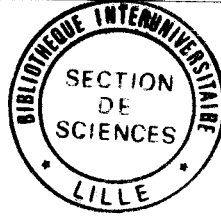


N° d'ordre : 759

50376
1991
220



67134 50376
1991
220

THÈSE

PRÉSENTÉE À
L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE
PAR

EL HAJJ
Fadi ~~HAGE~~-CHEHADE

Sujet de la thèse :

**MODÉLISATION DES PROBLÈMES
TRI-DIMENSIONNELS D'INTERACTION
GÉOMATÉRIAU-STRUCTURE**

Soutenue le 5 juillet 1991 devant le jury d'examen

<i>MM. J.P. HENRY (USTL)</i>	<i>Président</i>
<i>R. FRANK (LCPC)</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>J.M. REYNOUARD (INSA Lyon)</i>	<i>Rapporteur</i>
<i>D. AUBRY (ECP)</i>	<i>Examineur</i>
<i>Y. MEIMON (IFP)</i>	<i>Examineur</i>
<i>I. SHAHROUR (IDN Lille)</i>	<i>Examineur</i>

AVANT-PROPOS

Ce travail dans son intégralité a été mené à l'Institut Français du Pétrole. Il fait partie des collaborations entre l'IFP et le Laboratoire de Mécanique de Lille (Département Sols et Structures). Je tiens à remercier profondément la direction scientifique à l'IFP ainsi que la formation doctorale pour l'intérêt qu'ils ont accordé à ce sujet et pour le support financier, garantie du bon déroulement des travaux.

Il m'est difficile de me limiter à quelques mots pour exprimer ma profonde gratitude envers Monsieur I. SHAHROUR, professeur à l'Institut Industriel du Nord. Il a pris en charge la responsabilité scientifique de ce travail. Ses remarques précieuses, ses conseils et sa compétence ont toujours assuré la cohérence, la continuité et le bon déroulement de ce travail jusqu'à son terme.

J'adresse également ma profonde reconnaissance à Monsieur Y. MEIMON, chef du projet "Modèles Numériques en Géomécanique" qui a été le responsable à l'IFP du présent travail. Il m'a toujours fait profiter, au cours de discussions chaleureuses, de ses expériences ainsi que de sa compétence, ce qui m'a permis de réaliser avec confiance les différentes parties de cette thèse.

Monsieur R. FRANK, docteur ès en sciences et chef de la division Mécanique des Sols au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, malgré ses lourdes charges, a accepté d'observer attentivement ce travail et d'en être rapporteur. Qu'il trouve ici ma reconnaissance.

J'adresse mes remerciements à Monsieur J.M. REYNOUARD, professeur à l'INSA de Lyon, pour l'intérêt qu'il a manifesté au présent travail, dont il a accepté d'être rapporteur en dépit de son emploi du temps très chargé.

Monsieur J.P. HENRY, professeur à l'Université des Sciences et Techniques de Lille a bien voulu participer au jury. Je l'en remercie très sincèrement.

Monsieur D. AUBRY, professeur à l'Ecole Centrale de Paris, a bien voulu accepter d'examiner ce travail, me faisant ainsi profiter ainsi de sa compétence dans le domaine de la modélisation numérique. Je lui en suis reconnaissant.

Finalement, je remercie tous les amis et collègues à l'IFP pour leur encouragement, leur disponibilité de tous les instants et leur soutien pendant mon séjour à l'IFP. En particulier, je remercie Monsieur G. FERRER pour l'aide informatique dont il m'a fait bénéficier.

Table des matières

Résumé	1
Abstract	3
Introduction	5
Notations	7
1 Formulation et validation de la méthode semi-analytique	10
1.1 Introduction	10
1.2 Formulation dans le domaine linéaire	10
1.3 Problème posé par la résolution dans le domaine non-linéaire	15
1.4 Formulation dans le domaine non-linéaire	15
1.4.1 Méthode de Newton-Raphson	16
1.4.2 Méthode de Newton-Raphson modifiée	16
1.4.3 Forces résiduelles	16
1.4.4 Méthode de Bessel	17
1.4.5 Forces de déséquilibre	18
1.5 Programmation de la méthode	19
1.6 Validation bi-dimensionnelle de la méthode	21
1.6.1 Présentation du problème	21
1.6.2 Calculs réalisés	21
1.7 Validation tri-dimensionnelle de la méthode	31
1.7.1 Définition du problème	31
1.7.2 Calcul linéaire	32
1.7.3 Validation dans le domaine non-linéaire	33
1.8 Conclusions	33
2 Éléments d'interface tri-dimensionnels	43
2.1 Introduction	43
2.2 Théorie de base de la modélisation	43
2.3 Formulation de l'interface	44
2.3.1 Méthode usuelle	44
2.3.2 Méthode semi-analytique	48
2.4 Validation	49
2.4.1 Présentation du problème	49

2.4.2	Analyse des résultats obtenus	51
2.4.3	Effet du nombre d'harmoniques	52
2.4.4	Effet du nombre de sections méridiennes	52
2.4.5	Conclusion	52
3	Application de la méthode des éléments finis au calcul des pieux chargés latéralement	60
3.1	Introduction	60
3.2	Présentation de l'expérimentation	60
3.3	Modélisation sans interface	62
3.3.1	Présentation du calcul de référence	62
3.3.2	Effet de la dilatance dans le sol	63
3.4	Modélisation de l'interface	64
3.4.1	Calcul de référence	64
3.4.2	Effet de la dilatance dans l'interface	65
3.5	Comportement du pieu sous chargement élevé	65
3.6	Comportement d'un pieu circulaire équivalent	66
3.6.1	Calcul sans modélisation de l'interface	66
3.6.2	Calcul avec modélisation de l'interface	67
3.7	Validation du code FONDAX	67
3.7.1	Sans modélisation de l'interface	67
3.7.2	Avec modélisation de l'interface	68
3.8	Conclusions	68
4	Application de la méthode semi-analytique au calcul d'ouvrages types	92
4.1	Introduction	92
4.2	Pieux sous chargement incliné	92
4.3	Anisotropie des contraintes initiales	97
4.4	Groupe de pieux circulaire	99
4.5	Puits de forage	107
	Conclusion et perspectives	117
	Annexe I: Formulation de la méthode semi-analytique pour les problèmes plans	120
	Références	122

Résumé

De nombreux ouvrages en Génie Civil (pieux profonds sous chargements latéral ou incliné, puits de forage avec un état des contraintes initiales anisotrope, ...) nécessitent une modélisation tri-dimensionnelle par la méthode des éléments finis. La mise en oeuvre d'une telle modélisation génère deux difficultés techniques: d'une part, la place mémoire nécessaire qui peut dépasser les capacités des ordinateurs courants, et d'autre part, le temps de résolution est assez long avec les modèles rhéologiques non-linéaires.

Cette thèse consiste en une contribution pour faciliter le calcul tri-dimensionnel non-linéaire au moyen des méthodes semi-analytiques. Bien que ces méthodes soient connues dans le domaine linéaire, leur validité n'a pas été clairement définie dans le domaine non-linéaire. Ce travail a pour objectifs d'étudier d'une manière approfondie la validité d'une méthode semi-analytique, d'étendre son usage aux problèmes d'interaction géomatériau-structure et de la finaliser à des besoins industriels.

Le développement théorique d'une méthode semi-analytique basée sur une décomposition en séries de Fourier est présentée dans la première partie. Un problème tri-dimensionnel est remplacé par une série de problèmes bi-dimensionnels. Ensuite, des validations concernant l'exemple d'une fondation superficielle souple plane et tri-dimensionnelle (chargement excentré) sont effectuées. Faute de solutions analytiques, la méthode classique (modélisation "éléments finis" tri-dimensionnelle) a été choisie comme référence bien qu'elle donne des résultats approchés. Un premier résultat est que la méthode semi-analytique (avec 6 harmoniques) donne des résultats satisfaisants.

La deuxième partie porte sur les éléments d'interface tri-dimensionnel et semi-analytique. Le cisaillement d'un tube cylindrique est choisi comme exemple de validation. Là aussi, la précision de la méthode est encourageante.

La troisième partie concerne la validation des modèles proposés (3-D et semi-analytique) sur une expérimentation d'un pieu chargé latéralement. Le calcul 3-D de référence (modèle élastique linéaire parfaitement plastique avec le critère de Mohr-Coulomb non-associé; module élastique variable avec la profondeur) prédit correctement l'essai. Une légère amélioration des résultats est notée si l'interface sol-pieu est modélisée; sa prise en compte n'est pas nécessaire dans la mesure où le modèle de Mohr-Coulomb n'autorise pas les contraintes de traction. Le calcul semi-analytique est effectué sur un pieu circulaire équivalent de même raideur de flexion. Les prédictions correspondantes et avec un nombre faible d'harmoniques sont en bon accord avec celles données par le calcul 3-D et par l'essai.

La dernière partie présente différentes applications possibles de la méthode semi-analytique: pieu sous chargement incliné, groupe de pieux circulaire et puits de forage avec un état des contraintes initiales anisotrope. Ces études ont montré que cette méthode permet de donner des renseignements fort intéressants sur le comportement de ces ouvrages.

Les avantages de la méthode semi-analytique sont des économies substantielles sur la place mémoire et sur le temps de calcul. Sa souplesse a été ressentie également lors de la mise en oeuvre d'un jeu de données ainsi que pendant le dépouillement des résultats. L'exploitation industrielle de la méthode des éléments finis a été rendue possible avec des ordinateurs de performance moyenne, pour certains problèmes tri-dimensionnels.

Au cours de cette thèse, un code de calcul industriel (FONDAX) par éléments finis a été mis au point. Il peut être utilisé avec une précision satisfaisante pour étudier le comportement d'ouvrages axisymétriques et pour un comportement non-linéaire des géomatériaux.

Abstract

Many Civil Engineering problems need a complete three-dimensional modelling using the finite element method (piles under lateral or inclined loading, boring exhibiting initial anisotropic stresses, ...). Technically, a three-dimensional calculation may encounter two difficulties: in one hand, the core memory requirements may exceed the available core, and in the other hand, the time of calculation is very large for non-linear material behaviour. Then, high computer facilities are necessary to perform a three-dimensional calculation.

The present work consists in a contribution to facilitate the three-dimensional non-linear calculation using semi-analytical methods. These methods are well-known for a linear material behaviour. Their validity has not been clearly defined for a non-linear material behaviour. The scope of this study is to check the validity of a semi-analytical method for an elastic-plastic material behaviour, to extend its applicability for soil-structure interaction problems and for industrial projects.

The theoretical development of a semi-analytical technique using Fourier series is presented at first. A three-dimensional problem may be replaced by a series of two-dimensional problems. Then, the validity of the method has been checked for plane and three-dimensional (under an eccentric loading) shallow flexible foundations. Through lack of analytical solutions, the classical method has been taken as a reference which gives approximate results. The semi-analytical predictions seem to be enough accurate using 6 harmonics.

The second part is devoted to the semi-analytical and the three-dimensional joint elements. The shearing of a cylindrical tube has been modelled. The semi-analytical method gives also good predictions.

In the third part, the validity of the proposed models (three-dimensional and semi-analytical) has been checked for piles under lateral loading using experimental data (squared pile section). The three-dimensional reference calculation (Mohr-Coulomb rheological model; elastic modulus increasing with depth) predicts correctly the pile's behaviour. A little improvement is obtained if the pile-soil interface is taken into account. In this case, it is possible to avoid the modelling of joint elements because tension stresses are not allowed when using the soil model. The semi-analytical validation has been performed using an equivalent circular pile section, which has the same flexion stiffness as the squared pile section. A little number of harmonics (3) gives good predictions comparing to the three-dimensional and the experimental results.

Various applications using the semi-analytical method have been realized in the last part of this work: piles under inclined loading, group of circular piles and boring stability with an anisotropic initial state of stresses. These studies have shown that this method may give interesting information on the behaviour of these structures.

The practical advantages of the semi-analytical method are large saving in terms of core memory requirements and CPU time of calculation. Also, the method is easy to be handled for input data and for out process results. The industrial use of the finite element is then possible using medium computer capacities.

An industrial finite element program (FONDAX) has been developed. It could be applied with enough accuracy for studying the behaviour of axisymmetric problems and for a non-linear material behaviour.

Introduction

La méthode des éléments finis constitue l'élément moteur de la modélisation en Génie Civil. Couplée au progrès de l'informatique, elle a renforcé le dynamisme de la recherche dans ce domaine. Malgré cela, la modélisation des problèmes tri-dimensionnels se heurte toujours à des difficultés techniques. En effet, la place mémoire demandée, en particulier pour la matrice de rigidité, est très importante. A cela vient s'ajouter le comportement non-linéaire du géomatériau et des éventuelles conditions d'interface qui augmentent d'une manière considérable le temps de calcul. Ainsi, l'extension de la méthode des éléments finis aux problèmes tri-dimensionnels en géomécanique nécessite des ordinateurs très puissants.

Conscients de ces difficultés, les chercheurs ont essayé de les surmonter. Pour certains types d'ouvrages, ils ont proposé des méthodes semi-analytiques qui permettent de ramener un problème initialement tri-dimensionnel à une série de problèmes plans. Ceci se traduit par des gains intéressants en temps de calcul et en place mémoire et rend ainsi possible l'exploitation industrielle de la méthode des éléments finis avec des outils de performance moyenne. Cependant, pour les problèmes à comportement non-linéaire, l'obstacle majeur qui limite l'utilisation des méthodes semi-analytiques est la mise en oeuvre du processus itératif du calcul.

Certes, ces méthodes ont été utilisées précédemment tant dans le domaine linéaire [Wilson (1965), Zienkiewicz et al (1968), Ahmad et al (1967)] que non-linéaire élastoplastique [Meissner (1976)] ou visco-élasto-plastique [Winnicki et al (1979), Barton et al (1982)]. Cependant, leur domaine de validité n'a pas été clairement étudié pour un comportement non-linéaire des géomatériaux. De ce fait, il existe très peu de logiciels qui les proposent (aucun en France dans le domaine non-linéaire en géotechnique) et leur utilisation reste le fait d'experts.

L'objectif de ce travail consiste à reprendre l'application d'une de ces méthodes, à développer un code de calcul par éléments finis (FONDAX) dans le cadre d'un programme existant à l'Institut Français du Pétrole, FONDOP [Meimon et al (1987)], à étudier d'une manière détaillée son domaine de validité pour un comportement élastoplastique et à tenter de diversifier son application à plusieurs catégories d'ouvrages types.

D'une manière générale, le calcul par éléments finis nécessite la prise en compte des conditions d'interface et des éventuelles discontinuités matérielles (fissure, faille). Une modélisation qui n'intègre pas ces conditions ne semble pas tout à fait correcte. Pour cela, le développement précédent est complété par la mise au point des éléments

d'interface tri-dimensionnels et semi-analytiques dans les codes FONDOF et FONDAX ainsi que la définition de leur domaine de validité.

Le présent rapport est composé de quatre chapitres:

le premier est consacré à la formulation mathématique d'une méthode semi-analytique, basée sur la décomposition en séries de Fourier, dans les domaines linéaire et non-linéaire. Son introduction dans un code de calcul par éléments finis est décrite. La validation de base de cette méthode a porté sur les fondations superficielles dans les cas bi- et tri-dimensionnels.

Le deuxième chapitre porte sur les éléments d'interface tri-dimensionnels. On présente la formulation des éléments d'interface usuels et semi-analytiques. La rhéologie adoptée pour l'interface est également présentée. Ensuite, une validation des codes FONDOF et FONDAX est effectuée sur un tube cylindrique en cisaillement.

Le troisième chapitre concerne la validation de la méthode des éléments finis, tant dans sa forme tri-dimensionnelle ou simplifiée avec la méthode semi-analytique, sur un pieu chargé latéralement. L'étude est basée sur une expérimentation réalisée sur un pieu. Plusieurs hypothèses sont examinées avec et sans modélisation de l'interface sol-pieu.

Le quatrième chapitre porte sur l'application de la méthode semi-analytique aux ouvrages types qui s'avèrent intéressants dans différentes branches de la géomécanique: comportement des pieux sous chargement incliné, problèmes à état de contraintes initiales anisotrope, groupe de pieux circulaire et analyse de la stabilité des puits de forage.

Notations

$[B]$ = Matrice de déformation;

$[B_1]$ = Matrice de déformation après changement du repère;

$[B^l]$ = Matrice de déformation de l'harmonique l ;

$[\bar{B}^l]$ = Matrice de déformation en cosinus de l'harmonique l ;

$[\bar{\bar{B}}^l]$ = Matrice de déformation en sinus de l'harmonique l ;

c = Cohésion;

C = Matrice de comportement élastique du géomatériau;

D = Diamètre du pieu;

E = Module d'élasticité initial;

E_0 = Module d'élasticité à la pression atmosphérique;

EI = Raideur du pieu;

f = Vecteur de force;

f^0 = Coefficient de Fourier de l'harmonique zéro du chargement;

\bar{f}^l = Coefficient de Fourier en cosinus de l'harmonique l du chargement;

$\bar{\bar{f}}^l$ = Coefficient de Fourier en sinus de l'harmonique l du chargement;

F = Surface de charge;

f_r = Forces résiduelles;

f_d = Forces de déséquilibre dues aux contraintes;

f_d^0 = Forces de déséquilibre de l'harmonique 0;

\bar{f}_d^l = Forces de déséquilibre en cosinus de l'harmonique l ;

$\bar{\bar{f}}_d^l$ = Forces de déséquilibre en sinus de l'harmonique l ;

G = Potentiel plastique;

$[K]$ = Matrice de comportement élastique de l'interface;

K_{nn} = Module normal à l'interface;

K_{tt} = Module tangentiel à l'interface;

k_x = Constante oedométrique dans la direction x ;

k_y = Constante oedométrique dans la direction y ;
 n_g = Nombre de noeuds géométriques de l'élément;
 n_h = Nombre d'harmoniques;
 N = Fonctions d'interpolation géométriques de Lagrange;
 $[P]$ = Matrice de passage;
 P = Pression effective moyenne;
 P_0 = Pression de référence (atmosphérique);
 $[R]$ = Matrice de rigidité;
 $[R^l]$ = Matrice de rigidité de l'harmonique l ;
 (r, z, θ) = Coordonnées cylindriques;
 (u, v, w) = Vecteur déplacement;
 $(\bar{u}^l, \bar{v}^l, \bar{w}^l)$ = Coefficients en cosinus du vecteur déplacement;
 $(\bar{\bar{u}}^l, \bar{\bar{v}}^l, \bar{\bar{w}}^l)$ = Coefficients en sinus du vecteur déplacement;
 $(U_t^{(1)}, U_s^{(1)}, U_n^{(1)})$ = Vecteur du déplacement local de la face (1) de l'élément joint;
 $(U_t^{(2)}, U_s^{(2)}, U_n^{(2)})$ = Vecteur du déplacement local de la face (2) de l'élément joint;
 (x, y, z) = Repère cartésien;
 δ^l = Vecteur des déplacements global de l'harmonique l ;
 ϵ = Tenseur des déformations;
 $\epsilon_n, \epsilon_t, \epsilon_s$ = Déformations normale et tangentielles à l'interface;
 ν = Coefficient de Poisson;
 ϕ = Angle de frottement;
 ψ = Angle de dilatance;
 σ = Tenseur des contraintes;
 σ^0 = Coefficient de l'harmonique 0 du tenseur des contraintes;
 $\bar{\sigma}^l$ = Coefficient en cosinus de l'harmonique l du tenseur des contraintes;
 $\bar{\bar{\sigma}}^l$ = Coefficient en sinus de l'harmonique l du tenseur des contraintes;
 $\sigma_n, \sigma_t, \sigma_s$ = Contraintes normale et tangentielles à l'interface;

Indices supérieurs

l = Numéro d'harmonique;
(1) et (2) = Faces de l'élément joint;
 e = État élastique;
 ep = État élastoplastique;

p = État plastique;

Indices inférieurs

d = Déséquilibre;

t, s, n = Repère local de l'élément joint;

r = Résiduelles (forces);

i = Numéro du noeud de l'élément;

Abréviations concernant les figures et les tableaux

nh = Nombre d'harmoniques;

ns = Nombre de sections méridiennes;

3D = tri-dimensionnel;

SA = Semi-analytique;

theta = Angle méridien.

Chapitre 1

Formulation et validation de la méthode semi-analytique

1.1 Introduction

Le calcul par la méthode des éléments finis (MEF en abrégé) des problèmes tridimensionnels est fastidieux: il nécessite une place mémoire importante et demande, dans le domaine non-linéaire, un temps de résolution assez long. Pour certains types de problèmes (axisymétriques), ce calcul peut être simplifié grâce à l'utilisation d'une méthode semi-analytique [Wilson (1965) et Ahmad et al (1968)]. Cette méthode s'articule sur un développement des paramètres physiques (déplacements, déformations, contraintes, chargements, ...), selon une direction donnée, soit en séries de Fourier [Zienkiewicz (1979), Winnicki et al (1979), Barton et Pande (1982) et Runesson et al (1983)], soit en polynômes [Kijawski et al (1986)]. Dans ce chapitre on présente le fondement mathématique de la méthode dans les domaines linéaire et non-linéaire. L'introduction de la méthode dans un code de calcul par éléments finis est décrite. Finalement, la méthode est validée d'une manière détaillée sur des problèmes plan et tridimensionnel.

1.2 Formulation dans le domaine linéaire

Considérons un ouvrage quelconque à géométrie de révolution (figure 1.1) sur lequel on suppose que le chargement appliqué est non-axisymétrique. Le domaine est discrétisé dans son plan méridien Ω . Les déplacements aux noeuds sont alors définis par les composantes selon les trois directions: u (radial), v (vertical) et w (tangential). De plus, les propriétés mécaniques et la géométrie sont supposées homogènes selon la direction angulaire (θ). Il est alors possible d'exprimer les déplacements en combinant la formulation usuelle par la méthode des éléments finis dans le plan méridien et les séries trigonométriques selon la direction angulaire (θ) [Zienkiewicz (1979), Winnicki

et al (1979), Barton et al (1982), ...] :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{n_g} N_i(r, z) \begin{pmatrix} u_i^0 \\ v_i^0 \\ w_i^0 \end{pmatrix} + \sum_{l=1}^{n_h} \cos l\theta \begin{pmatrix} \bar{u}_i^l \\ \bar{v}_i^l \\ \bar{w}_i^l \end{pmatrix} + \sum_{l=1}^{n_h} \sin l\theta \begin{pmatrix} \bar{\bar{u}}_i^l \\ \bar{\bar{v}}_i^l \\ \bar{\bar{w}}_i^l \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

où:

$N_i(r, z)$: fonctions d'interpolation de Lagrange pour les problèmes plans;

n_g : nombre de noeuds de l'élément de base;

u_i^0, v_i^0, w_i^0 : coefficients de l'harmonique zéro du champ de déplacement;

$\bar{u}_i^l, \bar{v}_i^l, \bar{w}_i^l$: coefficients en cosinus du champ de déplacement pour l'harmonique l ;

$\bar{\bar{u}}_i^l, \bar{\bar{v}}_i^l, \bar{\bar{w}}_i^l$: coefficients en sinus du champ de déplacement pour l'harmonique l ;

n_h : nombre d'harmoniques.

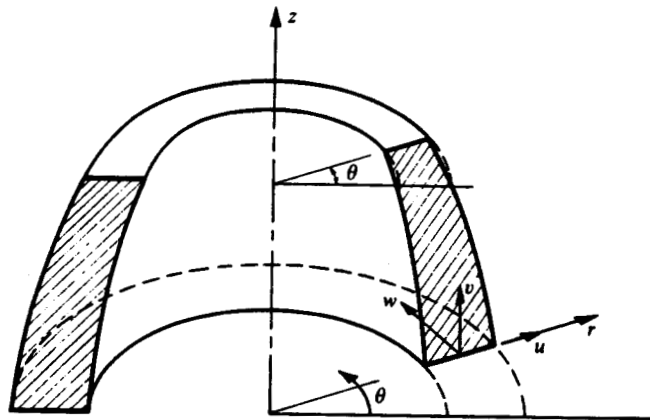


Figure 1.1: Solide à symétrie de révolution
(Zienkiewicz (1979))

Les termes relatifs aux forces extérieures peuvent être décomposés d'une manière similaire:

$$f = f^0 + \sum_{l=1}^{n_h} \bar{f}^l \cos l\theta + \sum_{l=1}^{n_h} \bar{\bar{f}}^l \sin l\theta \quad (1.2)$$

f^0 , \bar{f}^l and $\bar{\bar{f}}^l$ sont respectivement les coefficients zéro, en cosinus et en sinus pour l'harmonique l du champ des forces extérieures.

Dans l'hypothèse de petites perturbations, le tenseur des déformations, en coordonnées cylindriques, est donné par:

$$\{\epsilon\} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{w}{r} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

En tenant compte de l'équation (1.1), le tenseur des déformations peut être calculé par une superposition de n_h harmoniques:

$$\epsilon = [B^0, \dots, B^l, \dots, B^{n_h}] \begin{pmatrix} \delta^0 \\ \vdots \\ \delta^l \\ \vdots \\ \delta^{n_h} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

où pour l'harmonique l :

$\delta^l = (u^0 \dots \bar{u}^l \dots \bar{\bar{u}}^l \dots)^t$ est le vecteur déplacement aux noeuds du maillage dans le plan méridien;

B^l est la matrice de déformation. Compte tenu de l'équation (1.1), celle-ci peut être séparée en deux parties:

$$B^l = \bar{B}^l \cos l\theta + \bar{\bar{B}}^l \sin l\theta \quad (1.5)$$

avec:

$$\bar{B}^I = \begin{pmatrix} \frac{\partial N}{\partial r} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N}{\partial z} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{N}{r} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{IN}{r} \\ \frac{\partial N}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N}{\partial r} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{IN}{r} & 0 & 0 & \left(\frac{\partial N}{\partial r} - \frac{N}{r}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{IN}{r} & \frac{\partial N}{\partial z} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

$$\bar{\bar{B}}^I = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial N}{\partial r} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial N}{\partial z} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{N}{r} & 0 & 0 & \frac{-IN}{r} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N}{\partial r} & 0 & 0 \\ \frac{-IN}{r} & 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{\partial N}{\partial r} - \frac{N}{r}\right) \\ 0 & 0 & \frac{-IN}{r} & 0 & 0 & \frac{\partial N}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

Pour un comportement linéaire et réversible du matériau, les tenseurs de contraintes et de déformations sont liés par:

$$\sigma = C\epsilon \quad (1.8)$$

C étant le tenseur d'élasticité.

L'application du principe des travaux virtuels permet d'aboutir à la relation d'équilibre suivante:

$$\sum_{m=0}^{n_h} ([R^{lm}] \delta^l + F^l) = 0 \quad l = 0, 1, \dots, n_h \quad (1.9)$$

$[R^{lm}]$ est la matrice de rigidité:

$$R^{lm} = \int_{\Omega} B^{l^t} C B^m d\Omega \quad (1.10)$$

F^l est le vecteur force:

$$\begin{aligned} F^0 &= \int_0^{2\pi} f^0 r d\theta = 2\pi r f^0 \\ \bar{F}^l &= \int_0^{2\pi} \bar{f}^l r \cos^2 l\theta d\theta = \pi r \bar{f}^l \\ \bar{\bar{F}}^l &= \int_0^{2\pi} \bar{\bar{f}}^l r \sin^2 l\theta d\theta = \pi r \bar{\bar{f}}^l \end{aligned} \quad (1.11)$$

Le développement de l'équation (1.9), en tenant compte de (1.6 et 1.7), fait apparaître les intégrales suivantes:

$$\begin{aligned} I_{cs} &= \int_0^{2\pi} \cos l\theta \sin m\theta d\theta \\ I_{cc} &= \int_0^{2\pi} \cos l\theta \cos m\theta d\theta \\ I_{ss} &= \int_0^{2\pi} \sin l\theta \sin m\theta d\theta \end{aligned} \quad (1.12)$$

En vertu des propriétés d'orthogonalité des fonctions trigonométriques, on a :

$$I_{cs} = 0 \quad \forall l, m \quad (1.13)$$

$$I_{cc} = I_{ss} = 0 \quad \text{pour } l \neq m$$

Cela conduit à :

$$R^{lm} = 0 \quad \text{pour } l \neq m \quad (1.14)$$

Le système d'équations final se réduit donc à :

$$R^l \delta^l + F^l = 0 \quad (1.15)$$

En tenant compte de l'expression modifiée de la matrice B (équations 1.6 et 1.7), la matrice de rigidité à l'harmonique l se ramène à:

$$R^l = a \int_{\Omega} ([\bar{B}^l]^t [C] [\bar{B}^l] + [\bar{\bar{B}}^l]^t [C] [\bar{\bar{B}}^l]) r dr dz \quad (1.16)$$

$$a = \begin{cases} 2\pi & \text{si } l = 0 \\ \pi & \text{si } l \neq 0 \end{cases}$$

Ainsi, le problème initial tridimensionnel se ramène à une série de $(n_h + 1)$ problèmes plans avec un découplage complet entre les différents harmoniques. D'où les avantages de la méthode qui se traduisent par des économies substantielles sur la place mémoire et sur le temps de calcul.

1.3 Problème posé par la résolution dans le domaine non-linéaire

Examinons maintenant le cas du comportement mécanique non-linéaire des matériaux. Comme le comportement de l'ensemble de la structure est fonction de l'histoire du chargement appliqué, il va falloir déterminer le comportement d'un certain nombre de sections méridiennes représentatif de l'état global de la structure.

Dans chaque section, l'état des matériaux est défini par l'intégration de leurs lois de comportement. On utilise, dans cette étude, un modèle simple: le modèle élastique linéaire, parfaitement plastique avec le critère de Mohr-Coulomb à loi d'écoulement non-associée qu'on nomme en abrégé "modèle de Mohr-Coulomb". Donc, on peut calculer à partir d'une déformation l'état de contrainte en tout point de la section, qui peut être différent de l'état élastique.

On voit donc apparaître la difficulté de la méthode. Normalement, les efforts intérieurs obtenus par intégration des contraintes n'équilibrent pas les efforts extérieurs appliqués et il faut mener un processus itératif qu'on développe plus loin. Mais, alors que le calcul des déplacements est effectué sur la base numérique ou modale des harmoniques, on n'évalue l'état des contraintes qu'aux sections méridiennes, qui représentent "les plans physiques". N'ayant ces valeurs de contraintes qu'en un certain nombre de points, il faut trouver le moyen de revenir à des contraintes généralisées, qui permettront de mener le processus itératif à chaque harmonique. On utilise pour cela, la méthode de Bessel que l'on décrit ci-dessous.

1.4 Formulation dans le domaine non-linéaire

Dans la pratique, l'équation (1.8) n'est pas toujours valable car le comportement du géomatériau est essentiellement non-linéaire. La loi de comportement peut être écrite

sous la forme incrémentale:

$$d\sigma = C^{ep}d\epsilon \quad (1.17)$$

Le tenseur C^{ep} dépend de l'histoire du chargement et de la direction de l'incrément de sollicitation.

La relation (1.17) se linéarise sous la forme de (1.8) par la mise en oeuvre d'un processus itératif. Au cours de ce dernier, on modifie à chaque itération soit le tenseur C (méthode à matrice de rigidité variable ou méthode de Newton-Raphson), soit la contrainte initiale ou la déformation initiale (méthode des contraintes ou des déformations initiales ou méthode de Newton-Raphson modifiée).

1.4.1 Méthode de Newton-Raphson

L'inconvénient de cette méthode réside dans les faits suivants:

- le tenseur C^{ep} dépend de la direction angulaire (θ). Par conséquent, les propriétés d'orthogonalités des fonctions trigonométriques (1.12) ne sont plus applicables. Le découplage entre harmoniques est alors annulé. L'inversion du système (1.9) doit se faire par blocs. L'adoption d'un tel choix fait perdre les économies acquises par la méthode semi-analytique sur la place mémoire.
- Pour un modèle rhéologique non-associé, le tenseur C^{ep} est non-symétrique. Il en est alors de même pour la matrice de rigidité globale. La résolution numérique du système (1.9) nécessite alors des techniques spéciales.
- D'une manière générale, pour un comportement non-linéaire, on travaille par incréments de chargement. Le tenseur C^{ep} est actualisé à chaque incrément, ce qui nécessite des inversions successives de la matrice de rigidité qui alourdissent le temps de calcul.

Pour les raisons évoquées ci-dessus, cette méthode a été remplacée par l'adoption de l'algorithme de Newton-Raphson modifiée (méthode des contraintes ou des déformations initiales).

1.4.2 Méthode de Newton-Raphson modifiée

Cette méthode a les avantages suivants:

- dans cette méthode, on travaille avec la matrice d'élasticité initiale (éq. 1.8). Par conséquent, le découplage entre harmoniques est conservé.
- L'inversion de la matrice de rigidité s'effectue une seule fois au début de calcul.

1.4.3 Forces résiduelles

D'une manière générale, les forces résiduelles sont calculées selon la technique des contraintes initiales:

$$f_r = f - \int_{\Omega} [B^t] \sigma d\Omega \quad (1.18)$$

avec:

f_r : forces résiduelles;

f : forces extérieures;

$[B]$: la matrice de déformation;

σ : tenseur de contraintes.

Comme les forces extérieures sont appliquées par harmoniques (éq. 1.2) et pour rendre opérationnelle l'équation (1.18), il faut avoir la décomposition en séries de Fourier du tenseur des contraintes:

$$\sigma = \sigma^0 + \sum_{l=1}^{n_h} \bar{\sigma}^l \cos l\theta + \sum_{l=1}^{n_h} \bar{\bar{\sigma}}^l \sin l\theta \quad (1.19)$$

Or, d'après le paragraphe (1.3), les contraintes sont déterminées dans certaines sections méridiennes. Leur expression analytique n'est pas connue pour calculer par les formules habituelles les coefficients σ^0 , $\bar{\sigma}^l$ et $\bar{\bar{\sigma}}^l$. Donc, le passage des sections où l'équilibre physique est testé au plan méridien (plan fictif) introduit une difficulté supplémentaire à l'utilisation de la méthode semi-analytique. Pour surmonter cette difficulté et calculer les coefficients de Fourier en contraintes, on utilise la méthode de Bessel [Bronstein et al (1985)].

1.4.4 Méthode de Bessel

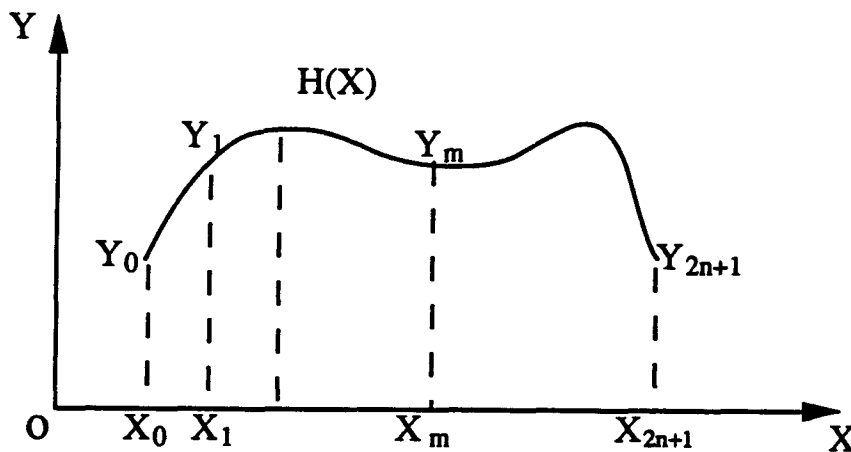


Figure 1.2: Fonction périodique
(Principe de la méthode de Bessel)

Soit une fonction périodique $H(X)$ (figure 1.2), de période T (2π pour les structures axisymétriques). Analytiquement, la fonction H peut se décomposer en séries de Fourier de la façon suivante:

$$H(X) = H^0 + \sum_{l=1}^{n_h} \bar{H}^l \cos \frac{2\pi l}{T} X + \sum_{l=1}^{n_h} \bar{\bar{H}}^l \sin \frac{2\pi l}{T} X \quad (1.20)$$

Les coefficients de Fourier de la relation (1.20) sont donnés par les intégrales suivantes:

$$\begin{aligned} H^0 &= \frac{1}{T} \int_0^T H(X) dX \\ \bar{H}^l &= \frac{2}{T} \int_0^T H(X) \cos \frac{2\pi l}{T} dX \\ \bar{\bar{H}}^l &= \frac{2}{T} \int_0^T H(X) \sin \frac{2\pi l}{T} dX \end{aligned} \quad (1.21)$$

Ces intégrales peuvent être calculées numériquement en utilisant la méthode de trapèze par exemple. Pour un nombre n_h d'harmoniques donné, il faut déterminer $(2n_h + 1)$ coefficients de Fourier, donc, il faut choisir $2n_h$ intervalles [pour avoir $(2n_h + 1)$ points], ou $2n_h$ sections pour les structures axisymétriques. En regroupant toutes ces hypothèses, on peut calculer les coefficients $(H^0, \bar{H}^l, \bar{\bar{H}}^l)$ par les formules suivantes:

$$\begin{aligned} n_h H^0 &= \sum_{k=1}^{2n_h} Y_k \\ n_h \bar{H}^l &= \sum_{k=1}^{2n_h} Y_k \cos lX_k \\ n_h \bar{\bar{H}}^l &= \sum_{k=1}^{2n_h} Y_k \sin lX_k \end{aligned} \quad (1.22)$$

1.4.5 Forces de déséquilibre

Le calcul des coefficients de Fourier en contraintes se fait d'après (1.22). Le calcul des forces de déséquilibre (1.18) fait apparaître les forces aux noeuds (équivalentes aux contraintes):

$$\begin{aligned} f_d^0 &= 2\pi \int_{\Omega} r [B^0]^t \sigma^0 d\Omega \\ \bar{f}_d^l &= \pi \int_{\Omega} r [\bar{B}^l]^t \bar{\sigma}^l d\Omega \\ \bar{\bar{f}}_d^l &= \pi \int_{\Omega} r [\bar{\bar{B}}^l]^t \bar{\bar{\sigma}}^l d\Omega \end{aligned} \quad (1.23)$$

Le calcul des forces résiduelles par harmonique se fait selon la formule:

$$f_r^l = f^l - \int_{\Omega} [B^l]^t \sigma^l d\Omega \quad (1.24)$$

Le processus itératif est mis en oeuvre jusqu'à ce que les forces résiduelles pour tous les harmoniques deviennent négligeables.

1.5 Programmation de la méthode

Deux programmes de calcul basés sur la méthode semi-analytique ont été développés. Le premier, baptisé PLASM, est destiné à la résolution des problèmes plans. Le second, baptisé FONDAX, traite les problèmes tridimensionnels à géométrie de révolution et a été conçu comme un module du système général FONDOP [Meimon et al (1987)]. Leurs champs d'application concernent aussi bien les problèmes linéaires que non-linéaires. La procédure de calcul adoptée, pour un incrément donné, est la suivante (figure 1.3):

- pour chaque harmonique:
 - calcul des coefficients de Fourier pour le chargement appliqué;
 - calcul de la matrice de rigidité;
 - calcul des coefficients de Fourier de déplacements par résolution du système 1.15;
- pour chaque section méridienne:
 - calcul des déformations aux points de Gauss par une combinaison des harmoniques;
 - calcul des contraintes correspondantes par une loi de comportement élastoplastique;
- passage des contraintes dans les sections méridiennes aux contraintes par harmoniques en adoptant la formule de Bessel (éq. 1.22);
- évaluation des forces résiduelles selon (1.23);
- test sur la tolérance de convergence avec la norme des forces de déséquilibre aux harmoniques et poursuite du processus itératif jusqu'à satisfaire les critères de convergence;
- Actualisation des résultats et passage à l'incrément suivant.

Figure 1.3: Organigramme de calcul

Incrément $k=k+1$

Décomposition en n_h harmoniques à partir de $2n_h$ sections méridiennes

$$F_{res,k}^l = f_{ext}^l - f(\sigma_{k-1}^l)$$

Iteration $i=i+1$

Pour chaque harmonique l $u_k^{l,i} = R^{l-1} * F_{res,k}^{l,i}$

Pour chaque section méridienne s :
 Combinaison de tous les harmoniques: $\varepsilon_{s,k}^i$
 Loi de comportement: $\sigma_{s,k}^i$

Pour chaque harmonique l
 Contrainte généralisée $\sigma_k^{l,i}$ par la méthode de Bessel

Forces résiduelles aux harmoniques

$$F_{res,k}^{l,i} = f_{ext,k}^l - f(\sigma_k^{l,i})$$

Test de convergence sur: $\sum \|F_{res,k}^{l,i}\|^2$

Actualisation et sortie des résultats

1.6 Validation bi-dimensionnelle de la méthode

1.6.1 Présentation du problème

Une fondation superficielle (figure 1.4) de largeur b reposant sur un massif de sol cohérent de largeur L (100 m) et de hauteur h (50 m) a été choisie dans cette étude. Les propriétés mécaniques (tableau 1.1) et la géométrie sont supposées constantes selon la direction X . La formulation mathématique du problème est présentée en annexe I.

Maillages adoptés

Compte tenu de la symétrie du problème et du chargement, seule la moitié du domaine a été modélisée. La figure 1.5(a) illustre le maillage adopté pour le calcul plan par éléments finis. Il comporte cent éléments quadrilatères à 4 noeuds, 121 noeuds et 209 degrés de liberté.

Le maillage utilisé pour le calcul semi-analytique est représenté en figure 1.5(b). Il comporte dix éléments unidimensionnels à deux noeuds, 11 noeuds et 21 degrés de liberté.

Le calcul semi-analytique a été effectué avec le programme PLASM. Le comportement non-linéaire du géomatériau est décrit avec le modèle de Mohr-Coulomb non-associé. Deux calculs sont effectués en prenant un chargement moyennement étendu, puis un chargement sur une surface plus réduite. Dans chaque cas, l'effet du nombre d'harmoniques est examiné. Le chargement appliqué (6000 kN/ml) a été réparti sur 10 incréments. Dans la suite, les écarts mentionnés sont qualifiés en valeur absolue par rapport au calcul plan.

1.6.2 Calculs réalisés

Chargement sur 10m

Un premier calcul semi-analytique a été effectué avec 5 harmoniques et 10 divisions selon l'axe OX . Les figures 1.6 et 1.7 représentent les déplacements verticaux et horizontaux aux noeuds indiqués dans la figure 1.5(a). Leur analyse montre que:

- l'écart sur l'enfoncement maximal, au centre de la fondation, est faible (de l'ordre de 8%; figures 1.6(a) et (b)). Il tend à augmenter lorsqu'on s'éloigne du centre de la fondation (20% au noeud c; figure 1.6(c)). Il est à noter que le déplacement évalué en ce noeud est faible vis à vis de l'enfoncement maximal.
- L'écart sur le déplacement horizontal (noeuds d et e) est plus important que celui constaté sur l'enfoncement (de l'ordre de 50%; figures 1.7(a) et 1.7(b)).
- Les écarts évalués sont de l'ordre de 16% sur les contraintes horizontale et verticale (point v, figures 1.8(a) et (b)) et de 50% sur la contrainte de cisaillement (point s, figure 1.8(c)).

Ces résultats montrent que le calcul semi-analytique, avec 5 harmoniques, évalue correctement les déplacements prépondérants et mal les déplacements non-prépondérants et les contraintes. Pour tenter d'améliorer les résultats, on propose d'augmenter le nombre d'harmoniques à 7.

Les résultats du calcul avec 7 harmoniques montrent que:

- L'écart sur l'enfoncement devient négligeable (inférieur à 1%) au centre de la fondation (noeuds a et b; figures 1.6(a) et (b)). Il est aussi faible au delà du centre (8% au noeud c, figure 1.6(c)).
- L'écart sur le déplacement horizontal est divisé par 5 (10%, noeuds d et e; figures 1.7(a) et 1.7(b)).
- L'écart passe de 16% à 8% sur la contrainte horizontale, de 16% à 2% sur la contrainte verticale et de 50% à 5% sur la contrainte de cisaillement (figure 1.8).

