

50376
1991
144

65423

50376
1991
144

N ° d'ordre: 712

THESE
présentée à
L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DE LILLE FLANDRE-ARTOIS

pour obtenir le titre de

DOCTEUR EN MECANIQUE

par
Hervé DUVEAU



AMELIORATION D'UN PROCESSUS DE FABRICATION DE FILETS EN
MATIERE THERMOPLASTIQUE.

MAITRISE DE LA MISE EN FORME DE POLYMERES PAR EXTRUSION.

Soutenue le 25 Mars 1991

devant la commission d'examen

Membres du jury:

Président - Rapporteur:	M. AGASSANT Professeur à l'école des Mines de Paris
Rapporteur:	M. SHAHROUR Professeur à l'IDN
Examineur:	M. CAIGNART Professeur à l'ENSAM
	M. MICHEAU Professeur à l'USTL (EUDIL)
	M. PAVY Directeur Technique Société NORTENE

A MAUD

AURELIE ET NICOLAS

Avant-propos

Ce travail a fait l'objet de deux contrats:

- un contrat de Convention Industrielle de Formation par la Recherche (CIFRE) avec la Société N.
- un contrat avec le Ministère de la Recherche (MRES).

Si cette thèse a pu être effectuée dans ce cadre c'est grâce au dynamisme de Monsieur P. MICHEAU, professeur à l'université de Lille Flandre-Artois.

C'est donc pour moi un plaisir de pouvoir lui exprimer ma reconnaissance pour ses précieux conseils, son soutien actif et le regard qu'il a su me faire porter sur la Mécanique des Milieux Continus.

Je tiens à remercier les responsables de la Société N. qui ont bien voulu m'accueillir au sein du service Recherche et Développement.

Je tiens à exprimer mes remerciements à tous ceux qui de près ou de loin m'ont permis de mener à bien ce mémoire:

Monsieur AGASSANT, Professeur à l'école des Mines de Paris d'avoir accepté d'être le président du jury et d'être rapporteur de ce travail.

Monsieur SHAHROUR, Professeur à l'IDN d'avoir examiné avec soin ce travail.

Monsieur M. PAVY, Directeur Technique de la Société N. et Monsieur CAIGNART, Professeur à l'ENSAM, pour leur présence au sein de ce jury.

De même, je tiens à exprimer ma reconnaissance à l'ensemble du service Recherche et Développement et tout particulièrement à Bernard COUSIN pour l'aide active qui m'a été apportée au cours des expérimentations.

Je tiens à citer Herinirina ANDRIANARAHINJAKA, Alain FEIDT et Philippe PITEAU chercheurs au L.M.L pour nos fructueuses conversations qui ont été pour moi une source permanente de compétences et d'encouragements.

TABLE DES MATIERES

INDEX	TITRE	PAGE
1.	GENERALITES	9
1.1	Préambule	9
1.2	Introduction	11
2.	ANALYSE DU PROCESSUS DE FABRICATION	
2.1	Analyse descriptive du processus de fabrication	15
2.1.1	Réception et stockage de la matière	18
2.1.2	Réalisation du mélange	19
2.1.3	Transport près de l'extrudeuse	21
2.1.4	Corps d'extrusion	22
2.1.5	Tête d'extrusion - procédé TRICAL	24
2.1.6	Outillage - procédé TRICAL	25
2.1.7	Biétirage - Refroidissement	28
2.1.7.1	Modélisation de la mise en forme du filet	30
2.1.7.1.1	Etirage longitudinal	31
2.1.7.1.2	Etirage transversal	34
2.1.8	Passage sur le conformateur	36
2.1.9	Découpe du produit - Ouverture de la nappe	37
2.1.10	Etirage	38
2.1.11	Stockage du filet fini	40
2.2	Analyse quantitative monodimensionnelle	40
2.2.1	Ecoulement à l'intérieur de l'outillage	41
2.2.2	Gonflement en sortie de filière	47
2.2.3	Sortie de la filière - biétirage	51
2.2.4	Etirage	55
2.3	Application de l'analyse quantitative à un cas particulier significatif	57
2.4	Application de l'étude monodimensionnelle à la définition d'un guide permettant d'ajuster les paramètres de conduite du procédé	62
2.5	Critique de l'approche monodimensionnelle	69

INDEX	TITRE	PAGE
3.	ETUDE EXPERIMENTALE	70
3.1	Chaîne de mesure	70
3.2	Etude du champ des pressions	78
3.3	Etude de l'évolution dans le temps de la géométrie de la filière	88
3.3.1	Etude des déformations de l'outillage	88
3.3.1.1	Déformation liée aux variations de la température	88
3.3.1.2	Déformation liée à la pression matière à l'intérieur de l'outillage	88
3.3.1.3	Déformation liée à la pression du groupe hydraulique	90
3.3.2	Etude de la réponse dynamique du système de déplacement du poinçon	97
3.3.3	Réalité du contact poinçon filière	106
3.3.4	Phénomènes thermiques	110
3.4	Etudes rhéologiques	113
3.4.1	Méthode utilisée	113
3.4.2	Résultats	115
3.4.2.1	Etude de différentes matières	115
3.4.2.2	Etude de l'influence de l'outillage	117
3.4.2.3	Etude de sensibilité aux variations des paramètres	117
3.4.3	Commentaires	118
3.5	Contrôle du débit en continu	130
3.5.1	Méthode utilisée	130
3.5.2	Résultats	132
3.5.2.1	Etude de sensibilité	132
3.5.2.1.1	Influence de l'approximation de la courbe rhéologique	132
3.5.2.1.2	Influence des paramètres de la courbe rhéologique	132
3.5.2.1.3	Influence des paramètres du processus de fabrication	132
3.5.2.2	Suivi d'une production	133
3.5.3	Commentaires	133

INDEX	TITRE	PAGE
4.	MODELISATION NUMERIQUE DE L'EXTRUSION ET DU GONFLEMENT EN SORTIE D'OUTILLAGE	
4.1	Bibliographie	141
4.1.1	Ecoulements stationnaires	146
4.1.1.1	Comportement Newtonien et loi puissance	146
4.1.1.2	Comportement viscoélastique	149
4.1.2	Ecoulement instationnaire	154
4.1.3	Le type de code que nous avons développé: les méthodes EULER-LAGRANGE	156
4.2	Le code de calcul développé	159
4.2.1	Position du problème	159
4.2.2	Formulation des équations	161
4.2.3	La méthode ALE développée	165
4.2.3.1	Discrétisation temporelle	166
4.2.3.2	Discrétisation spatiale	169
4.2.3.2.1	Discrétisation de l'équation de continuité	171
4.2.3.2.2	Discrétisation de l'équation de conservation de la quantité de mouvement en Lagrangien	171
4.2.3.2.3	Calcul de la pression et des vitesses Lagrangiennes	172
4.2.3.2.4	Correction à posteriori de la pression et des vitesses Lagrangiennes	173
4.2.3.2.5	Prise en compte des flux convectifs - équation de transport	175
4.2.3.2.6	Correction à posteriori des vitesses après la phase de convection	176
4.2.3.3	Lois de comportement	177
4.2.3.3.1	Le modèle Newtonien	177
4.2.3.3.2	Le modèle Pseudoplastique	178
4.2.3.3.3	Le modèle de Maxwell	179
4.2.3.4	Conditions aux limites	180
4.2.3.5	Critères de Stabilité	183
4.2.3.6	Algorithme	185
4.3	Les résultats	189
4.3.1	Ecoulement entre 2 plans	190
4.3.2	Ecoulement dans une contraction Brusque (4:1)	200
4.3.3	Application à un cas industriel	224
4.3.4	Etude du gonflement	237
4.3.4.1	Modèle Newtonien	237
4.3.4.2	Modèle de Maxwell	238
4.3.5	Commentaire	240

INDEX	TITRE	PAGE
5.	CONCLUSION	267
	ANNEXE	280
	Annexe 1: Formulation intégrale des équations	
	Annexe 2: Calcul de CX et CY	
	Annexe 3: Correction à posteriori des vitesses et de la pression	
	Annexe 4: Calcul des termes convectifs	
	Annexe 5: Effet Weissenberg	

NOTATIONS ET SYMBOLES PRINCIPAUX

$[\vec{\pi}]$	: tenseur des contraintes tel que: $[\vec{\pi}] = [\vec{\sigma}] - [p][\vec{I}]$
$[\vec{\sigma}]$ σ_{ij}	: tenseur des contraintes visqueuses
p	: pression
$[\vec{\epsilon}]$ ϵ_{ij}	: tenseur des déformations
$\vec{u}$	: vecteur vitesses
$\vec{w}$	: vecteur vitesses de déplacement du maillage
$\vec{U}$	: vitesse de convection du fluide $\vec{U} = \vec{w} - \vec{u}$
ρ	: masse volumique du fluide
$\vec{\tau}$	: contrainte de scission
γ_w	: taux de cisaillement à la paroi
μ	: viscosité
λ_1	: temps de relaxation du polymère
λ_2	: temps de retard polymère
S	: surface d'une maille
Γ	: frontière d'une maille
$\vec{n}$	: normale extérieure à la frontière

$\frac{d}{dt}$: dérivée totale par rapport au temps

$\left(\frac{d}{dt} \right)_{\vec{w}}$: dérivée par rapport au temps en suivant le déplacement de l'élément de surface considérée à la vitesse $\vec{w}$

$\frac{\delta}{\delta t}$: dérivée objective d'un tenseur

$\frac{\partial}{\partial t}$: dérivée partielle par rapport au temps

Δt : pas de temps

$\vec{g}^{rad}$: opérateur gradient

J2 : deuxième invariant du tenseur de taux de déformation

$$J2 = \frac{1}{2} \sum_{ij} \epsilon_{ij}^2$$

div : opérateur divergence

N1 : première différence de contraintes normales

N2 : deuxième différence de contraintes normales

Re : nombre de Reynolds $Re = \frac{\text{forces d'inertie}}{\text{forces de viscosité}}$

We : nombre de Weissenberg $We = \frac{\text{forces d'élasticité}}{\text{forces de viscosité}}$

Sr : recouvrement en déformation

De : nombre de Deborah $De = \frac{\text{temps de relaxation du fluide}}{\text{temps propre de l'écoulement}}$

St : tension de surface

K, m : constantes rhéologique du modèle pseudoplastique

1. GENERALITES

1.1 Préambule

Ce travail s'inscrit dans le cadre de travaux de Recherche et Développement de la Société N. dont la principale activité est la réalisation par extrusion de filets en matières thermoplastiques.

Les principaux objectifs de cette étude sont liés aux problèmes rencontrés dans l'industrie de transformation par extrusion des polymères thermoplastiques.

Il faut être capable de répondre au cahier des charges d'un client, ce qui signifie principalement respecter les dimensions géométriques, l'aspect extérieur (état de surface, couleur), compte tenu du gonflement, du refroidissement (retrait) et d'étirages successifs.

De même, il est nécessaire de définir les matières qui permettront d'obtenir après extrusion une structure physico-chimique optimale, c'est à dire:

- une orientation moléculaire après étirage,
- une tenue aux agressions extérieurs (anti-UV, tenue au froid, ...),
- une résistance mécanique,
- la possibilité de créer des composites (collage, thermoformage, ...).

Pour être compétitif, ce type de fabrication demande un effort au niveau de la productivité, c'est à dire produire à un débit maximal et avoir des outils de production de qualité qui évitent les déchets et les arrêts de maintenance.

Enfin, pour répondre aux exigences d'un marché en évolution constante, il faut avoir la capacité d'innover, ce qui signifie mettre rapidement au point de nouveaux produits avec le minimum de perte de matière et être capable de développer de nouvelles techniques de fabrication.

Pour tenir compte de l'ensemble des contraintes évoquées précédemment , il faut donc maîtriser la mise en forme des polymères thermoplastiques au cours des différents stades de leurs transformations.

1.2 Introduction

■ La Société N. exploite plusieurs procédés de mise en forme de filets par extrusion.

La forme géométrique du filet, en tant que produit fini, dépend du procédé de fabrication (Trical, Netlon, Laminet) et des paramètres de fonctionnement du processus de fabrication.

L'aspect du filet est défini par un quadrillage de filaments se croisant au niveau d'intersections appelées noeuds.

- Le procédé Laminet consiste à extruder un film, à le perforer, puis à lui faire subir un biétirage avant de le refroidir.

- Les procédés Netlon et Trical consistent, l'un et l'autre, à extruder directement des filaments formant une nappe cylindrique. C'est la variation dans le temps de la géométrie de la filière qui permet la réalisation des noeuds entre les filaments.

Le procédé Netlon utilise deux filières, mâle et femelle, concentriques, contradictives, crantées ; lorsque deux mini-filières constituées par deux crans arrivent l'une en face de l'autre, il y a formation d'un noeud.

Le procédé Trical utilise une filière crantée qui permet d'extruder des filaments parallèles. Périodiquement cette filière s'ouvre pour laisser passer en plus un anneau de matière perpendiculaire. L'ouverture de la section de passage est assurée par le déplacement d'un poinçon entre un point bas (contact avec la filière) et un point haut (butée mécanique).

Les phénomènes physico-chimiques qui apparaissent dans les différents procédés de fabrication (Trical, Netlon, Laminet) n'étant pas du même ordre, il n'est pas possible d'effectuer une étude unique, synthèse des trois procédés.

Sur la base des évolutions et des perspectives de développement de la gamme de filets, l'étude s'est portée sur le procédé TRICAL.

■ Pour être à même de hiérarchiser les étapes successives de mise en forme des filets, l'étude a débuté par l'analyse complète du processus de fabrication.

Après avoir décrit succinctement les étapes qui permettent la transformation des granulés de polymères en filet, nous nous sommes attachés à formuler des relations simples entre les différents stades du processus. Ceci a été fait dans le cadre d'une étude monodimensionnelle.

Après une étude critique de ces premiers résultats, nous avons choisi de porter notre attention sur l'étape qui a une importance prépondérante dans le processus de fabrication, c'est à dire la mise en forme du filet par extrusion au travers d'une filière dont la géométrie est variable dans le temps.

Pour bien appréhender les phénomènes physiques qui apparaissent lors de la formation du filet, nous avons mis en oeuvre à la fois:

- une étude expérimentale sur le mode de formation du filet en sortie de la filière d'extrusion (section variable).
- la réalisation d'un code d'éléments finis qui modélise l'écoulement du polymère fondu dans la filière et en sortie de crantage (surface libre).

■ L'étude expérimentale qui avait pour but de mieux comprendre comment se fait la formation du filet en sortie de l'outillage a aussi permis de mettre en évidence les problèmes de fonctionnements mécaniques de la tête d'extrusion.

Au niveau de la formation du filet, nous nous sommes attachés à relever l'influence des principaux paramètres du processus de fabrication sur l'écoulement de la matière. Nous pouvons citer:

- le champ des pressions,
- les phénomènes thermiques,
- l'influence de l'entrefer de la filière,
- la loi de variation de la section,
- la formation du noeud (contact du poinçon sur la filière).

Au niveau du fonctionnement de la tête, nous avons étudié la déformation mécanique de la tête d'extrusion sous les forces de pression, les problèmes liés à la réponse dynamique du système de commande de variation de la section de passage de la matière (déplacement du poinçon).

L'exploitation de l'ensemble de ces résultats à l'aide de la théorie monodimensionnelle préalablement effectuée, a donné naissance à deux outils de contrôle:

- un outil de caractérisation rhéologique des matières utilisées.
- un outil de contrôle en continu du débit matière en sortie de l'extrudeuse.

■ Parallèlement à l'étude expérimentale, un code de calcul bidimensionnel instationnaire (formulation de type EULER-LAGRANGE, discrétisation spatiale de type éléments finis) a été développé pour permettre la modélisation des écoulements viscoélastiques dans l'outillage (filière et crantage) et en sortie d'extrusion (surface libre).

Le programme a tout d'abord été testé avec le modèle NEWTONIEN et le modèle en LOI PUISSANCE en milieu confiné pour un écoulement plan, une contraction 4:1 et la géométrie d'une filière.

Dans un deuxième temps, un modèle viscoélastique (MAXWELL) a été introduit.

Après la validation du modèle de MAXWELL pour les milieux confinés précités, l'étude du gonflement en sortie de filière a été effectuée avec le modèle de NEWTON et le modèle de MAXWELL.

C'est en fait un outil d'aide à la prédétermination fine de l'outillage qui a été conçu alors que le calcul monodimensionnel ne permettait que d'évaluer grossièrement les performances d'une filière d'extrusion.

■ L'objectif final est de définir les caractéristiques géométriques et physico-chimiques du filet mis en forme en sortie d'outillage en fonction des paramètres de fonctionnement du processus (variation de la géométrie, matière, températures, ...).

Une fois la maîtrise dimensionnelle des filets acquise, il est possible d'optimiser le fonctionnement du processus de fabrication et ainsi améliorer la productivité et la qualité des filets produits.

La conclusion fait le bilan des acquis scientifiques et technologiques obtenus.

2. ANALYSE DU PROCESSUS DE FABRICATION

2.1 Analyse descriptive du processus de fabrication

Le processus de fabrication est constitué d'une succession d'étapes inter-dépendantes.

La réception de la matière représente l'étape initiale du processus de fabrication. L'étape finale est définie par le stockage du filet fini.

A chaque étape correspond une action de transformation du polymère.

Si nous représentons l'ensemble des étapes nous obtenons le schéma suivant (figure 2.1 et 2.2):

FIGURE 2.1

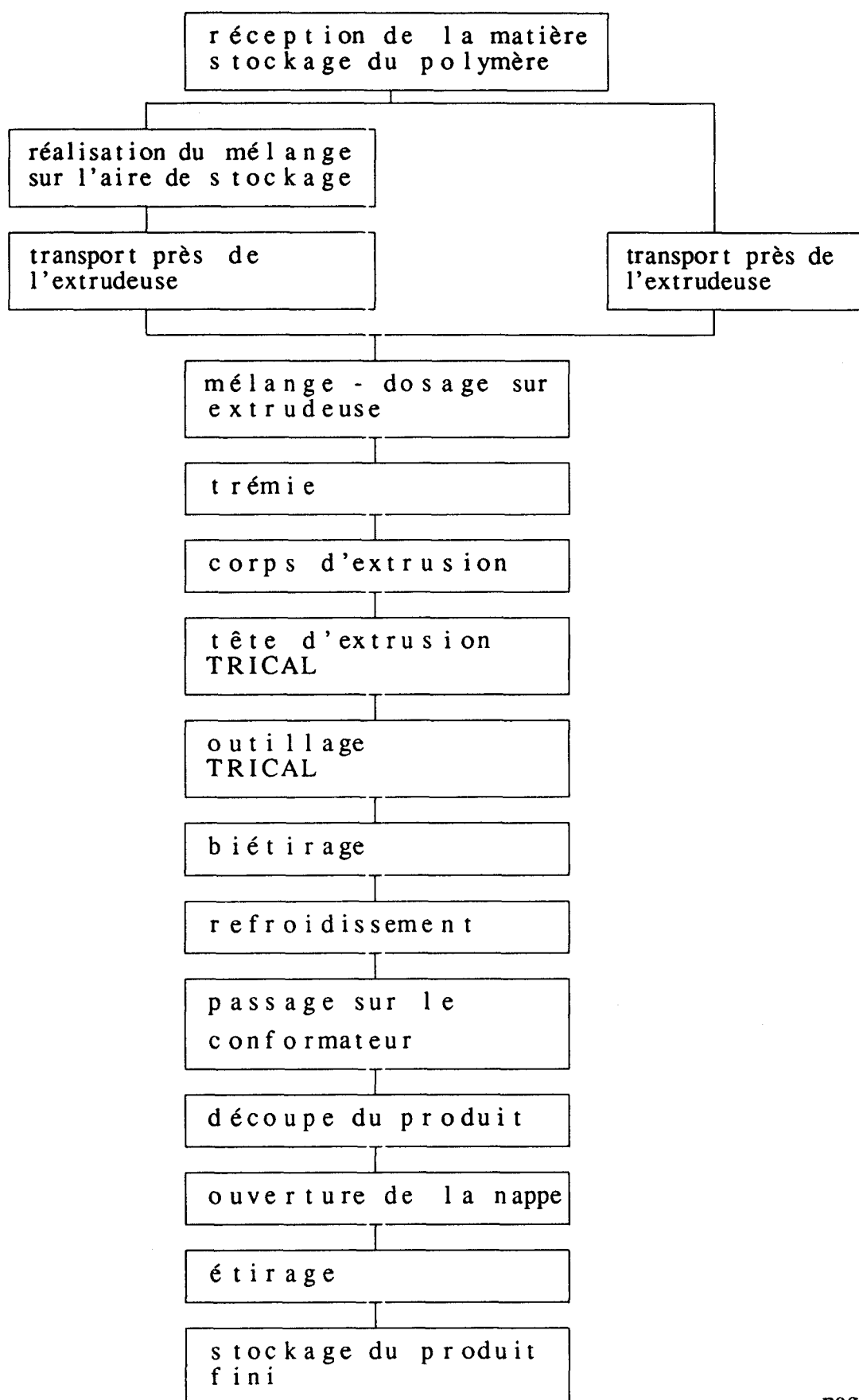
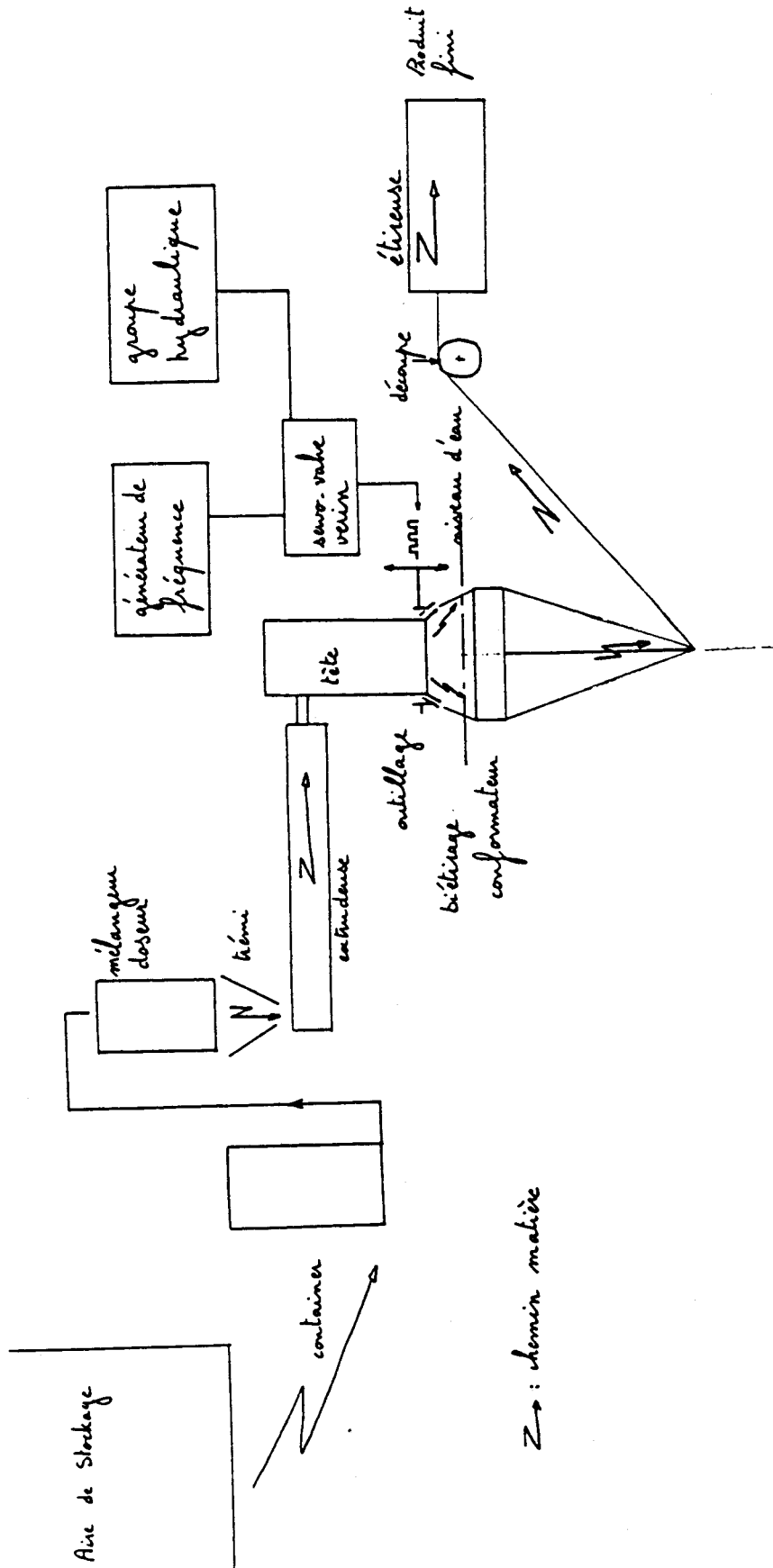


FIGURE 2.2

PROCESSUS DE FABRICATION



Z : chemin matière

2.1.1 Etape: réception et stockage de la matière brute

La matière brute se présente sous forme de granulés (de l'ordre du millimètre) en sac de 25 kilos.

Suite à l'arrivée d'un camion de matière, une prise d'échantillon est faite, suivi d'une vérification.

Le contrôle porte sur le melt index, la masse volumique apparente et l'apparence visuelle du polymère (couleur, aspect et dimensions du granulé).

En fonction des résultats, la matière est soit déchargée, soit retournée pour manque de conformité.

Le melt index est un essai normalisé qui permet de qualifier la viscosité de la matière. La norme prévoit une température, une géométrie de filière, un type d'écoulement(vitesse, profil de vitesses, ...) et un calcul de débit bien spécifié. Norme NFT 51.016

La détermination de la masse volumique apparente, utilise aussi un essai normalisé. Norme NFT 51.003

La vérification visuelle se fait par rapport à un échantillon témoin relevé lors de la commande du produit.

Les problèmes rencontrés dans cette étape sont liés à la détermination précise du melt index et de la masse volumique, ainsi qu'à la rigueur de la personne qui effectue la vérification visuelle du polymère.

En effet, l'écart type d'une série d'essais de recherche du melt index peut être élevé (40 % de la valeur moyenne). Ce sont donc des valeurs à utiliser avec précaution lors de comparaison de polymères entre eux.

De plus la norme impose des vitesses, des températures et une géométrie différente des conditions réelles de transformation du polymère.

Les données rhéologiques déterminées lors de cette étape sont donc peu exploitables du fait de leur mauvaise précision et de leur manque de réalisme par rapport aux conditions réelles de transformation du polymère.

2.1.2 Etape: réalisation du mélange

Il existe trois types de méthodes pour réaliser le mélange:

- le mélange par doseur automatique sur extrudeuse.
- le mélange mécanique par rotation de tonneau sur l'aire de stockage.
- le mélange manuel.

Les proportions du mélange sont définies en fonction du cahier des charges.

- mélange par doseur automatique:

Dans le cas de la méthode du mélange par mélangeur-doseur, l'opération s'effectue automatiquement après avoir étalonné l'appareil. Cette opération comporte deux phases:

- réglage du débit global à l'aide d'une trappe.
- réglage des proportions entre les différents composants à l'aide d'index.

L'étalonnage dépend principalement des différentes granulométries matières rencontrées en cours de production.

Une fois le mélangeur-doseur réglé, il suffit de remplir les différents réceptacles et le mélange se fait automatiquement.

- mélange par rotation de tonneau ou mélange manuel:

Trois opérations peuvent être nécessaires pour obtenir le mélange.

Dans un premier temps, chaque composante est introduite dans le même récipient(tonneau, ...).

Ensuite le mélange est réalisé soit manuellement soit mécaniquement par rotation d'un tonneau autour de son axe central.

Enfin, le mélange ainsi réalisé est transvasé dans un container de plus grande contenance ou est directement transporté près de l'extrudeuse.

Les paramètres de réalisation d'un mélange sont principalement:

- le poids total de matière mélangée nécessaire à une production.
- les proportions en pourcentage de chaque élément du mélange.
- les éléments du mélange et leurs caractéristiques de compatibilité:
 - le polymère de base: PEHD, PEBD, PP, ...
 - les adjuvants: anti-UV, couleur, agent gonflant,

Le mélange par mélangeur-doseur est la méthode la plus utilisée, car la plus simple et la plus fiable d'emploi.

La méthode manuelle est choisie lorsqu'il n'existe pas de mélangeur-doseur installé sur l'extrudeuse ou lorsque l'appareil ne peut pas donner les proportions demandées (limites du pourcentage des proportions suivant le type d'appareil).

Bien que cette opération semble être sans grande importance, elle peut être la cause de défauts sur le produit fini.

Nous pouvons citer:

- défaut d'uniformité de la couleur.
- défaut d'extrusion dû à un mélange non homogène de la matière.
- évolution des caractéristiques du filet dans le temps liées à l'évolution du mélange.
- évolution des caractéristiques physico-chimiques liées aux fluctuations des proportions des adjuvants.
(résistance mécanique, modification de la couleur sous l'influence des agressions atmosphériques, ...)

Il est donc important de veiller à:

- respecter les proportions du cahier des charges.
- avoir un mélange homogène.
- éviter les phénomènes liés à l'électrostatisme: accumulation de certains composants près des parois métalliques des containers.
- éviter l'évolution du mélange dans le temps.
- éviter une dérive dans le temps de l'étalonnage des mélangeur-doseurs (usure des platines).

Les adjuvants étant des produits chers par rapport aux produits de base (Polyéthylène), la saturation ou l'excès d'adjuvant peuvent modifier de façon importante le coût réel de production d'un filet.

Une modification des proportions du mélange peut donc soit rendre obsolète le produit par rapport au cahier des charges , soit augmenter les coûts de production.

2.1.3 Etape: transport près de l'extrudeuse

Le transport de la matière (mélangée ou "brute") se fait par transpalettes.

La matière est conditionnée soit par sacs de 25 kilos, soit par tonneau, soit par container.

Les paramètres de fonctionnement sont:

- surface de stockage
- volume de matière transportée
- mode de transport

Cette étape n'aurait que peu d'importance sur le procédé de fabrication, si elle n'était pas sujette au phénomène de condensation liée aux différences de températures entre l'aire de stockage (froid) et l'atelier de transformation (chaud et humide).

Si aucune précaution n'est prise, certains polymères peuvent absorber l'eau en présence et de ce fait modifier leurs caractéristiques rhéologiques.

Dans ce cas, des modifications du comportement du polymère au cours du processus de fabrication (extrusion, étirage, ...) peuvent modifier la mise en forme du filet.

2.1.4 Etape: corps d'extrusion

Une fois le mélange réalisé, la matière doit être transformée de façon à pouvoir passer dans les outillages dans les meilleures conditions.

Il faut donc plastifier les granulés et porter la matière devenue fluide à une pression, une température et un débit défini par avance.

Sans négliger les phénomènes associés à la plastification, si nous considérons l'extrudeuse comme une boîte noire qui transforme les granulés en fluide à une pression, une température, et un débit liés à l'état des consignes, les paramètres de fonctionnement de l'extrudeuse sont:

- les températures des corps,
- la vitesse de rotation de la vis d'extrusion,
- le type de la vis d'extrusion (géométrie, correspondance à un type de matière, ...),
- le type de la perte de charge en sortie de vis (tête d'extrusion plus outillage),
- les propriétés de la matière utilisée (comportement lors de la plastification, température limite, comportement de la viscosité, ...).

L'état de la matière dans la tête d'extrusion résulte de la combinaison de l'ensemble de ces paramètres.

Les problèmes générés par cette étape sont d'une grande importance pour le reste du processus.

Les principaux sont:

- la détérioration de la matière: température trop élevée, taux de cisaillement trop important.
- le débit de l'extrudeuse avec des fluctuations importantes: mauvaise adéquation entre vis ; fourreau ; matière ; tête d'extrusion ; outillage ; température des corps.
- la relation débit - pression inadaptée au bon fonctionnement de la tête d'extrusion: mauvaises consignes de fonctionnement (températures de "chauffe" ...).

C'est du bon réglage de fonctionnement de l'extrudeuse que dépend, en partie, l'extrusion du polymère dans l'outillage.

2.1.5 Etape: tête d'extrusion - procédé TRICAL

La principale fonction de la tête d'extrusion est de permettre le transfert de la matière fluide entre la sortie de l'extrudeuse et l'outillage.

Il faut donc passer d'un écoulement cylindrique à un écoulement annulaire.

Ceci se fait de façon classique en poussant le polymère sur une torpille de répartition. L'homogénéisation de l'écoulement se fait après la plaque de maintien de la torpille grâce à une modification de la géométrie de l'écoulement.

Les paramètres prépondérants de cette étape sont liés aux caractéristiques de l'écoulement matière:

- débit:
 - vitesse du fluide
 - masse volumique
- géométrie de l'écoulement
- pression:
 - pertes de charge
- comportement de la matière:
 - viscoélasticité
 - vitesse limite de cisaillement matière
 - température matière limite
 - ...

Cette étape est la dernière avant le passage dans l'outillage.

Un fonctionnement correct de la tête impose deux contraintes:

- amener la matière au niveau de l'outillage avec le coût énergétique le plus faible et une détérioration matière la moins importante possible, c'est à dire:
 - éviter les pertes de charges inutiles.
 - définir des géométries d'écoulements qui ne créent pas de vitesses de cisaillements trop importantes pour éviter les phénomènes d'auto-échauffement et de détérioration du polymère.
 - maîtriser la régulation en température de l'ensemble de la tête d'extrusion.

- permettre que l'extrusion s'effectue dans de bonnes conditions, c'est à dire:

- définir la géométrie de la tête pour obtenir un écoulement sans détérioration physico-chimique du polymère tout en assurant la meilleure homogénéité possible autour de l'anneau.

- régler correctement les températures de régulation des "chauffes" pour obtenir le comportement optimal de la matière lors de l'extrusion.

2.1.6 Etape: outillage - procédé TRICAL

Le passage de la matière dans l'outillage est une des étapes les plus importantes du processus de fabrication, car c'est elle qui définit la forme initiale du filet et par la même les possibilités de réaliser d'autres transformations dans les étapes suivantes (étirage, ...).

C'est à ce niveau qu'est formé le quadrillage d'anneau et de filament qui forme la structure de base à la géométrie du filet.

En sortie de filière, la mise en forme du filet (filaments, anneau + noeuds) est liée:

- à la sortie de la matière hors du crantage (géométrie du crantage, état rhéologique de la matière, paramètres du processus de fabrication).

- au biétirage (rapports transversale et longitudinale, temps de cycle de l'étirage).

- au refroidissement (loi d'évolution des températures de la matière).

Ces phénomènes évoluent périodiquement (spatialement et temporellement) en fonction de la loi de variation de la section de passage de la matière.

Le bilan des paramètres qui interviennent plus particulièrement dans la mise en forme du produit, a mis en évidence:

- la géométrie du crantage:
 - longueur (l_c),
 - hauteur (h_c),
 - profondeur (p_c).
 - hauteur de l'entrefer au niveau du crantage (h).
 - longueur de la disymétrie de la surface de contact avec l'écoulement de la matière.
- le type de crantage:
 - filière crantée,
 - poinçon cranté,
 - filière et poinçon crantés,
- l'état rhéologique de la matière (fonction de la loi d'évolution du poinçon):
 - pression,
 - vitesses,
 - températures,
 - comportement de la matière (fonction de la température, du taux de cisaillement ...). Nous pouvons citer en exemple les paramètres intervenant dans la modélisation de certaines lois de comportement (pseudoplastique, Maxwell, ...):
 - viscosité,
 - temps de relaxation, retard, ...,
 - indice de pseudoplasticité,
 -
- la commande de variation de section qui comprend:
 - un vérin,
 - un groupe hydraulique,
 - un générateur de fréquence,
 - une servovalve.
- les paramètres du processus de fabrication:
 - température de régulation du poinçon,
 - température de la filière,
 - température de régulation de la tête d'extrusion,
 - fonctionnement de l'ensemble (extrudeuse - tête d'extrusion):
 - régularité du débit de l'extrudeuse (Q_{ex}).

- les rapports d'étirage:

- rapport d'étirage transversale fonction du rapport entre le diamètre de l'outillage et le diamètre du conformateur:

$$E_{tr} = \frac{\text{diamètre conformateur}}{\text{diamètre outillage}} = \frac{D_c}{D_o}$$

- rapport d'étirage longitudinale fonction du rapport entre la vitesse d'écoulement de la matière (liée à la pression matière) et la vitesse de traction du produit:

$$E_{lo} = \frac{\text{vitesse de traction}}{\text{vitesse de l'écoulement}} = \frac{U_{tr}}{U_{moy}}$$

- le temps du cycle d'étirage:

- ce temps est fonction de la distance sur lequel se fait l'étirage et de la vitesse de traction du produit. Il est à remarquer que la vitesse de traction n'est pas constante. Elle varie suivant la résistance à l'étirage et les forces de frottement en sortie de filière (différence entre anneau et filament).

- la loi d'évolution de la température de refroidissement:

- Suivant la position du niveau d'eau par rapport à la partie supérieur du conformateur, l'étirage transversale et longitudinale seront modifiés. En effet le refroidissement dans l'eau fige plus rapidement l'état étiré du filet (les chaînes macromoléculaires sont moins libres).

La mise en forme de la matière thermoplastique dépend donc d'un grand nombre de paramètres dont les principaux sont liés à l'instationnarité des phénomènes physiques, au caractère viscoélastique de la matière et au biétirage qui suit la sortie de la matière de l'outillage.

Contrairement aux étapes précédentes, il n'est pas possible de formuler des indications simples sur les phénomènes physiques qui se produisent en sortie d'outillage.

En effet, les paramètres qui entrent en jeu sont pour la plupart interdépendants et une faible variation de l'un d'entre eux peut modifier de façon notable la mise en forme du filet.

2.1.7 Etape: biétirage - refroidissement

En sortie d'outillage, le polymère mis en forme subit en même temps deux évolutions physiques majeures:

- un biétirage
- un refroidissement

Le biétirage qui se produit après la sortie de l'outillage dépend principalement de trois facteurs:

- le taux d'étirage transversal qui dépend du rapport entre le diamètre du conformateur et le diamètre de l'outillage
- le taux d'étirage longitudinale qui dépend du rapport entre les vitesses de sortie du polymère et la vitesse de traction imposée au filet. Il est à remarquer que l'écoulement étant instationnaire, le taux d'étirage longitudinale sera lui aussi variable dans le temps et dans l'espace (position anneau, position filament).
- le temps pendant lequel s'effectue la transformation totale de l'étirage (nombre de DEBORAH, De)

L'étirage des polymères thermoplastiques est un phénomène complexe qui dépend fortement de leur loi de comportement.

De plus dans notre cas nous devons prendre en compte l'évolution de trois facteurs:

- les variations géométriques du produit (sections différentes filaments / anneau)
- les variations des taux d'étirage (variation de débit instantanée)
- l'évolution longitudinale de la loi de comportement du polymère pendant le refroidissement (échange thermique avec l'air puis avec de l'eau)

Lors du refroidissement, la structure physico-chimique du polymère est modifiée de façon importante faisant ainsi évoluer la loi de comportement du polymère. Le fluide viscoélastique se transforme en solide thermoplastique.

La position du niveau d'eau par rapport au sommet du conformateur et par rapport à l'outillage est très importante.

En effet, lors de la pénétration dans l'eau les échanges thermiques sont plus rapides et par conséquent les modifications structurales du polymère changent le type d'étirage du filet (figeage de la structure moléculaire).

Un niveau d'eau trop au dessus du conformateur peut refroidir trop rapidement le polymère et empêcher totalement son étirage.

Bien qu'avec de l'expérience, il soit possible de maîtriser les phénomènes physiques qui apparaissent lors du biétirage - refroidissement, il est beaucoup plus complexe d'en connaître leur mode de fonctionnement et de modéliser leur apparition.

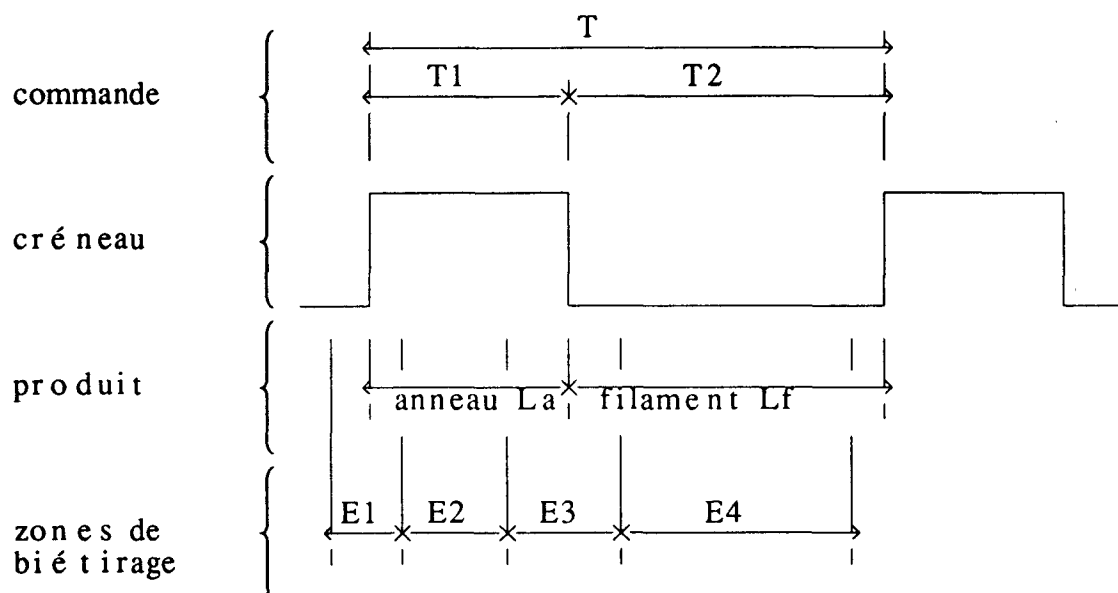
Au niveau de la mise en forme, les rapports d'étirage vont fortement modifier les formes géométriques ainsi que les propriétés mécaniques du filet (allongement des macro molécules).

2.1.7.1 Modélisation de la mise en forme en sortie de filière

Notre but est de prendre en compte les phénomènes qui sont prépondérants dans la mise en forme du filet.

Dans un premier temps nous nous sommes attachés à décrire la sortie de la matière en fonction de la loi de variation de la section de passage de la matière.

Si la commande du système de déplacement du poinçon est correctement optimisée, la loi suit approximativement une courbe continue de type créneau.



avec:

- T : période du signal de déplacement du poinçon
- T_1 : temps haut correspondant à la sortie de l'anneau
- T_2 : temps bas correspondant à la sortie des filaments
- L_a : longueur de l'anneau dans le sens extrusion
- L_f : longueur des filaments dans le sens extrusion
- E_1 : zone de biétirage correspondant au passage entre la sortie des filaments et la sortie de l'anneau
- E_2 : zone de biétirage correspondant à la sortie de l'anneau
- E_3 : zone de biétirage correspondant au passage entre la sortie de l'anneau et la sortie des filaments
- E_4 : zone de biétirage correspondant à la sortie des filaments

Périodiquement, il apparait quatre types de biétirage (E_i) qui ont tous leurs propres caractéristiques et donc introduisent une mise en forme du filet correspondante.

Nous avons décomposé le biétirage en:

- un étirage longitudinal: E_{lo}
- un étirage transversal: E_{tr}

2.1.7.1.1 Etirage longitudinal

Les principaux paramètres qui conditionnent l'étirage longitudinal sont:

- la vitesse de l'écoulement: $\bar{u}_{moy}$
- la vitesse de traction du filet: U_{tr}
- le taux de gonflement
- la température de l'écoulement
- le différentiel de températures entre la matière et l'outillage
- la résistance au frottement sur la partie disymétrique de la filière (surface de contact entre le poinçon et la filière)

Les différentes températures (régulation, matière) sont supposées constantes lorsque le processus de fabrication est en production stable.

La vitesse de traction est aussi supposée constante. Nous négligeons les variations liées au fonctionnement du moteur et au passage de filets à grosse structure dans le système de traction.

Pour l'étirage longitudinal, les différents types d'étirage sont donc principalement fonction:

- des variations de la vitesse de l'écoulement.
- des variations de la force de frottement entre la sortie de l'anneau et la sortie des filaments.

Les différentes étapes correspondent à une transformation particulière.

- E1 : zone d'étirage correspondant au passage entre la sortie des filaments et la sortie de l'anneau.

- la vitesse de l'écoulement diminue rapidement
- la résistance due au frottement augmente rapidement

La vitesse de traction étant constante, le rapport d'étirage E_{l1} augmente. Cette variation rapide entraîne un étirage plus important dans cette zone que dans le filament lui-même.

- E2 : zone de biétirage correspondant à la sortie de l'anneau.

- la vitesse de l'écoulement est lente.
- la résistance due au frottement est maximale.

La section de l'anneau étant plus importante que celle des filaments, l'étirage des filaments est prépondérant par rapport à celui de l'anneau. Dans la réalité, si la structure est homogène entre anneau et filament ($T1 \approx T2$), l'étirage de l'anneau est négligeable.

- E3 : zone de biétirage correspondant au passage entre la sortie de l'anneau et la sortie des filaments.

- la vitesse de l'écoulement augmente.
- la résistance due au frottement diminue rapidement.

Bien que la vitesse de l'écoulement augmente, il existe un retard entre la variation de la section et l'établissement de la vitesse. Ce retard est lié au caractère viscoélastique des polymères. Ce phénomène entraîne un affaiblissement de la section des filaments.

- E4 : zone de biétirage correspondant à la sortie des filaments.

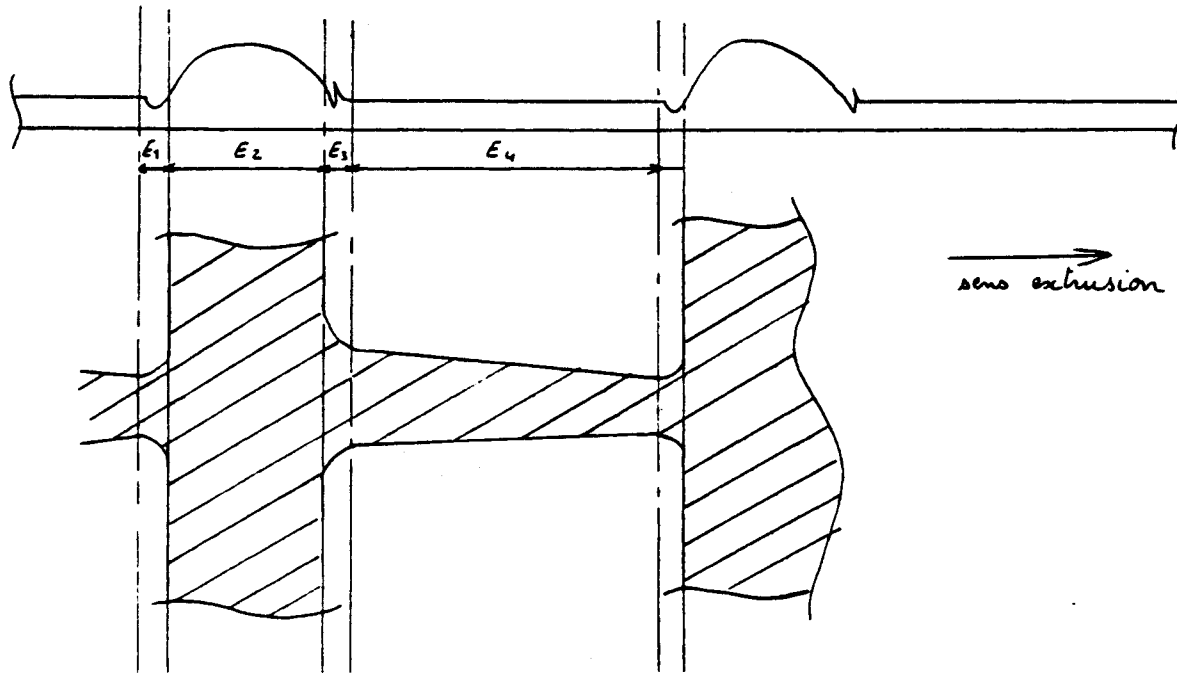
- la vitesse de l'écoulement est rapide.
- la résistance due au frottement est minimale.

C'est dans cette zone que se fait principalement l'étirage.

Visuellement il est possible de retrouver ces différentes zones:

chapitre 2.1711

FIGURE 2.3



La période T et les temps T_1 et T_2 ont une grande importance sur l'étréage longitudinal. En effet, le fait d'augmenter la fréquence tend à filtrer la variation des paramètres (vitesse de l'écoulement, ...) et ainsi diminuer les effets des étréages E_1 et E_3 .

C'est donc sur des structures lourdes avec des différences importantes entre les temps T_1 et T_2 que nous retrouverons les défauts d'uniformité et d'étréage les plus importants.

2.1.7.1.2 Etirage transversal

Comme pour l'étirage longitudinal, les principaux paramètres qui conditionnent l'étirage transversal sont:

- le rapport de diamètre entre l'outillage et le conformateur
- la vitesse de l'écoulement: $\bar{u}_{\text{moy}}$
- la vitesse de traction du filet: U_{tr}
- le taux de gonflement
- la température de l'écoulement
- le différentiel de températures entre la matière et l'outillage
- la résistance au frottement sur la partie disymétrique de la filière (surface de contact entre le poinçon et la filière)

Nous reprenons les hypothèses faites sur les températures et sur la vitesse de traction:

Les différentes températures sont supposées constantes lorsque le processus de fabrication est en production stable.

La vitesse de traction est aussi supposée constante. Nous négligeons les variations liées au fonctionnement du moteur et au passage de filets à grosse structure dans le système de traction.

L'étirage étant axisymétrique, les variations de la vitesse d'écoulement et de la force de frottement suivant ϑ peuvent être négligées par rapport aux autres phénomènes.

L'étirage transversal est donc principalement fonction:

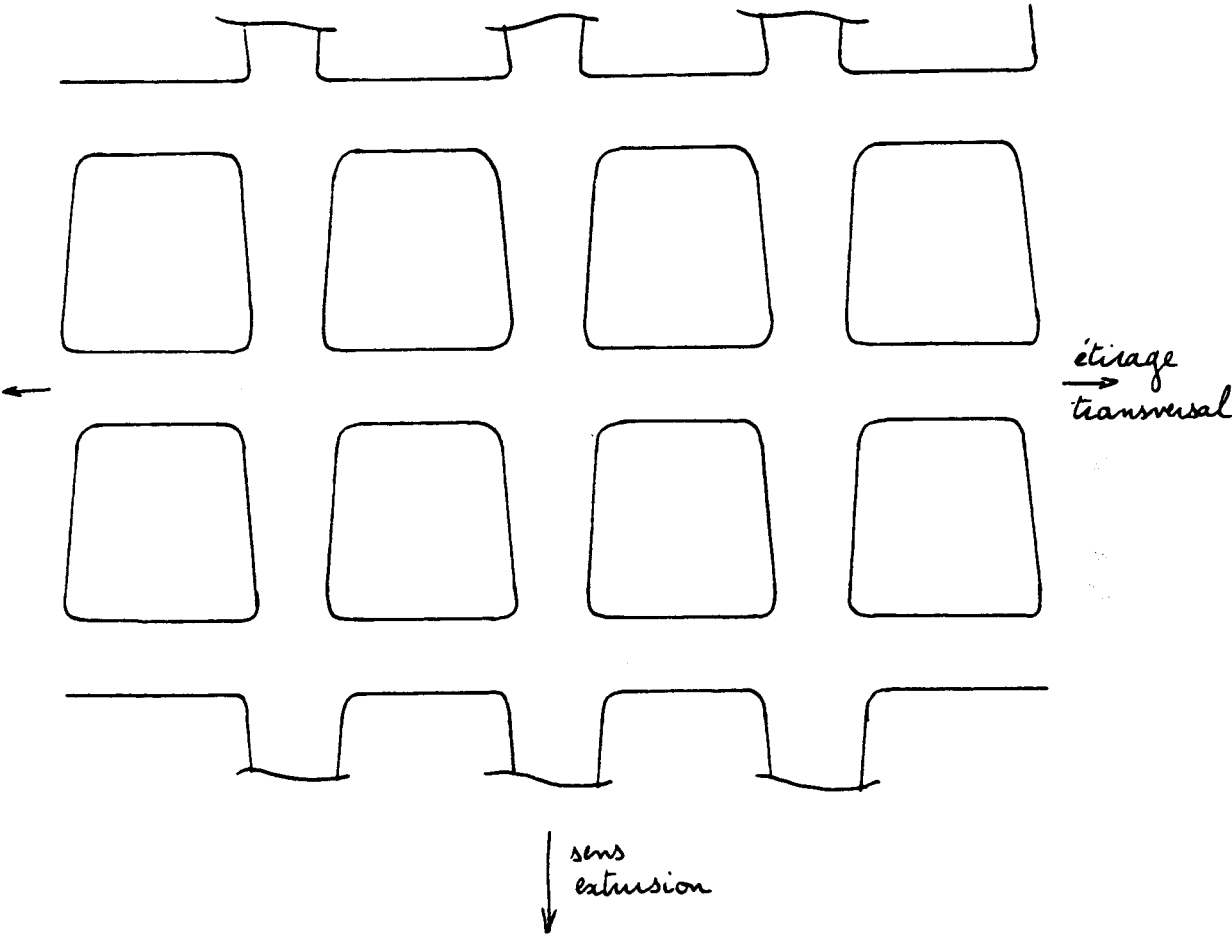
- du rapport entre le diamètre de l'outillage et du conformateur.
- de la position du conformateur par rapport à la position de l'outillage (angle d'étirage, distance entre le conformateur et l'outillage, ...)

Contrairement à l'étirage longitudinal, l'étirage se fait principalement sur l'anneau du filet. L'étirage transversale des filaments étant la résultante de la déformation du noeud (figure 2.4).

Il n'existe donc pas, à priori, plusieurs phases (E_i) au cours de l'étirage transversal.

chapitre 2.1712

FIGURE 2.4



2.1.8 Etape: passage sur le conformateur

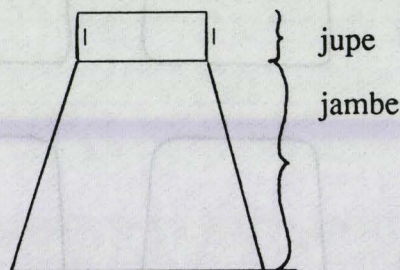
Le conformateur a plusieurs fonctions qui sont les suivantes:

- définir le taux d'étirage transversal par son diamètre et ainsi donner la largeur finale avant retrait du filet primaire.
- empêcher un retrait important de la matière lors du refroidissement du polymère.
- maintenir le produit lors de son cheminement dans la cuve pour éviter la formation de pli sur la nappe

La définition des paramètres géométriques d'un conformateur sont:

schéma chapitre 2.18

- le diamètre
- la longueur de jupe
- la longueur de jambe
- la largeur de jambe



Les paramètres du processus de fabrication sont relatifs au positionnement du conformateur par rapport à la tête d'extrusion et à la position du niveau d'eau par rapport au sommet du conformateur.

Le passage du filet sur le conformateur génère deux types de défauts:

- des défauts de surface liés:
 - aux différences de rayon de courbure entre la peau en contact avec le conformateur et la peau externe,
 - au lissage de la surface en contact avec le conformateur,
- des défauts de forme liés à l'écrasement de l'épaisseur du filet sur le conformateur.

Une fois passé sur le conformateur, nous obtenons le filet plastique que l'on nomme primaire.

2.1.9 Etape: découpe du produit - ouverture de la nappe

Une fois le primaire défini, il reste à ouvrir la nappe annulaire mise en forme précédemment pour obtenir un filet plan.

Cette opération ne modifie pas globalement la géométrie du filet, mais la découpe diminue par "ébavurage" la largeur du filet.

Lors de la définition du processus de fabrication (diamètre de l'outillage, définition du conformateur, ...), il ne faut pas oublier d'en tenir compte.

2.1.10 Etape: étirage

L'étirage qui est effectué sur le filet primaire plan a deux fonctions principales:

- modifier la mise en forme du filet en diminuant le poids au mètre linéaire (allongement).
- augmenter la résistance mécanique du filet dans le sens longitudinal (orientation des macromolécules).

L'étirage se fait par l'intermédiaire d'une étireuse qui est composée:

- à l'entrée, d'un dispositif qui définit une vitesse constante au filet.
- d'un bac d'eau chauffé pour élever la température du filet.
- à la sortie, d'un dispositif qui définit une vitesse constante au filet.

Comme pour le biétirage, les principaux paramètres de réalisation de l'étirage sont:

- la température du polymère lors de l'étirage (relative à la température de l'eau).
- l'homogénéité de la température du filet fonction de la position des résistances chauffantes dans l'eau.
- le taux d'étirage qui correspond à la différence de température entre la vitesse d'entrée et la vitesse de sortie du produit.
- le temps de réalisation de l'étirage (DEBORAH).
- le type de loi de comportement que suit le polymère.
- le type de structure du filet.

Les problèmes rencontrés lors de l'étirage sont fonction:

- des paramètres de fonctionnement de l'étireuse dont principalement:
 - la température d'étirage.
 - le rapport d'étirage.
 - le temps de réalisation de l'étirage.
- de la géométrie du filet dont principalement:
 - les amorces de rupture au niveau des liaisons filament /anneau.
 - la non homogénéité des sections du filet.
- de l'état physico-chimique de la matière:
 - cisaillement trop important dans les outillages.
 - biétirage trop grand sur le conformateur.
- du type de loi de comportement que suit le polymère.

Les défauts les plus souvent rencontrés sont:

- rupture du filet lors de l'étirage.
- géométrie du filet déformée (anneau non rectiligne).
- délamination des filaments.
- étirage non uniforme des filaments dans le sens longitudinale.
- étirage non complet du filet.

L'étirage du filet est une étape délicate. En effet si certains paramètres sont liés à l'étirage proprement dit, d'autres sont fonction des étapes précédentes. Il est donc difficile d'améliorer l'étirage sans modifier les paramètres amonts de fonctionnement de l'ensemble du processus.

2.1.11 Etape: stockage du filet fini

Une fois sorti de l'étireuse, le filet a ses dimensions géométriques finales. Il reste à le conditionner pour la distribution.

Bien que sans action directe sur le produit, le conditionnement peut dans certains cas limiter le débit de la production et par la même imposer le débit maximum de l'extrudeuse.

2.2 Analyse quantitative monodimensionnelle

Comme nous venons de le voir, les étapes de transformation des matières thermoplastiques en filets mettent en jeu des phénomènes physiques complexes qui sont difficiles à modéliser.

En première analyse, la mise en forme du filet dépend principalement de trois étapes.

Tout d'abord le passage de la matière dans l'outillage où est formé le quadrillage de filament et d'anneau.

En second lieu, le biétirage avec refroidissement où s'effectue la mise en forme du filet dit primaire.

Et enfin l'étirage du filet pour obtenir sa forme finale.

Au cours de ces trois étapes, il faut remarquer le caractère prépondérant de la loi de comportement du polymère. Une petite modification de la composition de la matière peut dans certains cas changer de façon significative la géométrie du filet.

De manière à disposer d'un premier outil de dimensionnement, nous sommes attachés à définir (à partir d'hypothèses correctement posées) des relations simples (monodimensionnelles) reliant les paramètres de fonctionnement du processus de fabrication aux principales grandeurs de mise en forme du filet.

2.21 Ecoulement à l'intérieur de l'outillage

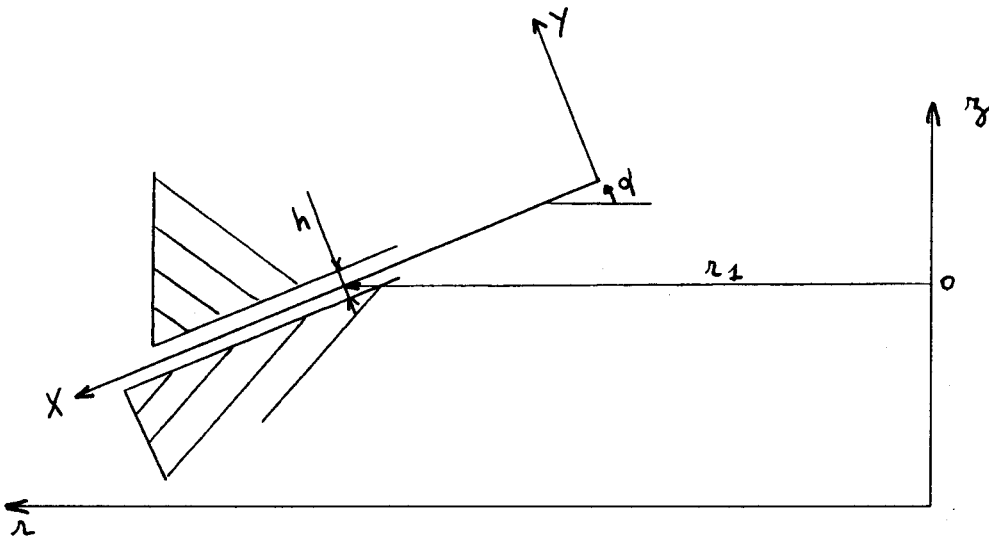
A partir des particularités géométriques de la partie interne de l'outillage, nous avons pu définir les hypothèses nécessaires à la modélisation monodimensionnelle de l'écoulement.

Le comportement de la matière a été assimilé au comportement d'un matériau Newtonien puis pseudoplastique.

Si l'on regarde le schéma d'une filière (figure 2.5):

chapitre 2.21

FIGURE 2.5



L'écoulement dans la filière est axisymétrique et le rayon de courbure est grand par rapport à l'entrefer.

$$U_{\vartheta} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial \vartheta} = 0$$

Il est possible de faire les approximations de la lubrification hydrodynamique:

- l'entrefer et la section évoluent lentement le long de l'écoulement:

$$\frac{dh}{dX} \ll 1$$

- les courbures de surfaces en présence sont faibles:

$$\frac{h}{R} \ll 1$$

Le nombre de Reynolds (Re) est petit. L'écoulement est laminaire.

Dans la plupart des cas Re est inférieur à:

$$Re = \frac{\rho u h}{\eta} = \frac{900 * 0.2 * 3.0E-3}{10} = 5.4E-2$$

Les hypothèses que nous venons de faire, permettent de développer la géométrie et ainsi de se retrouver avec un écoulement plan.

La direction principale se trouve le long des génératrices.

Il est donc possible de considérer l'écoulement par filets laminaires suivant une génératrice [1] .

Dans ce cas les équations se réduisent à:

$$\left\{ \begin{array}{l} - \frac{\partial p}{\partial X} = \frac{\partial \sigma}{\partial Y} \\ Q = \int_s \bar{u} dS \\ \text{loi de comportement} \end{array} \right.$$

Avec $\bar{u}$ vitesse suivant la génératrice OX

Pour un fluide Newtonien nous aurons pour loi de comportement:

$$[\vec{\sigma}] = 2 \eta [\vec{\epsilon}]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial X} = \eta \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial Y^2} \\ Q = \int_0^{2\pi} \int_0^h \bar{u} r d\vartheta dy \end{array} \right.$$

Pour un fluide pseudoplatique nous aurons pour loi de comportement:

$$[\vec{\sigma}] = 2 K \dot{\bar{\gamma}}^{m-1} [\vec{\epsilon}]$$

$$\text{Avec: } \dot{\bar{\gamma}}^{m-1} = 2 \sqrt{J_2(\dot{\epsilon})}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p}{\partial X} = K \frac{\partial}{\partial Y} \left\{ \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} \right|^{m-1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial Y} \right\} \\ Q = \int_0^{2\pi} \int_0^h \bar{u} r d\vartheta \frac{dz}{\cos \alpha} \end{array} \right. \quad \text{avec } dy \cos \alpha = dz$$

Il est possible d'exprimer le débit en fonction de la contrainte (équation de Rabinowitsch). Cette méthode est pratique car elle permet une intégration plus aisée.

$$\left(- \frac{\partial p}{\partial X} \right) Y = \sigma (Y)$$

Il est donc possible d'exprimer la contrainte de cisaillement au contact de la paroi.

$$\sigma_p = \left(- \frac{\partial p}{\partial X} \right) \frac{h}{2}$$

Soit
$$\sigma = \sigma_p \frac{2 Y}{h}$$

Par ailleurs pour les deux lois de comportement envisagées nous avons:

$$\dot{\gamma} = \frac{d \bar{u}}{d Y} = f(\sigma)$$

Le débit dans l'écoulement s'écrit:

$$Q = \frac{2 \pi}{\cos \alpha} \left[\int_0^h \bar{u} r_1 dz + \int_0^h \bar{u} z \operatorname{tg} \alpha dz \right]$$

Avec:
$$r = r_1 + z \operatorname{tg} \alpha$$

L'intégration par partie de l'expression du débit en tenant compte de l'hypothèse de non-glissement à la paroi de la filière ($\bar{u}(h) = 0$) nous donne:

$$Q = \frac{2 \pi}{\cos \alpha} \left[r_1 \left(\left[\bar{u} z \right]_0^h - \int_0^h z d\bar{u} \right) + \operatorname{tg} \alpha \left(\left[\bar{u} \frac{z^2}{2} \right]_0^h - \int_0^h \frac{z^2}{2} d\bar{u} \right) \right]$$

Soit:

$$Q = \frac{4 \pi}{\cos \alpha} \left[r_1 \left(- \int_0^{\frac{h}{2}} z d\bar{u} \right) + \operatorname{tg} \alpha \left(- \int_0^{\frac{h}{2}} \frac{z^2}{2} d\bar{u} \right) \right]$$

Après intégration avec changement de variable sur la contrainte σ :

$$\sigma = \sigma_p \frac{2 Y}{h}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_p \frac{2 z}{h \cos \alpha} ; \quad d\bar{u} = f(\sigma) dY = f(\sigma) \frac{dz}{\cos \alpha} \\ &= f(\sigma) \frac{h d\sigma}{2 \sigma_p} \end{aligned}$$

L'expression du débit s'écrit:

$$Q = \frac{\pi h^2}{\sigma_p^2} \left[r_1 \left\{ \int_0^{\sigma_p} \sigma f(\sigma) d\sigma \right\} + \frac{h \sin \alpha}{4} \left\{ \frac{1}{\sigma_p} \int_0^{\sigma_p} \sigma^2 f(\sigma) d\sigma \right\} \right]$$

• Pour un fluide Newtonien $f(\sigma) = \frac{\sigma}{\eta}$

$$\text{avec} \quad \frac{dp}{dX} = \frac{\Delta p}{L}$$

$$Q = \frac{\pi}{2 \eta} \frac{\Delta p}{L} \left[\frac{h^3}{3} r_1 + \frac{h^4}{16} \sin \alpha \right]$$

nous obtenons de même:

$$\dot{\gamma}_p \approx \frac{3 Q}{\pi r_m h^2}$$

r_m : rayon moyen

$$\text{et} \quad \bar{u} = \frac{h^2}{8 \eta} \frac{\Delta p}{L} \left\{ 1 - \left(\frac{2 Y}{h} \right)^2 \right\}$$

$$\bar{u}_{max} = \frac{h^2}{8 \eta} \frac{\Delta p}{L}$$

$$\bar{u}_{moy} = \frac{h^2}{12 \eta} \frac{\Delta p}{L}$$

- Pour un fluide Pseudoplastique $f(\sigma) = \left(\frac{\sigma}{K} \right)^{1/m}$

$$Q = \pi h^2 \left(\frac{\Delta P}{L} \right)^{1/m} \left[r_1 \frac{m}{2m+1} \left(\frac{h}{2K} \right)^{1/m} + \frac{\sin \alpha}{4} \frac{m}{3m+1} \left(\frac{1}{2K} \right)^{1/m} \left(h \right)^{1/m+1} \right]$$

nous obtenons de même :

$$\dot{\gamma}_p \approx \frac{(m+2)}{\pi r_m h^2} Q$$

$$\dot{\gamma} \approx (m+2) \frac{2 \bar{u}_{moy}}{h} \left(\frac{2Y}{h} \right)^m$$

$$\text{et } \bar{u} = \bar{u}_{max} \left\{ 1 - \left(\frac{2Y}{h} \right)^{m+1} \right\}$$

$$\bar{u}_{max} = \frac{1}{K} \left(\frac{\Delta p}{L} \right)^m \frac{\left(\frac{h}{2} \right)^{m+1}}{m+1}$$

$$\bar{u}_{moy} = K \frac{1}{(m+1)} \left(\frac{\Delta p}{L} \right)^m \left(\frac{h}{2} \right)^{m+1}$$

Les relations que nous venons d'établir vont nous permettre de connaître en fonction d'une différence de pression mesurée et des constantes rhéologiques:

- le débit.
- le taux de cisaillement.
- la vitesse moyenne.
- la vitesse maximum.

2.2.2 Gonflement en sortie de filière

Lors de l'extrusion d'un fluide au travers d'une filière, il apparaît une différence entre les dimensions géométriques de l'orifice et la forme de l'extrudat. Cette variation de forme est appelée gonflement.

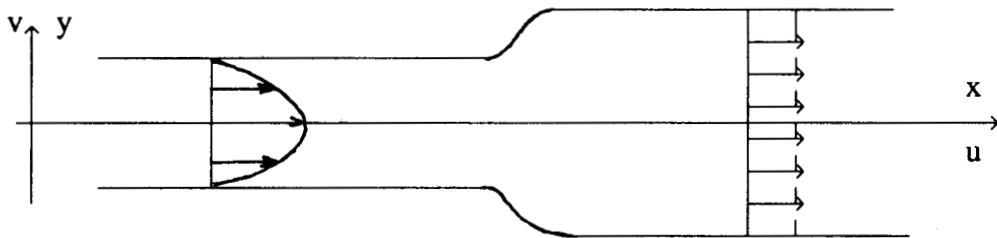
Dans le cas d'un fluide Newtonien, le taux de gonflement est fonction du nombre de Reynolds (Re).

Pour des valeurs de Reynolds inférieur à $Re = 4.2$ le gonflement est de l'ordre de 18% pour un écoulement au travers d'une fente. Lorsque Re augmente le taux de gonflement décroît et ceci jusqu'à une valeur limite de $Re = 15$ où le taux devient négatif. Il existe un taux de gonflement négatif limite de 0.9% atteint pour $Re \geq 50$.

Pour un fluide Newtonien le taux de gonflement est fonction de la réorganisation du profil de vitesse entre l'écoulement interne (profil parabolique) et l'écoulement avec surface libre (profil plat) figure 2.6.

chapitre 2.22

FIGURE 2.6



La variation de la vitesse u suivant x génère l'apparition de la vitesse radiale v .

$$\frac{\partial u}{\partial x} \neq 0$$

l'équation de conservation de la masse nous donne:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial v}{\partial y} \neq 0$$

Pour les polymères, les taux de gonflement observés sont plus importants.

Dans ce cas, la réorganisation du profil de vitesses n'explique pas à elle seul un phénomène qui peut atteindre 300%.

En effet, le taux de gonflement évolue suivant le comportement rhéologique, le type de filière et les grandeurs de l'écoulement (températures, vitesses, pression , ...).

L'explication phénoménologique du gonflement est liée à la fois à l'existence de contraintes normales et de la recouvrance correspondant à la tension.

Le tenseur des contraintes pour un écoulement plan de cisaillement s'écrit:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

La direction (1) est celle de l'écoulement.

La direction (2) est celle du gradient de vitesse.

Les trois fonctions viscométriques s'écrivent:

la contrainte de cisaillement

$$s = \sigma_{12} = \sigma_{21}$$

la première différence de contraintes normales

$$N1 = \sigma_{11} - \sigma_{22}$$

la deuxième différence de contraintes normales

$$N2 = \sigma_{22} - \sigma_{33}$$

Lors de l'écoulement en cisaillement d'un polymère, il apparaît une valeur positive de la contrainte de cisaillement et une valeur positive de la première différence de contraintes normales.

La valeur de la deuxième différence de contraintes normales est négligeable devant N1.

Nous avons donc: $N1 > 0$

$$\Rightarrow \sigma_{11} > \sigma_{22}$$

La matière suit une déformation dans la direction (1) de l'écoulement, qui se superpose à la déformation en cisaillement dans le plan (1, 2).

A la sortie de la filière, les contraintes deviennent nulles.

La recouvrance de déformation en cisaillement qui est alors créée ne provoque pas de gonflement car il s'agit d'un glissement de couches liquides parallèles à la direction (1).

Par contre la recouvrance de la déformation uniaxiale provoque le gonflement dans la direction (2).

Il est à remarquer que la déformation uniaxiale sera d'autant plus importante que la tension ($\sigma_{11} - \sigma_{12}$) appliquée est plus forte et que le temps d'application de cette contrainte est plus court.

Les paramètres qui influent sur le taux de gonflement dépendent des remarques qui viennent d'être faites. Nous pouvons citer:

- le débit:

Lorsque le débit augmente le gonflement en sortie de filière augmente:

- la vitesse de cisaillement augmente
 $\Rightarrow (\sigma_{11} - \sigma_{12})$ augmente
- le temps de séjour de la matière dans la filière diminue
 $\Rightarrow$ le temps d'application de la contrainte diminue

- la géométrie de la filière:

Suivant la géométrie de l'entrée dans la filière, la longueur de la filière et l'évolution de la géométrie le taux de gonflement sera différent.

En fait si la filière est longue ou si les évolutions de la géométrie sont graduelles le temps d'application de la contrainte est long donc la recouvrance plus faible.

- La distribution de masses moléculaires:

Les polymères très largement distribués possèdent une quantité importante de molécules de très hautes masses moléculaires. Cette fraction de hautes masses correspond aux temps de relaxation les plus élevés. Cela a pour conséquence d'augmenter l'intensité des phénomènes qui provoquent le gonflement.

A partir de l'explication phénoménologique du gonflement (existence de contraintes normales et recouvrance correspondant à la tension) R.I TANNER a défini analytiquement une loi qui calcule l'évolution du taux de gonflement en sortie d'une filière circulaire:

$$\frac{D}{d} = \left[1 + \left(\frac{N1}{2s} \right)^2 \right]^{1/6}$$

Pour tenir compte de la continuité avec le modèle Newtonien il a ajouté le taux de gonflement à faible nombre de Reynolds.

$$\frac{D}{d} = 0.12 + \left[1 + \left(\frac{N1}{2s} \right)^2 \right]^{1/6}$$

Nous avons, de même, pour une fente:

$$\frac{H}{h} = 0.2 + \left[1 + \left(\frac{N1}{2s} \right)^2 \right]^{1/4}$$

$N1$ et s sont déterminés à partir des courbes rhéologiques exprimées en fonction du taux de cisaillement.

d diamètre de la filière et D diamètre de l'extrudat.

h hauteur de la filière et H hauteur de l'extrudat.

Comme nous venons de le voir, le gonflement en sortie de filière ne peut être négligé dans la mise en forme du filet.

Mais les mécanismes qui sont mis en jeu sont complexes et à l'heure actuelle il n'existe pas de loi expérimentale simple qui prenne en compte l'influence du comportement rhéologique, du type de filière et les grandeurs de l'écoulement (vitesses, pression , ...).

C'est par la modélisation des écoulements viscoélastiques à l'aide d'un code de calcul qui intègre l'évolution d'une surface libre qu'il est possible d'approcher la valeur du taux de gonflement.

2.2.3 Sortie de la filière - biétirage

En fonction de l'analyse faite en 2.17 , nous avons cherché à donner des relations simples entre:

- les grandeurs moyennes de l'écoulement et le débit moyen sur une période.
- les variations dimensionnelles du filet et les paramètres du processus de fabrication (vitesses, rapport d'étirage, ...).

Nous allons exprimer Q_{mT} le débit moyen sur une période T de déplacement du poinçon.

Soit Q_{ext} le débit supposé constant de l'extrudeuse nous exprimons la conservation de la masse:

$$\text{débit extrudeuse} = \text{débit anneau} = \text{débit filaments}$$

$$Q_{ext} = Q_a = Q_f$$

donc
$$Q_{mT} = Q_a + Q_f$$

$$Q_{mT} = (\rho u_a S_a) + (\rho u_f S_f)$$

avec $u_a = \bar{u}_{moy}$ de l'anneau

S_a : section de passage de l'anneau

$u_f = \bar{u}_{moy}$ des filaments

S_f : section de passage des filaments

Nous posons les rapports d'étirage:

- étirage longitudinal de l'anneau:

$$E_{loa} = \frac{U_{tr}}{u_a}$$

- étirage longitudinal des filaments:

$$E_{lof} = \frac{U_{tr}}{u_f}$$

L'étirage au niveau de l'anneau et au niveau des filaments sont différents, donc:

$$\frac{L_a}{T1} \neq \frac{L_f}{T2} \neq U_{tr}$$

Bien que la vitesse de traction soit constante, il n'est pas possible de dissocier l'étirage de l'anneau et des filaments. Lorsque l'anneau sort, les filaments continuent d'être étirés.

Les rapports réels d'étirage sont donc:

$$E_{loar} = \frac{L_a}{T1 u_a}$$

$$E_{lofr} = \frac{L_f}{T2 u_f}$$

Le débit moyen peut donc s'écrire:

$$Q_{mT} = \rho \left(\frac{L_a}{T1} \frac{S_a}{E_{loar}} + \frac{L_f}{T2} \frac{S_f}{E_{lofr}} \right)$$

Dans le cas où le débit de l'extrudeuse est constant:

$$\rho u_a S_a = \rho u_f S_f$$

soit
$$\frac{u_a}{u_f} = \frac{S_f}{S_a}$$

$$\frac{L_a}{T1 E_{loar}} \frac{T2 E_{lofr}}{L_f} = \frac{S_f}{S_a}$$

d'où

$$\begin{aligned} \frac{E_{lofr}}{E_{loar}} &= \frac{S_f}{S_a} \frac{L_f}{L_a} \frac{T1}{T2} \\ &= \chi_E \end{aligned}$$

S'il n'est pas possible de connaître la vitesse de l'écoulement, le débit moyen peut être approximé en fonction de la géométrie de la maille.

Soit $L = L_a + L_f$ la longueur totale d'une maille, nous pouvons déterminer la vitesse moyenne de traction:

$$U_{tr} = \frac{L}{T}$$

$$\text{D'où } Q_{mT} = \rho U_{tr} \left(S_a \frac{T1}{T} + S_f \frac{T2}{T} \right)$$

Comme pour l'étirage longitudinal l'étirage transversal n'est pas réparti de façon homogène entre l'anneau et les filaments.

Le rapport d'étirage réel est donc différent du rapport d'étirage donné par la différence de diamètre entre le conformateur et l'outillage.

