

508

503760

1990

359

**THESE DE DOCTORAT**

présentée à

**L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES  
DE LILLE FLANDRES-ARTOIS**

**SPECIALITE MECANIQUE DES SOLIDES**

Tel 8.6.90

par

**Roberto MIGUEZ**

**ETUDE DU DISCAGE  
APPLICATION A LA DETERMINATION DES  
CONTRAINTES IN-SITU LORSQUE LE FORAGE  
N'EST PAS CHARGE**

Conexions non faites  
fév. 90

**Tirage provisoire**

Reclam ex définitifs 27.11.90  
à change d'adresse

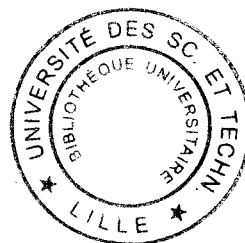
Travaille chez GEOSTOCK tel 16 (1) 4708 7332  
tel 23.10.90 / 30.10.90 / 5.11.90



sans résultat

U  
C  
L  
I  
B  
R  
A  
R  
Y  
O  
F  
T  
H  
E  
U  
N  
I  
V  
E  
R  
S  
I  
T  
Y  
O  
F  
C  
A  
L  
I  
F  
O  
R  
N  
I  
A

# TABLE DES MATIERES



## INTRODUCTION

1. CONTRAINTES IN-SITU A GRANDE PROFONDEUR. DISCAGE .	1
1.1 Problème de la détermination des contraintes in-situ .....	2
1.2 Présentation du phénomène de discage .....	7
1.2.1 Définition du discage .....	7
1.2.2 Approche du phénomène de discage .....	8
1.3 Approche empirique du discage .....	9
1.4 Approche par critère .....	17
1.5 Approche du discage par la Mécanique Linéaire de la Rupture .	31
1.6 Comparaison des résultats et critique des études .....	32
2. QUANTIFICATION DES DONNEES DU CAROTTAGE - PREMIERS ENSEIGNEMENTS .....	35
2.1 Cas de la carotte disquée. Conventions .....	36
2.1.1 Paramètres de description de la forme des disques	37
2.1.2 Variation de diamètre. Description .....	39
2.1.3 Sens de propagation de la rupture .....	40
2.1.4 Résultats .....	44
2.2 Prédiscage - Méthodologie .....	44
2.2.1 Description .....	44
2.2.2 Morphologie de la rupture .....	46
2.3 Analyse des résultats de morphologie. Classification des formes. Enseignements .....	49
2.3.1 Analyse des résultats sur la morphologie .....	49

2.3.2	Classification des formes .....	49
2.3.3	Premiers enseignements .....	53
2.4	Corrélation ovalisation. Forme de disque. Enseignement sur l'état de contrainte .....	54
2.4.1	Corrélation ovalisation - Forme de disque .....	54
2.4.2	Hypothèse sur le mécanisme d'ovalisation. Enseignements .....	55
2.5	Conclusion sur l'ordre des contraintes .....	58
3.	APPROCHE PAR CRITERE. ETUDE DE SENSIBILITE AUX PARAMETRES EN DEFORMATION PLANE .....	60
3.1	Critère de la parabole de Torre-Léon .....	61
3.2	Application à la modélisation du discage .....	64
3.2.1	Démarche suivie .....	64
3.2.2	Résultats .....	66
3.2.3	Remarques .....	74
3.3	Conclusions .....	75
4.	APPROCHE DU DISCAGE PAR LA MECANIQUE LINEAIRE DE LA RUPTURE .....	77
4.1	Méthode de discontinuité des déplacements .....	78
4.1.1	Présentation de la méthode des discontinuités de déplacement .....	78
4.1.2	Modélisation d'une fissure .....	84
4.2	L'optimisation quadratique avec des contraintes linéaires .....	86
4.2.1	Introduction à l'optimisation : les conditions d'optimalité .....	86
4.2.2	La recherche de l'optimum avec contraintes linéaires d'inégalité dans le cas d'une fonction quadratique .....	92
4.3	Application au cas d'une fissure en compression .....	99
4.3.1	Modélisation de la propagation d'une fissure ....	99
4.3.2	Application de l'optimisation quadratique avec contraintes linéaires d'inégalité à la propagation des fissures .....	102

4.4 Application au discage .....	105
4.4.1 Présentation du modèle .....	105
4.4.2 Présentation des résultats .....	107
4.5 Analyse des résultats .....	117
4.5.1 Les résultats au point P2 .....	118
4.5.2 Les résultats au point P3 .....	118
4.5.3 Interprétation des résultats .....	119
4.6 Conclusions .....	122
5. L'APPROCHE EMPIRIQUE DU PHENOMENE DE DISCAGE .....	123
5.1 Essais au L.C.P.C. ....	124
5.1.1 Description des essais .....	124
5.1.2 Résultats et analyse des essais .....	126
5.1.3 Chargement isotrope. Comparaison avec les résultats d'Obert et Stephenson .....	129
5.1.4 Chargement anisotrope .....	130
5.1.5 Amorçage. Endommagement .....	134
5.2 Essais sur triaxial vrai au Laboratoire de Mécanique des Ma- tériiaux Fragiles .....	136
5.2.1 Description des essais .....	136
5.2.2 Résultats .....	137
5.2.3 Observations .....	139
5.2.4 Conclusions .....	140
5.3 Conclusions générales .....	141
CONCLUSIONS .....	142
BIBLIOGRAPHIE .....	145
ANNEXE .....	151

# INTRODUCTION

La conception et l'exploitation d'ouvrages souterrains (mines, forages, etc. ...) requiert la connaissance des caractéristiques mécaniques, du comportement du milieu et de l'état des contraintes en place.

Pour les deux premiers aspects, la rhéologie développe des modèles qui tentent d'expliquer comment le milieu réagit aux sollicitations existantes ou que l'on souhaite imposer.

Mais, dans le cas de certains ouvrages souterrains, les sollicitations sont elles-mêmes mal connues, ce qui nous amène au troisième aspect de ceux évoqués ci-dessus : la mesure des contraintes in-situ.

Des techniques au point existent pour mesurer les contraintes in-situ dans le cas où le point d'accès est relativement proche (50 à 100 m). Au-delà de cette distance, seule, la fracturation hydraulique permet la mesure des contraintes in-situ.

Pour le cas de très grandes profondeurs (forages pétroliers, au-delà de 2 000 m), la fracturation hydraulique trouve aussi ses limites, et on considère qu'elle fournit fiablement la plus petite contrainte dans certaines conditions (Kry et Grouseth (1983), Guenet (1987)).

Par ailleurs, il a été observé, lors de carottages in-situ, le découpage des carottes en disques aux formes diverses (selon le site), mais répétitives. Ce phénomène, appelé discage, arrive dans des zones où il y a une très forte concentration de contraintes. D'où l'idée d'utiliser le discage comme indicateur des contraintes in-situ (Jaeger et Cook (1963), Obert et Stephenson (1965), Maury (1987)).

L'objectif de ce travail est de montrer les différentes possibilités qu'offre le discage comme indicateur des contraintes in-situ dans le cas des forages pétroliers à grande profondeur, ceci en l'abordant sous différents aspects : l'observation, l'expérimentation et la modélisation. L'élaboration d'une méthodologie pour chacune de ses approches est le fil conducteur de ce travail.



Le chapitre 1 présente le phénomène du discage et fait état des différents travaux qui lui ont été consacrés dans les différentes approches évoquées ci-dessus. Le chapitre 2 présente une méthodologie pour la description géométrique des disques. L'observation a été réalisée sur des carottes pétrolières fournies par la Société Nationale Elf-Aquitaine. Les paramètres définis vont permettre de formuler certaines hypothèses de travail.

Le chapitre 3 aborde la modélisation du discage par un critère de rupture (la parabole de Torre-Léon). L'influence de certains paramètres de carottage (épaisseur du disque, rapport rayon extérieur/rayon intérieur) y est étudiée. Le modèle utilisé est en déformation plane.

Le chapitre 4 traite de la modélisation du discage par la Mécanique Linéaire de la Rupture. Une nouvelle méthode de résolution de la propagation de fissures avec frottement y est proposée. Il s'agit de l'optimisation quadratique avec des contraintes linéaires.

L'approche empirique est abordée au chapitre 5. Des essais réalisés avec des contraintes imposées dans les trois directions de l'espace vont nous permettre de confirmer certaines hypothèses formulées au cours de ce travail.

CHAPITRE 1

**CONTRAINTES IN-SITU  
A GRANDE PROFONDEUR.  
DISCAGE**



La bonne compréhension du comportement des ouvrages souterrains (tunnels, forages pétroliers) passe par une bonne connaissance des propriétés mécaniques de la roche et des contraintes auxquelles l'ouvrage est soumis. La première donnée du problème concerne la modélisation rhéologique.

Quant à la connaissance des contraintes en place, plusieurs techniques existent pour y parvenir dans le cas des points d'accès peu profonds (moins de 50 m). Nous allons nous intéresser au cas où l'on désire mesurer les contraintes au-delà de cette profondeur.

Un bref résumé des différentes méthodes utilisées et leurs limitations est présenté. Le phénomène du discage est ensuite introduit dans la perspective de l'employer comme une technique de mesure des contraintes *in-situ*.

### 1.1 PROBLEME DE LA DETERMINATION DES CONTRAINTES *IN SITU*

Actuellement, la modélisation du comportement des ouvrages souterrains (mines, forages pétroliers) ne permet pas d'expliquer certains phénomènes observés. C'est le cas de certains types de rupture survenues ou de stabilités anormales *in situ* (Maury (1987), Hoek et Brown (1980)). Une bonne compréhension de ces problèmes passe par une meilleure connaissance des propriétés du matériau et de l'état de contraintes en place (Cheatham (1984)). Si l'on ajoute que ces propriétés dépendent des contraintes auxquelles le milieu est soumis, on comprend l'importance que peut avoir une bonne détermination des contraintes *in situ*.

Des nombreuses théories ou formules empiriques ont été, ou sont, utilisées pour prédire l'état de contraintes en place (Brown et Hoek (1978)). La plus courante de ces hypothèses était de prendre comme contrainte verticale  $\sigma_1 = \sigma_v$ , celle due au poids du recouvrement et les contraintes horizontales provoquées par l'effet de Poisson dû à cette contrainte en posant  $\epsilon_2 = \epsilon_3 = 0$  (Condition oedomérique (Terzaghi et Richart (1952)) :

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_H = \frac{\nu}{1 - \nu} \sigma_v$$

Pour une roche ayant un coefficient de Poisson de  $\nu = 0,25$ , la relation précédente donne des contraintes  $\sigma_2$  et  $\sigma_3$  égales à un tiers de la contrainte verticale  $\sigma_v$ .

Un modèle a été ensuite proposé où les deux contraintes verticale et horizontale sont égales à la contrainte  $\sigma_v$  définie ci-dessus, (Talobre (1957)), mais des mesures reportant des contraintes horizontales de plusieurs fois la contrainte verticale sont venues remettre en cause ces théories, et des relations empiriques ont été proposées par la suite. Elles sont de la forme suivante :

$$\sigma_v = A + B x_1$$

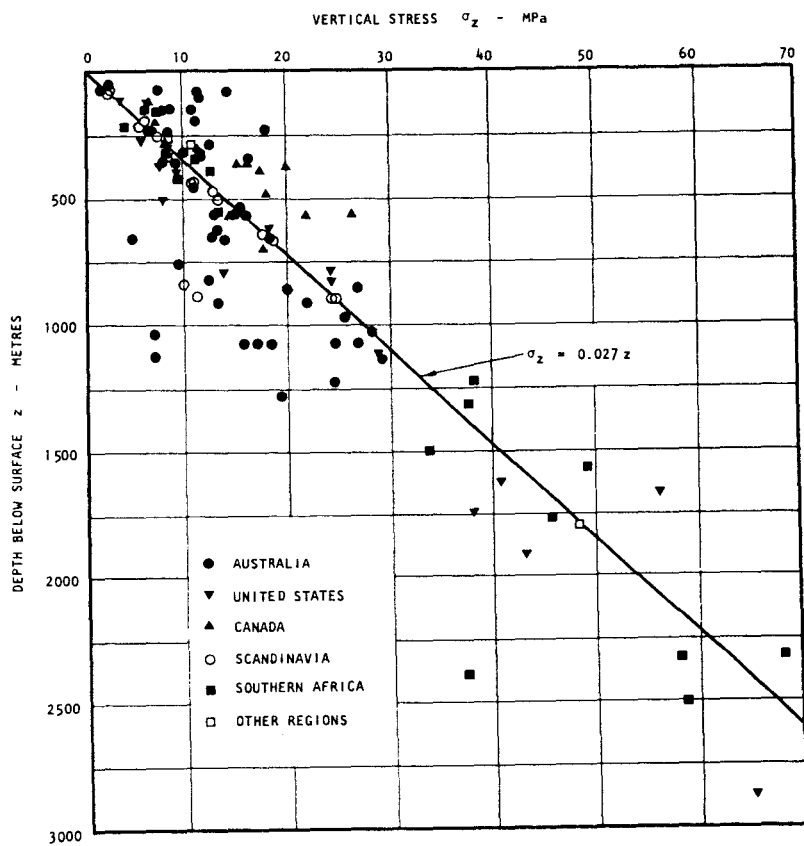
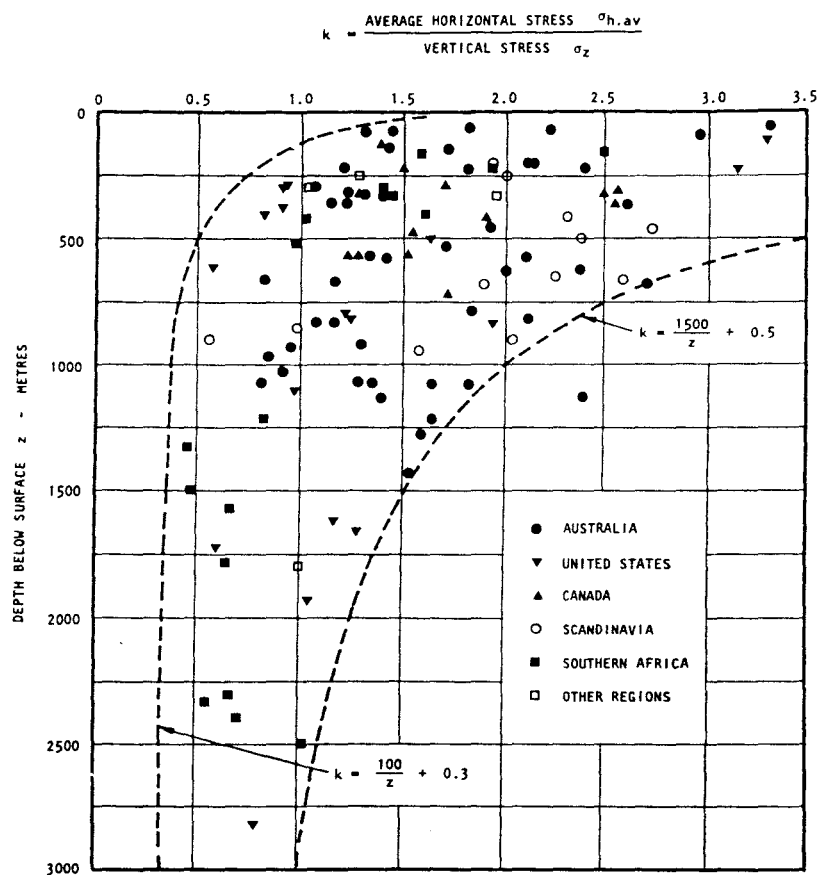
$$\sigma_{Hm} = A' + B' x_1$$

où  $\sigma_{Hm}$  est la contrainte moyenne horizontale et où  $A, B, A', B'$  sont des paramètres qui dépendent de la zone géographique où se trouve le site. Une compilation des nombreux résultats de mesures *in-situ* est montrée dans la figure 1.1 sous forme de courbes  $(\sigma_1, x_1)$  et  $(\sigma_{Hm}/\sigma_1, x_1)$ , où  $x_1$  est la profondeur. Le rapport  $k_o = \sigma_{Hm}/\sigma_v$  est appelé coefficient de poussée latérale.

Les expressions ci-dessus donnent la relation entre la contrainte verticale et une contrainte horizontale moyenne. Or, cette dernière peut cacher d'énormes disparités car le rapport entre la contrainte horizontale maximum  $\sigma_H$ , et la contrainte horizontale minimum  $\sigma_h$  peut, lui aussi, varier de façon sensible comme cela est largement admis aujourd'hui (Maury et Sauzay (1987), Guenot (1987)). Le schéma de la figure 1.2 va permettre de poser le problème à résoudre. Il y est supposé implicitement que l'axe du forage est axe principal de contrainte. Rien ne permet de dire que cette hypothèse est toujours vérifiée.

Il n'y est pas tenu compte non plus des contraintes de pression de boue, thermiques et de gonflement du milieu. Leurs effets sur la stabilité des forages doivent aussi être étudiés (Guenot (1987)). Ils ne seront pas traités dans ce travail.

Parmi toutes les techniques classiques de mesure des contraintes *in situ* (surcarottage, vérin plat, etc.), seule, celle de fracturation hydraulique est aujourd'hui largement utilisée à des distances de plus de 50 m du point d'accès comme dans les forages pétroliers. Les raisons de ce choix viennent des limitations technologiques de certaines méthodes face aux conditions des forages (Haimson (1978), Kim et Franklin (1987), Charlez (1987)).

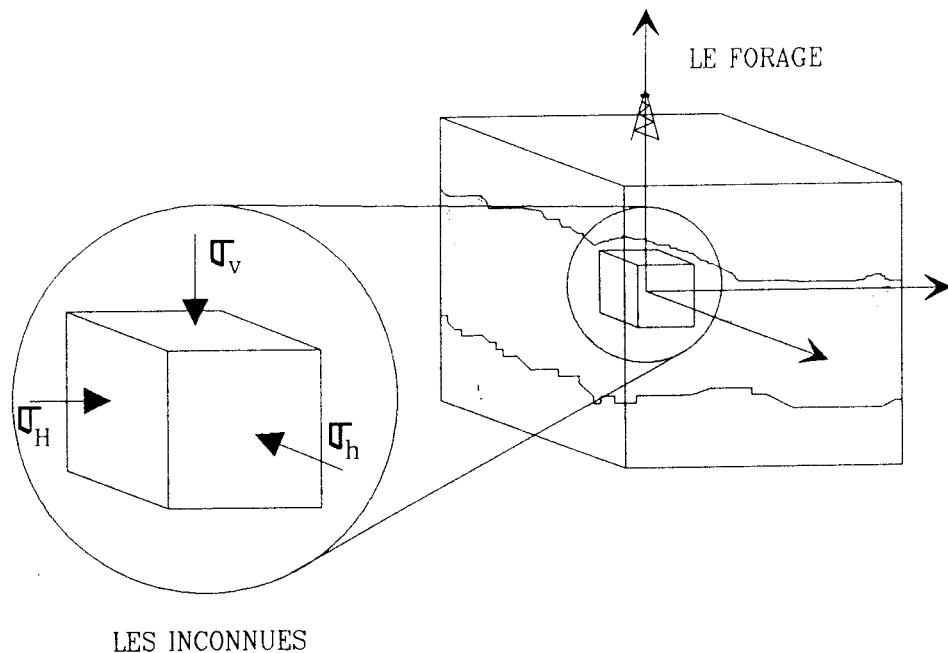


**Figure 1.1**

a) variation de la contrainte verticale avec la profondeur

b) variation de  $K_0$  moyen avec la profondeur

D'après Hoek et Brown (1980)



**Figure 1.2**

Schéma de la modélisation d'un forage pétrolier

La technique de mesure des contraintes par fracturation hydraulique consiste à isoler une partie du forage à la profondeur désirée à l'aide de deux obturateurs, et de comprimer l'intérieur du segment isolé avec un fluide. Quand la pression atteint une valeur critique  $P_F$ , la fracture apparaît sur la paroi et se propage sur une certaine distance (au moins trois au quatre fois le rayon du forage). Le pompage est arrêté et le circuit fermé. La pression chute brutalement et se stabilise ensuite à une valeur  $P_s$ . Des cycles de repressurisation sont effectués pour mesurer la pression de réouverture de la fracture  $P_R$  et avoir des mesures supplémentaires de  $P_s$  (figure 1.3).

Quand le plan de rupture est parallèle à l'axe du forage, les expressions suivantes peuvent être utilisées pour obtenir les contraintes principales (Kim et Franklin (1987)) :

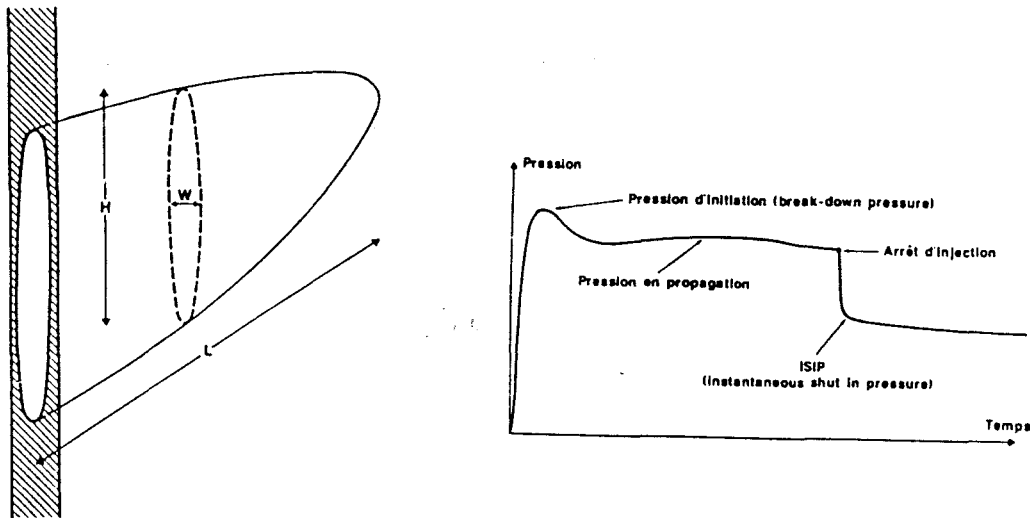
$$\sigma_h = P_s \quad (\text{pour tous les cycles})$$

$$\sigma_H = \sigma_t + 3 P_s - P_F - P_o \quad (\text{pour le cycle initial})$$

$$\sigma_H = 3 P_s - P_R - P_o \quad (\text{pour tous les cycles supplémentaires})$$



où  $\sigma_t$  est la résistance à la rupture en traction mesurée en laboratoire par essai de fracturation hydraulique (de préférence) ou essai de traction simple ou encore essai Brésilien.  $P_o$  est la pression interstitielle. Des difficultés d'interprétation existent dans les courbes d'évolution pour déterminer les pressions d'ouverture de fissure de façon précise. La rupture incomplète lors du premier cycle de chargement, la diffusion du fluide et les plus ou moins bonnes pénétrations du fluide de fracturation dans la fissure créée, pourraient expliquer ces problèmes. Des procédures particulières ont été proposées pour améliorer cette technique (Kim et Franklin (1987)) ; cependant, il est généralement considéré que la fracturation hydraulique ne mesure valablement que la contrainte  $\sigma_h$  (Guenot (1987)).



**Figure 1.3**

Principe de la fracturation hydraulique

D'autres techniques plus récentes sont utilisées comme indicateurs des directions principales. Une de ces méthodes est l'Analyse de la Courbe des Déformations Différentielles (D.S.C.A., Ren et Roegiers (19 ), Hamandjian (1989)). Elle est basée sur l'hypothèse que la carotte de roche extraite va se microfissurer proportionnellement au champ de contrainte *in situ*. L'analyse des déformations (fermeture des microfissures) lors de la recompression hydrostatique permet alors d'évaluer l'état de contrainte *in-situ*. Les ondes acoustiques ont également été utilisées pour mettre en évidence les orientations des microfissures (Barton et Zoback (1986)).

Une autre technique utilisée pour connaître l'orientation des contraintes radiales maximum et minimum est celle de l'observation des ovalisations des trous de forage (Bell et Gough (1979)). Il faut remarquer toutefois que dans des essais menés en laboratoire l'ovalisation a été observée pour des cas où le chargement est axisymétrique (Santarelli (1987)).

Par ailleurs, il a été observé, lors de l'extraction de carottes d'échantillonnage, que celles-ci se présentaient, dans certains cas, découpées en disques d'épaisseur régulière. Ce phénomène a été appelé discage (en anglais, core discing ou disking). Il se produit dans des roches homogènes ou stratifiées.

L'apparition du discage a été rattachée à la concentration des contraintes existant dans la roche en tête de carottier. Cette concentration de contrainte est liée à l'état de contrainte *in situ*, d'où l'idée d'utiliser le discage comme technique d'estimation des contraintes *in situ*. Remarquons que le discage a été utilisé, depuis un certain temps, comme méthode de prévision des coups de toit ou de terrain dans l'industrie minière (Moudafi (1986)).

## 1.2 PRESENTATION DU PHENOMENE DE DISCAGE

### 1.2.1 DEFINITION DU DISCAGE (Planche photos 2.1)

Il est convenu d'appeler discage, le découpage en disques des carottes d'échantillonnage. Mais d'autres phénomènes peuvent se confondre avec le discage ou même cacher celui-ci. Il est donc utile et nécessaire de bien le cerner.

Pour Obert et Stephenson (1965), "le discage des carottes des roches consiste en la formation de disques ou gaufrettes d'épaisseur relativement uniforme avec des surfaces de rupture ou fracture à peu près normales à l'axe de la carotte. Généralement, les surfaces des disques sont concave-convexe avec le côté concave orienté vers l'ouverture du trou".

La définition donnée par ces deux auteurs quant à la forme et l'orientation des disques n'est qu'un cas particulier d'un phénomène plus général de discage. L'observation de carottes de forages pétroliers conduit à considérer des surfaces de rupture aux formes variées et dont l'orientation peut ne pas être la même d'un forage à l'autre.

En outre, trois types de discage peuvent être décrits :

- **Discage vrai :** Séparation très nette, totale ou partielle, spontanée des carottes en disques à faces planes ou courbes, d'épaisseur régulière. Il affecte différents types de roches, isotropes ou non et homogènes ou non, à comportement élastique fragile. Pour l'observateur, le discage vrai est facilement décelable du fait même qu'il est présent sur plusieurs mètres de longueur de carotte.

- **Prédiscage** : Apparition d'une seule surface de rupture de même morphologie et origine que le discage vrai, mais non répétitive ; elle est identique par sa forme, sa cassure fraîche. Il est possible également de parler de prédiscage dans le cas des carottes présentant des amorces de fissures n'aboutissant pas à la formation du disque. L'observateur doit, dans le cas de prédiscage, analyser la surface de la carotte, afin de déceler des possibles amorces. Une visualisation au scanner (Tomodensimètre) serait un apport important.
- **Faux discage** : Provoqué par la lithologie et en particulier par la faible résistance à la traction normalement à la stratification (dans les argilites notamment). Il peut masquer, perturber ou même souligner un vrai discage. Des mécanismes de rupture peuvent également apparaître sous l'effet de la pression interstitielle.

Dans cette étude, nous ne nous intéresserons qu'aux deux premiers cas de discage.

### 1.2.2 APPROCHE DU PHENOMENE DE DISCAGE

Le phénomène du discage pourrait être abordé à partir de trois approches que l'on peut considérer comme étant complémentaires :

- **Approche empirique** : Le discage est provoqué en Laboratoire à partir de sollicitations de compression (état cylindrique de contrainte ou triaxial vrai) du bloc testé. Ces tests permettent de trouver la relation nécessaire entre les contraintes appliquées pour que le discage ait lieu.
- **Approche par critère** : Le carottage est modélisé le plus souvent numériquement. La distribution des contraintes ainsi calculée près de la carotte permet de trouver les conditions pour qu'un critère de rupture choisi soit vérifié. Le premier point qui atteint le critère est retenu pour le calcul des contraintes imposées et aussi comme point de départ de la rupture par discage.
- **Approche par la Mécanique de la Rupture** : Dans ce cas, c'est la rupture et sa propagation qui sont modélisées numériquement. Le point de départ de

la fissure qui produira la rupture par discage est trouvée par l'application d'un critère de rupture. La recherche du chemin de propagation est le but principal de cette approche. Celui-ci fournira la liaison existante entre l'état des contraintes imposées et la forme du disque.

La première approche est la plus ancienne. Elle a permis à Obert et Stephenson (1965) de trouver les droites reliant la contrainte axiale et la contrainte radiale "au-dessus" desquelles le discage apparaît. Il existe aussi une relation entre l'épaisseur des disques et l'intensité des contraintes (Jaeger et Cook (1963)).

Cette approche permet seulement d'avoir une borne inférieure pour les contraintes. Il est à noter que, jusqu'à présent, la plupart des essais ont été réalisés en symétrie de révolution. Des essais biaxiaux ont été relevés dans la littérature sur le discage. Les essais triaxiaux vrais font partie de ce travail, et les résultats seront exposés au chapitre V.

L'approche par critère essaie d'expliquer le mécanisme d'apparition du discage. Avec cette méthode, les contraintes déterminées sont celles qui correspondent à l'initiation de la fissure qui serait susceptible de se propager pour engendrer une surface de disque. Il est donc facile d'en déduire que la valeur ainsi déterminée pour l'état de contraintes est égale ou inférieure à celle trouvée par méthode de propagation. La différence correspond à la stabilité de la propagation de la fissure. La stabilité de la propagation dépendra de l'état de contraintes en place et notamment de la présence de la pression de boue lors du carottage, fait courant dans le cas des forages pétroliers, mais absent dans les mines par exemple.

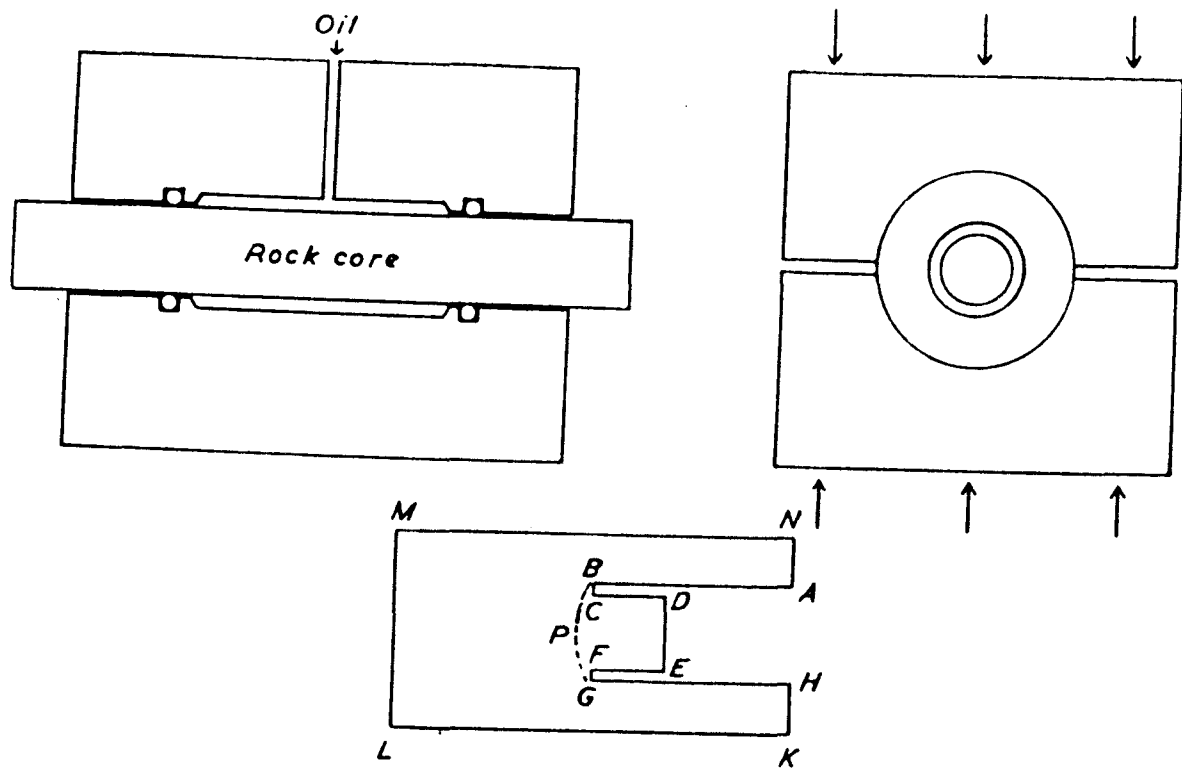
Arrivé à ce point et pour pouvoir établir une relation plus étroite entre l'état des contraintes et le phénomène du discage, il est nécessaire d'introduire des nouveaux paramètres. Ceux-ci pourront être obtenus en exploitant la forme géométrique de la surface de discage. L'approche par la Mécanique de la Rupture consiste à calculer ces paramètres par modélisation numérique du chemin de rupture en fonction des contraintes radiales et axiales.

### 1.3 APPROCHE EMPIRIQUE DU DISCAGE

Jaeger et Cook (1963) ont été les premiers à étudier le phénomène du discage. Leurs résultats sont obtenus à partir des essais schématisés dans la figure 1.4. Ils ont observé que :

- 1°) la rupture d'une carotte CDEF se fait suivant le chemin BPG ;





**Figure 1.4**

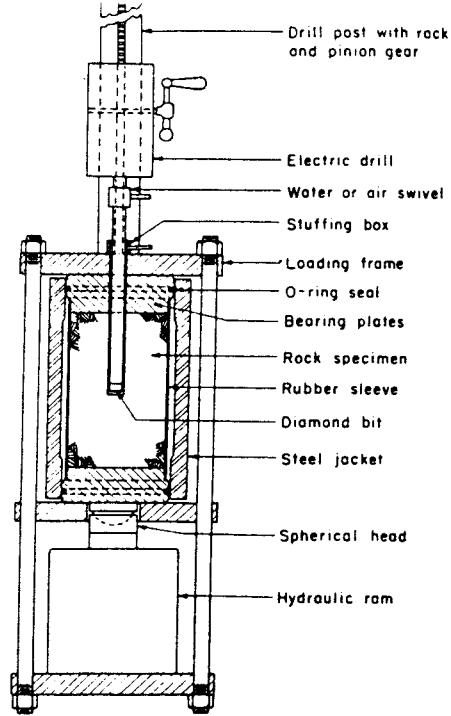
Schéma des essais de Jaeger et Cook (1963)

- 2°) Pour des dans des carottes percées d'un trou le discage apparaît pour des contraintes radiales nettement moins importantes ;
- 3°) l'application d'une contrainte axiale seule ne produit pas de discage ;
- 4°) plus la contrainte radiale est grande, plus l'épaisseur des disques est petite (l'épaisseur est divisée par deux quand la contrainte radiale est multipliée par trois).

Ils suggèrent que l'apparence propre de la rupture indique que celle-ci est due à la traction ou au cisaillement sur une surface avec des contraintes normales (de compression) négligeables. La rupture pourrait s'initier sur l'axe à la base de la carotte.

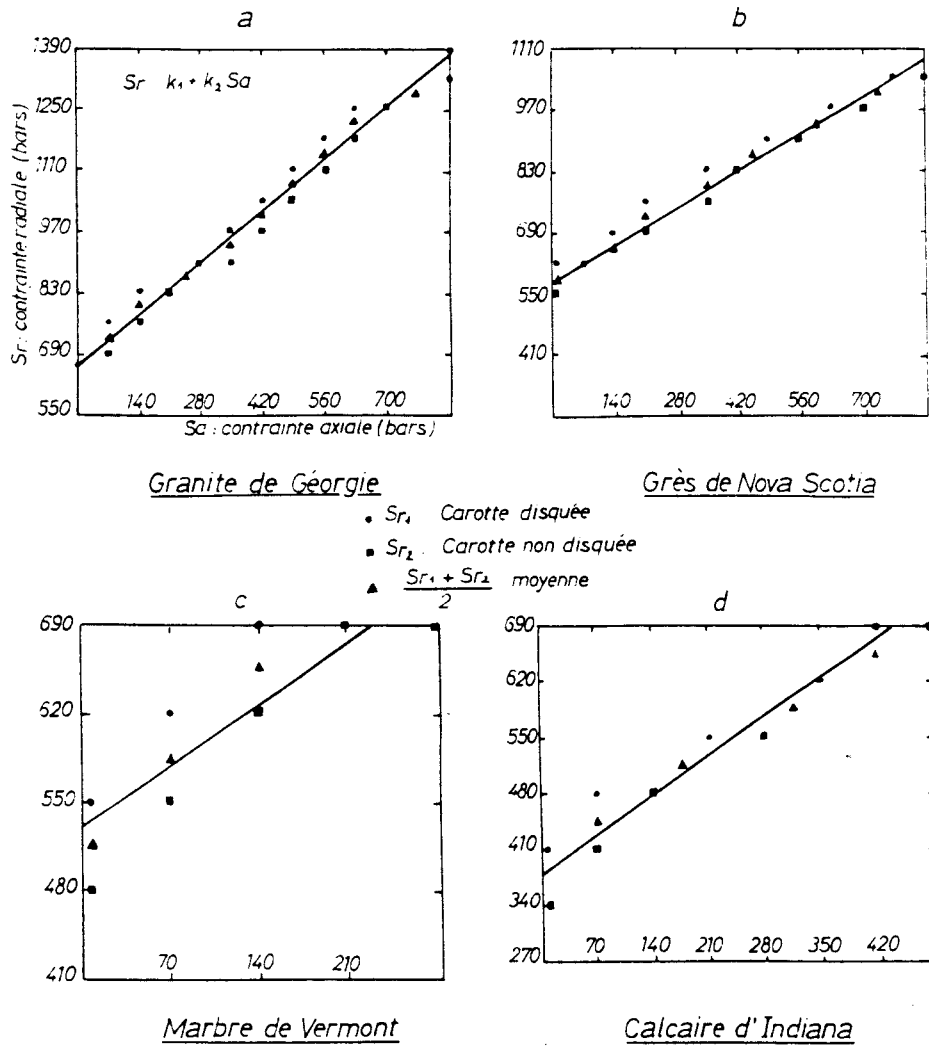
Les travaux de Obert et Stephenson (1965) ont abouti à une relation entre les contraintes axiales et radiales pour obtenir le discage. La description du dispositif d'essai est donnée par la figure 1.5. Les dimensions des échantillons sont : diamètre 14,3 et 10,2 cm ; hauteur 26,7 et 20,32 cm respectivement. Le diamètre intérieur du carottier est de 2,54 cm et le diamètre extérieur est de 3,02 cm. Les résultats sont présentés sur la figure 1.6 et peuvent être exprimés sous la forme suivante :

$$\sigma_r = k_1 + k_2 \cdot \sigma_a$$



**Figure 1.5**

Schéma de l'essai d'Obert et Stéphenon (1965)



**Figure 1.6**

Résultats expérimentaux d'Obert et Stéphenon (1965)

où  $\sigma_r$  et  $\sigma_a$  sont respectivement les contraintes radiale et axiale appliquées.  $k_1$  représente la valeur de la contrainte radiale nécessaire pour produire le discage en absence de contrainte axiale (les droites obtenues avec les carottes percées d'un trou confirment les observations de Jaeger et Cook). Obert et Stephenson ont trouvé une relation linéaire entre cette valeur et la résistance au cisaillement  $\tau_o$  :

$$k_1 = 23 + 2 \cdot \tau_o \quad (\text{en MPa})$$

Ceci suggère, d'après les auteurs, que le discage est initié par cisaillement ou complètement provoqué par celui-ci.

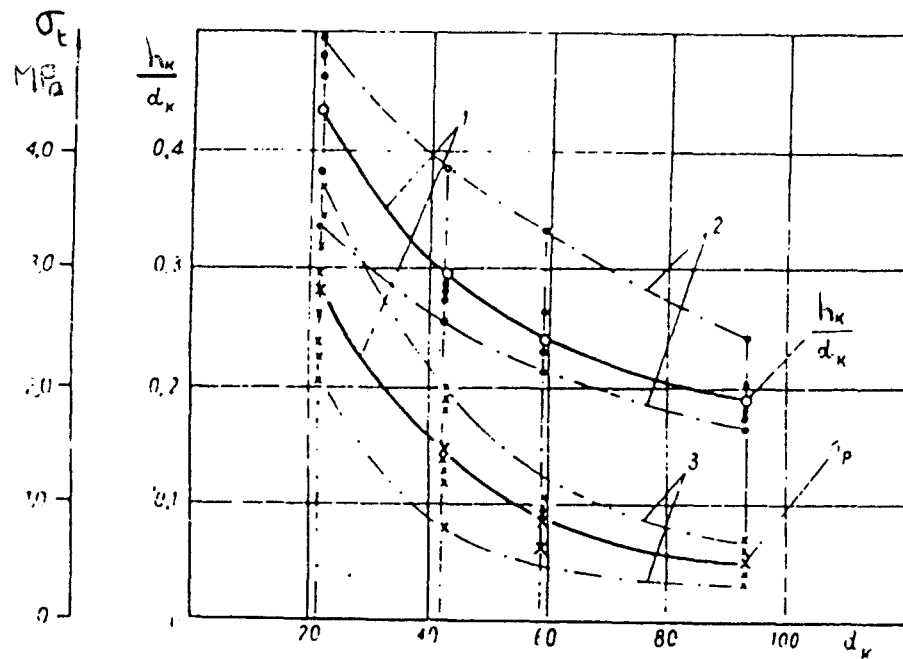
Cinq roches ont été testées : un calcaire fin, un grès, deux marbres, et une craie. Toutes les roches, hormis la craie, ont présenté le phénomène de discage. Les auteurs concluent que le discage ne peut avoir lieu que dans des roches moyennement ou très résistantes (résistance à la compression de 34 MPa ou plus). Ils ont observé que, tant au laboratoire que sur le terrain, la rupture démarrait à partir de la saignée du carottier. L'épaisseur des disques diminue avec l'augmentation de l'intensité des contraintes, et elle varie d'un matériau à l'autre. La forme des disques observée est toujours celle d'une surface concave orientée vers le trou de forage.

Panet (1969) a trouvé à partir des résultats de Obert et Stephenson une relation entre  $k_2$  et la résistance à la traction  $\sigma_t$  donnée par l'essai brésilien :

$$k_2 = 0,25 + 0,065 \sigma_t \quad (\text{en MPa})$$

Isaev (1977) a étudié l'influence du facteur d'échelle sur le discage dans des carottes de différents diamètres. Pour un même état de contraintes, il fait les observations suivantes (figure 1.7) :

- 1°) l'épaisseur  $h$  des disques augmente avec le diamètre  $d_i$  de la carotte mais le rapport de l'épaisseur des disques à leur diamètre diminue
- 2°) pour deux matériaux donnés de résistance différente, l'épaisseur des disques sera plus grande pour le matériau le plus résistant. Le critère de résistance choisi est celui de la résistance à la traction  $\sigma_t$ .
- 3°) la résistance à la traction diminue avec l'augmentation du diamètre de la carotte.



**Figure 1.7**

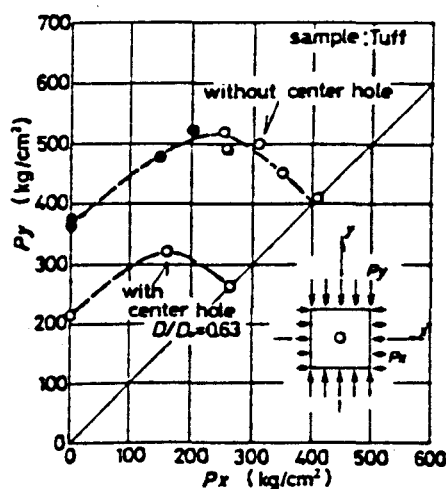
Influence de l'épaisseur de disque du diamètre de la carotte  
et de la résistance à la traction en condition de discage d'après ISAEV (1977)

Il conclut que la diminution de l'épaisseur des disques en grandeur sans dimension ( $h/d_i$ ) est proportionnelle à la diminution de la résistance à la traction à mesure qu'augmente le diamètre de la carotte. Ceci met en évidence un facteur d'échelle lié à la taille de la carotte. Il serait donc possible de déterminer l'épaisseur des disques pour n'importe quel diamètre si l'on connaît par des abaques l'épaisseur pour un autre diamètre, à condition que les autres paramètres soient identiques.

Sugawara et *al* (1978) ont fait une étude expérimentale du discage dans lequel ils ont imposé des contraintes horizontales  $\sigma_R$  et  $\sigma_r$  (fig. 1.8) et une contrainte axiale  $\sigma_a$  nulle. Le matériau utilisé est une roche de cendre durcie appelée "OGUINO". En absence de  $\sigma_a$ , la relation pour qu'il y ait discage serait :

$$(1/2) (\sigma_R + \sigma_r) = -4 \sigma_t$$





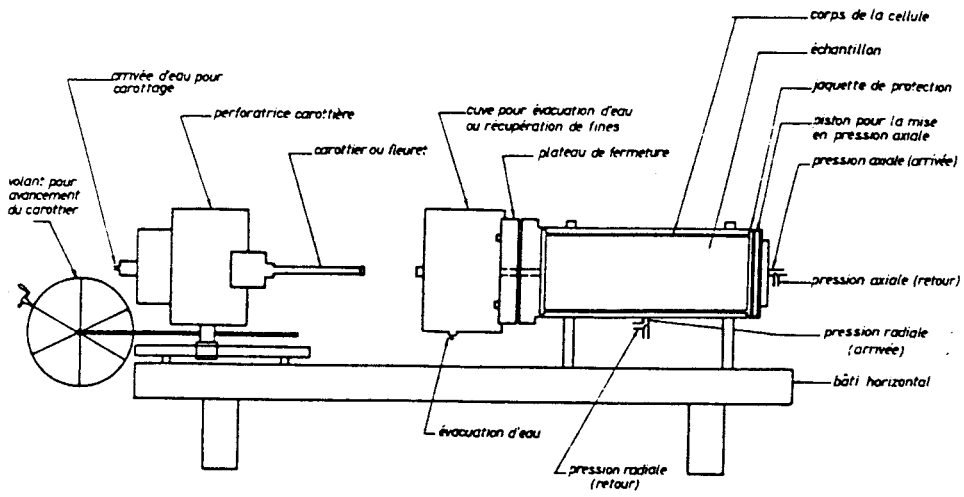
**Figure 1.8**

Courbes de discage d'après Sugawara et al (1978)

Ils montrent que le discage apparaît clairement pour  $\sigma_r/\sigma_R > 0,4$  ; mais pour  $\sigma_r/\sigma_R < 0,4$  , il n'apparaît pas régulièrement, et on admet qu'il y a rupture par compression de la paroi du trou de forage (Ecaillage).