Les résultats de ce test montrent que les prédictions avec 7 harmoniques sont compatibles avec celles obtenues par la méthode usuelle.

Chargement sur une surface réduite (5m)

Trois calculs semi-analytiques ont été effectués avec 5, 7 et 9 harmoniques et avec des paramètres identiques à ceux du premier calcul (tableau 1.1). Les figures 1.9 à 1.11 regroupent les résultats obtenus avec l'ensemble des harmoniques. Comme précédemment, on peut remarquer que l'augmentation du nombre d'harmoniques améliore sensiblement les prédictions semi-analytiques. En effet, lorsque celui-ci passe de 5 à 9:

- l'écart moyen sur l'enfoncement passe de 30% à 5% en moyenne (noeuds a, b et c; figure 1.9).
- L'écart sur le déplacement horizontal au noeud d (figure 1.10(a)) est optimum (10%) avec 7 harmoniques. Pour le noeud d, il passe de 60% à 1% (figure 1.10(b)).
- L'écart moyen sur les valeurs numériques des contraintes passe de 80% à 15% (figure 1.11).

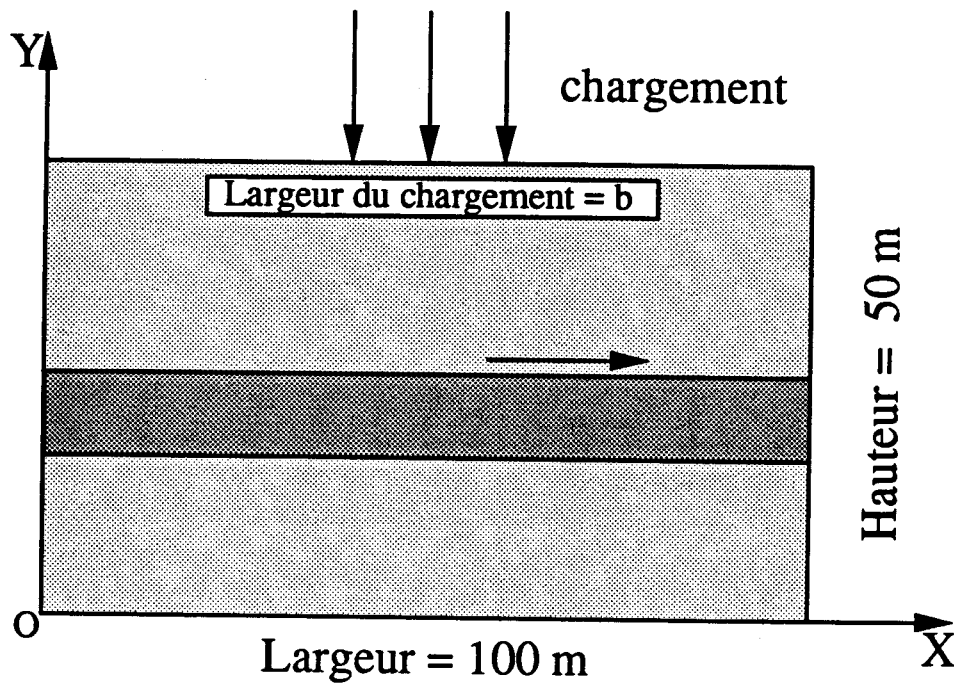


Figure 1.4: Problème de la modélisation plane

Tableau 1.1: Propriétés mécaniques du sol (Problème plan)

Module d'Young (kPa)	Coefficient de Poisson	Angle de frottement	Angle de dilatance	Cohésion (kPa)
10000	0.20	30°	5°	100

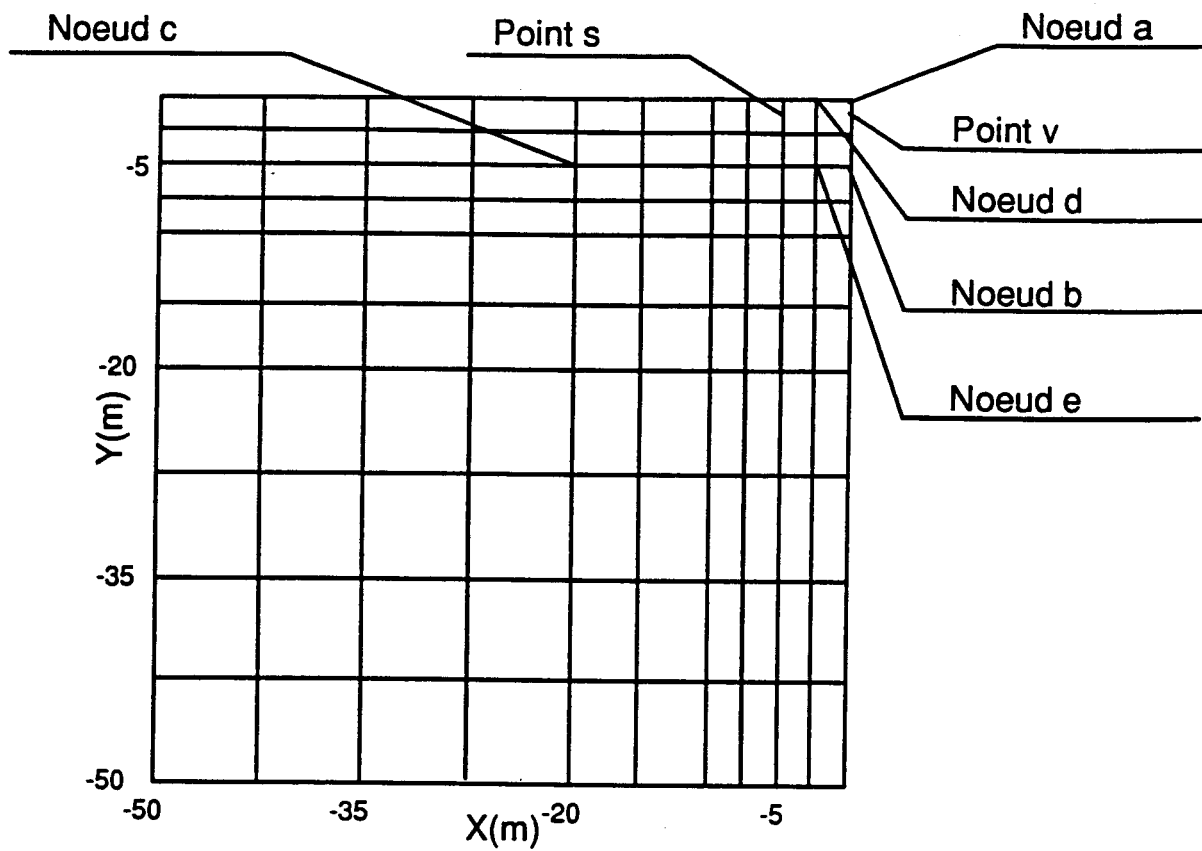


Figure 1.5(a): Maillage plan du domaine
(Problème plan)

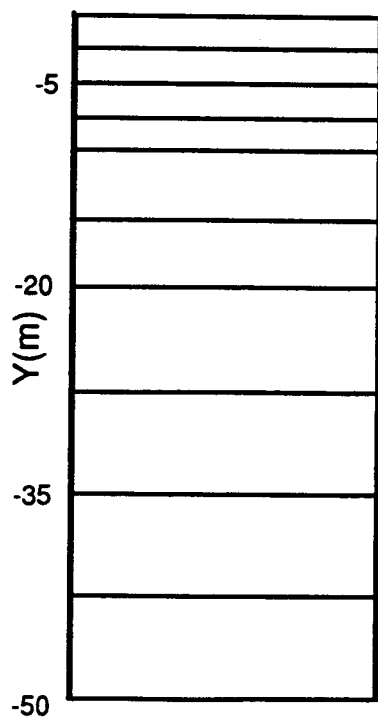
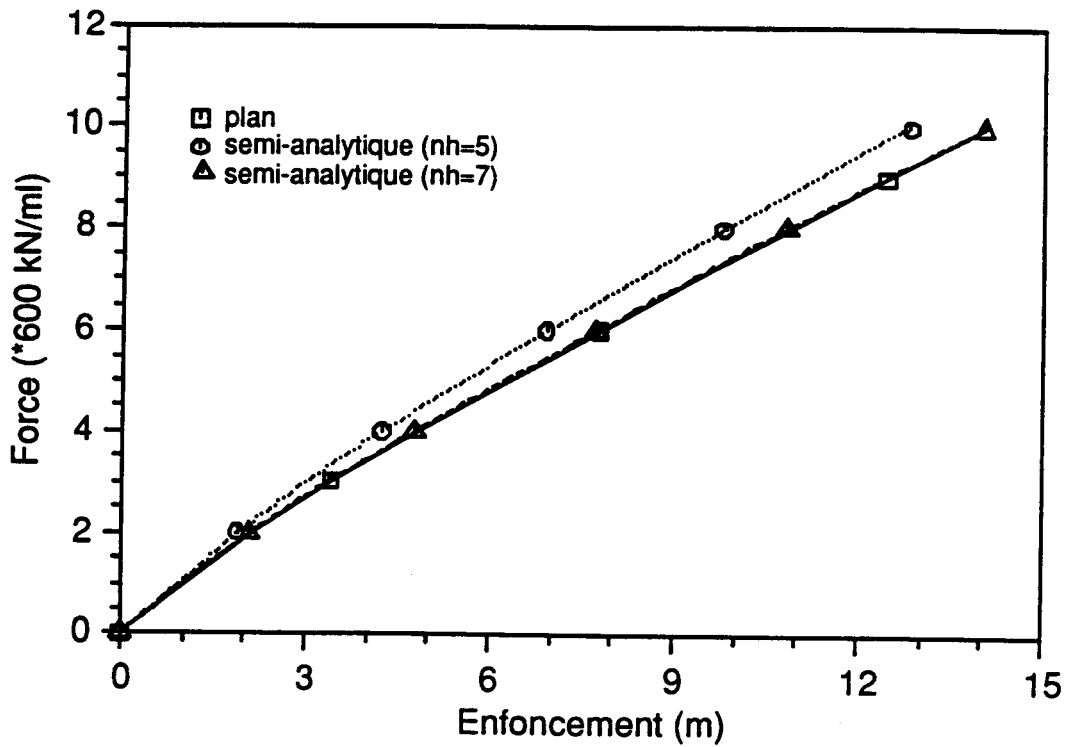
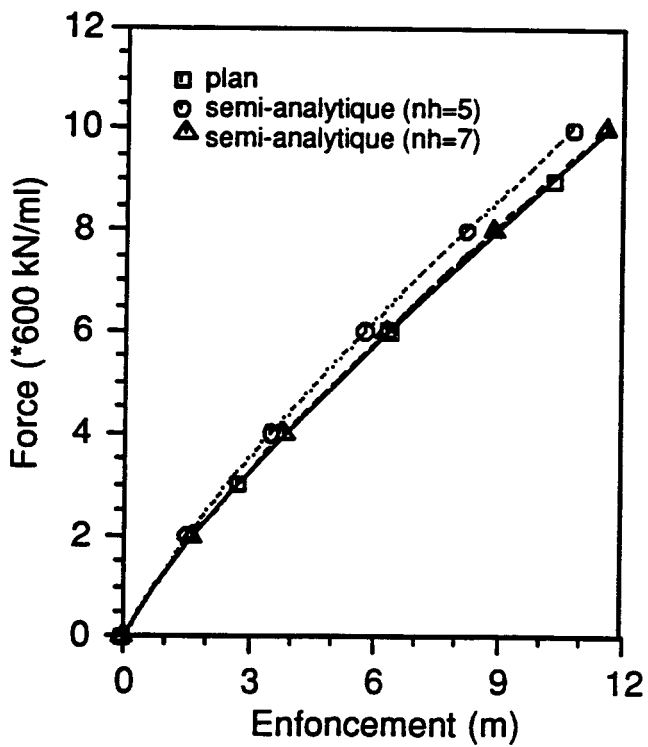


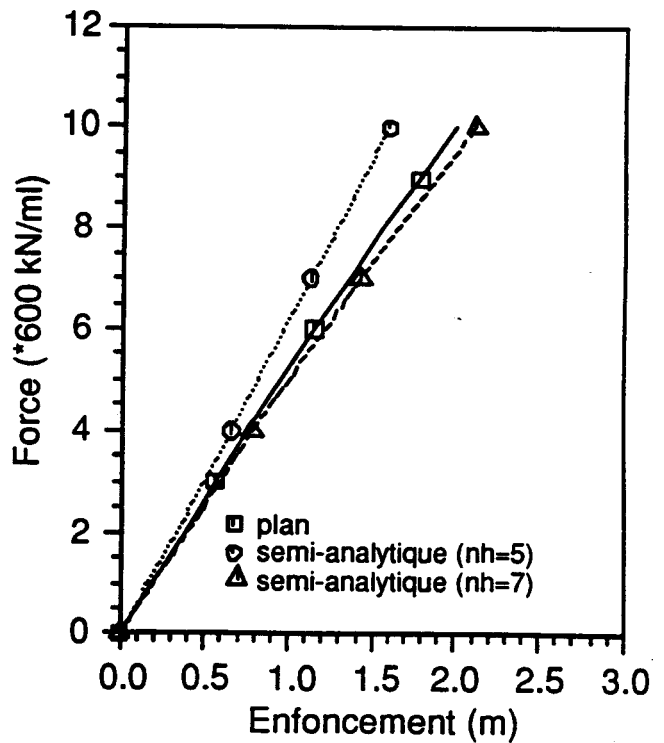
Figure 1.5(b): Maillage unidimensionnel du calcul semi-analytique
(Problème plan)



(a)



(b)



(c)

Figure 1.6: Evolution au cours du chargement du déplacement vertical :
 (a) noeud a, (b) noeud b et (c) noeud c
 (Largeur du chargement = 10 m)

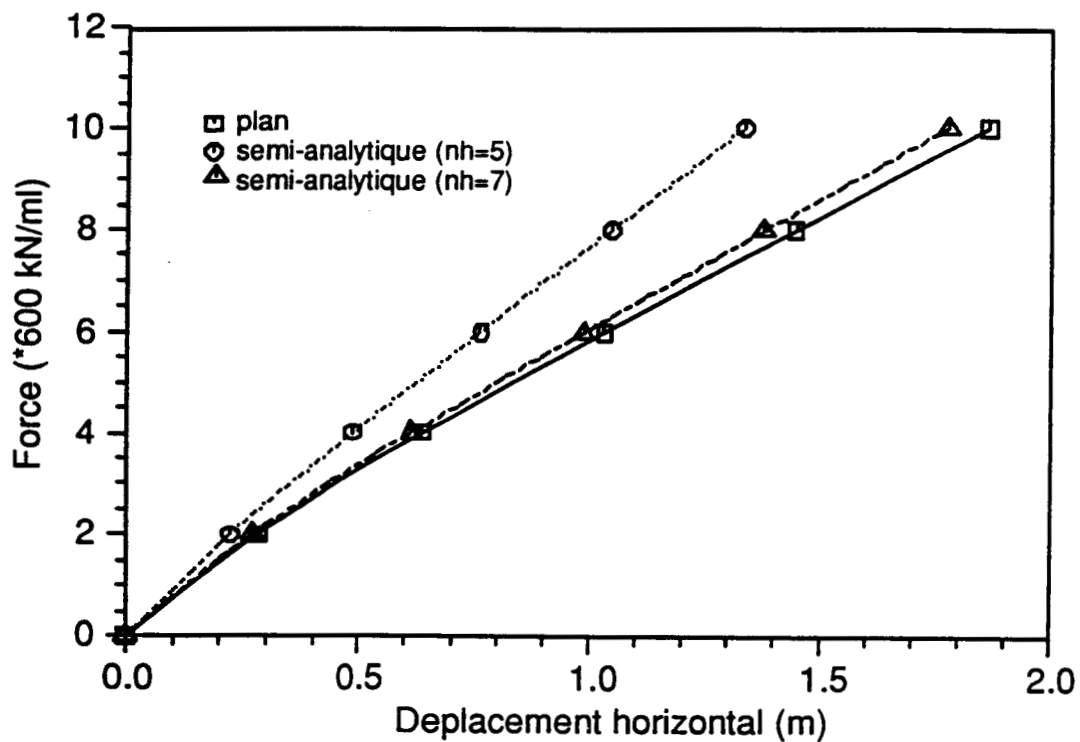


Figure 1.7 (a): Evolution au cours du chargement du déplacement radial (Noeud d)
(Largeur du chargement = 10 m)

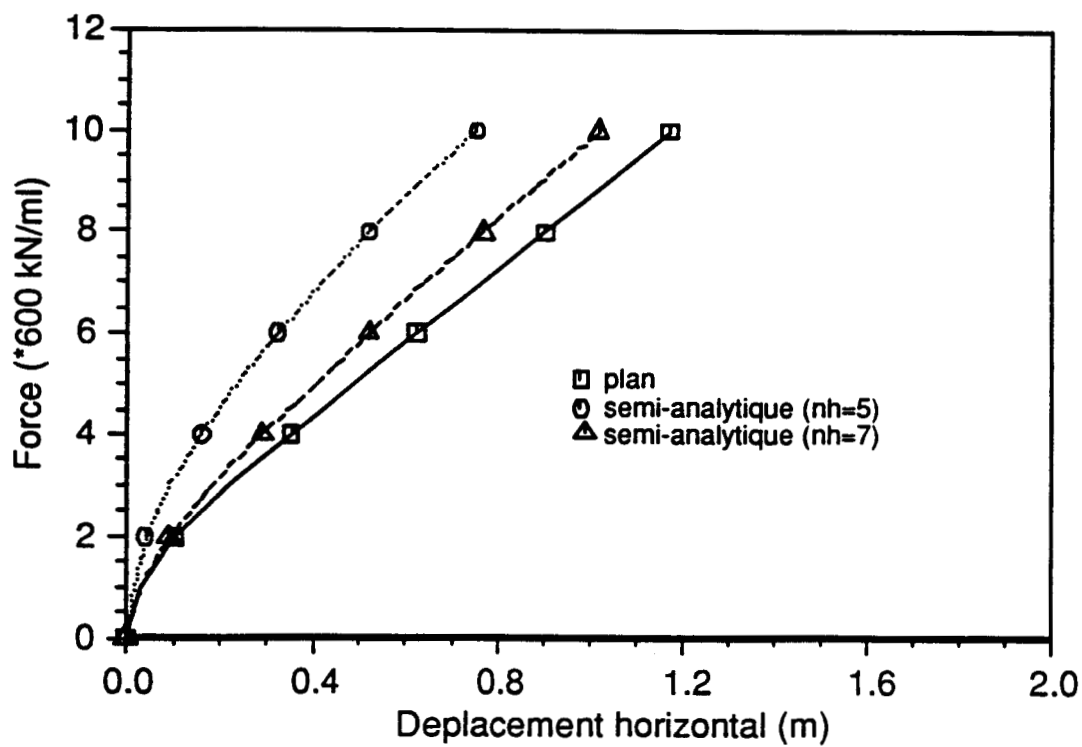
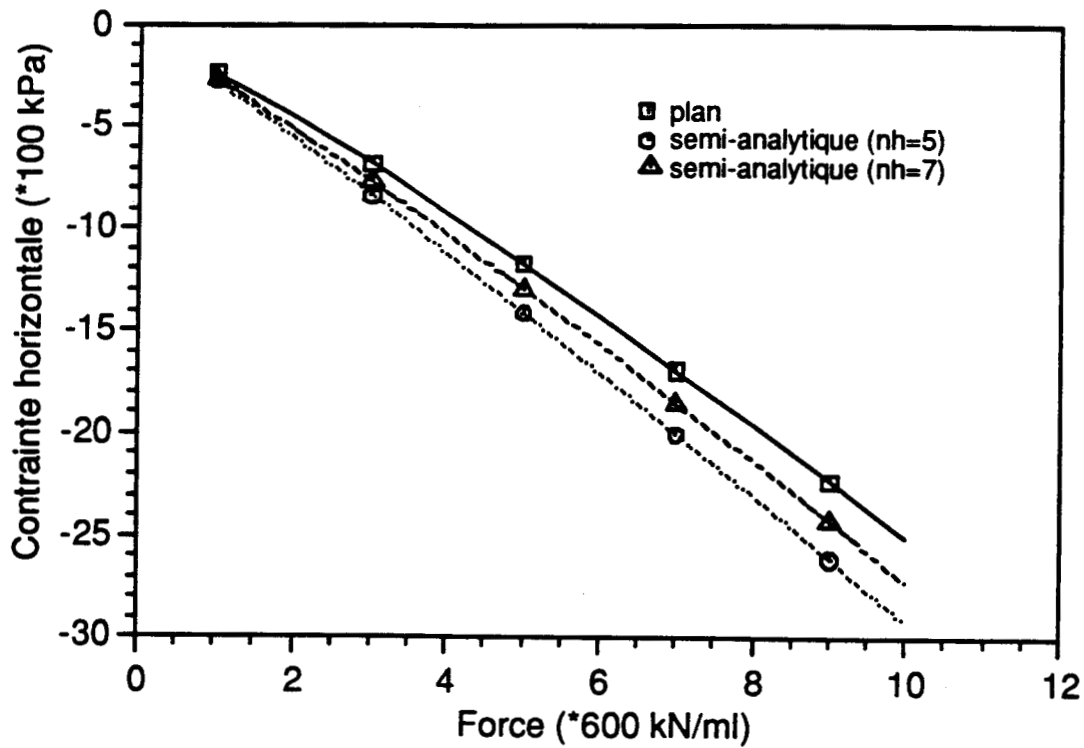
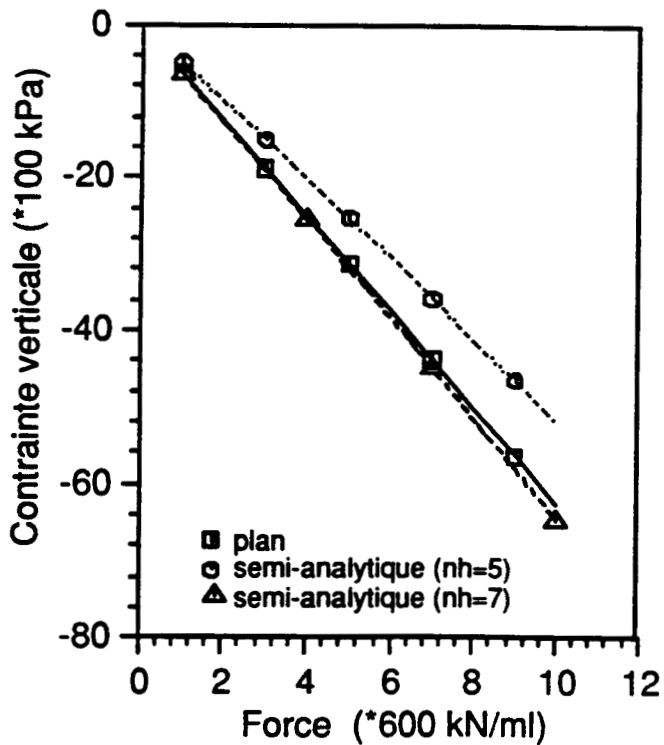


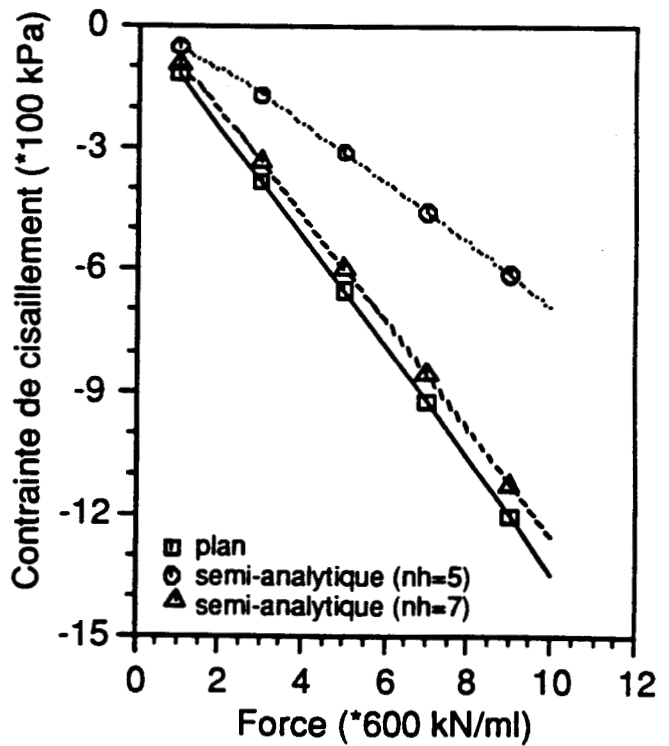
Figure 1.7 (b): Evolution au cours du chargement du déplacement radial (Noeud e)
(Largeur du chargement = 10 m)



(a)

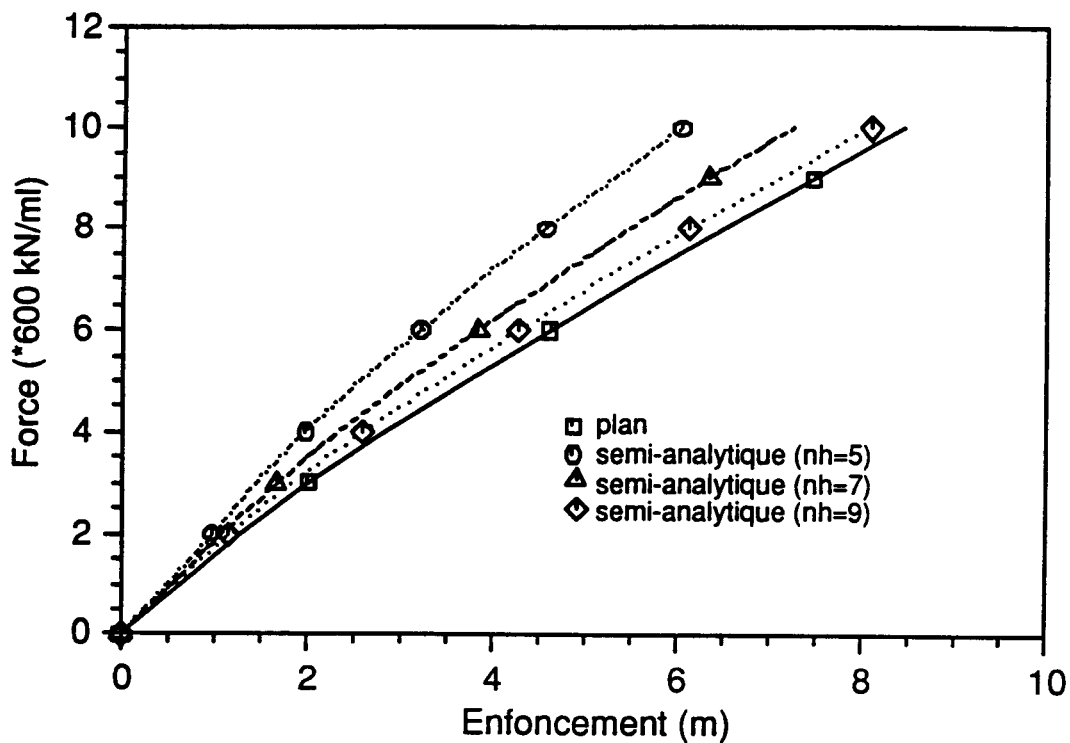


(b)

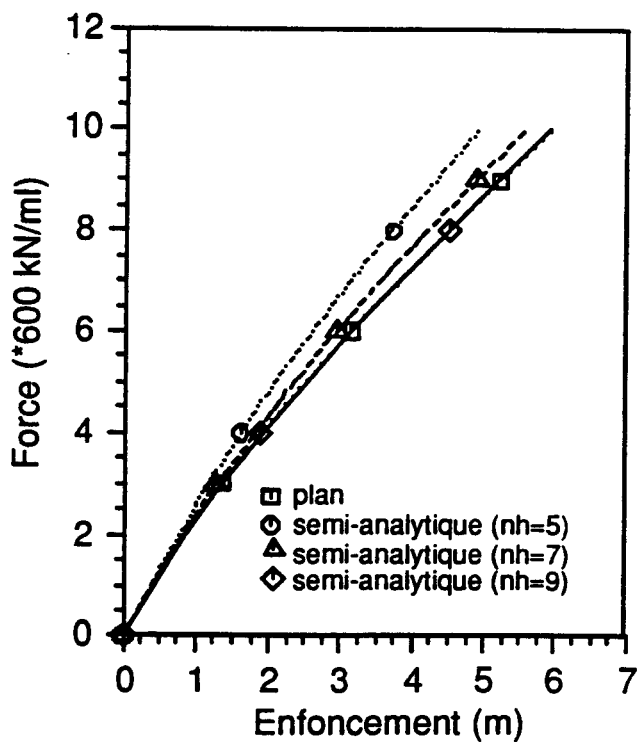


(c)

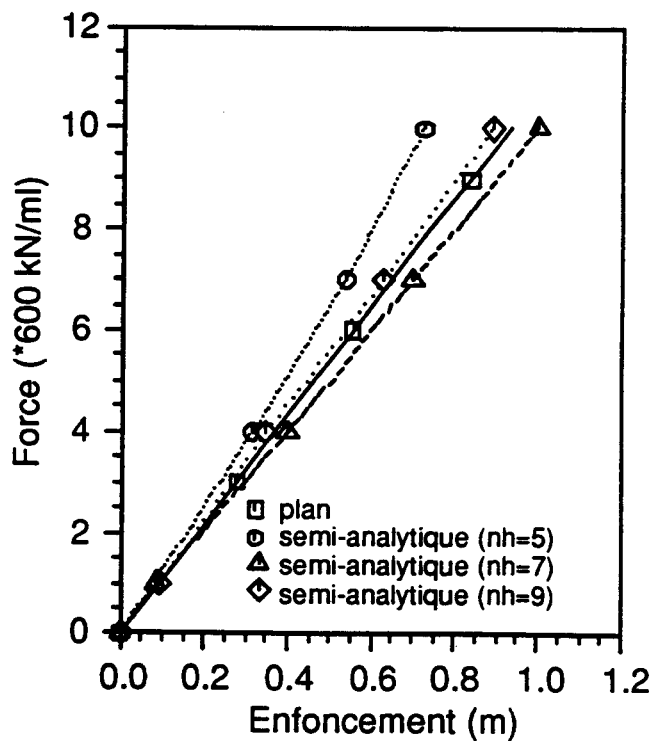
Figure 1.8: Evolution au cours du chargement des contraintes: (a) et (b) contraintes horizontale et verticale au point v et (c) contrainte de cisaillement au point (s) (Largeur du chargement = 10 m)



(a)



(b)



(c)

Figure 1.9: Evolution au cours du chargement du déplacement vertical :
 (a) noeud a, (b) noeud b et (c) noeud (c)
 (Largeur du chargement = 5 m)

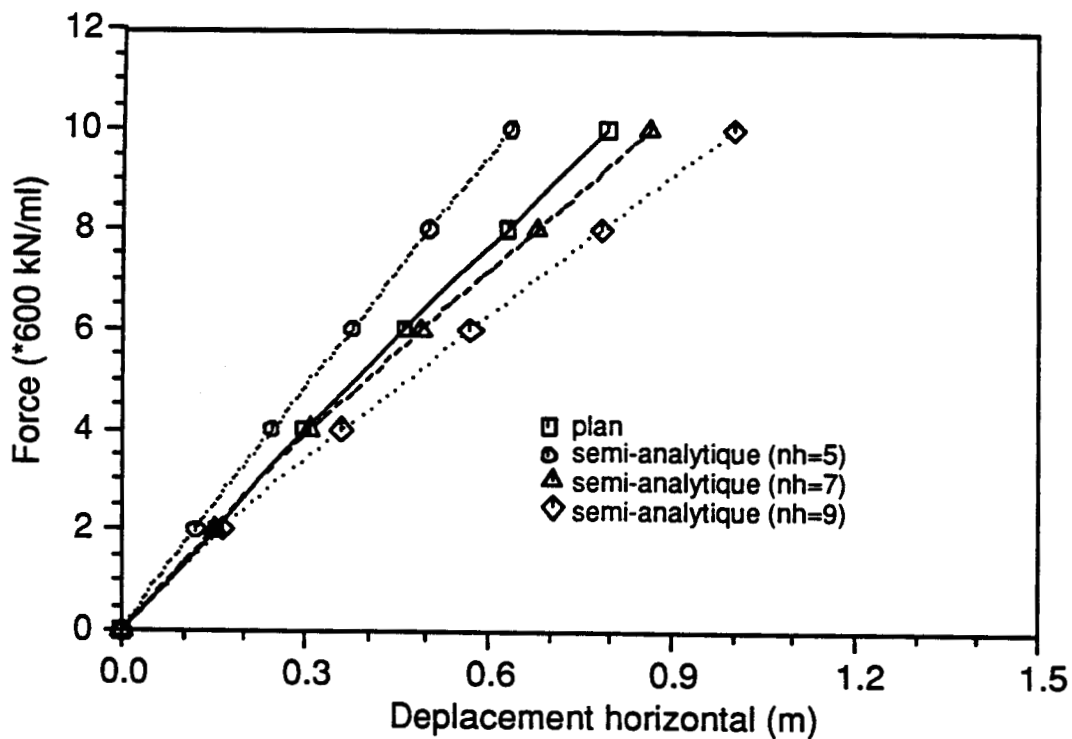


Figure 1.10 (a): Evolution au cours du chargement du déplacement radial (Noeud d)
(Largeur du chargement = 5 m)

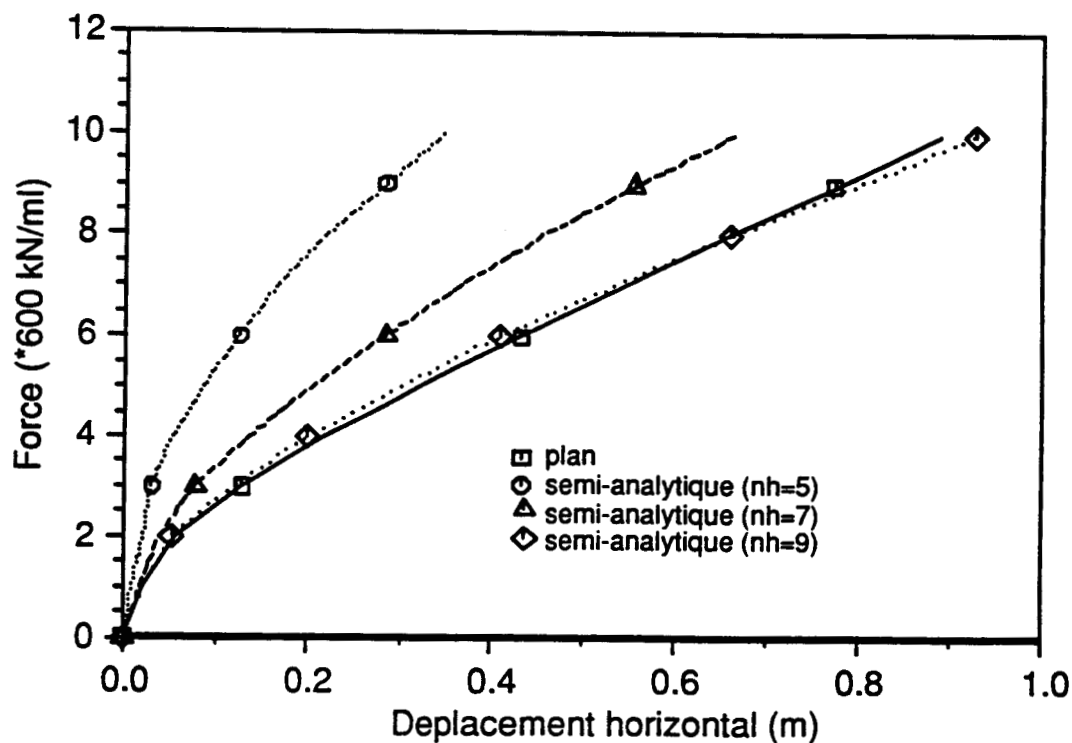
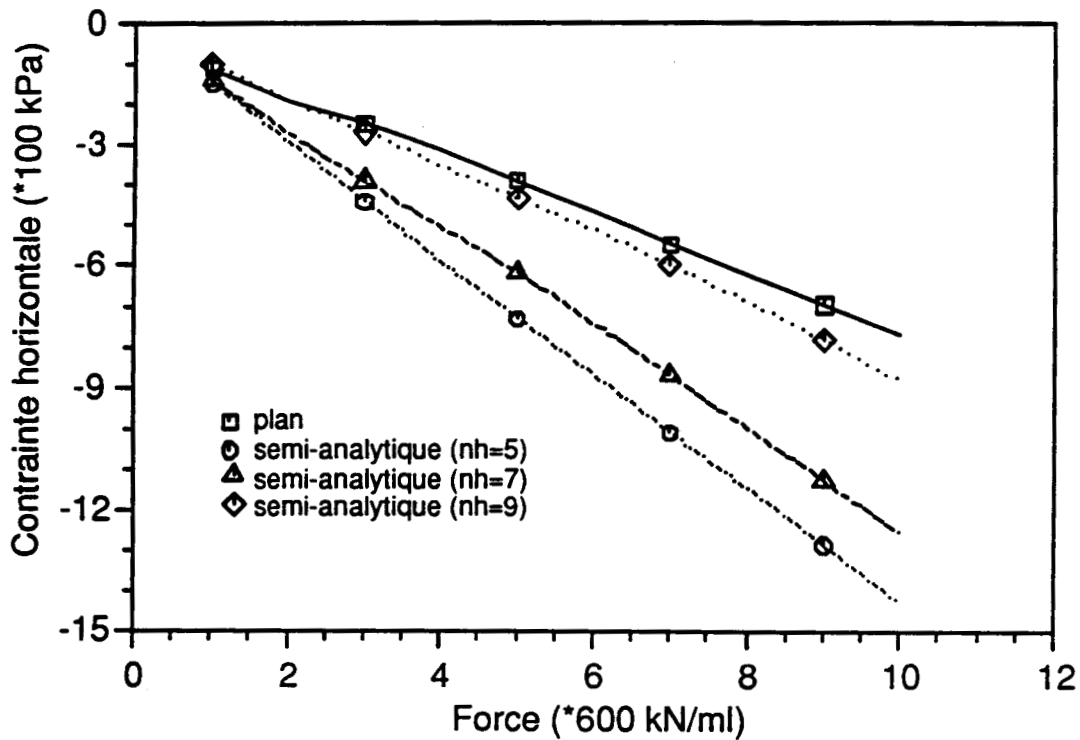
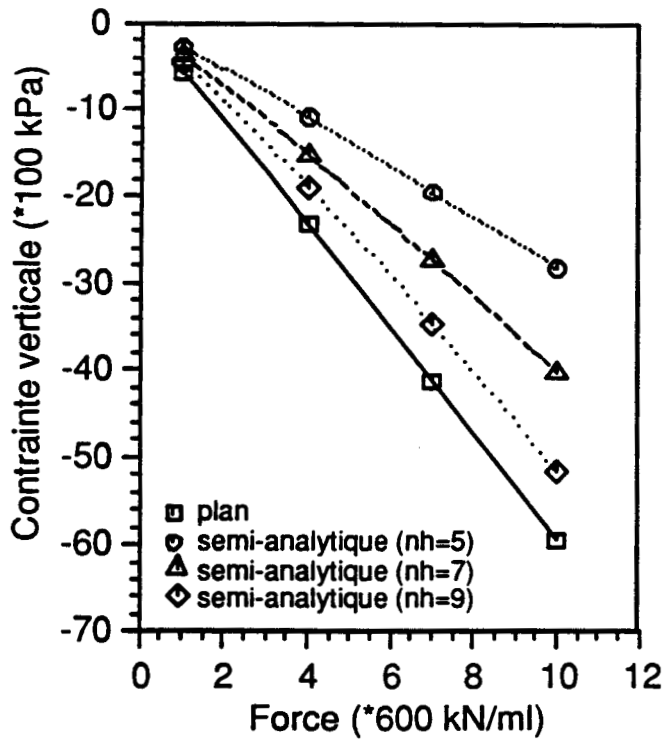


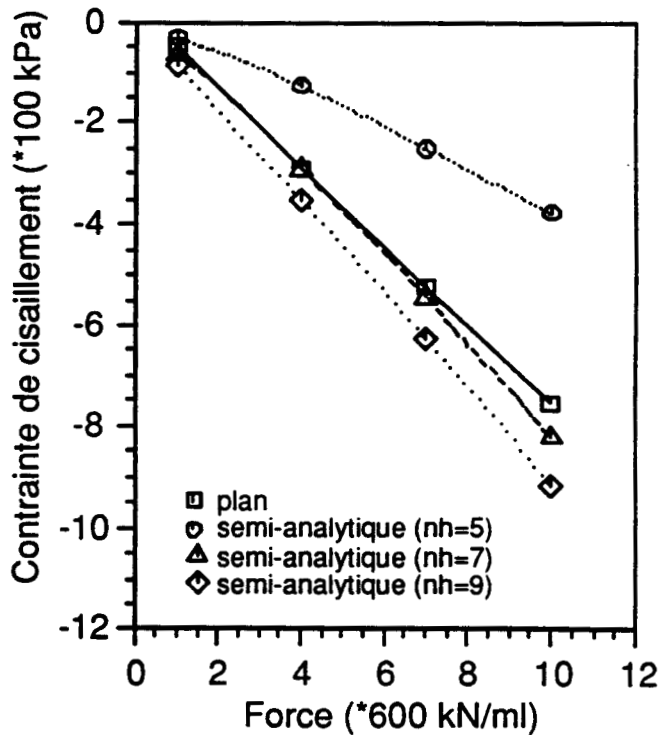
Figure 1.10 (b): Evolution au cours du chargement du déplacement radial (Noeud e)
(Largeur du chargement = 5 m)



(a)



(b)



(c)

Figure 1.11: Evolution au cours du chargement des contraintes: (a) et (b) contraintes horizontale et verticale au point v et (c) contrainte de cisaillement au point (s) (largeur du chargement = 5 m)

1.7 Validation tri-dimensionnelle de la méthode

Dans cette partie, la méthode semi-analytique est validée sur des problèmes tridimensionnels à géométrie de révolution. Le code FONDAX présenté dans le paragraphe 1.4 est utilisé. La modélisation tri-dimensionnelle réalisée avec le code FONDOP est choisie comme référence pour définir le domaine de validité de la méthode. Le comportement non-linéaire du sol est également décrit à l'aide du modèle de Mohr-Coulomb non-associé.

1.7.1 Définition du problème

On considère un massif de sol pulvérulent de 115m de rayon et de 115m de profondeur, dont les propriétés mécaniques sont données dans le tableau 1.2. Il est soumis à un chargement linéique, vertical, excentré et appliqué sur un arc de cercle de 5m de rayon et de 60^0 d'angle au centre (symétrique par rapport au plan $\theta = 0$).

D'après le chargement appliqué, les expressions de déplacements aux noeuds se réduisent à (avec les mêmes notations du paragraphe 1.2):

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{ng} N_i(r, z) \begin{pmatrix} u_i^0 \\ v_i^0 \\ w_i^0 \end{pmatrix} + \sum_{l=1}^{nh} \begin{pmatrix} \bar{u}_i^l \cos l\theta \\ \bar{v}_i^l \cos l\theta \\ \bar{w}_i^l \sin l\theta \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

Le long de l'axe de symétrie de la structure ($r = 0$), des conditions supplémentaires doivent être imposées pour assurer la continuité du champ des déplacements autour de l'axe de symétrie [Carter et al (1981, 1983)]:

$$\text{pour } l = 0 \quad \begin{cases} u = 0 \\ w = 0 \end{cases}$$

$$\text{pour } l = 1 \quad \begin{cases} \bar{v} = 0 \\ \bar{u} + \bar{w} = 0 \end{cases}$$

$$\text{pour } l \geq 2 \quad \begin{cases} \bar{u} = 0 \\ \bar{v} = 0 \\ \bar{w} = 0 \end{cases}$$

Maillages adoptés

Les figures 1.12(a) à 1.12(c) représentent le maillage adopté pour le calcul tri-dimensionnel et ses projections dans le plan méridien et dans le plan horizontal. Il comporte 270 éléments briques à 20 noeuds et à 27 points d'intégration et 3605 degrés

de liberté. Le maillage utilisé pour le calcul semi-analytique est montré en figure (1.12(b)). Il comporte 25 éléments quadrilatères à 8 noeuds et à 9 points d'intégration et 255 degrés de liberté. Le massif est encastré à sa base.