Nous avons défini les rapports d'étirage transversaux réels:

- pour l'anneau:

$$E_{trar} = \frac{\text{diamètre du filet étiré}}{\text{diamètre de l'outillage}}$$

- pour les filaments:

$$E_{trfr} = \frac{\text{largeur du filet étiré}}{\text{largeur du cran}}$$

La matière étant considérée incompressible, il est possible d'exprimer le rapport d'étirage dans les directions orthogonales.

Pour un étirage uniaxiale, si $E1$ est le rapport d'élongation dans la direction de la contrainte, nous avons:

$$\left(E1 \right)^{\frac{1}{2}} = E2 = E3$$

Pour un étirage biaxial, si E1 et E2 sont les rapports d'élongation orthogonaux dans les directions des contraintes, nous avons:

$$\left(\begin{matrix} E1 & E2 \end{matrix} \right)^{-1} = E3$$

Les tableaux ci-dessous récapitulent l'ensemble des biétirages qui sont réalisés:

	biétirage
anneau	Eloar ; Etrar
filament	Elofr ; Etrfr

Or d'après l'analyse que nous venons de faire pour les structures homogènes:

étirage	longitudinal	transversal
anneau	Eloar	Etrar >> Etrfr
filament	Elofr >> Eloar	Etrfr

Ceci permet d'assimiler le biétirage comme la somme d'un étirage longitudinal sur les filaments et d'un étirage transversal sur les anneaux.

Ce sont les hypothèses faites sur les zones de transition dans l'étirage longitudinal (E1, E3) qui introduisent le plus de dispersion par rapport aux phénomènes physiques.

En première hypothèse, nous pouvons déterminer l'évolution géométrique du filet lors de sa mise en forme par biétirage en fonction:

- du rapport d'étirage longitudinal réel du filament:

$$Elofr \approx \frac{L_f}{T2_{ur}}$$

- du rapport d'étirage transversal réel de l'anneau:

$$Etrar \approx \frac{\text{Diamètre outillage}}{\text{Diamètre conformateur}}$$

étirage	longitudinal	transversal	épaisseur
anneau	$\left(\text{Etrar} \right)^{-1/2}$	Etrrar	$\left(\text{Etrrar} \right)^{-1/2}$
filament	Elofr	$\left(\text{Elofr} \right)^{-1/2}$	$\left(\text{Elofr} \right)^{-1/2}$

En fonction des relations que nous venons d'écrire il est possible de déduire la plupart des paramètres de mise en forme du filet en sortie de filière.

2.2.4 Etirage

L'étirage du filet primaire a pour principale fonction l'augmentation de la résistance du filet à poids égal.

En première approximation, l'étirage est principalement fonction:

- de la température de la matière,
- de la structure du filet,
- du temps et du rapport d'étirage,
- de la rhéologie du polymère.

La température du filet est très importante car c'est elle qui conditionne la qualité de l'orientation des molécules.

Pour les polymères semi-cristalins, la température optimale se situe dans une plage légèrement inférieure à la température de fusion des cristallites.

Pour les matières utilisées dans la mise en forme des filets l'intervalle de température est compris entre 110 °C et 130 °C.

Il est à noter qu'une variation peu importante de la température d'étirage peut modifier de façon importante le processus d'orientation moléculaire.

Les mécanismes de l'étirage dépendent de la structure du filet. En effet, au cours du biétirage nous avons vu qu'il se forme quatre zones géométriques non homogènes.

Deux cas se présentent:

- Si il n'y a pas de point de faiblesse devant et derrière le noeud (zones 1 et 3), l'étirage va se faire à la fois dans le filament et l'anneau.

Or l'étirage de l'anneau aura pour effet de créer localement une variation géométrique transversale qui formera des plis bien souvent non conforme au cahier des charges.

C'est pour cette raison qu'il faut éviter de travailler dans ces conditions.

- Mais dans le second cas, lorsque les points de faiblesses existent, les risques de ruptures qui leurs sont associés doivent être dominés.

En effet pour que l'étirage se fasse correctement, il faut que le processus de neck-in débute au niveau des points de faiblesse pour se propager uniformément le long des filaments.

Dans ce cas les relations développées pour la composante élongationnelle du biétirage sont valables.

2.3 Application de l'analyse quantitative à un cas particulier significatif

La mise au point d'un produit nouveau se décompose en deux phases.

La première phase consiste à prédéterminer les paramètres du processus de fabrication en fonction des caractéristiques du filet à réaliser.

C'est au cours de la deuxième phase que sont définies les valeurs finales des paramètres du processus. C'est la phase d'essais de mise en forme.

La phase de prédétermination est importante car plus elle est précise et plus les essais de mise en oeuvre sont rapides avec peu de déchets.

Pour le moment, les têtes d'extrusion ne sont pas instrumentées pour connaître la différence de pression dans l'outillage ainsi que la déformation de la filière. Il n'est donc pas possible d'exploiter en totalité les résultats définis au chapitre 2.2 .

Pour appliquer les relations simples décrites aux chapitres précédents, nous avons choisi un cas particulier auquel correspond un type de structure (structure lourde).

Les relations sont toujours correctes, mais en fonction du type de structure la méthodologie qui nous permet de déterminer les paramètres peut être différente.

La structure lourde qui nous sert d'exemple correspond au filet de type grille de signalisation.

Le produit à réaliser est caractérisé, au niveau de la mise en forme par:

- le poids au mètre linéaire (ou mètre carré) :
332.5 g/ml
- la largeur du produit: $L_a = 1.20 \text{ m}$
- la définition de la maille:
 - la largeur de la maille où le nombre de filaments: $L_{am} = 51 \text{ mm}$ dont:
largeur du filament: $L_{af} = 11 \text{ mm}$
largeur du trou: 40 mm
 - la longueur de la maille étirée: $L_{om} = 95 \text{ mm}$
 - la longueur du filament (trou) $L_{of} = 70 \text{ mm}$
 - épaisseur de l'anneau $E_a = 1.6 \text{ mm}$
 - épaisseur du filament $E_f = 0.4 \text{ mm}$
- les résistances mécaniques qui imposent les dimensions minimales des sections de l'anneau et des filaments.

Les paramètres à prédéterminer avant les essais de mise au point sont:

- le débit de l'extrudeuse: Q_{ex}
- la géométrie de l'outillage: section de crantage et entrefer
- le diamètre de la tête (D_t) et du conformateur (D_c)
- la vitesse de tirage du filet en sortie d'outillage U_{tr}
- le rapport d'étirage dans l'étireuse (E_t)
- la fréquence de battement du poinçon (F_p)

Dans un premier temps, en fonction de la largeur du filet La , nous déterminons le diamètre du conformateur D_c en tenant compte de l'ouverture de la nappe (ébarbage) et de la possibilité de retrait après le passage sur le conformateur et l'étirage final.

$$D_c = \frac{La}{\pi} + \text{ébarbage}$$

Suivant le type de structure l'ébarbage prend en compte la distance entre deux filaments (trou) ou bien un filament et deux trous. Dans notre exemple nous ne tenons compte que d'un trou.

$$\text{D'où } D_c = \frac{120}{\pi} + 4$$

$$\text{Soit } D_c = 421.97 \text{ mm}$$

La prise en compte du retrait nous incite à majorer cette valeur dans le choix d'un conformateur standard (lorsque cela est possible).

L'obtention de la largeur à la côte demandée se fait à l'aide du niveau d'eau. Plus le niveau d'eau est élevé, plus le refroidissement se fait rapidement et plus le retrait sera important.

$$\text{Ici } D_c = 425 \text{ mm}$$

Connaissant le diamètre du conformateur, il est possible de déterminer le diamètre de la tête d'extrusion. En effet, en fonction de la matière, l'expérience montre que la mise en forme s'effectue dans les meilleures conditions lorsque le rapport d'étirage transversal se situe entre 1.5 et 2.

Dans notre cas, parmi l'ensemble des têtes qui sont à notre disposition, c'est la tête de diamètre $D_t = 250$ mm qui correspond le mieux à ce critère.

Soit un rapport d'étirage transversal $E_{tr} = 1.7$

Une fois connu le diamètre de tête et le diamètre du conformateur, il faut choisir l'extrudeuse en optimisant son rendement en fonction du débit.

Nous savons que:

- le débit est égal au produit du poids au mètre linéaire par la vitesse de tirage du filet.

$$Q_{ex} = Q_l * U_{tr} * E_{ti}$$

- la fréquence de battement du poinçon est égale au rapport entre la vitesse de tirage du filet et la longueur de la maille du primaire L_{omp} :

$L_{omp} = \text{Longueur de l'anneau primaire} + \text{Longueur de filament primaire.}$

$$F_p = \frac{U_{tr}}{L_{omp}}$$

- le rapport d'étirage de l'étireuse qui peut être choisi en première approximation comme étant le rapport des vitesses de sortie et d'entrée de l'étireuse. Pour le niveau des températures de l'étireuse (90°C) et les vitesses d'entrée liées à notre structure l'expérience montre que le rapport optimal d'étirage E_{ti} se situe entre 2.5 et 4

$$E_{ti} \approx \frac{U_s}{U_{tr}}$$

Connaissant le rapport d'étirage E_{ti} , il est possible en fonction des dimensions de la maille finale de déterminer les dimensions du primaire.

Comme nous l'avons vu, l'étirage se fait principalement dans les filaments:

Longueur du filament primaire L_{ofp} :

$$L_{ofp} = L_{of} / E_{ti} = 70 / 3.5 = 20 \text{ mm}$$

Largeur du filament primaire L_{afp} :

$$L_{afp} = L_{af} * E_{ti}^{1/2} = 11 * 1.87 = 21 \text{ mm}$$

Epaisseur du filament E_{fp} :

$$E_{fp} = E_f * E_{ti} = 0.4 * 3.5 = 1.4 \text{ mm}$$

Finalement nous choisissons E_{ti} , Q_{ex} , U_{tr} , de façon à être aussi voisin possible de la cadence de production souhaitée, du débit optimum d'une extrudeuse, la vitesse U_{tr} devant être défini au dixième près (2.3 ou 2.4 par exemple) et le rapport d'étirage compris dans les limites indiquées.

Dans notre cas ces valeurs sont:

$$Q_{ex} = 167.58 \text{ Kg/h}$$

$$U_{tr} = 2.4 \text{ m/mn}$$

$$F_p = 1.29 \text{ Hz}$$

$$E_{ti} = 3.5$$

Pour remonter au crantage, nous prenons en compte le biétirage lié au passage sur le conformateur et le gonflement en sortie de filière.

Lorsque l'étude rhéologique des mélanges sera faite systématiquement il sera possible connaissant N_1 d'approximer par la formulation de TANNER le taux de gonflement. Pour ce calcul nous nous servirons des relevés de taux de gonflement effectué visuellement sur ce type de structure et pour ce type de mélange matière.

Dans un premier temps nous recherchons la valeur de l'entrefer h :

$$h = \text{épaisseur anneau primaire} * \text{taux de gonflement} / \text{étirage transversale anneau}$$

$$= E_{ap} * T_{Ga} / E_{tr}^{1/2} = 1.6 * 2.25 / 1.303 = 0.927 \text{ mm}$$

Ensuite nous déterminons la profondeur p et la largeur l du cran:

$$p = \text{épaisseur du filament primaire} * \text{étirage longitudinal filament} / \text{taux de gonflement}$$

$$= E_{fp} * E_{tif} / T_{Gf} = 1.3 * 2 / 2.25 = 1.15 \text{ mm}$$

$$l = \text{largeur de filament primaire} * \text{étirage longitudinal filament} / \text{taux de gonflement}$$

$$= L_{afp} * E_{tif} / T_{Gf} = 21 * 2 / 2.25 = 18.66 \text{ mm}$$

Nous pouvons aussi déterminer la fréquence ainsi que les temps haut et bas. Nous disposons pour cela du système:

$$T = 1 / F_p$$

$$Q_{mT} = \rho \text{ Utr } \left(S_a \frac{T1}{T} + S_r \frac{T2}{T} \right)$$

$$T = T1 + T2$$

Connaissant la masse volumique ρ du mélange à la température et à la pression d'extrusion il est possible de définir T1 et T2 .

Si nous comparons nos résultats avec les valeurs utilisées en production, l'écart le plus important se trouve au niveau de la largeur de l'outillage et est de 9.7 % .

Ces calculs peuvent être améliorés en affinant les hypothèses prises sur les taux de gonflement et l'étirage longitudinal lié au biétirage. Ceci peut être réalisé en effectuant une caractérisation rhéologique du mélange de la matière utilisé.

2.4 Application de l'étude monodimensionnelle à la mise définition d'un guide permettant d'ajuster les paramètres de conduite du procédé

Comme nous l'avons vu au chapitre 2.3.2.3, la mise en forme du filet se décompose en quatre phases associées au déplacement du poinçon.

Suivant le processus de fabrication (type de structure du filet), il est possible de retrouver (avec plus ou moins d'amplitude) les différents stades de la mise en forme du filet.

Au cours des essais de mise au point, les différentes valeurs des paramètres U_{tr} , F_p , E_{ti} , niveau d'eau choisis initialement sont ajustées pour atténuer les défauts qui apparaissent aux phases E1, E2, E3, E4.

Après avoir fait varier les principaux paramètres qui interviennent dans la réalisation de la géométrie du filet nous nous sommes attachés à répertorier et qualifier les causes et les effets qui sont liés à chaque étape E1, E2, E3, E4.

La sortie de la matière dépend de nombreux paramètres, mais la mise en forme du filet est principalement liée au caractère instationnaire de l'écoulement. Les étapes sont caractéristiques soit d'un transitoire rapide (E1, E3), soit d'une évolution plus lente (E2, E4).

Il est à noter qu'à aucun moment l'écoulement n'est stationnaire car la pression évolue en fonction du déplacement du poinçon et du comportement de la matière (viscoélasticité).

■ Pour la zone E1 dite de biétirage correspondant à la transition entre la sortie des filaments et la sortie de l'anneau.

La diminution de section provient principalement de l'augmentation rapide du rapport d'étirage due à la diminution de la vitesse de l'écoulement et l'augmentation des forces de frottements. Si le taux de gonflement est important l'anneau est marqué lors de la fermeture du poinçon.

Causes en augmentation	Effets
rapport d'étirage longitudinal ↗	allonge la zone de faiblesse et donc diminue la section
rapport d'étirage transversal ↗	allonge la zone de liaison entre le filament et l'anneau et donc diminue la section
forces de frottement ↗	augmentent localement le rapport d'étirage longitudinal
fluidité ↗	diminue le maintien du produit les sections des filaments ne sont plus uniformes
temps caractéristiques ↗ de la matière	augmentent le gonflement et amplifient les autres effets
différentiel de températures matière - outillage ↗	augmente l'adhérence de la matière sur l'outillage donc les forces de frottement
type de crantage filière ou poinçon crantée	l'écoulement de la matière est différent ce qui modifie la mise en forme du noeud
entrefer	donne l'épaisseur minimale

■ Pour la zone E2 zone de biétirage correspondant à la sortie de l'anneau.

La chute de pression due à l'ouverture du poinçon est la caractéristique principale de la mise en forme de l'anneau.

Causes en augmentation	Effets
rapport d'étirage longitudinal ↗	permet une bonne sortie de l'anneau mais modifie peu sa géométrie
rapport d'étirage transversal ↗	modifie la largeur du filet proportionnellement au rapport d'étirage
forces de frottement ↗	elles ont tendance à faire rouler l'anneau sur lui même
fluidité ↗	diminue le maintien du produit l'anneau n'est plus rectiligne
temps caractéristiques ↗ de la matière	augmentent le gonflement et amplifient les autres effets
différentiel de températures matière - outillage ↗	augmente l'adhérence de la matière sur l'outillage donc les forces de frottement
type de crantage filière ou poinçon crantée	l'écoulement de la matière est différent ce qui modifie la mise en forme du noeud
entrefer	donne l'épaisseur minimale

De plus, si le poinçon ne sert pas de gabarit lors de la sortie de la matière il se forme des ondulations sur l'anneau.

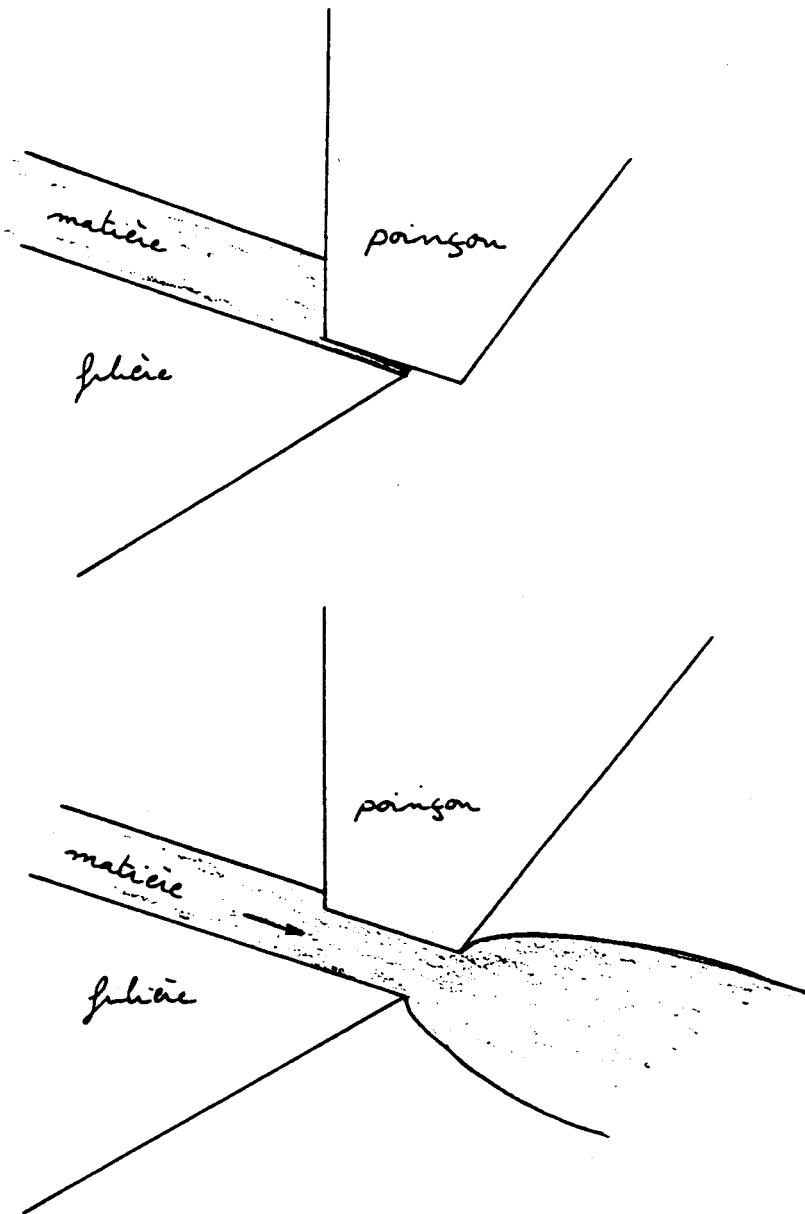
■ Pour la zone E3 zone de biétirage correspondant à la transition entre la sortie de l'anneau et la sortie des filaments.

La diminution de section provient principalement du retard entre l'ouverture du poinçon et la montée en pression de la matière.

Les aspérités qui apparaissent sur l'anneau et sur le noeud sont respectivement liées à la matière coincée entre le poinçon et la filière et à la matière apportée par le gonflement et qui s'est collée sur le poinçon (figure 2.7).

chapitre 2.4

FIGURE 2.7



Causes en augmentation	Effets
rapport d'étirage longitudinal ↗	allonge la zone de faiblesse et donc diminue la section
rapport d'étirage transversal ↗	allonge la zone de liaison entre le filament et l'anneau et donc diminue la section
forces de frottement ↗	augmente localement le rapport d'étirage longitudinal
fluidité ↗	diminue le maintien du produit les sections des filaments ne sont plus uniformes
temps caractéristiques de la matière ↗	augmentent le gonflement et amplifient les autres effets
différentiel de températures matière - outillage ↗	augmente l'adhérence de la matière sur l'outillage donc les forces de frottement.
type de crantage filière ou poinçon crantée	l'écoulement de la matière est différent ce qui modifie la mise en forme du noeud
entrefer	donne l'épaisseur minimale

■ Pour la zone E4 zone de biétirage correspondant à la sortie des filaments.

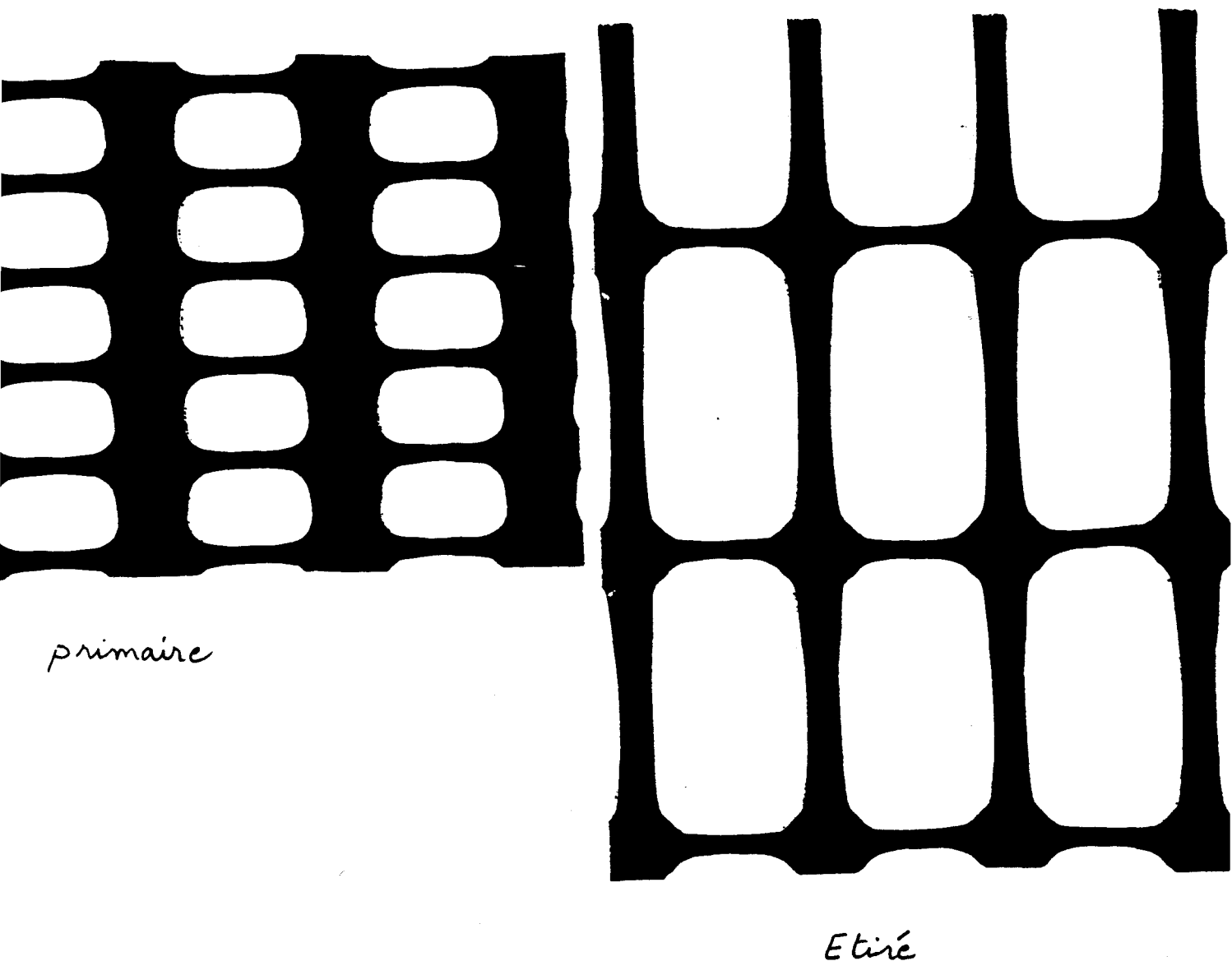
C'est au cours de cette étape que s'effectue l'étirage longitudinal (figure 2.8).

Dans la plupart des cas la hauteur de crantage est beaucoup plus petite que la largeur ce qui déséquilibre à la fois l'orientation moléculaire et le gonflement en sortie de filière.

Sur certaines structures de filet, cette préorientation suivie du biétirage modifie déjà beaucoup la cohésion moléculaire de la matière. Aussi lors du passage dans l'étireuse si la température de la matière est trop faible, il se produit une délamination des filaments ou une rupture au niveau des points de faiblesses suivant la direction orthogonale à l'étirage.

chapitre 2.4

FIGURE 2.8



Causes en augmentation	Effets
rapport d'étirage longitudinal ↗	allonge le filament et donc diminue sa section
rapport d'étirage transversal ↗	a peu d'influence
forces de frottement ↘	augmente localement le rapport d'étirage longitudinal
fluidité ↗	diminue le maintien du produit les sections des filaments ne sont plus uniformes
temps caractéristiques de la matière ↗	augmentent le gonflement et amplifient les autres effets
différentiel de températures matière - outillage ↗	augmente l'adhérence de la matière sur l'outillage donc les forces de frottement
type de crantage filière ou poinçon crantée	l'écoulement de la matière est différent ce qui modifie la mise en forme du noeud
entrefer	donne l'épaisseur minimale

2.5 Critique de l'approche quantitative monodimensionnelle

Comme le montre l'application quantitative "monodimensionnelle" que nous venons d'effectuer à partir de l'analyse monodimensionnelle, il est possible de définir le processus de fabrication d'un produit donné.

Bien sûr ceci est fait en supposant que:

- l'écoulement est monodimensionnel, isotherme par morceaux, la température étant connue ce qui fixe les paramètres de la viscosité.
- la géométrie de l'outillage est fixée.
- le cycle d'ouverture et de fermeture est parfait.
- les phénomènes liés à l'étirage et le gonflement sont pris en compte de façon très simplifiée (taux de gonflement, taux d'étirage)

Ceci n'est pas respecté dans la réalité et le but des études expérimentales et théoriques effectuées est d'apporter les informations nécessaires pour définir le processus de fabrication compte tenu de la réalité ou de se rapprocher des conditions optimales du monodimensionnel en tenant compte de la volonté de l'entreprise d'utiliser un ensemble tête d'extrusion filière pour réaliser différents produits (matière) en jouant sur les autres paramètres: crantages, conformateur, groupe hydraulique, ...

3. ETUDE EXPERIMENTALE

L'étude expérimentale est articulée autour de trois thèmes:

- la vérification de l'hypothèse monodimensionnelle par l'étude du champ des pressions.
- l'étude de l'évolution de la géométrie de la filière:
 - déformations,
 - cycle de déplacement du poinçon
 - loi de variation de la section de passage matière.
 - fermeture du poinçon sur la filière
- l'étude de l'évolution des températures.

Par ailleurs, nous avons mis en oeuvre des applications de l'étude monodimensionnelle avec:

- le contrôle de la matière (rhéologie).
- le contrôle en continu du débit.

3.1 Chaîne de mesure

Pour connaître l'influence et l'évolution des paramètres variables de l'outillage, nous avons dû installer différents capteurs.

La mise en oeuvre d'un capteur de déplacement sur le poinçon mobile a permis de rendre compte de l'évolution de la loi de variation de la section de passage matière en fonction des paramètres de fonctionnement du processus et de la commande hydraulique du vérin.

L'installation de deux capteurs de pressions et de plusieurs capteurs de températures ont permis de rendre compte de l'évolution des paramètres de l'écoulement du polymère à l'intérieur de l'outillage.

De plus à chaque expérimentation nous avons relevé le débit massique moyen d'extrusion.

Pour des paramètres de références données, les pressions dans la filière varient:

- d'une part spatialement suivant deux directions en s'éloignant de l'outil (pressions p_1 et p_2 figure 3.1) et le long de l'outil (figure 3.2),

- d'autre part temporellement suivant le cycle d'ouverture et de fermeture du poinçon. Un exemple des évolutions temporelles des pressions et du déplacement du poinçon sont données.

Courbe 3.1 nous pouvons voir l'évolution temporelle du déplacement du poinçon.

Courbe 3.2 est reporté l'évolution de la pression pour les capteurs p_1 et p_2 .

En fait, les évolutions des pressions sont le reflet de la mise en forme du filet et du comportement global de la matière dans le tête.

Ces évolutions ont été utilisées dans les trois parties de l'étude.

Les phénomènes observés sont fortement couplés mais ont été exposés de façon séparée pour plus de clarté.

Pour faciliter l'analyse des données, nous avons réalisé une chaîne d'acquisition analogique / numérique.

Ceci a permis, après conception (sous le langage ASYST) des logiciels d'application, un traitement sur ordinateur des différents paramètres relevés (figure 3.1).

A chaque campagne d'essai nous avons fait varier ou tenu compte de paramètres de références, paramètres relatifs à l'extrudeuse, à la commande du poinçon, à la sortie du filet et à la géométrie interne de l'outillage pour voir leurs influences sur le comportement du polymère et donc sur sa mise en forme.

Ces paramètres sont:

- pour l'extrudeuse:
 - vitesse de vis de l'extrudeuse
 - température des corps de "chauffe" de l'extrudeuse
- pour la commande du poinçon:
 - pression d'alimentation du groupe hydraulique
 - caractéristiques de la servovalve utilisée
 - les réglages du générateur de fréquence:
 - type du signal (carré, sinus, ...)
 - position du zéro (dc offset)
 - amplitude
 - pourcentage temps haut (duty cycle)
 - fréquence
- pour la sortie du produit:
 - les températures de régulation
 - la vitesse de traction du produit
 - les rapports d'étirage du biétirage
 - le positionnement du conformateur et du niveau d'eau
- pour la géométrie interne de l'outillage:
 - dimensionnement de la filière:
 - loi d'évolution des sections
 - définition du crantage sur poinçon:
 - nombre de crans
 - hauteur, longueur et largeur de crans

Les valeurs de référence pour chaque paramètre (lorsque nous ne les avons pas fait varier) sont:

- pm : la variation de la vitesse de rotation de la vis en tours par minute
- $pm = 80 \text{ tr/mn}$
- tr : la variation de la vitesse de traction du produit en mètre par minute
- $tr = 1.9 \text{ m/mn}$
- fp : la variation de la fréquence du poinçon en hertz
- $fp = 2 \text{ Hz}$

dc : dc offset du générateur signal
- dc = 0

amp : amplitude du signal en sortie du générateur
- amp = 21 V

pg : pression du groupe hydraulique qui commande la servovalve
- pg = 55 bars

Ti : les températures de régulation de l'extrudeuse et de la tête d'extrusion comprise entre 170 °C et 210 °C.

FIGURE 3.1

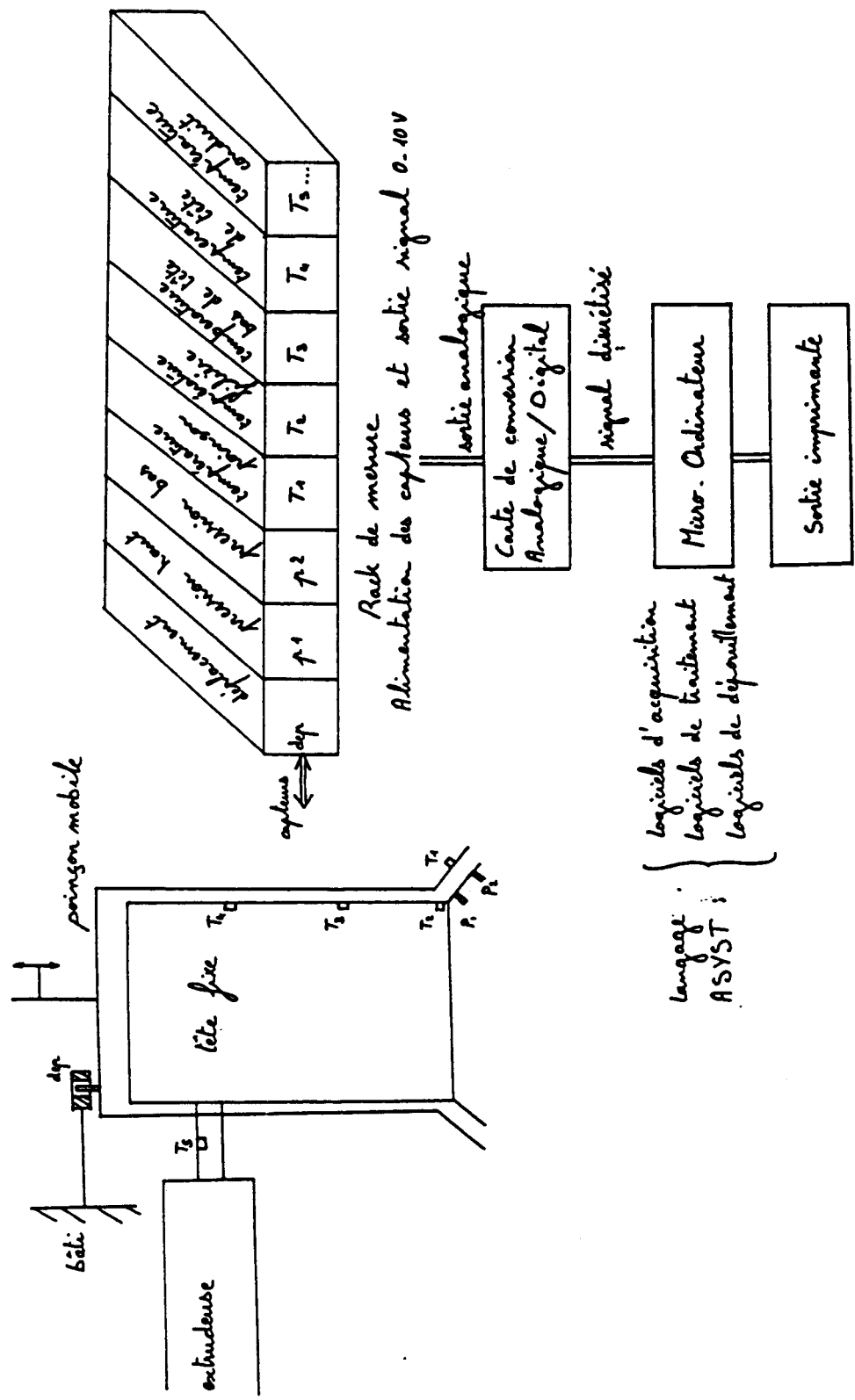
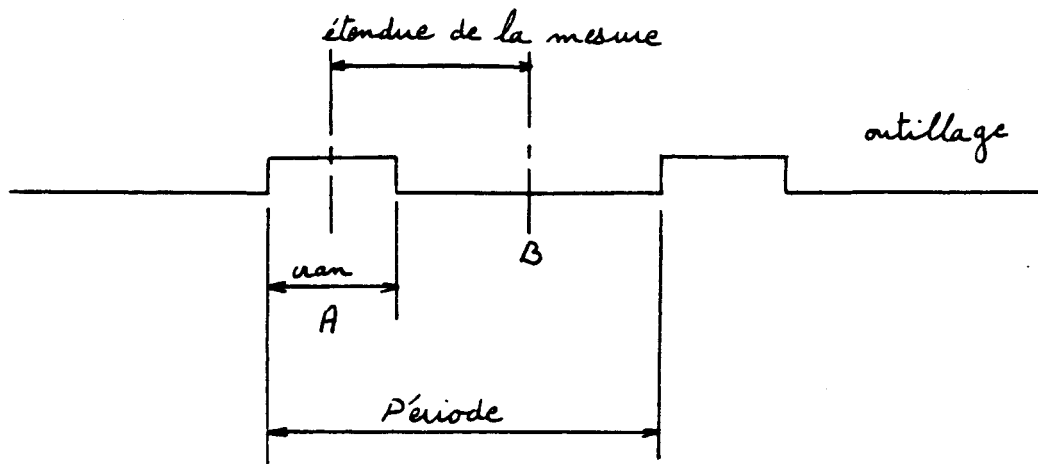
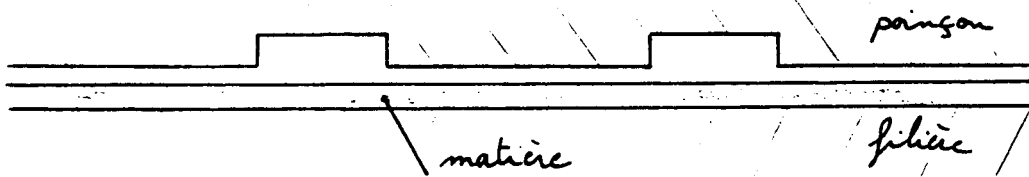


FIGURE 3.2



Sortie de l'anneau - poinçon haut

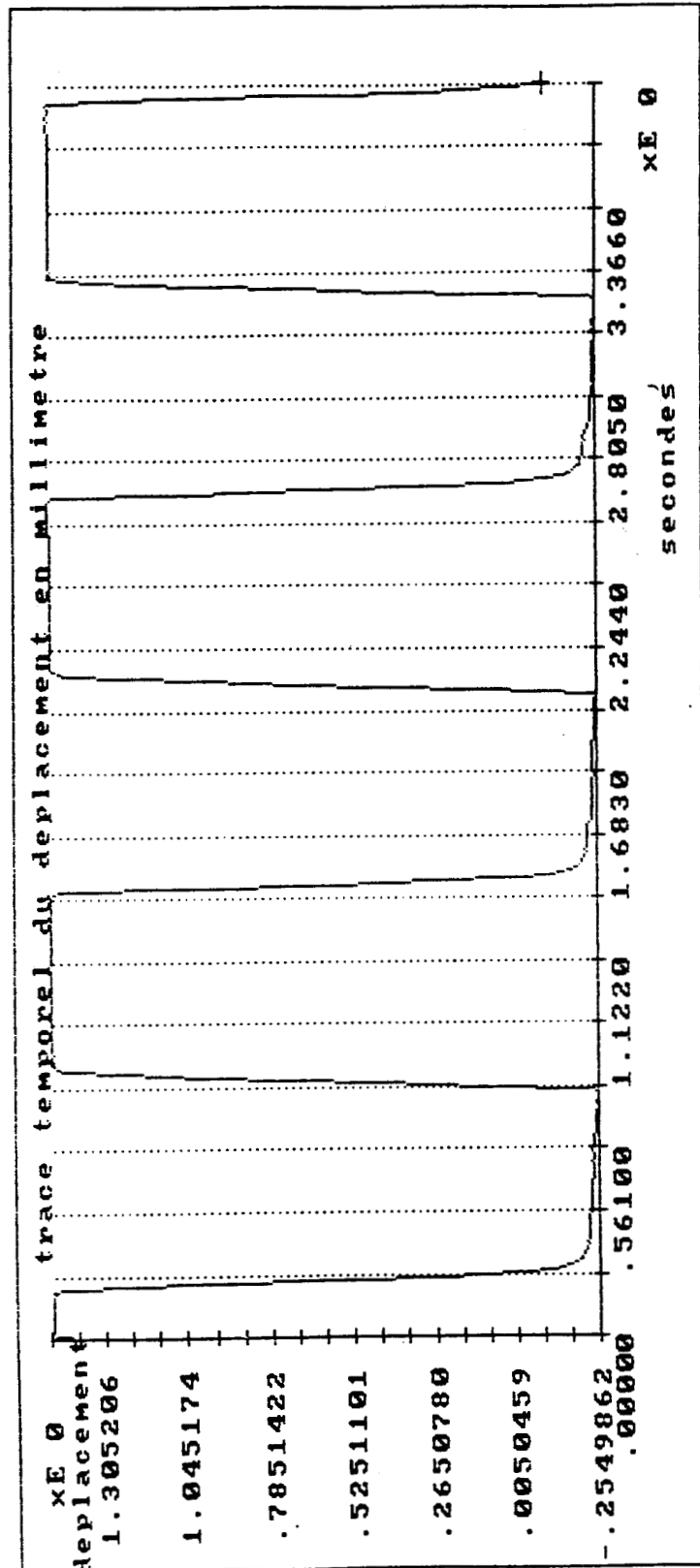


Sortie des filaments - poinçon bas



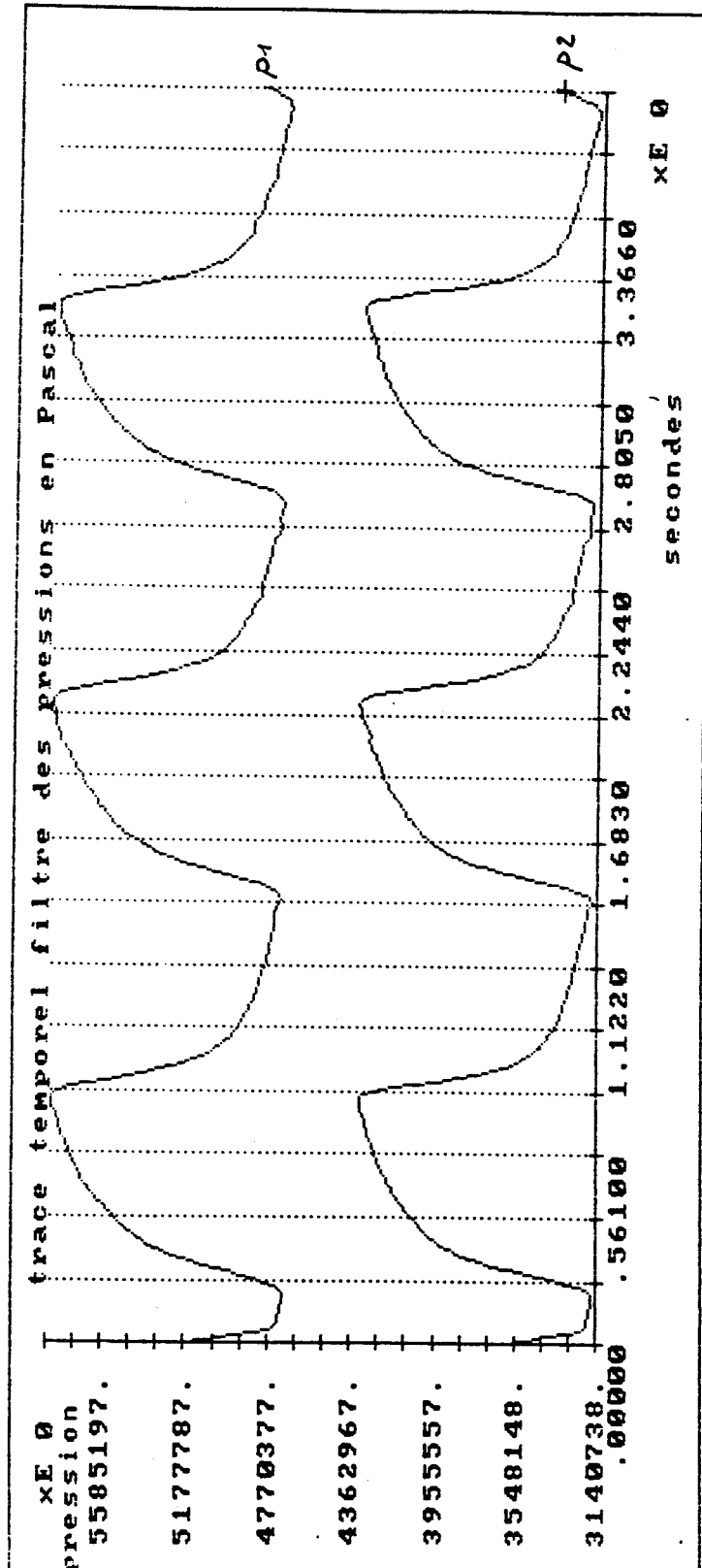
COURBE 3.1

EVOLUTION TEMPORELLE DU DEPLACEMENT DU POINCON



COURBE 3.2

EVOLUTION TEMPORELLE DE LA PRESSION



3.2 Etude du champ des pressions

L'étude en position fixe du poinçon (section fixe) a permis de scanner le champ des pressions aux différents points de la géométrie du crantage en faisant tourner la filière par rapport au crantage.

Les relevés ont été réalisés sur une période de section de crantage et pour deux positions du poinçon (figure 3.2):

- poinçon haut courbe 3.3 (passage anneau)
- poinçon bas courbe 3.4 (passage filament)

Cela nous a donné les amplitudes maximales et minimales de pression, exprimées en bars, pour les paramètres de référence.

Les minimas de pression se situent au droit du milieu entre deux crantages.

	capteur p_1 haut	capteur p_2 bas	différence
poinçon en haut (anneau)	58.5	42.3	16.2
poinçon en bas (filament)	42.4	26.5	15.9
différence	16.1	15.8	

Les maximas de pression se situent au niveau du milieu des filaments:

	capteur p_1 haut	capteur p_2 bas	différence
poinçon en haut (anneau)	59.8	44.1	15.7
poinçon en bas (filament)	43.1	28.6	14.5
différence	16.7	15.5	

Sur les cartes de pressions d'un demi cran (courbes 3.3 et 3.4) nous voyons bien apparaître:

- la surpression au niveau du filament (drop pressure)
- la variation d'amplitude entre le poinçon en position haute et la position basse (respectivement anneau - filament),
- la variation d'amplitude entre le filament et l'anneau,
- le caractère axisymétrique de l'écoulement,
- la symétrie du champ des pressions par rapport à la forme du crantage (demi période).

La même étude a été réalisée avec le poinçon mobile (mise en forme du filet). Courbe 3.5, nous avons reporté la valeur de la pression relative aux valeurs choisies pour les paramètres de fonctionnement de processus de fabrication.

Dans un premier temps, nous avons fait un relevé pour les valeurs de référence définies au chapitre 3.1 (ref), puis nous avons modifié un paramètre à la fois:

- la vitesse de vis (pm),
- la fréquence du poinçon (fp),
- la vitesse de traction.

C'est surtout la vitesse de vis de l'extrudeuse qui est l'élément déterminant de l'amplitude du champ des pressions.

Il en est de même pour l'évolution du débit. (courbe 3.6)

Par contre, si nous regardons les variations de l'amplitude moyenne du signal périodique, c'est la fréquence qui a la plus d'influence (courbe 3.7).

En résumé, à vitesse de vis d'extrudeuse fixe:

- la pression diminue si:
 - la fréquence est élevée.
 - la vitesse de traction est élevée.
- les variations moyenne de l'amplitude diminue si:
 - la pression diminue.
 - la fréquence est élevée.

Pour des niveaux d'amplitudes faibles avec des écarts types peu importants nous voyons apparaître de légères fluctuations de pressions moyennes. Celles-ci sont liées au fonctionnement de l'extrudeuse (courbe 3.8).

Par contre si nous laissons les paramètres de fonctionnement fixe, l'évolution de la courbe de déplacement du poinçon et de l'amplitude de la pression reste périodique (courbe 3.1 et 3.2).

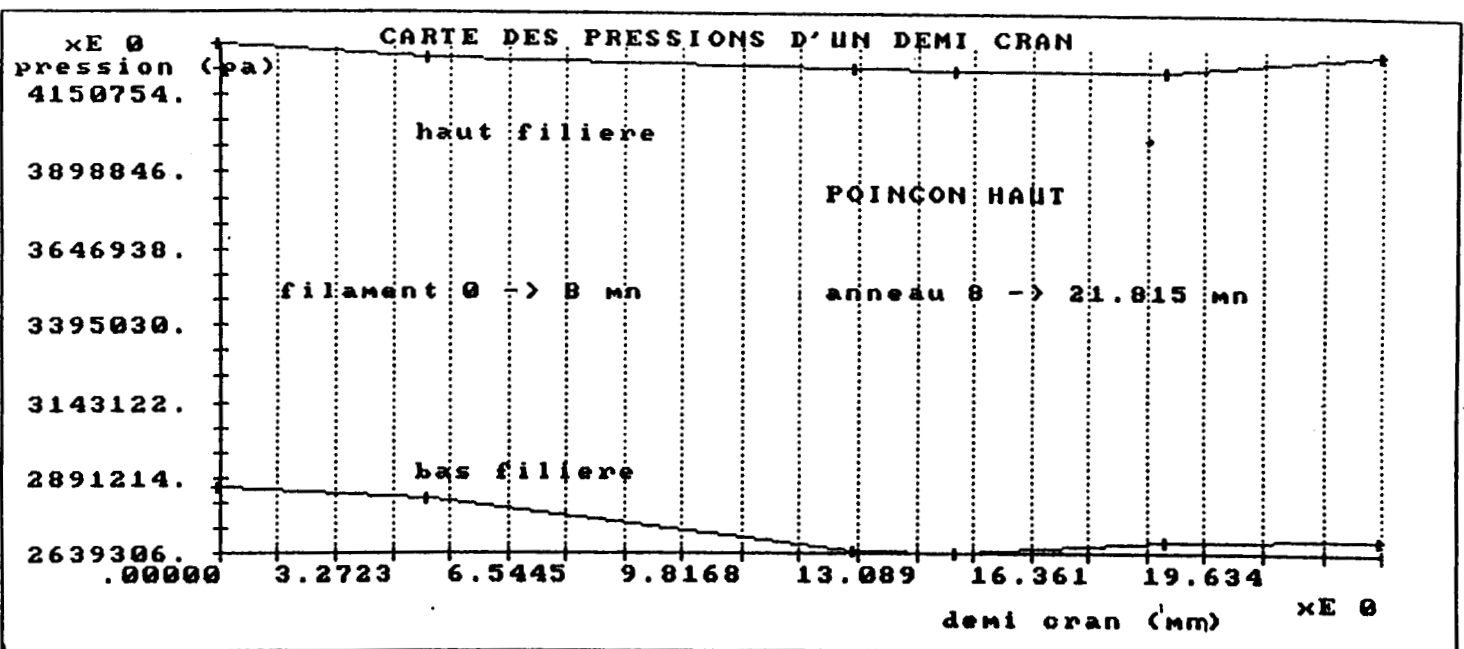
Lorsque nous baissions le poinçon au point bas, nous pouvons remarquer le caractère viscoélastique du polymère lié à l'évolution non instantanée de la pression. De même, l'amplitude de la pression devient supérieur à la pression maximum relevée en fonctionnement. (courbe 3.9)

L'étude du champ des pressions instationnaires, a montré le caractère laminaire de l'écoulement ainsi que son axisymétrie.

La symétrie du champ des pressions par rapport à la forme du crantage (demi période) a pu être mis en évidence.

La sur-pression relevée au niveau de l'écoulement préférentiel des filaments , montre le saut en pression (drop pressure) qui apparait lors de la sortie de la matière.

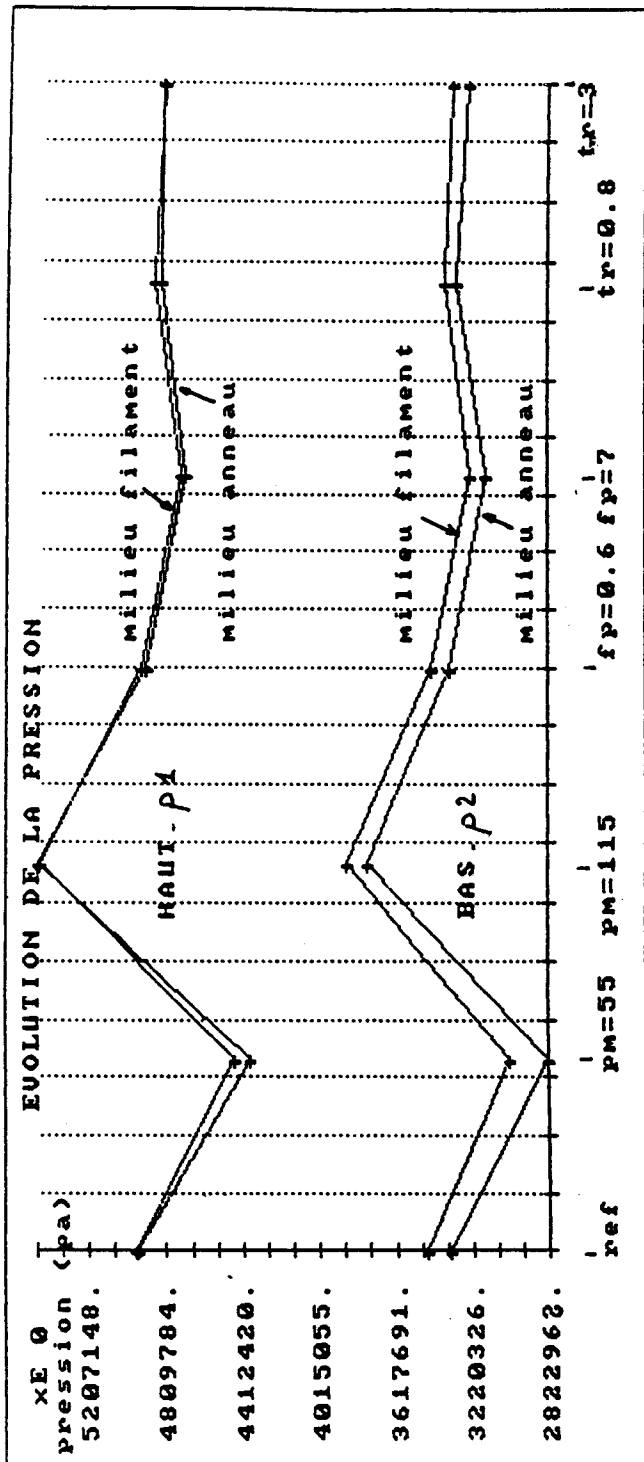
CARTE DES PRESSIONS POINCON HAUT (sortie anneau)



x E 0	CARTE DES PRESSIONS D'UN DEMI CRAN	demi cran (mm)	x E 0
pression 5800519.			
5529626.	haut filiere		
5258732.	filament 0 -> B mn	anneau 8 -> 21.815 mn	
4987839.			
4716945.			
4446052.	bas filiere		
4175158.			
.000000			

COURBE 3.5

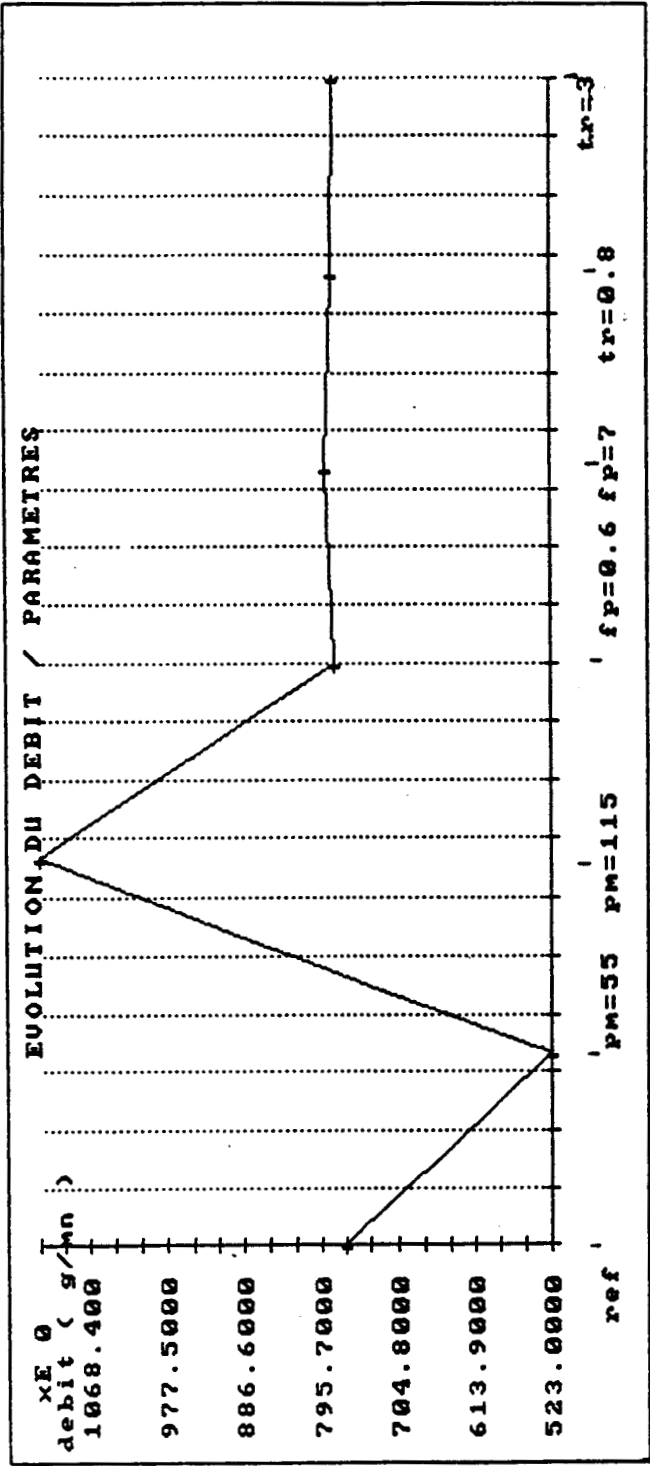
EVOLUTION DE LA MOYENNE TEMPORELLE DES PRESSIONS P1 ET P2 EN FONCTION DES PARAMETRES DE FONCTIONNEMENT



ref : paramètres de référence
 pm : vitesse de vis
 fp : fréquence du pignon
 tr : vitesse de traction

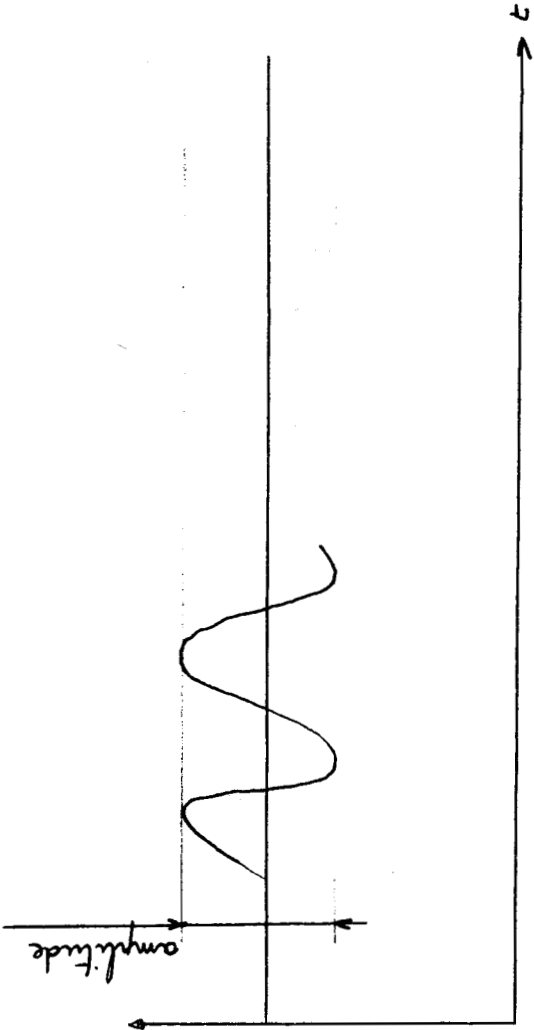
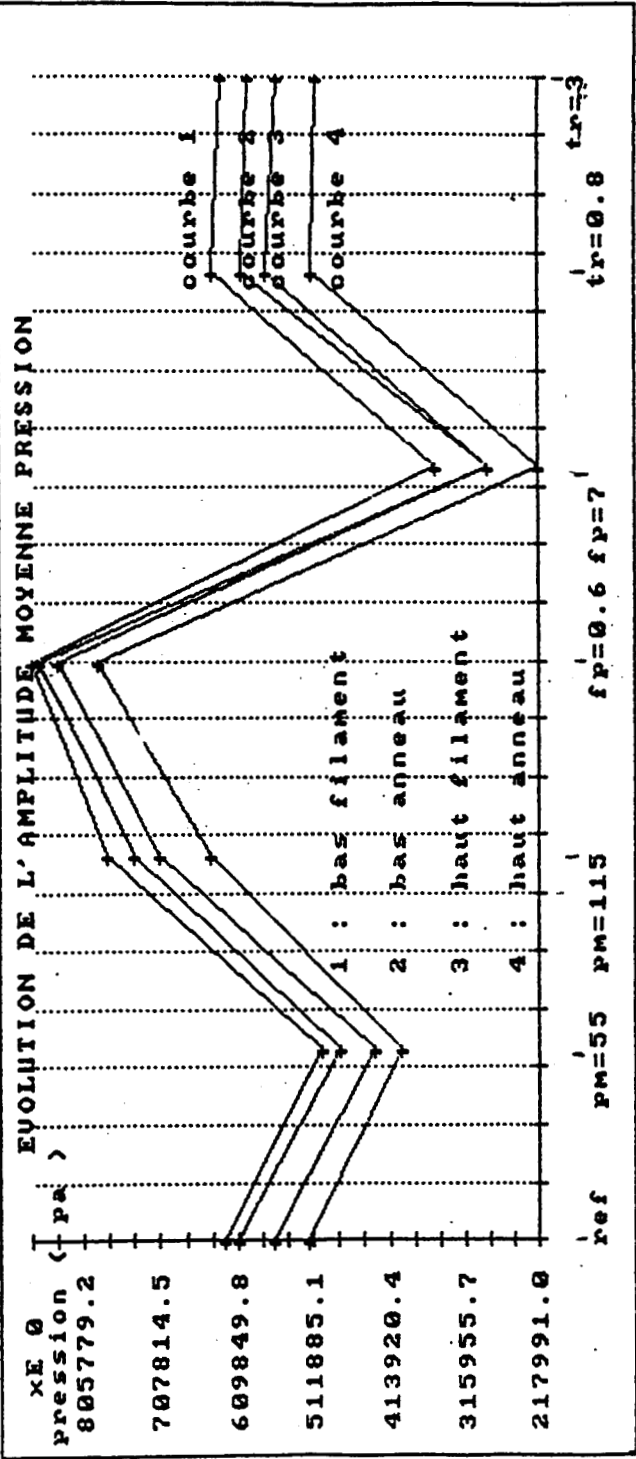
COURBE 3.6

EVOLUTION DU DEBIT EN FONCTION DES PARAMETRES



COURBE 3.7

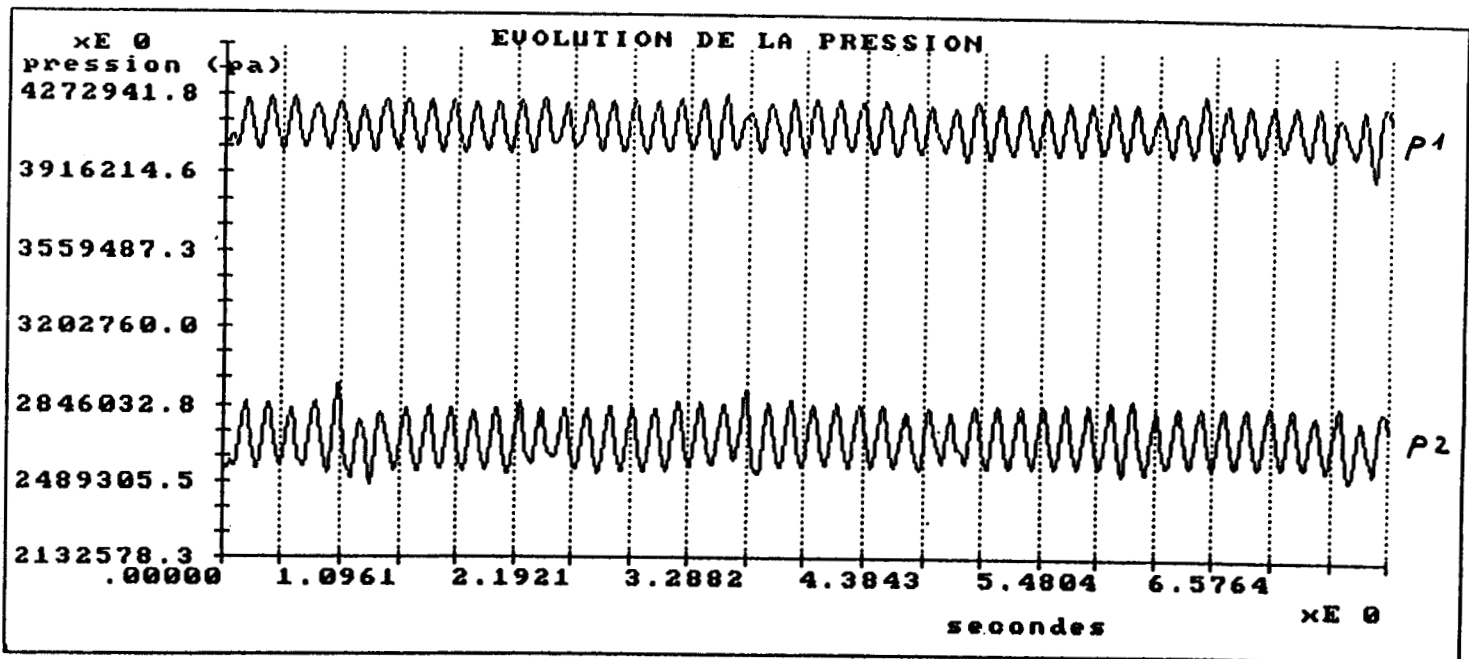
EVOLUTION DE LA MOYENNE TEMPORELLE DE L'AMPLITUDE DE LA PRESSION



COURBE 3.8

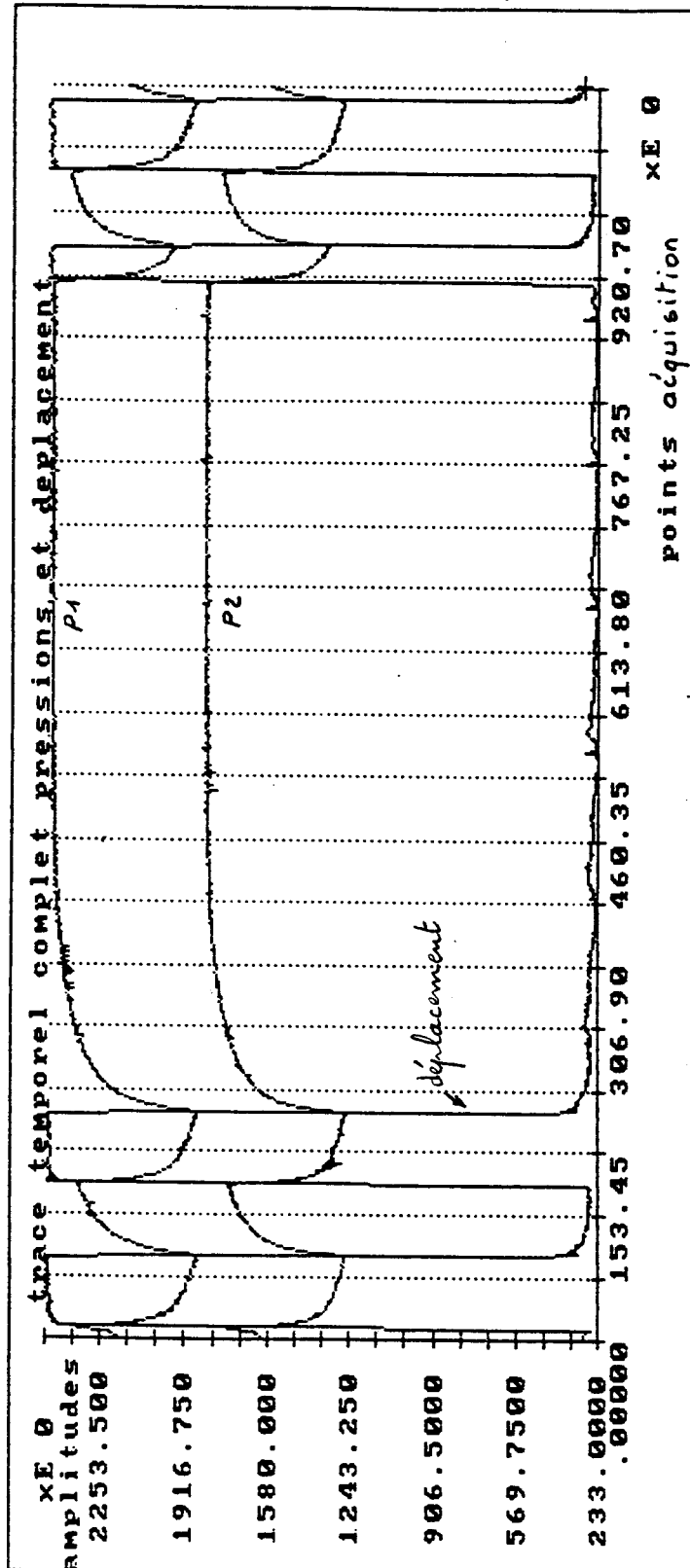
chapitre 3.2

EVOLUTION DE LA FLUCTUATION DANS LE TEMPS
DE LA PRESSION INSTANTANEE



COURBE 3.9

PASSAGE EN POSITION BASSE



3.3 Etude de l'évolution dans le temps de la géométrie de la filière

3.3.1 Etude des déformations de l'outillage

Les déformations de l'outillage sont liées à l'évolution de trois paramètres qui sont la température de régulation de l'outillage, la pression dans la tête et au niveau de la sortie de la matière et enfin la pression du groupe hydraulique qui pilote la force d'application du poinçon sur la filière.

3.3.1.1 Déformation liée aux variations de la température

Sous l'influence des températures de "chauffe", de la pression de la matière dans la tête et de la pression d'application du poinçon sur la filière la géométrie de l'outillage se déforme.

Des relevés faits au comparateur lors de la mise en chauffe de l'ensemble de la tête d'extrusion et de l'outillage ont montré des déplacements du bas de filière de l'ordre de 0.15 mm pour des valeurs d'entrefer de l'ordre de 0.6 mm soit 25 % de variation relative des sections de passage.

Plus l'entrefer sera faible et plus ce déplacement aura de l'importance.

L'élévation en température de la tête d'extrusion (de 20 °C à 210 °C) a donc une répercussion sur la géométrie de l'écoulement dans l'outillage qui est défini en conséquence.

3.3.1.2 Déformation liée à la pression matière à l'intérieur de l'outillage

Nous avons cherché à définir une corrélation entre la pression de l'écoulement dans l'outillage et le déplacement de la filière.

Les pressions ont été relevées en p_1 et p_2 (figure 3.1) au droit de la position B (figure 3.2) où les fluctuations sont maximales.

Le déplacement du poinçon a été relevé en position "dep" (figure 3.1).

Sur la courbe 3.2, nous constatons sur l'évolution du déplacement que le point bas est à -0.25 mm alors qu'il devrait être à zéro, la référence étant la position correspondant à la fermeture avant mise en route de l'extrudeuse. Ceci est dû à la déformation de l'outillage

Nous avons fait varier plusieurs paramètres (la vitesse de vis, la fréquence de battement du poinçon, duty cycle ...) et par conséquent les valeurs des pressions maximales et minimales (courbes 3.10 et 3.11).

L'application d'un effort sur une filière à l'aide d'une presse, a permis de donner une relation approchée entre le niveau de pression et la déformation résultante (courbe 3.12).

Différents essais de corrélation ont montré que si une relation existe entre les déformations et une pression moyenne dans le temps, les déformations n'évoluent pas avec les pressions instantanées. Ceci résulte du fait que:

- les déformations sont dues à la fois au champ de pression stationnaire appliqué sur la partie supérieure de la tête (la plaque de maintien et la torpille de répartition) et au champ de pression appliquée au niveau de la filière.

- un calcul d'ordre de grandeur effectué avec la relation donnée courbe 3.12, montre que les fluctuations des pressions au niveau de la filière ne peuvent engendrées que des fluctuations de pressions non mesurables.

De plus, la pression moyenne en un point est un indicateur du champ des pressions dans l'ensemble de la tête pour une vitesse de rotation donnée de l'extrudeuse et pour une matière.

Suivant le mode de fonctionnement de l'extrudeuse (débit, réglage du générateur, ...) l'intervalle de déplacement varie entre 0.12 mm à 0.32 mm. (courbes 3.13 - 3.14)

Une étude par éléments finis de l'ensemble mécanique permettrait de mieux dominer les déformations en modifiant la conception de certaines pièces.

3.3.1.3 Déformation liée à la pression du groupe hydraulique

Ensuite nous avons cherché à mettre en évidence l'influence de la pression du groupe hydraulique de commande sur la déformation de la filière.

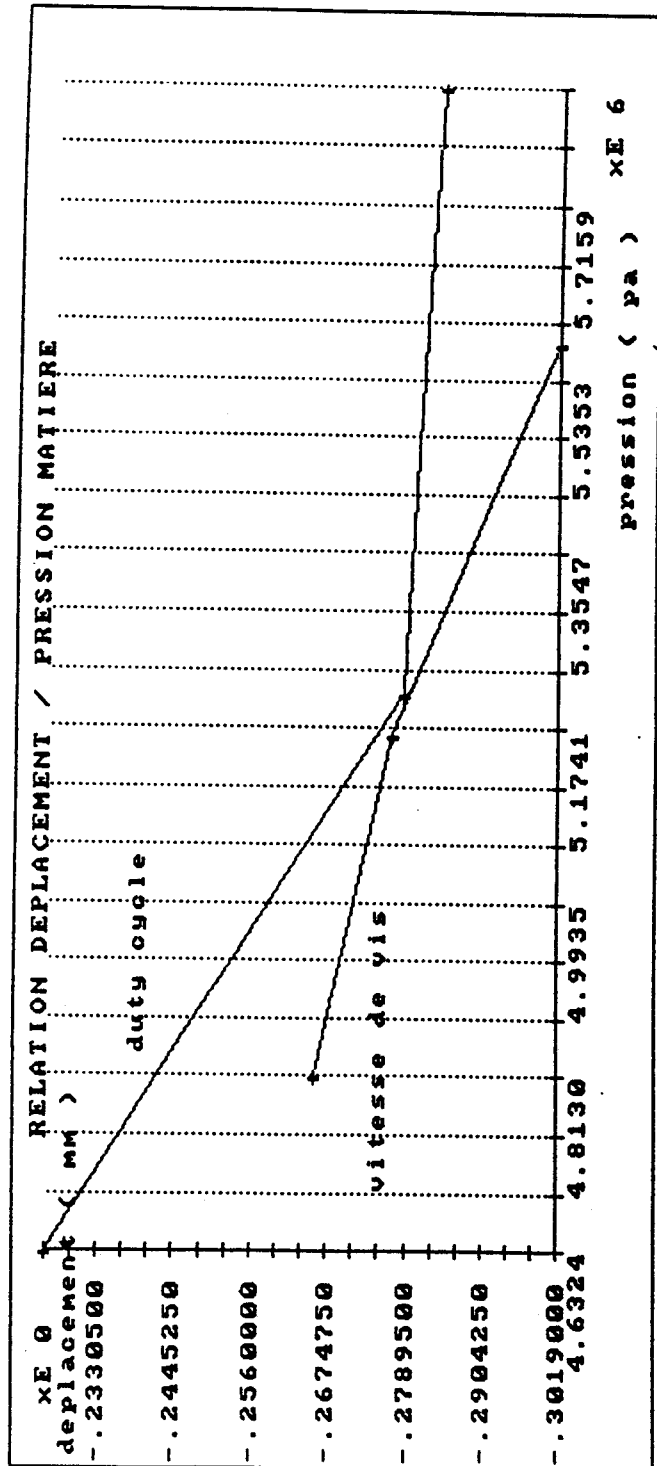
Il n'existe pas de corrélation directe entre la pression du groupe et la déformation du bas de tête (voir courbe 3.15).

Mais comme nous avons pu déjà le constater, le fait de modifier la commande en déplacement du poinçon influe sur l'écoulement matière et donc sur la pression amont dans la tête.

Le réglage de la pression du groupe a donc une influence sur la géométrie de l'écoulement et donc sur la mise en forme du filet.