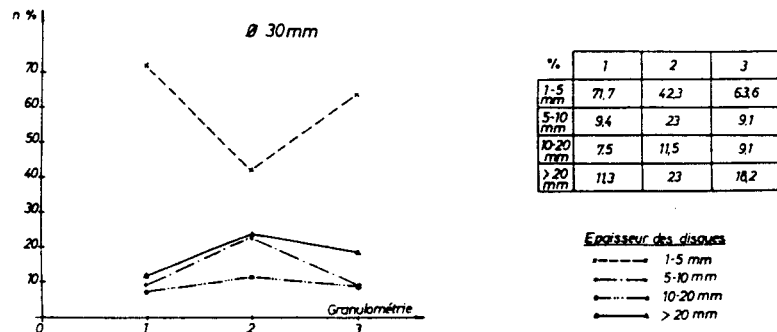
Moudafi (1986) a réalisé des essais de discage dans le dispositif expérimental et schématisé par la figure 1.9. L'appareillage utilisé lui permet de forer des petits sondages dans des échantillons de 120 mm de diamètre et 240 mm de hauteur, et soumis à des contraintes radiales et axiales. Le carottage se fait sur l'échantillon chargé. Divers types de roches et de bétons ont été étudiés avec deux diamètres de carottiers.

Il a obtenu pour le béton des rapports entre l'épaisseur des disques et la granulométrie (figure 1.10). Les résultats des essais sur le béton sont représentés dans la figure 1.11, et l'on voit qu'ils vérifient bien un critère d'Obert et Stephenson ( $k_1 = 45$  MPa et  $k_2 = 0,46$ ). Un rapport  $k_1/\sigma_c = 1$  a été établi, et l'influence de la vitesse de foration était décelable dans le seul cas du diamètre  $\phi = 30$  mm. Il remarque aussi que la diminution du diamètre de carottier entraîne :



**Figure 1.9**

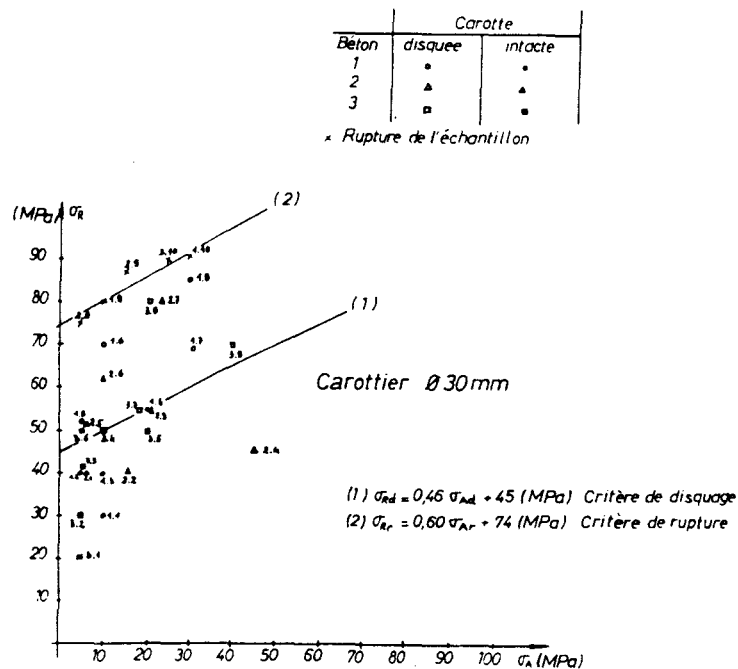
Schéma de la cellule à disquer de Moudafi (1986)



**Figure 1.10**

Rapport entre l'épaisseur des disques et la granulométrie du béton (Moudafi (1986))

- une augmentation de la contrainte radiale nécessaire au dischage à contrainte axiale constante,
- une diminution de l'épaisseur des disques et corrélativement une augmentation de la densité de disques. Ce résultat est à rapprocher de celui d'Isaev.



**Figure 1.11**

Droite de dischage pour un béton (Moudafi (1986))

Des roches ont également été testées par cet auteur. Des résultats de dischage ont été obtenus pour un calcaire, pour le sel de Varangéville et les grès de Reumaux et Vouters. Le granite, le marbre et le grès de Simon n'ont pas donné de dischage. Les conclusions de ces essais peuvent se résumer ainsi :

- une relation de type  $k_1 = \sigma_c$ . Ce résultat est à opposer à celui d'Obert et Stephenson qui, eux, trouvent  $k_1 = 0,66 \sigma_c - 4$  (MPa).
- malgré des vitesses de foration variant du simple au triple, il ne ressort pas de relation entre la vitesse de foration et la densité de disques.

## 1.4 APPROCHE PAR CRITERIE

Cette approche est une première tentative de cerner le discage en utilisant une modélisation (numérique, photoélastique) du carottage. Le principe est le suivant :

- 1°) Calcul du champ de contraintes ou des déformations par un moyen numérique ou autre sur un modèle représentant le carottage avec ses conditions aux limites.
- 2°) Choix d'un critère de rupture.
- 3°) Recherche des conditions aux limites permettant à certains points autour de la carotte de vérifier le critère de rupture choisi. Ces conditions aux limites représenteraient celles nécessaires pour que le discage ait lieu.

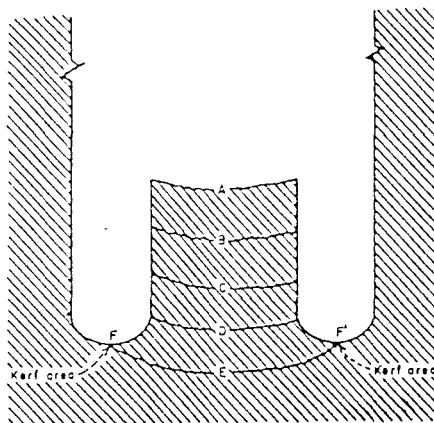
Implicitement, il est admis que, s'il y a un point où la rupture se produit dans la zone de la tête de la carotte, elle conduira à l'apparition d'une surface de discage. Cette hypothèse implique que la fissure donnant naissance au disque se propage de façon instable. Ceci n'est pas toujours vrai car il a été observé des amorces sur les carottes ne présentant pas de disques. La pression de boue doit certainement jouer un rôle important sur la stabilité de la propagation. Les limites de cette approche se trouvent dans ce dernier point.

Les différents auteurs exploitent cette démarche de diverses façons selon le modèle et le critère employés.

Durelli *et al* (1968) ont utilisé un modèle photoélastique tridimensionnel et le critère est celui du cisaillement maximum. Ils formulent, dès le départ, l'hypothèse que la rupture s'initie très près du point le plus bas de la saignée du carottier (figure 1.12, points F et F'), et que la fissure progresse depuis ce point vers l'intérieur de la carotte. Ils procèdent par superposition d'états de chargement de base, comme indiqué sur la figure 1.13. Pour les deux cas de chargement de base, la concentration des contraintes autour de la saignée est donnée par la figure 1.14.

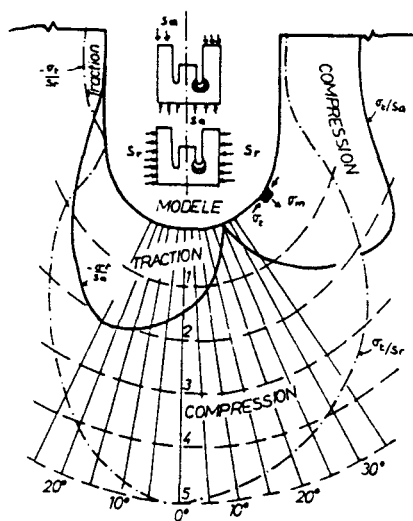
La distribution de la concentration de contrainte en fond de saignée  $\sigma_0$  en fonction de l'angle et pour différents rapports de contrainte axiale-contrainte radiale est donnée par la figure 1.14. En prenant comme exemple le granite utilisé par Obert et Stephenson (1965), les auteurs trouvent que la valeur de la contrainte  $\tau_{\max}$  devait être au point de rupture de 7 à plus de 10 fois  $\tau_0$ . En outre, les valeurs des constantes  $k_1$  et  $k_2$  calculées sont loin de celles mesurées.





**Figure 1.12**

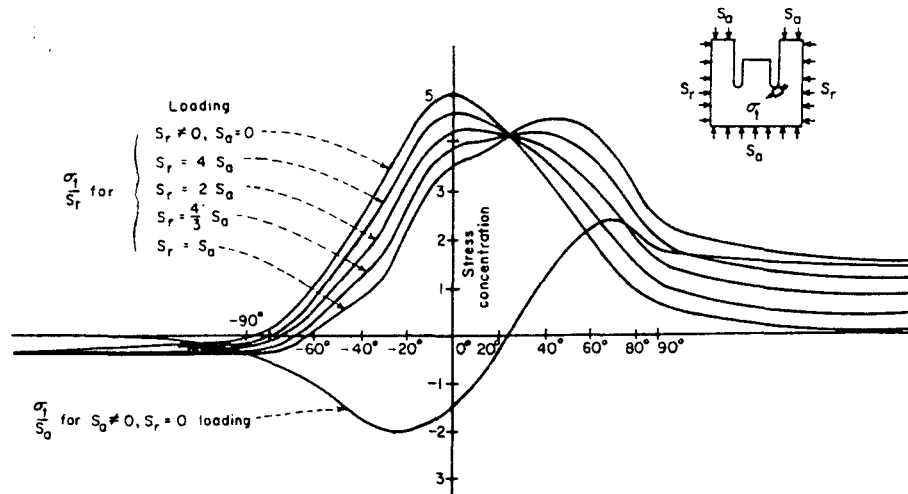
Points de départ du discage d'après Durelli et al (1968)



**Figure 1.13**

Concentration des contraintes autour de la saignée

D'après Durelli (1968)



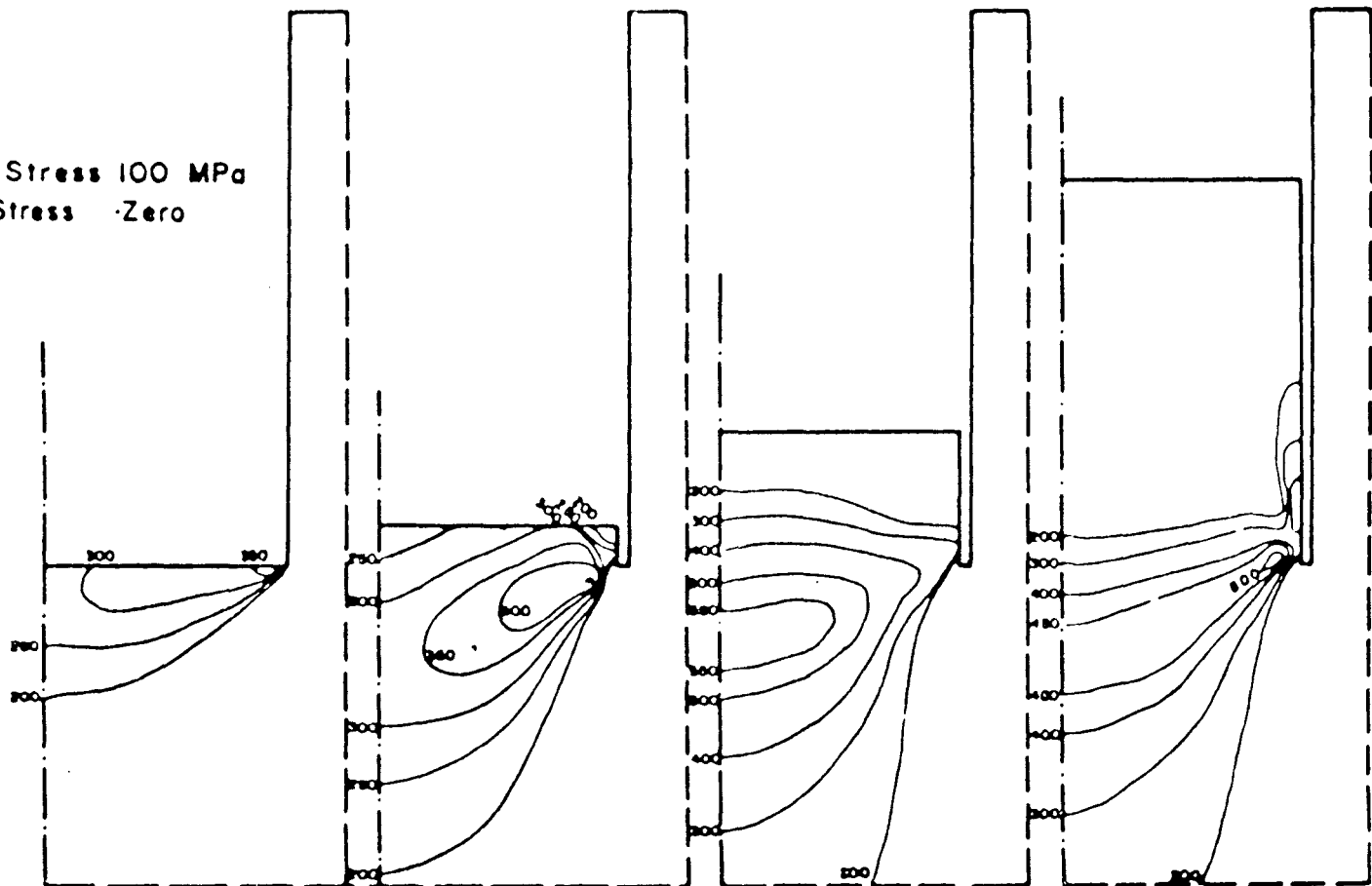
**Figure 1.14**

Distribution de la contrainte tangentielle en fond de saignée  
d'après Durelli (1968)

Stacey (1982) a utilisé un modèle numérique par éléments finis en symétrie de révolution, et il postule que le développement du discage est le résultat d'une rupture par extension de la roche, et que ce mécanisme peut être expliqué au moyen d'un critère simple de rupture en déformation. Il y a rupture si,  $\epsilon \geq \epsilon_c$  où  $\epsilon_c$  est la valeur critique de l'extension. Les résultats de cette étude sont présentés sous forme de courbes d'isocritère autour de la saignée du carottier (figure 1.15). Les conclusions ont surtout un caractère qualitatif, et aucune tentative n'a été faite pour essayer de remonter à l'état de contrainte susceptible d'initier le discage :

- 1°) Le point de démarrage du discage peut se situer au bord ou près du centre de la carotte. Il dépend beaucoup de la longueur de celle-ci et de la géométrie de la saignée.
- 2°) La contrainte axiale a pour effet de diminuer les déformations en extension sauf quand la longueur de la carotte est importante.
- 3°) La surface de déformation maximum par extension se trouve dans la zone autour de la saignée. La surface du disque serait susceptible de suivre cette surface partiellement mais serait modifiée avec le changement de géométrie et de distribution des contraintes dûs à l'avancement de l'outil de forage. La courbure des disques semblerait donc être imposée, en partie du moins, par la surface de déformation maximum autour de la saignée. La surface de discage serait formée par la concaténation de nombreuses ruptures par extension.

Radial Stress 100 MPa  
Axial Stress -Zero



Radial Stress 100 MPa  
Axial Stress 30 MPa

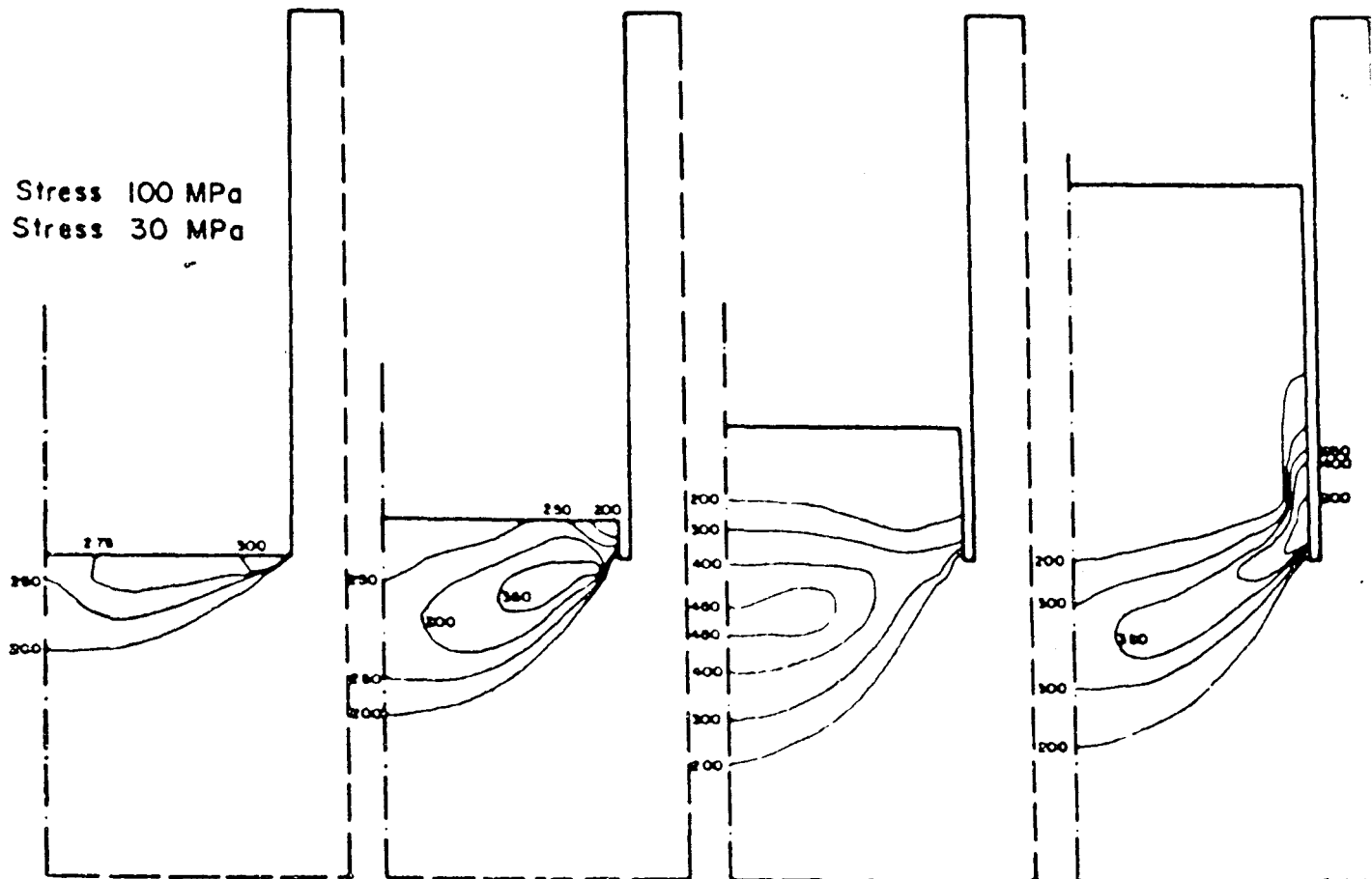


Figure 1.15

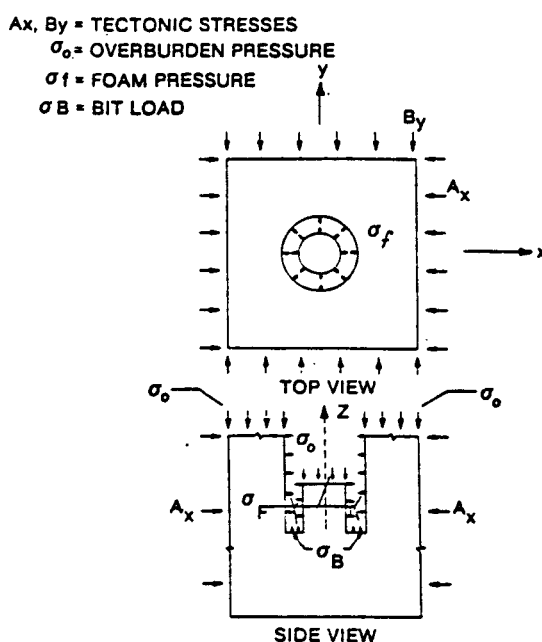
Courbes d'isocritère de Stacey (1982)

Gangaro *et al* (1979) ont utilisé un modèle numérique par éléments finis en trois dimensions, le critère de Mohr-Coulomb et la mécanique de la rupture pour expliquer les ruptures (pas seulement de discage) observées dans les carottes, et pouvoir en déduire l'état de contraintes *in situ*. Leur modèle tient compte des contraintes dues à la pression de boue et au poids de l'outil de forage.

L'état de contraintes est donné par la superposition des champs des contraintes associés aux conditions de chargement (figure 1.16) (hypothèse de comportement élastique) :

$$\sigma_{\text{total}} = \sigma_o + \sigma_b + \sigma_v + \sigma_h + \sigma_H$$

où  $\sigma_o$ ,  $\sigma_f$  et  $\sigma_v$  sont les tenseurs des contraintes dus au poids du carottier, à la pression de boue et à la pression de recouvrement respectivement, et  $\sigma_h$  et  $\sigma_H$  les contraintes tectoniques.



**Figure 1.16**

Chargements intervenant au cours du forage d'après Gangarao (1979)

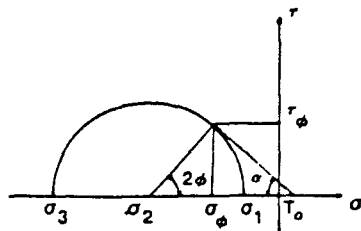
L'étude a été menée dans le cas où les contraintes horizontales sont **toutes deux inférieures** à la contrainte verticale. La démarche de Gangarao *et al* est la suivante :

- 1°) Pour une valeur donnée de la résistance à la traction de la roche deux droites de rupture limites sont définies, l'une, avec un angle de frottement

$\alpha$  égal à  $31^\circ$ , l'autre, avec un angle de frottement de  $56^\circ$  (figure 1.17a). Cette plage couvre un large éventail de coefficient de frottement interne.

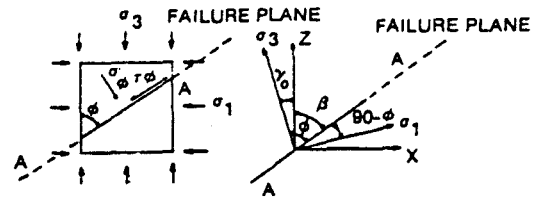
- 2°) Pour une valeur donnée de  $\sigma_r$  plusieurs valeurs de  $\sigma_R$  sont testées. Dans leur étude, 484 combinaisons ( $22 \times 22$ ) exprimées en fonction du poids de l'outil de la pression de boue et de la contrainte de recouvrement ont été traitées.
- 3°) Les contraintes principales et leurs directions sont calculées pour chacune des 484 combinaisons. Les cercles de Mohr sont construits pour les points autour de la saignée.
- 4°) Si un des cercles de Mohr dépasse une des droites définies par les angles  $\alpha$  ci-dessus (où il en est tangent) et si l'angle  $\beta$  (fig. 1.17b) calculé est sensiblement égal à l'angle  $\beta_0$  mesuré, alors la combinaison de  $\sigma_r$  et  $\sigma_R$  est retenue comme donnant une approximation de contraintes tectoniques.
- 5°) Si pour un ensemble de  $\sigma_r$  et  $\sigma_R$ ,  $\beta$  est légèrement supérieur à  $\beta_0$  ( $1^\circ$ - $5^\circ$ ), cette combinaison peut être considérée comme celle qui satisfait toutes les restrictions théoriques et observées, et donc  $\sigma_r$  et  $\sigma_R$  sont les contraintes *in-situ* recherchées. Le tableau 1.1 montre quelques uns des cas étudiés et leur possibilité de représenter l'état de contrainte *in-situ*. L'étude de l'influence des différents chargements sur l'état des contraintes autour de la saignée montre qu'il y a un saut dans les contraintes normales et de cisaillement dû au poids du carottier. L'utilisation de la Mécanique de la Rupture par Gangrao et al sera abordée dans le paragraphe suivant.

A ce stade, nous pouvons faire quelques remarques. Tout d'abord en ce qui concerne la loi de comportement utilisée : il s'agit d'un comportement élastique-fragile avec critère de rupture de Coulomb. Le critère de rupture de Coulomb n'est pas approprié pour les roches ; de nombreuses études expérimentales l'ont montré, citons par exemple uniquement Mogi (1971), Lade (19 ). On trouvera une compilation de résultats expérimentaux montrant ce point dans le livre de Vutukuri et Lama (1976). Il s'en dégage, en outre, que la contrainte intermédiaire joue un rôle dans la rupture , ce qui n'est pas le cas pour le critère de Coulomb.



$\phi$  IS MEASURED NORMAL TO THE FAILURE PLANE.  
HENCE  $(90-\phi)$  IS THE ANGLE BETWEEN THE  
FAILURE PLANE AND PRINCIPAL STRESS  $\sigma_1$

(a)



AA = FRACTURE PLANE  
TOP VIEW OF THE CORE

(b)

Figure 1.17

Critère utilisé par Gangarao (1979) et définition de l'angle de rupture

Computed Initial Fracture Angles and Corresponding In Situ Stresses at 3000 ft

MODEL I $r = 2.4375''$ $Z = 0.5''$				MODEL II $r = 2.293''$ $Z = 0.5''$			
$S_1$ psi	$S_2$ psi	$\mu$	$\beta$	$S_1$ psi	$S_2$ psi	$\mu$	$\beta$
2350	2950	0.8	30.0°	2250	2750-2950	1.1-1.4	30.1°-31.6°
2450	2450-2950	0.6-0.7	31.9°-32.4°	2350	1950-2950	0.6-1.1	30.3°-32.3°
2550*	2550-2950	0.6-0.7	34.5°-35.0°	2450	1950-2950	0.6-0.9	32.7°-33.9°
2650*	2650-2950	0.6	36.8°-37.3°	2550*	1950-2950	0.6-0.8	34.4°-36.5°
2750	2650-2950	0.6	39.2°-39.7°	2650	1950	0.6	34.1°
2850	2050	0.6	34.3°	2650*	2050-2950	0.6-0.7	37.6°-39.0°
2850	2150-2950	0.6	39.5°-42.0°	2750	1950	0.6	32.2°
2950	2050	0.6	33.5°	2750	2050-2950	0.6-0.7	39.6°-41.3°
2950	2150-2950	0.6	40.3°-43.9°	2850	2050-2950	0.6-0.7	40.1°-43.4°
				2950	2050	0.6	39.7°
				2950	2150-2950	0.6-0.7	44.0°-45.3°

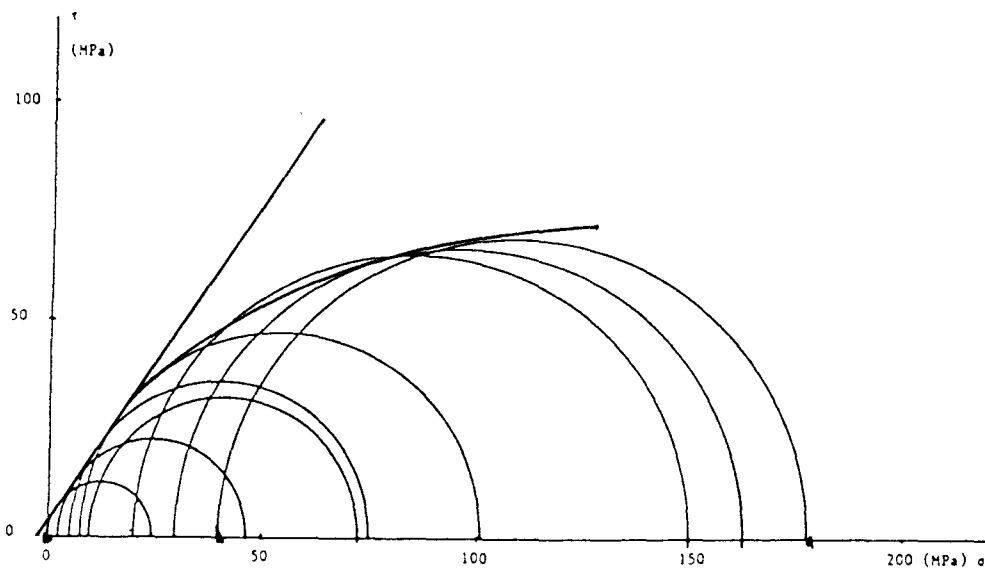
\*possible combinations of in situ stresses that satisfy the observed and theoretical constraints

Tableau 1.1

Exemple de résultats obtenus par Gangarao (1979)

Des études théoriques menées en premier par Griffith (1924), Mac Klintock-Walsh (1962) ont aussi montré que la rupture, pour de faibles tenseurs sphériques, s'expliquait par la propagation de fissures qui s'alignaient perpendiculairement à la plus petite contrainte principale. Il s'agit d'un mécanisme d'extension et non de frottement comme le suppose le critère de Coulomb.

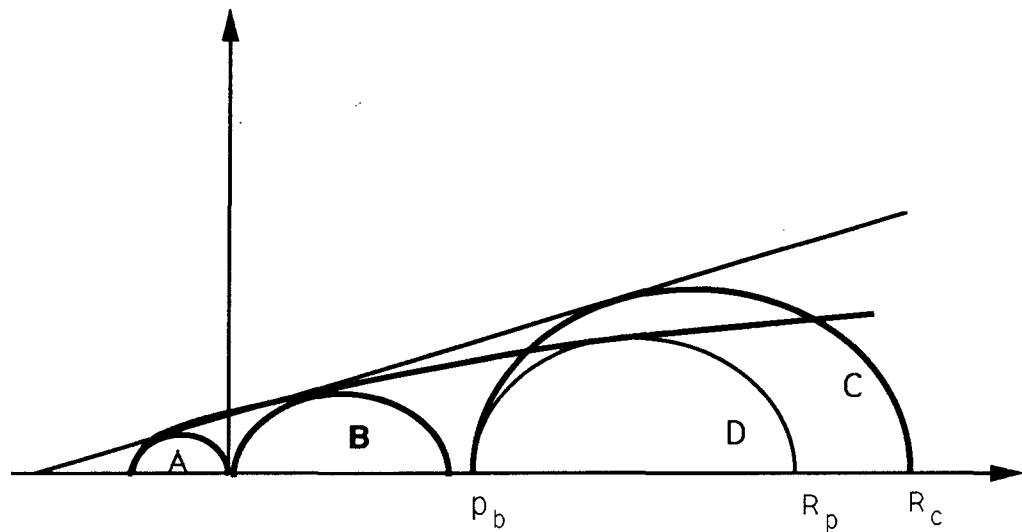
La figure 1.18 montre par exemple la différence entre le critère de Coulomb calé sur la résistance à la traction et à la compression et les résultats expérimentaux en essais triaxiaux. Notons que depuis très longtemps, il a été préconisé d'utiliser un critère de rupture de type parabolique.



**Figure 1.18**

Différence entre le critère de Coulomb calé sur les résistances à la traction et à la compression et les résultats expérimentaux en essais triaxiaux sur un grès (Ikogou (1989))

Ceci a quelques implications importantes. Dans le cas où le discage apparaît sans pression de boue, la rupture a lieu soit par traction au centre de la carotte, soit en compression au bord de la saignée. Si l'on suppose que la contrainte intermédiaire n'intervient pas, ces conditions coïncident avec la résistance à la traction (cercle A) ou la résistance à la compression (cercle B) (figure 1.19). Calons maintenant deux critères de rupture à partir de ces deux résistances : celui de Coulomb et le critère parabolique par exemple. Il est clair que dans le cas où la pression de boue n'existe pas, il n'y aura aucun changement si ce n'est sur la définition du cisaillement  $\tau_0$ .



**Figure 1.19**

Comparaison des conditions de rupture en utilisant un critère de Coulomb et un critère parabolique

Appliquons maintenant une pression de boue,  $p_b$ , qui peut être très importante. Dans ce cas, si l'on suppose que la boue n'entre pas dans la roche (contrainte totale), le critère de Coulomb prévoit une contrainte locale  $\sigma_{R_c}$  nettement supérieure à la contrainte prédite par le critère parabolique  $\sigma_{R_p}$ . Il s'ensuit que les contraintes *in situ* sont nettement surestimées.

Enfin, la caractérisation du critère de rupture par les résistances à la traction et à la compression est très mauvaise si l'on prolonge les études pour l'apparition de discage en présence de pression de boue. En effet, les dispersions sur ces résistances sont importantes, plus importante qu'en essais triaxiaux de révolution. Il s'ensuivra une erreur ou une imprécision encore plus importante sur les valeurs de  $\sigma_{R_c}$  ou  $\sigma_{R_p}$ . Il serait préférable de caractériser la rupture à partir d'essais triaxiaux jusqu'à des pressions de confinement correspondant aux pressions de boue appliquées.

Ces remarques étant faites, reprenons l'analyse bibliographique.

Sugawara et *al* (1978) utilisent, eux aussi, un modèle numérique par éléments finis tridimensionnel et le critère de Mohr parabolique pour leur étude. Le critère de rupture est représenté par la relation de Mohr suivante :

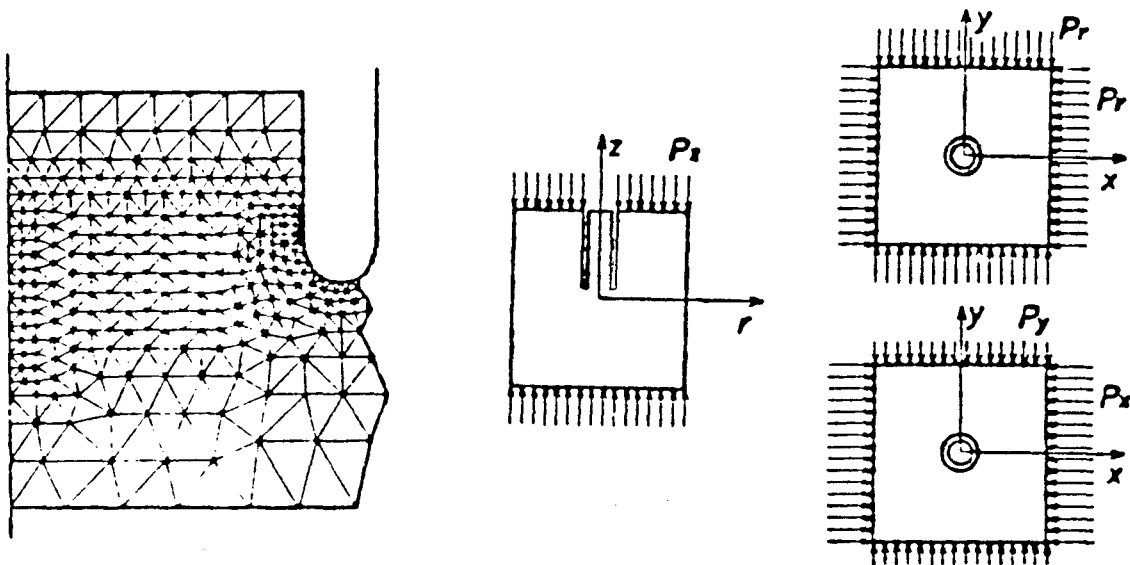
$$\tau^2 = (m - 1)^2 \cdot \sigma_t \cdot (\sigma_t - \sigma)$$



avec

$$m^2 = \frac{\sigma_c}{\sigma_t} + 1.0$$

où  $\tau$  et  $\sigma$  sont les contraintes du plan de Mohr.  $\sigma_c$  et  $\sigma_t$  étant les résistances à la compression et la traction respectivement. Mais ils postulent que le discage est produit par les contraintes de traction apparaissant à la base de la carotte. Leur modèle tient compte des différentes conditions aux limites en contrainte hormis la pression de boue (figure 1.20).



**Figure 1.20**

Modèle de Sugarawa et al (1978)

L'analyse des contraintes entraîne les observations suivantes :

- 1°) L'application d'un chargement radial  $\sigma_r = \sigma_R$  seul, se traduit au fond du trou par une contrainte  $\sigma_{11}$  en traction,  $\sigma_{\theta\theta}$  et  $\sigma_{\rho\rho}$  donnant des contraintes en compression. L'application d'une charge  $\sigma_a$  produit une contrainte  $\sigma_{11}$  de compression et  $\sigma_{\theta\theta}$  et  $\sigma_{\rho\rho}$  de traction (figure 1.21).

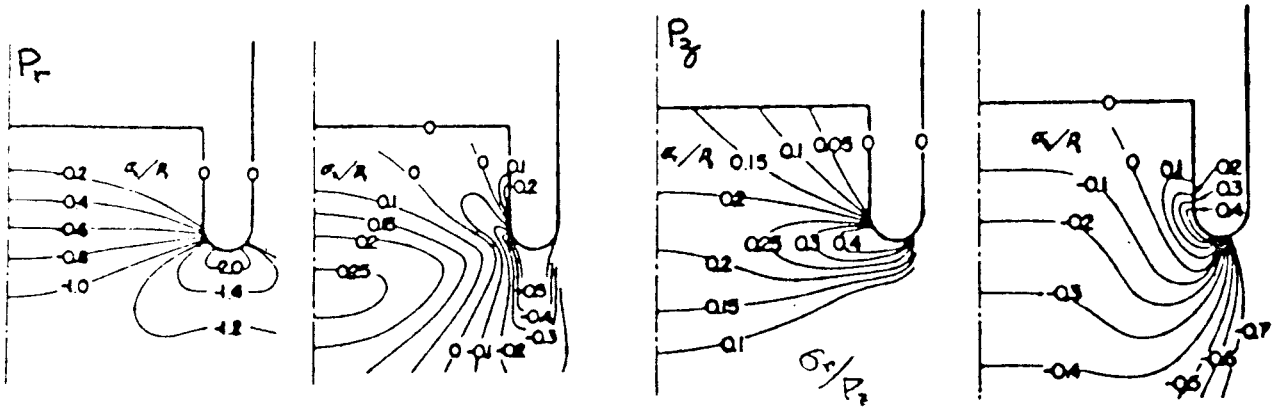


Figure 1.21

Distribution des contraintes pour un chargement radial  $\sigma_r = \sigma_R$   
 d'après Sugarawa et al (1978)

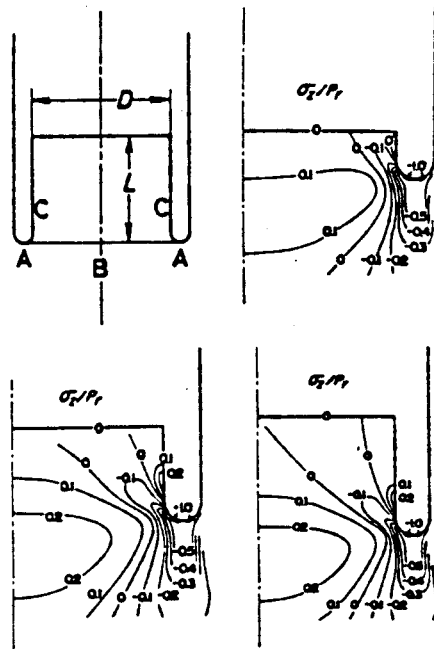
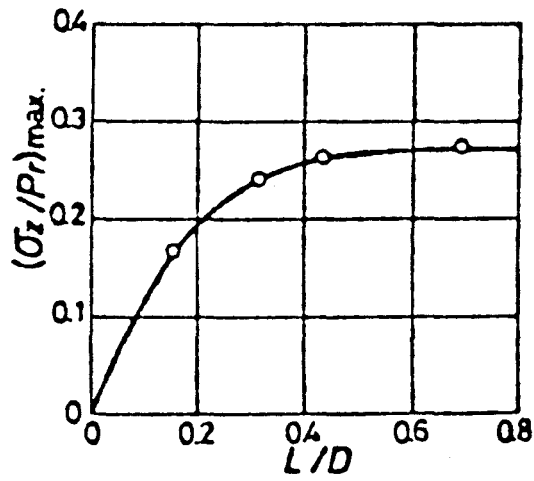


Figure 1.22

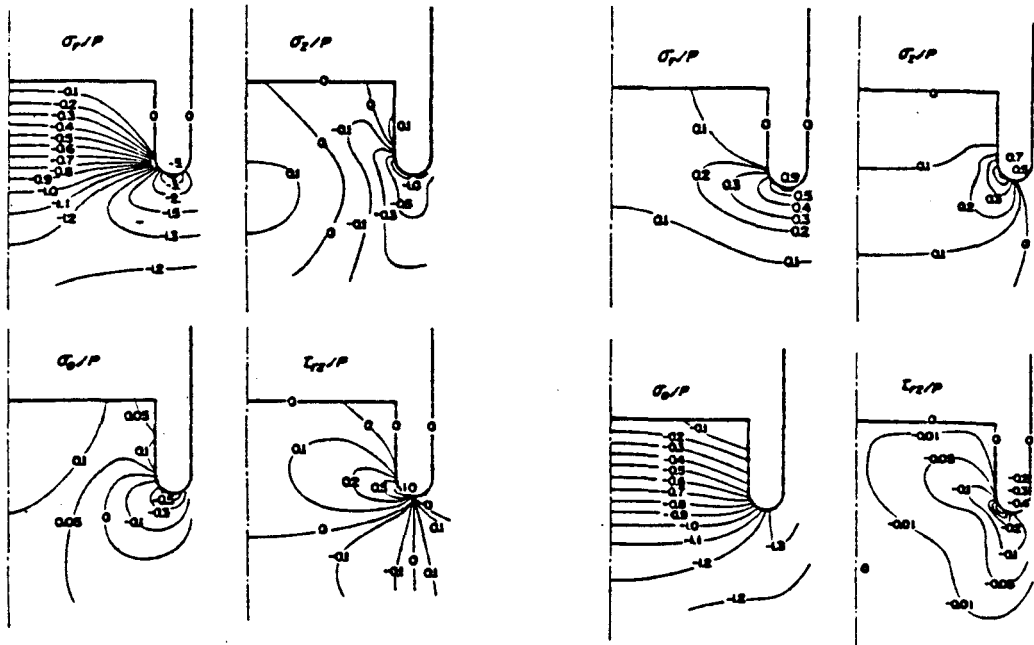
Influence de la longueur de carotte  $h$  sur la distribution de contrainte  
 D'après Sugarawa et al (1978)



**Figure 1.23**

Influence du rapport  $h/D_i$  sur la distribution de contraintes

D'après Sugarawa et al (1978)



**Figure 1.24**

Distribution de contrainte pour un état  $\sigma_r$  à l'infini

D'après Sugarawa et al (1978)

- 2°) Les contraintes changent avec la longueur  $h$  de la carotte (figure 1.22). Pendant le forage, la longueur de la carotte augmente et la contrainte de traction maximale  $\sigma_{11\max}$  augmente rapidement au début et devient à peu près constante à partir de  $h/D_i > 0.4$ ,  $D_i$  étant le diamètre de la carotte (figure 1.23).
- 3°) L'application d'un chargement  $\sigma_r$  engendre une contrainte  $\sigma_{11}$  de traction au voisinage de l'axe de la carotte à la base de celle-ci et, dans le plan R-a, cette contrainte augmente de façon importante quand on se rapproche du contact du carottier. Dans le plan r-a, elle diminue en se rapprochant de la saignée du carottier pour donner finalement une contrainte en compression (figure 1.24).

De cette étude Sugawara et *al* concluent :

- 1°) Dans le cas du chargement en symétrie de révolution, le point de départ du discage est le point B (figure 1.24) et la condition pour qu'il ait lieu est :

$$\sigma_r = 4 \sigma_t + \sigma_a$$

- 2°) Dans le cas du chargement par  $\sigma_r$  et  $\sigma_R$  les conditions pour avoir du discage seraient :

$$1/2 (\sigma_r + \sigma_R) = 4 \sigma_t + \sigma_a$$

et 
$$\sigma_r < 0.4 \sigma_R$$

Le point de départ du discage est toujours le point B.

Chemaou (1984) a étudié le discage avec un modèle numérique par éléments finis en symétrie de révolution. En employant un critère de courbe intrinsèque du matériau, il établit les zones en rupture autour de la saignée. Les cas traités tiennent compte de la longueur de la carotte (figure 1.25) et du type de saignée (figure 1.26). Ses résultats qualitatifs vont dans le sens de ceux de Stacey (1982) et de Sugarawa et *al* (1978).

