

N° d'ordre : 474

50376
1990
1

70970

50376
1990
1

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE FLANDRES ARTOIS

POUR OBTENIR LE TITRE DE

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

Spécialité : ELECTRONIQUE

par

Khalil EL KHAMLI CHI DRISSI

Ingénieur I.D.N.

SYNTHESE ANALYTIQUE DES CONVERTISSEURS STATIQUES
PAR LA METHODE DE CONSERVATION DE LA PUISSANCE
INSTANTANEE : APPLICATION A LA DETERMINATION DES
HARMONIQUES DES COURANTS D'ENTREE

Soutenu le 26 Janvier 1990 devant la Commission d'Examen

G. SEQUIER	Président
J. LESENNE	Rapporteur
G. DAUPHIN-TANGUY	Rapporteur
J. FAUCHER	Examineur
C. ROMBAUT	Examineur
H. SCHOORENS	Examineur
J. WILKOWSKI	Examineur



A ma famille ...

AVANT-PROPOS

Les présents travaux de recherche ont été effectués au sein de l'équipe I.D.N. du Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance (L.E.E.P.), dirigé par Monsieur le Professeur ROMBAUT.

Nous tenons à exprimer toute notre reconnaissance à Monsieur le Professeur ROMBAUT qui nous a proposé un thème à la fois intéressant et passionnant, de par ses conseils et son enthousiasme pour le travail, notre recherche a été réalisée dans des conditions favorables et dans les meilleurs délais. Qu'il trouve ici l'expression de notre profonde gratitude.

Notre reconnaissance va aussi à Monsieur SCHOORENS, Professeur à l'Institut Industriel du Nord, qui nous a conseillé utilement tout au long de notre travail.

Nous sommes très honorés que Monsieur le Professeur SEGUIER préside le jury auquel nous soumettons ce mémoire.

Nous tenons à exprimer nos remerciements à Monsieur le Professeur LESENNE, Directeur de l'Institut Universitaire de Technologie de BETHUNE qui a bien voulu évaluer notre travail.

Que Madame DAUPHIN-TANGUY, Professeur à l'Institut Industriel du Nord, veuille bien trouver l'expression de notre vive gratitude d'avoir accepté de rapporter sur notre mémoire.

Nous sommes très honorés de la présence dans celui-ci de Monsieur FAUCHER, Professeur à l'Institut Polytechnique de Toulouse.

Nous sommes également sensibles à l'honneur que nous fait Monsieur WILKOWSKI, Chef du Centre EDF-GDF, en acceptant de participer à notre jury. Qu'il trouve ici l'expression de nos sincères remerciements.

Nous sommes également reconnaissants à Madame PENNEQUIN, pour avoir assuré, avec compétence, la frappe et la mise en page du présent mémoire.

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Les convertisseurs statiques permettent de présenter l'énergie électrique sous la forme la mieux adaptée pour son utilisation.

Pour effectuer une classification des convertisseurs, on peut les regrouper selon la nature des transformations réalisées. Les grandeurs d'entrée et de sortie pouvant se présenter sous forme continue ou alternative, quatre formes de conversion peuvent être définies :

- la conversion alternatif-continu est assurée au moyen des redresseurs
- la conversion continu-alternatif est assurée par les onduleurs
- la conversion alternatif-alternatif est assurée par les gradateurs, les cyclo-convertisseurs ou plus généralement par les changeurs directs de fréquence
- la conversion continu-continu est assurée par les hacheurs.

Les différents convertisseurs de l'électronique de puissance doivent assurer le meilleur rendement possible, ils seront donc constitués d'éléments peu dissipatifs : interrupteurs ou composants réactifs.

Si l'on n'utilise que des interrupteurs, la puissance dissipée dans le convertisseur peut être considérée comme négligeable devant la puissance transitée, on peut supposer les interrupteurs parfaits. Dans ces conditions, les sources d'entrée et de sortie sont de nature différentes : si l'une des sources est de tension, c'est-à-dire que la tension ne peut subir de discontinuité, l'autre est une source de courant et c'est cette grandeur qui reste continue.

Le convertisseur ne consommant aucune puissance, à chaque instant, la puissance de sortie est égale à la puissance d'entrée. C'est cette propriété, très simple d'écriture, qui permet dans beaucoup de cas de s'affranchir d'une analyse détaillée du fonctionnement du convertisseur, pour obtenir des relations quantitatives entre les grandeurs de sortie et les grandeurs d'entrée. Les relations sont d'autant plus simples que l'on suppose les sources parfaites : les sources de tension sont d'impédance interne négligeable, les sources de courant d'admittance infinie.

En particulier, l'utilisation du principe de conservation de la puissance instantanée permet de déterminer le courant pris à la source d'alimentation en connaissant les variables de sortie ainsi que les tensions d'entrée. C'est l'état des interrupteurs et le type de récepteur constituant la charge qui déterminent les variables de sortie. Cette méthode aboutit au résultat rapidement sans nécessiter une étude analytique détaillée des montages.

Elle permet donc d'obtenir beaucoup de résultats dont la plupart sont connus, et d'autres pas, mais elle permet surtout de mettre en évidence les lois qui régissent les différentes variables.

Cette méthode d'analyse globale suppose que le convertisseur est une matrice d'interrupteurs reliant, suivant des lois de commande prédéfinies les bornes d'entrée à celles de sortie. Cette présentation synthétique des convertisseurs a déjà été présentée par SEGUIER [1] . MOPTY [2] en a réalisé la synthèse automatique par simulation. C'est la synthèse analytique, basée sur l'utilisation du principe de la conservation de la puissance instantanée, qui fait l'objet de ce mémoire. Il est divisé en quatre chapitres qui correspondent à chacune des conversions d'énergie présentées.

Dans chacun de ces chapitres, le plan suivi est le même :

- Expression de la puissance instantanée à l'entrée du convertisseur
- Expression de la puissance instantanée à la sortie du convertisseur
- Bilan de puissance et identification des deux expressions.

1) Redresseurs

Les redresseurs ont fait l'objet de nombreuses études. SEGUIER en est le spécialiste [3]. Les lois générales sur les grandeurs de sortie sont bien connues dans le cas où le récepteur impose un courant parfaitement lissé ou non, ou même lorsqu'un filtre est interposé [4], le passage aux grandeurs d'entrée est plus délicat. De nombreuses études furent menées sur le côté source dans le cas des redresseurs triphasés [5], [6], [7], [8], [9] débitant sur des charges variables. Les résultats obtenus sont spécifiques à chaque redresseur et ils ne permettent pas leur généralisation à un redresseur quelconque.

On se propose donc d'apporter cette généralisation et donc de déterminer les courants d'entrée uniquement par la connaissance de la tension et du courant redressés. Deux cas seront étudiés :

- le premier, le plus simple, consiste à faire l'hypothèse du courant de sortie constant. Dans ces conditions, la conservation de la puissance instantanée permet de trouver les courants d'entrée sous forme analytique et la détermination des harmoniques quelle que soit l'entrée : monophasée ou polyphasée. En triphasé, on retrouve évidemment les résultats bien connus [10].

- la deuxième est plus délicate. Elle consiste à ne pas faire d'a priori sur la nature du récepteur. Il est encore possible de déterminer analytiquement le courant d'entrée à condition, évidemment de connaître le récepteur sur lequel le convertisseur débite.

2) Onduleurs

Ces convertisseurs continu-alternatif ont une structure interne voisine de celle des redresseurs. La tension de sortie est déterminée par le choix d'une stratégie de commande. Dans le cas le plus simple, une alternance de cette tension est réalisée par un créneau dont l'amplitude est celle de la tension d'entrée [11]. L'obtention d'une telle tension alternative pose des problèmes au niveau du filtrage. La rapidité croissante des composants de puissance a permis l'introduction de la modulation de largeur d'impulsions [12]. La multiplication du nombre des commutateurs et donc des angles de commande permet l'élimination d'harmoniques gênants. Plusieurs méthodes ont été proposées depuis les méthodes analogiques jusqu'aux méthodes récentes de résolution par les fonctions de WALSH [13], en passant par les méthodes de découpage en séquences anharmoniques [14] ou par la résolution des systèmes d'équations non linéaires [15], [16], [17], [18].

On se propose d'introduire ici une nouvelle méthode, celle de l'optimisation du critère quadratique. Cette méthode originale, simple de présentation, nécessite cependant une bonne connaissance des techniques d'optimisation numériques [19] et l'utilisation de logiciels performants tel BASILE [20]. Cette méthode présente l'avantage de tenir compte du filtre aval, et pour chaque pondération, bien que le critère d'optimisation change on utilise toujours les mêmes programmes pères. On utilise toujours le principe de conservation de la puissance instantanée pour déterminer quantitativement les courants d'entrée, lorsqu'on choisit cette méthode d'optimisation. Ce principe pourrait être étendu aux autres techniques utilisables.

3) Changeurs directs de fréquence

L'ouvrage de base sur les changeurs directs de fréquence est celui de GYUGUI et PELLY [21]. SEGUIER [22] en a fait une excellente synthèse et présenté les résultats essentiels de cette étude.

Toutes les études analytiques ont nécessité des approximations simplificatives. Elles entraînent donc naturellement des erreurs sur les caractéristiques des tensions de sortie et des courants d'entrée. L'utilisation du calcul numérique a permis une meilleure précision par l'usage d'approximations plus adaptées [23], [24], [25]. Pour déterminer les courants d'entrée, l'hypothèse du courant de sortie sinusoïdal a été justifiée [26] et nous la préconisons.

L'utilisation conjointe de méthodes analytiques et numériques permet l'obtention des résultats sans aucune approximation préalable sur les fonctions d'existence. Le principe de conservation de la puissance instantanée se révèle là encore être un outil puissant. Les résultats obtenus, sans approximation supplémentaire, seront confrontés aux résultats obtenus par les méthodes classiques pour des modulations sinusoïdales et linéaires.

Cette méthode nécessite toutefois le recours aux techniques de traitement du signal [27] et la possibilité de résoudre des équations non linéaires [28] pour déterminer les fonctions d'existence.

4) Les Hacheurs

Pour assurer la conversion continu-continu, on utilise des convertisseurs statiques appelés Hacheurs [29].

Pour utiliser le principe de conservation de la puissance instantanée, il est nécessaire qu'entre les deux sources, il n'y ait aucun élément de stockage d'énergie, donc uniquement des interrupteurs. Les sources d'entrée et de sortie sont alors de nature différente [30]. Mais dans ce cas, la structure du convertisseur est tellement simple que l'analyse directe du fonctionnement conduit aussi facilement au résultat que le principe de conservation de la puissance. On utilisera néanmoins ce principe, pour montrer l'intérêt de celui-ci pour tous les convertisseurs directs et montrer clairement le lien entre les harmoniques de la tension de sortie et du courant d'entrée. Cette étude sera étendue au cas où les sources sont imparfaites.

Lorsque les sources d'entrée et de sortie sont de même nature, il faut insérer des éléments de stockage d'énergie, la puissance instantanée n'est plus conservée mais l'utilisation de la conservation de la puissance moyenne conduit à de bonnes simplifications.

CHAPITRE I

LA CONVERSION ALTERNATIF-CONTINU

CHAPITRE I

LA CONVERSION ALTERNATIF-CONTINU

La conversion alternatif-continu est réalisée au moyen de groupements de redresseurs à diodes ou à thyristors. Ces composants fonctionnant en commutation, la puissance qu'ils consomment est négligeable devant la puissance transitée. Dans ces conditions, la puissance fournie à l'assemblage de semi-conducteurs est égale à chaque instant à la puissance fournie au récepteur.

Le plus souvent, un transformateur est inséré entre la source de tension et le redresseur. Le transformateur permet l'adaptation de la tension de la source à la tension continue désirée ; de plus, en choisissant un transformateur multiplicateur du nombre de phases, il est possible d'améliorer la qualité de la tension continue et par là, la qualité du courant pris à la source [3]. Si l'on néglige la consommation d'énergie du transformateur, tant active que réactive, la puissance instantanément absorbée au primaire est instantanément fournie par le secondaire. L'ensemble "transformateur-redresseur" peut être considéré comme un convertisseur qui modifie la présentation de la puissance instantanément absorbée tout en la conservant.

L'utilisation du principe de la conservation de la puissance instantanée interdit la présence dans le convertisseur d'éléments dissipatifs ou de stockage d'énergie, les réactances de fuites ou parasites doivent donc être négligées. Dans ces conditions, le courant peut être transféré instantanément d'une branche à l'autre et les commutations sont instantanées.

Les semi-conducteurs du redresseur fonctionnent en commutation naturelle, leur mise en conduction est soit spontanée soit commandée mais leur blocage est toujours spontané. Il peut s'effectuer soit par annulation du courant qui les traverse, c'est la commutation libre obtenue pour les fonctionnements à "conduction discontinue", soit par l'application d'une tension négative aux bornes du composant liée à la mise en conduction d'un autre semi-conducteur, c'est la commutation assistée par la source obtenue pour les fonctionnements à "conduction continue".

Le convertisseur conservatif de la puissance instantanée peut être représenté de la façon suivante :

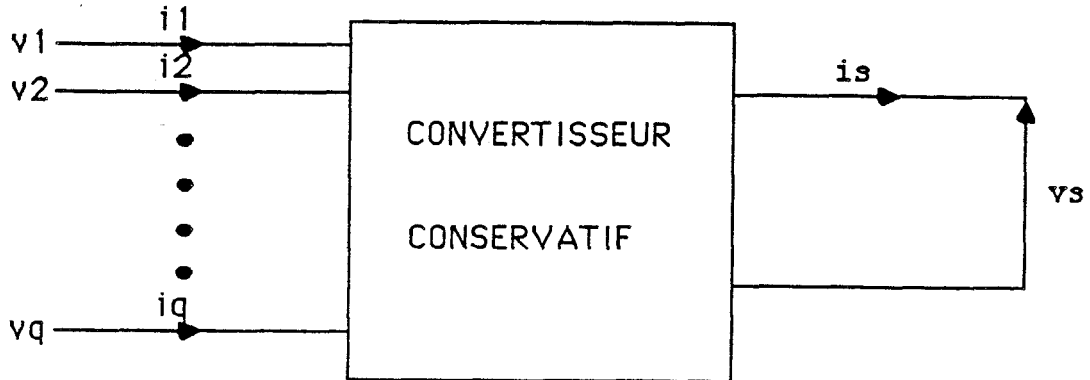


Figure 1.1.

Si les tensions d'entrée sont imposées, pour un récepteur donné, les séquences d'ouverture et de fermeture des interrupteurs à semi-conducteurs peuvent être déduites des mécanismes de commutation et de la commande. En conduction continue, le blocage d'un semi-conducteur étant obtenu par le déblocage d'un autre, les séquences de conduction des composants sont parfaitement définies. On peut donc déterminer la tension de sortie. La nature du récepteur placé du côté continu permet la détermination du courant i_s , et les connexions établies par le convertisseur donnent les courants d'entrée. De la même façon, si les courants d'entrée sont imposés, un raisonnement analogue montre qu'il est possible de déterminer les tensions d'entrée.

On voit que la connaissance des tensions d'entrée permet celle des courants d'entrée ou réciproquement, ce qui est résumé par le diagramme suivant :



Si Y est le vecteur d'effet (tensions ou courants d'entrée) et X le vecteur causal (courants ou tensions d'entrée) et que ce dernier est parfaitement connu, il existe une relation du type $Y = f(X)$ qui traduit la conservation de la puissance instantanée. En conduction discontinue, le problème est plus complexe, les instants de blocage et parfois les instants d'amorçage dépendent de la nature du récepteur. L'utilisation du principe de la conservation de la puissance instantanée permet encore la détermination du vecteur causal.

Les convertisseurs présentés dans ce chapitre sont conservatifs, ils comprennent donc des assemblages de semi-conducteurs commandés ou non et éventuellement associés à des transformateurs parfaits. La source de tension d'alimentation est polyphasée, sinusoïdale et d'impédance interne nulle.

La connaissance des mécanismes de commutation donne la forme d'onde de la tension continue ; on peut en déduire son développement en série de Fourier. De la nature du récepteur, on peut déterminer la forme d'onde et le développement en série du courant continu, ainsi que la puissance instantanée côté continu. L'utilisation de la conservation de la puissance instantanée permet, à partir de la connaissance des tensions d'entrée d'en déduire le développement en série des courants d'entrée. Il est également possible de déterminer l'expression analytique des courants absorbés.

Pour mieux appréhender l'intérêt de cette méthode qui permet de s'affranchir de la connaissance des assemblages des semi-conducteurs et des couplages des transformateurs éventuels, on commencera par étudier les redresseurs débitant un courant rigoureusement constant, ce qui est l'hypothèse couramment utilisée pour la présentation de ces convertisseurs. On présentera ensuite ces mêmes convertisseurs débitant sur un récepteur quelconque.

1. REDRESSEURS A COURANT DE SORTIE CONSTANT

1.1. Notations et hypothèses

En supposant l'inductance du récepteur suffisamment grande pour que l'ondulation résiduelle du courant soit négligeable, l'étude analytique des redresseurs est notablement simplifiée :

- les composants fonctionnent en conduction continue, la tension de sortie formée de portions de sinusoïdes est parfaitement déterminée,

- le courant continu I_d , lié à la puissance moyenne fournie au récepteur, peut être considéré comme une donnée.

Le convertisseur est représenté figure 1.2. Il est alimenté par un système polyphasé à q phases notées v_1, v_2, \dots, v_q . La tension de sortie notée u'_d est formée de p portions de sinusoïdes par période, $p \geq 2$.

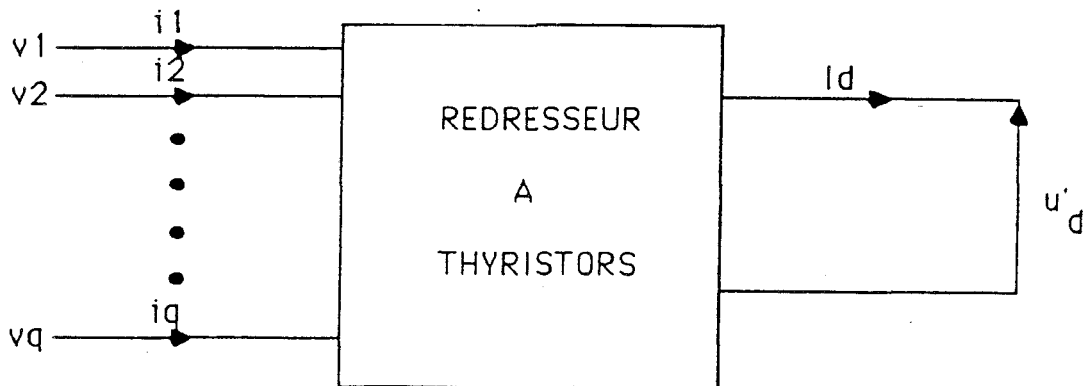


Figure 1.2.

On désigne par p l'indice de pulsation. I_d est le courant continu constant.

1.2. Développement en série de Fourier de la tension redressée

La tension de sortie est formée de p portions de sinusoïdes. L'amplitude maximum de celles-ci est notée $U_d \max$.

Les calculs sont menés en prenant comme origine des temps, le sommet d'une sinusoïde.

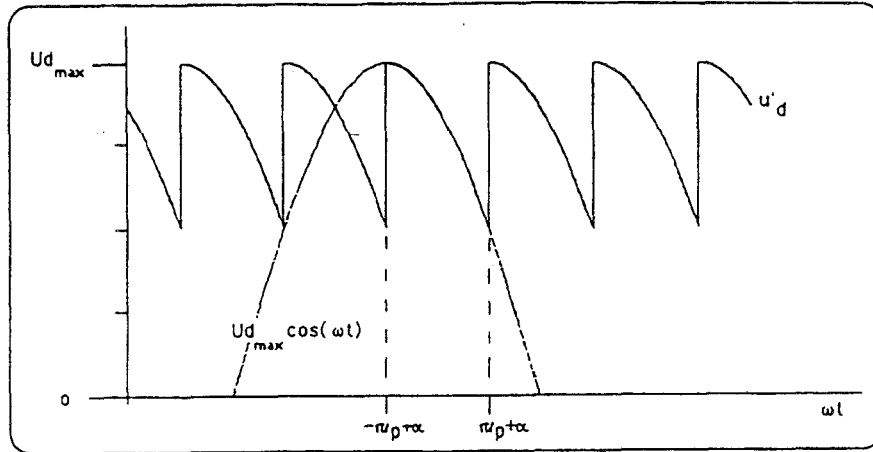


Figure 1.3.

L'étude est menée dans le cas où les semi-conducteurs sont des thyristors.

On désigne par α le retard à l'amorçage compté par rapport à la commutation naturelle.

Les redresseurs à diodes ne sont qu'un cas particulier du cas précédent pour lequel $\alpha = 0$. Les montages mixtes se déduisent des deux montages précédents.

On réalise le changement de variable $\theta = \omega t$ avec ω la pulsation des tensions d'alimentation.

L'expression de u'_d s'écrit donc :

$$\theta \in \left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{p} + \alpha \right] \quad u'_d = U_{d \max} \cos \theta$$

Le développement en série de Fourier de cette tension est la somme d'une composante continue et d'harmoniques de pulsations $p \omega$ et multiples.

$$u'_d = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} C_{kp} e^{i kp \theta}$$

avec :

$$C_{kp} = \frac{p}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{p} + \alpha}^{\frac{\pi}{p} + \alpha} U_{d \max} \cos \theta \cdot e^{-i kp \theta} d \theta$$

Or :

$$\cos \theta = \frac{e^{i\theta} + e^{-i\theta}}{2}$$

donc :

$$C_{kp} = \frac{p U_{d\max}}{2\pi} \left[\frac{e^{i(1-kp)\theta}}{i(1-kp)} + \frac{e^{-i(1+kp)\theta}}{-i(1+kp)} \right]_{-\frac{\pi}{p} + \alpha}^{\frac{\pi}{p} + \alpha}$$

En développant l'expression des C_{kp} , on montre que u'_d s'écrit sous la forme :

$$u'_d = (U_{d\max} \cdot \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} \cdot \cos \alpha) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^{k+1} \cdot \frac{1 + i kp \operatorname{tg} \alpha}{k^2 p^2 - 1} \cdot e^{i kp (\theta - \alpha)}$$

C_0 nous donne la valeur moyenne de cette tension redressée u'_d , on notera U'_{d0} cette constante.

$$U'_{d0} = U_{d\max} \cdot \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} \cdot \cos \alpha$$

d'où :

$$u'_d = U'_{d0} \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^{k+1} \frac{1 + i kp \operatorname{tg} \alpha}{k^2 p^2 - 1} \cdot e^{i kp (\theta - \alpha)} \right) \quad (1)$$

L'amplitude de l'harmonique kp , U'_{dkp} , est donnée par :

$$U'_{dkp} = 2 U'_{d0} \cdot \frac{\sqrt{1 + k^2 p^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}{k^2 p^2 - 1} \quad k > 0$$

La tension continue d'un redresseur d'indice de pulsation p contient donc tous les harmoniques multiples de p de la fréquence du réseau alternatif.

On peut rapporter l'amplitude des harmoniques à la valeur nominale U_{d0} de u'_d et en posant $n = kp$, on obtient :

$$\frac{(U'_d)_n}{U_{d0}} = \frac{2}{n^2 - 1} \cdot \sqrt{n^2 \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha} \quad \text{avec } U_{d0} = U_{d\max} \cdot \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p}$$

Cette expression est commode car elle fait directement intervenir le rang n de l'harmonique.

On a représenté figures 1.4. et 1.5. les variations de l'amplitude des harmoniques en fonction de leur rang et du cosinus du retard à l'amorçage.

La figure 1.4. est paramétrée en $|\cos \alpha|$, les courbes donnant $(U'd)_n / U_{d0}$ en fonction de n , ont été tracées continûment, leur lecture doit être effectuée pour des valeurs discrètes de $n = kp$. La figure 1.5. est paramétrée en n , les fonctions sont effectivement continues.

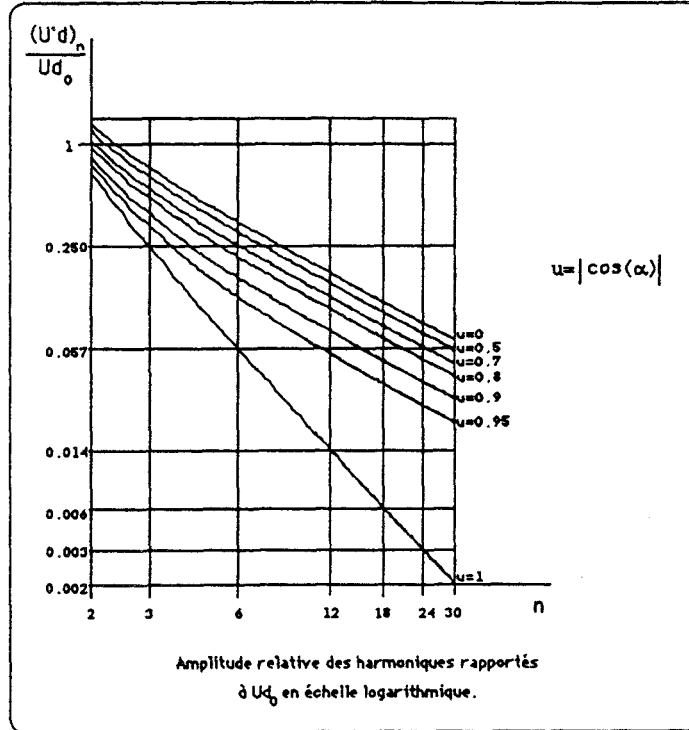


Figure 1.4.

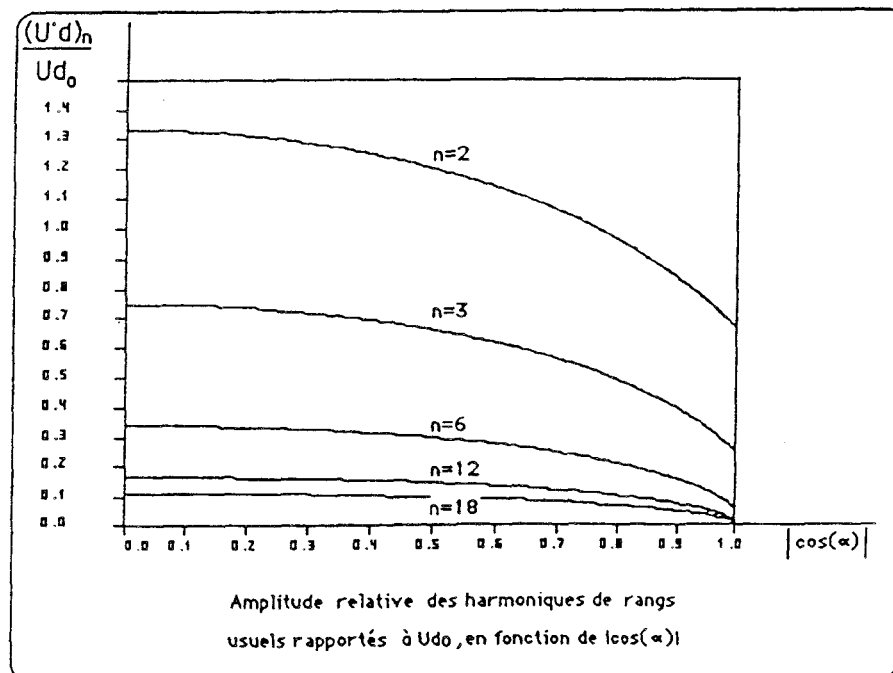


Figure 1.5.

La valeur moyenne de la tension redressée est donnée par :

$$U'_{do} = U_{d \max} \cdot \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} \cdot \cos \alpha$$

Si l'angle d'amorçage est nul, on met en évidence un rapport de transformation couramment appelé rapport de conversion ; celui-ci lie U_{do} à la valeur efficace de la tension de la source, ce rapport ne dépend que de l'architecture interne du redresseur.

Pour caractériser l'ondulation résiduelle de la tension redressée, on définit le taux d'harmoniques :

$$\tau'_{ud} = \frac{1}{U'_{do}} \left(\sum_{k=1}^{+\infty} U'_{dkp}{}^2 \right)^{1/2}$$

soit :

$$\tau'_{ud} = \sqrt{\left(\frac{U'_{d \text{ eff}}}{U'_{do}} \right)^2 - 1}$$

La valeur efficace $U'_{d \text{ eff}}$ est donnée par le calcul d'une intégrale quadratique :

$$U'_{d \text{ eff}}{}^2 = \frac{p}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p} + \alpha}^{\frac{\pi}{p} + \alpha} (U_{d \max} \cos \theta)^2 d\theta$$

$$U'_{d \text{ eff}}{}^2 = U_{d \max}{}^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{p}{4\pi} \sin \frac{2\pi}{p} \cdot \cos 2\alpha \right)$$

donc :

$$\tau'_{ud} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} + \frac{p}{4\pi} \sin \frac{2\pi}{p} \cos 2\alpha}{\left(\frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} \cos \alpha \right)^2} - 1}$$

La figure 1.6. donne les variations du taux d'harmoniques τ'_{ud} en fonction des $|\cos \alpha|$ pour $p = 2, 3, 6, 12$ et 18 . On voit qu'il est minimum pour $|\cos \alpha| = 1$, ce qui correspond au redresseur à diodes et qu'il ne cesse de croître au fur et à mesure que l'on réduit la valeur moyenne de la tension continue.

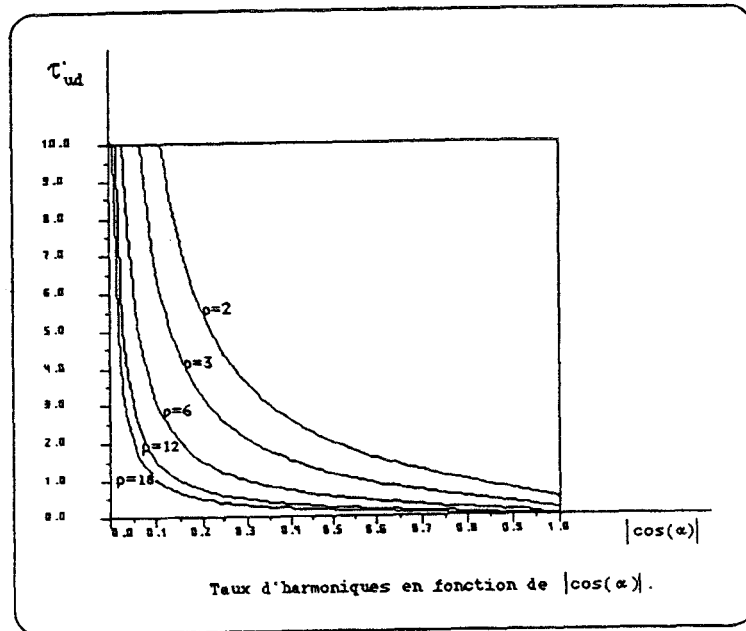


Figure 1.6.

1.3. Analyse harmonique des courants d'entrée

Le courant de sortie I_d étant constant, et la tension de sortie u'_d étant connue, il est possible de calculer la puissance instantanée fournie au récepteur. Le convertisseur étant conservatif, cette puissance est celle qu'il absorbe. Celle-ci est donc indépendante de l'architecture interne du convertisseur. La connaissance des alimentations du convertisseur est suffisante pour en déduire le développement en série de Fourier du courant.

1.3.1. Puissance instantanée à la sortie du redresseur

Cette puissance s'exprime d'une manière très simple :

$$P_s = u'_d \cdot I_d$$

Puisque I_d est constant, le développement en série de Fourier de cette puissance revient à connaître celui de la tension redressée u'_d . Le calcul a déjà été effectué au paragraphe 1.2. mais avec une origine temporelle fixe qui correspond au maximum de la cosinusoïde.

Les amplitudes des harmoniques ne dépendent pas du choix de l'origine temporelle, ce qui n'est pas le cas de leur expression analytique. Puisqu'on va devoir évaluer deux développements en série de Fourier, les origines temporelles des deux expressions doivent coïncider.

On note ψ l'angle qui rend compte de ce décalage temporel, l'origine des temps est celle de la phase 1 du réseau d'alimentation ; elle est obtenue pour $\theta = \omega t = 0$. ψ est compté algébriquement par rapport au sommet de la sinusoïde d'équation $U_d \max \cos(\omega t - \psi)$.

Puisque la tension de sortie est périodique de période $2\pi / p$, on peut prendre pour ψ la valeur appartenant à l'intervalle $[-\pi / p + \alpha, \pi / p + \alpha]$.

Cet angle ψ peut être positif, négatif ou nul. Les trois configurations sont représentées figures 1.7., 1.8. et 1.9.

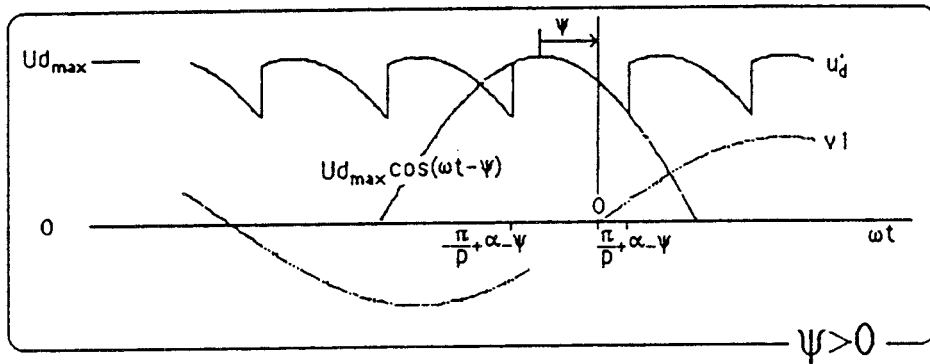


Figure 1.7.

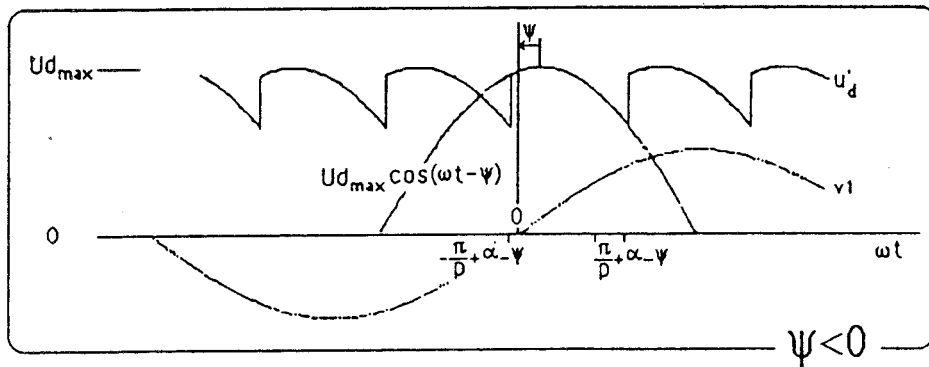


Figure 1.8.

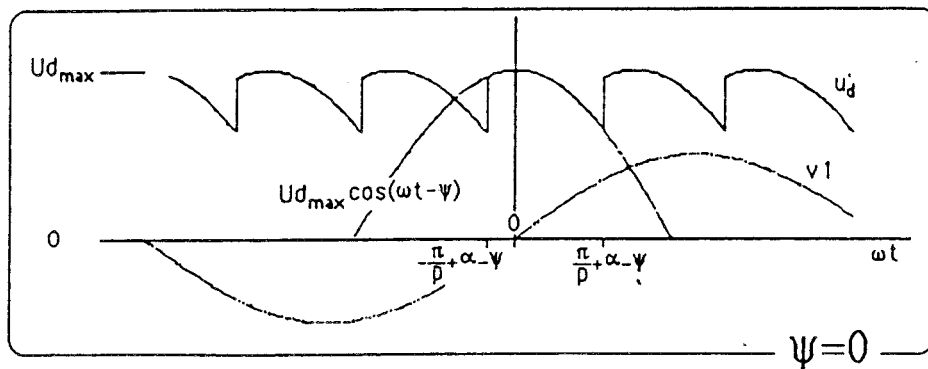


Figure 1.9.

D'un point de vue calculatoire, ce déphasage se traduit par un changement de variable. Il suffit de remplacer ωt par $\omega t + \psi$ dans le développement en série de Fourier de la puissance instantanée à la sortie.

L'expression du développement en série de Fourier de u'_d permet de déduire celui de la puissance instantanée P_s .

$$P_s = (U'_{do} \cdot I_d) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^{k+1} \cdot \frac{1 + i k p \operatorname{tg} \alpha}{k^2 p^2 - 1} \cdot e^{i k p (\omega t - \alpha)}$$

En faisant intervenir l'angle ψ , P_s devient :

$$P_s = U'_{do} \cdot I_d \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^{k+1} \cdot \frac{1 + i k p \operatorname{tg} \alpha}{k^2 p^2 - 1} \cdot e^{i k p (\omega t + \psi - \alpha)} \quad (2)$$

avec :

$$\psi \in \left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{p} + \alpha \right].$$

1.3.2. Puissance instantanée à l'entrée du redresseur

1.3.2.1. Calcul du développement en série de Fourier de la puissance P_e

Cette puissance est le produit instantané du vecteur ligne courant par le vecteur colonne tension :

$$P_e = \sum_{k=0}^{q-1} V_{k+1} \cdot i_{k+1}$$

avec :

$$v_{k+1} = V \sqrt{2} \sin(\theta - 2k\pi/q) \quad k \in \{0, 1, \dots, q-1\}$$

V est la valeur efficace d'une tension simple de la source.

L'expression des courants d'entrée sera déterminée sous forme de développement en série de Fourier. Pour simplifier la compréhension des calculs, les séries de Fourier complexes seront plus faciles d'usage et aboutiront rapidement aux résultats.

Comme les tensions simples, les courants forment un système équilibré polyphasé.

L'expression générale de ces courants est donnée par :

$$i_{k+1} = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} C_h e^{i h(\omega t - \alpha - 2k \frac{\pi}{q})}$$

En effet, les formes d'onde des courants absorbés sont celles obtenues avec un montage à diodes. Elles sont simplement décalées en arrière de l'angle α . Il faut donc remplacer ωt par $\omega t - \alpha$ dans l'expression du développement en série de Fourier des courants.

Cette puissance instantanée se développe sous forme complexe comme suit :

$$P_e = \sum_{k=0}^{q-1} V_{k+1} \cdot i_{k+1}$$

avec :

$$V_{k+1} = \frac{V_M}{2i} \left(e^{i(\omega t - 2k \frac{\pi}{q})} - e^{-i(\omega t - 2k \frac{\pi}{q})} \right)$$

d'où :

$$P_e = \frac{V_M}{2i} \sum_{k=0}^{q-1} \left\{ \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(C_h e^{i\alpha} e^{i(h+1)(\omega t - 2k \frac{\pi}{q} - \alpha)} - C_h e^{-i\alpha} e^{i(h-1)(\omega t - 2k \frac{\pi}{q} - \alpha)} \right) \right\}$$

Par interversion des signes sommes, on peut transformer l'écriture de P_e :

$$P_e = \frac{V_M}{2i} \sum_{k=0}^{q-1} C_h \left\{ e^{i\alpha} \cdot \sum_{k=0}^{q-1} e^{i(h+1)(\omega t - \alpha - 2k \frac{\pi}{q})} - e^{-i\alpha} \cdot \sum_{k=0}^{q-1} e^{i(h-1)(\omega t - \alpha - 2k \frac{\pi}{q})} \right\}$$

D'autre part, la somme de la suite géométrique :

$$\sum_{k=0}^{q-1} e^{iL(\omega t - \alpha - 2k \frac{\pi}{q})}$$

présentée sous la forme :

$$e^{iL(\omega t - \alpha)} \cdot \sum_{k=0}^{q-1} e^{i2Lk \frac{\pi}{q}}$$

peut se simplifier.

Si L est non multiple de q , cette somme est nulle.

Si L est multiple de q ,

$$\sum_{k=0}^{q-1} e^{-i 2L k \frac{\pi}{q}} = q$$

l'expression de la puissance instantanée à l'entrée du redresseur s'écrit alors :

$$P_e = \frac{q V_M}{2j} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(C_{hq-1} e^{j\alpha} - C_{hq+1} e^{-j\alpha} \right) e^{jkq(\omega t - \alpha)} \quad (3)$$

1.3.2.2. Conséquences de l'expression de P_e sur la détermination des harmoniques des courants primaires

Un premier résultat apparaît. Les seuls harmoniques de courant qui apparaissent dans l'expression de P_e sont de rangs $hq \pm 1$, la conservation de la puissance instantanée va permettre leur détermination tant en module qu'en phase.

Les harmoniques de rangs autres que $hq + 1$ ou $hq - 1$ susceptibles d'exister dans le développement en série de Fourier des courants d'entrée n'apparaissant pas dans l'expression de la puissance instantanée, ne sont pas porteurs de puissance et la conservation de la puissance instantanée ne permet de conclure quant à leur valeur ni même quant à leur existence.

Il est aisé de constater que le nombre d'harmoniques non déterminable par la méthode de conservation de la puissance instantanée augmente avec le nombre q de phases à l'entrée du redresseur.

1.3.2.3. Cas particulier des montages monophasés

En utilisant les notations de SEGUIER [3], deux types de redresseurs sont envisageables, le P2 et le PD2.

Le montage PD2 ne nécessite pas l'emploi d'un transformateur. Le montage P2 nécessite l'alimentation de l'assemblage de semi-conducteurs par deux tensions en opposition. Elles sont réalisées par un transformateur à point milieu.

Si le transformateur est inclus dans le convertisseur, pour les deux montages, l'alimentation est monophasée et $q = 1$.

Pour le montage P2, si le transformateur est considéré comme un élément extérieur au convertisseur, la source de tension est biphasée et $q = 2$. Les courants d'entrée du convertisseur sont alors les courants secondaires du transformateur.

Pour $q = 1$, les harmoniques $C_{h \pm 1}$ peuvent être tous calculés par la méthode de conservation de la puissance instantanée, et ce sont les seuls qui existent dans le développement en série de ce courant. Le courant pris à la source monophasée est donc parfaitement déterminé.

Pour $q = 2$, les harmoniques de rangs impairs sont les seuls calculables. Compte tenu de la symétrie axiale par rapport à $\pi/2$ et central par rapport à π , ce sont les seuls harmoniques existants dans le développement en série. La valeur moyenne des courants ne peut pas être déterminée par ce procédé, on peut néanmoins noter que chaque semi-conducteur écoule I_d pendant la moitié du temps, sa valeur moyenne est égale à $I_d/2$. On peut donc, là encore, déterminer complètement les courants fournis par la source biphasée.

1.3.2.4. Cas particulier d'une alimentation triphasée $q = 3$

Dans ce cas, seuls les harmoniques de rangs $3h \pm 1$ peuvent être calculés complètement par la méthode de la conservation de la puissance instantanée. Les harmoniques non déterminables par cette méthode sont ceux de rangs $3h$, ainsi que la valeur moyenne.

Si le convertisseur est alimenté par un réseau 4 fils, c'est le cas du montage P3, où l'on considère le secondaire du transformateur comme la source d'alimentation du convertisseur, la somme des 3 courants est égale à chaque instant à I_d . Il ne peut donc y avoir d'harmoniques de rangs $3h$. La valeur moyenne des courants secondaires ne peut pas être déterminée par l'analyse harmonique. Cependant, il est clair que la symétrie du montage implique que cette valeur moyenne est égale à $I_d/3$.

Si le convertisseur est alimenté par un réseau trois fils, c'est le cas général de tous les redresseurs usuels, le transformateur est inclus dans le convertisseur conservatif. La somme des 3 courants étant nulle, il n'y a ni harmoniques de rangs $3h$ ni composante continue dans les fils d'alimentation. La conservation de la puissance instantanée permet à elle seule, la détermination des courants d'entrée.

On peut déduire de cette étude une conclusion importante : un redresseur alimenté par le réseau triphasé absorbe au réseau des courants déterminables uniquement par la connaissance de la tension redressée.

Pour les redresseurs à nombre de phases élevé alimenté par le réseau triphasé, on utilise un transformateur multiplicateur de phases. Leur nombre est un multiple de 3. Pour connaître les courants secondaires, il faut que les tensions secondaires soient les tensions d'entrée du convertisseur conservatif. La méthode de la conservation de la puissance instantanée ne permet que la détermination des harmoniques de rangs $hq \pm 1$. Les autres harmoniques existants ne peuvent être déterminés par cette méthode, ils nécessitent la connaissance de l'architecture interne du montage et l'utilisation des méthodes conventionnelles. On pourra juste vérifier que les harmoniques de rangs $hq \pm 1$ sont identiques à ceux trouvés par la méthode de la conservation de la puissance instantanée.

1.3.3. Résultats obtenus par la méthode de conservation de la puissance instantanée

1.3.3.1. Rang et module des harmoniques des courants en ligne

Le redresseur étant considéré comme parfait, la puissance est conservée entre l'entrée et la sortie :

$$P_e = P_s$$

Ce qui équivaut à écrire :

$$U'_{do} I_d \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^{k+1} \frac{1 + i k p \operatorname{tg} \alpha}{k^2 p^2 - 1} e^{i k p \psi} \cdot e^{i k p (\omega t - \alpha)}$$

égale à :

$$\frac{q V_M}{2i} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(C_{hq-1} e^{i\alpha} - C_{hq+1} e^{-i\alpha} \right) e^{i h q (\omega t - \alpha)}$$

Ces deux développements en série de Fourier sont parfaitement identiques si et seulement si leurs harmoniques sont identiques tant au point de vue de leur rang que de celui de leur amplitude. Du point de vue de leur rang, il est nécessaire et suffisant que p soit multiple de q , ($hq = kp$), alors que du point de vue de leur amplitude, on aboutit à l'égalité suivante :

$$U'_{do} I_d (-1)^{k+1} \cdot \frac{1 + i k p \operatorname{tg} \alpha}{k^2 p^2 - 1} e^{i k p \psi} = \frac{q V_M}{2i} \left(C_{kp-1} e^{i\alpha} - C_{kp+1} e^{-i\alpha} \right) \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

Cette égalité est vraie pour tout angle d'amorçage α . En transformant le premier membre de l'égalité sous la forme :

$$\frac{U_{d0} I_d (-1)^{k+1} e^{i k p \psi}}{2} \cdot \left(\frac{e^{i \alpha}}{k p - 1} - \frac{e^{-i \alpha}}{k p + 1} \right),$$

et en identifiant les deux membres, on aboutit aux expressions donnant les harmoniques de courant, de rangs $k p \pm 1$, les harmoniques $h q \pm 1$ avec $h q \neq k p$ sont nuls.

$$\begin{cases} C_{k p - 1} = \frac{U_{d0} I_d}{q V_M} \cdot i e^{i k p \psi} \cdot \frac{(-1)^{k+1}}{k p - 1} \\ C_{k p + 1} = \frac{U_{d0} I_d}{q V_M} \cdot i e^{i k p \psi} \cdot \frac{(-1)^{k+1}}{k p + 1} \end{cases} \quad (4)$$

L'expression générale du courant absorbé par la phase 1 du convertisseur conservatif i_1 exprimée, sous forme de développement en série de Fourier complexe est :

$$\begin{aligned} i_1 = i \frac{U_{d0} I_d}{q V_M} & \left\{ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+1} e^{i \psi}}{k p - 1} \cdot e^{i(k p - 1)(\omega t - \alpha + \psi)} + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+1} \cdot e^{-i \psi}}{k p + 1} \cdot e^{i(k p + 1)(\omega t - \alpha + \psi)} \right\} \\ & + \frac{i U_{d0} I_d}{q V_M} \left\{ \sum_{h=-\infty}^{+\infty} C_h e^{i h(\omega t - \alpha)}, h \neq k p \pm 1 \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

Cette expression générale correspond à un système polyphasé d'alimentation à q phases.

Si le redresseur est alimenté par le réseau triphasé à travers ou non un transformateur multiplicateur de phases excepté le montage P3, le développement en série de Fourier réel des courants pris au réseau est donné par :

$$\begin{aligned} i_1 = I_1 \sqrt{2} & \left(\sin(\omega t - \alpha) + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k p - 1} \cdot \sin((k p - 1)(\omega t - \alpha) + k p \psi) \right) \\ & + \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{k p + 1} \cdot \sin((k p + 1)(\omega t - \alpha) + k p \psi) \end{aligned} \quad (6)$$

En posant :

$$I_1 = \frac{U_{d0} I_d}{3 V}$$

avec I_1 valeur efficace du fondamental du courant absorbé.

Si le redresseur est un montage P3, le développement en série de Fourier réel des courants pris au réseau est égal au précédent augmenté de la valeur moyenne $I_d / 3$.

Les principaux résultats obtenus par l'utilisation de la méthode de conservation de la puissance instantanée peuvent être rappelés comme suit :

- l'indice de pulsation p de la tension redressée est multiple du nombre q de phases à l'entrée du redresseur,

- les harmoniques des courants pris au réseau dans le cas de l'alimentation triphasée sont outre le fondamental, de la forme $kp \pm 1$ ($k \in \mathbb{N}^*$),

- la valeur efficace des harmoniques $kp \pm 1$ est inversement proportionnelle à leurs rangs

$$k \in \mathbb{N}^*, \quad I_{kp \pm 1} = \frac{I_1}{kp \pm 1}$$

- la valeur efficace du fondamental de courant est liée aux variables du redresseur par :

$$I_1 = \frac{U_{do}}{V} \cdot \frac{I_d}{q}$$

$\frac{U_{do}}{V}$ est appelé "rapport de conversion du redresseur".

1.3.3.2. Détermination du facteur de puissance du convertisseur alimenté

en triphasé

Dans le cas de l'alimentation par un réseau triphasé, le taux d'harmoniques et le facteur de puissance en ligne peuvent être parfaitement définis. L'amplitude des harmoniques des courants d'entrée est indépendante à la fois de ψ et de l'angle d'amorçage α des semi-conducteurs. En revanche, elle dépend de l'indice de pulsation p .

La figure 1.10. donne la valeur efficace de l'harmonique de rang n ramenée à celle du fondamental, en fonction du rang de l'harmonique n . Puisque $n = kp \pm 1$, $I_n = I_1 / n$ et la courbe représentée en échelle logarithmique est une droite.

Le taux d'harmoniques τ_{IL} est défini par :

$$\tau_{IL} = \frac{1}{I_1} \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} I_{kp \pm 1}^2 \right)^{1/2}$$

Après la sommation de cette série, on obtient :

$$\tau_{IL} = \left(\frac{\pi^2}{p^2 \sin^2 \frac{\pi}{p}} - 1 \right)^{1/2}$$

La figure 1.11. donne les variations de τ_{IL} en fonction de p .

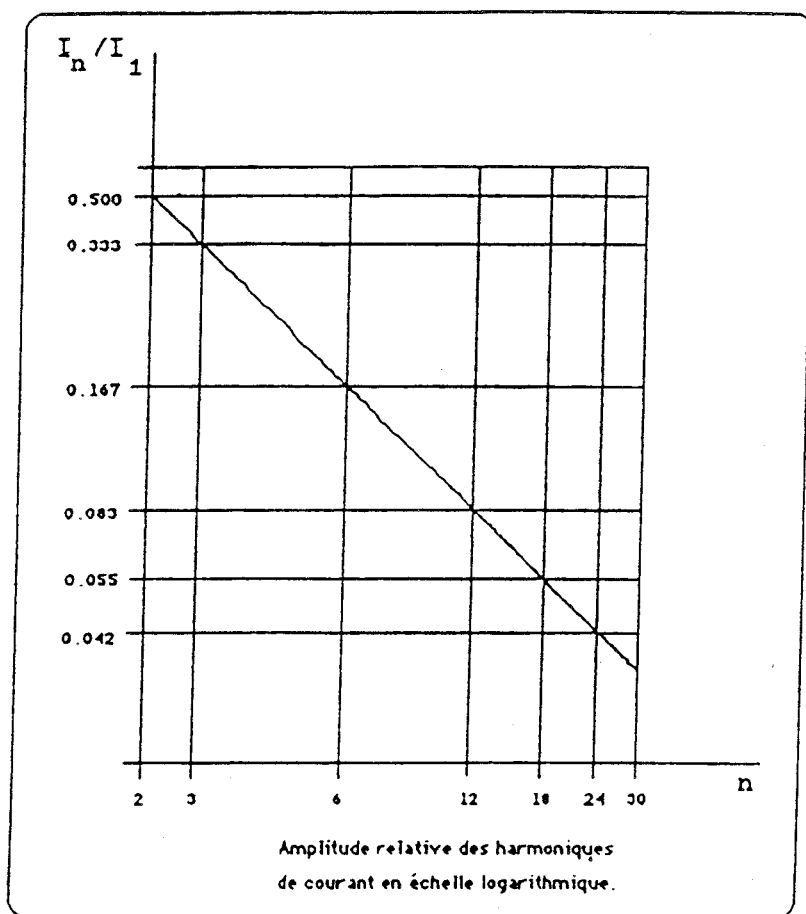


Figure 1.10.

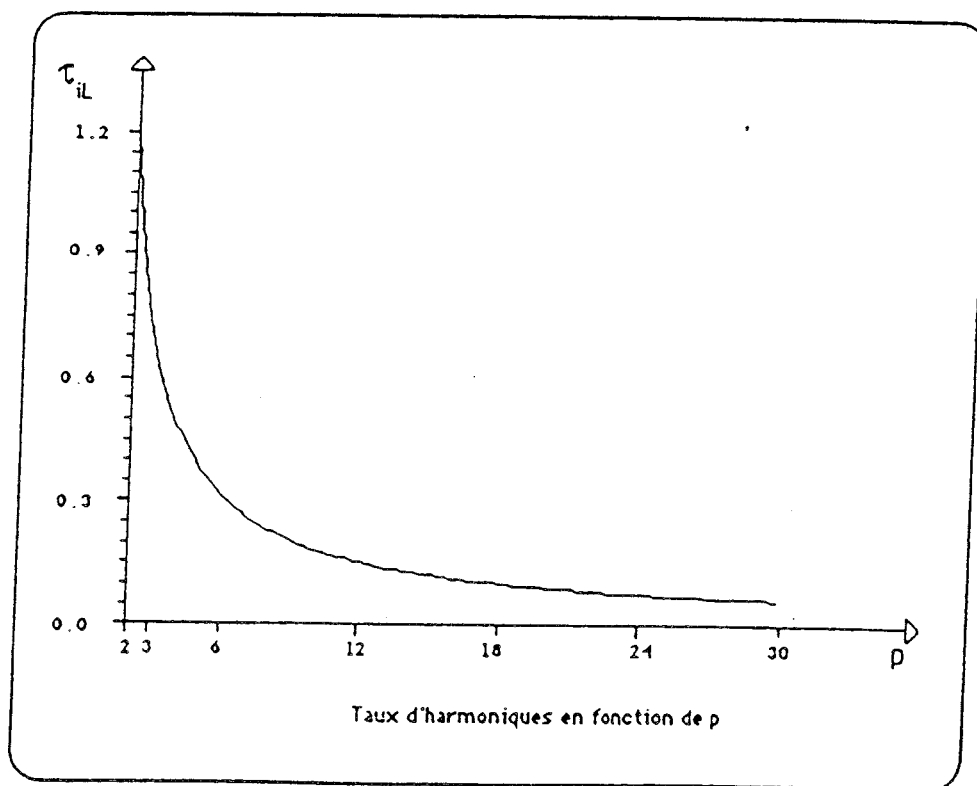


Figure 1.11.

Le facteur de puissance en ligne est défini par :

$$F_L = \frac{|U'_{do}| \cdot I_d}{3 V I_{1L}}$$

I_{1L} désigne la valeur efficace du courant en ligne :

$$I_{1L}^2 = I_1^2 + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} I_{kp \pm 1}^2 = I_1^2 (1 + \tau_{1L}^2)$$

Puisque :

$$I_1 = \frac{U_{do} I_d}{3 V}$$

$$F_L = \frac{|\cos \alpha|}{(1 + \tau_{1L}^2)^{1/2}} \quad \text{et} \quad I_{1L} = \frac{U_{d \max} I_d}{3 V}$$

on obtient finalement :

$$F_L = \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} |\cos \alpha|$$

La figure 1.12. donne les variations de F_L en fonction de p pour différentes valeurs de $|\cos \alpha|$.

L'augmentation de l'indice de pulsation p entraîne une diminution d'harmoniques et une amélioration du facteur de puissance. Pour les grandes valeurs de p , τ_{1L} tend vers 0 et F_L vers $|\cos \alpha|$.

L'augmentation de p en vue d'améliorer la qualité de la tension redressée s'accompagne d'une amélioration de la qualité des courants pris à la source.

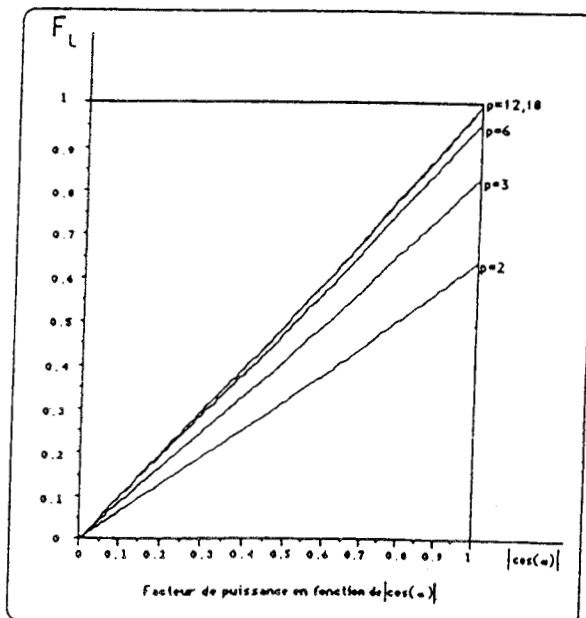


Figure 1.12.

1.3.3.3. Facteur de puissance dans le cas d'une entrée polyphasée

Pour améliorer la qualité de la tension redressée, on utilise souvent un transformateur multiplicateur du nombre de phases. Si l'on veut déterminer le dimensionnement du secondaire du transformateur, il faut connaître son facteur de puissance. En considérant que le convertisseur conservatif n'est formé que par les redresseurs, les tensions d'entrée forment un système polyphasé à q phases, les courants absorbés par le convertisseur sont alors les courants secondaires du transformateur. La conservation de la puissance instantanée ne permet la détermination que des harmoniques de rangs $hq \pm 1$. On ne peut donc pas par ce procédé déterminer la valeur efficace de ces courants ni le facteur de puissance secondaire. On peut cependant le comparer au facteur de puissance en ligne.

Le facteur de puissance secondaire s'écrit :

$$F_s = \frac{|U'_{d0}| \cdot I_d}{q V_s I_{1s}} \quad \text{avec } I_{1s}, \text{ valeur efficace du courant secondaire.}$$

Le facteur de puissance en ligne s'écrit :

$$F_L = \frac{|U'_{d0}| \cdot I_d}{3 V I_{1L}}$$

On a donc :

$$\frac{F_s}{F_L} = \frac{3 V I_{1L}}{q V_s I_{1s}}$$

Pour évaluer ce rapport, on peut comparer les développements en série des puissances instantanées au primaire et au secondaire du transformateur d'alimentation.

$$P_{e q} = \frac{q V_s \sqrt{2}}{2i} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(C_{hq-1} e^{i\alpha} - C_{hq+1} e^{-i\alpha} \right) e^{ihq(\omega t - \alpha)}$$

$$P_{e 3} = \frac{3 V_L \sqrt{2}}{2i} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(C'_{3h-1} e^{i\alpha} - C'_{3h+1} e^{-i\alpha} \right) e^{i3h(\omega t - \alpha)}$$

Le transformateur d'alimentation étant conservatif :

$$P_{e 3} = P_{e q}$$

On en déduit que q est multiple de 3 et que $\langle P_{e3} \rangle = \langle P_{eq} \rangle$. Cette deuxième relation se traduit par :

$$q V_s J_m (C_1 e^{-i\alpha}) = 3 V_L J_m (C'_1 e^{-i\alpha}) \quad (i)$$

où $J_m(z)$ désigne la partie imaginaire du nombre complexe z .

Cette équation est vraie pour tout angle d'amorçage α .

Si on note par I_L et I_s les valeurs efficaces respectives des courants au primaire et au secondaire du transformateur, la relation (i) se traduit par :

$$q V_s I_s = 3 V_L I_L$$

Ce n'est autre que la conservation de la puissance apparente au primaire et au secondaire du transformateur. On obtient donc :

$$\frac{F_s}{F_L} = \frac{I_{1L}}{I_L} \cdot \frac{I_s}{I_{1s}}$$

De plus :

$$\frac{I_L}{I_{1L}} = \sqrt{1 + \tau_{1L}^2} = \frac{\pi}{p \sin \frac{\pi}{p}}$$

et

$$\frac{I_s}{I_{1s}} = \sqrt{1 + \tau_{1s}^2} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{p \sin \frac{\pi}{p}}\right)^2 + \sum_{h=kq \pm 1} \left(\frac{I_{hs}}{I_s}\right)^2}$$

On obtient finalement :

$$\frac{F_s}{F_L} = \frac{\sqrt{\left(\frac{\pi}{p \sin \frac{\pi}{p}}\right)^2 + \sum_{h=kq \pm 1} \left(\frac{I_{hs}}{I_s}\right)^2}}{\frac{\pi}{p \sin \frac{\pi}{p}}}$$

Il est clair que F_s ne peut être que supérieur à F_L . Dès que l'on multiplie le nombre de phases, le dimensionnement du secondaire croît. C'est avec une entrée triphasée que le facteur de puissance en ligne est maximum.

1.4. Détermination analytique des courants en ligne dans le cas d'une alimentation triphasée

L'hypothèse du courant redressé constant permet la détermination des courants dans les semi-conducteurs et dans les enroulements secondaires du transformateur d'alimentation. La détermination des formes d'onde des courants fournis par la source triphasée s'effectue de façon conventionnelle à partir des équations de compensation d'Ampère-tours. Elle nécessite donc la connaissance des couplages des différents enroulements du transformateur. Le courant redressé étant constant, les semi-conducteurs et le transformateur parfaits, le courant dans les semi-conducteurs est formé d'une succession de créneaux. Les équations de compensation d'Ampère-tours montrent que le courant primaire est formé d'une succession de paliers horizontaux d'amplitudes différentes. La détermination du courant primaire est donc liée à la connaissance du transformateur.

En considérant l'ensemble transformateur-redresseur comme un convertisseur à entrée triphasée et sortie continue, la conservation de la puissance instantanée permet la détermination analytique complète des courants absorbés.

On a montré précédemment que les courants fournis au convertisseur ont pour développement en série de Fourier complexe :

$$i_1 = i \frac{I_1}{\sqrt{2}} \left\{ \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{(1)^{k+1} \cdot e^{i\psi}}{kp - 1} \cdot e^{i(kp-1)(\omega t - \alpha + \psi)} + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+1} \cdot e^{-i\psi}}{kp + 1} \cdot e^{i(kp+1)(\omega t - \alpha + \psi)} \right\}$$

On réalise le changement de variable $\theta = \omega t$ et on calcule la dérivée de $i_1(\theta)$ terme à terme.

Après développement, on obtient :

$$\frac{di_1}{d\theta} = I_1 \sqrt{2} \cos(\theta - \alpha) \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{ikp(\theta - \alpha + \psi + \frac{\pi}{p})} = I_1 \sqrt{2} \cos(\theta - \alpha) \cdot \Sigma(\theta)$$

La série $\Sigma(\theta)$ peut être représentée dans le domaine temporel par un peigne de Dirac d'amplitude unitaire et de période T/p avec $T = 1/f$ la période de la source.

En effet, la fonction $\Sigma(\theta)$ est périodique.

$$\Sigma\left(\theta + \frac{2\pi}{p}\right) = \Sigma(\theta) \text{ et son module est égal à } 1.$$

$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{lkp(\theta-\alpha+\psi+\pi/p)}$ exprimé en fonction du temps s'écrit :

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} e^{lkp\omega(t+\frac{\psi-\alpha}{\omega}+\frac{T}{2p})}$$

La figure 1.13. donne la représentation de cette série en fonction de $t + \frac{\psi - \alpha}{\omega} + \frac{T}{2p}$.

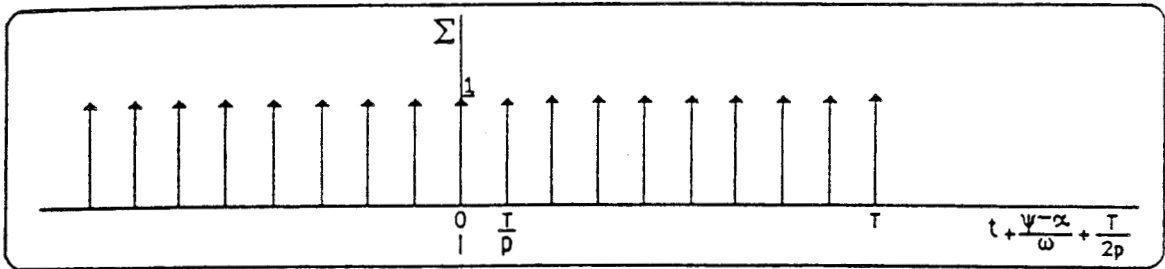


Figure 1.13.

Puisque :

$$\frac{di_1}{d\theta} = I_1 \sqrt{2} \cos(\theta - \alpha) \cdot \Sigma(\theta),$$

sa représentation est celle du peigne de Dirac modulé par une sinusoïde.

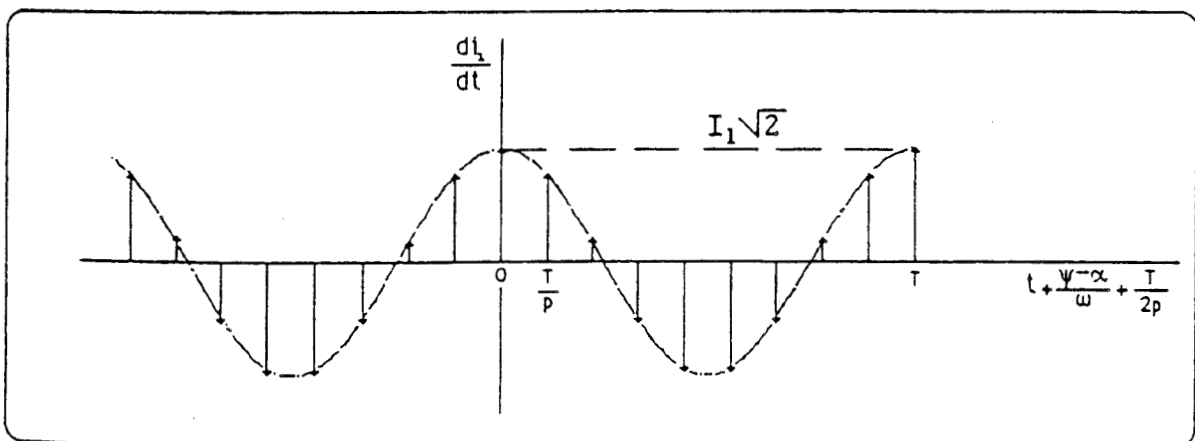


Figure 1.14.

La figure 1.14. donne la représentation de $\frac{di_1}{d\theta}$ pour $p=9$, $\psi = -\pi/9$ et $\alpha = 0$.

L'examen de cette fonction conduit à trois résultats :

- $i_1(t)$ est formée de paliers horizontaux de largeur T/p et de hauteurs différentes
- $i_1(t)$ est périodique de période T puisque p est un entier
- le premier palier de $i_1(t)$ est défini pour :

$$\omega t \in \left[-\frac{\pi}{p} + \alpha - \psi, \frac{\pi}{p} + \alpha - \psi \right]$$

Le courant primaire peut donc être représenté analytiquement sous la forme d'une succession de constantes :

$$i_1(t) = C_h \text{ pour } \omega t \in \left[(2h-1)\frac{\pi}{p} + \alpha - \psi, (2h+1)\frac{\pi}{p} + \alpha - \psi \right]$$

avec

$$0 \leq h \leq p-1$$

et

$$\alpha - \psi \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right].$$

La détermination des $(C_h)_{0 \leq h \leq p-1}$ peut s'effectuer en calculant le développement en série de Fourier complexe de cette succession de créneaux et en l'identifiant avec le développement obtenu par conservation de la puissance instantanée.

Le développement en série d'une succession de créneaux de différentes amplitudes C_h et de période T peut s'effectuer de la façon suivante :

On calcule le développement en série de Fourier de chaque créneau d'amplitude C_h supposé périodique de période T . On obtient :

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{C_h}{k\pi} \cdot \sin \frac{k\pi}{p} \cdot e^{ik(\omega t - \alpha + \psi - 2h\frac{\pi}{p})}$$

Le développement de $i_1(t)$ est la somme des p développements précédents. On obtient donc :

$$i_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{h=0}^{p-1} C_h e^{-i2hn\frac{\pi}{p}} \right) \cdot \frac{\sin(n\frac{\pi}{p})}{n\pi} \cdot e^{in(\omega t - \alpha + \psi)}$$

On voit apparaître la matrice de Van der Monde $[a^{hn}]$ dont l'inverse est donné par :

$$\frac{1}{p} [a^{-hn}] \text{ avec } 0 \leq n \leq p-1 \text{ et } 0 \leq h \leq p-1 .$$

Par inversion de cette matrice, on déduit facilement les amplitudes $(C_h)_{0 \leq h \leq p-1}$ des paliers formant le courant primaire i_1 .

$$C_h = \frac{\pi I_1}{p \sin \frac{\pi}{p} \cdot \sqrt{2}} \left(e^{i(\psi + \frac{\pi}{2})} \cdot a^{-h} + e^{-i(\psi + \frac{\pi}{2})} \cdot a^{-h(p-1)} \right),$$

soit :

$$C_h = \sqrt{2} \cdot \frac{\pi I_1}{p \sin \frac{\pi}{p}} \cdot \sin \left(2h \frac{\pi}{p} \cdot \psi \right) \cdot \text{avec } I_1 = \frac{U_{do} I_d}{3 V}$$

On peut exprimer ces amplitudes en fonction de la valeur efficace du courant en ligne I_{1L} .

Celui-ci est donné par :

$$\begin{aligned} I_{1L}^2 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_1^2(\theta) d\theta = \frac{1}{2\pi} \sum_{h=0}^{p-1} C_h^2 \cdot \frac{2\pi}{p} = \frac{1}{p} \sum_{h=0}^{p-1} C_h^2 \\ &= \frac{1}{p} \cdot 2 \cdot \left(\frac{\pi I_1}{p \sin \frac{\pi}{p}} \right)^2 \cdot \sum_{h=0}^{p-1} \sin^2 \left(2h \frac{\pi}{p} \cdot \psi \right) \\ &= \frac{\left(\frac{\pi I_1}{p \sin \frac{\pi}{p}} \right)^2}{p} \cdot \sum_{h=0}^{p-1} \left(1 - \cos \left(4h \frac{\pi}{p} \cdot \psi \right) \right). \end{aligned}$$

Or :

$$\sum_{h=0}^{p-1} \cos \left(4h \frac{\pi}{p} \cdot \psi \right) = 0$$

donc :

$$I_{1L} = \frac{\pi I_1}{p \sin \frac{\pi}{p}} .$$

L'expression analytique du courant primaire est liée à sa valeur efficace par une relation très simple :

$$i_1(t) = I_{1L} \cdot \sqrt{2} \cdot \sin\left(2h \frac{\pi}{p} - \psi\right) . \quad (7)$$

avec :

$$I_{1L} = \frac{U_{d \max} I_d}{3 V} .$$

pour :

$$\omega t \in \left[\left(2h - 1\right) \frac{\pi}{p} + \alpha - \psi, \left(2h + 1\right) \frac{\pi}{p} + \alpha - \psi \right[$$

$$0 \leq h \leq p - 1$$

$$\alpha - \psi \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right[.$$

Remarques :

- La hauteur des paliers formant l'onde de courant i_1 est indépendante de l'angle α d'amorçage des semi-conducteurs, c'est-à-dire que, faire varier α , revient à effectuer une translation temporelle de vecteur :

$$\frac{\alpha}{\omega} \cdot \vec{t}$$

suivant l'axe des abscisses.