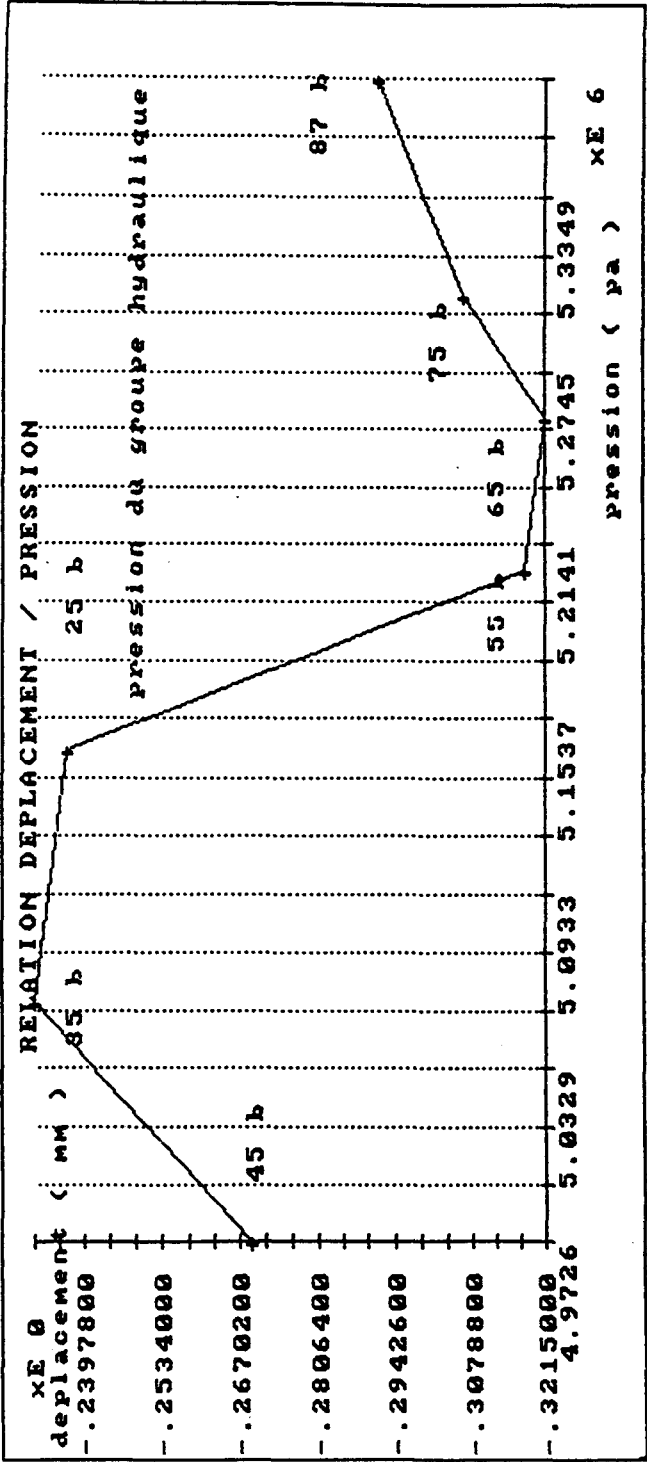
COURBE 3.10

RELATION PRESSION DANS L'OUTILLAGE / AU DEFORMATION POINCON
pour la vitesse de vis et le duty-cycle



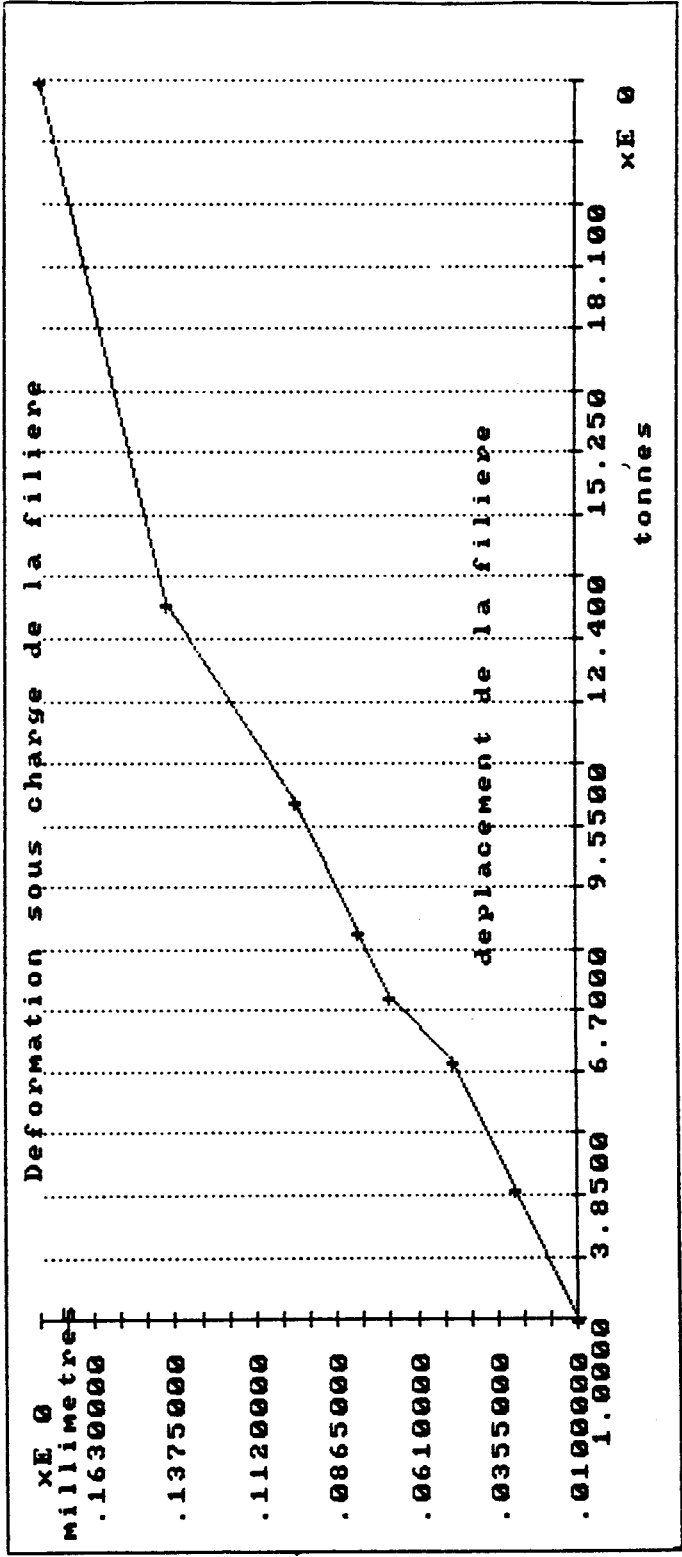
COURBE 3.11

RELATION PRESSION DANS L'OUTILLAGE / AU DEFORMATION POINCON
pour le groupe hydraulique



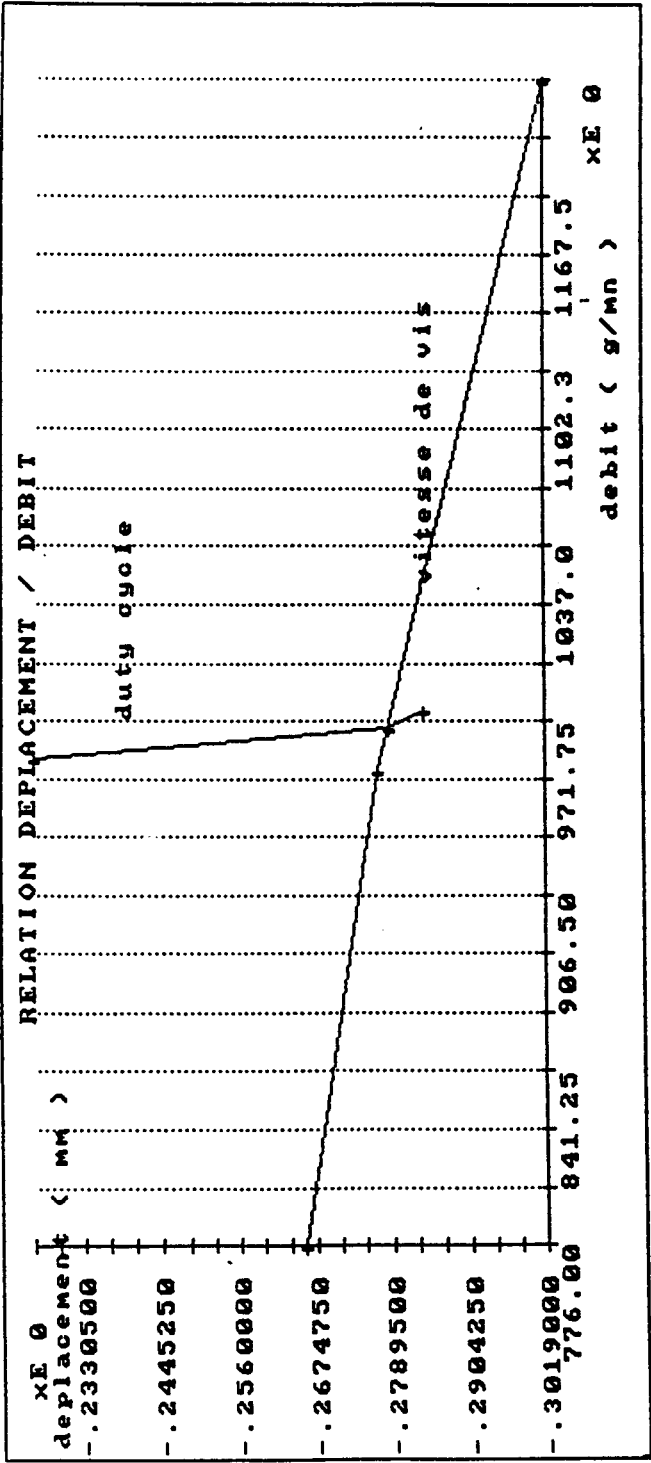
COURBE 3.12

RELATION FORCE SUR LA FILIERE / DEFORMATION DE LA PIECE



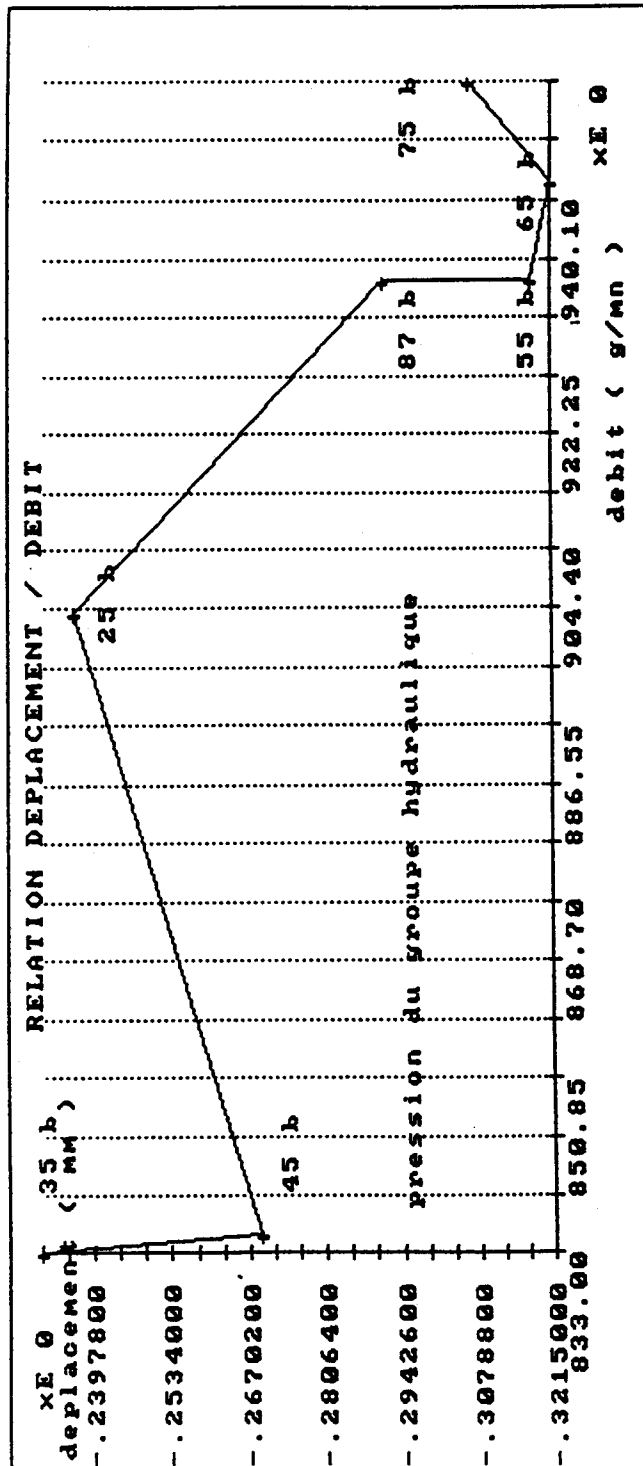
COURBE 3.13

RELATION DEBIT / AU DEFORMATION POINCON
pour la vitesse de vis et le duty-cycle



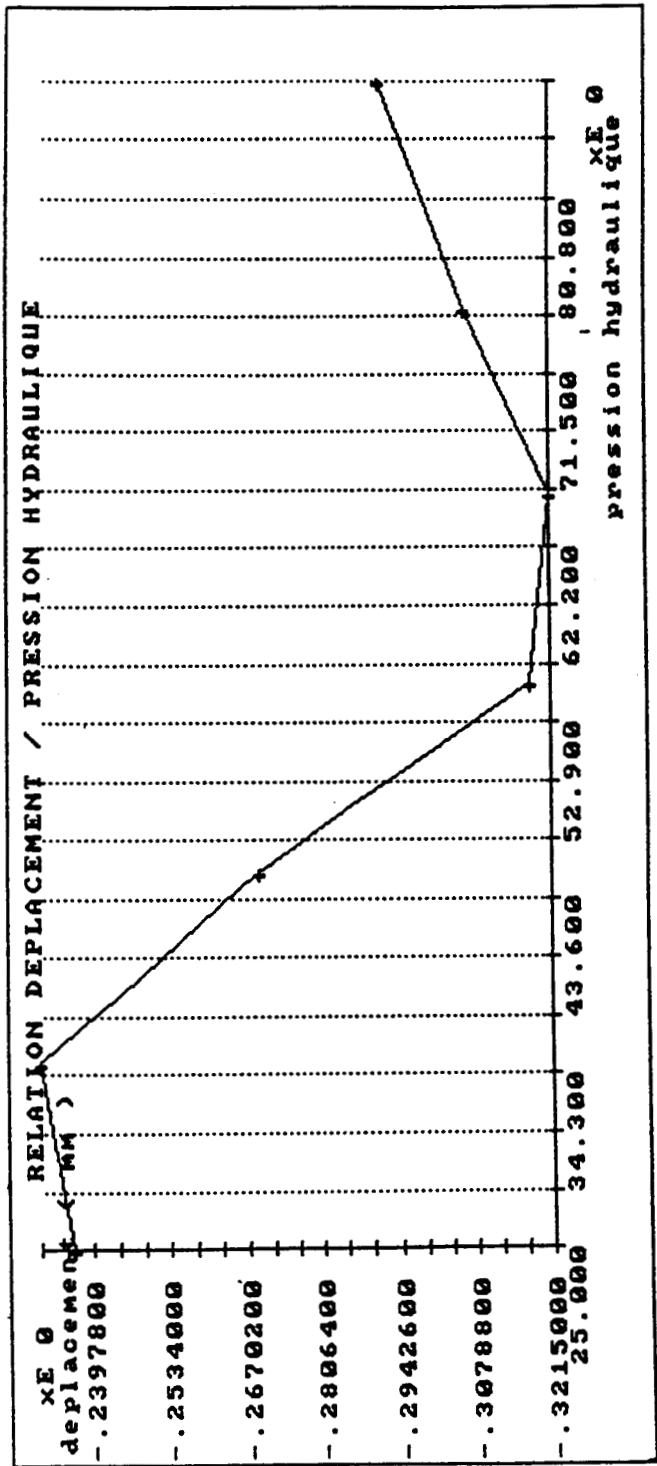
COURBE 3.14

RELATION DEBIT / AU DEFORMATION POINCON
pour le groupe hydraulique



COURBE 3.15

RELATION DEFORMATION / PRESSION DU GROUPE HYDRAULIQUE



3.3.2 Etude de la réponse dynamique du système de déplacement du poinçon

Les caractéristiques techniques des servovalves que nous utilisons sont très importantes car si elles ne sont pas adéquates la réponse du poinçon peut être totalement modifiée.

Le temps de réponse dynamique de ces servovalves est fonction de leur alimentation pression-débit.

Dans les conditions d'utilisations habituelles du groupe hydraulique (alimentation pression-débit), nous avons regardé l'évolution du déplacement du poinçon en fonction:

- de la pression du groupe
- de la fréquence du générateur

La première courbe (figure 3.16) indique l'évolution du temps de montée et descente du poinçon en fonction de la pression du groupe. Ceci nous montre bien l'existence d'une pression limite d'alimentation pour un débit donné. Dans notre cas, nous pouvons la situer à 40 bars.

Les trois séries de 2 courbes (3.17 à 3.22) suivantes mettent en évidence l'influence de la fréquence du générateur sur le temps de réponse dynamique permettant une comparaison entre une servovalve dont la réponse dynamique est de 5 Hertz (dite lente) par rapport à une servovalve dont la réponse dynamique est de 10 Hertz (dite rapide).

Pour une fréquence basse du générateur (0,4 Hz), 14 % du temps se situe dans la montée et la descente du poinçon que ce soit pour la servovalve rapide ou lente.

Alors que pour une fréquence "élevée" du générateur (7 Hz), le temps de montée et descente du poinçon est de 41 % pour la servovalve rapide et de 66 % pour la servovalve lente. Cette non concordance entre le signal demandé (créneau) et la loi réelle d'évolution du poinçon limite le type de produit qui peut être réalisé.

L'ensemble des résultats montre l'importance pour avoir une loi d'ouverture donnée:

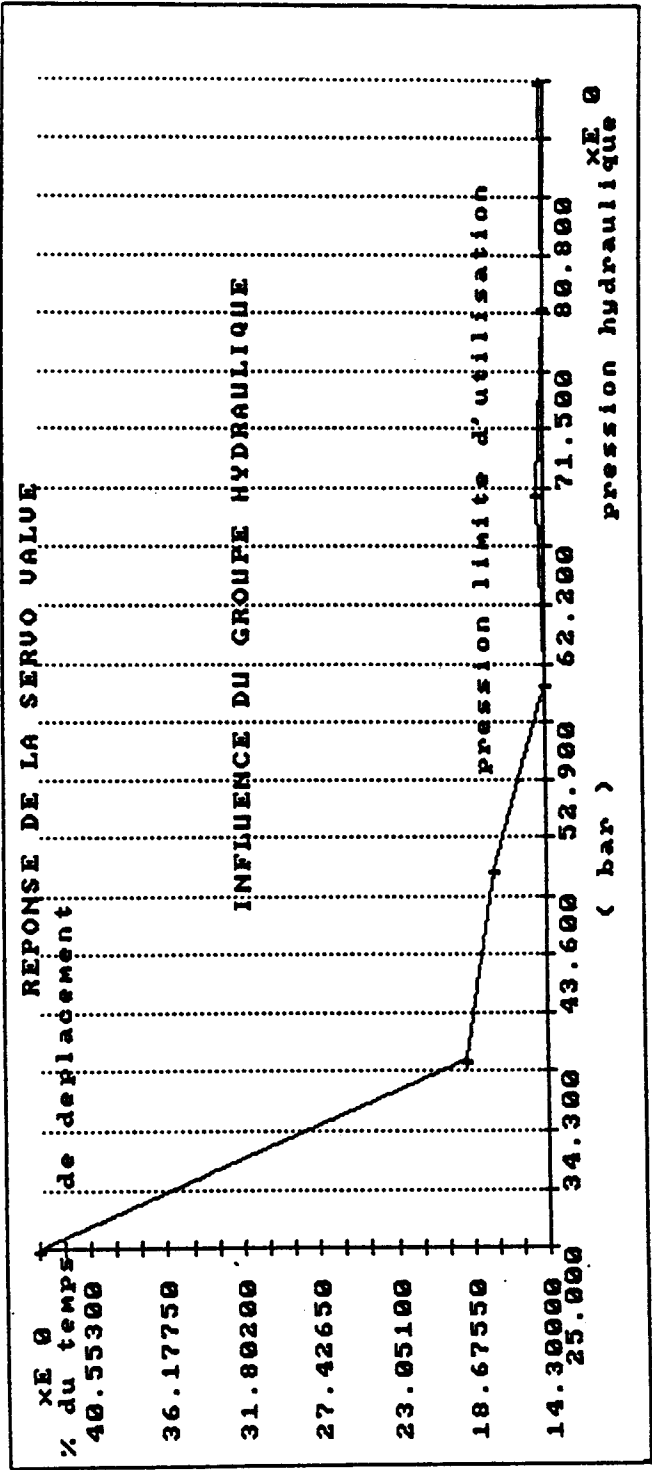
- du réglage en alimentation pression-débit de la servovalve,
- du choix des caractéristiques de la servovalve.

Pour maîtriser le déplacement du poinçon, il a été étudié et mis en place un groupe hydraulique spécifique qui permet d'approcher le mieux possible le signal créneau de commande jusqu'à des fréquences de 100 Hz.

Dans le même temps, il a été réalisé un système de contrôle du déplacement du poinçon à l'aide d'un capteur de déplacement, d'un oscilloscope numérique et d'une imprimante graphique. Cela permet de caractériser la mise en forme d'un produit en fonction de la loi de déplacement du poinçon.

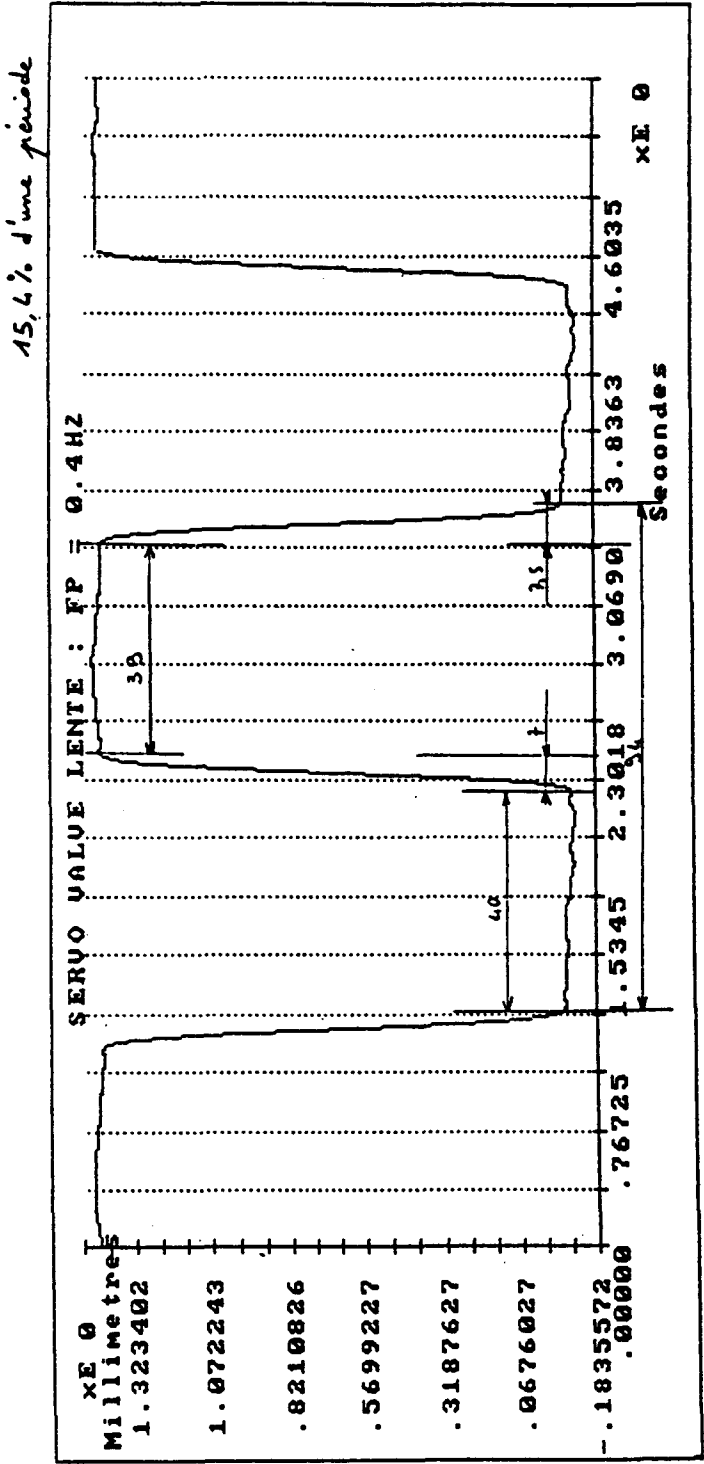
COURBE 3.16

INFLUENCE DE LA PRESSION DU GROUPE HYDRAULIQUE



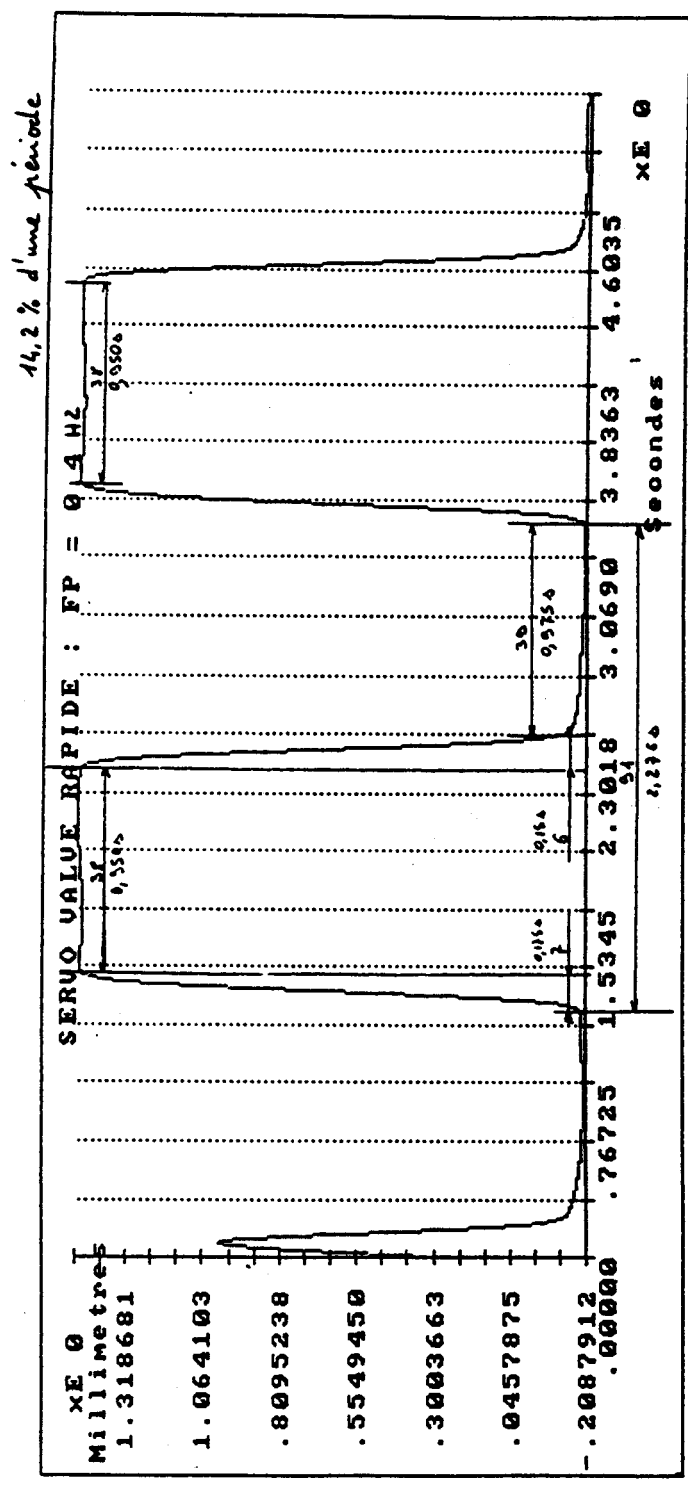
COURBE 3.17

INFLUENCE DE LA FREQUENCE IMPOSEE PAR LE GENERATEUR



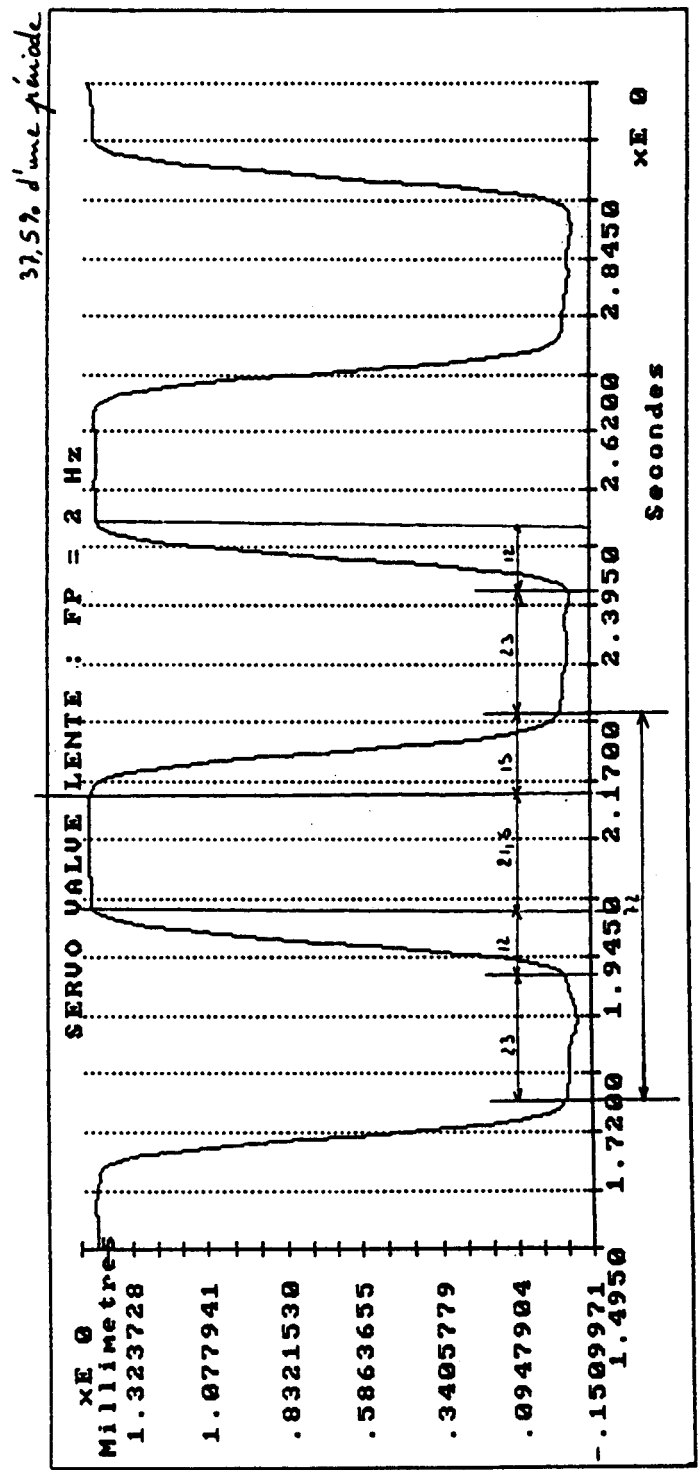
COURBE 3.18

INFLUENCE DE LA FREQUENCE IMPOSEE PAR LE GENERATEUR



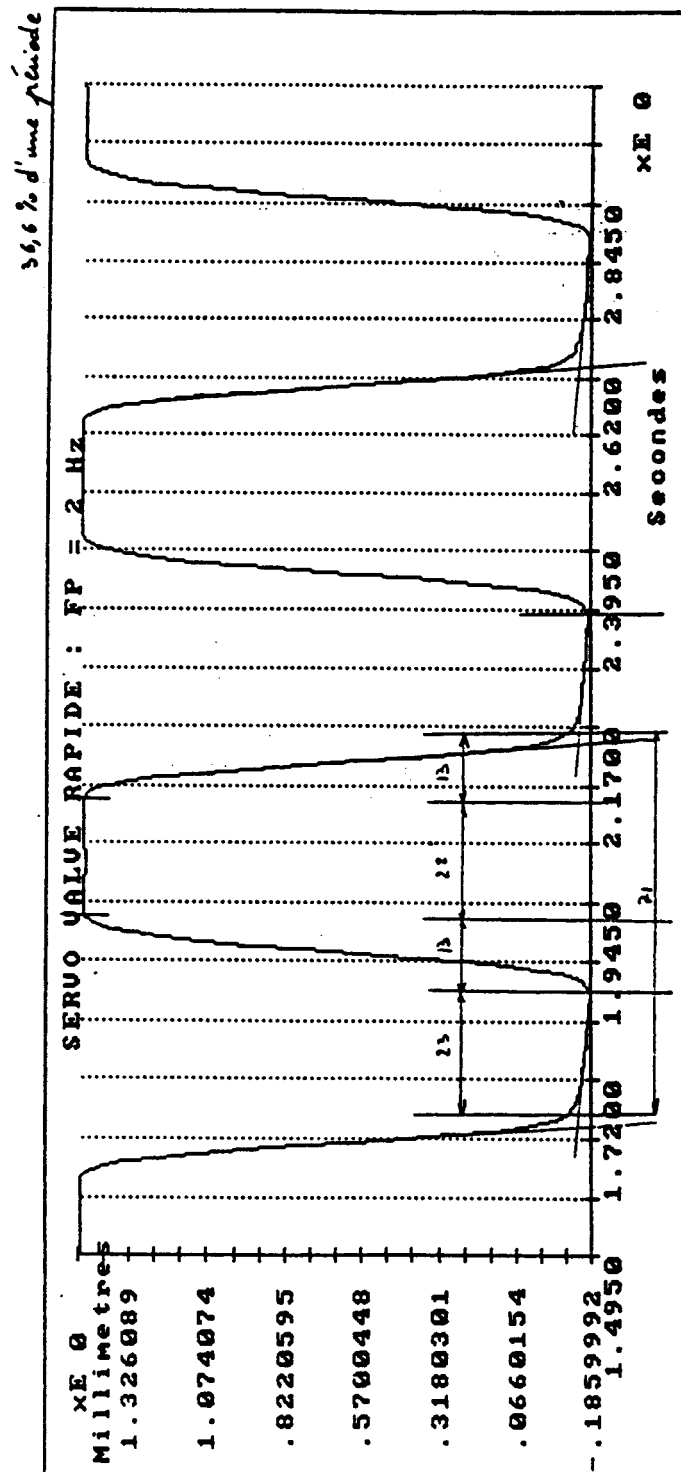
COURBE 3.19

INFLUENCE DE LA FREQUENCE IMPOSEE PAR LE GENERATEUR



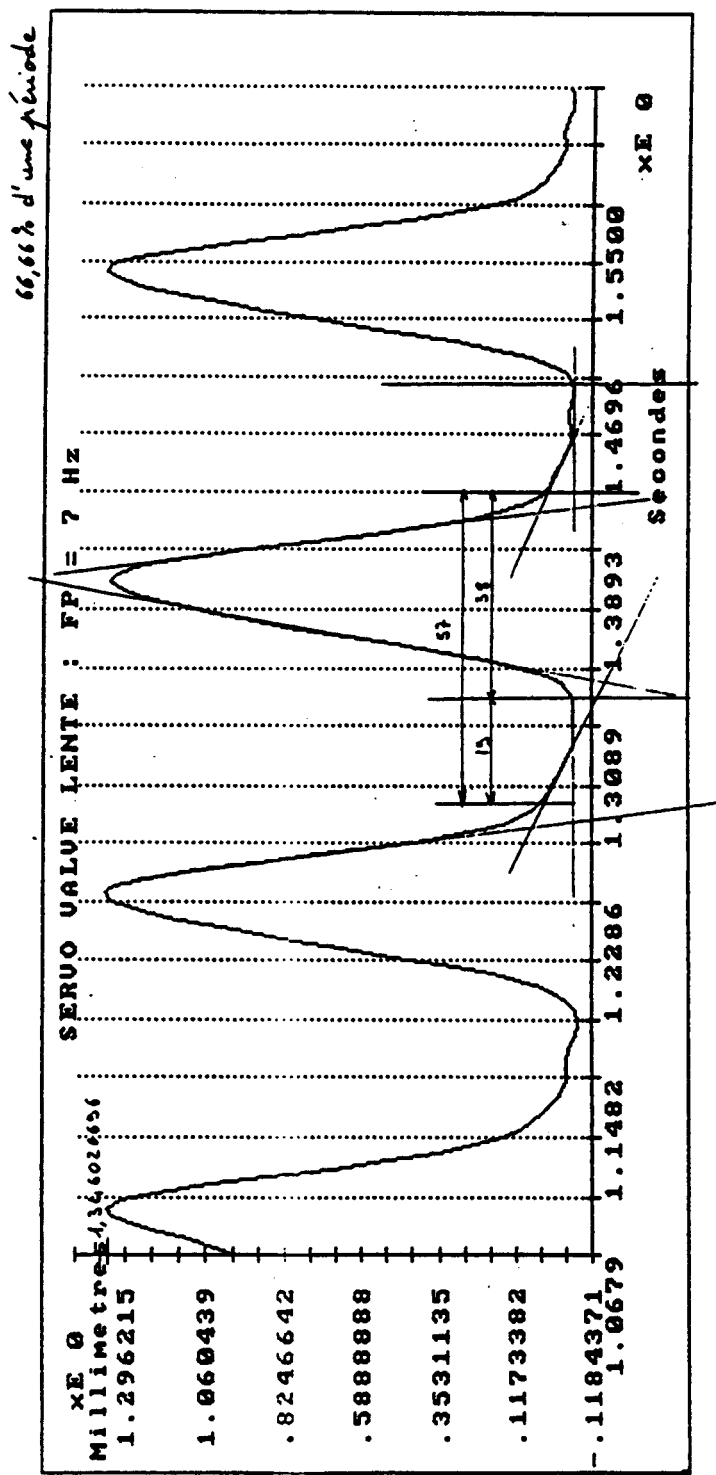
COURBE 3.20

INFLUENCE DE LA FREQUENCE IMPOSEE PAR LE GENERATEUR



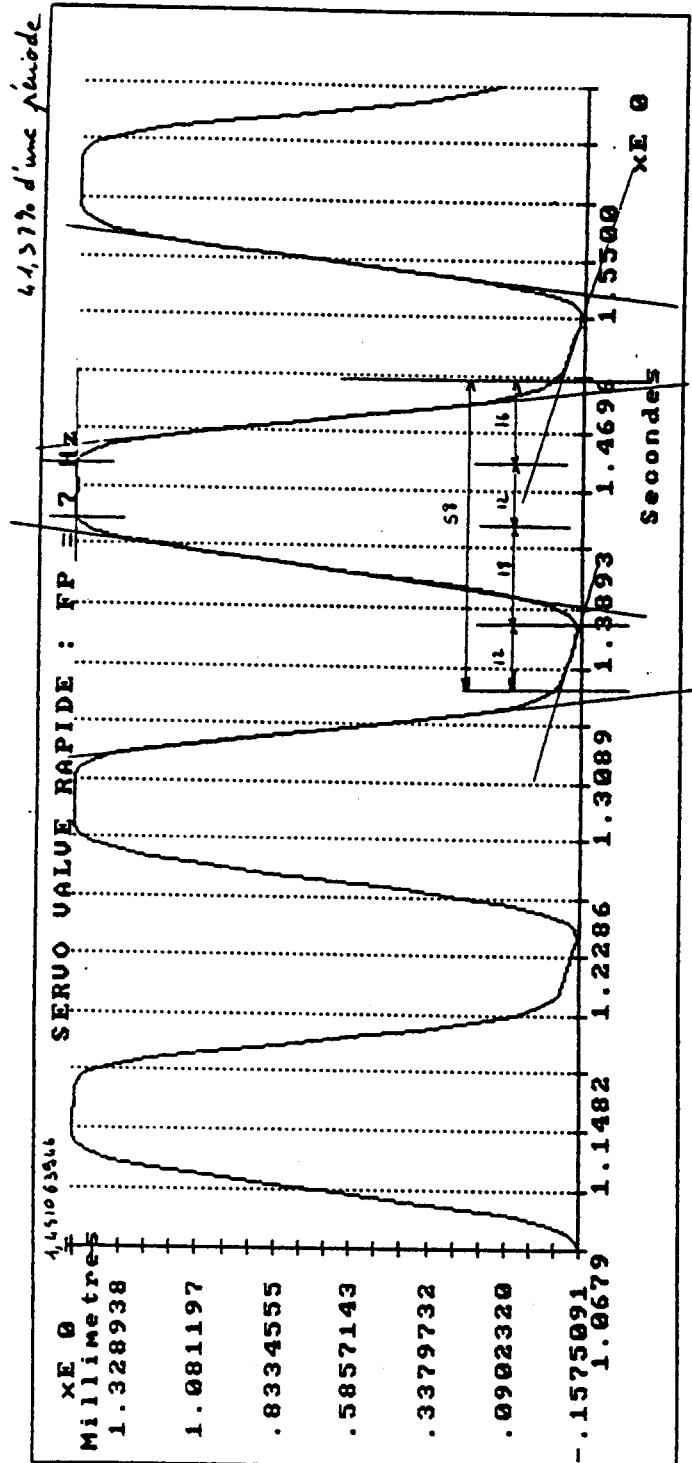
COURBE 3.21

INFLUENCE DE LA FREQUENCE IMPOSEE PAR LE GENERATEUR



COURBE 3.22

INFLUENCE DE LA FREQUENCE IMPOSEE PAR LE GENERATEUR



3.3.3 Réalité du contact poinçon - filière

Pendant l'extrusion du polymère, il n'y a pas de contact entre la filière et le poinçon.

Si certains phénomènes laissaient supposer que le choc entre la filière et le poinçon était amorti (bruit plus faible), la visualisation du déplacement réel du poinçon a permis de montrer: (courbe 3.23)

- l'évolution de la courbe de pénétration du poinçon dans le polymère
- l'existence d'un film de polymère entre le poinçon et la filière au moment de la fermeture

Suivant les paramètres de fonctionnement du processus de fabrication, les courbes de pénétration et l'épaisseur du film intermédiaire varient. Les épaisseurs de film sont de l'ordre du centième (courbe 3.24).

Ce sont les forces de traction appliquées sur le produit pour l'entraîner sur le conformateur par l'intermédiaire des filaments qui séparent (ou ne séparent pas) les anneaux.

La connaissance de la courbe de pénétration est très importante car elle caractérise l'ensemble des paramètres qui définissent la loi de variation de section (loi de déplacement du poinçon).

En effet, cette loi dépend aussi bien des paramètres de commande de déplacement du poinçon que des caractéristiques de l'écoulement du polymère:

- commande de déplacement du poinçon
- loi de comportement du polymère
- débit (vitesse, loi de variation de la section, densité)

A une courbe de pénétration, il est possible d'associer des critères de mise en forme d'un filet en sortie d'outillage.

Une étude plus fine des paramètres du processus de fabrication a permis de montrer leur influence respective.

Les paramètres les plus importants sont:

- la vitesse de vis d'extrusion qui détermine le niveau de pression dans l'outillage.
- la pression du groupe hydraulique qui donne la force de pénétration dans la matière.
- la fréquence de battement auquel est associé le suivi par le poinçon du déplacement théorique donné par le générateur de fréquence. Plus la fréquence est élevée et plus la course se réduit autour de la position moyenne du créneau de commande.
- le dc offset qui définit la position moyenne du déplacement
- l'amplitude du signal de commande qui assure un fonctionnement correct de l'électroaimant de la servovalve.
- le duty cycle qui définit le temps haut et le temps bas du signal créneau.

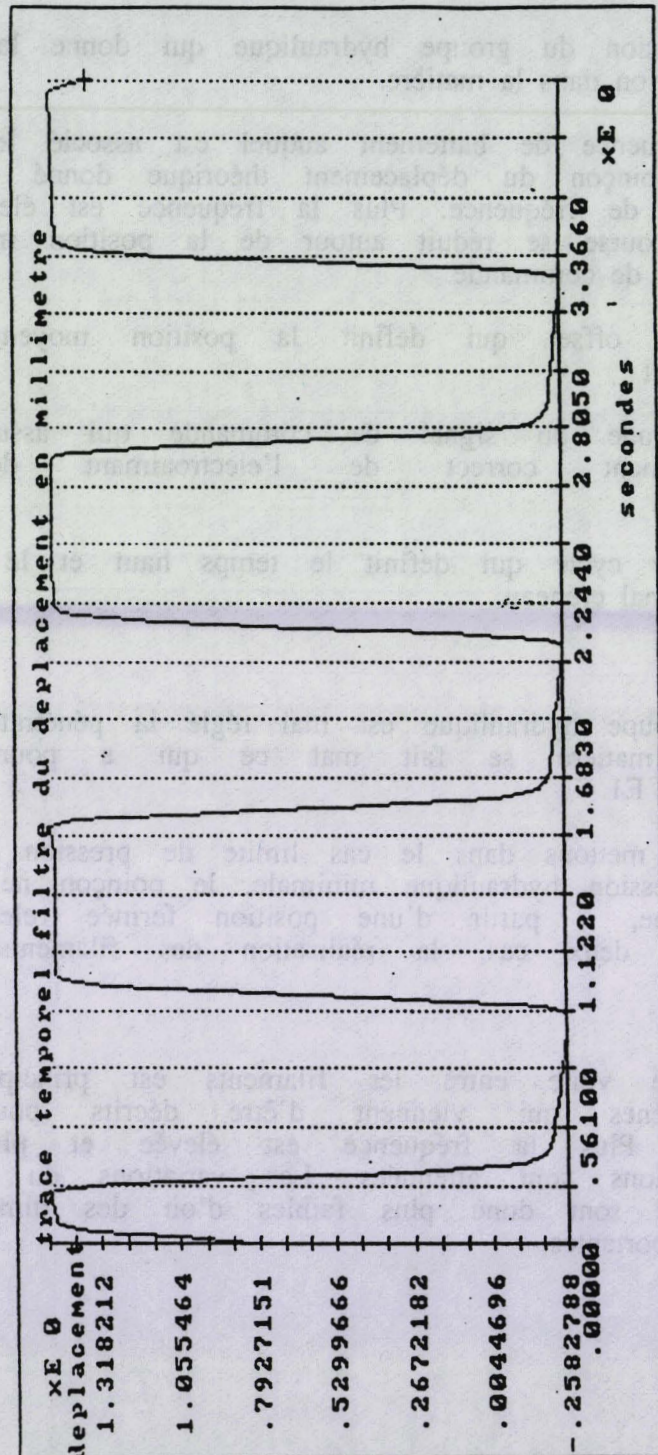
Lorsque le groupe hydraulique est mal réglé la pénétration du poinçon dans la matière se fait mal ce qui a pour effet d'augmenter la liaison E1.

Si nous nous mettons dans le cas limite de pression matière maximum et de pression hydraulique minimale, le poinçon ne ferme plus et peut même, à partir d'une position fermée relever le poinçon. Dans ces deux cas, la réalisation des filaments n'est plus effectuée.

L'apparition de voile entre les filaments est principalement liée aux phénomènes qui viennent d'être décrits pour les fréquences élevées. Plus la fréquence est élevée et plus les variations de pressions sont atténuées. Les variations du rapport d'étirage longitudinal sont donc plus faibles d'où des diminutions de sections moins importantes.

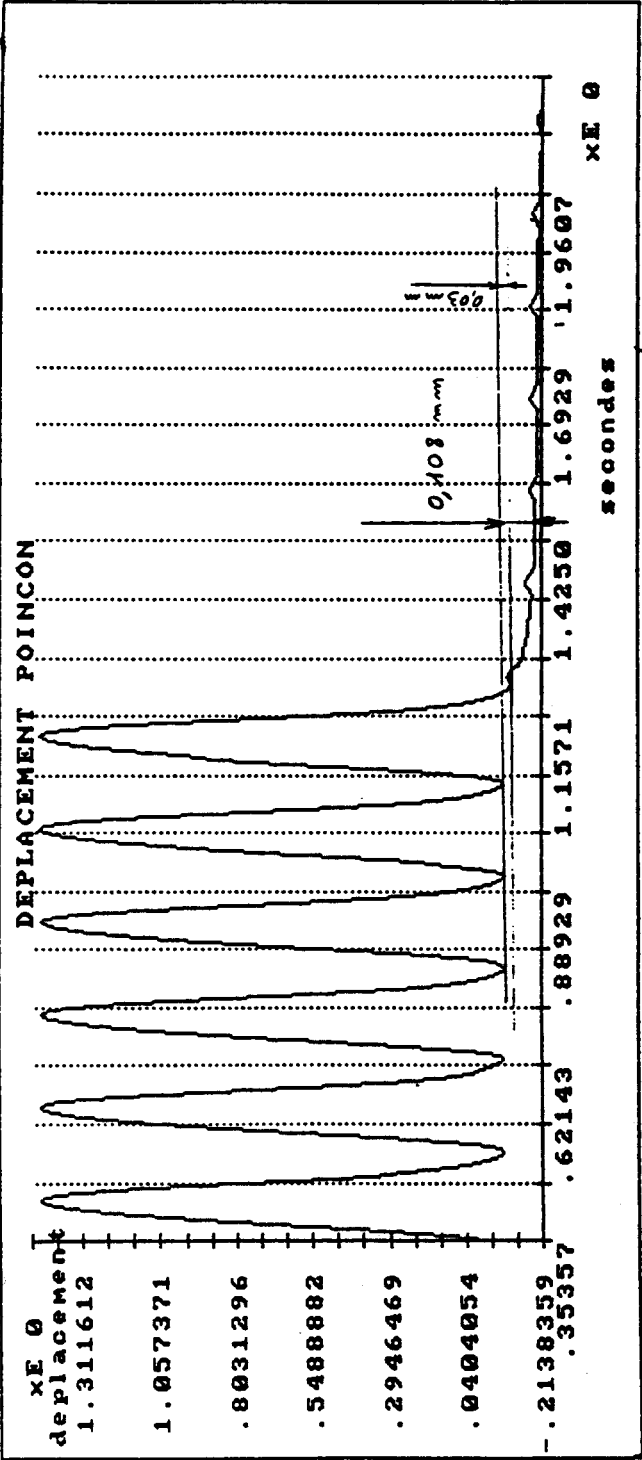
COURBE 3.23

COURBE DE PENETRATION DU POINCON DANS LE POLYMERE



COURBE 3.24

MISE EN EVIDENCE DU FILM INTERMEDIAIRE



3.3.4 Phénomènes thermiques

Les phénomènes thermiques rencontrés lors de l'extrusion sont liés à la régulation en température de l'outillage et aux échanges thermiques entre la matière et l'outillage.

En effet, si nous traçons l'évolution des températures du poinçon et de la filière en fonction du débit (courbe 3.25), nous remarquons que les températures réelles des pièces deviennent supérieures aux consignes de régulation.

C'est donc la matière qui chauffe les pièces.

De plus, les capteurs de température ne sont pas en contact direct avec le polymère.

La température réelle de la matière au contact de la paroi est donc soit plus élevée (échauffement par cisaillement) soit moins élevée (échauffement par régulation des "chauffes").

Pour les essais effectués, nous avons relevé une élévation de la température de la filière de 5°C au dessus du point d'équilibre à débit nul.

Ce qui implique une élévation supérieure de la température du polymère par cisaillement. Cet auto-échauffement est lié au débit d'extrusion.

En production, nous avons pu relever des différences plus importantes entre les consignes et les températures réelles (15°C).

Parallèlement, nous avons pu constater que lorsque nous travaillons avec des températures supérieures aux consignes de régulation filière, il y a adhérence du polymère au contact du poinçon et de la filière.

Plus le différentiel de température (polymère / outillage) est important et plus le polymère adhère.

Si nous admettons qu'il y a transfert de chaleur entre le polymère et son environnement, au contact de l'outillage il y a localement une diminution de la température du polymère et de ce fait modification de son comportement tant au niveau microscopique que macroscopique (augmentation de la viscosité, ...).

Deux phénomènes perturbateurs peuvent apparaître:

- la détérioration de la matière due:

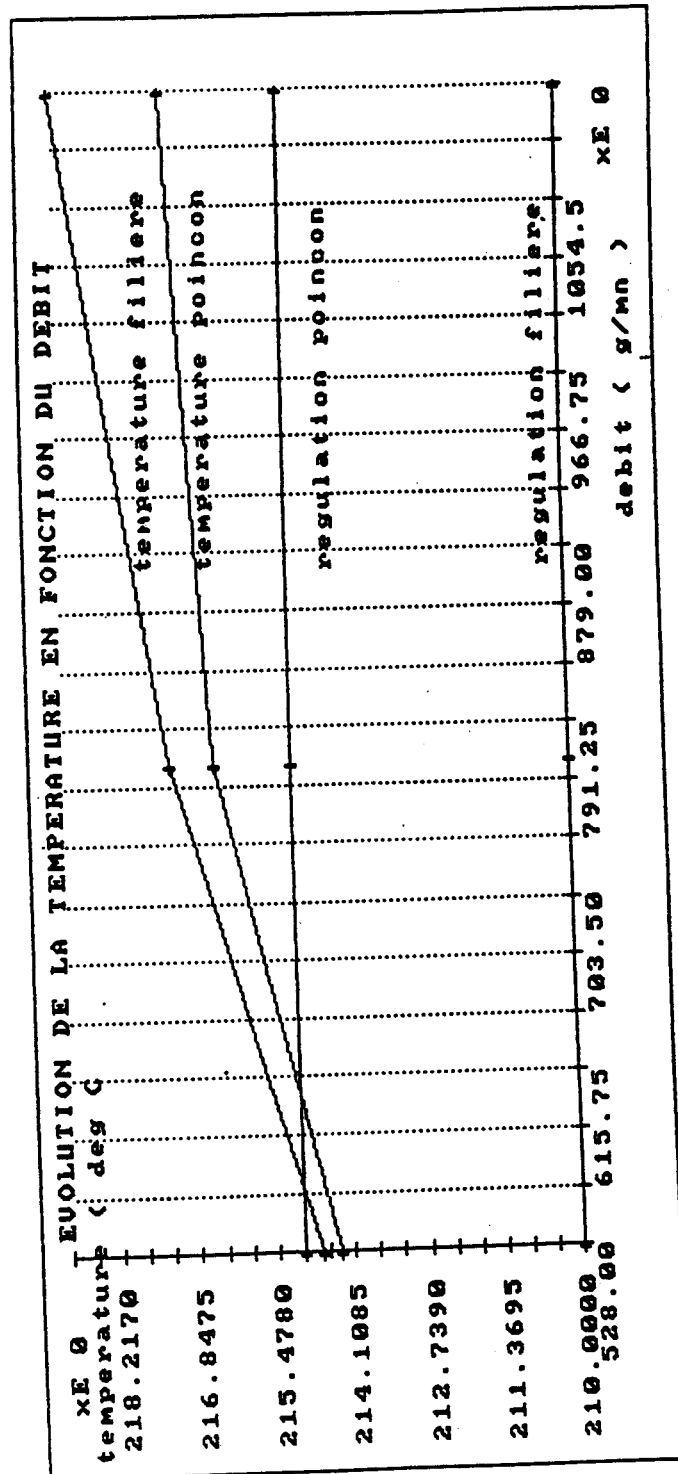
- soit à une température trop importante,
 - soit à un taux de cisaillement trop élevé.

- l'adhérence du produit sur la filière en sortie d'outillage due au différentiel de température matière-outillage.

Pour obtenir une mise en forme optimum du polymère, il faudrait réguler la température de la filière mais ceci n'est économiquement pas envisageable.

COURBE 3.25

VARIATION DE TEMPERATURES



3.4 Etudes rhéologiques

L'objectif de cette étude est de pouvoir caractériser une matière en fonction d'une ligne d'extrusion (extrudeuse et tête d'extrusion) et d'un état de fonctionnement (débit et type de crantage).

La matière est définie en fonction des constantes de la loi de comportement choisie pour rendre compte de la viscoélasticité.

3.4.1 Méthode utilisée

Au chapitre 2.2, nous avons exprimé en fonction du différentiel de pression le débit de la matière pour une loi de comportement donnée.

Au vue des hypothèses qui ont été formulées et des connaissances sur le type de comportement des matières utilisées dans la fabrication des filets, c'est le modèle pseudoplastique qui a été utilisé.

Nous avons donc:

L'expression de la contrainte:

$$\sigma = \sigma_p \frac{2 Y}{h}$$

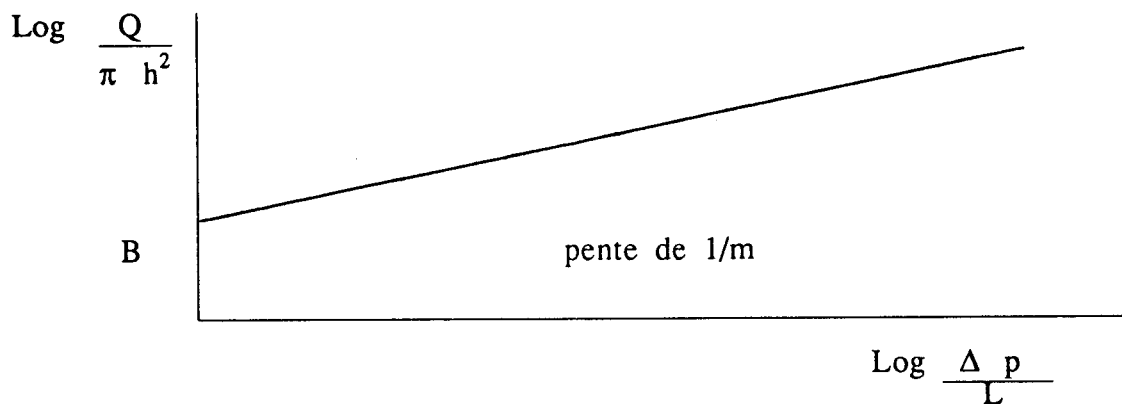
L'expression du débit:

$$Q = \frac{\pi h^2}{\sigma_p^2} \left[r_1 \left\{ \int_0^{\sigma_p} \sigma f(\sigma) d\sigma \right\} + \frac{h \sin \alpha}{4} \left\{ \frac{1}{\sigma_p} \int_0^{\sigma_p} \sigma^2 f(\sigma) d\sigma \right\} \right]$$

• Pour un fluide Pseudoplastique $f(\sigma) = \left(\frac{\sigma}{K} \right)^{1/m}$

$$Q = \pi h^2 \left(\frac{\Delta P}{L} \right)^{1/m} \left[r_1 \frac{m}{2m+1} \left(\frac{h}{2K} \right)^{1/m} + \frac{\sin \alpha}{4} \frac{m}{3m+1} \left(\frac{1}{2K} \right)^{1/m} (h)^{1/m+1} \right]$$

Si la matière suit la loi puissance, sur le graphe qui exprime $\text{Log} \left(\frac{Q}{\pi h^2} \right) = \text{Log} \left(\frac{\Delta p}{L} \right)^{1/m} + B$ nous obtenons une droite de pente $1/m$ et d'origine B aux ordonnées.



L'étude expérimentale a donc consisté à mesurer un débit massique et une différence de pression pour un état de fonctionnement donné.

La différence de pression devant être constante, nous nous sommes positionnés soit poinçon en bas (sortie des filaments) soit poinçon en haut (sortie de l'anneau).

3.4.2 Résultats

3.4.2.1 Etude de différentes matières

L'étude des matières s'est portée sur:

- un polyéthylène haute densité,
- un polyéthylène basse densité,
- un polypropylène.

Dans un premier temps, pour mieux comprendre les différences d'écoulement entre les matières nous avons sorti les courbes de niveaux de pressions (haut et bas) et de différence de pression dans l'outillage.

Nous voyons que pour une vitesse de vis de l'extrudeuse identique, le niveau de pression varie de façon significative (courbes 3.26 à 3.28).

Ceci montre bien l'importance de la rhéologie de la matière dans la mise en forme du filet.

En effet, comme nous l'avons vu, le fait d'avoir un différentiel de pression plus faible indique des vitesses d'écoulement plus faibles donc:

- un rapport d'étirage plus important sur les filaments.
- une vitesse de sortie de l'anneau plus faible.
- un gonflement moins important.

L'ensemble de ces modifications se retrouve sur la structure du filet. Nous pouvons citer des filaments plus étroits, un anneau plus fin mais aussi des différences de sections moins importantes.

De plus, nous voyons apparaître avec plus ou moins d'amplitude une augmentation plus rapide de la différence de pression lors de la variation de la vitesse de vis entre 85 et 92 tour par minute.

Cette évolution se retrouvera dans les courbes rhéologiques.

Le tracé des courbes rhéologiques en LOG LOG nous permet de calculer les valeurs de M et K pour chaque matière (courbe 3.29 à 3.34).

Si l'ensemble des points expérimentaux peuvent être approximés par une droite, nous voyons apparaître un plateau en débit précédé et succédé par une variation rapide du débit.

Ces deux zones montrent bien que nous ne caractérisons pas une matière mais l'ensemble (matière - extrudeuse - tête d'extrusion).

Les résultats pour le poinçon en position haute et en position basse vont dans le même sens.

Mais ces défauts sont minimes par rapport à l'apport d'informations que représente la connaissance de ces courbes.

En effet la comparaison pour le polyéthylène haute densité des constantes déterminées à l'aide de l'instrumentation utilisée et les résultats déterminés par le fournisseur sont peu différents.

Cons t antes	Instrumentation 220 °C		Fournisseur 210 °C	
	bas	haut	cone / plan	rhéomètre
m	0.396	0.438	0.32	0.45
K	1998	1283	45861	

Ces résultats montrent surtout que les conditions d'écoulement telles que températures, vitesse de cisaillement, géométrie modifient de façon significative la valeur des constantes rhéologiques.

De plus les différents essais que nous avons réalisés montrent la stabilité des résultats pour un même lot et pour des conditions d'expérimentations identiques.

3.4.2.2 Etude de l'influence de l'outillage

Pour nous assurer que le plateau en débit ne dépendait pas uniquement de la matière nous avons fait varier la perte de charge liée à l'outillage en augmentant l'entrefer (courbe 3.35 et 3.36).

Les résultats montrent une augmentation des zones de transition précédant et suivant le plateau en pression.

Il est à noter que si les paramètres du processus de fabrication se situent sur ces zones, une faible variation des paramètres de l'écoulement peut modifier de façon importante le débit massique.

Des essais effectués en faisant varier la température de 5 et 10 °C ont montré que le débit pouvait évoluer de 10 %.

Ce phénomène expliquerait aussi les difficultés qui apparaissent lors de la mise en production de certains filets. En effet si les paramètres de fabrication se situent sur une zone de transition, la détermination des conditions correctes de production est délicate du fait de la sensibilité de la réponse du débit.

3.4.2.3 Etude de la sensibilité aux variations des paramètres

Le principal critère de validation de l'outil rhéologique qui vient d'être réalisé est sa répétabilité.

En effet, pour utiliser les courbes rhéologiques et ainsi caractériser une matière en fonction de la production d'un filet il est indispensable de connaître la précision des résultats.

Dans un premier temps, nous avons fait plusieurs relevés pour des paramètres d'extrusion identiques. Dans ce cas la dispersion des résultats provient de la précision de la mesure du débit et de l'acquisition des pressions.

La plus mauvaise précision de la mesure du débit est due à la précision de la balance et à la qualité de la personne qui effectue les opérations de découpe et pesage de l'échantillon.

Les erreurs d'acquisition sont liées aux parasites qui peuvent être générés sur la masse commune à l'ensemble de l'atelier de production. En filtrant les hautes fréquences du signal, il est possible de supprimer ces erreurs sans perte d'information sur le signal principal.

L'erreur maximum de l'ensemble est de $\pm 2\%$.

Une autre source d'erreur est liée à la déformation de l'outillage suivant les températures et le niveau de pression de l'écoulement.

Ce phénomène provoque un décalage entre la hauteur réelle de l'entrefer ($h + dh$) et la grandeur utilisée dans la modélisation h (avec dh petit devant h).

En fait une faible variation de l'entrefer modifie peu les résultats. L'approximation sur le graphe LOG LOG de la pente m et de K est très peu modifiée.

Le cas le plus pénalisant se présente lors des déformations les plus importantes (débit maxi).

Avec les valeurs numériques de nos expérimentations, nous avons:

- un entrefer de $h = 3$ mm.
- une variation dh de 0.12 mm
- un débit de 900 g/mn

$$\text{Log} \left(\frac{Q}{\pi h^2} \right) \text{ au lieu de } \text{Log} \left(\frac{Q}{\pi (h + dh)^2} \right)$$

soit 1,25 % maximum de variation sur la valeur du débit.

3.43 Commentaires

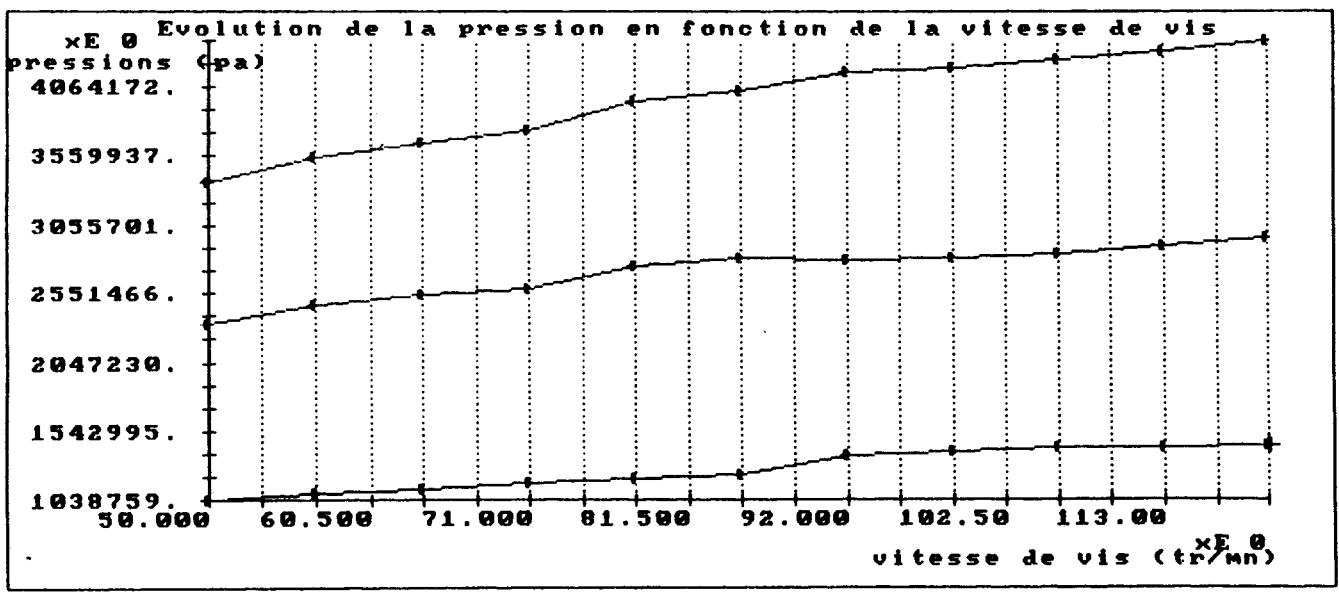
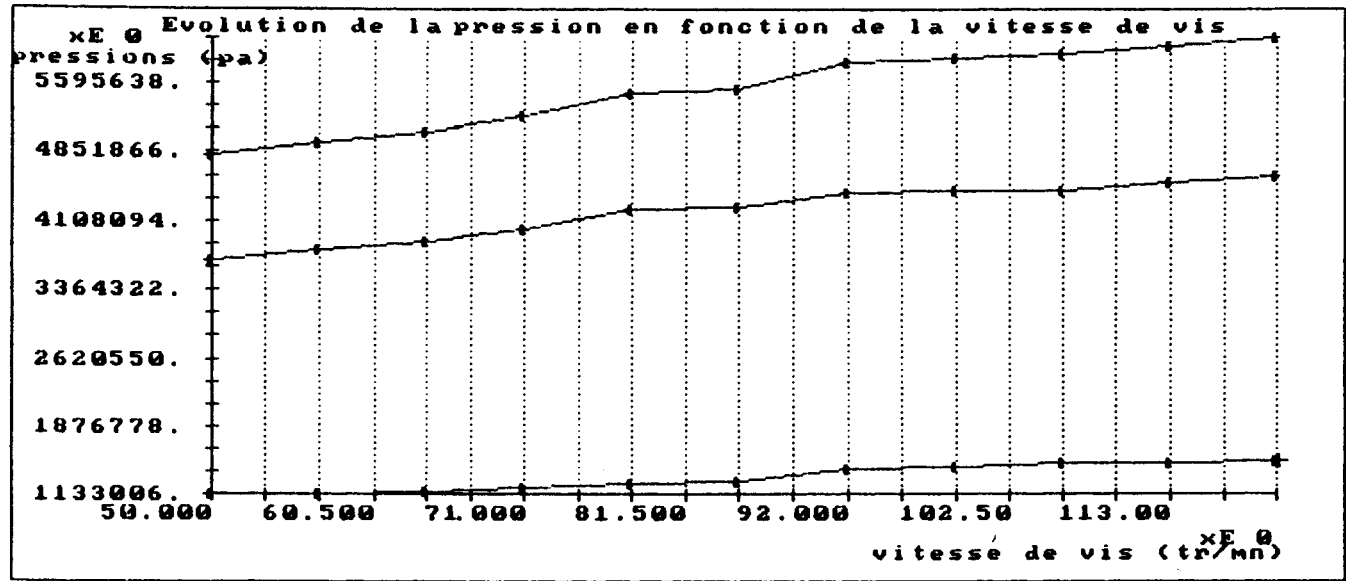
Comme nous venons de le voir, l'outil rhéologique qui a été mis au point est d'une grande utilité.

Bien qu'il ne permette pas de donner les constantes rhéologiques intrinsèques de la matière, le graphe LOG LOG caractérise le système (extrudeuse - tête d'extrusion - matière) et ainsi donne de nombreuses informations à la fois sur la matière mais aussi sur le mode de fonctionnement de l'extrudeuse (zone de transition).

