

N° d'ordre : 628

50376  
1990  
325

50376  
1990  
325

# THÈSE

PRESENTÉE  
A L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE  
PAR

**Cheng Hua TAN**

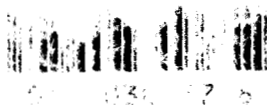
*Sujet de la thèse :*

**DEVELOPPEMENT D'UN MODELE ELASTOPLASTIQUE  
POUR LE COMPORTEMENT DES MATERIAUX GRANULAIRES  
SOUS SOLLICITATIONS NON MONOTONES COMPLEXES**



*Soutenue le 21 décembre 1990 devant la Commission d'Examen :*

MM. J.P. HENRY, USTL	<i>Président</i>
B. CAMBOU, ECL	<i>Rapporteur</i>
F. DARVE, IMG, Grenoble	<i>Rapporteur</i>
Y. MEIMON, IFP	<i>Examineur</i>
I. SHAHROUR, IDN, Lille	<i>Examineur</i>
P.A. VERMEER, Université de Delft	<i>Examineur</i>



## REMERCIEMENTS

*Ce travail a été réalisé à l'Institut Français du Pétrole (IFP). Il s'inscrit dans le cadre d'une collaboration entre l'IFP et l'Université des Sciences et Techniques de Lille. Je remercie profondément la direction scientifique de l'IFP qui a pris en charge le contenu du travail et assuré son support financier.*

*Je remercie Monsieur I. SHAHROUR, professeur à l'Institut Industriel du Nord, qui m'a initié aux problèmes posés dans la modélisation en mécanique des sols et a pris en charge la responsabilité universitaire de ce travail. Ses conseils précieux, ses compétences et son amitié m'ont permis d'aborder avec confiance cette recherche. remerciements.*

*Il m'est difficile d'exprimer en quelques mots, ma profonde reconnaissance envers Monsieur Y. MEIMON, responsable du projet Modèles Numériques en Géomécanique à l'IFP, qui a assuré la direction scientifique de ce travail. Il a veillé en permanence à la cohérence et à la continuité du présent travail et m'a fait profiter avec patience de ses connaissances et expériences pour mettre à jour cette thèse.*

*Monsieur F. DARVE, professeur à l'INPG et directeur de l'Ecole Nationale Supérieure d'Hydraulique et de Mécanique de Grenoble, a accepté d'examiner ce travail et d'en être rapporteur en dépit de ses charges lourdes. Qu'il trouve ici l'expression de ma grande gratitude.*

*Je remercie également Monsieur le professeur B. CAMBOU à l'Ecole centrale de Lyon qui a accepté de participer au jury et d'en être rapporteur.*

*Monsieur J.P. HENRY, professeur à l'Université des Sciences et Techniques, a bien voulu participer au jury et a toujours accordé de l'intérêt à ce travail. Je le remercie très sincèrement.*

*Monsieur P.A. VERMEER, professeur à l'Université de Delft, a accepté d'être rapporteur de ce travail et de me faire ainsi profiter de sa connaissance dans le domaine de la modélisation en géomatériaux. Je lui en suis profondément reconnaissant.*

*Enfin, j'adresse mes remerciements à tous les amis et collègues de l'IFP pour leur accueil chaleureux, leur soutien et leur encouragement au cours de ces années de thèse, et, en particulier, à Monsieur G. FERRER pour son assistance informatique et sa disponibilité de tous les instants.*

# Table des matières

Résumé	5
Abstract	6
Introduction	7
Notation	9
<b>I Construction d'un modèle</b>	<b>11</b>
<b>1 Cadre de travail</b>	<b>13</b>
1.1 Hypothèses de travail	13
1.2 Théorie de l'élastoplasticité	14
1.2.1 Rappel sur l'élastoplasticité à simple potentiel	14
1.2.2 Elastoplasticité à plusieurs mécanismes	15
<b>2 Rupture et surface de rupture</b>	<b>17</b>
2.1 Présentation générale	17
2.2 Rôle de l'anisotropie et des sollicitations cycliques	17
2.2.1 Anisotropie initiale	18
2.2.2 Anisotropie induite	18
2.2.3 Traitement de l'anisotropie	20
2.2.4 Effet de cycles	20
2.2.5 Résumé de discussions	20
2.3 Forme du critère de rupture	22
2.3.1 Critères de base	22
2.3.2 Critères évolués	24
2.3.3 Critère de rupture proposé	26
<b>3 Chargement monotone: les mécanismes de plastification</b>	<b>27</b>
3.1 Paramètres d'érouissage et mécanismes de plastification	27
3.1.1 Paramètres d'érouissage	27
3.1.2 Mécanismes de plastification	28
3.2 Mécanisme déviatorique	30
3.2.1 Surface de charge	30
3.2.2 Relation d'écoulement	39

3.3	Mécanisme volumique . . . . .	47
3.3.1	Analyse de l'expérience . . . . .	47
3.3.2	Surface de charge . . . . .	47
3.3.3	Relation d'écoulement . . . . .	47
3.4	Elasticité . . . . .	48
3.4.1	Rôle de l'élasticité . . . . .	48
3.4.2	Elasticité non-linéaire adoptée . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Généralisation du modèle au cas du chargement non-monotone</b>	<b>51</b>
4.1	Chargements non-monotones et écoulement . . . . .	51
4.1.1	Chargements cycliques irrotationnels . . . . .	51
4.1.2	Sollicitations cycliques rotationnelles . . . . .	51
4.2	Principes de modélisation . . . . .	52
4.3	Méthode de "Bounding Surface" . . . . .	54
4.3.1	Principe de la méthode . . . . .	54
4.3.2	Démarche adoptée . . . . .	55
4.3.3	Problèmes posés par cette approche . . . . .	59
4.4	Méthode de l'écrouissage cinématique à mémoire discrète . . . . .	60
4.4.1	Principe de la méthode . . . . .	60
4.4.2	Formulation proposée . . . . .	60
<b>5</b>	<b>Résumé de la formulation du modèle proposé</b>	<b>65</b>
5.1	Elasticité non-linéaire . . . . .	65
5.2	Plasticité pour le chargement primaire . . . . .	65
5.2.1	Le mécanisme déviatorique . . . . .	65
5.2.2	Le mécanisme volumique . . . . .	66
5.3	Plasticité pour le chargement non-monotone . . . . .	66
5.3.1	Le concept de "Bounding Surface" . . . . .	67
5.3.2	Le concept de l'écrouissage cinématique à mémoire discrète pour le mécanisme déviatorique . . . . .	68

## **II Détermination des paramètres et validation sur chemins homogènes** **69**

<b>6</b>	<b>Procédure d'identification des paramètres</b>	<b>71</b>
6.1	Principe de l'identification de paramètres d'un modèle . . . . .	71
6.1.1	Procédure d'identification . . . . .	71
6.1.2	Essais pour l'identification des paramètres . . . . .	72
6.1.3	Influence de l'incertitude sur les paramètres du modèle . . . . .	72
6.2	Identification des paramètres du modèle proposé . . . . .	74
6.2.1	Paramètres pour le chargement monotone . . . . .	78
6.2.2	Paramètres pour le chargement cyclique . . . . .	83
6.2.3	Nombre d'essais minimum pour l'identification . . . . .	85



<b>7</b>	<b>Validation sur chemins homogènes en laboratoire</b>	<b>87</b>
7.1	Démarche de validation . . . . .	87
7.1.1	Chemins types . . . . .	88
7.1.2	Chemins théoriques . . . . .	89
7.1.3	Logiciel utilisé . . . . .	89
7.2	Validation sur chemins types . . . . .	90
7.2.1	Essais de Mohkam sur le sable lâche et dense d'Hostun . . . . .	90
7.2.2	Essais de Thanopoulos sur le sable dense d'Hostun . . . . .	100
7.2.3	Essais de Doanh sur le sable moyen d'Hostun . . . . .	110
7.2.4	Essais de Yamada sur le sable de Fuji River . . . . .	112
7.2.5	Essais du Workshop de Cleveland . . . . .	122
7.2.6	Essais de Ishihara sur le sable de Toyoura . . . . .	143
7.3	Tests théoriques . . . . .	156
 <b>III Réponse sur problèmes aux limites</b>		<b>159</b>
<b>8</b>	<b>Implantation du modèle dans un code d'éléments finis</b>	<b>161</b>
8.1	Implantation et Vérification . . . . .	161
8.2	Validation sur fondations superficielles axisymétrique . . . . .	163
8.2.1	Effet du maillage . . . . .	163
8.2.2	Sensibilité des paramètres . . . . .	165
8.2.3	Influence de deux jeux de paramètres proches . . . . .	167
8.2.4	Essais d'enfoncement après des consolidations isotropes . . . . .	170
8.2.5	Essai d'enfoncement après un cisaillement homogène . . . . .	170
8.2.6	Essai d'enfoncement après un cisaillement homogène cyclique . . . . .	174
8.2.7	Synthèse de la validation . . . . .	174
 <b>IV Conclusion générale</b>		<b>177</b>
<b>9</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>177</b>
	Références	181
	Annexe A: Etude de la sensibilité des paramètres sur chemin triaxial non drainé	189
	Annexe B: Validation sur les essais sur le sable de Reid Bedford (Workshop du Cleveland)	195



## RESUME

La modélisation de la réponse des structures marines soumises aux efforts cycliques de la houle est un élément important pour la sécurité et la fiabilité de ce type d'ouvrage. La méthode des éléments finis constitue un outil analytique puissant pour répondre à ce besoin. Toutefois, la capacité prédictive de cette méthode dépend en grande partie de la connaissance du comportement mécanique des géomatériaux qui constituent la fondation de la structure. Ainsi, le développement des modèles de comportement pour géomatériaux est un des aspects les plus actifs de la recherche actuelle. Le présent travail constitue une contribution dans ce sens, à savoir la construction d'un nouveau modèle de comportement des matériaux granulaires sous sollicitations non-monotones.

Dans la première partie, à la suite d'une analyse détaillée des résultats expérimentaux, un modèle élastoplastique isotrope a été formulé pour le comportement des matériaux granulaires sous chargement monotone. Ensuite, en adaptant le concept de mémoire discrète, la méthode de "Bounding Surface" et la méthode de l'écoulement cinématique ont été intégrées dans le modèle pour décrire, par l'une ou par l'autre, le comportement des matériaux sous chargements non-monotones complexes.

La deuxième partie est consacrée à la procédure de l'identification des paramètres pour le modèle proposé. L'effet de chaque paramètre a été étudié d'une façon précise. Une méthode de détermination des paramètres illustrée avec un exemple est également présentée en détail. Par la suite, la validation du modèle sur chemins homogènes est rapportée dans ses grandes lignes, suivie de l'examen de la capacité prédictive du modèle sur une large gamme d'essais au laboratoire. Une attention particulière est accordée à l'aspect du chargement complexe (cyclique, avec rotation des axes principaux de contraintes). Les performances du schéma de "Bounding Surface" et du schéma de l'écoulement cinématique à mémoire discrète sont également examinées et comparées.

La dernière partie s'ouvre sur l'implantation du modèle proposé dans le logiciel d'éléments finis FONDOP et la calibration du modèle sur quelques expérimentations de fondation réalisées dans le cadre du groupe Validation du GRECO CNRS Géomatériaux.

**Mots-clés:** modèle rhéologique, Plasticité, Ecoulement Cinématique, Surface limite, Anisotropie, Chargement cyclique, Rotation des axes principaux, Validation, Éléments finis, Matériaux granulaires.

## ABSTRACT

The modelling of the response of earth structures and foundations subjected to complex loading conditions due to earthquake, wind, traffic and sea wave actions is an important element for ensure safety and reliability. The finite-element method is a powerful analytical technique to meet this need. However, the accuracy and efficiency of predictions using this methode depends greatly on the knowledge of the stress-strain relations for soils. Then, the development of constitutive models has been one of the most active research areas. The present work is a contribution in this field. It contains three parts.

In the first part, an elasto-plastic model based on classical plasticity framework has been initially developed in order to describe the behaviour of granular soils under monotonic loading. The formulation uses two hardening mechanisms. The most important part of the plastic strains is described by means of a shear yield surface and a non-associated flow rule. The other part of the plastic strains is produced by a volumetric yield surface and an associated flow rule. By introducing a discrete memory, the extension to generalized loading condition is fulfilled by using respectively a kinematic hardening concept and a bounding surface concept, so that plastic behaviour for cyclic loading and induced anisotropy for a rotation of principal stress axes loading can be described.

In the second part, the identification procedure of the model parameters is presented in detail. Each parameter is well studied: its role and its physical meaning as well as the method of its determination with an example of demonstration. A sensitivity analysis of the parameters is also realized.

The predictive capacity of the proposed model under uniform stress condition is then examined in detail using experimental tests with complex loading programs under drained and undrained conditions. A special attention is devoted to the modelling of sand behaviour for non-monotonic loading conditions: for example, the prediction for cyclic circular stress paths in the triaxial plane which develop a continuous rotation of the direction of the stress increment, the prediction for cyclic circular stress paths in the deviatoric plane which produce a permutation of three principal stress directions and the prediction for cyclic circular stress paths in the shear stress plane which induce a pure continuous rotation of the principal stress axes. The response of the model to a great number of cycles is also examined, with detailed comparison between the kinematic hardening approach and the bounding surface approach.

In the final part, the model is introduced into the finite-element computational code FONDOP and is further tested against shallow foundation experimentations.

**Key words:** Constitutive model, Plasticity, Kinematic hardening, Bounding Surface, Anisotropy, Cyclic loading, Rotation of principal stress directions, Finit elements, Granular materials.

# Introduction

La modélisation de la réponse des structures marines soumises aux efforts cycliques de la houle est un élément important de la sécurité et de la fiabilité de ce type d'ouvrage. La méthode des éléments finis constitue un outil analytique puissant pour répondre à ce besoin. Toutefois, la capacité prédictive de cette méthode dépend en grande partie de la connaissance du comportement mécanique des géomatériaux qui constituent la fondation de la structure. Ainsi, le développement des modèles de comportement pour géomatériaux est un des aspects les plus actifs de la recherche actuelle.

A l'Institut Français du Pétrole, le modèle élastoplastique CYCLADE a été développé, dans le passé, pour le comportement des sols sous chargement cyclique et intégré dans le programme FONDOP, rendant ainsi possible des études d'ingénierie. La mise au point d'un logiciel de validation automatisée des modèles rhéologiques VALOIS a permis de circonscrire de façon précise les performances de ce modèle: alors que le comportement qualitatif des sols est assez bien décrit, il est, en général, impossible de modéliser quantitativement à la fois des essais drainés et non-drainés avec un jeu de paramètres unique et, cela est, bien sûr, très gênant pour réaliser l'analyse du comportement transitoire (processus de consolidation des sols) des fondations. Les expériences acquises montrent qu'il serait nécessaire (et possible) d'améliorer les capacités prédictives de ce modèle. Le présent travail constitue une contribution dans ce sens, à savoir la construction d'un nouveau modèle de comportement des matériaux granulaires sous sollicitations non-monotones, avec une formulation relativement simple. L'objectif est de pouvoir décrire le comportement des matériaux granulaires sous chargements complexes avec un jeu de paramètres unique, aisément déterminé à partir d'essais simples en laboratoire.

Dans la première partie, nous nous sommes attachés à mettre en place les hypothèses nécessaires et le cadre théorique global, dans lequel se situe l'ensemble de notre démarche (*chapitre 1*). Puis, à la suite d'une analyse détaillée des résultats expérimentaux, un modèle élastoplastique isotrope a été formulé, dans *les chapitres 2 et 3*, pour le comportement des matériaux granulaires sous chargement monotone. Dans *le chapitre 4*, en adaptant le concept de mémoire discrète, la méthode de "Bounding Surface" et la méthode de l'érouissage cinématique sont intégrées dans le modèle pour décrire, par l'une ou par l'autre, le comportement des matériaux sous chargements complexes (cyclique, avec rotation des axes principaux de contraintes). Les équations du modèle développé sont rassemblées dans *le chapitre 5*.

La deuxième partie est consacrée à la procédure de l'identification des paramètres pour le modèle proposé (*chapitre 6*). L'effet de chaque paramètre a été étudié d'une façon précise. Une méthode de détermination des paramètres illustrée avec un exemple est également présentée en détail.

Par la suite, la validation du modèle sur chemins homogènes est rapportée dans ses grandes lignes (*le chapitre 7*), suivie de l'examen de la capacité prédictive du modèle sur quatre matériaux granulaires en conditions aussi bien drainée que non-drainée, tout en distinguant bien les essais de calage, sur lesquels les paramètres seront déterminés, des essais de vérification sur lesquels le modèle sera validé. Pour ces derniers, une attention particulière est accordée à l'aspect du chargement non-monotone complexe: par exemple, les chemins de contrainte, circulaire dans le plan triaxial au cours duquel la direction de contrainte ne coïncide pas avec celle de l'incrément de contrainte, circulaire dans le plan déviatorique au cours duquel il y a une permutation entre trois directions de contraintes principales, et enfin, circulaire dans le plan de cisaillement au cours duquel il y a une rotation continue des axes de contraintes principales. Les capacités prédictives de l'approche de "Bounding Surface" et de l'approche de l'écroutissage cinématique à mémoire discrète sont également examinées et comparées.

La dernière partie de ce travail s'ouvre sur l'introduction du modèle dans le logiciel d'éléments finis FONDOP et la calibration du modèle sur quelques expérimentations de fondation réalisées dans le cadre du groupe Validation du GRECO CNRS Géomatériaux (*chapitre 8*).



## NOTATION

### Contraintes et déformations

$\sigma_{ij}$	- composante du tenseur de contrainte
$p = \frac{1}{3}\sigma_{ii}$	- premier invariant de contraintes
$S_{ij} = \sigma_{ij} - p\delta_{ij}$	- composante du tenseur de contrainte déviatoire
$J_2 = \frac{1}{2}S_{ij}S_{ij}$	- deuxième invariant de contraintes déviatoires
$J_3 = \frac{1}{3}S_{ij}S_{jk}S_{ki}$	- troisième invariant de contraintes déviatoires
$\cos(3\theta) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{1.5}}$	- angle de Lode dans le plan déviatoire
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	- contraintes principales
$q = \sigma_1 - \sigma_3$	- déviateur de contrainte pour un essai triaxial
$\epsilon_{ij}$	- composante du tenseur de déformation
$\epsilon_v = \epsilon_{ii}$	- déformation volumique
$e_{ij} = \epsilon_{ij} - \frac{1}{3}\epsilon_v\delta_{ij}$	- composante du tenseur de déformation déviatoire
$\epsilon_q = \sqrt{\frac{2}{3}}e_{ij}e_{ij}$	- deuxième invariant de déformation déviatoire
$\delta_{ij}$	- symbole de Kronecker





# **Première Partie**

## **Construction d'un modèle**



# Chapitre 1

## Cadre de travail

### 1.1 Hypothèses de travail

D'une manière générale, le modèle de comportement d'un matériau est une relation incrémentale qui permet d'exprimer les efforts intérieurs en fonction des grandeurs cinématiques qui décrivent la déformation du milieu. En mécanique des géomatériaux, on sait qu'il doit refléter l'histoire antérieure des contraintes et déformations subies par le matériau et représenter son comportement depuis les déformations réversibles jusqu'à la rupture. De plus, pour être commodément utilisable, ce modèle doit faire intervenir un nombre restreint de paramètres facilement déterminables par des essais réalisables en laboratoire. En conséquence, la construction d'un tel modèle se fera évidemment à partir de l'étude des résultats expérimentaux. L'explication des phénomènes observés sera recherchée en utilisant des méthodes d'analyse pour déterminer les mécanismes prépondérants mis en jeu et ainsi choisir les variables représentatives de l'état du matériau.

L'expérience montre qu'un matériau granulaire a un comportement fortement non linéaire et que cette non-linéarité se manifeste dès le début du chargement, isotrope ou déviatorique. Pour modéliser ce comportement, on fait les hypothèses simplificatrices suivantes:

1. La déformation subie par le matériau reste faible, de sorte que l'hypothèse des petites perturbations s'applique.
2. Le matériau a un comportement non-visqueux: la vitesse de sollicitation est sans influence sur la réponse du matériau.
3. Le matériau est isotrope: l'orientation initiale des grains est sans effet sur le mécanisme de déformation du matériau. Ceci signifie que les dépôts des sables naturels in-situ ou reconstitués au laboratoire développent une anisotropie initiale (inhérente) négligeable. Cependant, un intérêt particulier sera porté au développement de l'anisotropie (induite) due au chargement non-monotone puisque l'expérience montre qu'elle provoque de très grandes variations différentielles de la rigidité du sable.

4. Le modèle de comportement utilisé considère ce matériau comme élastoplastique. La déformation plastique est due à l'activation de mécanismes de plastification mis en évidence expérimentalement. Le modèle est écrit en contrainte effective, en admettant la loi de Terzaghi.

## 1.2 Théorie de l'élastoplasticité

### 1.2.1 Rappel sur l'élastoplasticité à simple potentiel

La théorie classique de l'élastoplasticité a été développée primitivement à partir d'expériences faites sur les métaux, dans lesquels la partition des incréments de déformations totales  $d\epsilon_{ij}$  en déformations réversibles (élastiques)  $d\epsilon_{ij}^e$  et irréversibles (plastiques)  $d\epsilon_{ij}^p$  est justifiée par la nature des phénomènes physiques et l'hypothèse des déformations infinitésimales:

$$d\epsilon_{ij} = d\epsilon_{ij}^e + d\epsilon_{ij}^p$$

Les incréments de déformation élastique  $d\epsilon_{ij}^e$  et de contrainte  $d\sigma_{ij}$  sont liés par l'intermédiaire du tenseur d'élasticité  $D_{ijkl}^e$ :

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^e d\epsilon_{kl}^e$$

La notion de surface de charge permet de préciser quand les déformations plastiques  $d\epsilon_{ij}^p$  se produisent. Cette éventualité dépend de la position de la contrainte  $\sigma_{ij}$  dans l'espace des contraintes ainsi que de la direction de l'incrément de contrainte  $d\sigma_{ij}$ . En outre, pour traduire l'évolution de la surface de charge  $f$  au cours de la sollicitation, cette surface est dépendante de l'histoire antérieure par l'intermédiaire d'un certain nombre de paramètres d'écrouissage  $\kappa$  qui sont associés, d'une façon ou d'une autre, aux déformations plastiques antérieures. Ainsi, l'expression analytique de cette surface peut s'écrire:

$$f(\sigma, \kappa) = 0$$

Lorsque la contrainte actuelle est située sur la surface de charge et a tendance à sortir de cette surface, le matériau est à l'état plastique. On calcule les déformations plastiques à partir de relations d'écoulement:

$$d\epsilon_{ij}^p = \lambda \psi_{ij}$$

où  $\psi_{ij}$  précise la direction de déformation plastique et  $\lambda$  est le multiplicateur plastique qui fixe la norme de déformation plastique.  $\psi_{ij}$  est quelquefois le gradient d'une fonction dérivable  $g$  (appelée souvent "potentiel plastique"). Dans la suite on utilise aussi la notation  $\psi_{ij} = \partial g / \partial \sigma_{ij}$ .

Un matériau élastoplastique est dit non-associé lorsque  $\partial f / \partial \sigma_{ij} = \partial g / \partial \sigma_{ij}$ . Dans le cas contraire, on dit que la loi d'écoulement est associée.

La coïncidence entre  $\partial f / \partial \sigma_{ij} = \partial g / \partial \sigma_{ij}$  est liée au postulat de Drucker (1951) qui implique:

1. que la surface de charge  $f$  soit convexe;
2. que l'incrément de déformation plastique soit normal à la surface de charge en un point régulier ou se situe dans le cône des normales extérieures en un point singulier.

Pour définir complètement la relation constitutive, il faut alors calculer le multiplicateur plastique  $\lambda$ , soit en fonction de  $d\epsilon_{ij}$  pour le processus de déformation imposée, soit en fonction de  $d\sigma_{ij}$  pour le processus de contrainte imposée. Ceci se fait par application de la condition de consistance  $df = 0$  qui indique que l'état de contrainte doit rester sur la surface du charge ( $f = 0$ ) au cours de chargement.

- En fonction de l'incrément de contrainte  $d\sigma_{ij}$  :

$$df = 0 = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon_{ls}^p} \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ls}}$$

$$\lambda = \frac{1}{h_p} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij}$$

où  $h_p$  est le module plastique

$$h_p = - \frac{\partial f}{\partial \kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon_{ls}^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ls}}$$

Cette relation ne s'applique qu'à un matériau à écrouissage positif ( $h_p \geq 0$ ).

- En fonction de l'incrément de déformation totale  $d\epsilon_{ij}$  :

$$df = 0 = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e \{d\epsilon_{kl} - \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}}\} + \frac{\partial f}{\partial \kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon_{ls}^p} \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ls}}$$

$$\lambda = \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e d\epsilon_{kl} \right\} / \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{kl}} + h_p \right\}$$

Cette relation s'appliquera à un matériau à écrouissage positif ( $h_p \geq 0$ ) ou négatif ( $h_p < 0$ ).

### 1.2.2 Elastoplasticité à plusieurs mécanismes

L'extension de la théorie de l'élastoplasticité à plusieurs mécanismes a été étudiée par Koïter (1960) et étendue par Mandel (1965) au cas des mécanismes dépendants.

Soit  $m_{adm}$  l'ensemble de mécanismes admissibles pour un matériau spécifique, on dit que le mécanisme  $m$  ( $m \in m_{adm}$ ) est caractérisé par une surface de charge  $f_m(\sigma, \kappa)$  et un potentiel plastique  $g_m$ :

1. Si  $f_m < 0$  ou  $f_m = 0$  et  $df_m \leq 0$ , le mécanisme  $m$  est inactif, et  $\lambda_m = 0$ ;
2. Si  $f_m = 0$  et  $df_m \geq 0$ , le mécanisme  $m$  est actif, puis  $\lambda_m \geq 0$ .

Soit  $m_{act}$  ( $m_{act} \in m_{adm}$ ) l'ensemble des mécanismes actifs, l'incrément de déformation plastique totale est la somme de  $m_{act}$  termes:

$$d\epsilon_{ij}^p = \sum_{m \in m_{act}} \lambda_m \frac{\partial g_m}{\partial \sigma_{ij}}$$

L'application de la condition de consistance  $df_m = 0$  s'écrit:

$$\sum_{n \in m_{act}} \left\{ \frac{\partial f_m}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e \frac{\partial g_n}{\partial \sigma_{kl}} - \frac{\partial f_m}{\partial \kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon_{pq}^p} \frac{\partial g_n}{\partial \sigma_{pq}} \right\} \lambda_n = \frac{\partial f_m}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e d\epsilon_{kl}$$

Ceci conduit à un système de  $m_{act}$  équations:

$$\sum_{m \in m_{act}} \left\{ \sum_{n \in m_{act}} A_{mn} \lambda_n = F_m \right\}$$

avec

$$A_{mn} = \frac{\partial f_m}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e \frac{\partial g_n}{\partial \sigma_{kl}} - \frac{\partial f_m}{\partial \kappa} \frac{\partial \kappa}{\partial \epsilon_{pq}^p} \frac{\partial g_n}{\partial \sigma_{pq}}$$

et

$$F_m = \frac{\partial f_m}{\partial \sigma_{ij}} D_{ijkl}^e d\epsilon_{kl}$$

La complexité du système ci-dessus dépend de la loi d'écoulement choisie (associée ou non), ainsi que du degré de couplage entre les différents mécanismes, à savoir du choix des paramètres d'écrouissage de chaque mécanisme. Les paramètres d'écrouissage  $\kappa_m$  attachés au mécanisme  $m$ , peuvent dépendre de la plastification de tous les mécanismes actifs  $m_{act}$  ou uniquement de la plastification du mécanisme  $m$  (écrouissage indépendant): entre ces deux cas extrêmes, il existe de nombreuses possibilités, dont la justification est guidée par l'analyse du comportement mécanique du matériau.

Ainsi, l'écriture d'un modèle élastoplastique comprend les étapes suivantes:

- le choix des mécanismes de plastification.

Pour chaque mécanisme:

- le choix d'une surface de charge;
- le choix de paramètres d'écrouissage et de leurs règles d'évolution;
- le choix d'une relation d'écoulement.

# Chapitre 2

## Rupture et surface de rupture

### 2.1 Présentation générale

Pour les matériaux ductiles (géomatériaux non-cohérents), la rupture correspond généralement à l'apparition de la plasticité parfaite.

En pratique, il est difficile d'obtenir la plasticité parfaite car on observe une localisation au cours d'un processus de grandes déformations. Par exemple, pour un essai triaxial drainé en déformation imposée sur des sables denses ou des argiles fortement consolidées, la courbe déviateur-déformation exhibe un pic très marqué suivi d'un palier. Ce phénomène est dû, à notre avis, à la naissance d'hétérogénéités locales dans l'échantillon et l'on a ainsi une fausse valeur de la plasticité parfaite.

Dans ce cas, pour un état homogène de l'échantillon, la valeur de la résistance maximale lors d'essais triaxiaux drainés correspond plus à un état de rupture qu'à un état de plasticité parfaite, et, le critère de rupture doit être défini dans l'espace des contraintes par une surface qui marque l'enveloppe des résistances maximales obtenues quelles que soient les conditions de chargement.

Pour les matériaux granulaires, l'utilisation d'un critère de rupture isotrope est devenu commune grâce aux travaux de Coulomb, Mohr, Drucker et Prager. La condition d'isotropie suppose que le critère est une fonction des contraintes principales ou des invariants de contraintes. Cependant, la forme d'un tel critère pour des matériaux généralement déformés de façon anisotrope continue de faire l'objet d'investigations expérimentales. La question essentielle porte sur l'influence de l'anisotropie initiale, de l'anisotropie induite et du chargement non-monotone sur la forme de critère de rupture.

### 2.2 Rôle de l'anisotropie et des sollicitations cycliques

Suivant les idées de Casagrande et Carillo (1944), on peut distinguer, pour les sables, deux types d'anisotropie: l'anisotropie initiale et l'anisotropie induite.

## 2.2.1 Anisotropie initiale

Les sables, sédimentés dans le champ de la pesanteur ou préparés par dépôt en laboratoire, possèdent une anisotropie initiale d'axe vertical qui peut s'observer sur divers chemins de sollicitations.

Yamada et Ishihara ont effectué des essais sur du sable de Fuji River, en conditions drainée (1979) et non drainée (1981) à l'aide d'une presse tri-dimensionnelle. Ils ont remarqué que, même si le comportement est fortement anisotrope aux faibles déviateurs de contrainte, plus la déformation est grande, moins l'effet de l'anisotropie initiale se fait sentir. Sur la figure 2.1(a), on remarque que le niveau de contrainte ( $\tau_{oct}/p'$ ) est indépendant du secteur dans lequel se trouve l'angle de Lode  $\theta$  (c'est-à-dire que ce soit  $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$  ou  $60^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$  ou  $120^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ ) et qu'il est déterminé uniquement par la valeur  $b_\sigma$  ( $b_\sigma = (\sigma_2 - \sigma_3)/(\sigma_1 - \sigma_3)$ ). Ceci indique que la rupture se produit dans l'échantillon toujours au même niveau de contrainte, comme dans un échantillon isotrope, que les essais soient réalisés dans les conditions *ZC* ou *YC*. Ce fait est également obtenu (figure 2.1(b)) si les incréments de déformation à la rupture sont symétriquement orientés par rapport aux directions *XE* et *YC*, ce qui signifie que l'effet de l'anisotropie initiale a disparu lorsque l'échantillon a subi une grande déformation au voisinage de la rupture.

Une autre étude comparable, qui arrive à la même conclusion, a été réalisée par Ochiai et Lade (1983) sur un sable sec avec chemins de contrainte  $b_\sigma = const$ . Les directions des incréments de déformation à la rupture sont respectivement projetées dans le plan triaxial (figure 2.2(a)) et dans le plan déviatorique (figure 2.2(b)) avec la surface de rupture de Lade (1977). On voit que les directions de incréments de déformation dans le plan triaxial sont presque parallèles pour des états de contrainte proches, même si ces derniers appartiennent à des secteurs différents. Dans le plan déviatorique, ces directions respectent pratiquement les symétries ternaires par rapport aux axes de contraintes projetés, ce qui a été déjà obtenu sur un échantillon isotrope.

## 2.2.2 Anisotropie induite

Un sable, même isotrope à l'état vierge, perd toute de suite son isotropie à la suite d'une histoire de chargement en déformation. Le processus de déformation irréversible crée une anisotropie qui peut avoir une forte influence sur le comportement mécanique du matériau. Cela a été mis en évidence dans de nombreux travaux.

Arthur et al (1980) ont présenté une étude de l'anisotropie induite effectuée dans une cellule de cisaillement directionnel qui permet d'imposer à un échantillon orthotrope une déformation plane dans la direction  $z$  et les contraintes  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ . A partir d'un échantillon initialement isotrope, ils ont progressivement éloigné la direction de la contrainte principale majeure de l'axe d'anisotropie induite créée par un chargement précédent. Ils ont remarqué que cette anisotropie induite n'influe pas de manière significative sur l'angle de frottement ( $\phi$ ) à la résistance maximale du sable.

Des essais réalisés par Lanier (1987) sur le sable d'Hostun à l'aide d'une presse



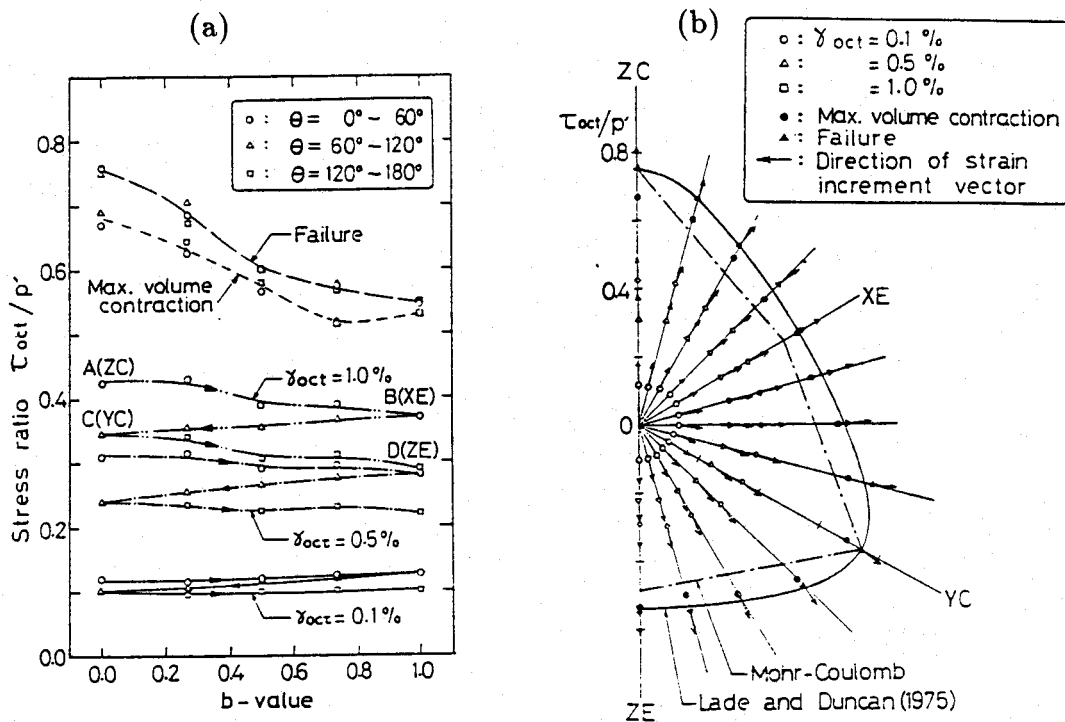


Figure 2.1 - Essais de Yamada (1979) sur des échantillons anisotropes: (a) le niveau de contrainte à la contractance maximale et à la rupture; (b) les lignes d'isodéformation déviatorique

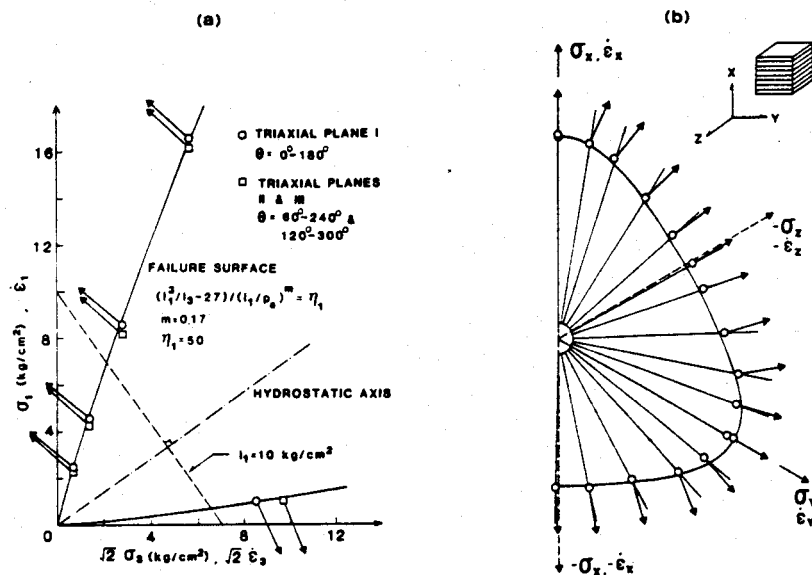


Figure 2.2 - Essais de Ochiai (1983) sur des échantillons anisotropes. Direction des déformations incrémentales: (a) dans le plan triaxial; (b) dans le plan déviatorique.

tri-dimensionnelle ont conduit aux mêmes conclusions: "la surface limite est peu modifiée" vis-à-vis de l'anisotropie induite.

Symes et al (1988) ont exploré, avec l'appareil au cylindre creux, l'effet de la rotation continue de la contrainte principale sur un sable moyennement lâche testé en condition drainée. La figure 2.3(a) montre une comparaison entre les essais effectués avec une rotation de contrainte principale de  $0^{\circ}$  à  $45^{\circ}$  initiée à différents niveaux de déviateur (LR1 et LR3) et un essai où la rotation est constante à  $45^{\circ}$  (L4). On remarque que, après un chargement à  $45^{\circ}$ , la réponse des essais LR1 et LR3 rejoint celle de l'essai L4. Ceci indique que l'anisotropie induite par la rotation de contrainte principale n'a pratiquement pas de conséquence sur le comportement du sable au voisinage de la rupture. Ce résultat est également obtenu par une autre comparaison (figure 2.3(b)) dans laquelle la contrainte principale (LR5) tourne jusqu'à la rupture. Ces observations ont corroboré des constatations antérieures lors d'une étude du même type en condition non drainée (Symes et al, 1984).

### 2.2.3 Traitement de l'anisotropie

En fait, on peut estimer que l'anisotropie initiale est de type induit, en ce sens qu'elle est associée à des déformations résiduelles (permanentes) créées par l'application d'un certain mode de préchargement lors de la fabrication d'un échantillon. Si on est capable d'associer à l'anisotropie initiale du matériau, l'existence d'une déformation plastique initiale correspondante, générée durant sa fabrication, il n'est pas nécessaire de distinguer l'anisotropie initiale de l'anisotropie induite.

### 2.2.4 Effet de cycles

Par ailleurs, il est généralement connu que la densification avec les cycles modifie la résistance maximale du matériau. Par exemple, des essais triaxiaux alternés, à déformation imposée en condition drainée avec des cycles dans le domaine contractant, mettent en évidence une augmentation du déviateur de contrainte maximal en compression et en extension à chaque cycle, ce qui implique probablement que la surface de rupture évolue de façon isotrope avec la densification du matériau.

### 2.2.5 Résumé de discussions

En ce qui concerne la rupture, à partir des expériences évoquées ci-dessus, l'utilisation d'un critère de rupture isotrope paraît raisonnable pour les matériaux granulaires à condition de prendre en compte, de façon dissociée, l'effet cyclique. Ceci sera détaillé plus loin.

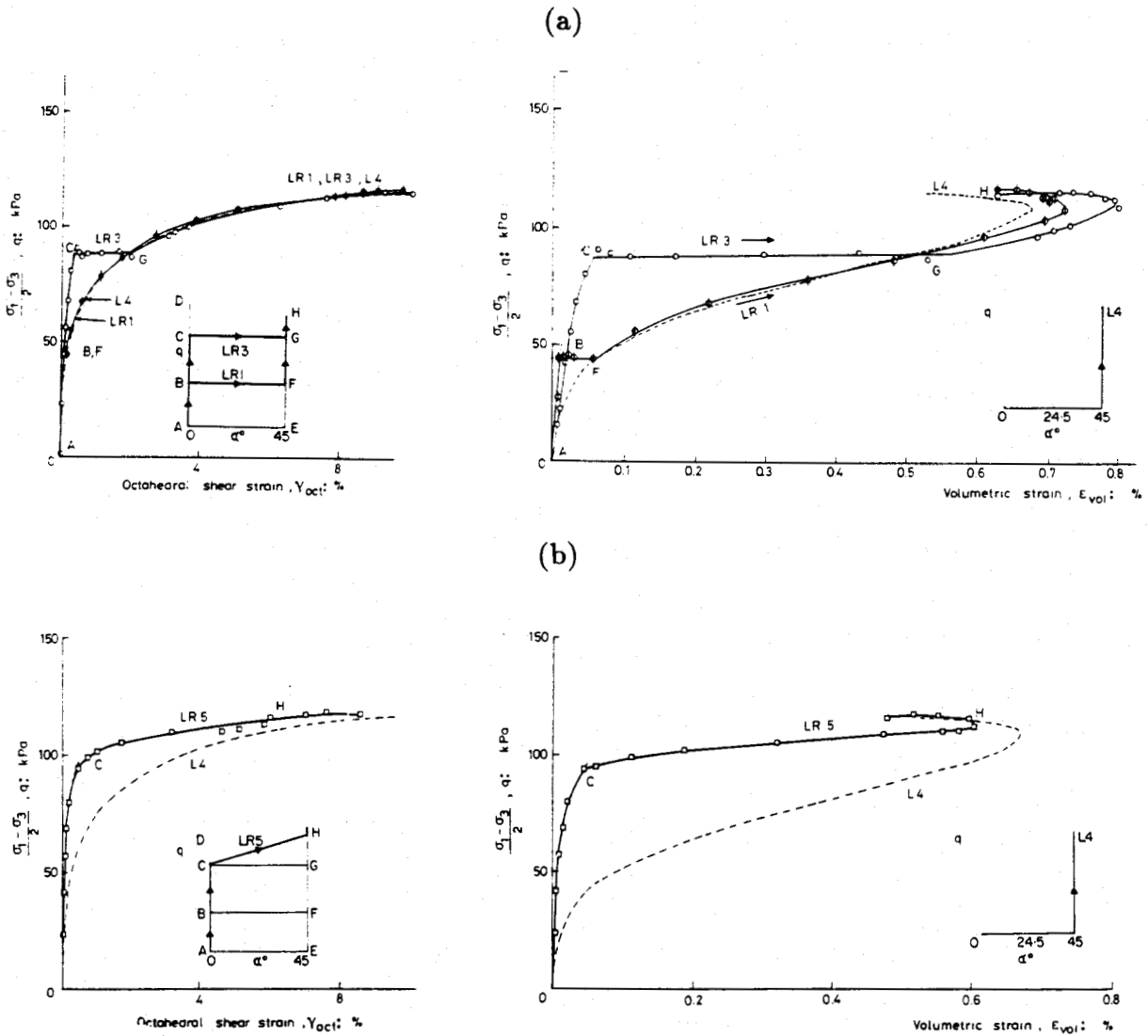


Figure 2.3 - Essais drainés à rotations des axes principaux (Symes et al, 1988):  
 (a) la comparaison entre l'essai L4 et les essais LR1 et LR3;  
 (b) la comparaison entre l'essai L4 et l'essai LR5.

## 2.3 Forme du critère de rupture

### 2.3.1 Critères de base

Les critères de rupture les plus connus pour les sols sont ceux de Tresca, de Drucker-Prager et de Mohr-Coulomb. On peut écrire dans l'espace des contraintes principales ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ) les critères de Tresca:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \alpha \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right)$$

Drucker-Prager

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\alpha^2 \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \right)^2$$

Mohr-Coulomb

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sin \phi \cdot (\sigma_1 + \sigma_3)$$

Leurs surfaces de rupture sont coniques et l'intersection avec le plan déviatorique a la forme respectivement d'un hexagone régulier (Tresca), d'un cercle (Drucker-Prager) et d'un hexagone irrégulier (figure 2.4(a)). La trissectrice constitue l'axe de ces surfaces.

Pour les sables, Bishop (1966) a constaté que les critères de Tresca et Drucker-Prager sont incapables de représenter le comportement du matériau sans cohésion. En fait, si on trace la valeur de  $\phi$  en compression et extension triaxiales en fonction du paramètre  $\alpha$ , utilisé dans ces deux critères (Roscoe, 1958), sur la figure 2.4(b), on peut voir que la relation entre  $\phi$  et  $\alpha$  pour la compression est presque linéaire (approximativement  $\phi = 25\alpha$ ). Par contre, la valeur de  $\phi$  en extension, prédite par ces deux critères, diverge rapidement de celle en compression et devient égale à  $90^\circ$  (i.e.  $\sigma_1/\sigma_3 = \infty$ ) lorsque  $\alpha = 1.5$ . L'angle de frottement en compression triaxiale pour lequel les deux critères sont tangents au plan de coordonnée  $D_1D_2D_3$  est  $36.9^\circ$  (i.e.  $\alpha = 1.5$ ). Pour un angle de frottement en compression plus élevé ( $\phi = 40^\circ$  par exemple), les états de contrainte à proximité de l'extension triaxiale dans les deux critères sont en-dehors des lignes  $D_1D_2$  etc, et se situent dans l'espace des contraintes effectives négatives (figure 2.4(a)), ce qui, bien sûr, n'a pas de sens pour les matériaux sans cohésion. De plus, même pour les angles de frottement en compression triaxiale inférieurs à  $36.9^\circ$ , ces deux critères ne permettent pas de modéliser correctement les essais tri-dimensionnels.

Le critère de Mohr-Coulomb, introduit primitivement dans la théorie de la plasticité par Drucker et Prager (1952) et testé expérimentalement par Kirkpatrick (1957), apparaît plus apte à décrire la rupture du matériau granulaire sur chemin de contrainte en compression triaxiale. La forme du critère en fonction de l'angle de frottement dans le plan déviatorique est illustrée sur la figure 2.4(c). Du fait que la contrainte principale intermédiaire ( $\sigma_2$ ) n'intervient pas directement dans sa formulation, ce critère possède des points singuliers qui compliquent mathématiquement la modélisation. En outre, des essais triaxiaux en extension ont montré que les angles de frottement obtenus sont généralement supérieurs à ceux en compression. Par ailleurs, des essais en déformation plane donnent également des angles de frottement plus élevés (de l'ordre de  $3^\circ$  à  $5^\circ$  plus grands, d'après Rowe (1971)) que ceux en compression triaxiale.



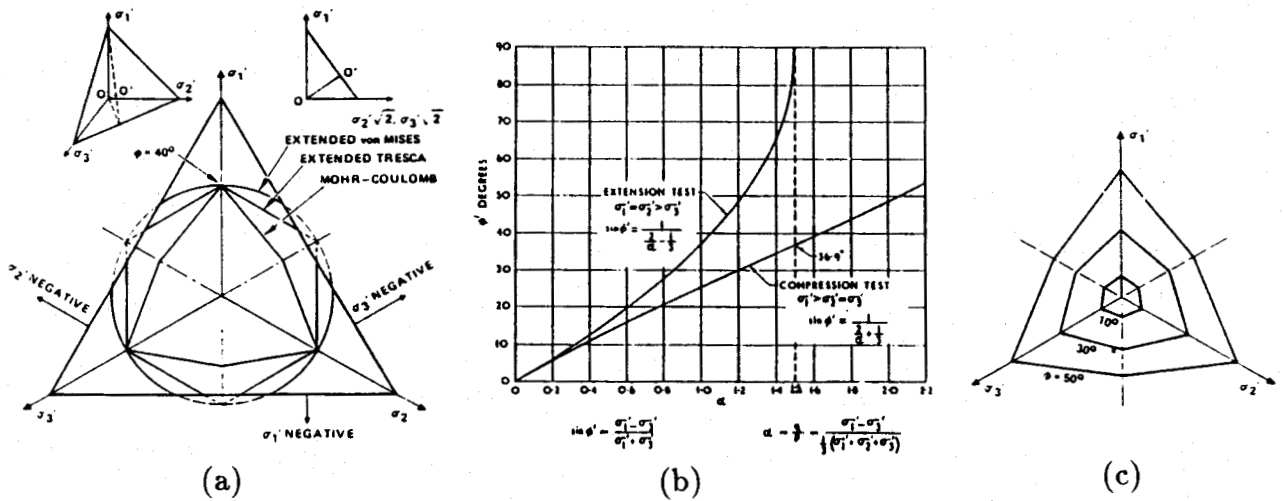


Figure 2.4 - (a) Représentation des critères de base dans l'espace de contraintes (Bishop, 1966). (b) Variation de l'angle de frottement dans les critères de Tresca et de Drucker-Prager. (c) Formes du critère de Mohr-Coulomb pour trois angles de frottement différents.

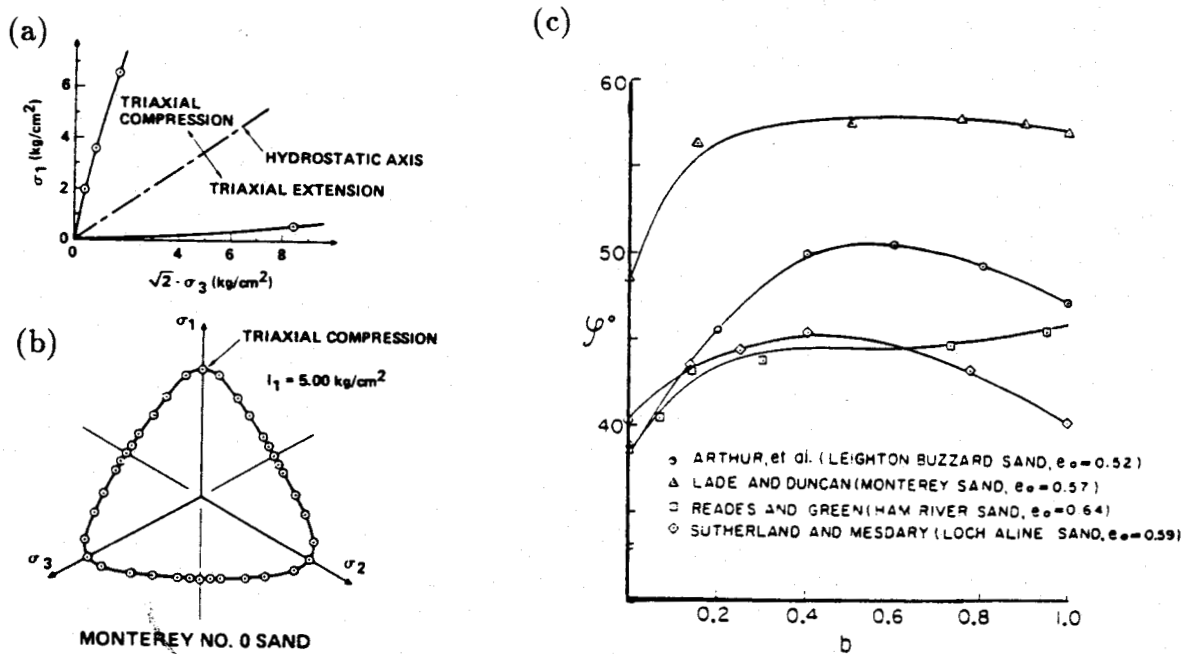


Figure 2.5 - Formes de la surface de rupture (a) dans le plan triaxial, (b) dans le plan déviatorique (d'après Lade, (1973)). (c) Variation de l'angle de frottement en fonction de  $b_\sigma$  (compression triaxiale:  $b_\sigma = 0$ , extension triaxiale:  $b_\sigma = 1$ )

### 2.3.2 Critères évolués

Des progrès considérables ont été réalisés au cours de ces dernières décades sur la forme du critère de rupture aussi bien au niveau expérimental que théorique (Green et Bishop, 1969; Sutherland et Mesdary, 1969; Goldscheider et Gudehus, 1973; Matsuoka et al, 1974; Reades et Green, 1976; Arthur et al, 1976; Ergun, 1981; Yamada et Ishihara, 1979,1981; etc). Ils ont permis une meilleure connaissance du comportement des sols sous différentes conditions expérimentales et surtout offert des évaluations plus correctes de l'influence de divers paramètres. La plupart de ces essais ont été effectués à l'aide d'un appareil tri-dimensionnel cubique qui permet d'étudier le rôle de la contrainte principale intermédiaire ( $\sigma_2$ ) sur la résistance maximale des sols et de préciser la forme de la surface de rupture dans le plan déviatorique. L'influence de  $\sigma_2$  peut être représentée par la valeur  $b_\sigma$  ( $0 \leq b_\sigma \leq 1$ ) (Habib, 1953). La valeur  $b_\sigma = 0$  correspond à la compression triaxiale et  $b_\sigma = 1$  désigne l'extension triaxiale. Les conclusions de ces essais sont bien représentées par les résultats expérimentaux de Lade (1973) que nous utilisons comme référence principale:

- La surface de rupture n'est pas anguleuse dans le plan déviatorique. Elle a une forme convexe et continue qui est proche d'un triangle (figure 2.5(b)). Ceci implique qu'il existe une dépendance de  $\phi$  avec  $\sigma_2$ . D'une manière générale, l'angle de frottement  $\phi$  augmente rapidement au voisinage de la compression triaxiale et jusqu'à une valeur de  $b_\sigma$  correspondant à la déformation plane ( $b_\sigma = 0.22$  dans les essais de Lade et même pratiquement jusqu'à  $b_\sigma = 0.5$  dans les autres essais). Quand  $b_\sigma$  continue à croître, les résultats sont assez dispersés. On obtient généralement une décroissance de  $\phi$  plus ou moins forte lorsque  $b_\sigma$  est dans la fourchette 0.5 et 0.7, puis, faible jusqu'à  $b_\sigma = 1$  (figure 2.5(c)).
- L'angle de frottement est une fonction décroissante à la fois de l'indice des vides initial  $e$  et de la contrainte moyenne  $p$ . Ceci implique que la surface de rupture a une allure plus ou moins incurvée dans le plan contenant l'axe hydrostatique suivant la densité initiale (figure 2.5(a)). Pour un matériau donné et une contrainte moyenne donnée, l'angle de frottement en compression triaxiale et l'indice des vides initial  $e$  sont reliés avec une précision raisonnable par l'approximation empirique (Caquot et Kérisel, 1966):

$$e \tan \phi = \text{constante}$$

Deux critères de rupture intéressants ont été proposés par Lade (1977) et par Matsuoka (1974, 1976). L'expression du critère de Lade est:

$$\left(\frac{I_1^3}{I_3} - 27\right)\left(\frac{I_1}{p_a}\right)^m = f_p$$

avec

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad I_3 = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3$$

où  $m$  et  $f_p$  sont deux paramètres. Le critère de Matsuoka s'exprime par:

$$\frac{(\sigma_2 - \sigma_3)^2}{\sigma_2 \sigma_3} + \frac{(\sigma_3 - \sigma_1)^2}{\sigma_3 \sigma_1} + \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{\sigma_1 \sigma_2} = \tan^2 \phi_{tc}$$

où  $\phi_{tc}$  est l'angle de cisaillement pour l'essai en compression triaxiale dans le "plan mobilisé spatial". La comparaison de ces critères, dans le plan déviatorique, avec celle de Mohr-Coulomb est illustrée sur la figure 2.6.

Bien que les tracés de ces deux critères soient plus ou moins semblables dans le plan déviatorique et que les tests de justification pour les départager soient difficiles à effectuer, le critère de Lade, à notre avis, est plus proche de la réalité du fait qu'il fait dépendre la résistance du sol de la contrainte effective moyenne.

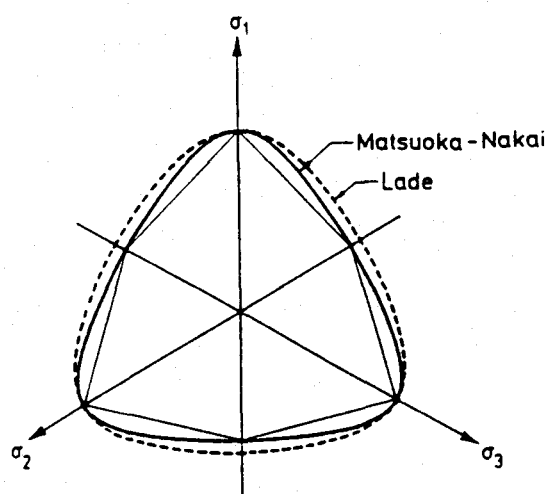


Figure 2.6 - Comparaison entre les critères de Mohr-Coulomb, de Matsuoka et de Lade.

### 2.3.3 Critère de rupture proposé

Le critère de rupture retenu dans notre étude pour le matériau non cohérent est d'un type proche du critère de Lade. Il est d'une forme conique courbée dont l'axe coïncide avec la trissectrice de l'espace des contraintes principales. La surface de rupture, dont l'intersection dans le plan déviatorique est illustrée par la figure 3.8(a), est caractérisée par l'équation suivante:

$$F = (3J_2)^{\frac{1}{2}} - 1.5\mu_f \left\{ \cos\left(\frac{1}{3} \arccos \chi_f\right) \right\}^{-1} \cdot p \cdot (p_{ref}/p)^m$$

avec

$$\chi_f = -\mu_f \cos(3\theta) \quad \mu_f = \sqrt{(k_f - 27)/k_f}$$

$$k_f = \frac{(A_f + 2)^3}{A_f} \quad A_f = \frac{1 + \sin \phi_f}{1 - \sin \phi_f}$$

où  $p_{ref}$  est la pression de référence. L'exposant  $m$  est une constante positive qui produit une légère courbure de la surface de rupture dans le plan triaxial, et  $\phi_f$  est l'angle de frottement à la rupture correspondant à l'essai triaxial en compression drainée. La dépendance de la contrainte principale intermédiaire est introduite à l'aide de l'angle de Lode  $\theta$ .

L'avantage de cette forme convexe du critère réside dans le fait qu'elle donne une liaison explicite entre l'angle de frottement et l'état de rupture du matériau, comme dans le critère de Mohr-Coulomb. On pourra vérifier que, dans ce critère, l'angle de frottement en compression est différent de l'angle en extension, ce qui s'accorde bien avec la majorité des résultats expérimentaux. La courbure de la surface  $(p_{ref}/p)^m$  permet de tenir compte du fait que la résistance du matériau est influencée par la contrainte moyenne.



# Chapitre 3

## Chargement monotone: les mécanismes de plastification

### 3.1 Paramètres d'écrouissage et mécanismes de plastification

Entre l'état de déformation réversible (élasticité des très petites déformations) et l'état de rupture, un matériau granulaire se déforme continument de façon irréversible (plasticité). Il est donc nécessaire de définir l'ensemble des mécanismes de déformation irréversible qui décrivent le processus de dissipation d'énergie. Celui-ci dépend de l'histoire du chargement ce qui implique l'existence d'une mémoire du matériau. C'est par le choix des paramètres d'écrouissage qui représentent cette mémoire que l'on décrit plus ou moins finement les phénomènes physiques observés.

#### 3.1.1 Paramètres d'écrouissage

Le choix des paramètres d'écrouissage, qui peuvent être considérés comme des variables cachées du matériau, n'est pas facile dans la mesure où les résultats expérimentaux usuels en terme de contrainte-déformation ne les révèlent pas de manière directe. Il n'existe pas non plus de méthode objective pour choisir la nature des paramètres d'écrouissage les plus représentatifs du comportement irréversible du géomatériau: ce choix est plutôt un mélange d'intuition, d'expérience et de pragmatisme.

Certains modélisateurs préfèrent lier les paramètres d'écrouissage à la microstructure des matériaux, comme la densité dans le cas isotrope ou l'orientation des grains et de leurs plans de contact dans le cas anisotrope. La difficulté majeure en ce qui concerne l'identification microstructurale tient au fait qu'il faut choisir d'abord les paramètres d'écrouissage représentatifs de l'état microscopique du matériau. Cette caractérisation de l'état reste encore, malgré de nombreuses tentatives, une question largement ouverte. Par ailleurs, ces paramètres d'écrouissage ne peuvent être quantifiés que par des procédures expérimentales particulières et il est encore difficile de relier explicitement l'évolution de ces paramètres à la relation contrainte-déformation macroscopique qui constitue notre objectif final.

Nous retenons dans cette étude l'approche macrostructurale. Elle introduit des paramètres d'écroutissage que l'on peut estimer à partir des résultats expérimentaux en contrainte-déformation et tels que leurs lois d'évolution reflètent globalement l'effet des modifications de la microstructure. Par exemple, l'évolution de la déformation volumique plastique peut être considérée comme une mesure moyenne du déplacement relatif des grains. De la même manière, la déformation déviatorique plastique reflète probablement de manière moyenne les glissements des grains conduisant à des changements d'orientation: elle peut ainsi servir pour décrire l'anisotropie induite.

### 3.1.2 Mécanismes de plastification

Un bon modèle de comportement du sol doit décrire avec suffisamment de réalisme les divers aspects rhéologiques du matériau étudié (non-linéarité du processus de déformation, en particulier la dilatance; effets des chemins de sollicitations parcourus, en particulier la dépendance directionnelle...) et admettre une forme relativement simple pour être utilisable numériquement dans des programmes de calcul.

Les modèles à un seul mécanisme, généralement de type Cam-Clay, qui possèdent une surface de charge fermée (figure 3.1(b)), permettent d'effectuer aisément des calculs incrémentaux. Cependant, pour des chemins à contrainte effective moyenne  $p$  croissante et déviateur  $q$  décroissant, à partir d'un niveau de contrainte  $q/p$  élevé préalablement atteint, la réponse de ces modèles est élastique dans la mesure où ces chemins de sollicitation sont situés à l'intérieur de la surface de charge. Ceci contredit les résultats expérimentaux qui indiquent, lors de ces chemins, une production tout à fait significative de déformation volumique plastique accompagnée par une variation très faible de déformation déviatorique plastique. Pour pallier ce défaut, il faudrait, comme l'ont suggéré Davis et al (1978) ou Desai et al (1983), adopter des surfaces de charge du type représenté en figure 3.2. Evidemment, l'expression analytique de ce nouveau type de surface (qui doit être convexe) est forcément très complexe.

Cependant, un autre défaut apparaît également lorsque l'on cherche à traduire correctement le comportement du sol en un point dans différentes directions de sollicitation. L'imperfection la plus critique d'un modèle à un seul mécanisme (quel qu'il soit) est que la direction de  $d\epsilon_i^p$  est insensible aux changements de direction de la sollicitation, ce qui n'est pas réaliste vis à vis du comportement du sol.

Pour décrire avec précision la sensibilité aux changements de direction de la sollicitation, il faut prendre en compte des variables significatives présentant une interprétation physique précise basée sur les principaux mécanismes de déformation du matériau granulaire, plus ou moins actifs suivant la direction de contrainte. Une approche possible consiste à faire appel au schéma multi-mécanismes comme le modèle de Lade (1977), le modèle de Vermeer (1978), le modèle CYCLADE (Aubry et al, 1982; Lassoudière et al 1982) et le modèle de Cambou (1988).

Le principal avantage conceptuel du schéma multi-mécanismes réside dans le fait qu'il possède le caractère non-linéaire à la direction de sollicitation en contrainte. En effet, ce caractère non-linéaire est dû au fait bien connu que la déformation plas-

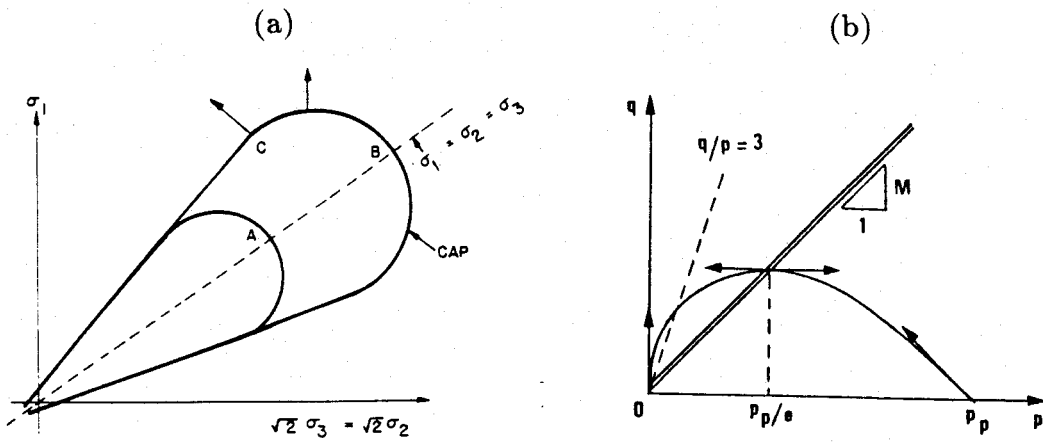


Figure 3.1 - Forme des surfaces de charge dans le modèle  
 (a) Drucker, Gibson et Henkel (1957),  
 (b) Cam-Clay (1968)

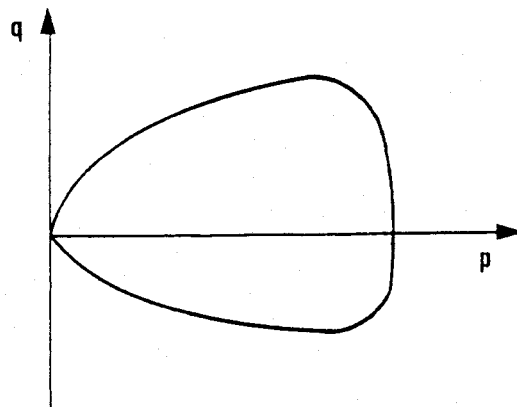


Figure 3.2 - Forme de la surface de charge suggérée par Davis (1978).

tique résulte de l'activation de plusieurs mécanismes de plastification. Le croisement de plusieurs surfaces de charge, chacune d'elles attachée à un mécanisme différent, crée une singularité au point de contrainte actuel où le nombre des mécanismes activés dépend de la direction de sollicitation. D'un point de vue théorique, plus le nombre de mécanismes est élevé, plus le modèle est sensible à la direction de sollicitation, mais aussi, plus la complexité du modèle croît, ce qui se traduit concrètement par une augmentation du nombre de paramètres nécessaires au fonctionnement du modèle et surtout une augmentation importante du temps de calcul. L'expérience acquise dans des modélisations antérieures (Lassoudière et Meimon, 1986) et des résultats de l'étude qualitative (Tan, 1990) nous permettent de proposer un modèle dont la structure à deux mécanismes constitue, à notre avis, un compromis assez satisfaisant sur le plan de l'implémentation numérique et de la capacité prédictive.

Dans ce qui suit nous exposons, à la suite d'une analyse détaillée des résultats expérimentaux, les équations constitutives des deux mécanismes de plastification, l'un déviatorique et l'autre volumique. Par hypothèse, les paramètres d'écroûissage dans ces deux mécanismes sont indépendants, c'est-à-dire que la plastification d'un mécanisme n'a pas de conséquence directe sur l'autre.

## 3.2 Mécanisme déviatorique

### 3.2.1 Surface de charge

#### Base de travail

Au niveau de la modélisation, on sait qu'une des difficultés majeures réside dans la dilatance excessive prédite par les modèles basés directement sur le critère de type Mohr-Coulomb associé. Drucker et al (1957) ont permis de franchir cet obstacle par la modification de la surface conique de plasticité parfaite (ou pyramidale comme le critère de Mohr-Coulomb) en une surface convexe de type fermé ("cap") écroûissable (figure 3.1(a)): ceci permet d'obtenir une contractance volumique par application de la règle de normalité. Une deuxième amélioration est l'utilisation de la densité actuelle comme variable d'état pour définir des "cap" surfaces successives. Ce modèle à écroûissage isotrope constitue une présentation plus réaliste du comportement des sols, bien que les résultats expérimentaux (Henkel, 1958) montrent que sa structure est encore trop simple pour décrire correctement les essais triaxiaux. Cependant, ces idées ont permis l'émergence des modèles sous le concept de l'état critique de l'Ecole de Cambridge.

Le modèle Cam-Clay a été proposé par Roscoe et ses collègues (1968) en faisant l'hypothèse que la surface de charge (figure 3.1(b)) coïncide avec le potentiel plastique par application de la règle de normalité. La définition de cette surface est purement théorique et ne repose pas sur des résultats expérimentaux probants. On suppose l'existence d'un état de contrainte correspondant à une variation de volume nulle à l'état de plasticité parfaite: c'est l'état critique, qui est à l'origine d'une quantité considérable de travaux. L'application de ce modèle montre que le comportement des sables est mal décrit. En particulier, pour des petites contraintes isotropes initiales, l'expérience

montre que les chemins de contrainte non-drainés sur du sable lâche traversent toujours la ligne de l'état critique  $M$  et poursuivent une remontée plus ou moins incurvée au voisinage de la ligne d'état critique, suivant la densité initiale. Les modèles de type Cam-Clay ne peuvent pas reproduire ce phénomène.

Il s'est donc révélé nécessaire, d'étudier le comportement du matériau à partir d'essais, simples dans un premier temps, afin de reconnaître les propriétés du matériau et d'en déduire la nature des paramètres d'érouissage et la forme de la surface de charge pour obtenir une réponse réaliste pour des sollicitations monotones, et enfin, de les appliquer à des sollicitations complexes pour mettre en évidence les approximations postulées.

### Interprétation expérimentale

Le matériau granulaire se comporte comme un assemblage de particules solides de sorte que les déformations proviennent alors essentiellement de la modification de la structure granulaire. Le serrage et le désenchevêtrement des grains sont deux mécanismes fondamentaux des déformations irréversibles. Ces mécanismes étant associés au glissement relatif de particules en contact, il semble que des variables d'état fondamentales soient les variables de déformation qui décrivent la position relative des particules en contact sous la contrainte de cisaillement. En outre, le modèle Cam-Clay fait intervenir un élément important: l'énergie dissipée à l'état de rupture est associée à la déformation déviatorique plastique. Ce point est confirmé par toutes les expériences qui montrent que la modification géométrique n'est importante que lorsque la contrainte moyenne  $p$  et le déviateur de contrainte  $q$  sont tous deux élevés, de sorte que la déformation déviatorique est importante.

Ces idées ont été vérifiées pour la première fois par Tatsuoka et Ishihara (1974) en effectuant une succession de chemins triaxiaux en condition drainée sur le sable de Fuji River pour déterminer les contours des surfaces de charge suivant une méthode proposée par Poorooshasb et al (1967). Ils sont arrivés à la conclusion que les surfaces de charge ont une forme incurvée dans le plan  $p - q$  et qu'elles pourraient s'approcher des courbes d'isovaleurs de déformation déviatorique (figure 3.3). Ces courbes sont indépendantes de l'indice de vides initial et, évidemment, ne sont fonction que des invariants de contrainte  $p$  et  $q$ . On remarque que des surfaces de charge définies par ces courbes sont beaucoup plus aplaties sur l'axe hydrostatique que celles de type Cam-Clay. Pour les faibles valeurs du rapport  $q/p$ , l'allure de ces surfaces est extrapolée: elles passent par l'origine en accord avec l'absence de cohésion du matériau testé.

Toujours avec la même méthode, mais dans une autre série d'essais plus compliqués, Tatsuoka et Molenkamp (1983) ont retrouvé la même forme de surface de charge (figure 3.4). Ceci établit non seulement la répétabilité de la forme de la surface de charge mais également la validité de cette forme pour le matériau granulaire. Ces résultats ont été retrouvés par d'autres chercheurs. Dans des essais à chargement contrôlé, Miura et al (1984) ont utilisé six chemins de contrainte différents aussi bien en compression qu'en extension sur le sable de Toyoura: la figure 3.5 montre une analogie très forte avec les expériences de Tatsuoka, surtout dans la partie où la contrainte

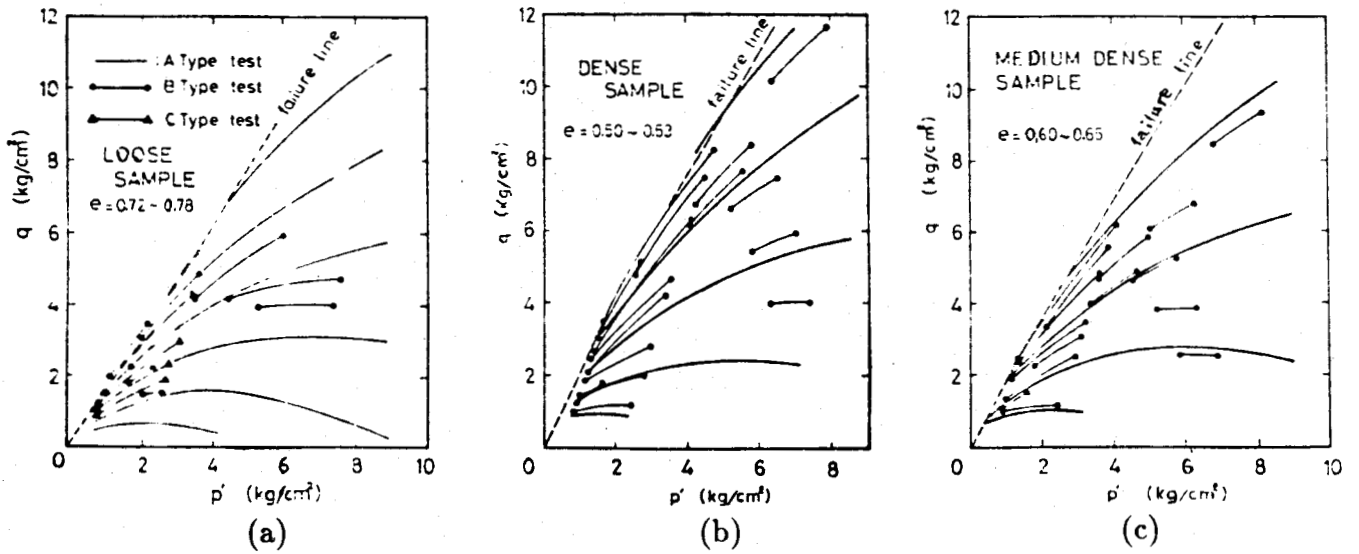
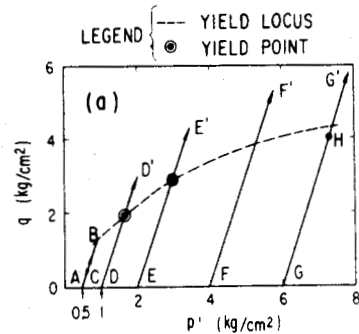


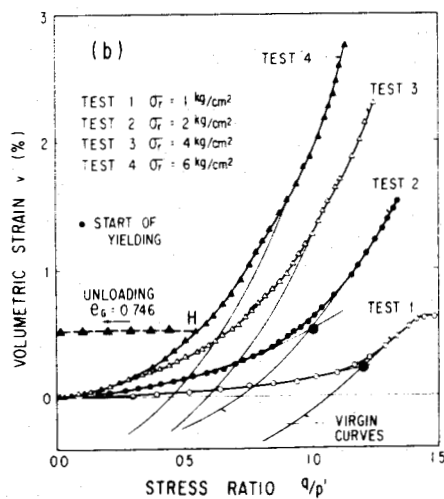
Figure 3.3 - Allure des surfaces de charge d'isodéformations déviatoriques pour le sable  
 (a) lâche, (b) dense, (c) moyen (Tatsuoka et Ishihara, 1974)

TEST No.	STRESS PATH	VOID RATIO	SHEAR STRAIN FOR AB, %	$e_c$	$e_f$
1	ABCD	$e_A=0.790$	4.2	-0.006	-0.2
2	ABCEE'	$e_A=0.794$	3.9	-0.018	-0.5
3	ABCFE'	$e_A=0.795$	4.3	-0.034	-0.9
4	ABCGG'	$e_A=0.785$	4.2	-0.055	-1.6
5	ADD'	$e_D=0.784$	0.0	—	—
6	AE'E'	$e_E=0.762$	0.0	—	—
7	AFF'	$e_F=0.743$	0.0	—	—
8	AGG'	$e_G=0.711$	0.0	—	—

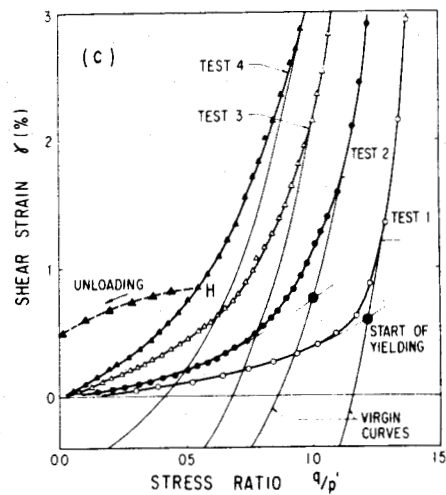
Tests 1 through 4; Pre-sheared as ABC.  
 Tests 5 through 8; No pre-shearing.



(a). Stress paths for Tests 1 through 8 to evaluate effects of isotropic compression on deformation during shear re-loading.



(b). Volumetric strain versus stress ratio relationships of pre-sheared and virgin samples.



(c). Shear strain versus stress ratio relationships of pre-sheared and virgin samples.

Figure 3.4 - Essais triaxiaux de Tatsuoka et Molenkamp (1983)

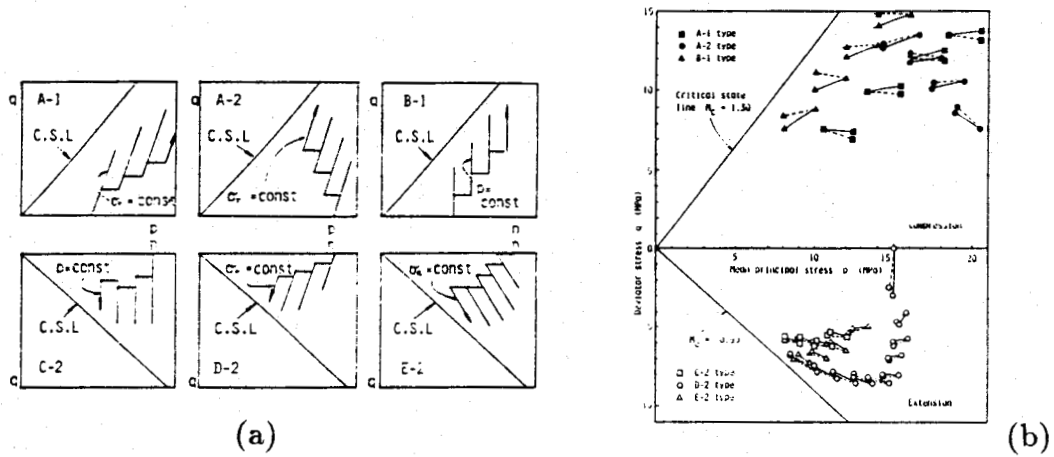


Figure 3.5 - Essais triaxiaux de Miura (1984): (a) Schéma de chargement; (b) Allure des surfaces de charge

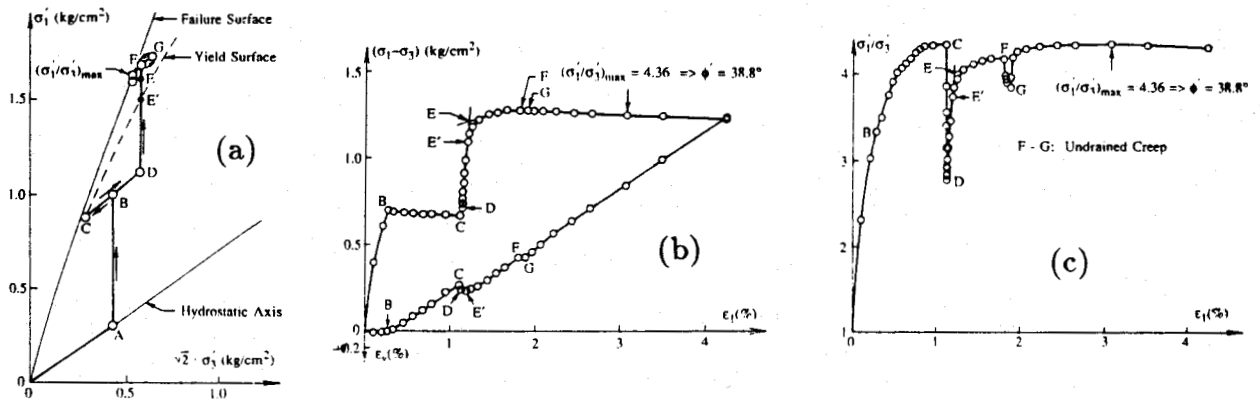


Figure 3.6 - Essai de Lade (1988): (a) l'allure de surface de charge; (b) et (c) les courbes expérimentales

moyenne est moins importante. Lade et al (1988) ont effectué plus récemment des essais sur du sable fin silicaté (figure 3.6) aboutissant à la même forme de surface de charge avec une légère courbure vers l'axe hydrostatique.

Considérons maintenant le cas tri-dimensionnel ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ), il est évident que la contrainte principale intermédiaire a une influence sur la forme de surface de charge. En effet, les essais de Yamada (1979) sont caractérisés par des chemins de contraintes radiaux  $b_r = \text{const}$  dans le plan déviatorique tout en gardant la contrainte moyenne constante. Ce sont des chemins de contrainte purement déviatorique qui permettent d'accentuer l'effet de distorsion. L'ensemble des résultats (figure 2.1(b)) montre l'évolution de la déformation déviatorique tout au long des différents chemins de sollicitation. La forme est proche de cercles pour les faibles isodéformations ce qui indique une certaine indépendance vis à vis de la contrainte intermédiaire  $\sigma_2$ . Mais, plus les isodéformations sont grandes, plus l'influence de  $\sigma_2$  croît. Les courbes d'isodéformations se différencient jusqu'au moment où elles rejoignent la surface de rupture.

Les mêmes résultats ont été également observés par Lanier (1987) qui a effectué des essais sur des échantillons initialement isotropes de sable d'Hostun. La partie gauche de la figure 3.7 caractérise les réponses d'un échantillon isotrope sous un chargement primaire tandis que la partie droite donne les réponses obtenues pour des échantillons à anisotropie induite par un préchargement de compression dans la direction Z: on voit qu'elles conservent la même forme qu'à "gauche" mais qu'elles sont décalées dans le sens de la première charge. Il s'agit là un écrouissage de type cinématique que l'on va traiter dans un chapitre correspondant.

