

50376  
1990  
35

na 560 50376  
n° d'ordre : 477  
1990  
35

# THESE de DOCTORAT

présentée à

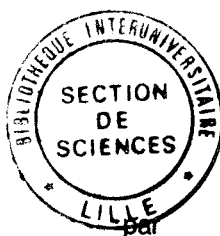
l'Université des Sciences et Techniques de Lille-Flandres-Artois

Spécialité

GENIE CIVIL

TITRE

## ETUDE EXPERIMENTALE ET MODELISATION DU COMPORTEMENT DES POUDRES DE L'INDUSTRIE CHIMIQUE



Laurent LANCELOT

soutenue le 22 Janvier 1990 devant le jury composé de :

MM. J. BIAREZ	Ecole Centrale de Paris	Président
M. P. LUONG	LMS - Ecole Polytechnique	Rapporteur
J. C. ROBINET	ESEM - Université d'Orléans	Rapporteur
J. P. HENRY	USTL-FA	
I. SHAHROUR	IDN	
R. GOURVES	CUST - Université de Clermont-Ferrand	
L. BADGUERAHANIAN	LGCA	
P. LABOURT-IBARRE	RHONE-POULENC	



## AVANT-PROPOS

Le travail qui fait l'objet de ce mémoire a été effectué pour une grande part au Département Sols et Structures du Laboratoire de Mécanique de Lille ( ex Laboratoire de Génie Civil de Lille). A ce titre, qu'il me soit permis d'en remercier les responsables, passé et actuel, en les personnes de MM. J.-C. ROBINET et I. SHAHROUR, sans qui ce travail n'aurait pu voir le jour. Je remercie également Monsieur le Directeur de l'Ecole Universitaire d'Ingénieurs de Lille pour m'avoir accueilli dans ses locaux.

Le Laboratoire de Génie Chimique et d'Automatique a assumé l'autre part de la tutelle de cette étude ; que son président M. M. ROGER en soit remercié.

J'adresse mes plus vifs remerciements à la Société RHONE-POULENC INDUSTRIALISATION qui a défini et financé la présente étude. La Société m'a également offert la possibilité de passer 16 mois à l'Université de Bradford (Grande Bretagne) dans le laboratoire du Dr. N.-G. STANLEY-WOOD, que je tiens à remercier chaleureusement pour son accueil.

M. J. BIAREZ, Professeur à l'Ecole Centrale de Paris, en dépit de ses lourdes responsabilités, m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

M. M. P. LUONG, Directeur de Recherches au Laboratoire de Mécanique des Solides (Ecole Polytechnique), a bien voulu être rapporteur de ce travail, et me faire profiter de sa grande expérience. Je lui en suis profondément reconnaissant.

M. J.-C. ROBINET, Professeur à l'Université d'Orléans, après avoir dirigé la partie expérimentale de ce travail, a accepté d'en être rapporteur. Je lui renouvelle mes sincères remerciements.

M. I. SHAHROUR, Professeur à l'Institut Industriel du Nord, a assuré, avec l'efficacité, l'amabilité et la compétence qui lui sont coutumières, la direction de ce travail jusqu'à son terme. De tout cela, et de sa présence au jury, je lui suis profondément reconnaissant.

*M. L. BADGUERAHANIAN, président d'Honneur du Laboratoire de Génie Chimique et d'Automatique, a toujours montré la plus grande disponibilité. Je tiens à lui témoigner ma profonde gratitude pour sa présence dans le jury.*

*M. P. LABOURT-IBARRE, Chef de Groupe à Rhône-Poulenc Industrialisation, ne m'a jamais compté son temps malgré ses lourdes charges, et m'a été d'un grand secours tout au long de ce travail. Qu'il me soit permis de le remercier de sa présence dans le jury.*

*M. J.-P. HENRY, Professeur à l'Université des Sciences et Techniques de Lille-Flandres-Artois, a toujours témoigné le plus grand intérêt pour la présente étude. Il a bien voulu participer au jury, et je l'en remercie très sincèrement.*

*M. R. GOURVES, Maître de Conférences à l'Université de Clermont-Ferrand, a bien voulu participer au jury et me faire ainsi profiter de sa grande connaissance de la mécanique des milieux granulaires. Je l'en remercie très sincèrement.*

*Enfin, ces remerciements ne sauraient être complets si je n'y incluais pas tous ceux, collègues et amis, qui m'ont apporté leur soutien au cours de ces années de thèse. Je citerai en particulier W. CHEHADE et B. BENCHEIKH pour leur aide, J. SECQ pour ses talents de technicien et de dessinateur, et Madame Françoise HENRY pour avoir assuré la frappe de ce mémoire. Qu'il me soit permis enfin d'adresser une pensée particulière à ma famille pour son affection et sa patience.*

---

# SOMMAIRE

---

<b>Résumé</b> .....	<b>1</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>2</b>
<b>Notations</b> .....	<b>3</b>
<b>CHAPITRE I :</b> .....	<b>7</b>
<i>Introduction générale - Position du problème</i>	
1. Motivation de l'étude .....	9
2. Etudes antérieures .....	10
3. Travaux récents .....	11
4. Contenu de notre étude .....	12
<b>CHAPITRE II :</b> .....	<b>15</b>
<i>Développement d'une cellule triaxiale adaptée aux poudres</i>	
1 Présentation du dispositif expérimental .....	17
1.1 La cellule triaxiale .....	17
1.1.1 Les embases et le dispositif d'antifretage .....	19
1.1.2 Le moule de fabrication des échantillons .....	21
1.1.3 Le système d'application de la charge axiale .....	22
1.1.4 Le système compensateur de volume .....	24
1.2 Le dispositif de compactage de l'échantillon .....	25
1.3 La presse .....	26
1.4 Le système de mise en pression .....	28
1.5 Instrumentation de la cellule .....	28
1.5.1 Force axiale .....	29
1.5.2 Déplacement du piston de charge .....	30
1.5.3 Variations de volume de l'échantillon .....	30
1.6 Acquisition et traitement des données .....	33
2. Mode opératoire .....	37
2.1 Préparation de l'essai .....	37
2.1.1 Préparation de l'échantillon .....	37
2.1.2 Remplissage et mise en pression de la cellule .....	39
2.1.3 Démoulage de l'échantillon .....	39
2.1.4 Mise en service du système de mesure des variations de volume ....	40
2.2 Application de la charge .....	40
2.2.1 Consolidation .....	40
2.2.2 Application de la charge axiale (essai triaxial conventionnel) .....	40
2.2.3 Essai triaxial à déformation axiale fixée.....	41

3. Reproductibilité - Sources d'erreurs et d'incertitudes .....	45
3.1 Correction de l'influence de la rigidité de la manchette .....	45
3.1.1 Compression triaxiale .....	45
3.1.2 Extension triaxiale .....	47
3.2 Etude de la reproductibilité des essais triaxiaux.....	49
3.3 Sources d'erreurs et d'incertitude .....	53
3.3.1 Incertitude dues aux appareils de mesure.....	53
3.3.2 Erreurs intervenant à la préparation de l'échantillon .....	54
3.3.2.1 Compactage de l'échantillon .....	54
3.3.2.2 Démoulage de l'échantillon .....	57
3.3.3 Erreurs intervenant au cours du chargement .....	57
3.3.3.1 Effet de la hauteur de l'échantillon .....	57
3.3.3.2 Influence du frettage .....	59
3.4 Remarques globales sur les hétérogénéités de l'échantillon .....	60
<b>CHAPITRE III :</b>	<b>63</b>
<i>Présentation des essais effectués</i>	
1. Matériaux étudiés .....	65
2. Essais "isotropes" .....	67
2.1 Essais oedométriques .....	67
2.2 Essais triaxiaux isotropes .....	70
3. Essais de cisaillement .....	73
3.1 Essais triaxiaux en compression .....	73
3.1.1 Chemin de sollicitation .....	73
3.1.2 Résultats obtenus .....	74
3.1.2.1 Effet de la pression de confinement .....	75
3.1.2.2 Effet de la densité initiale .....	77
3.1.2.3 Enveloppes des cercles de Mohr .....	79
3.1.3 Comparaison avec les essais obtenus à la cellule de Jenike .....	81
3.2 Essais triaxiaux en extension .....	84
3.2.1 Chemin de sollicitation .....	84
3.2.2 Résultats obtenus .....	85
3.2.2.1 Effet de la pression de confinement .....	85
3.2.2.2 Enveloppes des cercles de Mohr .....	87
3.3 Essais à déformation axiale constante .....	89
3.3.1 Chemin de sollicitation .....	89
3.3.2 Résultats obtenus .....	91
<b>CHAPITRE IV :</b>	<b>93</b>
<i>Modélisation du comportement des matériaux étudiés</i>	
1. Développement d'un modèle de comportement .....	95
1.1 Version de base du modèle .....	95
1.1.1 Elasticité .....	95
1.1.2 Critère de rupture - Surface de charge .....	96
1.1.3 Règle d'écrouissage .....	99
1.1.4 Potentiel de plasticité .....	101
1.1.5 Récapitulatif des équations du modèle .....	105

1.1.6	Simulation de l'histoire d'un échantillon .....	106
1.1.7	Test du modèle sur des résultats expérimentaux .....	108
1.2	Comportement élastique non linéaire .....	112
1.2.1	Formulation de la loi élastique non linéaire .....	112
1.2.2	Test du modèle incluant l'élasticité non linéaire .....	113
1.3	Modèle à deux mécanismes .....	115
1.3.1	Formulation du modèle .....	115
1.3.2	Simulation de l'histoire d'un échantillon .....	117
1.3.3	Tests de calage du modèle à deux mécanismes .....	118
1.3.4	Effet de l'anisotropie de la consolidation .....	120
1.4	Modélisation du pic de contrainte .....	123
1.4.1	Adaptation du modèle .....	123
1.4.2	Test du modèle dans sa version finale.....	124
2.	Détermination et étude des paramètres du modèle .....	127
2.1	Détermination des paramètres du modèle .....	127
2.1.1	Les paramètres élastiques .....	127
2.1.2	Les paramètres liés au mécanisme déviatorique .....	129
2.1.3	Le paramètre lié au mécanisme de consolidation .....	133
2.1.4	Ajustement des paramètres .....	134
2.2	Influence des paramètres sur la réponse du modèle .....	137
2.2.1	Paramètres élastiques .....	137
2.2.2	Paramètres régissant la surface de rupture du mécanisme déviatorique .....	139
2.2.3	Paramètres régissant l'écrouissage pour le mécanisme déviatorique ..	141
2.2.4	Paramètres régissant le potentiel plastique .....	141
2.2.5	Paramètre régissant le mécanisme de consolidation .....	144
2.2.6	Tableau récapitulatif de l'effet des différents paramètres .....	146
3.	Validation du modèle sur les essais effectués.....	147
3.1	Modélisation des essais de compression triaxiale.....	147
3.1.1	Echantillons de densité moyenne.....	147
3.1.2	Echantillons denses.....	151
3.2	Modélisation des essais triaxiaux en extension.....	154
3.3	Modélisation des essais à déformation axiale fixée.....	157
3.4	Discussion et synthèse des résultats de la modélisation.....	159
<b>CHAPITRE V:</b>		<b>163</b>
	<i>Conclusion générale - Perspectives</i>	
<b>Bibliographie.....</b>		<b>169</b>
<b>Annexe A :</b>		
	<i>Théories classiques de dimensionnement des silos.....</i>	<i>179</i>
<b>Annexe B :</b>		
	<i>Caractérisation expérimentale des poudres à la cellule de Jenike.....</i>	<i>193</i>
<b>Annexe C :</b>		
	<i>Estimation des gradients de contrainte et de densité apparaissant dans un échantillon en cours de compactage.....</i>	<i>201</i>
<b>Annexe D :</b>		
	<i>Courbes expérimentales des essais triaxiaux.....</i>	<i>209</i>

## Sommaire



---

# RESUME

---

Devant l'accroissement des capacités de production de l'industrie chimique, on assiste à une demande de plus en plus forte, de la part des industriels, pour des installations de stockage fiables pour les matériaux en poudre. L'amélioration des techniques de dimensionnement des silos suppose une meilleure connaissance du comportement des matériaux. Le présent travail constitue une contribution dans ce sens. Il comprend deux parties.

Dans la première partie, un appareillage triaxial spécial a été mis au point dans le but d'étudier le comportement des poudres sous faibles contraintes en vue de leur ensilage. L'appareillage conçu permet d'observer des caractéristiques mécaniques généralement hors de portée des appareillages classiques utilisés en mécanique des poudres (mesure des déformations, chemins de sollicitation variés). Une étude des sources d'erreurs et d'incertitudes permet de cerner le domaine d'utilisation de cet appareillage. Puis on présente les résultats obtenus sur deux poudres d'intérêt industriel. Ces résultats mettent en évidence certains points communs avec les sols.

Dans la deuxième partie, un modèle de comportement est mis au point et validé. Ce modèle inclut les principaux concepts d'usage courant en mécanique des sols (état critique, état caractéristique, écrouissage isotrope...). Plusieurs versions sont proposées, de complexité croissante, suivant les applications souhaitées. Ces versions sont ensuite validées sur les essais homogènes effectués. Enfin, une étude de la sensibilité du modèle à ses paramètres a été effectuée.

Ce modèle, intégré dans un code de calcul par éléments finis, devra permettre une étude plus sophistiquée, et, à terme, une amélioration des méthodes de dimensionnement des silos.

---

## ABSTRACT

---

In view of the ever rising production capacity of chemical industry, especially in the form of bulk solids, there has been an increasing need for more reliable storage structures for the last decades. Improvements in silo design techniques depend upon a better understanding of the behaviour of stored materials. The present work is a contribution toward this aim. It is divided in two parts.

In the first part, a new triaxial testing equipment, which has been specially designed for low stress measurements, is presented. The stress-strain-strength properties investigated using this equipment are generally out of reach of usual powder mechanics testing apparatuses. However, a study of the uncertainties linked to the equipment shows its limitations and suggests additional developments. Typical results obtained with the new triaxial tester for two different bulk materials are then presented. They show similarities with soils behaviour.

In the second part of this work, a constitutive model is developed and validated for the materials under investigation. The model includes the most common concepts of soil modeling (critical state, characteristic threshold, isotropic hardening...). Several versions of the model are proposed, depending on the complexity of the phenomena that must be modeled. These versions are then validated on the triaxial test results presented in the first part of this work. Lastly, a study of the sensitiveness of the model to its parameters is presented. The constitutive model, used with a finite element computer code, should be of great help in the improvement of current silo design methods.

---

# NOTATIONS

---

## Alphabet latin

$a$	(-)	paramètre du modèle réglant le taux d'écrouissage
$A_g$	(-)	fonction réglant l'état critique dans le potentiel plastique du modèle
$b$	(-)	compressibilité mesurée sur les essais triaxiaux isotropes
$c$	(kPa)	cohésion
$C$	(kPa)	facteur de cohésion dans le modèle : $C = c \cot \phi$
$C_c$	(-)	compressibilité mesurée sur les essais oedométriques
$C_s$	(-)	indice de gonflement mesuré sur les essais oedométriques
$d_c$	(mm)	diamètre de la tige du piston de compensation de la cellule triaxiale
$D$		tenseur d'élasticité
$D$	(mm)	diamètre du piston de charge de la cellule
$D_c$	(mm)	diamètre du cylindre compensateur
$D_{max}$	(mm)	diamètre de la section médiane d'un échantillon fretté
$e$		partie déviatorique du tenseur $\boldsymbol{\varepsilon}$ ( $\mathbf{e} = \boldsymbol{\varepsilon} - p\boldsymbol{\delta}$ )
$e$	(-)	indice des vides de l'échantillon (rapport volume des vides / volume des solides)
$E_o$	(MPa)	module d'Young initial de l'échantillon
$E_A$	(MPa)	module d'Young de l'échantillon à la pression $P_A$ de référence (paramètre du modèle)
$E_m$	(kPa)	module d'Young de la manchette
$f_c$	(kPa)	résistance à la compression simple d'un échantillon
$f_i$	(-)	fonction de charge du mécanisme $i$ du modèle ( $i = 1,2$ )
$g$	(m/s <sup>2</sup> )	constante d'accélération de la pesanteur
$g_i$	(-)	potentiel plastique du mécanisme $i$ ( $i = 1,2$ )
$G^e$	(kPa)	module de cisaillement élastique $G^e = E/(2(1+\nu))$
$h$	(mm)	hauteur de l'échantillon
$h_o$	(mm)	hauteur initiale de l'échantillon
$\Delta h$	(mm)	variation de hauteur de l'échantillon : $\Delta h = h_o - h$
$H$	(cm H <sub>2</sub> O)	hauteur de colonne d'eau pour la pression de confinement
$\Delta H$	(cm H <sub>2</sub> O)	dénivellation introduite par l'appareil de mesure des variations de volume
$H'$	(cm H <sub>2</sub> O)	valeur corrigée de $H$ : $H' = H + \Delta H$
$K$	(-)	rapport de la contrainte principale mineure à la contrainte principale majeure
$K_o$	(-)	"pression des terres au repos" (valeur de $K$ pour une déformation radiale nulle)
$K_a$	(-)	"coefficient de poussée des terres" (valeur de $K$ à la rupture avec poussée de la paroi vers l'extérieur)

## Notations

$K^e$ (kPa)	module de compressibilité élastique $K^e = E/(3(1-2\nu))$
$m$ (g)	masse de l'échantillon
$M_f$ (-)	niveau distorsionnel $q/(p+C)$ à la rupture pour le modèle (paramètre du modèle)
$M_g$ (-)	niveau distorsionnel $q/p$ au changement de phase (paramètre du modèle)
$n$ (-)	exposant intervenant dans l'expression de $f_2$
$p$ (kPa)	contrainte moyenne $p = 1/3 \text{ trace } (\boldsymbol{\sigma})$
$P_A$ (kPa)	pression de référence (pression atmosphérique)
$P_c$ (kPa)	fonction d'écroissage (dans les modèles type Cam-Clay)
$P_{co}$ (kPa)	valeur initiale de $P_c$ (fixe l'étendue du domaine élastique initial)
$\Delta P_m$ (kPa)	contribution de la manchette à la pression de confinement
$q$ (kPa)	déviateur : $q = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{S} : \mathbf{S}} \quad (\text{invariant de } \mathbf{S})$ pour un essai triaxial : $q = \sigma_1 - \sigma_3$
$q_m$ (kPa)	déviateur dans le plan médian de l'échantillon
$r$ (mm)	rayon de l'échantillon
$R_f$ (-)	fonction d'écroissage du mécanisme déviatorique
$R_o$ (-)	valeur initiale de $R_f$ (fixe l'étendue du domaine élastique initial)
$\mathcal{R}$ (mm)	rayon de courbure de la déformée de l'échantillon
$\mathbf{S}$	partie déviatoire du tenseur $\boldsymbol{\sigma}$
$S$ (cm <sup>2</sup> )	section de l'échantillon
$S_{max}$ (cm <sup>2</sup> )	section de l'échantillon dans le plan médian
$t$ (mm)	épaisseur de la manchette
$V$ (cm <sup>3</sup> )	volume de l'échantillon
$V_o$ (cm <sup>3</sup> )	valeur initiale de $V$
$\Delta V$ (cm <sup>3</sup> )	variation de volume de l'échantillon $\Delta V = V_o - V$

### Alphabet grec :

$\alpha_g$ (-)	paramètre du modèle quantifiant l'état critique
$\beta$ (-)	coefficient de compressibilité du mécanisme de consolidation du modèle
$\boldsymbol{\delta}$	tenseur de composante $\delta_{ij}$
$\delta_{ij}$	symbole de Kronecker
$\delta$ (degrés)	angle de frottement à l'écoulement stationnaire
$\boldsymbol{\mathcal{E}}$	tenseur de déformation
$\epsilon_v$ (-)	déformation volumique $\epsilon_v = \text{trace } (\boldsymbol{\mathcal{E}})$
$\epsilon_d$ (-)	déformation déviatorique ou distorsion : $\epsilon_d = \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{e} : \mathbf{e}}$ pour un essai triaxial : $\epsilon_d = 2/3 (\epsilon_1 - \epsilon_3)$

## Notations

$\varepsilon_a$	(-)	déformation axiale de l'échantillon $\varepsilon_a = \Delta h/h_0$
$\varepsilon_r$	(-)	déformation radiale de l'échantillon $\varepsilon_r = \Delta r/r_0$
$\varepsilon_l$	(-)	déformation latérale de la manchette
$\phi$	(degrés)	angle de frottement interne
$\phi_{\max}$ ou $\phi_{\text{pic}}$		angle de frottement au pic
$\phi_{\text{net}}$ ou $\phi_{\text{lim}}$		angle de frottement limite
$\phi'$	(degrés)	angle de frottement poudre / paroi
$\psi$	(degrés)	angle de dilatance
$\kappa$	(-)	paramètre d'écrouissage
$\lambda_i$	(-)	multiplicateur plastique pour le mécanisme $i$
$\mu$	(-)	paramètre quantifiant le radoucissement dans le modèle; désigne également le coefficient de frottement $\mu = \text{tg } \phi'$
$\nu$	(-)	coefficient de Poisson
$\sigma$		tenseur des contraintes
$\sigma$	(kPa)	contrainte normale
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	(kPa)	contraintes principales majeure, intermédiaire, mineure
$\sigma_o$	(kPa)	pression de confinement
$\sigma_A$	(kPa)	contrainte appliquée au sommet de l'échantillon pendant le compactage
$\sigma_T$	(kPa)	contrainte transmise au bas de l'échantillon pendant le compactage
$\sigma_a$	(kPa)	contrainte axiale exercée sur l'échantillon
$\sigma_c$	(kPa)	contrainte axiale de compactage de l'échantillon
$\sigma_m$	(kPa)	contrainte longitudinale dans la manchette
$\Sigma_1$	(kPa)	contrainte principale majeure de consolidation
$\tau$	(kPa)	contrainte de cisaillement
$\chi$	(-)	indice de gonflement isotrope

### Indices

v	volumique
d	déviatorique
0	initial (ou référence)

### Exposants

e	élastique
p	plastique

## Notations

# CHAPITRE I

INTRODUCTION GENERALE

POSITION DU PROBLEME





## 1°) Motivation de l'étude

De nombreux produits de l'industrie chimique ou agro-alimentaire se présentent, au cours de leur fabrication, sous forme de "poudre" - cette appellation désignant aussi bien les matériaux granulaires comme les céréales ou les engrais granulés, que les matériaux très fins (farines ...).

Les opérations en amont ou en aval du procédé de fabrication, comme le transport et le stockage, bien que ne semblant pas faire partie intégrante de ce procédé, ont un rôle majeur sur la qualité et la rentabilité du produit [51] :

- sur le plan de la qualité, une mauvaise maîtrise de l'écoulement d'un produit dans un silo affectera tant ses qualités physiques (par ségrégation, mottage ...) que chimiques (mûrissement ou oxydation dans d'éventuelles zones "mortes").
- sur le plan de la rentabilité, un écoulement mal contrôlé ou bloqué induira des irrégularités de débit inacceptables pour le bon fonctionnement du traitement en aval. En outre, les coûts d'investissement pour un silo, déjà importants, seront sensiblement aggravés si des appareils d'aide à l'écoulement (extracteurs à vis, canons à air ...) doivent être installés [113].

Il apparaît donc que l'amélioration de l'efficacité des procédés de l'industrie chimique au cours de ces dernières décennies, ainsi que les quantités croissantes produites, doivent s'accompagner d'une meilleure maîtrise des techniques de stockage des matériaux concernés. Cet aspect "procédé" dans le dimensionnement des silos a donc rejoint l'optique purement "structure" qui prévalait il y a 20 ou 30 ans, où les silos étaient calculés uniquement pour résister aux charges qui y sont exercées [88]. Dans ces deux approches, la connaissance du comportement des matériaux est indispensable.

Le présent travail constitue une contribution à l'étude expérimentale et à la modélisation du comportement des poudres. Il s'inscrit dans l'effort conjugué des industriels et des organismes de recherche pour améliorer les méthodes de calcul des installations de stockage des poudres [41,64,88]. Il fait l'objet d'une collaboration entre le Département Sols et Structures du Laboratoire de Mécanique de Lille, la Société Rhône Poulenc Industrialisation (Décines) et le Laboratoire de Génie Chimique et d'Automatique (Mazingarbe).

## 2°) Etudes antérieures

Le calcul des dimensions optimales à donner à un silo nécessite la connaissance des champs de contrainte qui s'y développent.

### *Théorie de Janssen*

Les théories classiques, axées sur la détermination des contraintes à la paroi (pour l'évaluation de la résistance de la structure), reposent sur les travaux de Janssen en 1896 [36,42]. Ces travaux portent sur la détermination des contraintes qui se développent dans un silo à parois verticales après remplissage et sont fondés sur des hypothèses simplificatrices (cf. annexe A) dont les principales sont :

- matériau à l'équilibre limite (critère de Mohr-Coulomb)
- contrainte verticale constante dans un plan horizontal
- contrainte horizontale proportionnelle à la contrainte verticale, le coefficient de proportionnalité étant indépendant de la hauteur
- matériau incompressible.

En considérant l'équilibre d'une couche de matériau d'épaisseur infinitésimale, Janssen a calculé analytiquement l'expression des contraintes (annexe A). Cette analyse a été affinée successivement par différents auteurs qui ont utilisé des hypothèses moins restrictives. Walker [105] a considéré la non-uniformité de la contrainte verticale dans une couche ; Walters [106,107] a étendu ces résultats au cas de la vidange, en mettant en évidence le "switch" de contrainte apparaissant à la transition entre l'état au remplissage et à la vidange. Plus récemment, Sokol [95] a proposé une méthode d'estimation du champ de contrainte en considérant une variation du rapport des contraintes horizontale et verticale dans la direction de l'axe du silo.

### *Travaux de Jenike*

Parallèlement à ces travaux, Jenike [39] a développé une théorie dans laquelle il considère les équations d'équilibre, non plus d'une couche, mais d'un élément de matériau infinitésimal. Il les résout numériquement (par la méthode des caractéristiques) au voisinage du convergent, où le champ de contrainte tend vers un champ radial [38] (voir annexe A).

L'intégration numérique des équations d'équilibre par la méthode des caractéristiques a été reprise et étendue à l'ensemble du matériau ensilé par Horne [32], puis Wilms et Schwedes [111] en déformations planes, et tout dernièrement par Khelil [41] pour un silo axisymétrique au remplissage.

### *Critère de coulabilité*

Cependant, l'apport des travaux de Jenike réside aussi et surtout dans la définition d'un critère de coulabilité pour les matériaux ensilés. Il est alors possible de déterminer l'état de contrainte satisfaisant le critère pour une configuration donnée de silo (géométrie, état de surface des parois, propriétés mécaniques des poudres étudiées). Les résultats sont fournis par Jenike [39] sous forme d'abaques qui permettent de déterminer l'ouverture minimale de l'orifice de vidange pour un angle donné du convergent, moyennant la connaissance des caractéristiques mécaniques de la poudre et le coefficient de frottement poudre / paroi (annexe A).

### *Techniques expérimentales de mesure des propriétés physiques des poudres*

Les théories classiques (comme celle de Jenike) utilisent les propriétés des matériaux à la rupture (angle de frottement au pic ou résiduel, cohésion éventuelle). De telles propriétés sont généralement déterminées par des essais de cisaillement [89].

On doit encore à Jenike d'avoir adapté une boîte de cisaillement aux spécificités des matériaux ensilés, qui tiennent essentiellement aux faibles niveaux de contrainte devant être contrôlés [51,56,57] (annexe B). Cette "cellule de Jenike", bien que très répandue, possède cependant des inconvénients, parmi lesquels [56,57] :

- les faibles niveaux de déformation
- les difficultés pour contrôler des déformations en général (et en particulier la déformation volumique)
- l'hétérogénéité de l'échantillon.

D'autres appareillages inspirés de ceux utilisés en Mécanique des Sols ont été proposés [89], dont nous donnons les références sur la figure I-1.

Cependant, des essais conduits à l'aide d'appareils sophistiqués comme le biaxial ou le triaxial, s'ils sont interprétés dans le cadre de la théorie de Jenike, donnent des résultats peu différents de ceux obtenus à la cellule de Jenike [25,28].

### **3°) Travaux récents**

Jusqu'au début des années 1980, l'état de contrainte dans les silos était considéré comme résultant de l'état d'équilibre limite suivant un critère de type Mohr-Coulomb [89].

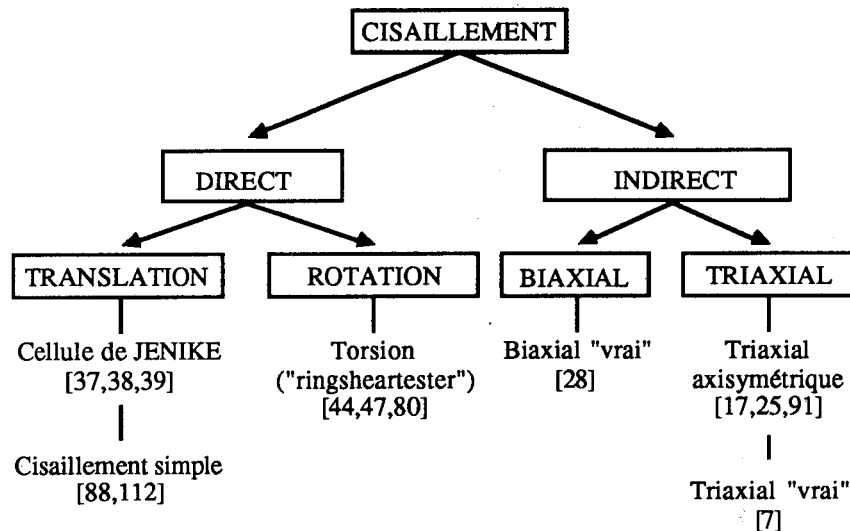


Figure I - 1

Dans la pratique, le comportement des poudres est bien plus complexe ; il met en jeu une plastification progressive (écrouissage) jusqu'à atteindre asymptotiquement l'état limite.

Certains auteurs, comme Smith et Lohnes [93,94], puis Mahmoud et Abdel Sayed [67], ont utilisé des lois de type hyperbolique [16,48] pour décrire le comportement de certaines céréales. Ces lois sont cependant insuffisantes pour décrire la dilatance qui est généralement observée expérimentalement sur ces matériaux [46].

On a ainsi été amené à utiliser des lois de type élasto-plastique permettant une meilleure quantification des déformations [65]. La modélisation des écoulements impose également la prise en compte de la viscosité des matériaux.

La résolution des équations posées est généralement effectuée par la méthode des éléments finis [115]. Son utilisation dans les problèmes d'écoulement suppose qu'on prenne en compte les grandes déformations et les grandes rotations [65]. Les études proposées selon cette démarche sont rares à ce jour. On peut citer les travaux de Häussler et Eibl [29], puis Eibl et Rombach [18] qui ont utilisé le modèle élasto-plastique de Lade [49] en lui ajoutant un terme de viscosité. Le matériau modélisé était du sable. El Azazy et Bishara [19] ont effectué une analyse similaire sur un matériau cohérent en utilisant un modèle élasto-plastique de type Drucker-Prager.

#### 4°) Contenu de notre étude

Notre travail s'inscrit dans les deux axes complémentaires qui se dégagent actuellement dans l'étude du comportement des poudres :

- le développement d'appareillages permettant la détermination expérimentale des propriétés des poudres suivant des chemins de sollicitation variés, faisant intervenir les déformations,

- le développement et la validation de modèles de comportement permettant de reproduire la réponse du matériau à divers chemins de sollicitation.

Dans une première partie, on présente l'étude expérimentale du comportement de deux matériaux chimiques, posant effectivement des problèmes.

Un chapitre est consacré au développement d'une cellule triaxiale spécialement adaptée à l'étude des poudres. Cette cellule, destinée dans un premier temps aux essais triaxiaux conventionnels (compression et extension triaxiale à pression de confinement fixée), donne la possibilité de réaliser des essais à des pressions de confinement comprises entre 1 et quelques dizaines de kPa. Elle permet également d'effectuer des essais oedométriques, afin de déterminer la compressibilité des matériaux. On donne un mode opératoire détaillé de l'appareillage, puis on étudie les différents facteurs d'incertitude pouvant jouer sur les résultats.

Le chapitre suivant est consacré à la présentation des résultats obtenus. On commence par décrire les résultats des essais dits "isotropes" qui regroupent les chemins à dominante sphérique : essais oedométriques et essais triaxiaux isotropes, en charge et en décharge. Puis, on expose les résultats des essais de cisaillement qui regroupent des essais triaxiaux de compression, sur des échantillons de deux densités différentes, pour des valeurs de la pression de confinement allant de 2 à 50 kPa environ, puis les essais triaxiaux en extension sur échantillons denses. Les résultats des essais triaxiaux en compression sont comparés à ceux obtenus à la cellule de Jenike. Enfin, on étudie la réponse des matériaux sur un chemin triaxial à déformation axiale fixée.

La deuxième partie est consacrée au développement et à la validation d'un modèle de comportement pour les matériaux étudiés.

Une interprétation des résultats obtenus dans la première partie, en utilisant les concepts courants en modélisation de la mécanique des sols, permet de construire par étapes une loi de comportement de complexité croissante, jusqu'à prendre en compte les spécificités rhéologiques des matériaux constatées. La première version du modèle comprend un critère de rupture de type Mohr-Coulomb, muni d'un écrouissage isotrope, intégrant les concepts d'état caractéristique (contractance/dilatance) et d'état critique en grandes déformations.

Dans la deuxième version, on améliore la réponse du modèle à un chemin de sollicitation oedométrique en introduisant l'élasticité non linéaire, puis, dans la troisième version en ajoutant un mécanisme de plastification purement volumique. Le modèle à deux mécanismes est complété dans sa quatrième version par l'introduction d'un terme de radoucissement pour reproduire le pic de contrainte observé sur une grande partie des courbes expérimentales.

Cette dernière version est ensuite validée sur les essais effectués : essais triaxiaux en compression sur les échantillons denses, essais triaxiaux en extension, essais à déformation axiale fixée.

La simulation des essais réalisés sur les deux matériaux met en évidence certaines limitations du modèle et conduit à suggérer des perspectives dans le développement du modèle théorique, ainsi que du dispositif expérimental.

L'intégration du modèle dans un code de calcul par éléments finis et son application à des problèmes concrets peut permettre, à terme, de proposer des méthodes de dimensionnement plus fiables.

## CHAPITRE II

### DEVELOPPEMENT D'UNE CELLULE TRIAXIALE ADAPTEE AUX POUDRES

*Ce chapitre est consacré à la présentation de la cellule triaxiale développée au laboratoire dans le but d'étudier le comportement des poudres sous faibles niveaux de contrainte. Le mode opératoire suivi pour les essais est décrit, puis on analyse les différentes sources d'erreurs et d'incertitudes, et leur impact sur les résultats.*

## Chapitre II : Développement d'une cellule triaxiale



---

## 1. PRESENTATION DU DISPOSITIF EXPERIMENTAL

---

Dans le chapitre précédent, nous avons montré la nécessité de développer un nouvel appareillage permettant d'observer le comportement des matériaux afin de développer et valider un modèle qui puisse être utilisé dans la résolution de problèmes pratiques.

Un schéma global du dispositif conçu est représenté en figure II-1. Il comprend une cellule triaxiale et son instrumentation, un panneau de mise en pression, une presse et un système d'acquisition et de traitement des données.

Cet appareillage, présenté en détail dans le présent paragraphe, permet de :

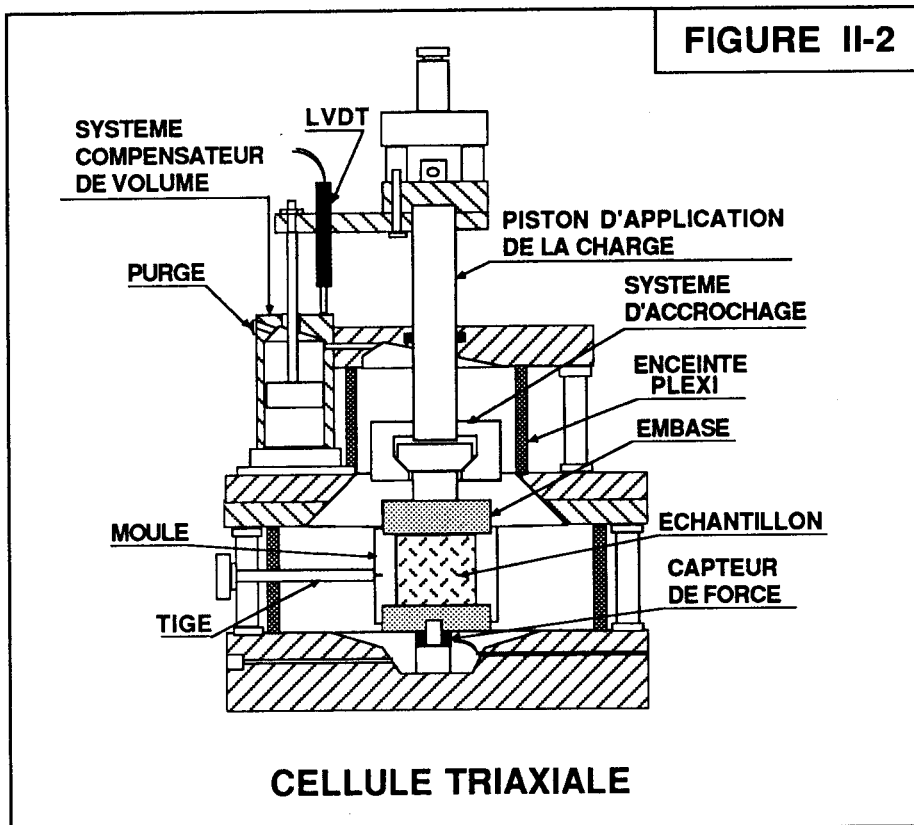
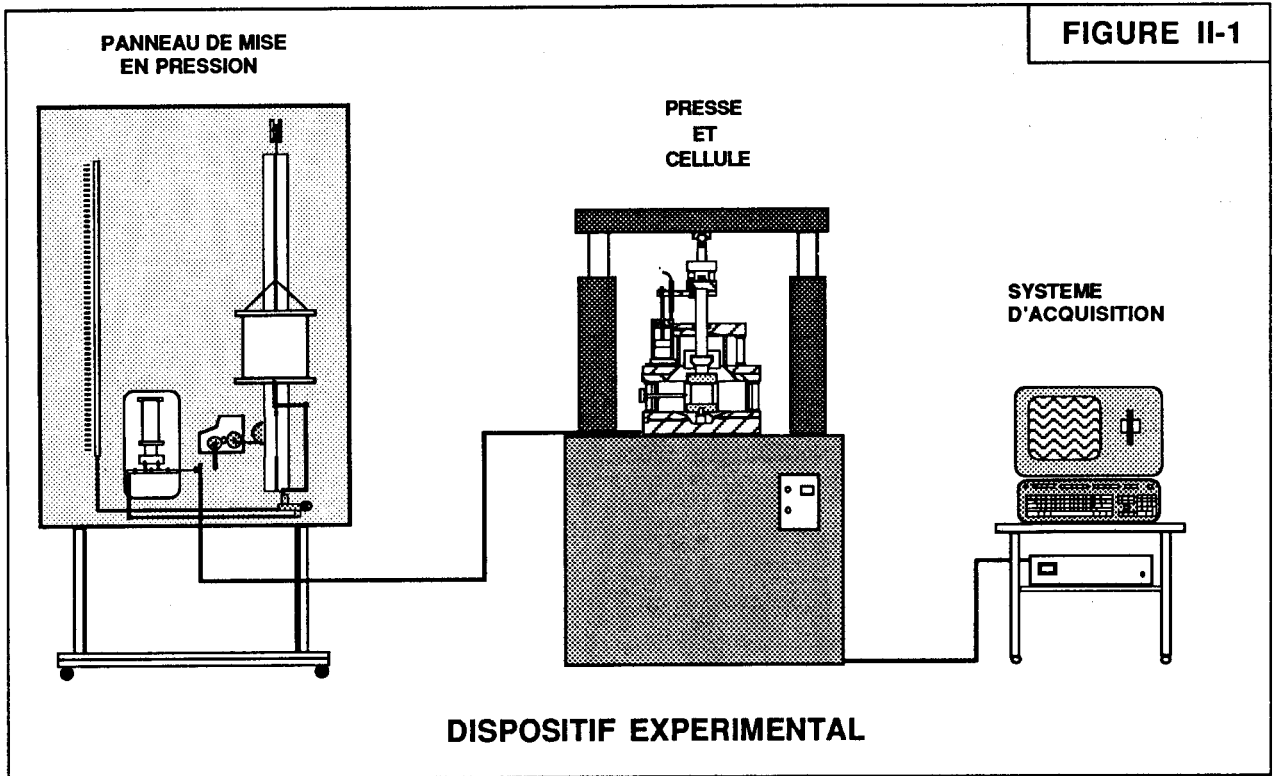
- mouler un échantillon à une densité initiale donnée ;
- lui appliquer une pression de confinement quelconque entre 1 et 50 kPa (chargement isostatique par colonne d'eau) ;
- libérer l'échantillon de son moule depuis l'extérieur de la cellule alors qu'il est sous pression de confinement ;
- évaluer les déformations volumiques engendrées dans l'échantillon par mesure du volume d'eau expulsé hors de la cellule.

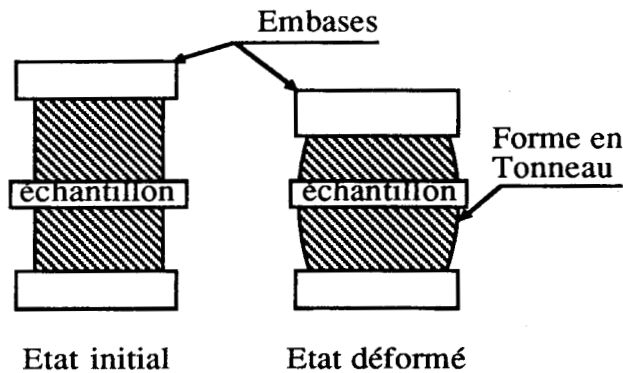
### 1.1 La cellule triaxiale

L'élément de base de notre dispositif expérimental est une cellule triaxiale, représentée schématiquement sur la figure II-2.

Elle a été conçue entièrement par nos soins afin de répondre à nos besoins qui sont liés, d'une part, à la mesure et au contrôle de faibles niveaux de contrainte, et, d'autre part, à la mesure des variations de volume d'un échantillon dont le "fluide interstitiel" est compressible (air).

Cette cellule est inspirée de celles employées en mécanique des sols. Elle est constituée d'un socle et d'une chambre cylindrique, elle-même en deux parties. La partie inférieure est suffisamment large (diamètre intérieur 226 mm) pour loger le dispositif de moulage-démoulage de l'échantillon. La partie supérieure contient le système d'accrochage du piston à la tête de l'échantillon. Elle est de diamètre intérieur plus réduit (134 mm) afin de minimiser la contenance de la cellule et de ménager de la place pour loger le système de compensation de volume.





**Figure II-4 :**  
Le phénomène de frettage

### *Antifrettage*

Plusieurs auteurs ont montré que le frettage dépend de l'élancement de l'échantillon (rapport hauteur sur diamètre), et recommandent un élancement proche de 1 [2,6,72]. Les échantillons étudiés dans le présent travail font 70 mm de diamètre et de hauteur.

Le dispositif d'antifrettage généralement utilisé consiste à graisser la face des embases, déjà revêtue d'une semelle de téflon (pour son faible coefficient de frottement), puis à y placer des rondelles de caoutchouc enduites de graisse [4,85].

Suivant la nature et l'épaisseur de la graisse, et l'épaisseur et le nombre des rondelles, l'efficacité du dispositif varie. La combinaison optimale dépend également du matériau constituant l'échantillon [78].

### *Dispositif choisi*

L'usage semble cependant avoir établi le dispositif suivant (figure II-3) : un échantillon d'élancement 1, et un système d'antifrettage constitué pour chaque embase d'une fine couche de graisse, d'une rondelle en néoprène (d'épaisseur 0.2 mm dans notre cas) percée de trois trous à 120° pour les orifices de "drainage", d'une autre fine couche de graisse et d'une deuxième membrane percée de trois trous et découpée de courtes entailles concentriques facilitant son extension radiale.

Notons que le diamètre des embases a été pris plus grand que celui de l'échantillon (respectivement 84 et 70 mm) pour permettre la déformation radiale de celui-ci.

### **1.1.2 Le moule de fabrication des échantillons**

Comme cela a déjà été évoqué, la fabrication d'échantillon pose deux impératifs.

D'une part, il doit être moulé pour lui donner une forme cylindrique, et d'autre part, vu les faibles contraintes mises en jeu (résultant en des échantillons peu compacts), il doit être maintenu dans son moule jusqu'à ce qu'un confinement lui soit appliqué, sinon il peut s'endommager sous son propre poids.

Il est donc essentiel qu'on puisse démouler l'échantillon depuis l'extérieur de la cellule, lorsque celle-ci est remplie et mise sous pression.

Nous avons pour cela retenu le système développé par Haaker et al [17,25], qui consiste en un moule constitué de deux coquilles semi-cylindriques qui peuvent être assemblées ou repoussées l'une de l'autre au moyen de deux tiges filetées traversant la paroi de la cellule.

Cependant, par soucis de simplification, dans notre dispositif ces tiges sont actionnées par coulissage dans des bagues de bronze serties dans les parois en plexiglass de la cellule (figure II-5). Ceci impose d'être prudent lors du démoulage car le guidage des coquilles à l'écartement est moins précis. Par contre les quelques 40 mm de course entre l'échantillon et les parois de la cellule sont parcourus beaucoup plus rapidement.

Dans le but de plaquer la manchette en latex, servant à contenir l'échantillon, le long des parois du moule lors du moulage, on a percé quatre couloirs d'aspiration dans les coquilles. Ces couloirs communiquent avec l'intérieur du moule par une rangée de petits trous (diamètre 1 mm). Les quatre couloirs sont reliés à un conduit dans la base de la cellule, qu'on peut raccorder à une pompe à vide (figure II-5). La dépression ainsi créée fait que la manchette épouse bien les parois du moule lors du moulage de l'échantillon, assurant à celui-ci une forme cylindrique aux dimensions nominales prévues.

### **1.1.3 Le système d'application de la charge axiale**

Ce dispositif permet de fixer le piston de la cellule à l'embase supérieure pour transmettre à l'échantillon des forces de compression ou de traction [2,72].

On a représenté l'ensemble du système sur la figure II-6 . Il comprend :

- une pièce d'ancrage à tenons fixée sur l'embase supérieure,
- un mors, fixé au bas du piston et comportant des griffes correspondant aux tenons de la pièce d'ancrage,
- un piston creux qui loge une tige filetée qu'on peut actionner en montée ou en descente par le haut du piston,
- des pièces de fixation du piston à la traverse de la presse.

Les parois de la chambre sont en plexiglas, car les étapes de démoulage et d'accrochage du piston à l'embase supérieure nécessitent qu'on puisse voir dans la cellule. Huit colonnes tubulaires assurent le maintien des parois entre les plaques-support des deux parties de la chambre. L'assemblage de la cellule est effectué à l'aide de huit tirants se logeant dans les colonnes et se vissant dans le socle.

Un conduit percé dans le socle, et dont la communication avec l'extérieur est contrôlée par une vanne, permet le remplissage de la cellule, puis le contrôle de la pression de confinement et la mesure des variations de volume.

Dans les paragraphes qui suivent, nous présentons en détail les parties principales de la cellule.

### **1.1.1 Les embases et le dispositif d'antifretage**

#### *Les embases*

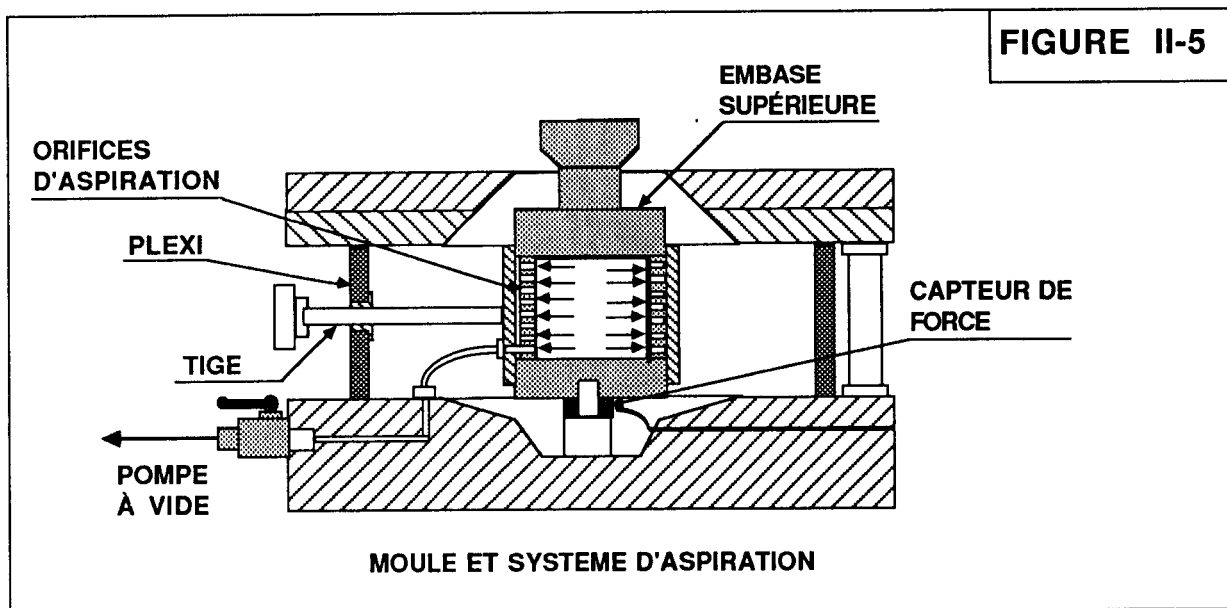
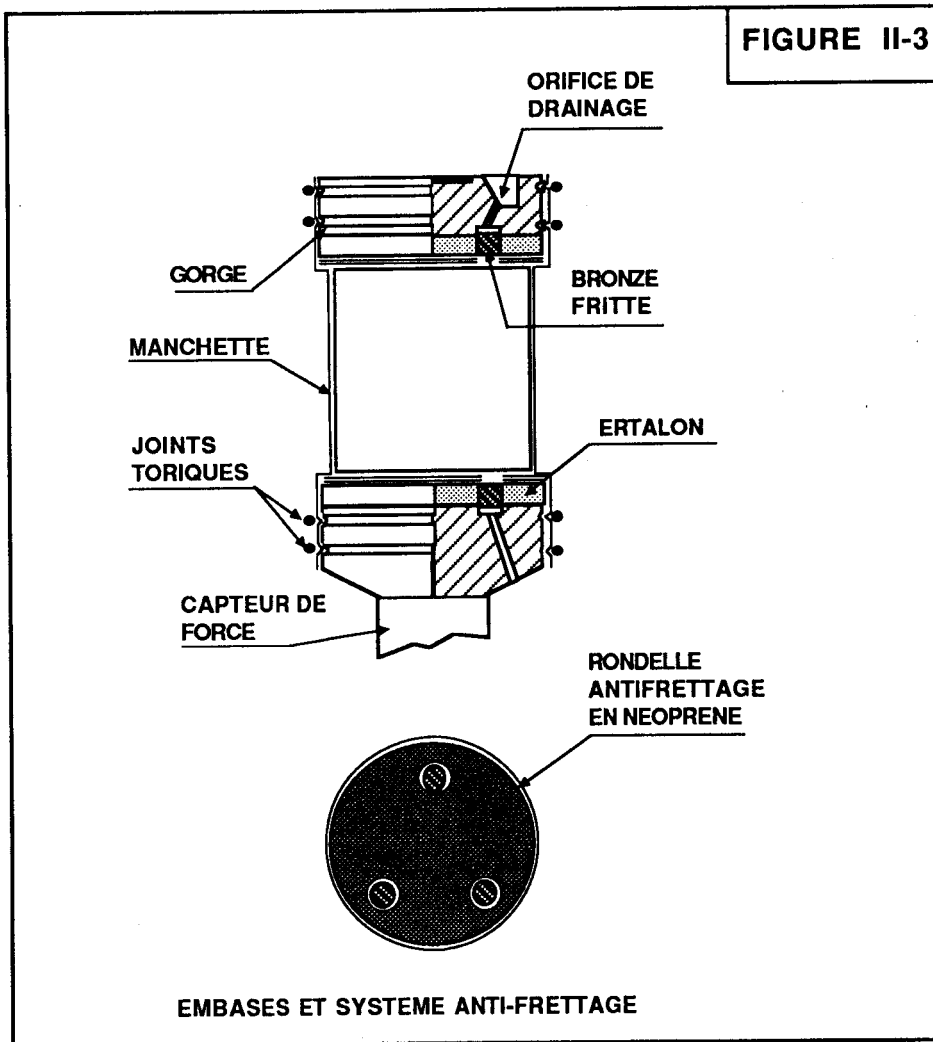
Les embases sont les pièces entre lesquelles se trouve l'échantillon (figure II-3).

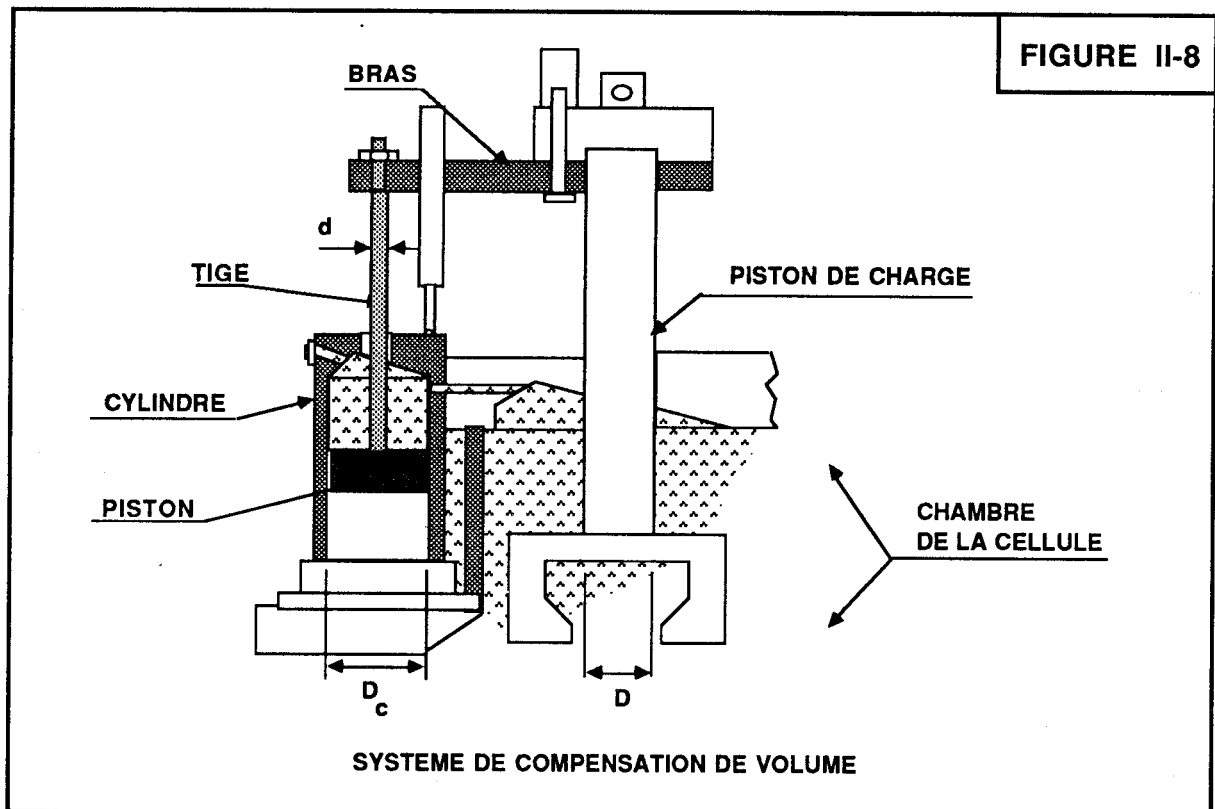
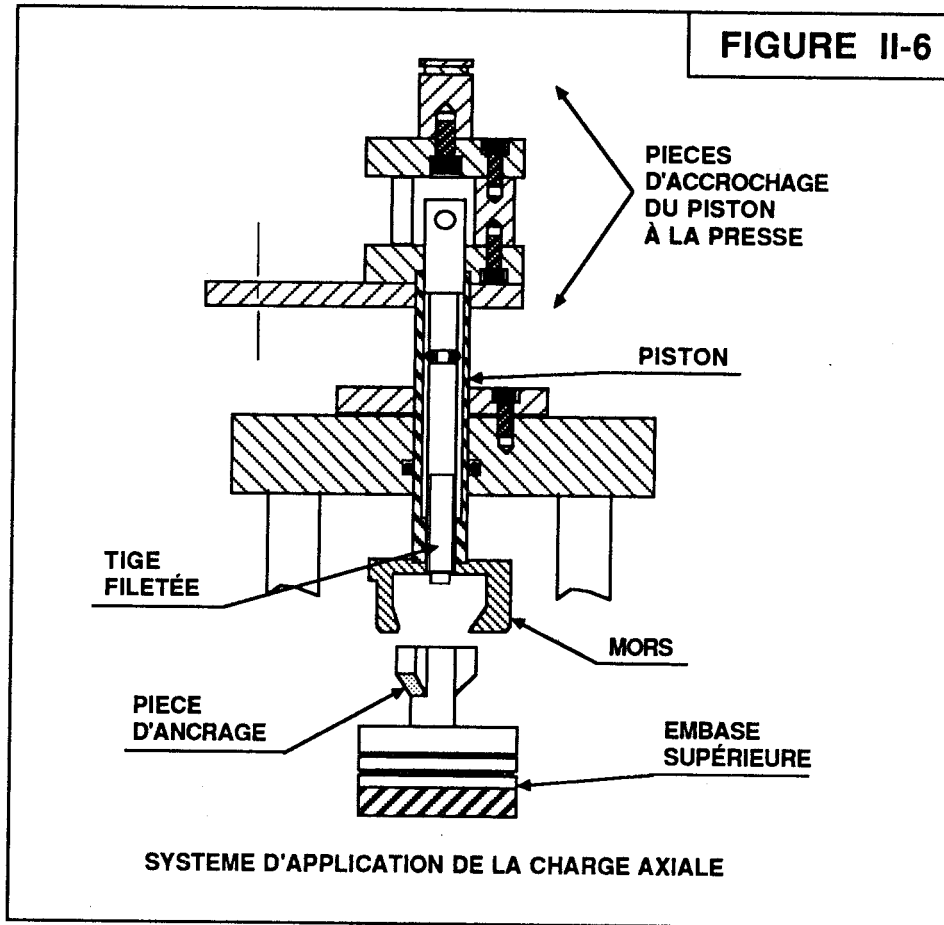
Pour l'appareil triaxial de révolution, l'échantillon est de forme cylindrique et les embases sont deux plaques circulaires en duralumin anodisé (diamètre 84 mm), revêtues d'une semelle en téflon et percées de trois orifices à 120°. Ces 3 orifices sont munis de pastilles en bronze fritté (8 mm de diamètre). Ils sont reliés à des conduits ménagés dans le socle de la cellule par des tubes en plastique souple. Dans les essais effectués, l'air interstitiel des échantillons est toujours en équilibre avec l'atmosphère, les essais sont donc *drainés*, suivant la terminologie en usage en mécanique des sols.

#### *Le phénomène de frettage*

Les grandeurs mesurées sur l'échantillon (déformation axiale, contrainte axiale, déformation volumique) sont déduites à partir de mesures globales ; il est alors nécessaire que l'échantillon reste le plus homogène possible vis à vis de ces grandeurs, tout au long de l'essai.

Si aucune précaution n'est prise, il arrive généralement que l'échantillon présente une forme en tonneau qui s'accroît au fur et à mesure que la déformation axiale augmente. En effet, du fait du frottement de l'échantillon sur les embases, les déformations radiales aux extrémités de celui-ci sont fortement gênées [45] (figure II-4). C'est le phénomène de frettage. Il s'ensuit une hétérogénéité des déformations et des contraintes le long de l'axe de l'échantillon [6].





Le principe de fonctionnement du dispositif d'application de la charge est représenté en figure II-7.

Par rotation de l'ensemble du piston, les trois griffes à 120° du mors sont présentées face aux tenons sur l'embase supérieure, et le piston est relevé jusqu'au contact en extension (figure II-7b).

La tige filetée, logée dans le corps du piston, est alors vissée jusqu'à toucher la pièce d'ancrage, assurant une liaison parfaite en compression comme en extension (figure II-7c).

Notons que ce système est particulièrement avantageux pour effectuer des essais de chargement cyclique.

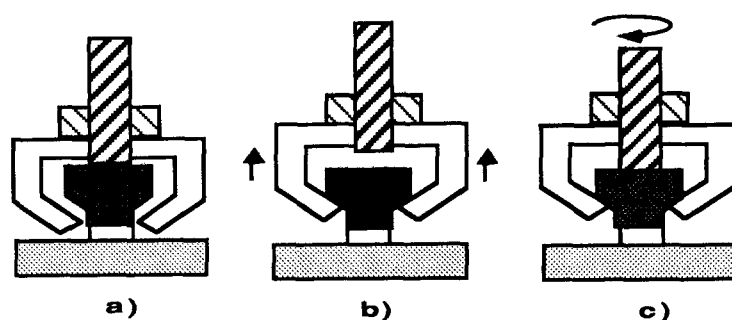


Figure II-7:  
Accrochage du piston à l'embase supérieure

#### 1.1.4 Le système compensateur de volume

Les méthodes généralement utilisées pour mesurer les variations de volume de l'échantillon sont de deux types [15] :

- volumétrie, souvent par mesure du volume d'eau expulsé dans le circuit de drainage [2,72] ;
- mesure directe de la hauteur et du diamètre (par des colliers de déformation radiale) [72].

La première méthode est difficilement applicable pour des échantillons de matériau sec. La deuxième méthode n'est pas utilisable dans notre cas du fait de la présence du moule, qui n'est retiré qu'après fermeture de la cellule.

Le plus simple consiste à modifier la méthode volumétrique classique en mesurant l'eau expulsée ou admise *dans la cellule* par suite des variations de volume de l'échantillon.

On doit cependant tenir compte du volume d'eau chassé lors de l'enfoncement du piston dans la cellule au cours de l'essai. Connaissant le diamètre de ce piston (34 mm) et mesurant sa descente dans la cellule, on peut estimer le volume d'eau déplacé correspondant.



En le retranchant au volume total mesuré, on obtient la variation de volume de l'échantillon.

Toutefois, considérant un déplacement total du piston de 15 mm (valeur moyenne pour nos essais), le volume d'eau expulsé par le piston sera de 14 cm<sup>3</sup>, ce qui est de l'ordre de grandeur des variations volumiques *maximales* observées sur un échantillon. La sensibilité de la mesure serait donc médiocre.

Ceci nous a conduits à mettre au point un système pour compenser exactement le volume correspondant au déplacement du piston. Ce système est représenté sur la figure II-8.

Il est constitué d'un cylindre communicant avec la chambre de la cellule, dans lequel vient coulisser un piston actionné par une tige qui est solidaire du piston de charge de la cellule par l'intermédiaire d'un bras. La liaison du bras au piston de charge permet de bloquer ou libérer la rotation de ce dernier sur une centaine de degrés, ce qui est nécessaire lors de l'accrochage des tenons de l'embase supérieure aux griffes du mors du piston de charge.

Les diamètres du cylindre, du piston compensateur ( $D_c$ ) et de la tige ( $d_c$ ) sont calculés pour que le volume créé dans la chambre située au-dessus de ce piston par sa descente, soit égal à celui occupé par l'enfoncement du piston de charge (de diamètre  $D$ ) dans la cellule. On a :

$$D_c^2 = D^2 + d_c^2 \quad (II-1)$$

Le volume d'eau globalement expulsé de la cellule par l'orifice de remplissage et de contrôle de la pression (voir figure II-2) correspond alors uniquement aux variations de volume de l'échantillon.

## 1.2 Le dispositif de compactage de l'échantillon

Ce dispositif a pour objet de préparer un échantillon cylindrique, de 70 mm de hauteur et de diamètre, et sous un certain indice des vides  $e_0$ .

Le contrôle a priori de cet indice est fondamental. Il doit être aussi homogène que possible dans l'échantillon et reproductible d'un essai à l'autre.

### *Obtention d'une densité initiale reproductible*

Pour assurer une bonne reproductibilité de l'état initial de l'échantillon, nous avons voulu mécaniser autant que possible le mode de préparation et nous affranchir de l'influence du manipulateur, particulièrement sensible quand on travaille sous faibles contraintes.

Le dispositif retenu est représenté schématiquement sur la figure II-9. Il se compose d'un piston relié à la traverse de la presse, guidé en translation verticale par une autre traverse, amovible. Cette dernière permet ainsi de démonter le dispositif de compactage quand l'échantillon est prêt.

Le déplacement du piston est mesuré à l'aide d'un capteur de déplacement LVDT, dont le corps est solidaire du piston par l'intermédiaire d'un bras, et dont la tige repose sur la traverse de guidage.

Le piston est muni en pied d'une semelle de 69 mm de diamètre, servant à répartir la charge sur toute la section de l'échantillon. Le capteur de déplacement permet d'arrêter l'application de la charge quand la hauteur nominale de l'échantillon est atteinte. Le capteur de force situé sous l'embase inférieure permet de déterminer la charge finale appliquée.

Nous disposons donc de deux paramètres pour juger de la reproductibilité de l'état initial de l'échantillon : sa hauteur (par laquelle on peut déterminer son volume et donc sa densité) et la contrainte axiale maximale de compactage.

Le système de compactage par "*twists*" [25,38] n'a pas été retenu, d'abord parce que l'effet des *twists* ne joue que sur une faible profondeur [3], et aussi parce que le dispositif nécessaire à l'application des *twists* complique singulièrement le montage.

#### *Obtention d'un échantillon homogène*

L'homogénéité de l'échantillon est plus difficile à contrôler. On admet en général que la densité est homogène dans une section de l'échantillon. Le problème qui se pose est le gradient de densité entre le bas et le haut de l'échantillon, du fait de la dissipation d'une partie de la contrainte de compactage verticale en frottement contre les parois.

On s'efforce donc de diminuer ce frottement en jouant sur le matériau constituant les parois et/ou en ajoutant des lubrifiants. Dans notre cas, lors du moulage de l'échantillon, les parois du moule sont recouvertes par une manchette en caoutchouc, dont le coefficient de frottement est élevé, obligeant ainsi l'emploi de lubrifiants secs comme le stéarate de magnésium ou le téflon en aérosols (Annexe C).

### **1.3 La presse**

C'est une presse électromécanique à vis T448.38 (Société FARNEL, UK). Elle a une capacité de 100 kN. Un variateur électronique permet de sélectionner une vitesse de montée ou de descente entre  $4 \cdot 10^{-5}$  et 4 mm/mn. Un système d'accrochage rapide rotulé permet de fixer le piston de charge de la cellule à la traverse de la presse.

