

55376  
1989  
3

N° d'ordre : 430

55376  
1989  
3



T H E S E

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE FLANDRES ARTOIS

pour obtenir le titre de

Docteur-Ingénieur

en

MECANIQUE DES FLUIDES

par

Kaci BOUSSAFEUR

ETUDE EXPERIMENTALE DE L'ECOULEMENT TURBULENT PARIETAL PRODUIT  
PAR L'IMPACT D'UN JET FRAPPANT NORMALEMENT UN DISQUE COAXIAL EN ROTATION.

Soutenue le 05 Janvier 1989

devant la commission d'examen

Membres du Jury :

- Président : M. TOURNIER, Professeur E.N.S.I. Valenciennes.
- Rapporteur : M. DYMENT, Professeur U.S.T.L. Flandres Artois.
- Membres : M. BUISINE, Professeur U.S.T.L. Flandres Artois.
- M. MUH... S.T.L. Flandres Artois.
- M. STA... -I.M.F.L.





55376  
1989  
3

N° d'ordre : 430



55376  
1989  
3

# THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE FLANDRES ARTOIS

pour obtenir le titre de

Docteur-Ingénieur

en

MECANIQUE DES FLUIDES



\*0300159388\*

Kaci BOUSSAFEUR

ETUDE EXPERIMENTALE DE L'ECOULEMENT TURBULENT PARIETAL PRODUIT  
PAR L'IMPACT D'UN JET FRAPPANT NORMALEMENT UN DISQUE COAXIAL EN ROTATION.

Soutenue le 05 Janvier 1989

devant la commission d'examen

Membres du Jury :

- Président : M. TOURNIER, Professeur E.N.S.I. Valenciennes.
- Rapporteur : M. DYMENT, Professeur U.S.T.L. Flandres Artois.
- Membres : M. BUISINE, Professeur U.S.T.L. Flandres Artois.
- M. MUHÉ, Maître de Conférences, U.S.T.L. Flandres Artois.
- M. STANISLAS, Ingénieur, O.N.E.R.A.-I.M.F.L.



A ma famille.



Je tiens à remercier Monsieur H. MUHÉ, Maître de Conférences et Monsieur le Professeur A. DYMENT qui m'ont dirigé au cours de cette étude. Leurs précieux conseils et leurs fructueuses discussions m'ont permis de mener à bien ce travail.

Je remercie également Monsieur TOURNIER, Professeur à l'E.N.S.I. Valenciennes, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la présidence du jury, ainsi que Monsieur le Professeur BUISINE de l'U.S.T.L. Flandres Artois et Monsieur STANISLAS, Ingénieur à l'O.N.E.R.A.-I.M.F.L. qui ont accepté de faire partie du jury.

Je remercie enfin Françoise PÉTIAUX, secrétaire de Mécanique de l'U.S.T.L. Flandres Artois, qui a bien voulu s'occuper de la frappe du manuscrit, ainsi que l'ensemble des personnes du service de reproduction de l'U.F.R. de Mathématiques Pures et Appliquées pour leur travail efficace et leur gentillesse.





## II

### TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION .....	1
CHAPITRE I : FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME .....	1
I.1.- Equations du mouvement .....	4
I.2.- Equations de Reynolds .....	5
I.3.- Conditions aux limites et décomposition de l'écoulement..	8
I.4.- Approximation de couche limite .....	10
CHAPITRE II : ANALYSE DIMENSIONNELLE .....	16
II.1.- Rappels des principes généraux d'analyse dimensionnelle.	16
II.2.- Application au problème considéré .....	17
CHAPITRE III : DISPOSITIF EXPERIMENTAL .....	22
III.1.- Installation d'essais .....	22
III.2.- Appareillage de mesure .....	23
III.3.- Acquisition, stockage et traitement des données .....	24
III.4.- Données du problème .....	25
CHAPITRE IV : ANALYSE DES RESULTATS .....	31
IV.1.- Les grandeurs moyennes .....	32
IV.1.1.- Vitesse radiale moyenne .....	32
IV.1.2.- Vitesse tangentielle moyenne .....	34
IV.1.3.- Rapport des vitesses moyennes radiale et tangentielle .....	34

III

IV.2.- Contraintes turbulentes .....	35
IV.2.1.- Contrainte turbulente radiale .....	36
IV.2.2.- Contrainte turbulente tangentielle .....	37
IV.2.3.- Contraintes de cisaillement .....	37
IV.3.- Echelles caractéristiques .....	39
IV.3.1.- Echelle de vitesse moyenne .....	39
IV.3.2.- Echelles de longueur .....	40
IV.4.- Validité de l'approximation de couche limite .....	41
CONCLUSION .....	45
LISTE DE REFERENCES .....	47
ANNEXE A : METHODE DE MESURE PAR ANEMOMETRIE A FIL CHAUD .....	51
A.1.- Etalonnage de la sonde .....	52
A.2.- Calcul des vitesses moyennes et du tenseur de Reynolds...	52
A.2.1.- Mesure de $u$ , $v$ , $\overline{u^2}$ , $\overline{v^2}$ , $\overline{u'v'}$ .....	53
A.2.2.- Mesure de $\overline{u'w'}$ et $\overline{v'w'}$ .....	55
LISTE DES FIGURES .....	58

## NOTATIONS PRINCIPALES

Nous donnons ici les notations essentielles, les autres sont définies dans le texte.

<u>Symbole</u>	<u>Grandeur</u>	<u>Dimensions physiques</u>
D	diamètre du tube.	L
H	distance axiale entre la sortie du jet et le disque.	L
R	rayon du disque	L
$S_D$	nombre de rotation avec D comme grandeur primaire : $S_D = \frac{ND^3}{Q}$	
$S_H$	nombre de rotation avec H comme grandeur primaire : $S_H = \frac{NH^3}{Q}$	
$Re_D$	nombre de Reynolds quand D est une grandeur primaire : $Re_D = \frac{ND^2}{\nu}$	
$Re_H$	nombre de Reynolds avec H comme grandeur primaire : $Re_H = \frac{NH^2}{\nu}$	
$\varepsilon$	paramètre de distorsion : $\varepsilon = \frac{D}{H}$	
$Pt_1, Pt_2$	nombre de rotation et nombre de Reynolds fournis avec R.	
$r_0$	rayon de la zone III (fig. 1).	L
$\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z$	vecteurs unitaires en coordonnées cylindriques.	
$r, \theta, z$	Coordonnées cylindriques, où z est la distance à partir de la surface du disque.	

$W_0$	vitesse moyenne à la sortie du tube.	$LT^{-1}$
$V_t$	vitesse instantannée du fluide.	$LT^{-1}$
$U, V, W$	composantes instantannées de la vitesse radiale, tangentielle et axiale respectivement.	$LT^{-1}$
$u, v, w$	composantes moyennes de la vitesse radiale, tangentielle et axiale.	$LT^{-1}$
$u', v', w'$	composantes fluctuantes de la vitesse radiale, tangentielle et axiale.	$LT^{-1}$
$u_{max}$	valeur maximale de $u$ .	$LT^{-1}$
$P$	pression instantannée.	$ML^{-1}T^{-2}$
$p$	pression moyenne.	$ML^{-1}T^{-2}$
$p_a$	pression atmosphérique.	$ML^{-1}T^{-2}$
$p'$	pression fluctuante.	$ML^{-1}T^{-2}$
$s$	épaisseur du jet : distance entre le disque mobile et le plan où $u = \frac{u_{max}}{2}$ .	$L$
$\mu$	viscosité dynamique.	$ML^{-1}T^{-1}$
$\nu$	viscosité cinématique.	$L^2T^{-1}$
$\rho$	masse volumique.	$ML^{-3}$
$\tau$	contrainte de cisaillement.	$ML^{-1}T^{-2}$
$\Omega$	taux de rotation; $\Omega = 2\pi N$ , $N$ étant la fréquence de rotation du disque.	$T^{-1}$

## INTRODUCTION

Le développement des jets libres ou pariétaux dans un milieu fluide au repos ou en mouvement intéresse de nombreux chercheurs à la fois par ses aspects techniques et fondamentaux.

L'importance technique du problème explique en partie la multiplicité des configurations de jets testés. La configuration la plus simple à étudier est celle du jet libre rectiligne rond ou plan [2], [16] évoluant dans un milieu infini au repos. Dans le cas du jet rond on peut chercher à obtenir une meilleure diffusion, par exemple en lui imprimant dès la buse un mouvement de rotation [2], ou en lui communiquant une pré-turbulence élevée. Si on limite les dimensions de l'enceinte dans laquelle le jet est produit, celui-ci devient confiné et dans le cas où il est au contact d'une paroi, il est dit pariétal.

S'agissant du jet libre, les particules à la sortie de la buse traversent successivement deux régions :

- Une zone d'écoulement à potentiel de forme conique, où la vitesse est sensiblement uniforme, incluse dans une région annulaire de mélange turbulent.
- Une zone de jet complètement développé où la vitesse axiale décroît avec la distance à l'origine. Les profils des vitesses y sont proches d'une courbe de Gauss et peuvent être ramenés à un profil unique, indépendant de l'abscisse, par réduction des vitesses et des longueurs à des grandeurs de référence.

Plusieurs chercheurs ont sondé expérimentalement ces deux zones [2], [7], [13]. Les résultats trouvés sont plus ou moins conformes aux théories établies par TOLLMIEH et GOERLTER [2].

En disposant un disque immobile perpendiculairement à l'axe du tube, il se produit sur le disque un jet pariétal purement radial. Dans ce jet se trouvent

associés une turbulence libre et une turbulence de paroi. Il paraît tout naturel de se demander s'il est possible de distinguer deux régions : l'une où dominent les caractéristiques propres à l'écoulement libre, l'autre où s'imposent des caractères typiques de l'écoulement de paroi. C'est en exploitant cette idée que GLAUERT étudia cet écoulement, aussi bien en laminaire qu'en turbulent [10]. En adoptant une formule empirique due à BLASIUS pour la zone de paroi et en appliquant un modèle de viscosité turbulente pour la zone extérieure, il trouva deux solutions qui se raccordent aux points où la vitesse moyenne est maximale et la contrainte tangentielle nulle. Là aussi les solutions trouvées sont en accord avec l'expérience [2], [6].

A l'opposé du problème précédent considérons maintenant celui où le disque est en rotation et où le jet issu du tube n'existe pas. VON KARMAN fut le premier à résoudre ce problème en laminaire, grâce à un changement de variables approprié qui ramène le problème mathématique à la résolution d'un système différentiel [17]. En écoulement turbulent, la méthode intégrale due à VON KARMAN également permet de trouver une solution approchée au problème. Cette solution a été améliorée numériquement en 1934 par COCHRAN [5], [8].

Sur le plan expérimental, divers chercheurs ont abordés l'étude de ce problème, parmi lesquels GREGORY, STUART & WALTER (1955) etc...

Selon la bibliographie des études faites sur les jets pariétaux il ressort que personne ne s'est encore intéressé au cas du jet pariétal sur un disque lorsque les vitesses radiales et celles induites par la rotation du disque sont du même ordre de grandeur. Pour ce problème les deux écoulements précédents constituent des cas limites. L'étude de ce problème constitue précisément l'objet de notre mémoire.

La figure 1 illustre l'installation. On débite un jet d'air incompressible dans l'axe d'un disque lisse en rotation. Suffisamment loin du centre du disque, dans la direction radiale, on a une région, notée II sur la figure 1, où les effets

du jet radial et de la rotation du disque sont équivalents.

Les équations régissant l'écoulement, écrites au début du chapitre I, ne peuvent pas être résolues analytiquement. L'approximation de couche limite appliquée au mouvement dans le jet pariétal sur le disque permet de simplifier la formulation, sans toutefois rendre les équations accessibles à une intégration analytique.

Une approche théorique par analyse dimensionnelle est faite dans le chapitre II. Elle permet de mettre en évidence les paramètres sans dimensions significatifs du phénomène que l'on fera varier dans l'étude expérimentale.

Le dispositif expérimental et la définition des conditions d'essais font l'objet du troisième chapitre.

Le quatrième chapitre est réservé à l'interprétation des résultats expérimentaux, ainsi qu'à une discussion critique de la validité de l'approximation de couche limite.

Le mémoire se termine par une conclusion où sont dégagés les principaux résultats obtenus.





## CHAPITRE I

FORMULATION MATHÉMATIQUE DU PROBLÈME

L'objet de ce chapitre est d'établir les équations qui régissent le mouvement dans le jet pariétal.

I.1.- Equations du mouvement

Elles traduisent les principes de conservation en dynamique. Pour un fluide Newtonien à propriétés physiques constantes, incompressible et isotherme :

$$(I.1) \quad \operatorname{div} \vec{V}_t = 0$$

$$(I.2) \quad \rho \frac{dV_t}{dt} = - \operatorname{grad} P + \mu \Delta V_t + \vec{F}$$

où  $\vec{F}$  est le champ de forces extérieures.

Etant donnée les propriétés de symétrie du problème, il est indiqué de formuler ces équations en coordonnées cylindriques :

$$(I.3) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU) + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

$$(I.4) \quad \rho \left( \frac{dU}{dt} - \frac{V^2}{r} \right) = - \frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left( \Delta U - \frac{U}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + F_r$$

$$(I.5) \quad \rho \left( \frac{dV}{dt} + \frac{UV}{r} \right) = - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu \left( \Delta V - \frac{V}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + F_\theta$$

$$(I.6) \quad \rho \frac{dW}{dt} = - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \Delta W + F_z$$

avec

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial r} + \frac{V}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} + W \frac{\partial}{\partial z}$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Il est impossible de résoudre ces équations par voie analytique, a fortiori en mouvement turbulent. Dans ce dernier cas, on aborde classiquement le problème par une approche consistant à décomposer toute grandeur physique  $G$  en une partie moyenne  $g$ , indépendante du temps en écoulement stationnaire et en une partie fluctuante  $g'$ , de moyenne temporelle nulle :

$$G = g + g'$$

La valeur moyenne est donnée en un point fixé de l'espace par :

$$g(\vec{x}, t, \Delta t) = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} G(\vec{x}, t) dt$$

Cette moyenne est considérée indépendante de  $t$  si l'écoulement est stationnaire et elle est également indépendante de  $\Delta t$  si  $\Delta t$  est suffisamment grand.

On a alors par définition :  $\overline{g'} = 0$  .

## I.2.- Equations de Reynolds

Appliquons le procédé de décomposition des grandeurs instantanées aux équations (I.3), (I.4), (I.5) et (I.6).

Posons

$$U = u + u'$$

$$V = v + v'$$

$$W = w + w'$$

$$P = p + p'$$

$$\text{avec } \bar{u} = \bar{v} = \bar{w}' = \bar{p}' = 0 .$$

En prenant la moyenne des équations on obtient les équations dites de l'écoulement moyen :

$$(I.7) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial (ru)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$(I.8) \quad \rho \left( \frac{du}{dt} - \frac{v^2}{r} \right) = F_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left( \Delta u - \frac{u}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right)$$

$$- \rho \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u'^2}) - \frac{\overline{v'^2}}{r} + \frac{\partial \overline{u'w'}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\overline{u'v'}) \right\}$$

$$(I.9) \quad \rho \left( \frac{dv}{dt} + \frac{uv}{r} \right) = F_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left( \Delta v - \frac{v}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right)$$

$$- \rho \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\overline{v'^2}) + \frac{\partial (\overline{v'w'})}{\partial z} + \frac{2}{r} (\overline{u'v'}) + \frac{\partial (\overline{u'v'})}{\partial r} \right\}$$

$$(I.10) \quad \frac{dw}{dt} = F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \Delta W - \rho \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (\overline{w'^2}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u'w'}) \right. \\ \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\overline{v'w'}) \right\}$$

On remarque que les trois dernières équations sont identiques à celles de Navier-Stokes (I.4), (I.5), (I.6), à l'exception des derniers termes du deuxième membre qui dépendent des vitesses de fluctuation turbulente. Ces termes peuvent être interprétés comme les composantes d'un tenseur des contraintes turbulentes, appelé aussi tenseur des contraintes de Reynolds.

Introduisons à présent des hypothèses caractéristiques du problème qui nous concerne :

- écoulement stationnaire  $\left( \frac{\partial}{\partial t} = 0 \right)$  ;
- écoulement axisymétrique  $\left( \frac{\partial}{\partial \theta} = 0 \right)$  ;
- forces extérieures nulles  $\left( \vec{F} = 0 \right)$  .

Les équations (I.7), (I.8), (I.9), (I.10) s'écrivent de la manière suivante :

$$(I.11) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ur) + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$(I.12) \quad u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \\ - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u'^2}) - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'w'}) + \frac{\overline{v'^2}}{r}$$

$$(I.13) \quad u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = \nu \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial}{\partial r} (\overline{u'v'}) \\ - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{v'w'}) - 2 \frac{\overline{u'v'}}{r}$$

$$(I.14) \quad u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r w) + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] - \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial z} \\ - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u'w'})$$

### 1.3.- Conditions aux limites et décomposition de l'écoulement.

Ecrivons les conditions au contact des obstacles et formulons la donnée à la sortie du tube d'alimentation.

Les conditions d'adhérence sur le disque sont

$$u = w = u' = v' = w' = 0, \quad v = \Omega r \quad \text{pour } z = 0, \quad r < R.$$

Les conditions d'adhérence sur le tube sont :

$$u = v = w = u' = v' = w' = 0 \quad \text{pour } r = \frac{D}{2}, \quad z > H.$$

Les conditions à la sortie du tube peuvent être représentées par :

$$u = v = u' = v' = w' = 0, \quad w = -W_0 \quad \text{et } p = p_a \quad \text{pour } z = H, \quad r \leq \frac{D}{2}.$$

On pourrait arrêter là la formulation des conditions. En fait, on sait qu'il y a lieu de distinguer différents domaines dans l'espace occupé par le fluide.

Tout d'abord un domaine où le fluide est à peu près au repos, puis un domaine où le fluide est en mouvement et qui se décompose en trois sous-domaines (figure 1) :

- un jet suivant  $oz$  (I),
- une couche limite sur le disque tournant (II),
- un petit sous-domaine complexe au raccord des deux précédents (III).

Dans les deux premiers sous-domaines l'écoulement est de cisaillement : dans I il est quasi axial et dans II il est quasi plan. Par contre, dans le domaine III la direction de la vitesse du fluide change brutalement sur une petite distance.

Si  $r = \Delta(z)$  est la frontière du domaine I, on doit y avoir :

$$u = v = u' = v' = w' = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad p = p_a$$

Le cas des deux autres domaines sera examiné plus loin. Enfin, il faut noter que du fait de la décomposition en domaines, la condition d'adhérence sur le tube peut être laissée de côté.

Si l'on se rapporte aux équations de Navier Stokes (I.3), (I.4), (I.5) et (I.6), en tenant compte des hypothèses caractéristiques du problème énoncées précédemment, on constate que l'on dispose d'un système fermé de quatre équations à quatre inconnues  $U$ ,  $V$ ,  $W$ ,  $P$ . Le fait de décomposer les grandeurs instantanées en valeurs moyennes et fluctuation conduit aux équations (I.11), (I.12), (I.13) et (I.14) qui sont toujours au nombre de quatre, mais introduit six inconnues supplémentaires qui sont les composantes du tenseur des contraintes turbulentes. Pour les fermer on peut écrire les équations de transport de la turbulence. Malheureusement, ces équations font intervenir d'autres inconnues, telles que les corrélations triples de vitesses et les corrélations vitesses-pression.

L'objet du paragraphe ci-dessous est d'essayer de réduire le nombre d'inconnues en utilisant les approximations de couche limite.

#### I.4.- Approximation de couche limite

Dans les équations (I.11), (I.12), (I.13) et (I.14) certains termes sont négligeables par rapport aux autres, mais, à première vue, on ne peut pas les déceler facilement. Il est par conséquent indiqué d'écrire ces équations sous forme normalisée, seul moyen d'évaluer systématiquement l'ordre de grandeur de chaque terme.

La méthode consiste à introduire pour chaque grandeur physique une grandeur de référence de même nature et telle que la grandeur normalisée correspondante, égale au rapport de la grandeur physique à la grandeur de référence, soit d'ordre 1.

Dans les équations écrites sous forme normalisée apparaissent des quantités sans dimensions indépendantes des inconnues, qu'on appelle les paramètres d'approximations. Lorsque ces paramètres prennent des valeurs limites, on peut obtenir une simplification des équations de Reynolds.

On est ici en présence d'un écoulement distordu, qui possède les propriétés d'une couche de cisaillement. En effet, pour le domaine II la dimension dans le sens radial est plus importante que celle dans le sens axial. Cela signifie qu'en prenant  $R$  comme échelle de grandeur du domaine de l'écoulement suivant  $r$ , l'échelle suivant  $z$  sera  $\epsilon R$ ,  $\epsilon$  étant le paramètre de forme géométrique, qui est très petit devant 1. Il est évident sur la figure 1 que l'ordre de grandeur de  $\epsilon$  est représenté par  $\frac{ee'}{R}$ .

L'écoulement dans le domaine II étant quasi parallèle au plan du disque, la pression ne varie pas transversalement, donc suivant  $z$ , et on a par conséquent dans II, d'après la condition sur la pression à la frontière de ce domaine, une pression égale à la pression ambiante, c'est-à-dire  $p = p_a$ .

Le domaine III étant de faibles dimensions, on peut y négliger la dissipation. En écrivant le théorème de Bernoulli entre la section d'entrée  $ee''$  et la couronne de sortie de hauteur  $ee'$  et de rayon  $r_0$  on obtient :  $u(ee') \geq w(ee'')$

Considérons le domaine I de jet axial : malgré l'épaississement du jet et l'entraînement du fluide environnant, on peut écrire en termes d'ordre de grandeur  $r_0 \sim D$ ,  $W(\text{cc}''') \sim W_0$ .

La conservation de la masse écrite entre  $\text{cc}''$  et  $\text{cc}'$  donne alors :

$\delta \nu \text{cc}' r_0$  soit  $\text{cc}' \sim D$ . On en déduit l'ordre de grandeur du paramètre de forme  $\varepsilon \nu \frac{D}{R}$

Dans le domaine II  $u$  et  $v$  sont de l'ordre de grandeur de  $U(\text{cc}')$  donc  $W_0$  et de  $\Omega R$  respectivement. On a donc les variables normalisées suivantes :

$$(I.15) \quad \hat{r} = \frac{r}{R}, \quad \hat{z} = \frac{z}{\varepsilon R}, \quad \hat{u} = \frac{u}{W_0}, \quad \hat{v} = \frac{v}{\Omega R}, \quad \hat{w} = \frac{w}{W_n}, \quad \hat{u}_i \hat{u}_j = \frac{\overline{u_i u_j}}{\lambda W_0^2}, \quad \hat{p} = \frac{p}{\varepsilon \rho W_0^2}$$

$W_n$ ,  $\lambda$  et  $E$  étant des constantes telles que  $\hat{w}$ ,  $\hat{u}_i \hat{u}_j$  et  $\hat{p}$  soient d'ordre 1.

On suppose que l'ordre de grandeur de toutes les contraintes turbulentes est le même. Du fait que le coefficient de corrélation  $R_{ij}$ ,  $i \neq j$  dont elles dépendent est en général de l'ordre de l'unité. De plus  $\lambda$  est très petit, car les fluctuations de vitesses sont faibles devant les vitesses moyennes.

Le paramètre qui fixe l'ordre de grandeur des variations de la pression doit être très petit devant 1, car le jet est à pression à peu près constante.

Portons (I.15) dans (I.11). Pour que l'équation de continuité n'ait pas de solution triviale il faut :  $W_n = \varepsilon W_0$ . On obtient alors :  $\frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} (\hat{r} \hat{u}) + \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{z}} = 0$ .

Et pour les équations (I.12), (I.13) et (I.14) :

$$(I.16) \quad \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} - \rho \varepsilon_1^2 \frac{\hat{v}^2}{\hat{r}} = -E \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{r}} + \frac{\rho \varepsilon_1}{\rho \varepsilon_2} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left[ \frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} (\hat{r} \hat{u}) \right] \\ + \frac{\rho \varepsilon_1}{\varepsilon^2 \rho \varepsilon_2} \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{z}^2} - \frac{\lambda}{\hat{r}} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} (\hat{r} \hat{u}_i^2) + \frac{\lambda}{r} - \lambda \frac{\partial \hat{u} \hat{w}}{\partial \hat{z}}$$



$$(I.17) \quad Pt_1 \left( \hat{u} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} + \frac{\hat{u} \hat{v}}{\hat{r}} \right) = \frac{Pt_1^2}{Pt_2} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} \left[ \frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} (\hat{r} \hat{v}) \right] \\ + \frac{Pt_1^2}{\varepsilon^2 Pt_2} \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{z}^2} - \lambda \frac{\partial (\hat{u} \hat{v}')}{\partial \hat{r}} - \frac{\lambda}{\varepsilon} \frac{\partial (\hat{v} \hat{w}')}{\partial \hat{z}} - 2\lambda \frac{\hat{u} \hat{v}'}{\hat{r}}$$

$$(I.18) \quad \hat{u} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{z}} = -\frac{E}{\varepsilon^2} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{z}} + \frac{Pt_1}{Pt_2} \frac{1}{\hat{r}} \frac{\partial^2 (\hat{r} \hat{w})}{\partial \hat{r}^2} + \frac{Pt_1}{\varepsilon^2 Pt_2} \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{z}^2} - \frac{\lambda}{\varepsilon^2} \frac{\partial \hat{w}'}{\partial \hat{z}} \\ - \frac{\lambda}{\hat{r}} \frac{\partial}{\partial \hat{r}} (\hat{r} \hat{u} \hat{w}')$$

avec  $Pt_1 = \frac{\Omega R}{W_0}$  ,  $Pt_2 = \frac{\Omega R^2}{\nu}$  .

Notre étude se fait dans la zone où les effets de l'alimentation par le jet axial et ceux de la rotation du disque sont équivalents, ce qui donne  $Pt_1 \sim 1$  .

Les cas  $Pt_1 \gg 1$  ,  $Pt_1 \ll 1$  ont déjà été étudiés : ils correspondent respectivement au problème d'un disque en rotation sans alimentation radiale [3], [4], [17], etc... et au problème du jet purement radial [2], [6], [10] etc...

Compte tenu de  $Pt_1 \sim 1$  , on obtient en négligeant tous les termes petits à l'égard d'autres retenues :

$$(I.19) \quad \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} - Pt_1^2 \frac{\hat{v}^2}{\hat{r}} = -E \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{r}} + \frac{Pt_1}{\varepsilon^2 Pt_2} \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{z}^2} - \frac{\lambda}{\varepsilon} \frac{\partial (\hat{u} \hat{w}')}{\partial \hat{z}}$$

$$(I.20) \quad \hat{u} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{z}} + \frac{\hat{u} \hat{v}}{\hat{r}} = \frac{Pt_1}{\varepsilon^2 Pt_2} \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{z}^2} - \frac{\lambda}{\varepsilon Pt_1} \frac{\partial (\hat{v} \hat{w}')}{\partial \hat{z}}$$

$$(I.21) \quad \hat{u} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{z}} = -\frac{E}{\varepsilon^2} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{z}} + \frac{Pt_1}{\varepsilon^2 Pt_2} \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{z}^2} - \frac{\lambda}{\varepsilon^2} \frac{\partial \hat{w}'}{\partial \hat{z}}$$

Pour que la turbulence ne soit pas négligeable il faut  $\lambda = \varepsilon$ , d'où :

$$(I.22) \quad \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} - \frac{\hat{v}^2}{\hat{r}} = \frac{P\tau_1}{P\tau_2 \varepsilon^2} \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{z}^2} - \frac{\partial(\hat{u}'\hat{w}')}{\partial \hat{z}}$$

$$(I.23) \quad \hat{u} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{v}}{\partial \hat{z}} + \frac{\hat{u}\hat{v}}{\hat{r}} = \frac{P\tau_1}{P\tau_2 \varepsilon^2} \frac{\partial^2 \hat{v}}{\partial \hat{z}^2} - \frac{1}{P\tau_1} \frac{\partial(\hat{v}'\hat{w}')}{\partial \hat{z}}$$

$$(I.24) \quad \frac{\varepsilon}{\varepsilon} \frac{\partial \hat{p}}{\partial \hat{z}} + \frac{\partial(\hat{w}'^2)}{\partial \hat{z}} = \frac{P\tau_1}{\varepsilon^2 P\tau_2} \frac{\partial^2 \hat{w}}{\partial \hat{z}^2}$$

Supposons maintenant  $\varepsilon^2 P\tau_2 \gg 1$ . De la dernière équation on déduit  $E = \varepsilon$ .

Dans les équations (I.22) et (I.23) on ne peut pas négliger les termes contenant  $\varepsilon^2 P\tau_2$  au dénominateur. En effet, cela conduirait à des équations qui ne pourraient pas prendre en compte les conditions d'adhérence sur le disque. Ces termes ne sont négligeables en fait que dans la zone externe du jet pariétal, là où domine la turbulence libre.

Récapitulons : la normalisation à écrire est :

$$(I.25) \quad \hat{r} = \frac{r}{R}, \quad \hat{z} = \frac{z}{\varepsilon R}, \quad \hat{u} = \frac{u}{\Omega R}, \quad \hat{v} = \frac{v}{\Omega R}, \quad \hat{w} = \frac{w}{\varepsilon \Omega R}, \quad \hat{p} = \frac{p}{\varepsilon \rho \Omega^2 R^2}, \quad \frac{\hat{u}'\hat{u}'}{\delta} = \frac{\overline{u'_z u'_z}}{\varepsilon \Omega^2 R^2}$$

Finalement les équations approchées valables dans le domaine II sont :

$$(I.26) \quad \frac{\partial(\hat{r}\hat{u})}{\partial \hat{r}} + \hat{r} \frac{\partial \hat{w}}{\partial \hat{z}} = 0$$

$$(I.27) \quad \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} - \frac{\hat{v}^2}{\hat{r}} - \frac{1}{P\tau_2 \varepsilon^2} \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{z}^2} + \frac{\partial(\hat{u}'\hat{w}')}{\partial \hat{z}} = 0$$

$$(I.28) \quad \hat{u} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{r}} + \hat{w} \frac{\partial \hat{u}}{\partial \hat{z}} + \frac{\hat{u} \hat{u}}{\hat{r}} - \frac{1}{\rho t_2 \varepsilon^2} \frac{\partial^2 \hat{u}}{\partial \hat{z}^2} + \frac{\partial(\hat{u}'\hat{w}')}{\partial \hat{z}} = 0$$

$$(I.29) \quad \frac{\partial}{\partial \hat{z}} \left( \hat{p} + \frac{\hat{u}'^2}{\hat{w}'^2} \right) = 0$$

En revenant aux grandeurs physiques, les équations simplifiées s'écrivent :

$$(I.30) \quad \frac{\partial(ru)}{\partial r} + r \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$(I.31) \quad u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\tau_{rz}}{\rho} - \overline{u'w'} \right)$$

$$(I.32) \quad u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\tau_{\theta z}}{\rho} - \overline{v'w'} \right)$$

avec  $\tau_{rz} = \mu \frac{\partial u}{\partial z}$  et  $\tau_{\theta z} = \mu \frac{\partial v}{\partial z}$ .

Revenons maintenant aux conditions à écrire à la frontière libre du domaine II. Comme pour le jet axial on introduit une frontière  $\Delta'(r)$  de ce domaine. On doit avoir :

$$u = v' = u' = w' = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0, p = p_a, \text{ pour } z = \Delta', r \ll R.$$

Montrons que la solution est insensible à la restriction  $r \ll R$ .

L'argumentation est analogue à celle développée pour établir que la solution pour une couche limite sur plaque plane est la même que la plaque soit semi

infinie ou de longueur finie. Cette propriété repose sur la nature parabolique des équations (I.30), (I.31), (I.32). L'artifice consiste à partir d'un disque de rayon infini, puis de tronquer la partie  $r \geq R$ . Ce faisant on ne modifie pas l'écoulement extérieur à la couche limite car le disque est supposé d'épaisseur nulle. Par ailleurs, comme les équations sont paraboliques la perturbation ainsi créée ne remonte pas dans le domaine de couche limite définie par  $r \leq R$ .

Finalement, les conditions d'adhérence sur le disque et à la frontière du domaine II ne contiennent plus  $R$ . Elles s'écrivent :

$$(I.33) \quad \begin{aligned} u = w = u' = v' = w' = 0 \quad , \quad v = \Omega r \quad \text{pour } z = 0 \\ u = v = u' = w' = \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad \text{pour } z = \Delta' \end{aligned}$$

Ainsi, le rayon du disque ne joue plus aucun rôle, propriété dont on va tirer profit dans l'étude par analyse dimensionnelle au chapitre suivant.

On peut rappeler par ailleurs que la pression est partout constante sauf dans le domaine III.

## CHAPITRE II

ANALYSE DIMENSIONNELLEII.1.- Rappels des principes généraux d'analyse dimensionnelle.

Si l'intégration du système d'équations (I.30), (I.31) et (I.32) pouvait être faite elle fournirait les inconnues locales (vitesses, contraintes etc...) en fonction des données variables (coordonnées) et des données constantes contenues dans les équations (masse volumique  $\rho$ , viscosité  $\mu$ , longueur introduite par une condition aux frontières...). Les grandeurs globales (débit, forces, puissance...) s'obtiennent par intégration des inconnues locales. Par la suite, il suffirait de comparer ces grandeurs aux résultats expérimentaux. Malheureusement, comme on l'a vu, tel n'est pas le cas.

Dans ce chapitre, on va mettre en oeuvre une méthode largement utilisée dans toutes les branches de la physique et qui permet d'obtenir des indications précieuses sur la solution sans qu'on ait à calculer effectivement cette solution. C'est la méthode d'analyse dimensionnelle.

Le principe de la méthode consiste à :

a) Faire l'inventaire des grandeurs physiques qui interviennent dans le phénomène.

b) Choisir des grandeurs primaires, trois en mécanique. On choisit généralement pour ces grandeurs celles dont l'intervention dans la description du phénomène est d'une part certaine et d'autre part prépondérante. Pratiquement, il y a souvent intérêt à choisir pour primaires des grandeurs que l'on maintient constantes, soit parce que leur variation est difficile à assurer soit par ce que cela est plus commode dans le montage réalisé.

c) Former les grandeurs réduites et écrire le théorème de Vaschy-Buckingham.

### II.2.- Application au problème considéré.

Lors du déroulement des expériences on a maintenu la température de l'air soufflé constante. On a donc un problème de dynamique pure à trois grandeurs fondamentales.

Les inconnues locales recherchées sont : les vitesses moyennes et le tenseur de Reynolds. D'après la formulation du problème écrite dans le chapitre précédent elles dépendent des variables  $r$  et  $z$  et des données constantes  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $W_0$ ,  $D$ ,  $H$ ,  $N$ .

Il est à noter qu'on peut remplacer la vitesse  $W_0$  par le débit volumique fourni par le jet :  $Q = \frac{\pi D^2}{4} W_0$ .

Par ailleurs, comme cela a été justifié dans le chapitre précédent le rayon  $R$  du disque ne figure pas dans notre inventaire.

Enfin, nous n'avons pas fait figurer la pression parmi les inconnues car en première approximation elle est constante dans le domaine II étudié.

Désignons par  $G_i$  une quelconque des fonctions inconnues  $u$ ,  $v$ , ...  $\sqrt{u^2}$ , ...  $G_i$  est liée aux autres grandeurs par une relation du type :

$$(II.1) \quad \psi_i(G_i, Q, H, N, \rho, \mu, r, D, z) = 0$$

Soient  $Dh$ ,  $Dh'$  tels que, si  $Dh = D$ , alors  $Dh' = H$  et vice-versa.

$Dh$ ,  $\rho$  et  $Q$  sont dimensionnellement indépendants. En les choisissant comme grandeurs primaires, et en appliquant le théorème de Vaschy-Buckingham on peut réexprimer (II.1) sous la forme :

$$(II.2) \quad \varphi'_i \left( \frac{G_i Dh^2}{Q}, s, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh}, \frac{z}{Dh} \right) = 0$$

ou encore

$$(II.3) \quad \frac{G_i Dh^2}{Q} = F_i \left( s, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh}, \frac{z}{Dh} \right)$$

avec

$$S = \frac{NDh^3}{Q}, \quad \text{le nombre de rotation}$$

$$Re = \frac{NDh^2}{\nu}, \quad \text{le nombre de Reynolds.}$$

La valeur maximale  $u_{max}$  de la vitesse radiale à une station  $r$  ne dépend pas de  $z$ . On a donc :

$$(II.4) \quad \frac{u_{max} Dh^2}{Q} = F_{u_{max}} \left( s, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh} \right)$$

Généralement  $u_{max}$  est prise comme valeur de référence de toutes les vitesses moyennes et du tenseur de Reynolds. En éliminant  $Q$  entre (II.3) et (II.4) on a :

$$(II.5) \quad \frac{G_i}{u_{max}} = g_i \left( s, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh}, \frac{z}{Dh} \right)$$

On peut formellement exprimer (II.2) par

$$(II.6) \quad \frac{z}{Dh} = \varphi''_i \left( \frac{G_i Dh^2}{Q}, s, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh} \right)$$

L'épaisseur  $\delta$  est une valeur particulière de  $z$ , celle où  $u = \frac{u_{\max}}{2}$ , elle ne dépend donc pas de  $Gi = u$  ici, d'où :

$$(II.7) \quad \frac{\delta}{Dh} = F_{\delta} \left( S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh} \right)$$

De (II.5) on tire

$$(II.8) \quad \frac{z}{Dh} = g'_i \left( \frac{Gi}{u_{\max}}, S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh} \right)$$

Le rapport entre (II.8) et (II.7) donne

$$(II.9) \quad \frac{z}{\delta} = g''_i \left( \frac{Gi}{u_{\max}}, S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh} \right)$$

ou

$$(II.10) \quad \frac{Gi}{u_{\max}} = f_i \left( S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh}, \frac{z}{\delta} \right)$$

Le choix de  $Dh$  comme l'un des paramètres des grandeurs primaires, qui peut être  $D$  ou  $H$ , est dû à des raisons qui seront évoquées dans le chapitre IV.