\vec{t} désignant le vecteur unitaire de l'axe des temps.

- En revanche, l'angle ψ de décalage temporel qui caractérise chaque redresseur, agit directement sur le niveau de ces paliers. Pour un même indice p de pulsation, plusieurs types de redresseurs sont donc envisageables, l'allure de la tension redressée est identique pour chacun d'eux, seul $U_{d \max}$ dépend du redresseur. Les courants pris au réseau ont des formes différentes d'un redresseur à l'autre. Le développement en série de Fourier de ces courants donne les mêmes fondamentaux, tant en module qu'en phase et des harmoniques de même rang et de même amplitude mais de phases différentes.

1.5. Application à la mise en série de redresseurs

L'établissement de la forme d'onde des courants absorbés par un redresseur ne dépend que de l'indice de pulsation p de la tension de sortie et du déphasage ψ , précédemment défini. Il est donc indépendant de l'architecture interne du convertisseur. Pour le montrer, on envisage ici l'association en série de deux redresseurs l'un de type PD3, l'autre de type S3. Le montage et les notations sont donnés par le schéma de la figure 1.15.

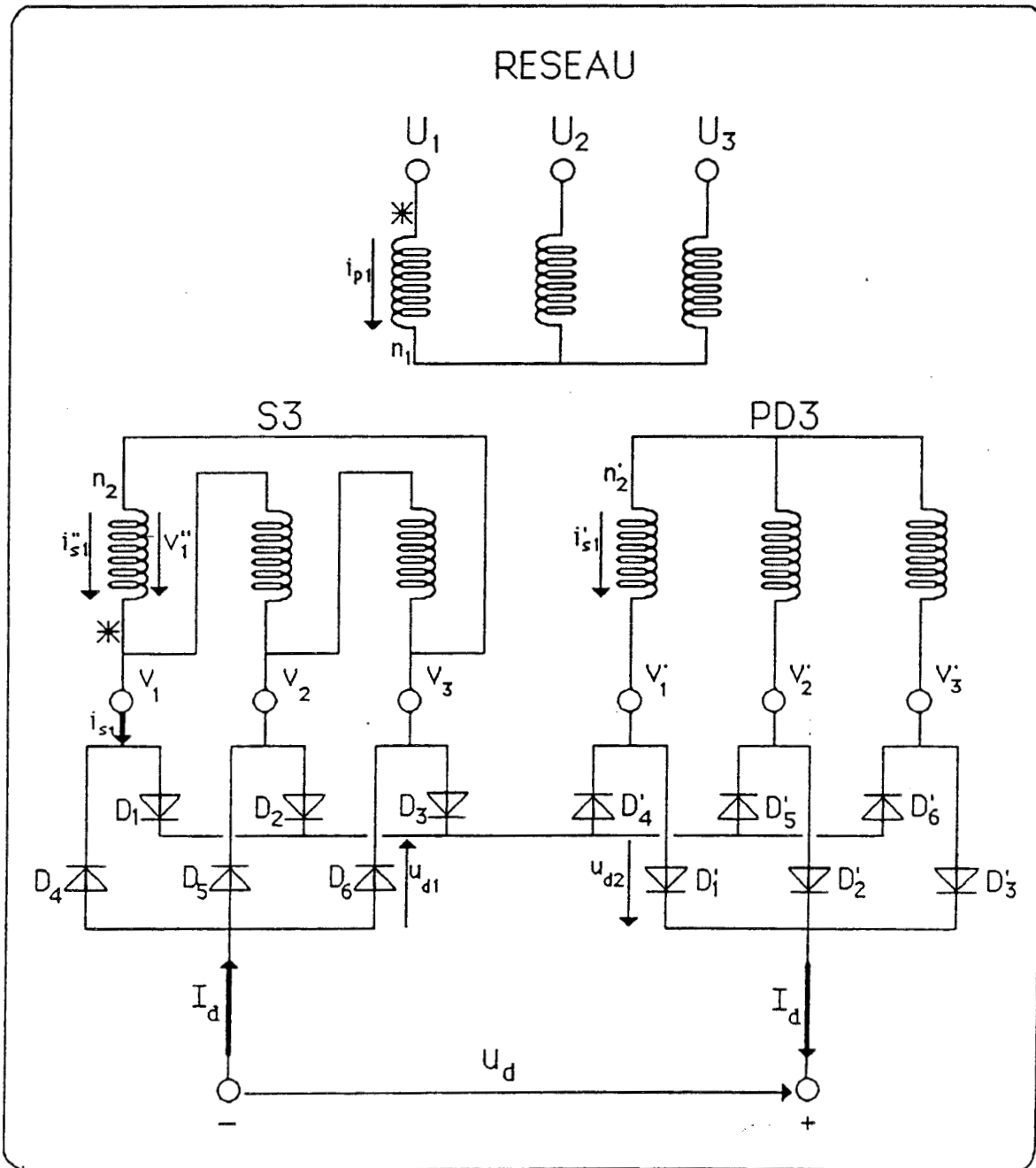


Figure 1.15.

La tension de sortie u_d est à chaque instant égale à $u_{d1} + u_{d2}$.

Pour que l'indice de pulsation soit égal à 12, il faut que $u_{d1 \text{ moy}} = u_{d2 \text{ moy}}$.

Puisque :

$$u_{d1 \text{ moy}} = \frac{3}{\pi} V' \sqrt{2} \quad \text{et que} \quad u_{d2 \text{ moy}} = \frac{3 \sqrt{3}}{\pi} V' \sqrt{2}$$

il faut que :

$$V' = \sqrt{3} V \quad \text{soit} \quad n_2 = \sqrt{3} n_1'$$

Avec des tensions d'alimentation définies par les relations :

$$u_1 = V \sqrt{2} \sin \theta$$

$$u_2 = V \sqrt{2} \sin (\theta - 2\pi/3)$$

$$u_3 = V \sqrt{2} \sin (\theta - 4\pi/3)$$

la tension de sortie u_d est d'ordre 12, son expression analytique est donnée pour l'intervalle $[0, \pi/6]$ par :

$$u_d = \left(2V \sqrt{2} \frac{n_2}{n_1} \cos \frac{\pi}{12} \right) \cos \left(\theta - \frac{\pi}{12} \right)$$

Les formes d'onde des courants aux secondaires du transformateur se déterminent aisément à partir des règles de fonctionnement des commutateurs, les courants primaires sont obtenus en écrivant la compensation des Ampère-tours. On a représenté figure 1.16. les formes d'onde des courants secondaires i_{s1} , i_{s2} et du courant primaire i_{p1} . Sur ces courbes, on a rappelé les amplitudes des paliers constituant la forme d'onde des courants.

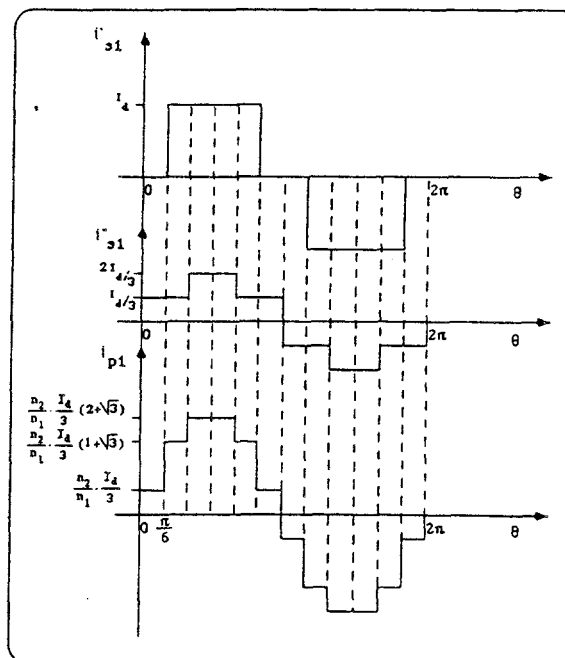


Figure 1.16.

La méthode analytique basée sur la conservation de la puissance instantanée permet de s'affranchir de l'analyse du fonctionnement de ce convertisseur. Il suffit de connaître la tension de sortie u_d , le courant de sortie I_d et les tensions d'entrée pour trouver la forme d'onde des courants absorbés.

Avec :

$$u_{d \max} = 2 V \sqrt{2} \frac{n_2}{n_1} \cos \frac{\pi}{12} \quad \text{et} \quad \psi = - \frac{\pi}{12}$$

on obtient :

$$I_{1L} = \frac{U_{d \max} I_d}{3V} = \frac{1 + \sqrt{3}}{3} \frac{n_2}{n_1} I_d$$

Chaque demi-période du courant absorbé comprend 6 paliers symétriques par rapport à l'axe $\theta = \pi / 2$.

Les amplitudes des 3 premiers paliers sont données par :

$$C_0 = I_{1L} \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{12} = \frac{n_2}{n_1} \frac{I_d}{3}$$

$$C_1 = I_{1L} \sqrt{2} \sin \frac{3\pi}{12} = \frac{n_2}{n_1} \frac{I_d}{3} (1 + \sqrt{3})$$

$$C_2 = I_{1L} \sqrt{2} \sin \frac{5\pi}{12} = \frac{n_2}{n_1} \frac{I_d}{3} (2 + \sqrt{3})$$

1.6. Exemples

Le montage précédent a permis de montrer la simplicité de l'obtention des ondes de courant d'entrée, même dans le cas de l'association de redresseurs, à partir de la simple connaissance de la tension de sortie. Celle-ci est caractérisée par son indice de pulsation et son "décalage" ψ par rapport à la tension d'entrée de la phase correspondante. A chaque indice de pulsation peut correspondre plusieurs montages. En ramenant la valeur du courant dans une phase i_1 par exemple à $I_{1L} \sqrt{2}$, on peut obtenir très simplement les formes d'onde des courants absorbés et leur développement en série de Fourier s'exprime lui aussi très simplement en fonction de I_1 . La figure 1.17. donne les formes d'onde des courants en ligne et leur développement en série pour les montages usuels correspondant aux indices de pulsation 3, 6, 12, 18 et pour les deux valeurs de ψ correspondant aux couplages étoile ou triangle du primaire.

Les paramètres qui interviennent dans cette figure sont :

$$I_1 = \frac{U_{d0} I_d}{3V}$$

$$I_{1L} = \frac{U_{d \max} I_d}{3V}$$

$\theta = \omega t - \alpha$, avec α l'angle d'amorçage des semi-conducteurs.

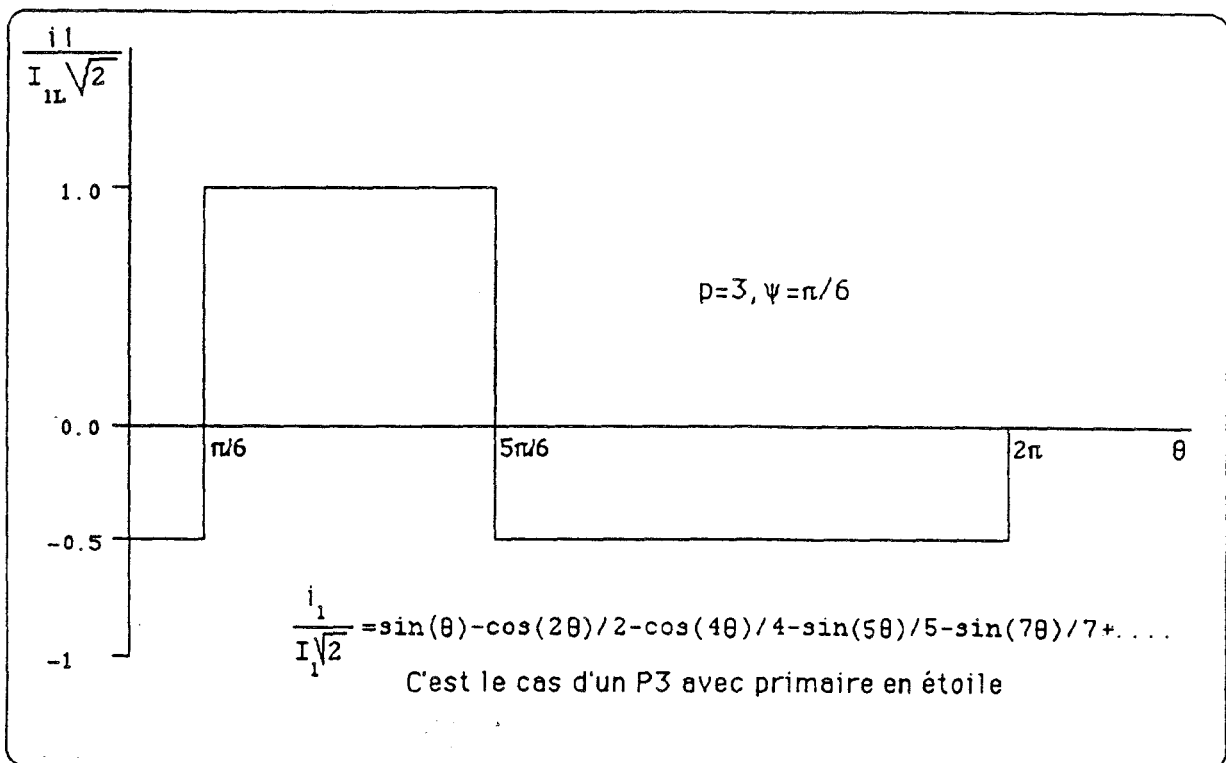
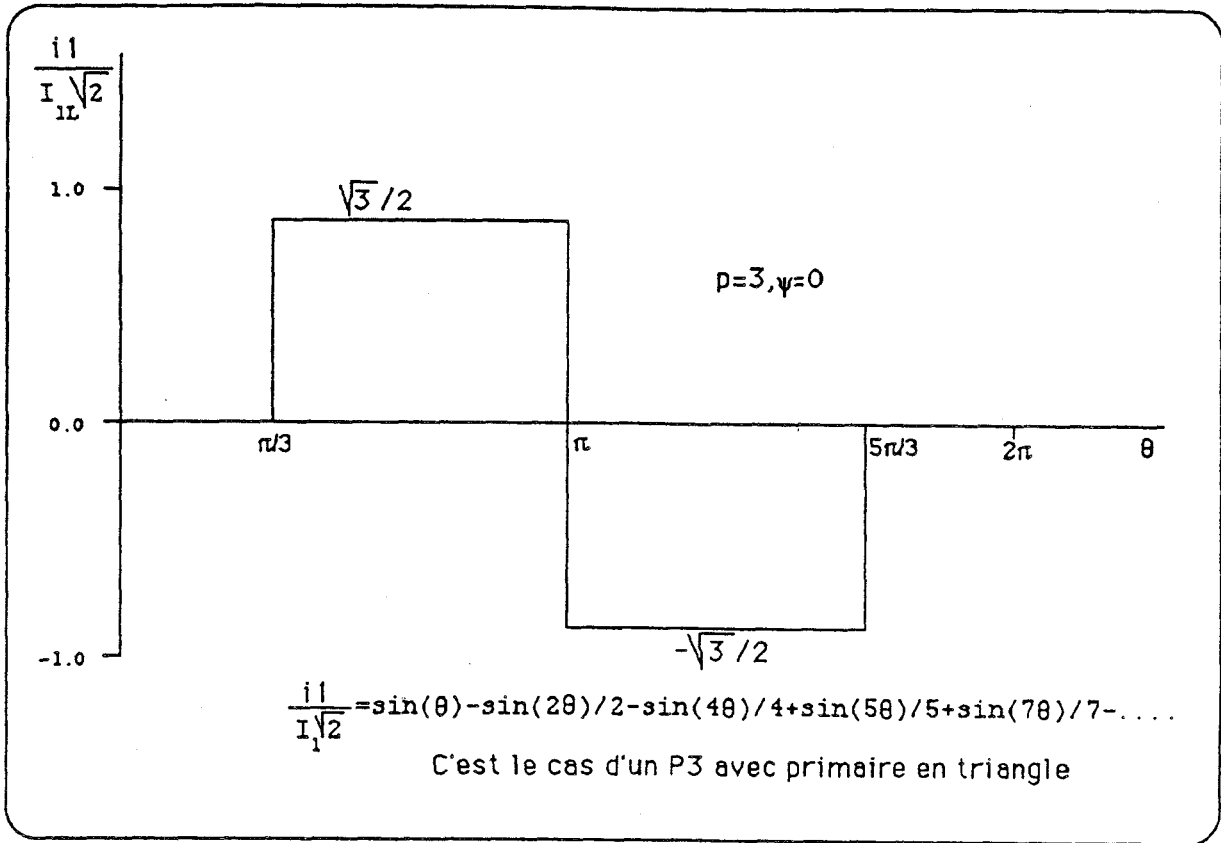


Figure 1.17.

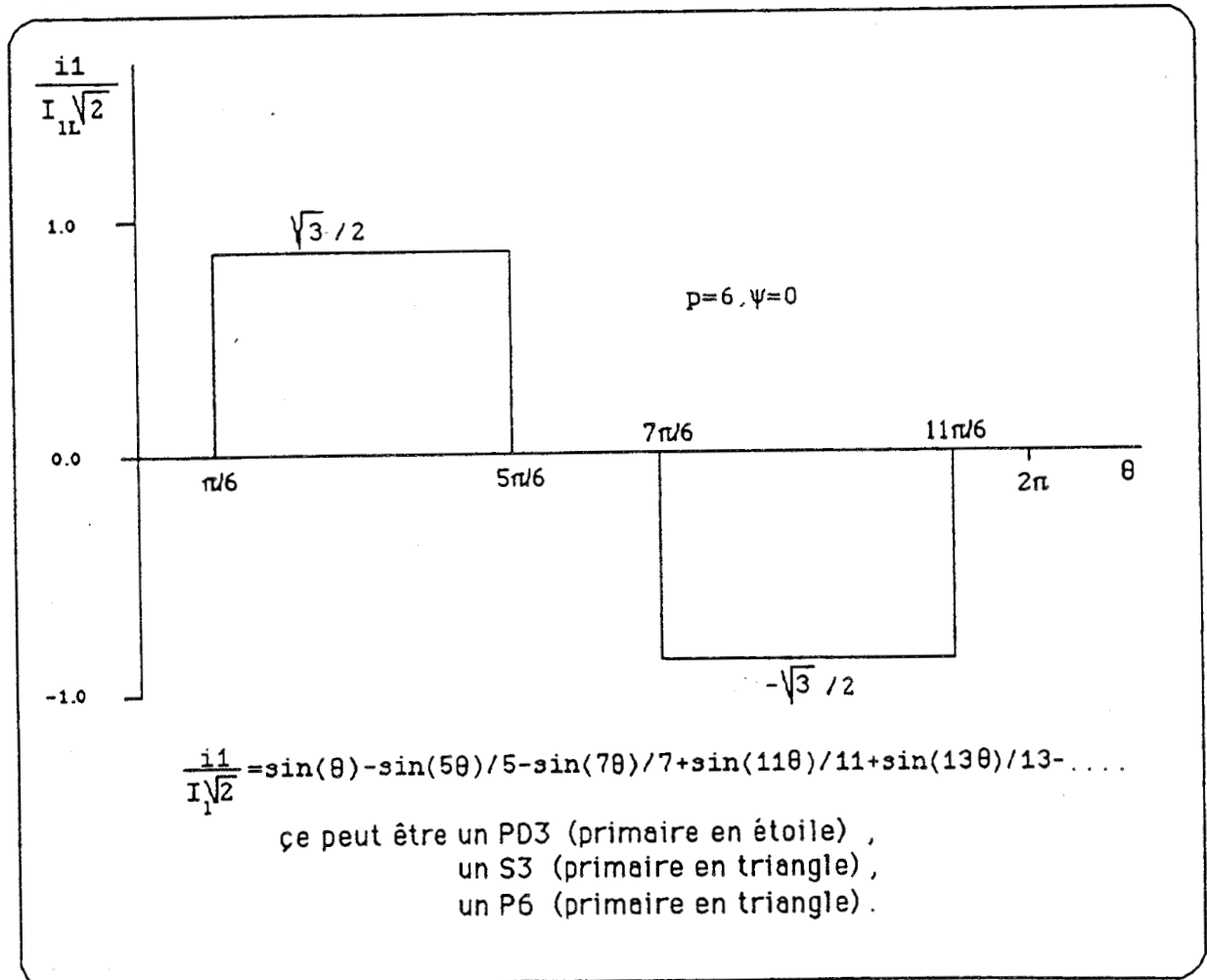
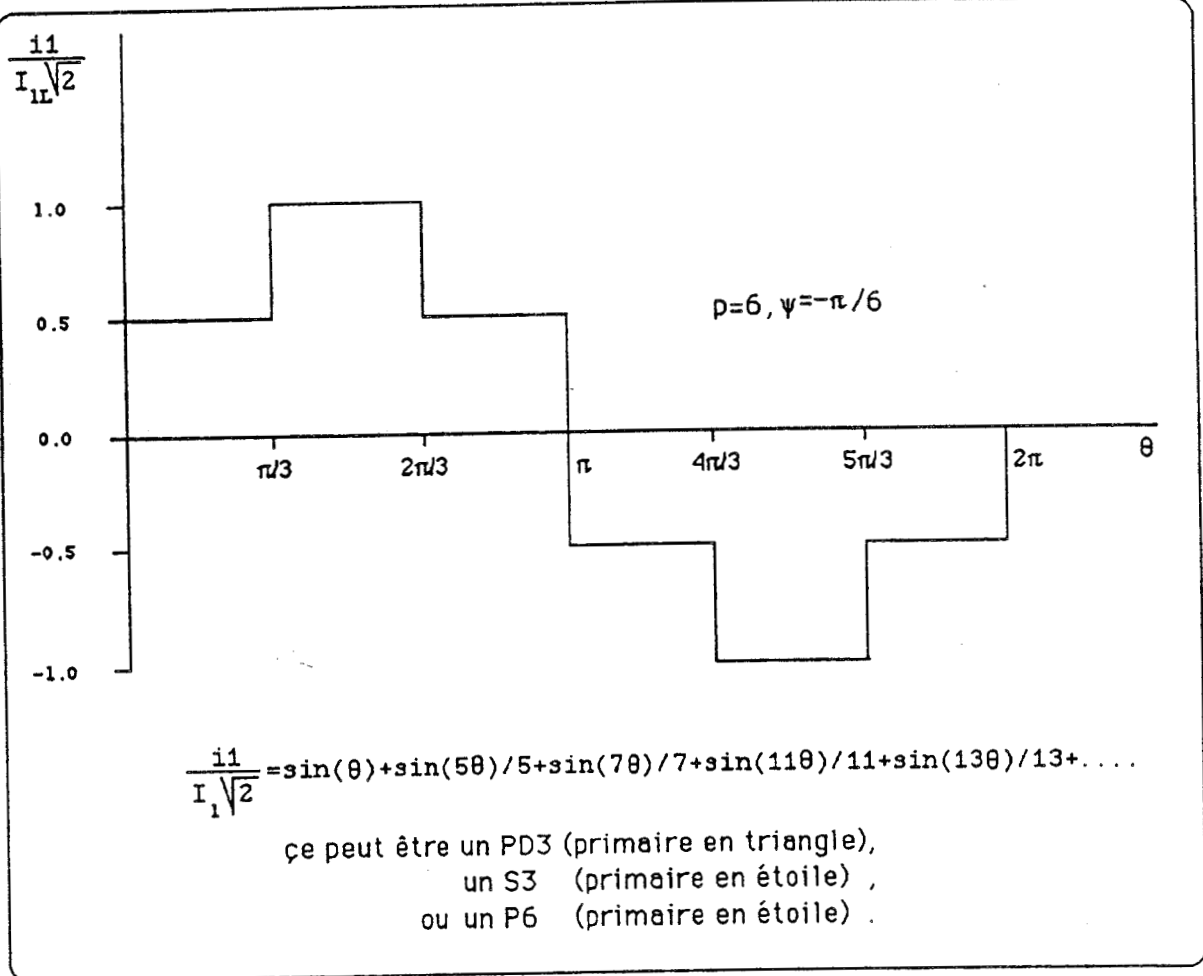


Figure 1.17.

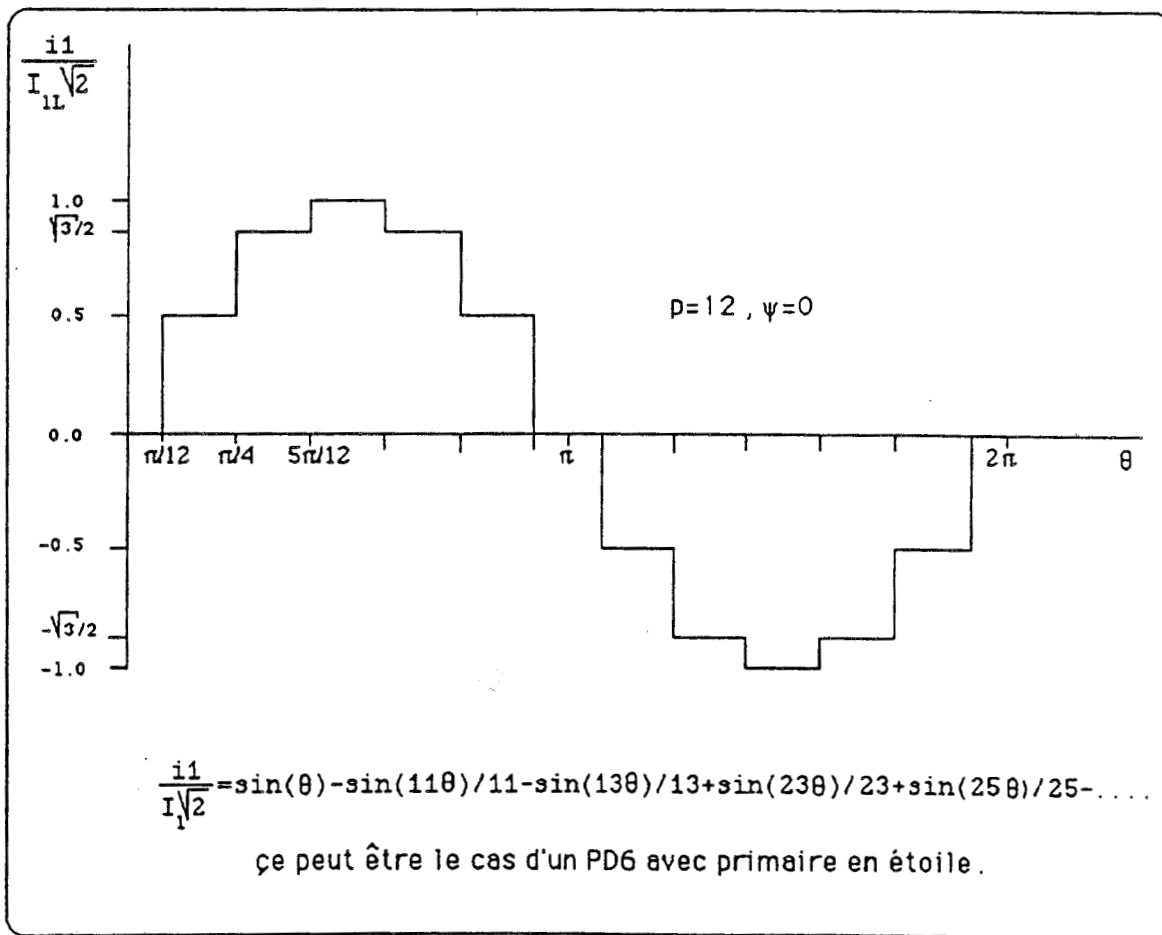
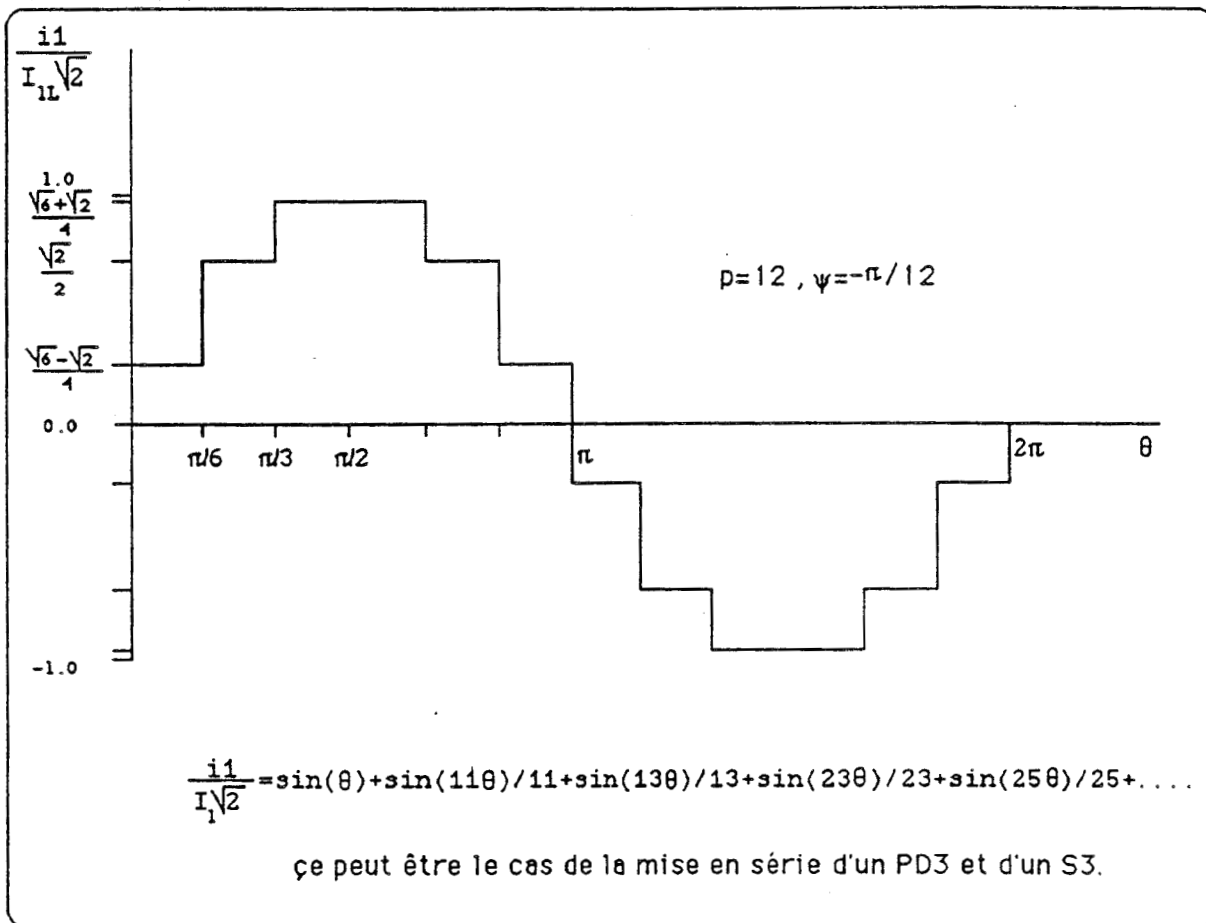


Figure 1.17.

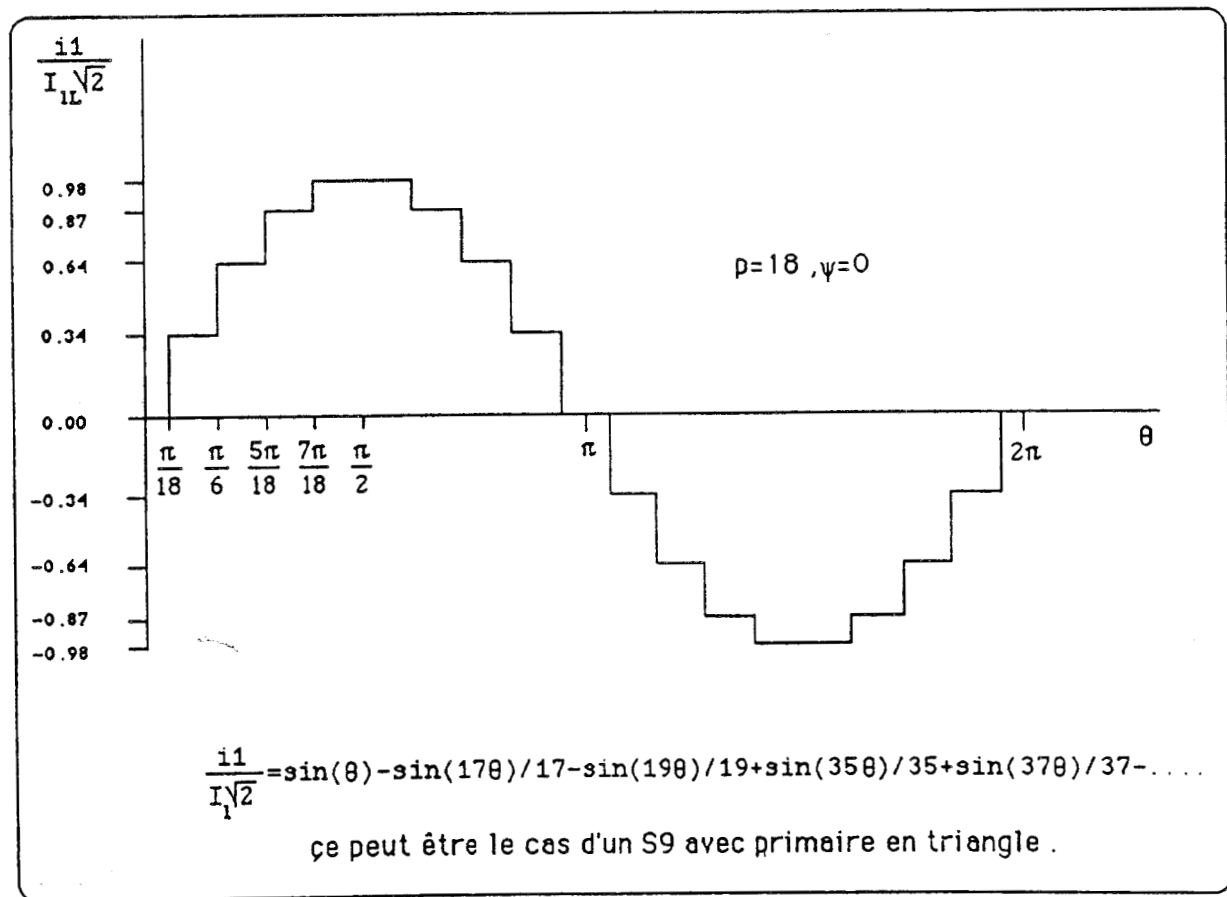
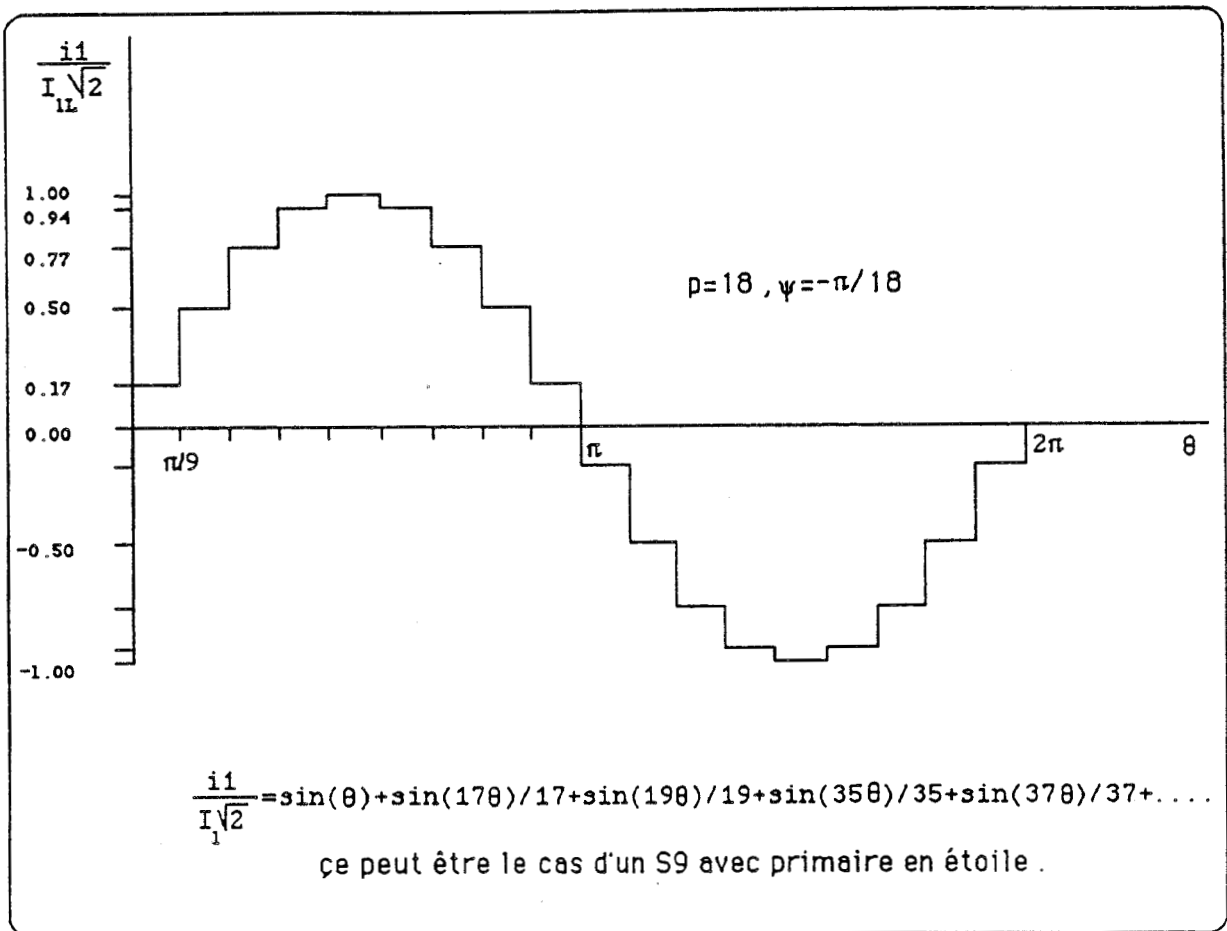


Figure 1.17.

1.7. Courants d'entrée dans le cas d'une entrée polyphasée

1.7.1. Relations entre les harmoniques des courants d'entrée

En considérant le convertisseur comme un assemblage de semi-conducteurs, les tensions d'alimentation forment un système polyphasé à q phases. Ce système peut être par exemple le secondaire du transformateur d'alimentation. La méthode de la conservation de la puissance instantanée ne permet de déterminer que les harmoniques de rangs $hq \pm 1$ des courants d'entrée. Les autres harmoniques, éventuellement existants, restent inconnus, ils dépendent de l'architecture interne du redresseur et diffèrent suivant les montages. Il n'est donc pas possible par cette méthode d'obtenir le développement complet en série de Fourier des courants d'entrée, pas plus que les formes d'onde de ces courants. Leur connaissance implique un à priori sur leur fonctionnement. Cependant il existe des relations entre les harmoniques des courants d'entrée, et la connaissance des p premiers termes du développement en série suffit à la détermination complète du spectre harmonique.

Le fonctionnement des interrupteurs permet de relier chacune des entrées à la sortie du redresseur, la tension de sortie est donc formée de p portions de sinusoides alors que les courants d'entrée seront formés par p paliers horizontaux.

Notons :

$$(K_h)_{0 \leq h \leq p-1}$$

l'amplitude de ces paliers.

Le développement en série de Fourier du courant d'entrée i_1 est donné de façon générale par l'expression :

$$i_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{h=0}^{p-1} K_h a^{hn} \right) \cdot \frac{\sin \frac{n \pi}{p}}{n \pi} \cdot e^{in(\omega t - \alpha + \psi)}$$

avec :

$$a = e^{-j \frac{2\pi}{p}}$$

et

$$i_1(t) = K_h \text{ pour } \omega t \in \left[(2h-1) \frac{\pi}{p} + \alpha - \psi, (2h+1) \frac{\pi}{p} + \alpha - \psi \right], \quad 0 \leq h \leq p-1$$

$$\alpha - \psi \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right]$$

On a d'autre part (§ 1.3.2.1.) :

$$i_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{in(\omega t - \alpha)}$$

En identifiant ces deux relations pour tout n , on obtient :

$$C_n = \left(\sum_{h=0}^{p-1} K_h a^{hn} \right) \cdot \frac{\sin \frac{n \pi}{p}}{n \pi} e^{in\psi}$$

On peut montrer que la connaissance des p premiers harmoniques permet la détermination complète des autres harmoniques de courant. Pour cela, on peut utiliser les congruences modulo p . Si j est le reste de la division de n par p , ce qui équivaut à $n \equiv j [p]$, les expressions :

$$\sum_{h=0}^{p-1} K_h a^{hn} \quad \text{et} \quad \sum_{h=0}^{p-1} K_h a^{hj}$$

sont égales.

En posant $n = kp + j$ et pour $j \neq 0$, le rapport C_n / C_j s'écrit :

$$\frac{C_n}{C_j} = \frac{\sin \frac{n \pi}{p}}{n \pi} \cdot \frac{j \pi}{\sin \frac{j \pi}{p}} \cdot e^{i(n-j)\psi} = \frac{(-1)^k \cdot j}{kp + j} \cdot e^{ikp\psi}$$

Dans le cas où $j = 0$,

$$C_0 = \sum_{h=0}^{p-1} K_h \quad \text{pour } k = 0 \text{ et } C_n = 0 \text{ dans les autres cas.}$$

Le développement en série de Fourier de i_1 est donc :

$$i_1(t) = C_0 + \sum_{j=1}^{p-1} j C_j \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{kp + j} e^{ikp\psi} \cdot e^{i(kp+j)(\omega t - \alpha)} \right)$$

On voit que pour connaître $i_1(t)$, il faut connaître sa valeur moyenne C_0 et les $p - 1$ premiers harmoniques.

Les autres harmoniques se déduisent des précédents : deux harmoniques dont les rangs sont de même classe d'équivalence modulo p ont des amplitudes inversement proportionnelles à leurs rangs.

$$\text{Ce qui s'exprime par : } n \equiv j [p], \quad \left| \frac{C_n}{C_j} \right| = \frac{j}{n}$$

1.7.2. Expression du facteur de puissance

A partir du développement en série de Fourier du courant i_1 , on peut exprimer la valeur efficace de ce courant :

$$I_{1L}^2 = C_0^2 + \sum_{j=1}^{p-1} \left[(j C_j)^2 \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(kp + j)^2} \right) \right].$$

On montre que :

$$\forall z \in \mathbb{C} \quad \sum_{n \neq 0} \frac{1}{(z - n)^2} = \left(\frac{\pi}{\sin \pi z} \right)^2 - \frac{1}{z^2}$$

donc :

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(kp + j)^2} = \frac{1}{p^2} \left(\frac{\pi}{\sin \frac{j\pi}{p}} \right)^2.$$

et

$$I_{1L}^2 = C_0^2 + \sum_{j=1}^{p-1} \left(\frac{j \frac{\pi}{p} |C_j|}{\sin \frac{j\pi}{p}} \right)^2.$$

Le facteur de puissance est défini par :

$$F_L = \frac{|U'_{do}| I_d}{q V I_{1L}}.$$

avec V la tension efficace aux bornes de la phase traversée par le courant i_1 .

Le fondamental de ce courant a pour valeur efficace :

$$I_1 = \frac{U_{do} I_d}{q V},$$

donc :

$$F_L = \frac{I_1}{I_{1L}} |\cos \alpha|.$$

Compte tenu des symétries,

$$I_1^2 = 2 |C_1|^2.$$

d'où :

$$F_L = \sqrt{\frac{2 |C_1|^2}{C_0^2 + \sum_{j=1}^{p-1} \left(\frac{j \pi}{p} |C_j| \right)^2}} \cdot |\cos \alpha| = \frac{|C_1| \sqrt{2}}{\sqrt{\sum_{j=0}^{p-1} \frac{|C_j|^2}{\sin_c^2 \left(\frac{j \pi}{p} \right)}}} \cdot |\cos \alpha| \quad (8)$$

Ce facteur de puissance dépend uniquement de la valeur des p premiers harmoniques du développement en série, et évidemment de p et de α .

1.7.3. Bilan de la méthode de la puissance instantanée dans le cas d'une alimentation

polyphasée

Le développement en série de Fourier a permis de montrer que les harmoniques de courant de rangs multiples de p sont nuls.

La relation $P_e = P_s$ donne l'expression des harmoniques de rangs $h p \pm 1$:

$$C_{kp \pm 1} = \frac{i I_1}{\sqrt{2}} e^{ikp\psi} \cdot \frac{(-1)^{k+1}}{kp \pm 1}$$

alors que $C_{h q \pm 1} = 0$ pour h tel que h q non multiple de p.

On voit donc que parmi les p premiers harmoniques, il est possible d'en déterminer $2 p / q$.

En conclusion,

- Tous les harmoniques peuvent être déterminés par la méthode de la conservation de la puissance instantanée, si et seulement si, $2 p / q = p$, cette relation est vérifiée uniquement pour $q = 2$, ce qui correspond au cas des montages monophasés.

- Si de plus, le montage permet d'éliminer les harmoniques multiples de q, tous les harmoniques sont connus, si et seulement si, $3 p / q - 1 + 1 = p$, cette relation est vérifiée pour $q = 3$ qui est le cas d'une alimentation par le réseau triphasé.

- Dans les autres cas des harmoniques restent indéterminés.

- Le facteur de puissance dépend des p premiers harmoniques, pour qu'il soit maximum, il est nécessaire d'éliminer le maximum de ces harmoniques ; en effet :

$$F_L^2 = \frac{2 |C_1|^2 \cdot \cos^2 \alpha}{\frac{2 |C_1|^2}{\sin_c^2 \frac{\pi}{p}} + \sum_{2 \leq j \leq p-2} \frac{|C_j|^2}{\sin_c^2 \frac{j \pi}{p}} + C_0^2} \leq \sin_c^2 \frac{\pi}{p} \cdot \cos^2 \alpha .$$

c'est-à-dire que $F_L \leq \sin_0 \frac{\pi}{p} \cdot |\cos \alpha|$.

Ce maximum ne peut être atteint que dans le cas où $C_0 = 0$ et $C_j = 0$ pour $2 \leq j \leq p-2$.

1.7.4. Expression analytique des courants en ligne

Le développement en série de Fourier du courant a permis de donner les relations qui lient les p premiers harmoniques aux p paliers de la fonction en escalier qui représentent ce courant.

$$C_j = \left(\sum_{h=0}^{p-1} K_h a^{hj} \right) \cdot \frac{\sin \frac{j\pi}{p}}{j\pi} \cdot e^{ij\psi} \quad \text{pour } 0 \leq j \leq p-1$$

$$\Leftrightarrow \sum_{h=0}^{p-1} K_h a^{hj} = \frac{\pi j C_j}{\sin \frac{j\pi}{p}} \cdot e^{-ij\psi} = \Sigma_j$$

Ce système à p équations à p inconnues peut être représenté sous sa forme matricielle.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 \\ 1 & a & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & a^{p-1} \\ 1 & a^2 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & a^{2[p-1]} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & a^{p-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & a^{[p-1]^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_0 \\ K_1 \\ K_2 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ K_{p-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_0 \\ \Sigma_1 \\ \Sigma_2 \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \Sigma_{p-1} \end{bmatrix}$$

d'où :

$$K_h = \frac{1}{p} \sum_{j=0}^{p-1} \left(a^{-jh} \Sigma_j \right) \quad 0 \leq h \leq p-1$$

ou bien :

$$K_h = \sum_{j=0}^{p-1} \left(\frac{C_j}{\sin_0 \frac{j\pi}{p}} \cdot e^{ij(2h\frac{\pi}{p} - \psi)} \right) \quad 0 \leq h \leq p-1$$

L'expression analytique du courant dans le cas quelconque d'une entrée à q phases est donnée par :

$$i_1(t) = K_h = \sum_{j=0}^{p-1} \left(\frac{C_j}{\sin_c \frac{j\pi}{p}} \cdot e^{j(2h\frac{\pi}{p} - \psi)} \right), \quad 0 \leq h \leq p-1 \quad (9)$$
$$\omega t \in \left[(2h-1)\frac{\pi}{p} + \alpha - \psi, (2h+1)\frac{\pi}{p} + \alpha - \psi \right]$$
$$\alpha - \psi \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right].$$

Les $(C_j)_{0 \leq j \leq p-1}$ étant les p premiers harmoniques définissant le courant i_1 , l'onde de courant d'entrée peut être déterminée par la connaissance de ses p premiers harmoniques.

2. REDRESSEURS DEBITANT SUR CHARGE QUELCONQUE

Avec une source d'alimentation en tension parfaite et puisque les semi-conducteurs assurent les connexions entre les phases d'alimentation et le récepteur, celui-ci ne peut être qu'un récepteur de courant. Dans la première partie de ce chapitre, l'inductance du récepteur était telle que l'ondulation résiduelle du courant redressé pouvait être négligée. Dans la réalité industrielle, on ajoute souvent une inductance pour lisser le courant dans le récepteur le plus souvent inductif. Sa valeur n'est habituellement pas suffisante pour justifier l'hypothèse du courant constant. L'expression du courant dépend de la tension continue et de la charge.

Si la conduction est continue, c'est-à-dire qu'il y a toujours au moins un semi-conducteur passant, la forme d'onde de la tension de sortie ne dépend que des tensions d'entrée et de la séquence d'ouverture-fermeture des interrupteurs. Dans ces conditions, le courant peut être déterminé par la connaissance de la nature du récepteur.

Si la conduction est discontinue, c'est-à-dire qu'il existe des intervalles de temps pendant lesquels tous les semi-conducteurs sont bloqués, le récepteur est, pendant ces intervalles, déconnecté de la source, le courant dans le récepteur est nul et la tension aux bornes de la charge est imposée par le récepteur. La durée des intervalles de conduction des semi-conducteurs, et donc la forme d'onde de la tension de sortie dépendent de la nature du récepteur.

Les semi-conducteurs et les transformateurs d'alimentation étant considérées comme parfaits, le convertisseur ne consomme aucune énergie et il y a toujours égalité des puissances instantanées à l'entrée et à la sortie du convertisseur.

2.1. Cas de la conduction continue

2.1.1. Puissance instantanée à l'entrée du redresseur

L'entrée du redresseur est constituée par un système polyphasé de q tensions équilibrées, les courants traversant les phases formant un système équilibré sont donnés par leur développement en série de Fourier.

$$i_{k+1} = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} C_h e^{jh(\omega t - \alpha - 2k\frac{\pi}{q})} \quad 0 \leq k \leq q-1$$

En effectuant le même calcul que dans le paragraphe 1.3.2.1., on obtient l'expression de la puissance instantanée à l'entrée du redresseur sous forme de développement en série de Fourier complexe.

$$P_e = \frac{q V_M}{2I} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(C_{hq-1} e^{j\alpha} - C_{hq+1} e^{-j\alpha} \right) e^{jhq(\omega t - \alpha)}$$

Ce développement montre que seuls les harmoniques de courant de rangs $hq \pm 1$ sont porteurs de puissance instantanée à l'entrée du redresseur.

2.1.2. Tension à la sortie du redresseur

La conduction continue implique que l'amorçage d'un semi-conducteur entraîne le blocage du semi-conducteur précédemment passant.

Le redresseur relie par intervalles de temps constants et égaux chacune des tensions d'entrée à la sortie. La tension redressée fournie est donc formée par une succession de portions de sinusoïdes.

Le développement en série de Fourier d'une telle tension qui tient compte d'une origine temporelle quelconque est donné par l'expression (1) du paragraphe 1.2.

$$u'_d = U'_{d0} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^{k+1} \cdot \frac{1 + ikp \operatorname{tg} \alpha}{k^2 p^2 - 1} \cdot e^{ikp(\omega t + \psi - \alpha)}$$

ψ est l'angle rendant compte de l'origine temporelle de la tension redressée par rapport à V_1 .

2.1.3. Courant débité dans la charge

Les redresseurs peuvent être schématisés par une source de tension de période T / p réversible en tension mais unidirectionnelle en courant. Le courant débité dans la charge est toujours positif durant toute la période, on peut représenter le redresseur par la figure 1.18.

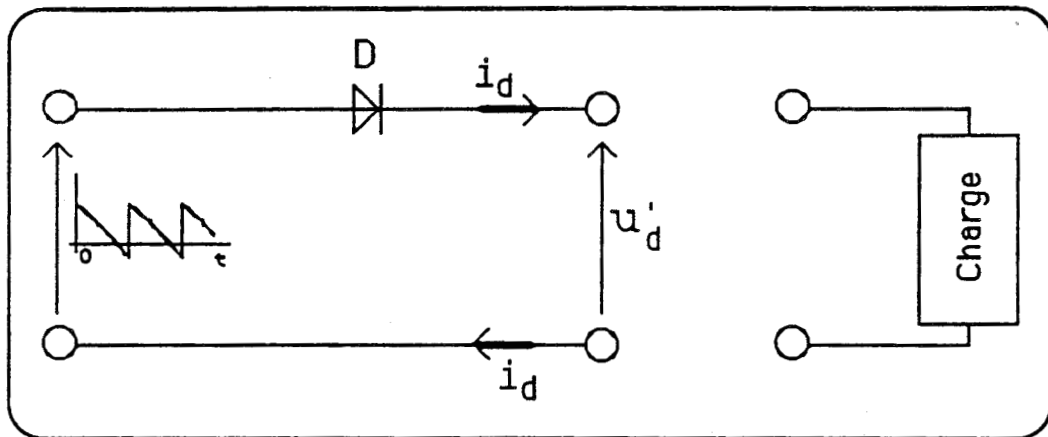


Figure 1.18.

La tension de sortie du redresseur étant connue, elle est appliquée à un récepteur quelconque. Il est donc facile d'exprimer analytiquement le courant débité i_d en fonction de la tension redressée et de la charge, avec comme seule condition le signe positif du courant.

Les deux variables tension et courant sont liées par une équation différentielle dont le second membre est u'_d , u'_d étant périodique de période T / p . Le courant débité i_d est lui aussi périodique et de période T / p . Son développement en série de Fourier comprend outre la valeur continue, tous les harmoniques multiples de $p f$.

$$i_d(t) = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} i_{hp} e^{ihp(\omega t + \psi - \alpha)}$$

2.1.4. Puissance instantanée à la sortie du redresseur

L'expression instantanée de la puissance à la sortie du redresseur est le produit de la tension par le courant.

$$P_s = u'_d \cdot i_d$$

L'expression de cette puissance est compliquée puisqu'il faut réaliser le produit de deux séries infinies.

$$P_s = U'_{do} \sum_{k,h} \left((-1)^{k+1} \cdot \frac{1 + i k p \operatorname{tg} \alpha}{k^2 p^2 - 1} \cdot i_{hp} \right) e^{i(h+k)p(\omega t + \psi - \alpha)}$$

En réalisant le changement de variable $h + k = n$, cette puissance devient :

$$P_s = U'_{do} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^{k+1} \cdot \frac{1 + i k p \operatorname{tg} \alpha}{k^2 p^2 - 1} \cdot i_{(n-k)p} \right) e^{i n p (\omega t + \psi - \alpha)}$$

avec :

$$i_{hp} = \frac{p}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta) e^{-i h p \theta} d\theta$$

2.1.5. Bilan des puissances

Le convertisseur étant conservatif, la puissance à l'entrée est égale à la puissance à la sortie :

$$P_e = P_s$$

Par identification des deux expressions donnant la puissance instantanée, tant en phase qu'en module, on voit que les harmoniques $C_{hq \pm 1}$ sont nuls si hq est non multiple de p .

Le résultat de l'identification est donné par l'équation suivante :

$$\frac{q V_M}{2 i} (C_{np-1} e^{i\alpha} - C_{np+1} e^{-i\alpha}) = U'_{do} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^{k+1} \cdot \frac{1 + i k p \operatorname{tg} \alpha}{k^2 p^2 - 1} \cdot i_{(n-k)p} \cdot e^{i n p \psi}$$

valable pour tout n entier relatif et pour tout α .

Il est évident que les harmoniques du courant de sortie i_d dépendent de l'angle d'amorçage α des semi-conducteurs, et donc que les harmoniques des courants d'entrée en dépendent également. Pour identifier ces deux membres, on transforme le second de la façon suivante :

$$\frac{q V_M}{i} (C_{np-1} e^{i\alpha} - C_{np+1} e^{-i\alpha}) = U_{do} e^{i n p \psi} \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+1} e^{i\alpha}}{k p - 1} \cdot i_{(n-k)p} + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^k e^{-i\alpha}}{k p + 1} \cdot i_{(n-k)p} \right)$$

Puisque le couple de vecteurs complexes $(e^{i\alpha}, e^{-i\alpha})$ forme une base du corps des nombres complexes, on peut identifier leurs coefficients membre à membre.

$$C_{np-1} = \frac{i U_{d0} e^{inp\psi}}{q V_M} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+1} i_{(n-k)p}}{kp-1} .$$

$$C_{np+1} = \frac{i U_{d0} e^{inp\psi}}{q V_M} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+1} i_{(n-k)p}}{kp+1} .$$

On vérifie que les harmoniques des courants d'entrée de rangs $np \pm 1$, dépendent directement des harmoniques du courant dans le récepteur.

De plus, ces harmoniques de courant peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$i_{(n-k)p} = \frac{p}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-i(n-k)p\theta} d\theta ; \theta \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right], u_d = U_{d\max} \cos(\theta + \alpha) .$$

Ceci permet de transformer l'écriture des harmoniques des courants d'entrée de rangs $np \pm 1$.

$$C_{np\pm 1} = \frac{i U_{d0} e^{inp\psi}}{q V_M} \cdot \frac{p}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-inp\theta} \cdot \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+1} e^{ikp\theta}}{kp \pm 1} \right) \cdot d\theta$$

Les deux séries mises en évidence dans cette expression, celle correspondante aux termes en $kp + 1$ et celle correspondante aux termes en $kp - 1$, convergent vers leurs limites respectives :

$$\text{pour } \theta \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right] .$$

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^{k+1} e^{ikp\theta}}{kp \pm 1} = \frac{\pm e^{\pm i\theta}}{\frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p}}$$

On obtient finalement une expression très simple donnant les $C_{np \pm 1}$ en fonction des harmoniques du courant dans le récepteur.

$\forall n \in \mathbb{Z}$

$$C_{np+1} = \frac{-i U_{d \max} \cdot e^{inp\psi}}{q V_M} \cdot \left(\frac{p}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-l(np+1)\theta} d\theta \right) \quad (10)$$

$$C_{np-1} = \frac{i U_{d \max} \cdot e^{inp\psi}}{q V_M} \cdot \left(\frac{p}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-l(np-1)\theta} d\theta \right)$$

On peut vérifier que dans le cas où $i_d(\theta)$ est constant, les harmoniques $C_{np \pm 1}$ s'expriment bien sous la forme :

$$C_{np \pm 1} = \frac{U_{d0} I_d}{q V_M} \cdot i e^{inp\psi} \cdot \frac{(-1)^{n+1}}{np \pm 1}$$

obtenue au paragraphe 1.3.3.1.

2.1.6. Développement en série de Fourier du courant en ligne

2.1.6.1. Cas général quelconque

Les remarques déjà émises dans le cas des redresseurs à courant de sortie constant restent valables si le récepteur est quelconque ; en effet, l'expression de la puissance instantanée est invariante et seuls les harmoniques de rangs $hq \pm 1$ apparaissent dans cette expression.

La conservation de la puissance instantanée ne permet que la détermination des harmoniques de courant de rangs $hq \pm 1$, les autres harmoniques susceptibles d'exister dépendent de chaque type de montage et nécessitent une étude détaillée du fonctionnement de chacun.

Il est évident qu'en diminuant q , le nombre d'harmoniques non calculables par la méthode de conservation de la puissance instantanée diminue très vite. En particulier pour $q = 1$ et $q = 2$ ce qui correspond aux redresseurs monophasés, le nombre d'harmoniques non calculables devient nul.

Dans le cas très important des redresseurs alimentés par le réseau triphasé, les harmoniques non calculables par la méthode de conservation sont les harmoniques multiples de 3, ainsi que la composante continue.

2.1.6.2. Cas particulier de l'alimentation par le réseau triphasé, $q = 3$

Dans la plupart des cas, les redresseurs sont alimentés par un réseau triphasé. Il est important de pouvoir déterminer les harmoniques des courants pris au réseau afin de connaître les répercussions sur la source de ce type de convertisseur débitant sur des charges variables.

La conservation de la puissance instantanée permet de déterminer tous les harmoniques de rangs $3h \pm 1$, les harmoniques restant sont donc ceux de rangs $3h$. Ils ne sont pas transmis sur la ligne d'alimentation lorsque celle-ci est une liaison trois fils.

Dans ces conditions, les harmoniques existants dans le développement en série des courants en ligne sont donnés par les expressions suivantes :

$$\forall n \in \mathbb{Z} \quad C_{np+\epsilon} = -\frac{\epsilon i U_{d \max} \cdot e^{in p \psi}}{3 V_M} \cdot \frac{p}{2 \pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-i(np+\epsilon)\theta} d\theta \quad \text{avec } \epsilon^2 = 1$$

Le développement de ces courants s'écrit donc :

$$i_1 = \frac{i U_{d \max}}{3 V_M} \cdot \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2 \pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-i(np-1)\theta} d\theta \right) \cdot e^{i((np-1)(\omega t - \alpha) + np\psi)} - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2 \pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-i(np+1)\theta} d\theta \right) \cdot e^{i((np+1)(\omega t - \alpha) + np\psi)} \right] \quad (11)$$

On peut remarquer que ce développement ne dépend que du courant dans le récepteur et du rapport de conversion du redresseur.

2.1.7. Expression analytique du courant en ligne dans le cas d'une alimentation triphasée

Pour déterminer analytiquement les courants pris au réseau triphasé, on ne peut pas envisager l'utilisation d'une méthode d'analyse fréquentielle de la série de Fourier complexe comme au § 1.4. Les développements en série de Fourier sont trop riches en harmoniques, il est nécessaire de rechercher des transformations mathématiques plus adaptées. Le développement en série des courants primaires peut s'écrire de la façon suivante :

$$i_1 = \frac{i U_{d \max}}{3 V_M} \cdot \left[e^{-i(\omega t - \alpha)} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2 \pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-i(np-1)\theta} d\theta \right) \cdot e^{in p(\omega t + \psi - \alpha)} - e^{i(\omega t - \alpha)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2 \pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-i(np+1)\theta} d\theta \right) \cdot e^{in p(\omega t + \psi - \alpha)} \right]$$

Chacune des deux sommes infinies représente le développement en série de Fourier d'une fonction périodique de période T/p . La première série correspond au développement de $i_d(\theta) e^{j\theta}$ dans l'intervalle $[-\pi/p, +\pi/p[$, la seconde au développement de $i_d(\theta) e^{-j\theta}$ dans le même intervalle.

On peut choisir comme intervalle d'étude celui où :

$$\omega t + \psi - \alpha \in \left[(2h - 1) \frac{\pi}{p}, (2h + 1) \frac{\pi}{p} \right]$$

avec h pouvant prendre toutes les valeurs entières de 0 à $p - 1$.

L'expression du courant i_1 peut s'écrire pour :

$$\omega t + \psi - \alpha - 2h \frac{\pi}{p} \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right], \quad 0 \leq h \leq p - 1$$

$$i_1 = \frac{i U_{d \max}}{3 V_M} \left[e^{-j(\omega t - \alpha)} \cdot i_d \left(\omega t + \psi - 2h \frac{\pi}{p} \right) \cdot e^{j(\omega t + \psi - \alpha - 2h \frac{\pi}{p})} \right. \\ \left. - e^{j(\omega t - \alpha)} \cdot i_d \left(\omega t + \psi - 2h \frac{\pi}{p} \right) \cdot e^{-j(\omega t + \psi - \alpha - 2h \frac{\pi}{p})} \right]$$

Or i_d est périodique de période T/p . Donc :

$$i_1 = \frac{i U_{d \max}}{3 V_M} \cdot i_d(\omega t + \psi) \cdot \left[e^{j(\psi - 2h \frac{\pi}{p})} - e^{-j(\psi - 2h \frac{\pi}{p})} \right]$$

$$i_1 = \frac{2 U_{d \max}}{3 V_M} \cdot \sin \left(2h \frac{\pi}{p} - \psi \right) \cdot i_d(\omega t + \psi)$$

En posant $\theta = \omega t + \psi - \alpha$, pour :

$$\theta \in \left[(2h - 1) \frac{\pi}{p}, (2h + 1) \frac{\pi}{p} \right], \quad 0 \leq h \leq p - 1 \quad \text{et} \quad \alpha - \psi \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right]$$

$$i_1(\theta) = \frac{2 U_{d \max}}{3 V_M} \cdot \sin \left(2h \frac{\pi}{p} - \psi \right) \cdot i_d(\theta + \alpha)$$

En conclusion, on aboutit à la règle simple :

"Le courant absorbé par le redresseur est à chaque instant égal au produit du courant débité dans le récepteur par les valeurs rapportées à I_d du courant qu'absorberait ce même redresseur si le récepteur imposait un courant de sortie rigoureusement constant égal à I_d ".

Il est évident que la connaissance de la tension de sortie du redresseur, donc de $U_d \max$ et de ψ , ainsi que celle du récepteur, permet la détermination complète du courant à l'entrée du redresseur.

2.1.8. Valeurs efficaces du courant en ligne et de ses harmoniques

A partir de l'expression analytique du courant en ligne, il est possible de déterminer sa valeur efficace. En effet :

$$I_{1L}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{2\pi - \frac{\pi}{p}} i_1^2(\theta) d\theta .$$

$$I_{1L}^2 = \frac{1}{2\pi} \sum_{h=0}^{p-1} \left(\frac{2 U_d \max}{3 V_M} \right)^2 \sin^2 \left(2h \frac{\pi}{p} - \psi \right) \cdot \int_{(2h - 0) \frac{\pi}{p}}^{(2h+1) \frac{\pi}{p}} i_d^2(\theta + \alpha) d\theta .$$

Du fait que la fonction $i_d^2(\theta)$ est périodique de période $2\pi/p$, l'intégrale :

$$\int_{(2h - 0) \frac{\pi}{p}}^{(2h+1) \frac{\pi}{p}} i_d^2(\theta + \alpha) d\theta$$

est invariante quelque soit la valeur de h , l'expression de I_{1L} s'écrit donc :

$$I_{1L}^2 = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{2 U_d \max}{3 V_M} \right)^2 \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d^2(\theta) d\theta \cdot \sum_{h=0}^{p-1} \sin^2 \left(2h \frac{\pi}{p} - \psi \right) .$$

Or :

$$\sum_{h=0}^{p-1} \sin^2 \left(2h \frac{\pi}{p} - \psi \right) = \frac{p}{2}$$

- Finalement :

$$I_{1L} = \frac{U_{d \max}}{3 V} \cdot I_{d \text{ eff}} \quad (12)$$

où $I_{d \text{ eff}}$ désigne la valeur efficace du courant dans le récepteur.

"La valeur efficace du courant en ligne est le produit du rapport de conversion $U_{d \max} / V$ par le tiers de la valeur efficace du courant de sortie du redresseur".

Le développement en série de Fourier du courant en ligne permet aussi la détermination générale de la valeur efficace des harmoniques de ce courant.

Les harmoniques existant dans ce développement sont toujours de rangs $np \pm 1$, pour exprimer d'une façon simple leurs modules, on peut écrire ce développement sous forme de transformée de Fourier réelle.

$$i_1 = \frac{\sqrt{2} U_{d \max}}{3 V} \left[\sum_{n=0}^{+\infty} \left(A_{np+1} \cdot \cos((np+1)(\omega t - \alpha) + np \psi) - B_{np+1} \sin((np+1)(\omega t - \alpha) + np \psi) \right) + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(B_{np-1} \cdot \sin((np-1)(\omega t - \alpha) + np \psi) - A_{np-1} \cdot \cos((np-1)(\omega t - \alpha) + np \psi) \right) \right]$$

avec :

$$A_{np \pm 1} = \frac{p}{2 \pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot \sin(np \pm 1)\theta \, d\theta .$$

$$B_{np \pm 1} = \frac{p}{2 \pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot \cos(np \pm 1)\theta \, d\theta .$$

La valeur efficace des harmoniques de rangs $np \pm 1$ est donnée par :

$$I_{np \pm 1} = \frac{U_{d \max}}{3 V} \sqrt{A_{np \pm 1}^2 + B_{np \pm 1}^2} \quad 0 \leq n \leq +\infty$$

La valeur efficace des harmoniques de rangs $np - 1$ est donnée par :

$$I_{np-1} = \frac{U_{d \max}}{3 V} \sqrt{A_{np-1}^2 + B_{np-1}^2} \quad 1 \leq n \leq +\infty$$

On voit qu'il est facile de calculer les harmoniques de courant absorbé à partir de l'expression analytique du courant débité.

Dans le cas particulier où :

$$i_d(\theta) = I_d, \quad \forall \theta \in \mathbb{R},$$

il est facile de vérifier que :

$$I_{np\pm 1} = \frac{U_{d \max}}{3 V} \cdot \frac{I_d}{np \pm 1} \cdot \frac{p}{\pi} \sin \frac{\pi}{p} = \frac{I_1}{np \pm 1},$$

on obtient bien les résultats classiques des redresseurs à courant de sortie parfaitement lissé. Le module des harmoniques des courants en ligne est inversement proportionnel à leur rang.

2.1.9. Expression générale du facteur de puissance en ligne

Le facteur de puissance en ligne du redresseur est toujours donné par le rapport de la puissance portée par le fondamental sur la puissance apparente prise au réseau.

$$F_L = \frac{3 V I_1}{3 V I_{1L}} |\cos \alpha| = \frac{I_1}{I_{1L}} |\cos \alpha|.$$

avec I_1 valeur efficace du fondamental du courant en ligne.

La valeur efficace du fondamental est donnée par :

$$I_1 = \frac{U_{d \max}}{3 V} \sqrt{A_1^2 + B_1^2}.$$

La valeur efficace du courant en ligne est donnée par :

$$I_{1L} = \frac{U_{d \max}}{3 V} I_{d \text{ eff}}.$$

Le facteur de puissance peut s'écrire :

$$F_L = \frac{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}{I_{d\text{eff}}} |\cos \alpha| . \quad (13)$$

On voit donc que le facteur de puissance en ligne dépend de $|\cos \alpha|$, de p et du courant traversant le récepteur.

2.2. Cas de la conduction discontinue

Les redresseurs peuvent être considérés comme des générateurs de tension réversibles en tension et unidirectionnels en courant, le courant dans le récepteur ne peut donc devenir négatif.

La tension de sortie est une fonction périodique de période T / p , chaque période comprend une portion de sinusoïde et une autre tension dont la forme d'onde dépend du récepteur.

La partie sinusoïdale débute quand le courant, initialement nul, tend à devenir positif, ce peut être le cas par exemple d'un redresseur à diodes qui débute sur un circuit comprenant une force contre électro-motrice et que la tension sinusoïdale est supérieure à celle-ci, ce peut être aussi le cas d'un redresseur à thyristors lorsqu'on décide d'amorcer un thyristor dont la tension anodique est positive.

Désignons par θ_1 , l'angle à partir duquel la tension de sortie est une portion de sinusoïde, la nature du récepteur permet d'en déduire la solution de l'équation différentielle régissant la sortie, on notera $i_D(\theta)$ cette solution. Si ce courant ne s'éteint pas dans l'intervalle $[\theta_1, \theta_1 + 2\pi / p]$, la conduction est continue et l'on change de sinusoïde une fois arrivé à la borne supérieure $\pi / p + \alpha$.