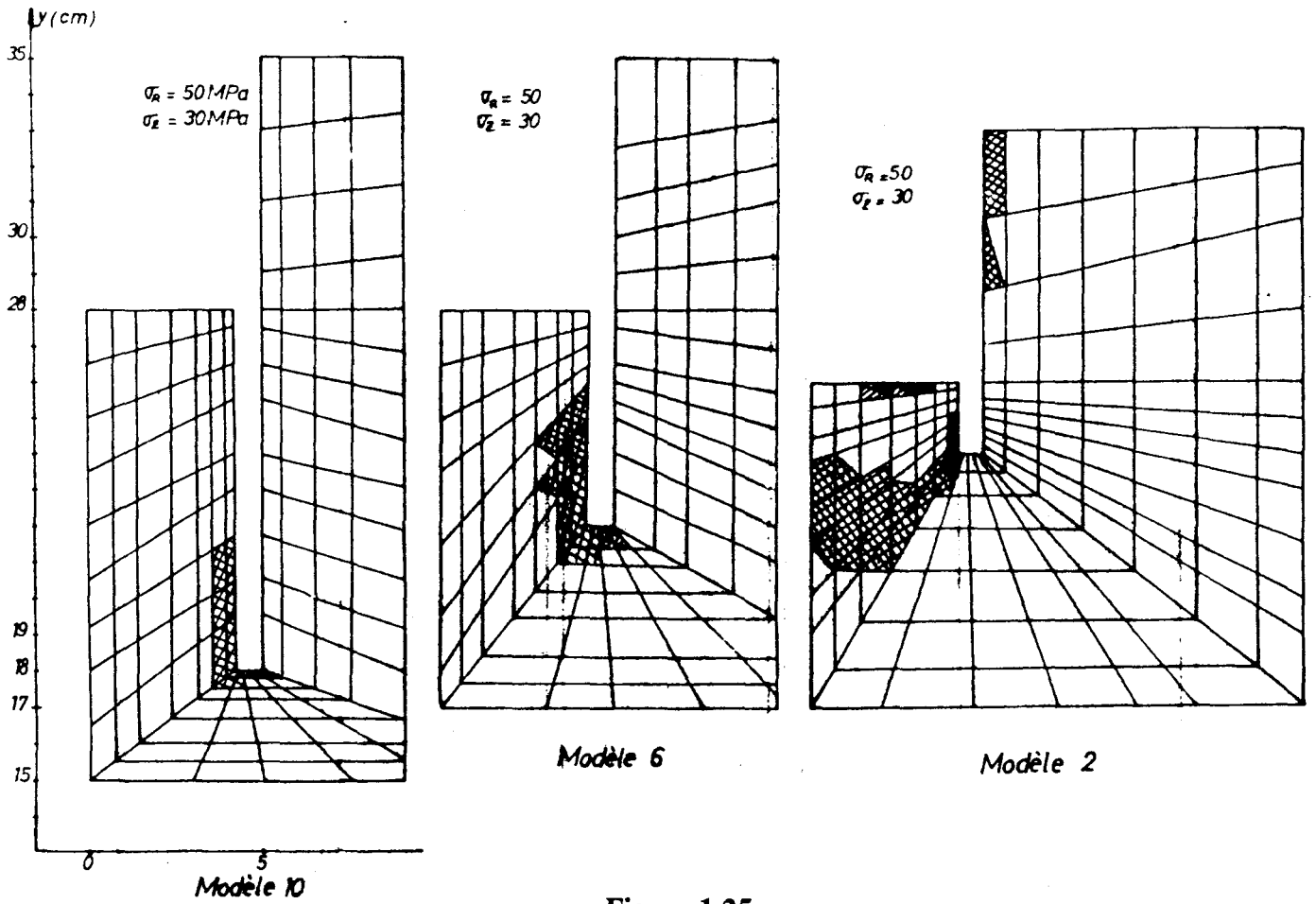


Figure 1.25

Influence de la longueur de la carotte (Chemaou 1984)

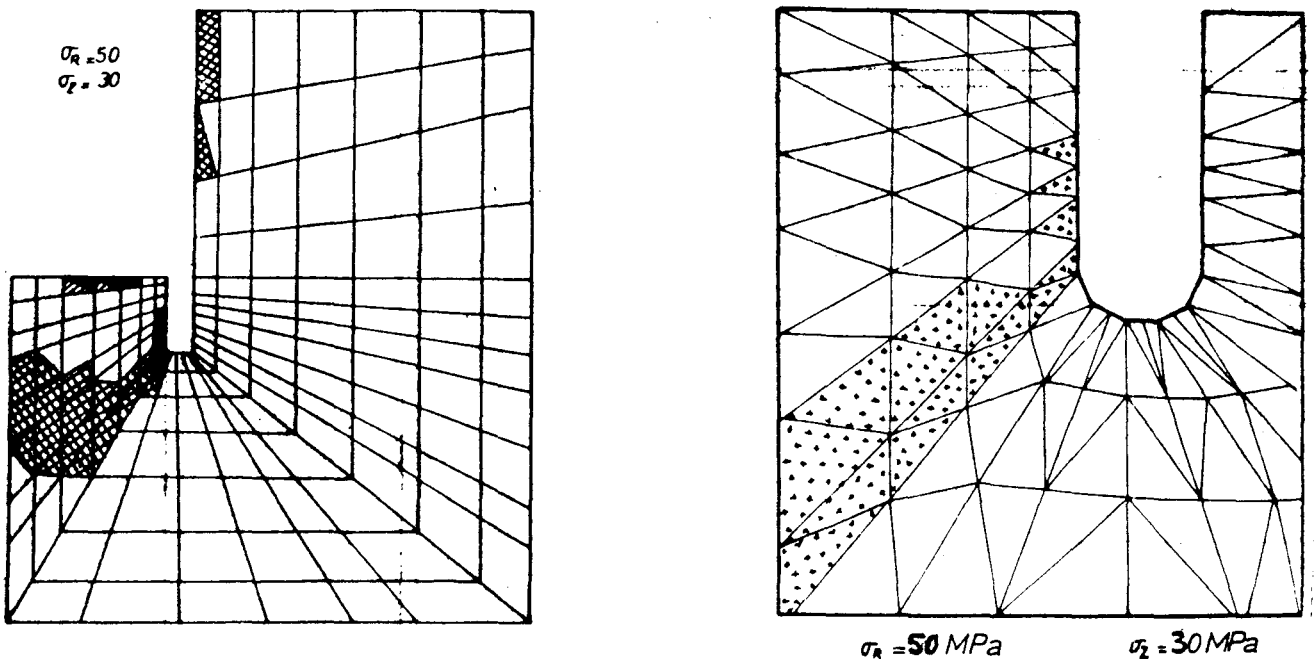


Figure 1.26

Influence de la forme de la saignée (Chemaou (1984))

## 1.5 APPROCHE DU DISCAGE PAR LA MECANIQUE LINEAIRE DE LA RUPTURE

L'approche par la Mécanique de la Rupture du discage à proprement parler n'a pas encore été souvent traitée. Il faut toutefois relever les travaux de Gangarao et al (1979). Ils ont utilisé le critère de Sih (1973) pour étudier les angles de propagation à partir des angles de rupture initiale calculés soit par le critère de Mohr-Coulomb (§ 1.4) soit par l'utilisation du même critère de Sih. Le problème est traité en déformation plane. Les cas de chargement étudiés tiennent compte de la pression de boue, des contraintes axiales et latérales, ainsi que de la longueur de la fissure initiale.

Des angles  $\theta_0$  de propagation stable obtenus pour les différents ensembles de paramètres seulement, seuls ceux convergeant vers une rupture verticale sont retenus comme les angles décrivant correctement la propagation. Ceci vient du fait que les ruptures, que les auteurs ont cherché à modéliser, ne sont pas des ruptures de discage.

Les auteurs trouvent que l'angle de propagation  $\theta$  est très sensible à des faibles variations des contraintes axiales, latérales et de la pression de boue. En revanche, la longueur de la fissure a peu d'influence sur  $\theta$ .

TABLE 3  
The Convergence of Propagation Angle

$\sigma_H(\text{psi})$	$\sigma_V(\text{psi})$	$\beta(\text{degree})$	$\theta_0(\text{degree})$
-2000	-1000	35	30
-2000	-1100	35	28
-2000	-1300	35	23
-2000	-1600	35	14
-2000	-1800	35	7
-2000	-1900	35	4
-1800	-1000	35	28
-1800	-1000	28	25
-1800	-1000	25	23
-1800	-1000	23	22
-1800	-1000	22	21
-1800	-1000	21	20
-1800	-1000	20	20
-1800	-1000	19	19

A = 0.125"

$P_{IN} = -400 \text{ psi}$

Tableau 1.2

Convergence des angles de rupture (Gangarao (1979))

Le tableau 1.2 montre que :

- 1°) Pour des contraintes axiales croissantes et les autres paramètres restant fixes, l'angle  $\theta$  converge vers une rupture verticale.
- 2°) Quand tous les paramètres restent fixes, il n'y a plus de convergence vers la direction verticale.

Nous noterons que l'utilisation du critère de Sih semble très contestable à l'heure actuelle. Des comparaisons entre simulations numériques et expériences (Cornet (1979)) et des études plus fondamentales par développement asymptotique (Amastoy (1985)) montrent que le critère de Griffith (1924) est le plus approprié. Ce critère n'est cependant pas facilement utilisable conjointement avec une technique numérique par éléments finis.

## 1.6 COMPARAISON DES RESULTATS ET CRITIQUE DES ETUDES

L'ensemble des résultats quantitatifs sont regroupés dans la figure 1.27. Dans celle-ci, on montre les relations trouvées entre les contraintes radiale et axiale pour que l'on soit en présence de discage. Deux roches ont été choisies : le grès de Vouters et une roche calcaire toutes deux utilisées par Moudafi (1986).

La forme générale pour l'apparition du discage en condition axisymétrique est :

$$\sigma_2 = k_1 + k_2 \sigma_1$$

Pour Obert-Stephenson et Panet (1965) (1969) :

$$k_1 = 23 + 2 \tau_0 \quad (\text{MPa})$$

$$k_2 = 0.25 + 0.65 \cdot 10^{-1} \sigma_t \quad (\sigma_t \text{ en MPa})$$

Pour Moudafi (1986) :

$$k_1 = \sigma_c$$

$k_2 =$  fonction de la porosité

Pour Sugawara et al (1978) :

$$k_1 = 4 \sigma_t$$

$$k_2 = 1.0$$

où  $\sigma_c$ ,  $\sigma_t$  et  $\tau_o$  sont respectivement la résistance à la compression, la résistance à la traction et la résistance au cisaillement. Le tableau 1.3 donne les différentes valeurs des caractéristiques mécaniques.

ROCHE	$\sigma_c$ MPa	$\sigma_T$ MPa	$\tau_o$ MPa
Calcaire	7.3	0.9	1.2
Grès Vouters	75.5	10	14

**Tableau 1.3**

Caractéristiques mécaniques des roches

La figure 1.28 montre une dispersion très importante sur la valeur des contraintes de discage. Ceci incite donc encore à approfondir les études en tentant d'appréhender complètement le phénomène et les divers paramètres qui interviennent.

En effet, des lacunes subsistent dans l'étude du discage avec l'approche empirique, notamment en ce qui concerne :

- 1°) **l'épaisseur des disques** : une étude quantitative sur l'influence de l'état de contraintes sur l'épaisseur. Cela veut dire que pour une géométrie de carottier donnée et pour une contrainte axiale imposée, il serait utile de connaître l'épaisseur des disques en fonction de la contrainte radiale. Ceci pourrait nous conduire à une notion d'épaisseur "critique" qui serait la plus grande épaisseur obtenue et "observée" pour une roche choisie. L'épaisseur "observée" est celle qui apparaîtra sur la surface de la carotte, même si le disque n'est pas entièrement formé. La contrainte de prédiscage devrait se situer légèrement en-dessous de ce seuil.
- 2°) **la forme des disques** : en fonction des trois contraintes  $\sigma_a$ ,  $\sigma_r$  et  $\sigma_R$



- 3°) **la géométrie de l'outil de carottage** : le rapport des diamètres extérieur et intérieur et le profil de la tête de carottier pourraient avoir une grande influence sur le phénomène.
- 4°) **d'autres paramètres** : comme la pression de boue dans les forages pétroliers, la vitesse de forage, le poids de l'outil.

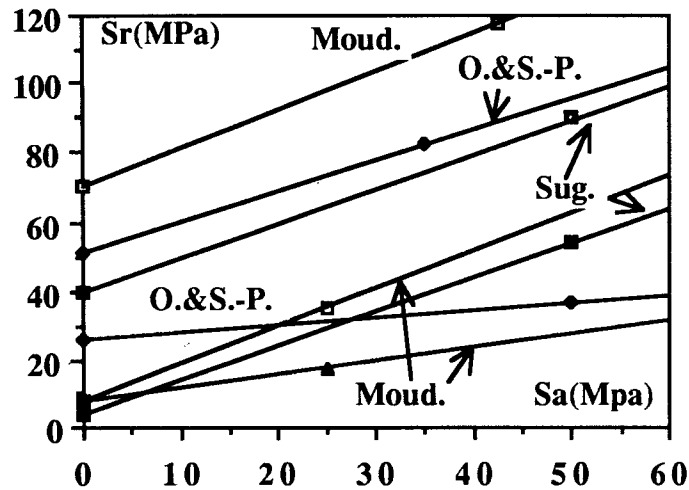


Figure 1.28

Représentation des différentes droites de discage

La modélisation du discage par critère de rupture présente, dans les études faites par les différents auteurs, un début de ce qui peut être fait dans ce domaine. En effet, les critères de rupture utilisés sont relativement simples (cisaillement maximum, traction, Mohr-Coulomb). A la lumière de ces travaux, il est possible de conclure que, dans aucun cas de modélisation, les différentes valeurs que prennent  $k_1$  et  $k_2$  pour des roches diverses n'ont pu être expliquées par les modèles employés. Une démarche générale sera proposée, pour le calcul des contraintes in-situ, avec une approche par critère du phénomène de discage.

L'utilisation de la Mécanique Linéaire de la Rupture pour étudier le discage sera l'apport essentiel de ce travail. Pour mieux exploiter cette approche l'observation de carottes disquées fournira des renseignements précieux pour la modélisation numérique. Des paramètres supplémentaires seront ainsi définis, paramètres que l'on étudiera en fonction des contraintes *in situ*.

CHAPITRE 2

**QUANTIFICATION DES DONNEES DU  
CAROTTAGE.  
PREMIERS ENSEIGNEMENTS**



Nous venons de voir au chapitre précédent que de nombreuses discussions existent en ce qui concerne, par exemple, l'endroit d'amorçage du discage. S'il était possible de connaître un peu plus précisément cette position, cela permettrait des gains appréciables dans les coûts de calculs.

Nous avons également vu que l'inversion du problème, à savoir, à partir de la connaissance des caractéristiques mécaniques de la roche et de l'existence d'un discage, déterminer l'état de contrainte *in-situ* n'est pas chose aisée et que les différents modèles conduisent à des résultats assez divergents ... sans parler de l'erreur commise sur les caractéristiques mécaniques de la roche. Notons que le phénomène de discage a surtout été utilisé en mines pour évaluer, par exemple, les risques de surtirs (Chemaou (1985), Moudafi (1986)). Dans ce cas, seul le phénomène de discage est en jeu, discage pouvant provenir, non seulement, de l'état de contrainte local, mais également de la présence de gaz sous pression. Dans le domaine du génie pétrolier, la mesure des contraintes *in situ* est le plus souvent menée à partir d'essais de minifracturation hydraulique, ou plus récemment par la méthode dite de DSCA (Ren et Rogers (19 ), Hamamdjian (1989)). Le discage est très rarement utilisé, peut être par oubli, mais également par ce que ce phénomène est néfaste aux opérations de carottage.

Ainsi, par manque d'observations systématisées, un grand nombre d'informations sont perdues. Il importe donc de trouver des règles d'investigation de la carotte. Celles-ci permettront d'une part d'en déduire des résultats qualitatifs sur les contraintes *in situ*, de côté nul, et d'autre part d'aider à une détermination plus précise de l'état de contrainte en place.

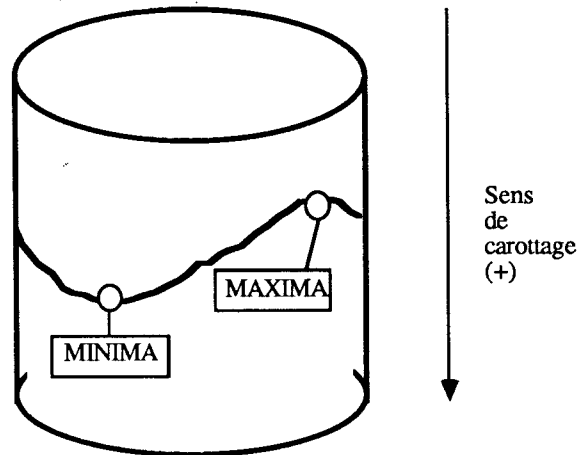
Ce chapitre a donc pour but de donner une méthode systématique de description du discage que cela soit sur les disques bien formés ou en prédiscage. Des premiers enseignements seront tirés en ce qui concerne la position de  $\sigma_H$  et  $\sigma_h$ . Bien entendu, cela nécessite que la carotte soit elle-même parfaitement repérée et orientée.

## 2.1 CAS DE LA CAROTTE DISQUEE. CONVENTIONS

Dans le cas où la carotte est disquée, les observations se feront directement sur les disques. Le sens d'avancement du carottier sera pris comme sens positif. Les disques seront numérotés suivant ce sens.

### 2.1.1 PARAMETRES DE DESCRIPTION DE LA FORME DES DISQUES

La surface de rupture entre deux disques présente une forme caractéristique et sensiblement semblable pour tous les disques. En particulier, la trace de cette surface sur la carotte présente en général deux maxima et deux minima (figure 2.1 et photo 2.1).



**Figure 2.1**

Définition des points hauts et points bas sur la surface du discage

Les minima seront les points hauts. Les maxima seront les points bas.

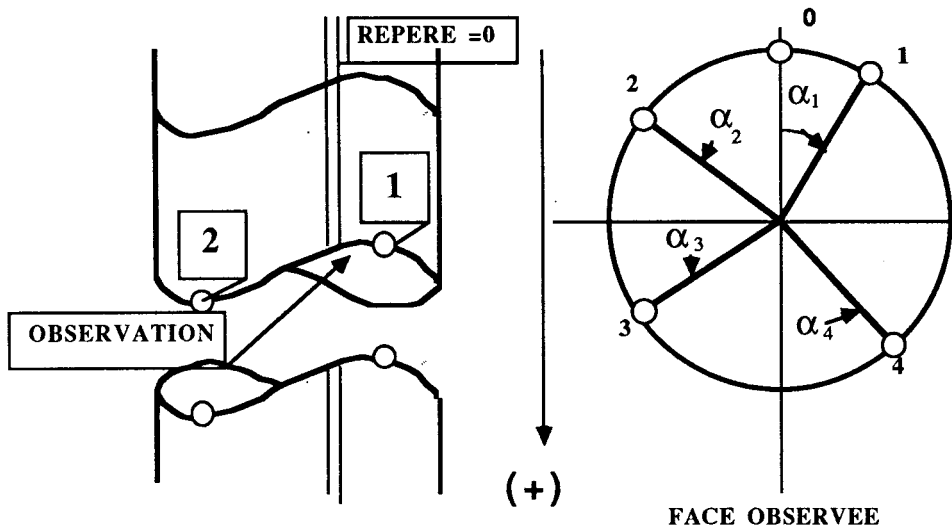
Les maxima (ou les minima) ne sont pas forcément à la même côte sur l'axe de la carotte.

Pour repérer l'orientation des caractéristiques du disque dans la carotte, une génératrice quelconque peut servir comme repère. Dans le cas où la carotte obtenue a été marquée d'une génératrice afin de l'orienter, celle-ci servira de repère. En l'absence de génératrice d'orientation, nous préconisons que le repère soit la génératrice qui passe par le point le plus haut (minimum absolu) de la première surface de rupture ; le repère sera noté 0.

Sur chaque trace de rupture, les points bas et hauts seront numérotés de la façon suivante (figure 2.2) : le point le plus haut de la courbe (maximum absolu) sera le point 1. En faisant une rotation positive par rapport à l'axe orienté, les points bas, haut et bas seront respectivement les points 2, 3 et 4.

Les conventions de base étant définies les mesures suivantes seront effectuées :

- a) L'épaisseur du disque. Elle sera mesurée au centre du disque au pied à coulisse, par exemple.
- b) Les angles  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  et  $\alpha_4$  correspondant au repérage des points 1, 2, 3 et 4 par rapport à 0. La rotation positive est indiquée sur la figure 2.2 :

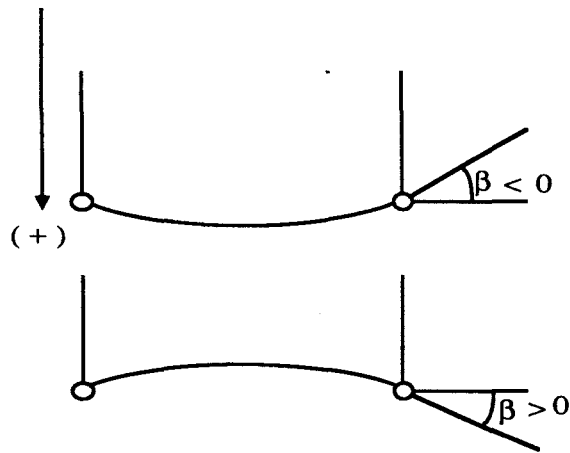


**Figure 2.2**

Définition des points 1, 2, 3 et 4 et des angles  $\alpha_i$

- c) Les angles de la surface de rupture avec la perpendiculaire à l'axe de la carotte aux points 1, 2, 3 et 4, soient  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  et  $\beta_4$  respectivement ces angles. La convention de signe de la figure 2.3 sera faite.
- d) Les différences de côte entre le point 1 et les points 2, 3, 4 et aussi le centre du disque :

F1	=	cote du centre	-	cote de 1
F2	=	cote de 2	-	cote de 1
F3	=	cote de 3	-	cote de 1
F4	=	cote de 4	-	cote de 1



**Figure 2.3**

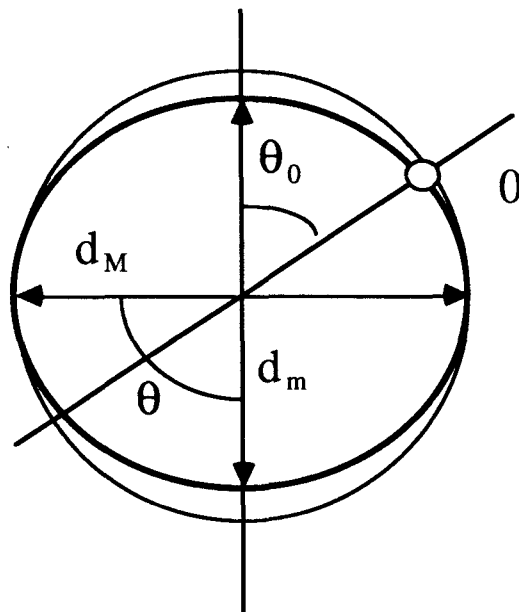
Convention de signe sur les angles  $\beta$

### 2.1.2 VARIATION DE DIAMETRE - DESCRIPTION

L'ovalisation du trou de forage mis en évidence par les calippers est une technique maintenant utilisée pour estimer l'orientation des contraintes principales dans le plan horizontal (Bell et Gough (1981)). Cependant, les observations d'ovalisation de la carotte n'ont jamais été effectuées à notre connaissance. Or, nous avons pu observer des ovalisations non négligeables sur des carottes provenant du Génie Civil et du Génie Pétrolier. Cependant, les variations de diamètre sont assez faibles et nécessitent une mesure précise.

Dans le cas d'ovalisation de la carotte, on notera (figure 2.4) :

- a) la différence  $\delta$  entre le diamètre maximum  $d_M$  et le diamètre minimum  $d_m$
- b) l'angle  $\theta$  entre les directions de  $d_m$  et  $d_M$
- c) l'angle  $\theta_o$  entre la direction de  $d_m$  et la génératrice  $O$ .



**Figure 2.4**

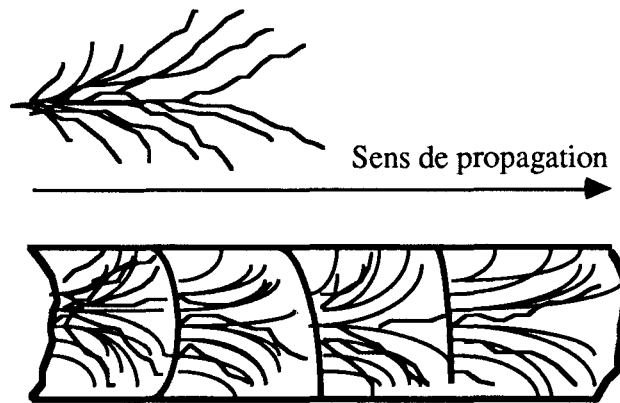
Repérage de l'ovalisation

### 2.1.3 SENS DE PROPAGATION DE LA RUPTURE

Le sens de propagation de la rupture peut être identifié dans le cas des matériaux fragiles par un certain nombre de marques qui apparaissent à l'échelle macroscopique (observation à l'oeil nu) et à l'échelle du grain (observation par microscope électronique).

Ces marques ont été décrites par les géologues (Symegash (1971)) et par les métallurgistes et les physiciens (Baeta et al (1968), Wallner (1937), Henry et al (1966) (1972)) ...

Les marques les plus faciles à reconnaître et les plus souvent rencontrées sont les structures plumeuses (figure 2.5). Le sens de propagation est alors donné par le sens de divergence des "plumes". Il est important de noter que ces structures plumeuses, dont le relief est relativement doux, résulteraient d'un mécanisme de propagation d'onde : l'onde émise et l'onde réfléchi provoquent localement sur la surface de rupture (ou de clivage pour le grain) une concentration importante de contrainte induisant une plastification. Les reliefs correspondent alors aux trajectoires de contraintes.



**Figure 2.5**

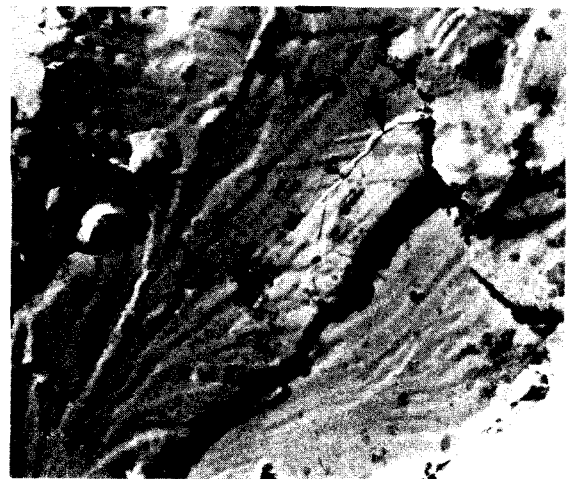
Description schématique des structures plumeuses

Ces structures se trouvent au niveau macroscopique (photos 2.1 et 2.5) et au niveau du grain (photo 2.2) les structures plumeuses sont toujours la caractéristique d'une rupture à grande vitesse (globale ou locale).



**Photo 2.1**

Structure plumeuse sur écaille de roche obtenue par fracture brutale au marteau (Henry (1978))



**Photo 2.2**

Structure plumeuse sur grain de calcaire micritique  
Microscope électronique en transmission Gr = 12000  
(Henry (1978))

Le deuxième type de faciès de rupture observé sont les "ribmarks". Ce sont des structures périodiques qui devraient correspondre à l'avancement "oscillant" du front de fissure. Ces structures sont observées tant au niveau macroscopique (photo 2.6) qu'au niveau microscopique (photo 2.3).



Enfin, nous noterons les "rivières" observées à l'échelle du grain (photo 2.4) pour les ruptures fragiles : celles-ci indiquent la présence de dislocations vis créant une marche dont la hauteur serait proportionnelle à la densité de dislocations rencontrées. Elles donnent le sens de la propagation de la rupture qui est celui de leur confluence.



**Photo 2.3**

Structure périodique (ribmarks) sur surface de clivage de gros grains dans un calcaire micritique. Microscope électronique en transmission. Gr = 25 000.

(Henry (1978))



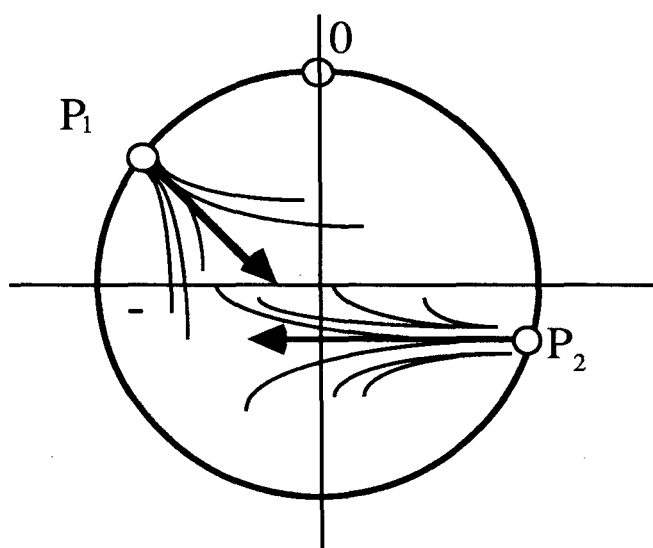
**Photo 2.4**

Rivière sur surface de clivage de gros grain dans un calcaire micritique ; Noter que les sources de rivières sont alignées. Microscope électronique en transmission

Gr = 13 500

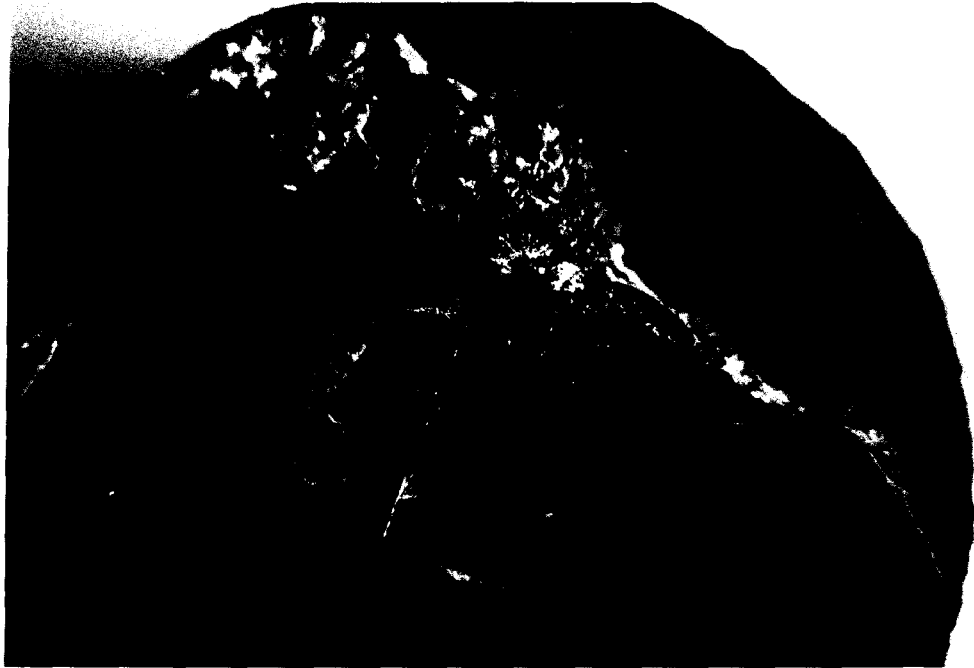
(Henry (1978))

A partir de ces observations, on décrira pour chaque surface de rupture le ou les sources, et le sens de propagation, comme indiqué sur la figure 2.6.



**Figure 2.6**

Exemple de description de la rupture sur la surface de disca



**Photo 2.5**

Structure plumeuse sur surface de discage



**Photo 2.6**

Structure périodique (ribmarks) sur surface de discage

## 2.1.4 RESULTATS

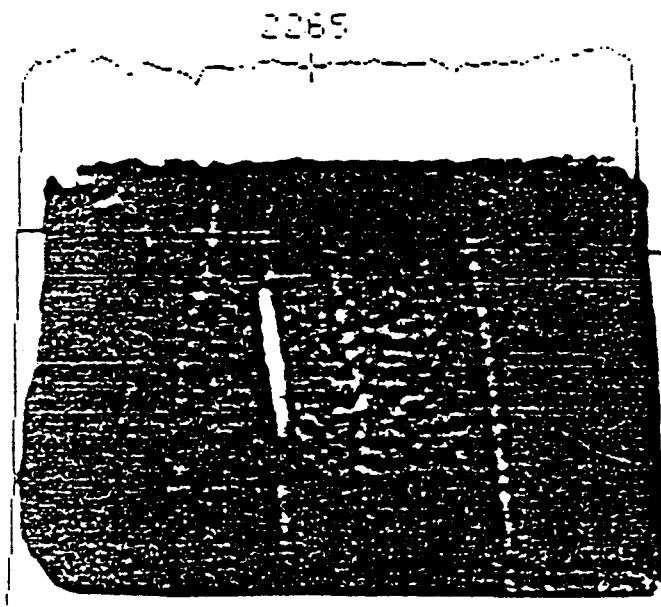
Un exemple de présentation des résultats sur la morphologie du discage selon la description proposée est donné par le tableau 2.1. Un ensemble plus complet de résultats obtenus sur des carottes prêtées par la S.N.E.A.(P) sont présentés dans l'annexe A.

## 2.2 PREDISPAGE

### 2.2.1 DESCRIPTION

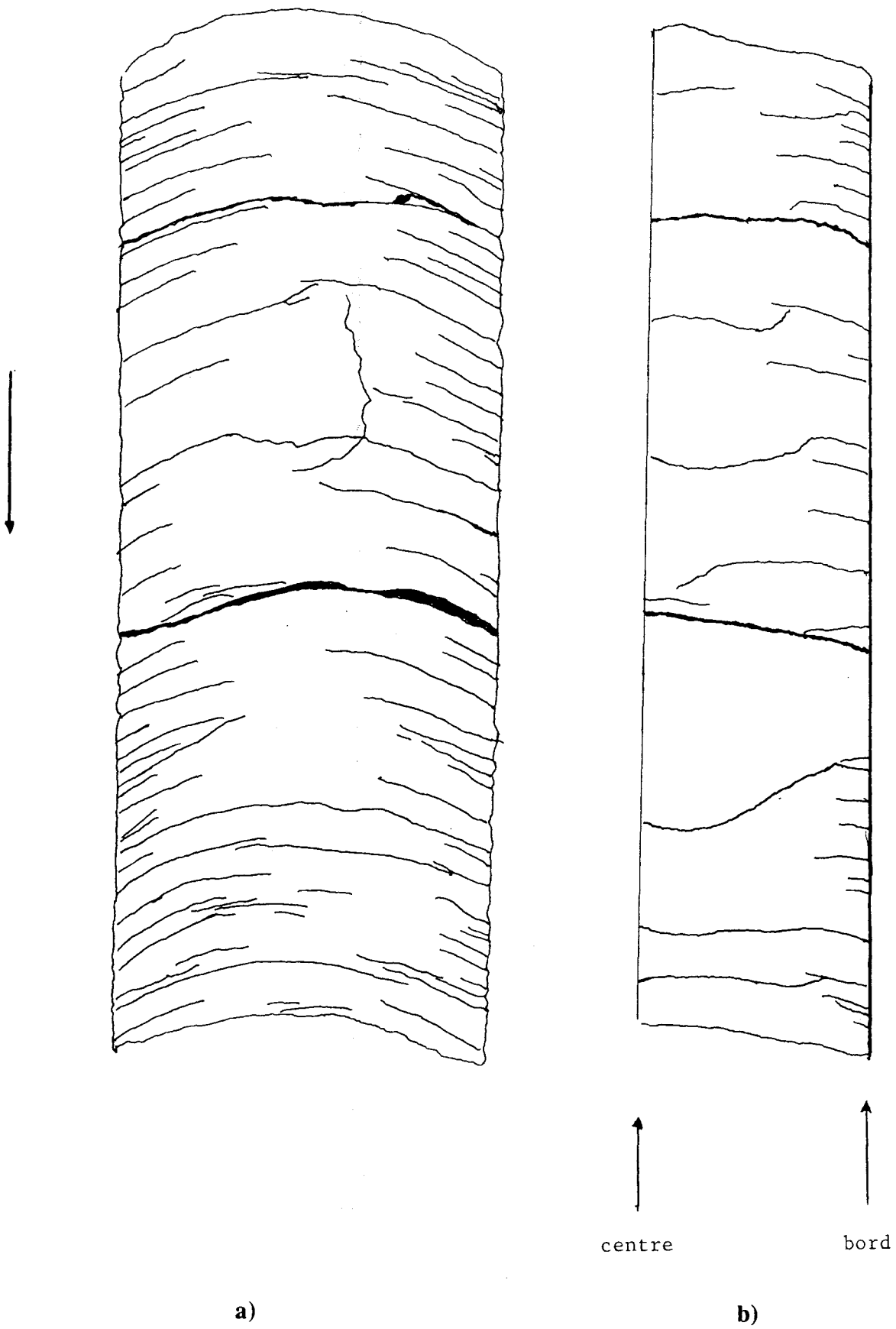
Dans de nombreux cas, il arrive que l'on voit une rupture de temps à autre le long de la carotte. Cependant, si l'on observe de plus près la surface de cette carotte, il apparaît un tout petit écaillage le long d'une génératrice. Ce petit écaillage est souvent significatif du prédiscage, c'est-à-dire de rupture non achevée. Pour décrire complètement ce phénomène, deux techniques s'offrent alors :

- a) Couper l'échantillon par un plan diamétral passant par la génératrice où l'on a pu observer le micro-écaillage. Une coupe selon un autre plan perpendiculaire au précédent permet de compléter la description (figure 2.7).
- b) Faire des observations par scanner X (photo 2.7).



**Photo 2.7**

Observation du pré-discage par scanner X



**Figure 2.7**

Diagramme des amorces de disage (GAQ 1)

a) Plan 1.3 - b) Plan 2.4

## 2.2.2 MORPHOLOGIE DE LA RUPTURE

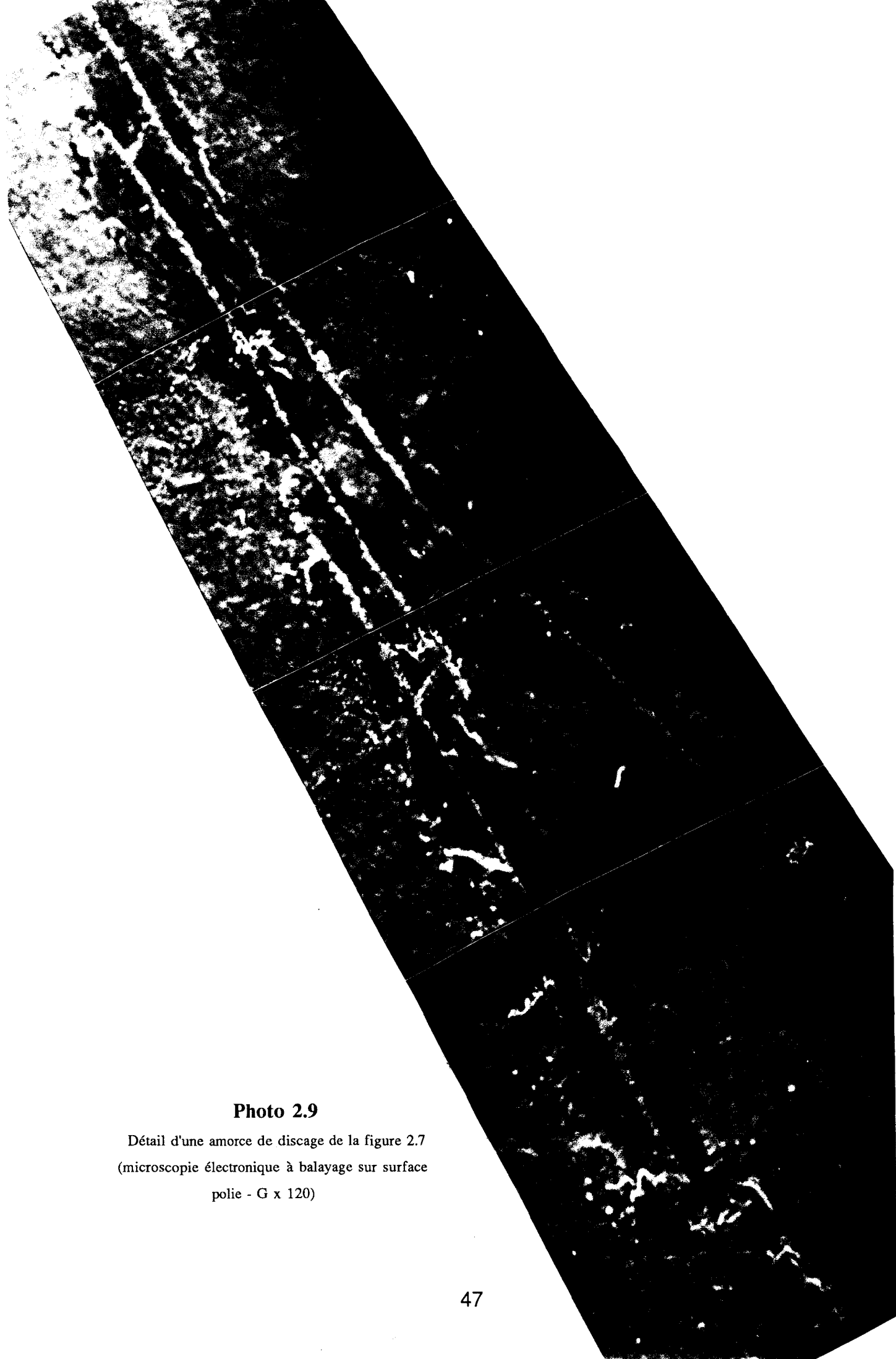
Le prédiscage permet d'apprécier le mécanisme de rupture. Les photos 2.9 et 2.10 représentent un détail de la tête d'une fissure amorce de discage correspondant à la figure 2.7. Il semble au regard de ces photos que le mécanisme de propagation soit un mécanisme de cisaillement avec des fissures de traction à  $45^\circ$  (repère A). Ces fissures créent un branchement important ; les fissures de cisaillement s'évanouissent (repère B) ce qui tend à prouver que le processus de propagation est stable et très dissipatif en énergie.

Dans le cas du marbre (photo 2.8), le prédiscage est très diffus et nécessite une attention particulière.



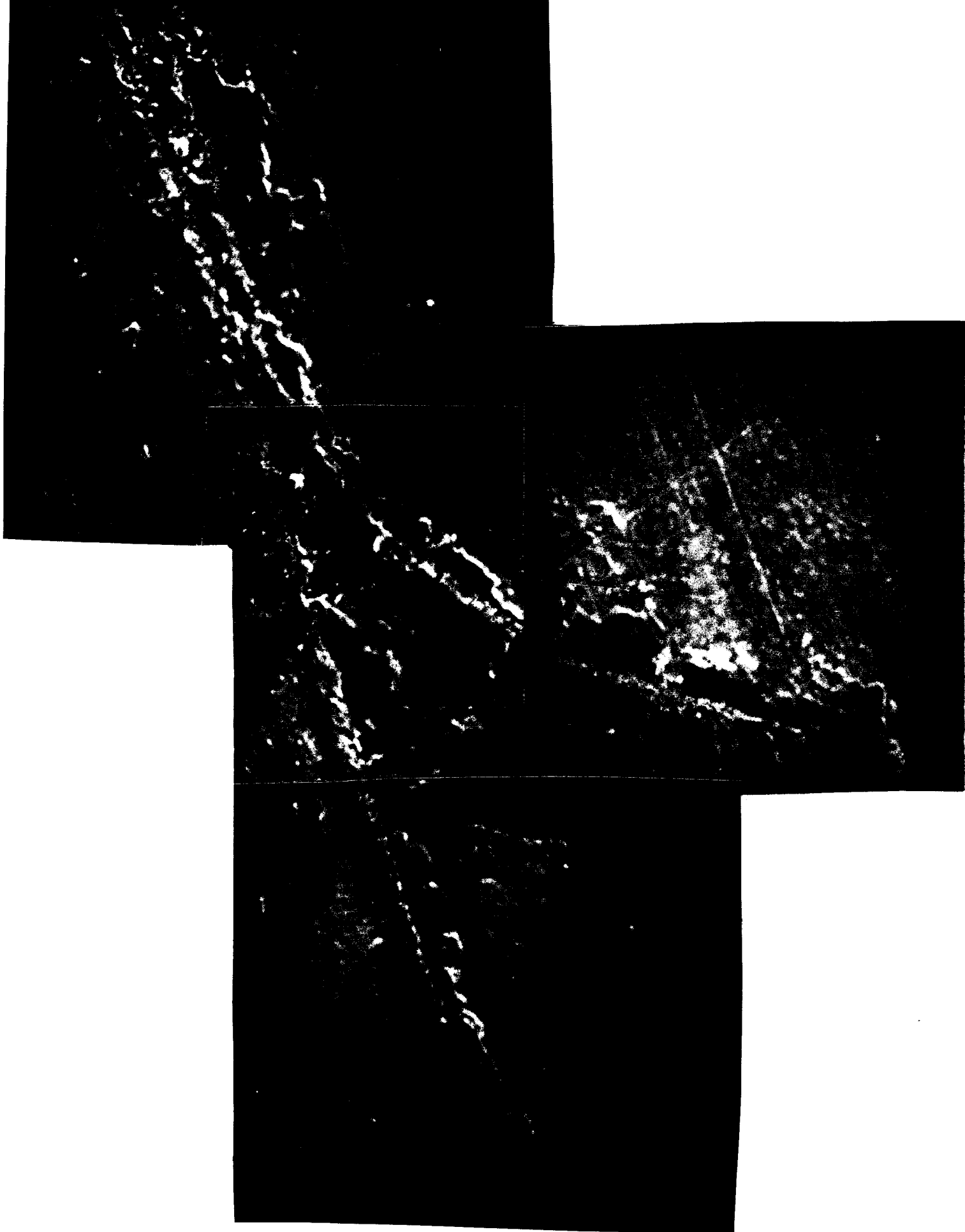
**Photo 2.8**

Amorce de discage dans un marbre



**Photo 2.9**

Détail d'une amorce de disque de la figure 2.7  
(microscopie électronique à balayage sur surface  
polie - G x 120)



**Photo 2.10**

Autre détail d'amorce de discage de la figure 2.7

(Microscope électronique à balayage sur surface polie - G x 120)

## 2.3 ANALYSE DES RESULTATS DE MORPHOLOGIE - CLASSIFICATION DES FORMES - ENSEIGNEMENTS

### 2.3.1 ANALYSE DES RESULTATS SUR LA MORPHOLOGIE

A partir des tableaux bruts de mesures donnés en annexe A, reportons les valeurs moyennes des différents angles (tableau 2.1) :

	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$
LA 116	+ 2°	18°	11°	19°
LA 301	- 3,5°	16°	- 5°	18°
YEOSU	- 15°	4°	- 11°	2°
SRG1	- 17°	- 12°	- 16°	- 11°
LLT4				

**Tableau 2.1**

Valeurs moyennes des caractéristiques angulaires des surfaces des disques

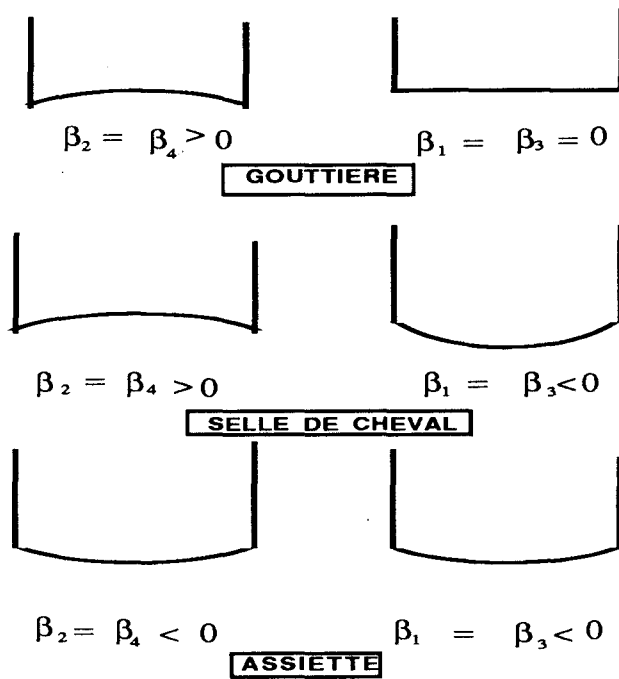
On remarquera en lisant ce tableau ainsi que l'annexe A que :

- a) la plage des valeurs de  $\beta$  est assez large,
- b) la dispersion sur les angles  $\beta_1$  et  $\beta_3$  est beaucoup plus importante ,en général que celle sur les angles  $\beta_2$  et  $\beta_4$ .

### 2.3.2 CLASSIFICATION DES FORMES.

L'analyse du discage sur ces carottes a permis de dégager quelques surfaces types dont l'allure revient systématiquement lors des observations. La figure 2.8 montre ces surfaces. Selon leur forme, nous les appellerons "gouttière", "selle de cheval", "assiette".