Dans la suite de ce chapitre, la comparaison des calculs semi-analytique et tri-dimensionnel est effectuée dans les zones les plus influencées par le chargement, définies comme suit:

- évolution de l'enfoncement le long de la droite D (plan de symétrie, $z=0$) et le long du cercle de chargement (rayon=5m, $z = 0$).
- Évolution du déplacement radial le long de la droite D.
- Les contraintes verticales sont visualisées le long des cercles C1 (rayon = 6.1m) et C2 (rayon=4.5m) à une profondeur de 0.56m.

1.7.2 Calcul linéaire

Un premier calcul semi-analytique a été effectué avec 6 harmoniques. Le nombre de sections méridiennes sur l'intervalle $(0, 2\pi)$ a été fixé à 12. Les figures (1.13(a) à 1.15) représentent les résultats obtenus avec les deux méthodes. Leur analyse montre que:

- l'écart sur l'enfoncement maximal ($x=5m, y=0, z=0$) est de l'ordre de 6% (figures 1.13(a) et 1.13(b)).
- L'écart maximal sur le déplacement radial est de l'ordre de 35% (droite D). Il est obtenu à 5m de l'axe de la fondation (figure 1.14). Cependant, cet écart n'est pas significatif aux autres points le long de cette droite.
- L'écart sur les contraintes est inférieur à 8% (figure 1.15).

Effet du nombre d'harmoniques

Dans ce paragraphe, l'effet d'une variation du nombre d'harmoniques sur les résultats du calcul semi-analytique est étudié. Les caractéristiques du sol et du chargement sont les mêmes que celles déjà données dans le tableau 1.2. Le nombre d'harmoniques a été fixé à 9 et le nombre de sections méridiennes sur l'intervalle $(0, 2\pi)$ à 24 (18 sont suffisantes).

Avec l'augmentation du nombre d'harmoniques, on peut constater que (figures 1.13(a) à 1.15):

- l'écart sur l'enfoncement maximal passe de 6% à 2.5%. (figures 1.13(a) et (b)).
- L'écart sur le déplacement radial n'est pas modifié (figure 1.14).
- L'écart sur les contraintes passe de 8% à 4% (figures 1.15).

1.7.3 Validation dans le domaine non-linéaire

Dans ce cas, l'exemple du paragraphe précédent est maintenu. Les caractéristiques mécaniques du sol sont données dans le tableau 1.2. Un chargement de 9600 kN/ml est appliqué en 16 incréments. Le calcul semi-analytique est effectué avec 6 harmoniques. Sauf indication contraire, les résultats sont présentés en fin de chargement.

Résultats obtenus

La figure 1.16 représente l'évolution de l'enfoncement maximal au cours du chargement. On remarque que l'erreur sur son évaluation est négligeable et que les deux modélisations sont en parfait accord. Il est à noter également qu'il n'y a pas de différence significative concernant la distribution de l'enfoncement le long de la droite D et du cercle du chargement (cercle C; figure 1.17).

La figure 1.18 illustre l'évolution du déplacement radial maximal au cours du chargement. L'écart sur sa prédiction avec la méthode semi-analytique est de l'ordre de 20%. Sa distribution, en fin de chargement, le long de la droite D est donnée en figure 1.19. Un certain désaccord est obtenu au voisinage de l'origine ($r \rightarrow 0$). Il s'accroît avec le niveau de chargement. Il est important de noter que le déplacement radial dans cette zone est faible.

L'évolution des contraintes verticales est donnée dans les figures 1.20(a) et (b). L'écart moyen entre les deux modélisations est de l'ordre de 11.5%.

Effet du nombre d'harmoniques

Dans ce paragraphe, on propose d'examiner l'effet du nombre d'harmoniques sur les résultats du calcul non-linéaire. Ce calcul a été effectué avec 9 harmoniques (24 sections méridiennes). L'augmentation du nombre d'harmoniques conduit à une diminution d'écart de 20% à 13% sur le déplacement radial maximal (figure 1.18) et de 11.5% à 8% sur les contraintes verticales (figure 1.20).

1.8 Conclusions

Dans ce chapitre, la formulation mathématique d'une méthode semi-analytique (basée sur une décomposition en séries de Fourier) est présentée ainsi que son introduction dans les codes de calcul par éléments finis. Le domaine de validité de cette méthode dans les domaines linéaire et non-linéaire et pour des problèmes plan et tri-dimensionnel a été examiné. Cette étude a été basée sur des comparaisons entre la méthode semi-analytique et la méthode usuelle de calcul par éléments finis. Les résultats ont montré que les paramètres prépondérants (par exemple l'enfoncement maximal) sont évalués à l'aide de la méthode semi-analytique avec une précision encourageante dans les domaines linéaire et non-linéaire. Cependant, la précision est moins bonne, en restant toutefois dans des limites acceptables, lorsqu'il s'agit de l'évolution des grandeurs non-prépondérantes ou des contraintes.

L'avantage de la méthode (réduction du temps de calcul et de la place mémoire) est une fonction croissante de la taille du problème traité. En effet, dans le calcul tri-dimensionnel présenté en (1.6), on note une réduction (tableau 1.3):

- de 20 fois de la taille de la matrice de rigidité,
- de 140 fois du temps d'inversion de cette matrice,
- de 6 fois du temps de calcul incrémental.

Par ailleurs, cette méthode permet un gain de temps important au niveau de la préparation des jeux de données et du dépouillement des résultats.

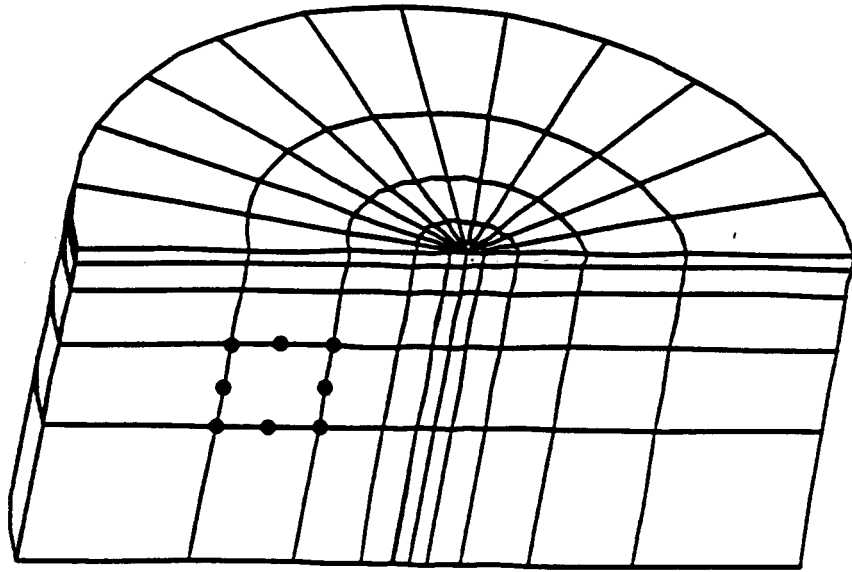


Figure 1.12(a): Maillage tri-dimensionnel du domaine

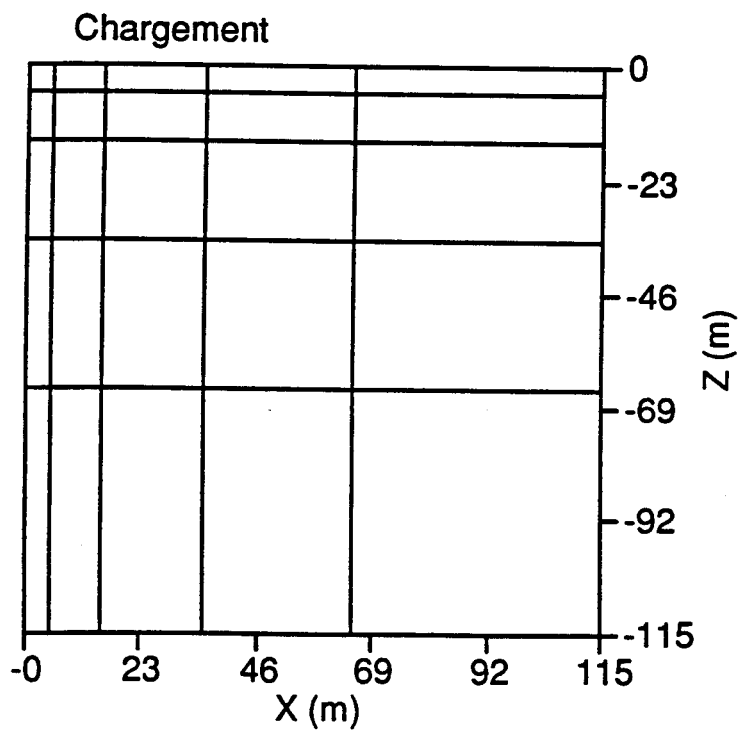


Figure 1.12(b): Coupe du maillage tri-dimensionnel dans un plan méridien
(Maillage plan du calcul semi-analytique)

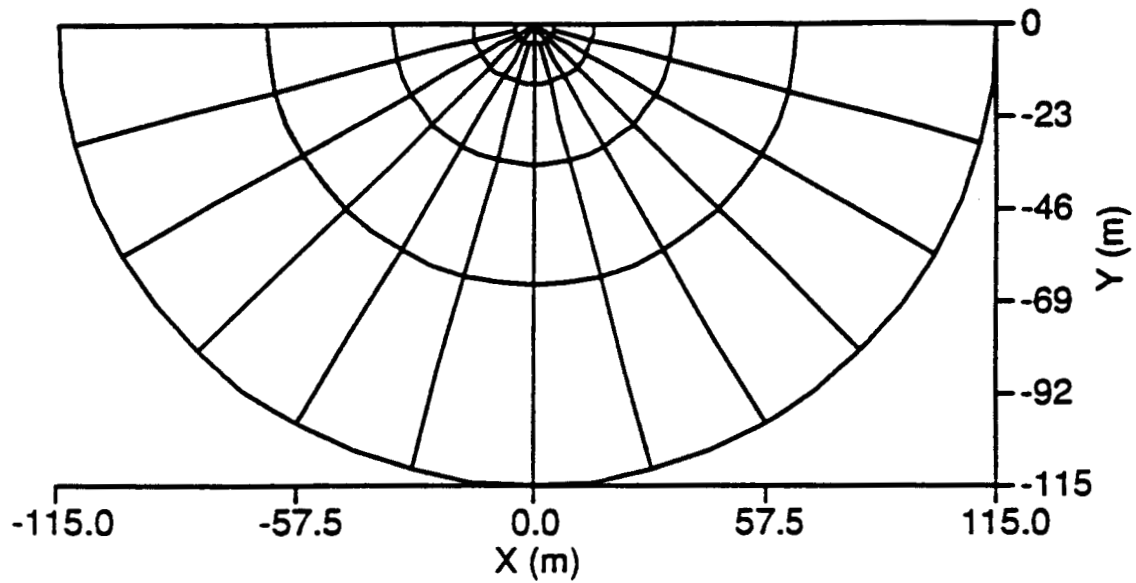


Figure: 1.12 (c): Coupe du maillage tri-dimensionnel dans le plan horizontal

Tableau 1.2 : Propriétés mécaniques du sol (problème tri-dimensionnel)

Module d'Young (kPa)	Coefficient de Poisson	Angle de frottement	Angle de dilatance	Cohésion (kPa)
30000	0.25	30°	5°	1

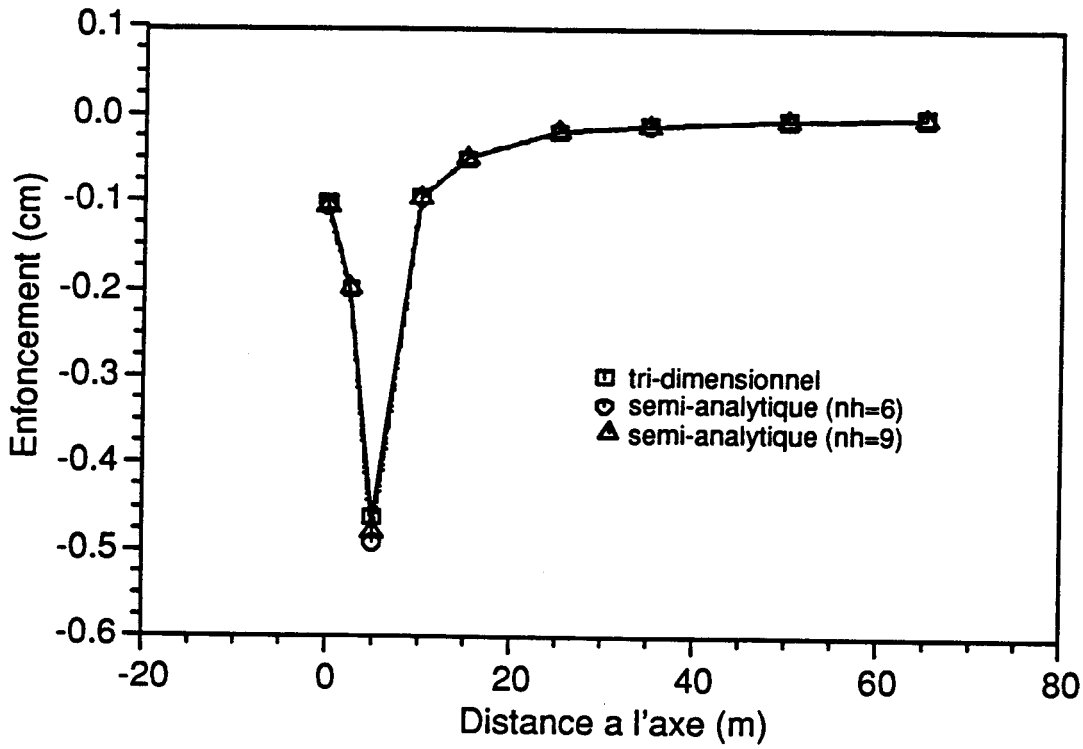


Figure 1.13 (a): Distribution du déplacement vertical le long de la droite D ($y=0, z=0$)

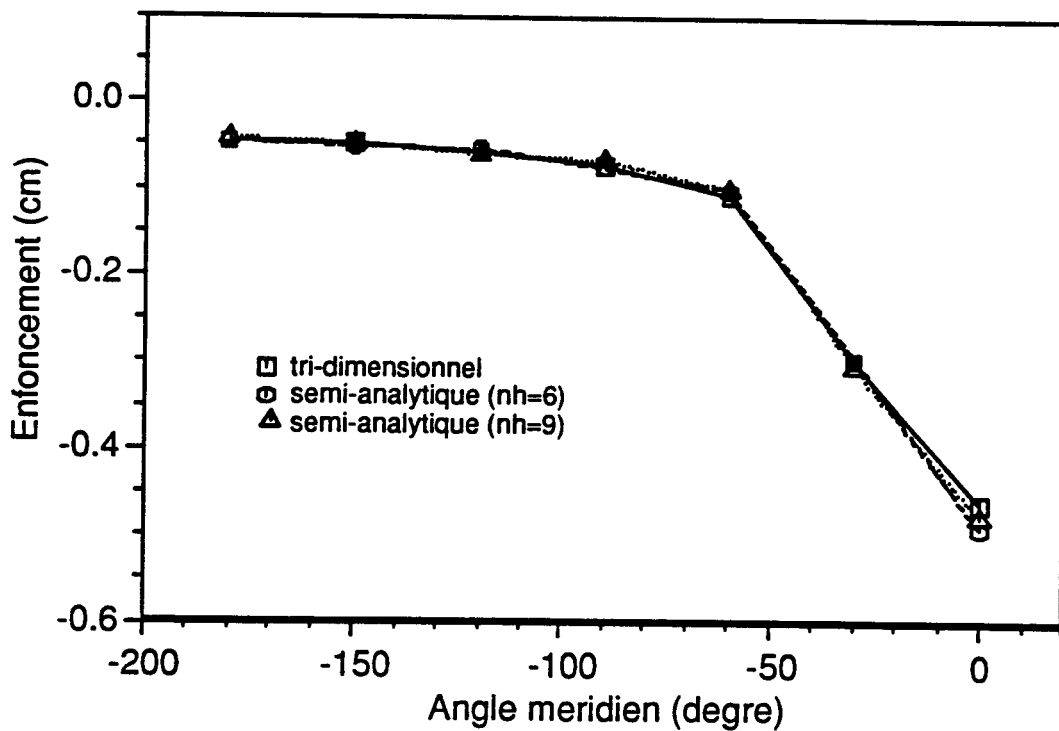


Figure 1.13 (b): Distribution du déplacement vertical le long du cercle C (rayon=5m, $z=0$)

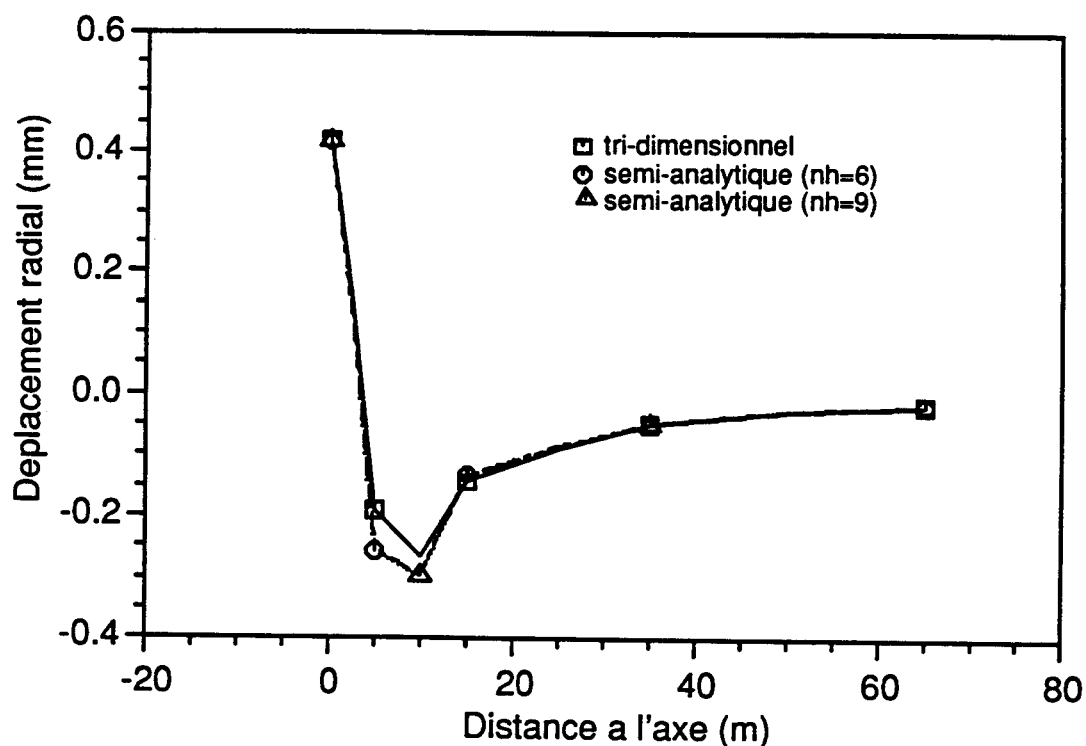


Figure 1.14: Distribution du déplacement radial le long de la droite D ($y=0, z=0$)

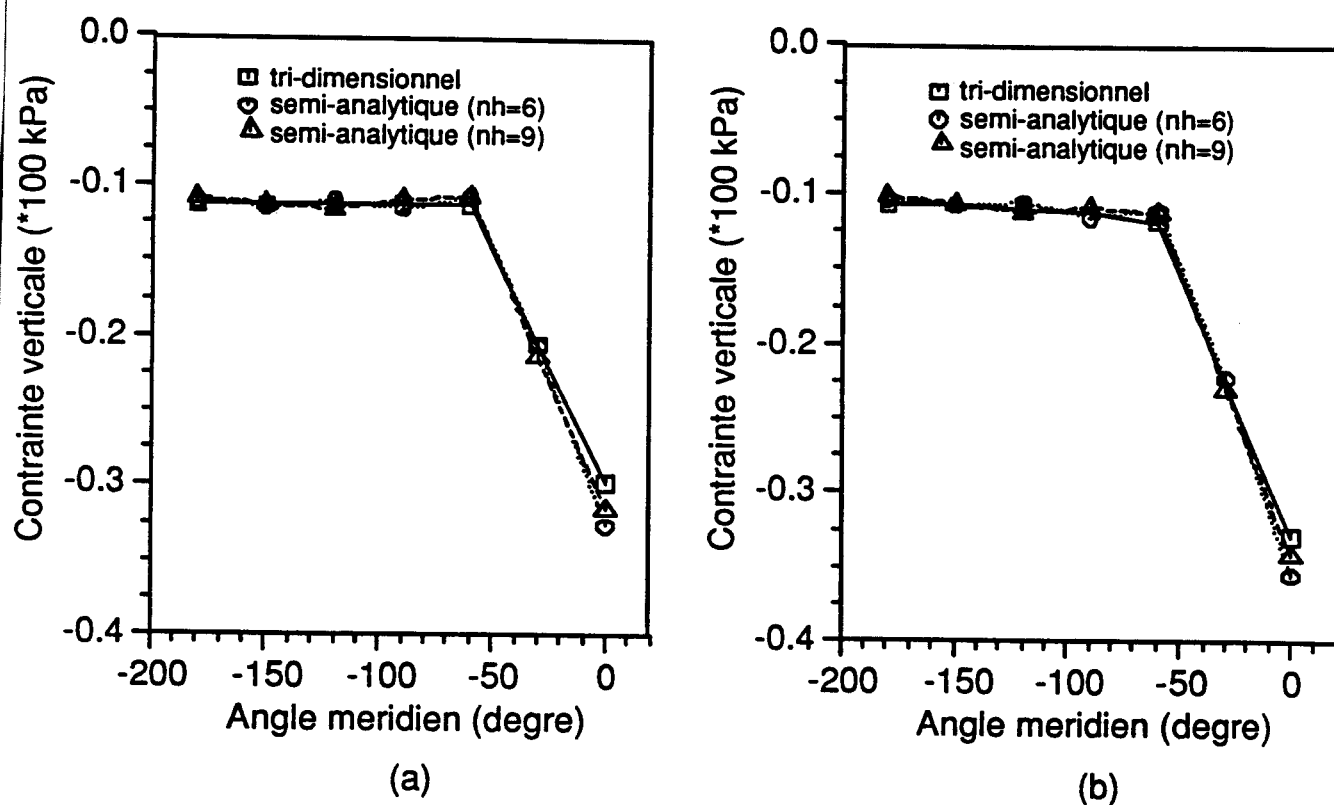


Figure 1.15: Distribution de la contrainte verticale:
(a) cercle C1 et (b) cercle C2

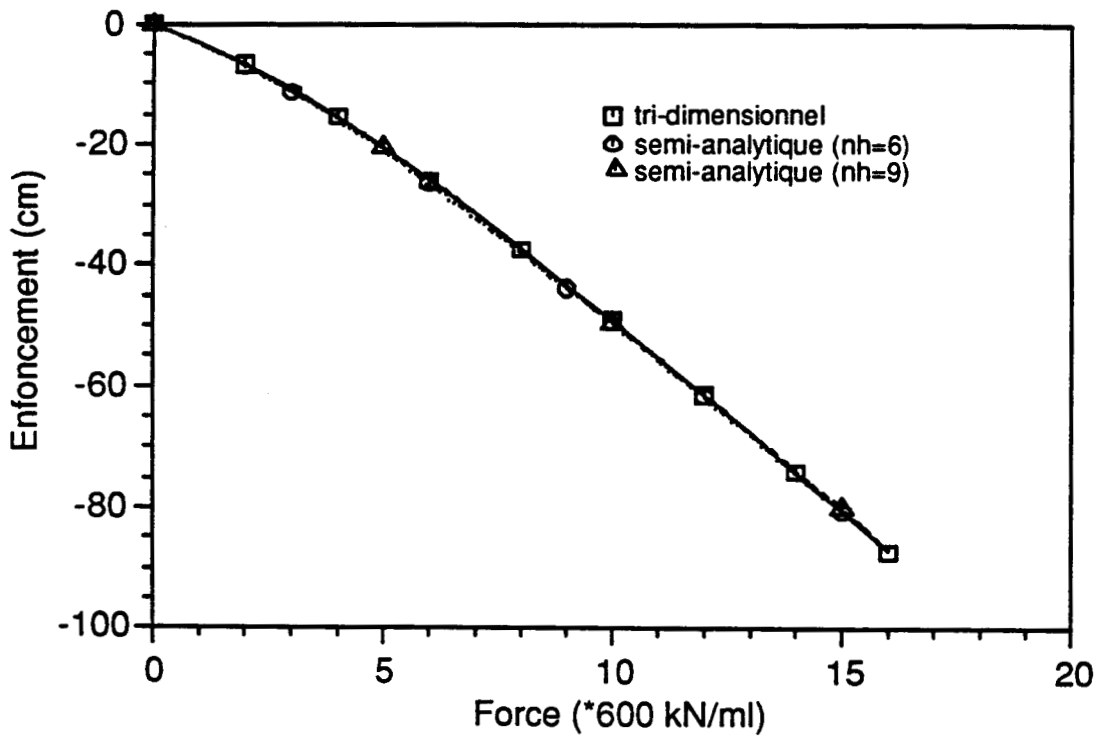


Figure 1.16: Evolution au cours du chargement de l'enfoncement maximal

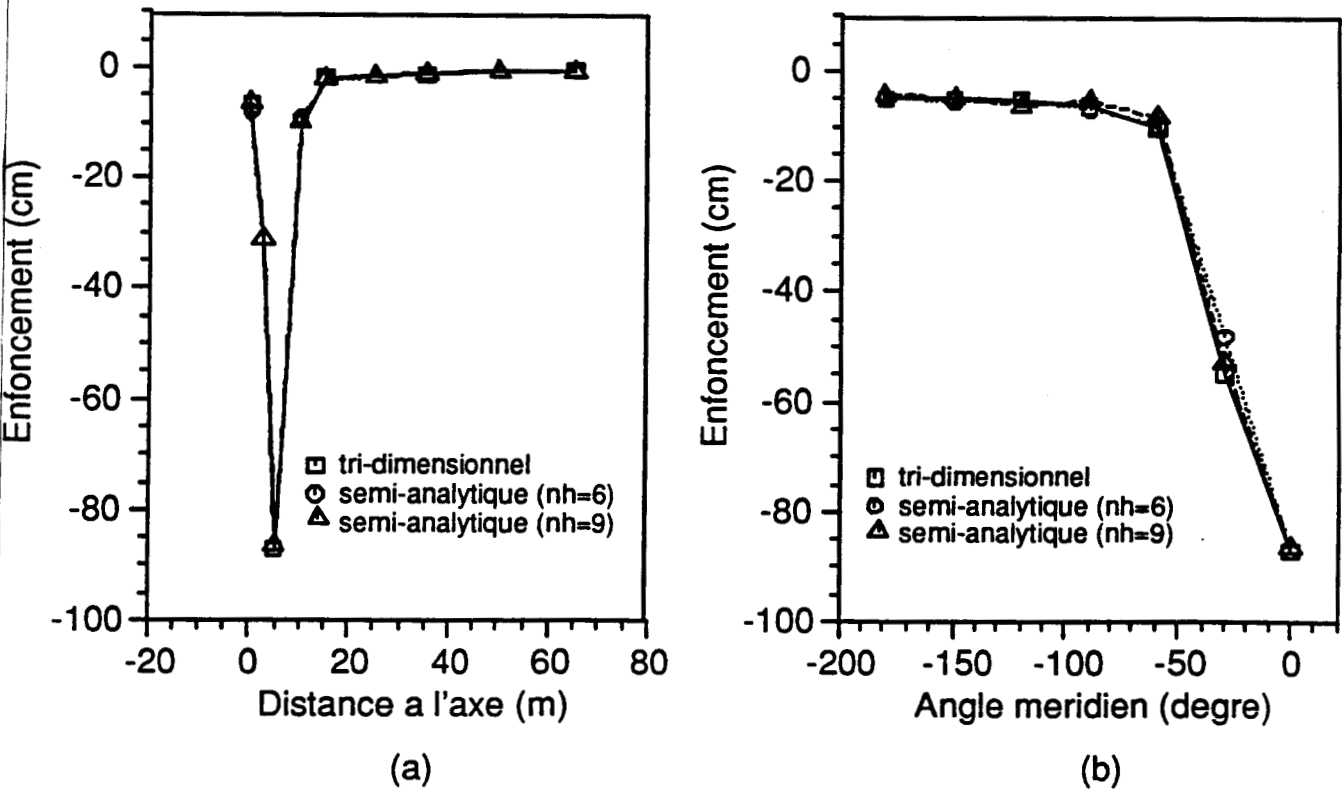


Figure 1.17: Distribution en fin de chargement du déplacement vertical:
 (a) le long de la droite D et (b) le long du cercle C

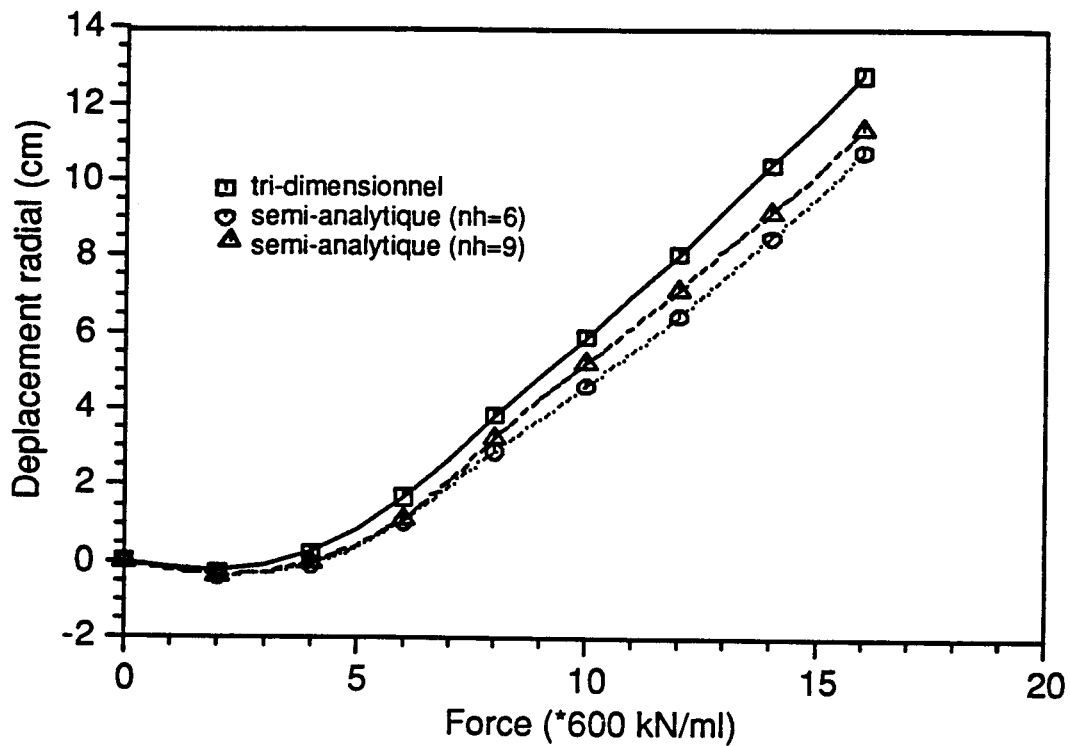


Figure 1.18: Evolution au cours du chargement du déplacement radial maximal

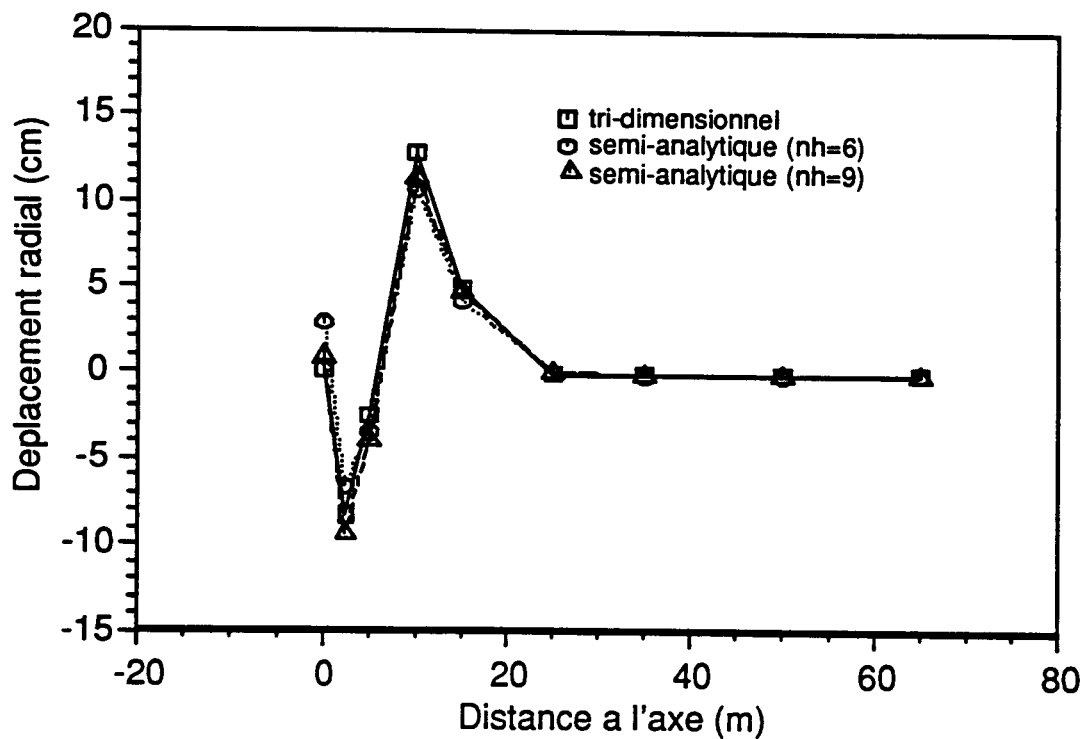


Figure 1.19: Distribution en fin de chargement du déplacement radial le long de la droite D ($y=0, z=0$)

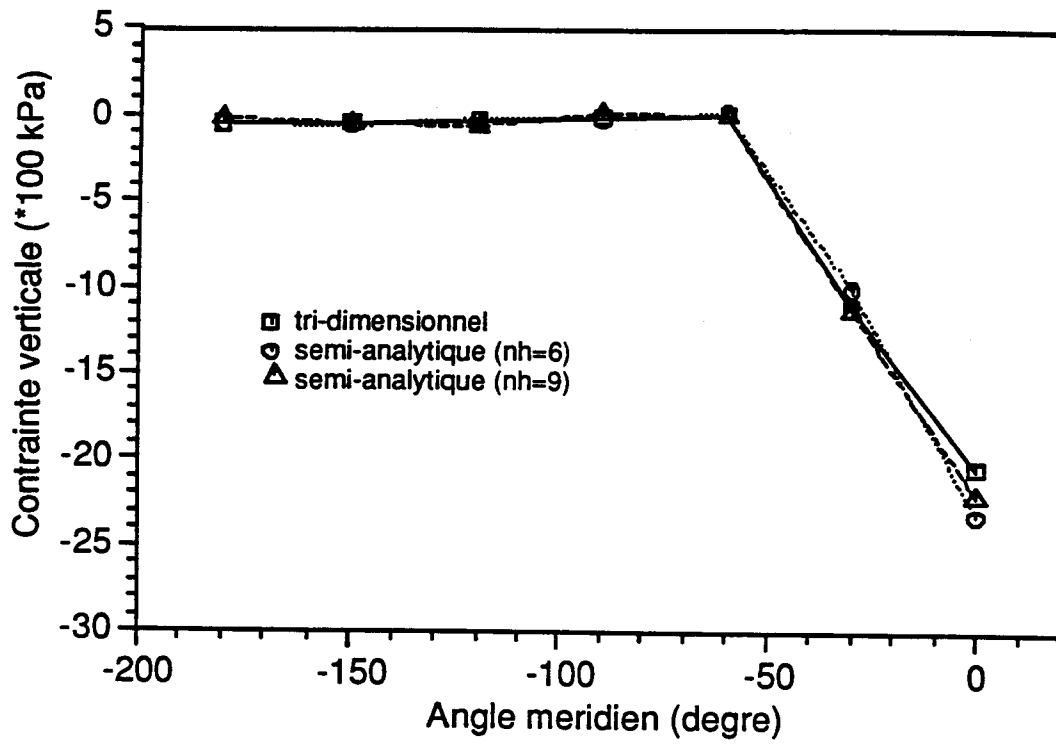


Figure 1.20 (a): Distribution en fin de chargement de la contrainte verticale le long du cercle C1

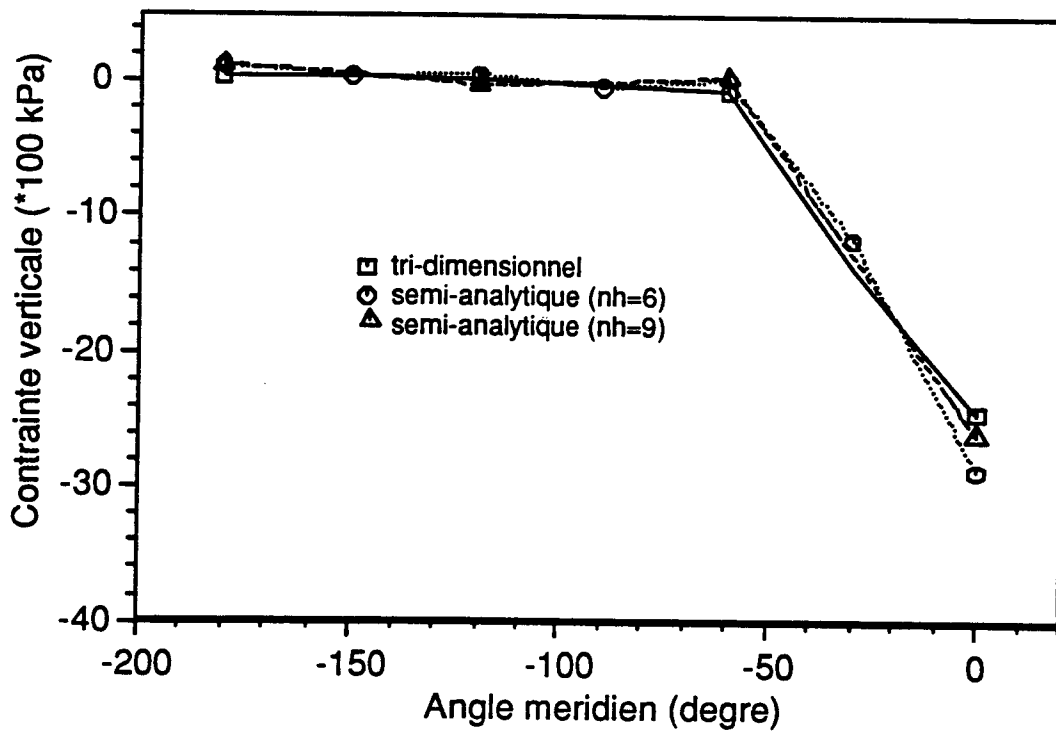


Figure 1.20 (b): Distribution en fin de chargement de la contrainte verticale le long du cercle C2

Tableau 1.3 : Validation tri-dimensionnelle de la méthode semi-analytique

Etude: Calcul tri-dimensionnel par éléments finis d'une fondation circulaire superficielle soumise à un chargement excentré			
Objectif : définition du domaine de validité de la méthode semi-analytique			
type de calcul	tri-dimensionnel	semi-analytique (6 harmoniques)	semi-analytique (9 harmoniques)
nombre d'éléments	270	25	25
nombre de noeuds	1430	96	96
nombre d'équations	3605	255	255
place mémoire de la matrice (Mots en double précision M.D.P.)	2178570	75288	112900
temps (CPU) d'inversion de la matrice R_G (s)	2330	14	18
Rapport ($3D - SA$)	-	166	130
temps (CPU) moyen de calcul par incrément (s)	1400	218	458
rapport du temps ($3D - SA$)	-	6.4	3

Chapitre 2

Éléments d'interface tri-dimensionnels

2.1 Introduction

De nombreux ouvrages en Génie Civil associent des géomatériaux de rigidités différentes. Ils peuvent donc présenter une forte discontinuité à l'interface. Sous les efforts extérieurs, des mouvements relatifs sont susceptibles de se produire le long de l'interface. La non-prise en compte de ces conditions conduit dans certains cas à un surdimensionnement de la structure. La modélisation par la méthode des éléments finis de l'interface consiste à formuler des éléments spéciaux pour les zones de contact et à prédire le comportement mécanique des matériaux dans cette zone. Ce chapitre a pour but d'incorporer les éléments d'interface dans la méthode semi-analytique. Puisque la modélisation tri-dimensionnelle complète par la MEF sert pour la validation de la méthode semi-analytique, les éléments d'interface tri-dimensionnels seront introduits dans le code FONDOP [Hage-Cehade (1991a, 1991b)]. Les deux codes (FONDOP et FONDAX) sont ensuite validés sur un problème concernant le frottement entre géomatériaux.

2.2 Théorie de base de la modélisation

Deux concepts sont utilisés pour la modélisation d'un problème de contact et d'interaction sol-structure:

- modèle couche mince dans lequel l'interface est modélisée avec une couche dotée d'une certaine épaisseur. Le comportement des géomatériaux est décrit par une loi de type incrémentale hypo-élastique ou élasto-plastique [Duncan (1970), Desai (1981), CAM-CLAY (Schofield et al (1968)), DRUCKER-PRAGER, ...].
- Modèle de contact dans lequel l'interface est modélisée avec des éléments sans épaisseur avec une loi de comportement appropriée. Les éléments conçus pour la modélisation bi-dimensionnelle peuvent être classés en plusieurs catégories [Goodman et al (1968), Ghaboussi et al (1973), Pande et al (1979), Frank et al (1982), ...]. Dans le cas tri-dimensionnel, les éléments sont basés sur une généralisation

des éléments bi-dimensionnels [Beer (1985), Muqtadir et al (1986), Parish(1989), Trochanis et al (1990), ...].

2.3 Formulation de l'interface

2.3.1 Méthode usuelle

Notions de déformation

Soit deux corps $V1$ et $V2$ (figure 2.1) en contact le long d'une surface S . L'élément joint à l'interface est composé de deux faces et son épaisseur est nulle (figure 2.2). La déformation à l'interface (ϵ), est définie par le mouvement relatif des deux faces (désignées par les indices supérieurs (1) et (2)):

$$\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_t \\ \epsilon_s \\ \epsilon_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_t^{(2)} - U_t^{(1)} \\ U_s^{(2)} - U_s^{(1)} \\ U_n^{(2)} - U_n^{(1)} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

(t, s, n) représente un repère local orthonormé et direct en un point de contact; $U_t^{(1)}, U_s^{(1)}, \dots$ sont respectivement les composantes du déplacement des deux faces de l'élément joint:

$$\begin{pmatrix} U_t^{(1)} \\ U_s^{(1)} \\ U_n^{(1)} \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{ng} N_i \begin{pmatrix} U_{i,t}^{(1)} \\ U_{i,s}^{(1)} \\ U_{i,n}^{(1)} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

dans lequel:

ng = nombre de noeuds géométriques de la face,

N_i = fonctions d'interpolation de Lagrange,

$U_{i,t}^{(1)}, \dots$ = déplacement local du noeud i dans la direction t .