En revanche, si le courant s'éteint pour un angle $\theta_2 \leq \theta_1 + 2\pi / p$, la conduction est discontinue, le courant s'annule et la tension de sortie prend une valeur qui dépend du récepteur.

En définitif, pour $\theta \in [\theta_2, \theta_1 + 2\pi / p]$, $i_D(\theta) = 0$

pour $\theta \in [\theta_1, \theta_2]$, $i_D(\theta)$ est solution de l'équation différentielle qui lie u'_D et i_D .

A titre d'exemple, la figure 1.19. donne les formes d'onde de la tension de sortie u'_D et du courant i_D dans le cas où le récepteur comprend une résistance R, une inductance L et une f.c.e.m.E.

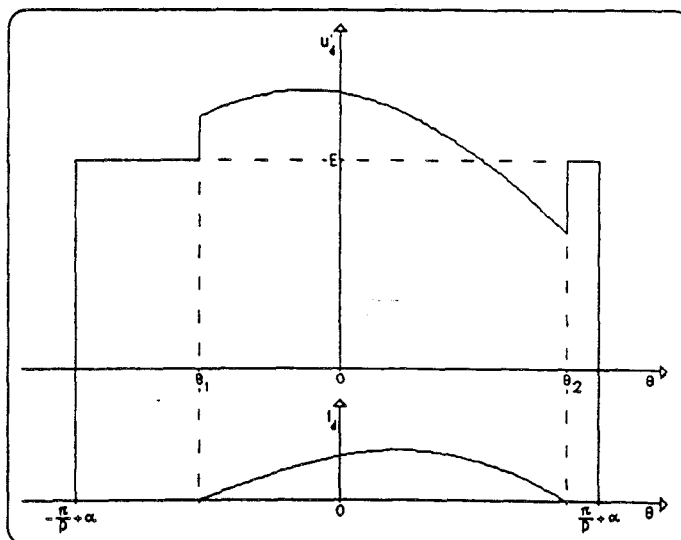


Figure 1.19.

2.2.1. Puissance instantanée à l'entrée du redresseur

L'entrée du convertisseur est encore une source de tension polyphasée de q tensions équilibrées. Il en est de même des courants en ligne qui se développent en série de Fourier sous la forme :

$$i_{k+1} = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} C_h e^{ih(\omega t - \alpha - 2k\frac{\pi}{q})} \quad 0 \leq k \leq q-1$$

En reprenant les résultats du paragraphe 1.3.2.1., cette puissance instantanée à l'entrée du redresseur, s'exprime sous forme de série de Fourier complexe.

$$P_e = \frac{q V_M}{2i} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} (C_{hq-1} e^{i\alpha} - C_{hq+1} e^{-i\alpha}) e^{ihq(\omega t - \alpha)}$$

On remarque encore une fois que les harmoniques de courant qui apparaissent dans ce développement sont de rangs $hq \pm 1$.

2.2.2. Forme d'onde de la tension redressée

En conduction discontinue, un thyristor se met à conduire, quand après avoir reçu un signal de commande le courant qui le traverse, initialement nul, tend à devenir positif, on notera θ_1 cet angle, $\theta_1 \geq -\pi/p + \alpha$. La conduction de ce semi-conducteur se traduit sur la sortie par l'application d'une tension sinusoïdale, ce thyristor s'éteint quand le courant s'annule et tend à devenir négatif, on notera θ_2 cet angle, $\theta_2 \leq \theta_1 + 2\pi/p$.

Pendant les intervalles de temps où le courant est nul, la tension de sortie prend une valeur qui dépend du récepteur. Par exemple, dans le cas où le débit s'effectue sur un récepteur R, L, E, la tension u'_d prend la valeur de la f.c.e.m.

Le développement en série de Fourier d'une telle tension est délicat et de plus, dépend de la nature du récepteur, on ne cherchera donc pas à en donner une formulation générale.

2.2.3. Puissance instantanée à la sortie du redresseur

La sortie du redresseur est bipolaire, l'expression de la puissance instantanée est le produit de la tension par le courant :

$$P_s = u'_d \cdot i_d$$

En conduction discontinue, le courant est positif dans l'intervalle $[\theta_1, \theta_2]$ et s'annule à l'extérieur de cet intervalle, la puissance instantanée n'est effectivement existante que dans l'intervalle $[\theta_1, \theta_2]$ et est nulle sur $[\theta_2, \theta_1 + 2\pi / p]$.

Les deux fonctions formant la puissance instantanée sont périodiques de période T / p , la puissance instantanée l'est également. Son développement en série de Fourier complexe va donc s'écrire :

$$P_s = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p} + \alpha}^{\frac{\pi}{p} + \alpha} (u'_d i_d) (\theta) e^{-lhp\theta} d\theta \right) \cdot e^{lhp(\omega t + \psi)}$$

On notera A l'intervalle ou l'union d'intervalles tel que pour $\theta \in A$, le courant existe dans le récepteur $A \subset [-\pi / p + \alpha, \pi / p + \alpha[$.

$$P_s = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_A (u'_d i_d) (\theta) e^{-lhp\theta} d\theta \right) \cdot e^{lhp(\omega t + \psi)}$$

D'autre part, pour $\theta \in A$:

$$u'_d(\theta) = U_{d \max} \cos \theta = \frac{U_{d \max}}{2} (e^{i\theta} + e^{-i\theta}) .$$

donc :

$$P_s = \frac{U_{d \max}}{2} \left(\sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_A (i_d) (\theta) e^{-l(hp+1)\theta} d\theta \right) e^{lhp(\omega t + \psi)} \right) + \frac{U_{d \max}}{2} \left(\sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_A (i_d) (\theta) e^{-l(hp-1)\theta} d\theta \right) e^{lhp(\omega t + \psi)} \right) .$$

En réalisant le changement de variable θ en $\theta + \alpha$, l'expression de P_s devient :

$$P_s = \frac{U_{d \max}}{2} \left(\sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{\alpha-\alpha} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-j(hp+1)\theta} d\theta \right) \cdot e^{-j\alpha} \cdot e^{jhp(\omega t + \psi - \alpha)} \right) + \frac{U_{d \max}}{2} \left(\sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{\alpha-\alpha} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-j(hp-1)\theta} d\theta \right) \cdot e^{j\alpha} \cdot e^{jhp(\omega t + \psi - \alpha)} \right)$$

2.2.4. Bilan des puissances

Le redresseur est toujours supposé parfait, la puissance instantanée entre l'entrée et la sortie est donc conservée $P_e = P_s$.

L'identification de ces deux puissances tant au niveau des phases que des modules montre que les harmoniques de rangs $hq \pm 1$ avec hq non multiple de p sont nécessairement nuls. Les harmoniques de rangs $hp \pm 1$ sont liés aux paramètres de sortie par :

$$\frac{q V_M}{2i} (C_{hp-1} e^{j\alpha} - C_{hp+1} e^{-j\alpha}) = \frac{U_{d \max}}{2} \cdot e^{jhp\psi} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{\alpha-\alpha} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-j(hp+1)\theta} d\theta \cdot e^{-j\alpha} + \frac{p}{2\pi} \int_{\alpha-\alpha} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-j(hp-1)\theta} d\theta \cdot e^{j\alpha} \right)$$

L'égalité étant vraie pour tout angle d'amorçage α des thyristors, on peut en déduire l'expression des harmoniques de courant en ligne de rangs $hp \pm 1$. En posant $\varepsilon = \pm 1$, nous avons une représentation unique de ces harmoniques.

$$\forall n \in \mathbb{Z} \quad C_{np+\varepsilon} = \frac{-\varepsilon |U_{d \max}|}{q V_M} \cdot e^{jhp\psi} \cdot \frac{p}{2\pi} \int_{\alpha-\alpha} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-j(hp+\varepsilon)\theta} d\theta \quad (14)$$

2.2.5. Développement en série de Fourier complexe du courant en ligne

Le développement en série de Fourier de la puissance instantanée à l'entrée du redresseur met bien en évidence le fait que les seuls harmoniques porteurs de puissance instantanée sont ceux de rangs $hq \pm 1$.

La conservation de la puissance ne permet donc de déterminer que les harmoniques de rangs $hq \pm 1$, les harmoniques restants, et pouvant exister, nécessitent une étude détaillée de chaque redresseur.

La diminution de q permet de réduire le nombre d'harmoniques non déterminables par cette méthode. A la limite, pour $q = 1$ ou 2 , ce qui correspond aux redresseurs monophasés, les courants en ligne sont parfaitement déterminés.

En triphasé, l'absence de conducteur neutre interdit la présence d'harmoniques multiples de 3. Dans ces conditions, le courant en ligne est parfaitement déterminé et se développe en série de Fourier complexe sous la forme suivante :

$$i_1 = \frac{i U_{d \max}}{3 V_M} \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{\lambda-\alpha} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-i(np-1)\theta} \cdot d\theta \right) \cdot e^{i((np-1)(\omega t - \alpha) + np\psi)} \right. \\ \left. - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{\lambda-\alpha} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-i(np+1)\theta} \cdot d\theta \right) \cdot e^{i((np+1)(\omega t - \alpha) + np\psi)} \right]. \quad (15)$$

Ce développement dépend directement du courant débité dans le récepteur, des angles d'annulation de ce courant θ_1 et θ_2 ainsi que du rapport de conversion du redresseur.

2.2.6. Expression analytique du courant en ligne dans le cas d'une alimentation triphasée

L'expression analytique du courant en ligne i_1 peut être déterminée par la même méthode que celle utilisée au paragraphe 2.1.7.

L'expression (15) peut être transformée de la façon suivante :

$$i_1 = \frac{i U_{d \max}}{3 V_M} \left[e^{-i(\omega t - \alpha)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{\lambda-\alpha} (i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{i\theta}) \cdot e^{-inp\theta} \cdot d\theta \right) \cdot e^{inp(\omega t + \psi - \alpha)} \right. \\ \left. - e^{i(\omega t - \alpha)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{\lambda-\alpha} (i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-i\theta}) \cdot e^{-inp\theta} \cdot d\theta \right) \cdot e^{inp(\omega t + \psi - \alpha)} \right].$$

De plus,

$$\text{si } \theta + \alpha \in \left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{p} + \alpha \right] \text{ - A, } i_d(\theta + \alpha) = 0$$

on peut alors étendre les bornes de chaque intégrale respectivement à $-\pi/p$ et π/p .

$$i_1 = \frac{i U_{d \max}}{3 V_M} \left[e^{-j(\omega t - \alpha)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{j\theta} \cdot e^{-jnp\theta} d\theta \right) \cdot e^{jnp(\omega t + \psi - \alpha)} \right. \\ \left. - e^{j(\omega t - \alpha)} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot e^{-j\theta} \cdot e^{-jnp\theta} d\theta \right) \cdot e^{jnp(\omega t + \psi - \alpha)} \right]$$

Ces deux séries infinies correspondent au développement en série de Fourier de fonctions périodiques de période T/p . Il est possible d'en déduire l'expression du courant pendant un p ième de période. Pour cela, l'intervalle d'étude est celui pour lequel $\omega t + \psi - \alpha \in [(2h - 1)\pi/p, (2h + 1)\pi/p[$

Pour $h \in \{0, 1, \dots, p - 1\}$, $\omega t + \psi - \alpha - 2h\pi/p \in [-\pi/p, \pi/p]$.

$$i_1 = \frac{i U_{d \max}}{3 V_M} \left[e^{-j(\omega t - \alpha)} \cdot i_d\left(\omega t + \psi - 2h\frac{\pi}{p}\right) \cdot e^{j(\omega t + \psi - \alpha - 2h\frac{\pi}{p})} \right. \\ \left. - e^{j(\omega t - \alpha)} \cdot i_d\left(\omega t + \psi - 2h\frac{\pi}{p}\right) \cdot e^{-j(\omega t + \psi - \alpha - 2h\frac{\pi}{p})} \right]$$

Comme i_d est périodique de période $2\pi/p$.

$$i_1 = \frac{2 U_{d \max}}{3 V_M} \cdot \sin\left(2h\frac{\pi}{p} - \psi\right) \cdot i_d(\omega t + \psi)$$

En posant $\theta = \omega t + \psi - \alpha$, pour :

$$\theta \in \left[(2h - 1)\frac{\pi}{p}, (2h + 1)\frac{\pi}{p}\right[, \quad 0 \leq h \leq p - 1 \quad \text{et} \quad \alpha - \psi \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p}\right]$$

$$i_1(\theta) = \frac{2 U_{d \max}}{3 V_M} \cdot \sin\left(2h\frac{\pi}{p} - \psi\right) \cdot i_d(\theta + \alpha) \quad (16)$$

Par l'unique connaissance de la tension de sortie du redresseur donc de $U_d \max$, α et ψ , on peut déterminer analytiquement et numériquement le courant en ligne pris au réseau.

En conclusion, on aboutit comme en conduction continue à la même règle simple :

"En triphasé, le courant absorbé par le redresseur est à chaque instant égal au produit du courant débité dans le récepteur par les valeurs rapportées à I_d du courant qu'absorberait ce même redresseur si le récepteur imposait un courant de sortie rigoureusement constant égal à I_d ".

2.2.7. Valeur efficace du courant en ligne et facteur de puissance

Comme en conduction continue, on peut déterminer la valeur efficace du courant.

$$I_{1L}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{2\pi - \frac{\pi}{p}} i_1^2(\theta) d\theta = \frac{p}{2} \cdot \left(\frac{2 U_d \max}{3 V_M} \right)^2 \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d^2(\theta + \alpha) d\theta .$$

ou bien :

$$I_{1L}^2 = \left(\frac{U_d \max}{3 V} \right)^2 \cdot \frac{p}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p} + \alpha} i_d^2(\theta) d\theta = \left(\frac{U_d \max}{3 V} \right)^2 \cdot \frac{p}{2\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} i_d^2(\theta) d\theta .$$

on en déduit donc l'expression générale de la valeur efficace du courant en ligne.

$$I_{1L} = \frac{U_d \max}{3 V} \cdot I_{d \text{ eff}} \quad (17)$$

$I_{d \text{ eff}}$ étant la valeur efficace du courant débité dans le récepteur. Le facteur de puissance en ligne est donné d'après 2.1.9. par le rapport de la valeur efficace du fondamental de courant par rapport à celle du courant.

$$F_L = \frac{I_1}{I_{1L}} \cdot |\cos \alpha| .$$

Pour déterminer I_1 , un développement du courant en série de Fourier réel est nécessaire.

$$i_1 = \frac{\sqrt{2} U_{d \max}}{3 V} \left[\sum_{n=0}^{+\infty} \left(A_{np+1} \cos((n p + 1) (\omega t - \alpha) + n p \psi) - B_{np+1} \sin((n p + 1) (\omega t - \alpha) + n p \psi) \right) + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(B_{np-1} \sin((n p - 1) (\omega t - \alpha) + n p \psi) - A_{np-1} \cos((n p - 1) (\omega t - \alpha) + n p \psi) \right) \right]$$

avec

$$A_{np\pm 1} = \frac{p}{2 \pi} \int_{\lambda-\alpha} i_d(\theta + \alpha) \cdot \sin(np \pm 1) \theta \, d\theta .$$

$$B_{np\pm 1} = \frac{p}{2 \pi} \int_{\lambda-\alpha} i_d(\theta + \alpha) \cdot \cos(np \pm 1) \theta \, d\theta .$$

La valeur efficace des harmoniques de rangs $np \pm 1$ est donnée par :

$$I_{np\pm 1} = \frac{U_{d \max}}{3 V} \sqrt{A_{np\pm 1}^2 + B_{np\pm 1}^2} .$$

Celle du fondamental vaut donc :

$$I_1 = \frac{U_{d \max}}{3 V} \sqrt{A_1^2 + B_1^2}$$

d'où l'expression de :

$$F_L = \frac{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}{I_{d \text{ eff}}} \cdot |\cos \alpha| . \quad (18)$$

On voit donc que dans le cas où la conduction est discontinue, la valeur efficace des harmoniques ainsi que le facteur de puissance dépendent directement du courant débité dans le récepteur et des instants d'amorçage et de blocage des semi-conducteurs.

Le cas de la conduction continue n'est qu'un cas particulier de la conduction discontinue obtenu en posant :

$$A = \left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{p} + \alpha \right] .$$

2.3. Effets de l'adjonction d'une diode de roue libre

Le redresseur débitant sur une charge quelconque avec diode de roue libre peut être schématisé de la manière suivante [3] :

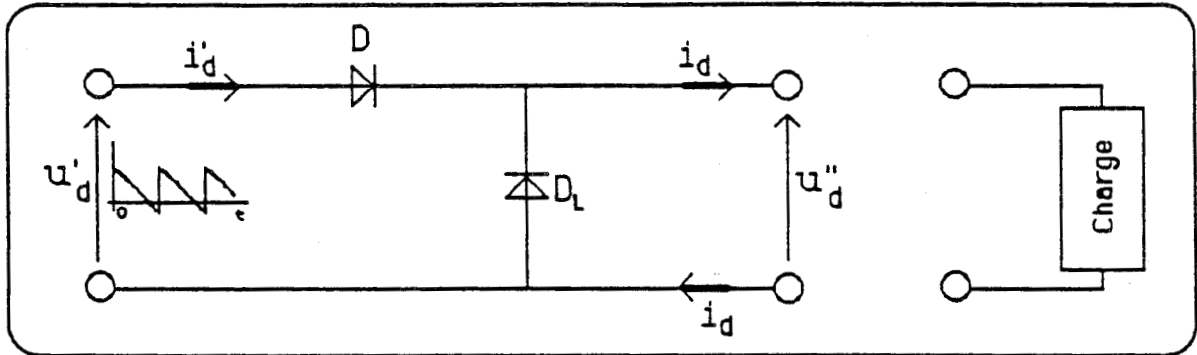


Figure 1.20.

La diode D_L forme avec D un commutateur "plus positif". En conduction continue, la tension de sortie u''_d est égale à la plus grande des tensions u'_d et 0, la tension redressée u''_d aux bornes du récepteur a donc l'allure suivante :

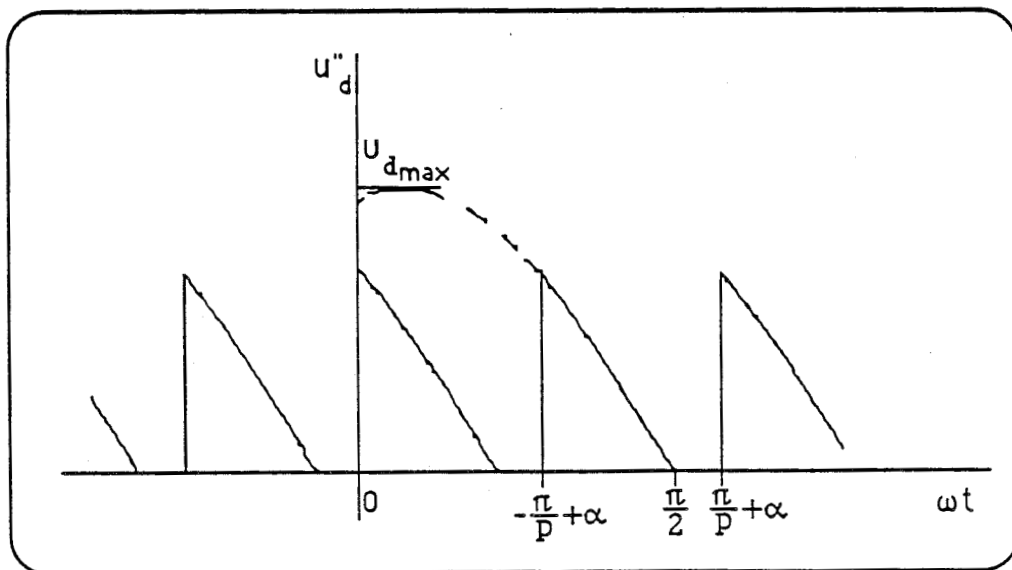


Figure 1.21.

La tension u_d^* s'exprime donc par intervalles :

$$u_d^* = U_{d \max} \cos \omega t \quad \text{pour } \omega t \in \left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{2} \right]$$

$$u_d^* = 0 \quad \text{pour } \omega t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{p} + \alpha \right]$$

Il faut évidemment que :

$$\frac{\pi}{2} \in \left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{p} + \alpha \right]$$

pour que la diode de roue libre joue un rôle.

La valeur moyenne de cette tension est donnée par :

$$U_{d0}^* = \frac{p}{2\pi} U_{d \max} \int_{-\frac{\pi}{p} + \alpha}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta \, d\theta .$$

soit :

$$U_{d0}^* = \frac{p}{2\pi} U_{d \max} \left(1 - \sin\left(\alpha - \frac{\pi}{p}\right) \right) .$$

En conduction discontinue, dès l'instant où $\theta = \theta_1$ avec $\theta_1 > \pi/p + \alpha$ un semi-conducteur se met à conduire, le courant i_d est positif. Ce courant s'annule pour $\theta = \theta_2$ avec $\theta_2 \leq \theta_1 + 2\pi/p$.

Quand i_d est positif, la tension u_d^* est formée d'une portion de sinusoïde si les semi-conducteurs passants appartiennent au redresseur, ce qui correspond à $\theta \leq \pi/2$; elle est nulle si c'est la diode de roue libre qui écoule ce courant, soit pour $\pi/2 \leq \theta \leq \pi/p + \alpha$.

Quand i_d est nul, le récepteur est déconnecté de la source et impose la tension u_d^* .

2.3.1. Puissance instantanée à l'entrée du redresseur

L'entrée du redresseur est constituée d'une entrée polyphasée de q tensions équilibrées, les courants en ligne forment un système équilibré et sont donnés par leur développement en série de Fourier complexe.

$$i_{k+1} = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} C_h e^{jh(\omega t - \alpha - 2k\frac{\pi}{q})} \quad 0 \leq k \leq q-1$$

Seuls les harmoniques de courant de rangs $hq \pm 1$ sont porteurs de puissance instantanée à l'entrée du redresseur.

2.3.2. Puissance instantanée à la sortie du redresseur

Cette puissance s'exprime par $P_s = u'_d \cdot i_d = u'_d \cdot i'_d$.

A partir de cette égalité, il est aisé d'écrire la relation qui lie i_d à i'_d .

$$\begin{aligned} i_d &= i_d && \text{pour } \omega t \in \left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{2} \right] . \\ i'_d &= 0 && \text{pour } \omega t \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{p} + \alpha \right] . \end{aligned}$$

Ces relations sont valables quelle que soit le type de conduction. Il est facile de déterminer i_d uniquement par la connaissance de u'_d et du récepteur.

Pour déterminer complètement les harmoniques et l'allure des courants en ligne, il n'est pas nécessaire de déterminer le courant dans le récepteur pendant l'intervalle d'annulation de la tension, puisque, pendant cet intervalle, la puissance instantanée est nulle.

Puisque le courant i'_d et la tension u'_d sont périodiques de période T/p , la puissance l'est aussi.

Le développement en série de Fourier complexe de cette puissance s'écrit :

$$P_s = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{p} + \alpha}^{\frac{\pi}{2} + \alpha} (u'_d i'_d)(\theta) e^{-ihp\theta} d\theta \right) \cdot e^{ihp(\omega t + \psi)}$$

Soit A^* l'intervalle ou l'union d'intervalles tel que pour $\theta \in A^*$, le courant i_d est positif.

$$A^* \subset \left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{p} + \alpha \right]$$

i'_d est donc positif pour :

$$\theta \in B^* = A^* \cap \left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{2} \right]$$

et est donc nul sur le reste de l'intervalle :

$$\left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{p} + \alpha \right]$$

Cette puissance devient donc :

$$P_s = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{\sigma} (u'_d i'_d(\theta) e^{-lhp\theta} d\theta) e^{lhp(\omega t + \psi)} \right)$$

De plus, pour $\theta \in B^*$:

$$u'_d(\theta) = \frac{U_{d \max}}{2} (e^{i\theta} + e^{-i\theta})$$

La puissance instantanée s'exprime donc finalement par :

$$P_s = \frac{U_{d \max}}{2} \left(\sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{\sigma-\alpha} i_d(\theta + \alpha) e^{-l(hp+1)\theta} e^{-i\alpha} \cdot e^{lhp(\omega t + \psi - \alpha)} \right) \right) \\ + \frac{U_{d \max}}{2} \left(\sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{\sigma-\alpha} i_d(\theta + \alpha) e^{-l(hp-1)\theta} e^{i\alpha} \cdot e^{lhp(\omega t + \psi - \alpha)} \right) \right)$$

2.3.3. Bilan des puissances

On utilise encore la conservation de la puissance instantanée $P_e = P_s$.

En identifiant les deux expressions tant en phase qu'en module, on voit que les harmoniques de rangs $hq \pm 1$ avec hq non multiple de p sont nuls, et que, les harmoniques de rangs $hp \pm 1$ peuvent s'exprimer d'une façon très simple :

$$\forall n \in \mathbb{Z} \quad C_{np+\varepsilon} = \frac{-\varepsilon i U_{d \max}}{q V_M} \cdot e^{lhp\psi} \cdot \frac{p}{2\pi} \int_{\sigma-\alpha} i_d(\theta + \alpha) e^{-l(hp+\varepsilon)\theta} d\theta \text{ avec } \varepsilon = \pm 1$$

En conduction continue,

$$A^* = \left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{p} + \alpha \right] \text{ donc } B^* = \left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{2} \right].$$

$$\theta_1 > -\frac{\pi}{p} + \alpha \text{ et } \theta_2 \leq \theta_1 + \frac{2\pi}{p}.$$

En conduction discontinue, le courant $i_d(\theta)$ s'annule pour deux valeurs θ_1 et θ_2 .

2.3.4. Développement en série de Fourier du courant en ligne dans le cas d'une alimentation triphasée

L'introduction d'une diode de roue libre permet la suppression dans la tension de sortie des portions de tension négative. Quand la tension de sortie est nulle, la puissance instantanée est nulle, et puisque les tensions d'alimentation restent sinusoïdales, le courant primaire est nul. Le calcul du développement en série de Fourier des courants est celui du même redresseur sans diode de roue libre, à condition de modifier l'intervalle d'intégration. Il était égal à :

$$\left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{p} + \alpha \right] \text{ ou } A$$

sans diode de roue libre, il devient égal à

$$\left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{2} \right] \text{ ou } B^*$$

avec diode de roue libre.

Avec un nombre q de phases élevé, certains harmoniques ne peuvent pas être déterminés. En monophasé et triphasé, il est possible de connaître complètement les courants en ligne. Avec une alimentation triphasée par exemple, on obtient :

$$i_1 = \frac{i U_{d \max}}{3 V_M} \left[\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{\sigma-\alpha}^{\sigma} i_d(\theta + \alpha) e^{-i(np-1)\theta} d\theta \right) \cdot e^{i((np-1)(\omega t - \alpha) + np\psi)} - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{p}{2\pi} \int_{\sigma-\alpha}^{\sigma} i_d(\theta + \alpha) e^{-i(np+1)\theta} d\theta \right) \cdot e^{i((np+1)(\omega t - \alpha) + np\psi)} \right]. \quad (19)$$

Ce développement est fonction du courant débité dans la charge et des angles θ_1 et θ_2 d'annulation du courant i_d dans le récepteur.

2.3.5. Expression analytique du courant dans le cas de l'entrée triphasée

Comme dans le paragraphe 2.2.6., à partir du développement en série de Fourier du courant en ligne, on va pouvoir déduire sa représentation analytique, il suffit de changer les intervalles de définition.

Le résultat sera donc calqué à celui du paragraphe 2.2.6.

On pose :

$$\theta = \omega t + \psi - \alpha$$

pour

$$\theta \in \left[(2h - 1) \frac{\pi}{p}, (2h + 1) \frac{\pi}{p} \right], \quad 0 \leq h \leq p - 1 \quad \text{et} \quad \alpha - \psi \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right].$$

$$i_1(\theta) = \frac{2 U_{d \max}}{3 V_M} \sin\left(2h \frac{\pi}{p} - \psi\right) \cdot i_d(\theta + \alpha).$$

avec

$$i_d(\theta + \alpha) = 0 \quad \text{pour} \quad \theta \in \left[-\frac{\pi}{p} + \alpha, \frac{\pi}{p} + \alpha \right] - B^* \quad (20)$$

L'unique connaissance de la tension de sortie du redresseur et du récepteur permet de déterminer complètement le courant en ligne.

2.3.6. Valeur efficace des harmoniques de courant et facteur de puissance

D'après le paragraphe 2.2.7., la valeur efficace du courant en ligne se déduit de celle du courant dans l'ensemble récepteur + diode de roue libre ou seulement du courant dans le récepteur.

$$I_{1L}^2 = \left(\frac{U_{d \max}}{3 V} \right)^2 \cdot I_{d \text{ eff}}^2 \quad \text{avec} \quad I_{d \text{ eff}}^2 = \frac{p}{2 \pi} \int_{\sigma} i_d^2(\theta) d\theta = \frac{p}{2 \pi} \int_{\sigma} i_d^2(\theta) d\theta$$

$$I_{1L} = \frac{U_{d \max}}{3 V} \cdot I_{d \text{ eff}} \quad (21)$$

A partir de la valeur efficace du courant en ligne, on peut déduire l'expression du facteur de puissance en ligne.

$$F_L = \frac{I_1}{I_{1L}} \cdot |\cos \alpha|.$$

Le développement en série de Fourier du courant en ligne i_1 permet de donner le module efficace des harmoniques de courant de rangs $np \pm 1$.

$$I_{np \pm 1} = \frac{U_{d \max}}{3 V} \sqrt{A_{np \pm 1}^2 + B_{np \pm 1}^2}$$

avec :

$$A_{np \pm 1} = \frac{p}{2 \pi} \int_{\sigma-\alpha} I_d(\theta + \alpha) \cdot \sin(np \pm 1)\theta \, d\theta$$

et

$$B_{np \pm 1} = \frac{p}{2 \pi} \int_{\sigma-\alpha} I_d(\theta + \alpha) \cdot \cos(np \pm 1)\theta \, d\theta$$

La valeur efficace du fondamental s'exprime donc par :

$$I_1 = \frac{U_{d \max}}{3 V} \sqrt{A_1^2 + B_1^2} .$$

Le facteur de puissance en ligne s'écrit finalement :

$$F_L = \frac{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}{I_{d \text{ eff}}} |\cos \alpha| \quad (22)$$

La valeur efficace des harmoniques ainsi que le facteur de puissance dépendent du courant débité dans le récepteur et des angles θ_1 et θ_2 , soit des instants d'amorçage et de blocage des semi-conducteurs ainsi que de l'instant d'annulation de la tension redressée soit $\pi/2$.

3. APPLICATION AUX REDRESSEURS A THYRISTORS DEBITANT SUR UN RECEPTEUR R, L, E

Le schéma du montage est représenté sur la figure 1.22.

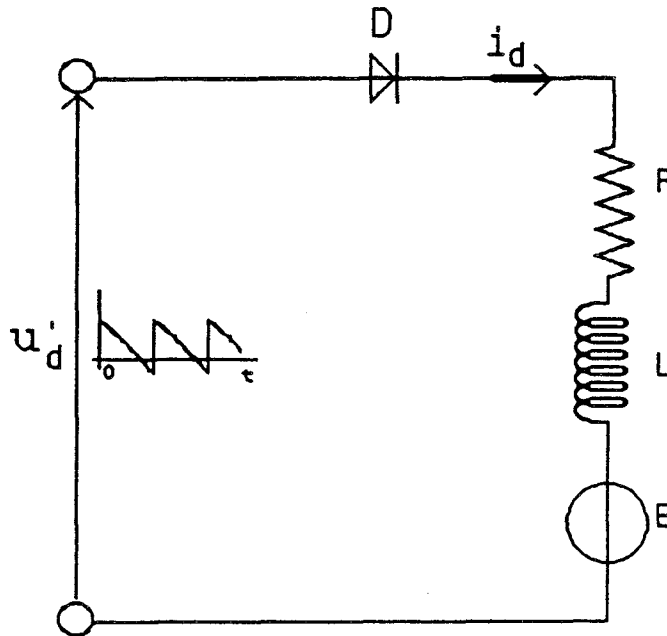


Figure 1.22.

Le récepteur est caractérisé par deux paramètres :

$$m = \frac{E}{U_{d \max}} \quad \text{et} \quad Q = \operatorname{tg} \phi = \frac{L \omega}{R} .$$

Le circuit est régi par une équation différentielle du premier ordre :

$$u'_d = R i_d + L \omega \frac{d i_d}{d \theta} + E$$

avec :

$$u'_d = U_{d \max} \cdot \cos \theta \quad \text{et} \quad i_d \geq 0$$

La solution générale de cette équation est donnée par :

$$i_d(\theta) = -\frac{E}{R} + \frac{Q U_{d \max}}{R(1 + Q^2)} \left(\sin \theta + \frac{\cos \theta}{Q} \right) + A \frac{U_{d \max}}{R} e^{-\alpha/Q}$$

avec A paramètre réel déterminé par les conditions initiales.

En régime permanent, les symétries du montage et la continuité du courant dans l'inductance imposent :

$$i_d(-\frac{\pi}{p} + \alpha) = i_d(\frac{\pi}{p} + \alpha)$$

En égalant ces deux équations, le paramètre A a pour expression :

$$A = \frac{e^{\frac{\alpha}{Q}} \cdot \sin \frac{\pi}{p} \cdot \cos \phi \cdot \sin(\phi - \alpha)}{\text{sh}(\frac{\pi}{p Q})}$$

La solution de l'équation différentielle est donc pour :

$$\theta = \omega t - \alpha \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right]$$
$$i_d(\theta + \alpha) = \frac{U_{d \max}}{R} \left(-m + \cos \phi \cdot \cos(\theta + \alpha - \phi) + A e^{-\frac{\theta + \alpha}{Q}} \right)$$

avec la condition importante :

$$i_d(\theta + \alpha) \geq 0$$

De la simple connaissance de l'expression analytique de i_d , il est possible de déduire les caractéristiques du courant en ligne :

- sa forme d'onde
- son développement en série de Fourier
- le facteur de puissance en ligne.

3.1. Relation entre m et α

Le redresseur est un générateur de tension unidirectionnel en courant.

Pour qu'il y ait transfert d'énergie de la source alternative vers le récepteur continu, il faut que pendant l'intervalle $[-\pi/p, \pi/p]$, le courant soit positif ou nul. Puisque $\theta \in [-\pi/p, \pi/p]$

$$i_d(\theta + \alpha) = \frac{U_{d \max}}{R} \left(-m + \cos \phi \cdot \cos(\theta + \alpha - \phi) + A e^{-\frac{\theta + \alpha}{Q}} \right)$$

il faut que $i_d(\theta + \alpha) \geq 0$, ce qui impose une condition sur m :

$$\forall \theta \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right], \quad m \leq f_\alpha(\theta)$$

avec

$$f_\alpha(\theta) = \cos \phi \cdot \cos(\theta + \alpha - \phi) + A e^{-\frac{\theta + \alpha}{Q}}.$$

Pour que i_d soit positif, il faut que $m \leq H(\alpha) = \sup (f_\alpha(\theta))_{\theta \in [-\pi/p, \pi/p]}$

et pour qu'il y ait effectivement passage d'un courant, il faut que $|E| < U_{d \max}$ donc que $m \in [-1, 1]$.

On a représenté figure 1.23., les domaines de variation de m dans $[-1, 1]$ pour $\alpha \in [0, \pi]$ et pour différentes valeurs de p (p = 2, 3, 6, 12 et 18) et Q (Q = 0, 1, 5 et ∞).

Le domaine hachuré en pointillé est le domaine de variation de m pour les fonctionnements en conduction discontinue, on remarque que ce domaine est d'autant plus petit que p ou Q sont grands, ce domaine traduit aussi l'ondulation du courant dans le récepteur, on peut donc pour p donné, déterminer la valeur minimale de Q à partir de laquelle on peut considérer le courant i_d parfaitement lissé.

Le domaine gris est celui où la conduction est continue, ce domaine augmente avec p et Q.

La limite entre ces deux domaines est une fonction de α dont l'expression est donnée par :

$$h(\alpha) = \inf (f_\alpha(\theta))_{\theta \in [-\pi/p, \pi/p]} \quad \text{avec} \quad \alpha \in [0, \pi]$$

Le domaine de variation de m se limite à deux zones correspondantes aux fonctionnements normaux du redresseur, c'est-à-dire que E et U'_{d0} doivent être de même signe.

Si $\alpha \in [0, \pi/2]$, c'est le fonctionnement redresseur, $U'_{d0} \geq 0$ et $m \in [0, H(\alpha)]$.

Si $\alpha \in [\pi/2, \pi]$, c'est le fonctionnement onduleur, $U'_{d0} \leq 0$ et $m \in [-1, H(\alpha)]$.

On peut encore élargir le domaine de variation de m en dimensionnant les semi-conducteurs et en calculant la limite inférieure et supérieure de m pour un fonctionnement sans dommage du convertisseur.

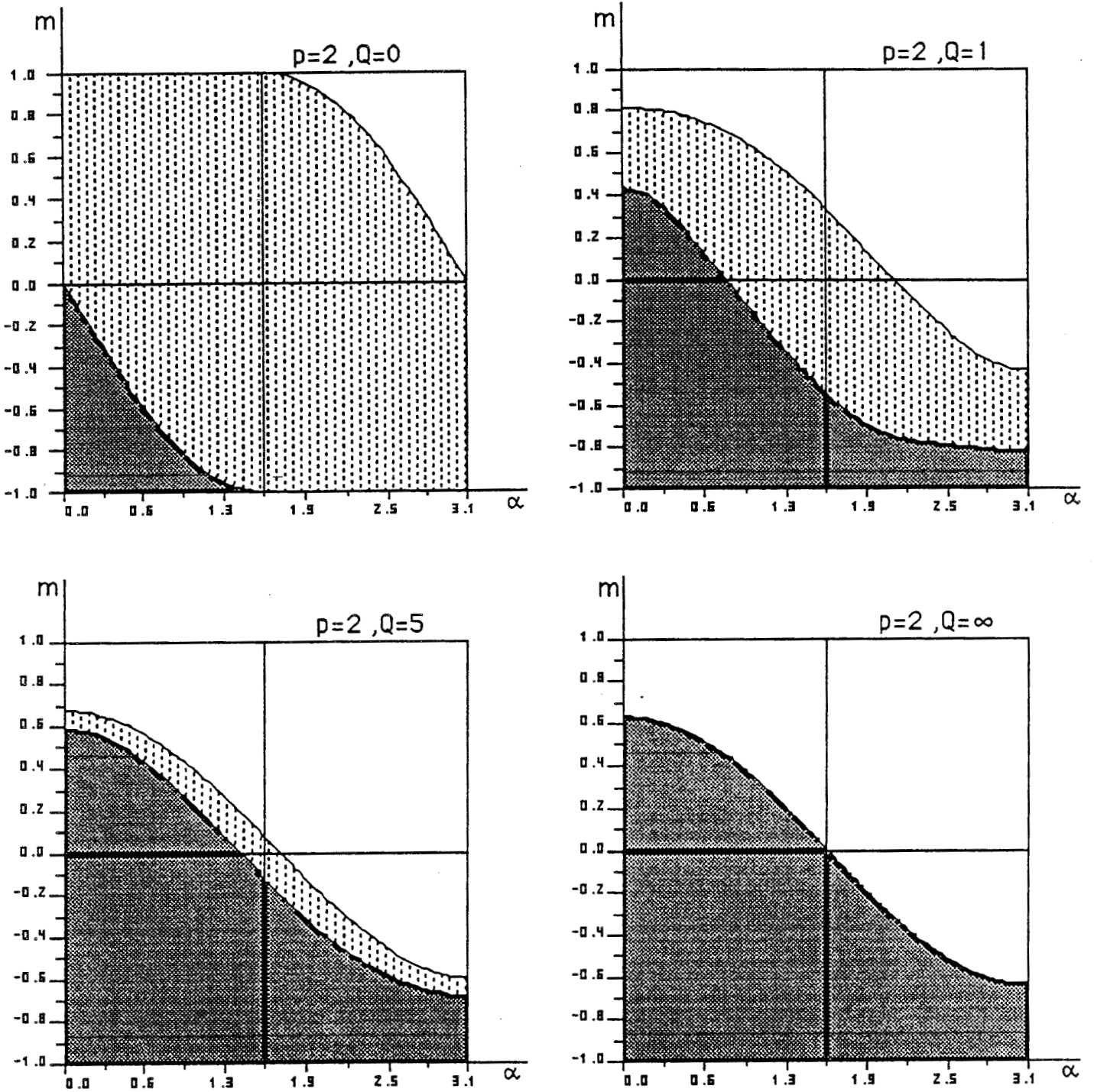


Figure 1.23.

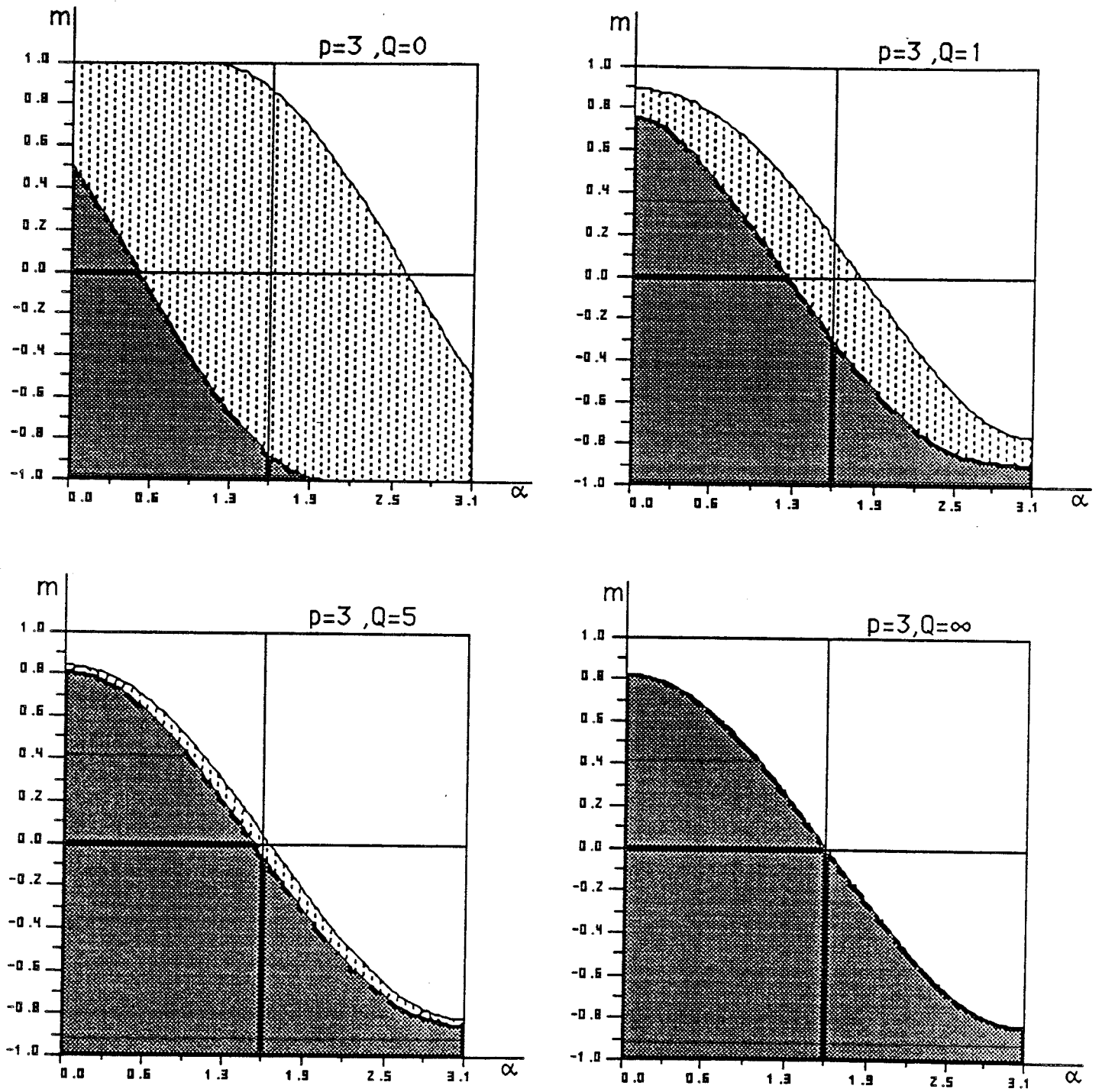


Figure 1.23.

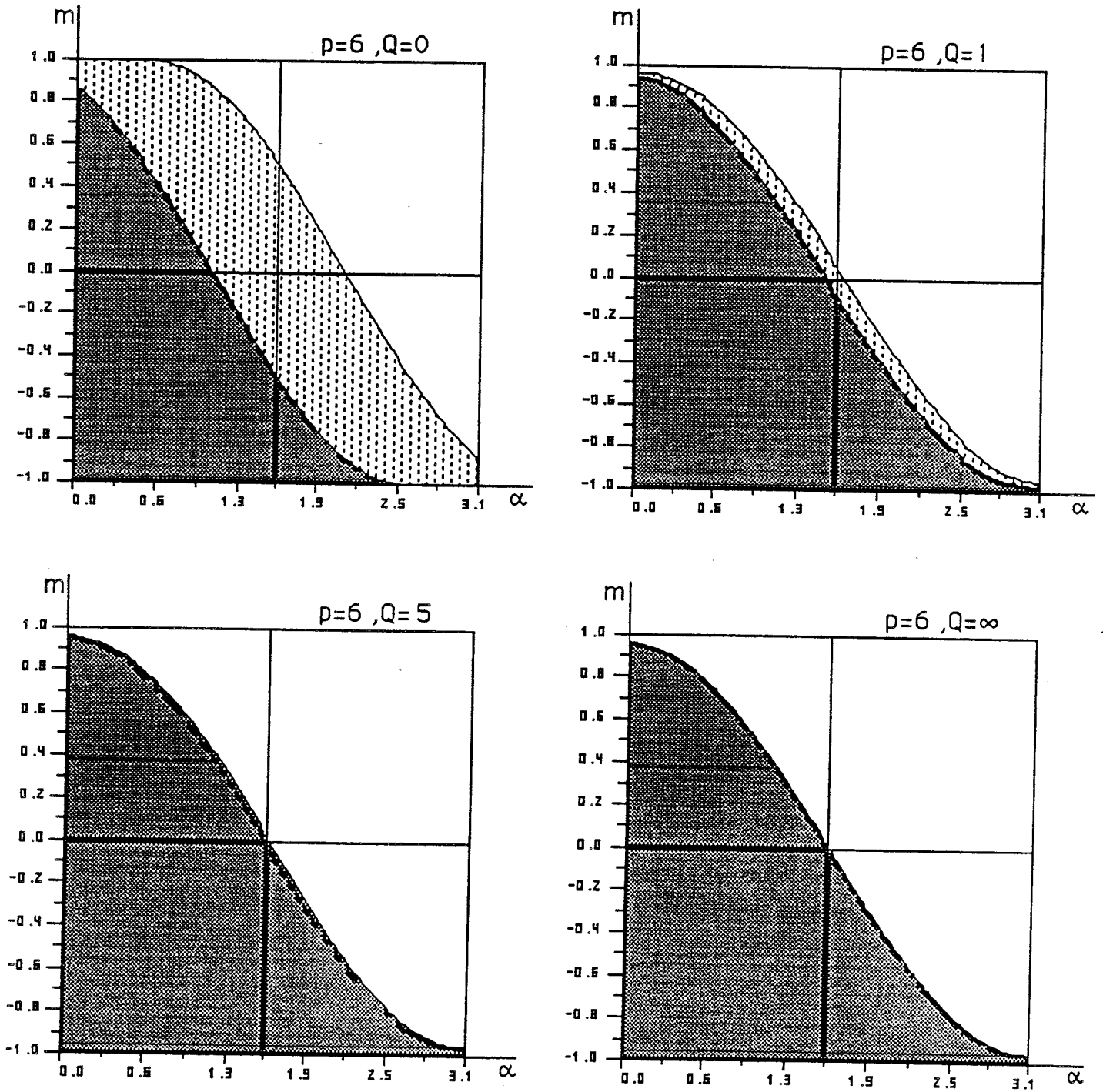


Figure 1.23.

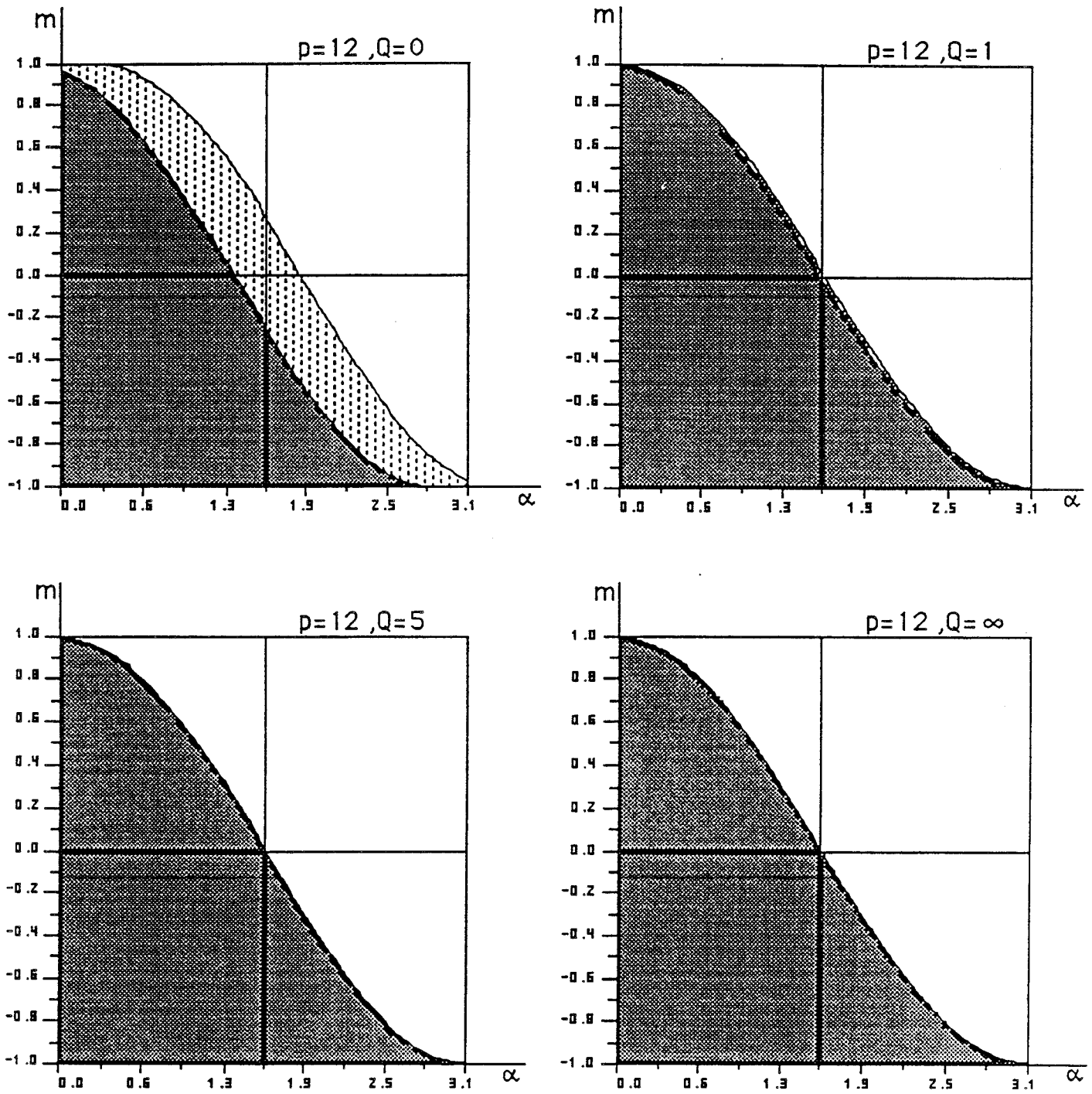


Figure 1.23.

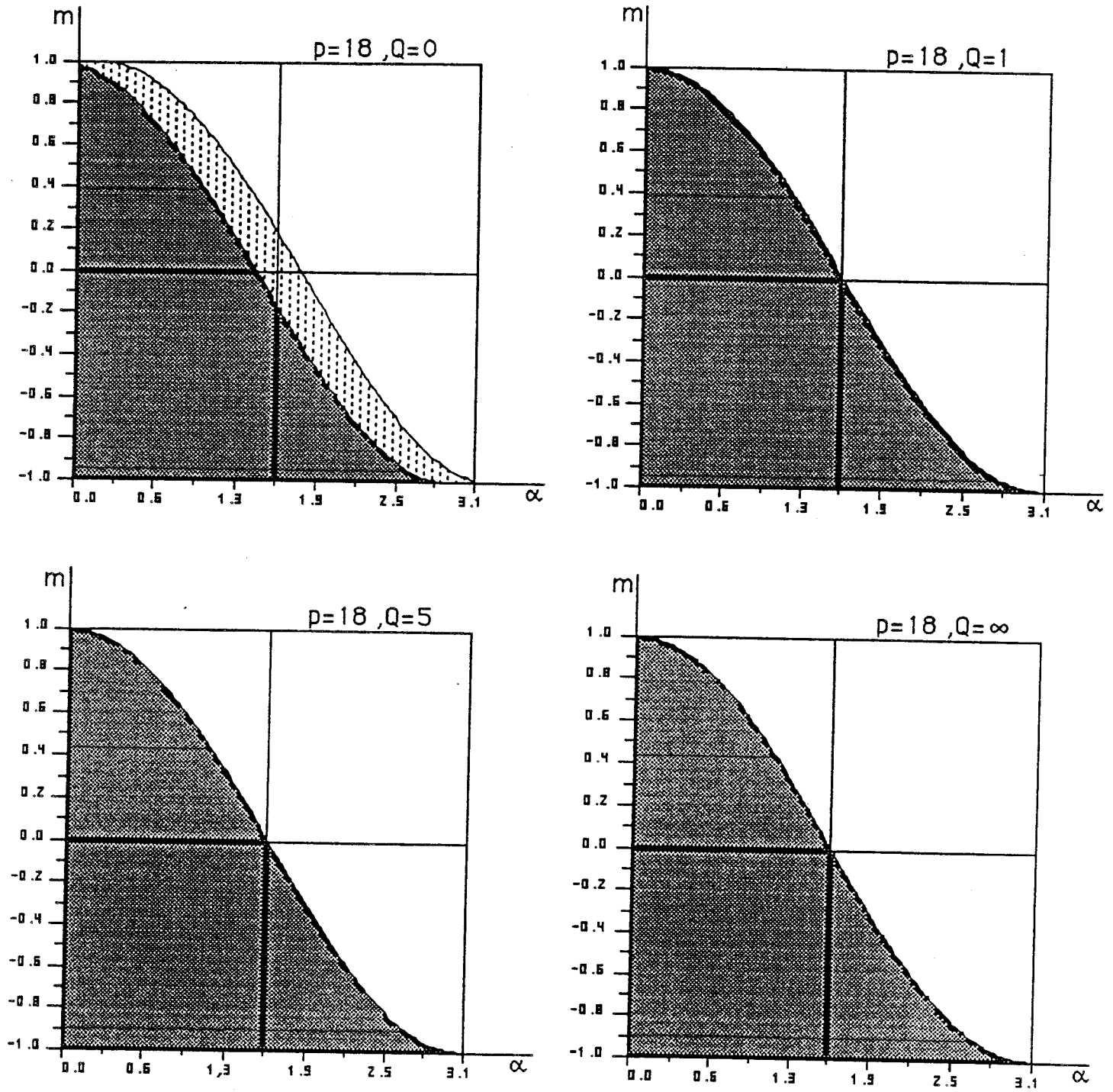


Figure 1.23.

3.2. Formes d'ondes du courant i_1

Le courant en ligne i_1 est donné d'après le paragraphe 2.2.6. sous forme analytique par :

$$\theta = \omega t + \psi - \alpha \in \left[(2h - 1) \frac{\pi}{p}, (2h + 1) \frac{\pi}{p} \right]$$

$$0 \leq h \leq p - 1 \quad i_1(\theta) = \frac{\sqrt{2} U_{d \max}}{3 V} \sin \left(2h \frac{\pi}{p} - \psi \right) \cdot i_d(\theta + \alpha)$$

$$\alpha - \psi \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right] \quad \text{avec} \quad i_d(\theta + \alpha) \geq 0$$

$$\text{Pour } \theta \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right], \quad i_d(\theta + \alpha) = \frac{U_{d \max}}{R} \left(-m + \cos \phi \cdot \cos(\theta + \alpha - \phi) + A e^{-\frac{\theta + \alpha}{Q}} \right)$$

La figure 1.24. donne la forme d'onde du courant i_1 dans le cas particulier du redresseur à diodes soit pour $\alpha = 0$.

Le courant i_1 est rapporté à $I_{1L} \sqrt{2}$ avec I_{1L} la valeur efficace de ce courant.

On choisit deux valeurs de p ($p = 6$ et 12), deux valeurs de ψ ($\psi = 0$ et $-\pi/p$), deux valeurs de m correspondantes aux deux types de conduction.

On choisit Q de telle sorte que l'ondulation de i_d soit visible donc pour $Q = 0$ si $p = 12$ et $Q = 0$ et 1 pour $p = 6$.

Pour chaque planche, on a donné la valeur efficace I_{1L} du courant en ligne rapportée à :

$$I_o = \frac{U_{d \max}^2}{R V}$$

En pratique, pour traduire la condition $i_d(\theta + \alpha) \geq 0$, il suffit de remplacer $i_d(\theta + \alpha)$ par $i'_d(\theta + \alpha)$ avec :

$$\forall \theta \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right] \quad i'_d(\theta + \alpha) = \frac{i_d(\theta + \alpha) + |i_d(\theta + \alpha)|}{2}$$

Cette fonction est nulle si le courant est négatif et égal à $i_d(\theta + \alpha)$ si celui-ci est positif.

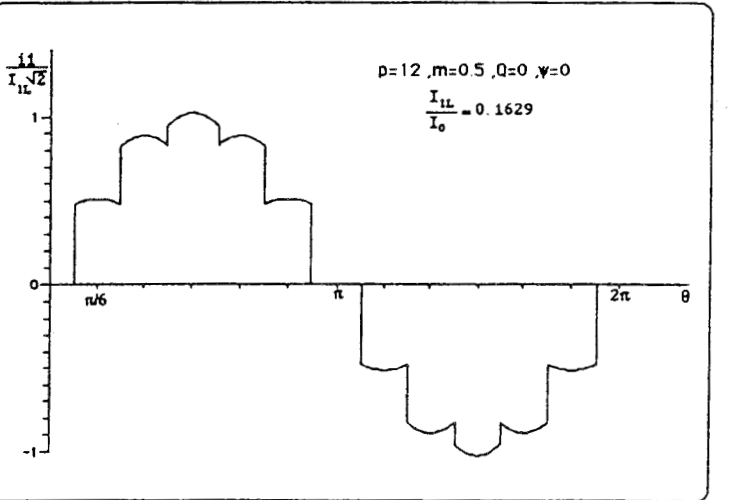
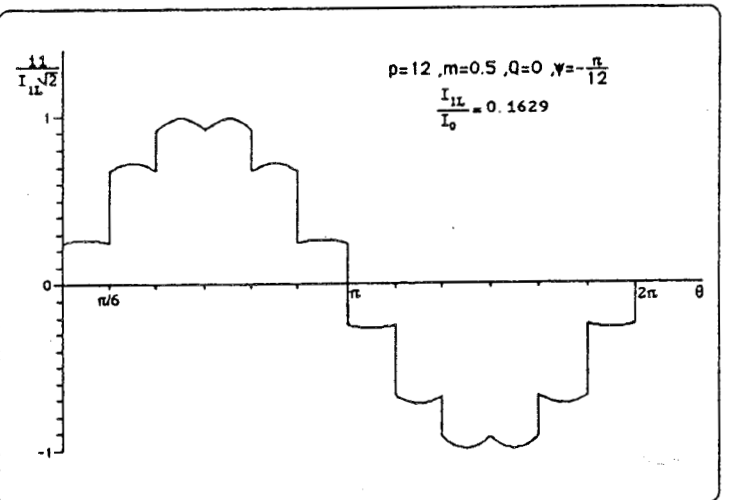
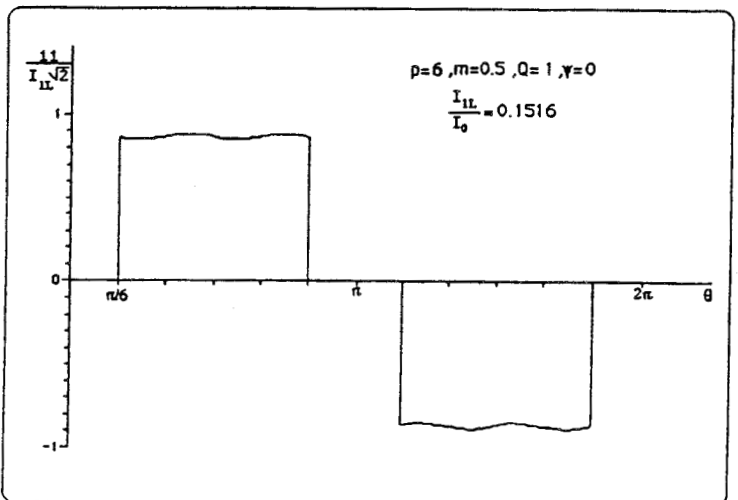
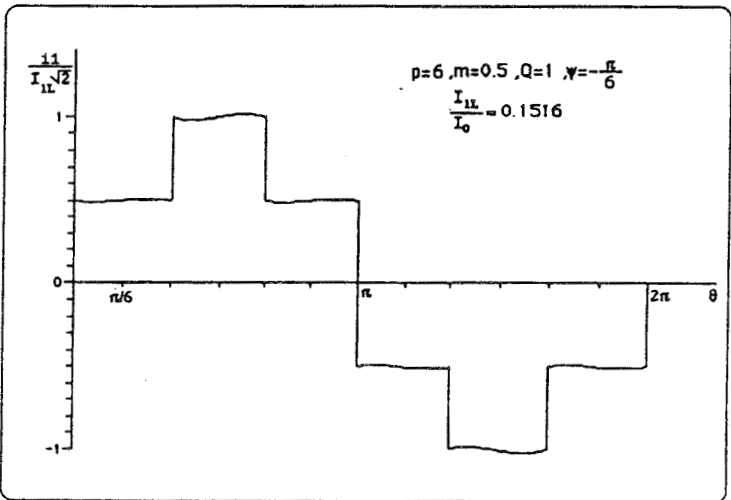
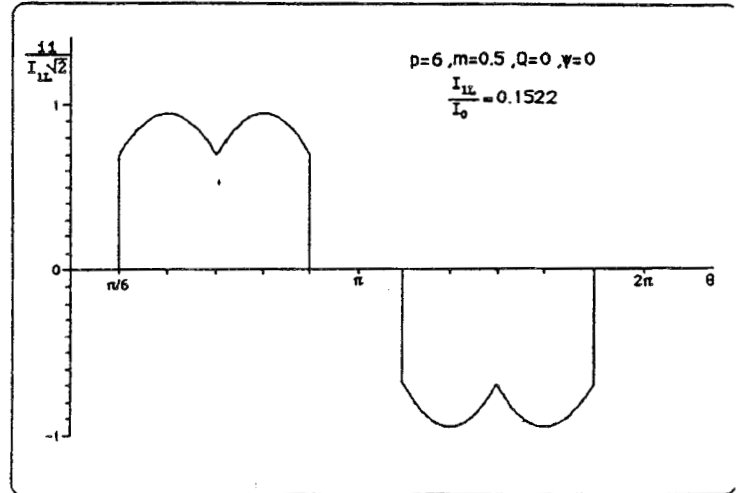
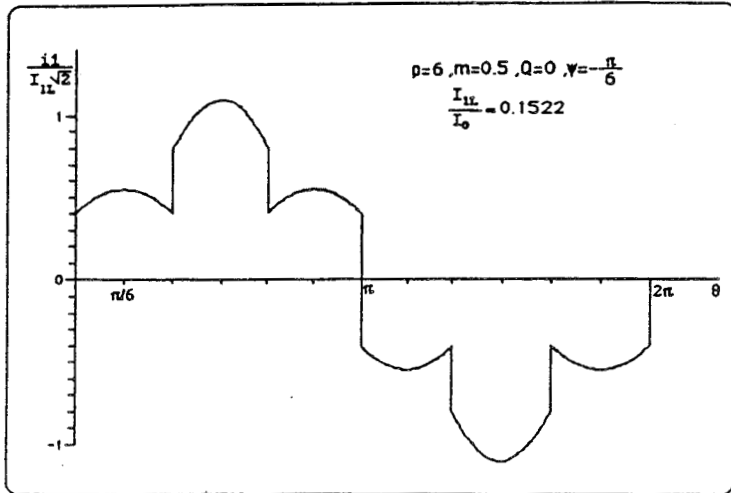


Figure 1.24.

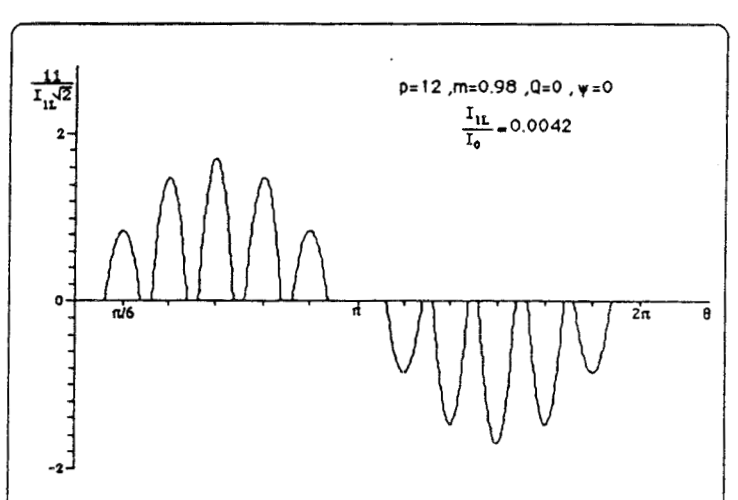
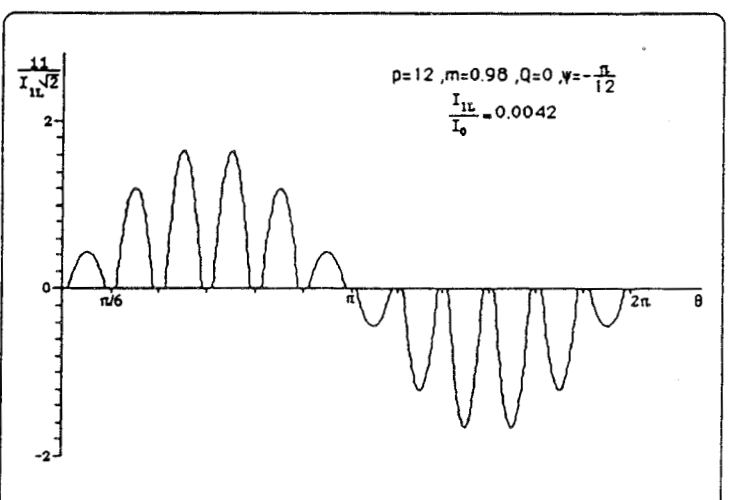
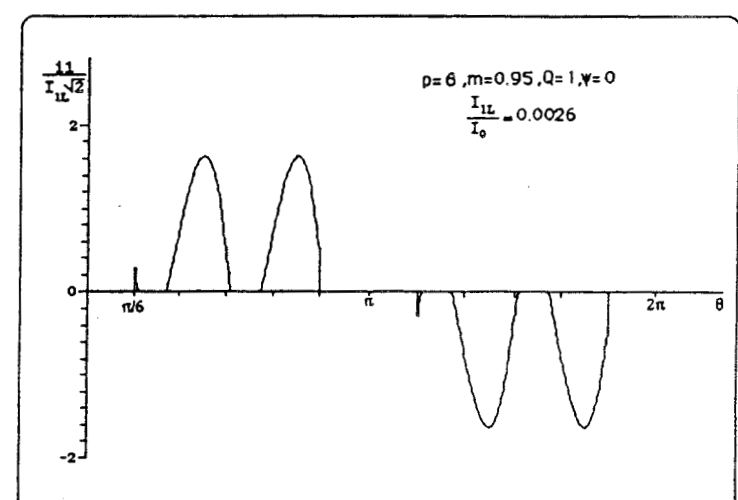
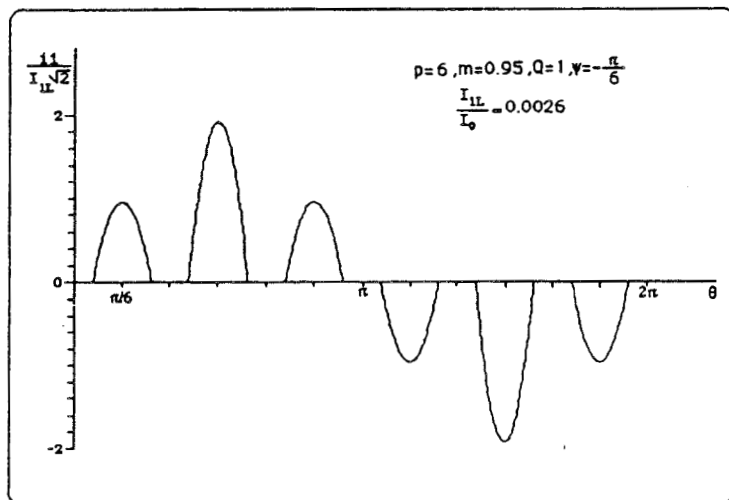
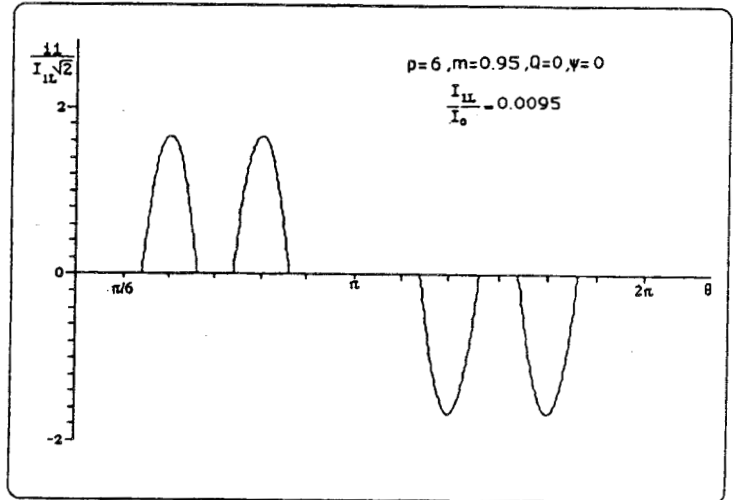
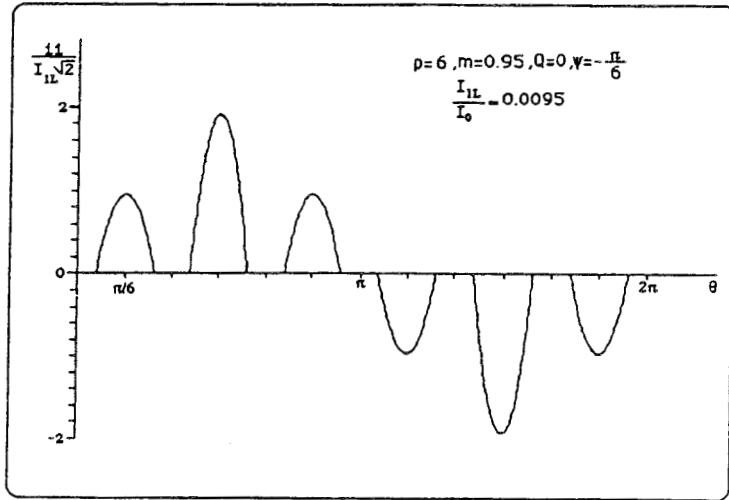


Figure 1.24.