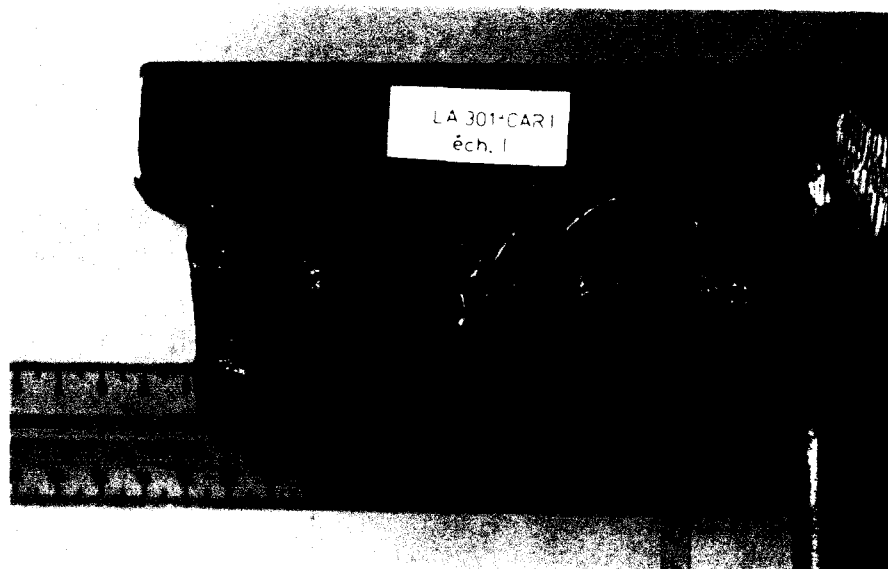


**Figure 2.8**

Différentes formes de surface de rupture

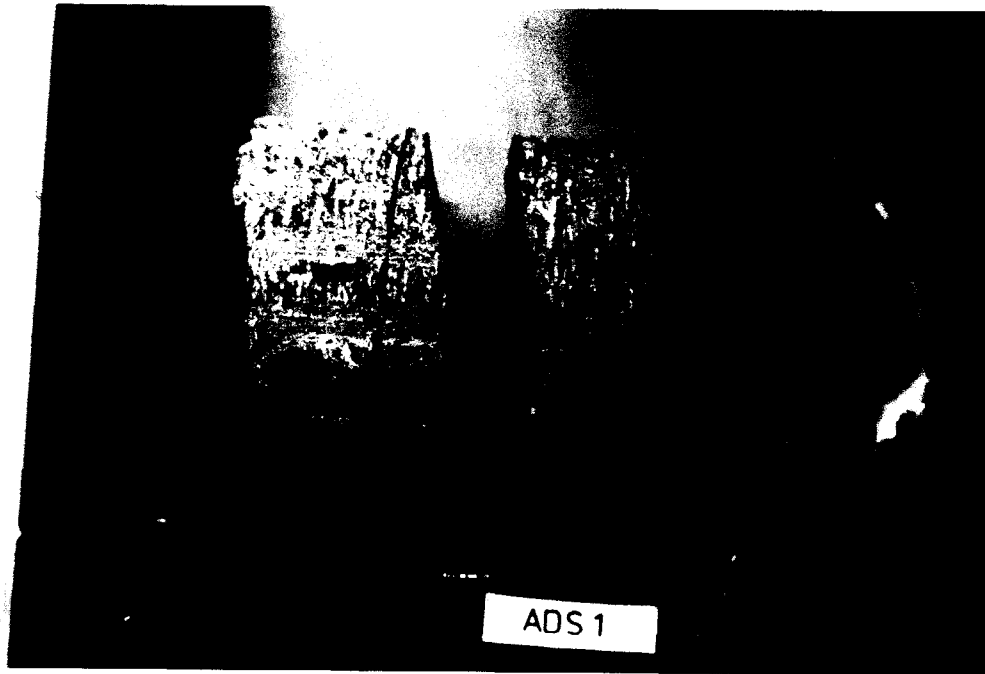
**Gouttière (photo 2.11)**

La gouttière est caractérisée par les angles  $\beta_1$  et  $\beta_3$  quasiment nul et  $\beta_2 \cong \beta_4$  positif (LA 301) ou encore  $\beta_2$  et  $\beta_4$  quasiment nul et  $\beta_1 \cong \beta_3$  négatif pour la gouttière inversée (c'est à peu près le cas de Yeousu).



**Photo 2.11**

Exemple de rupture en forme de gouttière



**Photo 2.12**

Exemple de rupture en forme de selle de cheval

**Selle de cheval (photo 2.12)**

C'est une dégénérescence de la gouttière, c'est-à-dire que les groupes  $\beta_1 - \beta_3$  et  $\beta_2 - \beta_4$  sont de signes opposés (voir LLT 4). Du fait des conventions, nous aurons:

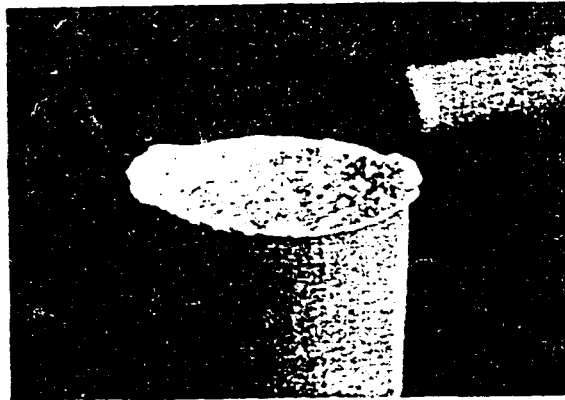
$$\beta_1 \equiv \beta_3 < 0 \qquad \beta_2 \equiv \beta_4 > 0$$

**Assiette (photo 2.13)**

C'est le cas où tous les angles  $\beta_i$  sont sensiblement égaux. On trouvera :

$$\beta_1 \equiv \beta_2 \equiv \beta_3 \equiv \beta_4 < 0 \quad (\text{voir SRG1})$$

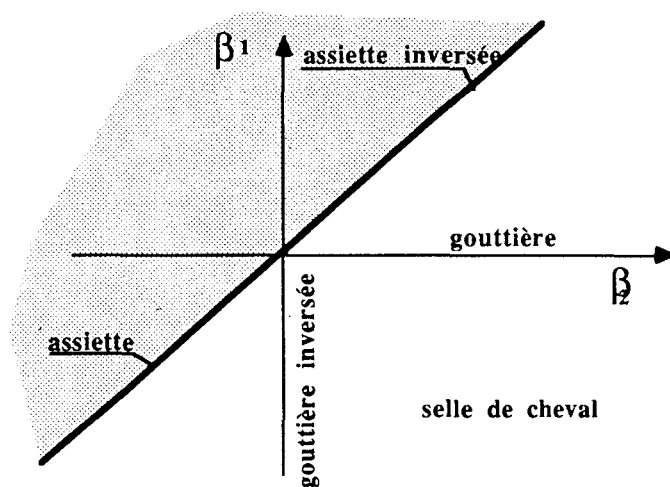
$$\beta_1 \equiv \beta_2 \equiv \beta_3 \equiv \beta_4 > 0 \quad \text{assiette inversée (voir GAQ 1)}$$



**Photo 2.13**

Exemple de rupture en forme d'assiette

La morphologie peut être décrite dans un diagramme  $\beta_1$  (ou  $\beta_3$ ) -  $\beta_2$  (ou  $\beta_4$ ) (figure 2.9). Du fait des conventions sur les points hauts, nous devons avoir  $\beta_2$  ( $\beta_4$ ) >  $\beta_1$  ( $\beta_3$ ). Entre l'assiette inversée et la gouttière, ou entre l'assiette et la gouttière inversée, on trouve également une continuité de forme qu'il sera inutile de cataloguer, le diagramme se suffisant à lui-même.



**Figure 2.9**

Classification des formes de disques dans le diagramme  $\beta_1 - \beta_2$

Le tableau 2.2 donne les valeurs moyennes des angles  $\alpha_3 - \alpha_1$  et  $\alpha_4 - \alpha_2$ . Il montre que les points hauts et les points bas sont pratiquement diamétralement opposés.

Echantillon	$\alpha_3 - \alpha_1$	$\alpha_4 - \alpha_2$
LA 116	185°	164°
LA 301	178°	154°
YEOUSU	179°	190°
SRG 1	190°	132°
LLT 4	187°	168°

**Tableau 2.2**

Valeurs de  $\alpha_3 - \alpha_1$  et  $\alpha_4 - \alpha_2$

Ces axes sont donc des axes privilégiés vis-à-vis du phénomène de discage. Il serait possible d'associer les axes des points hauts et les axes des points bas d'une part, aux directions des contraintes horizontales minimum et maximum d'autre part. Ce sera une de nos hypothèses de travail.

### 2.3.3 PREMIERS ENSEIGNEMENTS

Pour le moment, nous ne pouvons pas associer point haut et contrainte maxi ou mini. Il est cependant possible de dire que,

- 1°) Lorsque nous sommes en présence d'une assiette parfaite, c'est-à-dire lorsque :

$$\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta_4$$

les contraintes  $\sigma_r$  et  $\sigma_R$  doivent être identiques et principales.

L'information complémentaire très importante serait de savoir si  $\sigma_a > \sigma_r$  correspond à l'assiette ou à l'assiette inversée. Nous tenterons d'y répondre plus tard.

2°) Lorsque  $\beta_1$  est sensiblement égal à  $\beta_3$ , et  $\beta_2$  sensiblement égal  $\beta_3$  une double symétrique planaire existe et en conséquence les contraintes  $\sigma_a$ ,  $\sigma_T$ ,  $\sigma_R$  sont bien principales. Dans le cas contraire, l'axe du forage n'est pas une direction principale de contrainte.

## 2.4 CORRELATION OVALISATION - FORME DE DISQUE - ENSEIGNEMENT SUR L'ETAT DE CONTRAINTE

### 2.4.1 CORRELATION OVALISATION - FORME DE DISQUE

Le tableau 2.3 reporte les caractéristiques d'ovalisation des carottes, lorsque ce phénomène apparaît :

	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	$\theta_0 - \alpha_1$	$\theta$	$\delta$
LA 116	2°	18°	11°	19°	- 3°	+ 71°	0,4
LA 301	- 3,5°	16°	- 5°	18°	10°	90°	0,4
YEOUSU	- 15°	4	- 11°	2°	0°	78°	0,08

**Tableau 2.3**

Morphologie et ovalisation des disques

L'on remarque tout d'abord que s'il n'y a pas ovalisation les valeurs de  $\beta_1$ ,  $\beta_3$  et  $\beta_2$ ,  $\beta_4$  sont de même signe et pas trop différentes. (ex. : SRG1). Lorsqu'il y a ovalisation, les valeurs de  $\beta_1$ ,  $\beta_3$  et  $\beta_2$ ,  $\beta_4$  sont très différentes, voire même de signe opposé.

Ensuite, nous pouvons remarquer que l'angle  $\theta_0 - \alpha_1$  est sensiblement nul, c'est-à-dire que le plus petit diamètre correspond toujours aux points les plus hauts. Cette bijection étant établie, nous allons tenter d'en tirer des conclusions sur la position de  $\sigma_T$  et  $\sigma_R$ .

## 2.4.2 HYPOTHESE SUR LE MECANISME D'OVALISATION. ENSEIGNEMENTS

Pour expliquer la variation de diamètre, nous proposons le modèle suivant. Avant carottage, la carotte était soumise aux contraintes  $\sigma_r$  et  $\sigma_R$ . Après carottage, il y a relâchement des contraintes et la carotte devrait alors se dilater. Cette dilatation dépend de  $\sigma_r$  et  $\sigma_R$  du coefficient de Poisson et du module d'Young.

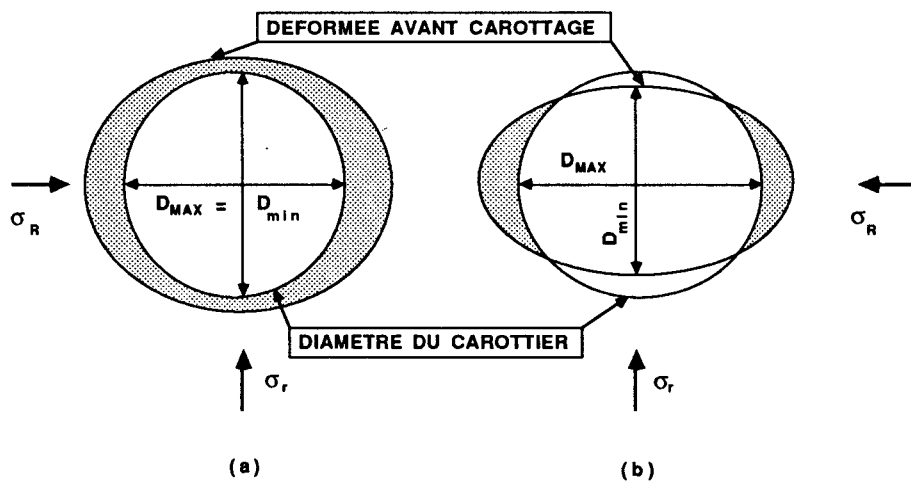


Figure 2.10

Hypothèse sur le mécanisme d'ovalisation

Deux cas peuvent alors se produire :

- si  $\sigma_R$  voisin de  $\sigma_r$  alors la déformée, s'il n'y avait pas de carottier serait donnée par la figure 2.10.a. Le carottier étant supposé indéformable du fait de l'usinage va enlever la partie ombrée et la carotte obtenue sera parfaitement cylindrique.
- si  $\sigma_R$  est nettement supérieur à  $\sigma_r$  alors la déformée pourrait être donnée par la figure 2.10.b. Dans ce cas, le carottier usinant la zone ombrée donnera une carotte "ovalisée". Dans ce cas, le plus petit diamètre correspond à  $\sigma_r$ .

Remarquons maintenant (tableau 2.3) que la différence  $\theta_0 - \alpha_1$  reste de l'ordre de  $0^\circ$ , aux imprécisions de mesure près et que  $\theta$  est de l'ordre de  $90^\circ$ . Ainsi, l'on peut conclure que les points hauts (1,3) correspondent aux directions de  $\sigma_r$ .

Nous noterons désormais  $\sigma_{r1}$  et  $\sigma_{r2}$  les contraintes principales dans les directions respectivement des points 1 et 2 ( $\sigma_{r2} > \sigma_{r1}$ ,  $\sigma_{r2} \equiv \sigma_R$ ,  $\sigma_{r1} \equiv \sigma_r$ ).

Essayons de quantifier ce mécanisme d'ovalisation. Supposons que cette ovalisation s'effectue sous le champ homogène des contraintes principales qui sont  $\sigma_{r1}$ ,  $\sigma_{r2}$  et  $\sigma_a - p_b$  avec  $p_b$  pression de boue.

$$\varepsilon_1 = \left( \frac{\Delta R}{R} \right)_1 = \frac{1}{E} [\sigma_{r1} - \nu (\sigma_{r2} + \sigma_a - p_b)]$$

Pour qu'il y ait ovalisation, il faut que  $\varepsilon_1$  soit négatif. Ainsi :

$$\sigma_{r1} - \nu \sigma_{r2} = E \left( \frac{\Delta R}{R} \right)_1 + \nu (\sigma_a - p_b)$$

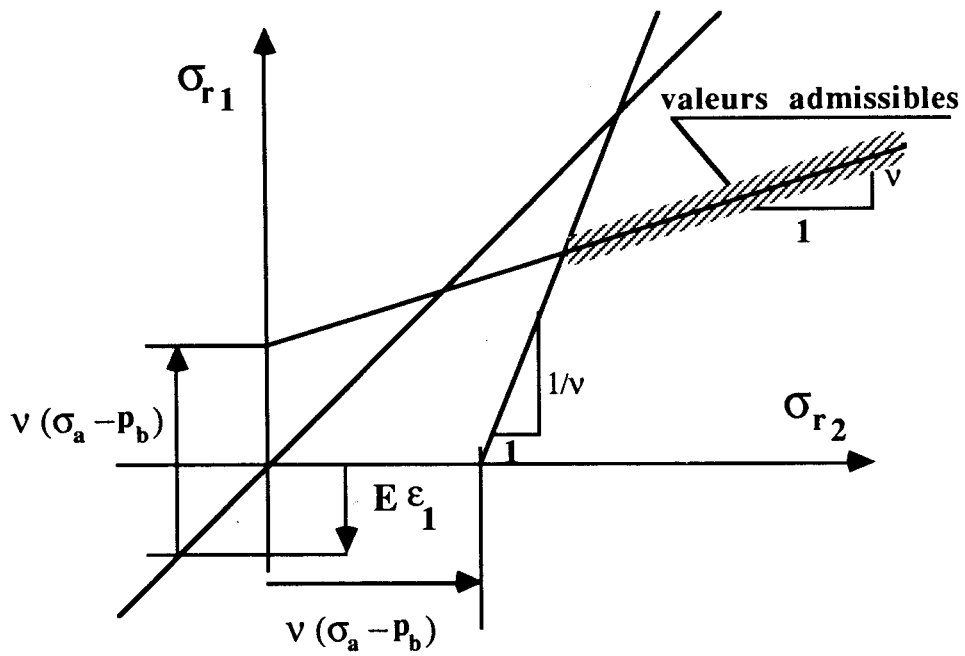
Dans cette relation, le membre de droite est connu. Ainsi, nous avons une relation peu coûteuse entre les trois contraintes principales. En outre, dans l'autre orientation :

$$\varepsilon_2 = \left( \frac{\Delta R}{R} \right)_2 = \frac{1}{E} [\sigma_{r2} - \nu (\sigma_{r1} + \sigma_a - p_b)]$$

avec  $\varepsilon_2 > 0$ . Donc :

$$\sigma_{r2} - \nu \sigma_{r1} \geq \nu (\sigma_a - p_b)$$

La figure 2.11 donne alors une plage de valeurs pour la relation liant  $\sigma_{r1}$  et  $\sigma_{r2}$  :



**Figure 2.11**

Relation supposée entre  $\sigma_{r1}$  et  $\sigma_{r2}$  lors d'une ovalisation

Dans le cas de non ovalisation, nous aurons  $\epsilon_1 > 0, \epsilon_2 > 0$  soit :

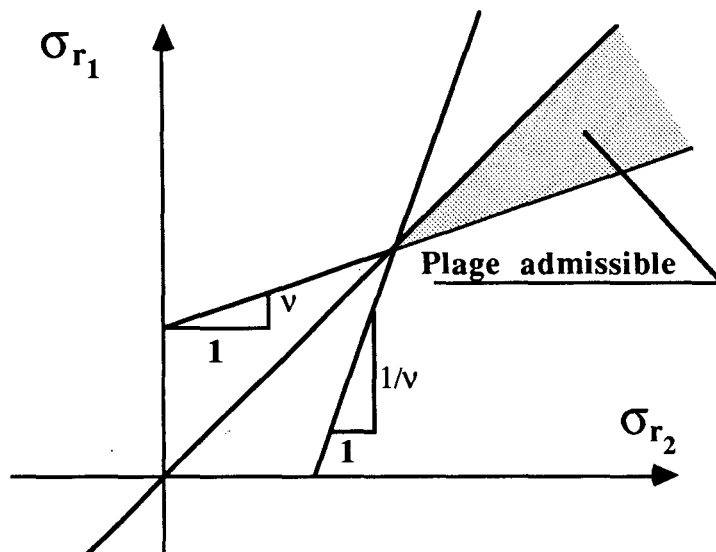
$$\sigma_{r2} - \nu \sigma_{r1} \geq \nu (\sigma_a - p_b)$$

$$\sigma_{r1} - \nu \sigma_{r2} \geq \nu (\sigma_a - p_b)$$

La région de cette valeur acceptable ( $\sigma_{r2} > \sigma_{r1}$ ) est alors donnée par la figure

2.12 :





**Figure 2.12**

Plage de valeurs de  $\sigma_{r1}$  et  $\sigma_{r2}$  lors d'une non ovalisation

## 2.5 CONCLUSION SUR L'ORDRE DES CONTRAINTES

Plaçons-nous dans le plan  $\beta_1 - \beta_2$  (figure 2.13). Les expériences réalisés en laboratoire avec  $\sigma_a$  nul ou inférieur ou égal à  $\sigma_{r1} = \sigma_{r2}$  donnent des "assiettes" avec  $\beta_1 = \beta_2 < 0$ . Il existe donc un point A sur l'axe  $\beta_1 = \beta_2$  ou les trois contraintes sont identiques. Le régionnement du plan est nécessairement obtenu par l'introduction de deux courbes  $C_1$  et  $C_2$ . Bien que le point A et les deux courbes  $C_1$  et  $C_2$  soient inconnues (dépendent de nombreux paramètres), le diagramme de la figure 2.13 permet d'avoir une évaluation de l'ordre des contraintes principales et de leur direction.

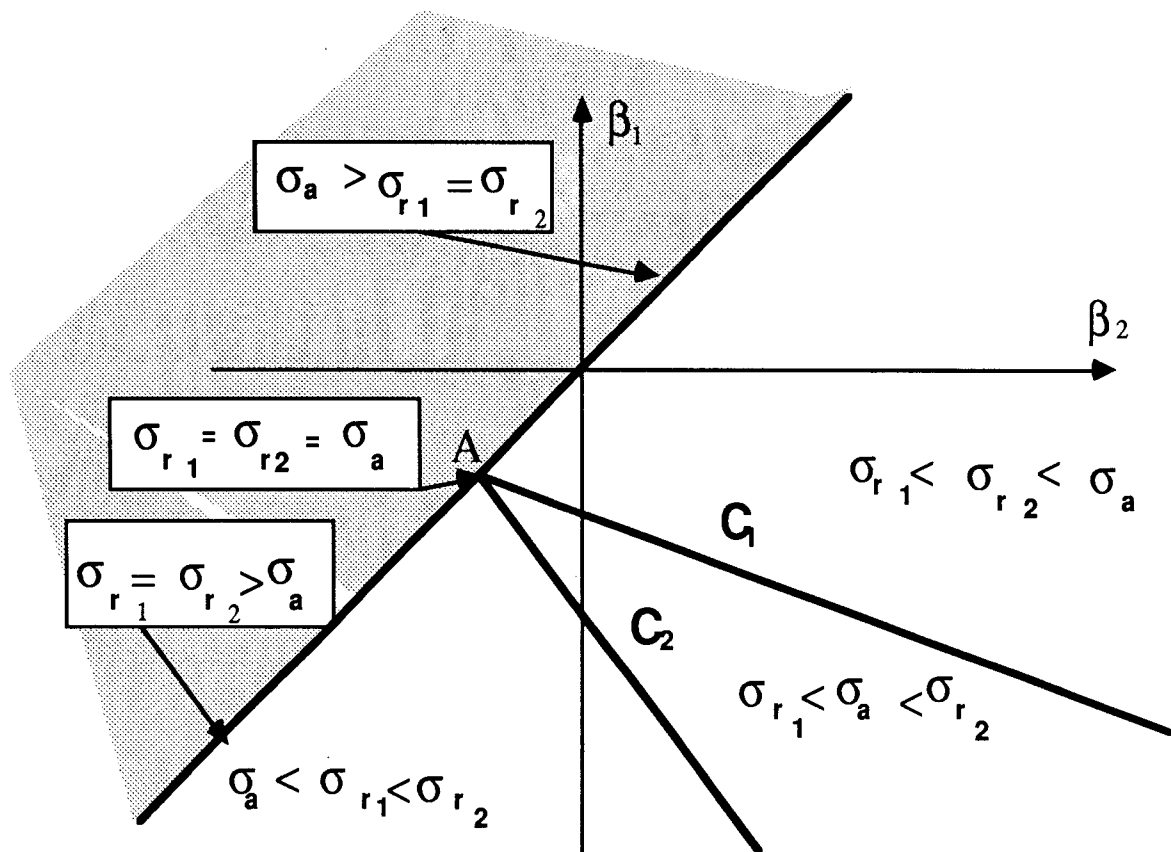


Figure 2.13

Hypothèse sur l'ordre des contraintes dans le diagramme  $\beta_1 - \beta_2$

CHAPITRE 3

**APPROCHE PAR CRITERE.  
ETUDE DE SENSIBILITE AUX PARAMETRES  
EN DEFORMATION PLANE**

Dans l'approche par critère de rupture deux aspects ont été abordés par les différents auteurs. Un premier aspect qualitatif exploité surtout par Stacey (1982), Chémaou (1985) qui consiste à observer l'évolution des lignes ou surfaces d'isocritère en fonction de la géométrie du carottage. Le second aspect est quantitatif et consiste à essayer de retrouver les droites d'Obert et Stephenson à partir d'un critère donné (Durelli et al (1968), Sugawara et al (1978). Mais les critères utilisés sont simples (résistance au cisaillement, résistance à la traction).

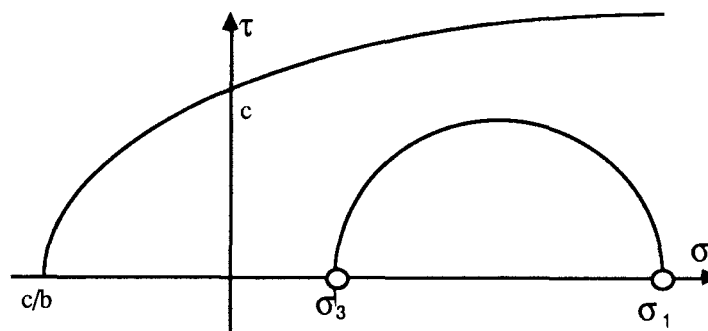
L'objectif de ce chapitre est d'introduire le critère de la parabole de Torre-Léon dans le but de déterminer la relation entre les contraintes horizontale et verticale pour que le discage ait lieu, avec une extension possible au cas de présence de pression de boue. Cette étude est menée en déformation plane, afin de faciliter les calculs et de montrer la sensibilité des résultats à certains paramètres.

### 3.1 CRITERE DE LA PARABOLE DE TORRE-LEON

Le critère de rupture choisi est celui de la parabole de Torre-Léon. Il exprime dans le plan de Mohr par la relation (figure 3.1) :

$$f(\sigma, \tau) = \tau^2 + c.b.\sigma - c^2 \quad (3.1)$$

Ce critère s'adapte bien à la description du comportement limite d'un bon nombre de roches.



**Figure 3.1**

Critère de Torre-Léon dans le plan de Mohr

Il peut s'écrire en fonction de la résistance à la traction  $\sigma_t$  et la résistance à la compression simple  $\sigma_c$  :

$$16 \tau^2 - 8(\sigma_t + \sigma_c) \sigma - (\sigma_t - \sigma_c)^2 = 0 \quad (3.2)$$

Il est possible d'exprimer la relation précédente en fonction des contraintes principales  $\sigma_1, \sigma_2$  et  $\sigma_3$  ( $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$ ). En effet, nous avons :

$$\left[ \sigma - \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \right]^2 + \tau^2 = \left( \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \right)^2 \quad (3.3)$$

En dérivant par rapport à  $\sigma$  chaque relation :

$$16 \cdot 2 \cdot \frac{d\tau}{d\sigma} - 8(\sigma_t + \sigma_c) = 0 \Rightarrow \frac{d\tau}{d\sigma} = \frac{\sigma_t + \sigma_c}{4} \quad (3.4)$$

$$2 \left[ \sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right] + 2 \frac{d\tau}{d\sigma} = 0$$

de 3.4 on tire :

$$\left[ \sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right] + \frac{\sigma_t + \sigma_c}{4} = 0$$

$$\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_t + \sigma_c}{4}$$

La relation 3.3 peut se réécrire :

$$\tau^2 = \left( \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \right)^2 - \left[ \sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right]^2$$

alors en remplaçant dans (3.2) on obtient :

$$16 \left( \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} \right)^2 - 16 \left[ \sigma - \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right]^2 - 8(\sigma_t + \sigma_c) \left[ \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_t + \sigma_c}{4} \right] - (\sigma_t - \sigma_c)^2 = 0$$

Donc sur un point P du milieu vérifiant la relation précédente, le critère de la parabole devient :

$$(\sigma_3 - \sigma_1)^2 - (\sigma_t + \sigma_c)(\sigma_1 + \sigma_3) + \sigma_t \sigma_c = 0 \quad (3.5)$$

Pour un état de contraintes  $(\sigma_1^0, \sigma_2^0, \sigma_3^0)$  en un point P du milieu, calculé à partir des conditions aux limites numériques, nous allons définir un paramètre  $\lambda$  de retour sur le critère (ou de tangence au critère) (figure 3.2).  $\lambda$  sera tel que :

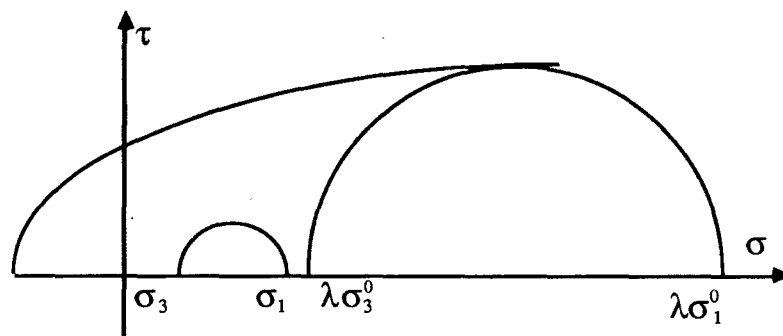
$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \lambda \sigma_1^0 \\ \sigma_2 &= \lambda \sigma_2^0 \\ \sigma_3 &= \lambda \sigma_3^0 \end{aligned} \quad (3.6)$$

et le critère est vérifié pour  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ . C'est-à-dire qu'en remplaçant (3.6) dans (3.5), nous obtiendrons :

$$(\sigma_3^0 - \sigma_1^0)^2 \lambda^2 - (\sigma_t + \sigma_c)(\sigma_1^0 + \sigma_3^0) \lambda + \sigma_t \sigma_c = 0$$

C'est une équation de deuxième degré en  $\lambda$  dont les coefficients dépendent des caractéristiques mécaniques à la rupture du milieu et des contraintes principales sur le point P considéré. La valeur du paramètre de retour sur le critère est donné par les racines de (3.5).

Le calcul de  $\lambda$  pour un ensemble de points va nous permettre de déduire lequel (ou lesquels) atteint le critère le premier pour un chargement donné



**Figure 3.2**

Paramètre de retour (ou tangence) au critère

## 3.2 APPLICATION A LA MODELISATION DU DISCAGE

### 3.2.1 DEMARCHE SUIVIE

Le modèle utilisé est en déformation plane. Le matériau est considéré comme étant élastique linéaire, homogène et isotrope. La méthode de calcul employée est la méthode de Discontinuités des Déplacements en champ complexe (Bouhaddane (1987)). Les éléments servant à la discrétisation sont des éléments droits à deux noeuds et circulaires à un noeud. Les contraintes sont imposées à l'infini.

La figure 3.3 montre les différents paramètres géométriques dont l'influence sera étudiée :  $R_o/R_i$ ,  $L/R_i$ . De plus, la variation de  $\sigma_t$  et  $\sigma_c$  sera prise en compte. La forme de l'outil de forage est à profil circulaire ou plat.

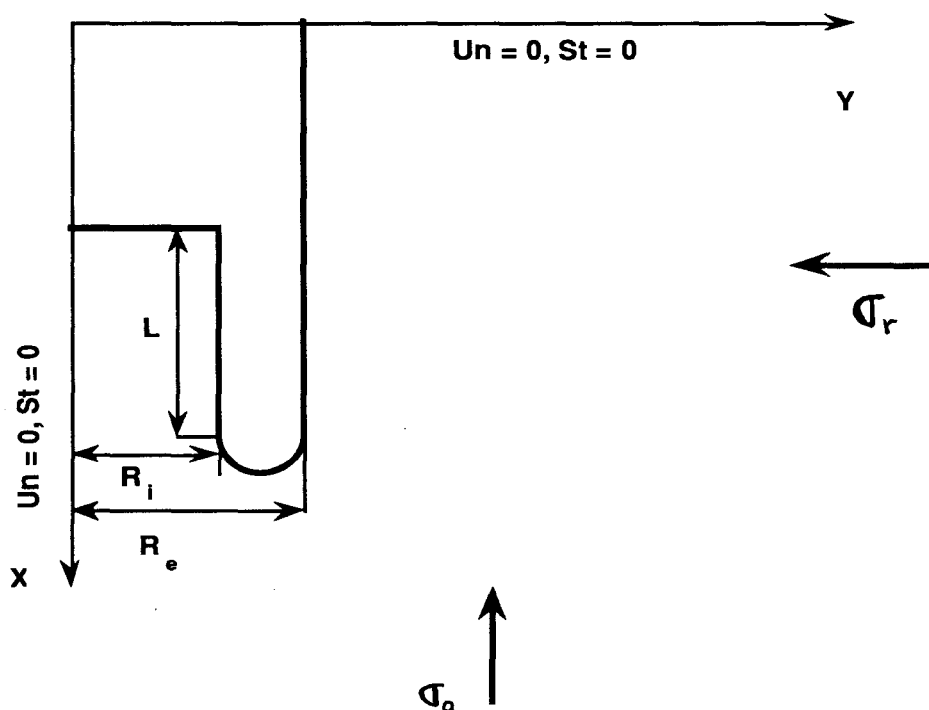


Figure 3.3

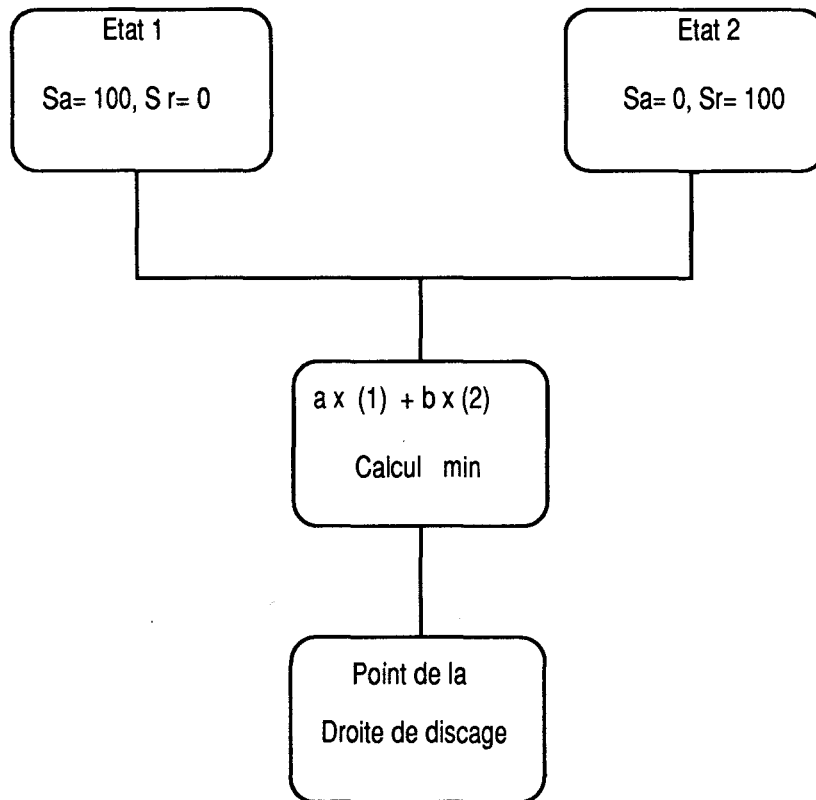
Définition des paramètres géométriques du modèle

Avec le critère de la parabole et le paramètre  $\lambda$  défini auparavant, il sera possible de déterminer le point de démarrage de la rupture. Ce point sera celui où  $\lambda$  est minimum dans



une zone autour de la saignée de forage. Si l'hypothèse d'une propagation instable de la fissure est faite, les contraintes provoquant le discage peuvent être prises comme celles donnant lieu à la naissance de la fissure. La vérification de cette hypothèse dépend des propriétés du matériau vis-à-vis de la propagation pour un état de charge donné. Dans le cas où cette hypothèse se trouverait infirmée dans les faits, cette approche peut tout de même donner une borne inférieure pour l'état de contraintes.

La démarche à suivre est donnée ci-dessous (figure 3.4) :



**Figure 3.4**

Démarche de calcul

1. L'état de contrainte va être le résultat d'une combinaison linéaire de deux états de base. Un état où la contrainte verticale à l'infini est égale à  $\sigma_a^o = 100$  MPa et la contrainte horizontale est nulle. L'autre état de base est celui où la contrainte horizontale  $\sigma_r^o = 100$  MPa et la contrainte verticale est nulle. Les contraintes dans la zone autour de la saignée de forage sont calculées dans le repère global  $(x, y)$  pour chaque état de base.



2. Les cas de chargement  $(\sigma_a, \sigma_r)$  sont obtenus par combinaison linéaire de ces états de base. Il est donc possible de calculer par superposition l'état de contraintes résultant et les contraintes principales  $\sigma_1^\circ, \sigma_2^\circ, \sigma_3^\circ$  associées. Le calcul du paramètre de retour sur le critère se fait sur un maillage serré de points dans et autour de la carotte. Le point de démarrage de la rupture, c'est-à-dire celui pour lequel  $\lambda$  est le minimum  $\lambda_{\min}$ , est recherché dans cet ensemble de points.
  
3. Les contraintes à l'infini  $\sigma_a = \lambda_{\min} \sigma_a^\circ$  et  $\sigma_r = \lambda_{\min} \sigma_r^\circ$  représentent les contraintes nécessaires au démarrage de la rupture et donc du discage (hypothèse d'instabilité de la propagation). Pour chaque cas de chargement, les contraintes de discage  $(\sigma_a, \sigma_r)$  sont reportées, en abscisse et ordonnées respectivement, sur un graphique. L'ensemble des cas de chargement donnera ainsi la "courbe de discage" (droites d'Obert et Stephenson comme cas particulier). Exemple : pour des valeurs de  $R_c, R_i, \sigma_c, \sigma_t$  données, nous étudierons les cas de charge  $\sigma_a^\circ = 100$  et  $\sigma_r^\circ = 50, 100, 150, 200, \text{etc. (MPa)}$ . Pour chaque cas de charge, nous obtenons un point dans la courbe de discage.

### 3.2.2 RESULTATS

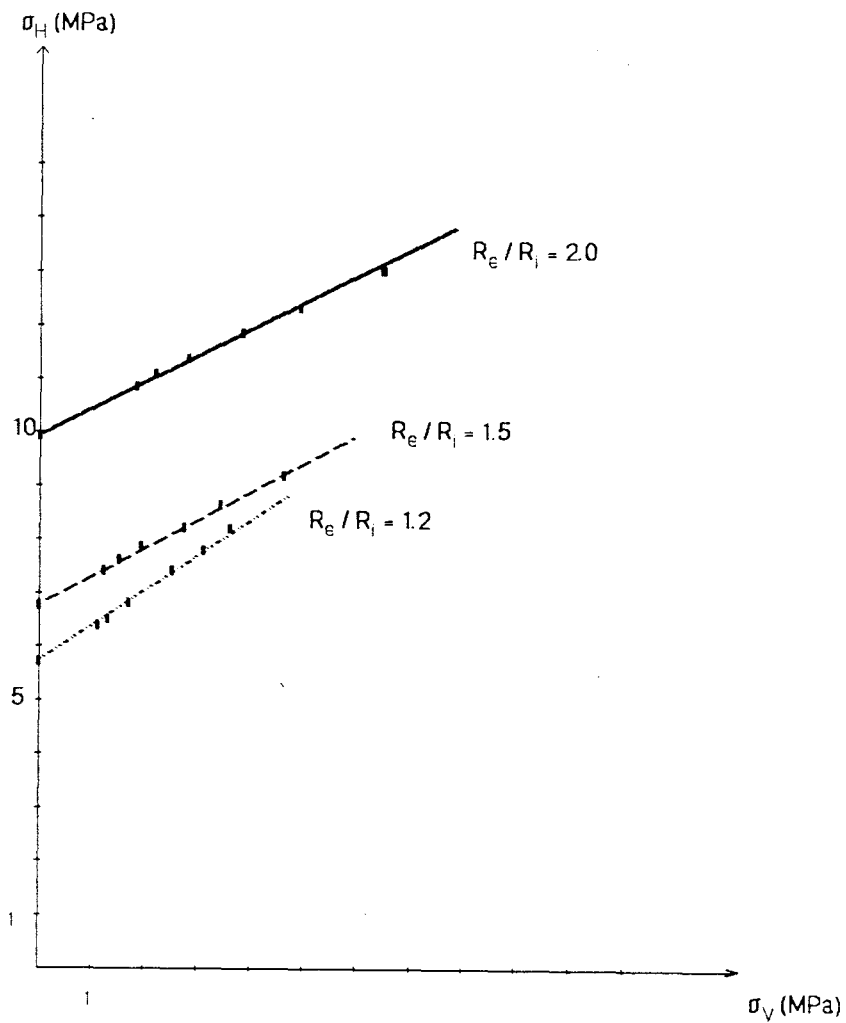
Les résultats ont été obtenus avec les différentes valeurs de  $\sigma_t$  et  $\sigma_c$  des roches utilisées par Obert et Stephenson (1965). Ils sont présentés sous forme de courbes (figures 3.5 à 3.8). Les cas étudiés montrent l'influence sur les courbes  $(\sigma_a, \sigma_r)$  d'un des paramètres géométriques ou mécaniques en conservant les autres fixes.

Le premier fait à constater est que les relations entre  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  sont de type linéaire. Les résultats essentiels peuvent se résumer ainsi :

#### a) Influence du rapport $R_e/R_i$ (figure 3.5) :

Les courbes de discage montrent qu'il y a diminution des contraintes de discage avec la diminution du rapport  $R_e/R_i$ . Ce résultat était à prévoir car la

concentration des contraintes est plus importante quand le rapport des rayons diminue.



**Figure 3.5**

Influence du rapport rayon extérieur/rayon intérieur

Rayon intérieur fixe : 0.05m

Longueur de carotte fixe : 0.05 m

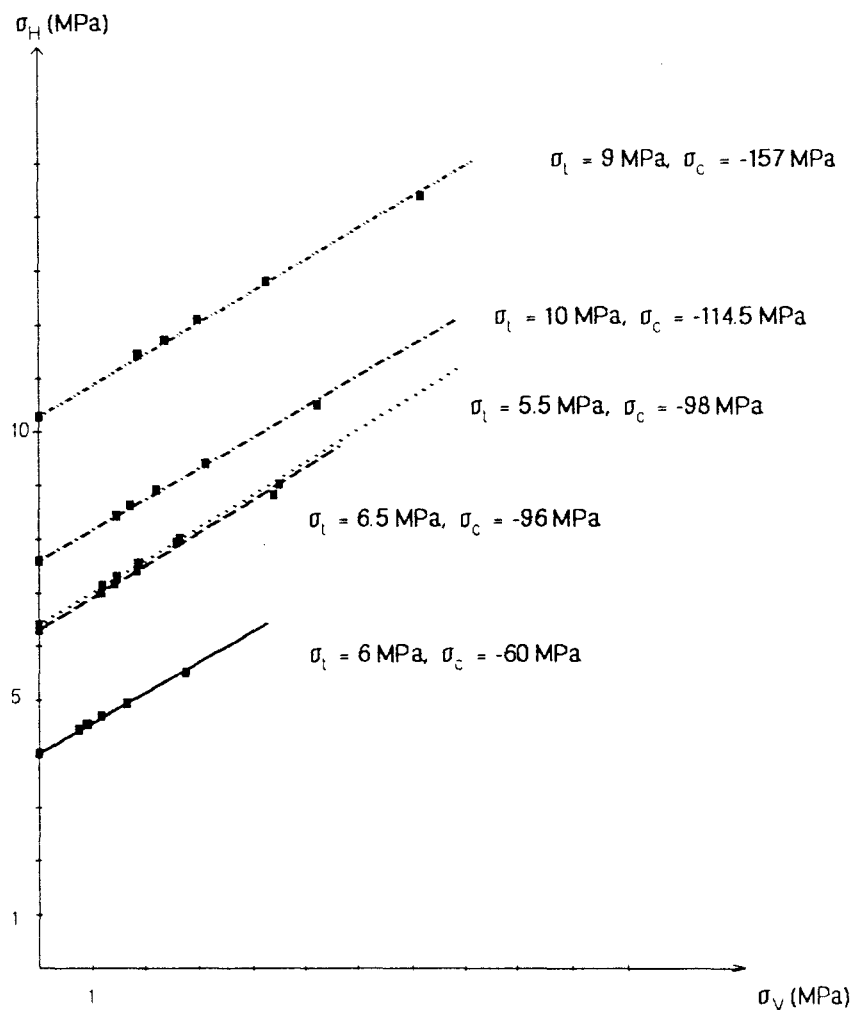
Saignée circulaire

Résistance compression fixe : 100 MPa

Résistance à la traction fixe : 10 MPa

b) Influence de la valeur de  $\sigma_c$  et  $\sigma_t$  (figure 3.6) :

L'ensemble de ces courbes montre que pour les cas des matériaux utilisés par Obert et Stephenson, les droites sont bien différenciées par rapport à leurs ordonnées à l'origine (coefficient  $k_1$ ). Mais les pentes sont sensiblement les mêmes pour toutes les droites (coefficient  $k_2$ ). Les valeurs numériques trouvées pour ces coefficients sont très différentes de celles (expérimentales) de Obert et Stephenson.



**Figure 3.6**

Influence de la valeur de  $\sigma_c$  et de  $\sigma_t$

Rayon intérieur fixe : 0.05 m

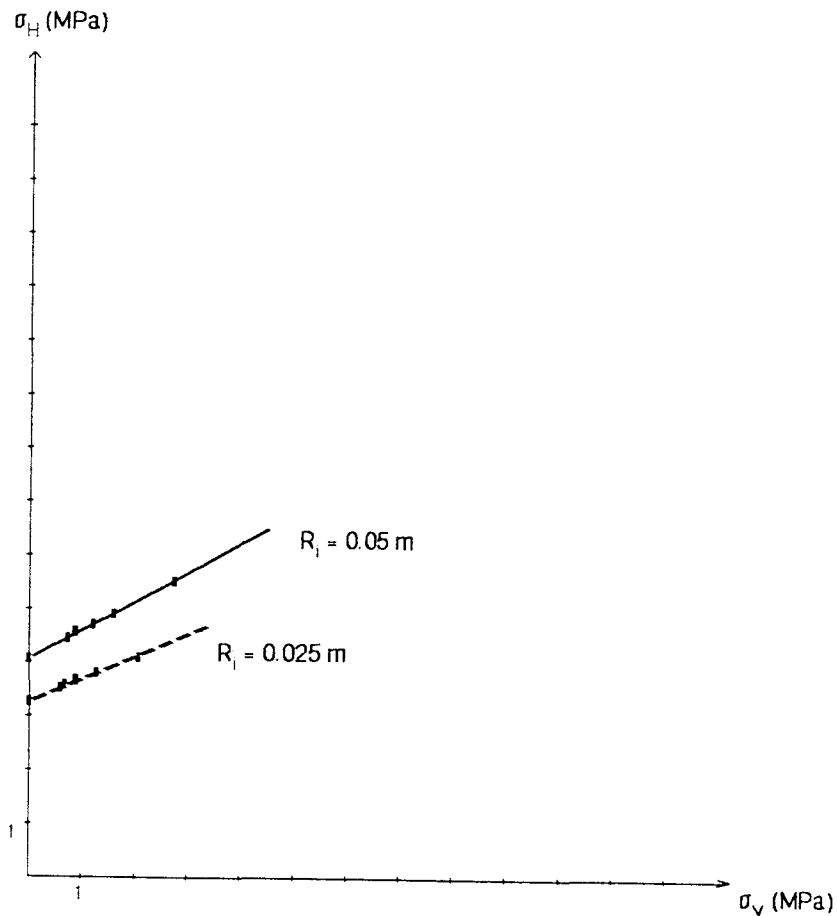
Longueur de carotte fixe : 0.05 m

Saignée circulaire

Rapport  $R_o/R_i$  fixe : 1.5

c) Influence de la valeur du rayon intérieur  $R_i$  (figure 3.7) :

On obtient une diminution des contraintes de disage quand le rayon intérieur diminue. Ceci avec un rapport  $R_e/R_i$  constant.



