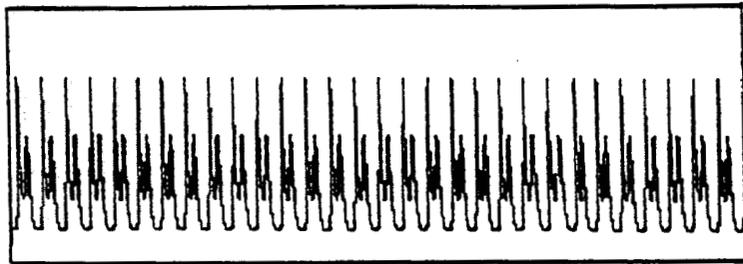
Figure 11-d): Représentation du portrait de phase de l'attracteur de la figure précédente dans l'espace $I(t), I(t+\tau), I(t+2\tau)$ en utilisant la même valeur du décalage τ .

Dans la suite, on s'intéressera au second régime chaotique, sur l'exemple de la transition $P^2 \rightarrow P^1$ à partir des attracteurs reconstruits dans l'espace de phase (I, \dot{I}) : nous examinerons la nature de cette transition en utilisant les sections de Poincaré, et les diagrammes de premier retour associés, en vue de s'assurer du caractère déterministe de cette transition. Mais tout d'abord, nous présentons l'attracteur C^1 de la transition $P^2 \rightarrow P^1$, qui fera l'objet de cette étude voir (fig. 11-a). Les différentes reconstructions de l'attracteur C^1 dans l'espace $I(t), I(t+\tau), I(t+2\tau)$ sa projection dans le plan $I(t), I(t+\tau)$, ainsi que sa représentation dans l'espace (I, \dot{I}) sont présentées dans les figure (11-b et c). On vérifie aisément et conformément à la propriété énoncée dans 2.4.1. que les attracteurs représentés dans les plans de phase $(I(t), I(t+\tau))$, et le plan (I, \dot{I}) (fig. 11-b) correspondent à des trajectoires semblables avec des mouvements du même type.

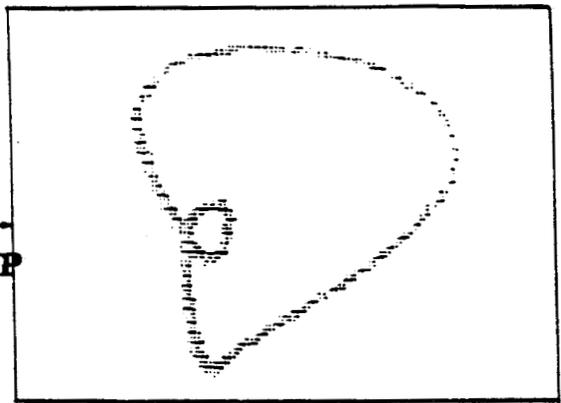
2.4.1.2. Plan de phase (I, \dot{I})

Comme on vient de le voir fig. 11-b, la reconstruction de l'attracteur C^1 dans l'espace (I, \dot{I}) présente les mêmes caractéristiques que sa représentation dans l'espace $I(t), I(t+\tau)$, cependant sur un plan pratique, la première procédure est plus facilement réalisable. Ainsi pour obtenir le signal dérivé \dot{I} , il suffit de brancher en parallèle avec le signal I , un dérivateur analogique. Les deux signaux après avoir été recueillis sur l'oscilloscope numérique sont soit mémorisés sur micro-ordinateur pour traitement numérique et représentation graphique de l'attracteur, soit envoyés sur les voies (x, y) d'un oscilloscope pour une observation directe des attracteurs considérés. Ceci permet de surveiller en temps réel leur évolution en fonction d'un paramètre de contrôle .

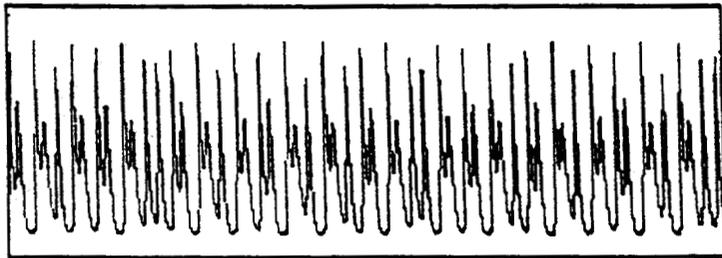
Le circuit dérivateur utilisé ici possède une fréquence de coupure basse de l'ordre de quelques KHz. Pratiquement, on peut



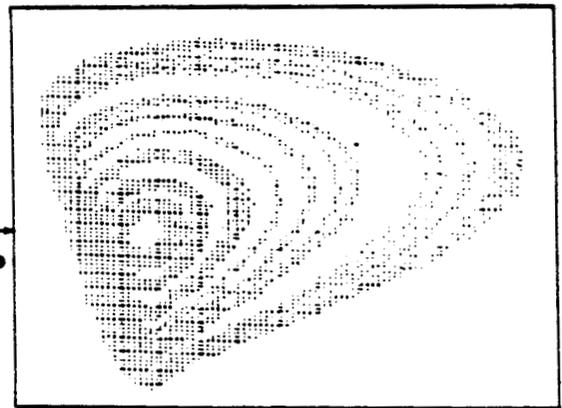
P¹



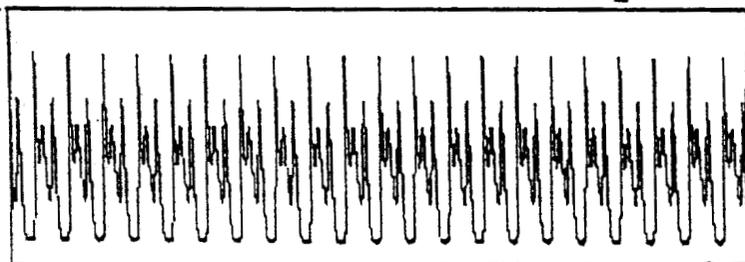
SP



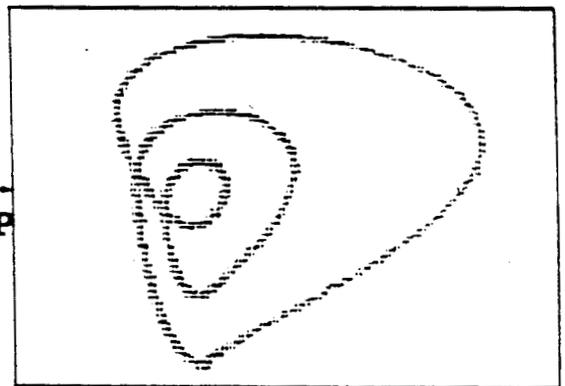
C¹



SP



P²



SP

Figure 12): Représentation des signaux de type P¹, C¹, P², ainsi que leur portrait de phases dans l'espace (\dot{I} , I), SP indique la trace du plan de coupe de Poincaré. L'intervalle de temps exploré est de 1 ms pour un ensemble de 32000 points.

considérer que pour une durée d'observation de 1 ms, le signal obtenu ainsi est peu différent et contient les mêmes informations que le signal dérivé. D'autre part, le dérivateur analogique provoque une forte perte d'amplitude des signaux enregistrés, ce qui empêche d'utiliser la même méthode pour obtenir un signal dérivé seconde ou supérieure de I , ce qui rend le procédé inapplicable pour une reconstruction multidimensionnelle des attracteurs étudiés.

Dans ce qui va suivre, nous nous limiterons aux projections dans le plan (I, \dot{I}) des attracteurs P^2, C^1, P^1 rencontrés lors de la transition $P^2 \rightarrow P^1$ (fig. 12), et nous utiliserons ces projections pour la construction des diagrammes du premier retour associés à chacun des attracteurs de la transition en question.

2.4.1.3. Diagramme du premier retour

D'une manière générale, l'exploitation des attracteurs est facilitée par une réduction de la dimension de l'espace de représentation étudié. Dans ce but, on a introduit les sections de Poincaré, celles-ci représentant les intersections des trajectoires du système dans l'espace de phase avec un plan P (cas d'un espace de phase à trois dimensions). Ce plan de coupe de l'attracteur doit être choisis judicieusement et on ne considère que les points d'intersection associés à des trajectoires coupant le plan dans un sens donné (Bergé et al. 1984). Notons que la méthode de coupe de Poincaré permet de retrouver les caractéristiques structurales des attracteurs (Bergé et al. 1984).

La section de Poincaré est souvent un intermédiaire qui permet de construire le diagramme du premier retour, celui-ci représente la position du $(k + 1)^{\text{eme}}$ point d'intersection de l'attracteur avec la section de coupe en fonction de la position du k^{eme} point de cette section. Le diagramme du premier retour ramène donc l'étude

de l'attracteur en question à une étude sur un espace plus réduit, en considérant l'ordre chronologique des passages des trajectoires à travers le plan de section de Poincaré. Dans le cas déterministe, on peut trouver une relation déterministe (non aléatoire) caractérisant l'évolution d'une grandeur (position, distance par rapport à un point fixe...) X_{k+1} attaché au $(k+1)^{\text{ème}}$ point en fonction de X_k valeur de la même grandeur attachée au $k^{\text{ème}}$ point de la section de Poincaré considérée.

Dans notre cas, on appliquera cette méthode aux attracteurs P^1 , C^1 , P^2 , présentés dans le paragraphe précédent (fig. 12). La section de Poincaré considérée ici correspond à une intensité $I = \text{cte}$ et à \dot{I} positif, et autour de laquelle le signal effectue des oscillations pendant les temps T_1^+ et T_2^+ (fig. 12). Les diagrammes obtenus représentent les différents abscisses \dot{I}_{k+1} correspondants au $(k+1)$ point d'intersection de la trajectoire avec le plan de section que l'on vient de définir, en fonction de sa valeur \dot{I}_k relative à l'intersection précédente. Signalons que pour des séries temporelles de 32000 points, ces sections contiennent de 40 à 50 points.

Les diagrammes du premier retour associés aux attracteurs P^1 , C^1 , P^2 présentent des points répartis en deux formes géométriques différentes (fig. 13):

i : Dans le cas des signaux périodiques P^1 , P^2 , les points du diagramme du premier retour associé à ces attracteurs sont localisés dans des zones d'accumulation dont l'extension très réduite est en fait liée au bruit. On obtient une séquence de deux "points" placés symétriquement par rapport à la première bissectrice pour l'attracteur P^1 , et une séquence de trois "points" pour l'attracteur P^2 représentant les trois différentes pentes positives du signal associé.

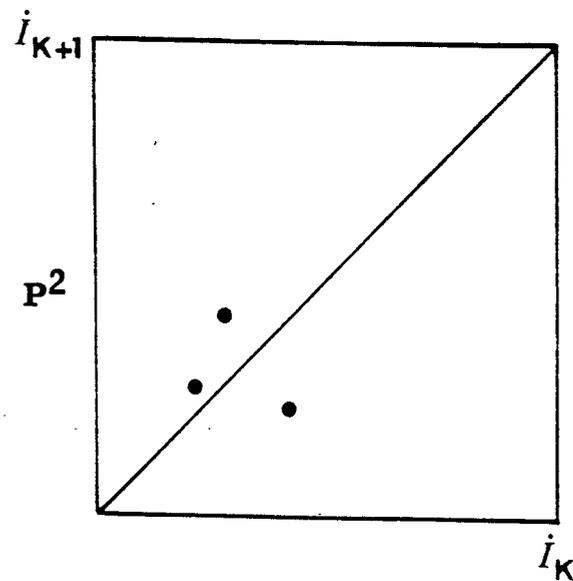
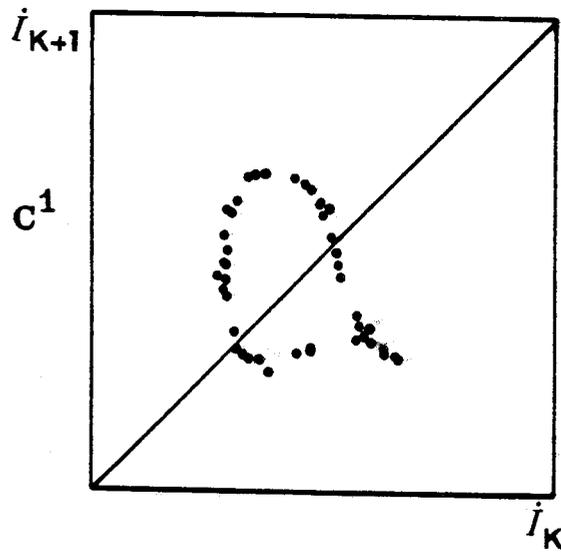
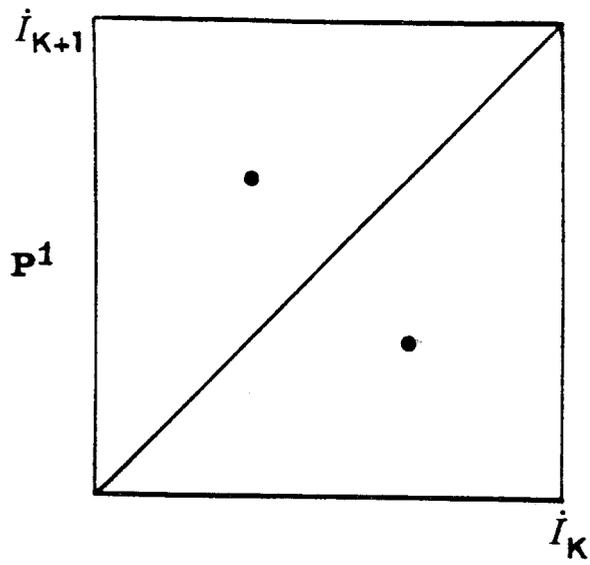


Figure 13): Diagramme de premier retour i_{K+1} en fonction de i_K associé aux signaux de la figure 12) accompagnés du tracé de la première bissectrice.

ii : Dans la zone de transition $P^2 \rightarrow P^1$, l'attracteur C^1 est caractérisé par une nouvelle répartition de points dans le diagramme du premier retour. Les points associés à l'attracteur ne sont pas répartis d'une manière aléatoire, mais s'étalent le long d'une courbe discontinue ayant la forme d'une cloche avec un pli à la base . Un prolongement par continuité des différent points aboutit à une courbe qui possède deux propriétés importantes:

◇ : Par son existence même, cette courbe confirme *un caractère déterministe* du régime erratique correspondant à l'attracteur C^1 qui appartient à la zone de transition $P^2 \rightarrow P^1$, en effet, la connaissance de la variable I en un point détermine sa valeur en un point suivant. D'autre part, malgré le déterminisme présenté par celle-ci, l'opération inverse (chercher l'antécédent d'un point) est impossible à cause de la non inversibilité de cette dernière (Bergé et al. 1984).

◇◇ : Les pentes de cette courbe en module sont supérieures à l'unité, sauf au maximum de celle-ci et dans la zone des plis, ceci entraîne que les points d'intersection de cette courbe avec la première bissectrice (points fixes) sont instables (Bergé et al. 1984). Ce critère associé à celui de (◇) est générateur du chaos déterministe (Bergé et al. 1984).

L'étude fait ici peut être évidemment conduite pour les autres transitions $P^{n+1} \rightarrow P^n$, et compte tenu de la similitude des comportements conduisant à ces diverses transitions, on aboutirait à des diagrammes de premier retour à caractère déterministe. Cependant, d'un point de vue purement expérimental, cette étude est difficilement réalisable, car il est difficile de maintenir ces conditions expérimentales suffisamment stables pour obtenir des longues séries de données nécessaires à la détermination d'un nombre significatif de

points de la section de Poincaré. En effet par suite de l'augmentation des durées T_n^+ , on ne peut obtenir que quelques pseudo-cycles par enregistrement et la procédure de transfert de l'oscilloscope numérique au microordinateur n'est pas assez rapide pour être sûr que les dérives des paramètres expérimentaux n'entraînent pas de modification significative des attracteurs. Il faut en effet donc noter que le domaine d'existence des régimes $2^m P^n$ diminue fortement quand n et surtout m augmentent.

L'exemple traité sur la transition $P^2 \rightarrow P^1$ permet cependant d'établir que les signaux C^n décrits ainsi présentent les propriétés suivantes:

- les trajectoires associées dans l'espace de phase, sont caractérisées par le processus non linéaire de réinjection au voisinage d'un point foyer-col.
- D'autre part, le caractère irrégulier de ces signaux est de nature déterministe. Ces signaux traduisent un comportement chaotique qui témoigne de la présence d'une forte non linéarité dans le système. En fait, le mécanisme de réinjection dans l'espace de phase des trajectoires associées au voisinage d'un point foyer-col n'est pas étranger à l'apparition de ce comportement. C'est ainsi que dans la suite, nous essaierons d'interpréter et de resituer dans un cadre plus général le comportement attaché aux signaux C^n observé dans la zone instable PQS I. du L.S.A

2.4.2. Chaos de réinjection- Chaos à la Shil'nikov

Comme on vient de le signaler, on va essayer de décrire dans ce paragraphe certaines propriétés des systèmes dynamiques, qui sont dotés d'un processus non linéaire de réinjection de trajectoire dans l'espace de phase au voisinage d'un point fixe instable, et de comprendre la liaison qui peut exister entre ce processus et la

présence d'une réponse chaotique du système correspondant. Pour cela, nous ferons appel, tout en restant dans un cadre physique et loin de toute rigueur mathématique, aux résultats de la théorie des systèmes dynamiques. Nous nous limiterons aux cas des systèmes à trois dimensions d'une part parce que la dynamique associée à ces systèmes est la plus connue actuellement, et d'autre part par ce que la dynamique de certains systèmes de dimension supérieure peut facilement se ramener à celle du système à trois dimensions (Tresser 1982, Fowler 1986).

Par système dynamique, il faut entendre tout système indépendamment de sa nature: physique ou autre, qui évolue dans le temps. Cette évolution peut être décrite par un ensemble fini d'équations de différents types, telles que les équations différentielles, ordinaires ou aux dérivées partielles... Le laser avec absorbant saturable est un système dont le comportement dynamique est caractérisé théoriquement par l'évolution de plusieurs variables comme l'inversion de population dans le milieu amplificateur ou dans l'absorbant, l'intensité émise, la polarisation.... C'est un système à plusieurs degrés de liberté, et sous certaines approximations, telles que l'élimination adiabatique des variables rapides, et l'élimination des effets spatiaux (Sargent et al. 1974, Haken 1983, 1984, 1985, Lugiato et al. 1984, Arecchi 1987,...), les équations qui le caractérisent peuvent se ramener à un système différentiel ordinaire à petit nombre de variables A_i . Ce système peut s'écrire sous la forme :

$$\frac{dA_i}{dt} = F_i(\{A_i\}, \mu)$$

où μ est un paramètre de contrôle du système, et où les F_i sont des fonctions des variables A_i . Un tel système d'équations différentielles est souvent appelé "flot dans l'espace de phase"

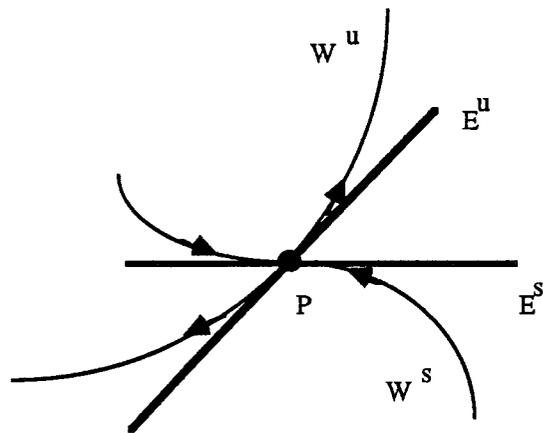


Figure 14-a): Point fixe P de type col représenté avec les variétés stable et instable W^s et W^u , au point P celles-ci sont tangentes aux directions E^s et E^u

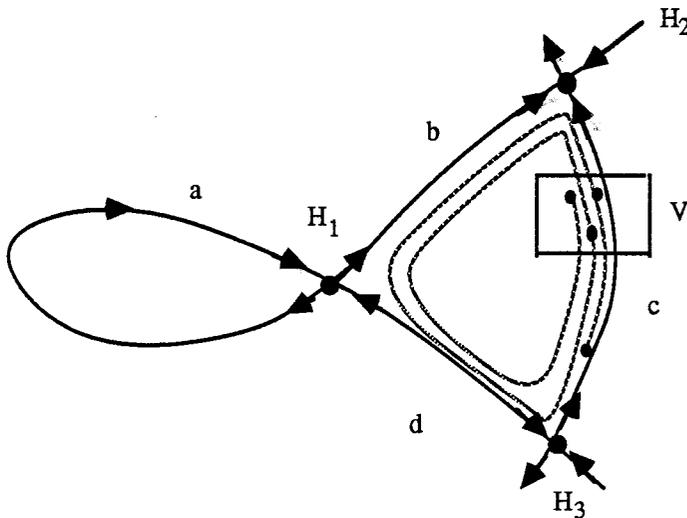


Figure 14-b): Orbite homocline (a) et orbites hétéroclines (b ,c, et d)

On constate que les points de ces ensembles limites ne sont pas récurrents par contre le voisinage V reste conservé au cours du temps.

(Bergé et al. 1984). Dans la suite nous allons définir d'une manière assez simple des notions mathématiques qui ont pour but de nous aider à comprendre les différents résultats des théorèmes concernant le chaos de réinjection.

Tout d'abord, rappelons que les solutions $\{A_i\}$ telles que

$$\frac{dA_i}{dt} = 0$$

définissent les points fixes du flot dans l'espace de phase. D'autre part, l'ensemble des points de cet espace qui appartient ainsi que leur transformations par le flot pour $t \geq 0$ (resp. $t \leq 0$) au voisinage d'un point fixe P , et qui convergent asymptotiquement (resp $t \rightarrow -\infty$) sous l'action de ce dernier vers le point fixe, définit une *variété stable* (resp. instable) *attachée à P* (fig. 14-a). Notons que les variétés stables (resp. instables) se confondent avec les directions linéaires propres stables (resp. instables) au voisinage des points fixes obtenus par linéarisation du flot (fig. 14-a).

Les propriétés dynamiques des points fixes (col, nœud, foyer,...) déduites de la linéarisation du flot permettent de prévoir le comportement *au voisinage de ces points* des trajectoires associées au système. Cependant les attracteurs correspondants sont décrits à partir des comportements *globaux* du flot dans l'espace de phase. Dans le cas étudié ici, on s'intéressera à deux cas particuliers: les "orbites homoclines" et les "orbites hétéroclines".

2.4.2.1. Orbites homoclines - Orbites hétéroclines

Une "orbite homocline" est une orbite de l'espace de phase associé au système, qui présente une connexion d'un point fixe de type col à lui-même (Tresser 1981-1984, Guckenheimer et Holmes 1983, Manneville 1986). De même, une "orbite hétérocline" présente une connexion entre deux points cols différents de l'espace de phase (fig. 14-b). Une connexion cyclique entre deux points fixes différents est

assurée par deux orbites hétéroclines et le cycle associé est appelé *cycle homocline* (par opposition à une *orbite homocline*) (Guckenheimer et Holmes 1983). Notons que ces orbites correspondent à des cas limites, où le système quand il suit ces orbites, met un temps *infini* ($t \rightarrow \infty$) pour revenir au point col. On peut citer deux propriétés importantes concernant ces orbites (Thom 1972, Smale 1980, Guckenheimer et Holmes 1983, Bergé et al. 1984, Manneville 1986, Nicolis 1986, Fowler 1986, , , ,). En dimension deux, les orbites homoclines et hétéroclines forment des ensembles de points limites *non errants*, car une trajectoire partant dans le voisinage V (fig. 14-b) y repasse indéfiniment, mais ils ne sont pas récurrents, par contre, un point appartenant à un *cycle limite* est récurrent.

D'une manière générale, ces orbites sont *structurellement instables*, c'est-à-dire qu'elles sont *faiblement résistantes aux petites variations des paramètres du flot*: en dimension deux, l'effet de ces perturbations peut entraîner une brisure de leurs connexions alors qu'en *dimension trois*, et sous certaines conditions (voir paragraphe suivant) l'effet des perturbations peut entraîner un *comportement chaotique* dans la réponse du système.

Dans le cas traité ici c'est à dire pour les trajectoires associées aux signaux P^n , il s'agit d'orbites qui sont peu différentes de celles présentées dans les cas limites. Celles-ci passent dans un voisinage des points fixes, en subissant les effets locaux induits par l'un (S_+) et probablement des effets causés par l'autre point fixe (S_0). Dans ce cas, on parlera d'orbite "quasi-homocline".

2.4.1.2. Chaos de réinjection

Dans les systèmes non linéaires à trois dimensions, l'existence d'un point fixe instable P de type col et d'une orbite homocline, peut entraîner un comportement dynamique assez riche (Fowler 1986). Dans

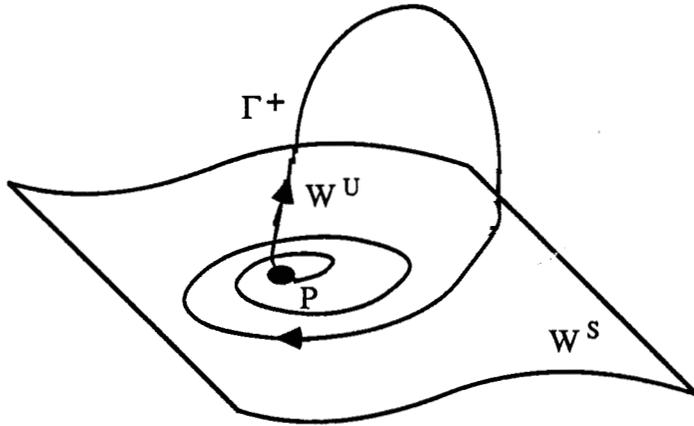


Figure 15-a): Schéma représentatif d'une orbite homocline associée au point foyer col P

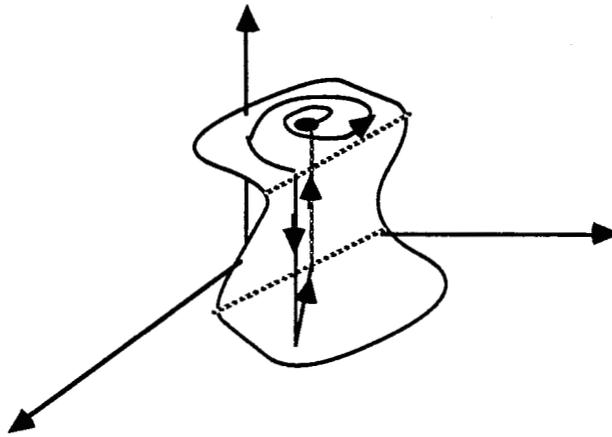


Figure 15-b): Intérprétation géométrique de la dynamique des attracteurs spirales décrits par Rössler. On constate que le mouvement des trajectoires est contenu dans une surface plissée (variété globale du système) sur laquelle existe un point foyer instable

ce paragraphe, nous nous intéresserons au cas particulier, où le point P est de type foyer-col, c'est-à-dire que les valeurs propres du flot linéarisé autour de ce point sont de la forme $(\rho \pm i\omega, \lambda)$ avec $\rho < 0$ et $\lambda > 0$ (resp $\rho > 0$ et $\lambda < 0$), avec la présence d'une orbite homocline Γ^+ (resp Γ^-) qui lui est biasymptotique. Le point P possède donc une variété instable à une dimension (respectivement à deux dimensions) sur laquelle le flot subit une divergence exponentielle $e^{\lambda t}$ (respectivement $e^{\rho t}$) et une variété stable à deux dimensions (respectivement à une dimension) sur laquelle une partie du flot réinjecté au voisinage de P subit une contraction exponentielle $e^{\rho t}$ (resp $e^{\lambda t}$) (fig. 15-a). Le théorème de Shil'nikov démontre que si le rapport:

$$\left| \frac{\lambda}{\rho} \right|$$

est supérieur à 1, le système peut présenter un *comportement chaotique* (Shil'nikov 1965-70) au voisinage de l'homocline Γ^+ (resp Γ^-). Ce type de comportement a fait l'objet de plusieurs études théoriques par divers auteurs qui se sont attachés à présenter de différentes façons les divers comportements dynamiques au voisinage de l'homocline (chaos, comportements périodiques) dans un aspect général (Guckenheimer et Homes 1983, Tresser 1981-1984,, Gaspard 1983, Glendinning et Sparrow 1984, Gaspard et al; 1984, Arneodo et al 1985, Nicolis 1986, Fowler 1986), où à partir des équations de systèmes particuliers, tels que le système de Lorentz (Glendinning et Sparrow 1984), les équations de Voltera à un paramètre (Arneodo et al. 1982-1984), les réactions de Belousov-Zhabotinsky qui après les études intuitives de Rössler (1976-1977-1977-1979) concernant la dynamique associée (fig. 15-b) qui a été revue d'une manière rigoureuse et resituée dans le cadre de la dynamique à la Shil'nikov (Richetti et



Arneodo 1985, Argoul et al. 1987 a et b,). Ce type de comportement a permis notamment d'interpréter le chaos observé dans les lasers CO₂ avec contre-réaction (Arecchi, 1987). D'autres travaux ont permis de donner une généralisation de ces résultats au voisinage des *boucles hétéroclines* assurant des connexions entre points fixes de type col et foyer-col (Tresser 1981-1984).