D'après les équations 2.1 et 2.2, la déformation relative à l'interface, peut se mettre sous forme matricielle:

$$\epsilon = [B]U \quad (2.3)$$

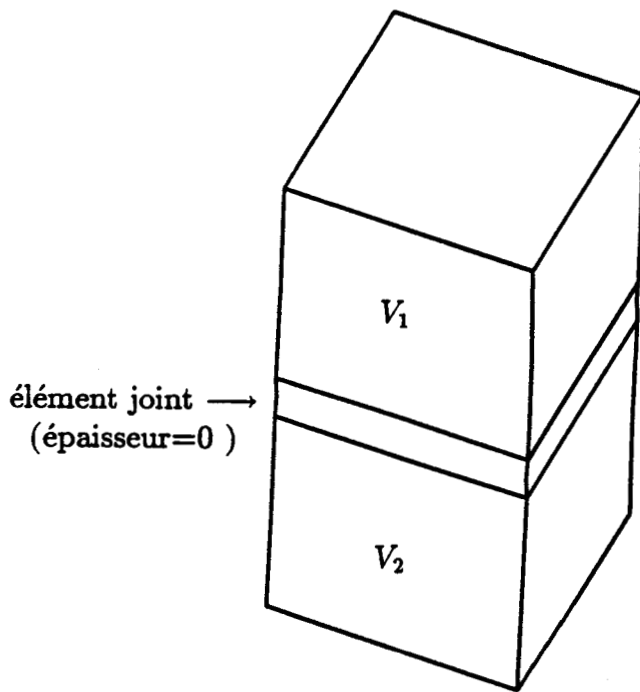


Figure 2.1: Solides en contact

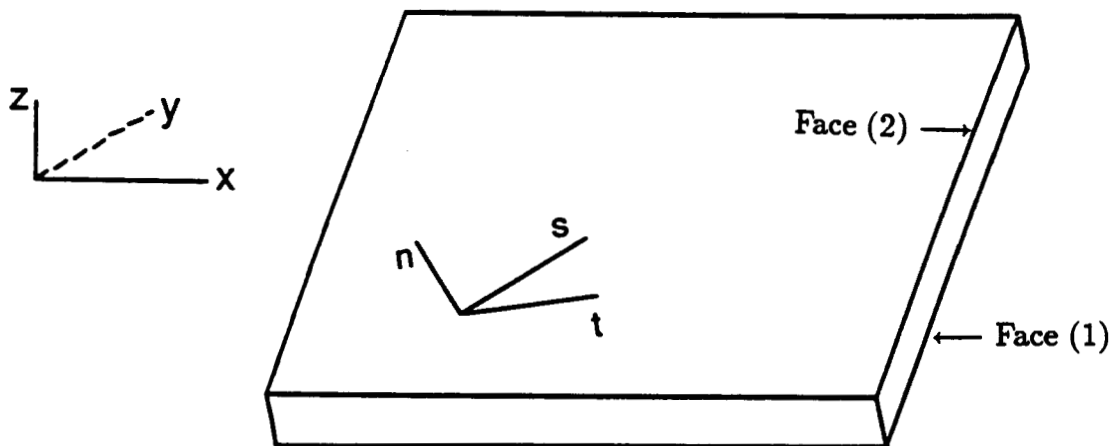


Figure 2.2: Schématisation d'un élément joint

[B] est la matrice de déformation:

$$B = \begin{pmatrix} -N_1 & 0 & 0 & \dots & N_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & -N_1 & 0 & \dots & 0 & N_1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & -N_1 & \dots & 0 & 0 & N_1 & \dots \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

U est le vecteur déplacement dans le repère local lié à l'élément joint:

$$U = \left(U_{1,t}^{(1)} \quad U_{1,s}^{(1)} \quad U_{1,n}^{(1)} \quad \dots \quad U_{1,t}^{(2)} \quad U_{1,s}^{(2)} \quad U_{1,n}^{(2)} \quad \dots \right)^t \quad (2.5)$$

La formulation donnée précédemment concerne uniquement les déplacements de l'élément joint dans son repère local. Or, les déplacements calculés par la méthode des éléments finis sont dans le repère global (x, y, z) . Il faut donc les exprimer dans le repère local des joints. Ceci se fait au moyen d'une matrice de passage notée P:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = [P] \begin{pmatrix} U_t \\ U_s \\ U_n \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

(u, v, w) représente le vecteur des déplacements du joint dans le repère global.

En tenant compte de (2.6), l'équation (2.3) peut ainsi se mettre sous la forme:

$$\epsilon = [B_1]u \quad (2.7)$$

Comportement physique de l'interface

Le comportement de l'interface est décrit par une loi de type élastoplastique. La partie linéaire élastique est illustrée par la relation contrainte-déformation:

$$\sigma = [K]\epsilon^e \quad (2.8)$$

K représente le tenseur de comportement élastique:

$$K = \begin{pmatrix} K_{tt} & 0 & 0 \\ 0 & K_{tt} & 0 \\ 0 & 0 & K_{nn} \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

K_{nn} et K_{tt} sont les modules normal et tangentiel à l'interface.

Si l'élément joint est soumis à une contrainte normale de tension, un décollement se produit à l'interface.

Si le joint est soumis à un état de contrainte normale de compression, le modèle élastique-plastique avec le critère de Coulomb non-associé est choisi pour prédire son comportement. La surface de charge F est exprimée en fonction de l'angle de frottement interne (ϕ) et de la cohésion (c):

$$F = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_s^2} + \sigma_n \tan \phi - c \quad (2.10)$$

σ_t , σ_s et σ_n sont respectivement les contraintes de cisaillement et normale de l'interface.

La direction de l'incrément de déformation plastique est fixée par le potentiel de plasticité (G):

$$G = \sqrt{\sigma_t^2 + \sigma_s^2} + \sigma_n \tan \psi \quad (2.11)$$

L'incrément de déformation plastique ($d\epsilon_{ij}^p$), est donné par les formules suivantes:

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.12)$$

$$d\lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} [K] d\epsilon_{ij}}{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} [K] \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}}} \quad (2.13)$$

Rigidité de l'interface

L'application du principe de travaux virtuels permet de déterminer la rigidité propre à l'interface:

$$R = \int_S [B_1]^t [K] [B_1] dS \quad (2.14)$$

Force résiduelle de l'interface

Pour un comportement non-linéaire de l'interface, les forces résiduelles (f_r) sont calculées en utilisant la méthode des contraintes initiales:

$$f_r = f_{ext} - \int_S [B_1]^t \sigma dS \quad (2.15)$$

f_{ext} est le champ des forces extérieures.

Paramètres de l'interface

La formulation de l'interface qui vient d'être décrite est caractérisée par cinq paramètres dont deux pour le comportement linéaire et trois pour la partie non-linéaire.

Les paramètres élastiques (K_{tt} et K_{nn}) sont les caractéristiques internes du joint. Ils dépendent de la rigidité et de la rugosité des surfaces de contact. K_{nn} est choisi de manière à éviter une interpénétration des surfaces de contact. K_{tt} est déterminé par un essai de cisaillement direct.

Quant aux paramètres plastiques (ϕ , ψ , et c), ils sont généralement difficiles à déterminer avec précision et leur choix dépend du type de problème traité. Par exemple, dans le domaine de l'industrie pétrolière (interface pieu-géomatériau), ils dépendent du mode de mise en place du pieu. Certaines recommandations peuvent être données [Puech et al (1982), Meimon (1985), ...]:

- $\phi = 2/3 \phi_g$, ϕ_g angle de frottement interne du géomatériau.
- ψ est faible si le matériau est contractant (argile) et peut être pris égal au tiers de ϕ pour un silt.

2.3.2 Méthode semi-analytique

Dans le cadre de la méthode semi-analytique, les déplacements aux noeuds sont écrits sous la forme suivante (avec les notations du chapitre 1):

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \sum_{i=1}^{ng} N_i(r, z) \left(\begin{pmatrix} u_i^0 \\ v_i^0 \\ w_i^0 \end{pmatrix} + \sum_{l=1}^{nh} \cos l\theta \begin{pmatrix} \bar{u}_i^l \\ \bar{v}_i^l \\ \bar{w}_i^l \end{pmatrix} + \sum_{l=1}^{nh} \sin l\theta \begin{pmatrix} \bar{\bar{u}}_i^l \\ \bar{\bar{v}}_i^l \\ \bar{\bar{w}}_i^l \end{pmatrix} \right) \quad (2.16)$$

Les éléments d'interface adoptés dans ce cas sont des éléments longitudinaux d'épaisseurs nulles. Les travaux réalisés dans le cadre de la méthode semi-analytique sont peu nombreux [Winnicki et al (1979), Desai et al (1986), ...].

La déformation à l'interface est définie par la relation 2.1. Pour un harmonique l donné, elle se généralise sous la forme:

$$\epsilon^l = [B^l]U^l \quad (2.17)$$

où:

U^l est le vecteur déplacement dans le repère local de l'élément joint;

$[B^l]$ est la matrice de déformation, qui d'après (2.16), se décompose de la façon suivante:

$$[B^l] = [\bar{B}^l] + [\bar{\bar{B}}^l] \quad (2.18)$$

$$[\bar{B}^l] = \begin{pmatrix} N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -N_1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & -N_1 & 0 & \dots \end{pmatrix} \cos l\theta \quad (2.19)$$

$$[\bar{\bar{B}}^l] = \begin{pmatrix} 0 & N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -N_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & -N_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_1 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -N_1 & \dots \end{pmatrix} \sin l\theta \quad (2.20)$$

En tenant compte de la matrice de passage (équation 2.6), l'équation (2.17) peut se modifier de la façon suivante:

$$\epsilon = ([\bar{B}_1^l] + [\bar{\bar{B}}_1^l])u^l \quad (2.21)$$

L'expression de la matrice de rigidité est obtenue par application du principe des travaux virtuels:

$$R^l = a \int_{\gamma} ([\bar{B}_1^l]^t [K] [\bar{B}_1^l] + [\bar{\bar{B}}_1^l]^t [K] [\bar{\bar{B}}_1^l]) d\gamma \quad (2.22)$$

$$a = \begin{cases} 2\pi & \text{si } l = 0 \\ \pi & \text{si } l \neq 0 \end{cases}$$

γ représente l'aire du contact unidimensionnel sol-structure.

En développant le calcul d'après l'équation (2.22) et en tenant compte de la forme des matrices $[\bar{B}_1^l]$ et $[\bar{\bar{B}}_1^l]$ (équations 2.19 et 2.20), on constate que la matrice de rigidité relative à l'élément joint est indépendante du numéro d'harmonique.

2.4 Validation

Les éléments joints décrits au début du chapitre ont été introduits dans les codes de calcul par éléments finis FONDOP et FONDAX. Ces deux versions sont validées sur un problème concernant le frottement entre géomatériaux.

2.4.1 Présentation du problème

On considère un cylindre creux à 100m de profondeur, de 5 cm d'épaisseur, constitué d'une roche tendre dans la partie supérieure (hauteur = 60cm), reposant sur 40 cm d'un matériau rigide (hauteur = 40 cm). Le cylindre est soumis à un effort de cisaillement appliqué sur l'interface roche-rigide (figure 2.3). Les figures 2.4(a) et 2.4(b) montrent le maillage tri-dimensionnel (calcul TD1) ainsi que sa projection dans le plan horizontal (XOY). Il comprend 36 éléments à 20 noeuds et 767 degrés de liberté. Le maillage plan équivalent, utilisé dans la modélisation semi-analytique, est représenté dans la figure 2.3. Il comprend 6 éléments quadrilatères à 8 noeuds et 87 degrés de liberté. Le cylindre est encastré à sa base.

On applique sur la roche, en six incréments de taille constante, une force ponctuelle

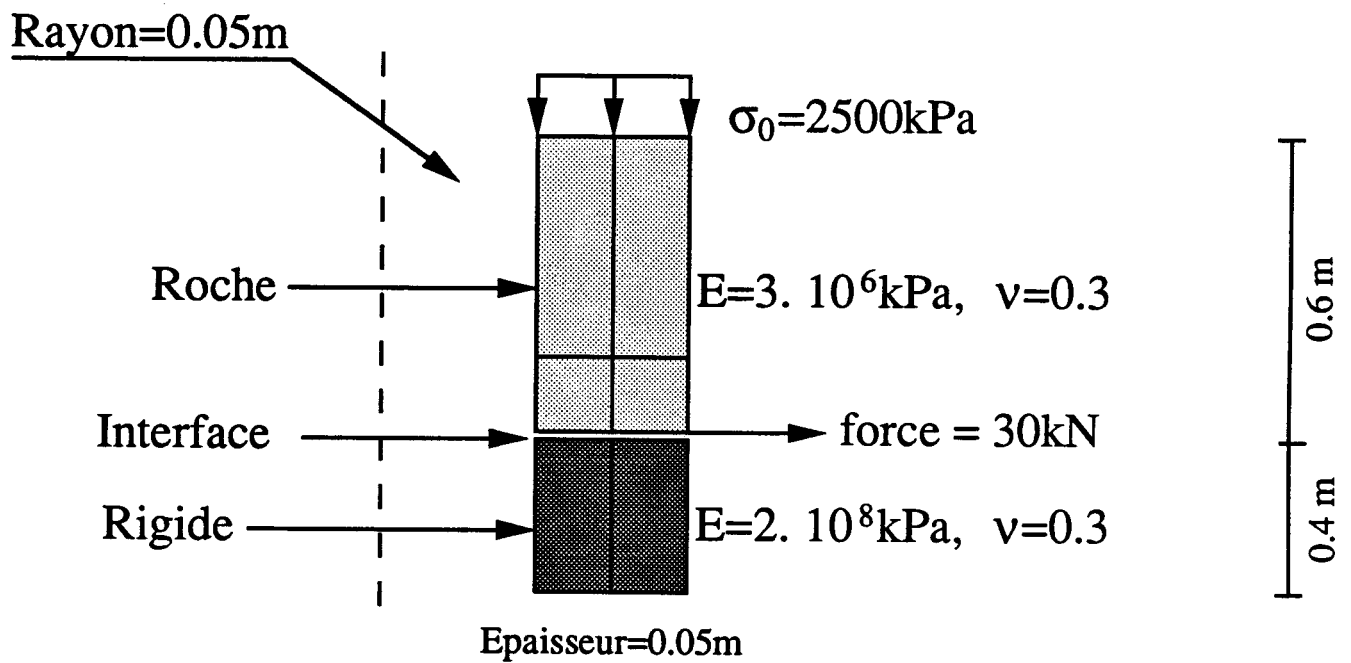


Figure 2.3: Tube cylindrique - Caractéristiques géométriques et mécaniques

Tableau 2.1: Propriétés mécaniques de l'interface (Problème de frottement)

Module normal (kPa)	Module tangentiel (kPa)	Angle de frottement	Angle de dilatance	Cohésion (kPa)
$25 \cdot 10^6$	$25 \cdot 10^5$	20°	7°	1

de 30 kN d'intensité (figure 2.3). Dans les deux modélisations, le nombre maximal d'itérations a été limité à 70. Le comportement des matériaux est supposé linéaire élastique (figure 2.3). Les caractéristiques du calcul des éléments joints sont données dans le tableau 2.1.

Dans la suite du chapitre, la comparaison des résultats des calculs semi-analytique et tri-dimensionnel est effectuée selon le plan suivant:

- Déplacements:
 - droite D : $x = 0.1m, y = 0$;
 - cercle C: $rayon = 0.1m, z = -0.6m$ (interface supérieure);
- contraintes normales dans les éléments joints le long des cercles suivants:
 - cercle C1 : $rayon=0.052$ m (plus loin du chargement);
 - cercle C2 : $rayon=0.097$ m (près du chargement).

Les résultats sont représentés en fin de chargement (force = 30 kN). L'écart mentionné est qualifié en pourcentage par rapport au calcul tri-dimensionnel.

2.4.2 Analyse des résultats obtenus

Un premier calcul semi-analytique (SA1) est réalisé avec 3 harmoniques et 8 sections méridiennes. Les figures 2.5(a) à 2.7 illustrent les déplacements obtenus avec les calculs SA1 et tri-dimensionnel (TD1). On constate que l'écart entre les deux modélisations sur :

- le déplacement radial maximal (obtenu au noeud N1 de coordonnées : $x = 0.1m, y = 0, z = -0.6m$) est de l'ordre de 4% (figures 2.5 (a) et 2.5(b)).
- Le déplacement vertical maximal (droite D) est de 10% (Noeud N1) (figure 2.6).
- Le déplacement tangentiel maximal est faible (1%; figure 2.7)

Les contraintes normales dans les éléments joints, le long des cercles C1 et C2, sont illustrées dans les figures 2.8(a) et 2.8(b). On remarque que:

- sur le cercle C1, l'écart entre les deux modélisations est moyen près de la zone chargée (de l'ordre de 8%) mais négligeable (1%) dans la zone non-sollicitée (figure 2.8(a)).
- Sur le cercle C2, un décollement est obtenu par le calcul tri-dimensionnel (TD1) près du point d'application du chargement. Le désaccord entre les deux calculs est important (figure 2.8(b)).

2.4.3 Effet du nombre d'harmoniques

Un nouveau calcul semi-analytique (SA2) est réalisé avec 6 harmoniques et 12 sections méridiennes. L'augmentation du nombre d'harmoniques conduit à une légère amélioration des déplacements. En effet:

- l'écart sur le déplacement radial maximal passe de 4% à 2% (figures 2.5(a) et 2.5(b)).
- L'écart sur le déplacement vertical maximal est divisé par deux (5%, figure 2.6).
- Comme le nombre de sections méridiennes est plus élevé, le déplacement tangentiel, le long du cercle C, est mieux décrit avec 6 harmoniques (figure 2.7).

Contrairement aux déplacements, l'augmentation du nombre d'harmoniques influe d'une manière sensible sur les prédictions des contraintes normales dans les éléments joints. En effet, les contraintes obtenues avec le calcul SA2 tendent à converger vers celles données par la modélisation tri-dimensionnelle:

- l'écart entre les deux méthodes le long du cercle C1 passe de 8% à 2% (figure 2.8(a)).
- Sur le cercle C2, le calcul semi-analytique avec 6 harmoniques prédit un décollement à proximité du chargement ce qui est en bon accord avec le calcul tri-dimensionnel (figure 2.8(b)).

2.4.4 Effet du nombre de sections méridiennes

On propose maintenant de montrer dans quel sens peut influencer le nombre de sections méridiennes sur les prédictions de la méthode semi-analytique. Tous les calculs antérieurs ont été effectués avec le nombre minimal de sections méridiennes. Ce nombre est déterminé selon la formule de Bessel (il est le double du nombre d'harmoniques utilisé) [Bronstein et al (1985)].

Avec un nombre d'harmoniques fixé à 3, trois calculs ont été effectués en prenant respectivement 8, 16 et 24 sections selon la direction angulaire θ .

Les figures 2.9(a) à 2.9(c) représentent respectivement l'évolution du déplacement radial (droite D), du déplacement tangentiel (cercle C) et de la contrainte normale dans l'interface (cercle C1). On remarque que le nombre de sections méridiennes influe légèrement sur les résultats de la méthode semi-analytique. Le seul avantage est un meilleur lissage de l'évolution de la forme des grandeurs physiques selon la direction tangentielle (θ) (figures 2.9(b) et 2.9(c)).

2.4.5 Conclusion

Pour pouvoir modéliser par la méthode des éléments finis l'interaction géomatériau-structure, les éléments d'interface ont été introduits dans les codes de calcul FONDOF et FONDAX. Un problème de frottement entre géomatériaux a été choisi pour valider

ces deux versions. Les résultats ont montré qu'avec un nombre faible d'harmoniques (3), l'écart entre les deux codes est faible. Mais, pour diminuer l'incertitude sur les contraintes, il faut un nombre élevé d'harmoniques (6 harmoniques sont suffisants). Une augmentation du nombre de sections méridiennes n'améliore pas la précision de la méthode semi-analytique. Sur le plan technique (tableau 2.2), cette méthode apporte un avantage intéressant au niveau de l'inversion de la matrice de rigidité et du temps de calcul.

Tableau 2.2 : Problème de frottement

Etude: Calcul par éléments finis d'un problème de frottement entre géomatériaux			
Objectif : Validation de la méthode semi-analytique avec modélisation de l'interface			
type de calcul	tri-dimensionnel	semi-analytique (3 harmoniques)	semi-analytique (6 harmoniques)
nombre d'éléments	36	6	6
nombre de noeuds	328	34	34
nombre d'équations	767	87	87
nombre d'harmoniques	-	3	6
place mémoire de la rigidité (R_G) (mots en double précision)	126024	5770	11540
temps (CPU) d'inversion de R_G (s)	63	1.62	4
temps (CPU) moyen de calcul par incrément (s)	193	31	75
rapport du temps (3D-SA)	-	6.2	2.6

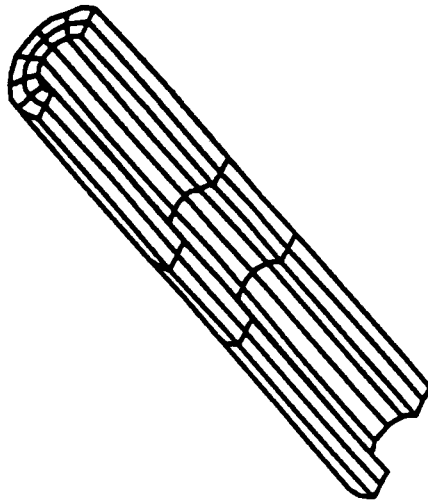


Figure 2.4(a): Maillage tri-dimensionnel du tube cylindrique

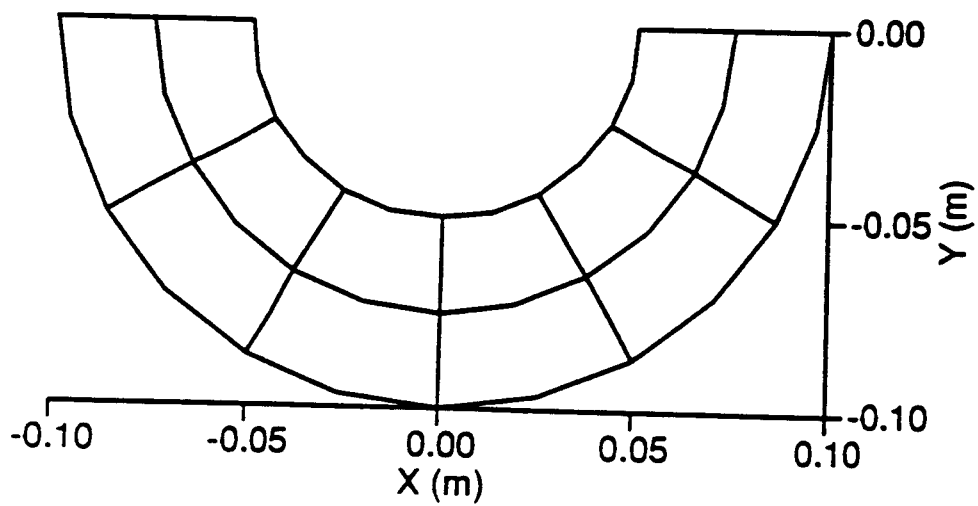


Figure 2.4(b): Coupe du maillage tri-dimensionnel dans le plan horizontal

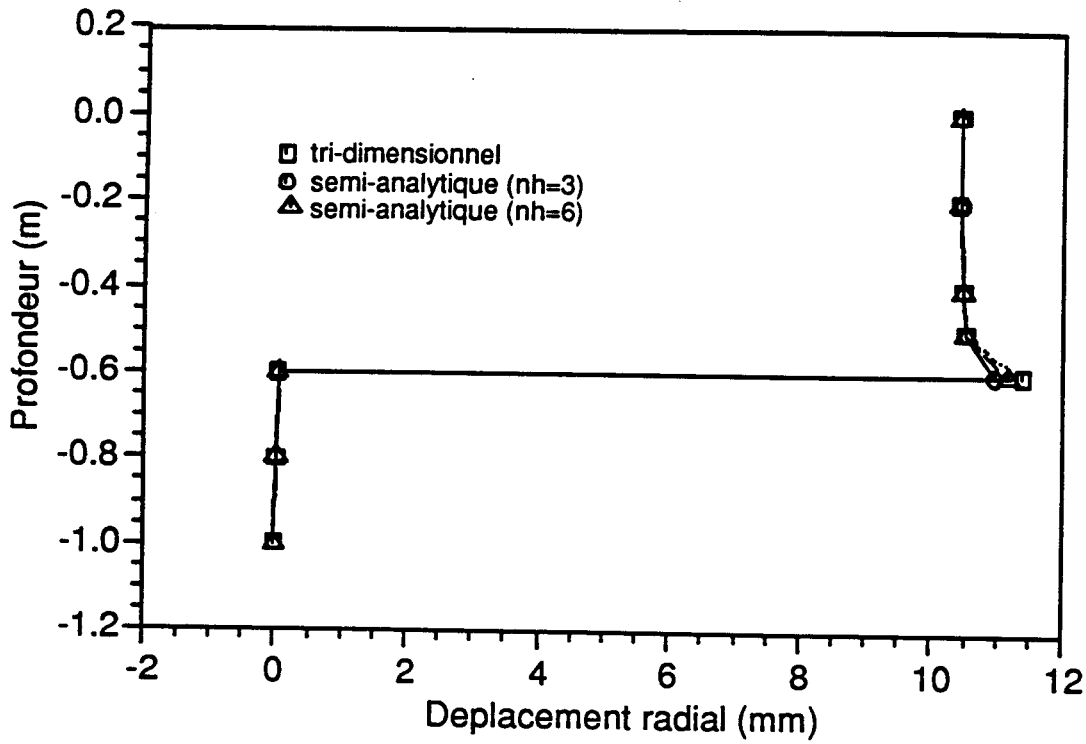


Figure 2.5(a): Distribution du déplacement radial le long de la droite D
(Force = 30kN)

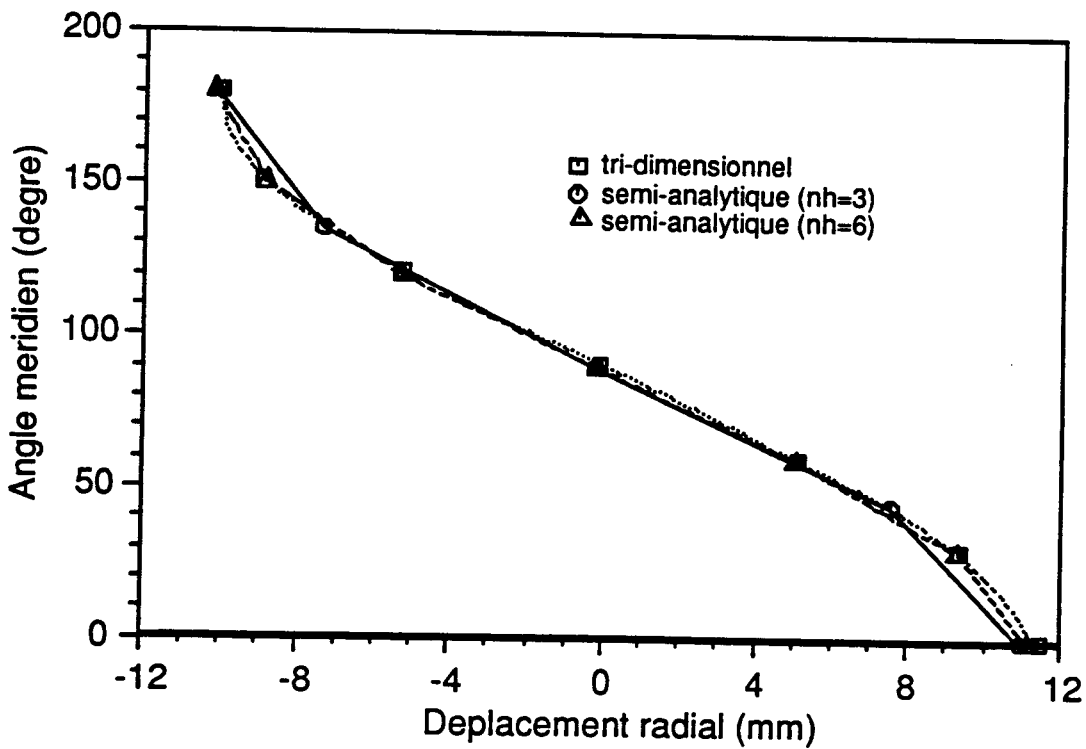


Figure 2.5(b): Distribution du déplacement radial le long du cercle C
(Force = 30kN)

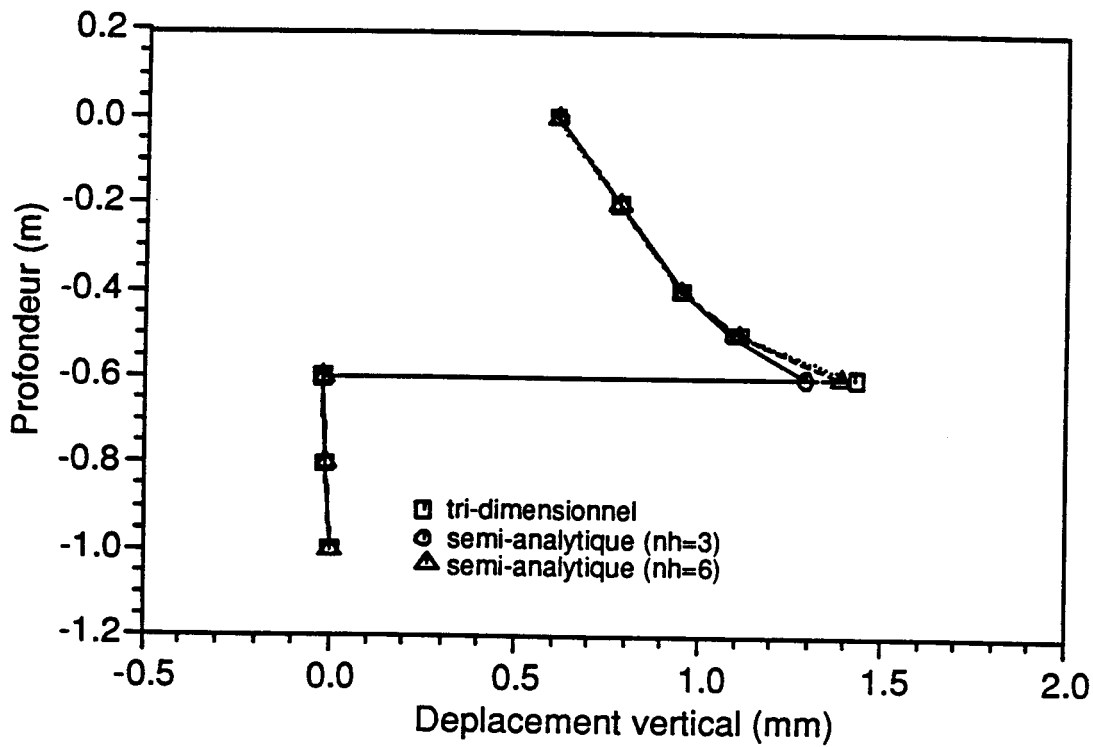


Figure 2.6: Distribution du déplacement vertical le long de la droite D (Force = 30kN)

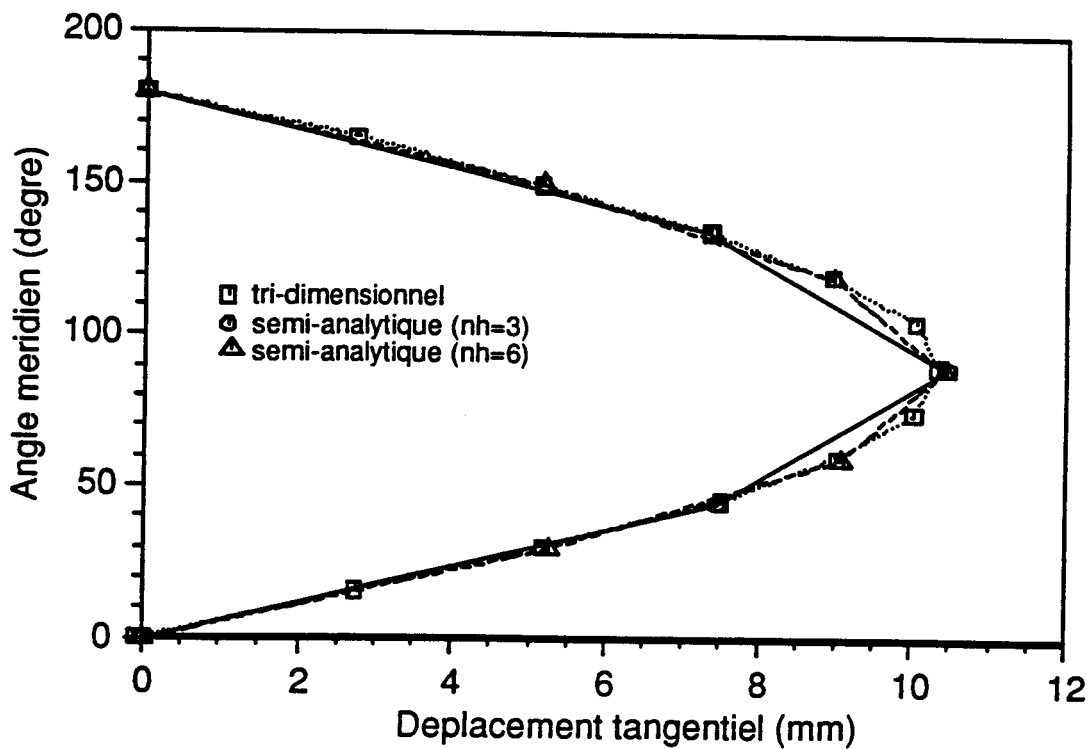


Figure 2.7: Distribution du déplacement tangentiel le long du cercle C (Force = 30kN)

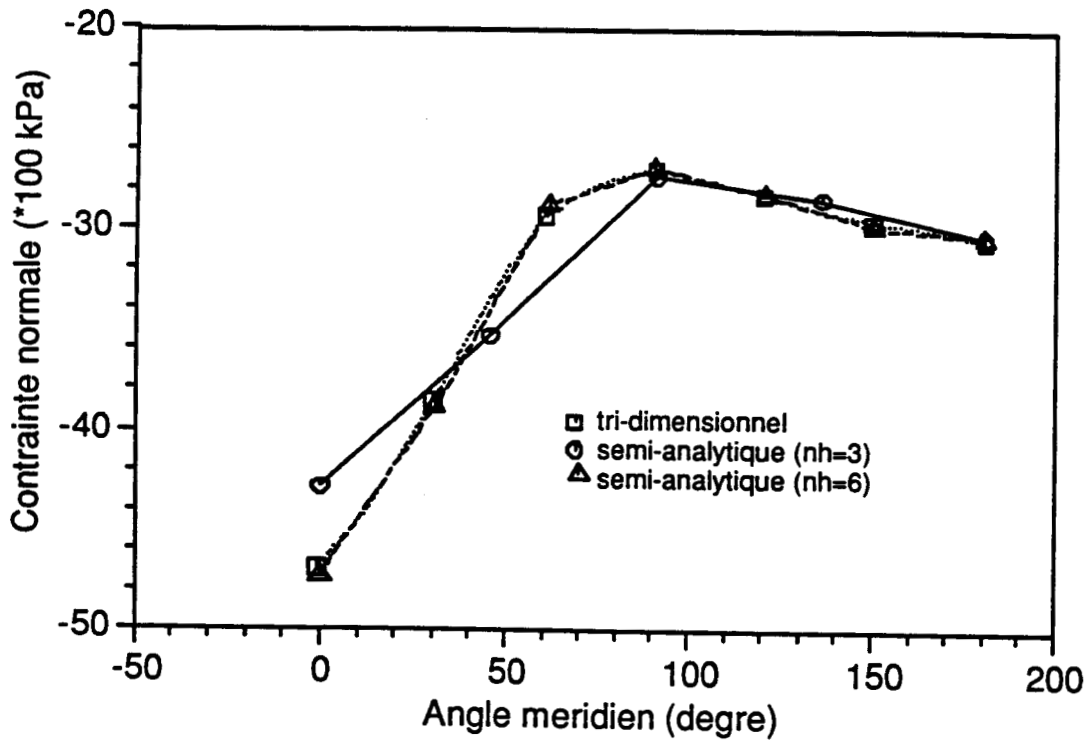


Figure 2.8(a): Distribution de la contrainte normale dans l'interface le long du cercle C1 (Force = 30kN)

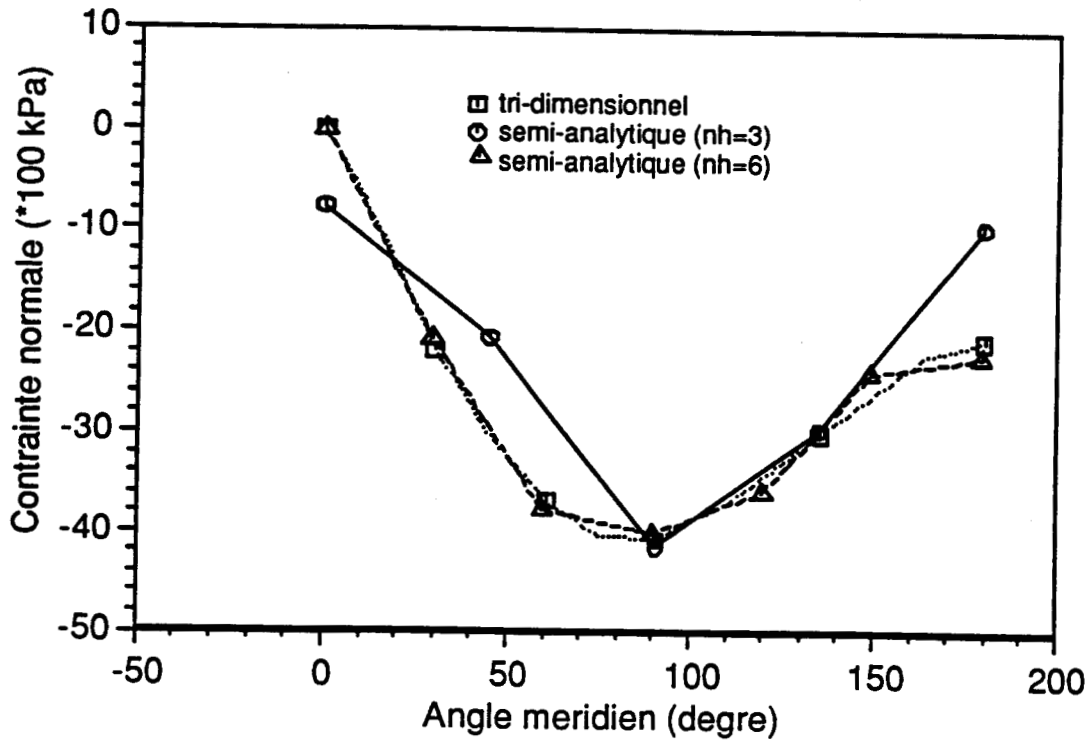
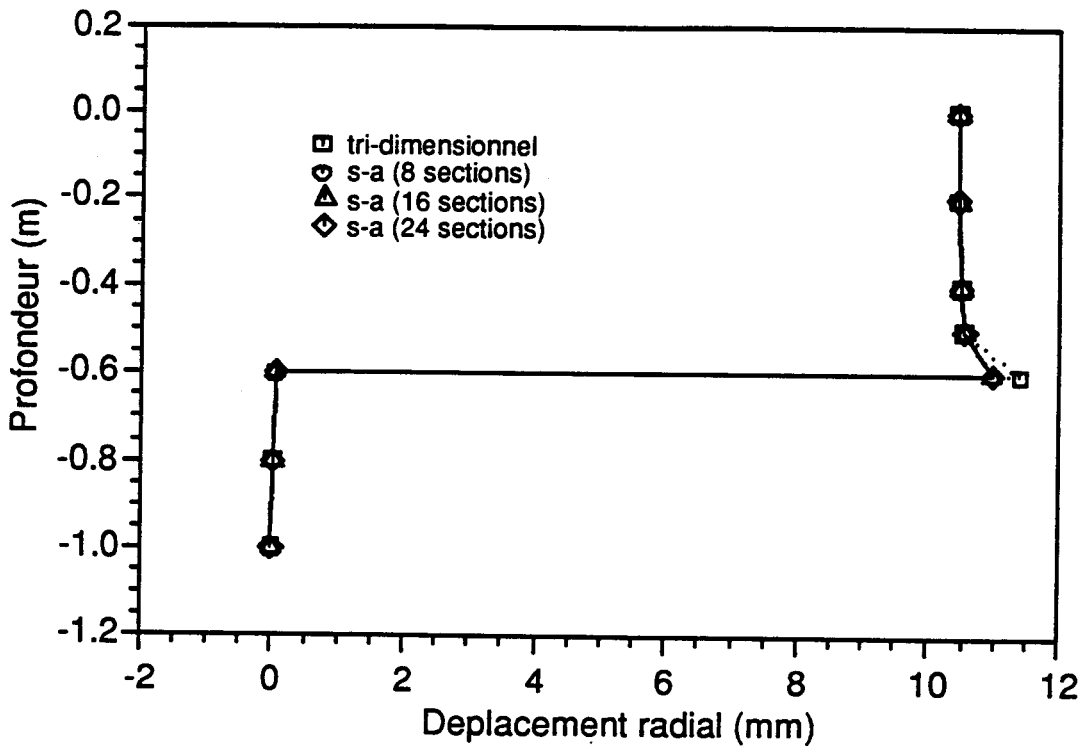
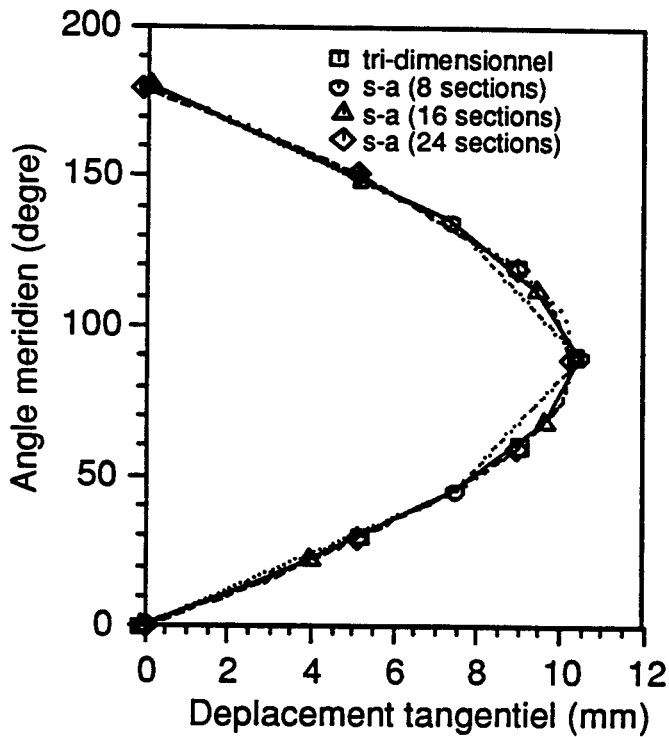


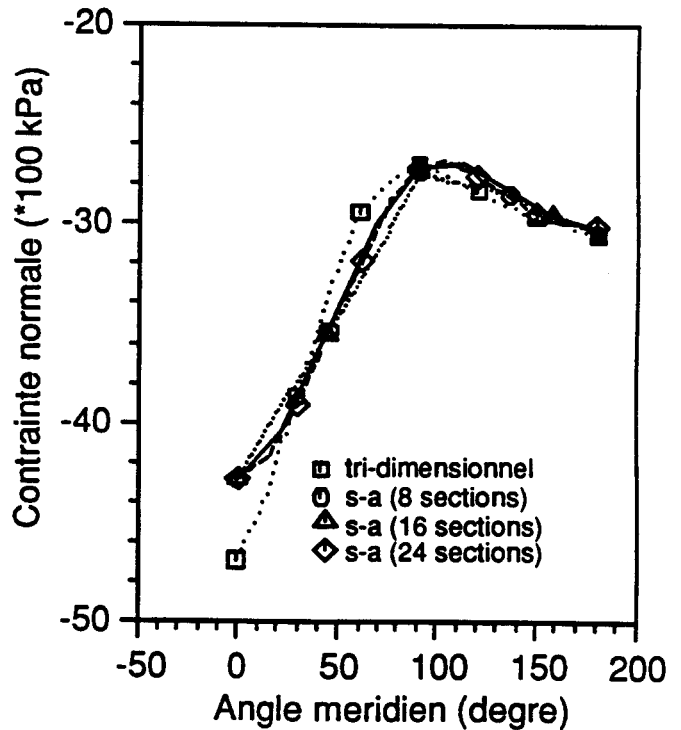
Figure 2.8(b): Distribution de la contrainte normale dans l'interface le long du cercle C2 (Force = 30kN)



(a)



(b)



(c)

Figure 2.9: Effet du nombre de sections méridionales (n_s) sur les prédictions de la méthode semi-analytique: (a) déplacement radial (droite D), (b) déplacement tangentiel (cercle C) et (c) contrainte normale dans l'interface (cercle C1) ($n_h=3$, Force = 30kN)

Chapitre 3

Application de la méthode des éléments finis au calcul des pieux chargés latéralement

3.1 Introduction

Les fondations profondes sur pieux sont très répandues et s'avèrent inévitables lorsque le sol rencontré a de mauvaises caractéristiques mécaniques ou que les profondeurs d'eau sont trop importantes pour réaliser des embases gravitaires. Leur comportement a fait l'objet d'études diverses en particulier par les concepteurs d'ouvrages afin d'assurer la stabilité, la pérennité de la super-structure et d'optimiser les règles de dimensionnement. Ces études ont été basées sur des hypothèses simplificatrices dans le cadre de l'élasticité ou sur des méthodes semi-empiriques établies à partir d'un nombre limité d'expérimentations. L'extension des méthodes rigoureuses utilisées en géotechnique (méthode des éléments finis) est restée restreinte à cause de son coût prohibitif compte tenu de la taille du problème.