FIGURE II-9

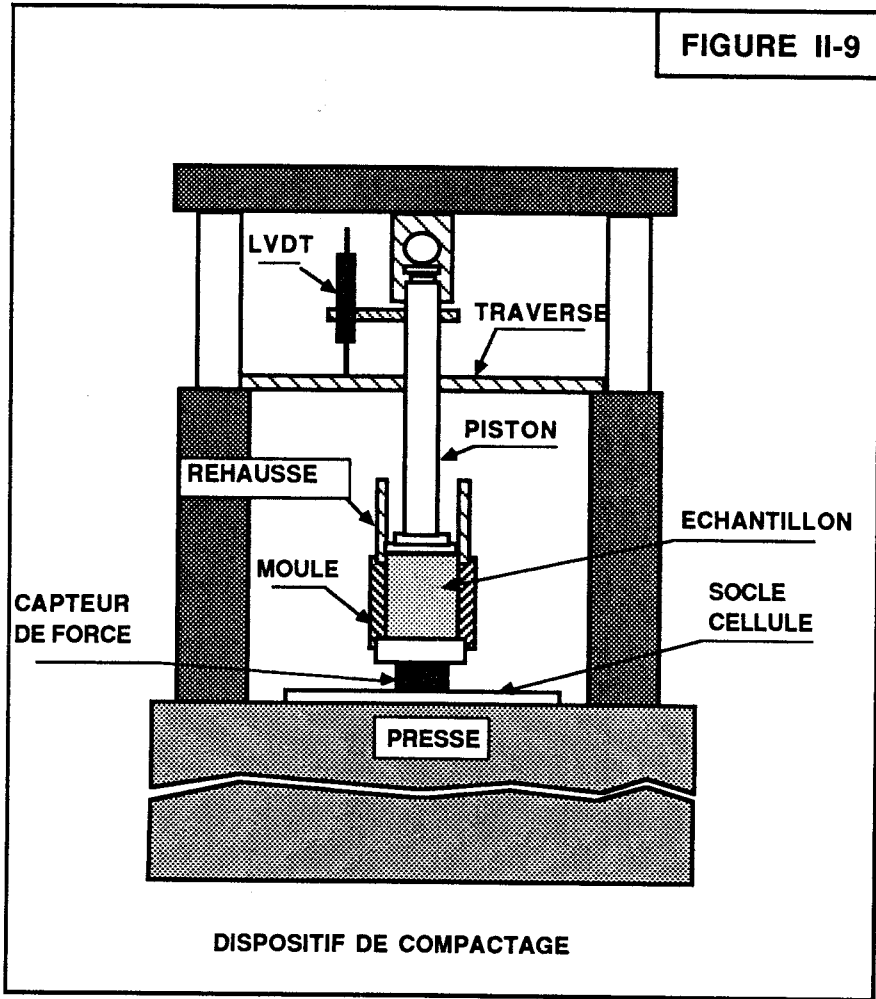
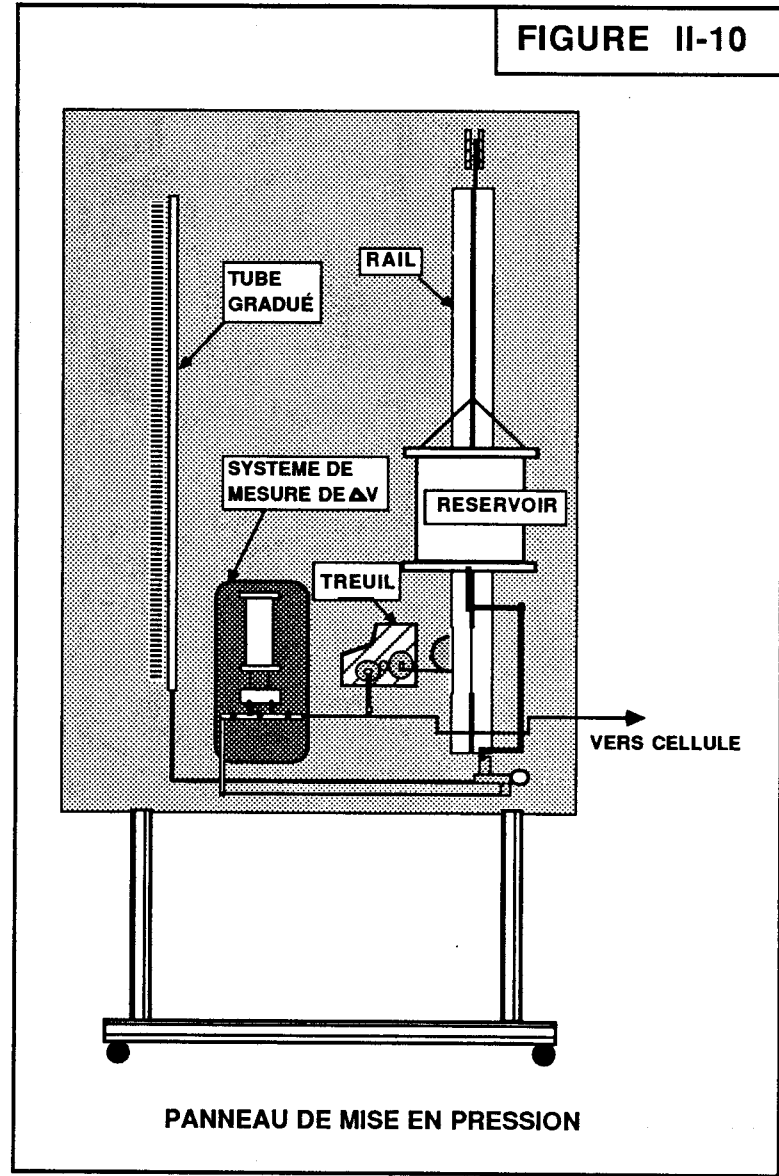


FIGURE II-10



Ce type d'accrochage assure un bon centrage du piston et supprime certains efforts parasites.

#### 1.4 Le système de mise en pression

Ce système sert à remplir la cellule d'eau, puis à imposer à l'intérieur de celle-ci une certaine pression de confinement, qui devra être maintenue constante tout au long de l'essai.

Le système est constitué d'un réservoir en plexiglass de 200 mm de diamètre et d'environ 10 litres de contenance, qui peut coulisser le long d'un rail vertical au moyen d'un treuil et d'un jeu de poulies (figure II-10).

La hauteur du niveau d'eau est repérée grâce à un tube de verre gradué communicant avec le réservoir. Pour remplir la cellule, il suffit de raccorder le réservoir à celle-ci puis de le hisser à une certaine hauteur par rapport à la cellule.

Le remplissage terminé, on ajuste la hauteur du niveau d'eau restant dans le réservoir à l'aide du treuil, fixant ainsi la pression de confinement. Cette pression est maintenue constante au cours de l'essai, malgré les échanges d'eau avec la cellule causés par les variations de volume de l'échantillon, par le simple fait que, la section du réservoir étant suffisamment grande, un apport ou un retrait d'eau correspondant aux variations volumiques de l'échantillon résultent en une variation de niveau négligeable dans le réservoir (< 1 mm).

Ces variations volumiques sont par ailleurs mesurées à l'aide d'un appareillage spécial connecté entre le réservoir et la cellule.

#### 1.5 Instrumentation de la cellule

Au commencement de notre étude expérimentale, il a été décidé que nous nous limiterions à des essais triaxiaux classiques, pour lesquels la pression de confinement  $\sigma_0$  est maintenue constante.

La déformation axiale de l'échantillon, le déviateur et la déformation volumique dérivent de la mesure :

- de la force axiale appliquée à l'échantillon,
- du déplacement axial du piston de charge,
- du volume d'eau échangé par la cellule avec le réservoir pendant l'essai.

Nous allons décrire ci-après les dispositifs permettant de mesurer ces grandeurs.

### 1.5.1 Force axiale

Si nous voulons mesurer des contraintes faibles avec une bonne précision, tout effort parasite doit être évité. Il faut que le capteur de force axiale soit le plus près possible de l'échantillon. En le plaçant à l'intérieur de la cellule, on s'affranchit des frottements du piston de charge contre le couvercle de la cellule. Etant donné le mécanisme d'accrochage logé dans le piston, le capteur de force ne peut être fixé sur celui-ci. Le plus simple est donc de le placer sous l'échantillon entre l'embase inférieure et le socle.

Outre que le capteur choisi doive être suffisamment sensible pour mesurer des forces allant de quelques Newtons à quelques kiloNewtons, sa disposition dans la cellule impose également qu'il soit étanche.

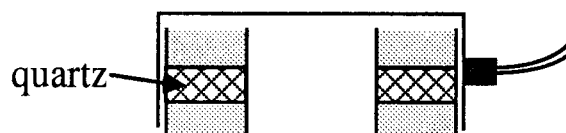
#### *Choix du capteur*

Entre les deux principaux types de capteurs de force disponibles sur le marché, à savoir les capteurs à jauge de contrainte et les capteurs piézoélectriques, notre choix s'est finalement porté, après essai des deux catégories, sur le deuxième type, ceci pour deux raisons :

- les capteurs à quartz ont une très bonne sensibilité sur une large plage de mesure, il suffit d'ajuster l'amplificateur de charge pour obtenir un voltage de sortie acceptable dans la plage de force qui nous intéresse. Pour un capteur à jauges de contrainte, la sensibilité est bonne aussi, mais la plage de mesure est conditionnée par la résistance mécanique du corps d'épreuve.

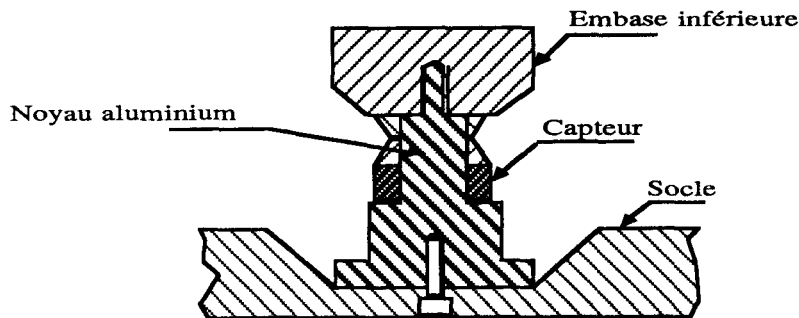
- pour un prix comparable, les capteurs à quartz ne posent pas de problème d'étanchéité (à part les connections), alors qu'un capteur de force à jauges de contrainte devra spécialement être réalisé étanche, à la demande de l'utilisateur.

Les capteurs à quartz les plus pratiques pour notre application sont de type "rondelle de force". Dans la gamme proposée par KISTLER, nous avons choisi le type 9031, d'une étendue de mesure de 0 à 60 000 N. Il s'agit d'un anneau de cristal de quartz en "sandwich" entre deux couches d'un autre matériau, le tout placé dans une enveloppe d'acier inoxydable (figure II-11).



**Figure II-11:**  
Capteur de force piézoélectrique.

L'ensemble a une très grande rigidité. Ainsi, assemblé dans un montage en parallèle avec un noyau de métal "doux" comme l'aluminium (figure II-12), la majorité de l'effort est prise par le capteur. Ce montage permet de soumettre le capteur à une précontrainte, ce qui améliore la linéarité et la stabilité de sa réponse et permet de travailler tant en compression qu'en traction.



**Figure II-12:**  
Montage du capteur de force

### 1.5.2 Déplacement axial du piston de charge

En théorie, il est inutile de le mesurer puisque la presse fonctionne à vitesse constante. Cependant, un capteur de déplacement a été utilisé pour plus de fiabilité et de facilité dans le dépouillement des résultats.

Le capteur employé est du type LVDT (Linear Voltage Differential Transformer). Le corps du capteur, contenant les bobinages, est fixé sur le bras reliant le piston de charge à la tige du système de compensation des variations de volume (figure II-2). Une tige contenant un noyau de fer doux peut coulisser dans le corps du capteur. Cette tige, munie d'un lest, repose sur le couvercle de la cellule.

Le capteur utilisé est un capteur IFELEC L50 (étendue de mesure  $\pm 25$  mm, linéarité 0,2 % P.E.). Il est relié à un boîtier électronique GDL (Générateur Démodulateur pour capteur série L) qui sert à alimenter le capteur en 2 000 Hz et à traduire sa réponse en courant continu dans la plage  $\pm 1$  V. On mesure ainsi les déplacements axiaux du piston de charge qui sont transmis à l'échantillon.

### 1.5.3 Variations de volume de l'échantillon

Nous avons réalisé un dispositif permettant de mesurer les déplacements d'eau dans le circuit de mise en pression causés par les variations de volume de l'échantillon, sans interférer sur la pression de confinement.

Parmi les systèmes rencontrés dans la littérature [69,90], pour des raisons de facilité de réalisation et d'emploi, nous nous sommes inspiré du système développé par Mitchell [71] : on mesure le déplacement d'un flotteur dans une chambre calibrée, au moyen d'un capteur LVDT identique à celui présenté en 1.5.2.

#### *Description du dispositif*

La figure II-13 représente un schéma du dispositif que nous avons mis au point. Il s'agit d'un cylindre en plexiglass de 52 mm de diamètre intérieur, maintenu entre deux plaques d'aluminium par 4 tirants.

Cette enceinte est séparée en deux par une deuxième chambre intérieure en plexiglass, plus petite (diamètre 36 mm) : un flotteur de liège, recouvert d'un film en plastique, est placé à l'intérieur de cette deuxième chambre, et porte la tige d'un capteur de déplacement LVDT dont le corps est fixé sur un support d'aluminium coiffant la chambre intérieure. Cette dernière est reliée à la cellule triaxiale par un orifice situé dans la plaque inférieure. La partie extérieure de cette deuxième chambre communique avec la source de pression (réservoir).

Ainsi, toute variation de volume de l'échantillon est répercutée dans la chambre intérieure de l'appareil de mesure des variations de volume, et quantifiée grâce au mouvement du flotteur.

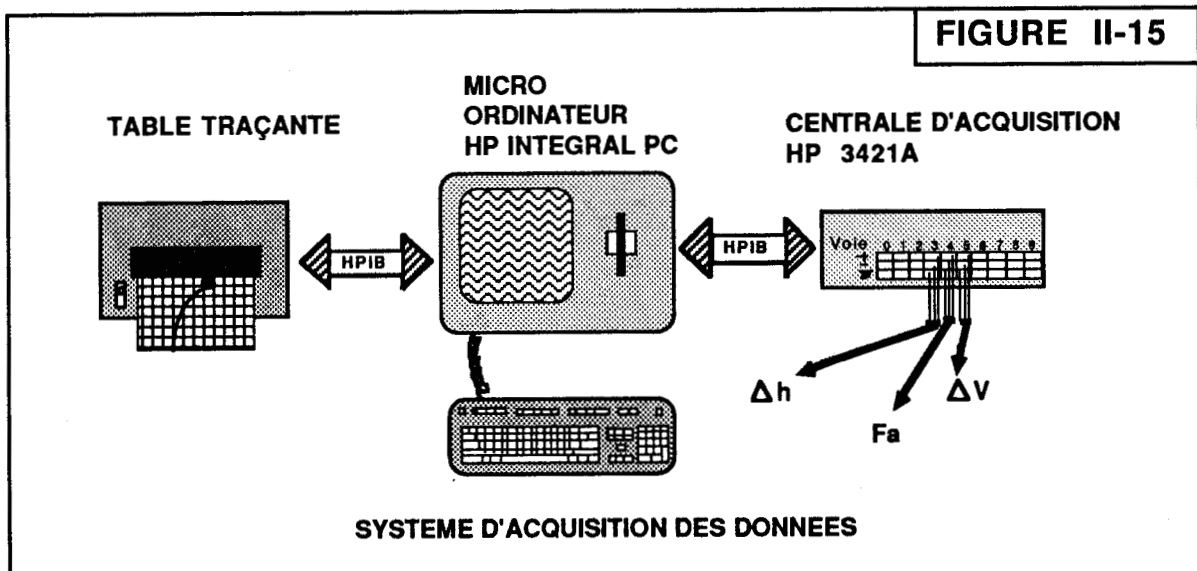
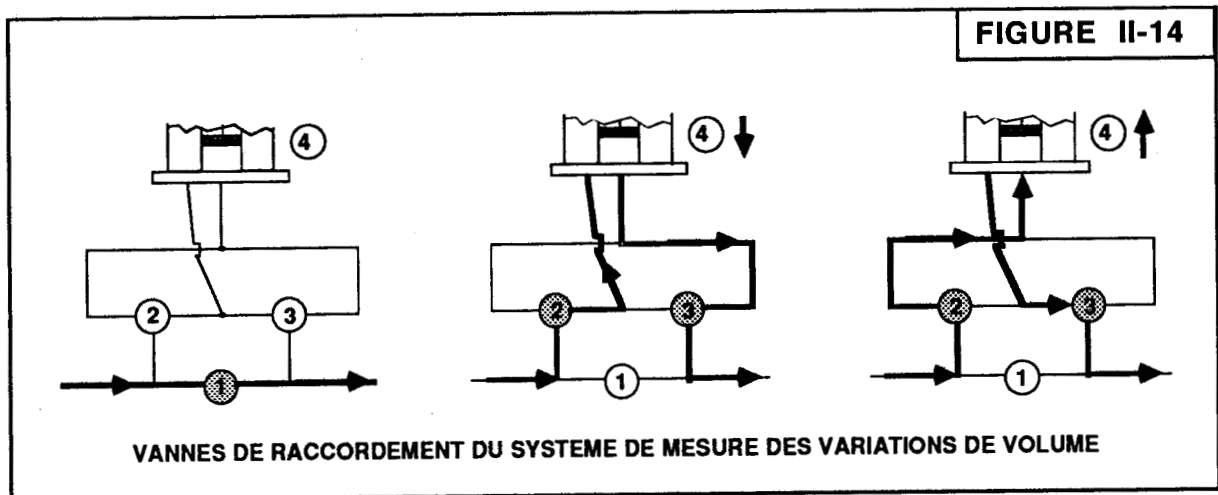
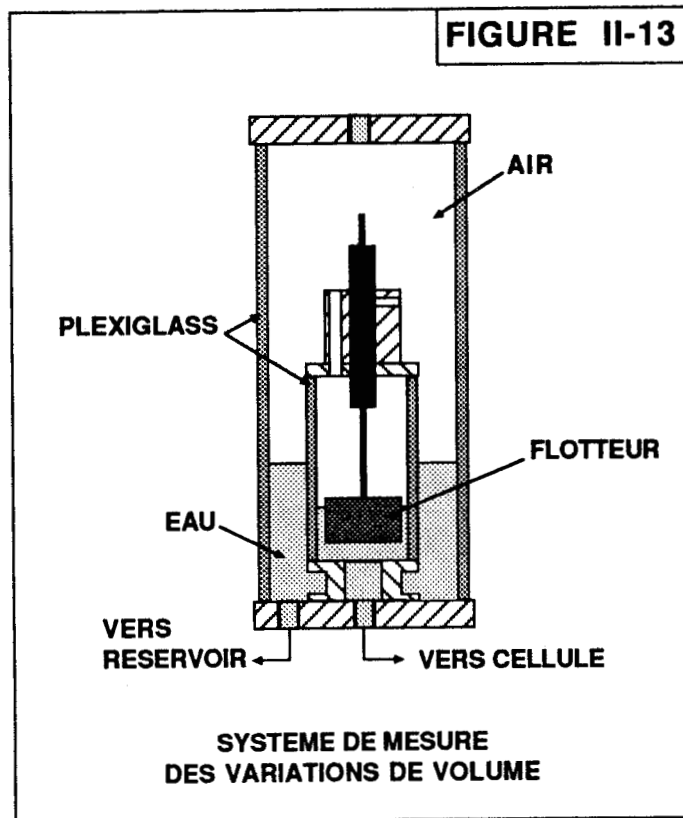
Les deux parties du dispositif (chambre intérieure, chambre extérieure) sont constamment en équilibre. Un simple étalonnage permet de connaître, mesurant le déplacement du flotteur, l'entrée ou la sortie d'eau de la chambre intérieure l'ayant engendré.

Cet appareil de mesure communique avec la cellule et le réservoir de mise en pression par un jeu de deux vannes 3 voies et une vanne 2 voies, représenté sur la figure II-14.

Tant que le système de mesure des variations de volume n'est pas utilisé (cas du remplissage de la cellule), il est court-circuité. Pour ce faire, les vannes 2 et 3 de la figure II-14 sont mises en position centrale, fermée. La vanne 1 permet alors la communication directe du réservoir de remplissage avec la cellule. Une fois cette dernière remplie, on ferme la vanne 1, et les vannes 2 et 3 sont basculées vers la droite.

Le réservoir est ainsi mis en communication avec la chambre extérieure du système de mesure de  $\Delta V$ , alors que la cellule communique avec la chambre intérieure, qui contient l'organe de mesure (flotteur 4, portant la tige du capteur).

La course totale du flotteur dans la chambre intérieure est de 34 mm, ce qui correspond à un  $\Delta V_{\max}$  mesurable de 35 cm<sup>3</sup> environ ( $\Delta V/V_{\max} \# 13 \%$ ).





Ceci est suffisant dans la plupart des cas, mais il arrive dans des cas extrêmes, à très faibles ou très fortes pressions de confinement, que le flotteur vienne en butée en haut ou en bas de course respectivement. En basculant les deux vannes 2 et 3 à gauche en même temps, il est possible d'inverser la course du flotteur (figure II-14).

### 1.6 Acquisition et traitement des données

Dans un essai triaxial classique, l'état de l'échantillon est caractérisé par :

- trois variables :
  - déformation axiale  $\epsilon_1$  (ou  $\epsilon_a$ )
  - déviateur de contrainte  $q = \sigma_1 - \sigma_3$
  - déformations volumiques  $\epsilon_v = \epsilon_1 + 2\epsilon_3$
- deux paramètres :
  - pression de confinement  $\sigma_0$
  - densité ou indice des vide initial  $e_0$

Les trois variables caractérisant l'évolution de l'échantillon dérivent des mesures du déplacement axial du piston  $\Delta h$ , de la force axiale appliquée à l'échantillon  $F_a$  et des variations de volume de cet échantillon  $\Delta V$  par les expressions :

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 = \frac{\Delta h}{h} \quad , \quad q = \frac{F_a}{S} \quad , \quad \epsilon_v = \frac{\Delta V}{V} \\ \text{avec :} \\ \Delta V = V_0 - V \quad , \quad \Delta h = h_0 - h \quad , \quad S = \frac{V}{h} = \frac{V_0 - \Delta V}{h_0 - \Delta h} \end{aligned} \right\} \text{(II-2)}$$

où  $h_0$  et  $V_0$  sont la hauteur et le volume initiaux de l'échantillon respectivement.

#### *Acquisition*

Elle est informatisée.

La chaîne d'acquisition des mesures (figure II-15) est constituée de :

- une centrale d'acquisition HP 3421 A, munie d'une carte de 8 entrées analogiques et 2 relais "tout ou rien" (option 020),

- un micro-ordinateur HP Integral PC (type HP 9807 AF).

L'interface reliant ces deux éléments est de type HP-IB (norme IEEE 488). Les signaux de sortie des capteurs sont branchés aux bornes de la carte d'entrées analogiques. On peut programmer la centrale par l'intermédiaire du micro-ordinateur, pour que chaque voie soit scrutée alternativement, et que le voltage aux bornes soit lu et renvoyé au micro-ordinateur pour traitement et stockage.

Les caractéristiques du programme d'acquisition que nous avons écrit sont les suivantes :

- Vitesse de lecture : 18 voies par seconde (soit 3 voies en 17/100 s)
- Données transférées avec 4 chiffres significatifs
- Période de scrutation des 3 voies : 3 secondes
- Stockage toutes les  $n$  scrutations ( $n$  modifiable pendant l'essai)
- Mesures instantanément converties en la grandeur physique correspondante :

$\Delta h$  en mm,  $F_a$  en N,  $\Delta V$  en ml.

- Visualisation graphique du signal  $F_a$  en temps réel pour contrôle.
- Stockage des données sur disquette 3"1/2, dans l'ordre suivant :
  - date de l'essai
  - masse de l'échantillon  $m$  (g)
  - pression de confinement  $\sigma_0$  (kPa)
  - hauteur initiale de l'échantillon  $h_0$  (mm)
  - contrainte de compactage  $\sigma_c$  (kPa)
  - nombre de voies (3 en général)
  - mesures des capteurs à chaque scrutation (en tenant compte du point iv) :

$\Delta h, F_a, \Delta V$

### *Traitement*

À l'issue de l'essai, on a toutes les données nécessaires à l'exploitation, stockées dans un fichier. Nous avons également écrit des logiciels dans le but de transformer les données brutes ( $\Delta h, F_a, \Delta V, H$ ) en données traitées ( $\epsilon_1, q, \epsilon_v, \sigma_0$ ), telles qu'elles sont présentées dans la suite.

En sortie de cette étape d'acquisition et de traitement des données, on dispose donc de fichiers de données traitées, qu'on peut utiliser comme outil de validation d'un modèle ou comme base expérimentale de comparaison avec des résultats théoriques ou simulés.

## Chapitre II : Développement d'une cellule triaxiale

## 2 . MODE OPERATOIRE

---

Nous allons ici exposer les préparatifs et le déroulement d'un essai-type : essai triaxial en compression ou en extension, essai oedométrique, essai triaxial à déformation axiale fixée.

La phase de préparation de l'échantillon, commune à tous les essais triaxiaux, est présentée d'abord. Le mode de compactage au cours de cette phase est très proche de la phase de chargement de l'essai oedométrique ; celui-ci sera donc décrit dans ce même paragraphe. Pour les autres essais (triaxiaux) la phase d'application de la charge est exposée dans un deuxième paragraphe.

### 2.1 Préparation de l'essai

#### 2.1.1 Préparation de l'échantillon

##### *Mise en place de la cellule*

Le socle de la cellule est installé sur la presse et les rondelles anti-fretage sont posées sur l'embase inférieure. Une manchette en latex (diamètre 70 mm, hauteur 150 mm) est fixée sur l'embase (sur la face intérieure de la manchette on aura préalablement pulvérisé une couche de téflon, et, après séchage, une couche de stéarate de magnésium). L'étanchéité est assurée par deux joints toriques qui font office de colliers de serrage.

La partie inférieure de la cellule triaxiale est ajustée sur le socle, et les deux coquilles du moule sont jointes en poussant sur les poignées de part et d'autre de la cellule.

Le dispositif d'aspiration est ensuite mis en service : la manchette, dont le rebord supérieur a été rabattu sur le haut du moule, est alors plaquée contre les parois de celui-ci, et en épouse la forme cylindrique.

Une rehausse de 70 mm de diamètre intérieur vient ensuite s'emboîter sur le haut du moule pour contenir l'excédent de poudre avant densification.

##### *Remplissage du moule*

Connaissant le volume initial de l'échantillon, on évalue la masse de poudre correspondant à la densité initiale moyenne souhaitée. Puis on procède au remplissage du moule, en déposant la poudre à l'aide d'une spatule (hauteur de chute quasi-nulle).

Le remplissage s'effectue en trois fois, chaque couche étant légèrement précompactée à la main à l'aide d'une dame en alliage léger de 60 mm de diamètre.

#### *Compactage de l'échantillon*

Après remplissage et précompactage de la dernière couche, on installe le dispositif de compactage mécanique (figure II-9 p. 27): la traverse de guidage, avec le piston de compactage, est ajustée entre les montants de la presse. Le piston est accroché à la traverse de la presse, qui est remontée à sa hauteur maximum. La presse étant débrayée en position manuelle, une manivelle permet d'abaisser sa traverse jusqu'à ce que la semelle de compactage du piston soit juste au-dessus de la surface de la poudre. Une jauge de profondeur munie d'un vernier permet de connaître avec précision la cote de cette semelle par rapport au rebord de la rehausse, et donc par rapport à la surface de l'embase inférieure. On rembraye la presse dans cette position, puis on installe le capteur de déplacement LVDT. Le zéro de ce capteur sera donc à la cote actuelle de la semelle de compactage.

Un programme de scrutation du capteur de déplacement et du capteur de force est chargé dans le micro-ordinateur, et on lance son exécution. Il commence par initialiser les deux capteurs, puis la cote de la semelle est introduite au clavier.

La séquence de scrutation est amorcée en même temps que la presse est mise en route: le piston de compactage descend à vitesse constante (1 mm/mn), les signaux des capteurs de déplacement et de force sont lus toutes les 3 secondes et convertis respectivement en hauteur de l'échantillon et en contrainte verticale de compactage, qui sont affichées sur l'écran à chaque scrutation.

Un signal sonore retentit quand la hauteur de l'échantillon atteint 70.5 mm, éveillant la vigilance de l'opérateur, qui peut alors, quand il le juge bon, arrêter la presse et le déroulement de la scrutation. Une dernière lecture des signaux des capteurs est effectuée à cet instant précis, qui correspondront donc respectivement à la hauteur initiale  $h_0$  de l'échantillon (dont on déduira sa densité initiale) et à la contrainte de compactage  $\sigma_c$  nécessaire pour atteindre cette hauteur.

La presse est alors débrayée, sa traverse remontée manuellement à sa position la plus haute. Le dispositif de compactage est ensuite enlevé et la rehausse précautionneusement retirée.

L'embase supérieure, munie des rondelles anti-fretage, est posée en appui sur le rebord du moule. La manchette est rabattue sur l'embase, puis fixée par deux joints toriques qui assurent ainsi l'étanchéité.

La vanne du circuit d'aspiration est alors fermée, et la pompe à vide arrêtée.

### *Cas de l'essai oedométrique*

La phase de remplissage est identique, à ceci près que l'on n'utilise pas le moule, mais un cylindre de Dural semblable à la rehausse, où la poudre est ajoutée en une seule fois sans précompactage. Ceci constitue la phase de préparation de l'échantillon.

Puis le dispositif de compactage est installé et l'essai est lancé, avec un programme de scrutation permettant de visualiser  $\Delta h$  en fonction de  $F_a$ .

#### **2.1.2 Remplissage et mise en pression de la cellule**

La partie supérieure de la cellule triaxiale est disposée sur la partie inférieure, les tirants serrés, et on raccorde la vanne de remplissage de la cellule au panneau de mise en pression. Le réservoir plein est hissé à l'aide du treuil à un mètre environ et les vannes sont ouvertes.

Quand le niveau d'eau arrive à quelques centimètres du haut de la cellule, la vanne d'arrivée est fermée, et celle de l'aspiration dans le moule entr'ouverte, jusqu'à apparition d'eau dans la canalisation reliant la cellule à la pompe : tous les conduits d'aspiration sont ainsi comblés, puis ramenés à pression normale, ce qui facilite le démoulage et évite que la mesure des variations de volume de l'échantillon au cours de l'essai ne soit faussée par le remplissage progressif de ces conduits.

Ceci fait, on referme la vanne d'aspiration, et on rouvre celle de remplissage, jusqu'à ce que l'eau sorte au niveau de la purge, située au-dessus du cylindre compensateur (point le plus haut de la cellule, pour assurer un remplissage complet).

A ce point de la procédure, on peut appliquer la pression de confinement : il suffit de régler la hauteur du réservoir par rapport à l'échantillon.

#### **2.1.3 Démoulage de l'échantillon**

C'est à ce stade seulement, où l'échantillon est sous pression de confinement, qu'on peut le démouler.

Il suffit de tirer doucement et simultanément sur les deux poignées pour écarter les coquilles, et les amener contre les parois de la cellule pour libérer l'échantillon.

En pratique, c'est la phase la plus délicate de la procédure opératoire, car on risque de perturber l'échantillon sans que cela soit détectable. En outre, il arrive au démoulage que la manchette soit pincée ou déchirée (si un grain de poudre est coincé entre moule et embases par exemple). Ceci occasionne une fuite qui n'est pas toujours décelable à ce stade de l'essai.

### **2.1.4 Mise en service du système de mesure des variations de volume**

Sitôt l'échantillon démoulé, on met en service le système de mesure des variations de volume : on ferme la vanne 1 (figure II-14 p. 32) et on bascule les vannes 2 et 3 vers la droite.

Précisons que, comme généralement on a une idée a priori sur le comportement du matériau (contractant ou dilatant, ou plus souvent avec une phase de contractance en début d'essai, puis une phase de dilatance), on peut placer le flotteur à une hauteur initiale adéquate par une manipulation des vannes 2 et 3.

## **2.2 Application de la charge**

### **2.2.1 Consolidation**

L'appareil de mesure des variations de volume étant en service, on constate une dérive du signal, dont la durée et l'amplitude sont variables suivant les conditions d'essai. Il s'agit toujours d'une *diminution* du volume de l'échantillon sous l'effet de la pression de confinement. Le signal se stabilise en général au bout de 3 à 5 minutes. On tient compte de cette diminution de volume dans la nouvelle valeur du volume initial de l'échantillon.

C'est à ce stade qu'on peut constater une fuite éventuelle de la manchette : si la dérive de signal observée (qui correspond à l'entrée d'eau dans la cellule) est de grande amplitude et ne se stabilise pas, la manchette est probablement percée et de l'eau pénètre dans l'échantillon.

### **2.2.2 Application de la charge axiale (Essai triaxial conventionnel)**

Avant de commencer l'application de la charge de compression ou d'extension, on doit fixer le piston à l'embase supérieure, au moyen du dispositif décrit au paragraphe 1.1.3. Puis on lance l'exécution du programme de scrutation, et on commence l'acquisition en même temps qu'on démarre la presse.

Du fait que les échantillons sont beaucoup moins résistants en traction qu'en compression, la vitesse de chargement dans le cas de l'extension triaxiale est de 0.2 mm/mn, contre 1 mm/mn pour les essais de compression triaxiale.

Au niveau du stockage des données, dans les deux cas, la totalité des mesures est stockée en début d'essai, quand le signal varie rapidement avec le temps. Puis, à partir de 1 % de déformation axiale environ, la fréquence de stockage est divisée par deux, et encore par deux à partir de 3 - 4 %.



Les essais sont conduits jusqu'à 25 % de déformation axiale dans le cas des essais en compression, et 15 % dans le cas des essais en extension.

A la fin de l'essai, le programme d'acquisition est arrêté en même temps que la presse. On décroche le piston de l'embase supérieure, on vide la cellule et on la démonte. Puis, on vérifie l'aspect de l'échantillon (homogénéité des déformations...). Enfin, on retire les joints de serrage de la manchette, on enlève la poudre (en vérifiant l'absence d'humidité) et on nettoie soigneusement les embases et les rondelles d'antifretage à l'aide d'un solvant.

### **2.2.3 Essai triaxial à déformation axiale fixée**

#### *Principe de l'essai*

La cellule triaxiale mise au point n'a pas été conçue pour des essais complexes. L'obstacle majeur à la réalisation de ces essais réside dans la nécessité d'asservir la pression de confinement.

Il est toutefois possible d'effectuer des essais où l'on fait varier cette pression pas à pas, et de déterminer la réponse de l'échantillon à ces variations.

Le principe de l'essai proposé est simple : un échantillon est préparé de la même façon que pour un essai triaxial classique, puis après démoulage de l'échantillon et fixation du piston de la cellule à l'embase supérieure, on bloque celui-ci. La hauteur de l'échantillon est donc fixée à sa valeur initiale pendant tout l'essai (déformation axiale nulle).

On augmente alors la pression de confinement, et on mesure la force axiale s'exerçant sur l'échantillon et la déformation volumique de celui-ci.

#### *Mesure de la pression de confinement*

Le problème qui s'est posé pour cet essai, a été la prise en compte des variations du volume d'air contenu dans l'appareil de mesure de la déformation volumique de l'échantillon, sous l'effet de la variation de pression de confinement.

On voit sur la figure II-16 que lorsque cette pression change, il en résulte un changement dans la différence  $\Delta H$  entre les deux niveaux d'eau dans l'appareil. Ce changement provient d'une part de la variation du niveau d'eau dans la chambre interne, due aux variations de volume de l'échantillon sous l'effet du changement de pression de confinement, et d'autre part, de la variation du niveau d'eau dans la chambre externe, due à la variation du volume d'air emprisonné dans l'appareil.

En supposant que l'air se comporte comme un gaz parfait :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T = -\frac{A}{P^2} \quad (II-3)$$

La compressibilité de l'air varie donc comme l'inverse du carré de la pression, ce qui fait qu'elle est grande pour des pressions faibles. C'est donc pour de faibles pressions de confinement que ce changement en  $\Delta H$  est le plus important. Or, on voit sur la figure II-17 que pour une hauteur d'eau  $H$  au-dessus de l'échantillon, la pression de confinement réelle est :

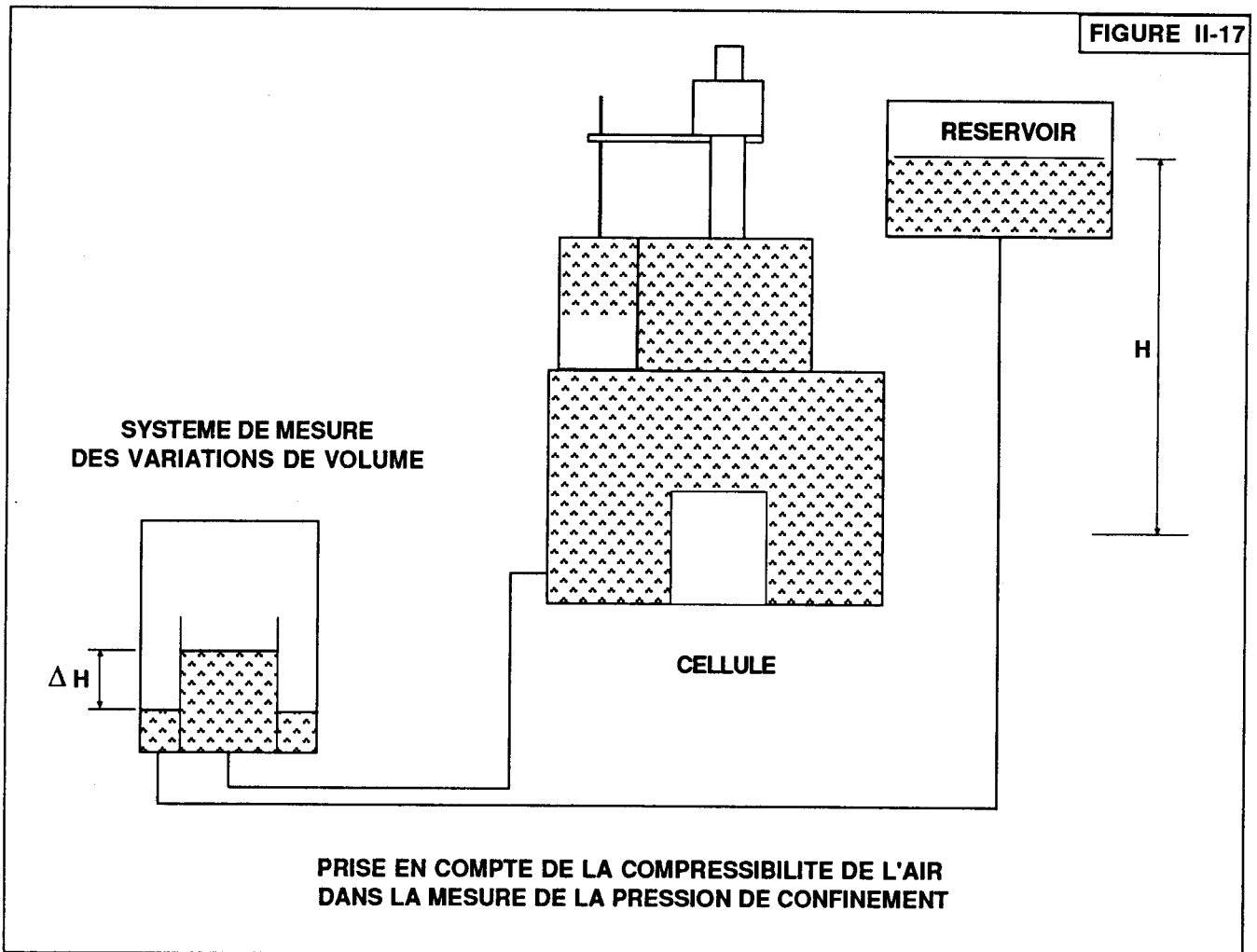
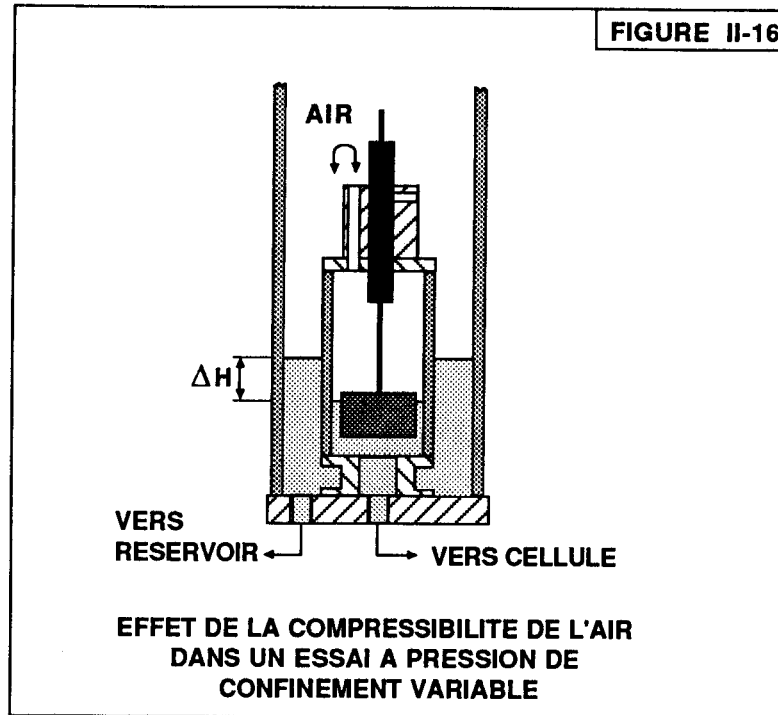
$$H' = H + \Delta H \quad (II-4)$$

Ainsi, pour des faibles valeurs de  $H$ ,  $\Delta H$  varie beaucoup et ne peut pas être négligé, ce qui oblige, pour chaque incrément sur la pression de confinement, à mesurer  $\Delta H$  et à considérer  $H'$  comme pression de confinement réelle.

#### *Déroulement de l'essai*

Après préparation de l'échantillon, on lance un programme d'acquisition, qui, après initialisation des capteurs de force et de variation de volume, fait une scrutation sur ces capteurs et représente le signal des variations de volume en fonction du temps.

A chaque incrément sur la pression de confinement  $H$  (voir figure II-17), la dénivellation  $\Delta H$  est lue, ajoutée à  $H$  et la scrutation est interrompue pour introduire au clavier la valeur  $H'$ . Le micro-ordinateur stocke alors cette valeur  $H'$  (convertie en kPa), avec les valeurs correspondant à la force axiale et à la déformation volumique, lues lorsque la scrutation a été interrompue. On poursuit ainsi l'essai jusqu'à  $H=420$  cmH<sub>2</sub>O. Puis on arrête le programme d'acquisition, on démonte l'échantillon, et on nettoie la cellule comme pour un essai classique.





### 3. REPRODUCTIBILITE - SOURCES D'ERREUR ET D'INCERTITUDES

Nous avons mentionné précédemment les problèmes qui se posent pour la détermination des caractéristiques mécaniques des poudres sous faibles contraintes, qui entraînent la nécessité de concevoir et de réaliser un appareillage et un mode opératoire spécifique.

Aussi doit-on évaluer, avant même d'aborder la présentation et l'interprétation des résultats expérimentaux, la part d'erreur ou d'incertitude introduite par l'appareillage et les techniques employés, et tester la bonne reproductibilité des essais réalisés.

C'est ce à quoi nous allons nous employer dans ce paragraphe, qui comporte quatre parties. Dans la première, on apporte les corrections sur les résultats, dues aux phénomènes qu'on peut quantifier (effet de la rigidité de la manchette). Dans la deuxième partie, on teste la reproductibilité globale des essais triaxiaux ; puis on passe en revue, dans la troisième partie, les causes d'erreurs et d'incertitude pouvant jouer sur cette reproductibilité et sur les résultats en général. La quatrième partie donne quelques observations sur les estimations faites dans ce chapitre, en insistant sur les hétérogénéités qui se développent dans l'échantillon et leur effet sur les grandeurs mesurées.

#### 3.1 Correction de l'influence de la rigidité de la manchette

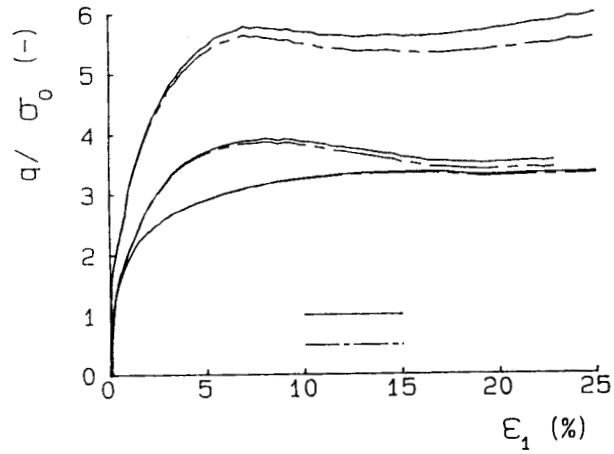
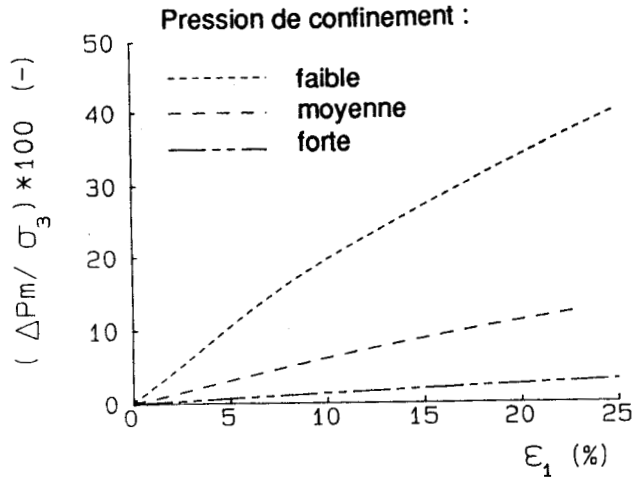
##### 3.1.1 Compression triaxiale

Afin de minimiser l'influence de la rigidité de la manchette sur le confinement de l'échantillon et donc sur sa résistance mécanique, on a utilisé un matériau souple, le latex, et des manchettes très fines (d'épaisseur 0.2 mm, fabriquées par la Société PIERCAN).

Nous allons maintenant vérifier si l'effort nécessaire à l'expansion radiale de la manchette au cours d'un essai reste négligeable devant la pression de confinement. En résistance des matériaux, on peut montrer [76] qu'un accroissement de pression  $\Delta P_m$  dans un cylindre mince de rayon  $r$ , d'épaisseur  $t$  et de module d'Young  $E_m$ (\*) résultera en une déformation latérale  $\Delta \epsilon_1$  telle que :

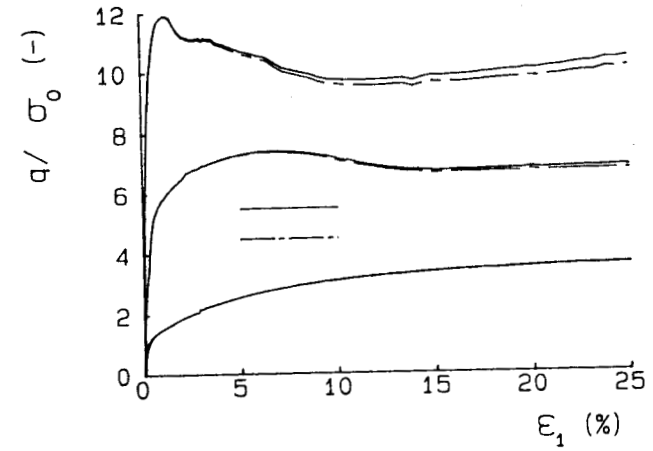
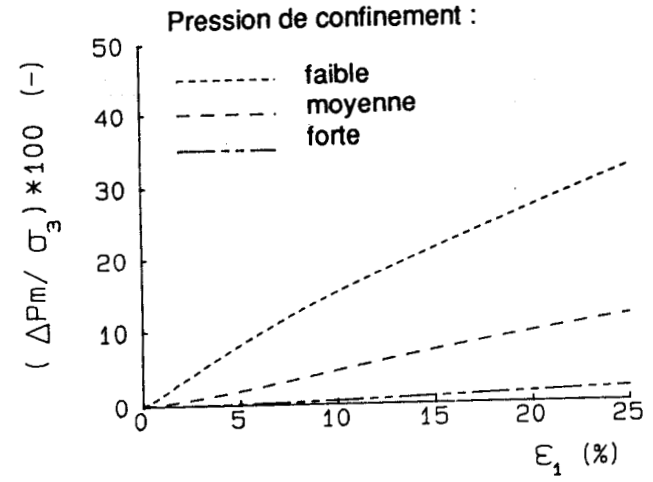
$$\Delta P_m = E_m \cdot \frac{t}{r} \cdot \Delta \epsilon_1 \quad (11-5)$$

(\*) Module d'Young sécant à 25 % de déformation, mesuré lors d'un essai de traction :  $E_m = 13.2 \text{ kPa}$



**Figure II-18 :**  
Effet de la rigidité de la manchette  
Compression triaxiale  
Matériau Organique

- a) contribution de la manchette  $\Delta P_m$
- b) effet sur le déviateur



**Figure II-19 :**  
Effet de la rigidité de la manchette  
Compression triaxiale  
Matériau Minéral

- a) contribution de la manchette  $\Delta P_m$
- b) effet sur le déviateur

Inversement, étant donné l'égalité entre les déformations latérales de l'échantillon et de la manchette, on peut calculer l'effort radial dû à l'expansion de cette manchette. On trouvera les résultats obtenus sur les figures II-18 et II-19. On a d'abord tracé pour chaque matériau l'évolution de  $\Delta P_m / \sigma_0$  au cours de l'essai, et ceci pour des pressions de confinement faible, moyenne et forte (figures II-18a et II-19a). Puis on a représenté la répercussion de cette pression additionnelle sur le déviateur mesuré (figures II-18b et II-19b).

On constate que pour de fortes pressions de confinement, l'effet de la manchette est négligeable (< 1 %). Pour des confinements moyens, cet effet n'est pas trop important (2 à 3 %), mais il devient notable pour de faibles confinements, spécialement pour le matériau organique (environ 7 %). Les courbes présentées dans le chapitre suivant tiendront compte de la correction de cet effet.

### 3.1.2 Extension triaxiale

Dans ce cas, l'effort d'extension longitudinale de la manchette peut représenter une part non négligeable de la force axiale appliquée à l'échantillon.

Ainsi, si  $\epsilon_a$  est la déformation axiale de la manchette (qui est égale à la déformation axiale  $\epsilon_1$  de l'échantillon), la contrainte longitudinale  $\sigma_m$  se développant dans la manchette sera :

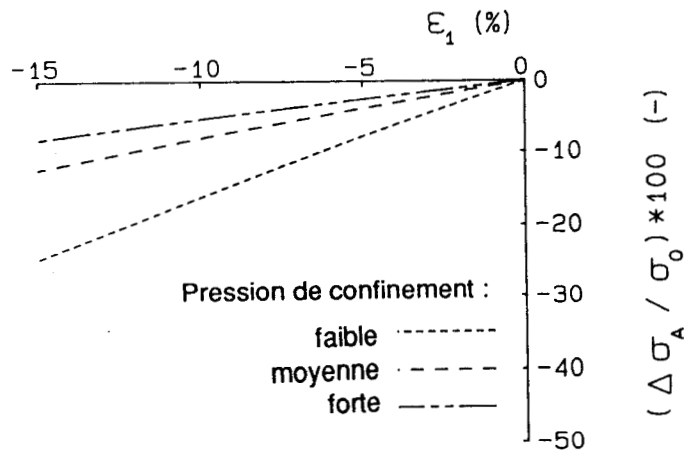
$$\sigma_m = E_m \epsilon_a \quad (11-6)$$

Ceci se traduira par un effort, interprété comme une surcontrainte dans l'échantillon égale à :

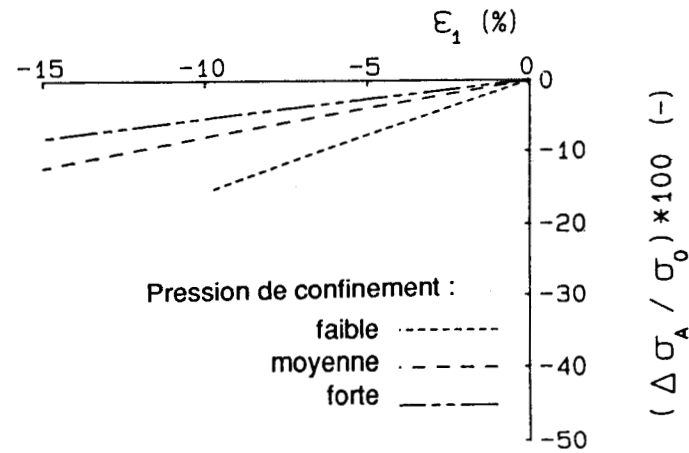
$$\Delta \sigma_a = \frac{4t}{D} \cdot \sigma_m = \frac{4t}{D} \cdot E_m \cdot \epsilon_1 \quad (11-7)$$

De même qu'au paragraphe précédent, on trouvera sur les figures II-20 et II-21 les résultats de la correction de l'effet de la manchette, pour les deux pressions de confinement extrêmes.

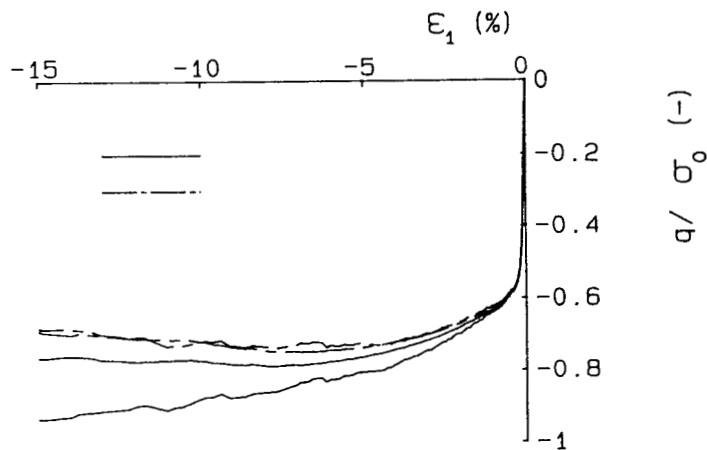
Vu les faibles efforts mis en jeu dans les essais en extension, l'influence de la manchette est importante. Elle varie de 10 à 25 % quand on passe des fortes aux faibles pressions de confinement (matériau organique). Il sera tenu compte de cette influence dans la présentation des courbes finales.



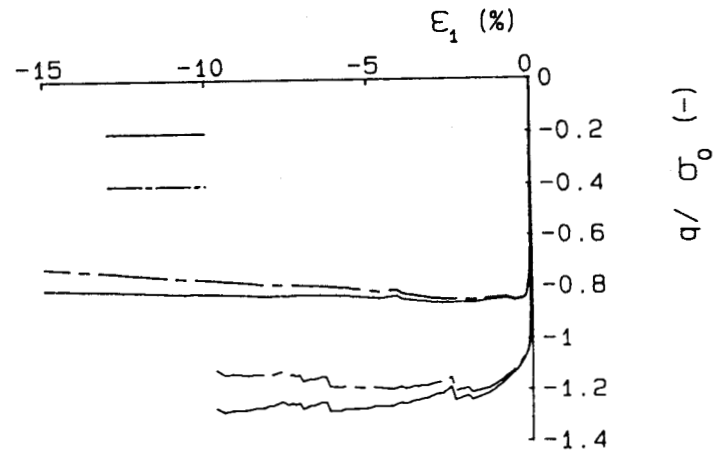
(-)  $(\Delta\sigma_a / \sigma_0) * 100$  (-)



(-)  $(\Delta\sigma_a / \sigma_0) * 100$  (-)



(-)  $\sigma_0 / b$



(-)  $\sigma_0 / b$

**Figure II-20 :**  
Effet de la rigidité de la manchette  
Extension triaxiale  
Matériau Organique

- a) contribution de la manchette  $\Delta\sigma_a$
- b) effet sur le déviateur

**Figure II-21 :**  
Effet de la rigidité de la manchette  
Extension triaxiale  
Matériau Minéral

- a) contribution de la manchette  $\Delta\sigma_a$
- b) effet sur le déviateur



### 3.2 Etude de la reproductibilité des essais triaxiaux

Dans ce paragraphe nous présentons une série de répétitions d'essais triaxiaux en compression, sous diverses conditions initiales : pour des conditions initiales données, un essai est effectué plusieurs fois. On peut ainsi tester les écarts entre les répétitions d'un même essai.

Les résultats de ces répétitions sont montrés sur les figures II-22 et II-23.

Deux observations peuvent être faites:

- on note que les essais sont généralement plus reproductibles en contraintes (courbes  $(q, \epsilon_1)$ ), qu'en déformation volumique (courbes  $(\epsilon_v, \epsilon_1)$ ).

- on remarque deux types d'écarts pour cette déformation volumique : les courbes peuvent être rassemblées en un faisceau plus ou moins resserré (figures II-22a et II-22d), mais il arrive également qu'une ou plusieurs courbes s'écartent du faisceau (figure II-22b). Devant ces écarts, et plus particulièrement ceux de deuxième type, on est amené à s'interroger sur l'invariance de l'état initial d'une répétition à une autre pour une même série.

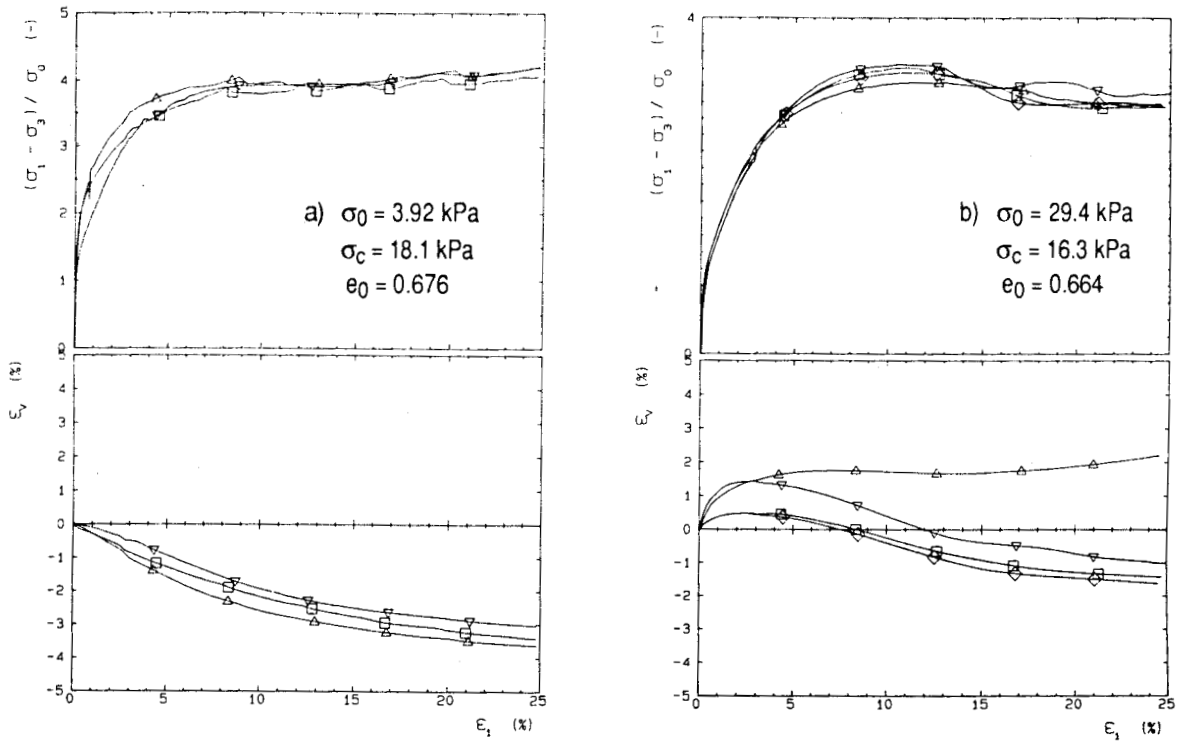
Ainsi, pour les répétitions montrées sur les figures II-22 et II-23, on a rassemblé dans le tableau III-1 les valeurs des paramètres  $e_0$  et  $\sigma_c$ , qui définissent l'état initial de l'échantillon, puis la moyenne  $\mathbf{M}$  et l'écart type  $\mathbf{S}$  de ces valeurs pour un même essai. On constate une dispersion plutôt faible pour  $e_0$ , avec un rapport  $\mathbf{S}/\mathbf{M}$  de l'ordre de 1 %. Les valeurs de la contrainte de compactage  $\sigma_c$  nécessaire pour atteindre  $e_0$  sont plus dispersées : jusqu'à 20 % pour l'essai de la figure II-22a (matériau organique de densité moyenne sous faible confinement).

On remarque que la dispersion la plus forte sur  $\sigma_c$  ne correspond pas à un écart maximum sur les courbes  $(\epsilon_v, \epsilon_1)$ . Plus généralement, il ne semble pas y avoir de corrélation entre les écarts que nous avons appelés "de deuxième type" (courbes s'écartant grandement d'un faisceau) et des valeurs correspondantes de  $\sigma_c$  qui s'écarteraient fortement de la valeur moyenne.

Nous n'avons donc d'autre choix que de considérer ce phénomène comme étant aléatoire, et d'éliminer les courbes correspondantes.

Ceci suppose qu'on effectue plusieurs répétitions pour chaque essai triaxial, la "vraie" courbe étant sélectionnée d'abord en éliminant les courbes "aberrantes" ci-dessus mentionnées, puis en considérant la courbe "moyenne" du faisceau restant.