### Surface de charge proposée

Les expériences citées ci-dessus évoquent une analogie entre la forme de la surface de rupture proposée et celle de la surface de charge tracée par les expérimentateurs dans le plan aussi bien triaxial que déviatorique (tout au moins pour les déformations élevées). Cela nous permet, donc, de supposer que la surface de charge du mécanisme déviatorique a une forme semblable à celle de la surface de rupture et que cette surface évolue suivant un écrouissage isotrope dû aux déformations plastiques. L'expression analytique de cette surface (figure 3.8(a),(b)) peut s'écrire:

$$f_d = (3J_2)^{\frac{1}{2}} - 1.5\mu_f [\cos(\frac{1}{3} \text{arc cos } \chi_f)]^{-1} \cdot p \cdot (p_{ref}/p)^m \cdot \kappa(\epsilon_{ij}^p) = 0$$

Les expériences ci-dessus montrent également que la déformation déviatorique plastique  $\epsilon_q^p$  a une importance prédominante pour déterminer la réponse du matériau sableux sous chargement monotone. Cette dépendance peut être approximativement exprimée par des fonctions différentes (Prévoist et al, 1978; Hujoux, 1979; Ghaboussi et Momen, 1982; etc). Parmi les tentatives analytiques différentes, nous étudions seulement celle dont le formalisme mathématique reste simple: il s'agit de l'approche la plus ancienne, mais encore largement utilisée, qui consiste à ajuster la courbe  $q - \epsilon_q^p$  par une fonction hyperbolique. Cette approche a été proposée pour la première fois par Kondner et Zelasko (1963), et a été incorporée dans le modèle élastique non-linéaire



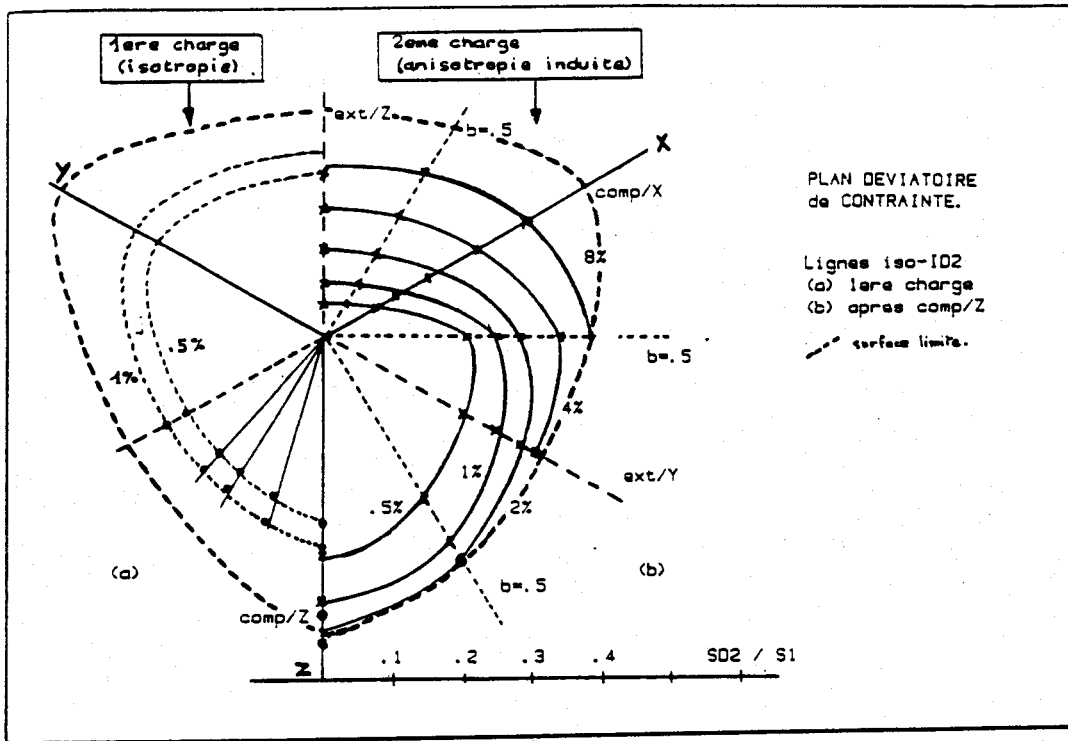


Figure 3.7 - Lignes iso-déformations déviatoriques (Lanier, 1987)  
dans des essais à l'appareil triaxial vrai

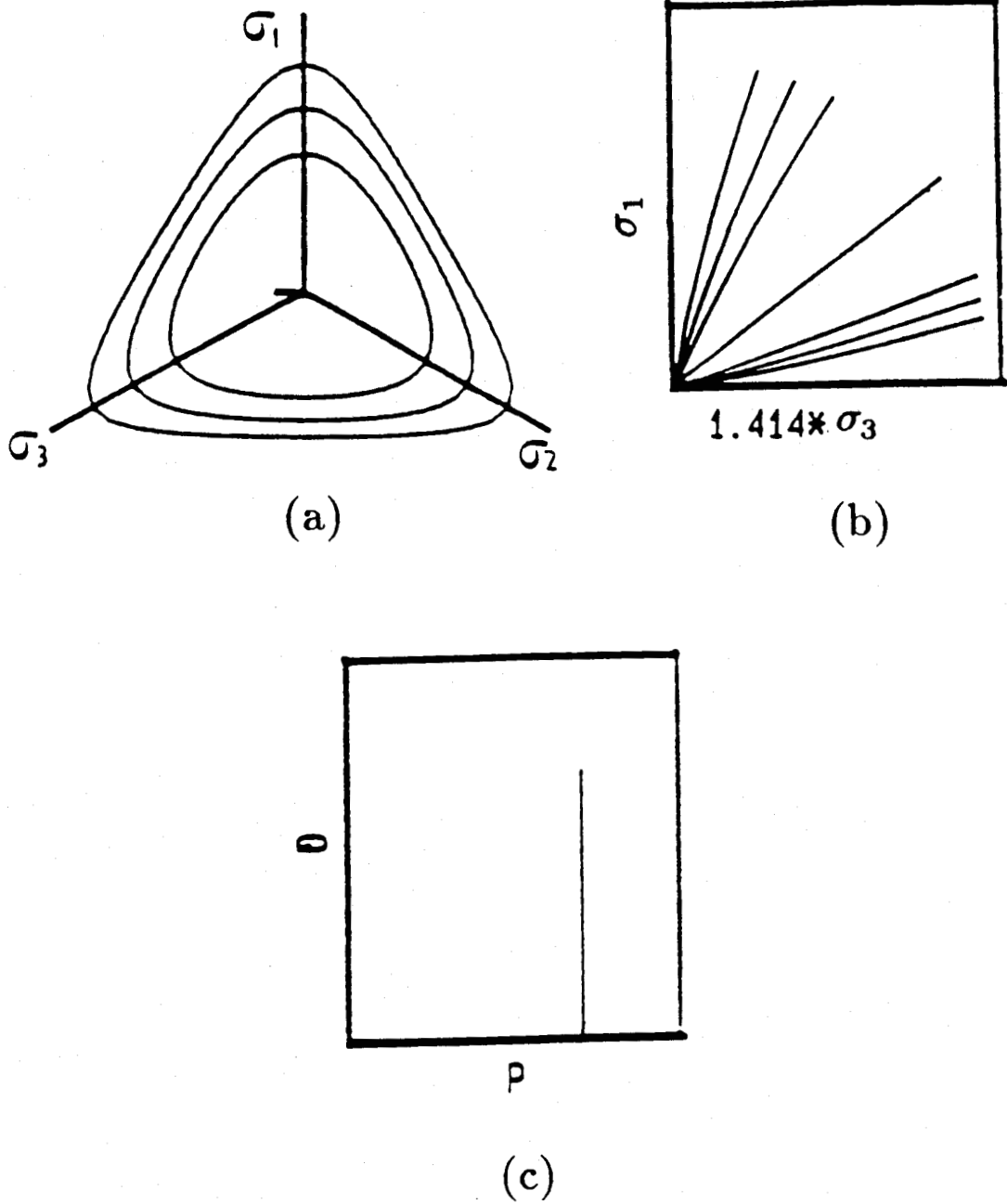


Figure 3.8 - Modèle proposé: Trace de la surface de charge déviatorique dans (a) le plan déviatorique, (b) le plan triaxial. (c) Trace de la surface de charge volumique

de Duncan et Chang (1970). Elle est aussi utilisée pour interpréter certains résultats expérimentaux. Par exemple, Vermeer (1978) a adapté cette approche à son modèle élastoplastique en utilisant une fonction hyperbolique du rapport de contrainte  $q/p$  et de la déformation déviatorique  $\epsilon_q^p$ . La modélisation montre que son modèle donne des prédictions en bon accord avec les résultats expérimentaux de l'essai triaxial (Vermeer, 1982).

Dans le cas actuel, nous modifions la fonction hyperbolique originale de Kondner et l'écrivons, dans un premier temps sous l'expression suivante:

$$\kappa(\epsilon_{ij}^p) = \gamma(\epsilon_q^p) = \frac{\epsilon_q^p}{a_0(p_c/p_{ref}) + \epsilon_q^p}$$

avec

$$\epsilon_q^p = \int_0^t \left( \frac{2}{3} de_{ij}^p de_{ij}^p \right)^{\frac{1}{2}} dt$$

où le paramètre  $a_0$  est une constante positive pour le matériau spécifié et  $p_c$  la contrainte effective moyenne initiale (ou la contrainte de confinement dans les essais triaxiaux). Le terme  $a_0(p_c/p_{ref})$  permet de prendre en compte l'effet de la contrainte moyenne initiale sur la modélisation du mécanisme (augmentation de la raideur initiale).

### Modélisation du phénomène du radoucissement

Nous constatons que, grâce à cette fonction, l'érouissage sera en conséquence toujours positif, et que la surface de charge peut approcher asymptotiquement, sans jamais la dépasser, la surface de rupture de sorte qu'un radoucissement est exclu de la modélisation.

En fait, on sait que les matériaux granulaires peuvent exhiber un comportement de radoucissement très net pour les sables denses. Dans un article récent qui présente une synthèse bibliographique, Reed et al (1984) ont établi que le radoucissement n'est pas une vraie propriété du matériau, mais qu'il représente plutôt un comportement fragmentaire du matériau non-homogène qui subit des restrictions aux limites géométriques. Par exemple, l'analyse détaillée effectuée par Drescher et Vardoulakis (1982) sur le caractère radoucissant des résultats expérimentaux précises obtenus par Deman en 1975, a abouti aux conclusions suivantes: le radoucissement observé lors de tests triaxiaux (figure 3.9) est dû principalement à des effets géométriques; l'utilisation d'échantillons d'élanement modéré, de pair avec des disques de contact non lubrifiés conduit à une surévaluation de l'angle apparent de frottement et à une conception erronée du radoucissement dû aux déformations non-uniformes. En fait, l'examen de résultats expérimentaux sur des essais très soignés en compression triaxiale (Hettler et Vardoulakis, 1984) montre que le radoucissement observé lors de ces essais est tellement petit qu'il peut être raisonnablement négligé pour une application pratique.

### Amélioration de la fonction d'érouissage $\kappa$ pour le phénomène de densification sous chargement non-monotone

L'introduction de  $\gamma(\epsilon_q^p)$  décrit un érouissage à mémoire fonction de la déformation plastique cumulée. Elle n'est en bon accord quantitatif avec les expériences que pour

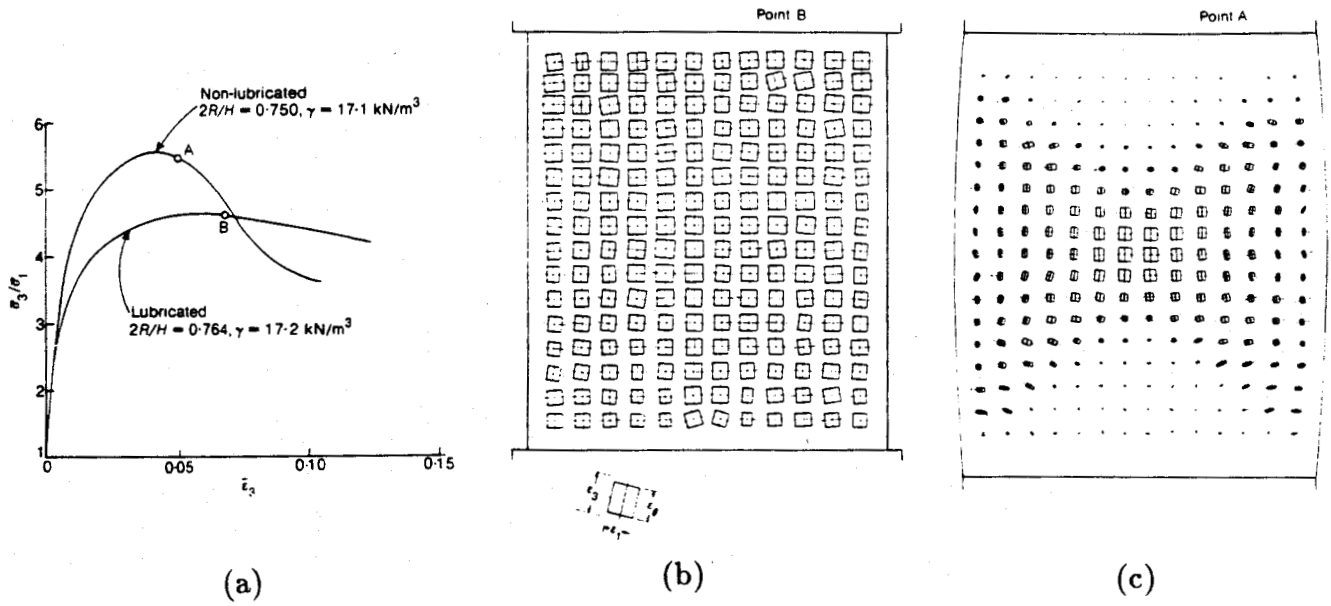


Figure 3.9 - (a) Courbes expérimentales des essais triaxiaux sur le sable dense. Champs de déformation correspondant avec (b) des disques de contact lubrifiés, (c) des disques de contact non-lubrifiés (Deman (1975), d'après Drescher et Vardoulakis (1982))

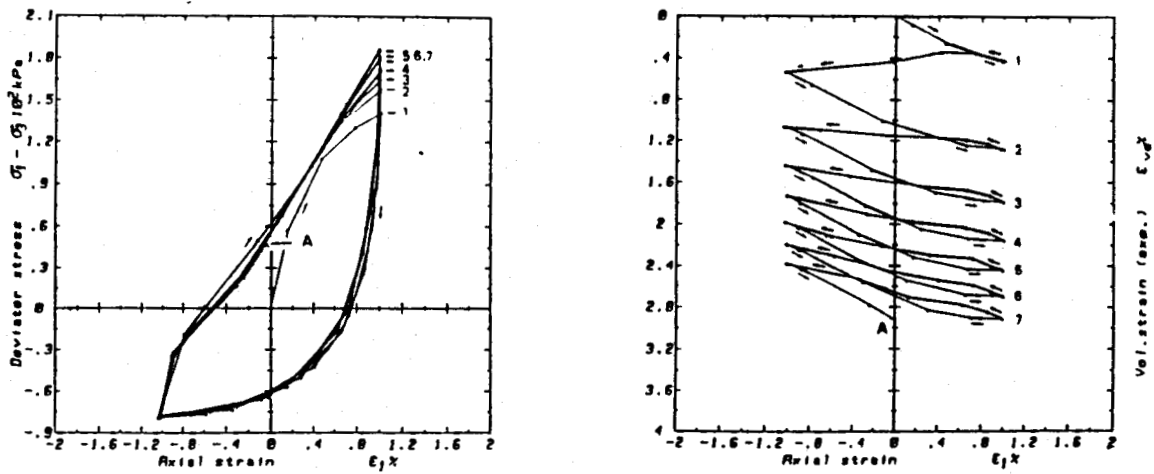


Figure 3.10 - Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée (Mohkam 1984)

une déformation croissant de façon monotone: le domaine élastique se modifie progressivement par dilatation. Quelle que soit l'histoire préalable, la valeur limite de  $\gamma(\epsilon_q^p)$  est unique. Cette propriété peut être mise en défaut pour un chargement non-monotone. Par exemple, on peut imaginer un chargement cyclique en déformation imposée dont un certain nombre de cycles (ou seulement le premier cycle si la sollicitation est assez grande) aboutit  $\gamma(\epsilon_q^p) \rightarrow 1$ : dès lors, la taille de la surface de charge reste constante et il est clair qu'il sera impossible de décrire l'effet d'amélioration de la résistance sous cycles que l'on observe expérimentalement dans certains essais en condition drainée triaxiale même si l'on généralise le modèle à l'écoulement cinématique. En fait, ce type d'essai (figure 3.10) met en évidence une densification progressive qui aboutit à cette augmentation de résistance: elle doit donc intervenir dans l'expression de la surface de charge à travers la fonction  $\kappa$  comme cela a déjà été réalisé dans le modèle CYCLADE (Lassoudière, 1984).

Une façon simple et directe d'introduire cet effet consiste à incorporer la déformation volumique plastique  $\epsilon_v^p$  comme deuxième paramètre d'écoulement:

$$\kappa(\epsilon_{ij}^p) = \gamma(\epsilon_q^p) + \epsilon_v^p = \frac{\epsilon_q^p}{a_0(p_c/p_{ref}) + \epsilon_q^p} + \epsilon_v^p$$

où  $\epsilon_v^p$  n'est associé qu'à la plastification du mécanisme déviatorique.

Dans l'approche proposée ci-dessus, l'effet de la combinaison de ces deux mémoires (déformation déviatorique plastique et déformation volumique plastique) est introduit de manière très simple, mais elle présente l'intérêt de permettre une modélisation de l'effet des chargements non-monotones. Pour un chargement monotone, l'examen mathématique de la nouvelle forme de  $\kappa$  peut s'interpréter comme suit:

Pour une faible déformation (hypothèse de travail), la grandeur de  $\epsilon_v^p$  est négligeable vis à vis de  $\gamma$ , en particulier pour le sable lâche. On obtient ainsi, pour le chargement monotone, une combinaison légère de l'écoulement déviatorique (prédominant) et de l'écoulement volumique (secondaire dans ce mécanisme) qui permettra une bonne représentation du comportement en condition aussi bien drainée que non drainée, ce qui n'était pas le cas en utilisant le modèle CYCLADE (Lassoudière, 1984).

Par ailleurs, on voit que la possibilité de modéliser le phénomène de radoucissement sous chargement monotone est maintenant incluse uniquement grâce à la présence de l'écoulement volumique, surtout pour le sable dense dont la rupture est généralement accompagnée d'une dilatance très forte ( $\epsilon_v^p$  est fortement négatif). Evidemment, nous considérons que cette modélisation du radoucissement est purement formelle.

### 3.2.2 Relation d'écoulement

#### Caractère non-associé des relations d'écoulement pour les matériaux granulaires

Le fait que, pour les sols, une relation d'écoulement soit non-associée, s'appuie sur les observations expérimentales. Dans une étude de l'influence des chemins de con-

traintes sur la réponse du sable, un comportement non-associé a été déjà obtenu par Lade et Duncan (1973). L'expérience de Miura et al (1984) montre que, même pour un faible rapport de contrainte  $q/p$ , le sable exhibe un comportement non-associé.

Il est intéressant de citer, à cet effet, la démonstration de Lade et al (1987) qui ont effectué des essais drainés triaxiaux sur le sable de Monterey numéro 0 (figure 3.11). Après un essai triaxial en compression à un certain niveau de déviateur de contrainte  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  ( $A - B$ ), le chemin de chargement en contrainte est progressivement poursuivi en diminuant à la fois le déviateur  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  et la contrainte de confinement  $(\sigma_3)$  jusqu'à la rupture ( $B - C$ ) (figure 3.11(b)). L'existence d'un écrouissage plastique au long du chemin de contrainte est nette sur la courbe déformation-contrainte (figure 3.11(a)). Puisque la surface de charge s'agrandit afin qu'une déformation plastique puisse se produire, elle doit être plus raide que la direction du chemin de contrainte  $B - C$ . Si elle était moins raide de façon, par exemple, à être perpendiculaire à l'incrément de déformation ce qui indiquerait un écrouissage associé, le point  $C$  serait à l'intérieur de la surface de charge définie par le point  $B$ , ce qui correspondrait à une décharge de  $B$  à  $C$ , qui est évidemment contredit par l'apparition de déformations plastiques (figure 3.11(a)). En conséquence, la surface de charge est certainement plus raide que le chemin de contrainte  $B - C$ . Les vecteurs de l'incrément de déformation mesurés dans chaque essai au long du chemin  $B - C$  sont presque parallèles. Les angles  $\theta$  entre la direction positive de l'incrément de déformation et la direction de contrainte dans ces essais sont illustrés dans le tableau de la figure 3.11(c). La valeur de  $\theta$  varie entre  $101.7^\circ$  et  $109.5^\circ$ , soit de  $11.7^\circ$  à  $19.5^\circ$  de plus qu'un angle  $90^\circ$  qui correspond à l'hypothèse de normalité.

Quant à l'essai non drainé, un recours à l'analyse de la direction de l'incrément de déformation dans le plan  $p - q$  aboutit également au rejet de la règle de normalité. Dans un tel essai, la variation de volume est nulle ce qui suppose que l'incrément de déformation volumique totale est normal à l'axe hydrostatique partout au cours du chargement. Comme le montre la figure 3.12, une compression volumique est caractérisée par un incrément de déformation dirigé dans le sens positif de l'axe hydrostatique et, dans le cas contraire, une dilatance volumique correspond à un vecteur dirigé vers l'origine des coordonnées. Le fait que la pression interstitielle augmente tout le temps montre que la déformation plastique se produit tout au long du chemin de contrainte effective. La surface de charge s'agrandit (déformation volumique plastique négative), ce qui nécessite que la surface ait une inclinaison relative par rapport au chemin de contrainte effective. Sans perte de la généralité, en supposant, par exemple, que le coefficient de Poisson soit nul, d'après la théorie d'élasticité (loi de Hooke), la direction de l'incrément de déformation élastique est parallèle à celle de l'incrément de contrainte ou au chemin de contrainte effective dans le plan triaxial. La direction de l'incrément de déformation plastique peut être déduite de celle de la déformation totale et de la déformation élastique. On peut remarquer clairement (figure 3.12) qu'un écrouissage non-associatif règne aux points  $B$  et  $C$  quelque soit la grandeur de l'incrément de déformation totale ou élastique. Les mêmes arguments peuvent être aussi avancés aux points  $D$ ,  $E$  et  $F$ , pour lesquels le niveau de contrainte devient plus élevé au fur et à mesure qu'on approche de la rupture. Même si l'on suppose que

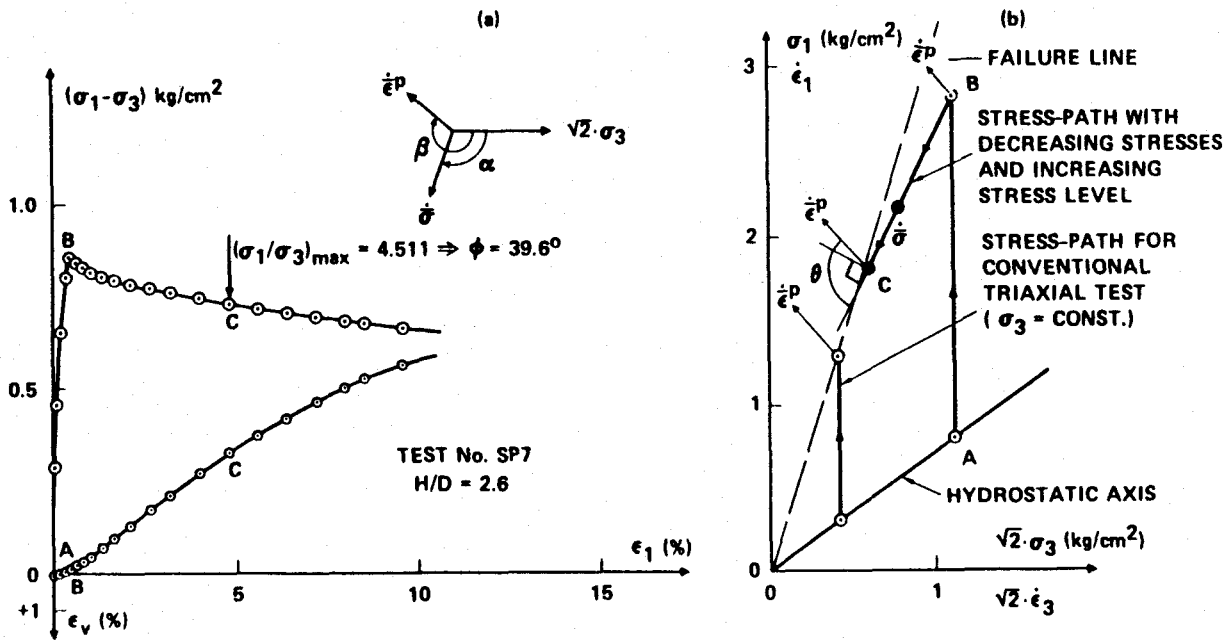


Figure 3.11 - Essai de Lade (1987): (a) Courbes expérimentales; (b) Chemin de contrainte poursuivi et direction de déformation plastique mesurée; (c) Tableau des angles  $\theta$  entre la direction de l'incrément de déformation et la direction de l'incrément de contrainte.

(c)

TABLE .—Results of Stress Path Tests with Decreasing Stresses on Fine Silica Sand ( $1.0 \text{ kg/cm}^2 = 98 \text{ kN/m}^2$ )

Test number (1)	H/D (2)	$e$ (3)	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max}$ (kg/cm <sup>2</sup> ) (4)	$S$ at $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max}$ (5)	$\sigma_{3F}$ (kg/cm <sup>2</sup> ) (6)	$\phi'$ (measured) (degrees) (7)	$\phi'$ (adjusted $r = 0.580$ ) (degrees) (8)	$\alpha$ ( $\dot{\sigma}$ ) (degrees) (9)	$\beta$ ( $\dot{\epsilon}$ ) (degrees) (10)	$\theta$ (degrees) (11)
SP2	2.65	0.591	0.97	0.97	0.281	38.4	38.9	116.2	220.9	104.7
SP3	1.0	0.568	0.99	0.93	0.254	40.0	39.4	112.2	218.2	106.0
SP4	2.65	0.582	0.98	0.95	0.275	39.1	39.2	117.5	219.2	101.7
SP5	2.65	0.582	0.98	0.92	0.253	40.0	40.1	112.8	219.0	106.2
SP6	2.65	0.580	0.98	0.94	0.254	39.7	39.7	116.8	219.4	102.6
SP7	2.65	0.580	0.86	0.86	0.209	39.6	39.6	109.5	219.0	109.5
SP8	2.65	0.580	0.72	0.75	0.173	40.0	40.0	115.2	218.6	103.4

l'incrément de déformation élastique est nul au point  $F$ , situé dans la partie de grande dilatance plastique, l'incrément de déformation plastique devient perpendiculaire à l'axe hydrostatique, et, dans ce cas, on aurait éventuellement une surface de potentiel plastique parallèle à l'axe hydrostatique, qui est, de toute façon, différente de la surface de charge.

### Retour sur le postulat de Drucker

Les conséquences de ces résultats sont intéressantes à analyser sur le plan théorique.

La condition de stabilité postulée par Drucker (1951,1956,1959) revient aux deux règles suivantes exprimées en terme de travail plastique:

$$dW_p - dW_p^* = (\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*)d\epsilon_{ij}^p \geq 0$$

$$d^2W = d\sigma_{ij}d\epsilon_{ij}^p \geq 0$$

où  $\sigma_{ij}$  et  $\sigma_{ij}^*$  sont situées respectivement sur et à l'intérieur de la surface de charge et l'incrément de contrainte  $d\sigma_{ij}$ , à partir de  $\sigma_{ij}$ , induit la déformation plastique  $d\epsilon_{ij}^p$ .

La première inéquation implique que la surface de charge soit convexe et la deuxième définit la condition de stabilité des matériaux. Si cette dernière est vérifiée quelque soit la direction de  $d\sigma_{ij}$ , c'est-à-dire si la loi d'écoulement est associée, le matériau est inconditionnellement stable. Sinon, le matériau sera stable pour  $d^2W_p \geq 0$  et instable pour  $d^2W_p < 0$ . Ainsi, le postulat de Drucker nécessite une intégration d'une loi d'écoulement associée pour assurer un comportement stable des matériaux quelque soit le chemin de contrainte.

Cependant, ce postulat n'est qu'une condition suffisante pour la stabilité des matériaux (Mroz, 1963; Mandel, 1964). Par exemple, les essais de Lade, présentés ci-dessus, montrent qu'en condition drainée, le matériau se comporte de manière stable jusqu'à la rupture, bien que la loi d'écoulement soit non-associée. Par contre, l'instabilité a été obtenue en condition non drainée sur le même sable (Lade et al, 1988) avant la rupture. Cela montre bien que, pour les matériaux granulaires, le postulat de Drucker n'est pas applicable.

### Potentiels plastiques de base

Compte tenu des remarques précédentes, la déformation plastique est obtenue par l'intermédiaire d'une relation d'écoulement non-associée:

$$d\epsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \quad \lambda \geq 0$$

où  $\lambda$  est le multiplicateur plastique indépendant du temps, qui définit l'amplitude de l'incrément de déformation plastique.



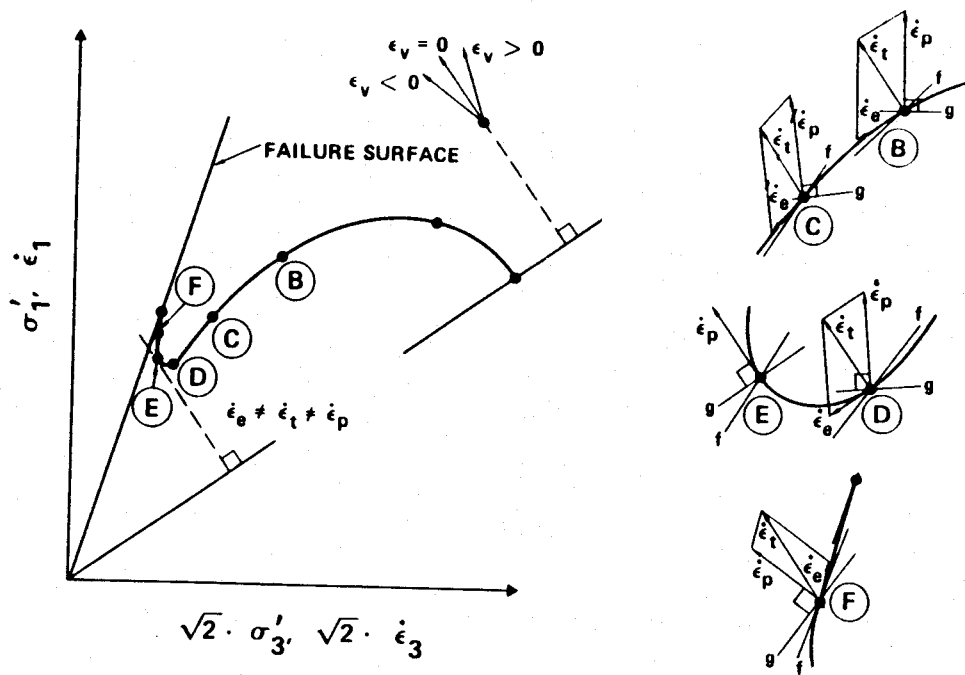


Figure 3.12 - Evaluation de l'allure de surface de charge et de potentiel plastique pour le chemin de contrainte non-drainé

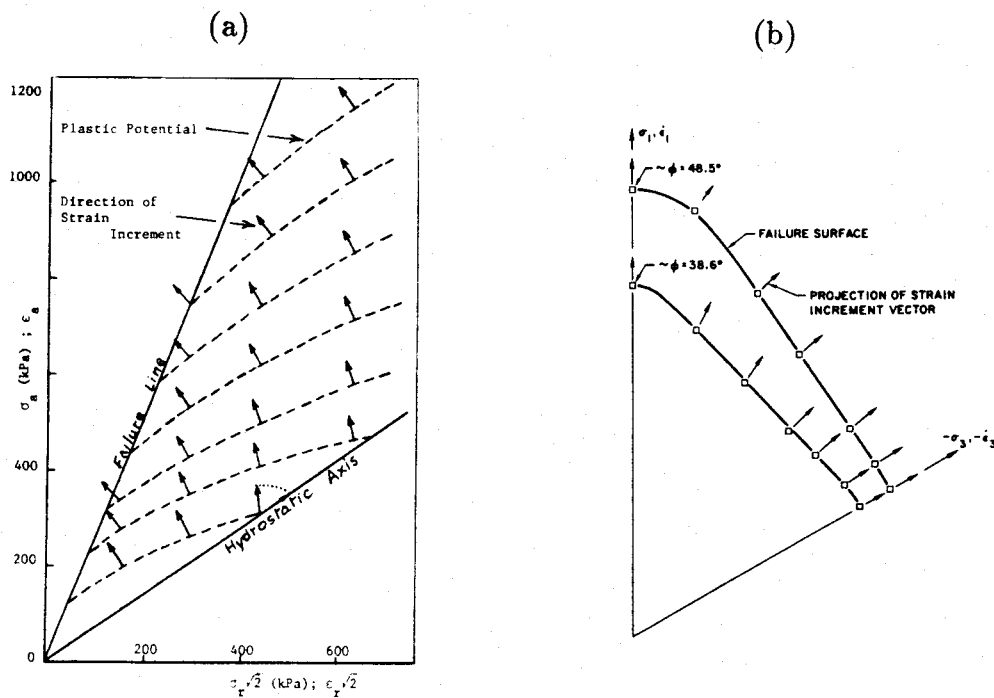


Figure 3.13 - Direction de déformations plastiques (a) dans le plan triaxial (Arnold et Mitchell, 1973), (b) dans le plan déviatorique (Lade, 1973)

Une des lois d'écoulement les plus anciennes pour les sables et encore largement utilisée vient de la théorie "contrainte-dilatance" proposée par Rowe (1962):

$$R = KD$$

où  $R = \sigma_1/\sigma_3$  est le niveau de contrainte,  $K$  une constante et  $D$  un rapport de déformations:  $-2d\epsilon_3/d\epsilon_1 \simeq -2d\epsilon_3^p/d\epsilon_1^p$ . La formule exprime tout simplement une relation bien établie empiriquement: le sable se comporte de façon contractante ou dilatante selon que le niveau de contrainte est inférieur ou supérieur à une certaine valeur  $K$ .

La valeur de  $K$  est liée à l'angle de frottement  $\phi_{cv}$  à volume constant par l'expression:

$$K = \frac{1 + \sin \phi_{cv}}{1 - \sin \phi_{cv}}$$

Cette expression donne une modélisation excellente dans le cas des sables pour le chemin de chargement en compression et extension triaxiale, et, elle peut facilement s'appliquer aux problèmes en déformation plane avec un changement de la valeur de  $K$ . Cependant, il n'est pas facile de la généraliser aux chemins de contrainte quelconques. Vermeer (1978) a proposé une approche possible en intégrant la théorie dans son modèle pour calculer le chargement du sol dans un oedomètre et le comportement sous un chargement à la fois vertical et horizontal d'un réservoir fondé sur un sol sableux.

L'autre voie intéressante, qui constitue l'origine d'un nombre considérable de travaux, est la loi d'écoulement du modèle Cam-Clay (Schofield et al, 1968). Mis à part sa simplicité évidente, l'avantage conceptuel du Cam-Clay se situe dans le fait que la loi d'écoulement est dérivée de considérations physiques concernant la dissipation de l'énergie par le travail plastique  $W_p$ . La théorie du Cam-Clay fait l'hypothèse suivante:

Le travail plastique dissipé  $dW_p$  au cours d'un incrément de déformation plastique ( $d\epsilon_v^p, d\epsilon_q^p$ ) par l'état de contrainte ( $p, q$ ) est égal au travail plastique dissipé au cours d'une déformation incrémentale ( $0, d\epsilon_q^p$ ) par la contrainte ( $p, q = Mp$ ) située sur la ligne d'état critique :

$$dW_p = pd\epsilon_v^p + qd\epsilon_q^p = Mp d\epsilon_q^p$$

Il est alors possible d'exprimer le rapport  $d\epsilon_v^p/d\epsilon_q^p$  en fonction du rapport  $q/p$ :

$$\frac{d\epsilon_v^p}{d\epsilon_q^p} = \frac{\partial g}{\partial p} / \frac{\partial g}{\partial q} = -\frac{dq}{dp}$$

En intégrant cette relation, on obtient un potentiel plastique  $g$  (figure 3.1(b)):

$$g = \frac{q}{Mp} + \ln\left(\frac{p}{p_a}\right)$$

Ce concept intéressant est utilisé dans les modèles de Roscoe et Burland (1968), de Nova et Wood (1979), de Zienkiewicz et al (1985). Il convient de citer que les modèles sont en général élaborés pour le cas de la sollicitation en symétrie axiale où deux composantes de contrainte sont égales. Les vérifications concernent donc souvent l'essai triaxial. Ce type de chargement étant rare dans le domaine de la géomécanique où on rencontre plutôt des états de contrainte tri-dimensionnels ( $\sigma_1 \neq \sigma_2 \neq \sigma_3$ ), le problème est de généraliser ce concept aux chemins de contrainte tri-dimensionnels.

Les quelques résultats expérimentaux disponibles concernent en majorité les chemins triaxiaux et peuvent a priori être considérés en faveur de la forme du potentiel plastique de type Cam-Clay. Les expériences sur des sables de Arnold et Mitchell (1973) ont indiqué que, dans le plan triaxial, le potentiel plastique est en forme d'amande dont le coin pointu se situe dans l'axe hydrostatique (figure 3.13(a)), ce qui est en bon accord avec celui de Cam-Clay.

Il est à noter que l'introduction de  $M$  est nettement basée sur l'observation expérimentale. En effet, une des caractéristiques principales bien connue qui différencie les géomatériaux des métaux est l'importance de la déformation volumique qui se manifeste surtout sur des chemins de cisaillement. La vitesse de déformation volumique dépend de façon essentielle de la contrainte moyenne initiale ( $p_c$ ) et du niveau de contrainte exprimée par le rapport ( $q/p$ ) (Roscoe et al, 1958). Les expériences effectuées en conditions drainée et non drainée sur les sables font apparaître l'existence dans le plan  $p - q$  de deux lignes passant par l'origine qui séparent le domaine des contraintes admissibles en deux parties correspondant à deux réponses du matériau différentes. Elles sont liées au concept de **l'état caractéristique** (Habib et Luong, 1978).

Le concept de **l'état caractéristique** permet de définir un état par un niveau de contrainte ( $q/p$ ) correspondant au passage de la contractance à la dilatance lors d'essais triaxiaux. Cet état sépare deux types de comportement: contractant (domaine subcaractéristique) et dilatant (domaine surcaractéristique) existant ou non suivant la densité initiale et la contrainte de confinement du matériau. Il peut se situer dans le domaine des faibles déformations bien avant la rupture. Il peut également être utilisé pour l'étude des sols sous chargement cyclique, car il permet de délimiter un domaine où l'effet des cycles, quel que soit le chemin de contrainte, est contractant.

Le concept de l'état caractéristique présente un avantage important: sa détermination expérimentale, d'après Habib et Luong, est *directe et donc facile*, alors que pour l'état critique, elle est *par extrapolation et donc délicate*. De plus, tant les résultats expérimentaux que les analyses théoriques récents montrent que, pour le sable dense, l'échantillon ne peut pas approcher l'état critique suivant une déformation globalement homogène (Hetter et Vardoulakis, 1984).

Bien que le concept de l'état caractéristique, mis en évidence et formulé de façon très claire sur un chemin triaxial à contrainte de confinement constante, se soit révélé vérifié par divers autres chemins de contrainte dans le plan triaxial (par exemple: des essais à  $p$  constante), un seuil entre contractance et dilatance est-il encore confirmé lorsque le chargement suit d'autres chemins dans l'espace tri-dimensionnel ?

Les essais de torsion confirment le concept de l'état caractéristique (Shahrour, 1988). D'une façon générale, les différents résultats expérimentaux montrent que, quels que soient des chemins de contrainte suivis, l'état caractéristique se définit toujours par le niveau de contrainte  $\sqrt{3J_2}/p$  correspondant à l'état de dilatance nulle ( $d\epsilon_v = 0$ ).

### Potentiel plastique proposé

En se basant sur ces résultats, nous proposons une relation d'écoulement qui constitue une extension de l'expression du Cam-Clay:

$$\psi_{ij} [= \frac{\partial g_d}{\partial \sigma_{ij}}] = \frac{\eta_g}{p} \left\{ M(\theta) - \frac{\sqrt{3J_2}}{p} \right\} \delta_{ij} + \frac{\sqrt{3}s_{ij}}{2p(J_2)^{0.5}}$$

où  $\eta_g$  est une constante positive permettant de contrôler la dilatance du modèle.  $M(\theta)$  est une fonction de l'angle de Lode, qui permet de tenir compte de l'influence de la contrainte intermédiaire, et sa valeur pour  $\theta = 0^\circ$  peut être définie à partir de l'essai triaxial en compression drainée.

Quant à la forme précise de  $M(\theta)$ , les essais de Lade et Duncan (1973) et Goldscheider (1973) montrent qu'au voisinage de la rupture, les incréments de déformation plastique, projetés dans le plan déviatorique (figures 2.1(b), 2.2(b) et 3.13(b)), sont normaux à une surface de forme plus ou moins semblable à celle de la surface de rupture, même si l'hypothèse de normalité n'est pas vérifiée dans un plan contenant l'axe hydrostatique (figure 2.2(a)). Ce phénomène est mis en évidence plus clairement dans les essais de Yamada, qui indiquent que la variation de  $M(\theta)$  dans le plan déviatorique (appelée la contractance maximale dans le figure 2.1(a),(b)) suit une forme très proche celle de la rupture. Ainsi, nous recourons à l'hypothèse que  $M(\theta)$  est la même fonction que celle utilisée dans la surface de rupture:

$$M(\theta) = 1.5\mu_g \left\{ \cos\left(\frac{1}{3} \arccos \chi_g\right) \right\}^{-1}$$

avec

$$\chi_g = -\mu_g \cos(3\theta) \quad \mu_g = \sqrt{(k_g - 27)/k_g}$$

dans lesquelles

$$k_g = \frac{(A_g + 2)^3}{A_g} \quad A_g = \frac{1 + \sin \phi_g}{1 - \sin \phi_g}$$

où  $\phi_g$  est l'angle de frottement correspondant à l'état caractéristique dans un essai triaxial en compression drainée.

Quant au paramètre d'érouissage  $\gamma$ , son évolution est donnée par:

$$\tilde{\gamma} = \frac{(1 - \gamma)^2}{a_0(p_c/p_{ref})}$$

à partir d'une valeur initiale  $\gamma_0$ , correspondant à un domaine élastique.

## 3.3 Mécanisme volumique

### 3.3.1 Analyse de l'expérience

Le fait que le mécanisme déviatorique possède un domaine élastique ouvert dans la direction de l'axe hydrostatique peut être mis en défaut sur certains chemins de chargement, par exemple, dans le cas d'un chargement isotrope. Il faut donc un mécanisme supplémentaire, nommé mécanisme volumique, dans lequel une surface de charge de type "cap" est intégrée de façon à fermer le domaine élastique dans la direction de l'axe hydrostatique.

L'incorporation d'une "cap" surface ne contredit pas les expériences de Tatsuoka et Ishihara (1974) évoquées ci-dessus: ils ont constaté que l'emploi exclusif d'une série des surfaces de charge coniques ne pouvaient pas expliquer la variation de volume lors des essais. Ils ont obtenu une production de déformation volumique due simplement à une augmentation la contrainte moyenne  $p$  tout en gardant le déviateur  $q$  constant.

### 3.3.2 Surface de charge

En ce qui concerne la forme de surface de charge dans le mécanisme volumique, La nécessité de prendre une surface de charge qui croise perpendiculairement l'axe hydrostatique  $p$  est non seulement exigée par tous les résultats des essais isotropes sur un matériau initialement isotrope, mais, également, pour des raisons de continuité (supposons qu'on ait deux petites perturbations initiées d'un même point situé sur l'axe  $p$  et presque parallèles à l'axe  $p$ , l'une en compression et l'autre en extension, on doit avoir deux réponses proches).

Les expériences (par exemple, Rowe 1971) montrent que les déformations produites sous chargement isotrope peuvent être modélisées correctement par une fonction puissance de la contrainte effective moyenne  $p$  (figure 3.8(c)):

$$f_c = \alpha \left( \frac{p}{p_{ref}} \right)^\beta - \epsilon_v^p = 0$$

où l'exposant  $\beta$ , d'après Lade (1977), vaut entre 0.12 et 0.74 (valeur moyenne 0.47).  $\alpha$  est un autre paramètre du modèle.  $\epsilon_v^p$  est la production de déformation volumique propre à ce mécanisme.

### 3.3.3 Relation d'écoulement

Une relation d'écoulement associée semble suffisante pour ce mécanisme unidimensionnel:

$$\frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}}$$

## 3.4 Elasticité

### 3.4.1 Rôle de l'élasticité

L'existence d'un domaine purement élastique pour les sols n'est pas bien établie par l'expérience. Les résultats des essais répétés indiquent souvent que le coefficient de Poisson  $\nu$  est supérieur à 0.5 (Allen et Thompson, 1974; Brown et Hyde, 1975), ce qui est incompatible avec la théorie de l'élasticité isotrope. Il est aussi discuté qu'on puisse caractériser telle ou telle portion de la réponse des sols comme purement élastique car, à part d'autres difficultés, des déformations irréversibles apparaissent même après que le matériau a subi un trajet de contrainte fermé de longueur très petite.

Cependant, la déformation élastique ne peut pas être négligée au niveau de la formulation d'un modèle basé sur la théorie de l'élastoplasticité, en particulier lorsque l'on analyse des essais non drainés. Quoique nettement très petite par rapport à la déformation plastique, la présence de la partie élastique est nécessaire pour inverser la matrice élastoplastique. Ainsi, l'introduction d'une loi d'élasticité s'avère essentielle dans le cadre d'une modélisation élastoplastique.

La forme incrémentale d'une loi d'élasticité pour un matériau isotrope s'écrit

$$d\sigma_{ij} = D_{ijkl}^e d\epsilon_{kl}$$

avec

$$D_{ijkl}^e = \left(K - \frac{2}{3}G\right)\delta_{ij}\delta_{kl} + G(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$$

où  $K$  est le module volumique et  $G$  le module de cisaillement. Ces constantes sont données par les relations:

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

où  $E$  est le module d'Young et  $\nu$  le coefficient de Poisson.

### 3.4.2 Elasticité non-linéaire adoptée

Les considérations théoriques et expérimentales montrent que le module tangentiel initial peut s'exprimer par une fonction de puissance de la contrainte de confinement  $\sigma_3$  initialement isotrope (Janbu, 1963; Lade, 1977):

$$E = E_0 \cdot p_{ref} \cdot \left(\frac{\sigma_3}{p_{ref}}\right)^n$$

La présence de la contrainte principale mineure  $\sigma_3$  en valeur absolue n'est applicable qu'à certaines conditions expérimentales, et elle est difficile à justifier pour un chargement quelconque. Ainsi, nous écrivons la formulation sous la forme de contrainte moyenne comme suit:

$$E(p) = E_0 \cdot p_{ref} \cdot \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^n$$

où  $E_0$  est un paramètre qui s'évalue à partir la pente initiale de courbe  $q - \epsilon_1$  de l'essai triaxial en compression drainée et  $n$  est un exposant déterminant le taux de variation de  $E_0$  en  $p$ . Ces coefficients sont sans dimension. Par exemple, selon les résultats d'un grand nombre d'essais, Janbu (1963) a trouvé que la valeur de  $n$  se situe entre 0.35 et 0.55 pour des sables de porosité de 35 à 50%.

Il reste à déterminer l'autre paramètre élastique  $\nu$ . Suivant la considération théorique concernant le travail élastique  $\frac{1}{2}\sigma_{ij}\epsilon_{ij} \geq 0$  pour un chargement de contrainte quelconque, les relations entre  $K, G$  et  $E, \nu$  exposée plus haut donnent une limite de variation pour le coefficient de Poisson  $\nu$  :  $-1 \leq \nu \leq 0.5$ . En pratique, le coefficient de Poisson pour les sols est limité dans la fourchette de 0 à 0.5.

Dans les applications pratiques, on admet généralement que le coefficient de Poisson  $\nu$  reste invariable pour un indice de vide donné. Cette hypothèse est, en effet, soutenue par beaucoup d'essais (Rowe, 1971; El Hosri, 1984).

Le principal avantage de l'approche adoptée réside dans sa simplicité d'utilisation. Cependant, il est possible de montrer que cette approche peut conduire à une violation du principe de conservation de l'énergie (Zytynski et al, 1978) : pour un chemin de contrainte ou de déformation fermé, l'approche peut dissiper ou générer l'énergie suivant le sens trigonométrique ou antitrigonométrique. Ceci est tout à fait classique pour des modèles de type hypoélastique (Chen, 1985). Pour remédier à ce défaut, on pourra exprimer le module élastique  $E$  en fonction de  $p$  et  $q$  (Lade et al, 1987) comme dans le modèle de Cambou (1988). Mais dans ce cas, on aura plus de paramètres élastiques dont la détermination sera délicate.





# Chapitre 4

## Généralisation du modèle au cas du chargement non-monotone

### 4.1 Chargements non-monotones et écrouissage

Dans le cas du chargement non-monotone, qui est celui que l'on rencontre toujours pour les structures pétrolières, les modèles élastoplastiques à écrouissage isotrope se révèlent inefficaces, puisqu'un déchargement-rechargement est toujours élastique tant que le point actuel de contrainte reste à l'intérieur de la surface de charge, ce qui est manifestement contredit par l'expérience.

#### 4.1.1 Chargements cycliques irrotationnels

Considérons le cas où les sollicitations sont des cycles de déchargement et rechargement consécutifs, les résultats expérimentaux mettent en évidence des déformations plastiques considérables, en particulier pour un grand nombre de cycles (fatigue cyclique). Dans le cas non-drainé, cela se traduit, pour les matériaux contractants, par une augmentation de la pression interstitielle qui diminue considérablement la résistance effective, jusqu'à la liquéfaction. Il est évident que les modèles à écrouissage isotrope ne peuvent pas décrire ces phénomènes lorsque les cycles ont lieu à l'intérieur de la surface de charge dans le domaine contractant, ce qui conduit à une surévaluation dangereuse de la résistance des matériaux.

#### 4.1.2 Sollicitations cycliques rotationnelles

Dans le cas de la rotation des directions principales de contraintes, le matériau subit une sollicitation qui ne peut être pris en compte que de manière élastique par un modèle à écrouissage isotrope (sans production de déformation plastique), ce qui est évidemment contredit par l'observation expérimentale.

On insistera ici sur l'effet de la rotation cyclique des directions principales de contraintes, à partir des travaux de Ishihara et al (1983, 1986) et Wong et al (1986).

Dans les essais cycliques de Ishihara, la contrainte de cisaillement  $\sigma_{vh}$  et la

différence de contrainte  $(\sigma_v - \sigma_h)/2$  (différence entre la contrainte axiale et la contrainte horizontale) varient périodiquement de sorte que l'on obtient une rotation circulaire des axes de contraintes principales d'angle  $\beta$  tout en gardant constante l'amplitude du déviateur de contrainte principale  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$ . Les résultats de ces essais indiquent clairement une déformation plastique importante traduite soit par l'accumulation de contractance (déformation volumique) dans le cas drainé (figure 4.1(a)), soit par l'augmentation progressive de la pression interstitielle dans le cas non drainé (figure 4.1(b)).

## 4.2 Principes de modélisation

Comme cela a été montré par Lassoudière (1984) et confirmé par des travaux récents, les observations expérimentales révèlent:

- **l'existence d'une mémoire discrète du chargement maximal subi par le matériau.**

Par exemple, les essais répétés à diverses amplitudes en condition drainée (Mohkam 1983) montrent un écrouissage plastique important au cours du cyclage, de telle sorte que les cycles conservent presque la même allure en se décalant le long de l'axe de  $\epsilon_1$  (figure 4.2). Si après plusieurs cycles à déviateur constant, on augmente le déviateur maximal, il apparaît une virage brutal dans la courbe déviateur-déformation: la pente diminue nettement au passage d'une valeur proche du déviateur maximal subi dans les cycles précédents. En revanche, les cycles suivants gardent une allure plus régulière semblable aux cycles précédents avec une pente plus raide vers le haut du cycle.

Pour les essais drainés alternés autour de l'état isotrope (figure 3.10 et figure 4.3), on observe un phénomène similaire.

Il y a donc un phénomène de mémoire discrète qui peut être caractérisé par l'intensité maximale de la contrainte subie dans le passé. Il sera effacé par une intensité de contrainte supérieure qui devient à son tour caractéristique de la mémoire. De plus, ce type de mémoire discrète évolue probablement de façon isotrope (surface). L'évolution de cette surface crée des déformations plastiques importantes comme dans le cas d'un écrouissage isotrope. Par contre, le retour vers l'intérieur de cette surface produit également des déformations plastiques mais d'amplitude relativement faible.

- **l'importance du module plastique.**

Comme on l'a vu dans les exemples ci-dessus, un modèle doit prédire des rigidités (liées au module plastique) très différentes suivant le type de sollicitations du matériau. Le choix des paramètres d'écrouissage et de leurs règles d'évolution permet de définir la forme du module plastique quand on applique la condition de consistance. Le module plastique est donc fondamental pour la modélisation, compte tenu qu'une description réussie de l'effet cyclique consiste essentiellement à modéliser correctement la variation de la rigidité.

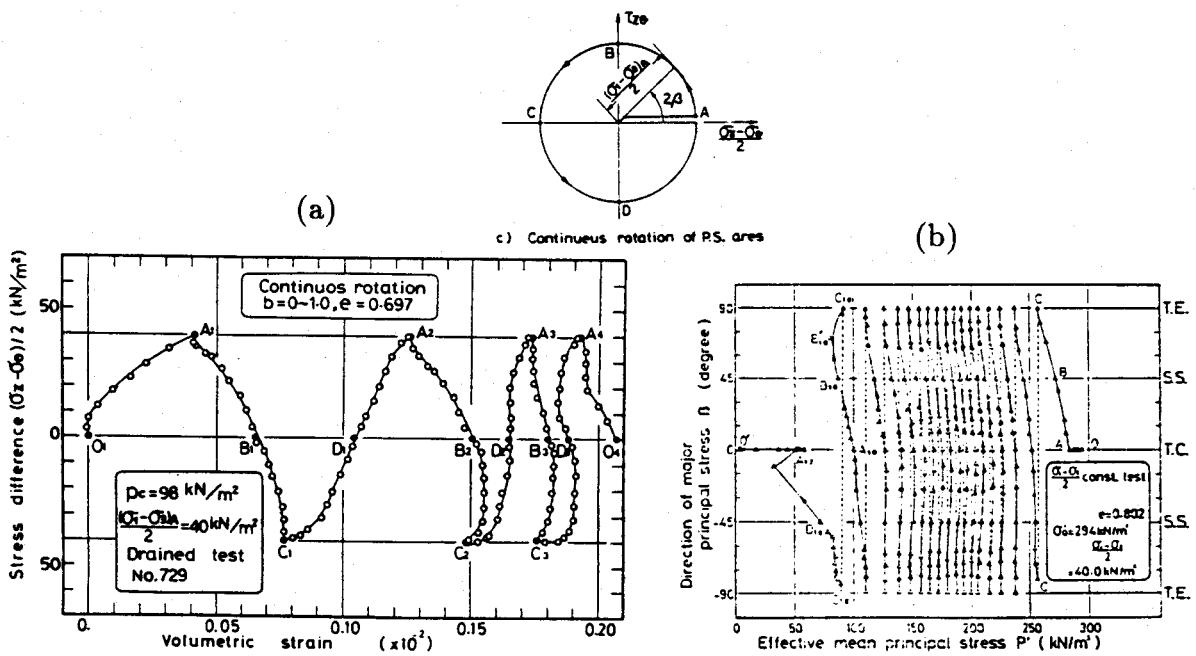


Figure 4.1 - Essais cycliques à rotation circulaire des axes de contrainte principale avec déviateur de contrainte principale  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  constant: (a) en condition drainée (Ishihara, 1986), (b) en condition non-drainée (Ishihara, 1983)

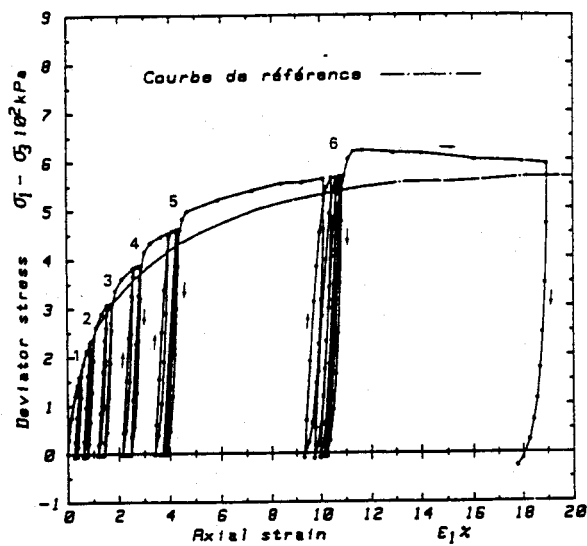


Figure 4.2 - Essai répété drainé (Mohkam, 1983)

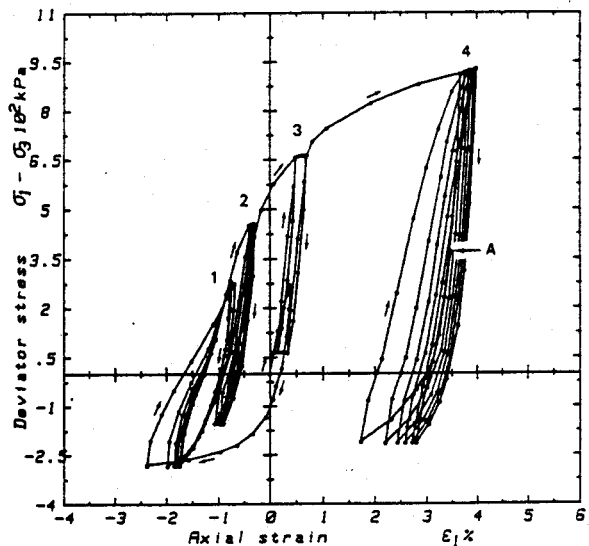


Figure 4.3 - Essai alterné drainé (Mohkam, 1983)

Dans le cas d'un modèle élastoplastique, on a déjà montré que, en charge plastique ( $f = 0$  et  $df \geq 0$ )

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{1}{h_p} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \left( \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} \right)$$

où  $h_p$  est le module plastique.

Dans le cas du déchargement, on pourra modéliser l'accumulation des déformations irréversibles de deux façons:

1. En postulant une relation donnant une déformation irréversible incrémentale du même type qu'en régime de charge plastique, c'est à dire, en évaluant directement un module plastique  $h_p$  par une loi d'interpolation, fonction du module plastique correspondant aux mécanismes isotropes. C'est la méthode dite de "Bounding Surface".
2. En incorporant un écrouissage cinématique, ici à mémoire discrète, qui permet de rester en permanence dans le cadre de l'élastoplasticité et qui définit indirectement la mesure du module plastique.

Ces deux méthodes, utilisées dans un cadre de formulation unique, sont développées ci-dessous.

## 4.3 Méthode de "Bounding Surface"

### 4.3.1 Principe de la méthode

Ce concept a été initié par Mroz (1967) avec la notion de champ de modules plastiques. La variation des modules plastique  $h_p$  est discrète et associée à des surfaces emboîtées les unes dans les autres. L'évolution de celles-ci est réglée dans la direction  $\sigma_{l+1} - \sigma$ , où  $\sigma_{l+1}$  est la contrainte sur la surface  $l + 1$  telle que la normale en ce point soit identique à la normale à la surface  $l$  au point de contrainte actuel  $\sigma$ . Cette règle n'est facile à formuler que pour des surfaces d'équation simple (cercle, ellipse). De plus, pour avoir une règle d'évolution précise, il faut mémoriser un grand nombre de surfaces, ce qui n'est pas commode et voire même prohibitif au niveau informatique.

De ce fait, un modèle à deux surfaces (Mroz et al, 1979) utilisant un concept appelé "Bounding Surface" (Dafalias et Popov, 1976) a été proposé. Il permet de prendre en compte les irréversibilités de déformation du matériau à l'intérieur de la surface de charge limite.

La procédure de calcul pour ce type de modèles est la suivante:

La surface de charge  $f_m$  définie dans les mécanismes isotropes est considérée maintenant comme une surface limite ("bounding surface"). Elle délimite la frontière entre deux parties dans l'espace de contraintes. La partie extérieure est associée aux états vierges du matériau qui n'ont pas été

atteints par l'histoire de chargement antérieure (le radoucissement cyclique est exclu). Le mouvement de la bounding surface n'a lieu que lorsque l'état de contrainte actuel se trouve sur la surface ( $f_m = 0$ ) et que l'écoulement a lieu dans la direction extérieure à la surface.

Lorsque le chargement a lieu à l'intérieur de la surface, le matériau se plastifie progressivement et la déformation plastique est calculée par la formule:

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{1}{h_p} \bar{n}_{ij} (n_{kl} d\sigma_{kl})$$

Pour chaque point de contrainte à l'intérieur de la surface, il y a un point unique correspondant nommé *point conjugué*  $\bar{\sigma}_{ij}$  situé sur la bounding surface suivant la direction prédéfinie par une certaine règle. Une mesure de distance entre le point actuel et le point conjugué est utilisée pour calculer le module plastique actuel  $h_p$  en terme du module plastique au point conjugué  $H_p$  suivant une loi d'interpolation.  $n_{kl}$  et  $\bar{n}_{ij}$  sont des tenseurs unitaires que l'on définit ci-dessous.

De façon à rendre la cinématique compatible avec la théorie de plasticité classique, la formulation analytique de la loi d'interpolation utilisée doit vérifier certaines conditions: quand le point de contrainte quitte la bounding surface et rentre vers l'intérieur, le module plastique correspondant doit avoir une très grande valeur pour assurer la condition de continuité au changement de zone. Par contre, lorsque le point de contrainte rejoint la bounding surface, on doit retrouver le module sur la surface par une égalité algébrique  $h_p = H_p$ . Entre ces deux extrémités, la cohérence de l'approche impose que le module plastique varie de façon continue en vérifiant toujours  $h_p \geq H_p$ .

### 4.3.2 Démarche adoptée

Dans ce qui suit on applique cette démarche à chaque mécanisme isotrope (Tan, 1989; Meimon et Tan, 1989).

#### Le mécanisme déviatorique

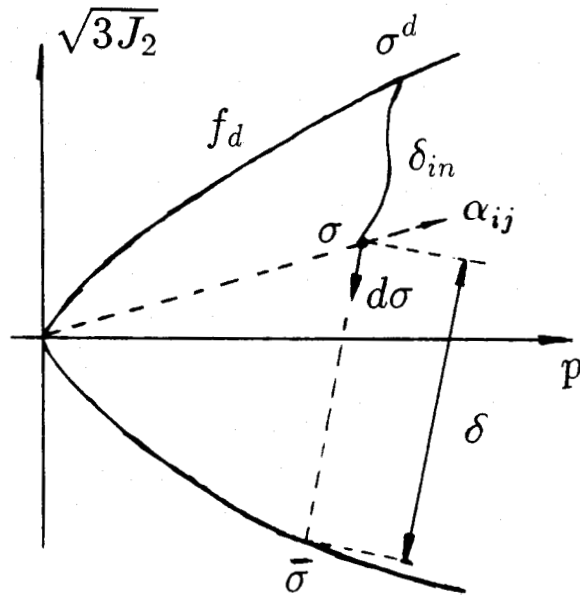
Dans le cas où il y a une inversion du sens de chargement pour le mécanisme déviatorique  $f_d < 0$ , la déformation plastique associée à ce mécanisme est évaluée d'après l'expression suivante:

$$(d\epsilon_{ij}^p)_d = \frac{1}{h_{pd}} \bar{n}_{ij} (n_{kl} d\sigma_{kl})$$

où  $n_{ij}$  est un tenseur unité normal à la bounding surface  $f_d$  au point conjugué :

$$n_{ij} = \frac{\partial f_d}{\partial \sigma_{ij}} / \left( \frac{\partial f_d}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial f_d}{\partial \sigma_{kl}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

et  $\bar{n}_{ij}$ , qui définit la direction de déformation plastique, est un tenseur unité dans la direction de l'écoulement anisotrope  $\partial \bar{g}_d / \partial \sigma_{ij}$ :



$$f_d(\bar{\sigma}, \gamma, \epsilon_v^p) = 0$$

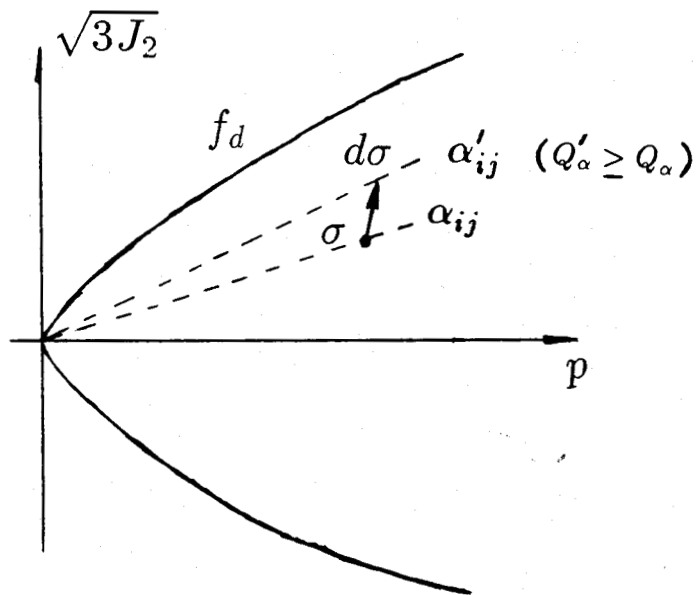


Figure 4.4 - Illustration schématique de l'approche de "Bounding Surface" dans le plan  $\sqrt{3J_2} - p$

$$\bar{n}_{ij} = \frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{ij}} / \left( \frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{kl}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

De façon à simplifier l'écriture, on définit également un tenseur unitaire  $\alpha_{ij}$  à partir de la contrainte  $\sigma_{ij}$  tel que :

$$\alpha_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{(\sigma_{kl}\sigma_{kl})^{\frac{1}{2}}} \quad \bar{\alpha}_{ij} = \alpha_{ij} - \frac{1}{3}\alpha_{kk}\delta_{ij}$$

Pour un nouvel incrément de contrainte  $d\sigma_{ij}$ , la relation d'écoulement anisotrope  $\partial \bar{g}_d / \partial \sigma_{ij}$  est choisie de façon à correspondre à la relation d'écoulement isotrope  $\partial g_d / \partial \sigma_{ij}$ , définie dans la section précédente, lorsque la contrainte actuelle  $\sigma' = \sigma + d\sigma$  se situe à nouveau sur la bounding surface  $f_d$ . Ainsi, on utilise les expressions suivantes:

$$\frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\eta_g}{p} \left[ M(\theta) - \frac{\sqrt{3}J_2}{p} \right] \delta_{ij} + \frac{\sqrt{3}S_{ij}}{2p(J_2)^{0.5}} \quad \text{si : } Q'_\alpha \geq Q_\alpha$$

$$\frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3\eta_g}{p'} \left[ M - \frac{3(J_2')^{0.5}}{p'} \right] \alpha_{ij} + \frac{3}{2p'(J_2')^{0.5}} [S'_{ij} - (S'_{kl}\alpha_{kl})\alpha_{ij}] \quad \text{si : } Q'_\alpha < Q_\alpha$$

avec

$$p' = \alpha_{ij}\sigma_{ij} \quad J_2' = \frac{1}{2}S'_{ij}S'_{ij} \quad S'_{ij} = \sigma_{ij} - p'\alpha_{ij}$$

et

$$Q_\alpha = \frac{1}{2}\bar{\alpha}_{ij}\bar{\alpha}_{ij} \quad Q'_\alpha = \frac{1}{2}\bar{\alpha}'_{ij}\bar{\alpha}'_{ij}$$

où on calcule  $\bar{\alpha}'_{ij}$  de la même manière que  $\alpha_{ij}$  en remplaçant  $\sigma_{ij}$  par  $\sigma'_{ij}$ .

Remarquons que, lorsque  $\alpha_{ij}$  est dans la direction diagonale de l'espace de contraintes principales:

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{\sqrt{3}}\delta_{ij}$$

on aura la relation suivante:

$$\frac{\partial g_d}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{ij}}$$

ce qui assure une transition continue du changement de formule utilisée.

Le point conjugué  $\bar{\sigma}_{ij}$  se situe sur la bounding surface suivant la direction de l'incrément de contrainte et on peut l'évaluer en résolvant l'équation  $f_d(\sigma + \mu d\sigma, \kappa) = 0$ ,  $\mu$  étant le multiplicateur d'interpolation.

Il reste à définir la loi d'interpolation qui est l'élément fondamental dans le concept de "Bounding Surface". Nous adoptons la forme suivante:

$$h_{pd} = H_{pd} + H(\theta) \cdot g(e_v^p) \cdot \frac{\delta}{\delta_0}$$

où  $H_{pd}$  représente le module plastique au point conjugué et  $\delta$  désigne la distance entre le point de contrainte actuel  $\sigma_{ij}$  et le point conjugué  $\bar{\sigma}_{ij}$  (figure 4.4):

$$\delta = [(\bar{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij})(\bar{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij})]^{\frac{1}{2}}$$

$H(\theta)$  est une fonction de l'angle de Lode  $\theta$  que l'on évalue par ses valeurs à la compression triaxiale  $H_c$  et à l'extension triaxiale  $H_e$ , ou bien par  $H_c$  et le rapport  $B = H_c/H_e$  suivant la formule initialement proposée par Dafalias et al (1982):

$$H(\theta) = \frac{2BH_c}{1 + B + (1 - B) \cos 3\bar{\theta}}$$

Quant à la spécification de terme  $\delta_0$ , les expériences montrent que le comportement cyclique du matériau granulaire reflète non seulement son état actuel mais aussi ses états de déformations précédents. Ceci suppose que le matériau est doté de mémoires dont deux composants sont essentiels: une mémoire "instantanée" et l'autre "historique" (Lassoudière, 1984). Ces deux éléments sont intégrés dans le terme  $\delta_0$ :

$$\delta_0 = \delta_{in} + \delta_{hi}$$

- la mémoire "instantanée" est toujours liée à la contrainte actuelle et mesurée par le chemin parcouru entre le point de dernière inversion du sens de chargement  $\sigma_{ij}^d$  et le point de contrainte actuelle  $\sigma_{ij}$ . On l'écrit sous la forme :

$$\delta_{in} = \sum_{\sigma^d}^{\sigma} d\sigma$$

- la mémoire "historique" inclut le chemin parcouru non seulement au cours de la dernière inversion du sens de chargement, intégré déjà dans le terme  $\delta_{in}$ , mais aussi au cours des inversions précédentes de chargement de manière à inclure l'influence de l'intensité de chargement antérieur. Les essais cycliques de Yamada et al (1982) ont mis en évidence l'influence du décalage de la direction entre la recharge et le pré-chargement sur le comportement du sable de Fuji River. Ce phénomène fait intervenir plusieurs facteurs complexes (l'effet de l'anisotropie initiale par exemple), si bien qu'il paraît impossible de le quantifier précisément. Dans l'approche étudiée, nous tentons de modéliser ce genre de phénomène par une approximation simple: on donne une certaine priorité à la première inversion du sens de chargement et, on postule une fonction simple:

$$\delta_{hi} = \delta_{hi1} \sin(\bar{\theta} - \bar{\theta}_1)$$

où  $\delta_{hi1}$  est le chemin de contrainte parcouru au cours de la première inversion du sens de chargement  $\sum d\sigma^1$ ,  $\bar{\theta}$  l'angle de Lode au point conjugué actuel et  $\bar{\theta}_1$  la valeur de l'angle de Lode au point conjugué au cours de la première inversion du sens de chargement.



Lorsque le point de contrainte atteint la bounding surface  $f_d = 0$ , on initialise à nouveau  $\delta_{hi1}$  et  $\bar{\theta}_1$  de sorte que la mémoire "historique" s'efface. On remarque que la même idée a été déjà utilisée dans le contexte de la mémoire discrète (Mroz, 1982; Aubry et al, 1982) dans un esprit concernant l'importance de l'intensité maximale du chargement.

Il ne reste maintenant que le terme  $g(\epsilon_v^p)$  à déterminer. Il convient de signaler que c'est une fonction très importante pour la description de la densification progressive avec une vitesse graduellement décroissante. L'intervention de la déformation volumique plastique dans cette fonction paraît très efficace pour décrire correctement ce phénomène. Nous proposons, dans un premier temps, une fonction simple:

$$g(\epsilon_v^p) = 1 + b \cdot \epsilon_v^p$$

où  $b$  est un paramètre du modèle qui permet de contrôler la rapidité de décroissance de la densification du matériau et  $\epsilon_v^p$  n'est associée qu'à ce mécanisme.

### Le mécanisme volumique

L'application de la méthode au mécanisme volumique est beaucoup moins compliquée du fait qu'il possède une surface de charge simple, définie par un plan perpendiculaire à l'axe hydrostatique.

Lorsque la contrainte actuelle se situe à l'intérieur de la surface  $f_c < 0$ , on distingue deux cas :

1. Le déchargement  $p + dp < p$  est considéré toujours élastique, par approximation de l'expérience;
2. Les déformations plastiques se produisent dès qu'il y a un rechargement  $p + dp > p$ .

La déformation plastique :

$$(d\epsilon_{ij}^p)_c = \frac{1}{h_{pc}} \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}} \left( \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl} \right)$$

est évaluée suivant une loi d'interpolation simple :

$$h_{pc} = H_{pc} + H_o \frac{\bar{p} - p}{p - p_r}$$

où  $p$  est la contrainte moyenne actuelle,  $p_r$  le point de recharge et  $\bar{p}$  le point conjugué qui vérifie  $f_c = 0$ .  $H_{pc}$  est le module plastique au point  $\bar{p}$  et  $H_o$  est une constante arbitraire qui vérifie toujours  $H_o \gg H_{pc}$ .

### 4.3.3 Problèmes posés par cette approche

Comme on l'a vu, l'approche est basée sur la loi d'interpolation qui est plus mathématique que phénoménologique. Quelle que soit la formulation employée, elle

aura toujours le même principe: les états de contraintes (actuels et historiques) n'interviennent qu'à travers la distance ou le chemin parcouru. C'est une manière implicite de prendre en compte l'histoire du chargement et des déformations.

Une autre inconvénient provient du temps calcul prohibitif pour obtenir le point conjugué situé sur la bounding surface: A chaque incrément, on doit chercher le point conjugué par la résolution de  $f_d = 0$  qui est fortement non-linéaire. D'autre part, lorsque le point conjugué se situe dans une zone au voisinage de l'origine des contraintes, la procédure de recherche devient délicate. Ceci peut constituer une limitation sévère quant à l'applicabilité du modèle vis-à-vis du calcul de structure par la méthode des éléments finis.

## 4.4 Méthode de l'écroissage cinématique à mémoire discrète

### 4.4.1 Principe de la méthode

Lors d'une décharge du mécanisme isotrope, on postule l'existence d'une surface de charge cinématique qui possède ses propres paramètres d'écroissage évoluant continuellement entre deux inversions consécutives du sens de chargement. Ces paramètres sont remis à jour de manière discontinue lorsque de telles séquences se représentent.

Cette approche a été utilisée avec succès par Lassoudière (1984) dans le modèle CYCLADE.

### 4.4.2 Formulation proposée

Dans ce qui suit on n'applique cette méthode qu'au mécanisme déviatorique (Tan et Meimon, 1990).

#### Le mécanisme déviatorique

Examinons un essai triaxial drainé au cours duquel on soumet l'échantillon à un début de compression suivi d'un déchargement en extension. On peut remarquer que la réversibilité est meilleure pour le déchargement avec une faible variation du déviateur de contrainte. On peut observer un module quasi-élastique. D'une manière générale, une déformation déviatorique irréversible crée un domaine quasi élastique anisotrope qui ne sera plus centré sur l'axe hydrostatique. On peut, en première approximation, considérer qu'à tout moment une surface de charge  $f_d^c$  conique, dont le sommet est à l'origine des contraintes, est centrée sur un axe de référence  $\alpha_{ij}$  lié à l'histoire antérieure. Sa dimension est définie par un écroissage isotrope similaire à celui figurant dans  $f_d$  que l'on appelle maintenant "surface de charge primaire". On retient donc la formulation suivante (figure 4.5):

$$f_d^c = \sqrt{2J_2^l} - p^l \cdot [\epsilon_v^p + \gamma_c]$$

avec les mêmes définitions de  $p^l$  et  $J_2^l$  que celles dans la section précédente.

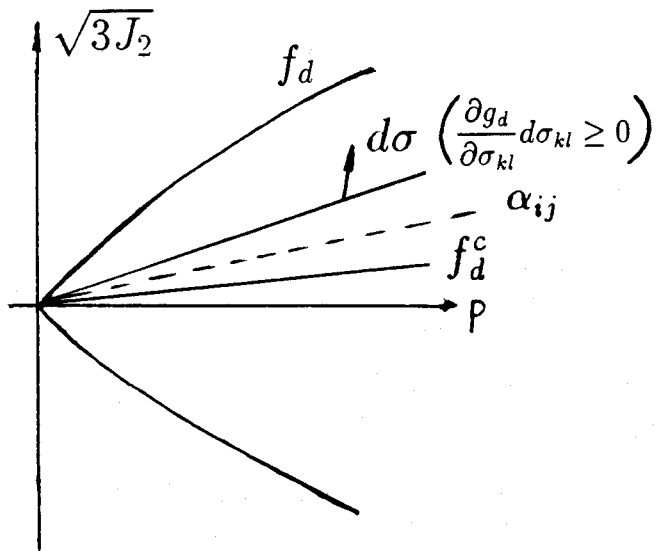
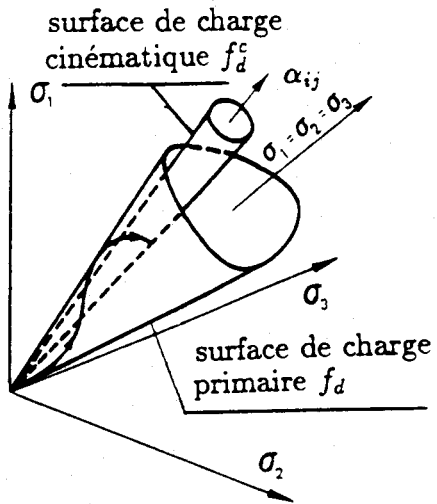


Figure 4.5 - Illustration schématique de l'approche de l'érouissage cinématique à mémoire discrète.

L'évolution de  $\gamma_c$  ne tient compte que de la déformation plastique déviatorique  $\epsilon_q^p$  cumulée pendant le chargement en régime non-monotone:

$$\tilde{\gamma}_c = \frac{(1 - \gamma_c)^2}{a_0(p_c/p_{ref})}$$

C'est une expression identique à celle en régime monotone. On initialise  $\gamma_c$  à une faible valeur à chaque inversion du sens de chargement. Ceci définit en même temps le point de départ du tenseur unitaire  $\alpha_{ij}$  dans l'espace de contraintes.

En fait, même dans le cas d'un écrouissage cinématique non-linéaire, l'introduction d'un écrouissage isotrope est indispensable pour décrire le comportement des géomatériaux, soit parce que l'on observe effectivement une expansion des surfaces autour de leurs centres, soit pour modéliser les effets de durcissement ou d'adoucissement.

Le tenseur normalisé  $\alpha_{ij}$  (Ghaboussi et Momen, 1982) est très important: il définit avec  $p^l$ ,  $J_2^l$  un mouvement de translation de la surface cinématique  $f_d^c$ . Donc, sa règle d'évolution constitue un élément clé dans cette approche:

$$\tilde{\alpha}_{ij} = c[1 + c\epsilon_v^p] \cdot [1 - A \cdot F] \cdot \left[ \frac{\partial \bar{g}_d}{\partial p} + \tilde{\gamma}_c \right] \cdot S_{ij}^l$$

avec

$$A = 1 \quad \text{si} : S_{kl} S_{kl}^l \geq 0 \quad \text{et} \quad A = -1 \quad \text{si} : S_{kl} S_{kl}^l < 0$$

et

$$F = (3J_2)^{\frac{1}{2}} / 1.5\mu_f [\cos(\frac{1}{3} \arccos \chi_f)]^{-1} \cdot p \cdot (p_{ref}/p)^m \cdot (\epsilon_v^p + \gamma)$$

où  $c$  est un paramètre qui contrôle la vitesse de translation des axes  $\alpha_{ij}$ .

Notons les rôles joués par les trois termes entre parenthèses dans l'expression  $\tilde{\alpha}_{ij}$ : le premier, dépendant de  $\epsilon_v^p$  fait apparaître l'effet du phénomène de densification; le deuxième permet de fournir une mesure de proximité du point de contrainte actuelle à la surface de charge isotrope  $f_d$  et enfin, le troisième associe les écrouissages de type volumique et déviatorique, générés par ce mécanisme.

Notons également que le terme  $F$  vérifie toujours  $F \leq 1$ . On aura  $F = 1$  lorsque le point de contrainte actuelle atteint la surface isotrope.

Pour comparer directement cette approche avec celle de la bounding surface, on choisit, pour la relation d'écoulement anisotrope, une formulation du même type, basée sur la rotation de la surface cinématique dans l'espace de contraintes par l'intermédiaire de  $\alpha_{ij}$ ,  $p^l$  et  $J_2^l$ . On utilise donc les expressions suivantes:

$$\frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\eta_g}{p} B \left[ M - \frac{\sqrt{3} J_2}{p} \right] \delta_{ij} + \frac{\sqrt{3} S_{ij}}{2p(J_2)^{0.5}} \quad \text{si} : \frac{\partial g_d}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl} \geq 0$$

$$\frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3\eta_g}{p^l} B \left[ M - \frac{3(J_2^l)^{0.5}}{p^l} \right] \alpha_{ij} + \frac{3}{2p^l(J_2^l)^{0.5}} [S_{ij}^l - (S_{kl}^l \alpha_{kl}) \alpha_{ij}] \quad \text{si} : \frac{\partial g_d}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl} < 0$$

où l'introduction d'une fonction  $B = \exp(-b \cdot |\epsilon_v^p|)$  a pour but de tenir compte l'effet de densification qui diminue progressivement.  $b$  est un paramètre du modèle.

La condition de consistance nécessite d'imposer  $f_d^c = 0$  et  $df_d^c = 0$  dans le cas où il y a écoulement plastique:

$$\frac{\partial f_d^c}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f_d^c}{\partial \alpha_{ij}} d\alpha_{ij} + \frac{\partial f_d^c}{\partial \epsilon_v^p} d\epsilon_v^p + \frac{\partial f_d^c}{\partial \gamma_c} d\gamma_c = 0$$

En utilisant la relation d'écoulement non-associée, on peut retrouver l'expression du module plastique :

$$h_{pd} = -\left[ \frac{\partial f_d^c}{\partial \epsilon_v^p} \frac{\partial \bar{g}_d}{\partial p} + \frac{\partial f_d^c}{\partial \gamma_c} \tilde{\gamma}_c \right] - \frac{\partial f_d^c}{\partial \alpha_{ij}} \tilde{\alpha}_{ij}$$

### Le mécanisme volumique

Du fait que ce mécanisme joue un rôle secondaire et de plus, qu'il ne pose aucune difficulté numérique au niveau de la définition du point conjugué, nous retenons encore l'approche de "Bounding Surface".



# Chapitre 5

## Résumé de la formulation du modèle proposé

### 5.1 Elasticité non-linéaire

$$E = E_0 \cdot p_{ref} \cdot \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^n$$

$$\nu = const$$

3 paramètres:  $E_0$ ,  $\nu$ ,  $n$ .

### 5.2 Plasticité pour le chargement primaire

Lorsque le chargement est associé à la sollicitation primaire proprement dite :  $f_d > 0$  et/ou  $f_c > 0$ , on définit deux mécanismes isotropes.

#### 5.2.1 Le mécanisme déviatorique

Surface de charge

$$f_d = (3J_2)^{\frac{1}{2}} - 1.5\mu_f [\cos(\frac{1}{3} \arccos \chi_f)]^{-1} \cdot p \cdot (p_{ref}/p)^m \cdot [\gamma + \epsilon_v^p]$$

avec

$$\chi_f = -\mu_f \cos(3\theta) \quad \mu_f = \sqrt{(k_f - 27)/k_f}$$

dans lesquelles

$$k_f = \frac{(A_f + 2)^3}{A_f} \quad A_f = \frac{1 + \sin \phi_f}{1 - \sin \phi_f}$$

où  $\epsilon_v^p$  n'est associé qu'au mécanisme déviatorique.

Relation d'écoulement non-associée:

$$\frac{\partial g_d}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\eta_g}{p} \left\{ M(\theta) - \frac{\sqrt{3}J_2}{p} \right\} \delta_{ij} + \frac{\sqrt{3}S_{ij}}{2p(J_2)^{0.5}}$$

et

$$\tilde{\gamma} = \frac{(1 - \gamma)^2}{a_0(p_c/p_{ref})}$$

avec

$$M(\theta) = 1.5\mu_g \left\{ \cos\left(\frac{1}{3} \arccos \chi_g\right) \right\}^{-1}$$

$$\chi_g = -\mu_g \cos(3\theta) \quad \mu_g = \sqrt{(k_g - 27)/k_g}$$

dans lesquelles

$$k_g = \frac{(A_g + 2)^3}{A_g} \quad A_g = \frac{1 + \sin \phi_g}{1 - \sin \phi_g}$$

5 paramètres:  $\phi_f, m, \phi_g, \eta_g, a_0$ .

### 5.2.2 Le mécanisme volumique

Surface de charge:

$$f_c = \alpha \left( \frac{p}{p_{ref}} \right)^\beta - \epsilon_v^p$$

où  $\epsilon_v^p$  n'est associé qu'au mécanisme volumique.

Relation d'écoulement associée:

$$\frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}}$$

2 paramètres:  $\alpha, \beta$ .