Ce chapitre consiste en une validation détaillée de la méthode des éléments finis, avec et sans modélisation de l'interface, sur les pieux chargés latéralement. Une expérimentation géotechnique concernant un pieu type est choisie comme référence. L'intérêt d'utiliser un calcul simplifié avec la méthode semi-analytique (le code FON-DAX) est mis en évidence.

3.2 Présentation de l'expérimentation

Une expérimentation de pieux chargés latéralement a été réalisée à Plancoët (France) dans le cadre d'une coopération entre l'Institut Français du Pétrole et le Laboratoire Central des Ponts et Chaussées [Meimon et al (1986)]. Un des objectifs de cet essai était d'obtenir le comportement à long terme d'un pieu carré isolé sous chargement latéral. Le pieu (*longueur: $L=7.5m$, largeur: $D=0.284m$, inertie: $EI=30 MNm^2$*) a été battu dans un sol composé de deux couches: sable en profondeur et silt en surface.

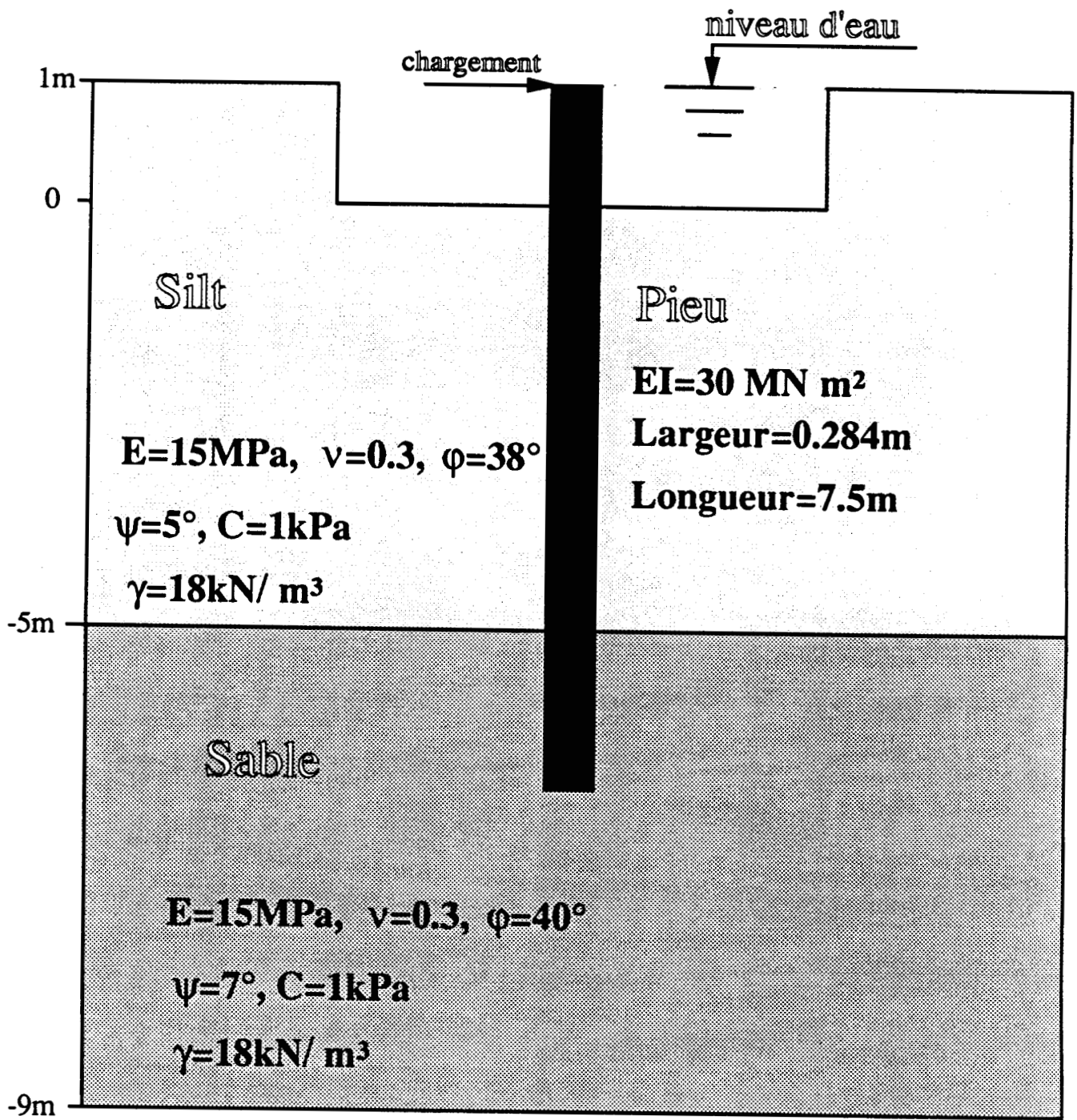


Figure 3.1: Site de Plancoët

Leurs caractéristiques mécaniques sont montrées sur la figure 3.1 où les modules élastiques sont déterminés à partir d'essais triaxiaux non-drainés. Une fouille de 1m de profondeur (figure 3.1) autour du pieu a été réalisée dans le but d'éliminer la couche surconsolidée de surface (condition similaire à celle du fonctionnement d'un pieu de plate-forme marine). Le pieu a été soumis à quatre types de chargement dont deux statiques (SH1-SH2) et deux cycliques (CH1-CH2) alternés. Le comportement expérimental du pieu sous chargement statique (SH1) a été pris comme référence pour valider les différents types de calcul par éléments finis.

Le programme de chargement adopté est le suivant:

- une application d'un chargement de 20 kN;
- maintien du chargement (20 kN) pendant 46 jours;
- déchargement du pieu.

Les figures 3.2(a) à 3.2(c) montrent le déplacement en tête, l'allure de la déformée et la distribution du moment dans le pieu. Un comportement non-linéaire du sol est clairement observé accompagné d'une diminution progressive de la rigidité au cours du chargement (figure 3.2 (a)). Pendant le maintien de la charge, le déplacement a augmenté de 45% par rapport à celui obtenu à court terme. Après déchargement, un déplacement permanent est observé (de l'ordre de 80% du déplacement obtenu avant fluage). Le moment maximal enregistré dans le pieu est de 37 kNm; il est obtenu à une profondeur de 6.3D (D étant la largeur du pieu).

3.3 Modélisation sans interface

3.3.1 Présentation du calcul de référence

Un calcul de référence a été effectué, désigné par TD1, dans lequel l'interface pieu-sol n'est pas modélisée. Compte tenu de la symétrie du problème, seule la moitié du massif a été considérée dans le calcul. Les figures 3.3(a) à 3.3(c) montrent le maillage tri-dimensionnel du domaine ainsi que ses projections dans les plans *YOZ* et *XOY*. Il comporte 397 éléments briques à 20 noeuds et 5471 degrés de liberté. Les paramètres physiques (déformations, contraintes et rigidités) ont été calculés en adoptant un schéma à 8 points d'intégration. Des conditions aux limites similaires à celles d'une boîte ont été retenues. Le comportement du pieu est supposé élastique linéaire. Celui du sol a été modélisé en utilisant le modèle non-associé de Mohr-Coulomb. Une étude antérieure [Shahrour (1989a)] a montré que l'hypothèse d'un module élastique variable avec la profondeur améliore sensiblement les résultats dans le cas d'un pieu chargé latéralement. Dans cette étude, la formule retenue est:

$$E = E_0 \sqrt{P/P_0} \quad (3.1)$$

avec:

E_0 désigne le module élastique sous la pression atmosphérique P_0

P représente la contrainte effective moyenne initiale.

Résultats obtenus

Dans la suite, la déformée et la distribution du moment dans le pieu sont visualisées en fin de chargement à court terme (20 kN). L'écart est mentionné en pourcentage par rapport à l'essai.

Les figures 3.4(a) à 3.4(c) illustrent les prédictions obtenues par éléments finis. On peut constater que:

- au début du chargement, l'écart sur le déplacement en tête est très important (de l'ordre de 80%); ensuite, il diminue pour atteindre 8% avant la phase de fluage (figure 3.4(a)).
- L'allure de la déformée, le long de l'axe du pieu, est correctement décrite (figure 3.4(b)).
- La distribution du moment dans le pieu (figure 3.4(c)) est bien décrite dans la partie supérieure du pieu (jusqu'à une profondeur 4D). Le moment maximal est obtenu à 4D de profondeur alors que dans l'essai il est à 6.3D. L'écart sur son évaluation est de l'ordre de 5%.

La figure 3.5(a) représente la déformation normale (ϵ_{yy}) le long de la face arrière du contact sol-pieu. On constate que cette déformation est importante près de la surface (de l'ordre de 1%), ensuite, elle s'annule à partir d'une profondeur égale à 7D.

Les figures 3.5(b) et 3.5(c) illustrent respectivement la contrainte normale et la contrainte de cisaillement le long de la face arrière du pieu. On peut constater que la contrainte normale (figure 3.5(b)) est faible (en légère tension) jusqu'à une profondeur de 6.3D. Ceci indique un décollement du pieu le long de cette partie. Le cisaillement obtenu (figure 3.5(c)) est faible (un maximum de 1.7 kPa).

La face avant du pieu est fortement comprimée jusqu'à une profondeur de 9D (figure 3.5(d)).

3.3.2 Effet de la dilatance dans le sol

Dans le calcul de référence, le modèle de Mohr-Coulomb non-associé a été utilisé pour le sol (l'angle de dilatance est faible par rapport à l'angle de frottement). Les résultats ont montré un accord relativement moyen entre la modélisation et l'expérience. Dans cette partie, un comportement associé pour le sol va être examiné ($\phi = \psi$) (ce calcul est désigné par TD2).

Résultats obtenus

Les figures 3.4(a) et 3.4(b) montrent le déplacement en tête ainsi que l'allure de la déformée. On constate que la dilatance implique une augmentation de la rigidité (figure 3.4(a)). Ceci se traduit donc par une diminution du déplacement en tête: l'écart entre l'essai et le calcul, en fin du chargement, passe de 8% (calcul TD1) à 12% (calcul TD2) (figures 3.4(a) et 3.4(b)).

La distribution du moment est donnée dans la figure 3.4(c). L'hypothèse d'un comportement associé pour le sol implique une sous-estimation du moment maximal de 8% au lieu de 5% pour le calcul de référence (comportement non-associé).

La dilatance dans le sol influe d'une manière sensible sur la déformation normale (ϵ_{yy}) à l'arrière du pieu (figure 3.5(a)). En effet, la valeur maximale passe de 1.2 à 3%.

A la face arrière, on note une diminution de la profondeur sur laquelle la contrainte normale est faible (figure 3.5(b)). En effet, cette profondeur passe de 6.3D (calcul TD1) à 2.5D (calcul TD2). Une variation de la contrainte de cisaillement est obtenue dans la partie supérieure du pieu, mais les valeurs numériques restent toujours faibles (en dessous de 2kPa) (figure 3.5(c)). Sur la face avant, on note une diminution de 12% de la contrainte normale (figure 3.5(d)).

3.4 Modélisation de l'interface

3.4.1 Calcul de référence

Etant donné que la différence de rigidité entre le sol et le pieu est très élevée, on propose de montrer l'effet de la modélisation de l'interface sur le comportement du pieu.

Les éléments joints présentés dans le chapitre précédent, sont introduits entre le sol et le pieu (calcul TD3). Ils sont placés sur les faces arrière, latérale et avant ainsi qu'à la pointe du pieu. Les caractéristiques du calcul pour ces éléments sont données dans le tableau 3.1. Le nombre maximal d'itérations a été limité à 110.

Tableau 3.1 : Caractéristiques de l'interface pieu-sol

Contact	Module normal (kPa)	Module tangentiel (kPa)	Angle de frottement	Angle de dilatance	Cohésion (kPa)
sable-acier	10^6	10^5	27^0	27^0	1
silt-acier	10^6	10^5	25^0	8.4^0	1

Résultats obtenus

L'analyse des résultats obtenus (figures 3.6(a) à 3.6(d)) avec la modélisation de l'interface montre que:

- une faible non-linéarité supplémentaire due au comportement des joints est apparue. Elle a pour conséquence d'améliorer la prédiction du déplacement en tête (figure 3.6(a)). En effet, l'écart sur son évaluation, en fin de chargement à court terme, passe de 8 à 1%.
- Une bonne description de l'allure de la déformée le long de l'axe du pieu (figure 3.6(b)).
- Le moment dans le pieu tend à s'approcher de celui donné par l'essai (figure 3.6(c)). L'écart sur le moment maximal passe de 5% à 1%.

Les figures 3.7(a) à 3.7(c) montrent que la prise en compte des conditions d'interface n'influe que légèrement sur la déformation normale, la contrainte normale et la contrainte de cisaillement à la face arrière du pieu. Une faible augmentation en compression est obtenue sur la face avant (figure 3.7(d)).

La contrainte normale à l'interface arrière du pieu (figure 3.8(a)) montre une amplification du décollement sol-pieu qui atteint une profondeur égale à 8D (un décollement sur une longueur de 6.3D a été obtenu sans interface). L'interface avant est fortement comprimée sur une profondeur de 9D (figure 3.8(b))

3.4.2 Effet de la dilataance dans l'interface

Une étude antérieure [Meimon (1985)] a montré que la dilataance des joints affecte d'une manière sensible le comportement d'un pieu chargé axialement. En est-il de même pour un pieu chargé latéralement? L'objet de cette partie est d'examiner l'effet d'une variation de la dilataance dans les joints sur le comportement global du pieu. Un quatrième calcul (TD4) a été effectué avec les caractéristiques données dans le tableau 3.1 à l'exception de l'angle de dilataance à l'interface silt-acier qui a été fixé à 3° au lieu de 8° dans le calcul TD3.

Les figures 3.9(a) à 3.9(d) montrent que le déplacement en tête, la déformée et la distribution du moment dans le pieu ne sont pas influencés par la dilataance à l'interface.

3.5 Comportement du pieu sous chargement élevé

Dans cette partie, le comportement du pieu est étudié sous chargement élevé (70 kN). Seuls les résultats donnés par les calculs de référence TD1 (sans modélisation de l'interface et avec un modèle non-associé pour le sol) et TD3 (interface avec une dilataance moyenne pour le contact silt-acier) sont analysés.

Les figures 3.10(a) à 3.10(c) illustrent le déplacement en tête, l'allure de la déformée et le moment dans le pieu. On peut remarquer que:

- la non-linéarité du comportement du pieu augmente faiblement avec le chargement (figure 3.10(a)).

- La non-linéarité supplémentaire induite par l'interface reste modérée (le déplacement en tête est majoré de 12% en prenant en compte les conditions de l'interface) (figures 3.10(a) et 3.10(b)).
- Le moment maximal dans le pieu n'est majoré que de 3.5% en tenant compte de l'interface (figure 3.10(c)).

A titre indicatif, on a montré sur la figure (3.10(a)) le comportement expérimental à long terme du pieu sous chargement élevé [Baguelin et al (1989)]. On remarque que les calculs prédisent seulement 50% de la valeur expérimentale, car comme on l'a évoqué au début du chapitre, des paramètres mécaniques à court terme ont été retenus pour le sol.

3.6 Comportement d'un pieu circulaire équivalent

Les tests de validation précédents ont été menés avec un pieu à section carrée. Or, dans l'industrie pétrolière, les fondations marines, en général, ont une forme circulaire. Une approche bien connue en résistance des matériaux est de pouvoir ramener un pieu carré à un pieu circulaire équivalent. Dans le cas des pieux de plates-formes, cette approche est applicable car ces derniers travaillent essentiellement en flexion dans le cas d'un chargement latéral. Le but de ce paragraphe est de modéliser par la méthode des éléments finis cette équivalence pour pouvoir exploiter les résultats afin d'examiner ultérieurement la validité de la méthode semi-analytique. Dans un premier temps, l'équivalence sera étudiée sans modéliser l'interface sol-pieu, puis un deuxième calcul sera réalisé avec modélisation de cette interface.

Le calcul du diamètre du pieu circulaire équivalent se fait en respectant l'égalité de la rigidité à la flexion:

$$(EI)_{carré} = (EI)_{circulaire}$$

cela donne un pieu plein de diamètre équivalent (d) de l'ordre de 32 cm (la largeur du pieu carré est de 28.4 cm).

Les figures 3.11(a) à 3.11(c) montrent le maillage tri-dimensionnel ainsi que les différentes coupes (horizontale et méridienne). Il comprend 268 éléments à 20 noeuds et 3568 degrés de liberté. L'intégration numérique a été effectuée avec 27 points de Gauss pour une meilleure précision du calcul.

3.6.1 Calcul sans modélisation de l'interface

Les figures 3.12(a) et 3.12(b) montrent les résultats obtenus avec les deux modélisations: pieu à section carrée (calcul TD1) et pieu à section circulaire (calcul TD5). On peut constater que l'écart entre les deux simulations est négligeable.

La distribution du moment est représentée en figure 3.12(c). On note un léger écart entre les deux modélisations (de l'ordre de 4%).

3.6.2 Calcul avec modélisation de l'interface

La deuxième approximation consiste à étudier l'équivalence pieu circulaire-pieu carré en tenant compte des conditions d'interface (calcul TD6) dont les caractéristiques sont données dans le tableau 3.1.

Les figures 3.13(a) à 3.13(c) montrent les résultats obtenus avec les deux simulations. On remarque un très bon accord entre les deux approches sur le déplacement en tête et la déformée du pieu (figures 3.13(a) et 3.13(b)), mais un léger écart sur la distribution du moment (figure 3.13(c)).

L'analyse des contraintes dans les éléments joints obtenues avec le pieu circulaire, montre un décollement du pieu jusqu'à une profondeur de l'ordre de $7d$ (d est le diamètre du pieu circulaire équivalent). En surface, le décollement est observé pour un angle au centre égal à $\pm 70^\circ$, tandis que à $7d$ de profondeur il est observé pour un angle de $\pm 45^\circ$.

3.7 Validation du code FONDAX

3.7.1 Sans modélisation de l'interface

Une première étude semi-analytique consiste à modéliser le pieu en supposant qu'il est en contact parfait avec le sol. Le maillage adopté est donné dans la figure 3.11(b). Il comporte 37 éléments quadrilatères à 8 noeuds et 401 degrés de liberté. Le calcul est effectué avec 3 harmoniques et 8 sections méridiennes (calcul SA1). L'écart donné par la suite est mentionné en pourcentage par rapport au calcul tri-dimensionnel ou par rapport à l'essai.

Les figures 3.14(a) à 3.14(c) illustrent les résultats obtenus. On peut constater que:

- l'écart entre les calculs SA1 et TD5 concernant le déplacement en tête est négligeable (1%; figure 3.14(a)). L'écart avec l'essai en fin de chargement (force=20kN) est de 5%.
- Les deux calculs et l'essai sont en bon accord en ce qui concerne la déformée du pieu (figure 3.14(b)).
- Pour la distribution du moment dans le pieu, le calcul SA1 est en bon accord avec le calcul TD5. L'écart sur le moment maximal entre l'essai et le calcul SA1 est de 5% (figure 3.14(c)).

Un second calcul semi-analytique (SA11) effectué avec 6 harmoniques et 12 sections méridiennes a montré que le nombre d'harmoniques n'influe pas d'une manière significative sur les résultats obtenus (figure 3.14).

Enfin, le comportement du pieu sous le chargement élevé (70kN) a été prédit avec le calcul SA1. Les résultats sont comparés avec ceux donnés par le calcul de référence TD1 (3.3.1). Les figures 3.15(a) et 3.15(b) montrent l'évolution du déplacement en tête et la déformée du pieu en fin de chargement. On remarque que l'écart sur le

déplacement en tête entre les calculs SA1 et TD1 augmente légèrement avec le chargement. Il passe de 1% à 5.4% quand le chargement passe de 20 à 70 kN.

La distribution du moment dans le pieu, en fin de chargement, est donnée dans la figure 3.15(c). On constate que les méthodes sont en bon accord.

3.7.2 Avec modélisation de l'interface

Les éléments d'interface sont maintenant placés entre le pieu et le sol. Leurs propriétés mécaniques sont données dans le tableau 3.1. Ce calcul semi-analytique (SA2) est effectué avec 3 harmoniques et 8 sections méridiennes.

L'analyse des résultats obtenus (figures 3.16(a) à 3.16(c)) montre que:

- l'écart, en fin de chargement, sur le déplacement en tête entre les calculs SA2 et TD6 est de 4% (figure 3.16(a)). L'écart entre le calcul SA2 et l'essai est de 2.2%.
- Les calculs SA2 et TD6 sont en bon accord en ce qui concerne la distribution du moment dans le pieu (figure 3.16(c)). L'écart entre le calcul SA2 et l'essai sur le moment maximal est de 5%.
- La profondeur du décollement à l'arrière du pieu est de 7d; elle est identique à celle donnée par le calcul TD6.

L'effet du nombre d'harmoniques a été examiné. Un nouveau calcul a été effectué avec 6 harmoniques et 12 sections méridiennes (calcul SA22).

Les figures 3.16(a) à 3.16(c) montrent que le nombre d'harmoniques n'influe pas sur les résultats du calcul.

Enfin, le calcul du pieu sous chargement élevé (SA2) a montré que (la comparaison est effectuée avec les résultats du calcul TD3 (3.4.1)):

- l'écart sur le déplacement en tête augmente avec le chargement (figure 3.17(a)). Il passe de 4%, pour un chargement de 20 kN, à 12% pour un chargement de 70 kN.
- Les deux méthodes sont en bon accord en ce qui concerne la déformée et la distribution du moment pour le chargement de 70 kN (figures 3.17(b) et 3.17(c)).

La méthode semi-analytique donne une profondeur de décollement de l'ordre de 11d qui est en accord avec celle prédite par le calcul TD3.

3.8 Conclusions

Le but de ce chapitre était d'effectuer une validation complète des codes de calcul par éléments finis FONDOF et FONDAX. Une expérimentation d'un pieu sous chargement latéral a été prise comme référence pour définir la validité de ces deux codes.

Cette étude a été scindée en deux étapes:

La première étape a consisté en une validation du code FONDOP. Un calcul de référence a été réalisé dans lequel on ne tient pas compte des conditions d'interface. Le comportement du sol est prédit avec le modèle de Mohr-Coulomb non-associé. L'écart obtenu par rapport à l'essai est relativement moyen. Ce calcul prédit un décollement dans la partie arrière du pieu jusqu'à une profondeur de 6.3D. Ensuite, l'effet de la dilatance dans le sol a été examiné grâce à un calcul réalisé avec un modèle de Mohr-Coulomb associé. L'écart avec l'essai a légèrement augmenté. Un troisième calcul tri-dimensionnel a été effectué en prenant en compte les conditions d'interface. L'écart avec l'essai est devenu négligeable. La profondeur réelle du décollement à l'arrière est de l'ordre de 8D. On peut remarquer qu'elle est similaire au premier calcul, car avec le modèle de Mohr-Coulomb utilisé pour le sol, des contraintes de traction ne sont pas autorisées. Ceci montre que l'utilisation d'un modèle adéquat pour le sol peut éviter la modélisation de l'interface. L'effet de la dilatance dans l'interface a été étudié. On n'obtient pas de modification des résultats, contrairement aux cas des pieux chargés axialement. Le comportement du pieu sous chargement élevé a été étudié. Il conduit à une amplification de la non-linéarité du comportement du pieu. L'effet de l'interface reste modéré. Enfin, un pieu circulaire équivalent au pieu carré a été calculé en respectant le principe de l'égalité de la rigidité à la flexion. Les résultats ont montré un bon accord entre l'étude du pieu carré et celle du pieu circulaire et prouvent ainsi la validité du principe d'équivalence.

La deuxième étape de cette étude était de valider le code FONDAX. Pour un chargement limité au niveau de l'essai, les prédictions semi-analytiques du comportement du pieu, avec et sans modélisation de l'interface, et, avec un nombre faible d'harmoniques, sont en bon accord avec celles données par les véritables modélisations tri-dimensionnelles. L'effet du nombre d'harmoniques a été également étudié: son augmentation n'apporte pas de modifications significatives aux résultats semi-analytiques.

Comme conclusion de cette étude, on peut estimer que la méthode des éléments finis peut être utilisée avec une précision suffisante pour étudier le comportement des pieux sous chargement latéral, et par conséquent sous chargement incliné, dans le domaine de l'industrie pétrolière. L'utilisation de la méthode semi-analytique apporte un avantage substantiel au niveau de la place mémoire nécessaire et du temps de calcul (par exemple tableaux 3.2 à 3.5).

Tableau 3.2 : Calcul d'un pieu chargé latéralement sans modélisation de l'interface

Etude: Calcul par éléments finis d'un pieu chargé latéralement			
Objectif : Validation de la méthode semi-analytique sans modélisation de l'interface			
type de calcul	tri-dimensionnel (circulaire)	semi-analytique (3 harmoniques)	semi-analytique (6 harmoniques)
nombre d'éléments	268	37	37
nombre de noeuds	1434	138	138
nombre d'équations	3568	403	403
nombre d'harmoniques	-	3	6
place mémoire de la rigidité (R_G) (mots en double précision)	1685885	82246	168492
temps (CPU) d'inversion de R_G (s)	1460	16	37.4
temps (CPU) moyen de calcul par incrément (s)	1370	180	320
rapport du temps (3D-SA)	-	7.6	3.3

Tableau 3.3 : Calcul d'un pieu chargé latéralement avec modélisation de l'interface

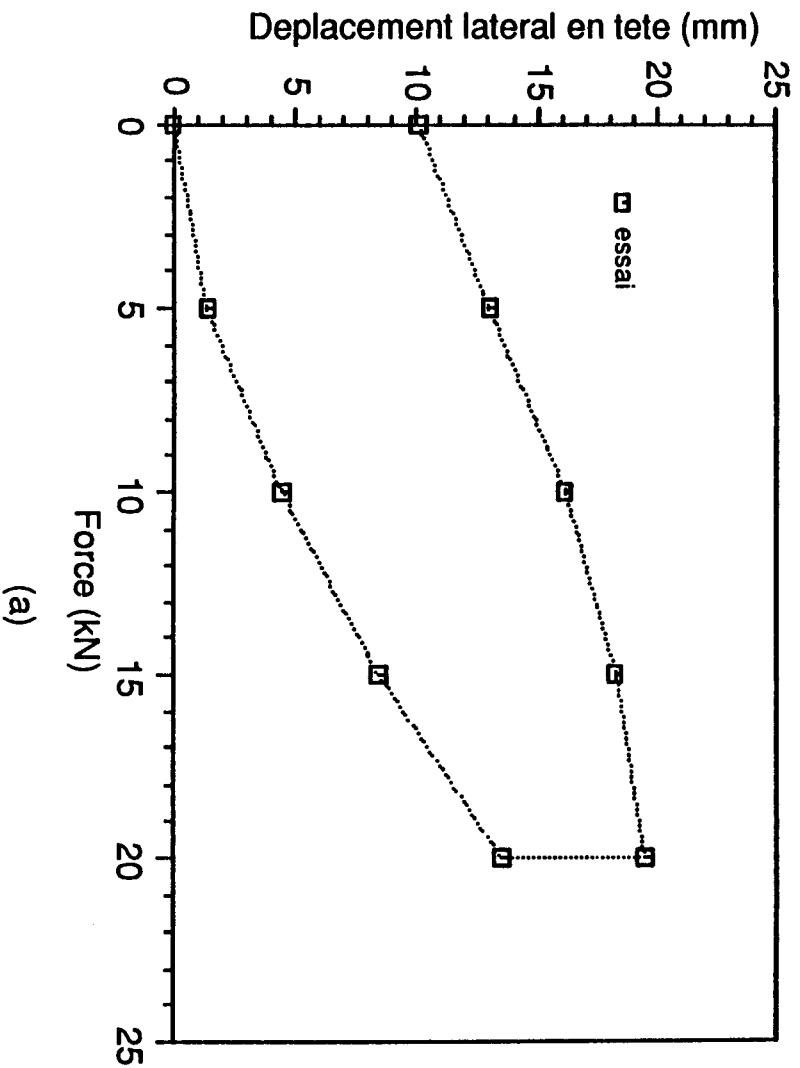
Etude: Calcul par éléments finis d'un pieu chargé latéralement			
Objectif : Validation de la méthode semi-analytique avec modélisation de l'interface			
Effet marquant : décollement à une profondeur de 7D à l'arrière du pieu			
type de calcul	tri-dimensionnel (circulaire)	semi-analytique (3 harmoniques)	semi-analytique (6 harmoniques)
nombre d'éléments	268	37	37
nombre de noeuds	1587	151	151
nombre d'équations	4002	443	443
nombre d'harmoniques	-	3	6
place mémoire de la rigidité (R_G) (mots en double précision)	2526133	91101	182202
temps (CPU) d'inversion de la matrice R_G (s)	2200	18	39
temps (CPU) moyen de calcul par incrément (s)	5202	590	1320
rapport du temps (3D-SA)	-	8.8	3.94

Tableau 3.4 : Calcul sous chargement élevé d'un pieu chargé latéralement sans modélisation de l'interface

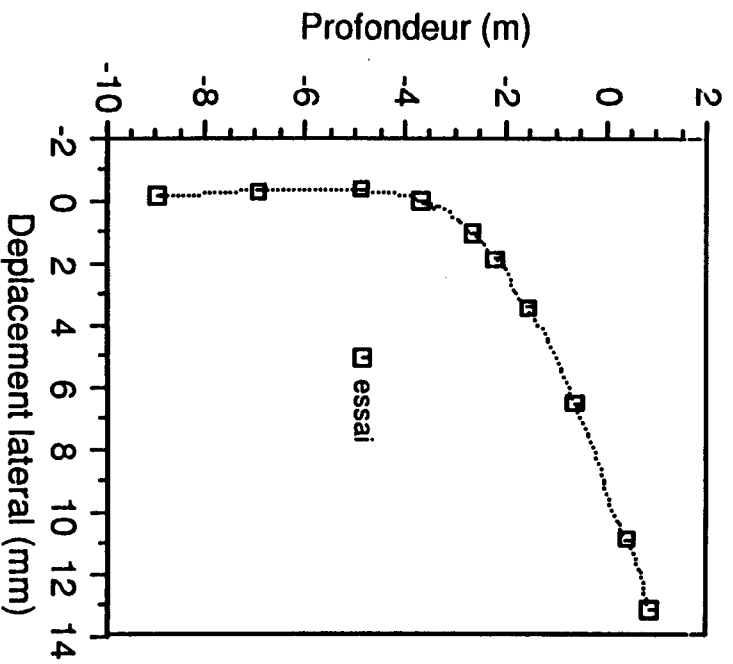
Etude: Calcul par éléments finis d'un pieu chargé latéralement à la rupture		
Objectif : Validation de la méthode semi-analytique sans modélisation de l'interface		
Effet marquant : temps et place mémoire du calcul tri-dimensionnel importants		
type de calcul	tri-dimensionnel (carré)	semi-analytique (3 harmoniques)
nombre d'éléments	397	37
nombre de noeuds	2147	138
nombre d'équations	5471	401
nombre d'harmoniques	-	3
place mémoire de la rigidité (R_G) (mots en double précision)	4100224	84246
temps (CPU) d'inversion de R_G (s)	4900	18
temps (CPU) moyen de calcul par incrément (s)	2140	261
rapport du temps (3D-SA)	-	8.8

Tableau 3.5 : Calcul sous chargement élevé d'un pieu chargé latéralement avec modélisation de l'interface

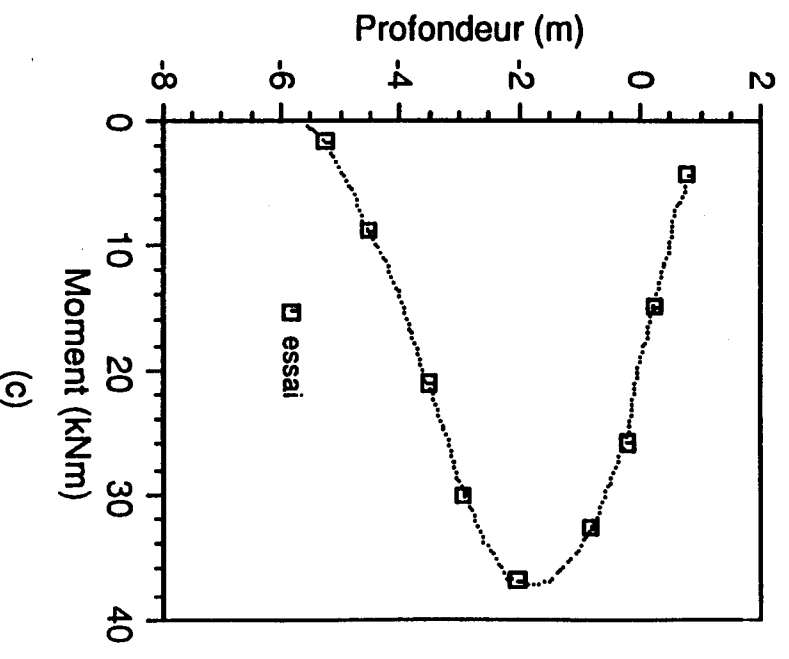
Etude: Calcul par éléments finis d'un pieu chargé latéralement		
Objectif : Validation semi-analytique à la rupture avec modélisation de l'interface		
Effet marquant : décollement à une profondeur de 12D à l'arrière du pieu		
Difficulté: temps du calcul tri-dimensionnel très important en raison du décollement		
type de calcul	tri-dimensionnel (carré)	semi-analytique (3 harmoniques)
nombre d'éléments	397	37
nombre de noeuds	2210	155
nombre d'équations	5637	443
nombre d'harmoniques	-	3
place mémoire de la rigidité (R_G) (mots en double précision)	4578887	91101
temps (CPU) d'inversion de R_G (s)	6100	18
temps (CPU) moyen de de calcul par incrément (s)	5700	560
rapport du temps (3D-SA)	-	10.2



(a)



(b)



(c)

Figure 3.2: Essai de Plancoët: (a) déplacement latéral en tête, (b) allure de la déformée et (c) distribution du moment dans le pieu (Force = 20kN)

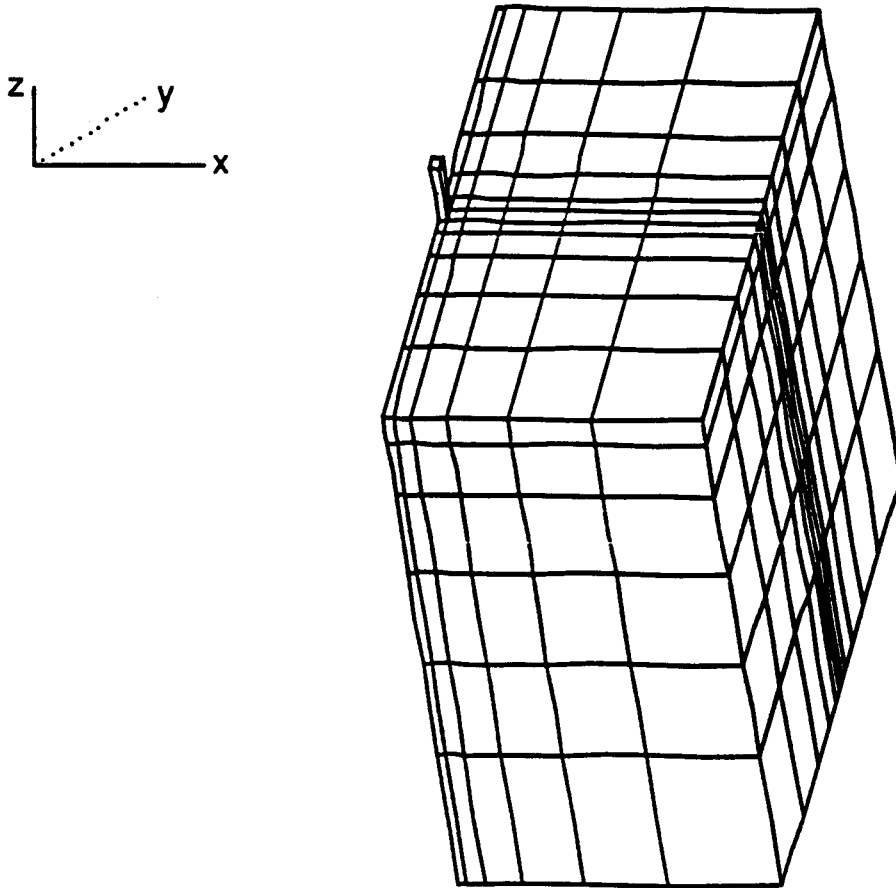


Figure 3.3(a): Maillage tri-dimensionnel du domaine

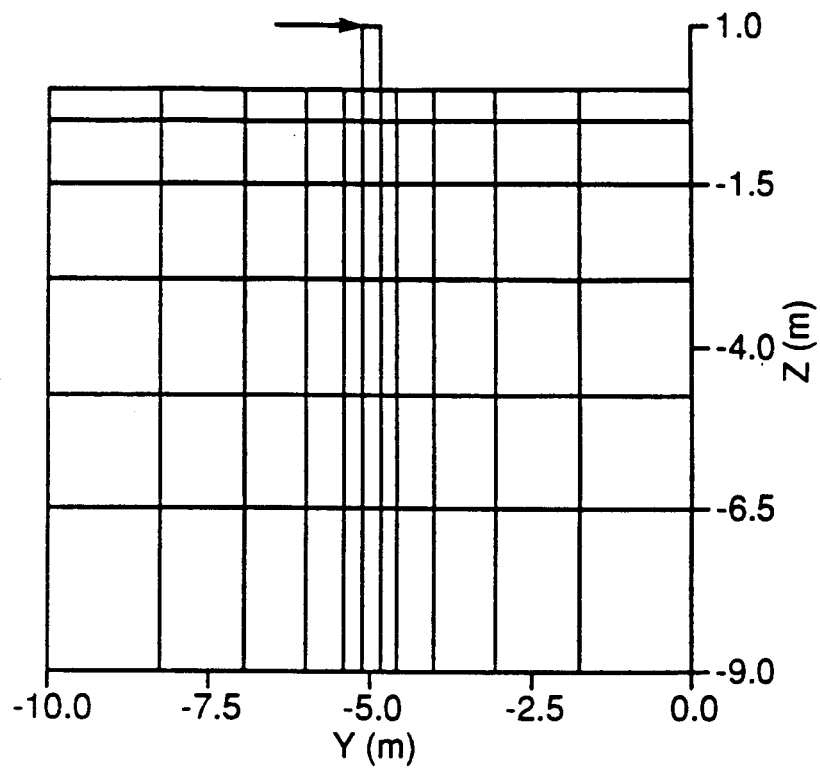


Figure 3.3(b): Coupe du maillage tri-dimensionnel dans le plan YOZ

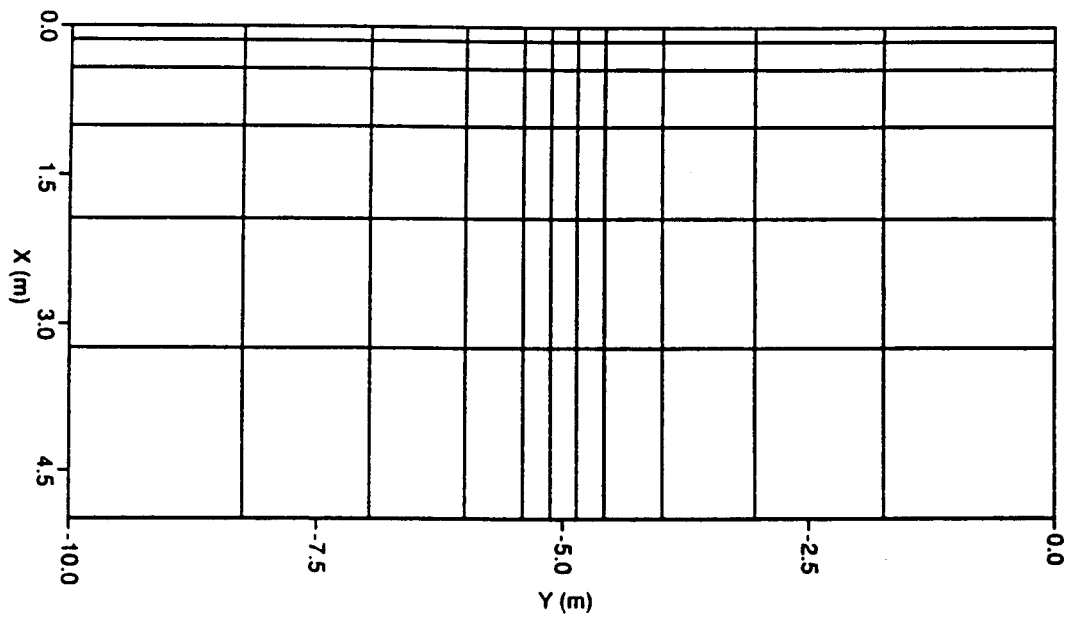
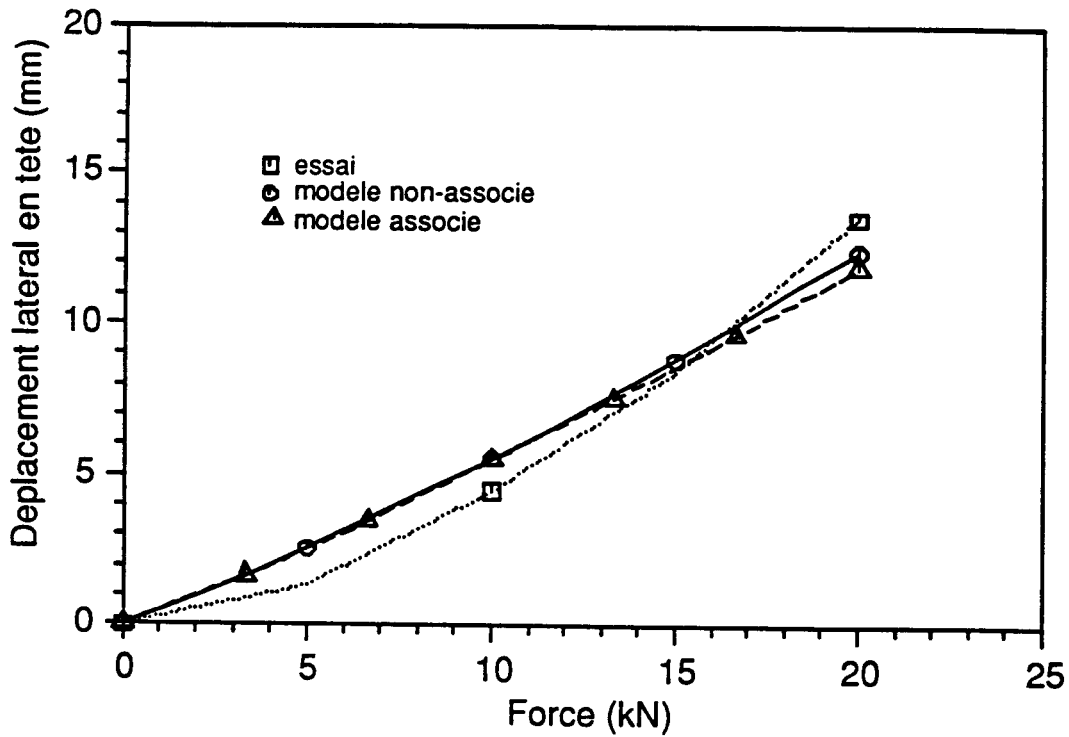
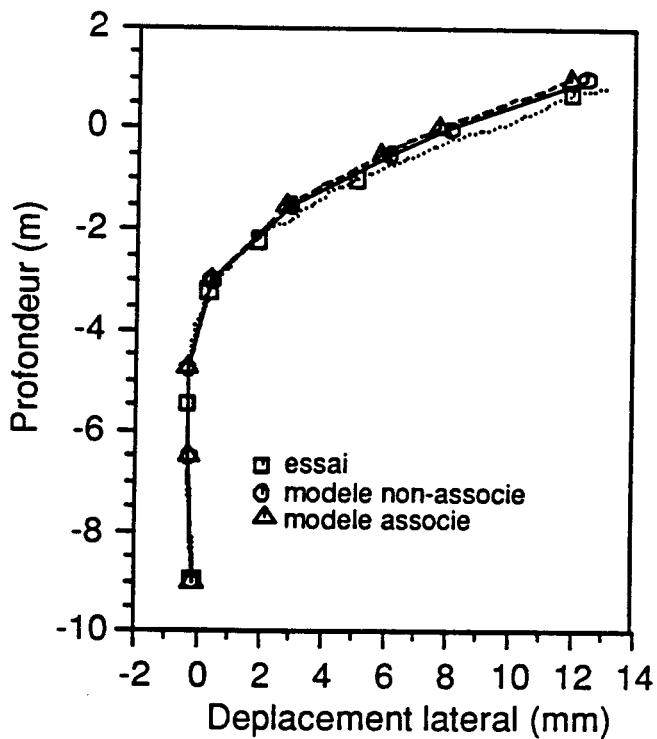