3.3. Analyse harmonique

Le développement en série de Fourier du courant en ligne i_1 dépend du courant débité dans le redresseur.

Le module des harmoniques de ce courant est donné par le paragraphe 2.2.7.

$$I_{np\pm 1} = \frac{U_{d \max}}{3 V} \sqrt{A_{np\pm 1}^2 + B_{np\pm 1}^2}$$

avec

$$A_{np\pm 1} = \frac{p}{2 \pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot \sin(n p \pm 1) \theta \, d\theta$$

et

$$B_{np\pm 1} = \frac{p}{2 \pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d(\theta + \alpha) \cdot \cos(n p \pm 1) \theta \, d\theta$$

et la condition $i_d(\theta + \alpha) \geq 0$, $\forall \theta \in \left[-\frac{\pi}{p}, \frac{\pi}{p} \right]$

Pour que les expressions du calcul des $I_{np\pm 1}$ restent valables dans les deux cas de conduction continue et discontinue, il suffit de changer la fonction $i_d(\theta + \alpha)$ en la fonction $i'_d(\theta + \alpha)$ définie précédemment.

On donnera figure 1.25., les variations de la valeur efficace du fondamental rapportée à I_0 en échelle normale, sur la figure 1.26. celle des harmoniques de rangs $np \pm 1$ rapportés à I_1 en échelle semi-logarithmique pour $p = 6$ et sur la figure 1.27. celle des harmoniques de rangs $np \pm 1$ rapportés à I_1 en échelle semi-log pour $p = 12$.

Afin de limiter le nombre des graphiques compte tenu des quatre paramètres p , Q , m et α dont dépendent les $I_{np\pm 1}$, on choisit $m = 0,5$, deux valeurs de p ($p = 6$ et 12), quatre valeurs de Q ($Q = 0, 1, 5$ et ∞) et on porte en abscisse l'angle α qui caractérise le retard à l'amorçage des semi-conducteurs.

On trace sur la même planche de caractéristiques la valeur efficace du fondamental pour les quatre valeurs de Q , sur la seconde planche, celle de l'harmonique de rang $p - 1$, sur la troisième planche celle de l'harmonique de rang $p + 1$, sur la quatrième planche celle de l'harmonique de rang $2p - 1$ et enfin sur la cinquième planche celle de l'harmonique de rang $2p + 1$.

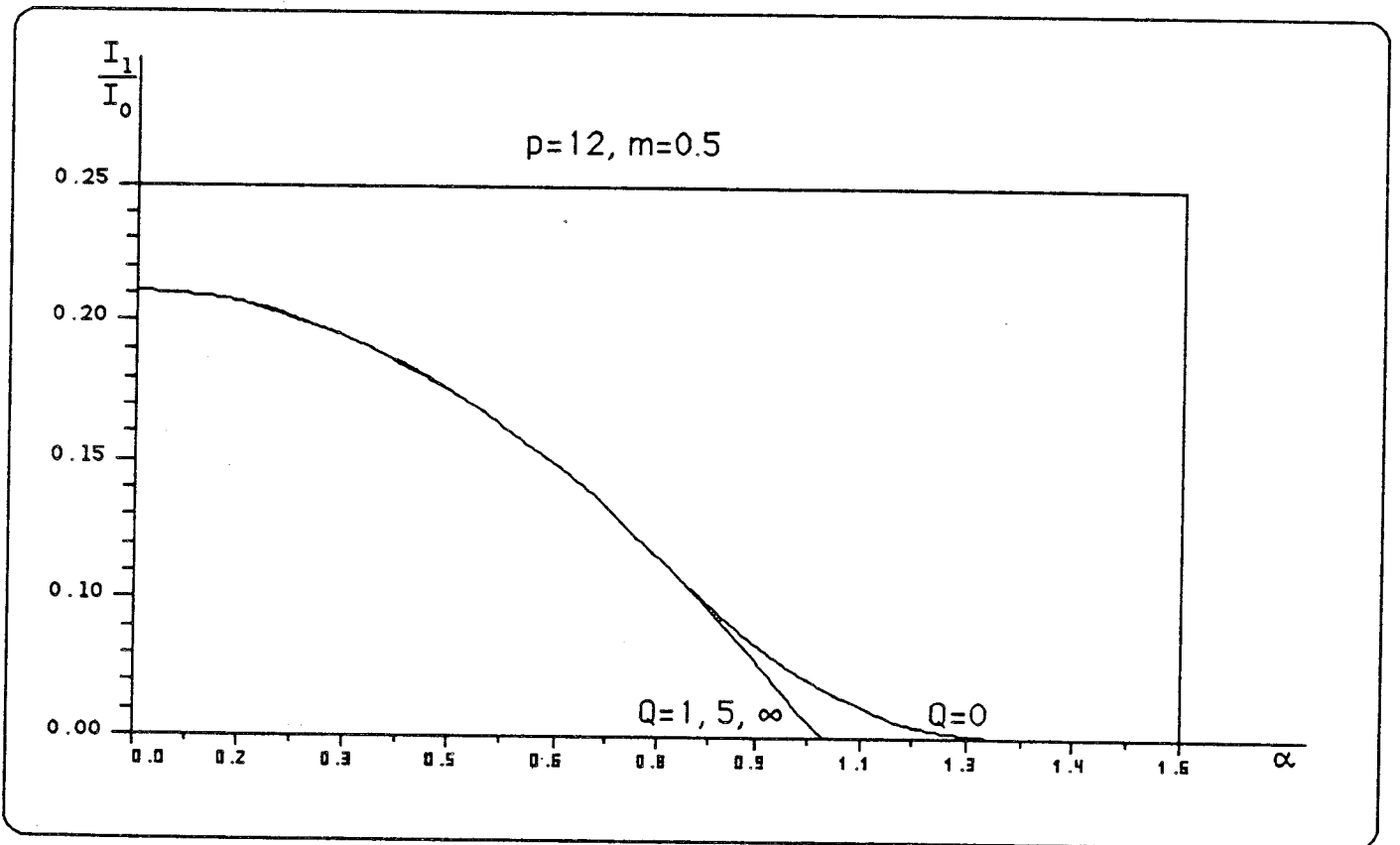
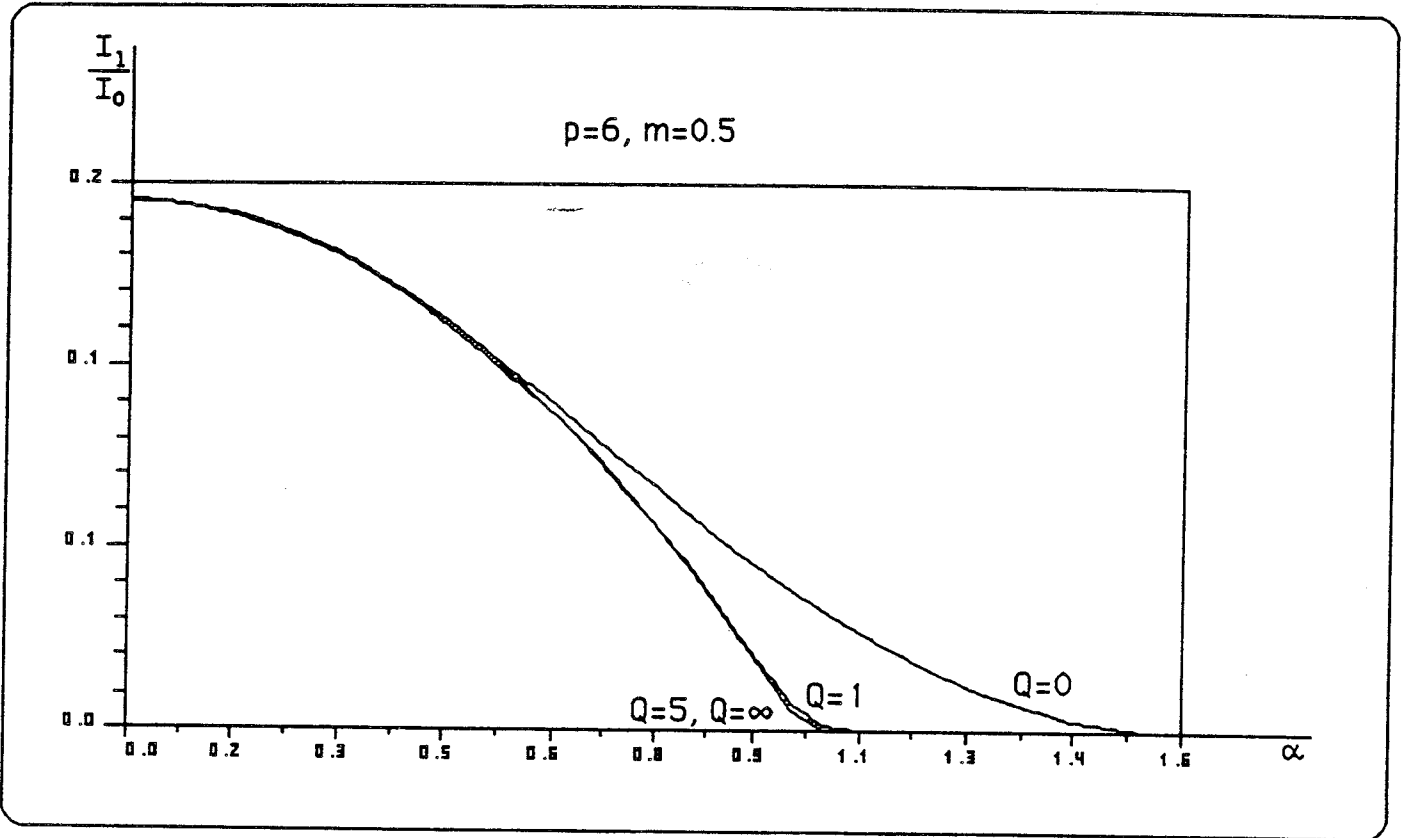


Figure 1.25.

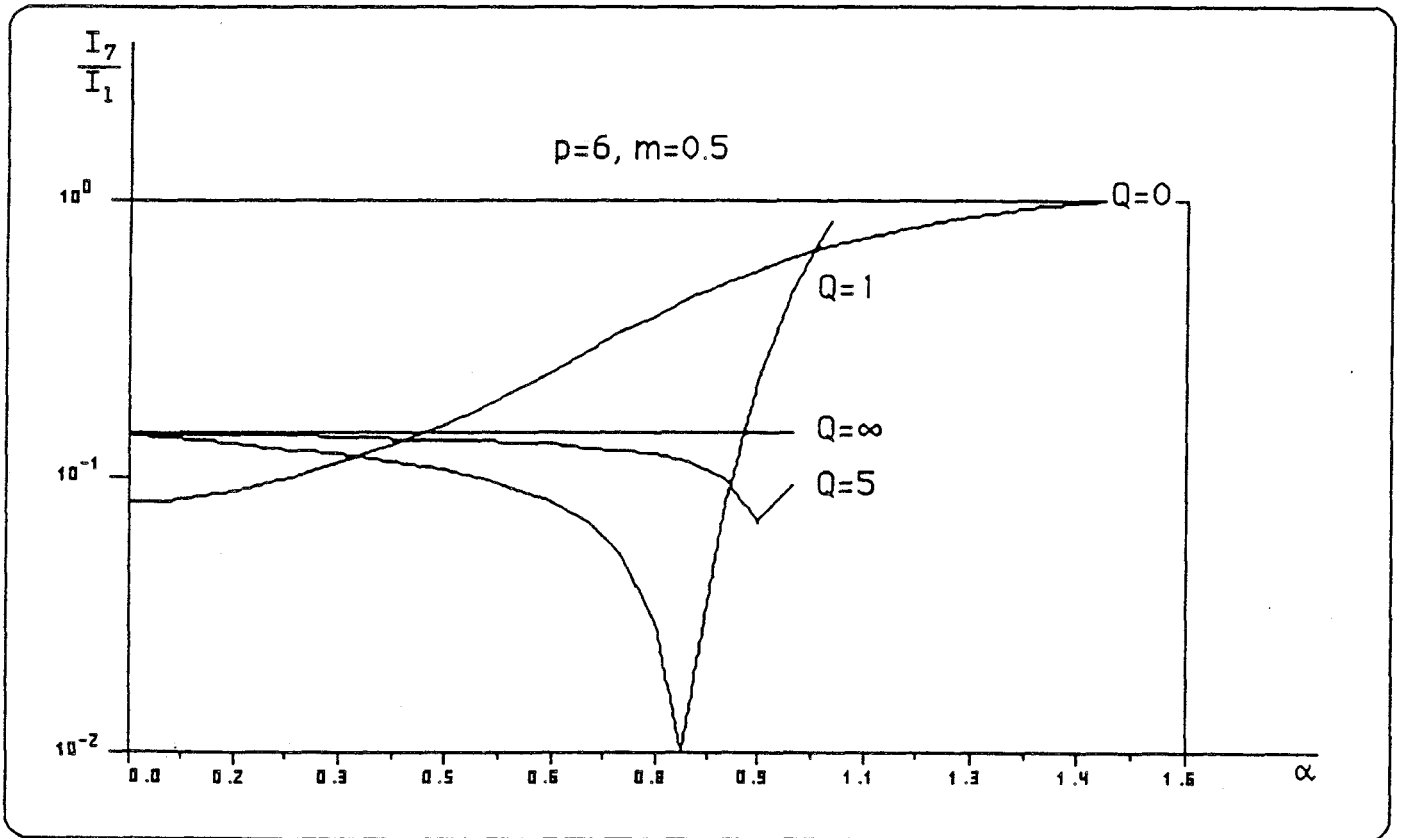
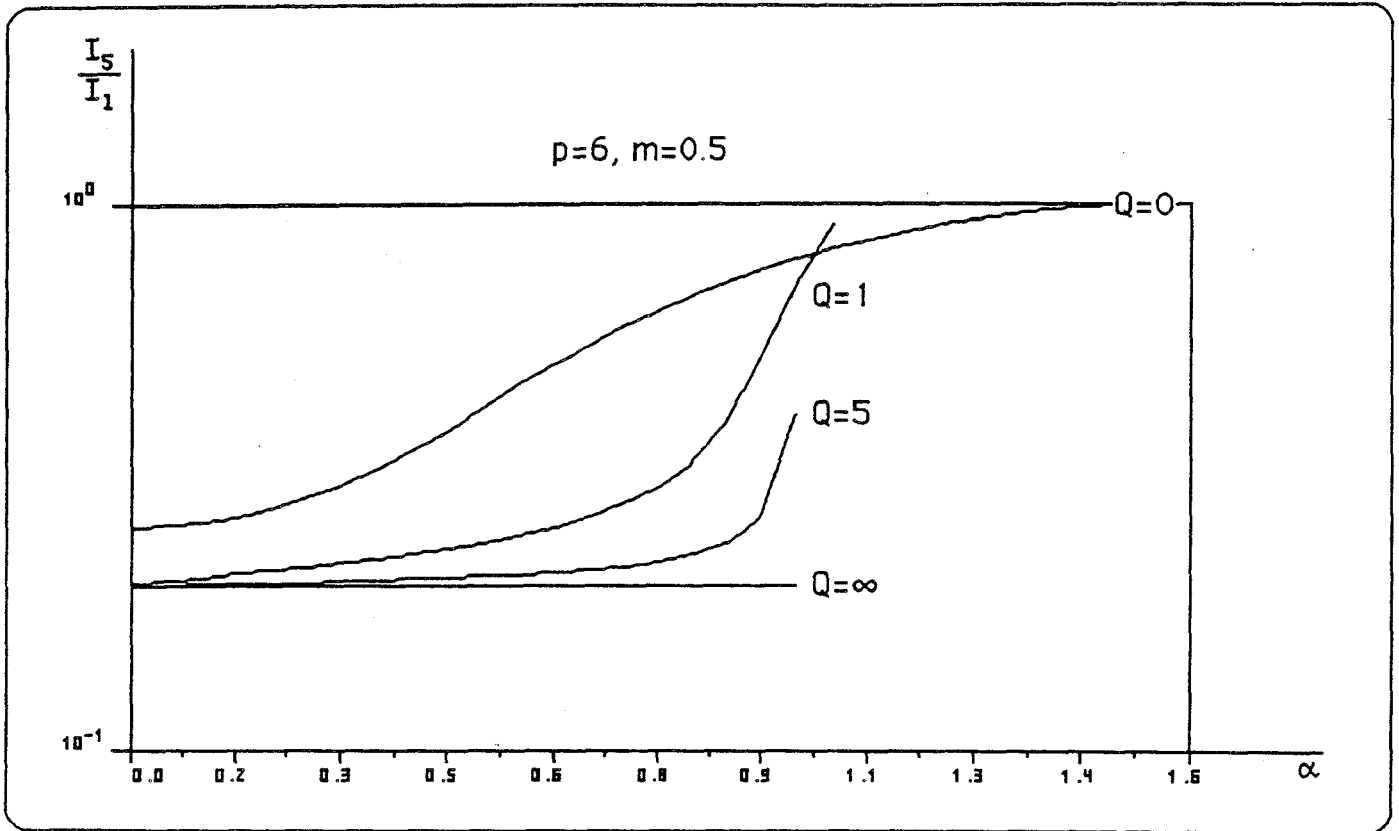


Figure 1.26.

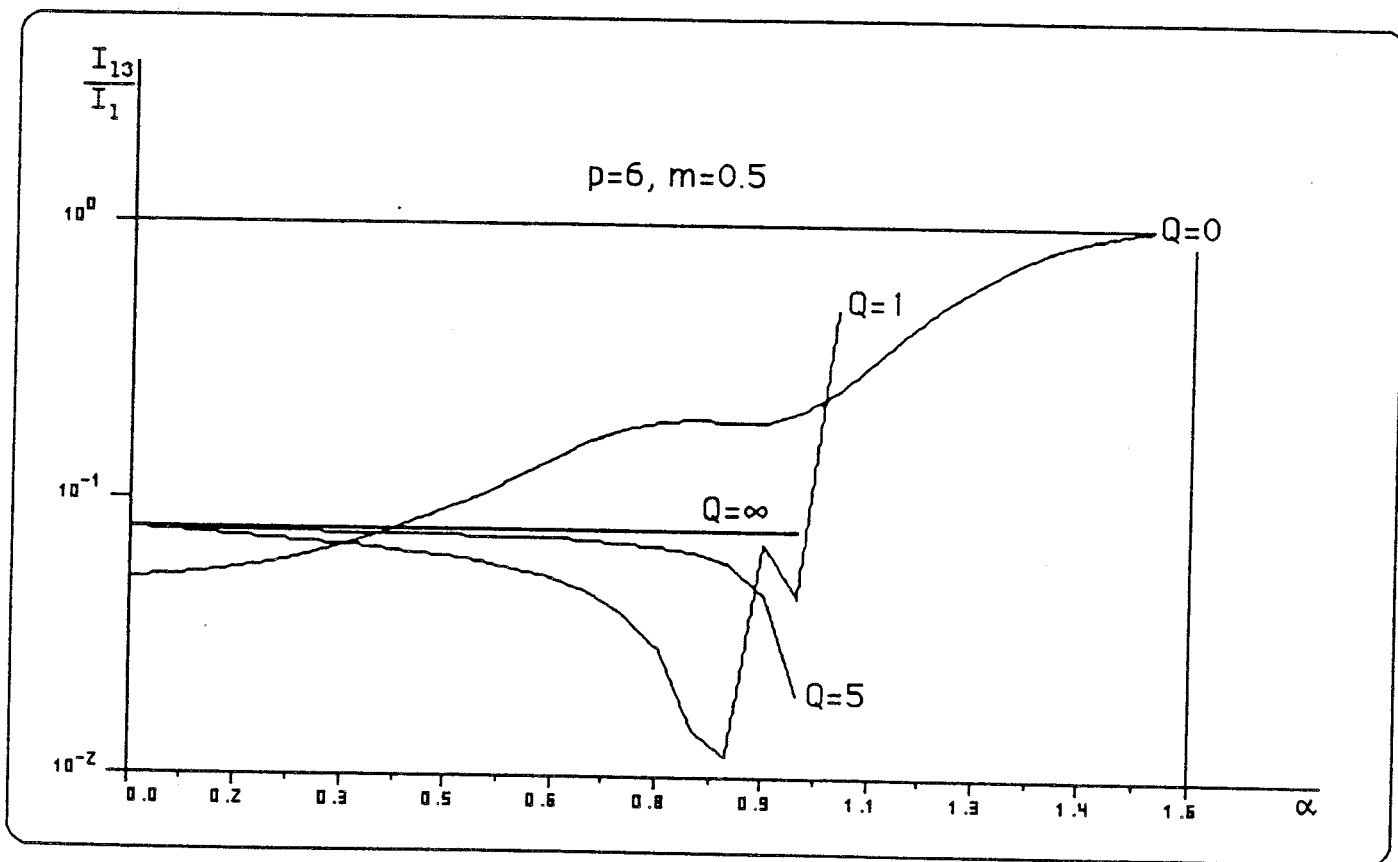
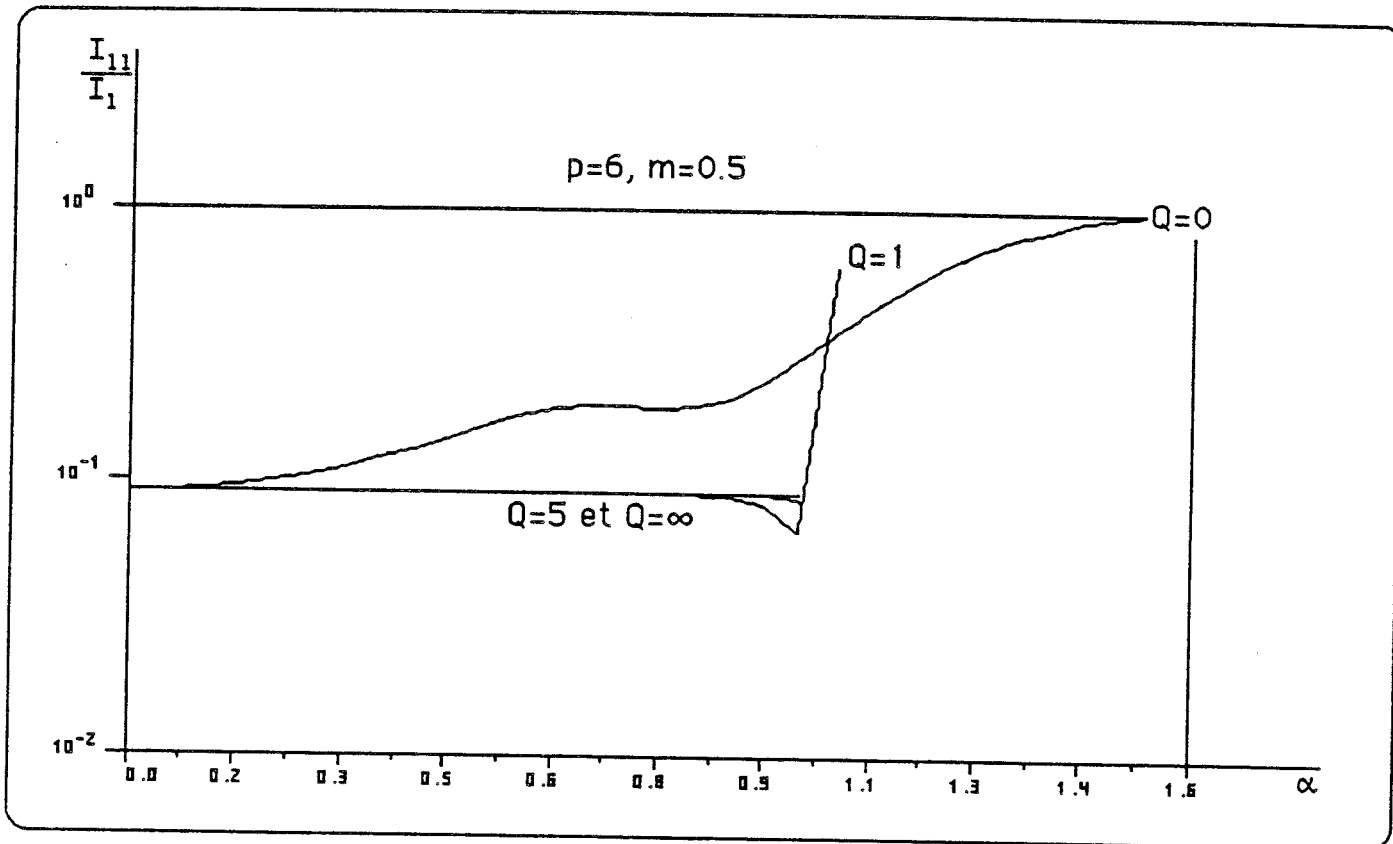


Figure 1.26.

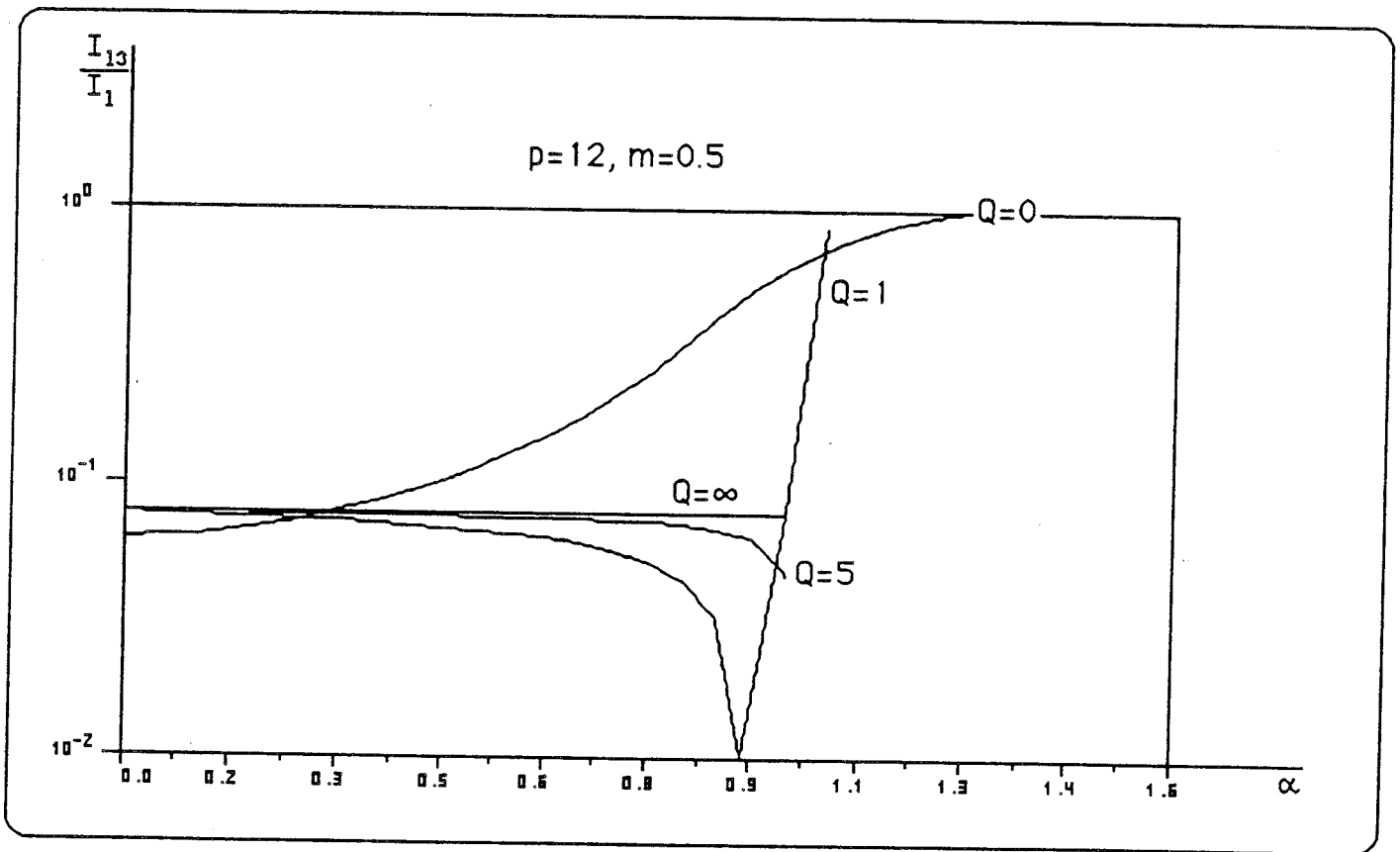
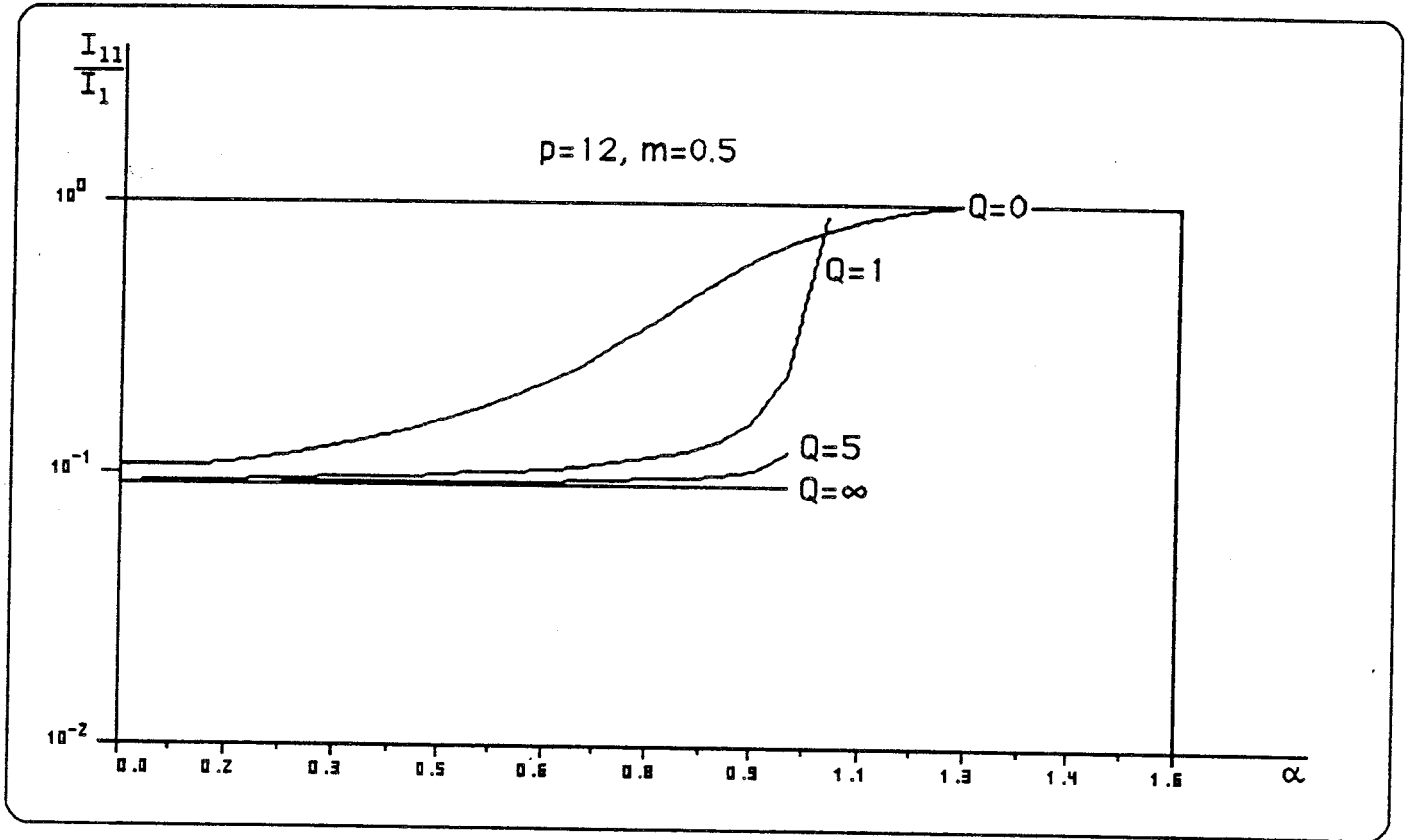


Figure 1.27.

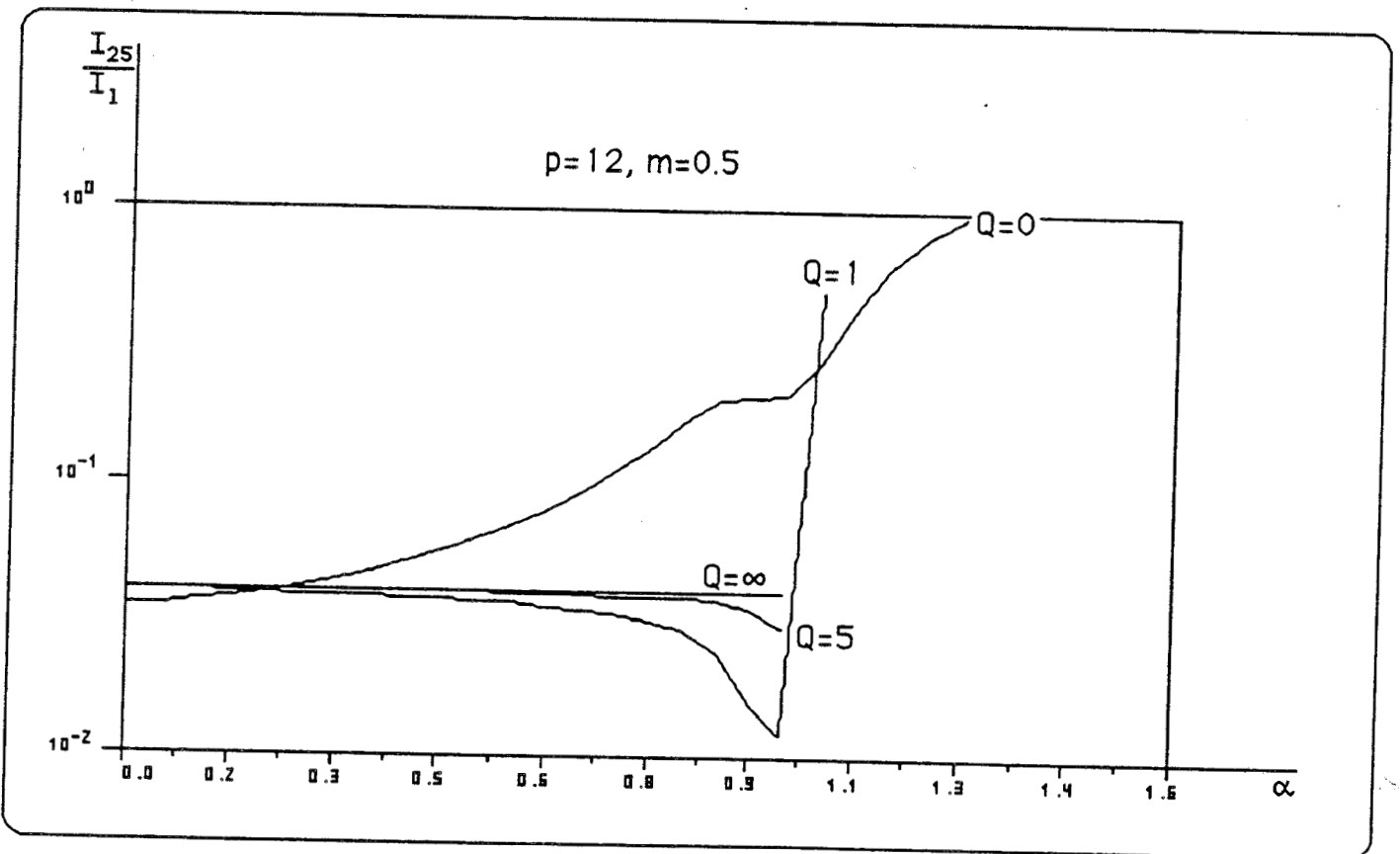
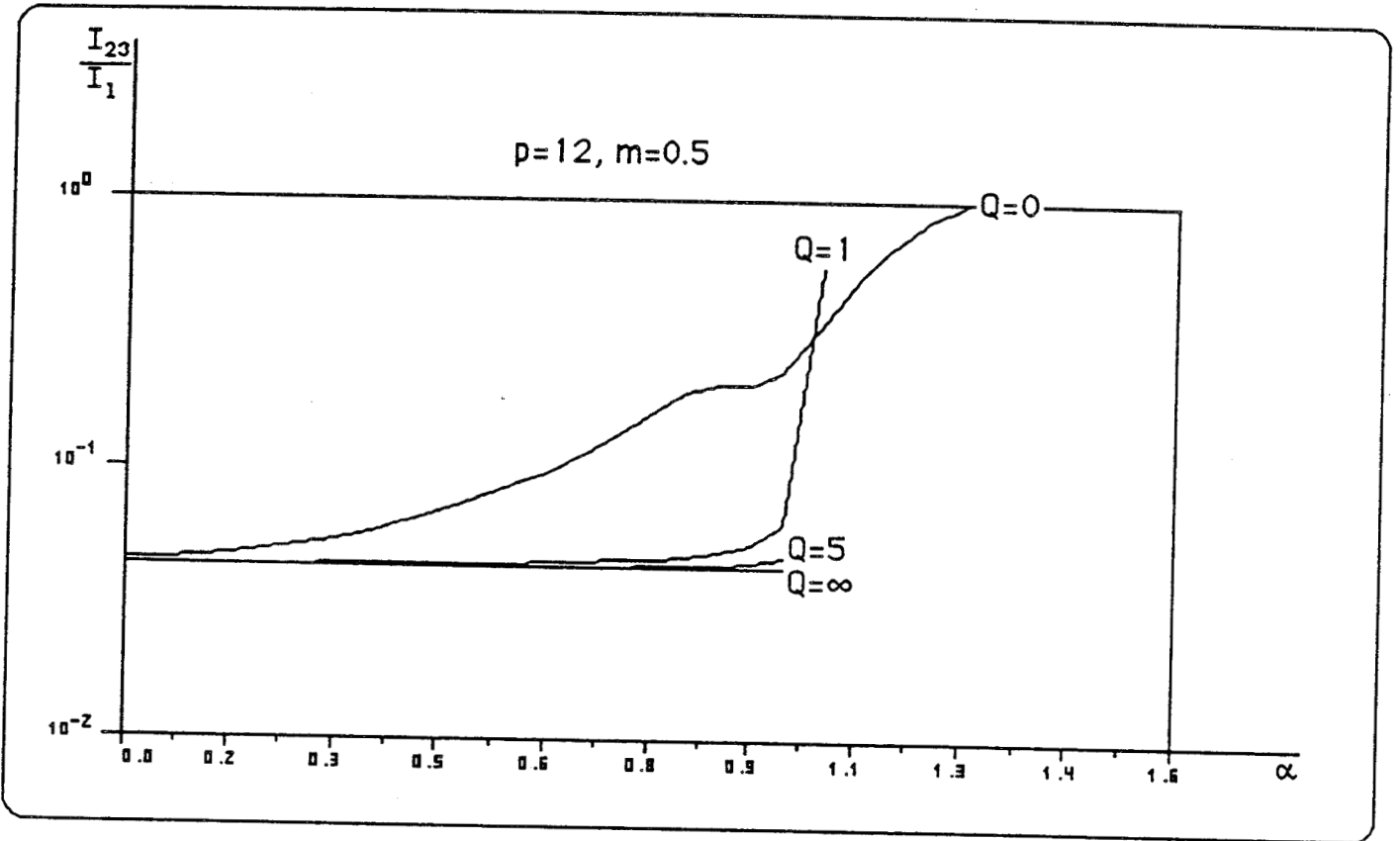


Figure 1.27.

3.4. Facteur de puissance en ligne

Le facteur de puissance en ligne s'exprime très simplement en fonction du courant i_d débité dans le récepteur.

$$F_L = \frac{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}{I_{d \text{ eff}}} |\cos \alpha| .$$

avec

$$I_{d \text{ eff}}^2 = \frac{p}{2 \pi} \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} i_d'^2(\theta) d \theta$$

i_d défini précédemment.

A_1 et B_1 sont donnés par le calcul effectué dans le paragraphe 3.2.

La figure 1.28. donne les variations de F_L en fonction de α pour quatre valeurs de Q ($Q = 0, 1, 5$ et ∞).

La première planche est tracée pour $m = 0,5$ et $p = 6$.

La seconde planche est tracée pour $m = 0,5$ et $p = 12$.

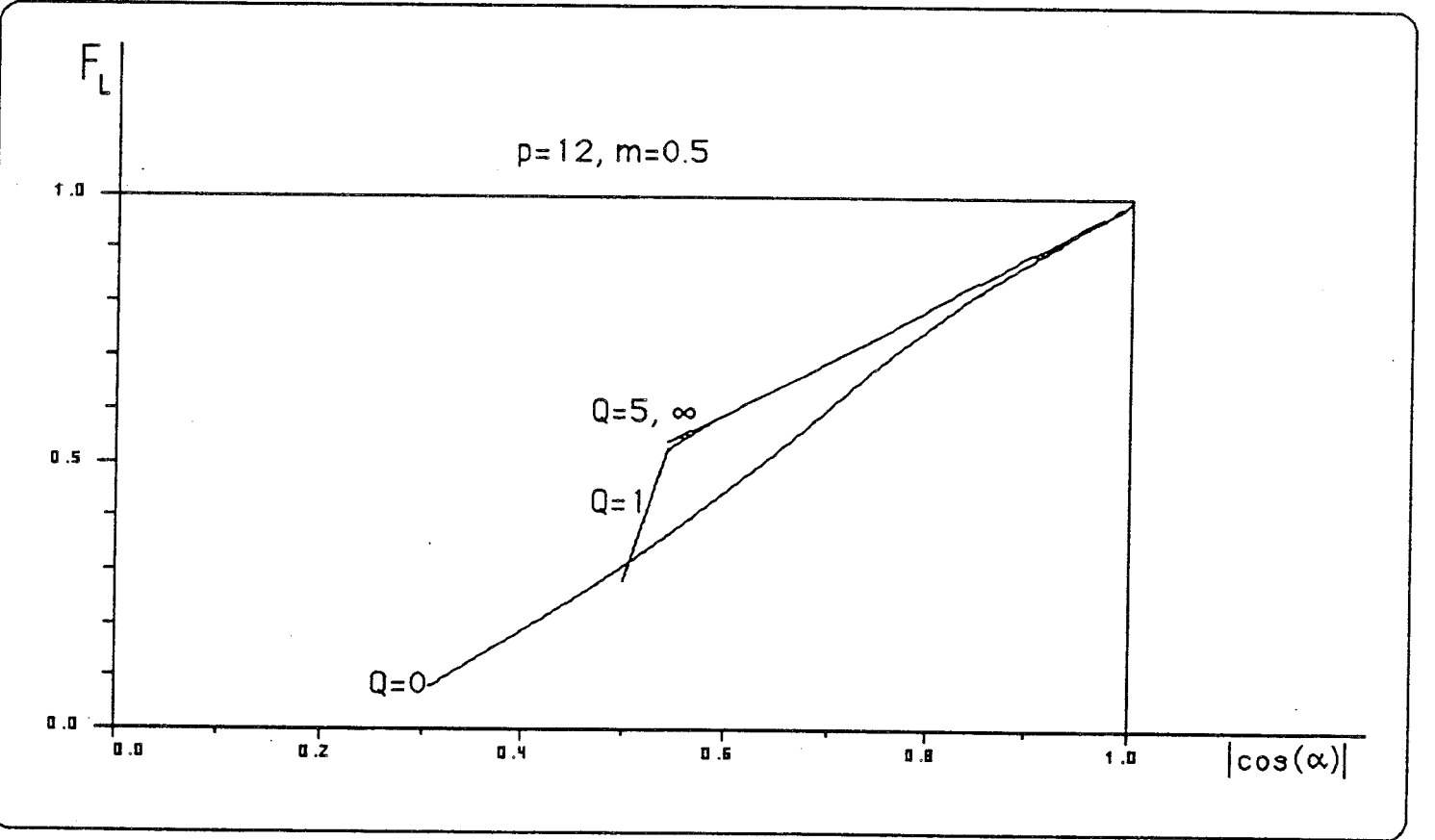
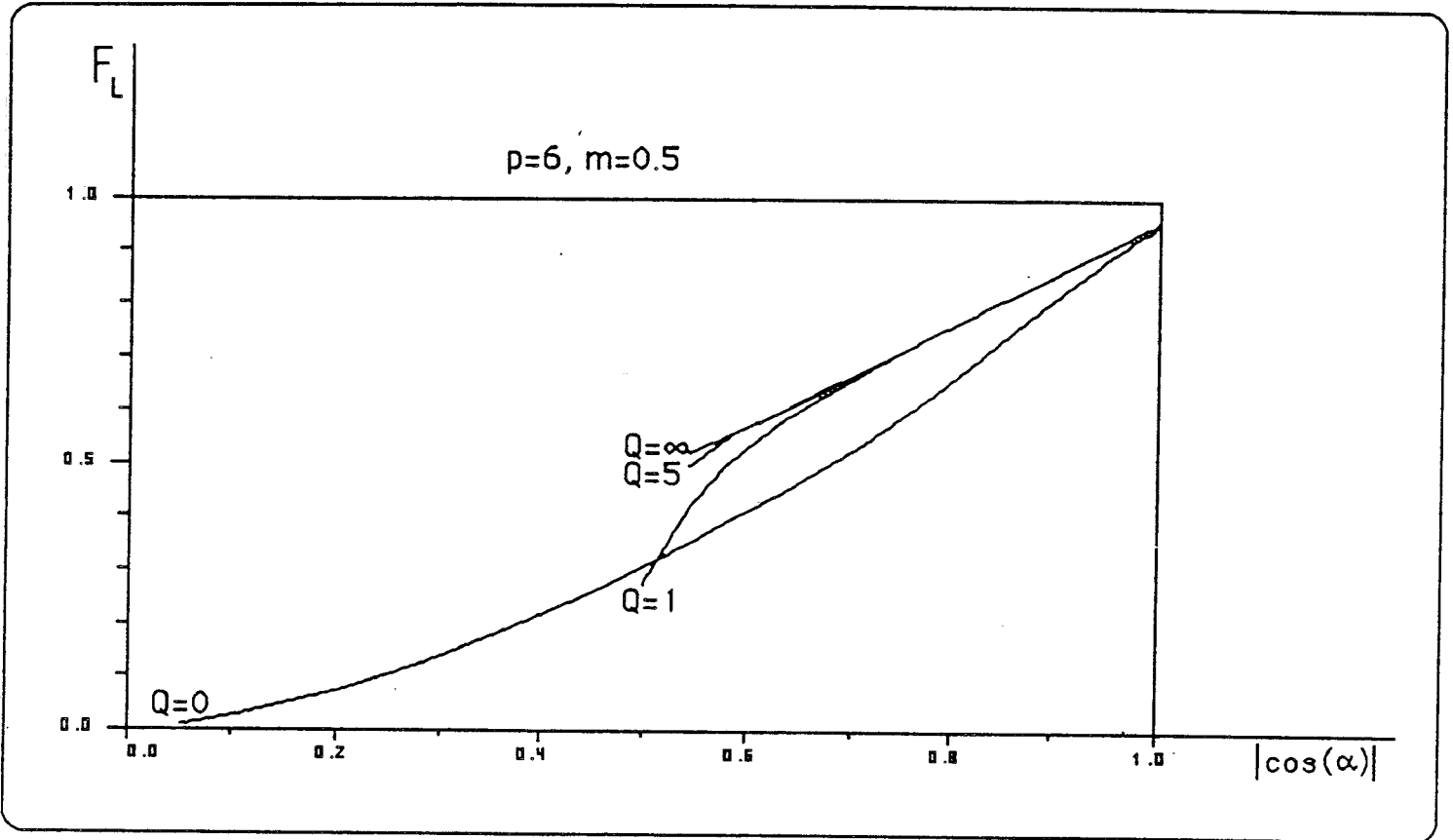


Figure 1.28.

CHAPITRE II

LA CONVERSION CONTINU-ALTERNATIF

CHAPITRE II

LA CONVERSION CONTINU-ALTERNATIF

La conversion continu-alternatif est réalisée au moyen de convertisseurs appelés onduleurs, ils peuvent encore être schématisés par une matrice d'interrupteurs. L'entrée est bipolaire et continue tandis que la sortie est polyphasée et alternative.

Les composants qui permettent cette conversion sont des interrupteurs électroniques. Si l'on néglige les pertes par commutation et par conduction, la puissance instantanément fournie par la source est instantanément reçue par le récepteur.

La conservation de la puissance instantanée entre l'entrée et la sortie de l'onduleur interdit la présence d'éléments dissipatifs ou de stockage d'énergie dans le convertisseur. Pour réaliser une tension alternative à partir d'une source de tension (respectivement un courant alternatif à partir d'une source de courant), on utilise soit un montage à deux interrupteurs et un point milieu soit un montage à quatre interrupteurs :

- pour réaliser un point milieu dans le cas des montages à deux interrupteurs, on utilise soit un transformateur si le point milieu est du côté récepteur, soit deux condensateurs si le point milieu est du côté source ; dans les deux cas, en supposant les éléments parfaits, la puissance instantanée se conserve dans le bloc onduleur, les éléments réactifs ne servant qu'à imposer le potentiel du point milieu.

- dans le cas des montages à quatre interrupteurs, on n'utilise pas d'éléments de stockage ou de dissipation d'énergie, la puissance instantanée est toujours conservée.

Ce type de convertisseur peut être schématisé par la figure 2.1.

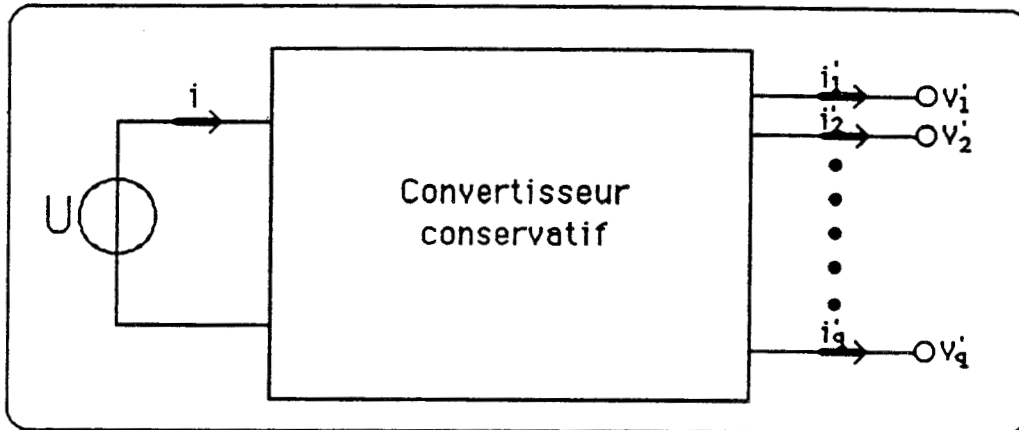


Figure 2.1.

Il s'agit d'un onduleur de tension à sortie polyphasée à q phases.

Le système des tensions et des courants à la sortie de l'onduleur est un système équilibré. Le développement en série de Fourier complexe s'écrit :

$$v'_{k+1} = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} V'_h e^{jh(\theta - \frac{2k\pi}{q})} \quad \text{et} \quad i'_{k+1} = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} I'_h e^{jh(\theta - \frac{2k\pi}{q})}$$

La fréquence des deux systèmes est celle des signaux de commande des interrupteurs.

Le courant en ligne à l'entrée de l'onduleur se développe aussi sous forme de série de Fourier complexe par :

$$i = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} I_h e^{jh\theta}$$

1. PUISSANCE INSTANTANEE A L'ENTREE DE L'ONDULEUR

L'entrée de l'onduleur est continue, la puissance instantanée est donc le produit de la tension par le courant.

$$P_e = U \cdot i$$

Le développement en série de Fourier complexe de cette puissance se déduit facilement de celui du courant d'entrée i .

$$P_e = U \cdot \sum_{h=-\infty}^{+\infty} I_h e^{jh\theta}$$

Il est donc facile de déterminer les harmoniques du courant d'entrée en fonction de ceux des tensions et des courants de sortie par la méthode de conservation de la puissance instantanée.

2. PUISSANCE INSTANTANÉE A LA SORTIE DE L'ONDULEUR

La puissance instantanée à la sortie de l'onduleur est le produit instantané du vecteur ligne tension par le vecteur colonne courant.

$$P_s = \sum_{k=0}^{q-1} v'_{k+1} \cdot i'_{k+1}$$

Le développement en série de Fourier complexe de $v'_{k+1} \cdot i'_{k+1}$ est le produit de deux séries infinies :

$$v'_{k+1} \cdot i'_{k+1} = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} v'_k e^{ih(\theta - \frac{2k\pi}{q})} \cdot \sum_{h=-\infty}^{+\infty} i'_h e^{ih(\theta - \frac{2k\pi}{q})}$$

$$v'_{k+1} \cdot i'_{k+1} = \sum_{n,m} v'_n i'_m e^{i(n+m)(\theta - \frac{2k\pi}{q})}$$

En faisant le changement de variable $n + m = h$, ce produit infini devient :

$$v'_{k+1} \cdot i'_{k+1} = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} v'_n i'_{h-n} \right) \cdot e^{ih(\theta - \frac{2k\pi}{q})}$$

La puissance instantanée totale P_s se déduit de la somme des q termes de puissance.

$$P_s = \sum_{k=0}^{q-1} \left(\sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} v'_n i'_{h-n} \right) e^{ih(\theta - \frac{2k\pi}{q})} \right)$$

$$P_s = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} v'_n i'_{h-n} \right) e^{ih\theta} \cdot \sum_{k=0}^{q-1} e^{-2ihk\frac{\pi}{q}} \right)$$

Le terme :

$$\sum_{k=0}^{q-1} e^{-2ihk\frac{\pi}{q}}$$

peut prendre deux valeurs suivant la valeur de h :

- si h est multiple de q, cette somme est égale à q
- si h est non multiple de q, cette somme est nulle.

La puissance instantanée à la sortie de l'onduleur, s'écrit donc :

$$P_s = q \cdot \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} V'_n I'_{hq-n} \right) e^{ihq\theta}$$

3. BILAN DES PUISSANCES

La conservation de la puissance instantanée permet d'écrire $P_e = P_s$, l'égalité de ces deux expressions permet de conclure quant au rang des harmoniques du courant en ligne et à leurs valeurs.

$P_e = P_s$ est équivalente à :

$$U \sum_{h=-\infty}^{+\infty} I_h e^{lh\theta} = q \cdot \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} V'_n I'_{hq-n} \right) \cdot e^{lhq\theta}$$

On déduit de cette égalité l'expression et le rang des harmoniques de i , leur rang est nécessairement multiple de q et leur valeur est donnée par :

$$I_{hq} = \frac{q}{U} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V'_n I'_{hq-n}, \quad \forall h \in \mathbb{Z} \quad (23)$$

La formule précédente est générale. Elle est applicable à tous les onduleurs parfaits quand la source est parfaite. Si celle-ci présente des imperfections, l'identification devient plus complexe. La méthode proposée reste toujours applicable, l'extraction des harmoniques de courant devient hardue. On se limitera ici au cas où la source de tension est parfaite.

Un onduleur de tension alimenté par une source de tension parfaite impose à sa sortie grâce à un jeu d'interrupteurs, une tension alternative formée d'une succession de créneaux rectangulaires à deux ou trois niveaux.

La période de fonctionnement est fixée par la commande des interrupteurs, on désigne par T la période, la période angulaire est donc égale à 2π .

4. ONDULEURS A MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSIONS

Le fonctionnement de ces onduleurs est basé sur les techniques de modulation : la tension de sortie est formée de créneaux rectangulaires à largeurs variables. En jouant sur les angles de changement de niveaux, on peut repousser les harmoniques vers les fréquences élevées pour en faciliter le filtrage, on peut aussi régler le fondamental de la tension à la valeur désirée.

Un pont complet permet de donner à la tension de sortie 3 niveaux - E, 0 et E représentés sur la figure 2.2., avec $E = U$.

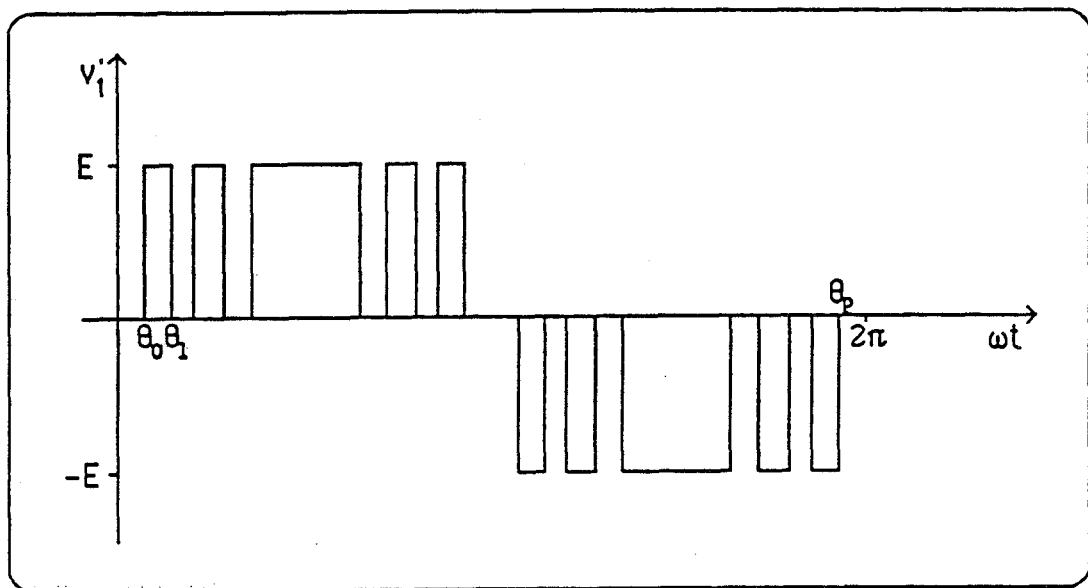


Figure 2.2.

On va étudier le cas général caractérisé par des créneaux dont l'expression analytique est donnée par :

$$\frac{v_1'}{E} = K_h, \text{ si } \theta \in [\theta_h, \theta_{h+1}], 0 \leq h \leq p$$

avec :

$$K_h \in \{-1, 0, 1\}, \theta_0 = 0, \theta_{p+1} = 2\pi, K_{p+1} = K_0 \text{ et } K_{-1} = K_p$$

Le développement d'un tel type de fonction en série de Fourier complexe s'écrit :

$$\frac{v'_1}{E} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{v'_1}{E} e^{-in\theta} d\theta \right) \cdot e^{in\theta}$$

On pose pour $0 \leq h \leq p$, $\delta_h = K_{h-1} - K_h$ et $x_h = e^{-i\theta_h}$.

Le développement en série de Fourier complexe devient :

$$\frac{v'_1}{E} = -\frac{1}{2i\pi} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sum_{h=0}^p \delta_h x_h^n}{n} \right) \cdot e^{in\theta}$$

On dispose de p paramètres de réglage correspondant aux choix des valeurs des p angles de commutation. On peut alors choisir de régler la valeur du fondamental et, par exemple, d'annuler les $p-1$ premiers harmoniques.

En désignant par r , le rapport du fondamental de la tension obtenue par découpage M.L.I. à celle du fondamental de la tension en créneaux obtenue en l'absence de modulation, qui vaut E pour $\theta \in [0, \pi]$ et $-E$ pour $\theta \in [\pi, 2\pi]$, le système à résoudre s'écrit :

$$\sum_{h=0}^p \delta_h x_h = -4r$$

$$\sum_{h=0}^p \delta_h x_h^n = 0 \quad \text{pour } 2 \leq n \leq p$$

Ce système à p équations demande un temps de calcul d'autant plus élevé que p est grand et on choisit habituellement p assez grand pour faciliter le filtrage de la tension en créneaux.

Pour diminuer le nombre d'inconnues, on utilise les symétries de la sinusoïde désirée. La tension de sortie est donc impaire et symétrique par rapport à $\pi/2$.

Les angles de commutation à calculer sont donc : $(\theta_h)_{1 \leq h \leq m}$

$$0 < \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_m < \frac{\pi}{2}$$

Le développement en série de Fourier réel d'une telle tension est :

$$\frac{V'_1}{E} = \sum_{n=0}^{+\infty} b_{2n+1} \sin(2n+1)\theta$$

avec :

$$b_{2n+1} = \frac{4}{(2n+1)\pi} \left(K_0 - \sum_{h=1}^m \delta_h \cos(2n+1)\theta_h \right) \quad (24)$$

Le nombre d'inconnues à trouver est divisé par 4 par rapport au nombre précédent.

Les harmoniques de tension complexes sont liés aux réels par :

$$\forall n \in \mathbb{N} ; \frac{V'_{2n+1}}{E} = \frac{b_{2n+1}}{2i}$$

Si le signal est bistable : $E = U/2$, $K_0 = 1$ et $\delta_h = 2(-1)^{h+1}$

$$\frac{V'_{2n+1}}{U} = \frac{b_{2n+1}}{4i}$$

Si le signal est tristable : $E = U$, $K_0 = 0$ et $\delta_h = (-1)^h$

$$\frac{V'_{2n+1}}{U} = \frac{b_{2n+1}}{2i}$$

4.1. Calcul des angles de commutation dans le cas d'une sortie monophasée

La modulation de la largeur d'impulsions permet, par exemple, avec les m angles de commutation de régler le fondamental de la tension et d'éliminer les $m - 1$ premiers harmoniques.

Les onduleurs à un seul créneau par alternance ont un fondamental de tension égal à $(4 / \pi) \sin \theta$. En introduisant le paramètre de réglage de tension précédemment défini, on obtient :

$$b_1 = \frac{4}{\pi} \cdot r$$

La première équation non linéaire à résoudre est :

$$K_0 - \sum_{h=1}^m \delta_h \cos \theta_h = r$$

Les $m - 1$ premiers harmoniques impairs de tension doivent être nuls. Dans ces conditions, le système à résoudre est un système non linéaire de m équations à m inconnues :

$$K_0 - \sum_{h=1}^m \delta_h \cos \theta_h = r$$

$$K_0 - \sum_{h=1}^m \delta_h \cos (2n + 1) \theta_h = 0 \quad 1 \leq n \leq m-1$$

Je propose pour la résolution d'un tel système d'équations celle d'une équation non linéaire qui exprime une moyenne quadratique à optimiser. Cette moyenne sera notée J_μ avec μ poids affecté à chacun des termes quadratiques. Si ces termes sont considérés à poids égaux, J_1 s'écrit :

$$J_1 = \left(b_1 - \frac{4}{\pi} r \right)^2 + \sum_{n=1}^{m-1} b_{2n+1}^2$$

Il est donc possible de calculer au préalable les angles précédemment définis et de stocker ces informations dans une mémoire. En utilisant un micro-processeur, on peut réaliser la commande rapprochée des interrupteurs en temps réel.

4.1.1. Les harmoniques sont pondérés par un poids unitaire

L'expression de la moyenne quadratique s'exprime :

$$J_1 = \left(b_1 - \frac{4}{\pi} r \right)^2 + \sum_{n=1}^{m-1} b_{2n+1}^2$$

Pour déterminer les séquences de commande des interrupteurs, il suffit de minimiser J_1 pour r et m donnés, m est le nombre de commutations et r le paramètre de réglage variant entre 0 et 1.

En pondérant les harmoniques par des poids égaux, on donne autant d'importance aux harmoniques à basse fréquence qu'à ceux à fréquence élevée. Or les techniques de modulation de largeur d'impulsions nécessitent l'utilisation d'un filtre à la sortie de l'onduleur, ceci pour éliminer les fréquences élevées restantes, de plus la charge installée en aval peut aussi jouer le rôle de filtre. Le choix d'une pondération unitaire n'est peut-être pas le meilleur. Il est donc intéressant de déterminer l'ordre du filtre pour le choix de la pondération.

4.1.2. "Filtre" du premier ordre

L'onduleur alimente directement le récepteur. Si celui-ci présente une impédance de type R - L, comme un moteur par exemple, les harmoniques de courant à la fréquence $(2n + 1) f$ sont sensiblement égaux au rapport de la tension harmonique par le rang correspondant. On peut donc penser à minimiser la somme quadratique pondérée par l'inverse du rang.

$$J_{1/n} = \left(b_1 - \frac{4}{\pi} r \right)^2 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{b_{2n+1}}{2n+1} \right)^2 \quad (25)$$

4.1.3. Filtre du second ordre

Les onduleurs à fréquence fixe doivent souvent alimenter une charge variable. On s'attache à la qualité de la tension de sortie ; on utilise d'ordinaire un filtre de type L - C afin de rendre la tension de sortie la plus sinusoïdale possible, chacun des harmoniques de tension est alors réduit par le carré de son rang, chaque terme b_n est alors transformé en b_n / n^2 .

La somme quadratique à minimiser en tenant compte du filtre du second ordre est :

$$J_{1/n^2} = \left(b_1 - \frac{4}{\pi} r \right)^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{b_{2n+1}}{(2n+1)^2} \right)^2$$

4.2. Calcul des angles de sortie dans le cas d'une sortie triphasée

L'objectif d'un découpage rapide est l'optimisation du filtre en repoussant vers les fréquences élevées les harmoniques de tension. On cherche à obtenir une onde de tension ne faisant apparaître que des harmoniques de rang élevé avec une amplitude faible par rapport au fondamental.

Le système triphasé obtenu à la sortie de l'onduleur est un système équilibré en tension. On a toujours :

$$v_1 + v_2 + v_3 = 0$$

On voit donc que les harmoniques multiples de 3 sont éliminés, ils n'interviennent pas dans les tensions composées et on ne doit donc pas en tenir compte dans les calculs d'optimisation.

Le système d'équations non linéaires est alors modifié, la première équation de réglage du fondamental reste identique à la précédente.

$$b_1 = \frac{4}{\pi} \cdot r \quad \text{ce qui équivaut à} \quad K_0 - \sum_{h=1}^m \delta_h \cos \theta_h = r$$

Les $m - 1$ premiers harmoniques impairs et non multiples de 3 doivent être nuls, de tels harmoniques ont pour rangs $6n \pm 1$.

Le système non linéaire devient donc :

$$\left\{ \begin{array}{l} K_0 - \sum_{h=1}^m \delta_h \cos \theta_h = r \\ K_0 - \sum_{h=1}^m \delta_h \cos (6n - 1) \theta_h = 0 \\ K_0 - \sum_{h=1}^m \delta_h \cos (6n + 1) \theta_h = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \\ 1 \leq n \leq E\left(\frac{m}{2}\right) \\ 1 \leq n \leq E\left(\frac{m-1}{2}\right) \end{array}$$

Comme précédemment, on peut ramener la résolution de ce système à celle d'une équation non linéaire, c'est celle du critère quadratique à optimiser :

$$J_1 = \left(b_1 - \frac{4}{\pi} r \right)^2 + \sum_{n=1}^{E(\frac{m}{2})} b_{6n-1}^2 + \sum_{n=1}^{E(\frac{m-1}{2})} b_{6n+1}^2$$

L'optimisation d'une telle équation pour m et r donnés nous fournit les angles de commutation de la tension en modulation de largeur d'impulsions.

4.2.1. Les harmoniques ne sont pas pondérés :

En donnant la même importance aux harmoniques à éliminer, l'expression de la moyenne quadratique est dite de poids unitaire et s'exprime par :

$$J_1 = \left(b_1 - \frac{4}{\pi} r \right)^2 + \sum_{n=1}^{E(\frac{m}{2})} b_{6n-1}^2 + \sum_{n=1}^{E(\frac{m-1}{2})} b_{6n+1}^2$$

m désigne le nombre de commutations de la tension de sortie entre 0 et $\pi/2$, et r est le paramètre de réglage du fondamental, celui-ci varie entre 0 et 1.

4.2.2. "Filtre" du premier ordre

Si le récepteur alimenté par l'onduleur présente une impédance de type R - L, les harmoniques de courant sont quasiment divisés par leur rang et le filtre est dit du premier ordre, le critère quadratique est alors pondéré par 1 / n

$$J_{1/n} = \left(b_1 - \frac{4}{\pi} r \right)^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{b_{6n \pm 1}}{6n \pm 1} \right)^2$$

4.2.3. Filtre du second ordre

Afin d'éliminer les harmoniques de fréquences élevées, on utilise le plus souvent des filtres à la sortie de l'onduleur de type L - C, la tension est alors quasi-sinusoïdale. Le filtre est dit du second ordre, il divise chaque harmonique par le carré de sa fréquence, le critère quadratique est alors pondéré par $1 / n^2$.

$$J_{1/n^2} = \left(b_1 - \frac{4}{\pi} r \right)^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{b_{6n \pm 1}}{(6n \pm 1)^2} \right)^2$$

4.3. Méthodes numériques utilisées pour la résolution non linéaire

4.3.1. Présentation d'un logiciel de calcul évolué "BASILE" [20]

Il s'agit d'un outil interactif de C.A.O. utilisé en automatique. Ce système met en oeuvre un langage de programmation complet travaillant sur des bases de données adaptées aux problèmes, ce logiciel est né d'un Logiciel père nommé MATLAB.

Pour répondre aux besoins d'un système universel, ce logiciel comporte outre une base de données adaptée, de puissants outils numériques et la possibilité de définir des macro-instructions.

Le choix de cette architecture permet de traiter toutes les variétés de problèmes numériques et d'automatiques, c'est évidemment le côté numérique qui nous importe le plus.

L'utilisateur avisé doit cerner trois points essentiels dans BASILE :

- la Structure de données
- les Fonctions universelles
- la Notion de Macro-instruction.

Il est évident que l'utilisateur doit choisir la présentation de son problème et l'algorithme pour la résoudre, le système lui fournit tous les outils nécessaires.

4.3.2. Elaboration de programmes informatiques en langage FORTRAN et utilisant des macros d'optimisation

La fonction de base utilisée est la fonction OPTIM, cette fonction consiste à minimiser un critère donné avec ou sans contraintes de bornes.

La syntaxe d'une telle fonction est :

$\langle f, [x, [g, [t_0]]] \rangle = \text{optim}(\text{sim}, [\text{contr}], x, [\text{'alg'}], [d f_0, [\text{mem}]], [t_0], [\text{arrêt}], [\text{'in'}])$

où :

- f : valeur du critère en l'occurrence J_{μ} .
- x : variable à optimiser.
- g : gradient de f en x.
- t_0 : tableau de travail interne à l'optimiseur permettant le démarrage à chaud dans les méthodes de quasi-Newton. Lors du premier appel, il est initialisé par optim. Ensuite on peut l'utiliser en entrée de optim pour accélérer l'optimisation.

- sim : est un external BASILE qui définit le simulateur permettant de calculer f et g connaissant x. La liste d'appel minimum BASILE est $\langle f, g, \text{ind} \rangle = \text{sim}(x, \text{ind})$. Dans le cas d'un appel par FORTRAN, il faut interfacier le simulateur avec le sous programme f optim (ind, x, f, g, ti, tr, td).

- contr : représente les contraintes, contr : 'b', b_{inf} , b_{sup} .
- 'b' : mot réservé indiquant la présence de contraintes de borne.
- b_{inf} , b_{sup} : bornes inférieures et supérieures.
- 'alg' : 'q n' (quasi-Newton), 'g c' (gradient conjugué) ou 'n d' (non différentielle).
- $d f_0$: décroissance de f estimée à la première itération.
- mem : nombre de vecteurs de taille n pouvant être stockés en mémoire.
- arrêt définit les paramètres d'arrêt, arrêt : 'a r', nap, [iter. [, epsg [, epsf [, epsx]]]].
- 'a r' : mot réservé séparant les paramètres d'arrêt.
- nap : nombre maximum d'appels de simul.
- iter : nombre maximum d'itérations de l'algorithme d'optimisation.
- epsg : test d'arrêt sur la norme du gradient projeté.
- epsf : test d'arrêt sur la décroissance de f.
- epsx : test d'arrêt sur la variation de x.
- 'in' : mot réservé commandant l'initialisation de paramètres par simul.