Chapitre II : Developpement d'une cellule triaxiale



a	b
c	d

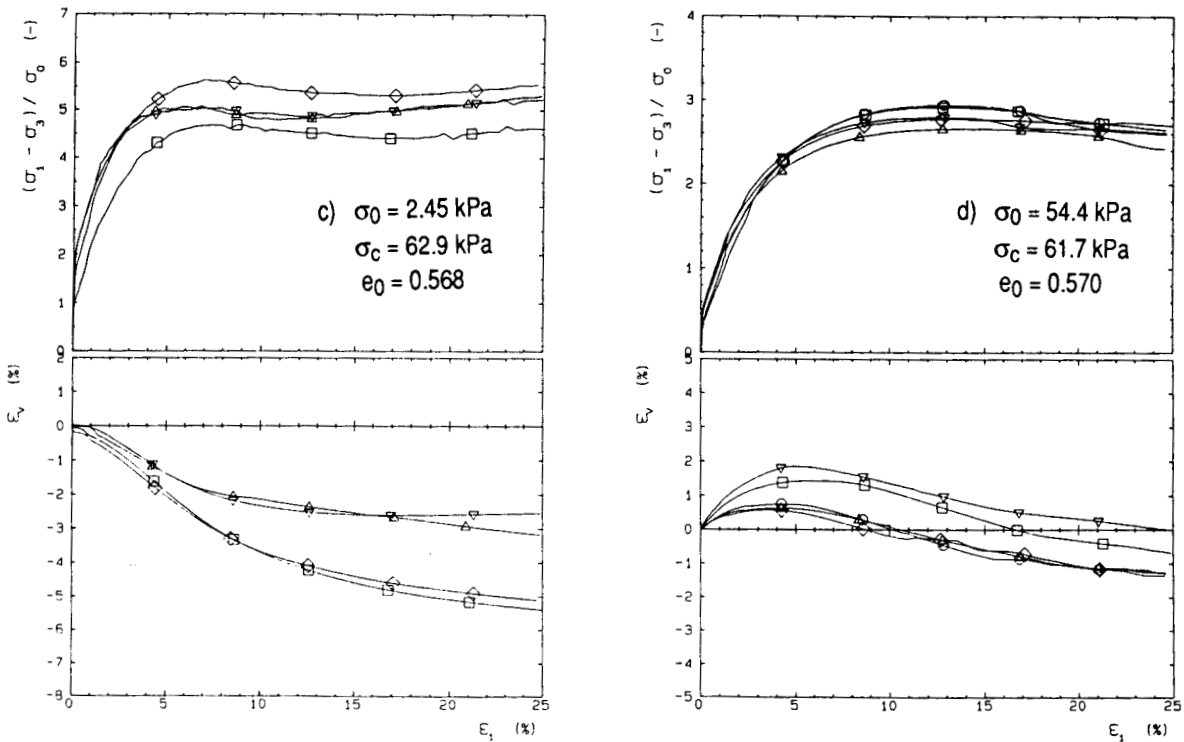
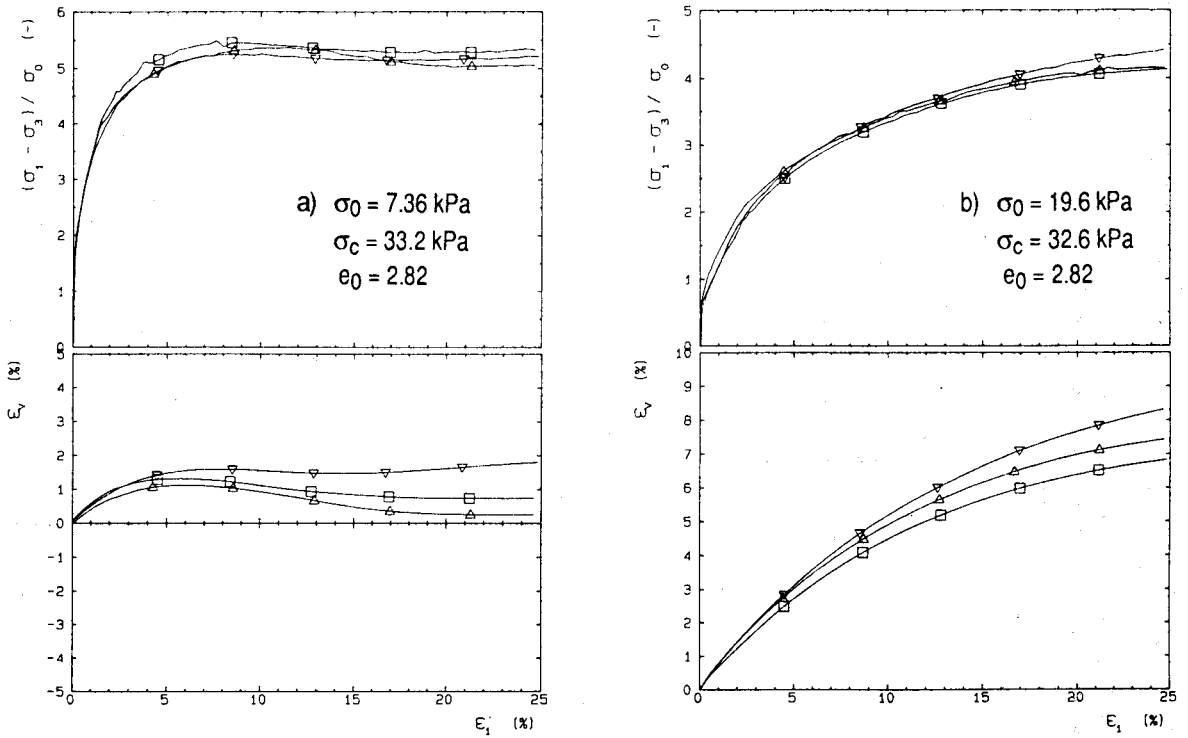


Figure II - 22 :

Reproductibilité des essais  
Compression triaxiale  
Matériau Organique

Chapitre II : Développement d'une cellule triaxiale



a	b
c	d

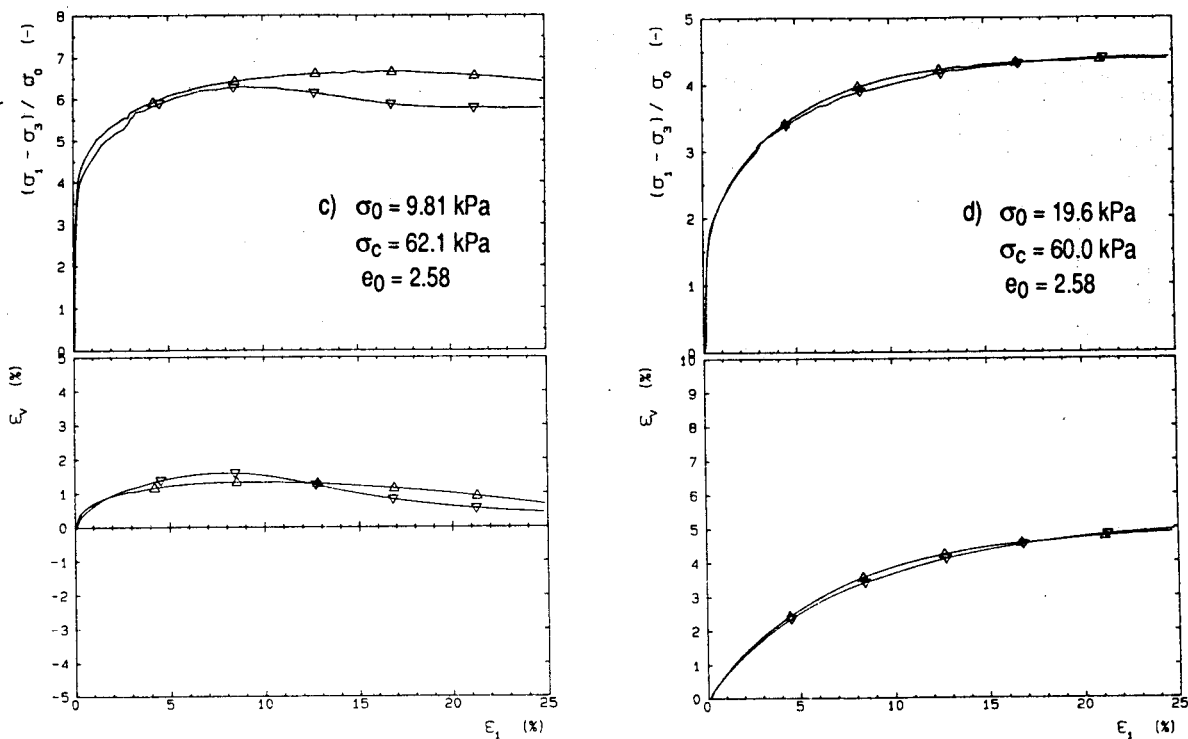


Figure II - 23 :

Reproductibilité des essais  
Compression triaxiale  
Matériau Minéral

			matériau organique				matériau minéral			
			moyen		dense		moyen		dense	
$\sigma_0$ (kPa)			3.92	29.4	2.45	54.4	7.36	19.6	9.81	19.6
$e_0$	symboles	$\Delta$	0.690	0.667	0.567	0.578	2.80	2.84	2.59	2.58
		$\nabla$	0.673	0.666	0.582	0.576	2.86	2.80	2.58	2.59
		$\diamond$	0.666	0.665	0.556	0.569	2.80	2.83		
		$\square$		0.656	0.567	0.567				
		$\circ$				0.561				
	$\bar{M}$		0.676	0.664	0.568	0.570	2.82	2.82	2.58	2.58
	$S$		0.012	0.005	0.011	0.007	0.035	0.021	0.01	0.01
$\sigma_c$ (kPa)	symboles	$\Delta$	21.6	16.7	58.2	60.4	36.3	31.8	61.0	57.2
		$\nabla$	14.8	14.7	63.5	61.0	31.4	33.9	63.1	62.8
		$\diamond$	17.9	17.3	61.6	62.9	32.0	32.0		
		$\square$		16.7	68.4	62.9				
		$\circ$				61.6				
	$\bar{M}$		18.1	16.3	62.9	61.7	33.2	32.6	62.1	60.0
	$S$		3.4	1.1	4.2	1.1	2.7	1.2	1.5	4.0

Tableau II-1

Etude de la reproductibilité de l'état initial pour les essais triaxiaux  
 (  $\bar{M}$  : valeur moyenne -  $S$  : écart-type )

### 3.3 Sources d'erreurs et d'incertitude

#### 3.3.1 Erreurs dues aux appareils de mesure

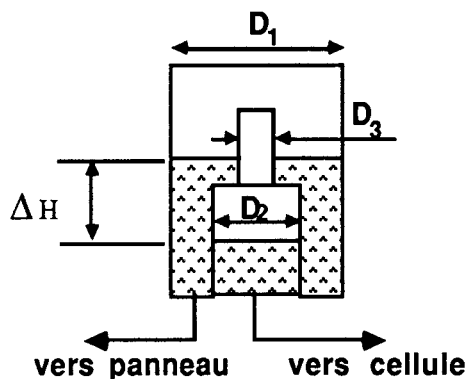
Les trois grandeurs dont on suit l'évolution lors d'un essai, à savoir  $\Delta h$ ,  $F_a$  et  $\Delta V$ , sont mesurées à l'aide de deux capteurs LVDT ( $\Delta h$  et  $\Delta V$ ) et d'un capteur de force piezoélectrique, qui introduisent une incertitude négligeable sur les résultats.

Une mention particulière doit être faite de l'appareil de mesure des variations de volume, pour son incidence sur la pression de confinement lors d'un essai triaxial classique.

Nous avons vu en effet (§ 2) que la dénivellation  $\Delta H$  introduite par cet appareillage, et qui se traduit par une pression de confinement réelle  $H' = H + \Delta H$  appliquée à l'échantillon, devrait être prise en compte pour un essai à pression de confinement variable. Qu'en est-il de son effet sur la pression de confinement pour un essai triaxial classique ?

Si l'on prend le cas le plus défavorable d'un essai à faible pression de confinement (soit  $\sigma_0 = 1.96$  kPa, ou  $H' = 20$  cmH<sub>2</sub>O), nous aurons en fin d'essai, avec les notations de la figure II-24 :

$$\delta(\Delta H) = \frac{|\Delta V_{\max}|}{\pi} \left( \frac{D_2^2 + D_1^2 - D_3^2}{D_2^2 (D_1^2 - D_3^2)} \right) \quad (II-8)$$



**Figure II-24 :**  
Notations pour le calcul d'erreur sur la pression de confinement

Numériquement, si  $|\epsilon_v|_{\max} = 5 \%$ , on a  $\delta(\Delta H) = 0.5 \text{ cm}$ , ce qui reste négligeable devant  $H' = 20 \text{ cm H}_2\text{O}$ .

On peut considérer que  $H'$  (donc  $\sigma_0$ ) reste constant au cours de l'essai.

### 3.3.2 Erreurs intervenant à la préparation de l'échantillon :

#### 3.3.2.1 Compactage de l'échantillon

Cette phase de compactage intervient dans tous les essais effectués : dans l'essai oedométrique, où l'on veut déterminer la relation qui relie  $e$  à  $\sigma_c$ , puis au cours de la préparation de l'échantillon pour les essais triaxiaux, où l'on veut obtenir un échantillon de densité déterminée en lui appliquant une contrainte axiale de compactage.

A l'issue de cette phase de compactage, on doit avoir un échantillon aussi homogène que possible en densité. Or, on sait que lors du compactage d'un pulvérulent confiné latéralement, une partie de la contrainte axiale est dissipée en frottement contre la paroi du moule.

Si  $\sigma_A$  est la contrainte appliquée au sommet de l'échantillon et  $\sigma_T$  la contrainte transmise au bas de celui-ci, on a (voir annexe A) :

$$\ln \frac{\sigma_T}{\sigma_A} = -4\mu k \frac{h}{D} \quad (II-9)$$

avec :  $\mu$  : coefficient de frottement poudre-paroi  
 $k$  : rapport de la contrainte horizontale à la contrainte verticale  
 $h/D$  : élancement de l'échantillon

D'autre part une masse de poudre soumise à une contrainte de compactage  $\sigma_c$  atteint un indice des vides  $e$  tel que [108,110]:

$$e = B - C_c \log \sigma_c \quad (II-10)$$

D'après les équations (II-9) et (II-10) la dissipation de la contrainte appliquée de  $\sigma_c = \sigma_A$  à  $\sigma_c = \sigma_T$  se traduira par l'écart  $\Delta e$  entre le haut et le bas de l'échantillon, donné par :

$$\Delta e = 4\mu k \cdot (C_c / \ln 10) \cdot (h/D) \quad (II-11)$$

Enfin, la contrainte moyenne de compactage subie par l'échantillon sera donnée par la relation :

$$\bar{\sigma}_c = \frac{1}{h} \int_0^h \sigma_c \, dx = \frac{\sigma_A}{4\mu k \frac{h}{D}} \left[ 1 - \exp\left(-4\mu k \frac{h}{D}\right) \right] \quad (II-12)$$

Ces grandeurs sont représentées schématiquement sur la figure II-25, et les valeurs numériques obtenues en annexe A sont rassemblées dans le tableau II-2:

	Organique	Minéral
$\sigma_T / \sigma_A$	0.695	0.530
$\bar{\sigma}_C / \sigma_A$	0.838	0.740
$\Delta e$	0.019	0.25

**Tableau II-2**

On peut remarquer qu'on a approximativement :

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_A + \sigma_T}{2} \quad (II-13)$$

Nous considérerons que l'incertitude sur  $e$  (ou sur  $e_0$ ) est  $\pm \Delta e/2$ .

En conséquence, nous aurons pour les valeurs de  $e_0$  utilisées par la suite, les incertitudes données dans le tableau II-3.

	matériau organique		matériau minéral	
	moyen	dense	moyen	dense
$e_0$	0.669	0.569	2.82	2.58
incertitude relative	2 %	2 %	5 %	5 %

**Tableau II-3**

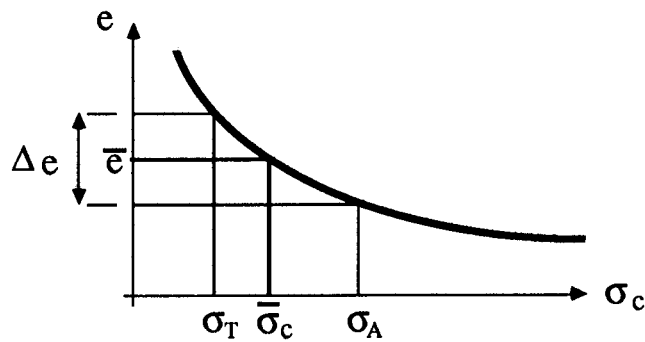


Figure II-25 :  
Allure des courbes de compressibilité  
et définition des grandeurs caractérisant l'échantillon

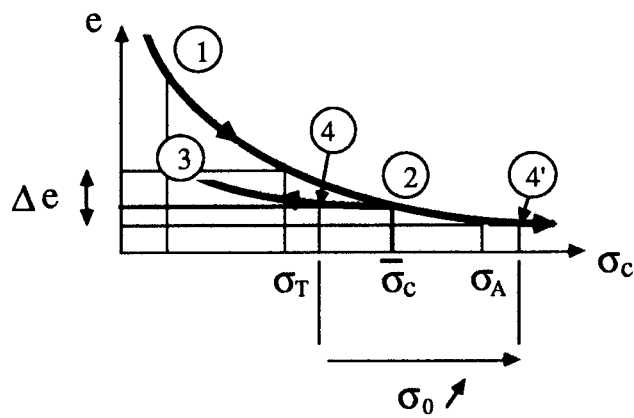


Figure II-26 :  
Etats de contrainte successifs pris par l'échantillon

- de 1 à 2 : chargement oedométrique
- de 2 à 3 : décharge
- de 3 à 4 : si  $\sigma_0 < \sigma_A$  , l'échantillon reste hétérogène
- de 3 à 4' : si  $\sigma_0 \geq \sigma_A$  , l'échantillon est reconsolidé isotropiquement, il n'y a plus d'hétérogénéité



L'écart entre les incertitudes pour les deux matériaux tient principalement à la différence de compressibilité  $C_c$  des matériaux, mais aussi à un coefficient de frottement  $\mu$  moins favorable pour le matériau minéral (voir annexe C).

En tout état de cause, cette non-homogénéité en contrainte et en densité à l'issue du compactage est supprimée lors de l'application de la pression de confinement, si celle-ci est supérieure à  $\sigma_A$  (voir figure II-26). On peut donc s'attendre à ce que les résultats obtenus sur des échantillons surconsolidés soient moins bons que ceux obtenus sur des échantillons normalement consolidés.

Enfin, on doit remarquer que l'effet du frottement à la paroi sur le gradient de densité peut être atténué en jouant sur le rapport  $h / D$ . Dans la fabrication des échantillons pour les essais triaxiaux, le remplissage s'effectue en trois couches, avec précompactage de chaque couche (cf. § 2 ). Ceci améliore probablement l'homogénéité des échantillons.

### **3.3.2.2 Démoulage de l'échantillon**

Nous devons également signaler les perturbations que peut subir l'échantillon lors du démoulage, lorsque les deux coquilles sont écartées pour libérer celui-ci du moule.

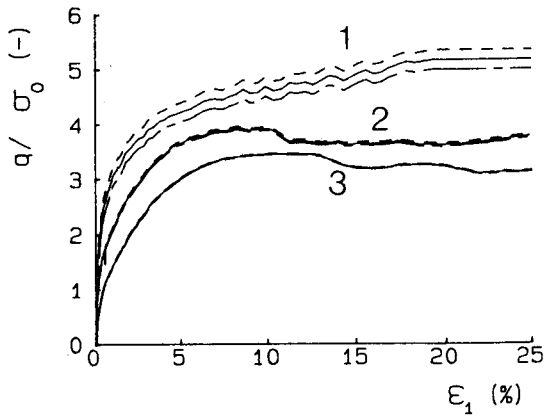
Du fait que l'embase supérieure est en appui sur les coquilles (voir § 1 et 2 ), une traction brutale et/ou non symétrique sur celles-ci peut résulter en un glissement de l'échantillon sur l'embase inférieure, provoquant un mauvais centrage, et introduisant par conséquent un moment parasite lors de l'application de la charge axiale [82]. Elle peut également causer l'inclinaison de l'échantillon sur un côté, ce qui entraîne généralement l'apparition d'une surface de rupture et la perte de l'échantillon.

Il est difficile de quantifier ces perturbations survenant au démoulage. De plus, on notera qu'en général les perturbations graves sont immédiatement décelables : on doit alors préparer un nouvel échantillon.

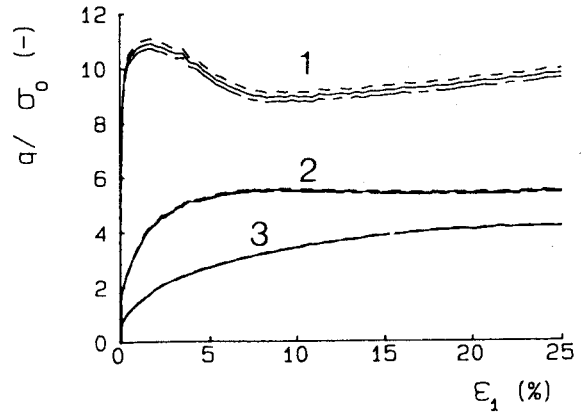
### **3.3.3 Erreurs intervenant au cours du chargement**

#### **3.3.3.1 Effet de la hauteur de l'échantillon**

Etant donné les faibles valeurs de pression de confinement pour certains essais (de l'ordre de 20 cmH<sub>2</sub>O), on doit tenir compte de la différence de hauteur d'eau entre le bas et le haut de l'échantillon (7 cm).



**Figure II-27 :**  
Effet de la hauteur de l'échantillon  
Compression triaxiale  
Matériau Organique



**Figure II-28 :**  
Effet de la hauteur de l'échantillon  
Compression triaxiale  
Matériau minéral

Légende :

Pression de confinement :

- 1 faible
- 2 moyenne
- 3 forte

-----  $q_m + \rho_e gh/2$   
 \_\_\_\_\_  $q_m$   
 -----  $q_m - \rho_e gh/2$

D'une façon générale, une perturbation de la pression de confinement se traduira par une variation du déviateur.

Dans nos essais, la pression de confinement a été mesurée à partir de la hauteur d'eau par rapport au milieu de l'échantillon. En supposant l'échantillon de densité homogène et si  $q_m$  est le déviateur agissant sur le plan médian de l'échantillon, alors :

- au sommet de l'échantillon :  $q = q_m + \rho_e g h/2$

- au pied de l'échantillon :  $q = q_m - \rho_e g h/2$

où  $\rho_e$  est la masse volumique de l'eau

$h$  est la hauteur de l'échantillon

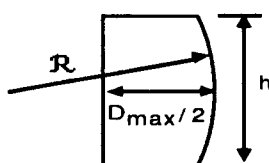
On a déterminé ces écarts par rapport au déviateur  $q$  mesuré, ceci pour des confinements faible, moyen et fort. Les valeurs du déviateur ainsi calculées sont rapportées à la pression de confinement  $\sigma_0$ . Les figures II-27 et II-28 donnent l'évolution de ces valeurs au cours d'un essai. On constate que ces écarts sont négligeables pour les confinements moyen et fort, et qu'ils restent acceptables ( $< 3\%$ ) pour un confinement faible.

### 3.3.3.2 Influence du frettage

Malgré la présence du dispositif d'antifrettage qui améliore l'homogénéité de l'échantillon, on constate souvent une déformation en tonneau dans les essais de compression et l'apparition d'une striction localisée dans les essais en extension [6].

Nous allons estimer, par un calcul simplifié, l'influence de la déformation en tonneau sur un essai de compression.

En admettant que l'échantillon ait la forme définie en figure II-29, on peut estimer  $R$  à 100 mm et  $D_{max}$  à 80 mm (valeurs typiques relevées sur un échantillon d'après photo).



**Figure II-29 :**  
Notations pour l'estimation de l'effet du frettage sur le déviateur mesuré

On peut montrer facilement que le diamètre  $D$  d'une section située à une distance  $x$  de la section médiane (de diamètre  $D_{\max}$ ) sera donné par l'expression :

$$D = 2 \sqrt{R^2 - x^2} - 2R + D_{\max} \quad (11-14)$$

La section moyenne de l'échantillon déformé sera donnée par :

$$\bar{S} = \frac{\pi}{2h} \int_0^{\frac{h}{2}} D^2 dx \quad (11-15)$$

Dans nos essais, le déviateur  $q$  est défini par le rapport entre la force appliquée et cette section moyenne  $\bar{S}$ . Or, si  $q_m$  est le déviateur agissant dans la section médiane de surface  $S_{\max}$ , on aura :

$$q_m = \frac{\bar{S}}{S_{\max}} \cdot q \quad (11-16)$$

Dans le cas des valeurs numériques précédemment données pour  $R$  et  $D_{\max}$ , on trouve  $q_m / q = 0.94$ , soit un déviateur surestimé de 6 % par rapport au déviateur au centre.

Nous n'avons pas fait de mesure systématique de la déformée des échantillons, qui peut être variable. Nous n'introduisons donc aucune correction de non-homogénéité de déformation dans les résultats présentés dans la suite.

Enfin, il y a un facteur d'erreur supplémentaire que nous n'étudierons pas, qui est l'apparition possible de surpressions de l'air interstitiel pour des matériaux fins (comme le matériau minéral étudié) soumis à des sollicitations "rapides". Ce phénomène a fait l'objet de nombreuses études, notamment pour son importance lors des opérations de remplissage ou de vidange des silos [5,19,60,75,77]. Nous admettrons que nos essais sont conduits suffisamment lentement pour que de telles surpressions soient dissipées instantanément au fur et à mesure du chargement de l'échantillon.

### 3.4 Remarques globales sur les hétérogénéités de l'échantillon

Pour clore ce paragraphe, nous ferons un certain nombre de remarques :

- i) dans notre étude, nous avons découpé les effets des sources d'erreurs.

Or, ils interagissent ; leur effet composé ne peut être considéré comme étant la somme des effets simples.

- ii) en particulier, les effets de la hauteur de l'échantillon, du mode de compactage et du frettage introduisent des hétérogénéités dans l'échantillon, et il faudrait à chaque fois tenir compte de l'ensemble de ces hétérogénéités pour estimer leur effet sur les grandeurs mesurées. Ainsi, l'effet de la manchette est estimé en supposant que l'échantillon reste homogène en contrainte et en déformation, ce qui n'est pas le cas.
- iii) les corrections ou les calculs d'erreur ont été faits sur le déviateur  $q$  seulement. L'estimation de l'effet des sources d'erreur sur les déformations de l'échantillon, en particulier sur la déformation volumique, nécessite la connaissance d'une loi de comportement du matériau.
- iv) cette loi de comportement permettrait également de décrire les hétérogénéités (en contrainte et en déformation) dues aux phénomènes observés, et donc de corriger leur influence sur les grandeurs mesurées.



## CHAPITRE III

### PRESENTATION DES ESSAIS EFFECTUES

*Dans ce chapitre, nous présentons les résultats des essais effectués sur les matériaux étudiés.*

*Nous présentons d'abord les essais à dominante isotrope (essais oedométriques et triaxiaux isotropes). Puis les essais de cisaillement sont abordés : essais triaxiaux de compression et d'extension sur matériaux moyens et denses, et essais triaxiaux à déformation axiale fixée.*

*Les caractéristiques à la rupture déterminées en compression triaxiale sont comparées aux résultats obtenus à la cellule de Jenike.*

### Chapitre III : Présentation des essais effectués



## 1. MATERIAUX ETUDIES

---

Les matériaux retenus pour cette étude ont une grande importance industrielle, et ont été choisis comme illustrant les principaux problèmes de coulabilité rencontrés avec les produits chimiques.

Pour cause de confidentialité, les noms des produits ne seront pas donnés dans ce rapport. Nous donnons simplement quelques renseignements qualitatifs qui nous seront utiles dans l'analyse du comportement des matériaux.

- le matériau minéral est de granulométrie très resserrée. Les grains sont de taille inférieure au micron, et de forme régulière. C'est un produit à haut point de fusion.
- le matériau organique possède une granulométrie étalée (de quelques dizaines à quelques centaines de  $\mu\text{m}$ ). Les grains, provenant de cristaux plus ou moins brisés, sont de forme irrégulière. Le produit organique concerné est assez soluble dans l'eau et sa température de fusion est relativement basse. Il est donc sensible aux conditions ambiantes de température et d'humidité [52,54,55].

L'ensemble des essais a été effectué sous conditions ambiantes contrôlées ( 22°C, 40 % HR (\*) ) pour tenir compte de cette sensibilité.

(\*) HR : Humidité Relative, par rapport à l'air saturé de vapeur d'eau à même température.



## 2. ESSAIS "ISOTROPES"

---

Les essais sur les poudres, ou sur les matériaux pulvérulents en général, peuvent être regroupés en deux grandes familles :

- les essais où les sollicitations sont à dominante sphérique ou volumique (pas ou peu de cisaillement),
- les essais où les sollicitations comportent une partie déviatorique ou de distorsion (cisaillements importants).

Les deux grands types d'essais appartenant à la première famille sont les essais oedométriques et triaxiaux isotropes, que nous rassemblons ici sous l'appellation "essais isotropes".

Ce paragraphe est donc divisé en deux parties. La première est consacrée aux essais oedométriques, et la deuxième aux essais triaxiaux isotropes.

### 2.1 Essais oedométriques

Il s'agit ici d'essais oedométriques à vitesse de déformation constante, qui permet une acquisition continue et automatisée des mesures [66].

Les essais sont effectués comme décrit au chapitre II § 2. On a procédé à deux cycles de décharge-recharge pour chaque matériau, afin de déterminer le comportement élastique et de vérifier le bon retour sur la courbe vierge lors de la recharge. Les résultats des essais sont représentés sur les figures III-1 et III-2 sous forme de courbes ( $e, \log \sigma_c$ ).

Qualitativement, on note une plus forte compressibilité, et une plus forte non-linéarité, pour le matériau minéral. Pour les deux matériaux, les courbes de décharge-recharge sont des droites à pente quasi-nulle, ce qui semble impliquer des déformations élastiques très faibles.

On peut penser que le frottement à la paroi de la cellule oedométrique au cours de la décharge empêche tout gonflement du matériau. Ainsi, les indices de gonflement déterminés d'après les essais oedométriques ne sont pas significatifs.

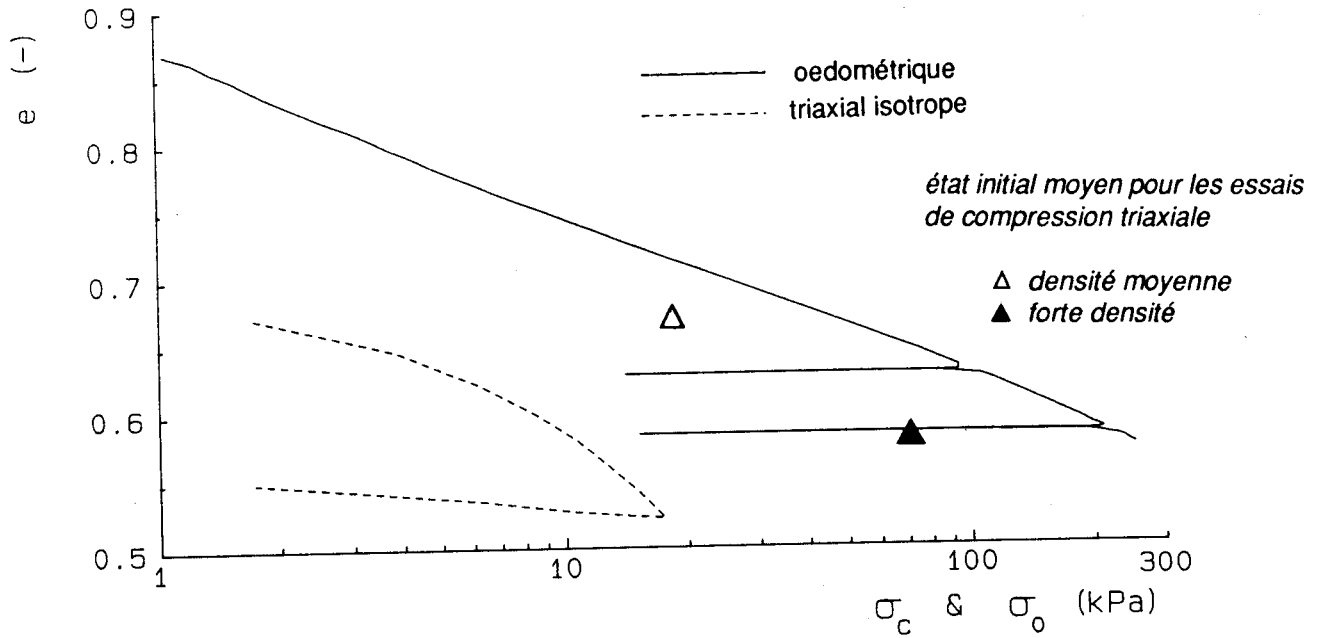


Figure III -1 :

Essais oedométrique et triaxial isotrope  
Matériau organique

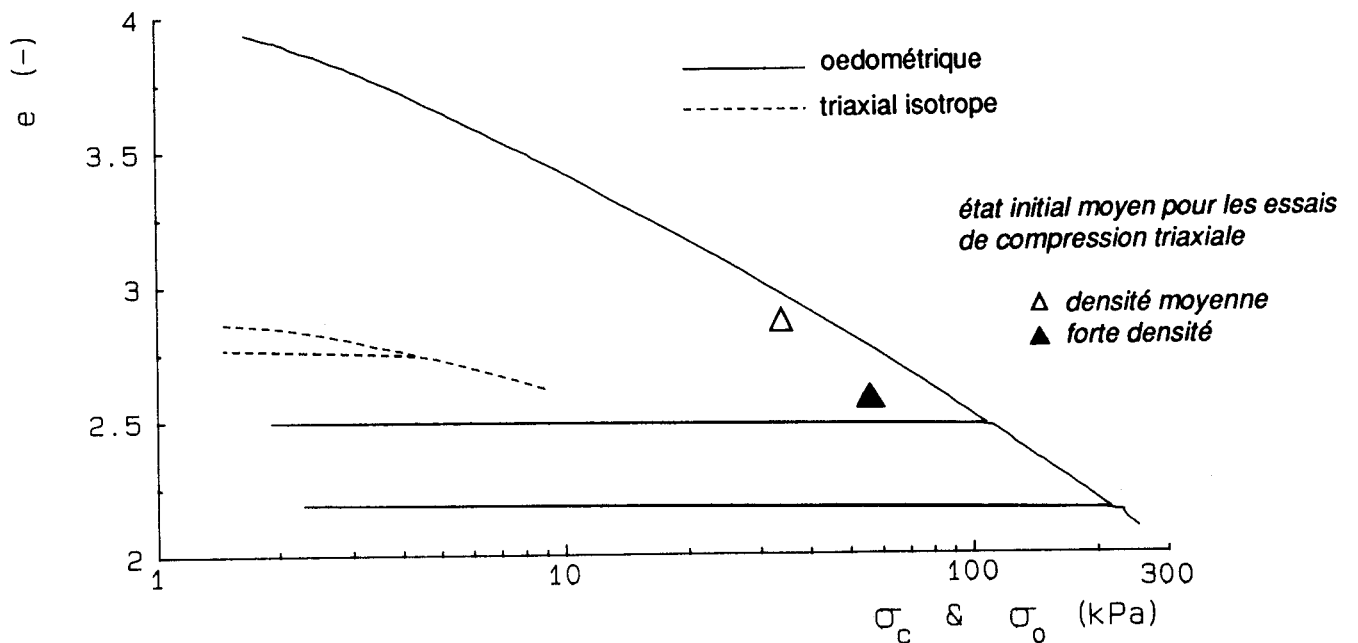


Figure III -2 :

Essais oedométrique et triaxial isotrope  
Matériau minéral

*Effet d'une "préconsolidation par couche" sur la densité dans l'échantillon*

Nous avons déjà signalé la similitude entre les essais oedométriques et la phase de compactage lors de la préparation des essais triaxiaux. On a reporté sur les figures III-1 et III-2, à titre de comparaison, les points représentatifs de l'état des échantillons à l'issue de la phase de préparation. Ces points devraient se situer sur la courbe de consolidation vierge. Or, on note qu'ils sont sensiblement en dessous de cette courbe. On retrouve l'idée avancée précédemment (cf. chapitre II § 3), selon laquelle un précompactage par couches lors du remplissage du moule, diminue le gradient de contrainte qui se développe dans celui-ci. En conséquence, pour une même contrainte axiale appliquée  $\sigma_A$ , une contrainte moyenne  $\bar{\sigma}_C$  plus proche de  $\sigma_A$  (donc plus élevée) est atteinte, d'où une densité moyenne plus forte.

*Quantification des compressibilités et gonflements des matériaux*

On prendra comme coefficient de compressibilité l'opposé de la pente de la courbe ( $e, \log \sigma_c$ ). De même, on définira l'indice de gonflement  $C_s$  comme étant l'opposé de la pente de cette courbe en décharge.

Dans le cas du matériau minéral (figure III-2), on peut remarquer une non-linéarité importante dans l'intervalle de contrainte étudié. Ce type de comportement est observable, en général, pour les fortes contraintes, quand le mécanisme de densification met en jeu des ruptures au niveau des joints de grains [72].

Le fait qu'on puisse le trouver à de faibles niveaux de contrainte pour ce matériau peut s'expliquer par le fait que la faible taille de ses grains provoque l'agglomération de ceux-ci en particules de quelques microns. Ces particules, dont la cohérence est due à des forces de type Van der Waals, peuvent se désagréger lors du compactage [96].

Le coefficient de compressibilité de ce matériau sera défini par une pente moyenne dans l'intervalle 2-100 kPa.

Les valeurs des coefficients  $C_c$  et  $C_s$ , déterminées d'après les essais oedométriques, sont rassemblées dans le tableau III-1. Ce tableau contient également les pentes des droites reliant les valeurs moyennes des états initiaux pour les essais triaxiaux, qu'on a notées  $C_t$ .

	Organique	Minéral
$C_c$	0.119	0.893
$C_s$	5.4 e - 04	7.3 e - 03
$C_t$	0.175	1.052

**Tableau III-1**

Outre les faibles valeurs des coefficients de gonflement, ainsi que la plus grande compressibilité du matériau minéral par rapport à celle du matériau organique, on note que les coefficients  $C_t$  sont supérieurs aux coefficients  $C_c$ , ce que ne permet pas de prendre en compte le modèle simplifié de répartition de la densité dans l'échantillon, mentionné au chapitre III § 3.

## 2.2 Essai triaxiaux isotropes

Ces essais consistent, après préparation de l'échantillon comme pour les essais triaxiaux, à augmenter la pression de confinement et à enregistrer les variations de volume correspondantes. En cours d'essai, on doit effectuer la correction de hauteur d'eau relative à la dénivellation introduite par l'appareil de mesure des variations de volume (voir chapitre II §.2.3).

S'agissant de déterminer la courbe de consolidation vierge des matériaux étudiés, des échantillons lâches ont été préparés. On a donc enregistré des variations de volume importantes, et les pressions de confinement maximales appliquées ont été limitées par la capacité de l'appareil de mesure des variations de volume.

Un seul cycle de charge-décharge a été effectué pour chaque essai.

### *Représentation graphique des résultats*

On a également représenté les résultats de ces essais sur les figures III-1 et III-2 (p. 68). On trouve globalement un caractère non-linéaire des courbes plus accentué que lors des essais oedométriques, surtout pour le matériau organique. On note également une pente plus importante pour les courbes de gonflement. Toutefois, notre matériel expérimental est mal adapté à des essais à pression variable.

*Quantification des coefficients de compression et gonflement isotropes.*

Comme précédemment nous définirons les coefficients de compression et de gonflement comme étant les opposés des pentes des courbes  $(e, \log \sigma_0)$  correspondantes.

Nous les noterons respectivement  $b$  et  $\chi$ . Les courbes de compression n'étant pas linéaires, nous prenons les coefficients sécants sur l'intervalle 2-10 kPa. Les valeurs de ces coefficients déterminées d'après les courbes expérimentales sont reportées dans le tableau III.2.

	Organique	Minéral
$b$	0.112	0.376
$\chi$	0.0281	0.0672

**Tableau III-2**





---

## 3. ESSAIS DE CISAILLEMENT

---

Dans ce paragraphe, nous allons présenter les résultats du deuxième type d'essais effectués, à savoir les essais de cisaillement (qui font intervenir des sollicitations comportant une partie déviatorique ou de distorsion prépondérante).

Il s'agit principalement d'essais triaxiaux (cisaillement indirect) effectués à l'aide de la cellule décrite précédemment. Trois types de chemins de sollicitation ont été testés : compression triaxiale, extension triaxiale et essais triaxiaux à déformation axiale constante.

Pour les essais triaxiaux en compression, on examinera l'effet de la pression de confinement et de la densité initiale sur la réponse de l'échantillon, puis on déterminera les enveloppes des cercles de Mohr à la rupture et à l'état limite. Nous avons également effectué des essais à la cellule de Jenike [52,54](cisaillement direct), que nous ne présenterons pas en détail, mais dont nous comparerons les principaux résultats à ceux obtenus avec la cellule triaxiale.

Les résultats des essais en extension seront donnés pour trois pressions de confinement, pour des échantillons denses uniquement. On tracera également l'enveloppe des cercles de Mohr à la rupture.

Enfin, un essai à déformation axiale constante sera présenté pour chaque matériau étudié.

### 3.1. Essais triaxiaux en compression

#### 3.1.1. Chemin de sollicitation effectué

Les sollicitations subies par l'échantillon au cours d'un essai triaxial comportent quatre étapes (figure III-3).

Les deux premières étapes concernent la préparation de l'échantillon, par compactage suivant un chemin de type oedométrique suivi d'une décharge. A l'issue de cette préparation, l'échantillon a atteint un indice des vides  $e_0$ . La troisième étape consiste en l'application d'une pression de confinement à l'échantillon jusqu'à la valeur  $\sigma_0$  souhaitée.

La quatrième étape constitue l'essai triaxial proprement dit. On applique la charge déviatorique sur l'échantillon jusqu'à la rupture.

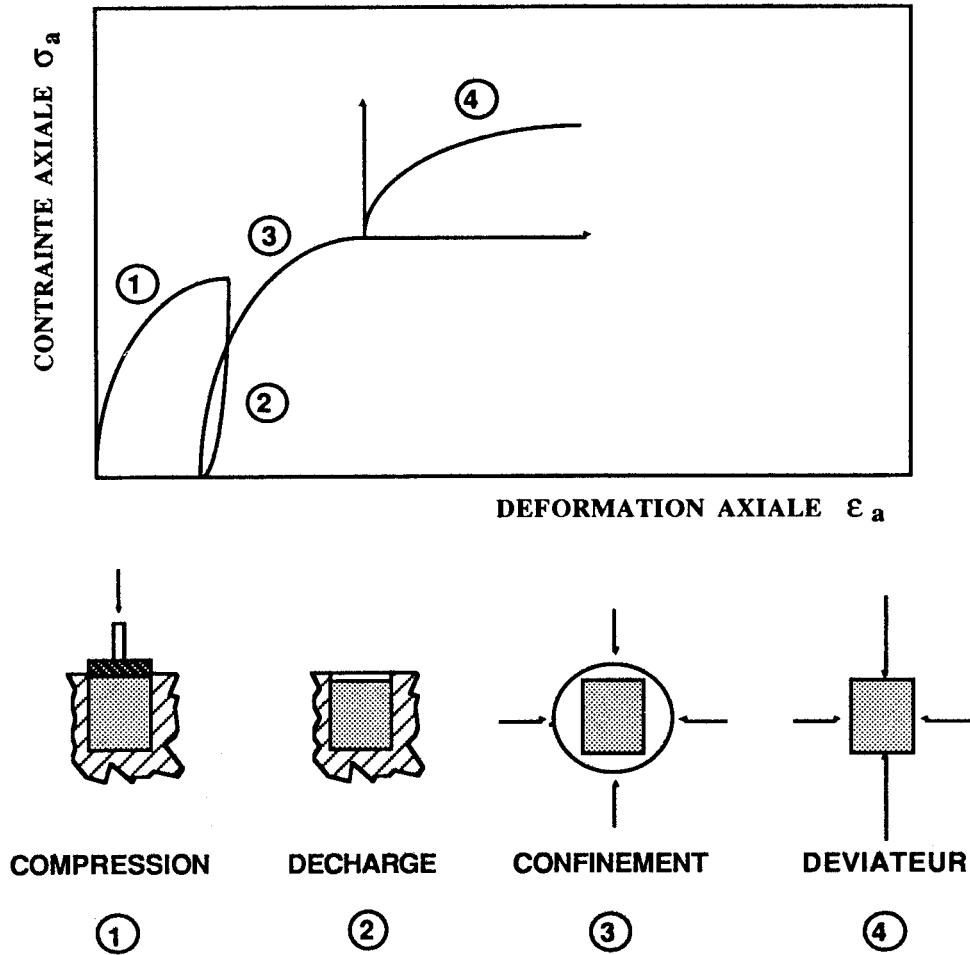


Figure III-3

### 3.1.2 Résultats obtenus

Ces résultats sont donnés sous la forme de deux courbes pour chaque essai :

- i) déviateur rapporté à la pression de confinement, en fonction de la déformation axiale
- ii) déformation volumique en fonction de la déformation axiale.

Nous avons effectué une série d'essais pour différentes valeurs de la pression de confinement et pour deux valeurs de la densité initiale, pour chaque matériau étudié.

On trouvera en annexe D l'ensemble des courbes obtenues. Nous présentons dans ce paragraphe les principaux résultats.

### 3.1.2.1 Effet de la pression de confinement

Sur les figures III-4 et III-5, on a porté les courbes obtenues lors d'essais sur des échantillons de densité moyenne pour les deux matériaux étudiés, et ceci pour quatre valeurs de la pression de confinement.

#### *Courbes contrainte-déformation*

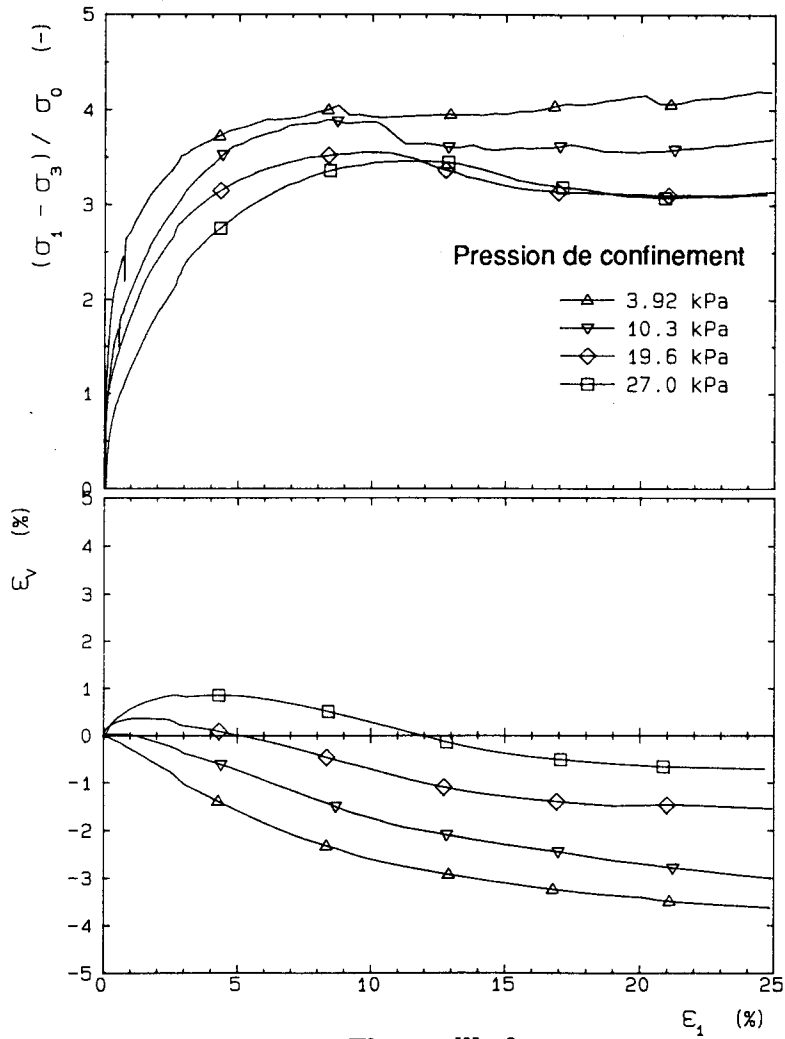
On note que le déviateur augmente rapidement en début d'essai pour atteindre un pallier à de fortes déformations axiales (25 %), précédé éventuellement par un pic. Pour le matériau minéral, le pic de contrainte, net pour de faibles confinements, tend à disparaître quand le confinement augmente. Pour de fortes valeurs de  $\sigma_0$ , aucun pallier n'est observé. On retrouve donc le comportement généralement observé pour les sols. Bien qu'il y ait augmentation du déviateur à la rupture avec  $\sigma_0$ , on observe une *diminution* progressive de l'amplitude des courbes quand  $\sigma_0$  augmente. Ceci indique que les angles de frottement au pic et à l'état "limite" diminuent quand la pression de confinement augmente.

Ce type de comportement a déjà été observé sur les sables. Certains auteurs comme Mohkam [72] expliquent ce phénomène par le fait que sous l'effet de l'augmentation de la pression de confinement les aspérités des grains se brisent, diminuant l'imbrication de ceux-ci, ce qui entraîne une diminution de l'angle de frottement.

On peut s'étonner dans notre cas que des pressions si peu élevées (quelques dizaines de kPa) aient un effet si prononcé. Il nous semble que ce phénomène s'explique différemment pour chacun des matériaux étudiés :

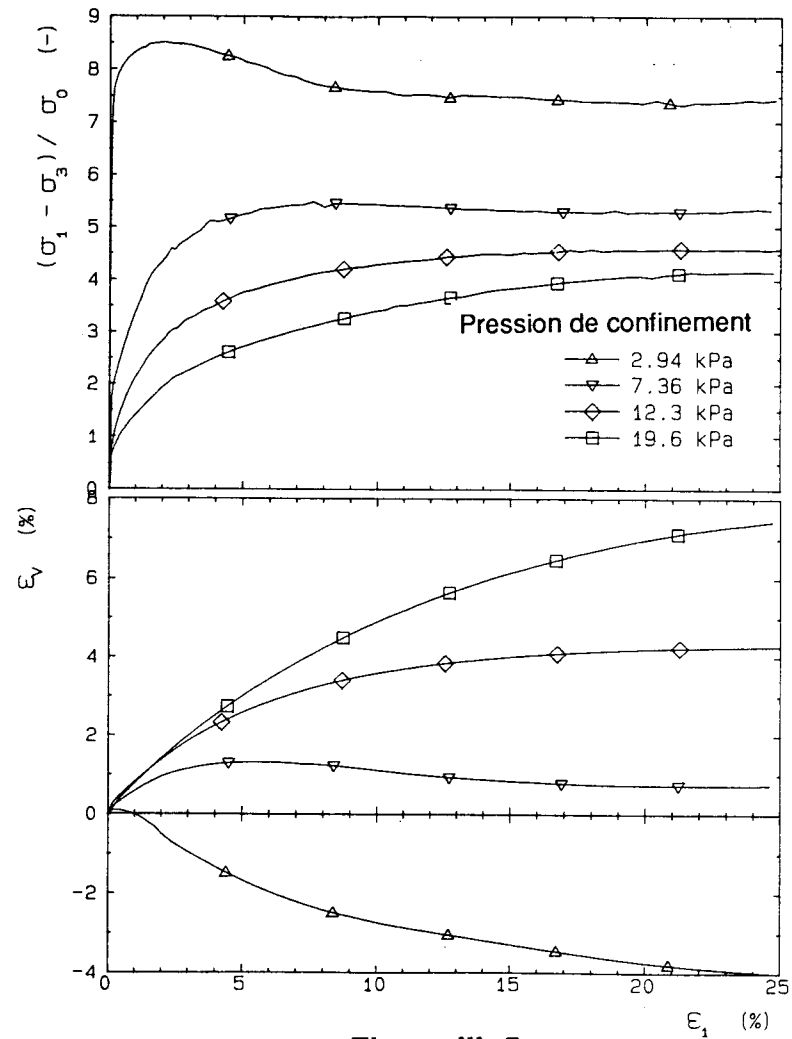
i) matériau organique : les particules sont des cristaux ou des fragments de cristaux. Un examen microscopique révèle la présence de nombreuses "fines", aciculaires, qui se brisent aisément sous l'effet d'une plus forte pression de confinement.

ii) matériau minéral : les particules sont sphériques, et d'une dureté élevée. Cependant, comme nous l'avons déjà mentionné (cf § 2.1), ces particules sont agglomérées sous l'effet de forces de type Van der Waals, sous forme d'agrégats qui peuvent s'effriter sous l'effet de la pression de confinement. Ce mécanisme de "désagrégation" expliquerait l'ampleur relativement importante du phénomène d'affaissement des courbes  $q/\sigma_0$  quand  $\sigma_0$  augmente.



**Figure III -4 :**

Essais de compression triaxiale  
Effet de la pression de confinement  
Matériau organique  
Densité moyenne



**Figure III -5 :**

Essais de compression triaxiale  
Effet de la pression de confinement  
Matériau minéral  
Densité moyenne

On remarquera enfin, pour les deux matériaux, que les courbes tendent à se resserrer quand  $\sigma_0$  croît. En particulier, on notera que les palliers obtenus pour de fortes déformations axiales sont plus rapprochés pour des valeurs élevées de la pression de confinement (voir la figure III-4 par exemple).

#### *Courbes de déformation volumique*

Leur allure générale montre une phase initiale de contractance, suivie d'une phase de dilatance. L'importance relative de ces deux phases dépend fortement de la pression de confinement. La phase de contractance augmente avec celle-ci : pour de faibles valeurs de  $\sigma_0$  les échantillons sont presque entièrement dilatants.

On note, dans le cas du matériau organique, l'apparition d'une véritable phase de contractance quand la pression de confinement dépasse le seuil de la contrainte de préconsolidation  $\sigma_c$  : les échantillons surconsolidés sont donc entièrement dilatants.

Dans le cas du matériau minéral, on notera par contre que malgré une surconsolidation des échantillons, la phase de dilatance disparaît quand  $\sigma_0$  augmente, et les échantillons deviennent entièrement contractants. Ce comportement globalement plus contractant est à rapprocher de la plus forte compressibilité de ce matériau par rapport au matériau organique, comme nous l'avons constaté avec les essais oedométriques (cf § 2.1).

Enfin, on notera que les courbes de déformation volumique tendent en général vers un pallier pour les fortes déformations, ce qui accrédite l'hypothèse de l'existence, pour les poudres étudiées, d'une densité critique, valeur limite atteinte pour de très fortes déformations de l'échantillon.

#### **3.1.2.2 Effet de la densité initiale**

Les figures III-6 et III-7 donnent les courbes obtenues pour des échantillons moyens et denses, avec les matériaux étudiés, et ceci pour deux valeurs de la pression de confinement.

#### *Courbes contrainte-déformation*

On constate globalement une augmentation de la résistance à la rupture, ainsi que de l'angle de frottement, avec la densité initiale des échantillons.

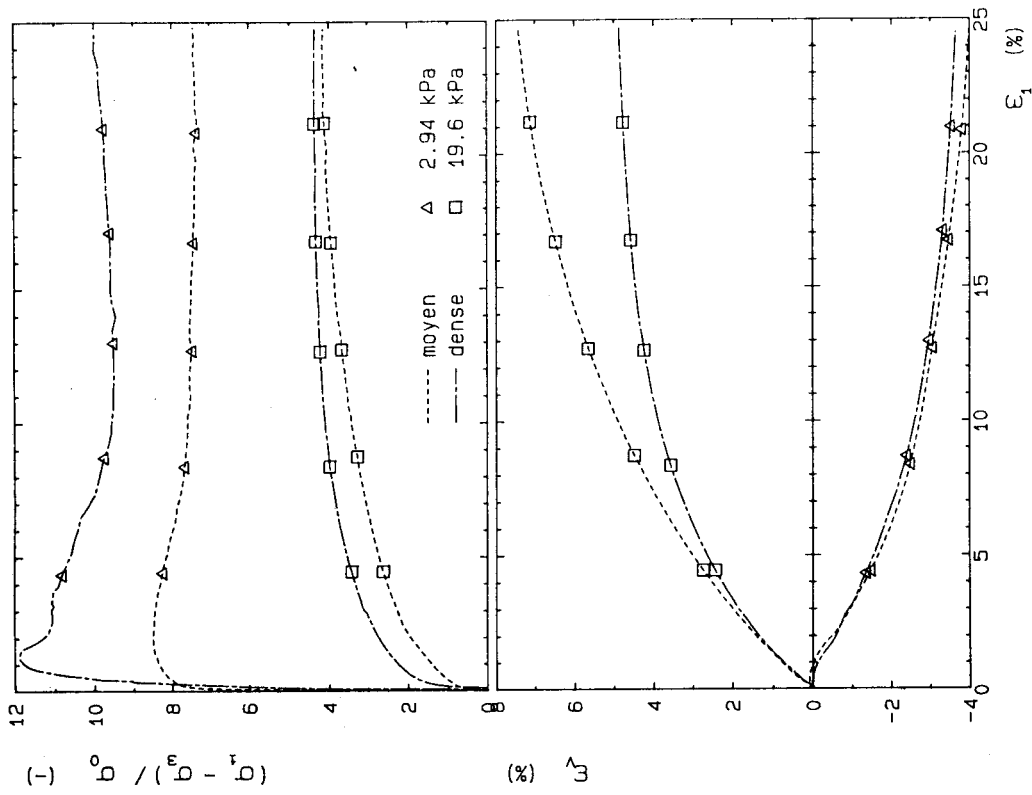


Figure III -7 :

Essais de compression triaxiale  
Effet de la densité  
Matériau minéral

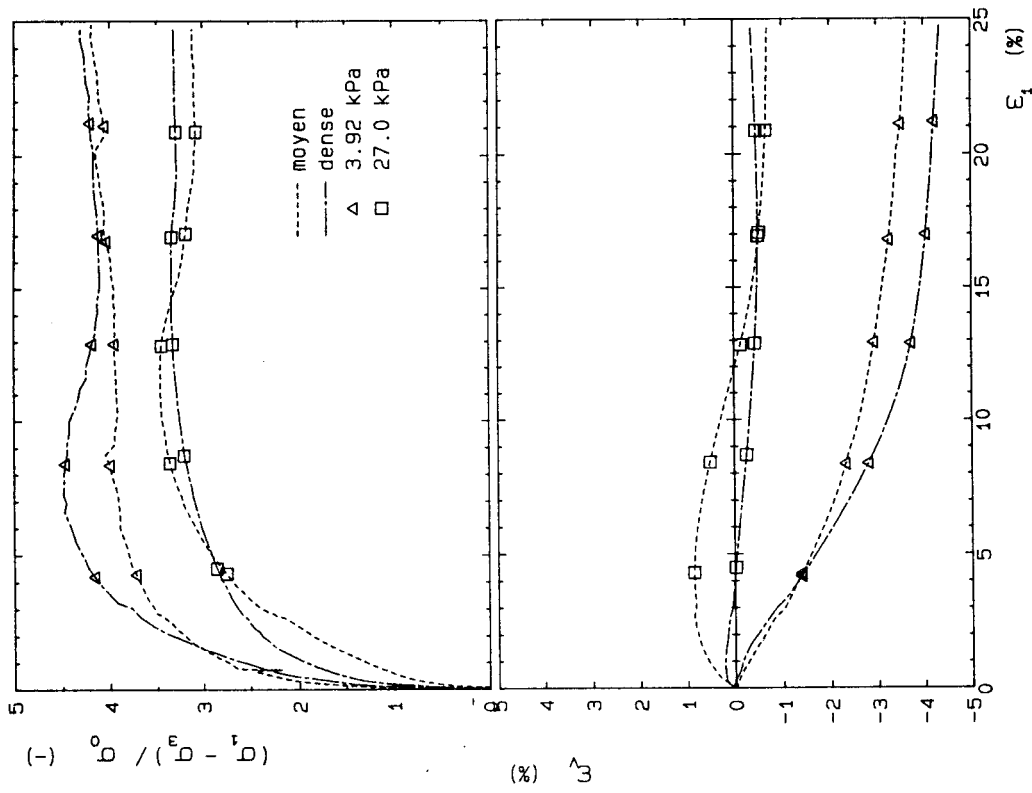


Figure III -6 :

Essais de compression triaxiale  
Effet de la densité  
Matériau organique

On note aussi que le pic de contrainte, observé pour les faibles confinements, est accentué pour les échantillons denses. Ces résultats sont conformes à ceux observés habituellement sur les sables [72].

On notera que, sauf pour de très faibles confinements (cf figure III-7), les courbes tendent vers un même palier pour une pression de confinement donnée.

#### *Courbes de déformation volumique*

Pour les échantillons denses, on note généralement un comportement plus dilatant que pour les échantillons de densité moyenne. Ceci est similaire à ce qu'on peut observer sur les sables [72].

### **3.1.2.3 Enveloppes des cercles de Mohr au pic et à l'état limite**

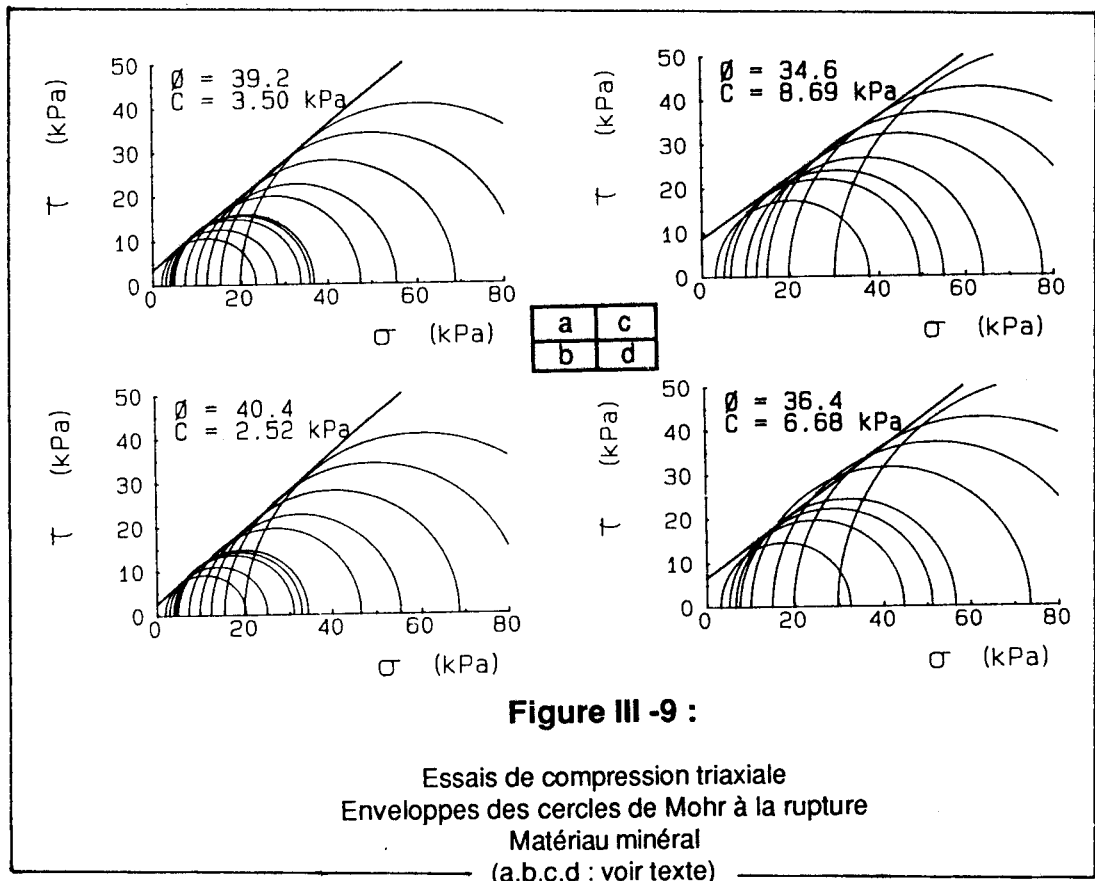
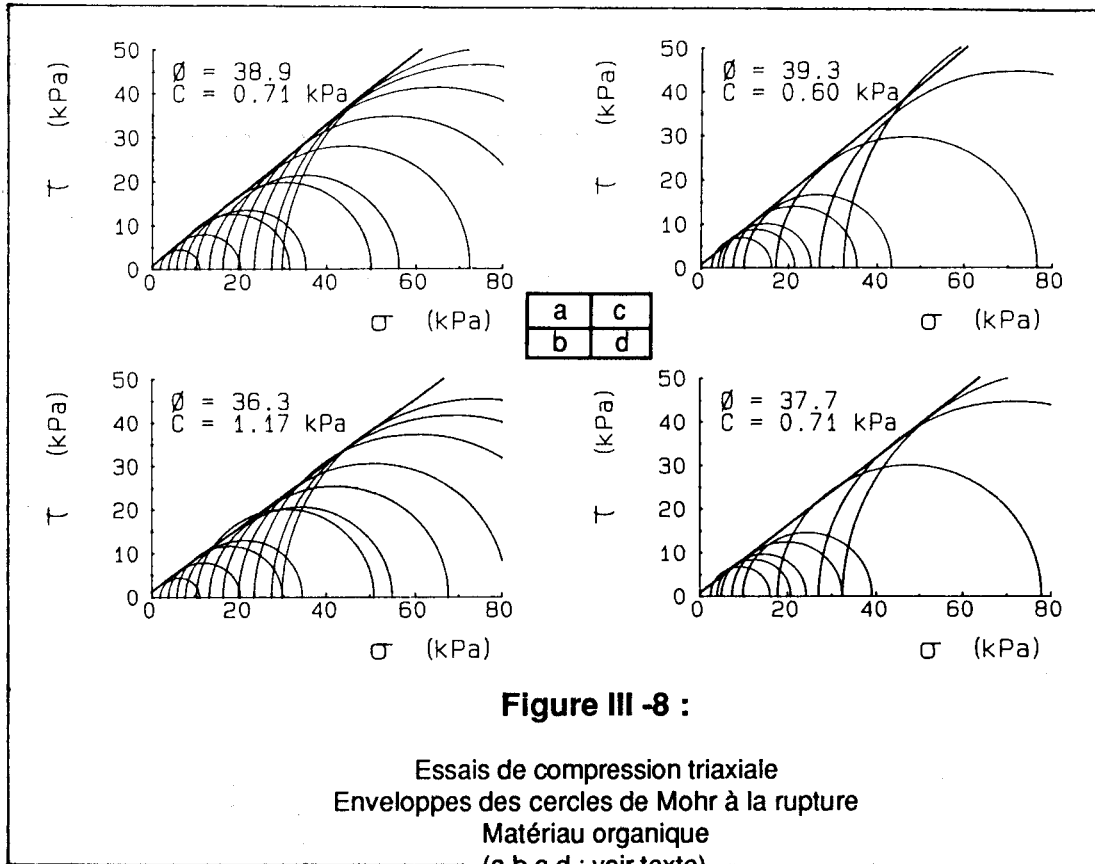
Dans le paragraphe précédent, nous avons vu l'évolution de  $q / \sigma_0$ , lié à l'angle de frottement du matériau, avec la pression de confinement et la densité initiale. On peut visualiser mieux cette évolution en traçant les enveloppes des cercles de Mohr, obtenus au pic et pour 25 % de déformation axiale ("état limite").

Les figures III-8 et III-9 donnent ces enveloppes dans le plan  $(\tau, \sigma)$ . La pente de ces enveloppes donne une mesure directe de l'angle de frottement.

On peut constater d'après ces courbes des différences notables dans le comportement des deux matériaux.

Pour le matériau organique, l'angle de frottement au pic (figure III-8a) est sensiblement supérieur à celui trouvé à l'état limite (figure III-8b). On note que l'enveloppe des cercles de Mohr est pratiquement linéaire. Nous avons représenté les enveloppes au pic (figure III-8c) et à l'état limite (figure III-8d) pour les échantillons denses. On constate que l'angle de frottement augmente avec la densité du matériau. L'augmentation est plus sensible sur l'angle de frottement à l'état limite.

Pour le matériau minéral (figure III-9), on remarque que l'angle de frottement au pic est légèrement plus faible que celui à l'état limite. Par ailleurs, cet angle de frottement est plus faible pour les échantillons denses que pour les échantillons moyens. Enfin, l'écart entre la courbe-enveloppe au pic et à l'état limite augmente avec la densité initiale du matériau. On note la non-linéarité de ces courbes pour les échantillons moyens et denses.





On constate également une cohésion notable, particulièrement pour les échantillons surconsolidés (3.5 kPa pour les échantillons moyens et 8.7 kPa pour les échantillons denses).

Il faut signaler ici que l'origine de la cohésion pour les matériaux granulaires non-saturés peut être attribuée à la présence d'eau, formant des ménisques entre les grains. La pression à l'intérieur de ces ménisques étant négative (suscion), une pression additionnelle est appliquée aux grains, ce qui résulte en une cohésion apparente. La cohésion est ainsi directement liée à l'hygrométrie de l'échantillon, qu'il est donc important de pouvoir contrôler.