## 5.3 Plasticité pour le chargement non-monotone

Lorsqu'il s'agit d'un chargement associé à la sollicitation non-monotone ( $f_d < 0$  et/ou  $f_c < 0$ ), on choisit l'une des deux approches suivantes:



### 5.3.1 Le concept de "Bounding Surface"

#### Le mécanisme déviatorique

La déformation plastique est calculée par:

$$(de_{ij}^p)_d = \frac{1}{h_{pd}} \bar{n}_{ij} (n_{kl} d\sigma_{kl})$$

avec

$$n_{ij} = \frac{\partial f_d}{\partial \sigma_{ij}} / \left( \frac{\partial f_d}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial f_d}{\partial \sigma_{kl}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\bar{n}_{ij} = \frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{ij}} / \left( \frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{kl}} \frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{kl}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Relation d'écoulement anisotrope

$$\frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\eta_g}{p} [M(\theta) - \frac{\sqrt{3}J_2}{p}] \delta_{ij} + \frac{\sqrt{3}S_{ij}}{2p(J_2)^{0.5}} \quad si : Q_\alpha > Q'_\alpha$$

$$\frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3\eta_g}{p^l} [M - \frac{3(J_2^l)^{0.5}}{p^l}] \alpha_{ij} + \frac{3}{2p^l(J_2^l)^{0.5}} [S_{ij}^l - (S_{kl}^l \alpha_{kl}) \alpha_{ij}] \quad si : Q_\alpha < Q'_\alpha$$

avec

$$p^l = \alpha_{ij} \sigma_{ij} \quad J_2^l = \frac{1}{2} S_{ij}^l S_{ij}^l \quad S_{ij}^l = \sigma_{ij} - p^l \alpha_{ij}$$

et

$$Q_\alpha = \frac{1}{2} \bar{\alpha}_{ij} \bar{\alpha}_{ij} \quad Q'_\alpha = \frac{1}{2} \bar{\alpha}'_{ij} \bar{\alpha}'_{ij}$$

où

$$\alpha_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{(\sigma_{kl} \sigma_{kl})^{\frac{1}{2}}} \quad \bar{\alpha}_{ij} = \alpha_{ij} - \frac{1}{3} \alpha_{kk} \delta_{ij}$$

et

$$\alpha'_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{(\sigma_{kl} \sigma_{kl})^{\frac{1}{2}}} \quad \bar{\alpha}'_{ij} = \alpha'_{ij} - \frac{1}{3} \alpha'_{kk} \delta_{ij}$$

Loi d'interpolation

$$h_{pd} = H_{pd} + \frac{2BH_c}{1+B+(1-B)\cos 3\theta} \cdot [1 + b\epsilon_v^p] \cdot \frac{\delta}{\delta_0}$$

avec

$$\delta = [(\bar{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij})(\bar{\sigma}_{ij} - \sigma_{ij})]^{\frac{1}{2}}$$

et

$$\delta_0 = \sum_{\sigma^d} d\sigma + \sum_{\sigma^d} d\sigma^{(1)} \sin(\bar{\theta} - \bar{\theta}_1)$$

3 paramètres:  $H_c$ ,  $B$  (ou  $H_e$ ),  $b$ .

## Le mécanisme volumique

La déformation plastique est évaluée par:

$$(d\epsilon_{ij}^p)_c = \frac{1}{h_{pc}} \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{ij}} \left( \frac{\partial f_c}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl} \right)$$

Loi d'interpolation

$$h_{pc} = H_{pc} + H_o \frac{\bar{p} - p}{p - p_r}$$

où  $H_o$  est une constante fixe qui vérifie toujours  $H_o \gg H_{pc}$ .

### 5.3.2 Le concept de l'écroûissage cinématique à mémoire discrète pour le mécanisme déviatorique

Surface de charge cinématique

$$f_d^c = \sqrt{2J_2^l} - p^l \cdot [\epsilon_v^p + \gamma_c]$$

avec

$$p^l = \alpha_{ij} \sigma_{ij} \quad J_2^l = \frac{1}{2} S_{ij}^l S_{ij}^l \quad S_{ij}^l = \sigma_{ij} - p^l \alpha_{ij}$$

où  $\alpha_{ij}$  est un tenseur normalisé qui désigne la position de cette surface cinématique dans l'espace de contraintes. Sa règle d'évolution est

$$\tilde{\alpha}_{ij} = c[1 + c\epsilon_v^p] \cdot [1 - A \cdot F] \cdot \left[ \frac{\partial \bar{g}_d}{\partial p} + \tilde{\gamma}_c \right] \cdot S_{ij}^l$$

avec

$$A = 1 \quad \text{si} : S_{kl} S_{kl}^l \geq 0 \quad \text{et} \quad A = -1 \quad \text{si} : S_{kl} S_{kl}^l < 0$$

et

$$F = (3J_2)^{\frac{1}{2}} / 1.5\mu_f [\cos(\frac{1}{3} \arccos \chi_f)]^{-1} \cdot p \cdot (p_{ref}/p)^m \cdot (\epsilon_v^p + \gamma)$$

Relation d'écoulement anisotrope non-associée

$$\frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\eta_g}{p} B \left[ M - \frac{\sqrt{3} J_2}{p} \right] \delta_{ij} + \frac{\sqrt{3} S_{ij}}{2p(J_2)^{0.5}} \quad \text{si} : \frac{\partial g_d}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl} \geq 0$$

$$\frac{\partial \bar{g}_d}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3\eta_g}{p^l} B \left[ M - \frac{3(J_2^l)^{0.5}}{p^l} \right] \alpha_{ij} + \frac{3}{2p^l (J_2^l)^{0.5}} [S_{ij}^l - (S_{kl}^l \alpha_{kl}) \alpha_{ij}] \quad \text{si} : \frac{\partial g_d}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl} < 0$$

avec  $B = \exp(-b \cdot |\epsilon_v^p|)$

Règle d'évolution de  $\gamma_c$

$$\tilde{\gamma}_c = \frac{(1 - \gamma_c)^2}{a_0(p_c/p_{ref})}$$

2 paramètres:  $c, b$ .

## **Deuxième Partie**

### **Détermination des paramètres et validation sur chemins homogènes**



# Chapitre 6

## Procédure d'identification des paramètres

### 6.1 Principe de l'identification de paramètres d'un modèle

#### 6.1.1 Procédure d'identification

Identifier les paramètres d'un modèle pour un matériau donné revient à trouver un jeu de paramètres unique qui permet d'obtenir une réponse acceptable du modèle pour une gamme de chemins de sollicitation donnée. Pour cela, on dispose en général d'essais sur des chemins de laboratoire relativement simples et c'est seulement parce que le modèle a un caractère de généralité, que des chemins qui sont dans la nature, beaucoup plus complexes, pourront être reproduits. D'un point de vue méthodologique, on distingue:

- Les chemins de "calage" sur lesquels les paramètres du modèle seront déterminés. Ils correspondent, en général, à des essais simples;
- Les chemins de "vérification" sur lesquels on peut vérifier le comportement du modèle, le jeu de paramètres étant déterminé. Ils correspondent à des essais plutôt sophistiqués comme on le verra dans le chapitre suivant.

Comme les modèles ont un nombre élevé de paramètres, il est important que le maximum d'entre eux, sinon tous, ait une signification physique claire. On peut distinguer, en fait, deux groupes de paramètres:

1. les paramètres déterminables directement à partir d'essais simples réalisables en laboratoire sur échantillon homogène: ce sont les paramètres "bloqués" comme par exemple l'angle de frottement au pic  $\phi_f, \dots$ ;
2. les paramètres déterminables seulement par calage à partir des mêmes essais: ce sont les paramètres de "calage" comme par exemple tous ceux qui décrivent l'évolution de l'écroutissage du matériau.

De ce fait, l'identification des paramètres comprend toujours deux phases successives (Lassoudière et Meimon, 1986):

1. détermination des paramètres "bloqués" suivant une procédure élémentaire correspondant à un traitement simple des résultats des essais de laboratoire;
2. détermination des paramètres de "calage" par une procédure d'ajustement, manuellement ou automatisée, des simulations numériques sur les courbes expérimentales, sachant que pour cela, la stratégie suivie pour obtenir les paramètres doit être explicitée.

### 6.1.2 Essais pour l'identification des paramètres

Pour l'identification des paramètres, les essais doivent satisfaire aux conditions suivantes:

- Etre caractéristiques du comportement du matériau;
- Etre facilement réalisables: cela implique à la fois la simplicité au niveau expérimental (pour des raisons évidentes d'applicabilité en ingénierie) mais aussi la répétabilité qui concerne la comparaison quantitative des essais réalisés avec un processus expérimental donné, tant à l'intérieur d'un même laboratoire que dans des laboratoires différents. Par exemple, l'étude de la répétabilité des essais triaxiaux de révolution entreprise par Flavigny et al (1987) au sein du GRECO CNRS Géomatériaux est très intéressante du point de vue du choix des essais pour l'identification de paramètres de modèles. Ce sont des essais classiques qui caractérisent les phénomènes principaux du comportement des sols (résistance maximale, dilatance, sensibilité à la contrainte moyenne, etc) et qui peuvent être effectués facilement dans tous les laboratoires de mécanique des sols. La comparaison quantitative des essais sur le sable d'Hostun fin *RF* conduit à des résultats satisfaisants (figure 6.1), avec un écart type de  $0.23^\circ$  sur l'angle de frottement au pic, de  $0.7^\circ$  sur l'angle caractéristique et avec un comportement similaire pour le taux de dilatance.
- Permettre la détermination de tous les paramètres: par exemple, on sait que l'essai de révolution triaxial est relativement peu approprié pour la détermination des paramètres élastiques des sols granulaires naturels, ne serait-ce qu'à cause du remaniement dû au prélèvement des échantillons. On peut alors imaginer de coupler plusieurs types d'essais: essais de laboratoire, essais in-situ (pressiomètre,...). Des travaux en ce sens ont été réalisés par Cambou et al (1990) et dans le cadre du groupe Validation du GRECO "Géomatériaux" (GRECO, 1990).

### 6.1.3 Influence de l'incertitude sur les paramètres du modèle

Afin de pouvoir analyser la sensibilité du modèle à la variabilité de ses paramètres, ce qui est important pour choisir l'incertitude acceptable dans la détermination de paramètres, on a effectué une étude de l'influence des paramètres sur la réponse du

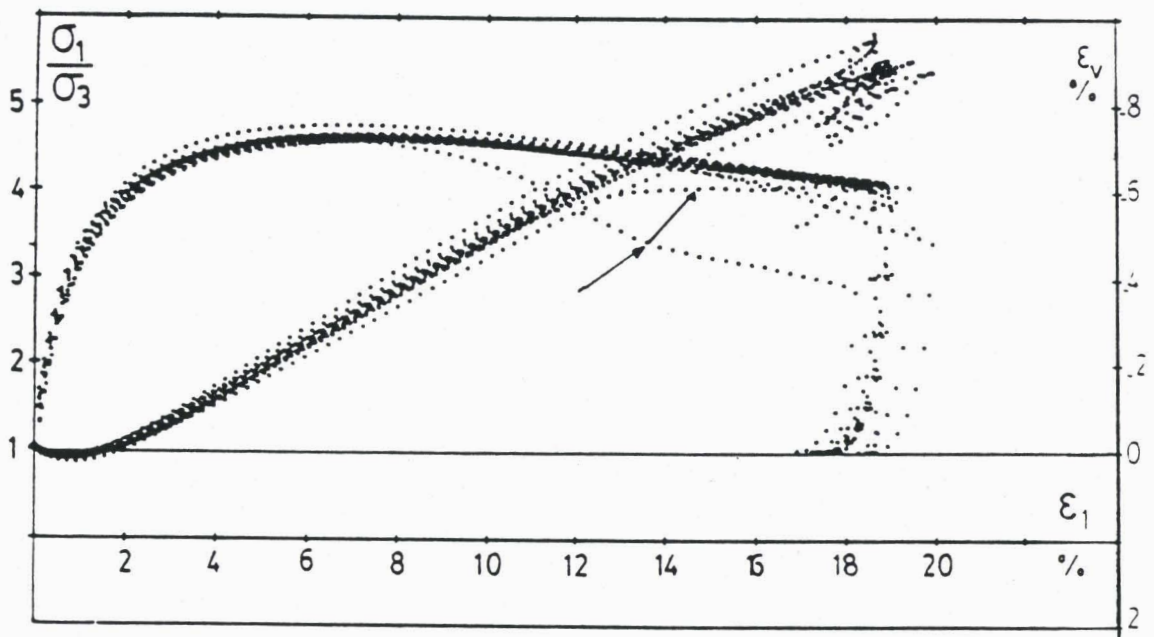


Figure 6.1 - Répétabilité de treize essais drainés en compression triaxiale (Flavigny, 1987)



modèle pour les chemins triaxiaux. Cette étude permet, en isolant les fonctions du modèle contrôlées par chaque paramètre, de mieux comprendre le fonctionnement des mécanismes de plastification, l'enjeu de chaque paramètre et, donc, le soin à accorder à la détermination d'un paramètre par rapport aux autres.

Les figures 6.2 à 6.4 présentent les effets d'une variation de  $\pm 20\%$  de chacun des paramètres autour de la valeur de référence sur la réponse du matériau au chargement monotone drainé. L'étude a aussi été menée pour le chargement non-drainé (en annexe). A partir de ces courbes, on peut faire les constatations suivantes:

- Les résultats obtenus confirment, qualitativement, les remarques faites sur la signification physique des paramètres. Par exemple, une modification de l'angle caractéristique apportera uniquement un changement pour le passage de la contractance à la dilatance.
- Une petite variation dans les paramètres ne change pas de façon qualitative la réponse du modèle, le changement étant modéré sur le plan quantitatif. La réponse du modèle à  $\pm 20\%$  de variation est bien étagée: la réponse pour le jeu de référence se trouve entre les réponses pour les deux jeux extrêmes.
- Chaque paramètre a un rôle bien défini. De ce fait, les paramètres agissent sur différents aspects de la réponse avec peu d'interaction. En outre, les paramètres associés au mécanisme volumique ont peu d'influence sur le déviateur de contrainte. Cependant, on voit qu'ils entraînent une variation significative de la déformation volumique. Ceci rend la procédure d'identification des paramètres plus facile à mettre en oeuvre que dans le modèle CYCLADE (Lassoudière et Meimon, 1986), et surtout, plus fiable et efficace.

## 6.2 Identification des paramètres du modèle proposé

Le modèle proposé a un fondement phénoménologique qui permet de restreindre le nombre de paramètres. En outre, il y a très peu d'interaction entre les paramètres nécessaires pour décrire le comportement sous chargement monotone et ceux servant pour le comportement sous chargement non-monotone. Au total, le modèle comprend 13 paramètres si l'on choisit l'option "Bounding Surface" et 12 paramètres pour l'option d'écroûissage cinématique. La démarche consiste donc:

- à déterminer les 10 paramètres pour le chargement monotone;
- à déterminer les 2 – 3 paramètres pour le chargement non-monotone.

Dans la suite, on développe la démarche en l'appliquant aux essais de Mohkam (1983) sur sable lâche d'Hostun.



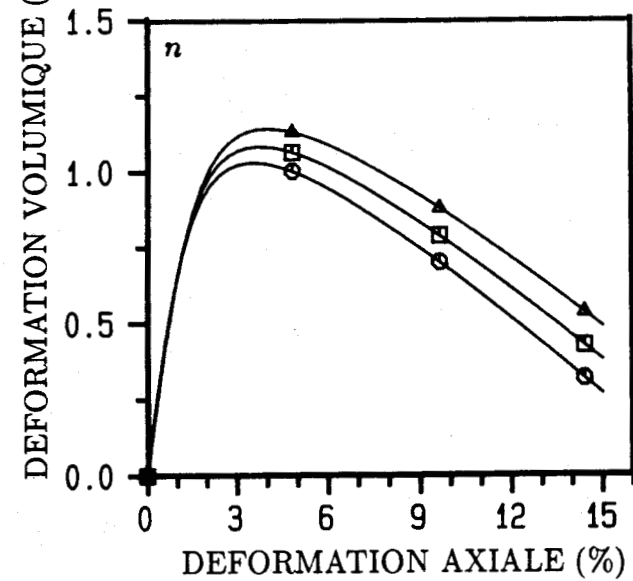
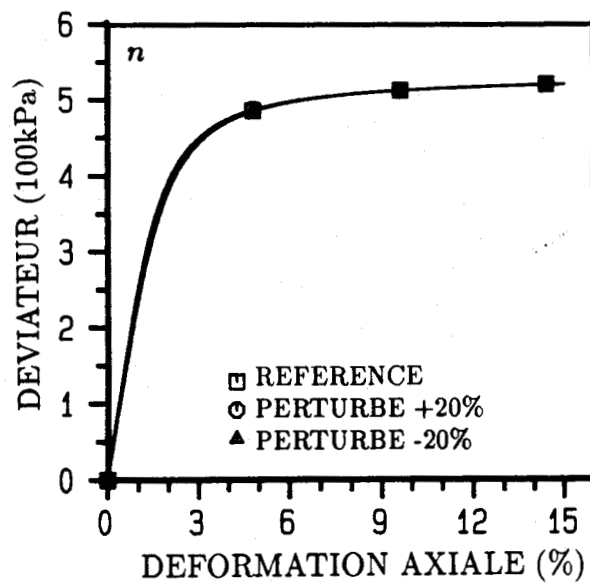
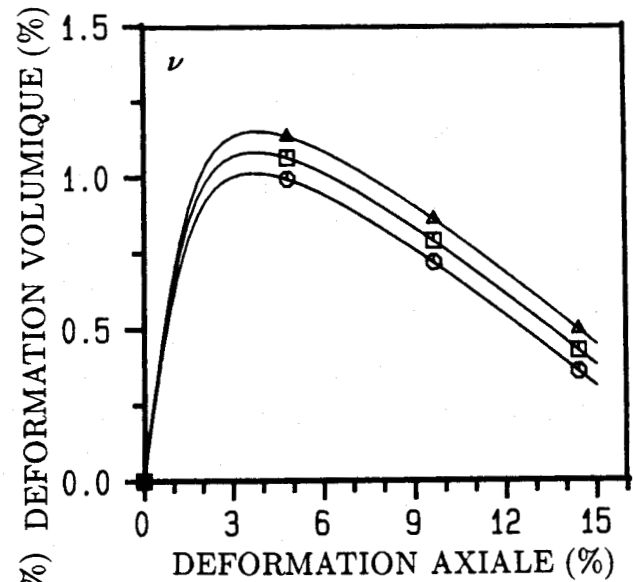
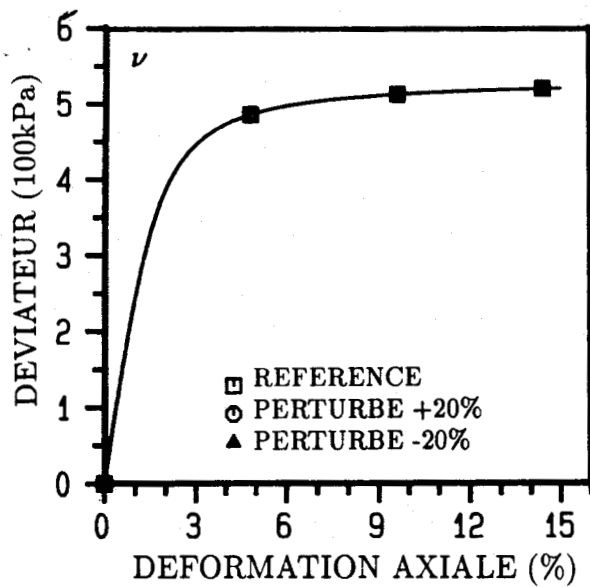
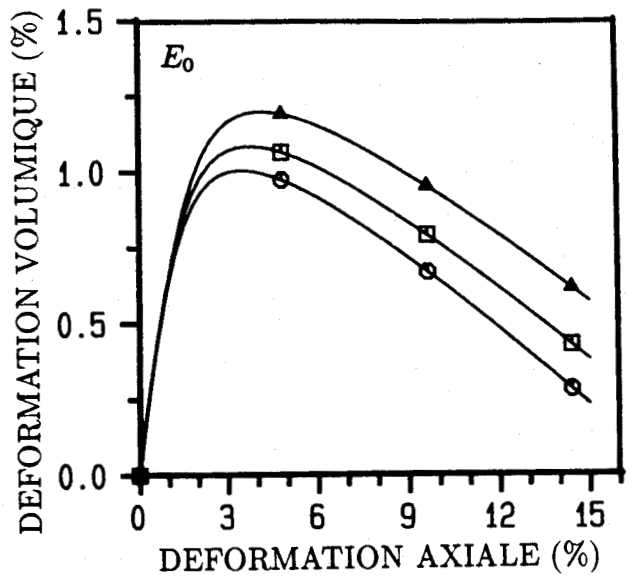
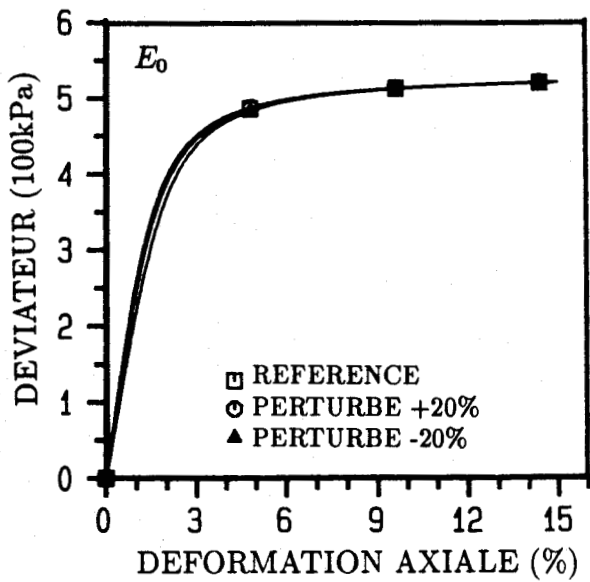


Figure 6.2 - Effet des paramètres:  $E_0, \nu, n$  (chemin triaxial drainé)

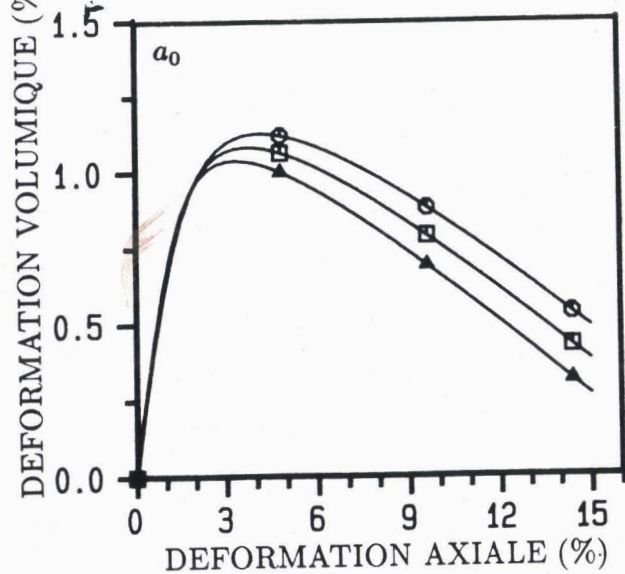
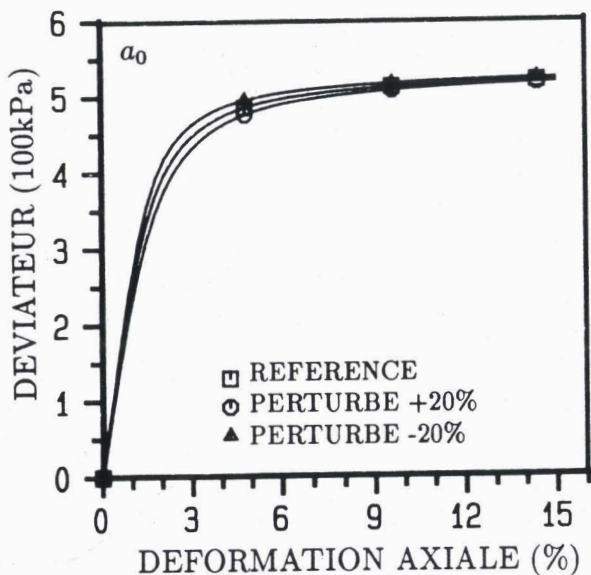
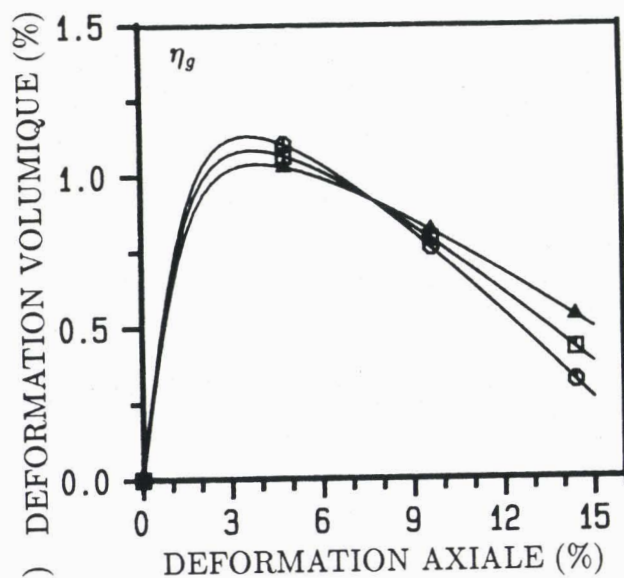
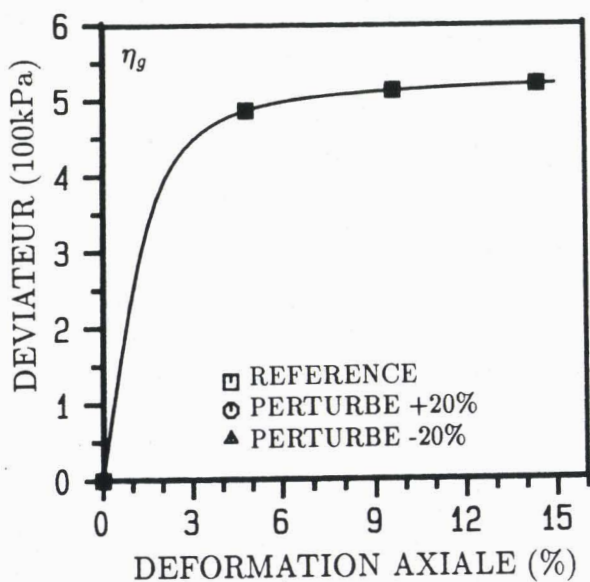
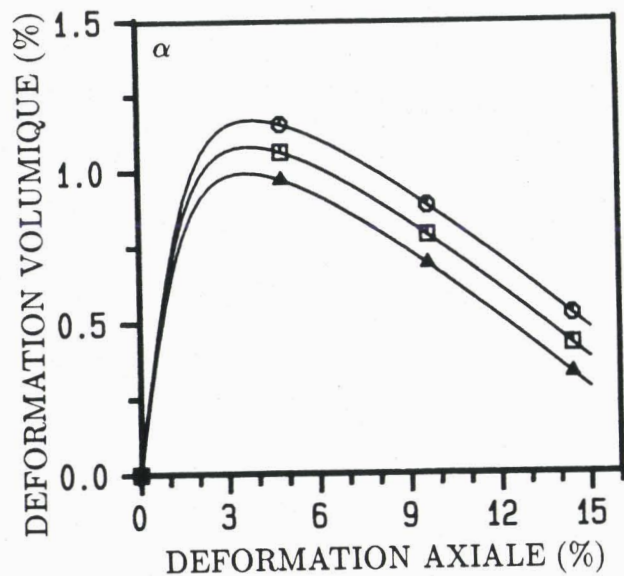
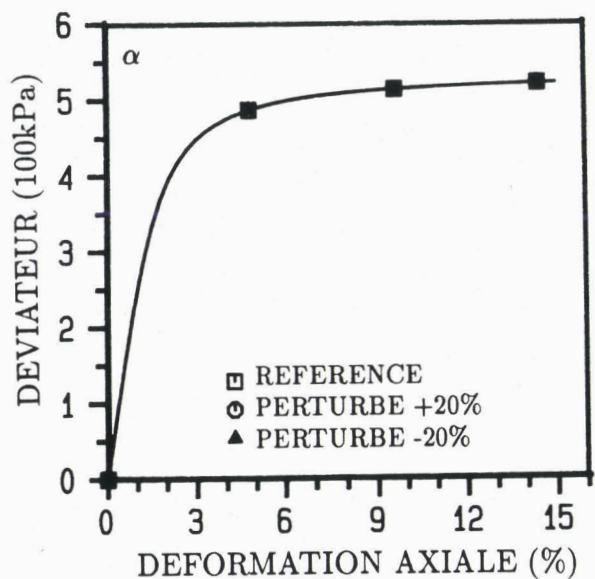


Figure 6.3 - Effet des paramètres:  $\alpha, \eta_g, a_0$  (chemin triaxial drainé)

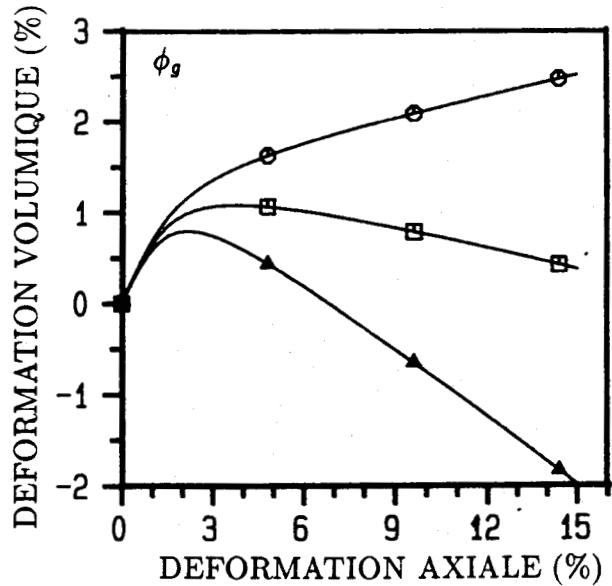
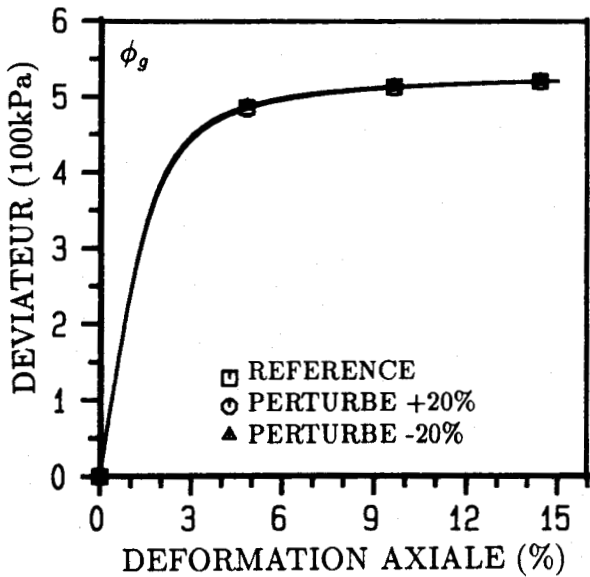
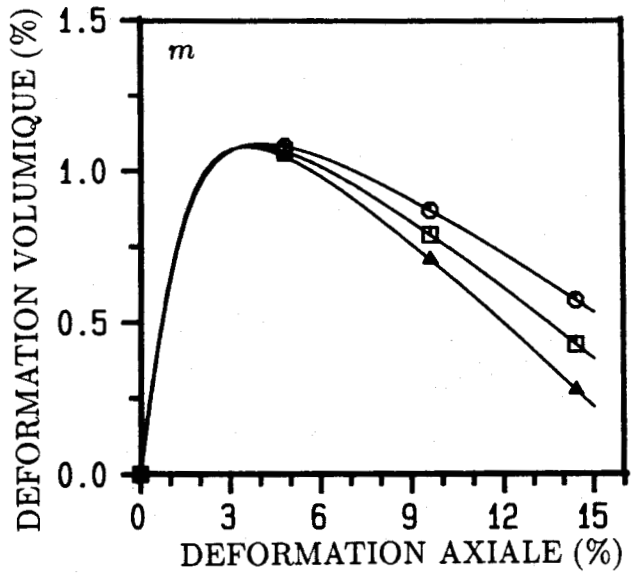
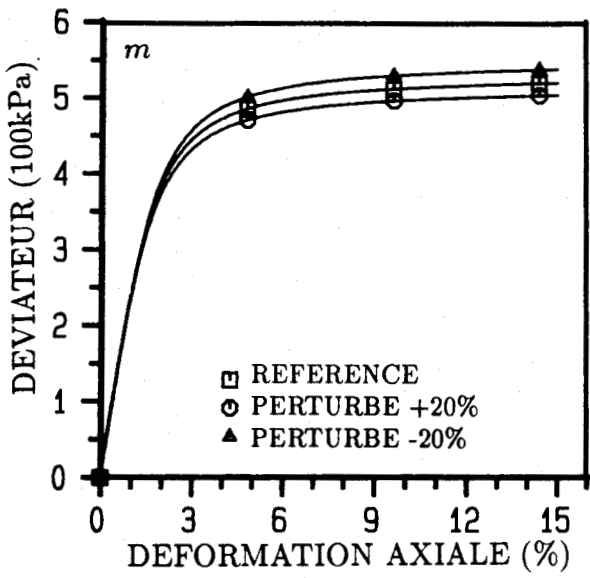
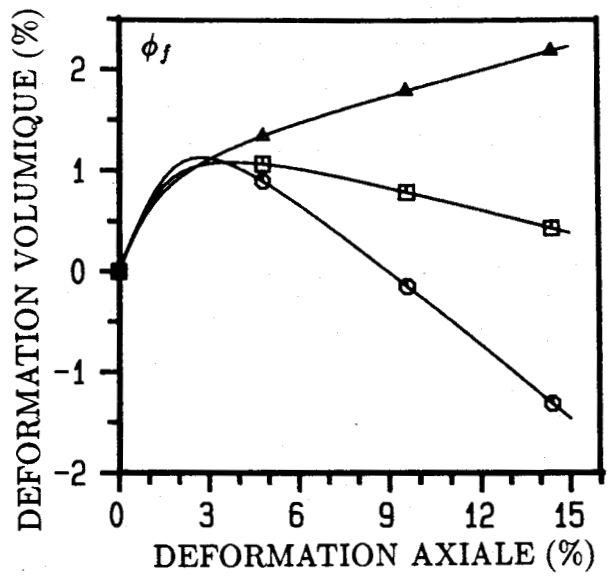
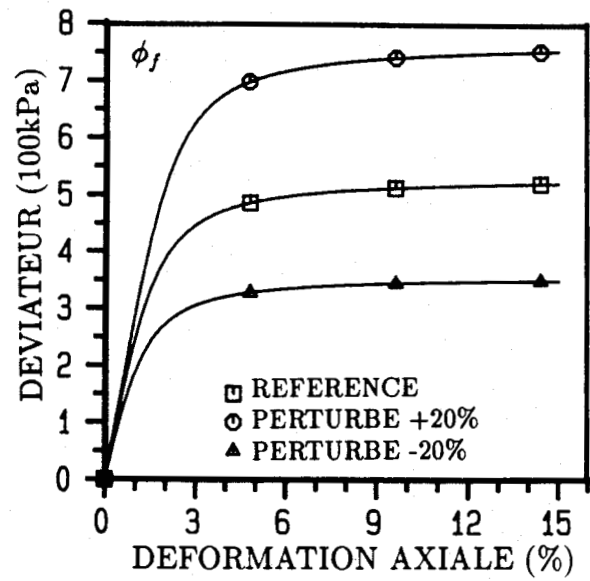


Figure 6.4 - Effet des paramètres:  $\phi_f, m, \phi_g$  (chemin triaxial drainé)

## 6.2.1 Paramètres pour le chargement monotone

L'identification des paramètres monotones comporte la détermination de 3 paramètres élastiques et de 7 paramètres plastiques. Pour les identifier, on se contente de deux types d'essais :

1. essai isotrope;
2. essais triaxiaux de compression drainée.

Au moins deux contraintes de confinement différentes sont nécessaires pour les essais triaxiaux. Elles doivent couvrir, ainsi que dans l'essai isotrope, la plage des contraintes mise en jeu lors de l'application visée. On se sert uniquement de la partie des courbes en chargement primaire pour la détermination actuelle (monotone).

Nous illustrons sur la figure 6.5 le schéma de l'identification à partir des essais triaxiaux en compression drainée. En cas d'absence d'essai isotrope, il faut faire une hypothèse supplémentaire pour éliminer un paramètre dans le mécanisme volumique.

### Paramètres d'élasticité: $E_0$ , $\nu$ et $n$

La loi d'élasticité non-linéaire nécessite trois paramètres: le module élastique initial  $E_0$ , le coefficient de Poisson  $\nu$  et l'exposant  $n$ .

Comme on l'a déjà souligné dans le troisième chapitre, la détermination des paramètres élastiques est toujours délicate du fait que les sols possèdent un comportement fortement non-linéaire dès les petites déformations.

Théoriquement, lors de la compression sur chemin triaxial drainé, on peut définir un module sécant  $E = d\sigma_1/d\epsilon_1 = dq/d\epsilon_1$ . Ce module croît si  $d\epsilon_1$  décroît. Si  $\epsilon_1$  est inférieur à  $10^{-5}$ , le comportement des sols reste élastique mais non-linéaire car il dépend de la contrainte moyenne. Comme cette très petite déformation n'est que rarement disponible, on devra se contenter d'évaluer le module élastique  $E_0$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  à partir de la pente initiale des courbes de l'essai triaxial en compression drainée. Ainsi, pour un type de sable donné, l'ajustement linéaire du module initial lors d'essais triaxiaux réalisés sous différentes contraintes de confinement nous permet de déterminer  $E_0$  et  $n$ .

L'évaluation du coefficient de Poisson  $\nu$  est liée à la variation de volume élastique:

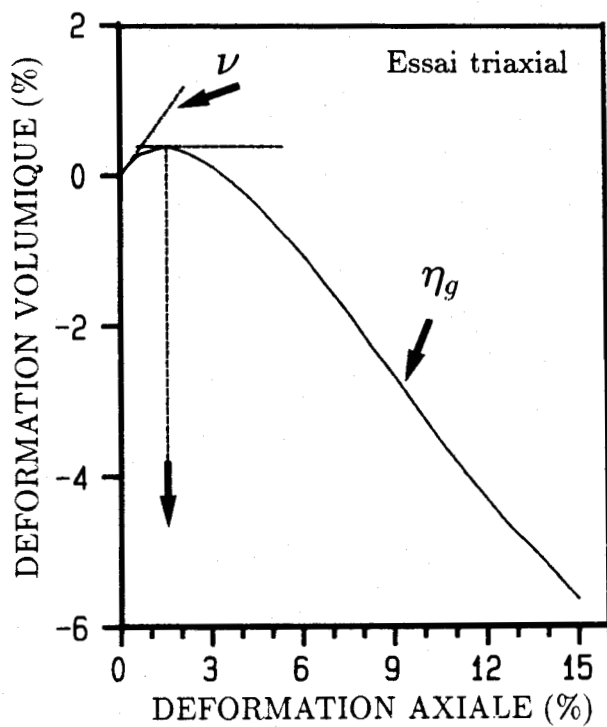
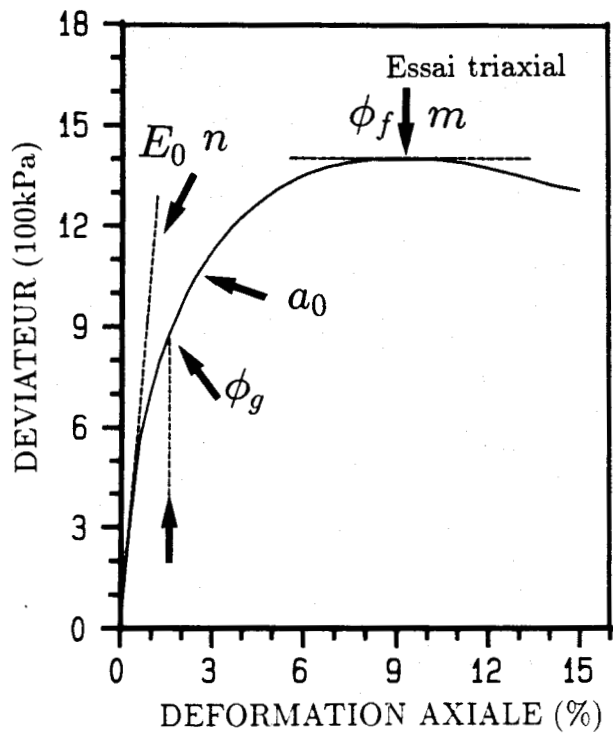
$$\nu = -\frac{d\epsilon_3}{d\epsilon_1} \quad d\epsilon_v = d\epsilon_1 + 2d\epsilon_3$$

En combinant ces deux expressions, on obtient:

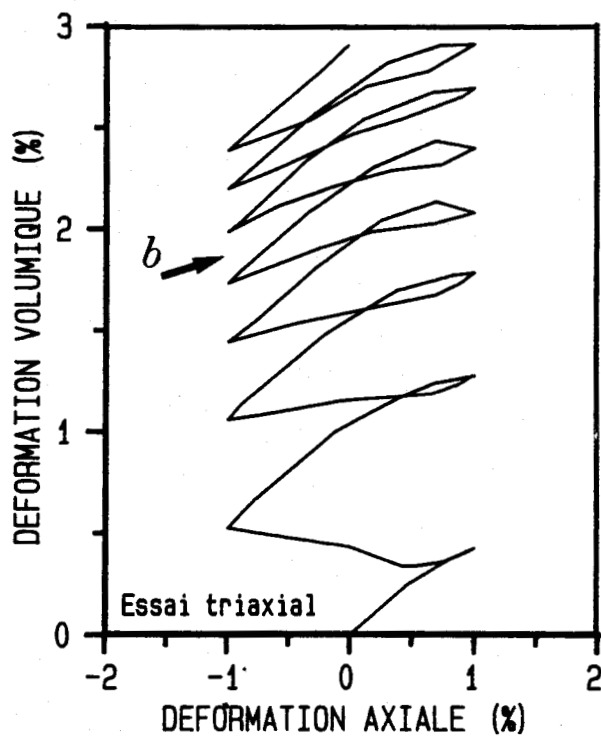
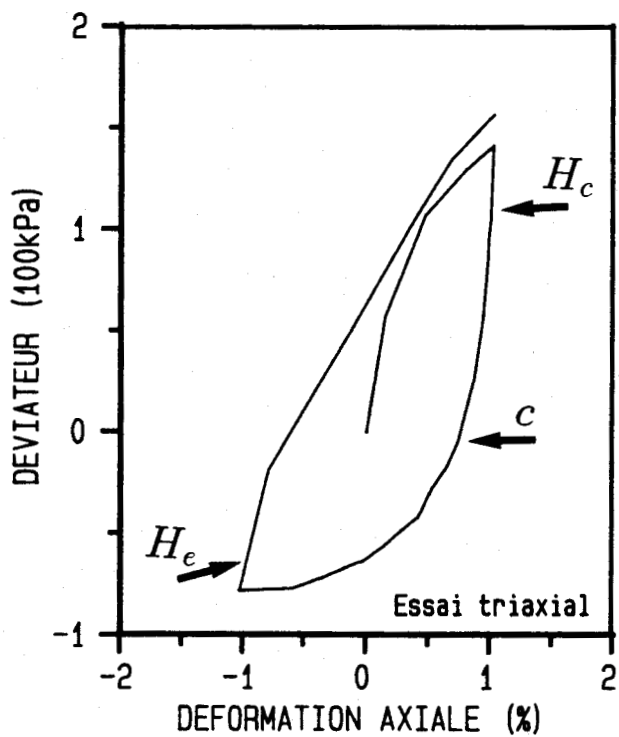
$$\nu = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{d\epsilon_v}{d\epsilon_1} \right)$$

On prendra une valeur moyenne dans le cas où l'on a plusieurs valeurs de  $\nu$ .

Il convient de noter que le domaine élastique est si petit pour les sols que cela



(a)



(b)

Figure 6.5 - Schéma de l'identification des paramètres du modèle à partir des essais triaxiaux

rend ces mesures très délicates. Dans ce cas, il est clair que les paramètres élastiques ne sont pas des paramètres élastiques "vrais". Ce sont plutôt des paramètres "sécants" à un taux de déformation inférieur à 0.2%.

La détermination des paramètres élastiques à partir des essais de Mohkam (Tableau 6.1) est illustré dans la figure 6.6. Les résultats sont:  $E_0 = 338.$ ,  $\nu = 0.23$  et  $n = 0.6$ .

### Paramètres de rupture: $\phi_f, m$

Le paramètre  $\phi_f$ , désignant l'angle de frottement au pic, est déterminé facilement à partir de l'essai triaxial en compression drainée. Le paramètre  $m$  permet de tenir compte de l'influence de la contrainte moyenne sur l'angle de frottement au pic. On détermine d'abord les valeurs  $\eta_f$  et  $m$  à partir des points au pic des essais de compression triaxiale (figure 6.7):

$$F_{(\theta=0)} = \left(\frac{q}{p}\right)_{pic} - \eta_f \cdot (p_{ref}/p)^m = 0$$

On détermine ensuite  $\phi_f$  suivant l'expression:

$$\sin \phi_f = \frac{3\eta_f}{6 - \eta_f}$$

D'après les données dans le tableau 6.2 pour les essais de Mohkam, les valeurs obtenues sont:  $\phi_f = 38^\circ$ ,  $m = 0.07$ .

### Paramètres du mécanisme volumique: $\alpha$ et $\beta$

Le paramètre de compressibilité  $\alpha$  et l'exposant  $\beta$  sont déterminés à partir de l'essai isotrope. Prenons deux points dans la courbe de l'essai isotrope et résolvons l'équation  $f_c$ : on aura tout de suite leurs valeurs correspondantes.

Il est idéal de pouvoir posséder l'essai isotrope pour définir précisément ces deux paramètres. En l'absence de l'essai isotrope, comme dans le cas actuel, on peut faire le raisonnement suivant:

la déformation volumique mesurée dans cet essai est la somme de la partie élastique  $\epsilon_v^e$  et la partie plastique  $\epsilon_v^p$ . On a alors l'équation :

$$\epsilon_v = \epsilon_v^e + \epsilon_v^p = \frac{p}{K} + \alpha \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^\beta$$

où  $K = E/(3(1 - 2\nu))$  est le module volumique élastique.

En y remplaçant  $E$  par la loi d'élasticité non-linéaire, nous avons la relation :

$$\epsilon_v = \frac{3(1 - 2\nu)}{E_0} \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^{1-n} + \alpha \left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^\beta$$

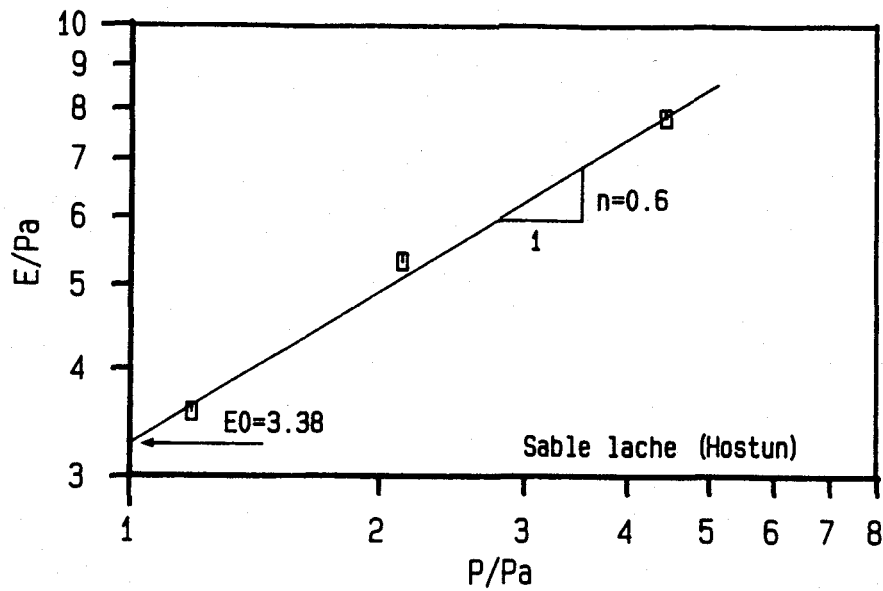


Figure 6.6 - Détermination des paramètres élastiques:  $E_0$  et  $n$

Tableau 6.1 : Evaluation des paramètres élastiques

confiné	$\sigma_3 = 100kPa$	$\sigma_3 = 200kPa$	$\sigma_3 = 400kPa$
indice de vide	0.769	0.769	0.754
$d\epsilon_1$ (%)	0.160	0.075	0.160
$dq$ (100kPa)	0.570	0.400	1.250
$p = \sigma_3 + \frac{dq}{3}$	1.190	2.133	4.417
$d\epsilon_v$ (%)	0.090	0.040	0.080
$E(p) = \frac{dq}{d\epsilon_1}$	356.3	533.3	781.3

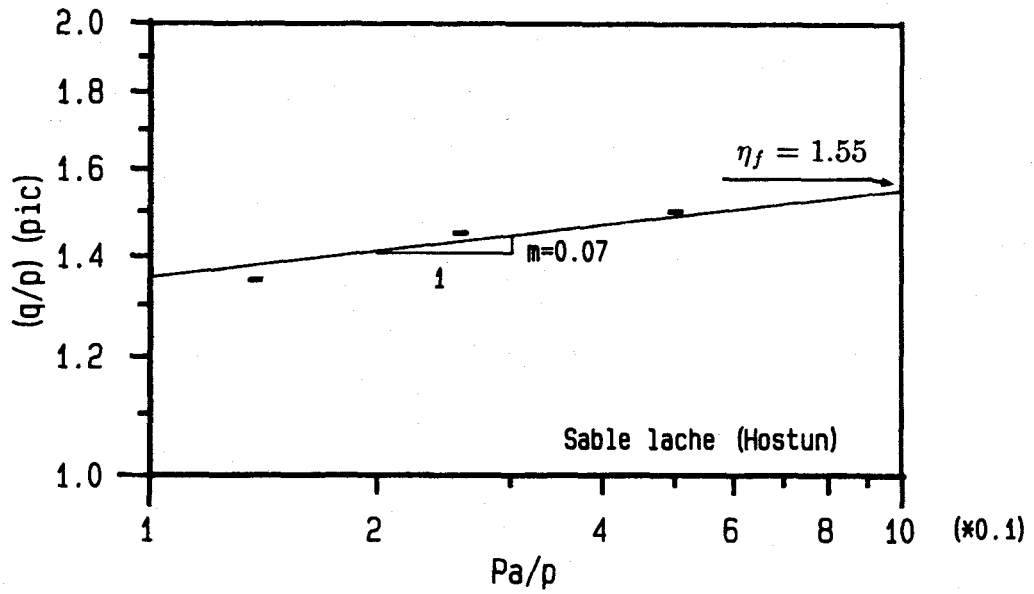


Figure 6.7 - Détermination de  $\eta_f$  et  $m$

Tableau 6.2 : Evaluation des paramètres de rupture

$\sigma_3$	$q(100kPa)$	$p(100kPa)$	$\frac{q}{p}$
$100kPa$	3.00	2.00	1.50
$200kPa$	5.60	3.89	1.45
$400kPa$	9.80	7.27	1.35



Si on fait l'hypothèse  $\beta = 1 - n$ , on peut transformer la relation ci-dessus en une expression beaucoup plus simple :

$$\epsilon_v = \Delta \left( \frac{p}{p_{ref}} \right)^{(1-n)}$$

avec

$$\Delta = \frac{3(1 - 2\nu)}{E_0} + \alpha$$

Cette hypothèse a été vérifiée dans le cadre de la validation sur les essais du Workshop de Cleveland (figure 6.8).

Ainsi, lorsque l'essai isotrope n'est pas disponible, on n'a que le paramètre  $\alpha$  à déterminer. Puisque ce paramètre joue uniquement sur la variation de volume, on pourra l'identifier par calage en simulant deux essais triaxiaux. En conséquence, le nombre des paramètres monotones du modèle peut être de 9 au lieu de 10.

La valeur précise de  $\alpha$  pour l'essai de Mohkam sera donnée par la suite.

### Paramètres du mécanisme déviatorique: $\phi_g, \eta_g$ et $a_0$

Le paramètre  $\phi_g$ , l'angle de frottement à l'état caractéristique, est déterminé suivant la même manière que  $\phi_f$ . La seule différence est qu'il faut calculer  $\phi_g$  à partir du niveau de contrainte  $q/p$  correspondant au point de variation de volume nulle situé sur la courbe  $\epsilon_v - \epsilon_1$ .

Les paramètres  $\eta_g$  et  $a_0$  sont liés respectivement à la dilataance et à la vitesse de l'écroutissage  $\epsilon_q^p$ . Malheureusement, ce sont deux paramètres de calage qui ne peuvent pas être quantifiés directement à partir des courbes expérimentales. Il est à remarquer que le rôle de chacun de ces deux paramètres est bien défini (figure 6.3), en particulier pour  $\eta_g$  qui contrôle uniquement la pente de la dilataance. Ce fait intéressant facilite le travail de calage. On peut alors utiliser un procédé d'identification, soit manuellement en faisant appel soit à un système interactif graphique, soit automatiquement à l'aide d'un logiciel comme ADELAP (IFP), le logiciel pour l'identification automatisée des paramètres de lois rhéologiques de géomatériaux (Meimon et al, 1989).

La stratégie d'identification des paramètres  $\eta_g, a_0$  et  $\alpha$  pour les essais de Mohkam est la suivante: on fixe d'abord  $a_0$  pour la meilleure reproduction de la courbe  $q - \epsilon_1$ , on passe ensuite à la détermination de  $\eta_g$  en ajustant au mieux la pente de la courbe  $\epsilon_v - \epsilon_1$  et enfin, on trouve le paramètre  $\alpha$  pour une meilleure représentation de la déformation volumique. En conséquence, ayant l'angle caractéristique  $\phi_g = 32^\circ$  par le calcul, ces opérations donnent les valeurs suivantes:  $a_0 = 0.0035$ ,  $\eta_g = 0.54$  et  $\alpha = 0.0128$ .

### 6.2.2 Paramètres pour le chargement cyclique

La modélisation cyclique étant complexe, une évaluation directe des paramètres cycliques est difficile, voire impossible, quelque soient les résultats expérimentaux que l'on possède. Cependant, l'expérience accumulée et la signification physique des paramètres cycliques peuvent fournir des renseignements sur le rôle et les valeurs de

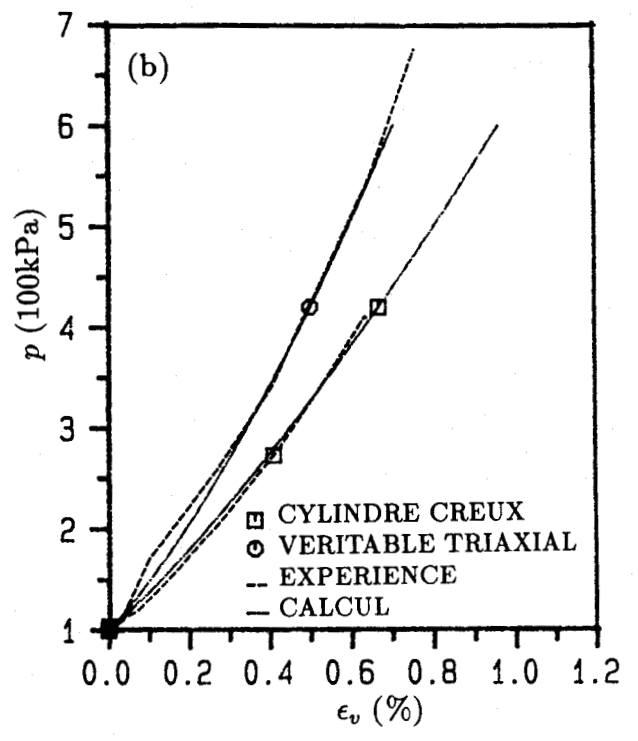
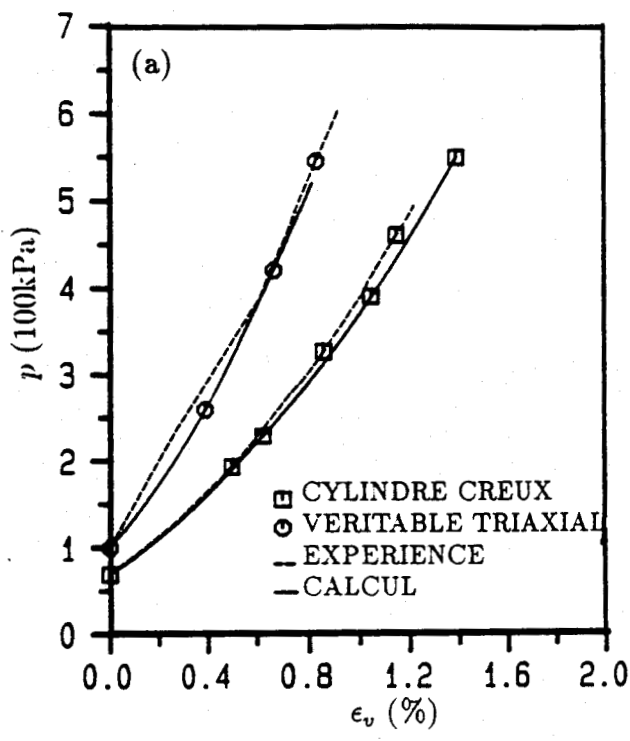


Figure 6.8 - Essais isotropes du Workshop de Cleveland (1987):  
 (a) sur le sable d'Hostun, (b) sur le sable de Reid Bedford

ces paramètres.

L'identification de paramètres cycliques se compose de la détermination de 3 paramètres pour l'approche de "Bounding Surface" ou de 2 paramètres pour l'approche cinématique à mémoire discrète. On utilise pour cela la partie en chargement cyclique des essais triaxiaux évoqués ci-dessus. Nous illustrons sur la figure 6.5(b) le schéma de l'identification à partir d'un essai triaxial drainé à déformation imposée.

### L'approche de "Bounding Surface": $H_c$ , $H_e$ et $b$

La simulation d'un cycle complet de deux essais triaxiaux donne les paramètres  $H_c$  et  $H_e$ : le meilleur ajustement de la branche du déchargement définit la valeur  $H_c$  et la partie au rechargement fournit la valeur  $H_e$ . Le paramètre  $b$  a pour but de contrôler la vitesse de densification au cours de cyclage. Ainsi, pour une bonne identification de ce paramètre, il faut un essai à plusieurs cycles dans la mesure où l'effet de densification est alors mieux représenté.

Pour les applications pratiques, il faut noter que la modélisation du comportement sous chargement cyclique ne concerne pas, en général, à une reproduction parfaite de chaque cycle: ce qui est important dans ce cas, c'est l'évolution générale des déformations en condition drainée (ou de la pression interstitielle en condition non drainée) pour le grand nombre de cycles, pour laquelle le paramètre  $b$  joue un rôle principal.

### L'approche de l'écrouissage cinématique à mémoire discrète: $b$ et $c$

Dans cette approche, il n'y a que deux paramètres à déterminer. Le paramètre  $c$  ajuste, de manière indirecte, la raideur de la courbe contrainte-déformation par l'intermédiaire d'un contrôle de la vitesse de translation cinématique. Sa détermination se fait en simulant un cycle pour deux essais triaxiaux.

Quant au paramètre  $b$ , il joue exactement le même rôle que celui dans l'approche de "Bounding Surface".

## 6.2.3 Nombre d'essais minimum pour l'identification

Au total, on obtient le nombre minimum suivant d'essais triaxiaux nécessaires pour la détermination des paramètres:

- un essai isotrope;
- deux essais de compression monotone drainée à la rupture;
- un essai à chargement cyclique drainé avec au moins cinq cycles, de préférence en compression-extension.



# Chapitre 7

## Validation sur chemins homogènes en laboratoire

Dans ce chapitre, on examine le domaine de validité du modèle, c'est-à-dire sa capacité effective à reproduire le comportement d'un matériau granulaire sur certains chemins homogènes de sollicitation:

- des chemins "théoriques" qui permettent d'étudier la réponse du modèle pour des chemins liés au fonctionnement des ouvrages;
- des chemins types, réalisés au laboratoire avec différents appareillages, qui permettent de fixer qualitativement, et souvent quantitativement, la performance du modèle pour des chemins homogènes.

### 7.1 Démarche de validation

Quatre sables dont les essais ont été récupérés dans des publications récentes ont été choisis pour servir de support à la validation du modèle:

1. le sable d'Hostun (France):
  - (a) sable lâche, moyen et dense (Thanopoulos, 1981; Mohkam, 1983; Doanh 1986);
  - (b) sable très dense, fin, qualité *RF* ayant servi au Workshop de Cleveland (1987);
2. le sable de Reid Bedford (Etats-Unis) (Workshop de Cleveland, 1987);
3. le sable de Fuji River (Japon) (Yamada et Ishihara, 1979; 1981; 1983);
4. le sable de Toyoura (Japon) (Ishihara et Towhata, 1983; Ishihara et Momenzadeh, 1986).

### 7.1.1 Chemins types

Le sable d'Hostun est le matériau granulaire de référence du GRECO "Géomatériaux". Il a été choisi parce qu'il a servi à un vaste programme d'essais triaxiaux drainés et non-drainés, avec plusieurs appareillages:

1. triaxial de révolution:

- essais monotones pour diverses densités initiales;
- essais à quelques cycles avec analyse fine de la forme des cycles;
- essais à grand nombre de cycles (200 cycles par exemple);
- essais à chemin de contrainte circulaire dans le plan triaxial.

2. cylindre creux et véritable triaxial (Workshop de Cleveland):

- essais monotones axisymétriques et radiaux dans le plan déviatorique à directions de contraintes principales fixes;
- essais circulaires (2 cycles) dans le plan déviatorique à directions des contraintes principales fixes mais avec une permutation de la direction des contraintes principales majeure et mineure;
- essais de torsion cycliques (5 cycles) à directions de contraintes principales tournantes.

Le sable de Reid Bedford a été également testé sur les mêmes chemins que le sable d'Hostun, au cylindre creux et au véritable triaxial, dans le cadre du Workshop de Cleveland.

Le sable de Fuji River a été utilisé comme matériau pour la validation compte tenu d'une série d'essais tri-dimensionnels réalisés à l'appareil véritable triaxial:

- essais radiaux monotones avec un angle de Lode constant ( $b_\sigma$  constante) en conditions drainée et non-drainée;
- essais cycliques uni-directionnels en condition non drainée avec:
  - chemin de contrainte dans les directions  $\theta = 0^\circ$  et  $\theta = 180^\circ$ ;
  - chemin de contrainte dans les directions  $\theta = 90^\circ$  et  $\theta = 270^\circ$ ;
- essais cycliques multi-directionnels en condition non drainée avec chemin de contrainte entrecroisé entre la direction verticale  $\theta = 0^\circ - 180^\circ$  et la direction horizontale  $\theta = 90^\circ - 270^\circ$ ;
- essais rotationnels en condition non drainée avec:
  - chemin de contrainte circulaire;
  - chemin de contrainte elliptique.

Enfin, le sable de référence japonais de Toyoura a été choisi parce qu'il a servi de support à une campagne d'essais très complexes destinés à explorer l'effet de l'anisotropie sur la réponse du sable aux rotations continues des directions de contraintes principales lors de chemins cycliques en conditions drainée et non-drainée. Ces essais permettent d'étudier séparément les effets de  $b_\sigma$  ( $0 \leq b_\sigma \leq 1$ ) et de  $\beta$ , l'angle d'inclinaison de la contrainte principale majeure par rapport à l'axe vertical de l'échantillon:

- essai triaxial alterné (quelques cycles) à rotation brutale de  $90^\circ$  de la direction de contraintes principales majeure et mineure en condition *non drainée* avec variation de  $b_\sigma$ ;
- essai en torsion alternée (autour de 30 cycles) à rotation continue ( $-45^\circ \leq \beta \leq +45^\circ$ ) des directions de contraintes principales en condition *non drainée* à  $b_\sigma$  fixe.
- essai (autour de 10 cycles) à rotation semi-circulaire ( $-45^\circ \leq \beta \leq +45^\circ$ ) des directions de contraintes principales en condition *non drainée* à  $b_\sigma$  variable;
- essai (autour de 3 cycles) à rotation semi-circulaire ( $-45^\circ \leq \beta \leq +45^\circ$ ) des directions de contraintes principales en condition *drainée* à  $b_\sigma$  variable;
- essai (autour de 10 cycles) à rotation circulaire ( $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$ ) des directions de contraintes principales en condition *non drainée* à  $b_\sigma$  variable;
- essai (3 cycles) à rotation circulaire ( $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$ ) des directions de contraintes principales en condition *drainée* à  $b_\sigma$  variable;
- essai (3 cycles) à rotation circulaire ( $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$ ) des directions de contraintes principales en condition *drainée* à  $b_\sigma$  fixe.

Il s'agit donc des chemins difficiles à modéliser qui permettent d'étudier de façon approfondie la prise en compte de l'anisotropie induite par le modèle.

### 7.1.2 Chemins théoriques

Mis à part la validation sur les essais évoqués ci-dessus, nous avons exploré également la performance du modèle par quelques tests théoriques:

- chemins proportionnels en déformation;
- sensibilité à de petites variations autour d'un chemin donné (proportionnels en déformation).

### 7.1.3 Logiciel utilisé

Pour effectuer la validation systématique sur chemins homogènes, il est utile de disposer d'un logiciel permettant d'automatiser certaines étapes du travail (GRECO, 1987).

Le logiciel VALOIS (Shahrour, 1987) a été conçu dans cet objet. Il est organisé autour des objets suivants:

1. une banque d'essais homogènes;
2. une banque de chemins de sollicitations pré-définis;
3. une banque de modèles rhéologiques.

Pour chacun de ces objets, des fonctions ont été définies: création de jeu de donnée, intégration des modèles avec possibilité de tests sur les algorithmes utilisés, analyse des résultats, etc...

Au cours de ce travail de validation, ce logiciel VALOIS a été beaucoup amélioré:

- La banque d'essais de validation, permettant de juger les performances de modèles, a été enrichie avec une centaine d'essais dont certains sont très complexes, pour 4 matériaux granulaires différents.
- La banque de chemins de sollicitations homogènes a été élargie aux chemins tri-dimensionnels, ce qui permet une étude plus approfondie de la qualification des modèles rhéologiques;
- Une méthode simplifiée d'intégration des modèles a été introduite dans le système, ce qui permet d'effectuer, pour un modèle donné et un chemin donné, une comparaison directe entre la méthode d'intégration du calcul par éléments finis et la méthode d'intégration simplifiée;
- Une nouvelle forme de visualisation graphique de résultats, plus performante et plus confortable, augmente la rapidité d'exécution du système. Le dépouillement de résultats est maintenant disponible dans tous les plans (le plan triaxial, le plan  $p - q$ , le plan déviatorique, etc...). Elle permet d'explorer au maximum les résultats de validation et de donner une visualisation plus détaillée lorsque l'on étudie le comportement d'un modèle sous chargements non-monotones.

## 7.2 Validation sur chemins types

### 7.2.1 Essais de Mohkam sur le sable lâche et dense d'Hostun

Il s'agit d'essais triaxiaux de chargement monotone et cyclique à l'appareil triaxial de révolution sur le sable d'Hostun en conditions drainée et non-drainée (Mohkam, 1983).

#### Essais monotones

Le tableau 7.1 récapitule, d'après la procédure d'identification, les paramètres monotones pour le sable lâche ( $e = 0.73 \sim 0.75$ ) et le sable dense ( $e = 0.55 \sim 0.56$ ), déterminés à partir des essais en compression drainée de  $100kPa$  à  $400kPa$  de confinement. On ne disposait pas d'essai isotrope dans ce cas.

Dans un premier temps, les prédictions concernent les essais de compression non drainée de  $100kPa$  et  $400kPa$  de confinement et les essais à autre contrainte de confinement ( $600kPa$ ). La comparaison avec les expériences montre que:



Tableau 7.1 : Paramètres monotones pour les essais de Mohkam

Les paramètres	$E_0$	$\nu$	$n$	$\phi_f$	$\phi_g$	$m$	$\eta_g$	$a_0$	$\alpha$	$\beta$
Lache d'Hostun	338.	0.23	0.6	38.	32.	0.07	0.57	0.0035	0.0128	0.4
Dense d'Hostun	1100.	0.23	0.4	46.	31.	0.07	0.70	0.0050	0.0025	0.6

**pour le sable lâche**, les prédictions pour les essais drainés et non drainés sont correctes tant pour les courbes  $q - \epsilon_1$  que pour les courbes  $\epsilon_v - \epsilon_1$  (figure 7.1(a)) ou  $u - \epsilon_1$  (figure 7.1(b)), notamment pour les essais à contrainte de confinement relativement élevée ( $600kPa$ ).

**pour le sable dense**, des prédictions assez satisfaisantes sont aussi obtenues sur les essais drainés (figure 7.2(a)) et non drainés (figure 7.2(b)), en particulier pour les faibles contraintes de confinement.

Ensuite, des essais en extension ont été modélisés, la comparaison indique que les résultats obtenus pour le sable lâche sont globalement meilleurs que ceux pour le sable dense. La simulation pour le sable lâche en condition drainée (figure 7.3(a)) est satisfaisante, si l'on excepte la courbe théorique de variation de déformation volumique qui sousestime les mesures expérimentales. On retrouve pour toutes les contraintes de confinement une dilatance à l'origine de l'extension en continuité avec les courbes  $\epsilon_v - \epsilon_1$  en compression. Cette dilatance est suivie par une phase de contractance qui augmente proportionnellement avec la contrainte de confinement. La variation de pression interstitielle en condition non drainée (figure 7.3(b)) est liée à ce résultat. Mais malheureusement l'on ne retrouve pas cette réponse étagée dans les essais drainés à contrainte de confinement de  $100kPa$  à  $400kPa$ . A notre avis, il existe une certaine contradiction sur ce point entre les mesures expérimentales réalisées en conditions drainée et en non-drainée.

Les simulations des essais en extension sur le sable dense sont qualitativement correctes dans le cas drainé (figure 7.4(a)) mais sont loin de l'expérience dans le cas non-drainé (figure 7.4(b)).

### Essais à quelques cycles

Ils sont choisis avec l'objectif suivant:

1. vérifier si des aspects mis en évidence par un examen de la forme des cycles dans divers types d'essais triaxiaux sont reproduits par le modèle;
2. examiner la performance des deux schémas de modélisation cyclique: le concept de "Bounding Surface" et celui de l'écroissage cinématique à mémoire discrète.

Les paramètres cycliques correspondants à ces deux schémas pour le sable lâche sont classés dans le tableau 7.2.

Les essais drainés alternés présentent la particularité de solliciter l'échantillon en compression et en extension au cours de chaque cycle, ce qui met en évidence

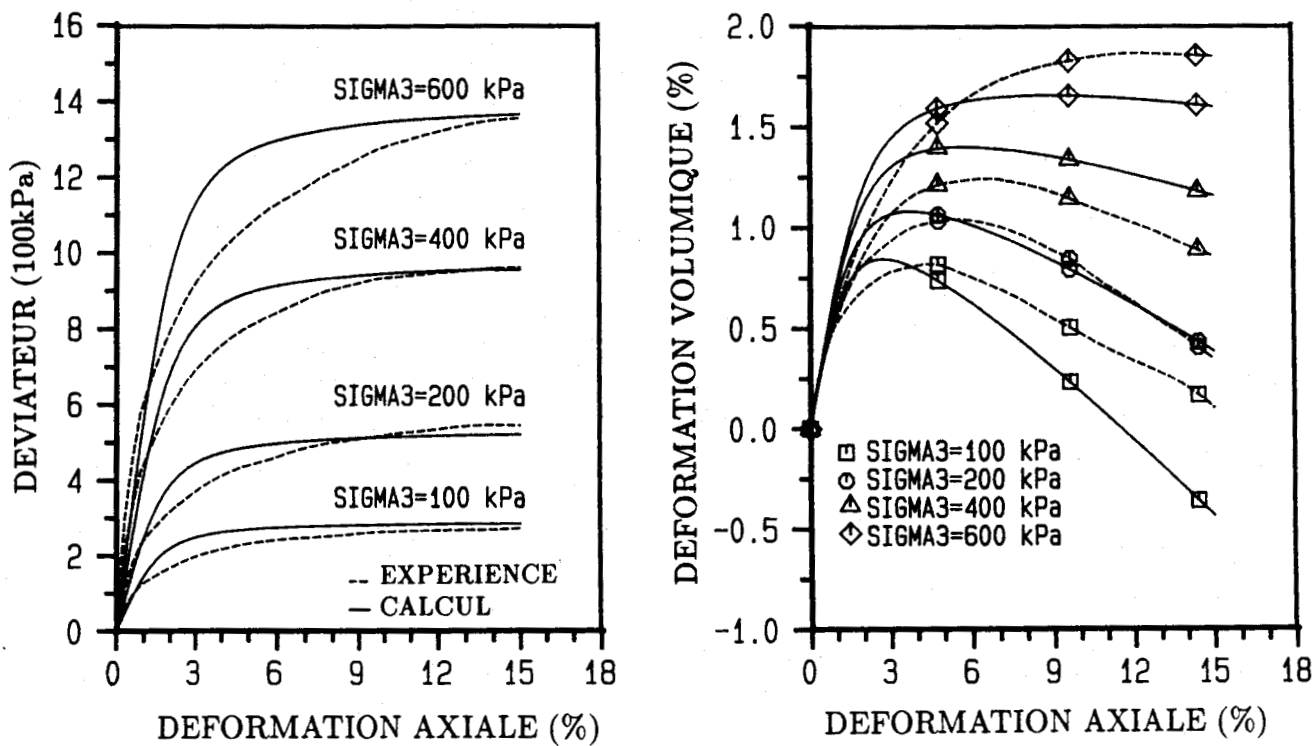


Figure 7.1(a) - Essais triaxiaux en compression drainée (Mohkam, 1983) utilisés pour l'identification des paramètres du modèle sur le sable lâche d'Hostun

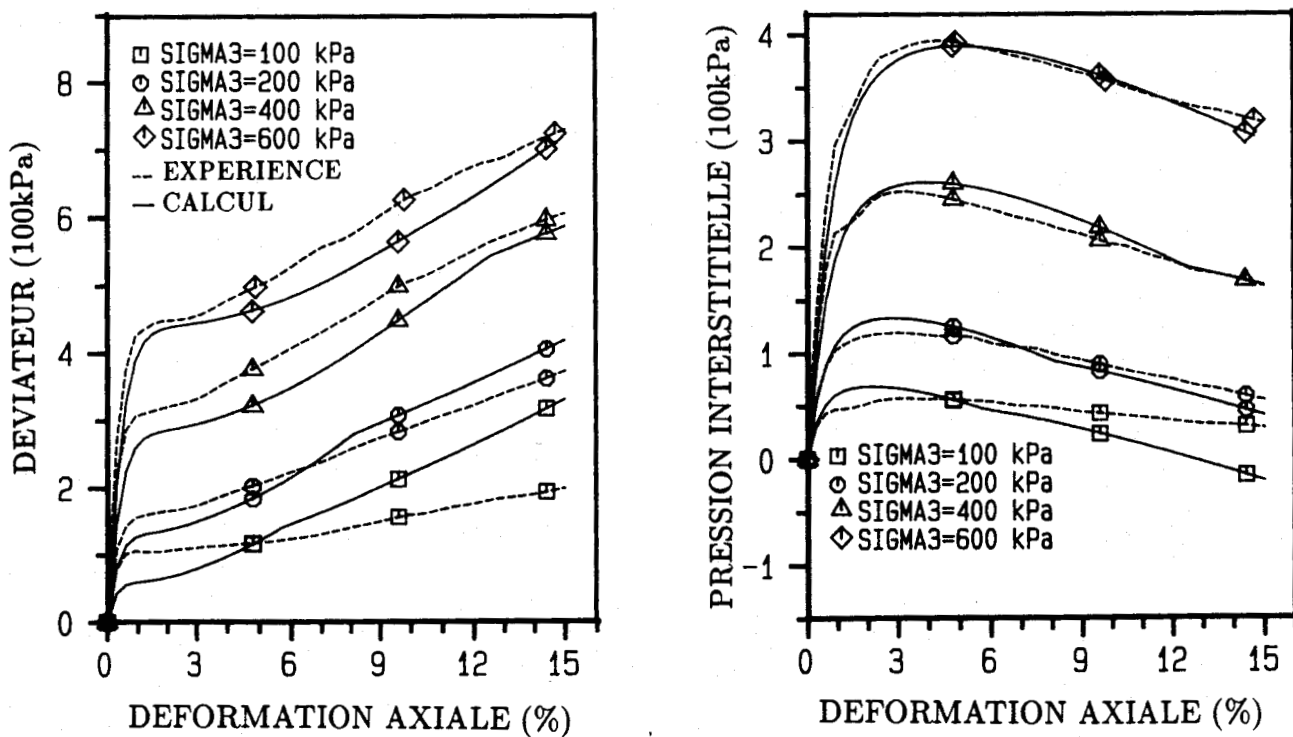


Figure 7.1(b) - Essais triaxiaux en compression non drainée sur le sable lâche d'Hostun (Mohkam, 1983)

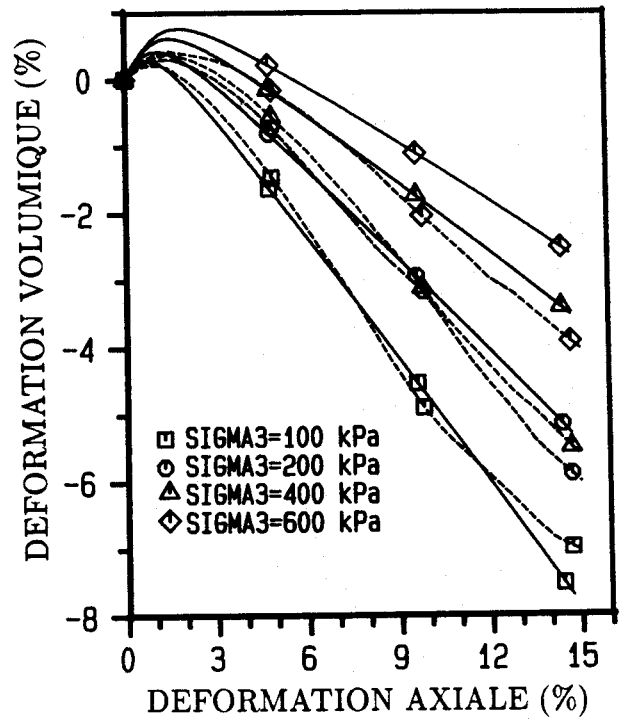
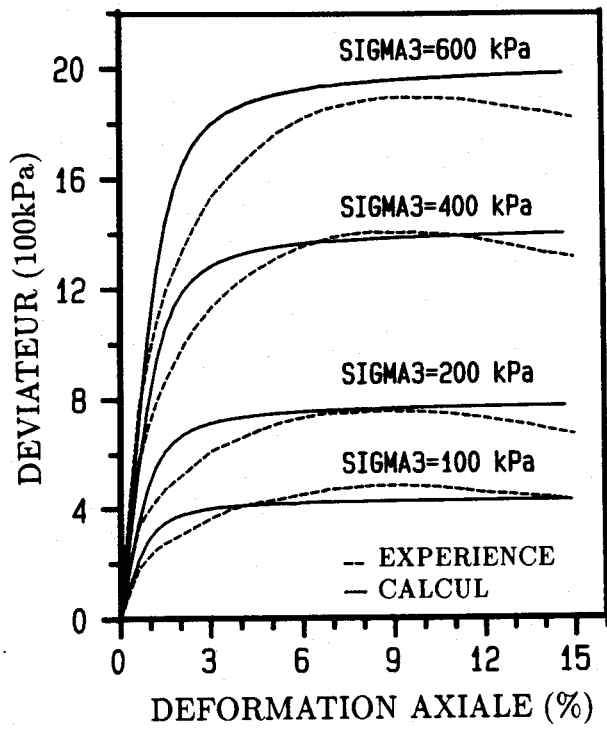


Figure 7.2(a) - Essais triaxiaux en compression drainée (Mohkam, 1983) utilisés pour l'identification des paramètres du modèle sur le sable dense d'Hostun

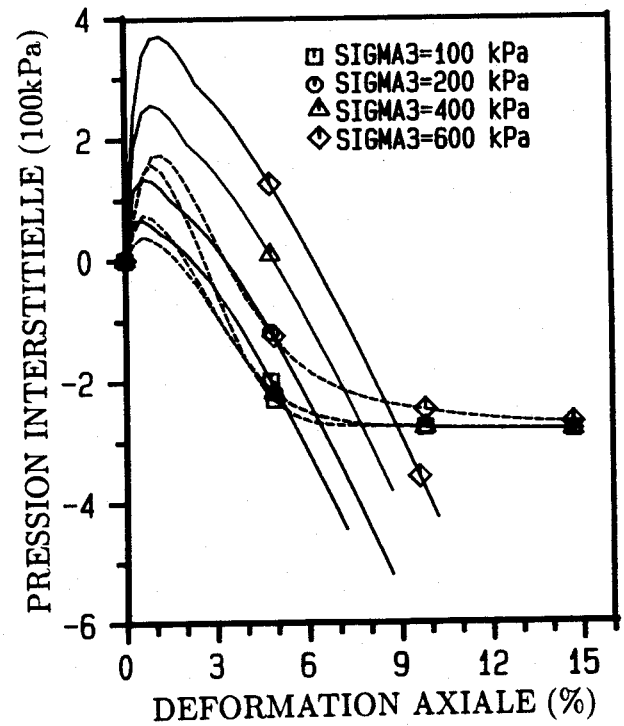
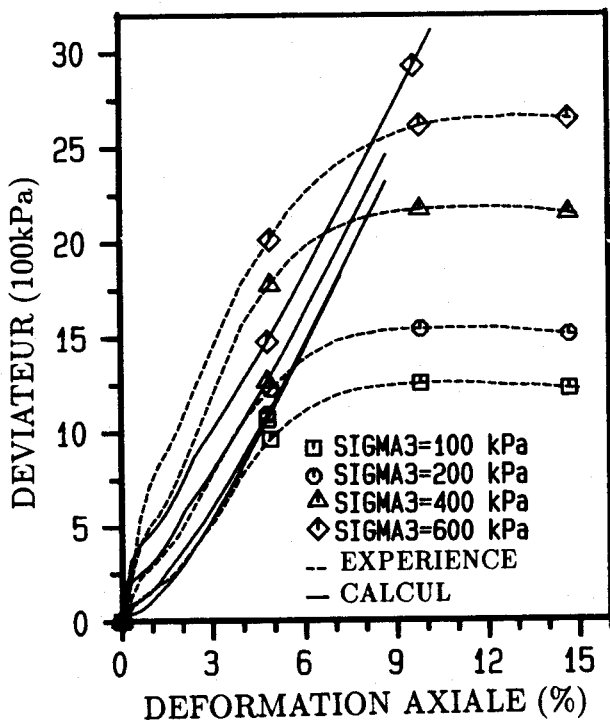


Figure 7.2(b) - Essais triaxiaux en compression non drainée sur le sable dense d'Hostun (Mohkam, 1983)

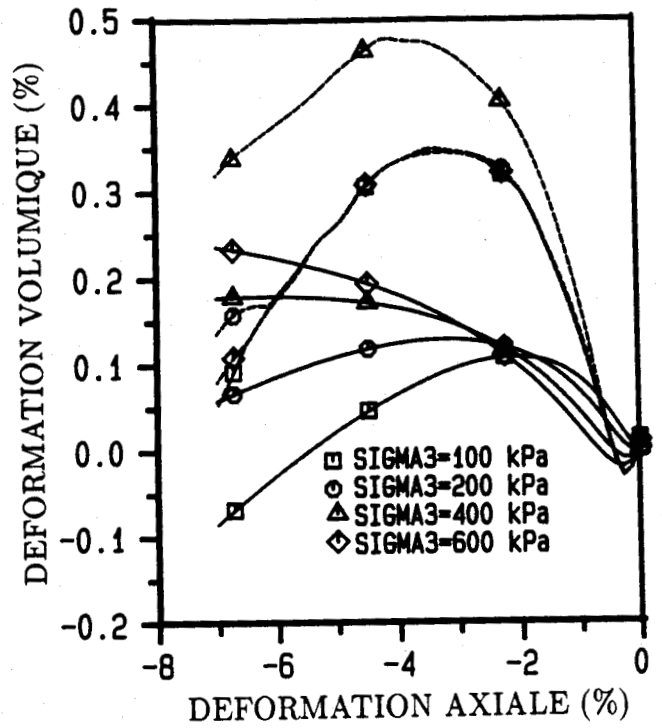
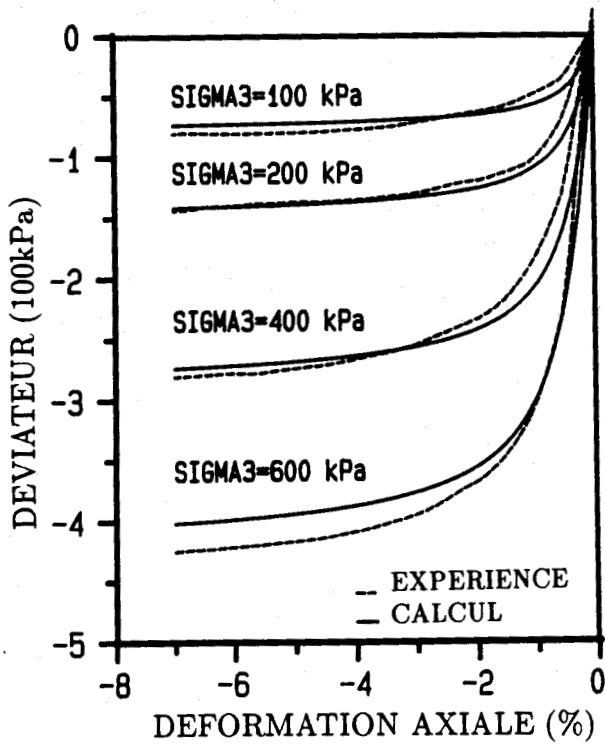


Figure 7.3(a) - Essais triaxiaux en extension drainée sur le sable lâche d'Hostun (Mohkam, 1983)

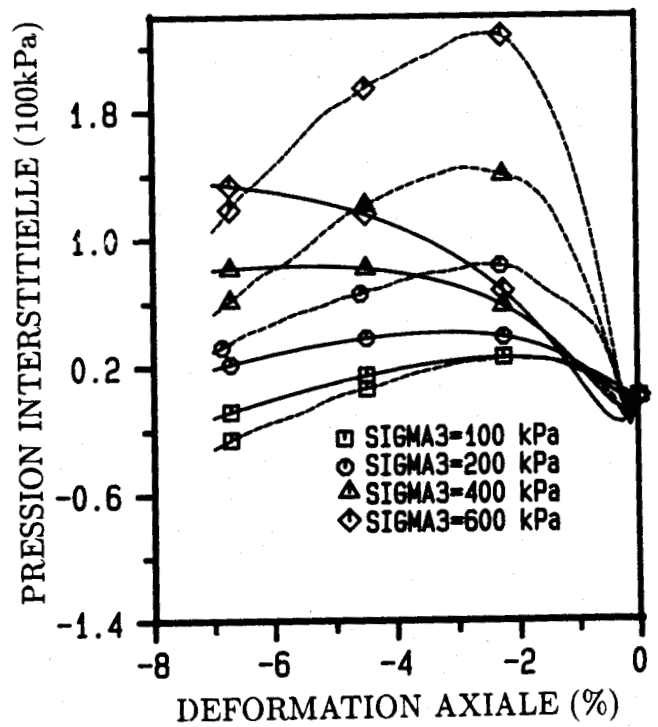
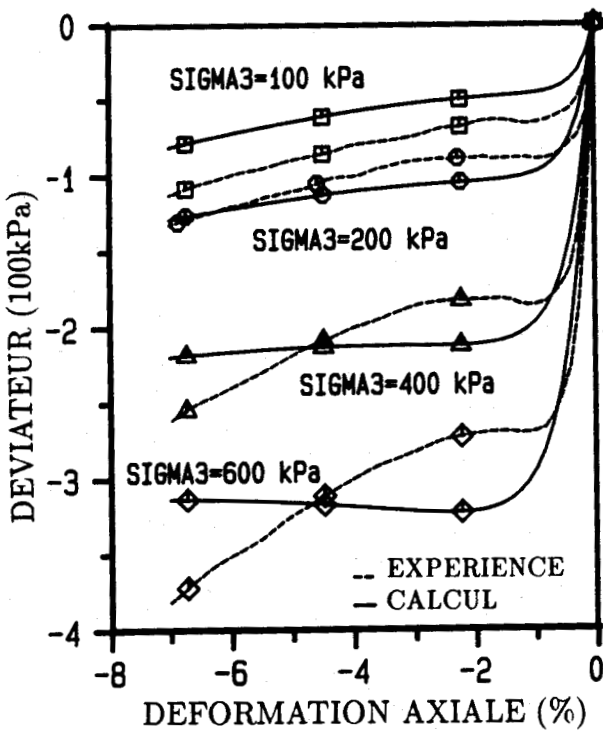


Figure 7.3(b) - Essais triaxiaux en extension non drainée sur le sable lâche d'Hostun (Mohkam, 1983)

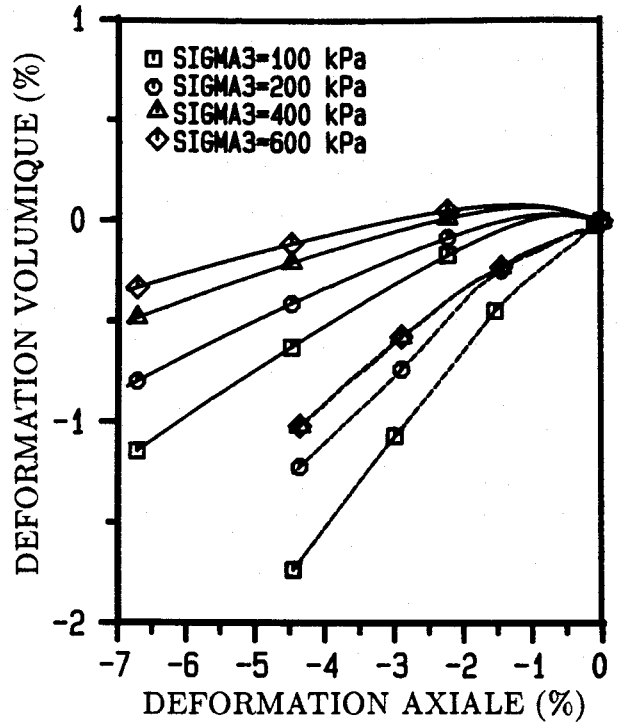
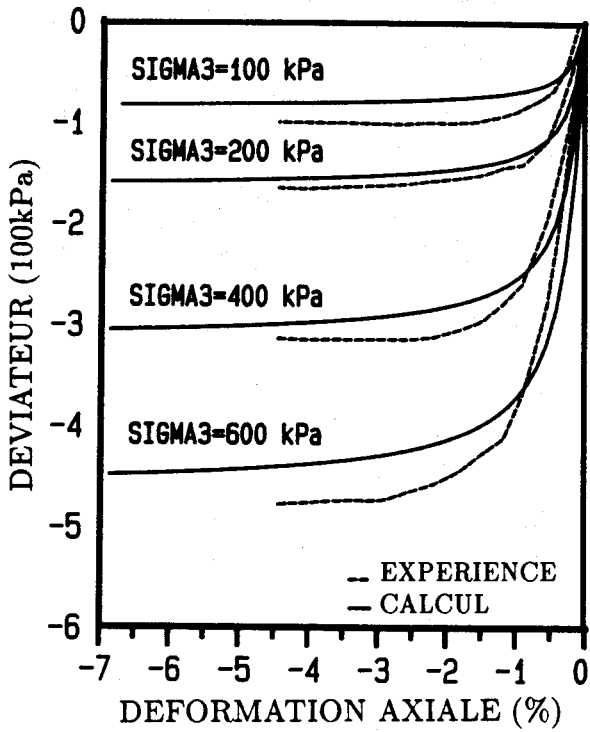


Figure 7.4(a) - Essais triaxiaux en extension drainée sur le sable lâche d'Hostun (Mohkam, 1983)

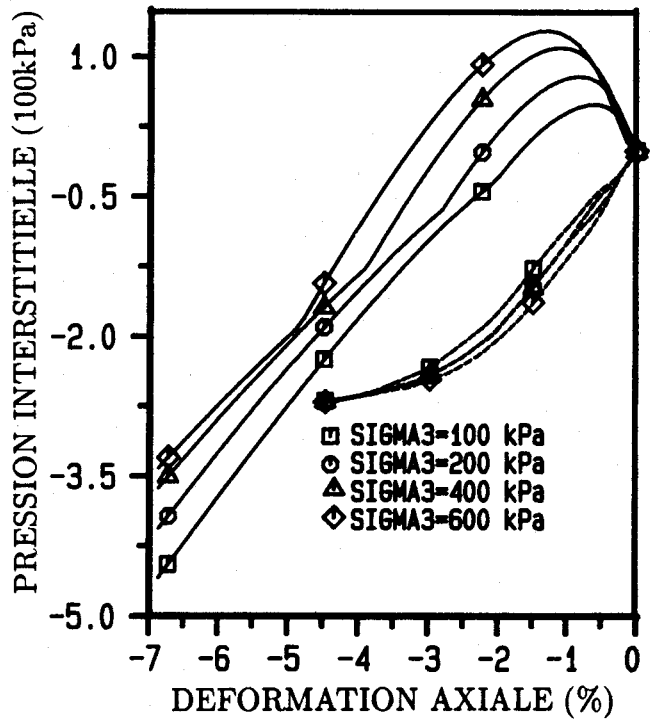
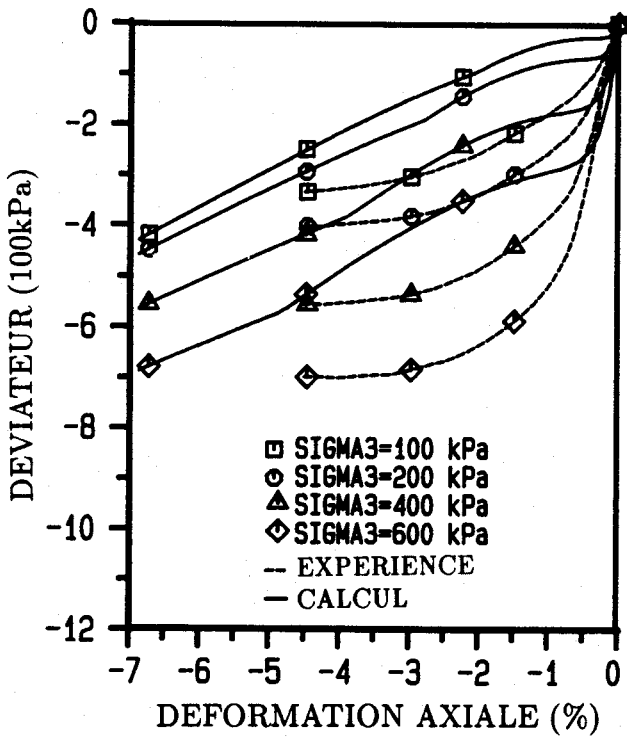


Figure 7.4(b) - Essais triaxiaux en extension non drainée sur le sable dense d'Hostun (Mohkam, 1983)

Tableau 7.2 : Paramètres cycliques pour les essais de Mohkam

Paramètre	$H_c$	$H_e$	$b$	$c$
Bounding Surface (B.S.)	400.	130.	50.	–
Cinématique (E.C.)	–	–	200.	25.

le comportement particulier du sable lors de l'inversion du sens de chargement en extension: un fort compactage, nonsymétrique suivant la direction de chargement, associé à une allure particulière de la courbe  $q - \epsilon_1$  qui présente une faible pente au rechargement au cours de l'extension.