Récapitulation :

Réécrivons (II.10), (II.4) et (II.7) sous la forme suivante :

$$\frac{u}{u_{\max}} = f_u \left( S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh}, \frac{z}{S} \right) ;$$

$$\frac{v}{v_{\max}} = f_v \left( S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh}, \frac{z}{S} \right) ;$$

$$\frac{w}{u_{\max}} = f_w \left( S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh}, \frac{z}{S} \right) ;$$

$$\frac{\overline{u^2}}{u_{\max}^2} = f_{\overline{u^2}} \left( S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh}, \frac{z}{S} \right) ;$$

$$\frac{\overline{v^2}}{u_{\max}^2} = f_{\overline{v^2}} \left( S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh}, \frac{z}{S} \right) ;$$

$$\frac{\overline{w^2}}{u_{\max}^2} = f_{\overline{w^2}} \left( S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh}, \frac{z}{S} \right) ;$$

(II.11)

$$\frac{\overline{u'v'}}{u_{\max}^2} = f_{\overline{u'v'}} \left( S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh}, \frac{z}{S} \right) ;$$

$$\frac{\overline{u'w'}}{u_{\max}^2} = f_{\overline{u'w'}} \left( S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh}, \frac{z}{S} \right) ;$$

$$\frac{\overline{v'w'}}{u_{\max}^2} = f_{\overline{v'w'}} \left( S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh}, \frac{z}{S} \right) ;$$

$$\frac{u_{\max} Dh^2}{Q} = f_{u_{\max}} \left( S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh} \right) ;$$

$$\frac{S}{Dh} = f_S \left( S, Re, \frac{Dh'}{Dh}, \frac{r}{Dh} \right) .$$

$f_u, f_v, \dots$  sont des fonctions inconnues.

On voit ici tout l'intérêt du théorème de Vaschy-Buckingham, puisqu'on a réduit les huit grandeurs physiques qui entrent en jeu à cinq groupements sans dimensions. Dans le chapitre IV il suffit d'agir sur  $S$ ,  $Re$ ,  $\frac{r}{Dh}$ , et  $\frac{z}{Dh}$  dont on a la possibilité de fixer les valeurs et de voir comment varient en conséquence les groupements  $\frac{u}{u_{max}}$ ,  $\frac{v}{v_{max}}$ , etc...

Les relations obtenues peuvent encore être simplifiées dans certains cas asymptotiques. Par exemple pour  $\frac{D}{H}$  suffisamment petit il est physiquement naturel d'estimer que  $W_0$  et  $D$  n'interviennent pas tous deux mais seulement par leur combinaison  $Q = \frac{\pi D^4}{4} W_0$ , comme si on avait une source quasi ponctuelle. Dans ces conditions le paramètre  $\frac{D}{H}$  disparaît des formules précédentes. Il sera intéressant de déterminer expérimentalement pour quelles valeurs de  $\frac{D}{H}$  cela est valable.

## CHAPITRE III

DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Le dispositif expérimental comprend essentiellement une installation principale et des appareils de mesure.

Nous disposons également d'appareils secondaires, notamment un compresseur, deux réservoirs, un filtre à air et une armoire de climatisation.

L'air en surpression, fourni par le compresseur, passe à travers un filtre métallique qui le débarrasse de ses impuretés et va à deux réservoirs. Il est ensuite acheminé vers l'installation à travers une conduite de section circulaire équipée d'un régulateur de débit.

L'armoire de climatisation se trouve dans la salle où sont effectuées les expériences. Elle sert à maintenir constante la température ambiante.

III.1.- L'installation d'essais

Elle est constituée par un disque en aluminium de diamètre 75 cm et d'épaisseur 2 cm, solidaire d'un palier et qui peut être entraîné à l'aide d'un moteur à courant continu de puissance 2 kw, équipé d'un variateur de vitesse et d'un système de poulies. Sa vitesse peut varier entre 0 et 4000 tr/mn; elle est mesurée à l'aide d'un capteur de signaux et d'un capteur électromagnétique à affichage numérique direct de précision  $\pm 3$  tr/mn, vérifiée à l'aide d'un stroboscope.

Le réglage de l'alimentation en air se fait par une micro-vanne de contrôle; le débit est mesuré à l'aide d'un rotamètre.

L'ensemble des appareils est fixé solidement sur une structure rigide et lourde afin d'éviter les vibrations.

A une distance  $H$  de la surface du disque se trouve un tube circulaire de diamètre intérieur  $D$ , fixé solidement à la même structure que l'ensemble

des appareils décrits précédemment. Un jet issu du tube vient frapper perpendiculairement le disque en rotation. Le tube peut coulisser verticalement par simple desserrage des vis qui le retiennent à la structure rigide.

### III.2.- Appareillage de mesure

On a choisi l'anémométrie à fil chaud pour étudier le problème. Par conséquent la vitesse moyenne et les fluctuations sont mesurées à l'aide de sondes à fils chaud simples et croisés de 1.2 mm de longueur et de 5  $\mu$ m de diamètre ("Platinum Plated tungsten").

La sonde est reliée à l'aide d'un câble de 5 m de longueur à un anémomètre DANTEC à température constante (56 C 01 CTA) dont le signal de sortie passe par un linéarisateur 56 N 21 pour aller à un multiprogrammeur 6940 B dont la fonction est d'envoyer, pour stockage, à un disque dur le nombre de mesures choisies (Annexe A).

Dans le cas d'une sonde à fils croisés, nécessaire à la mesure des contraintes de Reynolds, les deux fils sont reliés à deux anémomètres à température constante. Les deux signaux recueillis à la sortie sont dirigés séparément vers deux linéariseurs. Le même multiprogrammeur les ordonne en série pour les envoyer au disque dur du calculateur. Avant leur utilisation les sondes doivent être étalonnées. L'étalonnage s'effectue dans le noyau potentiel d'un jet circulaire, obtenu à l'aide d'une petite soufflerie spécialement conçue pour cet usage [Annexe A].

Les déplacements vertical et en rotation des sondes, sont effectués à l'aide d'un mécanisme de type DANTEC 56H00. Ils sont assurés par un moteur pas à pas du type 56H01. Ce pas est  $\pm 0.3^\circ$  pour la rotation et  $\pm 0.04$  mm pour la translation. Sa vitesse est 430°/s ou 30 mm/sec. Le déplacement radial est assuré par un moteur différent de Type 57 H 11.

L'ensemble est commandé soit automatiquement par le 57 G 170 Traversing Control Board, soit piloté par ordinateur pendant l'expérience au même titre que les autres éléments constituant la chaîne d'expérimentation. On dispose également d'une boîte pour la commande manuelle, qui sert généralement à faire tangenter la sonde; en superposant l'image réelle des deux broches avec leur image fictive apparue sur la surface du disque, on aura une bonne tangence de la sonde.

Pour éviter la détérioration du fil on commence les mesures à partir d'une distance de 0.1 mm des parois solides.

### III.3.- Acquisition, stockage et traitement des données.

Le schéma de la figure 2 distingue quatre fonctions à réaliser par programmation : acquisition, stockage, traitement et sortie des résultats.

L'acquisition et le stockage se font simultanément : un seul programme regroupe ces deux opérations. Quant au traitement, à cause du temps élevé nécessaire pour sa réalisation, son exécution est différée.

L'ensemble de ces programmes est écrit en Basic II. Le programme de traitement calcule les valeurs moyennes des vitesses et le tenseur de Reynolds selon les formules données en Annexe A.

Parmi les composantes du tenseur de Reynolds seules  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{u'v'}$ ,  $\overline{u'w'}$  et  $\overline{v'w'}$  ont été mesurées. En effet, la composante  $\overline{w'^2}$  est difficile à obtenir avec précision. Cela est dû au type de sonde utilisée : écart entre les deux fils, ainsi que la formation de tourbillons autour des deux broches, etc...

### III.4.- Données du problème

L'analyse dimensionnelle a fait apparaître trois paramètres sans dimensions :  $S = \frac{NDh^3}{Q}$ ,  $Re = \frac{NDh^2}{\nu}$ ,  $\frac{Dh'}{Dh}$ .

Suivant que l'on prend  $Dh = D$  (donc  $Dh' = H$ ) ou  $Dh = H$  ( $Dh' = D$ ), on a :  $S_D = \frac{ND^3}{Q}$ ,  $Re_D = \frac{ND^2}{\nu}$ ,  $\frac{H}{D}$  ou  $S_H = \frac{NH^3}{Q}$ ,  $Re_H = \frac{NH^2}{\nu}$ ,  $\frac{D}{H}$ .

Les tableaux 1, 2 et 3a, 3b représentent les données du problème.

Elles sont classées en fonction de  $\frac{Dh'}{Dh}$  : sur les deux premiers tableaux on a  $Dh = D$  et sur les deux autres  $Dh = H$ .

Dans les tableaux 1 et 2, à chacun des deux diamètres considérés correspondent deux hauteurs du jet. Il y a donc quatre valeurs du nombre sans dimensions  $\frac{H}{D}$ . Pour une valeur  $\frac{H}{D}$  on a considéré trois débits, auxquels correspondent neuf vitesses de rotation du disque, ce qui donne neuf valeurs à  $S_D$  pour chaque valeur de  $\frac{H}{D}$ .

En revanche, sur les tableaux 3a et 3b on a fixé  $H$  et on a considéré deux diamètres du tube. Egalement, pour une valeur  $\frac{D}{H}$  on a trois débits, auxquels correspondent neuf vitesses de rotation du disque, là aussi on a neuf valeurs de  $S_H$  pour chaque valeur de  $\frac{D}{H}$ .

La différence entre les tableaux 3a et 3b réside dans le fait que tous les débits ne sont pas égaux. Elle est due à des raisons d'ordre technique : le compresseur qui sert à fournir l'air en surpression, n'est pas assez puissant pour fournir des grands débits pour de faibles diamètres.

On a porté sur la première colonne de chaque tableau le débit en  $m^3/h$ , et sur la première ligne  $NDh^3$ . Le rapport de ces deux termes donne le paramètre sans dimension  $S$ , qui est indiqué dans la partie centrale. La ligne supérieure de chaque tableau donne le nombre de Reynolds correspondant.

Les expériences se sont déroulées à différentes positions radiales :

Pour  $\frac{H}{D} = 6.25$  et  $2.5$  :

$$\frac{r}{D} = 3.375, 3.750, 4.125, 4.875, 5.625, 6.375, 7.375$$

Pour  $\frac{H}{D} = 5$  et  $2.5$  :

$$\frac{r}{D} = 6.75, 7.50, 8.25, 9.75, 11.25, 12.75, 14.75$$

Sur le tableau 4, on constate que l'écoulement de jet pariétal sur le disque en rotation vérifie l'hypothèse :

$$Pt_2 \varepsilon^2 \gg 1$$

De la même manière, on vérifie sur les tableaux 5 et 6 que  $Pt_1 \gg 1$ .

$$\frac{H}{D} = 6.25, 2.5$$

		$Re_D * 10^{-3}$			
		1.62	2.02	2.42	
$\frac{ND^3}{Q(M^3/H)}$	3.84	3.84	4.8	5.76	$s_D * 10^{+2}$
	100	3.84	4.8	5.76	
	150	2.56	3.20	3.84	
	200	1.92	2.40	2.88	

Tableau 1

$$\frac{H}{D} = 5, 2.5$$

		$Re_D * 10^{-3}$			
		0.40	0.50	0.61	
$\frac{ND^3}{Q(M^3/H)}$	0.48	0.48	0.6	0.72	$s_D * 10^2$
	80	0.6	0.75	0.90	
	100	0.48	0.6	0.72	
	120	0.4	0.5	0.6	

Tableau 2



$$D/H = 0.4$$

		$Re_H * 10^{-4}$		
		1.01	1.26	1.51
$NH_3$ $Q(m^3/h)$	60	60	75	90
	100	0.6	0.75	0.9
	150	0.4	0.5	0.6
	200	0.3	0.38	0.45
				$H_S$

Tableau 3a

$$D/H = 0.2$$

		$Re_H * 10^{-4}$		
		1.01	1.26	1.51
$NH_3$ $Q(m^3/h)$	60	60	75	90
	80	0.75	0.94	1.13
	100	0.6	0.75	0.9
	120	0.5	0.63	0.75
				$H_S$

Tableau 3b

N(tr/min)		1000	1250	1500
$Pt_2 = \frac{\Omega R^2}{v}$		$23.80 * 10^5$	$29.75 * 10^5$	$35.70 * 10^5$
$\epsilon=0.1067$	$Pt_2 \epsilon^2$	$2.71 * 10^4$	$3.39 * 10^4$	$4.06 * 10^4$
$\epsilon=0.0533$	$Pt_2 \epsilon^2$	$0.68 * 10^4$	$0.85 * 10^4$	$1.01 * 10^4$

Tableau 4

$$\varepsilon = 0.1067$$

N (tr/min)	1000	1250	1500	
$\frac{\Omega R}{W_o}$	39.27	49.09	58.90	
22.10	1.78	2.22	2.66	P <sub>1</sub>
33.16	1.18	1.48	1.78	
44.21	0.89	1.11	1.33	

Tableau 5

$$\varepsilon = 0.0533$$

N (tr/min)	1000	1250	1500	
$\frac{\Omega R}{W_o}$	39.27	49.09	58.90	
70.79	0.55	0.69	0.83	P <sub>1</sub>
88.42	0.44	0.55	0.67	
106.10	0.37	0.46	0.55	

Tableau 6



## CHAPITRE IV

ANALYSE DES RESULTATS

Dans l'analyse dimensionnelle on a introduit  $Dh$  comme l'une des grandeurs primaires, qui peut être soit  $D$  ou  $H$ . Avec ce choix on a abouti à  $S = \frac{NDh^3}{Q}$ ,  $Re = \frac{NDh^2}{\nu}$ .

Aucune des deux longueurs caractéristiques  $D$  et  $H$  ayant été maintenue constante au cours des expériences, nous nous proposons de procéder à l'analyse du problème de la manière suivante :

On fixe d'abord une de ces longueurs, soit  $Dh = D$ , ce qui nous donne comme paramètres de similitude :  $S_D = \frac{ND^3}{Q}$ ,  $Re_D = \frac{ND^2}{\nu}$  et  $\frac{H}{D}$ . De cette façon on peut examiner clairement l'impact de  $H$ ,  $N$  et  $Q$  sur le profil des vitesses moyennes et le tenseur de Reynolds.

En revanche, en prenant  $Dh = H$ , c'est l'influence de  $D$ , ainsi que  $N$  et  $Q$  qui sera mise en lumière par l'intermédiaire des nombres sans dimensions :  $S_H = \frac{NH^3}{Q}$ ,  $Re_H = \frac{NH^2}{\nu}$  et  $\frac{D}{H}$ .

Le profil de certaines vitesses ne dépend pas de la vitesse de rotation du disque; c'est le cas par exemple de la vitesse tangentielle  $v$  laquelle est représentée par  $\frac{v}{v_{max}}$  en fonction de  $\frac{r}{s}$ . Comme les nombres sans dimensions déjà définis contiennent  $N$ , puisque c'est une grandeur primaire, on va utiliser dans ce cas le paramètre  $\frac{S}{Re} = \frac{Dh^3}{Q\nu}$ .

Il aurait été préférable de prendre pour les deux diamètres les mêmes hauteurs du jet et les mêmes débits, mais hélas cela n'a pas pu être réalisé pour des raisons d'ordre technique. En effet, en plus de l'incapacité du compresseur de fournir des grands débits pour les faibles diamètres, le montage

ne permet pas avec un tube de diamètre 2 cm d'atteindre une hauteur du jet aussi grande que 25 cm.

Les sondages au fil chaud ont été effectués aux mêmes positions radiales.

On ne peut pas reproduire ici tous les résultats obtenus pour chaque valeur de  $\frac{r}{D}$ , car cela rendrait le mémoire beaucoup trop volumineux. De plus, trois positions radiales bien choisies suffisent généralement pour tirer des conclusions constructives. On se contentera d'une position proche de l'axe du disque ( $\frac{r}{D} = 3.75$  ou  $7.5$ ), d'une autre éloignée de l'axe du disque ( $\frac{r}{D} = 6.375$  ou  $12.75$ ) et d'une position intermédiaire ( $\frac{r}{D} = 4.875$  ou  $9.75$ ).

#### IV.1.- Les grandeurs moyennes.

Les résultats expérimentaux ont été représentés sous forme adimensionnelle pour différentes valeurs de  $\frac{H}{D}$ , à diverses positions radiales  $\frac{r}{D}$ , en prenant plusieurs valeurs de  $S_D$  et  $Re_D$ . Cette représentation permet en particulier de tester la validité de l'existence d'une solution semblable.

Les valeurs des grandeurs sans dimensions  $S_H$ ,  $Re_H$ ,  $\frac{D}{H}$  sont indiquées uniquement sur les figures correspondant aux mêmes valeurs de  $r/H$ .

#### VI.1.1.- Vitesse radiale moyenne.

Sur les figures 3 à 14  $\frac{H}{D}$  et  $\frac{r}{D}$  sont fixés et  $S_D$ ,  $Re_D$  prennent les valeurs indiquées sur les tableaux 1 et 2. Par contre, sur la figure 15,  $S_D$ ,  $Re_D$  et  $\frac{H}{D}$  sont fixés et on utilise  $\frac{r}{D}$  comme paramètre.

Les profils de  $\frac{u}{u_{\max}}$  présentent presque une similitude lorsque  $\frac{r}{D}$  est faible. Ils avoisinent le cas du jet purement radial.

Pour  $\frac{r}{D}$  grand,  $\frac{u}{u_{\max}}$  dépend de  $S_D$ . Les profils tendent vers la solution de Von Karman pour des grandes positions radiales et (ou) pour les grandes valeurs de  $S_D$ . On peut aussi remarquer que le lieu de la vitesse maximale s'approche de la surface du disque lorsque  $\frac{r}{D}$  et  $S_D$  augmentent séparément ou ensemble. A titre de comparaison la distance adimensionnelle entre le disque et les points où  $u = u_{\max}$  est égale à 0.23 pour le jet purement radial et à 0.19 pour l'écoulement de Von Karman.

Si on compare les figures 3 et 6 ou 9 et 12 etc... correspondant à la même position radiale réduite et aux mêmes valeurs de  $S_D$ ,  $Re_D$ , on constate une faible différence dans le profil des vitesses. Il faudrait vraisemblablement une variation importante de  $\frac{H}{D}$  pour qu'une différence sensible soit perceptible. Quand  $\frac{H}{D}$  tend vers l'infini,  $\frac{u}{u_{\max}}$  doit s'approcher du profil correspondant à un disque en rotation sans alimentation.

De la même manière, en comparant les figures 6 et 9 ou 7 et 10 etc... qui correspondent à la même position radiale réduite et aux mêmes valeurs de  $S_H$ ,  $Re_H$  avec  $\frac{D}{H}$  comme paramètre, on se rend compte que les profils sont identiques. On en déduit que lorsqu'on fait varier le diamètre du tube à  $S_H$  et  $Re_H$  fixés, en maintenant bien sûr  $D \ll R$ , on obtient des profils de  $\frac{u}{u_{\max}}$  semblables. Cela semble confirmer l'idée émise à la fin du chapitre II, à savoir que quand  $\frac{D}{H}$  est petit, ce qui est le cas ici, il est naturel d'estimer que  $W_0$  et  $D$  n'interviennent que par leur combinaison  $Q = \frac{\pi D^2}{4} W_0$ , donc ici par l'intermédiaire de  $S_H$ .

### VI.1.2.- Vitesse tangentielle moyenne.

On a porté sur les figures 16 à 27 le rapport  $\frac{v}{v_{\max}}$  en fonction de  $\frac{z}{S}$  pour  $\frac{H}{D}$  et  $\frac{r}{D}$  fixés.

$\frac{v}{v_{\max}}$  ne dépend pas séparément de  $S_D$  et de  $Re_D$  mais du rapport  $\frac{Dv}{Q} = \frac{S_D}{Re_D}$ , ce qui signifie que la rotation n'affecte pas ce profil des vitesses : plus  $\frac{Dv}{Q}$  est petit, plus  $\frac{v}{v_{\max}}$  est grand.

L'influence de  $\frac{r}{D}$  est visible sur la figure 28 où  $\frac{S_D}{Re_D}$  est constant : on constate que  $\frac{v}{v_{\max}}$  diminue quand  $\frac{r}{D}$  augmente.

Pour les grandes distances radiales et (ou) les grandes valeurs de  $\frac{Dv}{Q}$ , on obtient des courbes dont l'allure est similaire à celle d'un disque en rotation sous alimentation radiale [3] .

Le paramètre  $\frac{H}{D}$  a une légère influence : on le constate en comparant les figures 16 et 19 ou 22 et 25 etc...,  $\frac{S_D}{Re_D} = \frac{Dv}{Q}$  étant fixé. De la même manière que pour  $\frac{u}{u_{\max}}$  il faudrait des grandes variations de  $\frac{H}{D}$  pour que la différence puisse être visible. Cela découle du fait que pour  $\frac{H}{D}$  élevé  $\frac{v}{v_{\max}}$  doit coïncider avec le profil de Von Karman.

Considérons maintenant la représentation en fonction de  $S_H$ ,  $Re_H$  et  $\frac{D}{H}$ . Pour la même raison que ci-dessus c'est  $\frac{Hv}{Q} = \frac{S_H}{Re_H}$  qui intervient seul. Par ailleurs,  $\frac{D}{H}$  a une influence sur les profils de  $\frac{v}{v_{\max}}$  : on peut s'en rendre compte en comparant les figures 19 et 22 ou 20 et 23 etc... sur lesquelles  $\frac{Hv}{Q}$  et  $\frac{r}{H}$  sont fixés. Toutefois, l'effet du rapport  $\frac{D}{H}$  est négligeable en ce qui concerne  $\frac{v}{u_{\max}}$ , ce fait suggéré par l'analyse dimensionnelle est visible en examinant les figures 29 et 31 ou 30 et 32 etc...

### VI.1.3.- Rapport des vitesses moyennes radiales et tangentielles.

Les profils de  $\frac{u}{v}$  en fonction de  $\frac{z}{S}$  sont représentés sur les figures 33 et 34 pour deux positions radiales et une valeur de  $\frac{H}{D}$  : Plus



$\frac{r}{D}$  est grand, plus l'influence de  $Re_D$  et  $S_D$  est importante.

Sur la figure 35 où on fait varier  $\frac{r}{D}$  et où on maintient constants  $S_D$  et  $Re_D$  on remarque que  $\frac{u}{v}$  varie en sens inverse de  $\frac{r}{D}$ .

On peut distinguer trois zones suivant la valeur de  $\beta$  :

- Dans la sous-couche visqueuse la vitesse radiale est négligeable devant la vitesse tangentielle.
- Très loin de la surface du disque  $\frac{u}{v}$  est de l'ordre de 1.
- Dans la zone intermédiaire il est difficile de comparer  $u$  à  $v$  du fait que l'influence des paramètres  $S_D$  et  $Re_D$  y est sensible, notamment pour les valeurs élevées de  $\frac{r}{D}$ . Pour les faibles valeurs de  $\frac{r}{D}$ ,  $u$  est le produit de  $v$  par une fonction de  $z/\delta$ .

Si les trois zones pouvaient être délimitées, il serait possible d'écrire les équations (I.30), (I.31) et (I.32) du premier chapitre sous une forme beaucoup plus simple pour les faibles valeurs de  $\frac{r}{D}$ .

#### IV.2.- Contraintes turbulentes.

En ce qui concerne les contraintes turbulentes on peut en gros distinguer deux zones : une région interne, proche de la surface du disque et une région externe.

Dans la première région les paramètres sans dimensions définis précédemment ont un effet important et l'épaisseur de cette région en dépend d'ailleurs, de même que de  $\frac{r}{D}$ . D'après l'ensemble de nos résultats expérimentaux et en particulier ceux de la figure 41 on peut avancer que l'épaisseur de ce domaine n'excède pas  $S$ .

Dans la deuxième région on a approximativement une similitude; la rotation  $N$ , la hauteur  $H$  ou le diamètre  $D$  n'y ont pas d'effets conséquent sur les profils des contraintes turbulentes.

IV.2.1.- Contrainte turbulente radiale.

Les figures 36, 37, ..., 47 représentent  $\frac{\overline{u'^2}}{u_{max}^2}$  en fonction de  $\frac{z}{S}$  pour différentes valeurs de  $S_D$ ,  $Re_D$  et à  $\frac{H}{D}$ ,  $\frac{r}{D}$  fixés.

Dans la zone externe il y a presque similitude car tous les profils se superposent.

Dans la zone interne, proche de la paroi quand  $S_D$  ou  $Re_D$  diminue l'intensité de la turbulence augmente d'autant plus que  $\frac{r}{D}$  est grand.

La turbulence diminue légèrement dans le sens radial pour  $S_D$ ,  $Re_D$  et  $\frac{H}{D}$  données (fig. 48).

Pour de faibles positions radiales ou de faibles valeurs de  $S_D$  et  $Re_D$  on retrouve les résultats du jet purement radial [6].

En revanche, quand  $\frac{r}{D}$  ou  $S_D$  sont élevés les résultats expérimentaux sont proches de ceux d'un écoulement produit par un disque en rotation sans alimentation radiale [3]. En particulier, le maximum de l'intensité de la turbulence radiale s'éloigne de la surface du disque.

Une simple comparaison entre les figures 36 et 39 ou 38 et 41 ou 44 et 47 etc... montre que lorsque  $\frac{H}{D}$  diminue,  $\frac{\overline{u'^2}}{u_{max}^2}$  diminue aussi,  $S_D$ ,  $Re_D$  et  $\frac{r}{D}$  étant fixés.

Avec la seconde représentation,  $H$  remplaçant  $D$  comme grandeur primaire, lorsque  $\frac{D}{H}$  diminue pour  $S_H$ ,  $Re_H$  et  $\frac{r}{D}$  donnés, on remarque un léger déplacement du maximum de  $\frac{\overline{u'^2}}{u_{max}^2}$  vers la surface du disque (fig. 40 et 43 ou 41 et 44) et une légère augmentation de  $\frac{\overline{u'^2}}{u_{max}^2}$  quand les valeurs de  $\frac{r}{H}$ ,  $S_H$  sont élevées. Pour les faibles positions radiales ce déplacement s'accompagne de la formation d'un palier lorsque  $S_H$  et  $Re_H$  sont faibles (fig. 42).

#### IV.2.2.- Contrainte turbulente tangentielle.

Les profils de  $\frac{\overline{v'^2}}{u_{max}^2}$  en fonction de  $\frac{z}{S}$  sont représentés sur les figures 49, 50, ..., 60 avec  $S_D$  et  $Re_D$  pour paramètres.

Dans la région externe on obtient un profil unique.

Dans la région interne  $S_D$  et  $Re_D$  ont beaucoup d'influence, notamment pour les grandes positions radiales :  $\frac{\overline{v'^2}}{u_{max}^2}$  augmente quand  $S_D$  et  $Re_D$  augmentent.

L'influence de  $\frac{H}{D}$  est faible : en comparant entre elles les figures 49 et 52 ou 50 et 53 ou 55 et 58 etc... on se rend compte qu'il y a une légère augmentation de  $\frac{\overline{v'^2}}{u_{max}^2}$  avec  $\frac{H}{D}$ ,  $S_D$ ,  $Re_D$  et  $\frac{r}{D}$  étant fixés.

Dans l'autre représentation, à  $S_H$ ,  $Re_H$  et  $\frac{r}{H}$  donnés, le paramètre  $\frac{D}{H}$  n'intervient pas pour les faibles positions radiales. En revanche, quand  $\frac{r}{H}$ ,  $S_H$  sont grand il y a légère variation de  $\frac{\overline{v'^2}}{u_{max}^2}$ , qui se fait dans le même sens que celle de  $\frac{D}{H}$ .

Il est à noter que les résultats correspondant aux petites valeurs de  $\frac{r}{D}$ ,  $S_D$  et  $Re_D$  sont proches de ceux de l'écoulement purement radial [6].

La figure 61 montre que  $\frac{\overline{v'^2}}{u_{max}^2}$  augmente lorsque  $\frac{r}{D}$  est élevé pour  $S_D$ ,  $Re_D$  fixé.

#### IV.2.3.- Contraintes de cisaillement.

Les figures 62 à 73, 75 à 86 et 87 à 98 représentent les intensités des contraintes turbulentes de cisaillement sous la forme  $\frac{\overline{u'v'}}{u_{max}^2}$ ,  $\frac{\overline{u'w'}}{u_{max}^2}$ ,  $\frac{\overline{v'w'}}{u_{max}^2}$  fonctions de  $\frac{z}{S}$  pour différentes valeurs de  $S_D$  et  $Re_D$  et avec  $\frac{H}{D}$ ,  $\frac{r}{D}$  fixés. Par contre, sur la figure 74 c'est  $\frac{r}{D}$  qui varie, les paramètres  $S_D$ ,  $Re_D$  et  $\frac{H}{D}$  étant fixés.

Ces figures montrent que les profils de  $\frac{\overline{u'v'}}{u_{max}^2}$  et  $\frac{\overline{u'w'}}{u_{max}^2}$  sont peu influencés par la variation de  $S_D$  et  $Re_D$  dans les deux régions interne et externe.

En ce qui concerne  $\frac{\overline{u'w'}}{u_{max}^2}$ , il apparaît qu'en dehors du voisinage immédiat de la paroi la présence du disque n'affecte pas cette contrainte, puisque les résultats obtenus sont presque similaires à ceux correspondant au jet tournant libre dans sa partie supérieure par rapport au disque tournant [1].

Le paramètre  $\frac{H}{D}$  a une faible influence sur  $\frac{\overline{u'v'}}{u_{max}^2}$  : à  $S_D$ ,  $Re_D$  et  $\frac{r}{D}$  donnés on constate que  $\frac{\overline{u'v'}}{u_{max}^2}$  varie légèrement dans le même sens que  $\frac{H}{D}$  (figures 62 et 65 ou 68 et 71 etc...). En revanche, pour  $S_H$ ,  $Re_H$  et  $\frac{r}{D}$  constants,  $\frac{D}{H}$  n'a pratiquement pas d'influence (figure 65 et 68 ou 66 et 69 etc...).

Les profils de  $\frac{\overline{v'w'}}{u_{max}^2}$  semblent dépendre d'une part de  $\frac{D'}{Q} = \frac{S_D}{Re_D}$ , d'autre part de  $\frac{H}{D}$  et  $\frac{r}{D}$ . Par ailleurs,  $\frac{\overline{v'w'}}{u_{max}^2}$  augmente lorsque  $\frac{D'}{Q}$  diminue pour  $\frac{H}{D}$ ,  $\frac{r}{D}$  fixés, et varie dans le même sens que  $\frac{H}{D}$  pour  $\frac{r}{D}$  et  $\frac{D'}{Q}$  donnés (figures 93 et 96 ou 94 et 97 etc...).

Les mesures de  $\overline{u'w'}$  et de  $\overline{v'w'}$  sont réalisées à l'aide d'une sonde à fils croisés. L'inconvénient de ce type de sondes est qu'elles engendrent de grandes erreurs à cause notamment de l'écart entre les deux fils et de la formation de tourbillons autour de leur broches. Cette difficulté, a déjà été signalée dans [3], [6]. Par conséquent, il est difficile d'avoir des mesures précises.

Vraisemblablement, il faudrait effectuer plusieurs mesures pour de nombreuses valeurs de  $\beta$  pour avoir des résultats meilleurs. Toutefois, dans notre cas on est limité par le temps et les capacités mémoires de l'ordinateur.

C'est probablement l'une des raisons que l'effet de  $N$  n'est pas visible sur les mesures effectuées de  $\overline{v'w'}$ , car on obtient un nuage de points qui s'entremêlent de manière incohérente quand  $N$  varie.

On remarque que pour des positions radiales élevées on obtient des valeurs de  $\frac{\overline{u'w'}}{u_{max}^2}$  et  $\frac{\overline{v'w'}}{u_{max}^2}$  différentes de certains résultats correspondant à un disque en rotation sans alimentation radiale [3]. En fait, dans [3],  $\frac{\overline{u'w'}}{u_{max}^2}$ ,  $\frac{\overline{v'w'}}{u_{max}^2}$  ne sont pas mesurés mais déduits des formules :

$$\rho \overline{u'w'} = -\mu_t \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right)$$

$$\rho \overline{u'w'} = -\mu_t \frac{\partial u}{\partial z}$$

$$\rho \overline{v'w'} = -\mu_t \frac{\partial v}{\partial z}$$

où  $\mu_t$  est supposé indépendant de l'orientation.

#### IV.3.- Echelles caractéristiques.

##### IV.3.1.- Echelle de vitesse moyenne.

L'échelle caractéristique des vitesses radiales moyennes est la vitesse maximale  $u_{max}$ , celle des vitesses tangentielles est  $2\pi n r$ .

Les figures 99 à 102 représentent  $\frac{W_0}{u_{max}}$  en fonction de  $\frac{r}{D}$  pour différentes valeurs de  $S_D$ ,  $Re_D$ , le paramètre  $\frac{H}{D}$  étant fixé. cette représentation est faite dans le but de faire la comparaison avec la courbe théorique du jet purement radial, qui est une droite [2]. Sur les figures 100 et 101 on a représenté également  $\frac{Q}{H^2 u_{max}}$  en fonction de  $\frac{r}{H}$ , pour différentes valeurs de  $S_H$ ,  $Re_H$ , avec  $\frac{D}{H}$  fixé.

On constate que lorsque  $S_D$  est petit, les résultats expérimentaux concernant  $\frac{W_0}{u_{max}}$  s'approchent de la droite correspondant au jet purement radial et cela d'autant plus que  $\frac{r}{D}$  est faible. Par contre, pour des valeurs plus grandes de  $\frac{r}{D}$ , lorsque  $S_D$  est grand, les valeurs de  $\frac{W_0}{u_{max}}$  s'écartent beaucoup plus de cette droite, du fait du changement de l'allure de ces résultats.

Le paramètre  $\frac{H}{D}$  a une faible influence sur  $\frac{W_0}{u_{max}}$  à  $S_D$  et  $Re_D$  fixés : on peut s'en rendre compte en examinant les figures 99 et 100 ou 101 et 102.

Quand on diminue  $\frac{D}{H}$  avec  $S_H$  et  $Re_H$  fixés, on constate d'abord que  $\frac{Q}{H^2 u_{max}}$  diminue dans les mêmes proportions que  $\frac{D}{H}$  et que par ailleurs, pour des positions radiales élevées, les points expérimentaux correspondant à  $S_H$  grand tardent à s'éloigner de l'allure quasi linéaire de la figure 101.

#### IV.3.2.- Echelles de longueur.

Les figures 103 à 106 représentent  $\frac{\delta}{D}$  en fonction de  $\frac{r}{D}$  avec  $S_D$ ,  $Re_D$  comme paramètres et  $\frac{H}{D}$  fixé.

Les résultats expérimentaux sont situés entre deux droites : celle correspondant au jet purement radial dont la pente est environ 0.087 [2] et celle correspondant à l'écoulement de Von Karman [1].

Là aussi on constate que lorsque  $S_D$  diminue les résultats expérimentaux de  $\frac{\delta}{D}$  s'approchent de la courbe correspondant au jet purement radial, d'autant plus que  $\frac{r}{D}$  est faible. En revanche, lorsque  $S_D$  augmente les valeurs de  $\frac{\delta}{D}$  s'approchent de celles de Von Karman, notamment pour les grandes positions radiales.

Le paramètre  $\frac{H}{D}$  n'intervient pas beaucoup, comme on peut le constater sur les figures 103 et 104 ou 105 et 106.

Dans l'autre représentation, un examen des figures 104 et 105 montre que quand on diminue  $\frac{D}{H}$  pour  $S_H$ ,  $Re_H$  fixés, les valeurs expérimentales de  $\frac{\delta}{H}$  s'approchent d'avantage de la courbe théorique correspondant au jet purement radial, d'une part et d'autre part pour des valeurs élevées de  $\frac{r}{H}$ , les points expérimentaux correspondant à  $S_H$  grand tardent à s'éloigner de l'allure quasi-linéaire de la figure 105.

#### IV.4.- Validité de l'approximation de couche limite

Les équations (I.30) à (I.32) décrivant l'écoulement dans la zone II (fig. 1) sont obtenues à partir de (I.11), ... (I.14), en négligeant certains termes dans le cadre de l'approximation de couche limite. Dans ce paragraphe, en se servant des résultats expérimentaux obtenus, on va évaluer l'ordre de grandeur des termes négligés afin de justifier cette approximation.

En utilisant (I.11), on peut écrire l'équation (I.14) sous la forme suivante :

$$(IV.1) \quad \frac{\partial}{\partial z} \left( w^2 + \overline{w'^2} - \nu \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r (uw + \overline{u'w'}) \right] = 0$$

De l'équation de continuité, on déduit que  $w$  est de l'ordre de  $\frac{\delta}{r} u_{max}$ .

Les résultats expérimentaux correspondant à l'épaisseur du jet sont compris entre deux droites. La première, d'équation  $\frac{\delta}{r} \approx 0.087$ , correspond

au jet purement radial. La seconde est celle de l'écoulement produit par un disque en rotation sans alimentation radiale :  $\frac{S}{r} \approx 0.02$ .

Le terme  $\nu \frac{\partial w}{\partial z}$  représente l'effet de la viscosité. On va le comparer à  $w^2$ , en évaluant l'ordre de grandeur du rapport  $\nu \frac{\partial w}{\partial z} / w^2$ . Pour le jet purement radial ce rapport est d'ordre  $10^{-3}$ . En revanche, pour un jet dû à un disque en rotation sans alimentation radiale il est de l'ordre de  $0.5 \cdot 10^{-2}$ .