COURBE 3.26

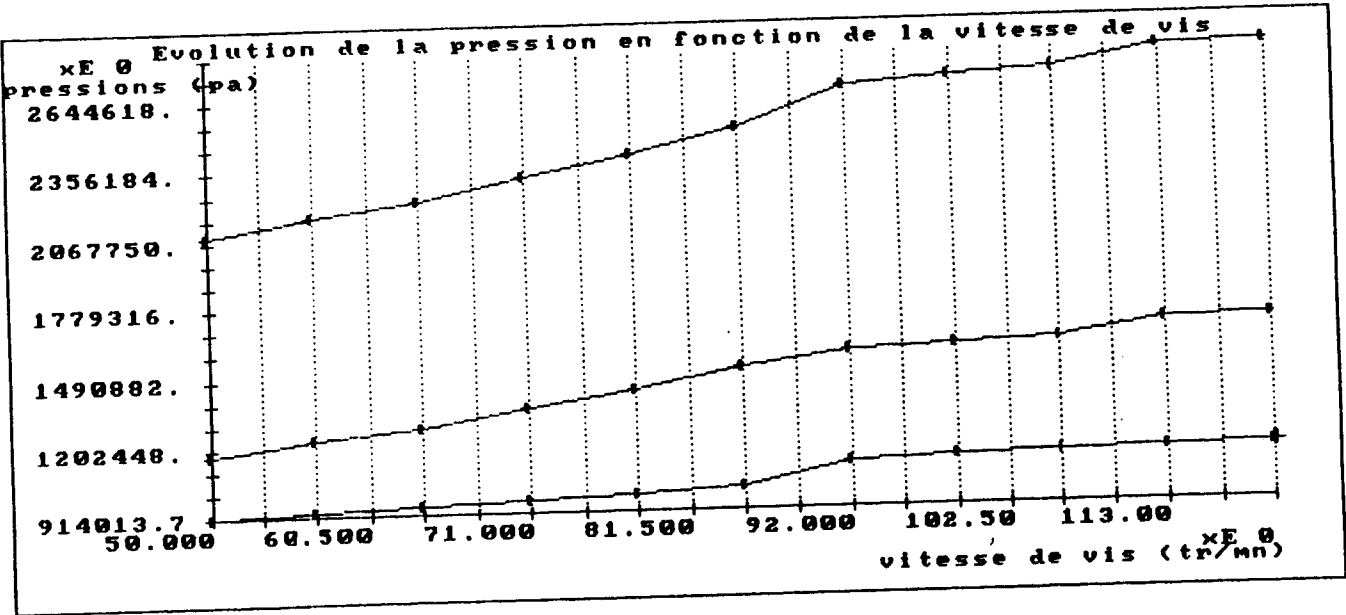
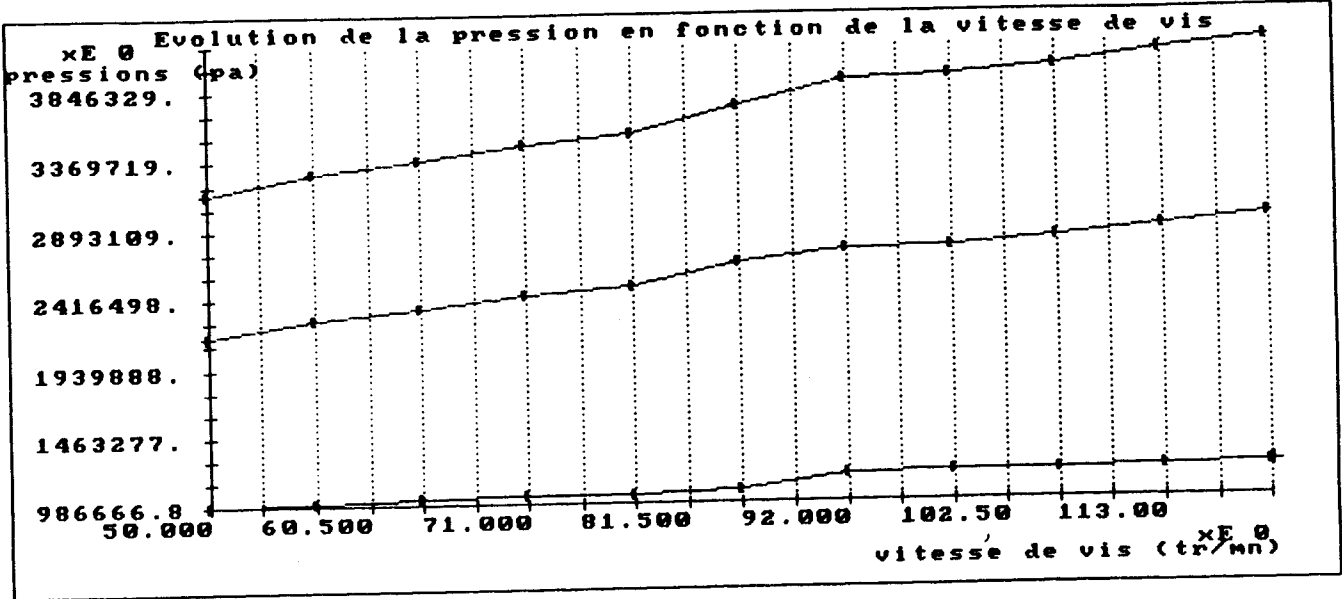
NIVEAU DES PRESSIONS EN FONCTION DE LA VITESSE DE VIS

Pour le polyéthylène haute densité



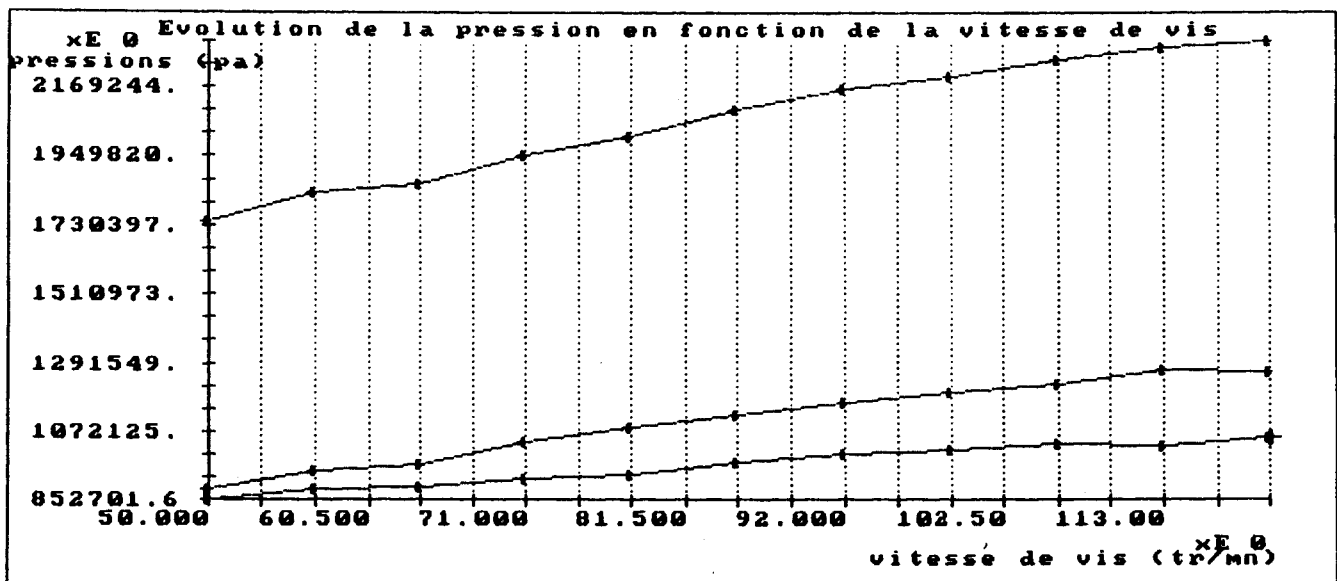
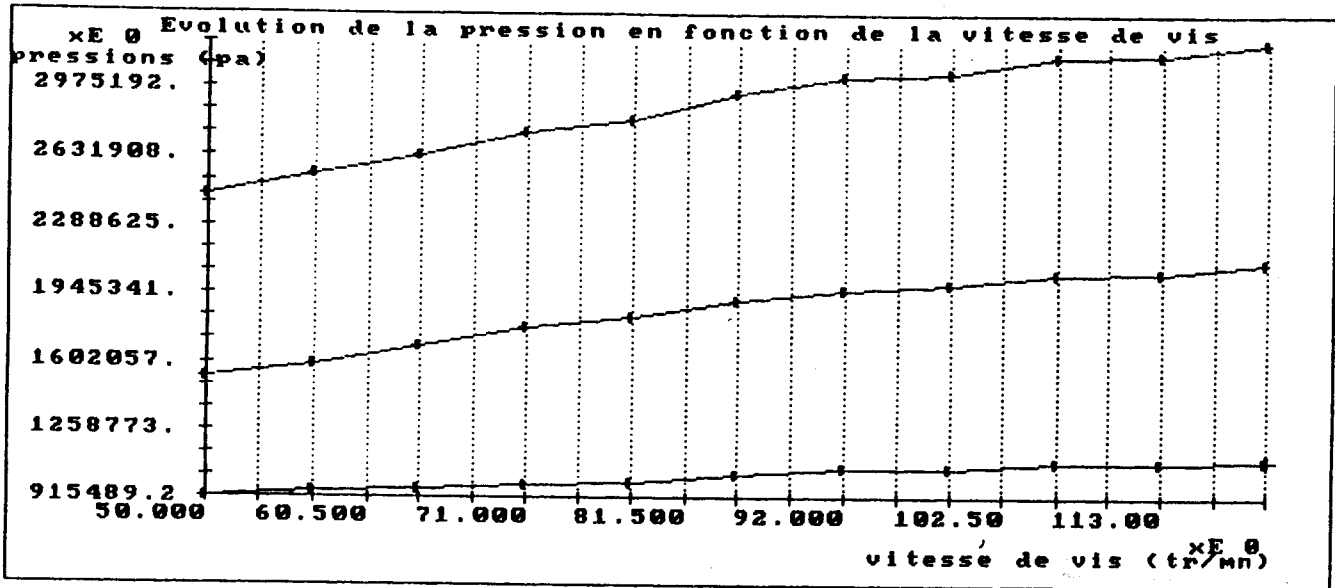
COURBE 3.27

NIVEAU DES PRESSIONS EN FONCTION DE LA VITESSE DE VIS
Pour le polyéthylène basse densité



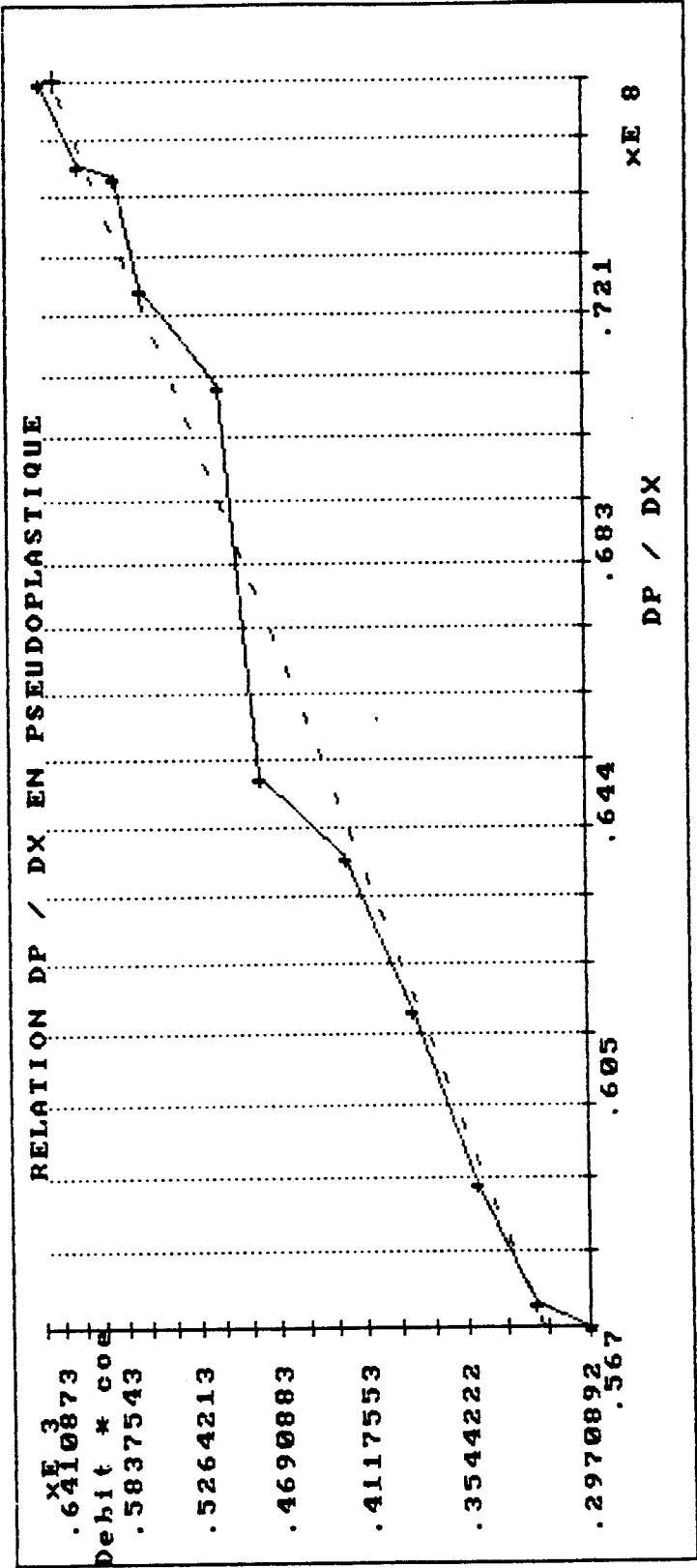
COURBE 3.28

NIVEAU DES PRESSIONS EN FONCTION DE LA VITESSE DE VIS
Pour le polypropylène



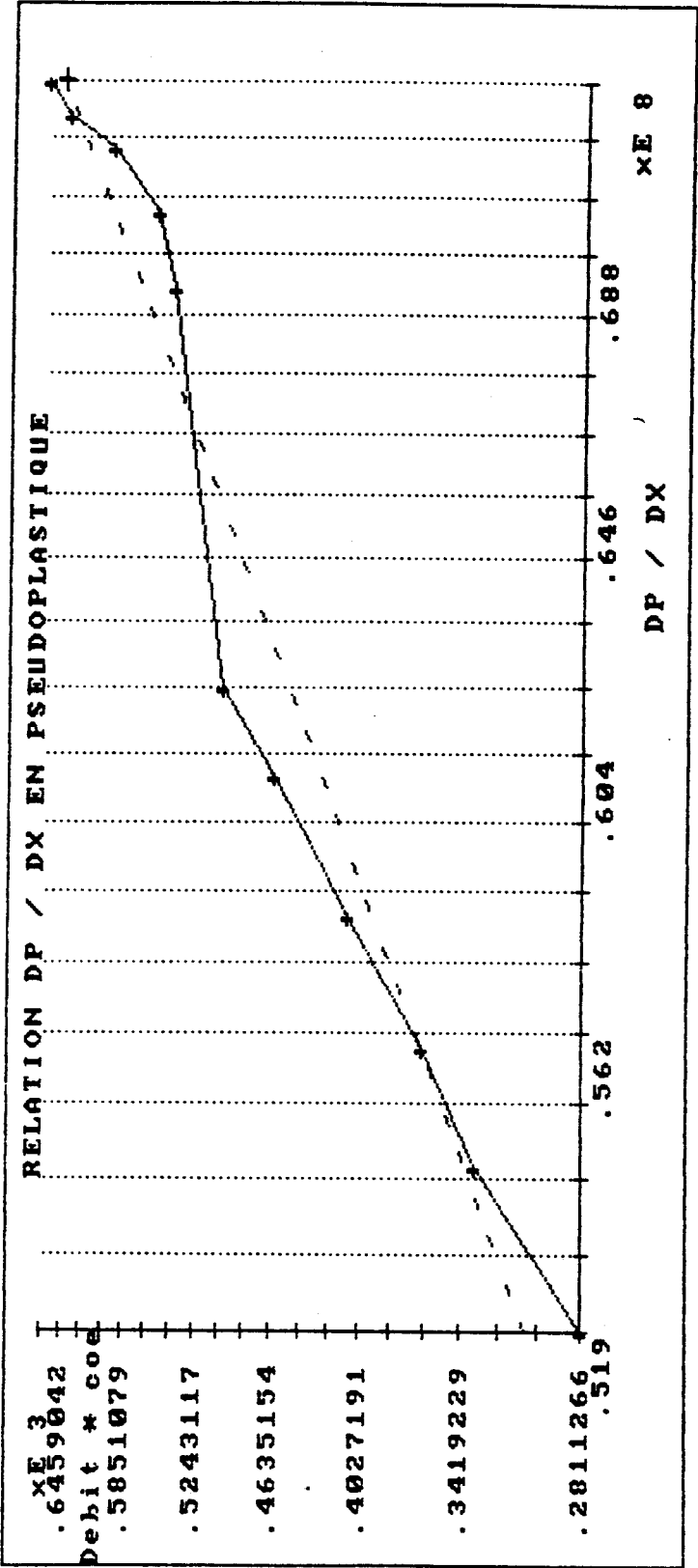
COURBE 3.29

COURBE RHEOLOGIQUE
Polyéthylène haute densité - position basse



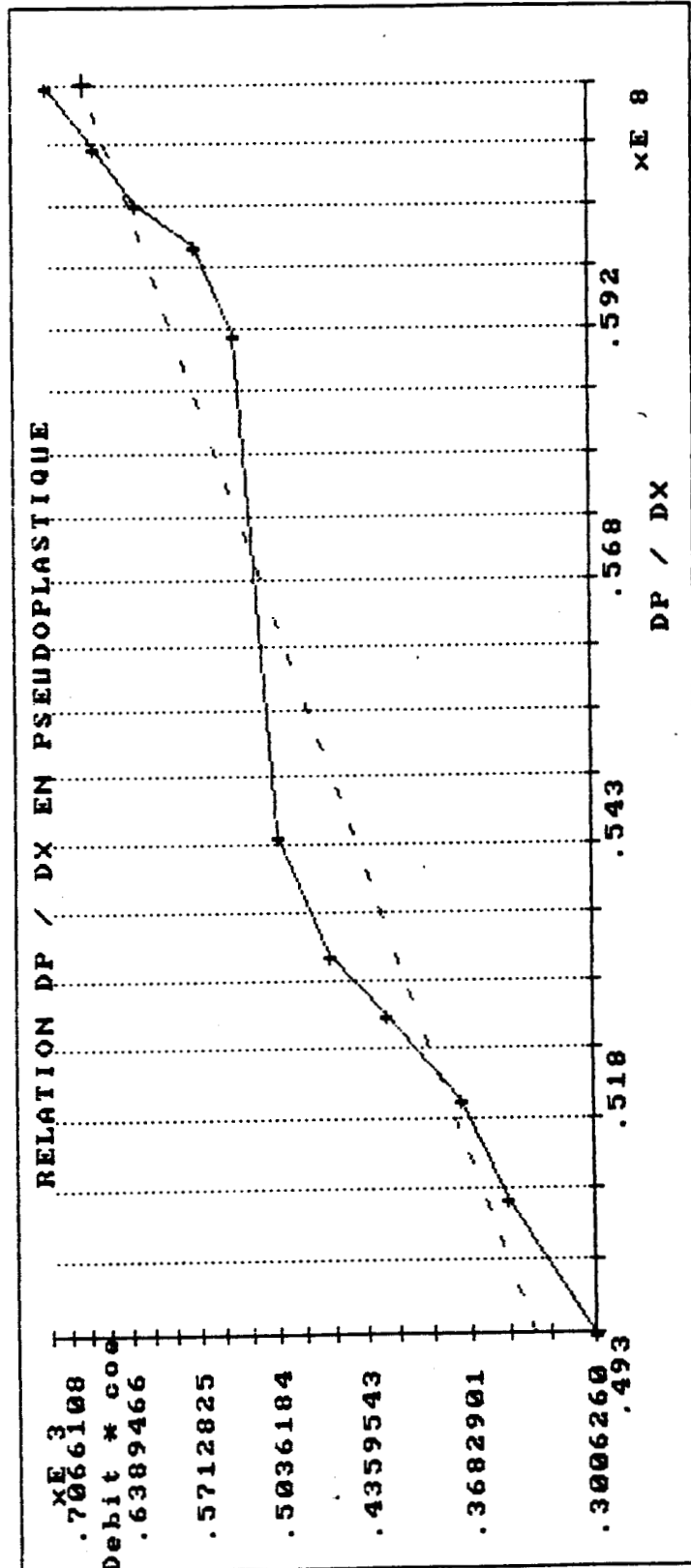
COURBE 3.30

COURBE RHEOLOGIQUE
Polyéthylène haute densité - position haute



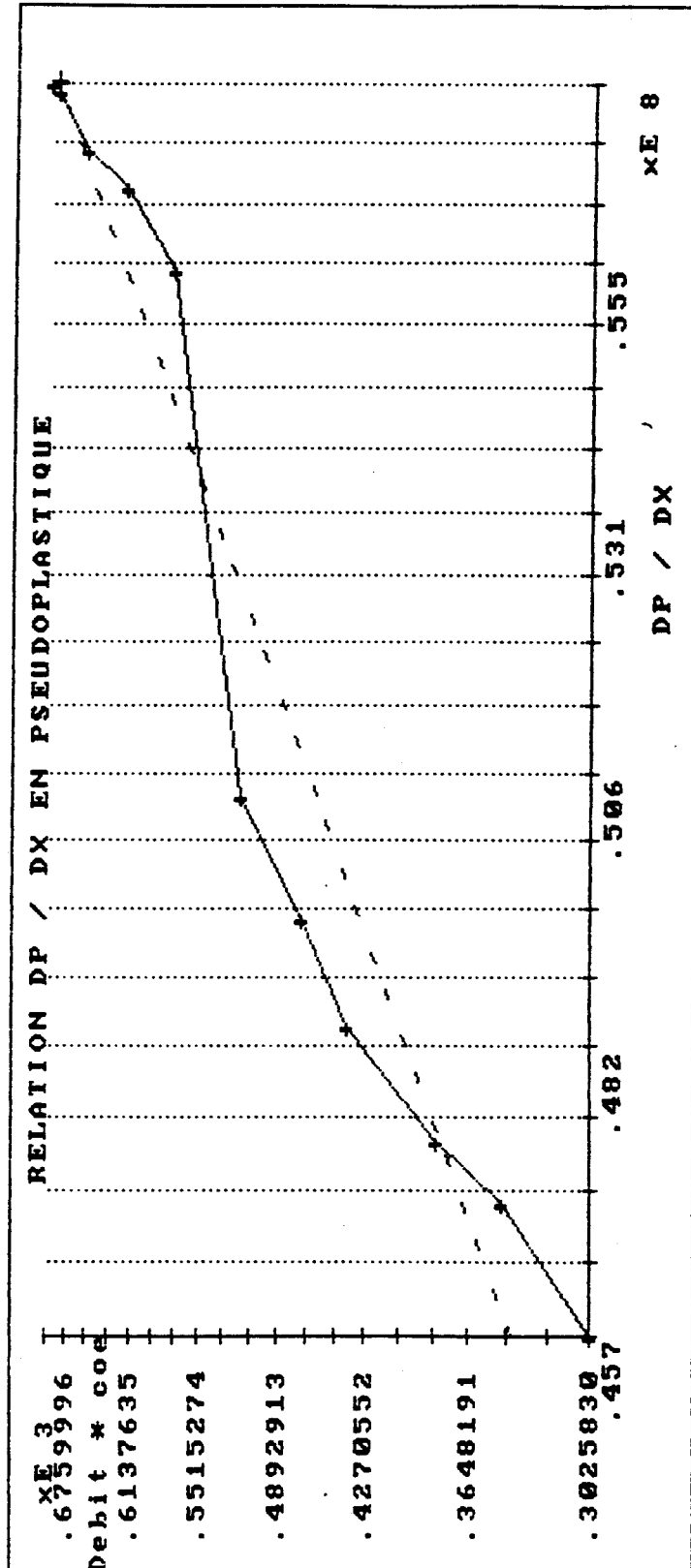
COURBE 3.31

COURBE RHEOLOGIQUE
Polyéthylène basse densité - position basse



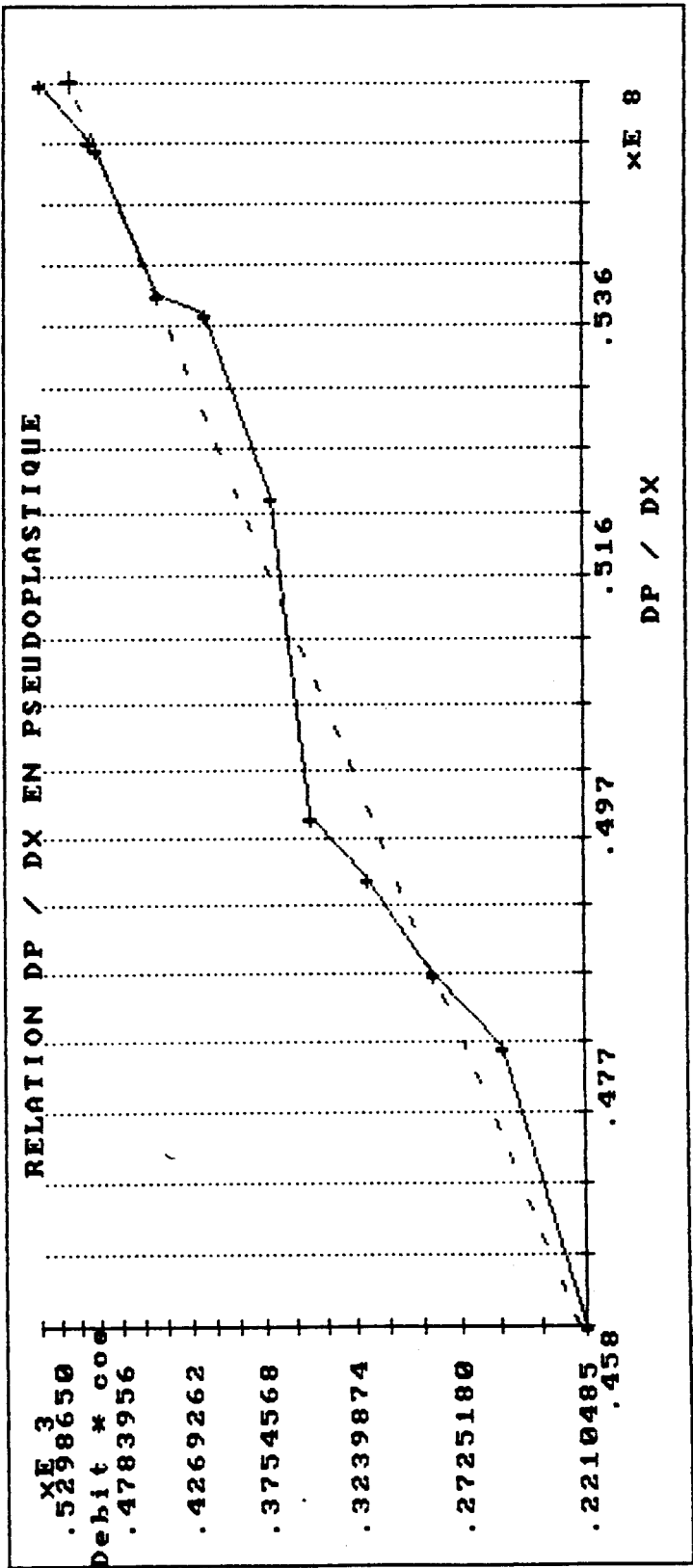
COURBE 3.32

COURBE RHEOLOGIQUE
Polyéthylène basse densité - position haute



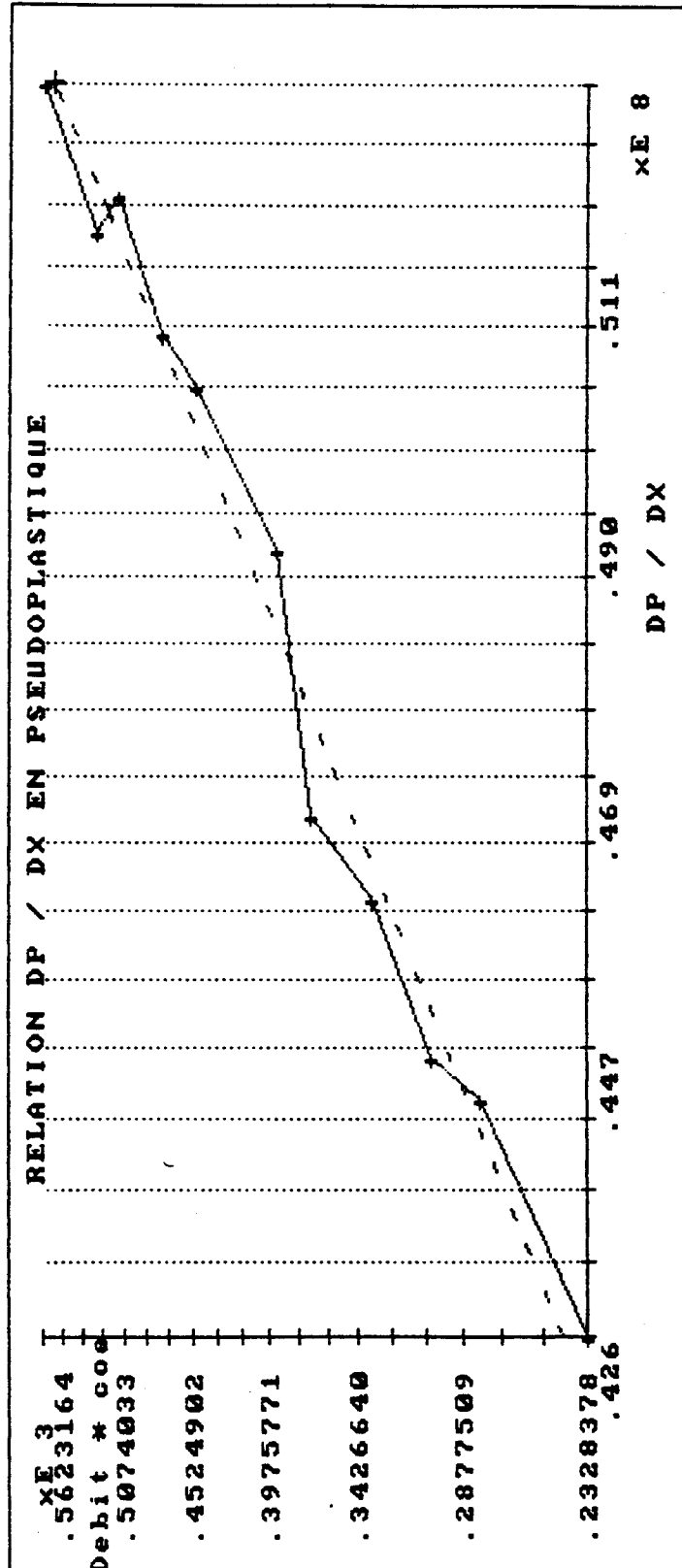
COURBE 3.33

COURBE RHEOLOGIQUE
Polypropylène - position basse



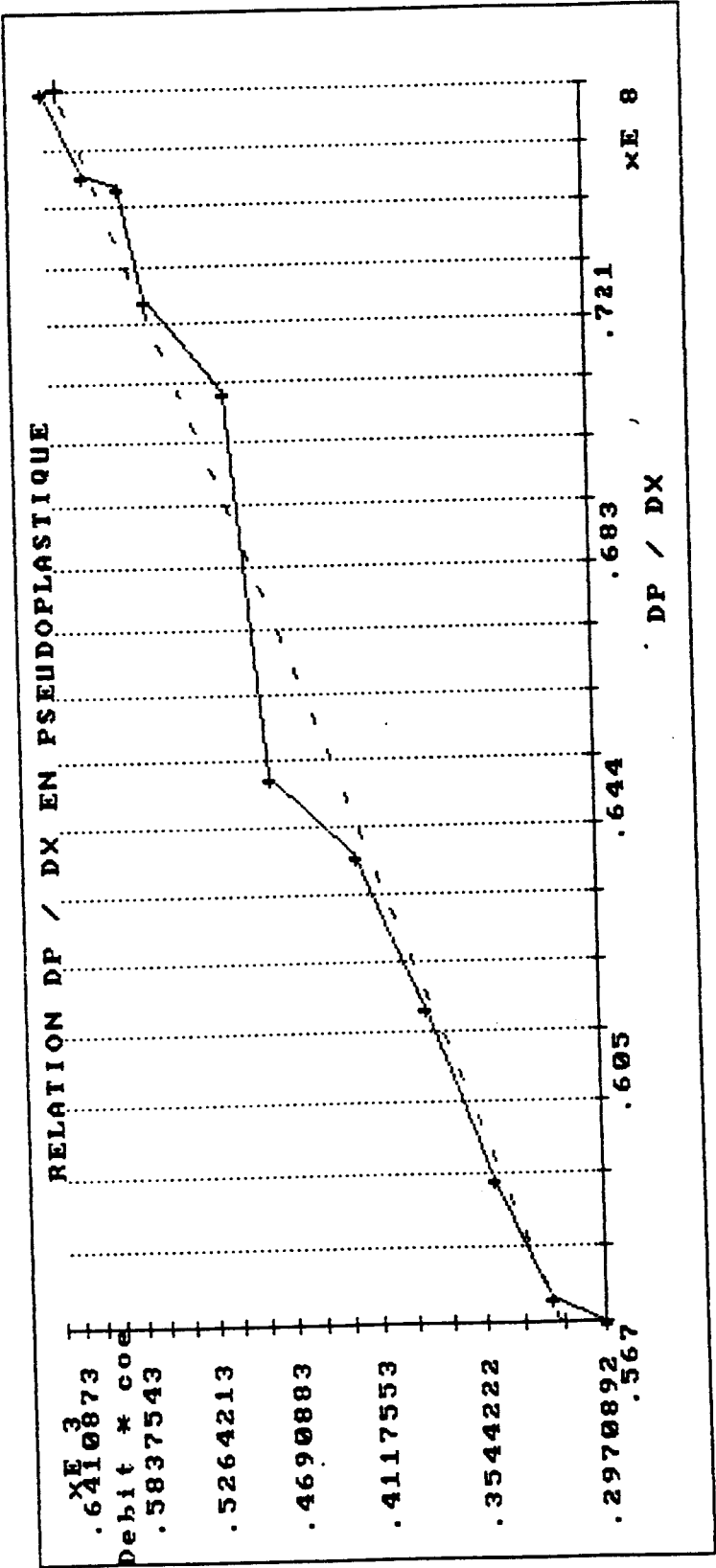
COURBE 3.34

COURBE RHEOLOGIQUE
Polypropylène - position haute



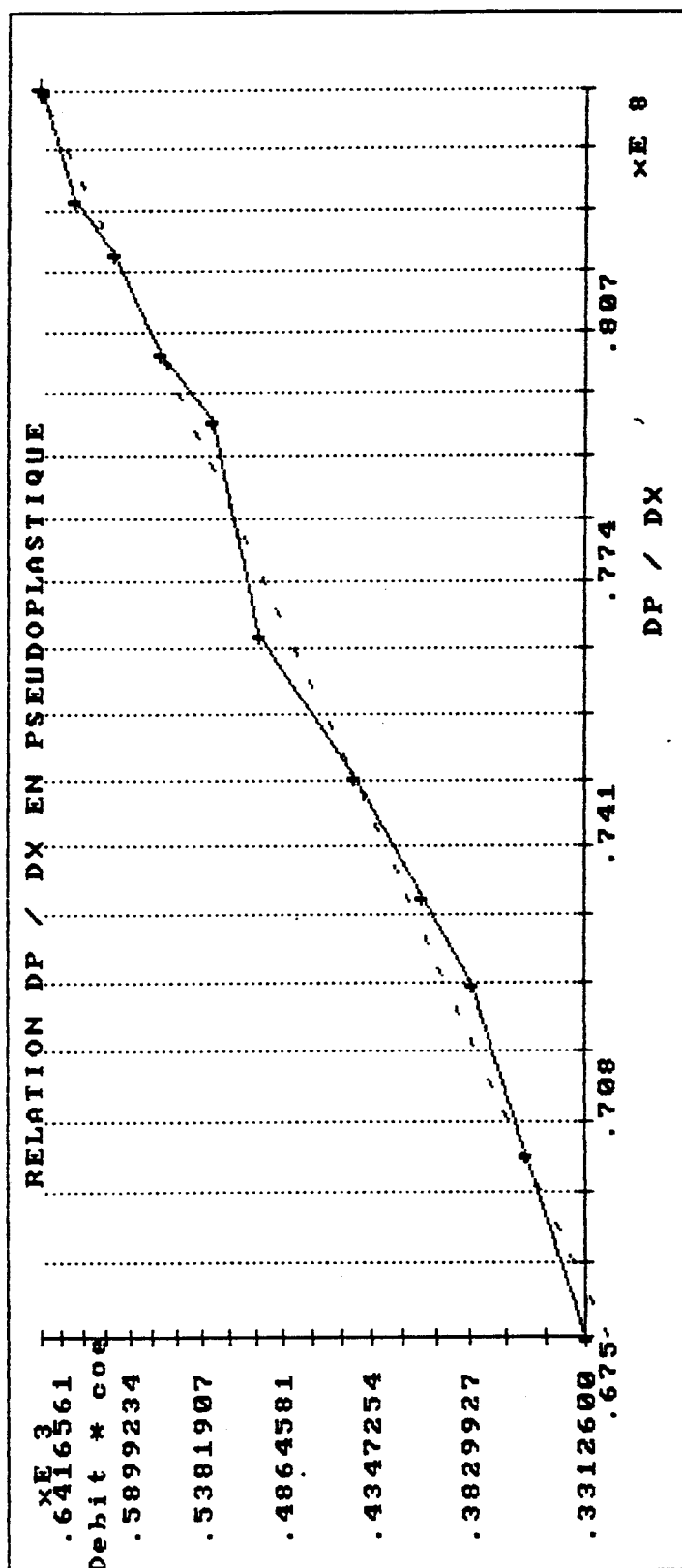
COURBE 3.35

COURBE RHEOLOGIQUE
Polyéthylène haute densité - position basse
Entrefer h = 0.6 mm



COURBE 3.36

COURBE RHEOLOGIQUE
Polyéthylène haute densité - position basse
Enterfer $h = 0.92$



3.5 Contrôle du débit en continue

Une application logique de l'étude rhéologique est le calcul du débit en sortie de l'outillage en fonction d'un différentiel de pression et de la courbe rhéologique de la matière utilisée.

Le principal problème dans notre cas est dans le fait que nous avons à faire à un processus instationnaire.

Par ailleurs, nous avons pris la précaution de ne pas nous situer sur la zone "sensible" en débit mis en évidence au chapitre précédent.

3.5.1 Méthode utilisée

Au chapitre 3.4.1, nous avons exprimé en fonction du différentiel de pression le débit de la matière pour la loi de comportement des matière pseudoplastiques.

- Pour un fluide Pseudoplastique $f(\sigma) = \left(\frac{\sigma}{K} \right)^{1/m}$

$$Q = \pi h^2 \left(\frac{\Delta P}{L} \right)^{1/m} \left[r_1 \frac{m}{2m+1} \left(\frac{h}{2K} \right)^{1/m} + \frac{\sin \alpha}{4} \frac{m}{3m+1} \left(\frac{1}{2K} \right)^{1/m} \left(h \right)^{1/m+1} \right]$$

Connaissant (Δp , m , K) à chaque instant il est possible de calculer le débit instantané.

La variation de Δp étant périodique (fonction de la fréquence de battement du poinçon) il est possible de déterminer le débit moyen en prenant en compte un nombre suffisant de périodes.

En pratique, nous faisons l'acquisition de la pression des deux capteurs en continue.

Une fois que le nombre de périodes relevées est suffisant, nous stockons dans un tableau les valeurs relevées puis nous les traitons.

L'acquisition et le traitement des valeurs de la pression se font grâce au programme mis au point.

Le langage ASYST permet en effet d'utiliser la méthode Foreground-Background qui donne la possibilité d'effectuer une tâche prioritaire en Foreground (acquisition) et une seconde tâche Background (calcul - graphique) lorsque la tâche foreground n'est pas activée.

Comme les fréquences d'acquisition sont relativement faibles (inférieur à 100 Hertz), il est possible de combiner l'acquisition, le calcul et l'affichage graphique pour assurer la continuité du calcul du débit.

Une fois le tableau des valeurs des pressions relevé nous procédons au calcul du débit. La décomposition des opérations donne:

- les hautes fréquences sont filtrées,
- la différence de pression est déterminée,
- le débit instantané est calculé,
- le débit moyen est calculé,
- les résultats sont affichés à l'écran.

Si aucune précaution n'est prise, l'acquisition et le calcul peuvent modifier les résultats des calculs.

En effet les opérations étant effectuées sur un nombre fini de valeurs (fenêtre d'acquisition) nous rencontrons les problèmes classiques de traitement du signal pour des signaux périodiques (effet de bord, nombre de périodes entières dans la fenêtre, choix de la fréquence d'acquisition , dimension des tableaux).

3.5.2 Résultats

3.5.2.1 Etude de sensibilité

3.5211 Influence de l'approximation de la courbe rhéologique

Comme nous l'avons vu au chapitre 3.4, le plateau en débit est mal pris en compte lors de la détermination de la pente m .

Cette différence de pente génère des erreurs dans le calcul du débit.

Lors du contrôle d'une production qui se situe sur le palier en débit, il faut tenir compte de ce phénomène et réajuster les paramètres de la courbes rhéologiques (courbe locale).

La prise en compte du palier en débit pourrait être réalisée en choisissant une loi de comportement différente, mais dans ce cas une prépondérance serait donnée à la caractérisation du fonctionnement de l'extrudeuse.

3.5212 Influence des paramètres de la courbe rhéologique

Le calcul du débit étant basé sur les résultats rhéologiques, nous avons cherché à déterminer l'influence de chaque paramètre de la loi (m et K) (courbes 3.37 et 3.38) ainsi que la hauteur de l'entrefer (courbe 3.39) et la vitesse de vis de l'extrudeuse (Δp) (courbe 3.40).

Les courbes montrent la sensibilité importante des paramètres qui interviennent dans le calcul du débit. Mais comme l'a montré l'étude rhéologique le calcul des constantes est relativement stable.

3.5.2.1.3 Influence des paramètres du processus de fabrication

Avant de passer au contrôle en continu (Foreground Background) nous avons regardé l'effet de la vitesse de vis de l'extrudeuse (courbe 3.41) et de la fréquence de déplacement du poinçon (courbe 3.42) sur le calcul du débit pour une acquisition classique.

Comme au chapitre 3.5212 les résultats montrent la précision correcte du débit en dehors de la zone de palier en débit.

3.5.2.2 Suivi d'une production

Le suivi du débit d'une production a pour principal objectif le contrôle des tolérances données par le cahier des charges de fabrication.

Il faut donc être capable de suivre l'évolution du débit autour du débit nominal fixé par l'interval de tolérance.

Dans un premier temps, le débit calculé est ajusté sur le débit nominal (correction de l'erreur) à l'aide des remarques faites précédemment (variation de (m,K) ou de h).

Puis nous suivons le débit en fonction des modifications qui sont apportées sur les paramètres du processus de fabrication.

Comme le montre la courbe 3.43, le système de contrôle suit bien les évolutions du débit (comparaison calcul - mesure) et la répétitivité des calculs assure le bon fonctionnement du système.

Au point A, nous avons testé l'influence de la vitesse de vis (diminution d'un tour par minute). Au point B, nous avons testé la sensibilité à la fréquence. Une faible variation du potentiomètre (moins de 0.5 HZ) est repercutée sur le contrôle du débit.

3.53 Commentaires

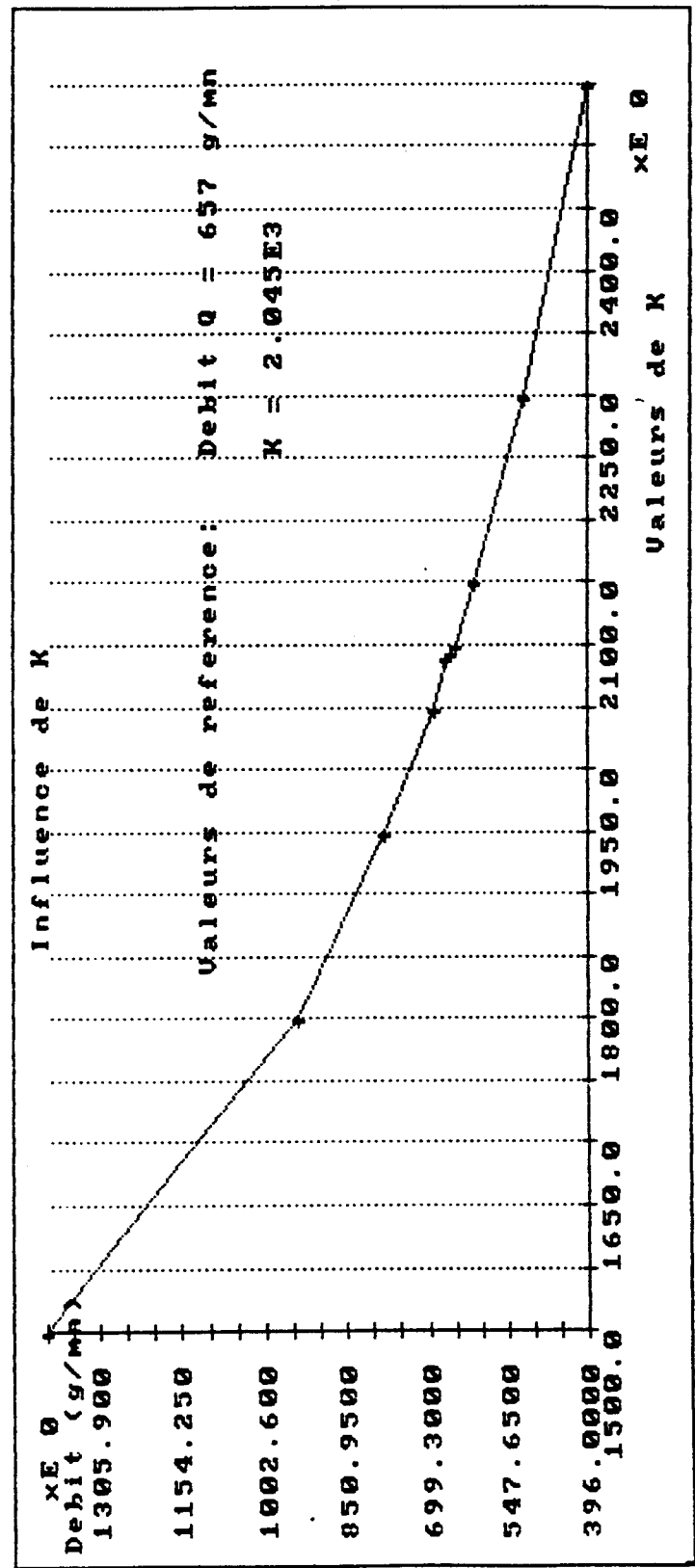
Comme nous venons de le voir, l'outil de contrôle du débit en continu qui a été mis au point est opérationnel.

Sa mise en oeuvre est encore liée à l'utilisation de la chaîne d'acquisition. Il est clair qu'une utilisation industrielle de ce système demande encore des développements.

Il est à remarquer, que si le système permet de détecter une variation de débit liée à une variation des paramètres du processus de fabrication, la valeur du débit trouvée peut, dans certains cas, être différente de celle du débit réel (surtout au niveau du palier en débit).

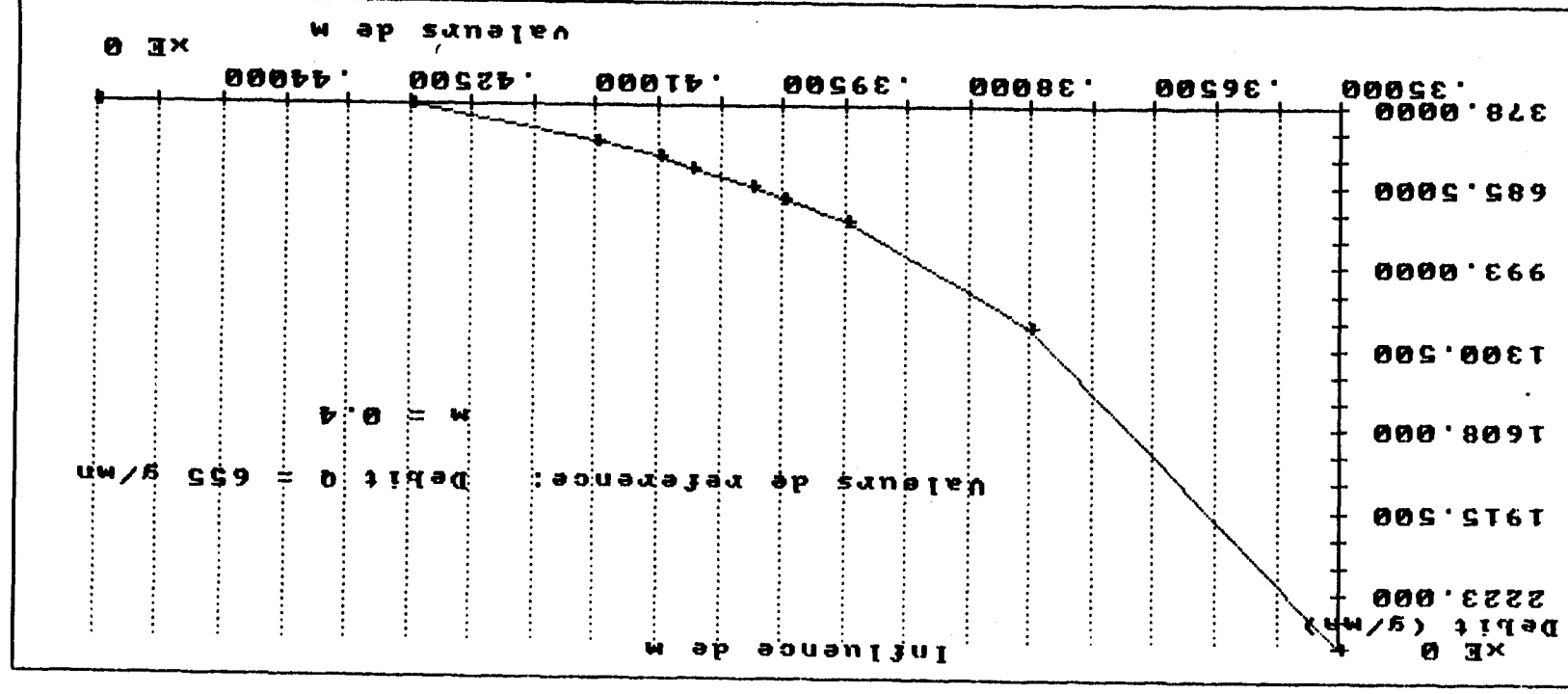
COURBE 3.37

SENSIBILITE A LA CONSISTANCE (K)



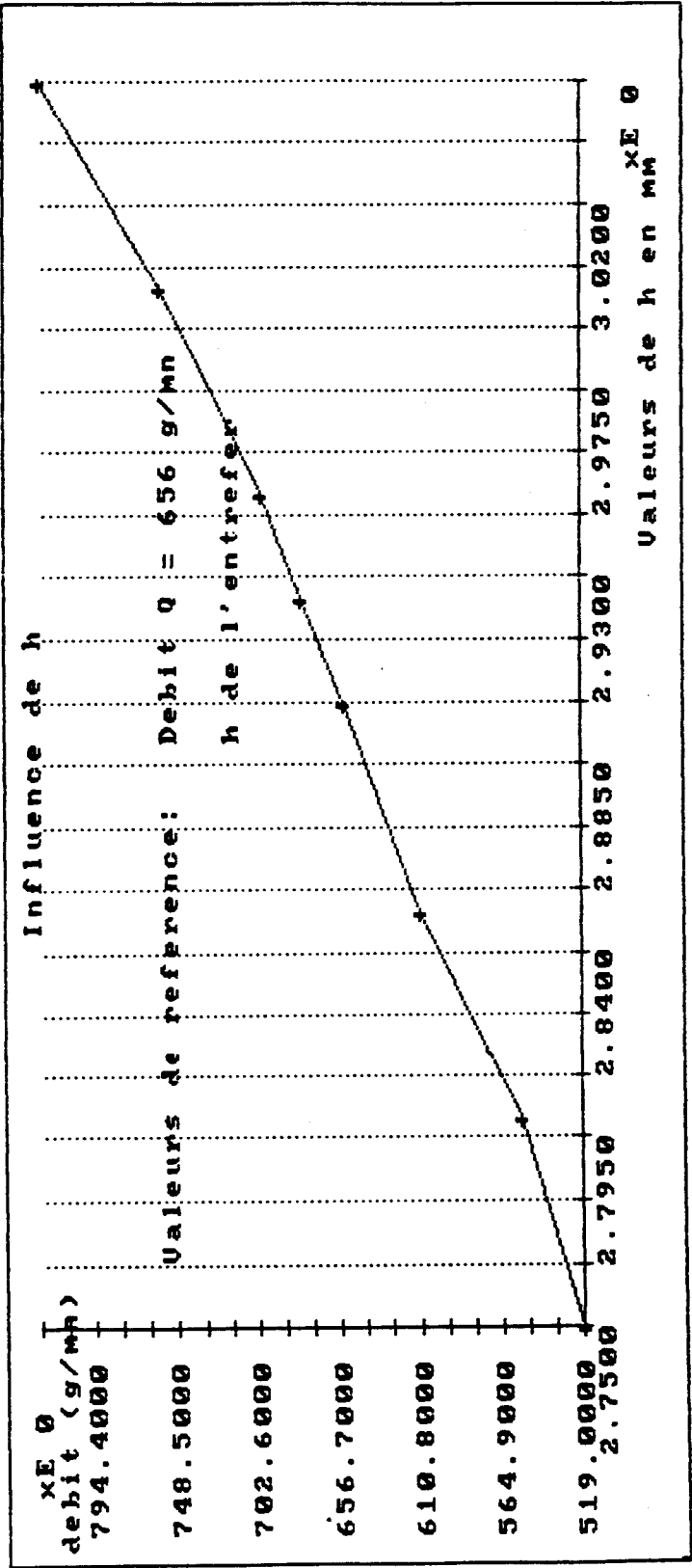
COURBE 3.38

SENSIBILITE A LA PENTE (m)



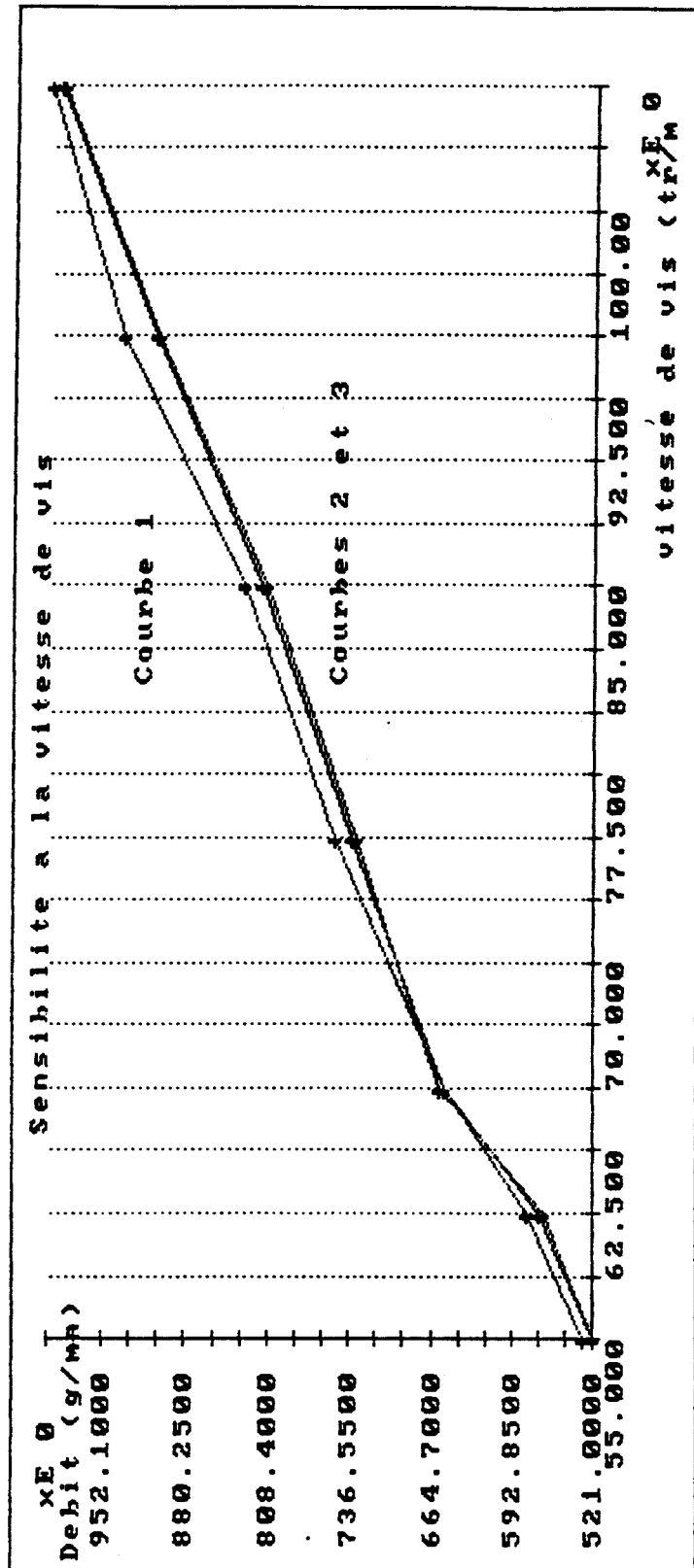
COURBE 3.39

SENSIBILITE A L'ENTREFER (H)



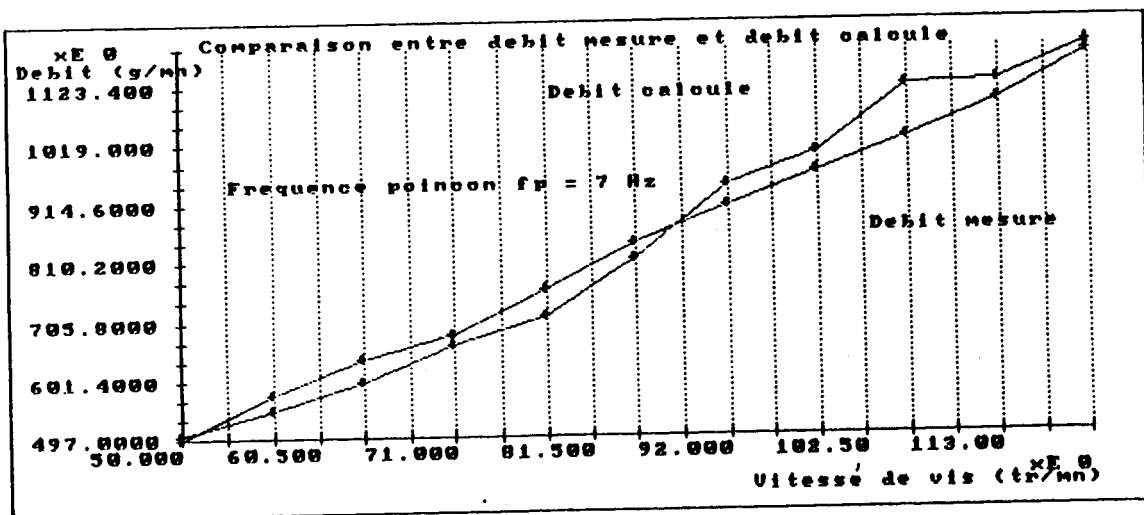
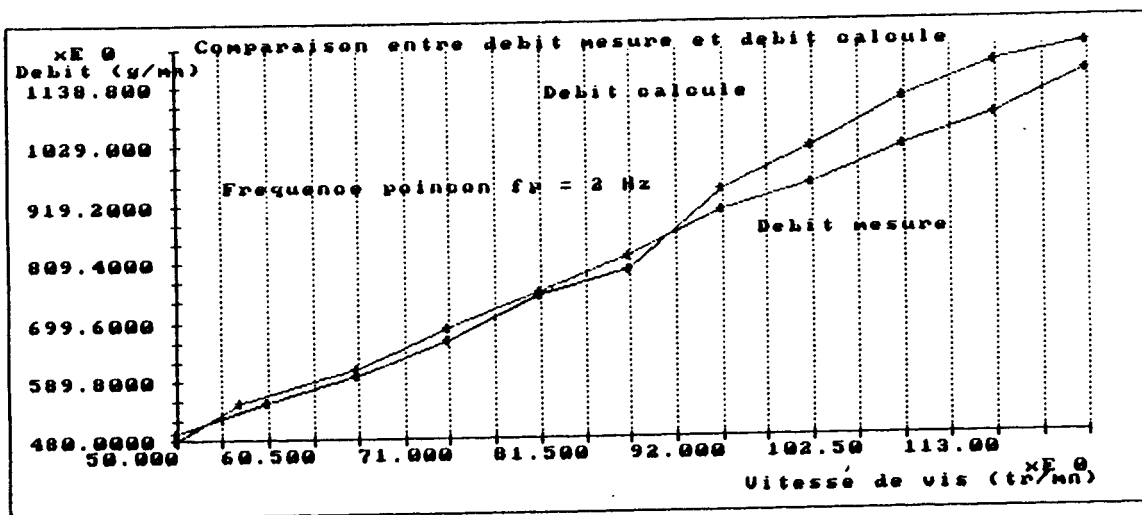
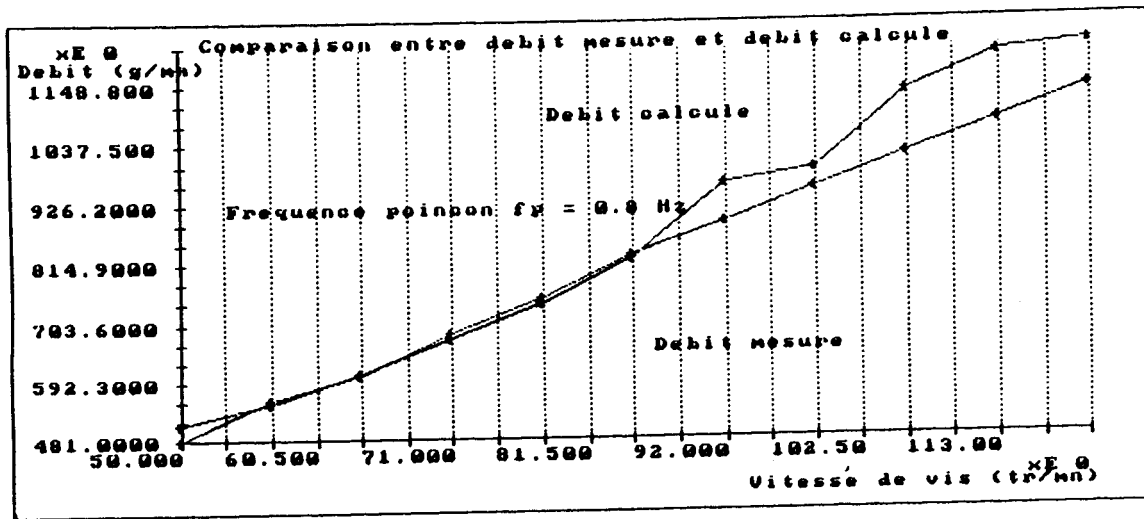
COURBE 3.40

SENSIBILITE A LA VITESSE DE VIS (PM)



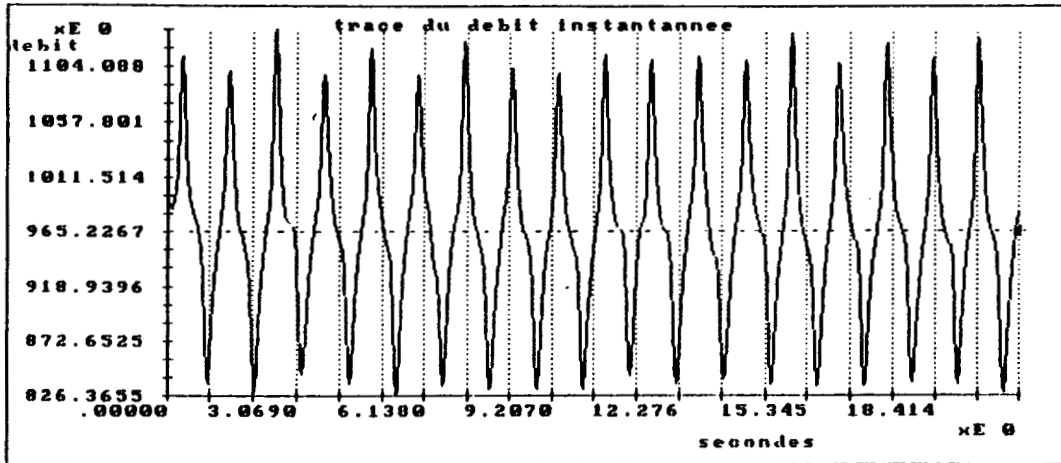
COURBE 3.41

INFLUENCE DE LA VITESSE DE VIS

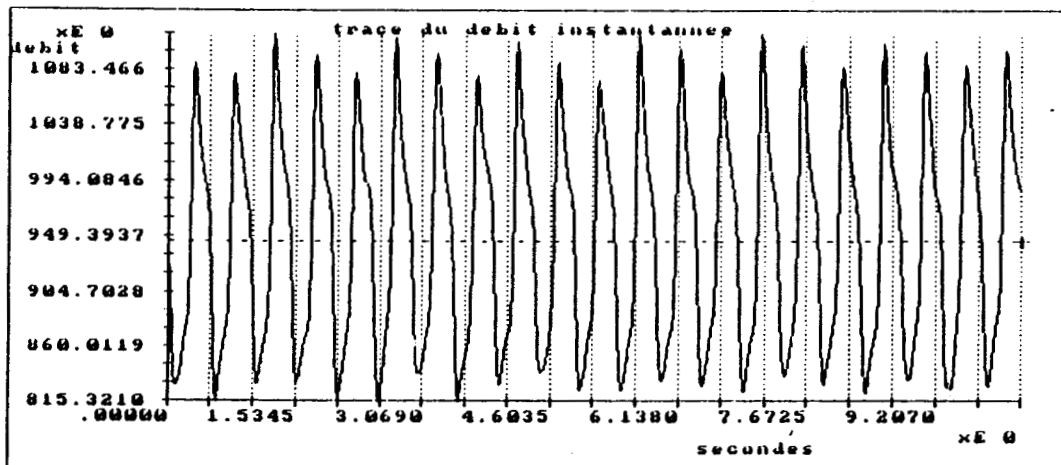


COURBE 3.42

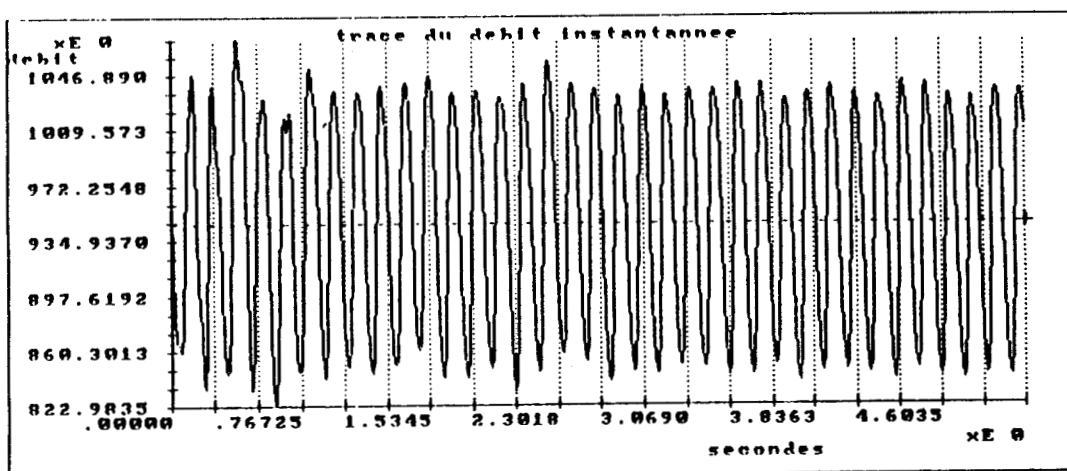
INFLUENCE DE LA FREQUENCE DE BATTEMENT DU POINCON



$$f_p = 0,8 \text{ Hz}$$

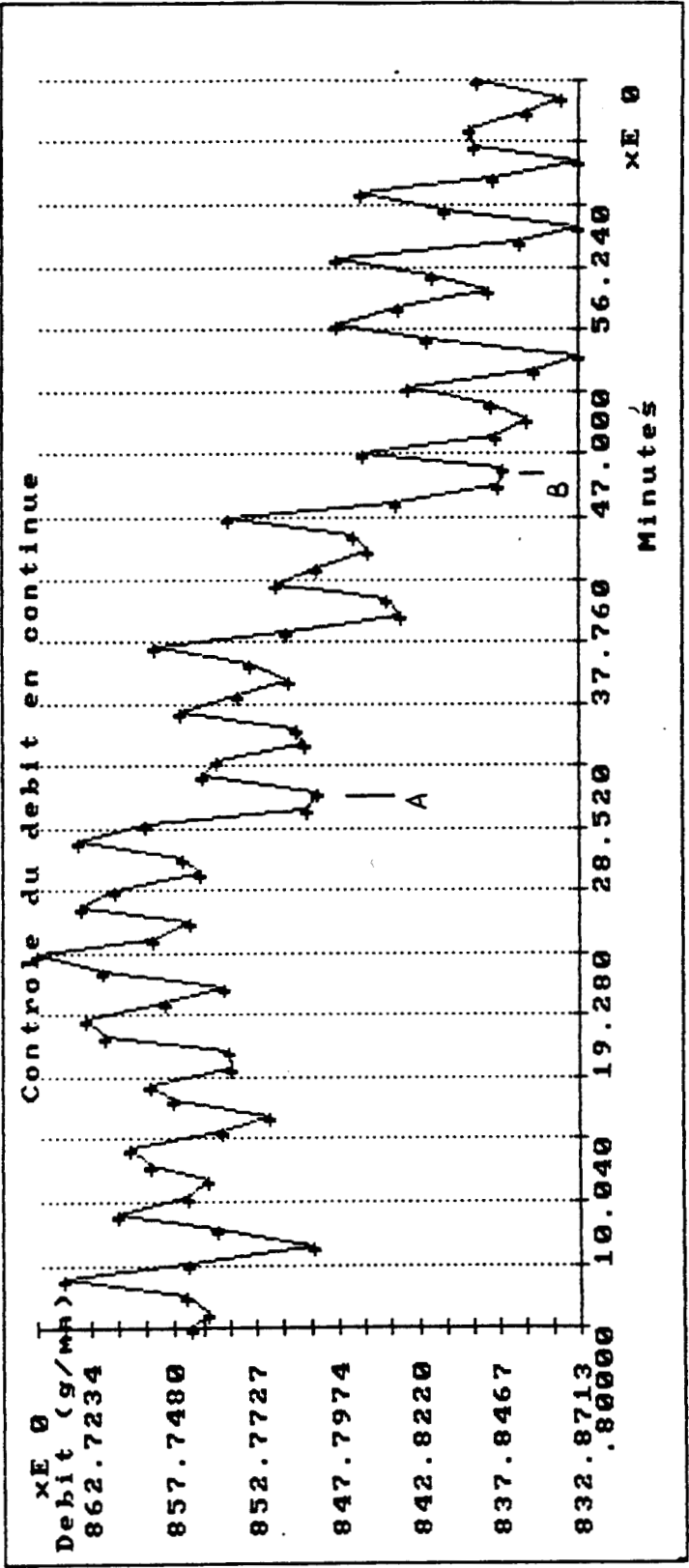


$$f_p = 2 \text{ Hz}$$



$$f_p = 7 \text{ Hz}$$

COURBE 3.43
CONTROLE DU DEBIT EN CONTINU



4. MODELISATION NUMERIQUE DE L'EXTRUSION ET DU GONFLEMENT EN SORTIE D'OUTILLAGE

La classe d'écoulement étudiée est relative à l'extrusion de polymères thermoplastiques au travers d'une filière avec sortie en surface libre.

Ce type d'écoulement a posé et pose encore de nombreux problèmes. L'écoulement satisfait aux lois de conservation:

- conservation de la masse
- conservation de la quantité mouvement
- conservation de l'énergie

Ces lois s'expriment sous forme d'équations aux dérivées partielles.

Les problèmes dépendent principalement:

- des conditions initiales
- des conditions aux limites:
 - géométrie de la filière
 - surface libre
 - conditions en amont et en aval de la filière
- des propriétés spécifiques de l'écoulement de la matière:
 - loi de comportement (fermeture du problème)

C'est donc autour de ces trois thèmes que s'est articulée la bibliographie.

4.1 Bibliographie

Les premières publications, dans le domaine du calcul numérique d'écoulements fortement visqueux ou viscoélastiques avec surface libre, sont apparues dans les années 1974 [1G].

Dès le départ, les difficultés du problème ont été mises en évidence. Celles-ci sont de deux ordres:

- la résolution numérique du problème physique dans son ensemble.
- la modélisation du comportement des matières viscoélastiques.

C'est la raison pour laquelle, en fonction de la particularité de l'étude, les chercheurs ont choisi des hypothèses de travail permettant de restreindre les problèmes aux phénomènes prépondérants.

Les méthodes de résolution sont donc adaptées aux types de difficultés soulevées.

Il existe différentes méthodes numériques pour résoudre un système d'équations différentielles.

Nous pouvons citer, les méthodes aux différences finies et les méthodes aux éléments finis.

L'objectif est la recherche du code de calcul optimum permettant la prise en compte du maximum de phénomènes physiques sans engendrer des coûts (en temps et informatique) trop importants.

Les critères de choix sont fonction de la structure même du système d'équations à résoudre. Les codes réalisés et publiés à ce jour, pour cette classe d'écoulement, ont pris en compte les critères suivants:

- la dimension du problème (mono, bi , tridimensionnelle).
- l'écriture des équations de la mécanique des fluides (Eulérienne, Lagrangienne, mixte Euler-Lagrange).
- la prise en compte de l'instationnarité (d / dt).
- la prise en compte de l'évolution de la surface libre.
- les problèmes dus au point singulier (fort gradient de vitesses).
- la structure de la loi de comportement (choix de la loi rhéologique).
- la prise en compte des conditions initiales et limites.

Il existe de nombreuses définitions de la rhéologie. Nous avons repris celle donnée par G. COUARRAZE et Al [3L].

Etymologiquement, la rhéologie est une discipline qui traite de l'écoulement, des déformations des matériaux sous l'action de contraintes. En réalité la rhéologie a des objectifs plus précis.

La rhéologie est apparue lorsqu'il a été nécessaire de décrire et d'expliquer les propriétés de matériaux au comportement mal défini et intermédiaire entre celui du solide élastique parfait et celui du fluide Newtonien.

La rhéologie est en fait essentiellement une étude macroscopique et phénoménologique des principaux comportements de la matière sans aborder leur origine moléculaire.

Cependant, si nous voulons expliquer et prévoir totalement l'écoulement et les déformations de ces matériaux, il est indispensable de donner une signification microscopique aux paramètres rhéologiques par l'intermédiaire des modèles moléculaires.

Pour la classe d'écoulement étudiée, nous nous sommes restreints au comportement des matériaux viscoélastiques et plus particulièrement à ceux des polymères thermoplastiques.

Le comportement des fluides viscoélastiques s'apparente à la fois au comportement du solide élastique parfait et du liquide visqueux Newtonien.

Les phénomènes liés au comportement des fluides viscoélastiques sont souvent difficiles à appréhender et à modéliser mathématiquement.

Les effets physiques visibles [1L; 2L; 3L] liés à la viscoélasticité sont:

- l'effet Weissenberg (annexe 5).
- la dépendance des phénomènes physiques par rapport à l'échelle de temps.
- le gonflement en sortie de filière d'extrusion.
- les instabilités et ruptures d'extrudat.

De plus, nous pouvons citer parmi les principales caractéristiques liées au comportement viscoélastique des polymères fondus:

- la présence de différences de contraintes normales dans l'écoulement.
- la dépendance des constantes rhéologiques par rapport au taux de cisaillement et à la température.
- la grande résistance en déformation élongationnelle.
- l'effet mémoire lié à l'élasticité de la matière.
- la dépendance température- taux de cisaillement.

Si nous nous intéressons plus particulièrement au gonflement sortie de filière, les études déjà effectuées sur le sujet montrent que le taux de gonflement s'exprime principalement en fonction [34G]:

- du nombre de Reynold Re pour un fluide Newtonien.
- du rapport des nombres adimensionnés qui caractérisent le comportement du polymère tel que:
 - le nombre de Weissenberg, We
 - le recouvrement en déformation, Sr
 - le nombre de Deborah, De
 - la tension de surface, St
 - ou d'autre nombre comme: $\frac{\lambda}{\eta} \frac{F}{d^2}$
- du rapport $\frac{L}{d}$ ou $\frac{L}{h}$
- de la longueur de la filière: L

Avec:

d : diamètre de la filière

L : longueur de la filière

F : force appliquée sur l'extrudat

λ : temps caractéristique choisi généralement comme le temps de relaxation de la matière

Les lois de comportement peuvent être classées [1L] en trois catégories:

- les lois dites "hiérarchiques":

- c'est une généralisation de la loi de comportement d'un fluide purement visqueux qui fait entrer en ligne de compte les dérivées successives du tenseur vitesse de déformation. Le fait qu'elles ne rendent pas compte des phénomènes d'établissement de la contrainte ou de la recouvrance de la déformation sont leur principal défaut.

- les lois à fonctions mémoires appelées aussi intégrales, principalement utilisées pour des études fines des écoulements. Elles sont de la forme:

$$[\sigma] = \int_{-\infty}^t \phi(t,t') [\epsilon(t')] dt'$$

avec ϕ la fonction mémoire et $[\epsilon]$ le tenseur des déformations

- les lois à dérivation convective de la contrainte:

- elles sont déduites de la modélisation par décomposition en éléments simples élasticité-ressort et viscosité-amortisseur. Nous pouvons citer en référence la loi de Maxwell.

Le choix de la loi de comportement se fait principalement suivant trois critères:

- rendre compte de la réalité physique des écoulements étudiés en restituant l'ensemble des propriétés liées au comportement rhéologique de la matière.

- avoir la possibilité de déterminer les différentes constantes qui interviennent dans la loi rhéologique en effectuant des mesures sur des manipulations simples.

- avoir la possibilité d'introduire ces lois dans des algorithmes de calcul numérique pour des géométries complexes.

L'association du modèle rhéologique à un modèle moléculaire peut permettre de mieux comprendre et expliquer le comportement des écoulements viscoélastiques.

De nombreuses équipes de chercheurs ont développé des codes de calculs permettant la simulation d'écoulement de fluides viscoélastiques.

Pour mettre en jeu le maximum des propriétés liées au caractère viscoélastique des écoulements, des tests sont effectués sur des cas de référence. Les deux principaux sont:

- l'écoulement au travers d'une contraction brutale (4:1)
- l'extrusion au travers d'une filière avec sortie en surface libre (gonflement)

Pour notre étude nous nous intéressons plus particulièrement au gonflement en sortie de filière.

4.1.1 Ecoulements stationnaires

4.1.1.1 Comportement Newtonien et loi puissance

Dès 1974, des résultats ont été publiés par NICKELL et Al [1G]. Le code de calcul, basé sur les routines d'AXFINR, résout par la méthode des éléments finis avec schéma itératif, les équations de la mécanique des fluides écrites sous forme EULERIENNE.

L'écoulement choisi est stationnaire, isotherme, incompressible avec pour loi de comportement le modèle Newtonien.

Les auteurs montrent bien l'influence de la singularité en sortie de filière et de la finesse du maillage sur la précision (principalement sur le tenseur de contraintes). Ce problème est plus sensible pour des fluides très visqueux.

Les taux de gonflement sont calculés à des nombres de Reynolds faibles (inférieur à 2) et il est tenu compte de la tension de surface. Ils correspondent aux résultats expérimentaux [1E] [2E] [3E] [4E].

A partir des mêmes bases numériques (AXFINR) et en conservant le même type d'hypothèse, de nombreuses équipes ont cherché à améliorer les résultats en précision:

- pour des nombres de Reynolds plus importants,
- en prenant mieux compte des tensions de surface,
- en modifiant la géométrie de la filière,
- en modifiant les hypothèses de l'écoulement:
 - lois rhéologiques,
 - non-isothermie.

Parmi les travaux, nous pouvons citer:

- R. I. TANNER et Al [6G] ont calculé le gonflement avec une loi de comportement de type puissance et ont trouvé des résultats pour un fluide Newtonien avec un nombre de Reynolds maximum de 10.

- W. ALLAN [2G] a mis en évidence l'influence de la géométrie de la filière sur le taux de gonflement. Les principales modifications du code de calcul ont été réalisées sur la détermination de la surface libre.

- K. R. REDDY et Al, [3G] ont pu étudier l'effet de la tension de surface et du nombre de Reynolds sur la position de la surface libre.

Les résultats exposés sont limités à des nombres de Reynolds de 50 et des tensions de surface de 1.

- B. J. OMODEI, [4G] a réussi à calculer des solutions pour des nombres de Reynolds de 1000 en utilisant un schéma itératif de recherche de la surface libre avec une méthode asymptotique.

Les résultats prennent en compte l'influence de la tension de surface.

Il est à noter que la convergence de la solution (position de la surface libre) est liée au raffinement du maillage. Ceci étant dû, d'après Omodei, au couplage entre les conditions limites liées à la tension de surface et à la fonction de courbure.

D'autres méthodes numériques ont été utilisées pour calculer le taux de gonflement en sortie de filière.

Avec le même type de conditions initiales et limites, G. A. HILL et AL [5G] ont développé un code de calcul ayant pour base le code SOLASMAC. Les résultats décrits correspondent à des filières cylindriques et rectangulaires pour des nombres de Reynolds limites de 4.2 à 92.3.

Dans certains cas, l'effet de la gravité ou d'une perturbation soudaine a pu être pris en compte.

B. P. HUYNH, [7G] s'est intéressé plus particulièrement à l'extrusion non-isotherme d'un écoulement à modèle Newtonien puis à modèle en loi puissance. La résolution des équations a été effectuée par une méthode aux éléments finis avec schéma itératif.

L'auteur montre l'influence des nombres de Péclet et de Nahme-Griffith sur le taux de gonflement.

Avec un code de calcul aux éléments frontières tri-dimensionnel, M. B. BUSH et AL [14G] ont prédit le gonflement d'un fluide visqueux Newtonien à la sortie d'une filière longue.

Le développement pour des géométries plus complexes et pour des modèles rhéologiques plus sophistiqués est envisageable.

Le problème de la conception tri-dimensionnelle des filières d'extrusion a été abordé par T. TRAN-CONG et AL [16G]. Les auteurs ont appliqué une méthode aux éléments frontières avec des fluides Newtonien. Le passage à des écoulements non-Newtonien semble être possible.

Pour analyser plus particulièrement l'influence de la singularité en sortie de filière, P ANDRE et AL [28G] ont utilisé le concept de ligne de courant.

En partant de solutions analytiques (surface libre pour des nombres de Reynolds inférieurs à 4, ligne de courant), ils déterminent les différentes constantes par minimisation.

Ceci leur a permis de retrouver des taux de gonflement en sortie de filière similaires aux études précédentes.

4.1.1.2 Comportement viscoélastique

La prise en compte du caractère viscoélastique des polymères s'effectue en modifiant l'équation de comportement.

Cette modification met en avant deux types de problèmes:

- des problèmes liés à la discrétisation de la loi de comportement dans le code de calcul
- des problèmes liés à l'écriture de l'équation rhéologique, c'est à dire rendre compte du comportement réel du polymère avec le plus de précision

Si nous regardons l'évolution des principaux codes de calcul utilisés pour des écoulements stationnaires, isothermes, incompressibles en fonction de lois de comportement, nous pouvons citer:

L'utilisation d'une méthode mixte (éléments pression et vitesse différents) d'éléments finis développée par CROCHET et Al et appliquée tout d'abord pour déterminer un écoulement dans une contraction 2:1 [8G], puis pour prédire le taux de gonflement d'un fluide de Maxwell [9G].

Les résultats sont exprimés en fonction du nombre de Deborah pour une filière circulaire, annulaire et une fente.

Au delà d'un nombre de Deborah de 0.7 les valeurs obtenues n'ont pas été prises en compte au vu de la précision du tenseur des contraintes.

En 1982, CROCHET et Al [10G] renouvellent leur étude en utilisant cette fois le modèle d'Oldroyd-B à 3 constantes comme loi de comportement. Les résultats obtenus sont exprimés cette fois ci en fonction du recouvrement en cisaillement Sr et du nombre de Deborah avec :

$$Sr = N1 / (2 \dot{\gamma}_w)$$

$N1$: première différence de contraintes normales

$\dot{\gamma}_w$: taux de cisaillement à la paroi au niveau de l'écoulement développé de Poiseuille

En comparaison avec les travaux théoriques de R. I. TANNER [27G], de bons résultats sont obtenus jusqu'à $De = 3$ et la convergence est assurée jusqu'à $De = 4,5$ pour un gonflement au travers d'une filière circulaire et d'une fente.

La limite de convergence serait due à l'apparition d'oscillations induites par de grandes valeurs du tenseur des contraintes.

CROCHET et Al ont mis en valeur l'influence de la longueur de la filière amont.

Ceci dépendrait de la relaxation de la contrainte induite par les conditions limites. La relaxation de la contrainte se comporte comme $e^{-(x / \lambda u)}$ le long de l'axe x de la filière.

avec

λ : temps de relaxation

u : vitesse fluide

Il est à remarquer que la loi d'Oldroyd-B permet d'augmenter le domaine de solutions, mais il existe toujours une dépendance de la solution par rapport au maillage.

Plus récemment, des développements ont été apportés au code de calcul [11G]. Utilisé sur plusieurs cas de références pour une loi de Maxwell-B et d'Oldroyd-B, il n'a pas été trouvé de nombre limite de Deborah avec le modèle d'Oldroyd-B.

La nouvelle méthode mixte d'éléments finis n'a pas, à ce jour, été encore utilisée pour le calcul du taux de gonflement en sortie de filière.

En utilisant un code d'éléments finis développé à partir de AXFINR et une méthode aux éléments frontières, M. B. BUSH et AL [12G] ont pu calculer les taux de gonflement associés à un fluide de Maxwell.

Les résultats, en concordance avec les publications précédentes, montrent les lacunes du modèle de Maxwell.

Suite à cette étude et avec la méthode aux éléments frontières, M. B. BUSH et Al [13G] ont comparé plusieurs lois rhéologiques:

- Oldroyd-B
- Phan-Thien Tanner (PTT)
- Modified Phan-Thien Tanner (MPTT)
- Leonov
- Modified Leonov

Les auteurs montrent bien l'importance du modèle rhéologique et de la méthode de résolution sur les résultats. A été étudiée l'influence de divers facteurs:

- pour le modèle rhéologique:
 - choix des constantes des modèles
 - prise en compte du comportement au cisaillement
 - prise en compte du comportement élongationnel
- pour l'influence de la méthode de résolution:
 - choix du code:
 - éléments finis
 - éléments frontières
 - raffinement du maillage
 - distribution du maillage
 - géométrie de la filière
 - longueur du maillage aval

Les différences de résultats les plus explicites sont:

- taux de gonflement différents
- apparition d'instabilité (ondulation)
- non convergence numérique à partir d'un nombre de Weissenberg limite.

Pour améliorer la prédiction du taux de gonflement avec ce type de code de calcul, BUSH et Al préconisent l'utilisation d'une loi de comportement plus adéquate (Modified Leonov ou MPTT).

M. B. BUSH [18G] (avec une méthode aux éléments frontières) montre dans l'étude d'un cas réel qu'il est possible d'obtenir des résultats corrects de taux de gonflement en utilisant un modèle différentiel de Léonov.

La précision obtenue est identique à celle des modèles intégraux.

Parmi l'ensemble des codes d'éléments finis qui ont été développés pour l'étude du gonflement des fluides viscoélastiques, nous pouvons citer les travaux de E. MITSOULIS et AL [19G], [20G] [21G].

Ces travaux ont principalement porté sur la définition d'une loi de comportement capable de simuler leurs expérimentations.

Leur démarche s'appuie sur la mise en place de modèles les plus simples possibles capables de reproduire les propriétés fondamentales des fluides viscoélastiques observés.

Bien que les critères d'objectivité et d'invariance tensorielle ne soient pas respectés et que l'écoulement doit être structuré suivant une direction principale, les résultats obtenus numériquement sont en concordance avec les expérimentations.

Cela tendrait à montrer que la dérivation objective du tenseur des contraintes contribue peu à la solution alors que c'est un des facteurs prépondérants de la non convergence des solutions numériques.

V. D. MURTY [26G], s'est penché sur le problème de l'évolution du taux de gonflement par rapport aux forces de traction dans un processus de production de fibre.

Les calculs effectués avec une méthode aux éléments finis pour une loi puissance et un fluide du second ordre montre l'influence du rapport d'étirage sur la formation de la surface libre.

Si peu de difficultés ont été rencontrées lors de l'utilisation de la loi puissance, des oscillations en pression sont apparues avec le modèle viscoélastique pour des nombres de Weissenberg élevés.