2.4.1.3. Application au L.S.A.

L'étude expérimentale conduite ici sur le L.S.A. à partir de la forme temporelle de l'intensité laser, du spectre de puissance associé et des attracteurs qui lui sont attachés dans l'espace de phase ($I(t)$, $I(t+\tau)$, $I(t+2\tau)$) ainsi que l'analyse du diagramme du premier retour dans la zone PQS I permet de retrouver des propriétés importantes concernant la dynamique L.S.A., dont on peut rappeler:

- i : La présence d'un état "d'équilibre" S_+ (régime I_+) instable de type foyer-col, avec d'une part un mouvement de trajectoires s'éloignant de son voisinage en spiralant dans l'espace de phase, et d'autre part une attraction de ces dernières vers ce voisinage dans une direction différente. Dans la série temporelle, ceci correspond à des oscillations de faible amplitude divergente survenant après une oscillation de grande amplitude. Après divergence pendant un temps T_n^+ , celles-ci relaxent vers la zone $I \sim 0$.
- ii : L'existence d'un mécanisme non linéaire de réinjection dont on ignore actuellement l'origine. Ce mouvement peut être dû par exemple à une trajectoire sur une variété plissée, où à l'influence d'une direction fortement répulsive associée à l'état d'équilibre S_0, \dots . La réinjection au voisinage de l'état S_+ s'effectue après un mouvement lent au voisinage de $I \sim 0$. La forme temporelle associée décrit une oscillation de grande amplitude rapide qui

démarre à partir de la zone $I \sim 0$ et relaxe vers les oscillations de faible amplitude.

La dynamique du L.S.A. dans la zone PQS I possédant ces deux propriétés, dispose donc des deux ingrédients nécessaires pour l'observation du chaos (Argoul et al. 1987a) à savoir une instabilité (S_+ foyer-col) et un mécanisme non linéaire de réinjection au voisinage de l'instabilité. Ceci a été confirmé par l'observation du chaos dans l'exemple du signal C^1 (à partir du diagramme du premier retour).

Compte tenu des propriétés (i) et (ii) et comme on l'a vu précédemment (paragraphe 2.4.1.), les attracteurs associés aux signaux P^n correspondent à une situation d'orbite quasi-homocline c'est-à-dire que celle-ci reste à une distance finie de l'état S_+ , et loin de S_0 , dans les conditions où le laser fonctionne loin du seuil. De ce fait, l'étude de chacun des signaux C^n ne peut pas révéler à elle seule l'origine du chaos observé ni de permettre de le rapprocher d'une dynamique chaotique particulière.

Néanmoins, en examinant l'ensemble des signaux d'une séquence entière, c'est-à-dire en suivant leur évolution, en fonction du paramètre $|\delta|$ par exemple, et en mettant l'accent sur des comportements semblables observés dans d'autres systèmes possédant les deux propriétés (i) et (ii) et qui sont qualifiés de "système dynamique à la Shil'nikov", on peut interpréter de façon similaire les comportements observés dans le L.S.A.. En effet, par variation du paramètre $|\delta|$ on constate que le nombre d'oscillations de faible amplitude croît et la réinjection s'approche de plus en plus de l'état S_+ . D'autre part, l'observation d'un doublement de période "local" à partir des signaux P^n donnant lieu à un signal C^n , permet de faire un rapprochement avec les séquences périodiques-chaotiques observées dans plusieurs systèmes dynamiques (Thompson et Stewart

1986) et plus particulièrement avec ceux observés et étudiés dans les réactions chimiques de B.Z. (Argoul et al. 1984, 1987 a et b) qui, à l'aide de la dynamique symbolique, ont permis d'attacher l'origine de ces comportements à une dynamique à la Shil'nikov au voisinage de l'homocline. L'analogie entre les systèmes B.Z et le L.S.A. observé ici est frappante, mis à part le mécanisme non linéaire de réinjection, la forme des signaux est similaire. L'évolution de ces derniers en fonction du paramètre de contrôle le long d'une séquence suit le même scénario que pour les autres systèmes physiques. La succession des régimes périodiques et chaotiques le long des séquences entraîne l'augmentation du nombre n (P^n) qui atteint $n = 8$ pour une séquence bien choisie (paragraphe 2.3.3.2.c) et une valeur de l'ordre de $n \sim 10$ dans les réactions B.Z (Argoul 1987 a et b). Les signaux L.S.A. par variation supplémentaire du paramètre de contrôle abordent ensuite la zone PQS I-PQS II, où le chaos est le seul comportement du laser et comme dans la réaction B.Z, ce régime perd sa stabilité en s'éloignant de la zone PQS I-PQS II en donnant lieu à des oscillations sous-harmoniques du signal T c'est à dire au régime de type T précédemment discuté.

L'analyse des séquences périodiques-chaotiques à une seule fréquence fondamentale à partir de la dynamique symbolique, montre en effet que pour des attracteurs à topologie spiralante et qui possèdent les propriétés (i) et (ii), l'évolution d'une situation loin de l'homocline «quasi-homocline» vers une situation homocline à la Shil'nikov, s'accompagne par une augmentation de nombre de petites oscillations et peut être intercalée par des régimes chaotiques découlant d'une séquence de dédoublement de période sur la base du signal périodique antécédent. A l'approche de l'homocline, les signaux chaotiques contiennent un "mélange complexe"

d'oscillation avec le nombre n fluctuant sur un domaine assez large (Argoul et al. 1987 a et b).

2.5. CONCLUSION

L'introduction des pertes non linéaires causées par un absorbant saturable dans un laser modifie notablement son comportement. Celui-ci peut présenter plusieurs types d'instabilités dont la dynamique est liée aux propriétés des états stationnaires et aux comportements globaux décrivant l'évolution des trajectoires associées au système dans l'espace de phase.

D'une manière générale, on peut séparer trois types de comportements non linéaires de ces lasers:

i : La bistabilité où le laser présente un hystérésis qui fait entrer en jeu les deux états d'équilibres stables ON et OFF.

ii : Le comportement PQS, celui-ci contient deux types d'évolution dynamique:

□ le comportement PQS II décrit les signaux laser qui démarrent en petites oscillations sinusoïdales T ainsi que ceux qui en découlent lors d'une variation réduite des paramètres de contrôle. A \bar{p} faible, cette évolution suit une cascade de dédoublements de période et finit par un signal chaotique.

□ le comportement PQS I décrit des signaux de formes différentes qui se manifestent en général pour des valeurs du désaccord de la cavité δ inférieures au cas précédent. A \bar{p} faible, les signaux PQS I se présentent sous forme d'une série d'impulsions périodiques, et la transition entre ceux-ci peut s'effectuer d'une manière chaotique. Du point de vue dynamique, ces signaux correspondent à des orbites "quasi-homoclines" qui sous l'effet d'une variation du paramètre de contrôle, donnent lieu à un

comportement caractérisant une situation proche de la dynamique de Shil'nikov.

iii : Le comportement bistable entre PQS et solution stationnaire, où le comportement bistable entre signaux PQS de différents types, ces derniers ont été rapportés d'une manière qualitative (Jacques et Glorieux 1983) chronologiquement avant le classement dynamique des différents types de PQS I et II (Hennequin et al. 1988). Ces comportements illustrent la grande richesse de la dynamique du L.S.A.

L'évolution des régimes dynamiques observés dans le L.S.A présente certains caractères universels d'évolution vers le chaos (scénario de Feigenbaum, et l'approche d'une situation homocline à la Shil'nikov), prédits par la dynamique des systèmes non linéaires et déjà observés dans la réaction de B.Z. Notons que cette approche est purement qualitative, il est alors important de mener une étude expérimentale plus approfondie, pour mieux caractériser les différents aspects de la dynamique qui régit le L.S.A. Pour cela, il faudrait pouvoir disposer d'autres variables observables du système pour obtenir une meilleure représentation des différents attracteurs, et mieux observer le comportement global de ce système dans l'espace de phase, en particulier si l'on veut caractériser la nature, la forme et la position de l'attracteur par rapport à d'autres variétés telles que celle correspondant à $I \sim 0$...

Un éclaircissement supplémentaire sur la nature des transitions entre les signaux P^n est nécessaire, en réduisant les fluctuations du laser ou en optimisant davantage les conditions expérimentales pour mieux observer les séquences de doublement de période qui mènent au signal C^n . D'autre part, du point de vue de l'analyse dynamique, il faut considérer diverses sections de Poincaré représentant la dynamique

du système de manière optimale par des sections judicieusement choisies, pour les signaux enregistrés sur des temps d'observation importants. La connaissance de ces sections ainsi que les diagrammes du premier retour qui en résultent, peut fournir des informations importantes sur les comportements dans les zones intermédiaires, telles que celle d'hésitation entre les régimes P^n et P^{n+1} , ainsi que leur évolution en abordant la zone PQS I- PQS II en fonction de δ . Une analyse assez fine de la zone PQS I-PQS II peut notamment permettre de comprendre la nature de cette transition (entre signaux P^n - C^n et signaux chaotiques résultant d'une séquence de dédoublement de période à partir des signaux T). En définitive, le L.S.A. présente un comportement dynamique assez riche, nous n'avons décrit ici que l'instabilité qui se manifeste dans le cas de l'absorbant CH_3I , mais d'autres instabilités de type P^n sont observables, pour d'autres absorbants tels que HCOOH comme cela a été rapporté récemment par Tachikawa et al. (Tachikawa et al. 1986) (fig. 4-b). L'évolution temporelle de leurs signaux est semblable à celle décrite ici, bien qu'ils paraissent un peu plus complexes par suite de l'existence de deux types "d'évolution": relaxation d'une amplitude des grands signaux vers de petites oscillations, suivie d'une divergence de l'amplitude de ces derniers, qui se terminent par une relaxation vers $I \sim 0$.

PARTIE 3 :
SIMULATIONS NUMERIQUES

3.1. INTRODUCTION

L'observation expérimentale des régimes instables "PQS" et de la bistabilité optique dans les lasers avec absorbant saturable a suscité plusieurs études théoriques destinées d'abord à interpréter et à comprendre l'origine de ces types de comportement, puis à établir un ou des critères généraux d'obtention de ces instabilités pour différents absorbants et milieux actifs. C'est dans ce but que plusieurs modèles ont été proposés. Un modèle à deux niveaux a d'abord été largement utilisé tant pour les milieux atomiques que moléculaires. Un modèle à quatre niveaux a ensuite été introduit pour décrire de façon plus quantitative les lasers CO₂ et N₂O, et enfin le modèle à trois niveaux d'utilisation plus récente offre l'avantage de rendre compte de différentes variétés des signaux observés expérimentalement dans les lasers CO₂. Tous ces modèles utilisent la même description du champ électromagnétique: onde plane dans une cavité laser accordée en un point du profil de gain du milieu actif, mais ils diffèrent par la description des milieux actif et passif spécialement en ce qui concerne le nombre de niveaux équivalents mis en jeu dans le processus d'interaction avec le champ laser.

Dans ce chapitre, après un bref historique des différentes études sur les instabilités dans le L.S.A., seront présentés les différents résultats dérivés de chacun de ces modèles, on examinera ensuite plus en détail le modèle choisi dans le cas étudié ici et qui est basé sur une description à trois niveaux du milieu laser, ainsi que les diverses transformations mathématiques des équations issues de ce modèle, et les résultats numériques qui en découlent.

En conclusion, nous comparerons ces résultats numériques et ceux obtenus expérimentalement et rapportés dans le deuxième chapitre.

3.2. GENERALITES

L'existence de comportements répétitifs dans les lasers à excitation continue a suscité de nombreuses études depuis leur observation dans les lasers à rubis par Shimoda (Shimoda 1963). Pour rendre compte de ces instabilités, il proposa d'introduire dans l'équation du champ un terme de pertes non linéaires se saturant instantanément avec le champ laser. La même idée a été reprise plus tard par Snitzer et Young (Snitzer et Young 1968) pour interpréter l'émission pulsée dans les lasers à YAG.

Ce sont Wood et Schwarz (Wood et Schwarz 1967) qui l'ont observé pour la première fois dans les lasers CO₂ et ont appelé ce type d'émission laser "Q switch passif" (PQS). Ils ont interprété ce phénomène comme étant dû à un blanchissement (bleaching) vibrationnel de l'absorbant. Plusieurs absorbants ont été utilisés pour observer le PQS tels que SF₆, C₃H₆, CO₂, CH₃F, PF₅... (Handst et al. 1968, Yardley 1968, Karlow et al. 1968, Chang et al. 1969). Le comportement de l'absorbant durant le PQS a été également étudié, ainsi Handst et al. (Handst et al. 1968) ont remarqué qu'apparemment une seule raie rotationnelle est blanchie durant le PQS. Brzhazovskii (1972) et Burak et al. (1971) ont ensuite confirmé que le "hole burning rotationnel" dans l'absorbant est le mécanisme responsable du PQS. Sur le plan théorique, deux modèles différents ont aussitôt été proposés pour rendre compte du PQS, modèles dont les détails seront présentés dans la section 3.3:

- i : le modèle à deux niveaux proposé par Powell et Wolga (Powell et Wolga 1971) a permis une description qualitative du PQS.
- ii : le modèle à quatre niveaux, qui a été mis au point et développé par Burak et al. (Burak et al. 1971), suite à la constatation de Handst et al, tient compte des rôles des niveaux de rotation des deux milieux

et du couplage de ces derniers aux bandes de vibrations qui leur sont associées.

Ce modèle a été amélioré par Dupré et Meyer (Dupré et Meyer 1975, Meyer et al. 1975) pour rendre compte des formes et de la fréquence des impulsions PQS.

D'autre part, les résultats obtenus par ces modèles ne sont que qualitatifs ou partiels. Ils ne permettent pas d'expliquer l'origine de ces instabilités ou d'établir un critère d'obtention du régime pulsé dans le L.S.A. C'est dans ce but que Kauffman et Oppenheim (Kauffman et Oppenheim 1974) et Devir et Oppenheim (Devir et Oppenheim 1977) ont observé les processus de saturation de l'absorbant lors des régimes pulsés et C.W du laser, pour mieux cerner les différentes propriétés dynamiques (vibration et rotation) de l'absorbant qui rentrent en jeu lors de ces deux types d'émission laser. Ceci leur a permis de déduire un critère d'obtention du PQS à partir des résultats expérimentaux concernant la transmission des impulsions délivrées par le L.S.A à travers une cellule contenant le même absorbant saturable que le laser.

Les premières études conduites sur le L.S.A. du point de vue synergétique ont été rapportées par Brzhazovskii et al. (Brzhazovskii et al. 1972) qui présentèrent une étude systématique du PQS dans les lasers CO₂, et par Salomaa et Stenolhm (Salomaa et Stenolhm 1973 a et b) qui ont donné une analyse théorique des états stationnaires et des instabilités dans les L.S.A. Des expériences d'Arimondo et Glorieux (Arimondo et Glorieux 1978) sur un laser CO₂ contenant CH₃I comme absorbant saturable ont montré qu'au voisinage de la transition CW-PQS (régime T), la fréquence des oscillations PQS est une continuation directe de celle associée à la relaxation des oscillations amorties

autour de l'état stationnaire à intensité laser non nulle, comme cela est prévu dans la bifurcation de Hopf (Abraham et al. 1988).

Parallèlement au PQS, la bistabilité a été observée une première fois par Lisitsyn et Chebotaev (Lisitsyn et Chebotaev 1968 a et b) dans les lasers He-Ne, en utilisant Ne comme absorbant saturable, puis plus tard dans les lasers CO₂ par Rushin et Bauer (Rushin et Bauer 1978). Les résultats expérimentaux présentés par ces derniers montrent un bon accord avec les prévisions théoriques de Lugiato et al. (Lugiato et al. 1978) qui ont utilisé les approches semi-classiques et quantiques des interactions des atomes des milieux amplificateurs et absorbants avec le champ laser. La bistabilité entre les divers états du laser CW, PQS, OFF a été observée un peu plus tard par Jacques et Glorieux (Jacques et Glorieux 1983) et par Arimondo et al. (Arimondo et al. 1983).

D'autres études de la dynamique L.S.A. ont été faites soit théoriquement en utilisant le modèle à deux niveaux (voir section 3.3.) soit expérimentalement et par simulation numérique sur le modèle à quatre niveaux par Arimondo et al. (Arimondo et al. 1983, 1985). Ces dernières observations expérimentales ont montré que le régime PQS peut présenter des signaux de forme P^n autres que les signaux de forme harmonique ou pulsée retrouvés dans les différentes simulations numériques des modèles couramment utilisés à cette époque. Ce n'est que récemment qu'un modèle proposé par Tachikawa et al. (Tachikawa et al. 1986) a permis de reconstruire les signaux de type P^n . Ce modèle est appelé "modèle à trois niveaux", car il met en jeu une dynamique à trois niveaux d'énergie vibrationnelle pour le milieu amplificateur alors que l'absorbant est décrit par un système à deux niveaux rovibrationnels résonnants. Les résultats obtenus par Tachikawa et al pour la description des divers signaux PQS sont assez satisfaisants

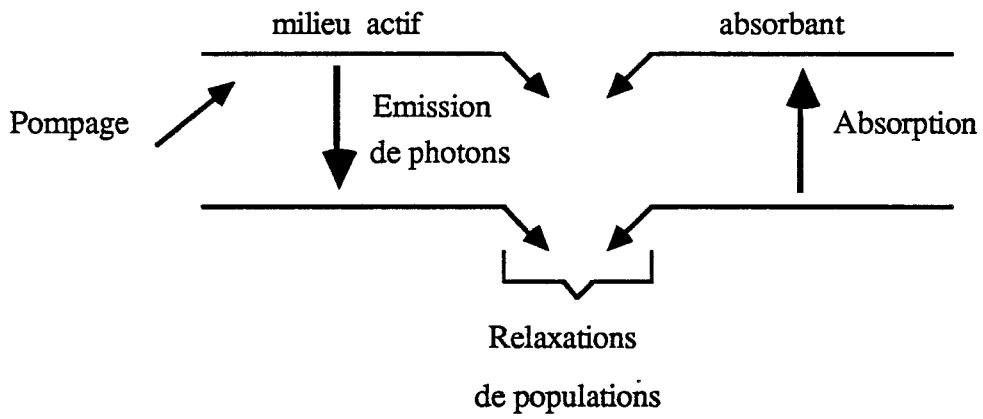


Figure 1-a): Schéma d'un modèle à deux niveaux

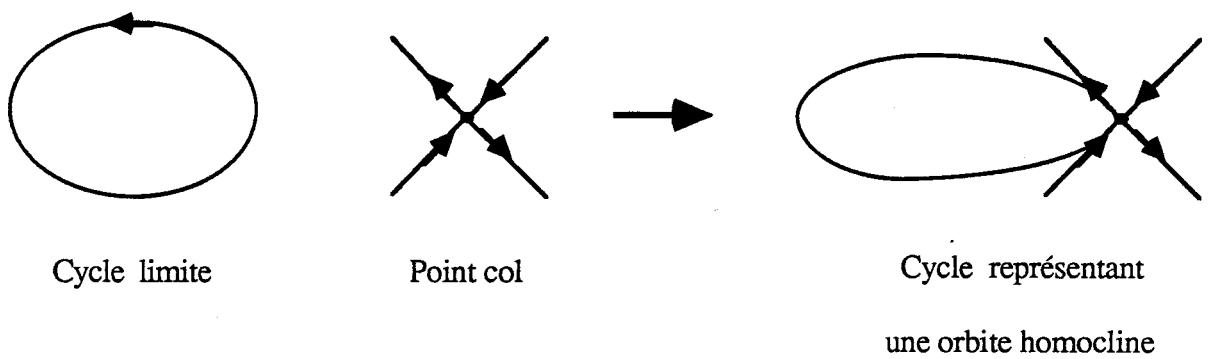


Figure 1-b): Schéma représentant une bifurcation "Saddle-Loop"

à la fois qualitativement et quantitativement au prix d'un ajustement parfois important de certains paramètres. Toutefois, l'introduction d'un troisième niveau dans la dynamique du laser apparaît comme élément clé pour la compréhension des mécanismes du Q switch passif, comme nous le verrons dans la section 3.3.

Nous utiliserons donc cette configuration pour décrire les signaux du L.S.A. observés expérimentalement dans le deuxième chapitre. Avant d'aborder une telle étude, nous donnerons un court aperçu sur les différents modèles cités préalablement et utilisés habituellement pour décrire les différentes instabilités du L.S.A car ils suffisent pour décrire certains phénomènes simples observés dans ce système.

3.3. DIFFERENTS MODELES L.S.A.

3.3.1. Modèle à deux niveaux

Ce modèle a été largement utilisé pour expliquer les instabilités observées expérimentalement dans le L.S.A. Il ne tient compte que des deux niveaux d'énergie entrant en interaction avec le champ laser dans les milieux amplificateurs et absorbant (fig. 1-a). La plupart des études qui ont été faites sur le L.S.A. ont été conduites sous les approximations habituelles. Plus précisément elles sont relatives à un laser monomode, dont les effets transverses liés à la structure gaussienne du faisceau laser sont négligeables, et l'interaction des deux milieux avec l'onde laser est considérée dans le cas limite du champ moyen. Les premières analyses rapportées dans ce sens par Powell et Wolga (Powell et Wolga 1971) ont été effectuées dans l'approximation des équations de bilan (rate equations), dans le cas d'élargissement homogène des niveaux d'énergie concernés dans les milieux amplificateur et absorbant. Powell et Wolga ont effectué l'analyse de stabilité linéaire des solutions stationnaires des équations

issues de ce modèle. Les résultats obtenus ont montré un bon accord qualitatif avec les observations expérimentales dans un laser CO₂ avec CO₂ comme absorbant saturable.

Parallèlement au PQS, la bistabilité optique dans le L.S.A. a été décrite théoriquement en utilisant le même modèle et la même analyse que pour le PQS par Greenstein (Greenstein 1971) et puis par Salomaa et Stenholm (Salomaa et Stenholm 1973), qui ont tenu compte de l'effet d'élargissement Doppler pour les transitions dans l'absorbant et le milieu amplificateur en utilisant l'approche semi-classique et l'approximation des "rate équations". Les conditions de présence des cycles d'hystérésis ont été retrouvées et l'étude la plus complète dans ce domaine a pu être faite *analytiquement* par Lugiato et al. (Lugiato et al. 1978) en utilisant les deux approches quantique et semi-classique ainsi que l'approximation des "rate équations" dans le cas résonnant où la fréquence de la cavité laser est égale aux fréquences supposées égales des deux transitions dans les milieux amplificateur et absorbant, ces deux transitions étant élargies de façon homogène.

L'introduction de la théorie de bifurcation (analyse de stabilité non linéaire) par Erneux et Mandel (Erneux et Mandel 1981) pour l'étude des instabilités dans le L.S.A. a permis une étude plus poussée des différentes solutions du laser. Dans le cas d'élargissement homogène des raies des deux milieux, Mandel (Mandel 1981) a pu mettre en évidence théoriquement l'existence de nombreux types d'instabilités, tels que la solution "au-dessous du seuil" due à la dispersion dans la cavité optique, les solutions harmoniques, pulsées ou quasi-périodiques (Erneux et Mandel 1984).

Des zones chaotiques ont même été prédites par Mrugala et Poplowski (Mrugala et Poplowski 1981) dans les conditions

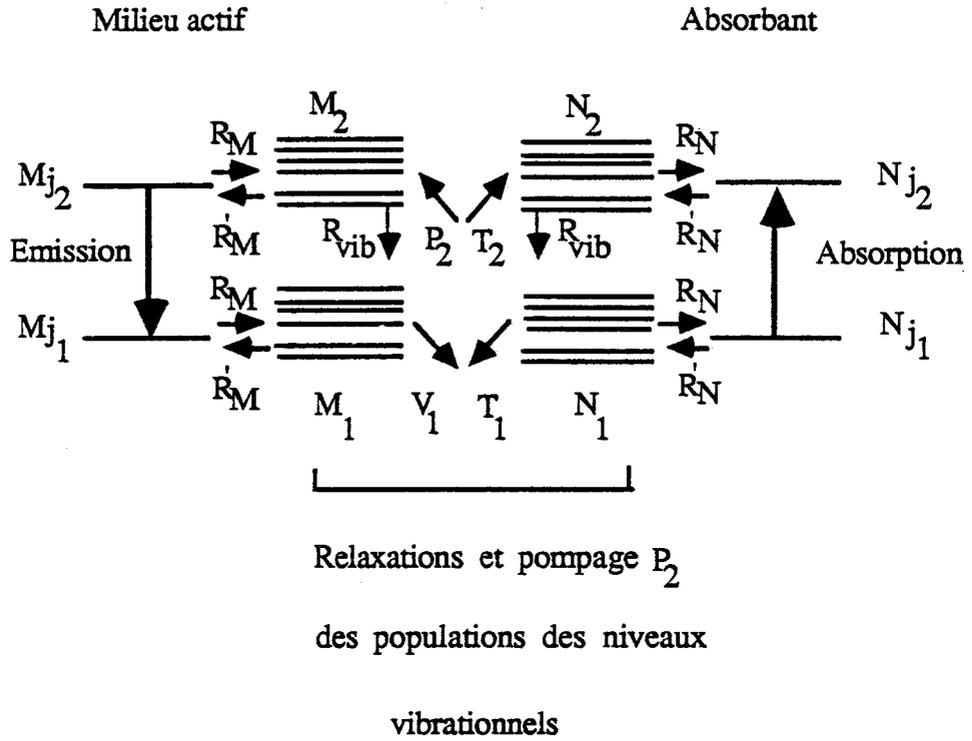


Figure 2-a): Schéma représentant le modèle à quatre niveaux dans le L.S.A

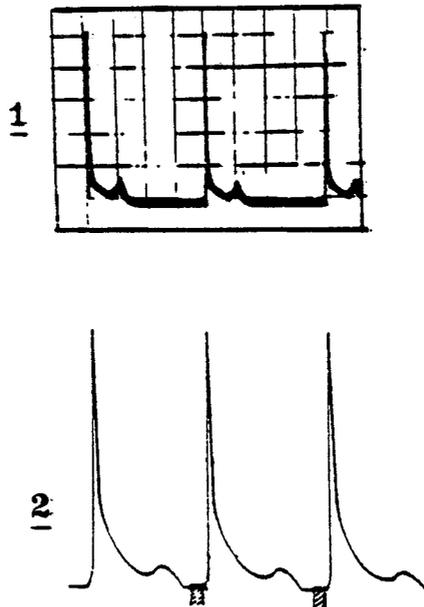


Figure 2-b): Signal expérimental de type P^1 présenté en (1). En (2) est présenté un signal du même type. Celui-ci a été calculé numériquement à partir du modèle à quatre niveaux (Thèse de Dupré 1977).

précédentes pour un absorbant à haute pression, et par Antoranz et Verlade (Antoranz et Verlade 1982), pour des milieux à plus forte absorption que celle connue réellement, ou dans le cas de deux milieux amplificateurs dans la cavité optique. D'autre part, les solutions pulsées retrouvées numériquement sur ce modèle (Antoranz et Verlade 1982) ont été interprétées comme des cycles dans l'espace de phase résultant d'une bifurcation "saddle-loop" (fig. 1-b) mettant en jeu un cycle limite (solution oscillante) et un point col (solution S_0) (Guckenheimer et Holmes 1983, Arneodo et al. 1985). Dans une étude *analytique* (asymptotique) récente conduite dans l'approximation des "rate equations" et dans le cas résonnant, avec des paramètres choisis assez proches de ceux déduits de nos expériences Erneux (Erneux 1988) a montré que les solutions pulsées survenant juste au-dessus du seuil d'émission laser, résultent d'une bifurcation de période infinie (homocline) au voisinage de la solution stationnaire S_0 .