Sur les figures 103 à 106 on constate que les résultats expérimentaux obtenus sont loin de la seconde droite. On en déduit que le terme de viscosité peut être négligé. Cela étant, en intégrant (IV.1) de  $z$  à l'infini, on obtient :

$$\frac{p - p_0}{\rho} = \frac{1}{r} \int_z^\infty \frac{\partial}{\partial r} \left[ r (uw + \overline{u'w'}) \right] dz + (w_0^2 - w^2) - \overline{w'^2}$$

Généralement dans les écoulements turbulents de cisaillement les trois composantes normales du tenseur de Reynolds sont du même ordre de grandeur [18], donc il convient de supposer que  $\overline{w'^2}$  est du même ordre de grandeur que  $\overline{u'^2}$ . D'après les résultats expérimentaux,  $\overline{u'w'} \sim 0.023 u_{max}^2$ ,  $uw \sim 0.087 u_{max}^2$  dans le cas de faibles positions radiales, et dans le cas des grandes valeurs de  $\frac{r}{D}$  et (ou)  $S_D$  et  $Re_D$   $\overline{u'w'} \sim 0.023 u_{max}^2$ ,  $uw \sim 0.02 u_{max}^2$ . En admettant  $w_0 \sim w(z)$ , le terme de pression devient de l'ordre de  $-0.21 u_{max}^2$  dans le premier cas et de  $-0.151 u_{max}^2$  dans le second cas.

On peut aussi écrire l'équation (I.12) sous la forme suivante, en utilisant l'équation de continuité.

$$(IV.2) \quad \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{2} u^2 + \overline{u'^2} + \frac{p - p_0}{\rho} \right) + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2}{r} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{\partial u}{\partial z} - \overline{u'w'} \right) + \frac{\overline{w'^2} - \overline{u'^2}}{r}$$



Les mesures effectuées montrent que pour les grandes positions radiales et les grandes valeurs de  $S_D$ ,  $\overline{v'^2}$  est à peu près du même ordre que  $\overline{u'^2}$ . On en conclut que le dernier terme de (IV.2) peut être négligé. En revanche, pour les faibles positions radiales  $\overline{v'^2}$  est de l'ordre de 0.5  $\overline{u'^2}$ . Comme par ailleurs  $\overline{u'^2}$  est de l'ordre de  $0.2 \frac{u_{max}^2}{r}$ , on déduit que  $\frac{\overline{v'^2} - \overline{u'^2}}{r}$  est d'ordre  $-0.1 \frac{u_{max}^2}{r}$ .

Les ordres de grandeur de  $\frac{\overline{u'^2}}{r} / \frac{u^2}{2}$  et de  $\frac{p-p_0}{\rho} / \frac{u^2}{2}$  sont de 0.4 et -0.42 dans le cas de faibles valeurs de  $\frac{r}{D}$  et 0.3 et -0.302 dans le cas contraire et pour des grandes valeurs de  $S_D$ . En négligeant  $\frac{\overline{v'^2} - \overline{u'^2}}{r}$  et  $\overline{u'^2} + \frac{p-p_0}{\rho}$ , on commet une erreur ne dépassant pas 1 % dans le premier cas et 10.0 % dans le second.

De la même manière l'équation (I.13) peut s'écrire :

$$(IV.3) \quad \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r^2 (uv + \overline{u'v'}) \right] + \frac{\partial(vw)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( v \frac{\partial v}{\partial z} - \overline{v'w'} \right)$$

$\overline{u'v'}$  est de l'ordre de  $0.04 \frac{u_{max}^2}{r}$  environ. Le rapport  $\frac{\overline{u'v'}}{uv}$  est donc d'ordre  $0.04 \frac{u_{max}}{v_{max}}$ . Or,  $u_{max}$  est toujours inférieure à  $v_{max}$  (on a  $u_{max} \sim v_{max}$  pour  $r$  petit). Par conséquent on a  $\overline{u'v'} \sim 0.04 uv$ . Ainsi en négligeant  $\frac{\overline{u'v'}}{uv}$  on commet une erreur inférieure ou égale à 4 %.

De l'analyse des ordres de grandeur des différents termes des équations de la dynamique on peut conclure que les approximations de couche limite appliquées à notre problème entraîne des erreurs, notamment pour la projection radiale.

Pour obtenir une précision meilleure, les équations (I.12) et (I.13) doivent être remplacées par :

$$(IV.4) \quad u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{v^2 + v'^2}{r} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\tau_{rz}}{\rho} - \overline{u'w'} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial r \overline{u'^2}}{\partial r} + \frac{\partial \overline{w'^2}}{\partial r}$$

$$(IV.5) \quad u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{uv}{r} = \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\tau_{\theta z}}{\rho} - \overline{v'w'} \right) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \overline{u'v'})$$

### CONCLUSION

L'étude expérimentale décrite dans ce mémoire est consacrée au domaine du jet pariétal développé, créé sur un disque en rotation par l'impact d'un jet rond, coaxial.

Les mesures ont été faites par anémométrie à fil chaud. Elles fournissent les vitesses moyennes radiale  $u$  et tangentielles  $v$ , ainsi que les contraintes de Reynolds  $\overline{u'^2}$ ,  $\overline{v'^2}$ ,  $\overline{u'v'}$ ,  $\overline{u'w'}$  et  $\overline{v'w'}$ .

On distingue usuellement deux zones, l'une proche de la paroi qui est sous influence directe de celle-ci, et une autre, éloignée de la paroi et ayant les caractéristiques de la turbulence libre.

L'analyse dimensionnelle du problème a permis de dégager trois paramètres sans dimensions caractéristiques : un nombre de Reynolds  $Re$ , un nombre de rotation  $S$  et le rapport entre les longueurs  $D$ , diamètre du jet axial et  $H$ , distance de ce jet au disque. Suivant que l'on prend pour grandeurs primaires  $D$  ou  $H$  on a les paramètres  $Re_D = \frac{ND^2}{\nu}$ ,  $S_D = \frac{ND^3}{Q}$  et  $\frac{H}{D}$  d'une part et d'autre part :  $Re_H = \frac{NH^2}{\nu}$ ,  $S_H = \frac{NH^3}{Q}$  et  $\frac{D}{H}$ .

Lorsqu'on utilise la seconde représentation pour tracer les résultats expérimentaux on constate que l'influence du paramètre  $\frac{D}{H}$  est faible pour  $\frac{u}{u_{max}}$ ,  $\frac{v}{u_{max}}$ ,  $\frac{\overline{u'w'}}{u_{max}^2}$ ,  $\frac{\overline{u'w'}}{u_{max}^2}$  et  $\frac{\overline{v'w'}}{u_{max}^2}$ . Tout se passe comme si on avait  $D=0$ , ce qui veut dire que pour ces grandeurs le jet axial peut être défini par la donnée de  $H$  et de son débit  $Q$ , et non pas de  $H$ , de  $D$  et de  $Q$ . Pour ce qui est de  $\frac{\overline{v'^2}}{u_{max}^2}$  l'effet de  $\frac{D}{H}$  est un peu plus apparent pour les grandes valeurs de  $S_H$ ,  $Re_H$  ainsi que  $\frac{r}{H}$ . Quant à  $\frac{\overline{u'^2}}{u_{max}^2}$ , l'effet de  $\frac{D}{H}$  et non seulement plus apparent pour les grandes positions radiales avec  $S_H$  et  $Re_H$  élevés,

mais également à proximité de l'axe du disque quand ces derniers paramètres sont faibles. D'autres simplifications apparaissent en ce qui concerne  $v$ ,  $\overline{u'v'}$  et  $\overline{u'w'}$ . Pour  $\frac{v}{v_{\max}} = \frac{v}{-Rr}$  on constate que la rotation  $N$  n'intervient pas et que par suite cette quantité ne dépend pas des paramètres  $S_H$  et  $Re_H$  mais de leur rapport  $\frac{Q}{\gamma H}$ . Quant à  $\frac{\overline{u'v'}}{u_{\max}^2}$  et  $\frac{\overline{u'w'}}{u_{\max}^2}$  l'expérience montre qu'elles ne dépendent ni de  $S_H$ , ni de  $Re_H$  et que leur variation en fonction de la distance à l'axe est très faible.

Concernant  $\frac{Q}{H^2 u_{\max}}$  et l'épaisseur du jet  $\delta$ , on s'aperçoit que  $\frac{\delta}{H}$  a un effet important. En plus de la confirmation du caractère linéaire des résultats expérimentaux, apparent pour des positions radiales élevés,

$\frac{Q}{H^2 u_{\max}}$  est réduit dans les mêmes proportions que  $\frac{\delta}{H}$ .

Enfin  $\frac{u}{u_{\max}}$  présente une similitude pour une position radiale donnée, notamment lorsque celle-ci est faible.

Habituellement, on utilise pour tous les écoulements de cisaillement les approximations de la couche limite. Nos expériences ont permis d'évaluer les ordres de grandeurs des termes négligés lorsque cette approximation est adoptée. On constate que les équations simplifiées de la dynamique sont légèrement erronées, surtout dans le sens radial, à cause du fait qu'on a négligé les termes des contraintes turbulentes.

Enfin, certains auteurs préconisent pour les contraintes  $\overline{u'v'}$ ,  $\overline{u'w'}$  et  $\overline{v'w'}$  les formules suivantes :

$$\rho \overline{u'v'} = -\mu_t \left( \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right), \quad \rho \overline{u'w'} = -\mu_t \frac{\partial u}{\partial z}, \quad \rho \overline{v'w'} = -\mu_t \frac{\partial v}{\partial z}$$

on constate ici que, comme pour le jet purement radial [6] ces formules ne sont pas satisfaites par nos expériences.

## REFERENCES

- [1] MUHE H. "Jets tournants libre et pariétal". Thèse de Docteur-Ingénieur, Université de Lille (1982).
- [2] N. RAJARATNAM "Turbulent jets". Elsevier Scientific Publishing Company, 1976.
- [3] F.F. ERIAN et Y.H. TONG "Turbulent flow due to a rotating disk". The Physics of fluids, 1971, vol. 14, n° 12, pp. 2588, 2591.
- [4] T. CEBECI et D.E. ABBOTT "Boundary layer on a rotating disk". A.I.A.A. Journal, 1975, vol. 13, n° 6, pp. 829, 832.
- [5] T.S. CHAM et M.R. HEAD "Turbulent boundary layer flow on a rotating disk". J. Fluid Mech. 1969, vol. 37, part 1, pp. 129-147.
- [6] M. POREH, Y. G. TSUEI et J.E. CERMAK "Investigation of turbulent radial wall jet", J. Applied Mechanics A.S.M.E., 1967, pp. 457-463.
- [7] L.J.S. BRADBURY "The impact of an axisymmetric jet onto a normal ground". Mechanical Engineering Department, University of Surrey. May 1972, pp. 141-147.
- [8] M.H. ROGERS, G.N. LANCE "The rotationally symmetric flow of a viscous fluid in the presence of an infinite rotating disk". J. Fluid Mech. 1959, pp. 617-630.

- [9] P. COOPER "Turbulent boundary Layer on a rotating disk Calculated with an effective viscosity". A.I.A.A. Journal, 1971, pp. 255-261.
- [10] M.B. GLAUERT "The wall jet". J. Fluid Mech. 1956, vol. 1, pp. 625-643.
- [11] P.O. WITZE et H.A. DWYER "The turbulent radial jet". J. Fluid Mech., 1976, vol. 75, Part 3, pp. 401-417.
- [12] J.F. BRADY, L. DURLOFSKY "On rotating disk flow". J. Fluid Mech. (1987) vol. 175, pp. 363-394.
- [13] P. FLORENT "Sur une nouvelle représentation analytique du profil des vitesses dans un jet subsonique turbulent à symétrie de révolution débouchant dans une atmosphère initialement immobile". Journal de Mécanique vol. 4, n° 2, pp. 161-189, Juin 65.
- [14] S. ESKINAZI "Ecoulements turbulents avec production négative d'énergie", Journal de mécanique, vol.3, n°3, pp.313-322, sept. 1964.
- [15] F. SPETTEL, J. MATHIEU et J.F. BRISON "Tensions de Reynolds et production d'énergie cinétique turbulente dans les jets pariétaux sur parois planes et concaves", Journal de Mécanique, vol. 11, n° 3, pp. 403-425, sept. 1972.
- [16] A. TAILLAND "Contribution à l'étude d'un jet plan dirigé tangentiellement à une paroi plane", Thèse de Doctorat, Université de Lyon (1970)

- [17] L.A. DORFMAN "Hydrodynamic resistance an heat of rotating solids".  
1963, OLIVER and BOYD L.T.D.
- [18] J.O. HINZE "Turbulence" Mc Graw-Hill, 1975.
- [19] A. TAILLAND et J. MATHIEU "Jet pariétal" journal de mécanique, vol. 6,  
n° 1, pp. 103-131, Mars 1967.
- [20] H. NAJI "Modélisation et calcul de l'écoulement turbulent dans un jet  
tournant libre". Thèse de 3ème cycle. Université de Lille I (1984).
- [21] L. LABRAGA "Etude de l'établissement du régime turbulent entre deux parois  
parallèles". Thèse 3ème cycle. Université de Lille (1984).
- [22] A. DYMENT "Introduction à la mécanique des fluides." " "  
de Lille. Fascicule 8 et 12.
- [23] C. TOURNIER "Analyse dimensionnelle". Polycopié, Université de Lille I.
- [24] M. MUHE "Propriétés moyennes de l'écoulement dans un jet tournant libre".  
C.R. Acad. Sc. Paris, t. 303, Série II, n° 16, 1986, pp. 1409-1412.
- [25] H. MUHE "Les contraintes de Reynolds dans l'écoulement de jet tournant  
libre". C.R. Acad. Sc. Paris, t. 303, Série II, n° 17, 1986,  
pp. 1533-1536.

- [26] M. LEYDET "Etude théorique et expérimentale de l'écoulement turbulent entre un disque fixe et un disque en rotation avec soufflage à travers un orifice situé au centre du disque fixe". C.R. Acad. Sc. Paris, t. 277, 1973, pp. 919-922.
- [27] R.Kh. ZEYTOUNIAN "Equations, conditions et problèmes de la mécanique des fluides". Université de Lille I, 1976-1977.
- [28] A. DYMENT "Formulation asymptotique des écoulements d'un fluide incompressible entre deux disques coaxiaux voisins en rotation". C. R. Acad. Sc. Paris, t. 292, 1981, pp. 129-132.



ANNEXE AMETHODE DE MESURE PAR ANEMOMETRIE A FIL CHAUD

La tension ( $E$ ) à la sortie de l'anémomètre à température constante est une fonction de la vitesse  $u_e$  qui produit le refroidissement effectif du fil de la sonde. Elle est donnée par la loi de King :  $E = a + b u_e^n$ , où  $a$ ,  $b$  et  $n$  sont des constantes dont les valeurs dépendent des propriétés du fil. Le caractère de cette loi est non linéaire; il est donc compliqué de déduire instantanément  $u_e$ . C'est pourquoi l'utilisation d'un linéarisateur est indispensable.

Le linéarisateur réalise la fonction de transfert suivante

$$(a_1) \quad y = 10 \frac{A + Bx + Hx^2}{E_{\max} - E_0} + Cx + D$$

avec  $x = 10 \frac{E - E_0}{E_{\max} - E_0}$ ,  $y = \frac{10 u}{u_{\max}}$ ,

$E_0$  : tension qui correspond à la vitesse de refroidissement nulle,

$E_{\max}$  : tension qui correspond à la vitesse de refroidissement maximale.

Le choix convenable des constantes  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  et  $H$  permet d'avoir un signal de sortie  $y$  proportionnel à la vitesse de refroidissement du fil. Un programme a été mis au point pour le calcul de ces coefficients, dont la précision dépend de l'étalonnage de la sonde.

### A.1.- Etalonnage de la sonde.

L'étalonnage de la sonde s'effectue dans le noyau d'un jet libre circulaire. La sonde et un tube de pitot sont placés dans une même section pour avoir la même vitesse. La sonde est reliée à l'anémomètre à température constante dont la tension de sortie est affichée digitalement sur le module 56 N 22 (Mean Value Unit).

Le tube de pitot donne la pression cinétique qu'on relève sur un manomètre miniscopique de type Debro dont la précision est  $\pm 0.01$  mm d'eau.

Pour une vitesse de jet  $u_e$  on a une hauteur manométrique  $h$  : on en déduit  $u_e$  par la relation  $u_e = \sqrt{\frac{2 \rho_f g h}{\rho_a}}$  où  $\rho_f$  et  $\rho_a$  sont respectivement la densité de l'air et de l'eau et  $g$  l'accélération de la pesanteur.

A cette vitesse correspond donc une intensité  $E$ .

Pour avoir une bonne courbe d'étalonnage il suffit de faire varier la vitesse de sortie du jet et d'exécuter plusieurs essais.

Une fois  $A, B, C, D, H, E_0$  et  $E_{max}$  sont connus, on les introduit dans le module 56 N 21 en suivant correctement les étapes indiquées sur la documentation DANTEC.

### A.2.- Calcul des vitesses moyennes et du tenseur de Reynolds.

La vitesse de refroidissement effective du fil de la sonde est donnée par : [ 1 ], fig. a.

$$(a_2) \quad u_e^2 = u_0^2 + K^2 u_T^2 + H^2 u_N^2$$

avec :

$u_B$  : composante de la vitesse normale au fil suivant l'axe de la sonde.

$u_T$  : composante de la vitesse tangentielle du fil,

$u_N$  : composante de la vitesse perpendiculaire à  $(u_B, u_T)$ .

$K$  et  $H$  sont des constantes qui caractérisent les sensibilités directionnelles du fil pour les vitesses  $u_T$  et  $u_B$  respectivement

#### A.2.1.- Mesure de $u$ , $v$ , $\overline{u^2 v^2}$ , $\overline{u^4}$ , $\overline{v^4}$ .

On a préféré utiliser la sonde du type 55 P 15. Elle présente, entre autres, l'avantage de minimiser la formation de tourbillons autour des deux broches.

L'axe du support de la sonde est perpendiculaire à la surface du disque.

On peut, en conséquence négliger l'effet de  $u_B$ .

L'expression de  $u_e$  devient :

$$u_e^2 = H^2 u_N^2 + K^2 u_T^2$$

Pour déterminer  $u_N$  et  $u_T$ , on a pris deux séries de mesures :

a) le fil est perpendiculaire à l'axe radial d'où

(a<sub>3</sub>)

$$u_{e_1}^2(i) = H^2 u_i^2 + K^2 v_i^2$$

Dans ce cas  $u_N = u_i$  et  $u_T = v_i$ .

En un point on a pris plusieurs mesures, c'est pourquoi on a indiqué les différents paramètres.

b) Le fil est parallèle à l'axe radial

$$(a_4) \quad u_{e_2}^2(i) = H^2 v_i^2 + K^2 u_i^2$$

Ici  $u_N = v_i$  et  $u_T = u_i$ .

A partir de (a<sub>3</sub>) et (a<sub>4</sub>) on déduit :

$$u_i = \sqrt{\frac{H^2 u_{e_1}^2(i) - K^2 u_{e_2}^2(i)}{H^4 - K^4}}, \quad v_i = \sqrt{\frac{H^2 u_{e_2}^2(i) - K^2 u_{e_1}^2(i)}{H^4 - K^4}}$$

$$u = \frac{\sum_{i=1}^{N_u} u_i}{N_u}, \quad v = \frac{\sum_{i=1}^{N_u} v_i}{N_u}$$

$$\overline{u^2} = \frac{\sum_{i=1}^{N_u} (u - u_i)^2}{N_u}, \quad \overline{v^2} = \frac{\sum_{i=1}^{N_u} (v - v_i)^2}{N_u}, \quad \overline{u'v'} = \frac{\sum_{i=1}^{N_u} (u - u_i)(v - v_i)}{N_u}$$

où  $N_u$  est le nombre de mesures faites.

A.2.2.- Mesure de  $\overline{u'w'}$  et  $\overline{v'w'}$ .

On a utilisé une sonde à fils croisés du type 55 P 61. L'axe de son support est perpendiculaire à la surface du disque.

On a effectué également deux séries de mesures.

a) La projection des deux fils sur le plan du disque est parallèle à l'axe radial :

Par projection [ 1 ]:

$$\overline{u'w'} = \frac{\overline{u_{e1}^2}(45) - \overline{u_{e1}^2}(-45)}{2}$$

avec

$$\overline{u_{e1}^2}(45) = \frac{\sum_{i=1}^{Nu} (u_{e_i}(45) - u_e(45))^2}{Nu}$$

$$\overline{u_{e1}^2}(-45) = \frac{\sum_{i=1}^{Nu} (u_{e_i}(-45) - u_e(-45))^2}{Nu}$$

$$u_e(45) = \frac{\sum_{i=1}^{Nu} u_{e_i}(45)}{Nu}, \quad u_e(-45) = \frac{\sum_{i=1}^{Nu} u_{e_i}(-45)}{Nu}$$

$u_{e_i}(45)$ ,  $u_{e_i}(-45)$  sont les vitesses de refroidissement effectives respectivement pour  $\theta = 45^\circ$  et  $\theta = -45^\circ$  (fig. b).

b) La projection des deux fils sur le plan du disque est perpendiculaire à l'axe radial.