B. CASWELL et M. VIRIYAYUTHAKORN [25G] ont développé une méthode d'éléments finis avec schéma itératif de convergence pour la surface libre et une formulation intégrale de la loi de Maxwell.

Ils ont trouvé des taux de gonflement pour des nombres de Deborah inférieurs à 1.

Pour eux, la principale cause de non convergence ne viendrait pas du choix du schéma itératif de surface libre mais de l'apparition de grandes valeurs du tenseur des déformations.

A. C. PAPANASTASIOU et Al ont mis en oeuvre une méthode aux éléments finis avec un modèle intégro-différentiel non-linéaire de loi de comportement.

La convergence des solutions est assurée pour des nombres de Weissenberg inférieurs à 2 pour le gonflement en sortie de filière.

L'étude réalisée sur le comportement d'un écoulement viscoélastique et d'une dispersion de fibres dans un fluide Newtonien par TASOS C. PAPANASTASIOU [23G] nous montre l'influence des paramètres d'extrusion sur la forme de la surface libre et l'orientation des fibres.

Les calculs ont été effectués avec une méthode aux éléments finis et des modèles rhéologiques intégro-différentiels.

Les difficultés numériques qui apparaissent pour des nombres de Weissenberg élevés, proviendraient plus de l'évolution exponentielle de la solution par rapport au temps que de la variation du tenseur des déformations imposée par le modèle viscoélastique.

R. D. WESSON et AL [24G] ont cherché à diminuer l'influence du point singulier en sortie de filière en introduisant une modélisation de la couche limite.

Les calculs ont été réalisés par la méthodes aux éléments finis avec les modèles différentiels de Maxwell et d'Oldroyd-B.

Si la couche limite améliore la stabilité des calculs, elle ne permet pas d'augmenter de façon significative le nombre de Weissenberg limite.

Pour étendre le domaine de stabilité des calculs, R. D. WESSON et AL [29G], ont utilisé le modèle intégrale de Curtis-Bird.

Ce modèle a pour principales caractéristiques:

- une origine moléculaire
- des constantes qui dépendent des caractéristiques moléculaires
- un spectre de temps de relaxation et une relation monotone entre contrainte et déformation
- un comportement stable dans les études mono - dimensionnelles
- une modélisation peu réelle du comportement instationnaire (variation brusque de la contrainte)

La méthode aux éléments finis qui a été développée converge par une méthode de Newton.

Le domaine de convergence a pu être étendu à des nombres de Weissenberg de 0.3 à 500.

L'étude non-isotherme de l'extrusion d'un fluide viscoélastique par J. F. MILTHORPE et AL [17G] a mis en évidence l'influence de l'échauffement dû aux termes visqueux et aux conditions limites sur le taux de gonflement.

Les calculs par la méthode des éléments finis OLDHOT avec les modèles de Maxwell et d'Oldroyd-B permettent l'obtention de résultats pour des nombres de Weissenberg inférieurs à 1.2.

L'apparition des instabilités serait liée aux lois de comportements.

Les auteurs conseillent l'utilisation du modèle de Phan-Thien-Tanner pour améliorer la convergence.

4.1.2 Ecoulements instationnaires

Comme nous venons de le voir, un nombre important de travaux ont pu définir des taux de gonflement correspondant aux expérimentations pour des nombres de Weissenberg ou de Deborah de plus en plus importants.

De nombreux problèmes liés à la stabilité des schémas numériques restent tout de même en suspens.

Cependant comme l'ont fait remarquer certains auteurs [11G], les codes de calcul précités ne prennent pas en compte les phénomènes instationnaires liés au comportement viscoélastique des polymères dans des processus d'extrusion.

Bien que peu rencontrées en extrusion, les caractéristiques liées aux phénomènes transitoires n'en conservent pas moins un intérêt pratique dans la compréhension globale des phénomènes qui apparaissent.

Si des études ont été réalisées sur l'écoulement instationnaire confiné de fluides Non-Newtonien, peu ont pris en compte l'évolution d'une surface libre.

Ceci est sans doute lié aux problèmes numériques rencontrés lors de l'utilisation simultanée de modèles viscoélastiques (Maxwell, Oldroyd-B, ...), de la prise en compte des termes instationnaires et de la surface libre.

En 1986 KEUNIGS [30G] a recensé 4 publications sur des simulations d'écoulements transitoires complexes.

Deux sont écrites avec une méthode Lagrangienne et les deux autres écrites sous forme Eulérienne mais aucune ne traite d'évolution de surface libre.

Dans sa publication, Keuning, présente une classe d'écoulement viscoélastique instationnaire avec surface libre.

C'est une méthode de résolution Galerkin / éléments finis avec schéma prédicteur correcteur pour l'intégration temporelle qui a été mise en oeuvre.

L'étude porte sur le comportement d'un fluide Newtonien et de fluides viscoélastiques.

C'est le modèle rhéologique d'Oldroyd-B qui a été utilisé pour ne pas avoir des temps de calculs trop importants.

Des résultats satisfaisants sur les effets non linéaires dus aux forces de capillarité ont été mis en évidence.

Plus récemment D. W. BOUSFIED et AL [31G], ont mis en oeuvre le même code de calcul [30G] pour étudier la déformation transitoire d'une 'bulle' dans un écoulement viscoélastique en extension. Les résultats corroborent les études faites précédemment.

N. PHAN-THIEN [32G], a utilisé une méthode aux éléments frontières instationnaires pour étudier l'influence d'une modélisation de la vitesse de glissement de la couche limite dans une filière d'extrusion.

En fait l'auteur conserve les équations stationnaires de la mécanique des fluides et ne traite que le caractère instationnaire de la loi de comportement.

Les résultats montrent que la vitesse de glissement réduit à la fois le taux de gonflement et le nombre de Weissenberg limite.

Nous pouvons aussi citer le code de calcul FIDAP [33G] qui permet de calculer des écoulements instationnaires avec surface libre avec lois de comportement de type puissance.

4.1.3 les méthodes EULER - LAGRANGE

Comme nous l'a montré la bibliographie précédente, il n'existe pas à notre connaissance de travaux publiés sur l'étude instationnaire de l'extrusion avec surface libre de polymères viscoélastiques.

Or dans le procédé TRICAL, les phénomènes les plus importants apparaissent lors de l'évolution de la géométrie de la section de l'outillage.

Pour modéliser le gonflement instationnaire, nous avons cherché un algorithme numérique qui permette:

- la prise en compte des termes instationnaires
- le suivi de la surface libre au cours du calcul
- l'intégration des lois de comportement des fluides viscoélastiques

Parmi les codes existant, notre choix s'est porté sur une méthode Arbitraire Euler-Lagrange (A.L.E).

Cette méthode développée initialement par le Los Alamos Scientific Laboratory [3EL] [1EL], permet d'associer les deux points de vue fondamentaux de la mécanique des fluides [7L]:

- point de vue lagrangien, pour lequel les points du maillage sont solidaires de l'écoulement et donc se déplacent en suivant son mouvement
- point de vue Eulérien, qui considère le maillage comme la référence fixe de l'écoulement fluide

Les deux méthodes ont leurs avantages et leurs inconvénients:

- la méthode Lagrangienne permet de mieux appréhender les problèmes aux conditions limites et d'affiner la recherche de solutions à des endroits précis de l'écoulement. Mais cette méthode n'est plus adéquate pour des écoulements ayant de grandes distorsions (déformation du maillage)
- à l'inverse la méthode Eulérienne, permet de calculer des solutions pour des écoulements à grandes distorsions mais en générale ne permet pas de bien simuler les conditions aux limites

En associant les deux techniques, la méthode ALE utilise les qualités des deux méthodes en minimisant les défauts qui leurs sont associés.

Pour un écoulement incompressible et isotherme, l'algorithme se décompose en deux phases:

Phase 1:

- le calcul implicite en Lagrangien des caractéristiques de l'écoulement en suivant le mouvement

Phase 2:

- la détermination arbitraire du déplacement du maillage et le calcul explicite des flux de convection et de diffusion associés au déplacement du maillage.

C'est la méthode aux éléments finis qui est utilisée pour la discrétisation spatiale.

Une attention toute particulière doit être prise lors de la détermination du champ de déplacement arbitraire du maillage.

Une déformation trop importante des mailles peut générer des défauts en précision et des instabilités numériques.

Une discrétisation temporelle du premier ordre est utilisée pour assurer la convergence des calculs.

Différents travaux ont cherché à améliorer le champ d'investigation de la méthode ALE.

W. E. PRACHT [4EL] a ainsi mis en oeuvre une version tri-dimensionnelle du code en s'assurant des critères de stabilité du schéma.

Le code de calcul CONCHAS [2EL] a été développé pour prendre en compte l'influence de réaction chimique.

S. P. NEUMAN [5EL] [6EL] a utilisé le principe ALE sur des problèmes de "dispersion-convection".

Plus récemment, L. D. CLOUTMAN [7EL] s'est intéressé tout particulièrement à la suppression des oscillations qui apparaissent lors de la phase de déplacement du maillage.

Ces oscillations seraient dues principalement aux erreurs de troncatures sur les termes de convection.

B. RAMASWAMY [9EL] a appliqué la méthode A.L.E à l'étude d'un écoulement de fluide visqueux avec surface libre. L'amortissement des ondulations linéaires ou non linéaires de la surface libre sous l'effet de la viscosité a été montré. De même, l'auteur s'est penché sur le problème de la génération et de la propagation d'ondes de surface.

Un code de calcul de type ALE a été développé au Laboratoire de Mécanique de Lille [8EL] pour étudier des écoulements isothermes, incompressibles, instationnaires et turbulents.

La géométrie du domaine étudié étant fixe, la discrétisation des équations de la mécanique des fluides a, dès le départ, tenu compte du non-déplacement du maillage.

Cette hypothèse a principalement influencé l'écriture de l'algorithme pour:

- l'écriture des termes de convection (Eulérien pur)
- les termes de surface et de masse qui restent constant tout au long des calculs
- les conditions aux limites qui ne prévoient pas l'évolution de surface libre

4.2 Le code de calcul développé

4.2.1 Position du problème

Lorsque l'on cherche à écrire sous forme d'équations un problème de dynamique des fluides, le principal objectif est de faire correspondre aux phénomènes physiques l'évolution des variables de la formulation.

Dans la mise en forme d'un filet avec le procédé d'extrusion TRICAL nous sommes en présence d'un certain nombre de phénomènes physiques induits par:

- un écoulement annulaire confiné dans la tête d'extrusion
- une section annulaire non constante
- une surface libre en sortie de la filière
- la variation dans le temps de la section de sortie du polymère
- le bi-étirage du produit en sortie de filière
- l'auto échauffement du polymère par cisaillement dans la tête d'extrusion
- le refroidissement du polymère une fois sorti de l'outillage
- le comportement viscoélastique des polymères utilisés (PEHD, PEBD, PE...)

Si le but de la modélisation était de simuler l'ensemble des phénomènes qui apparaissent, la formulation devrait être:

- en repère cylindrique, tri-dimensionnelle, non isotherme, instationnaire,
- avec des conditions aux limites permettant la prise en compte de la surface libre,
- conditions aux limites permettant la prise en compte du bi-étirage,
- prise en compte du comportement viscoélastique des polymères extrudés:
 - relation contraintes-déformation,
 - modification de la masse volumique lors du gonflement.

En référence aux différentes bibliographies effectuées, il serait utopique de vouloir traiter le problème dans son ensemble.

Nous nous sommes restreints à la modélisation des phénomènes les plus importants.

Après avoir vérifié expérimentalement le caractère laminaire de l'écoulement dans l'outillage et pour prendre en compte les temps de calculs liés à ce type de simulation, l'écoulement est considéré **bi-dimensionnel** avec un système de **coordonnées cartésiennes**.

La **surface libre** impose une formulation qui permette le déplacement de la frontière. C'est la raison pour laquelle nous avons utilisé le formalisme **A.L.E** (Arbitrary Lagrangian-Eulérien) qui autorise le déplacement du maillage suivant une vitesse arbitraire appelée 'vitesse de grille'.

Pour tenir compte des variations de la section, il faut prendre en compte les phénomènes **instationnaires**.

Dans un premier temps, un domaine restreint de la géométrie de l'écoulement a été étudié. Tenant compte du fait que les polymères ont un coefficient de diffusibilité thermique faible, les transferts de chaleur externes peuvent être négligés. Par contre les échauffements internes ne sont pas négligeables. Mais en nous référant aux études déjà effectuées et en première approche, l'écoulement peut être considéré **isotherme**.

D'après l'ensemble des expérimentations réalisées à l'heure actuelle, la modification de la masse volumique intervient peu dans le calcul de la surface libre. L'écoulement est donc considéré **incompressible**.

Dans un premier temps, c'est le modèle **rhéologique Newtonien** qui a été utilisé. L'étude a été réalisée en fonction du nombre de Reynolds en entrée de filière.

Dans un deuxième temps, l'étude a porté sur la modélisation des polymères utilisés dans le procédé TRICAL.

Suite à une étude rhéologique réalisée sur un polymère de référence, nous avons déterminé les constantes des modèles qui approchent le mieux le comportement des hauts polymères:

- loi puissance
- modèle de Maxwell

4.2.2 Formulation des équations

Nous sommes en présence d'un problème de dynamiques des fluides avec prise en compte d'une surface libre et de lois de comportement spécifique.

La prise en compte de la surface libre se fait à l'aide de la formulation A.L.E.

Le point de vue mixte Eulérien Lagrangien, nommé A.L.E, permet de combiner les deux points de vue et ainsi permettre le déplacement du maillage à une vitesse arbitraire. Dans le cas de la surface libre la vitesse de grille est fonction des conditions limites qui lui sont associées.

Pour un fluide homogène, visqueux, incompressible, isotherme et pour un écoulement instationnaire, les équations qui transcrivent l'évolution du milieu sont:

- l'équation de conservation de la masse.
- l'équation de conservation de la quantité de mouvement.

Dans un repère carthésien les équations bidimensionnelles s'écrivent en utilisant la convention d'Einstein:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div} (\rho \vec{u}) = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \text{div} \rho \vec{u} \otimes \vec{u} = \text{div} \vec{\sigma} \quad (4.2)$$

Sous forme intégrale, pour le domaine de contrôle D se déplaçant à la vitesse $\vec{w}$, l'élément fluide de surface S et de contour Γ , nous obtenons (annexe 1):

- Pour la conservation de la masse:

$$\left(\frac{D}{Dt} \right)_{\vec{w}} \int_S \rho \, dS - \int_{\Gamma} \rho \, \vec{U} \cdot \vec{n} \, d\Gamma = 0 \quad (4.3)$$

- Pour la conservation de la quantité de mouvement: (4.4)

$$\left(\frac{D}{Dt} \right)_{\vec{w}} \int_S \rho \, \vec{u} \, dS - \int_{\Gamma} \rho \, \vec{u} \otimes \vec{U} \cdot \vec{n} \, d\Gamma = \int_S \text{div } \vec{\sigma}$$

$$\text{avec } \vec{\sigma} = \vec{\pi} - p \cdot \vec{T} \quad (4.5)$$

$$\text{soit: } \int_S \text{div } \vec{\sigma} \, dS = \int_S - \text{grad } p \, dS + \int_S \text{div } \vec{\pi} \, dS \quad (4.6)$$

avec:

$$\vec{U} = \vec{w} - \vec{u}$$

$\vec{u}$: vitesse du fluide

$\vec{w}$: vitesse arbitraire du maillage

$\vec{U}$: vitesse relative du fluide par rapport au maillage

Nous avons donc trois équations pour déterminer sept variables fonctions de x , y et t .

Les variables sont:

- la vitesse $\vec{u}$ avec deux composantes: u et v
- le tenseur des contraintes $[\vec{\pi}]$ avec quatre composantes
- la pression p

Les quatre équations qui manquent sont apportées par la loi de comportement.

Lors de notre étude nous avons utilisé les modèles suivant:

- Le modèle Newtonien:

$$[\vec{\pi}] = 2 \eta [\vec{\epsilon}] \quad (4.7)$$

- Le modèle pseudoplastique ou loi puissance:

$$[\vec{\pi}] = 2 K \dot{\bar{\gamma}}^{m-1} [\vec{\epsilon}] \quad (4.8)$$

avec

$$\dot{\bar{\gamma}} = 2 \sqrt{J_2 (\vec{\epsilon})} \quad (4.9)$$

J_2 : deuxième invariant du tenseur vitesse de déformation

- Le modèle de Maxwell:

$$[\vec{\pi}] + \lambda \frac{\delta}{\delta t} [\vec{\pi}] = 2 \eta [\vec{\epsilon}] \quad (4.10)$$

- Le modèle d'Oldroyd:

$$[\vec{\pi}] + \lambda_1 \frac{\delta}{\delta t} [\vec{\pi}] = 2 \eta [\vec{\epsilon}] + \lambda_2 \frac{\delta}{\delta t} [\vec{\epsilon}] \quad (4.11)$$

avec:

η : viscosité

K et m : constantes rhéologiques

λ , λ_1 et λ_2 : temps caractéristiques

Nous avons utilisé le formalisme d'Oldroyd pour écrire La dérivée objective $\frac{\delta}{\delta t}$ des tenseurs de contrainte et de déformation.

En prenant en compte la possibilité d'évolution du maillage (surface libre), la forme générale s'écrit [8L] [1L] [5L]:

(4.12)

$$\frac{\delta}{\delta t} [\vec{\pi}] = \left(\frac{D}{D t} \right)_{\vec{w}} [\vec{\pi}] - (\text{grad } \vec{u}) [\vec{\pi}] - [\vec{\pi}] (\text{grad}' \vec{u})$$

avec

$$\left(\frac{D}{D t} \right)_{\vec{w}} [\vec{\pi}] = \frac{\partial}{\partial t} [\vec{\pi}] + \vec{U} \text{grad} [\vec{\pi}] \quad (4.13)$$

4.2.3 La méthode ALE développée

La technique A.L.E consiste à décomposer suivant une méthode à deux demi-pas fractionnaire l'opérateur $\left(\frac{D}{Dt} \right)_{\vec{w}}$ en deux opérateurs.

Il est à remarquer:

$$\left(\frac{D}{Dt} \right)_{\vec{w}} \int_S A \, dS = \int_S \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \text{div } \vec{w} A \right) dS \quad (4.14)$$

$$= \int_S \left(\frac{\partial A}{\partial t} + \text{div } \vec{u} A + \text{div } (\vec{w} - \vec{u}) A \right) dS \quad (4.15)$$

$$= \left(\frac{D}{Dt} \right)_{\vec{u}} \int_S A \, dS + \int_{\Gamma} \vec{U} \cdot \vec{n} \, d\Gamma \quad (4.16)$$

D'où la décomposition:

- 1er demi-pas où phase 1:

$$\left(\frac{D}{Dt} \right)_{\vec{u}} \int_S dS = 0 \quad (4.17)$$

$$\left(\frac{D}{Dt} \right)_{\vec{u}} \int_S \vec{u} \, dS = \frac{1}{\rho} \int_S \text{div } \vec{\pi} \, dS \quad (4.18)$$

- 2ème demi-pas où phase 2:

$$\left(\left(\frac{D}{Dt} \right)_{\vec{w}} - \left(\frac{D}{Dt} \right)_{\vec{u}} \right) \int_S dS - \int_{\Gamma} \vec{U} \cdot \vec{n} \, d\Gamma = 0 \quad (4.19)$$

$$\left(\left(\frac{D}{Dt} \right)_{\vec{w}} - \left(\frac{D}{Dt} \right)_{\vec{u}} \right) \int_S \vec{u} \, dS - \int_{\Gamma} \vec{u} \otimes \vec{U} \cdot \vec{n} \, d\Gamma = 0 \quad (4.20)$$

La phase 1 correspond au suivi d'une particule dans son mouvement (phase Lagrangienne; $\vec{w} = \vec{u}$, $\vec{U} = \vec{0}$) ce qui revient à calculer les vitesses sous les forces de pression et de viscosité. La pression est déterminée pour obtenir un champ de vitesse $\vec{u}$ à divergence nulle

La phase 2 correspond à la prise en compte des termes de transport avec $\vec{U} = \vec{w} - \vec{u}$. La vitesse de grille arbitraire $\vec{w}$ est fonction de la vitesse de déplacement de la surface libre.

4.2.3.1 Discrétisation temporelle

La discrétisation temporelle est de type différences finies au premier ordre, soit pour une variable A:

$$\frac{D A}{D t} = \frac{A(t + \Delta t) - A(t)}{\Delta t}$$

La méthode ALE correspond à une méthode à pas fractionnaire. A chaque phase nous avons associé un indice inférieur relatif au n-ième cycle de calcul auquel correspond l'instant t (A_n) incrémenté de un pour le cycle suivant t + Δt (A_{n+1}).

- Phase 1: semi-implicite

Les équations s'écrivent entre les instants n et 1:

$$\frac{1}{\Delta t} \left[\int_{S_1} dS_1 - \int_{S_n} dS_n \right] = 0 \quad (4.21)$$

(4.22)

$$\frac{1}{\Delta t} \left[\int_{S_1} \vec{u}_1 dS_1 - \int_{S_n} \vec{u}_n dS_n \right] = \frac{1}{\rho} \left[\int_{S_1} -\vec{\nabla} p_1 dS_1 + \int_{S_n} \text{div } \vec{\pi} dS_n \right]$$

Tout point de la surface S_1 étant lié au point de surface S_n par la transformation $\vec{x}_1 = \vec{x}_n + \vec{u}_1 \Delta t$

- 2ème phase: explicite

C'est au cours de la deuxième phase que sont pris en compte les termes convectifs. Les équations s'écrivent entre les instants 1 et n+1:

$$\frac{1}{\Delta t} \left[\int_{S_{n+1}} dS_{n+1} - \int_{S_1} dS_1 \right] - \int_{\Gamma_1} \vec{U}_1 \cdot \vec{n} d\Gamma_1 = 0 \quad (4.23)$$

(4.24)

$$\frac{1}{\Delta t} \left[\int_{S_{n+1}} \vec{u}_{n+1} dS_{n+1} - \int_{S_1} \vec{u}_1 dS_1 \right] - \int_{\Gamma_1} \vec{u}_1 \otimes \vec{U}_1 \cdot \vec{n} d\Gamma_1 = 0$$

Tout point de la surface S_{n+1} étant lié au point S_1 par la transformation $\vec{x}_{n+1} = \vec{x}_n + \vec{w}_n \Delta t$

Il est à remarquer que l'équation (4.23) est identiquement vérifiée.

En effet, au premier ordre, il est possible d'écrire:

$$\int_{S_{n+1}} dS_{n+1} = \int_{S_1} (1 + \operatorname{div} \vec{U}_1 \cdot \Delta t) dS_1$$

De plus

$$\int_{\Gamma_1} \vec{U}_1 \cdot \vec{n} d\Gamma_1 = \int_{S_1} \operatorname{div} \vec{U}_1 dS_1$$

La même approche peut être faite pour l'équation (4.21):

$$\int_{S_1} dS_1 - \int_{S_n} dS_n = \int_{S_n} (1 + \operatorname{div} \vec{u}_1 \cdot \Delta t) dS_n - \int_{S_n} dS_n$$

Soit :

$$\int_{S_n} \operatorname{div} \vec{u}_1 dS_n = 0 \quad (4.25)$$

Il reste donc trois équations à résoudre:

$$\int_{S_n} \operatorname{div} \vec{u}_1 dS_n = 0 \quad (4.25)$$

(4.26)

$$\frac{1}{\Delta t} \left[\int_{S_1} \vec{u}_1 dS_1 - \int_{S_n} \vec{u}_n dS_n \right] = \frac{1}{\rho} \left[\int_{S_1} -\vec{\nabla} p_1 dS_1 + \int_{S_n} \operatorname{div} \vec{\pi} dS_n \right] \quad (4.27)$$

$$\frac{1}{\Delta t} \left[\int_{S_{n+1}} \vec{u}_{n+1} dS_{n+1} - \int_{S_1} \vec{u}_1 dS_1 \right] - \int_{\Gamma_1} \vec{u}_1 \otimes \vec{U}_1 \cdot \vec{n} d\Gamma_1 = 0$$

La méthode de résolution se déroule phase par phase:

- 1ère phase (phase Lagrangienne):

A chaque cycle n , connaissant $\vec{u}_n$, il est possible d'éliminer $\vec{u}_1$ entre (4.25) et (4.26).

De même nous pouvons calculer le tenseur des contraintes $\vec{\pi}_n$.

Le système est résolu pour obtenir le champ des pressions p_1 et ainsi déduire $\vec{u}_1$ par (4.26).

- 2ème phase (phase de transport):

A partir de (4.27), nous déterminons directement $\vec{u}_{n+1}$.

4.2.3.2 Discrétisation spatiale

La discrétisation spatiale est de type éléments finis.

Le domaine D de l'écoulement est recouvert par un maillage régulier de quadrilatères appelé maille repérée par l'indice i suivant les abscisses et j suivant les ordonnées (schéma 4.1).

Chaque maille est définie par sa surface $S(i,j)$ et par sa frontière $\Gamma(i,j)$ déterminée par 4 noeuds d'indices respectifs (i,j) , $(i+1,j)$, $(i+1,j+1)$, $(i,j+1)$.

La maille (i,j) est la transformée du carré de coté unité par la transformation:

$$\vec{x} = \sum_{k=1}^4 \vec{x}_k N_k(\xi, \alpha)$$

avec

$$\begin{array}{lll} N_1 = (1-\xi)(1-\alpha) & x_1 = x(i, j) & y_1 = y(i, j) \\ N_2 = \xi(1-\alpha) & x_2 = x(i+1, j) & y_2 = y(i+1, j) \\ N_3 = \alpha\xi & x_3 = x(i+1, j+1) & y_3 = y(i+1, j+1) \\ N_4 = (1-\xi)\alpha & x_4 = x(i, j+1) & y_4 = y(i, j+1) \end{array}$$

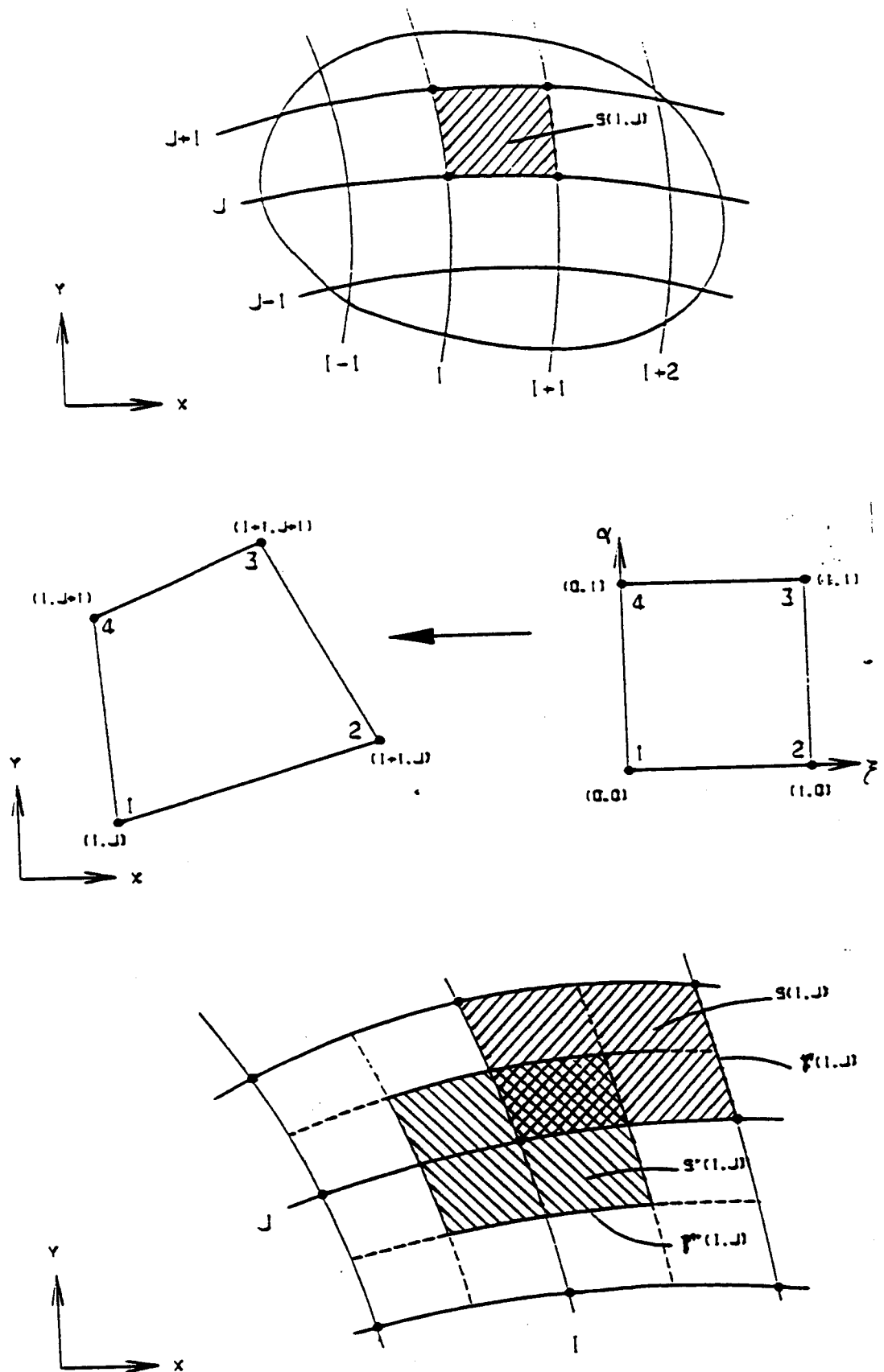
Le champ des vitesses est continu dans tout le domaine et sa restriction à chaque maille $S(i,j)$ est bilinéaire (élément isoparamétrique) et s'exprime en fonction des vitesses aux noeuds $\vec{u}(i,j)$ avec le même formalisme que précédemment:

$$\vec{u} = \sum_{k=1}^4 \vec{u}_k N_k(\xi, \alpha)$$

La pression p , la densité ρ , le tenseur des contraintes $\vec{\pi}$ et le tenseur des déformations $\vec{\epsilon}$ sont choisis constants sur chaque maille.

Il est à remarquer qu'en fonction des variables des équations, le domaine géométrique, S ou S' de discrétisation est différent.(figure 4.1)

SCHEMA 4.1



4.2.3.2.1 Discrétisation de l'équation de continuité

Il faut discrétiser l'équation (4.25) sur les surfaces $S(i,j)$ de contour $\Gamma(i,j)$:

$$\int_{S_n} \text{div } \vec{u}_1 dS_n = 0$$

L'évaluation de cette intégrale sur chaque maille (i,j) conduit à des relations linéaires faisant intervenir des coefficients géométriques qui correspondent aux 4 noeuds de la maille et qui sont notés $CX(i,j,k)$, $CY(i,j,k)$ (pour $k=1,4$) (voir annexe 2).

Ces relations sont symbolisées par:

$$F_{ij}(CX,CY,\vec{u}_1) = 0 \quad (4.28)$$

4.2.3.2.2 Discrétisation de l'équation de conservation de la quantité de mouvement en Lagrangien

L'équation (4.26) est discrétisée sur les surfaces $S'(i,j)$ de contour $\Gamma'(i,j)$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} \left[\int_{S'_{(i,j)}} \vec{u}_1 dS_1 - \int_{S'_{(i,j)}} \vec{u}_n dS_n \right] &= \frac{1}{\rho} \left[\int_{S'_{(i,j)}} -\vec{\nabla} p_1 dS_1 + \int_{S'_{(i,j)}} \text{div } \vec{\pi}_n dS_n \right] \\ &= \frac{1}{\rho} \left[\int_{\Gamma'_{(i,j)}} p_1 \cdot \vec{n} d\Gamma_1 + \int_{\Gamma'_{(i,j)}} \vec{\pi}_n \cdot \vec{n} d\Gamma_n \right] \end{aligned}$$

La discrétisation des intégrales de pression et de contraintes visqueuses font intervenir les mêmes coefficients géométriques $CX(i,j,k)$ et $CY(i,j,k)$ que lors de la discrétisation de l'équation de quantité de mouvement.

La pression étant prise constante sur chaque maille, la détermination de l'intégrale de pression ne pose pas de problèmes.

Par contre, suivant la loi de comportement choisie, la détermination du tenseur des contraintes donne lieu à un algorithme spécifique.

Afin de déterminer les intégrales de vitesses (premiers termes de l'équation) en évitant la résolution d'un système matriciel faisant intervenir les vitesses de tous les noeuds environnants la surface S'_j , nous introduisons une approximation supplémentaire: la vitesse $\vec{u}$ est admise constante sur $S'(i,j)$ et est égale à la vitesse au noeud "central" $\vec{u}(i,j)$.

Nous aboutissons finalement à une relation de la forme:

$$\vec{u}_1 = G_{ij}(CX, CY, p_1, \vec{\pi}, \vec{u}_n, \Delta t, M) \quad (4.29)$$

4.2.3.2.3 Calcul de la pression et des vitesses Lagrangiennes

En remplaçant dans (4.28) $\vec{u}_1$ par l'expression deduite de (4.29), nous obtenons un système linéaire de la forme:

$[CP] \cdot [p_1] = [SM]$ où les $[CP]$ représente un tableau de coefficients géométriques $CP(i,j,k)$, combinaisons des coefficients CX et CY des mailles voisines à chaque surface $S(i,j)$ (figure 4.1), et $[SM]$ la matrice des seconds membres $SM(i,j)$ représentant la contribution des tenseurs de contraintes et des divergences de vitesse du cycle de calcul précédent.

Sachant que nous définirons dans les conditions aux limites des mailles à pression fixées, et pour réduire la résolution, nous remplaçons le système matriciel par $[CP] \cdot [p_1 - p_n] = [SM]$, en faisant intervenir dans le second membre $SM(i,j)$ le même type de contribution des pressions du cycle de calcul précédent.

Pour atténuer les erreurs dues à l'hypothèse faite sur les vitesses, nous effectuons dans un premier temps une correction à posteriori sur les vitesses $\vec{u}_1$ puis nous recherchons la valeur du champ des pressions qui découle de cette modification.

4.2.3.2.4 Correction à posteriori de la pression et des vitesses Lagrangiennes

Il s'agit, au cours de cette correction, d'atténuer les effets liés à l'hypothèse faite sur les vitesses au cours du calcul des intégrales de la forme:

$$\int_{S'(i,j)} \vec{u}_1 dS_1$$

En effet, le fait de prendre les vitesses constantes sur les surfaces $S'(i,j)$ entourant les noeuds a l'inconvénient de découpler la vitesse d'un noeud par rapport à ses noeuds voisins.

Ce découplage a peu d'importance lors de configurations géométriques simples, mais il peut entraîner des instabilités de vitesses lorsque le facteur de forme ou la dimension des mailles est trop important par rapport aux gradients de vitesse.

Pour pallier cet inconvénient, nous réintroduisons en fin de cycle un couplage des vitesses.

L'équation de la quantité de mouvement dans la phase Lagrangienne s'écrit:

$$\frac{1}{\Delta t} \left[\int_{S'(i,j)} \vec{u}_1 dS_1 - \int_{S'(i,j)} \vec{u}_n dS_n \right] = f(p_1, \rho) + g(\vec{\pi}_n, u_n^2 \rho) \quad (4.30)$$

Les vitesses sont bilinéaires sur chaque maille.

$$\vec{u} = \sum_{k=1}^4 \vec{u}_k N_k(\xi, \alpha)$$

L'intégration donne alors:

$$\begin{aligned} \int_{S'(i,j)} \vec{u}_1 dS_1 &= \sum_{q=1}^4 \int_{S'(i,j)} \left(\sum_{k=1}^4 \vec{u}_{1(k)} N_k(\xi, \alpha) \right)_q ds_q \\ &= \sum_{k=1}^4 CV_{ij}(k) \vec{u}_{1(k)} \end{aligned}$$

L'équation (4.30) peut alors s'écrire:

$$\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) (\vec{u}_{l(k)} - \vec{u}_{n(k)}) = f(p_i, \rho) + g(\vec{\pi}_n, u_n^* \rho)$$

Avec $CV_{ij}(k)$ coefficient géométrique traduisant la contribution de la vitesse du k-i ème noeud entourant le noeud (i,j).

Il est possible d'ajouter dans cette relation, sans la modifier, les vitesses aux cycles de calcul n et i du noeud (i,j) et leurs opposées.

Si nous notons $\vec{u}_i^*$ les vitesses calculées en première hypothèse dans l'algorithme, nous pouvons obtenir pour chaque noeud une correction de vitesses qui réduit les effets néfastes du découplage tout en évitant la résolution d'un système matriciel.

Nous obtenons la forme suivante (annexe 3):

$$\vec{u}_i = \vec{u}_n + \frac{\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) (\vec{u}_{l(k)}^* - \vec{u}_{n(k)})}{\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k)} + f(p_i - p_i^*, \rho) \quad (4.31)$$

La détermination en première hypothèse de $\vec{u}_{l(k)}^*$ et p_i^* permet de calculer la valeur corrigée de p_i en posant $\text{div } \vec{u}_i = 0$.

Soit:

$$\begin{aligned} \text{div } (f(p_i - p_i^*, \rho)) &= \text{div } \left(\vec{u}_n + \frac{\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) (\vec{u}_{l(k)}^* - \vec{u}_{n(k)})}{\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k)} \right) \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.32)$$

Connaissant p_i , il est possible d'obtenir la valeur du champ de vitesse $\vec{u}_i$ corrigé à l'aide de (4.31).

4.2.3.2.5 Prise en compte des flux convectifs - équation de transport

Nous avons vu précédemment (chapitre 4.331) que l'équation de conservation de la masse est automatiquement satisfaite.

L'équation de transport (4.27) s'écrit:

$$\frac{1}{\Delta t} \left[\int_{S'_{(i,j)}^{n+1}} \vec{u}_{n+1} dS - \int_{S'_{(i,j)}} \vec{u}_1 dS \right] - \int_{\Gamma'_{(i,j)}} \vec{u}_1 \otimes \vec{U}_1 \cdot \vec{n} d\Gamma_1 = 0$$

Les intégrales de vitesses sur les surfaces $S'_{(i,j)}$ sont déterminées de la même façon que précédemment (vitesses constantes sur $S'_{(i,j)}$).

Pour l'intégrale des termes convectifs, nous décomposons le contour Γ' en la somme de 8 segments de droites sur lesquels nous faisons l'approximation $\vec{u}_1$ constant, ce qui revient à les écrire pour chaque segment:

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma'_{(i,j)}} \vec{u}_1 \otimes \vec{U}_1 \cdot \vec{n} d\Gamma_1 &= \vec{u}_1 \int_{\Gamma'_{(i,j)}} \vec{U}_1 \cdot \vec{n} d\Gamma_1 \\ &= \vec{u}_1 \int_{\Gamma'_{(i,j)}} (\vec{\omega} - \vec{u})_1 \cdot \vec{n} d\Gamma_1 \end{aligned}$$

Les intégrales de flux se calculent sur chaque segment avec le choix de la vitesse bilinéaire sur chaque maille. La valeur moyenne sur un segment de droite de la vitesse $\vec{u}_1$ est alors obtenue par une technique de type différence-amont qui tient compte du flux, technique qui, si elle est moins précise qu'un schéma centré, a l'avantage de conserver la monotonie des solutions (annexe 4).

Le calcul de $\vec{u}_{n+1}$ est obtenu à l'aide d'une relation de la forme:

$$\vec{u}_{n+1} = H_{ij}(CX, CY, \vec{u}_1, \Delta t, M_n, M_{n+1}) \quad (4.33)$$

4.2.3.2.6 Correction à postériori des vitesses après la phase de convection

Comme pour la phase 1, il est possible d'effectuer une correction à postériori du champ des vitesses.

La vitesse n'est plus supposée constante, mais comme fonction linéaire des vitesses des 9 noeuds entourants $S'(i,j)$ (annexe 3).

$$\sum_{k=1}^9 CV_{ij}^{n+1}(k) \vec{u}_{n+1} - \sum_{k=1}^9 CV_{ij}^n(k) \vec{u}_1 = \left(\sum_{k=1}^9 CV_{ij}^{n+1}(k) \vec{u}_{n+1}^*(k) + \sum_{k=1}^9 CV_{ij}^n(k) \vec{u}_{1(k)} \right) \quad (4.34)$$

La détermination de la vitesse corrigée $\vec{u}_{n+1}$ se déduit directement de l'équation (4.34).

4.2.3.3 Lois de comportement

La résolution de l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la phase Lagrangienne (phase 1) demande la connaissance du tenseur des contraintes $\overrightarrow{\pi}$.

La détermination du tenseur des contraintes dépend de la loi de comportement utilisée.

4.2.3.3.1 Le modèle Newtonien

Pour le modèle Newtonien le tenseur des contraintes s'écrit:

$$[\overrightarrow{\pi}] = 2 \eta [\overrightarrow{\epsilon}]$$

avec

$$[\overrightarrow{\epsilon}] = \frac{1}{2} \left(\overrightarrow{\text{grad}}(\vec{u}) + \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{u})^T \right)$$

Pour les quatres composantes, nous faisons la moyenne sur les surfaces $S(i,j)$.

$$[\overrightarrow{\epsilon}] = \frac{1}{S(i,j)} \int_S \overrightarrow{\epsilon}_{ij} dS$$

Soit:

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^4 - CX_{ij;(k)} u_k$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^4 - CY_{ij;(k)} v_k$$

$$\epsilon_{xy} = \frac{1}{S} \sum_{k=1}^4 - CX_{ij;(k)} v_k - CY_{ij;(k)} u_k$$

$$\epsilon_{yx} = \epsilon_{xy}$$

4.2.3.3.2 Le modèle Pseudoplastique

Pour le modèle Pseudoplastique le tenseur des contraintes s'écrit:

$$[\vec{\pi}] = 2 K \dot{\bar{\gamma}}^{m-1} [\vec{\epsilon}] \quad (4.8)$$

avec

$$\dot{\bar{\gamma}} = 2 \sqrt{J_2(\vec{\epsilon})} \quad (4.9)$$

et J_2 le deuxième invariant du tenseur vitesse de déformation tel que:

$$J_2 = \frac{1}{2} \text{tr} [\vec{\epsilon}]^2$$

En utilisant la procédure développée pour le modèle Newtonien, le calcul du tenseur des contraintes du modèle pseudoplastique est trivial.

4.2.3.3.3 Le modèle de Maxwell

Pour le modèle de Maxwell l'équation s'écrit:

$$[\vec{\pi}] + \lambda \frac{\delta}{\delta t} [\vec{\pi}] = 2 \eta [\vec{\epsilon}]$$

tel que:

$$\frac{\delta}{\delta t} [\vec{\pi}] = \left(\frac{d}{dt} \right)_{\vec{w}} [\vec{\pi}] - (\text{grad } \vec{u}) [\vec{\pi}] - [\vec{\pi}] (\text{grad}^t \vec{u})$$

avec

$$\left(\frac{d}{dt} \right)_{\vec{w}} [\vec{\pi}] = \frac{\partial}{\partial t} [\vec{\pi}] + \vec{U} \text{grad} [\vec{\pi}]$$

L'expression $2 \eta [\vec{\epsilon}]$ se calcule de la même façon que pour le modèle Newtonien.

La partie stationnaire de la dérivée objective du tenseur des contraintes ne pose pas de problèmes particuliers:

$$- (\vec{\text{grad}} \vec{u}) [\vec{\pi}] - [\vec{\pi}] (\vec{\text{grad}}^t \vec{u})$$

Nous utilisons le même principe que pour les gradients de vitesse du tenseur de déformation.

Par contre l'expression $\vec{U} \vec{\text{grad}} [\vec{\pi}]$ demande une attention particulière.

Le gradient du tenseur des contraintes peut s'exprimer de deux façons:

$$C_1 = \frac{1}{S(i,j)} \int_S \vec{U} : \vec{\text{grad}} [\vec{\pi}] dS$$

ou

$$C_2 = \frac{1}{S(i,j)} \int_{\Gamma} \vec{U} [\vec{\pi}] \cdot \vec{n} d\Gamma \quad \text{avec } \text{div } \vec{U} = 0$$

Notre choix s'est porté sur l'expression C_1 . Les termes de $\vec{\text{grad}} [\vec{\pi}]$ sont évalués composante par composante par minimisation d'une fonctionnelle F_c telle que $F_c = \pi_{xx}$, ou π_{xy} , ou π_{yx} , ou π_{yy}

$$F_c^* = F_c^m + \frac{\partial F_c}{\partial x_m} \text{delt}(x_k) + \frac{\partial F_c}{\partial y_m} \text{delt}(y_k)$$

$$\text{delt}(x_k) = x_k - x_m$$

$$\text{delt}(y_k) = y_k - y_m$$

Nous posons erk l'erreur d'approximation:

$$\text{erk} = F_c^* - F_c^k$$

$$\text{avec } R_k^2 = \text{delt}(x_k^2) + \text{delt}(y_k^2)$$

Nous minimisons la fonctionnelle F par rapport à $\frac{\partial F_c}{\partial x_m}$

$$\text{et } \frac{\partial F_c}{\partial y_m} \text{ tel que } F = \sum_{n=1}^4 \frac{(\text{erk}^2)}{R_k^2}.$$

Cela revient à résoudre un système de 2 équations à 2 inconnues pour chaque surface élémentaire $S(i,j)$.

Une fois le gradient des contraintes connu pour chaque surface $S(i,j)$, il suffit de calculer :

$$\frac{1}{S(i,j)} \text{grad} [\vec{\pi}] \int_S (\vec{w} - \vec{u}) dS$$

L'intégrale de vitesse est déterminée avec les techniques décrites précédemment (chapitre 4.3321).

Il reste à discrétiser temporellement le modèle de Maxwell, soit:

$$\frac{[\vec{\pi}_n] - [\vec{\pi}_{n-1}]}{\Delta t} = K(CX_{ij}, CY_{ij}, \vec{u}_n, \vec{w}, \eta, \lambda) \quad (4.35)$$

La procédure de calcul qui vient d'être décrite peut être utilisée pour tous les modèles à dérivée objective de ce type, dont le modèle d'Oldroyd.

4.2.3.4 Conditions aux limites

Les conditions aux limites sont parties intégrantes de la résolution du système d'équations discrétisées.

C'est au travers des conditions aux limites que l'on transcrit la réalité de l'environnement physique du problème.

Cela se traduit dans le choix de la topologie du maillage, des constantes physiques du problèmes (viscosité, masse volumique, ...) et de la modélisation de la frontière entre un environnement déterminé et le domaine de calcul.

De ces choix et principalement de la modélisation dépend la possibilité de corrélation entre les résultats numériques et des valeurs relevées expérimentalement ou en milieu industriel.

Nous avons utilisé cinq types de conditions.

- La condition débit, en imposant un champ de vitesse à la frontière du domaine.

- La condition pression, en imposant la valeur de la pression à la frontière.

- La condition de symétrie des vitesses par rapport à un axe parallèle à ox , en imposant par rapport à l'axe de symétrie l'égalité des composantes u de la vitesse et l'opposé des composantes v :

$$\frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial v}{\partial n} = 2v$$

- La condition de surface libre, en imposant la combinaison d'une condition pression et d'une condition de déplacement de la surface libre.

Il faut déterminer les vitesses w qui permettent de définir le maillage à l'instant $t + \Delta t$.

Le déplacement de la surface libre est relatif à la vitesse normale sur la frontière.

Pour déterminer cette normale, nous faisons l'approximation de la courbe qui passe par l'ensemble des noeuds frontière par une cubic-spline. Ceci permet d'assurer une continuité d'ordre 2 sur la surface libre.

Pour réduire les coûts de calcul, nous déterminons la normale à la cubic spline sans chercher la courbe qui lui est associée.

Le déplacement se fait en posant:

$$y_{n+1} - y_n = w_y \cdot \Delta t$$

- La condition de continuité du débit associée au gonflement dite aussi condition aval.

En effet pour que le gonflement puisse se faire, il ne faut pas imposer de contraintes trop fortes.

Une condition de type $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ est impossible car l'équation de ~~le~~ conservation de la masse impose v constant suivant y

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

C'est la raison pour laquelle nous avons choisi, une condition du type:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0$$

Les conditions aux limites sont appliquées sur des mailles virtuelles.

Les conditions en vitesse sont définies sur les noeuds limites entre le domaine de calcul et les mailles virtuelles.

Les conditions en pression sont définies sur les mailles virtuelles.

Les conditions aux limites aval sont directement prises en compte dans le calcul des opérateurs des systèmes linéaires lors de la définition de la structure de la matrice et du second membre.

Nous pouvons ainsi déterminer les vitesses sur les noeuds limites.

Pour la mise au point du programme, nous avons choisi le même type de conditions aux limites qui permettent la comparaison de nos résultats avec les résultats déjà trouvés expérimentalement ou numériquement:

- condition d'adhérence pour les vitesses sur les parois de la filière d'extrusion.

- profil parabolique de la vitesse en entrée de la filière. Nous utilisons la loi de Hagen-Poiseuille pour définir le nombre de Reynolds moyen en entrée.

- condition sur les contraintes normales égales à la pression atmosphérique et les contraintes tangentielles nulles.

- pour permettre le gonflement, la condition aux limites aval (bout de l'extrudat).

4.2.3.5 Critères de stabilité - Pas de temps

La convergence des calculs numériques est obtenue lorsque le schéma numérique est consistant et stable.

Dans notre cas, la consistance est d'ordre 1 (temporelle et spatiale) et la stabilité est assurée en tenant compte de deux critères:

- le premier critère est lié à l'utilisation d'un schéma explicite en temps qui impose un pas de temps limite pour chaque terme lors de la prise en compte des termes diffusifs et de convection des équations (4.26) (4.27).
- le deuxième correspond au déplacement du maillage qui ne doit pas générer des déformations trop importantes de surface lors de la prise en compte de la surface libre.

Les équations à résoudre à chaque pas de temps sont du type:

$$\frac{d\vec{\psi}}{dt} = \vec{F}(\vec{\psi}) \quad , \quad \vec{\psi} \text{ étant le vecteur des inconnues et } \vec{F} \text{ une fonction de ce vecteur.}$$

La condition est obtenue soit par extension d'un critère de stabilité du type "Von Neuman" ($v \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \leq 2$, $u \frac{\Delta t}{\Delta x} \leq 1$), soit en écrivant que:

$$\left\| \frac{d\vec{F}}{d\vec{\psi}} \right\| \cdot \Delta t \leq 2 \quad ,$$

ce qui garantit la stabilité des erreurs étant supposé que par la nature du problème (existence de solution stationnaire pour des conditions aux limites stationnaires) et par construction de la discrétisation:

$$\left(\left(\frac{d\vec{F}}{d\vec{\psi}} \right)_n \cdot \vec{\psi} , \vec{\psi} \right) \leq 0$$

En effet, étant donné le schéma explicite:

$$\vec{\psi}_{n+1} - \vec{\psi}_n = F(\psi) \cdot \Delta t$$

avec $\Delta t = t_{n+1} - t_n$, et soit ϵ_n l'erreur à t_n due, entre autres, aux approximations numériques, et ϵ_{n+1} l'erreur induite à t_{n+1} ,

$$\begin{aligned} (\psi_{n+1} + \epsilon_{n+1}) - (\psi_n + \epsilon_n) &\approx F(\psi_n + \epsilon_n) \cdot \Delta t \\ &\approx \left[F(\psi_n) + \left(\frac{dF}{d\psi} \right)_n \cdot \epsilon_n \right] \cdot \Delta t \end{aligned}$$

d'où

$$\epsilon_{n+1} \approx \epsilon_n + \left(\frac{dF}{d\psi} \right)_n \cdot \epsilon_n \cdot \Delta t$$

Pour que $\|\epsilon_{n+1}\| \leq \|\epsilon_n\|$, il est nécessaire que:

$$\left(\left(\frac{dF}{d\vec{\psi}} \right)_n \cdot \vec{\psi}, \vec{\psi} \right) \leq 0$$

et alors il suffit que:

$$\left\| \left(\frac{dF}{d\psi} \right)_n \cdot \epsilon_n \right\| \cdot \Delta t \leq 2 \cdot \|\epsilon_n\|$$

$$\left\| \left(\frac{dF}{d\psi} \right)_n \right\| \cdot \|\epsilon_n\| \cdot \Delta t \leq 2 \cdot \|\epsilon_n\|$$

$$\left\| \frac{dF}{d\psi} \right\|_n \cdot \Delta t \leq 2$$

une approximation de $\left\| \frac{dF}{d\psi} \right\|_n$ a été obtenue en prenant:

$$\left\| \frac{\vec{F}_n - \vec{F}_{n-1}}{\vec{\psi}_n - \vec{\psi}_{n-1}} \right\|$$

Ce critère a donné toute satisfaction à condition de borner les valeurs de Δt , pour des valeurs trop petites de $\|\vec{\psi}_n - \vec{\psi}_{n-1}\|$.

Physiquement, le critère appliqué sur les termes diffusifs est lié à la loi de comportement alors que le critère appliqué sur les termes convectifs correspond à ce que le flux ne s'étende pas sur plus d'une surface (maille) pour un pas de temps, c'est à dire que les échanges ne peuvent intervenir que sur deux surfaces adjacentes.

4.2.3.6 Algorithme

Le programme se décompose en trois parties:

- l'étape d'initialisation où est défini le maillage, les constantes physiques du problème et le type de calcul qui va être effectué (type de lois de comportement, présence d'une surface libre)

- l'étape de calcul à proprement dite où est résolu le système discret tel que nous venons de le décrire, phase après phase. Le calcul s'arrête lorsque le nombre de boucles correspond au temps total sur lequel nous désirons étudier le phénomène physique.

- l'étape de stockage des résultats qui permettra ultérieurement d'utiliser des programmes de dépouillement des différentes valeurs calculées (tracé du maillage, des vecteurs vitesses, des isopressions).

Le système d'équations discrétisées à résoudre comporte 7 équations auxquelles il faut ajouter les conditions initiales et limites.

Pour la résolution des équations la démarche est la suivante:

- PHASE 1

- L'ensemble des opérateurs qui sont fonctions de la géométrie du maillage est calculé.
- A partir de l'équation (4.35), nous pouvons déterminer le tenseur des contraintes en n.
- En éliminant $\vec{u}_1^*$ dans l'équation (4.25) en se servant de l'équation (4.26), nous définissons le système déduit de (4.32):

$$\{ K_n \} \cdot \{ P_1^* \} = \{ SM1_n \}$$

avec:

- $\{ K_n \}$: matrice tri-diagonale par bloc
- $\{ P_1^* \}$: vecteur des pressions approximées
- $\{ SM1_n \}$: vecteur second membre

Sa résolution nous donne $\{ P_1^* \}$

- En utilisant l'équation (4.29), nous déterminons les vitesses approximées $\vec{u}_1^*$.

- En éliminant $\vec{u}_1^*$ dans l'équation (4.32), nous définissons le système:

$$\{ K_1 \} \{ P_1 - P_1^* \} = \{ SM2_n \}$$

avec:

$\{ K_1 \}$: matrice tri-diagonale par bloc

$\{ P_1 - P_1^* \}$: vecteur des pressions corrigées

$\{ SM2_n \}$: vecteur second membre

Sa résolution nous donne $\{ P_1 \}$

- En utilisant l'équation (4.31), nous déterminons les vitesses $\vec{u}_1$.

• PHASE 2

- En fonction des conditions aux limites nous calculons les vitesses de déplacement du maillage $\vec{w}$ à l'aide de la cubic-spline.

- Avec l'équation (4.33), il est possible de définir les vitesses approximées $\vec{u}_{n+1}^*$.

- Avec l'équation (4.34), il est possible de définir les vitesses corrigées $\vec{u}_{n+1}$.

- Et enfin, à partir des critères de stabilité nous définissons le pas de temps Δt pour les calculs suivants.

Pour déterminer les vecteurs $\{ P_1 - P_1^* \}$ et $\{ P_1^* \}$, nous résolvons les systèmes:

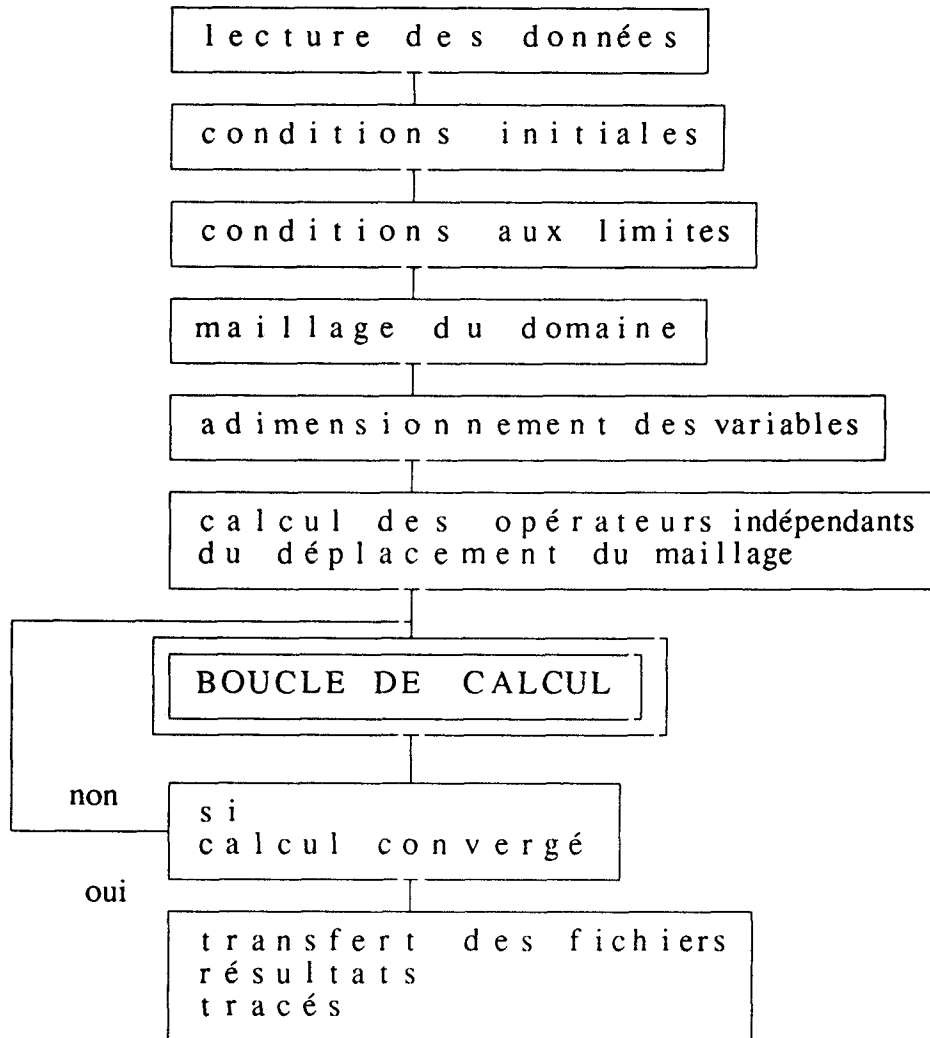
$$\{ K_n \} \{ P_1^* - P_n \} = \{ SM1_n \} - \{ K_n \} \{ P_n \}$$

$$\{ K_n \} \{ P_1 - P_1^* - P_n \} = \{ SM2_n \} - \{ K_n \} \{ P_n \}$$

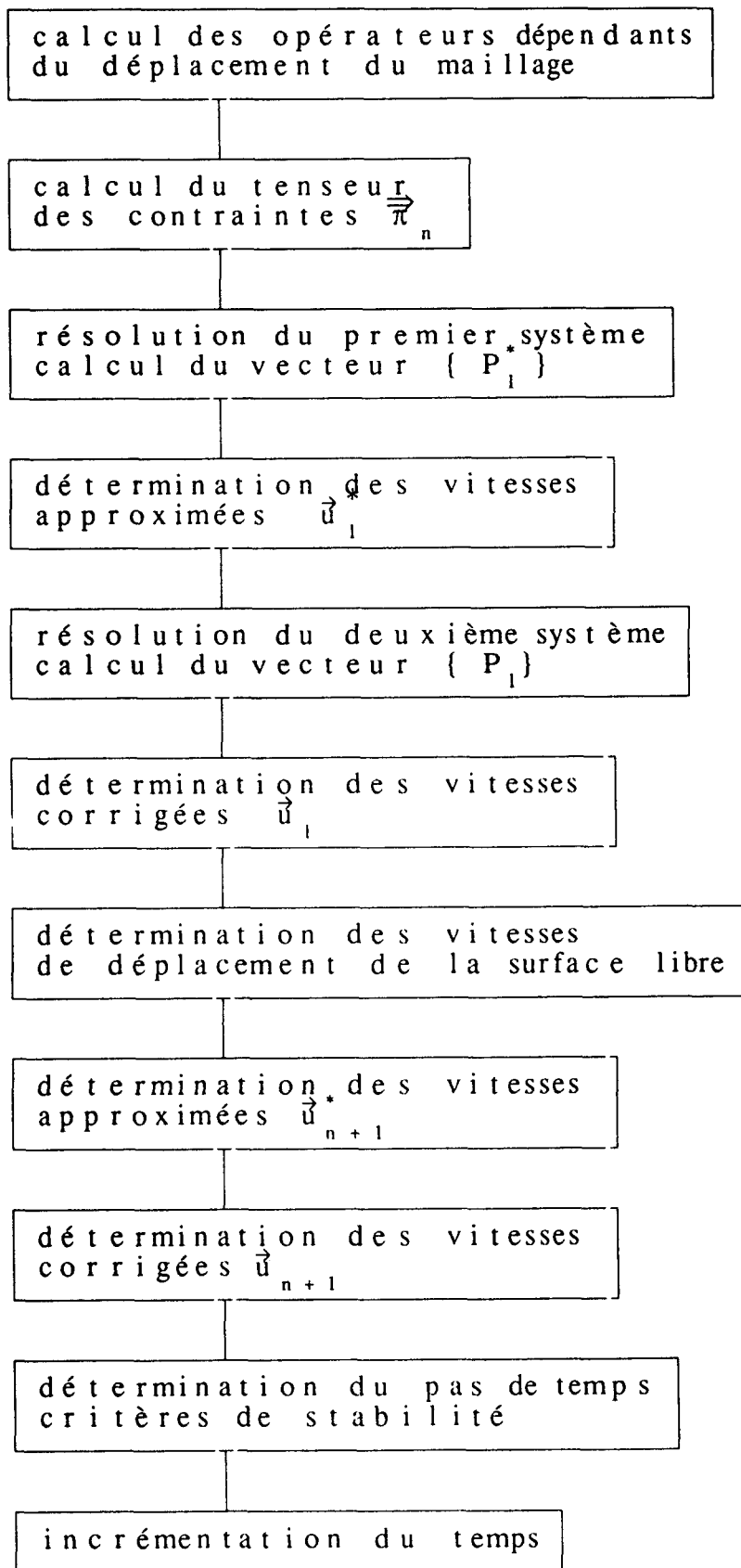
Ceci permet de simplifier la prise en compte des conditions aux limites ainsi que la structure de la matrice $\{ K_n \}$.

Pour la résolution du deuxième système, l'opérateur matriciel étant identique au premier, il n'est pas nécessaire de l'inverser une nouvelle fois.

ORGANIGRAMME



BOUCLE DE CALCUL



4.3 Les résultats

La définition de la géométrie des outillages (filière et crantage) demande une connaissance à priori de l'évolution de l'ensemble des variables de l'écoulement (pression, vitesse, taux de gonflement, ...). C'est la raison pour laquelle nous avons développé ce code de calcul.

Les résultats que nous exposons ont pour principal intérêt, la validation de l'outil de travail mis en oeuvre.

Dans un premier temps, nous avons regardé pour le cas simple de l'écoulement plan si l'algorithme du code de calcul lié à la loi de comportement est correct.

Ensuite, nous avons testé le programme lorsque l'écoulement est soumis à une variation brutale de la section de passage dans une contraction de type 4:1 .

Une première application de ces résultats a été de calculer l'écoulement dans une filière utilisée pour produire des filets.

Enfin, nous avons mis en place l'algorithme permettant de prendre en compte le déplacement de la surface libre en vue de calculer le taux de gonflement des polymères dans un processus d'extrusion avec filière plane.

La première étape a consisté à calculer le taux de gonflement pour un fluide Newtonnien avec un nombre de Reynolds faible.

Puis, nous avons tenu compte du caractère viscoélastique des polymères en utilisant le modèle de Maxwell comme loi de comportement.

Pour chaque type de résultat, nous nous sommes attachés à décrire les conditions d'utilisation du code de calcul.

4.3.1 Ecoulement entre deux plans

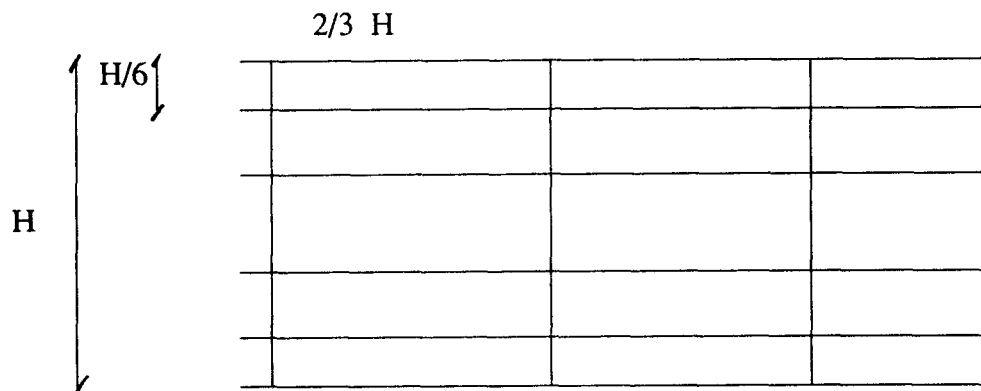
C'est au cours de l'étude des écoulements entre 2 plans que les principales mises au point de l'algorithme du code de calcul ont été faites.

Nous avons cherché à regarder l'influence du maillage, des conditions initiales, des conditions aux limites et du critère de calcul automatique du pas de temps (critère de stabilité) sur la solution et la convergence vers cette solution.

Ces études ont été faites à la fois pour le modèle Newtonien et pour le modèle de Maxwell à différents nombres de Weissenberg We tels que: $We = \frac{\lambda u_{moy}}{h}$ avec $u_{moy} = \frac{2}{3} u_{maxi}$.

Les différents cas de calculs effectués avec le **modèle NEWTONNIEN** ne posent aucun problème si nous respectons:

- pour le maillage les conditions suivantes (figure 4.1) :
 - le rapport entre la hauteur d'une maille et sa longueur doit être inférieur à 20.
 - le maillage doit être suffisamment fin pour prendre en compte l'établissement du profil de vitesse parabolique.
Sur les cas effectués, des résultats corrects ont été vérifiés pour un maillage de 5 mailles horizontales avec pour les mailles à la paroi $\Delta y = H / 6$.
 - l'évolution du maillage au voisinage d'une paroi peut être en progression géométrique.



- pour les conditions aux limites:

- nous avons testé l'ensemble des conditions aux limites que nous avons décrites au chapitre 4.334.

- pour les conditions initiales:

Suivant les conditions aux limites, nous avons testé 2 types de conditions initiales:

- l'initialisation de l'ensemble des variables à zéro dans le domaine de calcul.

- l'initialisation de l'ensemble des variables à la solution analytique.

Dans les deux cas, la solution converge vers la solution analytique. Dans le deuxième cas la solution est obtenue tout de suite et reste stable quel que soit le temps de calcul.

- pour le calcul de pas de temps Δt automatique:

Le critère établi nous assure la stabilité de l'évolution de la solution pour l'ensemble des cas que nous venons de décrire.

Les résultats que nous exposons figure 4.2 correspondent au cas de référence que nous avons aussi utilisé pour les autres calculs en vu de comparer les différentes solutions.

Lorsque nous comparons les résultats numériques et les résultats analytiques la dispersion maximale sur les vitesses est inférieure à 1% et même encore plus faible sur la pression.

Les différents cas de calculs effectués avec le **modèle PSEUDOPLASTIQUE** demandent le même type de précaution que lors de l'utilisation du modèle Newtonien.

Comme dans le cas Newtonien nous avons testé deux types de conditions initiales:

- l'initialisation de l'ensemble des variables à zéro dans le domaine de calcul.

- l'initialisation de l'ensemble des variables à la solution analytique.

Nous avons choisi les constantes K et M définies au cours de nos expérimentations pour que le modèle correspondent le mieux possible au comportement de la matière dans le processus de fabrication (K = 1998 ; M = 0.396).

Comme dans le cas Newtonien, la convergence est assurée plus rapidement pour la deuxième solution. La différence entre les résultats numériques et analytiques est inférieure à 2% sur les vitesses et les pressions (figure 4.3).

■ L'utilisation du **modèle de MAXWELL** est plus délicate. Les principales différences sont liées à l'apparition de la première différence de contraintes normales et au caractère instationnaire du modèle de Maxwell.

En effet, dans le cas d'un écoulement permanent, uniforme en cisaillement simple, les termes introduits par la dérivée objective nous donne:

$$(\text{grad } \vec{u}) [\vec{\pi}] + [\vec{\pi}] (\text{grad}^t \vec{u}) = \begin{bmatrix} -2 \dot{\gamma} \pi_{12} & - \dot{\gamma} \pi_{22} \\ - \dot{\gamma} \pi_{22} & 0 \end{bmatrix}$$

Il en résulte que:

$$\pi_{11} - 2 \lambda \dot{\gamma} \pi_{12} = 0$$

$$\pi_{12} - \lambda \dot{\gamma} \pi_{22} = \eta \dot{\gamma}$$

$$\pi_{22} = 0$$

Soit :

$$\pi_{12} = \eta \dot{\gamma}$$

$$N1 = 2 \eta \lambda \dot{\gamma}^2$$

Entre le début du calcul et le moment où l'écoulement devient permanent et uniforme le code de calcul doit prendre en compte les variations du gradient de contrainte et l'apparition de la première différence de contrainte normale.

Cela impose tout d'abord un maillage plus fin surtout près de la paroi pour prendre en compte correctement l'évolution du gradient de vitesse.

Ensuite, suivant les conditions initiales, l'amplitude des phénomènes numériques rencontrées est plus ou moins importante.

Lorsque l'ensemble des variables est initialisé à zéro, le critère de stabilité utilisé n'est pas suffisant au début du calcul, mais au fur et à mesure de l'incrémentation, le calcul automatique du pas de temps redevient correct.

Vraisemblablement ceci est dû au fait qu'il ne garantit que l'amplitude des variations des différentes grandeurs et non leur signe. Cela nous impose des temps de calculs importants.

Par la suite, c'est le cas Newtonien qui a été utilisé pour l'initialisation des variables.

La contrainte principale étant d'avoir une solution initiale la plus proche possible d'un état homogène de l'ensemble des variables représentatif de l'évolution instationnaire.

Les calculs ont été effectués pour différents nombres de Weissenberg. (figures 4.4 à 4.6)

Lorsque la solution est convergée, il apparaît près de la condition limite pression (sortie) une modification du profil des vitesses fonction du nombre de Weissenberg.

Quand We augmente, le profil de vitesse a tendance à s'allonger (variation de 3% maximum pour $We = 88.8$) et la différence de pression nécessaire pour assurer le débit augmente légèrement.

Ce résultat incorrect provient de la condition limite pression qui impose sur la dernière maille une pression constante suivant y tout au long du calcul instationnaire.

Nous avons tenu compte de ces remarques pour l'ensemble de l'étude, soit en éloignant la condition limite pression des phénomènes étudiés, soit en modifiant cette condition limite.