**Figure 3.7 a**

Influence de la valeur du rayon intérieur  $R_i$

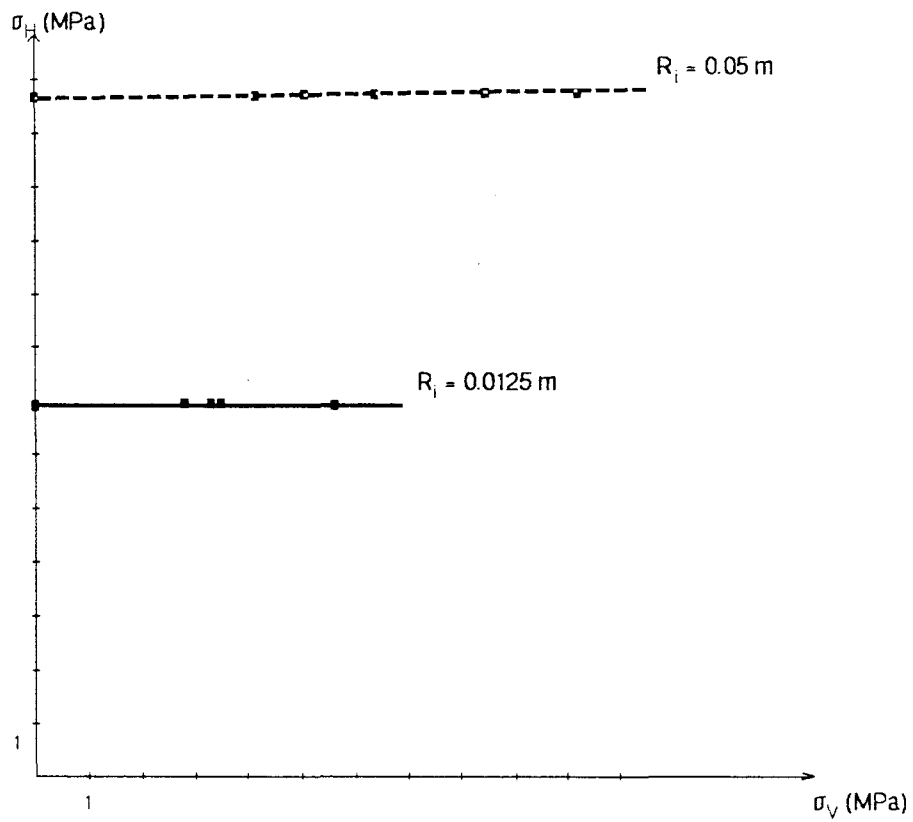
Saignée circulaire

Longueur de carotte fixe : 0.05 m

Résistance à la compression fixe : 60 MPa

Résistance à la traction fixe : 6 MPa

Rapport  $R_e/R_i$  fixe : 1.5



**Figure 3.7 b**

Influence de la valeur du Rayon intérieur  $R_i$

Saignée plate

Longueur de carotte fixe : 0.03 m

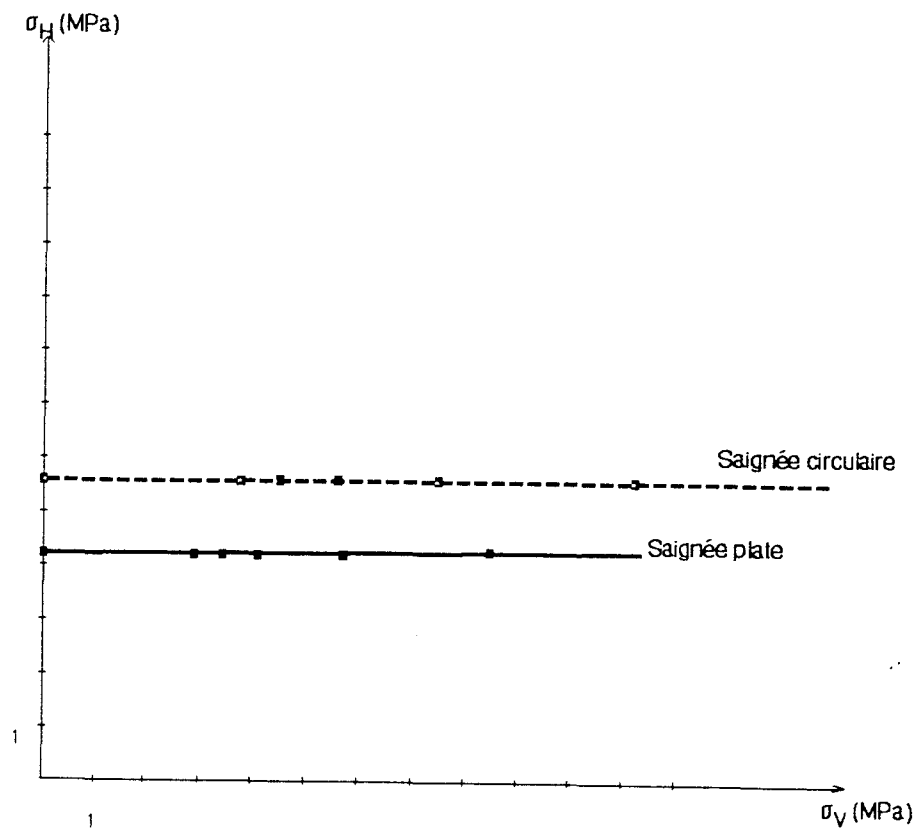
Résistance à la compression fixe : 100 MPa

Résistance à la traction : 10 MPa

Rapport  $R_e/R_i$  fixe : 1.2

**d) Influence du type de saignée (figure 3.8) :**

Du fait de la concentration des contraintes, la forme de la saignée devrait donner un niveau de contrainte de disage plus grand dans le cas d'une saignée circulaire que dans celui où la saignée est plate. Les résultats obtenus vont dans le sens opposé.



**Figure 3.8.a**

Influence du type de saignée :

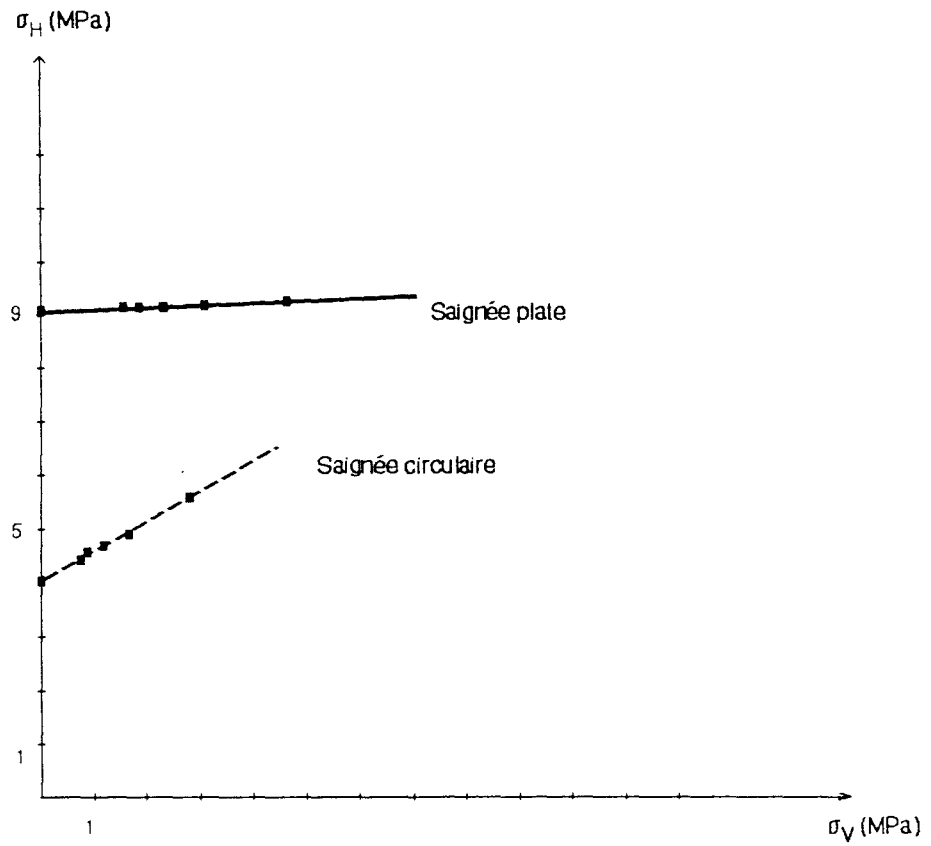
Longueur de carotte fixe : 0.015 m

Rapport  $R_o/R_i$  fixe : 1.2

Rayon intérieur fixe : 0.0125 m

Résistance à la compression fixe : 60 MPa

Résistance à la traction : 6 MPa



**Figure 3.8.b**

Influence du type de saignée

Longueur de carotte fixe : 0.015 m

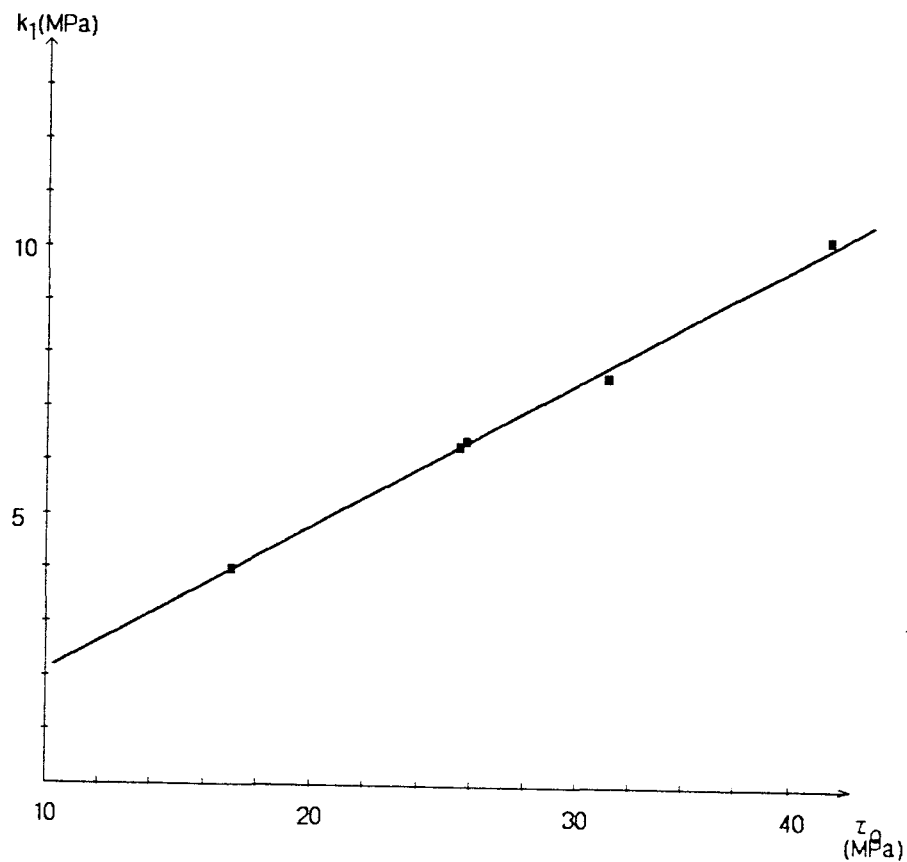
Rapport  $R_e/R_i$  fixe : 1.5

Rayon intérieur fixe : 0.05 m

Résistance à la compression fixe : 60 MPa

Résistance à la traction : 6 MPa

Sur la figure 3.9, nous avons représenté les valeurs des coefficients  $k_1$  en fonction de la résistance au cisaillement  $\tau_0$  pour les différentes roches utilisées par Obert et Stephenson. Il faut remarquer que la valeur de  $\tau_0$  utilisée par ces auteurs correspond à l'intersection de l'enveloppe de Mohr avec l'axe  $\tau$ . Dans notre cas,  $\tau_0$  est l'intersection de la parabole avec l'axe  $\tau$ .



**Figure 3.9**

Courbe de  $k_1$  en fonction de la résistance au cisaillement

Longueur de carotte fixe : 0.05 m

Rapport  $R_e/R_i$  fixe : 1.5

Rayon intérieur fixe : 0.05 m

Saignée circulaire



### 3.2.3 REMARQUES

Quelques remarques doivent être faites concernant les résultats numériques obtenus :

1. L'influence de l'épaisseur de la carotte n'a pas été représentée. Ceci est dû au fait que dans tous les cas de figure la variation de la longueur de la carotte ne change pratiquement pas les contraintes dans la zone étudiée. Ce résultat est à opposer à celui de Stacey (1982) qui trouve des variations importantes des contraintes autour de la saignée avec une étude numérique en symétrie de révolution par éléments finis. La déformation plane ne permet pas de tenir compte de cet effet important.
2. Des problèmes divers (pentes négatives, contraintes trop importantes) surgissent lors des calculs pour les rapports  $R_o/R_i = 1.2$  et pour les saignées plates. Il est possible que la concentration des contraintes dans ces deux cas ne soit pas bien estimée par la méthode des Discontinuités de Déplacements utilisée. Les valeurs des contraintes sont calculées en dehors de la zone théoriquement perturbée, mais cela peut fausser les résultats notamment dans le cas de l'influence du type de saignée.
3. Pour des rapports  $\sigma_a/\sigma_r$  inférieures à une valeur  $r$  les courbes présentent un "décrochage" (changement de pente) important. La courbe  $(\sigma_a/\sigma_r)$  fait dans la plupart des cas un retour en arrière (figure 3.10). Les valeurs de  $r$  vont de 1 pour le cas  $R_o/R_i = 2$ , à 2 ou plus pour  $R_o/R_i = 1.2$ . Il est possible également ici que cet effet soit lié à la méthode de calcul.

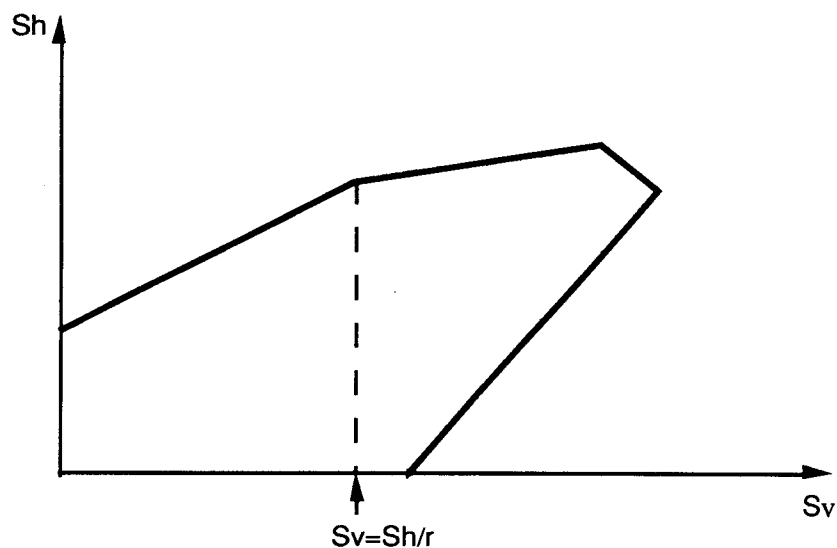


Figure 3.10

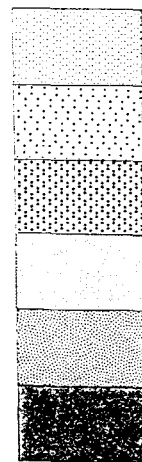
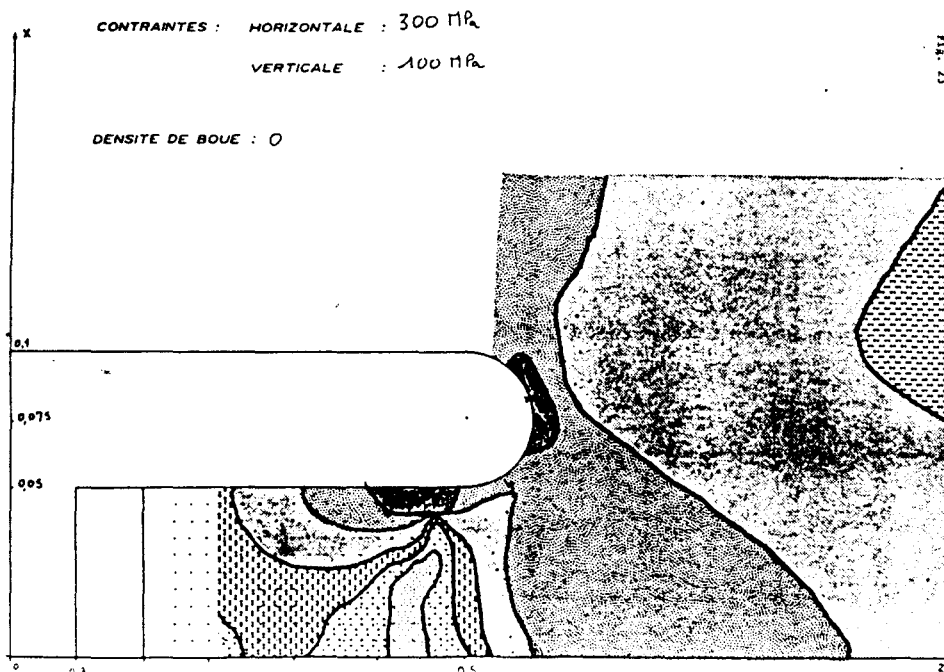
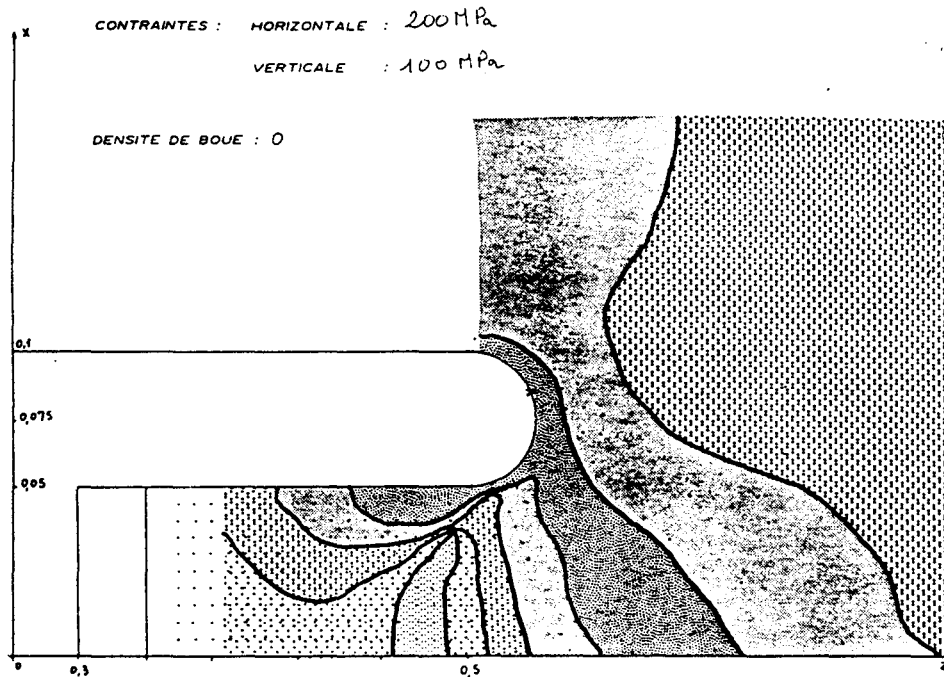
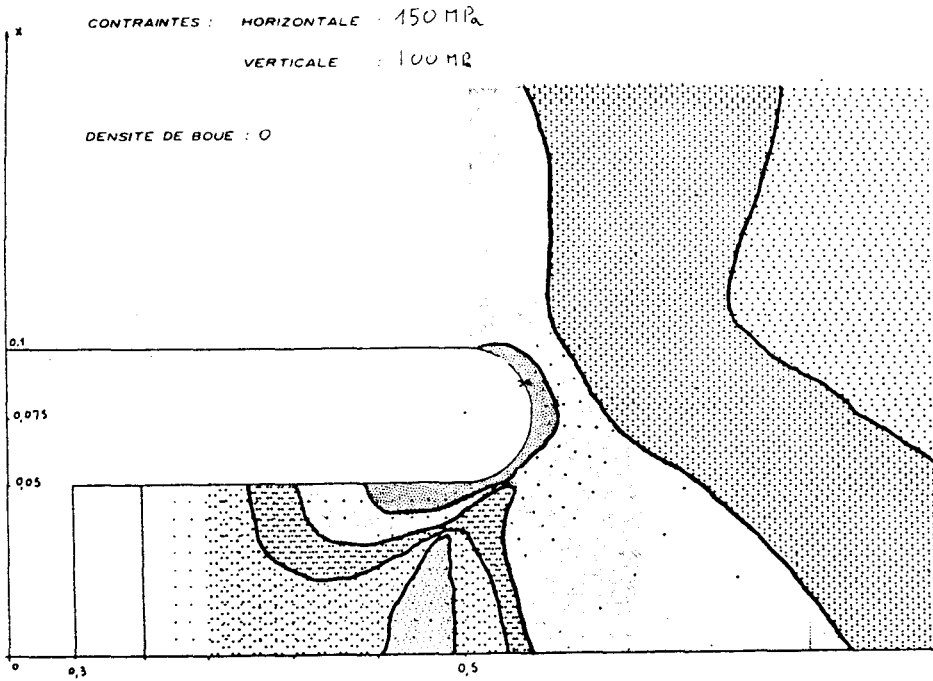
Décrochage dans les droites de discage

### 3.3 CONCLUSIONS

Les résultats que nous venons de voir, établis avec l'approche par critère de rupture (parabole de Torre-Léon), sont surtout qualitatifs. En effet, il ne faut pas oublier que le modèle est en déformation plane. Les plus importants de ces résultats sont :

- La linéarité de la relation  $(\sigma_a, \sigma_r)$  trouvée est bien rendue par le modèle utilisé. Aucune relation n'a pu être établie entre les valeurs numériques et expérimentales des paramètres des droites de discage. Une extension de cette étude avec un modèle en symétrie de révolution ou tridimensionnel est nécessaire afin de s'approcher de conditions réelles du problème.
- Le point de démarrage de la rupture se trouve toujours autour de la saignée. La figure 3.11 montre comment évoluent les zones de rupture (celles où  $\lambda$  est minimum) en fonction des différentes charges appliquées. Ce résultat s'approche de ce qui est effectivement observé dans les carottes pétrolières et les essais de discage. La pression de boue a été délibérément laissée de côté dans notre étude car les conditions des essais de Obert et Stephenson n'en tiennent pas compte, ceci afin de pouvoir valider nos résultats.
- la relation entre  $k_1$  et  $\tau_0$  est de type linéaire comme celle trouvée par Obert et Stephenson expérimentalement. C'est la première fois à notre connaissance qu'un résultat (même qualitatif) de ce genre a été établi.

L'intérêt d'utiliser un modèle plan avec la méthode des Discontinuités des Déplacements vient, d'une part de sa simplicité pour vérifier l'influence de certains paramètres sur le discage, d'autre part, il va permettre d'évaluer sa concordance avec un modèle plus sophistiqué (par exemple en symétrie de révolution) car l'étude concernant l'approche par la Mécanique Linéaire de la Rupture sera développée en déformation plane.



- $\lambda > 5$
- $1 < \lambda < 5$
- $0.5 < \lambda < 1$
- $0.2 < \lambda < 0.5$
- $0.1 < \lambda < 0.2$
- $\lambda < 0.1$

**Figure 3.11**  
 Evolution des zones de rupture

CHAPITRE 4

**APPROCHE DU DISCAGE PAR LA  
MECANIQUE LINEAIRE DE LA RUPTURE**



Dans le chapitre précédent, différents paramètres ont été définis en vue de la description géométrique des disques. Parmi ces paramètres l'épaisseur du disque a été considérée au chapitre 3 comme une donnée importante de la modélisation par critère de rupture.

Dans ce chapitre, l'intérêt sera porté sur l'angle que fait la surface du disque avec le bord de la carotte, c'est-à-dire les angles  $\beta_1$ . Ces angles dépendent de la surface propagée. Nous devons donc modéliser le chemin que celle-ci suivrait en fonction de l'état de contraintes et des caractéristiques mécaniques de la roche.

La méthode de Discontinuités des Déplacements sera utilisée pour la modélisation. Et une méthode de résolution, adaptée à la propagation des fissures en compression sera proposée comme outil numérique dans cette modélisation. La Mécanique Linéaire de la Rupture fournira les fondements pour la propagation de la fissure donnant naissance par hypothèse à la surface du disque.

#### 4.1 METHODE DES DISCONTINUITES DES DEPLACEMENTS. MODELISATION

##### 4.1.1 PRESENTATION DE LA METHODE DE DISCONTINUTE DES DEPLACEMENTS

Cette méthode est basée sur la solution analytique du problème suivant appelé problème fondamental :

En déformation plane, dans un milieu infini élastique linéaire, homogène et isotrope, considérons une "coupure" rectiligne de longueur  $a$  soumise à des contraintes  $\sigma_y$  et  $\sigma_x$  (figure 4.1).

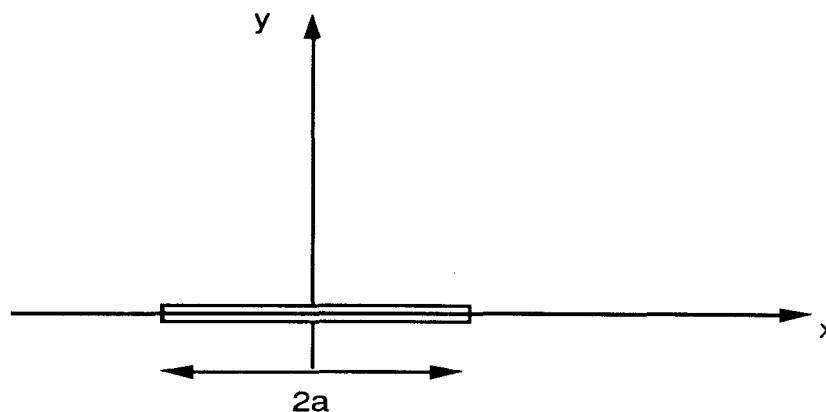


Figure 4.1

Schématization du problème fondamental

La solution de ce problème (appelée solution fondamentale) peut être obtenue de deux façons :

### a. Première méthode

C'est la solution directe de l'équation de Lamé-Navier :

$$(1 + \nu) \text{grad} (\text{div } u) + \nu \Delta u + F = 0$$

$u$  : Vecteur du champ de déplacement

$F$  : Forces de volume

La méthode de Neuber-Papkovitch introduit des potentiels scalaires  $B_o$  et vectoriels

$B$ . Il en résulte :

$$u = u_o + B - 1 \frac{\Delta 4}{4} \cdot 1 \frac{1}{1 - \nu} \text{grad} (\text{OM}.B + B_o)$$

avec :

$$\Delta B = 0 \quad \text{et} \quad \Delta B_o = 0$$

On appelle discontinuité des déplacements la différence entre les déplacements de la lèvres supérieure de la coupure  $u_x^+(x)$  et  $u_y^+(x)$  et les déplacements de la lèvre inférieure  $u_x^-(x)$  et  $u_y^-(x)$  :

$$D_x(x) = u_x^+(x) - u_x^-(x)$$

$$|x| < a$$

$$D_y(x) = u_y^+(x) - u_y^-(x)$$

Crouch et Startfield (1983) ont proposé la solution de ce problème pour le cas :

$$D_x(x) = D_x$$

$$D_y(x) = D_y$$

La solution a été obtenue par superposition du problème en mode I ( $D_x = 0, D_y \neq 0$ ) et du problème en mode II ( $D_x \neq 0, D_y = 0$ ). On peut donc exprimer le champ de déplacement et de contraintes sur un point  $P$  en fonction des discontinuités de déplacement :

$$\begin{aligned}
u_x &= D_x \left\{ 2(1-\nu) \frac{\partial f}{\partial y} + y \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right\} + D_y \left\{ -(1-2\nu) \frac{\partial f}{\partial x} - y \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right\} \\
u_y &= D_x \left\{ (1-2\nu) \frac{\partial f}{\partial x} - y \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \right\} + D_y \left\{ 2(1-\nu) \frac{\partial f}{\partial y} - y \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right\} \\
\sigma_{xx} &= 2G D_x \left\{ 2 \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} + y \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2} \right\} + 2G D_y \left\{ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + y \frac{\partial^3 f}{\partial y^3} \right\} \\
\sigma_{yy} &= 2G D_x \left\{ -y \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2} \right\} + 2G D_y \left\{ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} - y \frac{\partial^3 f}{\partial y^3} \right\} \\
\sigma_{xy} &= 2G D_x \left\{ \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + y \frac{\partial^3 f}{\partial y^3} \right\} + 2G D_y \left\{ -y \frac{\partial^3 f}{\partial x \partial y^2} \right\}
\end{aligned}$$

Dans le cas où l'on veut exprimer ces relations dans un repère global  $(O, X, Y)$ , on les obtient avec les transformations suivantes :

$$\begin{aligned}
u_x &= u_x \cos \beta + u_y \sin \beta \\
u_y &= -u_x \sin \beta + u_y \cos \beta
\end{aligned}$$

Crouch et Starfield (1983), Curran et Crawford (1982) ont également proposé des solutions pour les cas où les discontinuités ne sont plus constantes sur la coupure mais obéissent à des relations polynomiales en  $x$ .

## b. deuxième méthode

Une autre démarche pour résoudre le problème fondamental consiste à poser les équations de l'élasticité en déformation plane et les résoudre à l'aide des potentiels complexes (Bouhaddane (1987)).

Dans le plan complexe représenté par les variables  $z = x + iy$  et  $\bar{z} = x - iy$ , les potentiels complexes  $\phi(z)$  et  $\psi(z)$  sont liés aux contraintes et déplacements par les relations bien connues de Kolosov-Mushkelisvili (1953) :

$$\begin{cases}
\sigma_{xx} + \sigma_{yy} = 2 \left[ \phi'(z) + \overline{\phi'(z)} \right] \\
\sigma_{xx} + \sigma_{yy} - 2i \sigma_{xy} = -2 \left[ \bar{z} \phi''(z) + \psi'(z) \right] \\
2\mu (u_x + i u_y) = 2\mu D = K \phi(z) - z \overline{\phi'(z)} - \psi(z)
\end{cases}$$

où  $K = (3 - 4\nu)$  en déformation plane et  $K = \frac{3 - \nu}{1 + \nu}$  en contrainte plane.  $D$  est le déplacement en champ complexe.

Si l'on introduit une nouvelle fonction  $\Omega(z)$  :

$$\Omega(z) = - [z \phi(z) + \psi(z)]$$

et la notion de discontinuité de déplacement en champ complexe :

$$\begin{aligned} \hat{D}(t) &= (u_x + iu_y)^+ - (u_x + iu_y)^- \\ \hat{D}(t) &= D^+(t) - D^-(t) \end{aligned}$$

l'expression des conditions aux limites est donnée par les équations de Plemelj du problème :

$$(\sigma_{yy} + i\sigma_{xy})^+ - (\sigma_{yy} + i\sigma_{xy})^- = (\phi' + \Omega')^+(t) - (\phi' + \Omega')^-(t) = 0$$

$$2\mu \hat{D}(t) = (K\phi - \Omega)^+(t) - (K\phi - \Omega)^-(t)$$

Elles expriment le fait qu'on a un champ de déplacement discontinu et un champ de contrainte continu (voir Bouhaddane (1987) pour une étude détaillée).

Comme les contraintes et les rotations sont nulles à l'infini, la solution est donnée par l'intégrale de Cauchy :

$$\phi(z) = \frac{\mu}{i\pi(K+1)} \int_{-a}^{+a} \frac{\hat{D}(t)}{t-z} dt$$

$$\Omega(z) = -\phi(z)$$

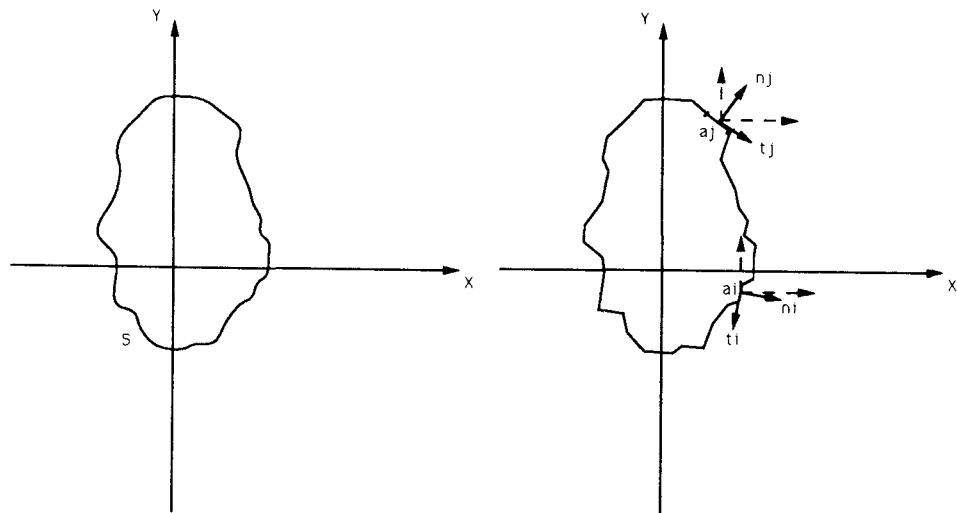
Pour le cas où la discontinuité est constante sur toute la coupure, on a :

$$\phi(z) = \frac{\mu}{i\pi(K+1)} \left[ \hat{D} \operatorname{Log} \left( \frac{z-1}{z+1} \right) \right]$$



avec  $D = D_x + iD_y$  et  $D_x, D_y \in \mathfrak{R}$ . Avec la méthode de discontinuité des déplacements en champ complexe, non seulement il est possible d'avoir des solutions pour des discontinuités de déplacements de forme polynomiale, mais aussi de construire des solutions fondamentales pour des coupures de formes diverses (arc de cercle, élément coin, etc.) comme cela a été exposé dans Bouhaddane (1987) et Belkacemi (1980).

Le problème fondamental étant résolu, il ne reste qu'à l'appliquer à des problèmes réels. C'est-à-dire celui d'un solide  $S$  soumis à des conditions aux limites quelconques (figure 4.2).



**Figure 4.2**

Application à un solide  $S$

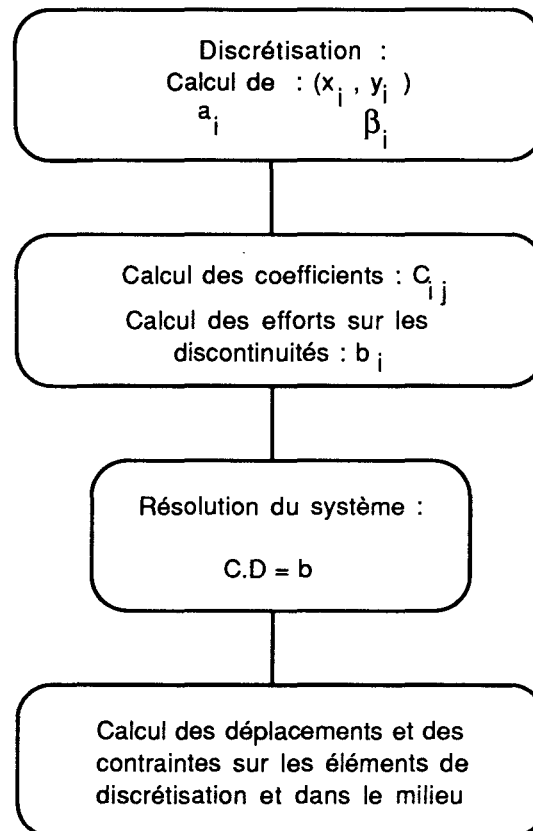
Nous procéderons de la façon suivante :

**1ère étape :** Diviser le contour en un nombre  $N$  de Discontinuités (coupures). Les informations à retenir sont la longueur et la position par rapport à un repère global de chacune de ces discontinuités.

**2ème étape :** Application de la solution fondamentale à chacune des  $N$  discontinuités du contour. Nous devons tenir compte de la contribution d'un élément  $j$  à l'état de contrainte sur un élément  $i$  en plus de la contribution de  $i$  sur lui-même. Il y a donc superposition des états de contrainte élémentaires

**3ème étape :** Calcul des discontinuités des déplacements sur certains points des "coupures" appelés points nodaux. Le nombre de points nodaux sur chaque coupure dépend de la fonction utilisée pour approximer les discontinuités de déplacements.

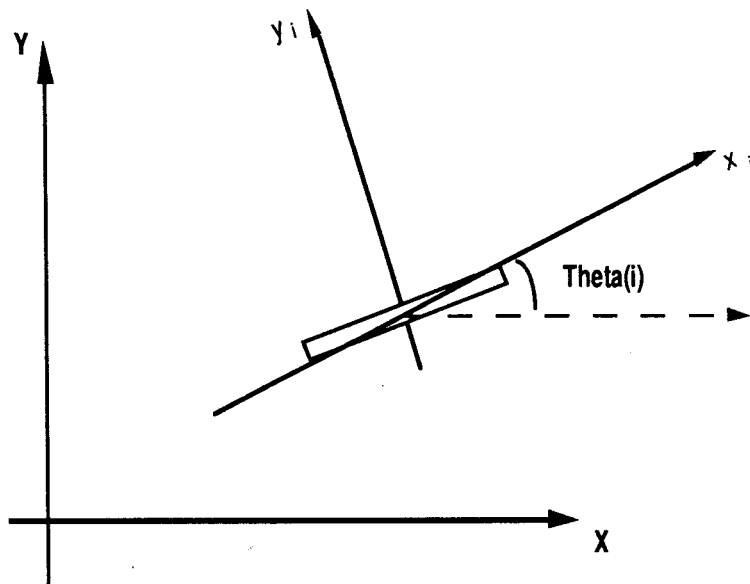
Les figures 4.3 et 4.4 donnent le schéma de cette démarche du point de vue numérique.



**Figure 4.3**

Schéma des étapes de calcul

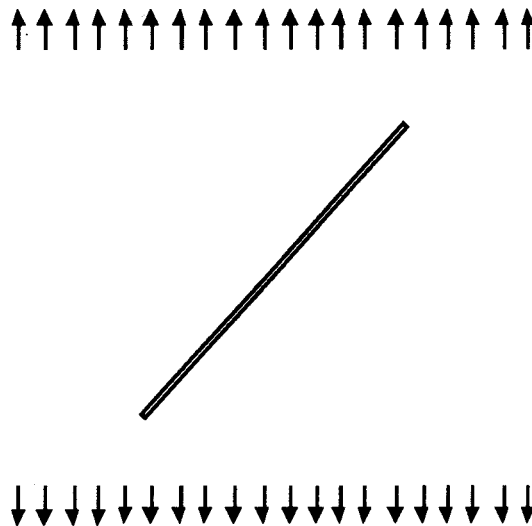
Les discontinuités de déplacements ayant été déterminées, il est possible de connaître le champ de contrainte et de déplacement en tout point du domaine. Ceci en calculant les influences de chaque discontinuité sur le point du domaine qui nous intéresse.



**Figure 4.4**  
Angle d'orientation des discontinuités

#### 4.1.2 MODELISATION D'UNE FISSURE

Considérons le problème d'une fissure de longueur  $L$ , inclinée de  $\beta$  par rapport à  $Ox$ , dans un milieu infini (figure 4.5) soumis à des contraintes de traction  $\sigma_y$ . Calculons les déplacements relatifs des lèvres de cette fissure.



**Figure 4.5**  
Fissure en milieu infini

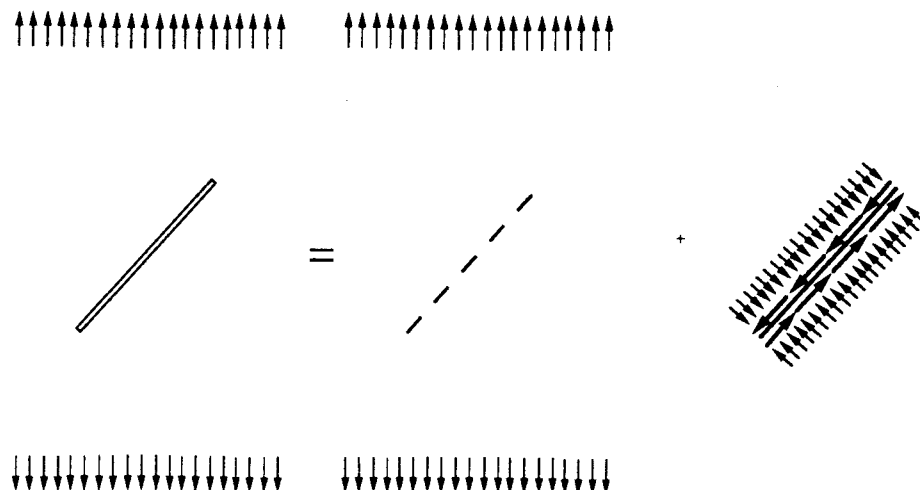
La résolution numérique de ce problème par la méthode des discontinuités de déplacements se fait de la façon suivante :

**a. Conditions aux limites** : il faut ramener les conditions à l'infini sur les lèvres de la fissure. Nous allons procéder par superposition de deux états (figure 4.6). Le premier état est le milieu infini continu dans lequel on calcule les contraintes normales et tangentielles  $\sigma_n$ ,  $\sigma_t$  sur une fissure virtuelle. Le deuxième état consiste à imposer sur la fissure discrétisée les contraintes trouvées sur la fissure virtuelle affectées du signe opposé.

**b. Discrétisation** : Nous avons choisi 10 éléments de même longueur et des Discontinuités de Déplacements à deux noeuds.

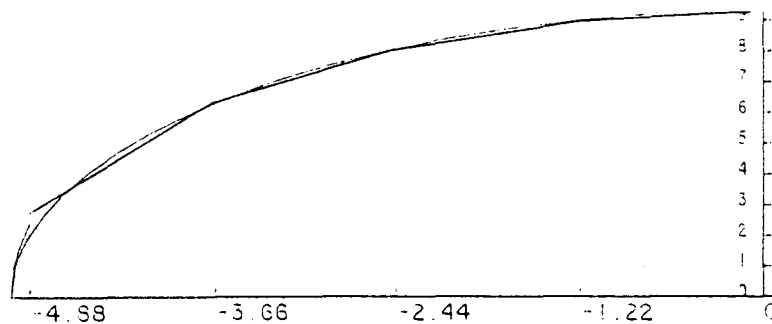
**c. Résolution** : Le déplacement normal relatif des lèvres de la fissure est représenté dans la figure 4.7 par les Discontinuités de Déplacements normales, dans le repère de la fissure.

Considérons maintenant cette fissure inclinée avec un chargement en compression à l'infini. Le calcul du déplacement relatif des lèvres de la fissure nous conduit numériquement à avoir des discontinuités de déplacements négatives, c'est-à-dire interpénétration des lèvres de la fissure. C'est pourquoi, il est nécessaire d'imposer des contraintes (au sens de restrictions) aux Discontinuités de Déplacements se trouvant sur des fissures. C'est ce que nous allons développer dans les paragraphes suivants.



**Figure 4.6**

Méthode de superposition



$\nu = 0,25$     Coefficient de Poisson  
 $N = 10$       Nombre de segments  
 $L = 5$         demi-longueur de la fissure  
 $l_1 = L/41$     demi-longueur de l'élément en tête.

**Figure 4.7**

Déplacement normal des lèvres de la fissure  
 (Bouhaddane (1987), Belkacemi (1990))

## 4.2 OPTIMISATION QUADRATIQUE AVEC DES CONTRAINTES LINEAIRES

### 4.2.1 INTRODUCTION A L'OPTIMISATION : LES CONDITIONS D'OPTIMALITE

Le problème le plus simple de minimisation (ou maximisation) est celui d'une fonction  $f$  d'une variable réelle :

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ x \in \quad & \mathcal{R} \end{aligned} \tag{4.1}$$

Si  $f$  est deux fois continuellement différentiable, et si un minimum local  $x^*$  existe, les conditions suivantes sont vérifiées sur  $x^*$  :

$$\begin{aligned} f'(x^*) &= 0 \\ \text{et } f''(x^*) &\geq 0 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Ces deux conditions sont nécessaires. Les conditions suffisantes sont :

$$\begin{cases} f'(x^*) = 0 \\ f''(x^*) > 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad (4.3)$$

Dans le cas d'une fonction  $F(x)$  avec  $x \in \mathfrak{R}^n$  le problème se transforme en :

$$\begin{aligned} \min & F(x) \\ x \in & \mathfrak{R}^n \end{aligned}$$

Les conditions suffisantes pour que le minimum  $x^*$  existe sont :

$$\begin{cases} \|f'(x^*)\| = 0 \\ f''(x^*) \text{ est définie positive} \end{cases} \quad (4.4)$$

Dans le cas d'une fonction quadratique  $\Phi$  définie par :

$$\phi(x) = H^T x + \frac{1}{2} x^T G x \quad (4.5)$$

$$\text{avec } x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} h_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ h_n \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad G = \begin{bmatrix} g_{11} & \cdot & \cdot & \cdot & g_{1n} \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ g_{n1} & \cdot & \cdot & \cdot & g_{nn} \end{bmatrix}$$

ou  $H$  est un vecteur constant et  $G$  est constante et symétrique. Les conditions suffisantes s'écrivent :

$$\begin{cases} G x^* = -H \\ G \text{ définie positive} \end{cases} \quad (4.6)$$

$x^*$  est solution du système d'équations donné par la première relation.

Dans le cas où l'on impose à la fonction  $F(x)$  des contraintes linéaires de la forme :

$$a^T x - \beta = 0 \quad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{bmatrix}$$

le problème devient un problème d'optimisation avec contraintes linéaires d'égalité. De façon plus générale, on peut écrire :

$$\begin{cases} \min & F(x) & (a) \\ x \in & \mathcal{R}^n & \\ \text{assujetti à} & & \\ \hat{A} x = & \hat{b} & (b) \end{cases} \quad (4.7)$$

la  $i$ -ème ligne de la matrice  $m \times n$   $A$  sera noté  $\hat{a}_i^T$  et contient les coefficients de la  $i$ -ème contrainte linéaire :

$$\hat{a}_i^T x = \hat{a}_{i1} x_1 + \dots + \hat{a}_{in} x_n = \hat{b}_i$$

Une solution  $x^*$  du problème d'optimisation doit vérifier  $A x^* = b$ . Si  $t$  lignes de  $A$  sont linéairement indépendantes, les contraintes enlèvent  $t$  degrés de liberté pour le choix de  $x^*$ .

Considérons deux points admissibles  $\bar{x}$  et  $\hat{x}$ , c'est-à-dire vérifiant les conditions .