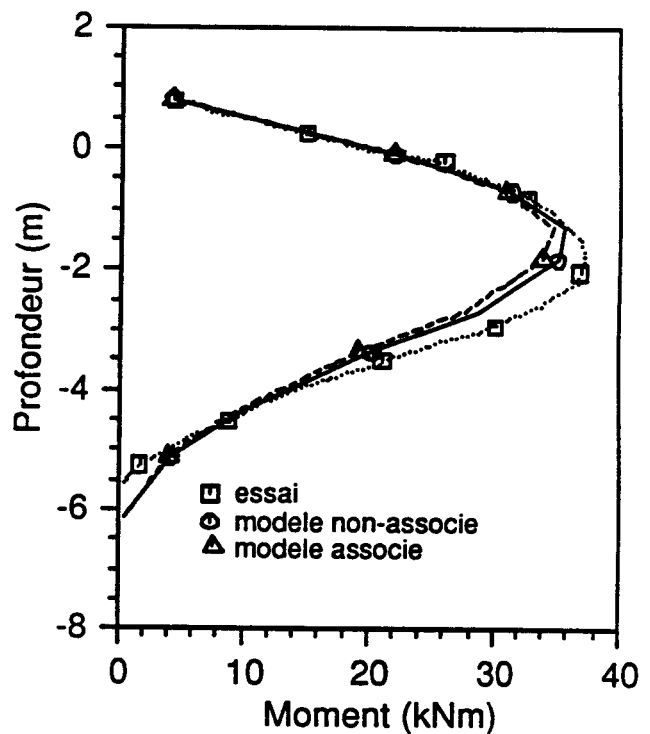
Figure 3.3(c): Coupe du maillage tri-dimensionnel dans le plan XOY



(a)

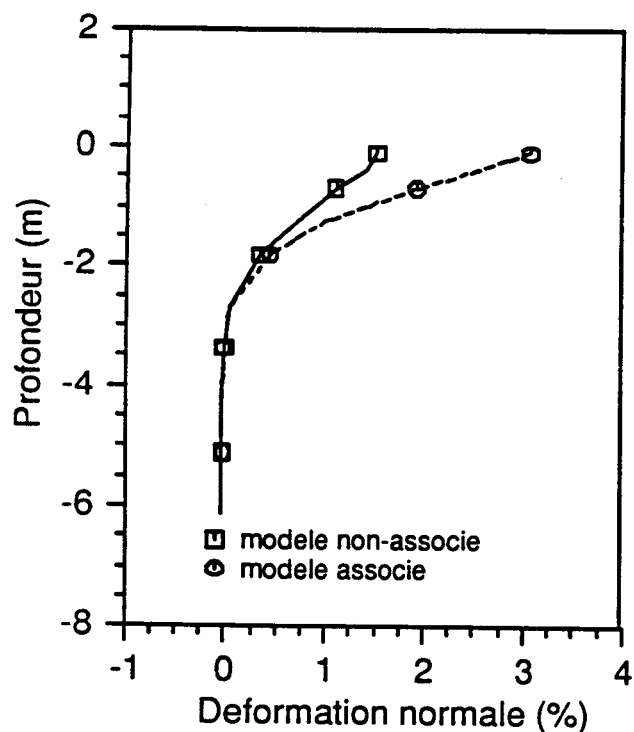


(b)

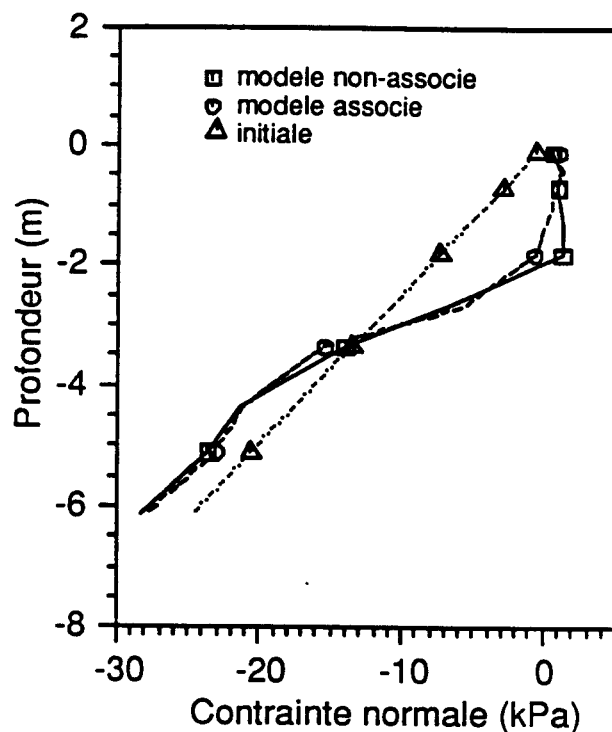


(c)

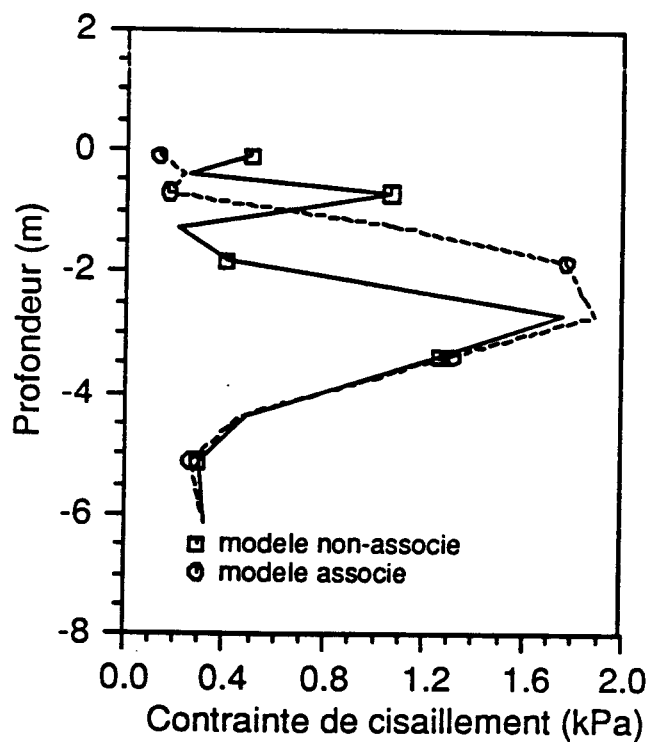
Figure 3.4: Prédiction, sans modélisation de l'interface, du comportement du pieu:
 (a) déplacement latéral en tête, (b) allure de la déformée et (c) distribution du moment (Force = 20kN)



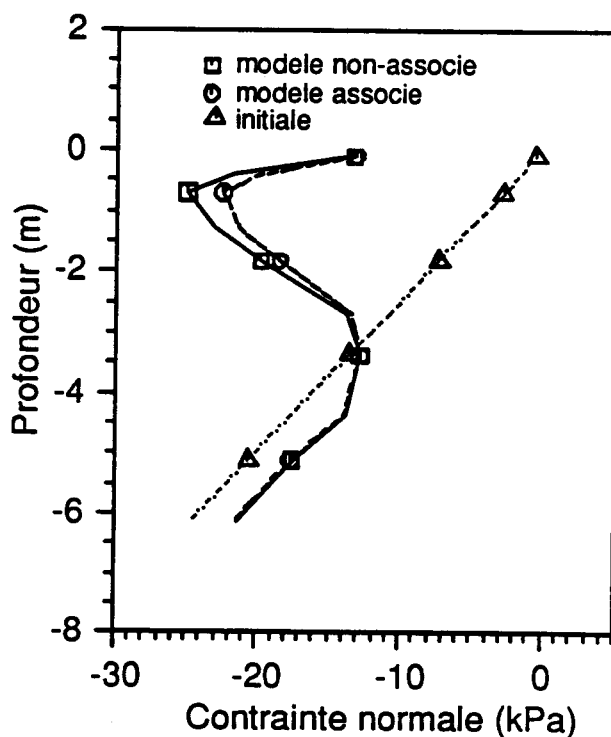
(a)



(b)

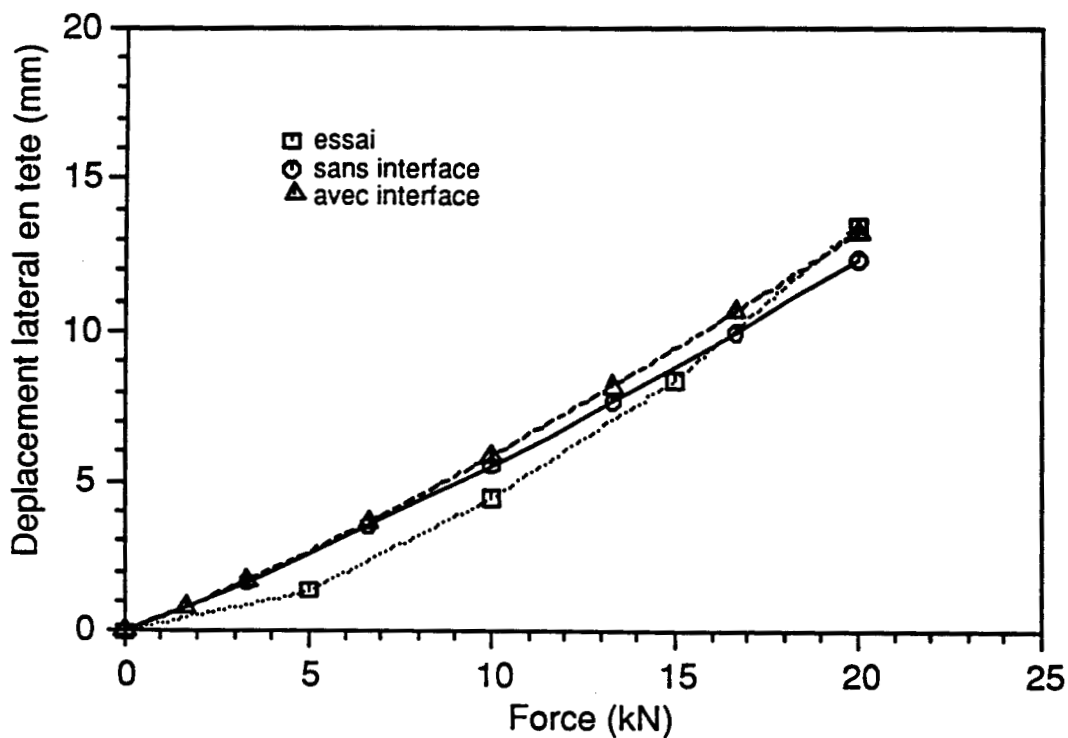


(c)

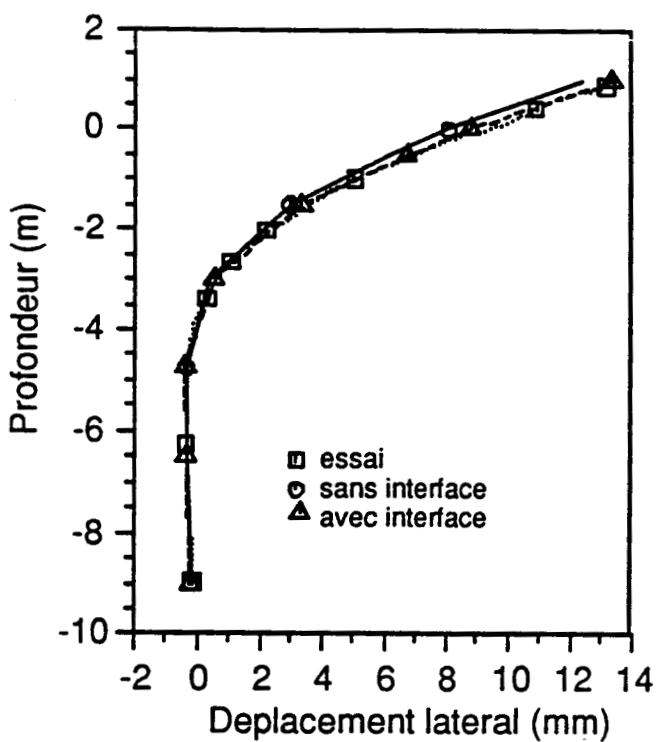


(d)

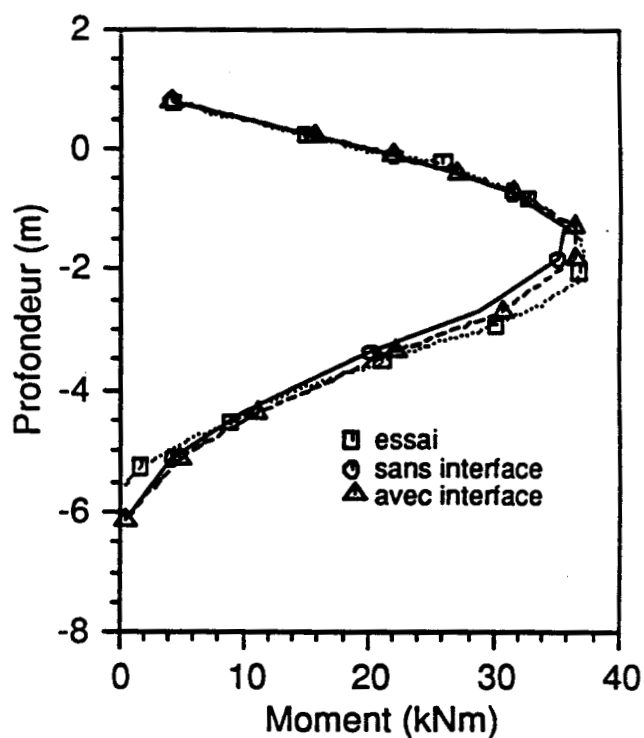
Figure 3.5: Analyse, sans modélisation de l'interface, du mécanisme d'interaction sol-pieu: (a) déformation normale (face arrière), (b) et (c) contrainte normale et contrainte de cisaillement (face arrière) et (d) contrainte normale (face avant) (Force = 20kN)



(a)

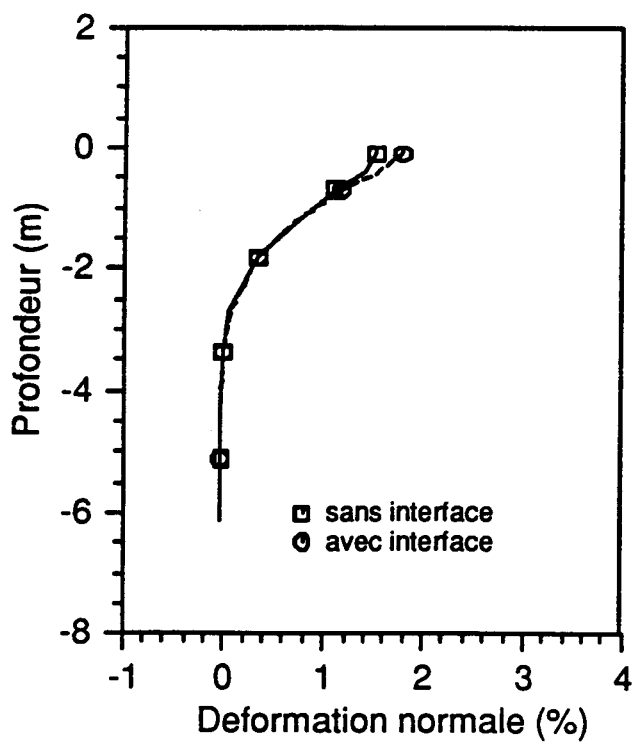


(b)

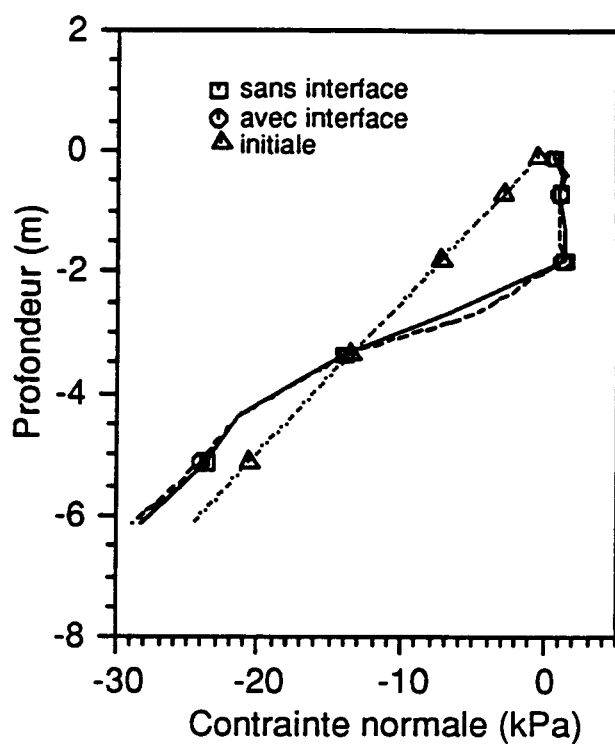


(c)

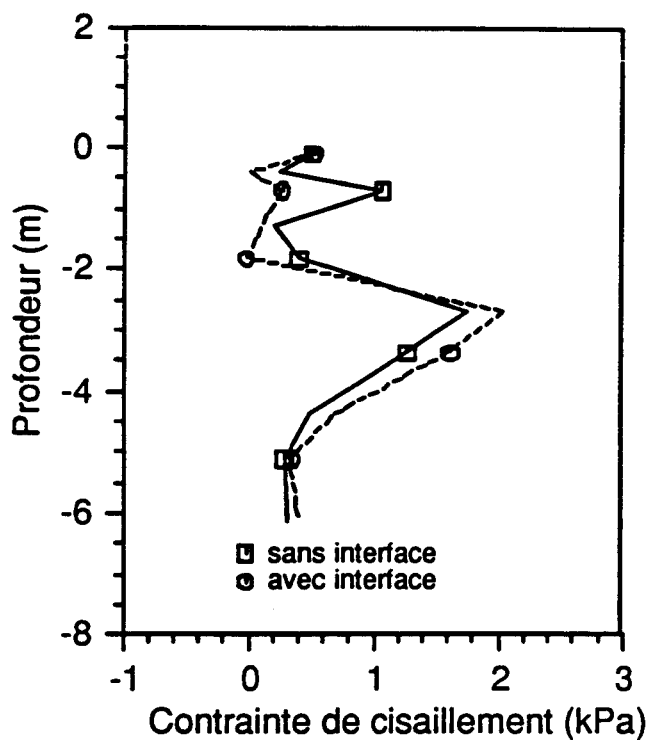
Figure 3.6: Effet de la modélisation de l'interface sur le comportement du pieu: (a) déplacement latéral en tête, (b) allure de la déformée et (c) distribution du moment (Force = 20kN)



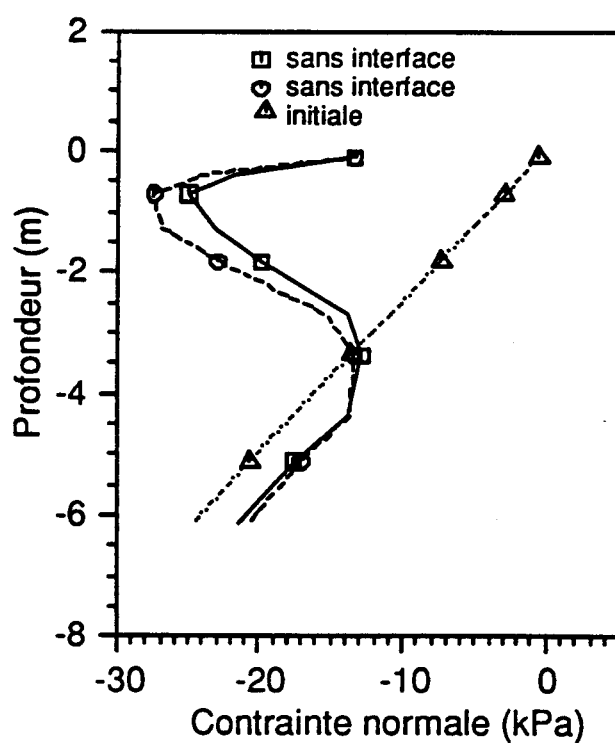
(a)



(b)



(c)



(d)

Figure 3.7: Effet de la modélisation de l'interface sur le mécanisme d'interaction sol-pieu: (a) déformation normale (face arrière), (b) et (c) contrainte normale et contrainte de cisaillement (face arrière) et (d) contrainte normale (face avant) (Force = 20kN)

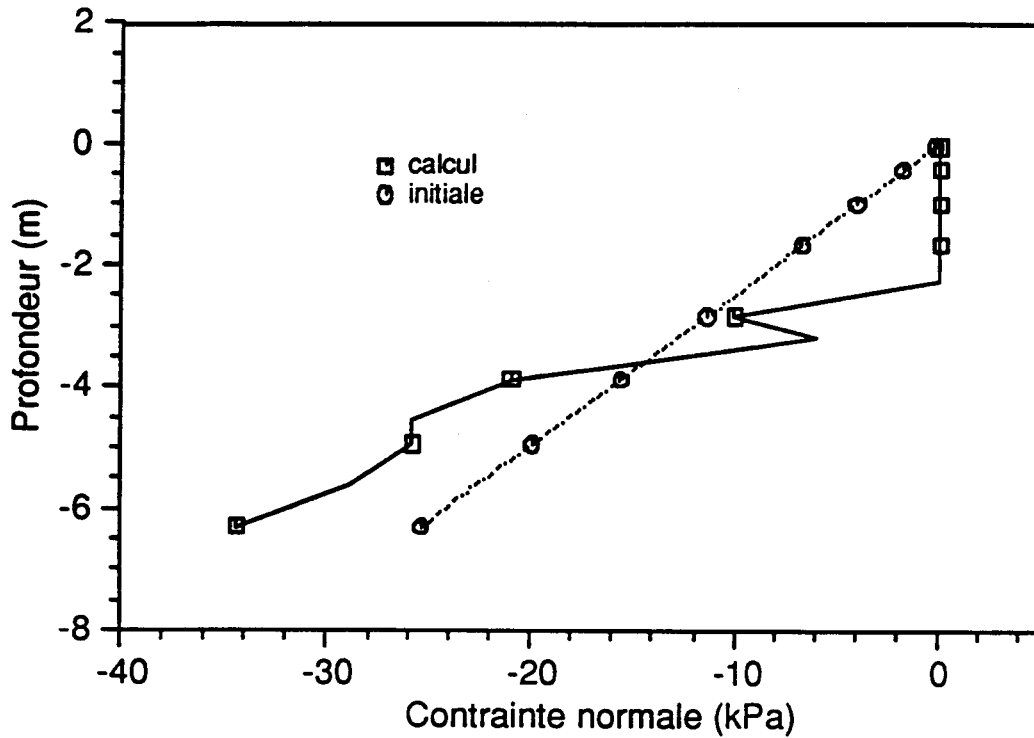


Figure 3.8(a): Distribution de la contrainte normale dans l'interface arrière du pieu (Force = 20kN)

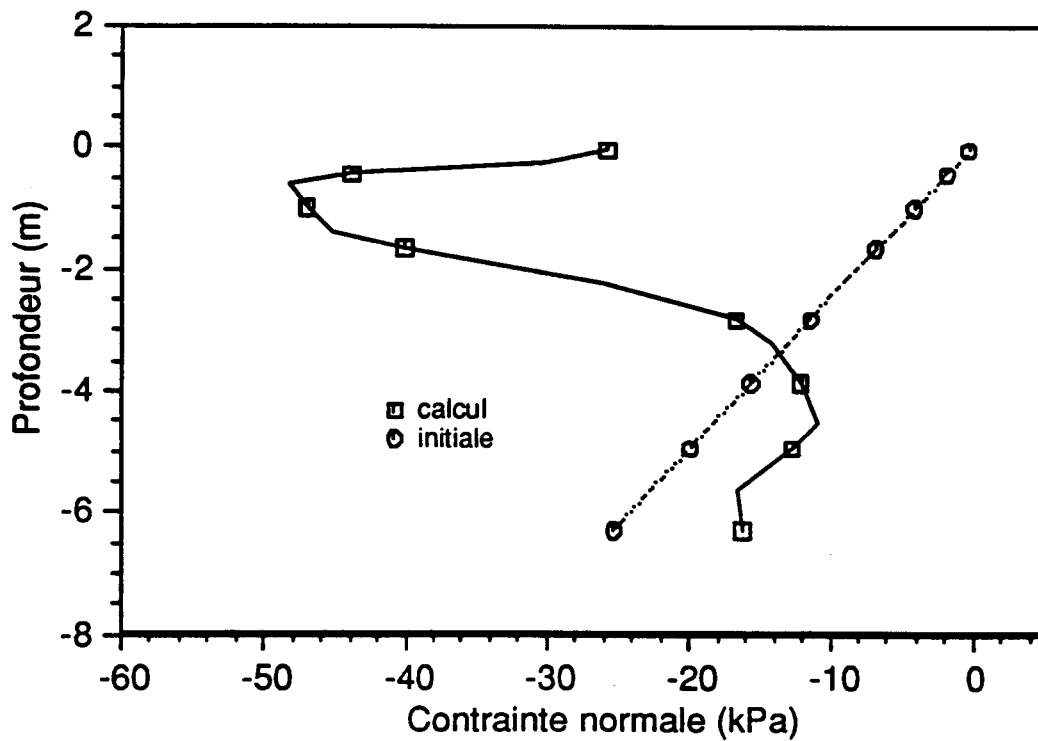
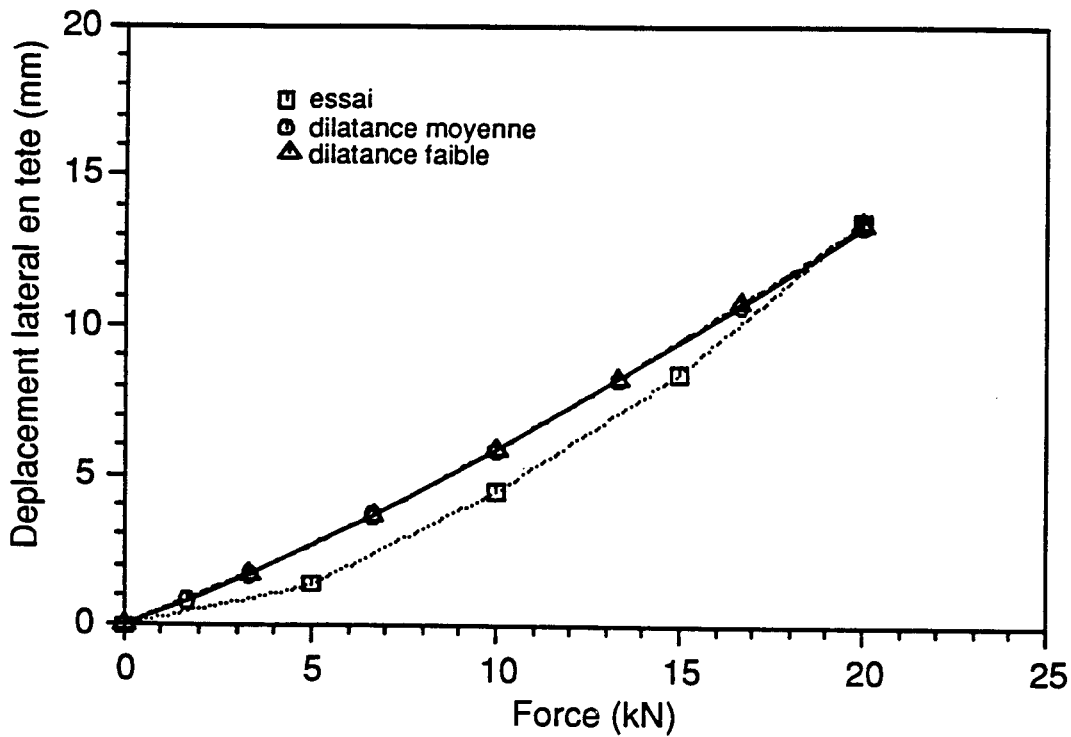
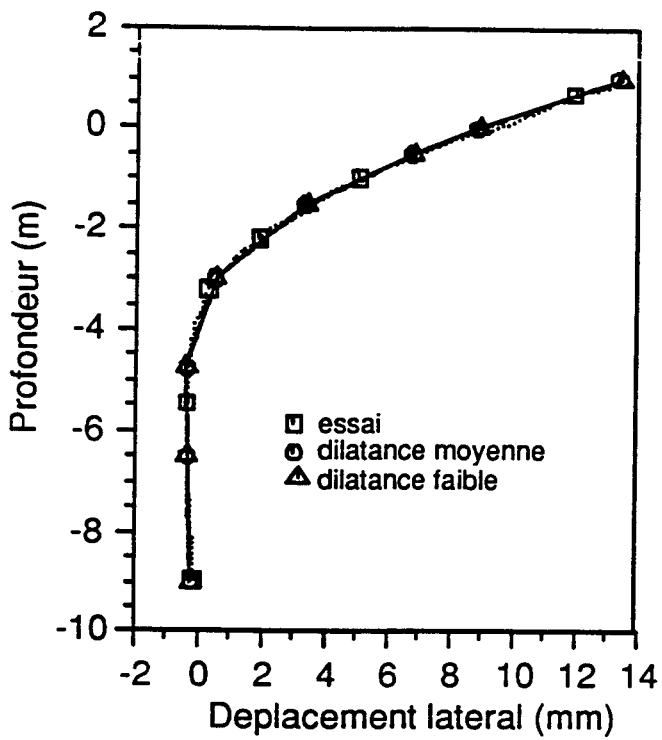


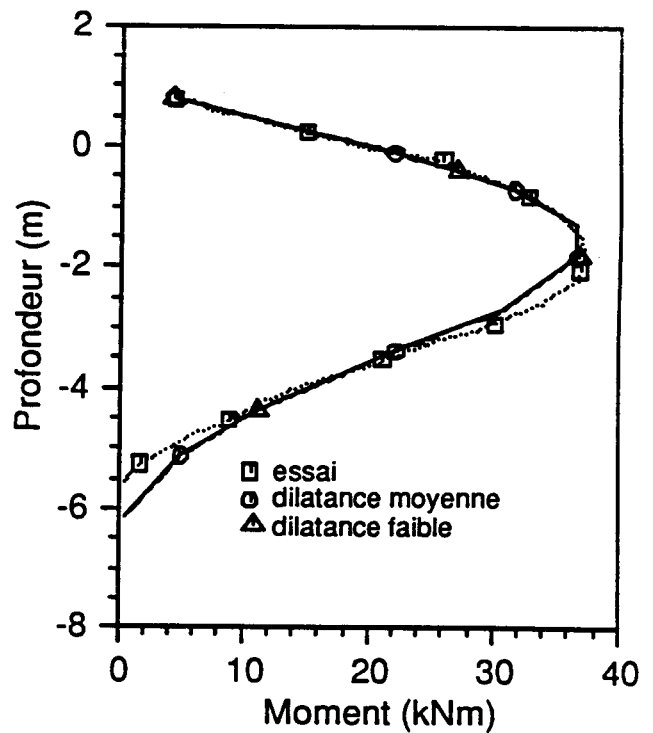
Figure 3.8(b): Distribution de la contrainte normale dans l'interface avant du pieu (Force = 20kN)



(a)

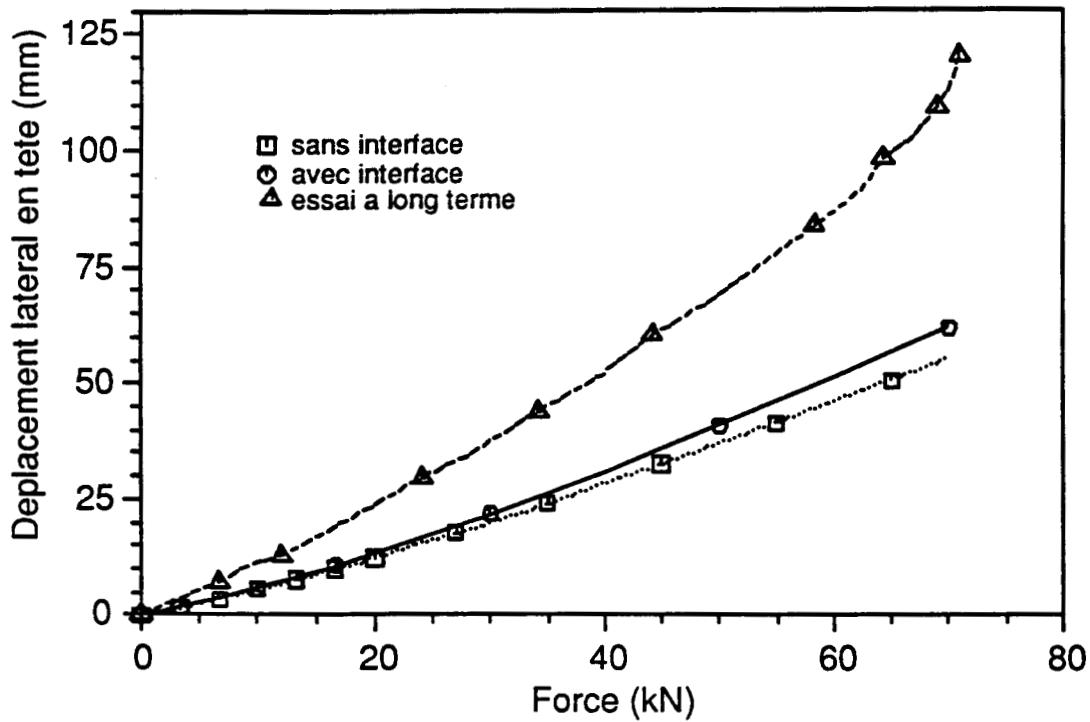


(b)

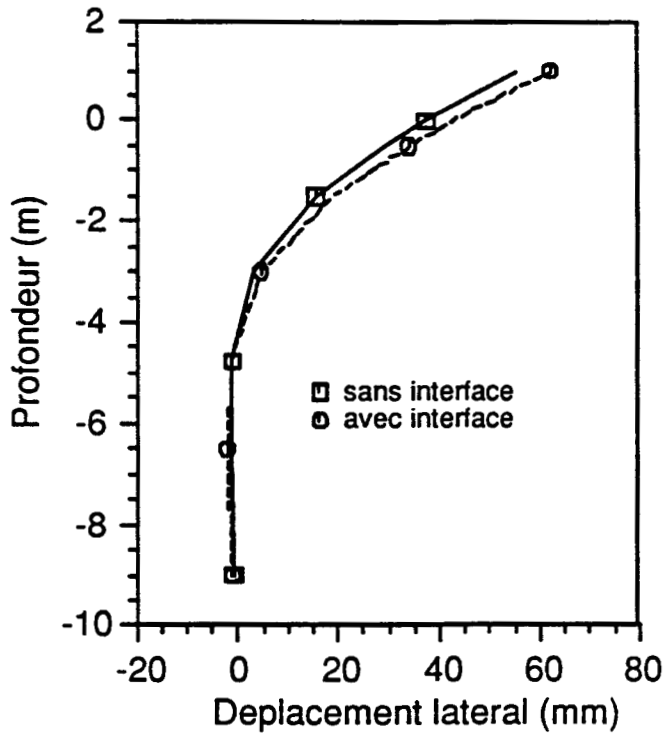


(c)

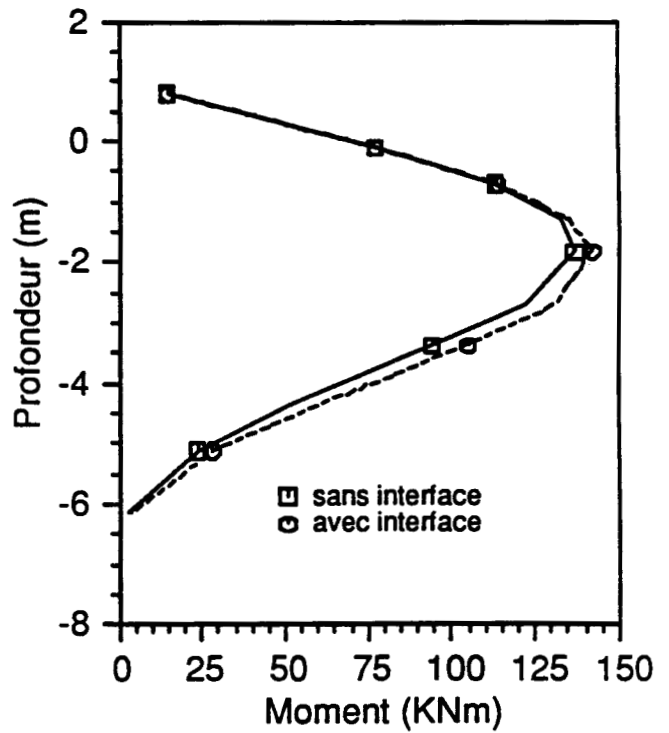
Figure 3.9: Effet de la dilatance dans l'interface sur le comportement du pieu:
 (a) déplacement latéral en tête, (b) allure de la déformée et (d) distribution du moment (Force = 20kN)



(a)



(b)



(c)

Figure 3.10: Comportement du pieu sous chargement élevé:
 (a) déplacement latéral en tête, (b) allure de la déformée et (c) distribution du moment (Force = 70kN)

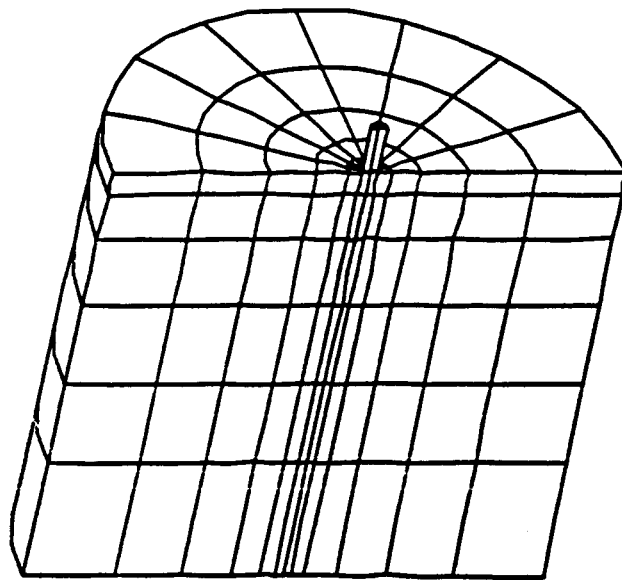


Figure 3.11(a): Maillage tri-dimensionnel du domaine
(Cas du pieu circulaire)

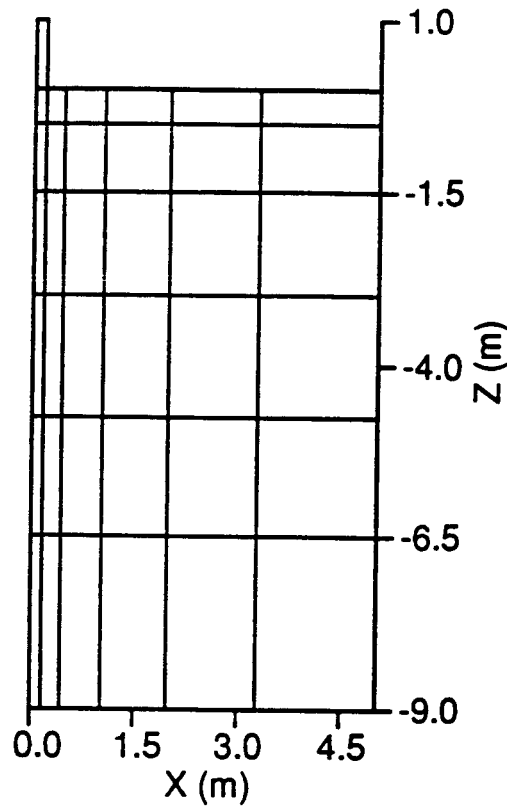


Figure 3.11(b): Coupe du maillage tri-dimensionnel dans un plan méridien
(Maillage plan du calcul semi-analytique)