FIGURE 4.1
MAILLAGE COMPLET

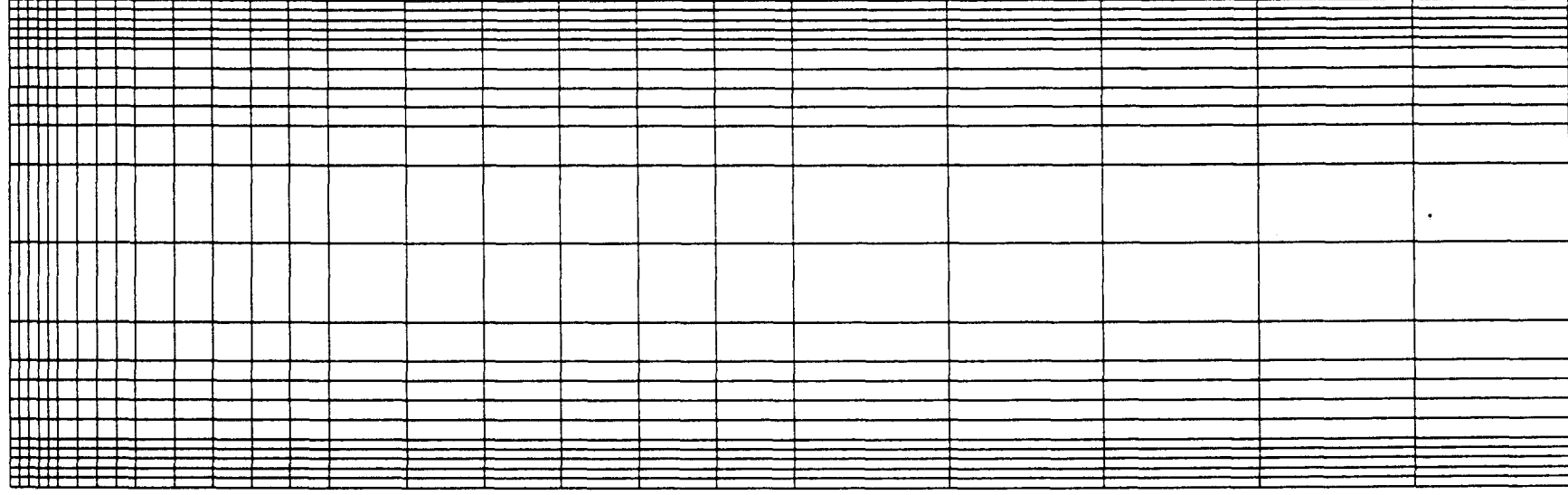


FIGURE 4.2

CHAMP COMPLET DES VITESSES
Modèle Newtonien $Re = 2.7$

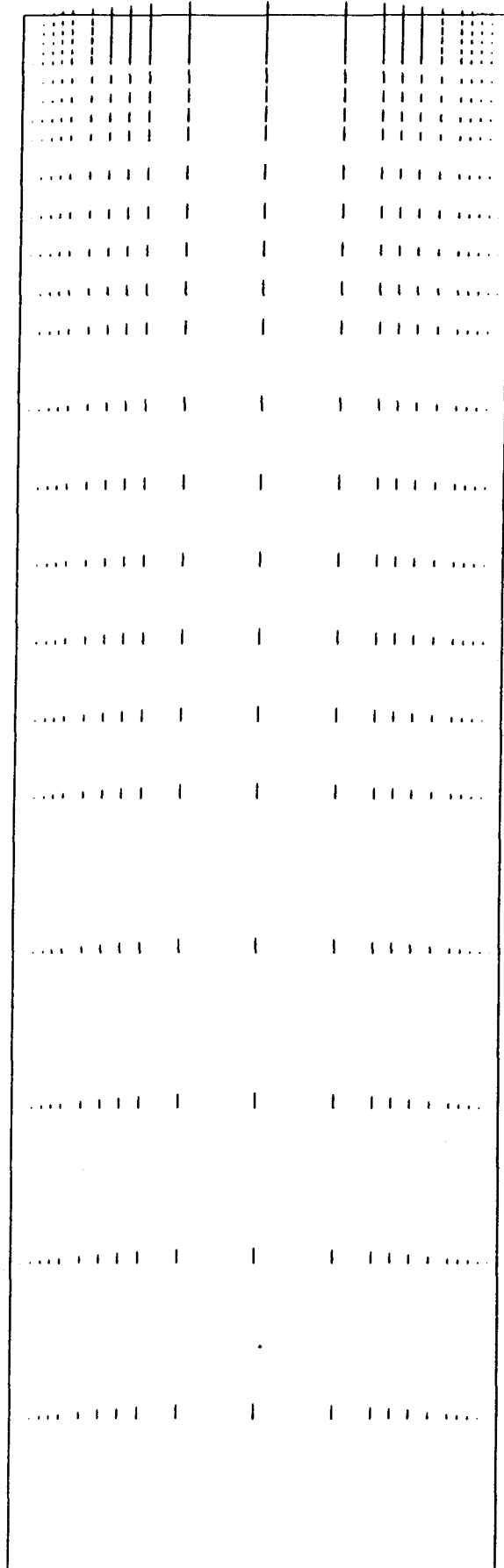


FIGURE 4.3

CHAMP COMPLET DES VITESSES
Modèle Pseudoplastique

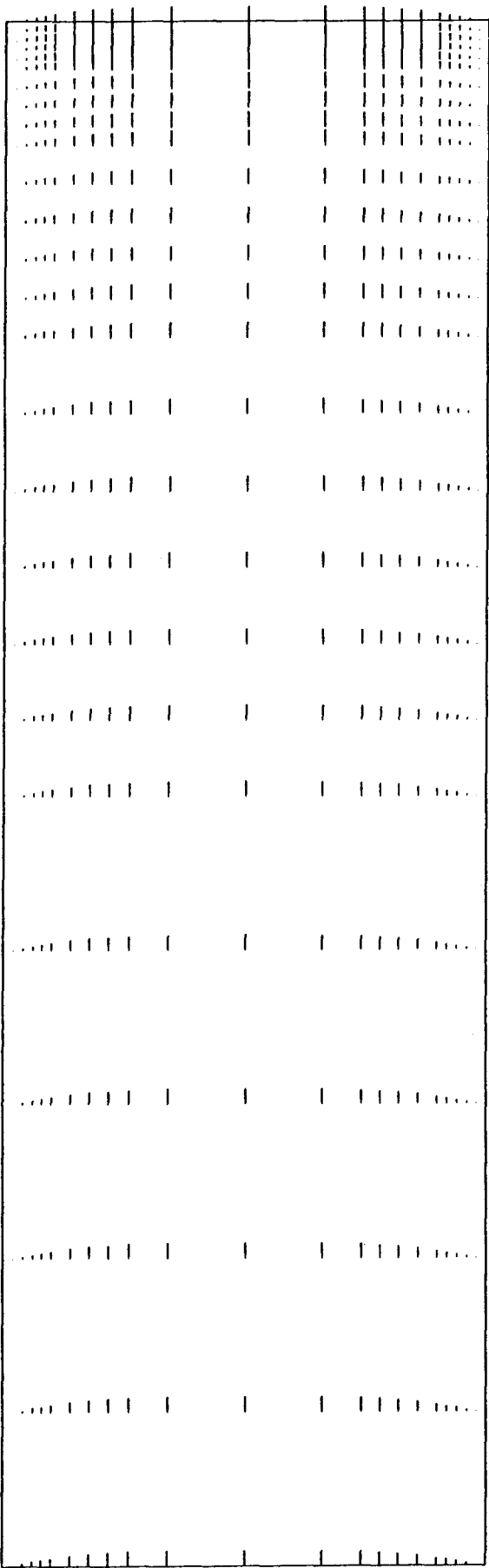


FIGURE 4.4

CHAMP COMPLET DES VITESSES
 $We = 22.2$

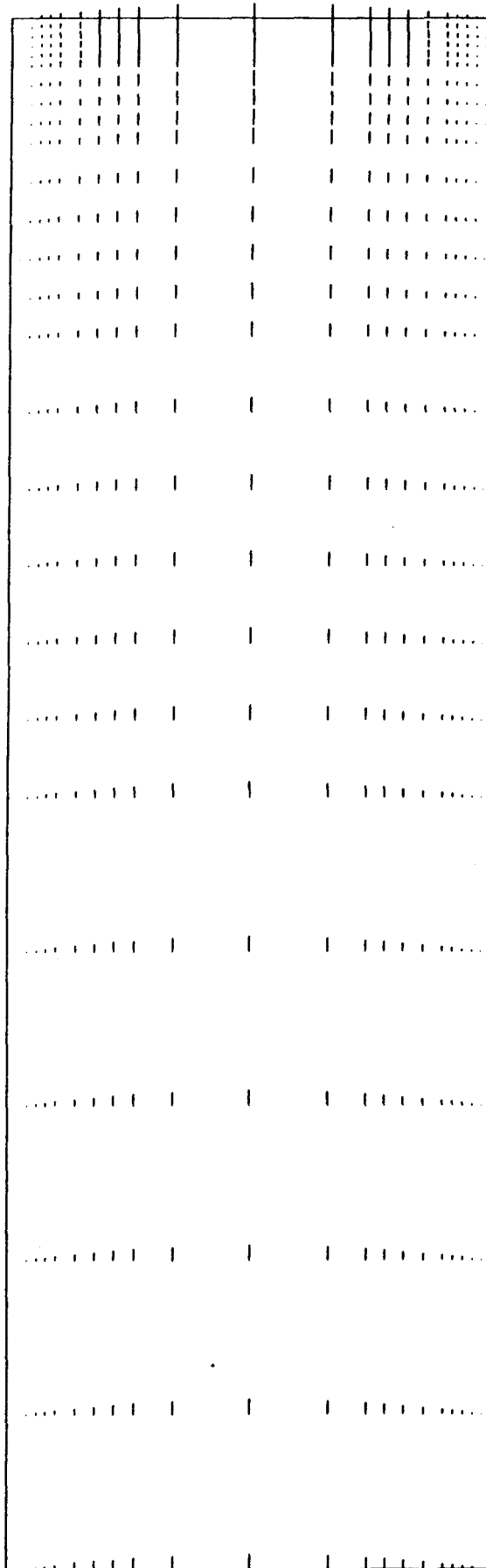


FIGURE 4.5

CHAMP COMPLET DES VITESSES
 $We = 44.4$

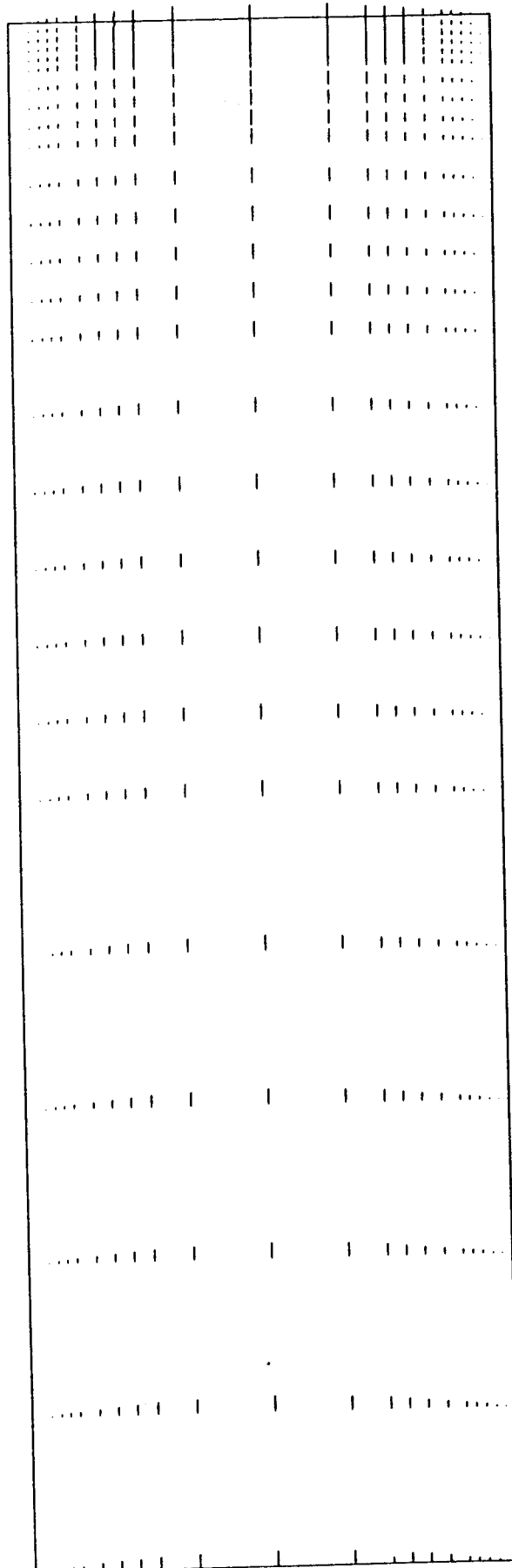
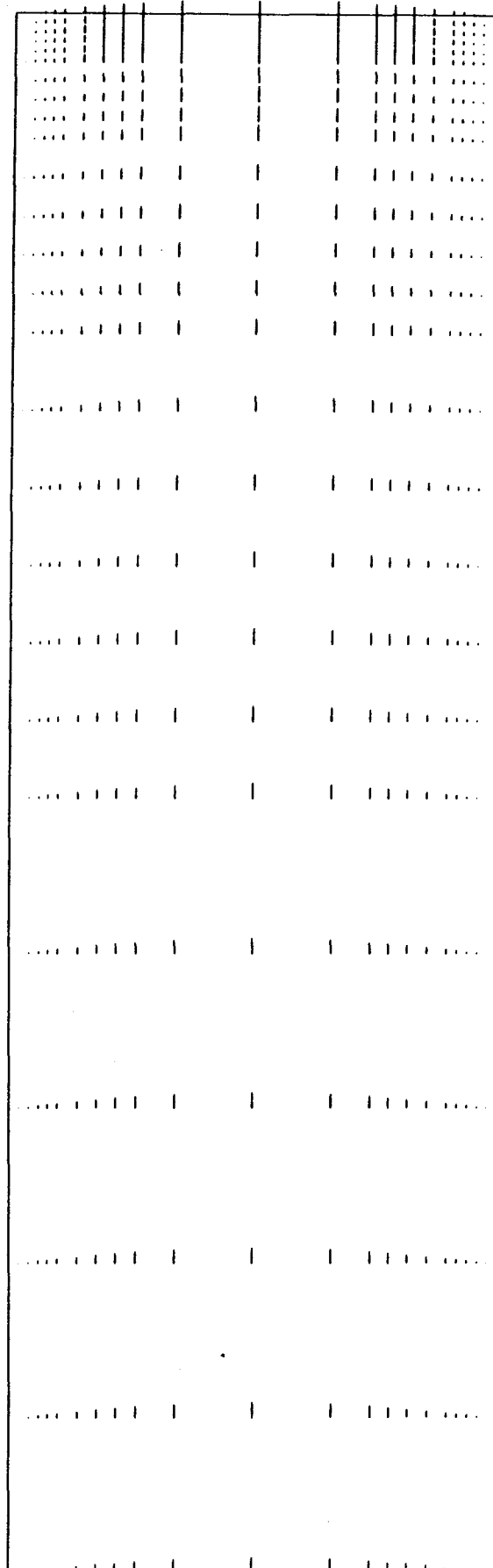


FIGURE 4.6

CHAMP COMPLET DES VITESSES
 $We = 88.8$



4.3.2 Ecoulement dans une contraction brusque (4:1)

Le programme ayant été mis au point pour un écoulement simple, nous avons cherché à le valider pour un cas de référence qui met en oeuvre des conditions de calcul plus "abruptes". C'est la contraction 4:1 qui a été choisie.

Les calculs effectués pour le modèle Newtonien n'ont posé aucun problème.

Par contre pour le modèle de Maxwell, la prise en compte des phénomènes qui apparaissent au cours du calcul, au niveau du point de contraction a demandé un travail important sur le raffinement du maillage.

En effet, la réorganisation du profil de vitesse avec gradient de vitesse élevée a tendance à amplifier la première différence de contraintes normales N1.

De plus, il existe localement de grandes différences de N1 entre le point de la contraction C0 et le point précédent C-1.

		C-1	C0		

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{C_0} \gg \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{C-1}$$

et $\frac{\partial v}{\partial x} \neq 0$

Ces deux phénomènes expliquent en partie l'apparition de vitesses u négatives créant une recirculation non physique derrière C0.

Il a donc fallu optimiser la finesse du maillage pour prendre en compte l'établissement du gradient de vitesse sans pour autant se pénaliser sur le critère de stabilité. Le pas de temps étant fonction inverse de la longueur de maille au carré, une faible variation du maillage modifie de façon conséquente le temps total de calcul et donc les coûts. (figures 4.7 à 4.9)

Nous pouvons voir la recirculation positionnée devant la contraction.

- Avec le modèle Newtonien il existe une zone de vitesse quasiment nulle mais la recirculation est inexistante. (figures 4.10 et 4.12)

- Avec le modèle Pseudoplastique nous voyons apparaître une zone de recirculation en amont de la contraction (figures 4.13 à 4.15).

Les valeurs caractéristiques de la recirculation sont plus importantes que celle trouvées dans la littérature. Ceci est lié au choix des constantes rhéologiques qui correspondent au résultats expérimentaux relevés sur extrudeuse.

- Plus le nombre de Weissenberg augmente et plus la recirculation se développe vers l'écoulement amont en s'aplatissant au niveau du point de contraction. (figures 4.16 à 4.27)

Nous nous sommes limités au nombre de Weissenberg au-delà duquel nous avons vu apparaître des ondulations du champ des vitesses laissant préfigurer des instabilités donc une mauvaise convergence vers la solution.

Les résultats obtenus sont de même nature (figure 4.28) que les différents cas publiés [35G - 8G - 11G] et ainsi montrent que le code de calcul est valide lorsque le nombre de Weissenberg est inférieur au nombre We limite $We_l = 46$ en sortie.

FIGURE 4.7
EVOLUTION DU MAILLAGE

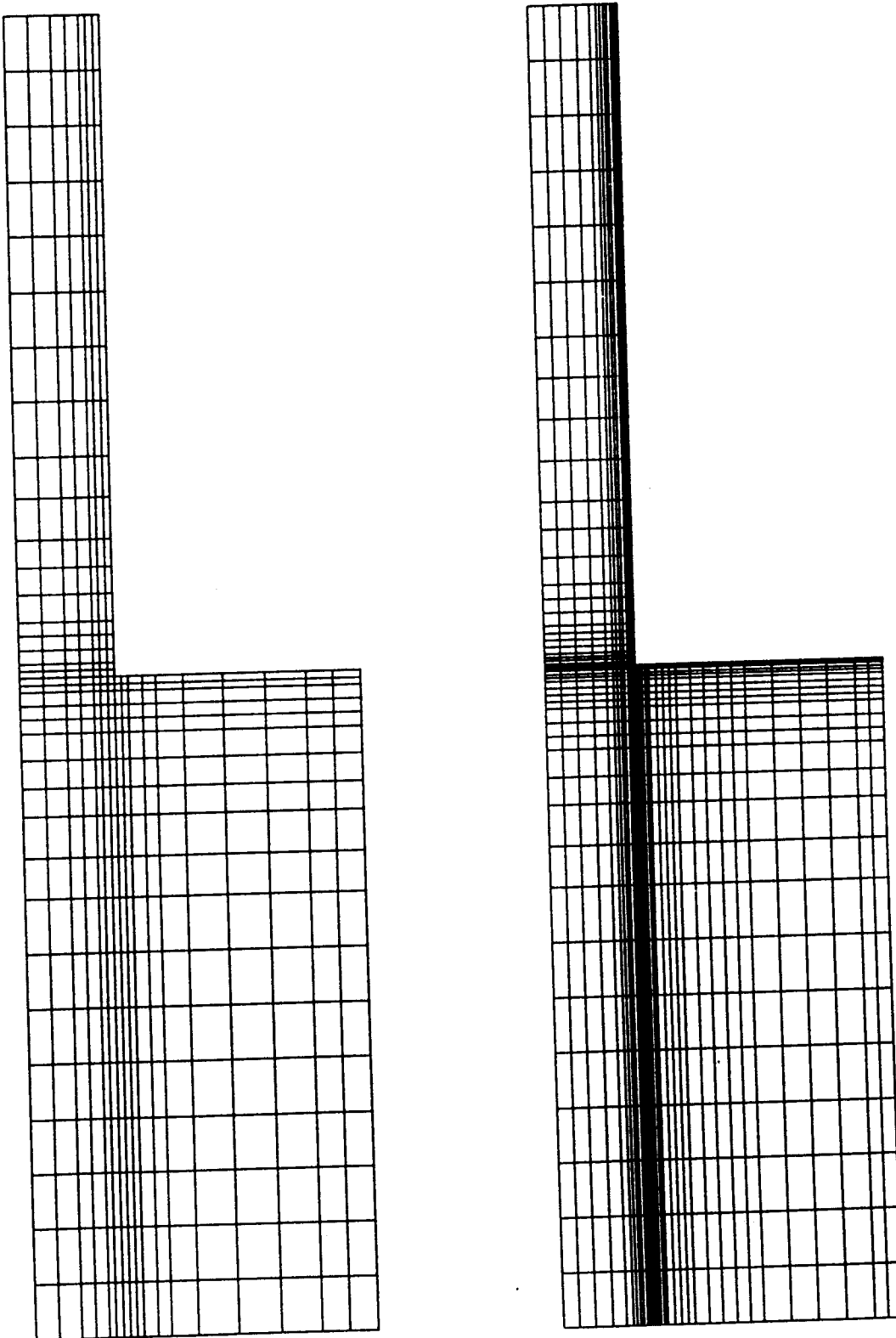


FIGURE 4.8
MAILLAGE RETENU

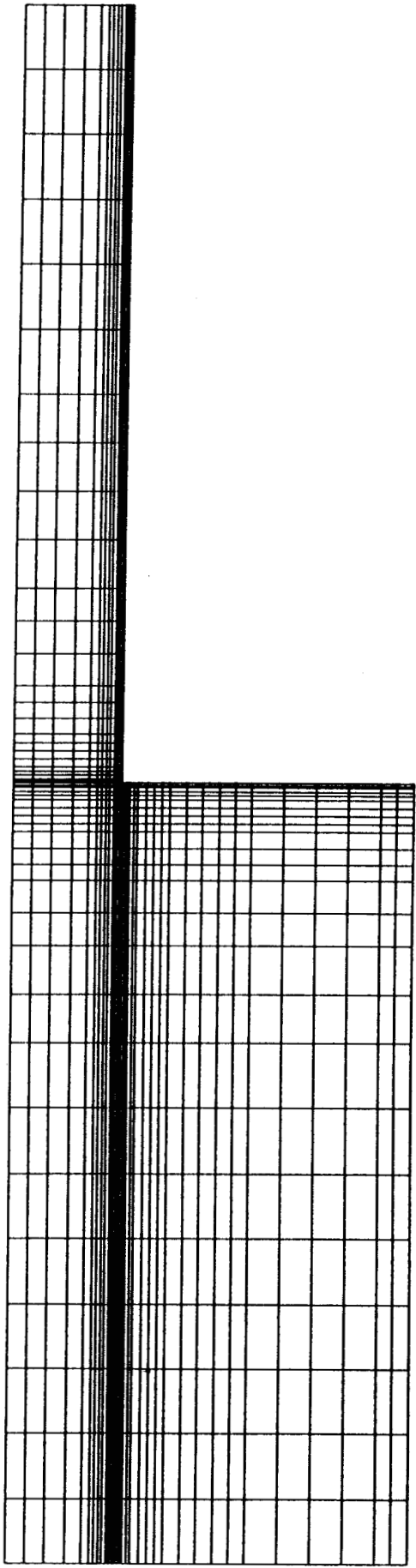


FIGURE 4.9
ZOOM DU MAILLAGE

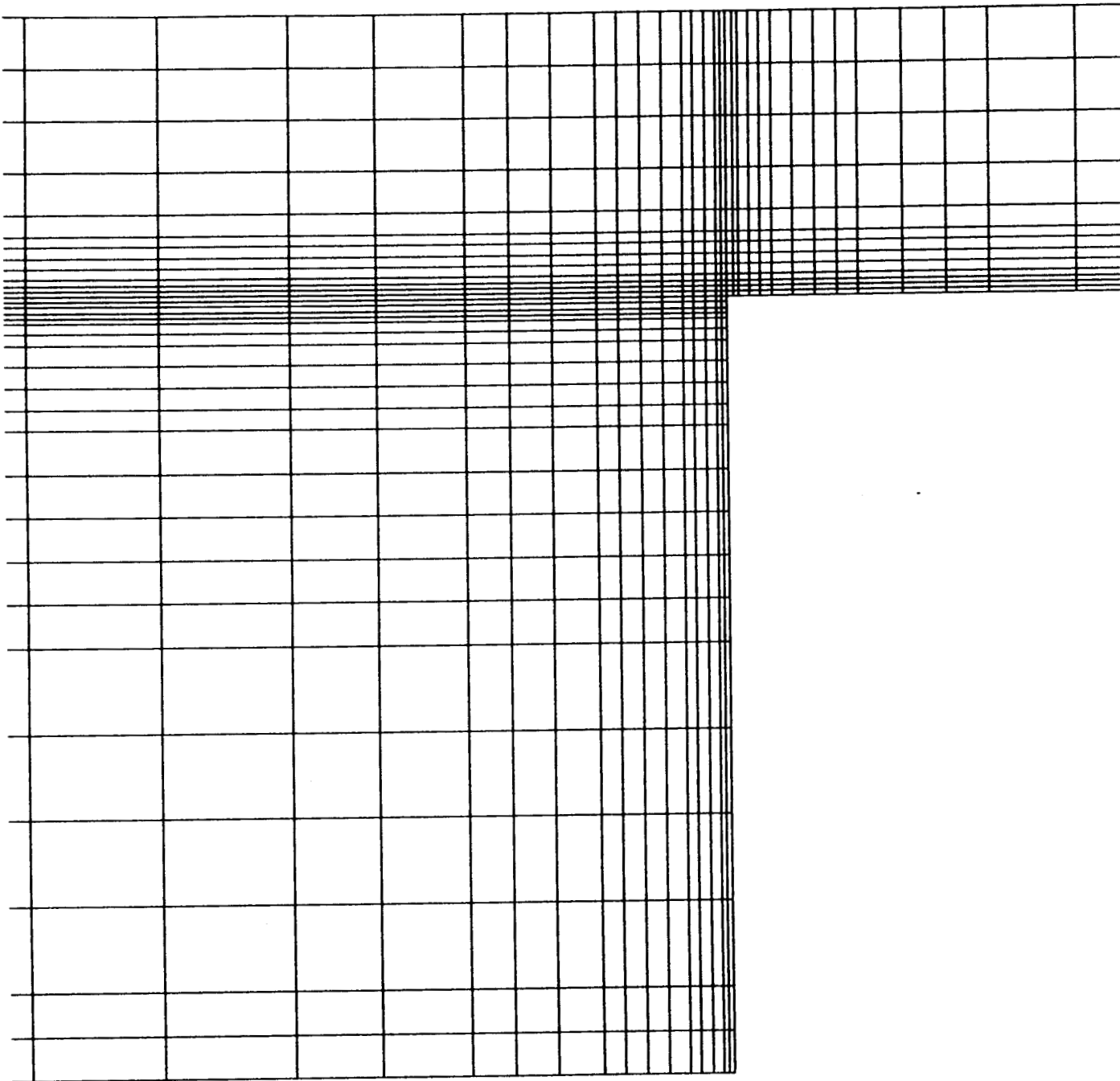


FIGURE 4.10

CHAMP COMPLET DES VITESSES

Modèle Newtonien

$Re_{\text{entrée}} = 2.39$ $Re_{\text{sortie}} = 8.84$

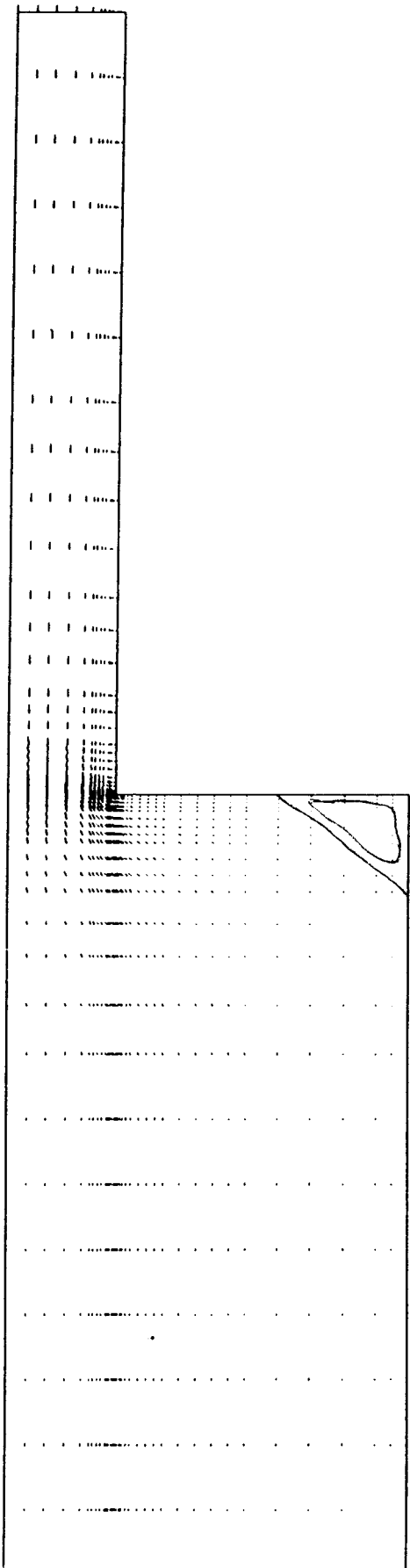


FIGURE 4.11

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

Modèle Newtonien

$Re_{\text{entrée}} = 2.39$ $Re_{\text{sortie}} = 8.84$

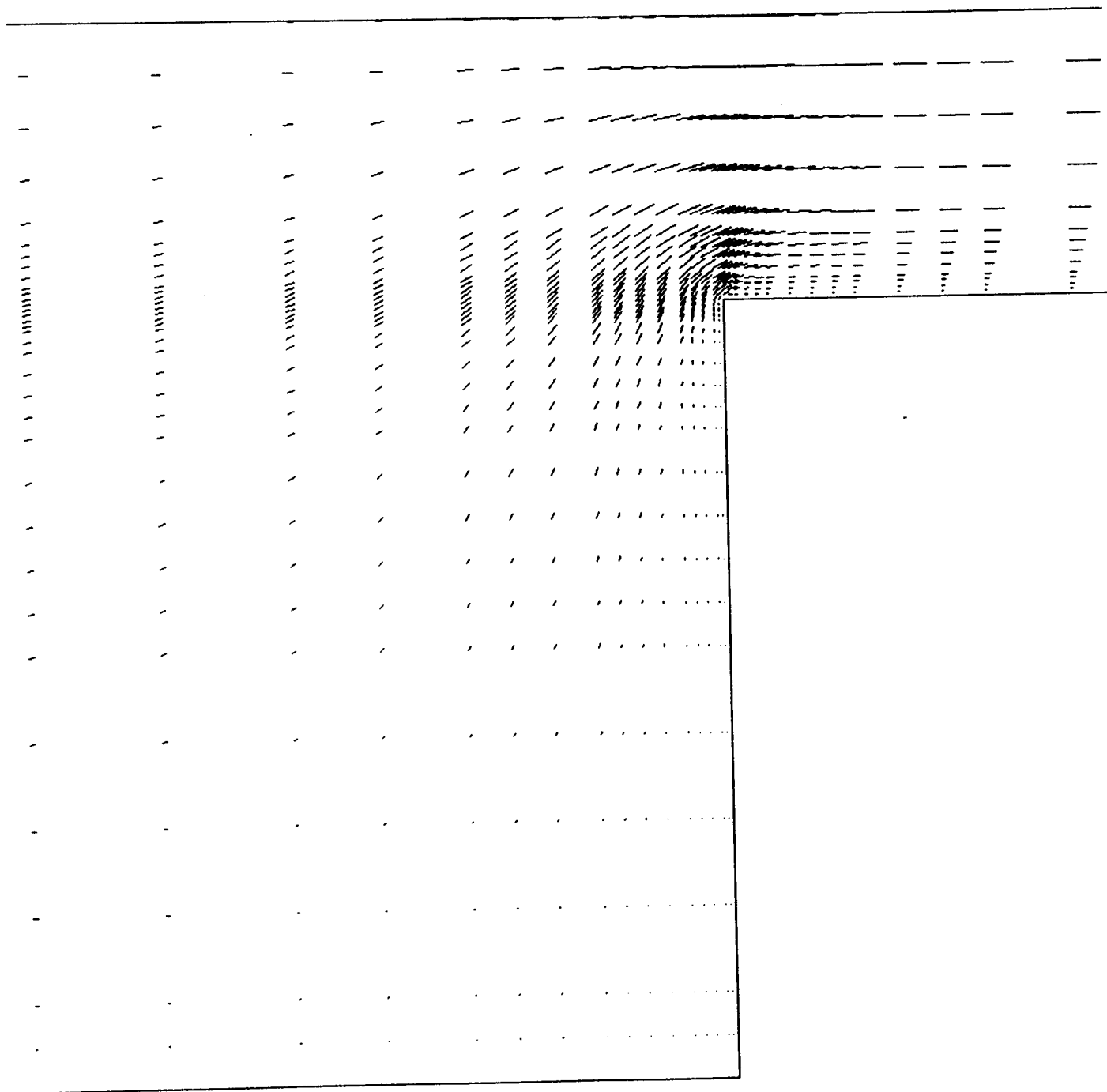


FIGURE 4.12

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

Modèle Newtonien

$$Re_{\text{entrée}} = 2.39 \quad Re_{\text{sortie}} = 8.84$$

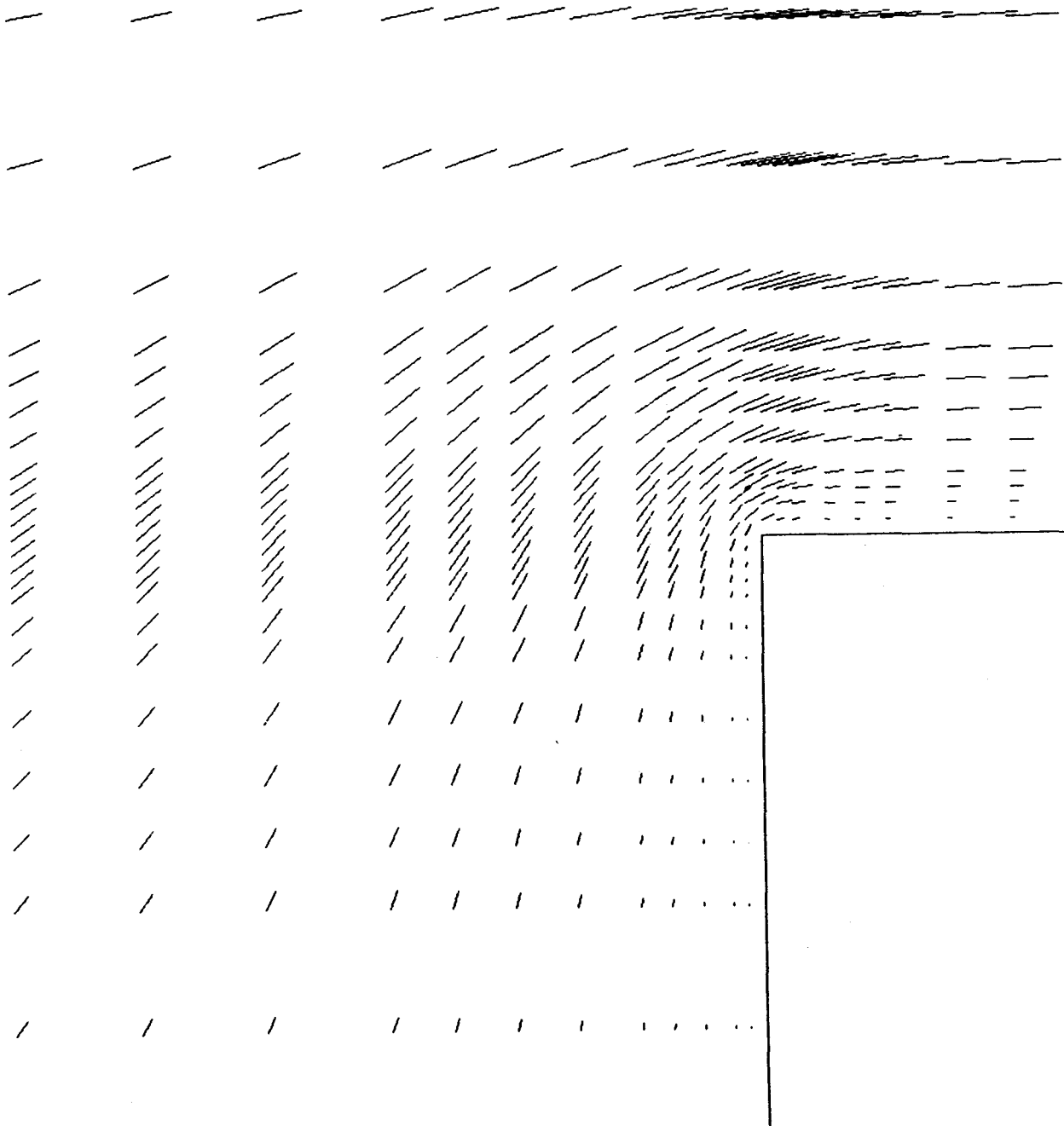


FIGURE 4.13

CHAMP COMPLET DES VITESSES
Modèle Pseudoplastique

$Re_{\text{entrée}} = 2.39$ $Re_{\text{sortie}} = 8.84$

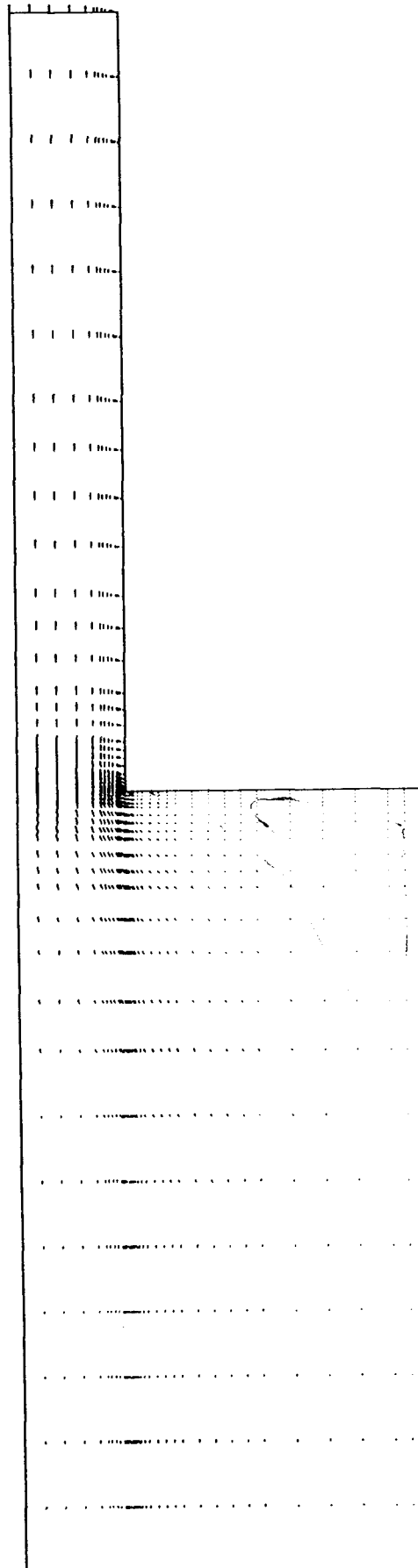


FIGURE 4.14

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

Modèle Pseudoplastique

$Re_{\text{entrée}} = 2.39$ $Re_{\text{sortie}} = 8.84$

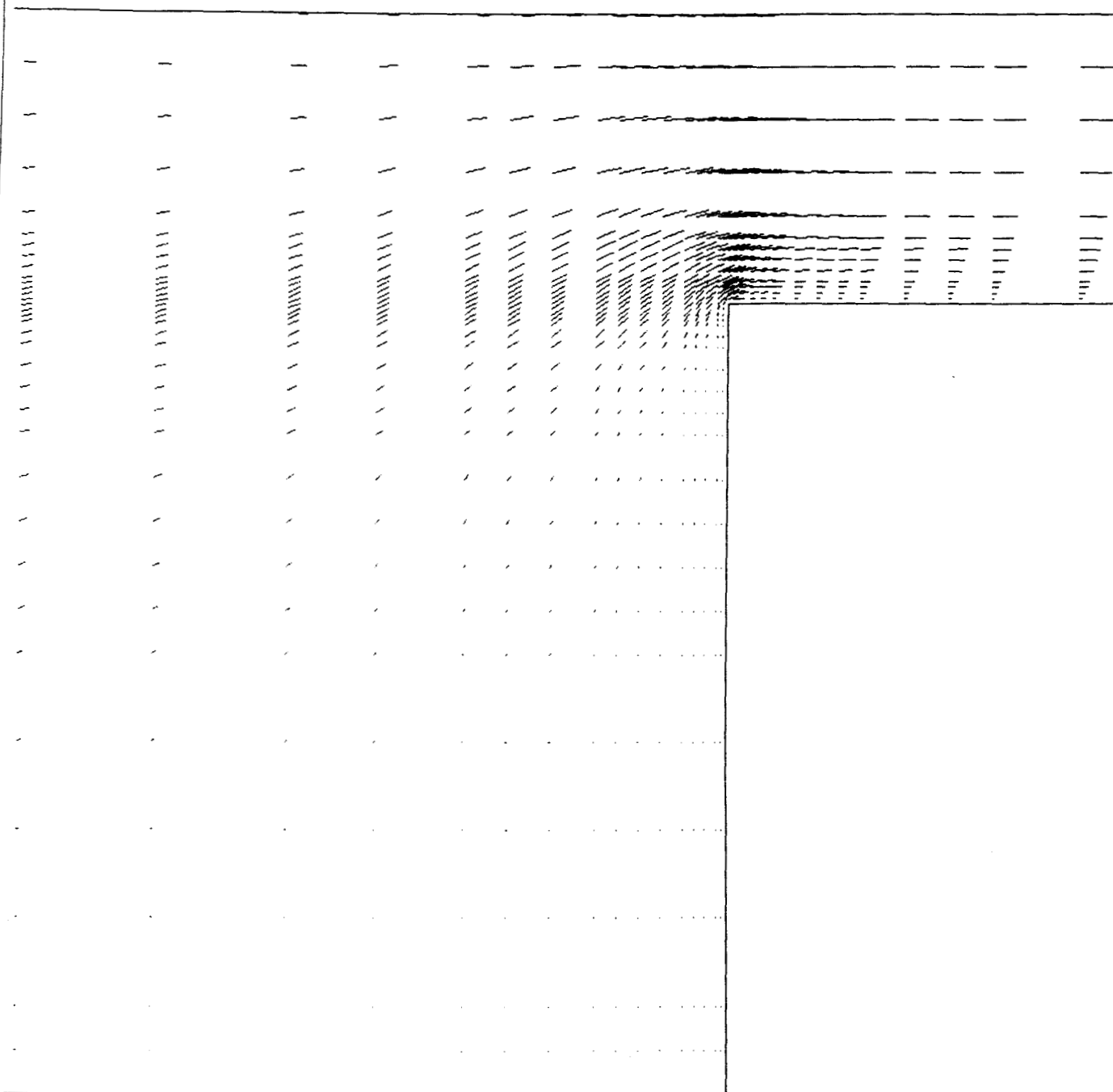


FIGURE 4.15

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

Modèle Pseudoplastique

$Re_{\text{entrée}} = 2.39$ $Re_{\text{sortie}} = 8.84$

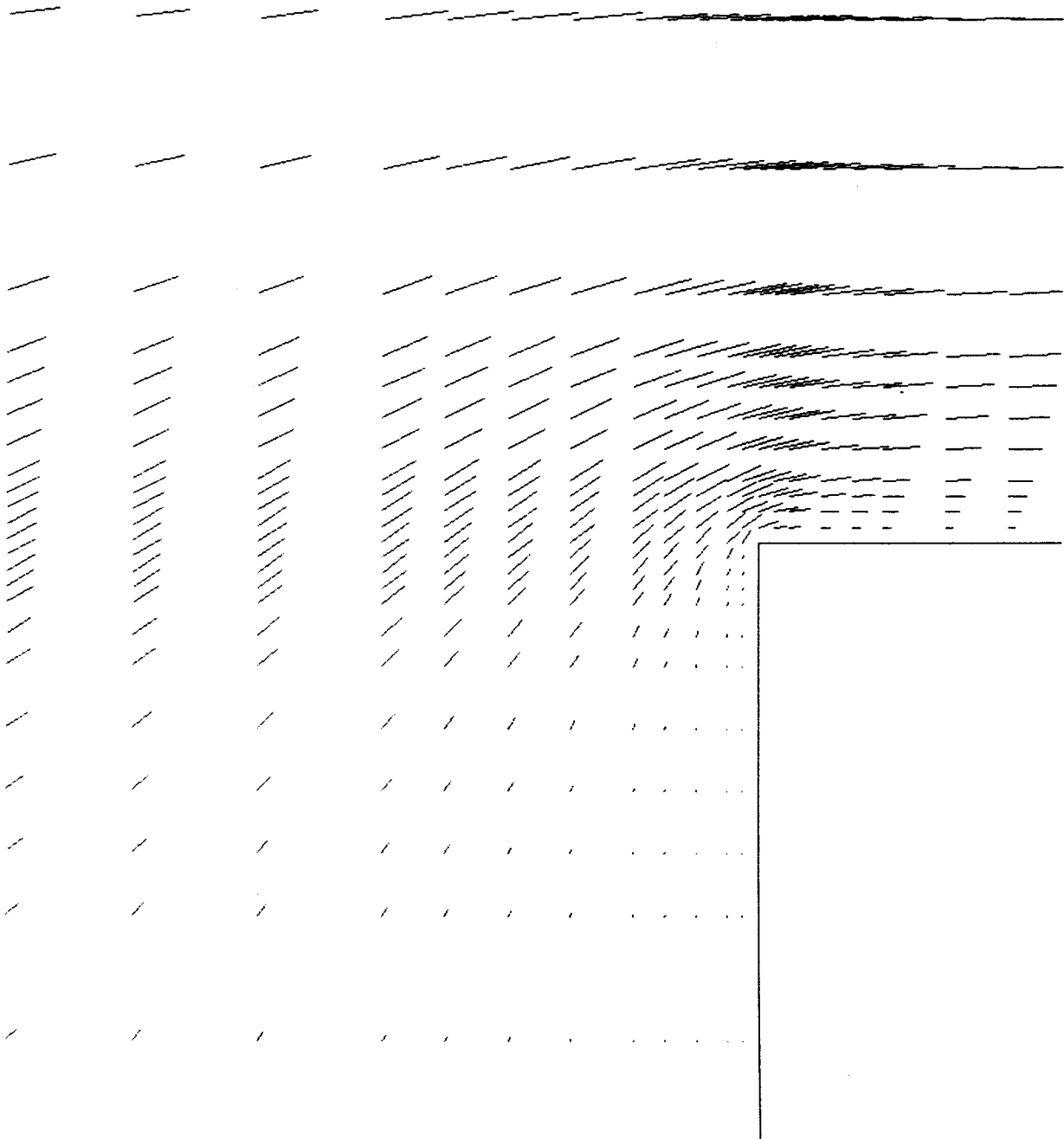


FIGURE 4.16

CHAMP COMPLET DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 0.832 \quad We_{\text{sortie}} = 12.33$$

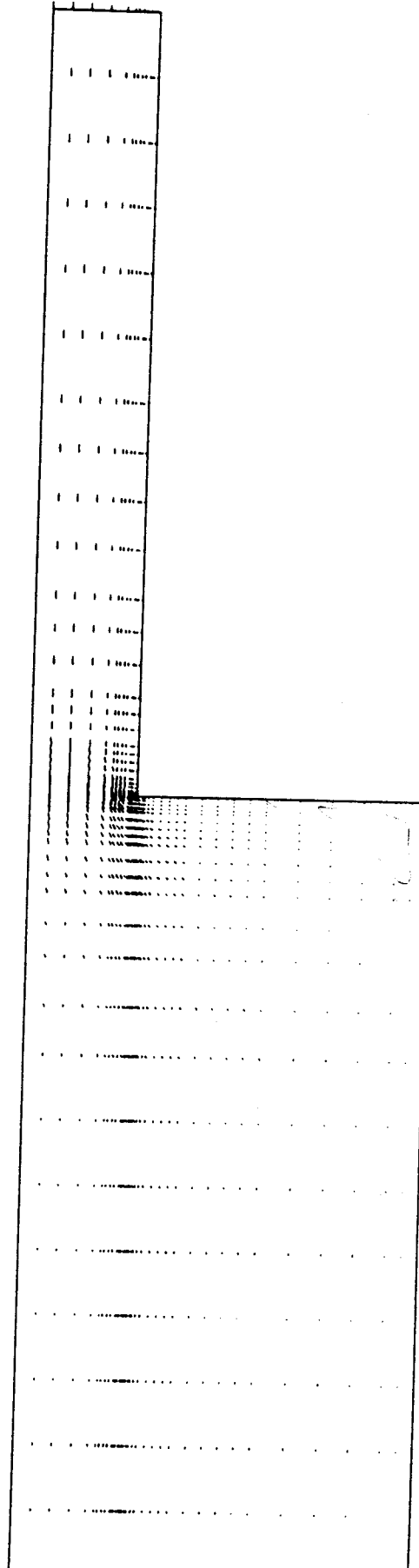


FIGURE 4.17

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 0.832 \quad We_{\text{sortie}} = 12.33$$

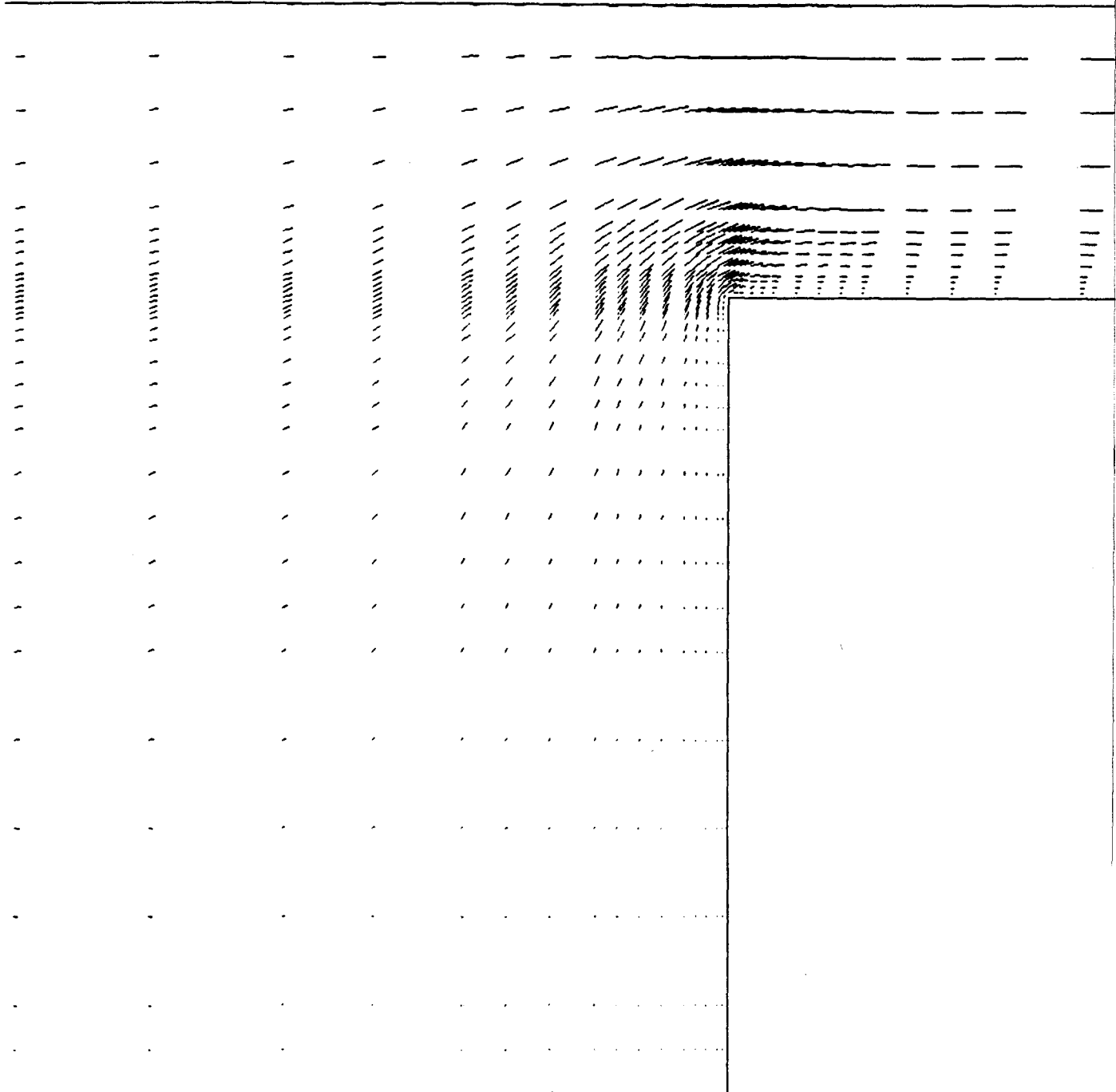


FIGURE 4.18

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 0.832 \quad We_{\text{sortie}} = 12.33$$

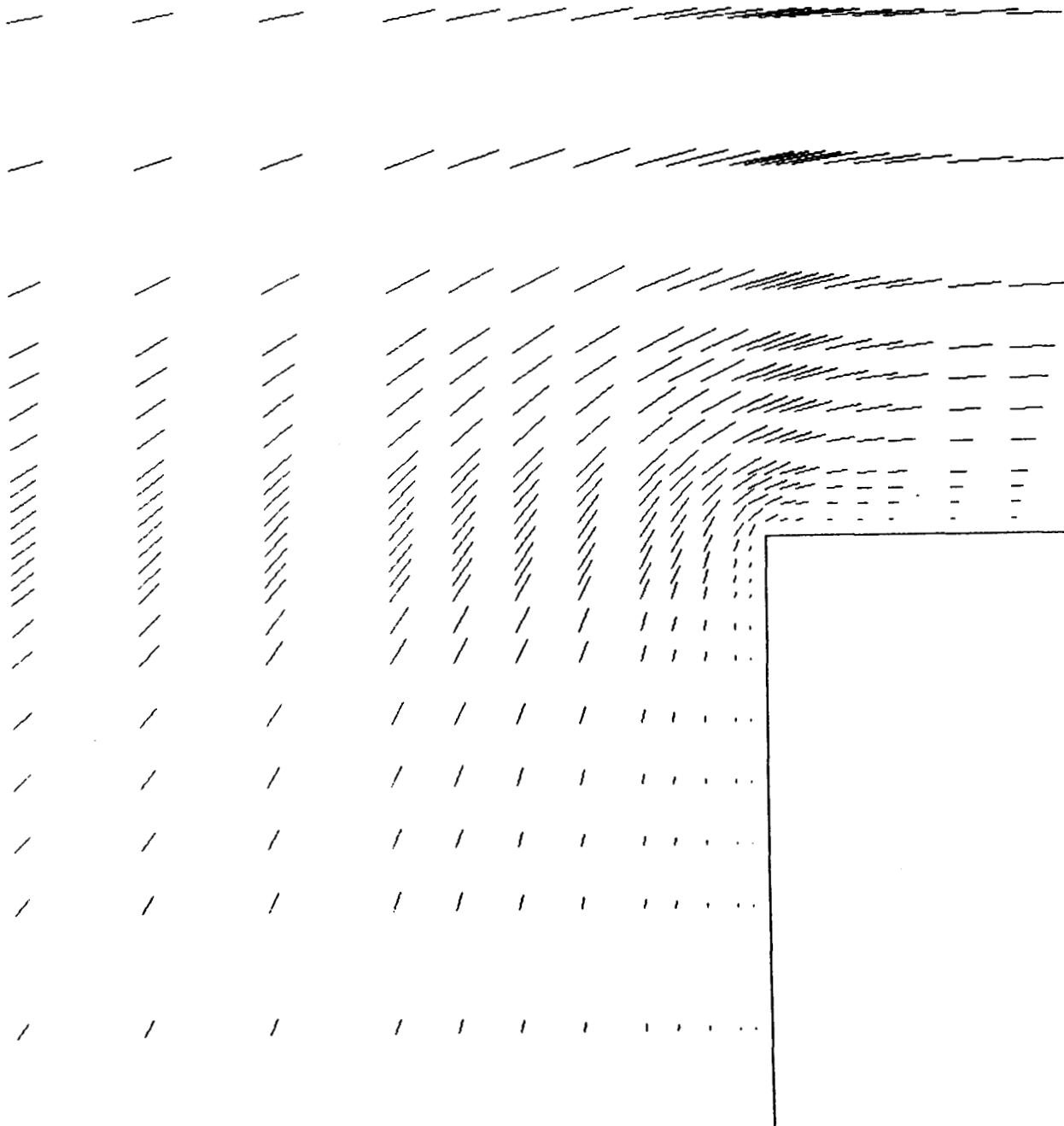


FIGURE 4.19

CHAMP COMPLET DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 1.66 \quad We_{\text{sortie}} = 25.5$$

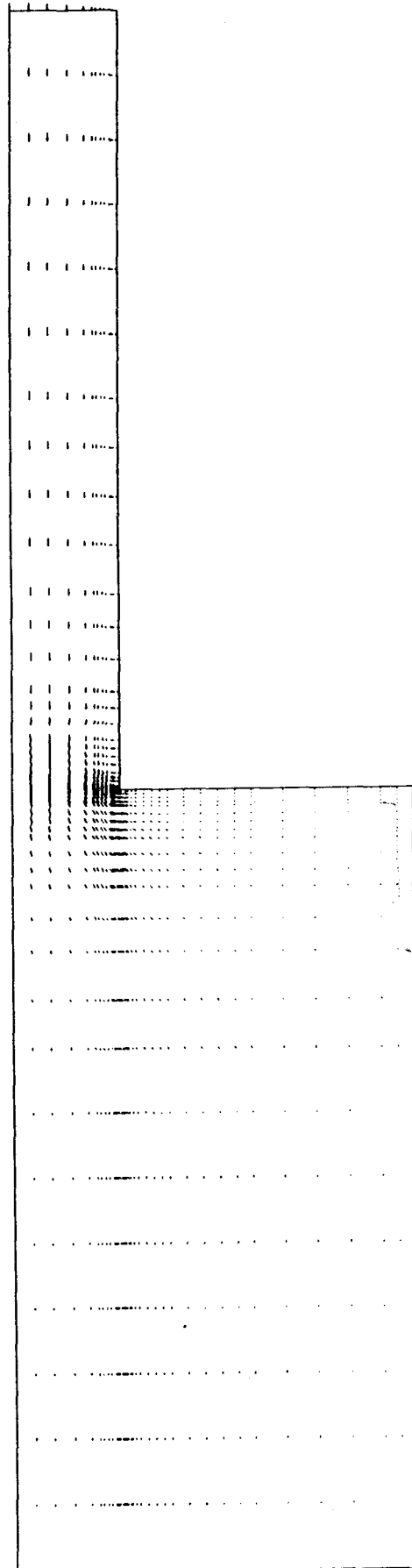


FIGURE 4.20

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 1.66 \quad We_{\text{sortie}} = 25.5$$

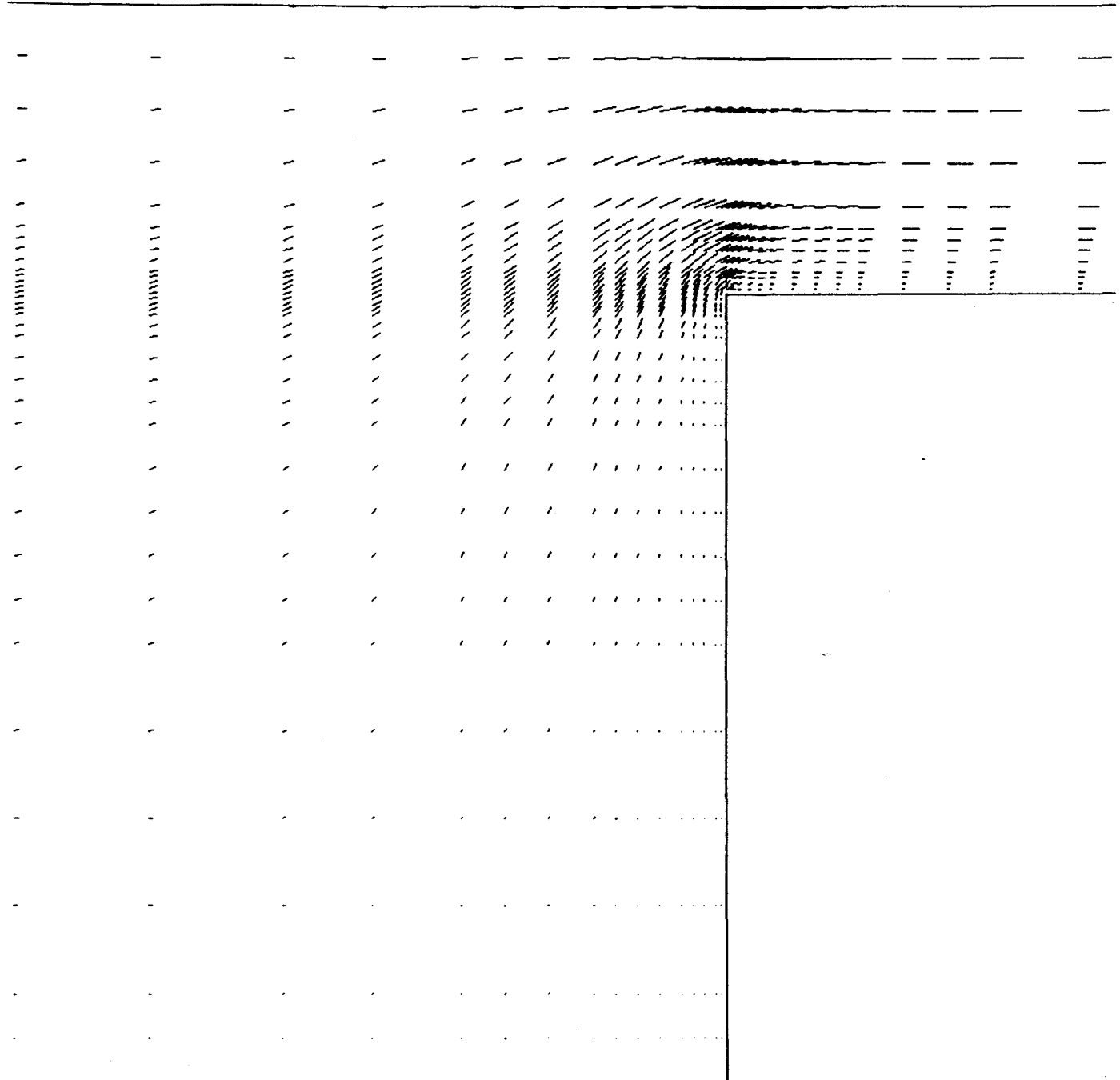


FIGURE 4.21

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 1.66 \quad We_{\text{sortie}} = 25.5$$

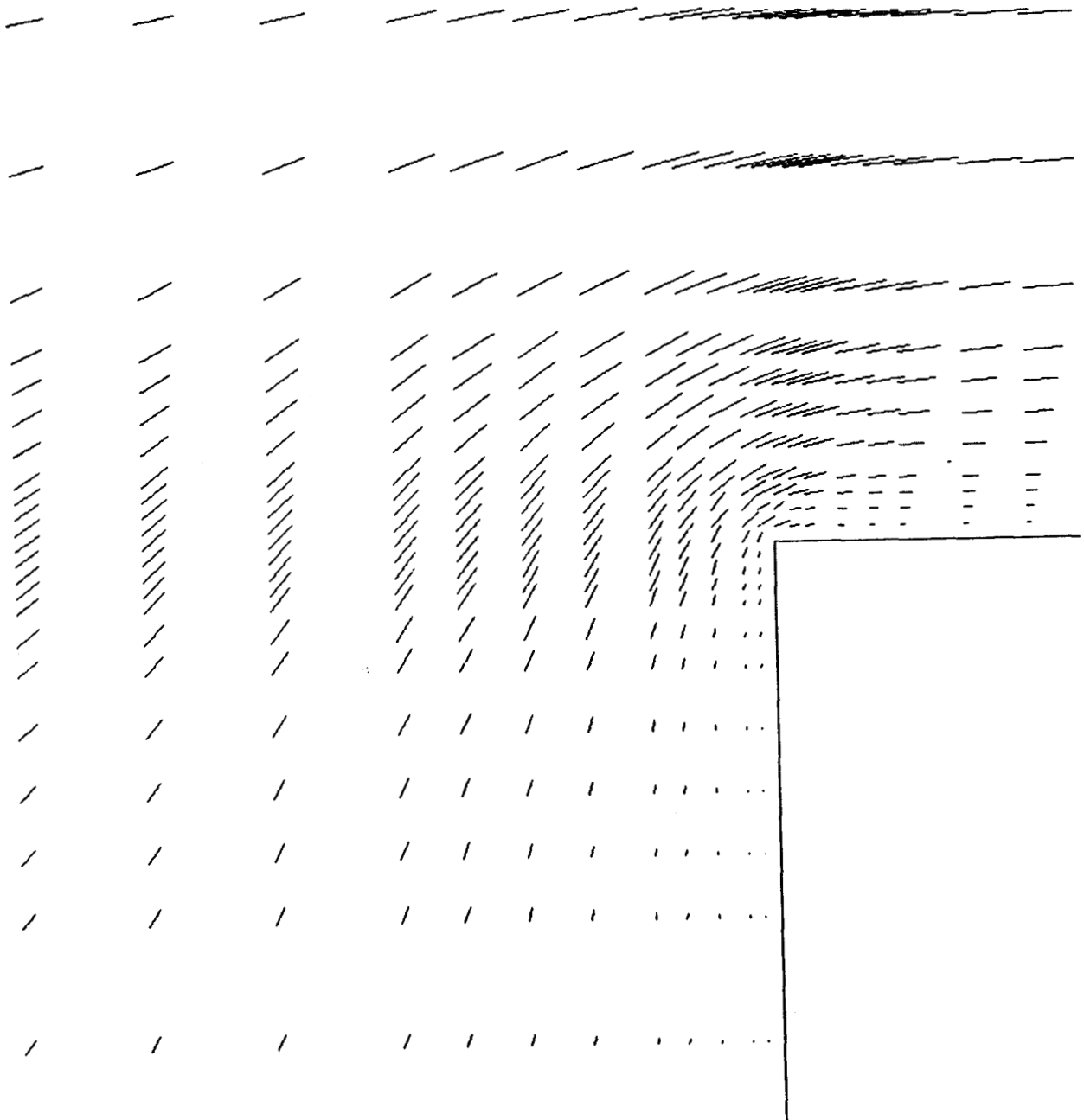


FIGURE 4.22

CHAMP COMPLET DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 2.49 \quad We_{\text{sortie}} = 35.05$$

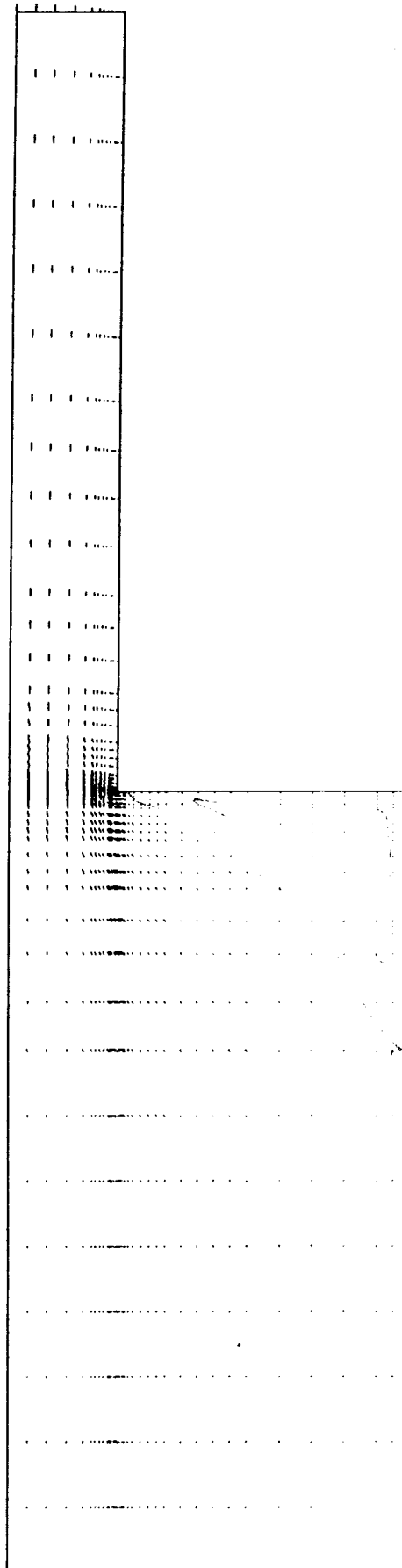


FIGURE 4.23

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 2.49 \quad We_{\text{sortie}} = 35.05$$

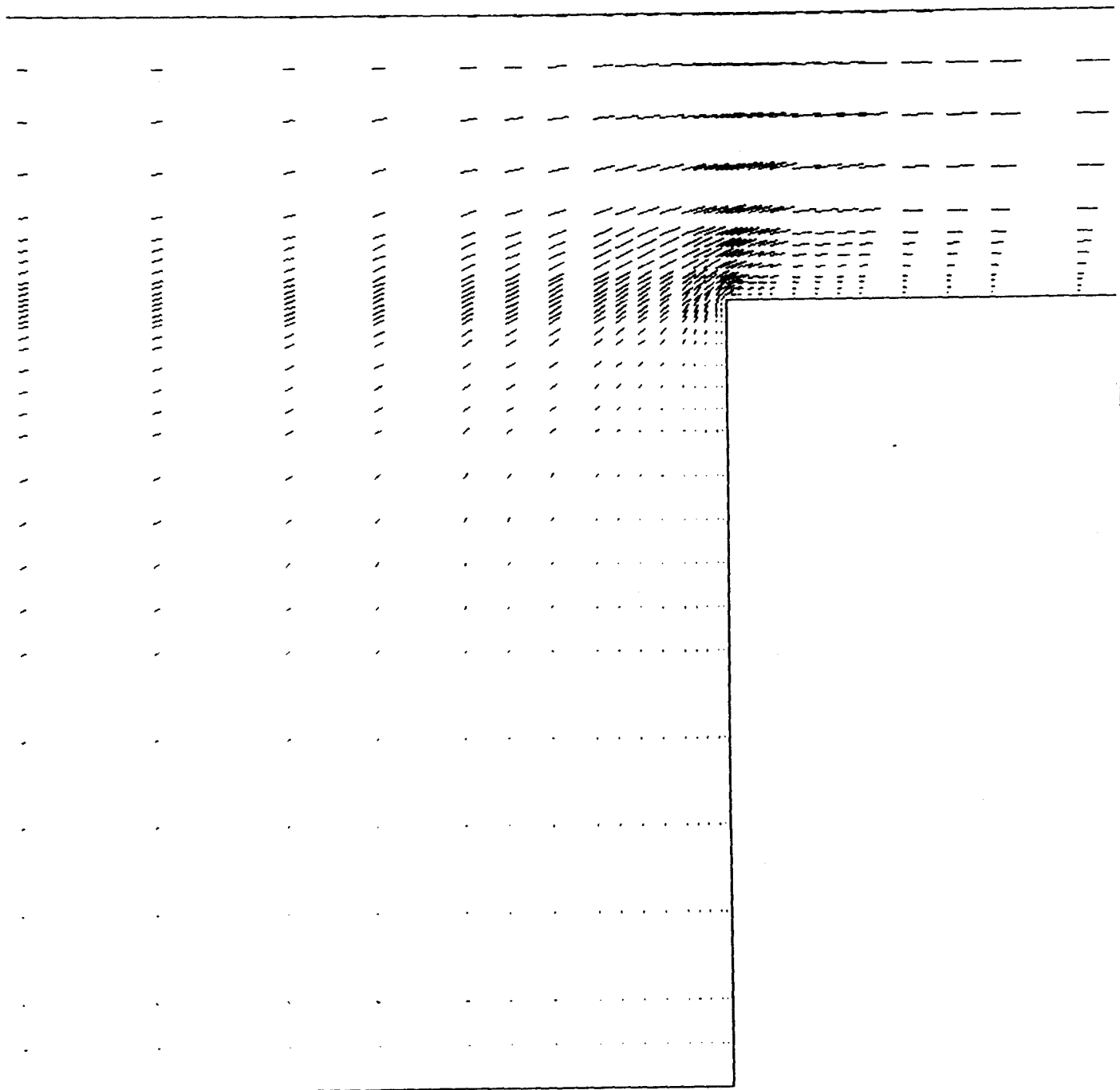


FIGURE 4.24

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 2.49 \quad We_{\text{sortie}} = 35.05$$

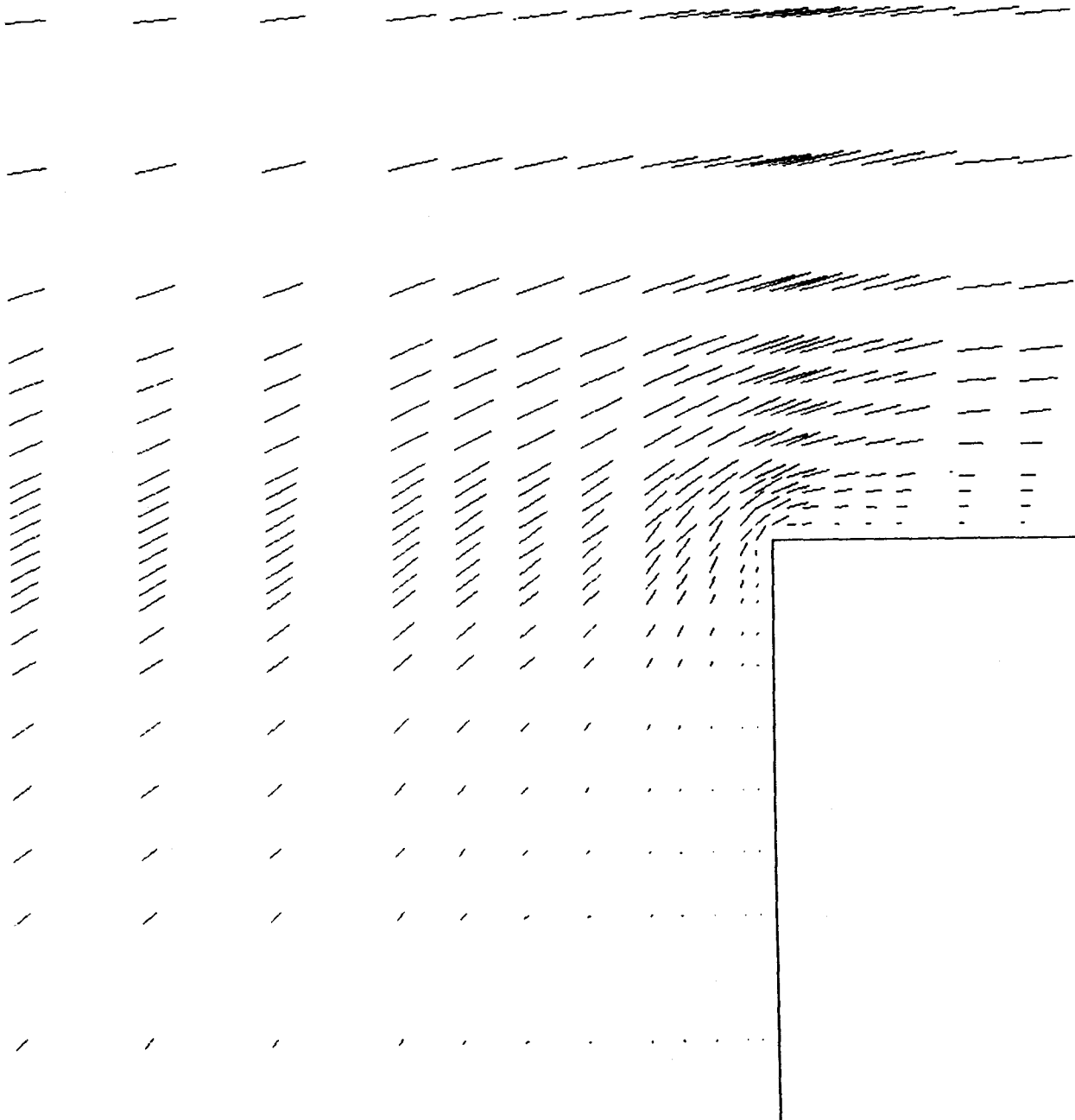


FIGURE 4.25

CHAMP COMPLET DES VITESSES

$We_{entree} = 3.31$ $We_{sortie} = 46.74$

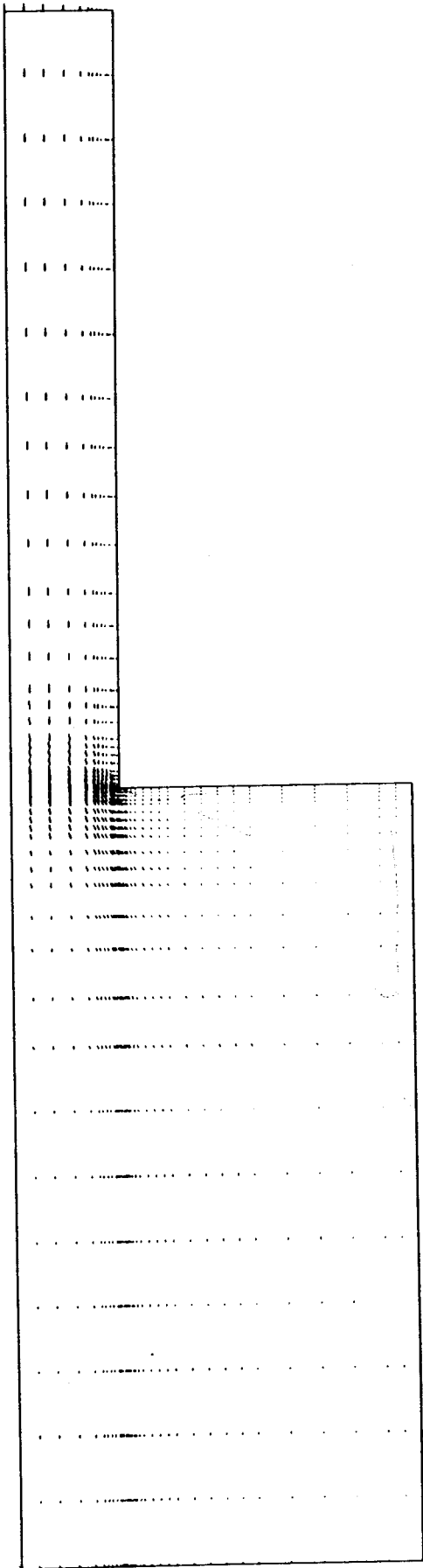


FIGURE 4.26

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 3.31 \quad We_{\text{sortie}} = 46.74$$

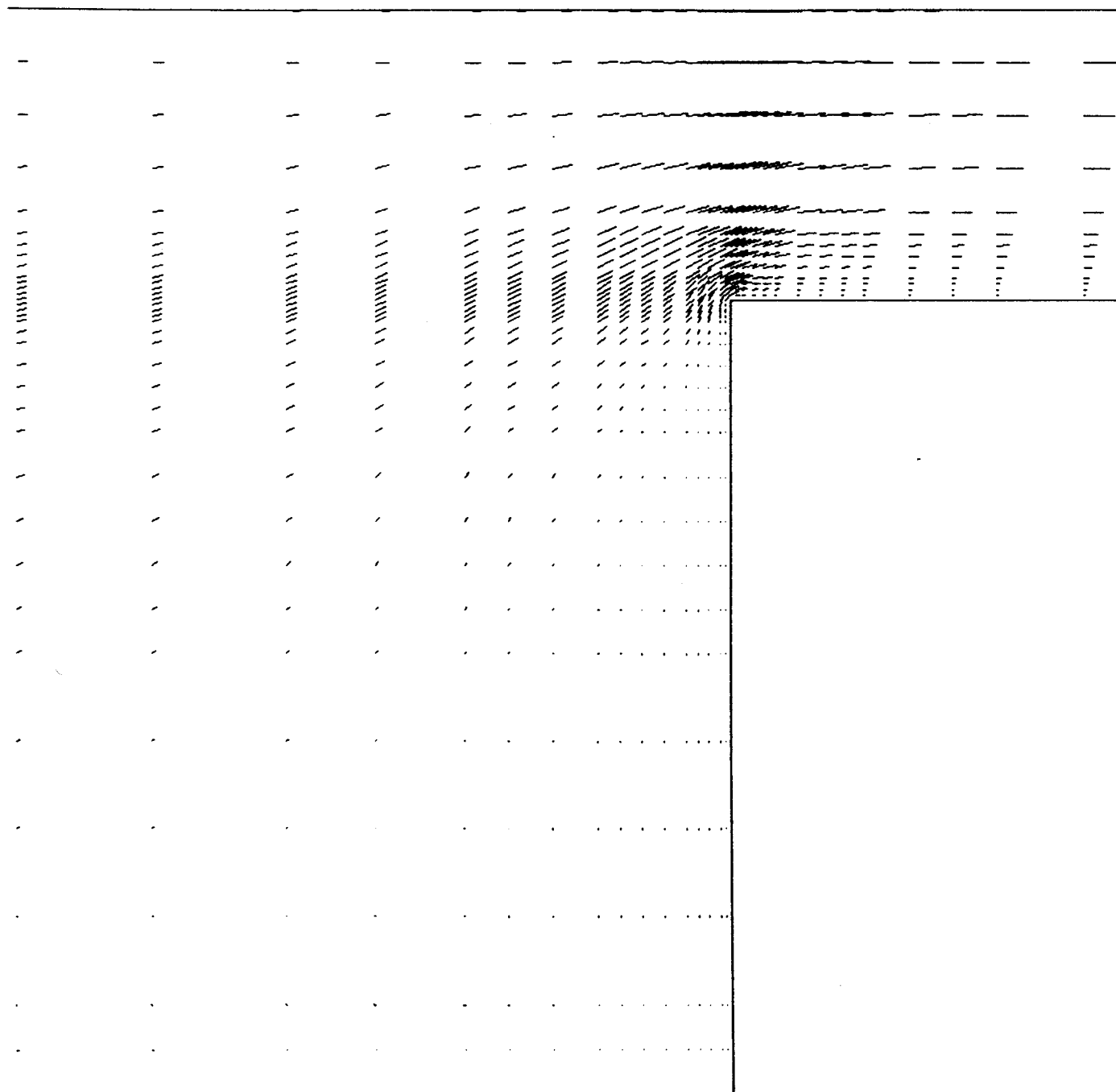


FIGURE 4.27

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 3.31 \quad We_{\text{sortie}} = 46.74$$

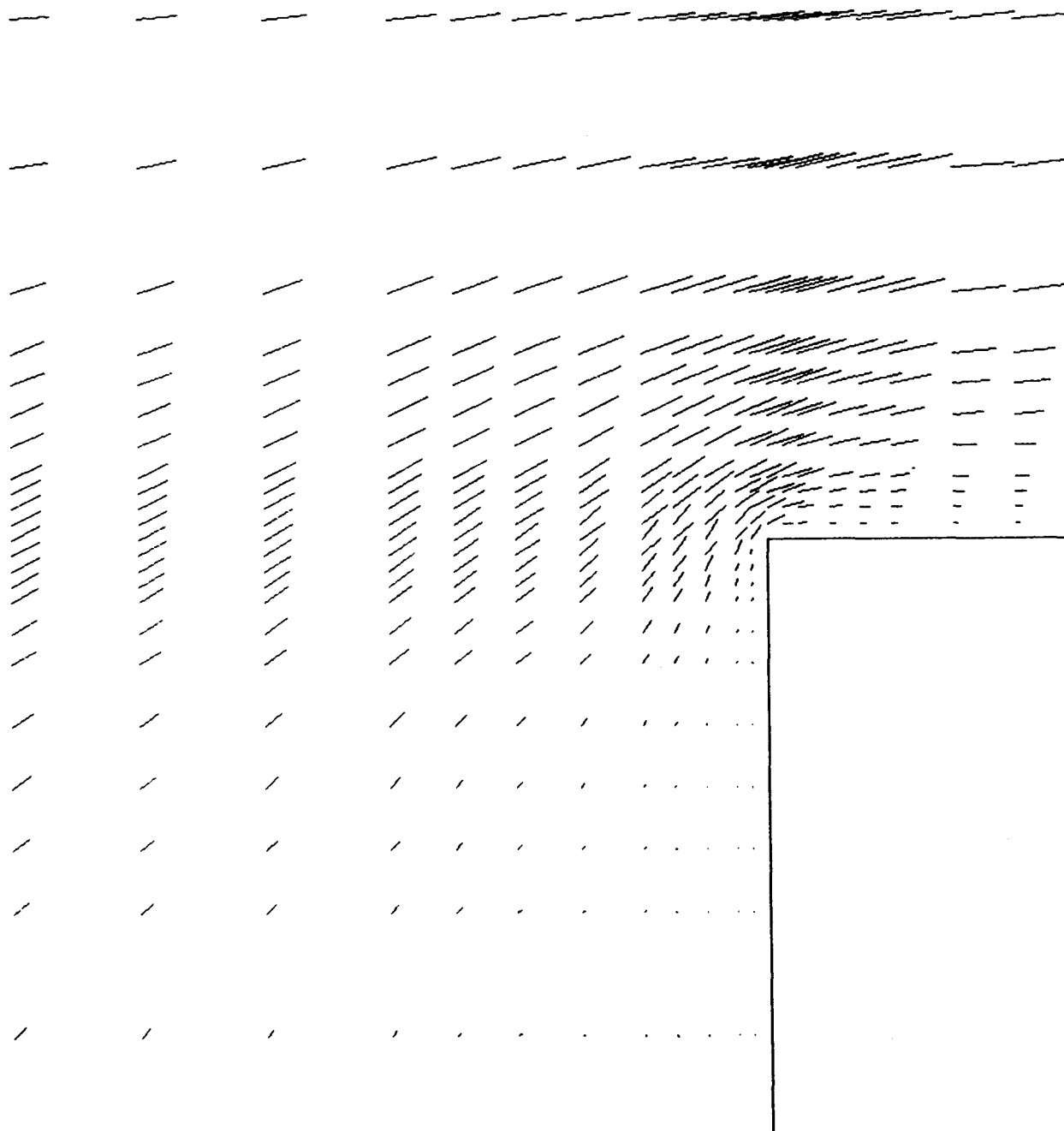
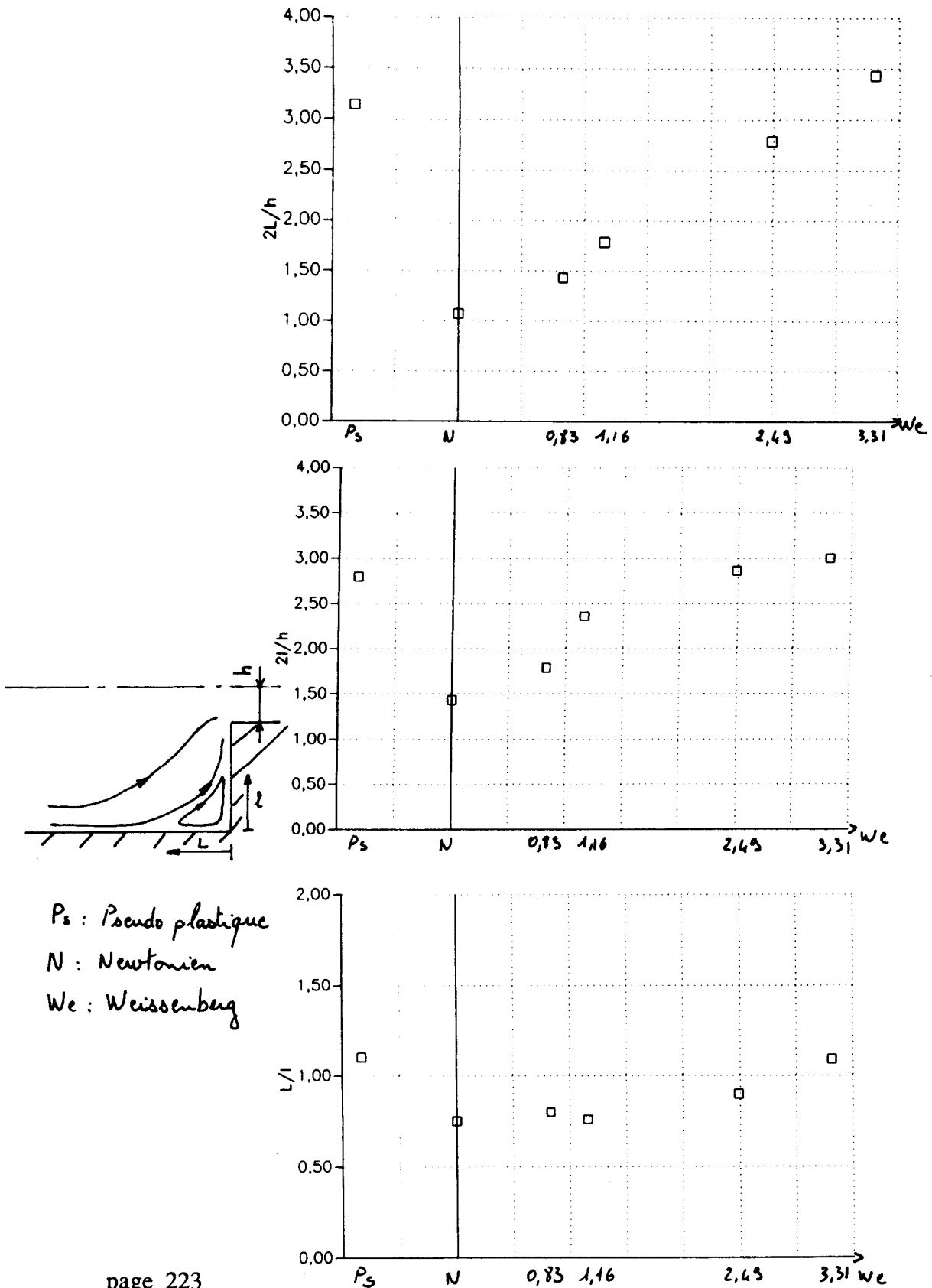


FIGURE 4.28

EVOLUTION DE LA LONGUEUR DE RECIRCULATION
SUIVANT X



4.3.3 Application à un cas industriel

La première application du code de calcul tel qu'il a été validé, a permis d'étudier le champ des vitesses et le champ des pressions dans une filière utilisée en production. (figures 4.29 et 4.30)

Le travail effectué est similaire à celui réalisé dans le cas d'une contraction (figures 4.31 à 4.40)

La principale contrainte rencontrée est liée au coût de calcul nécessaire pour un maillage de cet importance.