De même, la prédiction des essais non drainés alternés présente l'intérêt d'une justification de la capacité prédictive du modèle pour les phénomènes de *liquéfaction* et de *mobilité cyclique*.

#### • L'approche de "Bounding Surface"

La figure 7.5 montre la prédiction d'un essai drainé à déformation imposée ( $-1\%$ ,  $+1\%$ ) confiné à  $100kPa$  et également l'influence du paramètre  $b$ . Bien que la prédiction avec  $b = 0$  soit tout à fait correcte pour le premier cycle, l'accumulation des erreurs dans les cycles suivants génère un grand écart au sixième cycle, surtout pour la déformation volumique. Par contre, les simulations avec une grande valeur de  $b$  ( $b = 50$ ) sont en bon accord avec le résultat expérimental, ce qui montre l'importance d'une intervention de l'écroutissage volumique dans la loi d'interpolation pour prendre en compte l'effet de densification au cours du cyclage. Par ailleurs, on observe que la pente du cycle au rechargement à partir de l'extension est bien décrite. Cet aspect est moins bien simulé dans la prédiction d'un essai similaire (figure 7.6) où l'échantillon, confiné à  $400kPa$ , est soumis à une déformation axiale cyclique plus importante ( $-3\%$ ,  $+3\%$ ). Cependant, on remarque une bonne concordance de la prédiction avec l'expérience pour la déformation volumique.

La figure 7.7 montre une simulation de *liquéfaction* dans un essai non drainé à déformation imposée. On observe bien le changement d'allure des cycles dans le plan  $p - q$  lorsque le chemin de contrainte effective migre vers la gauche et touche les lignes caractéristiques (effet classique de "papillon") jusqu'à l'annulation de la contrainte moyenne effective (liquéfaction). On obtient également des boucles qui s'aplatissent progressivement (l'affaiblissement de la résistance) dans le plan  $q - \epsilon_1$ . Ces remarques sont bien confirmées par les observations expérimentales, mais le manque d'essai correspondant ne nous permet pas de faire une comparaison directe.

#### • L'approche de l'écroutissage cinématique à mémoire discrète

La même prédiction de l'essai à déformation imposée ( $-1\%$ ,  $+1\%$ ) à une contrainte de confinement de  $100kPa$  a été réalisée pour une comparaison directe entre cette approche et celle de "Bounding Surface". A partir des résultats illustrés sur

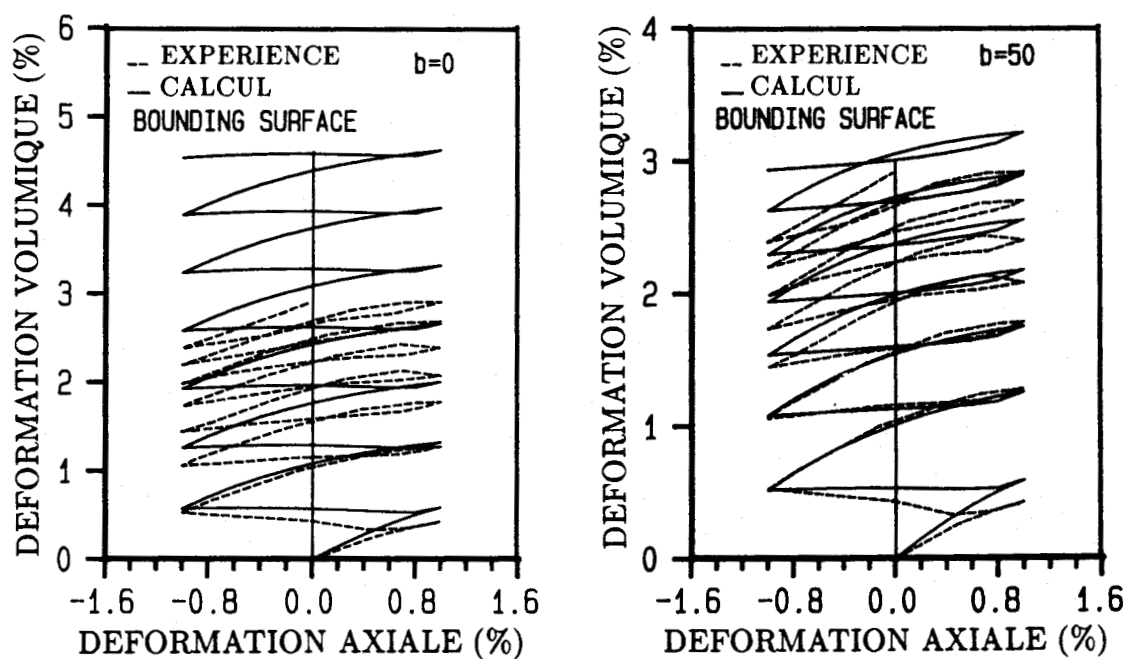
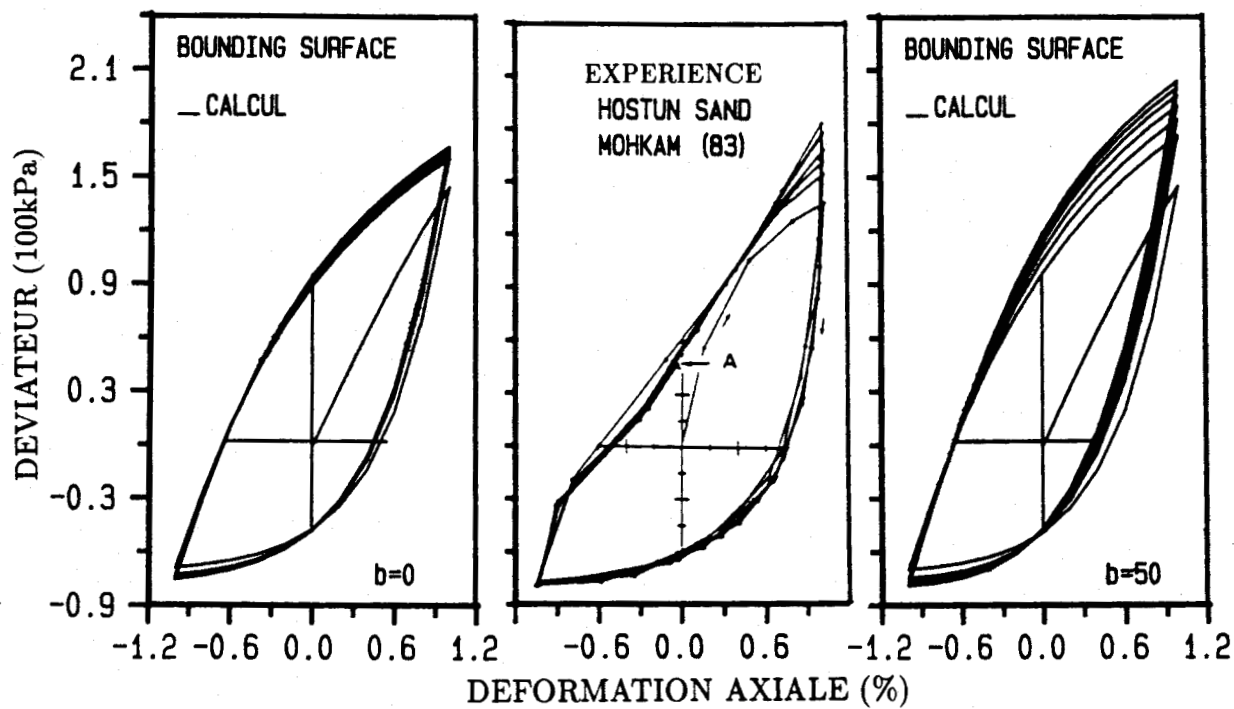


Figure 7.5 - Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée sur le sable lâche d'Hostun ( $p_c = 100kPa$ ) (Mohkam, 1983) - Méthode de "Bounding Surface" -

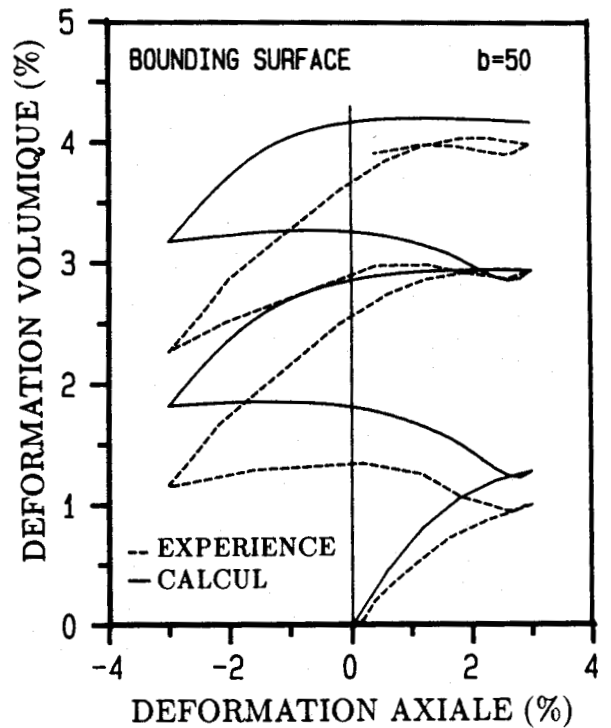
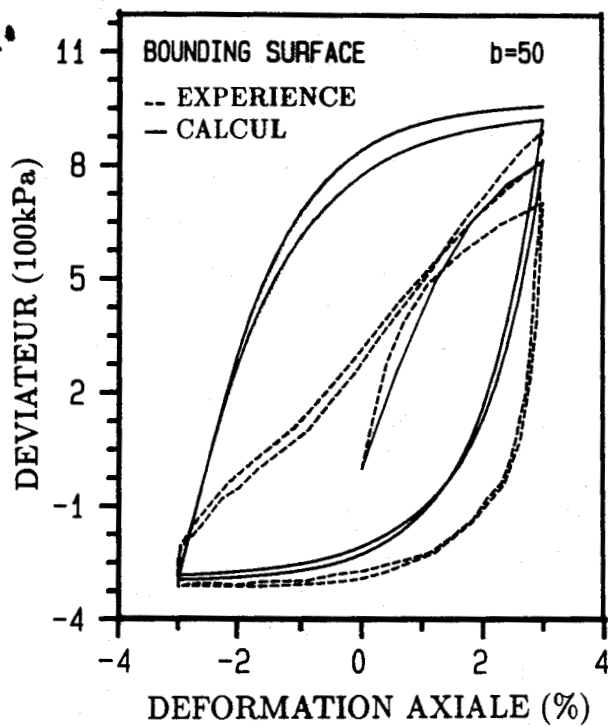


Figure 7.6 - Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée sur le sable lâche d'Hostun ( $p_c = 400kPa$ ) (Mohkam, 1983) - Méthode de "Bounding Surface" -

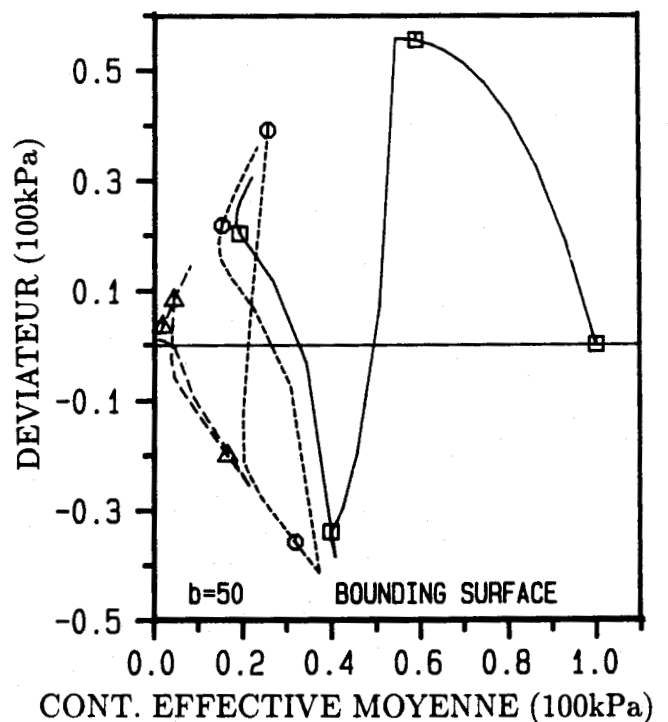
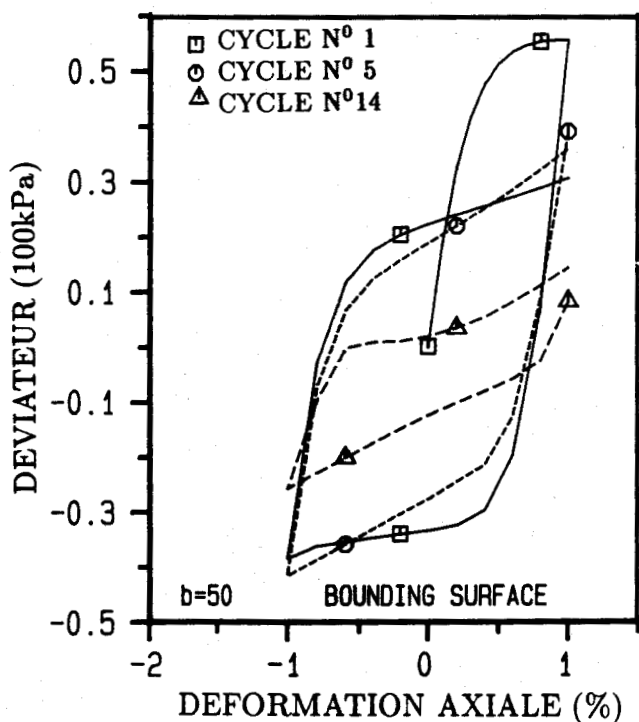


Figure 7.7 - Prédiction d'un essai triaxial cyclique non drainé à déformation imposée sur le sable lâche d'Hostun ( $p_c = 100kPa$ ) - Méthode de "Bounding Surface" -



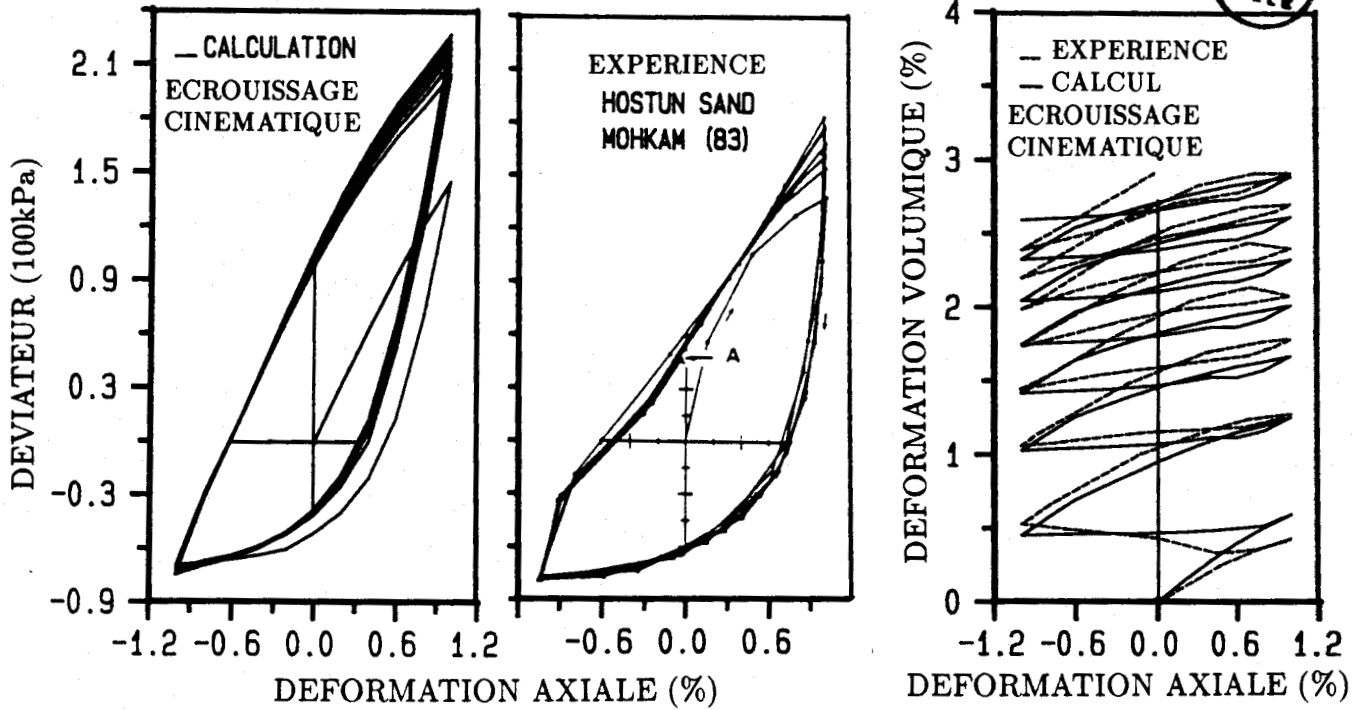


Figure 7.8 - Essai triaxial cyclique drainé à déformation imposée sur le sable lâche d'Hostun ( $p_c = 100kPa$ ) (Mohkam, 1983) - Méthode de l'écroissage cinématique -

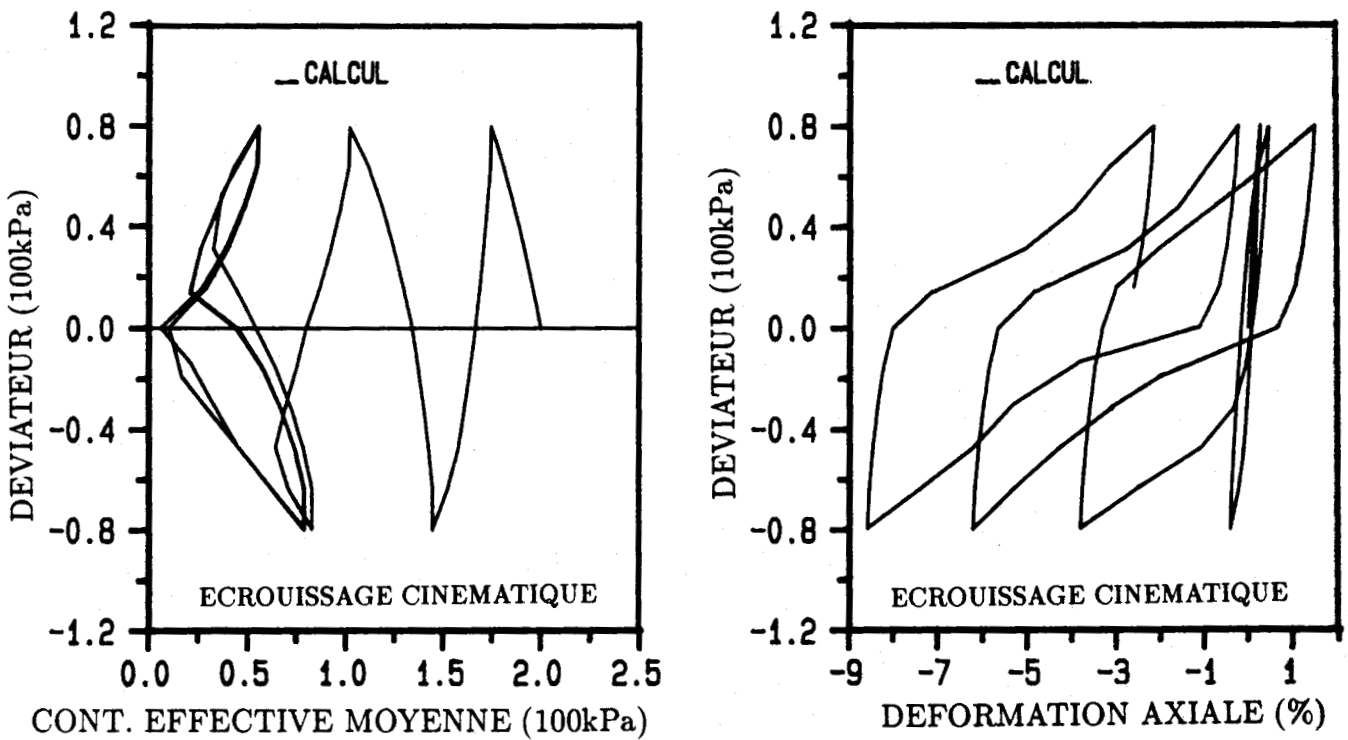


Figure 7.9 - Prédiction d'un essai triaxial alterné non drainé sur le sable lâche d'Hostun ( $p_c = 200kPa$ ) - Méthode de l'écroissage cinématique -

la figure 7.8, on peut constater qu'une bonne concordance est obtenue tant pour les courbes  $q - \epsilon_1$  que pour les courbes  $\epsilon_v - \epsilon_1$  comme celle dans l'approche de "Bounding Surface".

Quant à l'aspect non drainé, la prédiction obtenue sur le même essai donne qualitativement les mêmes résultats que celles de "Bounding Surface". Ici, on présente plutôt une prédiction réalisée sur un chemin alterné à contrainte imposée. La capacité du modèle à décrire la mobilité cyclique est mise en évidence dans la figure 7.9. On peut donc faire les mêmes remarques que celles déjà évoquées ci-dessus, mais, cette fois-ci, le temps de calcul est beaucoup réduit.

## Synthèse

En résumé, les prédictions du modèle sont satisfaisantes pour les chemins triaxiaux en compression. En particulier, les essais drainés et non drainés à contraintes de confinement variées sont bien reproduits avec le même jeu de paramètres, ce qui n'était pas le cas avec le modèle CYCLADE. La comparaison montre que les résultats obtenus sur le sable lâche sont meilleurs que ceux sur le sable dense, surtout pour la déformation volumique et la pression interstitielle. Les prédictions cycliques sont très encourageantes: elles montrent clairement que des phénomènes importants, comme la densification et la liquéfaction, peuvent être correctement traduits par le modèle. La première confrontation directe entre les deux schémas pour la modélisation cyclique donne les résultats quantitativement proches. Cependant, on remarque que l'approche de l'érouissage cinématique possède un avantage non négligeable par rapport à l'approche de "Bounding Surface" au niveau du temps de calcul. Par exemple, pour la simulation de l'essai drainé cyclique en déformation imposée ( $-1\%$ ,  $+1\%$ ) avec le même programme de chargement, le calcul avec l'approche de l'érouissage cinématique (figure 7.8) se déroule en seulement 1.42 minutes, tandis que l'approche de "Bounding Surface" (figure 7.5) nécessite 4.19 minutes, à cause de la recherche du point conjugué. De plus, lorsque le point conjugué se situe au voisinage de l'origine des contraintes (le cas non drainé, par exemple), la procédure de cette recherche est difficile à mettre en oeuvre.

### 7.2.2 Essais de Thanopoulos sur le sable dense d'Hostun

Il s'agit d'essais triaxiaux drainés comportant 200 cycles à contraintes imposées en compression sur du sable très dense ( $e = 0.45 \sim 0.46$ ) (Thanopoulos, 1981). L'objet de ces simulations vise essentiellement le traitement du grand nombre de cycles, Il convient de noter que, tant au niveau rhéologique (homogène) qu'au niveau de l'ouvrage, la réponse à une telle sollicitation est caractérisée par une lente évolution des déformations (ou de déplacements) dont la description est généralement plus significative que celle des déformations (ou de déplacements) instantanées au cours d'un cycle.

On dispose pour cette densité de deux essais drainés monotones ( $50kPa$  et  $200kPa$ ) qui ont permis la détermination d'un jeu de paramètres (figure 7.10). Comme on ne dispose pas de renseignements précis sur les premiers cycles des essais à modéliser, les paramètres cycliques sont estimés empiriquement d'après les expériences faites sur

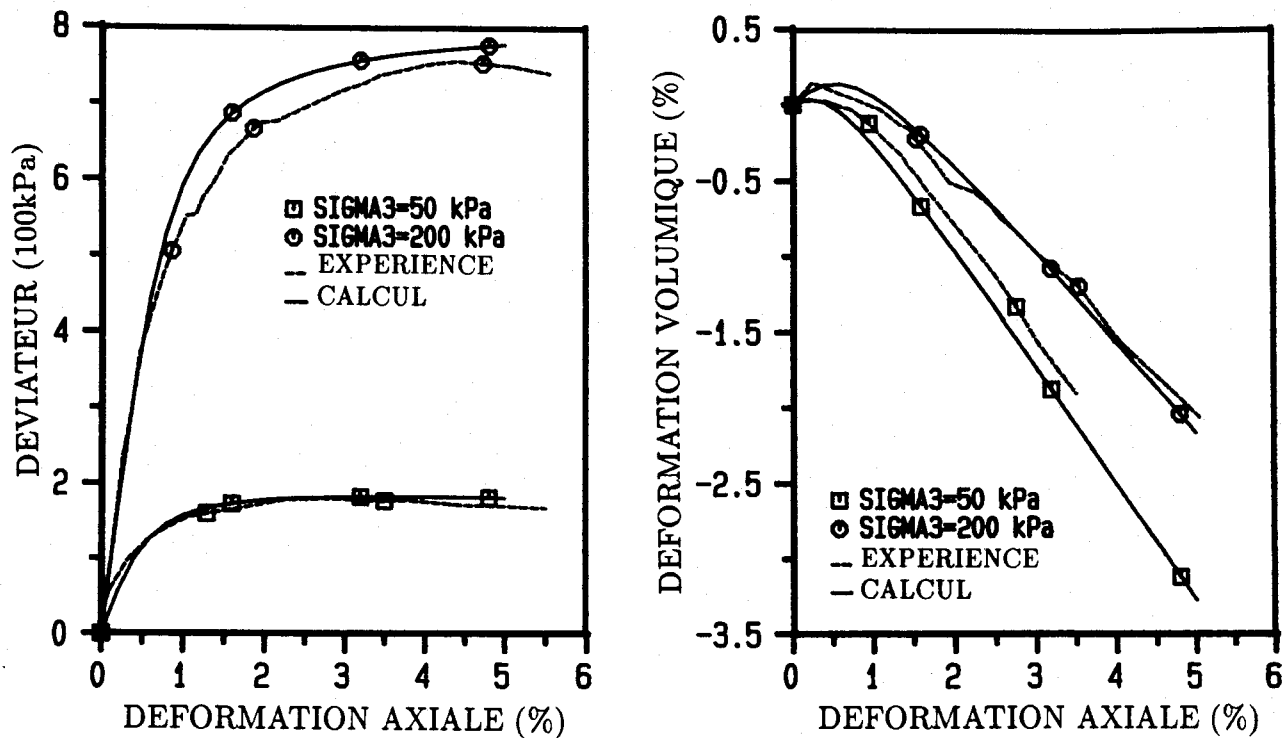


Figure 7.10 - Essais drainés triaxiaux (Thanopoulos, 1981) utilisés pour l'identification des paramètres du modèle sur le sable dense d'Hostun

Tableau 7.3 : Jeu des paramètres pour les essais de Thanopoulos

Paramètre	$E_0$	$\nu$	$n$	$\phi_f$	$\phi_g$	$m$	$\eta_g$	$a_0$	$\alpha$	$H_c$	$H_e$	$b$	$c$
B.S.	1500.	0.28	0.4	42.	23.	0.0	0.55	0.002	0.001	1500	1200	100	
E.C.	1500.	0.28	0.4	42.	23.	0.0	0.55	0.002	0.001			300	50

les essais de Mohkam (Tableau 7.3).

Afin d'examiner la réponse du modèle pour plusieurs amplitudes du cyclage, deux essais drainés cycliques, l'un répété ( $q_+ = 400kPa, q_- = 0kPa$ ) et l'autre ondulé ( $q_+ = 600kPa, q_- = 200kPa$ ), ont été simulés. La contrainte de confinement est égale à  $200kPa$ .

#### • L'approche de l'écroûissage cinématique à mémoire discrète

Il est intéressant de noter que, au cours du cyclage, le modèle reproduit bien les effets d'hystérésis correspondants, c'est-à-dire la boucle d'hystérésis, bien nette pour l'essai répété (figure 7.11) avec un redressement des modules tangents au début de chaque cycle, et moins visible pour l'essai ondulé (figure 7.12). Dans les deux cas, on observe une bonne description de l'évolution des déformations axiales au cours de la première dizaine de cycles, mais, quand le nombre de cycles augmente, le modèle n'arrive plus à freiner l'évolution de la déformation axiale et donne un trop grand compactage.

#### • L'approche de "Bounding Surface"

La figure 7.13 présente le résultat de simulation de l'essai ondulé. Seuls, les 3 premiers cycles ont été dépouillés pour comprendre l'effet du rochet obtenu. Au déchargement, la contrainte actuelle est loin du point conjugué de telle sorte que le modèle se comporte presque élastiquement selon la loi d'interpolation. Par contre, le module plastique au rechargement est interpolé par la distance assez courte entre le point de recharge et le point conjugué situé sur la surface isotrope. Puisque cette distance au rechargement augmente à mesure que la surface isotrope se dilate, on obtiendra un léger redressement du module avec les cycles. Ce redressement est à l'origine de la mauvaise simulation de l'essai répété (figure 7.14). Tout se passe très bien au début: la boucle d'hystérésis est bien nette, le resserrement des cycles a lieu au fur et à mesure (figure 7.15). Mais après 3 cycles, le redressement au rechargement conduit les cycles à se déplacer vers la gauche au lieu de la droite (courbe  $\epsilon_1 - q$ ). La déformation axiale cumulée à 20 cycles se retrouve négative, ce qui contredit évidemment l'observation expérimentale.

### Synthèse

En résumé, la validation réalisée jusqu'ici montre la capacité prédictive du modèle avec les deux approches de modélisation cyclique sur des chemins de sollicitations triaxiaux. A partir des comparaisons expérimentales, et, compte tenu des choix fonctionnels effectués, on peut remarquer que le schéma de l'écroûissage cinématique à mémoire discrète est meilleur que le schéma "Bounding Surface" mis en défaut sur des chemins simples. En revanche, le domaine de validité du modèle doit être plus complètement examiné. Nous nous concentrons, dans la suite, sur le schéma de l'écroûissage cinématique pour la modélisation non-monotone.

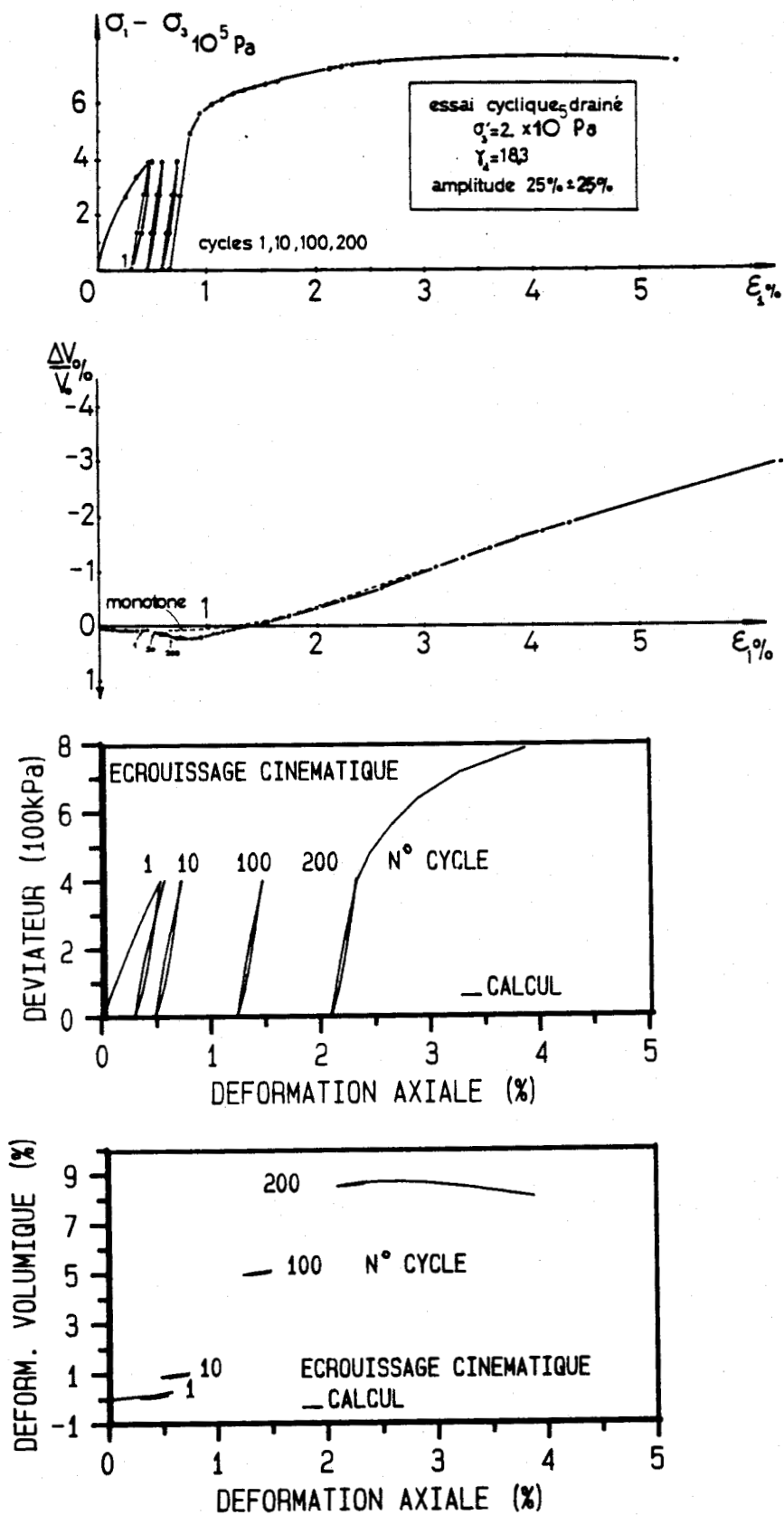


Figure 7.11 - Essai drainé répété ( $q_+ = 400kPa, q_- = 0kPa$ ) sur le sable dense d'Hostun ( $p_c = 200kPa$ ) (Thanopoulos, 1981) - Méthode de l'écroissage cinématique -

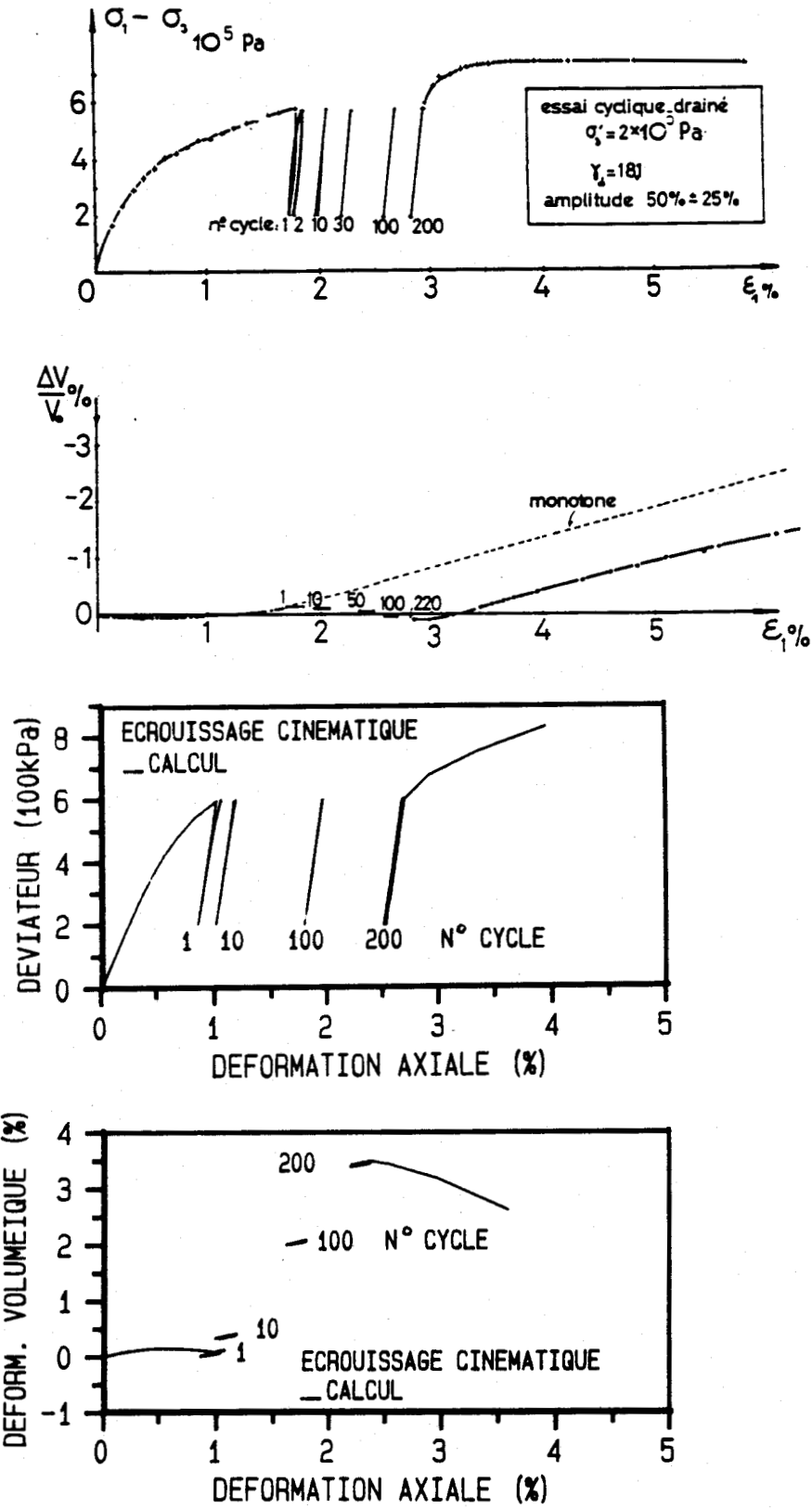


Figure 7.12 - Essai drainé ondulé ( $q_+ = 600kPa$ ,  $q_- = 200kPa$ ) sur le sable dense d'Hostun ( $p_c = 200kPa$ ) (Thanopoulos, 1981) - Méthode de l'écroissage cinématique -

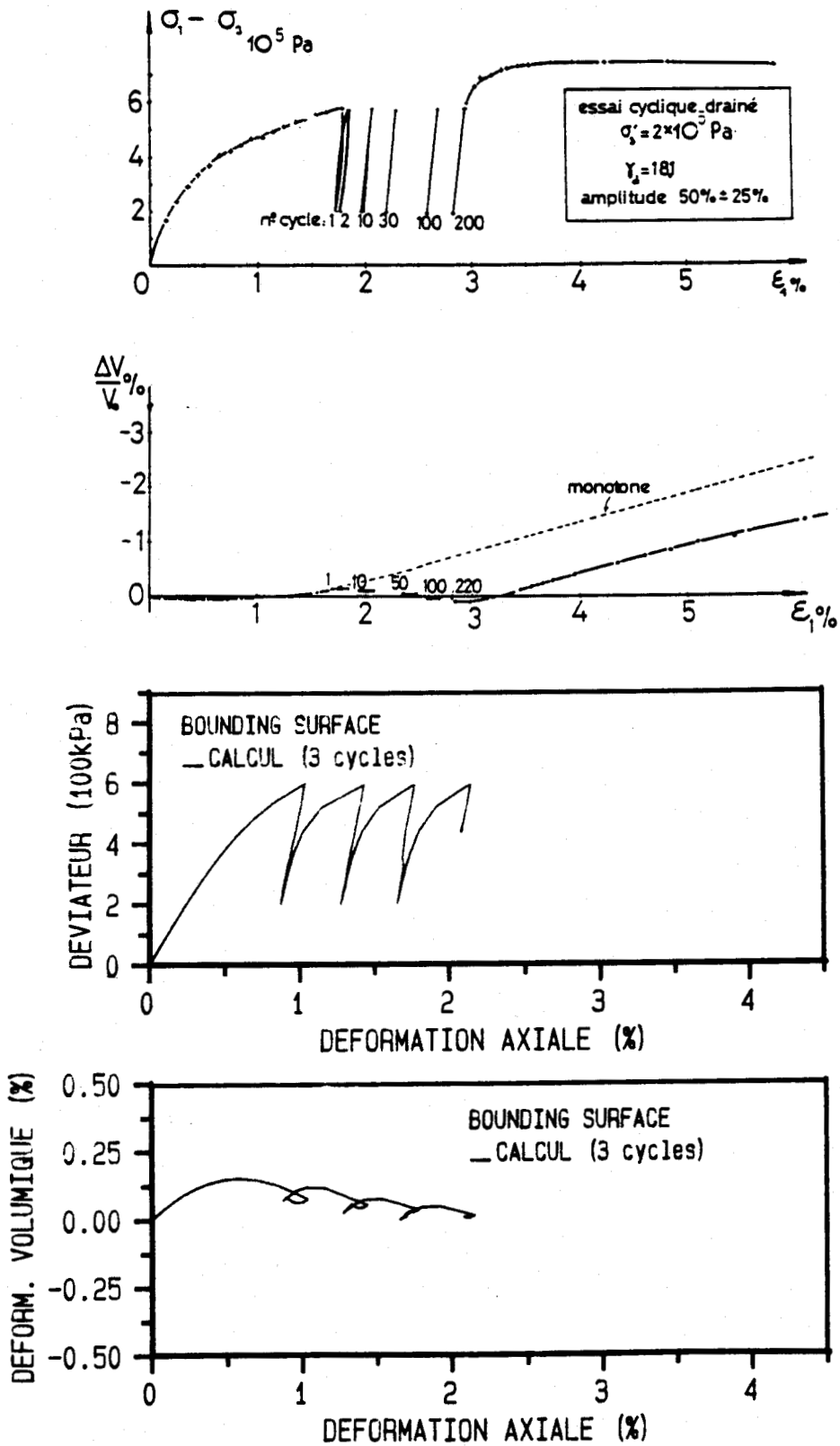


Figure 7.13 - Essai drainé ondulé ( $q_+ = 600kPa, q_- = 200kPa$ ) sur le sable dense d'Hostun ( $p_c = 200kPa$ ) (Thanopoulos, 1981) - Méthode de "Bounding Surface" -

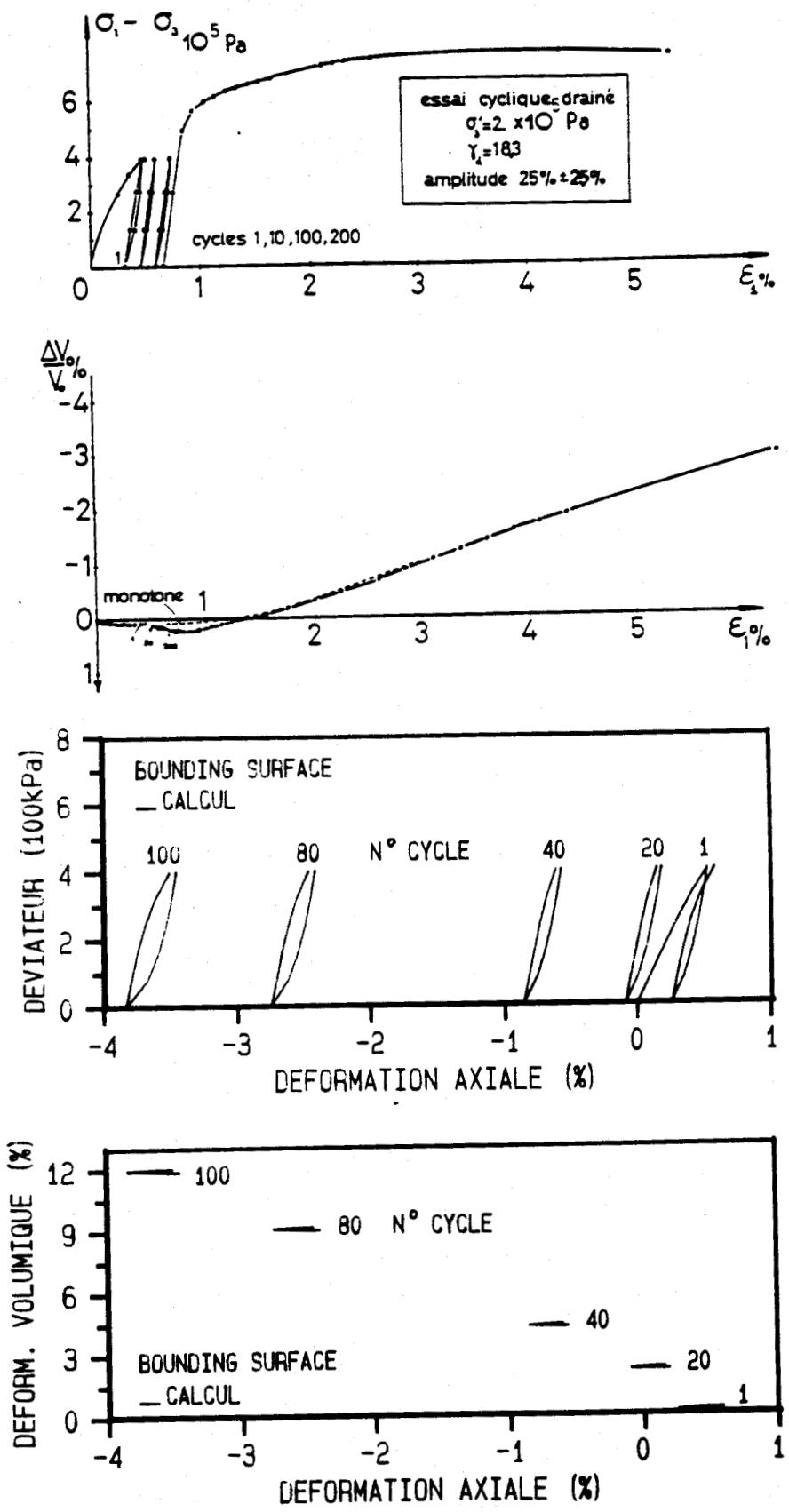


Figure 7.14 - Essai drainé répété ( $q_+ = 400 \text{ kPa}$ ,  $q_- = 0 \text{ kPa}$ ) sur le sable dense d'Hostun ( $p_c = 200 \text{ kPa}$ ) (Thanopoulos, 1981) - Méthode de "Bounding Surface" -



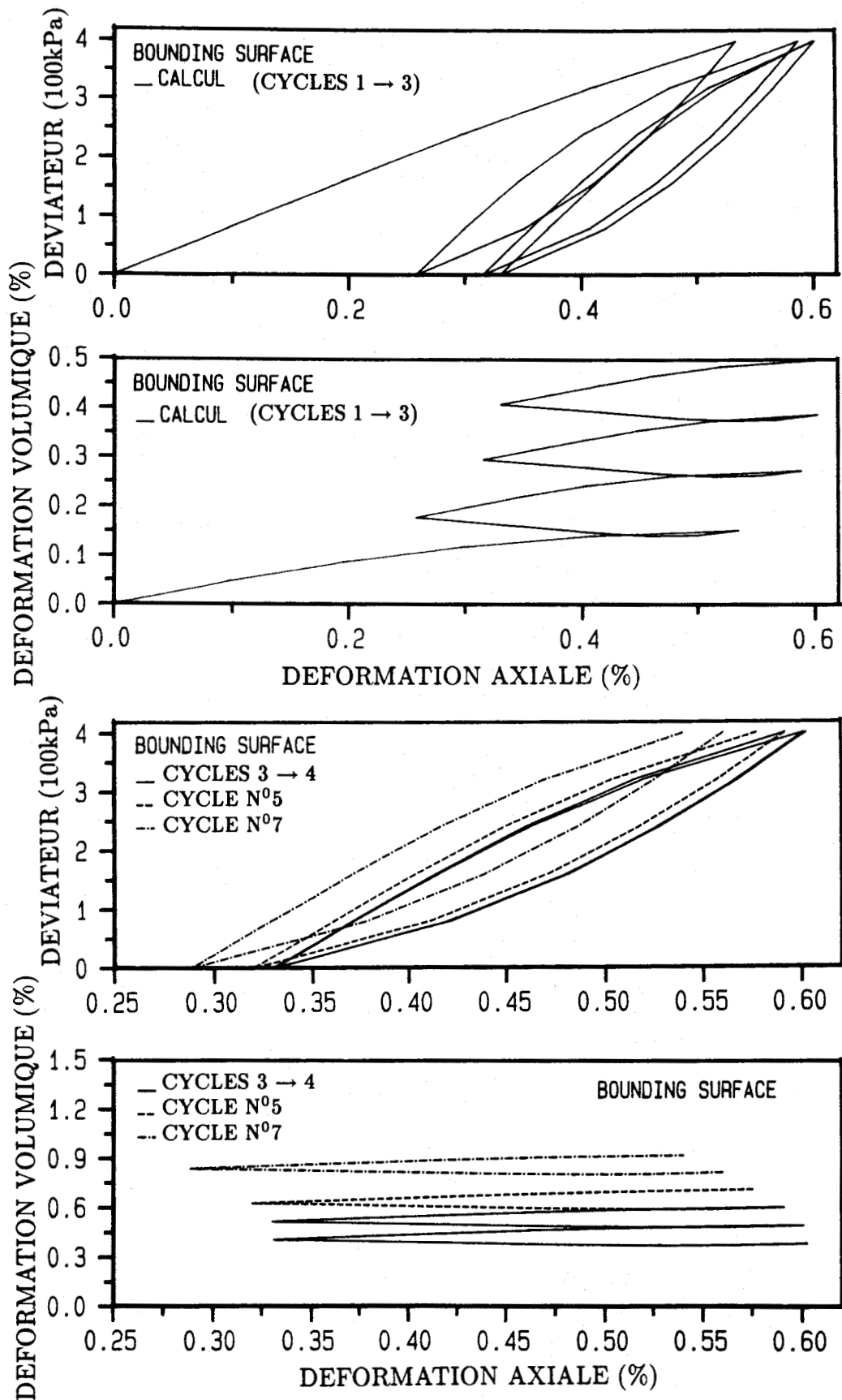


Figure 7.15 - Dépouillement détaillé de quelques cycles pour la simulation de l'essai drainé répété ( $q_+ = 400kPa, q_- = 0kPa$ ) - Méthode de "Bounding Surface" -



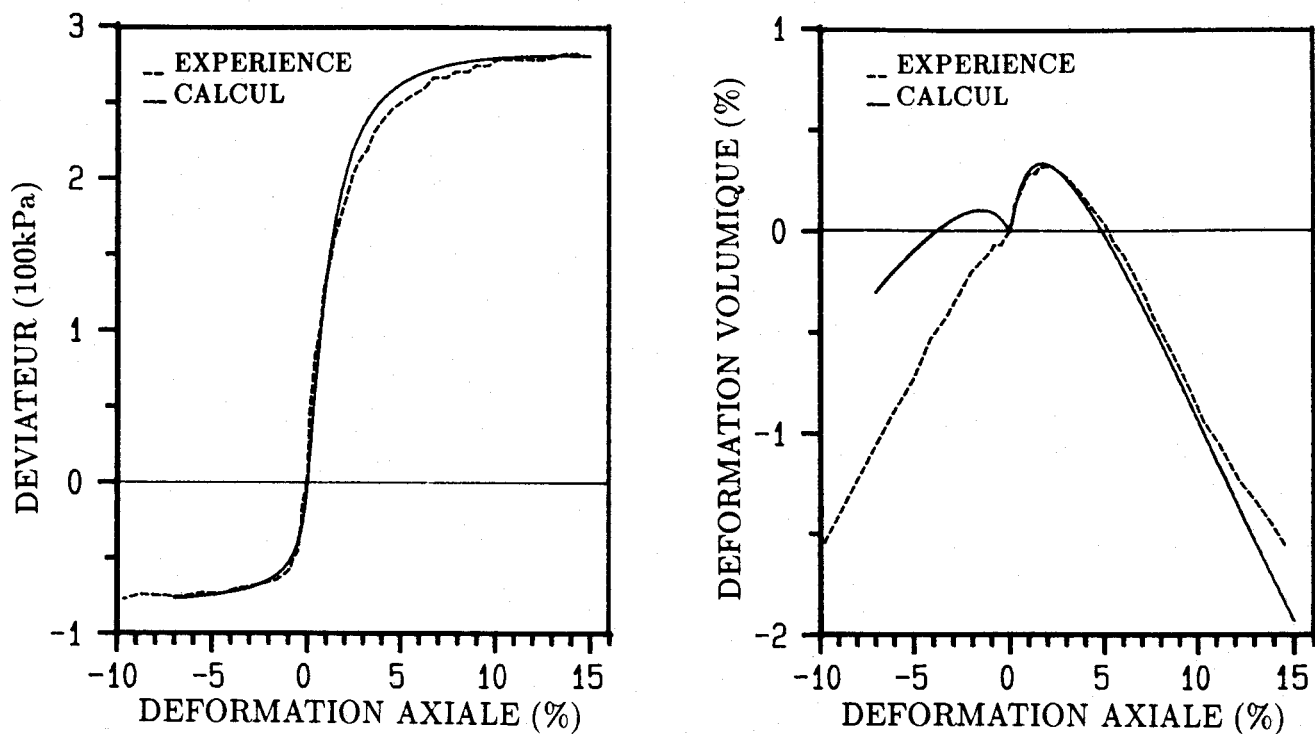


Figure 7.16 - Essais drainés triaxiaux (Doanh, 1986) utilisés pour l'identification des paramètres du modèle sur le sable moyen d'Hostun

Tableau 7.4 : Jeu des paramètres pour les essais de Doanh

Paramètre	$E_0$	$\nu$	$n$	$\phi_f$	$\phi_g$	$m$	$\eta_g$	$a_0$	$\alpha$	$b$	$c$
E.C.	938.	0.3	0.7	39.	30.	0.07	0.44	0.007	0.006	200	25

### 7.2.3 Essais de Doanh sur le sable moyen d'Hostun

Il s'agit d'essais triaxiaux drainés de chargement cyclique, caractérisés par des chemins de contrainte circulaires dans le plan triaxial ( $\sigma_1 - \sqrt{2}\sigma_2$ ) sur le sable moyen d'Hostun ( $e = 0.64 \sim 0.66$ ) (Doanh, 1986).

Le programme de chargement est illustré sur la figure 7.17(a). A partir d'un état isotrope  $100kPa$ , l'échantillon a été chargé suivant un chemin triaxial de compression conventionnel jusqu'à un déviateur de  $75kPa$  ( $A - B$ ), puis, on lui applique cycliquement le chemin de contrainte circulaire suivant le sens anti-trigonométrique ( $B - D - F - H - B$ ). En variant simultanément la contrainte verticale  $\sigma_1$  et la contrainte radiale  $\sigma_2$ , ce chemin de contrainte circulaire permet une non-coïncidence entre la direction de contraintes et la direction de l'incrément de contraintes et produit une rotation continue de la direction de l'incrément de contraintes de  $0^\circ$  à  $360^\circ$  dans le plan triaxial.

Les paramètres sont déterminés à partir d'un essai en compression triaxiale ( $100kPa$ ) fourni par Doanh (Tableau 7.4). Puis, on simule l'essai en extension avec ce jeu de paramètres.

La figure 7.16 montre la bonne concordance entre le calcul pour l'identification des paramètres et l'expérience. On constate, en particulier, que le modèle reproduit correctement l'évolution de l'écroutissage et la résistance maximale tant en compression qu'en extension.

La figure 7.17(b) présente la prédiction du modèle sur le chemin circulaire. On peut remarquer que l'allure globale de l'essai est correctement reproduite pour la courbe  $q - \epsilon_1$ , mais qu'une différence quantitative est constatée avec les mesures de déformation du côté de l'extension au cours du premier cycle, à savoir pour la partie du chemin de contrainte ( $E - F$ ) où le modèle donne une déformation plastique excessive, tandis que la courbe de l'essai manifeste un comportement complètement élastique.

Pour bien comprendre cette différence qualitative, nous avons dépouillé le chemin de contrainte imposé en déviateur  $|q|$  et le niveau de contrainte  $|q/p|$  sur la figure 7.17(a). Au cours du chemin ( $D - E$ ), l'écroutissage évolue du fait que  $|q|$  et  $|q/p|$  augmentent en même temps. Le modèle donne une réponse proche de l'état de la résistance maximale au voisinage du point  $E$  si on compare le déviateur  $q$  avec celui en extension monotone (figure 7.16). Lorsque le chemin de contrainte va de  $E$  à  $F$  où le déviateur  $|q|$  diminue tandis que le niveau de contrainte  $|q/p|$  continue à augmenter, le modèle proposé se comporte comme tous ceux qui utilisent le concept classique de mécanique de sol: la surface de charge (de type conique) évolue en fonction du niveau de contrainte  $|q/p|$  plutôt que du déviateur  $|q|$  dans le plan  $p - q$ . Ainsi, comme  $|q/p|$  est croissant, le modèle continue à écrouter le sol jusqu'à arriver à un état proche de la plasticité parfaite, et donc, il est logique qu'il produise une déformation assez importante sur le chemin  $E - F$ . Lorsque la contrainte dépasse le point  $F$  vers  $G$ , un comportement élastique est prédit correctement par le modèle, puisque la décroissance de  $q/p$  est suivie d'une décharge même pour la surface cinématique du mécanisme déviatorique.

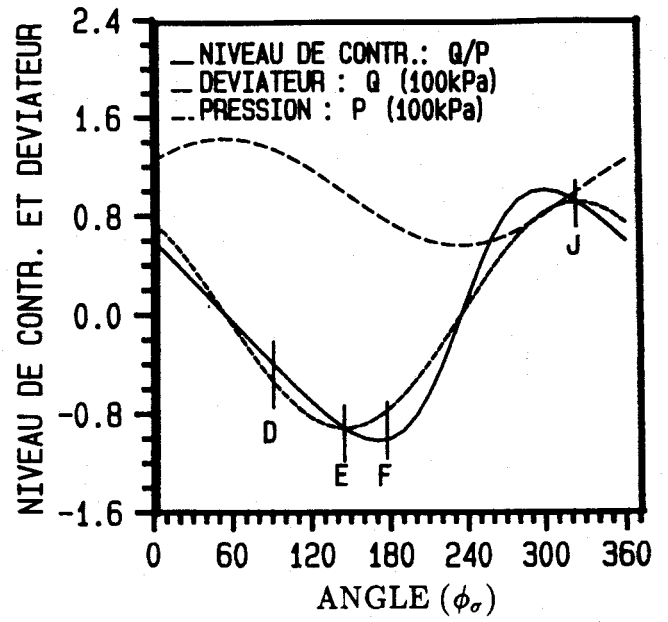
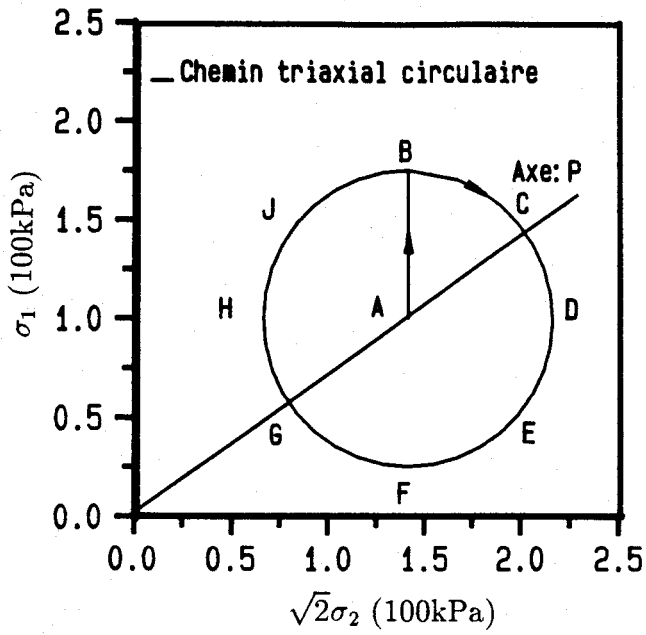


Figure 7.17(a) - Chemin des contraintes circulaire dans le plan triaxial

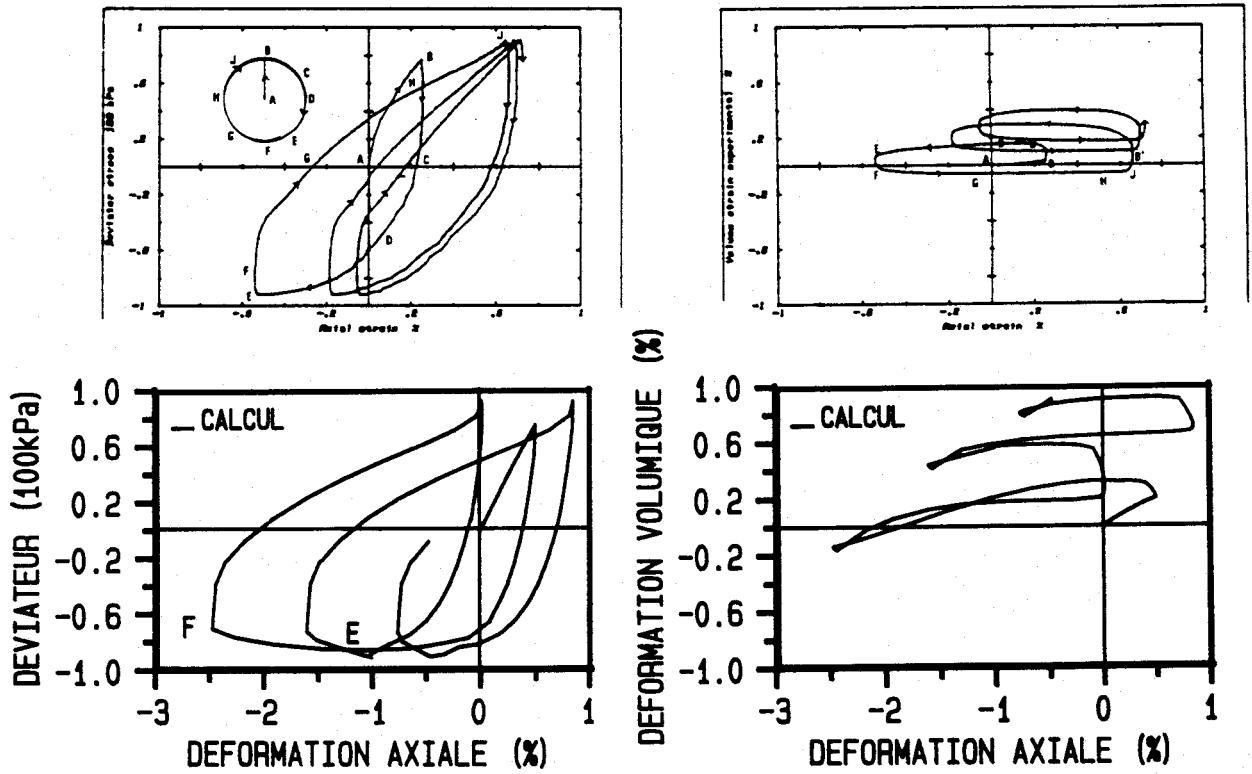


Figure 7.17(b) - Essai triaxial circulaire sur le sable moyen d'Hostun (Doanh, 1986)

Cette analyse théorique montre que le modèle se comporte comme prévu pour le chemin de contrainte imposé.

#### 7.2.4 Essais de Yamada sur le sable de Fuji River

Il s'agit d'essais tri-dimensionnels de chargements monotone et cyclique sur le sable lâche de Fuji River ( $e = 0.83 \sim 0.85$ ). La contrainte de confinement est égale à  $98kPa$ .

##### Essais monotones

Les essais sont caractérisés par des chemins de contrainte radiaux dans le plan déviatorique avec un angle de Lode constant au cours du chargement (Yamada et Ishihara, 1979; 1981). En outre, lors de chaque chemin de sollicitation, la contrainte effective moyenne  $p$  est constante pour le cas drainé, ou bien la pression totale  $p^t$  est bloquée pour le cas non drainé.

La figure 7.18(a)(b) montre la contrainte dans le plan déviatorique. L'ensemble des chemins de contrainte des essais est illustré sur la figure 7.18(c). Du fait que le comportement du modèle est isotrope vis-à-vis du chargement monotone, nous n'avons envisagé que cinq chemins de contrainte à tester, à savoir  $\theta = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ . Ces chemins radiaux permettent de bien tester le modèle car, à l'exception du chemin triaxial de compression non drainée, lorsque l'angle de Lode  $\theta$  augmente, les chemins s'écartent sensiblement du chemin de calage ( $\theta = 0^\circ$ ). Ces essais contiennent une gamme de chemins très étendue et constituent donc un test intéressant pour l'examen de la performance tri-dimensionnelle d'un modèle rhéologique. En effet, ils permettent:

- d'examiner le rôle du mécanisme déviatorique. Puisque le déchargement pour le mécanisme volumique est considéré élastique, seul le mécanisme déviatorique est actif que ce soit en condition drainée ( $dp = 0$ ) ou en non drainée ( $dp^t = 0$ );
- d'examiner la capacité prédictive pour les contraintes de confinement relativement faibles;
- de justifier le rôle de la contrainte principale intermédiaire dans le modèle;
- de confirmer, dans le plan tri-dimensionnel, les résultats triaxiaux déjà obtenus à partir des essais de Mohkam: bonne prédiction des essais aussi bien drainés que non drainés avec un jeu de paramètres unique. Ceci était, en fait, l'un de nos objectifs initiaux.

A partir des simulations illustrées sur la figure 7.19 jusqu'à la figure 7.23, on peut constater que les essais drainés et non drainés sont bien reproduits. La prédiction est satisfaisante pour le chemin de contrainte en extension ( $\theta = 60^\circ$ ). Une bonne concordance est également obtenue pour le chemin  $\theta = 30^\circ$  (figure 7.21) correspondant à la condition de déformation plane, laquelle est souvent utilisée dans le calcul par éléments finis en géotechnique.