A partir de cette fonction de base assez complexe, on va pouvoir définir des macro-programmes que l'on compilera pour gagner en temps de calcul, ensuite un programme principal faisant appel aux macro-instructions déjà compilées traitera le problème dans sa totalité.

Dans ce programme, on définira la dimension du vecteur à optimiser, la plage de variation du paramètre de réglage r , le type d'onduleur utilisé soit en demi-pont soit en pont complet, le type de sortie soit monophasée, soit triphasée et finalement le choix de la pondération (unitaire, en $1/n$ ou en $1/n^2$).

4.4. Présentation graphique des angles de commutation

Le programme élaboré précédemment permet d'effectuer le travail demandé, il nous fournit le résultat recherché : le vecteur à optimiser. Il est donc particulièrement utile de sauvegarder et de pouvoir restaurer le résultat pour gagner du temps sur une démarche complètement procédurale. Basile permet ce genre d'opération par deux commandes Save et Load.

On pourra ensuite en activant la commande de dessin plot dessiner les graphiques liés à chacune des composantes du vecteur à optimiser en fonction du paramètre de réglage r .

Pour obtenir des dessins de qualité, on va devoir définir les 57 paramètres de la fonction plot et ensuite effectuer les retouches nécessaires sur des logiciels de dessin performants tel SUPER PAINT sur Macintosh.

On obtient par ce procédé les caractéristiques correspondant à $m = 4$ et 5 dans les deux cas d'onduleurs, en demi-pont ou en pont complet, pour une sortie monophasée ou triphasée.

4.4.1. Onduleur en demi-pont à sortie monophasée

L'onduleur monophasé en demi-pont est constitué d'une source de tension à point milieu et de deux interrupteurs bidirectionnels en courant. La source à point milieu peut être obtenue par exemple, par deux condensateurs identiques comme l'indique la figure 2.3.

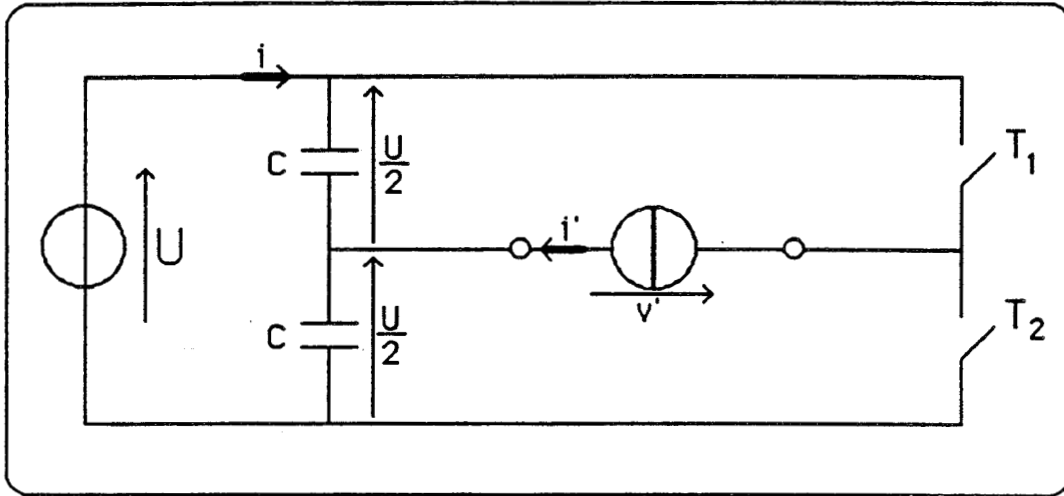
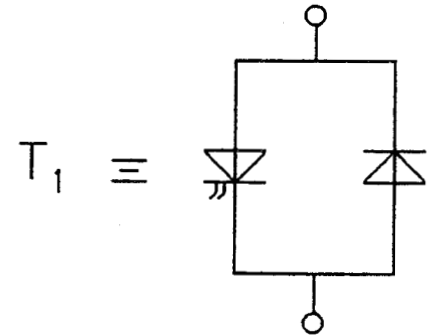


Figure 2.3.

L'interrupteur bidirectionnel en courant est réalisé au moyen d'un composant unidirectionnel en tension et en courant commandable tant à l'ouverture qu'à la fermeture avec en anti-parallèle une diode lui conférant la bidirectionnalité en courant.



On voit que si l'interrupteur T_1 est fermé et T_2 ouvert, la tension de sortie $v' = U / 2$ et si l'interrupteur T_1 est ouvert et T_2 fermé, la tension de sortie $v' = - U / 2$.

En alternant la conduction des deux interrupteurs, on réalise une commande bistable avec des angles de commande à priori inconnus.

La minimisation de la somme quadratique J_1 à l'aide du calculateur va nous permettre de déterminer les angles de commande des interrupteurs T_1 et T_2 , on a choisi pour notre représentation $m = 4$ et $m = 5$ et on a représenté les différents angles de commande obtenus dans les trois cas de pondération en fonction du paramètre de réglage r .

La figure 2.4. correspond à quatre angles de commutation et la figure 2.5. à cinq angles de commutation.

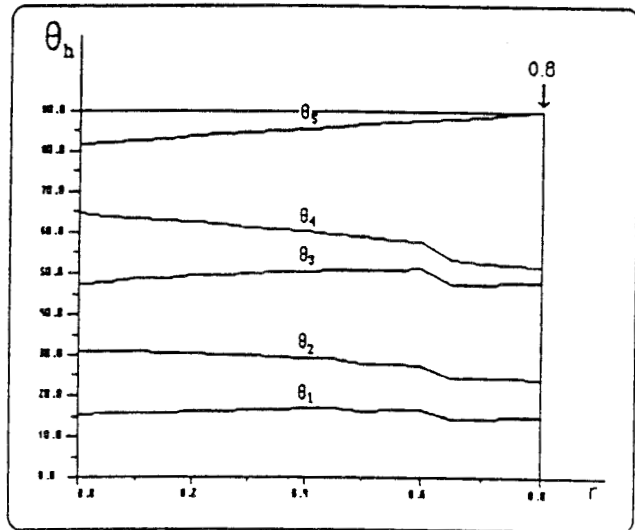
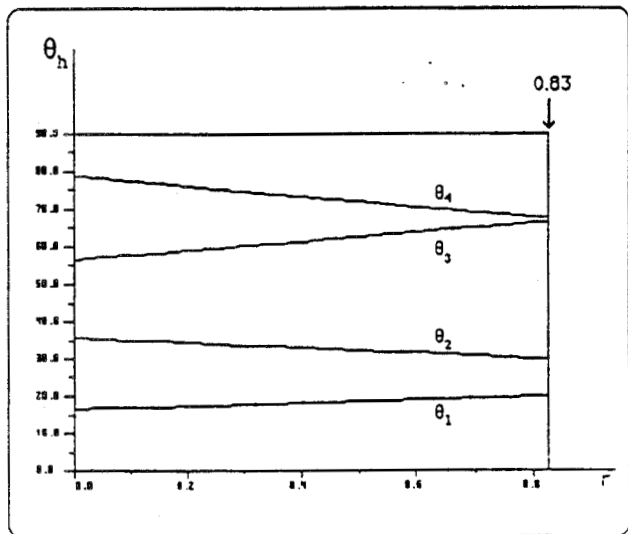
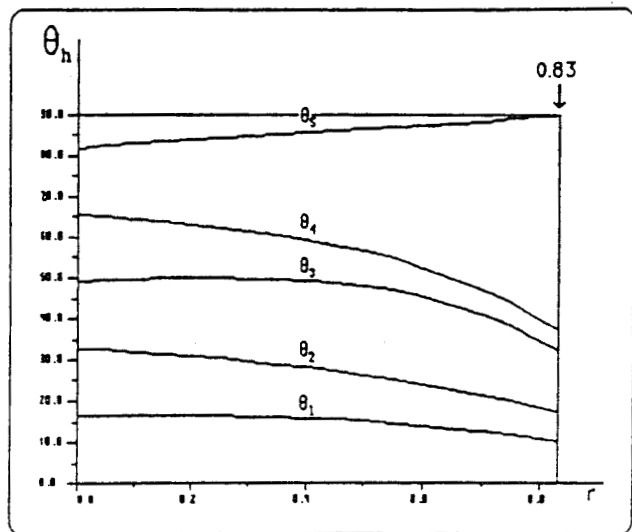
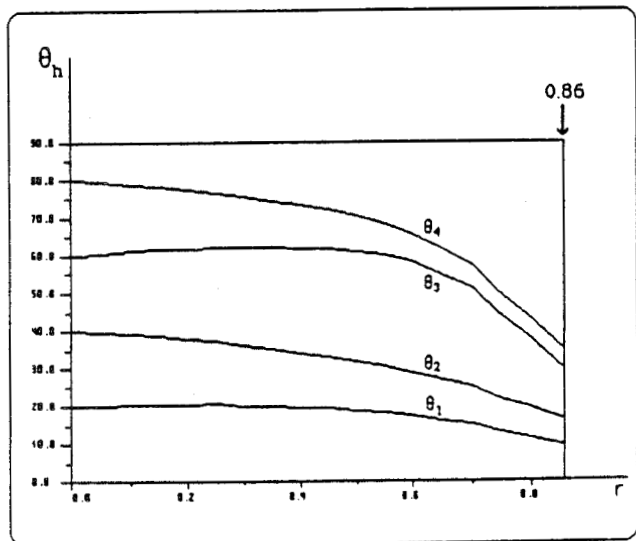
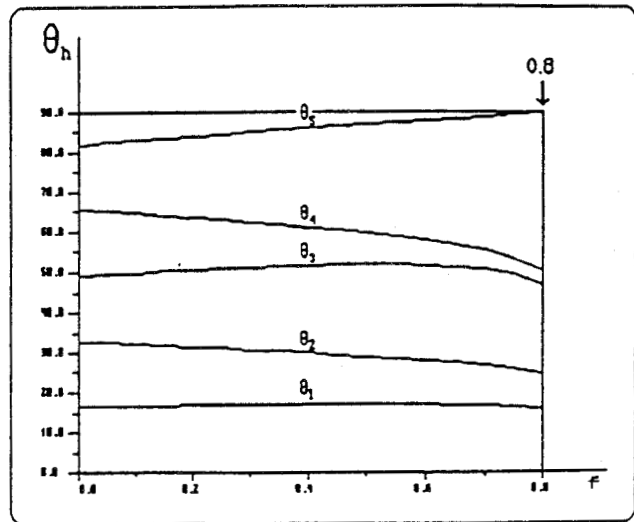
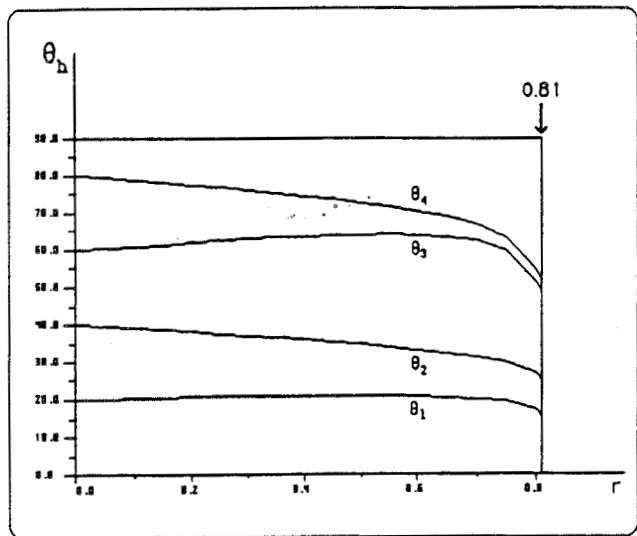


Figure 2.4.

Figure 2.5.

4.4.2. Onduleur en pont à sortie monophasée

L'onduleur monophasé en pont est constitué d'une source de tension et de quatre interrupteurs bidirectionnels en courant, la source placée du côté continu et les interrupteurs sont supposés parfaits.

La figure 2.6. représente la schématisation d'un tel onduleur.

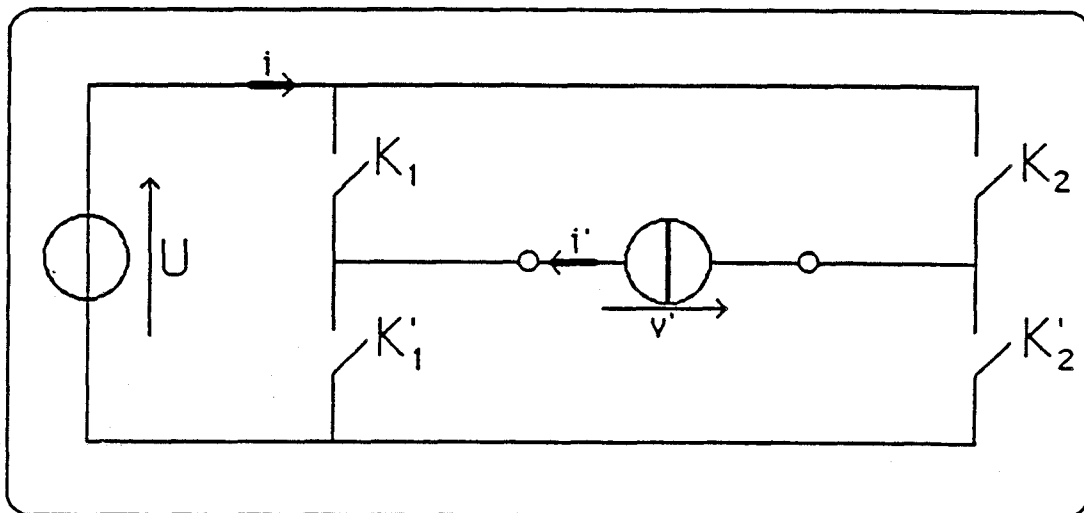


Figure 2.6.

Cet onduleur nécessite une complémentarité de conduction pour éviter de court-circuiter la source continue, K_1 et K_1' sont complémentaires, K_2 et K_2' le sont également. Si K_1 et K_2' conduisent simultanément $v' = -U$, si K_1' et K_2 conduisent simultanément $v' = +U$, si K_1 et K_2 sont fermés ou si K_1' et K_2' sont fermés $v' = 0$, c'est l'avantage des onduleurs en pont. L'introduction de paliers nuls dans la tension de sortie permet une meilleure approximation de la sinusoïde de tension.

En agissant sur la commande des quatre interrupteurs tout en respectant les complémentarités déjà citées, on peut construire une onde de tension à trois niveaux. Ce mode de commande est appelé usuellement la commande tristable.

Afin de déterminer les angles de commutation des interrupteurs, on utilise toujours le procédé d'optimisation de la moyenne quadratique J_1 .

Les figures 2.7. et 2.8. représentent les variations des angles de commutation dans les trois cas de pondération respectivement pour $m = 4$ et $m = 5$.

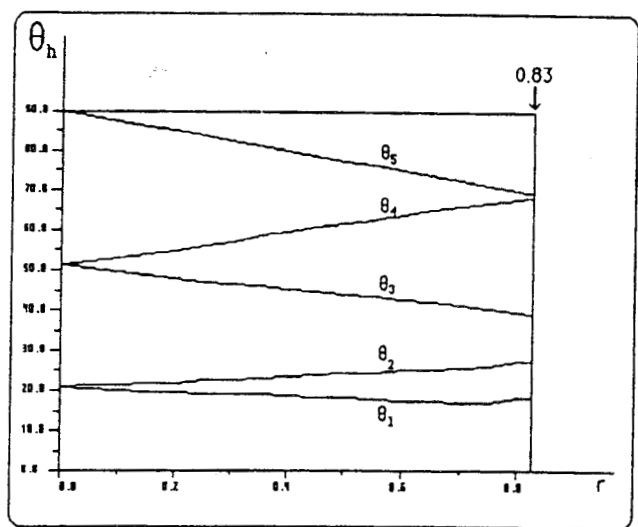
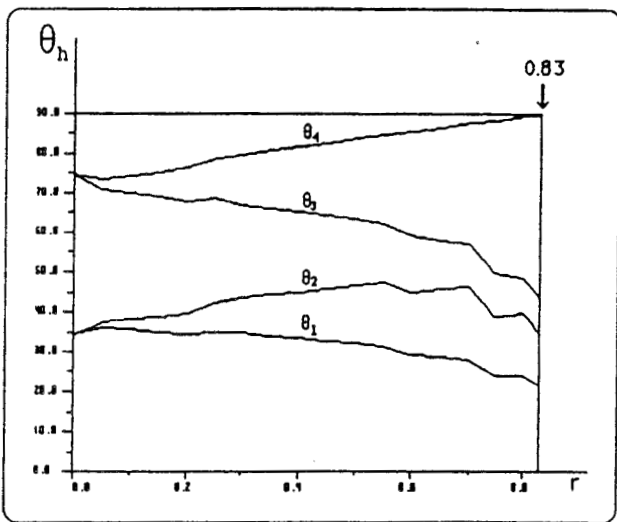
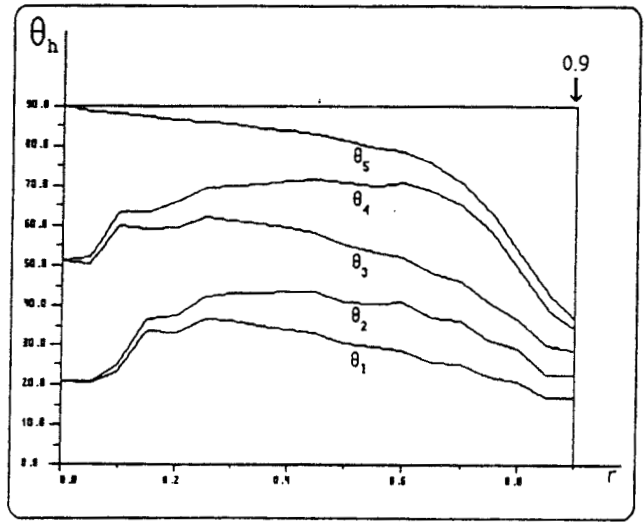
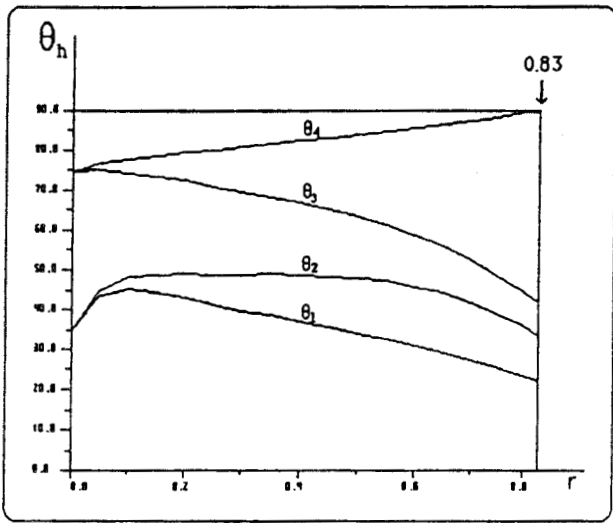
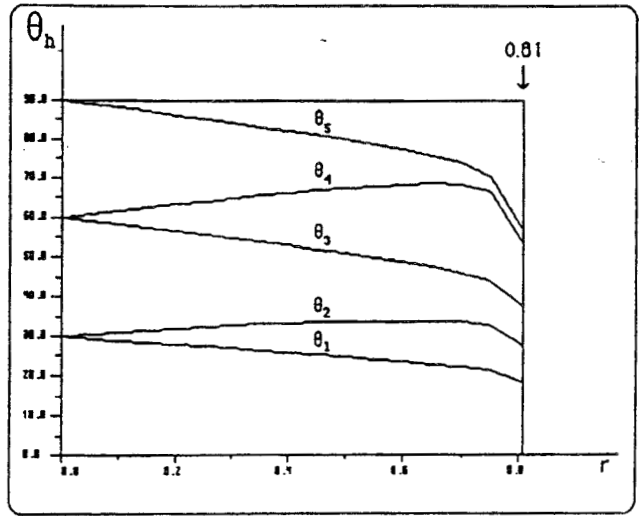
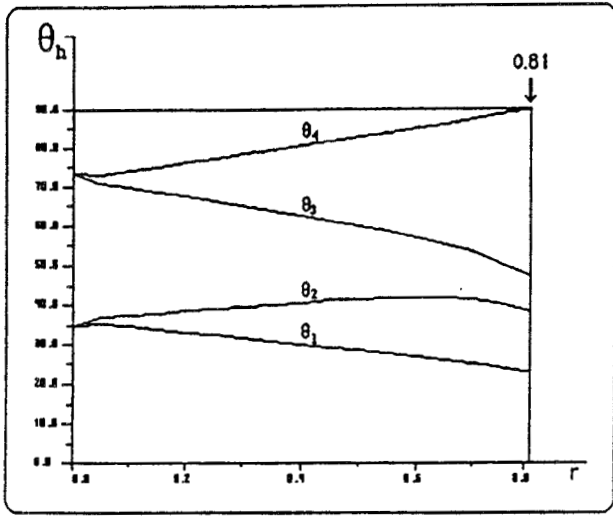


Figure 2.7.

Figure 2.8.

4.4.3. Onduleur en pont à sortie triphasée

L'onduleur triphasé en pont est constitué d'une source de tension continue et six interrupteurs bidirectionnels en courant.

Cet onduleur est très utilisé en modulation de largeur d'impulsions pour l'alimentation de récepteurs triphasés équilibrés à tension et fréquence variables.

De plus si le récepteur est couplé en étoile sans neutre ou en triangle, les harmoniques multiples de 3 sont éliminés.

La figure 2.9. représente un onduleur triphasé en pont avec récepteur couplé en étoile.

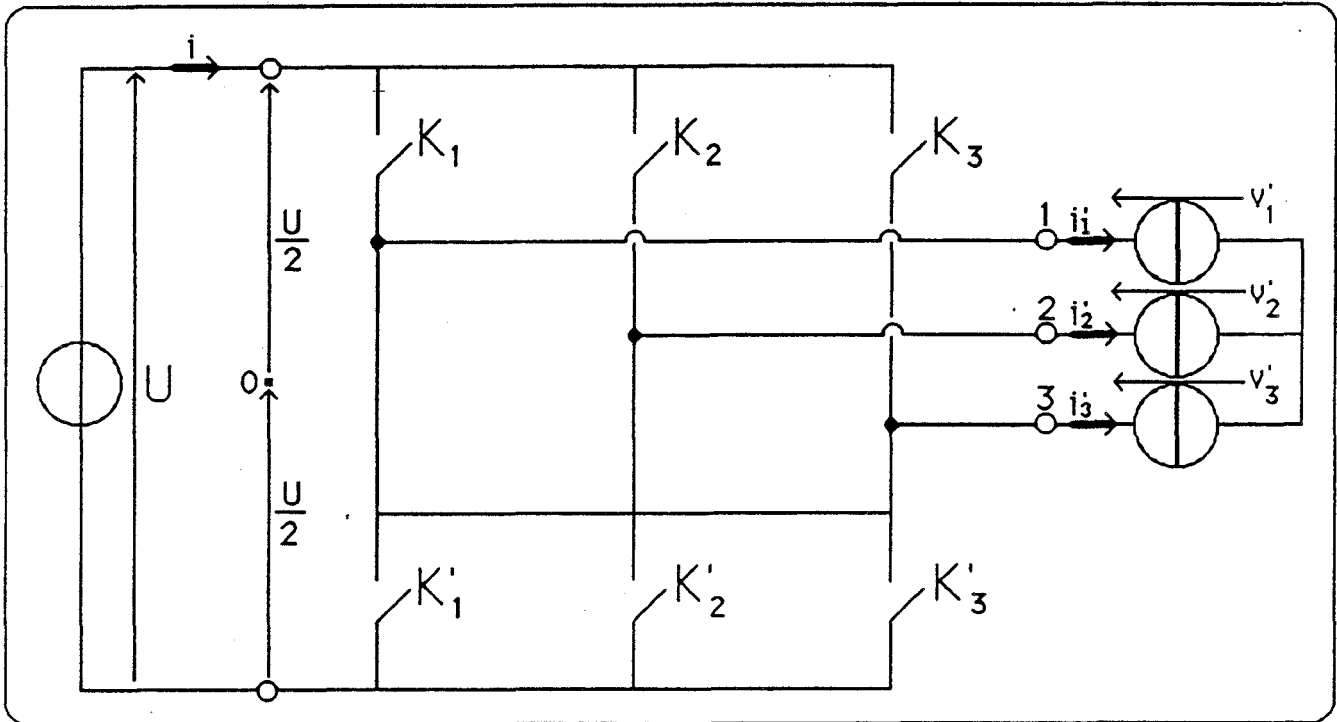


Figure 2.9.

L'onduleur triphasé en pont peut être considéré comme étant la superposition de trois onduleurs monophasés en demi-pont.

Chacune des tensions de sortie est formée d'un signal bistable prenant les valeurs $-U/2$ et $+U/2$ mais décalées de $2\pi/3$ l'une par rapport à l'autre.

Les harmoniques multiples de 3 sont éliminés par le couplage du récepteur, le critère quadratique à minimiser ne comportera donc pas d'harmoniques multiples de 3, il s'écrit donc :

$$J_1 = \left(b_1 - \frac{4}{\pi} r \right)^2 + \sum_{n=1}^{E(\frac{m}{2})} b_{6n-1}^2 + \sum_{n=1}^{E(\frac{m-1}{2})} b_{6n+1}^2$$

La figure 2.10. représente la variation des angles de commande des interrupteurs pour $m = 4$ dans le cas de la non pondération puis de la pondération en $1/n$ et $1/n^2$.

La figure 2.11. représente la variation des angles de commutation pour $m = 5$ dans les mêmes cas.

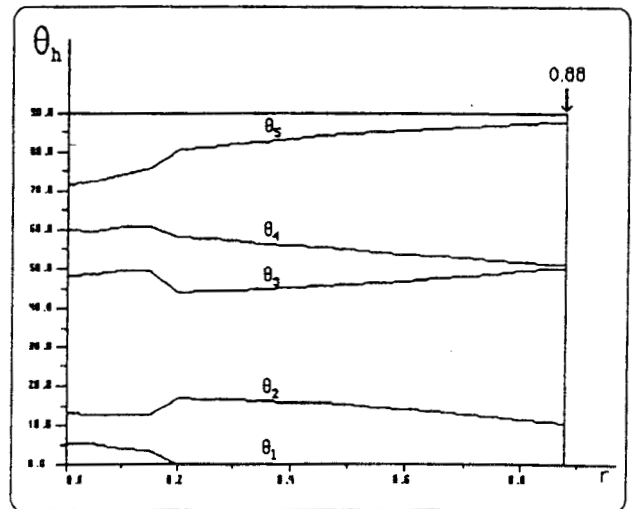
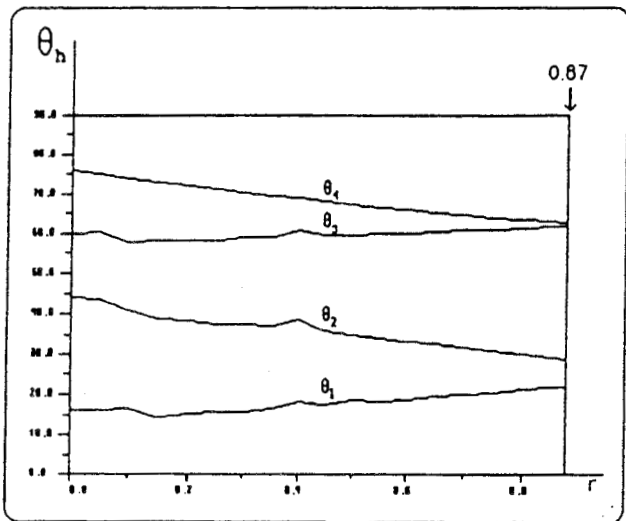
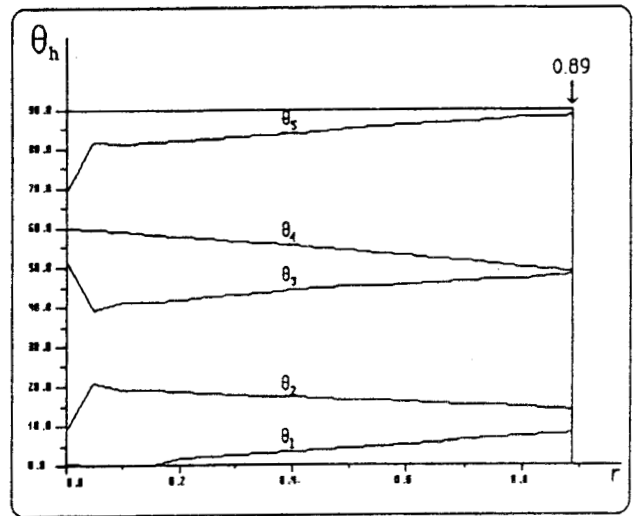
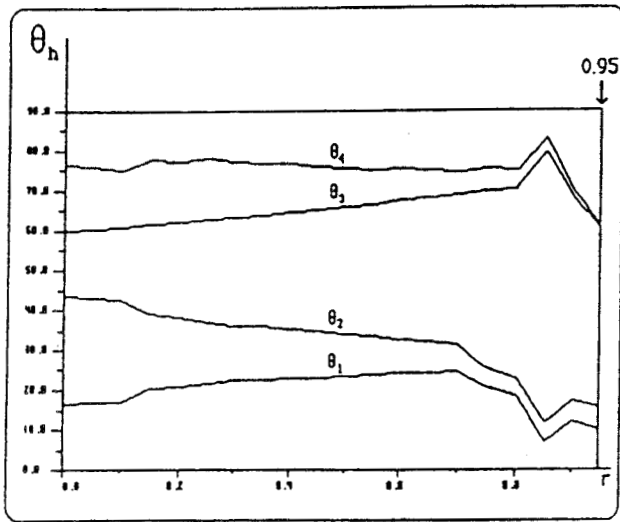
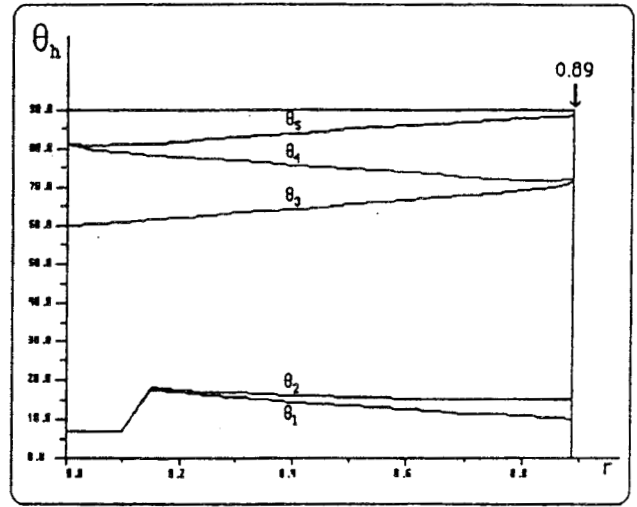
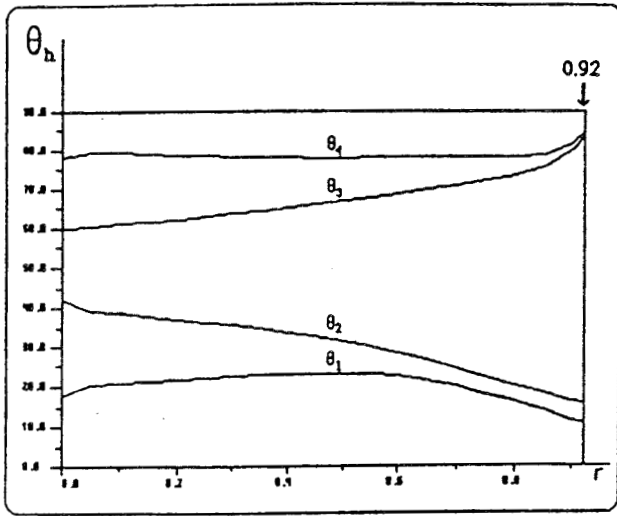


Figure 2.10.

Figure 2.11.

5. HARMONIQUES DU COURANT D'ENTREE EN FONCTION DES HARMONIQUES DES TENSIONS DE SORTIE

La conservation de la puissance instantanée dans le cas où la sortie est polyphasée permet d'exprimer les harmoniques du courant d'entrée en fonction des harmoniques des tensions de sortie.

Le résultat a été établi dans le paragraphe 3 où la tension d'entrée est parfaitement continue.

Cette relation s'exprime par :

$$I_{hq} = \frac{q}{U} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V'_n I'_{hq-n}, \quad \forall h \in \mathbb{Z}$$

q est le rang du système de sortie et U la tension continue d'entrée.

5.1. Cas où la sortie est monophasée

Si la sortie de l'onduleur est monophasée, $q = 1$. Les harmoniques du courant d'entrée sont liés d'une façon très simple aux harmoniques de sortie par :

$$I_h = \frac{1}{U} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V'_n I'_{h-n}, \quad \forall h \in \mathbb{Z}$$

La tension de sortie formée soit par un signal bistable soit par un signal tristable ne comporte pas d'harmoniques pairs.

L'expression des I_h devient :

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{V'_{2n+1}}{U} \cdot I'_{h-2n-1}$$

- Si le signal est bistable, v' prend deux valeurs $-U/2$ et $+U/2$, l'expression des harmoniques de tension est :

$$\frac{V'_{2n+1}}{U} = \frac{2}{i\pi(2n+1)} \cdot \left(1 + 2 \sum_{h=1}^m (-1)^h \cos(2n+1)\theta_h \right)$$

- Si le signal est tristable, v' prend trois valeurs $-U, 0$ et $+U$, l'expression des harmoniques de tension est :

$$\frac{V'_{2n+1}}{U} = \frac{8}{i\pi(2n+1)} \cdot \left(\sum_{h=1}^m (-1)^{h-1} \cos(2n+1)\theta_h \right)$$

La connaissance du récepteur permet de déterminer la forme d'onde du courant débité dans celui-ci. Si l'on considère que l'impédance de l'ensemble filtre récepteur est telle que le courant fourni par l'onduleur est sinusoïdal, l'expression du courant de sortie peut être donnée sous sa forme complexe par $i'(e^{i\theta} - e^{-i\theta})$, donc $i'_1 = i' = -i'_{-1}$.

Le courant d'entrée est proportionnel au produit de deux fonctions impaires v' et i' , ce courant est donc une fonction paire de θ et son développement en série de Fourier complexe est :

$$i = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} I_{2n} e^{i2n\theta}$$

avec :

$$I_{2n} = I'_1 \left(\frac{V'_{2n-1}}{U} - \frac{V'_{2n+1}}{U} \right)$$

En développant ce courant en série de Fourier réelle, on obtient :

$$i = I_0 + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} I_{2n} \cos(2n\theta)$$

$$i = |I'_1| \cdot \frac{E}{U} \cdot (b_1 + (b_3 - b_1) \cos 2\theta + (b_5 - b_3) \cos 4\theta + \dots)$$

On voit donc que les harmoniques des courants d'entrée sont directement liés, et de façon très simple, aux harmoniques de la tension de sortie donc à la stratégie de la commande.

* La valeur moyenne du courant d'entrée ne dépend que du fondamental de la tension de sortie.

$$\langle i \rangle = |I'_1| \cdot b_1 \cdot \frac{E}{U}$$

* La valeur efficace du courant de sortie est $|I'_1| \cdot \sqrt{2}$ et celle du fondamental de la tension de sortie rapportée à E est $b_1 / \sqrt{2}$.

* La valeur moyenne du courant d'entrée est donc le produit des valeurs efficaces de la tension et du courant de sortie divisé par la tension d'entrée. Cette propriété, valable uniquement si le courant de sortie est sinusoïdal, ne fait que traduire la conservation de la puissance moyenne.

* La valeur efficace des harmoniques du courant d'entrée est donnée par $\sqrt{2} \cdot |I_{2n}|$, avec :

$$|I_{2n}| = |I'_1| \cdot \frac{E}{2U} \cdot |b_{2n+1} - b_{2n-1}| \quad (26)$$

L'élimination des $m - 1$ premiers harmoniques de tension par la méthode de la modulation de la largeur d'impulsions permet d'éliminer en même temps les $m - 2$ premiers harmoniques pairs du courant d'entrée excepté l'harmonique 2 qui devient égal à :

$$- |I'_1| \cdot b_1 \cdot \frac{E}{U} \cdot \cos 2\theta$$

l'existence d'un tel harmonique inhérente au principe rend le filtrage plus difficile à l'entrée de l'onduleur monophasé.

5.2. Cas où la sortie est triphasée

Si la sortie de l'onduleur est triphasée, $q = 3$ et les harmoniques du courant primaire s'expriment simplement par :

$$I_{3h} = \frac{3}{U} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V'_n I_{3h-n}, \quad \forall h \in \mathbb{Z}$$

La tension de sortie de la phase 1 est une fonction impaire et symétrique par rapport à $\pi/2$, elle ne comporte donc que des harmoniques impairs dans son développement en série de Fourier, l'expression des I_{3h} est donc :

$$I_{3h} = \frac{3}{U} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} V'_{2n+1} I_{3h-(2n+1)}$$

Si le courant débité dans la première phase est sinusoïdal, son expression complexe s'écrit toujours $I'_1 (e^{i\theta} - e^{-i\theta})$, les harmoniques du courant d'entrée sont donc liés d'une façon très simple aux harmoniques de la tension de sortie .

$$I_{6n} = 3 I'_1 \left(\frac{V'_{6n-1}}{U} - \frac{V'_{6n+1}}{U} \right)$$

Les harmoniques existants dans le développement en série de Fourier du courant d'entrée sont outre la valeur moyenne, tous les harmoniques de rangs multiples de 6. L'expression d'un tel courant est :

$$i = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} I_{6n} e^{6in\theta}$$

ou encore sous forme de série de Fourier réelle :

$$i = I_0 + 2 \sum_{n=1}^{+\infty} I_{6n} \cos 6n\theta$$

Soit donc :

$$i = 3 \cdot \frac{E}{U} \cdot |I'_1| \cdot (b_1 + (b_7 - b_5) \cdot \cos 6\theta + (b_{13} - b_{11}) \cdot \cos 12\theta + \dots)$$

* La valeur moyenne de ce courant est :

$$\langle i \rangle = 3 |I'_1| \cdot b_1 \cdot \frac{E}{U} = 3 \cdot (|I'_2| \cdot \sqrt{2}) \cdot \left(b_1 \frac{E}{\sqrt{2}} \right) / U$$

Elle est donc égale à trois fois le produit des valeurs efficaces du fondamental de tension et du courant de sortie de la phase 1 divisé par la tension continue à condition toutefois que le courant soit sinusoïdal. C'est là encore la conséquence de la conservation de la puissance moyenne.

* La valeur efficace des harmoniques du courant d'entrée est donnée par $\sqrt{2} |I_{6n}|$, avec :

$$|I_{6n}| = \frac{3}{2} \cdot \frac{E}{U} \cdot |I'_1| \cdot |b_{6n+1} - b_{6n-1}| \quad (27)$$

La modulation de la largeur d'impulsions permet d'éliminer $m - 1$ harmoniques de la tension en créneaux, les k premiers harmoniques du courant i qui sont, rappelons le de rangs multiples de 6, seront alors supprimés, k est lié à m par :

$$k = E \left(\frac{m - 1}{2} \right)$$

E désignant la fonction partie entière ; par exemple si $m = 5$, le premier harmonique de tension est de rang 17, le premier harmonique de courant, puisque $k = 2$ est de rang 18.

Dans le cas de l'onduleur triphasé, le filtrage des harmoniques restants sera plus aisé et la taille du filtre d'entrée dépendra de celle du filtre de sortie.

5.3. Représentation des harmoniques de la tension en créneaux

5.3.1. Onduleur monophasé en 1/2 pont

La technique de commande de cet onduleur permet de former un signal bistable, les angles de commutation de cette onde sont calculés de telle sorte que le fondamental soit réglé à la tension désirée et que les harmoniques soient repoussés vers les valeurs élevées. Pour mieux se rendre compte du procédé d'optimisation utilisé, il est intéressant de représenter graphiquement le fondamental, les harmoniques éliminés ainsi que les premiers harmoniques existants en fonction du paramètre de réglage r .

La figure 2.12. donne les variations du fondamental et des harmoniques 3, 5, 7, 9, 11 et 13 en fonction de r pour $m = 4$ et pour les différentes pondérations.

La figure 2.13. donne les variations des mêmes paramètres pour $m = 5$ et toujours pour les mêmes pondérations.

5.3.2. Onduleur monophasé en pont

L'onduleur monophasé en pont permet de générer à sa sortie une tension tristable, celle-ci approxime mieux la tension sinusoïdale désirée, les angles de commutation de ce signal sont obtenus par la minimisation du critère quadratique pondéré, dans ce cas aussi, il est intéressant de pouvoir représenter graphiquement les harmoniques éliminés et les premiers harmoniques existants en fonction de r .

La figure 2.14. représente donc l'évolution de tels harmoniques en fonction de r dans les trois cas de pondération pour $m = 4$.

La figure 2.15. représentera les variations des mêmes paramètres en fonction de r dans les mêmes cas pour $m = 5$.

5.3.3. Onduleur triphasé en pont

Le signal de sortie d'un tel onduleur est toujours un signal bistable mais l'architecture de la sortie élimine les harmoniques multiples de 3, le critère quadratique à optimiser ne tient plus compte de ces harmoniques.

La minimisation d'un tel critère permet de déterminer les angles de commutation et de là les harmoniques de rangs $6n \pm 1$.

La figure 2.16. donne les variations des harmoniques impairs et non multiples de 3 en fonction de r pour les trois types de pondération et pour $m = 4$.

La figure 2.17. représente la variation des mêmes harmoniques pour $m = 5$.

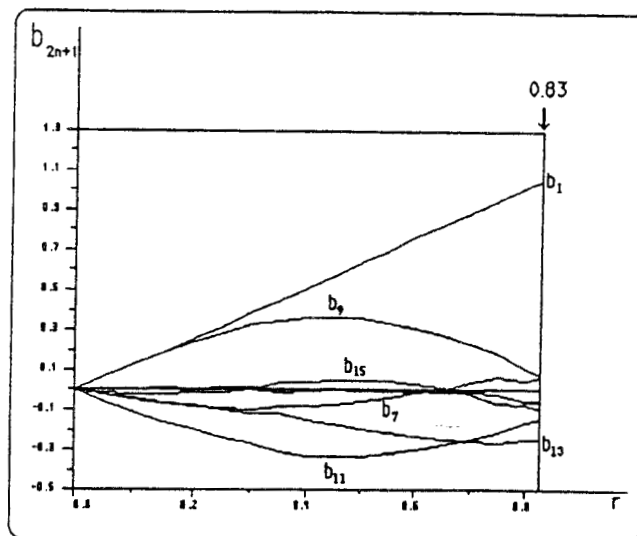
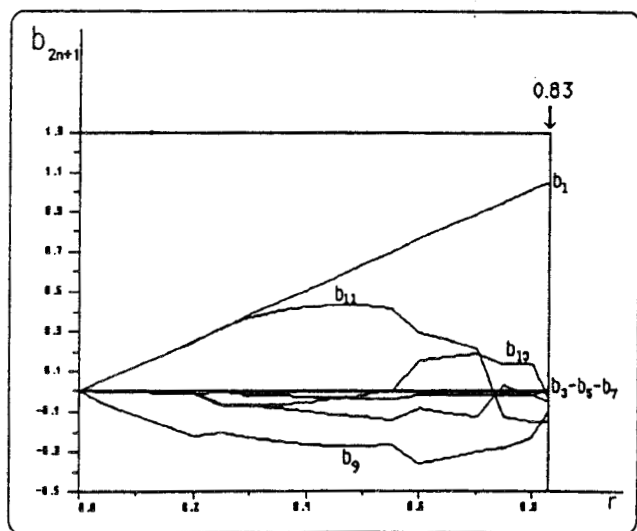
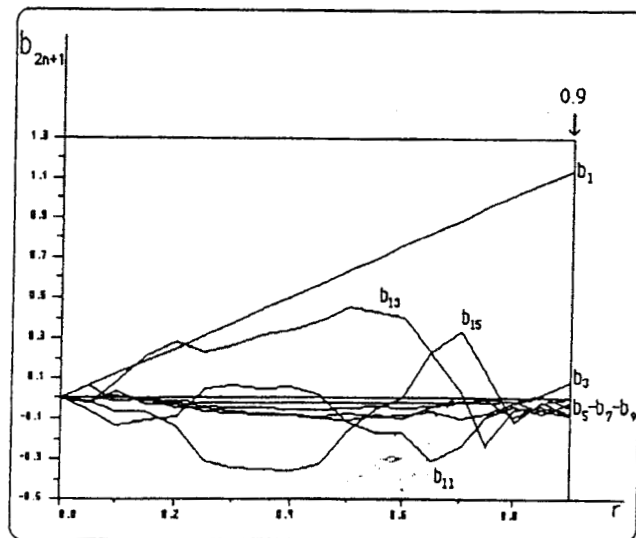
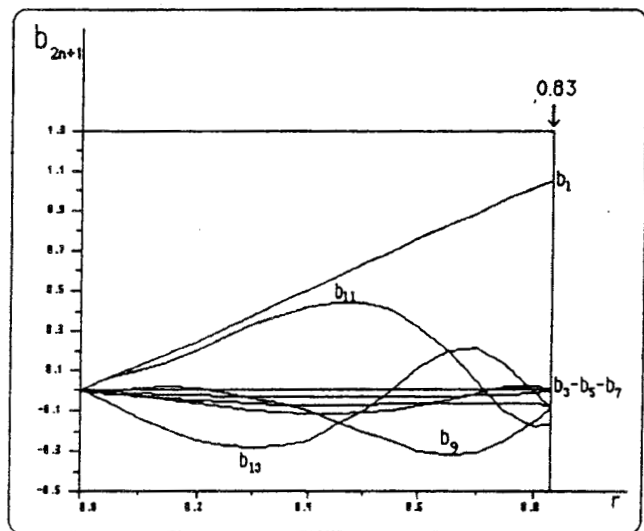
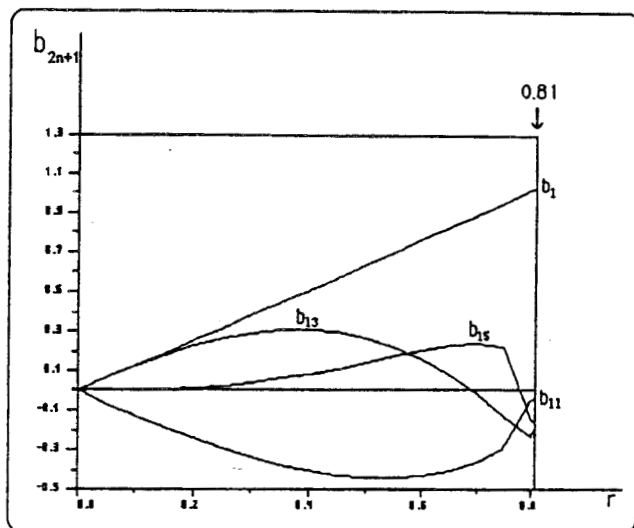
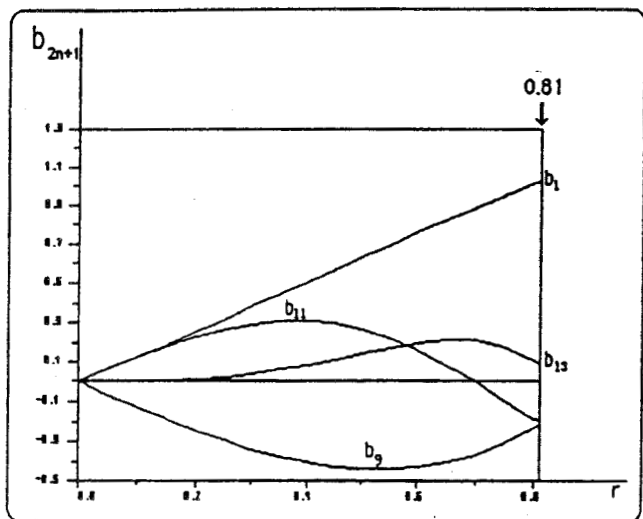


Figure 2.14.

Figure 2.15.

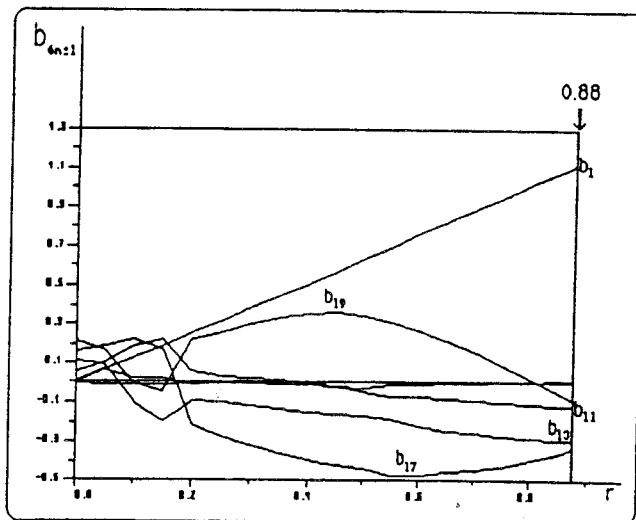
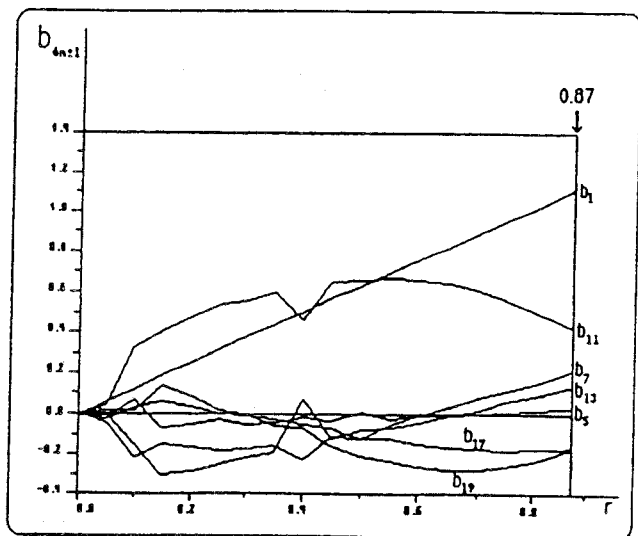
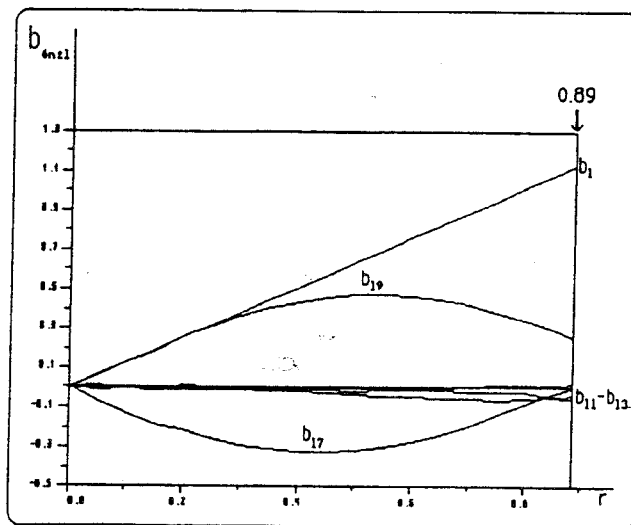
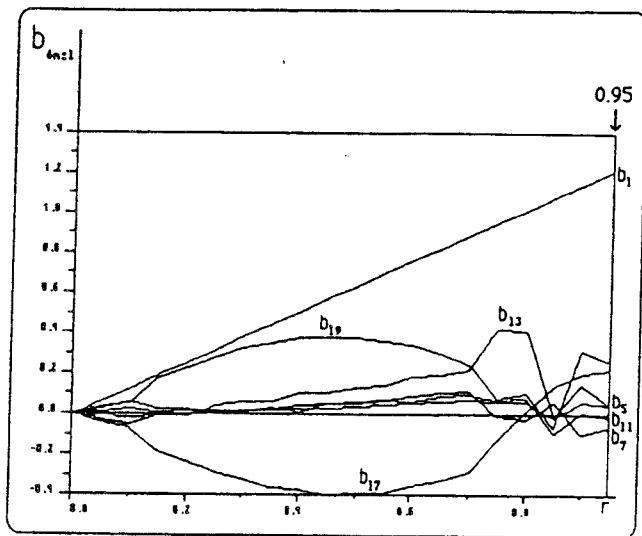
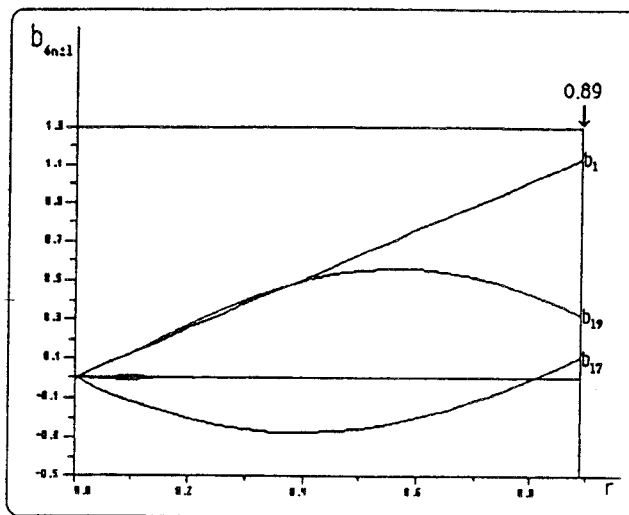
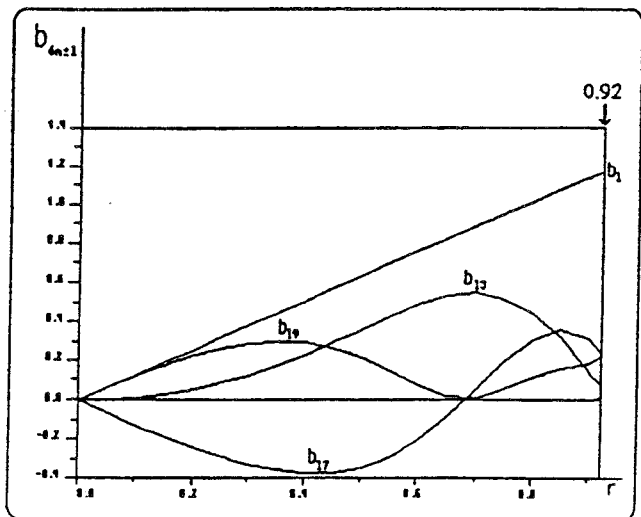


Figure 2.16.

Figure 2.17.

5.4. Représentation des harmoniques des courants d'entrée

Les relations déjà établies dans le paragraphe 5.2. vont nous permettre de déduire le tracé des harmoniques du courant primaire de ceux des harmoniques de la tension de sortie.

5.4.1. Onduleur monophasé en demi pont

La conservation de la puissance instantanée a permis d'exprimer le courant d'entrée sous forme de série de Fourier réelle, de plus $E/U = 1/2$, donc :

$$i = \frac{|I'_1|}{2} (b_1 + (b_3 - b_1) \cos 2\theta + (b_5 - b_3) \cos 4\theta + \dots)$$

La valeur moyenne de ce courant est $|I'_1| b_1 / 2$, elle est donc proportionnelle à la valeur efficace du fondamental de la tension de sortie, celle-ci est proportionnelle au paramètre de réglage r , $\langle i \rangle$ est donc liée à r par :

$$\langle i \rangle = \frac{4 |I'_1|}{2\pi} \cdot r, \text{ donc } \frac{\langle i \rangle}{I'_{1,eff}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot r$$

La valeur efficace des harmoniques de rang $2n$ est donnée par :

$$\frac{I_{2n,eff}}{I'_{1,eff}} = \frac{1}{4} |b_{2n+1} - b_{2n-1}| \quad n \geq 1$$

On représentera donc sur la figure 2.18. l'évolution des harmoniques 2, 4, 6, 8, 10 et 12 pour $m = 4$ en fonction de r ainsi que la valeur moyenne de i notée I_0 .

La figure 2.19. donne l'évolution des harmoniques 2, 4, 6, 8, 10 et 12 pour $m = 5$ ainsi que I_0 .

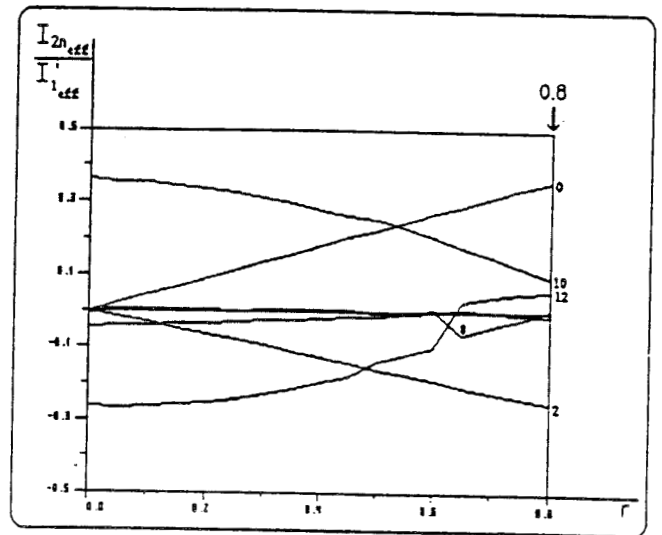
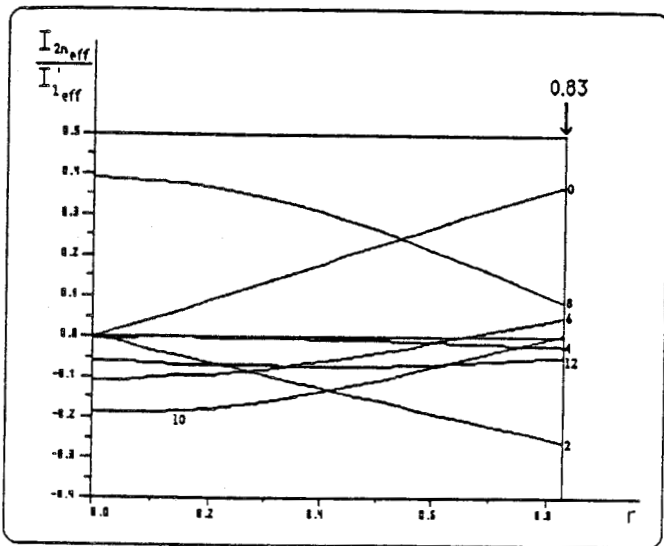
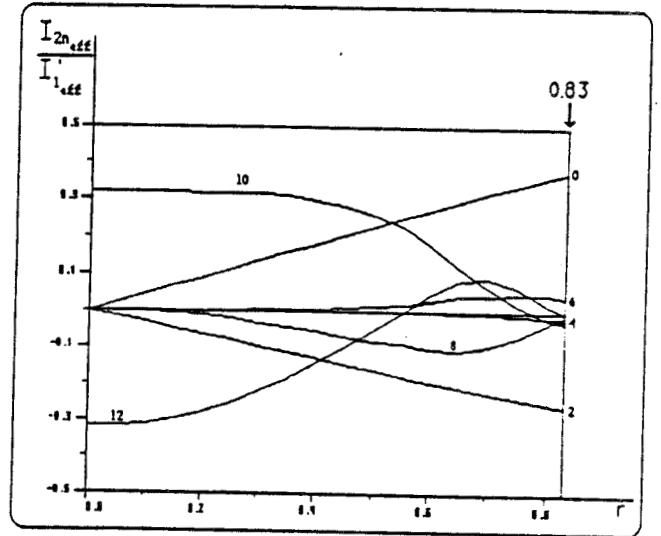
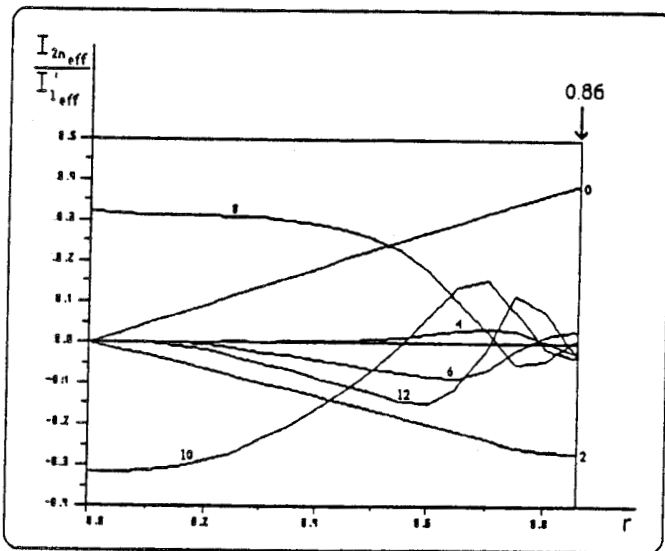
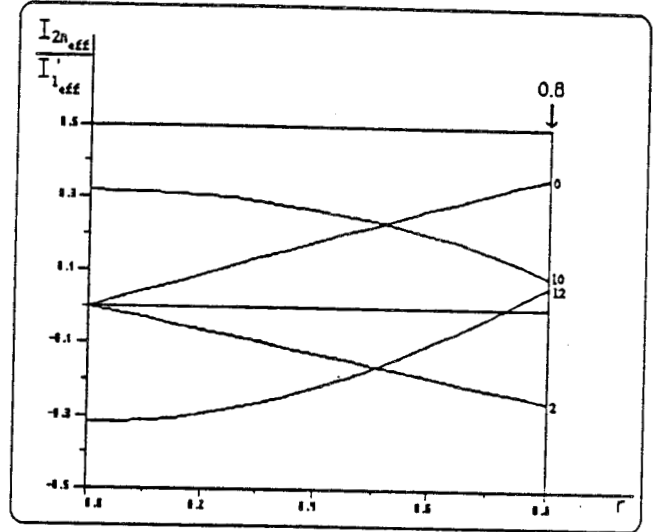
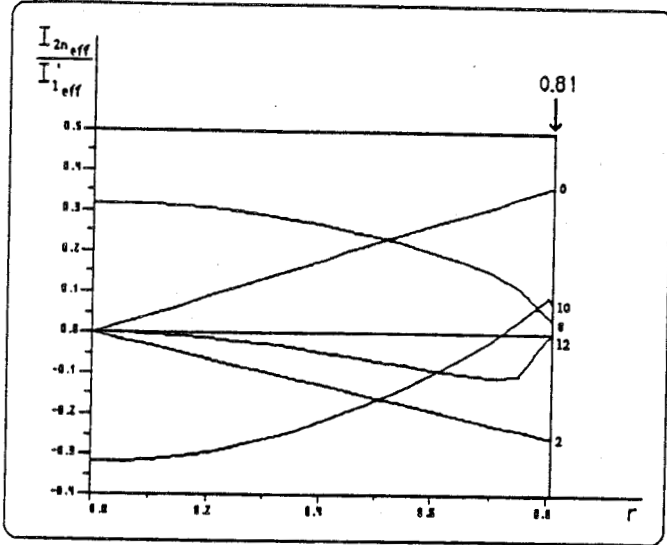


Figure 2.18.

Figure 2.19.

5.4.2. Onduleur monophasé en pont

L'expression du courant d'entrée est toujours donnée sous forme de sa série de Fourier réelle :
 $E/U = 1$ donc :

$$i = |I'_{1,1}| \cdot (b_1 + (b_3 - b_1) \cos 2\theta + (b_5 - b_3) \cos 4\theta + \dots)$$

La valeur moyenne I_0 ainsi que la valeur efficace des harmoniques pairs ont pour expressions :

$$\frac{I_0}{|I'_{1,n}|} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cdot r \quad \text{et} \quad \frac{I_{2n,n}}{|I'_{1,n}|} = \frac{1}{2} |b_{2n+1} - b_{2n-1}| \quad n \geq 1$$

Les figures 2.20. et 2.21. représentent les variations des harmoniques ainsi que de la valeur moyenne en fonction de r respectivement pour $m = 4$ et $m = 5$.

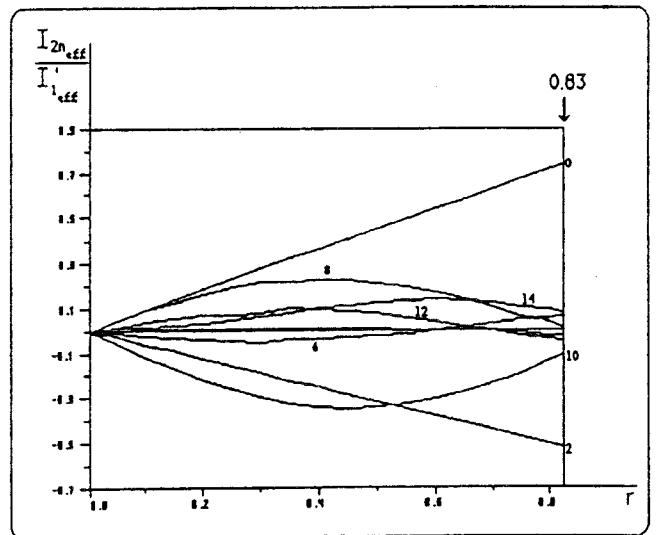
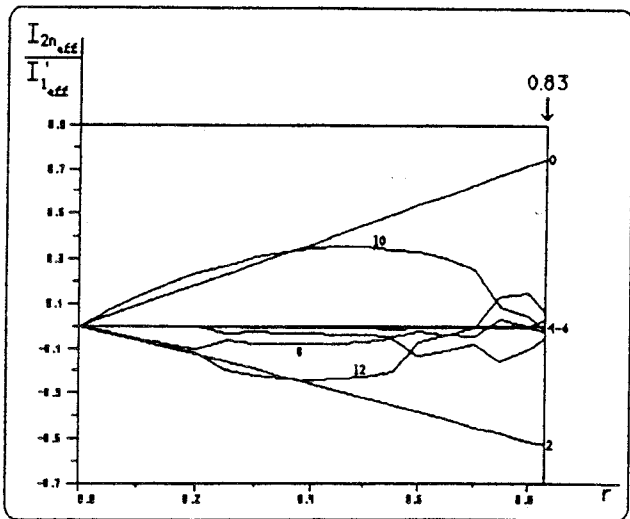
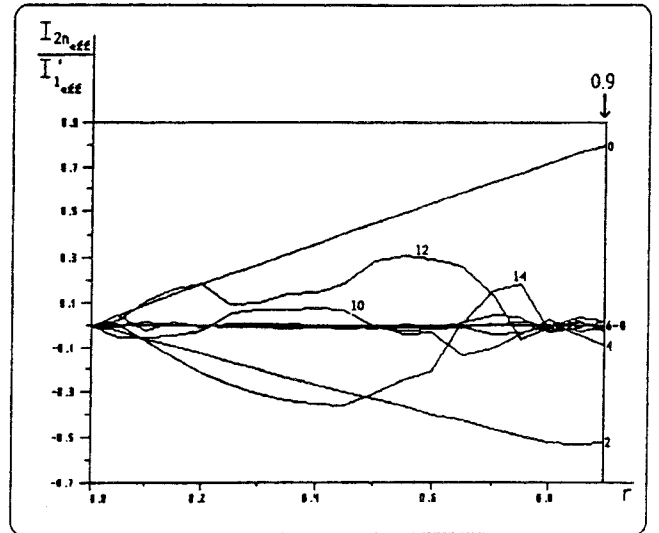
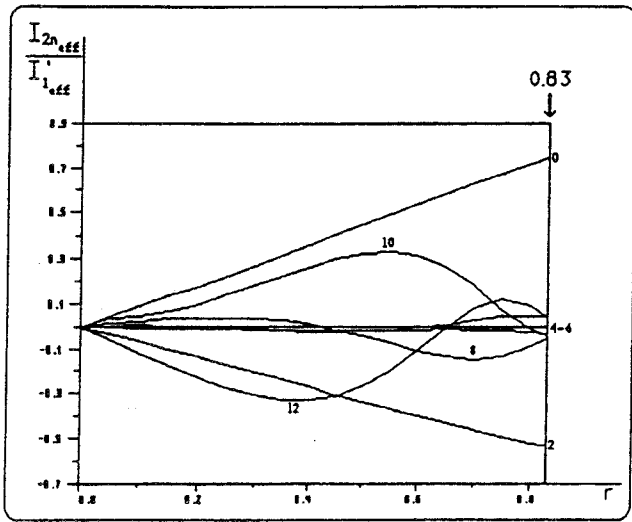
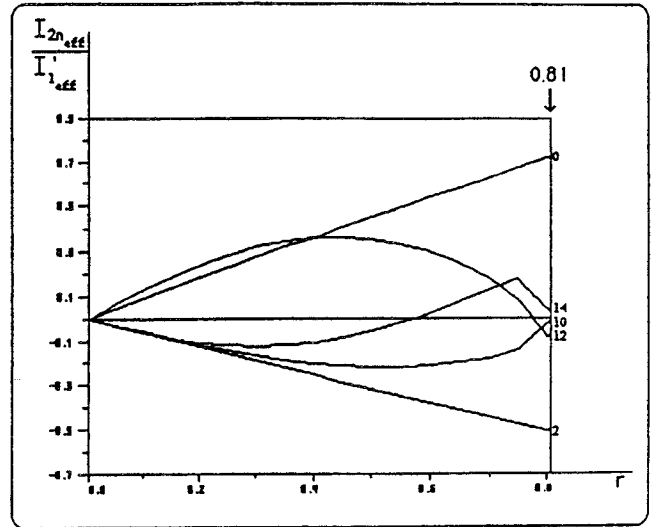
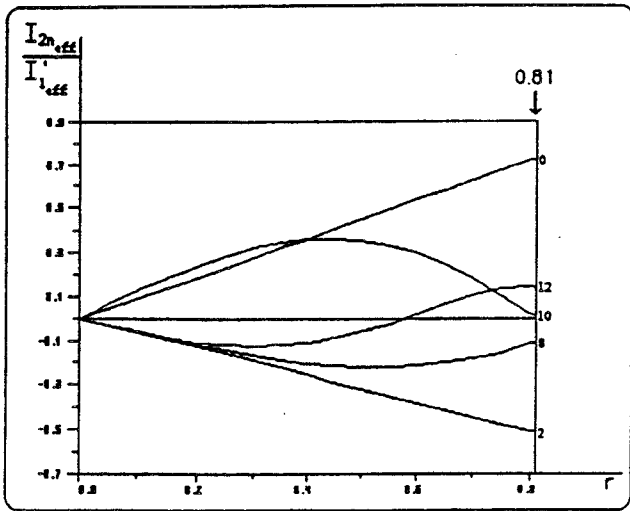


Figure 2.20.

Figure 2.21.

5.4.3. Onduleur triphasé en pont

La conservation de la puissance instantanée permet de déduire que les harmoniques du courant d'entrée sont outre la valeur moyenne de rangs multiples de 6.

Son développement en série de Fourier réelle s'écrit donc avec $E = U/2$:

$$i = \frac{3}{2} |I'_{1}| \cdot (b_1 + (b_7 - b_5) \cos 6\theta + (b_{13} - b_{11}) \cos 12\theta + \dots)$$

La valeur moyenne d'un tel courant rapportée à la valeur efficace du courant de sortie est liée à r par une relation très simple :

$$\frac{I_0}{I'_{1,eff}} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cdot r$$

Les valeurs efficaces des harmoniques multiples de 6 rapportées à $I'_{1,eff}$ sont :

$$\frac{I_{6n,eff}}{I'_{1,eff}} = \frac{3}{4} |b_{6n+1} - b_{6n-1}| \quad n \geq 1$$

On va représenter sur les figures 2.22. et 2.23. les variations de I_0 ainsi que les harmoniques 6, 12 et 18 pour $m = 4$ et les harmoniques 6, 12, 18 et 24 pour $m = 5$ en fonction du paramètre de réglage r .