Les calculs ont été effectués pour le Modèle Newtonien, le modèle Pseudoplastique et le modèle de Maxwell.

La comparaison des trois résultats nous montre les différences de modélisation.

Les profils de vitesses sont différents:

- le modèle de Newton donne un profil de type parabolique,
- le modèle Pseudoplastique a tendance à diminuer la vitesse maximum du profil suivant le choix des constantes rhéologiques (K , M). Nous retrouvons les résultats décrits par Agassant et Al [1 L]
- suivant le nombre de Weissenberg, le modèle de Maxwell modifie l'allure générale du profil de vitesse. Plus We est important et plus le gradient de vitesse à la paroi est important ce qui a tendance à aplatiser le profil au milieu.
Nous avons choisi des nombres de Weissenberg importants pour tester les limites du code. Physiquement dans un processus d'extrusion, les nombres de We sont plus faibles.

Avec le modèle rhéologique le mieux associé à la matière étudiée, ce type de calcul permet une prédétermination de la filière en vue d'optimiser la perte de charge en pression pour un débit donné.

FIGURE 4.29
MAILLAGE RETENU

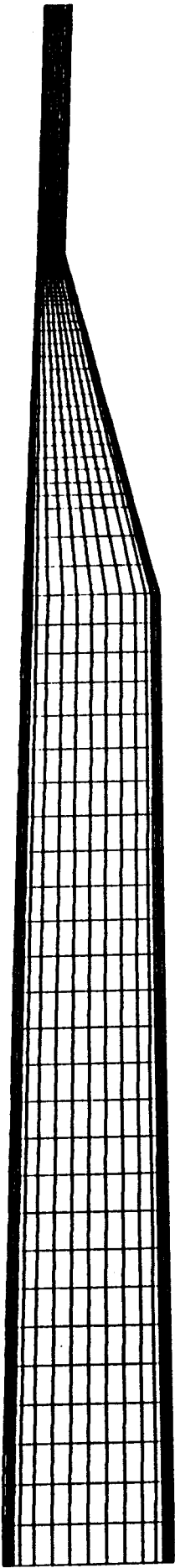


FIGURE 4.30
ZOOM DU MAILLAGE

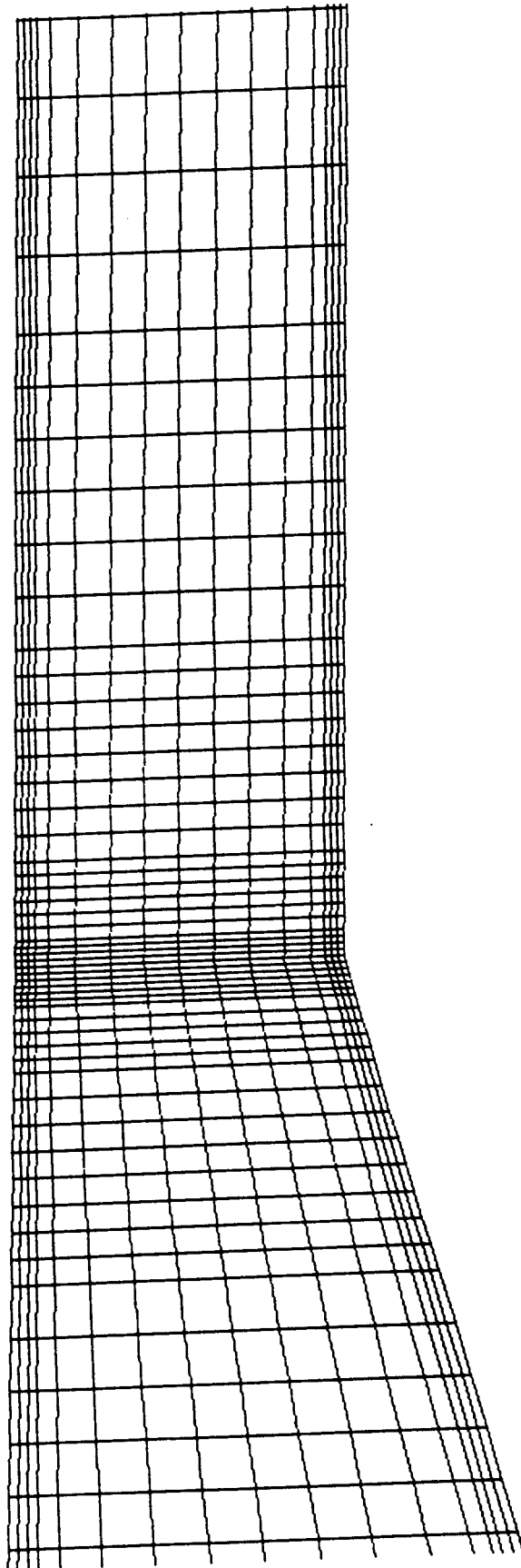


FIGURE 4.31

CHAMP COMPLET DES VITESSES

Modèle Newtonien

$Re_{\text{entrée}} = 1.71$

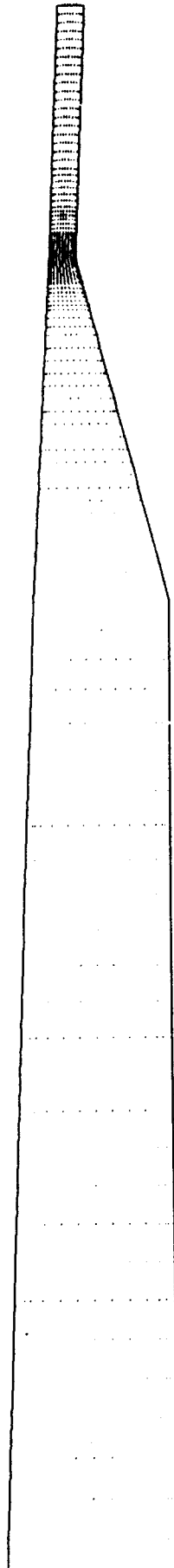


FIGURE 4.32

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

Modèle Newtonien

$Re_{\text{entrée}} = 1.71$

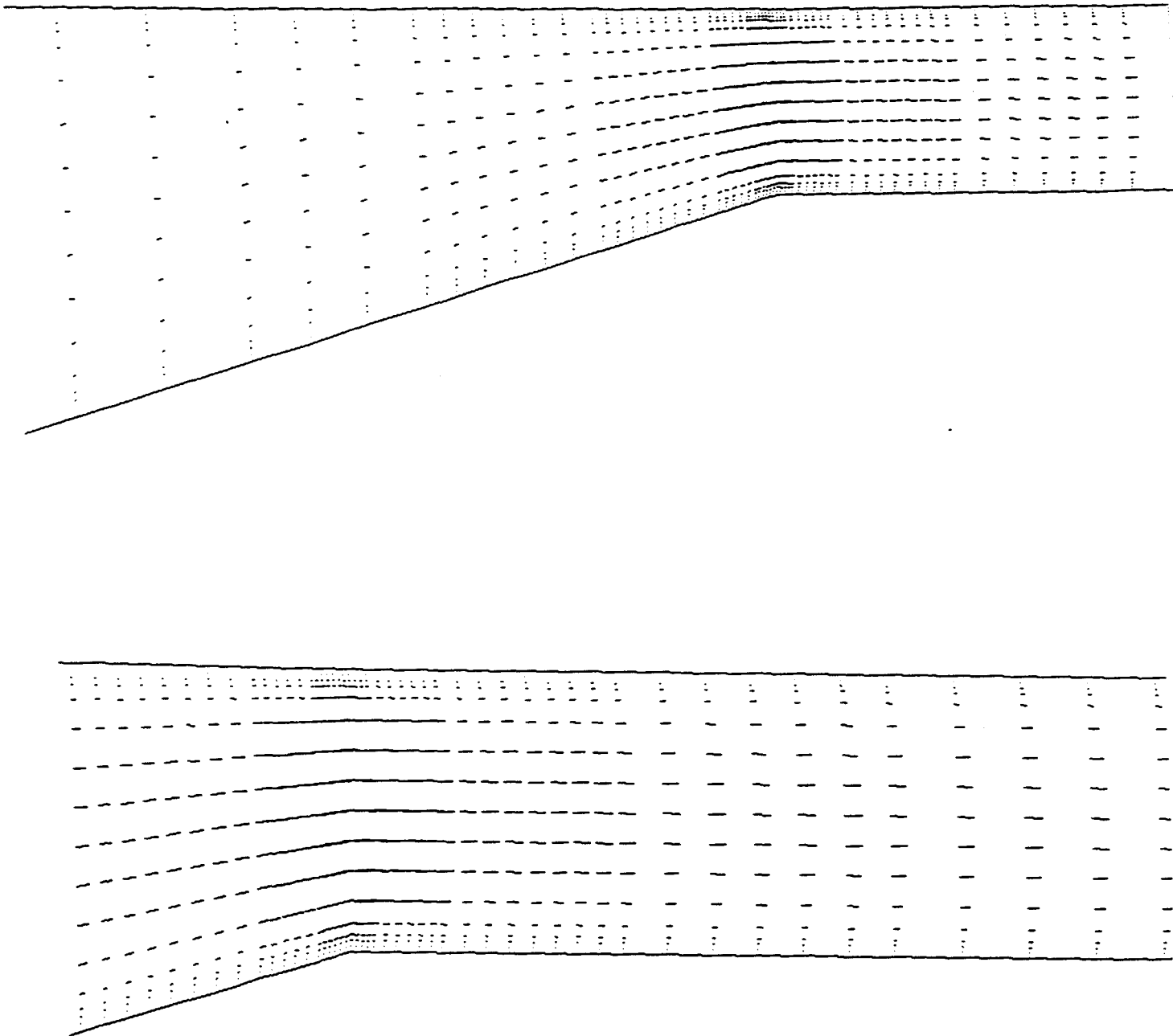


FIGURE 4.33

CHAMP COMPLET DES VITESSES

Modèle Pseudoplastique

$$Re_{\text{entrée}} = 1.71$$

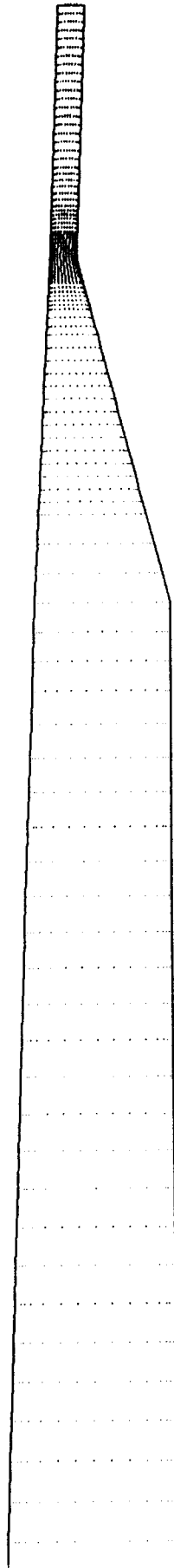


FIGURE 4.34

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES
Modèle Pseudoplastique
 $Re_{\text{entrée}} = 1.71$

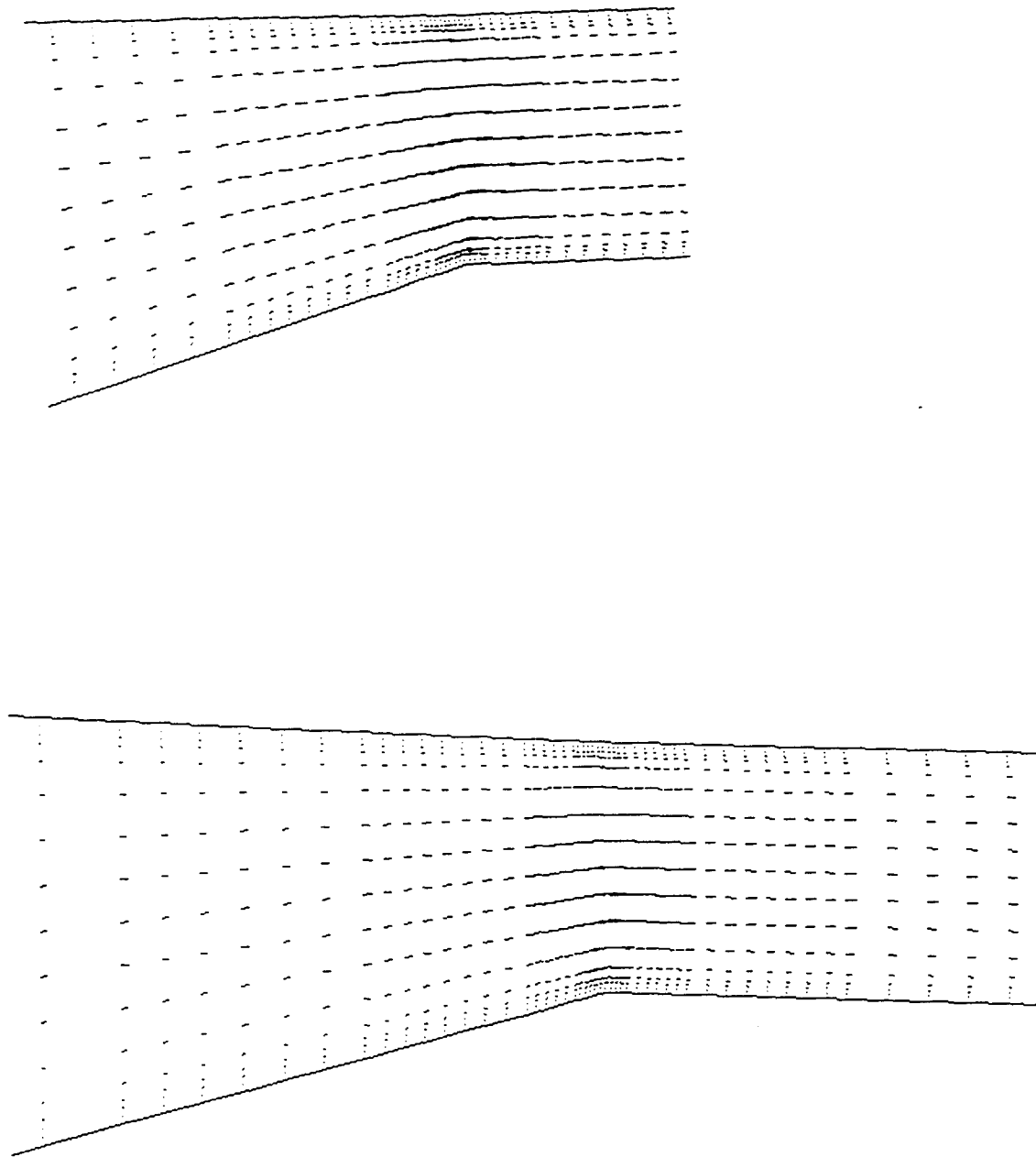


FIGURE 4.35

CHAMP COMPLET DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 8.771$$

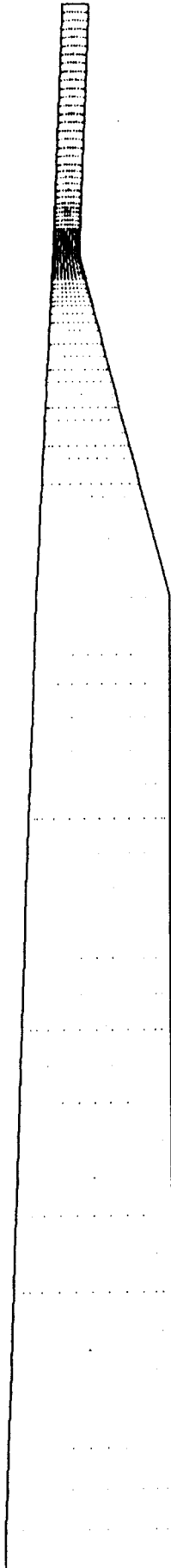


FIGURE 4.36

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 8.771$$

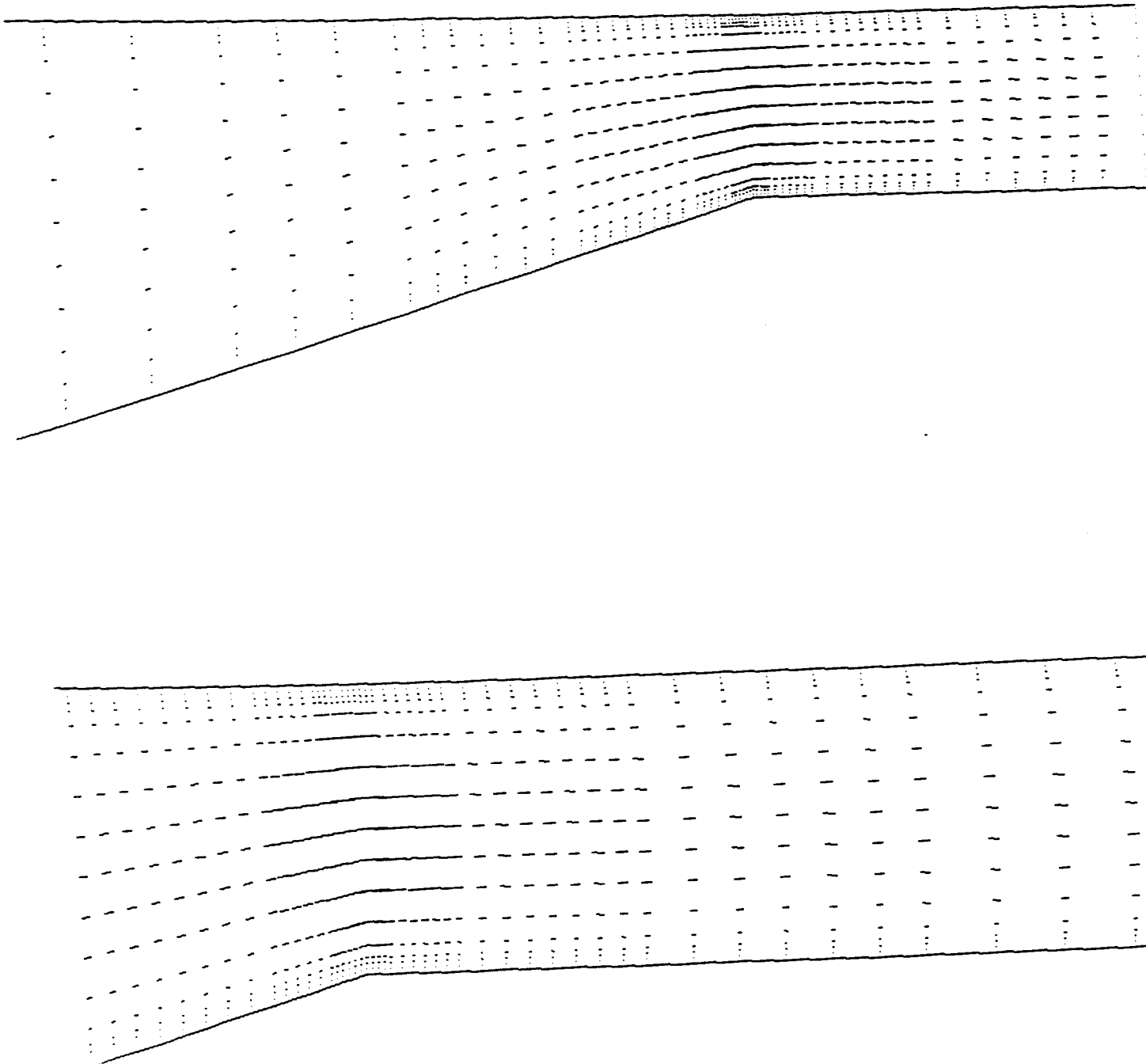


FIGURE 4.37

CHAMP COMPLET DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 17.543$$

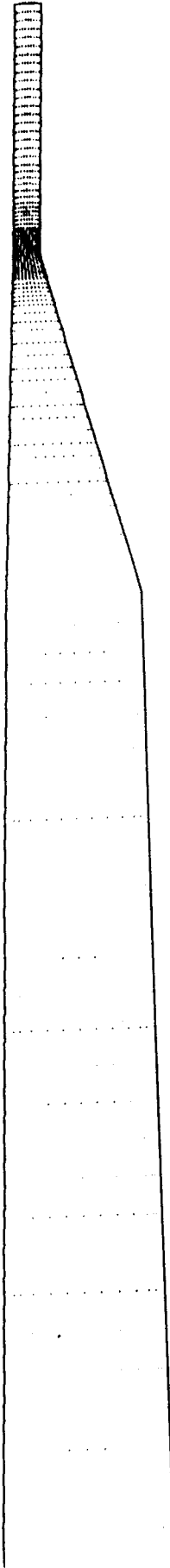


FIGURE 4.38

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 17.543$$

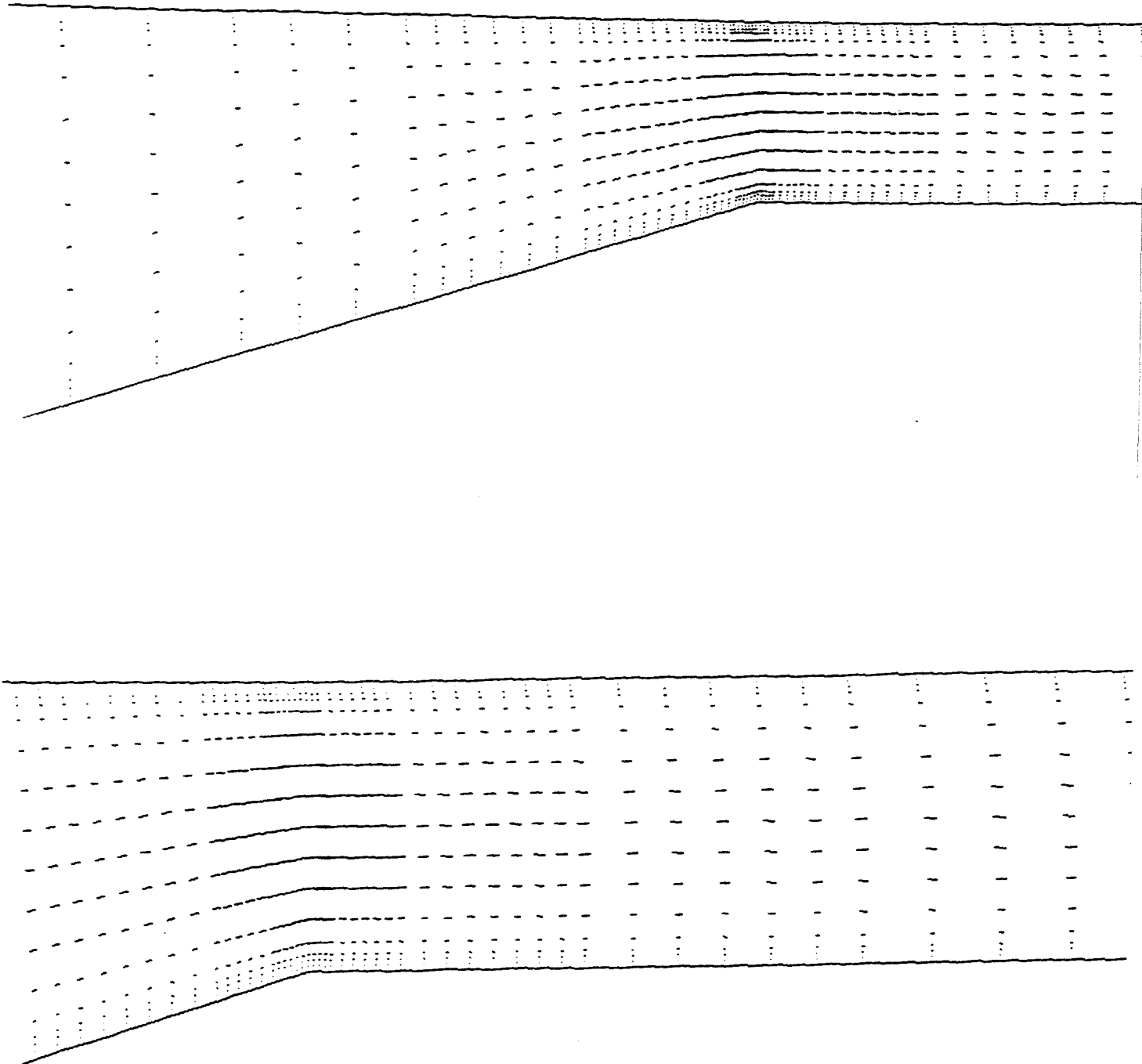


FIGURE 4.39

CHAMP COMPLET DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 87.719$$

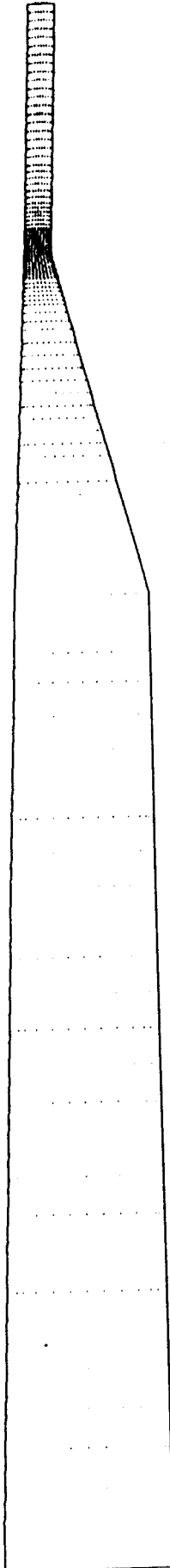
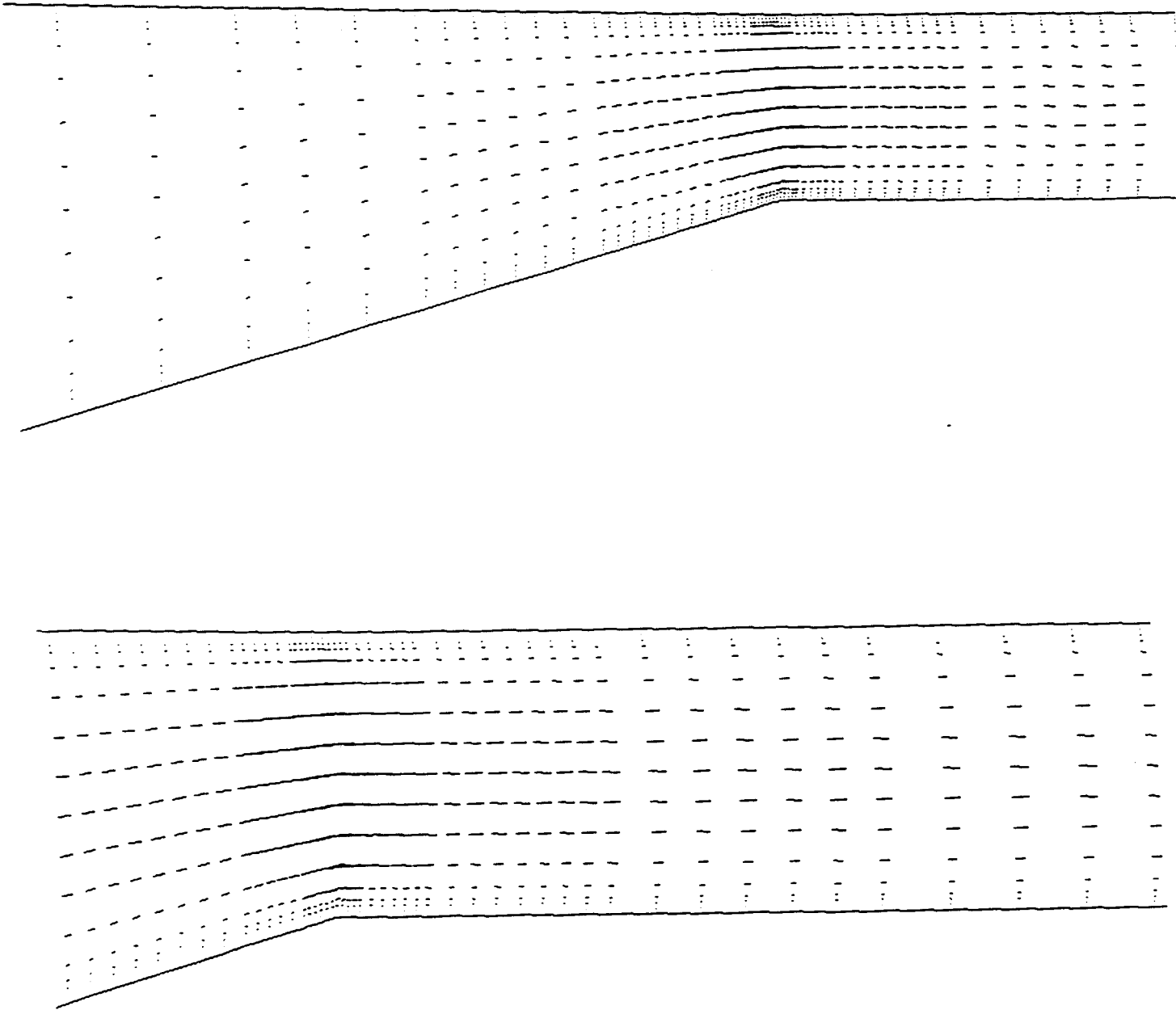


FIGURE 4.40

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

$$We_{\text{entree}} = 87.719$$



4.3.4 Etude du gonflement

La suite logique de ce travail, a consisté à mettre en oeuvre un algorithme qui puisse suivre l'évolution d'une surface libre.

Une fois le logiciel validé, il est devenu alors possible de prédire la mise en forme d'un écoulement de Maxwell.

Au cours de cette étude, les conditions aux limites que nous avons imposées sur la surface libre n'ont pas pris en compte les tensions de surface.

4.341 Modèle Newtonien

L'étude du gonflement avec le modèle Newtonien, nous a permis d'améliorer l'algorithme du code de calcul ainsi que la prise en compte des conditions aux limites aval et de surface libre.

Le point singulier qui se situe à la sortie de la filière induit des gradients de vitesse très importants. C'est pour éviter l'apparition d'ondulations de la surface libre juste après le point singulier que nous avons développé l'algorithme de correction des vitesses et des pressions. Cela a permis de supprimer presque totalement ce phénomène.

Dans un premier temps, nous avons utilisé une condition de pression pour la condition aval de l'écoulement.

Mais cette condition ne correspond pas à la réalité physique d'évolution de la surface libre pour un code de calcul instationnaire (vitesse de gonflement minimisée).

En effet cela implique que le gradient de pression suivant la direction du gonflement est nul sur la demie maille virtuelle où est appliquée la condition limite. C'est pour éviter ce problème que nous avons mis en place la condition limite aval d'ordre 2 sur les vitesses.

Pour calculer la vitesse de déplacement de la surface libre nous avons dû définir la normale à cette surface. Si nous nous contentons d'utiliser la valeur de l'angle entre l'intersection des contours de deux mailles adjacentes cela revient à faire une approximation linéaire de la surface de gonflement.

Cette approximation est trop grossière pour correspondre à la forme réelle du gonflement. C'est pourquoi nous avons approximé la surface libre par une cubic-spline puis défini en chaque point la normale à cette courbe.

Comme dans le cas de la contraction 4:1 , un travail important a été réalisé sur le maillage ainsi que sur la stratégie de déplacement des mailles à l'intérieur de l'écoulement (figures 4.41 et 4.42).

Le taux de gonflement de 17.18% trouvé pour $Re = 2.7$ est légèrement inférieur à ceux publiés (18% à 19%), mais cette différence provient sans doute de la différence de condition à la condition limite aval. (figures 4.43 à 4.46)

Les calculs effectués pour un nombre de Reynolds beaucoup plus faible ($Re = 0.0135$) change peu le taux de gonflement: 17.19% . (figures 4.47 à 4.51)

Le champ des vitesses montre bien la réorganisation du profil parabolique en un profil plat.(figures 4.43 à 4.45) et (figures 5.49 à 4.51)

Le champ des pressions montre bien le saut en pression qui en fait correspond à l'avancée de la pression nécessaire à la réorganisation du profil des vitesses.(figure 4.46)

4.3.4.2 Modèle de Maxwell

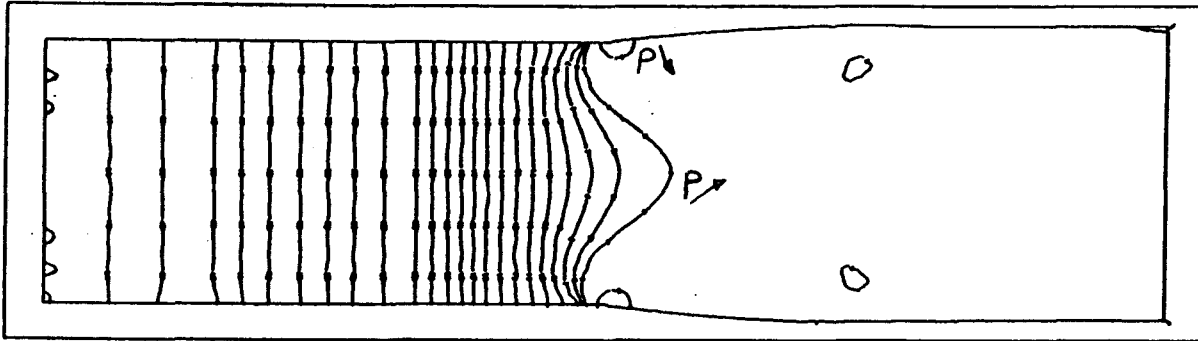
Nous avons effectué les calculs pour différents nombres de Weissenberg. Plus le nombre de Weissenberg augmente et plus le taux de gonflement est important (figures 4.52 à 4.66). La correspondance entre We et le taux de gonflement est donnée dans le tableau récapitulatif suivant:

We	0	0.5	1.11	1.77
X	17.19	19.97	24.8	29.9

Si nous comparons nos valeurs avec celles publiées (figure 4.67), nous remarquons une différence mais les solutions trouvées se trouvent dans le domaine des valeurs correctes.

Cela montre bien, comme l'ont montré M.B. BUSH et Al [13G], l'influence du code de calcul sur la solution (taux de gonflement, nombre de Weissenberg limite, ...).

Si au niveau des points singuliers il se crée une chute de la pression hydrostatique, la pression au milieu de l'écoulement augmente et a tendance à avancer dans l'écoulement lorsque We croît.



Cette remarque va dans le sens des observations relevées pour un écoulement plan: pour conserver le débit constant, si We croît alors le différentiel de pression augmente.

De même, les conditions initiales ont une grande importance, surtout lorsque nous approchons du nombre de Weissenberg limite.

La plupart des auteurs prennent pour conditions initiales le résultat précédent à partir duquel ils augmentent le nombre de Weissenberg.

De cette manière, il est possible d'atténuer les effets dus aux variations du champ des vitesses. Habituellement la progression se fait par pas de $We = We + 0.25$. Pour des problèmes de coûts, nous n'avons pas pu agir de même ce qui nous a empêché de calculer le nombre de Weissenberg limite qui se trouve généralement autour de $We = 2$.

4.3.5 Commentaire

Comme nous venons de le voir, le code de calcul qui a été développé a été validé tant que le nombre de Weissenberg est inférieur au nombre de Weissenberg limite relatif aux conditions d'utilisation.

Pour utiliser le code de calcul au cours de la définition de la géométrie des outillages servant à l'extrusion des filets, il reste deux points importants à résoudre.

Dans un premier temps, la minimisation des coûts informatiques liés à l'utilisation de maillage important et au temps de convergence.

Ensuite, développer la partie modélisation du polymère en utilisant des modèles à dérivées objectives plus complexes tels que Oldroyd, MPTT,

Le principal problème étant lié à l'optimisation du maillage ainsi qu'au temps de calcul nécessaire pour de grandes géométries.

FIGURE 4.41
MAILLAGE RETENU
 $Re_{\text{entrée}} = 2.7$

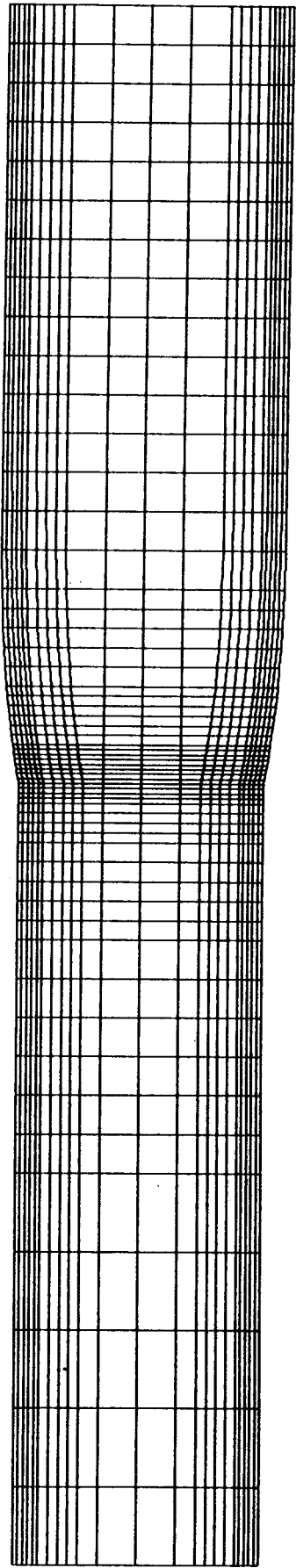


FIGURE 4.42

ZOOM DU MAILLAGE

$Re_{\text{entrée}} = 2.7$

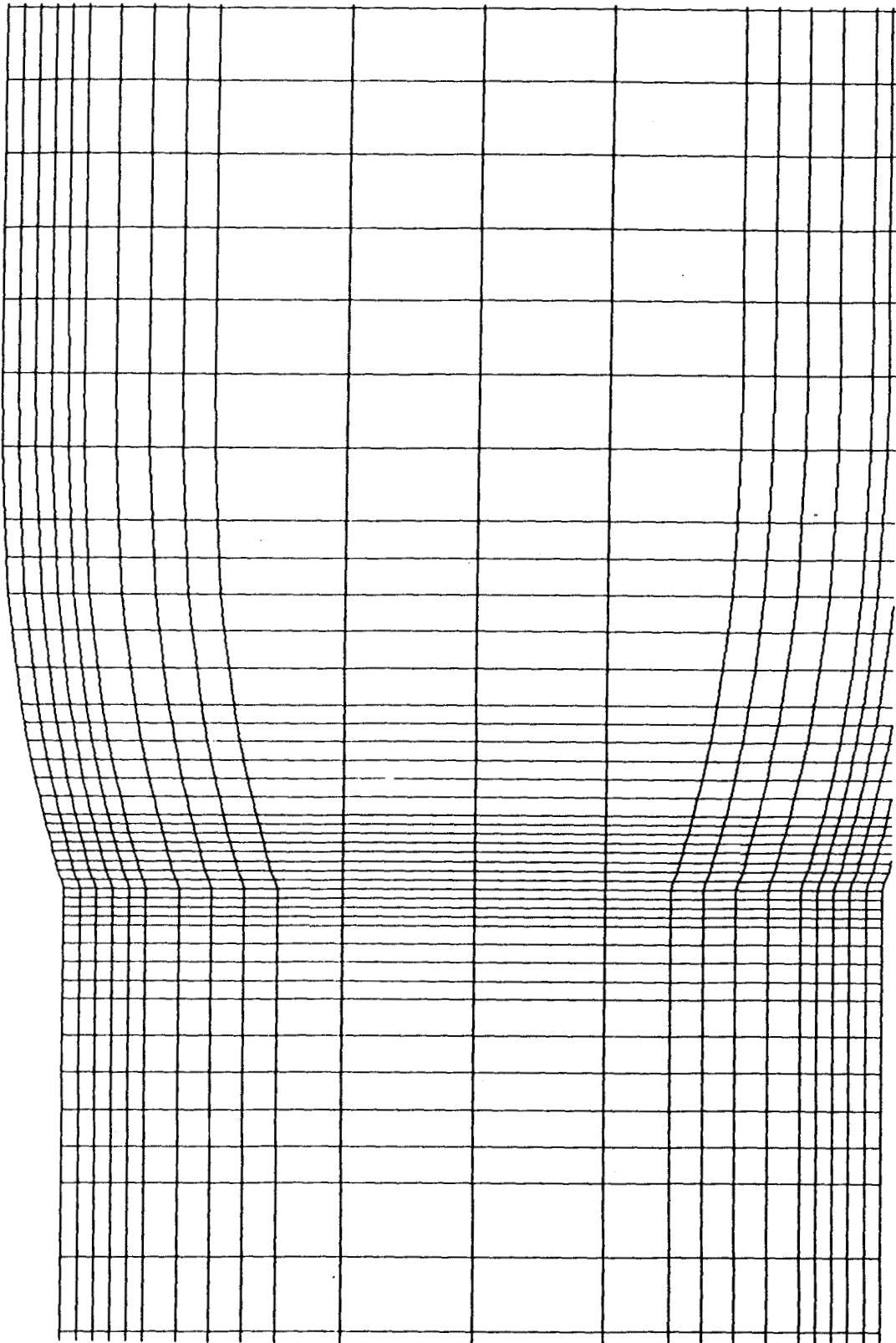


FIGURE 4.43

CHAMP COMPLET DES VITESSES
Modèle Newtonien
 $Re_{\text{entrée}} = 2.7$

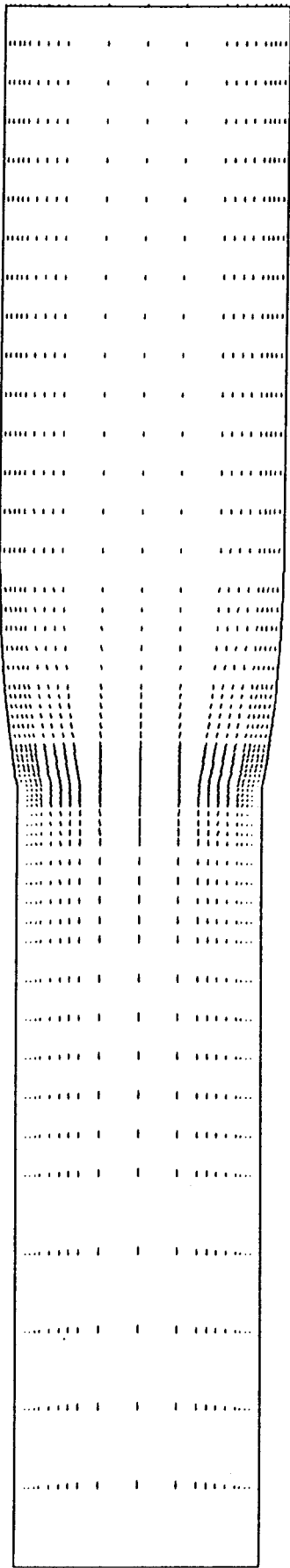


FIGURE 4.44

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES
 Modèle Newtonien
 $Re_{\text{entrée}} = 2.7$