Des valeurs caractéristiques des angles de frottement sont rassemblées dans le tableau III-3. Pour les enveloppes non linéaires, on donne des valeurs moyennes.

	matériau organique		matériau minéral	
	moyen	dense	moyen	dense
$\phi_{pic}$	38.9	39.3	39.2	34.6
$\phi_{limite}$	36.3	37.7	40.4	36.4

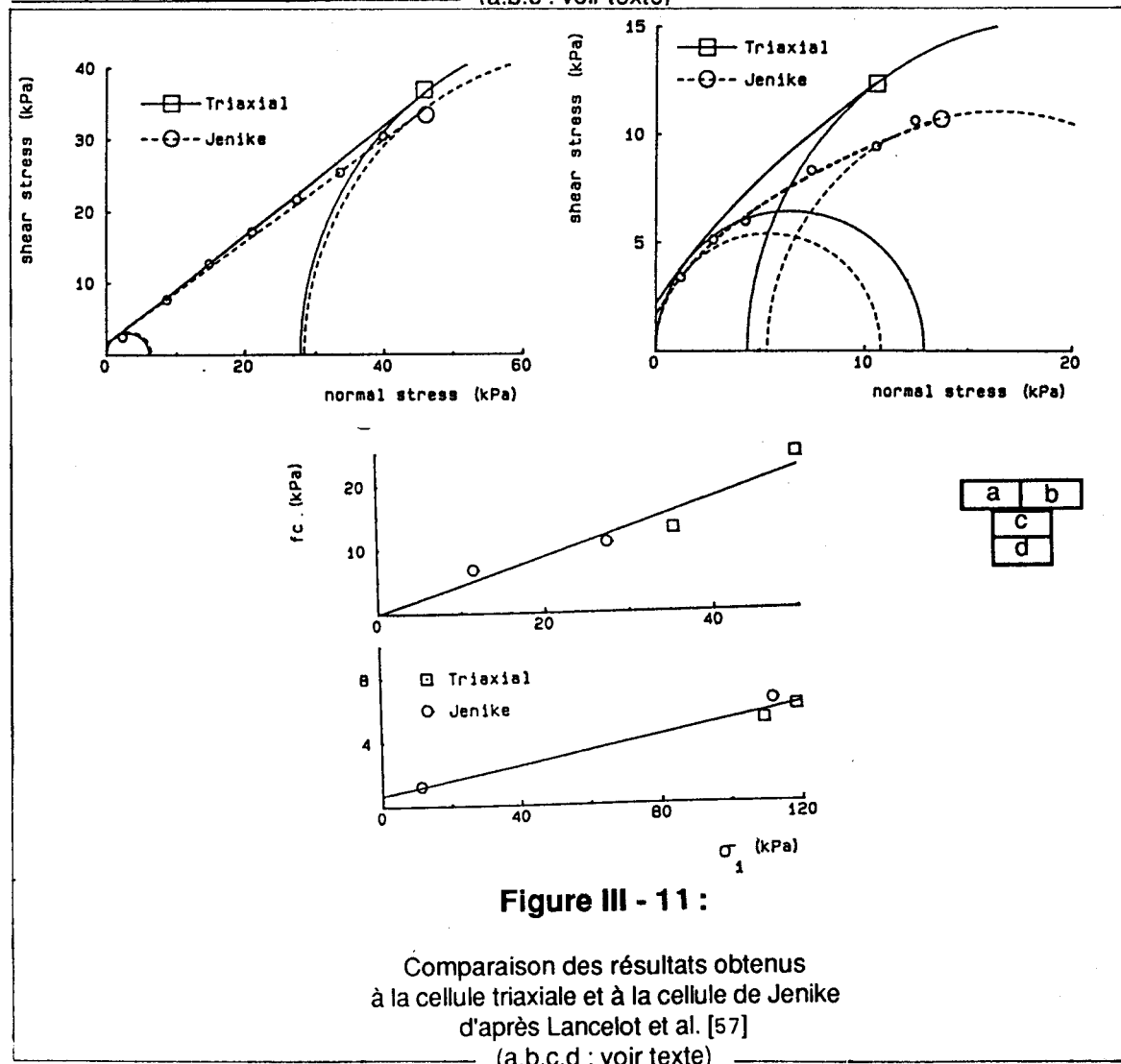
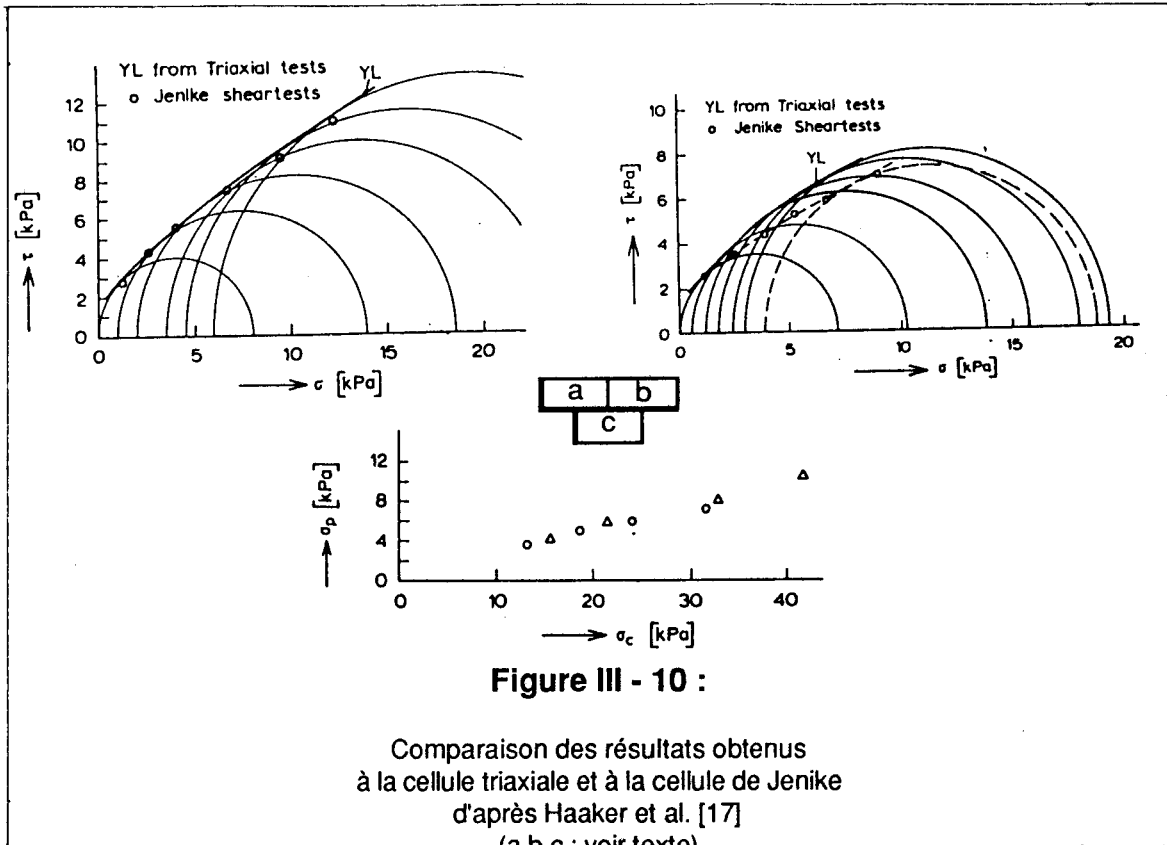
**Tableau III-3**

### 3.1.3 Comparaison avec les résultats obtenus à la cellule de Jenike

Les résultats obtenus à la cellule triaxiale, présentés dans les paragraphes précédents, donnent des indications sur le comportement des matériaux en contrainte-déformation. Ils peuvent être utilisés pour obtenir des renseignements sur la résistance au cisaillement des matériaux, en traçant les enveloppes des cercles de Mohr au pic ou à l'état limite. Ces résultats peuvent alors servir à déterminer les propriétés d'écoulement des poudres dans le cadre de la théorie de Jenike [57] (Annexe B).

Haaker et al [25] ont publié des résultats obtenus avec une cellule triaxiale, d'une part, et une cellule de Jenike, d'autre part, pour la bentonite (figure III-10a) et l'oxyde de calcium CaO (figure III-10b). Il peut y avoir un écart important entre les courbes de rupture déterminées par les deux méthodes (particulièrement pour CaO). Pourtant, les deux fonctions d'écoulement, qui caractérisent la coulabilité, coïncident très bien, pour les deux matériaux (voir figure III-10c pour la bentonite).

Pour les deux matériaux étudiés ici, on obtient les enveloppes présentées sur la figure III-11. On a également représenté les courbes obtenues à la cellule de Jenike pour des échantillons de même densité initiale. Les conditions initiales pour les essais sont données dans le tableau III-4.



On note que la contrainte de compactage nécessaire pour atteindre une densité donnée est plus importante dans le cas de la cellule de Jenike.

	Matériau organique		Matériau minéral	
	$e_0$	$\sigma_c$	$e_0$	$\sigma_c$
triaxial	0.58	66.4 kPa	2.79	35.5 kPa
Jenike	0.56	96.1 kPa	2.83	64.8 kPa

Tableau III-4

Pour le matériau organique, comme il a été évoqué au § 3.1.2.3, l'enveloppe des cercles de Mohr au pic de contrainte est linéaire pour les échantillons à  $e_0 = 0.56$  (denses).

Les données obtenues à la cellule de Jenike sont également bien approximées par une droite. L'écart entre les droites obtenues par les deux techniques est modeste. Nul aux faibles contraintes, (les cohésions sont identiques), cet écart est maximal au point critique. Les angles de frottement mesurés sont de  $39.3^\circ$  et  $35.7^\circ$  pour le triaxial et la cellule de Jenike respectivement.

Pour le matériau minéral, la différence est nette entre les deux courbes. Là encore, les cohésions sont identiques, mais l'écart entre les courbes croît rapidement, jusqu'à devenir très important au point critique. Une courbure plus importante est obtenue à la cellule de Jenike.

La figure III-11 commentée ci-dessus fait apparaître les cercles définissant les paramètres  $f_c$  et  $\Sigma_1$  de la fonction d'écoulement (cf. Annexe B). On a porté sur les figures III-11c et III-11d les points  $(\Sigma_1, f_c)$  correspondant à deux essais triaxiaux et deux essais à la cellule de Jenike, pour les deux matériaux.

On notera que la cellule triaxiale utilisée par Haaker et al était spécialement conçue pour reproduire la procédure expérimentale de la cellule de Jenike, notamment en ce qui concerne la préparation de l'échantillon (consolidation par "twists" et précisaillement, cf annexe B).

La phase de préparation de l'échantillon dans nos essais triaxiaux, par contre, ne comporte ni *twists*, ni précisaillement. Bien que plus de données soient nécessaires pour affiner la conclusion, il semblerait avec les résultats disponibles qu'aucune différence notable ne soit imputable à l'appareillage utilisé, ni à la technique de préparation de l'échantillon, dans la détermination de la fonction d'écoulement [57]. Harder et Schwedes [28] arrivent également à cette conclusion en utilisant un appareillage véritablement biaxial, où différents modes de consolidation de l'échantillon sont possibles, et en comparant les résultats obtenus à l'aide de cet appareillage, à ceux obtenus avec une cellule de Jenike.

### 3.2 Essais triaxiaux en extension

#### 3.2.1 Chemin de sollicitation

Les essais triaxiaux en compression présentés dans les paragraphes précédents sont nécessaires à la détermination des propriétés mécaniques des matériaux.

Cependant, il y a des situations où les phénomènes intervenant sont plus proches des chemins triaxiaux en extension. A la vidange d'un silo, par exemple, la zone de produit s'écoulant au voisinage de la sortie à l'ouverture de la trappe subit une diminution de la contrainte suivant l'axe du silo, alors que la contrainte latérale imposée par les parois joue le rôle d'une contrainte de confinement.

Ainsi, des essais triaxiaux en extension sont nécessaires si on prétend modéliser le comportement des matériaux dans ce type de situation.

Dans un essai triaxial en extension, les phases de préparation sont identiques à celles suivies pour un essai en compression. Seule l'application du déviateur change : on tire sur l'échantillon au lieu de l'écraser (figure III-12).

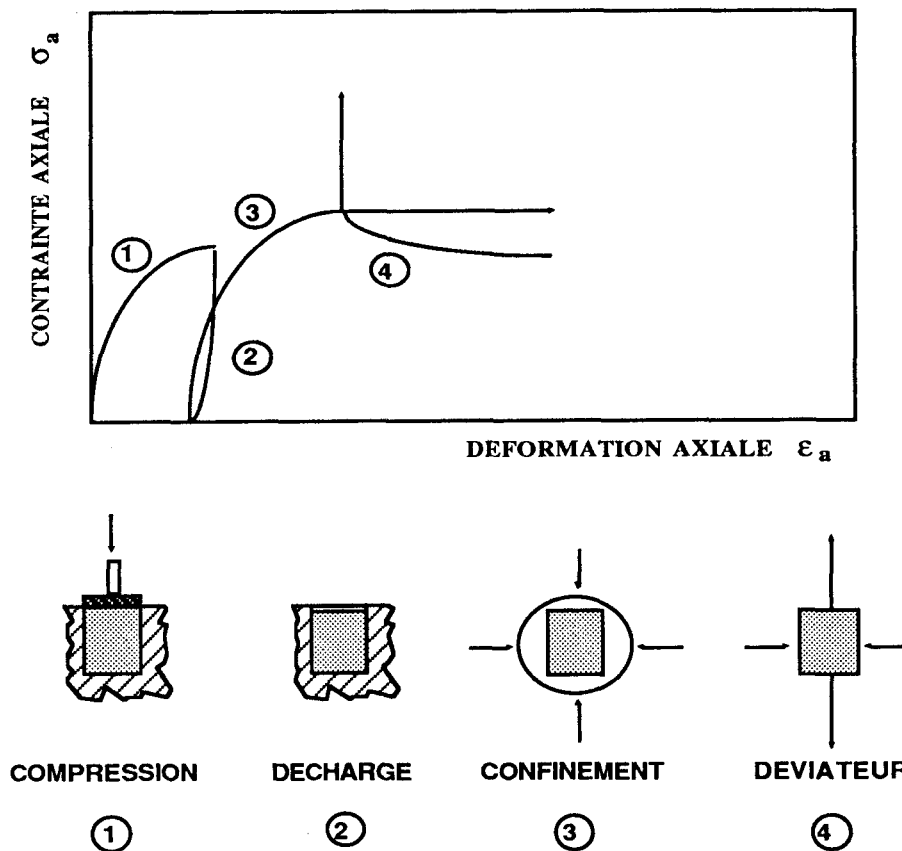


Figure III-12

### 3.2.2 Résultats obtenus

Ils sont présentés sous la même forme que pour les essais en compression.

Pour chaque matériau, on a fait des essais sur des échantillons denses, pour trois valeurs de la pression de confinement ( $\sigma_0 = 9.81 \text{ kPa}$ ,  $19.6 \text{ kPa}$  et  $29.4 \text{ kPa}$ ). Vu le faible nombre d'essais effectués, l'incertitude sur les résultats sera importante (voir chapitre II §3), et l'interprétation des essais plus sujette à caution que pour les essais triaxiaux en compression.

#### 3.2.2.1 Effet de la pression de confinement.

Les courbes obtenues sont présentées sur les figures III-13 et III-14.

##### *Courbes contrainte-déformation :*

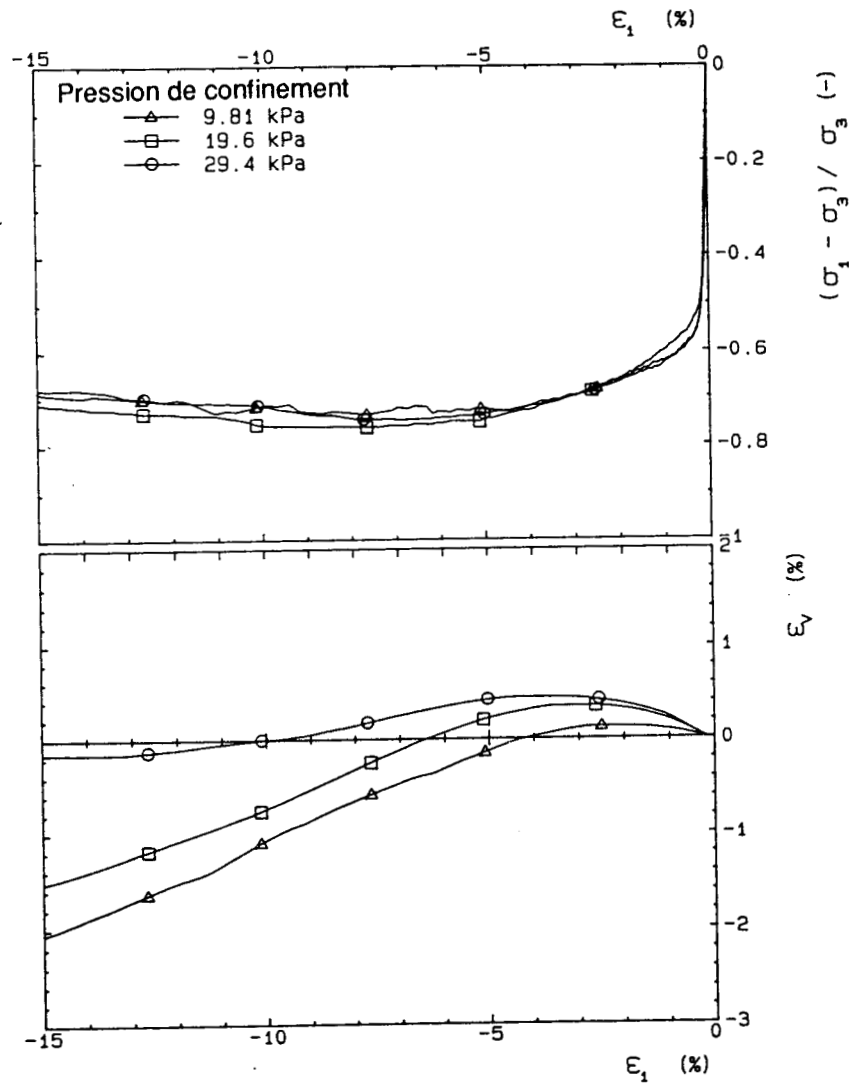
On note une forme des courbes similaire à celle des courbes en compression triaxiale. On peut parfois remarquer la présence d'un maximum (en valeur absolue), mais on n'a pas à proprement parler de pic de contrainte.

On notera que la déformation axiale maximale imposée aux échantillons est plus faible (10 à 15 %). Pour de fortes déformations, on voit en effet apparaître le phénomène de striction. Dans le tiers médian de l'échantillon en général, on voit se développer un resserrement de la section, plus ou moins localisé suivant la nature du matériau (pour le matériau minéral dense, on a presque un plan de rupture), et la densité initiale de l'échantillon (les échantillons denses présentent une striction plus nette).

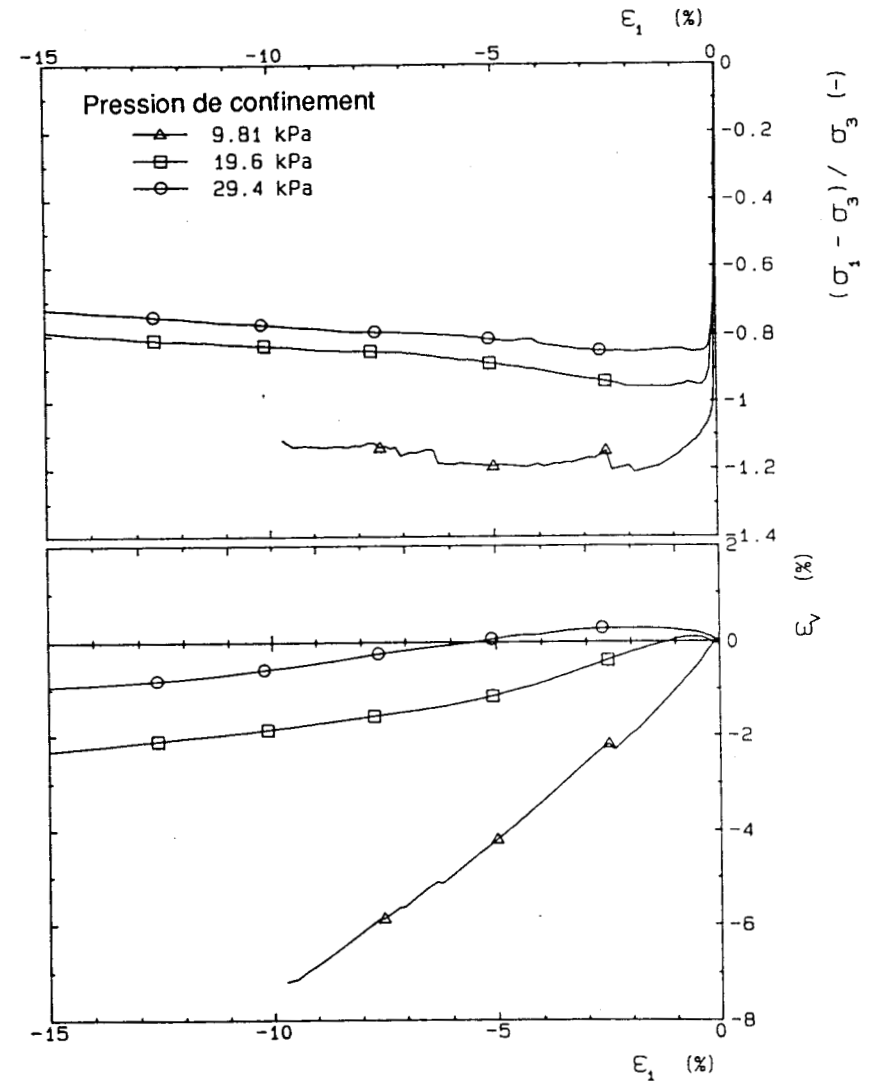
Ce phénomène de striction est dû au frottement, déjà observé en compression. Il est, semble-t-il, plus systématique en extension qu'en compression, et à notre connaissance, plus difficile à éviter dans ce cas.

De plus, si le déviateur à la rupture en extension augmente avec la pression de confinement, l'amplitude des courbes réduites contrainte - déformation est peu affectée par la variation de  $\sigma_0$ .

En particulier ces courbes sont pratiquement confondues dans le cas du matériau organique dense (figures III-13 et III-15).



**Figure III - 13 :**  
 Essais d'extension triaxiale  
 Effet de la pression de confinement  
 Matériau organique  
 Echantillons denses



**Figure III - 14 :**  
 Essais d'extension triaxiale  
 Effet de la pression de confinement  
 Matériau minéral  
 Echantillons denses

*Courbes de déformation volumique*

L'aspect général de ces courbes présente une phase initiale de contractance, réduite pour les faibles valeurs de  $\sigma_0$ , suivie par une phase de dilatance qui est d'autant plus forte que la pression de confinement est plus faible.

La comparaison de ces résultats à ceux obtenus en compression (figures III-15 et III-16) permet de faire les constatations suivantes :

- i) en compression, nous avons vu que le matériau organique était globalement plus dilatant que le matériau minéral. C'est l'inverse en extension, où la phase de contractance est prononcée pour le matériau organique, même pour les faibles pressions de confinement. Pour le matériau minéral, en contrepartie, on note en extension une dilatance prononcée, surtout pour  $\sigma_0$  faible.
- ii) il existe une discontinuité du taux de déformation volumique à l'origine, c'est-à-dire au passage compression-extension. Cette discontinuité est parfaitement visible sur les figures III-15 et III-16 où l'on a porté les courbes d'extension et de compressions sous même densité initiale et même pression de confinement .
- iii) enfin, on n'observe pas de stabilisation de la déformation volumique dans la gamme des déformations axiales atteintes.

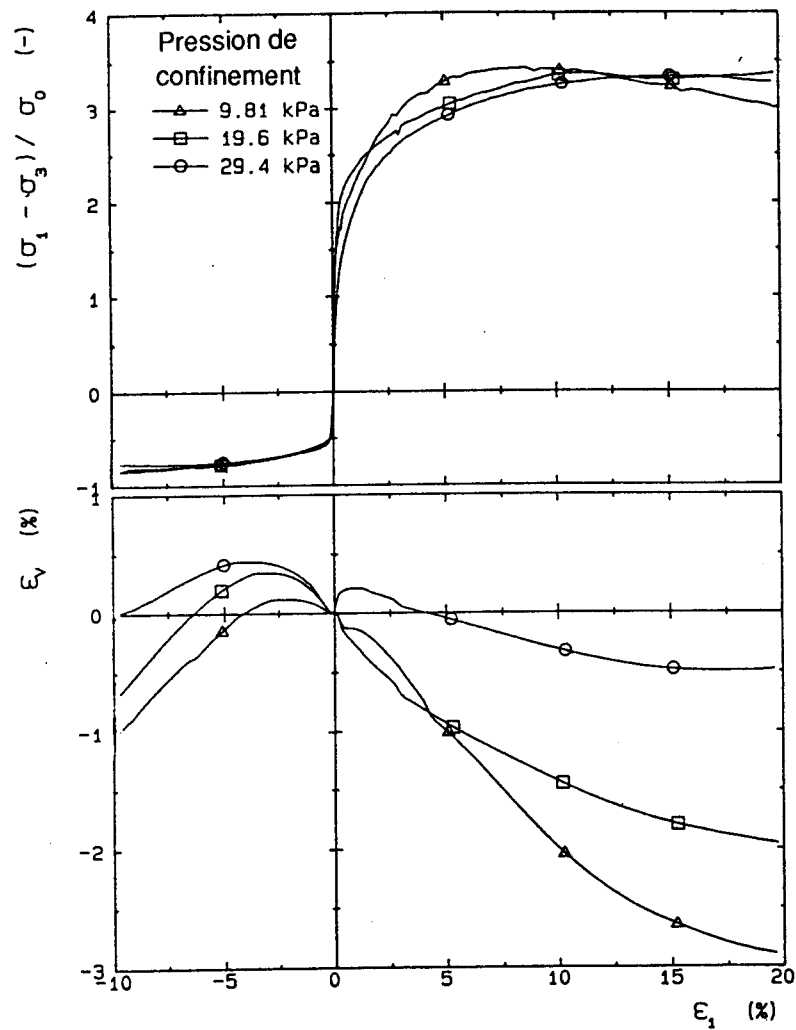
**3.2.2.2 Enveloppes des cercles de Mohr à la rupture.**

On a tracé sur les figures III-17 et III-18 les enveloppes des cercles de Mohr au maximum et à l'état "limite".

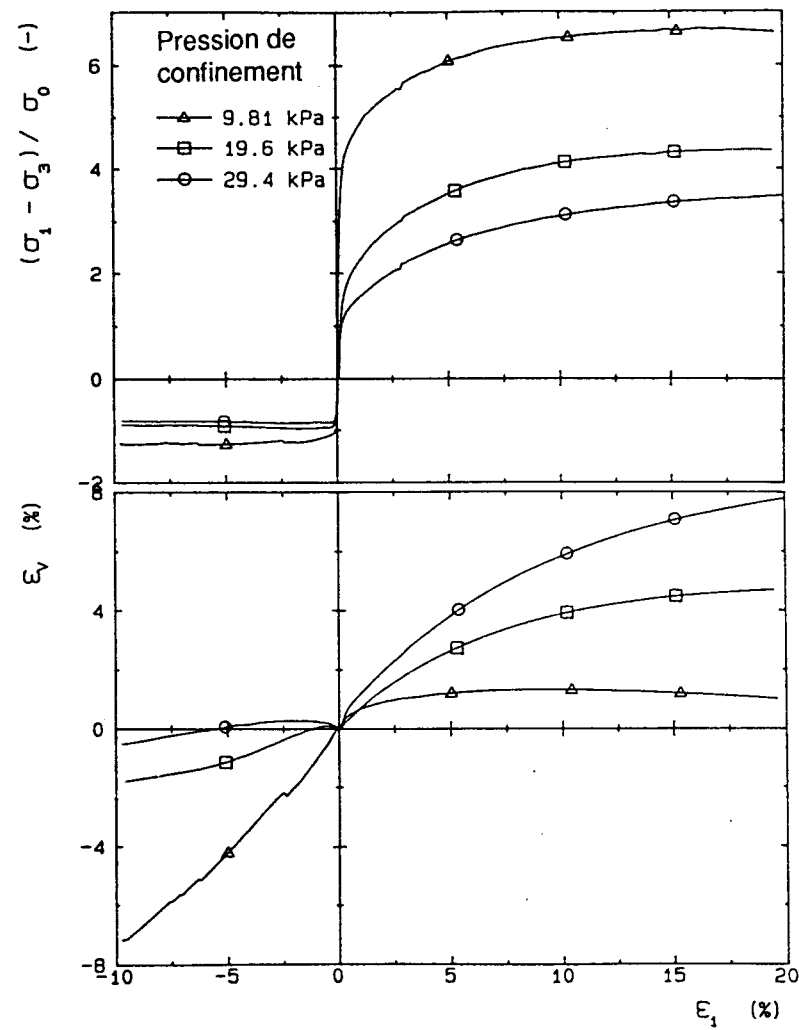
Ne disposant que de trois cercles, et sachant que le déviateur rapporté à la pression de confinement est peu affecté par l'évolution de  $\sigma_0$  (cf. § 3.2.2.1), on a considéré des enveloppes linéaires. Les angles de frottement trouvés sont rassemblés dans le tableau III-5.

	organique	minéral
$\phi_{\max}$	36.9°	30.3°
$\phi_{\lim}$	30.1°	19.8°

**Tableau III-5**



**Figure III - 15 :**  
 Comparaison des essais  
 de compression et d'extension triaxiales  
 Matériau organique  
 Echantillons denses



**Figure III - 16 :**  
 Comparaison des essais  
 de compression et d'extension triaxiales  
 Matériau minéral  
 Echantillons denses



On peut faire les observations suivantes :

- i) les faibles valeurs obtenues à l'état limite peuvent sans doute être interprétées comme une conséquence du phénomène de striction ;
- ii) les angles de frottement obtenus en extension sont inférieurs à ceux obtenus en compression (cf. tableau III.3). Pour le matériau organique, on a respectivement  $\phi = 36.9^\circ$  et  $\phi = 39.3^\circ$  pour les angles pris au maximum. Pour le matériau minéral, on a  $\phi = 30.3^\circ$  en extension, pour  $34.6^\circ$  en compression.
- iii) la cohésion pour le matériau minéral est notable, que ce soit en compression ou en extension.

### 3.3 Essais à déformation axiale constante

#### 3.3.1 Chemin de sollicitation

Les essais triaxiaux en compression et en extension présentés précédemment ont le but de valider et de tester un modèle de comportement . Cependant, il est bon de disposer de données expérimentales pour un essai suivant un chemin de sollicitation différent de ceux ayant servi à développer et à valider le modèle (figure III-21).

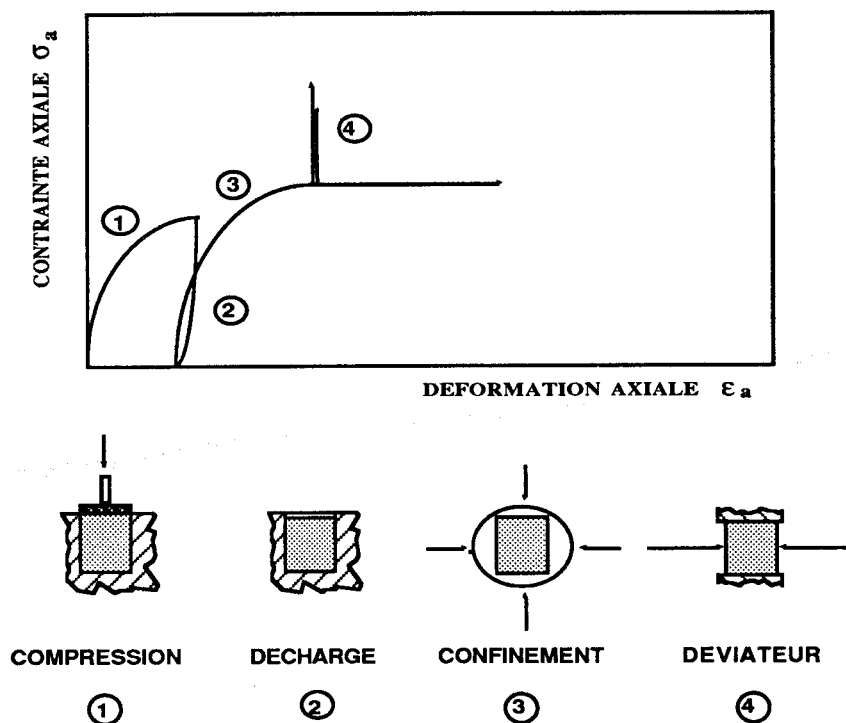
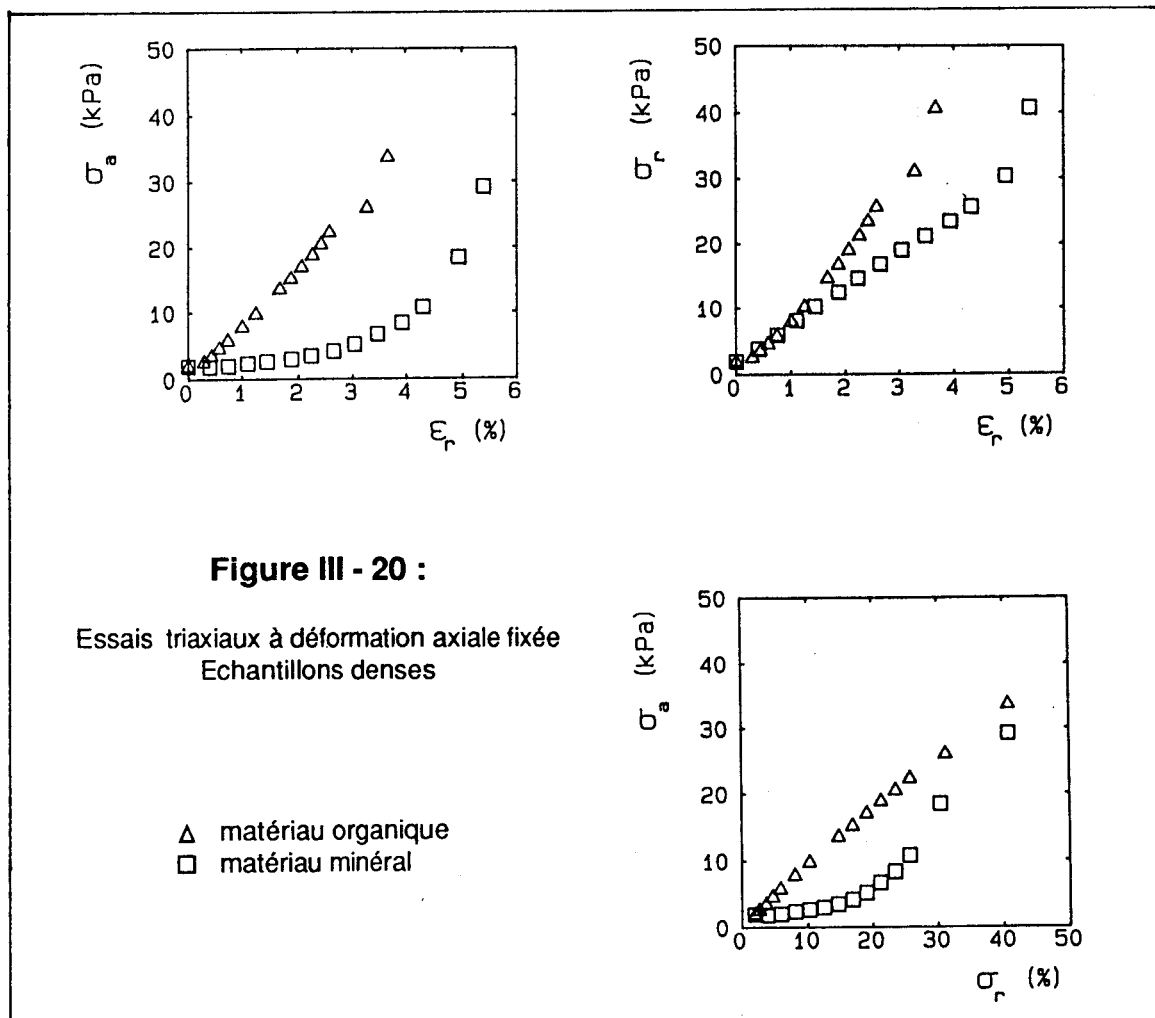
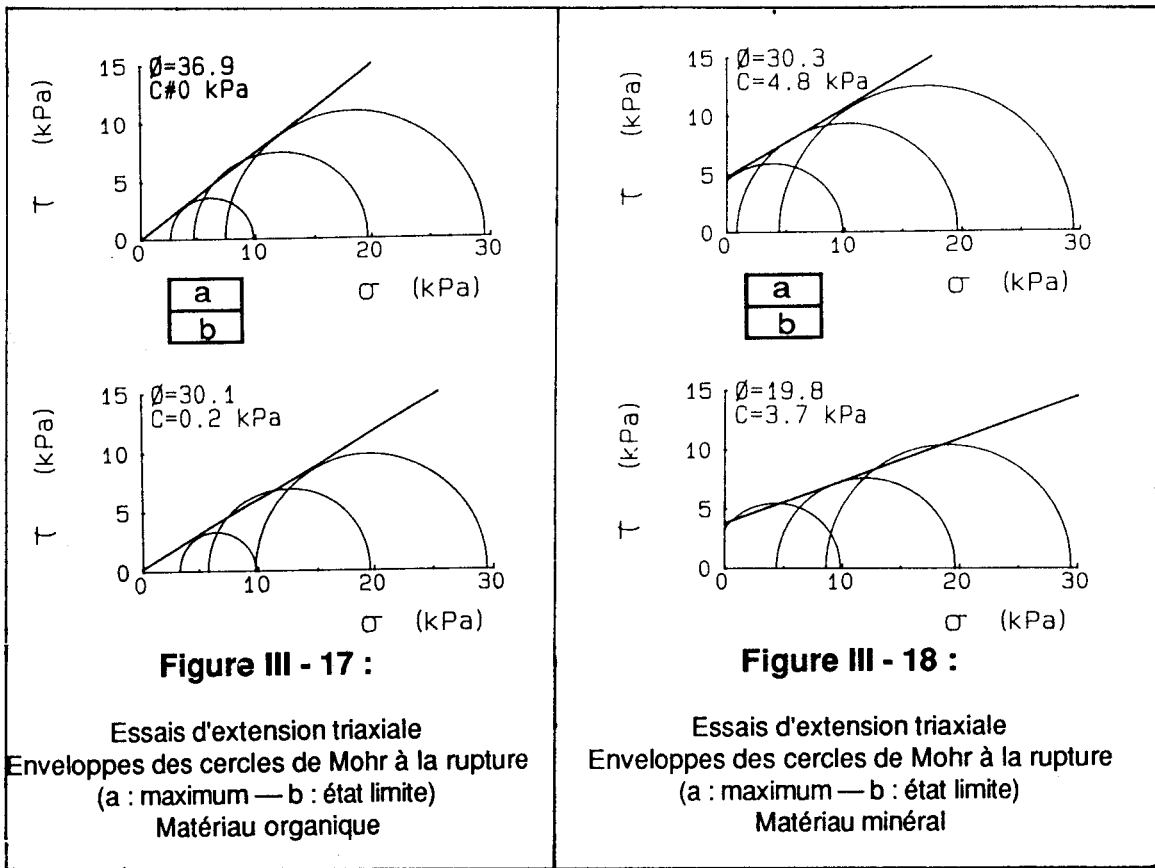


Figure III-21



L'essai proposé consiste, après la phase de préparation de l'échantillon, à soumettre celui-ci à une pression de confinement (2 kPa), puis à démouler l'échantillon. L'embase supérieure étant bloquée, on augmente  $\sigma_0$  par paliers et on mesure la force axiale s'exerçant sur l'échantillon, ainsi que sa déformation volumique.

Les essais ont été effectués sur des échantillons denses.

### 3.3.2 Résultats obtenus

Ils sont présentés sous forme de trois courbes :

- i) la contrainte axiale  $\sigma_a$  en fonction de la déformation radiale  $\epsilon_r$
- ii) la contrainte radiale  $\sigma_r$  en fonction de la déformation radiale  $\epsilon_r$
- iii) la contrainte axiale  $\sigma_a$  en fonction de la contrainte radiale  $\sigma_r$

Ces courbes sont tracées sur la figure III-22.

Pour le matériau organique, les courbes ( $\sigma_a, \epsilon_r$ ) et ( $\sigma_r, \epsilon_r$ ) sont assez proches : après une phase de contraction rapide, on a une montée quasi linéaire de  $\sigma_a$  et  $\sigma_r$ . Il résulte de cette similitude des deux courbes, que la courbe ( $\sigma_a, \sigma_r$ ) est pratiquement linéaire, et voisine de la première bissectrice. On a donc un chemin de sollicitation proche d'un chargement isotrope.

En ce qui concerne le matériau minéral, par contre, les résultats diffèrent sensiblement d'un essai isotrope. Nous n'en tirerons pas de conclusion, l'essai n'ayant été conduit qu'une seule fois.



## CHAPITRE IV

# MODELISATION DU COMPORTEMENT DES MATERIAUX ETUDIÉS

*L'étude expérimentale présentée en première partie montre que le comportement des matériaux étudiés est complexe.*

*Les modèles généralement utilisés dans la résolution de problèmes pratiques tels que le remplissage et la vidange des silos sont des modèles de type rigide-parfaitement plastique [41,65]. Or, pour décrire le comportement des matériaux dans toute la phase de remplissage et la phase initiale de vidange, les déformations engendrées au sein du solide avant rupture auront une influence majeure.*

*Par ailleurs, nous avons noté que les résultats obtenus en première partie présentaient des points communs avec ceux des sols (les sables en particulier). Or, les modèles rhéologiques pour les sols ont fait l'objet de nombreux travaux. L'introduction de concepts tels que l'état critique [87] ou l'état caractéristique [63] permet une simulation satisfaisante du comportement des sols sur des chemins de sollicitation variés.*

*Dans ce chapitre, nous nous proposons d'utiliser les acquis de la modélisation en géotechnique pour mettre au point et valider un modèle de comportement des matériaux étudiés.*

*Ce chapitre comprend trois paragraphes : on décrit d'abord les différentes étapes du développement du modèle, puis on montre la façon de déterminer ses paramètres, et le rôle de chacun sur la réponse du modèle. Le modèle est validé et testé sur l'ensemble des essais effectués.*

*Le lecteur souhaitant des précisions sur les notions d'élastoplasticité auxquelles il est fait appel dans ce chapitre, est invité à consulter les ouvrages spécialisés, comme ceux de Lemaitre et Chaboche [59] et Chen et Baladi [10].*



---

## 1 DEVELOPPEMENT D'UN MODELE DE COMPORTEMENT

---

Nous allons dans le présent paragraphe exposer les différentes étapes ayant conduit au modèle de comportement que nous proposons pour les matériaux étudiés.

Nous présenterons d'abord une version simple, dite de base, du modèle qui englobera les concepts courants en rhéologie des géomatériaux, et qui permettra ainsi de décrire, au moins qualitativement, les principales caractéristiques du comportement des matériaux étudiés. Cette version sera utilisée pour reproduire les essais triaxiaux qui auront servi à la détermination des paramètres du modèle, puis validée sur un essai oedométrique qui fera office d'essai de vérification.

On constatera, notamment sur l'essai oedométrique, l'insuffisance du modèle pour décrire certains aspects du comportement, ce qui nous conduira à proposer successivement trois autres versions du modèle, décrivant chaque fois mieux le comportement des matériaux, mais évidemment au prix d'une complexité croissante, et donc d'un nombre croissant de paramètres.

### 1.1 La version de base du modèle

Le modèle est basé sur la théorie de l'élastoplasticité, selon laquelle tout incrément de déformation  $\dot{\mathcal{E}}$  est la somme d'une contribution réversible ou élastique  $\dot{\mathcal{E}}^e$ , et d'une contribution irréversible ou plastique  $\dot{\mathcal{E}}^p$ .

Le développement d'un modèle élastoplastique nécessite la formulation des expressions pour :

- la partie élastique du comportement,
- la surface de charge,
- la règle d'écrouissage et
- le potentiel de plasticité.

#### 1.1.1 Elasticité

La loi de comportement élastique s'écrit d'une façon générale :

$$\dot{\mathcal{E}} = D : \dot{\mathcal{O}} \quad (\text{IV-1})$$

Elle peut se ramener dans le cas d'un solide élastique linéaire homogène et isotrope à une expression de la forme [30] :

$$\epsilon_{ij}^e = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} (\text{trace } \boldsymbol{\sigma}) \delta_{ij} \quad (\text{IV-2})$$

Le module d'Young, E et le coefficient de Poisson  $\nu$  sont des constantes caractéristiques du matériau.

Dans toute la suite, on préférera définir les relations de comportement en termes d'invariants des tenseurs  $\boldsymbol{\sigma}$  et  $\boldsymbol{\epsilon}$ . Ainsi, en fonction des deux premiers invariants de  $\boldsymbol{\epsilon}^e$  et  $\boldsymbol{\sigma}$ , la relation (IV-2) devient :

$$\begin{cases} \epsilon_v^e = \frac{p}{K^e} \\ \epsilon_d^e = \frac{q}{3G^e} \end{cases} \quad (\text{IV-3})$$

avec

$$K^e = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad G^e = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (\text{IV-4})$$

### 1.1.2 Critère de rupture - Surface de charge

#### *Critère de rupture*

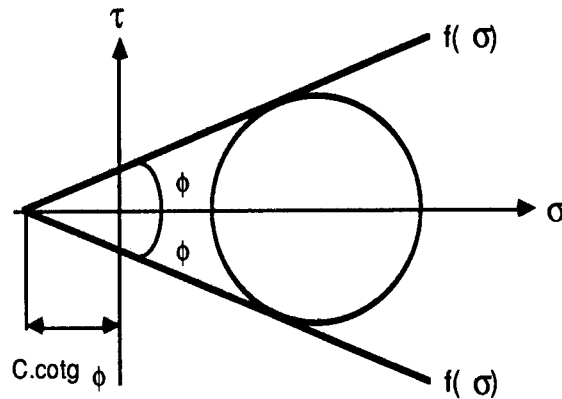
Nous avons vu, lors de la présentation des essais triaxiaux (chapitre III § 3.1.2.3), que l'enveloppe des cercles de Mohr au pic ou à l'état "limite" (25 % de déformation axiale) pouvait être approximée par une droite.

On peut alors adopter un critère de rupture de type Mohr-Coulomb (figure IV-1) ; définissant deux droites dans le plan  $(\sigma, \tau)$ , et s'écrivant :



$$f(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_1 - \sigma_3 - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi - 2c \cos \phi = 0 \quad (\text{IV-5})$$

en supposant  $\sigma_1 \geq \sigma_3$  (la contrainte principale intermédiaire  $\sigma_2$  n'intervient pas) et où  $c$  et  $\phi$  sont respectivement la cohésion et l'angle de frottement interne.



**Figure IV-1:**  
Critère de Mohr-Coulomb

Ce critère peut également s'écrire en fonction des invariants de  $\boldsymbol{\sigma}$  sous la forme:

$$f(p, q) = q - M_f (p + C) \quad (\text{IV-6})$$

$$\text{où } M_f = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} \quad \text{en compression} \quad (\text{IV-7})$$

$$M_f = \frac{6 \sin \phi}{3 + \sin \phi} \quad \text{en extension} \quad (\text{IV-8})$$

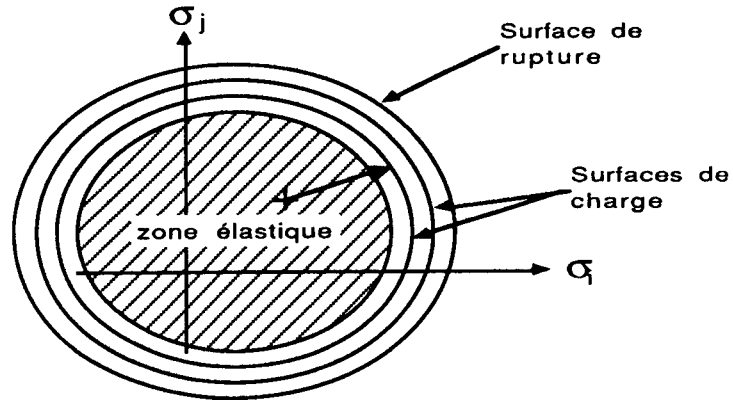
$$C = c \cotg \phi \quad (\text{IV-9})$$

Le critère de Mohr-Coulomb suppose un angle de frottement  $\phi$  identique en compression et en extension (cf. figure IV-1). Nous avons vu que dans le cas de nos matériaux, les valeurs de  $\phi$  en compression et en extension sont légèrement différentes (cf Chapitre III § 2.2.2.2).

#### Surface de charge

La surface de charge délimite, dans l'espace des contraintes, le domaine où tout état peut être atteint sans génération de déformations irréversibles (figure IV-2).

Pour un matériau écouissable, la position de cette surface est fonction des déformations plastiques, et tend vers la surface de rupture quand celles-ci deviennent suffisamment importantes. Si l'écrouissage est isotrope, la surface de charge croît homothétiquement du domaine d'élasticité initial à la surface de rupture (figure IV-2).



**Figure IV-2:**  
Surface de rupture - Surfaces de charge.  
Gonflement homothétique de la surface de charge  
dans le cas d'un écouissage isotrope.

La donnée de la surface de charge permet d'indiquer, suivant l'état de contrainte actuel  $\sigma$  et la direction de l'incrément  $\dot{\sigma}$ , s'il y aura apparition de déformations irréversibles. Rappelons que cette éventualité est liée à la condition (IV-10) :

$$\begin{cases} f(\sigma, \kappa) = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial \sigma}(\sigma, \kappa) : D^{-1} : \dot{\sigma} > 0 \end{cases} \quad (IV-10)$$

qui exprime que le point représentatif de  $\sigma$  dans l'espace de contraintes doit se trouver sur la surface de charge et que  $\dot{\sigma}$  doit être dirigé vers l'extérieur de cette surface.

Nous prendrons comme équation de la surface de charge (dans le plan p,q) :

$$f(q, p, \kappa) = q - M_f(p + C) \cdot R_f \quad (IV-11)$$

où  $\kappa$  est la variable d'écrouissage, fonction des déformations plastiques

$R_f$  est fonction du paramètre d'érouissage  $\kappa$ , et varie de  $R_0$  (fixant l'étendue du domaine élastique initial), à 1 à la rupture  
 $M_f$  et  $C$  sont deux paramètres du modèle.

### 1.1.3 Règle d'érouissage

Vermeer [103], s'appuyant sur les travaux expérimentaux de Tatsuoka et Ishihara [99,100], a montré que la déformation déviatorique plastique  $\epsilon_d^p$  pouvait être prise comme paramètre d'érouissage  $\kappa$ .

Sur la figure IV-3, nous avons reporté, dans le plan  $(p, q)$ , les courbes iso- $\epsilon_d$  à partir des essais triaxiaux en compression et en extension sur le matériau organique dense. On constate la bonne approximation de ces courbes par des droites, sauf pour  $\epsilon_d$  faible.

Par ailleurs, le choix de  $\epsilon_d^p$  comme paramètre d'érouissage devrait permettre de suivre l'évolution de la surface de charge au cours du chargement, du moins jusqu'au pic. On constate en effet, sur la figure IV-3, que la courbe  $\epsilon_d = 25\%$  est en deçà de celle correspondant à  $\epsilon_d = 10\%$ . On voit dès maintenant que pour simuler le radoucissement (pic de contrainte), le paramètre d'érouissage  $\epsilon_d^p$  associé à une fonction d'érouissage monotone est insuffisant (cf. § 1.4).

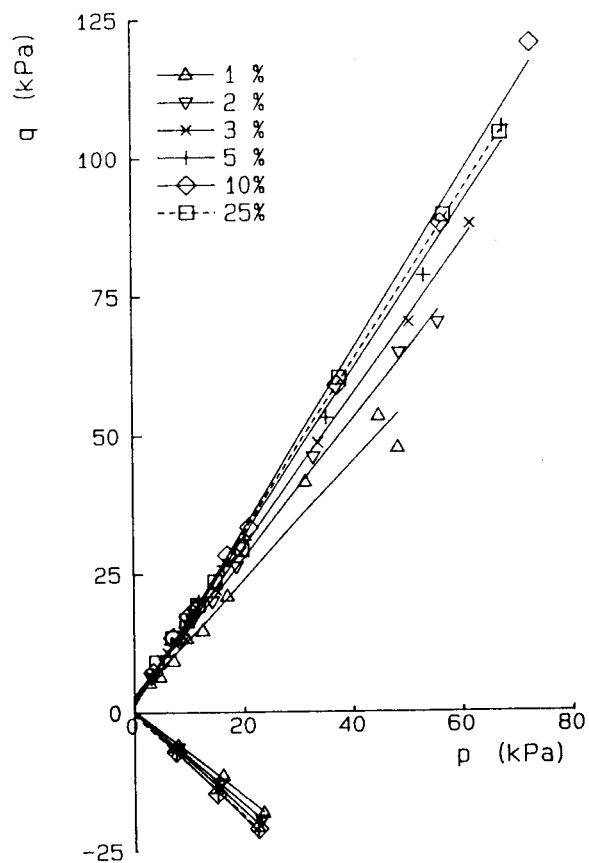
#### *Règle d'érouissage*

Reste à définir la règle d'érouissage proprement dite, c'est-à-dire la loi d'évolution de  $R_f$  en fonction de  $\epsilon_d^p$ . Cette loi doit avoir l'allure donnée en figure IV-4.

Les deux lois les plus simples et les plus couramment utilisées sont, soit de type hyperbolique (équation IV-12), soit de type exponentiel (équation IV-13).

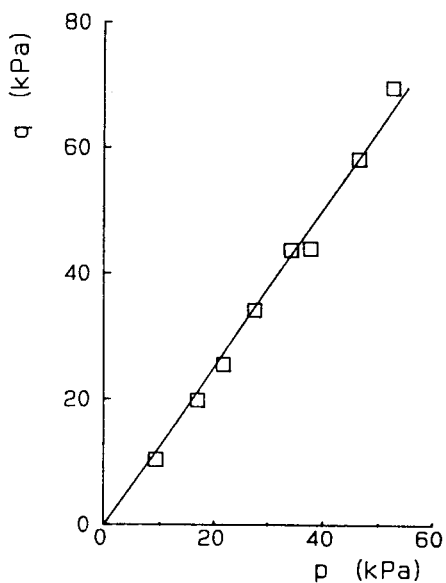
$$R_f = \frac{\epsilon_d^p}{a + \epsilon_d^p} \quad (IV-12)$$

$$R_f = 1 - e^{-a \epsilon_d^p} \quad (IV-13)$$



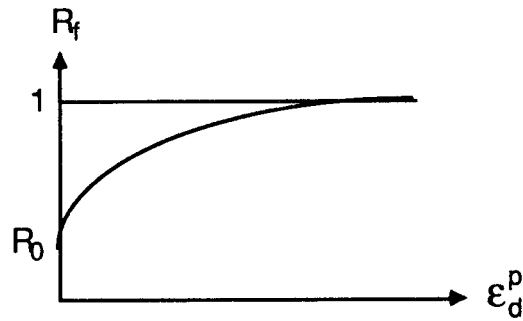
**Figure IV - 3 :**

Courbes iso-distorsion dans le plan (p,q) - Compression et extension triaxiales  
(Matériau organique - densité moyenne)



**Figure IV - 5 :**

Droite d'état caractéristique  
(lieu des points (p,q) au changement de phase)  
(matériau organique - densité moyenne)



**Figure IV-4 :**  
Fonction d'écroissage asymptotique

De ces deux lois, il semble que la seconde donne une évolution plus progressive de  $R_f$  avec  $\epsilon_d^p$  [27]. Nous avons donc retenu la règle d'écroissage (IV-13) qui introduit un nouveau paramètre  $a$ .

#### 1.1.4 Potentiel de plasticité

Pour déterminer les incréments de déformations plastiques  $\dot{\epsilon}^p$ , on admet qu'elles dérivent d'un potentiel plastique  $g(\sigma, \kappa)$  :

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma} (\sigma, \kappa) \quad (IV-14)$$

$\dot{\lambda}$  scalaire positif (multiplicateur plastique), étant calculé en écrivant la condition de consistance, qui traduit que l'état de contrainte doit rester sur la surface de charge :

$$\dot{f} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{\sigma} + \frac{\partial f}{\partial \kappa} \dot{\kappa} = 0 \quad (IV-15)$$

D'après l'équation (IV-14), les déformations plastiques sont dirigées suivant la normale à la surface  $g(\sigma, \kappa) = 0$ , nommée surface d'écoulement.

*Etat caractéristique*

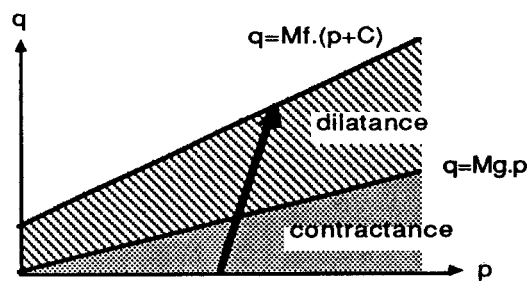
Concernant la détermination de  $g$ , il est clair que l'hypothèse d'associativité  $g = f$  se traduirait, avec l'expression de  $f$  retenue, par un comportement trop dilatant, puisque d'après les équations (IV-11) et (IV-14), on aurait :

$$\dot{\epsilon}_v^p = -\dot{\lambda} \cdot M_f \cdot R_f \leq 0 \quad (IV-16)$$

Or, dans la majorité des essais triaxiaux présentés, on a pu noter la présence en début de chargement (soit pour des valeurs de  $q/p$  suffisamment faibles), d'une phase de contractance ( $\dot{\epsilon}_v^p > 0$ ). Ceci revient à dire qu'il existe une valeur de  $q/p$  où  $\dot{\epsilon}_v^p$  change de signe. Si l'on trace dans le plan  $(p, q)$  le lieu de ces points, on note qu'il peut être convenablement approximé par une droite, appelée droite d'état caractéristique [63], de la forme  $q = M_g \cdot p$  (figure IV-5 p. 100). Ceci nous conduit donc à choisir :

$$\frac{\partial g}{\partial p}(p, q) = M_g - \frac{q}{p} \quad (IV-17)$$

La position de l'état de contrainte  $(p, q)$  par rapport à la droite  $q = M_g \cdot p$  règle le signe de l'incrément de déformation volumique plastique (figure 5 p. 100).



**Figure IV-6 :**  
Evolution de l'état de contrainte lors d'un essai triaxial ( $\dot{q}/\dot{p} = 3$ )

On notera que, du fait de l'existence d'une cohésion  $C$ , les droites  $q = M_f(p + C)$  et  $q = M_g \cdot p$  peuvent se couper (si  $M_f < M_g$ ), ce qui permet la simulation d'un comportement contractant-dilatant pour de faibles pressions moyennes  $p$  lors d'un essai triaxial, comportement qui peut devenir complètement contractant pour des valeurs plus élevées de  $p$ , où il n'existera plus de domaine surcaractéristique.

Ceci s'avèrera utile pour modéliser le comportement du matériau minéral.

*Etat critique*

La définition de cet état résulte d'observations expérimentales, selon lesquelles en grandes déformations un échantillon tend vers un état stationnaire ( $p, q, e_c$ ), tel que  $q/p = M$ , constante caractéristique du matériau, et où  $e = e_c$  constant .

En utilisant ce concept, et en faisant de plus une hypothèse sur le travail plastique, Roscoe et al ont proposé successivement, dans les années 1960, plusieurs versions d'un modèle dit de Cam-Clay [83,84,87]. Dans sa première version, ce modèle a pour surface de charge :

$$f = \frac{q}{Mp} - \ln \left( \frac{p}{P_c} \right) \quad (IV-18)$$

avec

$$P_c = P_c(\epsilon_v, p)$$

Ce modèle étant associé, on aura :

$$\frac{\partial g}{\partial p} = \frac{1}{Mp} \left( M - \frac{q}{p} \right) \quad (IV-19)$$

Du fait de l'hypothèse d'associativité, entraînant en quelque sorte  $M_f = M_g$  avec nos notations, l'expression ci-dessus traduit que les déformations volumiques se stabilisent à la rupture (cf. figure IV-7).

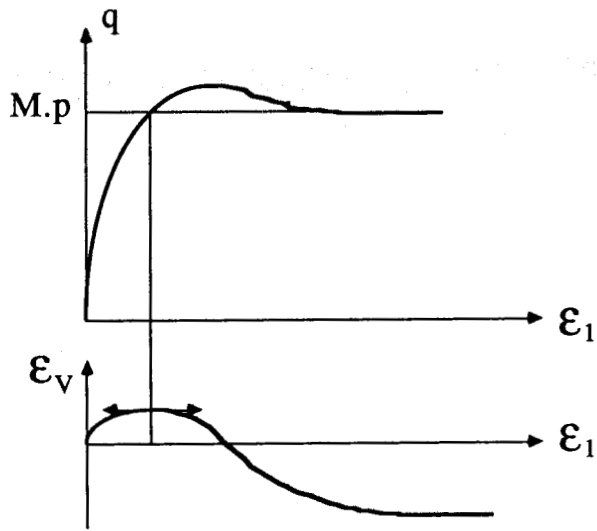
Or, l'expérience indique en général une non coïncidence de  $M_f$  et  $M_g$  (figure IV-8), et si l'on garde pour  $\partial g / \partial p$  l'expression donnée par l'équation (IV-19), on ne parvient pas à reproduire la stabilisation de  $\epsilon_v$  pour des déformations importantes.

Ceci nous a conduits à introduire dans l'expression (IV-19) un terme multiplicatif, s'annulant quand on approche de la rupture :

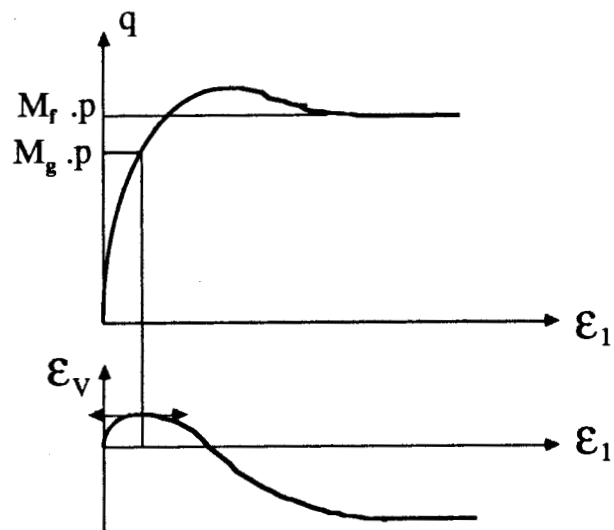
$$\frac{\partial g}{\partial p} = A_g \left( M_g - \frac{q}{p} \right) \quad (IV-20)$$

avec :

$$A_g = e^{-\alpha_g \cdot \epsilon_d^p} \quad (IV-21)$$



**Figure IV-7 :**  
Modèle associé :  $M_f = M_g = M$



**Figure IV-8 :**  
Modèle non-associé :  $M_f \neq M_g$



En prenant un paramètre  $\alpha_g$  différent de celui intervenant dans  $R_f$ , on pourra régler l'évolution des déformations volumiques avec plus de souplesse.

Dans le cas axisymétrique, qui seul nous intéresse pour l'instant, le gradient à la surface d'écoulement est entièrement déterminé par  $\partial g/\partial p$  et  $\partial g/\partial q$ . Afin de garder la similitude avec le modèle de Cam-Clay, nous prendrons :

$$\frac{\partial g}{\partial q} = 1 \quad (IV-22)$$

Ainsi la règle d'écoulement introduit deux paramètres  $M_g$  et  $\alpha_g$ .

### 1.1.5 Récapitulatif des équations du modèle

Nous récapitulons ci-dessous les équations définissant le modèle de base :

• **élasticité :**

$$\epsilon_v^e = \frac{3(1-2\nu)}{E_o} p$$

$$\epsilon_d^e = \frac{2(1+\nu)}{E_o} q$$

• **plasticité :**

$$f = q - M_f (p + C) R_f$$

avec

$$R_f = 1 - \exp(-a \epsilon_d^p)$$

$$\frac{\partial g}{\partial p} = A_g \left( M_g - \frac{q}{p} \right) \quad \text{avec} \quad A_g = \exp(-\alpha_g \epsilon_d^p)$$

$$\frac{\partial g}{\partial q} = 1$$

Le modèle compte donc sept paramètres :  $E_o$ ,  $\nu$ ,  $M_f$ ,  $C$ ,  $a$ ,  $M_g$  et  $\alpha_g$ .

Par la suite, on préférera à  $M_f$  et  $M_g$  les angles  $\phi$  et  $\psi$  respectivement définis par les relations :

$$M_f = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} \quad \text{et} \quad M_g = \frac{6 \sin \psi}{3 - \sin \psi} \quad (\text{IV-23}) \ \& \ (\text{IV-24})$$

$R_o$ , valeur initiale de  $R_f$  qui fixe l'étendue du domaine élastique initial, n'est pas à proprement parler un paramètre. Nous allons préciser sa signification dans le paragraphe qui suit.

### 1.1.6 Simulation de l'histoire d'un échantillon.

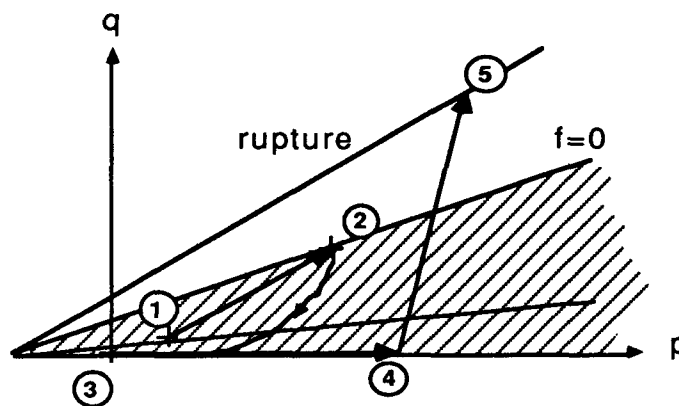
#### *Histoire antérieure de l'échantillon*

La simulation de l'essai triaxial conventionnel s'effectue en intégrant le modèle le long du chemin de sollicitation ( $\dot{\epsilon}_1$  imposé et  $\dot{\sigma}_3 = 0$ ), à partir d'un certain état initial.

Il en est de même pour l'essai oedométrique, où  $\dot{\epsilon}_1$  est imposé et où  $\dot{\epsilon}_3 = 0$ .

Retraçons l'histoire effectivement subie par l'échantillon entre sa préparation et l'essai triaxial proprement dit, et interprétons-la dans le cadre du modèle proposé.

La figure IV-9 reprend, dans le plan  $(p, q)$ , les étapes du chemin de sollicitation auquel un échantillon est soumis dans le cas d'un essai triaxial.



**Figure IV-9 :**  
Histoire des sollicitations subies par l'échantillon.

- i) préconsolidation : l'échantillon est compacté "oedométriquement" à partir du point 1, caractérisé par un état de contrainte  $(p, q)$  tel que :

$$\begin{cases} p = \left( \frac{1 + 2k_a}{3} \right) \sigma_{co} \\ q = (1 - k_a) \sigma_{co} \end{cases} \quad (IV-25)$$

jusqu'au point 2 caractérisé par un état de contrainte  $(p_c, q_c)$  tel que  $\sigma_a$ , la contrainte axiale, est égale à la contrainte axiale de préconsolidation de l'échantillon ( $\sigma_c$ ).

Au cours de cette étape, la surface de charge se déplace avec l'état de contrainte et, en 2, le domaine élastique actuel s'est accru jusqu'à la zone hachurée sur la figure IV-8.

- ii) Décharge-démoulage : la charge de compactage est alors retirée et l'échantillon démoulé. Son état de contrainte à l'issue de cette étape est représenté par le point-origine 3. On admet ici que le chemin décrit pour passer de 2 à 3 reste élastique (pas d'incidence sur la surface de charge).
- iii) Consolidation isotrope : Après démoulage, l'échantillon est soumis à une pression isotrope  $\sigma_o$ , et le point représentatif de son état de contrainte passe de 3 à 4, sans que la surface de charge soit déplacée.
- iv) Chargement triaxial : Partant de l'état isotrope 4 tel que  $p = \sigma_o$  et  $q = 0$ , on effectue le chargement triaxial proprement dit (droite  $\dot{q}/\dot{p} = 3$ ) jusqu'à la rupture, au point 5.

#### *Modélisation de la préconsolidation*

Dans la décomposition de l'histoire de sollicitation en quatre étapes, on voit que la "mémoire" de l'échantillon, représentée par la fonction d'écrouissage  $R_f(\epsilon_d^p)$ , est modifiée au cours de la phase de préconsolidation. Il convient donc de prendre en compte cette phase lors de la modélisation.

Ainsi, chaque simulation d'un essai triaxial sera précédée d'une phase de chargement oedométrique, en partant des mêmes conditions initiales que pour l'essai oedométrique proprement dit (équation IV-25), jusqu'à ce que la valeur de la contrainte axiale calculée par le modèle atteigne la valeur de  $\sigma_c$  ayant servi à la préconsolidation de l'échantillon.

Ces simulations pour les essais homogènes ont été effectuées sur un microordinateur HP Integral PC, à l'aide du système de validation MICVAL développé par Chehade et al [9].

### 1.1.7 Test du modèle sur des résultats expérimentaux

#### *Détermination des paramètres*

La détermination des paramètres à partir des résultats expérimentaux sera présentée en détail ultérieurement (§ 1.2). Nous donnons dans le tableau IV-1 la valeur des paramètres déterminés pour le matériau organique sur trois essais triaxiaux ( $\sigma_o = 10.3, 19.6, 27.0$  kPa).