$\hat{A} \bar{x} = \hat{b}$  et  $\hat{A} \hat{x} = \hat{b}$ . Le déplacement du  $\bar{x}$  au point  $\hat{x}$  représenté par  $P$

$$\hat{A} (\bar{x} - \hat{x}) = \hat{A} P = 0 \quad (4.8)$$

Tout vecteur vérifiant la relation précédente est appelé une direction admissible par rapport aux contraintes d'égalité (4.7 b). Un pas quelconque dans la direction  $P$  ne viole pas les contraintes puisque :

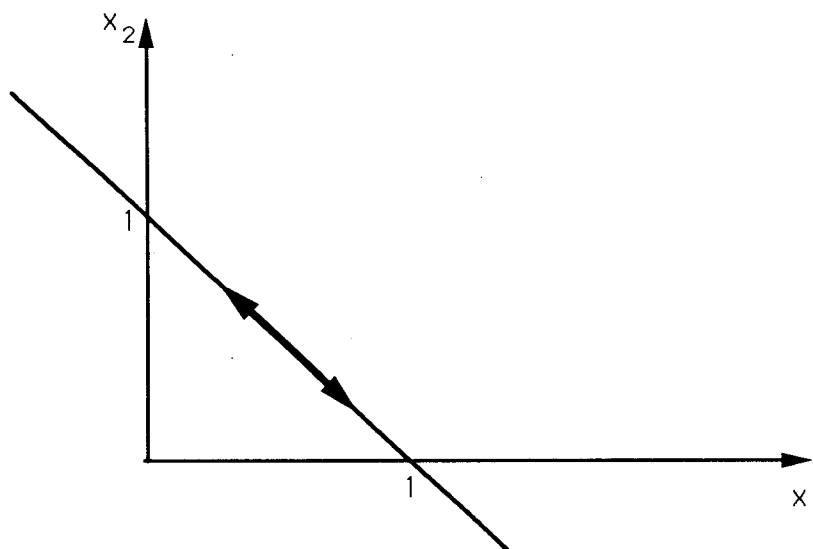
$$\hat{A} (\bar{x} + \alpha P) = \hat{A} \bar{x} = \hat{b} \quad \forall \alpha \quad (4.9)$$

Les vecteurs formés par les coefficients des lignes de  $\hat{A}$  forment une base d'un espace de dimension  $t$ .

Il existe aussi une base de vecteurs pour le sous espace de dimension  $n - t$  qui vérifient (4.8). Soit  $Z$  la matrice dont les colonnes forment une telle base. Nous avons :

$$\hat{A} Z = 0$$

Les coefficients des lignes de  $\hat{A}$  forment une base d'un espace de dimension  $t$  (voir exemple figure 4.8).



**Figure 4.8**

Contrainte d'égalité  $x_1 + x_2 = 1$

Directions admissibles

Les conditions suffisantes pour que le problème d'optimisation (4.7) ait une solution  $x^*$  sont :

$$\begin{cases} \text{a : } \hat{A} x^* = \hat{b} \\ \text{b : } Z^T F'(x^*) = 0 \\ \text{c : } Z^T F''(x^*) \cdot Z \text{ est définie positive} \end{cases} \quad (4.10)$$



Le vecteur  $Z^T F'(x^*)$  est appelé le gradient projeté. La condition (4.10 b) équivaut à dire que le gradient  $F'(x^*)$  est une combinaison linéaire des lignes de  $A$ . C'est-à-dire :

$$F'(x^*) = \hat{A}^T \cdot \lambda^*_i \quad (4.11)$$

pour un vecteur  $\lambda^*$  appelé vecteur des multiplicateurs de Lagrange. Les multiplicateurs de Lagrange sont uniques si, et seulement si, les lignes de  $\hat{A}$  sont linéairement indépendantes.

Dans le cas où les contraintes linéaires correspondent à la condition :

$$a^T x - \beta \geq 0 \quad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_{11} \end{bmatrix}$$

On est en présence d'une contrainte linéaire d'inégalité.

Le problème d'optimisation est donc :

$$\begin{cases} \min F(x) & (a) \\ x \in \mathcal{R}^n \\ \text{assujetti à} \\ \hat{A} x \geq \hat{b} & (b) \end{cases} \quad (4.12)$$

avec  $\hat{A}$  et  $\hat{b}$  définis de la même façon que dans le cas des contraintes d'égalité. Si une contrainte  $i$  vérifie :

$$\hat{a}_i^T x = \hat{b}_i$$

elle est appelée une contrainte saturée. Une contrainte est dite satisfaite si elle est saturée ou

si  $\hat{a}_i^T x > \hat{b}_i$ .

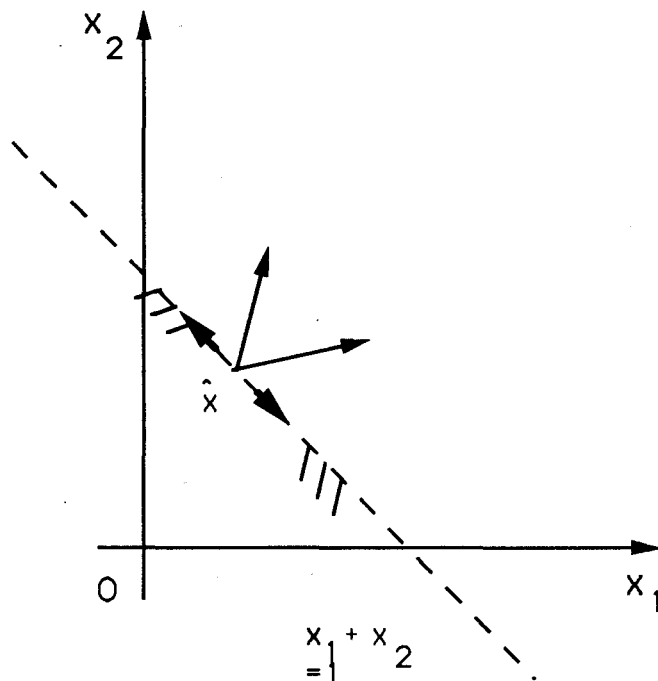
Soit  $\hat{A}'$  les  $t$  contraintes saturées au point  $x^*$ . Les conditions suffisantes pour que  $x^*$  soit minimum avec des contraintes linéaires d'inégalité sont :

$$\begin{cases} \hat{A}' x^* \geq \hat{b}' & \text{avec } \hat{A}' x^* = \hat{b}' \\ Z^T F'(x^*) = 0 & \text{ou équivalent } F'(x^*) = \hat{A}'^T \lambda^* \\ \lambda^*_i > 0 & i = 1, \dots, t \\ Z^T F''(x^*) Z & \text{définie positive} \end{cases} \quad (4.13)$$

où  $Z$  est la matrice dont les vecteurs colonne sont orthogonaux aux lignes de  $\hat{A}'$ , c'est-à-dire :

$$\hat{A}' Z = 0 \quad (4.14)$$

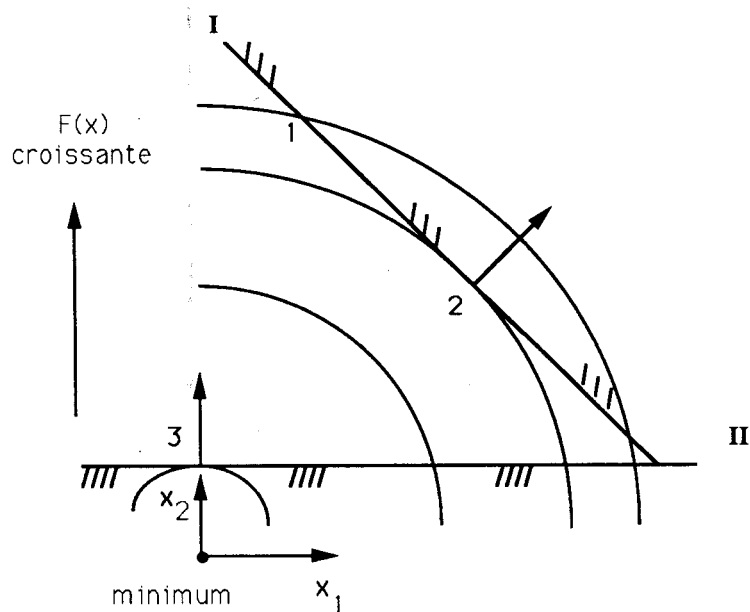
L'exemple de la figure 4.9 montre les directions admissibles pour  $x_1 + x_2 \geq 1$ .



**Figure 4.9**

Directions admissibles pour une contrainte d'inégalité

#### 4.2.2 LA RECHERCHE DE L'OPTIMUM AVEC CONTRAINTES LINEAIRES D'INEGALITE DANS LE CAS D'UNE FONCTION QUADRATIQUE



**Figure 4.10**

Interprétation des conditions d'optimalité

Sur la figure 4.10, nous allons donner l'interprétation géométrique des conditions d'optimalité pour les contraintes linéaires d'inégalité. Soit  $a_I$  et  $a_{II}$  les vecteurs lignés associés aux contraintes I et II respectivement. Les vecteurs  $a_I$  et  $a_{II}$  sont perpendiculaires aux droites des contraintes.

Sur le point 1, le gradient  $g_1$  n'est pas collinéaire à  $a_I$  ( $g_1 \neq a_I \lambda$ ). Donc le point 1 n'est pas un minimum. Au point 2 le gradient  $g_2$  est collinéaire à  $a_I$  ( $g_2 = a_I \lambda$ ) mais il existe une direction admissible où la valeur de  $F$  est inférieure à celle de  $F$  sur le point 2. Donc  $F$  n'est pas minimum sur 2. En conséquence  $\lambda$  est négatif sur ce point et pour trouver le minimum, nous devons quitter la contrainte I dans une direction admissible. L'inverse est aussi vrai, si  $\lambda$  est négatif sur le point 2 donc ce point n'est pas minimum.

Sur le point 3, le gradient est colinéaire à  $a_{II}$ , et il n'y a pas dans les directions admissibles, un point où  $F$  soit inférieur à sa valeur en 3. Donc 3 est le minimum. En conséquence  $\lambda$  est positif. Inversement, si sur le point 1  $\lambda$  est positif, il est le minimum.

Soit la fonction quadratique :

$$F(x) = H^T x + \frac{1}{2} x^T G x$$

et

(4.15)

$$g(x) = F'(x) = H^T + G x$$

Nous allons résoudre le problème d'optimisation :

$$\begin{cases} \min F(x) \\ x \in \mathfrak{R}^n \\ \hat{A} x \geq \hat{b} \end{cases} \quad \text{où} \quad \hat{A} \in M(t \times n) \quad (4.16)$$

Avant d'aborder la résolution du problème ci-dessus, nous allons le résoudre dans le cas des contraintes d'égalité. C'est-à-dire :

$$\begin{cases} \min F(x) \\ x \in \mathfrak{R}^n \\ \hat{A} x = \hat{b} \end{cases} \quad (4.17)$$

Les conditions suffisantes d'optimalité sont :

$$\begin{matrix} a \\ b \end{matrix} : \begin{cases} Z g(x^*) = 0 \Leftrightarrow a' : g(x^*) = \hat{A}^T \lambda^* \\ \hat{A} x^* = \hat{b} \end{cases} \quad (4.18)$$

avec  $g = F'$

Soit un point  $X$  vérifiant les contraintes d'égalité. Nous avons :

$$g(\bar{x}) = H^T + G \bar{x}$$

et  $g(x^*) = H^T + G x^*$

$$g(x^*) - g(\bar{x}) = G(x^* - \bar{x}) = G P \quad (4.19)$$

où  $P$  est le déplacement de  $X$  à l'optimum  $x^*$ . Pour que ce déplacement soit admissible vis-à-vis des contraintes, nous avons vu que  $P$  doit vérifier (voir 4.8) :

$$\hat{A} P = 0 \quad (4.20)$$

en remplaçant 4.18 a dans 4.19, nous avons :

$$\hat{A}^T \lambda^* - g(\bar{x}) = G P$$

Nous déduisons donc le système d'équations :

$$\begin{cases} G P - \hat{A}^T \lambda^* = -g(\bar{x}) \\ \hat{A} P = 0 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} G & -\hat{A}^T \\ \hat{A} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P \\ \lambda^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g(\bar{x}) \\ 0 \end{bmatrix}$$

où les inconnues sont les composantes du déplacement  $P$  et les multiplicateurs de Lagrange  $\lambda^*$ . La solution de 4.17 est donnée par :

$$x^* = \bar{x} + P$$

$x^*$  vérifie la relation 4.18 b car  $\bar{x}$  la vérifie et  $P$  est une direction admissible.

Pour le cas des contraintes d'inégalité du problème 4.16, nous considérons un point de départ  $x_0$  qui sature un nombre  $t' \leq t$  de contraintes linéaires. C'est-à-dire :

$$\hat{A}' x_0 = b'$$

où  $\hat{A}'$  est une matrice  $t' \times n$  extraite de  $A$ . Nous allons supposer que les lignes de  $\hat{A}'$  sont linéairement indépendantes, ce qui n'enlève pas sa généralité à la suite de la résolution.

On appelle  $I^1$  l'ensemble des indices de  $A$  dont les contraintes ont été saturées par  $x_0$ .  
 L'ensemble  $I_1$  représentera celui des indices non saturés par  $x_0$ .

Nous allons chercher le minimum pour les contraintes  $\hat{A}$ . C'est-à-dire résoudre (voir ci-dessus) :

$$\begin{bmatrix} G & -\hat{A}^T \\ \hat{A} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g(x_0) \\ 0 \end{bmatrix}$$

mais la solution ne sera pas comme dans le cas des contraintes d'égalité :

$$x_1 = x_0 + P_0$$

parce qu'il faut que le déplacement de  $x_0$  à  $x_1$  soit aussi admissible par rapport à l'ensemble des contraintes dont l'indice appartient à  $I_1$ . Autrement dit, il faut que le déplacement ne viole pas les contraintes non saturées. La distance du point  $x_0$  à la contrainte non saturée la plus proche dans la direction  $P_0$  est une borne supérieure du déplacement. Pour cela, il est nécessaire d'introduire un coefficient  $\alpha$  nous permettant de rester dans la zone admissible. Le déplacement se fera dans la direction  $P_0$  admissible par rapport aux contraintes saturées. On peut exprimer ce déplacement par :

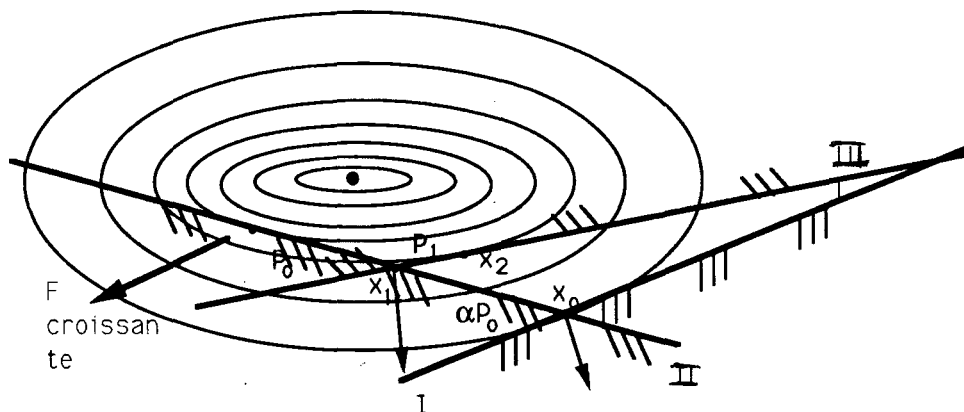
$$x_1 = x_0 + \alpha P_0$$

On doit réactualiser l'ensemble des contraintes saturées par  $x_1$ . L'estimation des multiplicateurs de Lagrange pour  $x_1$  va nous permettre d'éliminer certaines contraintes (celles pour lesquelles les multiplicateurs sont négatifs). Cela va nous donner une nouvelle matrice de contraintes  $A^2$ , et ainsi de suite, jusqu'à avoir les conditions d'optimalité. A la fin, nous aurons un ensemble  $I^*$  des contraintes saturées pour lesquelles les multiplicateurs de Lagrange sont positifs :

$$\lambda^*_i > 0 \quad i \in I^*$$

### Exemple

Sur l'exemple suivant, on verra le schéma de résolution du problème avec les contraintes linéaires I, II et III (figure 4.11) :



**Figure 4.11**

Optimisation avec des contraintes d'inégalité pour une fonction quadratique.

La zone ombrée est la zone admissible

Prenons comme point initial  $x_0$ , l'intersection des contraintes I et II. Sur  $x_0$ , la matrice des contraintes est  $\hat{A}' = \begin{bmatrix} a_I \\ a_{II} \end{bmatrix}$ , où  $a_I$  et  $a_{II}$  sont les vecteurs lignes associés aux contraintes I et II. On va calculer les  $\lambda_0 = \begin{Bmatrix} \lambda_{10} \\ \lambda_{20} \end{Bmatrix}$  où  $\lambda_{10}$  et  $\lambda_{20}$  sont associés à I et II respectivement.  $\lambda_{10} < 0$ , donc on élimine la contrainte I, car il existe un minimum pour  $F$  dans une direction admissible.

$\hat{A}'$  devient  $\hat{A}'' = [a_{II}]$ . Sur  $a_{II}$ , on va chercher le minimum, c'est-à-dire qu'on va résoudre :

$$\begin{bmatrix} G & -\hat{A}''^T \\ \hat{A}''^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g_0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

où  $g_0 = g(x_0) = F'(x_0)$

On ne peut pas franchir la contrainte III. Donc le point admissible dans la direction  $P_0$  est le point  $x_1$ , intersection des deux contraintes II et III :

$$x_1 = x_0 + \alpha P_0$$

Sur  $x_1$  les contraintes saturées sont II et III.

$$\hat{A}'' \text{ devient } \hat{A}''' = \begin{bmatrix} a_{II} \\ a_{III} \end{bmatrix}$$

On va calculer en  $x_1$  les multiplicateurs de Lagrange associés à ces contraintes.

Sur  $x_1$ , le multiplicateur de Lagrange  $\lambda_{II}$  associé à la contrainte II est négatif puisqu'il existe des valeurs inférieures dans des directions admissibles. En conséquence, on doit éliminer la contrainte II. La matrice de contrainte  $A'''$  devient :

$$\hat{A}''' \rightarrow \hat{A}^{IV} = [a_{III}]$$

On résout le système :

$$\begin{bmatrix} G & -\hat{A}^{IV T} \\ \hat{A}^{IV} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -g(x_1) \\ 0 \end{bmatrix}$$

et la solution du problème est donnée par :

$$x_{\min} = x_{12} = x_1 + p_1$$

car  $P_1$  est admissible sans saturer une autre contrainte.

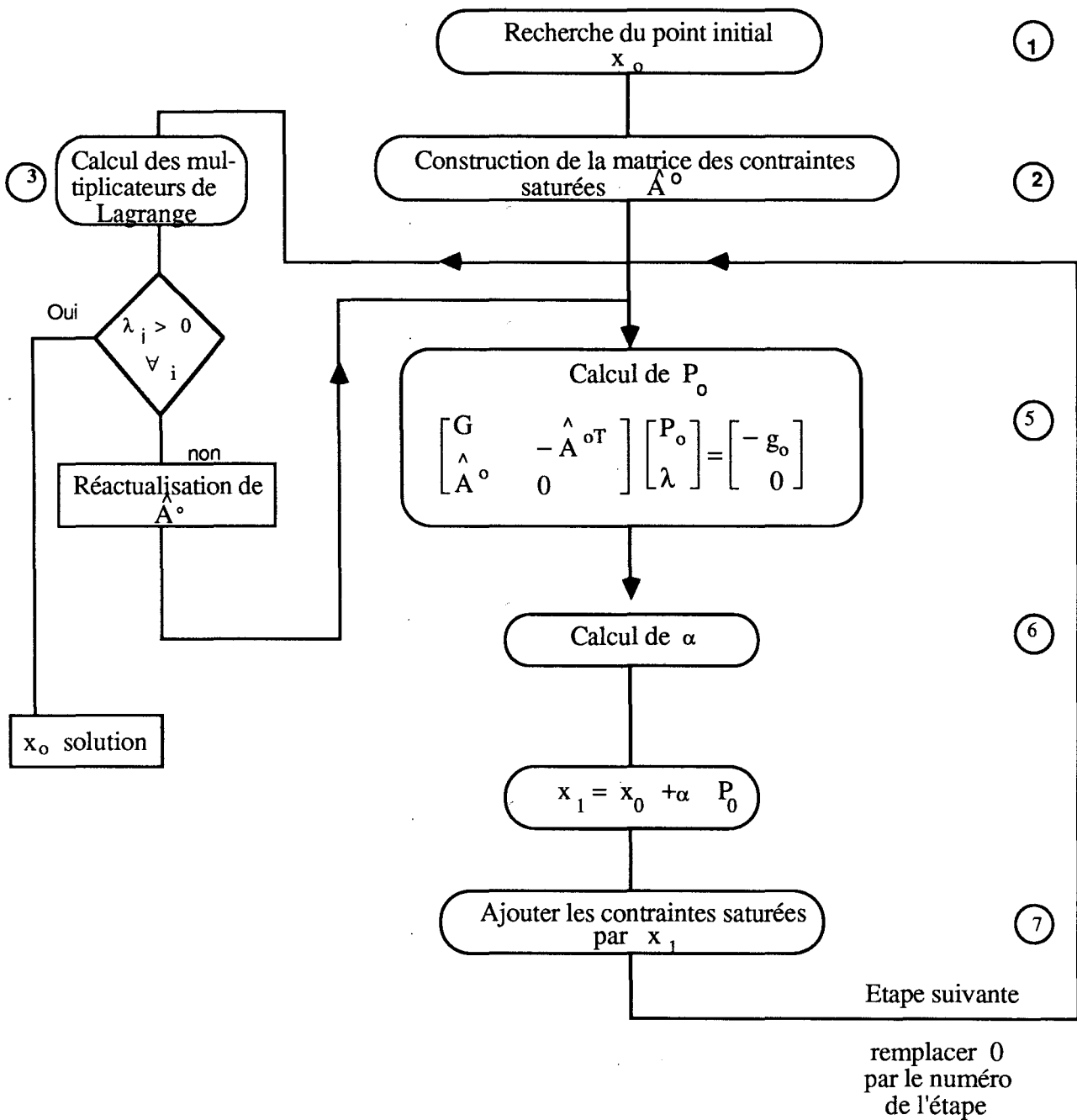
L'algorithme général de résolution est décrit ci-après.

Dans cet algorithme, plusieurs points restent encore à développer. Les procédures 1 et 2 seront détaillées au paragraphe 4.3 pour le cas des milieux fissurés modélisés avec les discontinuités de déplacement. Nous allons décrire la méthode utilisée pour le calcul des multiplicateurs de Lagrange (procédure 3).

A l'étape  $k$ , nous avons une matrice des contraintes linéaires  $A_k$ , le point  $x_k$  et le gradient  $g_k = g(x_k) = F'(x_k)$ . On démontre (voir à cet effet Pchenitchny et Daniline (1977)) que les multiplicateurs de Lagrange sont donnés par la résolution du système d'équations suivant :

$$\hat{A}^k \hat{A}^{k T} \lambda = \hat{A}^k g_k$$





Pour le calcul de  $\alpha$  (procédure 6), la méthode utilisée est la suivante (voir Gill et Al [1]) : Pour simplifier la notation, enlevons momentanément les indices  $k$  des quantités associées à l'itération courante. Considérons un pas de longueur  $a > 0$  dans la direction  $P$ . Par définition un pas quelconque sur  $P$  ne changera rien aux contraintes saturées. En revanche, nous devons rester dans la zone admissible vis-à-vis des contraintes non saturées. C'est-à-dire que pour une contrainte non saturée  $i$  ( $i \in I$ ), nous devons vérifier que :

$$a_i^T x + \alpha a_i^T P \geq b_i \quad i \in I$$

si  $a_i^T P \geq 0$  la contrainte ne sera jamais saturée quelque soit la valeur de  $\alpha (> 0)$ . Mais si  $a_i^T P < 0$ , il existe une valeur critique  $\gamma_i$  de  $\alpha$  tel que la contrainte  $i$  soit saturée :

$$a_i^T x + \gamma_i a_i^T P = b_i$$

$$\text{d'où } \gamma_i = \frac{b_i - a_i^T x}{a_i^T P} \quad i \in I$$

Donc, nous allons calculer l'ensemble des valeurs  $\gamma_i$  tel que :

$$\gamma_i = \left\{ \frac{b_i - a_i^T x}{a_i^T P} \quad i \in I \quad \text{et} \quad a_i^T P < 0 \right\}$$

et la longueur  $\alpha$  du pas dans la direction  $P$  sera :

$$\alpha = \min(\gamma_i, 1)$$

Nous allons appliquer l'ensemble de ces procédures à la modélisation, avec les discontinuités de déplacement, d'un milieu fissuré.



## 4.3 MODELISATION D'UNE FISSURE. CONDITIONS AUX LIMITES. PROPAGATION

### 4.3.1 INTRODUCTION

#### a. Conditions aux limites sur les lèvres d'une fissure

Dans un milieu élastique linéaire homogène, isotrope, en équilibre statique et avec l'hypothèse des petites déformations, considérons une fissure  $F$ . Soient  $F^+$  et  $F^-$  les deux lèvres de la fissure et  $N$  le vecteur unitaire normal orienté vers  $F^+$  (figure III.1.1, Leguillon et Sanchez-Palencia (1982), Andrieux ( )). Les fonctions  $u, \sigma$ , etc. été associées aux champs de contraintes et déformations présentent des discontinuités sur  $F$ . On note  $[f]$  le saut d'une fonction  $f$  sur  $F$  (valeur sur  $F^+$  moins valeur sur  $F^-$ ). Les conditions sur la fissure sont :

$$[u_i \cdot N_i] \geq 0 \quad (\text{non interpénétration des lèvres})$$

Dans le cas sans frottement, en posant  $\sigma_N = \sigma_{ij} N_i N_j$ , nous avons :

$$\sigma_{ij} n_j |_{+} = - \sigma_{ij} n_j |_{-} = - \sigma_N N_i$$

$$\sigma_N \leq 0 \quad \begin{cases} < 0 & \text{si } [u_i N_i] = 0 \\ = 0 & \text{si } [u_i N_i] > 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

Dans le cas avec frottement, en posant la contrainte et le déplacement tangentiels définis par :

$$\sigma_i^T = \sigma_{ij} N_j - \sigma_{kj} N_j N_k N_i$$

$$\vec{u}^+ = \vec{u} - (\vec{u} \cdot \vec{N}) \cdot \vec{N}$$

les relations 4.21 doivent être remplacées par :

$$\sigma_{ij} N_j |_{+} = - \sigma_{ij} n_j |_{-}$$

$$\sigma_{ij} N_i N_j |_{-} \leq 0 \quad \begin{cases} < 0 & \text{si } [u \cdot N] = 0 \\ = 0 & \text{si } [u \cdot N] > 0 \end{cases}$$

$$|\sigma_T| \leq \mu |\sigma_N| \quad \begin{cases} < & \text{si } \frac{d\vec{u}}{dt} = 0 & \text{(pas de glissement)} \\ = & \text{si } \frac{d\vec{u}}{dt} & \text{(même direction et sens que } \vec{\sigma}^T \end{cases}$$

où  $\mu$  est le coefficient de frottement.

### b. Critère de Propagation (critère de Griffith)

On définit l'énergie potentielle  $U$  du milieu par :

$$U = W - W_F$$

avec  $W$  l'énergie élastique et  $W_F$  le travail des forces extérieures. La propagation de la

fissure de  $\delta l$  consomme de l'énergie. La variation de l'énergie potentielle peut donc se mettre sous la forme :

$$U(l+\delta l) - U(l) = \delta U = -G\delta l = \frac{\partial U}{\partial l} \delta l$$

ou 
$$G = -\frac{\partial U}{\partial l}$$

$G$  est appelé "taux de restitution d'énergie" ou énergie disponible pour faire avancer la fissure.

Le critère de propagation est de dire que  $G$  est borné par un  $G_c$ . Il y a donc propagation si :

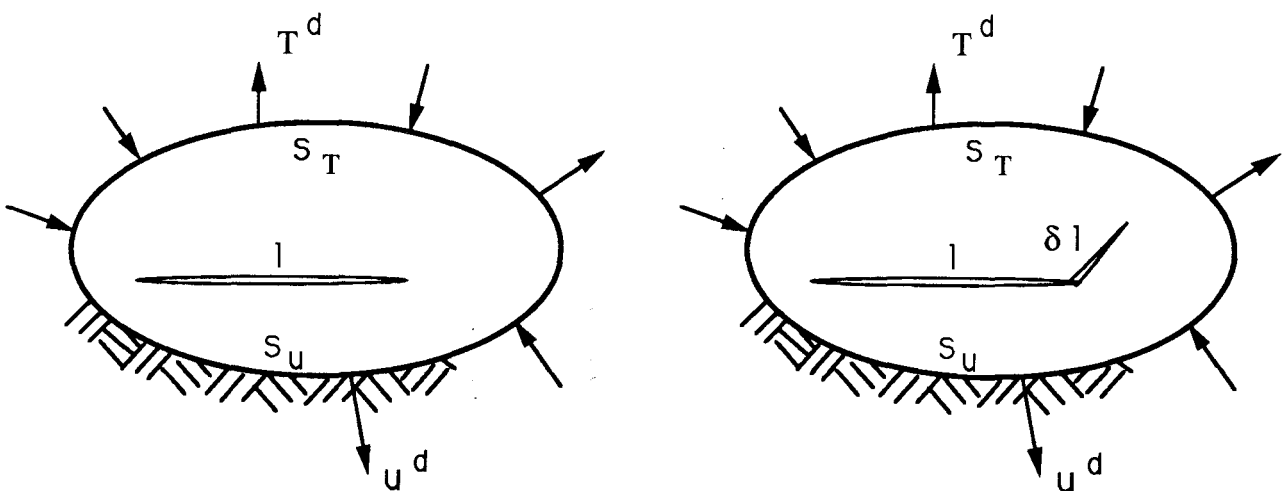
$$G \geq G_c$$

Pour le calcul numérique, on étudiera la variation de :

$$G(\theta) = -\frac{\Delta U(\theta)}{\Delta l}$$

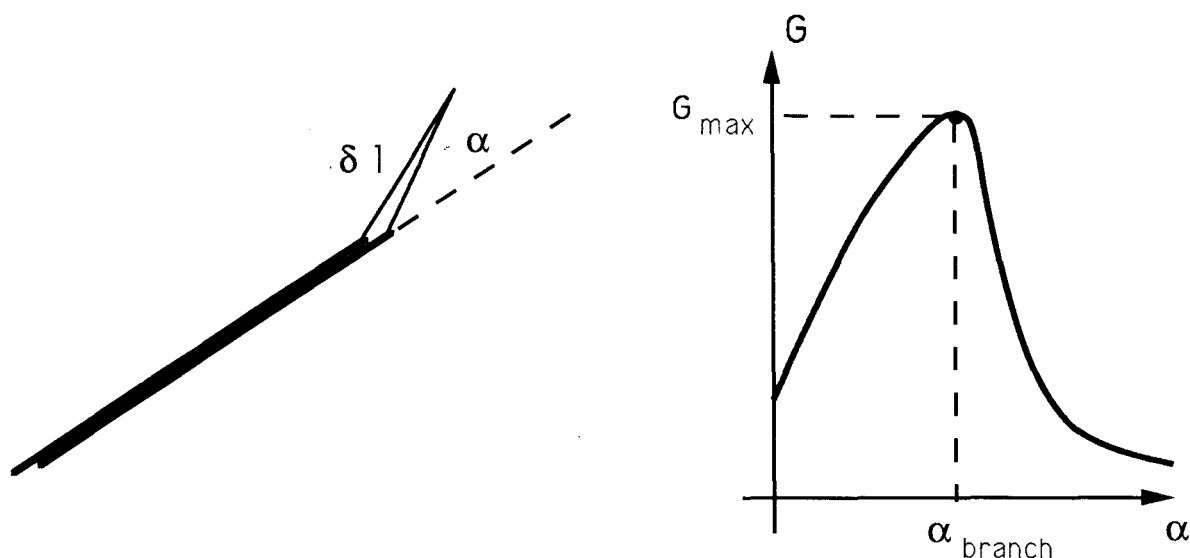
en prenant comme état de référence le solide avec la fissure principale (figure 4.12).

L'orientation effective de la propagation est celle pour laquelle l'énergie  $G$  est maximum (figure 4.13)



**Figure 4.12**

Principe de la méthode numérique



**Figure 4.13**

Angle de propagation

#### 4.3.2 APPLICATION DE L'OPTIMISATION QUADRATIQUE AVEC CONTRAINTES LINEAIRES D'INEGALITE A LA PROPAGATION DES FISSURES.

On utilisera la méthode des discontinuités des déplacements en champ complexe avec des éléments droits à deux noeuds pour la résolution de ce problème. La formulation de la résolution du système d'équations sera tout de même modifiée. En effet, il y a équivalence entre la résolution du système :

$$C.D = B$$

et la recherche du minimum de la fonction quadratique suivante :

$$F(D) = \frac{1}{2} || CD - B ||^2$$

On peut présenter  $F$  sous la forme :

$$F(D) = \frac{1}{2} [CD - B]^T \cdot [CD - B]$$

$$\begin{aligned}
F(D) &= \frac{1}{2} [D^T C^T - B^T] [C.D - B] \\
&= \frac{1}{2} [D^T C^T C.D - B^T C.D - D^T C^T B + B^T B] \\
&= \frac{1}{2} [D^T C^T C.D - B^T C.D - (C.D)^T \cdot B + B^T B] \\
&= \frac{1}{2} [D^T C^T C.D - B^T C.D - [B^T C.D]^T + B^T B]
\end{aligned}$$

mais  $B^T C D$  est un scalaire donc  $[B^T C D]^T = [B^T C D]$  d'où :

$$F(D) = \frac{1}{2} D^T C^T C D - B^T C D + \frac{1}{2} B^T B$$

La quantité  $B^T B \geq 0$  donc le problème à résoudre est :

$$\begin{aligned}
\min F(D) &= \frac{1}{2} D^T C^T C D - B^T C D \\
D &\in \mathfrak{R}^n
\end{aligned}$$

Donc, dans le cas de l'optimisation quadratique, développée au paragraphe 4.2  $G = C^T C$  et  $H^T = -B^T C$ .

La fissure décrite au paragraphe 4.3 sera représentée par des discontinuités de déplacements. Les lèvres de la fissure correspondent à la limite "G" et "D" des discontinuités. Physiquement, on doit donc imposer des restrictions aux valeurs des discontinuités normales  $D_n$  et tangentielles  $D_t$  sur la fissure. Ces restrictions sont données par les conditions aux limites imposées sur les lèvres de la fissure et exprimées au paragraphe 4.3. Nous allons de cette façon construire la matrice des contraintes linéaires  $\hat{A}$ .

On notera  $D$  le vecteur colonne des discontinuités normales et tangentielles. Nous allons considérer que les discontinuités sur la fissure sont indicées par  $i$ .

a. Les discontinuités normales sur la fissure doivent être positives ou nulles :

$$\forall i \in \text{Fissure} \Rightarrow D_n(i) \geq 0 \text{ (pas d'interpénétration)}$$

la contrainte linéaire  $a_i$  correspondant à cette condition s'exprime par :

$$a_i^T D \geq 0$$

où  $a_i^T = [0 \ 0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0 \ 0]$  le terme unité correspondant à la discontinuité normale de l'élément  $i$  de la fissure. C'est une contrainte linéaire d'inégalité.

b. Si la fissure est ouverte (c'est-à-dire  $D_n > 0$ ) alors nous devons avoir les contraintes sur l'élément  $i$  de la fissure sont nulles. Ceci s'exprime sous la forme suivante :

$$\sum_{j=1}^{\text{NDD}} C(i,j) D(j) = 0$$

où NDD représente le nombre total de discontinuités de déplacement du problème mobilisé.  $(C(i, j))$  représente l'élément de la ligne  $i$  et la colonne  $j$  de la matrice des coefficients d'influence. La contrainte linéaire s'exprime dans ce cas par :

$$a_i^T D = 0$$

où

$$a_i^T = [C_{i1} \ C_{i2} \ \dots \ C_{i\text{NDD}}]$$

et c'est une contrainte d'égalité.

c. Dans le cas où il n'y a pas de glissement, les discontinuités tangentielles  $D_t$  de la fissure doivent être nulles (conditions de Coulomb). Ceci s'exprime par :

$$\forall i \in \text{Fissure} \ D_t(i) = 0$$

la contrainte linéaire est :

$$a_i^T D = 0$$

où :

$$a_i^T = [0 \ \dots \ 1 \ \dots \ 0]$$

le terme unité correspondant à la discontinuité tangentielle de l'élément  $i$  de la fissure.

Nous sommes maintenant en mesure de construire la matrice des contraintes linéaires  $A$ . Le problème à résoudre est donc un problème d'optimisation quadratique avec des contraintes linéaires d'égalité et inégalité :

$$\begin{cases} \min \frac{1}{2} D^T C^T C D - B^T C D \\ D \in \mathfrak{R}^{\text{NDD}} \\ \text{avec les contraintes sur la fissure} \\ \hat{A} D \geq \hat{b} \end{cases}$$

Nous appliquons l'algorithme développé en 4.2 pour trouver la solution de ce problème. Un exemple d'application de cette méthode est présenté dans Miguez et al (1988).

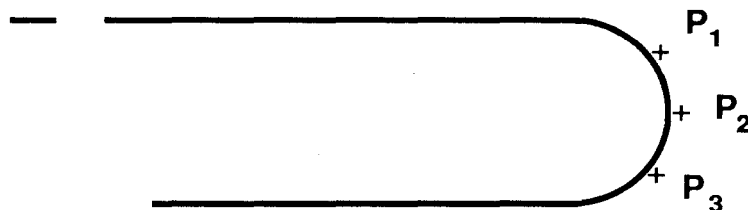
#### 4.4 APPLICATION AU DISCAGE

##### 4.4.1 PRESENTATION DU MODELE

Nous allons appliquer la méthode de Discontinuités des Déplacements, avec l'algorithme d'optimisation quadratique développé précédemment et le critère de Griffith, à la modélisation du discage.

La démarche utilisée est la suivante :

- Introduction d'une fissure initiale dans différents points du modèle. Appelons-les  $P_1$ ,  $P_2$  et  $P_3$  (figure 4.14). Sur ces points, nous allons évaluer l'énergie de propagation  $G$  de la fissure initiale pour différents angles d'inclinaison.
- Sur la fissure initiale où l'énergie de propagation est maximum, nous allons chercher l'angle de propagation pour différents cas de chargement (figure 4.15).



**Figure 4.14**

Points des fissures initiales



Les caractéristiques mécaniques du modèle sont les suivantes :

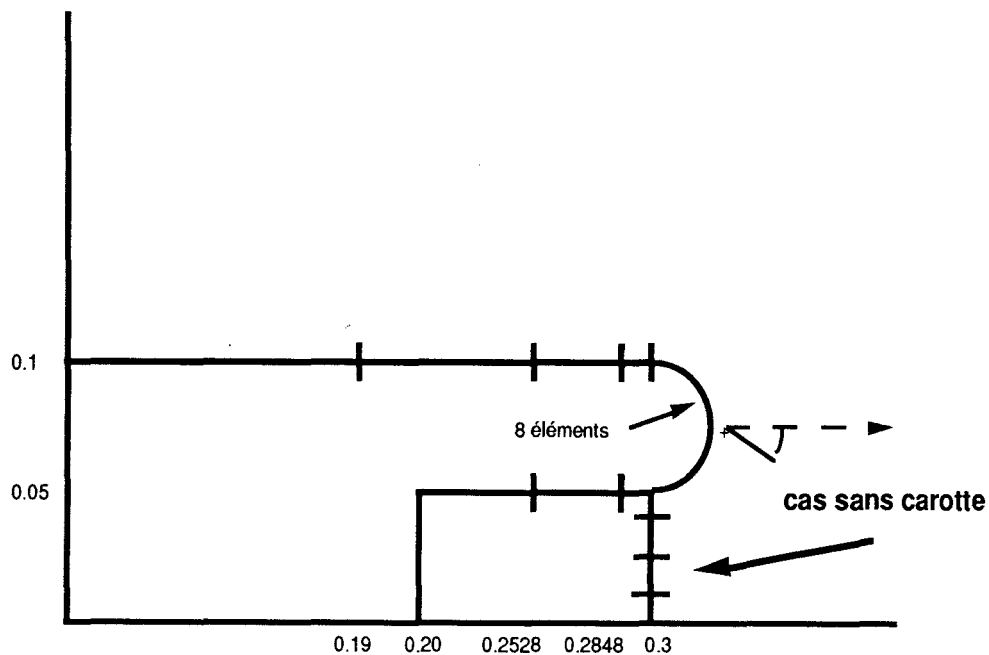
$$E = 1.0 \quad \nu = 0.25 \quad \mu = 0.7$$

où  $E$ ,  $\nu$  et  $\mu$  sont respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson du matériau et le coefficient de frottement sur les lèvres de la fissure.

La discrétisation utilisée est donnée par la figure 4.15. Les cas avec carotte et sans carotte ont été étudiés. Le type d'élément employé est celui droit à deux noeuds.

La longueur de fissure est de 0.004 m ou 0.02 m dans la plupart des cas, et elle est discrétisée en 16 éléments de même longueur.

Les résultats seront présentés sous forme de courbes  $(G, \theta)$  où  $G$  est l'énergie de propagation et  $\theta$  un angle donné par rapport à l'axe  $Ox$ .



**Figure 4.15**

Discretisation utilisée

#### 4.4.2 PRESENTATION DES RESULTATS

##### A. LE CALCUL DE L'ANGLE DE LA FISSURE INITIALE

###### a. Cas du modèle avec carotte

###### a.1 Le point P1

Pour toutes les directions testées, l'énergie de propagation  $G$  est nulle.

###### a.2 Le point P2

Le tableau suivant donne les valeurs de  $G$  en fonction de l'angle  $\theta$ . La longueur de la fissure dans ce cas de 0.02 et elle a été divisée en 8 éléments  $\sigma_v = 1$ .

$\theta^\circ \backslash \sigma_H$	1.0	2.0	3.0	4.0
- 30°	$0.107 \times 10^{-2}$	0	0	0
- 45°	$0.299 \times 10^{-1}$	$0.7961 \times 10^{-1}$	0.1517	0.2462
- 60°	$0.3066 \times 10^{-1}$	0.1215	0.2721	0.4826
- 70°	$0.1703 \times 10^{-1}$	$0.7927 \times 10^{-1}$	0.1870	0.3402

La courbe est donnée par la figure 4.16.

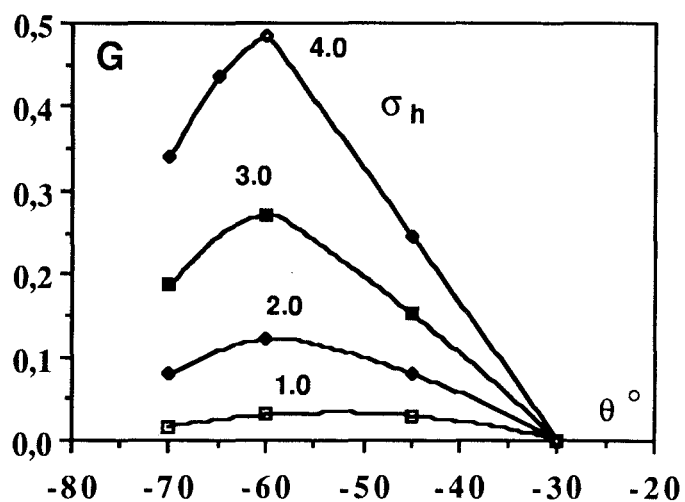


Figure 4.16

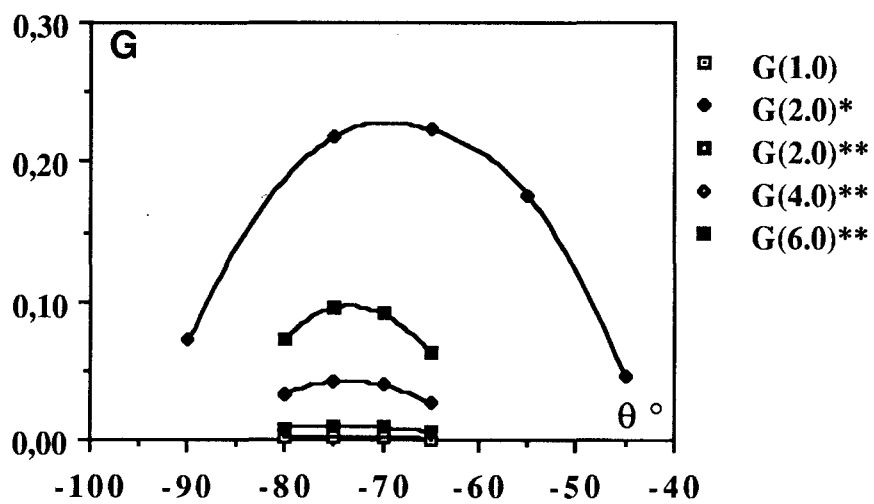
a.3 Point P3

$\theta^\circ \backslash \sigma_H$	1.0	2.0 *	2.0 **	4.0 **	6.0 **
- 45°		$0.4552 \times 10^{-1}$			
- 55°		0.1760			
- 65°	$0.8139 \times 10^{-3}$	0.2228	$0.5724 \times 10^{-2}$	$0.2667 \times 10^1$	$0.6288 \times 10^{-1}$
- 70°	$0.1638 \times 10^{-2}$		$0.8891 \times 10^0$	$0.3922 \times 10^1$	$0.91046 \times 10^{-1}$
- 75°	$0.2084 \times 10^{-2}$	0.2187	$0.9898 \times 10^{-2}$	$0.4179 \times 10^1$	$0.9569 \times 10^{-1}$
- 80°	$0.2093 \times 10^{-2}$		$0.8416 \times 10^0$	$0.3281 \times 10^1$	$0.7306 \times 10^{-1}$
- 90°		$0.7246 \times 10^{-1}$			

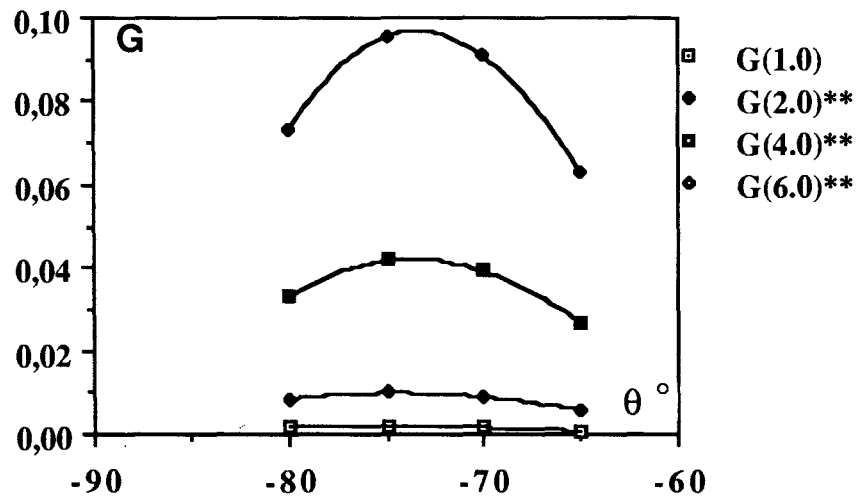
\* la fissure est de longueur 0.02 et divisée en 8 segments

\*\* la fissure est de longueur 0.04 et divisée en 8 segments

La figure 4.17 montre la variation de l'énergie de propagation  $G$  en fonction de l'angle.