$$\overline{v'w'} = \frac{\overline{u'_2}(45) - \overline{u'_2}(-45)}{2}$$

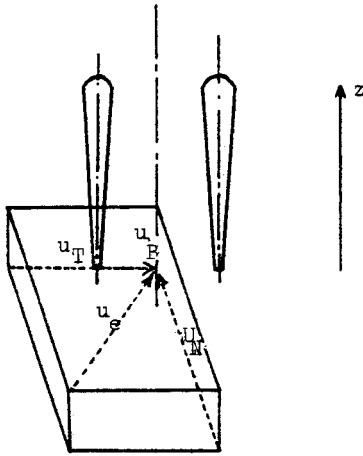


Figure a

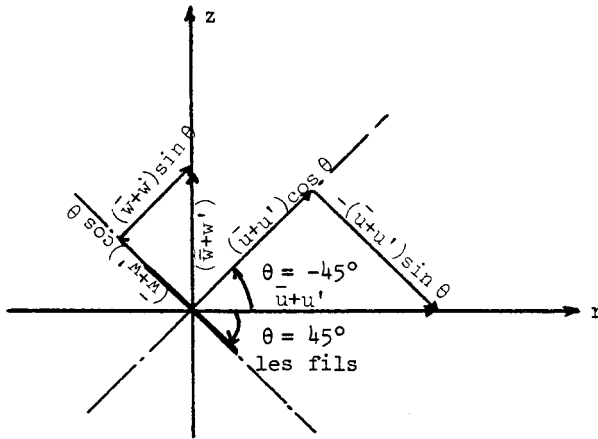


figure b

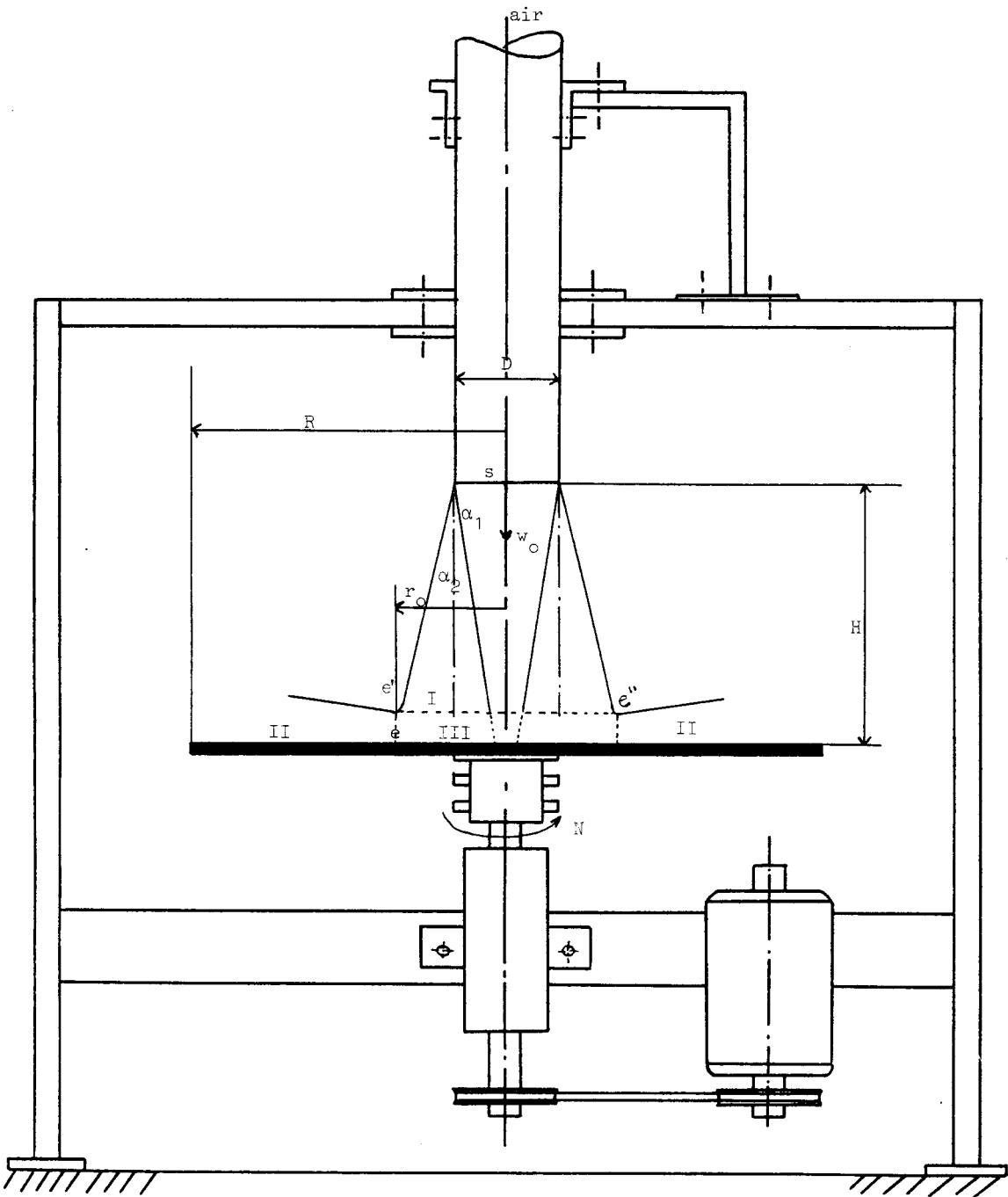


Figure 1



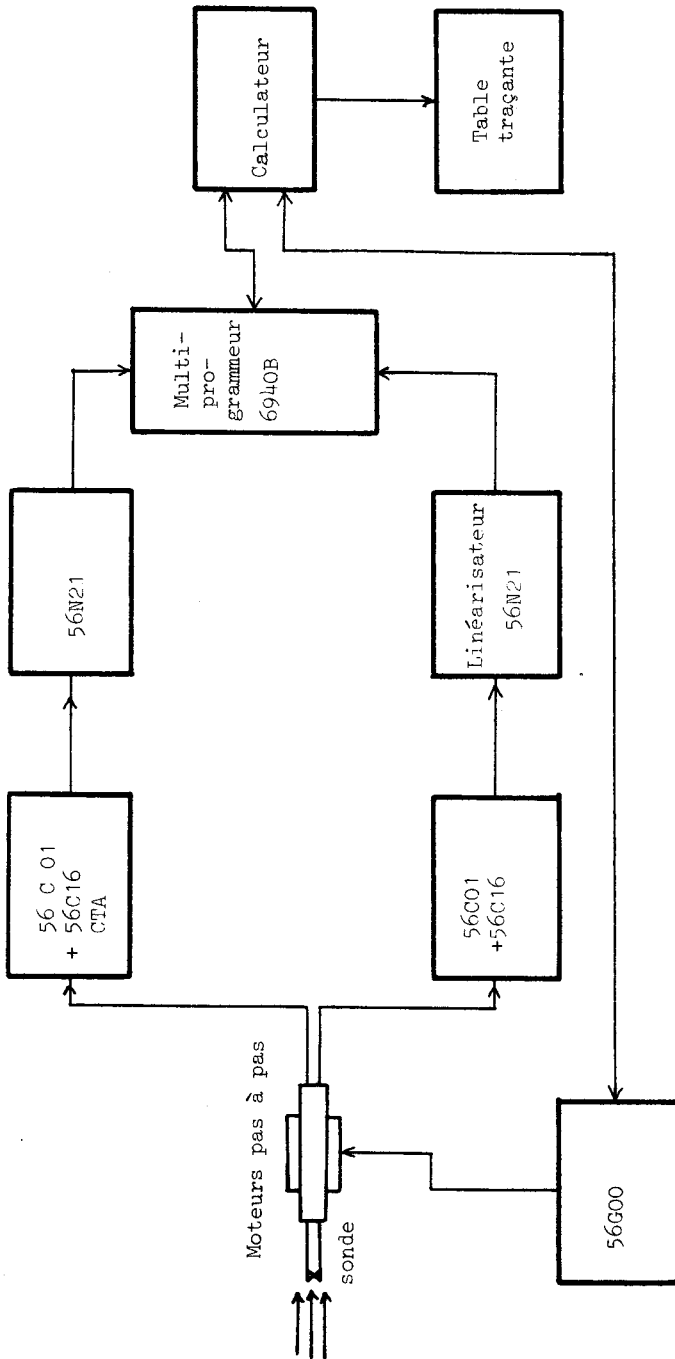


Figure 2

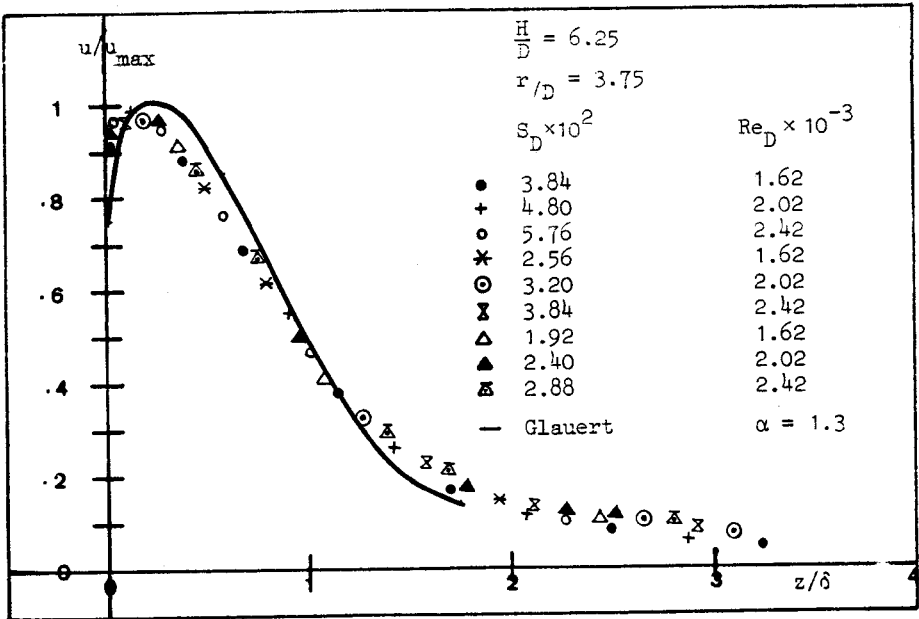


Figure 3

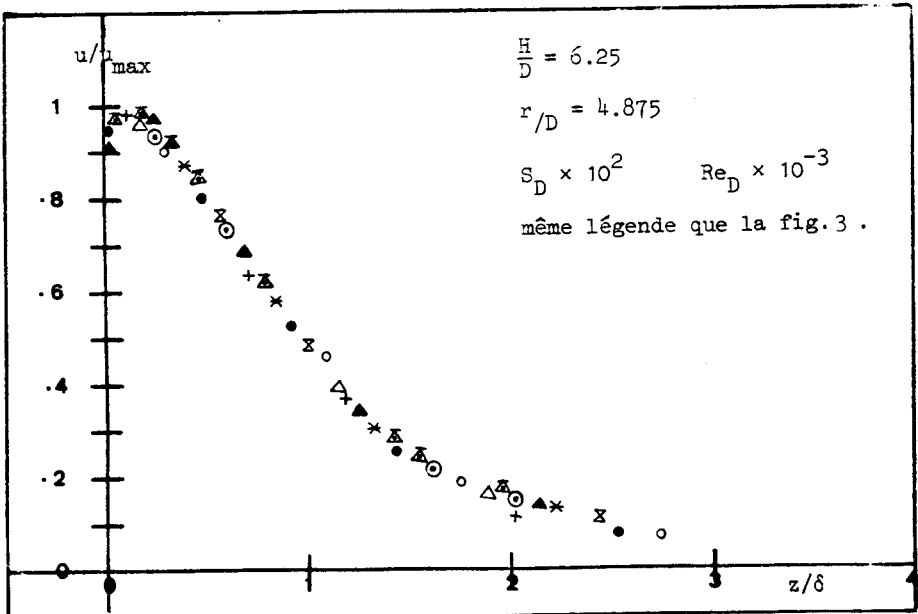


Figure 4

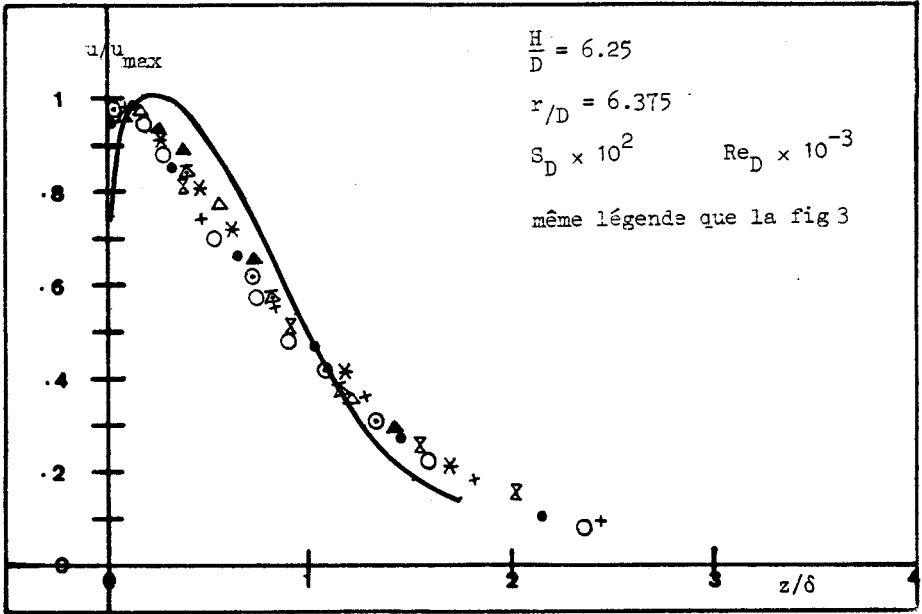


Figure 5

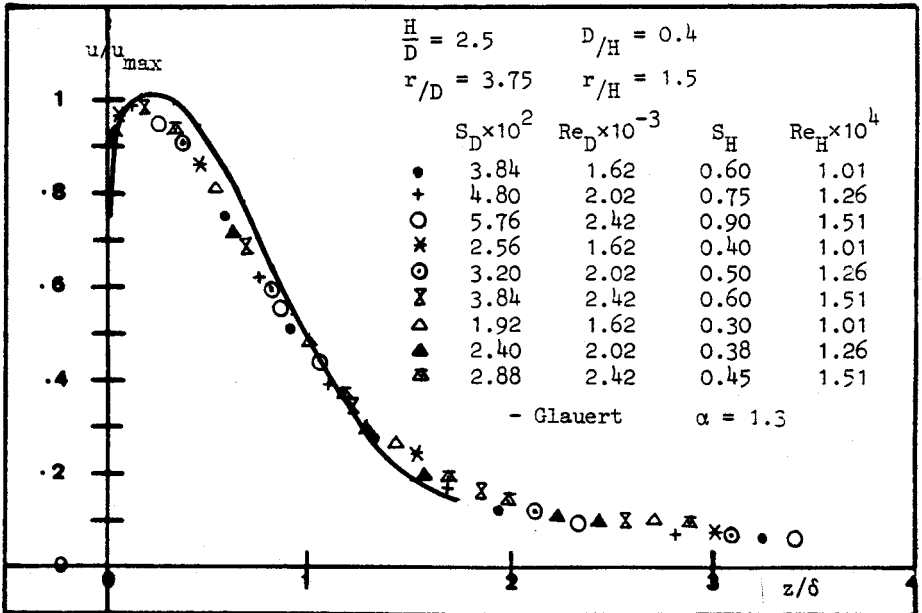


Figure 6

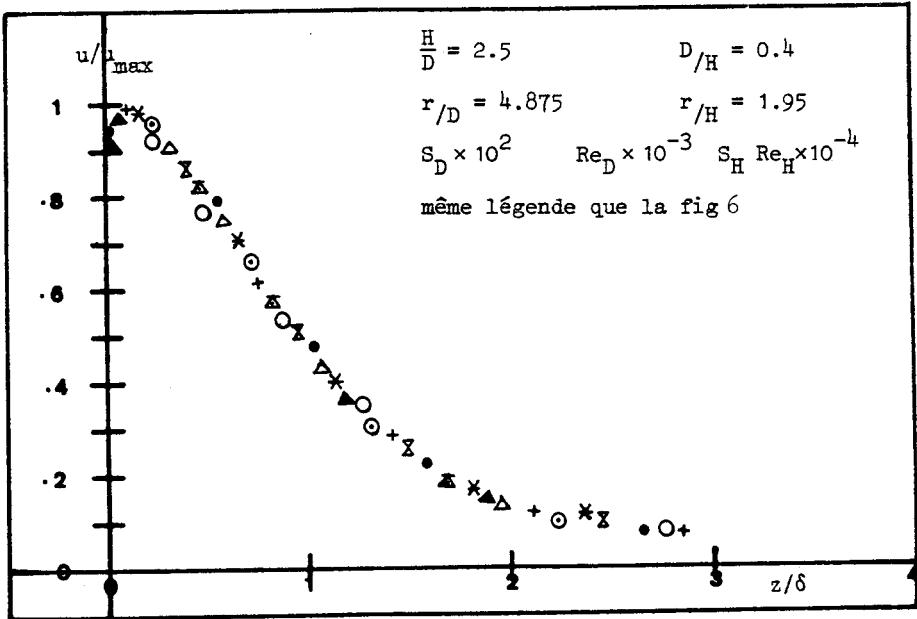


Figure 7

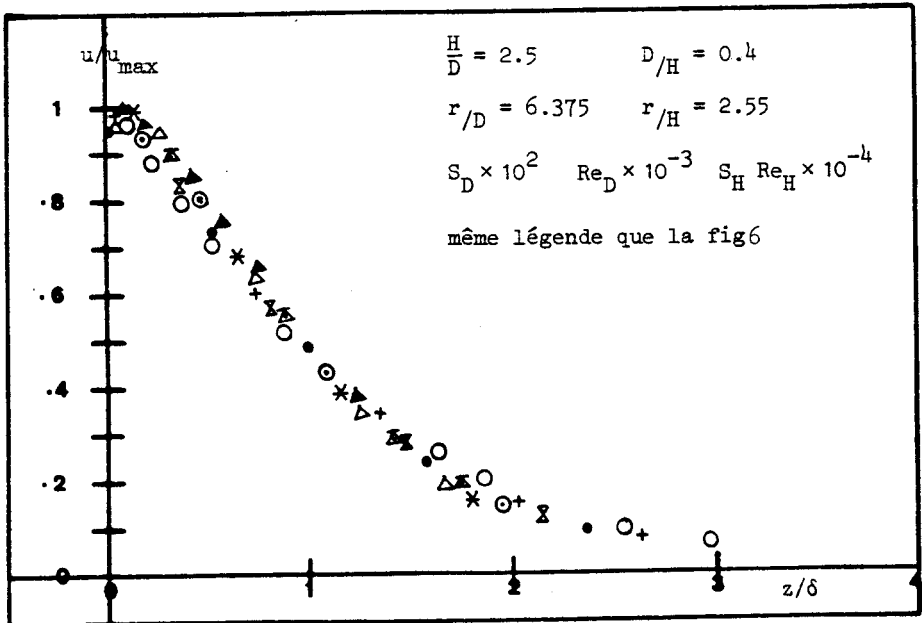


Figure 8

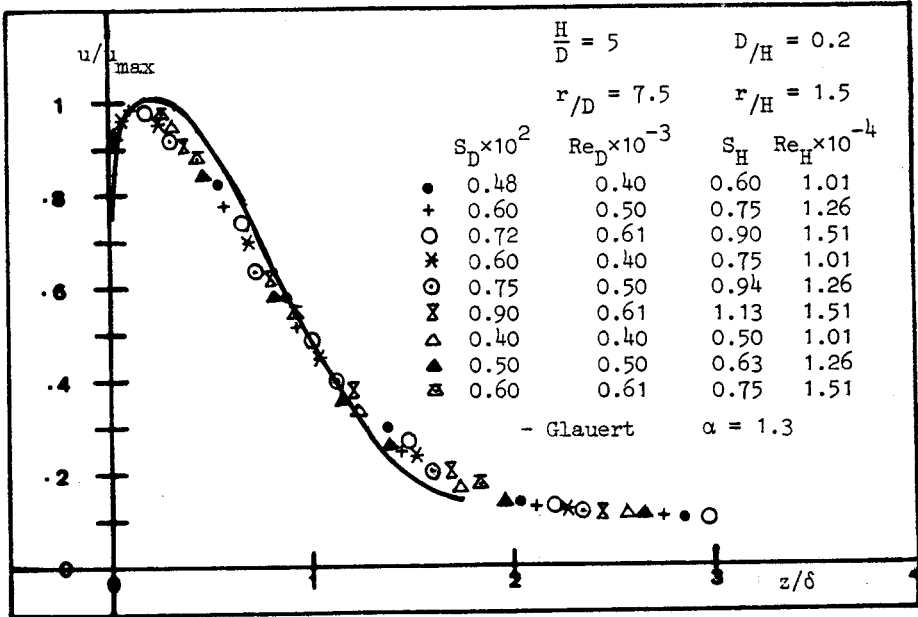


Figure 9

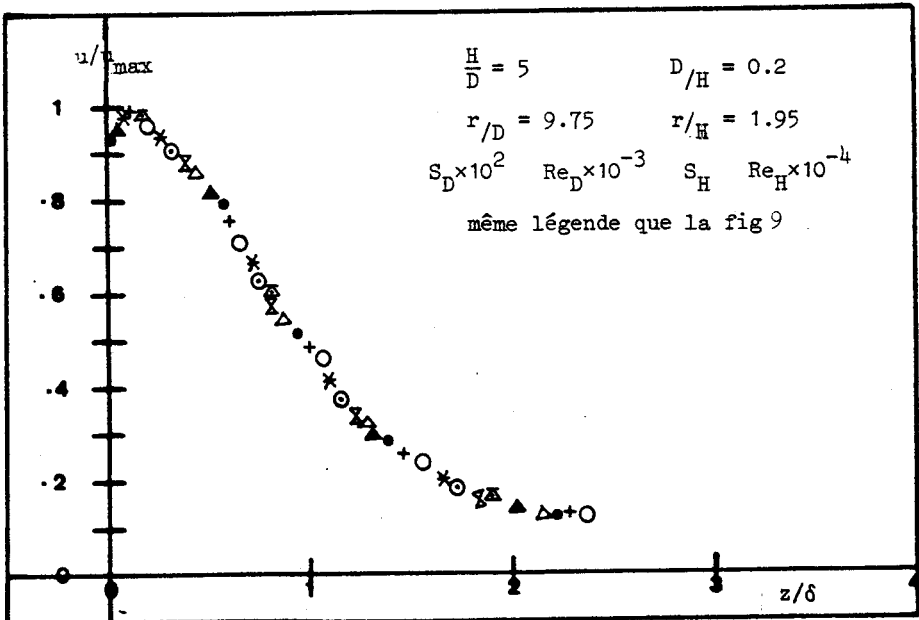


Figure 10

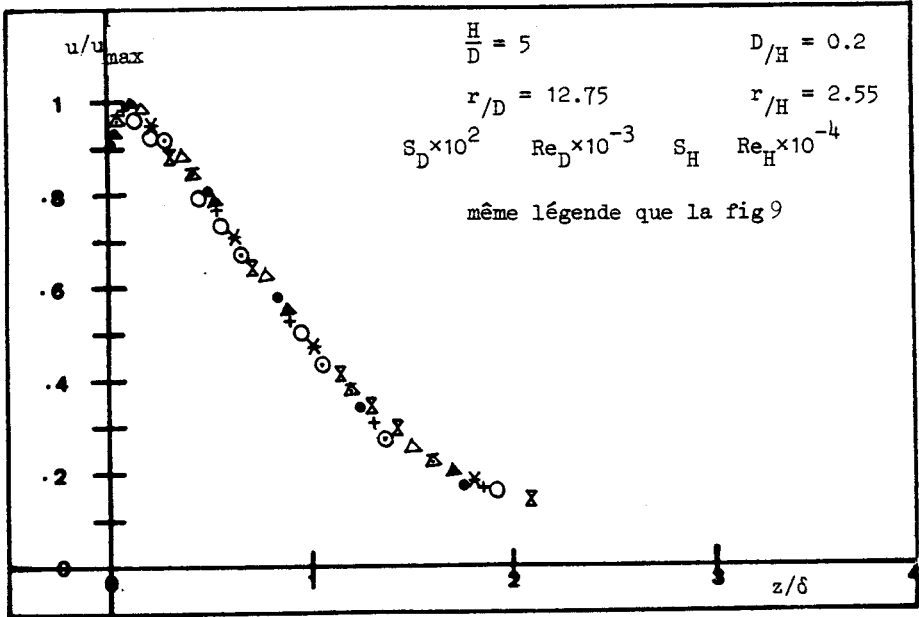


Figure 11

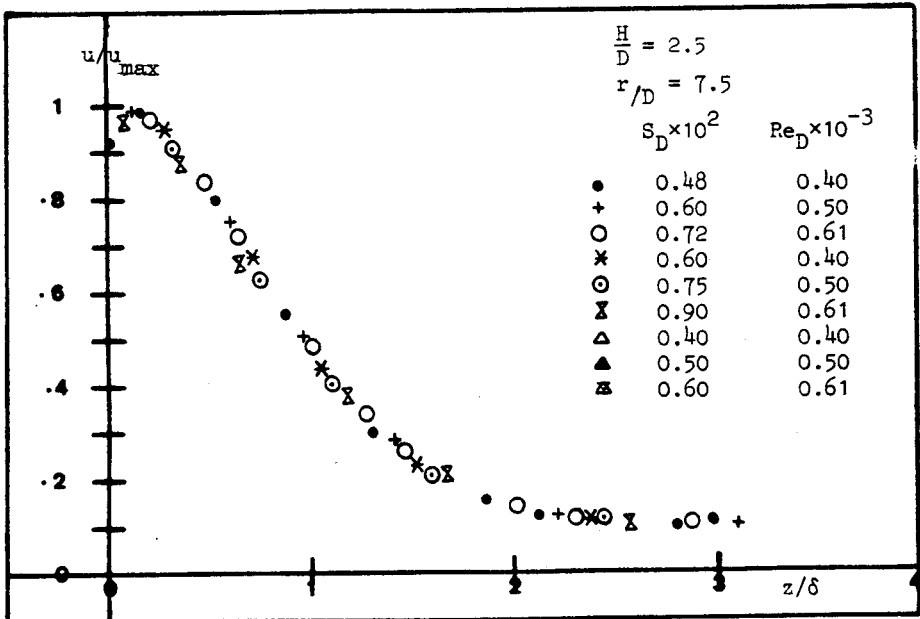


Figure 12

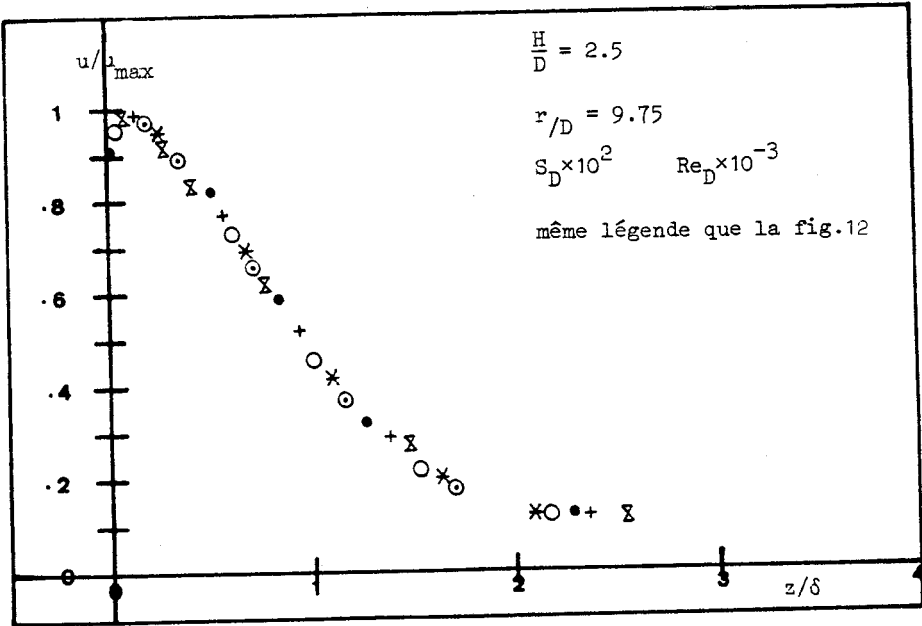


Figure 13

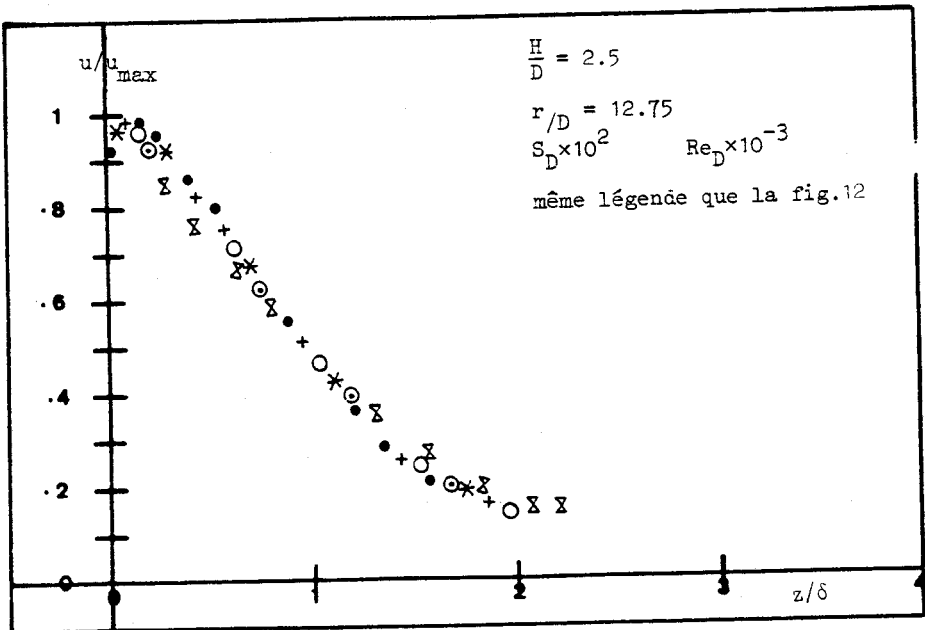


Figure 14

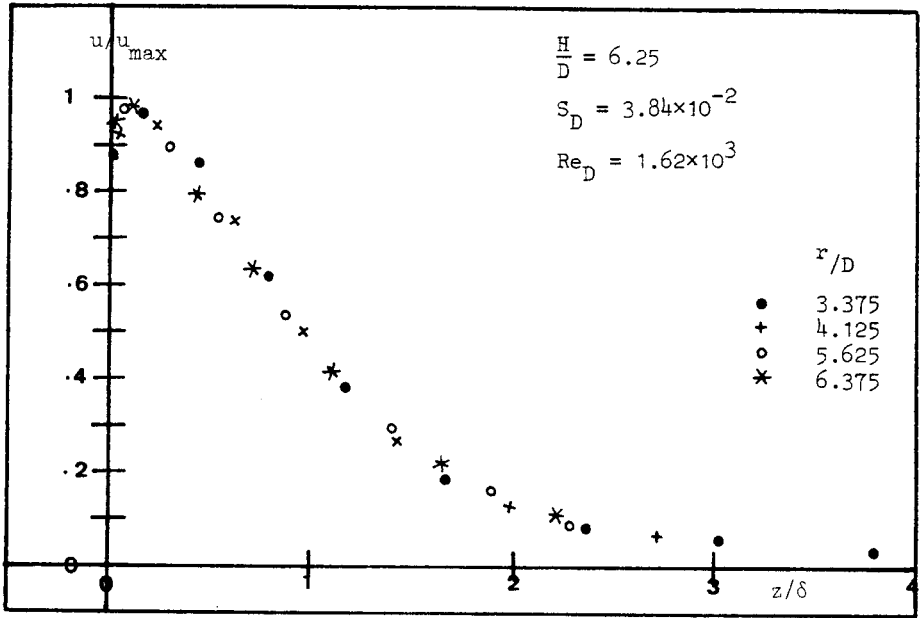


Figure 15



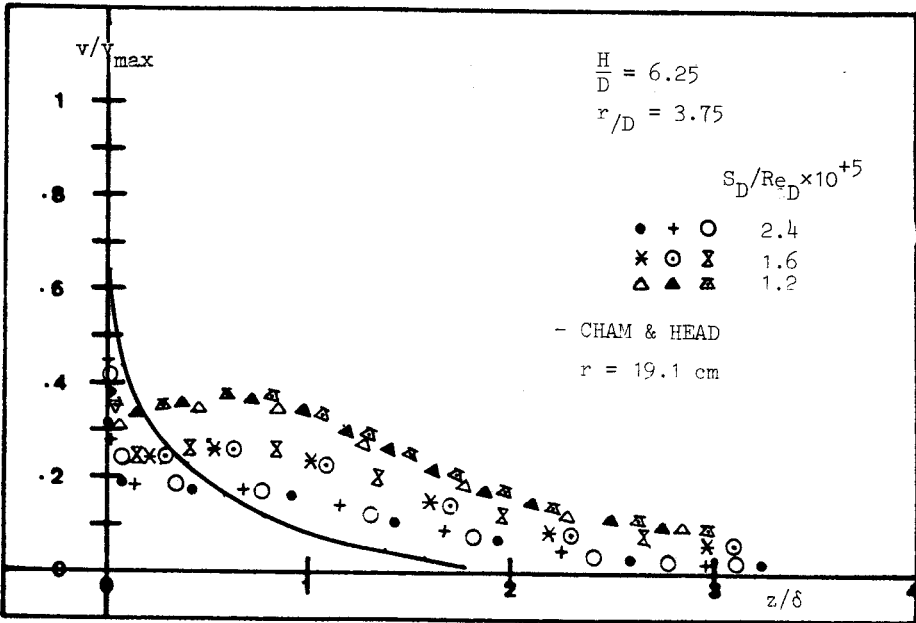


Figure 16

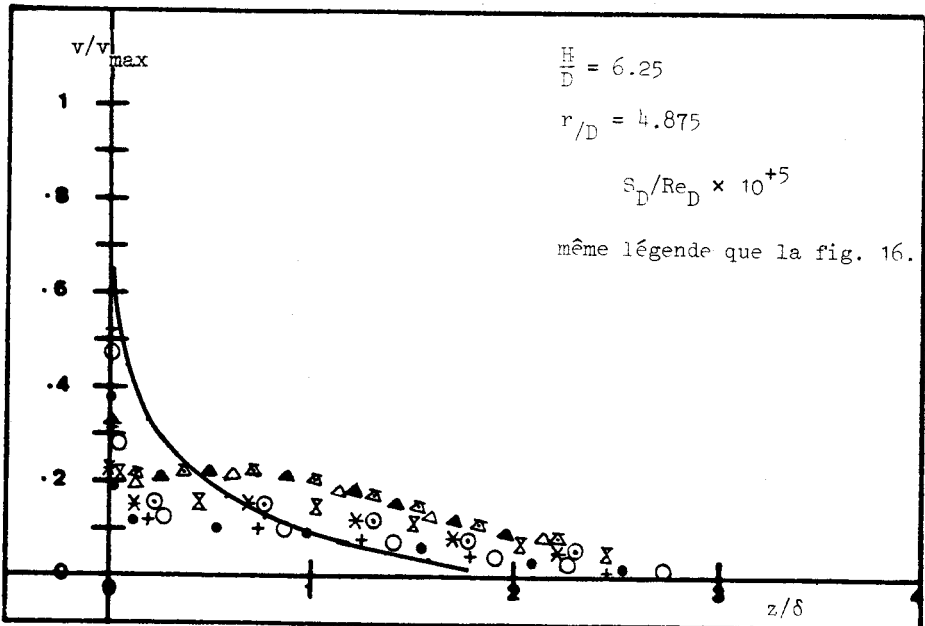


Figure 17

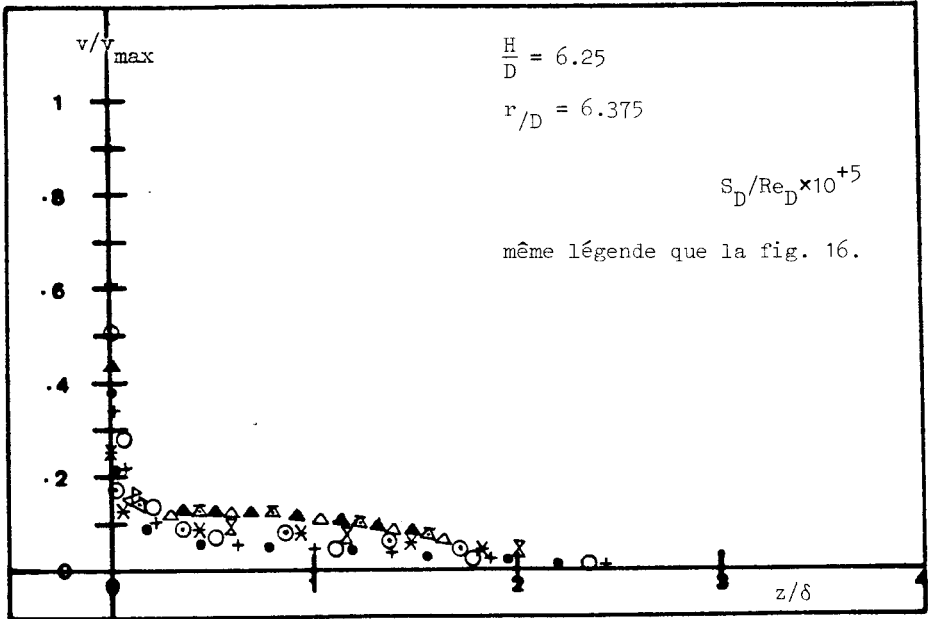


Figure 18

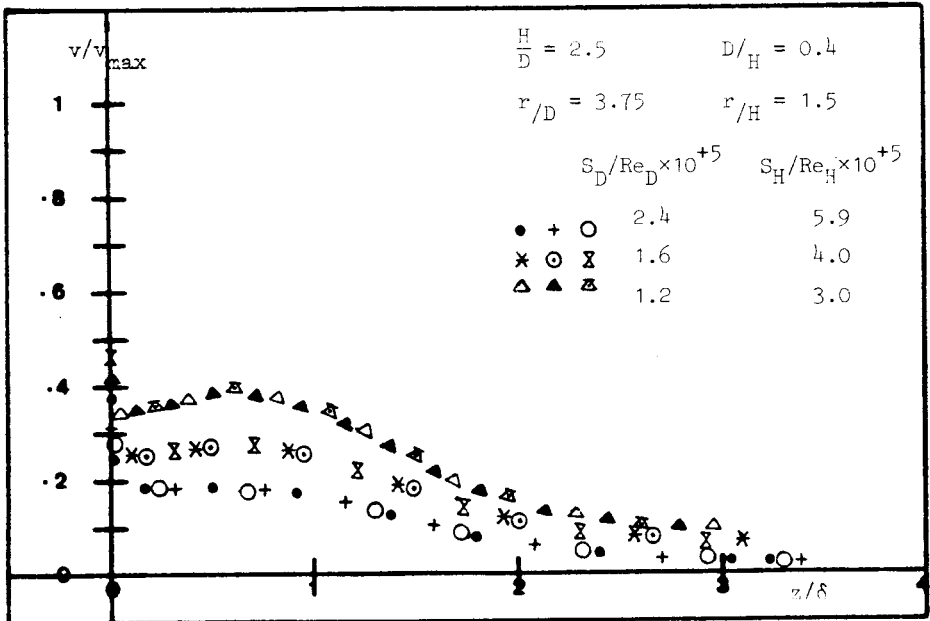


Figure 19

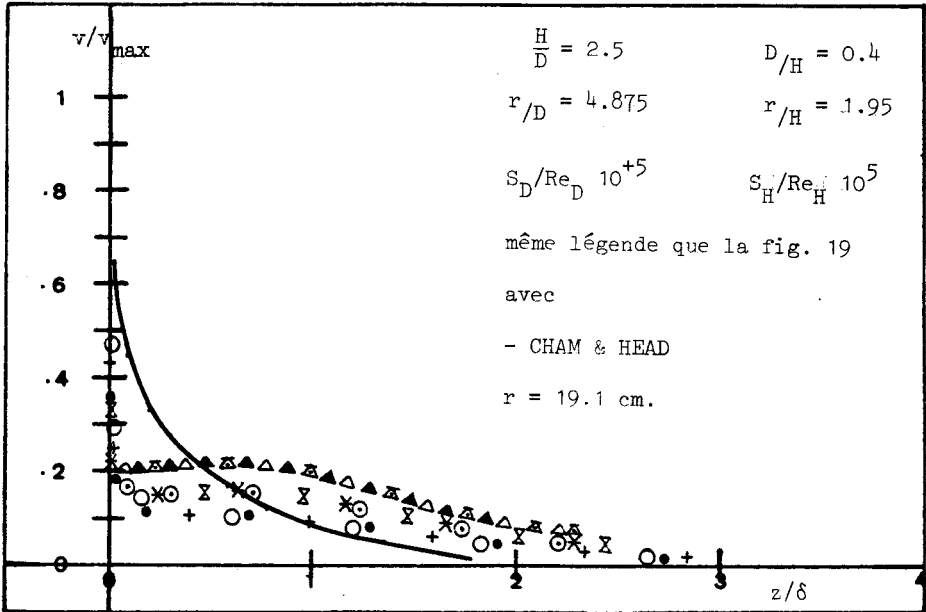


Figure 20

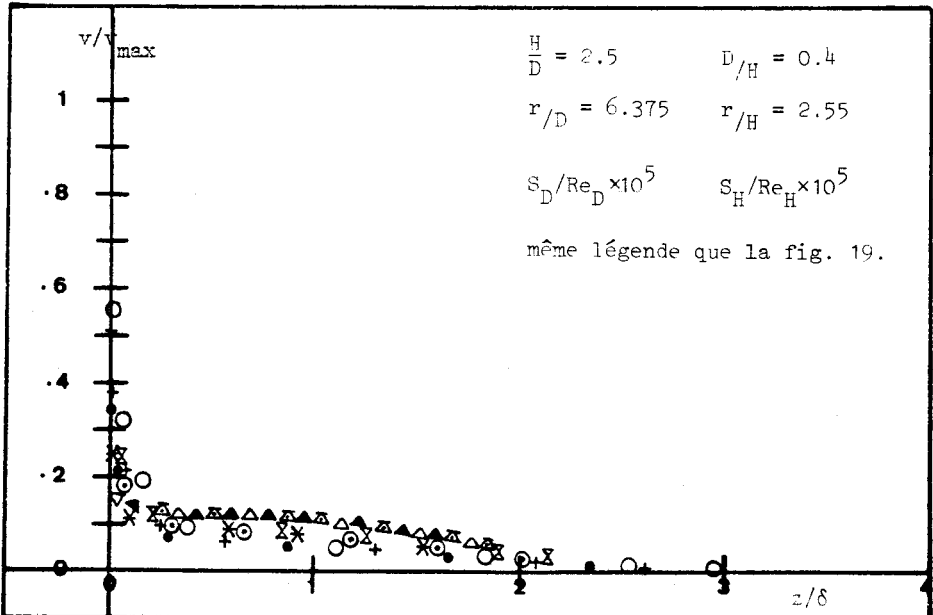


Figure 21

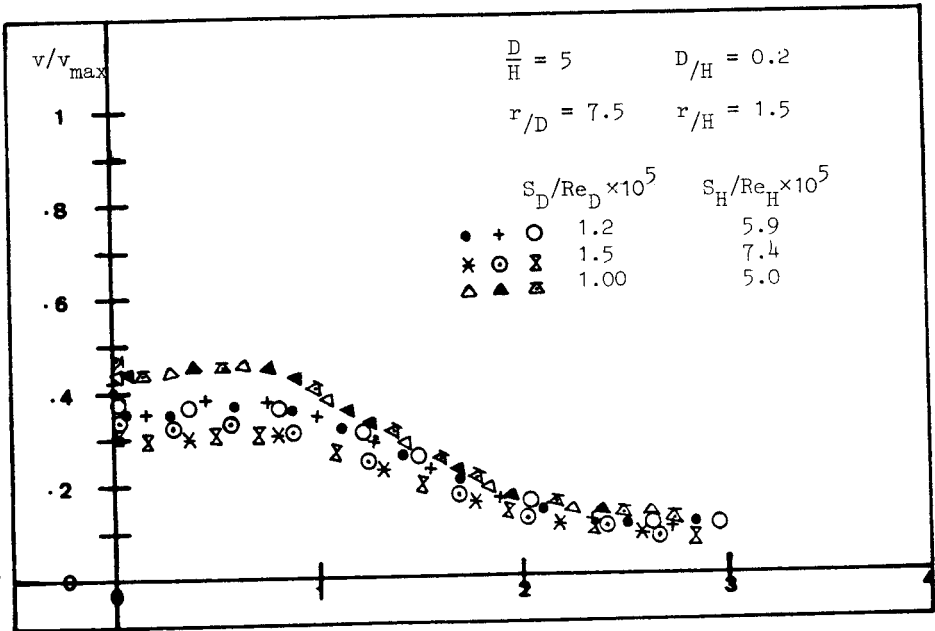


Figure 22

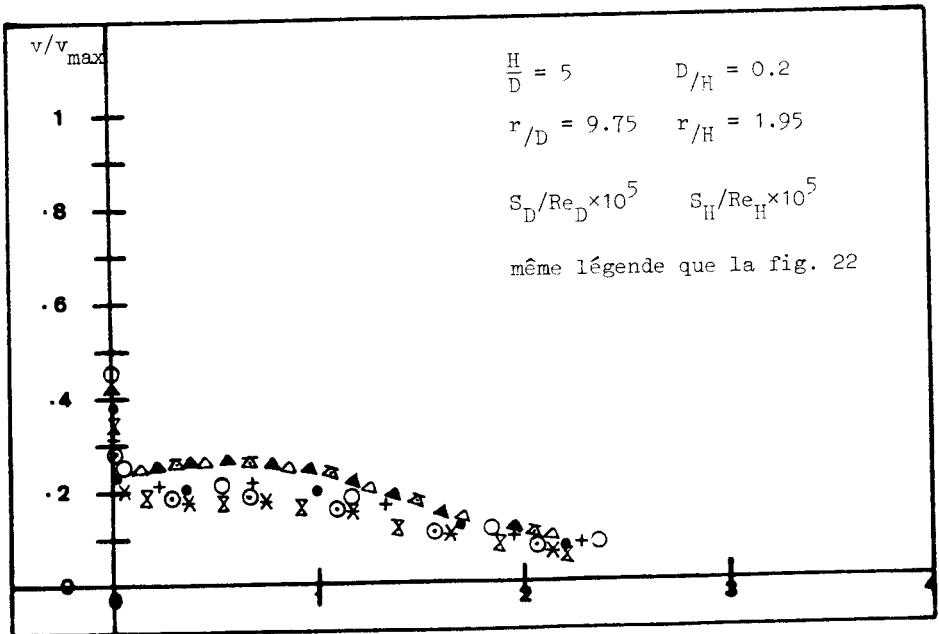


Figure 23