Du point de vue théorique, le modèle à deux niveaux présente une variété de comportements assez riche et par sa simplicité offre une possibilité d'étude théorique approfondie. Mais il souffre d'un manque de compatibilité expérience-théorie, qui est probablement dû à son caractère simplifié dans la description de l'interaction de l'onde laser avec les milieux amplificateur et absorbant.

3.3.2. Modèle à quatre niveaux

Le modèle à deux niveaux décrit précédemment semble en effet inadéquat pour décrire correctement la plupart des molécules en interaction avec le champ laser, car il ne tient compte de la dynamique des niveaux rotationnels et vibrationnels que par l'introduction de deux ou trois constantes phénoménologiques de relaxation. Il en résulte que dans certains cas les instabilités PQS peuvent être observées expérimentalement dans des zones très

différentes de celles déduites théoriquement sur la base du modèle à deux niveaux (Arimondo et al. 1983).

Pour tenir compte des divers couplages entre les populations des niveaux rotationnels induits par les processus de relaxation intramoléculaire. Burak et al. (Burak et al. 1971) ont développé un modèle à quatre niveaux (fig. 2-a). Celui-ci tient compte d'un couplage linéaire des populations des niveaux d'énergie rovibrationnel résonnants avec les bandes vibrationnelles qui leur sont associées. Ils l'ont appliqué à un laser CO_2 contenant SF_6 comme absorbant saturable, dans l'approximation des "rate équations" et dans le cas d'élargissement homogène des niveaux d'énergie des deux milieux. L'intégration numérique des équations issues de ce modèle pour un jeu de paramètres permet de retrouver les signaux de type PQS observés expérimentalement. L'accord semble satisfaisant pour ce jeu de paramètres, mais Burak et al. n'ont pas procédé à une étude exhaustive des conditions d'apparition du PQS et de la forme des signaux.

Leur modèle a été repris dans la suite par Dupré et al. (Dupré et al. 1975) et Meyer et al. (Meyer et al. 1975), qui ont modifié certaines équations du modèle initial. Une étude quantitative des formes d'impulsions et de leur taux de répétition a permis de souligner le rôle important de la relaxation rotationnelle dans les absorbants (Meyer et al. 1975). D'autre part, grâce à un choix judicieux des constantes intervenant dans les équations du modèle appliqué au laser CO_2 avec SF_6 comme absorbant saturable, Dupré (Dupré 1977) a pu retrouver des formes d'impulsion totalement ignorées auparavant. Il s'agit de formes répétitives où le laser émet deux impulsions de tailles différentes, une oscillation à grande amplitude au démarrage du laser suivie d'une impulsion large de petite taille appelée "traîne" (fig. 2-b)

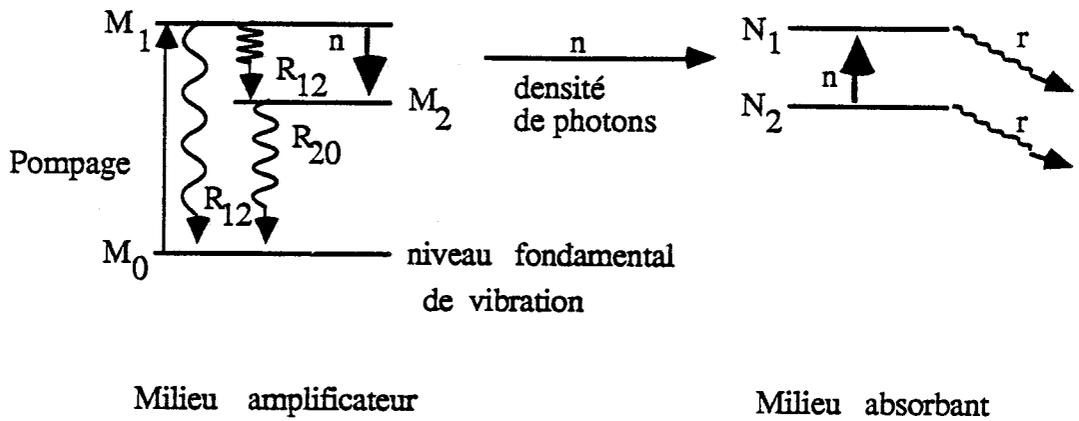


Figure 3-a): Schéma d'un modèle à trois niveaux

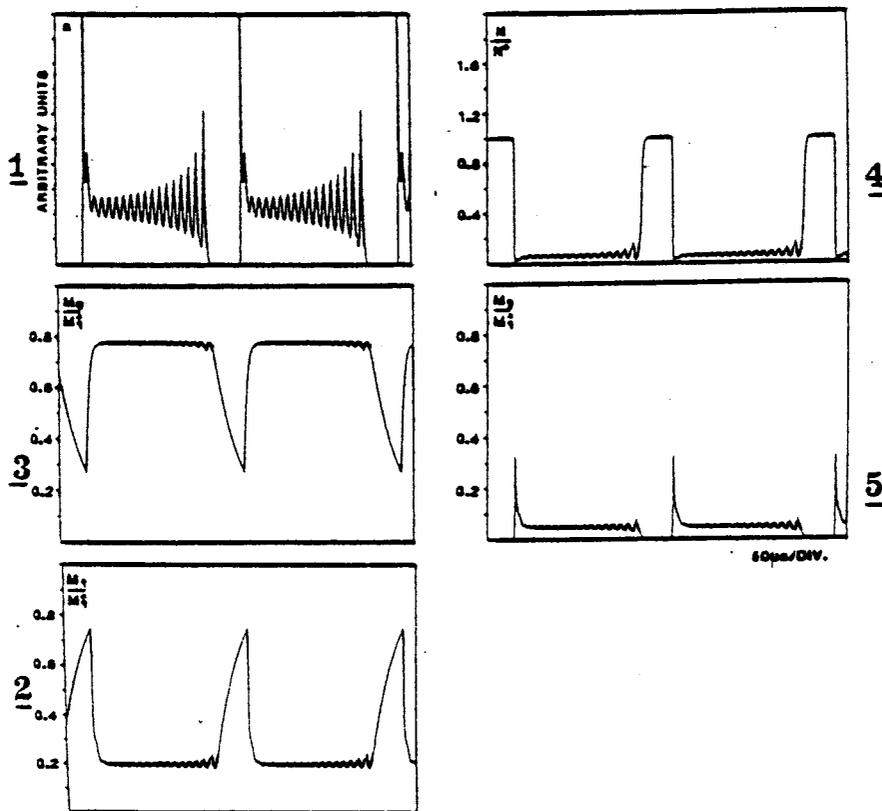


Figure 3-b): Tracé des différentes variables qui caractérisent la densité de photons laser (1), les densités de populations des niveaux: haut (2), fondamental (3), et bas (5) du laser, ainsi que la différence de populations dans l'absorbant (4). Chacune de ces variables est normalisée à sa valeur à l'équilibre thermodynamique.

dont les temps caractéristiques sont en bon accord avec ceux observés expérimentalement et que nous avons appelé "type P¹".

Arimondo et al. (Arimondo et al. 1983) ont réduit le nombre des équations en éliminant adiabatiquement les variables caractérisant les populations des niveaux résonnants dans les deux milieux. Ceci leur a permis d'établir à l'aide de l'analyse de stabilité linéaire des conditions analytiques pour l'apparition des diverses instabilités dans les lasers CO₂ avec plusieurs types d'absorbant, ainsi que de construire les diagrammes de bifurcation illustrant l'évolution et la stabilité des solutions stationnaires. Les diagrammes de phase reconstruits à partir de ce modèle présentent un bon accord avec les diagrammes expérimentaux (Arimondo et al. 1983, Arimondo et al. 1985, Arimondo et Menchi 1985).

L'intégration numérique de ces équations a permis de retrouver certaines formes d'impulsion PQS observées expérimentalement. Dans le cas de l'absorbant CH₃I par exemple, on retrouve bien l'évolution du signal harmonique oscillant (de type T) vers un signal pulsé de type P⁰, quand on diminue le gain du laser.

Le modèle à quatre niveaux permet de retrouver non seulement une bonne partie des signaux observés expérimentalement, mais aussi l'évolution de ces derniers en fonction des paramètres de contrôle, ainsi que les zones instables du laser dans un espace de paramètres. Par contre, il ne permet pas de retrouver certaines formes de signaux, tels que les différents types de signaux Pⁿ.

3.3.3. Modèle à trois niveaux

On a vu que les modèles précédents restent inadaptés à la description des régimes de type PQS I, bien que ceux-ci aient été observés expérimentalement depuis longtemps dans les lasers CO₂

avec divers absorbants saturables (SF_6 , CF_3Br ,...) (Heppner et al. 1984, Arimondo et al. 1985, Arimondo et Menchi 1985).

Ce n'est que récemment que Tachikawa et al. reprenant les anciens modèles du laser CO_2 ont pu retrouver les signaux périodiques de type PQS I. Le modèle qu'ils proposent décrit le milieu amplificateur comme un système fermé constitué de trois niveaux d'énergie vibrationnelle: deux niveaux en interaction avec l'onde laser, couplés au niveau fondamental par les processus de relaxation et de pompage. Les molécules absorbantes sont décrites par un système ouvert à deux niveaux d'énergie rovibrationnels à constantes de relaxation égales (fig. 3-a). Les équations qui en découlent sont écrites dans l'approximation des "rate equations" pour les deux milieux amplificateur et absorbant. Ce modèle a permis de retrouver une partie importante de la dynamique du L.S.A. et en particulier:

- L'existence dans la zone instable du laser des signaux de type PQS I et PQS II périodiques, ainsi que les différentes formes P^n associées aux signaux de type PQS I dans le cas des absorbants saturables forts: SF_6 et HCOOH (Tachikawa et al. 1986, 1987, 1988)
- La transition continue quand on fait varier par exemple le paramètre de pompage entre les signaux P^n et P^{n+1} dans la zone instable PQS I du laser à faible pression de l'absorbant, et le passage à forte pression de l'absorbant des signaux pulsés de type P^0 vers les signaux de type T suivie ensuite d'une transition vers une intensité constante (Tachikawa et al. 1986, Tanii et al. 1988).
- La présence de la bistabilité sur certaines raies laser ($\text{CO}_2 + \text{SF}_6$) (Tachikawa et al. 1987). Les signaux PQS retrouvés donc à partir de l'intégration numérique des équations issues de ce modèle montrent un excellent accord qualitatif avec les signaux expérimentaux

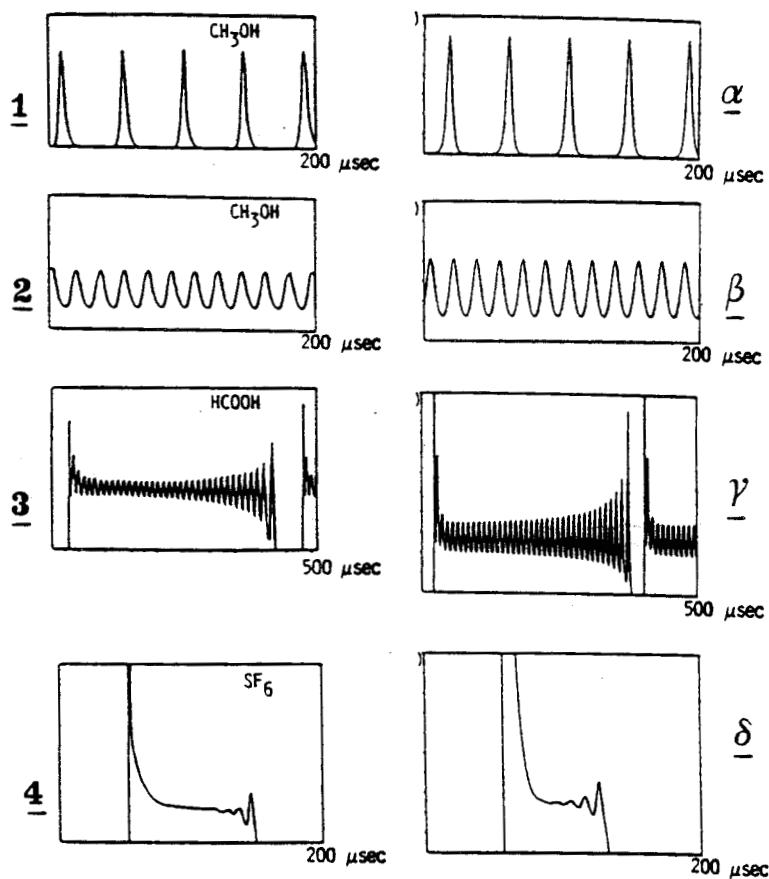


Figure 3-c): Différents signaux PQS observés dans les lasers CO₂ avec divers absorbants saturables: Signaux expérimentaux (1-4). Signaux calculés numériquement à partir du modèle à trois niveaux. (α - δ) (Tachikawa et al 1987).

observés dans les lasers CO₂ pour différents absorbants, en particulier l'allure des signaux PQS I

Il est donc essentiel d'introduire trois niveaux de vibration (sans tenir compte des processus liés aux niveaux de rotations associés) pour tenir compte de l'interaction du champ laser avec le milieu amplificateur. Le bon accord théorie-expérience permet de donner une interprétation au comportement PQS I, qui était resté inexplicable dans les analyses antérieures, ainsi Tachikawa et al. (Tachikawa et al. 1986) ont interprété les ondulations dans les signaux de type Pⁿ, comme oscillations de relaxation dues à une compétition entre la relaxation par émission induite et la relaxation du niveau bas laser (Ueda et Shimizu 1984, Tachikawa et al. 1986).

Dans le cas des instabilités de type PQS I (signaux Pⁿ), l'analyse de la structure fine de l'évolution temporelle des signaux montre que ceux-ci comportent deux phases à l'intérieur d'une période: dans un premier temps caractérisé par une intensité notablement différente de zéro, les variables dynamiques oscillent de façon synchrone (couplage fort) tandis que dans un second temps, elles évoluent lentement vers un état à intensité nulle (Fig. 3-b).

Le modèle utilisé par Tachikawa et al. (Tachikawa et al. 1986, 1987, 1988) repose sur un choix pour la constante de relaxation du niveau bas laser différent en ordre de grandeur de celui utilisé habituellement dans les travaux antérieurs (Cheo 1971, Dupré 1975, Arimondo et al. 1983, 1985). Cependant, tenant compte que ce modèle permet une bonne comparaison avec les observations expérimentales sur les différentes instabilités du L.S.A. (fig. 3-c), il nous semble le mieux adapté pour décrire les instabilités du L.S.A. rapportées dans le second chapitre. Nous allons donc l'adopter mais avec un choix de paramètres du même ordre de grandeur que ceux

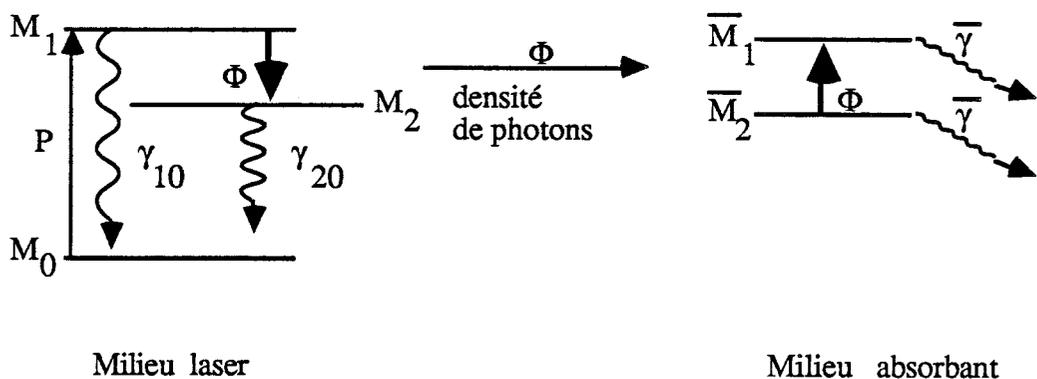


Figure 4-a): Schéma du modèle (3+2 niveaux) utilisé

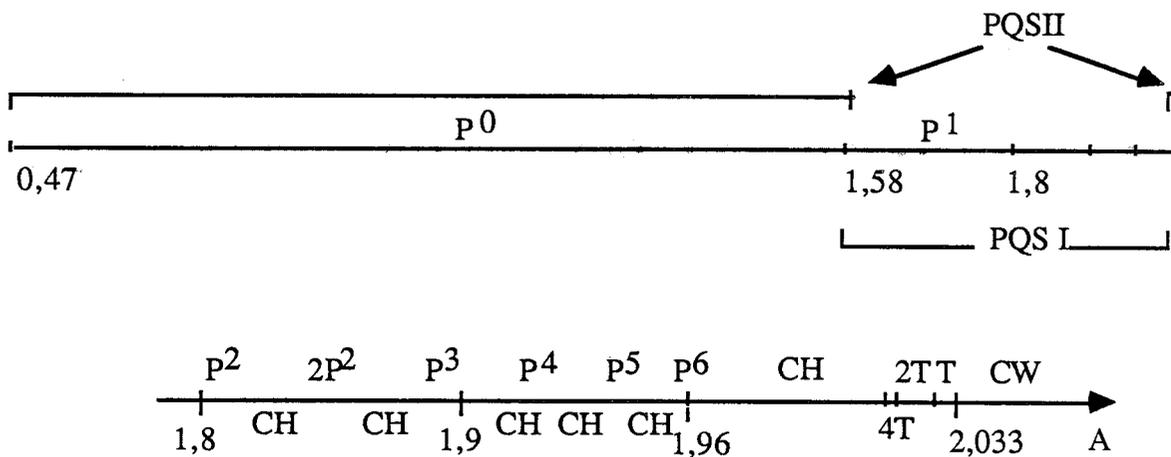


Figure 4-b): Diagramme représentant les différentes solutions numériques du système III en fonction du paramètre A

utilisés couramment par la plupart des auteurs. Nous utiliserons un minimum d'équations pour décrire les diverses instabilités observées expérimentalement et essayerons notamment de retrouver l'évolution des divers signaux P^n et des signaux C^n ignorés dans les études de Tachikawa et al. (Tachikawa et al. 1986, 1987, 1988).

3.4 MODELE UTILISE

3.4.1. Choix du modèle

On ne s'intéresse ici qu'à une description *qualitative* du PQS, plus précisément, à la nature des trajectoires et non pas à l'amplitude des différents maxima ou au taux de divergence des oscillations. Dans ce sens, on simplifiera au maximum ce modèle en essayant de préserver la nature des solutions obtenues. Ceci nous permettra de mieux saisir à quels mécanismes est fondamentalement liée la dynamique du L.S.A. en régime pulsé.

Nous allons d'abord discuter les hypothèses simplificatrices liées aux conditions expérimentales. Remarquons au passage que toutes les équations seront écrites dans l'approximation des "rate equations", c'est-à-dire que la polarisation est éliminée adiabatiquement, cette approximation n'est pas tout à fait justifiée comme on va le préciser dans la suite, mais elle a permis d'obtenir des résultats de bonne qualité pour des modèles voisins (Arimondo et al. 1983, 1985) et notamment pour le modèle à trois niveaux de Tachikawa (Tachikawa et al. 1986, 1987, 1988, Tanii et al. 1988). Les approximations habituelles sont maintenues également ici: élargissement homogène des transitions dans les deux milieux, les fréquences centrales d'émission et d'absorption coïncident, laser monomode, onde plane, approximation du champ moyen.

A cause de la différence entre la pression du gaz dans le milieu amplificateur (~ 10 Torr) et celle de l'absorbant (quelques

dizaines de mT) et dans le cas où l'élimination adiabatique de la polarisation est valable, la dynamique régissant l'évolution des deux milieux se manifeste à trois échelles de temps fixée par l'évolution des populations des niveaux d'énergie considérés:

- i : Une évolution rapide due aux relaxations rotationnelles dans le milieu amplificateur, celle-ci est de l'ordre de 10^{-8} s aux pressions habituelles.
- ii : Une évolution moins rapide qui est celle des relaxations vibrationnelles dans le milieu amplificateur (quelques 10^{-5} - 10^{-4} s) à l'exception de la relaxation du niveau vibrationnel haut vers le niveau bas laser (fig. 4-a), cette échelle de temps coïncide avec celle des relaxations rotationnelles de l'absorbant CH_3I (quelques 10^{-5} s aux pressions de travail), et avec le taux de perte d'énergie dans la cavité laser (10^{-6} .s).
- iii : Une évolution lente liée aux relaxations vibrationnelles dans l'absorbant CH_3I qui sont de l'ordre de 10^{-3} s aux pressions de travail et la relaxation vibrationnelle dans le milieu amplificateur signalée ci-dessus (représentée par la constante γ_{12} dans la figure 4-a), celle-ci est de l'ordre de quelques 10^{-1} - 10^{-2} s.

Une première approximation basée sur la différence des ordres de grandeurs consiste à supposer que les variables du groupe (i) se trouvent toujours dans état quasi-stationnaire, alors que celles du groupe (iii) se trouvent gelées dans la gamme de fréquence indiquée ci-dessus.

Dans la suite, on ne considèrera que les équations décrivant la dynamique associée aux temps de type (ii), dans les approximations précédemment indiquées. L'influence du désaccord du laser (δ) paramètre de contrôle choisi dans les expériences (chapitre 2) a été introduit phénoménologiquement dans les

équations en choisissant un taux de pompage variant en $(1 + \delta^2)^{-1}$ (Lugiato et al. 1978).

Le système décrivant les équations du L.S.A. contient alors cinq équations différentes:

□ L'équation d'évolution de la densité de photons Φ dans la cavité laser (fig. 4-a):

$$\dot{\Phi} = \Phi \left\{ \xi \mathcal{A} (M_1 - M_2) - \bar{\xi} \bar{\mathcal{A}} \bar{M} - 2K \right\}$$

ξ et $\bar{\xi}$ sont les longueurs relatives des milieux amplificateur et absorbant par rapport à la longueur de la cavité, les termes $\mathcal{A}(M_1 - M_2)$ et $\bar{\mathcal{A}} \bar{M}$ sont les produits des coefficients d'absorption entre niveaux rovibrationnels dans les milieux amplificateur et absorbant par l'inversion de population et la différence de population dans ces derniers, ils caractérisent respectivement le gain et les pertes non linéaires de photons dans la cavité laser. On n'a pas tenu compte dans cette équation de l'effet de l'émission spontanée ni du rayonnement du corps noir, dont les effets sont négligeables pour les lasers CO₂ loin du seuil. Signalons que ceci pourrait se faire en ajoutant un terme aléatoire dans l'équation ci-dessus, et en imposant une valeur de Φ minimale différente de zéro, lors de l'intégration numérique. La constante

$$2K = C \frac{T}{L}$$

où T est la transmission optique de la cavité, caractérise les pertes linéaires dans la cavité optique.

□ Les équations d'évolution des populations des niveaux d'énergie du milieu actif (fig. 4-a):

Dans l'approximation des rates équations, elles peuvent être écrites:

$$\dot{M}_1 = - \mathcal{A} (M_1 - M_2) \Phi + P M_0 - (\gamma_{12} + \gamma_{10}) M_1$$

$$\dot{M}_2 = \mathcal{A} (M_1 - M_2) \Phi - \gamma_{20} M_2 + \gamma_{12} M_1$$

$$\dot{M}_0 = \gamma_{20} M_2 + \gamma_{10} M_1 - P M_0$$

M_1 et M_2 sont respectivement les densités de populations des niveaux vibrationnels (001), (020), niveau haut et bas de la transition à 10 μ du laser CO₂. M_0 est la densité de population du niveau fondamental (000), P, le taux de pompage des populations du laser. γ_{12} est la relaxation de population du niveau haut laser. Comme il a été signalé précédemment, ce processus est relativement lent par rapport aux autres processus de relaxation et le terme correspondant sera négligé dans la suite (Arimondo et al. 1983, 1985, Tachikawa et al. 1986, 1987). D'autre part, comme le système est fermé, la population totale $N = M_0 + M_1 + M_2$ est constante.

□ L'équation d'évolution de la différence de population dans l'absorbant (fig. 4-a):

$$\dot{\bar{M}} = -2 \bar{\alpha} \Phi \bar{M} - \bar{\gamma}_R (\bar{M} - \bar{M}^*)$$

Cette équation suppose une constante de relaxation unique $\bar{\gamma}_R$

pour les niveaux rotationnels impliqués dans l'absorption cohérente du rayonnement laser (Boottz 1985).

La constante \bar{M}^* caractérise la différence des densités de population entre les deux niveaux de l'absorbant à l'équilibre thermodynamique.

On peut écrire plus simplement les équations précédentes, en tenant compte du fait que M_0, M_1, M_2 sont liés par la relation de fermeture et que γ_{12} est très faible. Le système de cinq équations se ramène alors au système suivant:

$$\dot{I} = I \left[\xi \alpha M - \xi \bar{\alpha} \bar{M} - 2K \right]$$

$$\dot{\bar{M}} = -(I + 1) \gamma_2 M + P M_0 + \gamma_1 (N - M_0)$$

Système (I)

$$\dot{M}_0 = \gamma_2 N - \gamma_1 M - (\gamma_2 + P) M_0$$

$$\dot{\bar{M}} = -I \gamma_2 \frac{\bar{\mathcal{A}}}{\bar{\mathcal{A}}} \bar{M} - \gamma_R \left(\bar{M} - \bar{M}^* \right)$$

où I représente maintenant l'intensité réduite:

$$I = 2\bar{\mathcal{A}} \frac{\Phi}{\gamma_2}$$

γ_1 et γ_2 les taux de relaxation:

$$\gamma_1 = \frac{\gamma_{20} - \gamma_{10}}{2}$$

et

$$\gamma_2 = \frac{\gamma_{20} + \gamma_{10}}{2}$$

On constate que le système (I) peut être décomposé en trois équations non linéaires, du même type que celles déduites du modèle à deux niveaux, auxquelles est adjointe une équation linéaire caractérisant l'évolution de la variable M_0 . Un rapprochement avec les équations du modèle à deux niveaux peut être fait en considérant le terme $P' = PM_0 + \gamma_1 (N - M_0)$ comme terme de pompage (source) généralisé. Ceci semble justifié car pour $\gamma_1 = 0$ c'est-à-dire $\gamma_{10} = \gamma_{20}$ P' se réduit à PM_0 , M_0 découplé de la variable M devient constante et le système se réduit à celui du modèle à deux niveaux à constantes de relaxation égales.

La mise en œuvre informatique du système (I) est facilitée si l'on introduit les variables et paramètres réduits suivants:

$$a = \frac{\gamma_2 \bar{\mathcal{A}}}{\gamma_R \bar{\mathcal{A}}}, \quad U = \xi M \frac{\bar{\mathcal{A}}}{2K}, \quad \bar{U} = \bar{\xi} \bar{M} \frac{\bar{\mathcal{A}}}{2K}, \quad \gamma = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}, \quad \alpha = \frac{P}{\gamma_2}, \quad A = \alpha (\gamma + 1) N \frac{\bar{\mathcal{A}}}{2K} \xi$$

$$\bar{A} = \bar{M}^* \bar{\xi} \frac{\bar{\mathcal{A}}}{2K}, \quad \varepsilon = \frac{\gamma_2}{2K}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\bar{\gamma}_R}{2K}, \quad t' = 2Kt$$

On introduit aussi une nouvelle variable réduite W , qui s'exprime d'une manière linéaire en fonction de M_0 :

$$W = \frac{\bar{\mathcal{A}}}{2K} \frac{\xi}{\gamma_2} (P M_0 + \gamma_1 (N - M_0))$$

L'utilisation des variables et paramètres réduits transforme le système (I) à un nouveau système (II) qui s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \dot{I} &= I (U - \bar{U} - I) \\
 \dot{U} &= \varepsilon (W - U (1 + I)) \\
 \dot{W} &= \varepsilon (A - \gamma (\alpha - \gamma) U - (1 + \alpha) W) \\
 \dot{\bar{U}} &= \bar{\varepsilon} (\bar{A} - \bar{U} (1 + aI))
 \end{aligned}
 \tag{II}$$

L'intégration numérique du système II requiert la détermination des diverses constantes qui seront précisées dans le paragraphe suivant.