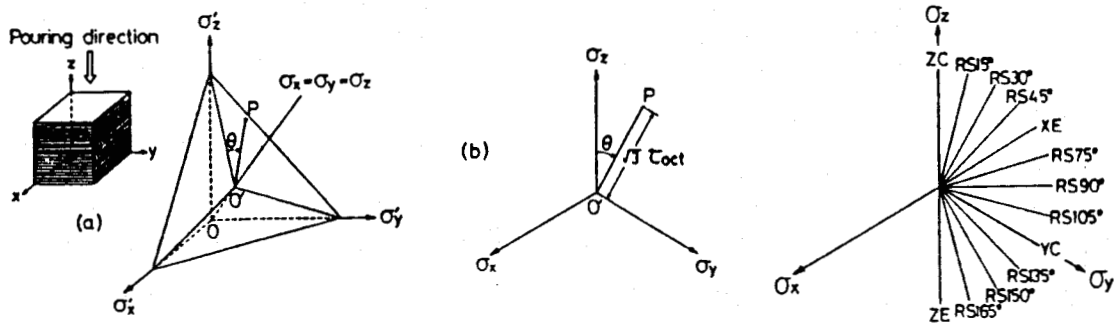


Figure 7.18 - (a) et (b) Présentation de contraintes dans le plan déviatorique;  
 (c) Chemins de chargement utilisés dans les essais de Yamada et al (1979, 1981)

Tableau 7.5 : Jeu des paramètres pour les essais de Yamada et al

Paramètre	$E_0$	$\nu$	$n$	$\phi_f$	$\phi_g$	$m$	$\eta_g$	$a_0$	$\alpha$	$b$	$c$
E.C.	210.	0.31	0.7	43.	36.	0.6	0.80	0.0038	0.0128	600	50

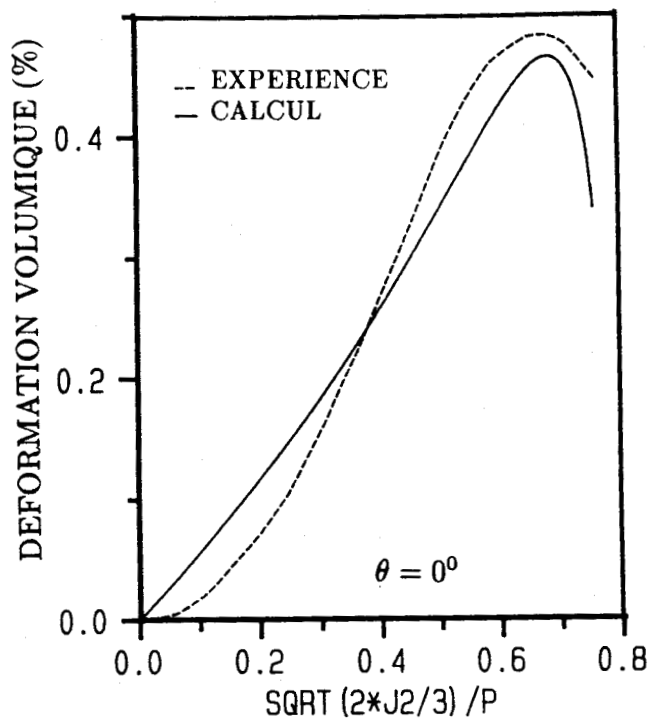
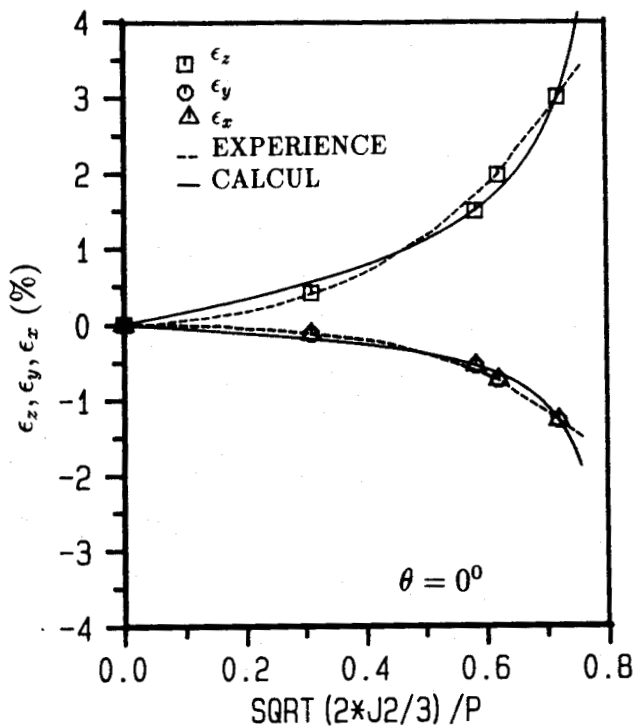


Figure 7.19(a) - Essai drainé tri-dimensionnel ( $\theta = 0^\circ$ ) utilisés pour l'identification des paramètres monotones du modèle sur le sable lâche de Fuji River (Yamada et Ishihara, 1979)

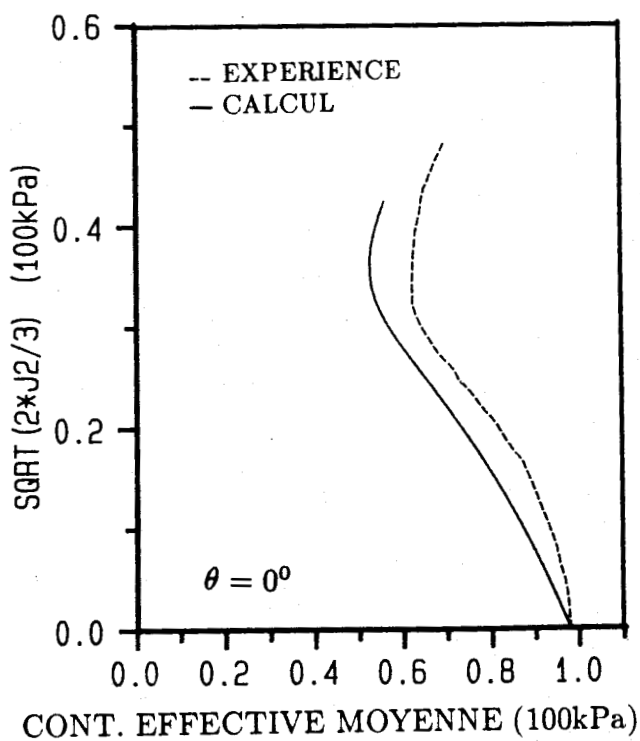
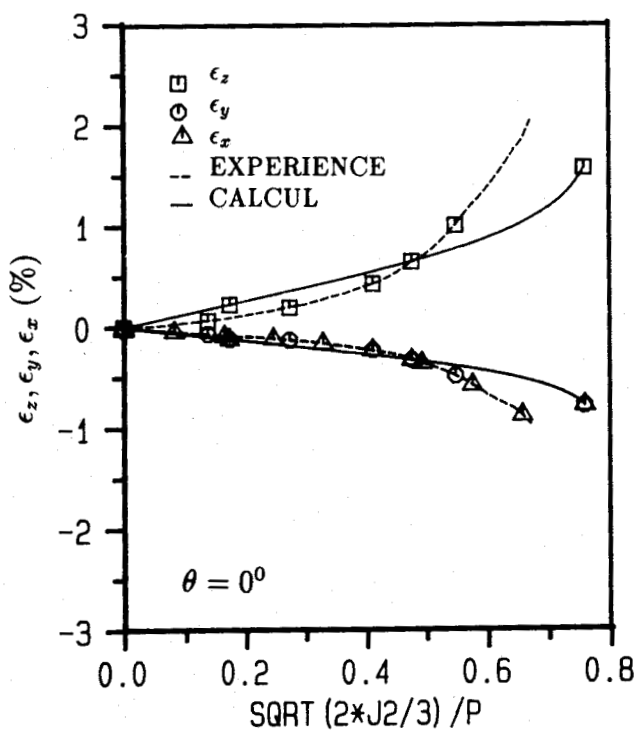


Figure 7.19(b) - Essai non drainé tri-dimensionnel River ( $\theta = 0^\circ$ ) sur le sable lâche de Fuji River (Yamada et Ishihara, 1981)



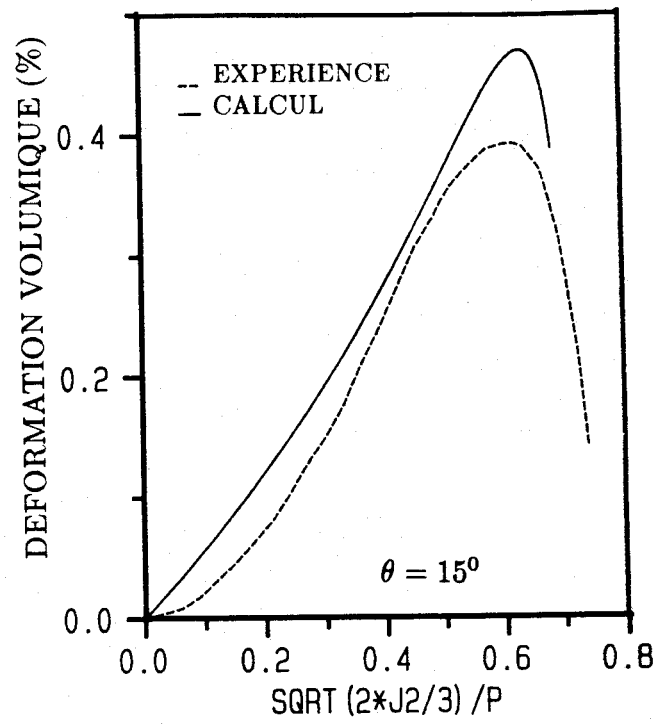
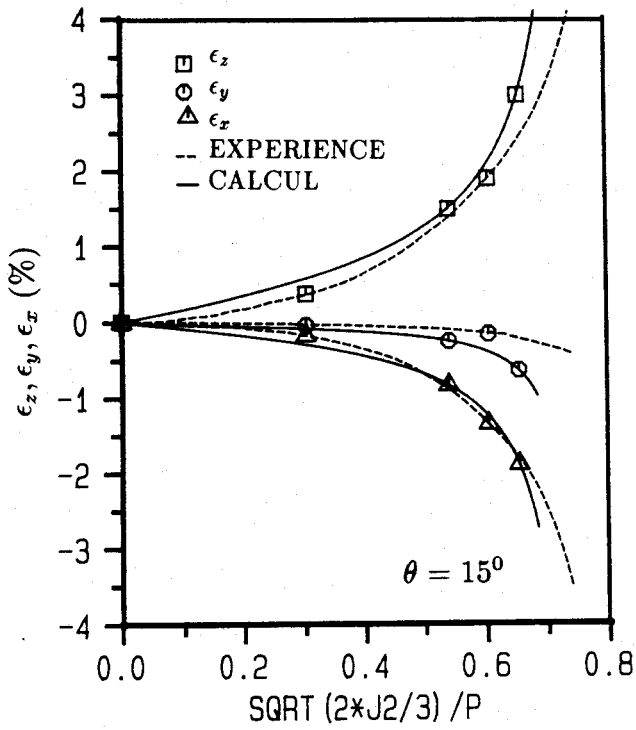


Figure 7.20(a) - Essai drainé tri-dimensionnel ( $\theta = 15^\circ$ ) sur le sable lâche de Fuji River (Yamada et Ishihara, 1979)

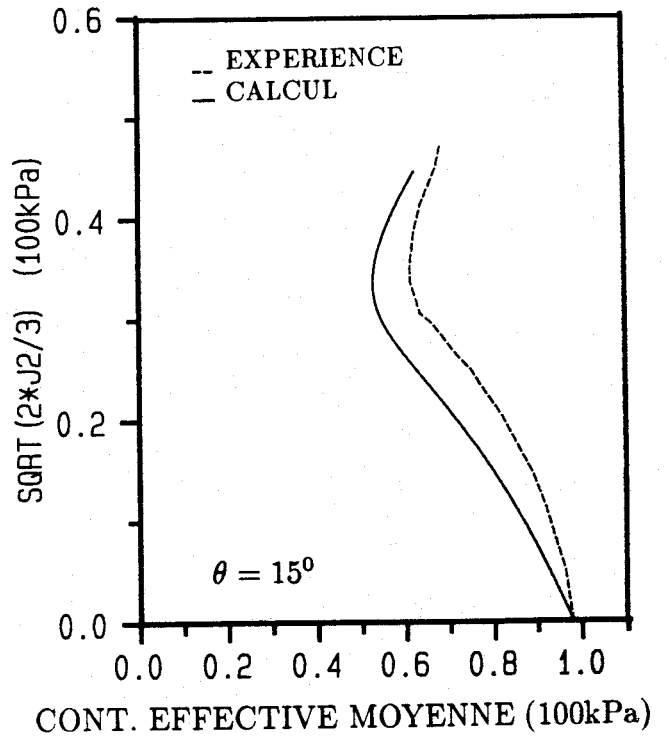
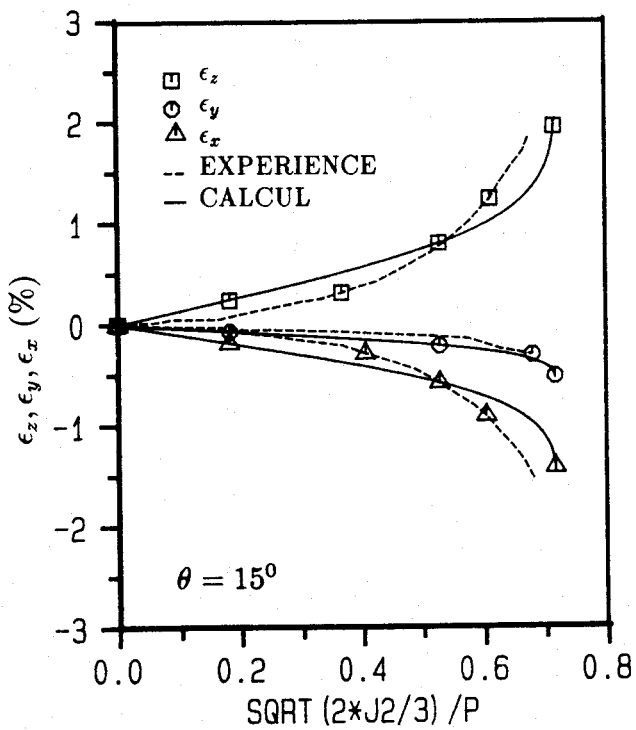


Figure 7.20(b) - Essai non drainé tri-dimensionnel ( $\theta = 15^\circ$ ) sur le sable lâche de Fuji River (Yamada et Ishihara, 1981)

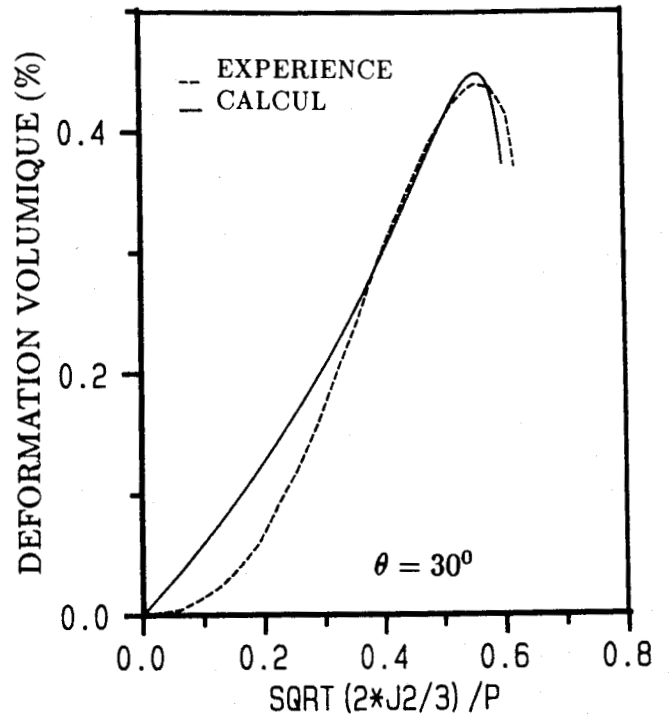
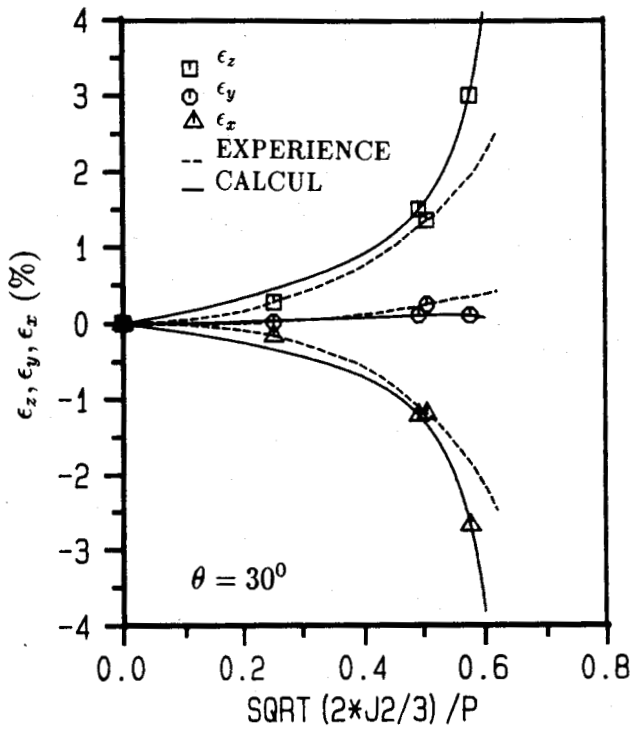


Figure 7.21(a) - Essai drainé tri-dimensionnel ( $\theta = 30^\circ$ ) sur le sable lâche de Fuji River (Yamada et Ishihara, 1979)

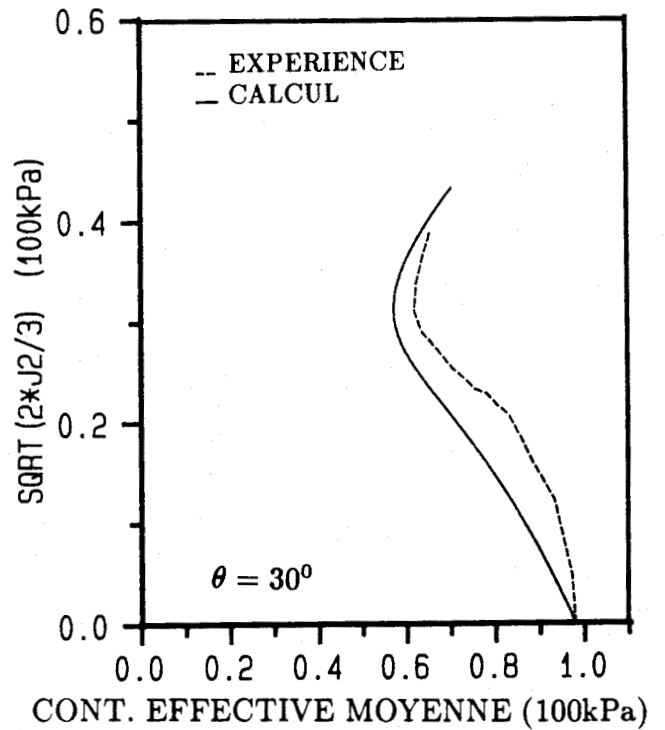
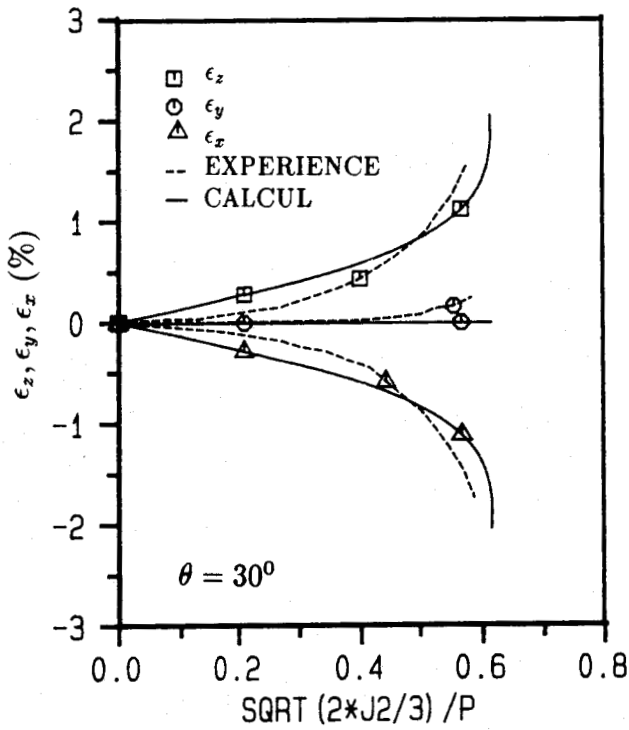


Figure 7.21(b) - Essai non drainé tri-dimensionnel ( $\theta = 30^\circ$ ) sur le sable lâche de Fuji River (Yamada et Ishihara, 1981)

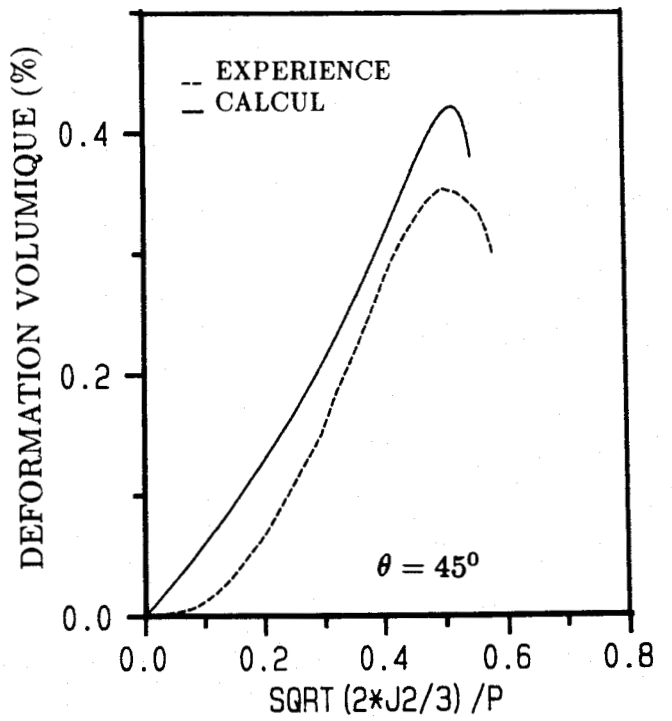
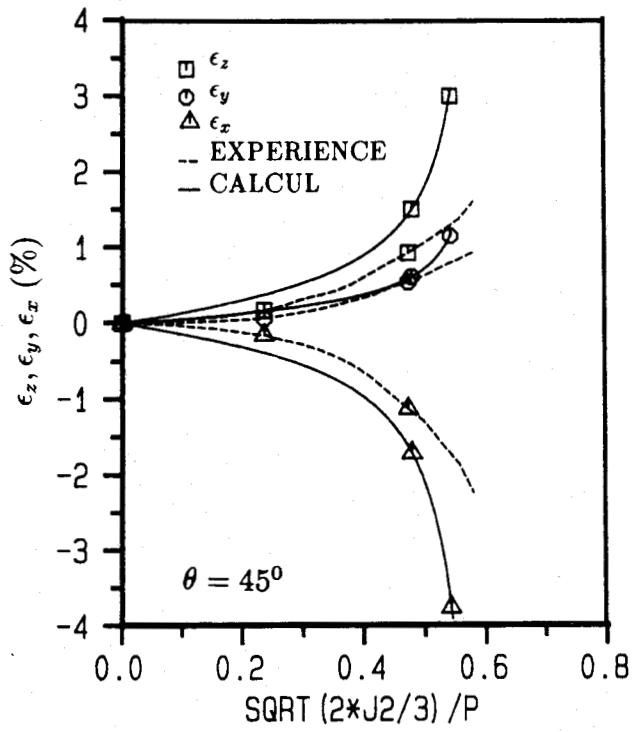


Figure 7.22(a) - Essai drainé tri-dimensionnel ( $\theta = 45^\circ$ ) sur le sable lâche de Fuji River (Yamada et Ishihara, 1979)

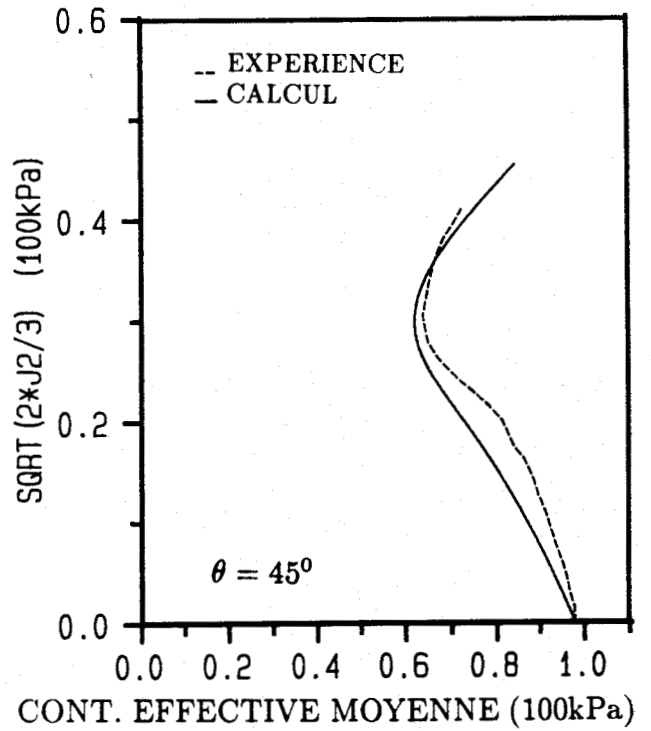
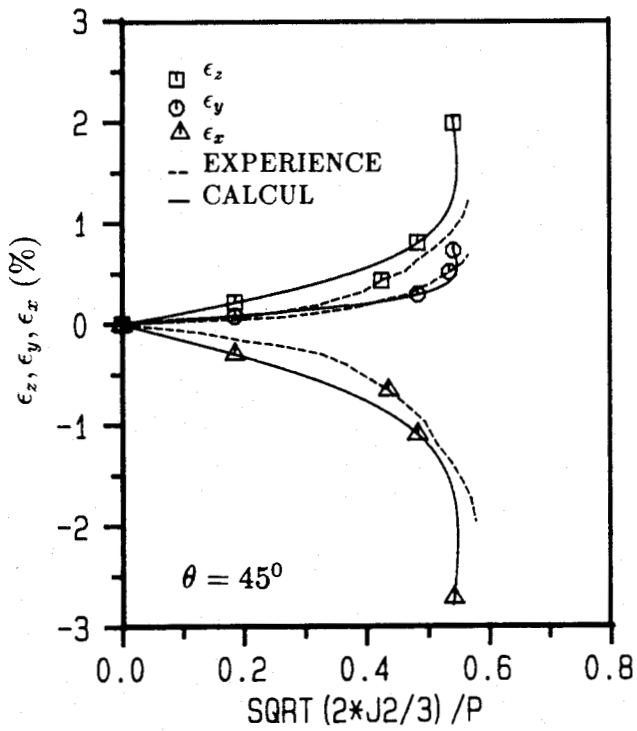


Figure 7.22(b) - Essai non drainé tri-dimensionnel ( $\theta = 45^\circ$ ) sur le sable lâche de Fuji River (Yamada et Ishihara, 1981)

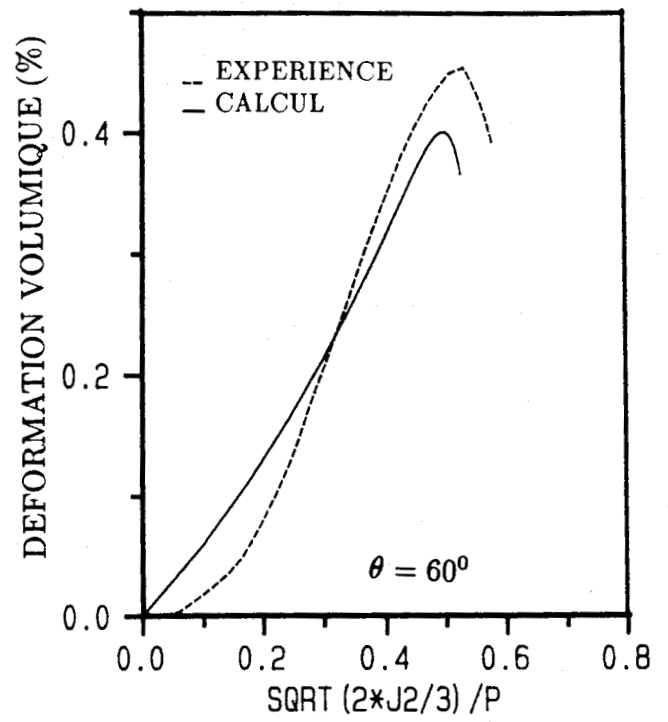
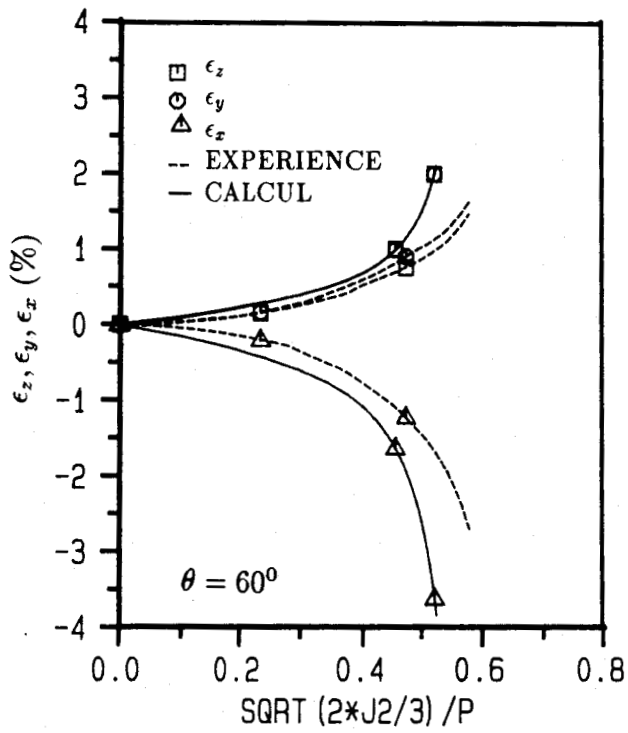


Figure 7.23(a) - Essai drainé tri-dimensionnel ( $\theta = 60^\circ$ ) sur le sable lâche de Fuji River (Yamada et Ishihara, 1979)

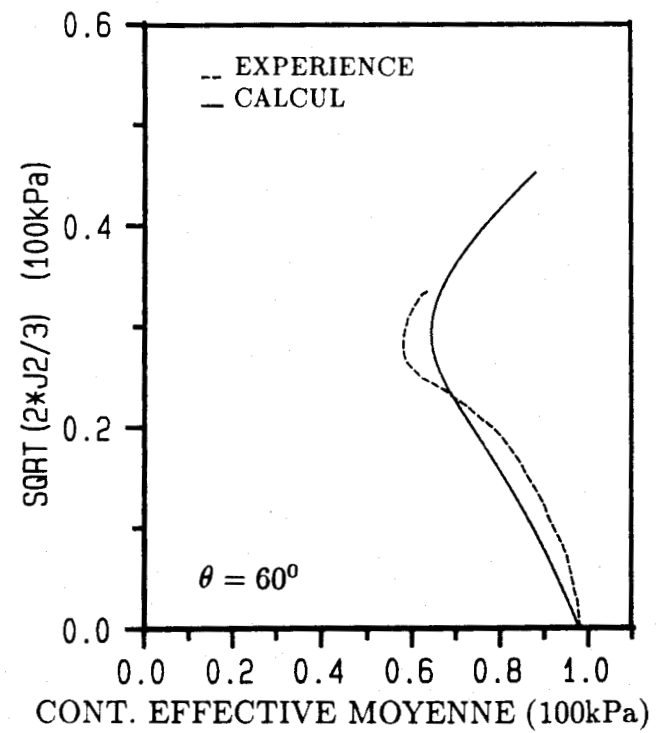
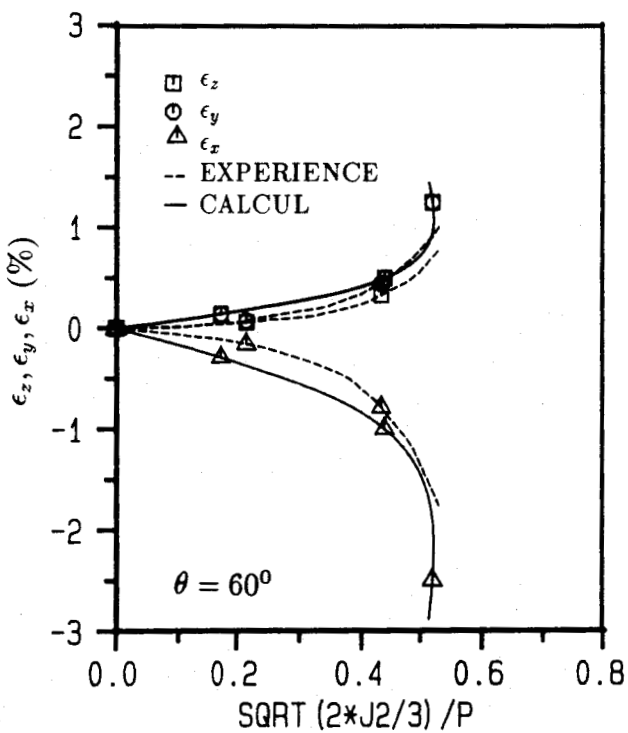


Figure 7.23(b) - Essai non drainé tri-dimensionnel ( $\theta = 60^\circ$ ) sur le sable lâche de Fuji River (Yamada et Ishihara, 1981)

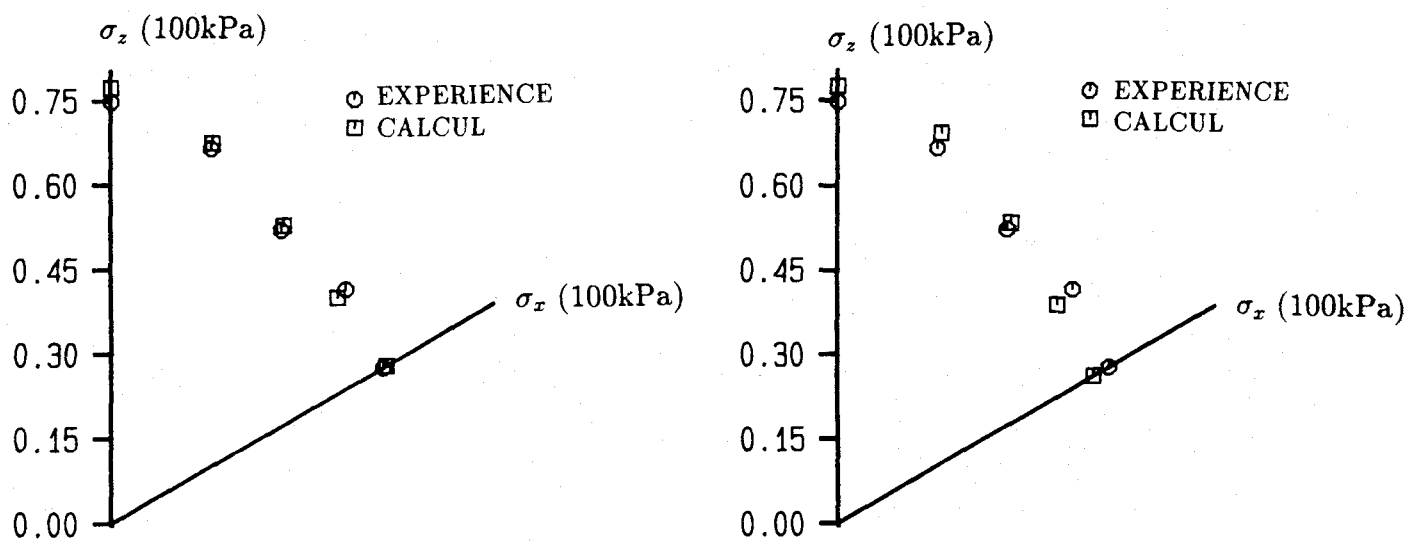


Figure 7.24 - Etats maximaux de contrainte dans le plan déviatorique sur le sable lâche de Fuji River:  
 (a) dans les essais drainés, (b) dans les essais non drainés

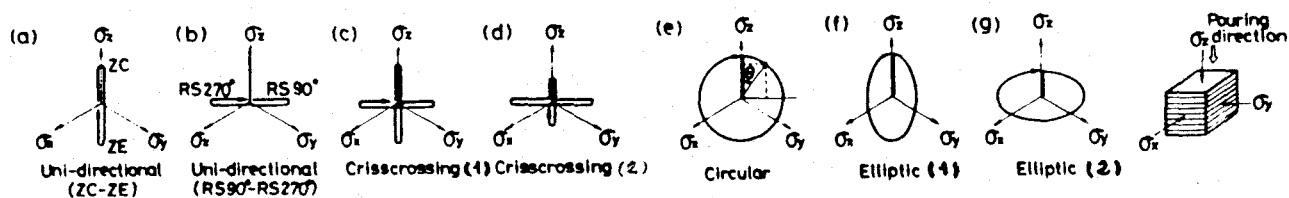


Figure 7.25 - Chemins de chargement multi-directionnels dans les essais de Yamada et Ishihara (1983)

Les comparaisons expérimentales des états maximaux de contrainte pour les cas drainé (figure 7.24(a)) et non drainé (figure 7.24(b)) sont également en bon accord, ce qui montre que le critère de rupture correspond bien à la réalité. Par contre, on peut constater que le critère de Mohr-Coulomb, qui néglige le rôle de la contrainte principale intermédiaire, sous-estime la résistance du sol lorsque  $\theta$  est différent de zéro, surtout dans la zone  $30^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$ .

### Essais non-monotones

Il s'agit d'essais non-monotones en condition non drainée avec  $p^t$  constante au cours du chargement (Yamada et Ishihara, 1983), dont le but est de simuler l'effet local des séismes. La contrainte effective moyenne  $p$  dans ces essais est déterminée par la mesure de la pression interstitielle. A travers ces essais, on peut étudier le phénomène important de *liquéfaction* lorsque le sable est soumis à une sollicitation cyclique variable en intensité et en direction. Dans ces essais, l'application de trois contraintes principales est contrôlée de manière à obtenir n'importe quel chemin de chargement dans le plan déviatorique. Les chemins de contrainte employés sont présentés sur la figure 7.25. Ils comprennent des chemins uni-directionnels, des chemins entrecroisés et des chemins rotationnels.

Deux types de chemins sont utilisés pour les tests uni-directionnels. Le chemin illustré dans la figure 7.25(a) correspond, en fait, à un chemin alterné conventionnel dans lequel l'angle de Lode prend successivement les deux valeurs  $0^\circ$  ( $b_\sigma = 0$ ) et  $180^\circ$  ( $b_\sigma = 1$ ). Par contre, dans le deuxième test (figure 7.25(b)), le chemin, perpendiculaire au premier, est désigné par  $RS90^\circ$  et  $RS270^\circ$ , où la valeur  $b_\sigma$  reste égale à 0.5.

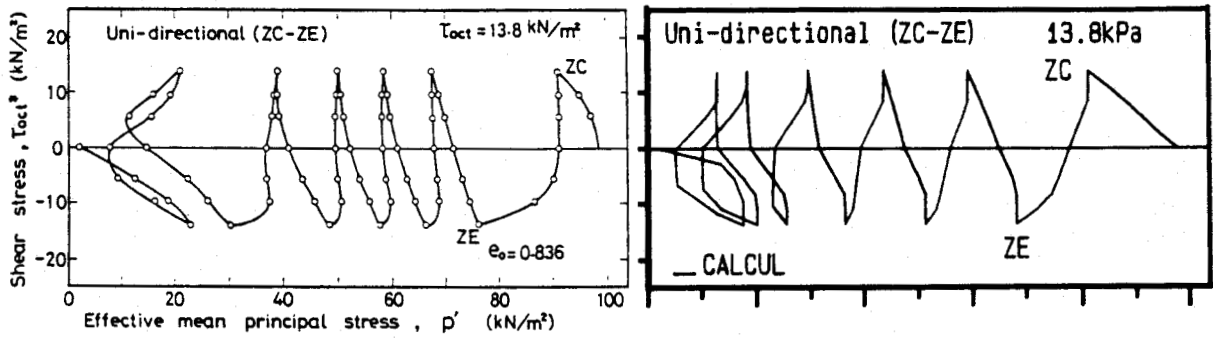
Les tests entrecroisés sont composés par deux chemins uni-directionnels en croisillons perpendiculaires. Le rapport des niveaux de contrainte déviatorique entre deux directions est fixé à 1 pour le premier test débuté par  $\theta = 0^\circ$  (figure 7.25(c)), et à 2 pour le deuxième débuté par  $\theta = 90^\circ$  (figure 7.25(d)).

Trois chemins rotationnels sont adoptés: de type circulaire (figure 7.25(e)), et de type elliptique avec un rapport d'ellipticité de 2 (figure 7.25(f),(g)).

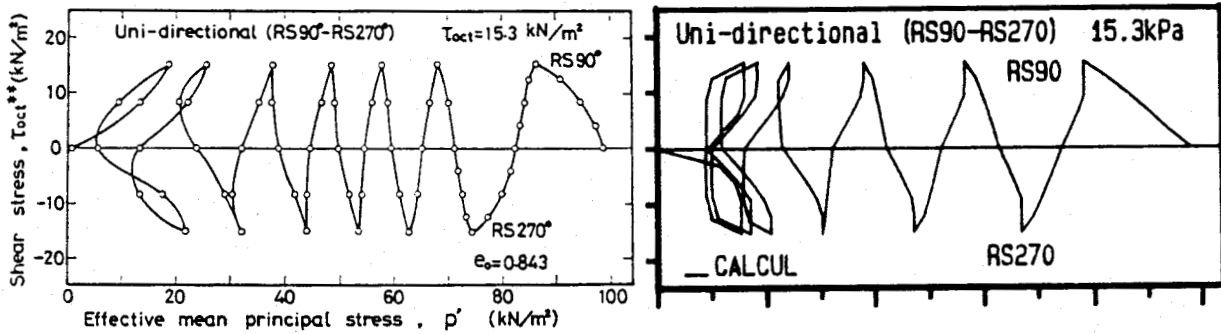
Connaissant déjà les paramètres monotones, nous avons utilisé le chemin alterné de la figure 7.25(a) pour déterminer les deux paramètres cycliques du modèle (Tableau 7.5). L'ensemble des prédictions pour le chemin effectif sont présentés sur la figure 7.26 où la valeur de  $\tau_{oct} = \sqrt{(2/3)J_2}$  est modifiée par les formules suivantes pour la facilité de visualisation:

$$\tau_{oct}^* = \tau_{oct} \cos \theta \qquad \tau_{oct}^{**} = \tau_{oct} \sin \theta$$

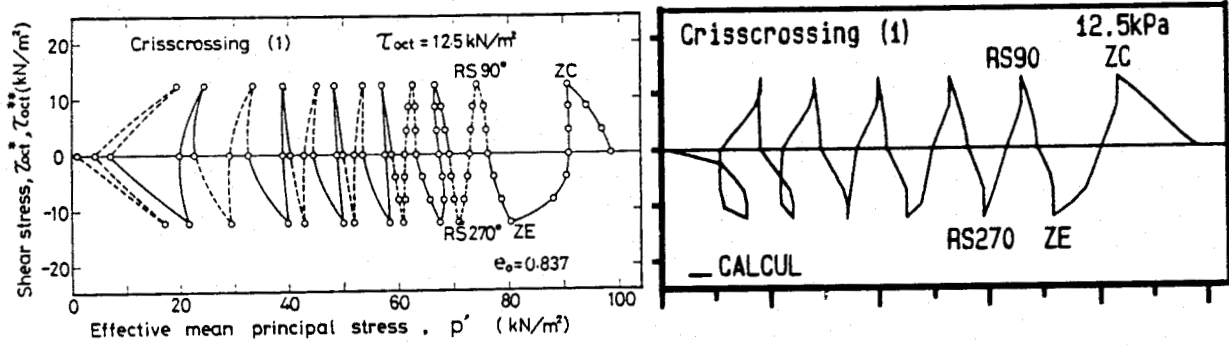
Il est à noter que la contrainte déviatorique  $\tau_{oct}$  imposée dans ces essais est assez faible et que, dans ce cas, l'anisotropie initiale associée au dépôt du sable peut jouer un rôle important sur l'évolution de la déformation au début du cyclage. Par exemple, pour le chemin uni-directionnel vertical (figure 7.25(a)), la pression interstitielle s'établit plus nettement lorsque l'application de la contrainte cyclique est exécutée du côté de l'extension triaxiale que du côté de la compression triaxiale (figure 7.26(a)). En



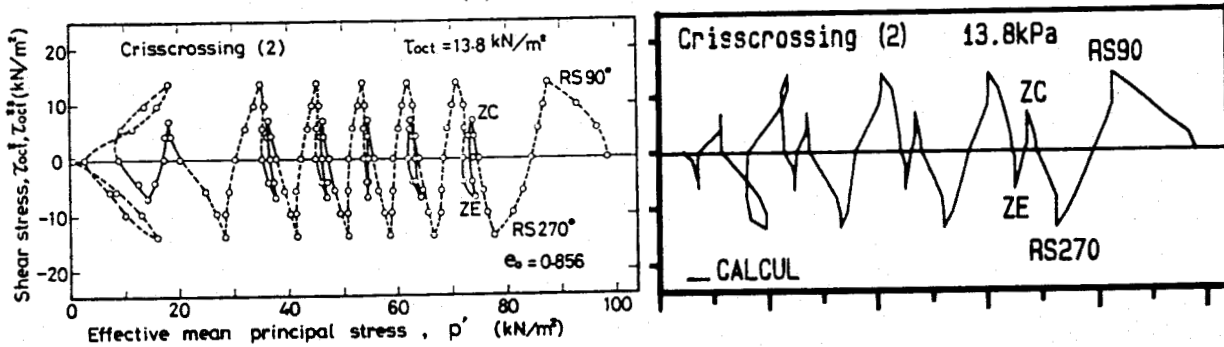
(a) Essai uni-directionnel (ZC - ZE) utilisé pour l'identification des paramètres cycliques du modèle



(b) Essai uni-directionnel (RS90 - RS270)



(c) Essai entrecroisé (1)



(d) Essai entrecroisé (2)

Figure 7.26 - Essais multi-directionnels non-drainés (Yamada et Ishihara, 1983)

fait, les essais monotones de Yamada et al (1981) ont déjà montré clairement cet effet de l'anisotropie initiale, à savoir que la pression interstitielle augmente avec l'angle de Lode de  $\theta = 0^{\circ}$  à  $\theta = 180^{\circ}$  sans tenir compte de la valeur  $b_{\sigma}$  (figure 7.27). Pour le chemin uni-directionnel horizontal (figure 7.25(b)), bien que cet effet de l'anisotropie ne se voie pas dans la courbe  $\tau_{oct}^{**} - p$  (figure 7.26(b)), on peut le retrouver dans le plan déviatorique (figure 7.28(b)) où le trajet de déformation se déplace globalement vers le bas.

D'une manière générale, le modèle reproduit bien l'augmentation de la pression interstitielle qui se traduit par la migration vers la gauche de la pression effective, quelque soit le type de chemin adopté, mais il se comporte globalement de façon plus contractante que l'expérience et n'arrive pas à suivre quantitativement le trajet de chaque cycle, sauf pour le chemin circulaire.

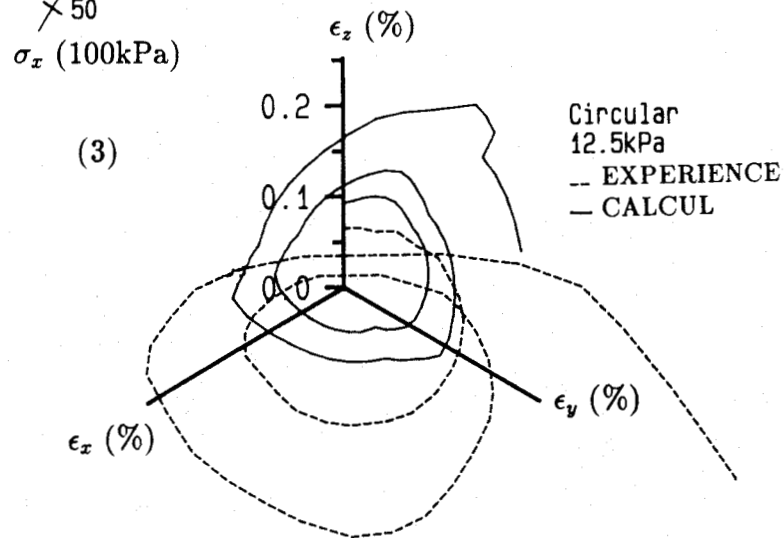
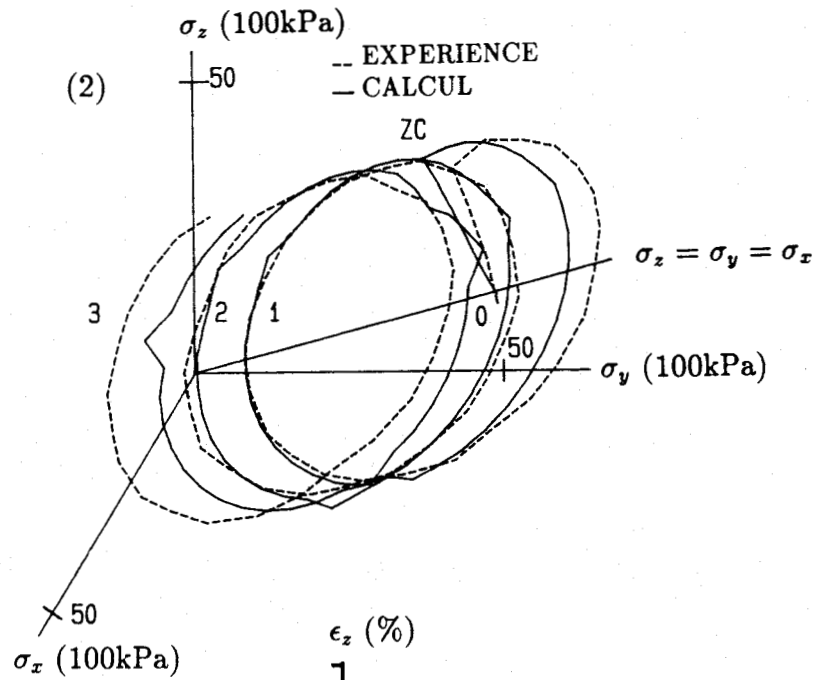
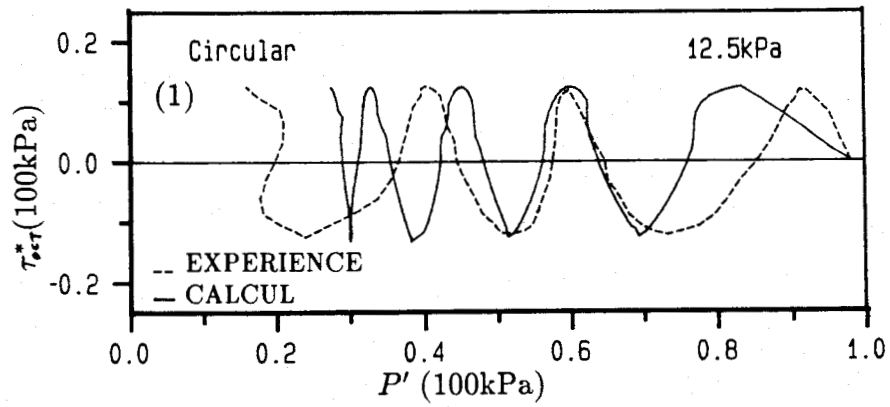
La figure 7.26(e(1)) présente la prédiction du chemin circulaire dans l'espace de contrainte effective tri-dimensionnel. Après un chemin triaxial ( $ZC$ ), on voit que le chargement circulaire conduit à une diminution de la contrainte effective suivant un chemin en spirale. La pression interstitielle est générée de façon similaire à celle des tests à chemins de contrainte uni-directionnels et entrecroisés avant que le rapport de contrainte effective n'arrive à une valeur correspondante à la ligne caractéristique (figure 7.26(e(2))). Puis, cette pression ne devient jamais égale à la contrainte de confinement. En effet, dans des essais avec chemins de chargement rotationnels (circulaire et elliptique), la liquéfaction ne se produit que par une décharge de contrainte complète qui rend la pression interstitielle égale à la contrainte de confinement. Ce phénomène est également remarqué dans les essais de Ishihara et al (1983, 1986) où les chemins de chargement se déroulent dans le plan de cisaillement pour provoquer une rotation circulaire de la direction de contraintes principales (voir "Essais Ishihara sur le sable de Toyoura"). Par ailleurs, il est intéressant de noter que les résultats expérimentaux montrent une augmentation de la pression interstitielle plus nette pour les chemins rotationnels lorsque le chargement est appliqué au demi-cercle inférieur dans le plan déviatorique, ce qui est dû à l'effet de l'anisotropie initiale obtenue durant le processus de préparation de l'échantillon.

Le trajet de déformation dans le plan déviatorique est qualitativement prédit par le modèle (figure 7.28), sauf pour les deux chemins de contrainte elliptiques. On remarque surtout une bonne reproduction de l'allure de la déformation expérimentale pour le chemin circulaire (figure 7.26(e3)), bien qu'elle soit surestimée par le modèle.

### 7.2.5 Essais du Workshop de Cleveland

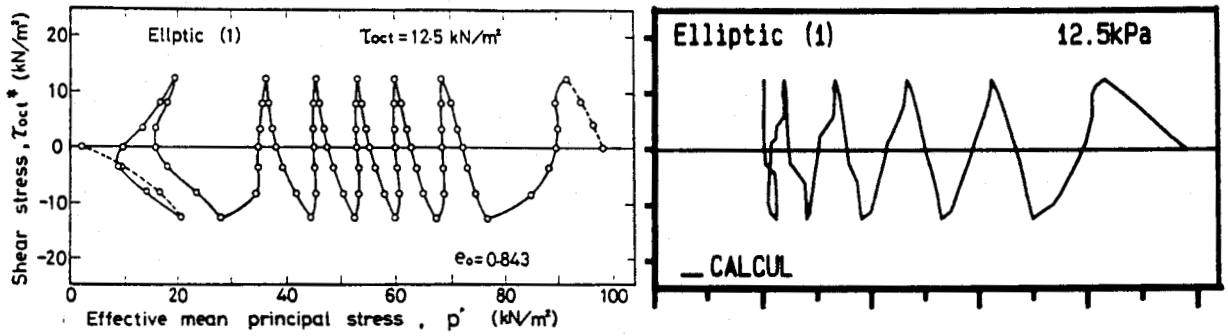
Dans le cadre d'une coopération franco-américaine (CNRS-NSF), le workshop de Cleveland, "Constitutive Equations for Granular non-cohésive Soils", a été organisé (1987) à Cleveland par Case Western Reserve University et l'Institut de Mécanique de Grenoble (l'IMG). Le but du workshop est de comparer des prévisions théoriques de différents modèles de comportement aux résultats expérimentaux obtenus en condition drainée pour des chemins de sollicitation assez complexes dont la majorité est monotone. Deux matériaux ont été utilisés: le sable dense d'Hostun et le sable de Reid



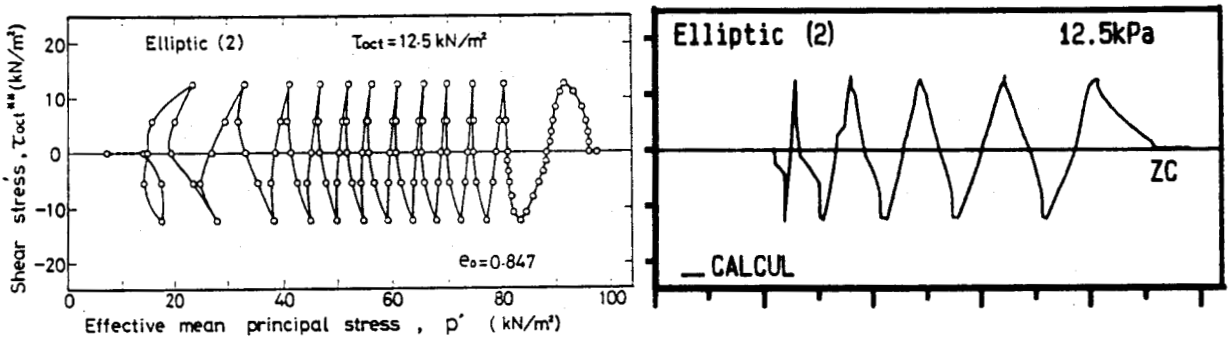


(e) Essai circulaire

Figure 7.26 (suite) - Essais multi-directionnels non-drainés (Yamada et Ishihara, 1983)



(f) Essai elliptique (1)



(g) Essai elliptique (2)

Figure 7.26 (suite) - Essais multi-directionnels non-drainés (Yamada et Ishihara, 1983)

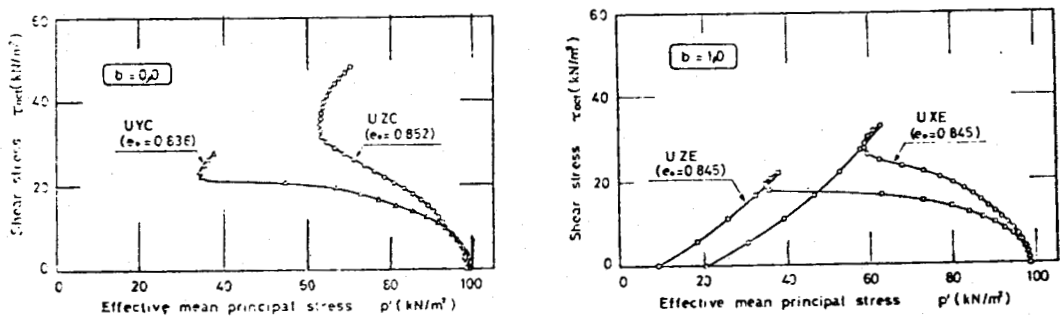
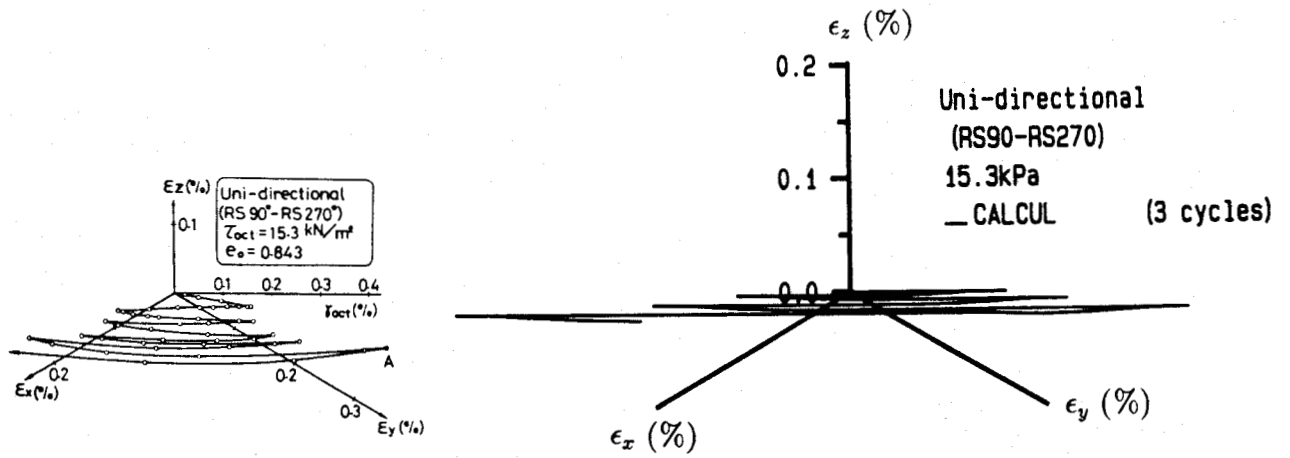
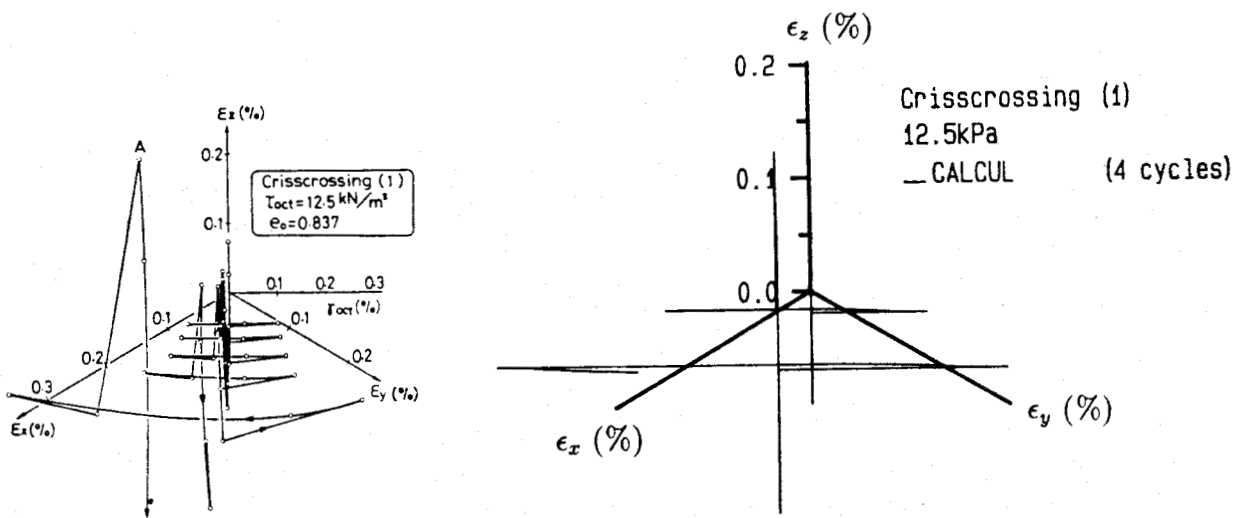


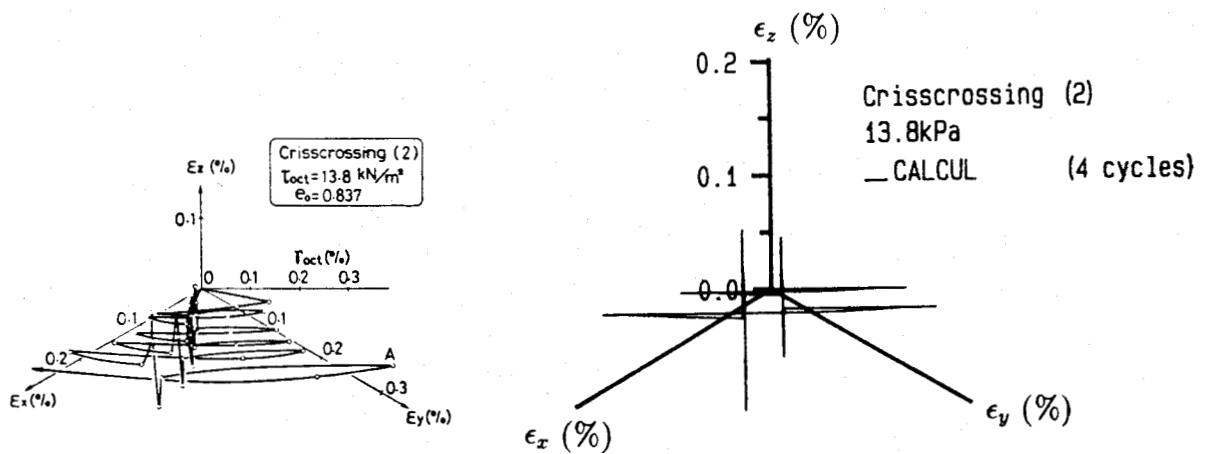
Figure 7.27 - Effet de l'anisotropie initiale dans les essais de Yamada et al (1981)



(b) essai uni-directionnel (RS90-RS270)

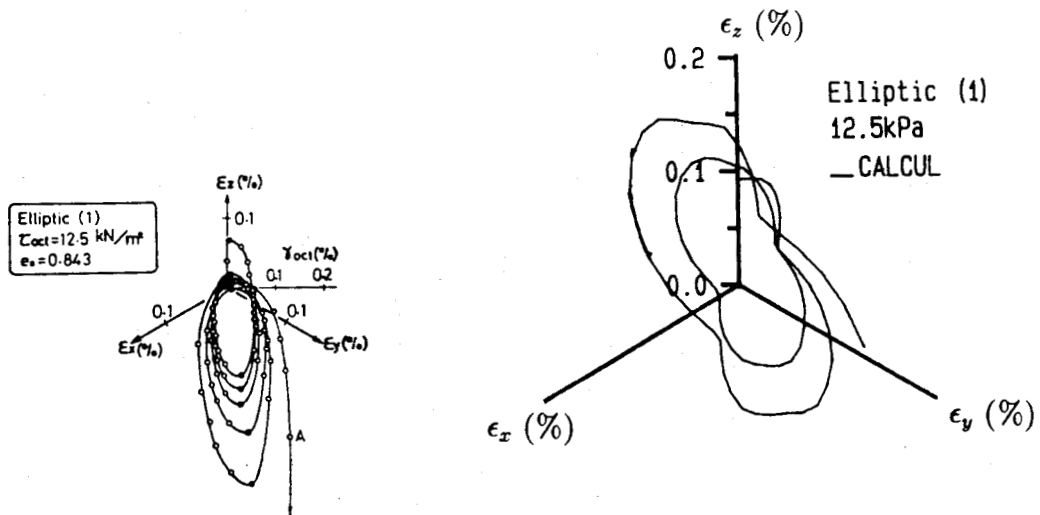


(c) essai entrecroisé (1)

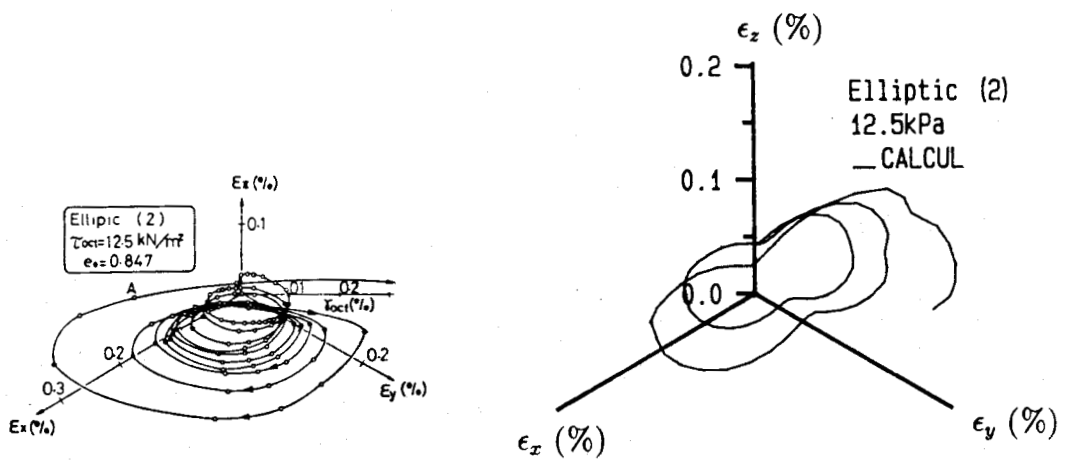


(d) essai entrecroisé (2)

Figure 7.28 - Evolution de la déformation dans le plan déviatorique  
 Dans les essais multi-directionnels (Yamada et Ishihara, 1983)



(f) essai elliptique (1)



(g) essai elliptique (2)

Figure 7.28 (suite) - Evolution de la déformation dans le plan déviatorique  
 Dans les essais multi-directionnels (Yamada et Ishihara, 1983)

Tableau 7.6 HOLLOW CYLINDER TESTS

SAND	DENSITY (gr/cc)	$\bar{\sigma}_0$ (kPa)	NAME	TYPE OF TEST
HOSTUN	1.65 (Dense)	203	HH1	Compression
		500	HH2	Compression
		203	HH3	Tension
		500	HH4	Tension
		350	HH5	Compression with unload- reload part.
		69	HH6	Hydrostatic
REID BEDFORD	1.58 (Medium)	345	HR1	Compression
		483	HR2	Compression
		345	HR3	Tension
		483	HR4	Tension
		207	HR5	Compression with unload- reload part.
		103	HR6	Hydrostatic

Tableau 7.7 CUBE TESTS

SAND	DENSITY (gr/cc)	$\bar{\sigma}_0$ (kPa)	NAME	TYPE OF TEST
HOSTUN	1.65 (Dense)	200	CH1	Compression
		500	CH2	Compression
		200	CH3	Tension
		500	CH4	Tension
		350	CH5	Compression with unload- reload part.
		100	CH6	Hydrostatic
REID BEDFORD	1.58 (Medium)	345	CR1	Compression
		483	CR2	Compression
		345	CR3	Tension
		483	CR4	Tension
		207	CR5	Compression with unload- reload part.
		100	CR6	Hydrostatic

Tableau 7.8 HOLLOW CYLINDER TESTS

SAND	DENSITY (gr/cc)	$\bar{\sigma}_o$ (kPa)	NAME	TYPE OF TEST
HOSTUN	1.65 (Dense)	500	HH1	Comp.-Torsion $\beta = 32.3$ $b = 0.286$
		500	HH2	Tension-Torsion $\beta = 54.7$ $b = 0.666$
		500	HH3B	Cyclic Torsion $\beta = \text{Variable}$ $b = \text{Variable}$
		500	HH3C	Torsion
REID BEDFORD	1.58 (Medium)	345	HR1	Comp.-Torsion $\beta = 31.8$ $b = 0.277$
		345	HR2	Tension-Torsion $\beta = 58.2$ $b = 0.723$
		345	HR3B	Cyclic Torsion $\beta = \text{Variable}$ $b = \text{Variable}$
		345	HR3C	Torsion

Tableau 7.9 CUBE TESTS

SAND	DENSITY (gr/cc)	$\bar{\sigma}_o$ (kPa)	NAME	TYPE OF TEST
HOSTUN	1.65 (DENSE)	500	CH1	$B = 0.286$
		500	CH2	$b = 0.666$
		500	CHC	Circular Path
REID BEDFORD	1.58 (Medium)	345	CR1	$b = 0.27$
		345	CR2	$b = 0.72$
		345	CRC	Circular Path

Bedford (U.S.A.) de densité moyenne. Deux appareils ont été utilisés à la fois pour la réalisation des essais: l'appareil véritable triaxial de l'IMG (presse 3D) et l'appareil de compression-torsion au cylindre creux de Case Western Reserve University. Un vaste programme expérimental a été réalisé pour chacun des appareils avec les deux matériaux. Ce programme comprend:

- des essais de calibration qui sont de type triaxial classique (Tableaux 7.6 et 7.7);
- des essais de validation qui sont regroupés en deux catégories suivant la nature de sollicitations (Tableaux 7.8 et 7.9):
  1. Les essais monotones à directions des contraintes principales fixes avec chemins radiaux dans le plan déviatorique;
  2. Les essais cycliques avec:
    - (a) chemins en torsion au cylindre creux;
    - (b) chemins circulaires dans le plan déviatorique à directions des contraintes principales fixes sur la presse 3D.

Puisque la validation du modèle sur ces deux matériaux a été effectuée suivant la procédure décrite ci-dessus, on prendra les essais sur le sable d'Hostun comme exemple et on présentera, dans les figures qui suivent, les résultats de validation correspondants. On trouvera la validation sur le sable de Reid Bedford en annexe.

### Essais de calibration

- Essais isotropes et essais en compression triaxiale:

Les essais de compression triaxiale à  $350kPa$  et  $500kPa$  de confinement ont été utilisés pour déterminer les paramètres du modèle. Afin de vérifier l'hypothèse prise dans le chapitre précédent, on a fixé le paramètre  $\beta = 1 - n$  au cours de la validation. Le paramètre cyclique  $c$  a été identifié en simulant la décharge et la recharge de l'essai à  $350kPa$ . En l'absence d'essai triaxial cyclique, le paramètre cyclique  $b$  a été estimé empiriquement d'après les expériences faites sur les essais de Thanopoulos (Tableau 7.10).

La figure 7.29(a) présente les résultats de cette identification sur cylindre creux. La comparaison est bonne tant pour les courbes  $q - \epsilon_z$  que pour les courbes  $\epsilon_v - \epsilon_z$ , y compris l'essai à  $203kPa$ .

La figure 7.30(a) correspond à la simulation de l'essai isotrope au cylindre creux. On remarque que la comparaison expérimentale est tout à fait correcte, ceci justifie notre hypothèse de  $\beta = 1 - n$ .

Si les essais de compression triaxiale sont quantitativement similaires pour les deux types d'appareillage, les essais isotropes se sont avérés très différents. Les figures 7.30(b) et 7.31 présentent les simulations des essais à la presse 3D avec le jeu des paramètres au cylindre creux. La prédiction des essais de compression triaxiale (figure

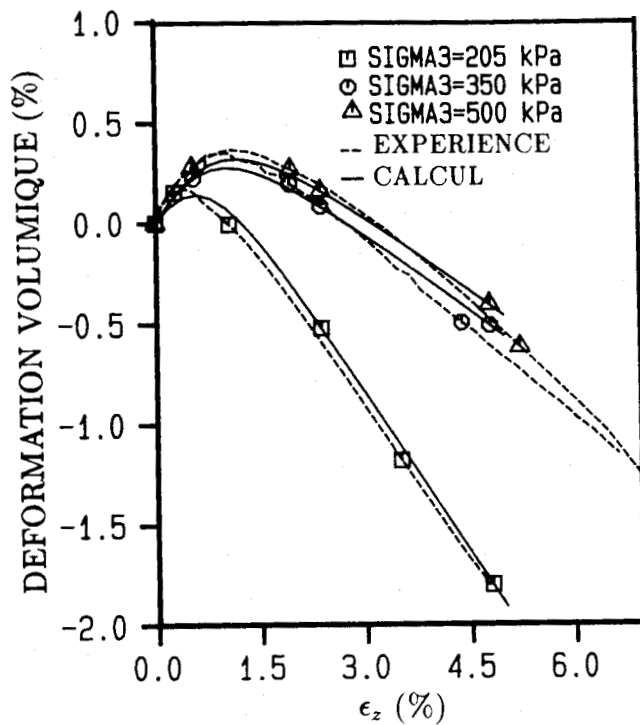
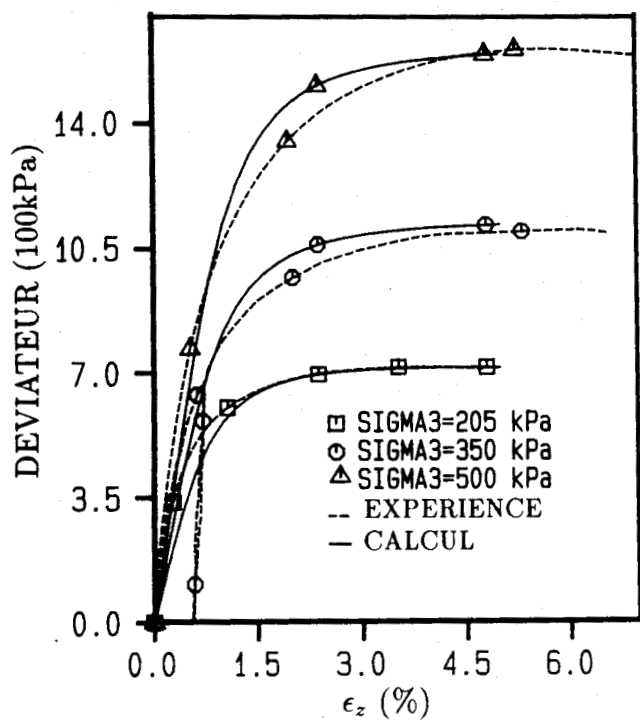


Figure 7.29(a) - Essais triaxiaux en compression sur le sable dense d'Hostun au cylindre creux utilisés pour l'identification des paramètres du modèle (Workshop de Cleveland, 1987)

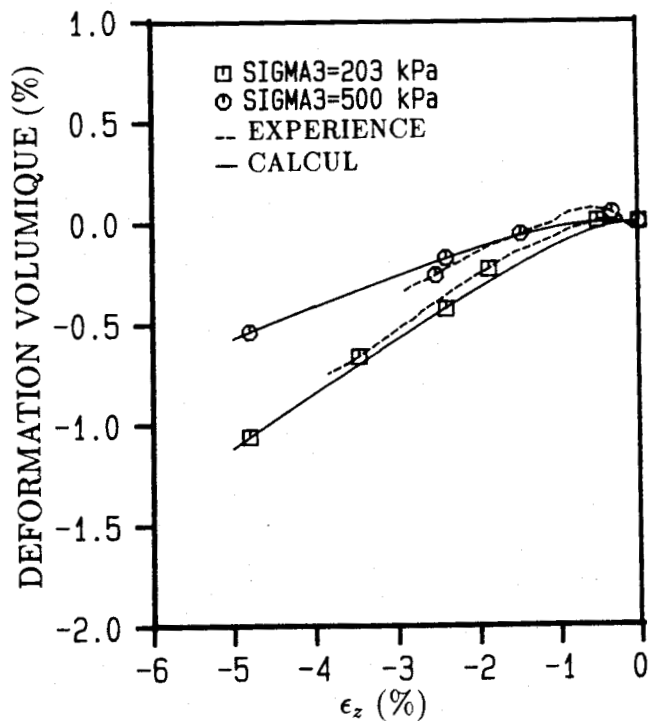
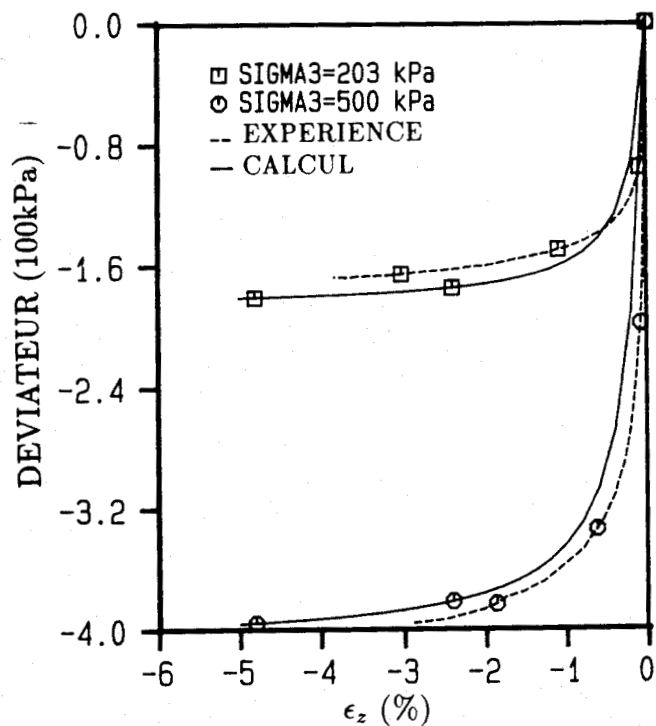


Figure 7.29(b) - Essais triaxiaux en extension sur le sable dense d'Hostun au cylindre creux (Workshop de Cleveland, 1987)



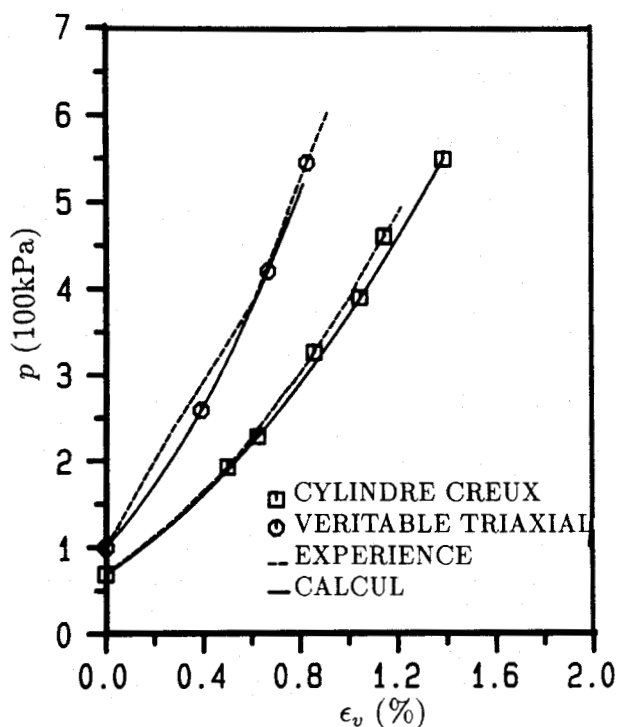


Figure 7.30(a) - Simulation des essais isotropes sur le sable dense d'Hostun (Workshop de Cleveland, 1987)

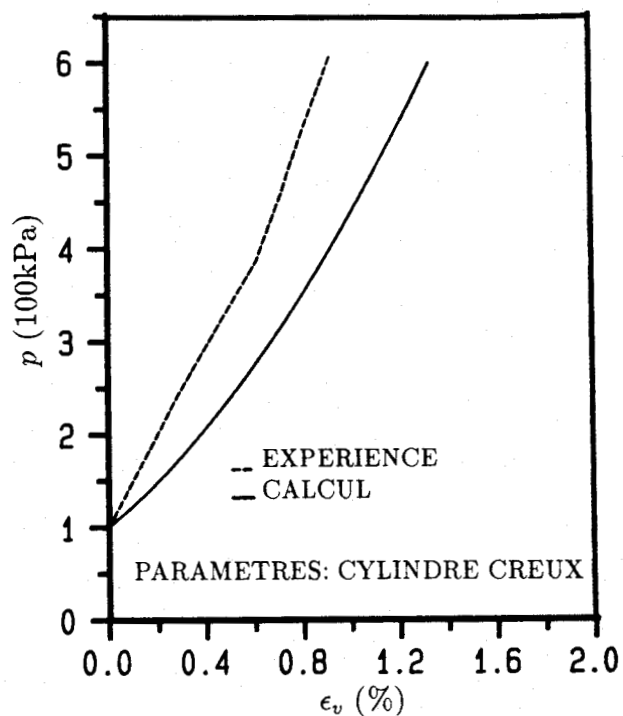


Figure 7.30(b) - Simulation de l'essai isotrope sur le sable dense d'Hostun à la presse 3D avec le jeu de paramètres du cylindre creux (Workshop de Cleveland, 1987)

Tableau 7.10: Jeux des paramètres pour les essais du Workshop de Cleveland

Paramètre	$E_0$	$\nu$	$n$	$\phi_f$	$\phi_g$	$m$	$\eta_g$	$a_0$	$\alpha$	$b$	$c$
Hostun (HH)	1000	0.23	0.5	39.	30.	0.0	0.60	0.002	0.006	50	50
Hostun (CH)	711	0.23	0.5	38.	26.	0.0	0.70	0.002	0.0018	50	50
Red Bedford (HR)	1185	0.12	0.32	34.5	26.5	0.0	0.50	0.0017	0.0012	50	50
Red Bedford (CR)	1389	0.23	0.4	34.5	26.5	0.0	0.75	0.0025	0.0017	50	50

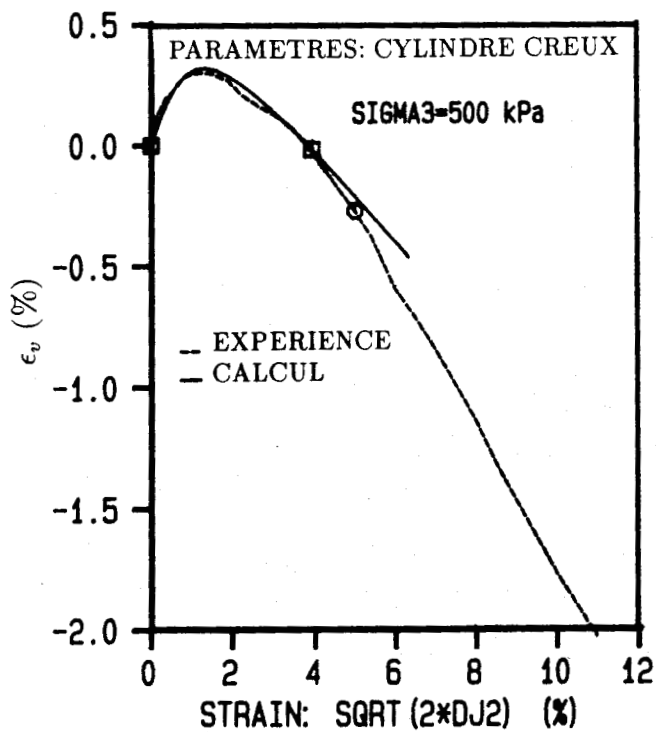
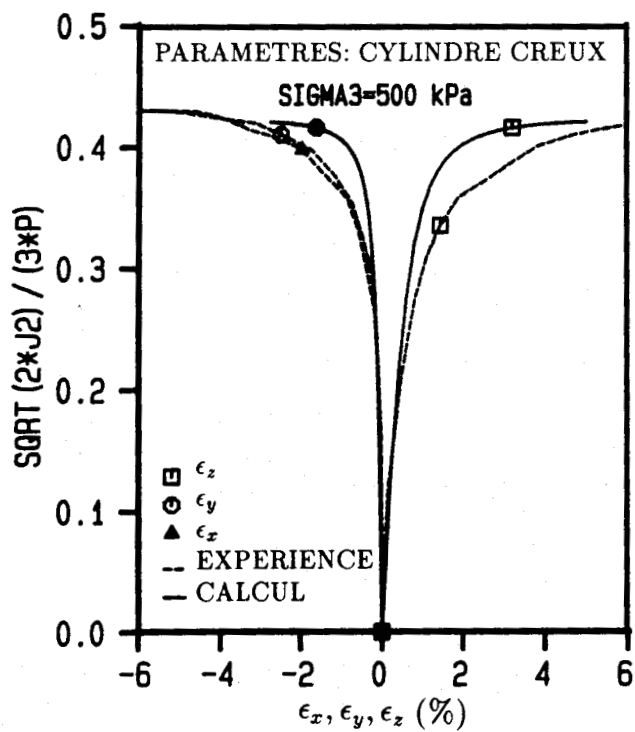
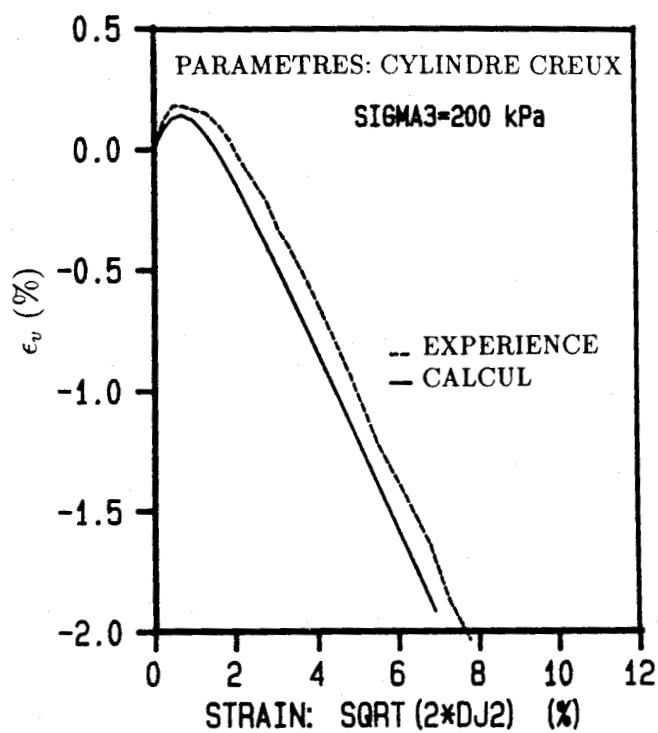
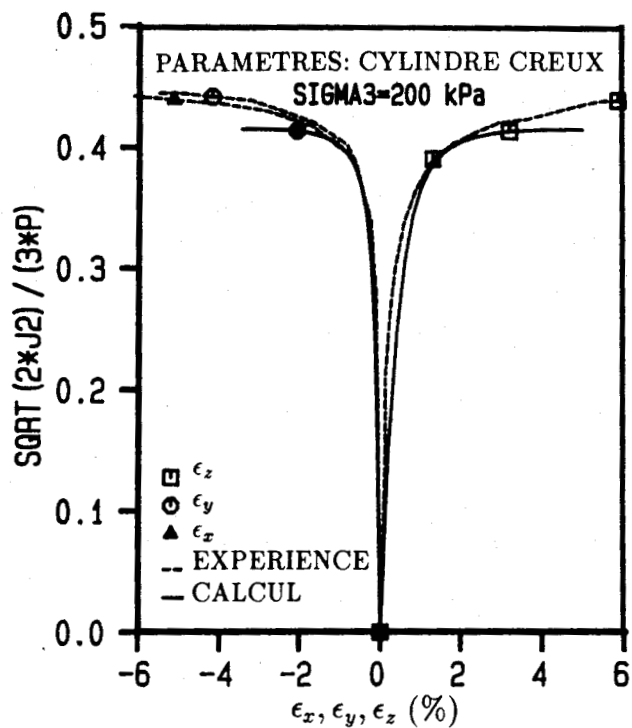


Figure 7.31 - Simulation des essais triaxiaux en compression sur le sable dense d'Hostun à la presse 3D avec le jeu de paramètres du cylindre creux (Workshop de Cleveland, 1987)

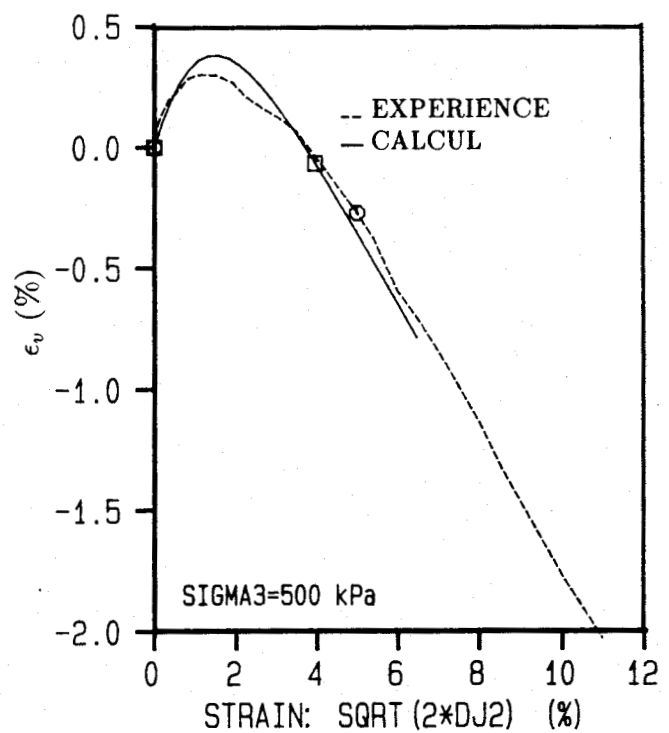
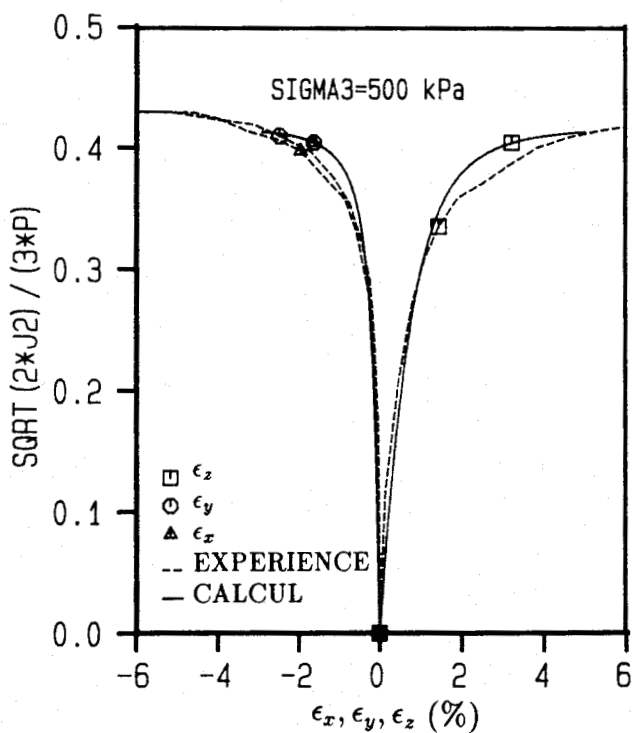
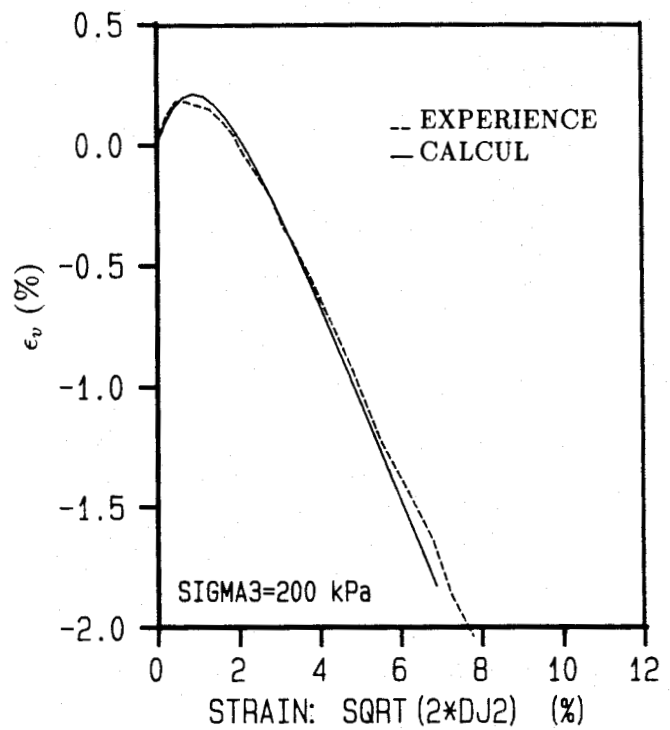
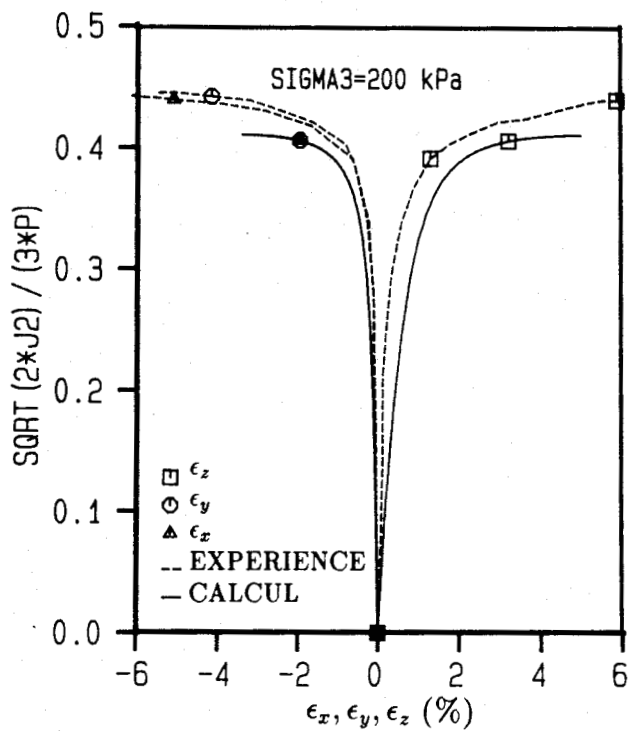


Figure 7.32 - Essais triaxiaux en compression sur le sable dense d'Hostun à la presse 3D (Workshop de Cleveland, 1987)

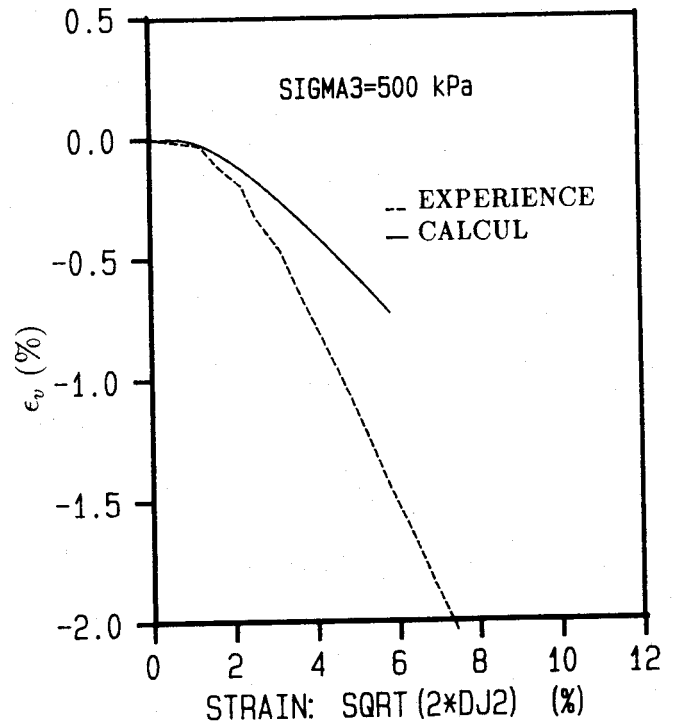
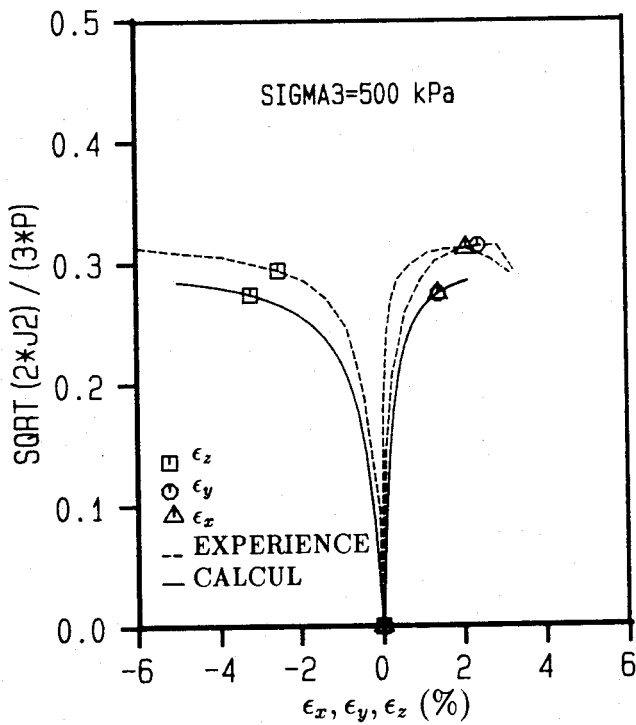
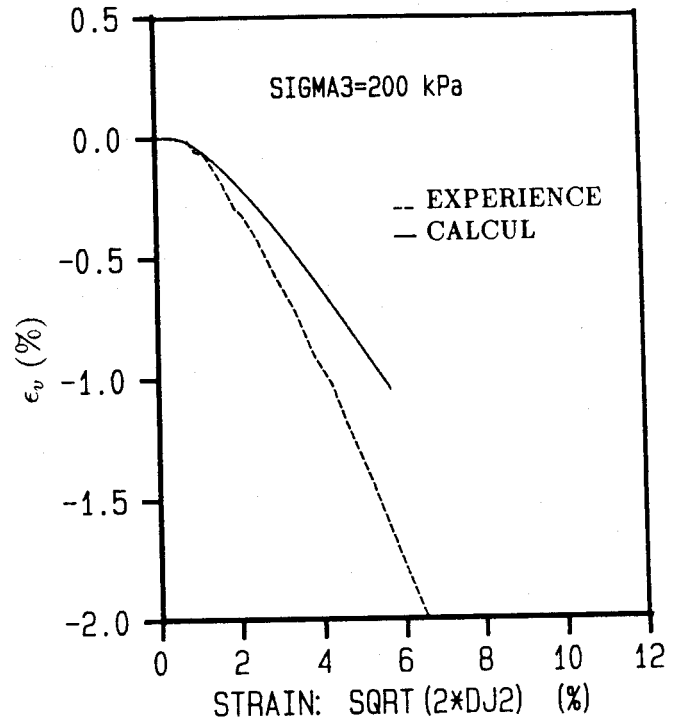
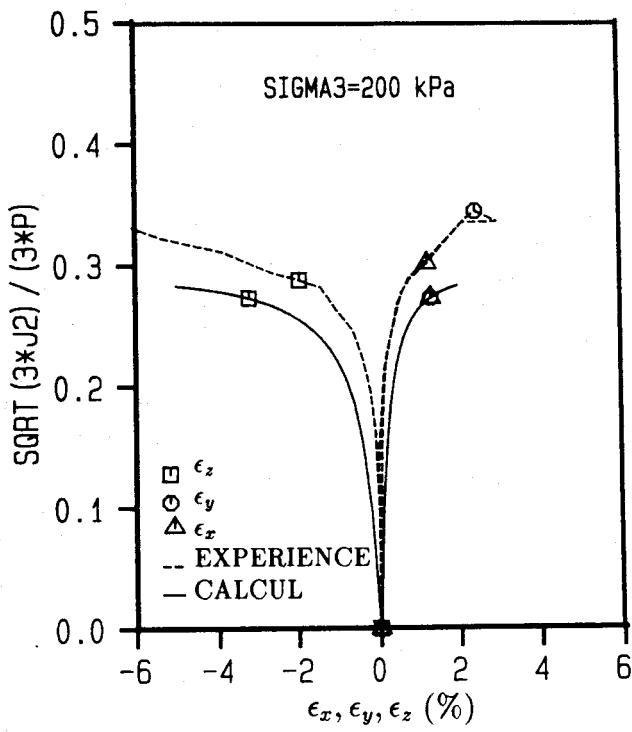


Figure 7.33 - Essais triaxiaux en extension sur le sable dense d'Hostun à la presse 3D (Workshop de Cleveland, 1987)

7.31) est acceptable, mais la simulation de l'essai isotrope (figure 7.30(b)) met en jeu une déformation volumique plus grande que celle de l'expérience. Ainsi, pour assurer la qualité des prédictions sur les essais à la presse 3D, on a ajusté les quelques paramètres du modèle pour une meilleure reproduction des essais de compression triaxiale (figure 7.32) et de l'essai isotrope (figure 7.30(a)).