$E_0$	$\nu$	$\phi$	C	a	$\psi$	$\alpha_g$
120 Mpa	0.35	38°	3 kPa	75	30°	13

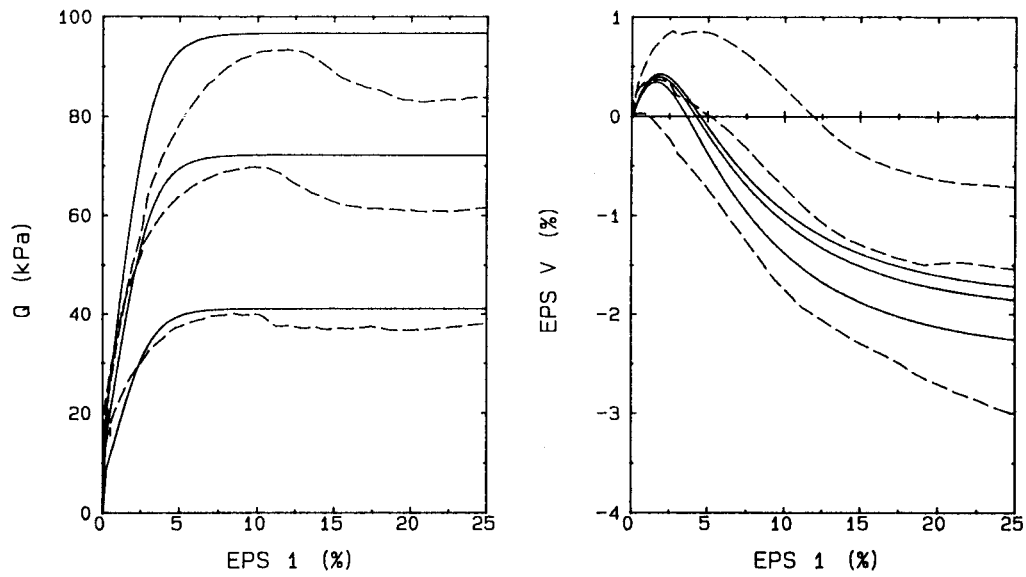
**Tableau IV-1**

#### *Comparaison sur les essais de calage des paramètres*

Nous présentons en figure IV-10a et b le résultat des simulations des trois essais triaxiaux utilisés pour déterminer les valeurs des paramètres.

Sur le plan qualitatif, le modèle décrit bien les aspects comportementaux évoqués aux paragraphes précédents :

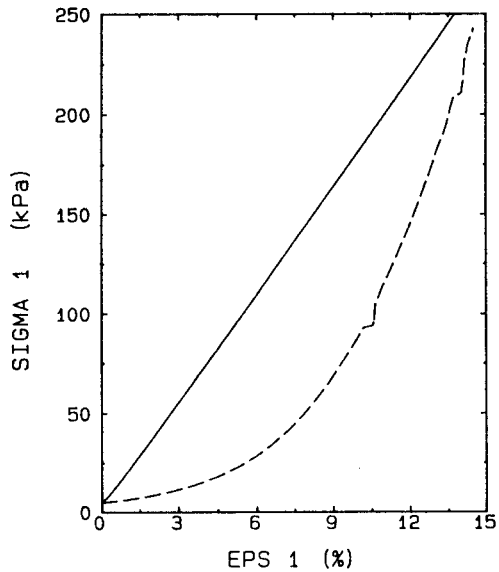
- en contrainte (figure IV-10a): après une montée élastique, le déviateur continue à croître jusqu'à atteindre progressivement un palier, auquel il se stabilise pour de fortes déformations (rupture).
- en déformation  $\epsilon_v$  (figure IV-10b): on a bien la transition contractance / dilatance. La déformation volumique se stabilise pour de fortes déformations.



a	b
c	

**Figure IV - 10 :**

Test du modèle sur les essais  
de calage des paramètres  
(matériau organique - densité moyenne)  
(a,b,c : voir texte)



*Légende :*  
 — simulation  
 - - - expérimental

Quantitativement, on note plusieurs points de divergence entre la simulation et les résultats expérimentaux :

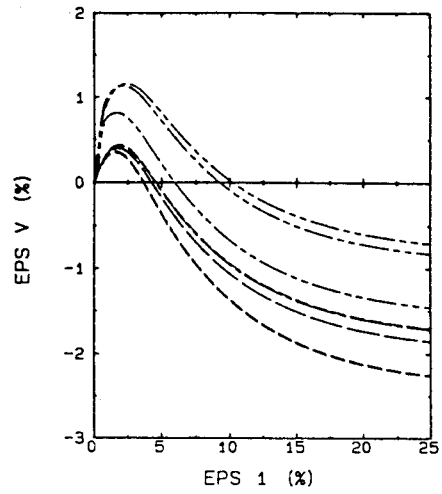
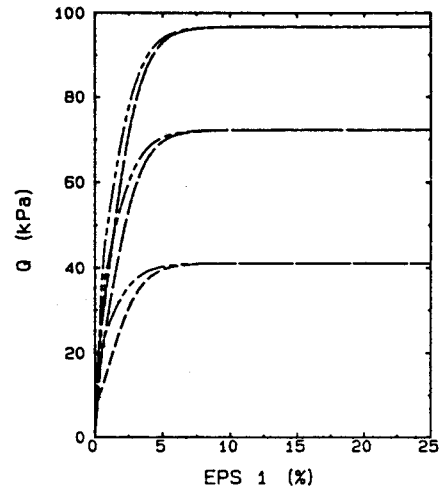
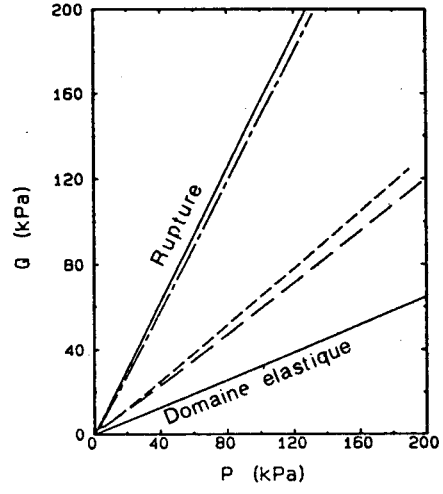
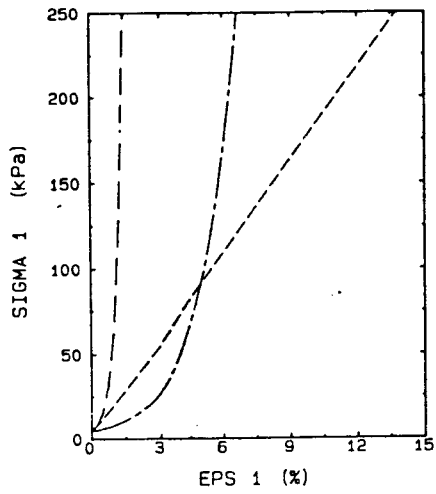
- le déviateur, bien qu'ayant une pente initiale un peu trop faible, croît trop rapidement par rapport aux essais.
- le déviateur à la rupture est légèrement surestimé pour les fortes pressions de confinement.
- le modèle ne décrit pas le radoucissement (pic de contrainte).
- l'évolution de la déformation volumique est peu sensible à la pression de confinement : le modèle reproduit mal l'amplification de la contractance lorsque cette pression croît.

#### *Validation sur l'essai oedométrique*

Si l'on compare les courbes expérimentale et simulée pour l'essai oedométrique, qui n'a pas servi à la détermination des paramètres, on peut constater (figure IV-10c) deux défauts importants :

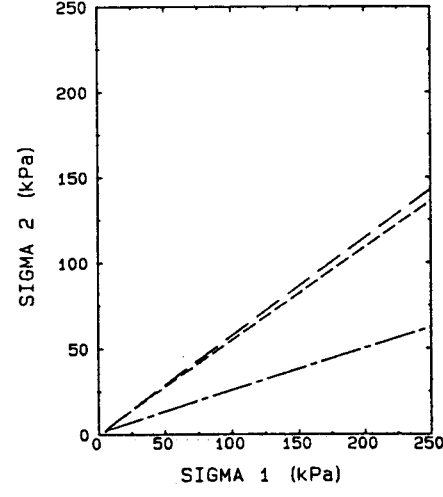
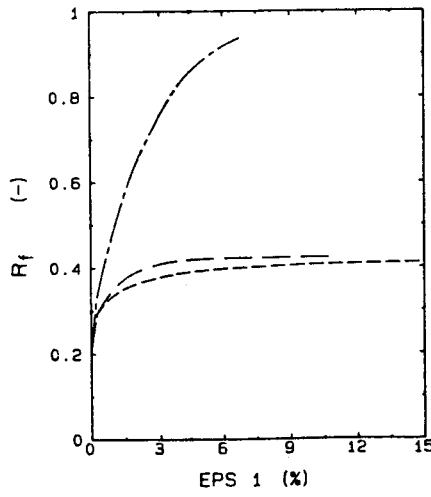
- i) le modèle ne décrit pas le raidissement progressif de la courbe  $(\sigma_1, \varepsilon_1)$  : hormis une phase initiale très réduite, la simulation prédit une variation de  $\sigma_1$  avec  $\varepsilon_1$  quasi-linéaire. Dans le plan  $(p, q)$ , cette linéarité à partir d'un certain degré de chargement se traduit par un trajet de la forme  $q/p$  constant (figure IV-11b), soit  $R_f$  constant (figure IV-11c). Une fois cette valeur atteinte, le paramètre d'écrouissage n'évolue plus et les déformations générées sont élastiques, ce qui induit une variation quasi-linéaire de  $\sigma_1$  en fonction de  $\varepsilon_1$ .
- ii) les déformations plastiques générées en début de chargement sont très faibles et sous-estiment largement celles observées dans la réalité. Il en résulte également une sur-estimation du rapport  $K = \sigma_2/\sigma_1$  (figure IV-11d), due au fait qu'à contrainte axiale identique, un matériau peu compressible transmettra davantage d'efforts latéraux.

Pour pallier le défaut évoqué au point i), on peut introduire une loi d'élasticité non linéaire qui pourra reproduire le raidissement progressif de l'échantillon.



a	b	e	f
c	d		

111



**Figure IV - 11 :**

Comparaison des différentes versions du modèle sur  
 - un chemin oedométrique (a,b,c,d)  
 - un chemin de compression triaxiale (e,f)  
 (matériau organique)

**Légende :**

- modèle à 1 mécanisme
- .-.-.-.- modèle à 1 mécanisme et élasticité non linéaire
- — — — — modèle à 2 mécanismes et élasticité non linéaire

## 1.2 Comportement élastique non-linéaire

### 1.2.1 Formulation de la loi élastique non-linéaire

Pour les sols, on adopte en général les relations (IV-26) et (IV-27) suivantes pour définir les modules de compressibilité et de cisaillement élastiques  $K^e$  et  $G^e$  [58] :

$$K^e = K_0^e P_A \left( \frac{p}{P_A} \right)^{1-n} \quad (IV-26)$$

$$G^e = G_0^e P_A \left( \frac{p}{P_A} \right)^{1-n} \quad (IV-27)$$

où  $P_A$  est la pression atmosphérique,

$K_0^e$ ,  $G_0^e$  et  $n$  sont des constantes.

Dans le modèle de Cam-Clay,  $n$  étant nul, on aura la relation (IV-28)[87], soit des chemins de décharge élastique linéaires dans le plan  $(e, \ln p)$  pour un essai isotrope ou oedométrique, ce qui a été observé sur certaines poudres [44].

$$\dot{\epsilon}_v^e = \frac{1}{K_0^e} \frac{\dot{p}}{p} \quad (IV-28)$$

Notons par ailleurs que les relations (IV-26) et (IV-27) impliquent que le coefficient de Poisson  $\nu$  est constant.

Il nous est difficile, pour les raisons exposées lors de la présentation des essais oedométriques, de déterminer le comportement élastique des matériaux étudiés ici. Afin de ne pas compliquer le modèle, nous avons choisi pour les paramètres élastiques la loi d'évolution suivante (IV-29) :

$$\begin{cases} E = E_A \cdot \frac{p}{P_A} \\ \nu = \nu_0 \text{ (constante)} \end{cases} \quad (IV-29)$$

où  $E_A$  et  $\nu_0$  sont des constantes caractéristiques du matériau,  $P_A$  une pression de référence (pression atmosphérique).



### 1.2.2. Test du modèle incluant l'élasticité non-linéaire

Les valeurs des coefficients d'élasticité retenus sont donnés dans le tableau IV-2.

	Organique	Minéral
$E_A$	120 MPa	250MPa
$\nu$	0.35	0.25

Tableau IV-2

La simulation des trois essais triaxiaux et de l'essai oedométrique présentée dans le paragraphe précédent, a été reprise avec la nouvelle version du modèle (figure IV-12).

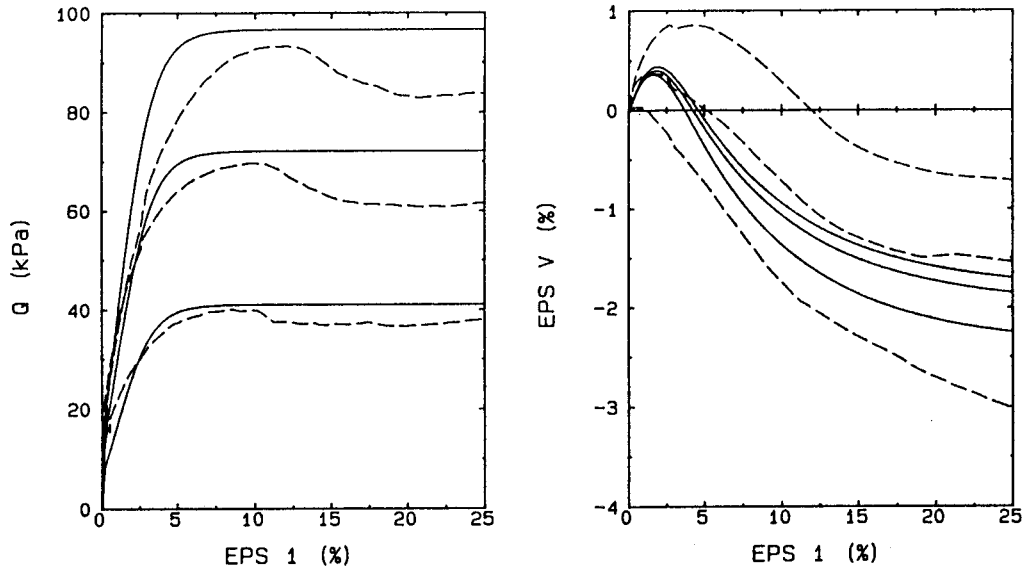
L'influence de l'élasticité non-linéaire est très réduite sur les essais triaxiaux (figure IV-12a et b) : pas d'effet sur les courbes  $(q, \epsilon_1)$ , et une diminution à peine perceptible de la contractance sur les courbes  $(\epsilon_v, \epsilon_1)$ .

En contrepartie, l'effet est plus prononcé sur l'essai oedométrique (figure IV-12c). On obtient bien le raidissement progressif recherché de la courbe, mais il est trop rapide (cf fig. IV-11a, p. 111).

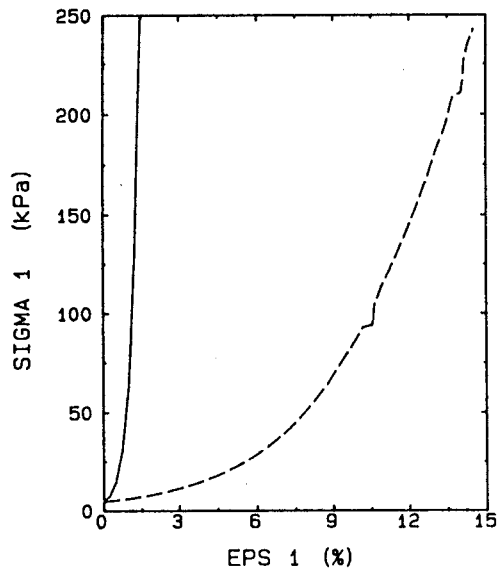
Ceci traduit le deuxième défaut du modèle, relevé au paragraphe précédent, concernant le faible niveau des déformations plastiques générées dans la simulation de l'essai oedométrique.

En d'autres termes, le modèle adopté ne suffit pas à décrire la réponse du matériau à un chemin de sollicitation de type oedométrique, où l'écroutissement atteint rapidement une valeur stationnaire, à partir de laquelle la sollicitation ne génère plus de déformations plastiques.

On voit donc apparaître la nécessité d'une autre source de plasticité, c'est-à-dire d'une deuxième surface de charge.



a	b
c	



**Figure IV - 12 :**

Test du modèle incluant l'élasticité non linéaire  
sur les essais de calage des paramètres  
(matériau organique - densité moyenne)  
(a,b,c : voir texte)

**Légende :**  
 — simulation  
 - - - expérimental

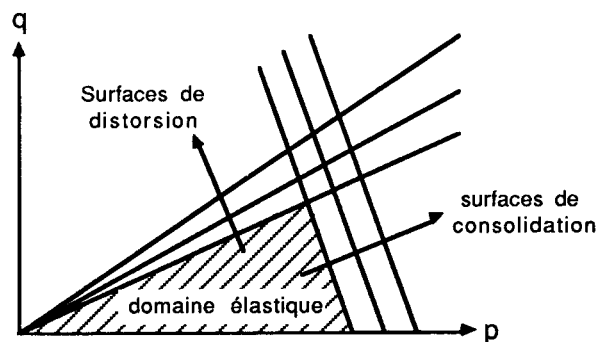
### 1.3 Modèle à deux mécanismes

#### 1.3.1 Formulation du modèle

##### *Utilité des deux mécanismes*

Les difficultés rencontrées au paragraphe précédent pour reproduire l'essai oedométrique sont liées au fait que le modèle n'a été défini que sur des chemins de cisaillement (essais triaxiaux), chemins pour lesquels  $\dot{q}/\dot{p} = 3 > M_f$ . Ceci nous a conduits à proposer une surface de charge conique dans l'espace des contraintes.

En mécanique des sols, il est connu depuis longtemps qu'une telle surface ne peut donner des déformations plastiques sur un chemin de type isotrope ( $q = 0$ ), ou, plus généralement, un chemin de consolidation où le rapport  $q/p$  est faible [58].



**Figure IV-13:**

Modèles à deux surfaces de charges.

Ceci a conduit des chercheurs à proposer d'ajouter une surface dite de consolidation, venant fermer le domaine élastique (voir figure IV-13), d'où le nom de "cap" donné à ce type de surface [46].

La loi d'écoulement liée à la surface de consolidation est, en général, associée, sa fonction étant de générer des déformations volumiques plastiques sur des chemins à faible distorsion. On notera  $f_2$  la fonction de charge correspondant à la surface de consolidation, et  $f_1$  celle correspondant à la surface déviatorique ou de distorsion.

Les déformations plastiques totales lors d'une sollicitation seront calculées en utilisant la relation :

$$\dot{\mathcal{E}}^P = \dot{\mathcal{E}}_1^P + \dot{\mathcal{E}}_2^P \quad (IV-30)$$

où :

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_1^p &= \dot{\lambda}_1 \frac{\partial g_1}{\partial \sigma} \\ \dot{\epsilon}_2^p &= \dot{\lambda}_2 \frac{\partial g_2}{\partial \sigma} \end{aligned} \right\} \quad (IV-31)$$

Dans le cas où l'on travaille ainsi avec deux surfaces, la notion de charge devenant plus délicate à définir, on préfère parler de mécanisme. Suivant le trajet en contrainte, un des mécanismes peut ne pas être activé (par exemple un chemin isotrope ne sollicitera pas le mécanisme déviatorique). On dira que le mécanisme  $i$  est activé si:

$$\left. \begin{aligned} f_i(\sigma, \kappa_i) &= 0 \\ \frac{\partial f_i}{\partial \sigma} : \dot{\sigma} &\geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (IV-32)$$

le multiplicateur  $\dot{\lambda}_i$  sera alors strictement positif et  $\dot{\epsilon}_i^p$  calculé par les relations (IV-29) et (IV-30).

#### *Choix du mécanisme de consolidation*

Il reste à trouver l'expression de  $f_2$  pour le mécanisme de consolidation.

Le plus simple consiste à choisir un mécanisme purement volumique, c'est-à-dire de la forme :

$$f_2(p, \epsilon_v^p) = 0 \quad (IV-33)$$

La trace de cette surface dans le plan  $(p, q)$  est une droite  $p = P_c$ , où  $P_c$  dépend du paramètre d'érouissage  $\epsilon_v^p$ .

Par ailleurs, on a observé dans le chapitre II que la réponse des poudres à un chemin oedométrique est quasi-linéaire dans le plan  $(e, \ln p)$ . Ainsi, en négligeant les déformations élastiques, on pourra écrire, sur un trajet de charge oedométrique :

$$p = P_{c0} \exp(\beta \cdot \epsilon_v^p) \quad (IV-34)$$

Finalement, nous retiendrons pour  $f_2$  l'expression suivante :

$$\begin{cases} f_2(p, \epsilon_v^p) = \left(\frac{p}{P_{co}}\right)^n - R_{f2} \\ R_{f2} = \exp(\beta \epsilon_v^p) \end{cases} \quad (IV-35)$$

*N.B. : La déformation volumique plastique intervenant dans la règle d'écrouissage définissant  $R_{f2}$  est celle due au mécanisme 2 seul.*

En introduisant une puissance  $n$ , on a pour  $\epsilon_v^p$  dû au mécanisme de consolidation :

$$\dot{\epsilon}_v^p = \frac{n}{\beta P_{co}} \left(\frac{p}{P_{co}}\right)^{n-1} \exp(-\beta \epsilon_v^p) \cdot \dot{p} \quad (IV-36)$$

Il apparaît donc que pour  $n < 1$ , la décroissance de  $\dot{\epsilon}_v^p$  vers 0 quand on tendra vers la rupture ( $\dot{p} = 0$ ), sera accélérée par le terme en  $(p)^{n-1}$ , ce qui contribuera à contrôler une contractance excessive lors de la simulation des essais triaxiaux.

Des tests du modèle avec plusieurs valeurs de  $n$ , qui ne seront pas présentés ici, ont permis de choisir  $n = 0.5$ .

Ce mécanisme introduit un nouveau paramètre  $\beta$ , qui est une mesure de la compressibilité du matériau, et une quantité  $P_{co}$ , fixant l'étendue du domaine élastique initial. Cette quantité, de même que  $R_o$ , est donc liée à l'histoire antérieure du matériau, et son rôle sera précisé au paragraphe suivant.

### 1.3.2 Simulation de l'histoire d'un échantillon

De même que pour le modèle à un mécanisme, on peut examiner l'évolution des paramètres d'écrouissage lors des différentes étapes de la sollicitation subie par un échantillon (figure IV-14).

Par rapport au cas précédent, le deuxième mécanisme influera essentiellement sur la phase de consolidation isotrope. Cette phase, qui n'affecte pas le paramètre d'écrouissage du mécanisme déviatorique, aura sur l'écrouissage du mécanisme volumique l'effet suivant :

- si  $\sigma_o$  est inférieure à la valeur de  $P_{co}$  atteinte au cours de la préconsolidation, le point 4 représentatif de l'état de contrainte de l'échantillon reste dans le domaine élastique (échantillon surconsolidé).

Dans ce cas la valeur de  $P_{co}$  retenue pour la simulation de l'essai triaxial est donnée par:

$$p = P_{co} = \left( \frac{1 + 2k_a}{3} \right) \sigma_c \quad (IV-37)$$

- si  $\sigma_o$  est supérieure à cette valeur de  $P_{co}$ , la surface correspondant au mécanisme de consolidation accompagnera l'état de contrainte jusqu'en 4' où  $p = \sigma_o$  et la nouvelle valeur de  $P_{co}$  sera alors  $P_{co} = \sigma_o$ , pour l'essai triaxial proprement dit (échantillon normalement consolidé).

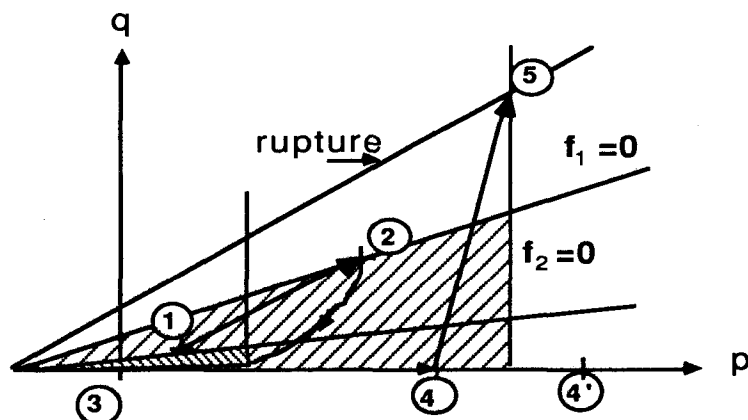


Figure IV-14:

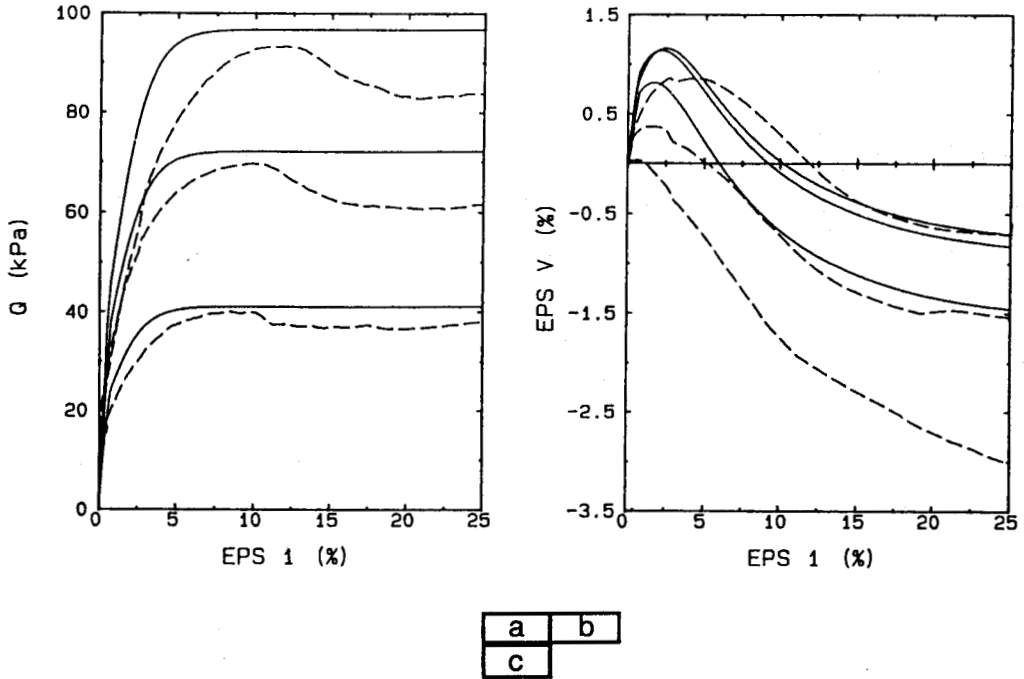
Histoire des sollicitations subies par l'échantillon (deux mécanismes).

### 1.3.3 Tests de calage du modèle à deux mécanismes

Outre les paramètres élastiques et ceux liés au mécanisme déviatorique donnés précédemment, on a déterminé la valeur de  $\beta$  pour le matériau organique, soit  $\beta = 30$ .

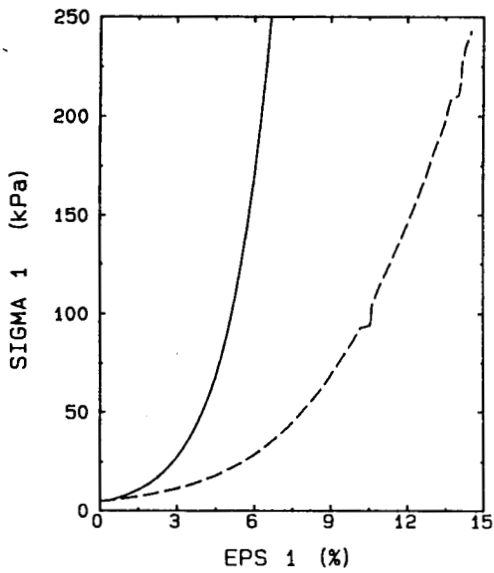
*Comparaison simulation - expérience :*

Nous avons repris la simulation des essais triaxiaux et de l'essai oedométrique à l'aide du modèle à deux mécanismes et à élasticité non-linéaire.



**Figure IV - 15 :**

Test du modèle à deux mécanismes,  
incluant l'élasticité non linéaire,  
sur les essais de calage des paramètres  
(matériau organique - densité moyenne)  
(a,b,c : voir texte)



Légende :

— simulation  
- - - expérimental

Concernant les essais triaxiaux, le mécanisme de consolidation a peu d'influence sur le déviateur de contrainte (figures IV-15a, et IV-11e p.111), il entraîne simplement une plus grande rigidité en début de chargement. En revanche, on voit que ce mécanisme entraîne une forte augmentation de la contractance (figures IV-15b, et IV-11f p. 111).

On notera également que pour l'essai à  $\sigma_o = 10.3$  kPa, qui est surconsolidé, cette contractance est moins importante, ce qui est dû au fait que le mécanisme de consolidation n'étant pas activé tant que  $p$  reste inférieur à  $P_{co}$ , il ne générera pas de déformation plastique avant que  $p$  n'atteigne cette valeur.

En ce qui concerne la simulation de l'essai oedométrique, on peut voir sur les figures IV-11a (p.111) et IV-15c que le modèle à deux mécanismes améliore très sensiblement la prédiction, bien que les déformations restent encore trop faibles par rapport à celles mesurées expérimentalement.

Par ailleurs, on notera sur la figure IV-11b (p. 111) que le trajet en contrainte est plus proche de la surface de rupture quand il est simulé en utilisant le modèle à deux mécanismes, et, corrélativement, la valeur de  $K = \sigma_2/\sigma_1$  obtenue est sensiblement plus faible (figure IV-11d, p. 111). Il en résulte un degré plus important d'anisotropie induite dans l'échantillon.

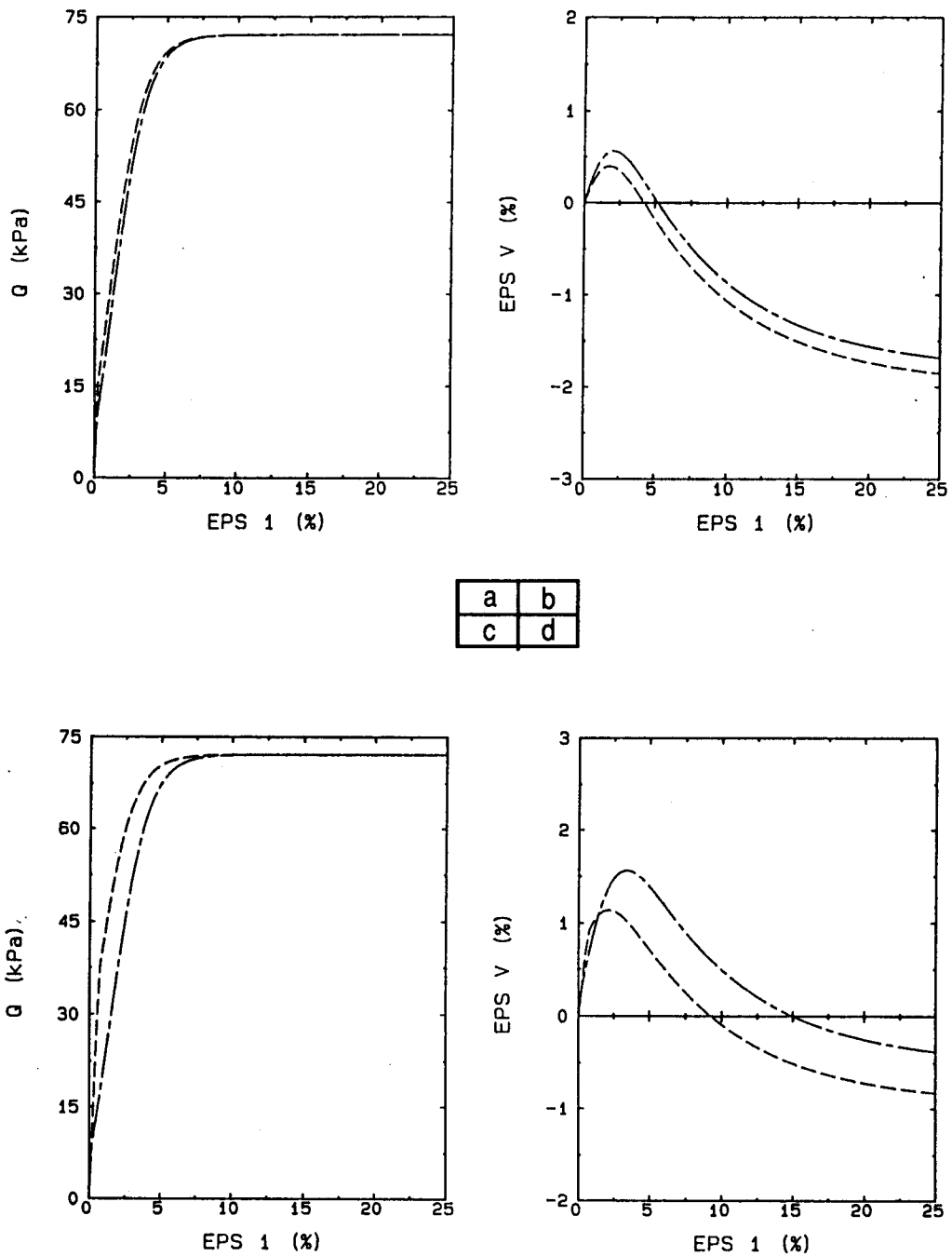
#### 1.3.4 Effet de l'anisotropie de la consolidation

Des études expérimentales sur certaines poudres ont montré que le degré d'anisotropie induite au cours de la consolidation d'un échantillon a une influence notable sur les résultats de l'expérience [21,28]. Peu de théories tiennent compte du phénomène pour les poudres [21,73].

Aussi, bien que n'ayant pas conduit d'essai pour étudier ce phénomène, nous pouvons examiner la prédiction du modèle suivant la façon dont l'échantillon a été consolidé.

Considérons un échantillon dont l'histoire antérieure se résumerait à une consolidation isotrope (état initial en 3 sur la figure IV-14, p. 118). Limitons-nous de plus à un échantillon normalement consolidé ( $\sigma_o = P_{co}$ ). Si l'on compare la simulation d'un essai triaxial sur un tel échantillon, à celle obtenue pour un échantillon ayant subi une préconsolidation oedométrique (figure IV-16a et b), on constate pour l'échantillon ainsi préconsolidé, une plus grande rigidité et une contractance plus faible.





**Figure IV - 16 :**

Effet de l'anisotropie de la consolidation sur la simulation d'un essai de compression triaxiale :

- modèle à un mécanisme (a,b)
- modèle à deux mécanismes (c,d)

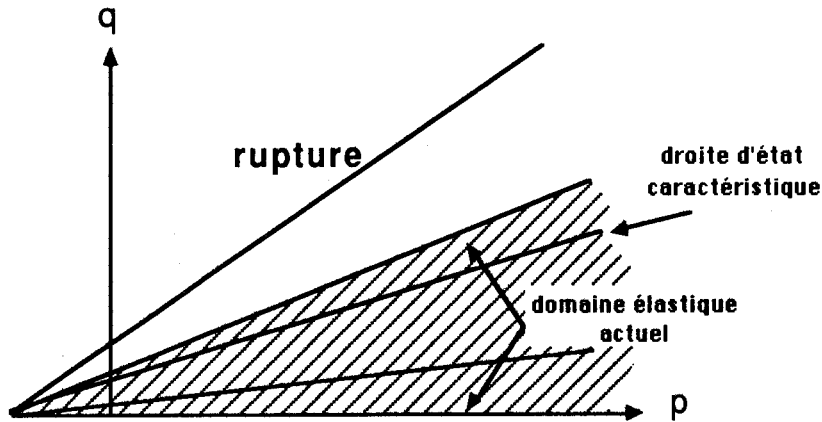
(matériau organique - densité moyenne)

Légende :

- sans préconsolidation oedométrique (consolidation isotrope)
- - - avec préconsolidation oedométrique

En effet, la préconsolidation anisotrope, en accroissant le domaine élastique délimité par la surface déviatorique, permet de simuler des déformations volumiques moins contractantes en réduisant la taille du domaine subcaractéristique.

En fait, si l'on considère à titre d'exemple le matériau organique, les échantillons sont compactés en moyenne sous une contrainte  $\sigma_c = 18$  kPa, ce qui correspond à une valeur de  $R_f$  de 0.7 environ, soit  $q/p \cong 1.3$ , ce qui est supérieur à  $M_g = 1.2$ . On voit donc que dans ce cas, la déformation volumique plastique due au mécanisme déviatorique est toujours dilatante (figure IV-17).



**Figure IV-17:**

Positions relatives de la frontière élastique et de la droite caractéristique.

Notons que le degré d'anisotropie de l'échantillon est directement lié au degré de sollicitation du mécanisme déviatorique, mais l'influence du mécanisme volumique peut être mise en évidence en effectuant la même comparaison que celle présentée précédemment (figures IV-16a et b) sur des simulations obtenues avec le modèle à un seul mécanisme (figures IV-16c et d).

Il apparaît alors que le mécanisme déviatorique seul ne peut traduire qu'une sensibilité limitée de la réponse triaxiale à l'histoire antérieure de l'échantillon, puisque cette histoire met en jeu un type de sollicitation (oedométrique), qui est mal décrit par ce mécanisme (figure IV-11a et IV-11c, p. 111).

## 1.4 Modélisation du pic de contrainte (radoucissement)

### 1.4.1 Adaptation du modèle

Le dernier aspect qui n'a pas encore été pris en compte dans notre modèle, au moins qualitativement, est la phase de radoucissement (écrouissage négatif), observable sur les courbes expérimentales ( $q, \epsilon_1$ ).

Pour que notre modèle puisse reproduire le pic, il faut modifier la règle d'écrouissage définissant  $R_{f1}$ , de manière à ce que  $R_{f1}$  passe par un maximum, puis se stabilise pour de fortes déformations.

De nombreux modèles, comme celui de Hujeux [34], utilisent un écrouissage volumique dérivé des modèles de Cam-Clay [87] :

$$f(q, p, \epsilon_v^p, \epsilon_d^p) = \frac{q}{Mp} + \ln\left(\frac{p}{P_c}\right) R(\epsilon_d^p) \quad (IV-38)$$

où  $P_c$  est défini par :

$$p_c = P_{co} \exp(\alpha \epsilon_v^p) \quad (M \text{ et } \alpha \text{ sont des constantes}) \quad (IV-39)$$

Dans notre cas, on peut faire dépendre  $R_{f1}$  des déformations volumiques plastiques liées au mécanisme déviatorique, qui changent de signe à l'état caractéristique. On adoptera pour  $R_{f1}$  l'expression suivante :

$$R_{f1} = (1 - \exp(-a \epsilon_d^p)) \cdot \exp(\mu \epsilon_v^p) \quad (IV-40)$$

De cette façon,  $R_{f1}$  passera bien par un maximum, puis décroîtra, pour se stabiliser enfin, puisque  $\epsilon_v^p$  se stabilise et que le facteur en  $\epsilon_d^p$  tend vers 1. On notera que, suivant l'importance relative des paramètres  $a$  et  $\mu$ , l'apparition du pic peut être plus ou moins retardée par rapport à celle du changement de phase.

L'introduction du radoucissement dans le modèle implique donc la détermination d'un dernier paramètre  $\mu$ , réglant l'amplitude du pic de contrainte.

### 1.4.2 Test du modèle dans sa version finale

La valeur de  $\mu$  déterminée sur les essais triaxiaux pour le matériau organique est de 5 (cf § 1.2).

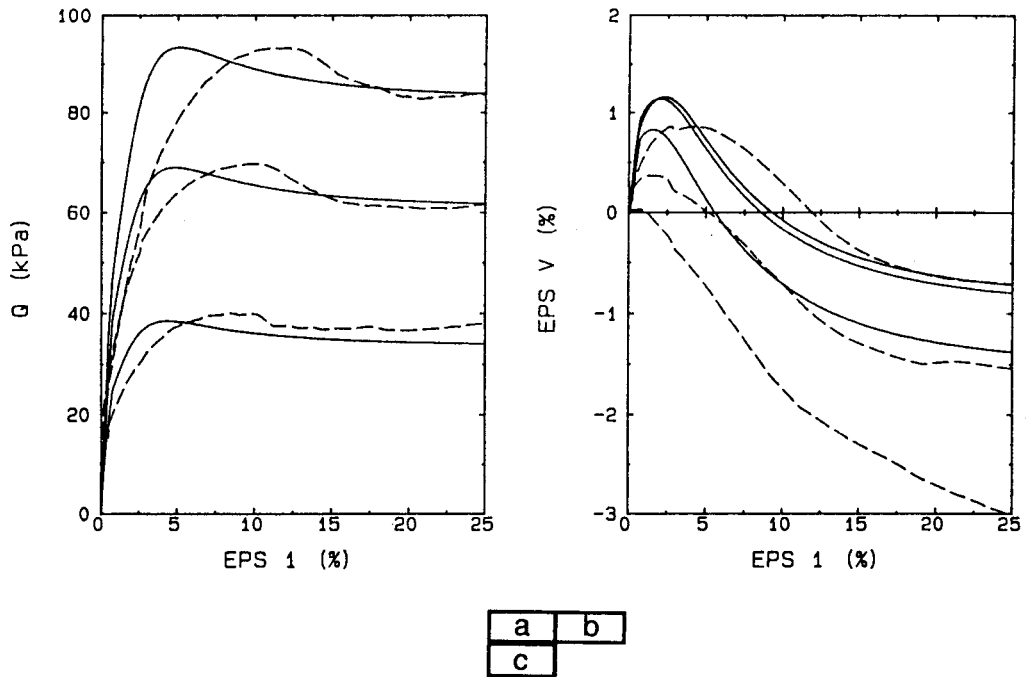
On a repris la simulation des essais triaxiaux et de l'essai oedométrique à l'aide de la version définitive du modèle (figure IV-18).

On peut constater qu'on a bien l'effet recherché, à savoir le pic du déviateur, et la stabilisation progressive de celui-ci quand on atteint des déformations importantes (figure IV-18a). Cependant ce pic apparaît trop tôt, ce qui est lié à l'apparition de la dilatance qui intervient trop rapidement dans le comportement modélisé (figure IV-18b).

Cependant, on constate une bonne concordance quantitative entre les valeurs du déviateur au pic simulée et expérimentale, ainsi qu'entre les valeurs à l'état limite. De même, l'amplitude des déformations volumiques modélisées est en accord avec l'expérience, bien que le comportement simulé soit un peu trop contractant.

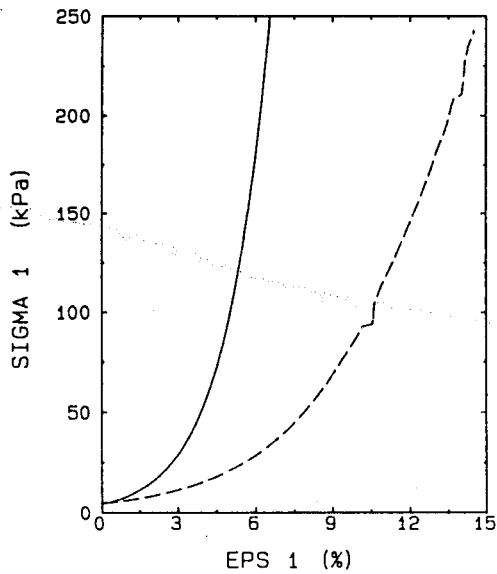
En guise de récapitulation, nous présentons sur la figure IV-19 les simulations d'un essai triaxial et d'un essai oedométrique, obtenus avec les versions de base et finale du modèle, et nous les comparons aux essais expérimentaux. On voit qu'à ce stade on peut choisir, en fonction des applications qu'on souhaite traiter, entre une version simple à un seul mécanisme et élasticité linéaire, satisfaisante pour reproduire des trajets à dominante distorsionnelle, et une version plus complexe pouvant simuler des trajets associant distorsion et consolidation et reproduire un comportement radoucissant.

Dans l'optique du présent travail, nous souhaitons que soient prises en compte au maximum les spécificités rhéologiques des matériaux ; aussi, adopterons-nous dans la suite la version du modèle comportant les deux mécanismes, le radoucissement et l'élasticité non-linéaire.



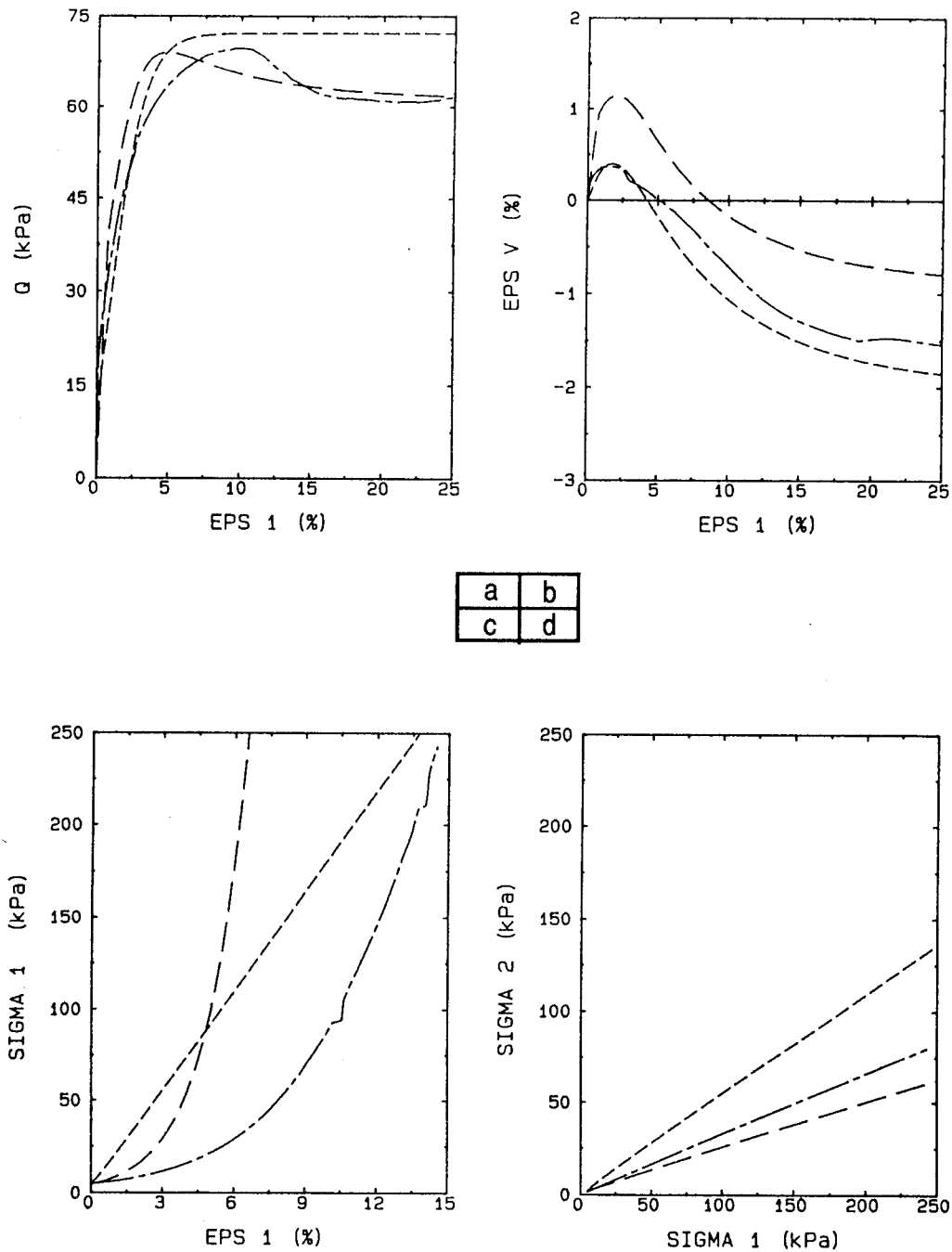
**Figure IV - 18 :**

Test du modèle dans sa version finale  
sur les essais de calage des paramètres  
(matériau organique - densité moyenne)  
(a,b,c : voir texte)



Légende :

— simulation  
- - - expérimental



**Figure IV - 19 :**

Comparaison de la version de base  
 et de la version finale du modèle dans la simulation :  
 - d'un essai triaxial (a,b)  
 - d'un essai oedométrique (c,d)  
 (matériau organique - densité moyenne)

Légende :

- simulation (version de base du modèle)
- .-.-.- simulation (version finale du modèle)
- experimental

---

## 2. DETERMINATION ET ETUDE DES PARAMETRES DU MODELE

---

Nous avons montré dans le paragraphe précédent que suivant la gamme d'essais à simuler, des versions plus ou moins complexes du modèle pouvaient être utilisées.

Toutefois, le degré de complexité jugé admissible pour un modèle tiendra surtout à la capacité de pouvoir déterminer ses paramètres à partir des essais disponibles. En effet le nombre de paramètres d'un modèle n'est pas forcément un obstacle à son utilisation, si l'on sait les déterminer à partir d'essais conventionnels ( triaxiaux et oedométriques dans notre cas ).

D'autre part, le problème de l'imprécision dans la détermination des paramètres se pose : comment une marge d'incertitude se traduit-elle sur la réponse du modèle ?

Ces deux aspects, essentiels dans l'estimation de l'efficacité d'un modèle, vont être examinés dans ce paragraphe. Nous commençons par présenter la méthode suivie pour déterminer les valeurs des paramètres. Puis, nous étudions la sensibilité du modèle par rapport à ses paramètres.

### 2.1 Détermination des paramètres du modèle

La version finale du modèle proposé comprend neuf paramètres :

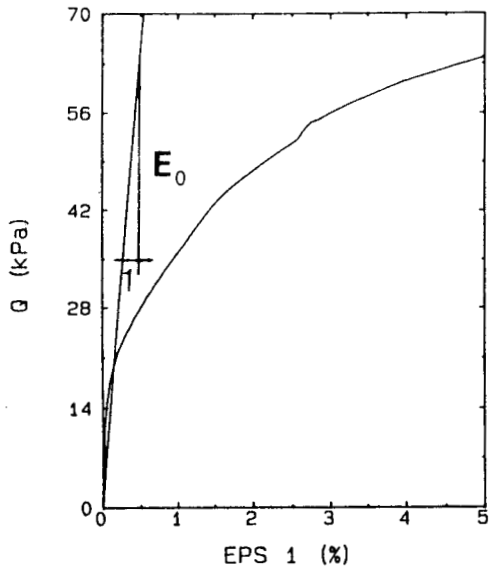
- deux paramètres élastiques  $E_A, \nu$
- six paramètres liés au mécanisme déviatorique :  $\phi, C, a, \psi, \mu, \alpha_g$
- un paramètre lié au mécanisme de consolidation :  $\beta$

Dans ce qui suit nous illustrons la méthode de détermination des paramètres sur trois essais triaxiaux ( $\sigma_0 = 10.3, 19.6, 27.0$  kPa) pour le matériau organique.

#### 2.1.1 Les paramètres élastiques $E_A$ et $\nu$

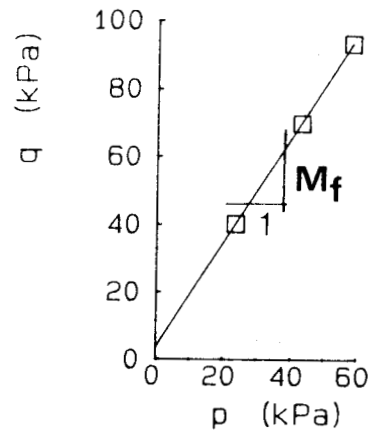
Le paramètre  $E_A$  a été défini par la relation :

$$E = E_A \frac{P}{P_A} \quad (IV-29)$$



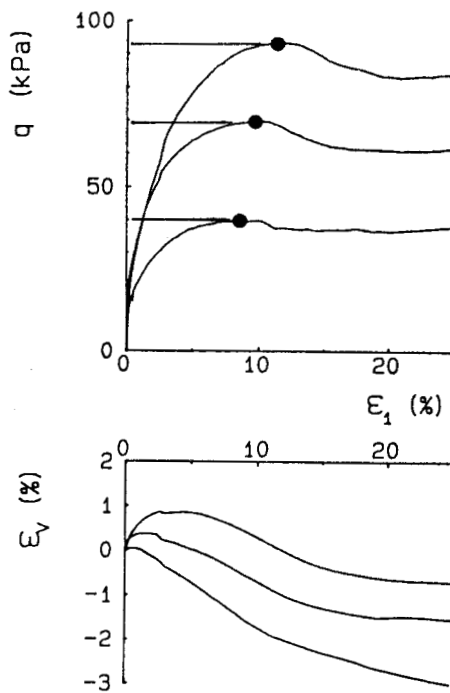
**Figure IV - 20 :**

Détermination du module d'Young à l'origine  
(matériau organique - densité moyenne)



**Figure IV - 21 :**

Détermination du paramètre  $M_f$   
matériau organique  
densité moyenne



**Figure IV - 22 :**

Définition de la rupture  
sur les essais de compression triaxiale  
(matériau organique - densité moyenne)



Ne disposant pas d'essais triaxiaux en décharge, il est possible de déterminer le module d'Young initial  $E_0$  en prenant la pente à l'origine de la courbe  $(q, \epsilon_1)$  pour plusieurs confinements  $\sigma_0$ , puis de trouver  $E_A$  en calculant la pente de la droite  $(E_0, \sigma_0)$  d'après la relation (IV-28).

En pratique, les pentes à l'origine pour les essais normalement consolidés dont nous disposons sont très raides et difficilement mesurables. Néanmoins, nous définirons  $E_0$  sur un essai (pour un confinement  $\sigma_0$  de 19.6 kPa) en considérant le module sécant à 0.3 % de déformation axiale (figure IV-20). On trouve alors pour  $E_0$  une valeur de 13 MPa, soit pour  $E_A$  125 MPa. Le coefficient de Poisson à l'origine  $\nu_0$ , difficilement mesurable sur les essais, est pris égal à 0.35.

### 2.1.2 Paramètres liés au mécanisme déviatorique

Il s'agit de  $\phi, C, a, \psi, \alpha_g, \mu$  dans l'ordre de leur introduction dans le modèle.

#### • $\phi$ et $C$

Ces deux paramètres définissent la surface de rupture, dont l'expression est :

$$f_1(p, q) = q - M_f \cdot (p + C) \quad (IV-6)$$

$$\text{où } M_f = \frac{6 \sin \phi}{3 - \sin \phi} \quad \text{en compression} \quad (IV-7)$$

$$M_f = \frac{6 \sin \phi}{3 + \sin \phi} \quad \text{en extension} \quad (IV-8)$$

Ces paramètres seront déterminés par régression linéaire sur les points  $(p, q)$  à la rupture (figure IV-21).

Ici intervient la définition que l'on donne au mot rupture. En effet, il est possible de considérer que celle-ci survient soit au pic, soit au palier du déviateur. Nous considérerons que la rupture correspond à la valeur maximale du déviateur dans le domaine de déformation étudié (de 0 à 25 % de déformation axiale) (figure IV-22).

Les valeurs calculées à partir de la figure IV-21 sont  $\phi = 38^\circ$  et  $C = 3$  kPa. Cependant dans la valeur finale de  $\phi$  on devra tenir compte du fait que  $R_{f1}$  n'est pas égal à 1 à la rupture (voir § 2.1.4).

• *le paramètre a :*

Ce paramètre règle le taux d'écrouissage déviatorique ; il intervient principalement dans la phase pré-pic, à partir de l'expression :

$$R_{f1} = 1 - \exp(-a \cdot \epsilon_d^p) \quad (IV-13)$$

Il est possible d'estimer ce paramètre en calculant, pour une valeur de  $R_{f1}$  donnée, la déformation déviatorique  $\epsilon_d^p$  correspondante.

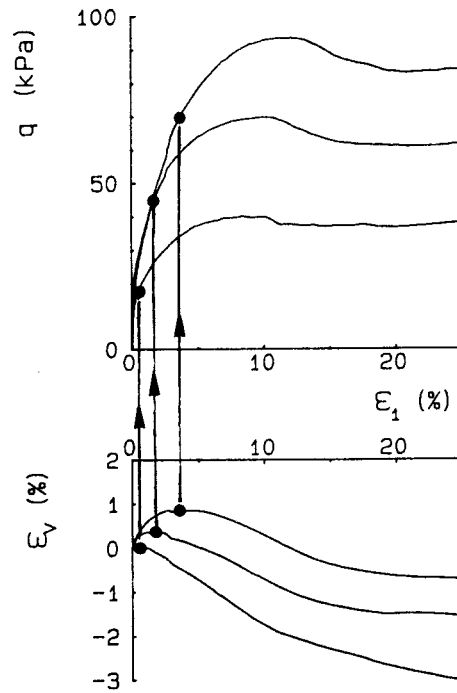
Expérimentalement, nous ne mesurons que les déformations totales, mais en choisissant  $R_{f1}$  assez grand (0.9), on peut admettre  $\epsilon_d^p \cong \epsilon_d$  (on néglige  $\dot{\epsilon}_d^e$  devant  $\dot{\epsilon}_d^p$ ). Il suffit alors de relever sur les courbes expérimentales les valeurs de  $q$ , puis  $\epsilon_1$  et  $\epsilon_v$  correspondant à ce choix de  $R_{f1}$ . On en déduit  $\epsilon_d$ .

En procédant ainsi pour les trois essais triaxiaux retenus, on trouve pour  $a$  une valeur moyenne de 75.

•  *$\psi$  et  $\alpha_g$*

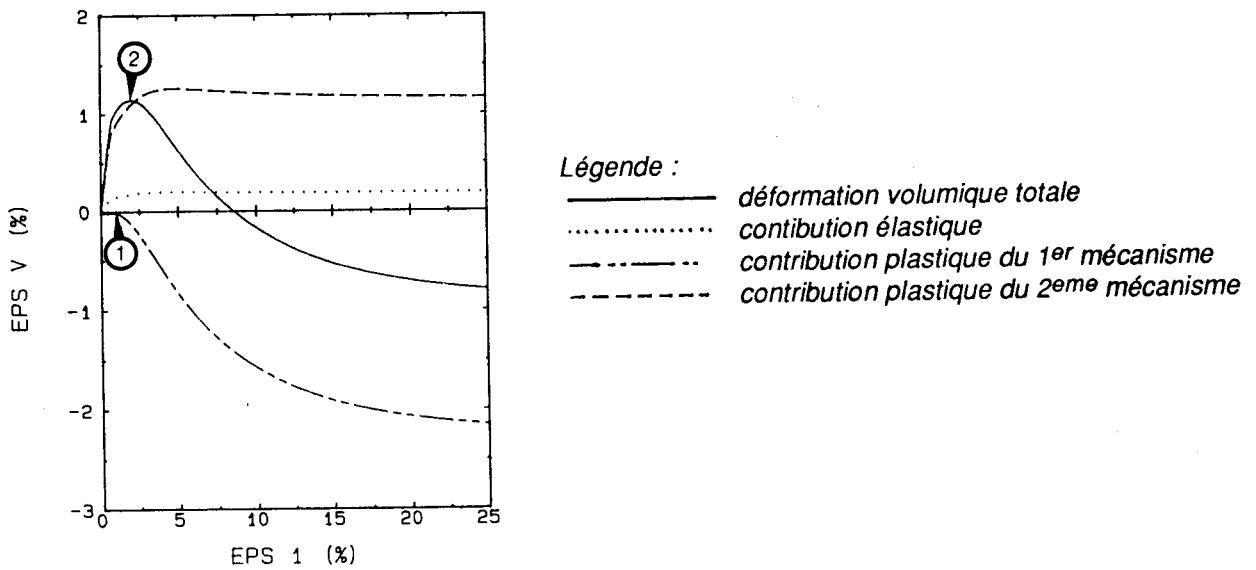
Ces paramètres interviennent dans le potentiel plastique  $g_1$  par l'intermédiaire des équations (IV-20), (IV-21) et (IV-24).

On sait que  $M_g$  représente le rapport  $q/p$  au changement de phase, c'est-à-dire pour  $\epsilon_v^p = 0$  (figure IV-23). Là encore, nous ferons l'hypothèse  $\epsilon_v^p = \epsilon_v$ . Ceci revient à négliger, d'une part, le taux de déformation élastique  $\dot{\epsilon}_v^e$ , et d'autre part, le taux de déformation plastique  $\dot{\epsilon}_v^p$  dû au mécanisme de consolidation.



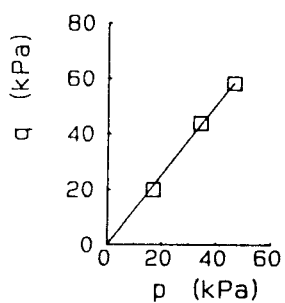
**Figure IV - 23 :**

Détermination du déviateur  
au changement de phase  
(matériau organique - densité moyenne)



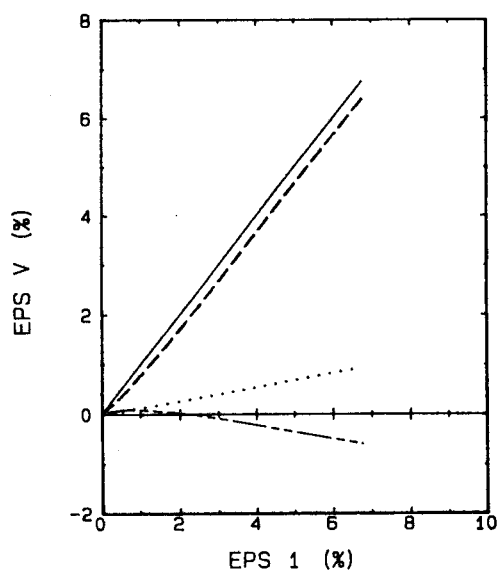
**Figure IV - 24 :**

Contributions élastique et plastiques  
à la déformation volumique totale  
pour un essai de compression triaxiale



**Figure IV - 25 :**

Détermination de  $M_g$



**Figure IV - 26 :**

Contributions élastique et plastiques  
à la déformation volumique totale  
pour un essai oedométrique  
(voir légende figure IV - 24)

Or, on peut constater sur la figure IV-24 que, pour un essai normalement consolidé ( $P_{c0} = \sigma_0$ ), cette approximation peut être discutée, l'apparition de la dilatance 1 étant antérieure au changement de phase 2 constaté sur la déformation volumique totale.

La valeur de  $M_g$ , déterminée par régression linéaire sur les points (p,q) au changement de phase (figure IV-25), sera donc surestimée en général. Pour le matériau organique, la valeur de  $M_g$  ainsi estimée est de 1.26, soit pour  $\psi$  une valeur de  $31^\circ$ .

Quant à  $\alpha_g$ , il est obtenu par calage sur les courbes expérimentales, c'est-à-dire par approximations successives, quand les autres paramètres sont connus.

• *le paramètre  $\mu$*

C'est le paramètre quantifiant l'écrouissage volumique, par l'intermédiaire de la règle d'écrouissage globale :

$$R_{fl} = (1 - \exp(-a \epsilon_d^p)) \cdot \exp(\mu \epsilon_v^p) \quad (IV-40)$$

Après le pic, le terme en  $(1 - \exp(-a\epsilon_d^p))$  est égal à 1. On aura donc :

$$q = M_f (p + C) \exp(\mu \epsilon_v^p) \quad (IV-41)$$

Ici également, on supposera  $\epsilon_v^p \cong \epsilon_v$ . L'expression ci-dessus peut alors être évaluée pour le déviateur au pic  $q_{pic}$  et au palier  $q_{lim}$ , connaissant la déformation volumique correspondante, soit  $\epsilon_{v\ pic}$  et  $\epsilon_{v\ lim}$  respectivement. On obtient :

$$\exp(\mu (\epsilon_{v\ pic} - \epsilon_{v\ lim})) = \frac{q_{pic} (p_{lim} + C)}{q_{lim} (p_{pic} + C)} \quad (IV-42)$$

En procédant de la sorte, on obtient une valeur moyenne de  $\mu$  égale à 5.

### 2.1.3 Paramètre lié au mécanisme de consolidation

Le seul paramètre intervenant dans ce mécanisme est  $\beta$ , qui quantifie la compressibilité du matériau.

En effet, lorsque le mécanisme est mobilisé :

$$p = P_{co} \cdot \exp (2\beta \cdot \epsilon_v^p) \quad (IV-43)$$

On peut donc rapprocher cette expression de celle obtenue pour l'essai oedométrique (cf. § 2.1, chapitre III) :

$$e_0 - e = C_c \cdot \log \left( \frac{p}{P_{co}} \right) \quad (IV-44)$$

Or, sachant que  $\epsilon_v = \frac{e_0 - e}{1 + e}$ , il vient :

$$\epsilon_v = \frac{C_c \cdot \log \left( \frac{p}{P_{co}} \right)}{1 + e_0 + C_c \log \left( \frac{p}{P_{co}} \right)}$$

ou

$$\epsilon_v \cong \frac{C_c \cdot \log \left( \frac{p}{P_{co}} \right)}{1 + e_0} \quad (IV-45)$$

On peut donc prendre  $\beta = \frac{(1 + e_0) \ln(10)}{2 \cdot C_c}$  soit, avec  $C_c = 0.12$ ,  $e_0 = 0.8$  pour  $p_{co} = 5$  kPa

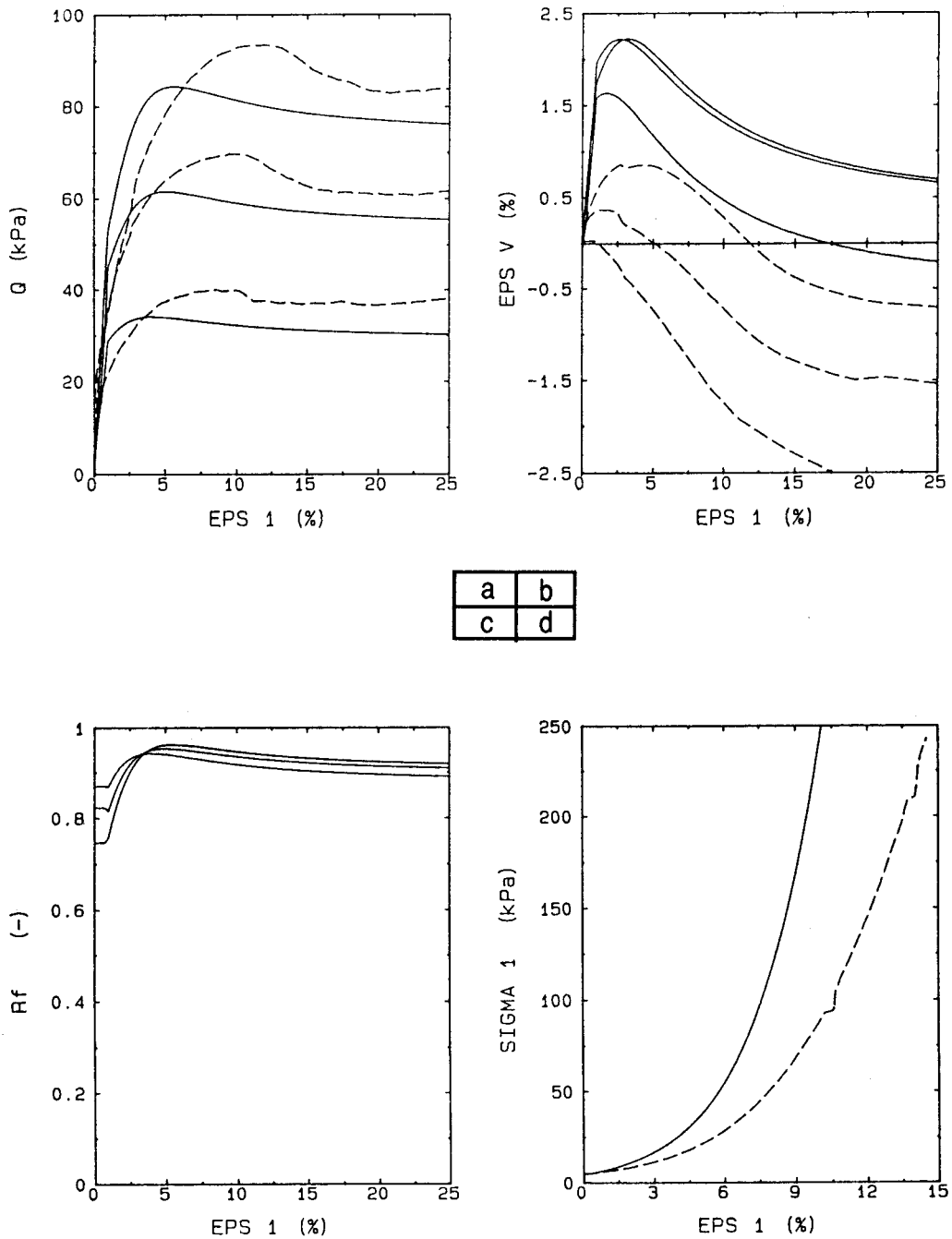
$$\beta = 18$$

On notera cependant que l'on a implicitement supposé que les déformations volumiques plastiques dues au mécanisme déviatorique étaient négligeables, ce qui est justifié d'après la figure IV-26.