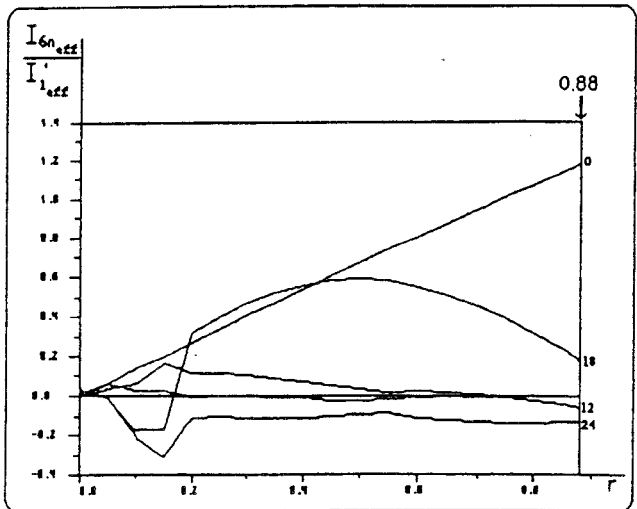
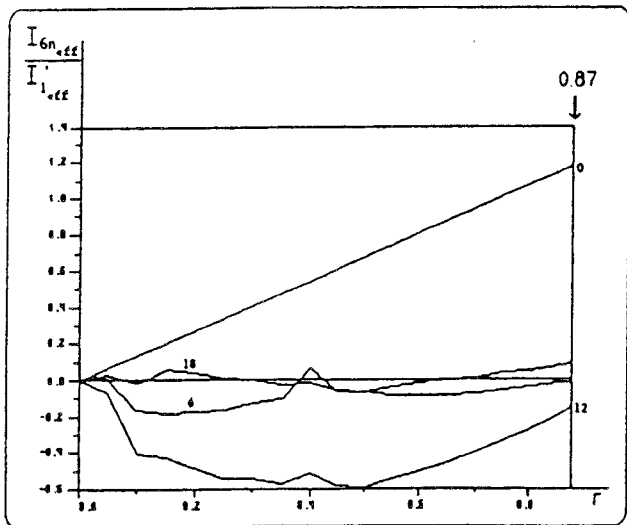
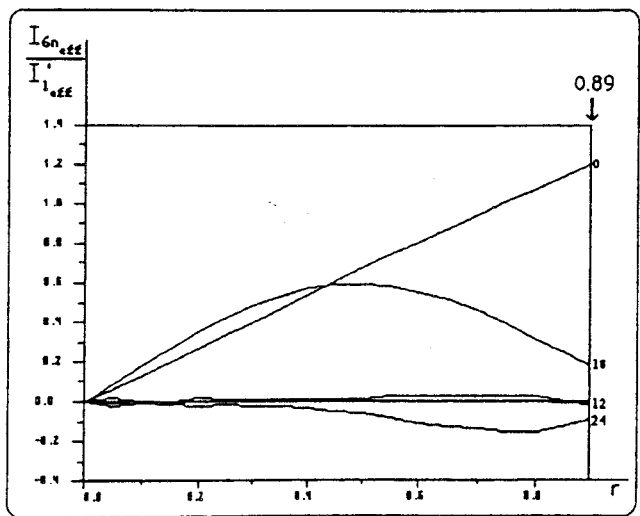
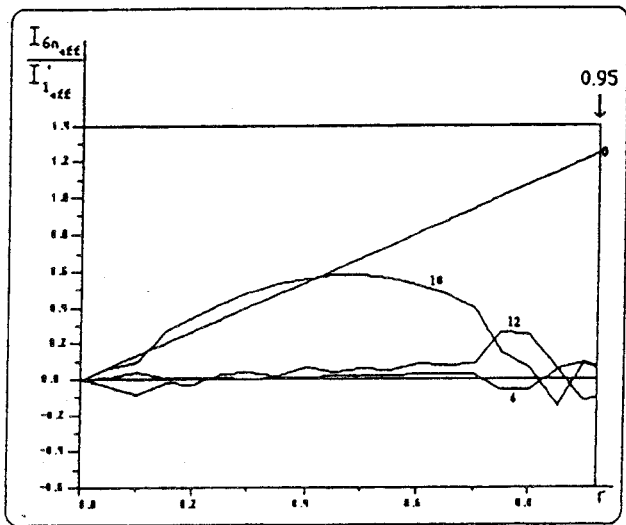
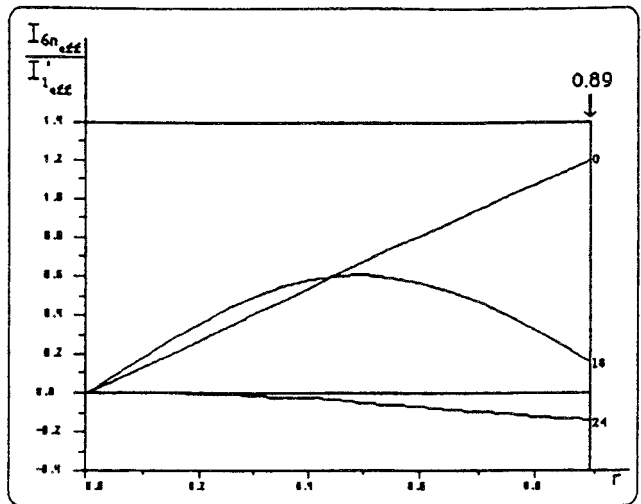
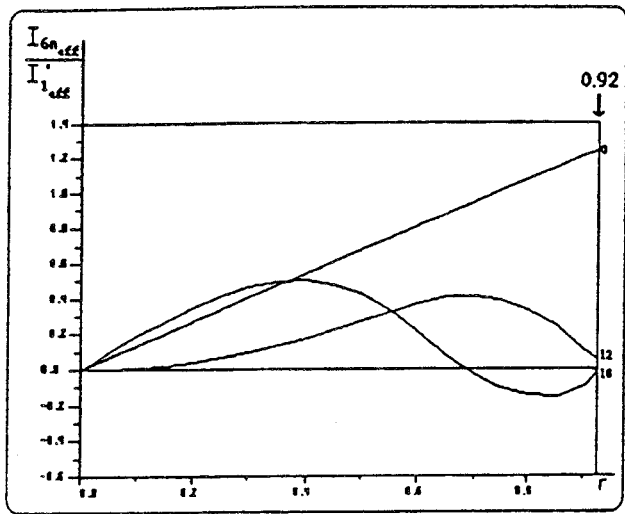


Figure 2.22.

Figure 2.23.

6. TAUX D'HARMONIQUES ET FACTEUR D'ONDULATION

6.1. Taux d'harmoniques de la tension de sortie

Pour caractériser la qualité de la tension de sortie, il est habituel de calculer le taux d'harmoniques. On peut tout aussi bien la caractériser par le rapport donnant la valeur efficace du fondamental ramenée à celle de la tension de sortie. Ce rapport noté τ_L a pour expression :

$$\tau_L = \frac{V'_1}{V'} = \frac{V'_1}{\sqrt{V'^2_1 + \sum_{h \geq 2} V'^2_h}} \quad (28)$$

Le choix de ce paramètre se justifie par la compacité des résultats analytiques, et par la possibilité, connaissant la nature du récepteur d'en déduire aisément le facteur de puissance F_L à la sortie de l'onduleur. En effet :

$$F_L = \frac{P}{S} = \frac{V'_1 I' \cos \phi}{V' I'} = \tau_L \cos \phi$$

ϕ désigne le déphasage entre la tension et le courant dans une phase de sortie de l'onduleur.

6.1.1. Onduleur monophasé en demi pont

Puisqu'à la sortie de l'onduleur, l'onde de tension est un signal bistable valant soit $+U/2$ soit $-U/2$, la valeur efficace de la tension est donnée par :

$$v'^2_{1,eff} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} v'^2_1(\theta) d\theta$$

or :

$$\forall \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right], v'^2_1(\theta) = \left(\frac{U}{2}\right)^2$$

donc :

$$v'_{1,eff} = \frac{U}{2}$$

La valeur maximale du fondamental de tension est égale à : $U b_1 / 2$. τ_L s'exprime donc par :

$$\tau_L = \frac{\frac{U}{2} \cdot b_1}{\sqrt{2} \cdot \frac{U}{2}}$$

soit :

$$\tau_L = \frac{b_1}{\sqrt{2}}$$

$\frac{b_1}{\sqrt{2}}$ est la valeur efficace du fondamental rapportée à E.

Or b_1 est réglé par le critère quadratique à $\frac{4}{\pi} r$. Donc :

$$\tau_L = \frac{2 \sqrt{2}}{\pi} \cdot r = 0,90 r$$

La représentation de τ_L en fonction de r est donc une droite de pente $2\sqrt{2} / \pi$, Quelque soit le type de découpage et de pondération réalisé.

6.1.2. Onduleur monophasé en pont

Le signal de sortie d'un onduleur monophasé en pont est un signal tristable pouvant prendre les valeurs - U, 0 et + U.

La valeur efficace d'un tel signal s'exprime en fonction des angles de commutation.

$$v_{1,\pi}^2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} v_{i1}^2(\theta) d\theta = \frac{2}{\pi} \sum_{h=0}^m K_h^2 \cdot U^2 \cdot \int_{\theta_h}^{\theta_{h+1}} d\theta$$

d'où :

$$v_{1,\pi} = U \cdot \left(\sum_{h=1}^m 2(-1)^h \frac{\theta_h}{\pi} + \frac{1 + (-1)^{m+1}}{2} \right)^{1/2}$$

τ_L est le rapport de la valeur efficace du fondamental ramenée à celle de la tension, la valeur maximale du fondamental est $U b_1$. τ_L a donc comme expression :

$$\tau_L = \frac{b_1}{\sqrt{1 + (-1)^{m+1} + \frac{4}{\pi} \sum_{h=1}^m (-1)^h \theta_h}}$$

En fonction de r , $b_1 = (4/\pi) \cdot r$ et la figure 2.24. représente donc les variations de ce facteur de puissance en fonction de r dans les trois cas de modulation étudiées respectivement pour $m = 4$ et $m = 5$.

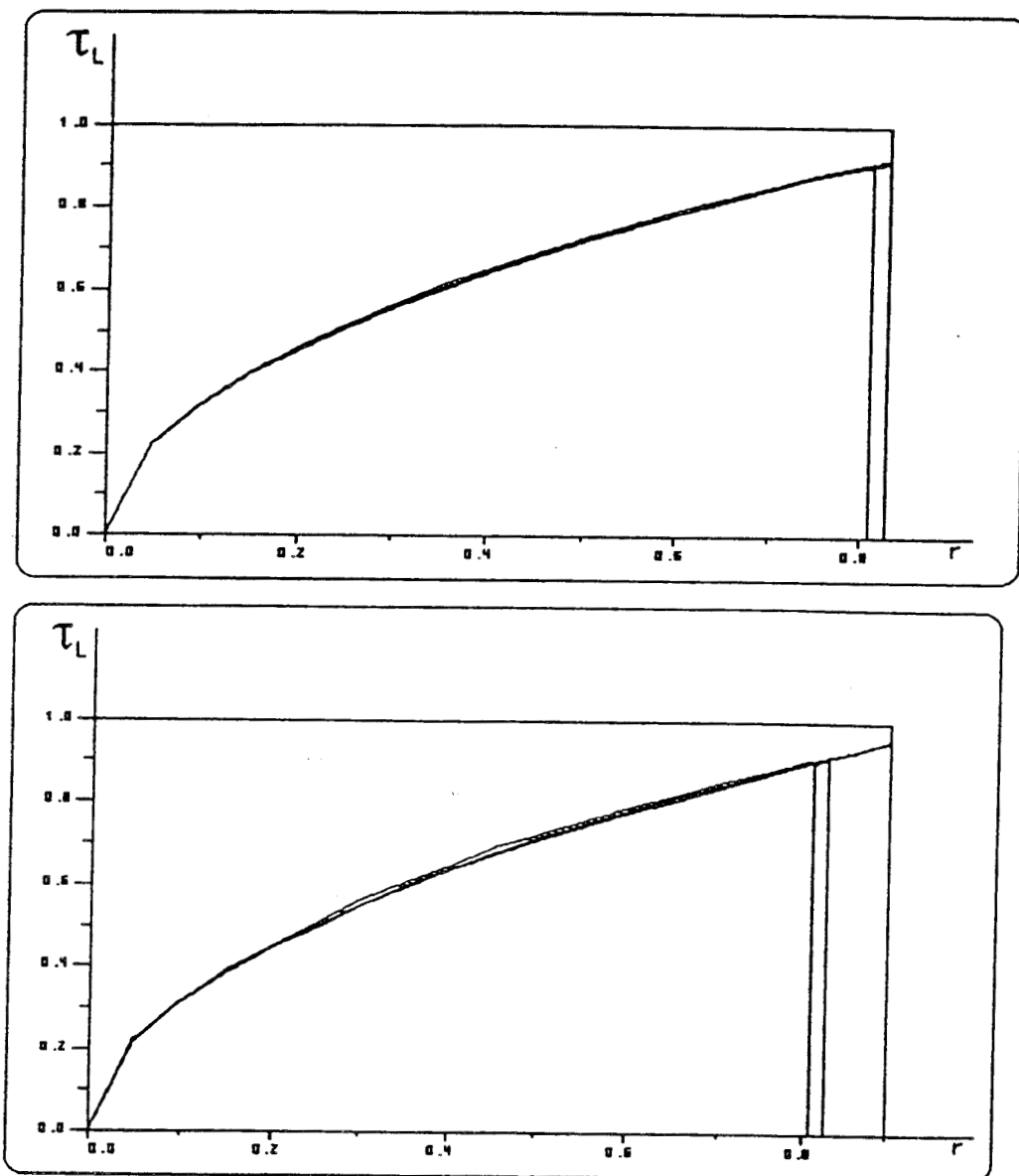


Figure 2.24.

6.1.3. Onduleur triphasé en pont

La tension à la sortie d'un onduleur en demi pont est toujours un signal bistable. Puisque la sortie est triphasée, les harmoniques multiples de 3 sont éliminés.

La valeur efficace d'un tel signal s'exprime comme une somme infinie de modules d'harmoniques :

$$v_{1,\text{eff}}^2 = \left(\frac{U}{2}\right)^2 \cdot (b_1^2 + b_5^2 + b_7^2 + b_{11}^2 + b_{13}^2 + \dots)$$

soit :

$$v_{1,\text{eff}}^2 = \left(\frac{U}{2}\right)^2 \cdot \left(1 - \sum_{n=1}^{+\infty} b_{3n}^2\right)$$

De plus, le système triphasé à la sortie de l'onduleur est un système équilibré, c'est-à-dire que :

$$v'_2 = v'_1 \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

et

$$v'_3 = v'_1 \left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$$

Considérons la tension composée $v'_1 - v'_2$; son développement en série de Fourier complexe s'écrit :

$$\frac{v'_1 - v'_2}{\frac{U}{2}} = \frac{1}{2i} \left(\sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_{2n+1} e^{i(2n+1)\theta} - \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_{2n+1} e^{i(2n+1)\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} \right)$$

soit :

$$\frac{v'_1 - v'_2}{\frac{U}{2}} = \frac{1}{2i} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_{2n+1} e^{i(2n+1)\theta} \cdot \left(1 - e^{-i(2n+1)\frac{2\pi}{3}}\right)$$

ou bien :

$$\frac{v'_1 - v'_2}{\frac{U}{2}} = \frac{1}{2i} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(b_{6n+1} e^{i(6n+1)\theta} \cdot (1 - j) + b_{6n-1} e^{i(6n-1)\theta} \cdot (1 - j) \right)$$

avec j le nombre complexe $e^{2i\pi/3}$.

L'égalité de Parseval d'une telle fonction s'exprime par :

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{v'_1(\theta) - v'_2(\theta)}{\frac{U}{2}} \right)^2 d\theta = \frac{3}{4} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (b_{6n-1}^2 + b_{6n+1}^2) = \frac{3}{2} (b_1^2 + b_5^2 + b_7^2 + b_{11}^2 + b_{13}^2 + \dots)$$

Finalement :

$$v'_{1,\pi}{}^2 = \frac{1}{3\pi} \int_0^{2\pi} \left(v'_1(\theta) - v'_1\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \right)^2 d\theta$$

$$v'_{1,\pi}{}^2 = \frac{1}{3\pi} \left(\pi U^2 - 2 \int_0^{2\pi} v'_1(\theta) \cdot v'_1\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) d\theta \right)$$

Par des considérations de symétrie, $v'_{1\text{ eff}}$ s'écrit :

$$\left(\frac{v'_{1\text{ eff}}}{\frac{U}{2}} \right)^2 = \frac{4}{3\pi} \left(\pi - \int_0^{\pi} \left(\frac{v'_1}{\frac{U}{2}} \right)(\theta) \cdot \left(\frac{v'_1}{\frac{U}{2}} \right)\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) d\theta \right)$$

De cette expression, on déduit celle donnant τ_L .

$$\tau_L = \frac{\frac{U}{2\sqrt{2}} b_1}{v'_{1\text{ eff}}}$$

donc :

$$\tau_L = \frac{b_1 \sqrt{2}/4}{\sqrt{\frac{1}{3\pi} \left(\pi - \int_0^{\pi} f(\theta) \cdot f\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) d\theta \right)}}, \text{ avec } f(\theta) = \frac{v'_1}{\left(\frac{U}{2}\right)}(\theta)$$

La figure 2.25. donne les variations de ce facteur de puissance en fonction du paramètre de réglage r , $b_1 = 4r / \pi$, pour les trois pondérations respectivement pour $m = 4$ et $m = 5$.

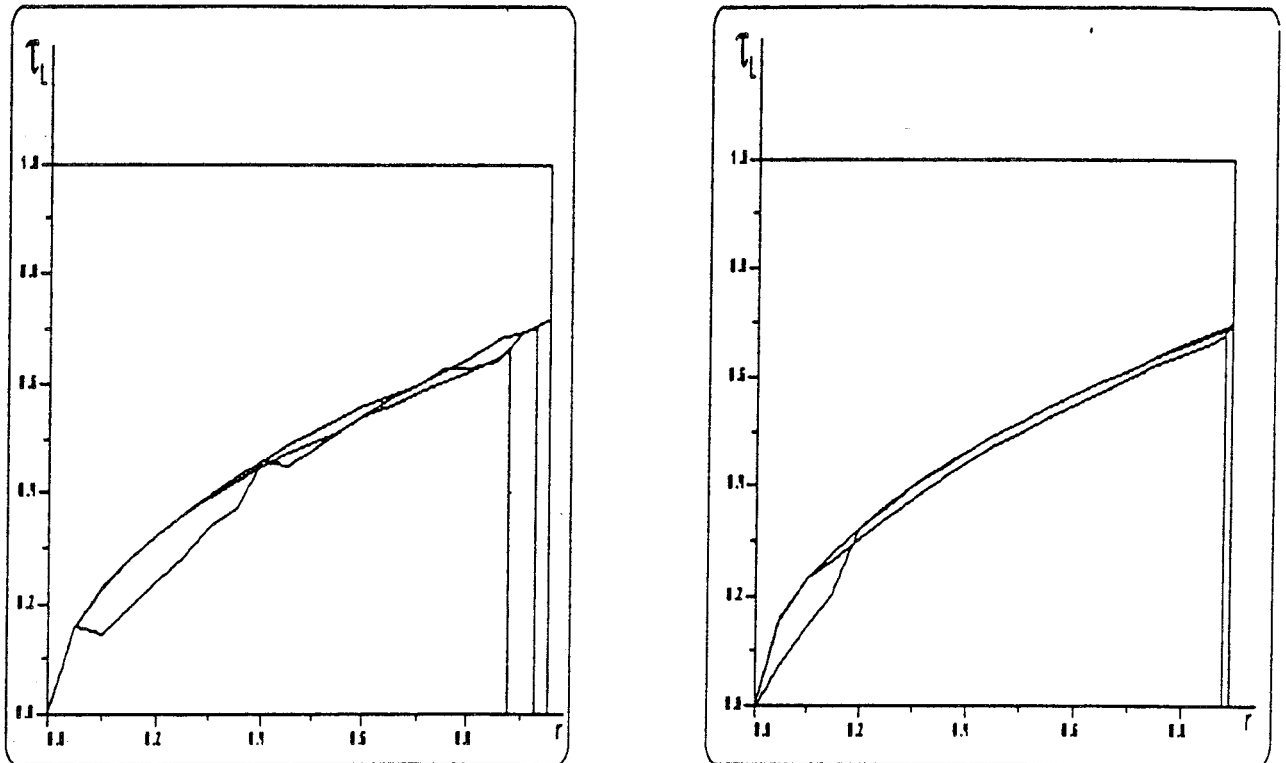


Figure 2.25.

6.2. Facteur d'ondulation du courant d'entrée i

Le facteur d'ondulation est calculé à partir du développement en série de Fourier d'un signal périodique ; présentant une valeur moyenne, on notera ce facteur F_{ud} .

Ce facteur est le rapport entre la valeur moyenne de ce signal et sa valeur efficace. Avec les mêmes notations, on obtient :

$$F_{ud} = \frac{I_0}{\sqrt{I_0^2 + 2 \sum_{h=1}^{+\infty} |I_h|^2}}$$

6.2.1. Onduleur monophasé

Avec un onduleur monophasé, l'expression du courant d'entrée sous forme de série de Fourier réelle est d'après 5.1. :

$$i = |I'_1| \cdot \frac{E}{U} \cdot (b_1 + (b_3 - b_1) \cdot \cos 2\theta + (b_5 - b_3) \cdot \cos 4\theta + \dots)$$

L'expression du facteur d'ondulation s'écrit donc :

$$F_{ud} = \frac{|b_1|}{\sqrt{b_1^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} (b_{2n+1} - b_{2n-1})^2}} \quad (29)$$

L'égalité de Parseval appliquée à un tel signal s'exprime par :

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i^2(\theta) d\theta = \left(\frac{E}{U}\right)^2 \cdot |I'_1|^2 \left(b_1^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} (b_{2n+1} - b_{2n-1})^2\right)$$

De plus, la conservation de la puissance instantanée entre l'entrée et la sortie permet de lier i aux variables de sortie.

$$i(\theta) = \frac{v'_1}{U}(\theta) \cdot I'_1(\theta)$$

Posons :

$$g(\theta) = \frac{v'_1}{E}(\theta) \cdot \sin \theta$$

g est une fonction périodique de période π et symétrique par rapport à $\pi/2$. Donc :

$$\frac{U}{E} \cdot \frac{i(\theta)}{|I'_1|} = 2 \cdot g(\theta)$$

Le facteur d'ondulation devient :

$$F_{ud} = \frac{|b_1|}{\sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{U}{E} \cdot \frac{I(\theta)}{|I_1|} \right) d\theta}} = \frac{|b_1|}{2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} g^2(\theta) d\theta}}$$

Il est donc nécessaire de distinguer le cas du signal bistable et celui du signal tristable.

6.2.1.1. Cas du signal bistable

La tension en créneaux prend uniquement les valeurs $\pm U/2$, cette tension élevée au carré est égale à $(U/2)^2$.

$$\forall \theta \in \mathbb{R} \quad g^2(\theta) = \sin^2 \theta \quad \text{et} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} g^2(\theta) d\theta = \frac{\pi}{4}$$

donc :

$$F_{ud} = |b_1| \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{avec} \quad |b_1| = \frac{4}{\pi} \cdot r$$

La représentation de F_{ud} en fonction de r est une droite de pente $2\sqrt{2}/\pi$ dans les trois cas de pondérations.

6.2.1.2. Cas du signal tristable

La tension en créneaux prend trois valeurs 0 et $\pm U$, cette tension au carré prend donc deux valeurs 0 et U^2 .

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{2}} g^2(\theta) d\theta &= \sum_{h=0}^m \int_{\theta_h}^{\theta_{h+1}} g^2(\theta) d\theta = 4 \sum_{h=0}^m K_h^2 \int_{\theta_h}^{\theta_{h+1}} \sin^2 \theta d\theta \\ &= \left[\sum_{h=1}^m (-1)^h (2\theta_h - \sin 2\theta_h) + \frac{1 + (-1)^{m+1}}{2} \cdot \pi \right] \end{aligned}$$

En remplaçant dans l'expression du facteur d'ondulation, on obtient :

$$F_{ud} = \frac{|b_1|}{2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi} \cdot \sum_{h=1}^m (-1)^h \cdot (2 \theta_h - \sin 2 \theta_h) + (1 + (-1)^{m+1})}}$$

La figure 2.26. donne les variations de F_{ud} en fonction de r , $|b_1| = 4r / \pi$, pour les trois cas de pondérations respectivement pour $m = 4$ et $m = 5$.

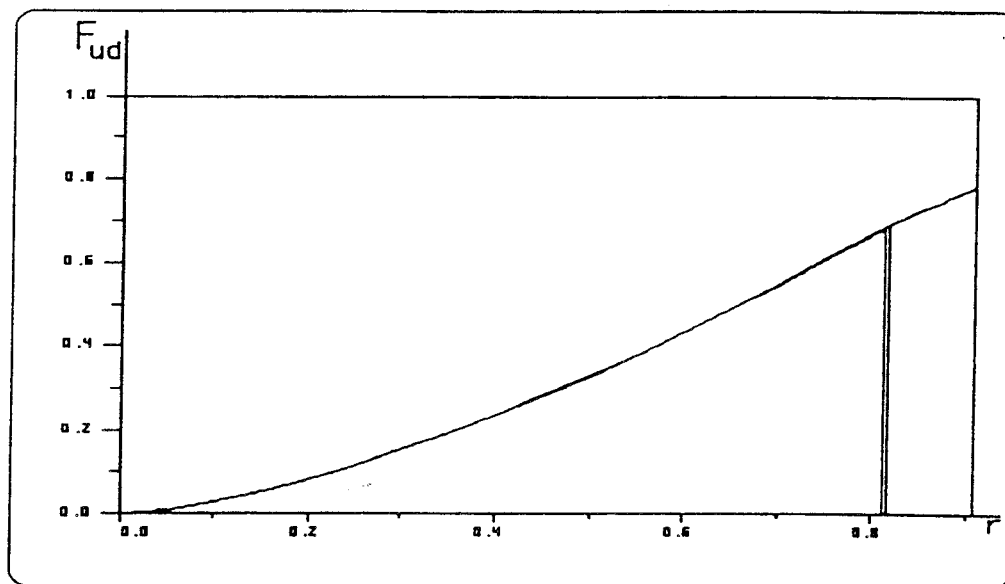
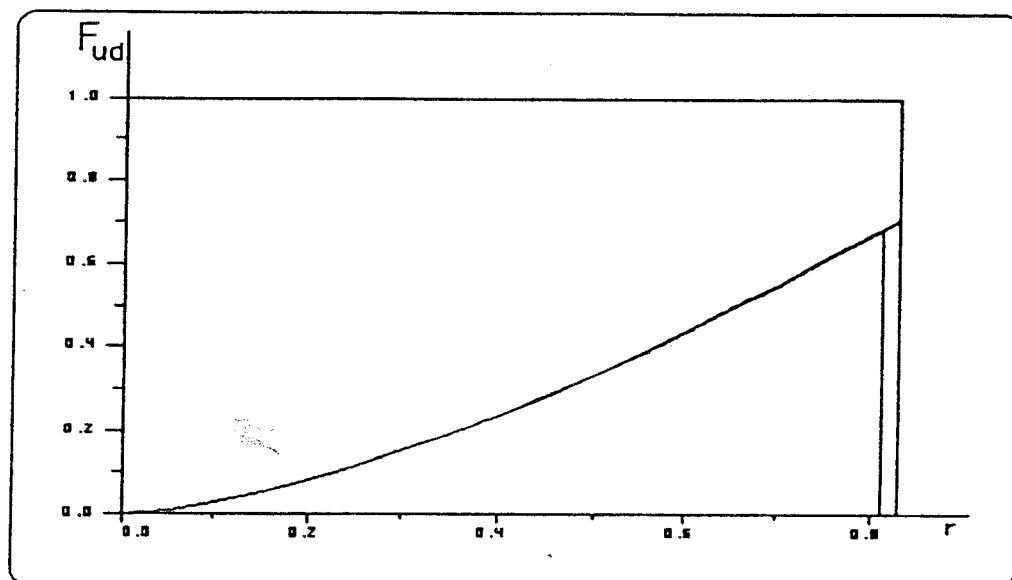


Figure 2.26.

6.2.2. Onduleur triphasé

La sortie de l'onduleur est triphasée, la conservation de la puissance instantanée entre l'entrée et la sortie a permis de déduire le développement en série de Fourier du courant en ligne, d'après 5.2.

$$i = 3 |I'_1| \cdot \frac{E}{U} \cdot (b_1 + (b_7 - b_5) \cdot \cos 6\theta + (b_{13} - b_{11}) \cos 12\theta + \dots)$$

Le facteur d'ondulation s'exprime par :

$$F_{ud} = \frac{|b_1|}{\sqrt{b_1^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} (b_{6n+1} - b_{6n-1})^2}} \quad (30)$$

En appliquant l'égalité de Parseval à un tel signal :

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i^2(\theta) d\theta = 9 \cdot |I'_1|^2 \cdot \left(\frac{E}{U}\right)^2 \left(b_1^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} (b_{6n+1} - b_{6n-1})^2\right)$$

le calcul de cette valeur quadratique du courant ne peut se faire que par la connaissance de l'expression temporelle de ce courant.

La conservation de la puissance instantanée permet d'égaliser instantanément la puissance à l'entrée de l'onduleur et à sa sortie, donc :

$$i(\theta) = \frac{v'_1 i'_1(\theta) + v'_2 i'_2(\theta) + v'_3 i'_3(\theta)}{U}$$

De par la définition de $g(\theta)$, $i(\theta)$ s'écrit :

$$\frac{U}{3E} \cdot \frac{i(\theta)}{|I'_1|} = \frac{2}{3} \left(g(\theta) + g\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + g\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \right) = \frac{2}{3} h(\theta)$$

Le facteur d'ondulation a donc pour expression :

$$F_{ud} = \frac{|b_1|}{\sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(\frac{U}{3E} \cdot \frac{1(\theta)}{|I_1|} \right)^2 d\theta}}$$

Par des considérations de symétrie,

$$\int_0^{2\pi} h^2(\theta) d\theta = 6 \left(\int_0^{\pi} g^2(\theta) d\theta + 2 \int_0^{\pi} g(\theta) \cdot g\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) d\theta \right)$$

la tension étant bistable

$$\int_0^{\pi} g^2(\theta) d\theta = \int_0^{\pi} \sin^2 \theta d\theta = \frac{\pi}{2},$$

l'expression du facteur d'ondulation prend alors une expression simplifiée :

$$F_{ud} = \frac{3|b_1|}{2 \cdot \sqrt{\frac{3}{2} + \frac{6}{\pi} \int_0^{\pi} g(\theta) \cdot g\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) d\theta}}$$

La figure 2.27. donne les variations de F_{ud} en fonction du paramètre de réglage r , $|b_1| = 4r / \pi$, dans les cas de pondération du critère quadratique.

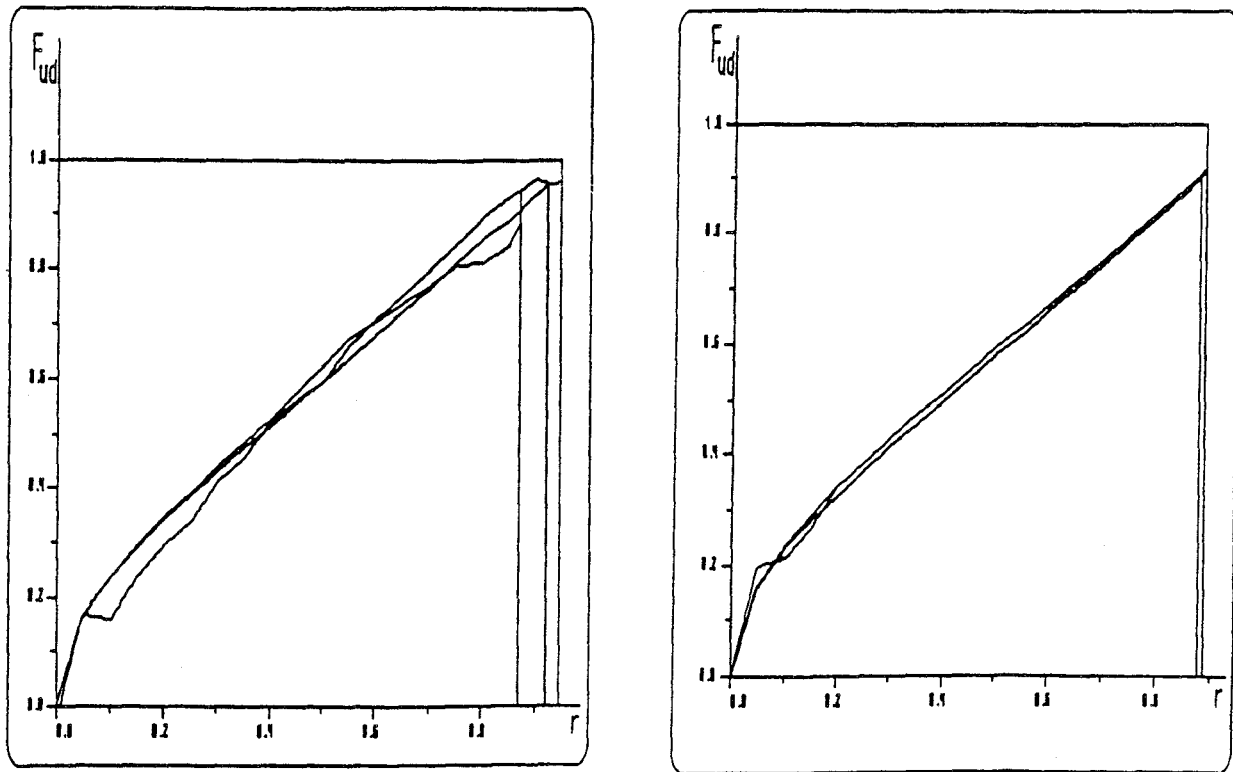


Figure 2.27.

6.3. Filtre de sortie

La tension délivrée par l'onduleur M.L.I. est une tension en créneaux. La modulation permet de régler le fondamental de tension à la valeur désirée et de repousser les harmoniques vers les fréquences élevées afin de faciliter le filtrage.

Le filtre de sortie permet d'obtenir une tension sensiblement sinusoïdale aux bornes de la charge.

La figure 2.28. représente la schématisation de l'ensemble charge-filtre.

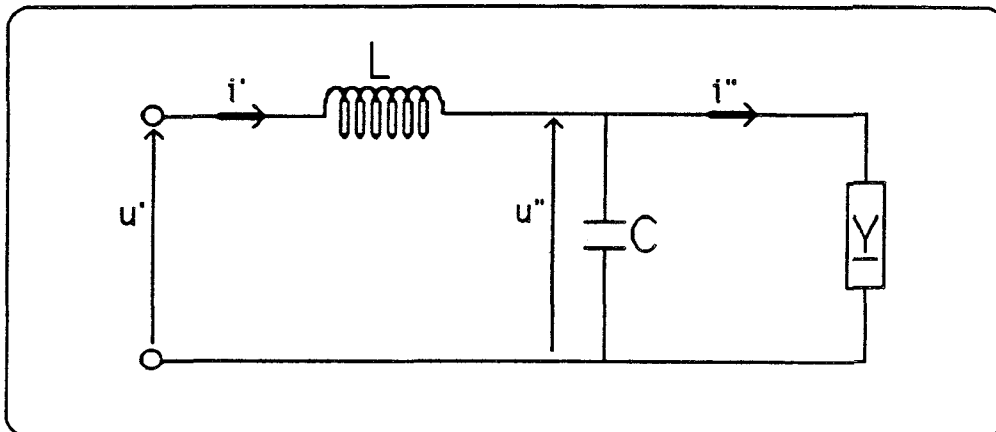


Figure 2.28.

La charge est représentée par son admittance Y .

Nous allons étudier l'influence de ce filtre sur les harmoniques de tension et de courant de rangs n .

La pulsation propre ω_f du filtre est donnée par :

$$\omega_f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Les grandeurs d'entrée et de sortie du filtre sont liées par :

$$U''_n = U'_n \cdot \frac{1}{1 - \left(\frac{n\omega}{\omega_f}\right)^2 + j L n \omega Y_n}$$

et

$$I''_n = I'_n \cdot \frac{1}{1 + j \frac{C n \omega}{Y_n}} \quad (31)$$

L'onduleur est à fréquence de sortie constante, il est donc légitime de raisonner sur les valeurs fréquentielles de ces grandeurs.

Le choix de ω_f est lié à la représentation de U_n / U'_n en fonction de $n \omega / \omega_f$ pour différents Y_n , il faut que le fondamental de tension ne soit pas affecté par le filtre et que les harmoniques de rangs élevés soient fortement réduits, cette double condition se traduit par deux inégalités :

$$\omega \ll \omega_f \ll n \omega$$

avec ω la pulsation du fondamental de tension et n le rang du premier harmonique non nul, donc :

$$n = 2m + 1 \text{ en monophasé}$$

et

$$n = 6 \cdot E \left(\frac{m+1}{2} \right) + (-1)^m \text{ en triphasé}$$

Le choix du filtre est caractérisé par le choix de ω_f , cette pulsation est liée à celle de l'onduleur par une double inégalité :

$$1 \ll \frac{\omega_f}{\omega} \ll n$$

m représente le nombre de commutations de la tension de sortie par quart de période.

6.4. Filtre d'entrée

Le développement en série de Fourier du courant d'entrée montre que ce dernier présente outre sa composante continue des harmoniques de rangs pairs dans le cas d'une sortie monophasée et multiples de 6 dans le cas d'une sortie triphasée.

L'utilisation d'un filtre de type $L_S - C$ entre la source de tension imparfaite et l'onduleur est donc nécessaire : la capacité C permet de rétablir le caractère de source de tension et l'inductance L_S réduit les ondulations du courant d'entrée i .

La figure 2.29. représente le schéma d'un tel filtre en aval de la source de tension.

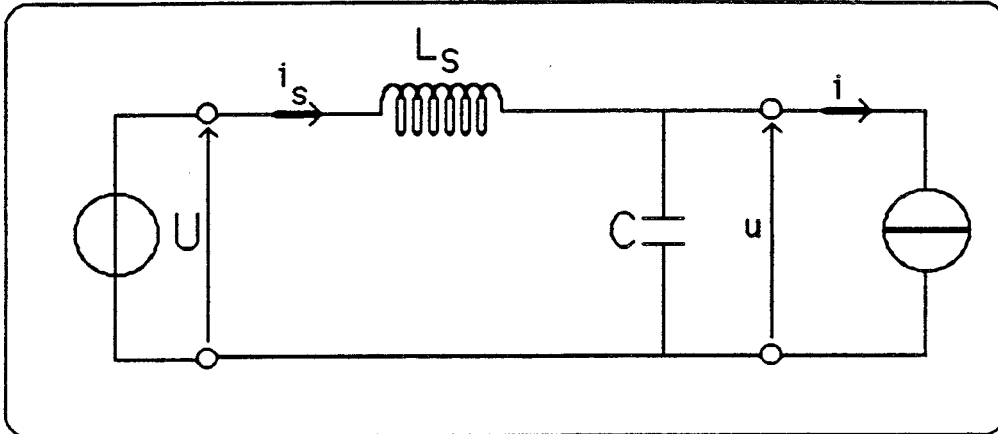


Figure 2.29.

Le filtre est caractérisé par sa pulsation propre :

$$\omega_f = \frac{1}{\sqrt{L_s C}}$$

et sa conductance propre :

$$G_f = \sqrt{\frac{C}{L_s}}$$

Les grandeurs d'entrée et de sortie du filtre sont liées par :

$$\frac{I_{s_n}}{I_n} = \frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{n \omega}{\omega_f} \right)^2 \right|} \quad \text{et} \quad \frac{U_n}{\left(\frac{I_n}{G_f} \right)} = \frac{n \frac{\omega}{\omega_f}}{\left| 1 - \left(\frac{n \omega}{\omega_f} \right)^2 \right|} \quad (32)$$

La représentation graphique de ces grandeurs en fonction de $n \omega / \omega_f$ montre que pour réduire l'ondulation du courant c'est-à-dire les harmoniques du courant i_s , il est nécessaire de réduire le premier harmonique existant dans le développement en série de Fourier de ce courant, ce premier harmonique dépend du nombre de phases à la sortie de l'onduleur.

6.4.1. Cas d'une sortie monophasée

Si la sortie de l'onduleur est monophasée, le premier harmonique non nul est celui de rang 2.

L'inégalité à respecter pour un bon lissage du courant d'entrée est :

$$\frac{2 \omega}{\omega_f} \gg 1$$

soit :

$$\frac{\omega_f}{\omega} \ll 2$$

Dans ces conditions, l'harmonique n de la tension d'entrée de l'onduleur s'écrit :

$$U_n = \frac{I_n}{C n \omega}$$

cette tension est d'autant moins ondulée que le premier harmonique non nul est négligeable devant sa valeur moyenne, cela se traduit par :

$$2 C \omega \gg \frac{I_2}{U_s}$$

soit :

$$C \gg \frac{I_2}{2 \omega U_s} \quad U_s = U$$

D'après le développement en série de Fourier du courant d'entrée, l'harmonique 2 a pour module :

$$\frac{E}{U} \cdot |I'_1| \cdot |b_3 - b_1|$$

la modulation de la largeur d'impulsions permet d'annuler b_3 et de régler b_1 à $4 r / \pi$, la condition supplémentaire sur C est donc :

$$C \gg \frac{2 \cdot |I'_1| \cdot r \cdot E}{\pi \omega U^2}$$

- Si la tension est bistable : $E = U/2$ et :

$$C \gg \frac{r |I'_1|}{\pi \omega U}$$

Le calcul des angles de commutation permet de déterminer la limite supérieure à donner à r , on la notera r_{\max} .

La capacité minimale sera donc :

$$C_{\min} = \frac{r_{\max} \cdot |I'_1|}{\pi \omega U}$$

- Si la tension est tristable : $E = U$ et :

$$C \gg \frac{2 r |I'_1|}{\pi \omega U}$$

La capacité minimale est :

$$C_{\min} = \frac{2 r_{\max} \cdot |I'_1|}{\pi \omega U}$$

D'après les résultats numériques, les valeurs maximales à donner à r dans les deux cas d'onduleurs sont voisines, la capacité de filtre d'entrée d'un onduleur en pont est double de celle d'un onduleur en demi-pont.

Le filtre de sortie de l'onduleur en demi-pont est plus important que celui de l'onduleur en pont complet mais ont toutefois des caractéristiques voisines.

6.4.2. Cas d'une sortie triphasée

Si la sortie de l'onduleur est triphasée, le premier harmonique non nul est de rang multiple de 6, la modulation de la largeur d'impulsions permet d'éliminer les $m - 1$ premiers harmoniques de la tension en créneaux, si on note $6 n_1$ le rang du premier harmonique de courant non nul, on montre facilement que n_1 est lié à m par :

$$n_1 = E \left(\frac{m+1}{2} \right)$$

Pour un bon lissage du courant d'entrée, il faut que :

$$\frac{\omega_f}{\omega} \ll 6 n_1 \text{ soit } \frac{\omega_f}{\omega} \ll 6 E \left(\frac{m+1}{2} \right)$$

L'harmonique de tension correspondant à ce rang s'écrit :

$$\frac{i_{6n_1}}{6 C n_1 \omega}$$

Cet harmonique doit être négligeable devant la valeur moyenne $U_s = U$, une condition sur C est donc à imposer :

$$C \gg \frac{i_{6n_1}}{6 n_1 \omega U_s}$$

ou bien :

$$C \gg \frac{|I'_1| \cdot |b_{6n_1+1} - b_{6n_1-1}|}{4 n_1 \omega U}$$

Les onduleurs triphasés à modulation de largeur d'impulsions ont un avantage important par rapport aux onduleurs monophasés. L'augmentation du nombre m de découpage permet l'élimination d'harmoniques supplémentaires de la tension de sortie de l'onduleur, et en même temps l'élimination d'harmoniques du courant d'entrée. En monophasé, quelque soit la cadence de découpage, l'harmonique 2 est toujours présent dans le courant d'entrée. En triphasé, il est évident que la taille des filtres de sortie et d'entrée de l'onduleur sont liées.

A la sortie de l'onduleur, la pulsation propre du filtre de sortie doit obéir à une double inégalité :

$$1 \ll \frac{\omega_{fs}}{\omega} \ll 6 E \left(\frac{m+1}{2} \right) + (-1)^m$$

A l'entrée de l'onduleur, la pulsation propre du filtre d'entrée doit obéir à l'inégalité :

$$\frac{\omega_{f_e}}{\omega} \ll 6 E \left(\frac{m+1}{2} \right)$$

On peut donc donner une relation approximative et simplifiée entre les pulsations propres des filtres d'entrée et de sortie :

$$\omega_{f_e} \# \omega_{f_s}$$

CHAPITRE III

LA CONVERSION ALTERNATIF-ALTERNATIF

CHAPITRE III

LA CONVERSION ALTERNATIF-ALTERNATIF

1. INTRODUCTION

Les convertisseurs statiques qui permettent la conversion alternatif-alternatif peuvent être divisés en trois familles :

- Les Gradateurs
- Les Cycloconvertisseurs
- Les Multiplicateurs de fréquence.

Les composants qui permettent cette conversion sont des interrupteurs. La puissance qu'ils consomment est négligeable devant la puissance transitée, il y a donc conservation de la puissance instantanée entre l'entrée et la sortie du convertisseur. Cette conservation inhibe la présence d'éléments dissipatifs ou de stockage d'énergie.

Ces trois familles de convertisseurs peuvent être représentées par le schéma général des convertisseurs statiques directs :

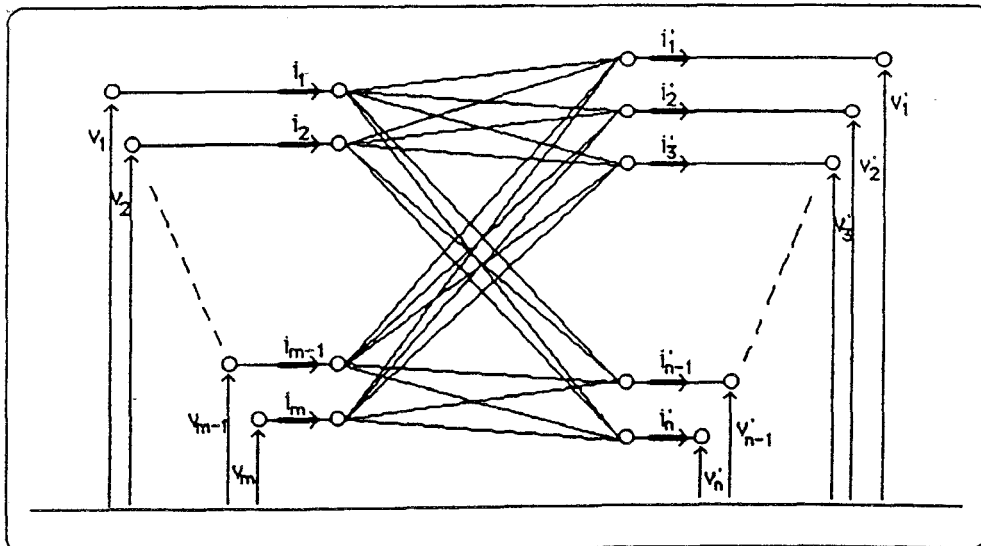


Figure 3.1.

Cette représentation générale est constituée par une matrice d'interrupteurs bidirectionnels, l'entrée de ces convertisseurs est formée d'un système de m phases et la sortie d'un système de n phases, les entrées et sorties de ce montage sont reliées par $m \times n$ interrupteurs bidirectionnels parfaits, leur fonctionnement respecte les lois de compatibilité du système : il ne faut jamais court-circuiter les sources de tension, ni ouvrir les sources de courant, la liaison d'une sortie à une entrée doit provoquer l'ouverture de la liaison de cette sortie à l'entrée à laquelle elle était précédemment réunie ou réciproquement ; de plus, on ne doit pas ouvrir une liaison tant que le courant de la source de courant correspondante est non nul.

La fermeture d'un interrupteur entraîne l'ouverture d'un autre et réciproquement, celle-ci est provoquée soit par sa commande propre soit par le circuit extérieur.

Chaque interrupteur de la matrice obéit à une loi de commande, il peut donc être représenté par une fonction d'existence H .

A l'interrupteur $(T_{pq})_{1 \leq p, q \leq n}$ correspond la fonction d'existence $(H_{pq})_{1 \leq p, q \leq n}$, cette fonction est égale à l'unité si l'interrupteur est fermé sinon, elle est nulle.

La tension de sortie est constituée d'une succession de morceaux des tensions d'entrée. Le courant d'entrée est lui aussi constitué d'une succession de morceaux des courants de sortie.

Chacune des tensions de sortie s'exprime donc sous la forme :

$$1 \leq p \leq n \quad v'_p = \sum_{q=1}^m H_{pq} \cdot v_q \quad \text{avec } v_q, \text{ la } q^{\text{ème}} \text{ tension d'entrée}$$

De même, chacun des courants d'entrée s'écrit :

$$1 \leq q \leq m \quad i'_q = \sum_{p=1}^n H_{pq} \cdot i'_p \quad \text{avec } i'_p, \text{ le } p^{\text{ème}} \text{ courant de sortie}$$

La représentation générale des convertisseurs directs de puissance se simplifie dans le cas des trois familles déjà présentées :

- les gradateurs correspondent à $m = n$ avec une liaison bidirectionnelle entre une entrée et une sortie
- les cycloconvertisseurs utilisent les mêmes groupements que les redresseurs réversibles en courant et en tension donc $n = 2$ et les liaisons sont bidirectionnelles
- les mutiplicateurs de fréquence correspondent au cas où chaque entrée n'est reliée qu'à une sortie.

Dans l'étude qui suit, on va essayer d'étudier le cas général de m entrées et n sorties, toutes reliées entre elles puis passer aux cas particuliers.

2. PUISSANCE INSTANTANEE A L'ENTREE DU CONVERTISSEUR

L'entrée du convertisseur est formée d'un système polyphasé à m entrées. Le système de tensions est équilibré, celui des courants ne l'est pas a priori.

$$1 \leq q \leq m \quad v_q = v_1 \left(\theta - \frac{2\pi}{m}(q-1) \right)$$

La puissance instantanée est le produit du vecteur ligne tension par le vecteur colonne courant.

$$p_e = [V]^T \cdot [I]$$

ou bien :

$$p_e = \sum_{q=1}^m v_q \cdot i_q$$

Si les tensions à l'entrée du convertisseur forment un système équilibré sinusoïdal, alors :

$$1 \leq q \leq m \quad v_q = V \sqrt{2} \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{m}(q-1) \right)$$

en notations complexes :

$$V_1 = \bar{V}_{-1} = \frac{V \sqrt{2}}{2i}$$

A priori, on ne peut pas connaître le rang des harmoniques du courant d'entrée sans connaître les séquences d'ouverture et de fermeture des différents interrupteurs T_{pq} , on peut quand même en donner un développement théorique en série de Fourier complexe.

$$i_q(t) = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} I_{h,q} e^{i2\pi f_{h,q}t}$$

$f_{h,q}$ étant un coefficient qui dépend des fonctions d'existence et de la fréquence d'entrée.

On note ω la pulsation d'entrée et ω' celle de la sortie, on leur fait correspondre les fréquences respectives f et f' . Donc :

$$i_1(\theta) = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} I_{h,q} e^{i \frac{f_{h,q}}{f} \theta}$$

La puissance instantanée à l'entrée du convertisseur s'exprime donc par :

$$p_e = \frac{V \sqrt{2}}{2I} \cdot \left[\sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left[\sum_{q=1}^m I_{h,q} \left(e^{i \left(\frac{f_{h,q}}{f} + 1 \right) \theta} \cdot e^{-i \frac{2\pi}{m} (q-1)} - e^{i \left(\frac{f_{h,q}}{f} - 1 \right) \theta} \cdot e^{i \frac{2\pi}{m} (q-1)} \right) \right] \right] \quad (33)$$

On ne peut se prononcer d'avance sur les simplifications éventuelles de cette expression tant que la valeurs des $f_{h,q}$ est inconnue, la connaissance de l'architecture de commande est donc nécessaire.

3. PUISSANCE INSTANTANEE A LA SORTIE DU CONVERTISSEUR

La sortie du convertisseur est aussi formée d'un système polyphasé équilibré à n phases. L'objectif est de former un système équilibré de tensions dont la pulsation fondamentale est ω' .

Il est donc évident que sans préciser la stratégie de commande, le développement en série de Fourier complexe ne pourra s'exprimer de façon générale qu'en fonction des harmoniques de tension V'_h et d'un paramètre f'_h dépendant des fonctions d'existence et de la fréquence de sortie. Ces paramètres étant définis sans a priori de fonctionnement :

$$1 \leq q \leq n \quad \begin{aligned} v'_q &= v'_1 \left(\theta - \frac{2\pi}{n} (q-1) \right) \\ i'_q &= i'_1 \left(\theta - \frac{2\pi}{n} (q-1) \right) \end{aligned}$$

avec :

$$v'_1 = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} V'_h e^{i \frac{f'_h}{f} \theta}$$

Les harmoniques de tension et de courant à la sortie du convertisseur sont liés par le récepteur.

Donc :

$$i'_1 = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} I'_h e^{i \frac{f'_h}{f} \theta}$$

Le développement en série de Fourier complexe de la puissance instantanée à la sortie du convertisseur est :

$$P_s = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{L=-\infty}^{+\infty} V'_L \cdot I'_{h-L} \left(\sum_{q=1}^n e^{i \frac{f'_h}{f} \left(\theta - \frac{2\pi}{n} (q-1) \right)} \right) \right) \quad (34)$$

D'autre part, la somme :

$$\sum_{q=1}^n e^{-i \frac{f'_h}{f} \cdot \frac{2\pi}{n} (q-1)}$$

prend deux valeurs :

- si $\frac{f'h}{nf}$ est entier, cette somme est égale à n [1]

- si $\frac{f'h}{nf}$ n'est pas entier, cette somme est égale à : $\frac{1 - e^{-j2\pi \frac{f'h}{nf}}}{1 - e^{-j2\pi \frac{f'h}{nf}}}$ [2]

On notera $h_{[1]}$ les entiers qui vérifient la relation [1] et $h_{[2]}$ ceux qui vérifient la relation [2], p_s s'écrit donc :

$$p_s = n \sum_{h_{[1]}} \left(\sum_{L=-\infty}^{+\infty} V'_L I'_{h_{[1]}-L} \right) \cdot e^{j \frac{f'h_{[1]}}{f} \theta} + \sum_{h_{[2]}} \left(\sum_{L=-\infty}^{+\infty} V'_L I'_{h_{[2]}-L} \right) \frac{1 - e^{-j2\pi \frac{f'h_{[2]}}{nf}}}{1 - e^{-j2\pi \frac{f'h_{[2]}}{nf}}} \cdot e^{j \frac{f'h_{[2]}}{f} \theta}$$

Ce développement très complexe de la puissance instantanée à la sortie du convertisseur est d'un usage à priori peu commode !

La représentation matricielle peut s'avérer plus intéressante. La puissance instantanée p_s s'exprime toujours par le produit instantané du vecteur ligne tension par le vecteur colonne courant.

$$p_s = [V']^T [I']$$

ou bien :

$$p_s = \sum_{q=1}^n v'_q i'_q$$

L'écriture analytique de p_s sous forme de série de Fourier va nous permettre d'identifier les harmoniques du courant d'entrée en fonction de ceux des grandeurs de sortie.

4. FONCTIONS D'EXISTENCE ET FONCTIONS D'EXISTENCE COMPLEMENTAIRES

La commande du convertisseur consiste à établir une liaison d'une entrée avec une sortie, cette liaison se fait par la fermeture d'un interrupteur et l'ouverture de l'interrupteur qui reliait cette sortie avec l'entrée à laquelle elle était déjà connectée.

On peut donc établir des relations entre les tensions de sortie et les tensions d'entrée, de même entre les courants d'entrée et de sortie en faisant intervenir l'état des interrupteurs.

On notera ces interrupteurs (T_{pq}) $1 \leq p \leq n$
 $1 \leq q \leq m$

A chaque interrupteur, on fait correspondre une fonction d'existence H_{pq} , cette fonction vaut 1 si T_{pq} est fermé et 0 s'il est ouvert.

Les tensions de sortie peuvent s'exprimer :

$$1 \leq p \leq n \quad v'_p = \sum_{q=1}^m H_{pq} v_q$$

De même, les courants d'entrée s'écrivent :

$$1 \leq q \leq n \quad i_q = \sum_{p=1}^m H_{pq} i'_p$$

Ces relations, que l'on utilisera pour la détermination des harmoniques de courants d'entrée, seront plus aisément exploitables si elles sont exprimées sous forme matricielle.

On note :

$$[V'] = \begin{bmatrix} V'_1 \\ V'_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V'_n \end{bmatrix}$$

le vecteur colonne tension de sortie

On note :

$$[V] = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ V_m \end{bmatrix}$$

le vecteur colonne tension d'entrée

et on note :

$$[H] = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & H_{1m} \\ H_{21} & H_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & H_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ H_{n1} & H_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & H_{nm} \end{bmatrix}$$

la matrice des fonctions d'existence

La relation entre les vecteurs tensions s'écrit donc :

$$[V'] = [H] \cdot [V]$$

De la même manière, il existe une relation matricielle qui lie les vecteurs courants, elle traduit la loi des noeuds.

$$1 \leq q \leq m \quad i_q = \sum_{p=1}^m H_{pq} i'_p$$

La relation matricielle correspondant à ce système d'équations est :

$$[I] = [H]^T \cdot [I']$$

[I] est le vecteur colonne courant d'entrée.

[I'] est le vecteur colonne courant de sortie.

[H]^T est la matrice transposée de la matrice [H].

En général, les fonctions d'existence ne sont pas périodiques, les séquences de commande des différents interrupteurs peuvent être quelconques.

Il est donc nécessaire, dans ce cas général, d'introduire les fonctions "échelon" u(t) [21].

$$u(t_q) = 1 \quad \text{pour } t \geq t_q$$

$$u(t_q) = 0 \quad \text{pour } t < t_q$$

Chacune des tensions de sortie est donc liée aux tensions d'entrée par :

$$\begin{aligned} v'_1 = & v_1 \{ u(t_0) - u(t_1) \} + v_2 \{ u(t_1) - u(t_2) \} + \dots + v_m \{ u(t_{m-1}) - u(t_m) \} \\ & + v_1 \{ u(t_m) - u(t_{m+1}) \} + v_2 \{ u(t_{m+1}) - u(t_{m+2}) \} + \dots + v_m \{ u(t_{2m-1}) - u(t_{2m}) \} \\ & + \dots \end{aligned}$$

ou bien :

$$\begin{aligned} v'_1 = & v_1 \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} \{ u(t_{km}) - u(t_{km+1}) \} + v_2 \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} \{ u(t_{km+1}) - u(t_{km+2}) \} + \dots \\ & + v_m \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} \{ u(t_{k(m+1)-1}) - u(t_{k(m+1)}) \} . \end{aligned}$$

On pose donc :

$$h_{1q}(t) = \sum_{k=0}^{+\infty} \{ u(t_{km+q-1}) - u(t_{km+q}) \}$$

et

$$h_{pq}(t) = h_{1q}\left(t - \frac{p-1}{nf'}\right)$$

La représentation de ces fonctions est donnée sur la figure 3.2.

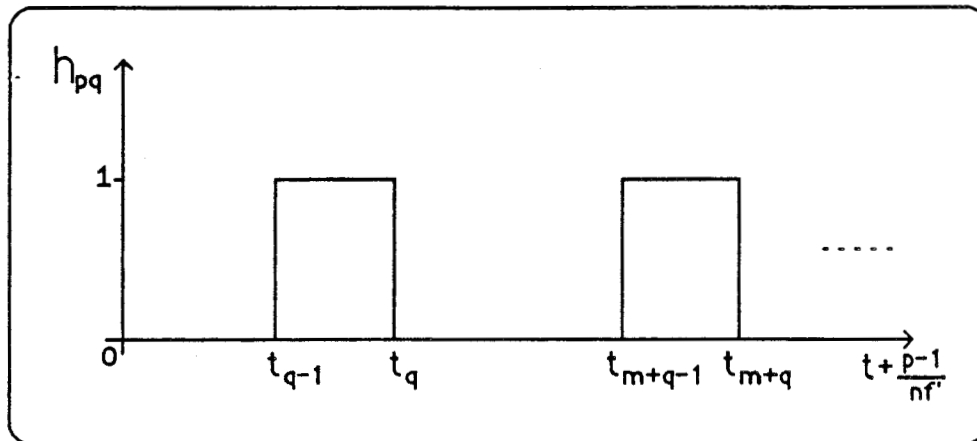


Figure 3.2.

Cette représentation traduit le fait que l'interrupteur T_{1q} est fermé pendant l'intervalle de conduction $[t_{km+q-1}, t_{km+q}]$ $\forall k \in \mathbb{N}$.

5. CONSERVATION DE LA PUISSANCE INSTANTANEE

Comme dans les deux premiers chapitres, la matrice d'interrupteurs est supposée parfaite, c'est-à-dire que :

- les temps de commutation de chacun des interrupteurs sont nuls
- la puissance dissipée par commutation est négligeable devant la puissance transitée.

Dans ces conditions, la puissance instantanément prise à la source est immédiatement transférée au récepteur sans aucune perte d'énergie.

$p_e = p_s$, p_e et p_s sont donnés dans les paragraphes 2 et 3.

L'identification de ces deux expressions tant en phase qu'en module devrait permettre la détermination du rang et du module des harmoniques. En réalité, la complexité des relations est telle qu'il n'est pas possible de les déduire. Si les courants d'entrée sont équilibrés, l'expression de p_e devient :

$$p_e = \frac{V \sqrt{2}}{2i} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} I_h \sin\left(\frac{\pi f_h}{f}\right) \left[\frac{e^{j\left(\frac{f_h}{f}-1\right)\left(\theta+\frac{\pi}{m} \cdot \pi\right)}}{\sin\left(\frac{\pi}{m} \left(\frac{f_h}{f}-1\right)\right)} - \frac{e^{j\left(\frac{f_h}{f}+1\right)\left(\theta+\frac{\pi}{m} \cdot \pi\right)}}{\sin\left(\frac{\pi}{m} \left(\frac{f_h}{f}+1\right)\right)} \right]$$

Les harmoniques du courant d'entrée sont liées à ceux des tensions de sortie par une relation analogue à celle déjà établie pour les redresseurs.

$$\forall h \in \mathbb{Z} \quad \frac{f_h}{f} = \frac{f'_h}{f} \pm 1 \quad (35)$$

On peut facilement appliquer cette relation au cas d'un redresseur d'indice de pulsation p . On voit que :

$$\frac{f'_h}{f} = h p$$

et on retrouve alors la relation bien connue [3] :

$$\frac{f_h}{f} = h p \pm 1$$

L'identification de point de vue de l'amplitude des harmoniques est trop complexe pour donner de façon générale les harmoniques des courants d'entrée en fonction de ceux de sortie. On ne peut pousser plus loin l'investigation générale, il faut alors se donner le type de commande et donc traiter le cas d'un convertisseur dont on s'est défini la stratégie de commande. Dans ce cas, l'utilisation de la méthode matricielle est mieux adaptée, de plus ce n'est qu'une nouvelle forme d'écriture de la conservation de la puissance instantanée. En effet :

$$[V'] = [H] \cdot [V] \quad \text{et} \quad [I] = [H]^T \cdot [I'] \quad (36)$$

La puissance instantanée à l'entrée du convertisseur s'écrit sous sa forme matricielle :

$$P_e = [V]^T [I]$$

La puissance instantanée à la sortie du convertisseur s'écrit de même :

$$P_s = [V']^T \cdot [I']$$

or :

$$[V']^T = [V]^T [H]^T$$

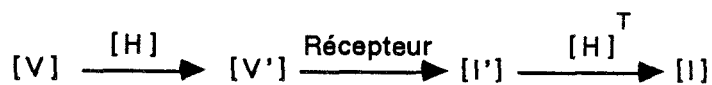
donc :

$$P_s = [V]^T \cdot [H]^T \cdot [I'] = [V]^T [I] .$$

soit :

$$P_s = P_e$$

La connaissance de la matrice des fonctions d'existence est suffisante pour déterminer les harmoniques du courant d'entrée en fonction de ceux de sortie. Le synoptique ci-dessous montre l'ordre de détermination des inconnues :



6. DEFINITION DE L'ANGLE γ

La conversion alternatif-alternatif permet le passage d'un réseau d'alimentation à m phases à un réseau à n phases équilibrées. On peut donc raisonner par phases.

L'angle γ repère le début des fonctions d'existence. L'état au repos est repéré par $\gamma = 0$. Il correspond à un fonctionnement avec une tension de sortie à valeur moyenne nulle.

De façon générale, la valeur moyenne de v'_{1} est donnée par [22].

$$v'_{1 \text{ moy}} = U_{d0} \cdot \sin \gamma .$$

avec U_{d0} la valeur moyenne de la tension redressée obtenue avec un redresseur à diodes alimenté par les $(v_p)_{1 \leq p \leq m}$.

Cette valeur moyenne peut être obtenue de deux manières, en utilisant les fonctions d'existence correspondantes à une tension de sortie du type positif ou bien en utilisant les fonctions d'existence complémentaires correspondantes à une tension de sortie du type négatif.

Une tension est de type positif si à la commutation, la tension s'accroît. Elle est de type négatif si à la commutation, la tension décroît.

SEGUIER dans son ouvrage [22] a montré que :

- si i'_{1} est positif, le déphasage de son fondamental par rapport à v'_{1} est de $\phi_1 = (\pi/2) - \gamma$ en arrière, les commutations sont naturelles tant que $-\pi/2 \leq \gamma \leq \pi/2$ et c'est la commande du type positif qui est adoptée

$$\gamma = M^+(t)$$

- si i'_{1} est négatif, le déphasage de son fondamental par rapport à v'_{1} est de $\phi_2 = (\pi/2) + \gamma$ en arrière, les commutations sont toujours naturelles pour $-\pi/2 \leq \gamma \leq \pi/2$ et c'est la commande du type négatif qui est adoptée

$$\gamma = M^-(t)$$

Il est donc possible de générer la tension désirée v'_1 de trois manières :

- en utilisant la tension de type positif tout au long de la période
- en utilisant la tension de type négatif tout au long de la période
- en combinant les deux types de tensions selon le signe de i'_1 , chacun pendant une demi-période.

7. CHANGEURS DE FREQUENCE A SORTIE SINUSOÏDALE

La tension de sortie est formée d'un échantillonnage déterminé des tensions d'entrée, la valeur moyenne de cette tension qui est la tension désirée, est proportionnelle à $\sin \gamma$.

$$v'_{1 \text{ moy}} = U_{d0} \sin(\gamma(t))$$

Cette valeur moyenne est sinusoïdale si $\sin(\gamma(t))$ l'est aussi donc si $\sin(\gamma(t)) = r \sin(\omega't)$ avec $0 \leq r \leq 1$.

On notera v'_w la tension désirée égale à $v'_{1 \text{ moy}}$.

La fonction de modulation s'écrit donc : $\gamma(t) = \text{Arc sin}(r \sin(\omega't))$, cette modulation est appelée la modulation sinusoïdale.

La modulation linéaire n'est qu'un cas particulier qui correspond à $r = 1$, $\gamma(t) = \omega't$.

7.1. Modulation sinusoïdale : approche théorique

En modulation sinusoïdale, $\sin(\gamma(t)) = r \sin(\omega't)$

donc :

$$v'_w = r U_{d0} \sin(\omega't)$$

A partir de cette expression, il est possible de déterminer le temps d'ouverture et de fermeture des différents interrupteurs et donc les fonctions d'existence.

L'interrupteur T_{11} conduit de t_0 jusqu'à t_1 . L'instant t_0 est postérieur à l'instant où la tension v_1 est la plus positive de $\phi_1(t_0) / \omega$. Donc :

$$\omega t_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{m} + \phi_1(t_0) \quad \text{avec} \quad \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{m} \leq \omega t_0 \leq \frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{m}$$

soit :

$$\omega t_0 = \pi - \frac{\pi}{m} - \gamma(t_0)$$

t_0 vérifie donc une équation non linéaire.

En général, l'interrupteur $(T_{1q})_{1 \leq q \leq m}$ conduit de t_{q-1} à t_q avec :

$$\omega t_q = \pi + (2q - 1) \frac{\pi}{m} - \gamma(t_q) \quad \text{avec} \quad \frac{\pi}{2} + (2q - 1) \frac{\pi}{m} \leq \omega t_q \leq \frac{3\pi}{2} + (2q - 1) \frac{\pi}{m} \quad (37)$$

La succession des semi-conducteurs commandés est cyclique, par exemple quand la conduction de T_{1m} est terminée, c'est l'interrupteur T_{11} qui prend le relais. La répétitivité du cycle de commande n'implique pas sa périodicité ni celle des durées de conduction de chaque interrupteur, c'est là où réside toute la complexité des changeurs directs de fréquence et où GYUGUI et PELLÉ font une approximation fondamentale : ils supposent que les fonctions d'existence sont périodiques.

L'expression analytique de v'_1 est :

$$v'_1 = \sum_{q=1}^m H_{1q} v_q$$

Le développement en série de Fourier de cette tension est de spectre infini. En effet, cette fonction n'étant pas périodique, on doit considérer sa périodicité comme infinie. En désignant par ν le paramètre fréquence, la réponse d'un tel signal s'écrit :

$$X(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{q=1}^m H_{1q}(t) \cdot v_q(t) \right) \cdot e^{-i2\pi\nu t} dt$$

soit :

$$X(\nu) = \sum_{q=1}^m \left(\int_{-\infty}^{+\infty} H_{1q}(t) v_q(t) \cdot e^{-i2\pi\nu t} dt \right)$$

donc :

$$X(\nu) = V \sqrt{2} \sum_{q=1}^m \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{t_{km+q-1}}^{t_{km+q}} \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{m}(q-1)t\right) \cdot e^{-i2\pi\nu t} dt \right)$$

On pose $F = \omega' / \omega = f' / f$, le rapport de fréquence entre l'entrée et la sortie.