(a)



(b)

Figure 4.17

**b. Cas sans carotte**

b1. Le point P1

Pour toutes les directions testées, l'énergie de propagation G est nulle

b2. Le point P2

Pour toutes les directions testées avec une fissure de 0.004 divisée en 16 éléments, l'énergie de propagation est nulle. Dans le cas où la fissure a une longueur de 0.02, le tableau suivant donne la valeur de l'énergie G en fonction de l'angle  $\theta$ .

$\theta^\circ \backslash \sigma_H$	2.0	4.0
- 30°	0	0
- 45°	$0.8674 \times 10^{-1}$	0.2947
- 55°	0.1266	0.5048
- 60°	0.1223	0.5108
- 65°	0.1038	0.4515

La figure 4.18 illustre cet ensemble de valeurs.

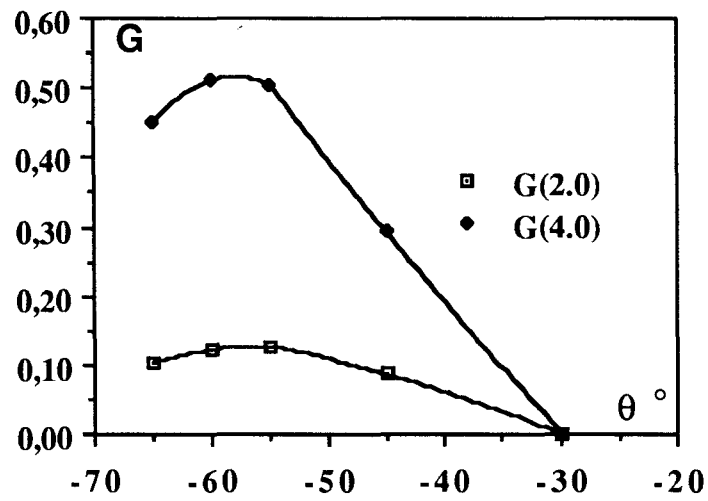
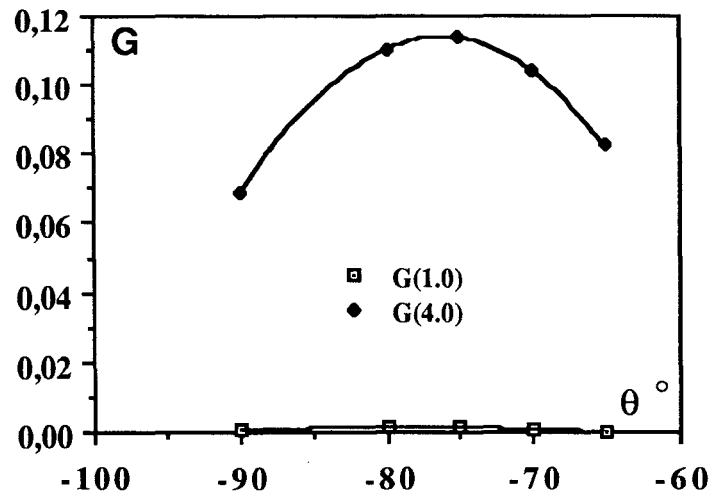


Figure 4.18

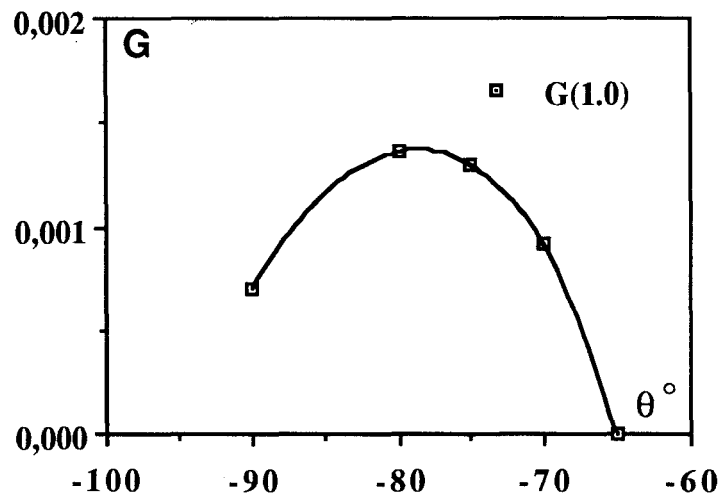
b.3 Le point P3

$\theta \backslash \sigma$	1.0	4.0
- 65°	0	$0.8229 \times 10^{-1}$
- 70°	$0.9116 \times 10^{-3}$	0.1041
- 75°	$0.1301 \times 10^{-2}$	0.1139
- 80°	$0.1364 \times 10^{-2}$	0.1102
- 90°	$0.7034 \times 10^{-3}$	$0.6893 \times 10^{-1}$

La longueur de fissure est dans tous les cas de 0.004 et elle est divisée en 16 éléments. La figure 4.19 donne l'énergie de propagation  $G$  en fonction de l'angle.



(a)



(b)

Figure 4.19

Le point de démarrage de la fissure obtenu avec le critère de rupture de la parabole de Torre-Léon se trouve autour du point P2. Nous remarquons en revanche que l'énergie de propagation  $G$  autour du point P3 est plus importante pour une fissure initiale de même longueur.

Dans le cas du point P2, l'angle de la fissure initiale dépend de la contrainte horizontale. Pour la recherche de la direction de propagation, nous allons prendre deux directions initiales correspondant à deux contraintes horizontale.

Pour le point P3, nous pouvons remarquer que l'angle de la fissure initiale est sensiblement le même quelque soit le cas de chargement. Nous allons chercher les directions de propagation pour un seul angle initial de trois chargements horizontaux différents.

## B. LE CALCUL DES DIRECTIONS DE PROPAGATION

### a. Cas avec carotte

#### a.1 Le Point 2

Dans ce cas, nous avons calculé les valeurs de l'énergie  $G$  dans deux cas de figure. Le premier avec un angle de fissure initiale  $\theta_i = 55^\circ$  pour une contrainte horizontale  $\sigma_H = 1.0$ . Le second avec un angle de fissure initiale  $\theta_i = 60^\circ$  pour une contrainte horizontale  $\sigma_H = 2.0$ . La longueur de fissure est de 0.02 dans tous les cas, et elle est décomposée en 16 éléments. Le bout de fissure propagé a une longueur de 1/32 la longueur de la fissure initiale.

Les résultats sont donnés dans le tableau suivant :

	$\theta_i = 55^\circ$	$\theta_i = 60^\circ$
$\theta_b$	$\sigma_H = 1.0$	$\sigma_H = 2.0$
70°	$4.864 \times 10^{-2}$	0.1739
60°	$4.882 \times 10^{-2}$	0.1754
50°	$4.688 \times 10^{-2}$	0.1693
40°	$4.568 \times 10^{-2}$	0.1646
30°	$4.584 \times 10^{-2}$	0.1637
20°	$4.606 \times 10^{-2}$	0.1629
10°	$4.416 \times 10^{-2}$	0.1555
0°	$3.077 \times 10^{-2}$	0.1067

La figure 4.20 montre les courbes liées à ces valeurs.

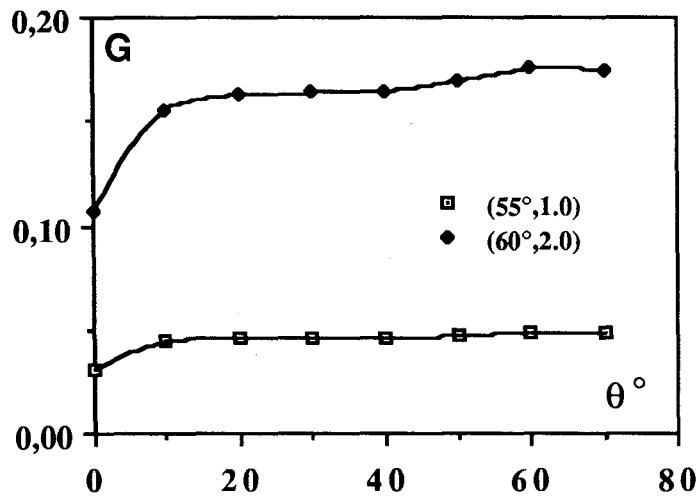


Figure 4.20

a.2 Le point P3

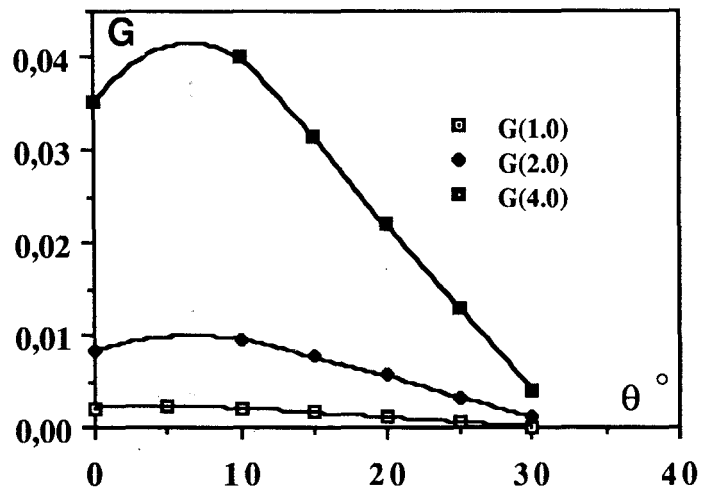
Pour P3, l'angle  $\theta_i$  de la fissure initiale est de  $-75^\circ$  pour tous les cas de chargement. Le tableau suivant donne les résultats obtenus :

$\theta_b$	1.0	2.0	4.0
$0^\circ$	$2.12 \times 10^{-3}$	$8.4 \times 10^{-3}$	$3.52 \times 10^{-3}$
$5^\circ$	$2.4 \times 10^{-3}$		
$10^\circ$	$2.08 \times 10^{-3}$	$9.6 \times 10^{-3}$	$4.0 \times 10^{-2}$
$15^\circ$	$1.64 \times 10^{-3}$	$7.6 \times 10^{-3}$	$3.16 \times 10^{-2}$
$20^\circ$	$1.12 \times 10^{-3}$	$5.6 \times 10^{-3}$	$2.2 \times 10^{-2}$
$25^\circ$	$6.0 \times 10^{-4}$	$3.2 \times 10^{-3}$	$1.28 \times 10^{-2}$
$30^\circ$	$12 \times 10^{-4}$	$1.2 \times 10^{-3}$	$4.0 \times 10^{-3}$

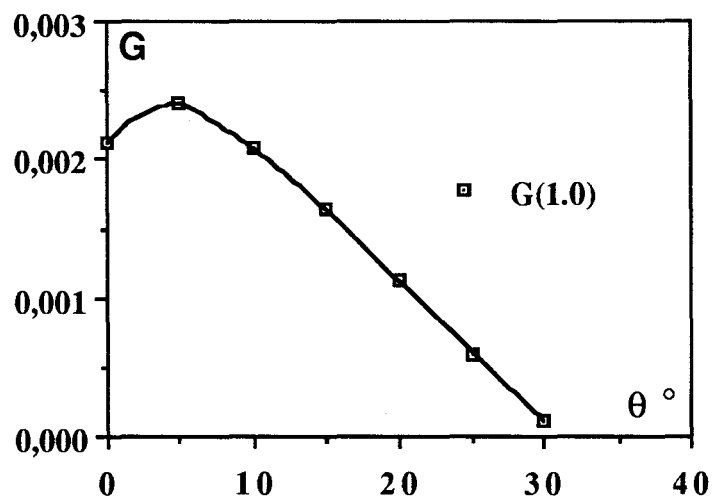
La longueur du bout de fissure est dans tous les cas de  $2.5 \times 10^{-4}$ .



La figure 4.21 donne la représentation graphique de ces valeurs.



(a)



(b)

Figure 4.21

## b. Cas sans carotte

### b.1 Le point P2

Nous avons calculé les valeurs de  $G$  dans les deux cas suivants :

- Un angle  $\theta_i$  de fissure initiale de  $55^\circ$  pour un chargement horizontal  $\sigma_H = 2.0$
- Un angle  $\theta_i$  de fissure initiale de  $60^\circ$  pour un chargement horizontal  $\sigma_H = 4.0$

La longueur de la fissure initiale est de 0.02 dans les deux cas et elle est divisée en 16 éléments. Le bout de fissure propagé a une longueur de 1/32 la longueur de la fissure initiale ( $l_b = 0.000625$ ).

Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau suivant :

	$\theta_i = 55^\circ$	$\theta_i = 60^\circ$
$\theta_b$	$\sigma_H = 2.0$	$\sigma_H = 4.0$
70°	0.2197	0.8080
60°	0.2296	0.8279
50°	0.2261	0.8067
40°	0.2197	0.7822
30°	0.2134	0.7654
20°	0.2035	0.7424
0°	0.1110	0.4427

La figure 4.22 montre l'évolution des valeurs obtenues.

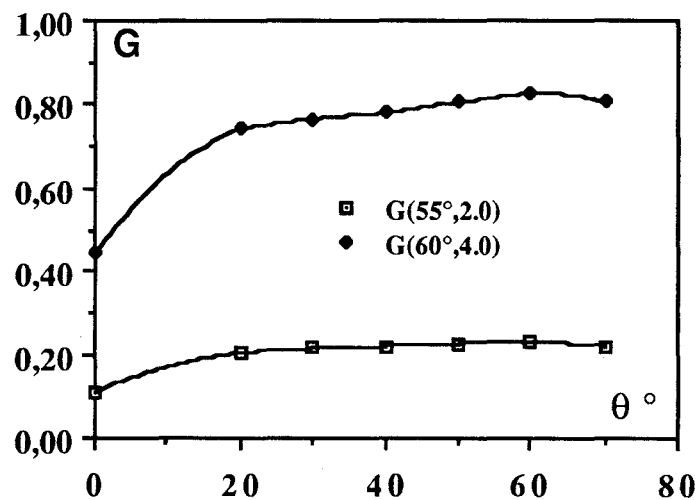


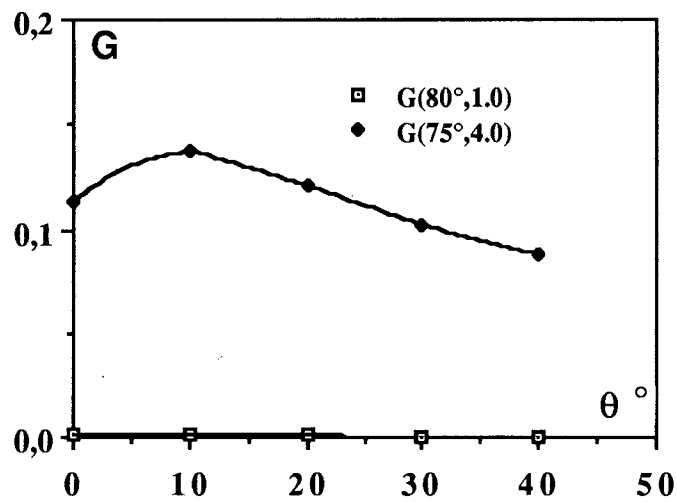
Figure 4.22

b.2 Le point P3

Le tableau suivant donne les résultats de  $G$  en fonction de l'angle de propagation  $\theta_b$  :

	$\theta_i = 80^\circ$	$\theta_i = 75^\circ$
$\theta_b$	$\sigma_H = 1.0$	$\sigma_H = 4.0$
40°		0.088
30°	$2.4 \times 10^{-4}$	0.102
20°	$5.4 \times 10^{-4}$	0.1212
10°	$1.48 \times 10^{-3}$	0.1372
0°	$1.36 \times 10^{-3}$	0.114

La longueur de la fissure est de 0.004 dans les deux cas de chargement, et celle du bout de fissures est de 0.00025. La figure 4.23 montre les courbes associées à ces valeurs.



(a)

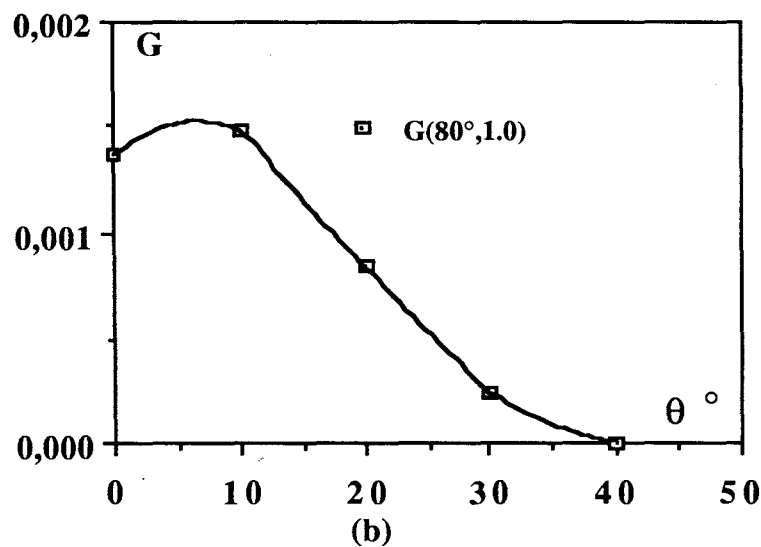


Figure 4.23

#### 4.5 ANALYSE DES RESULTATS

Avant de passer à l'analyse des résultats obtenus, plusieurs remarques doivent être faites les concernant.

Dans quelques cas, pour certains angles  $\theta_i$  de fissure initiale ou angles  $\theta_p$  de propagation, la convergence de l'algorithme d'optimisation n'est pas assurée. Ces cas ont été clairement identifiés :

- Quand la fissure initiale traverse un champ de contrainte avec changement de signe sur la composante normale aux lèvres de la fissure. Cet inconvénient peut être contourné en utilisant une longueur de fissure suffisamment petite. Mais dans certains cas, le raccourcissement de la fissure donne des énergies de propagation  $G$  nulles.
- Quand le bout de fissure a une composante normale en compression. Cette fois ci encore, une discrétisation plus serrée de la fissure initiale et du bout de fissure doit permettre de surmonter cette difficulté.

#### 4.5.1 LES RESULTATS AU POINT P2

Nous observons qu'il y a une variation de l'angle  $q_i$  d'énergie de propagation  $G$  maximum en fonction de la contrainte horizontale  $\sigma_H$ . Dans le cas où le modèle de calcul contient la carotte  $\theta_i$  passe d'une valeur entre  $-50^\circ$  et  $-55^\circ$  pour une état de contrainte isotrope ( $\sigma_v = 1.0$ ,  $\sigma_H = 1$  à une valeur de  $-60^\circ$  pour un  $K_o = 4$ .

Pour le cas où la longueur de carotte est nulle, la variation de  $\theta_i$  est sensiblement la même que dans le cas avec carotte.

Si l'on compare les énergies  $G$  dans ces deux cas, on remarque qu'elles ont des valeurs voisines (5 % maximum de différence). La recherche de l'angle de branchement  $\theta_b$  dans les cas avec et sans carotte nous conduit à des angles de propagation de  $60^\circ$  dans tous les cas de figure, quelque soit l'angle  $\theta_i$  et quelque soit la contrainte horizontale  $\sigma_H$ .

#### 4.5.2 LES RESULTATS AU POINT P3

Sur le point P3, l'angle  $\theta_i$  (maximum de  $G$ ) de la fissure initiale se trouve autour de  $-80^\circ$  pour un état de contrainte isotrope ( $k_o = 1$ ). Pour un  $k_o \geq 2$ , l'angle  $\theta_i$  se situe autour de  $-75^\circ$  et ceci pour les cas avec ou sans carotte.

Si l'on compare les énergies de propagation  $G$ , nous constatons qu'elles sont plus importantes dans le cas avec carotte pour  $k_o = 1$ . En revanche, pour  $k_o = 4$ , l'énergie  $G$  est nettement plus importante dans le cas sans carotte. L'angle de branchement  $\theta_b$  dans le cas avec carotte est de  $5^\circ$  pour un chargement isotrope ( $k_o = 1.0$ ). Pour  $k_o \geq 2.0$ , l'angle  $\theta_b$  (4 maximum) se situe entre  $5^\circ$  et  $10^\circ$ .

L'angle de branchement  $\theta_b$ , dans le cas sans carotte, est de  $5^\circ$  à  $6^\circ$  pour un chargement isotrope ( $k_o = 1.0$ ). Pour  $k_o = 4.0$ , l'angle  $\theta_b$  est de  $10^\circ$ .

### 4.5.3 INTERPRETATION DES RESULTATS

#### a. Le point de démarrage de la fissure.

Nous avons choisi trois points P1, P2 et P3 comme points de démarrage de la fissure. Le point P1 donne des énergies  $G$  nulles. Il n'y aura pas de propagation d'une fissure ayant son origine sur P1.

En ce qui concerne les points P2 et P3, nous observons des énergies  $G$  nettement supérieures sur le point P3 à longueur de fissure égale. Le point P2 est celui qui est le plus défavorable vis à vis du critère de la parabole utilisé au chapitre 3. Le point P3 est celui qui est le plus défavorable vis-à-vis du critère d'énergie  $G$  maximum.

La différence provient du fait qu'un des critères (parabole) découle de la modélisation des états limites du matériau alors que l'autre découle des théorèmes énergétiques.

Le point P3 sera retenu comme celui du départ de la fissure.

#### b. L'influence de la longueur de la carotte

Dans le cas d'un chargement isotrope  $k_0 = 1$ . La figure 4.24 montre que l'énergie  $G$  est plus importante dans le cas avec carotte.

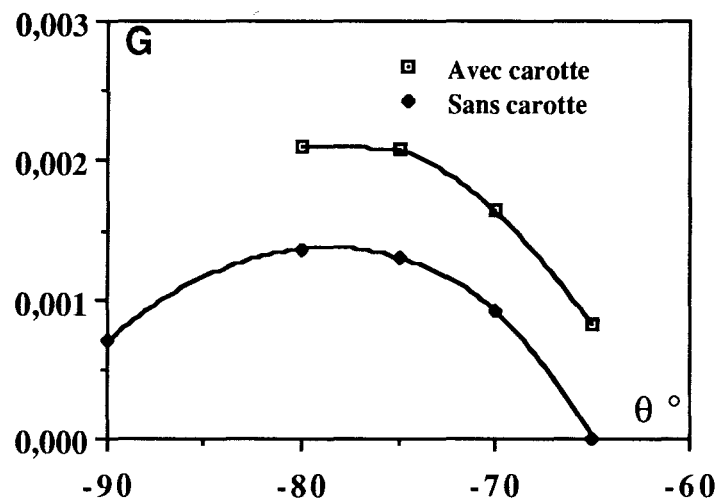


Figure 4.24

Comparaison des énergies  $G$  pour  $k_0 = 1.0$

Dans le cas où le chargement est anisotrope ( $k_0 = 4.0$  par exemple), la figure 4.25 montre que l'énergie  $G$  est plus importante dans le cas sans carotte.

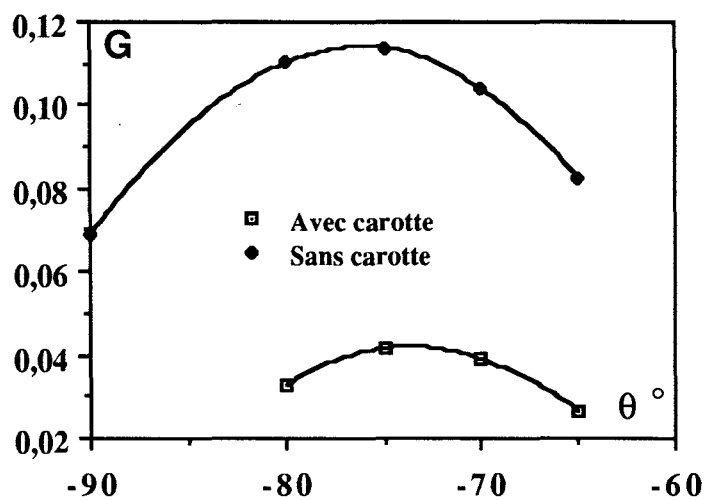


Figure 4.25

Comparaison des énergies  $G$  pour  $k_0 = 4.0$

Les deux constatations démontrent (par le critère de  $G$  maximum) que l'épaisseur du disque dépend de l'état de contraintes, et notamment du rapport  $k_0 = \sigma_H/\sigma_v$ . En effet, si l'état de contrainte est fortement anisotrope, il sera plus facile à la fissure d'atteindre le  $G_c$  critique quand la carotte n'est pas formée (figure 4.26).

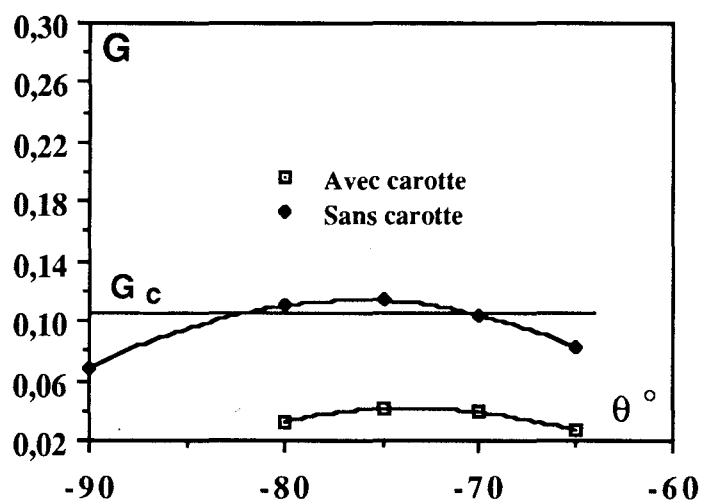


Figure 4.26

Propagation de la fissure avec le critère  $G_c$  pour  $k_0 = 4.0$

De la même façon, si l'état de contrainte est isotrope l'énergie  $G$  atteint le critère plus facilement quand la longueur de la carotte augmente (quand le carottier avance).

### c. Angle de propagation $\theta_b$ et état de contrainte

En tenant compte des remarques précédentes, prenons les figures correspondantes aux variations de  $G$  dans le cas avec carotte pour  $k_o = 1.0$  (figure 4.21 a), et aux variations de  $G$  dans le cas sans carotte pour  $k_o = 4.0$  (figure 4.23 a), dans la figure 4.27.

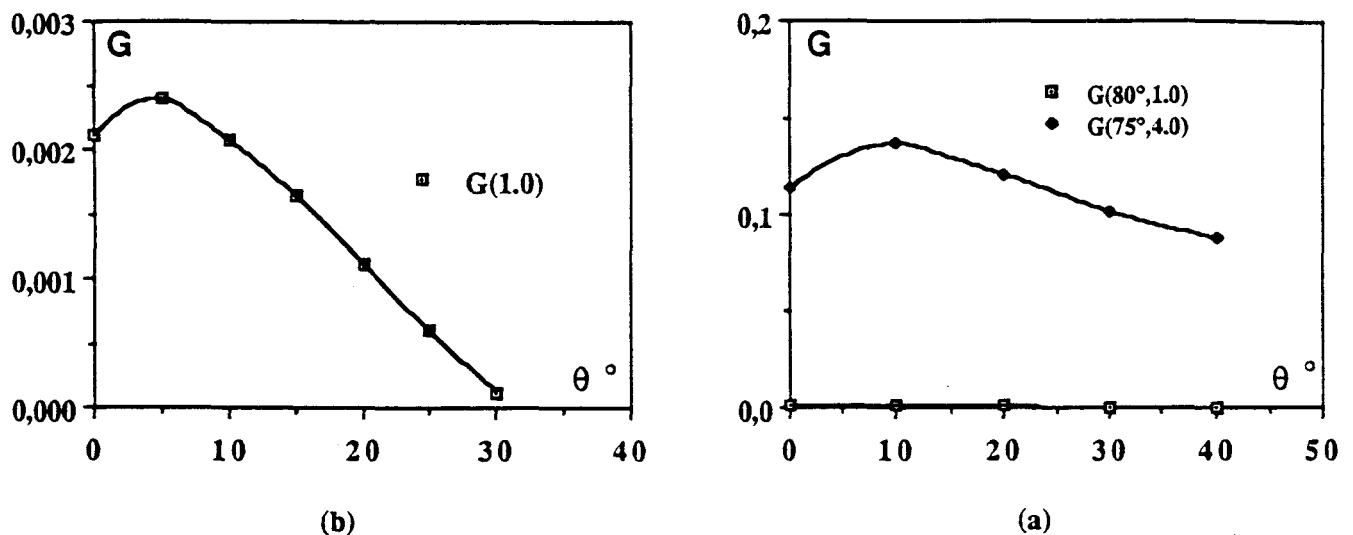


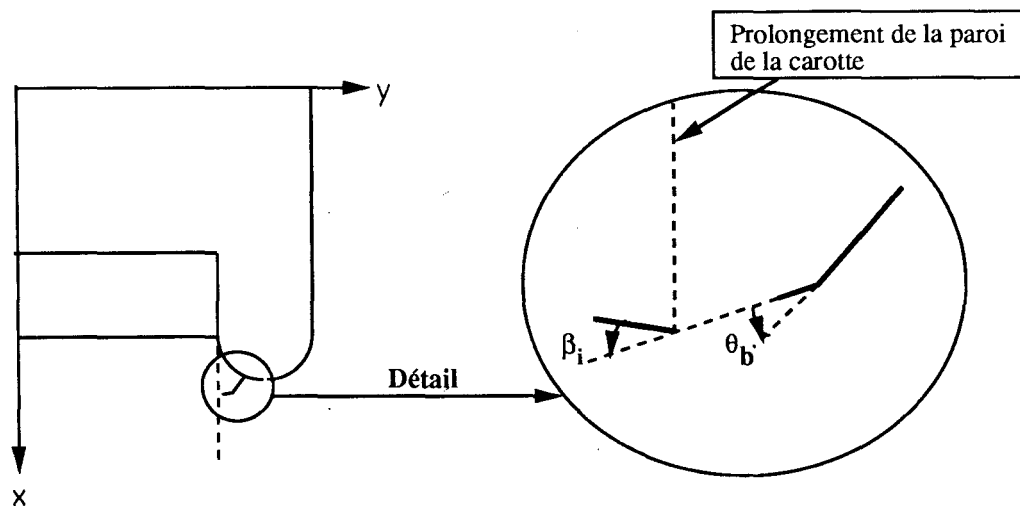
Figure 4.27

Comparaison des angles de propagation  $\theta_b$  pour  $k_o = 1.0$  et  $k_o = 4.0$

Nous observons que pour  $k_o = 1.0$ , l'angle  $\theta_b = 5^\circ$  et pour  $k_o = 4.0$   $\theta_b = 10^\circ$ . La variation est certes faible mais très nette. Les conséquences pour le discage peuvent se résumer ainsi :

- si l'on prolonge le bout de fissure propagé vers la carotte (figure 4.28), l'angle "d'entrée" dans la carotte peut être une approximation de l'angle  $\beta_i$  mesuré (défini au chapitre 2).





**Figure 4.28**

Relation entre les angles  $\theta_b$  et les angles  $\beta_i$  (chapitre II)

Dans notre cas , pour  $k_o = 1.0$ , l'angle  $\beta_i$  serait de  $10^\circ$  et pour  $k_o = 4.0$ ,  $\beta_i$  serait de  $5^\circ$ .

Plus la contrainte  $\sigma_H$  est importante plus la concavité des disques diminue.

#### 4.6 CONCLUSIONS

L'approche par la Mécanique Linéaire de la Rupture a nécessité la mise au point d'un algorithme d'optimisation quadratique avec contraintes linéaires. Cette méthode de résolution a pu être validée (Belkacemi et al (1988)) et testée sur le problème du discage.

Les résultats obtenus dans le cas du discage montrent qu'une relation étroite existe entre les paramètres géométriques du disque (épaisseur, angles  $\beta_i$ ) et les contraintes imposées. Relation en accord avec l'observation et l'expérience. La démarche suivie montre une méthodologie de travail. Les éléments suivants devraient pouvoir être intégrés :

- L'influence des diamètres intérieur/diamètre extérieur de la carotte,
- L'influence de l'application d'une pression de boue,
- Une étude de la stabilité de la propagation de la fissure.

Il faut tenir compte du fait que le modèle numérique utilisé est en déformation plane et que le modèle réel est au moins en symétrie de révolution. Ceci doit conduire à une série d'essais de validation du modèle avant de passer à une éventuelle phase d'exploitation.

CHAPITRE 5  
**L'APPROCHE EMPIRIQUE  
DU PHENOMENE DE DISCAGE**

Les essais de dischage ont donné lieu à des formulations empiriques diverses. Au chapitre 1, les différences existant entre ces relations nous ont montré combien il est nécessaire de maîtriser et décrire les paramètres de l'essai.

Dans ce chapitre, deux séries d'essais de dischage seront décrites. La première a été réalisée au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées par Massieu et Durville (1983). La deuxième a été effectuée au Laboratoire de Mécanique des Matériaux Fragiles de l'EUDIL-IDN par Boumahdi (1990) sur le triaxial vrai.

La première série d'essais nous a permis d'évaluer les difficultés de la mise en oeuvre, l'importance de certains paramètres par rapport à d'autres, et de vérifier quelques hypothèses de travail.

Dans la deuxième série, les conditions de chargement sont plus proches de celles *in-situ*, c'est à dire où les trois contraintes sur les trois directions sont imposées indépendamment.

## 5.1 ESSAIS AU L.C.P.C.

### 5.1.1 DESCRIPTION DES ESSAIS

Il s'agit d'essais de compression, à l'aide d'un cadre biaxial, d'éprouvettes parallélépipédiques ( $154 \times 154 \times 50 \text{ mm}^3$ ) dans lequel on vient carotter perpendiculairement au chargement.

Le schéma de l'essai est expliqué dans la figure 5.1 :

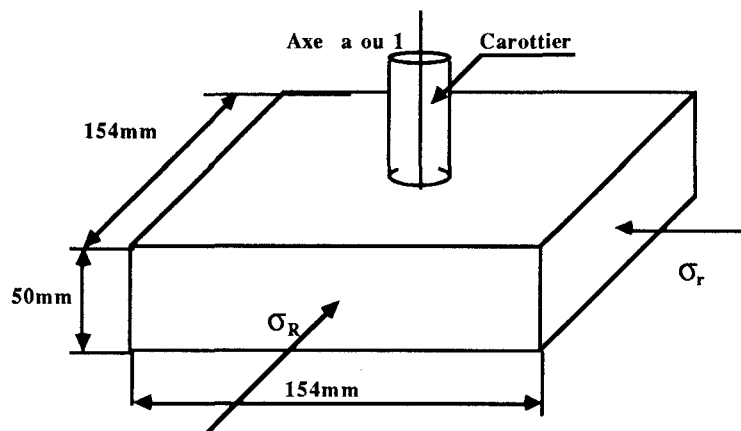


Figure 5.1

Schéma de l'éprouvette et du carottier dans les essais du L.C.P.C.

Les essais peuvent être regroupés en deux types, chaque type pouvant avoir des cas de chargement différents :

**a) Essai de discage en cours de forage (essai dit "dynamique")**

Dans cet essai, le carottage se fait sur l'échantillon chargé avec  $\sigma_r$  et  $\sigma_R$  constants ( $\sigma_a = 0$ ). Le chargement peut être isotrope ( $\sigma_r = \sigma_R$ ) ou anisotrope ( $\sigma_r < \sigma_R$ ).

**b) Essai de discage après forage (dit "statique")**

L'éprouvette est carottée à un diamètre et une profondeur donnés, séchée et introduite après séchage dans le cadre biaxial où elle subira les contraintes prévues. Un dispositif d'écoute de bruits a été utilisé pour détecter la fissuration au cours du chargement. Cet essai met en évidence le fait que le discage n'est pas lié directement au processus de carottage même s'il peut être influencé par celui-ci. Ici aussi, le chargement sera de plusieurs types :

**b.1 Essai en contrainte isotrope ( $\sigma_r = \sigma_R$ ) :**

Les contraintes sont appliquées simultanément et par paliers. La valeur du palier est fonction de la résistance à la compression du matériau. La durée d'application du palier a été de deux à trois minutes, selon le cas.

**b.2 Essai en contraintes anisotropes ( $\sigma_r < \sigma_R$ ) :**

Deux méthodes de chargement possibles :

- 1°) Chargement simultané jusqu'à contrainte maximum dans les deux directions ,  
et ensuite descente par paliers de  $\sigma_r$  jusqu'à une contrainte faible. S'il n'y a pas de discage, la contrainte maximum est alors augmentée sur l'autre axe.
- 2°) Chargement simultané jusqu'à la valeur de la contrainte la plus faible, et ensuite augmentation par paliers de  $\sigma_R$  jusqu'au discage.

Les roches utilisées dans les essais sont le calcaire Marquise, le calcaire Larrys, le marbre de Carrare, les craies d'Ennemain et Caix. Les propriétés mécaniques sont résumées dans le tableau 5.1.

ESSAI	Calcaire de MARQUISE	Marbre de CARRARE	Calcaire de LARRYS	Craie de ENNEMAIN	Craie de CAIX : A	Craie de CAIX : B2
compression $\sigma_c$ MPa	175,5	104	73,9	25	23	18,5
traction (brésilien) $\sigma_t$ MPa	12,3	11,6	6,1	3,3	2,9	2,6
Vitesse propagation d'onde longitudinale $V_l$ m/s	6 149	5 550	4 170	2 874	3 484	2 800
Vitesse propagation d'onde transversale $V_t$ m/s	3 270	2 940	2 480	1 825	2 078	1 860
Module d'Young statique E MPa	79 000	67 300	37 200	16 200	18 800	15 000
Module d'Young dynamique $E_d$ MPa	75 200	59 900	35 080	13 700	21 700	12 500
Coefficient de Poisson dynamique $\nu_d$	0,307	0,28	0,22	0,15	0,205	0,16
densité $\gamma$ réelle $t/m^3$	2,69	2,707	2,32	1,74	1,84	1,65
résistance au cisaillement $\tau_o$ MPa	29	23,5	13	6,5	6	4,5

**Tableau 5.1**

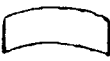


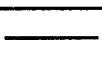



Tableau récapitulatif des propriétés mécaniques des roches testées

### 5.1.2 RESULTATS ET ANALYSE DES ESSAIS

L'ensemble des résultats sont donnés dans le tableau 5.2 pour les essais "dynamiques" et dans le tableau 5.3 pour les essais "statiques". Vingt-trois essais au total ont été réalisés. Ce petit nombre d'essais ne nous permettra pas d'établir des règles générales sur les conditions sous lesquelles se produit le discage, mais il est possible à partir de là de faire un certain nombre de constatations.

#### Constatations générales

- Le discage peut se produire pendant le carottage (essai dynamique) comme après carottage partiel (essai statique).

Essai n° Nom roche	Mode de chargement	$\sigma_T$ (MPa)	$\sigma_R$ (MPa)	Disques Nombre	Contraintes dischage	Forme des disques	Observations
1 MARQUISE	Anisotrope	8	78	Oui 5	Idem		Disques non orientables par rapport aux contraintes
2 MARQUISE	Anisotrope	7.8	75	Oui 8	Idem		Disques non orientables par rapport aux contraintes
3 MARQUISE	Anisotrope	55	75	Oui 2	Idem		Fracture circulaire avec face légèrement creuse. Concavité vers le haut avec symétrie de révolution
4 MARQUISE	Anisotrope	55	75	Oui 2	Idem		Disques très fins en extrémité de carotte
5 LARRYS	Anisotrope	6	52	Oui 4	Idem		Disques avec légère concavité vers le haut
6 CARRARE	Anisotrope	6	60	Non			Découpage de la carotte selon son axe, polissage d'une des surfaces Observation au microscope : Rien
7 LARRYS	Anisotrope	6	60	Douteux			Carottage à l'air comprimé
8 CARRARE	Anisotrope	4	74	Non			
9 LARRYS	Isotrope	60	60	Oui 15	Idem		Groupes de disques non décollés sur lesquels la rupture n'est pas visible sur toute la circonférence
10 LARRYS	Isotrope	74	74				Rupture du bloc
11 CARRARE	Isotrope	74	74	Non			
12 MARQUISE	Anisotrope	7	70	Oui 2	Idem		Disques en forme de gouttière orientée suivant $\sigma_2$
13 MARQUISE	Anisotrope	7	70	Oui 1	Idem		Disque cassé
14 MARQUISE	Isotrope	70	70	Oui 1	Idem		Rupture de dischage à concavité orientée vers le haut
15 MARQUISE	Isotrope	70	70	Non			Carottage avec un carottier de diamètre plus petit. Pas de rupture, ni fissure

**Tableau 5.2**

Synthèse des résultats des essais dits dynamiques

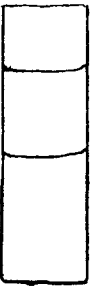

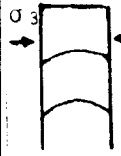

ESSAI N° Nom roche	Phase	Mode de Chargement	Cote de carottage (mm)	Contraintes				Discage	Forme	Observations
				initiales		finales				
				$\sigma_{ri}$	$\sigma_{Ri}$	$\sigma_{rf}$	$\sigma_{Rf}$			
16 MARQUISE	A	Isotrope	14	40	40	80	80	oui		Sa carotte disquée ne se détachera qu'au moment de la phase B même remarque
	B	Isotrope	25	40	40	80	80	oui		
	C	Anisotrope	34	65	65	10	80	non		
	D	Anisotrope	42	65	65	25	65	non		
17 MARQUISE	A	Anisotrope	10	65	65	10	80	oui		Quelques fissures autour de la surface de rupture  pas de rupture  Deux craquements bien espacés (environ 10 sec.). Rupture plane puis petit disque troué au centre
	B	Anisotrope	20	65	65	10	80	non		
	C	Isotrope	30	40	40	80	80	oui		
18 ENNEMAIN	A	Isotrope	5	7	7	21.2	21.2	non		Fissuration du bloc
	B	Isotrope	15	7	7	21.2	21.2	non		
19 CAIX A	A	Isotrope	5	7	7	21.2	21.2	non		Rupture du bloc
20 ENNEMAIN	A	Anisotrope	10	1.6	4.2	1.6	16.9	oui		Surface lignée $\sigma_3$ Même forme du disque que dans la phase A Fissuration du bloc
	B	Anisotrope	20	1.6	4.2	1.6	24.6	oui		
21 CAIX B	A	Anisotrope	10	1.6	4.2	1.6	14	non		Rupture du bloc
22 ENNEMAIN	A	Isotrope	10	4.2	4.2	18.3	18.3	non		Rupture du bloc
23 CARRARE	A	Isotrope	25	7	7	82.6	82.6	oui		Rupture plane

Tableau 5.3

Synthèse des résultats des essais dits statiques

Le discage peut apparaître sous des contraintes isotropes ou anisotropes.

Cette constatation avait été déjà relevée par Sugawara et *al* mais nous n'avons eu connaissance de leurs résultats qu'après cette étude.

Le discage se produit d'autant plus facilement (le nombre des disques augmente) que les contraintes sont supérieures à celles de discage ( $\sigma_d$ ) dans les essais "dynamiques". Constatation déjà faite par Obert et Stephenson (1965) et Jaeger et Cook (1963) au cours de leurs expériences.

La forme des surfaces de rupture est variable, plane ou courbe, et ceci est associé à l'anisotropie du champ de contraintes appliquées. En effet, pour les chargements fortement anisotrope, on retrouve presque systématiquement des disques en forme de gouttière d'axe orienté suivant la contrainte la plus petite ( $\sigma_2$ ) et la concavité orientée vers le bas (voir figure 5.2.a). Pour des chargements isotropes, on trouve le plus souvent des disques avec des surfaces de rupture de révolution de concavité orientée vers le haut (voir figure 5.2.b). Cette dernière constatation coïncide avec celle d'Obert et Stephenson sur la forme des disques dans leurs essais.

On remarquera que les essais "statiques" ont l'avantage de permettre la détermination effective de la contrainte de discage alors que les essais "dynamiques" ne font que donner une valeur par excès ou par défaut.

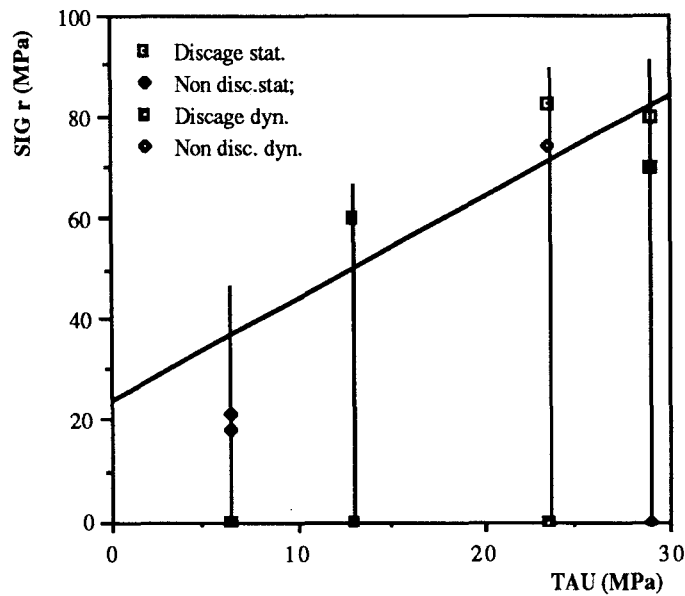
### 5.1.3 CHARGEMENT ISOTROPE - COMPARAISON AVEC LES RESULTATS D'OBERT ET STEPHENSON

Dans le cas où le chargement est isotrope (dans le plan ( $\sigma_r, \sigma_R$ )) et la contrainte axiale nulle, la formule d'Obert et Stephenson donne le seuil de discage :

$$\sigma_r = 23 + 2,0 \tau_o \quad (\text{en MPa})$$

où  $\tau_o$  est la résistance au cisaillement de la roche. Les résultats obtenus ne nous permettent pas étant donné le petit nombre d'essais, de confirmer ou pas la validité générale de cette formule pour toutes les roches utilisées. La figure 5.3 montre comment se placent les résultats des essais par rapport aux prévisions d'Obert et Stephenson. On remarquera que pour toutes les roches sauf la craie, la résistance à la compression  $\sigma_c$  est très nettement au-dessus du seuil de discage. Cela peut expliquer la rupture des craies sans qu'il y ait eu discage.