#### 2.1.4 Ajustement des paramètres

Nous disposons à ce stade d'un jeu de paramètres "bruts", c'est-à-dire tels qu'ils ont été déterminés suivant la démarche donnée ci-dessus. Il faut y ajouter le paramètre de calage  $\alpha_g$ , qui, à la suite de quelques tests de dégrossissement, non présentés ici, a été pris de l'ordre de 10.

Le tableau IV-3 présente les paramètres bruts, et la figure IV-27 montre les simulations obtenues à partir de ces paramètres.



**Figure IV - 27 :**

Test du modèle avec les paramètres "bruts" :  
 - sur un chemin de compression triaxiale (a,b,c)  
 - sur un chemin oedométrique (d)  
 (matériau organique - densité moyenne)

Légende :  
 ——— simulation  
 - - - - - expérimental

$E_A$	$\nu$	$\phi$	$C$	$a$	$\mu$	$\psi$	$\alpha_g$	$\beta$
120	0.35	38	3	75	5	31	10	18

**Tableau IV-3**

On voit que la simulation des essais triaxiaux est assez médiocre sur deux points :

- i) la valeur du déviateur au pic est nettement sous-estimée, ce qui semble indiquer une valeur de  $\phi$  trop faible.
- ii) la contractance est trop forte, ce qui est dû principalement aux paramètres  $\beta$  et  $\psi$ .

Concernant le premier point, on notera que, du fait que la dilatance intervient avant le pic,  $R_{f1}$  n'atteint pas 1, mais prend son maximum aux environs de 0.95 (figure IV-27c). Pour reproduire les essais, on prendra donc sur la valeur de  $M_f$  déterminée expérimentalement, le facteur correctif  $1/0.95$ , d'où une nouvelle valeur  $M_f = 1.63$ , soit  $\phi = 39.8^\circ$ .

Pour ce qui est des paramètres  $\beta$  et  $\psi$ , leur détermination a été effectuée à partir de l'hypothèse du découplage des mécanismes dans leur contribution aux déformations. Il en résulte qu'on a certainement surestimé à la fois la compressibilité du matériau, soit  $1/\beta$ , et l'angle  $\psi$  au changement de phase.

Une phase d'ajustement des paramètres est donc inévitable, qui vise une reproduction moyenne convenable des essais triaxiaux et oedométriques. Ceci ne peut se faire que par tâtonnement, ce qui est assez fastidieux. Notons qu'il existe des logiciels de détermination automatique des paramètres pour aider les modélisateurs dans cette tâche [24].

Nous avons finalement retenu pour  $\beta$  une valeur de 30, et pour  $\psi$  une valeur de  $30^\circ$ .

Le paramètre  $\alpha_g$  a été fixé à 13.

Nous aurons donc comme paramètres pour ce matériau ceux donnés dans le tableau IV-4. Ces valeurs conduisent aux simulations présentées précédemment (cf §1.4.1)



$E_A$	$\nu$	$\phi$	$C$	$a$	$\mu$	$\psi$	$\alpha_g$	$\beta$
120	0.35	39.8	3	75	5	30	13	30

Tableau IV-4

## 2.2 Influence des paramètres sur la réponse du modèle

Nous allons présenter ici une étude paramétrique du modèle complet, qui consistera à étudier, à partir d'un jeu de paramètres donné, l'influence d'une perturbation de chaque paramètre autour d'une valeur de référence, sur la réponse donnée par le modèle à deux types de sollicitation : triaxiale et oedométrique.

Les renseignements apportés par cette étude concernent la sensibilité du modèle aux différents paramètres. Mais ce type d'étude, effectuée sur le jeu de paramètres bruts par exemple, est aussi un guide précieux dans la détermination finale du jeu de paramètres ajustés. Enfin, et plus généralement, l'étude paramétrique permet, en isolant tour à tour les fonctions du modèle contrôlées par chaque paramètre, de mieux comprendre le fonctionnement de celui-ci.

Le jeu de paramètres de référence retenu pour cette étude est celui déterminé au paragraphe précédent pour le matériau organique. Les simulations de référence seront celles de l'essai oedométrique, et de l'essai triaxial à  $\sigma_o = 19.6$  kPa.

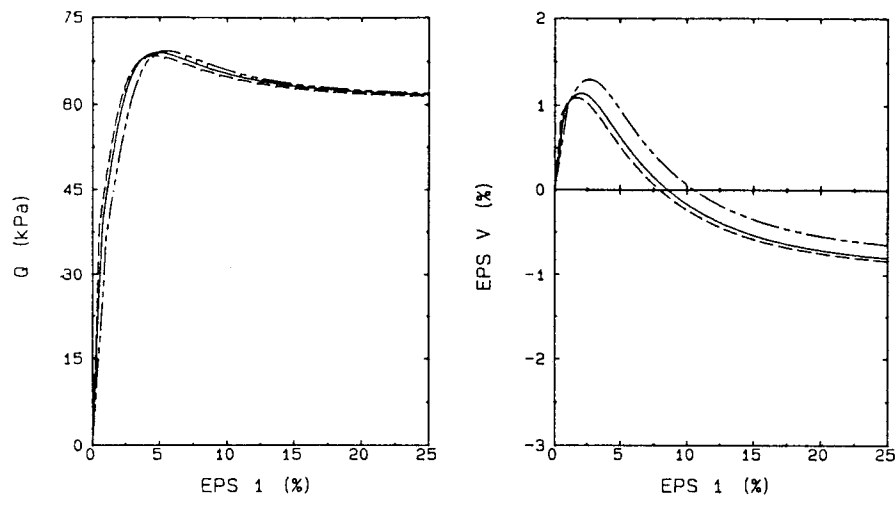
Par ailleurs, nous avons noté que la détermination de certains paramètres est plus ou moins approximative, et nous avons tenu compte de ceci en fixant les pourcentages de perturbation dans cette étude paramétrique. Ces pourcentages sont rassemblés dans le tableau IV-5 :

$E_A$	$\nu$	$M_f$	$C$	$a$	$\mu$	$M_g$	$\alpha_g$	$\beta$
$\pm 50\%$	$\pm 30\%$	$\pm 5\%$	$\pm 50\%$	$\pm 30\%$	$\pm 30\%$	$\pm 10\%$	$\pm 30\%$	$\pm 50\%$

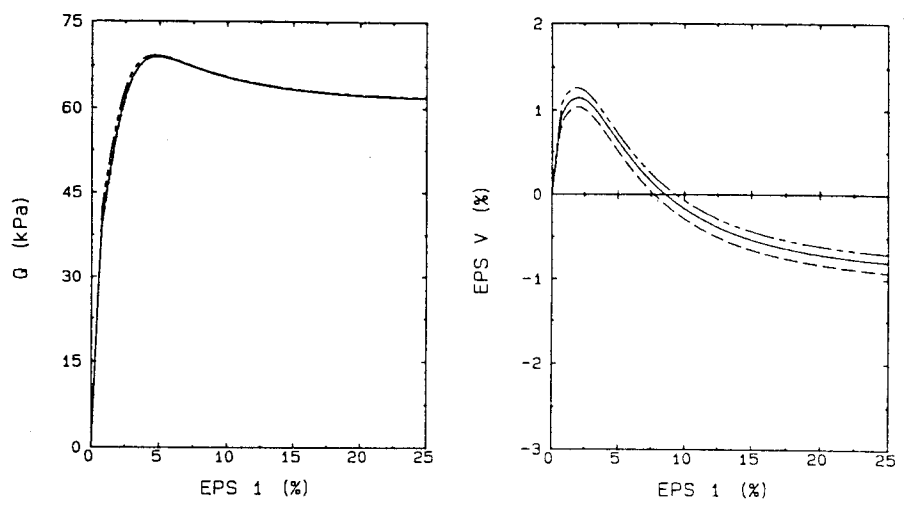
Tableau IV-5

### 2.2.1 Influence des paramètres élastiques

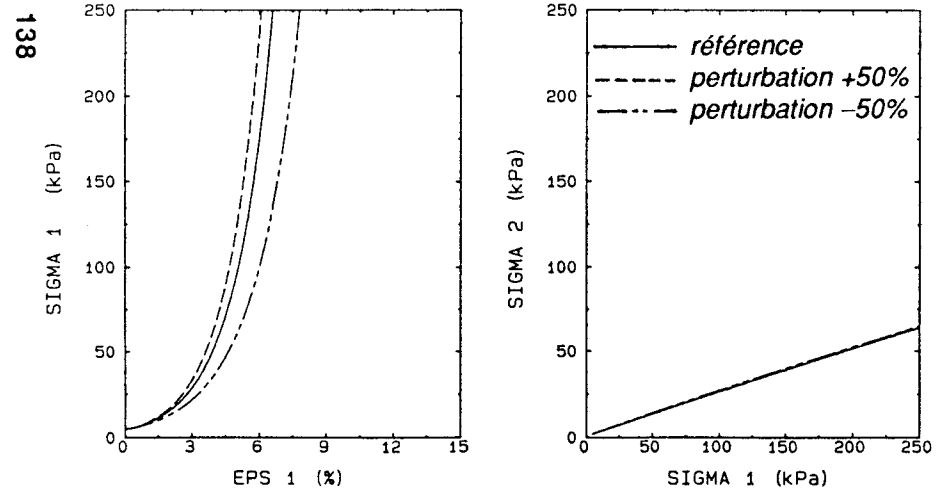
Etant donné la façon dont  $E_A$  est déterminé, c'est-à-dire indirectement d'après le module tangent initial  $E_0$ , qui est lui-même sujet à une incertitude notable, une imprécision de  $\pm 50\%$  sur ce paramètre est tout à fait plausible.



a	b
c	d

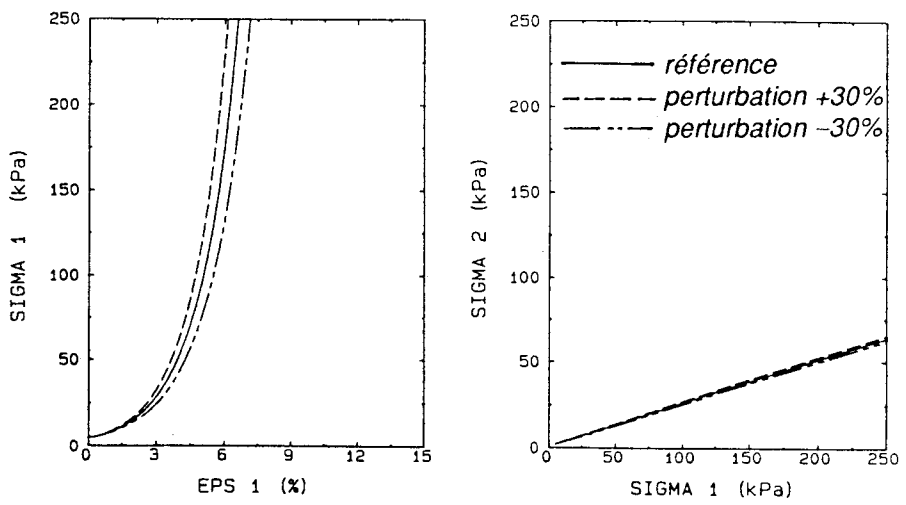


a	b
c	d



**Figure IV - 28 :**

Influence du paramètre  $E_A$  sur :  
 - un chemin de compression triaxiale (a,b)  
 - un chemin oedométrique (c,d)



**Figure IV - 29 :**

Influence du paramètre  $\nu$  sur :  
 - un chemin de compression triaxiale (a,b)  
 - un chemin oedométrique (c,d)

On voit sur les figures IV-28a et IV-28b qu'elle se traduit, dans la simulation de l'essai triaxial, par une influence modérée sur le déviateur et sur la déformation volumique.

Les figures IV-28c et IV-28d indiquent une certaine influence de  $E_A$  également sur la simulation de l'essai oedométrique.

De la même façon, la détermination de  $v$  peut entraîner une marge importante d'imprécision. Une valeur de  $v$  supérieure à 0.5 n'étant pas acceptable, le pourcentage de perturbation pour  $v$  a été fixé à 30 %.

L'effet d'une telle perturbation sur l'essai triaxial est limité à la déformation volumique (figure IV-29b). Son influence sur l'essai oedométrique est comparable à celle de  $E_A$  (figures IV-29c et IV-29d).

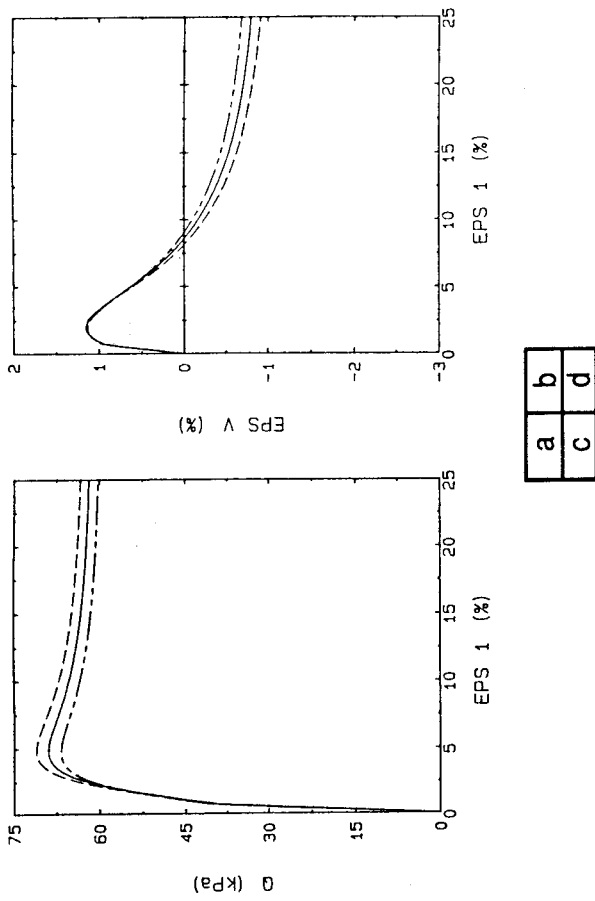
### **2.2.2 Influence des paramètres $\phi$ et $C$ régissant la surface de rupture du mécanisme déviatorique**

Le paramètre  $\phi$  intervenant dans l'expression de  $M_f$ , nous avons fait porter la perturbation sur le paramètre  $M_f$ . La rupture pouvant être définie de façon précise d'après les essais, le pourcentage de perturbation sur  $M_f$  a été pris égal à 5 %. La détermination du paramètre de cohésion  $C$  résulte par contre d'une extrapolation du lieu de rupture à l'origine, alors que celui-ci peut ne pas être linéaire dans cette zone [64,108]. Nous attribuerons donc à ce paramètre une perturbation de 50 %.

On voit sur la figure IV-30a que la perturbation de 5 % sur  $M_f$  se traduit dans la simulation de l'essai triaxial par un effet marqué sur la valeur au pic et au palier de la courbe  $(q, \epsilon_1)$ . L'effet est également important sur la dilatance : une augmentation de  $M_f$ ,  $M_g$  étant constant par ailleurs, aggrandit le domaine surcaractéristique, ce qui se traduit par une dilatance plus grande (figure IV-30b).

Le paramètre  $M_f$  a peu d'influence sur la simulation de l'essai oedométrique, l'angle  $\phi$  n'étant jamais totalement mobilisé pour ce chemin de sollicitation (cf figure III-11c, p. 111).

En ce qui concerne le paramètre de cohésion  $C$  (figure IV-31), son influence sur les réponses du modèle est de même nature que celle de  $M_f$ , bien que de plus faible amplitude.



a	b
c	d

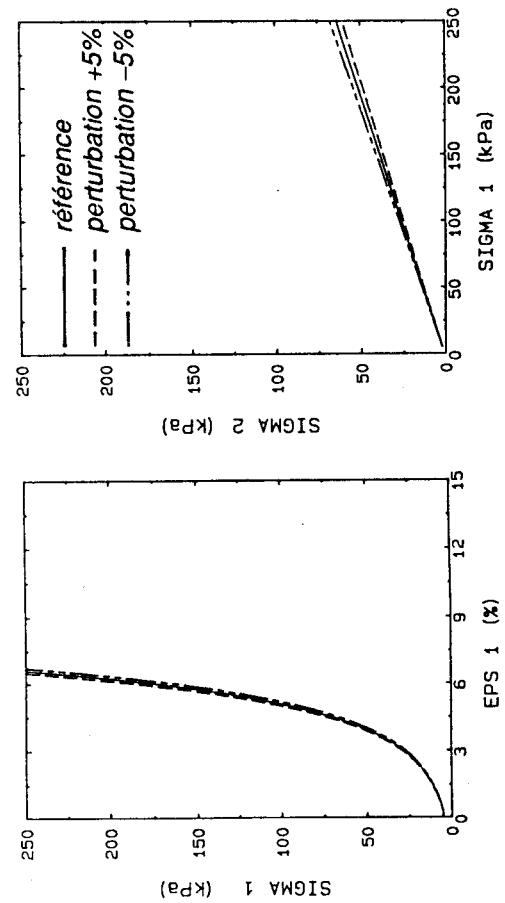
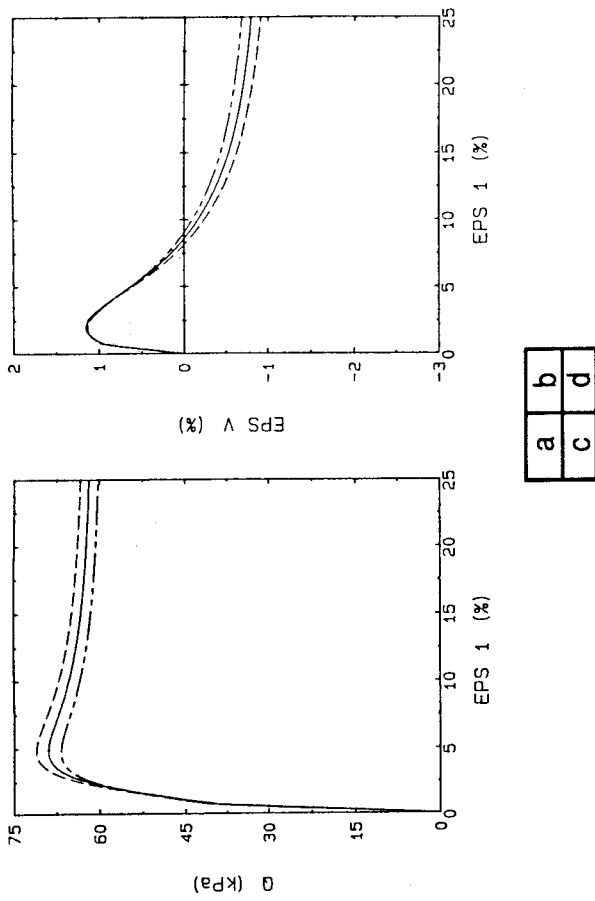


Figure IV - 30 :

Influence du paramètre  $\phi$  sur :  
 - un chemin de compression triaxiale (a,b)  
 - un chemin oedométrique (c,d)



a	b
c	d

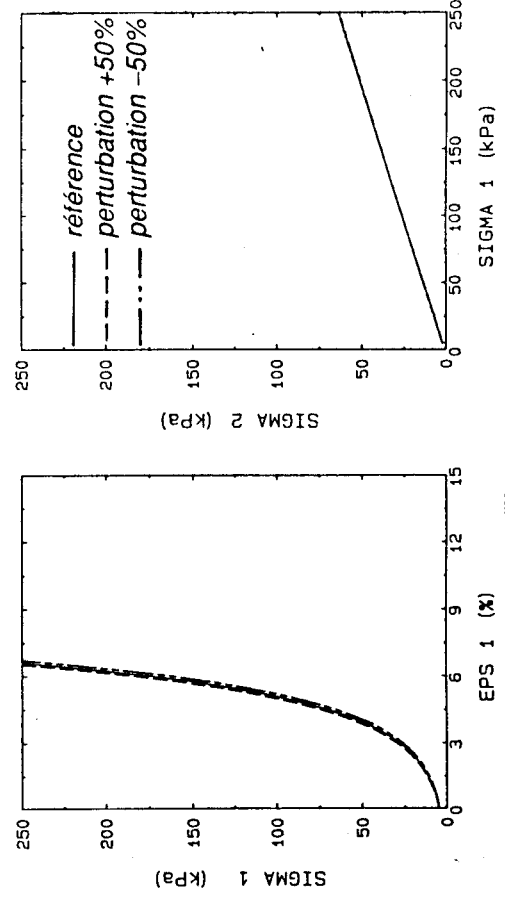


Figure IV - 31 :

Influence du paramètre  $C$  sur :  
 - un chemin de compression triaxiale (a,b)  
 - un chemin oedométrique (c,d)

### 2.2.3 Influence des paramètres $a$ et $\mu$ régissant l'écroissage pour le mécanisme déviatorique

Leur évaluation fait intervenir certaines approximations qui influent sur la précision des valeurs obtenues. Nous étudierons l'effet d'une perturbation assez forte (30 %) de ces paramètres.

L'effet du paramètre  $a$  sur la simulation est complexe.

Concernant l'essai triaxial, son influence la plus évidente porte sur la raideur pré-pic de la courbe contrainte-déformation (figure IV-32a), et par conséquent sur la déformation volumique (figure IV-32b). Une augmentation de  $a$  se traduit par une amplification de la dilatance, qui à son tour augmente le radoucissement.

Pour l'essai oedométrique, l'évolution de  $R_{f1}$  a une influence sur la simulation : on retrouve ici le fait que si l'on augmente  $a$ , on se retrouvera plus rapidement au palier de  $R_{f1}$  (cf figure III-11c, p. 111), et le mécanisme déviatorique ne générant plus de déformation plastique, on aura une courbe  $(\sigma_1, \epsilon_1)$  plus raide.

L'effet du paramètre  $\mu$  est sensible également. Il se situe principalement au niveau du comportement au pic et après le pic, pour l'essai triaxial (figure IV-33a). Une augmentation de  $\mu$  amplifie la répercussion de la dilatance sur le radoucissement. On note que, le pic étant légèrement postérieur au changement de phase, l'effet d'une augmentation de  $\mu$  se fait sentir également sur la valeur du déviateur au pic. C'est ce qui nous a amenés à introduire une correction de  $\phi$  dans le jeu de paramètres ajustés.

Sur l'essai oedométrique, l'effet de  $\mu$  est pratiquement nul : ce paramètre influençant essentiellement le comportement après la rupture, on conçoit qu'il soit sans influence sur la réponse à un chemin de sollicitation qui ne conduit pas à la rupture (figure IV-33 c et d).

### 2.2.4 Influence des paramètres $\psi$ et $\alpha_g$ régissant le potentiel plastique

De même que pour  $\phi$ , nous ferons porter la perturbation sur  $M_g$ , qui est la grandeur mesurée directement, par linéarisation du lieu des points  $(p, q)$  au changement de phase.

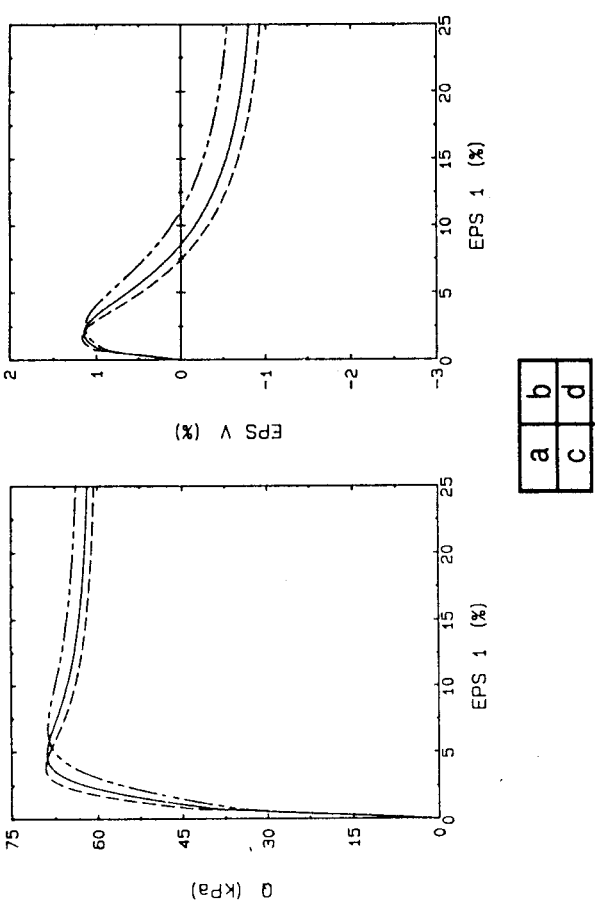
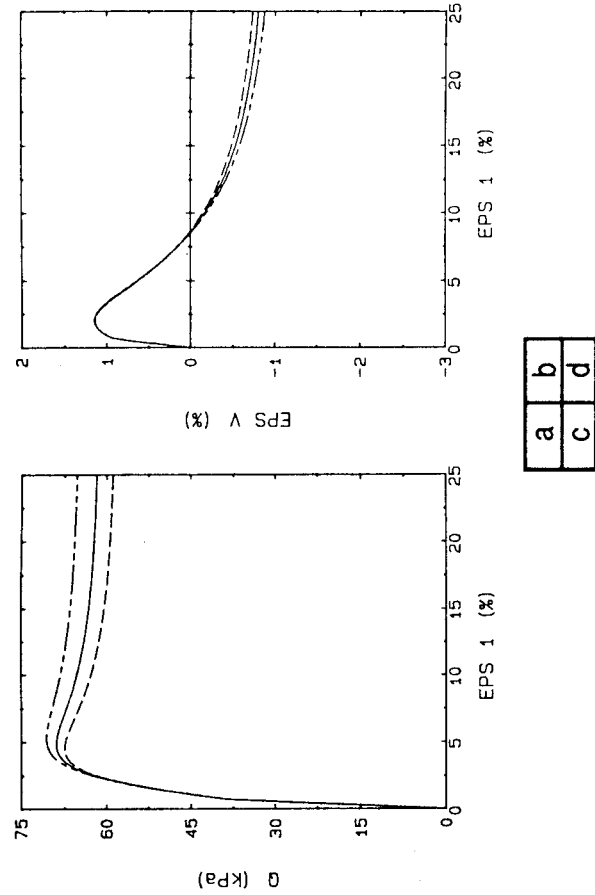


Figure IV - 32 :

Influence du paramètre a sur :  
 - un chemin de compression triaxiale (a,b)  
 - un chemin oedométrique (c,d)

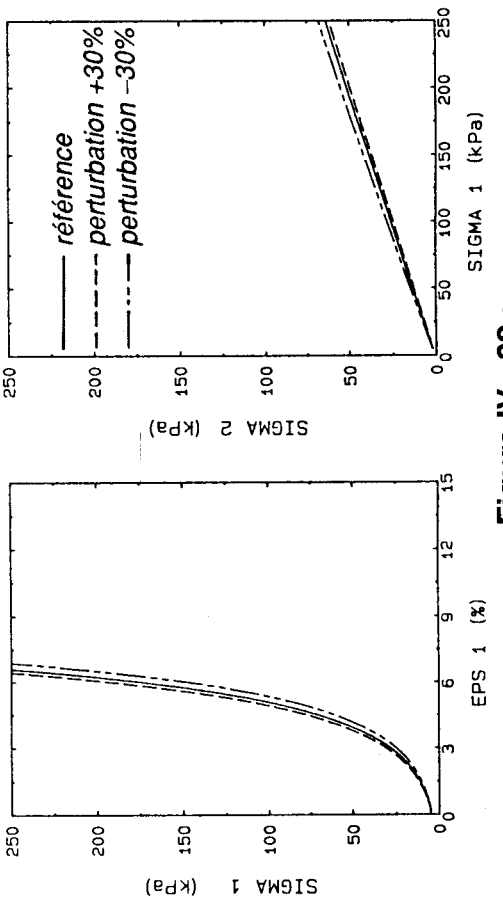
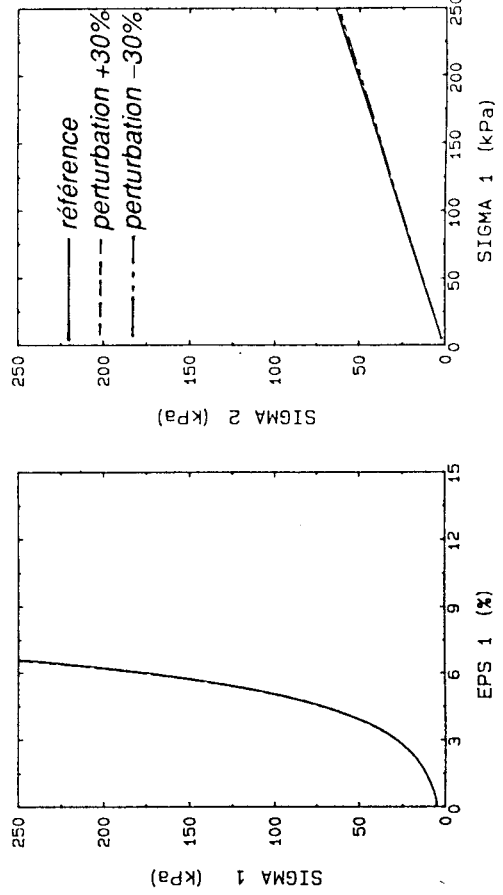


Figure IV - 33 :

Influence du paramètre  $\mu$  sur :  
 - un chemin de compression triaxiale (a,b)  
 - un chemin oedométrique (c,d)

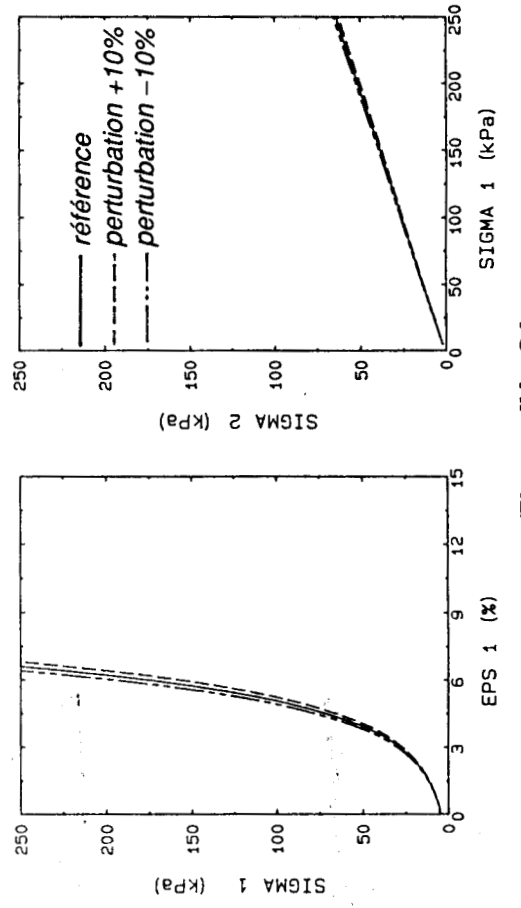
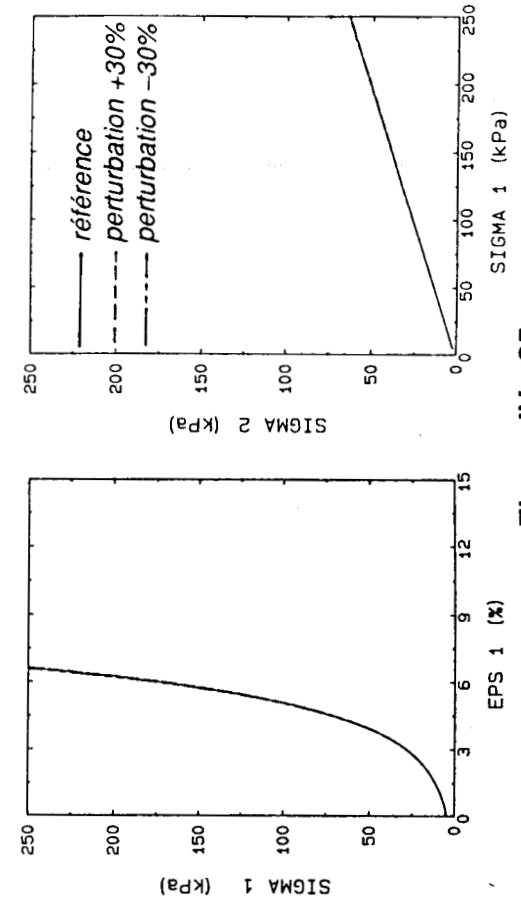
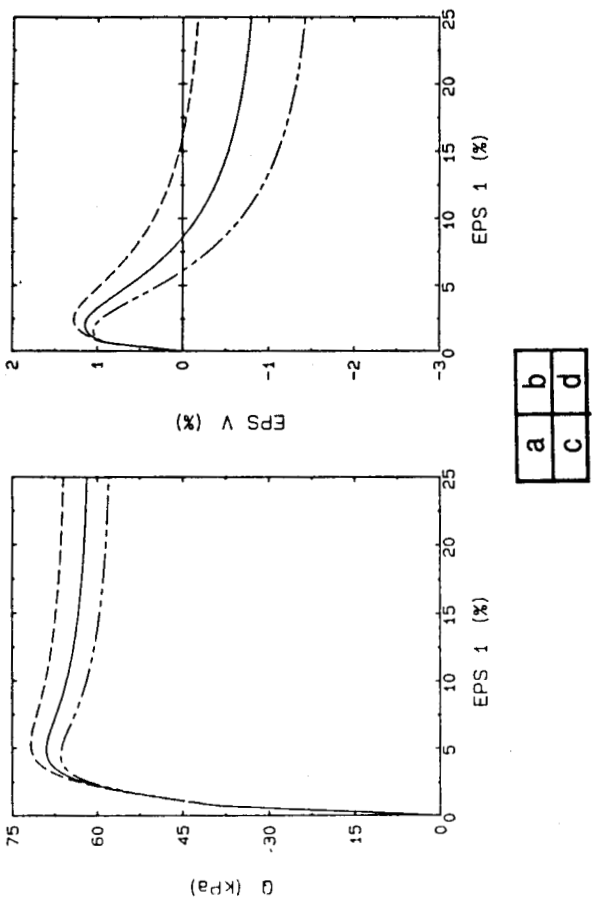
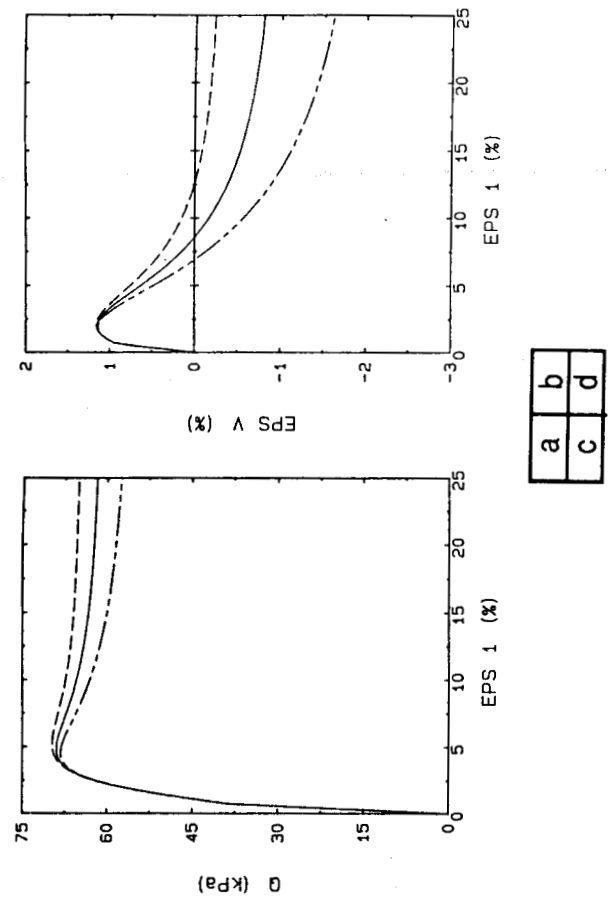


Figure IV - 34 :

Influence du paramètre  $\alpha_g$  sur :  
 - un chemin de compression triaxiale (a,b)  
 - un chemin oedométrique (c,d)

Figure IV - 35 :

Influence du paramètre  $\gamma$  sur :  
 - un chemin de compression triaxiale (a,b)  
 - un chemin oedométrique (c,d)

La détermination de  $M_g$  fait intervenir certaines approximations sur la déformation volumique plastique, et peut entraîner plus d'incertitude que celle de  $M_f$ . Nous examinerons l'effet d'une perturbation de 10 % du paramètre  $M_g$ . Quant au paramètre de calage  $\alpha_g$ , l'effet d'une perturbation de 30 % sur les réponses du modèle sera étudiée.

On voit sur la figure IV-34b, qu'une augmentation de  $M_g$  amplifie la contractance, ce qui a pour effet de retarder l'occurrence du changement de phase. Cette amplification de la contractance se traduit par un radoucissement moins important, et une valeur du déviateur au pic plus élevée (figure IV-34a). Cet effet d'augmentation de la contractance se traduit sur l'essai oedométrique par une réponse légèrement moins raide (figure IV-34c).

L'influence du paramètre  $\alpha_g$  est importante, mais limitée à la stabilisation plus ou moins rapide de la déformation volumique pour l'essai triaxial (figure IV-35b). Une augmentation de  $\alpha_g$  se traduira par moins de radoucissement (figure IV-35a). L'effet de  $\alpha_g$  sur l'essai oedométrique est négligeable (figure IV-35c et d).

### **2.2.5 Influence du paramètre $\beta$ régissant le mécanisme de consolidation**

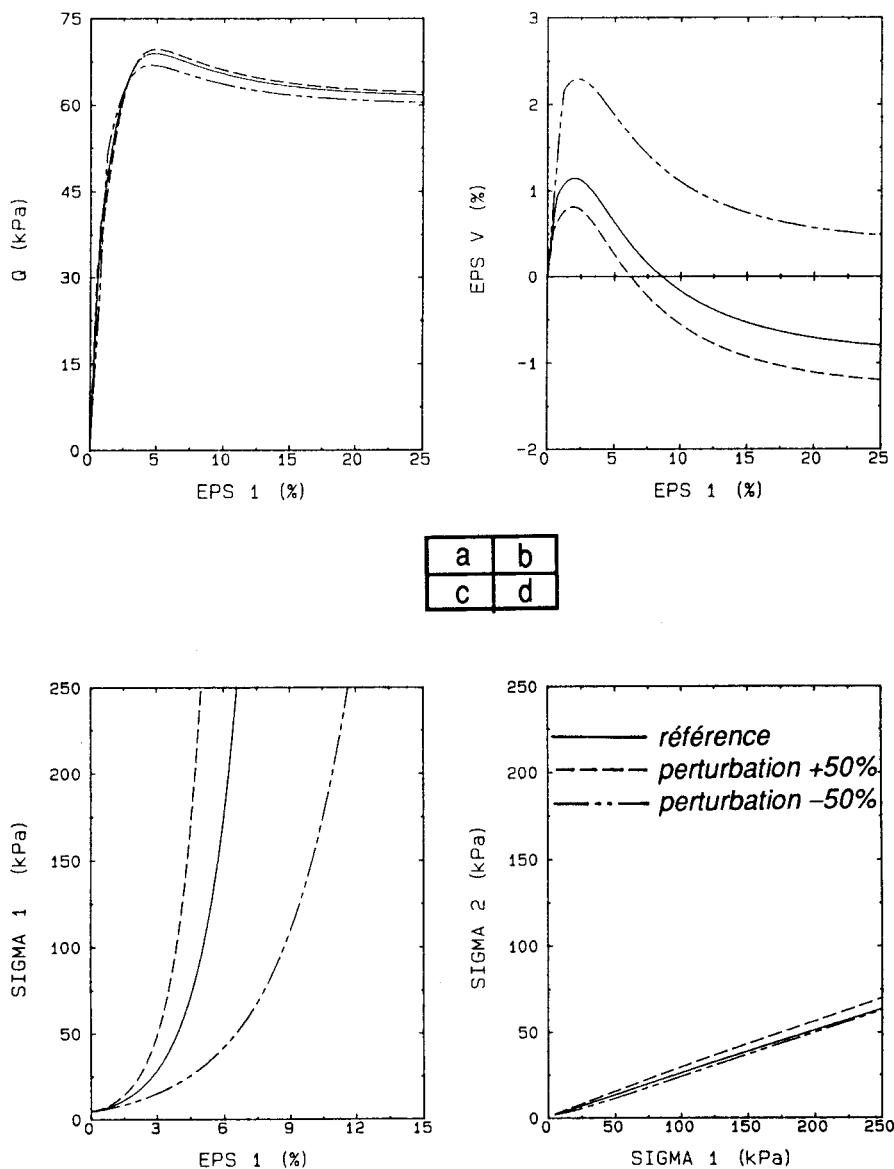
On le détermine d'après l'essai oedométrique, en supposant que seul le mécanisme de consolidation est mobilisé. On aura donc une certaine imprécision sur sa valeur. Or, on a pu voir que la valeur ajustée était très supérieure (40 %) à la valeur du paramètre "brut". Nous allons ici examiner l'influence d'une perturbation de  $\beta$  de 50 % sur la réponse du modèle.

On note sur la figure IV-36b qu'une augmentation de  $\beta$  se traduit, sur la courbe des déformations volumiques, par une diminution très nette de la contractance. Ceci se répercute légèrement sur la courbe contrainte-déformation (figure IV-36a).

On voit que le paramètre  $\beta$  influe sur tous les aspects de la réponse du modèle tant à une sollicitation triaxiale (plutôt distorsionnelle) qu'à une sollicitation oedométrique (plutôt volumique).

Ceci montre l'importance de l'introduction du mécanisme de consolidation, même si le choix de  $\beta$  repose alors sur la recherche d'une valeur moyenne permettant d'approcher au mieux les deux types de sollicitation.





**Figure IV - 36 :**

Influence du paramètre  $\beta$  sur :  
 - un chemin de compression triaxiale (a,b)  
 - un chemin oedométrique (c,d)

**2.2.6 Tableau récapitulatif de l'effet des différents paramètres**

Pour terminer cette étude, nous allons comparer les effets relatifs des différents paramètres sur la réponse du modèle.

On peut quantifier ceux-ci en calculant pour chaque courbe  $y(\epsilon_1)$ , la quantité  $N_o = \sum_i (y_i^o)^2$  sur la courbe référence, d'une part, et la quantité  $N_p = \sum_i (y_i^+ - y_i^-)^2$  sur les courbes perturbées, d'autre part. Le rapport  $S_p = (N_p/N_o)$  sera ainsi une mesure, pour un type de courbe donné, de l'influence du paramètre considéré.

Cependant, cette mesure n'est pas objective, puisqu'elle dépend en particulier de l'origine choisie pour les courbes. C'est ainsi qu'on aura pour  $(q, \epsilon_1)$  des valeurs de  $S_p$  très inférieures à celles obtenues pour  $(\epsilon_v, \epsilon_1)$ , par exemple.

Finalement, nous avons choisi pour faciliter les comparaisons de normer  $S_p$  (ou  $N_p$ ) par rapport à son maximum pour un type de courbe donné. Ce sont ces valeurs normées exprimées en % qui apparaissent dans le tableau IV-6.

On peut noter, bien que les pourcentages de perturbation des paramètres soient différents, des tendances générales montrant une influence plus importante des paramètres du mécanisme déviatorique sur la simulation de l'essai triaxial, alors que  $\beta$ , régissant le mécanisme de consolidation, a pratiquement le même impact sur les deux types d'essai (en agissant principalement sur la déformation volumique).

	triaxial		oedo
	$q, \epsilon_1$	$\epsilon_v, \epsilon_1$	$\sigma_1, \epsilon_1$
E ( $\pm 50\%$ )	21	3	50
v ( $\pm 30\%$ )	1	2	53
$\phi$ ( $\pm 5$ )	100	7	2
C ( $\pm 50\%$ )	15	1	2
a ( $\pm 30\%$ )	27	5	9
$\mu$ ( $\pm 30\%$ )	36	3	0.02
$\psi$ ( $\pm 10\%$ )	63	39	32
$\alpha_p$ ( $\pm 30\%$ )	35	32	0.2
$\beta$ ( $\pm 50\%$ )	11	100	100

**Tableau IV-6**

### 3 VALIDATION DU MODELE SUR LES ESSAIS EFFECTUES

Après le développement d'un modèle de comportement et l'examen de la détermination et de l'influence de ses paramètres, nous abordons dans ce paragraphe la dernière étape de l'étude du modèle, à savoir sa validation sur les essais réalisés.

En effet, tester le modèle sur les essais de calage, comme nous l'avons fait, ne suffit pas. Il faut également voir si le modèle reproduit bien les autres essais éventuellement disponibles sur le même chemin, puis sur d'autres chemins. On doit également tester l'effet de la densité du matériau. Par ailleurs, il est bon de comparer les résultats du modèle sur plusieurs matériaux, pour voir dans quelle mesure les différences de comportement sont prises en compte par ce modèle.

Afin de traiter ces différents points, le présent paragraphe comprend, d'abord, la validation du modèle sur les essais triaxiaux en compression, pour les deux matériaux étudiés, d'abord à densité moyenne, puis à plus forte densité. Puis, la simulation des essais triaxiaux en extension sera abordée, et enfin celle des essais à déformation axiale fixée.

On terminera le chapitre par une discussion et une synthèse des qualités et défauts du modèle.

#### 3.1 Modélisation des essais de compression triaxiale

##### 3.1.1 Echantillons de densité moyenne

###### *Matériau organique*

Le jeu de paramètres obtenu précédemment pour le matériau de densité moyenne est rappelé dans le tableau IV-7 :

$E_A$	$\nu$	$\phi$	$C$	$a$	$\mu$	$\psi$	$\alpha_g$	$\beta$
120	0.35	39.8	3	75	5	30	13	30

Tableau IV-7

Ces paramètres ont été utilisés pour simuler trois essais représentatifs, différents des essais de calage :  $\sigma_0 = 3.94 ; 16.2 ; 29.4$  kPa (Figure IV-37).

On retrouve le problème de l'écroûissage trop rapide, surtout pour les pressions de confinement élevées (figure IV-37a). Il en résulte une apparition prématurée du pic de contrainte par rapport aux résultats expérimentaux. On constate également un léger radoucissement dans le cas des faibles pressions de confinement, qui n'est pas observé sur les essais. Cependant, la simulation reproduit bien les valeurs du déviateur au pic et à l'état limite.

La déformation volumique est décrite de façon moins satisfaisante (figure IV-37b). En particulier, les essais normalement consolidés conduisent à des courbes  $(\epsilon_v, \epsilon_1)$  pratiquement confondues. Ces simulations font ainsi apparaître les mêmes défauts — et les mêmes qualités — que celles obtenues sur les essais de calage des paramètres. Ces défauts paraissent donc inhérents au modèle.

#### Matériau minéral

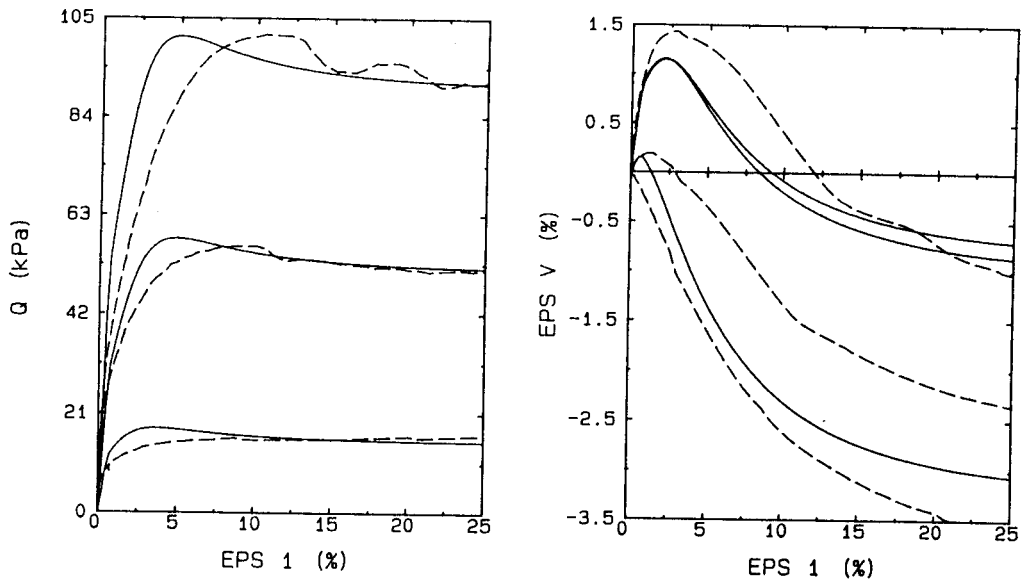
Un jeu de paramètres a été déterminé pour le matériau de densité moyenne à partir de trois essais:  $\sigma_0 = 4.9 ; 9.81 ; 15.2$  kPa. Ces paramètres sont présentés dans le tableau IV-8 :

$E_A$	$\nu$	$\phi$	$C$	$a$	$\mu$	$\psi$	$\alpha_g$	$\beta$
250	0.25	38.5	4	100	3	45.2	10	10

Tableau IV-8

La simulation des essais sur ce matériau (figure IV-38) fait apparaître avec plus d'ampleur le problème de la raideur initiale excessive des courbes  $(q, \epsilon_1)$ . On notera cependant qu'ici les échantillons sont assez fortement surconsolidés : le chargement reste élastique jusqu'à un niveau élevé du déviateur (figure IV-38a). Nous avons repris les simulations avec une valeur de  $R_0$  de 0.5 (figure IV-38c), et on peut voir que la reproduction des essais est ainsi nettement améliorée.

Il semble donc que le modèle surestime la taille du domaine élastique après préconsolidation oedométrique et décharge (c'est-à-dire un cycle charge-décharge de grande amplitude).

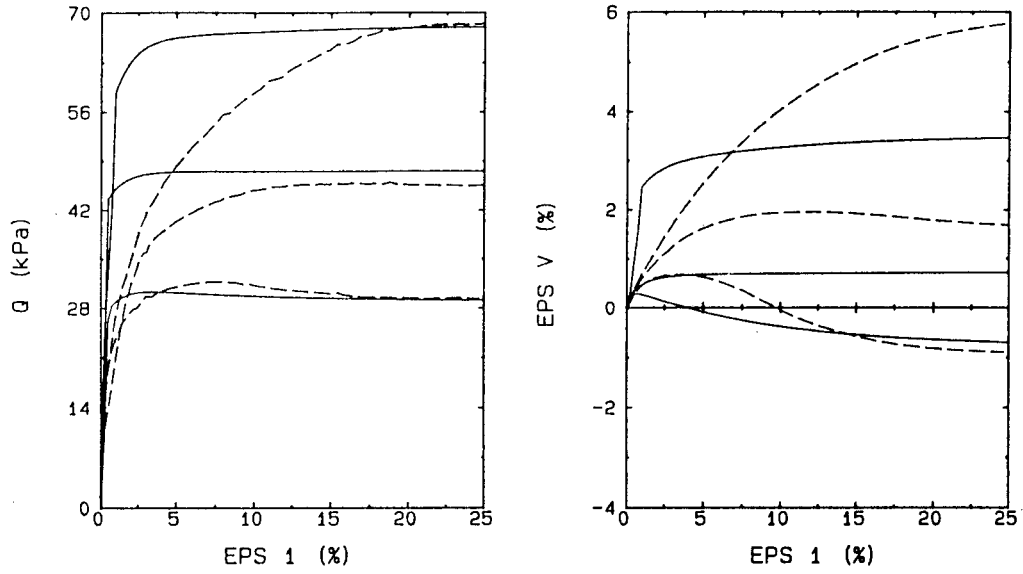


**Figure IV - 37 :**

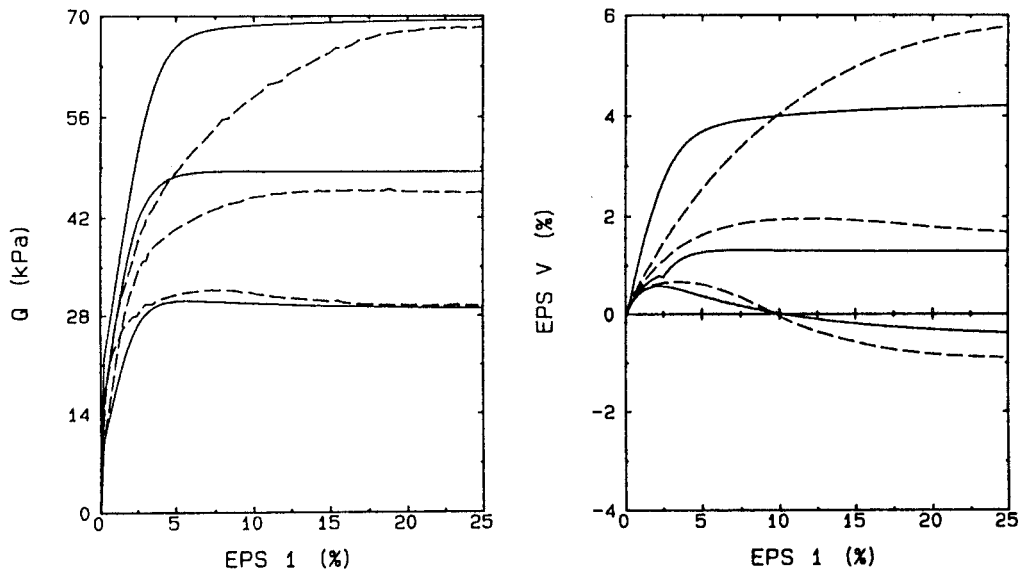
Validation du modèle  
sur des essais de compression triaxiale  
(matériau organique - densité moyenne)

Légende :

— simulation  
- - - expérimental



a	b
c	d



**Figure IV - 38 :**

Validation du modèle  
 sur des essais de compression triaxiale  
 Effet de la taille du domaine élastique  
 (matériau minéral - densité moyenne)

Légende :

— simulation

- - - expérimental

a,b :  $R_0 = 0.89$  (préconsolidation oedométrique)

c,d :  $R_0$  ramené à 0.5

Certains modèles, destinés en particulier à simuler des chargements cycliques, utilisent un type d'écroissance différent de l'écroissance isotrope, afin de prendre en compte une décharge anélastique (modèles de Prevost [81] ou Mroz [74]).

Concernant la déformation volumique, on constate pour ce matériau une bonne prise en compte qualitative du phénomène de passage progressif d'un comportement contractant-dilatant, vers un comportement purement contractant pour de fortes pressions de confinement (figure IV-38b). Cependant, l'amplitude de la déformation est mal reproduite, et on retrouve une variation trop rapide en début de chargement, correspondant à la phase élastique, comme pour les courbes  $(\epsilon_1, q)$ .

Ici également, la simulation est nettement améliorée en prenant un domaine élastique plus petit (figure IV-38d).

### 3.1.2 Echantillons denses

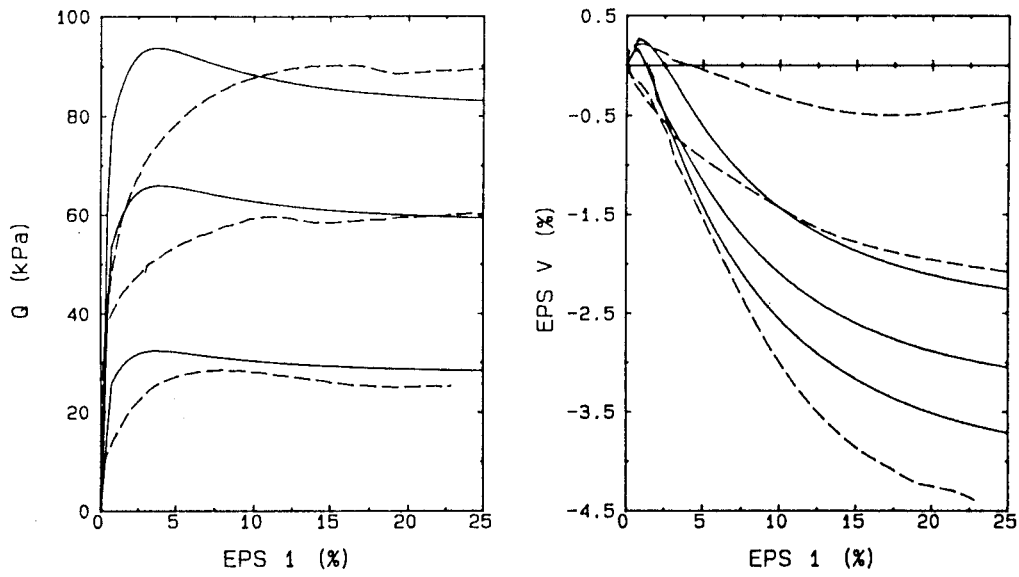
Il s'agit ici d'observer l'influence de la densité sur la reproduction des essais par le modèle. On a donc testé le modèle sur des essais préconsolidés sous une contrainte plus forte, pour chaque matériau.

#### *Matériau organique*

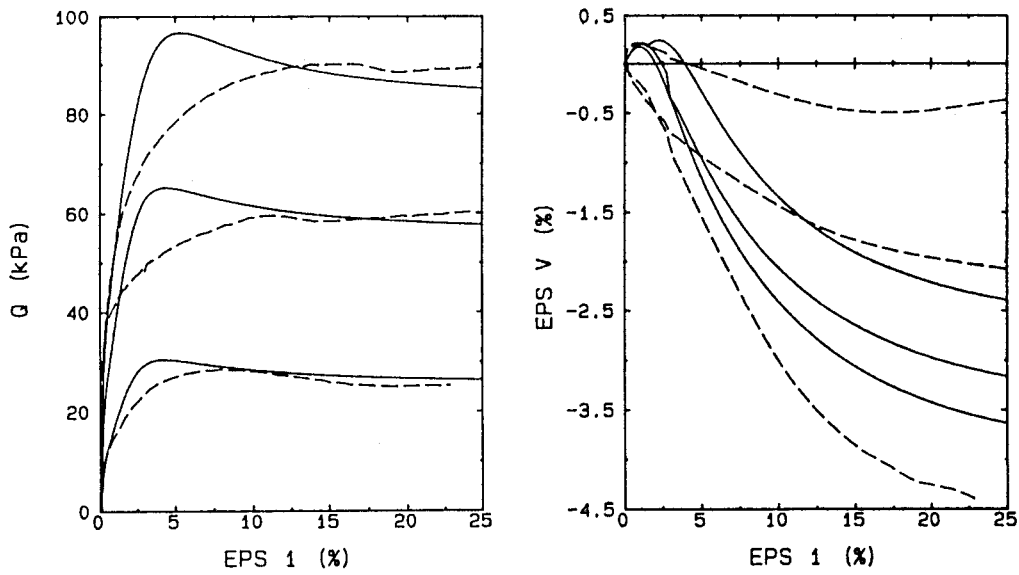
Avec le jeu de paramètres obtenus précédemment, on a effectué une simulation de trois essais denses ( $\sigma_0 = 7.36 ; 17.7 ; 27.0$  kPa), qui est représentée en figure IV-39.

On peut constater une simulation globalement moins bonne que pour les essais moyennement denses. Les valeurs au pic et à l'état limite sont moins bien reproduites, ce qui est dû au fait que les angles de frottement correspondants dépendent de la densité du matériau (cf. chapitre III § 2.1.2.3). On note également la forte raideur initiale correspondant à la phase élastique importante due à la surconsolidation (figure IV-39a). Ici également, une réduction de ce domaine élastique à une valeur de 0.5 pour  $R_0$  permet une amélioration sensible de la simulation (figure IV-39c).

Les courbes de déformation volumique, qui reproduisent l'aspect globalement dilatant des échantillons denses pour ce matériau (figure IV-39b et d), sont cependant trop proches d'un essai à l'autre par rapport aux résultats expérimentaux.



a	b
c	d



**Figure IV - 39 :**

Validation du modèle  
 sur des essais de compression triaxiale  
 Effet de la taille du domaine élastique  
 (matériau organique - échantillons denses)

Légende :

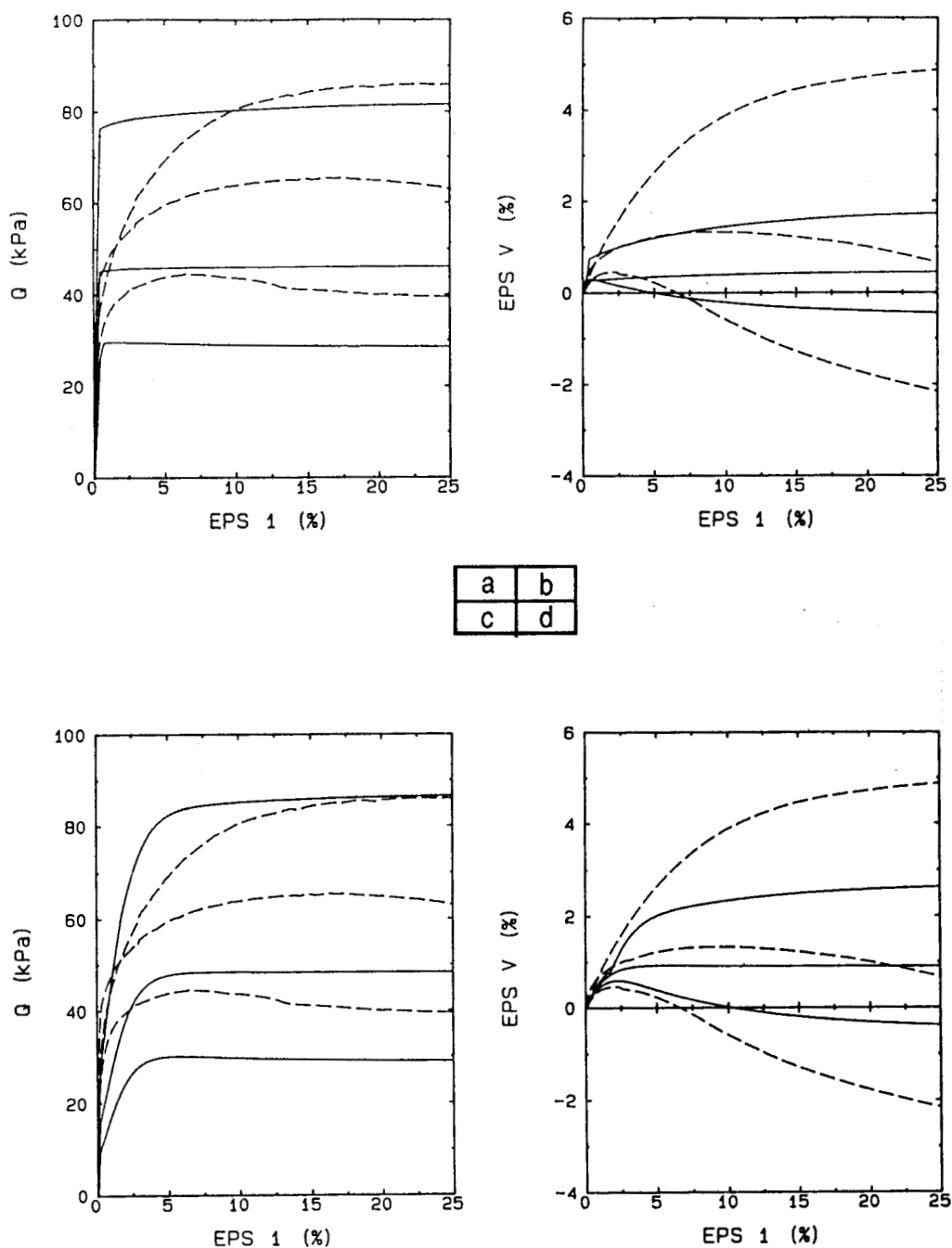
— simulation

- - - expérimental

a,b :  $R_0 = 0.9$  (préconsolidation oedométrique)

c,d :  $R_0$  ramené à 0.5





**Figure IV - 40 :**

Validation du modèle  
 sur des essais de compression triaxiale  
 Effet de la taille du domaine élastique  
 (matériau minéral - échantillons denses)

Légende :

— simulation

- - - expérimental

a,b :  $R_0 = 0.96$  (préconsolidation oedométrique)

c,d :  $R_0$  ramené à 0.5

### *Matériau minéral*

Pour ce matériau également, la reproduction des essais denses est moins satisfaisante que celle des essais moyennement denses (figure IV-40). Il faut y voir le triple effet de :

- la surconsolidation, telle que  $R_0$  est proche de 1 et que le comportement décrit est pratiquement élastique-parfaitement plastique.
- la dépendance importante de l'angle de frottement et de la cohésion, qui est ici notable, avec la densité. Ceci explique les écarts entre les courbes expérimentales et simulées au pic et à l'état limite.
- une dépendance également de cet angle de frottement avec la pression moyenne, qui se traduit par des enveloppes de rupture non linéaires (cf. chapitre § 2.1.2.3), et contribue aux écarts mentionnés précédemment.

Nous avons vu que l'effet du premier point pouvait être atténué en diminuant la taille du domaine élastique. Ici encore, une telle réduction à 0.5 de  $R_0$  influence favorablement les résultats de la simulation, la plastification progressive intervenant plus tôt (figure IV-40c et d).