3.4.2. Détermination des constantes

Les différentes constantes qui interviennent dans ces équations sont en général mal connues. Elles résultent en effet d'une modélisation très simplificatrice des milieux moléculaires tant actif que passif. De plus, les données correspondantes ne figurent pas toujours de manière concordante dans la littérature, quoique les différents auteurs aboutissent en général à des valeurs du même ordre de grandeur. Il conviendra donc de vérifier que les résultats de l'intégration numérique sont "robustes" par rapport à la variation de la valeur des constantes choisies.

ε : La constante

$$\varepsilon = \frac{\gamma_2}{2K}$$

représente la relaxation de l'inversion de population vibrationnelle dans le milieu laser en unité de $2K$. Rappelons que γ_2 est le taux moyen des relaxations vibrationnelles des niveaux (1 et 2) vers le niveau (0):

$$\gamma_2 = \frac{\gamma_{10} + \gamma_{20}}{2}$$

□ la constante γ_{10} , caractérisant la relaxation vibrationnelle du niveau haut laser (1) vers le niveau fondamental (0) est de l'ordre de $385 \text{ Torr}^{-1}\text{s}^{-1}$ dans le gaz CO_2 pur (Cheo 1971); et peut prendre des valeurs élevées pour le mélange de gaz $\text{CO}_2\text{-N}_2\text{-He}$. Ainsi une

valeur de $9.10^2 \text{ Torr}^{-1}\text{s}^{-1}$ a été rapportée par Arimondo et al. (Arimondo et al. 1983, 1985). Pour notre part, nous avons pris une valeur du même ordre de grandeur que celle-ci, et égale à $10^3 \text{ Torr}^{-1}\text{s}^{-1}$.

□ la constante γ_{20} de relaxation du niveau bas laser (2), dans le gaz CO_2 pur est égale à $2,2.10^4 \text{ Torr}^{-1}\text{s}^{-1}$ (Cheo 1971) et peut atteindre la valeur $4,7.10^4 \text{ Torr}^{-1}\text{s}^{-1}$ dans un mélange binaire $\text{CO}_2\text{-He}$, à raison par exemple de 1 Torr de CO_2 et de 1 à 8 Torr de He (Cheo 1971). Par ailleurs, Arimondo et al. (Arimondo et al. 1983, 1985) ont pris $\gamma_{20} \sim 2,5.10^4 \text{ Torr}^{-1}\text{s}^{-1}$. Pour notre part nous avons choisi $\gamma_{20} = 2,41.10^4 \text{ Torr}^{-1}\text{s}^{-1}$, qui se trouve bien dans l'intervalle indiqué par Cheo (Cheo 1971) et proche de celle rapporté par Arimondo et al. (Arimondo et al. 1983, 1985) tout en restant du même ordre de grandeur que celle retrouvée à partir de la formule empirique de Stark (Stark 1971, Dupré 1975) qui tient compte à la fois de la concentration de N_2 et d'He dans le mélange gazeux.

□ la constante

$$2K = \frac{CT}{L}$$

caractérise les pertes linéaires dans la cavité, nous disposons d'une cavité de longueur 3,9 m, nous avons considéré une très faible transmission de 2 %, inférieure à la valeur expérimentale (chapitre 1) mais elle permet de retrouver des pertes $2K = 1,1.10^{-6} \text{ s}$ optimales pour l'observation des instabilités du L.S.A., décrites dans le second chapitre. Par ailleurs, notons que la valeur de $2K$ ainsi choisie reste sensiblement inférieure à celle de la relaxation du dipôle qui est de l'ordre de $8.10^{-6} \text{ Torr}^{-1}\text{s}^{-1}$ rapporté par Arimondo et al. (Arimondo et al. 1983, 1985). On se trouve donc loin des conditions de mauvaise cavité étudiées théoriquement par Verlade et Antoranz (1985) qui ont

montré que le L.S.A pouvait présenter du chaos , par scénario d'intermittence dans ces conditons (modèle à deux niveaux).

Des valeurs des constantes précédentes, on déduit l'expression ε en fonction de la pression dans le milieu amplificateur:

$$\varepsilon = 1.14 \cdot 10^{-2} p \quad (p \text{ en Torr})$$

ii : La constante $\bar{\varepsilon}$,

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\bar{\gamma}_R}{2K}$$

représente la relaxation de la différence de population rotationnelle dans l'absorbant en unité de $2K$. La valeur choisie pour $\bar{\gamma}_R$ est celle utilisée dans les expériences analogues (Arimondo et al. 1983, 1985) en utilisant le laser CO_2 et l'absorbant CH_3I $\bar{\gamma}_R = 10^4 \bar{p} \text{ s}^{-1}$, où \bar{p} est exprimée en mT. Ceci permet d'écrire l'expression de $\bar{\varepsilon}$ en fonction de la pression de l'absorbant:

$$\bar{\varepsilon} = 0,91 \cdot 10^{-2} \bar{p} \quad (\bar{p} \text{ en mT})$$

iii : La constante a

$$a = \frac{\gamma}{\gamma_R} \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A}}$$

définit la saturabilité de l'absorbant par rapport au milieu amplificateur, sa

valeur numérique en fonction du rapport:

$$\frac{\bar{\mathcal{A}}}{\mathcal{A}}$$

est alors: $a = 0,41 \frac{\bar{\mathcal{A}}}{\mathcal{A}}$

Nous utilisons l'expression de la saturabilité donnée par Arimondo et al. (Arimondo et al. 1983) et valable pour le modèle à trois niveaux car son expression numérique en fonction de $\frac{\bar{\mathcal{A}}}{\mathcal{A}}$ est du même ordre de grandeur que celle calculée à partir de notre modèle. a calculé par Arimondo et al. est égal à:

$$a = 0,38 \frac{\bar{\mathcal{A}}}{\mathcal{A}}$$

soit, $a = 129 \frac{P}{\bar{p}}$ (p en Torr et \bar{p} en mT)

L'expression numérique de a , en fonction de \bar{p} et p est approximativement valable dans le cas utilisé ici, mais pour retrouver la dynamique du L.S.A. avec le choix des paramètres indiqués précédemment, on doit prendre des valeurs de a nettement inférieures qui correspondent à:

$$a = 12,5 \frac{P}{\bar{p}}$$

iv : Le rapport:

$$\gamma = \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$$

dépend des constantes de relaxation γ_1 et γ_2 du milieu amplificateur, celles-ci s'expriment en fonction de γ_{10} et γ_{20} déterminés précédemment par l'intermédiaire des relations

$$\gamma_1 = \frac{\gamma_{20} - \gamma_{10}}{2}$$
$$\gamma_2 = \frac{\gamma_{10} + \gamma_{20}}{2}$$

Dans notre cas: $\gamma = 0,92$

v : Le paramètre:

$$\alpha = \frac{P}{\gamma_2}$$

représente le paramètre de pompage P en unité de γ_2 . Le paramètre P peut varier de quelques centaines de Hertz (Tachikawa et al. 1987) à des valeurs plus élevées de l'ordre de $2 \cdot 10^4 P_{CO_2} \cdot s^{-1}$, où P_{CO_2} est la pression partielle de CO_2 en Torr (Cheo, 1971, Tachikawa et al. 1986). Cette dernière valeur représente une limite supérieure de α , car elle suppose que toutes les molécules de N_2 se trouvent dans l'état excité par décharge électrique et transfèrent totalement la population à l'état excité des molécules CO_2 . Dans nos simulations, nous avons utilisé des valeurs de P comprises entre

400 et 1000 Hz qui correspondent à des valeurs de α de l'ordre de 10^{-3} . Celle-ci est donc négligeable devant γ ($\gamma = 0,92$).

vi :

$$\bar{A} = \bar{M}^* \frac{\bar{\xi}}{2K} \bar{A}$$

caractérise l'absorption due à l'absorbant saturable ici CH_3I , l'expression de \bar{A} en fonction de \bar{p} est déterminée à partir de celle présentée par Arimondo et al. (Arimondo et al. 1983, 1985):

$$\bar{A} = 6.10^{-2} \bar{p} \quad (\bar{p} \text{ en mT})$$

vii :

$$A = \alpha (\gamma+1) N \frac{A}{2K} \xi$$

proportionnelle à α , A joue le rôle d'un paramètre de pompe pour le laser. Dans nos simulations, A varie dans l'intervalle (0,5 - 2,5) et sert de paramètre de contrôle pour la dynamique du laser.

L'intégration numérique du système II à partir des constantes ainsi déterminées permet de retrouver des comportements dynamiques que l'on précisera dans le paragraphe suivant. Signalons tout d'abord que ces comportements restent globalement inchangés pour certaines modifications des valeurs des constantes figurant dans le système II. Ainsi, par exemple, l'augmentation du paramètre de saturabilité a d'un facteur dix pour l'ajuster à celle rapportée par Arimondo et al. (Arimondo et al. 1983), ne change pas la dynamique (c'est à dire les solutions, et leur variation en fonction de A), si celle-ci est accompagnée par une réduction d'un facteur trois de l'intervalle de variation du paramètre A autour de la valeur 0,5.

3.4.3. Modèle réduit

L'intégration numérique du système II, avec le jeu de constantes décrites précédemment montre que la variable \bar{U} varie très faiblement dans le temps, contrairement aux autres variables.

L'amplitude de ses variations est estimée à 1 % autour d'une valeur moyenne, ceci est dû au fait que d'une part a est petit (absorbant faible) et que d'autre part ε est faible. On peut considérer dans la suite d'une manière approximative, que la variable \bar{U} est quasi-stationnaire quand I varie (Tachikawa et al. 1987). A priori, cette approximation n'est pas justifiée car la relaxation de la variable \bar{U} est voisine de celle de U

$$\frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon} = 2,4$$

mais semble ne pas induire de changement qualitatif considérable sur la forme temporelle des signaux calculés, ni sur leur évolution en fonction du paramètre de contrôle A .

Cette remarque apporte une simplification supplémentaire au système II, elle permet donc de réduire le nombre des équations de ce dernier, et d'alléger son exploitation. Après élimination de la variable \bar{U} , le système devient:

$$\begin{aligned} \dot{I} &= I \left(U - 1 - \frac{\bar{A}}{1 + aI} \right) \\ \dot{U} &= \varepsilon (W - U(1 + I)) \\ \dot{W} &= \varepsilon (A + bU - W) \end{aligned} \quad \text{Système (III)}$$

avec $b = \gamma^2$, rappelons que α était négligé devant γ comme on l'a signalé au paragraphe précédent.

Tout d'abord, remarquons que le système III étant non linéaire et de dimension trois, peut éventuellement présenter du chaos (Ruelle et Takens 1971). Dans ce système, on remarque que l'absorbant intervient uniquement au niveau de l'équation d'évolution de l'intensité laser réduite I . Dans cette équation, les effets dynamiques causés par la présence d'un absorbant saturable dans la cavité laser (absorption, saturation) sont simplement représentés par le terme:

$$\frac{\bar{A}}{1 + aI}$$

Le système (III) est donc similaire à celui représentant un laser unique avec des pertes de la cavité généralisées $K(I)$ qui possèdent une forme non linéaire et s'expriment en unités réduites sous la forme:

$$K(I) = 1 + \frac{\bar{A}}{1 + aI}$$

Notons que d'une manière générale le système III possède trois solutions stationnaires S_0, S_{\pm} . Les intensités laser I_{st} correspondantes vérifient l'équation suivante:

$$I_{st} \left(1 - \frac{A}{(1-b) + I_{st}} + \frac{\bar{A}}{1 + aI_{st}} \right) = 0$$

Cette équation admet trois solutions $I_0 : I_{\pm}$:

$$I_0 = 0$$

$$I_{\pm} = \frac{aA - \bar{A} - 1 - a(1-b) \pm \sqrt{[aA - \bar{A} - 1 - a(1-b)]^2 + 4a(A - (\bar{A} + 1)(1-b))}}{2a}$$

On en déduit la condition suffisante pour avoir une intensité non nulle:

$$A > (\bar{A} + 1)(1 - b)$$

b a donc pour effet de diminuer le minimum des valeurs de A satisfaisant cette condition. Rappelons que b est lié à la différence entre les relaxations des niveaux bas et haut laser vers le niveau fondamental normalisé à la somme de ces dernières. b est donc compris dans l'intervalle $(0, 1)$, et la condition précédente présente deux cas limites selon que $b = 0$ ou $b = 1$.

i : $b = 0$. Cette condition implique que $\gamma = 0$ et donc $\gamma_{10} = \gamma_{20}$. En examinant le système III, on constate que la variable W se trouve découplée de U et tend vers sa valeur stationnaire $W_{st} = A$ en un temps réduit $t' = \varepsilon^{-1}$. Physiquement, ce cas correspond à un système à deux niveaux à constantes de relaxation égales. D'autre part, en écrivant l'équation caractérisant l'intensité laser stationnaire dans ce cas:

$$I_{st} \left(1 - \frac{A}{1 + I_{st}} + \frac{\bar{A}}{1 + a I_{st}} \right) = 0$$

on retrouve la même relation que celle qui a été obtenue dans le cas résonnant du modèle à deux niveaux (Lugiato et al. 1978, Abraham et al. 1988) et à quatre niveaux (Arimondo et al. 1983, 1985, Arimondo et Menchi 1985). L'analyse des solutions de celle-ci a été largement étudiée (Arimondo et al. 1983). Nous rappelons ici, les solutions trouvées dans un cas particulier où

$$a > 1 \text{ et } \bar{A} > \frac{1}{a - 1}$$

conditions dans lesquelles ont été réalisées les simulations numériques de nos expériences ($a \sim 4$, $\bar{A} = 2,16$)

$$\begin{array}{ll} aA < x_+ & I_{st} = I_0 \\ x_+ < aA < a(\bar{A} + 1) & I_{st} = I_0, I_+, I_- \\ A > \bar{A} + 1 & I_{st} = I_0, I_+ \end{array}$$

où

$$x_+ = a + \bar{A} - 1 - 2 + \sqrt{\bar{A}(a - 1)}$$

ii : $b = 1$. Cette condition implique $\gamma_{10} = 0$, ce qui signifie que le niveau haut du laser se dépeuple uniquement par émission stimulée. En examinant les expressions des solutions de I_0, I_{\pm} , on constate que:

$$\text{si } A = 0 : I_{st} = I_0$$

$$\text{si } A > 0 : I_{st} = I_0, I_+$$

Ceci signifie que la condition du seuil d'émission est réalisée pour $A > 0$, indépendamment des caractéristiques de l'absorbant. Cette propriété s'explique par le fait que l'inversion de population est assez grande car $\gamma_{10} = 0, \gamma_{20} \neq 0$, même pour un pompage assez faible, ce qui se traduit par un gain important par rapport aux différentes pertes propres ou introduites dans la cavité optique.

Dans notre cas, $b = 0,85$ et on se trouve alors une situation intermédiaire entre les deux cas traités ci-dessus. Les conditions

d'existence des différentes solutions (I_0, I_{\pm}) en fonction des différents paramètres sont les suivantes:

i : si $a < \frac{1}{1-b}$

$$A > (\bar{A} + 1)(1 - b) \quad I_{st} = I_0, I_+$$

$$A < (\bar{A} + 1)(1 - b) \quad I_{st} = I_0$$

ii : si $a > \frac{1}{1-b}$

$$A > (\bar{A} + 1)(1 - b) \quad I_{st} = I_0, I_+$$

$$A < (\bar{A} + 1)(1 - b)$$

On définit la grandeur:

$$x_+ = -1 + \bar{A} + a(1 - b) + 2\sqrt{\bar{A}(a(1-b) - 1)}$$

et on distingue deux cas:

$$\bar{A} > \frac{1}{a(1-b) - 1}$$

$$x_+ < aA < (\bar{A} + 1)(1 - b)a \quad I_{st} = I_0, I_-, I_+$$

$$aA < x_+ \quad I_{st} = I_0$$

$$\bar{A} < \frac{1}{a(1-b) - 1}$$

$$I_{st} = I_0$$

Pour les valeurs numériques utilisées dans nos simulations $a \sim 4$, et $b = 0,85$, le laser étudié ici correspond donc au cas (i) c'est-à-dire

$$a < \frac{1}{1-b}$$

Dans ce cas, la solution I_- n'existe pas et par conséquent le système III possède uniquement deux solutions stationnaires, S_0 et S_+ .

Nous n'avons pas effectué l'analyse de stabilité linéaire des différentes solutions pour diverses gammes de valeurs prises par les différents paramètres, compte tenu de la multiplicité des cas possibles.

Pour mieux cerner les différents comportements dynamiques de ce système, nous allons d'abord procéder à une intégration numérique du système III, en utilisant l'ensemble des constantes décrites précédemment. Nous allons suivre par la même occasion l'évolution des solutions de ce système en fonction du paramètre de contrôle A , et ensuite nous déterminerons numériquement les

coefficients de l'analyse de stabilité linéaire effectuée au voisinage des solutions S_0 , S_+ .

3.5 RESULTATS NUMERIQUES

3.5.1. "Séquences temporelles"

Dans le paragraphe précédent, nous avons présenté le modèle utilisé pour décrire le L.S.A. utilisé dans nos expériences et en avons dérivé un système d'équations le caractérisant. Ce système admet des solutions stationnaires S_+ et S_0 et les intensités correspondantes I_+ et I_0 ont été calculées analytiquement. Dans cette section, nous allons étudier la stabilité de ces solutions, leur évolution ainsi que l'apparition d'éventuelles instabilités pour différentes valeurs du paramètre de pompage A , de façon à reproduire l'évolution des signaux quand on désaccorde la cavité du laser (cf, chapitre deux);

Les constantes introduites dans le calcul ont été calculées en utilisant les relations discutées au paragraphe précédent. Les paramètres moléculaires γ ont été donnés en fonction des pressions p et \bar{p} dans les milieux actif et absorbant. La pression p a été choisie égale à la pression effectivement mesurée dans le laser ($p = 12$ Torr) tandis que $\bar{p} = 36$ mT a été pris à 30 % inférieure à la valeur expérimentale ($\bar{p}_{exp} = 44$ mT) pour obtenir une meilleure concordance avec les résultats expérimentaux.

Le paramètre A varie de 2,033 à 1,03. Sa valeur au seuil étant égale à 0,5. L'intégration numérique du système III a été réalisée en utilisant le procédé de Runge-Kutta Merson (Bootz 1985), en laissant chaque fois s'écouler un délai de 5 ms destiné à permettre l'amortissement des transitoires. Notons que plusieurs ensembles de valeurs initiales ont été introduits pour dépister les solutions bistables.

Dans nos conditions, on aboutit aux résultats suivants (fig. 4-b):

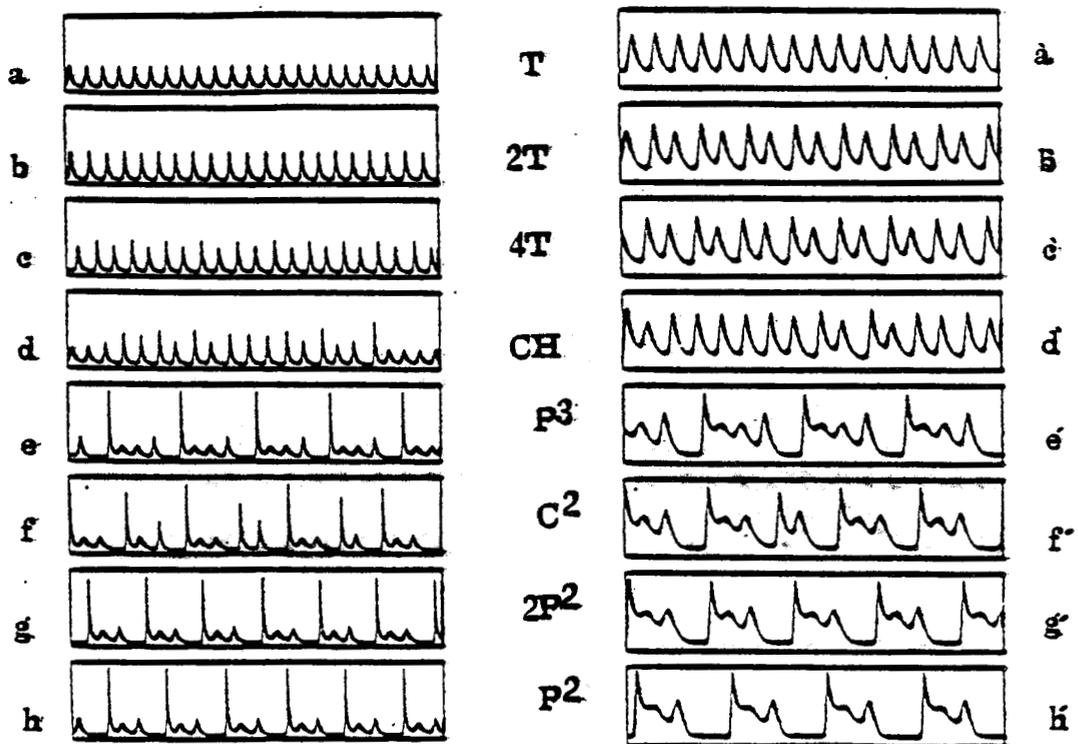


Figure 4-c): Signaux (a-h) obtenus numériquement à partir du modèle utilisé par variation du paramètre de contrôle A (voir figure 5-a) comparés à des signaux expérimentaux (a'-h') du même type et qui appartiennent à la séquence T-P².

Pour $1,96 < A \leq 2,033$, on observe un comportement bistable entre la solution stationnaire S_+ et un comportement de type PQS II. Ils évoluent selon la séquence représentée fig. 4-b. Cette séquence a été réalisée pour A variant avec un pas de 0,005, mais des résolutions plus importantes peuvent être atteintes, au prix d'un accroissement considérable de la longueur des calculs car les temps d'amortissement des transitoires augmentent de façon critique au voisinage des points de bifurcation (phénomène de ralentissement critique). L'oscillation T périodique au voisinage de $A = 2,033$ a une fréquence de 57 KHz. Une diminution de la valeur du paramètre de contrôle A induit une oscillation $2T$ de l'intensité laser, qui à son tour donne lieu à une oscillation $4T$, puis à une solution chaotique en suivant le scénario de Feigenbaum (Feigenbaum 1978) quand A diminue (fig. 4-b). Compte tenu du pas choisi pour les variations de A , les régimes $2^n T$ de période supérieure à $4T$ n'ont pas été observés car leur zones d'existence sont d'autant plus étroites quand n est grand (Feigenbaum 1978, 1980).

Pour $0,47 \leq A \leq 1,96$, les signaux calculés sont de type PQS I (fig. 4-b), ainsi par diminution de A dans cette zone, on observe successivement, un signal de type P^6 , CH (signal chaotique), P^5 , CH, P^4 , CH, P^3 , CH, $2P^2$, P^2 , P^1 , et finalement un signal de type P^0 . Cette oscillation continue d'exister tant que A prend une valeur supérieure à sa valeur au seuil $A_s = (\bar{A}+1)(1-b) \sim 0,47$, mais sa fréquence tend alors vers zéro.

Notons qu'avec le pas de résolution utilisé ici, nous n'avons pas pu observer les signaux sous-harmoniques des divers signaux de type P^n . D'autre part, dans la zone de paramètre de contrôle $1,96 < A < 1,99$, on n'observe que des signaux chaotiques dont la forme présente comme dans l'expérience un mélange de signaux de type PQS I et

PQS II. Cette zone est caractéristique de la transition continue entre les comportements de type PQS I et PQS II. Pour illustrer l'accord entre les résultats des simulations numériques et les observations expérimentales, nous avons présenté les "séquences temporelles" calculées numériquement dans la zone $1,81 \leq A \leq 2,033$, dans laquelle le signal suit l'évolution selon la séquence T, 2T, 4T, CH, P³, CH, 2P², P² (fig. 4-c), ainsi qu'une séquence expérimentale contenant les mêmes signaux. Celle-ci a été enregistrée pour une pression $\bar{p} \sim 55$ mT (fig. 4-c), on constate que les signaux présentés dans les deux séquences ont les mêmes allures en fonction du temps, l'accord sur les fréquences n'est que de 24 %, ce qui est très acceptable compte tenu de la large gamme de variation possible pour cette fréquence et du caractère particulièrement simplifié du modèle.

Le système III permet donc de retrouver les différents signaux PQS observés expérimentalement dans les cas périodique et chaotique, dans la zone de pression de l'absorbant dictée par l'expérience. Nous allons essayer de comprendre la dynamique propre aux diverses instabilités PQS, en nous basant tout d'abord sur un calcul numérique des valeurs propres de l'analyse de stabilité linéaire des solutions stationnaires S_+ , S_0 , puis nous caractériserons les comportements globaux correspondants à l'aide des trajectoires associées dans l'espace de phase.

3.5.2. Analyse de stabilité linéaire

Dans la section précédente, on a vu que les solutions constantes S_+ , S_0 , pouvaient exister simultanément. La solution effectivement observée dépend de leur stabilité par rapport aux petites variations. L'analyse de stabilité linéaire indique que dans les conditions des données discutées plus haut, S_+ est stable pour $A > 1,96$, et instable pour $0,4764 \leq A \leq 1,96$ alors que S_0 est instable au-dessus du

seuil ($A_s = 0,474$) et stable en-dessous de A_s . La bifurcation observée en $A_s = 0,474$ est liée à la création d'une solution stationnaire stable S_+ avec un échange de stabilité pour la solution S_0 . Une telle bifurcation apparaît aussi au seuil dans le modèle à deux niveaux effectifs étudié en détail par Bootz et dans le modèle à quatre niveaux du L.S.A. (Arimondo et al. 1985, Bootz 1985).

Pour compléter et préciser ces résultats, il est intéressant d'indiquer non seulement la stabilité des solutions mais aussi les valeurs des coefficients caractérisant cette (in)stabilité tels qu'ils apparaissent dans l'analyse de stabilité linéaire.

Rappelons que dans cette procédure, on étudie de petits écarts δS imposés aux solutions stationnaires. Si tous ces écarts relaxent vers zéro, la solution stationnaire S_{stat} ($S_{stat} = S_+$ ou S_0) est linéairement stable.

Pour effectuer l'analyse correspondante, on est donc amené à déduire l'équation d'évolution de ces écarts d'après les équations du système linéarisé au voisinage de S_{stat} . On aboutit donc à une équation du type :

$$\dot{\Delta S}_{stat} = (L) \Delta S_{stat}$$

dont la solution s'obtient en diagonalisant la matrice (L) . Si les parties réelles de toutes les valeurs propres de (L) sont négatives, ΔS_{stat} tendra asymptotiquement vers zéro quand t tend vers l'infini et S_{stat} est stable. Dans le cas contraire, S_{stat} est instable. La dynamique de S_{stat} est caractérisée par ces coefficients issus de l'analyse de stabilité linéaire, plus spécifiquement les valeurs propres de la matrice (L) . Ce sont ces coefficients que nous allons calculer numériquement dans la situation correspondante aux expériences rapportées plus haut et dont nous avons vu qu'elles étaient bien décrites par le modèle et les paramètres présentés en 3.4.2. et un paramètre de pompe A compris

régime	point fixe S_+			point fixe S_0			
	A	λ	ρ	ω	λ_{01}	λ_{02}	λ_{03}
T	2,033	-0,1757	-0,0092	0,3888	10,3933	-0,0107	-0,2632
2T	2,02	-0,1762	-0,0071	0,3860	10,3066	-0,0107	-0,2632
4T	2,017	-0,1763	-0,0067	0,3860	10,2866	-0,0107	-0,2632
CH	2,01	-0,1765	-0,0056	0,3849	10,24	-0,0107	-0,2632
P ³	1,9	-0,1806	0,0118	0,3655	9,5066	-0,0107	-0,2632
CH	1,89	-0,1810	0,0135	0,3637	9,44	-0,0107	-0,2632
2P ²	1,88	-0,1814	0,0151	0,3619	9,3733	-0,0107	-0,2632
P ²	1,85	-0,1826	0,0201	0,3562	9,1733	-0,0107	-0,2632

Figure 5-a): Tableau de valeurs propres associées aux solutions stationnaires S_+ et S_0

entre 1,85 et 2,033. La deuxième partie de ce paragraphe sera consacrée au domaine où A est inférieur à 1,85.