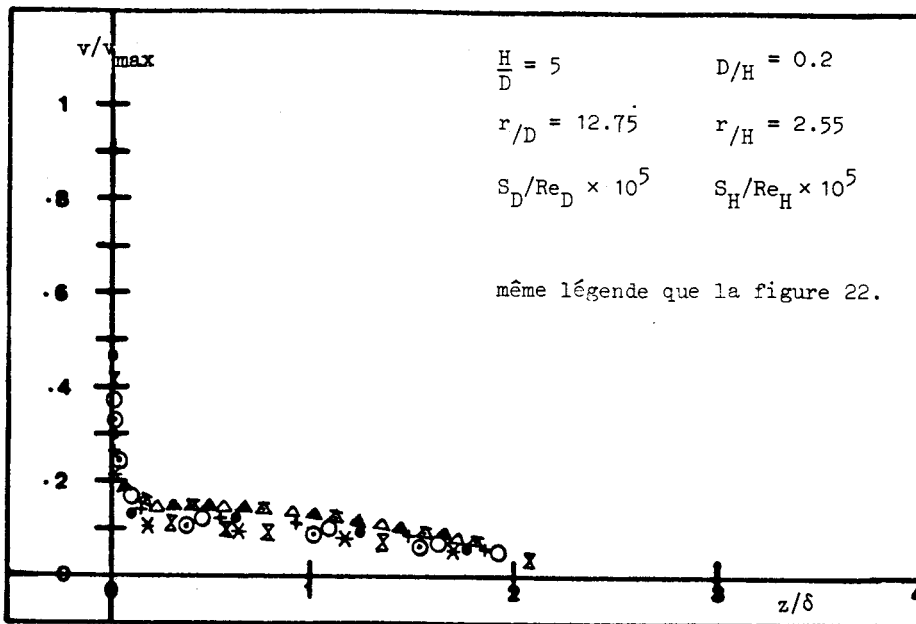


Figure 24

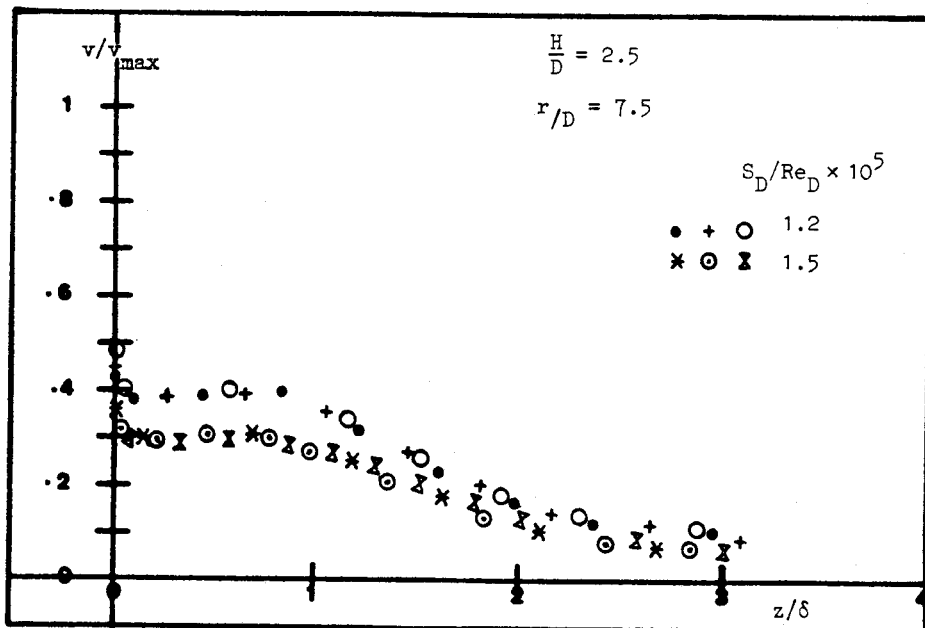


Figure 25

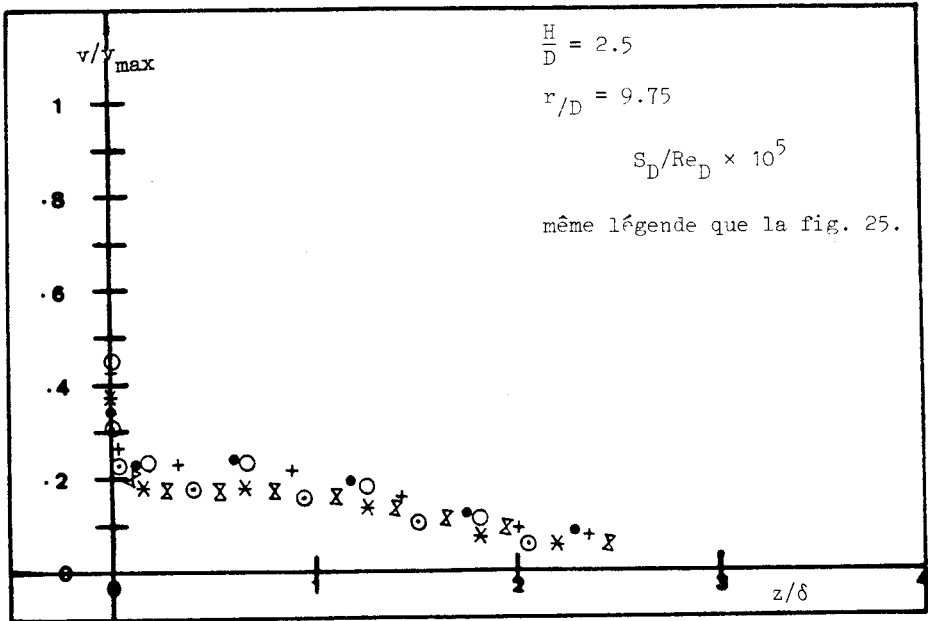


Figure 26

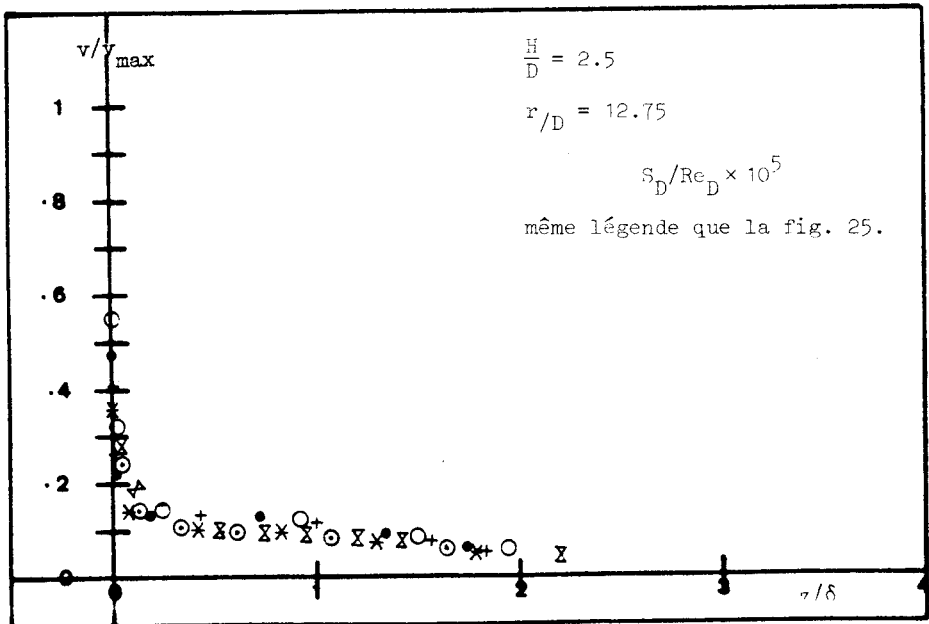


Figure 27

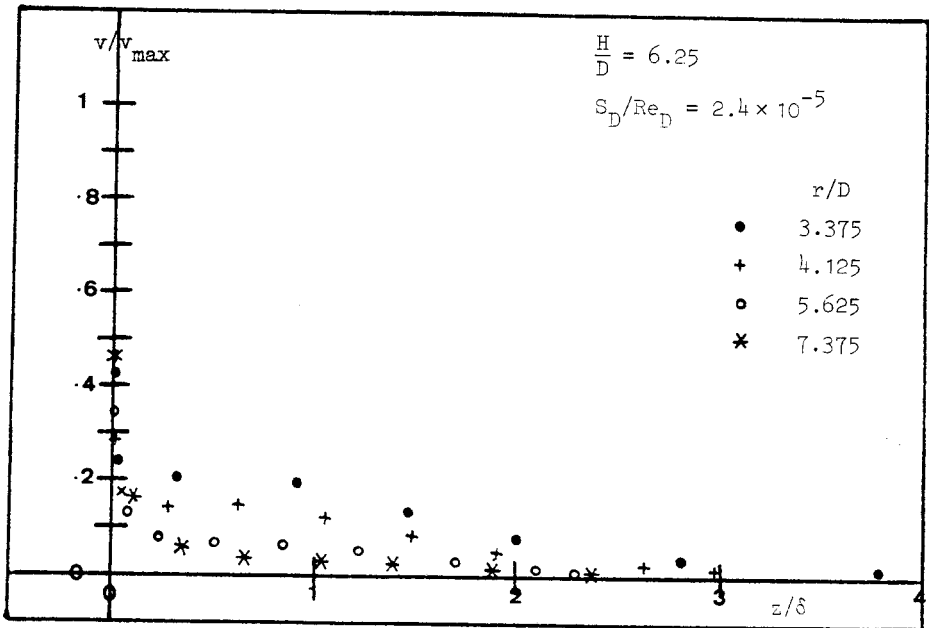


Figure 28

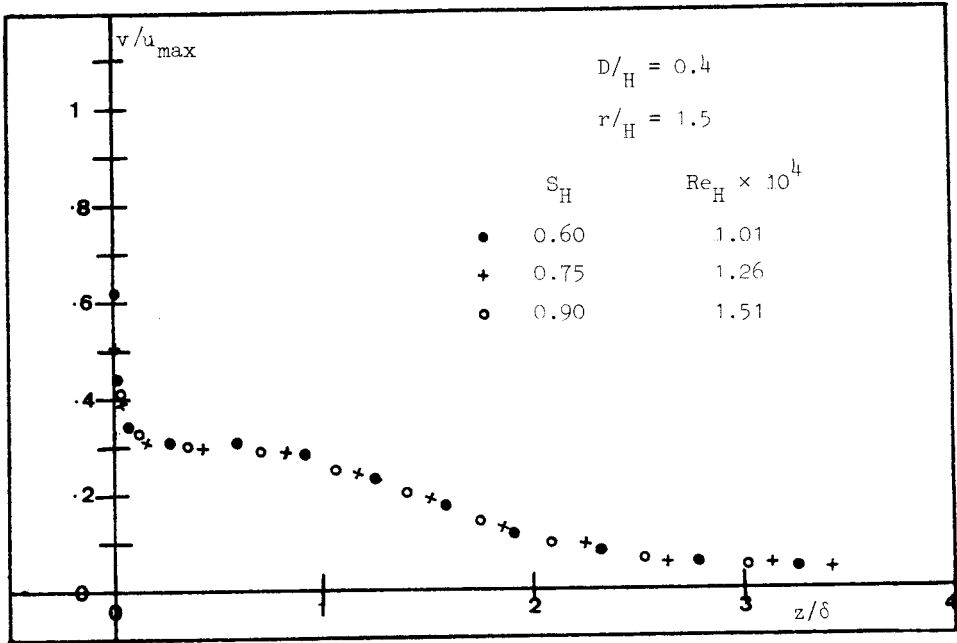


Figure 29

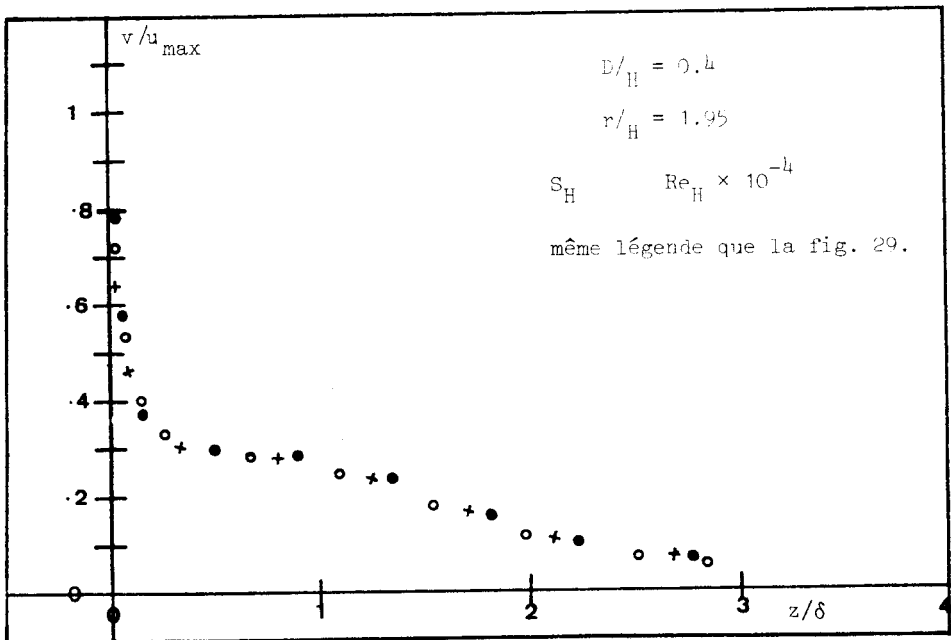


Figure 30



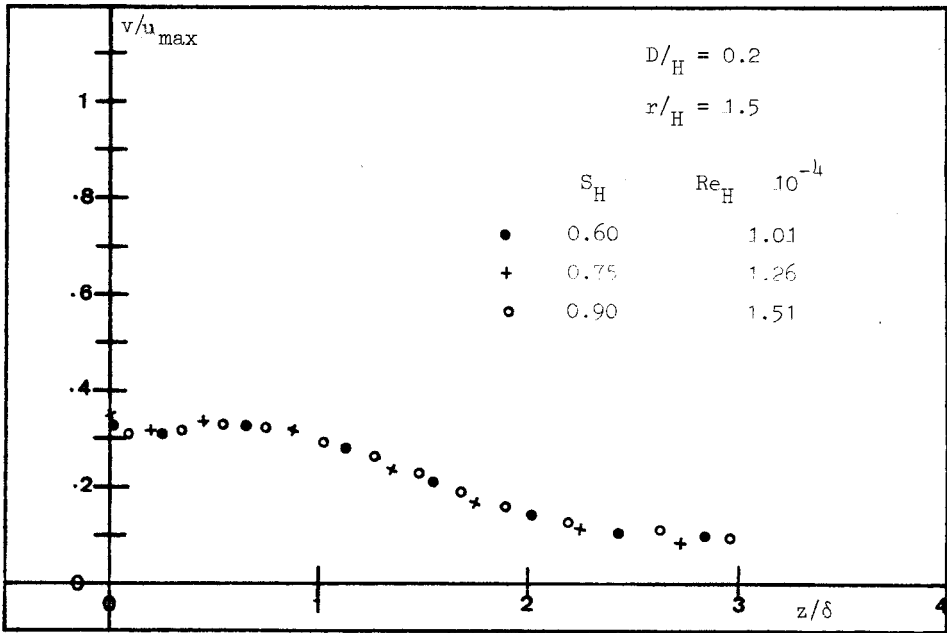


Figure 31

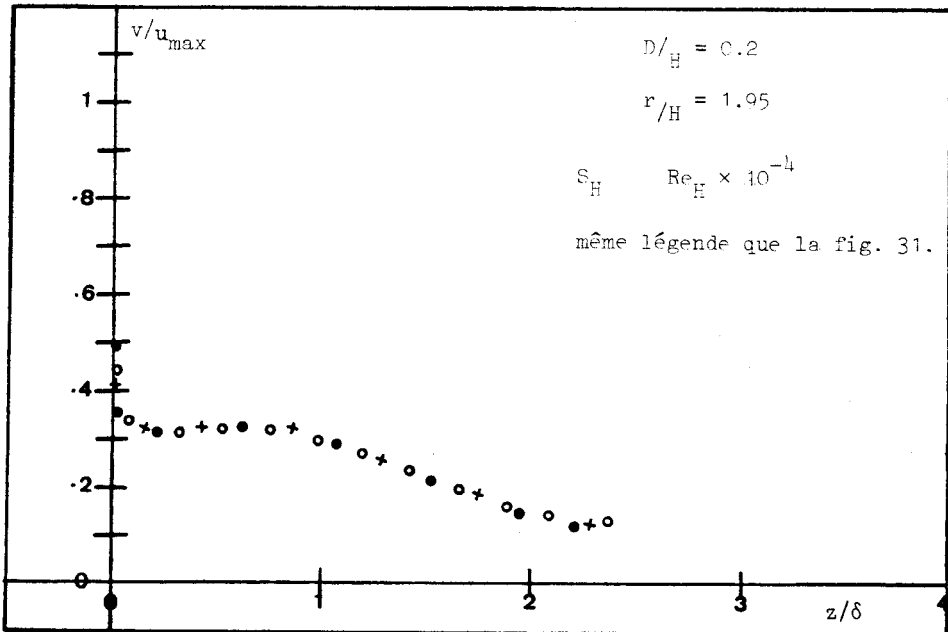


Figure 32

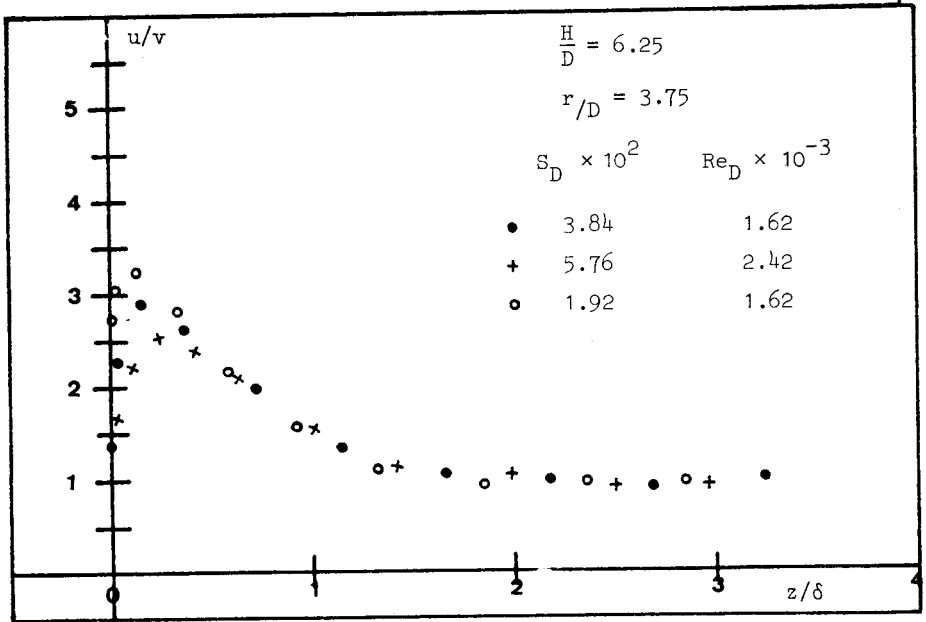


Figure 33

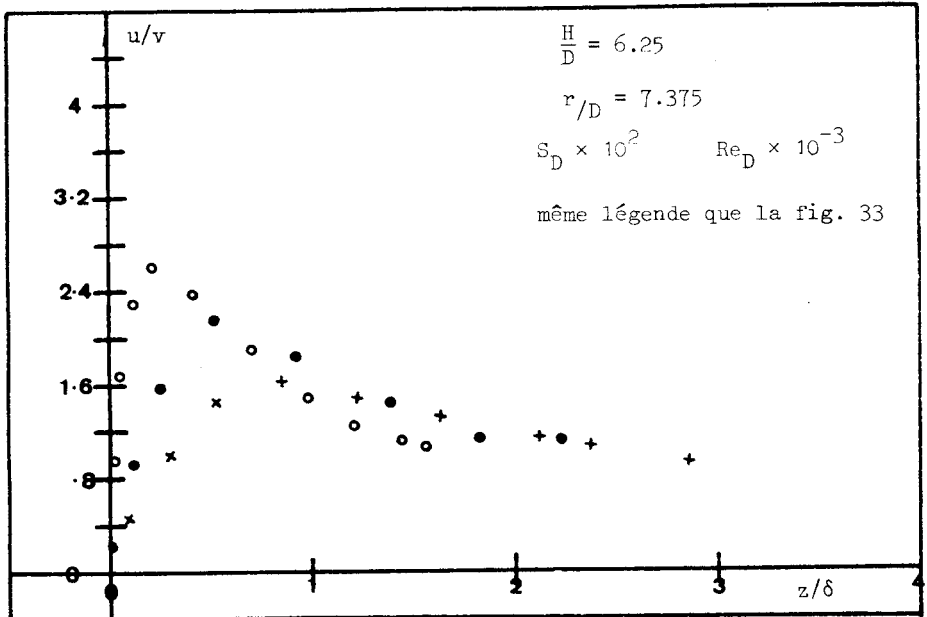


Figure 34

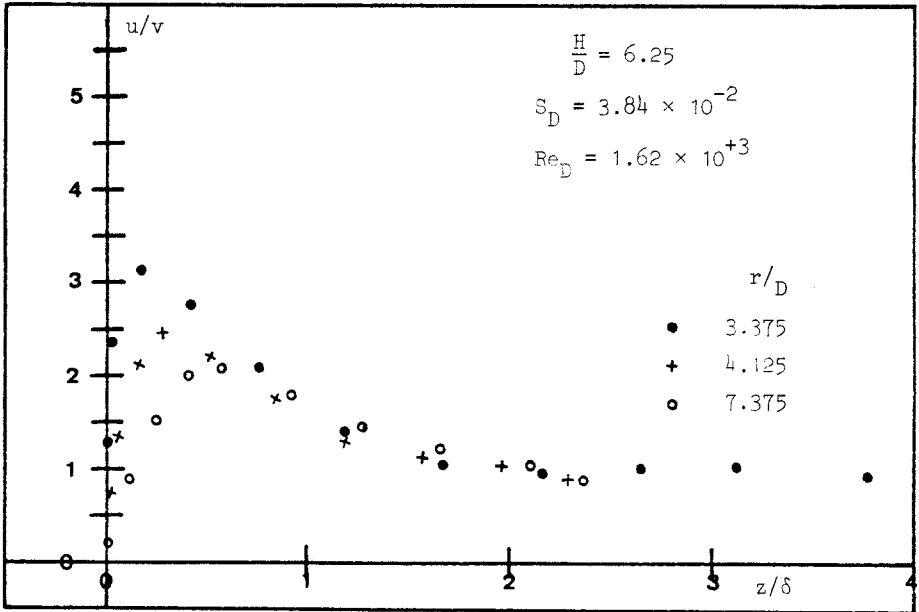


Figure 35

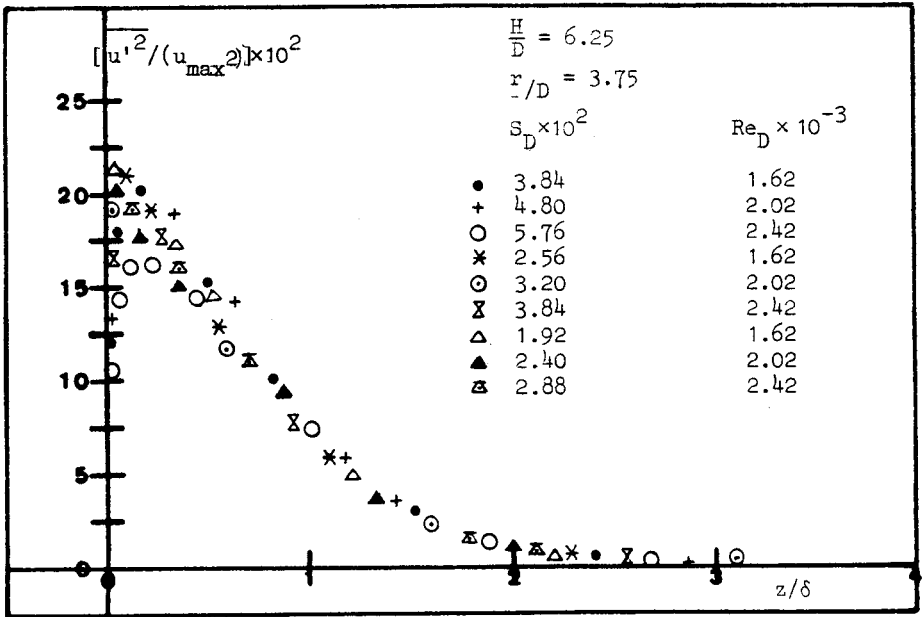


Figure 36

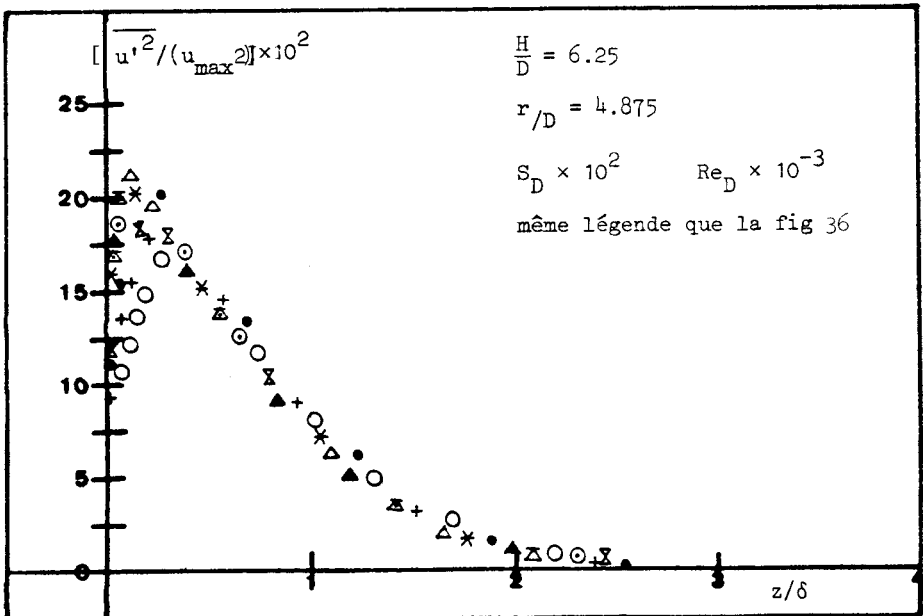


Figure 37

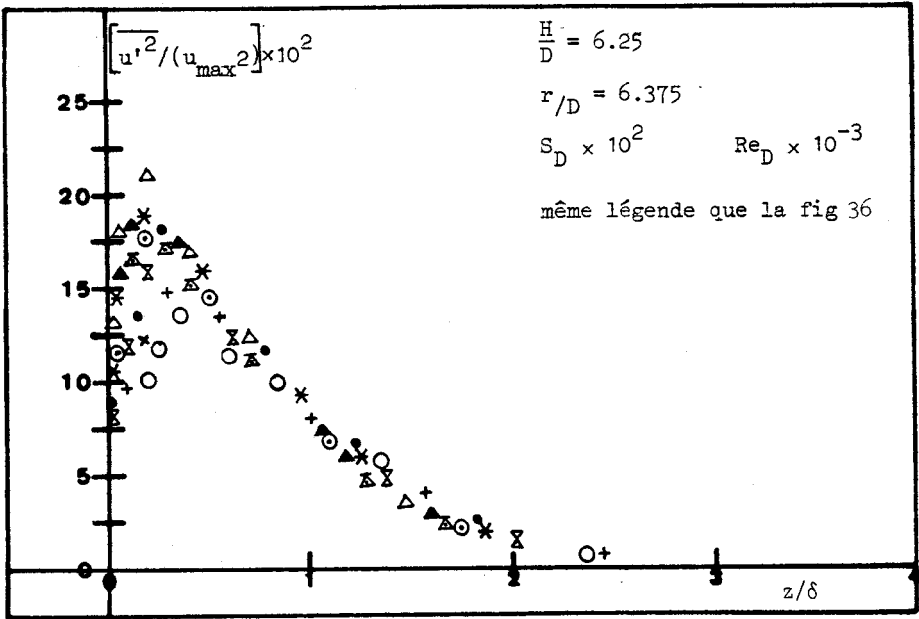


Figure 38

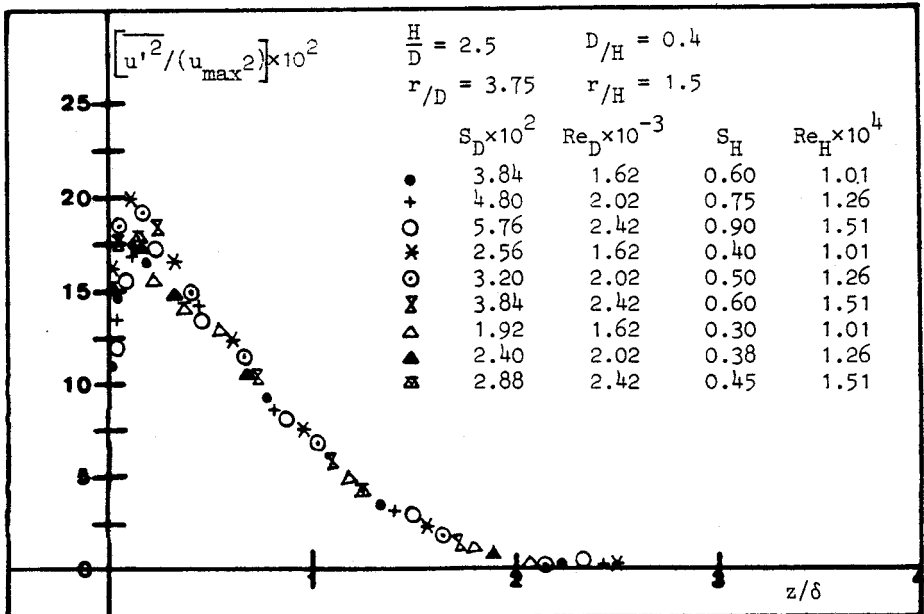


Figure 39

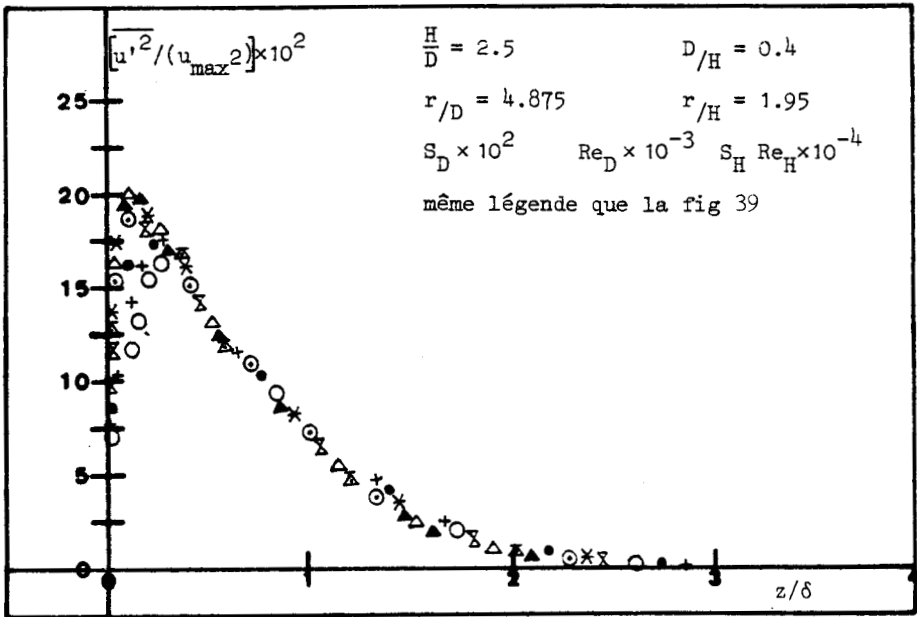


Figure 40

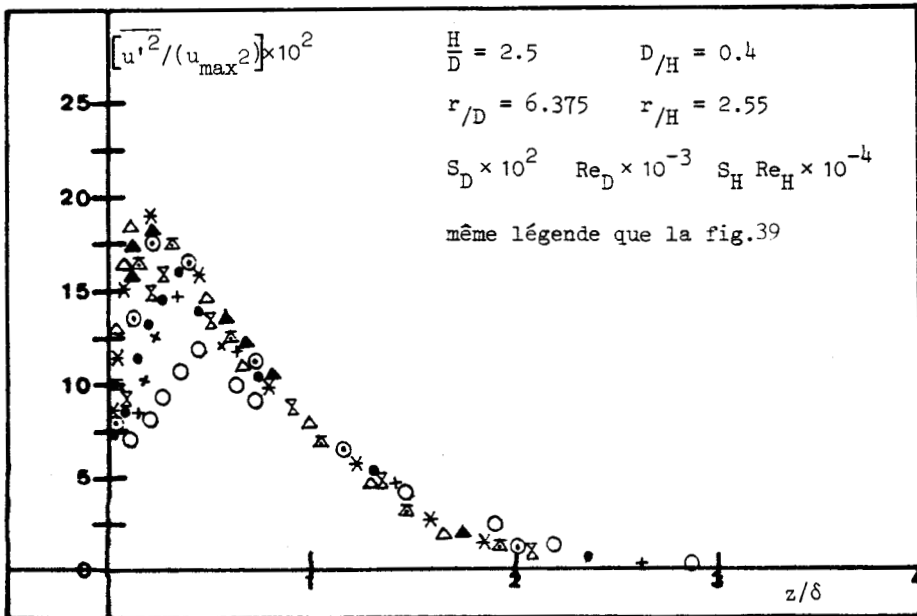


Figure 41

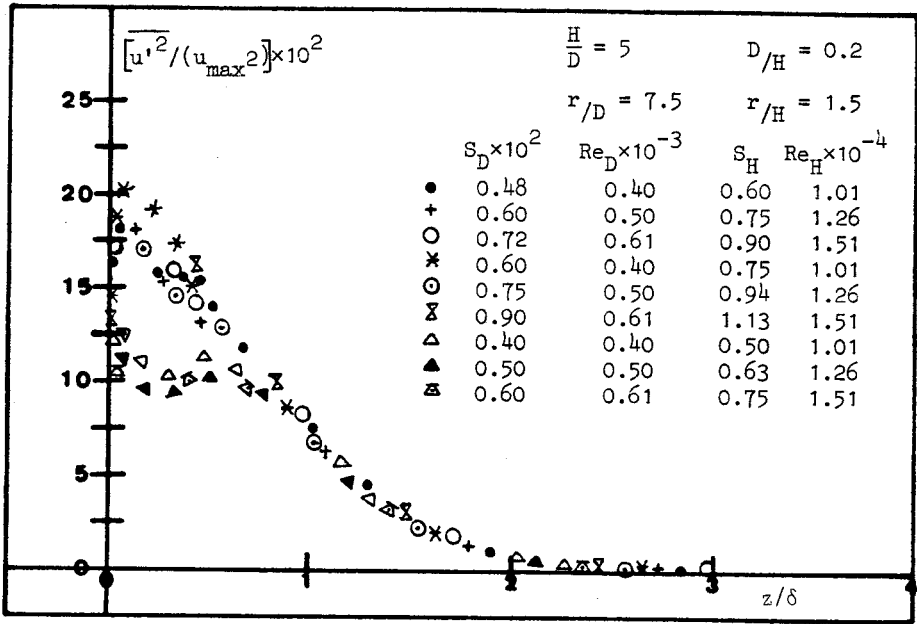


Figure 42

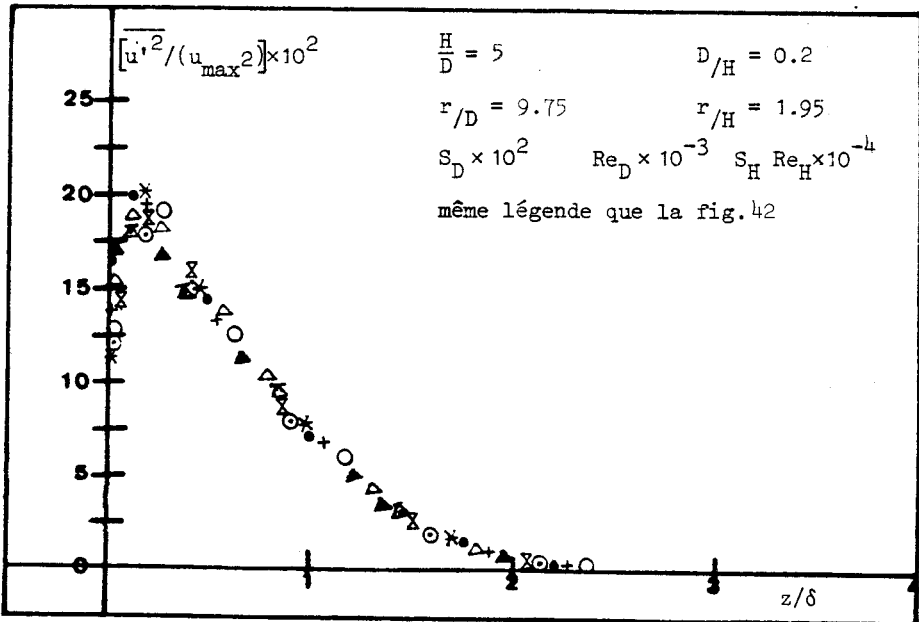


Figure 43

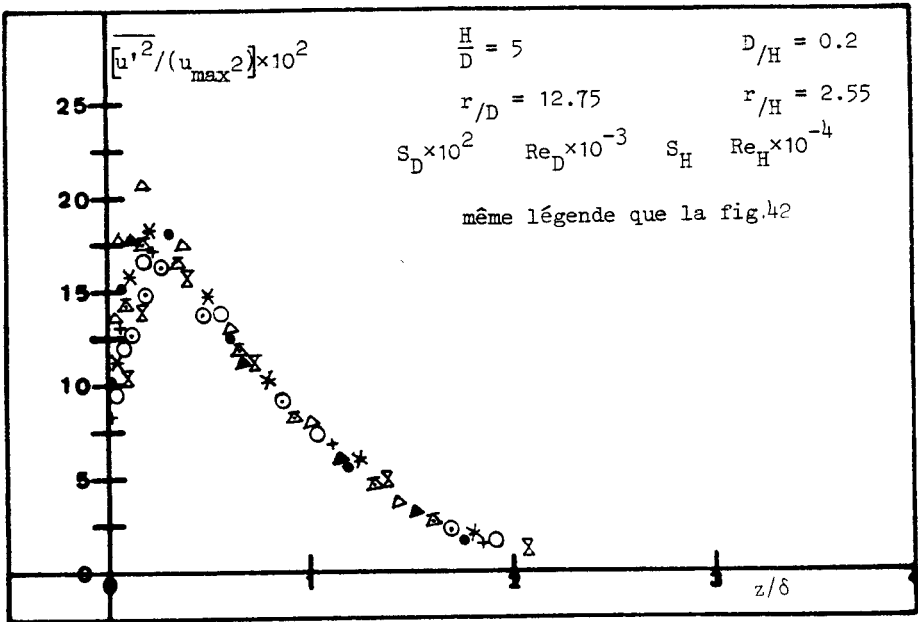


Figure 44

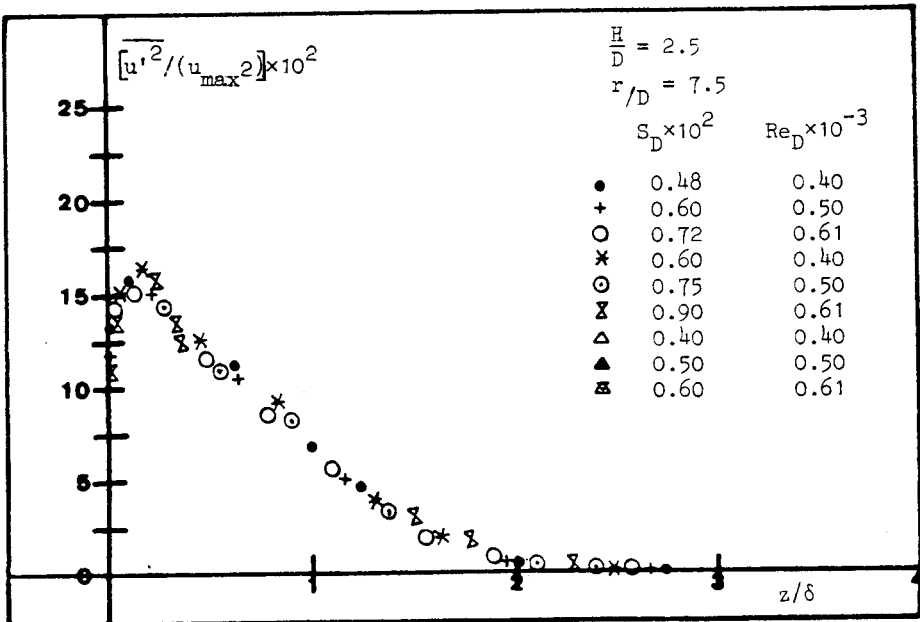


Figure 45



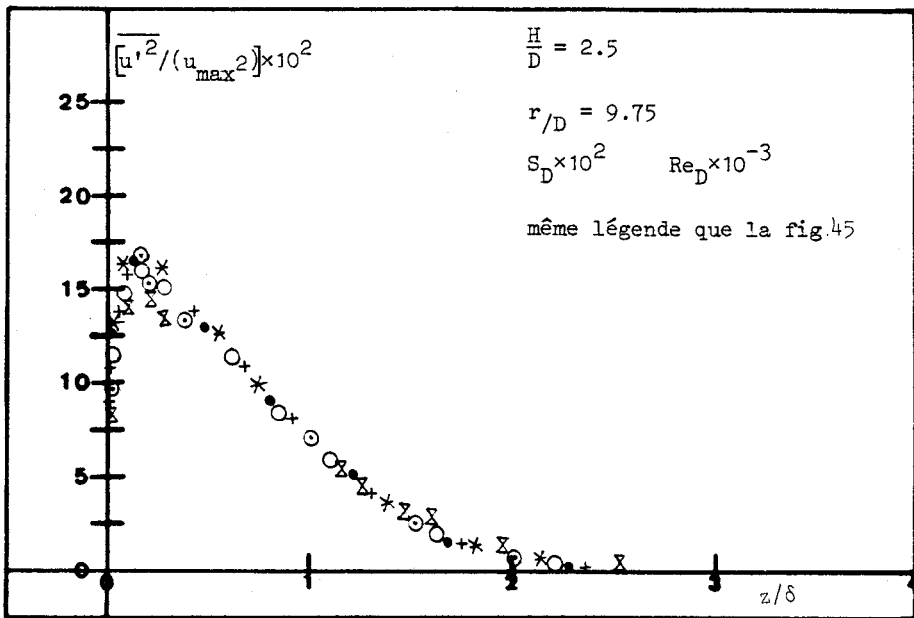


Figure 46

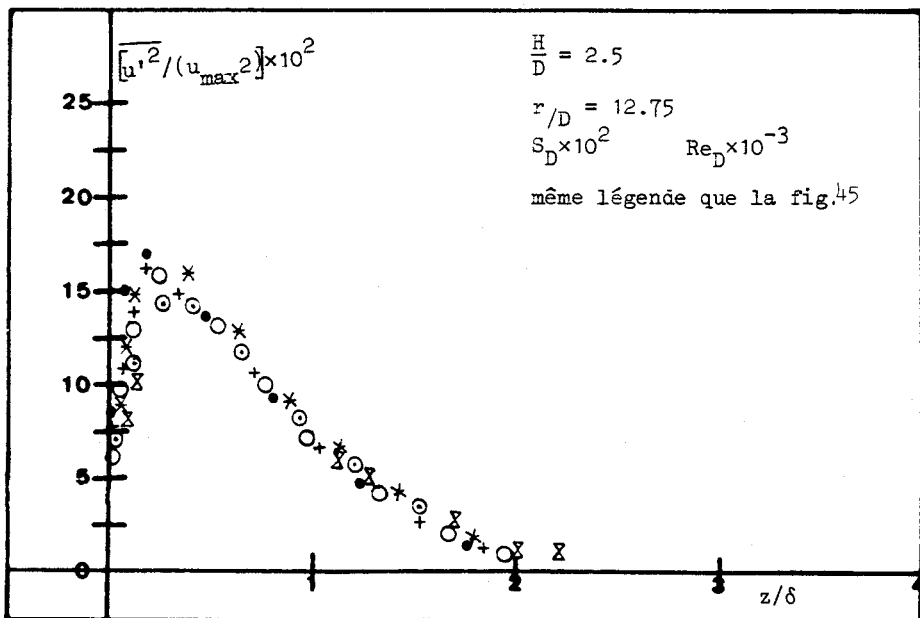


Figure 47

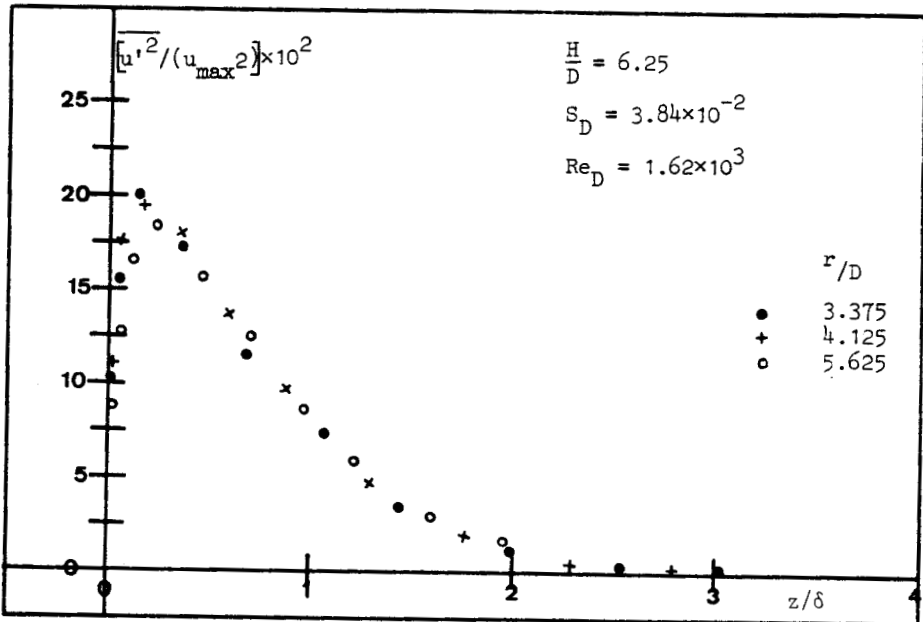


Figure 48

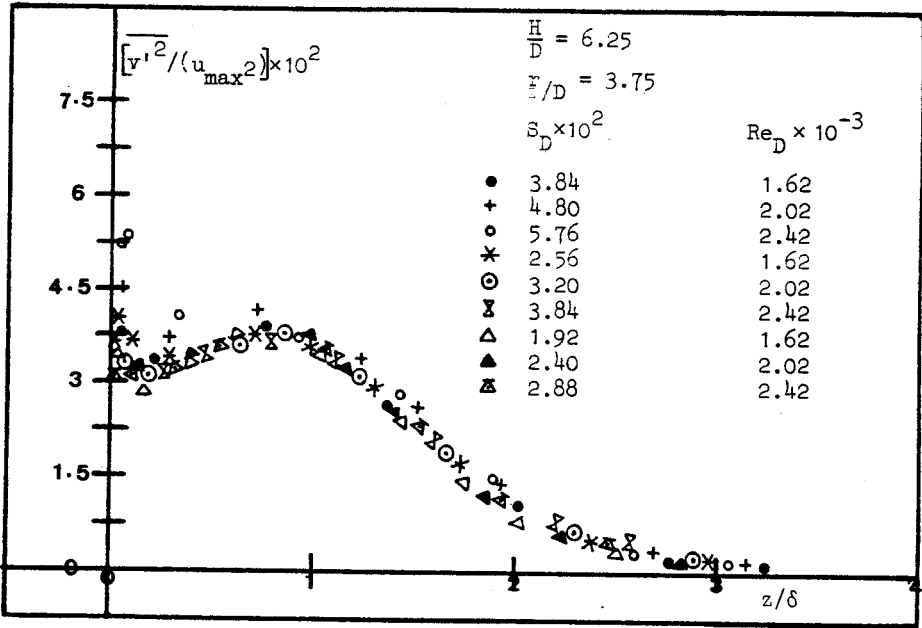


Figure 49