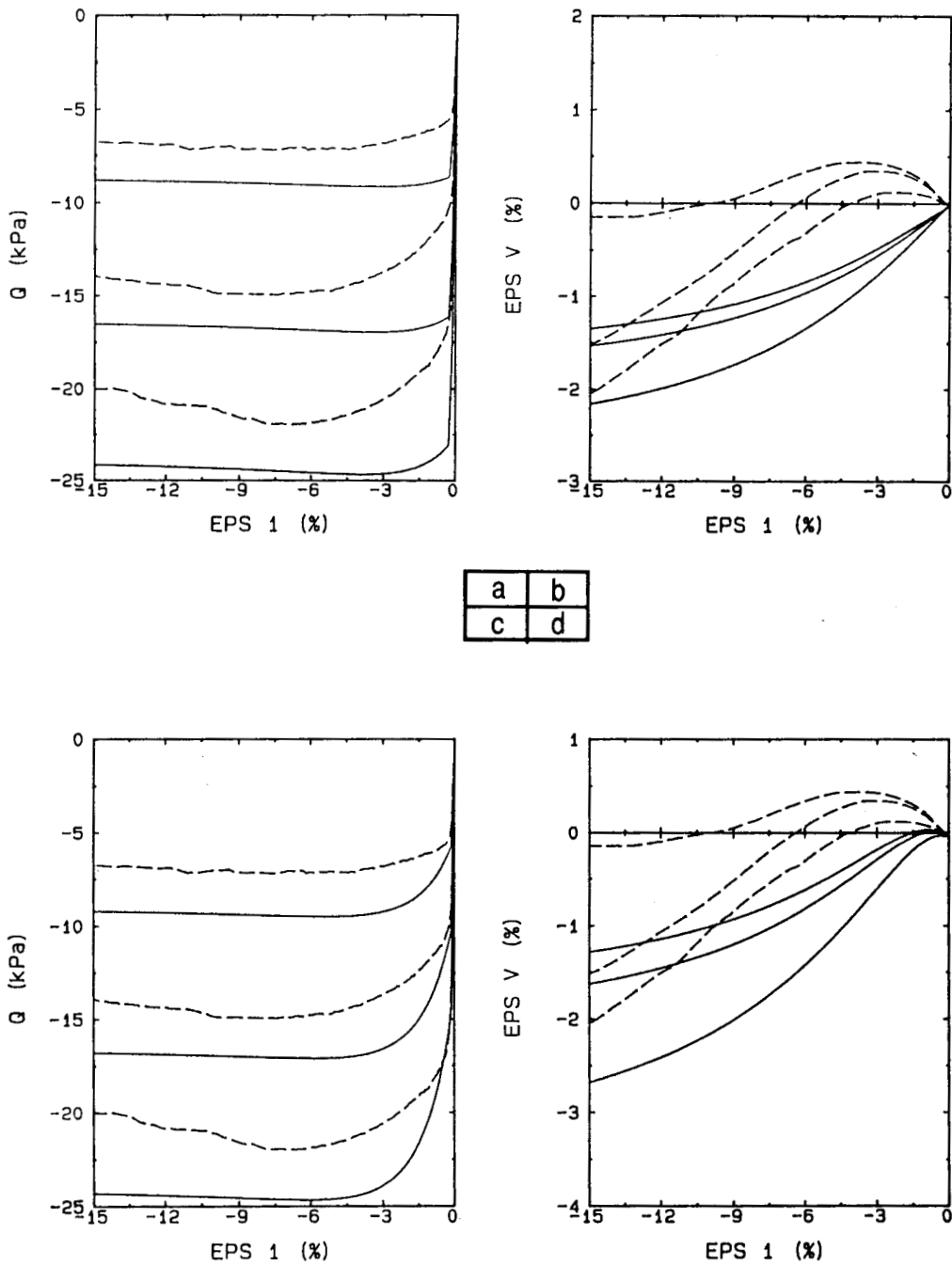
### **I.3.2 Modélisation des essais triaxiaux en extension**

Il s'agit ici d'un chemin de sollicitation différent de celui ayant servi à la mise au point du modèle, dans la mesure où  $\dot{p}$  étant négatif tout au long de l'essai, le mécanisme de consolidation n'est pas activé.

### *Matériau organique*

La simulation effectuée à l'aide du jeu de paramètres obtenu sur les essais en compression, est représentée sur la figure IV-41.

Le déviateur à la rupture est surestimé par le modèle (figure IV-41a), ce qui est dû à un angle de frottement plus faible en extension qu'en compression (cf chapitre III § 2.2.2). On peut également noter l'habituelle surestimation du domaine élastique, dont la réduction permet une simulation plus satisfaisant des courbes (figure IV-41c). Cependant, les essais en extension mettent en évidence une raideur plus importante que les essais en compression.



a	b
c	d

**Figure IV - 41 :**

Validation du modèle  
 sur des essais dextension triaxiale  
 Effet de la taille du domaine élastique  
 (matériau organique - échantillons denses)

Légende :

— simulation  
 - - - expérimental

a,b :  $R_0 = 0.9$  ( préconsolidation oedométrique)

c,d :  $R_0$  ramené à 0.5

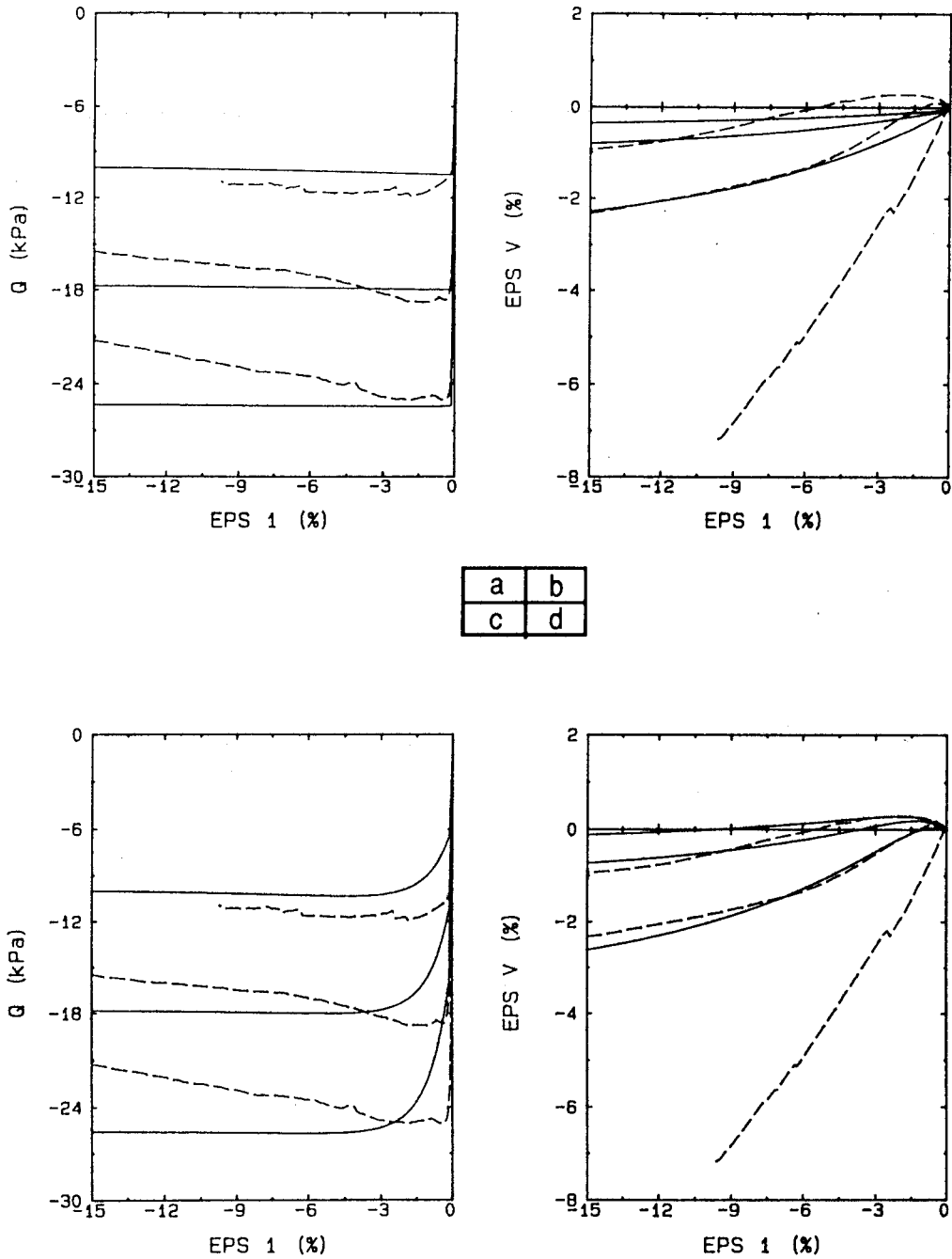


Figure IV - 42 :

Validation du modèle  
 sur des essais d'extension triaxiale  
 Effet de la taille du domaine élastique  
 (matériau minéral - échantillons denses)

Légende :

— simulation

- - - expérimental

a,b :  $R_0 = 0.96$  (préconsolidation oedométrique)

c,d :  $R_0$  ramené à 0.5

Les courbes de déformation volumique traduisent un comportement complètement dilatant, dû au seul mécanisme déviatorique, qui n'est activé que dans le domaine surcaractéristique. Une faible contractance peut être obtenue si l'on diminue la taille du domaine élastique (figure IV-41d), mais dont l'amplitude reste trop réduite par rapport aux essais.

#### *Matériau minéral*

Sur ce matériau, la simulation à l'aide des paramètres déterminés sur les essais en compression donne des courbes assez proches des résultats expérimentaux (figure IV-42a). Le déviateur à la rupture est assez correctement reproduit, et le comportement quasiment élastique parfaitement plastique correspond à celui observé.

La déformation volumique est globalement dilatante (figure IV-42b), ce qui correspond également à ce qu'on observe expérimentalement, bien que la diminution du domaine élastique n'apporte pas d'amélioration de la simulation pour les essais en extension (figure IV-42d).

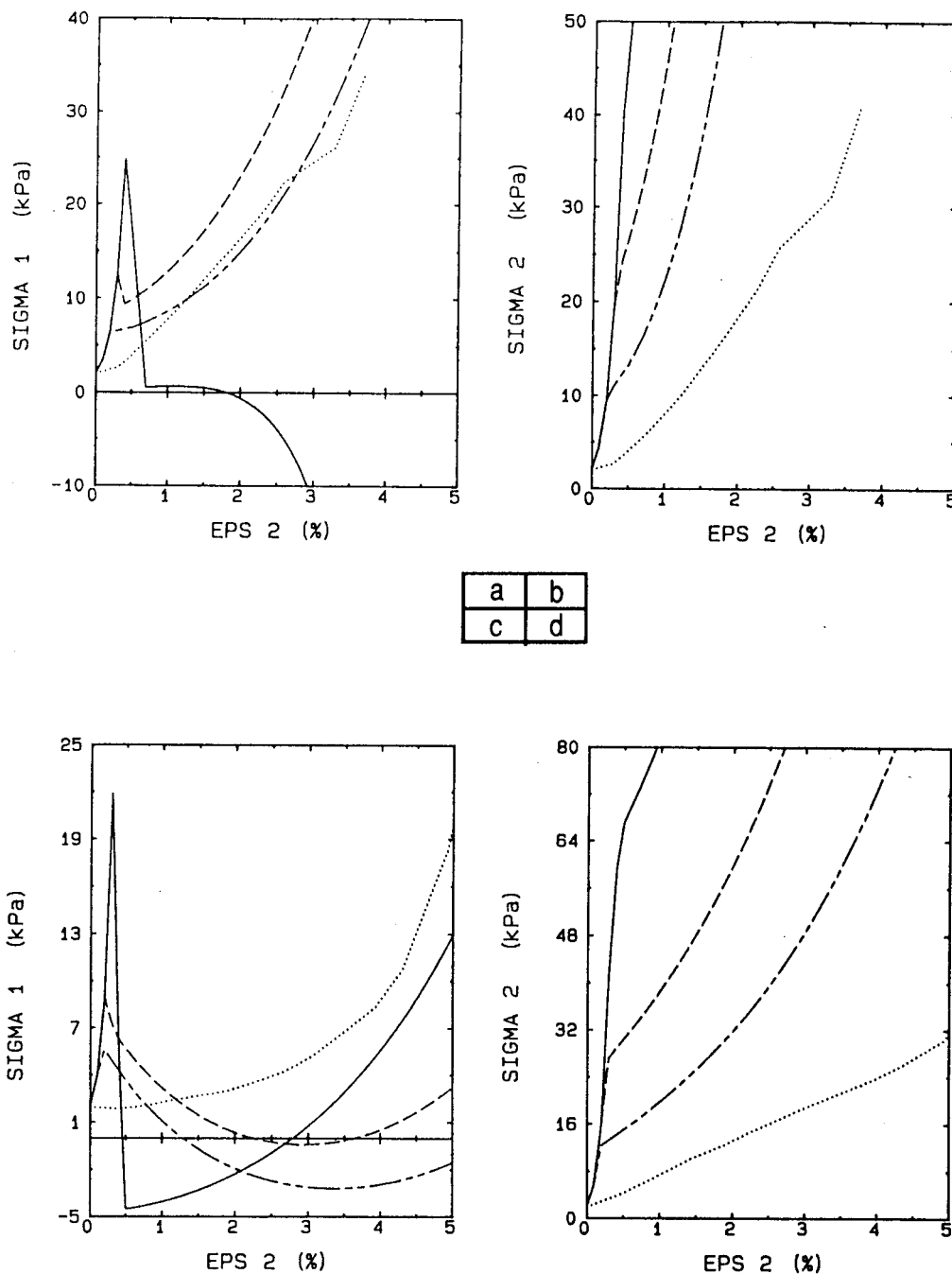
### **3.3 Modélisation des essais à déformation axiale fixée**

Ce sont des essais de validation, sur un chemin distinct de celui ayant servi à caler le modèle. Ils ont été conduits sur les échantillons denses.

La simulation de ces essais a été effectuée suivant les étapes présentées au chapitre I §1.3.2, à savoir une préconsolidation oedométrique, suivie d'une décharge élastique, puis d'une consolidation isotrope, et enfin le chargement à déformation axiale fixée proprement dit. On a utilisé les jeux de paramètres déterminés sur les essais triaxiaux en compression (§ 1.4.1).

La reproduction de ces essais, représentée en figure IV-43, est mauvaise. Du fait de la forte surconsolidation des échantillons, on a un domaine élastique important, où les contraintes axiale et latérale croissent rapidement. Lorsque  $p$  atteint  $P_{co}$ , le mécanisme de consolidation est activé, ce qui se traduit alors par une contractance du matériau, telle que la contrainte axiale chute brutalement. Cette chute est freinée lors de l'activation du mécanisme déviatorique, qui, du fait de la surconsolidation, apporte une composante dilatante pour la déformation volumique.

De même que pour les essais triaxiaux, nous avons testé l'effet d'une diminution du degré de surconsolidation, de manière à déclencher le mécanisme déviatorique plus tôt. On montre sur les mêmes graphes (figure IV-43) les courbes obtenues avec des valeurs de  $P_{co}$  et  $R_o$  prises égales à la moitié et au quart de celles correspondant à la préconsolidation oedométrique.



**Figure IV - 43 :**

Validation du modèle  
 sur des essais triaxiaux à déformation axiale fixée  
 Effet de la taille du domaine élastique  
 (matériau organique (a,b) et minéral (c,d) - échantillons denses)

Légende :

..... expérimental

simulation :

—————  $R_0$  après préconsolidation oedométrique

- - - - -  $R_0$  ramené à 0.5

- · - · -  $R_0$  ramené à 0.25

On constate une amélioration très sensible de la simulation lorsqu'on diminue la taille du domaine élastique, surtout dans le cas du matériau organique (figure IV-43a et b).

Le fait que la taille du domaine élastique soit surestimée par notre modèle, est lié à l'hypothèse de l'écroissage isotrope, qui entraîne que la décharge après préconsolidation oedométrique reste élastique (figure IV-44). Or, l'étude présente semble indiquer que cette décharge entraîne la rétractation de ce domaine, soit une réactualisation des paramètres d'écroissage.

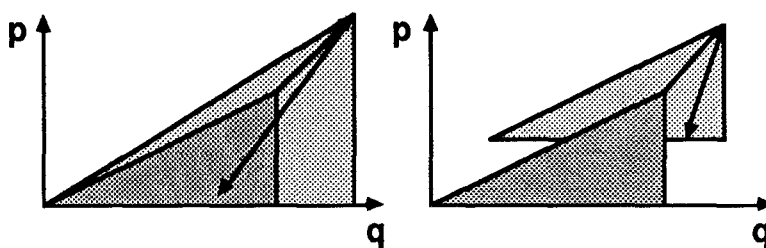


Figure IV-44 :  
Ecroissage isotrope

Figure IV-45 :  
Ecroissage cinématique

Les modélisateurs, en alternative à l'hypothèse de l'écroissage isotrope (ou gonflement homothétique de la surface de charge) ont défini un autre type d'écroissage, où la surface de charge se déplace par translation, avec le point représentatif de l'état de contrainte : c'est l'écroissage cinématique (figure IV-45) [46].

Dans cette hypothèse, on voit qu'une décharge s'effectue d'abord de manière élastique, puis lorsque l'état de contrainte atteint la frontière élastique en décharge, l'un au moins des mécanismes de plasticité est mobilisé et les paramètres d'écroissage évoluent de nouveau.

Les règles d'écroissage utilisées dans les modèles combinent souvent les types isotrope et cinématique [81]. Il est probable qu'un modèle prenant en compte l'écroissage cinématique, essentiel lorsqu'il s'agit de reproduire des phénomènes cycliques, améliorerait les résultats de nos simulations, mais toujours au détriment de la simplicité [46].

### 3.4 Discussion et synthèse des résultats de la modélisation

Pour clore ce chapitre, nous allons faire la synthèse des principales qualités et des principaux défauts constatés pour le modèle.

Nous remarquerons d'abord que la démarche adoptée nous a conduit à développer le modèle sur un matériau privilégié (organique) en utilisant le deuxième matériau étudié (minéral) comme vérification. Ceci explique les meilleures reproductions obtenues globalement pour le matériau organique à l'aide du modèle.

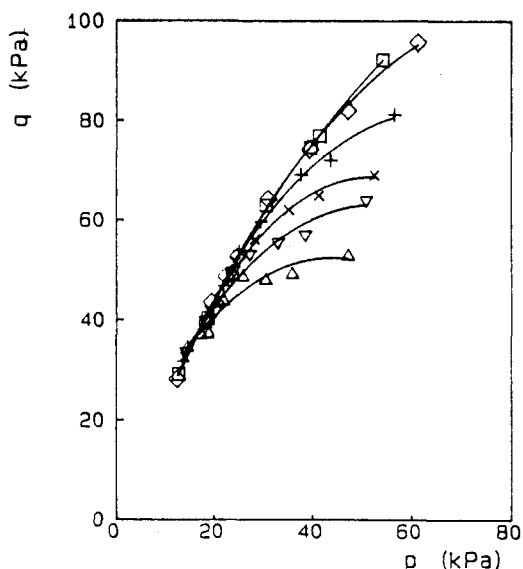
Pour ce matériau, en effet, on note une bonne simulation des courbes contrainte-déformation pour les essais triaxiaux, que ce soit en compression ou en extension. On retrouve bien les valeurs au pic et à l'état limite. Cependant, ce pic intervient trop tôt par rapport aux essais, et ceci d'autant plus que la pression de confinement est plus forte. L'étude paramétrique a montré que ce phénomène, lié à la vitesse d'écroutissage, est réglé surtout par le paramètre  $a$ . Ceci a conduit certains auteurs à rendre ce paramètre  $a$  fonction de  $\sigma_0$  [70,97].

La simulation des courbes de déformation volumique reflète bien les concepts introduits dans le modèle (état critique, état caractéristique). Cependant, le potentiel plastique ne dépendant que du rapport  $q/p$ , on obtient en général des courbes peu différentes d'un essai sur l'autre (sauf pour  $\sigma_0$  très faible), ce qui traduit les observations faites sur les courbes expérimentales  $(q/\sigma_0, \varepsilon_1)$  dont on avait signalé la relative insensibilité aux évolutions de  $\sigma_0$ .

Par ailleurs, on a pu constater que les angles de frottement en compression et en extension diffèrent légèrement. Toutefois, l'hypothèse d'un critère de Mohr-Coulomb, pour lequel ces angles sont égaux, fournit des résultats corrects.

La simulation des essais sur le matériau minéral pose davantage de problèmes. En premier lieu, le comportement à la rupture et/ou à l'état limite n'est pas bien reproduit, en particulier pour les échantillons denses, en compression comme en extension. Il semble donc que le choix d'un critère de rupture de type Mohr-Coulomb soit inadapté pour ce matériau.

Pour s'en convaincre, il suffit de tracer les courbes iso-distorsion, dans le cas par exemple des essais de compression triaxiale sur le matériau minéral dense (figure IV-46).



**Figure IV-46 :**  
courbes iso-distorsion  
pour le matériau minéral

On constate une incurvation prononcée, surtout pour les faibles distorsions (les courbes représentées ont été obtenues par régression parabolique sur les points expérimentaux).

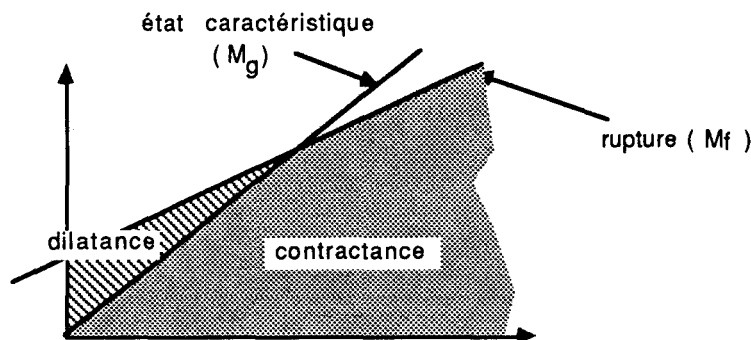
On pourrait donc certainement améliorer les simulations en adoptant une équation de la surface de charge non linéaire en  $p$ , pour traduire cette courbure vers les  $p$  croissants. C'est une forme souvent adoptée dans les modèles pour les sols [104]. On a également pu noter pour ce matériau une dépendance prononcée de l'angle de frottement et de la cohésion avec la densité. Une prise en compte de cette dépendance dans le modèle serait susceptible d'améliorer la simulation.



Le deuxième choix discutable pour ce matériau, concerne la définition du potentiel plastique, sous la forme :

$$\frac{\partial g}{\partial p} = A_g \left( M_g - \frac{q}{p} \right)$$

Le fait que ce matériau possède une cohésion non négligeable, — qui n'apparaît pas dans le potentiel plastique —, entraîne ici une valeur de  $M_g$  sensiblement supérieure à  $M_f$  (figure IV-47). Pour les fortes pressions moyennes  $p$ , par conséquent, le comportement obtenu est totalement contractant. Si ceci correspond bien à ce qu'on observe qualitativement sur les essais, on conçoit que, le rapport  $q/p$  étant limité à  $M_f$ , la contractance simulée par le modèle sera d'autant plus forte que  $M_g$  sera supérieur à  $M_f$  (ou  $\psi$  supérieur à  $\phi$ ), et elle croîtra avec  $p$  (figure IV-47).



**Figure IV-47 :**  
Etat caractéristique pour un matériau cohérent

On doit donc faire preuve d'une certaine prudence quant à la définition et la détermination de l'état caractéristique si le matériau présente une cohésion non négligeable. Le concept d'état caractéristique a en effet été étudié sur les sables [63] et quelques autres matériaux granulaires non cohérents [64].

La troisième faiblesse du modèle concerne le choix d'un écrouissage isotrope. Cette faiblesse a été observée pour les deux matériaux, en particulier, lorsque nous avons testé le modèle sur le chemin à déformation axiale nulle. Il est alors apparu que le domaine élastique prédit par le modèle après préconsolidation (et décharge) était beaucoup trop important.

La frontière élastique du mécanisme déviatorique, en particulier, correspond alors à des valeurs de  $R_o$  de 0.87 et 0.96 pour les matériaux organique et minéral respectivement. On a vu qu'on pouvait améliorer très sensiblement la prédiction du modèle sur ce chemin de sollicitation, si on diminuait la taille de ce domaine élastique.

Ceci peut être obtenu en considérant que la décharge après préconsolidation oedométrique n'est pas élastique, mais entraîne une rétractation de la surface de charge (écrouissage anisotrope). Le degré de complexité des modèles incluant ce type d'écrouissage (Prevost, Mroz), peut cependant être jugé dissuasif, suivant les applications auxquelles on destine le modèle (phénomènes monotones, chemins de sollicitation simples) ...

Par ailleurs, si l'écrouissage isotrope pose certains problèmes, on peut également s'interroger sur les niveaux de distorsion obtenus par chargement oedométrique, (cf. les valeurs de  $R_0$  appelées ci-dessus).

Il est généralement admis en effet que l'essai oedométrique est principalement un essai de consolidation. Cependant, le modèle ayant tendance à exagérer la contractance, on conçoit que la contrainte transmise radialement dans un essai oedométrique soit sous estimée, ce qui résulte en une valeur plus forte du déviateur. On a d'ailleurs pu constater cet effet de la contractance quand on a comparé l'effet de l'introduction du mécanisme de consolidation — dont le but principal est de générer de la contractance —, sur la réponse du modèle à une sollicitation oedométrique : le niveau distorsionnel atteint s'en trouvait très sensiblement augmenté.

Cette dernière remarque prouve le fort couplage qui existe entre les deux mécanismes de plastification. Ce couplage entraîne de grandes difficultés dans la détermination des paramètres  $\beta$  et  $\psi$  en particulier, qui ont une influence majeure sur la déformation volumique. L'introduction de sources de plasticité multiples reste cependant un moyen pour reproduire des essais sur des chemins de sollicitations variés.

## CHAPITRE V

# CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES



### **Rappel des objectifs visés**

Devant le besoin croissant de structures de stockage de grande capacité, on assiste depuis quelques années à une intensification des recherches dans le domaine du comportement des poudres.

Le présent travail s'inscrit dans le cadre des recherches actuellement en cours pour :

◇ la mise au point d'appareillages permettant une étude expérimentale fine du comportement des poudres.

◇ le développement et la validation de modèles permettant de reproduire le comportement observé en laboratoire.

### **Principaux résultats obtenus**

#### *Etude en laboratoire*

La partie expérimentale de notre travail a consisté en la mise au point d'un appareillage triaxial axisymétrique permettant l'étude du comportement des matériaux sous faibles contraintes, suivant des chemins de type triaxial conventionnel et oedométrique. Une étude des sources d'erreurs dues à l'appareillage a montré certaines insuffisances de celui-ci, qui sont principalement liées aux hétérogénéités se développant dans l'échantillon en cours d'essai.

Cet appareillage nous a néanmoins permis d'effectuer un grand nombre d'essais sur deux matériaux-type :

- ◇ essais triaxiaux en compression et en extension pour différentes pressions de confinement, sur échantillons moyens et denses,
- ◇ essais oedométriques,
- ◇ essais triaxiaux à déformation axiale fixée.

Cet ensemble d'essais constitue une base de données sur les propriétés rhéologiques des matériaux étudiés, stockée sur disquettes, qu'on peut utiliser comme outil de développement, puis de validation de modèles sur des chemins homogènes simples.

### *Modélisation*

Les essais effectués ont mis en évidence de nombreux points communs avec les sols. On a donc fait appel aux concepts utilisés dans la modélisation en géotechnique, pour développer un modèle traduisant le comportement observé sur ces essais.

Partant d'un modèle non associé — critère de Mohr-Coulomb avec écrouissage isotrope, et potentiel plastique prenant en compte l'état critique et l'état caractéristique—, on a pu reproduire les résultats des essais triaxiaux de façon satisfaisante.

Ce modèle a été amélioré par l'apport d'une loi d'élasticité non linéaire, puis d'un deuxième mécanisme de plastification, visant à améliorer les simulations sur les chemins oedométriques.

L'introduction d'un terme de radoucissement a permis la prise en compte du pic de contrainte observé sur certains essais.

Cette dernière version a été validée sur les essais conduits sur les deux matériaux.

Enfin, une étude de la sensibilité du modèle à ses paramètres a été effectuée.

Il est possible d'utiliser l'une ou l'autre des versions suivant le degré de complexité souhaité (c'est-à-dire le nombre de paramètres à déterminer), et les problèmes qu'on souhaite résoudre.

### **Perspectives**

#### *Amélioration de l'appareillage*

Avec l'appareillage mis au point dans ce travail, seuls les essais à pression de confinement constante sont effectivement réalisables.

Pour pouvoir effectuer des chemins plus sophistiqués (pression moyenne constante, déformation radiale ou axiale fixée...), il faut prévoir un asservissement de la pression de confinement. Le système de mesure de la déformation volumique est mal adapté aux essais à pression variable ; il sera alors nécessaire de le modifier.

#### *Effet de la température et de l'humidité*

L'importance des conditions de température et d'humidité peut être capitale pour certains matériaux. La possibilité de contrôler, voire de faire varier ces conditions au cours d'un essai pourrait fournir des informations sur la sensibilité des matériaux à ces grandeurs.

Le modèle proposé pourrait alors être modifié pour rendre compte du couplage existant entre la température et l'humidité, d'une part, et les caractéristiques rhéologiques des matériaux, d'autre part.

#### *Adaptation d'un programme de calcul par éléments finis*

De tels modèles sont développés pour l'étude de cas concrets, où les problèmes sont complexes et non-homogènes. Pour la résolution de ces problèmes, on fait généralement appel à un code de calcul par éléments finis. Par la nature des problèmes à résoudre, ce code de calcul doit prendre en compte les grands déplacements, les grandes déformations et les grandes rotations.

#### *Applications*

L'intégration du modèle développé dans un programme de calcul par éléments finis permettra d'abord de quantifier les hétérogénéités mises en évidence pour nos essais. Puis, avant de passer aux applications, on devra valider ce code sur des ouvrages-types, c'est à dire des silos en vraie grandeur.

A ce niveau, la collaboration entre les laboratoires de recherche et le monde industriel prend tout son poids. Le but poursuivi, à savoir l'étude et l'amélioration des règles de dimensionnement des silos, bénéficiera grandement de la confrontation entre les problèmes en vraie grandeur et les solutions proposées.

## Chapitre V : Conclusion générale et perspectives



## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] **ADENIYI J. S. & MUKHERJEE K.** (1985) - "Effects of combined humidity and temperature on the friction of non-compacted iron, copper and hygroscopic powders" - *Powder Technology*, **42**, pp. 131-136.
- [2] **AL MUKHTAR M.** (1987) - "Etude expérimentale et modélisation du comportement des fondations superficielles sous sollicitations monotones et cycliques" - Thèse présentée à l'Université des Sciences et Techniques de Lille, soutenue le 30 juin 1987 pour obtenir le titre de Docteur en Génie Civil.
- [3] **BALUAIS G., DELPOZO M. & DODDS J.** (1989) - "Uniaxial shear characteristics of powders: effects of preconsolidation on yield history" - International Conference on Micromechanics of Granular Media, Clermont-Ferrand (France), 4-8 September 1989, Biarez J. & Gourvès R. Eds, Balkema Publishers, pp. 111-116.
- [4] **BISHOP A.W. & GREEN G.E.** (1965) - *Géotechnique XV* - pp. 243-266.
- [5] **BLIGHT G.F., SCHAFFNER R. H. & GILBERT B.** (1982) - "Strains in a reinforced concrete silo during rapid filling with a fine powder" - *Journal of Powder and Bulk Solids Technology*, **6** (2), pp. 17-27.
- [6] **BOUVARD D.** (1982) - "Rhéologie des milieux pulvérulents : étude expérimentale et identification d'une loi de comportement" - Thèse présentée à l'Université Scientifique et Médicale de Grenoble, soutenue le 22 janvier 1982 pour obtenir le grade de Docteur-Ingénieur.
- [7] **BOUVARD D., LANIER J. & STUTZ P.** (1988) - "Mechanical behaviour of graphite powder" - *Powder Technology*, **54**, pp. 175-181.
- [8] **CARR J.F. & WALKER D.M.** (1967) - "The annular shear cell for granular materials" - *Powder Technology*, **1**, pp. 369-373.
- [9] **CHEHADE W., CHEHADE R. & SHAHROUR I.** (1989) - "A microcomputer system for the verification of soils constitutive models" - Proceedings International Symposium on Numerical Models in Geomechanics (NUMOG III), Niagara Falls (Canada), 8-11 May 1989, S. Pietruszczak & G.N. Pande Ed., Elsevier, London.
- [10] **CHEN W.F. & BALADI G.Y.** (1985) - "Soil Plasticity - Theory and Implementation" - Elsevier, Amsterdam.
- [11] **CHIKAZAWA M., KANAZAWA T. & YAMAGUCHI T.** (1984) - "The role of adsorbed water on adhesion forces of powder particles" - *Kona*, **2**, pp. 54-61.
- [12] **COELHO M. C. & HARNBY N.** (1978) - "Moisture bonding in powders" - *Powder Technology*, **20**, pp. 201-205.
- [13] **CORAPCIOGLU Y.** (1983) - "Yield criteria for porous materials" - Proc. International Conference on Constitutive Laws for Engineering Materials, Tucson, Arizona (USA), 10-14 Jan. 1983 - C.S. Desai & R.H. Gallagher Eds. - pp. 465-474.
- [14] **COUGHLIN R. W., ELBIRLI B. & VERGALA-EDWARDS L.** (1982) - "Interparticle forces conferred by capillary-condensed liquid at contact points. I. Theoretical considerations" - *Journal of Colloids and Interface Science*, vol 87, n° 1, pp. 18-30.

## Bibliographie

- [15] **DOAHN T. (1984)** - "Contribution à l'étude du comportement de la kaolinite" - Thèse présentée à l'Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat, soutenue pour obtenir le titre de Docteur Ingénieur.
- [16] **DUNCAN J.M. & CHANG C.Y. (1970)** - Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, vol. 96, n° SM5, pp. 1629-1653.
- [17] **EELKMAN ROODA J. & HAAKER G. (1977)** - "A testing procedure for triaxial tests and a numerical method for the calculation of powder flow properties" - Powder Technology, **16**, pp. 273-280.
- [18] **EIBL J. & ROMBACH G. (1988)** - "Numerical investigations on discharging silos" Proceedings of the International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Innsbruck 1988, Swoboda Ed., pp. 317-320.
- [19] **EL-AZAZY S.S. & BISHARA A.G. (1985)** - "Lateral pressure on farm silo walls during bottom unloading" - Proceedings 10th Annual Conference on Powders & Bulk Solids, Rosemont, Illinois (USA), pp 238-253.
- [20] **ELBIRLI B., VERGALA-EDWARDS L. & COUGHLIN R. W. (1982)** - "Interparticle forces conferred by capillary-condensed liquid at contact points. II. Experimental measurements" - Journal of Colloids and Interface Science, vol 87, n° 1, pp. 31-45.
- [21] **GERRITSEN A.H. (1985)** - "The influence of the degree of stress anisotropy during consolidation on the strength of cohesive powdered materials" - Powder Technology, **43**, pp. 61-70.
- [22] **GERRITSEN A. H. & DEKKER R. (1982)** - "The unconfined yield strength of potato starch powder : the influence of consolidation stress, time and temperature" - Powder Technology, **34**, pp. 203-211.
- [23] **GONTHIER Y. (1984)** - "Contribution à l'étude du comportement mécanique des poudres pharmaceutiques sous pression" - Thèse présentée à l'Université Scientifique et Médicale de Grenoble, soutenue le 20 juin 1984 pour obtenir le grade de Docteur d'Etat ès Sciences Pharmaceutiques.
- [24] **GUERMAZI M. (1987)** - "Détermination assistée par ordinateur des paramètres du modèle CYCLADE" - Rapport de l'Institut Français du Pétrole n° 35127.
- [25] **HAAKER G. & RADEMACHER F. J.C. (1983)** - "Direkte Messung der Fliesseigenschaften von Schüttgütern mit einem abgeänderten Triaxial-Gerät" - Aufbereitungs Technik, Nr. 11, pp. 647-655 (Publication bilingue allemand/anglais).
- [26] **HAAKER G. (1986)** - "The influence of consolidation on shear test results" - Preprints 1st World Congress on Particle Technology, 16-18 April 1986, Nürnberg (FRG) - 16-18 April 1986, K. Leschonski Ed., vol. III, pp. 281-291.
- [27] **HAGE-CHEHADE F. (1988)** - "Développement d'un modèle élastoplastique pour les sables" - DEA de Génie Civil, Université des Sciences et Techniques de Lille Flandres-Artois.
- [28] **HARDER J. & SCHWEDES J. (1985)** - "The development of a true biaxial shear tester" - Particle Characterization, **2**, pp. 149-153.
- [29] **HAUSSLER U. & EIBL J. (1984)** - "Numerical investigations on discharging silos" - Journal of Engineering Mechanics", Vol. 110, n° 6, pp. 957-971.
- [30] **HENRY J.P. & PARSY F. (1982)** - "Cours d'élasticité" - Dunod Université, Paris.
- [31] **HIROTA M. & OSHIMA T. (1987)** - "Shear properties of uniaxially pre-consolidated powder beds - Non-uniformity of the shear stress acting on the shear plane" - Powder Technology, **53**, pp. 49-54.

## Bibliographie

- [32] **HORNE R. M. & NEDDERMAN R.M.** (1976) - "Analysis of stress distribution in two-dimensional bins by the method of characteristics" - Powder Technology, **14**, pp.
- [33] **HUJEUX J.C.** (1979) - "Calcul numérique de problèmes de consolidation élastoplastique" - Thèse présentée à l'Ecole Centrale de Paris, soutenue pour obtenir le titre de Docteur-Ingénieur.
- [34] **HUJEUX J.C., AUBRY D., LASSOUDIÈRE F. & MEIMON** (1982) - "A double memory model with multiple mechanisms for cyclic soil behaviour" - International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Zürich (Switzerland), vol. I, pp. 3-13.
- [35] **JAKY J.** (1948) - "Pressures in silos" - Proceedings 2nd International Conference in Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rotterdam (The Netherlands), p. 103.
- [36] **JANSSEN H.A.** (1896) - "On the pressure of grain in silos" - Proceedings Institution of Civil Engineers, London - p. 553.
- [37] **JENIKE A.W., ELSEY P.J. & WOOLLEY R.H.** (1960) - "Flow properties of bulk solids" - Proceedings of the American Society for Testing and Materials, **60**, pp. 1168-1181.
- [38] **JENIKE A.W.** (1961) - "Gravity flow of bulk solids" - Utah Engineering Experiment Station, Bulletin 108, University of Utah (USA).
- [39] **JENIKE A.W.** (1964) - "Storage and flow of bulk solids" - Utah Engineering Experiment Station, Bulletin 123 (Bulletin of the University of Utah, vol. 53, n° 26).
- [40] **JENIKE A.W. & JOHANSON J.R.** (1968) - "Bin loads" - Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, vo. 94, N° ST4, pp. 1011-1041.
- [41] **KHELIL A.** (1989) - "Etude du champ de vitesse et de contrainte dans les silos métalliques - Exploitation et développement des résultats de la base expérimentale d'essais de silos en vraie grandeur de Chartres" - Thèse de Doctorat présentée à l'Institut National Polytechnique de Lorraine, soutenue le 3 Février 1989, pour obtenir le titre de Docteur de l'INPL Spécialité Mécanique.
- [42] **KHELIL A. & ROTH J.C.** (1989) - "Theoretical and experimental studies of stresses in full scale silos at the Chartres experimental base" - Proceedings International Conference on Micromechanics of Granular Media, Clermont-Ferrand, 4-8 September 1989, J. Biarez & R. Gourvès Eds, Balkema Publishers (Rotterdam), pp. 453-459.
- [43] **KHELIL A., WEISSE D. & ROTH J.C.** (1989) - "Analysis of the flow of granular materials whilst gravitationally emptying a silo - A study of the experimental and theoretical velocity fields" - Proceedings International Conference on Micromechanics of Granular Media, Clermont-Ferrand, 4-8 September 1989, J. Biarez & R. Gourvès Eds, Balkema Publishers (Rotterdam), pp. 461-468.
- [44] **KIRBY J.M.** (1986) - "The critical state concept and the behaviour of powders in the ring shear cell test" - Powder Technology, **47**, pp. 71-78.
- [45] **KIRKPATRICK W. M. & BELSHAW D.S.** (1968) - "On the Interpretation of Triaxial Test" - Geotechnique XVIII.
- [46] **KO H. Y. & STURE S.** (1981) - "State of the Art : data reduction and application for analytical modeling" - Laboratory Shear Strength of Soil, ASTM STP 740, Young & Townsend Eds, American Society for Testing and Materials, pp. 329-386.
- [47] **KOCOVA S. & PILPEL N.** (1971) - "The failure properties of lactose and calcium carbonate powders" - Powder Technology, **2**, pp. 329-343.

- [48] **KONDNER R.L. & ZELASKO J.S.** (1963) - "An hyperbolic stress-strain formulation for sands" - Proceedings 2nd International Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering, Brazil, vol. I, pp. 289-324.
- [49] **LADE P.V.** (1977) - "Elastoplastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces" - International Journal of Solids and Structures, 13 (11), pp. 1019-1035.
- [50] **LAMBE T.W. & WHITMAN R.V.** (1969) - "Soil Mechanics" - Series in Soil Engineering, Massachusetts Institute of Technology, J. Wiley Ed., New York.
- [51] **LANCELOT L.** (1986) - Rapport interne à la Société Rhône-Poulenc, non publié.
- [52] **LANCELOT L.** (1987 a) - Rapport interne à la Société Rhône-Poulenc, non publié.
- [53] **LANCELOT L.** (1987 b) - Rapport interne à la Société Rhône-Poulenc, non publié.
- [54] **LANCELOT L.** (1988 a) - Rapport interne à la Société Rhône-Poulenc, non publié.
- [55] **LANCELOT L.** (1988 b) - Rapport interne à la Société Rhône-Poulenc, non publié.
- [56] **LANCELOT L.** (1989) - "Mise au point d'une cellule triaxiale basse pression pour l'étude du comportement des poudres de l'industrie chimique" - Actes des Rencontres Universitaires de Génie Civil, Rennes, 25-26 avril 1989, pp. 83-90.
- [57] **LANCELOT L., ROBINET J.C. & STANLEY-WOOD N.-G.** (1989) - "Flow properties of powders as determined by a triaxial cell" - International Conference on Micromechanics of Granular Media, Clermont-Ferrand (France), 4-8 september 1989, Biarez J. & Gourvès R. Eds, Balkema Publishers, pp. 469-475.
- [58] **LASSOUDIÈRE F.** (1984) - "Modélisation du comportement des sols sous sollicitation cyclique" - Thèse présentée à l'Ecole Centrale de Paris, soutenue le 16 avril 1984 pour obtenir le titre de Docteur Ingénieur.
- [59] **LEMAITRE J. & CHABOCHE J.L.** (1985) - "Mécanique des matériaux solides" , Dunod, Paris.
- [60] **LLOYDS P.J.** (1986) - "The characterization of the flow of aerated powders" - Preprints of the Proceedings 1st World Congress on Particle Technology, Nürnberg (FR Germany), Vol. III, p. 357.
- [61] **LOHNES R.A., LIU J.C. & BOHKOVEN W.H.** (1985) - "Experimental determination of  $K_0$  stress ratio in grain" - Proceedings 10th Powder and Bulk Solids Conference, Rosemont, Illinois (USA), pp. 231-237.
- [62] **LORET B.** (1981) - "Formulation d'une loi de comportement élastoplastique des milieux granulaires" - Thèse présentée à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, soutenue à Paris le 13 février 1981 pour obtenir le titre de Docteur Ingénieur.
- [63] **LUONG M.P.** (1978) - "Etat caractéristique du sol" - C.R. Académie des Sciences, Paris, 287 B, pp. 305-307.
- [64] **LUONG M.P.** (1989) - "Flowability of stored granular food products" - Proceedings International Conference on Micromechanics of Granular Media, Clermont-Ferrand, 4-8 September 1989, J. Biarez & R. Gourvès Eds, Balkema Publishers (Rotterdam), pp. 485-492
- [65] **LYLE C. & SCHWEDES J.** (1986) - "Application of finite element methods in the mechanics of bulk solids" - Preprints of the Proceedings of the 1st World Congress on Particle Technology, Nürnberg (FR Germany), 16-18 April 1986, K. Leschonski Ed., Vol. III, pp. 3-31.

## Bibliographie

- [66] **MAGNAN J.P., MIEUSSENS C., SOYEZ B. & VAUTRAIN J.** (1985) - "Essais oedométriques" - Méthode d'essai LPC n° 13, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris
- [67] **MAHMOUD A. & ABDEL-SAYED G.** (1980) - "Loading on shallow cylindrical flexible grain bins" -
- [68] **MANDEL J.** (1966) - "Mécanique des milieux continus" - Gauthier-Villard, Paris (2 tomes).
- [69] **MARCHANT J. A. & SCHOFIELD C. P.** (1978) - "A combined constant pressure and volume change apparatus for triaxial tests at low pressure" - *Geotechnique XXVIII*, pp. 351-353.
- [70] **MEIMON Y. & TAN C. H.** (1989) - "A new double hardening model for soils under cyclic loading" - *Proceedings International Symposium on Numerical Models in Geomechanics (NUMOG III), Niagara Falls (Canada), 8-11 May 1989*, S. Pietruszczak & G.N. Pande Ed., Elsevier, London.
- [71] **MITCHELL R.J.** (1981) - "A new Control System for Soils Testing" - *Laboratory Shear Strength of Soils, ASTM STP 740*. R.N. Young and F.C. Townsend Eds. American Society for Testing and Materials, pp. 180-190.
- [72] **MOHKAM M.** (1983) - "Contribution à l'étude expérimentale et théorique du comportement des sables sous chargements cycliques" - Thèse présentée à l'Université Scientifique et Médicale et à l'Institut National Polytechnique de Grenoble, soutenue le 28 avril 1983 pour obtenir le grade de Docteur-Ingénieur.
- [73] **MOLERUS O.** - "Theory of yield of cohesive powders" - *Powder Technology*, **12**, pp. 259-275.
- [74] **MROZ Z., NORRIS V. A. & ZIENCKEWICZ O. C.** (1978) - *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol 2, pp. 203-211.
- [75] **MURFITT P.G. & BRANSBY P.L.** (1980) - "Deaeration of powders in hoppers" - *Powder Technology*, **27**, pp. 149-162.
- [76] **NASH W.A.** (1974) - "Résistance des Matériaux - Cours et Problèmes" - Tome 1, série Schaum, Mac Graw Hill, Paris (pour la traduction française).
- [77] **NEDDERMAN R.M., TUZUN U. & THORPE R.B.** (1983) - "The effect of interstitial air gradients on the discharge from bins" - *Powder Technology*, **35**, pp. 69-81.
- [78] **NORRIS G.M.** (1981) - "Effect of End Membrane Thickness on the Strength of Frictionless Cap and Base Tests" - *Laboratory Shear Strength of Soils, ASTM STP 740*. R.N. Young and F.C. Townsend Eds, American Society for Testing and Materials, pp. 303-314.
- [79] **OPPENHEIM R.C. & HERSEY J.A.** (1977) - "Physical and chemical changes in powders on storage" - *Journal of Powders and Bulk Solids Technology*, vol. I, n° 3, pp. 3-9.
- [80] **PESCHL I.A.S.Z.** (1981) - "New developments in the field of shear tests and their application in industry" - *Proceedings of the International Symposium on Powder Technology, Kyoto, Japan, Sept. 28 - Oct. 1 1981*, K. Iionoya, J.K. Beddow & G. Jimbo Eds., pp. 150-164.
- [81] **PREVOST J. H.** (1977) - *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol 1, n°2, pp. 195-216.
- [82] **ROBINET J.C.** (1980) - "Loi rhéologique en écriture incrémentale. Application aux sols et au béton" - Thèse présentée à l'Université Scientifique et Médicale de Grenoble, soutenue pour obtenir le titre de Docteur d'Etat ès Sciences Physiques.

## Bibliographie

- [83] **ROSCOE K.H., SCHOFIELD A.N. & WROTH C.P.** (1958) - "On the yielding of soils" - Géotechnique, IIX, p. 71 .
- [84] **ROSCOE K.H. & BURLAND J.B.** (1968) - "On the generalized stress-strain behaviour of wet clay" - in Engineering Plasticity, Cambridge University Press, London, pp. 535-569.
- [85] **ROWE A.W. & BARDEN L.** (1964) - "Importance of free ends in triaxial testing" - Journal of Soil Mechanics and Foundation Division (ASCE), Vol. 90 n° SM1, pp. 1-27.
- [86] **SCHLOSSER F.** (1983) - "Eléments de Mécanique des Sols" - Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- [87] **SCHOFIELD A.N. & WROTH C.P.** (1968) "Critical state soil mechanics" Mac Graw Hill Ed., London.
- [88] **SCHWEDES J.** (1981) - "Measurement of flow properties of bulk solids" - Proceedings of the International Symposium on Powder Technology, Kyoto (Japan), Sept. 28 - Oct. 1 1981, K. Iionoya, J.K. Beddow & G. Jimbo Eds, pp. 89-98.
- [89] **SCHWEDES J.** (1982) - "Entwicklung der Schüttguttechnik seit 1974" - Aufbereitungs Technik, Nr° 8, pp. 403-410. (publication bilingue allemand/anglais).
- [90] **SHARPE P.** (1978) - "A device for automatic measurement of volume change" - Geotechnique XXVIII, pp. 348-350.
- [91] **SMITH D.L.O.** (1981) - "The triaxial load response of grain" - PhD Dissertation, Iowa State University Library, Ames, Iowa (USA).
- [92] **SMITH D.L.O. & LOHNES R.A.** (1981) - "Dilatancy as a cause of overpressures : experimental evidence" - Proceedings International Conference on the Design if Silos for Strength and Flow, vol. 2, Powder Advisory Center, London.
- [93] **SMITH D.L.O. & LOHNES R.A.** (1982) - "Frictional properties and stress-strain relationships for use in the finite element analysis of grain silos" - Journal of Powder and Bulk Solids Technology, 6 (3), pp. 4-10.
- [94] **SMITH D.L.O & LOHNES R.A.** (1983) - "Bulk strength and stress-strain behaviour of four africultural grains" - Journal of Powder and Bulk Solids Technology, 7 (4), pp. 1-7.
- [95] **SOKOL L.** (1984) - "Bin loads in vertical silos" - Journal of Bulk Solids in Silos, vol. I, n° 1.
- [96] **STANLEY-WOOD N.G.** (1983) - "Compaction and enlargement of particulate solids" - Monographs in Chemical Engineering, Butterworth Ed., London.
- [97] **TAN C. H.** (1990) - " Contribution à la modélisation du comportement à long terme des géomatériaux et applications au calcul des ouvrages en mer" - Thèse de Doctorat en cours à l'Université des Sciences et Techniques de Lille et à l'Institut Français du Pétrole.
- [98] **TANAKA T.** (1978) - "Evaluating the caking strength of powders" - Ind. Eng. Chem. Prod. Res. Dev., vol 17, n° 3, pp. 241-246.
- [99] **TATSUOKA F. & ISHIHARA K.** (1974) - "Yielding of sand in triaxial compression" - Soils & Foundations, 14 (2), 63-76.
- [100] **TATSUOKA F. & ISHIHARA K.** (1975) - "Undrained deformation and liquefaction of sand under cyclic stresses" - Soils & Foundations, 15 (1), 29-44.

## Bibliographie

- [101] **TER BORG L.** (1982) - "Evaluation of shear test results on bulk solids in chemical industry" - German Chemical Engineer, 5, pp. 59-63.
- [102] **UNCKEL V.H.** (1945) - Arch. Eisenhüttenw., 18, p. 161.
- [103] **VERMEER P.A.** (1978) - "A double hardening model for sand" - Géotechnique XXVIII (4), pp. 413-433.
- [104] **VERMEER P.A.** (1982) - "A five constant model unifying well established concepts" - Results of the International Workshop on Constitutive Relations for Soils, Grenoble, 6-8 septembre 1982, Gudehus & Darve Eds., pp. 175-197.
- [105] **WALKER D.W.** (1966) - "An approximate theory for pressure and arching in hoppers" - Chemical Engineering Science, 21, pp. 975-997.
- [106] **WALTERS J.K.** (1973 a) - "A theoretical analysis of stresses in silos with vertical walls" - Chemical Engineering Science, 28, p. 13.
- [107] **WALTERS J.K.** (1973 b) - "A theoretical analysis of stresses in axially-symmetric hoppers and bunkers" - Chemical Engineering Science, 28, p. 779.
- [108] **WILLIAMS J.C. & BIRKS A.H.** (1967) - "The comparison of the failure measurements of powders with theory" - Powder Technology, 1, pp. 199-206.
- [109] **WILLIAMS J.C.** (1984) - in "Compaction and enlargement of particulate solids", N.G. Stanley-Wood Ed., Butterworth Monographs in Chemical Engineering, pp. 136-137.
- [110] **WILLIAMS J.C., BIRKS A.H. & BHATTACHARYA D.** (1971) - "The direct measurement of the failure function of a cohesive powder" - Powder Technology, 4, pp. 328-337.
- [111] **WILMS H. & SCHWEDES J.** (1984) - "Analysis of the active stress field in hoppers" - Powder Technology, 42, pp. 15-25.
- [112] **WOODS R. J.** (1971) - PhD thesis, University of Bradford, U. K.
- [113] **WRIGHT H. & SWINDERMAN R.T.** (1985) - Proceedings 10th Annual Conference on Powders & Bulk Solids, Rosemont, Illinois (USA), pp. 282-298.
- [114] **ZACHARY L.W. & LOHNES R.A.** (1988) - "A confined compression test for bulk solids" - Proceedings International Conference on Powders and Bulk Solids, Rosemont, Illinois (USA), pp. 483-491.
- [115] **ZENCKIEWICZ O.C.** (1977) - "The Finite Element Method" - Mac Graw Hill, New York (3rd edition).

## Bibliographie



## ANNEXES



---

ANNEXE A

THEORIES CLASSIQUES DE DIMENSIONNEMENT DES SILOS

---

*Dans cette annexe, on présente quelques éléments théoriques pour la détermination des distributions de contrainte lors du remplissage, puis de la vidange d'un silo. Dans ce dernier cas, on montre comment cette distribution conduit, par l'intermédiaire d'un critère de coulabilité, à la détermination des dimensions critiques à donner au silo pour obtenir un type d'écoulement donné.*

*On considérera un silo cylindrique, dont la partie inférieure (ou convergent) sera tronconique (problème à symétrie de révolution). Un raisonnement analogue peut être conduit avec un silo parallélépipédique à convergent trapézoïdal (problème en déformations planes), les équations régissant le problème étant voisines [39].*



## A.1 Distribution de contraintes au remplissage d'un silo

Supposons que l'on charge un silo, initialement vide. Sous l'impact du solide qui vient d'être chargé, les premières couches se contractent. Dans l'hypothèse où le déversement du solide se fait dans l'axe du silo, il est généralement admis que la distribution de la contrainte principale majeure prend l'allure représentée sur la figure A1 [40,41].

### A.1.1 Partie cylindrique du silo

L'état de contrainte est généralement analysé en terme d'équilibre limite suivant la théorie de Rankine. Ainsi, la formulation de JANSSEN (1896) [36], qui est encore largement utilisée de nos jours, est basée sur les hypothèses suivantes (figure A2) :

- h1) matériau homogène, isotrope, sans cohésion, à caractéristiques mécaniques constantes
- h2) matériau à la rupture (critère de Mohr-Coulomb)
- h3) contrainte verticale  $\sigma_v$  constante dans un plan horizontal
- h4) contrainte horizontale  $\sigma_H$  proportionnelle à  $\sigma_v$  :  $\sigma_H = K \cdot \sigma_v$ , K constant (indépendant de la hauteur)
- h5) densité du matériau à l'équilibre indépendante de la hauteur du silo
- h6) frottement à la paroi complètement mobilisé.

Moyennant ces hypothèses, et considérant l'équilibre d'une couche dH de matériau (figure A2), on obtient par intégration les expressions :

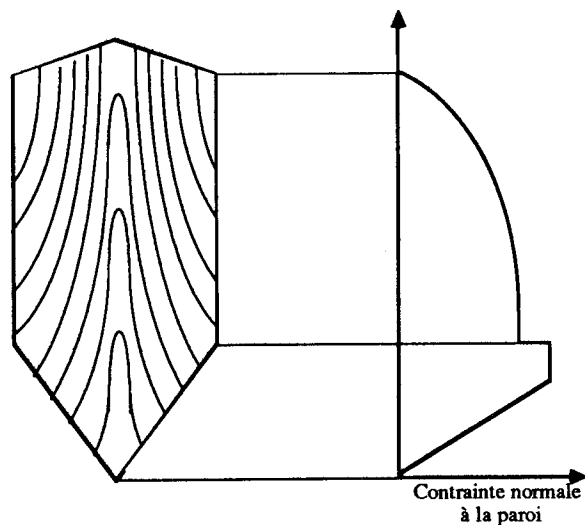
$$\sigma_v = \frac{\rho D}{4K\mu} \left( 1 - e^{-\frac{4K\mu H}{D}} \right) \quad (\text{A-1})$$

$$\sigma_H = K \cdot \sigma_v \quad (\text{A-2})$$

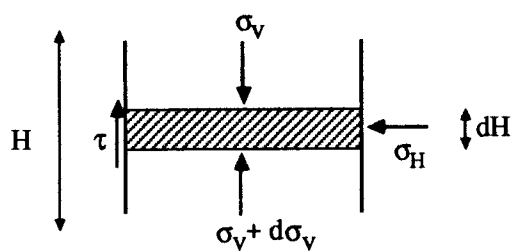
avec

$$K = \frac{1 - \sin \delta}{1 + \sin \delta} \quad (\text{état actif de contrainte}) \quad (\text{A-3})$$

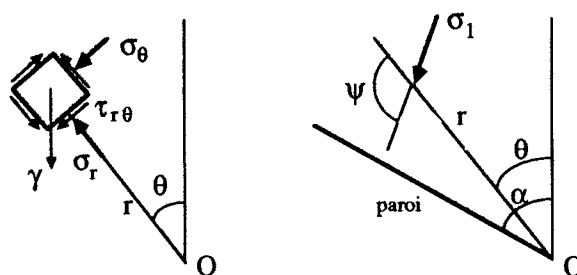
$$\mu = \text{tg } \phi' \quad (\text{coefficient de frottement à la paroi}) \quad (\text{A-4})$$



**Figure A-1 :**  
Distribution de la contrainte principale majeure au remplissage



**Figure A-2 :**  
Equilibre d'une couche de matériau



**Figure A-3 :**  
Système de coordonnées sphériques dans le convergent

### A.1.2 Contraintes dans le convergent - Solution de JENIKE

Les hypothèses retenues par Jenike [38] sont :

- h1) un état de contrainte élastique (les contraintes horizontales dues à l'inclinaison des parois sont telles que la rupture n'est pas atteinte au sein du matériau).
- h2) un champ de contrainte radial : les contraintes varient comme  $r$  ( voir sur la figure A3). Ceci implique  $\sigma_r = k(\theta) \sigma_\theta$ .

L'écriture des équations d'équilibre et de la loi de comportement en coordonnées sphériques conduit à un système d'équations aux dérivées partielles, qui, moyennant l'hypothèse du champ radial, peut être résolu numériquement en  $s(\theta)$  et  $\Phi(\theta)$ , avec :

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{2}{1+k} \gamma r s(\theta) \\ \sigma_\theta = k \sigma_r = \sigma_\phi \\ \tau_{r\theta} = -\frac{2k}{1+k} \gamma r s(\theta) \operatorname{tg} [\Phi(\theta)] \end{cases} \quad (\text{A-5})$$

où  $k$  est supposé constant.

## A.2 Contraintes à la vidange

### A.2.1 Types d'écoulements rencontrés

Suivant la géométrie du silo, le matériau constituant les parois et la nature du matériau ensilé, on peut rencontrer deux grands types d'écoulement (figure A4) :

- **écoulement en masse (*mass flow*)** : toute la matière ensilée est en mouvement. L'interface entre phases statique et mobile se trouve donc à la paroi. Ce type d'écoulement est rencontré avec des silos à parois lisses et suffisamment inclinées.
- **écoulement en cheminée (*funnel flow*)** : le mouvement est limité à une partie du matériau, à l'intérieur d'une conduite formée par la phase statique, et dont le diamètre correspond sensiblement à celui de l'orifice de vidange. C'est le type d'écoulement rencontré dans les silos à fond plat ou faiblement incliné (figure A5).

Ces deux types d'écoulement ont leurs avantages et leurs inconvénients [109].

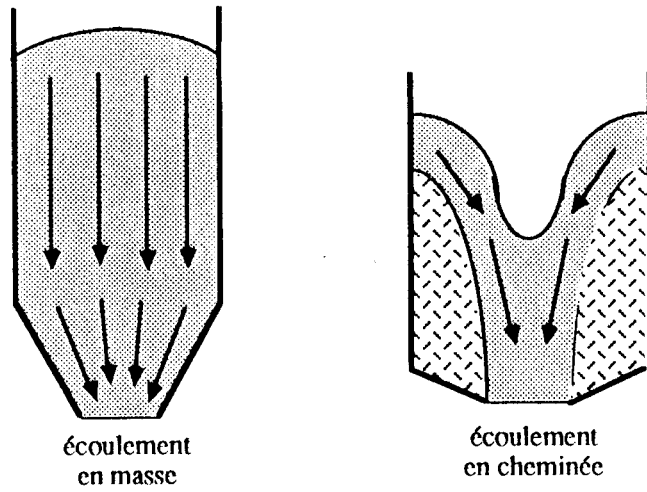


Figure A-4

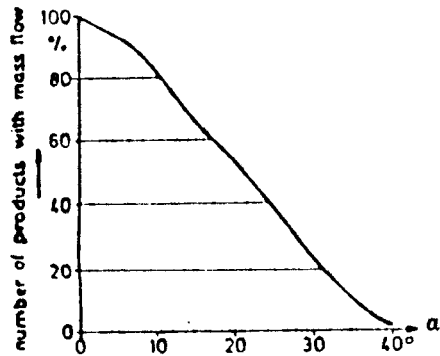


Figure A-5 :  
 Nombre de produits présentant un écoulement en masse, en fonction de l'inclinaison du convergent (d'après Ter Borg [101])

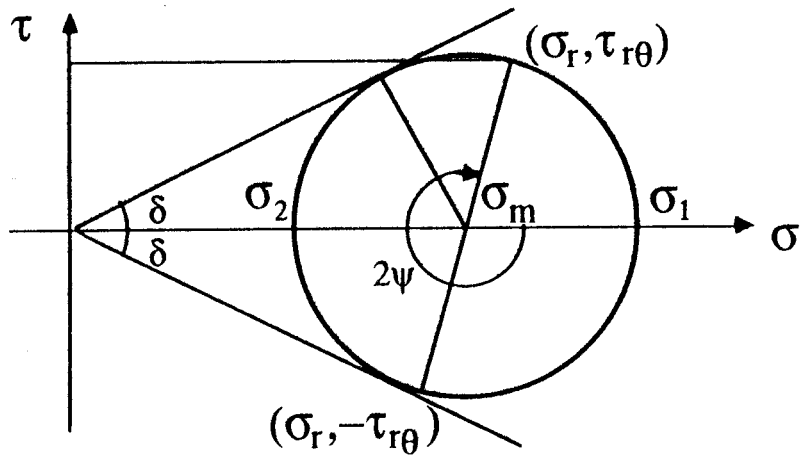


Figure A-7 :  
 Etat de contrainte dans le convergent à la vidange



L'écoulement en masse est généralement préférable car il permet un débit plus régulier, une distribution de temps de séjour plus homogène et moins de ségrégation si le matériau présente des grains de tailles ou de formes différentes. Il est également plus facile à modéliser. Dans la suite, nous supposons que c'est le type d'écoulement recherché. Dans une telle hypothèse, la distribution de la contrainte principale majeure à la vidange a l'allure représentée sur la figure A6 [40].

### A.2.2 Contraintes dans la partie cylindrique du silo

L'écoulement étant supposé uniforme, et en négligeant les forces d'inertie, Jenike admet que la contrainte  $\sigma_H$  dans cette partie garde une valeur sensiblement constante et égale à la valeur maximale atteinte au remplissage [40]. Le matériau est désormais supposé dans un état d'équilibre limite passif, où :

$$\frac{\sigma_H}{\sigma_v} = \frac{1 + \sin \delta}{1 - \sin \delta} = \frac{1}{K} \quad (\text{A-6})$$

### A.2.3 Contraintes dans la partie tronconique

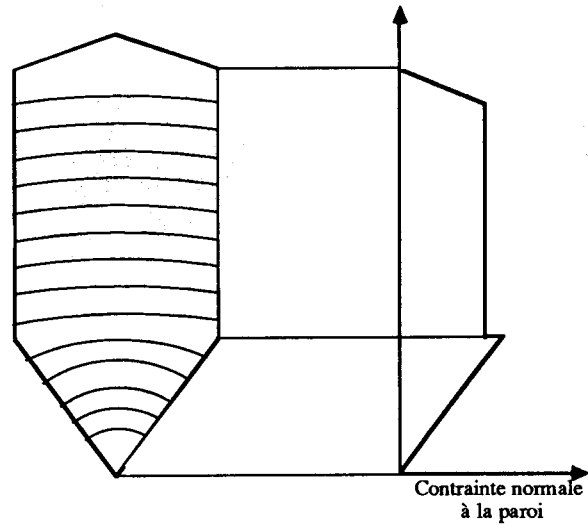
L'état de contrainte est repéré en coordonnées sphériques (figure A3), l'élément de solide considéré étant supposé à la rupture suivant un critère de type Mohr-Coulomb (figure A7). L'écoulement étant lent, le problème sera résolu de manière quasi-statique (équations d'équilibre sans terme d'accélération).