- Essais d'extension triaxiale:

Dès que les paramètres ont été identifiés, on a simulé les essais d'extension triaxiale, la comparaison montre que la prédiction des essais au cylindre creux (figure 7.29(b)) est globalement meilleure que celle à la presse 3D (figure 7.33).

## Essais de validation

- Essais monotones à  $b_\sigma = cte$ :

Les valeurs de  $b_\sigma$  utilisées pour le sable d'Hostun sont 0.286 et 0.666 et correspondent respectivement aux angles de Lode  $\theta = 16.11^\circ$  et  $\theta = 40.85^\circ$ . La première est proche d'un chemin de compression (chemin de calage  $b_\sigma = 0$ ), la seconde est plutôt proche d'un chemin en extension ( $b_\sigma = 1$ ).

Pour les essais à la presse 3D, la contrainte principale intermédiaire  $\sigma_2$  reste constante et les contraintes principales majeure  $\sigma_1$  et mineure  $\sigma_3$  sont contrôlées pour maintenir  $b_\sigma$  constant. Pour les essais au cylindre creux, on fait varier simultanément la contrainte axiale  $\sigma_z$  et la contrainte de cisaillement  $\sigma_{zh}$ , tout en gardant la contrainte radiale  $\sigma_h$  constante. Cela implique que, tandis que l'axe de contrainte principale coïncide avec la direction de sédimentation pour les essais à la presse 3D, les axes des contraintes principales pour les essais au cylindre creux sont inclinés par rapport à l'axe de dépôt du sable.

Dans les essais au cylindre creux, le chemin  $b_\sigma = 0.286$  possède un angle d'inclinaison de la contrainte principale majeure par rapport à l'axe vertical de l'échantillon  $\beta = 32.3^\circ$  selon l'expression  $b_\sigma = \sin^2 \beta$  (voir la section suivante) et le chemin  $b_\sigma = 0.666$  correspond à  $\beta = 54.7^\circ$ . Les prédictions de ces deux chemins sont montrées dans la figure 7.34. La figure 7.35 présente les résultats des essais à la presse 3D.

A partir des comparaisons expérimentales, on remarque que les prévisions du modèle sont satisfaisantes tant pour les essais au cylindre creux que pour les essais à la presse 3D. Il est intéressant de noter que la valeur de  $b_\sigma = 0.286$  représente approximativement la condition en déformation plane.

- Essai en torsion alternée (5 cycles):

Il s'agit d'un essai dans lequel le chemin de sollicitation est composé d'une compression triaxiale puis de 5 cycles alternés suivis par une torsion monotone jusqu'à la rupture. Ce type d'essais peut être qualifié de difficile car, pendant les 5 cycles de torsion, une rotation des axes des contraintes principales de  $\pm 43^\circ$  est accompagnée d'une variation de la valeur  $b_\sigma$  entre 0 et 0.47. La figure 7.36 présente les résultats

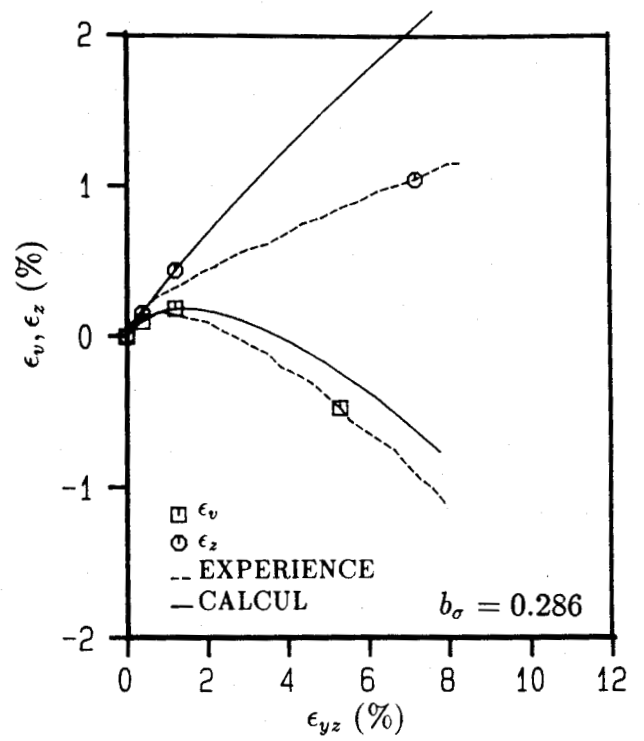
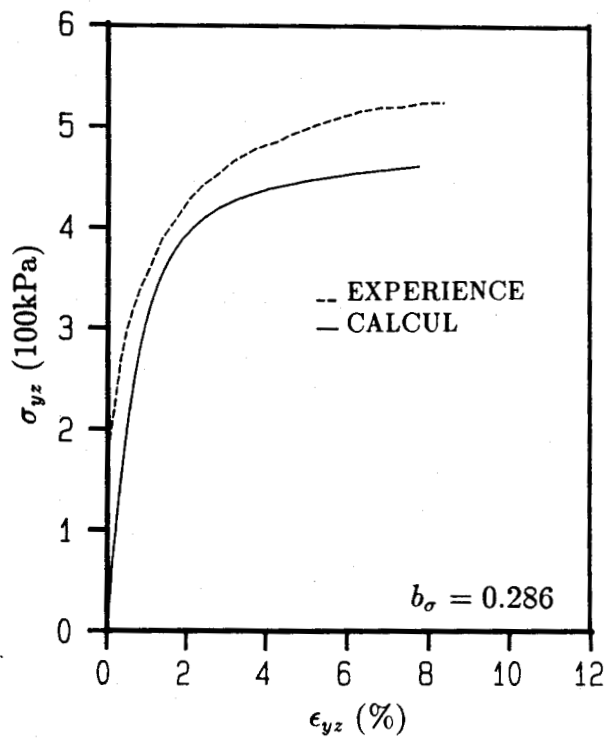


Figure 7.34(a) - Essai radial sur le sable dense d'Hostun au cylindre creux ( $b_\sigma = 0.286$ ) (Workshop de Cleveland, 1987)

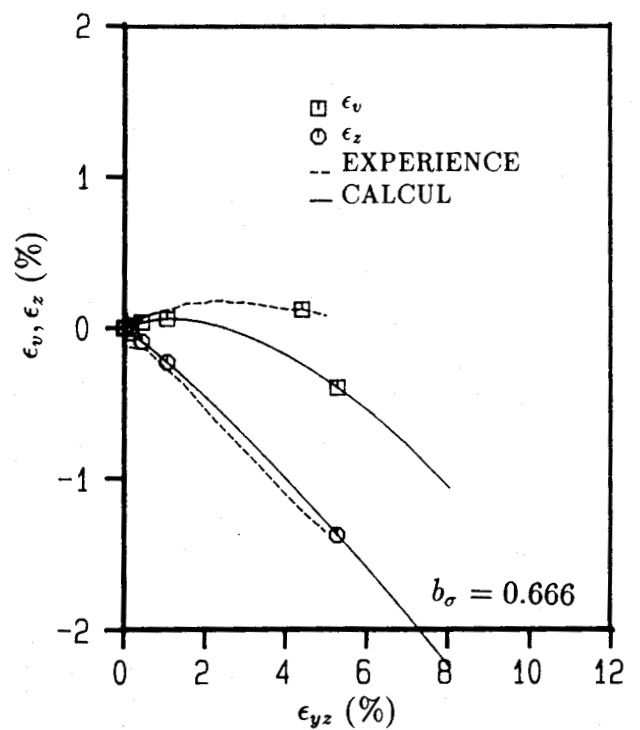
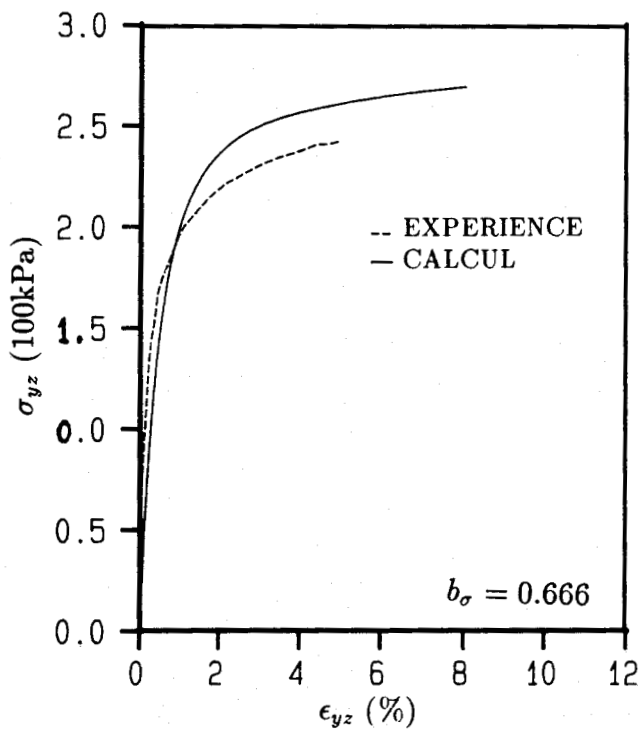


Figure 7.34(b) - Essai radial sur le sable dense d'Hostun au cylindre creux ( $b_\sigma = 0.666$ ) (Workshop de Cleveland, 1987)

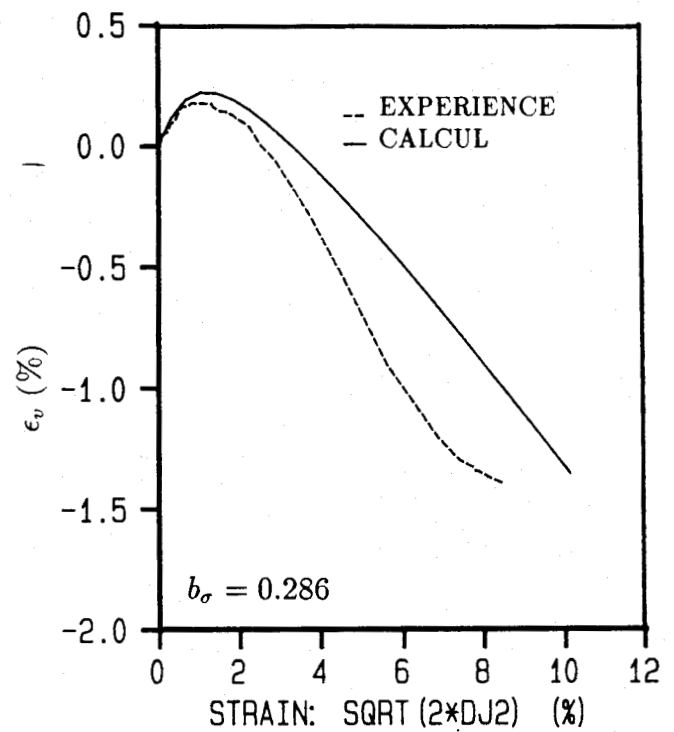
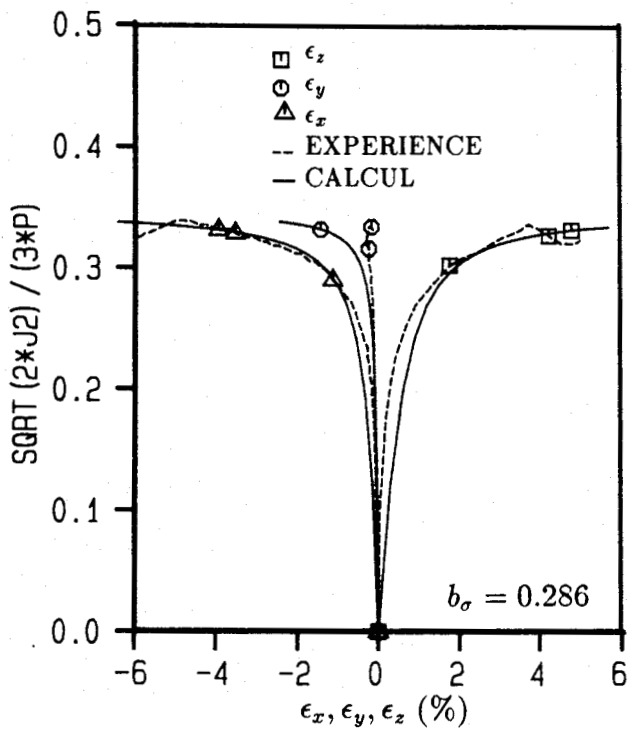


Figure 7.35(a) - Essai radial sur le sable dense d'Hostun à la presse 3D ( $b_\sigma = 0.286$ ) (Workshop de Cleveland, 1987)

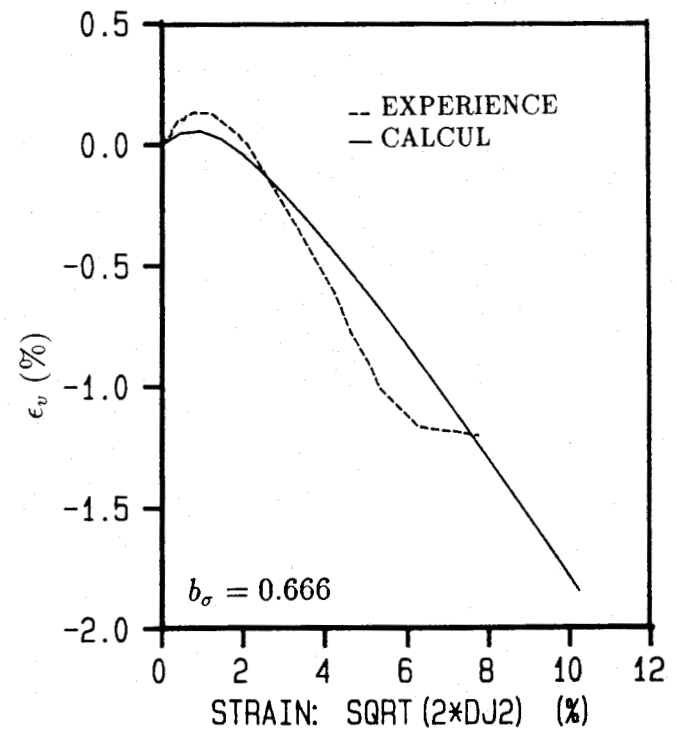
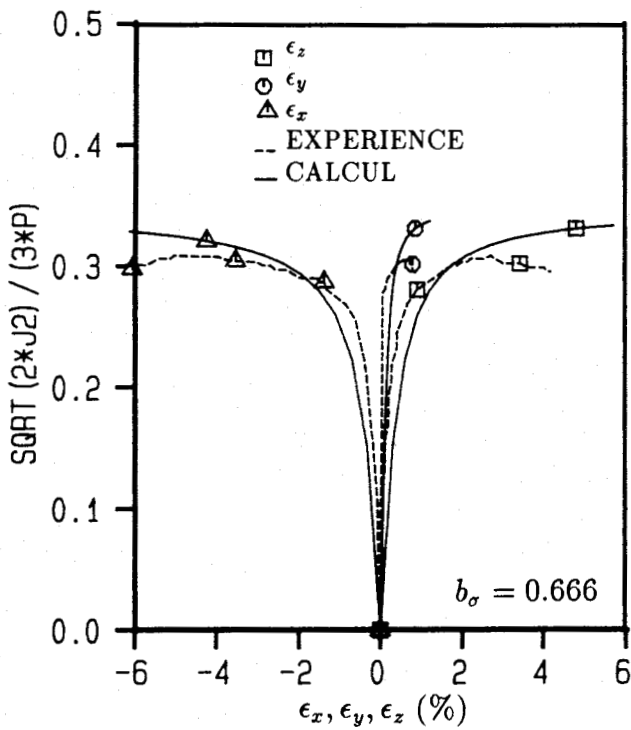


Figure 7.35(b) - Essai radial sur le sable dense d'Hostun à la presse 3D ( $b_\sigma = 0.666$ ) (Workshop de Cleveland, 1987)

obtenus. Le modèle donne une bonne prédiction de la déformation volumique mais prédit mal l'effet d'hystérésis dans le plan ( $\tau_{zy} - \gamma_{zy}$ ): ceci est dû, à notre avis, à la pression effective  $p$  qui reste constante pendant les cycles (figure 7.36(a)). On remarque également que la prévision de la torsion monotone jusqu'à la rupture après 5 cycles (figure 7.36(b)) est très satisfaisante pour la résistance maximale et acceptable pour la déformation volumique.

- Essai circulaire dans le plan déviatorique (2 cycles):

Il s'agit d'un essai très particulier dans lequel le chemin de sollicitation est représenté par un cercle dans le plan déviatorique. Pour le réaliser, il est nécessaire d'imposer sur les 3 directions  $X, Y, Z$  des variations sinusoïdales des contraintes  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ , déphasées entre elles de  $120^\circ$  dans le plan déviatorique. Deux cycles ont été parcourus tout en gardant constants le déviateur  $q$  et la contrainte moyenne  $p$ . Ainsi, les axes principaux restent fixes mais il y a une permutation brutale de  $90^\circ$  entre les contraintes principales majeure  $\sigma_1$ , mineure  $\sigma_3$  et intermédiaire  $\sigma_2$  pendant le cyclage.

La prédiction illustrée sur la figure 7.37 montre que le modèle arrive à reproduire l'effet bouclé de type triangulaire et à distinguer également les cycles consécutifs. Cependant, elle est éloignée du résultat expérimental. En fait, le schéma de l'érouissage cinématique adopté suppose que ses propres paramètres d'érouissage évoluent continûment entre deux inversions consécutives du sens de chargement, mais sont remis à jour de manière discontinue à chaque changement de sens. Ceci implique que la surface de charge cinématique ne s'érouit pas assez vite lorsque le déviateur imposé est grand (on peut se référer à la figure 7.26(e) où une prédiction du même type de chemin mais en condition non drainée, avec un déviateur imposé plus petit, est satisfaisante): cela provoque un certain excentrement de la réponse qui n'est pas conforme à la réalité.

**Remarque:** Pour des modèles à érouissage isotrope qui intègrent une loi d'élasticité linéaire ou non-linéaire en  $p$ , une fois que la surface de charge est poussée au maximum, elle n'est plus activée par la suite du chargement. Dès lors, puisque la proportionnalité entre les déviateurs de contrainte et de déformation impose à l'incrément de déformation d'être tangent au chemin de contrainte, on obtient alors une réponse purement élastique qui est caractérisée par un petit cercle excentré et répété au cours de cycles.

La figure 7.38 présente la comparaison en déformation entre la prédiction et les résultats expérimentaux. On peut noter qu'un bon accord est obtenu pour le chemin entre  $-120^\circ$  et  $0^\circ$ . Mais, à la suite de cette phase, le modèle n'arrive plus à reproduire les cycles.

## Synthèse

En résumé, la validation sur les essais drainés du Workshop de Cleveland permet d'illustrer une démarche complète d'utilisation du modèle proposé. Les comparaisons entre les prédictions et l'expérience montrent que le modèle donne des résultats corrects pour les sollicitations monotones tri-dimensionnelles. Quant au chemin circulaire, il



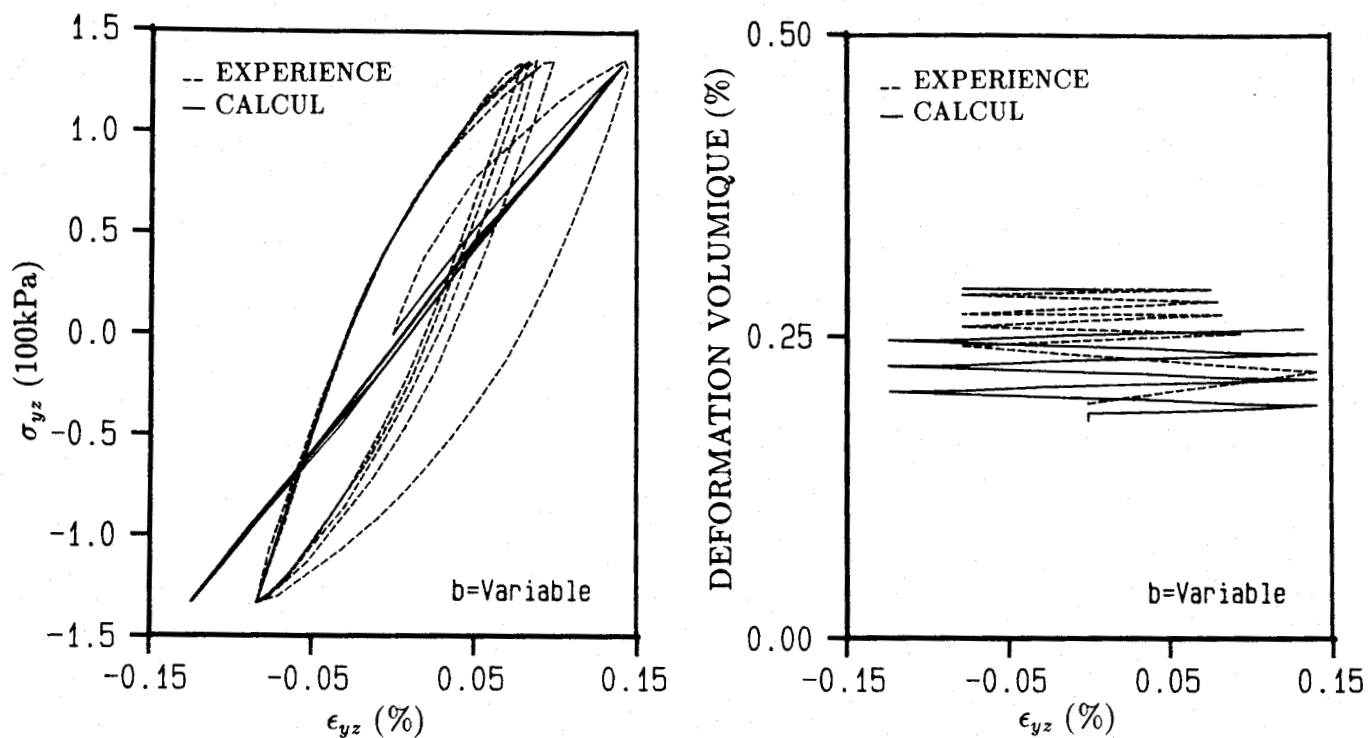


Figure 7.36(a) - Essai en torsion alternée sur le sable dense d'Hostun au cylindre creux (5 cycles de torsion) (Workshop de Cleveland, 1987)

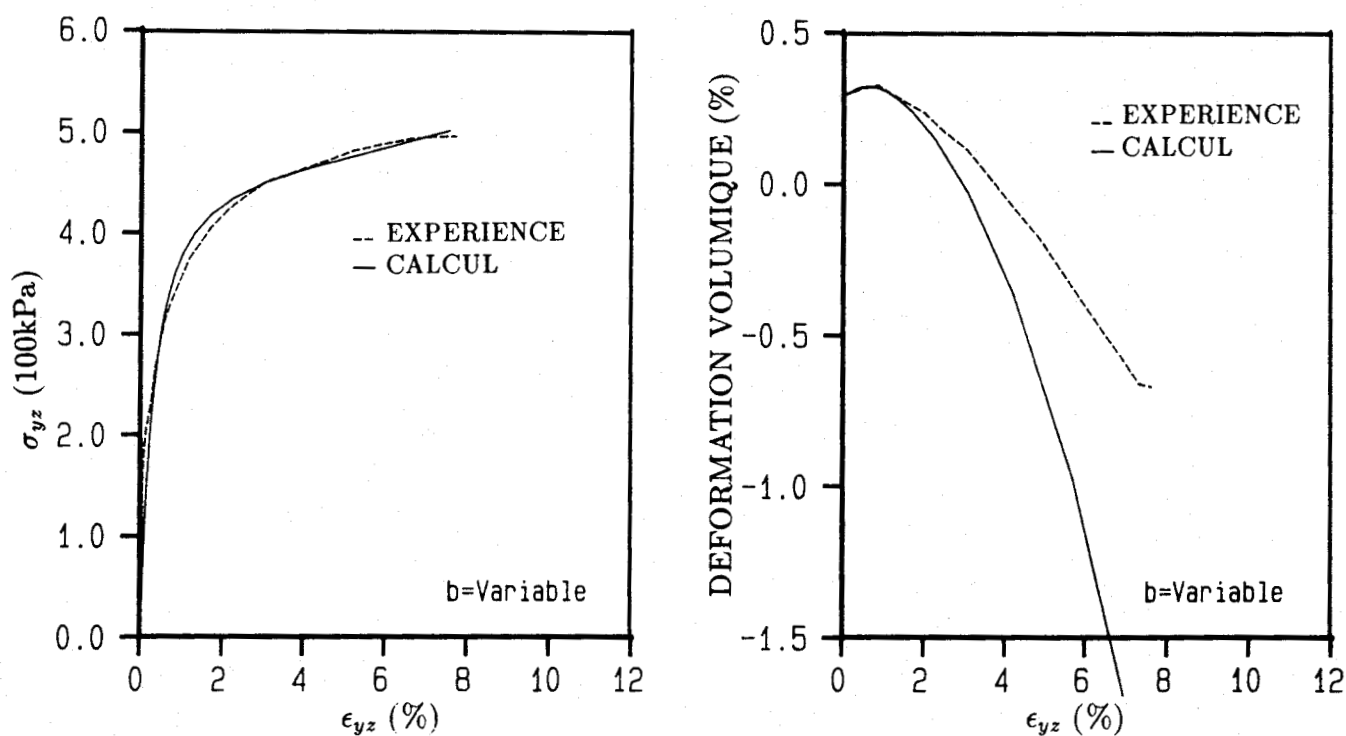


Figure 7.36(b) - Essai en torsion alternée sur le sable dense d'Hostun au cylindre creux (torsion monotone après 5 cycles) (Workshop de Cleveland, 1987)

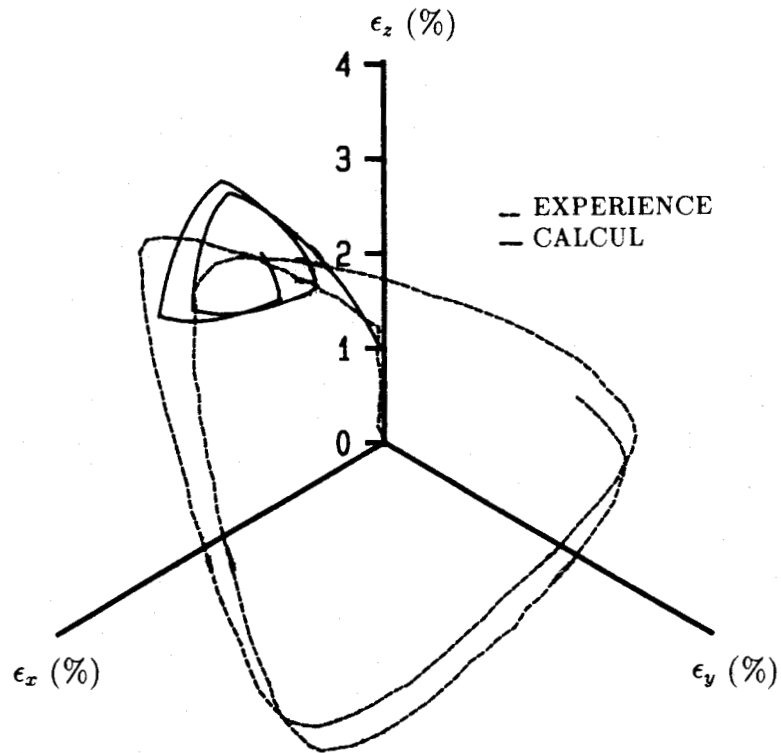


Figure 7.37 - Essai circulaire dans le plan déviatorique sur le sable dense d'Hostun à la presse 3D (Workshop de Cleveland, 1987)

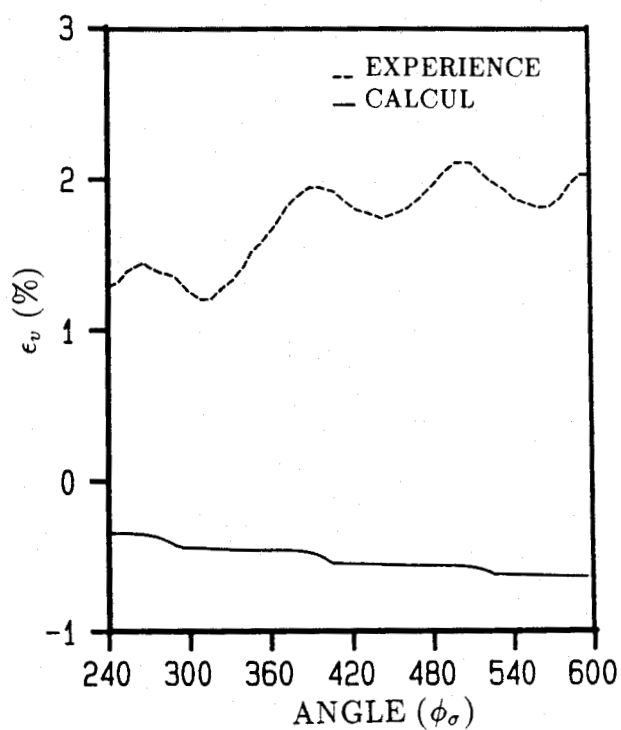
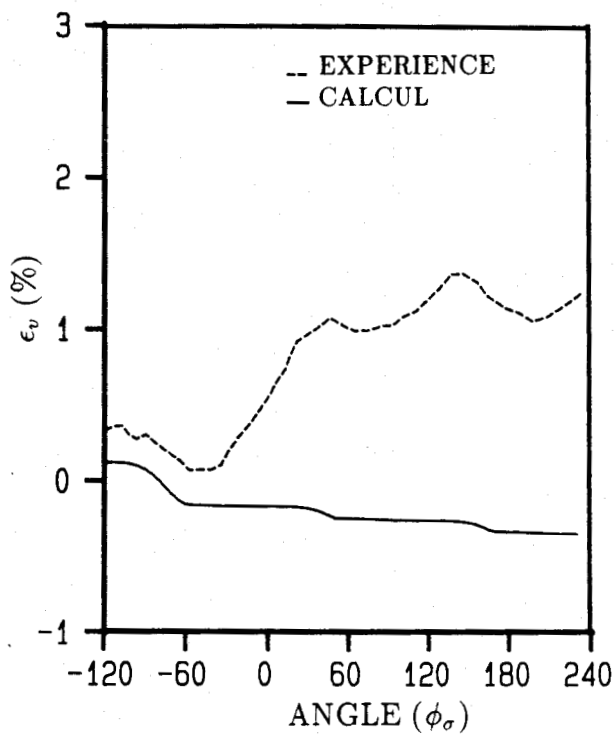


Figure 7.38(a) - Essai circulaire sur le sable dense d'Hostun à la presse 3D  
(Workshop de Cleveland, 1987)

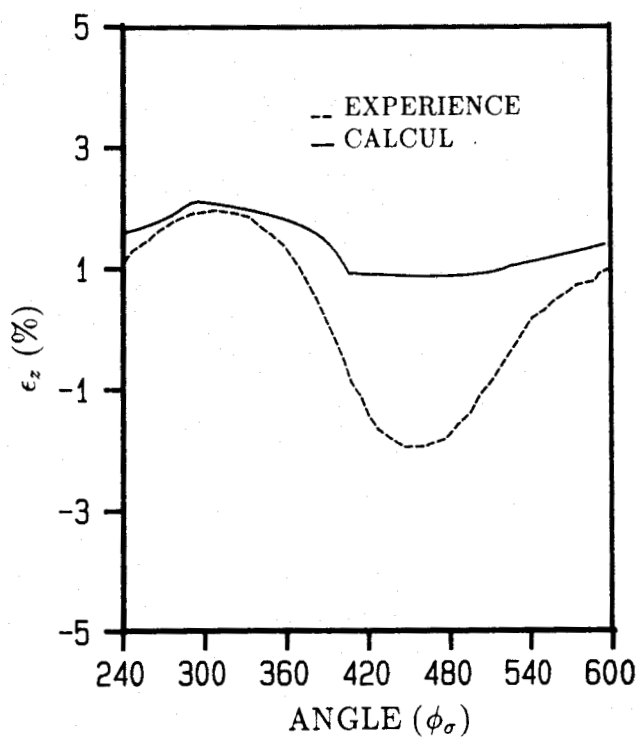
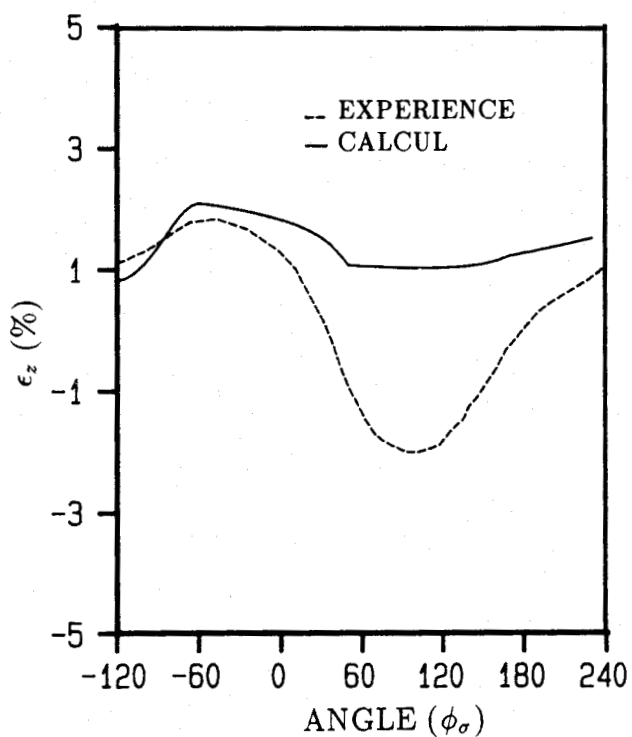


Figure 7.38(b) - Essai circulaire sur le sable dense d'Hostun à la presse 3D  
(Workshop de Cleveland, 1987)

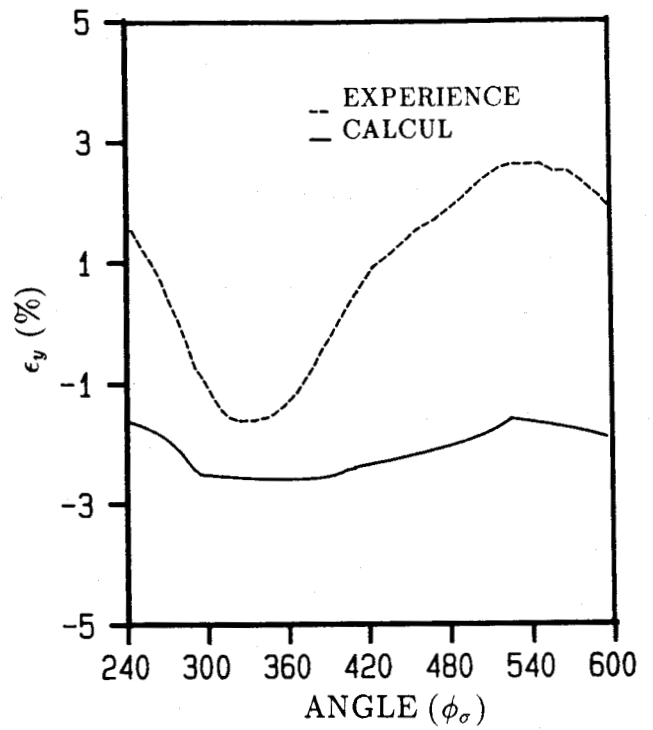
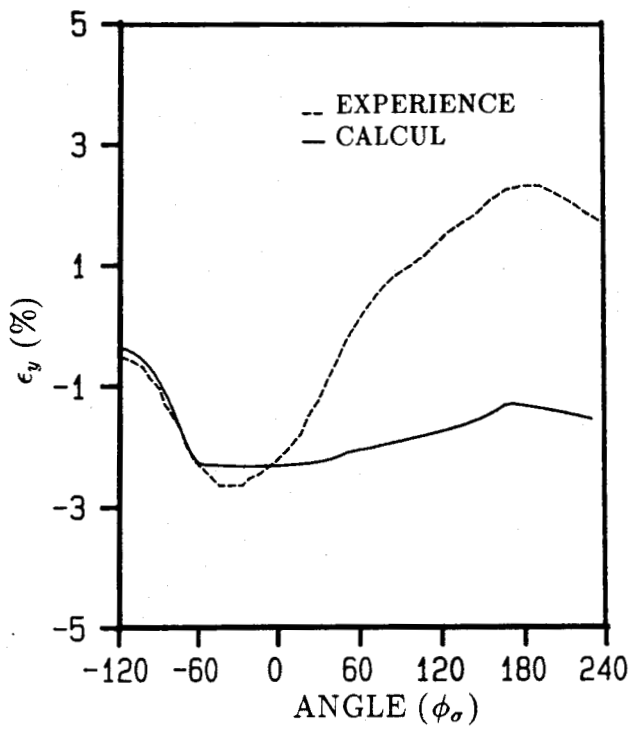


Figure 7.38(c) - Essai circulaire sur le sable dense d'Hostun à la presse 3D  
(Workshop de Cleveland, 1987)

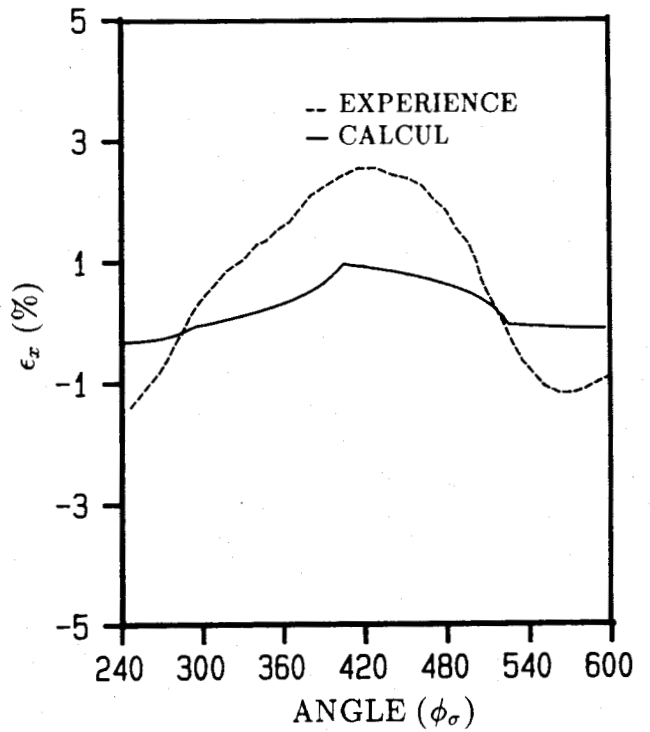
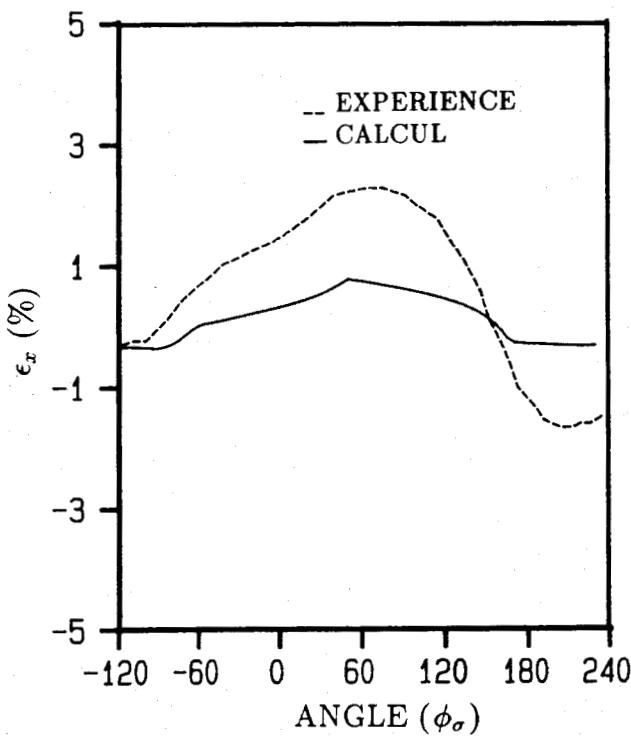


Figure 7.38(d) - Essai circulaire sur le sable dense d'Hostun à la presse 3D  
(Workshop de Cleveland, 1987)

est à noter que la description de l'anisotropie induite par le modèle est directement liée au degré de mobilisation du mécanisme déviatorique pour lequel l'influence d'une variation de  $p$  au cours du chargement peut être mise en évidence en effectuant la comparaison entre les deux prédictions, l'une en condition drainée (figure 7.37) qui est assez éloignée de la réalité, l'autre en condition non-drainée (figure 7.26(e), essai de Yamada) qui est satisfaisante. En outre, il apparaît que le mécanisme déviatorique ne peut traduire que de façon limitée le degré d'anisotropie induite par différents niveaux de chargement antérieurs. On constate également une bonne concordance quantitative entre la déformation volumique simulée et expérimentale, ainsi qu'entre les résistances à l'état limite pour le chemin en torsion où une rotation continue des axes de contraintes principales est mise en jeu dans la partie cyclique alternée. Afin d'examiner ce dernier point de manière plus précise, on présente ci-dessous des résultats de validation sur les essais de Ishihara.

### 7.2.6 Essais de Ishihara sur le sable de Toyoura

Il s'agit cette fois d'évaluer de manière détaillée l'un des aspects de modélisations non-monotones *extrêmement important mais malheureusement peu abordé* jusqu'à ce jour concernant la validation d'un modèle sur des sollicitations rotationnelles.

En pratique, les sollicitations appliquées aux fondations d'ouvrages réels provoquent des rotations des directions des contraintes principales dans le sol. Par exemple, sous chargement non-monotone, tel que celui induit par le passage d'un séisme, l'effet principal est l'application d'une contrainte de cisaillement cyclique horizontale sur les faces d'un élément pris à une profondeur  $h$  dans un profil de sol. En tenant compte des contraintes initiales (figure 7.39), cette contrainte de cisaillement entraîne une rotation des directions des contraintes principales (Symes et al, 1985). Entre deux instants dans un cycle, la direction de la contrainte principale majeure tourne entre  $\alpha_a$  et  $\alpha_b$  par rapport à l'axe vertical. Une étude théorique (Ishihara et Towhata, 1983) démontre également que les chargements cycliques dus à la houle sur un sol sous-marin produisent une rotation continue des directions des contraintes principales à déviateur constant ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ) (figure 7.40). Ainsi, il est important qu'un modèle de comportement puisse prendre en compte cette influence de la rotation des axes des contraintes principales dans la modélisation.

Malgré les nombreuses possibilités qu'offrent les appareillages tels que la boîte de cisaillement, la presse triaxiale de révolution et la presse véritable triaxiale, ils ne permettent pas des études détaillées du comportement cyclique des sols sur des chemins comportant des rotations des directions de contraintes principales. Pour des essais cycliques soit triaxiaux classiques soit véritables triaxiaux, les contraintes principales sont fixées en direction et seule est possible une permutation entre les composantes majeure et mineure (Pour un essai alterné par exemple, on peut avoir un changement entre  $\beta = 0^\circ, b_\sigma = 0$  et  $\beta = 90^\circ, b_\sigma = 1$ ). La rotation des axes principaux peut avoir lieu dans différentes boîtes de cisaillement direct ou de cisaillement simple, mais ces appareils ont été beaucoup critiqués pour le manque d'homogénéité et la difficulté d'interprétation des mesures, si bien que l'on ne pourrait les employer pour une modélisation fine du

comportement dû à la rotation des axes principaux. Notons qu'un appareil sophistiqué (appelé  $1\gamma - 2\epsilon$ ) est en cours de développement en France (Lanier, 1989).

L'appareil de torsion et compression au cylindre creux permet de reproduire des chemins comportant des rotations continues des axes principaux comme le chemin en torsion alternée dans lequel la valeur  $\beta$  varie entre les bornes  $\pm 45^\circ$  tout en fixant  $b_\sigma = 0.5$ . Cependant, ce type d'appareil conduit à des chemins particuliers, à partir desquels on ne peut pas dissocier l'effet de  $\beta$  et de  $b_\sigma$ .

Afin de faire varier de façon indépendante les deux valeurs  $\beta$  et  $b_\sigma$  pour étudier de plus près le comportement des sols sous chargements cycliques en cinématique rotationnelle, Ishihara et al (1983, 1986) ont mis au point un appareil au cylindre creux dans lequel la pression intérieure  $P_i$  peut être différente de la pression extérieure  $P_o$  (Citons également le travail similaire réalisé par Hight et al, 1983). En asservissant la différence  $P_o - P_i$ , la force axiale et le couple de torsion (figure 7.41(a)), ils ont effectué des essais cycliques en conditions drainée et non-drainée avec une rotation continue des directions de contraintes principales tout en gardant  $\sigma_1 - \sigma_3$  constant. Le fait que ce type d'essai, assez compliqué, est rarement abordé dans la modélisation justifie l'intérêt de rétablir de façon claire les conditions expérimentales et les équations correspondantes.

### Equations générales

Il est possible de définir en un point  $M(\theta, r, z)$  les quatre composantes de contraintes induites par les chargements correspondants: contrainte verticale  $\sigma_z$ , contrainte circonférentielle  $\sigma_\theta$ , contrainte radiale  $\sigma_r$  et contrainte de cisaillement  $\tau_{z\theta}$ . On peut illustrer leurs relations par le cercle de Mohr sur la figure 7.41(b).

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \frac{\sigma_z + \sigma_\theta}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_\theta}{2}\right)^2 + \tau_{z\theta}^2} \\ \sigma_2 &= \sigma_r \\ \sigma_3 &= \frac{\sigma_z + \sigma_\theta}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_\theta}{2}\right)^2 + \tau_{z\theta}^2}\end{aligned}\tag{7.1}$$

De même pour les déformations, on a

$$\begin{aligned}\epsilon_1 &= \frac{\epsilon_z + \epsilon_\theta}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{(\epsilon_z - \epsilon_\theta)^2 + \gamma_{z\theta}^2} \\ \epsilon_2 &= \epsilon_r \\ \epsilon_3 &= \frac{\epsilon_z + \epsilon_\theta}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{(\epsilon_z - \epsilon_\theta)^2 + \gamma_{z\theta}^2}\end{aligned}$$

En utilisant les relations (7.1), la valeur  $b_\sigma$  peut s'exprimer:

$$b_\sigma = \frac{\sigma_r - \frac{\sigma_z + \sigma_\theta}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_\theta}{2}\right)^2 + \tau_{z\theta}^2}}{2\sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_\theta}{2}\right)^2 + \tau_{z\theta}^2}}\tag{7.2}$$

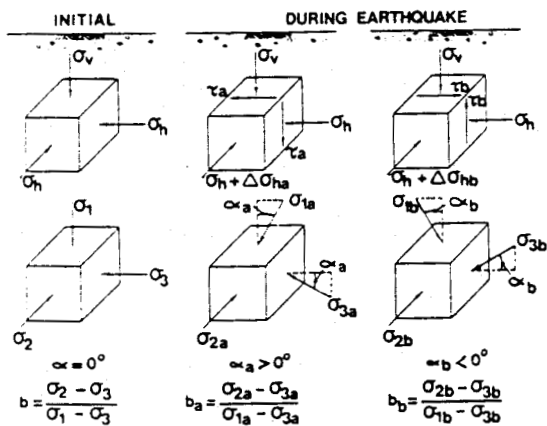


Figure 7.39 - Etats de contraintes induits par le passage d'un seisme (Symes et al, 1983)

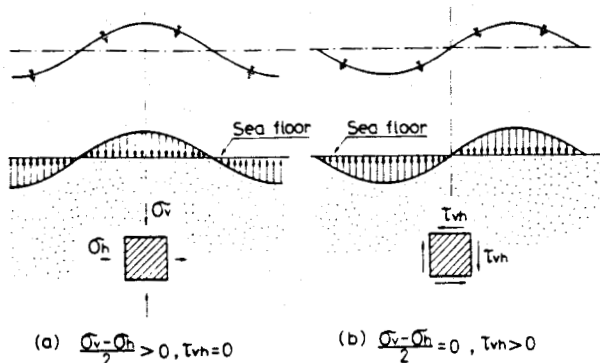


Figure 7.40 - Etats de contraintes dus à la houle sur un sol sous-marin (Ishihara et al, 1983)

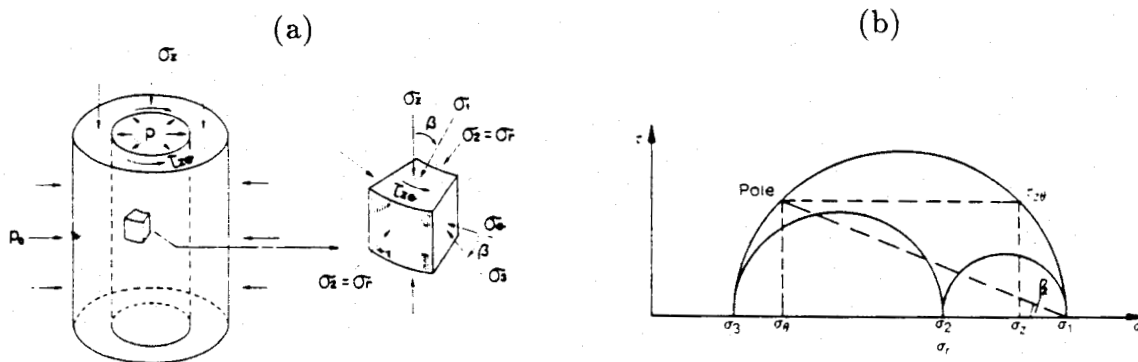


Figure 7.41 - (a) Etat de contraintes à travers la paroi du cylindre creux; (b) Représentation de contraintes par le cercle de Mohr

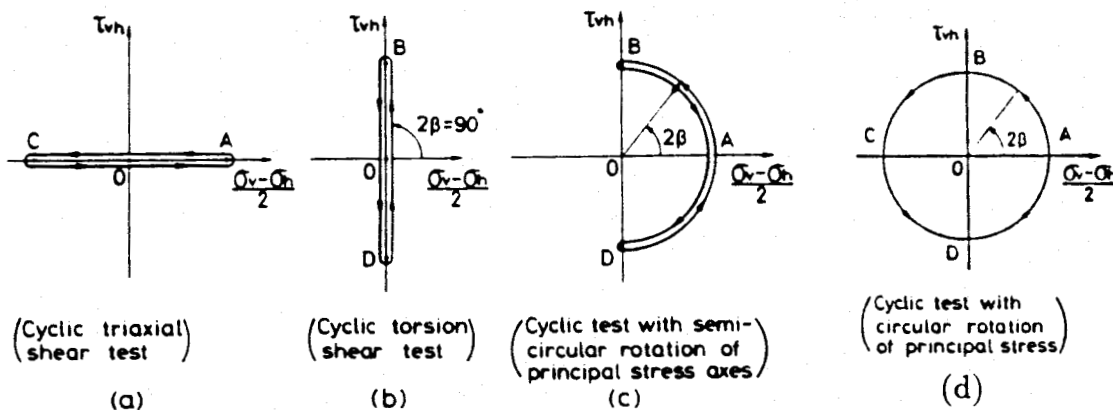


Figure 7.42 - Quatre chemins de chargement dans les essais de Ishihara et al (1983, 1986)

On peut alors définir:

$$\tan 2\beta = \frac{2\tau_{z\theta}}{\sigma_z - \sigma_\theta} \quad (7.3)$$

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z - \sigma_\theta}{2}\right)^2 + \tau_{z\theta}^2} \quad (7.4)$$

Se référant aux équations (7.3) et (7.4), la différence de contraintes  $(\sigma_z - \sigma_\theta)/2$  et la contrainte de cisaillement  $\tau_{z\theta}$  peuvent s'écrire:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_z - \sigma_\theta}{2} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\beta \\ \tau_{z\theta} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\beta \end{aligned} \quad (7.5)$$

### Conditions de test

- $P_o \neq P_i$

Le test plus simple à réaliser dans cette condition est d'imposer  $b_\sigma = 0.5$  dans l'expression (7.2). On obtient ainsi  $\sigma_r = (\sigma_z + \sigma_\theta)/2$  et la relation:

$$p = \frac{\sigma_z + \sigma_r + \sigma_\theta}{3} = \frac{\sigma_z + \sigma_\theta}{2} = \sigma_r \quad (7.6)$$

Combinant (7.6) avec (7.5), on obtient les composantes des contraintes comme suite:

$$\begin{aligned} \sigma_z &= p + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\beta \\ \sigma_r &= p \\ \sigma_\theta &= p - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\beta \\ \tau_{z\theta} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\beta \end{aligned} \quad (7.7)$$

Les équations (7.7) indiquent que, avec la condition  $P_o \neq P_i$ , il est possible de changer l'angle de rotation  $\beta$  tout en gardant constant  $b_\sigma = 0.5$ . Ainsi, on peut explorer séparément l'effet de  $\beta$  et de  $b_\sigma$ .

- $P_o = P_i$

Si on maintient toujours la pression extérieure  $P_o$  égale à la pression intérieure  $P_i$ , on peut faciliter considérablement la conduite d'essais. Dans ce cas, la condition d'équilibre de force à travers la paroi du cylindre creux nécessite que  $\sigma_r$  et  $\sigma_\theta$  aient la même valeur  $\sigma_h$  ( $\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_h$ ). Ainsi, on a

$$p = \frac{\sigma_z + 2\sigma_h}{3} \quad (7.8)$$



Combinant (7.8) avec (7.5), on obtient ainsi les composantes des contraintes correspondantes:

$$\begin{aligned}\sigma_z &= p + \frac{4}{3} \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\beta \\ \sigma_h &= p - \frac{2}{3} \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\beta \\ \tau_{z\theta} &= \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\beta\end{aligned}\quad (7.9)$$

Avec l'introduction des équations (7.9) dans l'expression (7.2), on a tout de suite:

$$b_\sigma = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\beta) = \sin^2 \beta \quad (7.10)$$

La relation (7.10) indique clairement que, si la condition  $P_o = P_i$  est imposée au cours de l'essai, la rotation de direction des contraintes principales  $\beta$  est toujours accompagnée du changement de la valeur  $b_\sigma$ .

### Schémas de chargement

Après un premier chargement triaxial à un niveau  $(\sigma_z - \sigma_\theta)/2$ , Ishihara et al (1983, 1986) ont réalisé quatre types d'essais, soit en variant uniquement la composante  $(\sigma_z - \sigma_\theta)/2$  ou la composante  $\tau_{z\theta}$ , soit en combinant simultanément ces deux composantes de façon à garder toujours l'amplitude  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$  constante. Ces quatre schémas sont illustrés sur la figure 7.42 où  $(\sigma_z - \sigma_\theta)/2$  et  $\tau_{z\theta}$  forment un système de coordonnées rectangulaires.

### Résultats de validation

- Essai triaxial alterné non-drainé ( $P_o = P_i$ )

Il s'agit d'un essai triaxial classique confiné à  $294kPa$  (figure 7.42(a)). En l'absence des essais de calage nécessaires, nous l'utilisons pour déterminer les paramètres du modèle. Le jeu de paramètres obtenu est présenté dans le tableau 7.11

La figure 7.43 présente le résultat de l'identification. On remarque que la réponse du modèle correspond bien aux remarques évoquées dans la partie "Essais de Yamada sur le sable de Fuji River": en conformité avec l'augmentation successive de pression interstitielle (figure 7.43(a)), la rigidité diminue et il y a de plus en plus de déformation axiale (figure 7.43(b)).

- Essai en torsion alternée non-drainé ( $P_o = P_i$ )

Dans cet essai, on n'applique cycliquement que la composante  $\tau_{vh}$  ( $\tau_{vh} = \tau_{z\theta}$ ), tout en gardant constantes les contraintes verticale  $\sigma_v$  et horizontale  $\sigma_h$ . On crée ainsi une rotation cyclique de la direction principale majeure de  $-45^\circ$  à  $+45^\circ$  par rapport à l'axe vertical  $Z$  (figure 7.42(b)). La valeur  $b_\sigma$  reste égale à 0.5. La prédiction du modèle sur ce type de chemins en condition drainée est déjà présentée lors de la validation sur

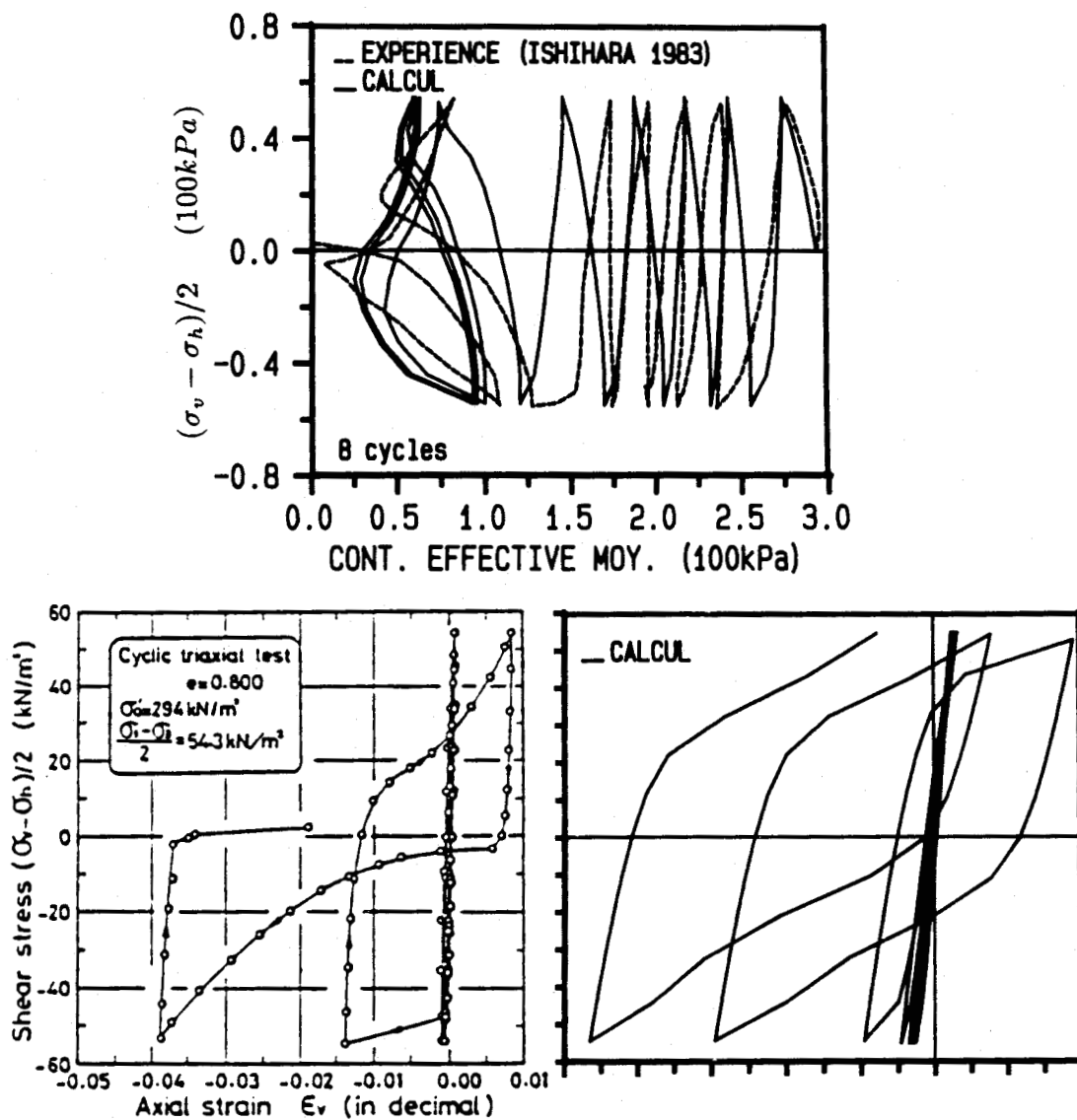


Figure 7.43 - Essai triaxial alterné non-drainé sur le sable de Toyoura utilisé pour l'identification des paramètres du modèle ( $p_c = 294kPa$ ) (Ishihara et al, 1983)

Tableau 7.11 : Jeu des paramètres pour les essais de Ishihara et al

Paramètre	$E_0$	$\nu$	$n$	$\phi_f$	$\phi_g$	$m$	$\eta_g$	$a_0$	$\alpha$	$c$	$b$
Sable Toyoura	210.	0.31	0.7	38.	36.	0.6	0.90	0.0005	0.0128	50	200

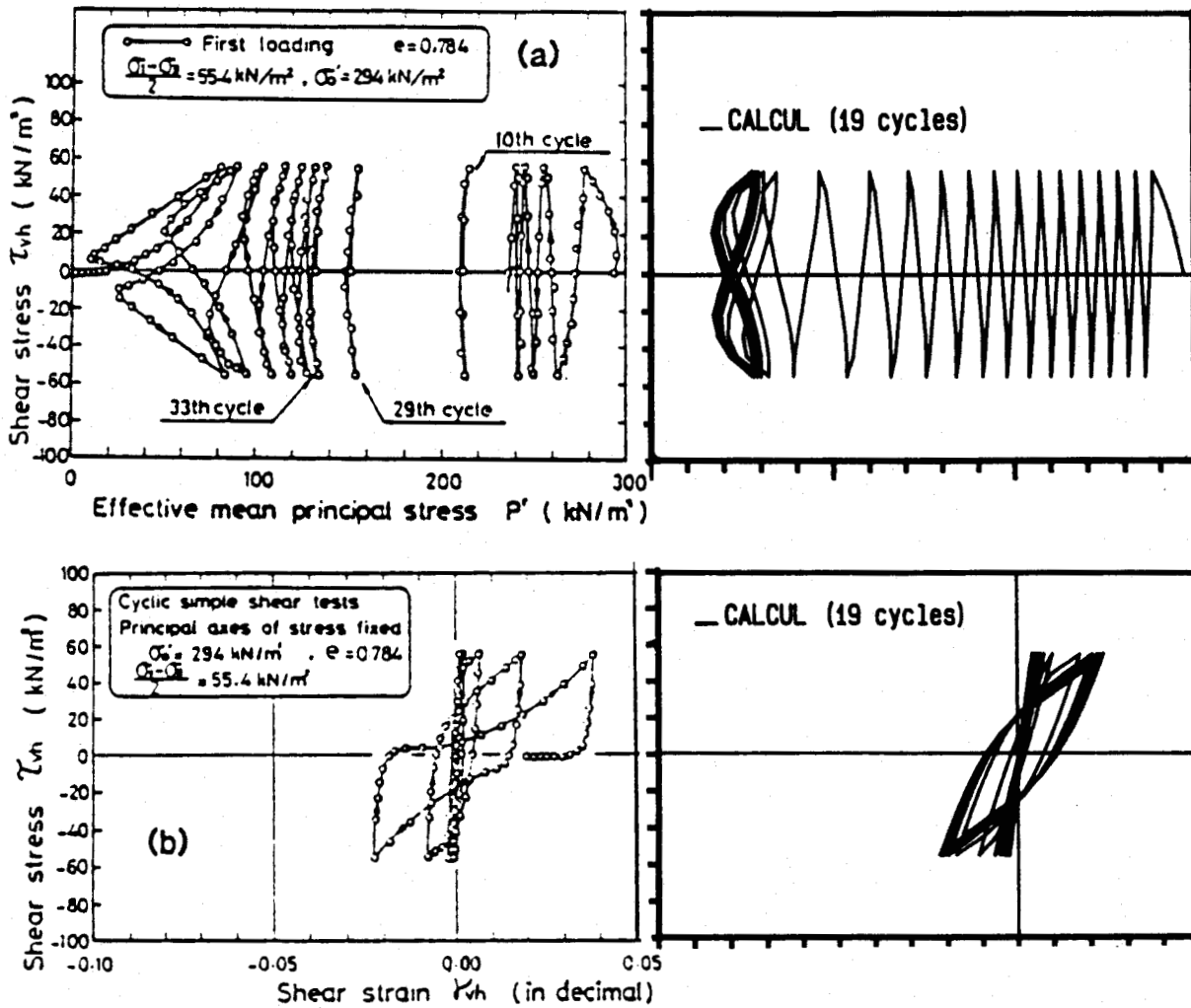


Figure 7.44 - Essai en torsion non-drainée sur le sable de Toyoura  
 $(p_c = 294 \text{ kPa}, b_\sigma = 0.5, -45^\circ \leq \beta \leq +45^\circ)$   
 (Ishihara et al, 1983)

les essais du Workshop de Cleveland.

La figure 7.44 montre la prédiction d'un essai non-drainé confiné à  $294kPa$  et d'amplitude  $\tau_{vh} = 55.4kPa$ . On voit que le modèle donne, dans l'ensemble, un résultat qualitativement correct: l'augmentation de pression interstitielle (figure 7.44(a)) continue jusqu'à ce que le cycle rencontre les lignes caractéristiques, ce qui explique la rotation de courbe  $\tau_{vh} - \gamma_{vh}$  autour de l'origine (figure 7.44(b)). La différence se situe dans le nombre de cycles pour obtenir la liquéfaction: au lieu de 38 cycles dans l'expérience, le modèle prédit des cycles stabilisés après 19 cycles de chargement.

- Essais avec rotation semi-circulaire des axes principaux ( $P_o = P_i$ )

Dans ces essais, on applique simultanément les composantes  $(\sigma_z - \sigma_h)/2$  et  $\tau_{zh}$  de façon à garder constant  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$  (figure 7.42(c)). Ainsi, on obtient également une rotation cyclique de  $+45^\circ$  à  $-45^\circ$  comme le chemin en torsion alternée ci-dessus, mais la valeur  $b_o$  n'est plus constante et varie entre 0 et 0.5.

La figure 7.45 illustre la prédiction d'un essai non-drainé confiné à  $294kPa$  avec  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2 = 65.1kPa$ . Les résultats sont satisfaisants tant pour le "chemin de pression effective"  $\beta - P'$  que pour la déformation axiale et  $\epsilon_1 - \epsilon_3$ . La figure 7.45(a) montre que, pour le premier chargement triaxial  $O - A$ , le modèle donne une augmentation de pression interstitielle de  $25kPa$  qui correspond bien à l'expérience. Les cycles répétés avec rotation des axes principaux provoquent une montée progressive en pression interstitielle qui tend à se stabiliser autour de 78% de la contrainte de confinement comme on l'observe dans la courbe expérimentale, ce qui, par contre, n'était pas le cas pour le chemin en torsion alternée. La déformation axiale obtenue dans la figure 7.45(c) a une allure similaire à celle de l'expérience, la différence essentielle étant que le modèle ne reproduit pas l'hystérésis obtenue expérimentalement. On peut également remarquer que la prédiction de  $\epsilon_1 - \epsilon_3$  est bonne qualitativement et quantitativement (figure 7.45(b)). On peut étudier l'effet de  $b_o$  en condition non-drainée en comparant la figure 7.45 avec la figure 7.44.

Un essai drainé confiné à  $147kPa$  a été aussi simulé. On peut remarquer, sur la figure 7.46, que lorsque la déformation  $\gamma_{vh}$  évolue cycliquement autour de zéro (figure 7.46(b)), la composante  $\epsilon_v - \epsilon_h$  augmente progressivement avec le cycle. Le modèle est en concordance quantitative, mais il n'arrive pas à simuler l'effet d'une diminution de  $\gamma_{vh}$  pendant les cycles. La figure 7.46(a) montre que la déformation volumique se produit successivement pendant la rotation des axes principaux même si le deviateur de contrainte est maintenu constant ( $(\sigma_1 - \sigma_3)/2 = 76.7kPa$ ), mais le modèle sousstime cette contractance avec une différence qui s'accroît au bout du troisième cycle. On peut étudier l'effet de  $b_o$  en condition drainée en comparant la figure 7.46 avec la figure 7.36.

- Essais avec rotation circulaire des axes principaux ( $P_o = P_i$  et  $P_o \neq P_i$ )

On peut combiner également les composants  $(\sigma_z - \sigma_\theta)/2$  et  $\tau_{z\theta}$  de façon à obtenir une rotation circulaire des axes principaux aussi bien pour  $P_o = P_i$  que pour  $P_o \neq P_i$

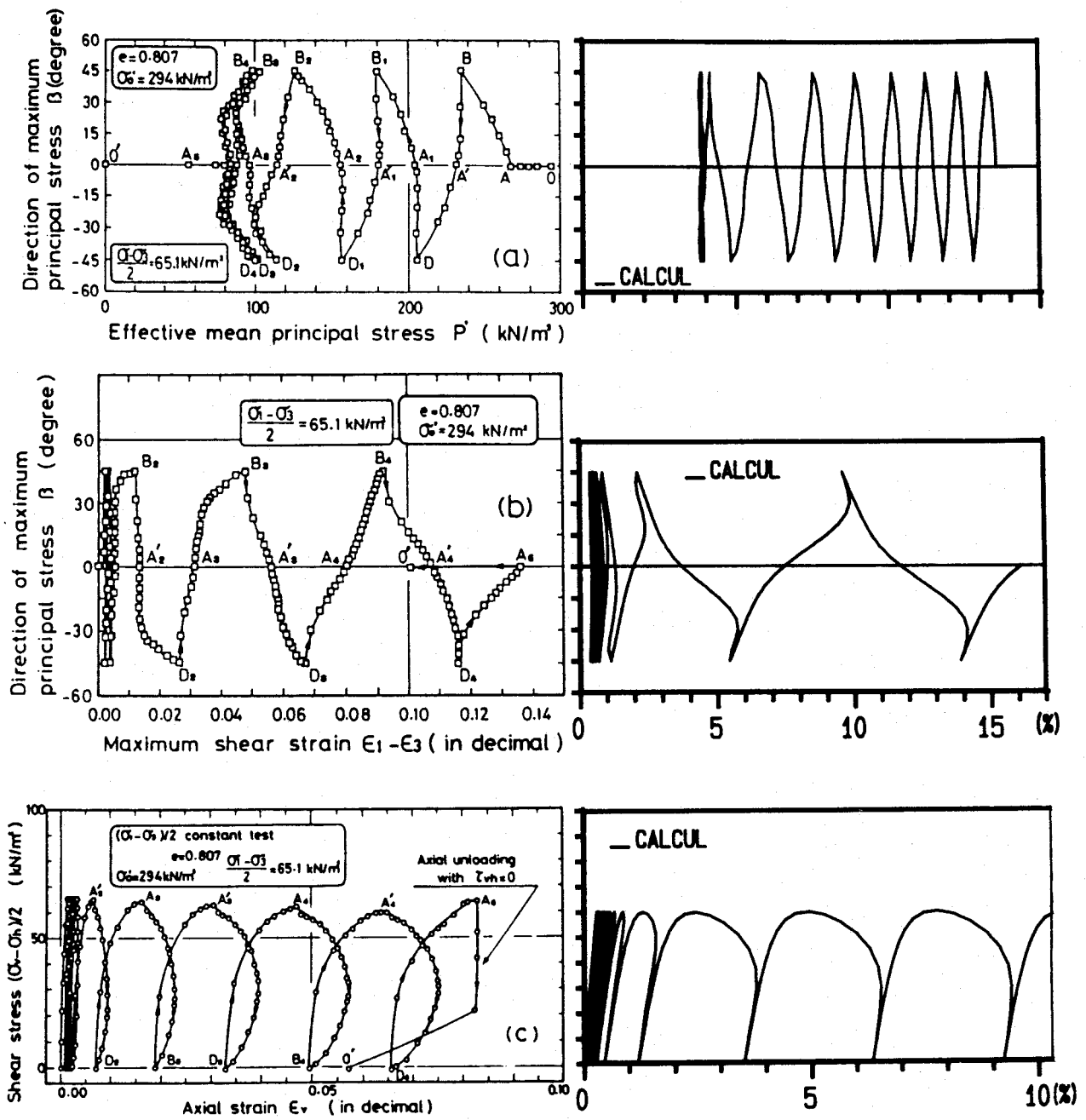


Figure 7.45 - Essai non-drainé avec rotation semi-circulaire des axes principaux sur le sable de Toyoura ( $p_c = 294 \text{ kPa}$ ,  $0 \leq b_\sigma \leq 0.5$ ,  $-45^\circ \leq \beta \leq +45^\circ$ ) (Ishihara et al, 1983)



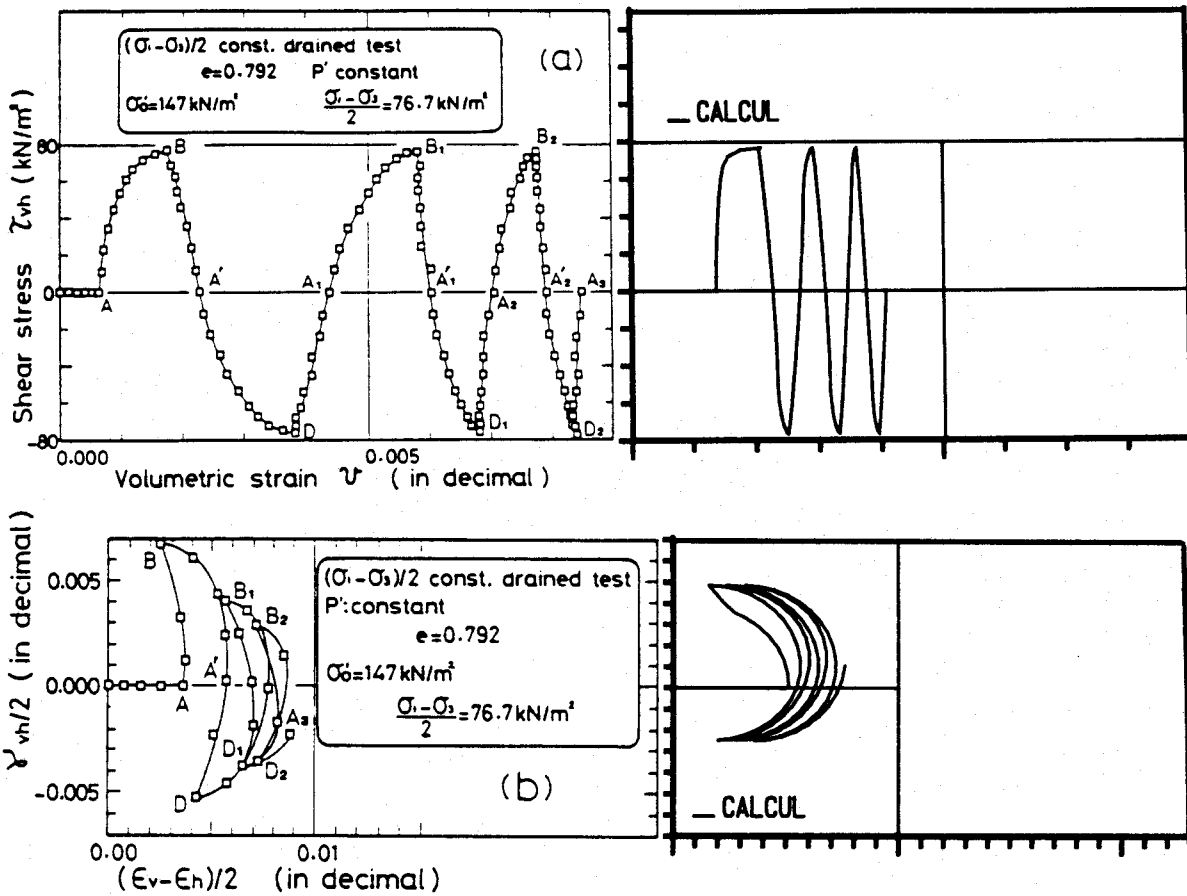


Figure 7.46 - Essai drainé avec rotation semi-circulaire des axes principaux sur le sable de Toyoura ( $p_c = 147 \text{ kPa}$ ,  $0 \leq b_\sigma \leq 0.5$ ,  $-45^\circ \leq \beta \leq +45^\circ$ ) (Ishihara et al, 1983)

(figure 7.42(d)). Dans ce cas, l'angle d'inclinaison  $\beta$  se trouve périodiquement dans la fourchette  $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$ .

La figure 7.47 présente la simulation d'un essai non-drainé confiné à  $294kPa$  et d'amplitude de  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2 = 40kPa$  avec  $0 \leq b_\sigma \leq 1$  ( $P_o = P_i$ ). Pour faciliter le dépouillement automatique, l'effet d'une rotation des axes principaux est présenté par la courbe  $\tau_{vh} - P'$  dans le calcul au lieu de  $\beta - P'$  dans l'expérience. On voit que, comme dans l'essai semi-circulaire, la liquéfaction ne survient que par une décharge complète au bout d'un certain nombre de cycles (branche  $A_{17}O'$  dans la figure 7.47(a)). On observe également (figure 7.47(b)) que la déformation de cisaillement  $\tau_{zh}$ , qui reste faible au cours du cyclage, s'accroît brutalement au dernier cycle, ceci est en accord avec l'expérience.

Afin de compléter cette validation, on a simulé également deux essais drainés confinés à  $98kPa$  et d'amplitude  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2 = 40kPa$  avec la contrainte effective moyenne  $p = const$  au cours du chargement.

Sur la figure 7.48(a), il s'agit de la simulation d'un essai drainé avec  $P_o = P_i$ . Ainsi, la rotation des axes principaux  $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$  est toujours accompagnée de la variation  $0 \leq b_\sigma \leq 1$ . On observe une contractance importante pendant les cycles. La prédiction apparaît satisfaisante, en particulier avec une reproduction précise des deux premiers cycles.