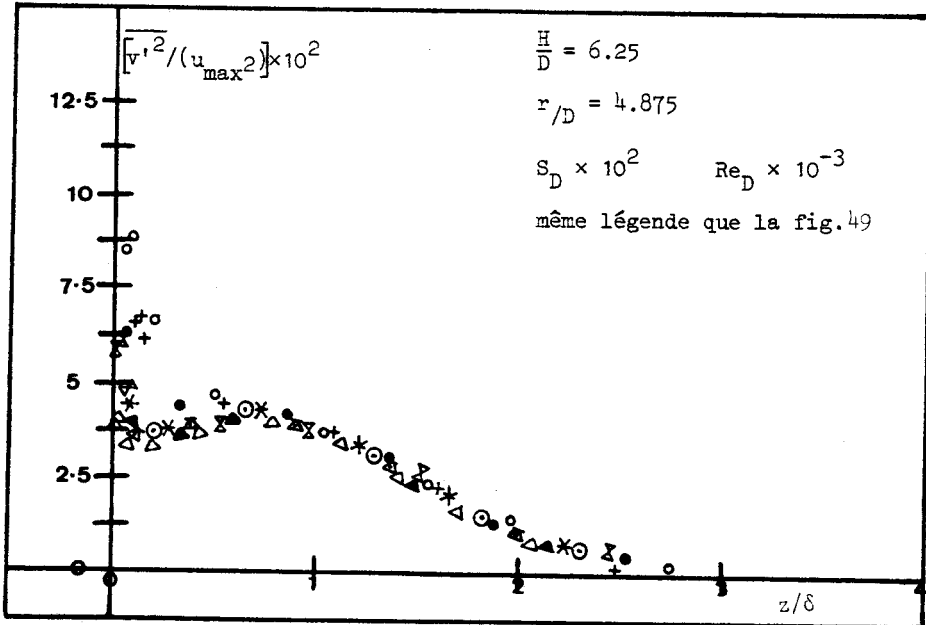


Figure 50

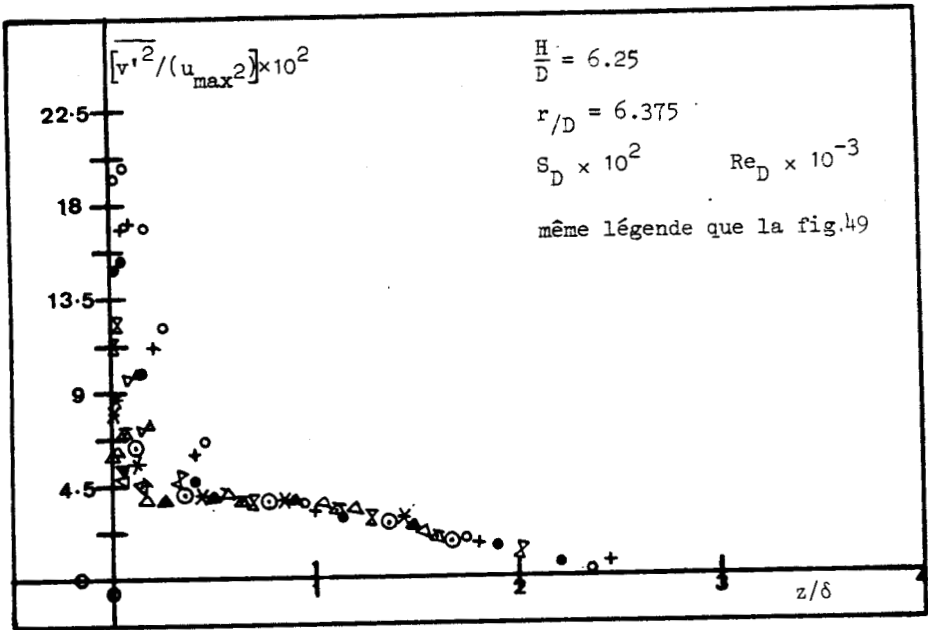


Figure 51

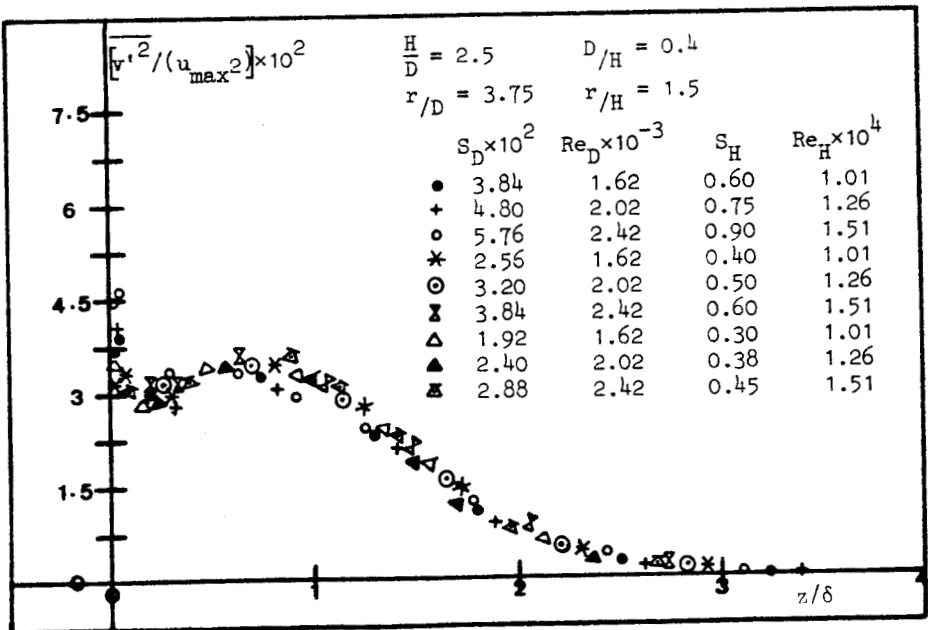


Figure 52

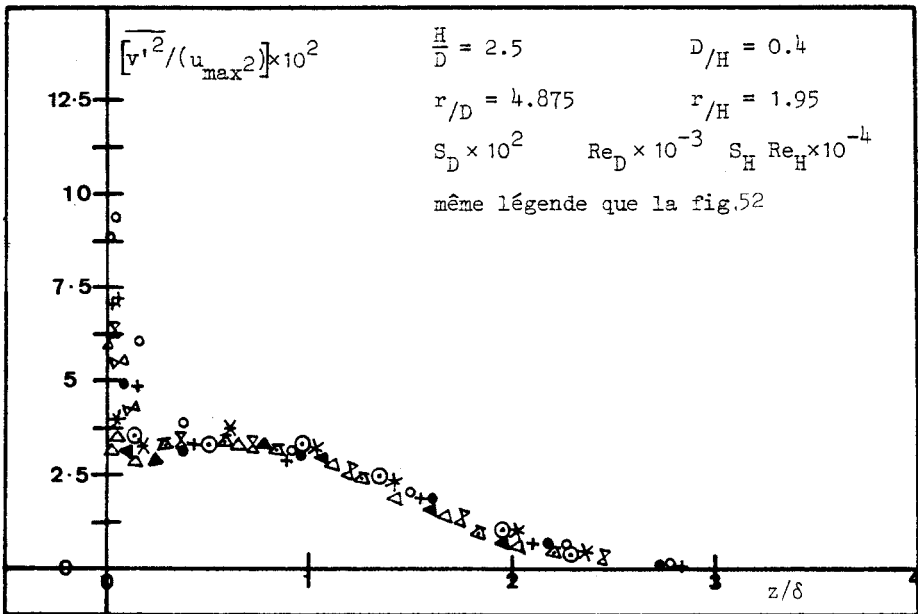


Figure 53

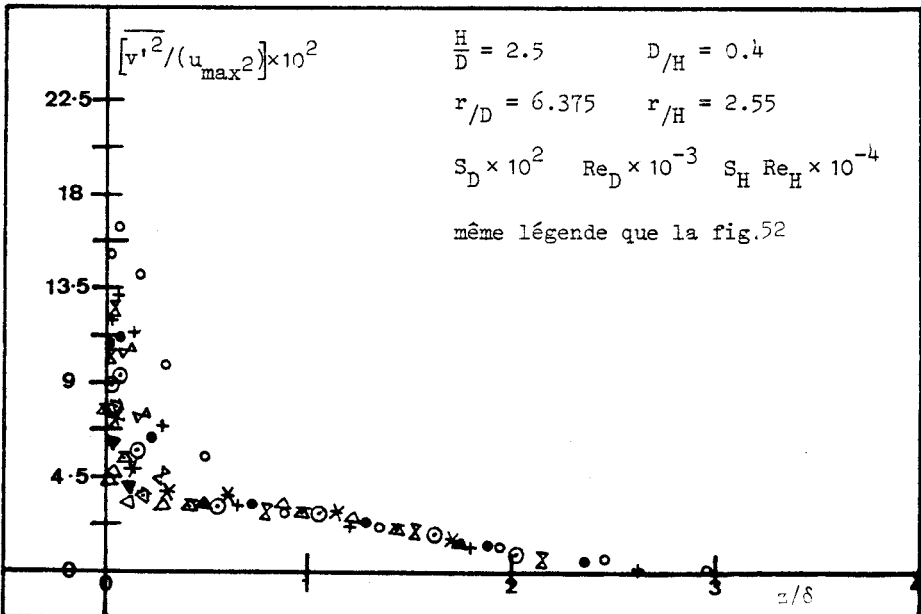


Figure 54

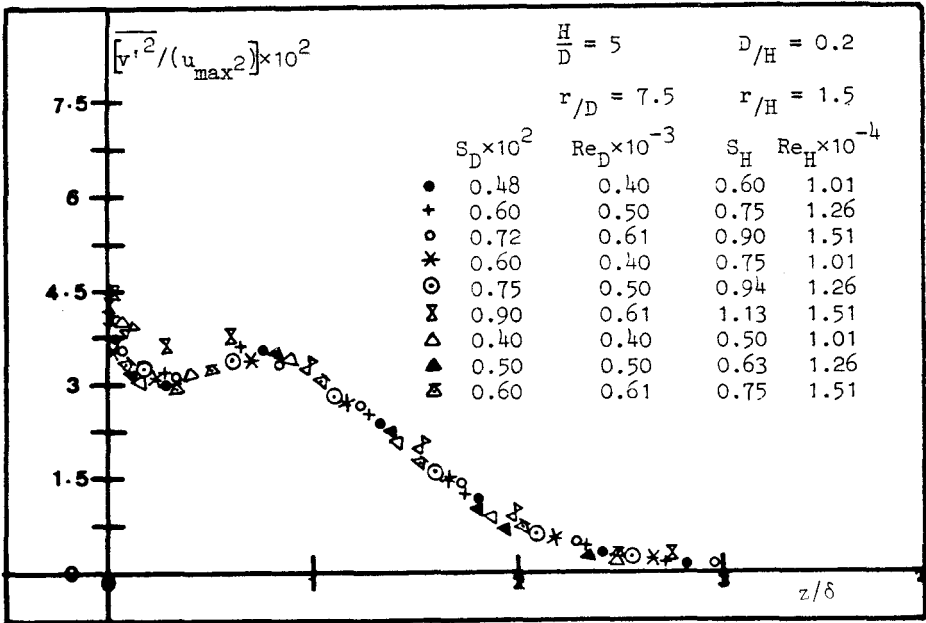


Figure 55

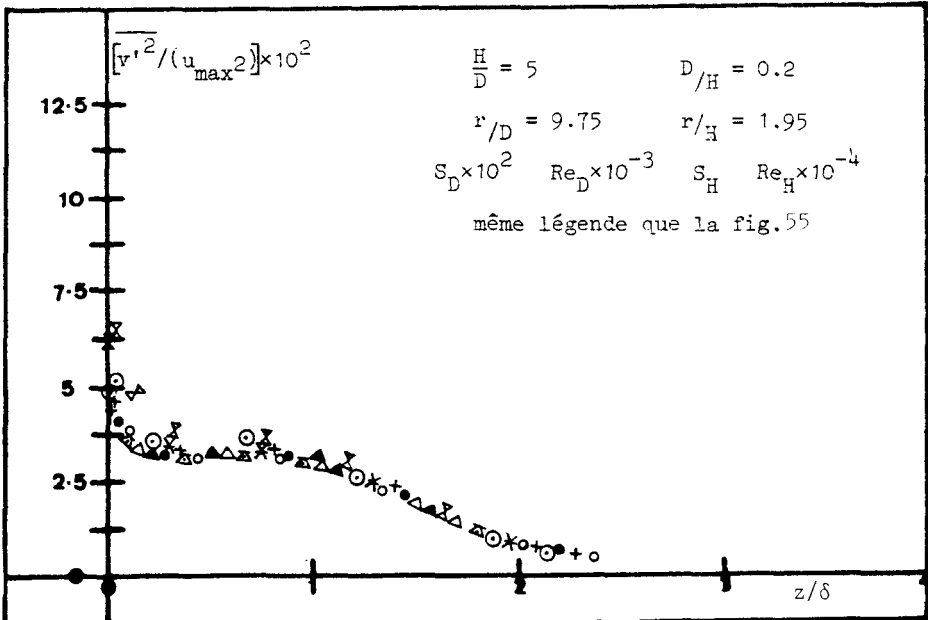


Figure 56

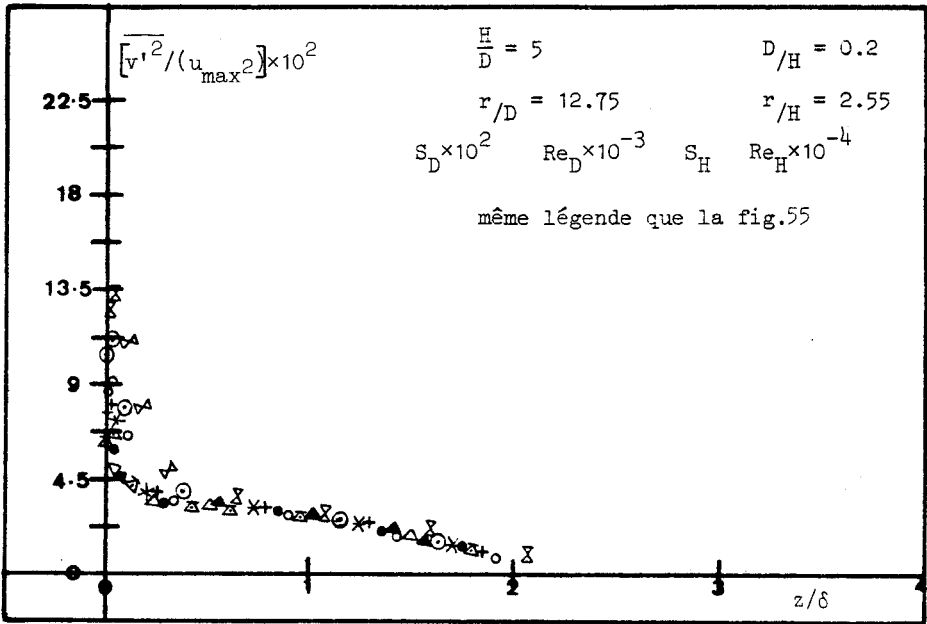


Figure 57

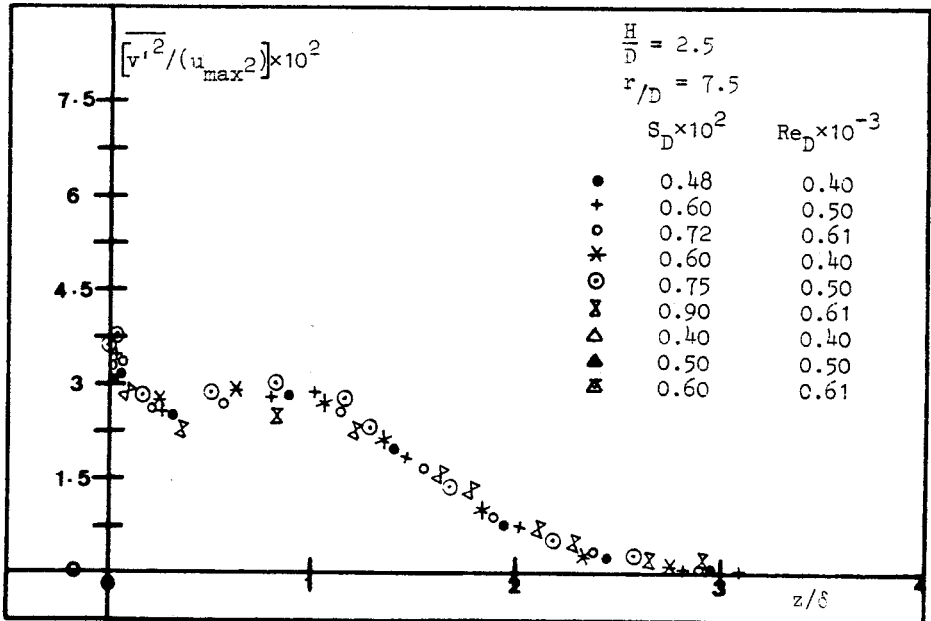


Figure 58

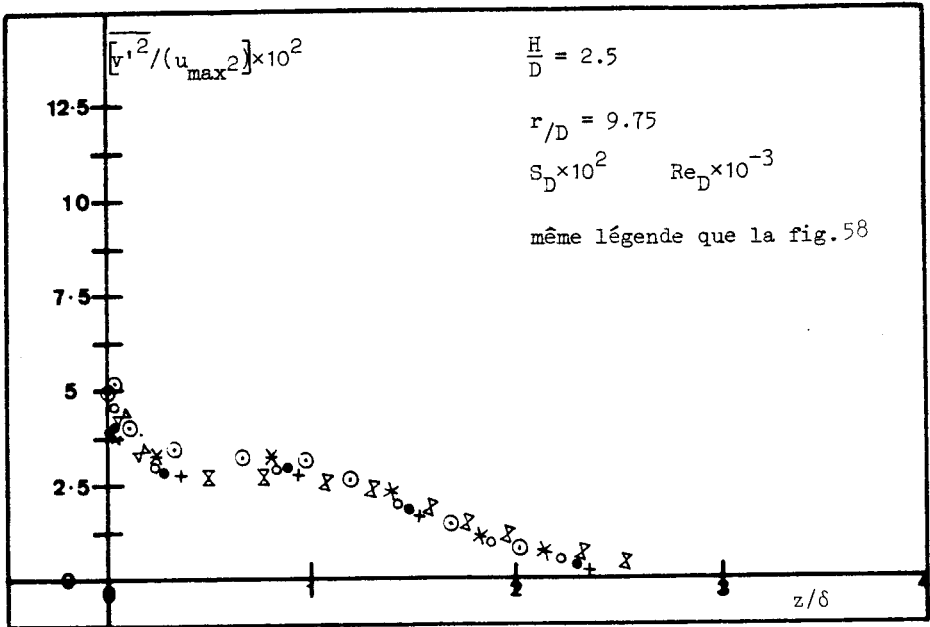


Figure 59

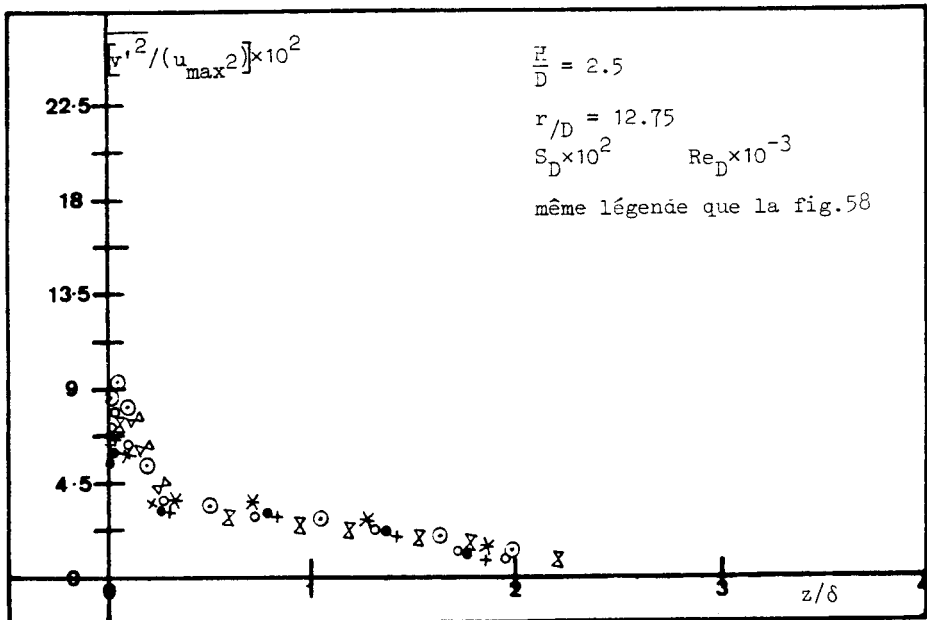


Figure 60



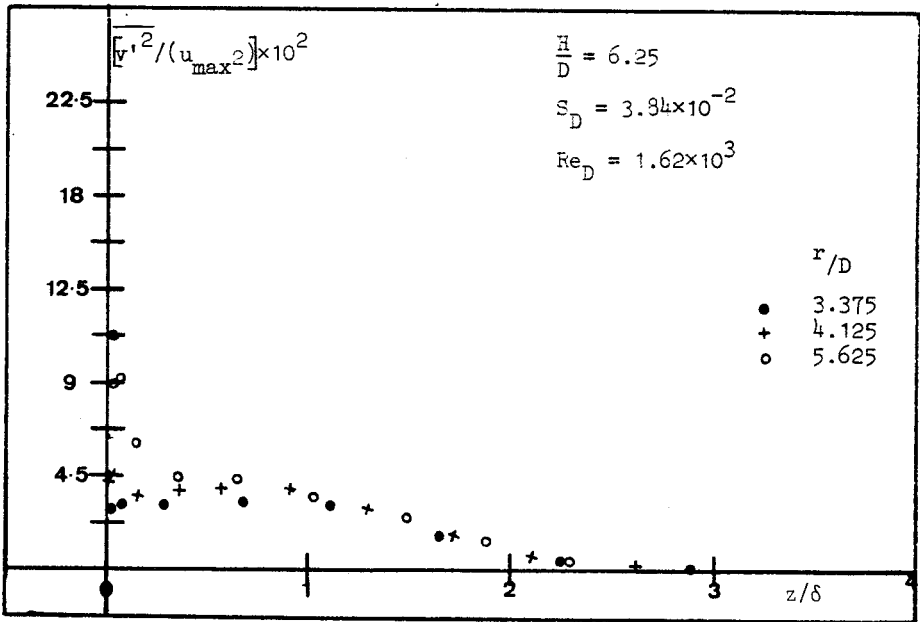


Figure 61

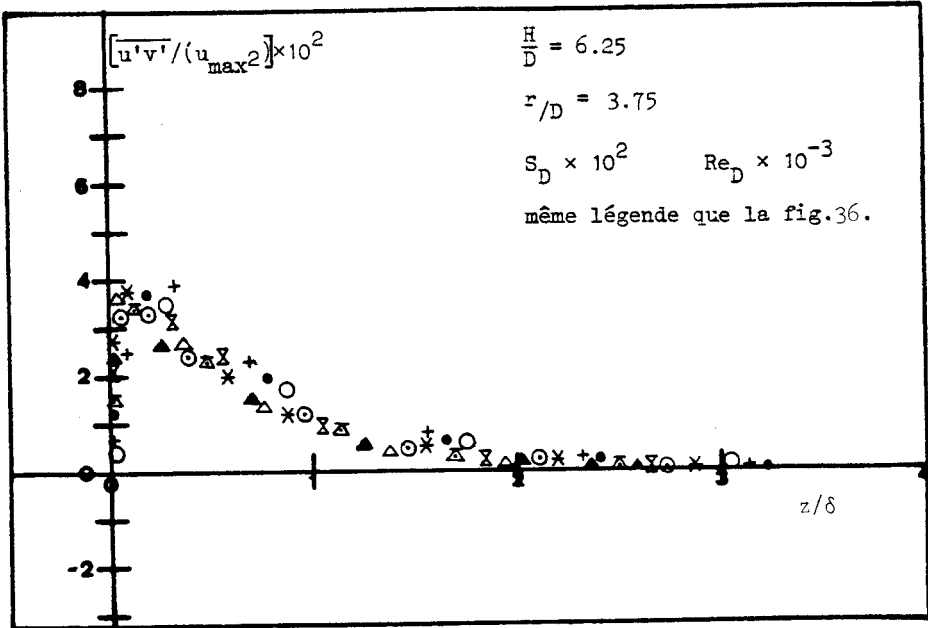


Figure 62

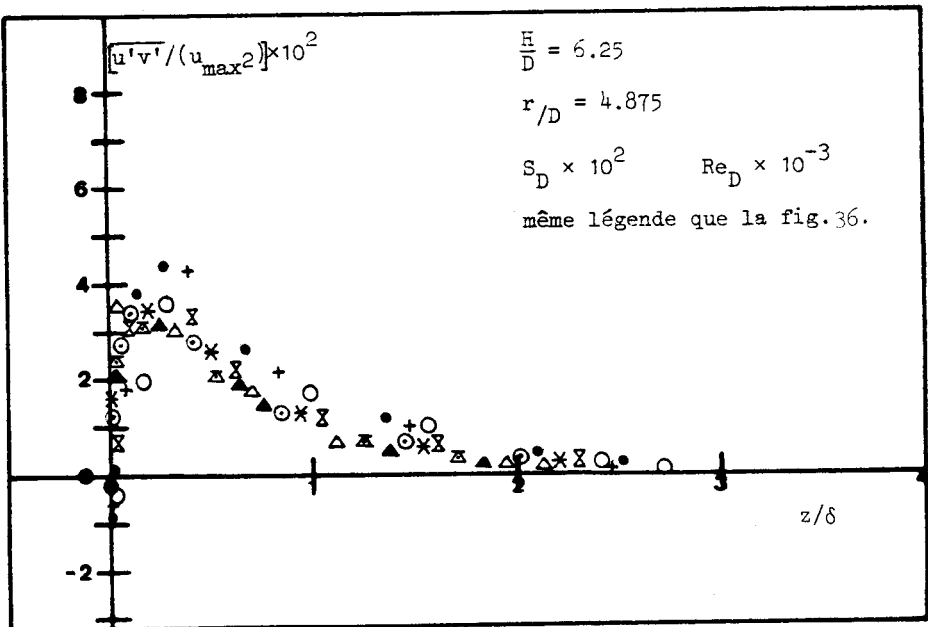


Figure 63

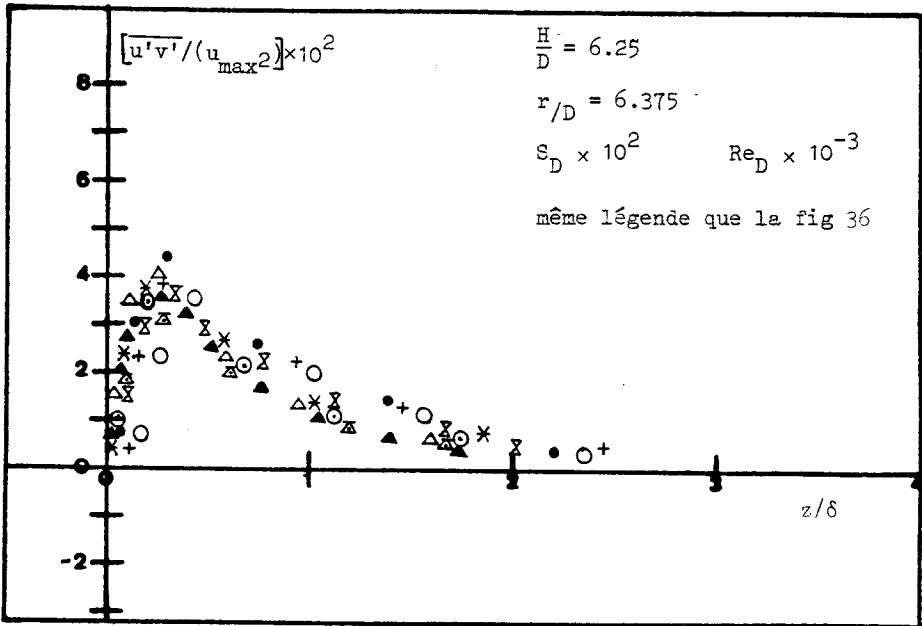


Figure 64

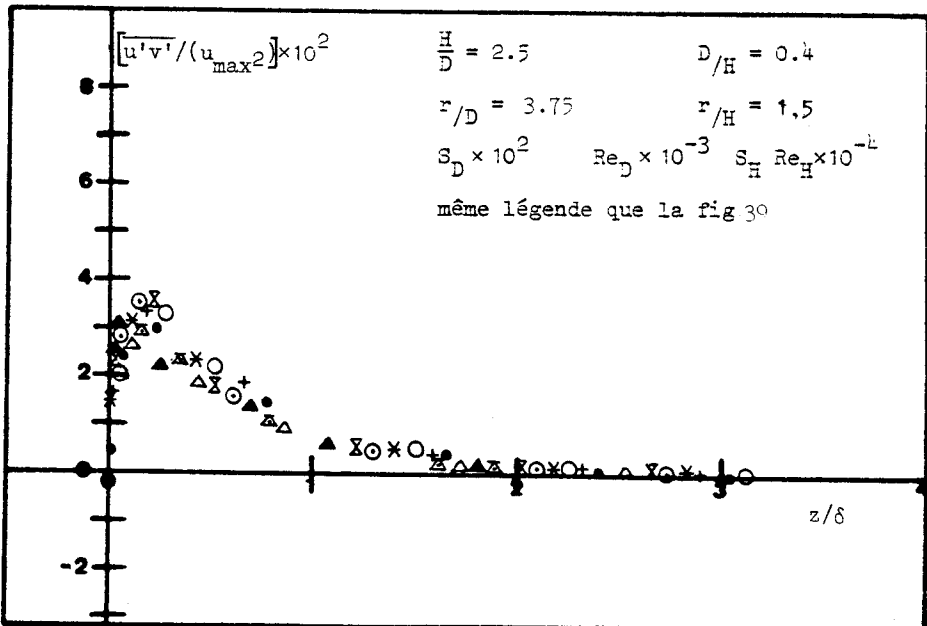


Figure 65

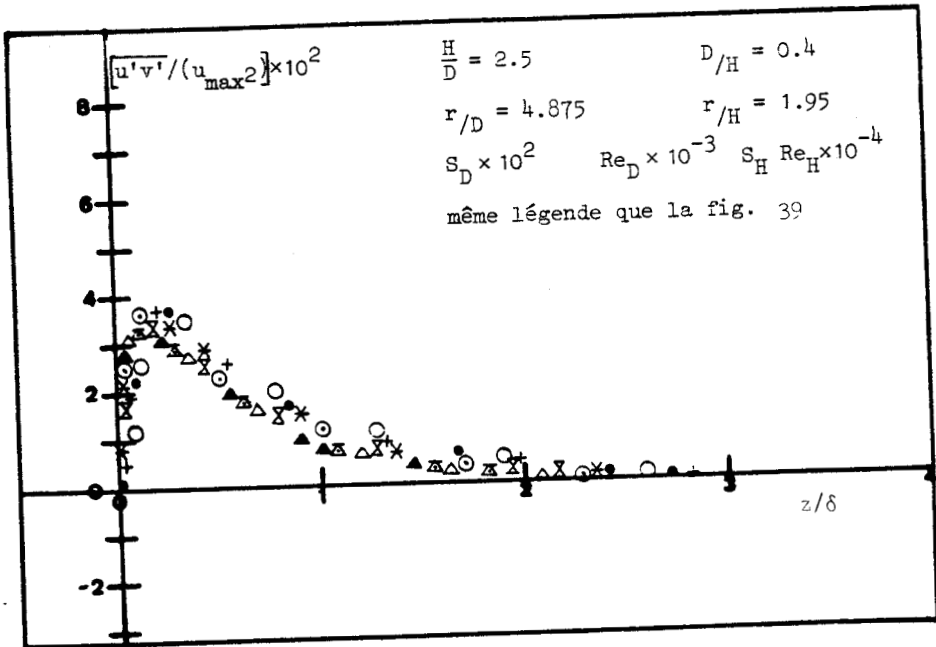


Figure 66

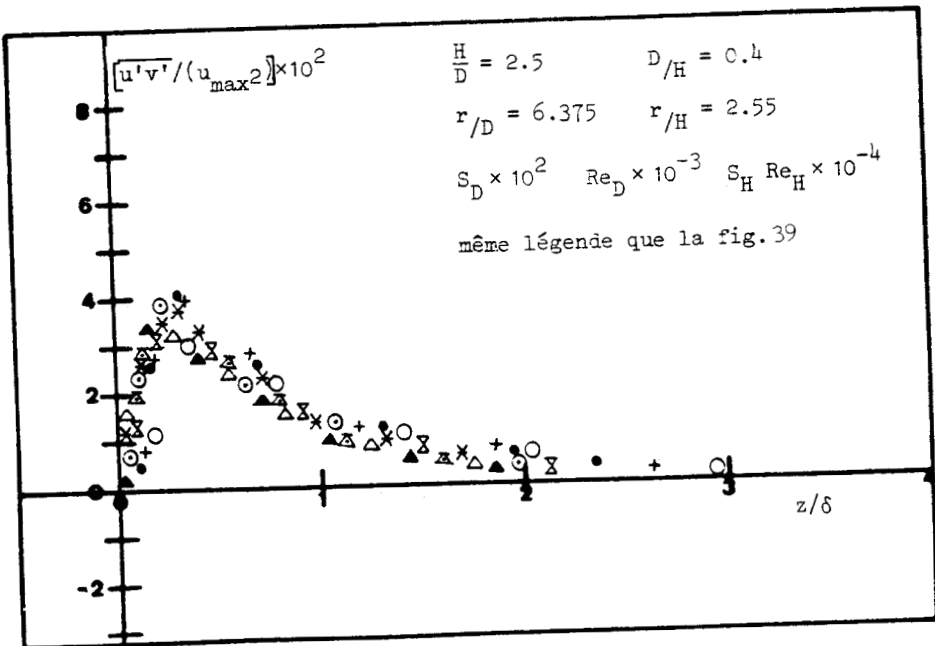


Figure 67

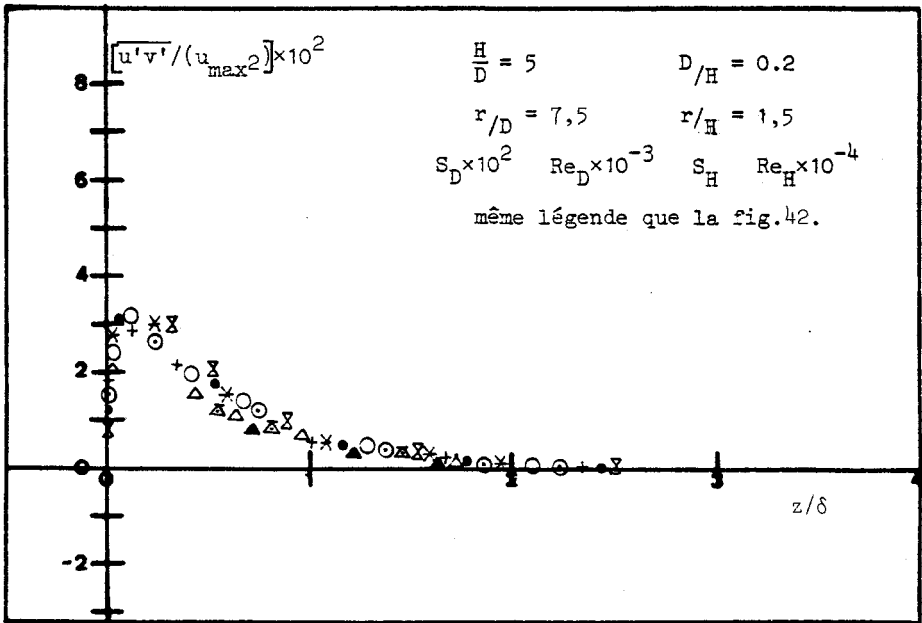


Figure 68

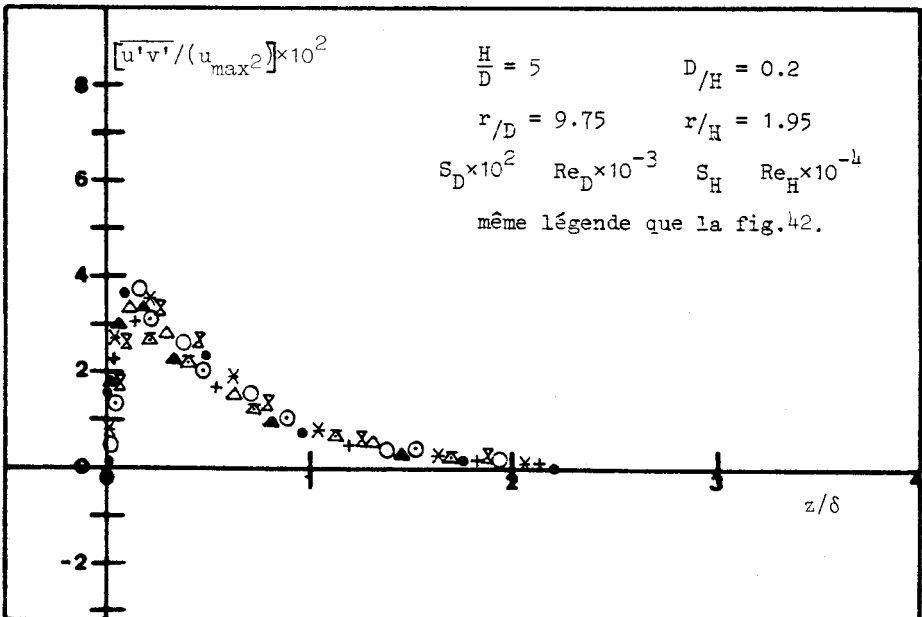


Figure 69

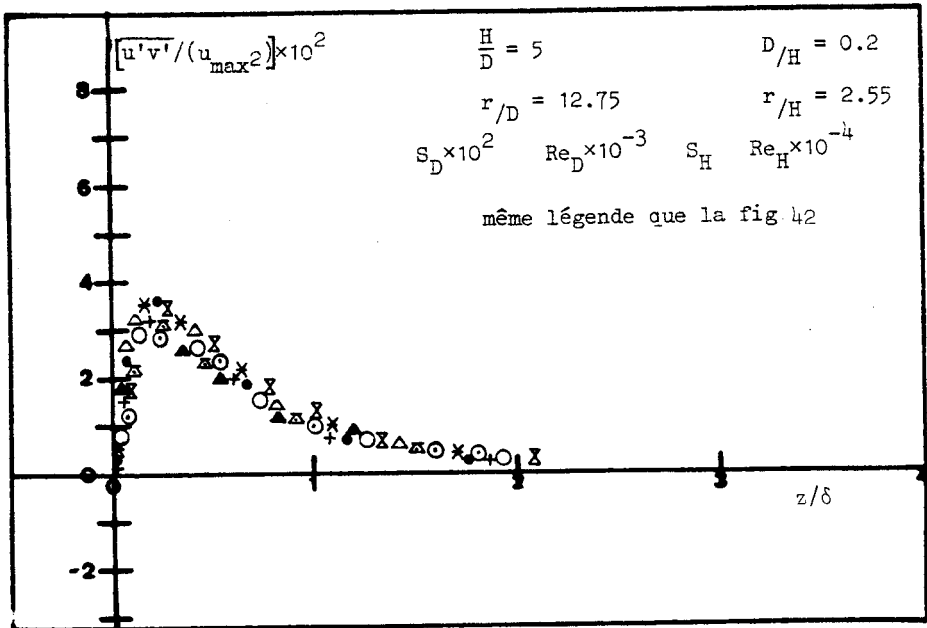


Figure 70

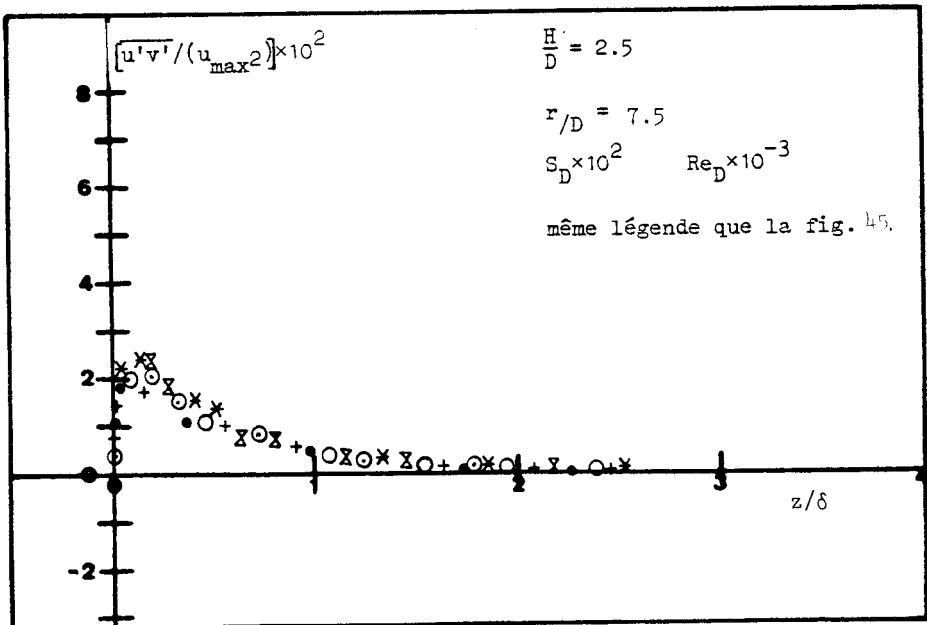


Figure 71

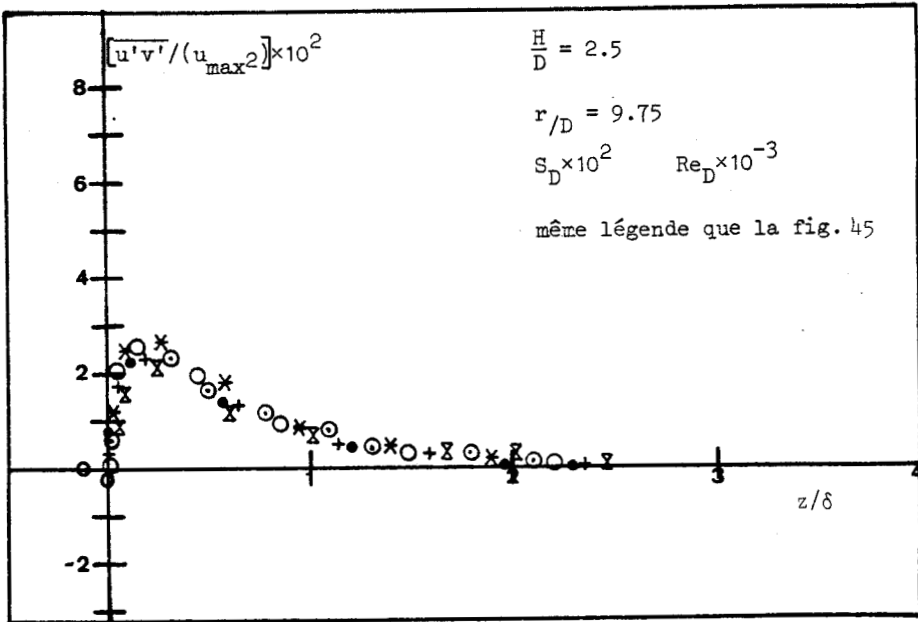


Figure 72

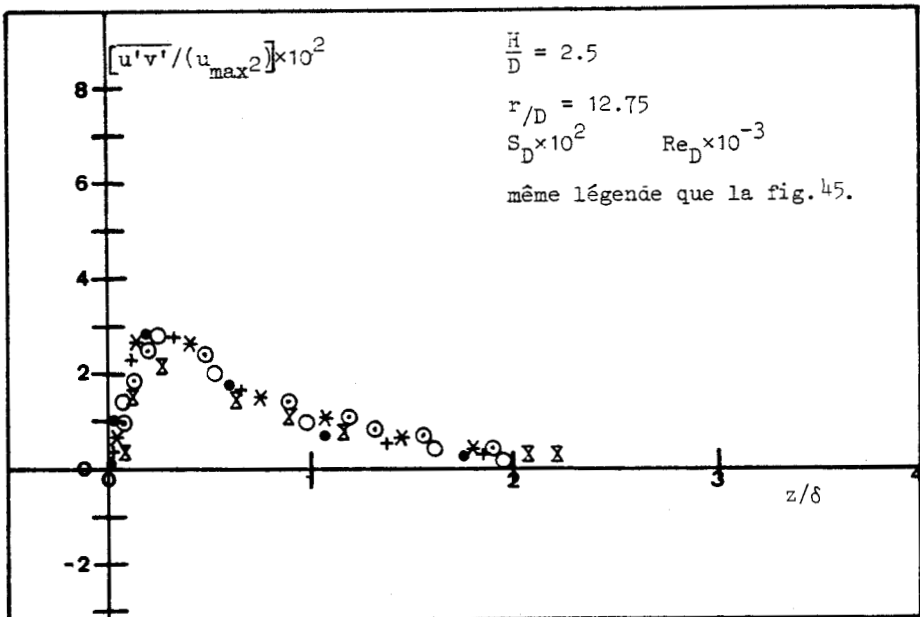


Figure 73

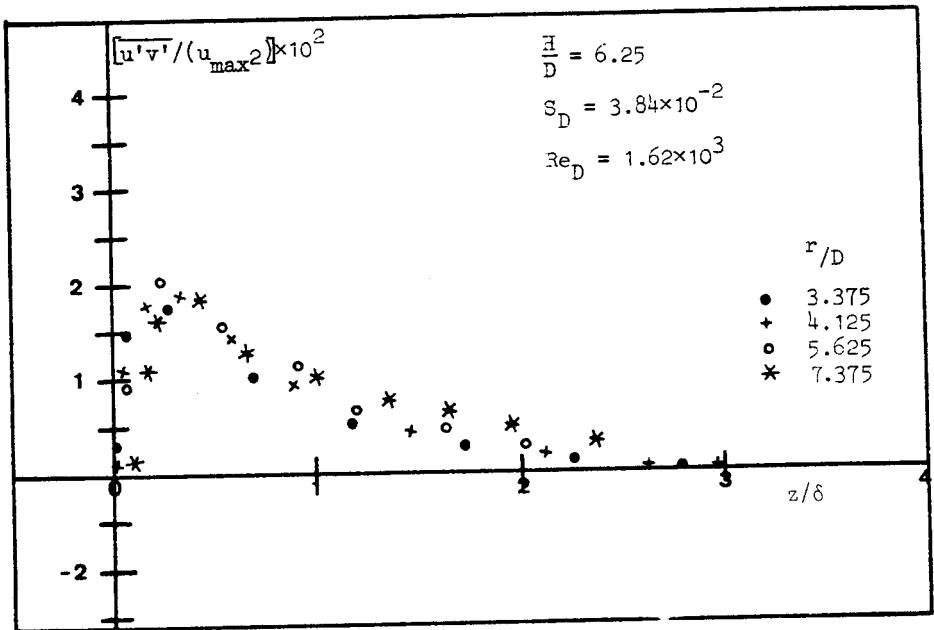


Figure 74



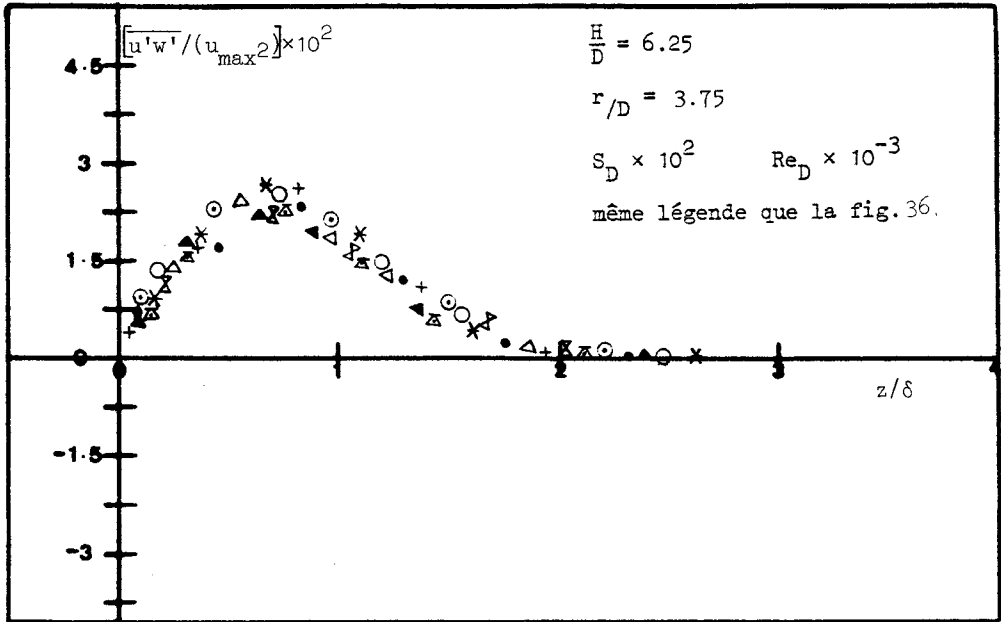


Figure 75