En faisant le changement de variable $\theta = \omega t$, cette fonction devient :

$$X(v) = \frac{V \sqrt{2}}{2 \pi f} \sum_{q=1}^m \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{t_{km+q-1}}^{t_{km+q}} \sin \left(\theta - \frac{2 \pi}{m} (q-1) \right) \cdot e^{-i \frac{v}{f} \theta} \cdot d \theta \right)$$

θ_q est la solution de l'équation non linéaire :

$$\theta + \text{Arc sin} (r \sin (F \theta)) = \pi + (2q - 1) \frac{\pi}{m}$$

$$\text{telle que } \frac{\pi}{2} + (2q - 1) \frac{\pi}{m} \leq \theta_q \leq \frac{3\pi}{2} + (2q - 1) \frac{\pi}{m}$$

L'expression finale de $X(v)$ après intégration, est :

$$X(v) = \frac{V \sqrt{2}}{2 \pi f \left(1 - \frac{v^2}{f^2}\right)} \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left\{ \sum_{q=1}^m \left(e^{-i \frac{v}{f} \theta_{km+q}} \cdot \left(\cos \left(\theta_{km+q} - \frac{2 \pi}{m} (q-1) \right) + i \frac{v}{f} \sin \left(\theta_{km+q} - \frac{2 \pi}{m} (q-1) \right) \right) \right. \right. \\ \left. \left. - e^{-i \frac{v}{f} \theta_{km+q-1}} \cdot \left(\cos \left(\theta_{km+q-1} - \frac{2 \pi}{m} (q-1) \right) + i \frac{v}{f} \sin \left(\theta_{km+q-1} - \frac{2 \pi}{m} (q-1) \right) \right) \right) \right\}$$

Après simplification, l'expression de $X(v)$ devient :

$$X(v) = \frac{V \sqrt{2} \cdot \sin \frac{\pi}{m}}{\pi f \left(1 - \frac{v^2}{f^2}\right)} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\sum_{q=1}^m e^{-i \frac{v}{f} \theta_{km+q}} \left(- \sin \left(\theta_{km+q} - \frac{\pi}{m} (2q-1) \right) + i \frac{v}{f} \cos \left(\theta_{km+q} - \frac{\pi}{m} (2q-1) \right) \right) \right)$$

Cette double somme revient finalement à une simple somme en faisant le changement de variables en indices $h = km + q$. Donc :

$$X(v) = \frac{V \sqrt{2} \cdot \sin \frac{\pi}{m}}{\pi f \left(1 - \frac{v^2}{f^2}\right)} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} e^{-i \frac{v}{f} \theta_h} \left(- \sin \left(\theta_h - \frac{\pi}{m} (2h-1) \right) + i \frac{v}{f} \cos \left(\theta_h - \frac{\pi}{m} (2h-1) \right) \right)$$

D'autre part, les θ_h avec $h \in \mathbb{Z}$ sont solutions d'une équation non linéaire qui s'écrit :

$$\theta_h + \gamma(\theta_h) = \pi + (2h - 1) \frac{\pi}{m}$$

donc :

$$\theta_h - (2h - 1) \frac{\pi}{m} = \pi - \gamma(\theta_h)$$

Finalement :

$$X(v) = \frac{V \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{m}}{\pi f \left(\frac{v^2}{f^2} - 1 \right)} \cdot \sum_{h=-\infty}^{+\infty} e^{-i \frac{v}{f} \theta_h} \left(\sin(\gamma(\theta_h)) + i \frac{v}{f} \cos(\gamma(\theta_h)) \right)$$

ou plus simplement :

$$X(v) = - \frac{i V \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{m}}{2 \pi f} \left[\frac{\Sigma_1(v)}{\frac{v}{f} + 1} + \frac{\bar{\Sigma}_1(-v)}{\frac{v}{f} - 1} \right] \text{ avec } \Sigma_1(v) = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} e^{i \left[(2h-1) \frac{\pi}{m} - \left(\frac{v}{f} + 1 \right) \theta_h \right]} \quad (38)$$

Le spectre de fréquence de la tension de sortie est un spectre continu, sa courbe représentative nécessite le calcul des (θ_h) pour r et F fixés et ensuite tracer $|X(v)|$ en fonction de la variable réduite $x = v/f$.

Un calcul analogue à celui qui vient d'être proposé pour la tension de sortie peut être appliqué au calcul des courants d'entrée. L'expression analytique d'un tel courant s'écrit en utilisant l'hypothèse classique des courants de sortie sinusoïdaux :

$$i_1 = \sum_{p=1}^n H_{p1} i'_p$$

avec :

$$i'_p = I' \sqrt{2} \sin \left(\omega' t - \frac{2\pi}{n} (p-1) \right)$$

soit :

$$I'_p = I' \sqrt{2} \sin \left(F \theta - \frac{2\pi}{n} (p-1) \right)$$

Les angles de commutation de la 1ère fonction d'existence H_{11} sont toujours donnés par la même équation non linéaire, le passage d'une fonction d'existence à la suivante s'effectue par un décalage temporel de $2\pi/n\omega'$.

L'expression de H_{p1} s'écrit donc :

$$H_{p1}(\theta) = H_{11}\left(\theta - \frac{2\pi}{nF}(p-1)\right) \quad 1 \leq p \leq n$$

soit :

$$i_1(\theta) = I' \sqrt{2} \cdot \sum_{p=1}^n H_{11}\left(\theta - \frac{2\pi}{nF}(p-1)\right) \cdot \sin\left(F\theta - \frac{2\pi}{n}(p-1)\right)$$

La transformée de Fourier complexe s'écrit :

$$Y(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} i_1(t) e^{-i2\pi vt} dt$$

en faisant intervenir les temps de conduction des interrupteurs, cette fonction devient :

$$Y(v) = \frac{I' \sqrt{2}}{2\pi f} \left(\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=1}^n \int_{\theta_{km} + \frac{2\pi}{nF}(p-1)}^{\theta_{km+1} + \frac{2\pi}{nF}(p-1)} \sin\left(F\theta - \frac{2\pi}{n}(p-1)\right) \cdot e^{-i\frac{v}{f}\theta} \cdot d\theta \right)$$

soit :

$$Y(v) = \frac{I' \sqrt{2}}{2\pi f} \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \int_{\theta_{km}}^{\theta_{km+1}} \left(\sum_{p=1}^n \sin(F\theta) \cdot e^{-i\frac{v}{f}\left(\theta + \frac{2\pi}{nF}(p-1)\right)} \right) d\theta$$

La somme de la série :

$$\sin(F\theta) e^{-i\frac{v}{f}\theta} \cdot \sum_{p=1}^n e^{-i\frac{v}{nf'} \cdot 2\pi \cdot (p-1)}$$

prend trois valeurs possibles selon le rapport v/f' :

- si v/f' est un entier non multiple de n , cette somme est nulle

- si v/f' est un entier multiple de n , cette somme vaut :

$$n \cdot \sin(F\theta) \cdot e^{-i\frac{v}{f}\theta}$$

- si v/f' n'est pas entier, cette somme vaut :

$$\sin(F\theta) e^{-i\frac{v}{f}\theta} \cdot \frac{1 - e^{-i2\pi \frac{v}{f' n}}}{1 - e^{-i2\pi \frac{v}{nf'}}$$

L'expression de $Y(v)$ s'écrit donc en intégrant la fonction $\sin(F\theta) \cdot e^{-i(v/f)\theta}$ sous forme de série infinie :

$$Y(v) = \frac{I' \sqrt{2}}{\pi \cdot f' \cdot \left(\left(\frac{v}{f'} \right)^2 - 1 \right)} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left[\left(\cos(F\theta) + i \frac{v}{f'} \sin(F\theta) \right) \cdot e^{-i \frac{v}{f'} \cdot \theta} \right]_{\theta_{km}}^{\theta_{km+1}} \cdot \frac{1 - e^{-i2\pi \frac{v}{f'}}}{1 - e^{-i2\pi \frac{v}{nf'}}} \quad (39)$$

De par la connaissance des $(\theta_{km})_{k \in \mathbb{Z}}$ et des $(\theta_{km+1})_{k \in \mathbb{Z}}$, il est possible de tracer le spectre d'amplitudes fréquentiel $|Y(v)|$ en fonction de $y = v/f'$ pour r et F fixés.

Les études analytiques précédentes sur les changeurs directs de fréquence à modulation sinusoïdale ont donné le rang des harmoniques de la tension de sortie sous forme de familles. Elles ont toutes nécessité des approximations. L'angle γ a été supposé constant pour l'établissement du développement en série de Fourier des fonctions d'existence, il a été ensuite supposé variable pour en déduire les familles d'harmoniques. Cette approximation qui donne néanmoins d'excellents résultats [24] revient à considérer les fonctions d'existence comme presque périodiques. En réalité, le spectre obtenu est continu, il dépend de r et de F .

Pour valider nos calculs, et pouvoir comparer les résultats avec ceux obtenus par les méthodes analytiques approchées, il faut choisir des fréquences appartenant aux familles définies par PELLY et GUYGUI. En triphasé, celles-ci sont définies par :

$$f'_h = 3(2k - 1)f \pm 2k'f'$$

et

$$f'_h = 6kf \pm (2k' + 1)f' \quad \text{où } k \in \mathbb{N}^* \quad \text{et} \quad k' \in \mathbb{N}$$

Pour déterminer le module de ces harmoniques, il suffit de les reporter dans la figure donnant $|X(v)|$ en fonction de x , avec :

$$x = \frac{v}{f} = \frac{f'_h}{f}$$

D'autre part, GUYGUI et PELLÉ ont montré que les harmoniques des courants d'entrée sont définis dans le cas d'une sortie triphasée par :

$$f'_{h,k} = (3(2h - 1) \pm 1) f \pm (2k + 1) f'$$

avec h entier variant de 1 à l'infini et k entier variant de 0 à l'infini.

Sur l'échelle des $y = v/f'$, les abscisses sont définies par :

$$y = \frac{f'_{h,k}}{f'}$$

Pour déduire le module des harmoniques des courants d'entrée, il suffit de se reporter à la courbe représentative de $|\gamma(v)|$ en fonction de y pour les y précédemment déterminés.

On a représenté figures 3.3. et 3.4., les spectres $(X (v))$ et $(y (v))$ en fonction de la fréquence. Pour $F = f' / f$ égale à 0.5 ,pour $r=0.8$ et pour $m=n=3$.

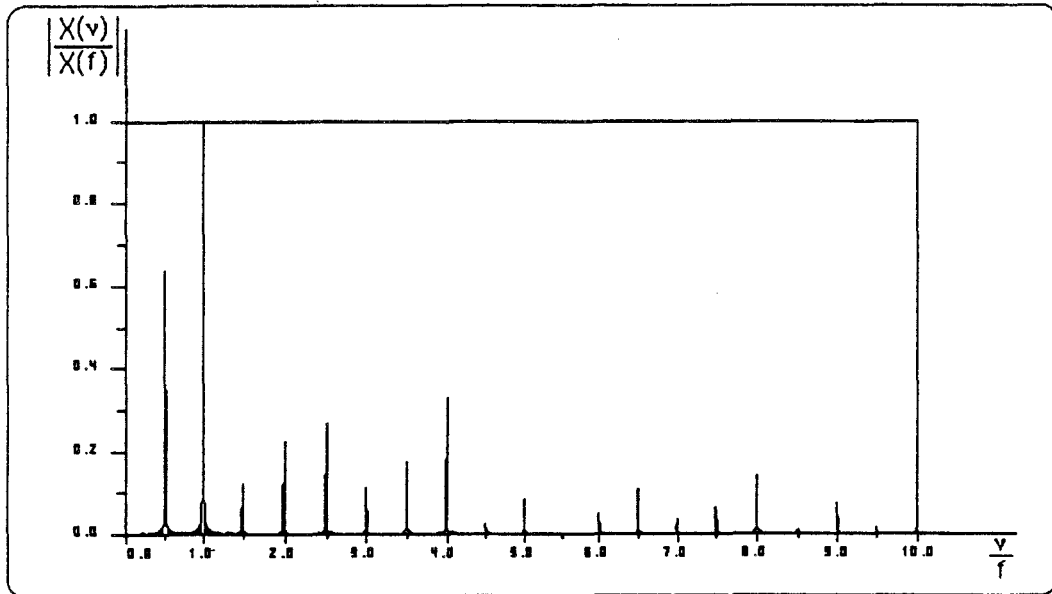


Figure 3.3.

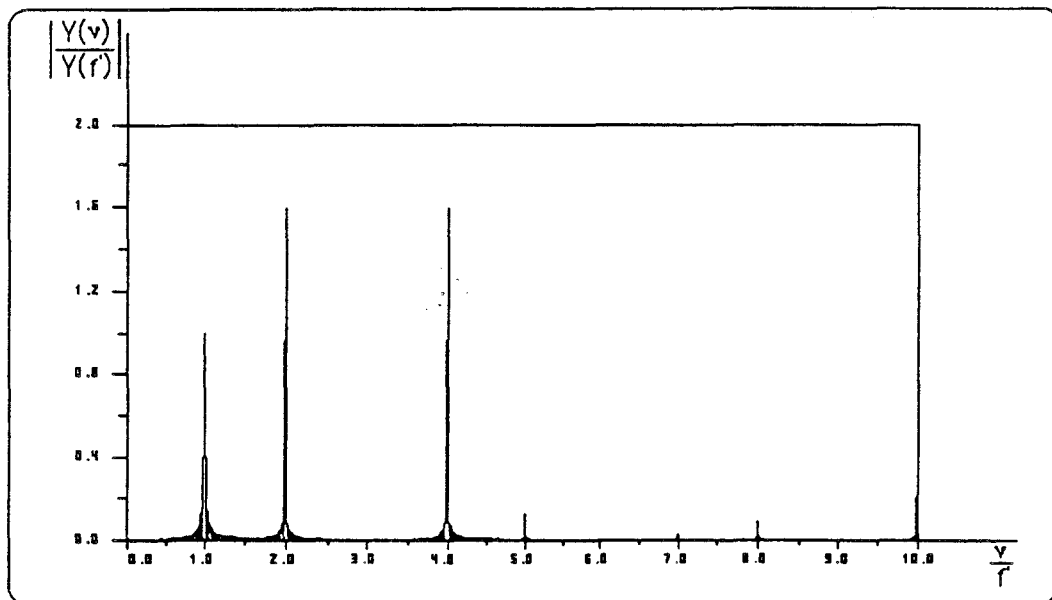


Figure 3.4.

On voit que bien que le spectre soit continu, l'approximation de périodicité permet d'obtenir avec une bonne précision la valeur des harmoniques de tension et de courant [24].

7.2. Modulation linéaire

La modulation linéaire est un cas particulier de la modulation sinusoïdale obtenu avec $r = 1$,
 $\gamma = \omega' t$.

On peut distinguer deux types de modulations linéaires :

- Modulation du type UFC : $\gamma = \omega' t = F \theta$ avec $\theta = \omega t$
- Modulation du type SSFC : $\gamma = -\omega' t = -F \theta$

Ces deux cas de modulation impliquent des fonctions d'existence périodiques, on peut donc trouver analytiquement les rangs des harmoniques de la tension de sortie, et du courant d'entrée ainsi que leurs modules respectifs.

7.2.1. Détermination des harmoniques des tensions de sortie

7.2.1.1. Cas du changeur de fréquence du type UFC

Ce changeur de fréquence ne présente pas de restriction sur la fréquence de sortie. En effet, le développement en série de Fourier des tensions de sortie ne donne pas d'harmoniques de fréquence inférieurs à la fréquence f' de la tension désirée.

La tension de sortie désirée est toujours liée aux tensions d'entrée par :

$$v'_1 = \sum_{q=1}^m H_{1q} v_q$$

Chacune des fonctions d'existence est caractérisée par ses angles de commutation vérifiant l'équation linéaire :

$$\theta_h = \pi + (2h - 1) \frac{\pi}{m} - F \theta_h \quad \forall h \in \mathbb{Z}$$

donc :

$$\theta_h = \frac{\pi}{1 + F} (1 + (2h - 1) / m) \quad \forall h \in \mathbb{Z}$$

Il est facile de remarquer que :

$$\theta_{h+m} - \theta_h = \frac{2\pi}{1+F} \quad \forall h \in \mathbb{Z}$$

De même :

$$\theta_{h+1} - \theta_h = \frac{2\pi}{m(1+F)} \quad \forall h \in \mathbb{Z}$$

Les fonctions d'existence sont donc périodiques de période $2\pi / (1+F)$ et avec des intervalles de conduction équidistants et égaux à la période divisée par m .

Notons f_e , la fréquence de chaque fonction d'existence, elle est liée à f et f' par :

$$f_e = f + f'$$

Le développement en série de Fourier de la tension v'_1 se déduit de celui des fonctions d'existence. Pour cela, posons :

$$\Delta = \frac{2\pi}{m(1+F)} \quad \text{et} \quad \theta_0 = \frac{\pi}{1+F} \left(1 - \frac{1}{m}\right)$$

$$H_{1q}(\theta) = \frac{1}{m} + \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{+\infty} \frac{(-1)^h \sin\left(h \frac{\pi}{m}\right)}{h} \cdot \cos\left[h\left((1+F)\theta - \frac{2\pi}{m}(p-1)\right)\right] \quad \text{avec } \theta = \omega t$$

L'expression de v'_1 est donnée par :

$$v'_1 = \sum_{q=1}^m H_{1q} v_q$$

donc :

$$v'_1 = V \sqrt{2} \sin_c\left(\frac{\pi}{m}\right) \cdot \left[\sin(F\theta) + \sum_{h=1}^{+\infty} (-1)^{h(m+1)} \frac{\sin\left((hm + (hm \pm 1)F)\theta\right)}{hm \pm 1} \right]$$

A partir de ce développement, il est clair que les harmoniques sont de fréquences $f'_h = h m f + (h m \pm 1) f'$, $h \in \mathbb{N}^*$, la tension n'est toujours pas périodique, l'harmonique de fréquence la plus basse correspond à la fréquence f' désirée. C'est l'avantage important de l'UFC.

On représente sur la figure 3.5. le rapport des fréquences f'_h/f en fonction de $F = f'/f$ pour $h \geq 1$.

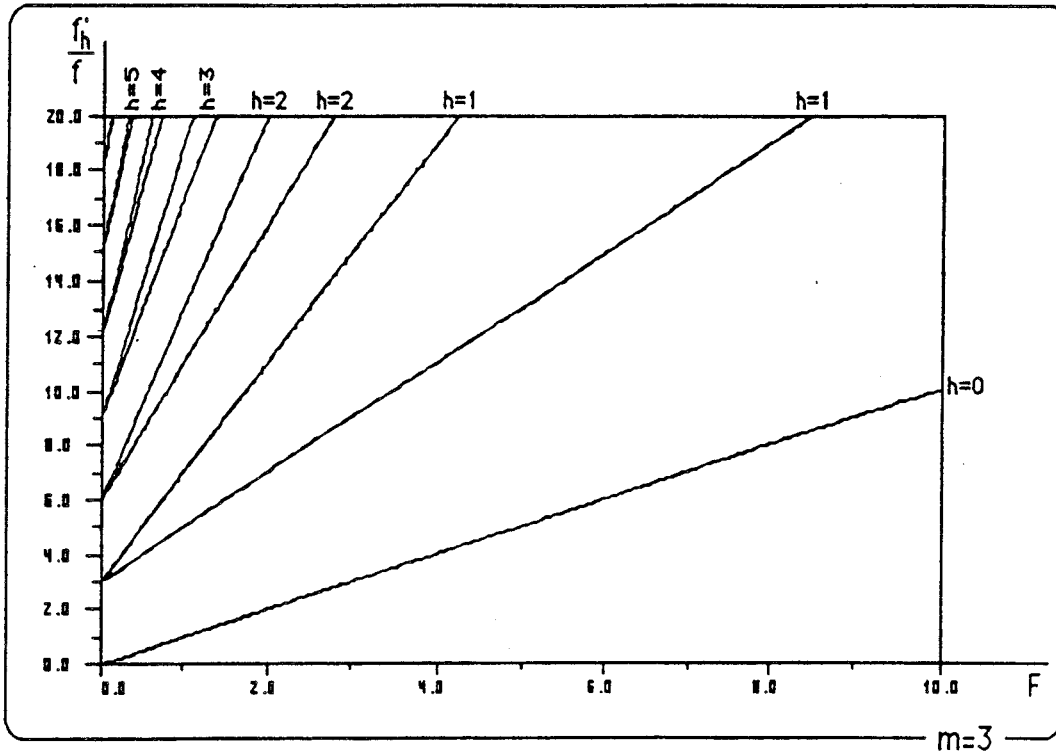


Figure 3.5.

- Si $F \neq 0$:

Le module de chaque harmonique est donné par :

$$\begin{aligned}
 f'_h &= h m f + (h m + 1) f' & V'_h &= \frac{V \sqrt{2} \sin_c\left(\frac{\pi}{m}\right)}{h m + 1} \\
 f'_h &= h m f + (h m - 1) f' & V'_h &= \frac{V \sqrt{2} \sin_c\left(\frac{\pi}{m}\right)}{h m - 1}
 \end{aligned}$$

(40)

Le module du fondamental est égal à :

$$V'_1 = V \sqrt{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{m}\right)$$

On remarque que ces modules dépendent de la famille d'harmoniques correspondante et pas de F.

- Si F = 0 :

Le module de chaque harmonique est donné par :

$$V'_{hm} = V \sqrt{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{m}\right) \frac{2hm}{h^2 m^2 - 1}$$

La figure 3.6. est la représentation fréquentielle de cette tension, en abscisse, on porte le rapport de fréquence f'_h / f et en ordonnée celui de V'_h / V'_1 . Cette figure est donnée dans le cas particulier d'une entrée triphasée : $m = 3$ et d'un rapport de fréquence F quelconque.

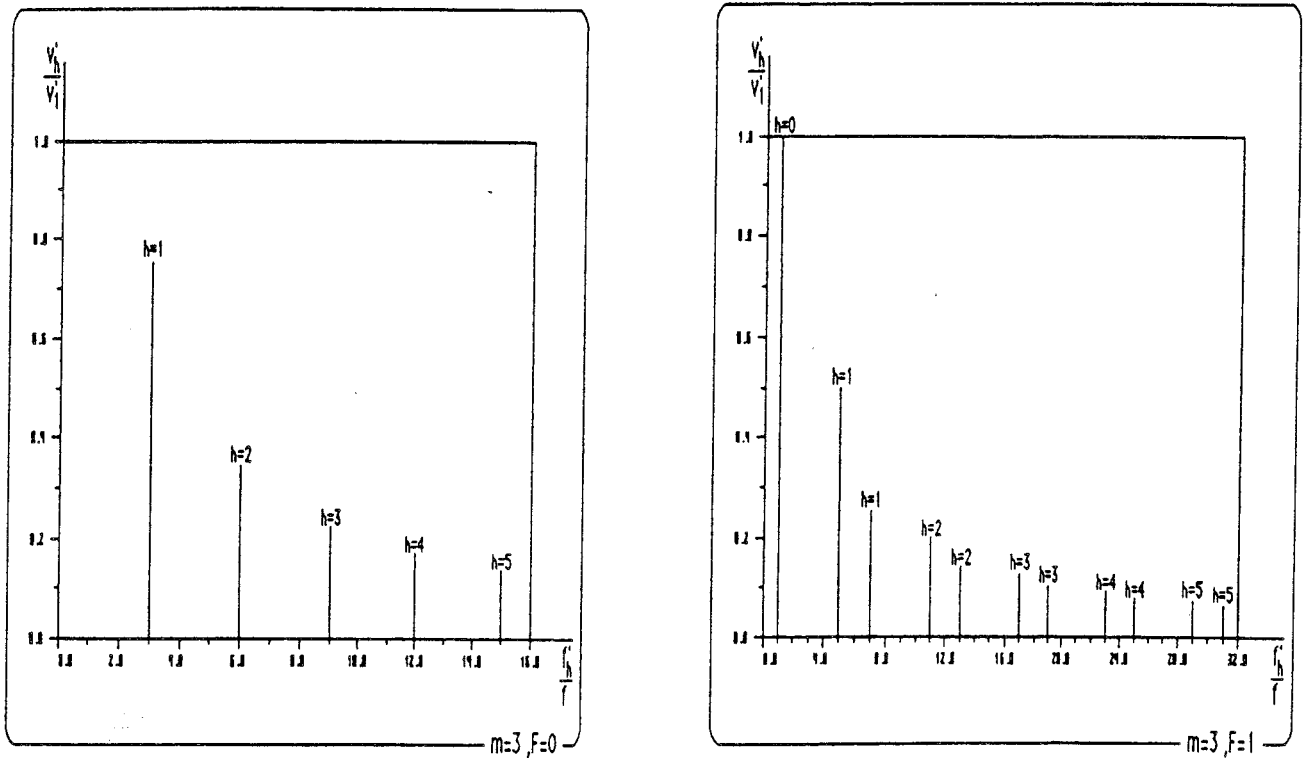


Figure 3.6.

7.2.1.2. Cas du changeur de fréquence du type SSFC

Ce changeur de fréquence est limité en rapport de fréquence entrée-sortie car le développement en série des tensions donne des harmoniques de fréquence inférieurs à la fréquence désirée f' . La modulation étant linéaire, le spectre obtenu est un spectre de raies, il est donc possible de déterminer le rang et l'amplitude des harmoniques de la tension de sortie.

Cette tension est liée aux variables d'entrée par :

$$v'_1 = \sum_{q=1}^n H_{1q} v_q$$

Les angles de commutation des fonctions d'existence obéissent encore à l'équation linéaire,

$$\forall h \in \mathbb{Z}, \quad \theta_h = \pi + (2h - 1) \frac{\pi}{m} + F \theta_h$$

on en déduit l'expression de θ_h en fonction de h

$$\forall h \in \mathbb{Z}, \quad \theta_h = \frac{\pi}{1 - F} (1 + (2h - 1)/m)$$

Les relations déjà établies pour un changeur de fréquence du type UFC sont encore valables à condition de changer F en $-F$. La fréquence des fonctions d'existence est dans ces conditions liée à f et f' par $f_e = f - f'$, ce qui revient aussi à changer f' en $-f'$.

Le développement en série de Fourier de la tension v'_1 s'écrit dans ces conditions :

$$v'_1 = V \sqrt{2} \operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{m}\right) \left[-\sin(F\theta) + \sum_{h=1}^{+\infty} (-1)^{h(m+1)} \frac{\sin((hm - (hm \pm 1)F)\theta)}{hm \pm 1} \right]$$

avec :

$$\Delta = \frac{2\pi}{m(1-F)} \quad \text{et} \quad \theta_0 = \frac{\pi}{(1-F)} \left(1 - \frac{1}{m}\right)$$

Les harmoniques de cette tension sont de fréquences :

$$f'_0 = f' \text{ et } f'_h = hmf' - (hm \pm 1)f', \quad h \in \mathbb{N}^*$$

Les fréquences d'un tel convertisseur sont outre le terme à la fréquence f' des fréquences supérieures et inférieures à f' .

On représente sur la figure 3.7. le rapport des fréquences f'_h/f en fonction de $F = f'/f$ pour $h \geq 1$. Pour que les harmoniques de tension soient de fréquences supérieures à f' , une condition sur F est nécessaire :

$$0 \leq F \leq \frac{m}{m+2} \quad \text{ou} \quad F \geq \frac{m}{m-2}$$

On note :

$$D_m = \left[0, \frac{m}{m+2} \right] \cup \left[\frac{m}{m-2}, +\infty \right[$$

La fréquence de sortie peut être soit petite devant celle de l'entrée, soit grande dépendamment de m : si $m = 3$, $F \in D_3 = [0, 3/5] \cup [3, +\infty[$. Dans ce domaine de variation de F , les familles d'harmoniques se coupent pour $m \geq 3$ en $0, m/(m+2)$ et $m/(m-2)$.

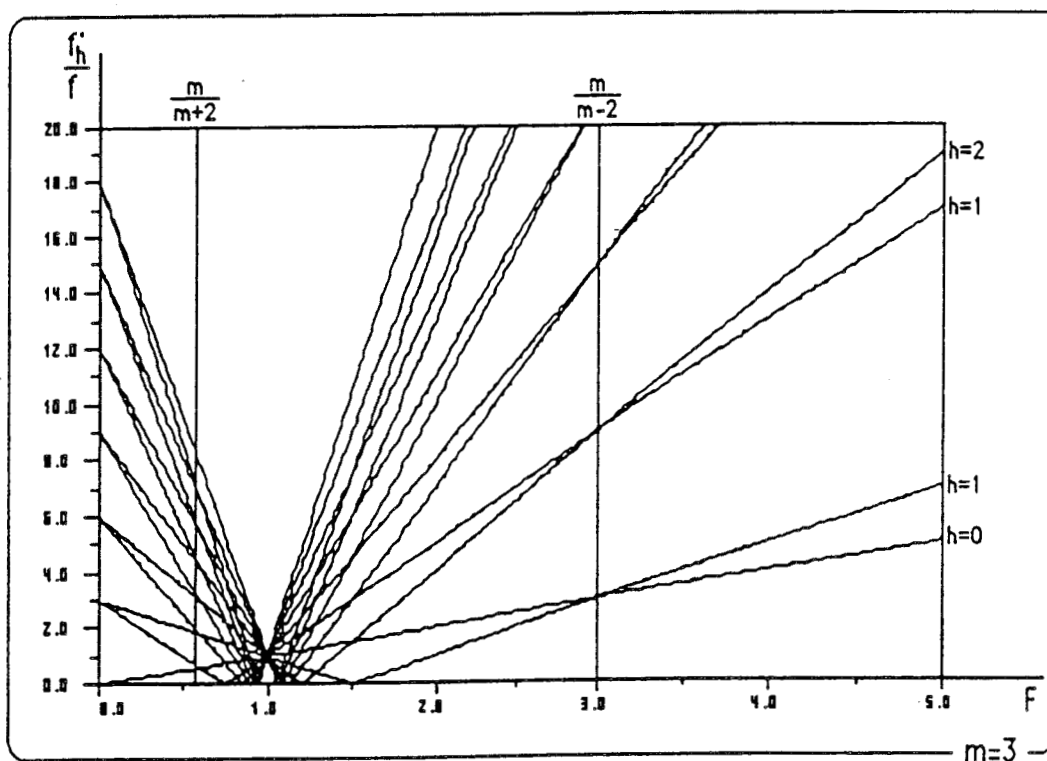


Figure 3.7.

- Si $F \in D_m - \{0, m/(m+2), m/(m-2)\}$:

le module des harmoniques est donné pour chaque famille de fréquence par :

$$\begin{aligned} f'_h = h m f - (h m + 1) f' & \quad V'_h = \frac{V \sqrt{2} \operatorname{sin}_c\left(\frac{\pi}{m}\right)}{h m + 1} \\ f'_h = h m f - (h m - 1) f' & \quad V'_h = \frac{V \sqrt{2} \operatorname{sin}_c\left(\frac{\pi}{m}\right)}{h m - 1} \end{aligned} \quad (41)$$

avec toujours :

$$\Delta = \frac{2\pi}{1-F}$$

Le module du fondamental est égal là encore à :

$$V'_1 = V \sqrt{2} \operatorname{sin}_c\left(\frac{\pi}{m}\right)$$

- Si $F = 0$:

les harmoniques existants sont de rangs $(h m)_{h \geq 1}$ et de modules :

$$V'_{hm} = V \sqrt{2} \operatorname{sin}_c\left(\frac{\pi}{m}\right) \cdot \frac{2 h m}{h^2 m^2 - 1}$$

- Si $F = m/m+2$:

Les harmoniques sont de rangs $(2 h + 1) m / (m + 2)$, $h \geq 0$ et de modules :

$$V'_{\frac{(2h+1)m}{m+2}} = V \sqrt{2} \operatorname{sin}_c\left(\frac{\pi}{m}\right) \left| \frac{(-1)^{m+1}}{(h+1)m+1} + \frac{1}{hm-1} \right|$$

- Si $F = m/m-2$:

les harmoniques sont de rangs $(2 h + 1) m / (m - 2)$, $h \geq 0$ et de modules :

$$V'_{\frac{(2h+1)m}{m-2}} = V \sqrt{2} \operatorname{sin}_c\left(\frac{\pi}{m}\right) \left| \frac{(-1)^{m+1}}{(h+1)m+1} + \frac{1}{hm-1} \right|$$

La figure 3.8. représente le module des harmoniques rapportés à celui du fondamental en fonction du rapport de fréquence f'_h/f dans le cas d'une entrée triphasée et pour F quelconque.

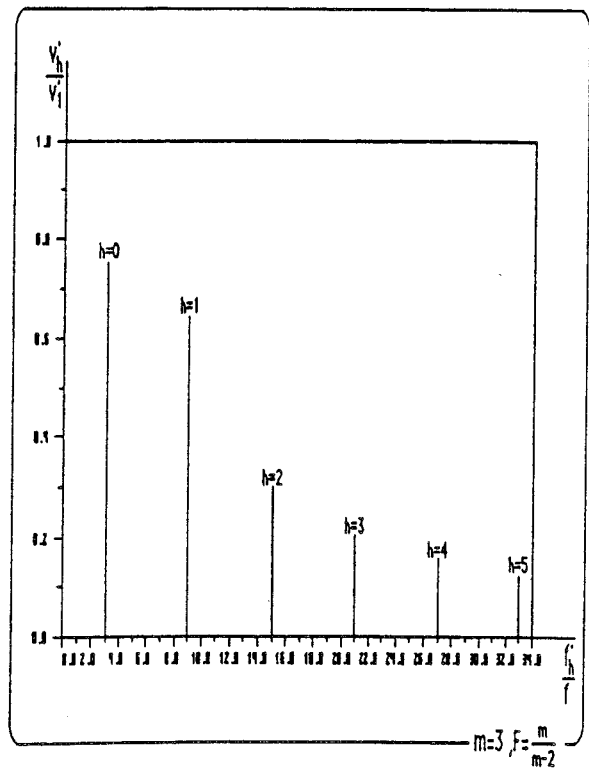
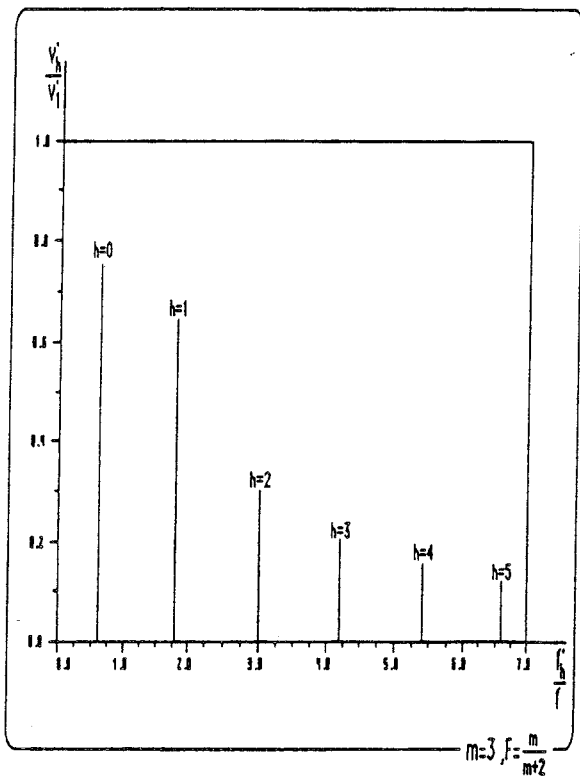
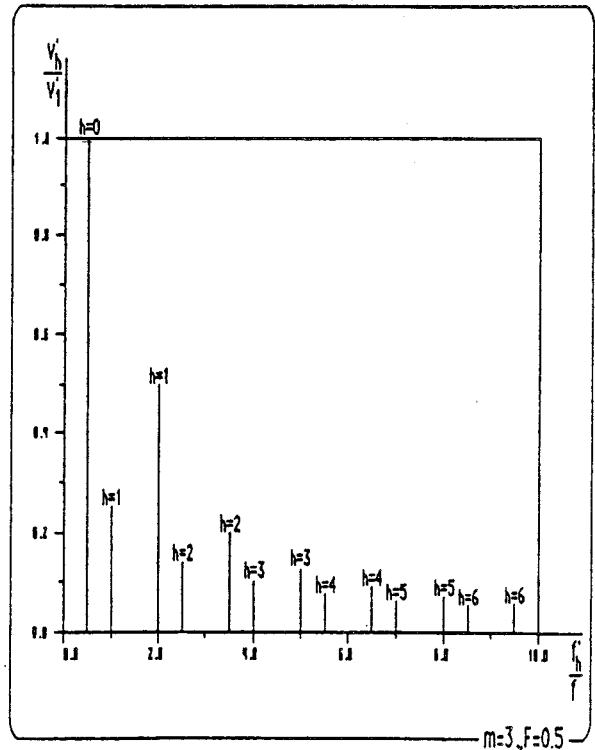
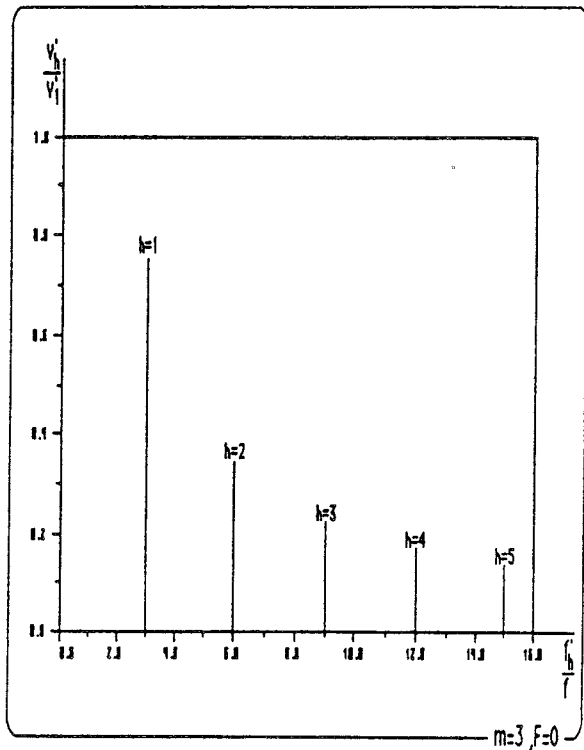


Figure 3.8.

7.2.2. Expression des harmoniques des courants d'entrée lors du débit sur une charge quelconque

Les formes d'onde des courants de sortie sont fortement tributaires de la nature de la charge [26], on peut à priori supposer cette charge quelconque et écrire un développement en série de Fourier des courants.

Les rangs des harmoniques des courants de sortie sont identiques à ceux des tensions de sortie, on peut donc en écrire le développement sous la forme complexe :

$$i'_1 = \sum_{h=-\infty}^{+\infty} C'_h \exp\left(i \frac{f'_h}{f} \theta\right)$$

Chacune des fonctions d'existence est caractérisée par ses angles de commutation, elles sont décalées les unes par rapport aux autres d'un angle multiple de $2\pi/n$.

Le courant d'entrée est lié aux courants de sortie par :

$$i_1 = \sum_{p=1}^n H_{p1} i'_p$$

ou bien :

$$i_1 = \sum_{p=1}^n H_{11} \left(\theta - \frac{2\pi}{nF} (p-1)\right) \cdot i'_1 \left(\theta - \frac{2\pi}{nF} (p-1)\right)$$

Dans le cas d'un convertisseur, de type UFC :

$$H_{11}(\theta) = \frac{1}{m} + \frac{2}{\pi} \sum_{h=1}^{+\infty} (-1)^h \frac{\sin\left(h \frac{\pi}{m}\right)}{h} \cdot \cos[h(1+F)\theta] = \frac{1}{\pi} \sum_{h=-\infty}^{+\infty} (-1)^h \frac{\sin\left(h \frac{\pi}{m}\right)}{h} \cdot e^{ih(1+F)\theta}$$

En développant la somme des $H_{p1} i'_p$ et après simplification des termes à somme nulle, l'expression de i_1 devient :

$$i_1 = \frac{1}{\pi} \sum_{-\infty < h, k < +\infty} (-1)^k \cdot C'_h \frac{\sin\left(\frac{k\pi}{m}\right)}{k} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi f_{kh}}{f'}\right)}{\sin\left(\frac{\pi f_{kh}}{nf'}\right)} \cdot e^{i \frac{f_{kh}}{f} \left(\theta - \frac{\pi}{F} + \frac{\pi}{nF}\right)}$$

avec :

$$f_{k,h} = (k + hm) f + (k + hm \pm 1) f'$$

Dans le cas d'un convertisseur de type SSFC, il suffit de changer le signe de f' dans les formules. i_1 s'exprimera donc sous la forme suivante :

$$i_1 = \frac{1}{\pi} \sum_{-\infty < h, k < +\infty} (-1)^k \cdot C'_h \frac{\sin\left(\frac{k\pi}{m}\right)}{k} \cdot \frac{\sin\left(\frac{\pi f_{k,h}}{f'}\right)}{\sin\left(\frac{\pi f_{k,h}}{nf'}\right)} \cdot e^{i \frac{f_{k,h}}{f} \left(\theta + \frac{\pi}{F} \cdot \frac{\pi}{nF}\right)}$$

avec :

$$f_{k,h} = (k + hm) f - (k + hm \pm 1) f'$$

$$f_e = f - f' \quad \text{et} \quad \Delta = 2\pi / (1 - F)$$

Il est facile de remarquer que ces développements en série de Fourier sont assez compliqués et d'usage délicat, mais en faisant l'approximation du courant de sortie sinusoïdal, ces expressions se simplifient notablement [24].

7.2.3. Calcul des harmoniques des courants d'entrée dans l'hypothèse du courant de sortie sinusoïdal

7.2.3.1. Cas du changeur de fréquence du type UFC

Le courant de sortie est supposé sinusoïdal, son expression est donc :

$$i'_1 = C'_{-1} e^{i \frac{f'_{-1}}{f'} \cdot F\theta} + C'_{+1} \cdot e^{i \frac{f'_{+1}}{f'} \cdot F\theta}$$

Cette expression est celle d'une sinusoïde si et seulement si $f'_{-1} = -f'$, $f'_{+1} = f'$ et $C'_{-1} = -C'_{+1}$.

Donc :

$$i'_1 = 2i C'_{+1} \cdot \sin(F\theta) = I' \sqrt{2} \sin(F\theta)$$

On pose alors : $I' = \sqrt{2} I C'$.

Le courant d'entrée i_1 s'écrit donc après simplification :

$$i_1 = \frac{I' \sqrt{2}}{\pi} \sum_{h=1}^{+\infty} \frac{\sin\left[\frac{h\pi}{m}\right] \cdot \sin\left[\frac{h\pi}{F}\right]}{h} \left[\frac{\sin\left[(h+(h-1)F)\left(\theta + \frac{\pi}{nF} - \frac{\pi}{F}\right)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{nF}(h+(h-1)F)\right]} - \frac{\sin\left[(h+(h+1)F)\left(\theta + \frac{\pi}{nF} - \frac{\pi}{F}\right)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{nF}(h+(h+1)F)\right]} \right]$$

Les harmoniques du courant d'entrée sont donnés par f_h tels que :

$$f_h = hf + (h \pm 1) f' \quad \text{pour } h \geq 1$$

On représente sur la figure 3.9. les harmoniques f_h / f en fonction de F pour $h \geq 1$.

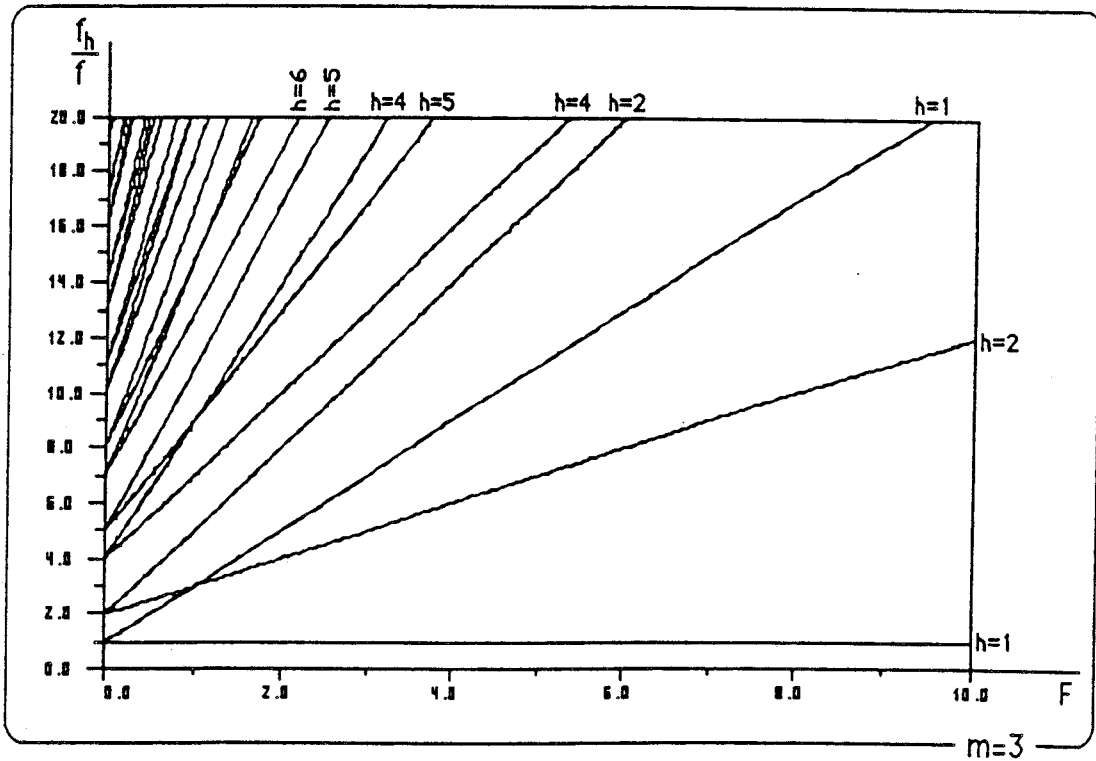


Figure 3.9.

Le module des harmoniques du courant i_1 dépend uniquement de I' , du rapport de fréquence entrée-sortie F et des nombres d'entrées et de sorties m et n .

Le rang des harmoniques est : $h + (h \pm 1) F$ avec $h \geq 1$. D'où :

$$I_{h+(h \pm 1)F} = \frac{I' \sqrt{2}}{\pi} \left| \frac{\sin\left(\frac{h\pi}{m}\right)}{h} \cdot \frac{\sin\left(\frac{h\pi}{F}\right)}{\sin\left[\frac{\pi}{nF} (h + (h \pm 1) F)\right]} \right| \quad (42)$$

- Si $F = 0$:

les courants d'entrée et de sortie sont nuls.

- Si $1/F$ n'est pas entier :

le module des harmoniques est donné par (42).

- Si $1/F$ est un entier non multiple de n :

le module des harmoniques est nul.

- Si $1/F$ est un multiple de n :

le module des harmoniques est donné par :

$$I_{h+(h \pm 1)F} = \frac{n I' \sqrt{2}}{\pi} \cdot \left| \frac{\sin\left(\frac{h\pi}{m}\right)}{h} \right|$$

La figure 3.10. donne les variations du module de ces harmoniques rapportés à I' en fonction de leurs rangs dans le cas d'une entrée triphasée, d'une sortie triphasée et d'un rapport de fréquence F quelconque.

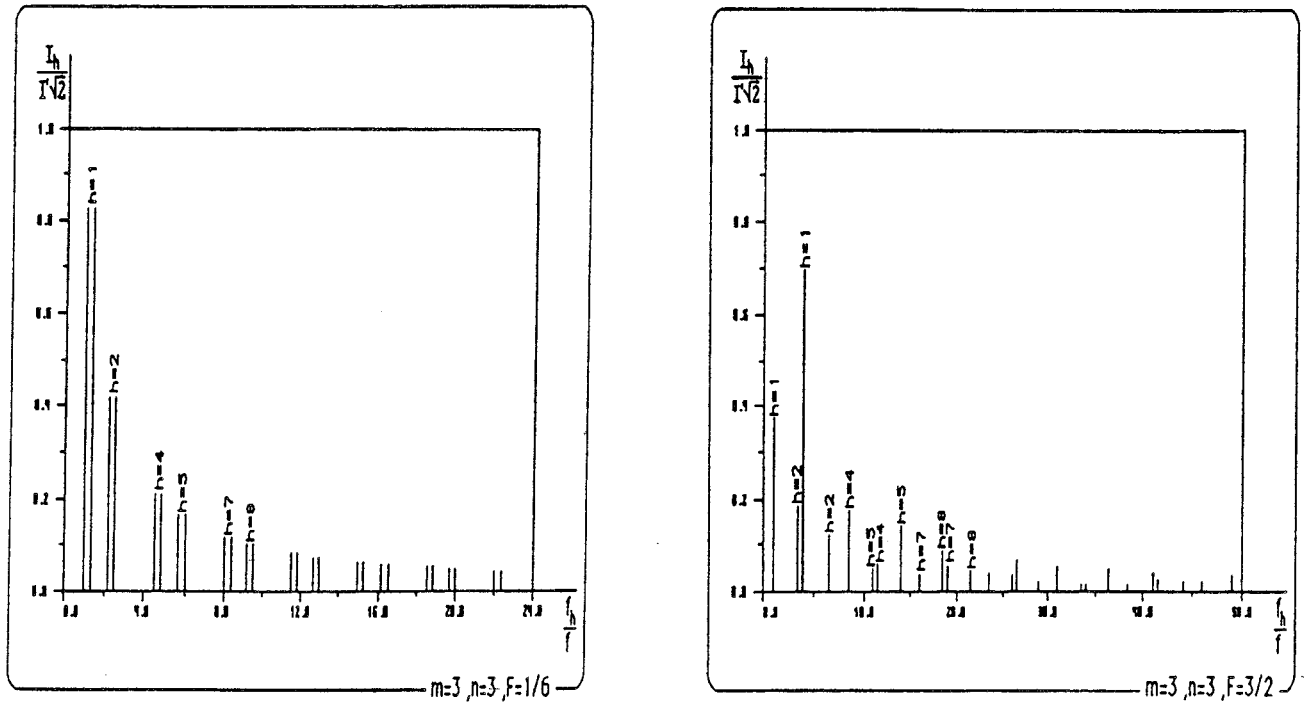


Figure 3.10.

7.2.3.2. Cas du changeur de fréquence du type SSFC

Le courant de sortie du convertisseur est toujours considéré comme sinusoïdal, son expression est $i'_1 = - I' \sqrt{2} \sin (F \theta)$.

L'identification de cette expression avec le développement en série de Fourier de i'_1 implique que $f'_{-1} = -f', f'_1 = f', C'_{-1} = - C'_{1} = - I' \sqrt{2} / (2i)$.

L'expression du courant i_1 prend alors une forme simplifiée :

$$i_1 = \frac{I' \sqrt{2}}{\pi} \sum_{h=1}^{+\infty} \frac{\sin\left[\frac{h\pi}{m}\right] \cdot \sin\left[\frac{h\pi}{F}\right]}{h} \cdot \left[\frac{\sin\left[(h-(h-1)F)\left(\theta - \frac{\pi}{nF} + \frac{\pi}{F}\right)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{nF}(h-(h-1)F)\right]} - \frac{\sin\left[(h-(h+1)F)\left(\theta - \frac{\pi}{nF} + \frac{\pi}{F}\right)\right]}{\sin\left[\frac{\pi}{nF}(h-(h+1)F)\right]} \right]$$

Les harmoniques du courant d'entrée sont donnés par f_h tels que :

$$f_h = hf - (h \pm 1) f' \quad \text{pour } h \geq 1$$

On représente sur la figure 3.11. les harmoniques f_h / f en fonction de F pour $h \geq 1$ et $F \in D_m$.

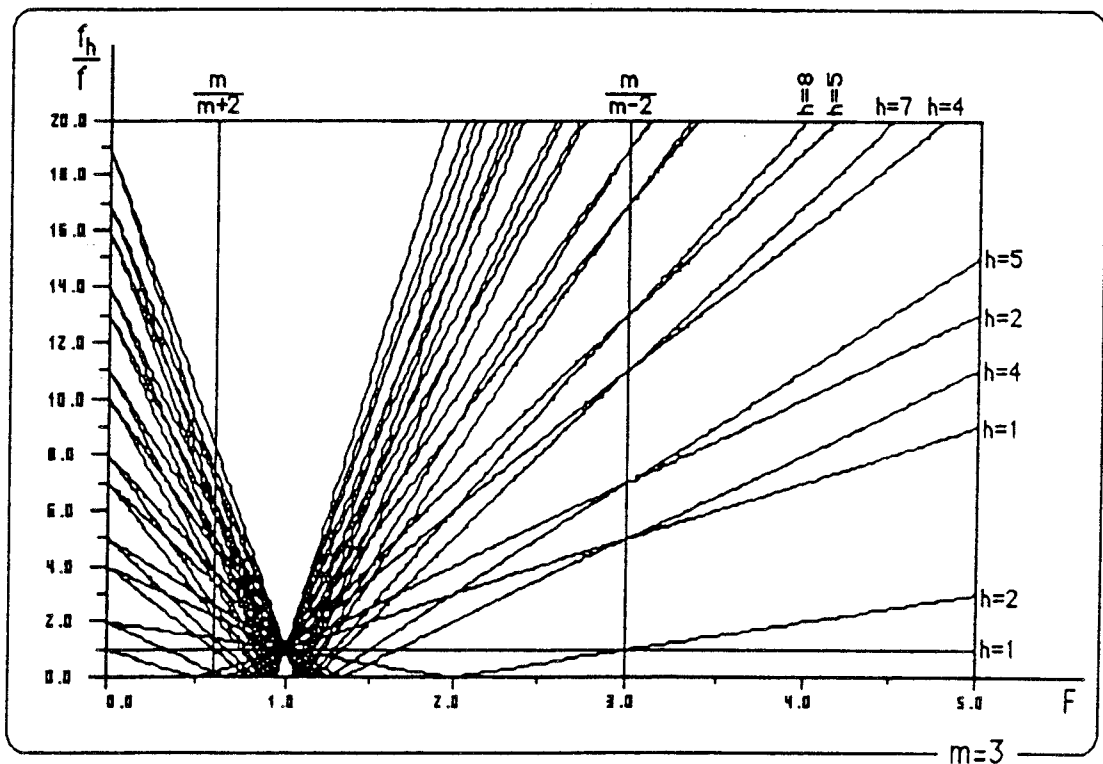


Figure 3.11.

Le module des harmoniques du courant d'entrée i_1 dépend de n , m et F avec la condition

$F \in D_m$.

* F n'est pas l'abscisse d'une intersection de familles d'harmoniques.

- Si $1/F$ n'est pas un entier :

le module des harmoniques est donné par :

$$I_{h-(h \pm 1)F} = \frac{I' \sqrt{2}}{\pi} \left| \frac{\sin\left(\frac{h \pi}{m}\right)}{h} \cdot \frac{\sin\left(\frac{h \pi}{F}\right)}{\sin\left[\frac{\pi}{nF} (h - (h \pm 1)F)\right]} \right| \quad (43)$$

- Si $F = 0$:

les courants d'entrée et de sortie sont nuls.

- Si $1/F$ est un entier non multiple de n :

le module des harmoniques est nul.

- Si $1/F$ est un multiple de n :

le module des harmoniques est donné par :

$$I_{h-(h \pm 1)F} = \frac{n I' \sqrt{2}}{\pi} \left| \frac{\sin\left(\frac{h \pi}{m}\right)}{h} \right|$$

* F est l'abscisse d'une intersection de familles d'harmoniques, donc F est la forme :

$$F = \frac{L}{L+2}, \quad 1 \leq L \leq m$$

ou

$$F = \frac{L}{L-2}, \quad 3 \leq L \leq m$$

La détermination des modules d'harmoniques nécessite une disjonction de cas lourde et fastidieuse. Elle ne sera donc pas faite.

La figure 3.12. donne les variations du module des harmoniques de i_1 rapportés à I en fonction de leurs rangs : $h - (h \pm 1) F$,

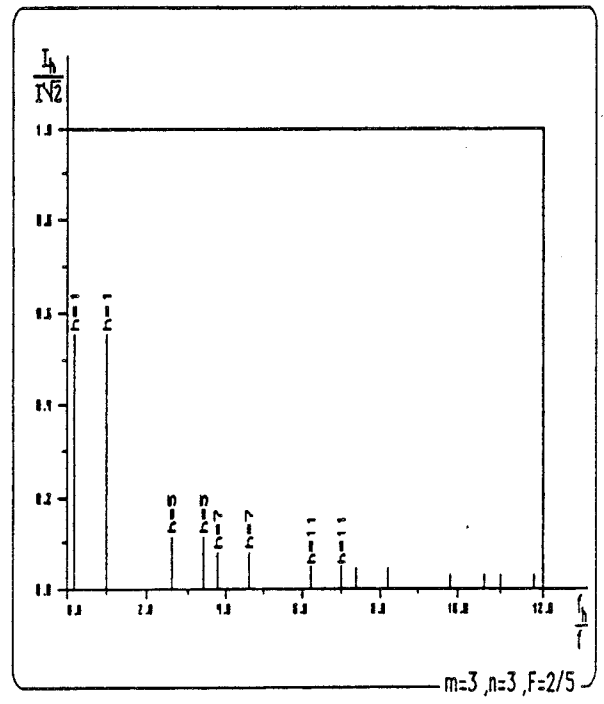
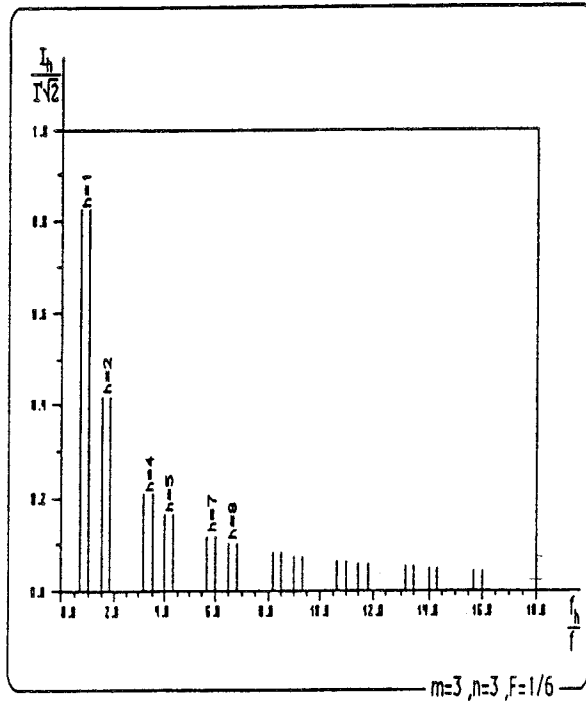


Figure 3.12.

8. NOTES SUR LES GRADATEURS

Les gradateurs sont des convertisseurs alternatif-alternatif qui permettent de faire varier le couant qu'une source alternative débite dans un récepteur. Commandés par variation d'angle de phase, ce sont des convertisseurs à fréquence fixe.

Le gradateur peut être schématisé par une matrice d'interrupteurs à deux entrées et deux sorties en monophasé ou à 3 entrées et 3 sorties à neutres différents en triphasé.

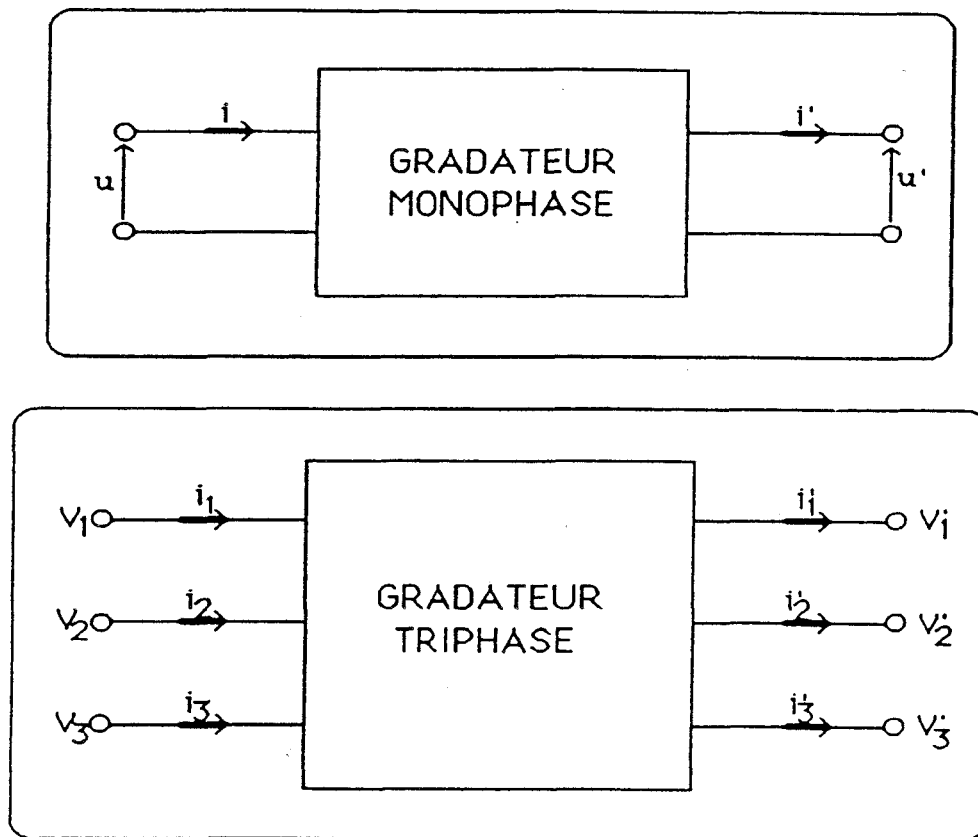


Figure 3.13.

Les semi-conducteurs habituellement mis en oeuvre dans les gradateurs sont des thyristors. Ils fonctionnent la plupart du temps en commutation naturelle libre et il n'y a pas à proprement parler de commutation entre interrupteurs, la tension de sortie est toujours formée de portions de sinusoïdes, mais celles-ci ne sont pas toujours égales à l'une des tensions d'entrée, elles peuvent être des combinaisons linéaires de ces dernières. La tension de sortie et le courant correspondant dépendent de la nature du récepteur.

Bien que la puissance instantanée soit conservée entre l'entrée et la sortie, on ne peut tirer aucune information de cette propriété. En effet, en triphasé, la puissance à l'entrée s'écrit :

$$P_e = v_1 i_1 + v_2 i_2 + v_3 i_3$$

la puissance à la sortie s'écrit :

$$P_s = v'_1 i'_1 + v'_2 i'_2 + v'_3 i'_3$$

Puisqu'il n'y a qu'un interrupteur par fil de ligne $i'_1 = i_1$, $i'_2 = i_2$, $i'_3 = i_3$ et :

$$P_s = v'_1 i_1 + v'_2 i_2 + v'_3 i_3$$

$$P_e - P_s = (v_1 - v'_1) i_1 + (v_2 - v'_2) i_2 + (v_3 - v'_3) i_3$$

En désignant par v_{T11} , v_{T22} , v_{T33} les tensions qui apparaissent aux bornes des interrupteurs.

$$P_e - P_s = v_{T11} \cdot i_1 + v_{T22} \cdot i_2 + v_{T33} \cdot i_3 \quad (44)$$

Si un interrupteur est ouvert, $v_{Tij} \neq 0$, mais $i_j = 0$

Si un interrupteur est fermé, $v_{Tij} = 0$, avec $i_j \neq 0$

Dans tous les cas $P_e - P_s = 0$. Le principe de conservation de la puissance instantanée est toujours vérifié quelque soit l'état des interrupteurs. Cette propriété est liée à la structure, il est nécessaire d'analyser le fonctionnement du gradateur débitant sur sa charge pour déterminer les formes d'onde des tensions et des courants et en déduire le développement en série de Fourier.

CHAPITRE IV

LA CONVERSION CONTINU-CONTINU

CHAPITRE IV

LA CONVERSION CONTINU-CONTINU

La conversion continu-continu est réalisée au moyen de convertisseurs appelés Hacheurs. Ces derniers peuvent encore être schématisés par une matrice d'interrupteurs, celle-ci est très réduite car l'entrée et la sortie sont bipolaires et continues. Dans ces structures les semiconducteurs réalisant la fonction "Hacheur" doivent être unidirectionnels en tension et en courant et commandables à l'amorçage et au blocage. Les cellules de commutation [30] associent l'interrupteur Hacheur et une simple diode.

On fait encore l'hypothèse que la puissance consommée par les interrupteurs est négligeable devant celle transitée et pour qu'il y ait conservation de la puissance instantanée entre l'entrée et la sortie, il faut que dans la structure, il n'y ait pas d'éléments de stockage ou de dissipation d'énergie. Cette contrainte réduit notablement le champ d'application de la méthode de conservation de la puissance instantanée pour ce type de convertisseur.

Un hacheur conservatif peut être représenté par la figure 4.1.

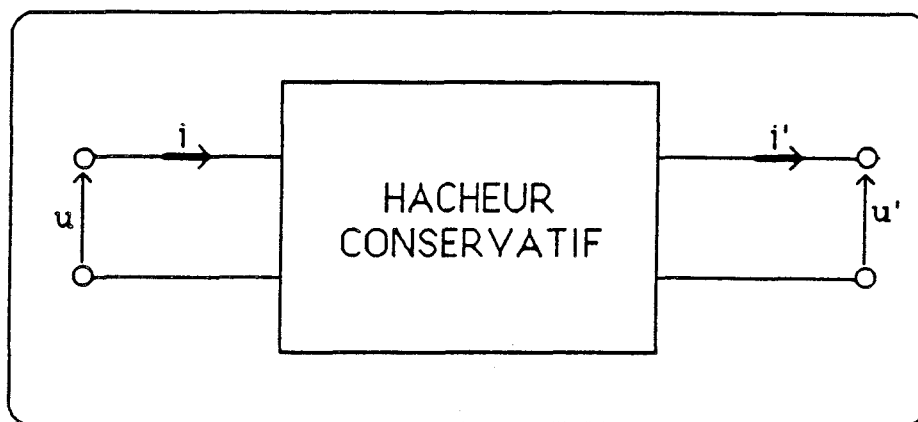


Figure 4.1.

Les hacheurs conservatifs sont également appelés hacheurs à liaison directe et ce sont eux qui font l'objet de l'étude, les autres structures dites à liaison indirecte utilisent des éléments de stockage de l'énergie, la puissance n'est pas instantanément conservée, elle l'est en valeur moyenne. L'utilisation de ce principe est moins riche d'informations. Il permet cependant de trouver des relations liant les valeurs moyennes des grandeurs d'entrée et de sortie.

Dans un hacheur à liaison directe, la puissance instantanée est conservée entre les deux sources [29], très simplement :

$$u \cdot i = u' \cdot i'$$



1. SOURCES PARFAITES

Le hacheur relie entre elles deux sources, l'une de tension et l'autre de courant. Si celles-ci sont parfaites, la tension aux bornes de la source de tension est constante et égale à U' et le courant traversant la source de courant est constant et égal à I' . Les signes respectifs de U et I' peuvent être soit négatifs soit positifs selon la réversibilité des sources.

La conservation de la puissance instantanée donne l'expression du courant haché à l'entrée i en fonction de la tension hachée à la sortie u' . Soit :

$$i = \frac{I'}{U} \cdot u'$$

Le courant d'entrée et la tension de sortie sont donc proportionnels. Les rangs des harmoniques sont égaux et leurs modules proportionnels, la connaissance de la tension de sortie est suffisante pour déterminer le courant d'entrée.

La structure de ces convertisseurs est très simple, avec des sources parfaites les relations sont très faciles à obtenir, on limitera la présentation à l'exposé des résultats.

1.1. Hacheurs à deux interrupteurs

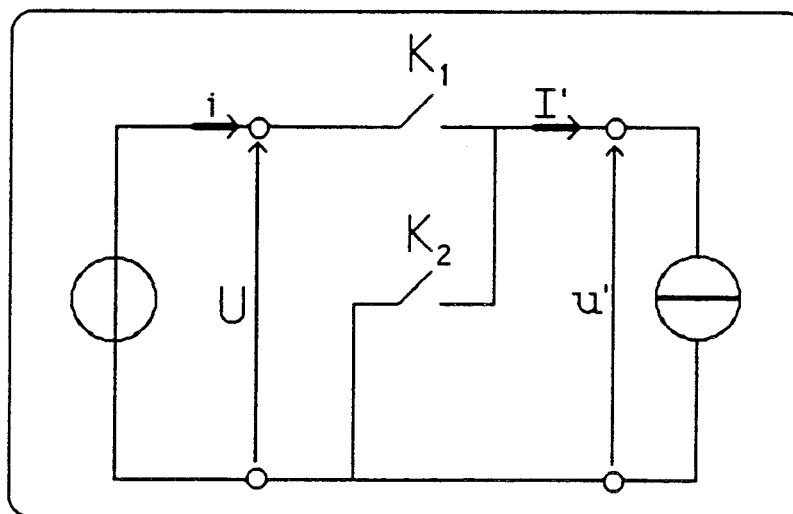


Figure 4.2.

Les deux interrupteurs K_1 et K_2 sont complémentaires, K_1 est fermé entre 0 et αT tandis que K_2 est fermé pendant le reste de la période.

La tension u' est donc représentée sur la figure 4.3.

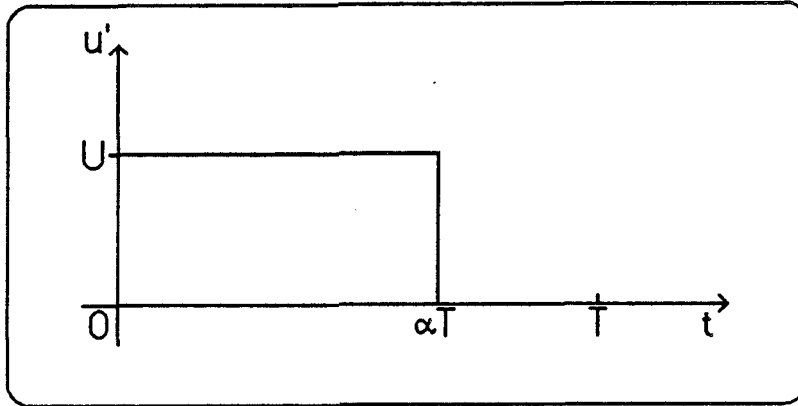


Figure 4.3.

Cette tension périodique se développe en série de Fourier réelle. On obtient :

$$u' = U \left(\alpha + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n\pi\alpha)}{n} \cdot \cos n(\theta - \pi\alpha) \right) \quad \text{avec } \theta = 2\pi \frac{t}{T}$$

Le courant d'entrée i lui est proportionnel :

$$i = \frac{I'}{U} u'$$

Les valeurs moyennes U et I sont liées à U' et I' par :

$$\frac{I}{I'} = \frac{U}{U'} = \alpha$$

Le module des harmoniques de la tension u' et du courant i sont donnés par :

$$\frac{I_n}{I} = \frac{U'_n}{U'} = 2 \left| \text{sinc}(n\pi\alpha) \right| \quad n \geq 1 \quad \text{et} \quad \alpha \in [0, 1]$$

La figure 4.4. représente les modules des 5 premiers harmoniques de u' ou de i en fonction du taux de hachage α , pour α variant entre 0 et 1.

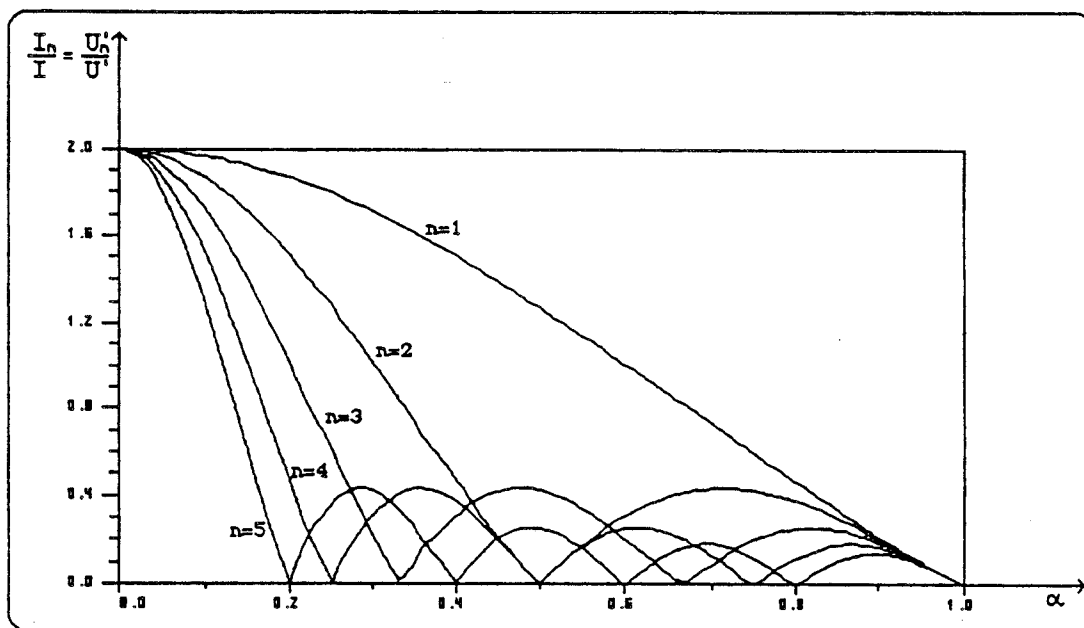


Figure 4.4.