Pour mettre en évidence l'effet de  $b_\sigma$  en condition drainée, la figure 7.48(b) présente la prédiction d'un autre essai similaire avec  $b_\sigma = 0.5$  pendant la rotation ( $P_o \neq P_i$ ). Là aussi, on observe un compactage progressif, qui est cependant moins fort que celui obtenu dans l'essai précédent (figure 7.48(a)) à cause du blocage de valeur  $b_\sigma$ . Le modèle peut bien prendre en compte la différence entre ces deux chemins de chargement et fournit une prédiction quantitativement acceptable.

## Synthèse

En résumé, les essais de Ishihara exposés ci-dessus soulignent l'importance primordiale de l'anisotropie induite dans la détermination de la réponse du sable aux rotations de directions de contraintes principales. Ces essais montrent clairement qu'une rotation continue des directions de contraintes principales peut provoquer des variations significatives de la pression interstitielle en condition non drainée ou de la déformation volumique en condition drainée et que cela s'accompagne d'une modification non négligeable de la relation contrainte-déformation au cours des cycles. La validation du modèle proposé montre que la prise en compte de l'écroûissage cinématique à mémoire discrète pour la modélisation cyclique permet de décrire de façon satisfaisante l'évolution de l'état du matériau due à l'anisotropie induite lors de chargements non-monotones complexes (Tan et Meimon, 1990).



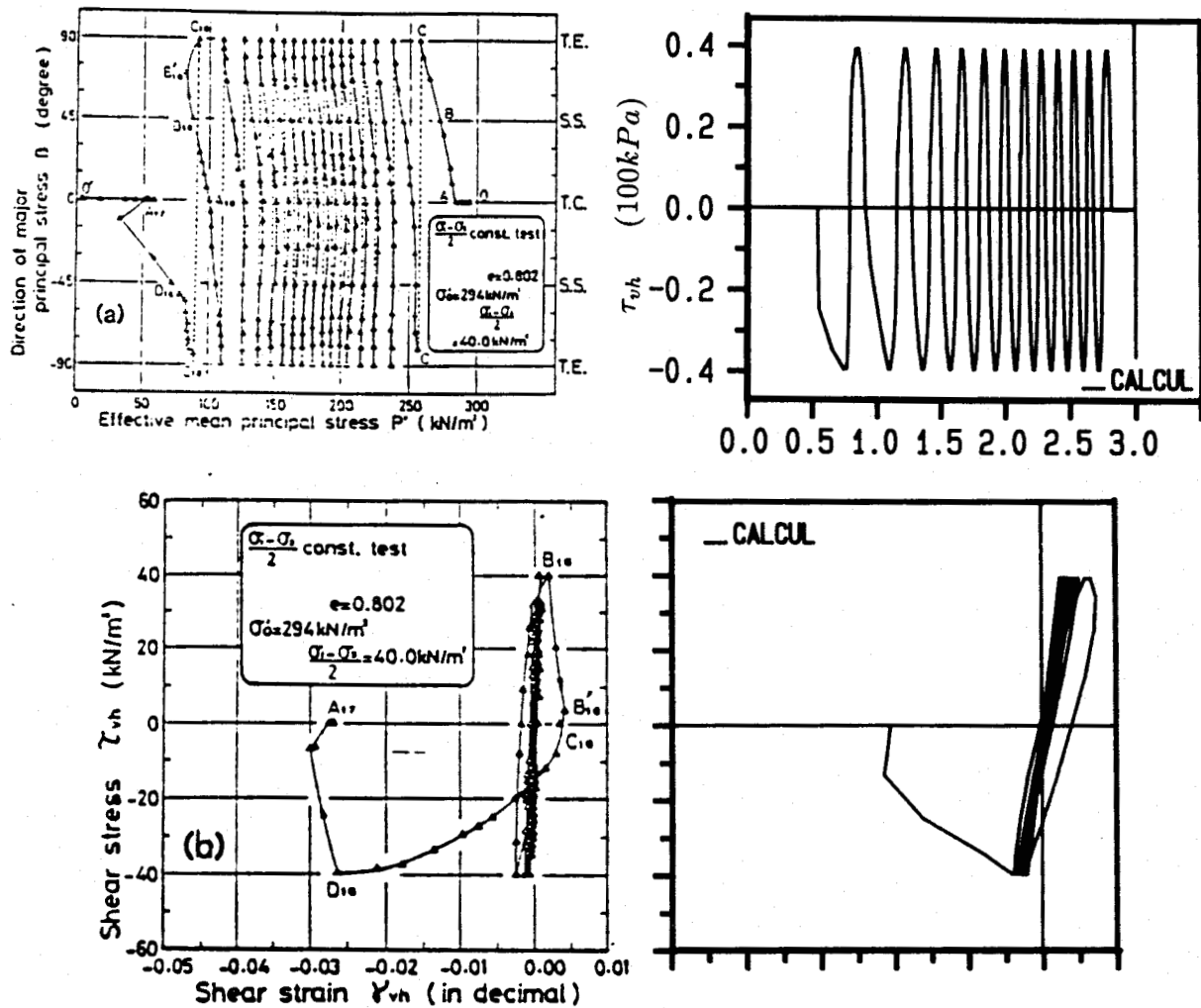


Figure 7.47 - Essai non-drainé avec rotation circulaire des axes principaux sur le sable de Toyoura ( $p_c = 294 \text{ kPa}$ ,  $0 \leq b_\sigma \leq 1$ ,  $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$ ) (Ishihara et al, 1983)

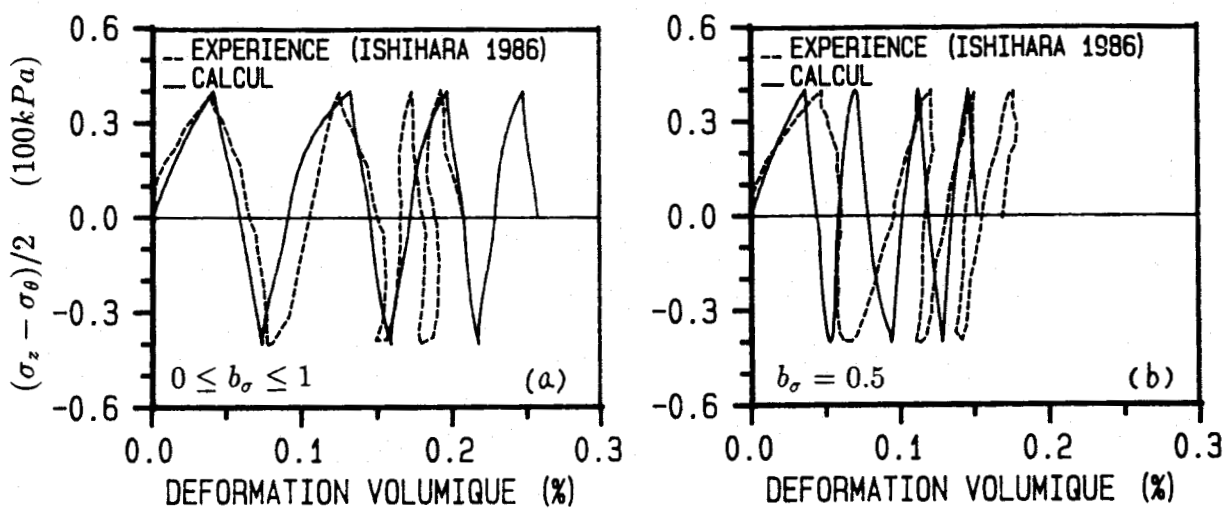


Figure 7.48 - Essais drainés avec rotation circulaire des axes principaux sur le sable de Toyoura ( $p_c = 98 \text{ kPa}$ ,  $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$ ): (a)  $0 \leq b_\sigma \leq 1$ ; (b)  $b_\sigma = 0.5$ . (Ishihara et al, 1986)

### 7.3 Tests théoriques

Gudehus (1984) a proposé quelques tests qui peuvent servir à évaluer qualitativement un modèle rhéologique pour les sols. Il est suggéré que l'adéquation d'un modèle pour traiter des problèmes aux limites peut être partiellement estimée en examinant ses réponses pour certains chemins de déformation typiques. Les tests proposés ont pour but de simuler les conditions de chargement telles que: drainé et non drainé, problèmes de poussée et de butée, chemins proportionnels monotones en déformation. La figure 7.49 montre la relation contrainte-déformation retenue par l'auteur pour ce dernier cas.

Les résultats des essais triaxiaux sur du sable (Goldscheider et Gudehus 1973, Gudehus, 1985) ont bien confirmé ce genre de comportement et ont montré que des chemins proportionnels en déformation suffisamment longs ( $\epsilon_1 = \lambda_p \epsilon_3$ ) donnent des réponses en contrainte qui, au delà d'un certain niveau, deviennent aussi proportionnelles. Gudehus (1979) a décrit les états de contrainte ainsi obtenus comme les états de swept-out-of-memory (SOM).

Pour montrer la capacité prédictive du modèle à ce type de chemins, trois tests triaxiaux ont été choisis dans notre étude :

- chemin proportionnel avec un peu de contractance  $d\epsilon_v > 0$ ;
- chemin non drainé en compression  $d\epsilon_v = 0$ ;
- chemin proportionnel avec un peu de dilatance  $d\epsilon_v < 0$ .

Les simulations (figure 7.50) avec un jeu de paramètres pour le sable lâche montrent que les réponses du modèle sont bien de type proportionnel dans le plan triaxial à partir d'un certain niveau de chargement. Une dilatance proportionnelle peut conduire à une décroissance des contraintes, tandis qu'une contractance proportionnelle produit une augmentation de contraintes avec un rapport de contrainte asymptotiquement constant.

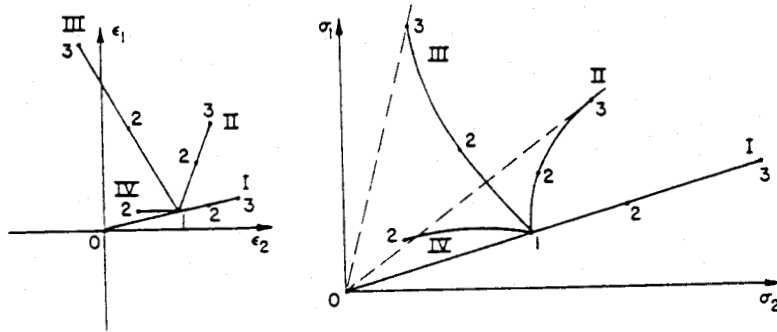


Figure 7.49 - Réponse des sols sous sollicitation proportionnelle monotone en déformation (Gudehus, 1984)

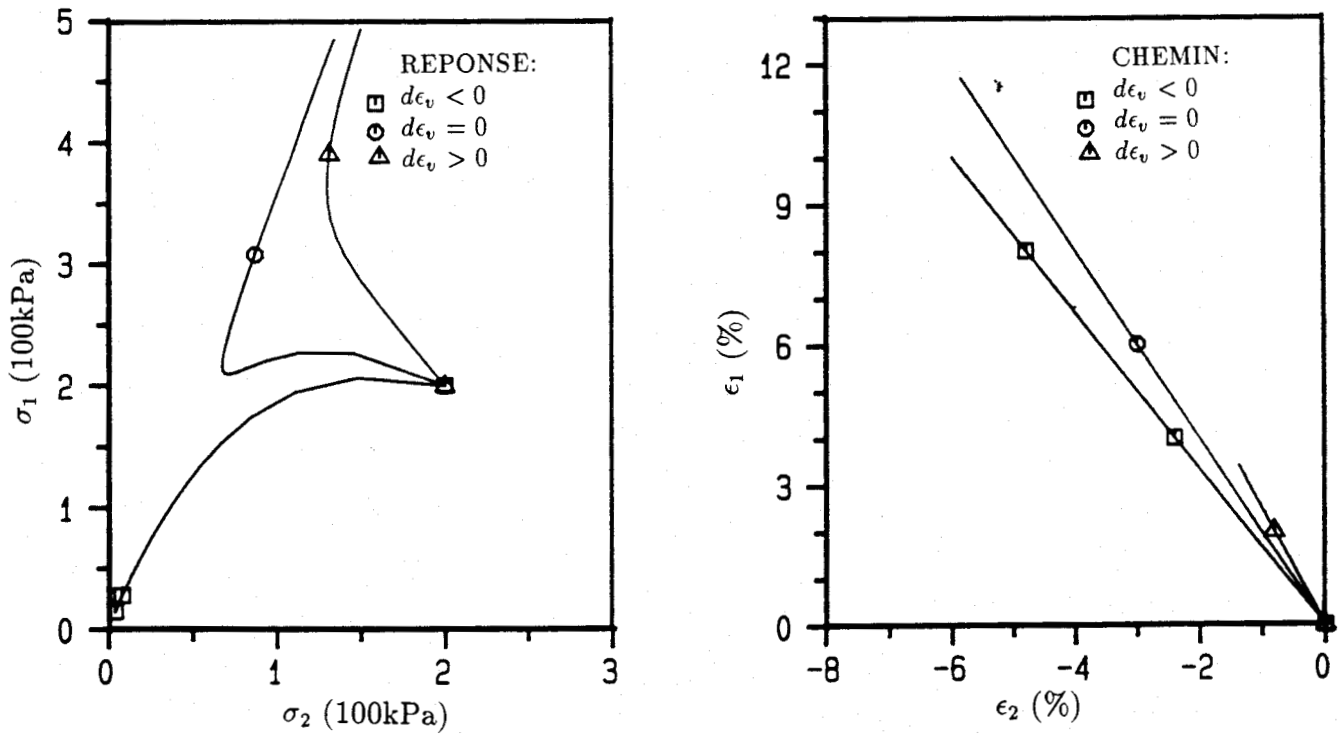


Figure 7.50 - Tests théoriques pour les chemins proportionnels monotones en déformation



## Troisième Partie

### Réponse sur problèmes aux limites



## Chapitre 8

# Implantation du modèle dans un code d'éléments finis

L'introduction d'un modèle rhéologique dans un code de calcul par éléments finis et la validation sur problèmes aux limites constitue la dernière étape dans le processus d'élaboration d'un modèle rhéologique. Les conditions de fonctionnement d'un modèle sont plus sévères dans le cadre du problème aux limites que dans le cas homogène, car l'utilisateur n'est pas maître a priori de l'incrément local de sollicitation aussi bien en taille qu'en direction.

Dans ce chapitre, nous présentons le travail d'insertion du modèle proposé dans un code d'éléments finis, et puis, abordons une première série d'études concernant le fonctionnement du modèle sur problèmes aux limites.

### 8.1 Implantation et Vérification

Le modèle proposé a été introduit dans le code d'éléments finis FONDOP de l'IFP. Ce logiciel est spécialisé dans le calcul des fondations marines pour des problèmes d'évolution en contrainte effective (Meimon et al, 1987). Pour les itérations, on utilise une méthode du type "contrainte initiale" et un algorithme de Newton-Raphson modifié. Les éléments utilisés sont des quadrilatères isoparamétriques à huit noeuds (Q8).

Du fait que le modèle a été beaucoup validé à l'aide du logiciel VALOIS dans lequel l'algorithme du calcul est basé sur le même concept que celui des éléments finis, ce modèle a été implanté très facilement dans le programme FONDOP.

Afin d'examiner la qualité de l'implantation, on retient les essais triaxiaux de Mohkam comme tests de vérification. Les calculs sont réalisés sur du sable lâche avec le jeu des paramètres déjà utilisé pour les chemins de chargement homogènes. La figure 8.1 montre les résultats de trois comparaisons: deux tests monotones en conditions drainée et non-drainée et un test cyclique drainé. On constate qu'il y a bonne concordance entre les courbes obtenues par VALOIS et les courbes par FONDOP pour le chemin de chargement en condition drainée. Quant au cas non-drainé, une légère différence entre les deux approches est liée essentiellement au critère de convergence à

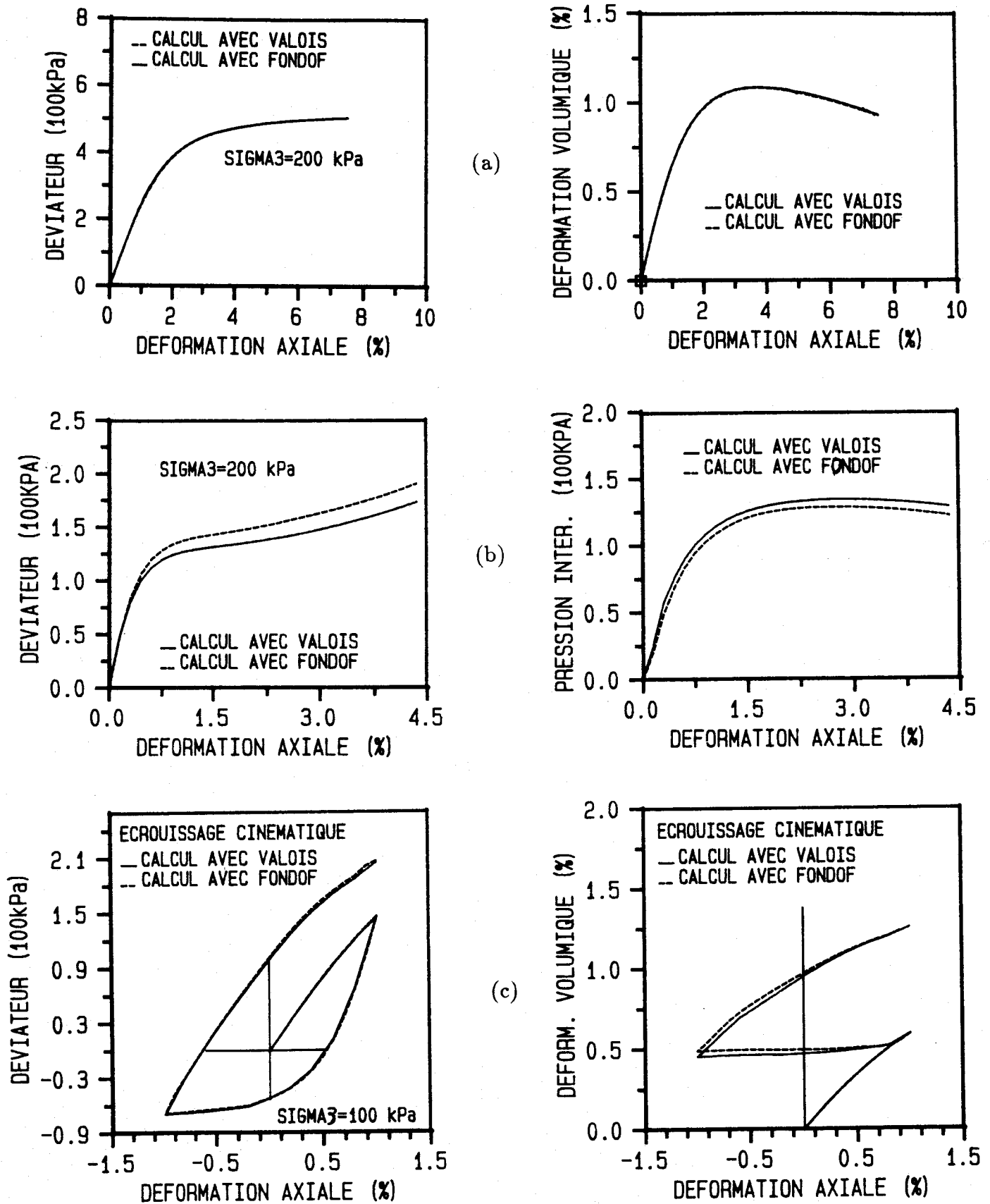


Figure 8.1 - Comparaisons des simulations entre VALOIS et FONDOF:

- (a) chemin triaxial drainé, (b) chemin triaxial non-drainé,
- (c) chemin triaxial cyclique drainé à déformation imposée



satisfaire dans chaque logiciel.

## 8.2 Validation sur fondations superficielles axisymétrique

On a choisi les essais de Laboratoire de Génie Civil de Lille, retenus déjà dans le cadre du GRECO CNRS "Rhéologie des géomatériaux", pour la validation des modèles sur problèmes aux limites.

Il s'agit d'essais d'enfoncement d'une embase de  $50\text{mm}$  de diamètre dans un échantillon de sable de  $180\text{mm}$  de diamètre à l'appareil triaxial. Le sable choisi pour ces essais est celui d'Hostun. De nombreux chemins de sollicitation ont été appliqués avant l'enfoncement de la fondation de bas vers haut: essais sur un échantillon soumis à une contrainte de confinement isotrope ou, au préalable, à un déviateur initial non nul; enfoncement monotone; enfoncement cyclique... Pour plus de détails concernant ces essais, on pourra se reporter à Al-Mukhtar (1987).

Bien qu'il existe une incertitude concernant des conditions aux limites dans ces essais, nous les avons choisis pour la validation de notre modèle du fait que ces essais contiennent une gamme de chemins de chargement très variés. Ceci permet, après la validation du modèle sur les différents chemins de contrainte homogènes, d'examiner l'influence des différentes histoires de chargement antérieures pris en compte qualitativement par le modèle dans le calcul du comportement de fondations superficielles.

La figure 8.2(a) illustre les conditions aux limites du problème. Nous considérons que l'échantillon est soumis en chaque point d'intégration, à une contrainte effective moyenne initiale qui correspond à la contrainte de confinement de l'essai. Le mode d'enfoncement est en force imposée avec 25 incréments jusqu'à la rupture.

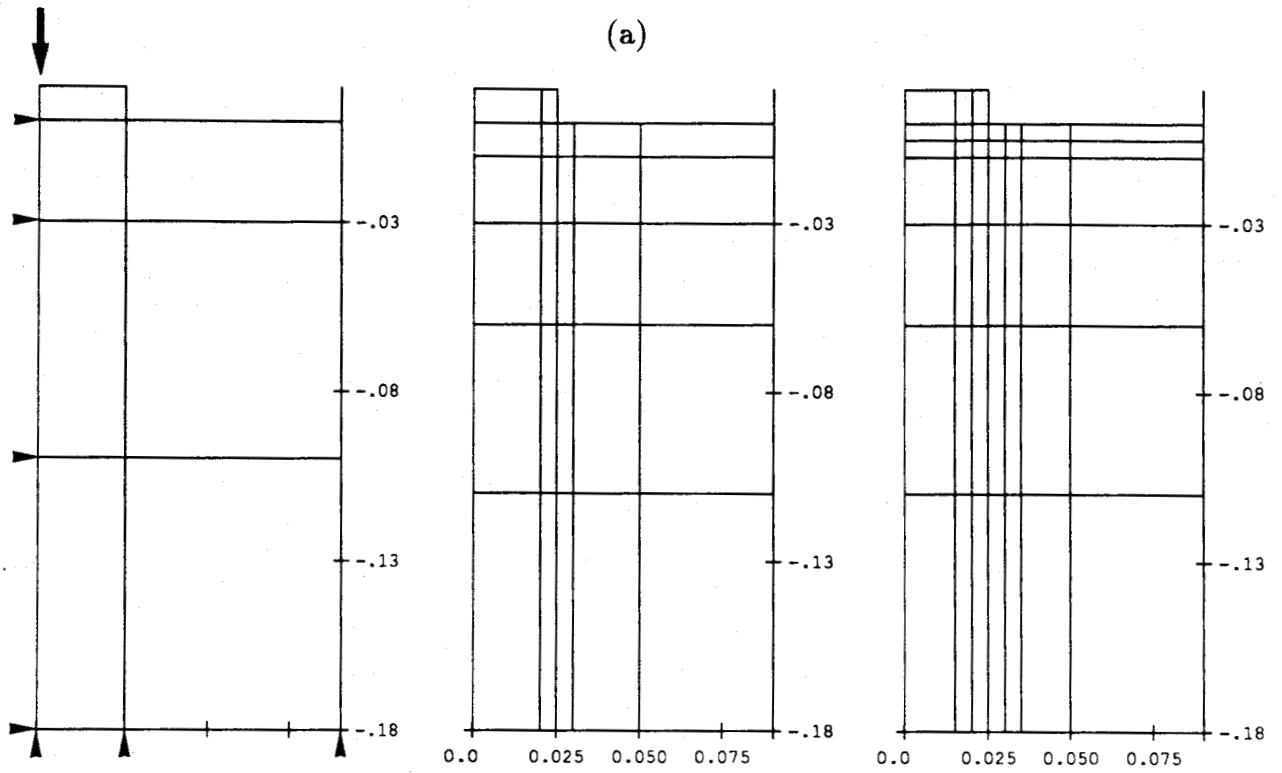
Avant de présenter les résultats de la validation, nous allons étudier quelques éléments intervenant dans le calcul.

### 8.2.1 Effet du maillage

Dans le calcul par éléments finis, il est connu que la finesse de maillage peut jouer un rôle important sur les résultats des simulations. Pour concrétiser cette influence avec le modèle proposé, trois maillages différents, composés de 7, 27 et 45 éléments, ont été choisis (figure 8.2(a)).

La figure 8.2(b) montre la simulation d'un essai d'enfoncement du sable lâche sous une contrainte de confinement de  $200\text{kPa}$ . On voit que, lorsque le maillage passe de 7 à 27 éléments, il existe une grande variation au niveau des résultats de simulation, mais au dessus de 27 éléments, le raffinement du maillage au bord de la fondation n'apporte qu'une faible amélioration.

Ainsi, pour minimiser le coût du calcul, nous avons adopté le maillage à 27 éléments.



(b)

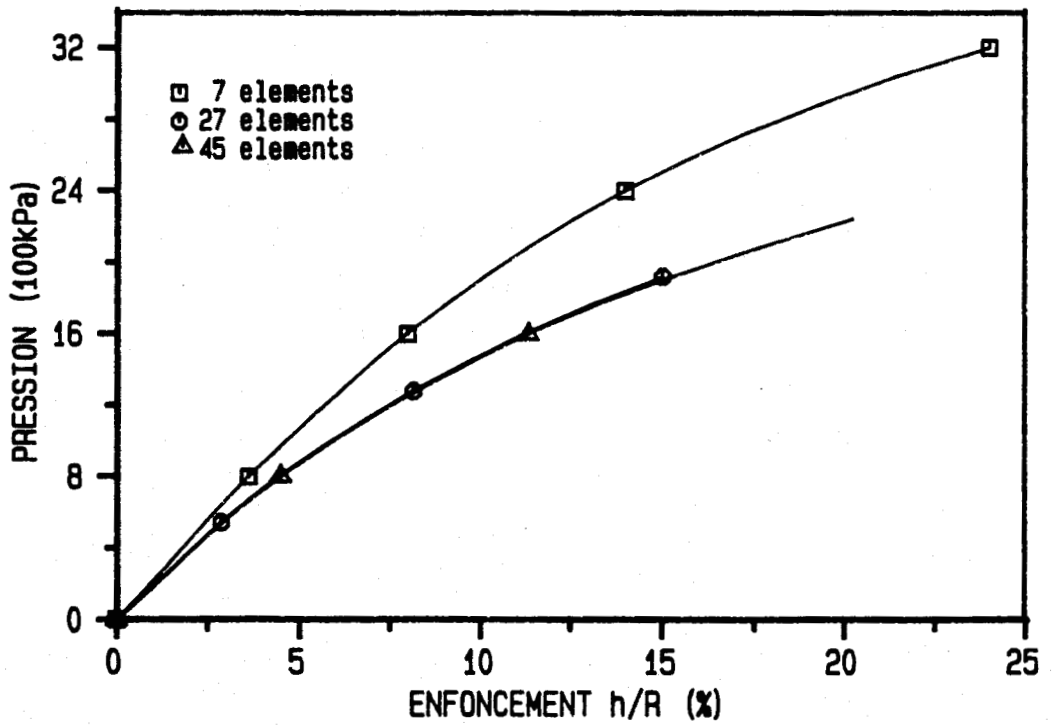


Figure 8.2 - (a) Les différents maillages testés; (b) Effet du maillage.

## 8.2.2 Sensibilité des paramètres

En principe, en disposant des essais de calage nécessaires, on peut déterminer explicitement, avec une bonne précision, les paramètres "bloqués" du modèle. L'incertitude réside plutôt dans la détermination des trois paramètres de calage  $a_0$ ,  $\eta_g$  et  $\alpha$ . Même s'ils ont un effet bien différencié sur la réponse du modèle, leur identification ne peut se faire que par une procédure d'optimisation. Il est donc important d'étudier leur influence sur les résultats de simulation par la méthode des éléments finis pour l'ouvrage type considéré: cela permet d'évaluer la précision relative nécessaire sur ces paramètres pour leur détermination. Cependant, il convient de noter que les conclusions d'une telle étude sont, bien sûr, "ouvrage-dépendantes": elles peuvent varier suivant le type d'ouvrage et le type de sollicitation.

Le tableau 8.1 indique la valeur du paramètre modifié par rapport au jeu de référence dans le calcul des éléments finis: en plus du calcul de référence, 3 calculs ont été réalisés en faisant varier à chaque fois un paramètre. La modification d'un paramètre de +50% par rapport à sa valeur de référence a été choisie pour avoir effectivement une variation de la réponse lors des calculs.

Les résultats des différents calculs sont présentés sur la figure 8.3 où les courbes de tassement en fonction de la pression appliquée résument globalement le comportement de la fondation. Les résultats montrent:

- une forte variation obtenue pour le paramètre  $a_0$

L'augmentation de  $a_0$  se traduit par une diminution de la raideur apparente du matériau, ce qui indique que la variation de la réponse de la fondation a lieu dans le même sens que celle obtenue sur chemin triaxial homogène. Il est intéressant de noter qu'une augmentation de 50% se traduit par une augmentation de 22% du tassement par rapport au calcul de référence. Ainsi, il est clair qu'un soin particulier doit être apporté à sa détermination.

- une variation moyenne obtenue pour le paramètre  $\alpha$

Le paramètre  $\alpha$  appartenant au mécanisme volumique a but de pour contrôler la déformation volumique sur chemin de sollicitation homogène. Le calcul modifié correspond à une augmentation de 50% de  $\alpha$ . Comme le sable à tester est de type assez lâche, cela induit une variation significative de déformation volumique dans l'essai triaxial en laboratoire. Cependant, le calcul par éléments finis montre que cette modification de la valeur n'entraîne qu'une variation moyenne de 7.8% de la réponse au cours du chargement de la fondation. Ainsi, sa variation semble plus importante au niveau local (en un point) qu'au niveau de la réponse globale de la fondation.

- une variation négligeable obtenue pour le paramètre  $\eta_g$

Même si l'effet de ce paramètre qui contrôle la dilatance volumique du modèle apparaît très efficace sur chemin triaxial homogène, son influence se fait nettement moins sentir dans le calcul de la fondation: l'augmentation de 50% de ce paramètre donne une variation presque négligeable sur le tassement de la

Tableau 8.1 : Valeur des paramètres modifiés dans les calculs des éléments finis

Paramètre modifié	$a_0$	$\alpha$	$\eta_g$
Jeu de référence	0.00350	0.0128	0.54
Valeur modifiée	0.00525	0.0192	0.81
Variation relative (%)	+50	+50	+50

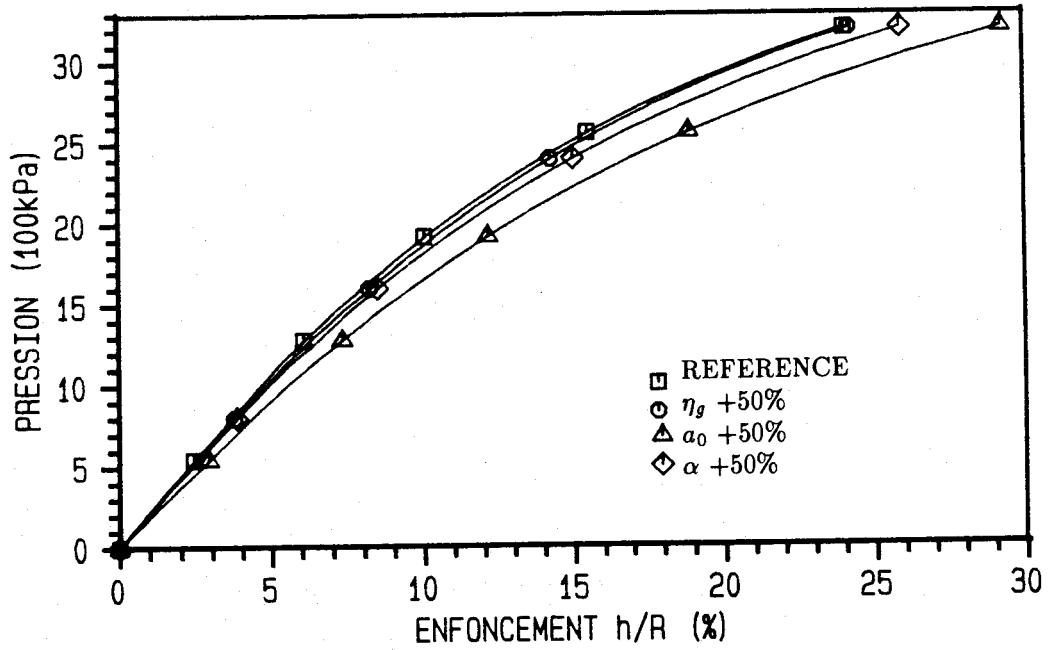


Figure 8.3 - Effet de trois paramètres de calage:  $\eta_g, a_0, \alpha$

fondation. De ce fait, ce paramètre n'a pas une action déterminante sur les résultats de calcul pour la situation envisagée (chargement centré sur fondation axisymétrique) et donc, il n'y a pas besoin dans ce cas d'une détermination très précise pour ce paramètre.

En résumé, pour la situation considérée, c'est-à-dire une fondation circulaire sur sable lâche confiné en condition drainée soumise à une force verticale centrée, il faut porter l'accent sur la détermination du paramètre  $a_0$  et dans une moindre mesure sur le paramètre  $\alpha$ .

### 8.2.3 Influence de deux jeux de paramètres proches

Dans l'étude précédente, on examine l'influence d'une variation d'un paramètre autour d'une valeur de référence, sur la réponse du modèle dans le calcul de la fondation. En pratique, il est également possible de se trouver dans une situation telle que deux jeux de paramètres proches soient également plausibles.

Si on peut dire que la répétabilité d'un essai triaxial réalisé dans un laboratoire est bien établie, la reproductibilité du même essai dans un autre laboratoire suivant les mêmes conditions expérimentales montrent que les résultats peuvent être relativement dispersés. Lorsqu'un modèle est calé sur deux séries d'essais, on obtiendra très certainement deux jeux de paramètres proches. La même situation peut se produire quand les paramètres sont identifiés par deux utilisateurs.

Prenons les essais de Al-Mukhtar comme exemple, le sable utilisé est celui de Hostun qui a été déjà étudié par Mohkam (1983). La figure 8.4 montre la comparaison entre les résultats de Al-Mukhtar et ceux de Mohkam sur le sable lâche dans des essais triaxiaux drainés pour un même élanement (1) mais un diamètre de 70mm. Bien que les résultats des deux études soient qualitativement identiques, il existe quand même une différence quantitative au niveau de la déformation volumique pour l'essai sous confinement de 400kPa. L'angle de frottement au pic est également plus élevé dans les essais de Al-Mukhtar. Ainsi, lorsqu'on veut réaliser la simulation des essais d'enfoncement de Al-Mukhtar, il vaut mieux effectuer à nouveau la détermination de paramètres du modèle.

Puisque chaque paramètre du modèle a un rôle relativement partagé, on a changé uniquement les quatre paramètres qui sont concernés par les différences observées dans les courbes du déviateur et de déformation volumique: coefficient de Poisson  $\nu$  pour amortir la pente initiale dans la courbe  $\epsilon_v$ , angle de frottement au pic  $\phi_f$  pour augmenter le déviateur maximal, angle caractéristique  $\phi_g$  pour le passage de contractance à la dilatance et enfin, le paramètre  $\eta_g$  pour corriger la petite modification de la vitesse de la dilatance provenant du changement de la valeur  $\phi_g$ . Le tableau 8.2 récapitule les deux jeux de paramètres.

La figure 8.5 présente le résultat de cette nouvelle identification. On voit que les essais sont beaucoup mieux décrits. Sur la figure 8.6, on montre la comparaison des simulations sur chemin triaxial avec ces deux jeux de paramètres.

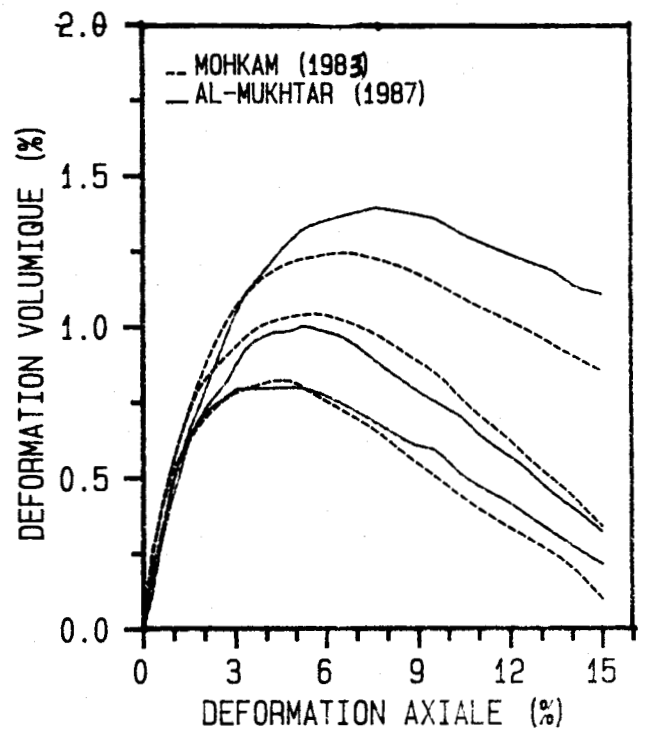
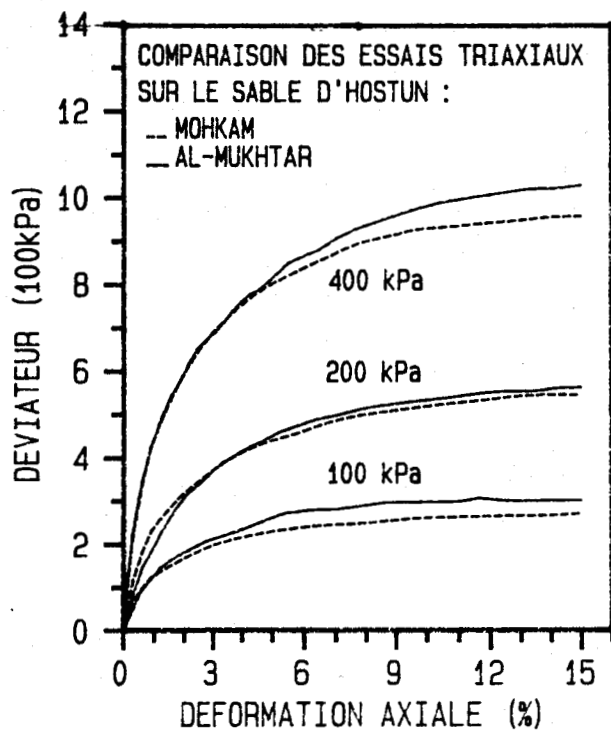


Figure 8.4 - Comparaison entre les essais de Al-Mukhtar (1987) et les essais de Mohkam (1983)

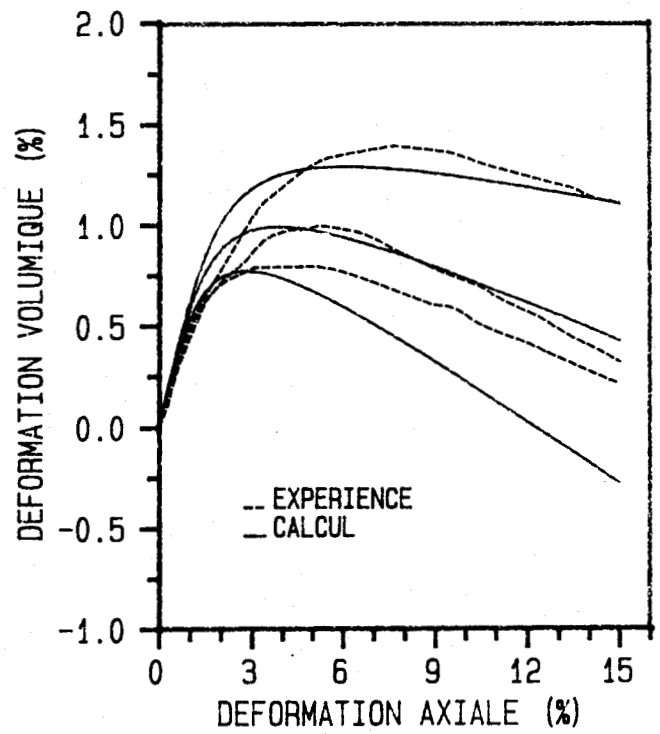
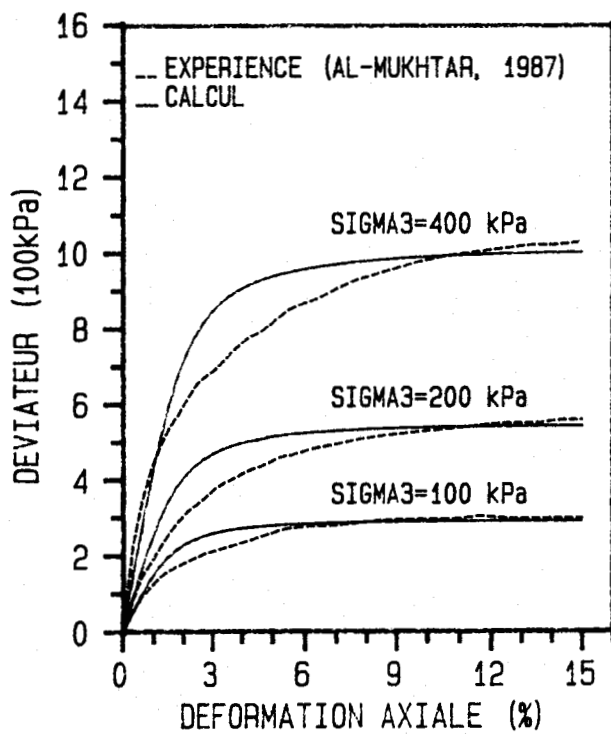


Figure 8.5 - Identification des paramètres du modèle à partir des essais de Al-Mukhtar

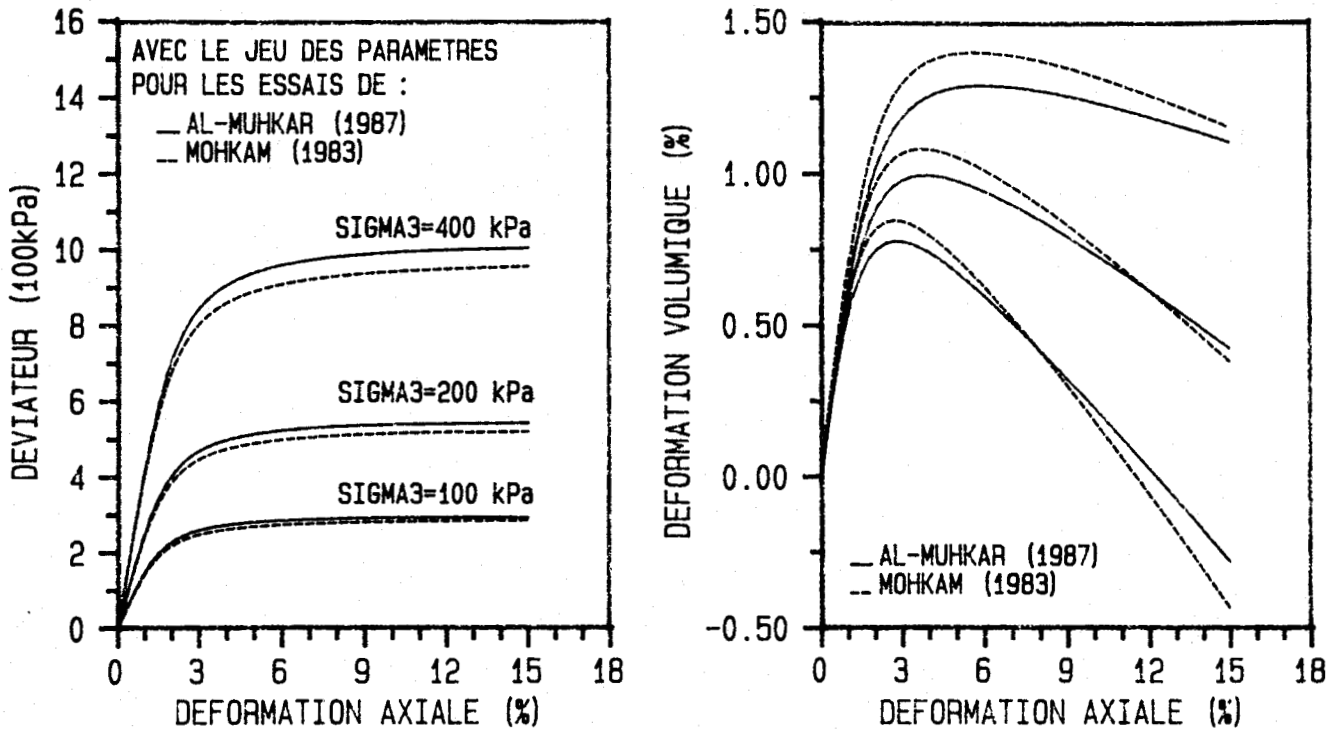


Figure 8.6 - Comparaison des simulations sur chemin triaxial avec deux jeux de paramètres proches

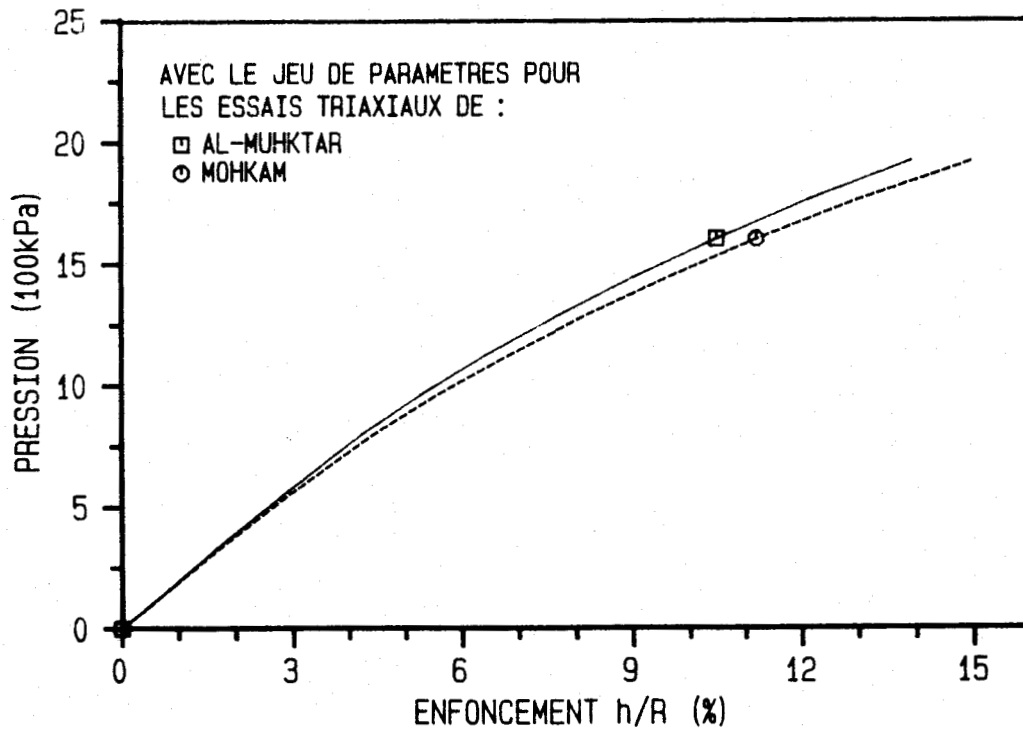


Figure 8.7 - Comparaison des deux calculs par éléments finis avec deux jeux de paramètres proches

Tableau 8.2 : Jeux des paramètres pour les essais de Mohkam et de Al-Mukhtar

Paramètre	$E_0$	$\nu$	$n$	$\phi_f$	$\phi_g$	$m$	$\eta_g$	$a_0$	$\alpha$	$c$	$b$
Essai de Mohkam	338.	0.23	0.6	38.	32.	0.07	0.54	0.0035	0.0128	25.	200.
Essai de Al-Mukhtar	338.	<u>0.30</u>	0.6	<u>39.</u>	<u>33.</u>	0.07	<u>0.48</u>	0.0035	0.0128	25.	200.
Variation (%)		30.4		2.6	3.1		11.1				

Sur la figure 8.7, on montre deux calculs par éléments finis avec ces deux jeux de paramètres proches. A partir des résultats illustrés, on peut constater que la réponse du modèle est stable: mis à part une légère croissance de la capacité portante de la fondation due à la petite augmentation de l'angle de frottement  $\phi_f$  (ce qui est tout à fait classique), deux jeux de paramètres proches donnent deux réponses quantitativement et qualitativement proches.

#### 8.2.4 Essais d'enfoncement après des consolidations isotropes

On a réalisé la simulation des essais à  $200kPa$  et  $400kPa$  de confinement sur le sable lâche en condition drainée. Les résultats sont présentés sur la figure 8.8. On remarque que le modèle traduit bien l'augmentation de la capacité portante de la fondation en fonction de la contrainte de confinement mais, la simulation est assez loin de l'expérience dès que l'enfoncement dépasse 10% du rayon de l'embase, bien que l'identification des paramètres soit bien réussie. Le même phénomène a été déjà remarqué lors de la validation des mêmes essais avec le modèle CYCLADE et d'autres modèles (GRECO, 1987).

Cependant, la simulation du modèle sur le sable dense apparaît plus proche l'expérience, bien que le calcul soit mal convergé pour la tolération requise (norme de  $3 * 10^{-3}$  en force) lorsque l'enfoncement dépasse 8% du rayon de l'embase (figure 8.9).

#### 8.2.5 Essai d'enfoncement après un cisaillement homogène

Afin d'examiner l'influence de l'histoire d'une sollicitation monotone antérieure sur le comportement de la fondation, on a simulé un essai d'enfoncement sur le sable lâche à déviateur initial non nul de l'ordre de  $500kPa$ , c'est-à-dire avec un essai préalable de type triaxial drainé en compression, confiné à  $400kPa$ . Dans ce cas, les conditions initiales de l'essai d'enfoncement est l'état rhéologique du matériau (contraintes et déformations) de l'essai triaxial correspondant au déviateur  $q_0 = 500kPa$ .

A partir de la comparaison illustrée dans la figure 8.10, on constate que le modèle peut bien prendre en compte la différence de l'histoire de chargement antérieure et décrire assez bien le phénomène de la diminution de la force portante due à un déviateur



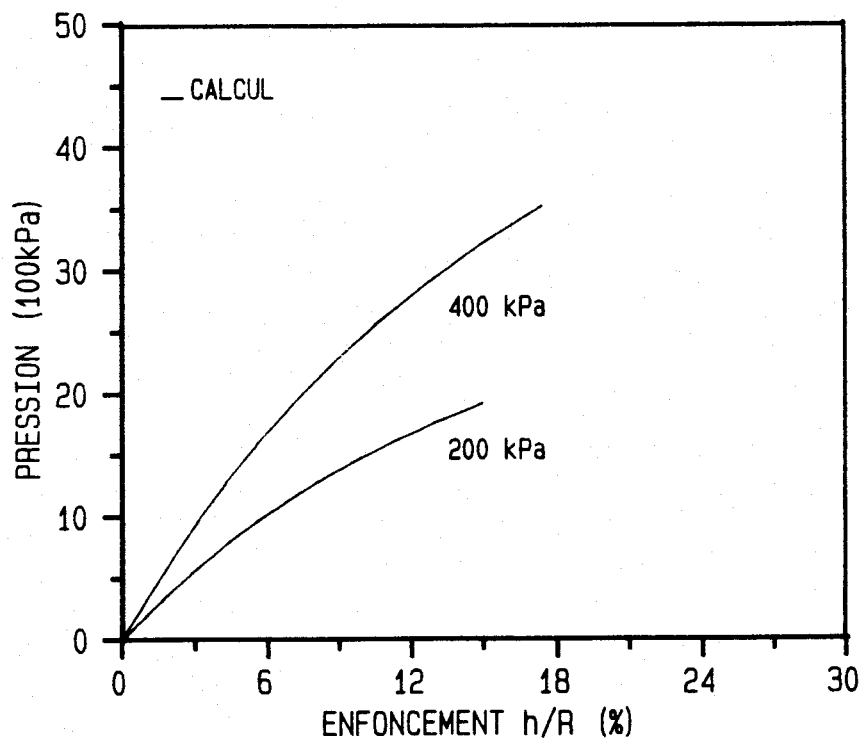
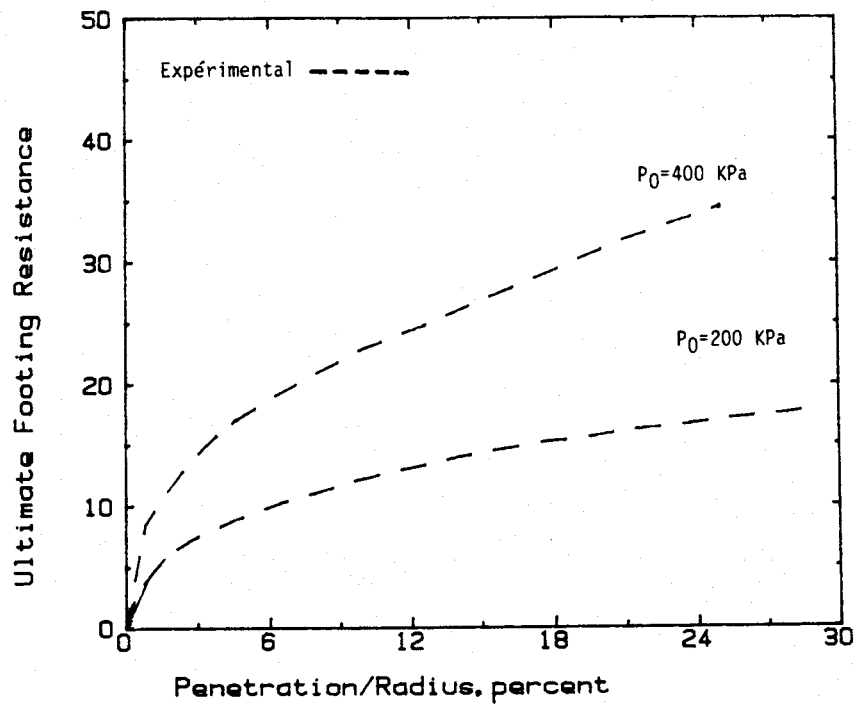


Figure 8.8 - Simulation des essais d'enfoncement dans le sable lâche d'Hostun après des consolidations isotropes

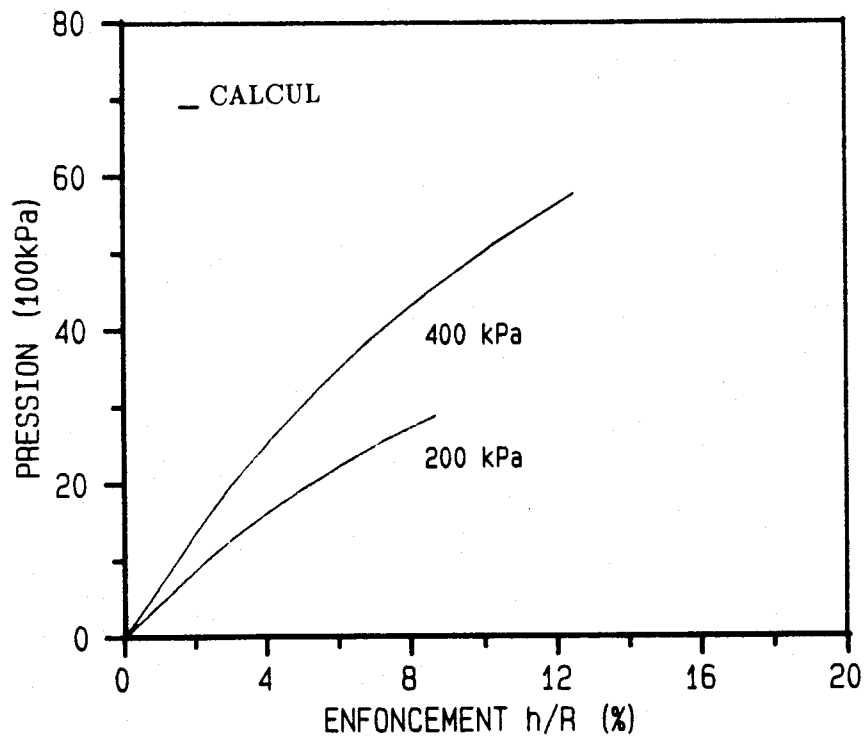
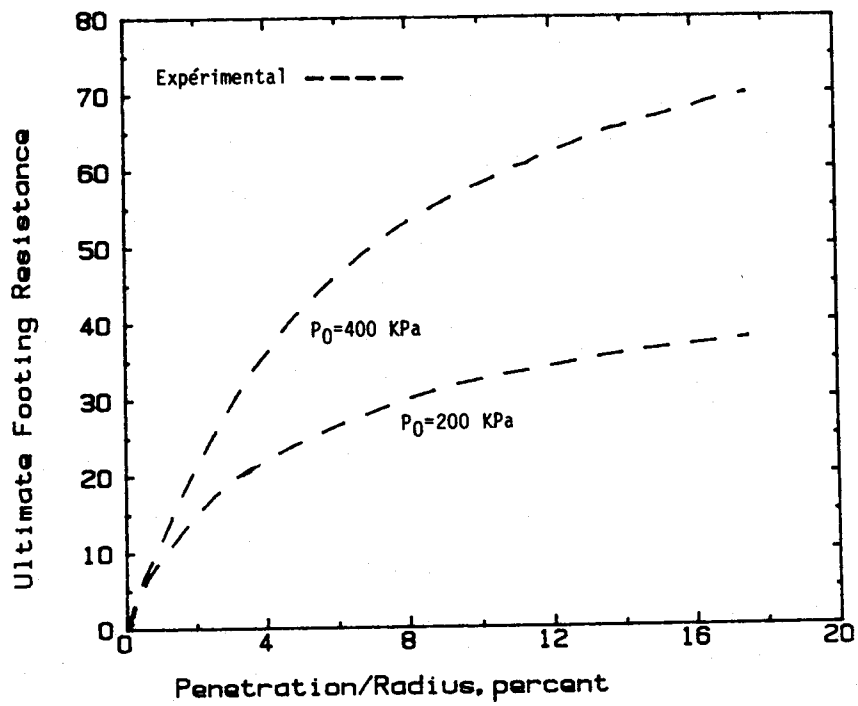


Figure 8.9 - Simulation des essais d'enfoncement dans le sable dense d'Hostun après des consolidations isotropes

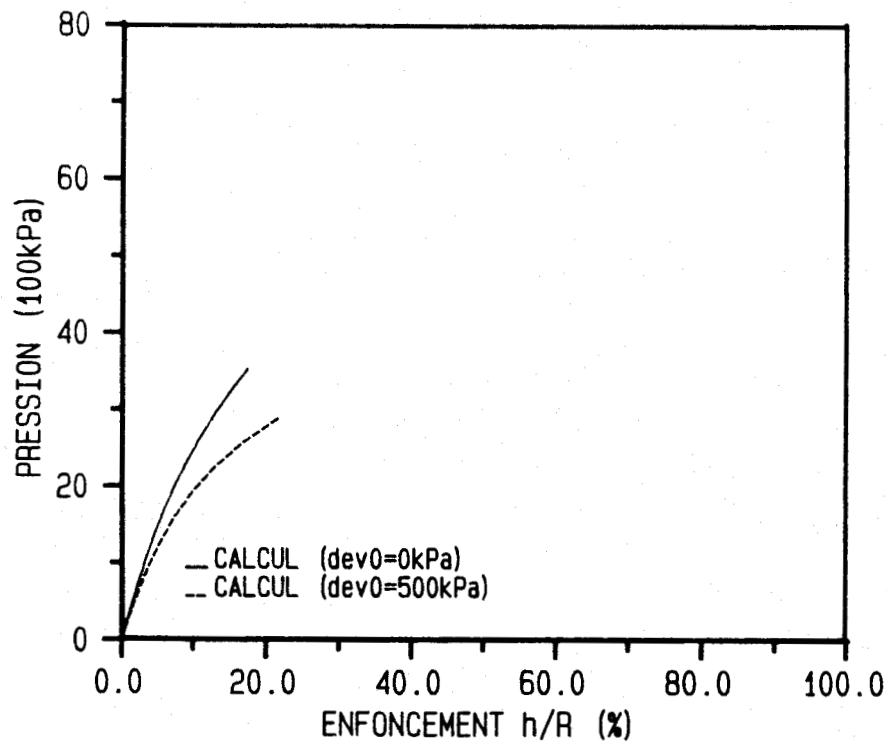
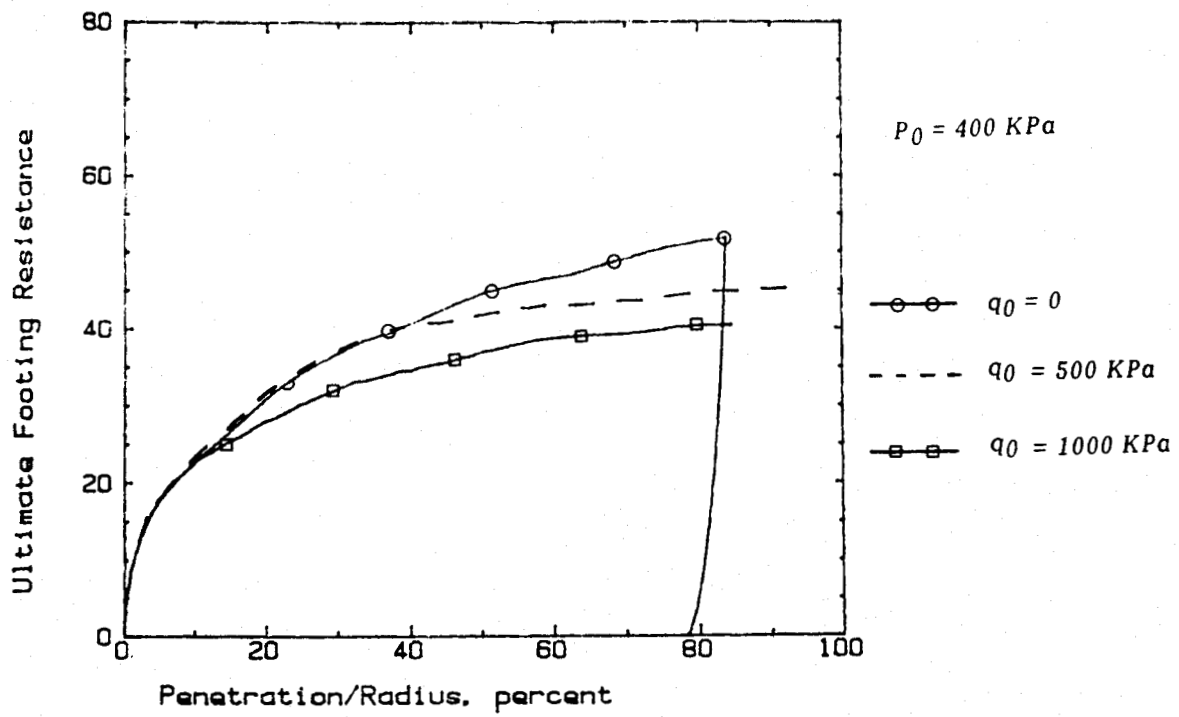


Figure 8.10 - Simulation d'un essai d'enfoncement dans le sable lâche d'Hostun après un cisaillement homogène

non nul: ce phénomène est dû au fait que sous déviateur non nul, la distance à la surface de rupture est plus petite que dans le cas à déviateur nul.

### 8.2.6 Essai d'enfoncement après un cisaillement homogène cyclique

On a réalisé également la simulation d'un essai d'enfoncement effectué sur le sable lâche après un essai triaxial cyclique drainé pour étudier la prise en compte de la conséquence de l'histoire de chargement cyclique dans le modèle proposé.

L'essai triaxial cyclique se compose de 7 cycles dont 5 ont été simulés. La figure 8.11 montre la comparaison expérimentale. On note que l'évolution de la déformation axiale est correctement décrite, bien que la déformation volumique soit exagérée par le modèle.

Quant à la simulation de l'essai de l'enfoncement (figure 8.11), on observe que l'effet de l'érouissage induit par le chargement cyclique antérieur est bien pris en compte par le modèle: on obtient bien une augmentation de la force portante par rapport à l'essai d'enfoncement de référence.

### 8.2.7 Synthèse de la validation

Nous pouvons dans l'état actuel tirer des remarques suivantes:

- Le modèle a été implanté correctement dans le logiciel FONDOP;
- Il est conseillé de porter l'accent sur la détermination du paramètre  $a_0$  pour la modélisation du comportement de la fondation circulaire soumise à une force centrée;
- Le modèle prend bien en compte l'influence des différentes histoires du chargement sur le comportement de la fondation;
- Les simulations du modèle sont quantitativement loin des expériences sur la fondation retenue, bien que l'identification des paramètres soit bien réussie. Ceci peut être dû, soit au fait que les essais triaxiaux ne peuvent fournir que des renseignements limités sur le comportement des sols, soit au fait que l'expérimentation en elle-même possède ses propres limitations: par exemple, les conditions aux limites ne sont pas bien connues (GRECO, 1987). Dans ce cas, la comparaison avec l'expérience ne peut être que qualitative;
- Il faut améliorer l'algorithme de convergence dans le code FONDOP pour accélérer le calcul au cours du processus itératif. C'est un problème typique pour les modèles de comportement non-associés comme le nôtre.

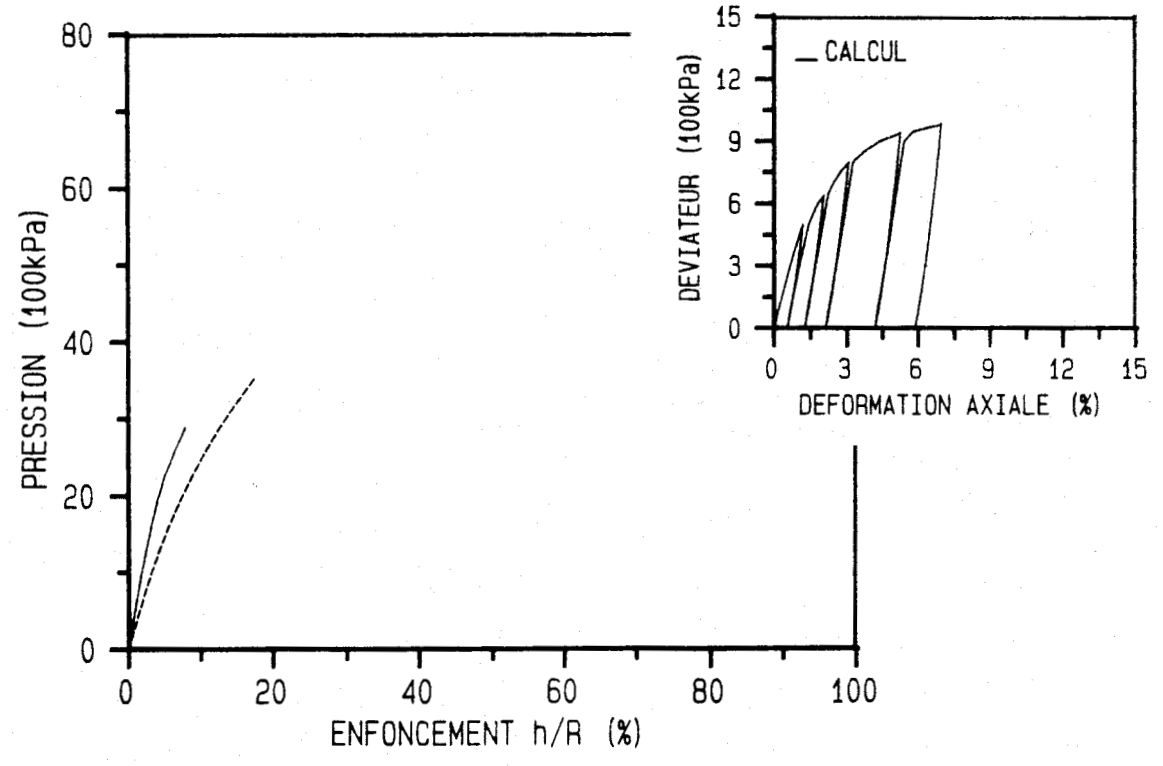
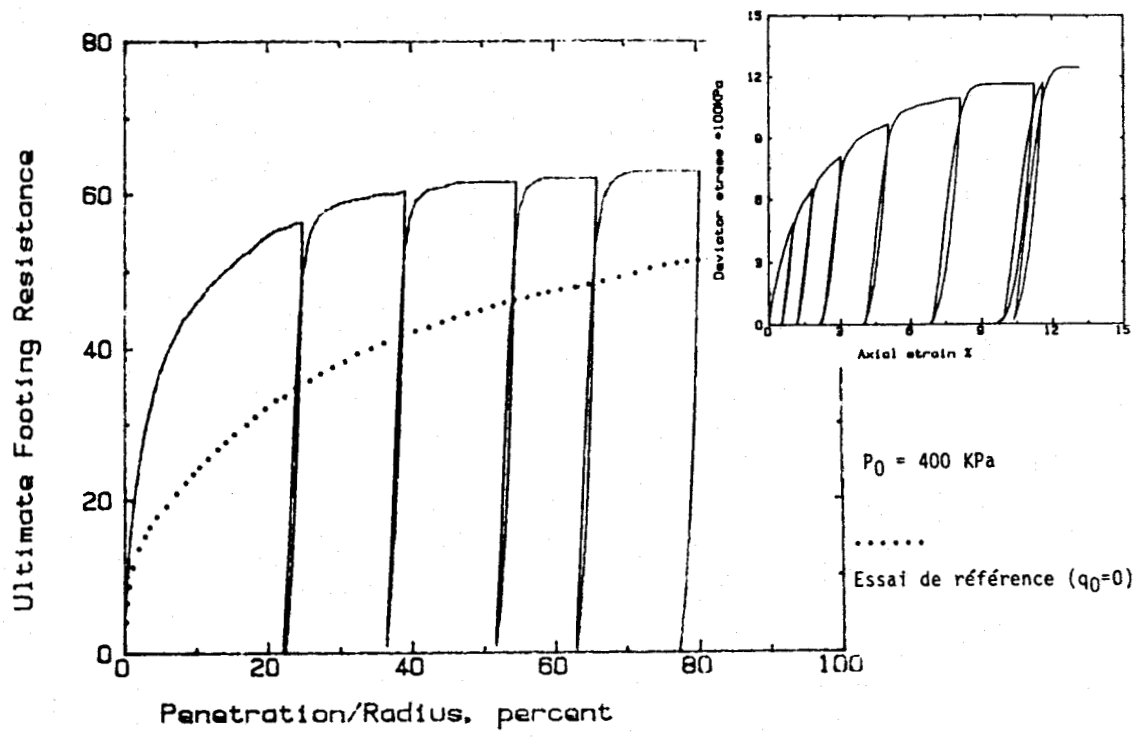


Figure 8.11 - Simulation d'un essai d'enfoncement dans le sable lâche d'Hostun après un cisaillement homogène cyclique



# Chapitre 9

## Conclusion et perspectives

Parvenu au terme de ce travail, nous allons ici passer en revue les principaux résultats obtenus, et, dégager quelques réflexions pour des orientations futures.

La première partie a exposé, à partir d'une analyse détaillée des résultats expérimentaux, un modèle élastoplastique à deux mécanismes qui permet de représenter les caractéristiques principales du comportement mécanique des matériaux granulaires. Les idées de base de notre modèle peuvent se résumer de la manière suivante:

- L'utilisation d'une structure à deux mécanismes permet une formulation relativement simple par rapport au modèle CYCLADE, tout en conservant le caractère avantageux de dépendance directionnelle de la sollicitation;
- la volonté d'aboutir à une séparation relative entre la modélisation monotone et la modélisation non-monotone permet de procéder aisément à l'identification de paramètres de modèles à partir d'essais simples à réaliser au laboratoire. Ainsi, la démarche de développement s'est composée de deux parties: un modèle à écrouissage isotrope initialement proposé pour saisir les phénomènes fondamentaux du comportement des matériaux sous chargement monotone, que l'on a complété à l'aide de méthodes de modélisation sophistiquées pour approcher le plus près possible le comportement sous chargement non-monotone;
- L'incorporation du concept de "Bounding Surface" et du concept de l'écrouissage cinématique dans le modèle, dans un cadre de formulation unique, pour décrire, par l'une ou par l'autre, le comportement des matériaux sous chargement non-monotone permet d'effectuer une comparaison directe et quantitative entre ces deux grandes classes de méthodes.

Dans la deuxième partie, la procédure de l'identification des paramètres du modèle à partir d'essais triaxiaux drainés a été présentée en détail. La démarche de l'identification consiste à déterminer, d'abord, les 10 paramètres pour le chargement monotone, et puis, les 2–3 paramètres pour le chargement non-monotone (2 paramètres pour l'option de l'écrouissage cinématique ou 3 paramètres pour l'option de "Bounding Surface"). L'étude de la sensibilité du modèle montre qu'une petite variation dans les paramètres ne change pas de façon qualitative la réponse du modèle, le changement

étant modéré sur le plan quantitatif. En outre, sur le chemin triaxial, les paramètres agissent sur différents aspects de la réponse du modèle avec peu d'interaction. Cela rend la procédure d'identification des paramètres plus facile à mettre en oeuvre que dans le modèle CYCLADE, et surtout, plus fiable et efficace.

Par la suite, en utilisant le logiciel VALOIS qui a été beaucoup amélioré au cours de ce travail, la validation du modèle sur chemins homogènes a été réalisée sur quatre matériaux granulaires en conditions aussi bien drainée que non-drainée. A la lumière de l'ensemble des travaux, les remarques suivantes peuvent être faites:

- La formulation retenue en deux mécanismes isotropes permet de traduire la plupart des phénomènes obtenus par l'application de sollicitations monotones tel qu'on peut les appréhender à partir d'essais de laboratoire: non-linéarité, dilatance, influence de la contrainte intermédiaire, dépendance du chemin de contraintes, dépendance directionnelle de la sollicitation etc... Le modèle est capable de décrire, avec un jeu de paramètres unique, le comportement des matériaux granulaires en conditions drainée et non-drainée pour des contraintes de confinement assez variés;
- Le recours au concept de "Bounding Surface" ou la prise en compte de l'érouissage cinématique à mémoire discrète constitue un outil puissant pour généraliser le modèle isotrope au chargement non-monotone;
- La validation sur chemins triaxiaux cycliques a montré une bonne aptitude du modèle à la description détaillée de dizaine de cycles de charge-décharge. Les deux schémas retenus pour la modélisation cyclique peuvent rendre compte des phénomènes observés (hystérésis, densification, liquéfaction etc) de manière satisfaisante. Cependant, le schéma de l'érouissage cinématique présente un avantage non négligeable par rapport au schéma de "Bounding Surface" au niveau du temps de calcul nécessaire pour obtenir la réponse.

Quant au traitement du grand nombre de cycles, on constate que, compte tenu des choix fonctionnels effectués, le schéma de l'érouissage cinématique est meilleur que le schéma de "Bounding Surface" pour la description réaliste des effets d'hystérésis mis en évidence expérimentalement. Cependant, le problème du contrôle de l'évolution des déformations reste encore ouvert: ainsi, une meilleure prise en compte du phénomène d'adaptation sous cycles devrait être possible, à notre avis, en raffinant le choix de la relation d'écoulement anisotrope au cours du cyclage.

- Le modèle est capable de prendre en compte de l'anisotropie induite sous différentes conditions de chargement complexes avec axes de contraintes principales fixes tels que, les chemins entrecroisés, les chemins rotationnels (circulaire et elliptique). Tant que le déviateur de contrainte reste relativement petit, le modèle est très sensible aux types de cycles consécutifs et prédit de façon qualitative (quelquefois quantitative) le comportement des sables sous tremblement de terre.
- Les comparaisons expérimentales soulignent également la bonne capacité prédictive du modèle dans la détermination de la pression interstitielle (condition non-



drainée) ou de la déformation volumique (condition drainée) lors des sollicitations cycliques avec rotation continue des directions de contraintes principales. Le modèle est capable de traduire correctement les effets induits par la seule rotation des axes principaux ou bien par la combinaison de celle-ci avec une variation de l'angle de Lode. Cela suggère que le modèle peut être utilisé pour prédire de façon précise le comportement des matériaux granulaires même dans des conditions de chargement très difficiles.

Dans la dernière partie, le modèle a été implanté dans le code d'éléments finis FONDOF. Dans ce travail, la validation sur problèmes aux limites concerne seulement l'ouvrage type fondation superficielle circulaire sous chargement monotone. L'effet de la finesse de la discrétisation a été étudié. De même, une étude de la sensibilité de la réponse numérique à une incertitude sur les paramètres a permis de définir les paramètres réellement importants pour cet ouvrage type. Les simulations de l'enfoncement monotone de la fondation, pour des situations initiales variées du sable de fondation (consolidation isotrope, cisaillement initial monotone, cisaillement initial cyclique...) sont qualitativement cohérents. Maintenant, il est nécessaire de déterminer le domaine de validité complet du modèle sur essais de fondations de bonne qualité (en particulier, pour le chargement non-monotone) avant l'application industrielle.

La modélisation du comportement des géomatériaux est un travail difficile qui n'obéit pas à des règles rigoureuses et dans lequel l'expérience et *l'art du faiseur de modèle* (Lemaitre et Chaboche, 1985) jouent un grand rôle. Il est par conséquent nécessaire de développer une méthodologie efficace de validation depuis la conception du modèle. Le présent mémoire constitue, souhaitons-le, un pas dans cette direction.



# Références

- Allen, J.J. & Thompson, M.R. (1974) – Resilient response of granular materials subjected to time-independent lateral stresses – *Transport. Res. Record*, No.510, pp. 1-13.
- Al-Mukhtar, M. (1987) – Etude expérimentale et modélisation du comportement des fondations superficielles sous sollicitations monotones et cycliques – Thèse de Doctorat, l'Université des Sciences et Techniques de Lille.
- Arnold & Mitchell (1973) – Sand deformation in three-dimensional stress state – *Proc. 8th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng.*, Tokyo, Vol.1, pp. 11-18.
- Arthur, J.R.F., Dunstan, T., Al-Ani, Q.A.J.L. & Assadi, A. (1976) – Plastic deformation and failure in granular media – *Geotechnique*, Vol.27, No.1, pp. 53-74.
- Arthur, J.R.F., Chua, K.S., Dunstan, T. & Rodriguez del Camino, J.I. (1980) – Principal stress rotation: a missing parameter – *Jour. of Geot. Eng. Div., ASCE*, Vol.106, No.4, pp. 419-433.
- Aubry, D., Hujeux, J.C, Lassoudière, F. & Meimon, Y. (1982) – Prediction with an elastoplastic model including multiple mechanisms for cyclic soil behaviour – *Int. Workshop on Constitutive Relations for Soils*, Grenoble, Ed by Gudehus, F. et al., Balkema, Rotterdam, pp. 249-259.
- Bishop, A.W. (1966) – The strength of soils as engineering materials – 6th Rankine Lecture, *Geotechnique*, Vol.16, No.2, pp. 91-130.
- Brown, S.E. & Hyde, A.F. (1975) – Significance of cyclic confining stress in repeated-load triaxial testing of granular materials – *Transport. Res. Record*, No.537, pp. 49-58.
- Caquot, A. & Kérisel, J. (1966) – *Traité de mécanique des sols* – 4th edn., Gauthier-Villars, Paris.
- Cambou, B & Jafari, K. (1988) – Modèle de comportement des sols non cohérents – *Revue Française de Geotechnique*, Vol.44, pp. 43-55.
- Cambou, B., Boubanga, A., Bozetto, P. & Haghrou, M. (1990) – Determination of constitutive parameters for pressuremeter tests – 3rd Int. Symp. on Pressuremeter, Oxford University.
- Casagrande, A. & Carillo, N. (1944) – Shear failure of anisotropic materials – *Proc. Boston Soc. Civ. Eng.*, 31, pp. 74-87.
- Chen, W.F. & Baladi, G.Y. (1985) – Soil plasticity : theory and implementation – *Development in Geotechnical Engineering*, 38, Elsevier.
- Dafalias, Y.F. & Popov, E.P. (1976) – Plastic internal variables formalism of cyclic plasticity –

Jour. Appl. Mech., Vol.43, pp. 645-650

Dafalias, Y.F., Herrmann, L.R. & DeNatale, J.S. (1982) – The bounding surface plasticity model for isotropic cohesive soils and its application – Int. Workshop on Constitutive Relations for Soils, Grenoble, Ed by Gudehus, F. et al., Balkema, Rotterdam, pp. 273-287.

Darve, F. (1987) – L'écriture incrémentale des lois rhéologiques et les grandes classes de lois de comportement – Manuel de rhéologie des géomatériaux, Presses de l'ENPC, pp. 129-149.

Davis, R.O. & Mullenger, F. (1978) – A rate-type constitutive model for soil with a critic state – Int. Jour. for Numer. and Anal. Methods in Geomech., Vol.2, No.3, pp. 255-282.

Desai, C.S. & Faruque, M.O. (1983) – Constitutive model for geological materials – Jour. Eng. Mech. Div., ASCE, Vol.110, No.9, pp.1391-1408.

Di Benedetto, H. & Darve, F. (1983) – Comparaison des lois rhéologiques en cinématiques rotationnelle – Jour. de Mécanique Théorique et Appliquée, Vol.5, No.5, pp. 769-798.

Doanh, T. (1986) – Behaviour of Hostun sand under drained circular stress path – 2ed Int. Symp. on Nume. Models in Geomech., Ghent, pp. 205-212.

Doanh, T. (1988) – Quelques resultats sur les essais triaxiaux rayonnants à partir d'un point dans le plan des contraintes – Rhéologie des Géomatériaux, Rapport annuel, CNRS, France, pp. 205-211.

Drescher, A. & Vardoulakis, I. (1982) – Geomatrix softening in triaxial tests on granular material – Geotechnique, Vol.32, No.4, pp. 291-303.

Drucker, D.C. (1951) – A more fundamental approach to plastic stress-strain relation – Proc. 1th U.S. Nat. Congr. Appl. Mech., pp. 487-491.

Drucker, D.C. & Prager, W. (1952) – Soil mechanics and plastic analysis of limit design – Quarterly Appl. Math. Vol.10, pp. 157-175.

Drucker, D.C. (1956) – On uniqueness in the theory of plasticity – Quarterly Appl. Math. Vol.14, pp. 35-42.

Drucker, D.C., Gibson, R.E. & Henkel, D.J. (1957) – Soil mechanics and working-hardening theories of plasticity – Transactions of the ASCE 122, pp. 338-346.

Drucker, D.C. (1959) – A definition of stable inelastic material – Jour. Appl. Mech. Vol.26, pp. 101-106.

Duncan, J.M. & Chang, C.Y. (1970) – Nonlinear analysis of stress and strain in soils – Proc. ASCE Jour. Soil Mech. Found. Eng., pp. 1629-1653.

El Hosri, M.S. (1984) – Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des matériaux – Thèse d'Etat, Université de Paris 6, France.

Ergun, M.U. (1981) – Evaluation of three dimensional shear testing – Proc. 8th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Stockholm, pp. 593-596.

Evgin, E. & Eisenstein, Z. (1986) – Interpretation of a hardening-softening rule – 2ed Int. Symp.

on Nume. Models in Geomech., Ghent, pp. 11-16.

Flavigny,E. & Lefebvre,P. (1987) – Etude de la répétabilité des essais triaxiaux de révolution – Rhéologie des Géomatériaux, Rapport annuel, CNRS, France, pp. 200-204.

Ghaboussi,J. & Momen,H. (1982) – Modelling and analysis of cyclic behaviour of sands – Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads, Ed. by Pande,G.N. and Zienkiewicz,O.C., John Wiley & Sons Ltd., pp. 313-342.

Goldscheider,M. & Gudehus,G. (1973) – Rectilinear extension of dry sand : testing apparatus and experimental results – Proc. 8th Int. Conf. Soil Mech. Found. Engrg., Moscou, Vol.1, pp. 143-149.

GRECO. (1987) – Rapport d'activité du groupe "Validation des modèles sur ouvrages types" – Rapport Scientifique 1986, MRES-CNRS.

GRECO. (1990) – Rapport d'activité du groupe "Validation des modèles sur ouvrages types" – Rapport Scientifique 1989, MRES-CNRS.

Green,G.H. & Bishop,A.W. (1969) – A note on the drained strength of sand under generalized strain conditions – Geotechnique, Vol.19, No.1, pp. 144-149.