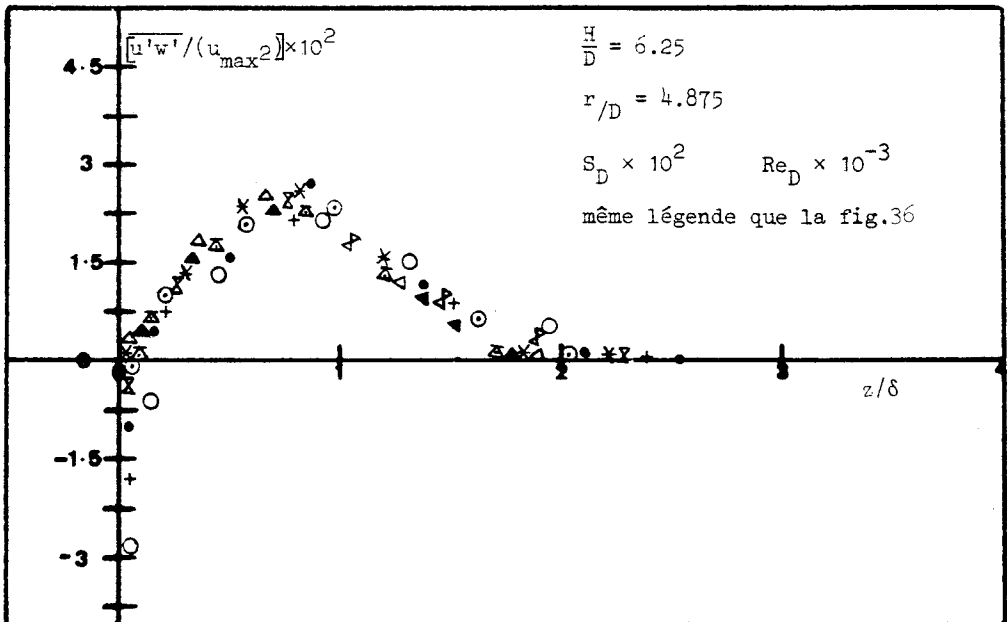


Figure 76

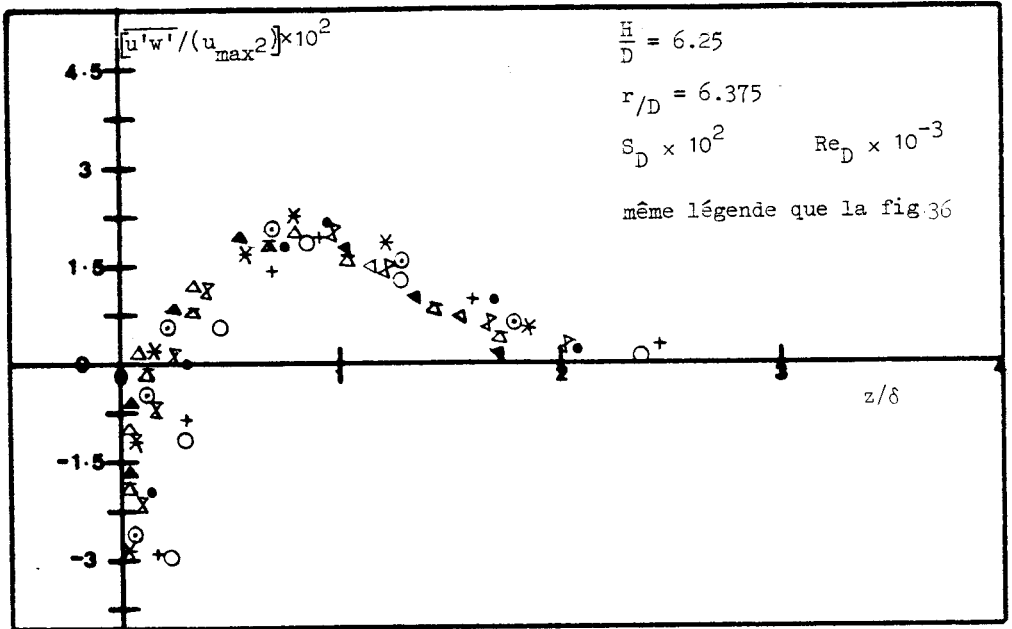


Figure 77

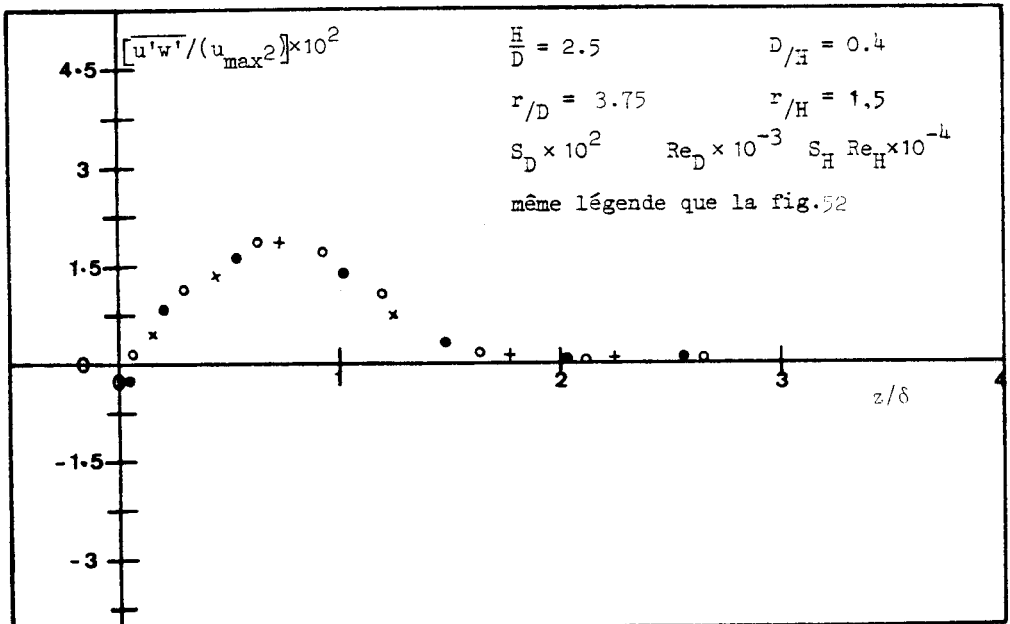


Figure 78

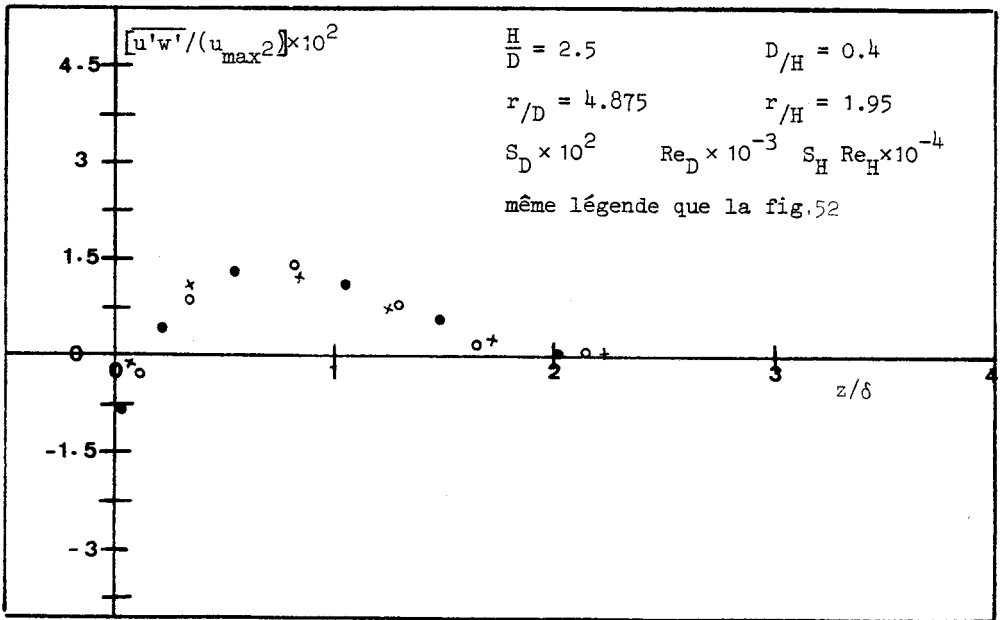


Figure 79

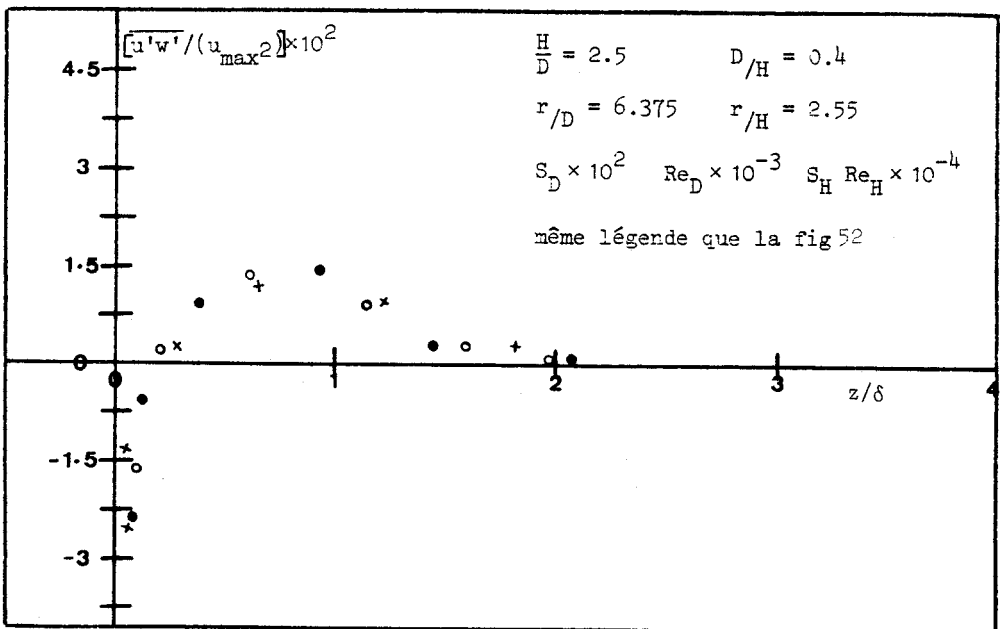


Figure 80

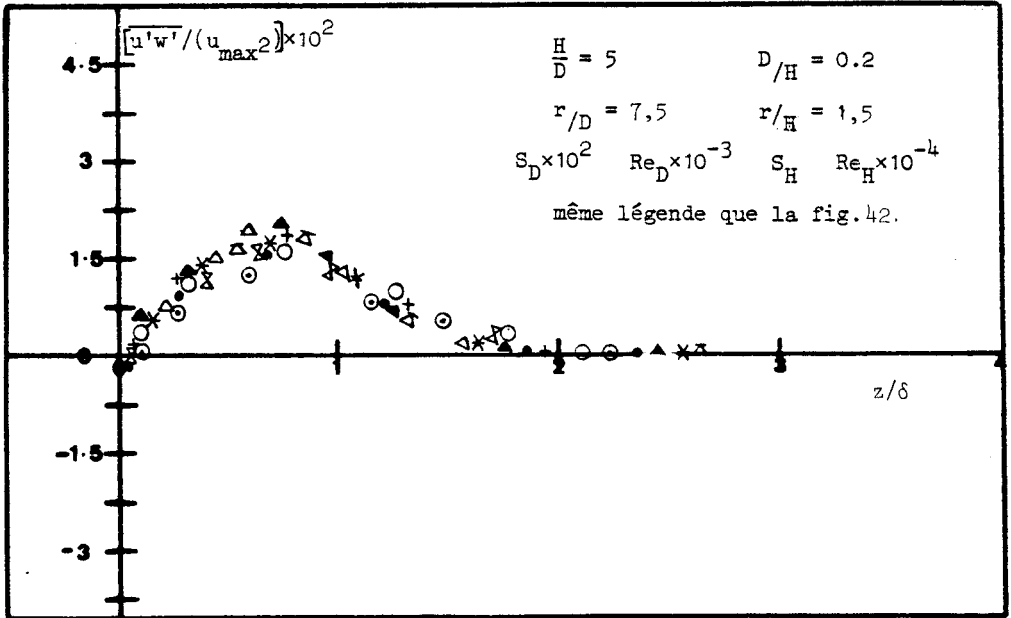


Figure 81

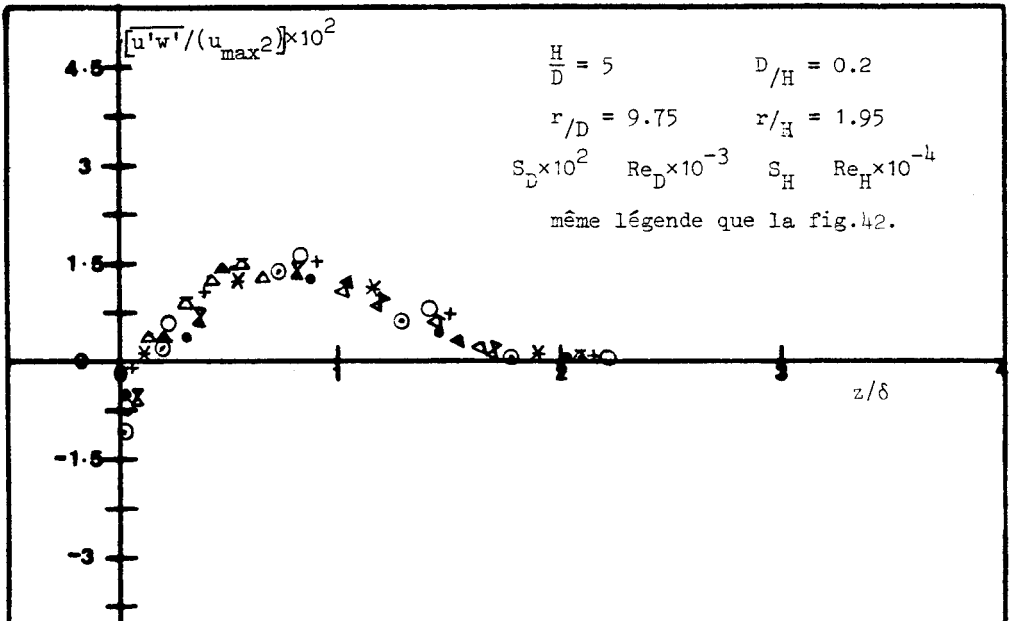


Figure 82

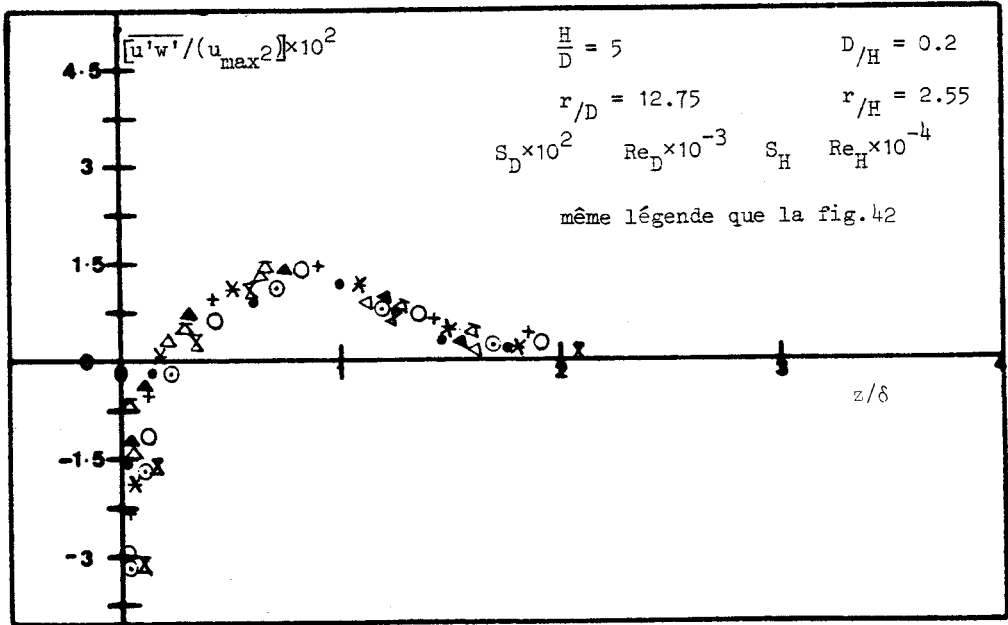


Figure 83

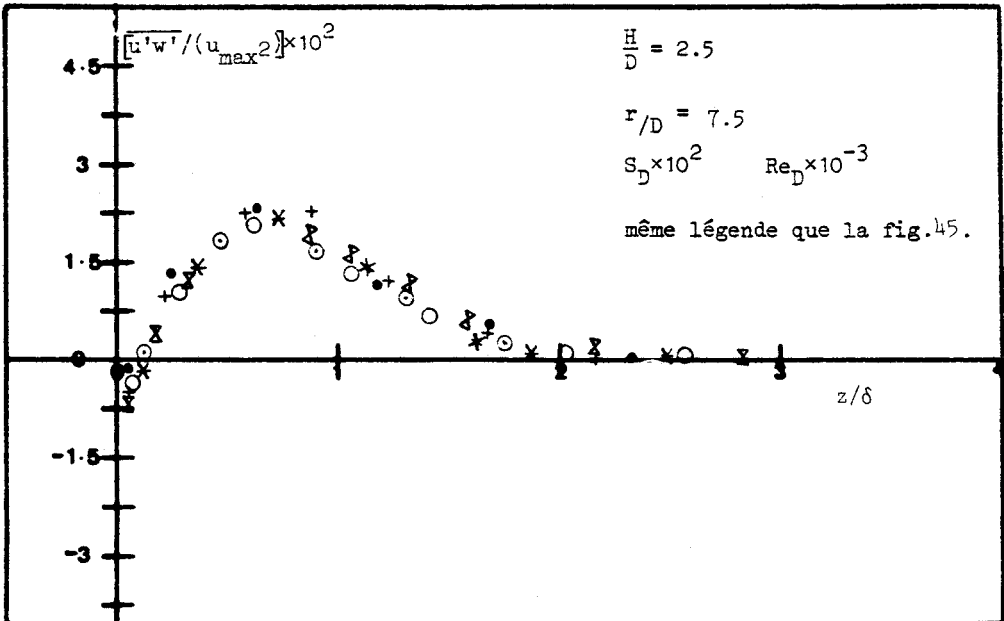


Figure 84

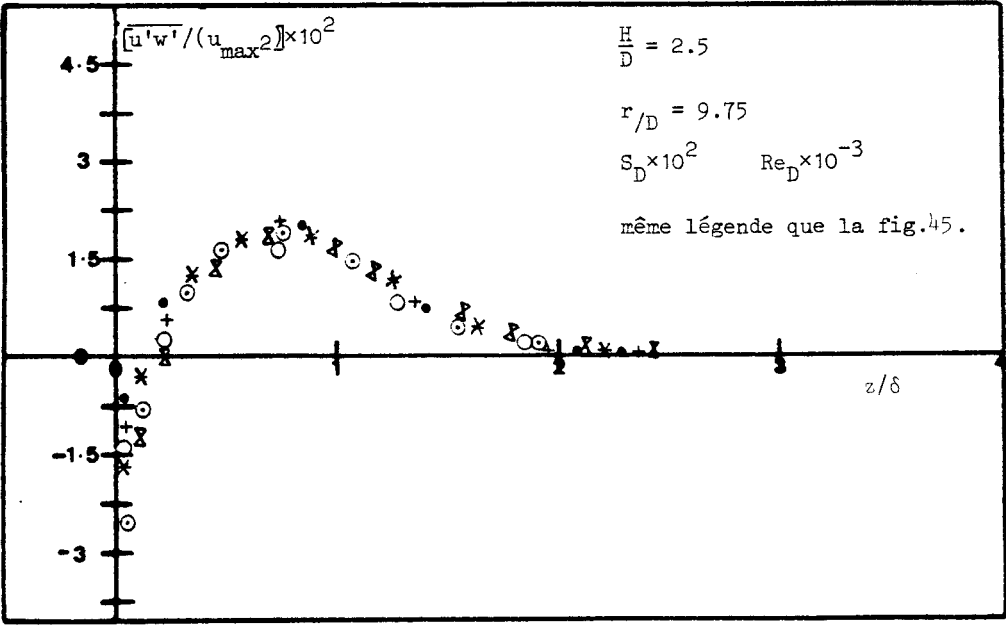


Figure 85

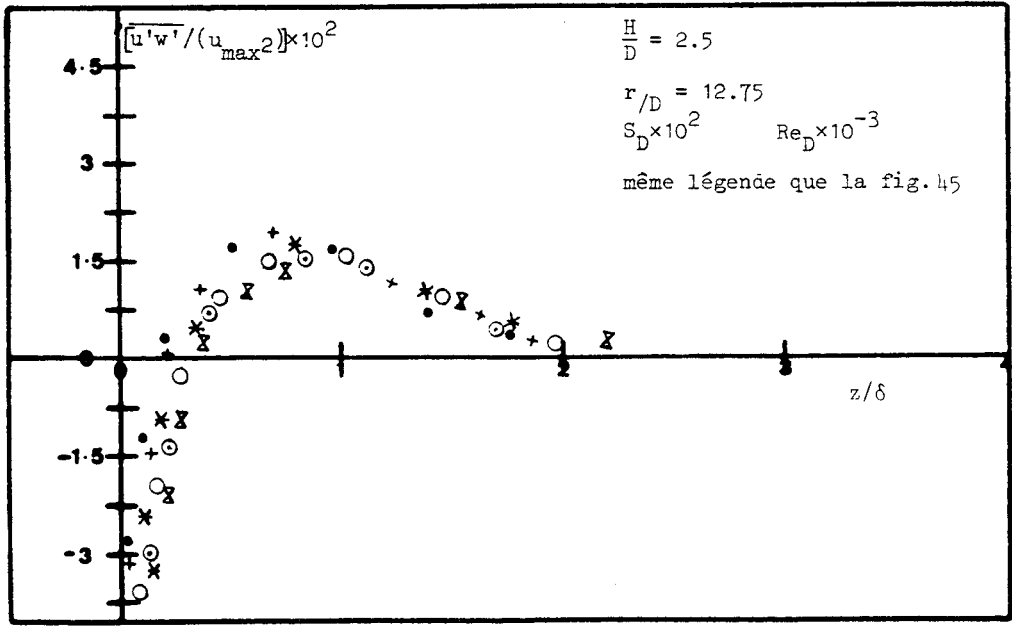


Figure 86

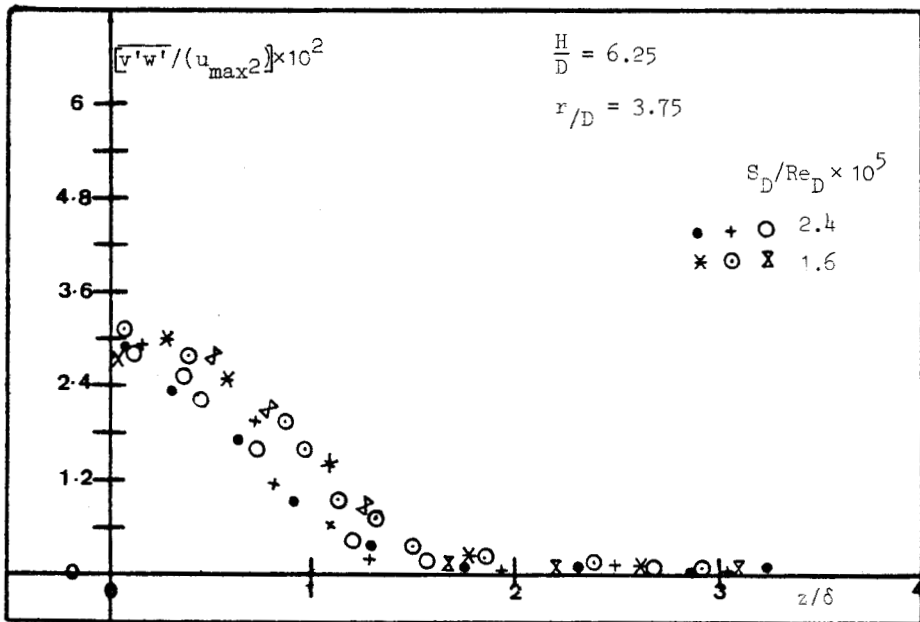


Figure 87

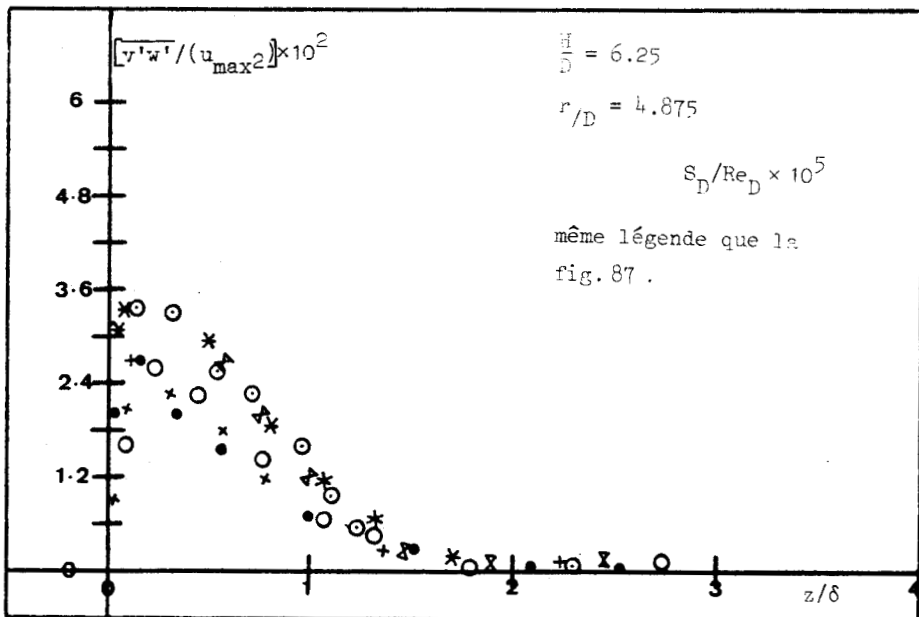


Figure 88

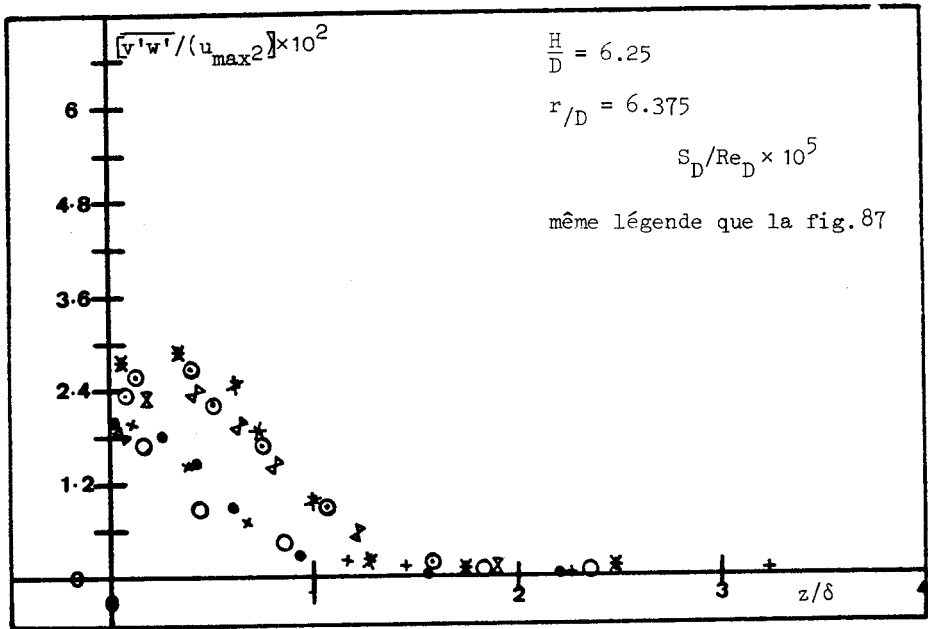


Figure 89

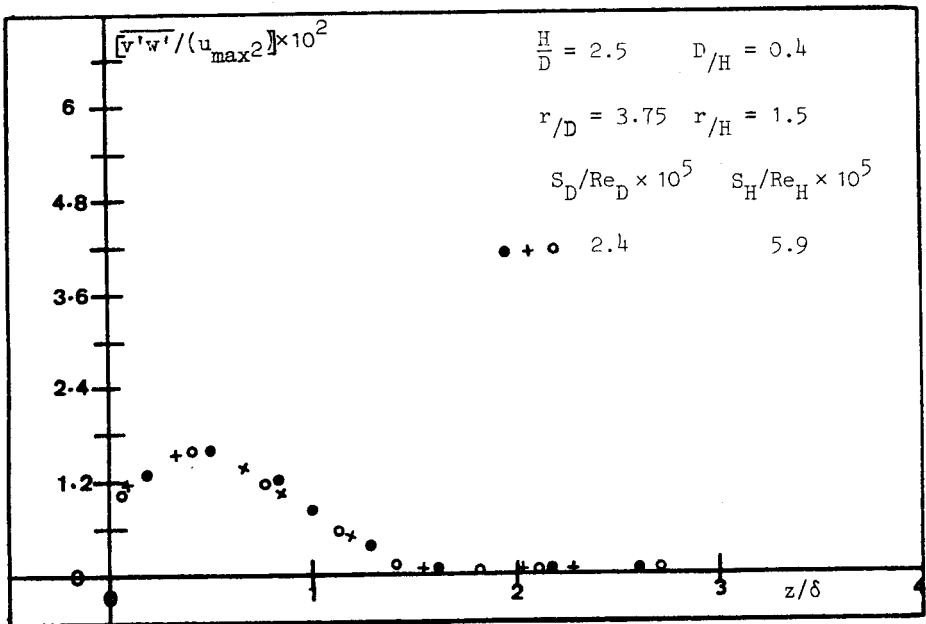


Figure 90



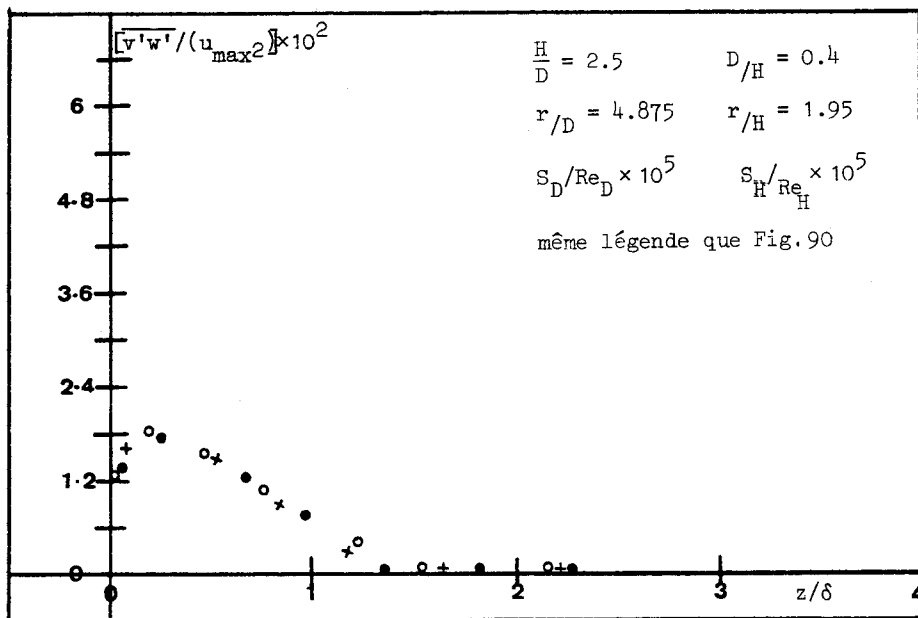


Figure 91

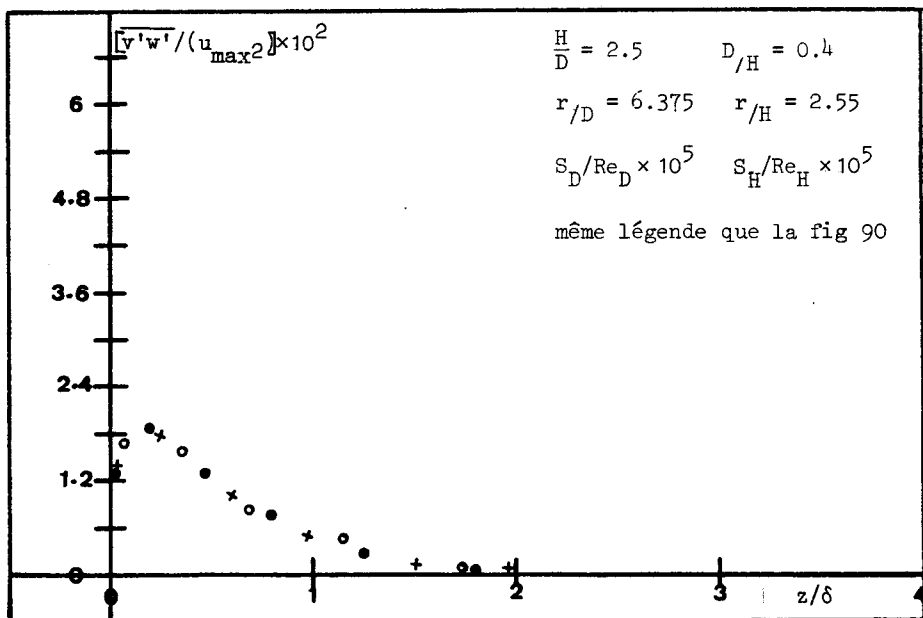


Figure 92

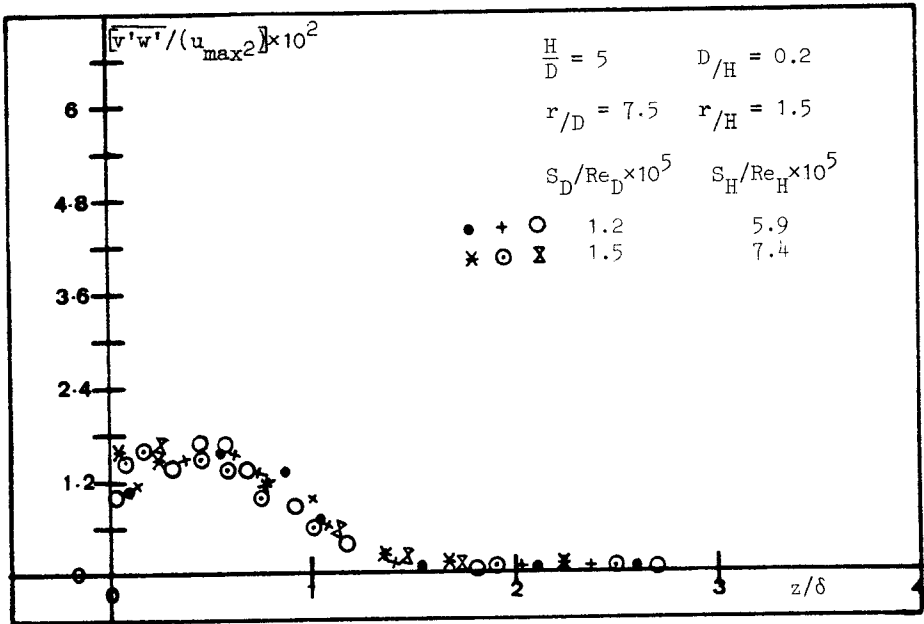


Figure 93

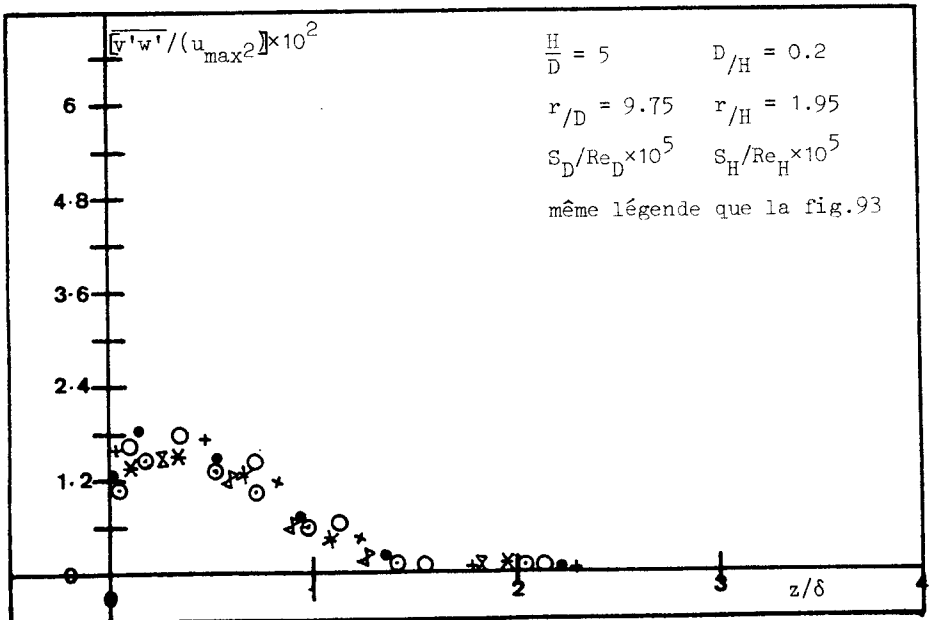


Figure 94

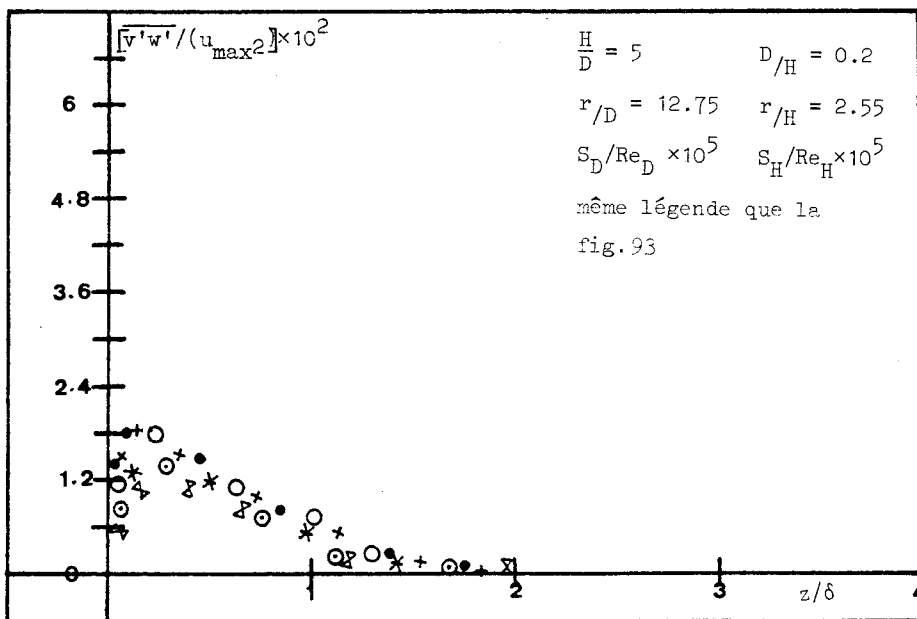


Figure 95

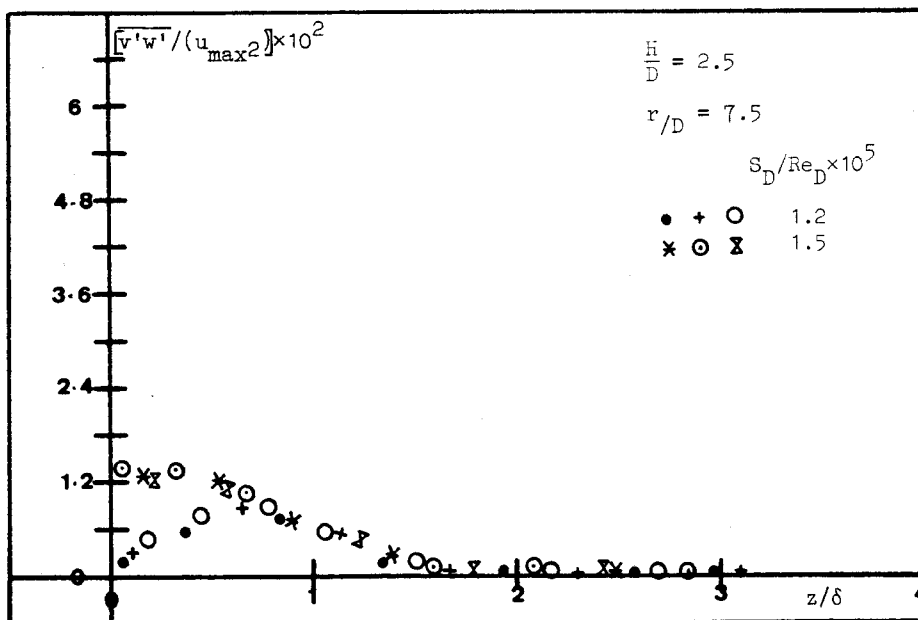


Figure 96

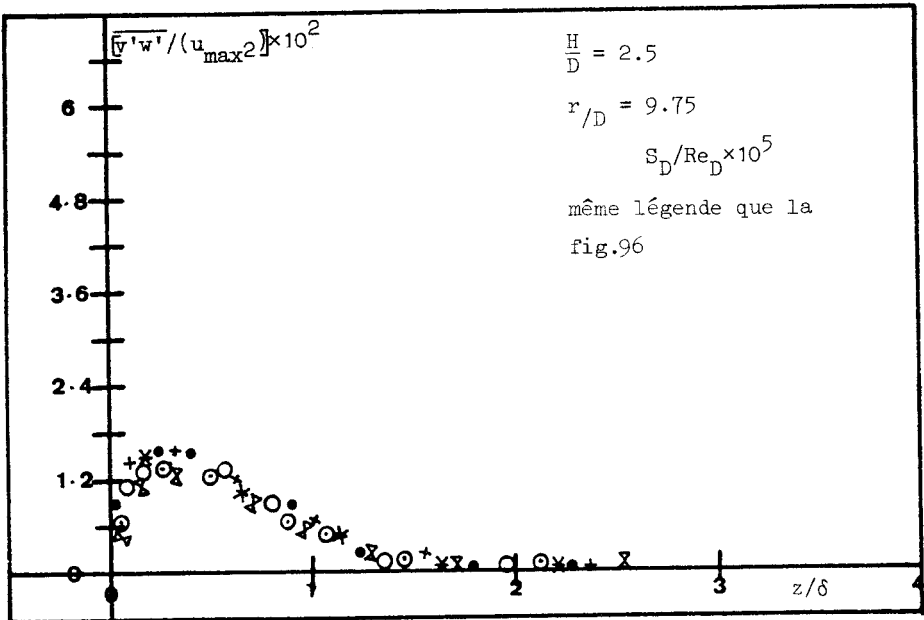


Figure 97

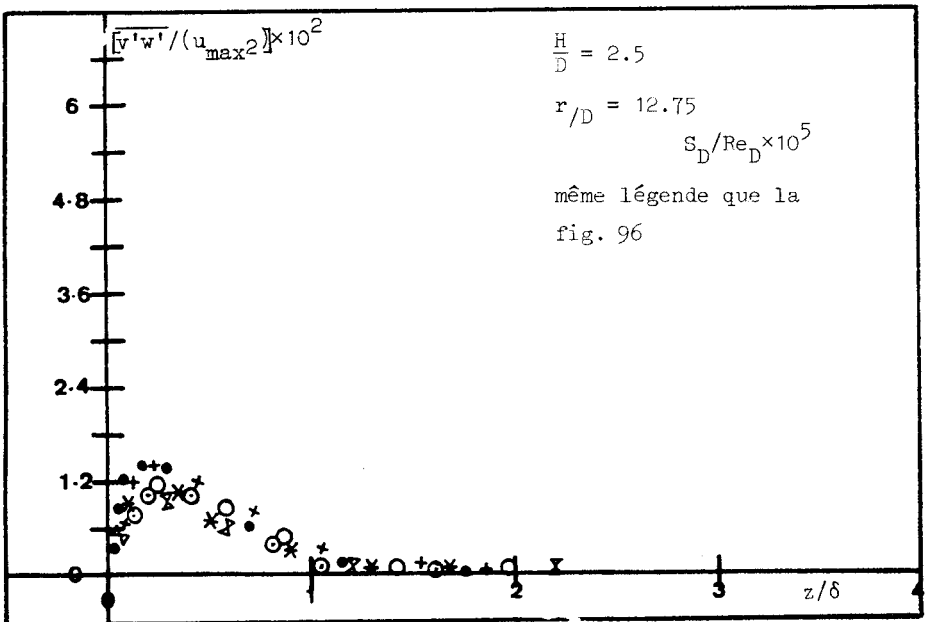


Figure 98

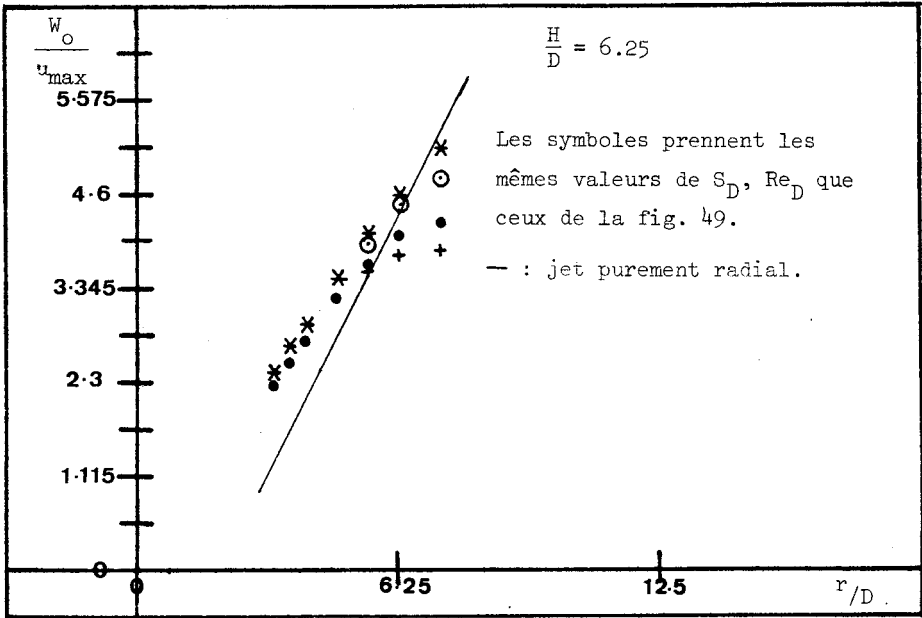


Figure 99

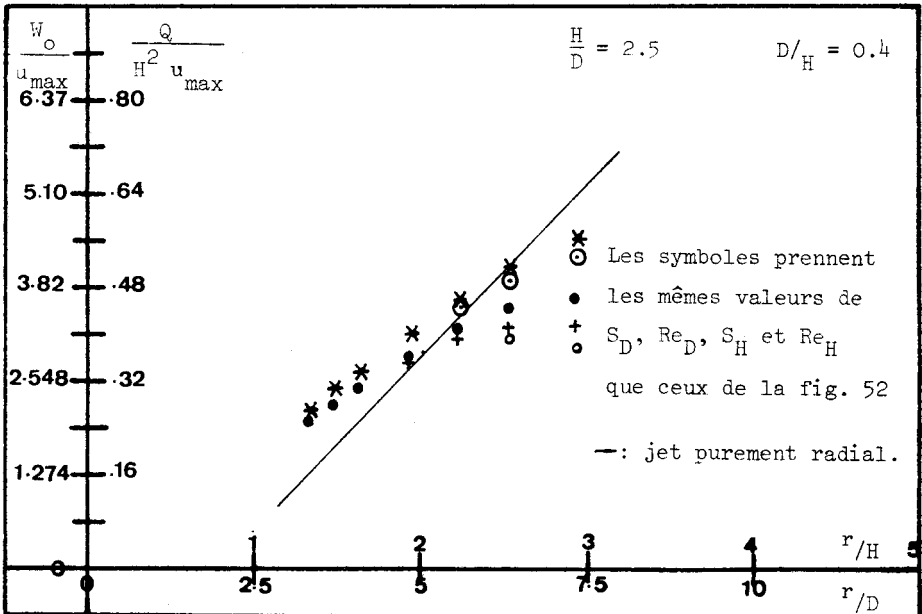


Figure 100

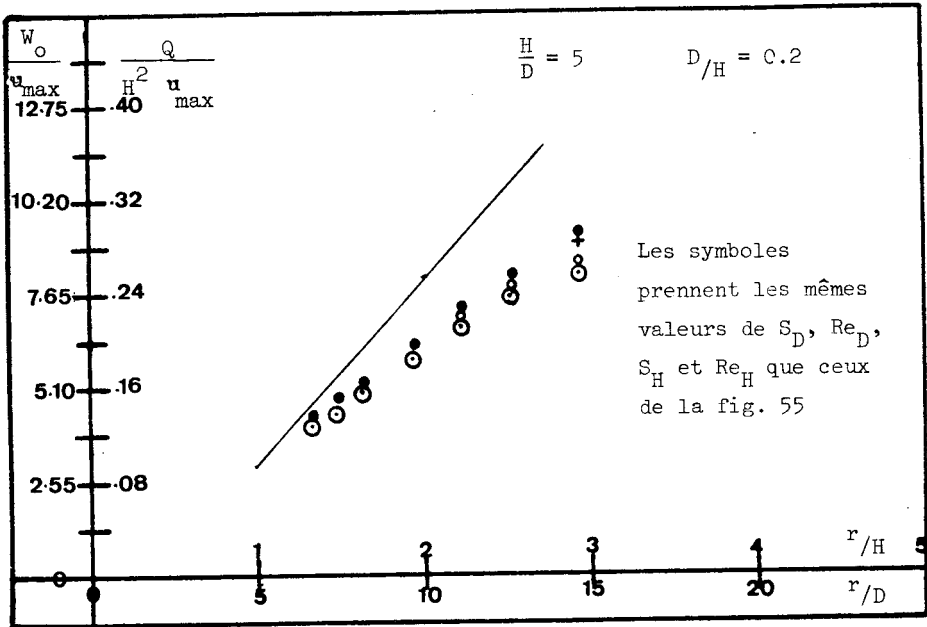


Figure 101

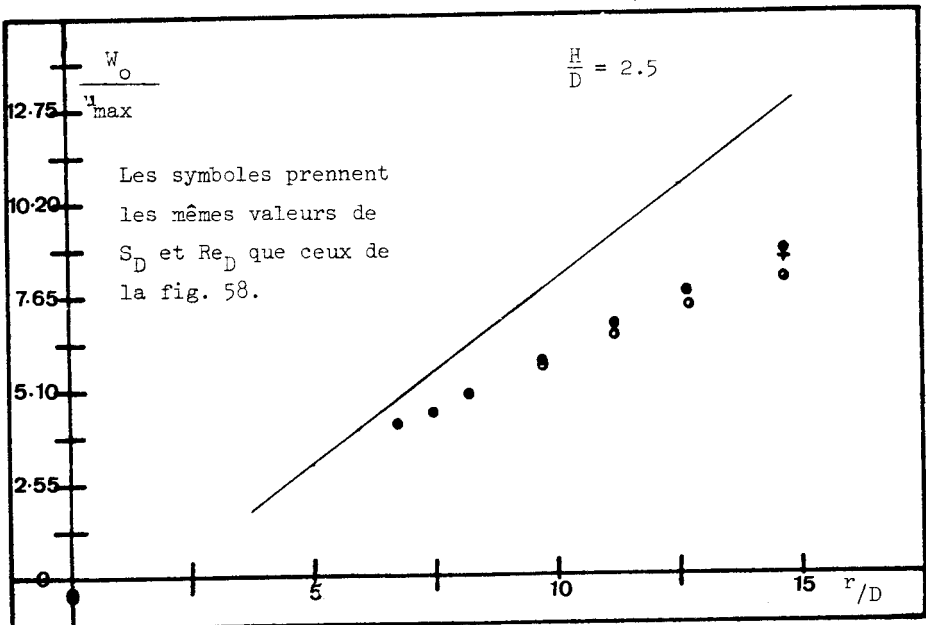