3.5.2.1. Zone : $1,85 < A < 2,033$

a- Stabilité de S_+

L'analyse de stabilité linéaire de S_+ révèle que celle-ci possède deux valeurs propres complexes conjuguées $\rho \pm i\omega$ et une valeur propre réelle λ_+ constamment négative. Les valeurs de ω et λ_+ changent peu dans l'intervalle exploré: ω ne varie que de quelques 10^{-2} en valeur relative λ est de quelques 10^{-3} . La stabilité de S_+ est donc gouvernée par le signe de ρ (fig 5-a).

Pour $1,96 < A \leq 2,033$, ρ est négatif et S_+ est stable linéairement c'est-à-dire tant que les conditions initiales sont prises dans le bassin d'attraction de S_+ . Il faut garder en mémoire que pour ces valeurs de A , une évolution de type PQS II peut coexister avec S_+ .

Pour $1,85 < A \leq 1,96$, ρ est positif et augmente quand A s'écarte de la valeur limite $A_T = 1,86$. La solution S_+ est alors instable. Notons que dans tout cet intervalle, ρ reste faible par rapport à $|\lambda_+|$ et qu'une des conditions du chaos à la Shil'nikov (cf, section 2 4 2 2):

$$\left| \frac{\lambda_+}{\rho} \right| > 1$$

est vérifiée dans toute la zone explorée.

b- Stabilité de S_0

Dans tout l'intervalle de variation de A considéré, la solution S_0 est de type col, c'est-à-dire qu'elle possède une valeur propre positive λ_{01} , et deux valeurs propres négatives λ_{02} et λ_{03} . Alors que dans l'intervalle de variation de A , λ_{01} varie légèrement

$$\left| \frac{\Delta \lambda_{01}}{\lambda_{01}} \right| \sim 10^{-1}$$

λ_{02} et λ_{03} restent rigoureusement constantes. La solution S_0 possède donc deux directions propres attractives, avec des taux différents

$$\left| \frac{\lambda_{03}}{\lambda_{01}} \right| \sim 10$$

et une direction propre fortement répulsive.

$$\frac{\lambda_{01}}{|\lambda_{02}|} \sim 10^3, \quad \frac{\lambda_{01}}{|\lambda_{03}|} \sim 10^2$$

Ces rapports restent pratiquement conservés, il n'y aura donc pas de variation qualitative de la stabilité de S_0 dans l'intervalle exploré.

3.5.2.2. Zone : $A < 1,85$

Pour $A < 1,85$, l'intégration numérique conduit à un signal de type P^1 pour $A > 1,59$ et de type P^0 pour $A < 1,59$. L'analyse de stabilité linéaire montre que dans cette zone, pour $1 < A < 1,85$, quand A diminue, ω diminue, ρ augmente et le rapport

$$\left| \frac{\lambda_+}{\rho} \right|$$

reste toujours supérieur à 1 jusqu'aux valeurs A proche de 1.

Pour $0,4945 \leq A \leq 1$, la solution S_+ est de type col avec deux directions propres répulsives et une direction attractive.

Pour $0,4744 < A < 0,4945$, la solution S_+ est à nouveau de type foyer-col avec une direction propre stable et

$$\frac{|\lambda_+|}{\rho} > 1$$

une diminution de A dans cette zone entraîne une diminution de ρ qui s'annule et change de signe pour $A = 0,4764$, la solution S_+ devient alors foyer stable et ceci sans changement jusqu'à la valeur A_S ($A_S = 0,474$).

Pour $0,474 \leq A \leq 0,4744$, ω s'annule à la valeur limite $A = 0,4744$ et la solution S_+ est de type nœud jusqu'à ce que A atteigne la valeur $A_S = (\bar{A}+1)(1-b) = 0,474$.

La solution S_0 reste toujours de type col le long de cet intervalle avec une diminution de λ_{03} dans le même sens de variation que A .

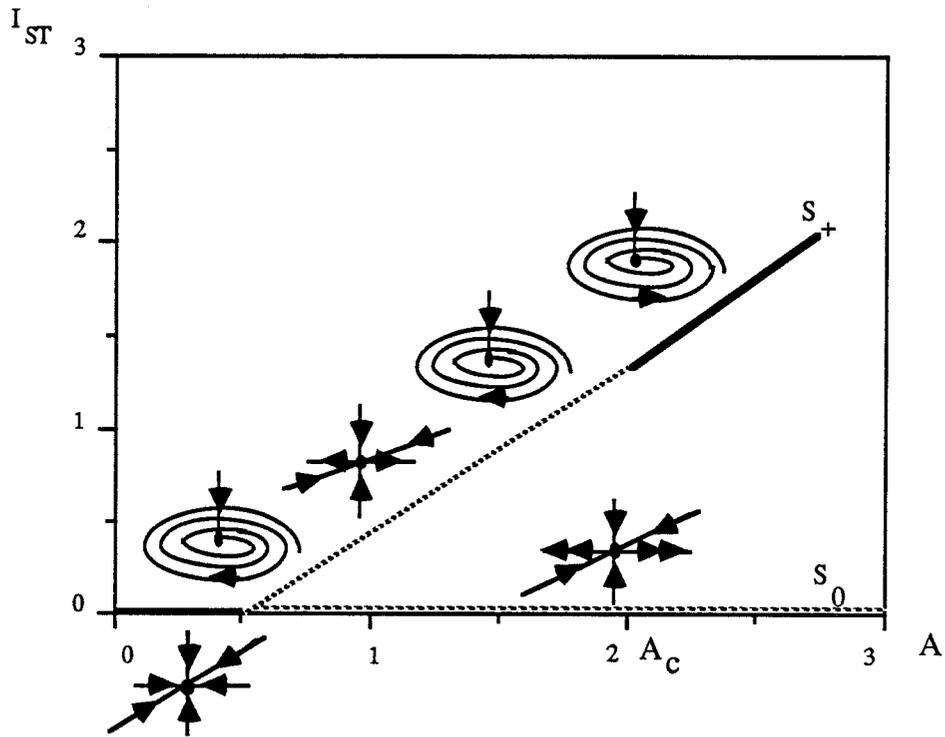


Figure 5-b): Diagramme de bifurcation (I_{ST} , A) représentant les différents comportements des solutions stationnaires S_+ et S_0 (les ligne en traits pleins indiquent les solutions stable et celles en pointillées les solutions instables).

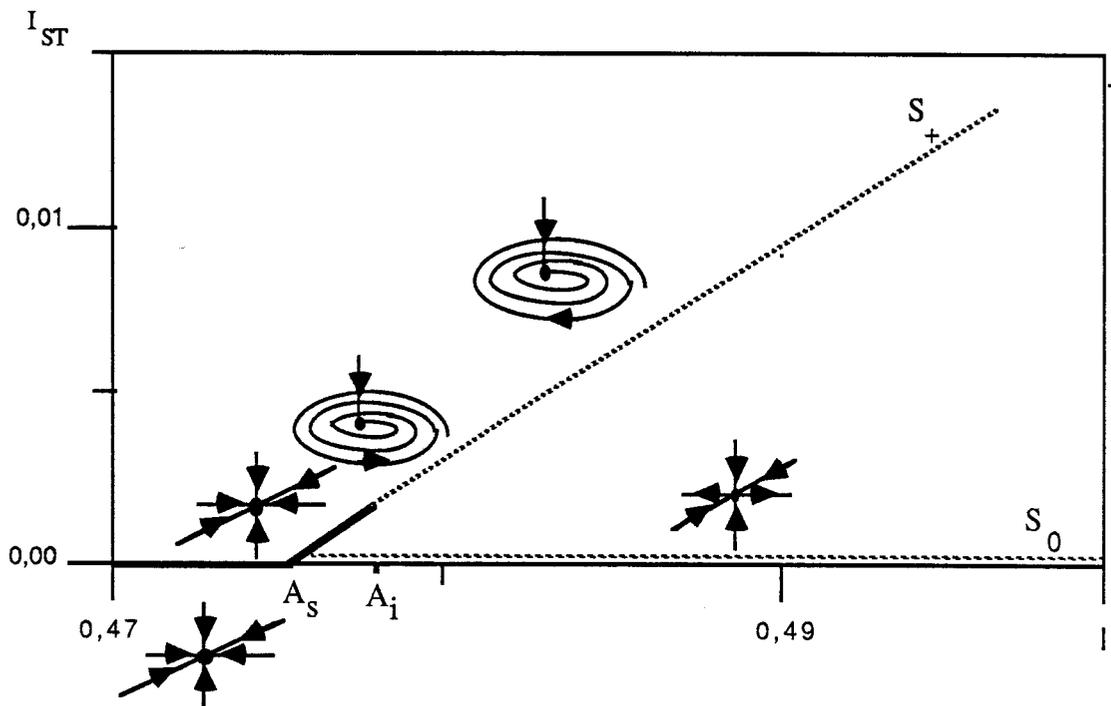


Figure 5-c): Diagramme de bifurcation extrait du diagramme précédent, - représentant l'évolution des solutions stationnaires au voisinage du seuil d'emission laser.

A partir de ces considérations, on constate que le diagramme de bifurcation des solutions stationnaires se présente d'une manière assez simple avec trois points critiques: $A = A_s$, $A_i = 0,4764$, $A_c = 1,96$ fig (5-b et c). Au voisinage de A_c , il se produit une bifurcation de Hopf, déstabilisant la solution S_+ , celle-ci ainsi que S_0 , reste instable jusqu'à la valeur $A = A_i$ où une seconde bifurcation de Hopf a lieu. Cette fois-ci, S_+ devient stable jusqu'à la valeur $A = A_s$ où cette solution disparaît, et la solution S_0 change de stabilité. Rappelons que le diagramme de bifurcation ainsi obtenu est du même type que celui déduit du modèle à quatre niveaux effectué pour le L.S.A. avec CH_3I comme absorbant saturable.(Arimondo et al. 1985, Bootz 1985).

On note enfin, que du fait que l'analyse de stabilité linéaire est une analyse locale concernant l'évolution de comportement au voisinage des solutions stationnaires S_+ et S_0 , elle n'apporte que des informations relativement modestes à propos de la dynamique du système. On doit retenir que la solution S_+ est de type foyer col avec une direction attractive dans la zone d'existence des signaux P^n et C^n ($n > 0$), et un rapport

$$\left| \frac{\lambda_+}{\rho} \right|$$

dépassant l'unité dans une large gamme du paramètre de pompe A . La solution S_0 quand à elle est de type col possédant une direction fortement répulsive.

3.5.3. Espace de phase

Comme on vient de le voir dans le paragraphe 3.4.3., le système comporte deux solutions stationnaires S_+ et S_0 . Nous allons tracer ici des trajectoires dans l'espace de phase reconstruit à partir des variables (I, U, W) dans le but de déterminer le rôle joué par chacune de ces solutions dans la dynamique du L.S.A. Les signaux

obtenus expérimentalement dans le cas des régimes P^n montrent que pendant une large fraction de la période l'intensité laser observée est quasiment nulle, il est intéressant de déterminer la part jouée par la solution à intensité nulle dans cette dynamique. Les expériences ne permettant d'accéder qu'à la donnée intensité ne peuvent en effet répondre à cette question, car si l'on peut en déduire que le système passe un temps important dans une région très proche du plan $I = 0$, il serait incorrect d'en déduire qu'il s'approche de la solution S_0 , c'est-à-dire du point particulier de ce plan où U et W ont des valeurs stationnaires données par la relation

$$U = W = \frac{A}{1-b}$$

Dans ce but, nous allons présenter les attracteurs associés aux cas limites des instabilités PQS c'est-à-dire $P^0.P^4$ comme exemples des signaux P^n et T dans les plans (I, U) et (U, W) , de façon à cerner la façon dont ils évoluent lorsque l'on rentre ou l'on se déplace dans la zone d'instabilité de type PQS I. A titre d'exemple, on adopte ici les valeurs des paramètres correspondants à la séquence temporelle décrite précédemment.

3.5.3.1. Cas limites

Nous commencerons par étudier les attracteurs T , P^0 et P^4 projetés dans les plans de phase (I, U) et (U, W) (fig. 6):

- Le signal T représenté dans la figure 4-c correspond à la valeur de $A = 2,033$. Son portrait de phase dans le dans le plan (I, U) montre que l'attracteur correspondant est un cycle limite évoluant autour de la solution S_+ (fig. 6-a), dans une région de l'espace de phase loin de la solution S_0 . ainsi que le confirme sa représentation dans le plan (U, W) .

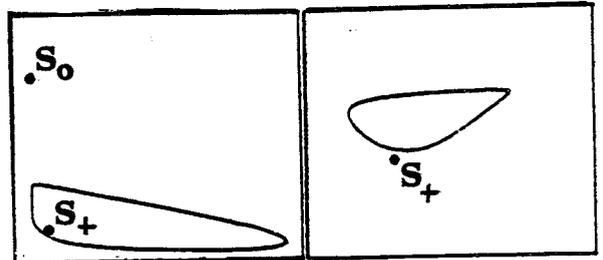
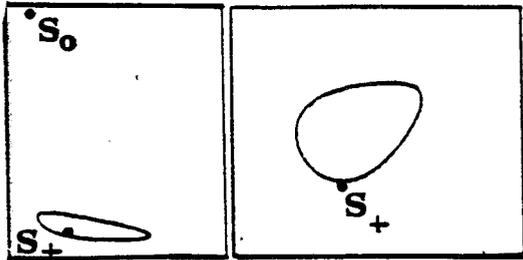
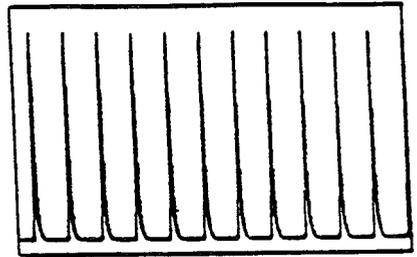
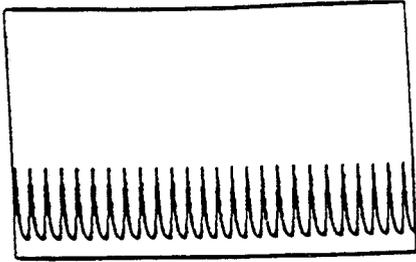


Figure 6-a): Signal de type T et les portraits de phases associés respectivement dans les plans (I,U) et (U,W)

Figure 6-b): Signal de type P^0 ($A=1,5$) et les portraits de phases associés respectivement dans les plans (I,U) et (U,W).

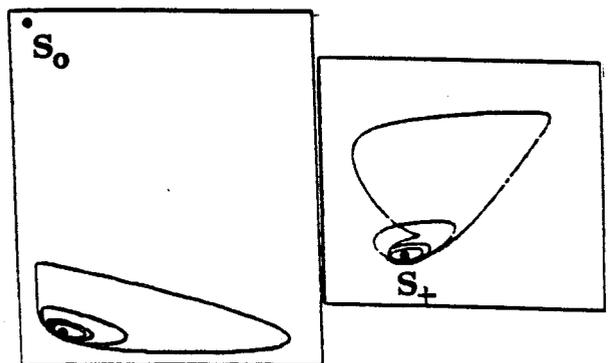
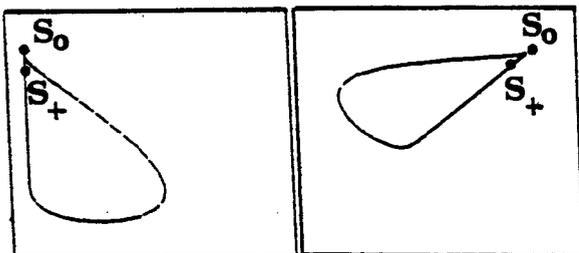
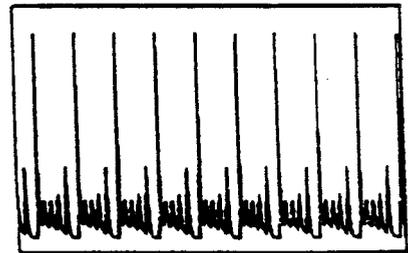
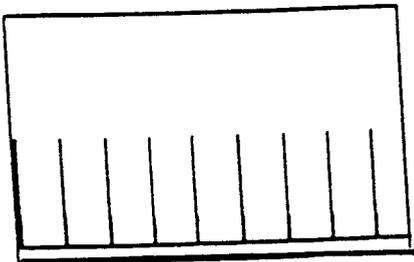


Figure 6-c): Signal de type P^0 ($A=0,5$) et les portraits de phases associés respectivement dans les plans (I,U) et (U,W).

Figure 6-d): Signal P^4 et les portraits de phases associés respectivement dans les plans (I,U) et (U,W).

□ Les signaux P^0 représentés dans la figure (6-b) correspondent aux valeurs de A respectivement égales à 1,5 et 0,5, pour lesquelles la solution S_+ est respectivement de type foyer-col et col. Les portraits de phase (I, U) et (U, W) correspondant au cas $A = 1,5$ montrent que l'attracteur associé est un cycle limite dont le comportement par rapport aux solutions stationnaires S_+ et S_0 est du même type que celui de l'attracteur T . Ce cycle comporte deux phases: une phase à évolution rapide pendant laquelle les variables I, U, W oscillent simultanément loin de $I = 0$, et une phase à évolution lente qui se manifeste chaque fois que les trajectoires passent au voisinage de $I \sim 0$. La variable I varie très lentement par rapport aux autres variables, qui continuent à augmenter et avant d'atteindre leurs valeurs stationnaires le laser se met à osciller et déclenche la phase à évolution rapide.

Dans le cas où $A = 0,5$, le signal P^0 possède une période très grande qui est de l'ordre de dix fois plus grande que la période du signal T , les solutions S_+ et S_0 dans ce cas sont assez proches dans l'espace (I, U, W) , du fait que I_{st} est très faible et sachant que S_+ et S_0 ont pour coordonnées respectivement (fig. 6-c):

$$\left(I_{sb}, \frac{A}{1-b+I_{st}}, \frac{A(1+I_{st})}{1-b+I_{st}} \right) \text{ et } \left(0, \frac{A}{1-b}, \frac{A}{1-b} \right)$$

L'attracteur associé est un cycle limite décrivant deux types d'évolution comme dans le cas ci-dessus avec deux échelles de temps différentes pendant les deux évolutions. A étant faible, il en est de même pour U_{st} et W_{st} correspondant, le cycle limite évolue beaucoup plus près de S_0 (fig. 6-c) contrairement au cas précédent.

Le signal P^4 évolue de la même façon que les signaux P^0 loin du seuil, l'attracteur correspondant est un cycle limite évoluant autour de S_+ avec une phase à évolution lente de l'intensité laser au

voisinage du plan $I = 0$. La projection de ce cycle dans l'espace (I, U) montre que la trajectoire quitte un voisinage de S_+ en une boucle interne qui est pliée ensuite en une seconde boucle de même extension spatiale dans l'espace (I, U) , et qui subit davantage de "plis" avant réinjection comme le confirme le portrait de phase dans le plan (U, W) (fig. 6-d). Ce comportement est commun à tous les signaux P^n .

L'examen des cas limites des signaux PQS montre donc que tant que A est loin du seuil, les différents attracteurs sont des cycles limites évoluant autour de S_+ dans l'espace (I, U, W) . Dans le cas des signaux P^n , les trajectoires évoluent différemment pendant deux phases, l'une à évolution lente de la variable I au voisinage du plan $I = 0$, au cours de laquelle le système reste assez loin de la solution stationnaire S_0 . Une réinjection très non linéaire correspond à une variation rapide de I , pendant laquelle le point représentatif de l'état du système spirale en s'éloignant de la solution S_+ , cet effet est très prononcé pour les signaux P^n avec n assez grands.

3.5.3.2. Séquences PQS II, PQS I

La description des cas limites des signaux P.Q.S. montre que les solutions stationnaires S_+ et S_0 jouent un rôle qualitativement différent dans l'évolution des trajectoires associées à ces signaux. Nous décrivons ici la "séquence temporelle" présentée dans le paragraphe 3.5.1. Cette séquence comprend les régimes T, 2T, 4T, CHAOS, P^3 , CHAOS, $2P^2$, P^2 , quand A décroît dans l'intervalle $(2,033, 1,85)$.

Pour $A = 2,033$, l'attracteur est le cycle limite T décrit précédemment. Pour $A = 2,02$ le cycle T se dédouble autour de la solution S_+ (fig. 7-a). La projection dans le plan (U, W) montre qu'après la bifurcation T-2T, il y a apparition d'une seconde boucle dans l'attracteur 2T résultant d'un pli dans le cycle T (fig. 7-b). Cette opération se répète après chaque bifurcation, ainsi pour $A = 2,017$, l'attracteur

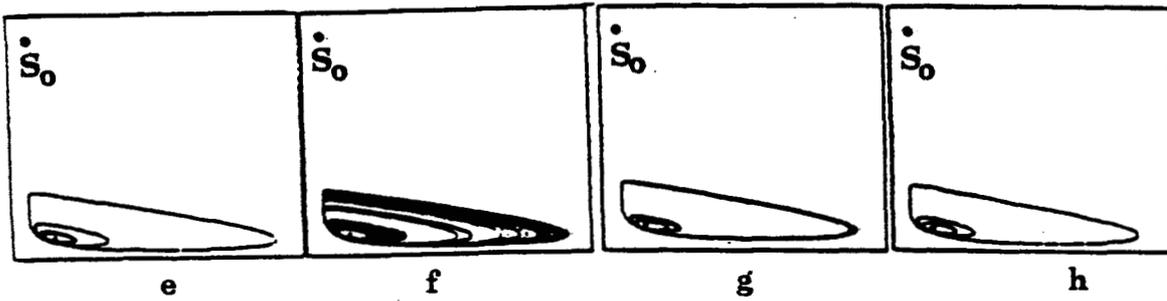
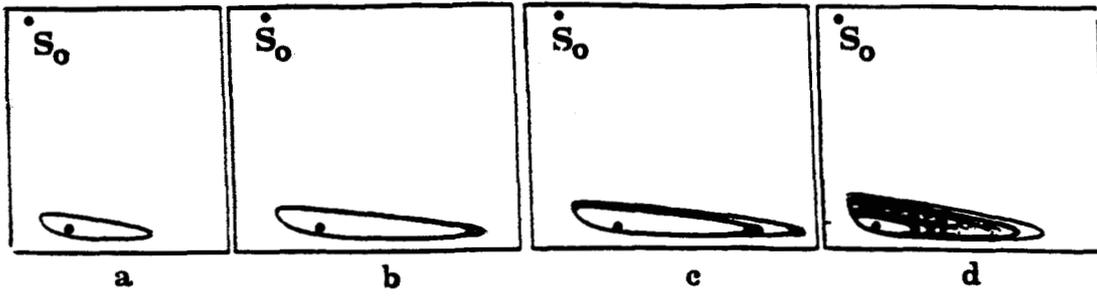


Figure 7-a): Portraits de phases dans le plan (I,U) correspondants aux signaux a) T; b) 2T; c) 4T; d) CH; e) P^3 ; f) C^2 ; g) $2P^2$; h) P^2 de la figure 5.

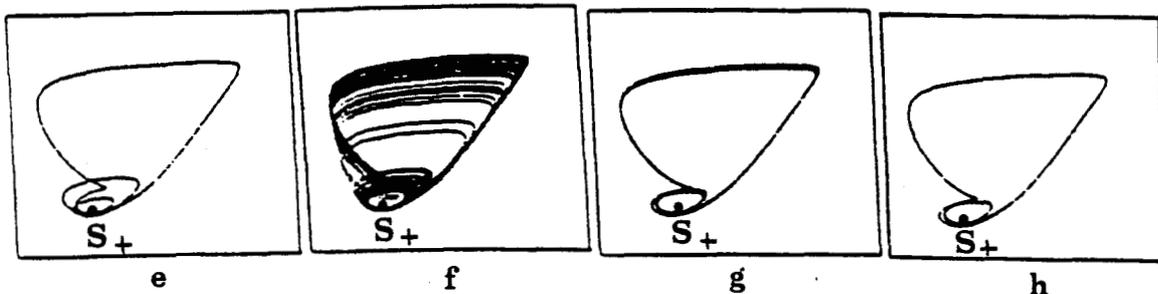
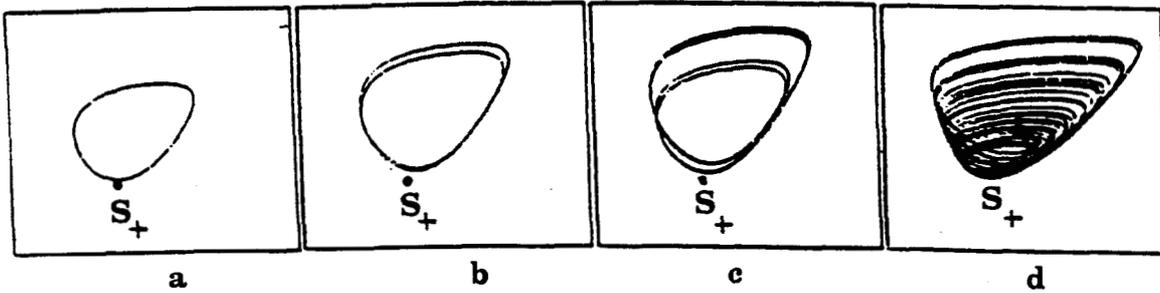


Figure 7-b): Portraits de phases dans le plan (U,W) associés aux signaux a) T; b) 2T; c) 4T; d) CH; e) P^3 ; f) C^2 ; g) $2P^2$; h) P^2 de la figure 5.

résultant est un cycle limite $4T$, pour $A = 2,01$, les trajectoires associées au système suivent une évolution complexe (fig. 7 a et b). Celles-ci occupent toute une zone autour de la solution S_+ de façon apparemment homogène, et l'attracteur résultant est chaotique (fig. 7 a et b).

Une diminution du paramètre de contrôle A donne lieu à une nouvelle solution périodique pour $A = 1,9$, l'attracteur associé est de type P^3 , qui suit ensuite une évolution similaire à celle de l'attracteur P^4 décrit ci-dessus. En diminuant la valeur du paramètre de contrôle à la valeur $A = 1,89$, la réponse du laser n'est plus périodique. L'attracteur associé est chaotique, avec des trajectoires divergent en spirale autour de S_+ et aboutissant à une réinjection au voisinage de S_+ (fig. 7 a et b). Une diminution supplémentaire de A à la valeur 1,88, fait apparaître l'attracteur $2P^2$ périodique, dont les différences avec l'attracteur P^2 sont à peine visibles dans les plans (I, U) et (U, W) : on constate, cependant l'existence de deux boucles de réinjection voisines au lieu d'une seule boucle dans le cas de l'attracteur P^2 . Celui-ci ne réapparaît que pour de $A = 1,85$.