1.2. Hacheurs en pont

La structure des hacheurs en pont est celle des onduleurs monophasés, celle-ci est schématisée par la figure 4.5.

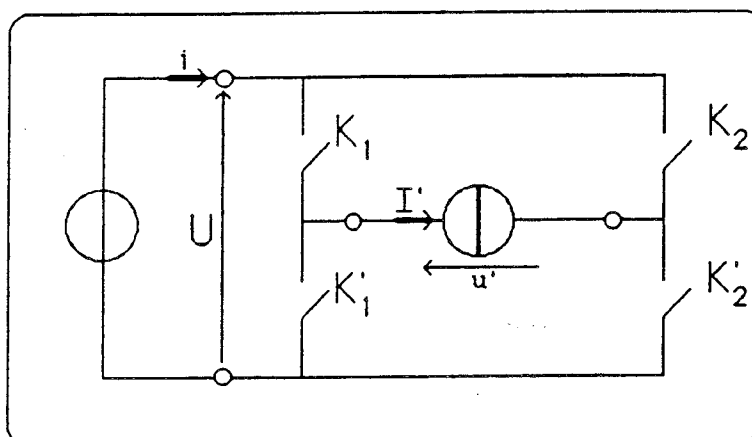


Figure 4.5.

Les sources d'entrée et de sortie du hacheur sont l'une de tension et l'autre de courant mais elles peuvent présenter des réversibilités différentes.

Dans cette structure, les interrupteurs K_1 et K'_1 respectivement K_2 et K'_2 sont complémentaires.

Plusieurs stratégies de commandes peuvent être envisagées, celles-ci dépendent du type de sources mises en liaison et des performances attendues.

Chacune de ces stratégies détermine la tension de sortie u' et le courant d'entrée i , puisque :

$$i = \frac{I'}{U} u'$$

Par exemple en reliant une source de tension réversible en courant à une source de courant réversible en courant et en tension et en adoptant la commande continue : K_1 et K'_2 sont fermés pendant l'intervalle $[0, \alpha T]$ alors que K_2 et K'_1 sont fermés pendant l'intervalle $[\alpha T, T]$, la forme d'onde de la tension u' est représentée figure 4.6.

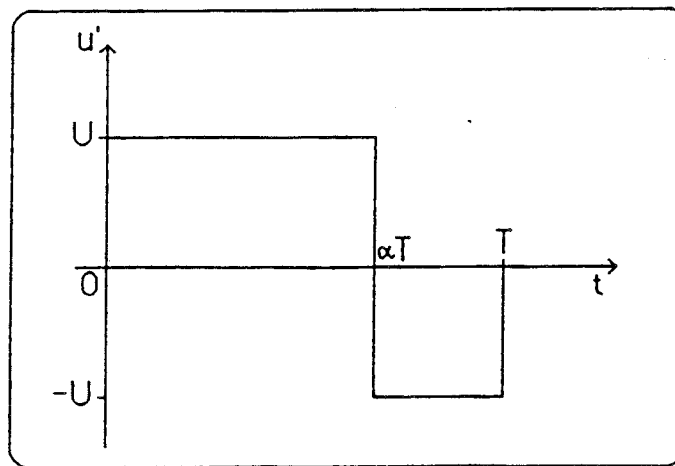


Figure 4.6.

Son développement en série de Fourier est donc :

$$u' = U \cdot \left(2\alpha - 1 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n\pi\alpha)}{n} \cdot \cos n(\theta - \pi\alpha) \right)$$

Celui du courant d'entrée I est le même, à condition de remplacer U par U' . La valeur moyenne de la tension de sortie et donc du courant d'entrée est :

$$\frac{I}{I'} = \frac{U'}{U} = 2 \alpha - 1$$

Les amplitudes des harmoniques sont deux fois plus importantes que celles obtenues avec un hacheur à deux interrupteurs.

2. SOURCES IMPARFAITES

2.1. Source de courant imparfaite

Fréquemment, la source de courant est une machine à courant continu associée à son inductance de lissage. On peut la modéliser par une force électromotrice E , une inductance L et une résistance R (figure 4.7.):

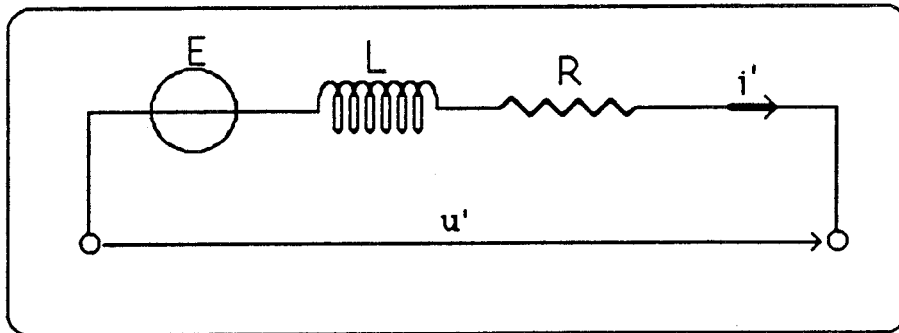


Figure 4.7.

Comme pour les redresseurs, on peut caractériser cette source par deux paramètres :

$$Q = \frac{L\omega}{R} \text{ et } m = \frac{E}{U}, \text{ on se limite à } m \in [0, 1]$$

L'équation différentielle qui lie u' et i' est :

$$u' = Ri' + L \frac{di'}{dt} + E$$

la résolution de cette équation peut être décrite d'une façon générale et sans à priori sur la tension de source u' .

$$i'(t) = -\frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}} \right) + \left(i'(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u'(\tau) e^{\frac{R}{L}\tau} d\tau \right) \cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

En posant $\theta = \omega t$, cette relation devient :

$$i'(\theta) = -\frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{\theta}{Q}} \right) + \left(i'(0) + \frac{1}{L\omega} \int_0^{\theta} u'(\zeta) e^{\frac{\zeta}{Q}} d\zeta \right) \cdot e^{-\frac{\theta}{Q}}$$

L'expression de u' dépend du type de hacheur et du type de commande choisie.

La périodicité du courant i' et celle de u' permettent d'écrire que :

$$i'(2\pi) = i'(0)$$

et

$$u'(2\pi - \zeta) = u'(-\zeta)$$

L'expression de $i'(0)$ est alors donnée par :

$$i'(0) = -\frac{E}{R} + \frac{1}{L\omega} \frac{\int_0^{2\pi} u'(\zeta) e^{\frac{\zeta}{Q}} d\zeta}{e^{2\pi/Q} - 1}$$

soit :

$$i'(0) = \frac{E}{R} \left(\frac{1}{QE} \cdot \frac{\int_0^{2\pi} u'(\zeta) e^{\frac{\zeta}{Q}} d\zeta}{e^{2\pi/Q} - 1} - 1 \right)$$

La conservation de la puissance instantanée permet d'écrire encore :

$$U i = u' \cdot i'$$

On en déduit la relation donnant i en fonction des autres données du hacheur.

$$i = \frac{u'}{U} \cdot i'$$

L'expression analytique de i est donnée dans tous les cas par :

$$i(\theta) = \frac{m}{R} \left(\frac{\int_0^{2\pi} u'(\zeta) \cdot e^{\zeta/Q} d\zeta}{e^{\frac{2\pi}{Q}} - 1} \cdot \frac{e^{-\theta/Q}}{QE} - 1 \right) \cdot u'(\theta) \quad (45)$$

Il est facile de remarquer que $i(\theta)$ dépend uniquement des paramètres caractérisant la source de courant et de la commande.

2.1.1. Cas du hacheur à deux interrupteurs

Si les interrupteurs constituant le hacheur sont bidirectionnels en courant, la représentation analytique de la tension de sortie u' est donnée pour une période de fonctionnement par :

$$u'(\theta) = U \quad \text{si } \theta \in [0, 2\pi\alpha]$$

et

$$u'(\theta) = 0 \quad \text{si } \theta \in [2\pi\alpha, 2\pi] \quad \text{avec } 0 \leq \alpha \leq 1$$

Si les interrupteurs sont unidirectionnels en courant, la tension $u'(\theta)$ pour $\theta \in [2\pi\alpha, 2\pi]$ peut être encore égale à 0 si la conduction est continue ou égale à 0 puis à E en cas de conduction discontinue.

La forme d'onde de $u'(\theta)$ dépend donc du récepteur, et l'analyse du fonctionnement du convertisseur est nécessaire pour l'obtention des caractéristiques de tension relatives au récepteur. En revanche, la forme d'onde du courant d'entrée et donc les caractéristiques relatives au courant absorbé sont indépendantes de la nature de la conduction. En effet, puisque :

$$i = \frac{u' i'}{U}$$

et que dans l'intervalle $[2\pi\alpha, 2\pi]$, c'est soit u' qui est égal à 0 soit i' , l'expression de i ne dépend que des valeurs de u' et de i' pendant l'intervalle $[0, 2\pi\alpha]$.

On obtient donc facilement l'expression analytique du courant d'entrée :

$$i(\theta) = \frac{U}{R} \left(1 - m + \frac{e^{\frac{2\pi\alpha}{Q}} - e^{-\frac{2\pi}{Q}}}{e^{\frac{2\pi}{Q}} - 1} \cdot e^{-\theta/Q} \right) \quad \text{pour } \theta \in [0, 2\pi\alpha], \text{ le reste de la période } i(\theta) = 0$$

A partir de cette expression analytique, on peut en déduire le développement en série de Fourier complexe du courant i . On obtient :

$$i(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{in\theta}$$

avec

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi\alpha} i(\theta) \cdot e^{-in\theta} d\theta$$

soit :

$$i(\theta) = \frac{U}{\pi R} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{-\cos n\pi\alpha}{n^2 + \frac{1}{Q^2}} \left(\frac{1}{2} + \frac{\text{sh } \frac{\pi}{Q} (1 - 2\alpha)}{2 \text{sh } \frac{\pi}{Q}} \right) \cdot \left(n \text{tg } n\pi\alpha + \frac{1}{Q} \text{th } \frac{\pi\alpha}{Q} \right) + i \left(\frac{1}{Q} \text{tg } n\pi\alpha - n \text{th } \frac{\pi\alpha}{Q} \right) + (1 - m) \cdot \frac{\sin n\pi\alpha}{n} \right] \cdot e^{in(\theta - \pi\alpha)} \quad (46)$$

La valeur moyenne du courant d'entrée est égale à I ,

$$I = \frac{U}{R} \left((1 - m) \alpha - \left(1 + \frac{\text{sh } \frac{\pi}{Q} (1 - 2\alpha)}{\text{sh } \frac{\pi}{Q}} \right) \cdot \frac{Q}{2\pi} \text{th } \frac{\pi\alpha}{Q} \right)$$

Dans le cas particulier où Q tend vers l'infini, I tend vers une valeur finie :

$$I_\infty = \alpha \frac{U}{R} (\alpha - m)$$

Le module des harmoniques de rang n notés I_n est donné par $I_n = 2|C_n|$, soit :

$$I_n = \frac{2U}{\pi R} \left[(m-1)^2 \cdot \frac{\sin^2(n\pi\alpha)}{n^2} + \frac{\cos^2(n\pi\alpha)}{4\left(n^2 + \frac{1}{Q^2}\right)} \cdot \left(\operatorname{tg}^2 n\pi\alpha + \operatorname{th}^2 \frac{\pi\alpha}{Q} \right) \cdot \left(1 + \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi}{Q} (1 - 2\alpha)}{\operatorname{sh} \frac{\pi}{Q}} \right)^2 \right. \\ \left. + \frac{(m-1) \sin(2n\pi\alpha)}{2n\left(n^2 + \frac{1}{Q^2}\right)} \left(n \operatorname{tg} n\pi\alpha + \frac{1}{Q} \operatorname{th} \frac{\pi\alpha}{Q} \right) \left(1 + \frac{\operatorname{sh} \frac{\pi}{Q} (1 - 2\alpha)}{\operatorname{sh} \frac{\pi}{Q}} \right) \right]^{1/2} \quad \text{pour } n \geq 1$$

Quand Q tend vers l'infini, l'expression de ces harmoniques ne simplifie notablement :

$$\frac{I_n}{I_0} = 2 \left| \operatorname{sin}_c(n\pi\alpha) \right|. \quad \operatorname{sin}_c \text{ est la fonction sinus cardinal}$$

La figure 4.8. donne les variations de la valeur moyenne de I notée I_0 ainsi que celle de ses harmoniques rapportés à U/R en fonction de α , $\alpha \in [0, 1]$ pour Q et m donnés, n prend les valeurs 1, 2, 3 et 4. m est fixé à la valeur 0,5 et Q prend les valeurs 0, 1, 5 et ∞ .

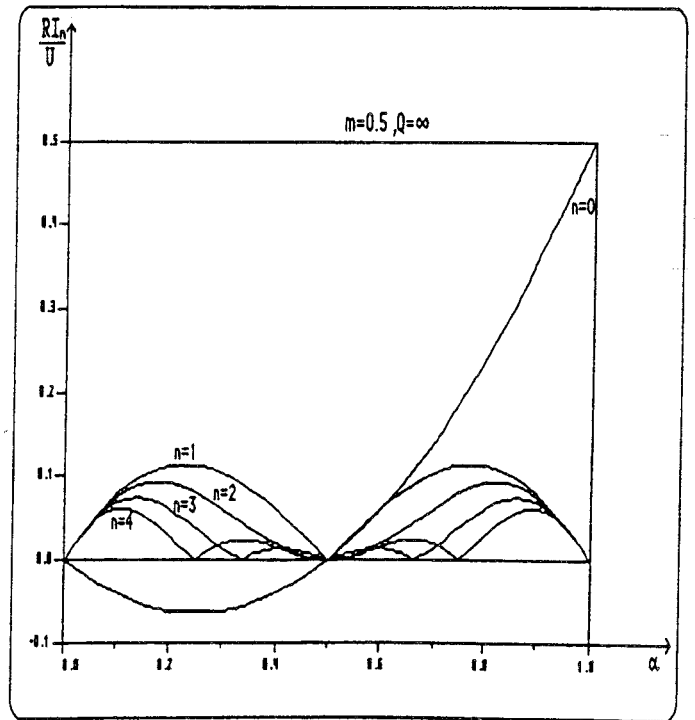
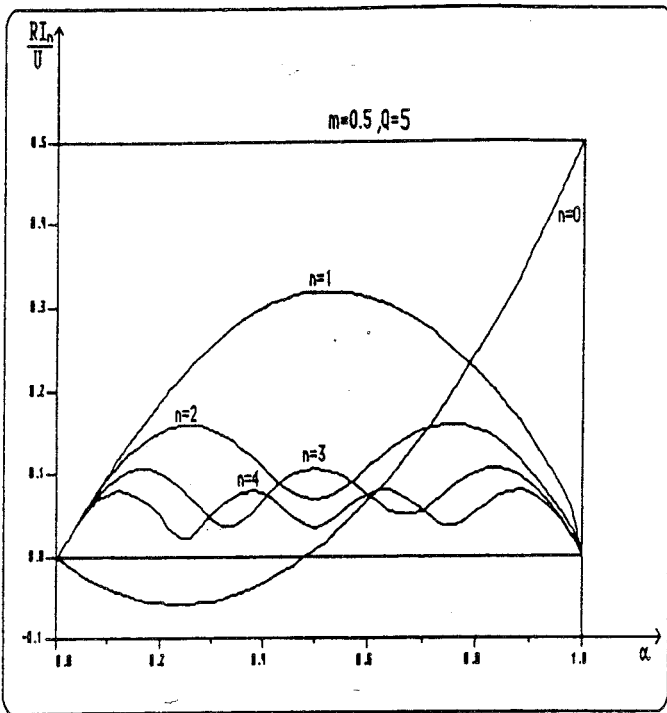
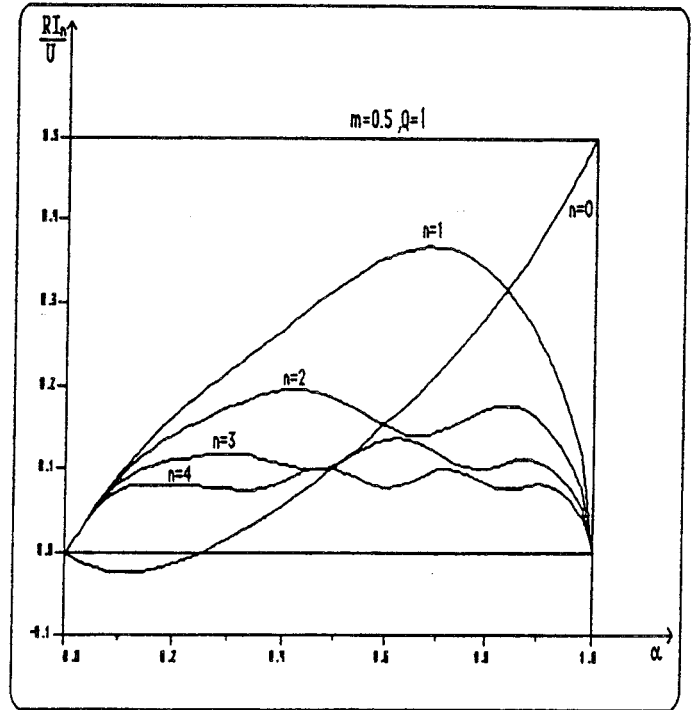
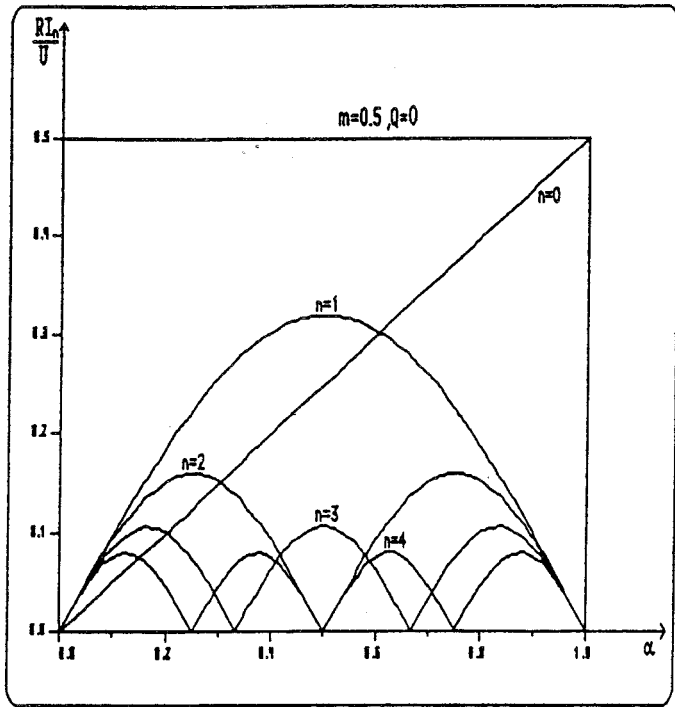


Figure 4.8.

2.1.2. Cas du hacheur en pont

On ne présente que le cas particulier où la stratégie de commande est donnée par le § 1.1.2.

La représentation analytique de la tension de sortie u' est donnée pour une période de fonctionnement par :

$$\begin{aligned} u'(\theta) &= U \quad \text{si } \theta \in [0, 2\pi \alpha] \\ u'(\theta) &= -U \quad \text{si } \theta \in [2\pi \alpha, 2\pi] \quad \text{avec } 0 \leq \alpha \leq 1 \end{aligned}$$

L'expression analytique du courant d'entrée se déduit facilement de (45) par intervalles.

$$\begin{aligned} i(\theta) &= \frac{U}{R} \left(1 - m + 2 \frac{e^{\frac{2\pi\alpha}{Q}} - e^{\frac{2\pi}{Q}}}{e^{\frac{2\pi}{Q}} - 1} \cdot e^{-\theta/Q} \right) \quad \text{pour } \theta \in [0, 2\pi \alpha] \\ i(\theta) &= \frac{U}{R} \left(m + 1 - 2 \frac{e^{\frac{2\pi(\alpha+1)}{Q}} - e^{\frac{2\pi}{Q}}}{e^{\frac{2\pi}{Q}} - 1} \cdot e^{-\theta/Q} \right) \quad \text{pour } \theta \in [2\pi \alpha, 2\pi] \end{aligned}$$

Le développement en série de Fourier est semblable à celui calculé dans le cas du hacheur à deux interrupteurs.

$$i(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{in\theta}$$

avec

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i(\theta) \cdot e^{-in\theta} d\theta$$

Le signe de i est quelconque, la conduction est donc continue tout au long de la période, on obtient donc :

$$i(\theta) = \frac{2U}{\pi R} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[\frac{(m+1) \sin(n\pi) - \frac{m}{n} \sin(n\pi\alpha) + \frac{\cos(n\pi\alpha)}{n^2 + \frac{1}{Q^2}} \cdot \frac{\operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{Q}(2\alpha-1)\right)}{\operatorname{sh}\frac{\pi}{Q}} \cdot \left[\frac{1}{Q} \left(1 - \frac{\operatorname{ch}\frac{\pi}{Q}}{\operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{Q}(2\alpha-1)\right)} \right) \right] \right. \right. \\ \left. \left. + n \operatorname{tg}(n\pi\alpha) \cdot \operatorname{th}\frac{\pi}{Q}(2\alpha-1) \right] + i \left[\frac{\operatorname{tg}(n\pi\alpha)}{Q} \cdot \operatorname{th}\left(\frac{\pi}{Q}(2\alpha-1)\right) - n \left[1 - \frac{\operatorname{ch}\frac{\pi}{Q}}{\operatorname{ch}\left(\frac{\pi}{Q}(2\alpha-1)\right)} \right] \right] \right] \cdot e^{in(\theta-\pi\alpha)}$$

La valeur moyenne du courant i est donnée par $I = C_0$, le module de ses harmoniques notés I_n sont égaux à $2|C_n|$.

Quand Q tend vers ∞ , ces expressions se simplifient notablement :

$$I_\infty = \frac{U}{R} (2\alpha - 1) (2\alpha - 1 - m)$$

et

$$I_{n-} = \frac{U}{R} (2\alpha - 1 - m) \cdot \frac{\sin n\pi\alpha}{n}$$

La figure 4.9. donne les variations de I notée I_0, I_1, I_2, I_3 et I_4 rapportés à U/R en fonction de α , on choisit pour m la valeur 0,5 et pour $Q : 0, 1, 5$ et ∞ .

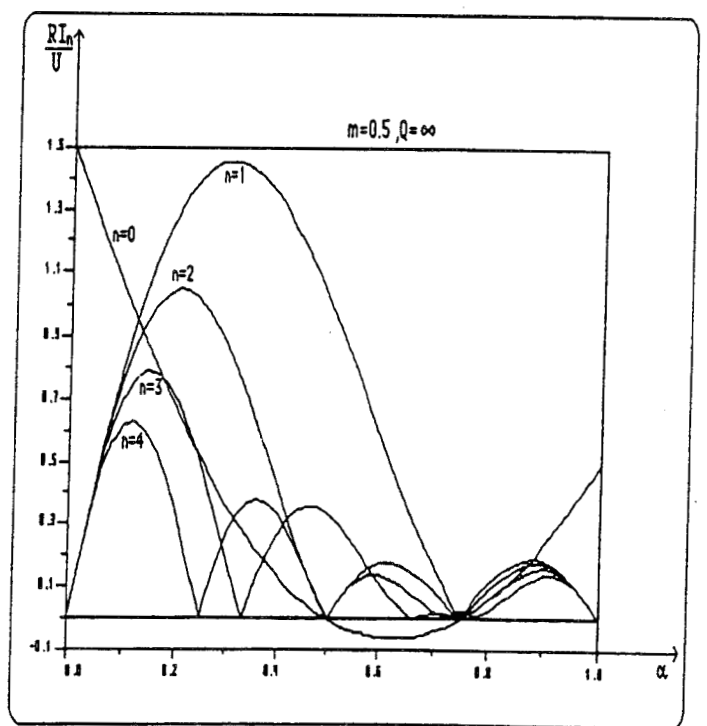
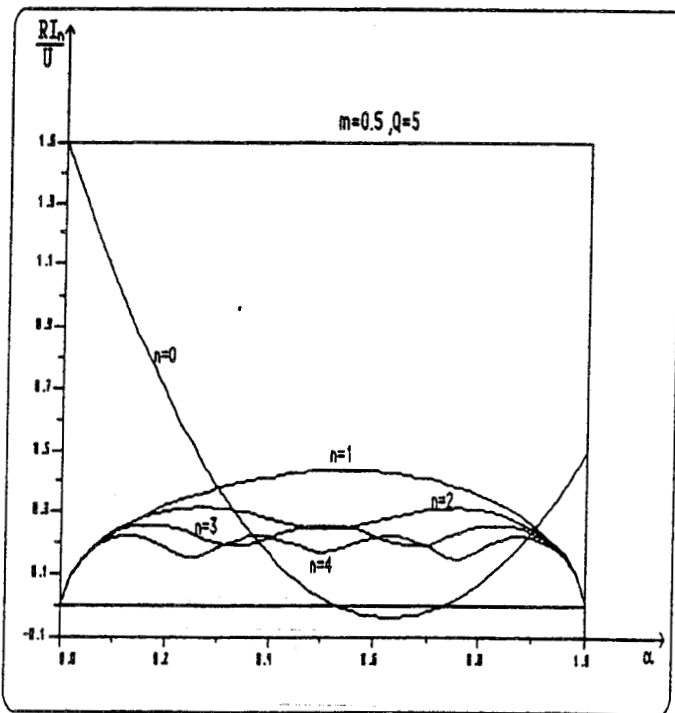
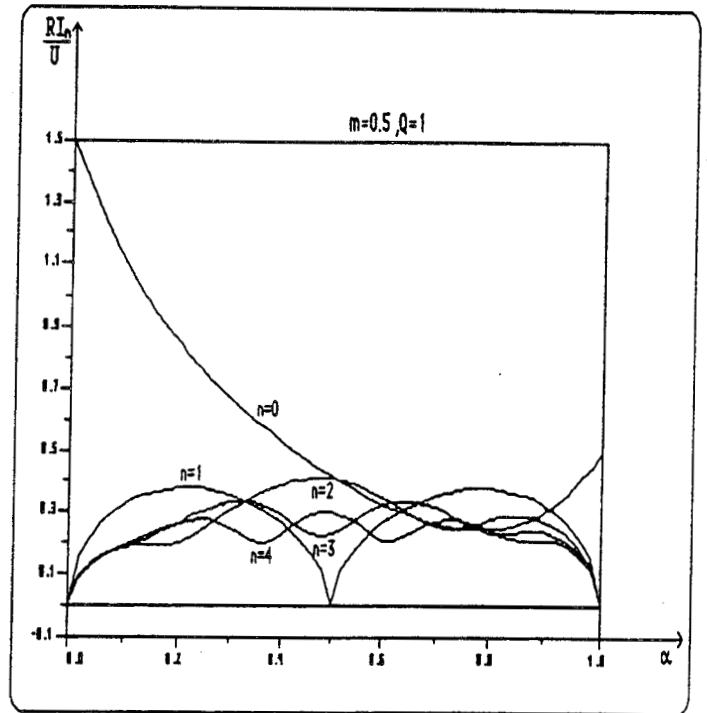
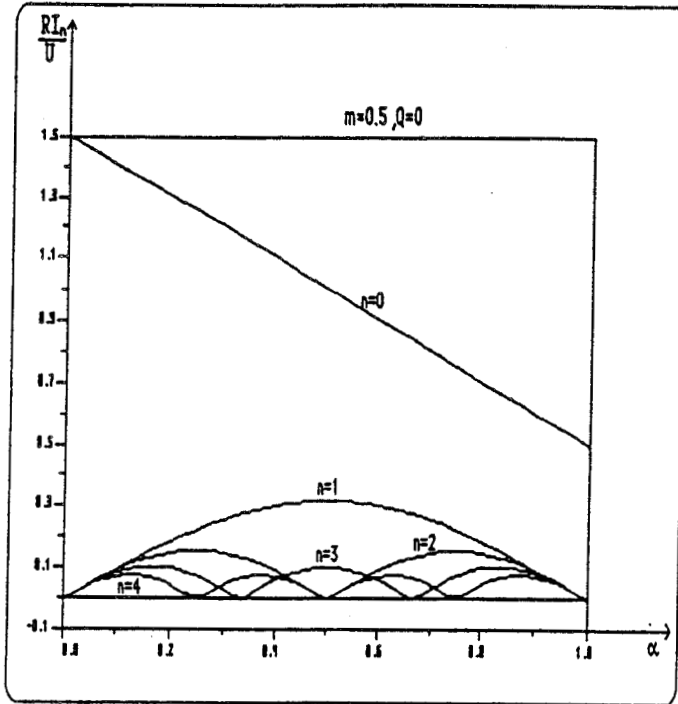


Figure 4.9.

2.2. Source de tension imparfaite

Lorsque la source de tension est imparfaite, c'est-à-dire qu'elle présente en série avec sa f.e.m une inductance, il est nécessaire de lui redonner le caractère de "source de tension instantanée". Il faut brancher en parallèle sur celle-ci un condensateur. La source "corrigée" peut être schématisée comme représentée figure 4.10.

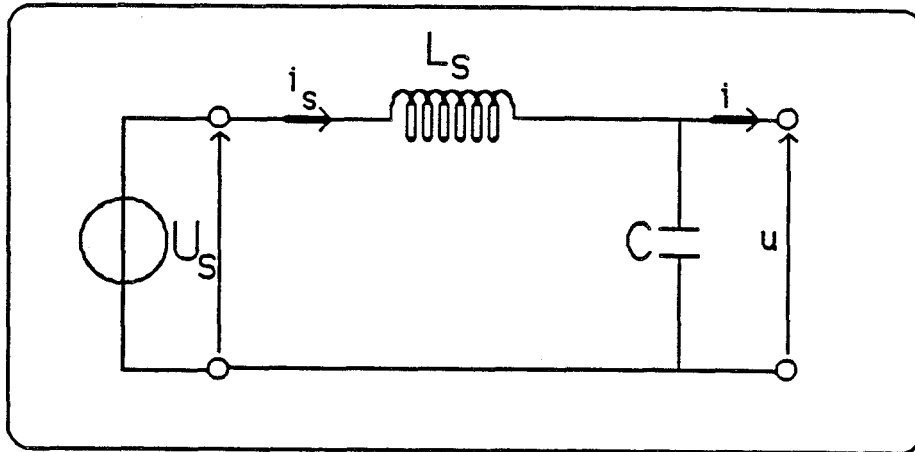


Figure 4.10.

Elle peut être caractérisée par deux paramètres [29].

$$k_f = \sqrt{\frac{L_s}{C}} \cdot \frac{I'}{U_s} \quad \text{et} \quad k_r = \frac{1}{\omega \sqrt{L_s C}}$$

L'équation différentielle qui lie u et i est :

$$\frac{d^2 u}{d\theta} + k_f^2 (u - U_s) = - \frac{1}{C \omega} \frac{di}{d\theta}$$

la solution générale de cette équation est :

$$u(\theta) = A \cos k_f \theta + B \sin k_f \theta + U_s$$

Le courant i est lié à I' par la structure du Hacheur. Si la source de courant est parfaite, le courant i est constant par intervalles, sur chacun de ces intervalles $di/d\theta = 0$. Le second membre de l'équation différentielle est nul et la solution générale de cette équation est inchangée, seules les constantes A et B diffèrent suivant l'intervalle de conduction. Leur détermination se déduit de la continuité des variables d'état u et i_s .

On déduit facilement de la figure 4.10., l'expression du courant fourni par la source :

$$i_s = i + C\omega k_f (B \cos k_f \theta - A \sin k_f \theta)$$

La détermination analytique de u et i_s est la méthode la plus judicieuse pour le calcul des harmoniques de i_s . On distinguera là encore le cas du hacheur à deux interrupteurs puis celui du hacheur en pont.

2.2.1. Cas du hacheur à deux interrupteurs

L'expression analytique du courant d'entrée i est donnée par intervalles :

$$\begin{aligned} i(\theta) &= I' & \text{si } \theta \in [0, 2\pi\alpha] \\ i(\theta) &= 0 & \text{si } \theta \in [2\pi\alpha, 2\pi] \end{aligned} \quad \text{avec } 0 \leq \alpha \leq 1$$

La détermination complète de u et i_s nécessite leur définition par intervalles :

$$\begin{aligned} \text{si } \theta \in [0, 2\pi\alpha] & & u(\theta) &= U_s + A_1 \cos k_f \theta + B_1 \sin k_f \theta \\ & & i_s(\theta) &= I' + C\omega k_f (B_1 \cos k_f \theta - A_1 \sin k_f \theta) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{si } \theta \in [2\pi\alpha, 2\pi] & & u(\theta) &= U_s + A_2 \cos k_f \theta + B_2 \sin k_f \theta \\ & & i_s(\theta) &= C\omega k_f (B_2 \cos k_f \theta - A_2 \sin k_f \theta) \end{aligned}$$

La continuité et la périodicité de ces deux variables d'état permettent d'écrire :

$$(A_1 - A_2) \cdot \cos(2\pi \alpha k_f) + (B_1 - B_2) \cdot \sin(2\pi \alpha k_f) = 0$$

$$I' + C \omega k_f ((B_1 - B_2) \cos(2\pi \alpha k_f) - (A_1 - A_2) \sin(2\pi \alpha k_f)) = 0$$

et

$$A_1 = A_2 \cos(2\pi k_f) + B_2 \sin(2\pi k_f)$$

$$I' + C \omega k_f B_1 = C \omega k_f (B_2 \cos(2\pi k_f) - A_2 \sin(2\pi k_f))$$

La résolution de ce système d'équations donne l'expression de (A_1, B_1) et (A_2, B_2) , le courant i_s et la tension u s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \theta \in [0, 2\pi \alpha] \quad u(\theta) &= U_s \left(1 - k_f \frac{\sin(\pi k_f (1 - \alpha))}{\sin(\pi k_f)} \cdot \sin(k_f (\theta - \pi \alpha)) \right) \\ i_s(\theta) &= -I' \left(1 - \frac{\sin(\pi k_f (1 - \alpha))}{\sin(\pi k_f)} \cdot \cos(k_f (\theta - \pi \alpha)) \right) \\ \theta \in [2\pi \alpha, 2\pi] \quad u(\theta) &= U_s \left(1 + k_f \frac{\sin(\pi \alpha k_f)}{\sin(\pi k_f)} \cdot \sin(k_f (\theta - \pi (\alpha + 1))) \right) \\ i_s(\theta) &= I' \frac{\sin(\pi \alpha k_f)}{\sin(\pi k_f)} \cdot \cos(k_f (\theta - \pi (\alpha + 1))) \end{aligned} \tag{48}$$

On retrouve bien les résultats obtenus par SEGUIER dans [29].

Le développement en série de Fourier complexe du courant i_s est donné par :

$$i_s(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{in\theta}$$

avec

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i_s(\theta) \cdot e^{-in\theta} d\theta$$

soit :

$$C_n = \frac{1}{2\pi} \left(\int_0^{2\pi \alpha} i_s(\theta) \cdot e^{-in\theta} d\theta + \int_{2\pi \alpha}^{2\pi} i_s(\theta) \cdot e^{-in\theta} d\theta \right)$$

Après calcul, l'expression des C_n est :

$$C_n = \frac{I' \cdot k_f}{\pi} \cdot \frac{e^{-ln \pi \alpha}}{k_f^2 - n^2} \left(k_f \cdot \frac{\sin n \pi \alpha}{n} - \frac{\sin \pi \alpha k_f \cdot \sin \pi k_f (1 - \alpha)}{\sin \pi k_f} e^{-ln \pi \alpha} \right)$$

d'où :

$$i_s(\theta) = \frac{I' \cdot k_f}{\pi} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(k_f \cdot \frac{\sin n \pi \alpha}{n} - \frac{\sin \pi \alpha k_f \cdot \sin \pi k_f (1 - \alpha)}{\sin \pi k_f} e^{-ln \pi \alpha} \right) \cdot \frac{e^{ln(\theta - \pi \alpha)}}{k_f^2 - n^2} \quad (49)$$

La valeur moyenne du courant égale à I est donnée par :

$$\frac{I}{I'} = \alpha - \frac{\sin(\pi \alpha k_f)}{\pi k_f} \cdot \frac{\sin \pi k_f (1 - \alpha)}{\sin \pi k_f}$$

On remarque que si k_f est grand, I/I' est voisin de α .

Le module des harmoniques du courant i_s est donné par $2|C_n|$, donc :

$$I_n = \frac{2 I' k_f}{\pi} \cdot \frac{\sqrt{\left(k_f \frac{\sin n \pi \alpha}{n} \right)^2 + k_f'^2 - \frac{k_f' k_f}{n} \sin 2 n \pi \alpha}}{|k_f^2 - n^2|}$$

avec :

$$k_f' = \frac{\sin(\pi \alpha k_f) \cdot \sin(\pi k_f (1 - \alpha))}{\sin(\pi k_f)}$$

La figure 4.11. donne les variations de I notée I_0, I_1, I_3 et I_4 rapportés à I' en fonction du paramètre de commande α pour :

$$k_f = \frac{1}{4}, \frac{1}{2} \text{ et } \frac{3}{4}$$

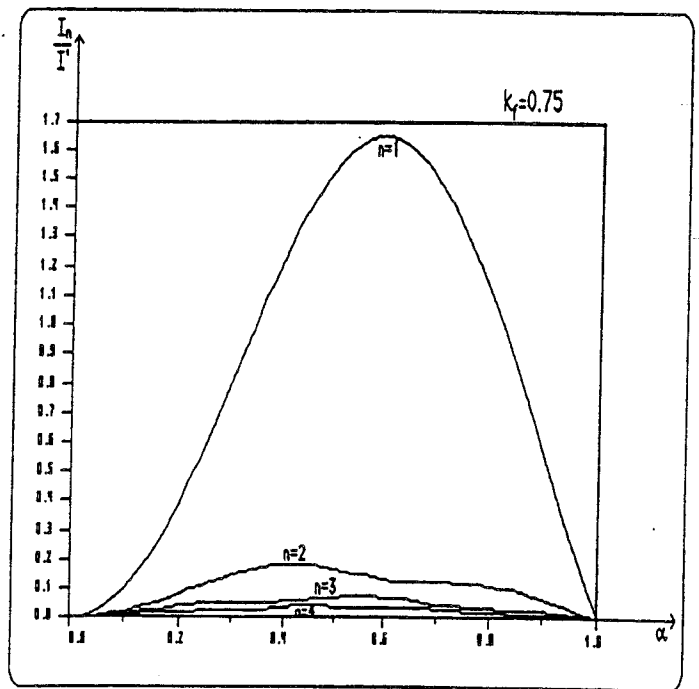
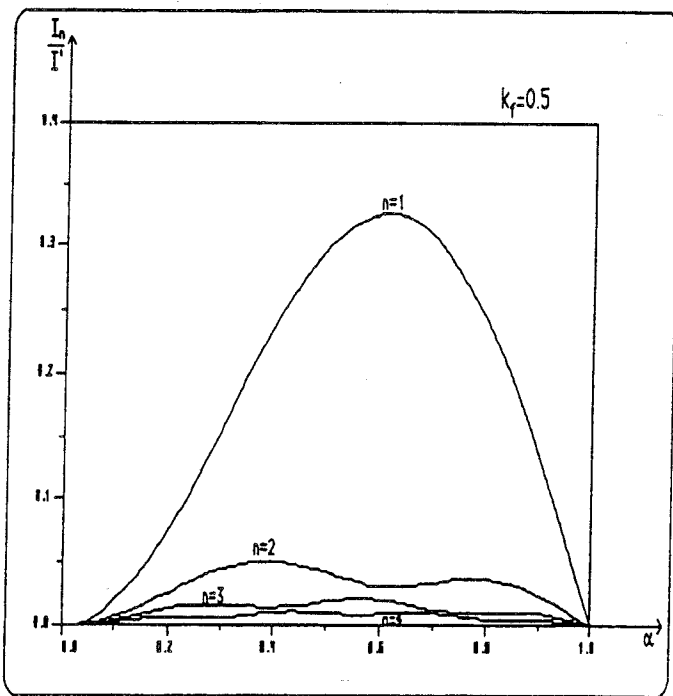
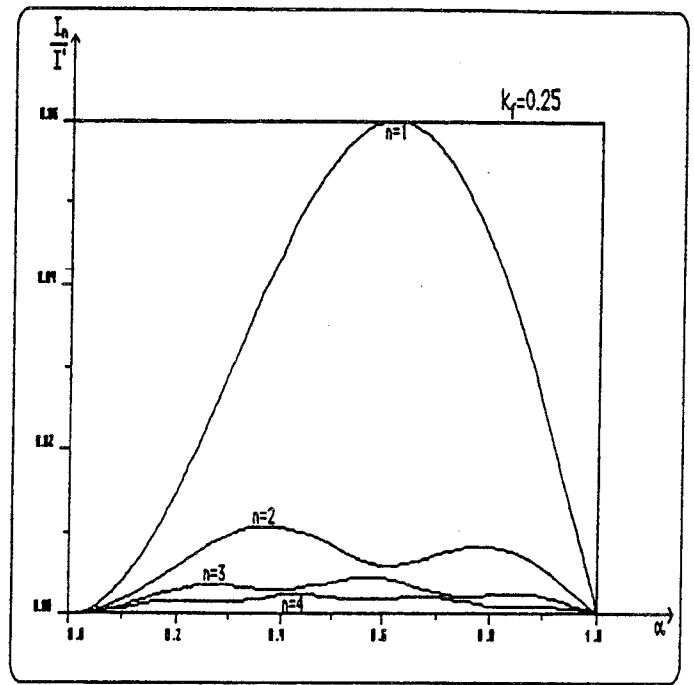
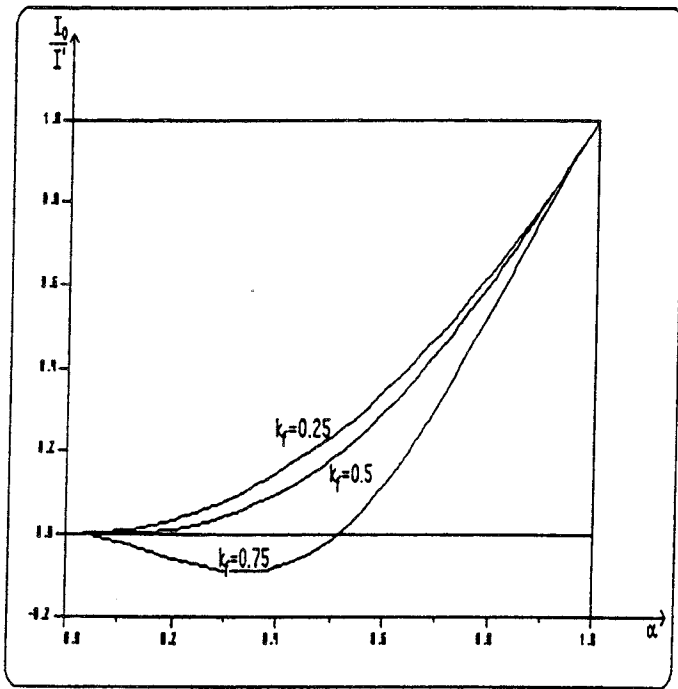


Figure 4.11.

2.2.2. Cas du hacheur en pont

Avec la même stratégie de commande que précédemment, soit :

$$\begin{aligned} i(\theta) &= I' & \text{si } \theta \in [0, 2\pi\alpha] \\ i(\theta) &= -I' & \text{si } \theta \in [2\pi\alpha, 2\pi] \end{aligned} \quad \text{avec } 0 \leq \alpha \leq 1$$

Si l'on remplace I' par $2I'$ et i_s par $i_s + I$ dans les expressions de u et de i_s obtenues avec un hacheur à deux interrupteurs, les expressions analytiques de u et de i_s sont données par intervalles :

$$\begin{aligned} \theta \in [0, 2\pi\alpha] \quad u(\theta) &= U_s \left(1 - k_f \frac{\sin(\pi k_f (1 - \alpha))}{\sin \pi k_f} \cdot \sin(k_f (\theta - \pi\alpha)) \right) \\ i_s(\theta) &= I' \left(1 - 2 \frac{\sin(\pi k_f (1 - \alpha))}{\sin \pi k_f} \cdot \sin(k_f (\theta - \pi\alpha)) \right) \\ \theta \in [2\pi\alpha, 2\pi] \quad u(\theta) &= U_s \left(1 + k_f \frac{\sin(\pi\alpha k_f)}{\sin(\pi k_f)} \cdot \sin(k_f (\theta - \pi(\alpha + 1))) \right) \\ i_s(\theta) &= I' \left(-1 + 2 \frac{\sin(\pi\alpha k_f)}{\sin(\pi k_f)} \cdot \sin(k_f (\theta - \pi(\alpha + 1))) \right) \end{aligned}$$

Le développement en série de Fourier complexe du courant i_s se déduit également de celui obtenu en § 1.2.2.1.

$$i_s(\theta) = -I' + \frac{2I' k_f}{\pi} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left(k_f \frac{\sin n \pi \alpha}{n} - \frac{\sin \pi \alpha k_f \cdot \sin \pi k_f (1 - \alpha)}{\sin \pi k_f} \cdot e^{-in\pi\alpha} \right) \frac{e^{in(\theta - \pi\alpha)}}{k_f^2 - n^2} \quad (50)$$

La valeur moyenne de ce courant est liée à I' par :

$$\frac{I}{I'} = 2\alpha - 1 - 2 \frac{\sin(\pi\alpha k_f)}{\pi k_f} \cdot \frac{\sin \pi k_f (1 - \alpha)}{\sin \pi k_f}$$

Là encore, on remarque que si k_f est grand, I/I' est voisin de $2\alpha - 1$.

Le module des harmoniques du courant i_s s'exprime par $2|C_n|$ soit en changeant I' en $2I'$, la valeur des harmoniques est doublée par rapport à celle obtenue avec un hacheur à 2 interrupteurs.

La figure 4.12. donne les variations de I notée I_0, I_1, I_2, I_3 et I_4 rapportés à I' en fonction de α pour les trois valeurs de k_f : $1/4, 1/2$ et $3/4$.

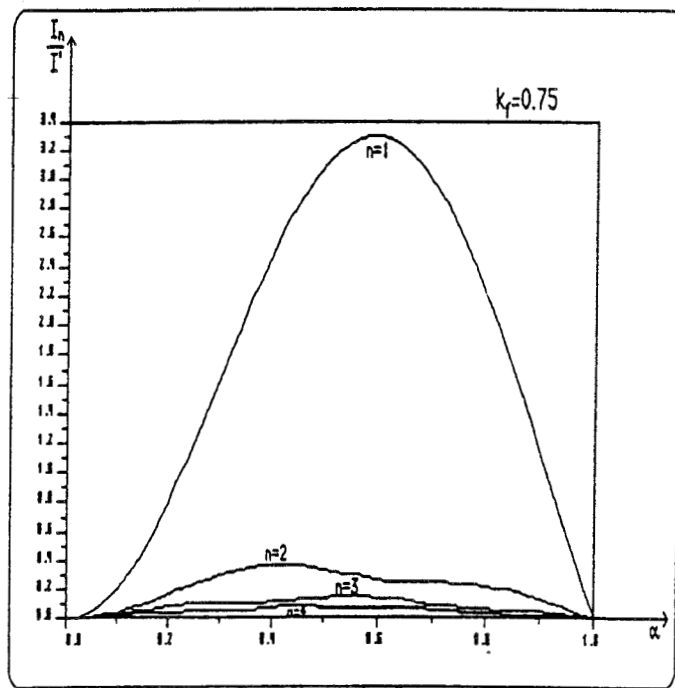
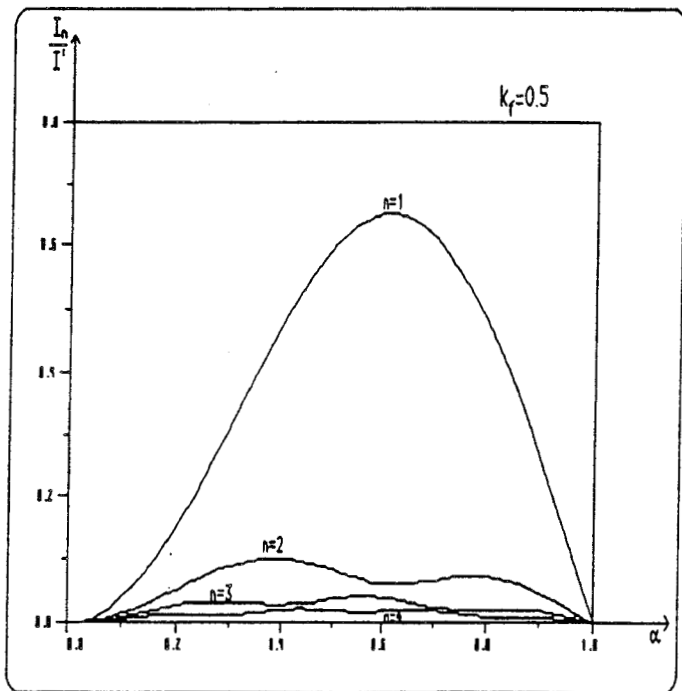
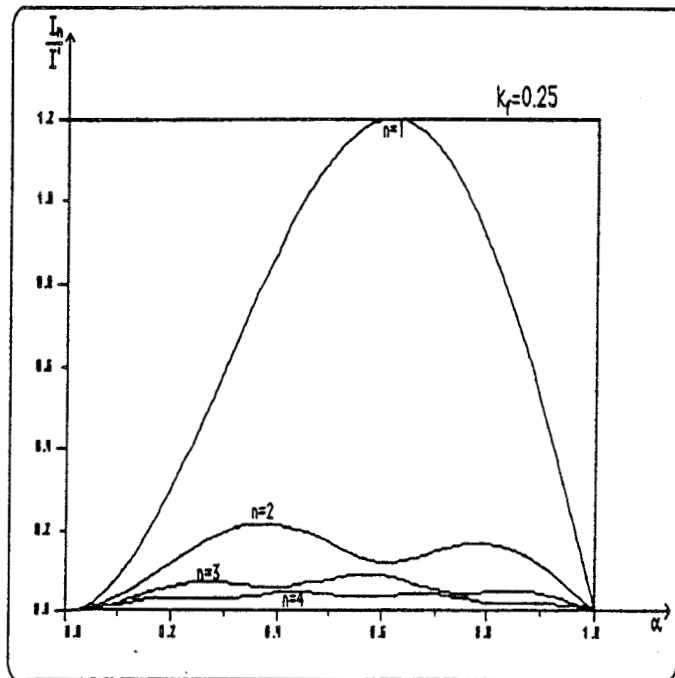
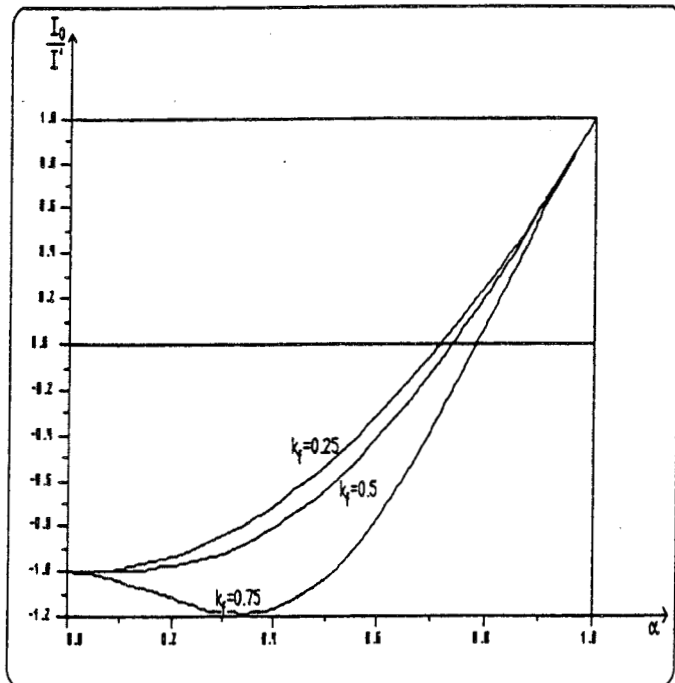


Figure 4.12.

CONCLUSION

CONCLUSION

Au cours de cette étude, on a utilisé d'une façon systématique le principe de la conservation de la puissance instantanée à toutes les familles de convertisseurs directs. Cette méthode s'applique aux structures parfaites, ne dissipant ni ne stockant d'énergie. Elle s'est avérée puissante de par ses résultats analytiques et numériques et a permis de développer une présentation synthétique nouvelle des convertisseurs de l'Electronique de Puissance.

Notre mémoire est scindé en quatre chapitres, chacun traite une des conversions. Le volume de chaque partie donne une image de l'apport de cette méthode au domaine correspondant.

Le premier chapitre, le plus important, traite des redresseurs dans leur totalité. Il est évident que les résultats généraux établis sur la tension de sortie ont été nécessaires à l'application de la méthode. On a donc pu démontrer que les courants d'entrée obéissent eux aussi à des lois générales. La connaissance de la topologie du convertisseur et éventuellement du transformateur amont est superflue. Ces courants dépendent directement du courant de sortie. S'il est constant, on a établi des lois générales. S'il ne l'est pas, ces mêmes lois restent utilisables à condition de connaître l'expression analytique du courant de sortie, ou plus simplement la nature de la charge.

Le second chapitre nous a apporté, lui aussi, des satisfactions équivalentes. La tension de sortie est définie par ses angles de commutations, ceux-ci obéissent à des contraintes de filtrage. On a donc élaboré un critère quadratique pondéré pour leur détermination. La méthode de conservation de la puissance instantanée a permis de lier les harmoniques de courant d'entrée à ceux de la tension de sortie pour un courant de charge sinusoïdal. Cette corrélation des deux variables met en évidence l'intérêt d'un découpage à modulation de largeur d'impulsions. Il permet la minimisation ou l'annulation d'harmoniques dans la tension de sortie et simultanément celles des harmoniques du courant d'entrée. Les filtres d'entrée et de sortie se réduisent dans les mêmes proportions.

Au troisième chapitre, les difficultés se sont accrues : il n'est pas possible de donner une représentation analytique générale de la tension de sortie, celle-ci n'est même pas à priori périodique. Il n'est donc pas possible, d'adopter la démarche présentée dans les deux premiers chapitres au cas des changeurs directs de fréquence. On a montré, cependant, que la représentation matricielle de l'état des interrupteurs conduit à une forme simplifiée et pratique du même principe de conservation de la puissance instantanée. On l'a donc adoptée pour conduire des études analytiques par ailleurs déjà réalisées mais sans supposer périodiques les fonctions d'existence. Les résultats de cette étude ont été confrontés à ceux des études numériques précédentes. Cette méthode offre l'avantage important de donner une formulation du module des harmoniques de la tension de sortie et du courant d'entrée quelque soit le type de modulation.

Le dernier chapitre, de moindre importance, limite l'utilisation de la méthode à des cas très simples : les hacheurs à liaison directe. Il n'est pas indispensable d'utiliser un outil aussi puissant pour étudier des montages aussi simples. Ils ont été quand même présentés par souci de généralisation. La méthode est alors très satisfaisante si l'on tient compte des imperfections des sources.

Cette méthode permet une présentation synthétique des relations liant les grandeurs d'entrée aux grandeurs de sortie des convertisseurs directs. Elle a été menée le plus complètement possible lorsque les sources sont parfaites.

D'autres travaux restent à faire. En particulier, il serait intéressant pour tous les convertisseurs et, comme cela a été présenté pour les redresseurs, de pouvoir mener une étude quantitative des courants en ligne en tenant compte de la nature de la charge. On pourrait également associer ensemble plusieurs convertisseurs et en faire une étude globale. Le projet le plus ambitieux, mais qui semble théoriquement abordable, consisterait à tenir compte des imperfections des sources d'entrée, par exemple du phénomène d'empiètement pour les redresseurs, et de les modéliser par des éléments placés du côté récepteur.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] SEGUIER, G. (1988) - Conférences d'Electronique de Puissance - NANTES
"L'Electronique de Puissance - Son Evolution"

- [2] MOPTY, Y. (1982) - Thèse de Docteur-Ingénieur
"Méthodes de synthèse automatique des convertisseurs statiques : Application à la recherche de nouveaux convertisseurs"

- [3] SEGUIER, G. (1984) - Technique et Documentation Lavoisier
"Les Convertisseurs de l'Electronique de Puissance - Tome 1 : La conversion alternatif-continu"

- [4] GOLDBERG, M. (1972) - Thèse de Docteur-Ingénieur
"Contribution à l'étude de l'ensemble montage redresseur-filtre"

- [5] BAUSIERE, R. - SEGUIER, G. - Proc. IEE, Vol. 126, N°11, November 1979
"General determination of the Rank and the Peak value of the Primary Current Harmonics in any 3 Phase Rectifier Network"

- [6] KAZEMI, F. (1981) - Thèse de Docteur-Ingénieur
"Contribution à l'étude des harmoniques des courants primaires des montages redresseurs triphasés"

- [7] DEWAN, S.B. and EBRAHIM B. SHAHRODI - IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA - 21, N°5, September/October 1985
"Design of an Input Filter for the Six-Pulse Bridge Rectifier"

- [8] SJOERD W. H. DE HANN - IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-22, N°2, March/April 1986
"Analysis of the Effect of the source Voltage, Fluctuations on the Power Factor in Three-Phase Controlled Rectifiers"

- [9] SUBBANNA P. BHAT and GOPAL K. DUBEY - IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-21, N°6, November/December 1985
"Three-Phase Regenerative Converter with Controlled Fly Wheeling"
- [10] BELOT, A. - Techniques de l'Ingénieur - Electronique de Puissance D 463
"Redresseurs - Onduleurs non autonomes"
- [11] SEGUIER, G. - LABRIQUE, F. (1989) - Technique et Documentation Lavoisier
"Les Convertisseurs de l'Electronique de Puissance - Tome 4 : La Conversion continu-alternatif"
- [12] HASMUKH S. PATEL and RICHARD G. HOFT - IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-9, N°3, May/June 1973
"Generalized Techniques of Harmonic Elimination and Voltage Control in Thyristor Inverters : Part I - Harmonic Elimination, Part II - Voltage Control Techniques"
- [13] JOHNSON A. ASUMADO and RICHARD G. HOFT - IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 4, N°2, April 1989
"Microprocessor-Based Sinusoidal Waveform Sunthesis Using Walsh and Related Orthogonal Functions"
- [14] MINOT, P. - L'Onde Electrique, Vol. 58, N°11, pp 747-756, Novembre 1978
"Etude générale des séquences anharmoniques"
- [15] DESTOBBELEER, E. - SEGUIER, G. - CASTELAIN, A; - IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. PE-2, N°4, October 1987
"AC-DC Converter Minimizing Induced Harmonics in Industrial Power Systems"
- [16] FANTON, J.P. - KACZMAREK, R. (1987) - IMACS TCA-IEEE International Symposium, Laval University, Quebec City, CANADA
"Modeling and simulation of new PWM control algorithms for optimised harmonic reduction in a variable speed drive"

- [17] JAAFARI, A. (1988) - Conférences d'Electronique de Puissance - NANTES
"Les Alimentations Statiques sans coupure"
- [18] ATSUO KAWAMURA - TOSHIMASA HENYOSHI - RICHARD G. HOFT, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, N°2, April 1988
"Deadbeat Controlled PWM Inverter with Parameter Estimation Using Only Voltage Sensor"
- [19] HOCHSTADT, H. (1973) - Masson et Cie - Traduction Française par COLOMBO, S.
" Les fonction de la Physique Mathématique"
- [20] DELEBECQUE, F. - KLIMANN, C. - STEER, S. (1987) - INRIA Version 2.0
"BASILE (anciennement BLAISE) : Guide d'utilisation"
- [21] GYUGUI, L. and PELLY, B.R. (1976) - Wiley - Interscience
"Static Power Frequency Changers"
- [22] ROMBAUT, C. - SEGUIER, G. - BAUSIERE, R. (1986) - Technique et Documentation Lavoisier
"Les Convertisseurs de l'Electronique de Puissance - Tome 2 : La Conversion alternatif-alternatif"
- [23] TADAKUMA, S. - TAMURA, Y. (1979) - IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 15, N°4, pp 411-420
"Current response simulation in six-phase and twelve-phase cycloconverters"
- [24] KHAZAAL, M. (1988) - Thèse de Docteur-Ingénieur
"Caractérisation des changeurs directs de fréquence"
- [25] KEDJAR, B. - SEGUIER, G. (1988) - IMAC'S 88, PARIS, Vol. 3, pp 172-174
"Improvement on characterization of cycloconverters input current"
- [26] KEDJAR, B. - KHAZAAL, M. - CASTELAIN, A. (1987) - Congrès IMACS, Québec, CANADA, pp 255-262
"Improvement of the characteristics of low pulse number converters"

- [27] DE COULON, F. (1984) - Dunod
"Théorie et traitement du signal"
- [28] DURAND, E. (1960) - Masson et Cie
"Solutions numériques des équations algébriques - Tome 1 : Equations de type $F(x) = 0$ "
- [29] BAUSIERE, R. - LABRIQUE, F. - SEGUIER, G. (1987) - Technique et Documentation Lavoisier
"Les Convertisseurs de l'Electronique de Puissance - Tome 3 : La Conversion continu-continu"
- [30] CHERON, Y. (1988) - Thèse de Docteur es Sciences
"La commutation douce dans la conversion statique de l'énergie électrique"

SOMMAIRE

CHAPITRE I : LA CONVERSION ALTERNATIF-CONTINU

(Pages 9 à 96)

1. REDRESSEURS A COURANT DE SORTIE CONSTANT	13
1.1. Notations et hypothèses	13
1.2. Développement en série de Fourier de la tension redressée	13
1.3. Analyse harmonique des courants primaires	18
1.3.1. Puissance instantanée à la sortie du redresseur	18
1.3.2. Puissance instantanée à l'entrée du redresseur	20
1.3.2.1. Calcul du développement en série de Fourier de la puissance P_e	20
1.3.2.2. Conséquences de l'expression de P_e sur la détermination des harmoniques des courants primaires	22
1.3.2.3. Cas particulier des montages monophasés	22
1.3.2.4. Cas particulier d'une alimentation triphasée $q = 3$	23
1.3.3. Résultats obtenus par la méthode de conservation de la puissance instantanée	24
1.3.3.1. Rang et module des harmoniques des courants en ligne	24
1.3.3.2. Détermination du facteur de puissance du convertisseur alimenté en triphasé	26
1.3.3.3. Facteur de puissance dans le cas d'une entrée polyphasée	29
1.4. Détermination analytique des courants en ligne dans le cas d'une alimentation triphasée	31
1.5. Application à la mise en série de redresseurs	37
1.6. Exemples	39
1.7. Courants d'entrée dans le cas d'une entrée polyphasée	44
1.7.1. Relations entre les harmoniques des courants d'entrée	44
1.7.2. Expression du facteur de puissance	46
1.7.3. Bilan de la méthode de la puissance instantanée dans le cas d'une alimentation polyphasée	47
1.7.4. Expression analytique des courants en ligne	48

2. REDRESSEURS DEBITANT SUR CHARGE QUELCONQUE	50
2.1. Cas de la conduction continue	51
2.1.1. Puissance instantanée à l'entrée du redresseur	51
2.1.2. Tension à la sortie du redresseur	51
2.1.3. Courant débité dans la charge	52
2.1.4. Puissance instantanée à la sortie du redresseur	52
2.1.5. Bilan des puissances	53
2.1.6. Développement en série de Fourier du courant en ligne	55
2.1.6.1. Cas général quelconque	55
2.1.6.2. Cas particulier de l'alimentation par le réseau triphasé, $q = 3$	55
2.1.7. Expression analytique du courant en ligne dans le cas d'une alimentation triphasée	56
2.1.8. Valeurs efficaces du courant en ligne et de ses harmoniques	58
2.1.9. Expression générale du facteur de puissance en ligne	60
2.2. Cas de la conduction discontinue	62
2.2.1. Puissance instantanée à l'entrée du redresseur	63
2.2.2. Forme d'onde de la tension redressée	63
2.2.3. Puissance instantanée à la sortie du redresseur	64
2.2.4. Bilan des puissances	65
2.2.5. Développement en série de Fourier complexe du courant en ligne	65
2.2.6. Expression analytique du courant en ligne dans le cas d'une alimentation triphasée	66
2.2.7. Valeur efficace du courant en ligne et facteur de puissance	68
2.3. Effets de l'adjonction d'une diode de roue libre	70
2.3.1. Puissance instantanée à l'entrée du redresseur	71
2.3.2. Puissance instantanée à la sortie du redresseur	72
2.3.3. Bilan des puissances	73
2.3.4. Développement en série de Fourier du courant en ligne dans le cas d'une alimentation triphasée	74
2.3.5. Expression analytique du courant dans le cas de l'entrée triphasée	75
2.3.6. Valeur efficace des harmoniques du courant et facteur de puissance	75
3. APPLICATION AUX REDRESSEURS A THYRISTORS DEBITANT SUR UN RECEPTEUR R, L, E	77
3.1. Relation entre m et α	79
3.2. Formes d'ondes du courant i_1	86
3.3. Analyse harmonique	89
3.4. Facteur de puissance en ligne	95

CHAPITRE 11 : LA CONVERSION CONTINU-ALTERNATIF

(pages 97 à 154)

1. PUISSANCE INSTANTANEE A L'ENTREE DE L'ONDULEUR	100
2. PUISSANCE INSTANTANEE A LA SORTIE DE L'ONDULEUR	101
3. BILAN DES PUISSANCES	103
4. ONDULEURS A MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSIONS	104
4.1. Calcul des angles de commutation dans le cas d'une sortie monophasée	106
4.1.1. Les harmoniques sont pondérés par un poids unitaire	108
4.1.2. "Filtre" du premier ordre	108
4.1.3. Filtre du second ordre	108
4.2. Calcul des angles de commutation dans le cas d'une sortie triphasée	109
4.2.1. Les harmoniques ne sont pas pondérés	110
4.2.2. "Filtre" du premier ordre	110
4.2.3. Filtre du second ordre	111
4.3. Méthodes numériques utilisées pour la résolution non linéaire	111
4.3.1. Présentation d'un logiciel de calcul évolué "BASILE"	111
4.3.2. Elaboration de programmes informatiques en langage FORTRAN et utilisant des Macros d'optimisation	112
4.4. Présentation graphique des angles de commutation	113
4.4.1. Onduleur en demi-pont à sortie monophasée	113
4.4.2. Onduleur en pont à sortie monophasée	116
4.4.3. Onduleur en pont à sortie triphasée	118
5. HARMONIQUES DU COURANT D'ENTREE EN FONCTION DES HARMONIQUES DES TENSIONS DE SORTIE	121
5.1. Cas où la sortie est monophasée	121
5.2. Cas où la sortie est triphasée	124
5.3. Représentation des harmoniques de la tension en créneaux	126
5.3.1. Onduleur monophasé en demi-pont	126
5.3.2. Onduleur monophasé en pont	126
5.3.3. Onduleur triphasé en pont	126
5.4. Représentation des harmoniques des courants d'entrée	130
5.4.1. Onduleur monophasé en demi-pont	130
5.4.2. Onduleur monophasé en pont	132
5.4.3. Onduleur triphasé en pont	134

6. TAUX D'HARMONIQUES ET FACTEUR D'ONDULATION	136
6.1. Taux d'harmoniques de la tension de sortie	136
6.1.1. Onduleur monophasé en demi-pont	136
6.1.2. Onduleur monophasé en pont	137
6.1.3. Onduleur triphasé en pont	139
6.2. Facteur d'ondulation du courant d'entrée i	141
6.2.1. Onduleur monophasé	142
6.2.1.1. Cas du signal bistable	143
6.2.1.2. Cas du signal tristable	143
6.2.2. Onduleur triphasé	145
6.3. Filtre de sortie	147
6.4. Filtre d'entrée	149
6.4.1. Cas d'une sortie monophasée	151
6.4.2. Cas d'une sortie triphasée	152

CHAPITRE III : LA CONVERSION ALTERNATIF-ALTERNATIF

(pages 155 à 196)

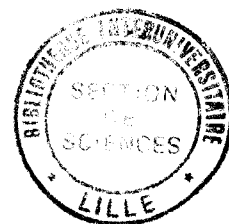
1. INTRODUCTION	156
2. PUISSANCE INSTANTANEE A L'ENTREE DU CONVERTISSEUR	159
3. PUISSANCE INSTANTANEE A LA SORTIE DU CONVERTISSEUR	161
4. FONCTIONS D'EXISTENCE ET FONCTIONS D'EXISTENCE COMPLEMENTAIRES	163
5. CONSERVATION DE LA PUISSANCE INSTANTANEE	167
6. DEFINITION DE L'ANGLE γ	169
7. CHANGEURS DE FREQUENCE A SORTIE "SINUSOIDALE"	171
7.1. Modulation sinusoïdale : approche théorique	171
7.2. Modulation linéaire	179
7.2.1. Détermination des harmoniques des tensions de sortie	179
7.2.1.1. Cas du changeur de fréquence du type UFC	179
7.2.1.2. cas du changeur de fréquence du type SSFC	183
7.2.2. Expression des harmoniques des courants d'entrée lors du débit sur une charge quelconque	187
7.2.3. Calcul des harmoniques des courants d'entrée dans l'hypothèse du courant de sortie sinusoïdal	188
7.2.3.1. Cas du changeur de fréquence du type UFC	188
7.2.3.2. Cas du changeur de fréquence du type SSFC	191
8. NOTES SUR LES GRADATEURS	195

CHAPITRE IV : LA CONVERSION CONTINU-CONTINU

(pages 197 à 220)

1. SOURCES PARFAITES	200
1.1. Hacheurs à deux interrupteurs	200
1.2. Hacheurs en pont	202
2. SOURCES IMPARFAITES	205
2.1. Source de courant imparfaite	205
2.1.1. Cas du hacheur à deux interrupteurs	207
2.1.2. Cas du hacheur en pont	211
2.2. Source de tension imparfaite	214
2.2.1. Cas du hacheur à deux interrupteurs	215
2.2.2. Cas du hacheur en pont	219

INTRODUCTION	4
CONCLUSION	221
BIBLIOGRAPHIE	224
SOMMAIRE	229



RESUME

Ce mémoire propose une méthode analytique de détermination des courants d'entrée des convertisseurs statiques à partir de la connaissance des grandeurs de sortie. Elle suppose simplement que les interrupteurs constituant le convertisseur ne consomment pas d'énergie et qu'aucun élément de stockage d'énergie ne soit interposé entre la source et le récepteur. La méthode utilisée est basée sur le principe de la conservation de la puissance instantanée. Elle permet de formaliser les liaisons existantes entre les variables de sortie et celles d'entrée. Elle est appliquée à tous les convertisseurs directs : redresseurs, onduleurs, changeurs directs de fréquence et hacheurs. Elle a permis notamment de montrer que l'utilisation d'une modulation de largeur d'impulsions à critère quadratique pondéré permet simultanément l'amélioration des performances aussi bien côté source que côté récepteur.

L'utilisation de ce principe s'avère être un puissant outil de synthèse qui permet directement l'établissement des grandeurs d'entrée.

Mots clés :

- Conservation de la puissance instantanée
- Convertisseur statique
- Harmoniques
- Modulation de largeur d'impulsions (M.L.I.)
- Optimisation