Figure 102

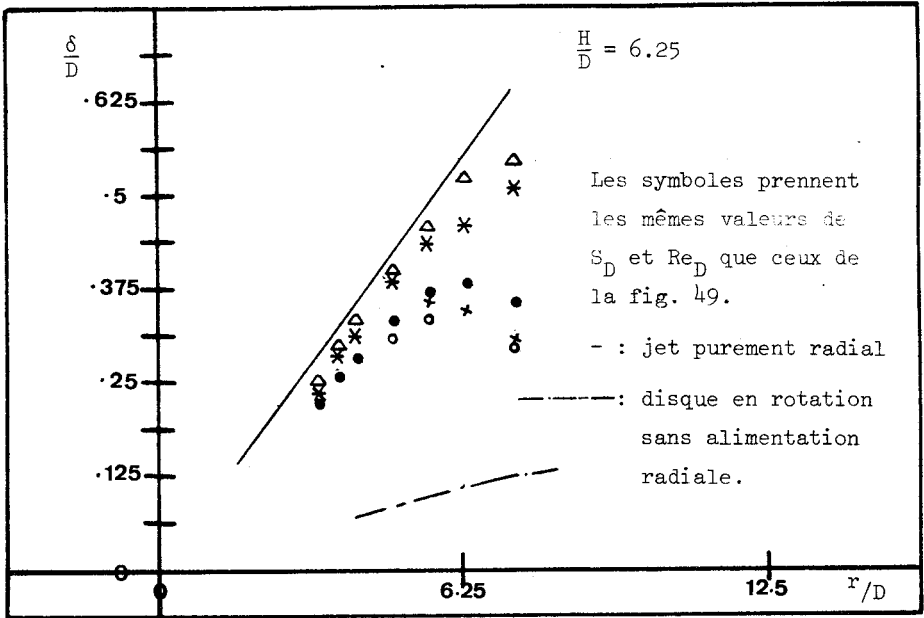


Figure 103

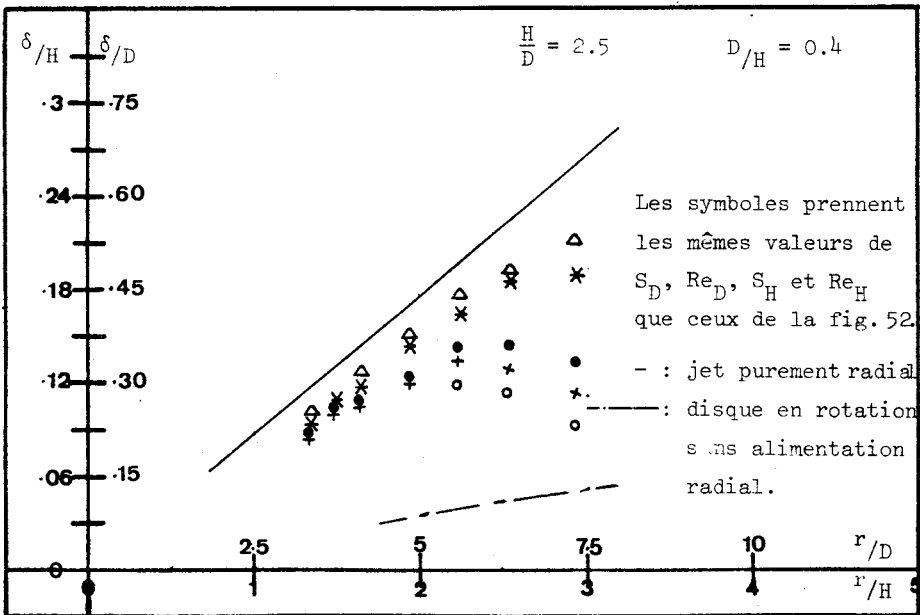


Figure 104

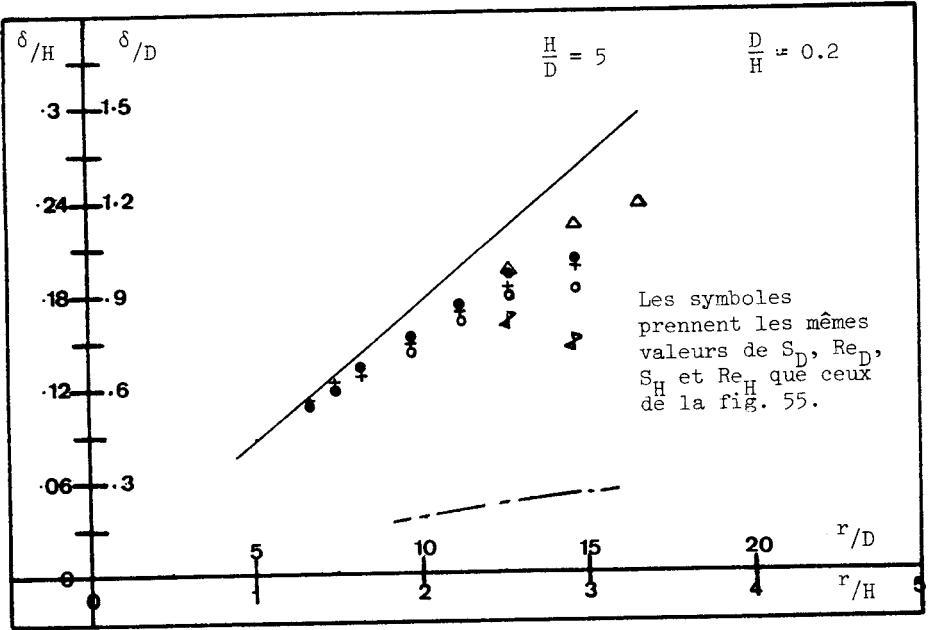


Figure 105

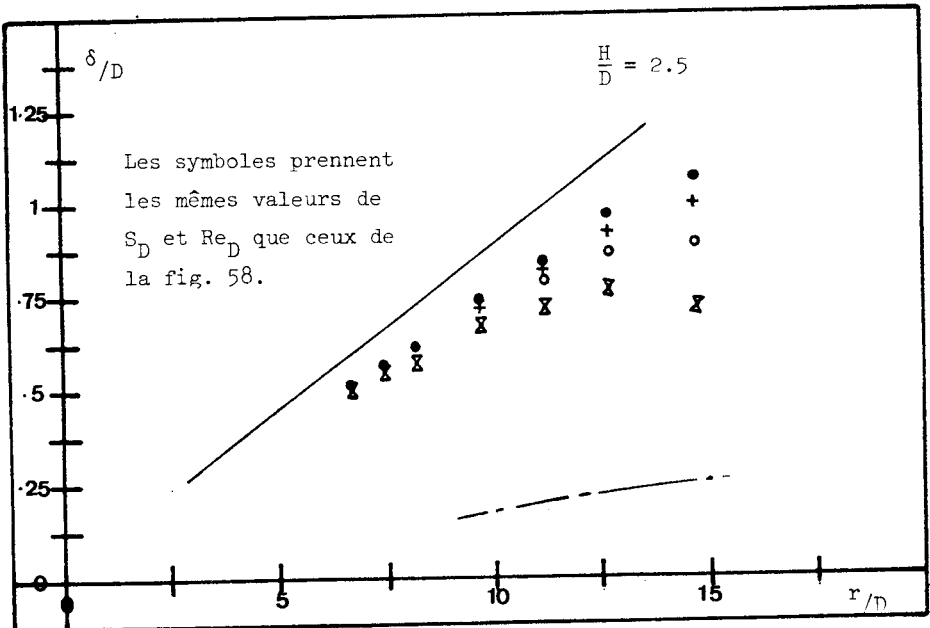


Figure 106



## RESUME

On se propose d'étudier expérimentalement l'écoulement turbulent pariétal produit par l'impact d'un jet frappant normalement un disque coaxial en rotation. La méthode utilisée est l'anémométrie à fil chaud : on mesure les vitesses moyennes, ainsi que les contraintes turbulentes dans un domaine où les effets de l'alimentation par le jet axial et ceux de la rotation du disque sont du même ordre de grandeur.

On se place dans le cadre des approximations de couche limite pour obtenir une formulation simplifiée du problème. Par ailleurs, on met en évidence les paramètres sans dimensions qui jouent un rôle significatif. L'étude expérimentale est conduite en faisant varier ces paramètres.

L'analyse des résultats expérimentaux fournit les échelles caractéristiques des vitesses et des longueurs, ainsi que les niveaux de turbulence. De plus, elle donne des informations sur l'importance relative des différents termes des équations de Reynolds et permet de vérifier la validité de l'approximation de couche limite.

## MOTS CLES

ECOULEMENT PARIETAL EN ROTATION

ECOULEMENT TURBULENT AVEC ROTATION

ECOULEMENT SUR DISQUE TOURNANT

ANEMOMETRIE A FIL CHAUD.