3.6. CONCLUSION

L'ensemble des résultats retrouvés dans cette partie montre à quel point le système différentiel rend compte des différents comportements du L.S.A. observés dans l'expérience, malgré le grand nombre d'approximations utilisées. Parmi celles qui pourraient être améliorées dans un travail futur, citons en particulier l'approximation des rate équations ou la prise en compte de l'évolution des niveaux rotationnels dans le milieu amplificateur et des niveaux vibrationnels dans l'absorbant. Sans doute, ceci entraînerait la détermination d'autres constantes spectroscopiques, problème qui posait déjà quelques difficultés pour les constantes du système III, car celles-ci ne

sont pas déterminées avec précision et les valeurs données dans la littérature sont parfois très différentes. D'autre part, pour mieux modéliser les expériences rapportées dans la seconde partie, il faudrait tenir compte des formes des différentes raies d'émission et d'absorption, car dans nos expériences, il existe au moins trois raies d'absorption du gaz CH_3I qui couvrent l'intervalle spectral d'un mode du laser. Les fréquences centrales sont réparties d'une manière assymétrique de part et d'autre de la fréquence centrale du laser. Le comportement dynamique du laser comme le montre l'expérience n'est donc pas indifférent par rapport à un changement de signe du paramètre δ . Tenir compte de ce paramètre par une réduction en

$$\frac{1}{1 + \delta^2}$$

(δ exprimé en unité de γ_{\perp}) du paramètre de pompe A suppose en fait égales les fréquences d'absorption et d'émission des deux milieux représente un simplification drastique. De même la représentation de l'absorbant par un système à deux niveaux résonnants sans élargissement inhomogène n'est bien entendu pas justifiée.

Il faut toutefois noter que si les approximations rappelées ici et ainsi que d'autres discutées le long de ce chapitre ont donné lieu à une forme très simplifiée du système d'équations, celui-ci a néanmoins permis de retrouver l'essentiel des résultats trouvés expérimentalement dans le chapitre précédent, à savoir:

- L'existence d'une zone instable à basse pression en bon accord avec les résultats expérimentaux, la succession dans cette zone des instabilités PQS I et PQS II en fonction de A , avec la bistabilité entre la séquence de dédoublement de période sur la base du signal T , et la solution stationnaire (CW). Expérimentalement, la bistabilité était observée entre le régime T et la solution (CW). On note donc un

léger désaccord quantitatif sur les domaines d'existence des différents types de solutions.

- Dans chacune des zones instables de type PQS I et PQS II, on retrouve les mêmes variétés de signaux et la même évolution en fonction du paramètre de contrôle que dans le cas expérimental, tant dans la zone PQS I où les signaux sont de types P^n et C^n que pour les signaux de type PQS II.

Les signaux P^n et C^n (avec $n \neq 0$) sont liés à l'existence d'une solution stationnaire de type foyer-col et dans notre cas, d'une solution stationnaire de type col fortement répulsive appartenant au plan $I = 0$, les trajectoires en se rapprochant de ce plan subissent un *processus de réinjection non linéaire*, qui les amène au voisinage de la solution foyer-col. Les différentes valeurs propres correspondant au système linéarisé au voisinage des solutions stationnaires S_+ et S_0 ont été calculées numériquement, alors que la réinjection a été visualisée en présentant les différents attracteurs associés dans l'espace de phase. Les signaux C^n à n faible ont été observés dans l'expérience comme dans le calcul numérique suite à un signal sous-harmonique de période deux sur la base du signal P^n . D'une manière générale, c'est à dire quelque soit n différent de zéro, les signaux C^n figurent pour des paramètres de contrôle intermédiaires entre ceux correspondant aux signaux P^n et P^{n+1} , et comme dans l'expérience cette séquence de signaux périodique-chaotique - ou *séquence périodique-chaotique* rencontrée dans plusieurs systèmes (voir deuxième chapitre) - suit une évolution entraînant une augmentation de n en s'approchant de la zone PQS I-PQS II. Comme on l'a signalé dans le deuxième chapitre, l'ensemble de ces comportements est proche d'une situation de chaos à la Shil'nikov.

On constate donc un bon accord entre les résultats expérimentaux et numériques retrouvés à partir du système III. Pour tirer profit de cet accord, un complément d'étude est nécessaire, surtout en ce qui concerne la caractérisation des différents attracteurs chaotiques observés dans la zone PQS du laser. Ceci doit se faire en utilisant les concepts de la dynamique non linéaire, tels que les sections de Poincaré, et les diagrammes du premier retour qui permettent d'affirmer la nature déterministe de ces attracteurs. En suivant l'évolution de ces derniers, le long d'une "séquence dynamique" on pourrait préciser davantage l'origine du chaos observé dans la zone PQS I-PQS II (par exemple l'existence de chaos *homocline* à la Shil'nikov).

D'autre part, il reste à éclaircir le mécanisme de réinjection non linéaire omniprésent dans la dynamique du L.S.A. dans la zone instable PQS I. Ceci passe par la connaissance de la variété globale du système (lieu géométrique où se manifeste le mouvement des trajectoires du système) et sa position par rapport au plan $I = 0$ et aux solutions stationnaires S_+ et S_0 .

Enfin, d'un autre côté, il est intéressant de compléter les résultats précédents, en élargissant ces simulations à d'autres pressions pour l'absorbant, en vue de construire un diagramme de phase (A, \bar{p}) , et de faire une comparaison quantitative entre la théorie et l'expérience.

CONCLUSION GENERALE

L'étude faite dans ce travail montre que le laser CO₂ à excitation par décharge électrique continue présente une grande richesse de comportements qui sont liés soit à la décharge elle-même, soit à l'adjonction d'un absorbant saturable ici CH₃I. Les instabilités de décharge qui sont rencontrées dans les lasers CO₂ habituels sont dues aux modes de striation qui, suite à une variation des paramètres, s'approchent d'une situation de stabilité marginale et se mettent à osciller. Un mode de striation est résonnant et peut, suite à l'augmentation de la non linéarité dans le système, conduire la décharge à une oscillation chaotique. Cette dernière peut coexister avec un autre mode résonnant pour les mêmes valeurs de paramètres de fonctionnement de la décharge. Ces comportements se reflètent sur l'intensité laser, tant que celui-ci émet loin du seuil, il est possible de distinguer grâce à l'échelle des temps associés les comportements de nature galvanique et les instabilités optiques présentes dans la réponse du laser. Tout près du seuil, la réponse du laser est plus complexe, les comportements galvaniques et optique sont couplés. La décharge électrique du laser CO₂ est un système dynamique complexe où les comportements temporels et spatiaux se manifestent à la fois. Dans ce travail, on n'a étudié que l'aspect temporel, en supposant que les instabilités s'y manifestent en forme d'onde plane, sans trop s'intéresser à son évolution spatiale. Dans un travail futur, il faudrait aboutir à une caractérisation de la dynamique spatio-temporelle en utilisant les moyens expérimentaux adéquats, on pourrait aussi étudier le couplage optique-galvanique, effet qui peut s'avérer utile à une meilleure compréhension des processus d'interaction du pompage et la dynamique du laser.

Le deuxième objectif de ce travail est une réévaluation des différentes instabilités dans les lasers CO₂ avec absorbant saturable.

Les anciens travaux dans ce domaine étaient dirigés soit vers une exploitation des régimes pulsés pour la génération d'impulsions ultra-courtes, soit vers l'établissement par différentes manières des critères d'obtention des instabilités dans le L.S.A. Nous avons mis en évidence les différents types de modulation PQS dans un absorbant faible CH_3I . Ces différentes modulations ont été classées selon la dynamique associée en deux catégories: PQS I et PQS II. Nous avons par ailleurs mis en évidence la présence du chaos dans chacune des deux catégories. Ce type de comportement était probablement attendu dans le L.S.A., vu le nombre de degrés de liberté et les non linéarités que présente ce système, mais n'a fait l'objet d'aucune observation expérimentale antérieure. La présence du chaos dans le L.S.A. a été identifiée dans le cas des instabilités PQS II par le "scénario" qui y mène: il s'agit de la transition vers le chaos par le scénario de Feigenbaum, alors que dans la zone instable PQS I, la présence du chaos a été confirmée par l'intermédiaire de la section de Poincaré sur l'exemple du signal C¹. L'existence des séquences périodiques-chaotiques dont le nombre d'oscillations de faible amplitude n croît dans la zone PQS I-PQS II accompagné par l'omniprésence de processus de réinjection non linéaire au voisinage de l'instabilité foyer-col que manifestent les signaux de ces séquences peut s'interpréter comme une transition vers une situation de chaos à la Shil'nikov. A cet égard une étude minutieuse de la dynamique qui se présente de la zone PQS I-PQS II pourrait aboutir à l'existence d'une situation homocline à la Shil'nikov dont l'approche par variation du paramètre de contrôle se manifeste d'un côté par la présence des séquences périodiques-chaotiques et d'un autre côté par la présence d'une séquence de doublement de période à partir du signal T.

A partir d'un modèle assez simple, nous avons pu retrouver l'essentiel des comportements PQS en utilisant un nombre minimum d'équations. La dynamique du laser avec absorbant saturable, malgré les résultats présentés ici, n'est pas totalement élucidée, et un complément d'étude serait utile, tant sur le plan expérimental que théorique. Il faudrait notamment améliorer la caractérisation quantitative des différents attracteurs chaotiques observés dans le L.S.A., dans le but de mieux cerner la dynamique associée et de situer dans un cadre plus général éventuellement *universel*, les différents comportements PQS observés dans le L.S.A.

BIBLIOGRAPHIE

- ABRAHAM N.B., MANDEL P., NARDUCCI L.M., (1988), "Progress in Optics XXV", ed. Wolf E. (North Holland, Amsterdam), 1
- ADAM J.C., BUSSAC M.N., LAVAL G. (1979) "Intrinsic Stockasticity in plasma", ed. Laval G., Gressillon D. (Editions de physique) Orsay
- ANTORANZ J.C., BONILLA L.L., GEA J., VERLADE M.G. (1982), Phys. Rev. Lett. 49, 35
- ANTORANZ J.C., GEA J., VERLADE M.G., (1981), Phys. Rev. Lett. 47, 1895
- ARECCHI F.T., MEUCCI R., PUCCIONI G.P., TREDICCE J.R. (1982), Phys. Rev. Lett. 49. 1217.
- ARECCHI F.T., BADI R., POLITI A. (1984), Phys. Lett. A, 103
- ARECCHI F.T., BADI R., POLITI A. (1985), Phys. Rev. A32, 402
- ARECCHI F.T., HARRISON R.G. (1987), "Instabilities and chaos in Quantum optics" Springer-Verlag.(Berlin Heidelberg)
- ARECCHI F.T., MEUCCI R., GADOMSKI W., (1987) Phys. Rev. Lett 58, 2205
- ARECCHI F.T., MENCCI R., PUCCIONI G.P., TREDICCE (1984), Opt. Comm. 51, 308
- ARGOUL F., ARNEODO A., RICETTI P. (1987)^a, Phys. Lett. A120, 269
- ARGOUL F., ARNEODO A., RICETTI P. (1987)^b J. Chim. Phys. (France) 84, 1367
- ARIMONDO E., BOOTZ P., GLORIEUX P., MENCHI E. (1985), J. Opt. Soc. Am. B2, 193
- ARIMONDO E., GASAGRANDE F., LUGIATO L., GLORIEUX P. (1983) Appl. Phys. 30B, 57
- ARIMONDO E., GLORIEUX P. (1978), Appl. Phys. Lett. 33, 49
- ARIMONDO E., MENCHI E. (1985), Appl. Phys. B 39, 83
- ARNEODO A., COULLET P. , PEYRAUD J., TRESSER C. (1982) J. Math. Biol. 24, 153

- ARNEODO A., COULLET P. , SPIEGEL E., TRESSER C. (1985), *Physica* 14D (Amsterdam), 327
- ARNEODO A., COULLET P. , TRESSER C. (1980), *Phys. Lett.* 79 A, 259
- ARNEODO A., COULLET P. , TRESSER C., LIBCHABER A., MAURER J., D'HUMIERES D. (1983), *Physica* 6D, 385
- BAILLY D., GAUTIER G., ROSSETTI C., BARCHEWITZ D. (1972), *Cand. J. Phys.* 50, 2605
- BARAREU E., POPESCU J. (1968) "Gaz ionisé, décharges électriques dans les gaz" Dunod et Méridiane, Bucarest
- BERGE P., POMEAU Y., VIDAL C. (1984) "L'ordre dans le chaos" Hermann Ed. Paris
- BOOTZ P. (1985) Thèse de doctorat d'Université, Université de Lille
- BRAUN T., LISBOA, J.A., FRANCKE R.E., GALLES J.A.C.(1987), *Phys. Rev. Lett.* 53, 303
- BRZHAZOVSKII Y.U, VASILENKO L.S., RAUTIAN S.G., PAPOVA G.S., CHEBOTAEV V.P. (1972), *Sov. Phys., JETP* 34, 265
- BURAK J., HOUSTON P.L., SUTTON D.G., STEINFELD J.I. (1971), *IEEE J QE-7*, 73
- CHANG T.Y., WANG C.H., CHEO P.K. (1969), *Appl. Phys. Lett.* 15, 157
- CHEO P.K. (1971) "lasers 3" (Dekker, New York), 111
- CRIETESCU C.P., POPESCU I.M., PREDA A.M., PDOLEANU A. (1986), *Beitr. Plasma, Phys.* 26, 185
- CRUTCHFIELD J.P., FARMER F.D., HUBERMANN B.A. (1982), *Phys. Rep* 92, 45
- CRUTCHFIELD J.P., NARENBER H., RUDNICK J. (1981), *Phys. Rev. Lett.* 46, 933
- DEVIR A.D., OPPENHEIM O.P. (1977), *Appl. Opt.* 16, 2757
- DUPRE J., MEYER F., MEYER C. (1975) *Rev. Phys. Appl.* 10 (Paris), 285
- ERNEUX T., MANDEL P. (1981), *Z. Phys.* B44, 353

- ERNEUX T., MANDEL P. (1981), Z. Phys. B44, 365
- ERNEUX T., MANDEL P. (1984), Phys. Rev. A30, 1893
- ERNEUX T., MANDEL P. (1984), Phys. Rev. A 30, 1902
- ERNEUX T. (1988), J. Op. Soc. Am. B5, 1063
- FARMER J.D. (1982), Physica 4D, 366
- FEIGENBAUM M.J. (1978) J. Stat. Phys. 19, 25
- FEIGENBAUM M.J. (1980) Los Alamos Science 1, 4
- FOWLER A.C. (1985) "Non linear phenomena and chaos" Sarben Sarkar Ed. Adam Higler ltd, 284
- GASPARD P. (1983), Phys. Lett. 97A
- GASPARD P., KAPRAL R., NICOLIS G. (1984), J. Stat. Phys. 35, 697
- GLANSDORFF P., PRIGOGINE I. (1971), "Structure, stabilité et fluctuations" Masson, Paris
- GLENDENNING P., SPARROW C. (1984), J. Stat. Phys. 35, 645
- GUCKENHEIMER J., HOLMES P. (1983) "Non linear oscillations, dynamical systems and bifurcations of vector fields" Springer-Verlag (New York)
- HAKEN H. (1978) "Synergetics, An introduction" 2e Edition Springer-verlag, (Berlin Heidelberg)
- HAKEN H. (1984) "Laser theory", Corr. Printing Springer-Verlag (Berlin Heidelberg)
- HAKEN H. (1985) "light", volume 2, North-Holland, Amesterdam
- HANDST P.L., MORREAL J.A., JENSON M.J. (1968) Appl. Phys. Lett. 12, 120
- HELD G.A., JEFFRIES C., HALLER E.E. (1984), Phys. Rev. Lett. 52, 1037
- HENNEQUIN D. (1986) Thèse de doctorat d'Université, Université de Lille1
- HEPPNER J., SOLAJIC Z., MERKLE G. (1984), Appl. Phys. B35, 77

- JACOBS R.R., PITTIPIECE K.J., THOMAS S.J. (1974), *Appl. Phys. Lett.* 24, 375
- JACQUES A., GLORIEUX P. (1982), *Opt. Commun.* 40, 455
- KARLOV N.K., KUZ'MIN G.P., POV Y.U., PROKHOROV A.M. (1968) *J.E.T.P. Lett.* 7, 134
- LANDAU L. (1944), *C.R. Dokl. Acad. Sci. URSS* 44, 311
- LIBCHABER A., FAURE S., LAROCHE C. (1983), *Physica* 7D, 73
- LUGIATO A., MANDEL P., DEMBINSKI S.T. (1978), *Phys. Rev. A* 18, 238
- LUGIATO A., MANDEL P., NARDUCCI L.M. (1984), *Phys. Rev. A* 29, 1438
- MANDEL P. (1981), *Phys. Lett.* A83, 207
- MANNEVILLE P., POMEAU Y. (1979), *Phys. Lett* 75, 1
- MANNEVILLE P. (1986) "Structures et instabilités" C. Cordetthe Ed. de physique, 285
- MARTIN S., LEBER M., MARTIENSSEN (1984), *Phys. Rev. Lett.* 53, 303
- MELEKHIN G.V., MOSKICHEVA I.Y.A., STEPANOV V.A., CHIRKIN M.V. (1986) *J. Commun. Technol. Electron (US A)* 31, 106
- MEYER F., DUPRE J., MEYER C. (1976), *Cand. J. phys.* 54, 205
- MIDAVAIN T., DANGOISSE D., GLORIEUX P. (1985), *Phys. Rev. Lett.* 55, 1989
- MRUGALA F., PEPOWSKI P. (1980), *Z. Phys.* B38, 359
- NAPIOVKOWSKI N. (1985) *Z. Phys. Lett.* 112A, 357
- NEWHOUSE S., RUELLE D., TAKENS F. (1978) *Commun. Math. Phys.* 64, 35
- NICOLIS G. (1986), *Rep. Prog. Phys.* 49, 873
- NIGHAN W.L., WIEGAND W.J., HAAS R.A. (1973), *Appl. Phys. Lett.* 22, 579
- NIGHAN W.L., WIEGAND W.J. (1974 a), *Appl. Phys. Lett.* 25, 633
- NIGHAN W.L., WIEGAND W.J. (1974 b), *Phys. Rev. A* 10, 922
- NILES F.E. (1970), *J. Chem. Phys.* 52, 408
- OPPENHEIM U.P., KAUFMAN Y.J. (1974), *IEEE QE* 10, 533

- POWELL H.T., WOLGA G.J. (1971, IEEE J. Quant. Electron. QE 7, 213
- PRIGOGINE I. (1980) "Physique, temps, et devenir", Masson, Paris.
- RAPP D., BRIGILIA D.D. (1965), J. Chem. Phys. 43, 1480
- RAPP D., ENGLANDER-GOLDEN P. (1965), J. Chem. Phys. 43, 1464
- RICHETTI P., ARNEODO A. (1985), Phys. Lett. 109A, 359
- ROSSLER O.E. (1976) Z. Nat. Forsch 31A, 259
- ROSSLER O.E. (1977), Bull. Math. Biol. 39, 275
- ROSSLER O.E. (1977), "Synergetics" H. Haken Ed, Schloss Elmau
(Springer Verlag), 184
- ROSSLER O.E. (1979), Ann. N.Y. Acad. Sci. 361, 376
- RUELLE D., TAKENS F. (1971), Commun. Math. Phys. 20, 167
- SALOMAA R., STENHOLM S. (1973), phys. Rev. A8, 2711
- SARGENT III.M., SCULLY M.O., LAMB W.E. (1974), "Laser physics",
Addison - Wesley (New York)
- SHIL'NIKOV L.P. (1965), Sov. Math. Pokl. 6, 163
- SHIL'NIKOV L.P. (1970), Math. SSSR Sbornik, 10, 91
- SHIMODA K. (1963), "Optical Maser" vol. XIII (polytechnic institute of
Brooklyn, New York), 95
- SMALE S. (1960), Bull. A. M. S. 66, 43
- SMALE S. (1967), Bull. A. M. S. 73, 747
- SNITZER E., YOUNG C.G. (1968) "Lasers" Vol. 2, A.K. Levin Ed. (Marcel
Dekker, New York), 191
- STARK E.E. (1973) Appl. Phys. Lett. 23, 335
- SUZUKI T., SHOHO L. (1977), Appl. Phys. Lett. 31, 328
- TACHIKAWA M., TANII K., KAJITA M., SHIMIZU T. (1986), Appl. Phys. B39,
83
- TACHIKAWA M., TANII K., SHIMIZU T. (1987), J. Opt. Soc. Am. BA, 387
- TACHIKAWA M., TANII K., SHIMIZU T. (1988), J. Opt. Soc. Am. B5, 1077

- TAKENS F. (1981), Lect. Notes. Math 898, Springer-Verlag
(Heidelberg New York)
- TANII K., TACHIKAWA M., KAJITA M., SHIMIZU T. (1988), J. Opt. Soc. Am.
B5, 24
- THOM R. (1977) "Stabilité structurelle et morphogénèse" 2e édition
InterEditions, Paris
- THOMPSON J.M.T., STEWART H.B. (1986) "Non linear dynamics and
chaos", (John Wiley, New York)
- TRESSER C. (1981), Thèse de Doctorat d'état, Université de Nice
- TRESSER C. (1984), Ann. Inst. Henri Poincaré 40, 441
- TSENG Y.G., JIANG J.L., LU J.H., CHIU H.S. (1983), Appl. Optics 22, 2484
- UEDA K., SHIMIZU F.O. (1984), Jpn. J. Appl. Phys. 23, 1038
- WALARD A.J., WOODS P.T. (1974), J. Phys. E. Sci.Instrum 7, 212
- WERSINGER J.M., FINN J.M., OTT E. (1980), Phys. Fluid 23, 114 2
- WIEGAND W.J. (1972), Bull. Am. Phys. Soc. 17, 398
- WIEGAND W.J., NIGHAN W.L. (1973), Appl. Phys. Lett. 22, 583
- WINTERS H.F. (1966), J. Chem. Phys. 44, 1472
- WOOD O.R., SHAWRZ S.E. (1967), App. Phys. Lett. 11, 88
- YARDLEY J.T. (1968), App. Phys. Lett. 12, 120

GALVANIC CHAOS IN A CO₂ LASER DISCHARGE: A NEW LOOK AT AN OLD PHENOMENON

Abdelkadouss BEKKALI, Didier DANGOISSE and Pierre GLORIEUX

*Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne, Associé au C.N.R.S., Université de Lille I,
59655, Villeneuve d'Ascq, France*

Received 21 January 1987; revised manuscript received 6 April 1987

Low frequency instabilities have been observed on the output intensity of a CO₂ laser. They are shown to originate from galvanic processes which could have some connection with the phenomenon of striation waves in the electric discharge. These instabilities exhibit a period-doubling sequence and chaos. In most conditions, laser discharges show generalized bistability. When the modulation of the output power due to the instability reaches 100%, damped oscillations at the laser resonance frequency are superimposed on the low frequency modulation.

1. Introduction

Instabilities in lasers have recently attracted much interest from a fundamental point of view because of their connection with optical chaos [1] and more generally because lasers provide excellent prototypes for the investigation of nonlinear systems far from equilibrium [2]. The fact that the laser is a useful system with a wide field of applications also motivated the work of experimentalists wishing to understand special properties of their lasers. In both points of view, the CO₂ laser is of particular interest because it is one of the most commonly used and because accurate modeling of its action makes possible a fruitful interplay of theoretical and experimental approaches.

Laser instabilities reported up to now are optical instabilities originating from the nonlinear coupling of the laser electric field with molecular variables such as population inversion and polarisation. Although they were observed on the output power of a CO₂ laser, the instabilities reported in the present paper are of a different nature since they are due to nonlinear processes in the electric discharge which is responsible for the population inversion. Therefore they may be called "galvanic instabilities". Investigations of these instabilities are interesting because discharges present one step of complexity above

optical instabilities in single mode optical systems, due to the possible existence of many unstable species. Moreover such studies are also useful since the knowledge of galvanic instabilities is required to clearly identify optical instabilities in gas discharge lasers, for the latter may appear quite similar to the former. After the description of the experimental set up in section 2, section 3 is devoted to the observation of instabilities on the output power of the CO₂ laser i.e. a sequence of period doubling bifurcations culminating in chaos and generalized bistability. Assignment of these instabilities to galvanic processes is demonstrated experimentally in section 4. These processes are discussed in relation with instabilities observed in low pressure discharges by many authors in the fifties.

2. Experimental set-up

In the experiments reported here, galvanic instabilities have been observed in a flowing gas CO₂ laser in which pumping is achieved by a DC discharge. The laser is 3 m long and the discharge length is 1.5 m. The lasing mixture is composed of CO₂, N₂ and He in variable amounts at a total pressure varying between 5 and 16 Torr. The pressures are measured at the gas inlet of the flowing gas laser.

The electrical circuit of the discharge is fed with a high voltage power supply. Ballast resistors (95 k Ω , 47 k Ω or 23 k Ω) are connected in series with the discharge tube and a current stabilizer in the standard design of CO₂ laser power supplies.

Various parameters of this laser have been monitored: the output power, the fluorescence light in a direction perpendicular to the laser axis, the current running through the discharge, and the electric field around the laser. The fluorescence light was detected by a photo transistor which has a maximum spectral sensitivity in the 0.5–1 μm range.

3. Observation of instabilities on the laser output

In our experiments, the composition of the gas mixture and the discharge current have been used as control parameters to specify the onset of the various kinds of instabilities primarily observed on the laser output.

A simple scenario is obtained by varying the CO₂ pressure in the laser gas mixture. The total pressure P_T is varied around 8 Torr as shown on fig. 1. Starting from low CO₂ pressures where the laser output power is stable, a subcritical bifurcation is observed at $P_T=7.6$ Torr, then the system period doubles at $P_T=7.7$ Torr, where there is a rapid change for a $2T$ regime. At 7.8 Torr a signal at period $4T$ appears, it loses any regularity at $P_T=7.85$ Torr and is highly irregular at 7.95 Torr. If the CO₂ pressure is further increased, a qualitative change in the irregular regime is observed at $P_T=8.7$ Torr where a high frequency component (~ 20 kHz) appears on top of the slow (~ 1.5 kHz) irregular oscillations. At $P_T=8.75$ Torr the laser output is fully modulated. When the oscillation minima of the laser power reaches zero, a new mechanism involving the relaxation frequency of the laser interferes with the oscillation. Laser oscillation stops at irregular times and then rebuilds up with damped oscillations at the relaxation frequency of the laser (~ 50 kHz) as it was shown in refs. [4,9]. These oscillations have the same origin as those which are superimposed on some passive Q-switch pulses observed from lasers containing a saturable absorber, and are characteristic of the dynamic response of CO₂ lasers [8–11]. Fig. 2 presents such pulses in which

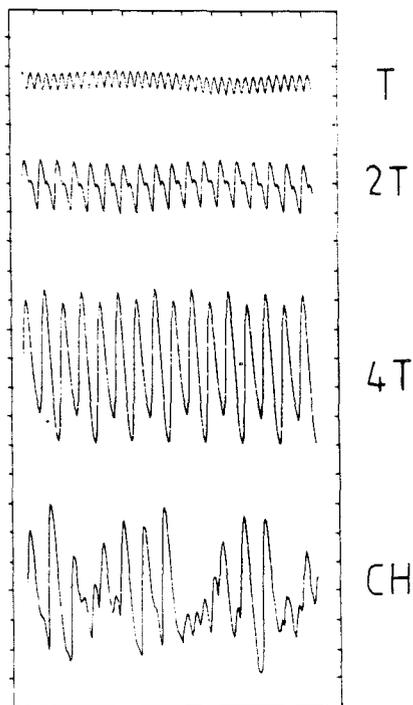


Fig. 1. Instabilities observed on the laser output intensity as the CO₂ pressure is increased. Time scale: 500 μs per division.

discharge, optical and molecular dynamic processes are mixed.

Instabilities similar to those reported above appear

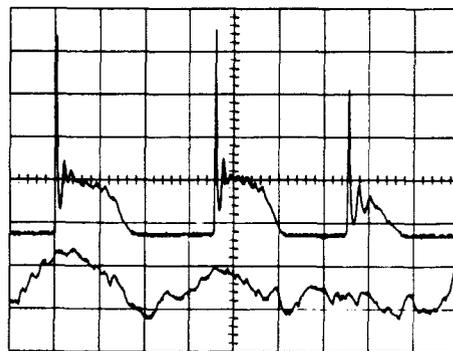


Fig. 2. Combination of slow galvanic instabilities and fast damped laser oscillations as observed on the laser output intensity (upper trace). "Spurious" electric field (lower trace). Gas mixture N₂: 19%, He: 43%, CO₂: 38%, Total pressure: 11 Torr, intensity 15.5 mA. Time scale 200 μs per division.