Dans la solution développée par Jenike [39], toutes les contraintes du problème sont exprimées en fonction de la seule contrainte moyenne :

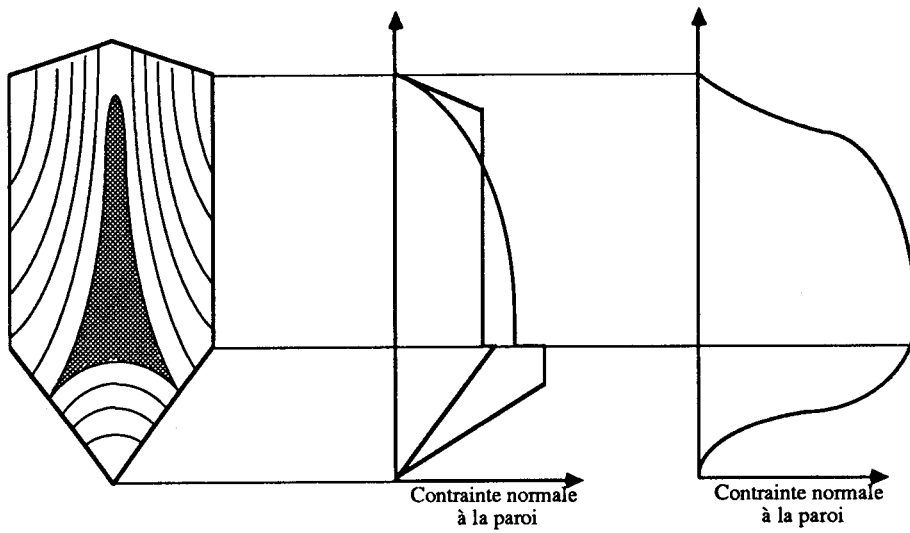
$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_r + \sigma_\theta}{2} \quad (\text{A-7})$$

On a alors :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_m (1 + \sin \delta) \\ \sigma_2 &= \sigma_m (1 - \sin \delta) \\ \sigma_r &= \sigma_m (1 + \sin \delta \cdot \cos 2 \psi) \\ \sigma_\theta &= \sigma_m (1 - \sin \delta \cdot \cos 2 \psi) \\ \tau_{r\theta} &= \sigma_m (\sin \delta \cdot \sin 2 \psi) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A-8})$$



**Figure A-6 :**  
Distribution de la contrainte principale majeure à la vidange



**Figure A-8 :**  
Transition entre l'état de contrainte au remplissage et à la vidange

Ici encore, Jenike fait l'hypothèse du champ radial, ce qui revient à poser (\*) :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m &= \gamma r S(\theta) \\ \psi &= \psi(\theta) \end{aligned} \right\} \quad (A-9)$$

à laquelle il ajoute l'hypothèse de Haar et Von Karman [37] :

$$\sigma_\phi = \sigma_1 \quad (A-10)$$

En reportant (A8), (A9) et (A10) dans les équations d'équilibre, on obtient un système d'équations aux dérivées partielles en  $S(\theta)$  et  $\psi(\theta)$ , dont la résolution numérique fournit  $S$  en fonction de  $\theta$  et  $\psi$  pour différentes valeurs de  $\delta$  [39].

On peut montrer que  $S$  est maximal à la paroi ( $\theta = \alpha$ ). On a alors [23] :

$$\psi(\alpha) = \frac{\pi}{2} + \frac{1}{2} \left( \phi' + \arcsin \left( \frac{\sin \phi'}{\sin \delta} \right) \right) \quad (A-11)$$

où  $\phi'$  est l'angle de frottement poudre-paroi. Par sécurité, c'est la valeur retenue pour le calcul des contraintes, et on aura par exemple :

$$\sigma_1 = \gamma r (1 + \sin \delta) S(\alpha, \delta, \phi') \quad (A-12)$$

#### A.2.4 Transition état actif / état passif : régime de "switch"

En début de vidange, l'état de contrainte, d'actif qu'il était après remplissage, va devenir passif quand on va ouvrir la trappe.

D'après les théories présentées précédemment, on voit que si on superpose les distributions de contraintes obtenues au remplissage et à la vidange, il y a une discontinuité des contraintes, qui se traduit par des surpressions à la paroi (figure A8), pouvant se propager très rapidement et qui sont dans tous les cas dommageables à la structure.

Ce régime de switch, qui a été prédit par Jenike, a pu être observé expérimentalement de nombreuses fois [41].

(\*) la densité  $\gamma$  est supposée constante

### A.3 Critère de coulabilité - Dimensionnement des silos

Dans le cas où le matériau ensilé présente une cohésion, Jenike introduit un critère de coulabilité devant être satisfait pour que le matériau s'écoule dans un silo de caractéristiques données.

#### A.3.1 Critère de coulabilité d'après Jenike

Soient  $\bar{\sigma}_1$  et  $\bar{\sigma}_2$  les contraintes principales majeure et mineure à la surface libre obtenue par ouverture de l'orifice de vidange (figure A9).

Le cercle de Mohr de cet état de contrainte devra être tangent au lieu de rupture du matériau consolidé sous la contrainte  $\Sigma_1$ , appelée contrainte majeure de consolidation (figure A10). Ceci définit une valeur minimale de  $\bar{\sigma}_1$  pour qu'il y ait écoulement, pour une histoire antérieure du matériau correspondant à  $\Sigma_1$  :

$$\bar{\sigma}_1 \geq f_c \quad (\text{A-13})$$

Ceci constitue le critère de coulabilité de Jenike. Si  $\bar{\sigma}_1 < f_c$ , il y a formation d'une voute qui empêche l'écoulement.

#### A.3.2 Facteur d'écoulement

En écrivant l'équation d'équilibre d'une voute au niveau du convergent (figure A9), il vient :

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{\gamma B}{H(\alpha)} \quad (\text{A-14})$$

où  $H(\alpha)$  a été déterminé par Jenike [38].

Or, pour un convergent conique, on a :

$$B = 2r \sin \alpha \quad (\text{A-15})$$

d'où :

$$\bar{\sigma}_1 = \frac{2r \gamma \sin \alpha}{H(\alpha)} \quad (\text{A-16})$$

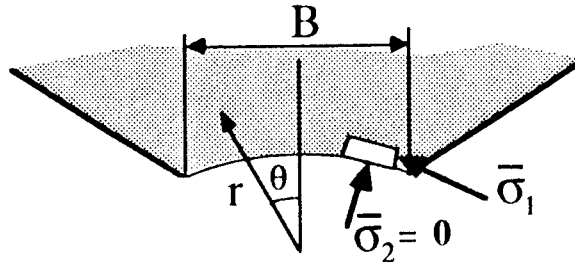


Figure A-9 :  
Etat de contrainte à la surface libre  
du convergent

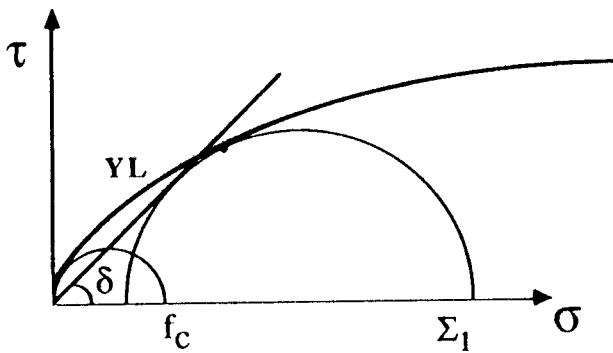


Figure A-10 :  
Lieu d'écoulement (YL) et paramètres de Jenike

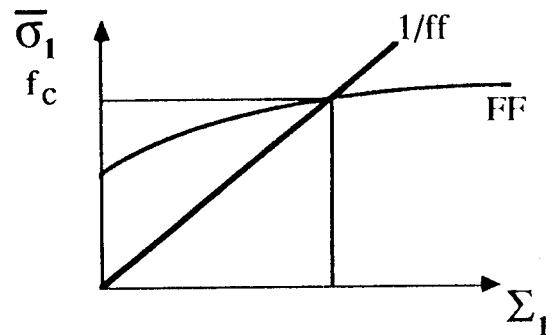


Figure A-12 :  
Critère de coulabilité selon Jenike [39]

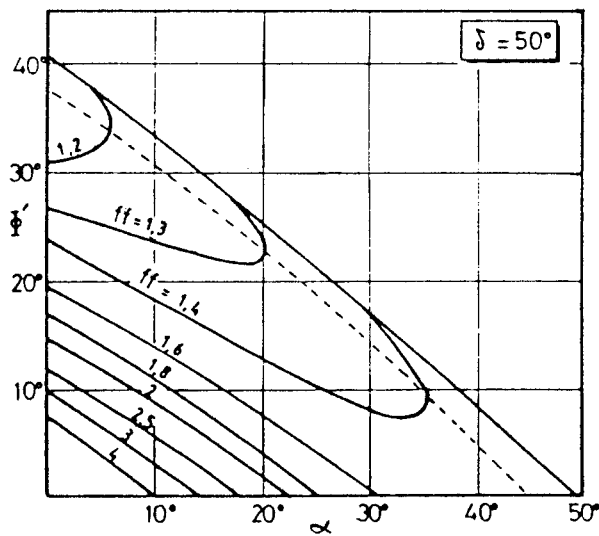


Figure A-11 :  
Abaques donnant le facteur d'écoulement  
(d'après Jenike [39])

Il y aura formation d'une voute si le matériau a subi une consolidation telle qu'il ait acquis une résistance suffisante pour ne plus satisfaire le critère (A13). Aussi, l'écoulement dans un convergent sera d'autant plus facilité que la consolidation  $\Sigma_1$  sera plus faible, et que la contrainte  $\sigma_1$  sera plus importante. On exprime ceci en recherchant une valeur minimale du rapport  $ff$ , ou facteur d'écoulement, défini d'après (A12) et (A16) par :

$$ff = \frac{\Sigma_1}{\sigma_1} = \frac{(1 + \sin \delta)}{2 \sin \alpha} \cdot H(\alpha) \cdot S(\delta, \alpha, \phi') \quad (A-17)$$

Les valeurs de  $ff$  en fonction de  $\delta$  (angle de frottement du matériau en écoulement stationnaire),  $\alpha$  (demi-angle au sommet du convergent) et  $\phi'$  (angle de frottement poudre-paroi), sont données par Jenike sous forme d'abaques (figure A11).

### A.3.3 Diamètre critique de l'orifice de vidange :

Connaissant l'angle de frottement  $\delta$  du matériau à l'écoulement stationnaire, l'angle de frottement poudre-paroi  $\phi'$ , et ayant choisi un angle  $\alpha$  pour le convergent, les abaques introduits précédemment permettent de déterminer le facteur d'écoulement  $ff = \Sigma_1/\sigma_1$ .

Le facteur d'écoulement doit être tel que le critère de coulabilité (A13) soit satisfait, soit:

$$\sigma_1 \geq f_c$$

Ce critère peut être exprimé graphiquement en introduisant la fonction d'écoulement  $FF$ , relation entre la résistance du matériau non confiné (*unconfined yield strength*)  $f_c$  et la contrainte majeure de consolidation maximale  $\Sigma_1$  qu'il a subie (figure A12).

Le point d'intersection entre les deux courbes, s'il existe, permet de déterminer le diamètre critique  $B$  à donner à l'orifice de vidange pour obtenir l'écoulement, à partir de l'équation (A14).

Pour un matériau faiblement cohérent, la fonction d'écoulement  $FF$  sera proche de l'axe  $O\Sigma_1$ , et le matériau pourra théoriquement s'écouler à travers un orifice de dimension quelconque. La taille de celui-ci sera alors choisie en fonction du débit d'écoulement souhaité.

Cette méthode de dimensionnement due à Jenike nécessite la détermination expérimentale de :

- la fonction d'écoulement  $FF$  du matériau
- l'angle de frottement stationnaire  $\delta$
- l'angle de frottement poudre-paroi  $\phi'$

Nous présentons brièvement en annexe B l'appareillage et la méthode qui sont habituellement utilisés dans ce but.





## ANNEXE B

### CARACTERISATION EXPERIMENTALE DES POUDRES A LA CELLULE DE JENIKE

---

*Les principales caractéristiques nécessaires aux méthodes de dimensionnements fondées sur les développements théoriques présentés en annexe A, sont mesurables lors d'essais de cisaillement (angle de frottement interne, angle de frottement poudre-paroi).*

*L'appareillage généralement utilisé est une boîte de cisaillement, de type Casagrande, dont l'adaptation aux spécificités des problèmes de dimensionnement de silos, c'est-à-dire principalement la possibilité de contrôler de faibles niveaux de contrainte (quelques kPa à quelques dizaines de kPa) est due à JENIKE [39].*

## Annexe B : Caractérisation expérimentale des poudres à la cellule de Jenike

## B.1 Description de la cellule de Jenike

C'est une boîte de section circulaire, de diamètre 95 mm environ, composée d'une base (hauteur 12 mm) et d'un anneau (hauteur 16 mm), surmonté d'un couvercle muni d'une potence et d'un ergot, permettant de répartir la charge de cisaillement  $S$  entre anneau et couvercle (figure B1). Le couvercle comporte également en son centre un pivot sur lequel on peut placer un étrier muni de poids, et appliquer ainsi la charge normale  $N$ , constante au cours de l'essai. Le cisaillement est imposé par déplacement à vitesse constante de l'ensemble anneau + couvercle.

La force  $S$  ainsi appliquée est mesurée en fonction du temps.

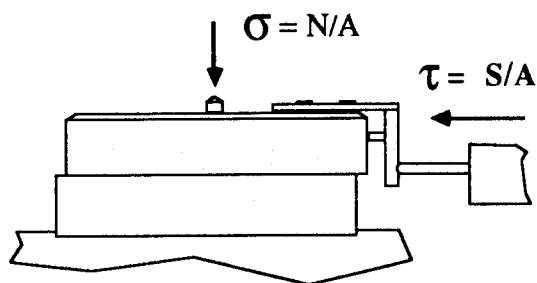
## B.2 Détermination de l'état stationnaire

Dans un essai de cisaillement, pour une charge normale  $N$  donnée, on sait que si on trace  $S$  en fonction du déplacement, on aura trois types de courbes suivant la densité initiale de l'échantillon (figure B2) [86]. Dans les trois cas, la contrainte de cisaillement et la densité limites sont les mêmes. Si la densité initiale est proche de cette densité limite (densité critique), la contrainte limite est atteinte très rapidement (cas C). Le lieu des points  $N,S$  ainsi obtenus est généralement une droite, dont la pente donne l'angle de frottement résiduel, ou limite, qui est aussi ce que nous avons appelé l'angle de frottement stationnaire  $\delta$  du matériau, caractéristique d'un écoulement à volume constant (figure B3).

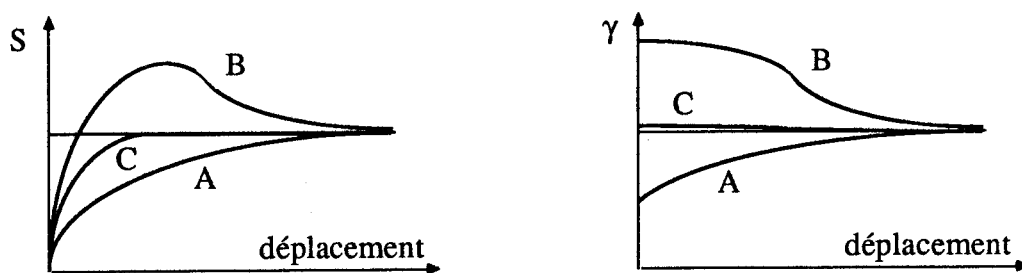
D'après la figure B2, on voit que l'état stationnaire est atteint d'autant plus vite que l'état initial de l'échantillon est proche de l'état de densité critique. Etant donné que le déplacement permis dans une boîte de cisaillement de type cellule de Jenike est limité à quelques millimètres, le protocole opératoire mis au point par Jenike comporte une phase de consolidation de l'échantillon par "*twists*" sur le couvercle, ayant pour but d'amener l'échantillon à une densité proche de la densité critique correspondant à la charge  $N$  [37,39].

## B.3 Détermination de la fonction d'écoulement

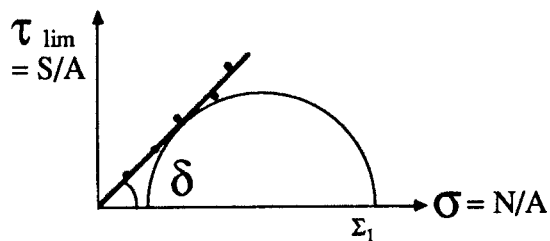
Pour un matériau cohérent, nous avons vu que le calcul du diamètre critique de l'orifice de vidange nécessitait la mesure de la fonction d'écoulement. A l'écoulement commençant, un élément de matériau qui aura subi une consolidation antérieure correspondant à une contrainte principale majeure maximale  $\Sigma_1$  (sensiblement verticale), verra son état de contrainte évoluer de telle sorte que la contrainte principale majeure  $\sigma_1$  sera maintenant horizontale (cf. § A.2.1). Cette évolution s'accompagnera d'une expansion verticale (écoulement).



**Figure B-1 :**  
Cellule de Jenike



**Figure B-2 :**  
Evolution du cisaillement  $S$   
et de la densité  $\gamma$  en fonction  
du déplacement pour la cellule de Jenike



**Figure B-3 :**  
Détermination de l'angle de frottement stationnaire

On se trouvera donc dans le cas B de la figure B2, soit celui d'un matériau surconsolidé. Il y aura écoulement si le cisaillement se développant au sein du matériau atteint une limite, appelée lieu d'écoulement (figure B4).

Pratiquement, la mesure d'un lieu d'écoulement se fait en deux étapes :

- i) consolidation : l'échantillon est préparé sous une densité donnée  $\gamma_0$  en "twistant" sous une certaine charge  $N$ , puis il est précisaillé sous cette même charge  $N$ , jusqu'à obtenir le cisaillement limite  $S$  correspondant.
- ii) cisaillement : la charge normale est réduite à  $N_i < N$  et le cisaillement est poursuivi jusqu'à obtenir un maximum pour  $S$ , soit  $S_i$ .

Le lieu de cisaillement est ainsi obtenu point par point en faisant varier  $N_i$ , pour une même valeur de  $N$ , — soit de  $\gamma_0$  —, à la phase de consolidation (figure B4).

La valeur de  $f_c$  correspondant à  $\Sigma_1$ , est alors estimée en prenant le cercle de Mohr tangent au lieu d'écoulement et passant par l'origine ( $\bar{\sigma}_2=0$  au niveau du convergent, cf § A.3.1). Le couple  $(\Sigma_1, f_c)$  est un point de la fonction d'écoulement. En procédant de même pour différentes valeurs de  $N$ , on obtient la fonction d'écoulement FF point par point.

Notons que la valeur de  $\delta$  est mesurée à partir de la même série d'essais en prenant l'ensemble des points  $(N, S)$ .

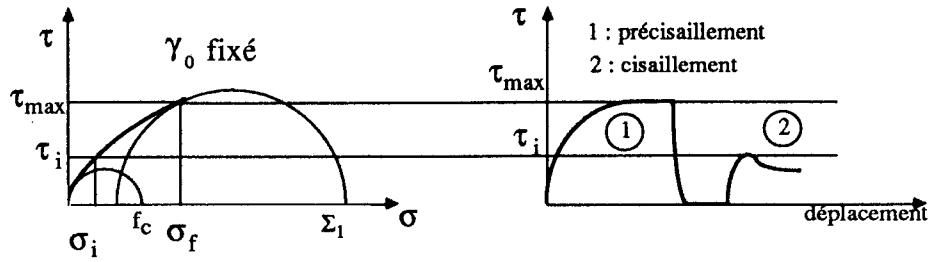
#### **B.4 Détermination de l'angle de frottement poudre / paroi**

Il peut également être mesuré à l'aide d'une cellule de Jenike, dont la base est remplacée par une plaque de la matière dont on souhaite tester le frottement avec la poudre (figure B5).

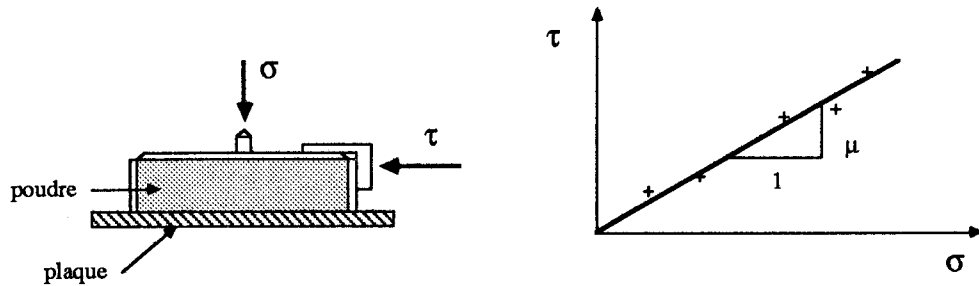
Le lieu d'écoulement  $(N, S)$  ou  $(\sigma, \tau)$  est en général une droite passant par l'origine, dont la pente donne l'angle de frottement poudre-paroi  $\phi'$  recherché.

#### **B.5 Facteurs influençant les propriétés d'écoulement**

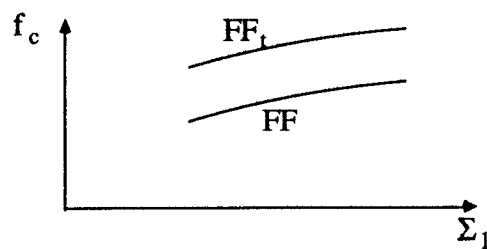
Un facteur important, déjà introduit par Jenike, est le temps, sous la forme de la durée de consolidation en statique [39].



**Figure B-4 :**  
Lieu d'écoulement d'un matériau surconsolidé  
Sa détermination par des essais de cisaillement direct



**Figure B-5 :**  
Mesure du coefficient de frottement poudre-paroi

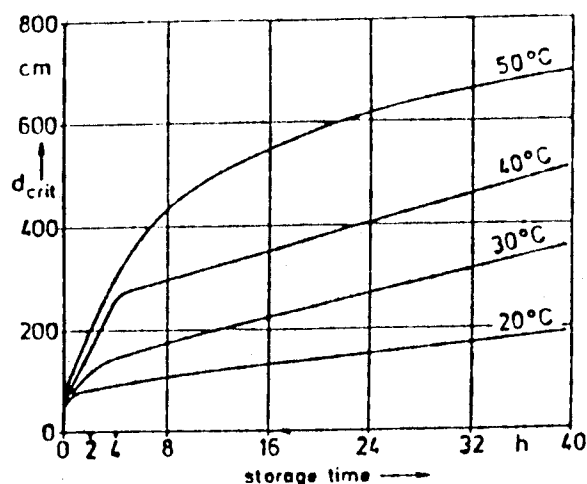


**Figure B-6 :**  
Effet de la durée de consolidation sur la fonction d'écoulement

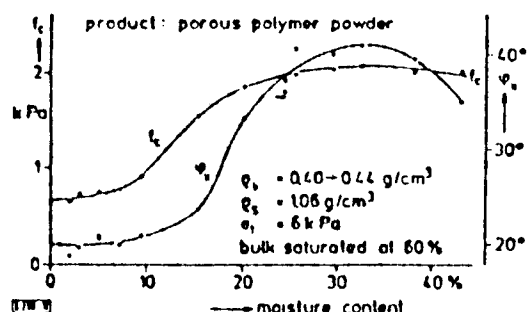
Un matériau laissé sous une certaine charge pendant un laps de temps donné, présentera une résistance au cisaillement croissant en général avec la durée de maintien sous charge (*time consolidation*), et ceci d'autant plus que le matériau est plus compressible. Ceci se traduira par une fonction d'écoulement  $FF_1$  translatée dans le sens croissant de  $f_c$  (figure B6).

Le diamètre critique nécessaire pour l'orifice du convergent sera donc plus important si le matériau reste stocké longtemps avant vidange.

Ter Borg [101], à partir d'essais de cisaillement sur un grand nombre de poudres chimiques différentes, a montré que l'effet de la durée de stockage en statique pouvait être fortement aggravé par un accroissement de température (figure B7).



**Figure B-7 :**  
Effet de la température sur  
les propriétés d'écoulement des poudres



**Figure B-8 :**  
Effet du taux d'humidité  
sur les propriétés d'écoulement des poudres

De même, l'augmentation du degré d'humidité entraîne en général une dégradation de la coulabilité des matériaux (figure B8). L'effet du taux d'humidité sur les caractéristiques des poudres est complexe et a fait l'objet de nombreux travaux, comme ceux de Chikazawa et al [11], de Coelho et Hamby [12], ou de Coughlin et al [14,20].

Humidité et température interviennent d'ailleurs de façon couplée sur les propriétés rhéologiques des poudres (Gerritsen et Dekker [22], Adeniyi et Mukerjee [1]), et lorsque le facteur temps intervient, peuvent mettre en jeu des phénomènes physico-chimiques comme la dissolution-recristallisation (Tanaka [98]), qui ont des effets catastrophiques sur la coulabilité d'un matériau.

De nombreux autres facteurs — dont on trouvera l'étude dans Oppenheim et al [79] — peuvent influencer la coulabilité des poudres suivant leur nature, la taille de leurs grains ...

En résumé, les problèmes apparaîtront d'autant plus sûrement que le matériau est plus fin, à grains de forme irrégulière, qu'il est davantage soluble, à bas point de fusion, ou plus généralement chimiquement réactif. De tels facteurs sont toujours à prendre en considération dans l'étude du comportement rhéologique d'un matériau en poudre.



---

ANNEXE C

ESTIMATION DES GRADIENTS DE CONTRAINTE ET DE DENSITE  
APPARAISSANT DANS UN ECHANTILLON EN COURS DE  
COMPACTAGE

---

*Comme préalable à chaque essai effectué, la préparation de l'échantillon par compactage dans un moule pour l'amener à la densité initiale voulue est d'importance capitale.*

*Les phénomènes intervenant au cours de ce compactage sont complexes, aussi ne prétendons nous pas dans les pages qui vont suivre faire une analyse quantitative précise, mais plutôt donner une estimation de l'incertitude qu'on peut attendre sur les valeurs de  $\sigma_c$  et  $e_0$  dans l'échantillon après compactage.*



*Origine de la non-homogénéité de l'échantillon*

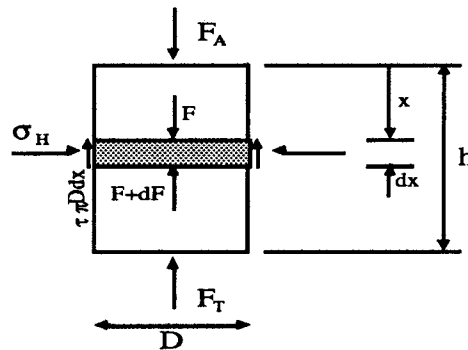
L'hypothèse sous-jacente au procédé de préparation est que l'échantillon reste homogène en contrainte, et donc en densité, au cours du compactage.

Or, il est bien connu, depuis les travaux de Janssen [36] sur la répartition des contraintes dans un silo, que dans un massif de pulvérulent confiné latéralement par des parois, une force axiale appliquée au sommet du massif n'est pas intégralement transmise jusqu'au bas de celui-ci. Une partie de cette force sert à vaincre les frottements du matériau contre les parois. La force disponible pour la densification du matériau diminue par conséquent le long de l'axe du massif, et il apparaît un gradient de densité dans cette direction.

Si l'on considère un tel échantillon, et qu'on écrit l'équation d'équilibre d'une section d'épaisseur  $dx$  (voir figure C1), on obtient la relation suivante entre la force appliquée en haut de l'échantillon  $F_A$ , et la force transmise en bas  $F_T$  [114] :

$$\ln \frac{F_T}{F_A} = -4\mu k \frac{h}{D} \quad (C-1)$$

- où  $\mu$  : coefficient de frottement poudre/paroi  
 $k$  : rapport de la contrainte radiale à la contrainte axiale



**Figure C-1 :**  
Equilibre d'une couche de matériau

Cette relation, proposée d'abord par Unckel [102], suppose que la force est uniforme dans une section, et que les coefficients  $k$  et  $\mu$  sont constants dans tout l'échantillon. Mais des études ont montré que la densité variait aussi radialement dans une section donnée [96], ce qui indique que la force, ou la contrainte, doit également varier.

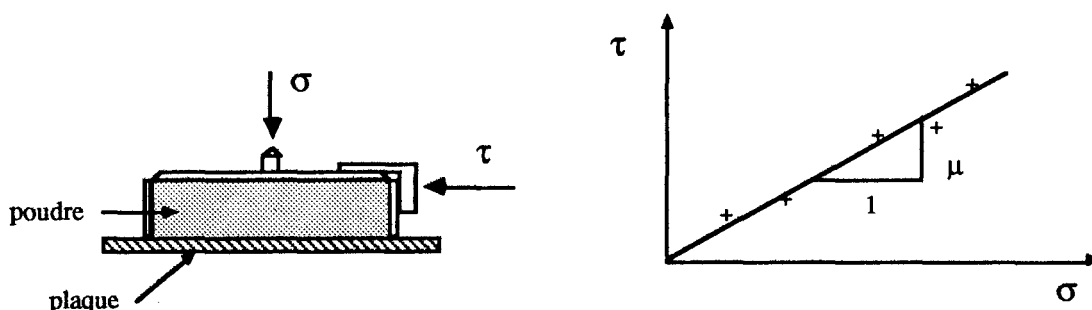
Ceci, d'ailleurs, se conçoit, du fait que, par symétrie, la contrainte axiale au centre de l'échantillon doit être principale, alors qu'aux parois le frottement impose un cisaillement dans la direction verticale (figure C-1).

Nous allons cependant utiliser l'équation (C-1) pour faire une estimation numérique du gradient axial de contrainte et de densité dans un échantillon après compactage.

#### Détermination de $\mu$

En toute rigueur  $k$  et  $\mu$  doivent être mesurés expérimentalement.

Cette mesure est aisée pour  $\mu$  si l'on dispose d'une cellule de Jenike : il suffit alors de placer l'anneau supérieur de la cellule, rempli de poudre étudiée, sur une plaque du même matériau que la paroi considérée, et de mesurer ainsi la friction poudre-plaque [39].



**Figure A2:**  
Détermination de  $\mu$

Nous avons ainsi mesuré le coefficient de frottement  $\mu$  des deux poudres étudiées, sur une plaque d'aluminium poli, et sur une feuille du caoutchouc servant à faire les manchettes, collée sur une plaque d'aluminium, afin de reproduire les conditions intervenant respectivement lors de l'essai oedométrique et lors de la phase de compactage de la préparation de l'échantillon pour l'essai triaxial. Notons que dans ce dernier cas, la manchette de caoutchouc est plaquée contre la paroi du moule par dépression, mais qu'un glissement de la manchette intervient probablement lors du compactage, si bien que le coefficient de frottement qu'on détermine comme décrit ci-dessus sera une surestimation du coefficient réel.

On notera également que des trois grandeurs constituant le terme de droite de l'équation (C-1), soit  $\mu$ ,  $k$  et  $h/D$ , le coefficient de frottement  $\mu$  est le plus aisément réductible, par adjonction de lubrifiants sur la paroi [55]. Nous avons donc testé l'effet de deux lubrifiants, le stéarate de magnésium (Mg St) et le téfloi en aérosol (PTFE), sur  $\mu$ .

Les résultats sont rassemblés dans le tableau C1.

	Caoutchouc collé sur aluminium				Aluminium
	sans lub.	Mg-St	PTFE	Mg-St PTFE	
Organique	0.494	0.424	0.418	0.365	0.365
Minéral	0.784	0.780	0.834	0.682	0.678

**Tableau C-1**

On notera l'effet combiné des deux lubrifiants (application d'une couche de téflon, puis d'une couche de stéarate de magnésium), et on remarquera que si l'on emploie les deux lubrifiants ensemble sur le caoutchouc, on obtient sensiblement le même coefficient de frottement qu'avec l'aluminium. Une seule et même courbe ( $\ln \sigma_c, e$ ) est donc utilisable dans le cas de l'essai oedométrique et dans le cas du compactage de l'échantillon pour l'essai triaxial. Pour tous les essais triaxiaux effectués, on a systématiquement lubrifié la manchette avec du PTFE et avec du stéarate de magnésium.

#### *Détermination de k.*

La détermination expérimentale de  $k$  est plus délicate. Elle nécessite des appareillages spéciaux [61,96], c'est pourquoi nous nous contenterons de valeurs approchées.

Dans le cas où le frottement à la paroi n'est pas trop important, on peut assimiler  $k$ , rapport de la contrainte horizontale à la contrainte verticale, à  $K$ , rapport de la contrainte principale mineure à la contrainte principale majeure. Ce rapport  $K$  sera compris entre deux valeurs limites [96] :  $K_a$ , "coefficient de poussée des terres", quand les charges amènent la rupture du massif avec poussée de la paroi vers l'extérieur, et  $K_o$ , "pression des terres au repos", quand les charges sont statiques et la déformation radiale nulle.

Des études expérimentales récentes [61,96] ont confirmé qu'une valeur approchée de  $K_o$ , pouvait être obtenue par la formule de Jaky [35], où  $\phi$  est l'angle de frottement interne du pulvérulent.

$$K_o = 1 - \sin \phi \quad (C-3)$$

Quant à  $K_a$ , on peut montrer géométriquement dans le plan de Mohr qu'on a [105] (en négligeant la cohésion) :

$$K_a = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \quad (\text{C-3})$$

Pour le matériau organique, l'enveloppe des cercles de Mohr à la rupture est approximativement une droite, et on peut prendre  $\phi = 38^\circ$ . Pour le matériau minéral, l'enveloppe est non-linéaire, mais on peut prendre comme angle de frottement moyen  $\phi = 39^\circ$ .

Le tableau C-2 donne les valeurs de  $K_o$  et  $K_a$  estimées d'après les équations (C-2) et (C-3) et les angles de frottement déterminés ci-dessus.

	$K_a$	$K_o$
Organique	0.249	0.398
Minéral	0.234	0.379

**Tableau C-2**

Pour nos échantillons,  $h/D \cong 1$ , on a donc toute l'information nécessaire pour estimer  $\sigma_T/\sigma_A = F_T/F_A$  (équ. C-1).

#### *Estimation des "gradients" axiaux de contrainte et de densité*

Le "gradient" de contrainte  $\sigma_T/\sigma_A = F_T/F_A$  se traduira par un gradient d'indice des vides  $\Delta e$ . En effet :

$$e = B - C_c \log \sigma_c \quad (\text{C-4})$$

$$\Delta e = 4\mu k \frac{h}{D} \frac{C_c}{\ln 10} \quad (\text{C-5})$$

Le coefficient de compressibilité  $C_c$  est déterminé d'après la courbe de l'essai oedométrique (voir chapitre III) et on a pour les matériaux organique et minéral respectivement :  $C_c = 0.119$  et  $0.893$ . On peut donc en déduire les valeurs de  $\Delta e$ , pour les deux matériaux et dans les deux cas de figure  $K = K_o$  ou  $K = K_a$ , de même que les valeurs de  $\sigma_T/\sigma_A$ , ainsi que  $\sigma_c/\sigma_A$  où  $\sigma_c$  est la contrainte de compactage moyen dans l'échantillon :

$$\bar{\sigma}_c = \frac{1}{h} \int_0^h \sigma_c dx = \frac{\sigma_A}{4\mu k \frac{h}{D}} [1 - \exp(-4\mu k \frac{h}{D})] \quad (C-6)$$

Les résultats sont rassemblés dans le tableau C-3.

	Organique		Minéral	
	$K_a$	$K_0$	$K_a$	$K_0$
$\sigma_T / \sigma_A$	0.695	0.559	0.530	0.358
$\bar{\sigma}_c / \sigma_A$	0.838	0.758	0.740	0.625
$\Delta e$	0.019	0.030	0.246	0.399

Tableau C-3

On notera que les valeurs d'écart calculées ici sont surestimées. En effet :

- i) le coefficient de frottement  $\mu$  ne tient pas compte du glissement de la manchette contre la paroi du moule,
- ii) pour de faibles déplacements relatifs  $\delta$  poudre-manchette, le frottement n'est pas entièrement mobilisé (figure C-3)

Ainsi, le frottement réel sera plus faible, notamment en fond de moule, que celui estimé précédemment. Nous garderons cependant les valeurs déterminées à la cellule de Jenike, mais nous "rattrapons" cette surestimation en prenant  $k = K_a$  dans les équations (C-1,C-4 et C-5) et dans les tableaux C2 et C3.

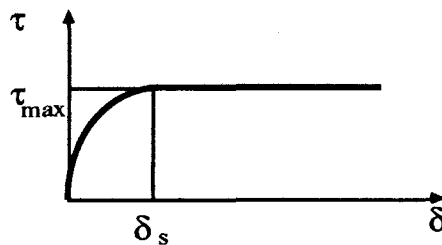


Figure C-3 :  
Mobilisation du frottement en fonction du déplacement  $\delta$   
(où  $\tau_{max} = \mu \cdot \sigma_H$ )

**Annexe C : Gradients de contrainte et de densité en cours de compactage**



---

ANNEXE D

ESSAIS TRIAXIAUX EN COMPRESSION

---

*Cette annexe contient l'ensemble des résultats des essais triaxiaux en compression effectués sur les deux matériaux étudiés, et dont nous n'avons donné que quelques exemples représentatifs dans le chapitre III.*

**Annexe D : Résultats des essais triaxiaux en compression**

### D.1 Matériau organique de densité moyenne

Le tableau D-1 contient les données caractérisant l'état initial des échantillons avant compression triaxiale ( confinement  $\sigma_0$ , indice des vides  $e_0$  et contrainte de compactage  $\sigma_c$  ).

Les symboles renvoient aux courbes correspondantes de la figure D-1.

Faibles confinements (fig. D-1a)				Forts confinements (fig. D-1b)			
$\sigma_0$	$e_0$	$\sigma_c$	symbole	$\sigma_0$	$e_0$	$\sigma_c$	symbole
1.96 kPa	0.666	17.3 kPa	△	16.2 kPa	0.659	13.6 kPa	△
3.92 kPa	0.690	21.6 kPa	▽	19.6 kPa	0.659	16.6 kPa	▽
5.89 kPa	0.636	31.4 kPa	X	23.1 kPa	0.647	16.6 kPa	X
7.85 kPa	0.684	16.6 kPa	+	27.0 kPa	0.676	12.3 kPa	+
10.3 kPa	0.666	22.2 kPa	◇	29.4 kPa	0.666	14.7 kPa	□
13.2 kPa	0.680	15.4 kPa	□				

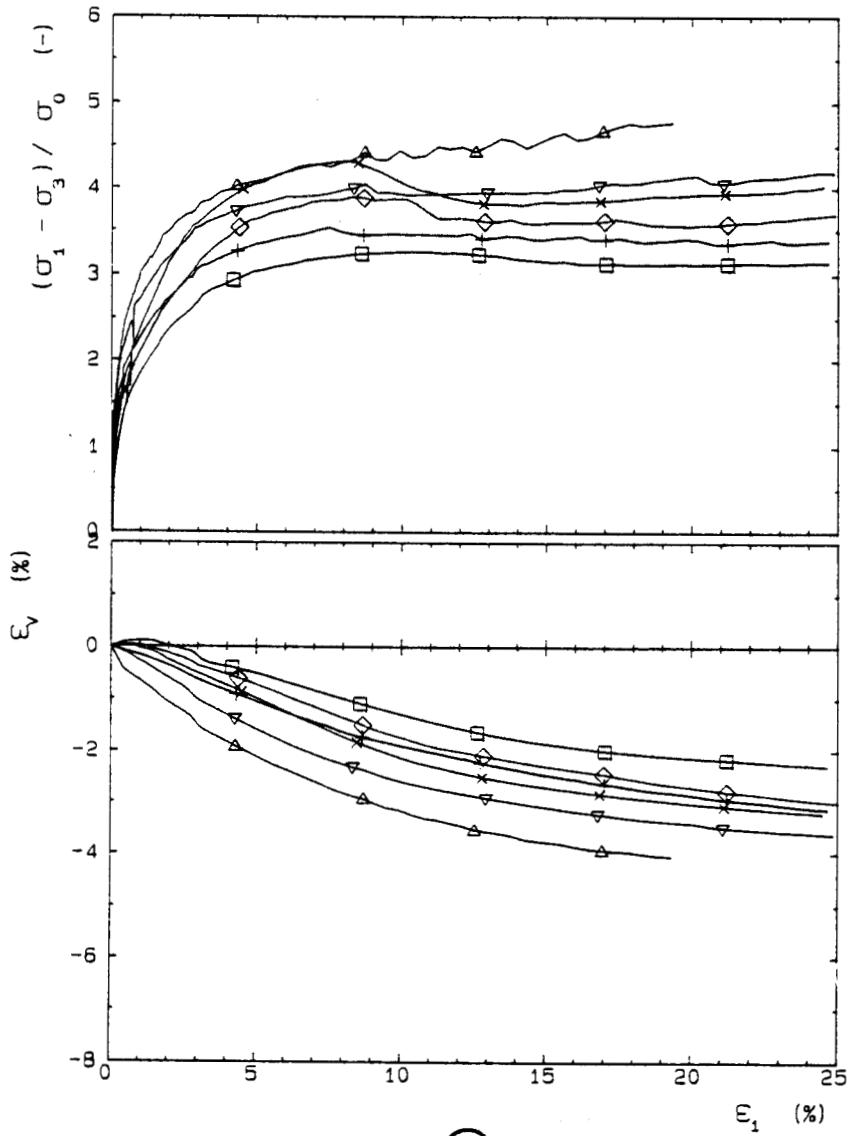
Tableau D-1

### D.2 Matériau minéral de densité moyenne

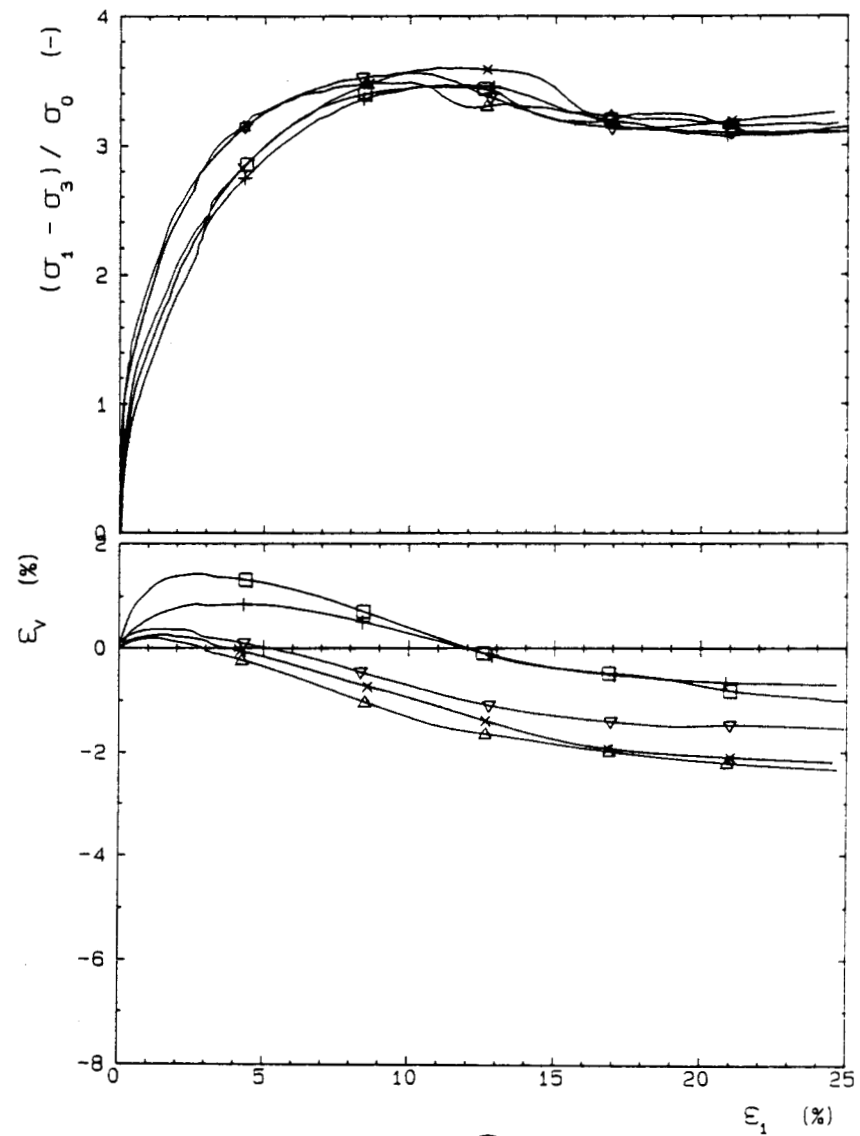
De la même façon, on a pour ce matériau les chiffres fournis dans le tableau D-2, qui renvoient à la figure D-2.

Faibles confinements (fig. D-2a)				Forts confinements (fig. D-2b)			
$\sigma_0$	$e_0$	$\sigma_c$	symbole	$\sigma_0$	$e_0$	$\sigma_c$	symbole
1.96 kPa	2.86	34.1 kPa	△	9.81 kPa	2.86	33.9 kPa	△
2.94 kPa	2.86	37.5 kPa	▽	12.3 kPa	2.86	33.3 kPa	▽
3.92 kPa	2.86	32.0 kPa	X	15.2 kPa	2.82	31.4 kPa	◇
4.41 kPa	2.86	41.3 kPa	+	19.6 kPa	2.84	31.8 kPa	□
4.90 kPa	2.86	30.4 kPa	◇				
7.36 kPa	2.80	32.0 kPa	□				

Tableau D-2

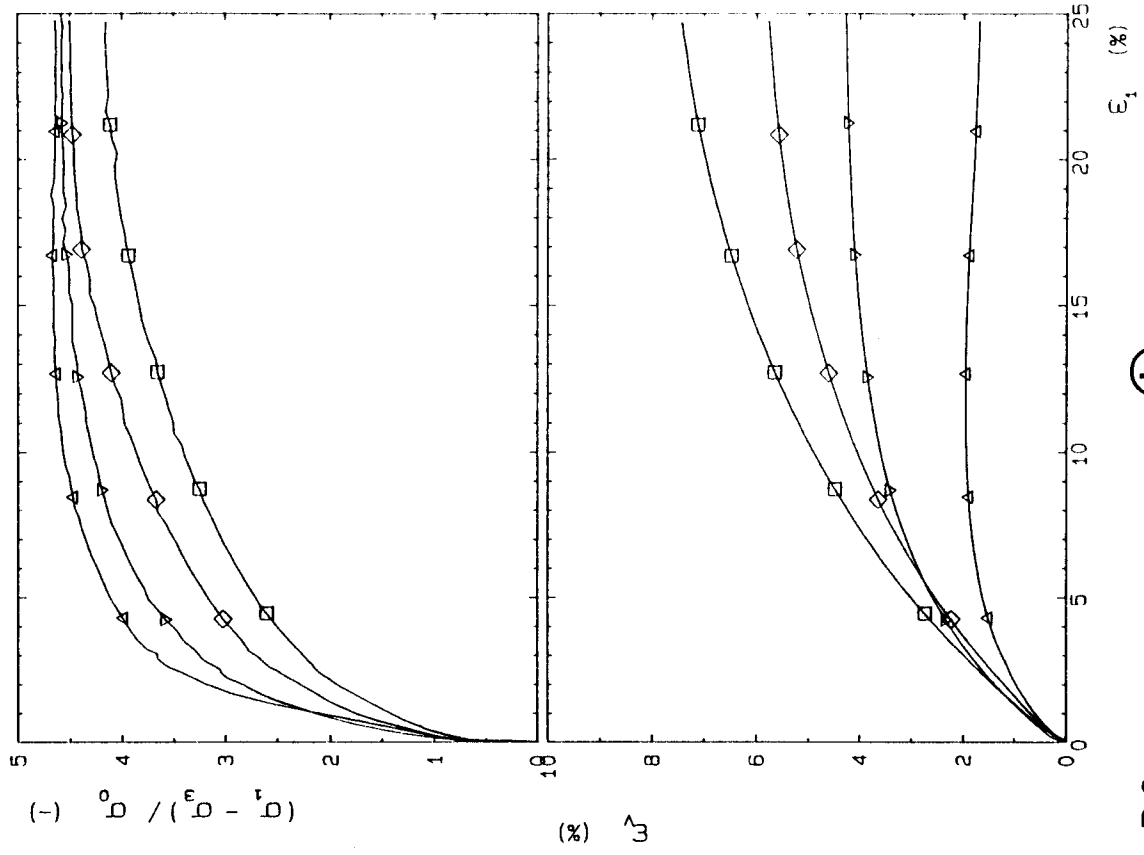


(a)



(b)

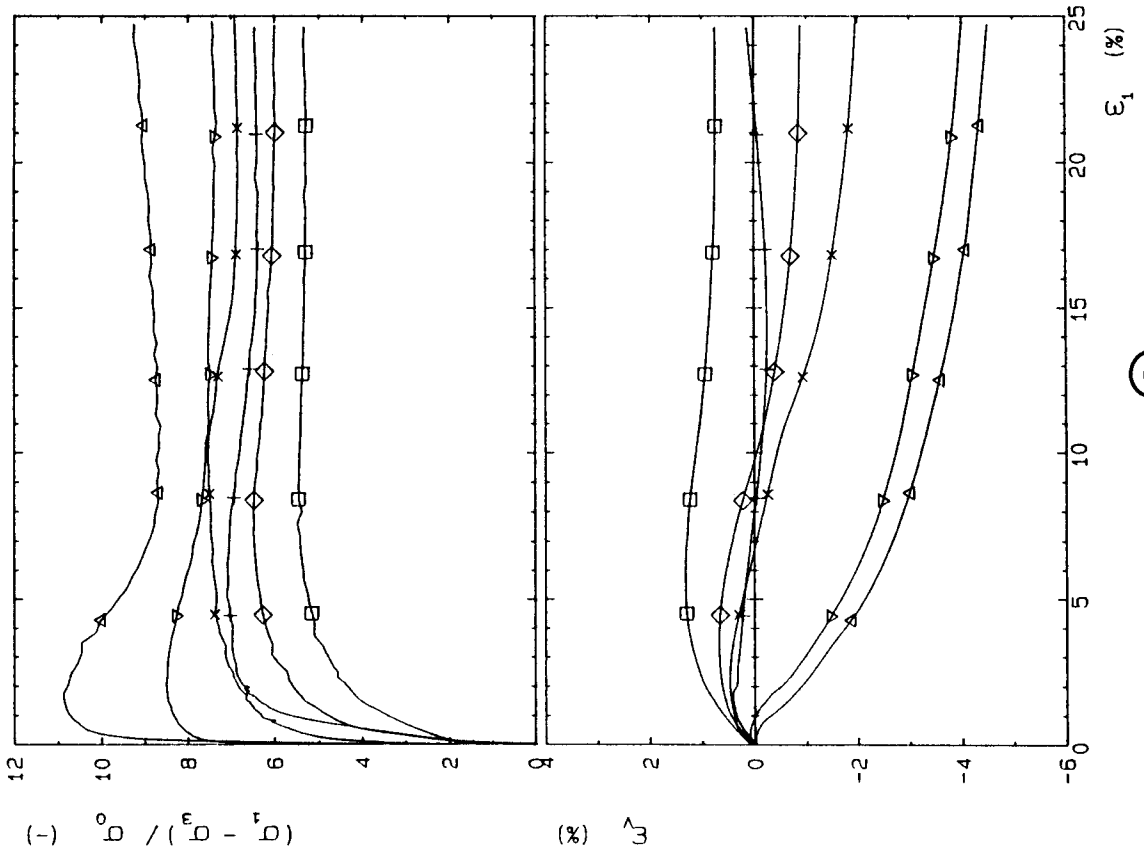
**Figure D-1 :**  
 Essais de compression triaxiale  
 Matériau organique  
 Densité moyenne  
 (voir tableau D1 pour la signification des symboles)



(b)

**Figure D-2 :**  
Essais de compression triaxiale  
Matériau minéral  
Densité moyenne

(voir tableau D2 pour la signification des symboles)



(a)

### D.3 Matériau organique de densité forte

Le tableau D-3 renvoie aux courbes correspondantes de la figure D-3.

Faibles confinements (fig. D-3a)				Forts confinements (fig. D-3b)			
$\sigma_0$	$e_0$	$\sigma_c$	symbole	$\sigma_0$	$e_0$	$\sigma_c$	symbole
2.45 kPa	0.556	61.6 kPa	△	17.7 kPa	0.605	74.6 kPa	△
3.92 kPa	0.553	59.2 kPa	▽	27.0 kPa	0.603	86.9 kPa	▽
4.90 kPa	0.598	57.4 kPa	✕	32.4 kPa	0.572	61.0 kPa	◇
7.36 kPa	0.561	63.5 kPa	+	54.4 kPa	0.561	61.6 kPa	□
9.81 kPa	0.575	61.6 kPa	□				

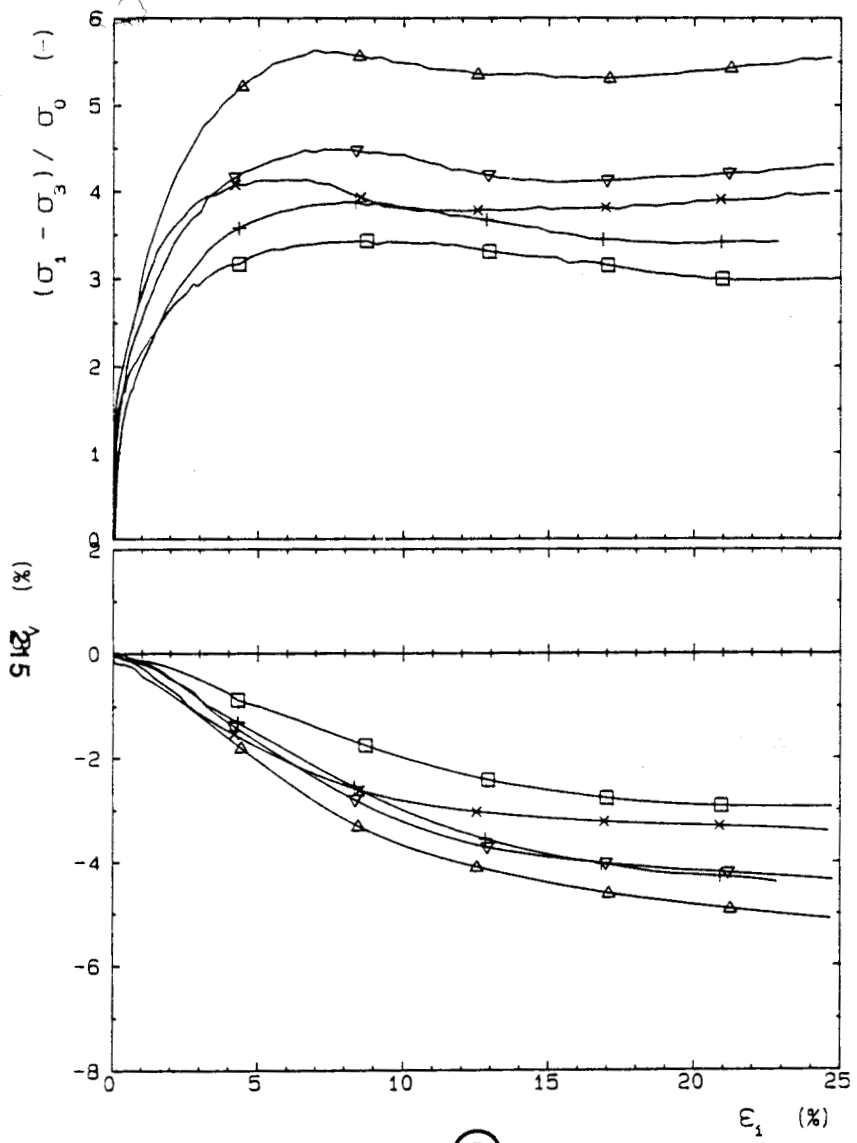
Tableau D-3

### D.4 Matériau minéral de densité forte

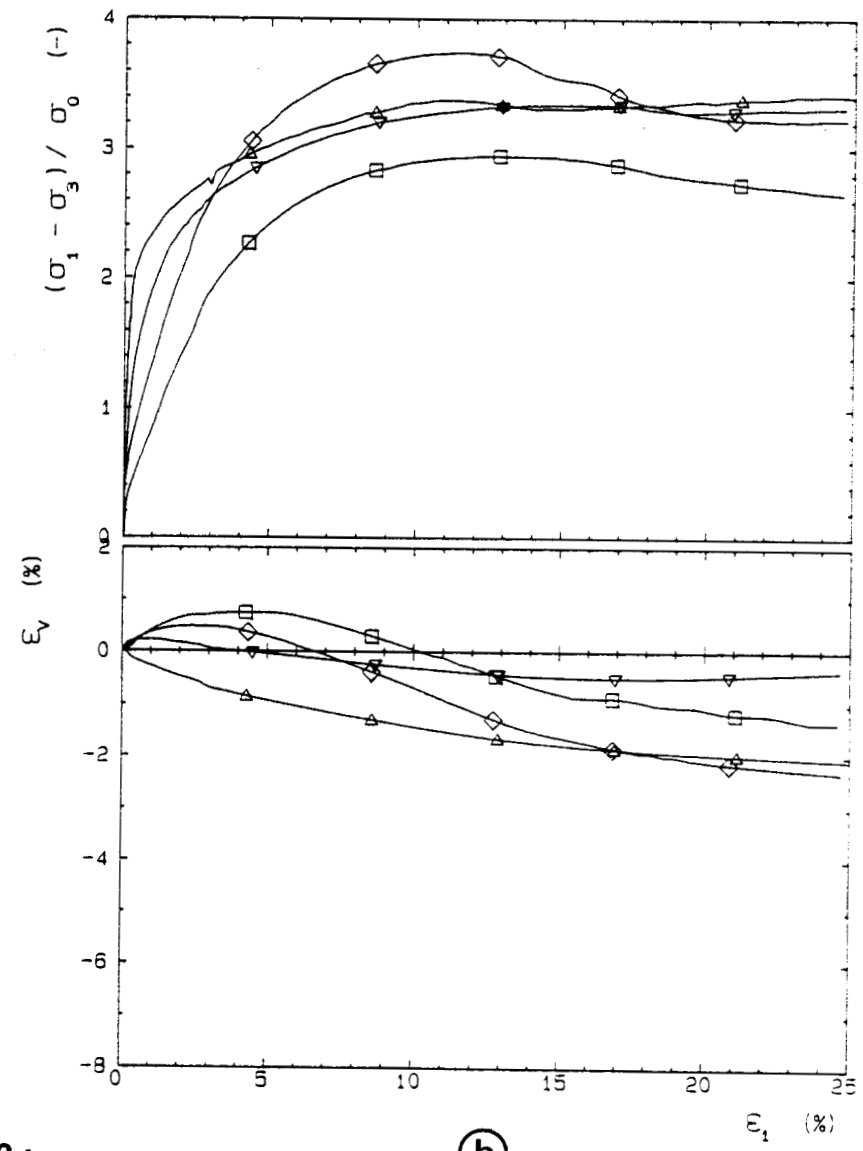
Le tableau D-4 renvoie aux courbes correspondantes de la figure D-4.

Faibles confinements (fig. D-4a)				Forts confinements (fig. D-4b)			
$\sigma_0$	$e_0$	$\sigma_c$	symbole	$\sigma_0$	$e_0$	$\sigma_c$	symbole
2.94 kPa	2.59	58.3 kPa	△	9.81 kPa	2.59	61.0 kPa	△
4.90 kPa	2.58	56.7 kPa	▽	14.7 kPa	2.59	79.6 kPa	▽
6.38 kPa	2.59	53.8 kPa	◇	19.6 kPa	2.58	57.2 kPa	◇
7.36 kPa	2.59	53.8 kPa	□	29.4 kPa	2.59	53.1 kPa	□

Tableau D-4

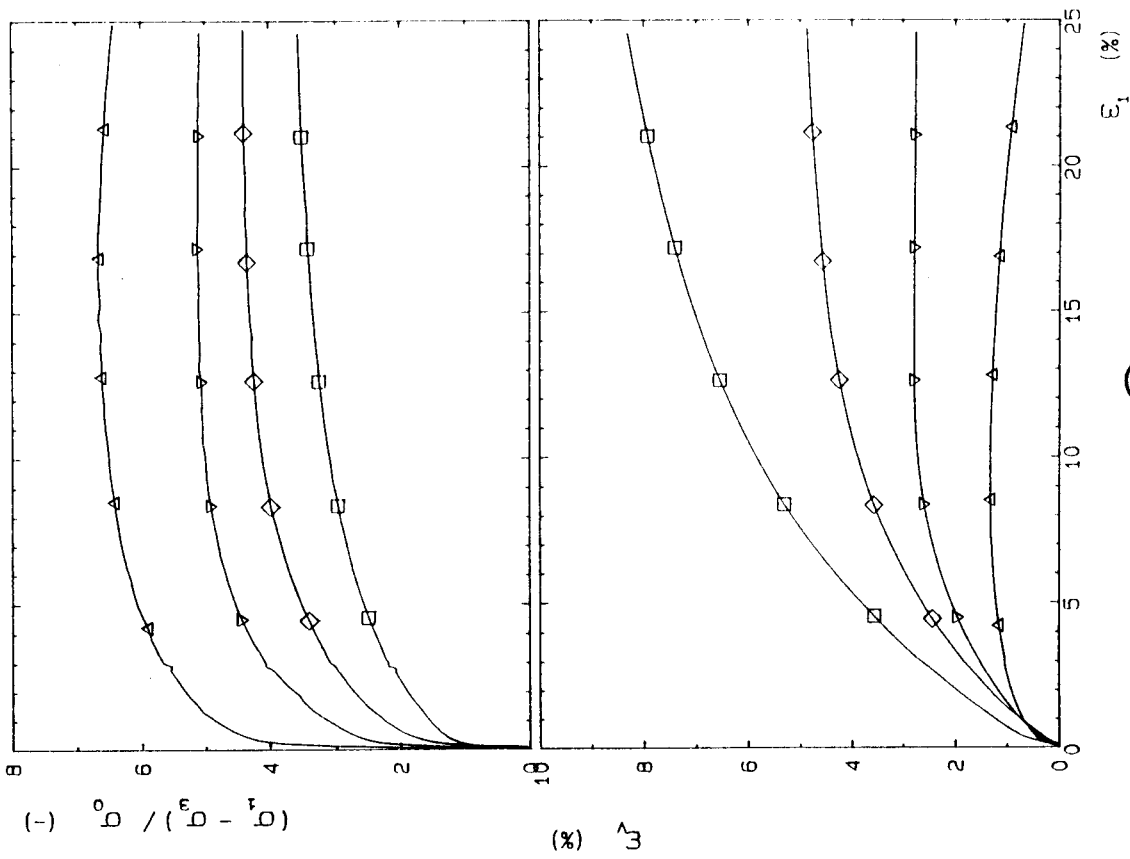


(a)

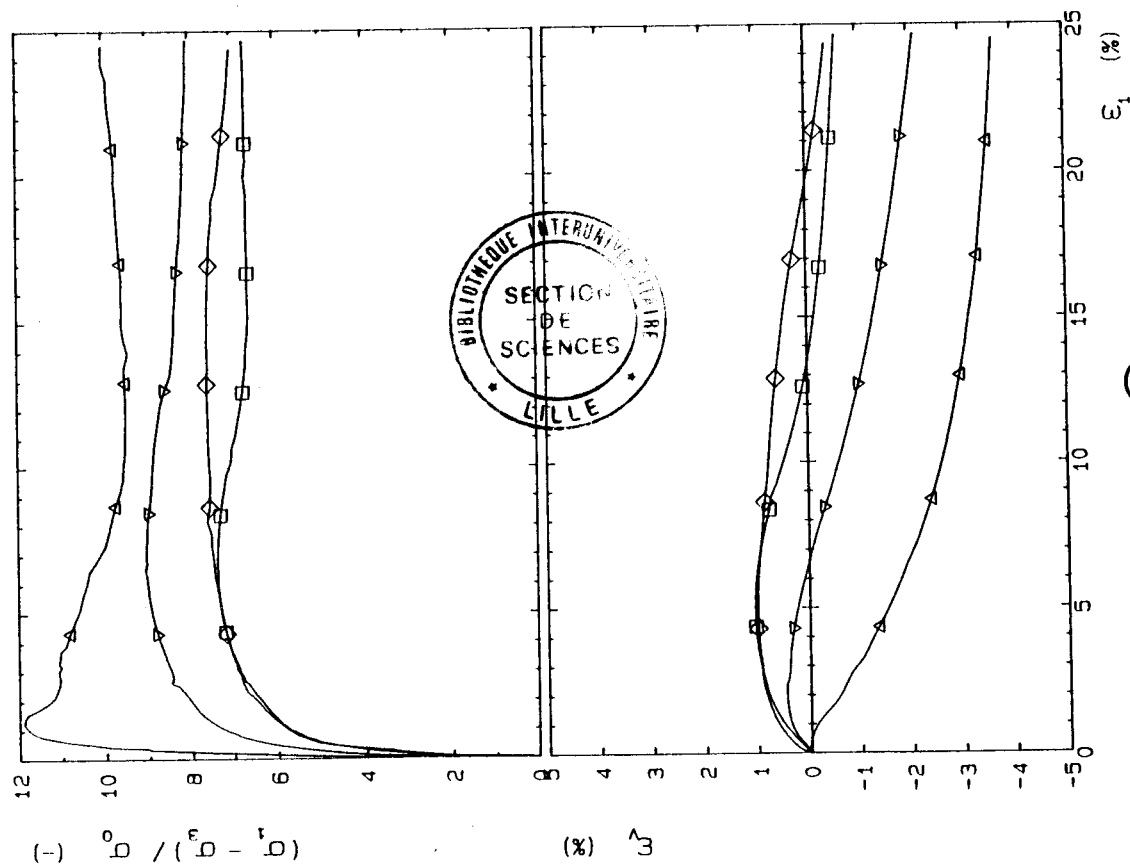


(b)

**Figure D-3 :**  
 Essais de compression triaxiale  
 Matériau organique  
 Echantillons denses  
 (voir tableau D3 pour la signification des symboles)



(b)



(a)

**Figure D-4 :**  
Essais de compression triaxiale  
Matériau minéral  
Echantillons denses  
(voir tableau D4 pour la signification des symboles)



PPN 036 113174

## ETUDE EXPERIMENTALE ET MODELISATION DU COMPORTEMENT DES POUDRES DE L'INDUSTRIE CHIMIQUE

L. LANCELOT

### Résumé :

Devant l'accroissement des capacités de production de l'industrie chimique, on assiste à une demande de plus en plus forte, de la part des industriels, pour des installations de stockage fiables pour les matériaux en poudre. L'amélioration des techniques de dimensionnement des silos suppose une meilleure connaissance du comportement des matériaux. Le présent travail constitue une contribution dans ce sens. Il comprend deux parties.

Dans la première partie, un appareillage triaxial spécial a été mis au point dans le but d'étudier le comportement des poudres sous faibles contraintes en vue de leur ensilage. L'appareillage conçu permet d'observer des caractéristiques mécaniques généralement hors de portée des appareillages classiques utilisés en mécanique des poudres (mesure des déformations, chemins de sollicitation variés). Une étude des sources d'erreurs et d'incertitudes permet de cerner le domaine d'utilisation de cet appareillage. Puis on présente les résultats obtenus sur deux poudres d'intérêt industriel. Ces résultats mettent en évidence certains points communs avec les sols.

Dans la deuxième partie, un modèle de comportement est mis au point et validé. Ce modèle inclut les principaux concepts d'usage courant en mécanique des sols (état critique, état caractéristique, écrouissage isotrope...). Plusieurs versions sont proposées, de complexité croissante, suivant les applications souhaitées. Ces versions sont ensuite validées sur les essais homogènes effectués. Enfin, une étude de la sensibilité du modèle à ses paramètres a été effectuée.

Ce modèle, intégré dans un code de calcul par éléments finis, devra permettre une étude plus sophistiquée, et, à terme, une amélioration des méthodes de dimensionnement des silos.

### Mots-clés :

Poudres – Modèle rhéologique – Comportement – Validation – Conception d'appareillage  
Plasticité – Essais triaxiaux – Silos.