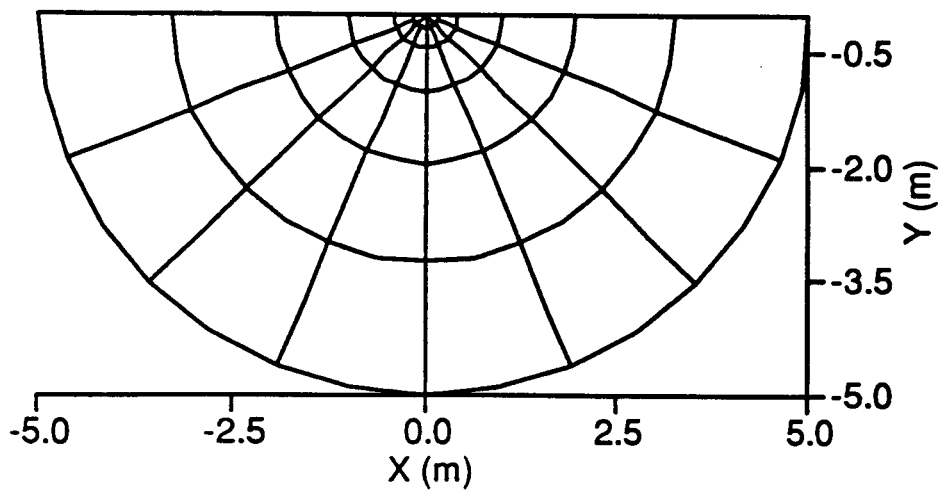
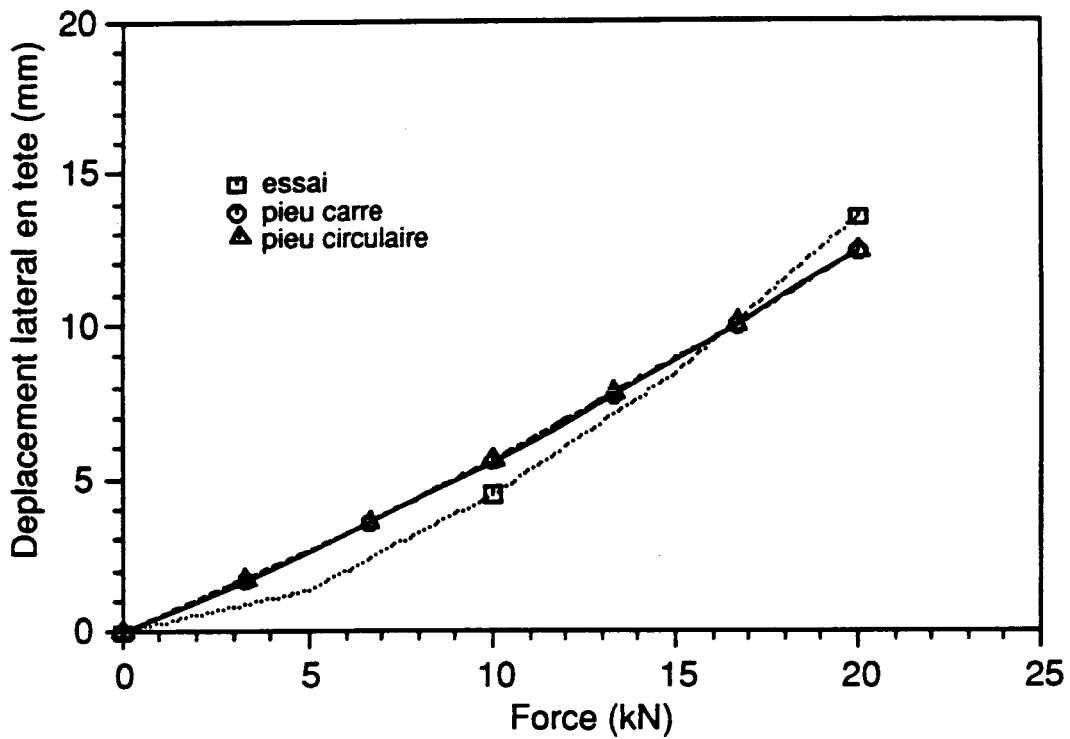
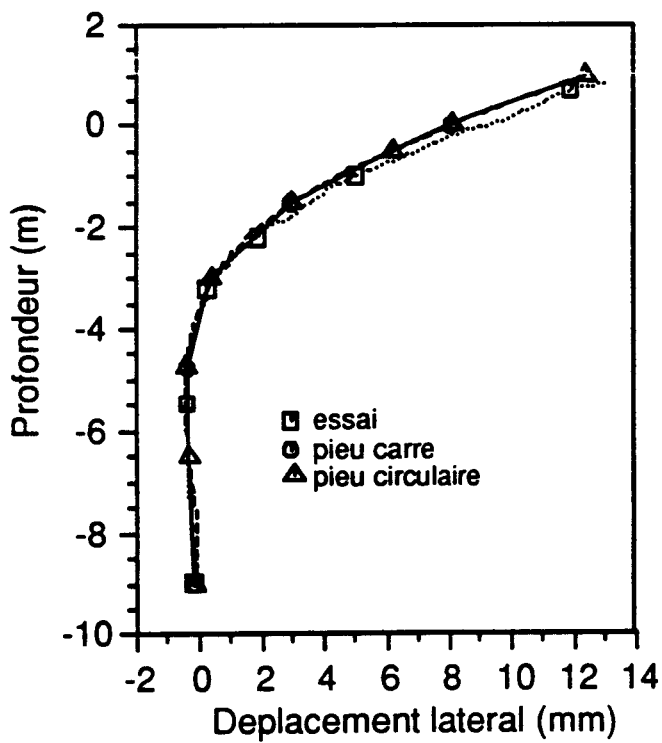


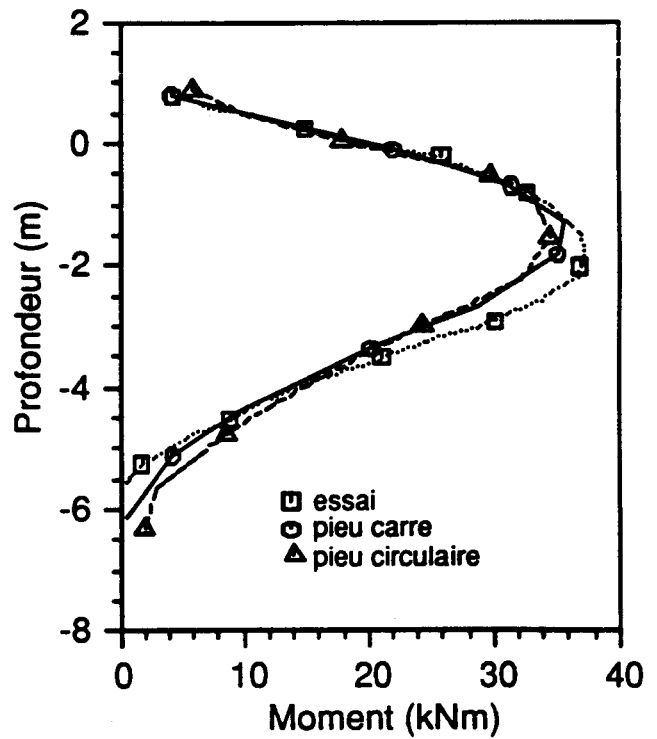
Figure 3.11(c): Coupe du maillage tri-dimensionnel dans le plan horizontal



(a)

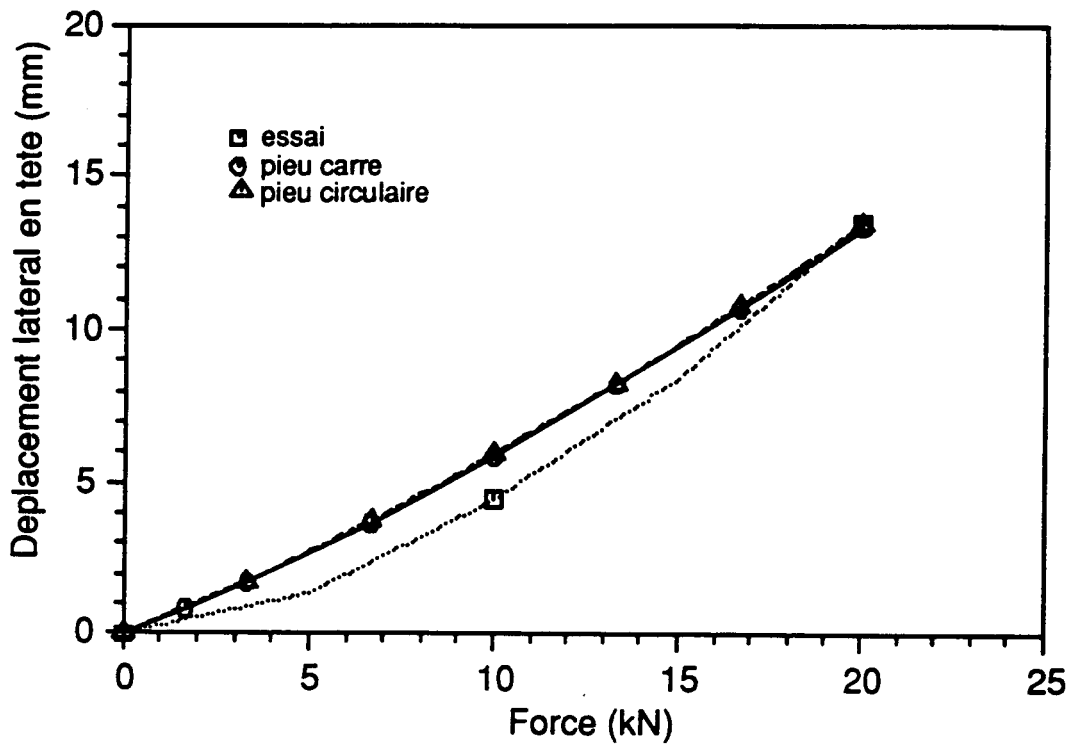


(b)

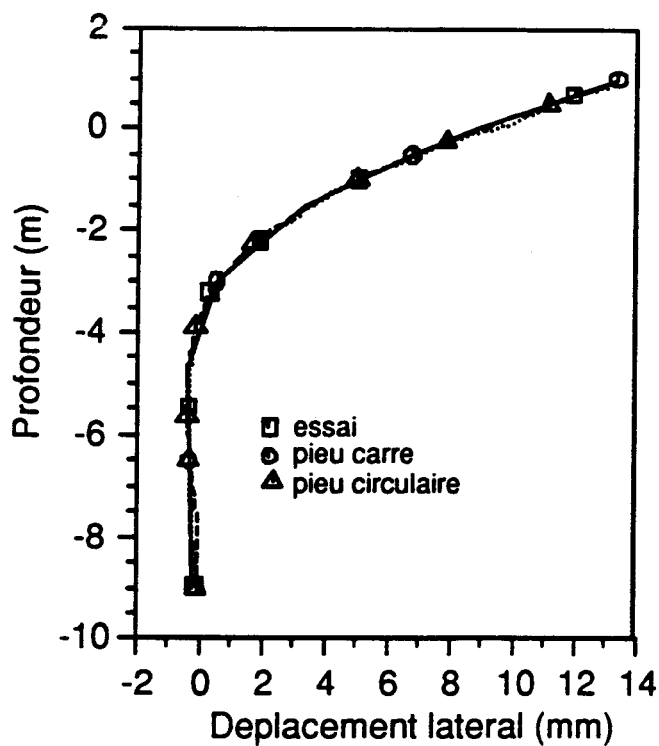


(c)

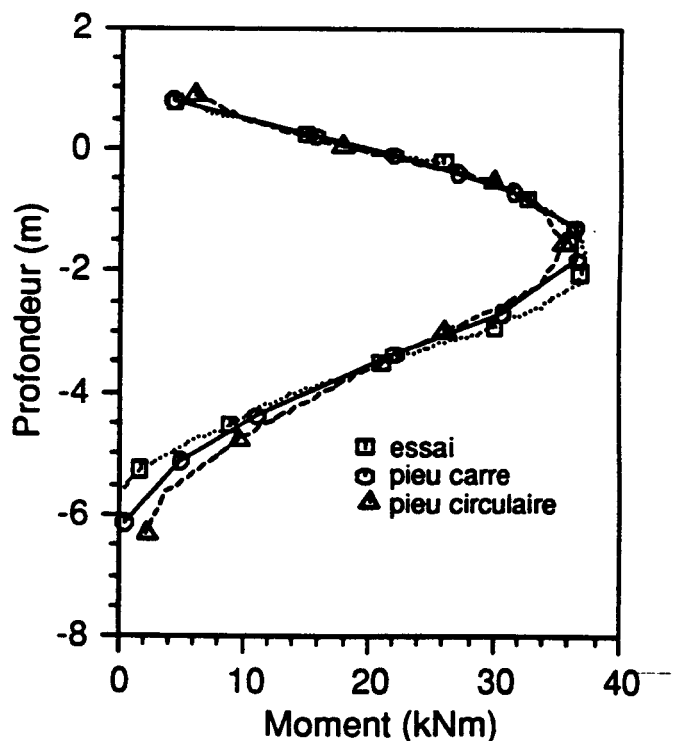
Figure 3.12: Comportement, sans modélisation de l'interface, du pieu carré et du pieu circulaire équivalent: (a) déplacement latéral en tête, (b) allure de la déformée et (c) distribution du moment (Force = 20kN)



(a)

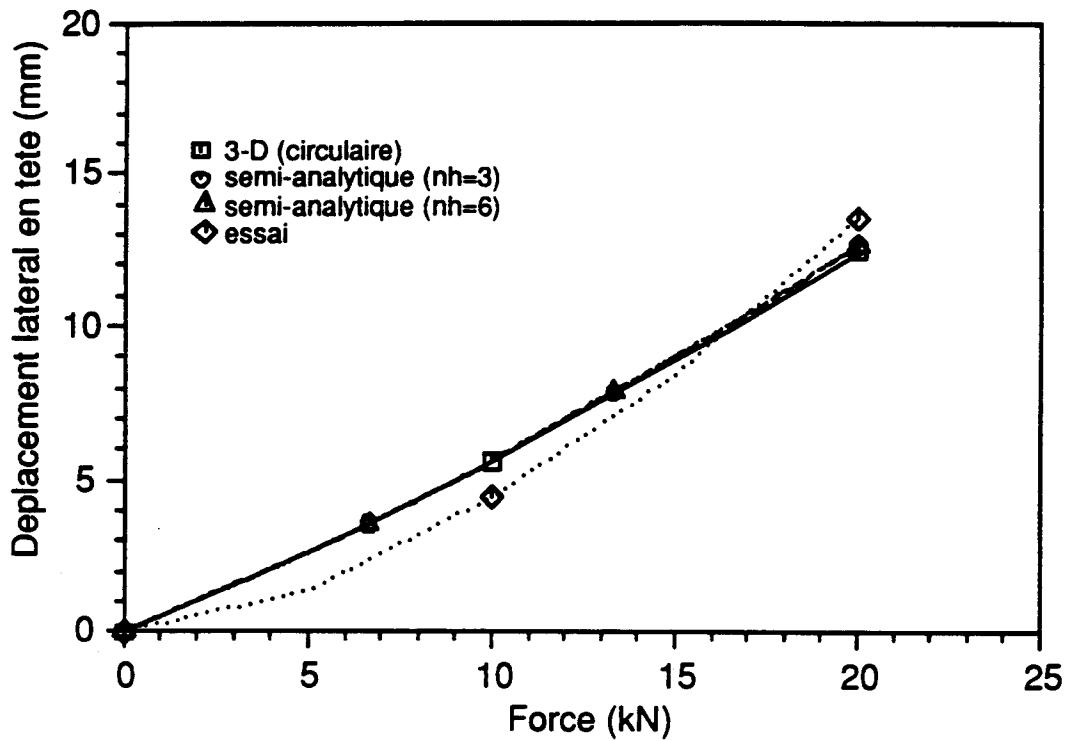


(b)

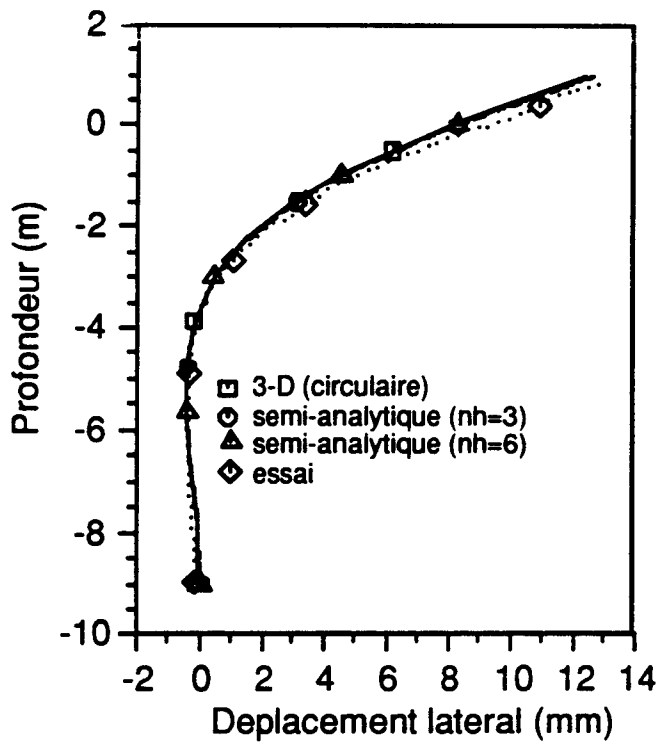


(c)

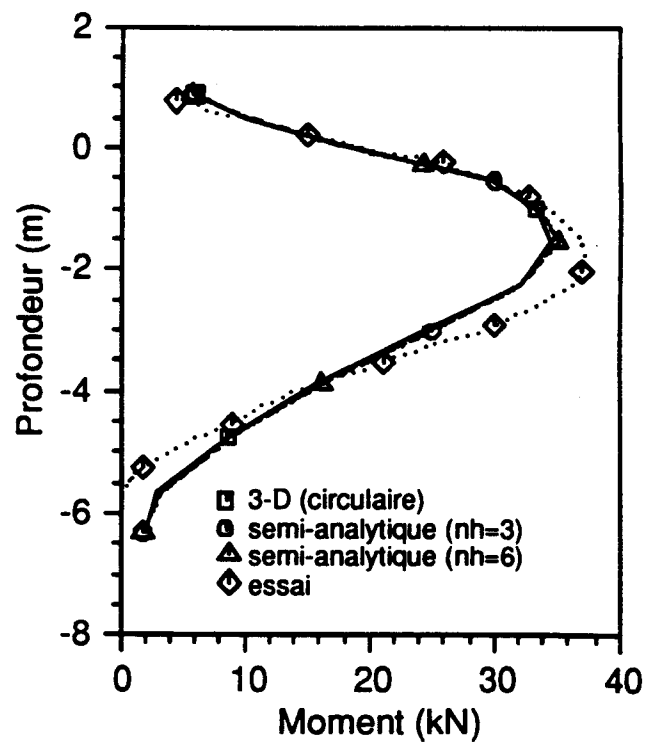
Figure 3.13: Comportement, avec modélisation de l'interface, du pieu carré et du pieu circulaire équivalent: (a) déplacement latéral en tête, (b) allure de la déformée et (c) distribution du moment (Force = 20kN)



(a)

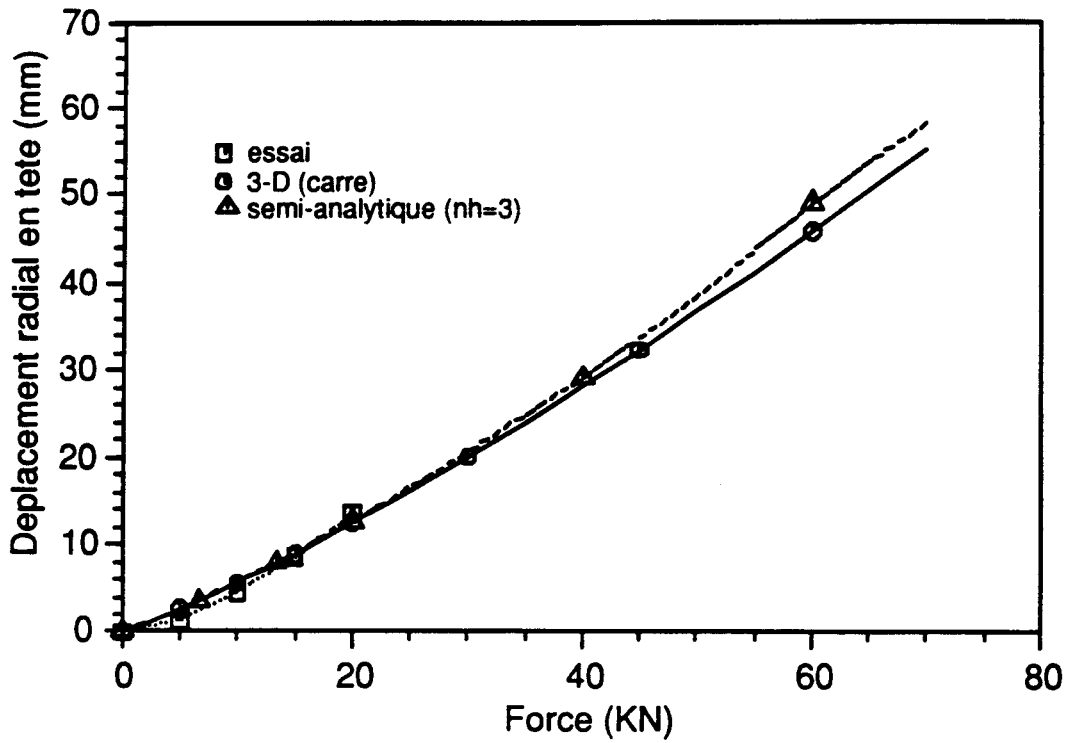


(b)

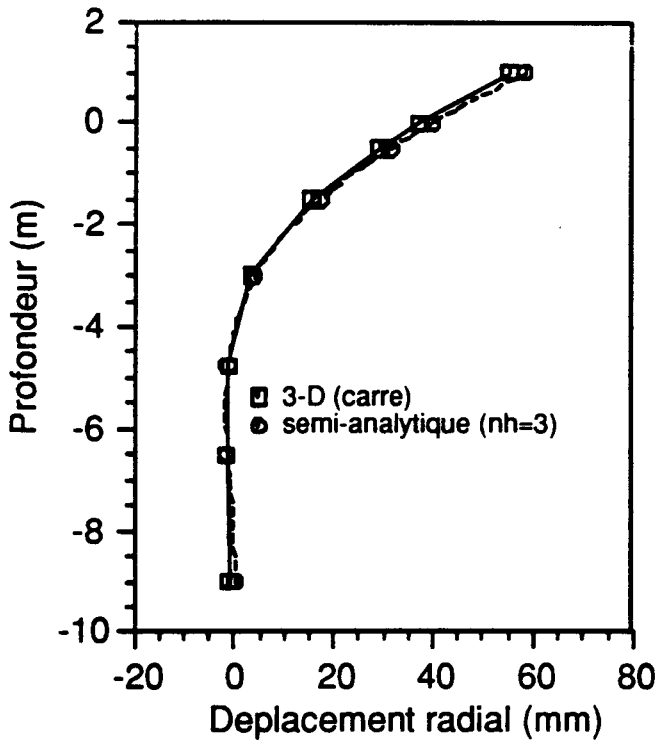


(c)

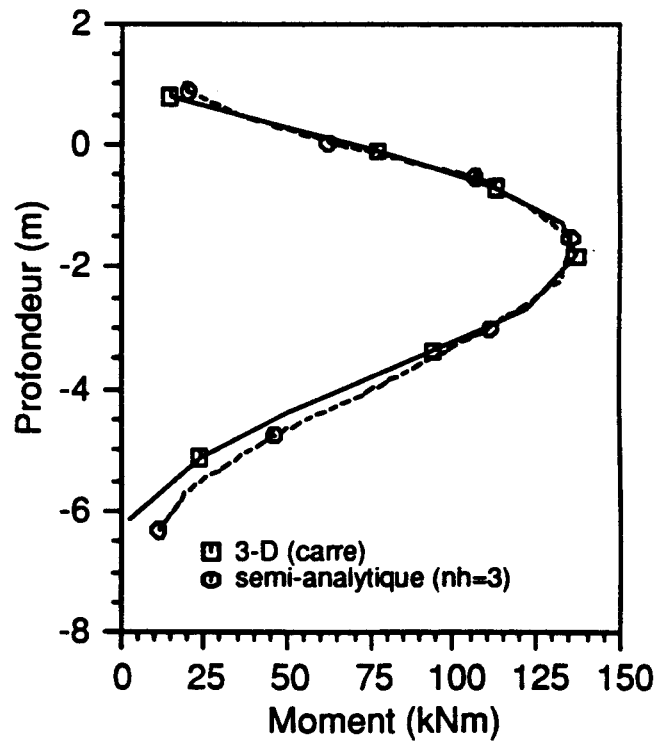
Figure 3.14: Prédiction de la méthode semi-analytique sans modélisation de l'interface: (a) déplacement latéral en tête, (b) allure de la déformée et (c) distribution du moment (Force = 20kN)



(a)

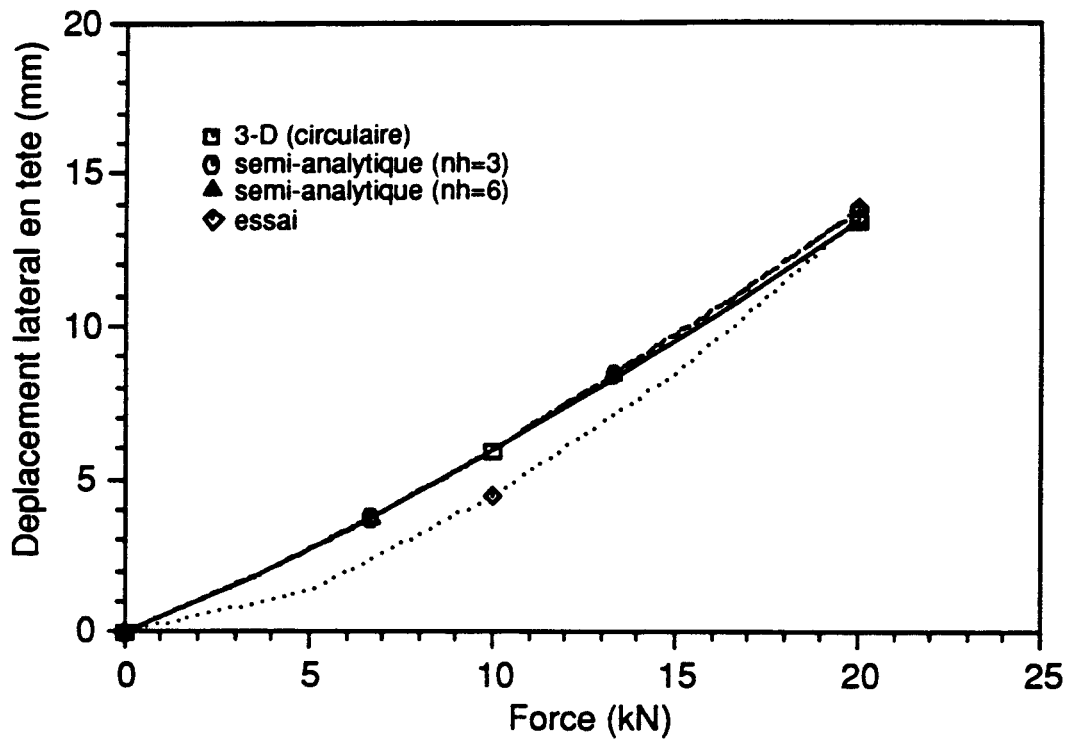


(b)

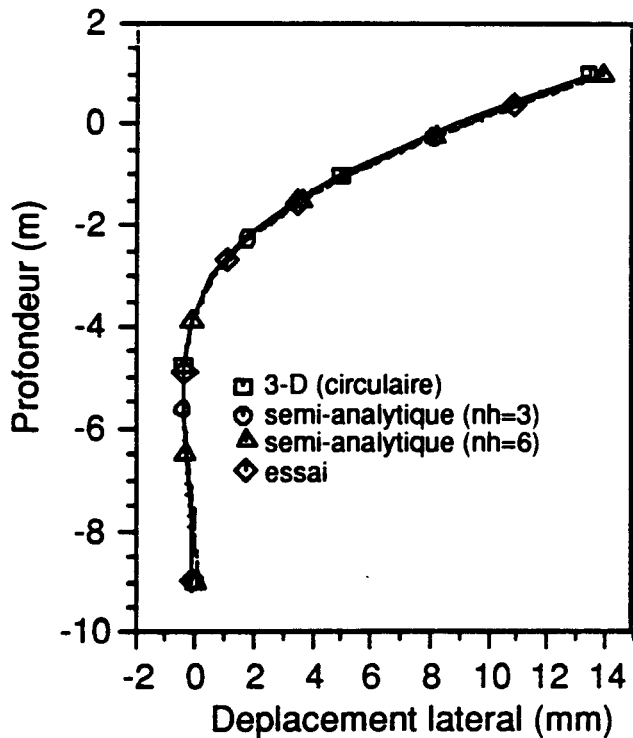


(c)

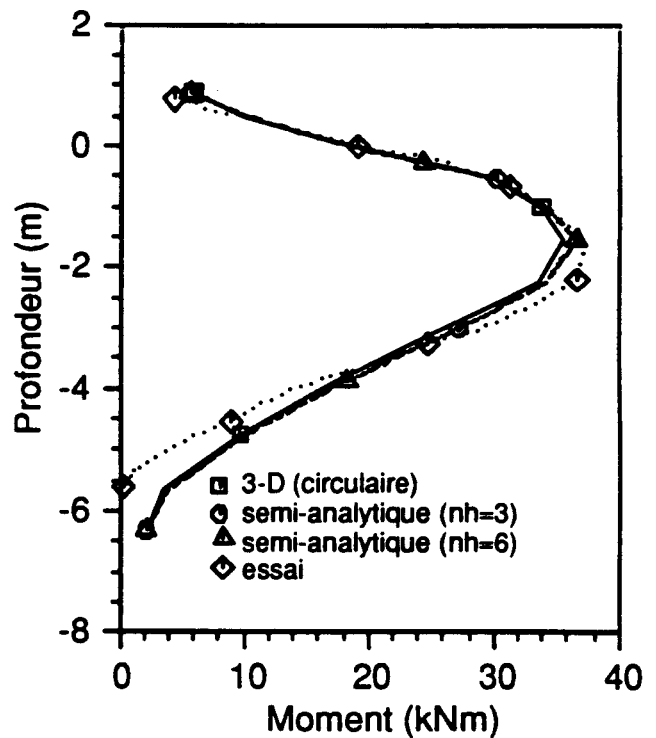
Figure 3.15: Prédiction de la méthode semi-analytique sans modélisation de l'interface sous chargement élevé : (a) déplacement latéral en tête, (b) allure de la déformée et (c) distribution du moment (Force = 70kN)



(a)

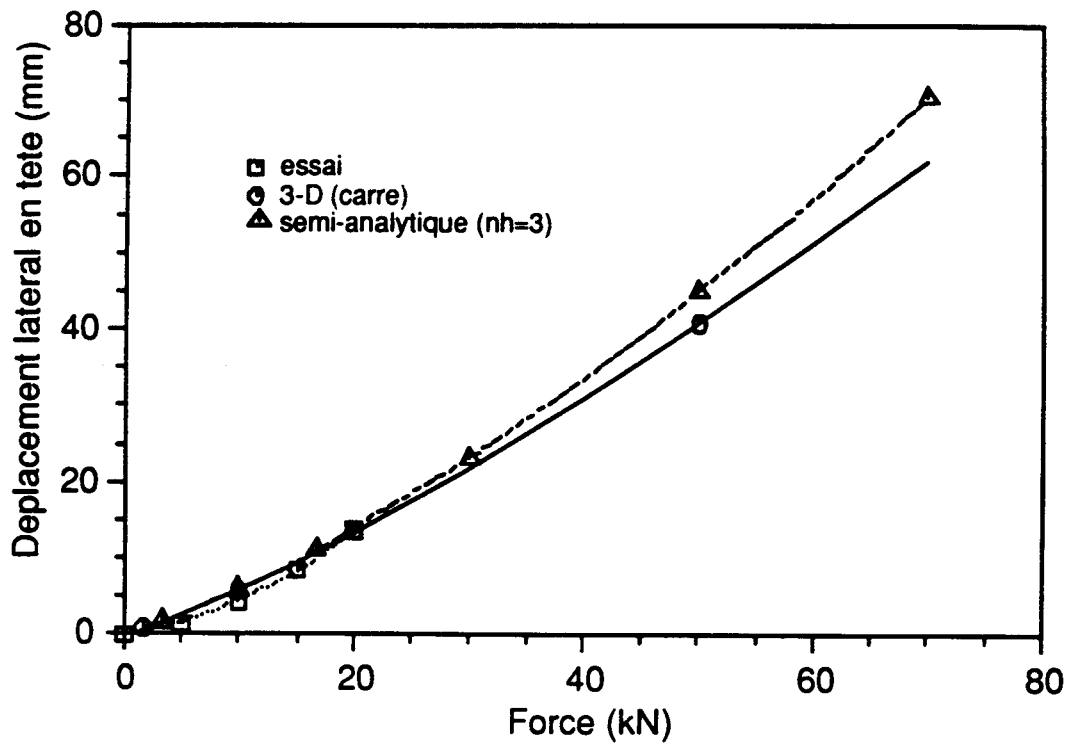


(b)

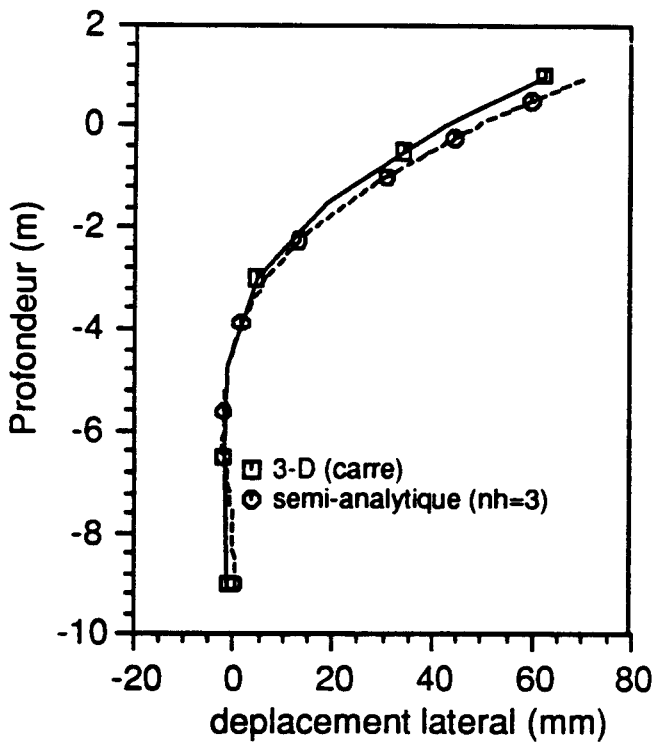


(c)

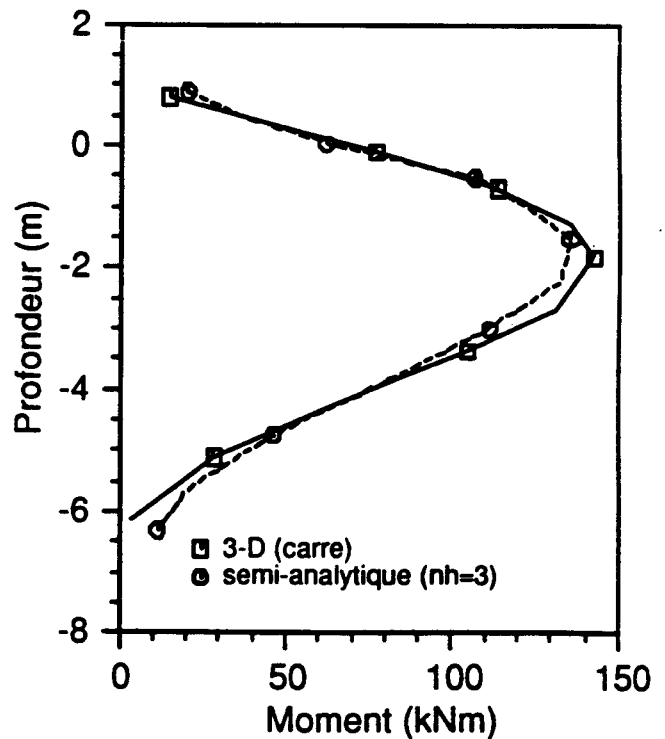
Figure 3.16: Prédiction de la méthode semi-analytique avec modélisation de l'interface: (a) déplacement latéral en tête, (b) allure de la déformée et (c) distribution du moment (Force = 20kN)



(a)



(b)



(c)

Figure 3.17: Prédiction de la méthode semi-analytique avec modélisation de l'interface sous chargement élevé : (a) déplacement latéral en tête, (b) allure de la déformée et (c) distribution du moment (Force = 70kN)

Chapitre 4

Application de la méthode semi-analytique au calcul d'ouvrages types

4.1 Introduction

Le domaine de validité de la méthode semi-analytique a été étudié dans les chapitres précédents pour le comportement non-linéaire des géomatériaux. Les résultats ont montré que cette méthode permet de prédire avec une bonne précision le comportement des ouvrages étudiés (fondation superficielle, pieu sous chargement latéral, ...). Dans ce chapitre, la méthode semi-analytique est employée pour l'analyse du comportement d'ouvrages types en géomécanique:

- pieux sous chargement incliné;
- pieu sous chargement latéral avec un état de contraintes initiales anisotrope;
- groupe de pieux sous chargement latéral;
- stabilité des puits de forage pétrolier avec un état de contraintes initiales anisotrope.

4.2 Pieux sous chargement incliné

Généralités

Ce type de fondation est utilisé essentiellement pour les ouvrages marins tels que les plates-formes treillis ('Jackets') et les plates-formes à lignes tendues ('TLP'). Les efforts inclinés transmis aux pieux résultent du poids propre et de l'action de la houle ou du vent.

Faute de moyens de calcul, les concepteurs effectuent un découplage entre comportement sous efforts verticaux et comportement sous efforts horizontaux pour évaluer, d'une part, la capacité portante des pieux, et, d'autre part, leurs coefficients de raideur.

La plupart des travaux réalisés sur ce type d'ouvrage concernent des expériences de laboratoire (pieux de longueur inférieure à 100 cm) pour déterminer la capacité portante des pieux. Elles ont conduit à la mise au point des règles semi-empiriques [Meyerhof et Ranjin (1972), Chari et Meyerhof (1983), Meyerhof et Ghosh (1989)].

Cette partie consiste en une application du code FONDAX à l'étude du comportement d'un pieu sous chargement incliné en compression. Les résultats vont être qualitativement comparés à une étude récente par la méthode classique des éléments finis sur un pieu soumis à l'arrachement [Shahrour (1989b) et Shahrour et al (1991)].

Calculs effectués

L'étude est basée sur les caractéristiques du pieu expérimenté à Plancoët présenté dans le chapitre 3. Des calculs sont effectués en prenant trois inclinaisons du chargement par rapport à la verticale respectivement 0° , 30° et 60° . Le cas d'un chargement purement a déjà été étudié (chapitre 3). Le chargement maximal a été limité à 70 kN. L'interface pieu-sol n'est pas modélisée. Le maillage du domaine est donné dans la figure 3.11(b). Les calculs sont effectués avec 3 harmoniques et 8 sections méridiennes.

Les figures 4.1 à 4.5 représentent les résultats obtenus avec les différents angles d'inclinaison. On peut noter que:

- l'amplitude du vecteur déplacement en tête augmente de manière sensible avec l'inclinaison du chargement (figure 4.1). La raideur du pieu est donc une fonction décroissante de cette dernière.
- L'évolution de la composante latérale du déplacement en tête en fonction de la composante latérale du chargement est indépendante de l'inclinaison du chargement (figure 4.2).
- La figure 4.3 représente l'évolution de la composante verticale du déplacement en fonction de la composante verticale du chargement. Pour un niveau donné du chargement, cette composante augmente fortement avec l'inclinaison. La raideur axiale du pieu diminue avec l'inclinaison du chargement.
- L'effort normal dans le pieu, en fin de chargement, rapporté à la force verticale est illustré en figure 4.4. On constate qu'il diminue avec l'inclinaison du chargement.
- Le moment fléchissant, en fin de chargement, n'est pas influencé d'une manière significative par l'inclinaison de la force (figure 4.5).

Les résultats obtenus sont qualitativement similaires à ceux donnés par une modélisation tri-dimensionnelle [Shahrour (1989b) et Shahrour et al (1991)]: en particulier, la composante latérale du déplacement en tête est indépendante de la composante latérale du chargement, et la raideur axiale du pieu diminue avec l'inclinaison du chargement. Mais, cette étude a nécessité, bien sûr, beaucoup moins de temps pour la mise en oeuvre des calculs.