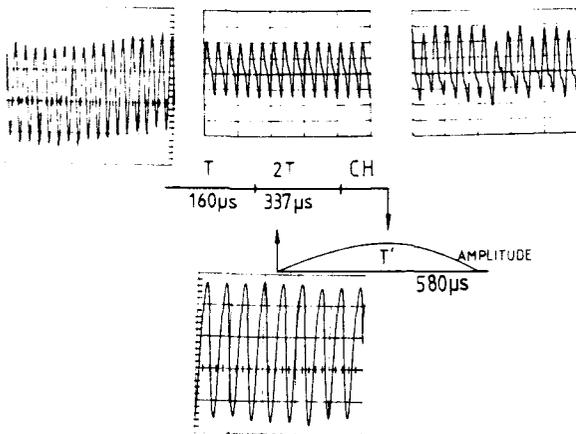


Fig. 3. Example of generalized bistability cycle observed as the CO_2 pressure is varied. Total pressure at the beginning of the experiment 7.9 Torr, N_2 : 20%, He: 60%, CO_2 : 20%, intensity 15 mA. The time scales are 500 μs per division for the T regime and 1 ms per division for the other regimes.

to be quite usual in standard CO_2 lasers since they have been observed on various CO_2 laser systems operating in our laboratory.

In most experiments, the cascade or the chaotic regime are interrupted by jumps into another periodic or chaotic regime. Moreover, generalized bistability i.e. bistability between different attractors [12] makes it impossible to assign a single behavior to given discharge parameters. An example of such generalized bistability is presented on fig. 3 where there is "bistability" between a T period doubling cascade with a T' period regime. Increasing the CO_2 pressure in the gas mixture, the discharge becomes unstable and since wave oscillations appear with a period T approximately equal to 160 μs . As the CO_2 pressure increases, period doubling occurs while the period of the oscillation slightly evolved to $T=150$ μs . Then at higher pressures, any regularity is lost up to a pressure where the discharge suddenly switches to a periodic oscillation with period $T'=580$ μs . As the CO_2 pressure is varied, the amplitude and the period of this oscillation change as indicated on fig. 3. Decreasing the CO_2 pressure, the T' oscillation amplitude decreases to zero and then switches to the $2T$ regime of the previous mode of instability. The whole cycle including the T and T' regimes occurs for a variation of the CO_2 pressure which is as small as 1 Torr.

As mentioned above this is only one of the many scenarios of generalized bistability which were observed in our CO_2 laser discharge. Other parameters such as the discharge current and the partial pressure of helium have been used as control parameters of the hysteresis cycle, but their effect is usually less stringent than that of the CO_2 pressure. If in the oscillations discussed up to now, only one frequency and its subharmonics appear at a time, there exist discharge conditions in which incommensurate frequencies appear.

4. Origin of the instabilities

A number of checks has been made to determine the origin of these instabilities. In that purpose, the electric field in the vicinity of the laser tube, the intensity of the fluorescence light of the discharge and the discharge current have been monitored. A simple wire antenna directly connected to an oscilloscope was used as an electric field probe. High intensity oscillating fields up to 50 V cm^{-1} were observed. The direction of polarization of this electric field indicates that the whole discharge acts as an emitting antenna. Both the electric field and the fluorescence intensity monitored in different points of the discharge exhibit period doubling cascades for the same values of the control parameter. Fig. 4 shows simultaneous records of the laser output power, the "spurious" electric field and the fluorescence intensity in the $2T$ periodic regime. The lineshapes are different from one signal to another one and depend on the position of the probe but the periods are always identical. Fluorescence and electric field oscillations remained unchanged when the laser action was blocked, e.g. by spoiling the laser cavity. Thus the oscillations reported here, even if they were first observed on the laser intensity, have been assigned to discharge i.e. galvanic processes. Up to now, we have not seen any optogalvanic type of coupling which would result in a change of the instabilities induced by laser action.

However, no instabilities have been detected on the discharge current. In order to understand more clearly this behavior, some checks have been done on the current regulator. The dynamic resistance of this current regulator has been measured to vary from

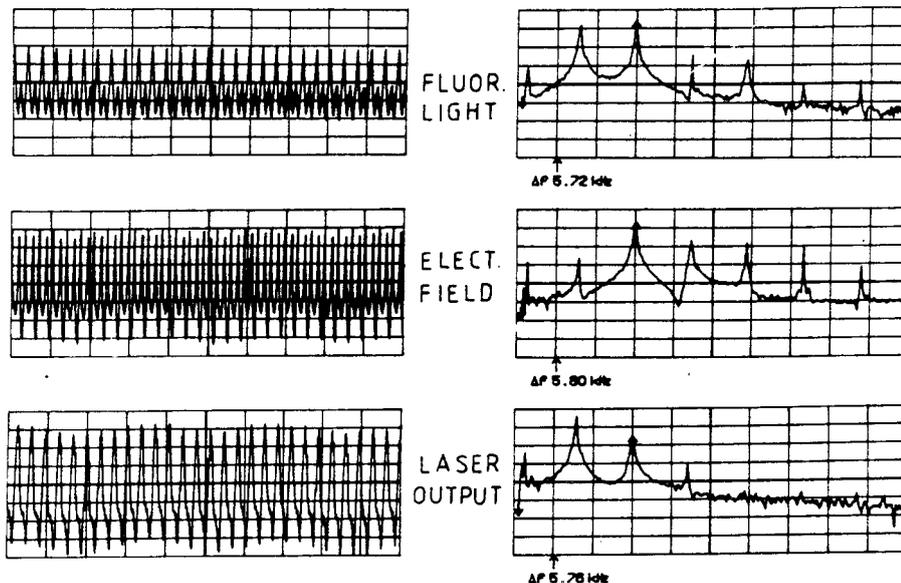


Fig. 4. Simultaneous recordings of the CO₂ laser output power, the "spurious" electric field and the fluorescence intensity in the 2T periodic regime. The time development of the signals are displayed on the left column and the corresponding spectrum on the right one. The time scale is 1 ms per division and the frequency scale is 2 kHz per division. Total pressure 7.9 Torr, N₂ = 20%, He: 45%, CO₂ = 35%, intensity 11 mA.

25 to 75 MΩ when the current running through the discharge changes from 5 to 40 mA. A voltage-current characteristic of the laser discharge is shown on fig. 5 for typical working conditions. It exhibits a large negative slope in the region below 12 mA. The instabilities, usually observed in the range 5–25 mA, cannot be attributed to the standard negative resistance effect, since it has been checked that the current regulator reduces the current oscillation to less than 2 μA for a voltage oscillation of 100 V. So the relative oscillation is only about 10⁻⁴ of the total current, which is just above the noise level in good discharge conditions, and there is only a very small variation in the current running through the discharge although the voltage oscillation may be very large. As a consequence the monitor of the stability of the current may not be considered as a definitive check of the absence of galvanic instabilities.

If the galvanic origin of these instabilities is experimentally clearly demonstrated, the physical phenomenon which gives rise to these instabilities is not actually well known. But in fact, instabilities have long been observed on the side fluorescence light and on the current running through a dc glow discharge

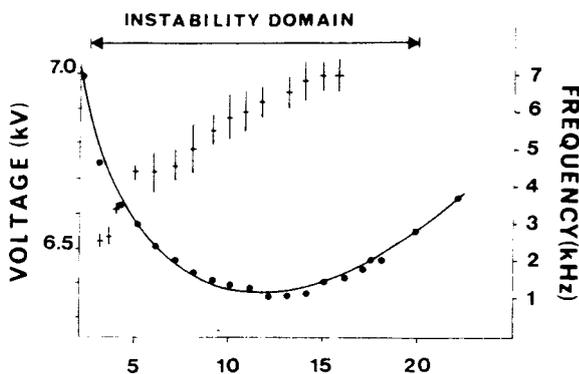


Fig. 5. (●) Voltage-current characteristic of the CO₂ laser discharge, gas mixture N₂: 20%, He: 44%, CO₂: 36%, total pressure 8.5 Torr. The range on which instabilities were observed is indicated on the top. (+) Instability frequency as a function of current discharge for a laser gas mixture in which the CO₂ pressure is varied. Total pressure 15.8 Torr.

under conditions similar to those of the experiments reported here, i.e. at relatively low pressure (~10 Torr) and for weak intensities (~10 mA). These instabilities of a dc electric discharge were thoroughly studied in the fifties mostly on rare gas

discharges [13]. In the normal discharge regime (~ 10 mA) of a low pressure gas ($P_T \sim 15$ Torr), an instability can appear through the formation of ionization waves which may be composed of positive or negative species. They appear in a frequency range which is typically 2–10 kHz and the corresponding voltage oscillation may not be considered as small, since it reaches typically 5 percent of the voltage drop across the discharge. The ionization waves propagate through the discharge at a group velocity of 30 to 3×10^4 m s⁻¹ [13], so depending of the relative values of the group velocity and the oscillation frequency, moving striations may be observed on the fluorescence light emitted by the discharge: the time variations of the fluorescence intensity is coupled with the spatial variations giving rise to maxima and minima of light intensity moving between the cathode and anode and known as "moving striations". The theoretical analysis of this instability is based on a linear stability analysis of simple models of an electric discharge containing metastable species [14].

Several works were devoted to plasma instability of weakly ionised glow discharge in molecular gases [4,15]. In particular it was shown that when the electron attachment coefficient has a strong positive dependence on electron temperature, and a magnitude exceeding that of the ionization coefficient, and when the negative-ion concentration is comparable to the electron density, an ionization instability occurs. This instability also appears experimentally as striations in the positive column of the discharge plasma [5]. Les numerous works considered these instabilities in connection with the excitation of lasers. For instance, Nighan and Wiegand studied the influence of negative ion processes on striations in molecular gas mixtures similar to those commonly used in CO₂ lasers [5] but they did not investigate their effect on laser action. Cristescu et al. showed that the discharge plasma instability plays an important role in the generation of population inversion in a He–Cd laser [6] and Melekhin et al. observed stochastic self excited oscillations in the glow discharge plasma of He–Ne lasers, as a result of the non linear interaction of several striation oscillation modes [7]. Note also that in a higher current range, periodic current and radiation pulsing were observed in a DC excited xenon plasma [16].

The unstable behaviour of the laser discharge

reported in this paper is similar to striation waves because all the observable quantities fall inside the range of existence of striation waves and they behave qualitatively as expected for these waves [13] although there remain some differences.

Let us first concentrate on the similarities. The oscillations appear for total pressure ranging from 5 to 15 Torr. Their frequency increases monotonically from 2 to 10 kHz as the discharge current increases from 5 to 25 mA, in accordance with standard properties of striation waves. The special dependence of the fluorescence intensity has been checked by measuring its phase shift as the photo-detector is moved along the positive column of the discharge which is the region in the axis of the laser cavity. A total phase shift of the order of 2π was measured in typical operating conditions. The resulting modulation in the laser gain is not averaged out by such a phase shift because the shift is not evenly distributed along the laser axis. Such phase shifts over a distance of 1.3 m correspond to phase velocities of the order of 5×10^3 m s⁻¹ in accordance with the values usually measured for striation waves.

The only parameter whose influence is inverse of that predicted, is the CO₂ pressure in the gas discharge. This is probably due to the fact that striation waves were previously observed in pure rare gases while our experiments were performed in a CO₂ laser gas mixture. Thus the partial pressure of a molecular component may play a role different from that of the total pressure in a pure rare gas atomic discharge for two reasons, (i) because the existence of molecular reactions, and (ii) the partial pressure of CO₂ and the total pressure are simultaneously varied while the pressure dependence of striations is known for the pure rare gas. Moreover, no striation was observed, so the instabilities we observed in the CO₂ laser may not be strictly called "striation waves" although most of their characteristics are common.

As a conclusion, CO₂ lasers present a wide variety of instabilities which may originate from electric discharge mechanisms or from optical instabilities or from some combination of these processes. The frequency domain in which they appear usually allows to separate them. However, because of some similarities, one should be extremely careful in assigning the origin of low frequency laser instabilities.

References

- [1] See e.g. Optical instabilities, eds. R.W. Boyd, M.G. Raymer and L.M. Narducci (Cambridge University Press, 1986).
- [2] H. Haken, Synergetics, an introduction (Springer Verlag, 1978).
- [3] G.P. Lippi, N.B. Abraham, G.P. Puccioni, F.T. Arecchi and J.R. Tredicce, to be published.
- [4] E. Arimondo and P. Glorieux, Appl. Phys. Lett. 33 (1978) 49.
- [5] W.L. Nighan and W.J. Wiegand, Phys. Rev. A10 (1974) 922.
- [6] C.P. Critescu, I.M. Popescu, A.M. Preda and A. Podoleanu, Beitr. Plasma Phys. 26 (1986) 185.
- [7] G.V. Melekhin, I.Ya. Moskicheva, V.A. Stephanov and M.V. Chirkin, J. Commun. Technol. Electron (U.S.A.) 31 (1986) 106.
- [8] E. Arimondo, F. Casagrande, L.A. Lugiato and P. Glorieux, Appl. Phys. B 30 (1983) 57; Yu.V. Brzhazovskii, L.S. Vasilenko, S.G. Rautian, G.S. Popova and V.P. Chebotaev, Sov. Phys. JETP 34 (1972) 265.
- [9] D. Dangoisse and P. Glorieux, IEEE J. Quant. Electron. QE-21 (1985) 1486.
- [10] E. Arimondo, P. Bootz, P. Glorieux and E. Menchi, J. Opt. Soc. Am. 82 (1985) 193.
- [11] J. Heppner, Z. Sölajić and G. Merkle, Appl. Phys. B35 (1984) 77.
- [12] G.P. Puccioni, A. Poggi, W. Gadomski, J.R. Tredicce and F.T. Arecchi, Phys. Rev. Lett. 55 (1985) 339; F.T. Arecchi, R. Badii and A. Politi, Phys. Lett. A 103 (1984) 3; Phys. Rev. A29 (1984) 1006; A32 (1985) 402.
- [13] F. Barareu and I. Popescu, Gaz ionisés. Décharges électriques dans Les gas (Dunod and Meridiane, Bucarest, 1968); Y. Crispin and E. Wasserstrom, J. Physique 41 (1980) 325.
- [14] H.S. Robertson, Phys. Rev. 103 (1957) 368; L. Pekarek, Phys. Rev. 108 (1957) 1371; O. Stirand, V. Krejci and L. Laska, Czechosl. J. Phys. 16 (1965) 65.
- [15] R.A. Haas, Phys. Rev. A8 (1973) 1017.
- [16] S. Chuang and H. Gamo, Appl. Phys. Lett. 19 (1971) 150.

Shilnikov Dynamics in a Passive Q-Switching Laser.

D. DANGOISSE, A. BEKKALI, F. PAPOFF and P. GLORIEUX

*Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne, Associé au CNRS
Université de Lille I - 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France*

(received 10 November 1987; accepted in final form 5 April 1988)

PACS. 42.60 - Laser systems and laser beam applications.

PACS. 05.40 - Fluctuation phenomena, random processes, and Brownian motion.

PACS. 42.50 - Quantum optics.

Abstract. - The laser containing a saturable absorber (LSA) is known to present optical instabilities in the form of regular pulses of various shapes. We report on the first experimental observation of optical chaos through different scenarios in the $\text{CO}_2 + \text{CH}_3\text{I}$ LSA. By varying the absorber pressure and/or the laser frequency, the LSA output follows a period-doubling cascade to chaos or makes a transition to Shilnikov-type chaos.

Chaos has been experimentally observed in a CO_2 laser containing CH_3I as a saturable absorber (LSA). The dynamics of this purely optical system appears to be very rich and the transition towards chaos follows different scenarios depending on the interplay of the various fixed points and limit cycles of the LSA. More precisely, a clear period-doubling cascade has been observed for small laser cavity detunings (≈ 10 MHz) and an «inverse Shilnikov» type situation has been experimentally obtained for larger detunings (≈ 20 MHz).

Shilnikov chaos was first observed in quantum optics by *Arecchi et al.* in a CO_2 laser with feedback [1]. We wish to report here on chaotic dynamics in a CO_2 laser containing CH_3I as a saturable absorber. A preliminary account of these results was previously given by us [2], while similar phenomena were simultaneously obtained by *Hennequin et al.* [3] in a CO_2 laser containing SF_6 as a saturable absorber.

Although the LSA has been studied for more than 20 years, relatively little attention has been paid to the possibility of occurrence of chaos in this system except for the theoretical works of *Mrugala and Peplowski* [4] and those of *Antoranz and Velarde* [5]. Unfortunately, their results are not relevant for real CO_2 LSAs, since the former predicted chaos for very high values of the absorber cooperation number, while the latter require either absorbers and emitters much stronger than those available or an absorber which acts as an active medium.

When operated above threshold, the LSA has at least two fixed points corresponding to the trivial laser-off solution (0) and to the standard solution in which the laser is continuously oscillating (1). Two passive Q-switching (PQS) regimes are known, depending on the nature of the instability of the 1 solution [6]. Either this regime destabilizes through a supercritical

Hopf bifurcation and the laser output intensity displays periodic oscillations of increasing amplitude, or there is no stable limit cycle and the laser intensity oscillates between the two (0 and 1) regimes. In the latter situation, the unstable 1 regime exhibits diverging oscillations at a frequency similar to that of the stable cycles obtained in the first passive Q-switching regimes. The Hopf bifurcation instability is well understood in a 2-level model for both the absorber and the active medium, while the latter instability requires a more complete description of the relaxation processes in the CO₂ laser, which may be achieved on the basis of a 3-level model for the lasing molecules.

In both models, as in the experiments, the LSA may have stable limit cycles which can coexist with the fixed-point (0 and 1) solutions. The dynamics of the LSA is governed by the local stability of these fixed points and of the limit cycle. The different regimes presented here correspond to various situations of competition between these attractors (or repellers).

The experimental system is the same as described on ref. [7] except that CH₃I was used as a saturable absorber and that the CO₂ laser operates on the 10P32 line. The instabilities

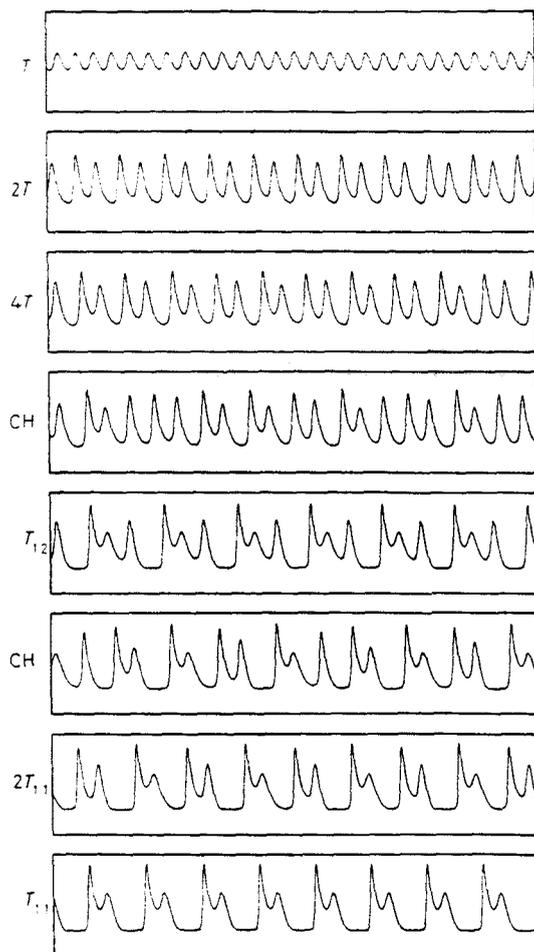


Fig. 1. - Evolution of the passive Q-switching lineshape *vs.* the laser cavity detuning. After the supercritical Hopf bifurcation the limit cycle period doubles ($2T$ and $4T$), becomes chaotic (CH), a regime with one large peak and two small ones emerges (T_{12}), chaos is through, «hesitation» between T_{12} and T_{11} appears and further on an inverse cascade of T_{11} pulses. CH₃I pressure: 60 mTorr, time scale 200 μ s full scale.

described here require a special range of parameters, in particular the cavity losses and the pressure in the amplifier are critical for the occurrence of the period-doubling cascade and Shilnikov chaos. They were adjusted using iris diaphragms inserted inside the laser cavity. It should be noticed that three different hyperfine components of the CH_3I absorption line fall within the cavity mode width [8]. Hence it is impossible to assign a definite value to the detuning between the laser radiation and the molecular lines. However, the laser detuning appears to strongly influence the dynamical behaviour of the LSA and in particular the PQS lineshapes. Different evolutions *vs.* cavity detuning were obtained, depending on the absorber pressure \bar{p} . For high values of \bar{p} ($\bar{p} > 500$ mTorr) the laser is blocked off (0-state) by the absorber, while at low pressure ($\bar{p} < 40$ mTorr) it operates in a continuous way (1-state). For intermediate pressures, PQS may be observed. As the cavity length is swept over one mode spacing, the PQS lineshapes change as illustrated in fig. 1 for a CH_3I pressure of 60 mTorr. For central tuning, the PQS appears as a sinusoidal oscillation whose period doubles twice as the detuning is increased until a region of completely irregular behaviour is reached. For larger detunings a new periodic regime appears with a large peak followed by two smaller ones and denoted $T_{1,2}$, «chaos» again and another regime going out of chaos through an inverse cascade. In this regime, the initial large peak is followed by only one smaller peak. Therefore, the corresponding behaviours are called $2T_{1,1}$ and $T_{1,1}$. The first part of the scenario closely follows the Feigenbaum period-doubling cascade, while the second part is completely different. An extensive survey of the LSA regimes in that region of the parameter spaces indicates that a succession of other regimes $T_{1,2}T_{1,3}\dots$ together with the corresponding period doubling can be observed as shown on the phase diagram of fig. 2, where the absorber pressure and the cavity detuning were used as control parameters. Figure 2 was obtained by monitoring the laser dynamical behaviour at various fixed pressures and decreasing the laser frequency. It should be completed by a diagram obtained with the reverse sweep of the detuning to account for possible hysteretic effects.

It was checked that the chaotic regimes reported here are not due to long-lived transients but always stay for a time much longer than the lifetime of transients even when critical showing-down effects are included.

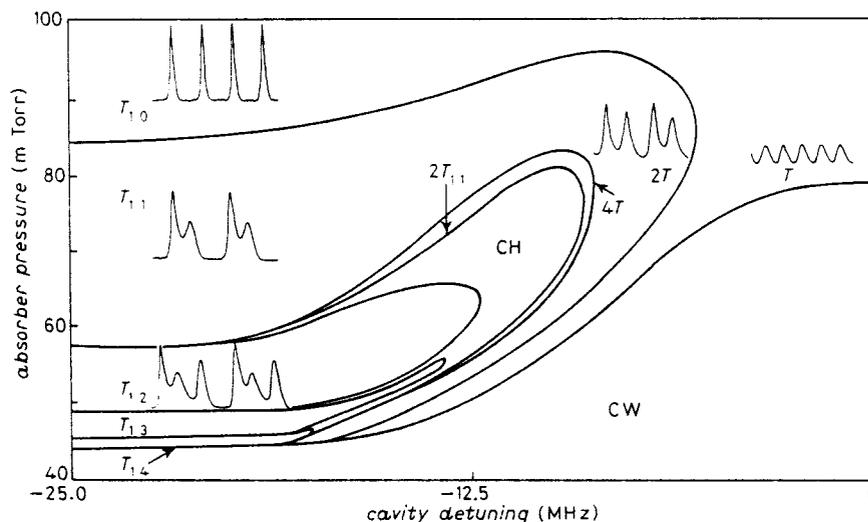


Fig. 2. – Phase diagram of the $\text{CO}_2 + \text{CH}_3\text{I}$ LSA in the (detuning, absorber pressure) phase space. The $T_{1,n}$ regions correspond to a regime with one initial large pulse followed by n smaller pulses. The CH region corresponds to chaotic behaviour. Inserts show samples of the PQS lineshapes in the different regions. The lines separating these regions are interpolations between experimental points.

By varying the pressure, a succession of T_{1n} periodic solutions in which one large pulse is followed by n smaller ones may be obtained and period doubling was observed on the T_{12} and T_{13} regimes. As a general rule, there exist between periodic regions, some small ranges of parameters in which the LSA seems to «hesitate» between adjacent regimes, *e.g.*, T_{12} and T_{13} . Such a hesitation process is illustrated in fig. 3 which presents the time evolution of the laser intensity $I(t)$ in these conditions and the $I(t)$, $\dot{I}(t)$ diagrams which provide approximate reconstructions of the corresponding attractors.

The $T_{11}(T_{12})$ regime with one large peak and a (two) small one (s) and the associated orbit in the I, \dot{I} space is shown on the upper (lower) trace and the middle one illustrates the «hesitation» behaviour in which the system jumps irregularly between the T_{11} and T_{12} regimes.

The succession of T_{1n} periodic regimes which period double and are separated by irregular regions of «hesitation» are typical of Shilnikov chaos [9-11]. Moreover, inside the region indicated as chaotic (CH) in fig. 2, very small domains of periodic behaviour have been observed in accordance with the theory of Shilnikov chaos [11]. This type of dynamics occurs in a system which possesses a saddle focus fixed point when the absolute value of the real part of the complex conjugate linear stability coefficients with the focus exceeds the magnitude of the positive Lyapounov exponent.

The situation here is slightly different from the pure Shilnikov chaos, since a Shilnikov point is simultaneously an attracting focus and a saddle, while our situation is just the symmetric one in which the fixed point is a repelling focus and an attracting node. Thus in the following, it will be called «inverse Shilnikov». In fact, this difference does not alter

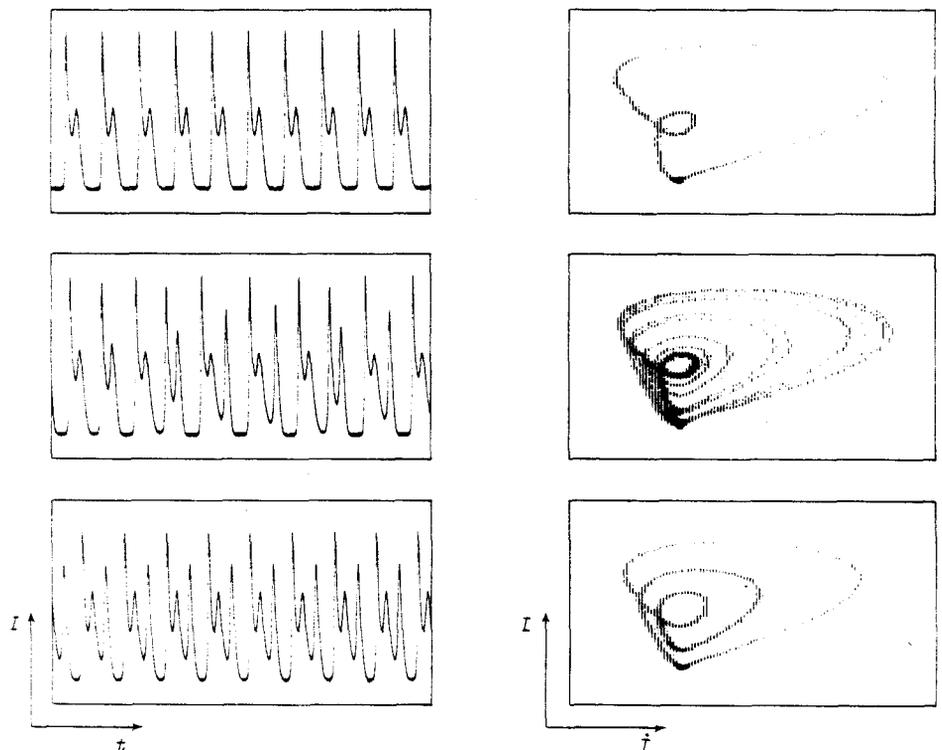


Fig. 3. - Time developments (left) and phase plots (right) of the signals in the region of T_{11} (up), T_{12} (down) and «hesitation» (middle). The phase portraits have been drawn in the (I, \dot{I}) plane.

significantly the properties of Shilnikov chaos since a Shilnikov point is transformed into an «inverse Shilnikov» point by time reversal [12].