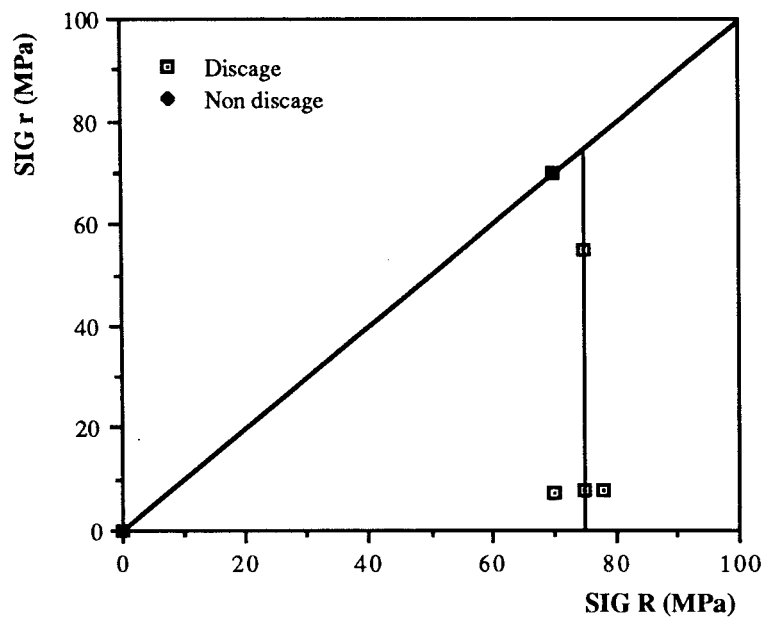


**Figure 5.3**

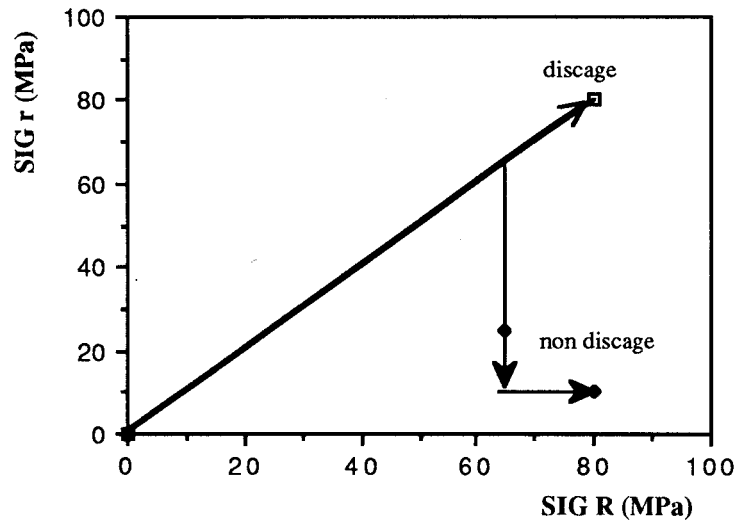
Résultats des essais de discage en condition de contrainte isotrope ( $\sigma_T = \sigma_R$ )

#### 5.1.4 CHARGEMENT ANISOTROPE

Pour le calcaire de Marquise le discage se produit en première approximation, lorsqu'au moins une des deux contraintes latérales atteint une valeur seuil. Pour le discage dynamique, on a  $\sigma_R > 70$  MPa. Pour le discage statique on a  $\sigma_R > 80$  MPa (figure 5.4). A noter que la formule d'Obert et Stephenson, pour le cas isotrope, donne comme seuil de discage  $\sigma_d = \sigma_2 = \sigma_3 = 81$  MPa. Cela laisse supposer que si le discage dépend pas de  $\sigma_T$  les points de discage se trouveraient autour d'une droite  $\sigma_R = \text{cte}$  dans le plan ( $\sigma_T, \sigma_R$ ). Les essais sur ce point ne sont pas concluants.



(a)



(b)

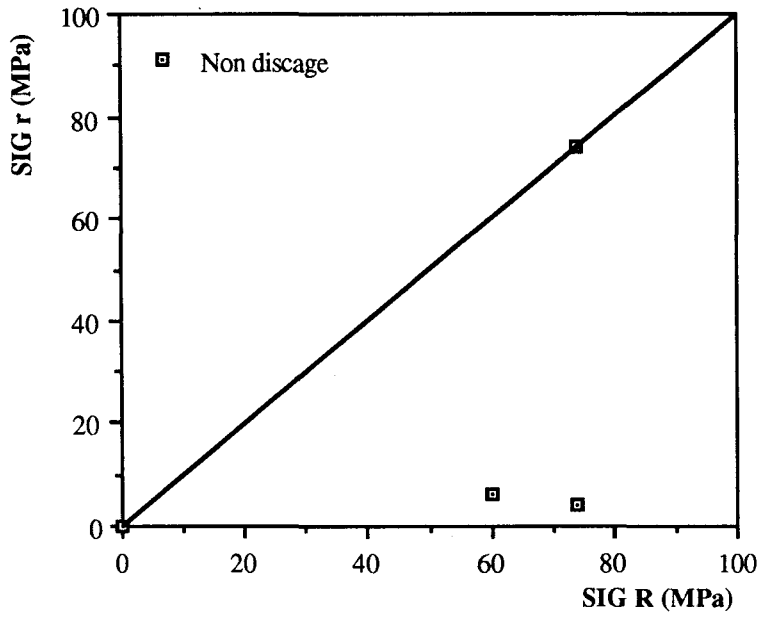
**Figure 5.4**

Résultats des essais de discage dans le plan  $\sigma_r = \sigma_R$  pour le calcaire de Marquise

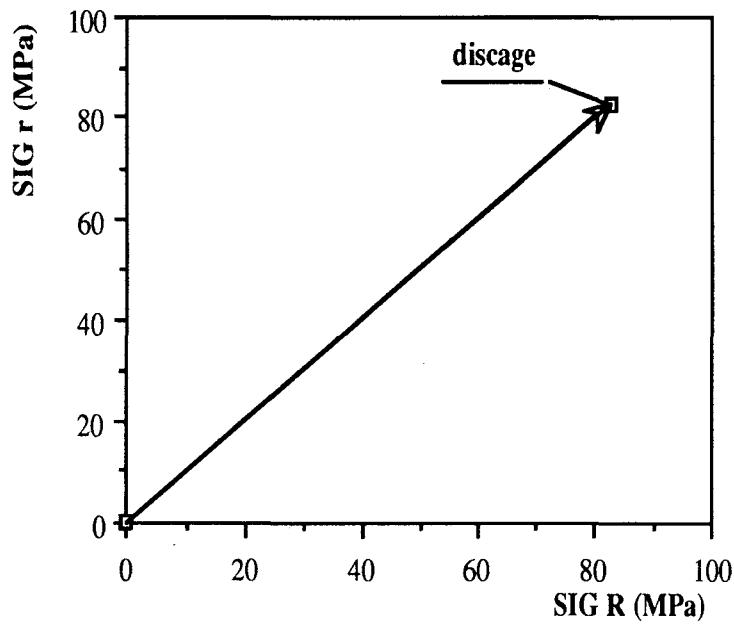
(a) essais dynamiques

(b) essais statiques

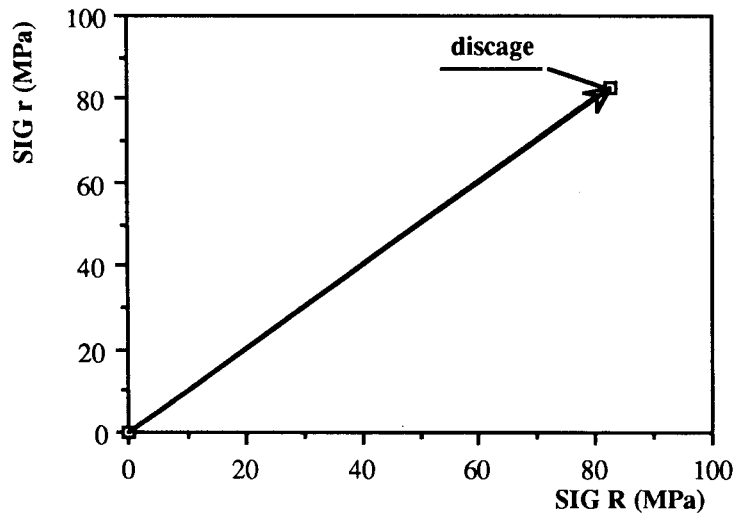
Pour les autres matériaux, le petit nombre d'essais (de trois à cinq) sur chaque roche (voir figure 5.5) ne permet pas de vérifier si la condition de discage dans le plan ( $\sigma_r$ ,  $\sigma_R$ ) est du même type que pour le calcaire de Marquise.



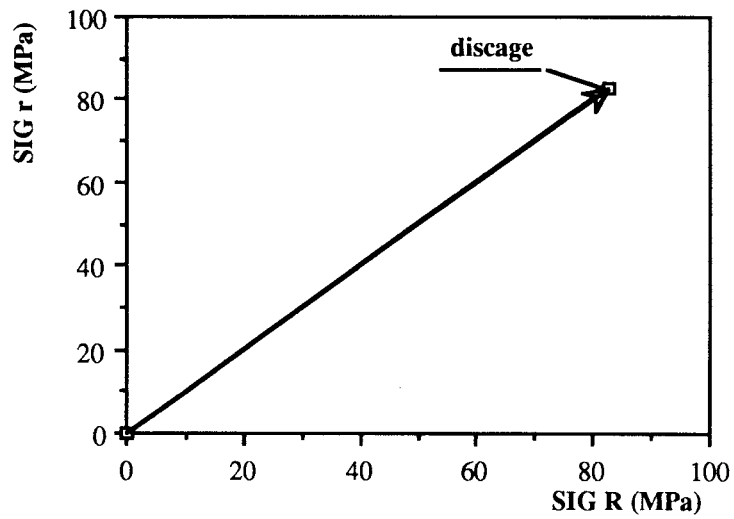
(a)



(b)



(c)



(d)

**Figure 5.5**

Résultats des essais de disage dans le plan  $\sigma_r - \sigma_R$

(a) Marbre de Carrare - Essais dynamiques

(b) Marbre de Carrare - Essais statiques

Dans le cas de la craie d'Ennemain, le fait d'avoir obtenu du discage sous chargement anisotrope indiquerait la dépendance du phénomène de discage par rapport à la contrainte  $\sigma_r$ . Ceci pourrait s'expliquer par l'influence du comportement fragile du matériau. En effet, le comportement d'une roche dépend de l'état de contrainte auquel elle est soumise. Dans le cas de la craie, on peut supposer que le comportement sous chargement biaxial est du type de celui de la figure 5.6.

Pour un chargement anisotrope ( $\sigma_r = 0$ ), le comportement de la craie est très fragile (rupture par traction). Si l'on augmente la contrainte  $\sigma_r$ , le comportement devient moins fragile (rupture par cisaillement). Sous chargement isotrope ( $\sigma_r, \sigma_R$ ), la craie a tendance à avoir ce dernier comportement, ce qui empêcherait l'avènement du discage.

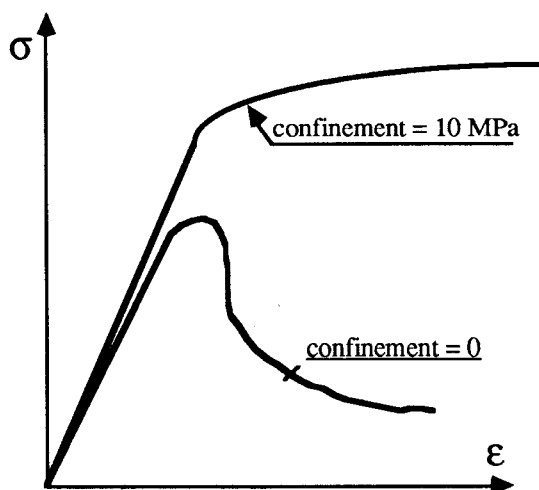


Figure 5.6

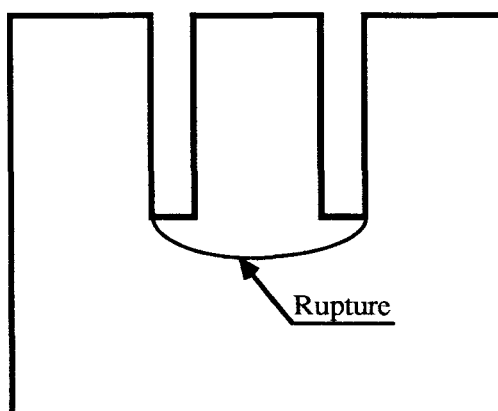
Comportement de la craie en fonction de la pression de confinement (essai triaxial) (Shao (1988))

### 5.1.5 AMORCAGE - ENDOMMAGEMENT

Les essais "statiques" indiquent que la rupture se produit au fond de la carotte dans la zone du bloc qui est juste en-dessous de celle-ci. A plusieurs reprises, la carotte n'a pu être détachée qu'au cours de la phase suivante (c'est-à-dire : prolongement du carottage, ...). Ceci laisse supposer que la rupture doit se produire d'après le schéma de la figure 5.7.

Intéressons-nous aux brutis émis par les échantillons au cours du chargement des essais "statiques". Dans le cas du calcaire de Marquise le "craquement" est très court. Par contre, dans le cas du marbre de Carrare, le bruit émis a été relativement long.

Cela peut s'expliquer par le travail de fracture  $W_F$  qu'il faut dépenser pour produire la rupture complète de l'échantillon en compression ( $W_F$  : aire sous la courbe contrainte-déformation (figure 5.8)). En effet, pour le calcaire de Marquise la courbe est du type II, ce qui implique que lorsque la fissure est initiée peu d'énergie est nécessaire pour obtenir la fracture. La surface de discontinuité créée se propage de façon discrète au travers de l'échantillon.



**Figure 5.7**

Hypothèse de rupture du fond de la carotte

Pour le marbre de Carrare, la courbe est du type I. Dans ce cas, pour obtenir la rupture, il faut fournir à la structure un surcroît d'énergie important. La surface de discontinuité n'est plus discrète puisqu'il a fallu dépenser cette énergie. Il y a alors microfissuration dans le volume sans apparition de surface de rupture.

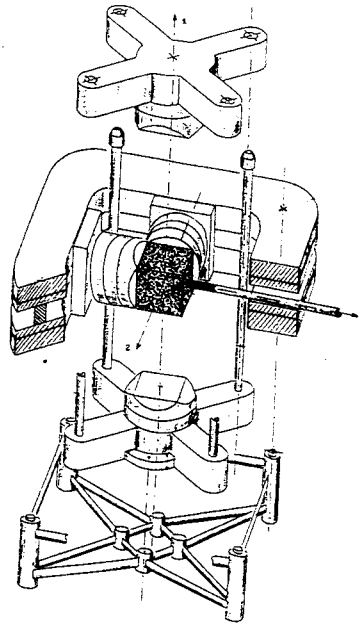
La différence dans les émissions acoustiques correspond au fait que, dans un cas, l'on crée une surface de rupture (émission brève), et dans l'autre une microfissuration diffuse (qui dépend du temps) (émission longue).

Le mécanisme de rupture (par traction ou cisaillement) n'a pu être déterminé dans tous les essais, mais la surface de rupture du disque dans l'essai 20, nous montre une structure plumeuse définie par Symegash (1971) comme caractéristique de la rupture fragile par traction.

## 5.2 ESSAIS SUR TRIAXIAL VRAI AU LABORATOIRE DE MECANIQUE DES MATERIAUX FRAGILES

### 5.2.1 DESCRIPTION DES ESSAIS

Les essais ont été réalisés sur le triaxial vrai du Laboratoire de Mécanique des Matériaux Fragiles. La figure 5.8 donne le schéma des parties mécaniques de la machine



**Figure 5.8**

Schéma du triaxial

montrée sur la photo 5.1. L'échantillon utilisé est cubique de côté 0.5 m. La roche est le



**Photo 5.1**

calcaire d'Anstrude fourni par la S.N.E.A.(P). La caractérisation mécanique du matériau a été faite par l'I.R.I.G.M. [1987] pour la S.N.E.A.

Dans tous les essais effectués, les contraintes  $\sigma_r$  et  $\sigma_R$  perpendiculaires à l'axe de carottage sont telles que  $\sigma_r = \sigma_R$ . La contrainte  $\sigma_a$  sera imposée indépendamment. On reproduit ainsi les conditions aux limites d'Obert et Stephenson.

Les essais se font de la façon suivante :

- 1°) Carottage à l'air comprimé jusqu'à l'obtention de la carotte désirée. L'état de contraintes est suffisamment faible pour ne pas provoquer de discage au cours du carottage.
- 2°) Le chargement vertical est imposé, et ensuite le chargement horizontal est augmenté jusqu'à ce que le morceau de carotte soit complètement décollé. La durée d'un essai est de plusieurs heures (de 3 à 4).

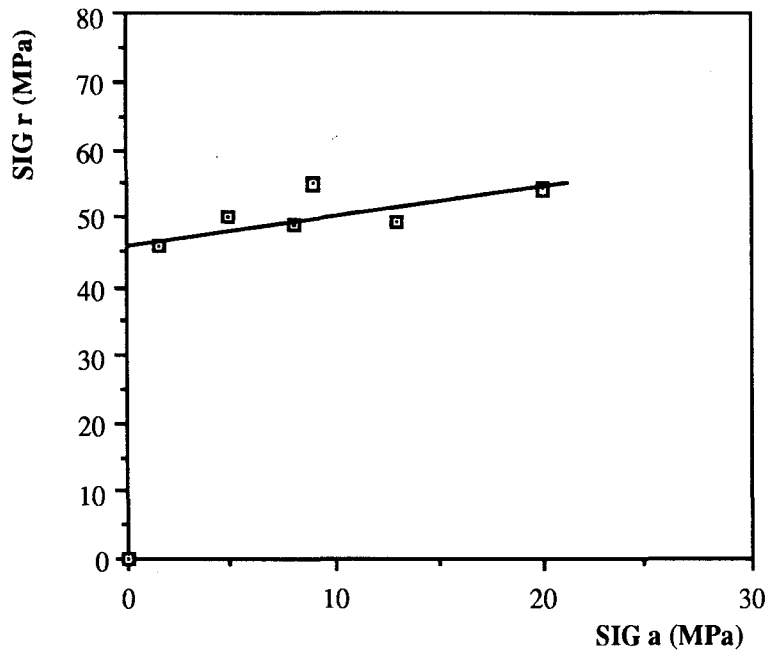
Cette démarche diffère de cette mise en pratique par la plupart des auteurs ayant effectué des essais de discage (carottage avec l'échantillon chargé). Elle va permettre de déterminer le seuil de contraintes de discage d'une façon plus précise, mais dans un type d'essai dit "statique".

## 5.2.2 RESULTATS

Les résultats sont donnés sous forme de droites de discage. Onze essais ont été réalisés : six avec une longueur de carotte de 1,5 cm, trois avec une longueur de 3 cm et deux autres avec 6 et 10 cm.

La première droite représente les valeurs trouvées pour une longueur de carotte de 1,5 cm (figure 5.9). La deuxième, celles trouvées pour une longueur de 3 cm (figure 5.10).



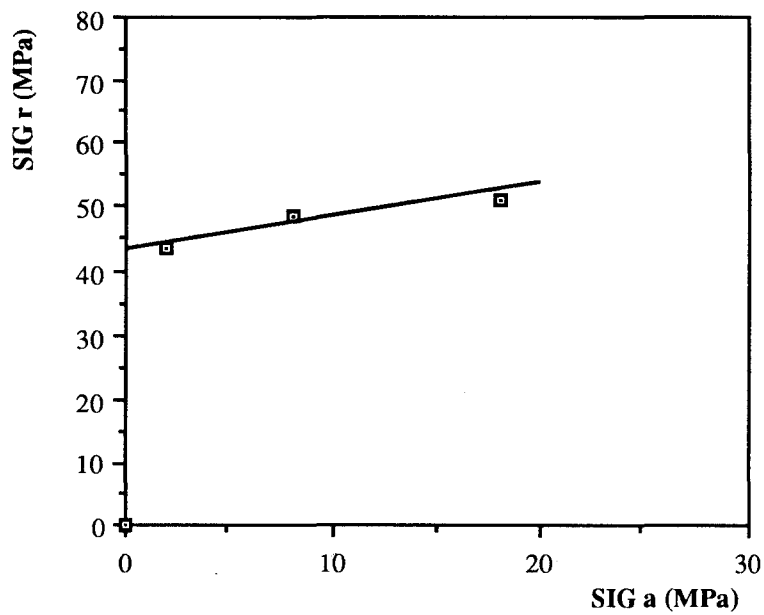


**Figure 5.9**

Contrainte radiale en fonction de la contrainte axiale

Matériau : Calcaire d'Anstrude

Longueur de la carotte : 1.5 cm



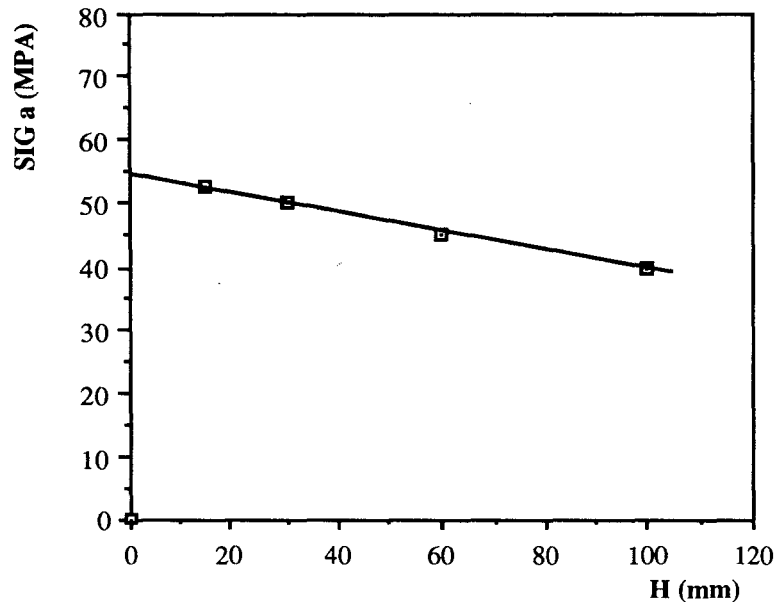
**Figure 5.10**

Contrainte axiale en fonction de la contrainte radiale

Matériau : Calcaire d'Anstrude

Longueur de la carotte : 3 cm

La troisième correspond (figure 5.11) aux valeurs de la contrainte radiale  $\sigma_r$  en fonction des longueurs testées, à contrainte  $\sigma_a$  constante. Seuls les points associés aux longueurs de 6 et 10 cm sont des points expérimentaux. Les deux autres ont été prélevés sur les droites précédentes pour la contrainte  $\sigma_a$  qui nous intéressait.



**Figure 5.11**

Contrainte radiale en fonction de l'épaisseur du disque

Matériau : Calcaire d'Anstrude

Contrainte axiale  $\sigma_a$  fixe : 13.4 MPa

### 5.2.3 OBSERVATIONS

- 1°) Le point entouré d'un carré dans la première droite (figure 5.9) n'a pas été obtenu en respectant la démarche des essais décrite ci-dessus. Dans la phase de carottage les contraintes radiales n'étaient pas suffisamment faibles. Ceci a provoqué des amorces de disques, très nettes, observées sur la carotte à la fin de l'essai. Un disque a pu être obtenu manuellement à partir de cette carotte, deux autres étaient bien amorcés. Au total : trois disques de 0.5 cm d'épaisseur. Cela fausse le paramètre longueur de disque que l'on veut étudier.

- 2°) Le point qui se trouve en-dessous de la première droite a été obtenu après un carottage en présence (accidentelle) d'eau.
- 3°) La carotte ne se décolle pas spontanément dans la plupart des cas. Il faut l'effleurer pour qu'elle tombe.

#### 5.2.4 CONCLUSIONS

Si l'on tient compte des résultats d'Obert et Stephenson et de Panet (1969) les valeurs de  $k_1$  et  $k_2$  peuvent s'écrire sous la forme :

$$k_1 = 23 + 2 \tau_o \text{ (en MPa)}$$

$$k_2 = 0.25 + 0.065 \sigma_{tb} \text{ (}\sigma_{tb} \text{ en MPa)}$$

où  $\tau_o$  et  $\sigma_{tb}$  sont la résistance au cisaillement et la résistance à la traction de l'essai brésilien. Pour le calcaire d'Anstrude  $\tau_o = 6$  MPa et  $\sigma_{tb} = 2$  MPa. D'où  $k_1 = 35$  MPa et  $k_2 = 0.38$ . La droite d'Obert et Stephenson devrait s'écrire :

$$\sigma_H = 35 + 0.38 \sigma_v$$

Or, les droites trouvées expérimentalement sont :

$$\sigma_H = 45 + 0.5 \sigma_v$$

$$\sigma_H = 43 + 0.52 \sigma_v$$

pour les disques de 1.5 et 3 cm respectivement.

Cet écart pourrait s'expliquer du fait de la différence de la mise en oeuvre des essais. L'essai (point encadré dans la courbe de la figure 5.9 viendrait renforcer cette hypothèse. En effet, au moment du carottage, les contraintes étaient de  $\sigma_H = 40$  MPa et  $\sigma_v = 9$  MPa. Les disques obtenus étaient de 0.5 cm en moyenne. Pour faire disquer la carotte avec les disques amorcés, il a fallu monter jusqu'à  $\sigma_H = 54.7$  MPa.

Le fait de devoir effleurer la carotte à intervalles réguliers introduit aussi une incertitude sur les mesures des contraintes de discage.

Un dispositif d'écoute sur la carotte sera mis en place sous peu. Il permettra de détecter le moment où la fissure de discage se déclenche. On disposera donc d'un renseignement supplémentaire qui pourrait être très précieux pour la détermination des contraintes in-situ sans avoir obtenu le discage mais en présence des amorces sur la carotte.

Le rapport existant entre l'épaisseur du disque et l'état de contrainte pour produire le discage se trouve représenté sur la troisième courbe. Bien que tous les auteurs admettent l'existence d'une relation entre l'épaisseur des disques et l'intensité des contraintes, aucun lien précis n'avait été établi entre ces deux grandeurs. Jaeger et Cook (1963) ont observé une diminution de la moitié de l'épaisseur pour une multiplication par trois de la contrainte radiale dans le marbre de Wombeyan. Les résultats que nous avons obtenus ne donnent pas des variations aussi importantes. L'équation de cette droite est :

$$\sigma_r = 54.5 + 0.15 h$$

avec  $\sigma_r$  en MPa et  $h$  en mm. Il est possible que cette droite dépende fortement du matériau. L'intersection de cette droite avec l'axe  $\sigma_r$  représenterait la contrainte nécessaire pour que, à contrainte  $\sigma_a$  constante, la carotte sorte convertie en "charpie". Ce dernier phénomène s'est déjà produit dans certains forages pétroliers.

### 5.3 CONCLUSIONS GÉNÉRALES

La démarche suivie dans l'approche empirique a permis d'obtenir des enseignements très importants, comme nous l'avons vu, pour la modélisation du discage et la connaissance de l'état de contraintes. Mais l'influence de la géométrie de l'outil de carottage reste à étudier. Avec une telle étude nous pourrions envisager l'introduction des paramètres géométriques dans les "lois" empiriques de discage. La validation d'un modèle numérique par une telle loi permettrait de faire des simulations moins coûteuses que l'essai.

- L'influence de la longueur de la carotte sur les énergies de propagation  $G$  en fonction de la contrainte horizontale  $\sigma_H$ . Avec le critère d'énergie critique  $G_c$ , on démontre que la fissure va se propager plus facilement quand  $\sigma_H$  est important ( $k_o = 4.0$ ) et la carotte est courte que dans le cas où la carotte est longue. De la même façon, si la contrainte  $\sigma_H$  n'est pas suffisamment importante pour que  $G$  atteigne  $G_c$  avec l'avancement du carottier, l'énergie  $G$  augmente et il est possible d'atteindre le critère  $G_c$ .
- Les angles de propagation dépendent de la contrainte horizontale (du  $k_o$ ). Une approximation de l'angle  $\beta_i$  montre que plus  $k_o$  est important, plus la concavité du disque serait faible.

Dans l'approche empirique, nous avons pu établir les résultats suivants :

- Dans un chargement fortement anisotrope, la surface de rupture du disque a une forme de "gouttière" orientée dans l'axe de la plus petite contrainte,
- L'influence de la longueur de la carotte sur les contraintes de discage a pu être quantifiée. Le résultat est une droite ( $\sigma_H, L$ ) de pente négative montrant bien que plus la contrainte horizontale est importante, plus les disques sont minces.

Les résultats obtenus par les différentes approches sont tous en concordance (quand il y a des aspects communs).

Un mot doit être dit sur le modèle numérique utilisé. Un modèle en déformation plane peut nous donner des indications sur l'influence de certains paramètres (rapport rayon extérieur/rayon intérieur) et il nous a servi à établir une méthodologie de travail. Mais il est indispensable de rapprocher le modèle numérique du modèle physique. Dans le cas de l'approche par critère de rupture, la méthodologie peut être transcrite sans problème majeur sur des modèles axisymétriques ou tridimensionnels par Eléments Finis (les travaux de V. VENET ( ) vont dans ce sens). Dans le cas de l'approche par la Mécanique Linéaire de la Rupture, le problème est tout autre. Le développement d'un programme de propagation de fissures en symétrie de révolution nécessiterait une longue étude de mise au point et validation. A long terme, une telle étude est envisageable. Mais dans l'immédiat, il est plus important de tenter un calage entre le modèle en déformation plane de propagation et un cas réel.

D'autres paramètres doivent être introduits comme la pression de boue. Et ceci dans toutes les approches. Enfin, l'aspect observation des carottes pourrait être systématisé à toutes les carottes présentant des disques afin de constituer une base de données de laquelle pourrait sortir des lois empiriques basées sur ces observations.

## **BIBLIOGRAPHIE**



- AMESTOY M. (1985)  
 Comparaison de critères de propagation de fissures.  
*Communication orale, groupe fragilité-rupture. Paris*
- BARTON C.A., ZOBACK H.D. (1987)  
 Determination of in situ stress orientation from stoneley wave propagation in boreholes  
*A paraître dans J. Geophys. Res., cité dans GUENOT*
- BELKACEMI Y. (1990)  
 Methode de discontinuité de déplacements en champ complexe. Application à la propagation.  
*Thèse de Doctorat, Université de Lille I*
- BELKACEMI Y., MIGUEZ R., HENRY J.P. (1988)  
 Displacement discontinuity method in plane complex variable - Application to the description of crack path with friction or not  
*12 th IMACS World congress on scientific computation Paris, july 18-22*
- BELKACEMI Y., MIGUEZ R., MOREL E., HENRY J.P. (1989)  
 Crack path propagation with or without friction by displacement discontinuity method  
*EUROMECH 248 Grenoble, France*
- BELL J.S., GOUGH D.I. (1979)  
 Northeast-Southwest compressive stress in Alberta : Evidence from oil wells  
*Earth and Planetary Science Letters, 45, pp. 475-482*
- BELL J.S., GOUGH D.I. (1981)  
 The use of borehole breakouts in the study of crustal stress  
*Hydraulic Fracturing stress Measurements, Proceedings of a Workshop*
- BOUHADDANE A. (1987)  
 Application de l'intégrale de Cauchy à la méthode de discontinuité de déplacement et autres méthodes de collocation  
*Thèse de Doctorat Université de Lille*
- BOUMAHDY M. (1990)  
 Etude et réalisation d'un triaxial vrai à haute contrainte - Simulation d'ouvrages souterrains  
*Thèse de l'Université de Lille I, à paraître*
- BOUTECA M., SARDA J.P. (1987)  
 Etat de l'art en fracturation hydraulique  
*Revue de l'Institut Français du Pétrole, Vol. 42, n° 1, Janvier-Février*
- BROWN E.T., HOEK E. (1978)  
 Trends in relationships between measured in situ stresses and depth  
*Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., vol. 15, pp. 211-215*
- CHARLEZ Ph. (1987)  
 Détermination par fracturation hydraulique de l'état de contrainte à faible profondeur dans les roches élastiques et peu perméables  
*Revue française de Géotechnique, n° 40*
- CHEATHAM J.B. (1984)  
 Wellbore stability  
*J. of Petr. Tech., June, pp. 889-896*



- CHEMAOU (1985)  
*Thèse de l'Ecole des Mines de Nancy*
- CORNET F.H. (1979)  
Comparative analysis by the displacement discontinuity method of two energy criteria of fracture  
*Journal of Applied Mechanics Paper, n°79-APM-25*
- COTTERELL B., RICE J.R. (1980)  
Slight curved or kinked cracks  
*International Journal of Fracture, Vol. 16, n°2, April*
- CRAWFORD A.M., CURRAN J.H. (1982)  
Higher order functional variation displacement discontinuity method  
*Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol. 10, pp 301-343*
- CROUCH S.L., STARFIELD A.M. (1983)  
Boundary element method in solid mechanics  
*Ed. George Allen & Unwin*
- CROUCH S.L. (1976)  
Solution of plane elastic problems by the displacement discontinuity method  
*Int. J. Num. Math. in Eng., 10, pp. 301-343*
- DURELLI A.J., OBERT L., PARKS V.J. (1968)  
Stress required to initiate core discing  
*SME Trans. (AIME), Vol. 241*
- GANGARAO H.V.S., ADVANI S.H., CHANG P., LEE S.C., DEAN C.S. (1979)  
In-situ stress determination based on fracture responses associated with coring operations  
*20 th. U.S. Symposium on rock mechanics, Austin, Texas, June 4-6*
- GAY N.C. (1979)  
The state of stress in a large dyke on E.R.P.M., Bokbourg, South Africa  
*Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 16, pp. 179-185*
- GILL P.E., MURRAY W., WRIGHT M.N. (1982)  
Practical Optimization  
*Academie Press, London*
- GOODMAN R.E. (1987)  
Foreword : special issue  
In Situ Rock stress  
*Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., vol. 24, p. 3*
- GRIFFITH A.A. (1924)  
Theory of rupture  
*Proc. 1st Int. Cong. Appl. Mech., Delft, pp. 55-63*
- GUENOT A. (1987)  
Contraintes et ruptures autour des forages pétroliers  
*C.R. Cong. Int. S.I.M.R., Montréal*
- HAIMSON B.C. (1978)  
The hydrofracturing stress measuring method and recent field results  
*Int. J. Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol. 15, pp. 197-204*

- HAMAMDJIAN Ch. (1989)  
Détermination de l'état de contrainte géostatique par l'étude de la microfissuration des roches  
*Thèse de Doctorat. Ecole Centrale de Paris*
- HOEK E., BROWN E.T. (1980)  
Underground excavations in rock  
*Institution of Mining and Metallurgy. London 527 pp.*
- HORII H., NEMAT-NASSER S. (1985)  
Compression-induced microcrack growth in brittle solids : axial splitting and shear failure  
*Journal of geophysical research, Vol. 90, n° B4, pp. 3105-3125*
- ISAEV A.V. (1977)  
Influence du facteur d'échelle sur le discage des carottes provenant de sondages de différents diamètres  
*Trudy Vnimi (Leningrad), Recueil 103, P. 112-116*
- JAEGER J.C., COOK N.G.W. (1963)  
Pinching-off and diskings of rocks  
*Journal of geophysical research, Vol. 68, n° 6*
- KIM K., FRANKLIN J.A., I.S.R.M. (1987)  
Suggested Methods for rock stress determination  
*Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr. Vol. 24, pp. 53-73*
- LADE P.V., KIM M.K. (1984)  
Modelling Rock Strength in Three  
*Dimension Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech, Abstr., Vol. 21, n° 1, pp. 21-33*
- LEGUILLON D., SANCHEZ-PALENCIA E. (1982)  
On the behavior of a cracked elastic body with (or without) friction  
*Journal de Mécanique Théorique et Appliquée, Vol. 1, n° 2, pp. 196-2*
- MACCLINTOCK F.A., WALSH J.B. (1962)  
Friction on griffith cracks under pressure  
*Proc. 4 th. U.S. Nat. Cong. Appl. Mech., Berkeley, Cal., 2, pp. 1015-1*
- MASSIEU E., DURVILLE J.L. (1983)  
Etude du discage des roches lors du carottage sous contraintes latérales  
*Rapport du LCPC à Elf Aquitaine, 52 pp.*
- MAURY V., SAUZAY J.M. (1987)  
Borehole instability : case histories  
*Rock Mechanics approach and results - SPE/IADC Conf. New-Orleans*
- MAURY V. (1987)  
Observations, Recherches et résultats récents sur les mécanismes de ruptures autour de galeries isolées  
*C.R. Cong. Int. S.I.M.R., Montréal*
- MIGUEZ R., BELKACEMI Y., HENRY J.P. (1989)  
Higher order displacement discontinuities in complex variable. Application to the description of crack path with friction  
*Numog III. Niagara Falls, Canada, Elsevier Editors.*

- MINOUX M. (1983)  
 Programmation Mathématiques : Théorie et algorithmes  
*Dunod, Paris*
- MOGI K. (1971)  
 Effect of the triaxial stress system on the failure of dolomite and limestone  
*Tectonophysics, 11, pp. 111-127*
- MOUDAFI S. (1986)  
 Etude expérimentale de la réactivité des roches par foration sous contraintes  
*Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine*
- MUSKHELISHVILI N.I. (1953)  
*Some basic problems of mathematical theory of elasticity*
- NEMAT-NASSER S., HORII H. (1982)  
 Compression-induced nonplanar crack extension with application to splitting, exfoliation and rockburst  
*Journal of geophysical research, Vol. 87, n° B8, pp. 6805-6821*
- OBERT L., STEPHENSON D.E. (1965)  
 Stress conditions under which core discing occurs  
*Soc. Min. Engrs. Trans., 232, p. 227-234*
- PANET M. (1969)  
 Quelques problèmes de mécanique des roches posés par le tunnel du Mont-Blanc  
*Annales I.T.B.T.P., Décembre*
- PCHENITCHNY B., DANILINE Y. (1977)  
 Méthodes numériques dans les problèmes d'extrémum  
*Editions Mir, Moscou 1977*
- REN et ROGERS
- SANTARELLI F.J. (1987)  
 Theoretical and experimental investigation of the stability of axisymmetric wellbore  
*Ph. D. Thesis University of London*
- SANTARELLI F.J., BROWN E.T., MAURY V. (1986)  
 Analysis of borehole stresses using pressure-dependent, linear elasticity  
*Int. J. Rock Mech. Min., Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 23, pp. 446-449*
- SHAO J.F. (1988)  
 Comportement d'une craie blanche sous forte pression de confinement et modélisation  
*Thèse de l'Université de Lille I*
- SIH G.C. (1973)  
 Mechanics of fracture  
*Vol. 1, Noord-Holland, Int. Pub. Leyden*
- STACEY T.R. (1982)  
 Contribution to the mechanism of core discing  
*Journal of the south africa institute of mining and metallurgy, Sept.*
- SUGAWARA K., KAMEOKA Y., SAITO T., OKA Y., HIRAMATSU Y. (1978)  
 A study in core discing of rock  
*J. Min. Inst. of Japan, 94, 1089 (78-11)*

- SYMEGASH P.J. (1971)  
A study of surface featurer relating to brittle and semi-brittle fracture  
*Fracture tectonophysics, 12, p. 103-112*
- TALOBRE J. (1957)  
La Mécanique des roches  
*Dunod, Paris*
- TERZAGHI K., RICHART F.E. (1952)  
Stresses in rock about cavities  
*Geotechnique, Vol. 3, pp. 57-90*
- VUTUKURI U.S., LAMA R.D., SALUJA S.S. (1976)  
*Handbook on Mechanical properties of rocks, Vol. 1, Trans. Tech. Publ.*
- WAWERSIK W.R., FAIRHUST C. (1970)  
A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments  
*Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., vol. 7, pp. 561-575*
- WONG T.F. (1985)  
Geometric probability approach to the characterization and analysis of microcracking in rocks  
*Mechanics of Materials, 4, pp. 261-276*

**ANNEXES**



Echantillon LA 116 (1)

Profondeur 5 034,6m

Diamètre de la carotte 5,5 cm

152

épaisseur	Interface	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	F 1	F 2	F 3	F 4	$\delta$	$\theta$	$\theta_0$
$e_1 = 7$	1	0	112	198	255	- 9	18	13	18	40	22	32	- 4	0,4	0	63
$e_2 = 8$	2	- 175	- 92	0	108	- 9	16	16	18	24	10	26	- 16	0,4	0	63
$e_3 = 10,5$	3	- 175	- 92	0	108	18	18	4	18	20	4	32	- 10	0,4	0	69
$e_4 = 9,5$	4	- 173	- 91	0	66	9	21	10	21	32	2	24	- 14	0,4	0	69
$e_5 = 11$																
$e = 9,2$							18		19	29	9,5	28,5	- 11	0,4	0	66

Observations :

1. L'épaisseur est assez régulière
2. Sur les  $\alpha_i$  on remarque une rotation de  $198^\circ$  entre l'interface 1 et les trois autres
3. Grande dispersion du  $\beta_1$  et  $\beta_3$ . Regroupement des valeurs de  $\beta_2$  et  $\beta_4$

Echantillon L A 116 (2)

Profondeur

Diamètre de  
la carotte

épaisseur	Interface	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	F 1	F 2	F 3	F 4	$\delta$	$\theta$	$\theta_0$
e = 30	1	0	120	194	262	- 2	15	- 13	17	40	8	40	6	0,4	0	89
e = 30																
e = 30	2	0	118	200	261	10	14	14	17	45	8	40	14	0,4	0	88
e = 30																
e = 30		0	119	197	261,5		14,5		17	42,5	8	40	10	0,4	0	88

Observations :

1. L'épaisseur reste régulière mais nettement supérieure à l'épaisseur des disques de l'échantillon 1.
2. Les valeurs des  $\alpha_i$  sont sensiblement semblables
3. Grande dispersion des  $\beta_1$  et  $\beta_3$ . Valeurs des  $\beta_1$  et  $\beta_4$  se rapprochent de celles de l'échantillon 1

Echantillon LA 301

Profondeur 4 854,2 m

Diamètre de la carotte 5,5 cm

épaisseur	Interface	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	F 1	F 2	F 3	F 4	$\delta$	$\theta$	$\theta_0$
e = 21	1	0	122	182	257	5	14	- 4	15	64	40	60	10	0,4	0	90
e = 17	2	0	121	176	246	3	22	8	22	60	47	64	10	0,4	7	100
e = 18	3	0	100	177	267	- 9	14	- 6	18	46	22	52	3	0,4	17	92
e = 15	4	0	89	179	280	- 13	13	- 18	16	76	20	60	36	0,4	15°	85
e = 10																
e = 16,2		0	108	178,5	262,5		16		18	61,5	32,5	59	14,7	0,4	10	92

154

Observations :

1. Les valeurs de  $\alpha_1$  sont peu dispersées
2. Grande dispersion de  $\beta_1$  et  $\beta_2$
3. Dispersion de  $\theta_0$



Echantillon LA 301

Profondeur 5 851 m

Diamètre de la carotte 5,5 cm

épaisseur	Interface	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	F 1	F 2	F 3	F 4	$\delta$	$\theta$	$\theta_0$
e = 40	1	0	69	165	277	9	31	9	14	40	30	40	- 4			
e = 35	2	0	176			6	9			16			- 14			
e = 57	3	0	89	179	286	9	13	7	13	16	1	16	- 70			
e = 50																
e = 45,5																

155

Observations :

1. L'interface 2 présente un point max. et un point mini, seulement.
2. Les variations de diamètre sont très difficiles à mesurer.

Echantillon

YEOSU

Profondeur

Diamètre de  
la carotte

5 cm

épaisseur	Interface	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	F 1	F 2	F 3	F 4	$\delta$	$\theta$	$\theta_0$
$e_1 = 18$	1	0	78	179	263	- 15	3	- 7	3	47	27	64	52	0,08	0	78
$e_2 = 15$	2	0	78	179	271	- 14	2	- 12	1	44	4	50	25	0,08	0	78
$e_3 = 21$	3	0	78	179	271	- 18	7	- 15	3	60	24	60	46	0,08	0	78
$e_4 = 20$																
$e_5 = 18,5$		0	78	179	268	- 15	4	- 11	2	50	18	58	41	0,08	0	78

156

Observations :

1. Grande régularité des valeurs  $\alpha_i$
2. Nette dispersion des valeurs  $\beta_i$

Echantillon GAQ 1

Profondeur 55,67 m

Diamètre de la carotte 6,5 cm

épaisseur	Interface	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	F 1	F 2	F 3	F 4	$\delta$	$\theta$	$\theta_0$
e = 25	1	0	72	-	285	15	24	-	22	30		30	- 80	-	-	-
e = 20	2	- 7	70	-	285	9	27	-	26	70	-	70	- 30	-	-	-
e = 25	3	- 7	70	-	285	11	27	-	26	40	-	40	- 50	-	-	-
e = 35																
e = 26,25			71	-	285	12	26		25	46		46	53			

157

Observations :

1. Les valeurs de  $\alpha_1$  sont assez régulières

Echantillon ADS1

Profondeur 4 963 m

Diamètre de la carotte 6,5 m

épaisseur	Interface	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	F 1	F 2	F 3	F 4	$\delta$	$\theta$	$\theta_0$
$e_1 = 23$	1	0	75	-	260	- 9	12	-	9	64	-	54	20	-	-	-
$e_2 = 24$																

158

Observations :

L'échantillon 2 a été obtenu en séparant les disques sur une carotte présentant des amorces

Echantillon SRG 1

Profondeur 4 172 m

Diamètre de la carotte 10 cm

Profondeur	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	F 1	F 2	F 3	F 4	$\delta$	$\theta_0$	$\theta$
4 172,56 M	80	197	272	329	- 18	- 13	- 12	- 9	60	40	50	100	-	-	-
4 173,97 M	- 187	- 17	12	56	- 15	- 13	- 20	- 12	50	20	40	90	-	-	-
4 174,74	115	49	-	-	- 19	- 10	-	-	100	-	-	110	-	-	-
					- 17				70			100			

159

Observations :

1. Les angles  $\alpha_i$  sont assez régulières ainsi que les flèches  $F_i$
2. Pas de variation de diamètre

Echantillon ADS1

Profondeur 4 984 m

Diamètre de la carotte 6,5 cm

épaisseur	Interface	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	F 1	F 2	F 3	F 4	$\delta$	$\theta$	$\theta_0$
$e_1 = 27$	1	0	110°	200	-	- 9	10	- 14	-	110	40	-	50	-	-	-
$e_2 = 25$	2	0	110	200	-	- 14	10	- 20	-	100	10	-	50	-	-	-
$e_3 = 35$																
$\bar{e} = 26,8$		0														

160

Observations :

Les valeurs de  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont très régulières

Echantillon LLT4

Profondeur 4 558,35  
4 559

Diamètre de la carotte 6,6 cm

épaisseur	Interface	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	F 1	F 2	F 3	F 4	$\delta$	$\theta$	$\theta_0$
	1	- 78	12	110	190	- 10	17	- 14	10	1	7	0	4			
	2	- 78	15	112	192	- 13	12	0	12	2	6	3	5			
	3	- 76	10	80	195	- 10	13	- 10	9	2	2	0	4			
	4	- 63	26	133	200	- 2	5	- 3	9	1	3	0	2			
	5	- 80	30	114	205	- 10	5	- 5	4	1	2	0	3			
	6	- 64	30	130	205	- 13	8	- 8	5	2	1	0	4			
	7	- 80	35	113	205	- 5	3	- 7	7	2	3	1	4			
	8	- 105	14	85	180	- 6	0	- 6	0	3	3	2	4			
	9	- 80	25	105	195	0	9	- 5	12	1	3	0	4			

Echantillon LLT4

Profondeur 4 557,4 m  
4 558,35 m

Diamètre de la carotte 6,6 cm

épaisseur	Interface	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	F 1	F 2	F 3	F 4	$\delta$	$\theta$	$\theta_0$
	1	- 62	53	120	204	- 31	12	- 15	18	6	11	3	9			
	2	- 60	45	125	220	- 16	16	- 12	15	3	9	6	8			