Gudehus,G. (1979) – A comparaison of some constitutive laws for soils under radially symmetric loading and unloading – 3rd Numer. Methods Geomech., Aachen, Vol.4, pp. 1309-1323.

Gudehus,G. (1984) – Requirements to constitutive relations for soils – IUTAM William Prager Symposium Volume on Mechanics of Geomaterials : Rocks, Concretes, Soils – Ed. by Z.P. Bazant, John Wiley, London. Habib,P. (1953) – Influence de la variation de la contrainte principale moyenne sur la résistance au cisaillement des sols – Proc. 3th Int. Conf. Soil Mech. Found. Engrg., Switzerland, Vol.1, pp. 131-136.

Habib,P. & Luong,M.P. (1978) – Sols pulvérulents sous chargement cyclique – Matériaux et Structures sous chargements cycliques, Presses de l'ENPC, pp. 49-80.

Henkel,D.J. (1958) – The correlation between deformation, pore water pressure, and strength characteristic of saturated clay – Ph.D. Thesis, University of London.

Hettler,A. & Vardoulakis,T. (1984) – Behavior of dry sand tested in a large triaxial apparatus – Geotechnique, Vol.34, No.2, pp. 183-198.

Hight,D.W., Gens,A. & Symes,M.J. (1983) – The development of a new hollow cylinder apparatus for investigating the effects of principal stress rotation in soils – Geotechnique, Vol.33, No.4, pp. 355-383.

Hujeux,J.C. (1979) – Calcul numérique de problèmes de consolidation élastoplastique – Thèse de Doctorat, l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures de Paris.

International Workshop on Constitutive Equations for Granular non-cohesive Soils. 1987. Cleveland.

Ishihara,K., Tatsuoka,F. & Yasuada,S. (1975) – Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses – Soils and Foundations, Vol.15, No.1, pp. 29-44.

- Ishihara, K. & Towhata, I. (1983) – Cyclic behavior of sand during rotation of principal stress axes – *Mechanics of Granular Materials : New Models and Constitutive Relations*, Ed. by Jenkins, J.T. & Satake, M., Elsevier.
- Ishihara, K. & Towhata, I. (1983) – Sand response to cyclic rotation of principal stress direction as induced by wave loads – *Soils and Foundations*, Vol.23, No.4, pp. 11-26.
- Ishihara, K. & Towhata, I. (1986) – Influence of rotation of principal stress directions on the cyclic behaviour of sand – 2ed Int. Symp. on Nume. Models in Geomech., Ghent, pp. 827-835.
- Janbu, N. (1963) – Soil compressibility as determined by odometer and triaxial test – *Proc. European Conf. Soil Mech. Found. Eng.*, Wiesbaden, Vol.1, pp. 19-25.
- Kirkpatrick, W.M. (1957) – The condition of failure for sands – *Proc. 4th Int. Conf. Soil Mech. Found. Engrg.*, pp. 172-178.
- Koiter, J. (1960) – General theorems for elastoplastic solids – in *Progress in Solid Mechanics*, North-Holland Pub, Vol.1, pp. 165-221.
- Kondner, R.L. & Zelasko, J.S. (1963) – Void ratio effects on the hyperbolic stress-strain response of a sand – *Laboratory Shear Testing of Soils*, ASTM Standard Technical Publication, Ottawa, No.361, pp. 250-257.
- Lade, P.V. & Duncan, J.M. (1973) – Cubical triaxial tests on cohesionless soil – *Jour. Soil Mech. Found. Div., ASCE*, Vol.99, No.7, pp. 793-812.
- Lade, P.V. (1977) – Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surface – *Int. Jour. Solids and Structures*, Vol.13, pp. 1019-1035.
- Lade, P.V., Nelson, R.B. & Ito, Y.M. (1987) – Nonassociated flow and stability of granular materials – *Jour. Engrg. Div., ASCE*, Vol.113, No.9, pp. 1302-1308.
- Lade, P.V., Nelson, R.B. & Ito, Y.M. (1987) – Instability of granular materials with nonassociated flow – *Jour. Engrg. Div., ASCE*, Vol.114, No.12, pp. 2173-2191.
- Lade, P.V. & Nelson, R.B. (1987) – Modelling of elastic behavior of granular materials – *Int. Jour. for Numer. and Anal. Methods in Geomech.* Vol. 11, pp. 521-548.
- Lade, P.V., Nelson, R.B. & Ito, Y.M. (1988) – Discussion on the paper : Nonassociated flow and stability of granular materials – *Jour. Engrg. Div., ASCE*, Vol.115, No.12, pp. 1846-1850.
- Lanier, J. (1987) – Essais sur sable d'Hostun avec une presse 3D – *Rhéologie des Géomatériaux*, Rapport annuel, CNRS, France, pp. 213-217.
- Lanier, J., Desrues, J. & Flavigny, E. (1989) – Machine de cisaillement:  $1\gamma - 2\epsilon$  – *GRECO, Rhéologie des Géomatériaux*, Rapport annuel, CNRS, France, pp. 176-183.
- Lassoudière, F., Meimon, Y., Hjeux, J.C. & Aubry, D. (1982) – Cyclic behaviour of soils and calculations of offshore foundations – 3rd Int. Conf. Behaviour of offshore Structures, C. Chrysostomidis, J.J. Connor Ed. by Mac Graw Hill, Vol.2, pp. 391-400.
- Lassoudière, F. (1984) – Modélisation du comportement des sols sous sollicitation cyclique – Thèse de Doctorat, l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures de Paris.

- Lassoudière, F. & Meimon, Y. (1986) – Modèle CYCLADE: Etude de faisabilité d'un système de détermination automatisée des paramètres – Rapport IFP Réf. 34206.
- Loret, B. (1985) – On the choice of elastic parameter for sand – Int. Jour. for Numer. and Anal. Methods in Geomech. Vol. 9, pp. 285-292.
- Luong, M.P. (1980) – Phénomènes cycliques dans les sols pulvérulents – Revue Française de Géotechnique, Vol.10, pp. 39-53.
- Mandel, J. (1964) – Conditions de stabilité et postulat de Drucker – Proc. Int. Union of Theo. and Appl. Mech. Symp. on Rheology and Soil Mechanics, Grenoble, France, pp. 58-67.
- Mandel, J. (1965) – Généralisation de la théorie de Koiter – Int. Jour. of solids and structures, Vol.1, pp. 273-295.
- Matsuoka, H. (1974) – Stress-strain relationships of sand based on the mobilized plane – Soils and Foundations, Vol.14, No.2, pp. 47-61.
- Matsuoka, H. (1976) – On the significance of the "spatial mobilized plane" – Soils and Foundations, Vol.16, No.2, pp. 91-100.
- Matsuoka, H. & Nakai, T. (1974) – Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stresses – Proc. JSCE, No.232, pp. 59-70.
- Meimon, Y., Lassoudière, F. & Kodaissi, E. (1987) – Fondof: a FEM software for the calculation of offshore foundations – Int. Conf. of Offshore Mechanics and Artic. Eng., OMAE'87, Computer Book, Houston.
- Meimon Y. et Tan C.H. (1989) – A new double hardening model for soils under cyclic loading – 3rd Int. Symp. on Nume. Models in Geomech. (NUMOG III). Niagara Falls. Canada, pp. 28-35.
- Meimon, Y., Lassoudière, F., Guermazi, M. & El Aiba (1989) – L'identification automatisée des paramètres de modèles rhéologiques dans la démarche de modélisation en mécanique des sols – Exposé au Comité Français de Mécanique de Sols et Fondations à paraître dans la Revue Française de Géotechnique.
- Mendelson, A. (1968) – Plasticity : theory and application – MacMillan, New York.
- Miura, N., Murata, H. & Yasufuku, N. (1984) – Stress-strain characteristics of sand in a particle-crushing region – Soils and Foundations, Vol.24, No.1, pp. 77-89.
- Mohkam, M. (1983) – Contribution à l'étude expérimentale et théorique du comportement des sables sous chargement cycliques – Thèse de Doctorat, l'Université Médicale et l'Inst. National Polyt. de Grenoble.
- Mroz, Z. (1963) – Nonassociated flow laws in plasticity – Jour. de Mécanique, Vol.2, No.1, pp. 21-42.
- Mroz, Z. (1967) – On the description of anisotropic work hardening – Jour. Mech. Phy. Solids, Vol.15, pp. 163-175.
- Mroz, Z., Shrivastava, H.P. & Dubey, R.N. (1976) – A non-linear hardening model and its appli-

cation to cyclic loading – *Acta Mech.*, Vol.25, pp. 51-61.

Mroz,Z. & Zarka,J. (1978) – Relations de comportement des métaux sous chargement cyclique – *Matériaux et Structures sous chargements cycliques*, Presses de l'ENPC, pp. 11-48.

Mroz,Z., Norris,V.A. & Zienkiewicz,O.C. (1979) – Application of an anisotropic hardening model in the analysis of elastoplastic deformation of soils – *Geotechnique*, Vol.31, No.3, pp. 293-302.

Mroz,Z., Norris,V.A. (1982) – Elastoplastic and viscoplastic constitutive models for soils with application to cyclic loading – *Soil Mechanics-Transient and Cyclic Loads*, Ed. by Pande,G.N. and Zienkiewicz,O.C., John Wiley & Sons Ltd., pp. 173-218.

Nova,R. & Wood,D.W. (1979) – A constitutive model for sand in triaxial compression – *Int. Jour. for Numer. and Anal. Methods in Geomech.* Vol. 3, pp. 255-278.

Ochiai,H. & Lade,P.V. (1983) – Three-dimensional behavior of sand with anisotropic fabric – *Jour. of Geot. Eng. Div., ASCE*, Vol.109, No.10, pp. 1313-1328.

Pastor,M., Zienkiewicz,O.C. & Leung,K.H. (1985) – Simple model for transient soils loading in earthquake analysis. II. Nonassociative models for sands – *Int. Jour. for Numer. and Anal. Methods in Geomech.*, Vol.9, No.5, pp. 477-498.

Pietruszczak,S. & Stolle,D.F.E. (1987) – Modelling of sand behaviour under earthquake excitation – *Int. Jour. for Numer. and Anal. Methods in Geomech.*, Vol.11, No.3, pp. 221-240.

Poorooshasb,H.B., Holubec,I. & Sherbourne,A.N. (1966-67) – Yielding and flow of sand in triaxial compression – *Canadian Geotechnical Journal*, Part I (1966), Vol.4, No.3, pp. 179-190, Part II and III (1967), Vol.4, No.4, pp. 376-397.

Prager,W. (1955) – The theory of plasticity : A survey of recent achievement – *Proc. Inst. of Mech. Engineers*, Vol.169, pp. 41-57.

Prevost,J.H. & Hoeg,K. (1978) – Effective stress-strain model for soils – *Jour. Geotech. Div. ASCE*, Vol.101, No.3, pp. 257-278.

Reades,D.W. & Green,G.E. (1976) – Independent stress control and triaxial extension tests on sand – *Geotechnique*, Vol.26, No.4, pp. 551-576.

Reed,H.E. & Hegemier,G.A. (1984) – Strain softening of rock, soil and concrete - a review article – *Mech. Mater.*, Vol.3, pp. 271-294.

Roscoe,K.H., Schofield,A.N. & Wroth,C.A. (1958) – On the yielding of soils – *Geotechnique*, Vol.8, No.1, pp. 22-53.

Roscoe,K.H. & Burland,J.B. (1968) – On the generalized stress-strain behaviour of "wet" clay – *Engineering plasticity*, Cambridge University Press, pp. 535-609.

Rowe,P.W. (1962) – The stress dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact – *Proc. Roy. Soc., Series A*, pp. 500-527.

Rowe,P.W. (1971) – Theoretical meaning and observed values of deformation parameters for soil – *Proc. Roscoe Memorial Symp. Stress-strain behaviour of soils*, pp. 143-194.



- Schofield, A.N. & Wroth, C.P. (1968) – Critical state soil mechanics – McGraw-Hill book company, New York.
- Shahrour, I. (1987) – VALOIS: un système automatisé pour la validation des modèles rhéologiques de géomatériaux – Rapport IFP, Réf. 35678.
- Shahrour, I. (1988) – Modélisation et validation en génie civile – Habilitation à diriger des recherches, U.S.T.L., N° d'ordre: H8.
- Sutherland, H.B., Mesdary, M.S. (1969) – The influence of the intermediate principal stress on the strength of sand – Proc. 7th Int. Conf. on Soil Mech. and Found. Eng., Mexico, Vol.1, pp. 391-399.
- Symes, M.J.P.R., Gens, A. & Hight, D.W. (1984) – Undrained anisotropy and principal stress rotation in saturated sand – Geotechnique, Vol.34, No.1, pp. 11-27.
- Symes, M.J.P.R., Shibuya, S., Hight, D.W. & Gens, A. (1985) – Liquefaction with cyclic principal stress rotation – Proc. 11th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., San Francisco, pp. 1919-1922.
- Symes, M.J.P.R., Gens, A. & Hight, D.W. (1988) – Drained principal stress rotation in saturated sand – Geotechnique, Vol.38, No.1, pp. 59-81. Tan, C.H. (1987) – Modélisation du comportement du sable à l'aide d'un modèle élastoplastique – Rapport IFP Réf. 35556.
- Tan, C.H. (1989) – Présentation d'un modèle élastoplastique cyclique pour les sols non cohérents – Rencontres 89, Association Universitaire de Génie Civil (AUGC), Rennes, France, pp. 57-64.
- Tan, C.H. et Meimon, Y. (1990) – Modélisation du sable soumis à des sollicitations rotationnelles – Rhéologie des Matériaux du Génie Civil, 25<sup>e</sup> Colloque du G.F.R, Grenoble, France.
- Tan, C.H. (1990) – Modélisation du comportement des matériaux granulaires: 1. Construction d'un modèle – Rapport IFP, Réf. 38362-1.
- Tan, C.H. (1990) – Modélisation du comportement des matériaux granulaires: 2. Détermination des paramètres et validation du modèle sur chemins homogènes – Rapport IFP, Réf. 38362-2.
- Tan, C.H. (1990) – Modélisation du comportement des matériaux granulaires: 3. Réponse du modèle sur problèmes aux limites – Rapport IFP, Réf. 38362-3.
- Tatsuoka, F. & Ishihara, K. (1974) – Yielding of sand in triaxial compression – Soils and Foundations, Vol.14, No.2, pp. 63-76.
- Tatsuoka, F. & Ishihara, K. (1974) – Drained deformation of sand under cyclic stresses reversing direction – Soils and Foundations, Vol.14, No.3, pp. 51-65.
- Tatsuoka, F. & Molenkamp, F. (1983) – Discussion on yield loci for sands – Mechanics of Granular Materials : New Models and Constitutive Relations, Ed. by Jenkins, J.T. & Satake, M., Elsevier.
- Thanopoulos, I. (1981) – Contribution à l'étude du comportement cyclique des milieux pulvérulents – Thèse de Doctorat, l'Université Médicale et l'Institut National Polyt. de Grenoble.
- Vermeer, P.A. (1978) – A double hardening model for sand – Geotechnique, Vol.28, No.4, pp. 413-433.

- Vermeer,P.A. (1980) – Formulation and analysis of sand deformation problems – Report 195, Delft University of Technology.
- Vermeer,P.A. (1982) – A five-constant model unifying well-established concepts – Int. Workshop on Constitutive Relations for Soils, Grenoble, Ed by Gudehus,F. et al., Balkema, Rotterdam, pp. 175-198.
- Wong,R.K.S. & Arthur,J.R.F. (1985) – Induced and inherent anisotropy in sand – Geotechnique, Vol.35, No.4, pp. 471-481.
- Wong,R.K.S. & Arthur,J.R.F. (1986) – Sand sheared by stresses with cyclic variations in direction – Geotechnique, Vol.36, No.2, pp. 215-226.
- Yamada,Y. & Ishihara,K. (1979) – Anisotropic deformation characteristic of sand under three-dimensional stress conditions – Soils and Foundations, Vol.19, No.2, pp. 79-94.
- Yamada,Y. & Ishihara,K. (1981) – Undrained deformation characteristics of loose sand under three-dimensional stress conditions – Soils and Foundations, Vol.21, No.1, pp. 97-107.
- Yamada,Y. & Ishihara,K. (1982) – Yielding of loose sand in three-dimensional stress conditions – Soils and Foundations, Vol.22, No.3, pp. 16-31.
- Yamada,Y. & Ishihara,K. (1983) – Undrained deformation characteristics of sand in multi-directional shear – Soils and Foundations, Vol.23, No.1, pp. 61-79.
- Zienkiewicz,O.C., Leung,K.H. & Pastor,M. (1985) – Simple model for transient soils loading in earthquake analysis. I. Basic model and its application – Int. Jour. for Numer. and Anal. Methods in Geomech., Vol.9, No.5, pp. 453-476.
- Zytynski,M., Rondolph,M.F., Nova,R. & Wroth,C.P. (1978) – On modelling the unloading-reloading behavior of soils – Int. Jour. for Numer. and Anal. Methods in Geomech. Vol. 2, pp. 255-278.

# **ANNEXE A**

**Etude de la sensibilité des paramètres du modèle  
sur chemin triaxial non drainé**



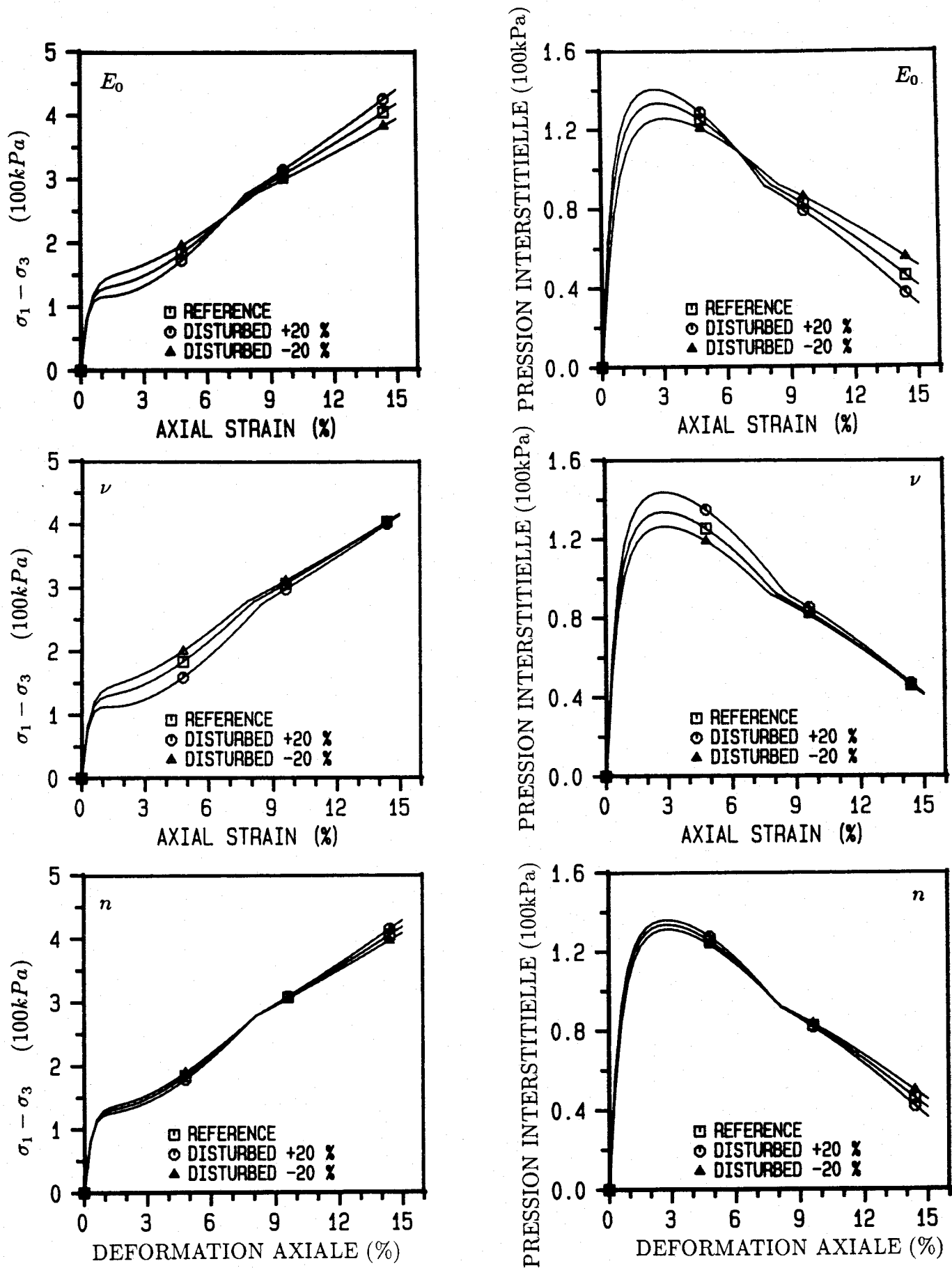


Figure A.1 - Effet des paramètres:  $E_0, \nu, n$  (chemin triaxial non-drainé)

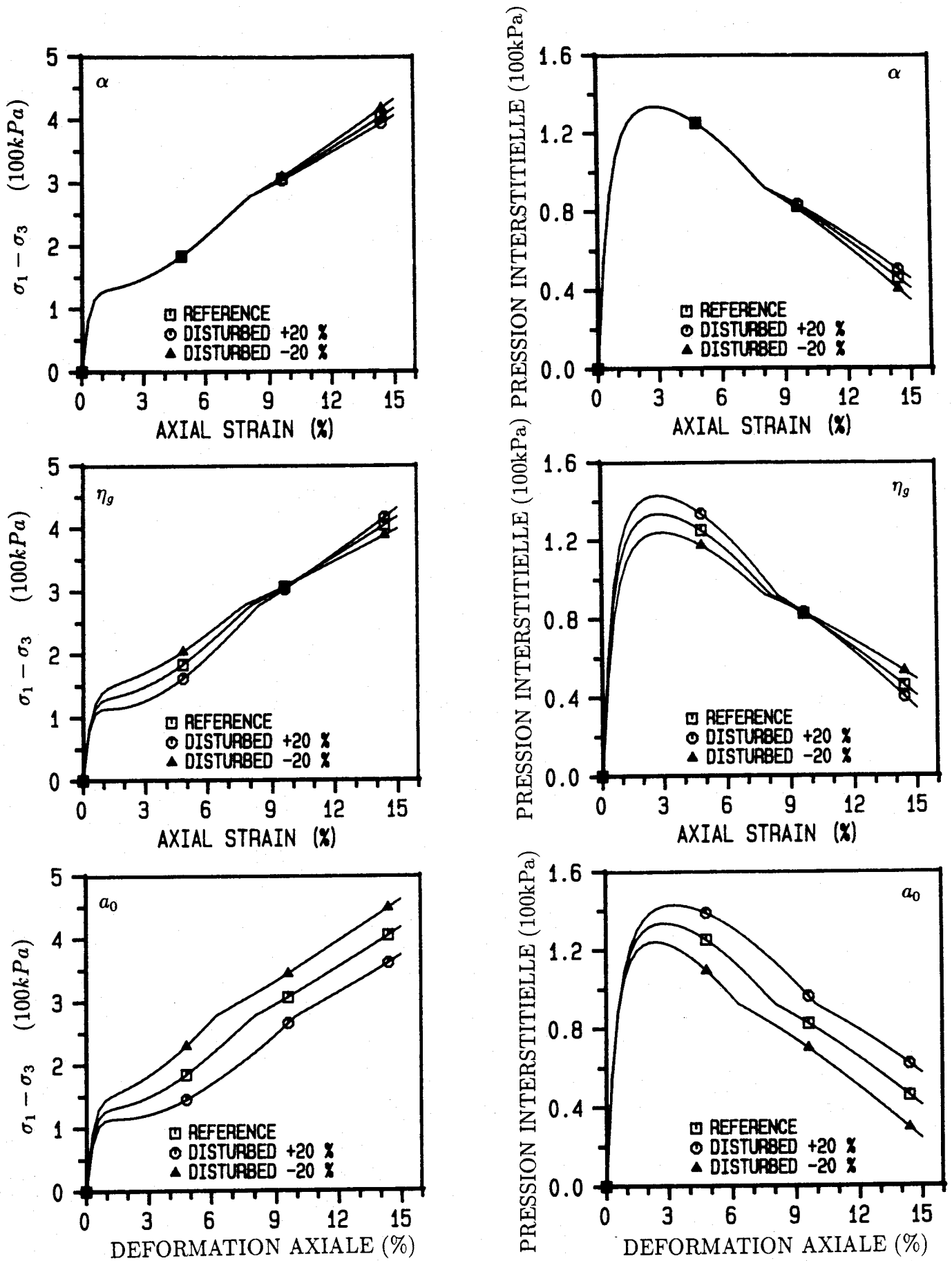


Figure A.2 - Effet des paramètres:  $\alpha, \eta_g, a_0$  (chemin triaxial non-drainé)

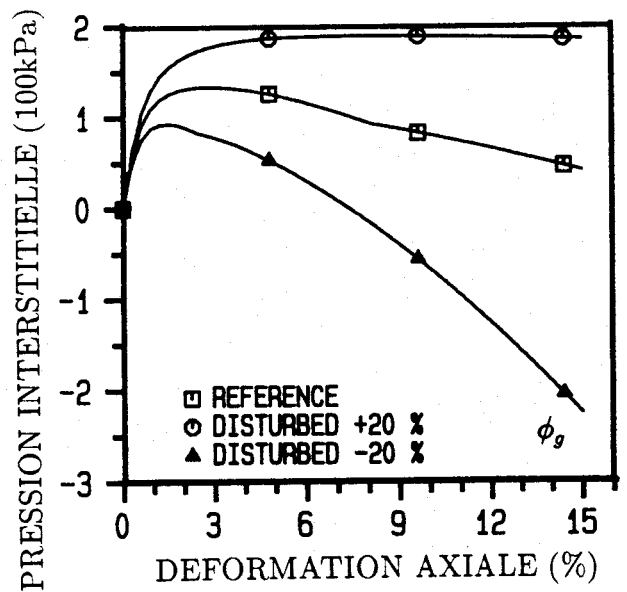
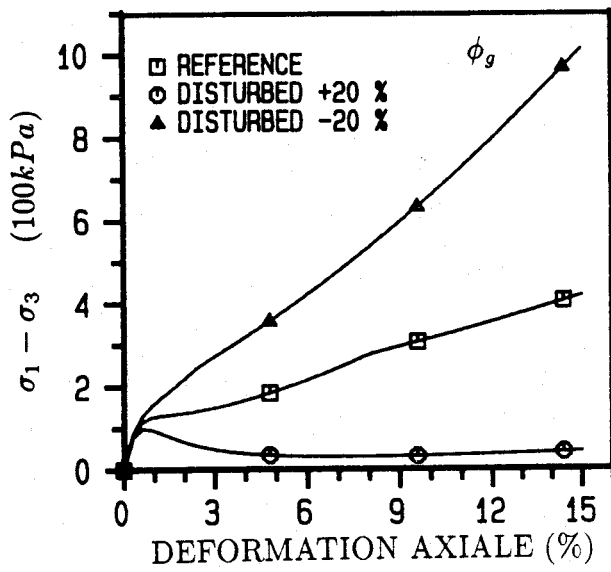
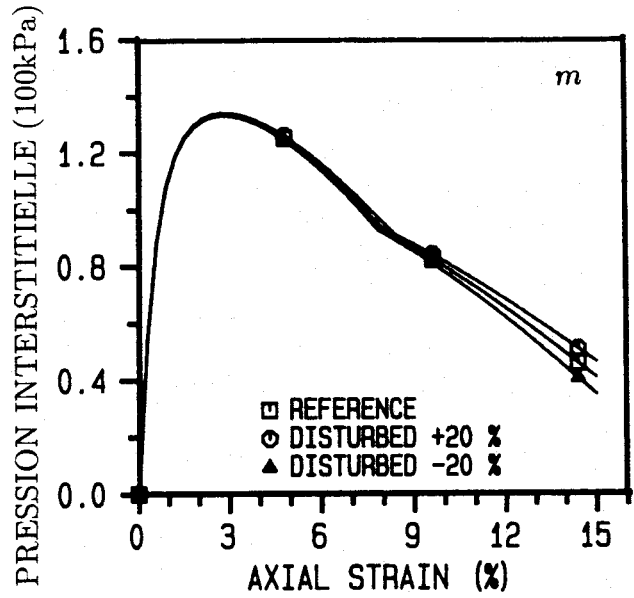
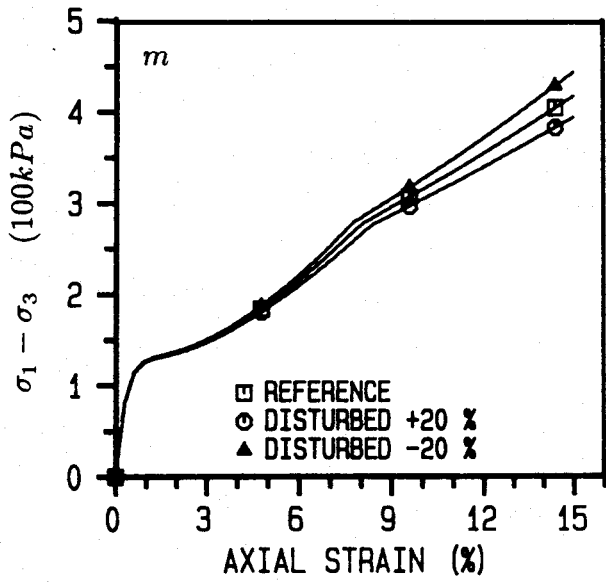
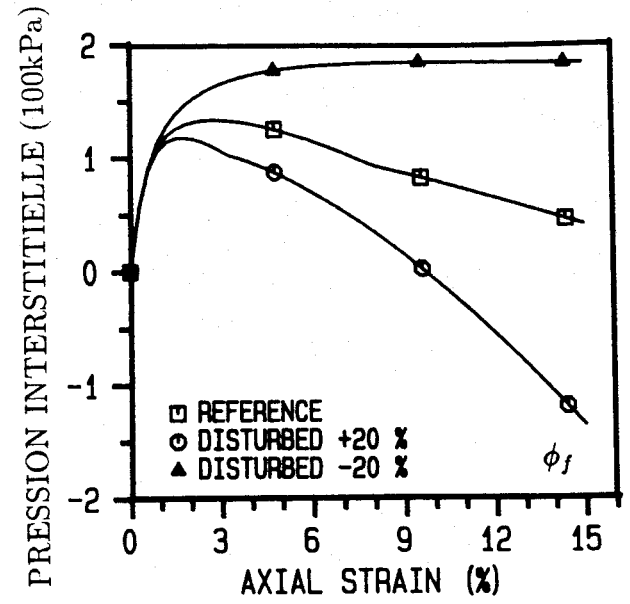
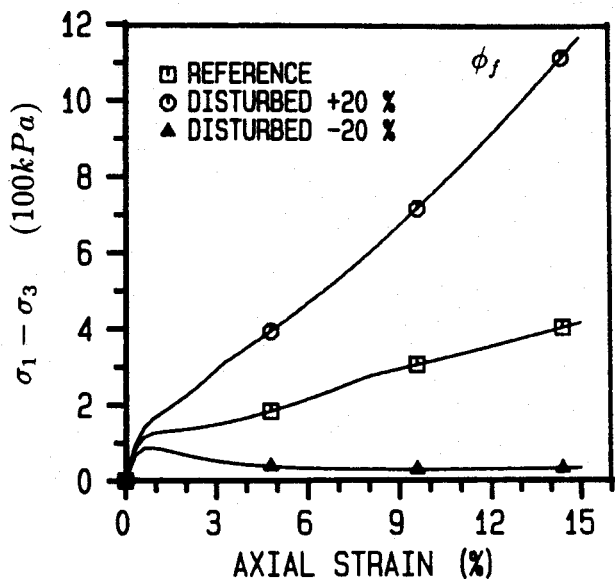


Figure A.3 - Effet des paramètres:  $\phi_f$ ,  $m$ ,  $\phi_g$  (chemin triaxial non-drainé)





# **ANNEXE B**

**Validation sur les essais sur le sable de Reid Bedford  
– Workshop de Cleveland –**



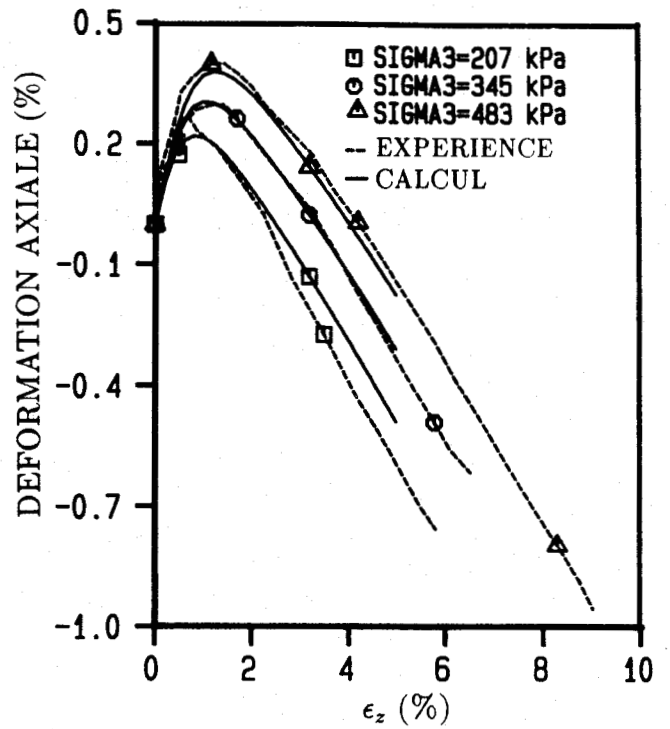
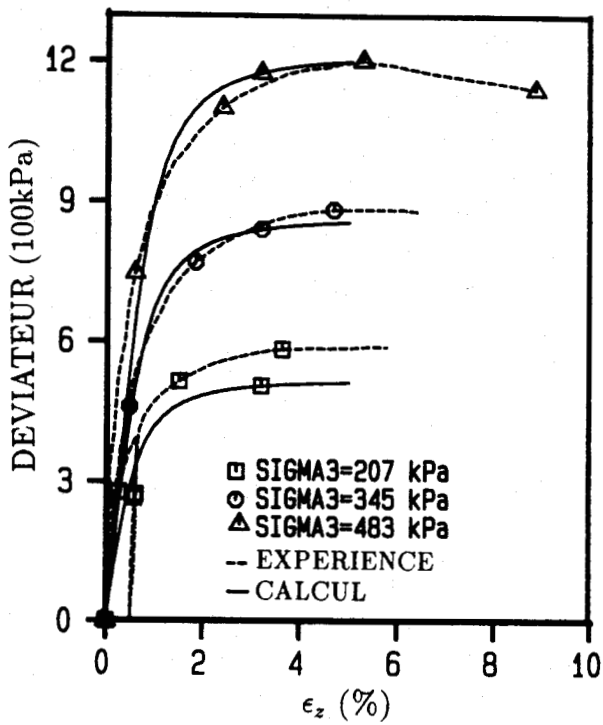


Figure B.1 - Essais triaxiaux en compression sur le sable de Reid Bedford au cylindre creux utilisés pour l'identification des paramètres du modèle (Workshop de Cleveland, 1987)

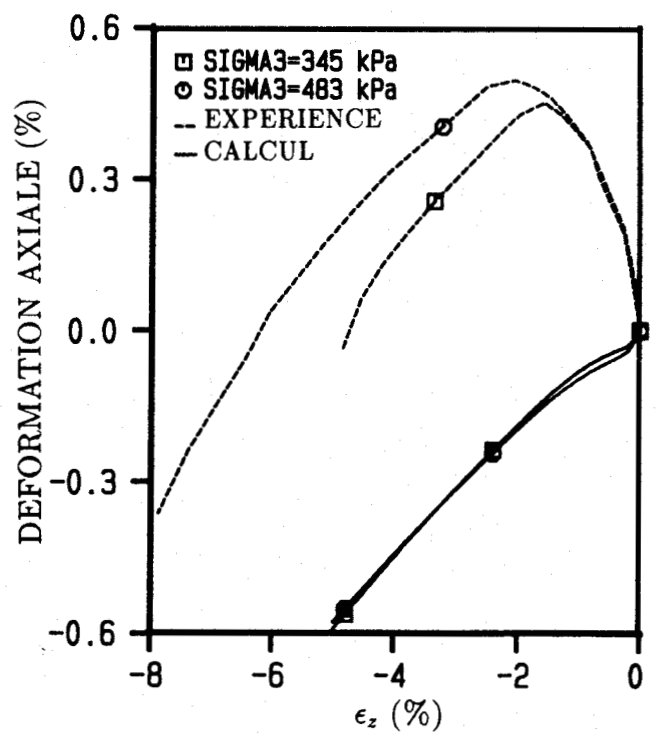
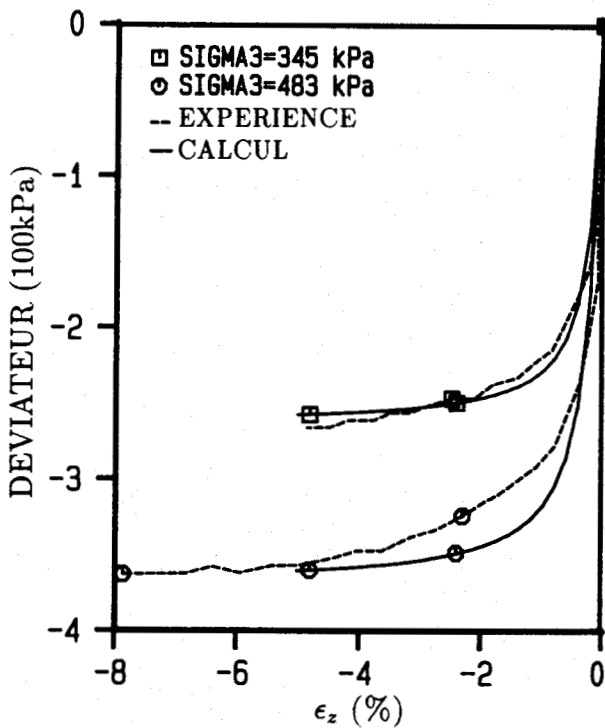


Figure B.2 - Essais triaxiaux en extension sur le sable de Reid Bedford au cylindre creux (Workshop de Cleveland, 1987)

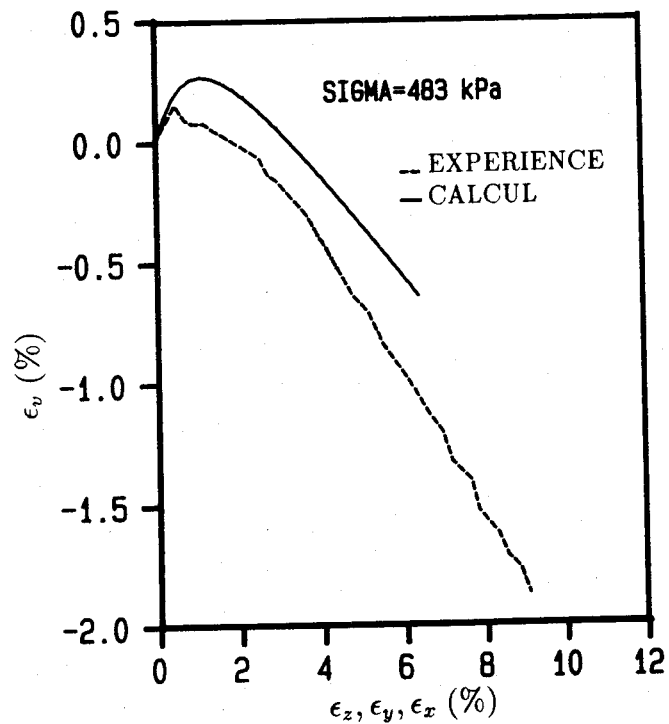
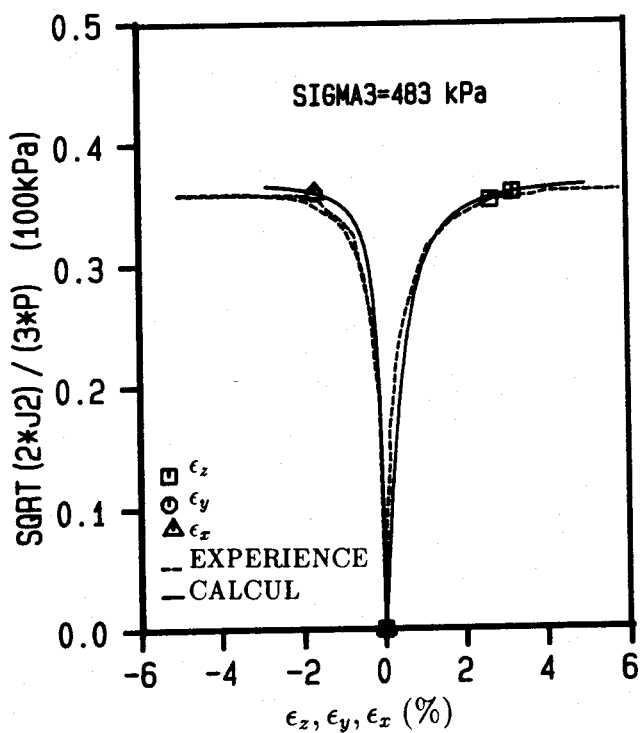
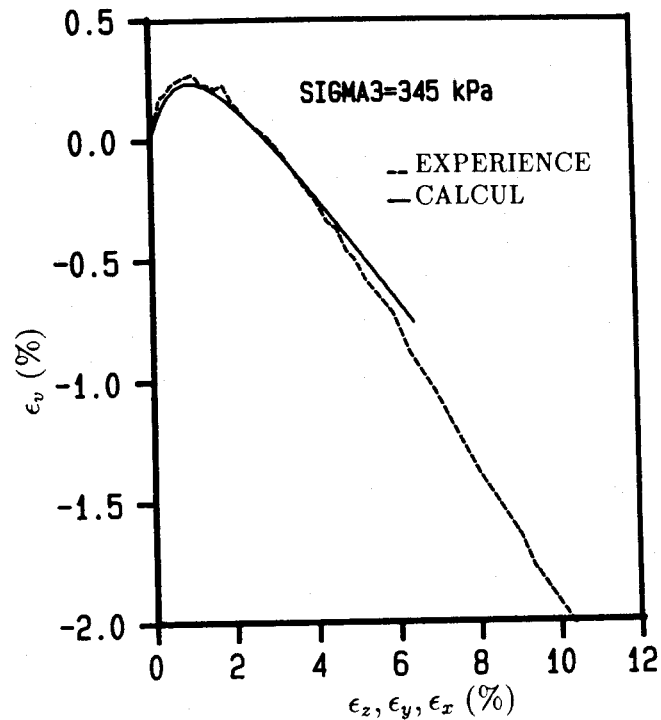
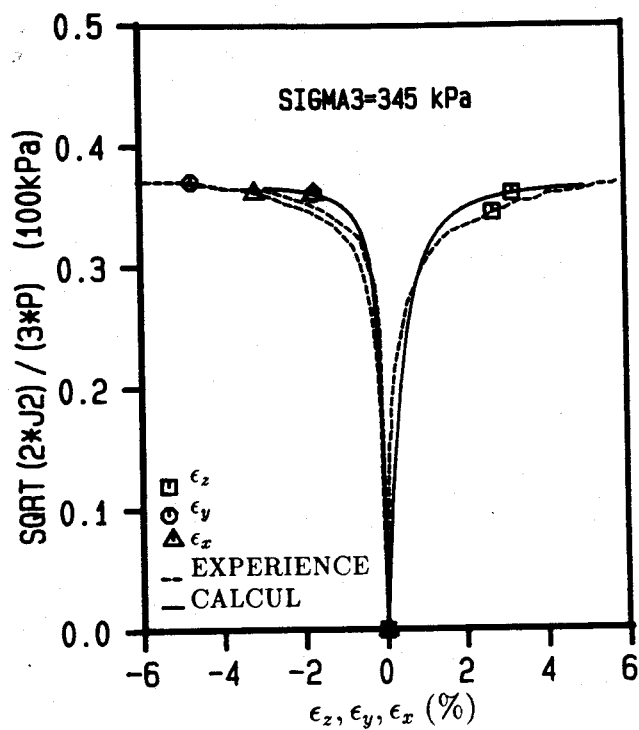


Figure B.3 - Essais triaxiaux en compression sur le sable de Reid Bedford à la presse 3D (Workshop de Cleveland, 1987)

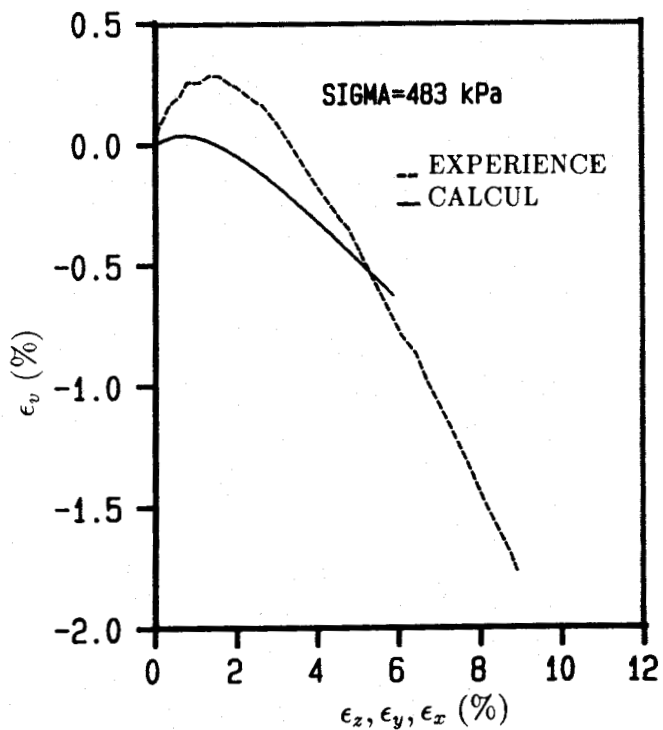
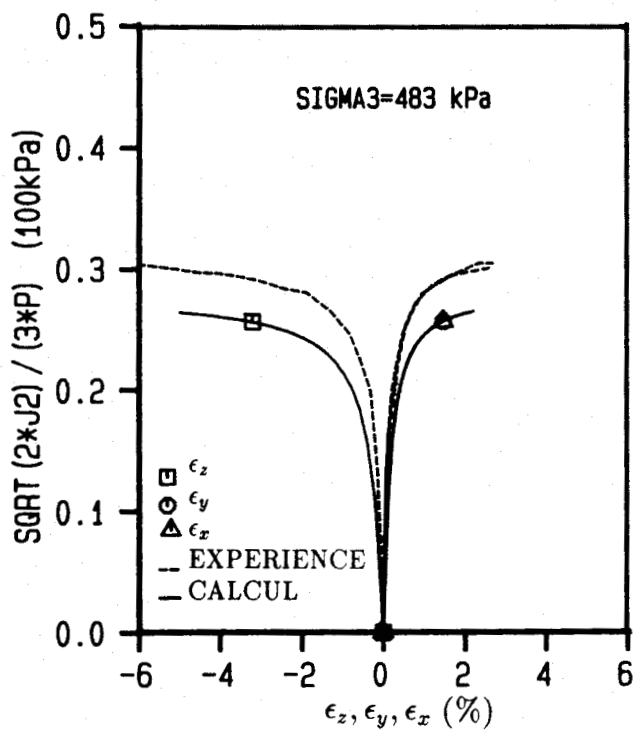
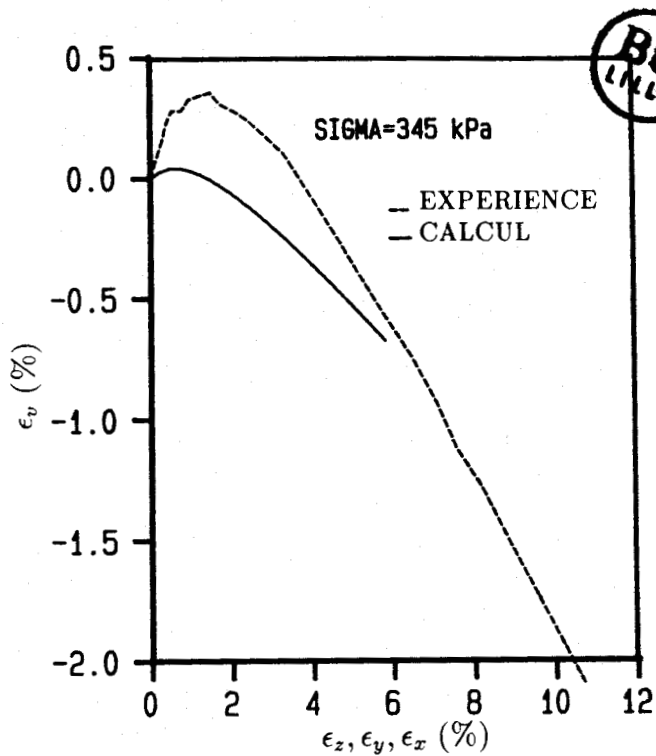
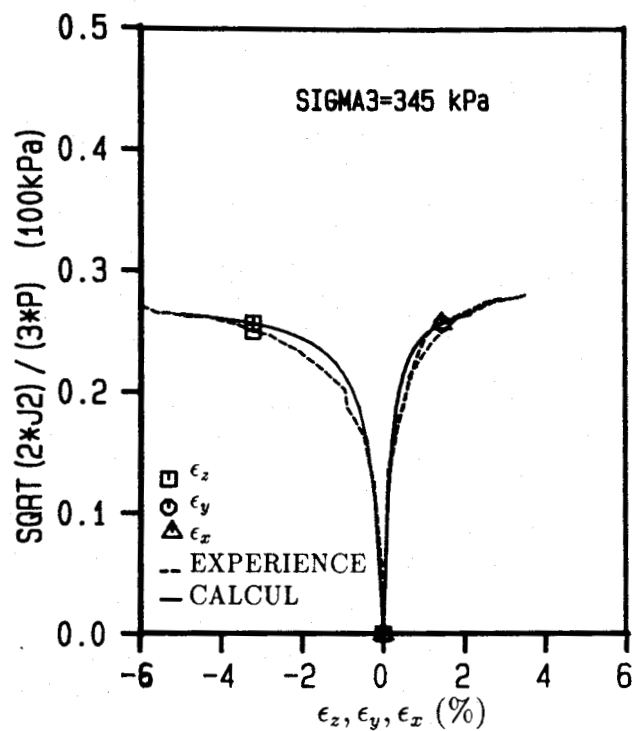


Figure B.4 - Essais triaxiaux en extension sur le sable de Reid Bedford à la presse 3D (Workshop de Cleveland, 1987)

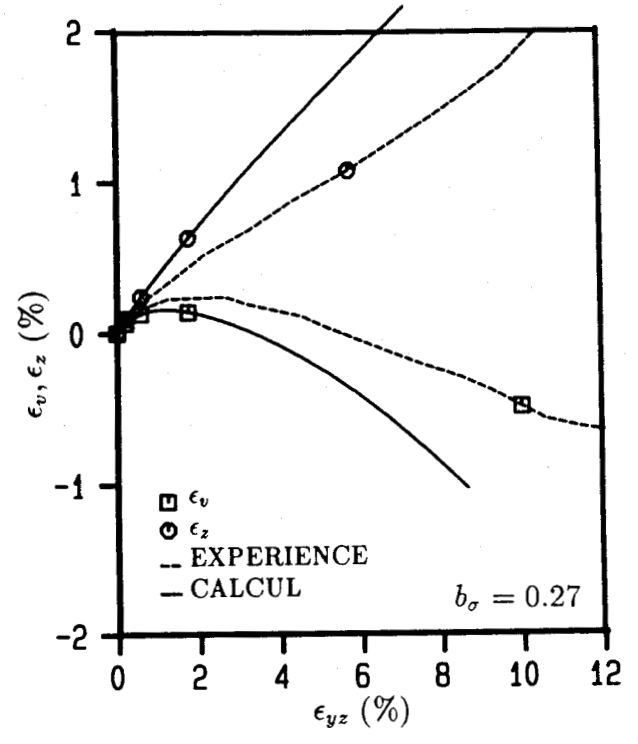
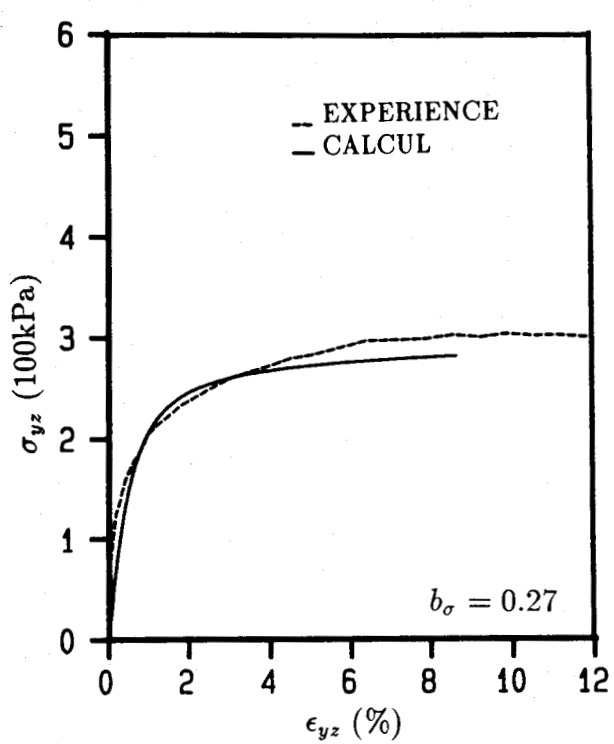


Figure B.5(a) - Essai radial sur le sable de Reid Bedford au cylindre creux ( $b_\sigma = 0.27$ ) (Workshop de Cleveland, 1987)

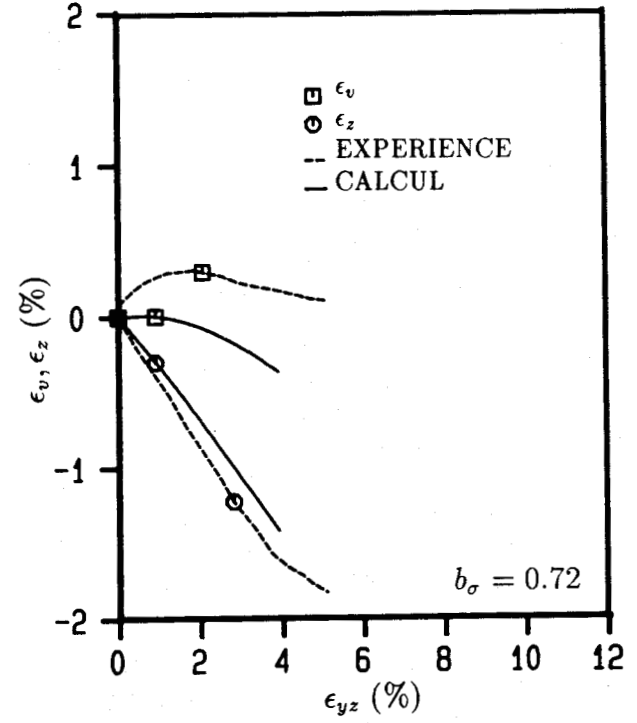
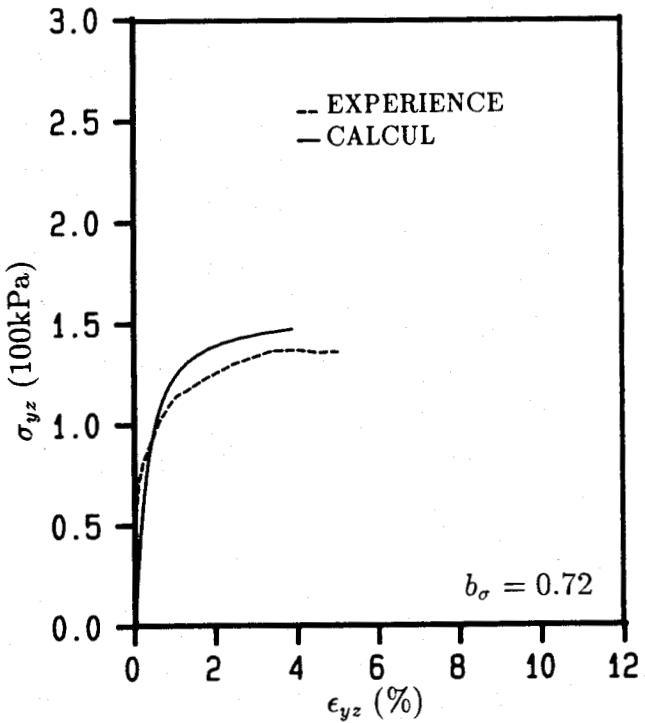


Figure B.5(b) - Essai radial sur le sable de Reid Bedford au cylindre creux ( $b_\sigma = 0.72$ ) (Workshop de Cleveland, 1987)

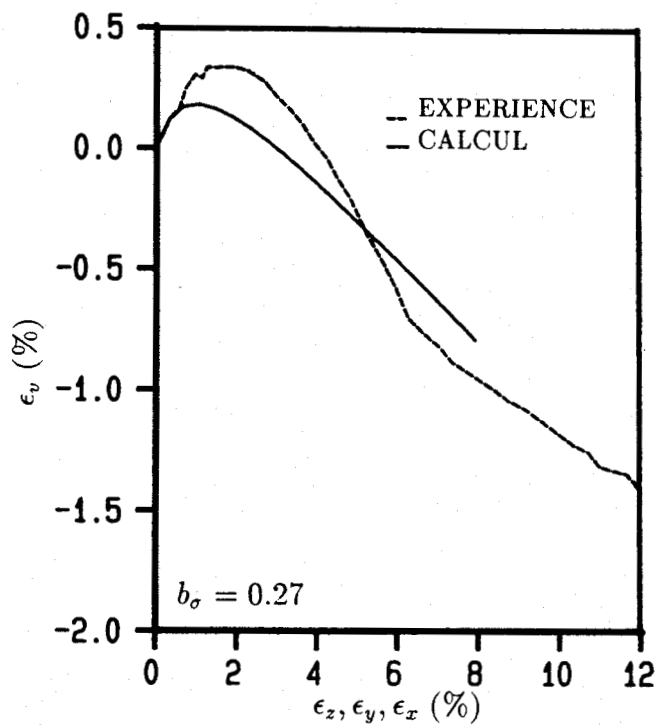
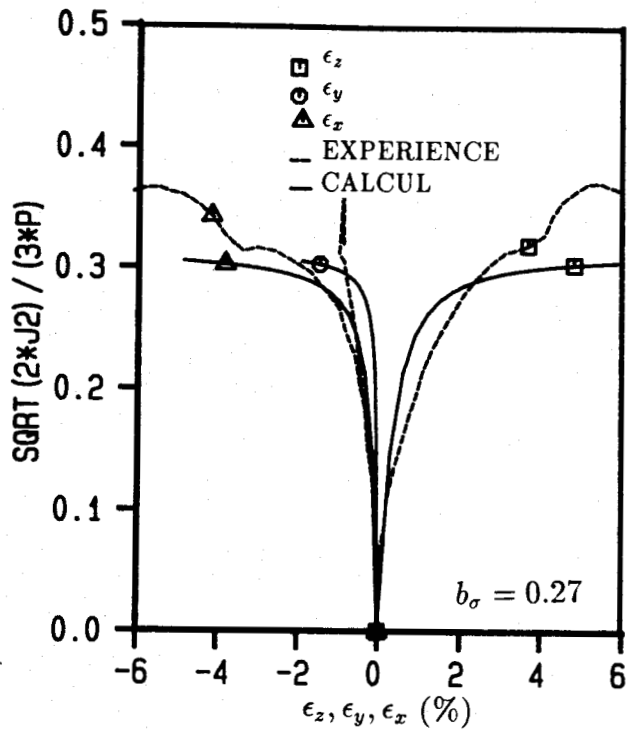


Figure B.6(a) - Essai radial sur le sable de Reid Bedford à la presse 3D ( $b_\sigma = 0.27$ ) (Workshop de Cleveland, 1987)

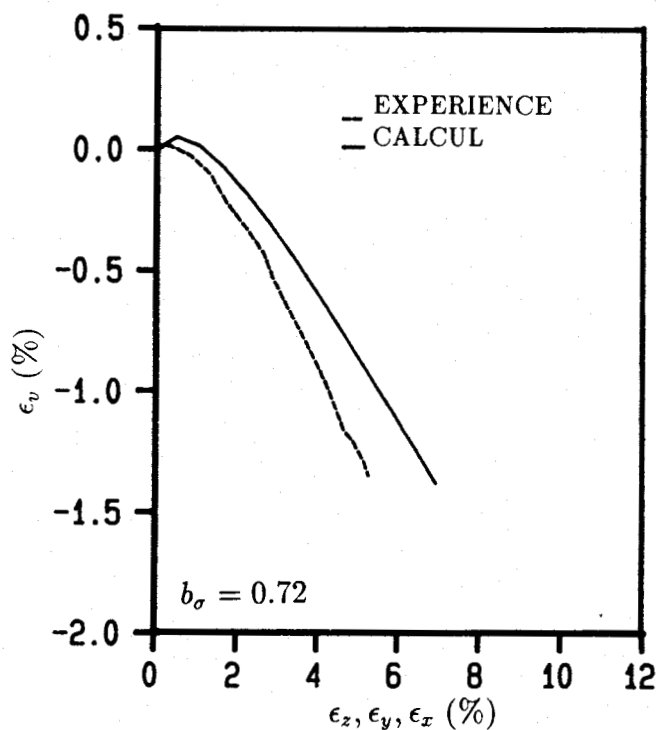
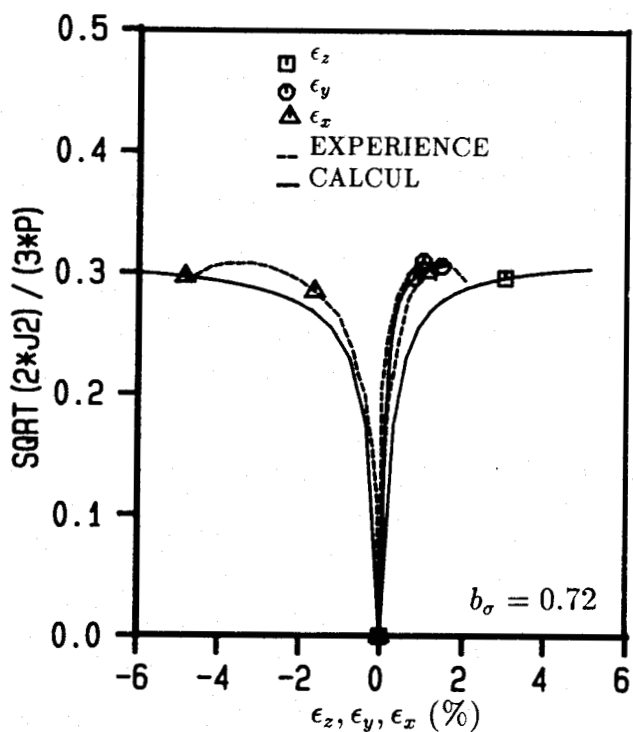


Figure B.6(b) - Essai radial sur le sable dense de Reid Bedford à la presse 3D ( $b_\sigma = 0.72$ ) (Workshop de Cleveland, 1987)

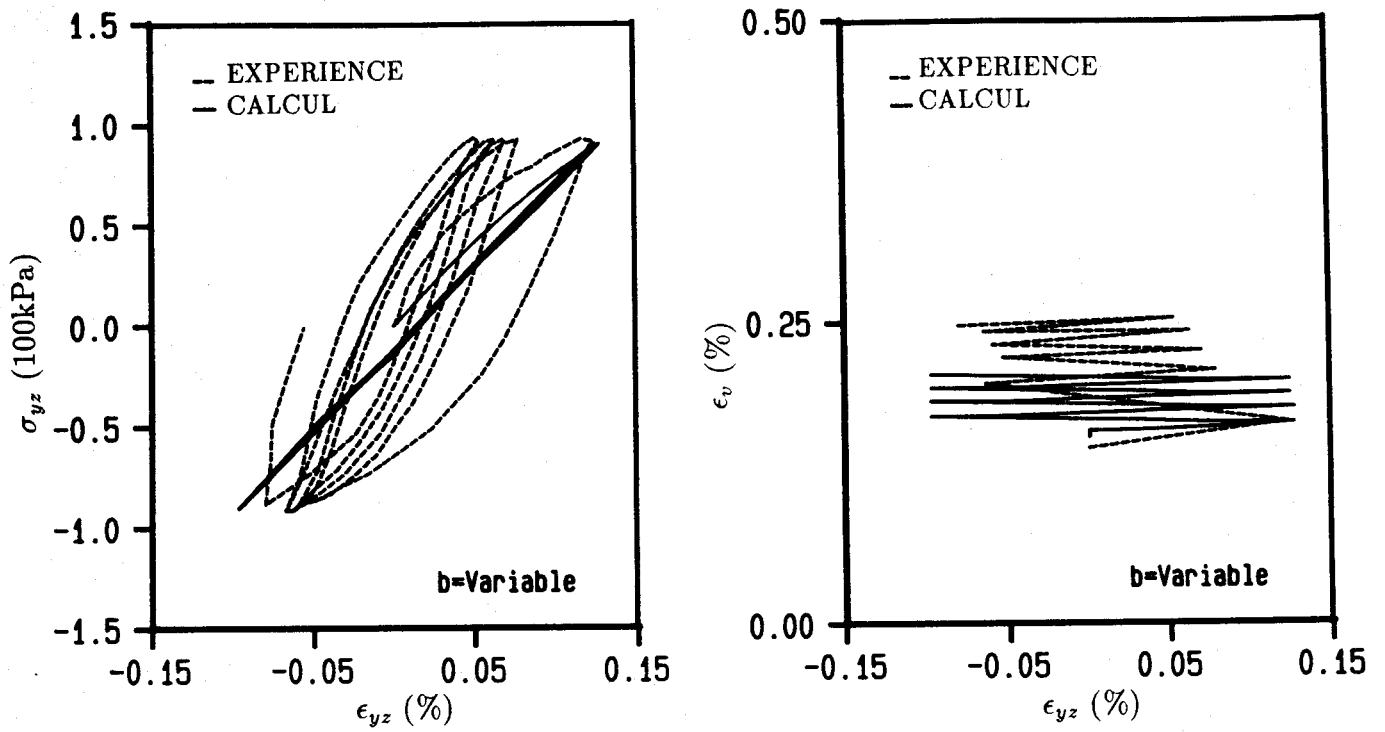


Figure B.7(a) - Essai en torsion alternée sur le sable de Reid Bedford au cylindre creux (5 cycles de torsion) (Workshop de Cleveland, 1987)

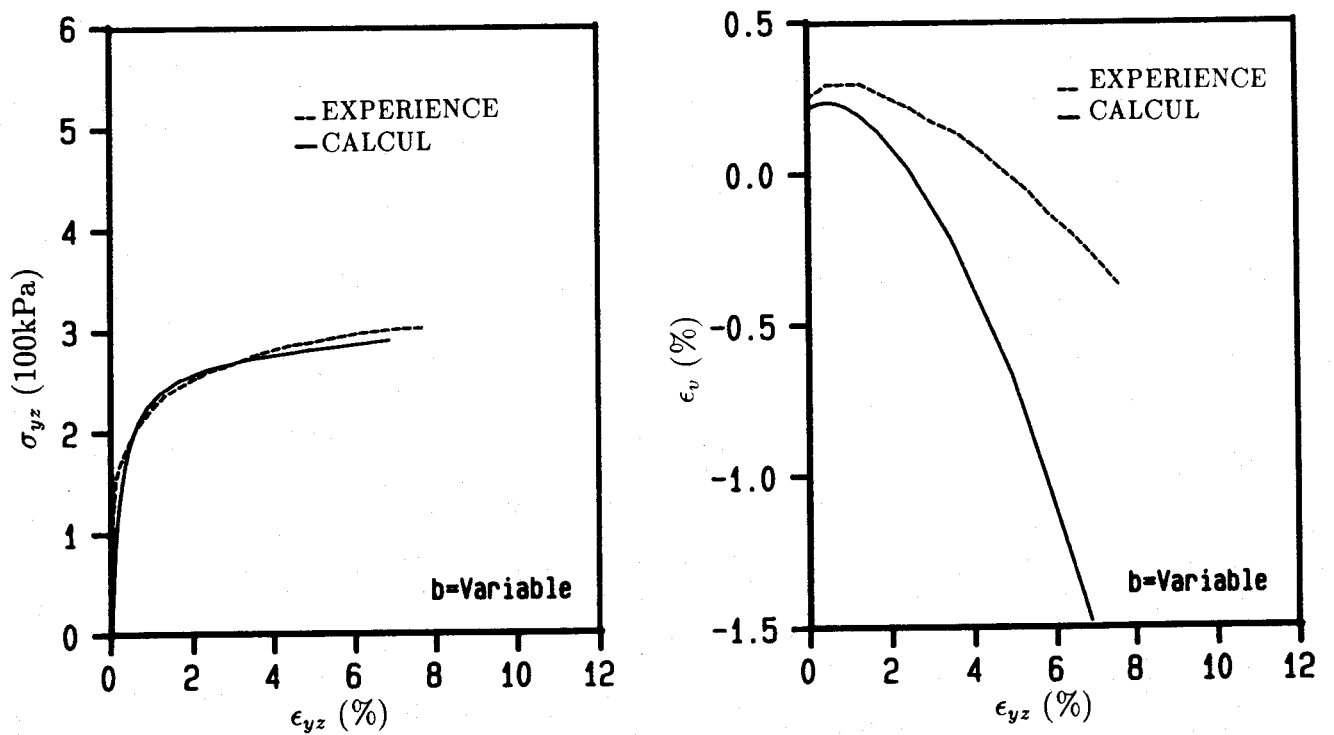


Figure B.7(b) - Essai en torsion alternée sur le sable de Reid Bedford au cylindre creux (torsion monotone après 5 cycles) (Workshop de Cleveland, 1987)



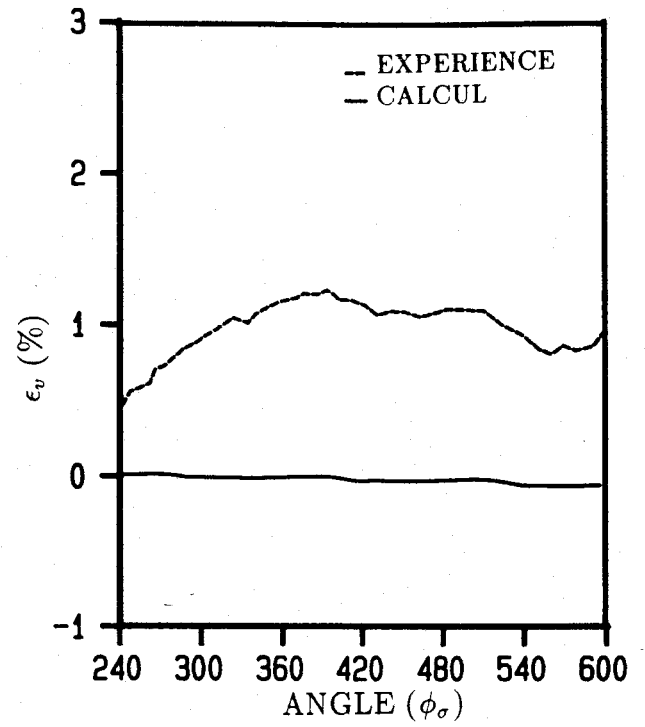
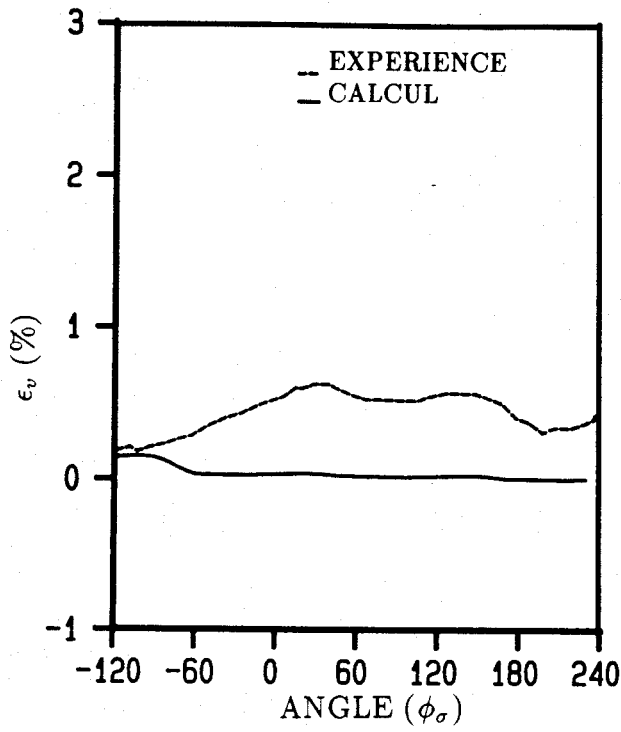


Figure B.8(a) - Essai circulaire sur le sable de Reid Bedford à la presse 3D  
(Workshop de Cleveland, 1987)

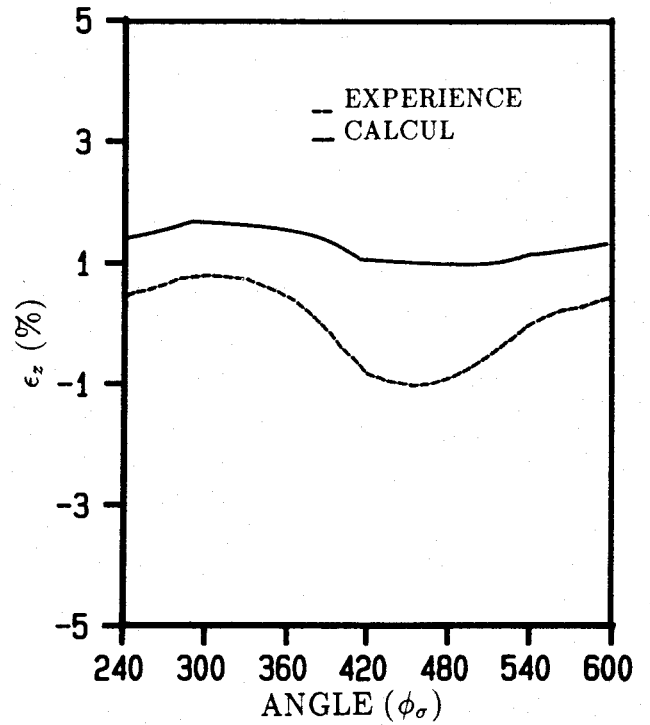
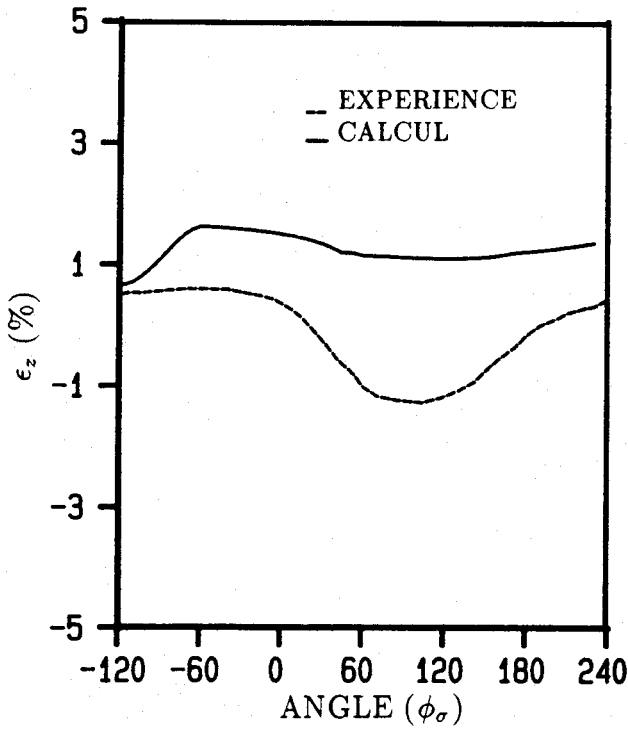


Figure B.8(b) - Essai circulaire sur le sable de Reid Bedford à la presse 3D  
(Workshop de Cleveland, 1987)

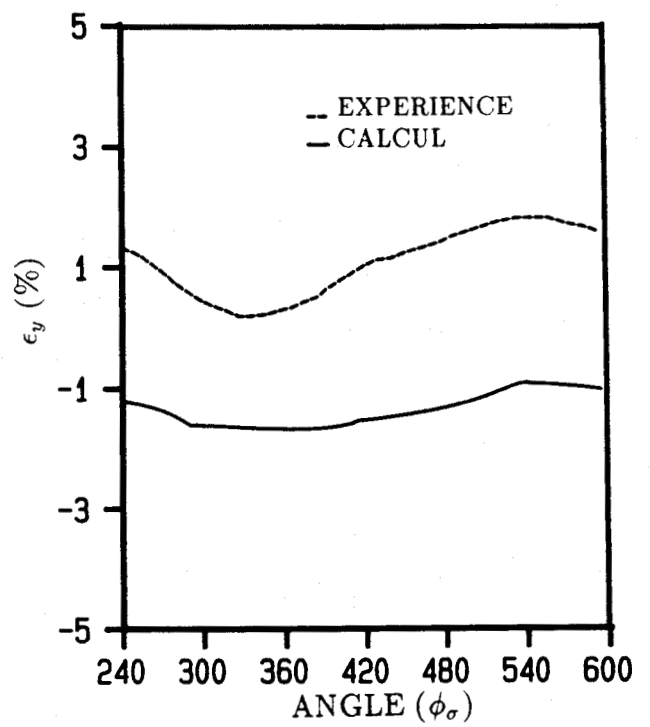
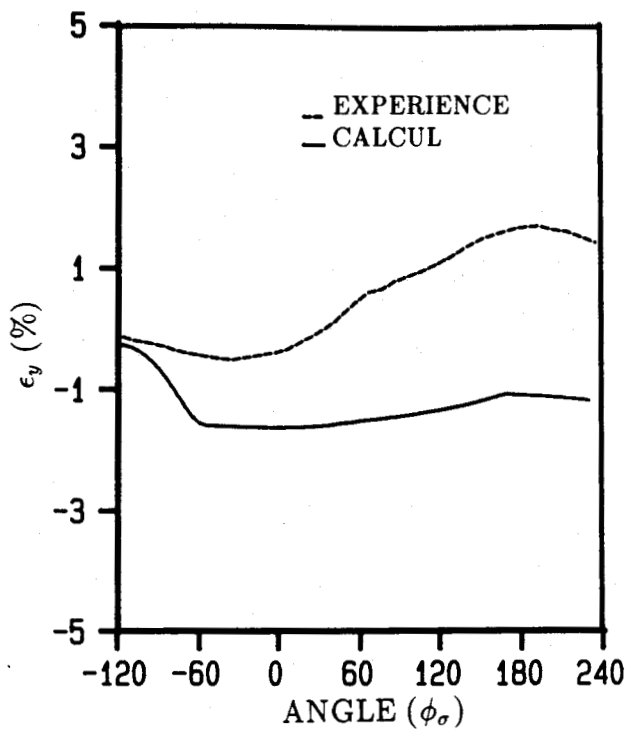


Figure B.8(c) - Essai circulaire sur le sable de Reid Bedford à la presse 3D  
(Workshop de Cleveland, 1987)

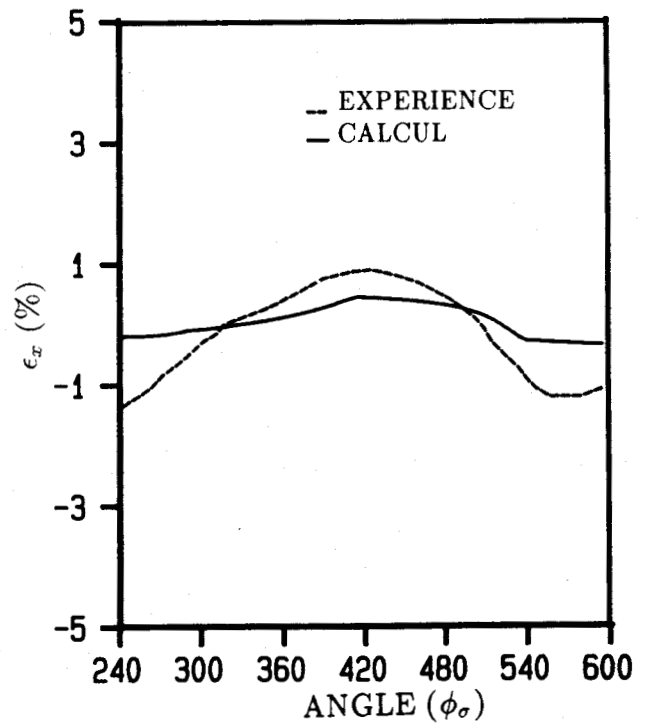
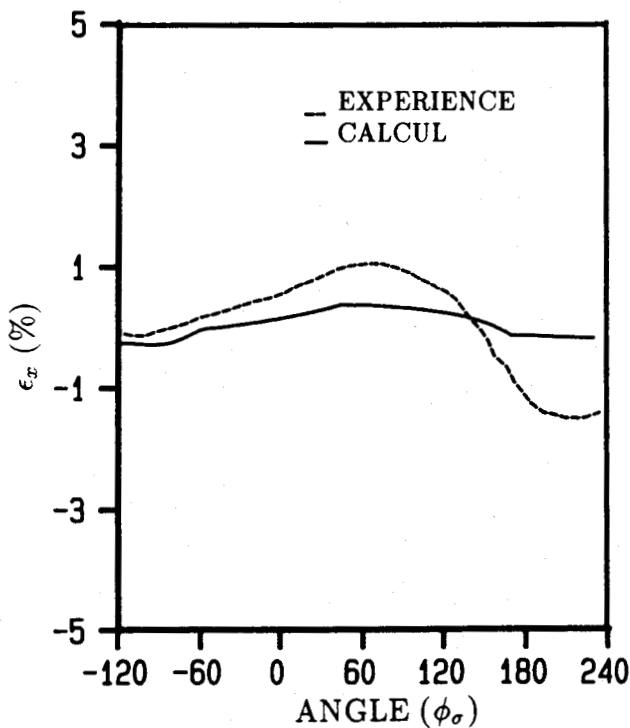


Figure B.8(d) - Essai circulaire sur le sable de Reid Bedford à la presse 3D  
(Workshop de Cleveland, 1987)



# THESE

## DEVELOPPEMENT D'UN MODELE ELASTOPLASTIQUE POUR LE COMPORTEMENT DES MATERIAUX GRANULAIRES SOUS SOLLICITATIONS NON-MONOTONES COMPLEXES

Cheng Hua TAN

### RESUME:

La modélisation de la réponse des structures marines soumises aux efforts cycliques de la houle est un élément important pour la sécurité et la fiabilité de ce type d'ouvrage. La méthode des éléments finis constitue un outil analytique puissant pour répondre à ce besoin. Toutefois, la capacité prédictive de cette méthode dépend en grande partie de la connaissance du comportement mécanique des géomatériaux qui constituent la fondation de la structure. Ainsi, le développement des modèles de comportement pour géomatériaux est un des aspects les plus actifs de la recherche actuelle. Le présent travail constitue une contribution dans ce sens, à savoir la construction d'un nouveau modèle de comportement des matériaux granulaires sous sollicitations non-monotones.

Dans la première partie, à la suite d'une analyse détaillée des résultats expérimentaux, un modèle élastoplastique isotrope a été formulé pour le comportement des matériaux granulaires sous chargement monotone. Ensuite, en adaptant le concept de mémoire discrète, la méthode de "Bounding Surface" et la méthode de l'écroissage cinématique ont été intégrées dans le modèle pour décrire, par l'une ou par l'autre, le comportement des matériaux sous chargements non-monotones complexes.

La deuxième partie est consacrée à la procédure de l'identification des paramètres pour le modèle proposé. L'effet de chaque paramètre a été étudié d'une façon précise. Une méthode de détermination des paramètres illustrée avec un exemple est également présentée en détail. Par la suite, la validation du modèle sur chemins homogènes est rapportée dans ses grandes lignes, suivie de l'examen de la capacité prédictive du modèle sur une large gamme d'essais au laboratoire. Une attention particulière est accordée à l'aspect du chargement complexe (cyclique, avec rotation des axes principaux de contraintes). Les performances du schéma de "Bounding Surface" et du schéma de l'écroissage cinématique à mémoire discrète sont également examinées et comparées.

La dernière partie s'ouvre sur l'implantation du modèle proposé dans le logiciel d'éléments finis FONDOP et la calibration du modèle sur quelques expérimentations de fondation réalisées dans le cadre du groupe Validation du GRECO CNRS Géomatériaux.

**Mots-clés:** Modèle rhéologique, Plasticité, Ecroissage Cinématique, Surface limite, Anisotropie, Chargement cyclique, Rotation des axes principaux de contraintes, Validation, Éléments finis, Matériaux granulaires.