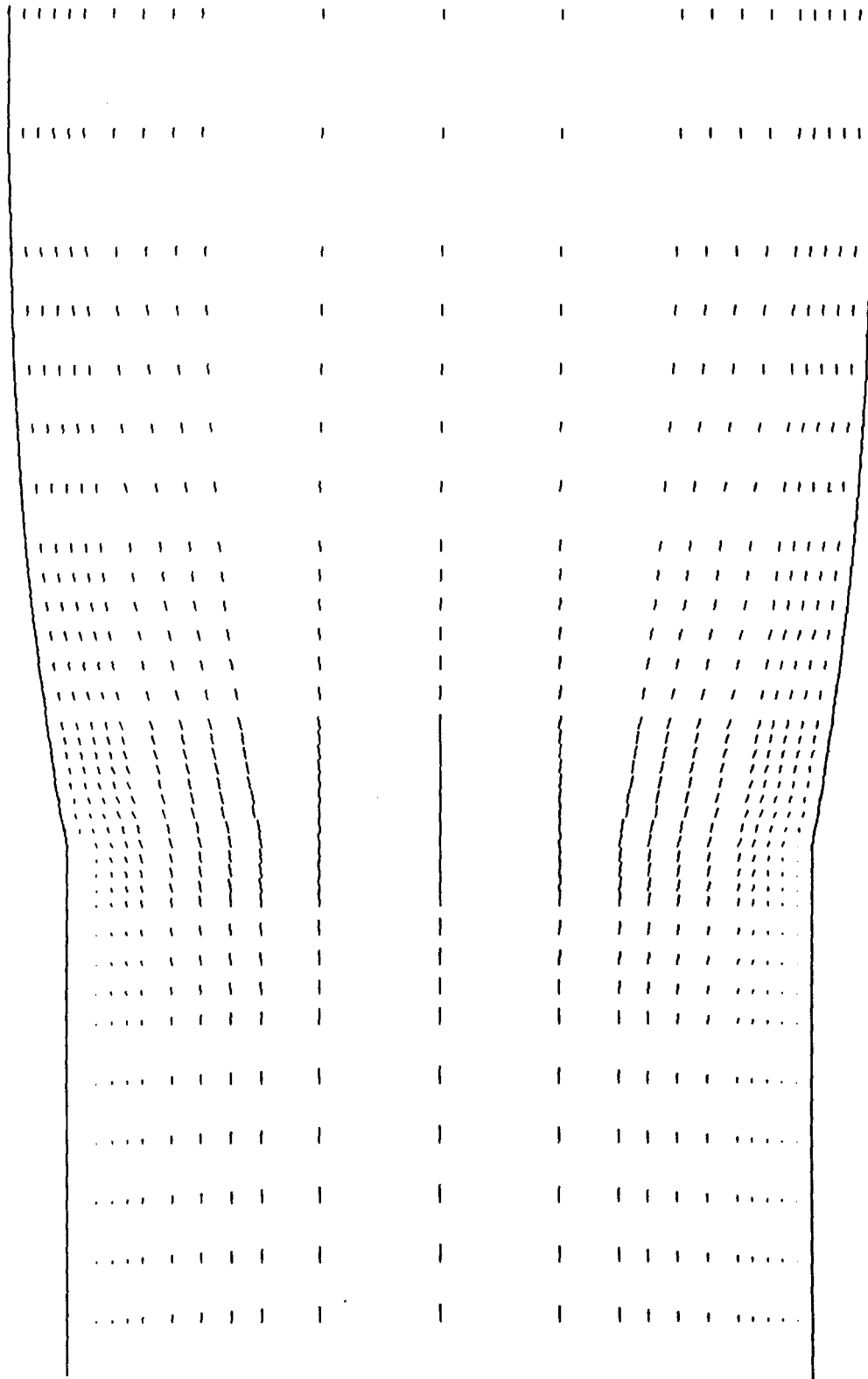


FIGURE 4.45

ISOPRESSIONS
Modèle Newtonien
 $Re_{\text{entrée}} = 2.7$

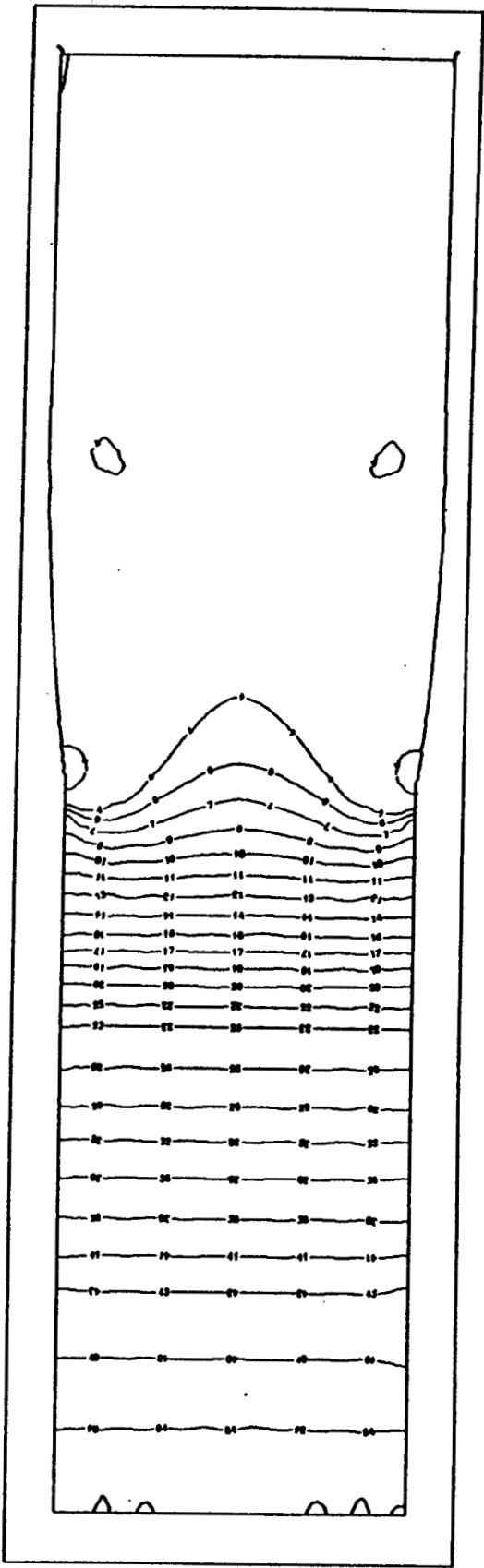


FIGURE 4.46
MAILLAGE RETENU
 $Re_{\text{entrée}} = 0.0135$

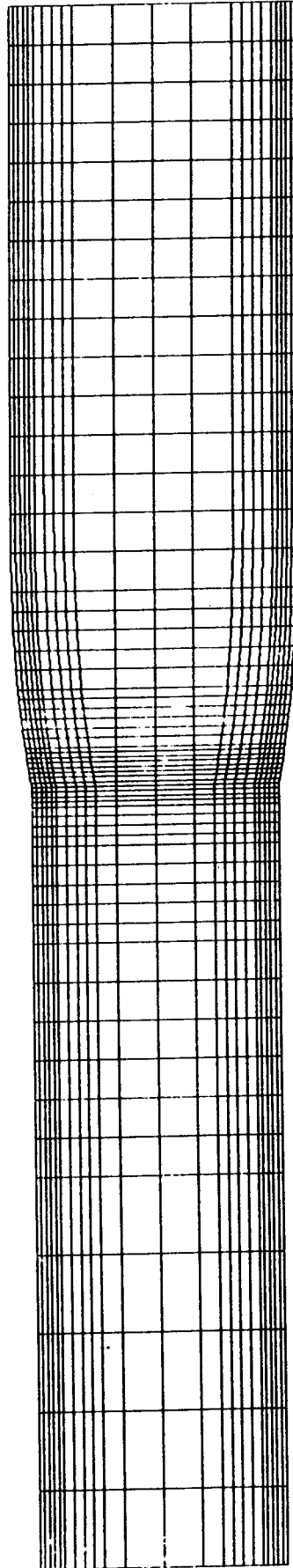


FIGURE 4.47

ZOOM DU MAILLAGE
 $Re_{\text{entrée}} = 0.0135$

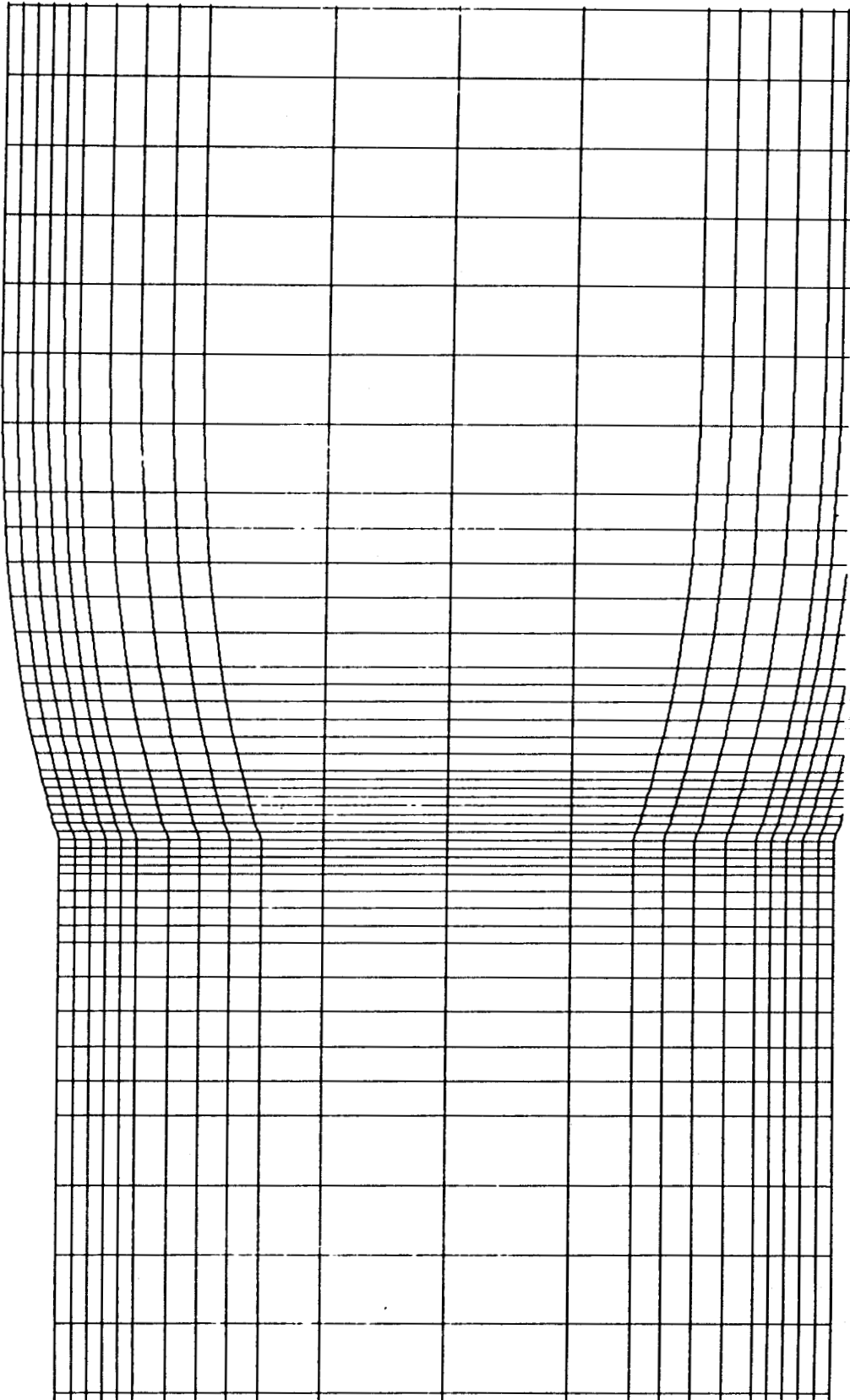


FIGURE 4.48

CHAMP COMPLET DES VITESSES
Modèle Newtonien
 $Re_{\text{entrée}} = 0.0135$

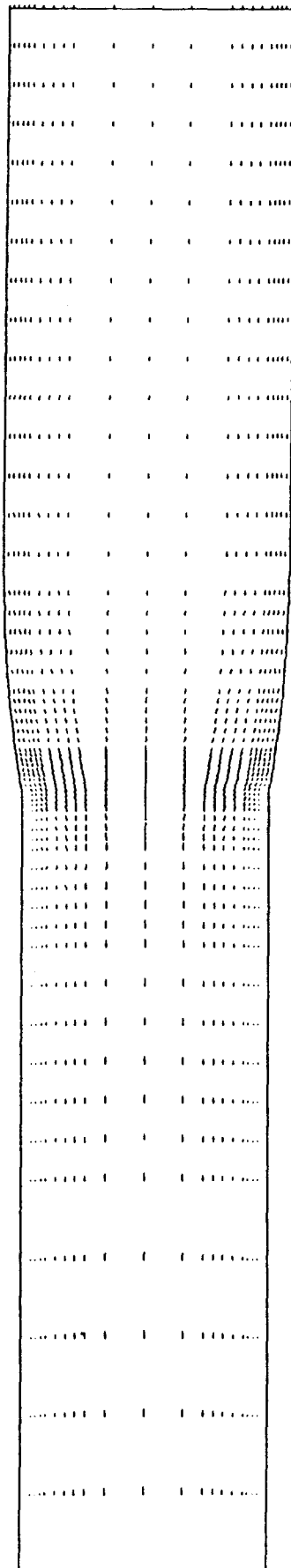


FIGURE 4.49

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

Modèle Newtonien

$Re_{\text{entrée}} = 0.0135$

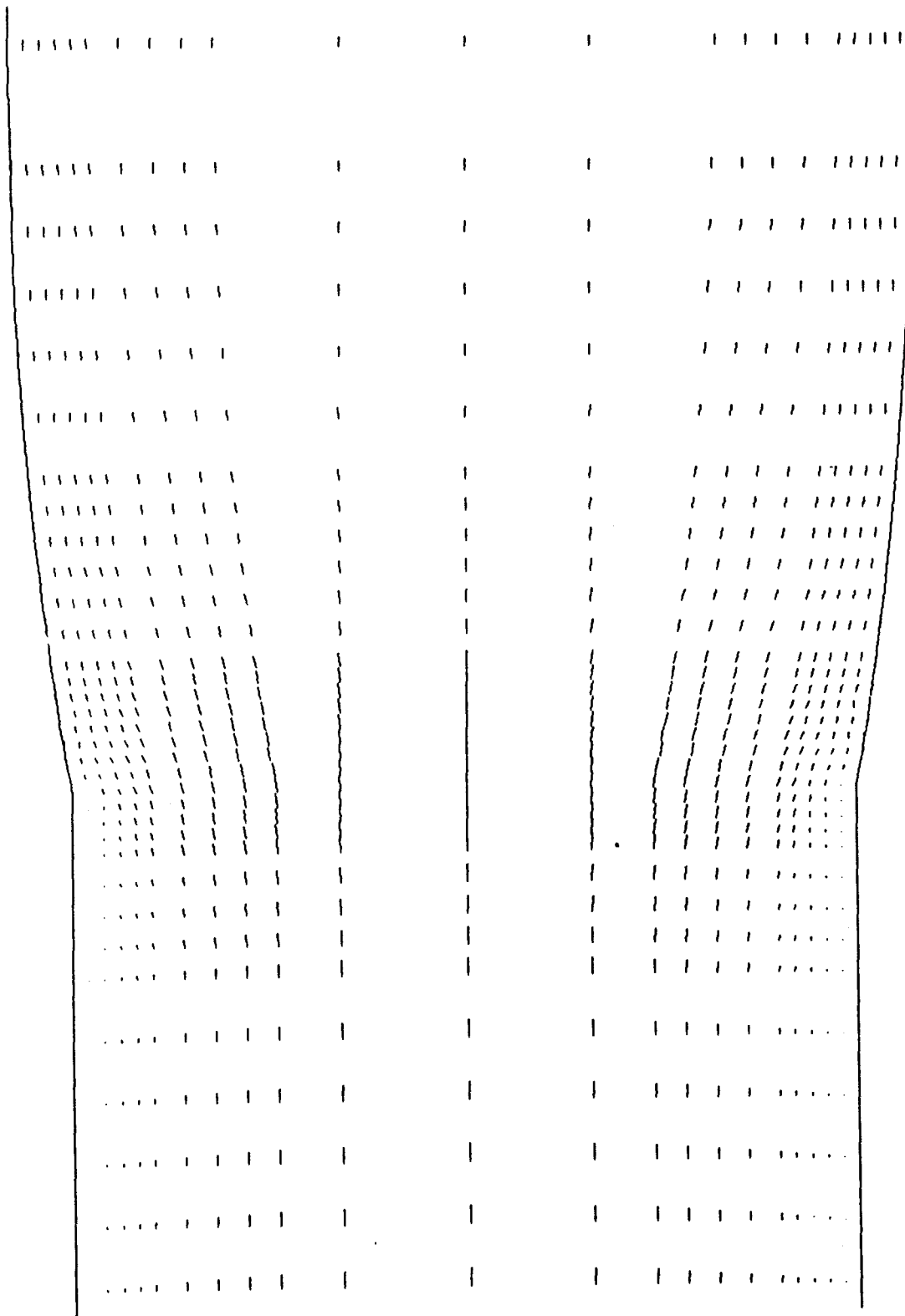


FIGURE 4.50

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

Modèle Newtonien

$Re_{\text{entrée}} = 0.0135$

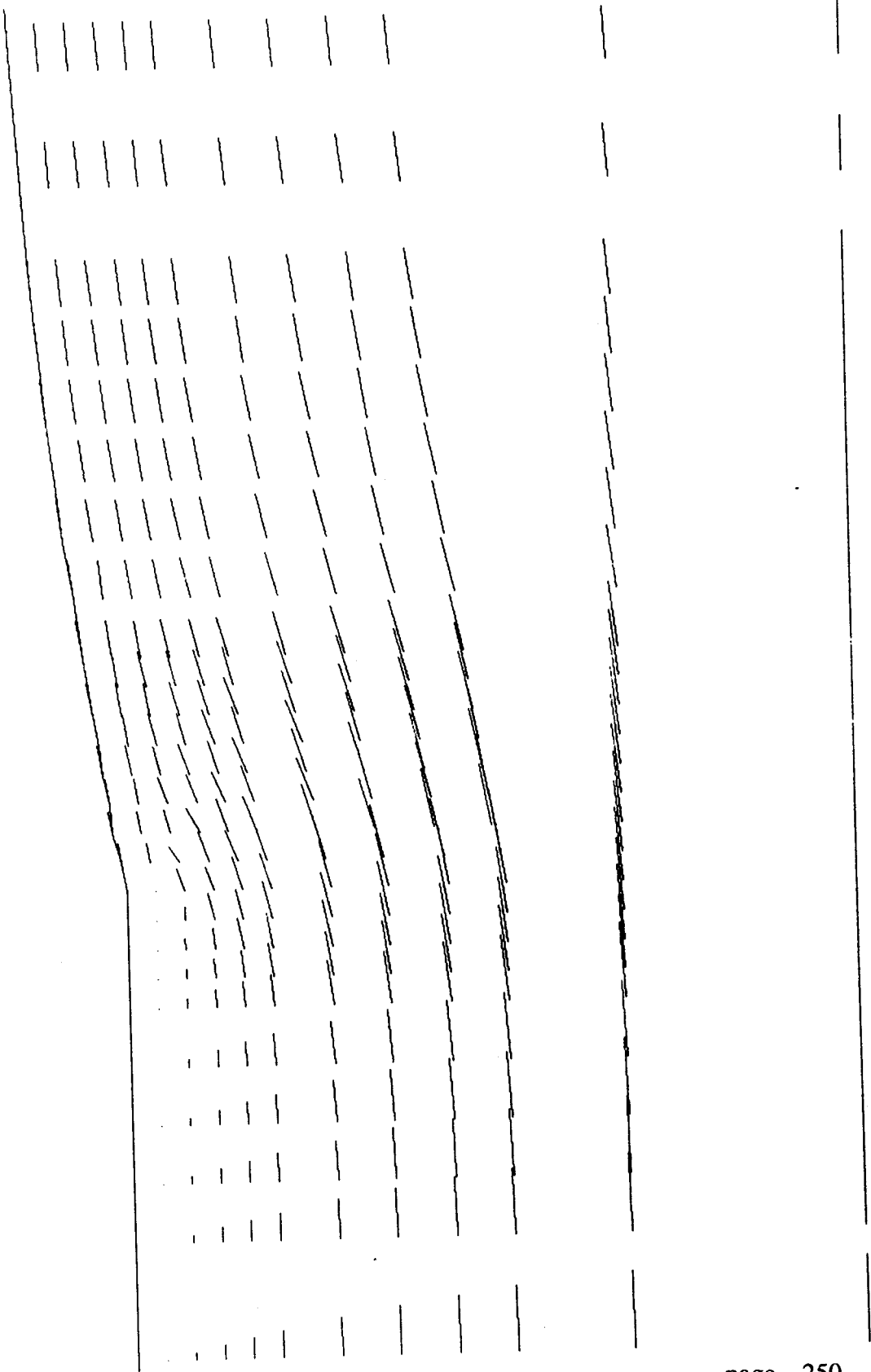


FIGURE 4.51
MAILLAGE RETENU
 $We_{\text{entrée}} = 0.5$

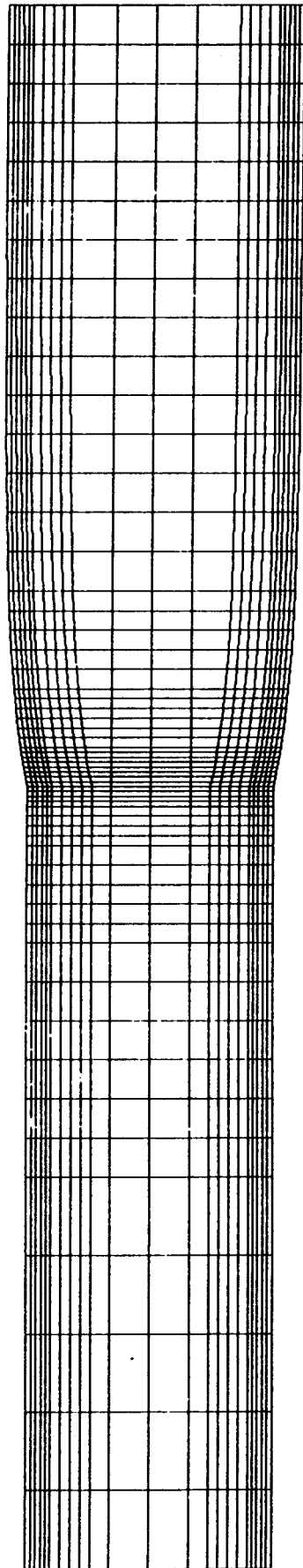


FIGURE 4.52

ZOOM DU MAILLAGE
 $We_{entrée} = 0.5$

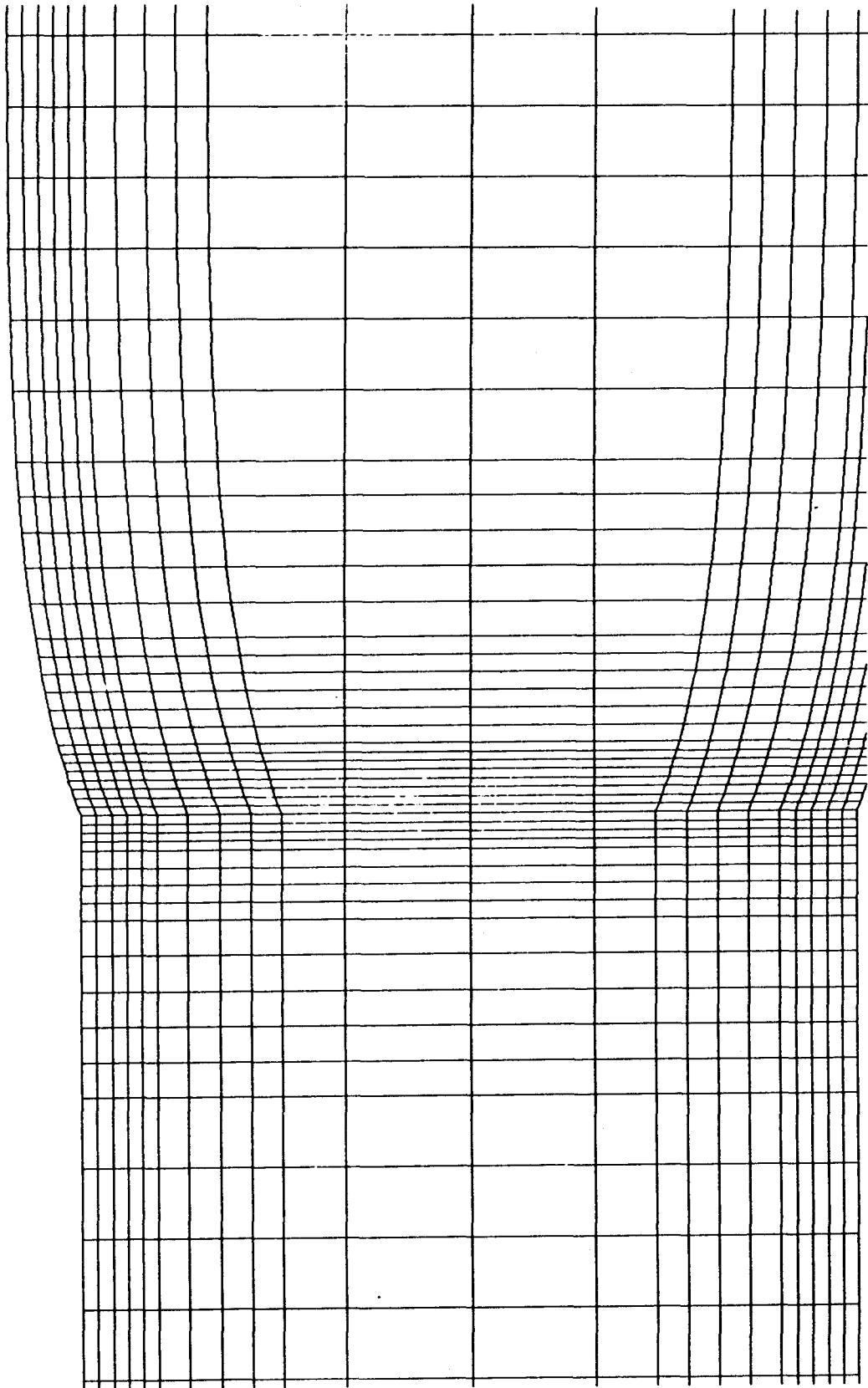


FIGURE 4.53

CHAMP COMPLET DES VITESSES
Modèle Maxwell
 $We_{\text{entrée}} = 0.5$

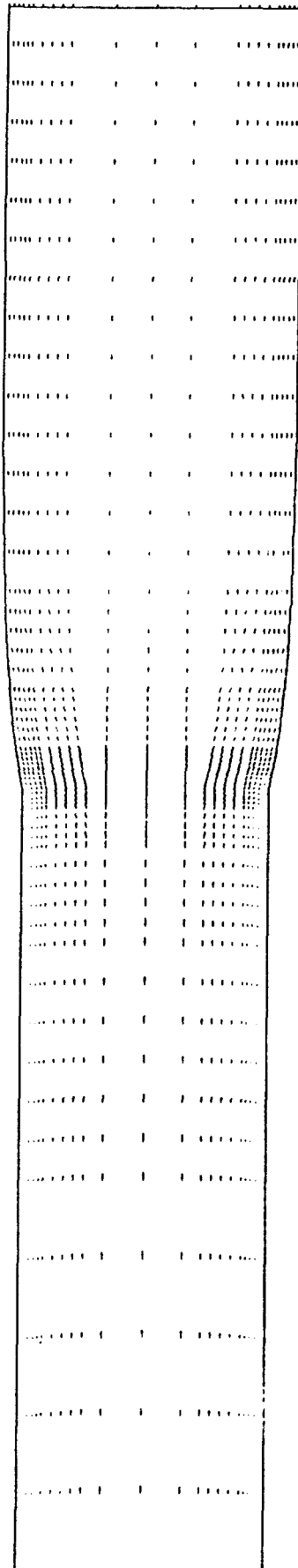


FIGURE 4.54

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

Modèle Maxwell

$We_{\text{entrée}} = 0.5$

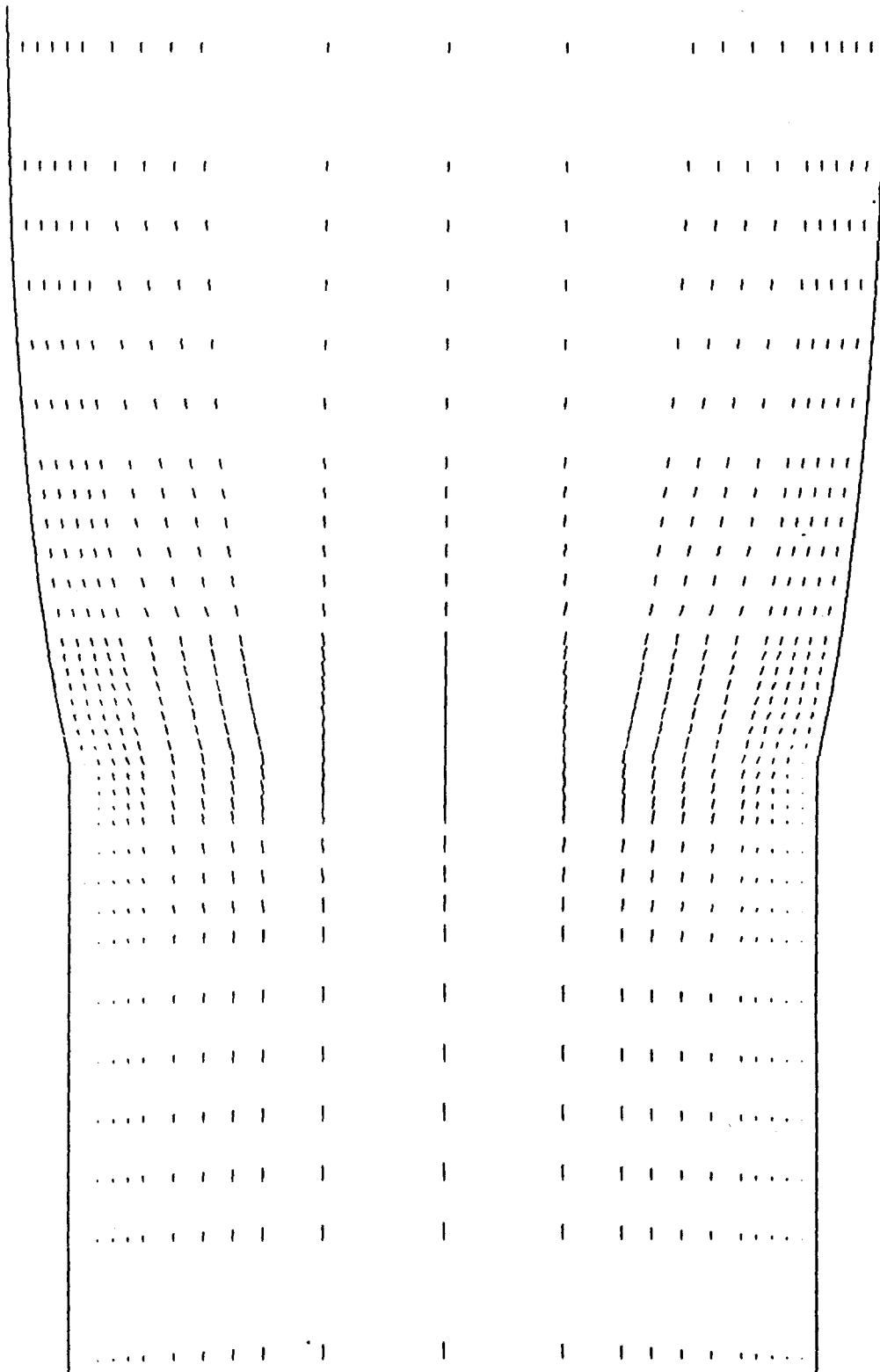


FIGURE 4.55

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

Modèle Maxwell

$$We_{\text{entrée}} = 0.5$$

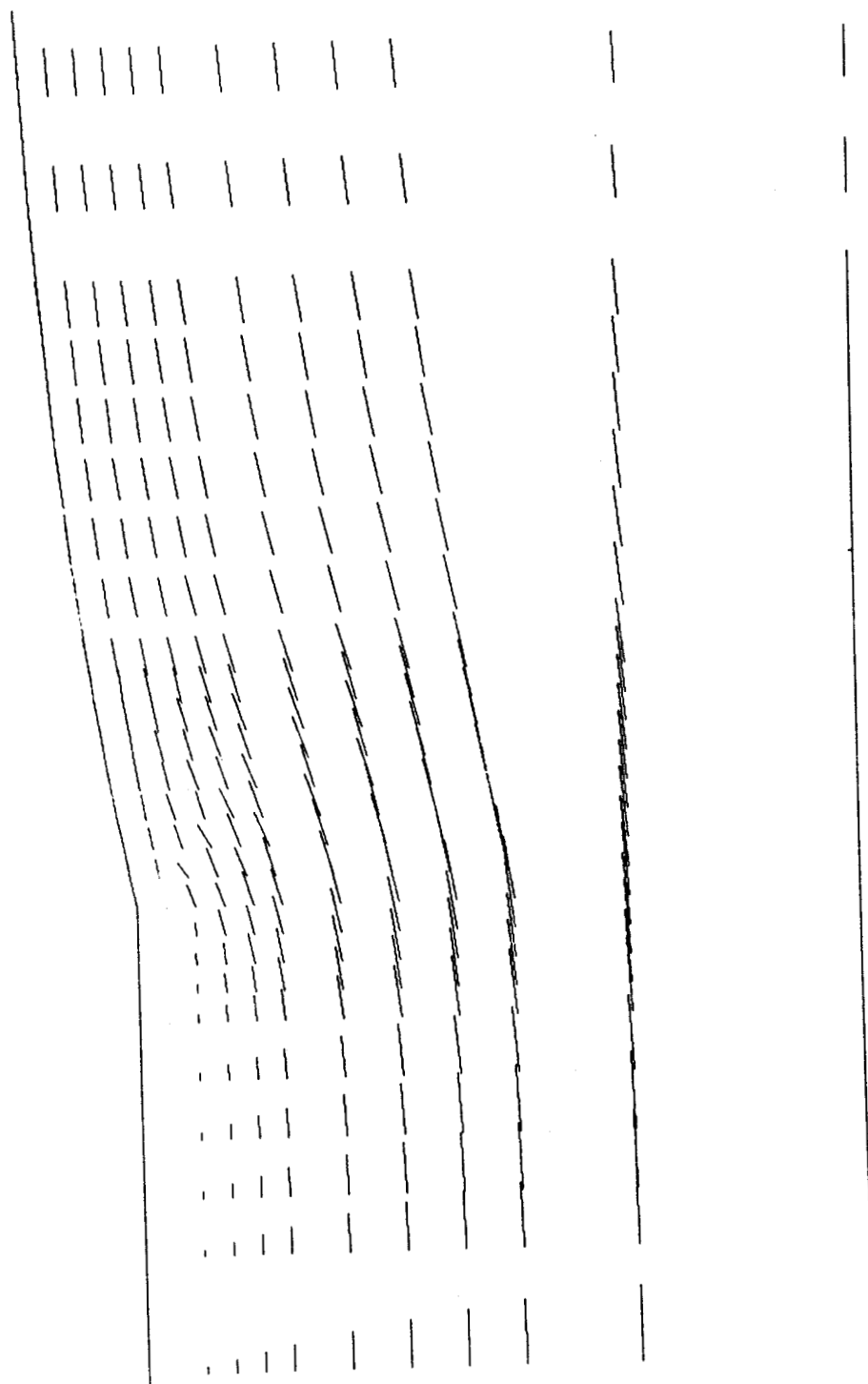


FIGURE 4.56
MAILLAGE RETENU
 $We_{\text{entrée}} = 1.1$

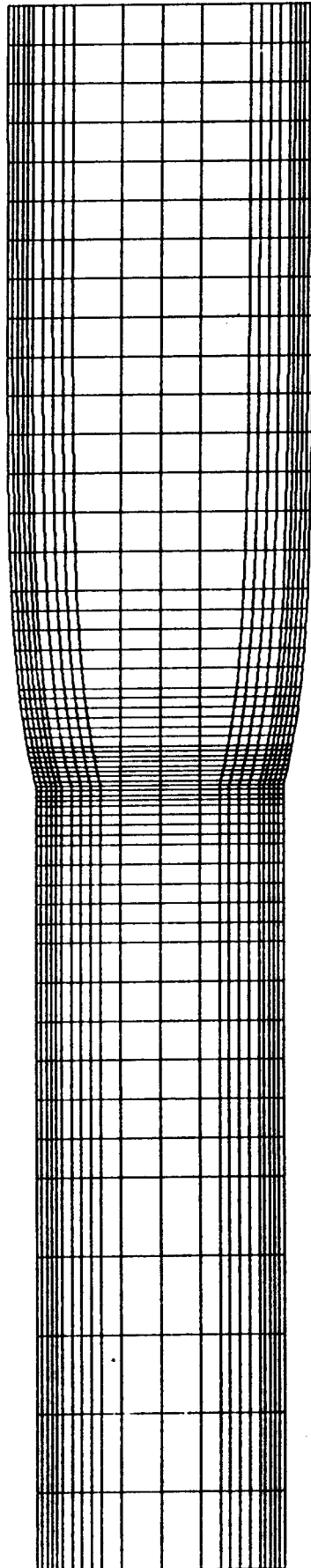


FIGURE 4.57

ZOOM DU MAILLAGE
 $We_{\text{entrée}} = 1.1$

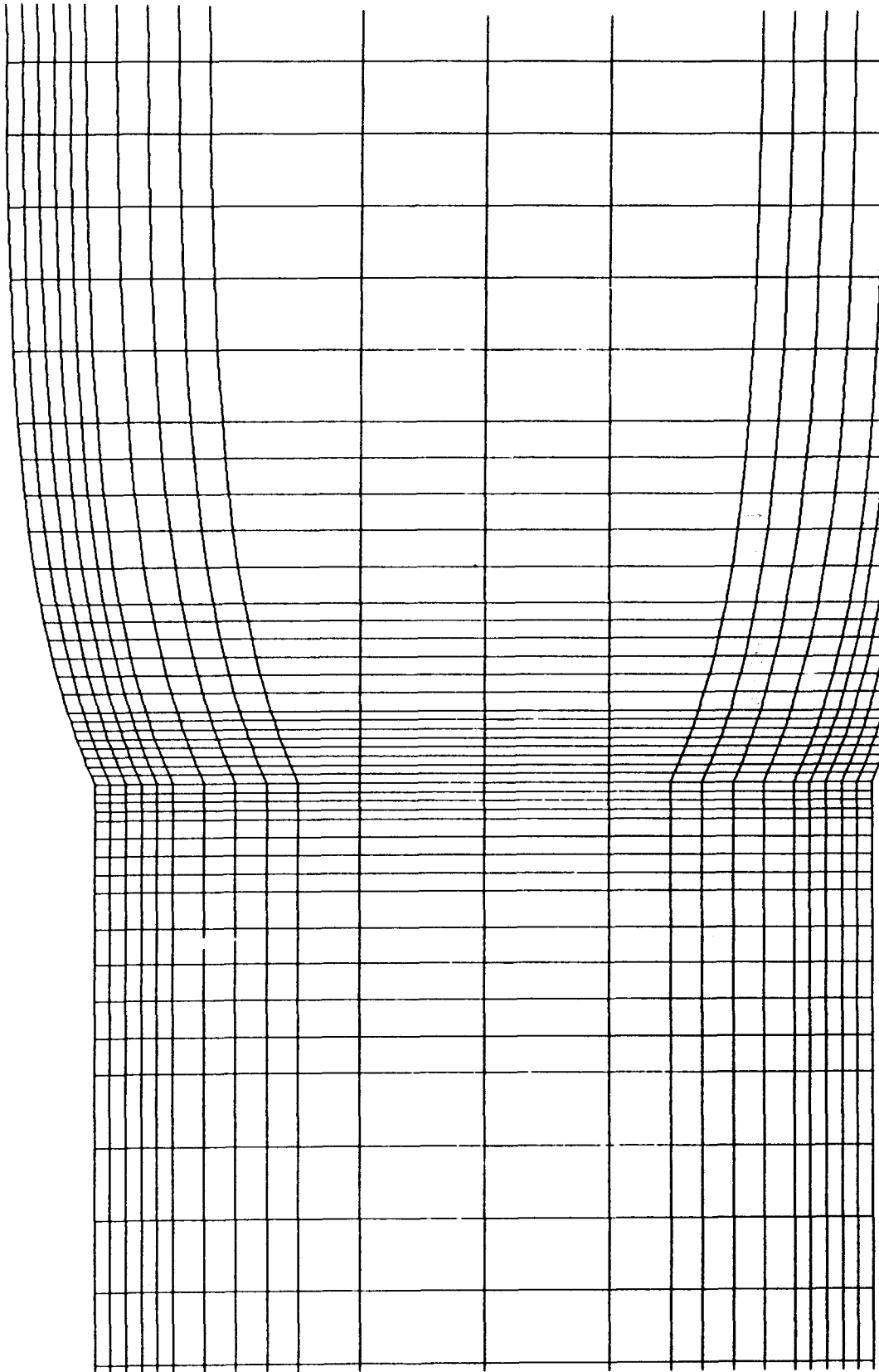


FIGURE 4.58

CHAMP COMPLET DES VITESSES
Modèle Maxwell
 $We_{\text{entrée}} \approx 1.1$

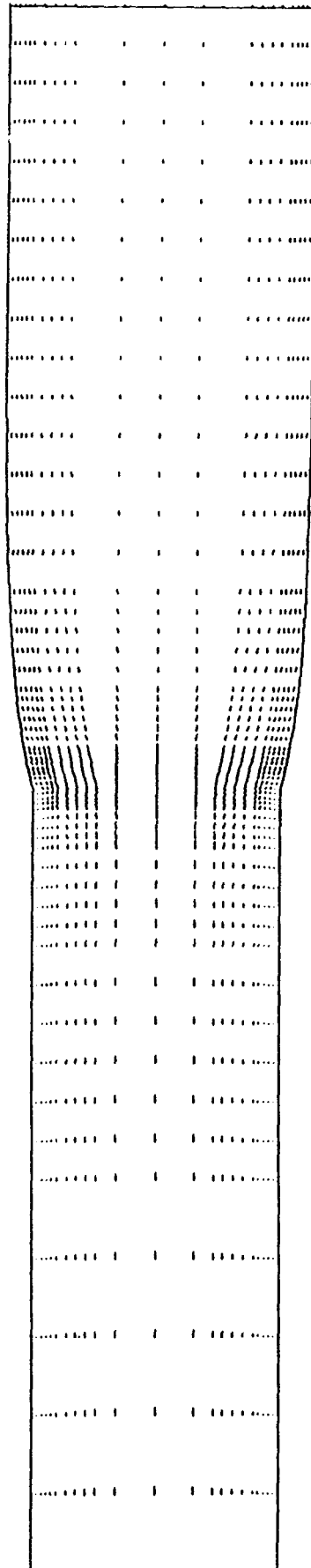


FIGURE 4.59

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

Modèle Maxwell

$We_{\text{entrée}} = 1.1$

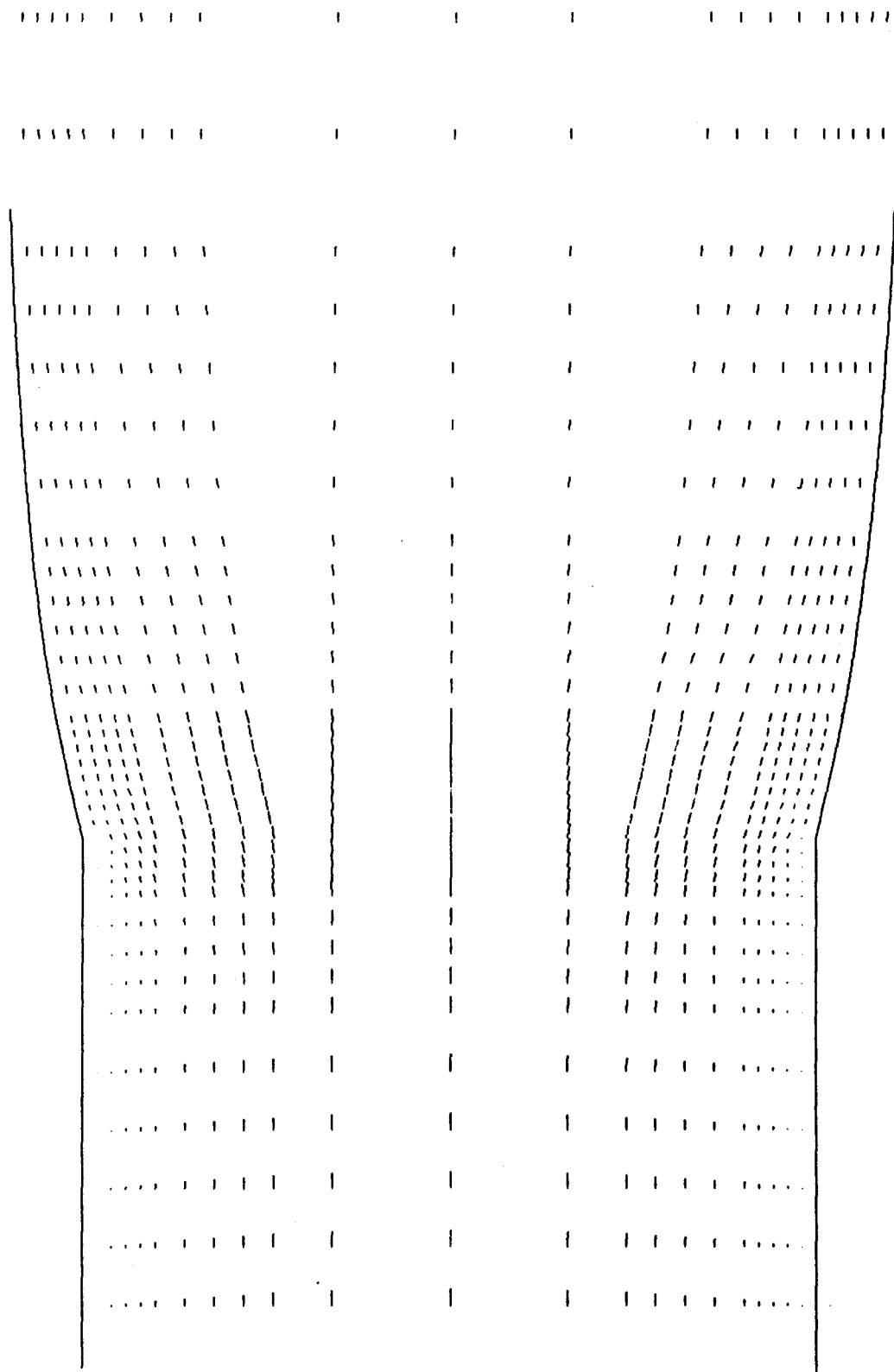


FIGURE 4.60

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

Modèle Maxwell

$We_{\text{entrée}} = 1.1$

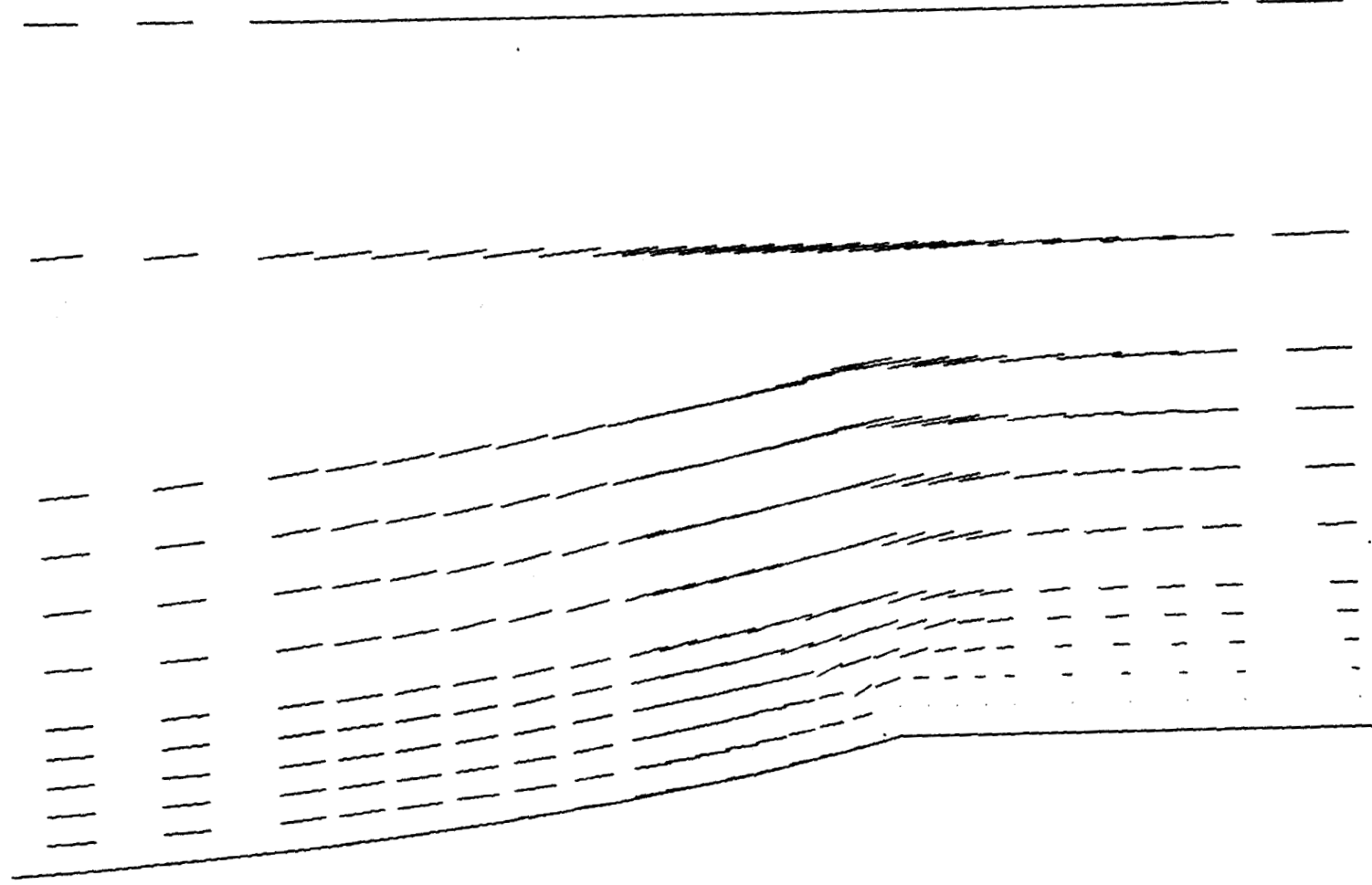


FIGURE 4.61

MAILLAGE RETENU

$$We_{\text{entrée}} = 1.77$$

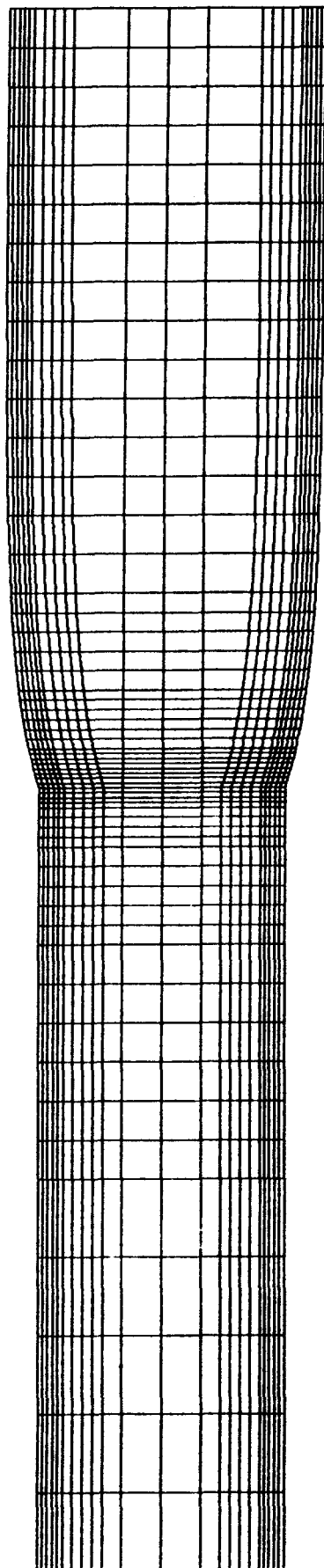


FIGURE 4.63

ZOOM DU MAILLAGE

$We_{\text{entrée}} = 1.77$

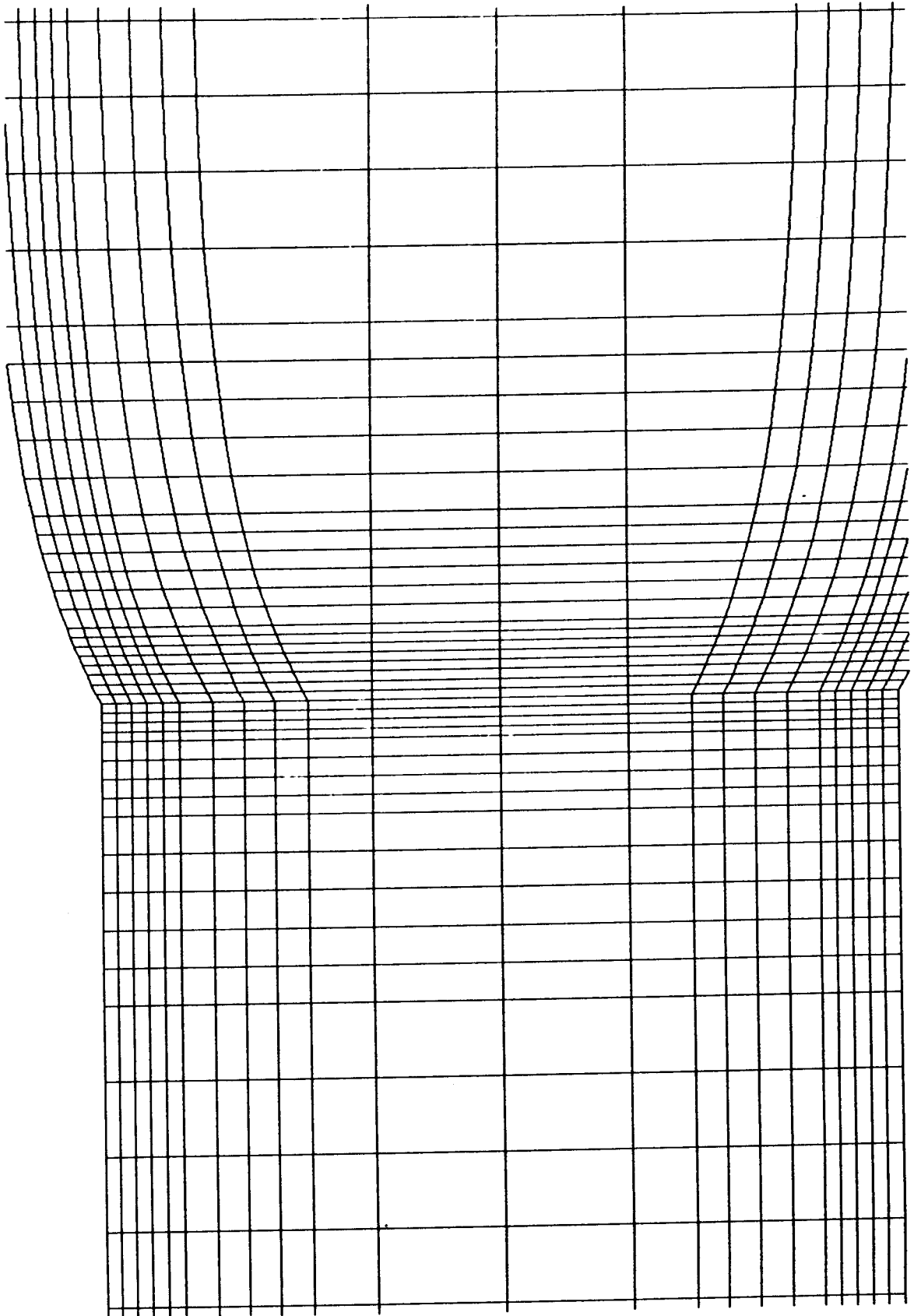


FIGURE 4.63

CHAMP COMPLET DES VITESSES

Modèle Maxwell

$We_{\text{entrée}} = 1.77$

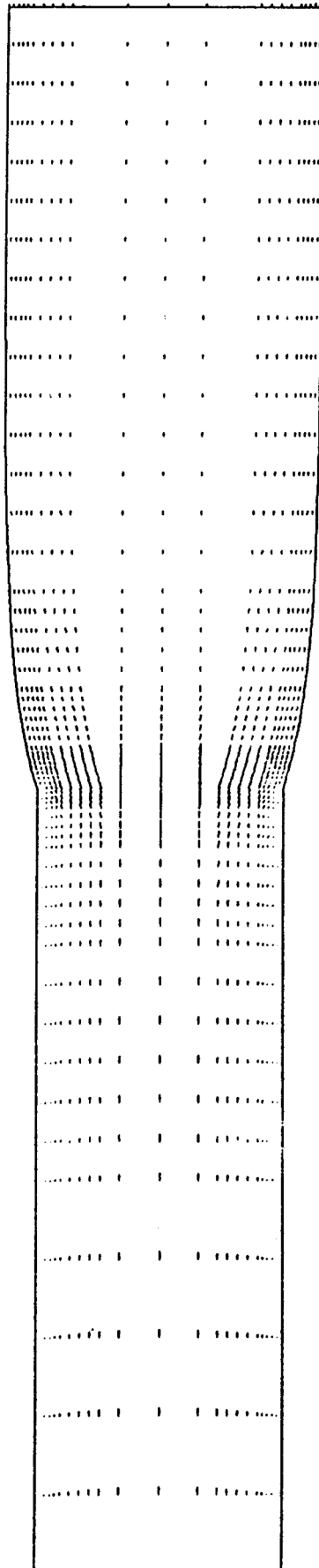


FIGURE 4.64

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

Modèle Maxwell

$We_{\text{entrée}} = 1.77$

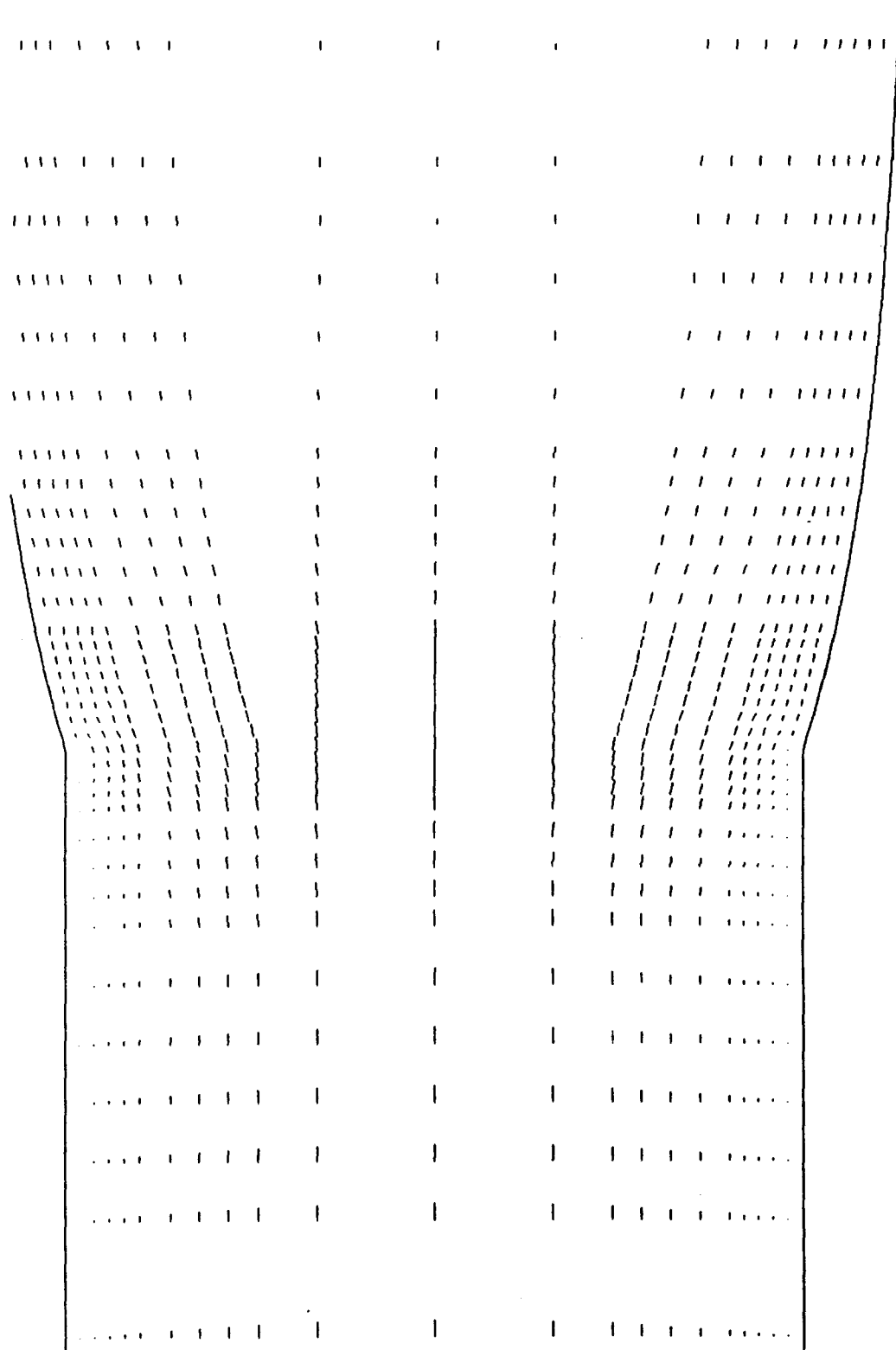


FIGURE 4.65

ZOOM DU CHAMP DES VITESSES

Modèle Maxwell

$$We_{\text{entrée}} = 1.77$$

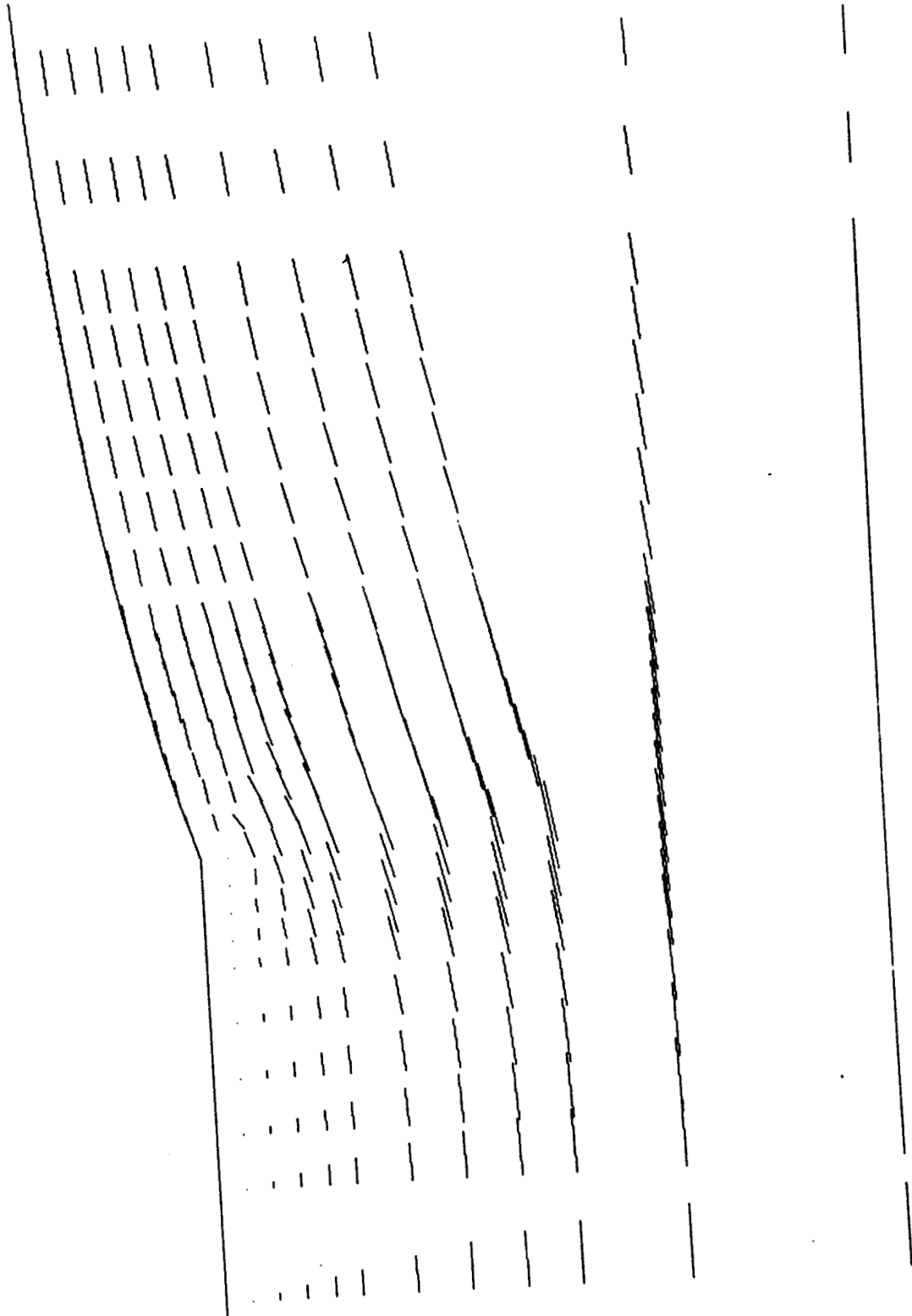


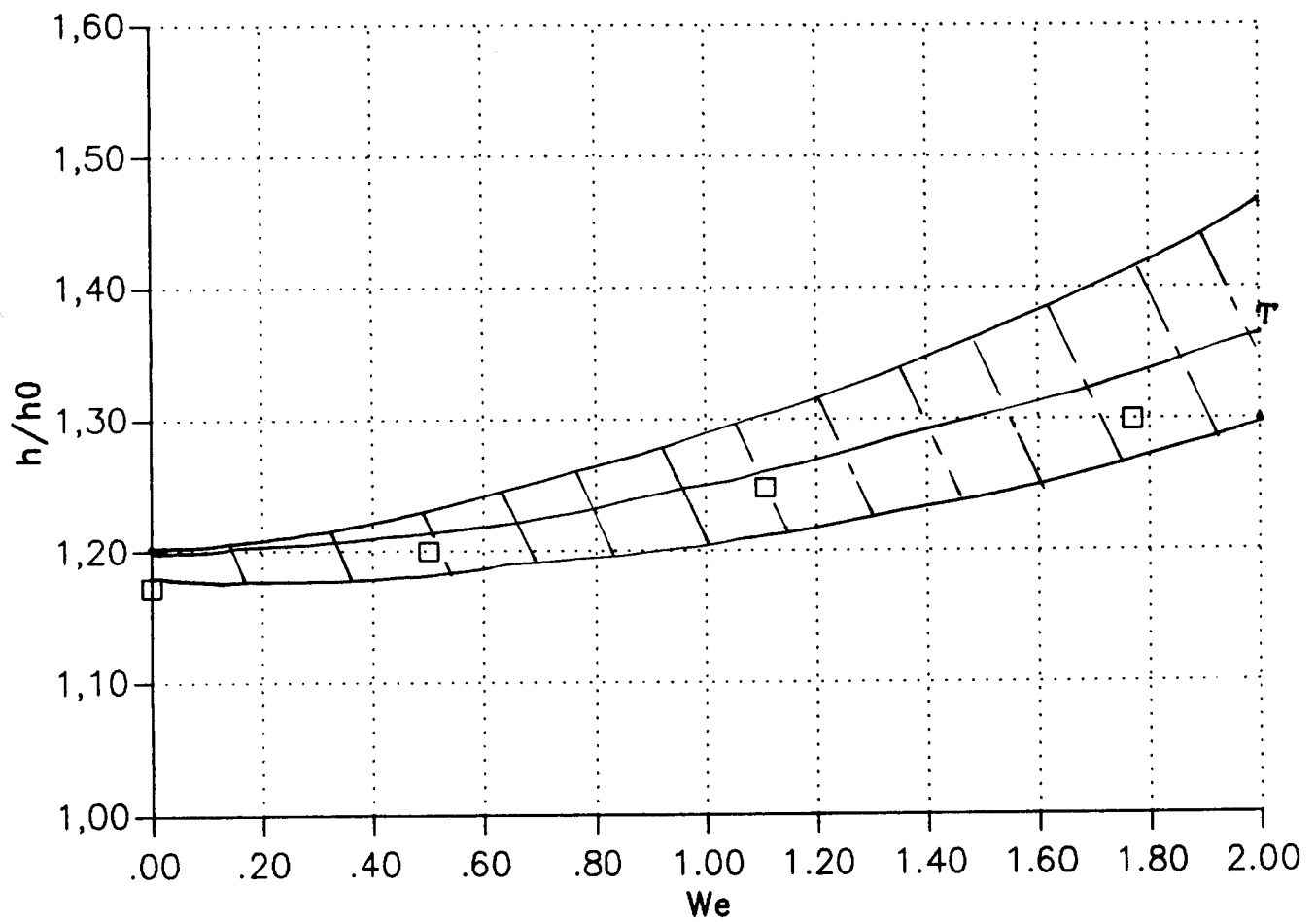
FIGURE 4.66

COMPARAISON DES TAUX DE GONFLEMENT

□ : résultats de l'étude

▨ : domaine de validité

—^T : courbe définie par Tanner à partir de résultats expérimentaux



5. CONCLUSION

Le but final de ce travail effectué dans le cadre d'une convention CIFRE avec la Société N. fabricant de filet plastique, est la maîtrise de la mise en forme des filets en sortie de filière, l'objectif étant soit de diminuer les coûts de production, c'est à dire optimiser le poids des filets en conservant des résistances mécaniques identiques, soit de permettre la création de produits nouveaux.

Pour atteindre cet objectif, nous avons mis en place trois types d'actions:

- une analyse du processus de fabrication suivant le procédé TRICAL: une filière crantée permet d'extruder des filets parallèles. Périodiquement cette filière s'ouvre pour laisser passer en plus un anneau de matière perpendiculaire.
- une étude expérimentale du fonctionnement de la tête d'extrusion.
- une étude théorique des écoulements de polymères thermoplastiques dans des filières d'extrusion avec gonflement en sortie.

D'une façon générale, chaque action a permis de mieux comprendre les phénomènes physiques qui interviennent dans le processus de production.

Des méthodes et des outils expérimentaux et numériques ont été mis en place.

Deux types de résultats ont été acquis:

- des résultats technologiques.
- des résultats scientifiques.

■ L'analyse du processus de fabrication a mis en évidence l'interdépendance des phénomènes physiques qui apparaissent au cours de la mise en forme du polymère qui comporte trois principales étapes.

- Le passage dans la tête d'extrusion puis dans l'outillage où est formé le quadrillage de filaments et d'anneaux.
- Le biétirage avec refroidissement où s'effectue la mise en forme du filet primaire.
- L'étirage du filet pour obtenir sa forme final.

Pour chaque étape, nous avons défini les principaux paramètres du processus de fabrication et établi des relations simples entre ces différents paramètres.

Elles permettent:

- de connaître en fonction d'une différence de pression mesurée en deux points de la filière et des constantes rhéologiques (modèles de Newton ou Pseudoplastique) le débit, le taux de cisaillement, la vitesse moyenne et la vitesse maximum de l'écoulement dans l'outillage.

- de déterminer une première approximation du gonflement en sortie de filière (lois analytiques données par R.I. TANNER).

- d'obtenir les différents débits (extrudeuse, anneau, filament, moyens sur une période) en fonction des différents rapports d'étirage.

Comme le montre l'exemple mis en oeuvre, l'ensemble des relations fournies constitue un premier outil de dimensionnement d'une chaîne de production.

Il faut remarquer le caractère prépondérant de la loi de comportement des polymères. Au niveau industriel, c'est sans doute la contrainte la plus forte dans la maîtrise du processus de fabrication.

Dans cette première partie, seul l'aspect " écoulement de fluide " est pris en compte. Il reste à traiter l'aspect tenue mécanique et réglage des mécanismes.

■ L'étude expérimentale vient en appui de l'étude de l'analyse du processus de fabrication. Elle comporte 3 phases:

- une étude du fonctionnement de la tête d'extrusion.
- une étude de la mise en forme du filet.
- une étude rhéologique débouchant sur la définition d'une méthode de contrôle en continu du débit.

• L'étude du fonctionnement de la tête d'extrusion a mis en évidence deux points importants:

- La tête d'extrusion se déforme sous l'action combinée de la température de la tête d'extrusion, de la pression de la matière dans la tête et de la pression du groupe qui applique le poinçon sur la filière. Connaissant ces contraintes, un calcul par éléments finis permet de la dimensionner de manière à ce que sa déformation soit négligeable.

- L'importance de la réponse dynamique de la commande du système hydraulique conditionne la structure du filet lié au déplacement du poinçon. Une méthode de définition d'un groupe hydraulique de commande a été définie puis utilisée industriellement.

• L'étude de la mise en forme du filet a permis de corréler l'influence des paramètres du processus de fabrication avec les variations de la géométrie du filet.

Les phénomènes les plus importants sont liés à la régulation en température de l'outillage, à l'évolution des pressions au niveau du crantage, à la fermeture du poinçon et au caractère fortement instationnaire de la mise en forme.

Les résultats obtenus constituent un guide des modifications à apporter aux paramètres de réglage du processus de fabrication pour éliminer les défauts constatés.

• L'étude rhéologique de la matière développée a permis de caractériser l'ensemble (extrudeuse - tête d'extrusion - matière) et a donné ainsi de nombreuses informations à la fois sur la matière mais aussi sur le mode de fonctionnement de l'extrudeuse.

Le résultat de cette étude est constitué principalement par une relation débit - gradient de pression. Le logiciel permettant, à partir des mesures de pression et de débit, de définir cette relation est opérationnel.

Cette relation met en évidence l'existence d'une plage de fonctionnement instable où une évolution même faible des caractéristiques de la matière conduit à des variations importantes du débit ce qui amène à sortir un produit hors tolérance.

La connaissance de cette relation permet de se fixer un point de fonctionnement optimal.

Le point de fonctionnement ayant été fixé, la mesure du gradient de pression fournit le débit. Un logiciel fonctionnant en temps réel à partir des informations données par les capteurs de pression assure le contrôle en continu du débit.

Les essais effectués ont permis de vérifier le bon fonctionnement du système mais ont aussi montré les limites industrielles de sa mise en oeuvre. (temps de mise en place du système , étalonnage , ... et nécessité de connaître les constantes rhéologiques)

■ Le principal travail effectué dans l'étude numérique de l'écoulement dans la tête d'extrusion et en sortie de filière a été de développer puis de valider un code bidimensionnel de calcul qui puisse simuler les écoulements pseudoplastiques et viscoélastiques avec surface libre.

La validation a été effectuée sur l'étude de l'écoulement dans une contraction brusque et sur le calcul du gonflement en sortie de filière.

Les résultats obtenus sont les suivants:

- sur le plan qualitatif la formulation employée du type Euler - Lagrange instationnaire avec un calcul explicite de l'influence des forces "rhéologiques" s'est révélée d'une grande souplesse d'utilisation tant pour la prise en compte de lois rhéologiques différentes que pour le suivi d'une éventuelle surface libre.

- sur le plan quantitatif, les valeurs des différentes grandeurs calculées (pression, vitesses, contraintes, position de la surface libre) sont en très bon accord soit avec les résultats analytiques soit avec les résultats expérimentaux ou numériques des autres auteurs.

Ce code utilisé pour calculer l'écoulement interne dans une tête d'extrusion permettrait d'affiner les résultats obtenus avec les formulations monodimensionnelles et notamment d'optimiser le dessin des têtes (plaque à trou, entrefer, ...) de manière à minimiser les pertes de charges, d'éviter les recirculations et limiter les taux de cisaillement.

Il constitue un véritable outil de dimensionnement de la filière.

Le fait que la code soit bidimensionnel est un obstacle dans son utilisation pour un véritable dimensionnement des crantages qui définissent le gonflement des filaments.

Néanmoins, les techniques implantées pour le suivi de la surface libre et pour définir la condition à la limite aval compatible avec cette évolution de surface libre sont tout à fait transposables au cas tridimensionnel et constituent un acquis certain d'autant plus qu'il existe des codes tridimensionnels basés sur une formulation du type Euler - Lagrange.

■ En résumé, l'ensemble des travaux effectués fournissent des acquis de types technologiques et scientifiques.

- Au plan technologique, il est d'ore et déjà possible de:

- donner un premier dimensionnement d'une ligne de fabrication.

- analyser avec précision l'écoulement dans une tête d'extrusion et la dessiner pour obtenir un écoulement optimum.

- modifier les paramètres de fonctionnement d'une chaîne pour remédier à d'éventuels défauts en sachant à l'avance le sens des modifications à apporter.

- moyennant deux mesures en continu de deux pressions, connaître le débit d'une ligne de production.

- Au plan scientifique le code de calcul bidimensionnel mis au point fournit tant en écoulement interne qu'en écoulement avec surface libre des résultats fiables et est d'une grande souplesse d'utilisation.

Des développements intéressants sont envisageables immédiatement.

- Sur le plan technologique, mise en place:
 - d'un contrôle rhéologique des matières utilisées,
 - d'un contrôle en continu de la fabrication avec installation de capteurs pour connaître:
 - le déplacement du poignon,
 - la pression au niveau de l'outillage
 - les températures réelles de l'outillage
 - d'un dossier technique de suivi des produits fabriqués qui prendrait en compte l'évolution des paramètres de production en fonction de l'évolution des caractéristiques de la matière.

Ceci permettrait d'utiliser au mieux de leurs performances les chaînes de fabrication préalablement dimensionnées à l'aide des résultats précédemment fournis.

- Sur le plan scientifique:
 - introduire des lois de comportement rendant mieux compte du gonflement: lois d'oldroyd, lois à variables interne, ...,
 - mettre en oeuvre un programme 3 D,
 - introduire l'équation de l'énergie.

Par ailleurs, il serait tout à fait utile d'effectuer sur le biétirage une étude parallèle à celle qui a été effectuée sur la mise en forme des filets en sortie de filière.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES LIVRES

- [1L] J F. AGASSANT - P. AVENAS - J Ph. SERGENT
Mise en forme des matières plastiques (approche
thermomécanique)
édition TEC et DOC - 1986
- [2L] W. MICHAELI
Extrusion des matières plastiques
éditions PMP - 1984
- [3L] G. COUARRAZE - JL. GROSSIORD
Initiation à la rhéologie
édition TEC & DOC -
- [4L] N. MIDOUX
Mécanique et rhéologie des fluides en génie
chimique
édition TEC & DOC - 1985
- [5L] P. GERMAIN
Mécanique - X tome 1
édition Ellipses - Ecole Polytechnique
- [6L] I. M. WARD
Mechanical properties of solid polymers
édition John Wiley & Sons Ltd - 1971
- [7L] J. DONA
Arbitrary Lagrangian-Eulerian methods
Computational Methods for transient Analysis
Edited by T. Belytshko and T. J. R. Hughes
Chap. 10, Section 2, pp 475-523 (1983)
- [8L] G. GONTIER
Mécanique des milieux déformables
Dunod Université (1969)

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES GONFLEMENT

- [1G] R. E. NICKELL - R. I. TANNER - B. CASWELL
The solution of viscous incompressible jet and free
surface flows using finite-element methods
J. Fluid Mech, Vol 65, part 1,
pp 189-206, (1974)

- [2G] W. ALLAN
Newtonian die swell evaluation for axisymmetric tube
exits using a finite element method
International Journal For Numerical Methods In
Engineering, Vol 11, pp 1621-1632 (1977)

- [3G] K. R. REDDY - R. I. TANNER
Finite element solution of viscous jet flows with
surface tension
Computers and Fluids, Vol 6,
pp 83-91 (1977)

- [4G] BERNARD J. OMODEI
On the die-swell of an axisymetrique Newtonian jet
Computers and Fluids, Vol 8,
pp 275-289 (1979)

- [5G] G. A. HILL - G. A. SHOOK - M. N. ESMAIL
Finite Difference Simulation of Die Swell for a
Newtonian Fluid
The Canadian Journal of Chemical Engineering, Vol 59,
pp 100-108, February (1981)

- [6G] R. I. TANNER - R. E. NICKELL - R. W. BILGER
Finite element methods for solution of some
incompressible non-Newtonien fluid mechanics problems
with free surfaces
Comp. Meth. in Applied Mech. and Engng 6,
pp 155-174 (1975)

- [7G] B. P. HUYNH
Some finite element studies of extrusion
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 13 (1983), pp 1-20

- [8G] M.J. CROCHET - M BEZY
Numerical solution for the flow of viscoelastic fluids
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 5 (1979), pp 201-218

- [9G] M. J. CROCHET - R. KEUNIGS
Die swell of Maxwell fluid: Numerical prediction
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 7 (1980), pp 199-212

- [10G] M. J. CROCHET - R. KEUNIGS
Finite element analysis of die swell of a highly elastic fluid
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 10 (1982), pp 339-356

- [11G] J. M. MARCHAL - M. J. CROCHET
A new mixed finite element for calculating viscoelastic flow
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 26 (1987), pp 77-114

- [12G] M. B. BUSH - J. F. MILTHORPE - R. I. TANNER
Finite element and boundary element methods for extrusion
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 16 (1984), pp 37-51

- [13G] M. B. BUSH - R. I. TANNER - N. PHAN-THIEN
A boundary element investigation of extrudate swell
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 18 (1985), pp 143-162

- [14G] M. B. BUSH - N. PHAN-THIEN
Three dimensional viscous flows with a free surface
flows with a free surface: flow out of a long square die
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 18 (1985), pp 211-218

- [15G] N. PHAN-THIEN
Influence of wall slip on extrudate swell: a boundary element investigation
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 26 (1988), pp 327-340

- [16G] T. TRAN-CONG - N. PHAN-THIEN
Die design by a boundary element method
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 30 (1988), pp 37-46

- [17G] J. F. MILTHORPE - R. I. TANNER
On the extrusion of visco-elastic fluids subject to viscous Heating
International Journal For Numerical Methods in Engineering
Vol 24 (1987), pp 263-270

- [18G] M. B. BUSH
Prediction of polymer melt extrudate swell using differential constitutive model
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 31 (1989), pp 179-191

- [19G] E. MITSOULIS - J. VLACHOPOULOS - F. A. MIRZA
Numerical simulation of entry and exit flows in slit dies
Polymer Engineering and Science
June (1984), VOL 24, n° 9, pp 707-715
- [20G] E. MITSOULIS - J. VLACHOPOULOS - F. A. MIRZA
A numerical study of the effect of normal stresses and elongational viscosity on entry vortex growth and extrudate swell
Polymer Engineering and Science
Mid-August (1985), Vol 25, n° 11, pp 677-689
- [21G] E. MITSOULIS
The numerical simulation of boger fluids: a viscometric approximation approach
Polymer Engineering and Science
December (1986), Vol 26, n° 22, pp 1552-1562
- [22G] A. C. PAPANASTASIOU - L. E. SCRIVEN - C.W. MACOSKO
A finite element method for liquid with memory
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 22 (1987), pp 271-288
- [23G] TASOS C. PAPANASTASION - A. N. ALEXANDROU
Isothermal extrusion of non-dilute fiber suspensions
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 25 (1987), pp 313-328
- [24G] R. D. WESSON - TASOS C. PAPANASTASIOU
Flow singularity and slip velocity in plane extrudate swell computations
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 26 (1988), pp 277-295
- [25G] B. CASWELL - M. VIRIYAUTHAKORN
Finite simulation of die swell for a Maxwell fluid
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 12 (1983), pp 13-29
- [26G] V. DAKSHINA MURTY
On the application of the finite element method to the die-swell and fiber-spinning problems involving non-Newtonian Fluids
pp 691-701
- [27G] R. I. TANNER
A new inelastic theory of extrudate swell
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 6 (1980), pp 289-302

- [28G] PATRICK ANDRE - JEAN-ROBERT CLERMONT
Numerical simulation of the die swell problem of a
Newtonian fluid by using the concept of stream function
and a local analysis of the singularity at the corner
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 23 (1987), pp 335-354

- [29G] R. D. WESSON - T. C. PAPANASTASIOU - J. O. WILKES
Analysis of plane extrudate-swell of highly elastic
liquids with molecular constitutive equations
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 32 (1989), pp 157-173

- [30G] R. KEUNIGS
An algorithm for the simulation of transient
viscoelastic flows with free surface
Journal of computational physics
Vol 62 (1986), pp 199-220

- [31G] N. PHAN-THIEN
Influence of wall slip on extrudate swell:
a boundary element investigation
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 26 (1988), pp 327-340

- [32G] D. W. BOUSFIELD - R. KEUNIGS - M. M. DENN
Transient deformation of an inviscid inclusion in a
viscoelastic extensional flow
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 27 (1988), pp 205-221

- [33G] M. S. ENGELMAN
FIDAP - Fluid dynamics analysis program
Proc. third international symp. on numerical methods in
engineering. Paris
Ed. P. Lascaux,
Vol 1, (mar. 1983), pp 255-265

- [34G] JAMES L. WHITE - YOSHIAKI IDE
Rhéologie and dynamics of fiber formation from polymer
melts
Apply Polymer Symposium,
N° 27 (1975), pp 61-102

- [35G] B. DEBBAUT - J.M. MARCHAL - M.J CROCHET
Numérique simulation of highly viscoélastic flows
through an abrupt contraction
Journal of Non-Newtonian fluid Mechanics
Vol 29 (1988), pp 119-148

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES EULER-LAGRANGE

- [1EL] LOS ALAMOS SCIENTIFIC LABORATORY
 YAQUI: an arbitrary Lagrangian-Eulerian Computer Program
 for fluid flow at all fluid
 LA - 5100, UC-32 (1973)

- [2EL] LOS ALAMOS SCIENTIFIC LABORATORY
 CONCHAS: an arbitrary Lagrangian-Eulerian Computer Code
 for multicomponent chemically reactive fluid flow at
 all speeds
 LA - 8129-MS, UC-32 (1979)

- [3EL] FRANCIS H. HARLOW
 LOS ALAMOS SCIENTIFIC LABORATORY
 The particle-in-cell method for numerical solution of
 problems in fluid dynamics
 pp 269-288

- [4EL] WILLIAM E. PRACHT
 Calculating three-dimensional fluid flow at all speeds
 with an Eulerian-Lagrangian computing mesh
 Journal of Computational Physics
 Vol 17 (1975), pp 132-159

- [5EL] SHLOMO P. NEUMAN
 A Eulerian-Lagrangian numerical scheme for the
 dispersion-convection equation using conjugate space-
 time grids
 Journal of Computational Physics
 Vol 41 (1981), pp 270-294

- [6EL] SHLOMO P. NEUMAN
 Adaptive Eulerian-Lagrangian finite element method for
 advection-dispersion
 International Journal for Numerical methods in
 Engineering
 Vol 20 (1984), pp 321-337

- [7EL] LAURENCE D. CLOUTMAN
 A convective flux limiter for
 computational fluid dynamics
 Journal of Computational Physics
 Vol 73 (1987), pp 349-363

- [8EL] ALAIN FEIDT
 Thèse de mécanique au Laboratoire de Mécanique de Lille
 1990

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES EXPERIMENTATION

- [1E] S. MIDDLEMAN - J. GAVIS
Expansion and Contraction of Capillary Jets of
Viscoelastic Liquids
The Physics of fluids, volume 4,
pp 963-969, number 8 (1961)
- [2E] SIMON L. GOREN - STANISLAW WRONSKY
The shape of low-speed capillary jets of Newtonian
liquids
J. Fluid Mech, vol 25, part 1, pp 185-198 (1966)
- [3E] J. DAVIS - M. MODAN
Expansion and Contraction of Jets of Newtonian Liquids
in Air: Effect of Tube Length
The Physics of Fluids, volume 10,
pp 487-497, number 3 (1967)
- [4E] J. BATCHELOR - J. P. BERRY - F. HORSFALL
Die swell in elastic and viscous fluids
Polymer, Vol 14, July (1973)

ANNEXES

- ANNEXE 1 -

FORMULATION INTEGRALE DES EQUATIONS A.L.E

En formulation Lagrangienne, nous suivons un petit élément de volume dans son déplacement. Sa position en $t = 0$ est repéré par $\vec{a}$, et à un instant t non nul par $\vec{x} = f(\vec{a}, t)$. La vitesse du fluide est $\vec{u} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial t}$.

Il existe une application, localement inversible, entre $(\vec{a}, t)$ et $(\vec{x}, t)$ dont le déterminant est le Jacobien $J = \det\left(\frac{\partial \vec{x}}{\partial \vec{a}}\right)$, soit en bidimensionnel par exemple $J = \frac{\partial x}{\partial a} \frac{\partial y}{\partial b} - \frac{\partial x}{\partial b} \frac{\partial y}{\partial a}$.

Il est facile de montrer que (formule d'Euler) :
 $\frac{dJ}{dt} = J \operatorname{div} \vec{u}$ en définissant, pour une variable $Q(\vec{x}, t)$, la dérivée matérielle en suivant le mouvement:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} Q$$

En formulation A.L.E, la vitesse $\vec{u}$ ne correspond plus à la vitesse du fluide, mais à une vitesse arbitraire de grille que nous avons noté $\vec{w} = \frac{\partial \vec{x}_g}{\partial t}$.

La dérivée en suivant le déplacement de la grille s'écrit:

$$\frac{DQ}{Dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \vec{w} \cdot \vec{\nabla} Q$$

La formule d'Euler devient alors:

$$\frac{DJ_g}{Dt} = J_g \operatorname{div} \vec{w} \quad \text{avec} \quad J_g = \det\left(\frac{\partial \vec{x}_g}{\partial \vec{a}}\right).$$

La forme générale des équations de transport pour Q est:

$$\frac{\partial (\rho Q)}{\partial t} + \operatorname{div} (\rho \vec{u} Q) = R$$

avec R second membre contenant les termes de diffusion et les termes sources.

Nous pouvons écrire successivement avec les définitions précédentes:

$$\frac{d(\rho Q)}{dt} + \rho Q \operatorname{div} \vec{u} = R$$

$$\frac{D(\rho Q)}{Dt} + (\vec{u} - \vec{w}) \cdot \nabla(\rho Q) + \rho Q \operatorname{div} (\vec{u} - \vec{w}) + \rho Q \operatorname{div} \vec{w} = R$$

$$\frac{D(\rho Q)}{Dt} + \operatorname{div} [\rho Q (\vec{u} - \vec{w})] + \rho Q \frac{1}{J_g} \frac{D(J_g)}{Dt} = R$$

$$\frac{D(\rho Q J_g)}{Dt} = J_g \operatorname{div} [\rho Q (\vec{u} - \vec{w})] = J_g R$$

En intégrant sur un volume de contrôle $V(t)$ se déplaçant à la vitesse de grille $\vec{w}$, nous pouvons écrire:

$$-\frac{D}{Dt} \int_{V(t)} \rho Q dV = -\frac{D}{Dt} \int_{V(0)} \rho Q J_g dV_0$$

avec $V(0)$ volume initial à $t=0$, et donc:

$$-\frac{D}{Dt} \int_{V(0)} \rho Q J_g dV_0 = \int_{V(0)} \frac{D(\rho Q J_g)}{Dt} dV_0$$

A partir de l'équation précédente () sur $V(0)$:

$$\int_{V(0)} \frac{D(\rho Q J_g)}{Dt} dV_0 = - \int_{V(0)} J_g \operatorname{div} [\rho Q (\vec{u} - \vec{w})] dV_0 + \int_{V(0)} J_g R dV_0$$

soit

$$-\frac{D}{Dt} \int_{V(t)} \rho Q dV = - \int_{V(t)} \operatorname{div} [\rho Q (\vec{u} - \vec{w})] dV + \int_{V(t)} R dV$$

ou finalement:

$$-\frac{D}{Dt} \int_{V(t)} \rho Q dV = - \int_{S(t)} [\rho Q (\vec{u} - \vec{w})] \cdot \vec{n} dV + \int_{V(t)} R dV$$

- ANNEXE 2 -

CALCUL DE CX ET CY

Pour chaque maille $S(i,j)$ de contour $\Gamma(i,j)$ l'équation de conservation de la masse se discrétise ici en:

$$\int_{\Gamma(i,j)} \vec{u} \cdot \vec{n} \, d\Gamma = 0$$

ou

$$\int_{s(i,j)} \text{div } \vec{u} \, dS = 0$$

En notant (x,y) les coordonnées cartésiennes et (u,v) les composantes de la vitesse, l'intégrale devient:

$$\int_{s(i,j)} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dx \, dy = 0$$

$$\int_{s(i,j)} \frac{\partial u}{\partial x} J \, d\alpha \, d\xi + \int_{s(i,j)} \frac{\partial v}{\partial y} J \, d\alpha \, d\xi = 0$$

avec $J = \frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \alpha} - \frac{\partial x}{\partial \alpha} \frac{\partial y}{\partial \xi}$ le Jacobien de la transformation qui s'écrit (figure 5.1):

$$\vec{x} = \vec{x}_1 (1-\alpha) (1-\xi) + \vec{x}_2 \xi (1-\alpha) + \vec{x}_3 \alpha \xi + \vec{x}_4 \alpha (1-\xi)$$

Nous pouvons écrire successivement:

$$\begin{aligned} \int_{s(i,j)} \frac{\partial u}{\partial x} J \, d\alpha \, d\xi + \int_{s(i,j)} \frac{\partial v}{\partial y} J \, d\alpha \, d\xi &= \\ &= \int_0^1 \int_0^1 \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \alpha} - \frac{\partial u}{\partial \alpha} \frac{\partial y}{\partial \xi} \right) d\alpha \, d\xi + \\ &\quad \int_0^1 \int_0^1 \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial v}{\partial \alpha} - \frac{\partial x}{\partial \alpha} \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) d\alpha \, d\xi \end{aligned}$$

Les vitesses sont représentées par des éléments isoparamétriques bilinéaires par maille. La composante u , par exemple, s'exprime par:

$$u = u_1 (1-\alpha) (1-\xi) + u_2 \xi (1-\alpha) + u_3 \alpha \xi + u_4 \alpha (1-\xi)$$

avec les indices 1 à 4 correspondant aux noeuds de la maille.

Nous pouvons donc écrire:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial y}{\partial \alpha} - \frac{\partial u}{\partial \alpha} \frac{\partial y}{\partial \xi} = \\ & = [-u_1 (1-\alpha) + u_2 (1-\alpha) + u_3 \alpha - u_4 \alpha] \cdot [-y_1 (1-\xi) - y_2 \xi + y_3 \xi + y_4 (1-\xi)] - \\ & \quad [-u_1 (1-\xi) - u_2 \xi + u_3 \xi + u_4 (1-\xi)] \cdot [-y_1 (1-\alpha) + y_2 (1-\alpha) + y_3 \alpha - y_4 \alpha] \end{aligned}$$

et en intégrant :

$$\frac{1}{2} [(u_1 - u_3)(y_2 - y_4) + (u_2 - u_4)(y_3 - y_1)]$$

De la même manière :

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \int_0^1 \left(\frac{\partial x}{\partial \xi} \frac{\partial v}{\partial \alpha} - \frac{\partial x}{\partial \alpha} \frac{\partial v}{\partial \xi} \right) d\alpha d\xi = \\ & \quad \frac{1}{2} [(x_1 - x_3)(v_2 - v_4) + (x_2 - x_4)(v_3 - v_1)] \end{aligned}$$

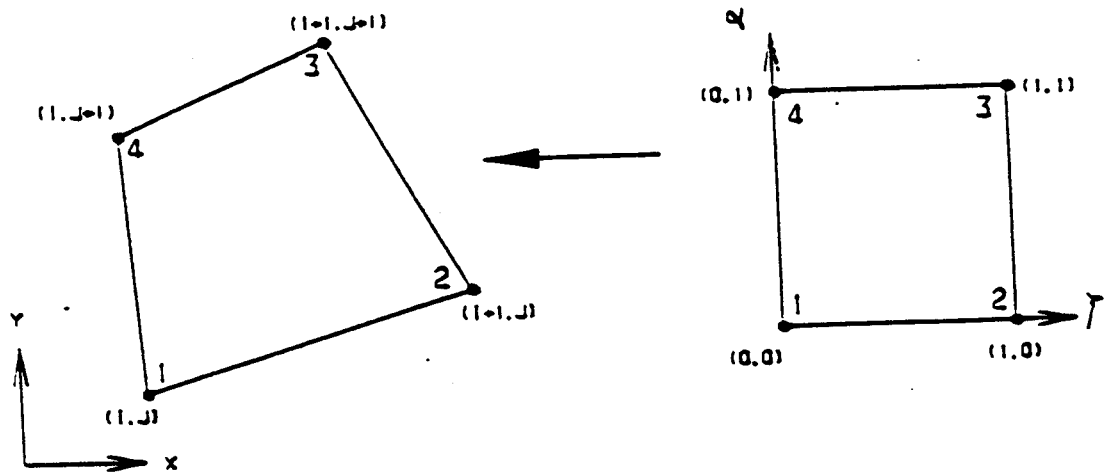
Dans le code l'équation de conservation de la masse discrétisée devient :

$$\begin{aligned} & CX(i, j, 1) \cdot u_1 + CX(i, j, 2) \cdot u_2 + CX(i, j, 3) \cdot u_3 + CX(i, j, 4) \cdot u_4 + \\ & CY(i, j, 1) \cdot v_1 + CY(i, j, 2) \cdot v_2 + CY(i, j, 3) \cdot v_3 + CY(i, j, 4) \cdot v_4 = 0 \end{aligned}$$

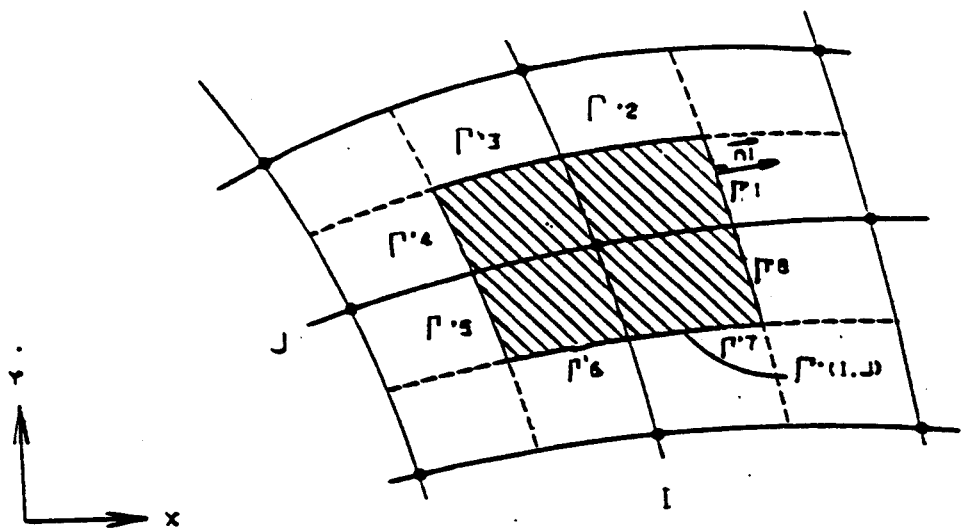
Avec la notation suivante:

$$\begin{aligned} CX(i, j, 1) &= \frac{1}{2} (y_4 - y_2) & CY(i, j, 1) &= \frac{1}{2} (x_2 - x_4) \\ CX(i, j, 2) &= \frac{1}{2} (y_1 - y_3) & CY(i, j, 2) &= \frac{1}{2} (x_3 - x_1) \\ CX(i, j, 3) &= \frac{1}{2} (y_2 - y_4) & CY(i, j, 3) &= \frac{1}{2} (x_4 - x_2) \\ CX(i, j, 4) &= \frac{1}{2} (y_3 - y_1) & CY(i, j, 4) &= \frac{1}{2} (x_1 - x_3) \end{aligned}$$

FIGURE 5.1



Correspondance entre variables globales et variables locales



Décomposition du contour $\Gamma'(i,j)$

- ANNEXE 3 -

CORRECTION A POSTERIORI DES VITESSES ET DE LA PRESSION

Avec la notation du chapitre 4.332 , nous avons vu que l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit:

$$\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) (\vec{u}_{l(k)} - \vec{u}_{n(k)}) = f(p_l, \rho) + g(\vec{\sigma}_n, u_n^2 \rho)$$

Il est possible d'ajouter dans cette relation, sans la modifier, les vitesses aux cycles de calcul n et l du noeud (i,j) et leurs opposées.

$$\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) [\vec{u}_{l(k)} - \vec{u}_l + \vec{u}_l - \vec{u}_{n(k)} - \vec{u}_n + \vec{u}_n] = f(p_l, \rho) + g(\vec{\sigma}_n, u_n^2 \rho)$$

Si nous notons $\vec{u}_l^*$ et $\vec{u}_{l(k)}^*$ les vitesses calculées en première hypothèse dans l'algorithme, c'est à dire vitesses constantes autour d'un noeud, nous pouvons approximer la relation précédente par:

$$\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) [\vec{u}_{l(k)}^* - \vec{u}_l + \vec{u}_l^* - \vec{u}_{n(k)} - \vec{u}_n + \vec{u}_n] = f(p_l, \rho) + g(\vec{\sigma}_n, u_n^2 \rho)$$

ou :

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) (\vec{u}_l^* - \vec{u}_n) - \sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) (\vec{u}_l - \vec{u}_n) + \\ & \sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) (\vec{u}_{l(k)}^* - \vec{u}_{n(k)}) = f(p_l, \rho) + g(\vec{\sigma}_n, u_n^2 \rho) \end{aligned}$$

Le calcul effectué en première approximation donne:

$$\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) (\vec{u}_{l(k)}^* - \vec{u}_{n(k)}) = f(p_l^*, \rho) + g(\vec{\sigma}_n, u_n^2 \rho)$$

d'où la simplification de l'expression précédente en:

$$\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) (\vec{u}_l^* - \vec{u}_n) - \sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) (\vec{u}_l - \vec{u}_n) = f(p_l - p_l^*, \rho)$$

Nous obtenons en définitif la forme suivante :

$$\vec{u}_1 = \vec{u}_n + \frac{\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) (\vec{u}_{1(k)}^* - \vec{u}_{n(k)})}{\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k)} + f(p_1 - p_1^*, \rho) \quad (4.31)$$

La détermination en première hypothèse de $\vec{u}_{1(k)}^*$ et p_1^* permet de calculer la valeur corrigée de p_1 en posant $\text{div } \vec{u}_1 = 0$.

Soit:

$$\begin{aligned} \text{div } (f(p_1 - p_1^*, \rho)) &= \text{div } \left(\vec{u}_n + \frac{\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k) (\vec{u}_{1(k)}^* - \vec{u}_{n(k)})}{\sum_{k=1}^9 CV_{ij}(k)} \right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Cela revient à résoudre un système linéaire tel qu'il est décrit au chapitre 4.336.

Connaissant p_1 , il est possible d'obtenir la valeur du champ de vitesse $\vec{u}_1$ corrigé à l'aide de (4.31).

Dans la phase 2 (termes convectifs), il est aussi possible d'effectuer une correction à posteriori du champ des vitesses.

Nous procédons de la même façon mais cette fois ci nous retrouvons au second membre les termes convectifs qui s'annulent lors de la substitution.

Avec la notation du chapitre 4.3324, nous avons vu que l'équation de transport s'écrit:

$$\sum_{k=1}^9 CV_{ij}^{n+1}(k) \vec{u}_{n+1(k)} - \sum_{k=1}^9 CV_{ij}^n(k) \vec{u}_{1(k)} = f(\vec{u}_1, \vec{U})$$

L'équation approximée devient donc:

$$\sum_{k=1}^9 CV_{ij}^{n+1}(k) \vec{u}_{n+1}^* - \sum_{k=1}^9 CV_{ij}^n(k) \vec{u}_1 + \sum_{k=1}^9 CV_{ij}^{n+1}(k) \vec{u}_{n+1} - \sum_{k=1}^9 CV_{ij}^n(k) \vec{u}_1 +$$

$$\sum_{k=1}^9 CV_{ij}^{n+1}(k) \vec{u}_{n+1(k)}^* - \sum_{k=1}^9 CV_{ij}^n(k) \vec{u}_{1(k)} = f_t(\vec{u}_1, \vec{u})$$

Or en première approximation nous avons:

$$\sum_{k=1}^9 CV_{ij}^{n+1}(k) \vec{u}_{n+1}^* - \sum_{k=1}^9 CV_{ij}^n(k) \vec{u}_1 = f_t(\vec{u}_1, \vec{u})$$

Soit en définitif:

$$\sum_{k=1}^9 CV_{ij}^{n+1}(k) \vec{u}_{n+1} - \sum_{k=1}^9 CV_{ij}^n(k) \vec{u}_1 =$$

$$\left(\sum_{k=1}^9 CV_{ij}^{n+1}(k) \vec{u}_{n+1(k)}^* + \sum_{k=1}^9 CV_{ij}^n(k) \vec{u}_{1(k)} \right) \quad (4.34)$$

La détermination de la vitesse corrigée $\vec{u}_{n+1}$ se déduit directement de l'équation (4.34).

$$\vec{u}_{n+1} = \frac{\left(\sum_{k=1}^9 CV_{ij}^{n+1}(k) \vec{u}_{n+1(k)}^* + \sum_{k=1}^9 CV_{ij}^n(k) \vec{u}_{1(k)} + \sum_{k=1}^9 CV_{ij}^n(k) \vec{u}_1 \right)}{\sum_{k=1}^9 CV_{ij}^{n+1}(k)}$$

- ANNEXE 4 -

CALCUL DES TERMES CONVECTIFS

L'intégrale à discrétiser a la forme suivante:

$$\int_{\Gamma'(i,j)} \vec{u} (\vec{U} . \vec{n}) d\Gamma = \int_{\Gamma'(i,j)} \vec{u} [(\vec{\omega} - \vec{u}) . \vec{n}] d\Gamma$$

Le contour $\Gamma'(i,j)$ est décomposé en 8 segments de droite Γ_i de normale $\vec{n}_i$ sur lesquels nous faisons l'approximation $\vec{u} = \vec{u}_i$ constant. (figure 5.1)

Nous pouvons écrire:

$$\int_{\Gamma'(i,j)} \vec{u} (\vec{U} . \vec{n}) d\Gamma = \sum_{i=1}^8 \vec{u}_i \int_{\Gamma'(i,j)} (\vec{U} . \vec{n}) d\Gamma$$

D'autre part, dans chaque maille, la vitesse s'exprime comme combinaison linéaire des vitesses aux 4 noeuds. Soit:

$$\vec{u} = \sum_{k=1}^4 a_k \vec{u}_k$$

Nous obtenons finalement:

$$\int_{\Gamma'(i,j)} \vec{u} (\vec{U} . \vec{n}) d\Gamma = \sum_{i=1}^8 \vec{u}_i \sum_{k=1}^4 \vec{u}_k \vec{n}_i \int_{\Gamma_i} a_k d\Gamma$$

Pour déterminer la valeurs de la vitesse sur le segment, nous testons le sens du flux et nous affectons arbitrairement à $\vec{u}_i$ la valeur amont.

- ANNEXE 5 -

EFFET WEISSENBERG

Les phénomènes physiques que l'on rencontre lors de la transformation des polymères fondus ne peuvent pas tous être modélisés avec les lois Pseudoplastiques ou Newtonienne.

L'exemple le plus visible dans notre cas est le gonflement important en sortie de filière. Au chapitre 2. nous décrivons ce phénomène.

L'effet Weissenberg décrit le comportement des fluides viscoélastiques dans des mécanismes comportant une partie fixe et une partie mobile en rotation.

Lorsque le système est mis en rotation nous voyons apparaître:

- soit une modification de la surface libre dans le cas de l'écoulement de Couette entre deux cylindres coaxiaux.
- soit l'apparition d'une répartition de pression en forme de dôme qui tend à écarter deux plateaux plans ou cône-plan qui cisailent le polymère fondu.