The second difference with a pure Shilnikov situation is that in the LSA, the dynamics is altered by the presence of another fixed point, namely the saddle point associated with the trivial (0) solution. This is clear in fig. 2 where the point $I = \dot{I} = 0$ appears heavily marked on the phase plots since the LSA spends a significant time in the vicinity of this point, as also illustrated on the time developments of the signals (fig. 2 left). Competing instabilities were already observed by *Arecchi et al.* in a laser with feedback [1] in a more complicated system having three unstable fixed points of different nature whose instabilities compete.

A linear stability analysis of the CO₂ LSA containing CH₃I as a saturable absorber was carried out numerically on the basis of a 3-level system for the active medium and a 2-level system for the absorber. Introduction of parameters corresponding to our experimental situation [6] indicates that the conditions on the divergence and convergence rates for the saddle focus to be an inverse Shilnikov point are met in our experiments [13].

«Inverse Shilnikov» chaos was also experimentally obtained in the Belousov-Zhabotinsky chemical reaction by *Argoul et al.* [14] and it also appears in the numerical studies of *Coulet* [15]. It is interesting to note that in the numerical studies, the inverse Shilnikov dynamics appears when a system destabilizes first through a Hopf bifurcation, then as some control parameter is varied, the limit cycle which emerged at the Hopf bifurcation evolves towards an inverse Shilnikov point and later on towards a pure Shilnikov point [15]. The phase diagram of fig. 3 shows that in the LSA, there is also a continuous transition from the supercritical Hopf bifurcation as observed at small detunings and the inverse Shilnikov situation at large detunings. The similarities of the frequencies of the limit cycles emerging from the Hopf bifurcations and that of the winding part of the Shilnikov dynamics is an additional confirmation of this interpretation.

Simultaneously with the transition to Shilnikov dynamics, the influence of the trivial (0) solution becomes stronger and the LSA spends a longer time in the vicinity of the trivial solution. Because of this competition between the inverse Shilnikov point and the saddle point corresponding to the trivial solution, Shilnikov's results concerning the return map for the return times or the coding of the trajectories in a «symbolic» sequence cannot be simply used [9].

To summarize, it is now possible to give a unified picture of the PQS regimes of the LSA. In addition to the well-known supercritical Hopf bifurcation leading first to sinusoidal modulation of the laser output and later on to giant pulses, the Shilnikov dynamics have been observed as indicated by the succession of $T_{1,n}$ periodic regimes, the associated period-doublings and «hesitation» are strong indications that Shilnikov chaos occurs in the LSA. This kind of dynamical behaviour requires a fixed point that is a saddle focus with a divergence rate of the saddle exceeding the attracting rate of the focus. So it is generic in low-dimensional systems and should be observed in many other nonlinear systems. Of course the dynamics of these systems may be affected by other competing instabilities. In the experimental results presented here only one saddle point interacts with the «inverse Shilnikov» point and the situation of a pure Shilnikov point is very closely approached.

* * *

Discussions with C. BAESSENS and P. COULLET helped to identify the properties of Shilnikov chaos. D. HENNEQUIN and E. ARIMONDO are also thanked for very stimulating exchanges. The financial support of D.R.E.T. and L'Établissement Public Régional Nord Pas-de-Calais are gratefully acknowledged.

REFERENCES

- [1] ARECCHI F. T., MEUCCI R. and GADOMSKI W., *Phys. Rev. Lett.*, **58** (1987) 2205; ARECCHI F. T. E.P.S General Conference, Helsinki, Aug. 1987 and ELITE meeting, Torino, March 1987; ARECCHI F. T., LAPUCCI A., MEUCCI R., ROVERS J. A. and COULLET P. H., *International Workshop on Instability Chaos in Nonlinear Optical Systems*, Paper WC 13-2, edited by N. B. ABRAHAM, E. ARIMONDO and R. BOYD (Il Ciocco, ETS Editrice, July 1987).
- [2] DANGOISSE D., BEKKALI A., PAPOFF F. and GLORIEUX P., *International Workshop on Instability Chaos in Nonlinear Optical Systems*, Paper TC 16-1, edited by N. B. ABRAHAM, E. ARIMONDO and R. BOYD (Il Ciocco, ETS Editrice, July 1987).
- [3] HENNEQUIN D., DE TOMASI F., FRONZONI L., ZAMBON B. and ARIMONDO E., *International Workshop on Instability Chaos in Nonlinear Optical System*, Paper FB 9-1, edited by N. B. ABRAHAM, E. ARIMONDO and R. BOYD (Il Ciocco, ETS Editrice, July 1987); HENNEQUIN D., DI TOMASI F., ZAMBON B. and ARIMONDO E., *Phys. Rev. A*, to be published.
- [4] MRUGALA F. and PEPOWSKI P., *Z. Phys. B*, **38** (1980) 359.
- [5] VELARDE M. G. and ANTORANZ J. C., in *Optical Instabilities*, edited by R. W. BOYD, M. G. RAYMER and L. M. NARDUCCI (Cambridge University Press, Cambridge) 1986; ANTORANZ J. C. BONILLA L. L., GEA J. and VELARDE M. G., *Phys. Rev. Lett.*, **49** (1982) 35.
- [6] ARIMONDO E., BOOTZ P., GLORIEUX P. and MENCHI E., *J. Opt. Soc. Am. B*, **2** (1985) 193.
- [7] JACQUES A. and GLORIEUX P., *Opt. Commun.*, **40** (1982) 455.
- [8] ARIMONDO E. and GLORIEUX P., *Phys. Rev. A*, **19** (1979) 1067.
- [9] SHILNIKOV L. P., *Sov. Math. Dokl.*, **6** (1965) 163; *Math. SSSR Sbornik*, **10** (1970) 91.
- [10] ARNEODO A., COULLET P., SPIEGEL E. and TRESSER C., *Physica (Amsterdam) D*, **14** (1985) 327.
- [11] GLENDINNING P. and SPARROW C., *J. Stat. Phys.*, **35** (1984) 645; GASPARD P., KAPRAL R. and NICOLIS G., *J. Stat. Phys.*, **35** (1984) 697.
- [12] See e.g. GUCKENHEIMER J. and HOLMES P., *Non Linear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcations of Vector Fields* (Springer, Berlin) 1984.
- [13] DANGOISSE D. and GLORIEUX P., to be published.
- [14] ARGOUL F., ARNEODO A. and RICHETTI P., *Phys. Lett. A*, **120** (1987) 269.
- [15] COULLET P., Private communication.

OVERVIEW OF INSTABILITIES IN LASERS CONTAINING SATURABLE ABSORBERS

A. BEKKALI, F. PAPOFF⁽¹⁾, D. DANGOISSE and P. GLORIEUX

*Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne, Université de Lille I,
F-59655 Villeneuve-d'Ascq Cedex, France*

Résumé - On passe en revue les développements récents apportés par les méthodes de la dynamique nonlinéaire à la compréhension des instabilités dans les lasers contenant un absorbant saturable.

Abstract - The recent developments in the analysis of the instabilities of the laser containing a saturable absorber due to the use of the methods of nonlinear dynamics are reviewed.

The Laser containing a Saturable Absorber (LSA) consists essentially of an optical cavity in which, in addition to the usual active medium, an absorbing cell has been inserted. The most interesting situation arises when the saturation intensity of the absorber is less than that of the lasing medium.

Such a system exhibits different phenomena directly related to the topic of this meeting. First, optical bistability has been observed in lasers as different as the He-Ne laser, the CO₂ and the Nd-YAG lasers. Second, the LSA displays spontaneous pulsations, a phenomenon named Passive Q-Switching (PQS) because the absorber modifies the quality factor of the laser cavity in a purely passive way /1/

In this report, an overview of the LSA instabilities is briefly sketched considering the LSA as a nonlinear dynamical system.

In the early years of the laser, the LSA received much attention because the PQS provided an easy way to get high power pulses from a laser usually operating cw and there has been a huge amount of reports of PQS. A closer look at all these reports shows that the PQS pulshapes can be quite different /1, 2/. In some cases, the laser intensity begins to exhibit small sinusoidal oscillations at a frequency of 30-70 kHz and the amplitude of these oscillations increases as the laser is further pushed inside the unstable region. In other situations, the laser seems to reach its usual steady-state after a large peak transient, but after some time it destabilizes, exhibits diverging oscillations and then precipitates back to the OFF-state. After a time of the order of milliseconds, the whole process restarts. These two pulshapes will be called hereunder type-I and type-II PQS respectively. They represent limit cases but intermediate and more complicated shapes can be obtained as illustrated below (Figure 1).

⁽¹⁾ Present address : Scuola Normale Superiore, Pisa, Italy

The models used to describe the self-pulsing LSA were based on a rather realistic description of the molecular medium and simple rate equations for the laser-matter interaction /3/, resulting for the CO₂ LSA in a system of nine coupled differential equations with 15 constants to be fixed. Two consequences of the complexity of these models were that (i) they were applied only to two LSA with a very restricted range of operation, and most important (ii) the interplay of the nine variables made almost impossible a physical insight in the mechanisms from which the self-pulsing originates.

When the methods of the analysis of nonlinear dynamical systems were applied in the field of quantum optics, a considerable simplification of the LSA models resulted. The consecutive renewal of interest in the LSA may be measured by the sharp increase in the number of papers since its study from that point of view by Lugiato *et al.* in 1978 /4/.

Since then, most theoretical studies of PQS concentrated on the determination of the instability conditions for the laser ON (denoted I₊) state of the LSA using a linear stability analysis, and on local analyses in the vicinity of bifurcation points as for instance in the work of Erneux and Mandel /5/. They obtained supercritical Hopf bifurcations on the I₊ state which are similar to the sinusoidal oscillations of type-I PQS.

Experimental observations of chaos in a LSA were reported by Dangoisse *et al.* /6/, and by Hennequin *et al.* /7/ in 1987. Phase diagrams indicating the dynamical state of the laser either in a (detuning, absorber pressure) or in a (detuning, pump parameter) plane have been plotted for the CO₂ laser containing CH₃I and SF₆ as absorbers respectively. The analyses of the onset of chaos has shown that it could occur either through the now classica

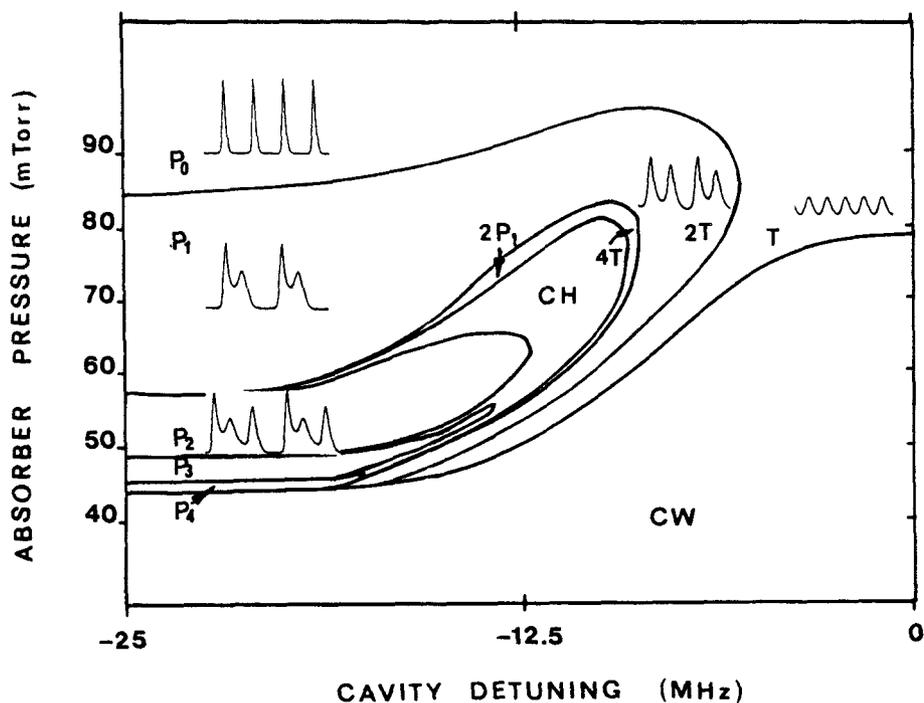


Figure 1 : Phase diagram of the (CO₂ + CH₃I) LSA in the (detuning, absorber pressure) phase space. The CH and P_n regions respectively correspond to chaos and to a regime with one initial large pulse followed by n exponentially increasing sinusoidal oscillations. Examples of the PQS shapes in the different regions are shown in the inserts.

period-doubling cascade but also when a saddle-focus point is involved. In the period-doubling scenario, the LSA destabilizes through a supercritical Hopf bifurcation, the amplitude of the emerging limit cycle increases, the period-doubles twice and then an irregular (chaotic) regime appears. In many experiments, periodic regimes with a completely different shape are obtained. Shil'nikov proved that, if there exists an unstable saddle-focus point, i.e. a point for which there is one real positive and two complex conjugate linear stability coefficients, chaos could occur when the divergence rate of the saddle exceeds the convergence of the focus /8/. As a matter of fact, when the control parameters are further pushed inside the chaotic region, the laser emits either periodic or irregular pulses that closely resemble those which were predicted in the case of Shil'nikov chaos /9/: after an initial transient often made of a large peak, the laser emits a number n of exponentially increasing oscillations. This regime period-doubles and becomes irregular. As a control parameter is further increased, a new regime with $n+1$ oscillations emerges and so on ... until the laser reaches a completely different dynamical regime, e.g. the I_+ state. An example of such an evolution is given on Figure 1 in the case of the $(\text{CO}_2 + \text{CH}_3\text{I})$ laser. Inserts indicate the pulse shapes associated with each region. Such a diagram also illustrates that there is a continuity between the two types of PQS. Using SF_6 instead of CH_3I as absorber allows to investigate another region of parameters. The corresponding phase diagram obtained by Hennequin *et al.* /10/ is reported on Figure 2. In that case, the LSA displays type-II PQS with very large n numbers and bistability between the two types of PQS. In fact, such a transition from a limit cycle and Shil'nikov-like dynamics is a well known phenomenon in the field of nonlinear dynamics where there has been many examples of the succession of cw, Hopf and (inverse) Shil'nikov regimes /11/.

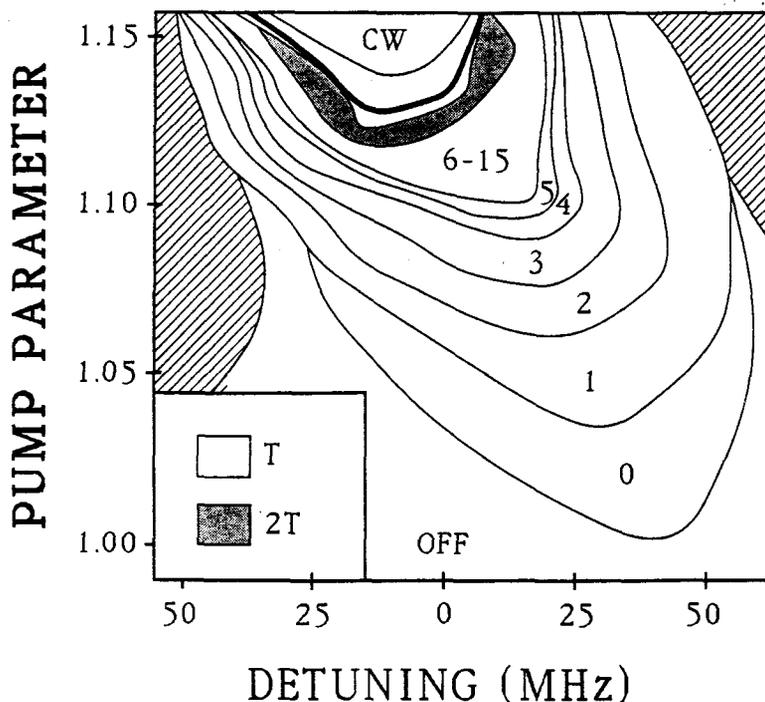


Figure 2 : Phase diagram of the $(\text{CO}_2 + \text{SF}_6)$ LSA in the (detuning, pump parameter) phase space. Same notations as in Figure 1.

To take advantage of the new approach of the laser dynamics, it is interesting to reconstruct the attractors. This may be achieved from a simple time series, using a method introduced by Farmer who showed that the plot $I(t)$, $I(t+\tau)$, $I(t+2\tau)$,... has the same topological properties as the attractor of the system /12/. Such trajectories reconstructed in this pseudo-phase space from a time series are represented on Figure 3 . Two points play a special role : the origin ($I=0$) and a fixed point which appears to be in the continuity of the laser ON (I_+) state. A suitable choice of the angle of view for the 3-D plot makes it possible to see that the system spirals in a plane out of the I_+ point and then is ejected towards the $I=0$ point where it sits for some time before being reinjected near the focus of the spiral. As far as the behavior near the I_+ point is concerned, this situation is exactly that considered by Shil'nikov if a time reversal operation is performed. The main difference with this ideal case rests in the interaction with the $I=0$ point, which results in an heteroclinic situation while Shil'nikov's is homoclinic. That heteroclinic dynamic was considered by Tresser who showed that chaos could also occur in that situation /13/. Laser dynamics in presence of up to three competing instabilities including an unstable saddle-focus were observed by Arecchi *et al.* in a laser with feedback /14/ and they also observed Shil'nikov chaos.

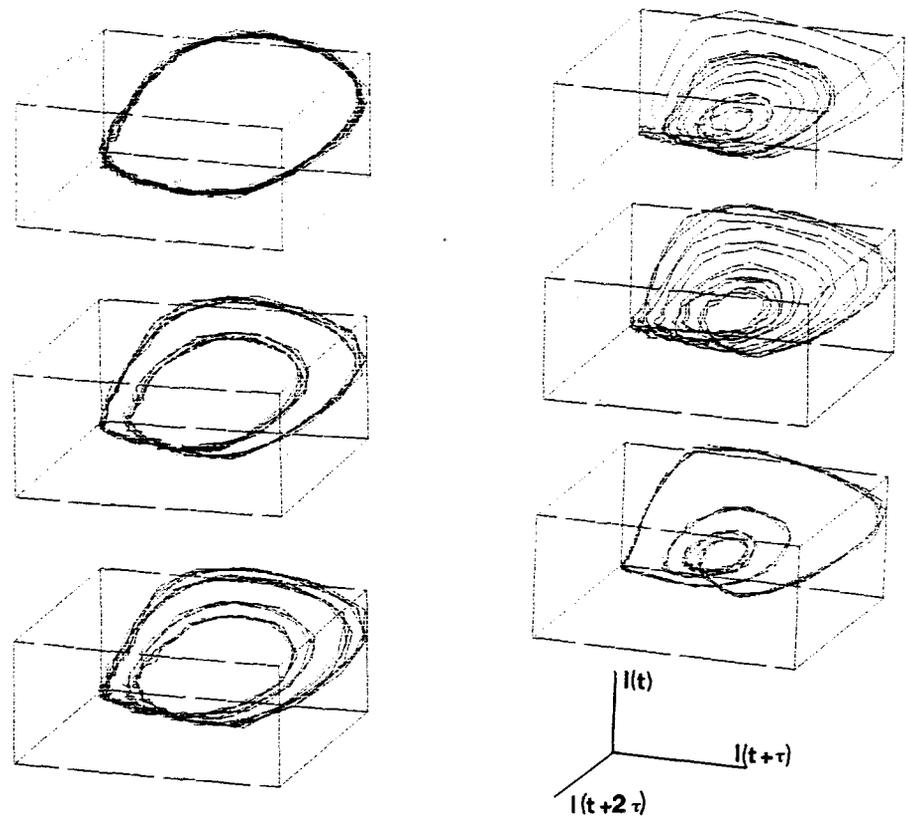


Figure 3 : Reconstruction of the attractors from a time series of the laser intensity in the $I(t)$, $I(t+\tau)$, $I(t+2\tau)$ phase space.

However the dynamics near the $I=0$ point still raise questions because numerical simulations have recently shown that the system could stay near the $I=0$ plane without reaching the vicinity of the $I=0$ solution, because the latter requires also some special values of the population inversions, which can be far from those explored during the PQS pulsing. As long as the trajectory in the real phase plane does not wander around the $I=0$ solution, the dynamics may be quite close to Shil'nikov's case and this could support the interpretation of the signals in terms of homoclinic chaos.

Up to now, only one variable has been measured in the experiments and only attractors reconstructed according to Farmer's method are available. To proceed further in the investigation, numerical analyses of LSA models have to be performed. The most efficient model in describing the LSA dynamics proved to be that recently introduced by Tachikawa *et al.* /15/. Different versions of this model have been used, they differ mostly by the inclusion

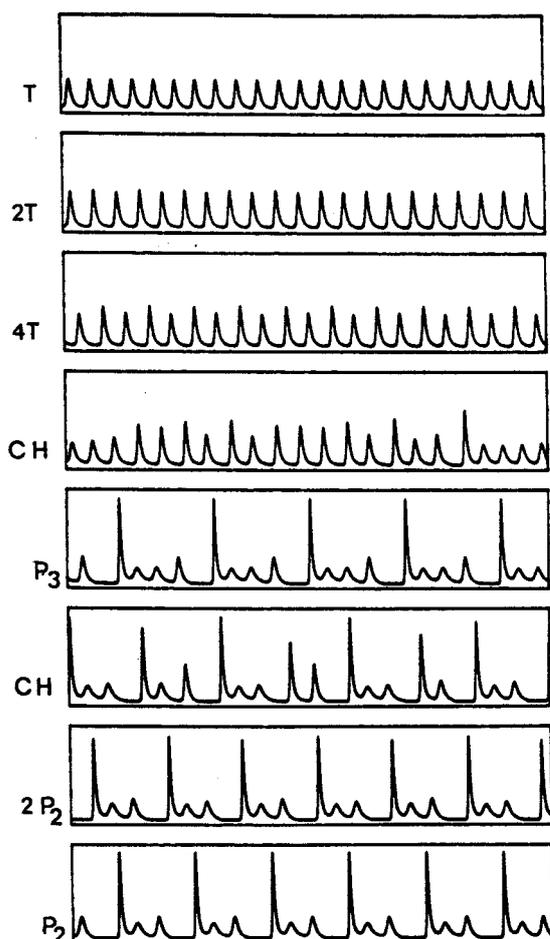


Figure 4 : Series of numerical simulations using the model of /15,16/ with an CH_3I absorber pressure equal to 36 mTorr.

or not of vibrational manifolds /16/. A drastic simplification of this model using an adiabatic elimination of the population inversion in the absorber has shown that the key point for the dynamics of the (CO₂ + CH₃I) LSA consists in the introduction of a three-level model for the active medium with slow relaxation between the lower laser level and the ground state /16/. An example of the results obtained on the basis of the latter model is given on Figure 4. It shows extremely good agreement with the experimental findings on the (CO₂ + CH₃I) LSA and supports the attribution of some of the irregular signals obtained in the experiments to chaos and not to some critical enhancement of fluctuations. A general investigation of the whole phase diagram of the (CO₂ + SF₆) LSA is being carried out by Zambon *et al.* and should be published soon.

Although the linear stability coefficients at the fixed points provide a powerful insight in the LSA dynamics, they do not account for all the dynamics of this system. For instance, they are unable to predict the range of bistable PQS-ON operation. Generally speaking, one has to rely eventually on numerical simulations to find the behavior far from the bifurcation points, and especially in case of coexistence of different cycles or chaotic attractors.

References:

- /1/ For a review of LSA instabilities see Narducci L., Abraham N.B. and Mandel P. : Progress in Optics, to be published
- /2/ Arimondo E., Bootz P., Glorieux P. and Menchi E., J. Opt. Soc. Am. **B2** (1985), 193.
- /3/ Burak I., Houston P.L., Sutton D.G., and Steinfeld J.I., IEEE J. Quant. Electron. **QE-7**, (1971), 73.
- Dupré J., Meyer F. and Meyer C., Rev. Phys. Appl. **10** (1975), 285.
- /4/ Dembinski S.T., Kossakowski A., Lugiato L.A., and Mandel P., Phys. Rev. **A18**(1978), 238 and 1145.
- see also Brzhazovskii Yu.V., Vasilenko L.S., Rautian S.G., Popova G.S. and Chebotayev V.P., Sov. Phys. J.E.T.P. **34** (1972), 265.
- /5/ Erneux T. and Mandel P., Z. Phys. **B44**(1981), 353 and 365; Mandel P. and Erneux T., Phys. Rev. **A30**(1984), 1893 and 1902.
- /6/ Dangoisse D., Bekkali A., Papoff F. and Glorieux P., Proc. Int. Works. Laser Inst., Il Ciocco, Eds. Editrice Pisa, (1987). Glorieux P., J. Physique, **C7**(1987), 433
- /7/ Hennequin D., de Tomasi F., Zambon B., Arimondo E., Phys. Rev. **A37** (1987), 2243.
- /8/ Shil'nikov L.P., Sov. Math. Dokl. **6**(1965), 163 and Math. SSSR Sbornik **10**(1970), 61.
- /9/ Glendinning P. and Sparrow C., J. Stat. Phys. **35**(1984), 645.
- Gaspard P., Kapral R. and Nicolis G., J. Stat. Phys. **35**(1984), 687.
- /10/ Hennequin D., Zambon B., Arimondo E., to be published.
- Hennequin D., ELITE meeting, Aussois, March 1988.
- /11/ Couillet P., Private Communication
- /12/ Farmer H., Physica **4D**(1982), 366
- /13/ Tresser C., Ann.Inst.H.Poincaré **40**(1984), 441.
- /14/ Arecchi F.T., Meucci R. and Gadomski W., Phys. Rev. Lett. **58**(1987), 2205 ; Arecchi F.T., EPS General Conf., Helsinki, 1987 and J. Opt. Soc. Am. **B**, to be published.
- /15/ Tachikawa M., Tanii K., Kajita M. and Shimizu T., Appl. Phys. **B39**(1986), 83.
- Tachikawa M., Tanii K. and Shimizu T., J. Opt. Soc. Am. **B4**(1987), 387.
- /16/ Dangoisse D. and Glorieux P., in preparation.

RESUME

Les lasers CO₂ à décharge électrique continue peuvent développer plusieurs types d'instabilités, celles-ci sont dues soit au mécanisme de pompage du laser - la décharge devient instable pour certaines compositions du gaz, ou valeurs du courant -, soit à l'adjonction d'un absorbant saturable (L.S.A.) dans la cavité laser. On présente ici une étude expérimentale de ces instabilités et une interprétation des effets observés basées sur les concepts de la dynamique non linéaire.

On a d'abord montré que lorsque la décharge d'un laser CO₂ devient instable, la variation des paramètres de cette décharge peut mener à une cascade de doublements de période qui se termine par des oscillations chaotiques. La décharge du laser CO₂ peut aussi présenter d'autres comportements dynamiques : bistabilité généralisée, c'est à dire entre régimes dynamiques ou oscillations sur deux échelles de temps très différentes.

a) Soit le laser se déstabilise par petites oscillations sinusoïdales qui doublent de période et éventuellement évoluent vers le chaos si l'on modifie convenablement les conditions de fonctionnement du laser. C'est un cas très clair de cascade de doublement de période à la Feigenbaum.

b) Soit le laser se déstabilise en émettant de grandes impulsions suivies d'un nombre croissant d'oscillations de plus en plus grandes. La variation des paramètres du laser conduit alors à une succession de régimes périodiques et chaotiques semblables à ceux observés dans la réaction chimique de Belousov-Zhabotinsky et attribué à une dynamique à la Shil'nikov.

Différents outils conceptuels (trajectoires dans l'espace des phases, attracteurs ...) issus de la dynamique des systèmes non linéaires ont permis de clarifier l'évolution des signaux observés et de proposer des mécanismes simples pour la dynamique du laser avec absorbant saturable.

Des simulations numériques effectuées à l'aide d'un modèle très simple du laser ont permis de retrouver les deux types de dynamique avec les valeurs de paramètres correspondant à l'expérience et de confirmer l'origine des instabilités observées.