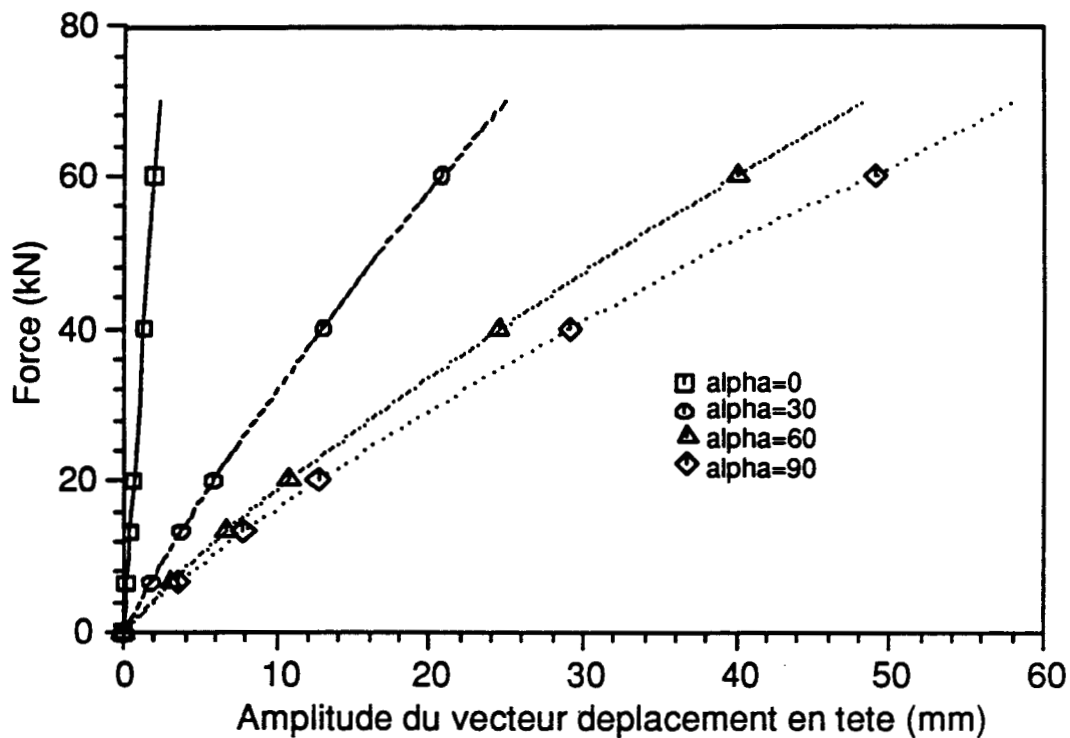


Figure 4.1: Evolution au cours du chargement de l'amplitude du déplacement en tête du pieu (Effet de l'inclinaison du chargement)

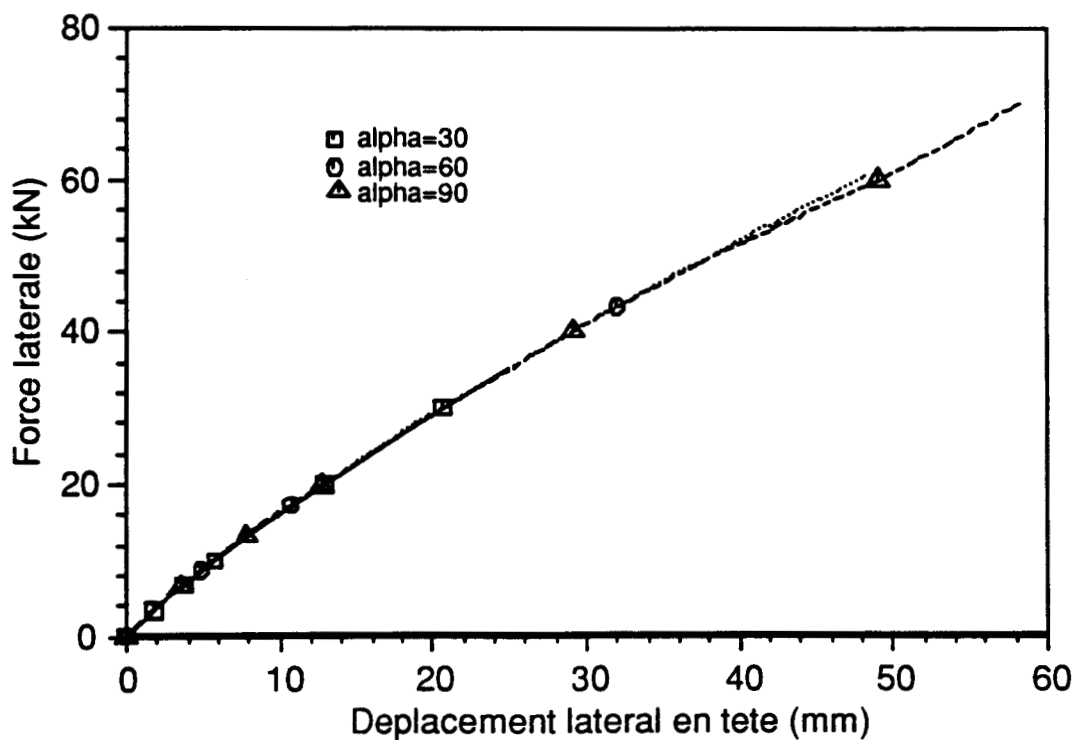


Figure 4.2: Evolution du déplacement latéral en tête du pieu en fonction de la composante latérale du chargement (Effet de l'inclinaison du chargement)

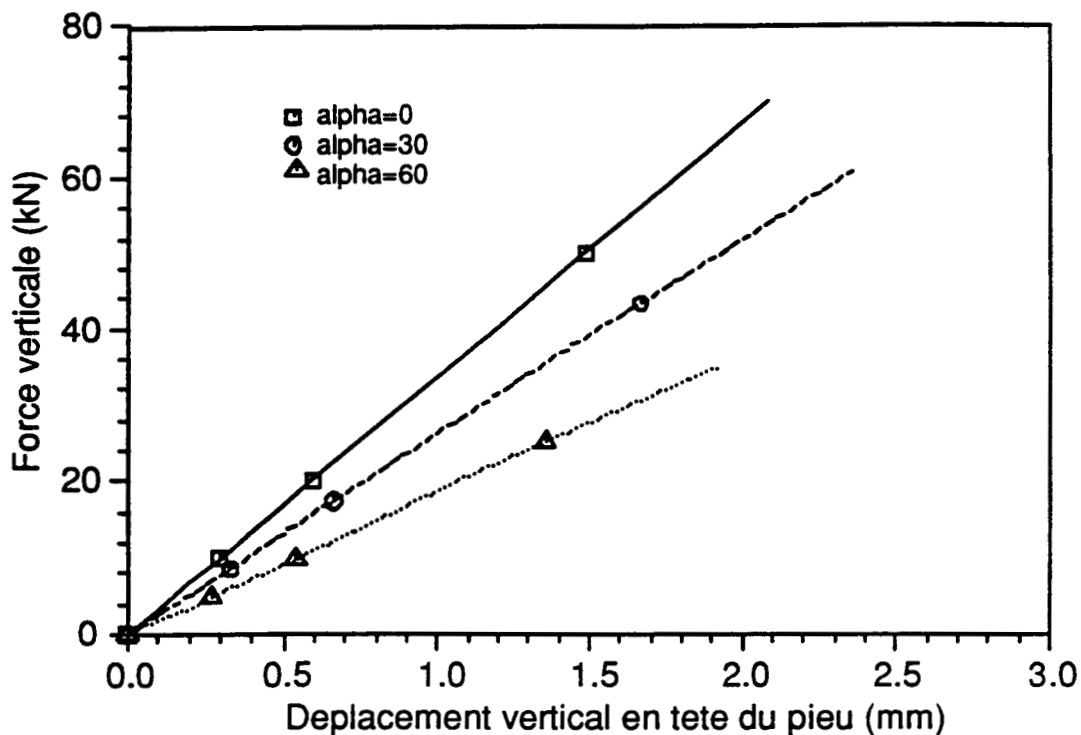


Figure 4.3: Evolution du déplacement vertical en tête du pieu en fonction de la composante verticale du chargement (Effet de l'inclinaison du chargement)

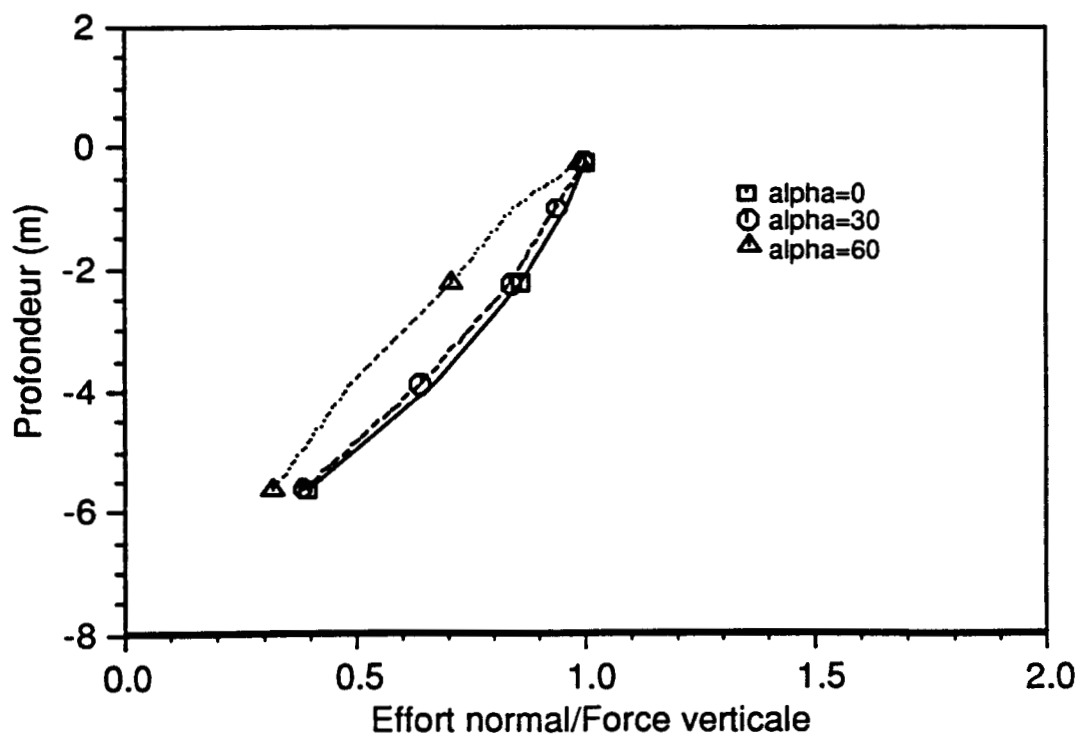


Figure 4.4: Distribution de l'effort normal dans le pieu (Effet de l'inclinaison du chargement, force = 70kN)

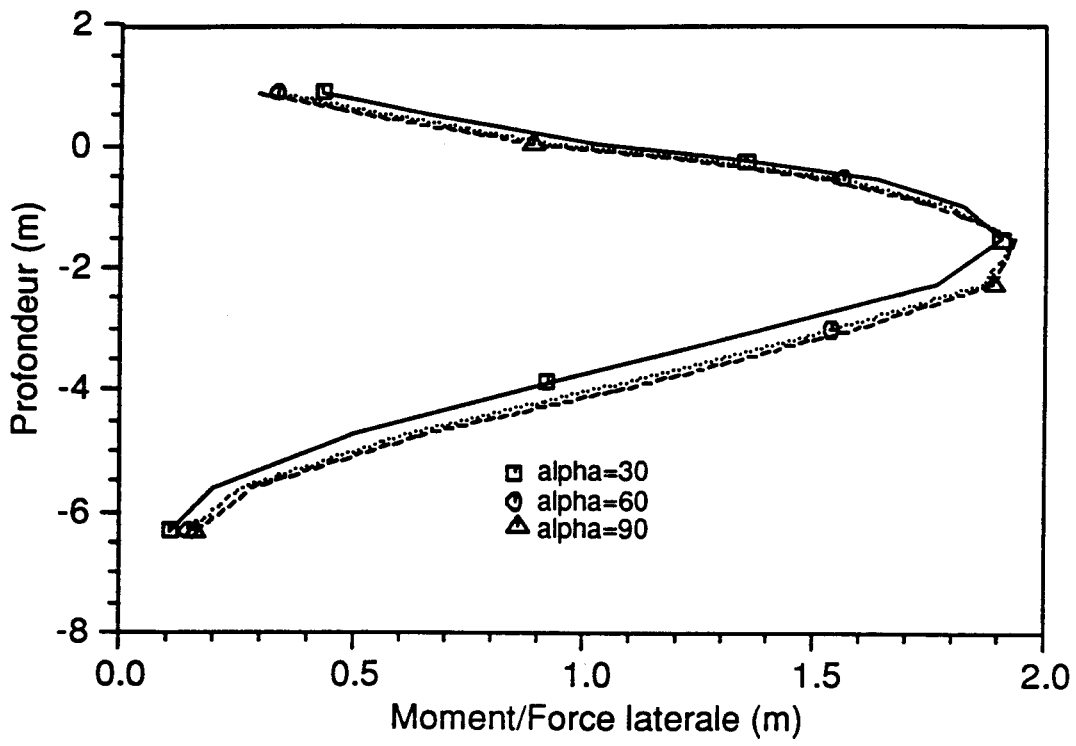


Figure 4.5: Distribution du moment dans le pieu
(Effet de l'inclinaison du chargement, force = 70kN)

4.3 Anisotropie des contraintes initiales

Dans de nombreux problèmes de géomécanique, l'état des contraintes initiales est anisotrope à cause des mouvements tectoniques. Dans ce cas, la résolution des problèmes à symétrie de révolution avec un comportement non-linéaire nécessite un calcul tri-dimensionnel. Dans cette section, on présente l'application de la méthode semi-analytique au calcul du pieu chargé latéralement expérimenté à Plancoët (chapitre 3) avec un état de contraintes initiales défini par:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= k_x \sigma_{zz} \\ \sigma_{yy} &= k_y \sigma_{zz}\end{aligned}\tag{4.1}$$

où:

σ_{zz} : contrainte verticale;

σ_{xx} et σ_{yy} : contraintes principales dans le plan horizontal,

k_x et k_y : constantes oedométriques.

Le calcul semi-analytique est effectué avec 3 harmoniques et 8 sections méridiennes. Un calcul tri-dimensionnel est effectué dans ce cas avec le maillage donné en figure 3.11(a) (chapitre précédent). Les caractéristiques du sol sont sur la figure 3.1. Les constantes oedométriques ont été fixées à:

$$\begin{cases} k_x = 0.5 \\ k_y = 0.3 \end{cases}$$

Résultats du calcul

La figure 4.6 représente l'évolution du déplacement latéral en tête du pieu au cours du chargement. On constate que l'écart entre les calculs tri-dimensionnel et semi-analytique est négligeable. L'anisotropie conduit à une augmentation du déplacement en tête de l'ordre de 7%.

La distribution du moment obtenue avec la méthode semi-analytique, en fin de chargement ($F=40\text{kN}$), est illustrée dans la figure 4.7. L'influence de l'anisotropie sur le moment est faible (inférieure à 2%).

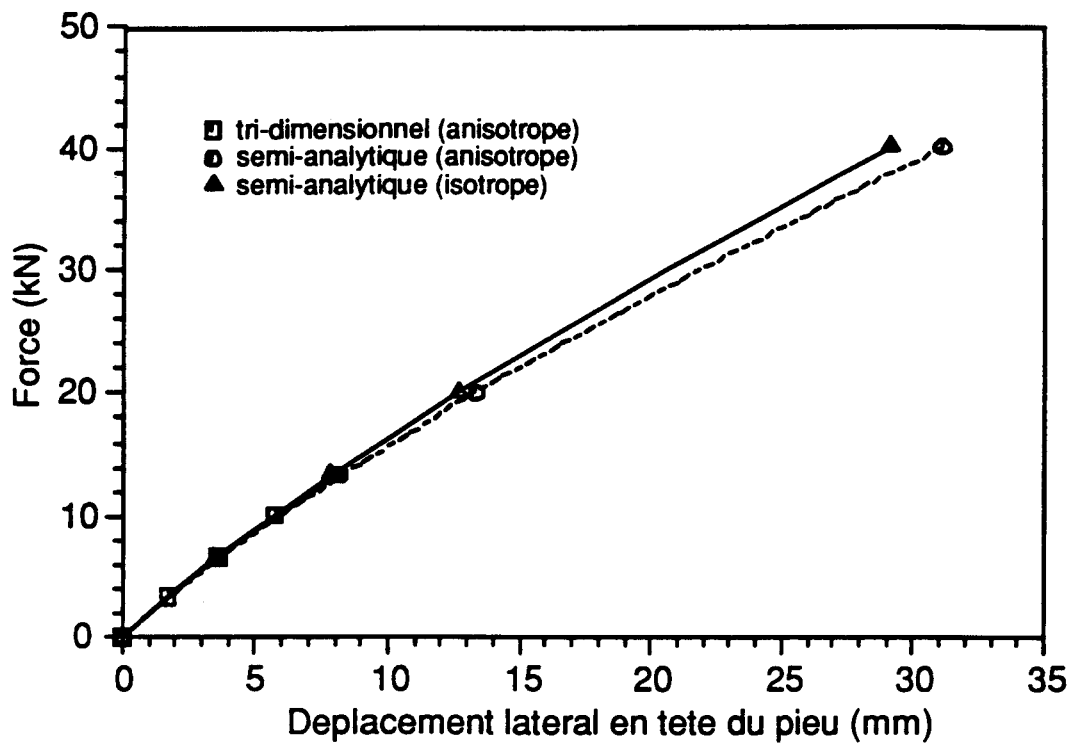


Figure 4.6: Effet de l'anisotropie sur le déplacement latéral en tête du pieu

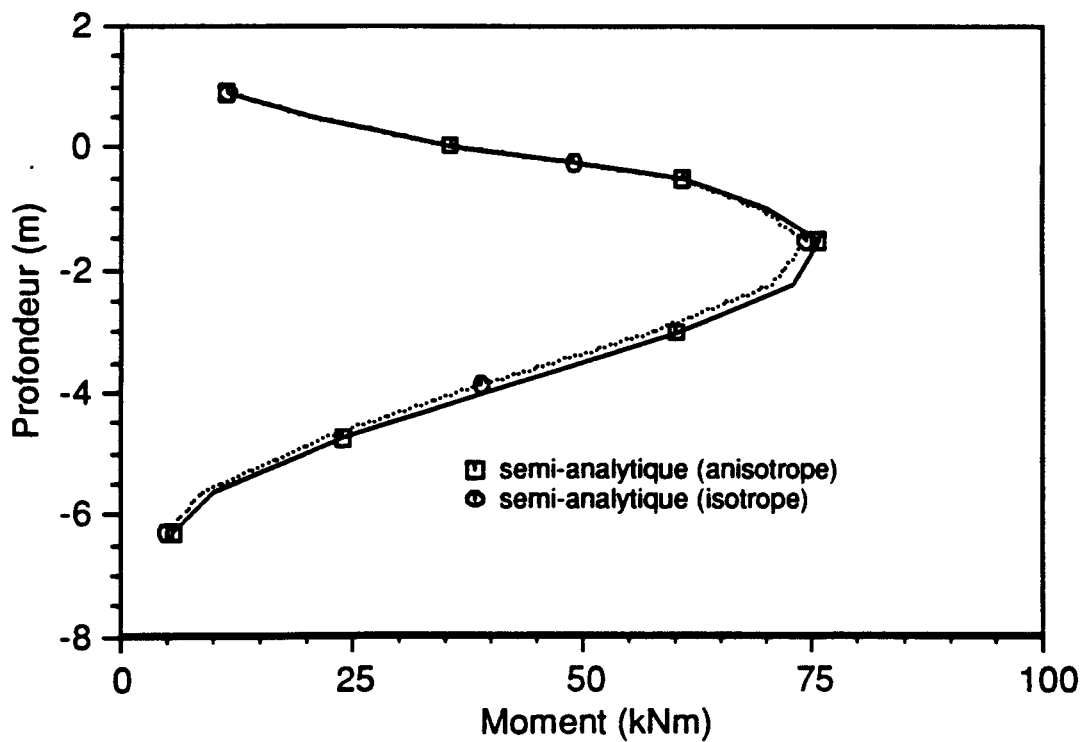


Figure 4.7: Effet de l'anisotropie sur la distribution du moment dans le pieu (Force = 40kN)

4.4 Groupe de pieux circulaire

Les ouvrages en mer sont généralement soumis à des efforts très élevés qui nécessitent la mise en place de fondations sur groupe de pieux. Les pieux sont le plus souvent disposés selon un maillage circulaire autour des jambes des plates-formes treillis ("jackets").

Le comportement des groupes de pieux a fait l'objet d'importantes études tant expérimentales que théoriques [Poulos (1971, 1981a), Matlock et al (1980), Casioni (1990), Muqtadir et al (1987), Focht (1973), Hariharan (1982), ...] pour établir des règles permettant de calculer les efforts sur les pieux. Deux paramètres conditionnent ce problème:

- l'espacement relatif entre les axes des pieux;
- la disposition géométrique des pieux et la condition de liaison en tête.

L'espacement entre les pieux est très important lors de l'étude du comportement du groupe. En effet, si cet espacement est grand, chaque pieu se comporte comme un pieu isolé. S'il est réduit, il faut tenir compte de l'interaction pieu-sol-pieu. A la limite, le groupe se comporte comme un bloc rigide.



Définition du problème

Les caractéristiques du sol et des pieux retenues dans cette étude sont typiques des ouvrages utilisés en mer du Nord. Le sol est constitué de trois couches dont les caractéristiques mécaniques sont montrées sur la figure 4.8(b):

- de 0 à -7 m: sable dense;
- de -7 m à -36 m : argile raide;
- à partir de -36 m : argile très raide.

Le groupe, chargé latéralement, comporte 8 pieux (figure 4.8(a)), de 36m de longueur, encastés dans un chevêtre rigide, dont les caractéristiques sont données dans le tableau 4.1, disposés sur un cercle de 9m de diamètre avec un espacement (s) de 1.72d (d est le diamètre du pieu).

Le principe de cette modélisation est de remplacer l'ensemble des pieux et le sol entre les pieux par une couronne ayant une inertie à la flexion équivalente. L'inertie de la couronne est calculée d'après le théorème de Huyghens:

$$(EI)_{\text{couronne}} = \sum_{i=1}^8 ((EI)_{\text{pieu}} + (EI)_{\text{sol}} + md^2) \quad (4.2)$$

où:

EI: la rigidité à la flexion,

m : la masse du corps solide (pieu ou sol),

d : distance entre l'axe des y et l'axe passant par le centre du corps.

Cela donne une couronne dont les caractéristiques sont données dans le tableau 4.2.

Résultats du calcul

La figure 4.9 montre le maillage adopté pour l'analyse de la couronne équivalente. Il consiste en 130 éléments quadrilatères à 8 noeuds et 1234 degrés de liberté. Le calcul semi-analytique est réalisé avec 6 harmoniques (12 sections méridiennes). L'interface couronne-sol n'est pas modélisée. Faute de moyens techniques (place mémoire), on n'effectue pas de modélisation tri-dimensionnelle. Le chargement, appliqué sur le chevêtre, a été réparti sur 9 incréments selon le tableau 4.3. Le comportement plastique du sol est décrit avec le modèle de Mohr-Coulomb. Celui de la couronne est supposé élastique linéaire.

Les résultats sont représentés sous forme de grandeurs sans dimension. La figure 4.10 représente l'évolution du déplacement en tête de la couronne. Pour montrer la non-linéarité du comportement du sol, un déchargement a été effectué (figure 4.10).

La déformée et la distribution du moment dans la couronne sont illustrées dans les figures 4.11 et 4.12 pour trois incréments du chargement. Le moment maximal est obtenu à une profondeur égale à $1.2D$ (D est le diamètre de la couronne).

Les contraintes radiale, verticale et tangentielle à $1.2D$ de profondeur (dans la section où le moment est maximal) sont données dans les figures 4.13 à 4.15. On remarque que ces contraintes sont symétriques par rapport à l'axe $\theta = 90^\circ$. Ce qui prouve que le problème traité est un problème de flexion simple.

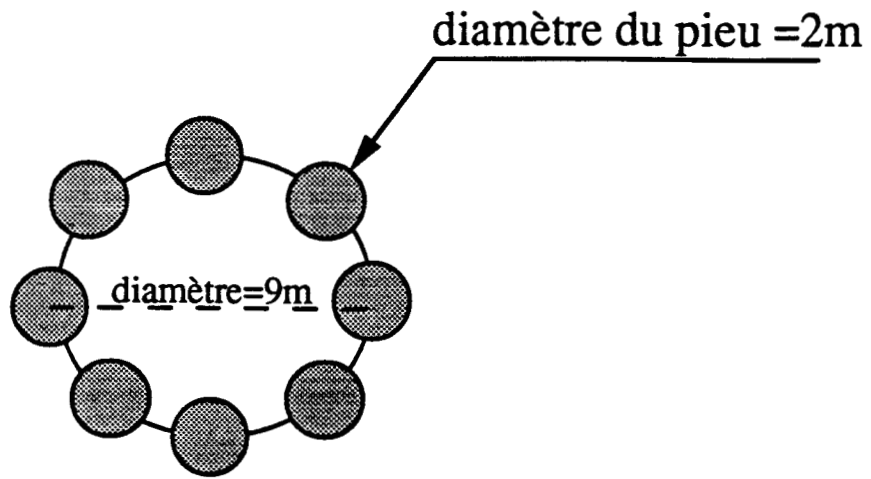


Figure 4.8 (a) dispositif des pieux

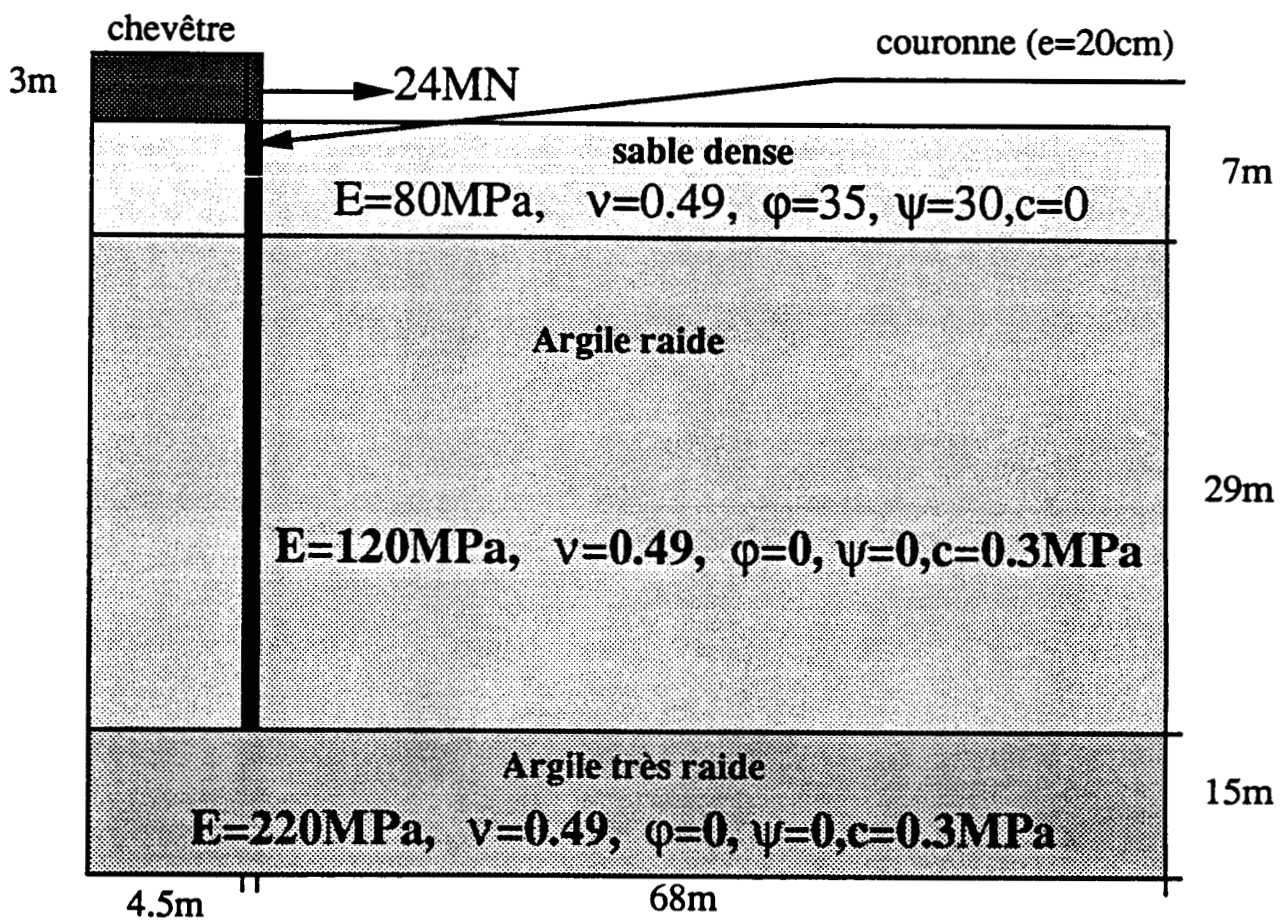


Figure 4.8 (b): Site des pieux

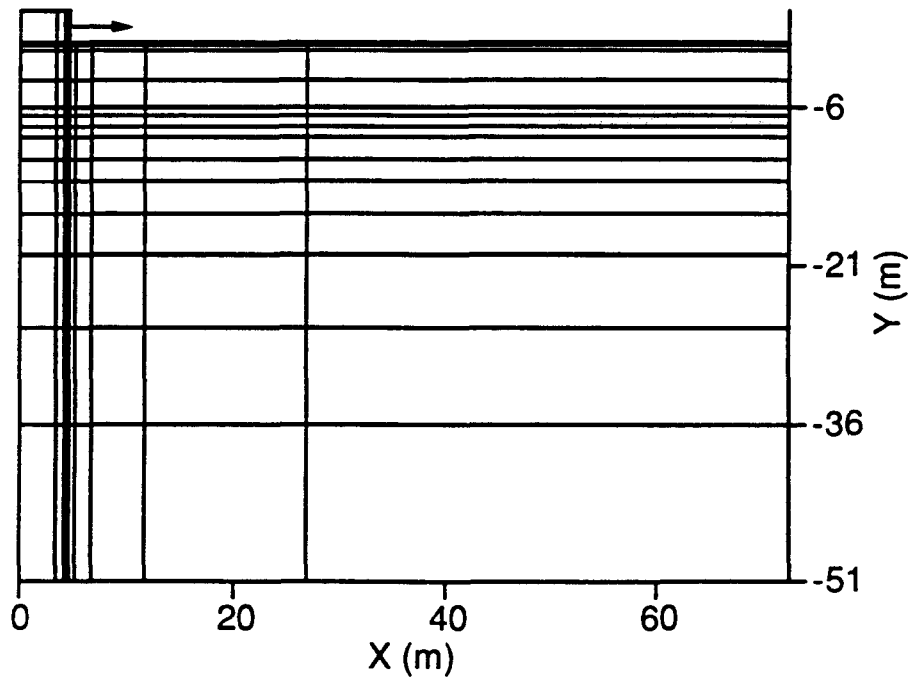


Figure 4.9: Maillage du domaine
(Cas de la couronne)

Tableau 4.1 : Caractéristiques d'un pieu du groupe

Diamètre (d) (m)	Epaisseur (cm)	Module élastique (MPa)	Coefficient de Poisson
2	6	$16 \cdot 10^4$	0.30

Tableau 4.2 : Caractéristiques de la couronne

Diamètre intérieur (D) (m)	Epaisseur (cm)	Module élastique (MPa)	Coefficient de Poisson
4.5	20	$4 \cdot 10^4$	0.30

Tableau 4.3 : Programme de chargement sur la couronne

Numéro d'incrément	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Chargement (MN)	2.5	5	7.5	10	12.5	15	18	21	24

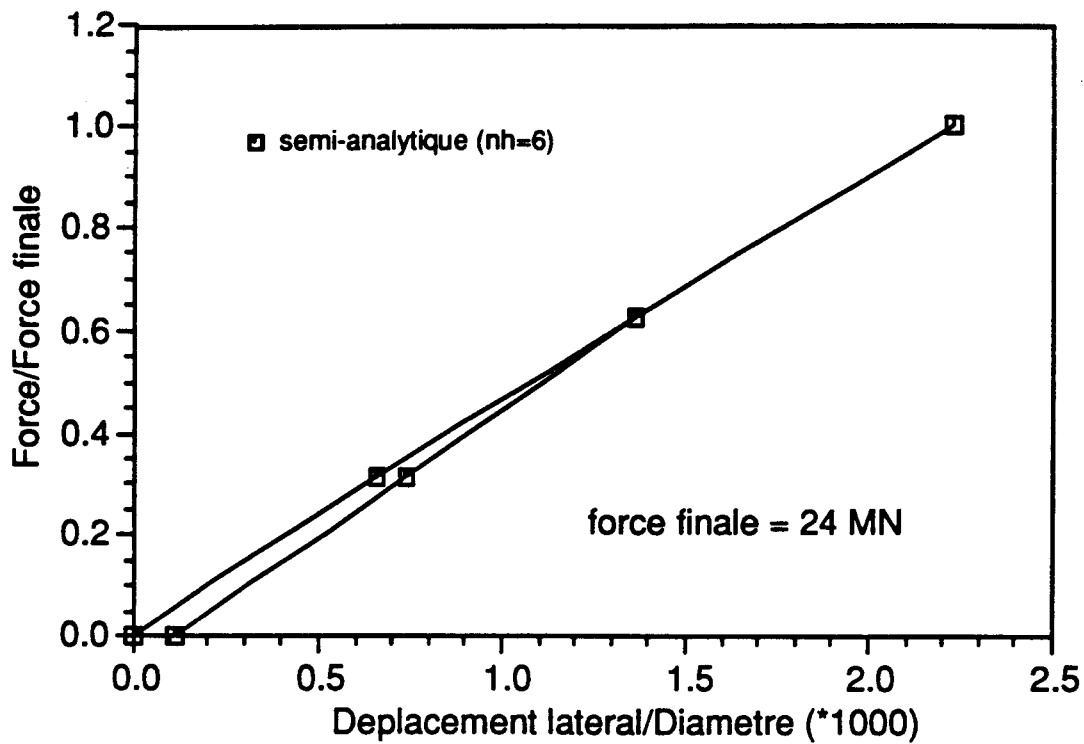


Figure 4.10: Evolution du déplacement latéral en tête de la couronne (Diamètre = diamètre de la couronne)

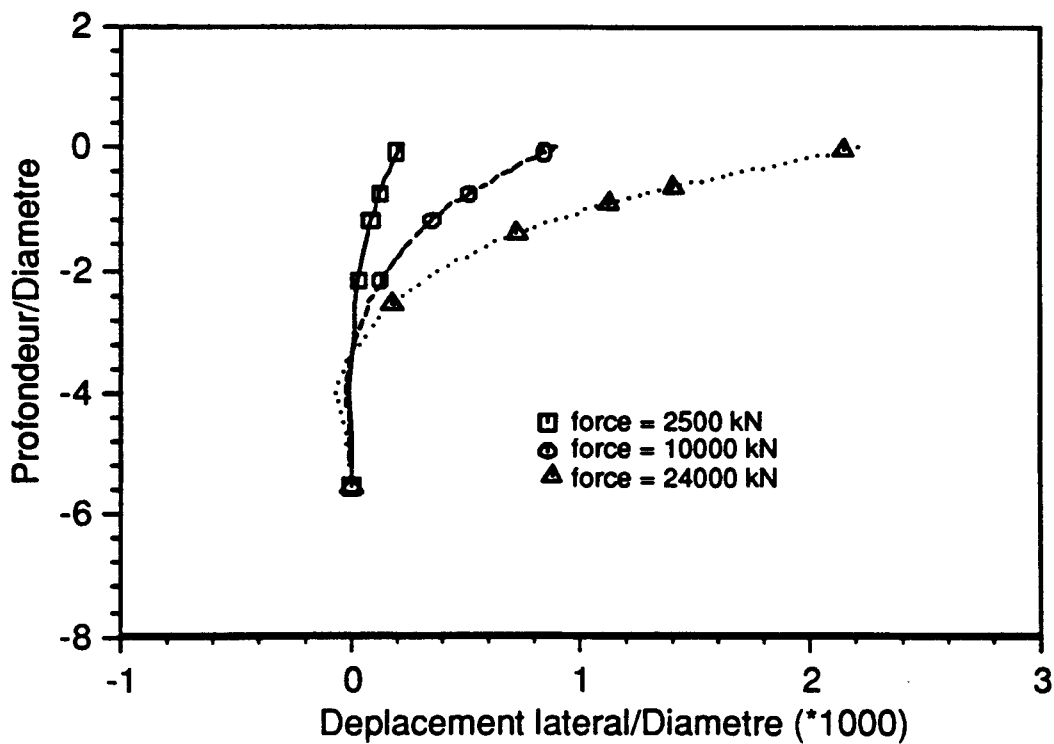


Figure 4.11: Allure de la déformée de la couronne

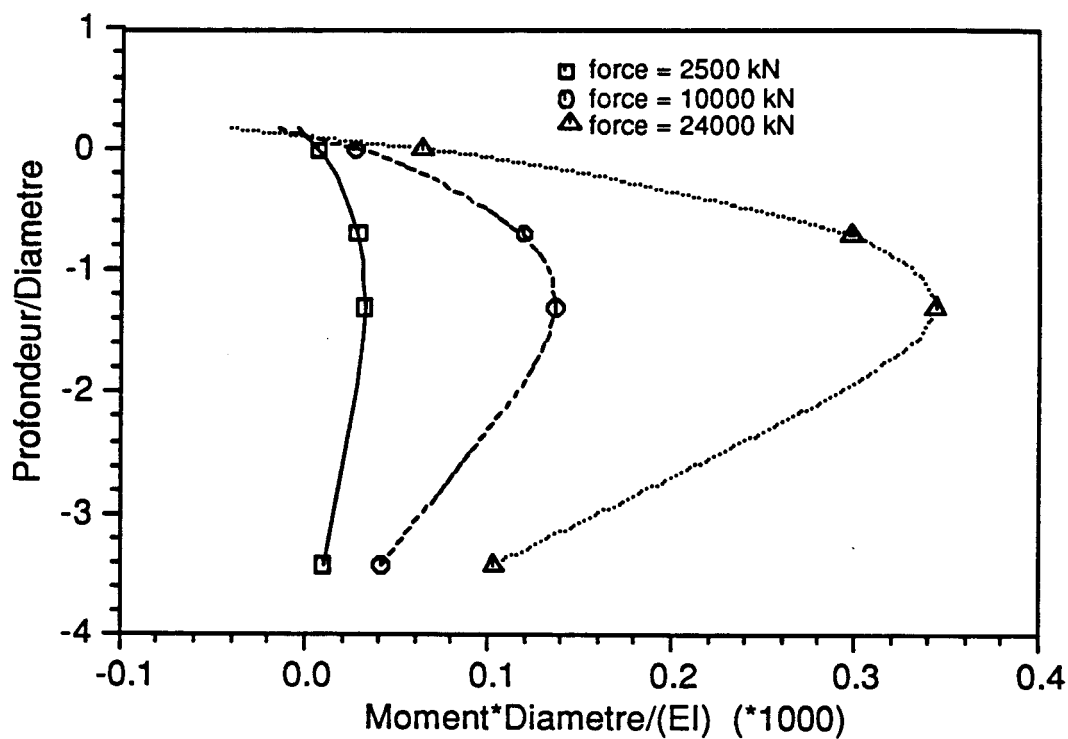


Figure 4.12: Distribution du moment dans la couronne
(Diamètre = diamètre de la couronne)

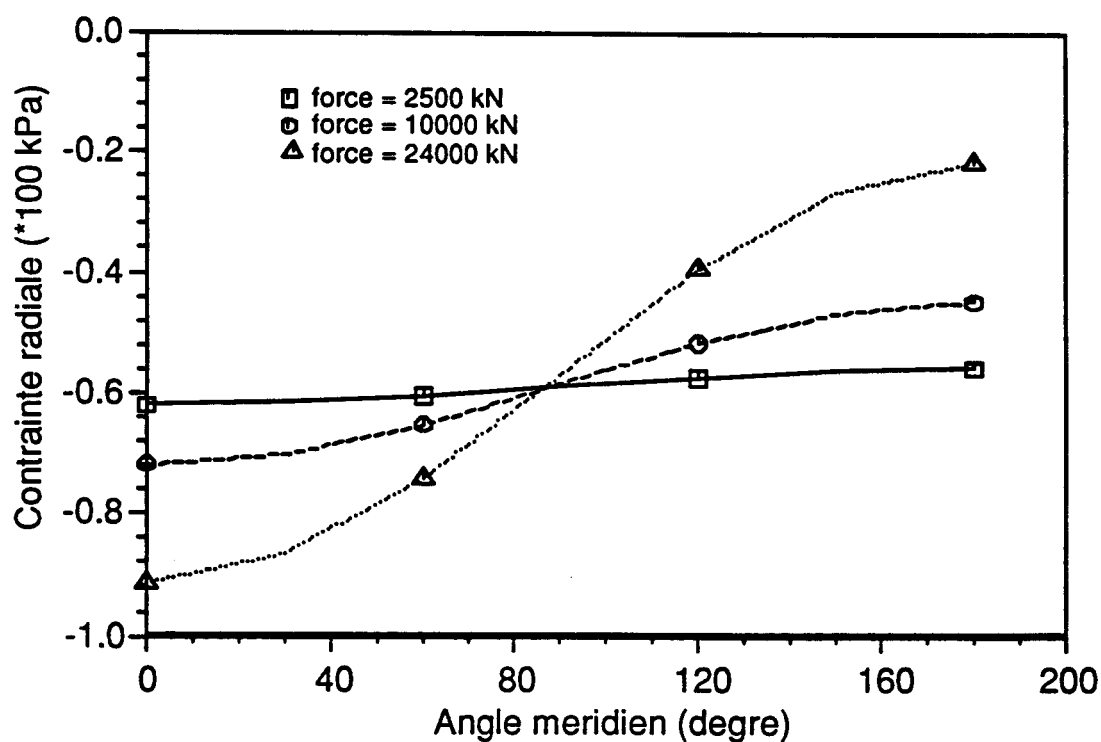


Figure 4.13: Distribution de la contrainte radiale dans la couronne selon la direction angulaire (Profondeur=1.2D)

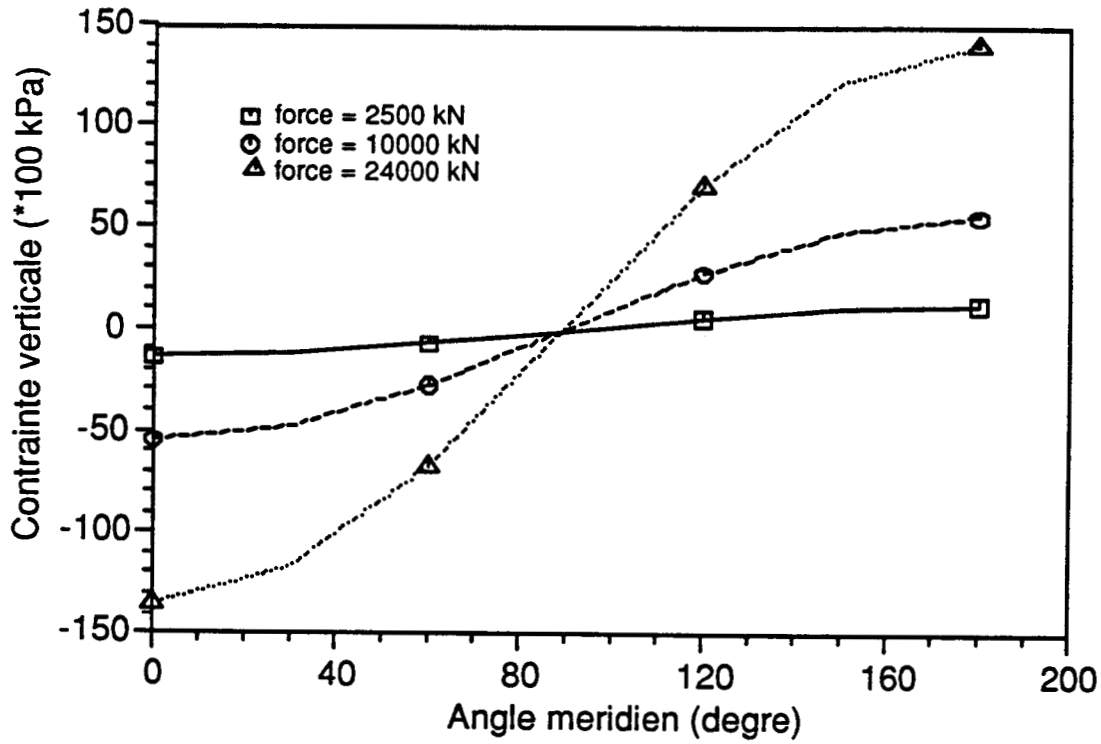


Figure 4.14: Distribution de la contrainte verticale dans la couronne selon la direction angulaire (Profondeur=1.2D)

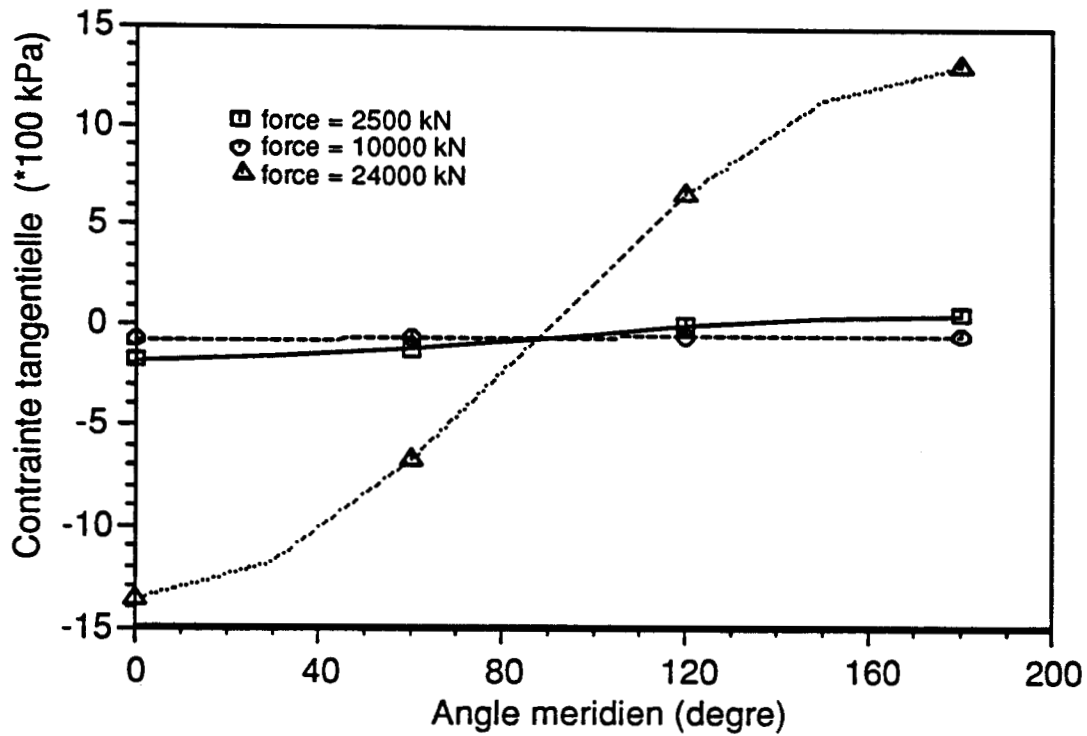


Figure 4.15: Distribution de la contrainte tangentielle dans la couronne selon la direction angulaire (Profondeur=1.2D)

4.5 Puits de forage

La dernière application concerne la simulation d'un puits de forage. Elle a pour objectif l'analyse du comportement d'un puits type à 600m de profondeur.

Caractéristiques du problème

Le forage consiste en un trou de 22cm de diamètre (figure 4.16). On s'intéresse à une section de 10m d'épaisseur. Le maillage adopté est représenté dans la figure 4.17. Il consiste en dix éléments quadrilatères à 8 noeuds et 61 degrés de liberté. Les conditions aux limites adoptées sont les suivantes:

- la surface et la base sont bloquées selon la direction verticale;
- le pourtour est bloqué selon la direction radiale.

Le sol est constitué d'un sable dense dont les propriétés mécaniques sont montrées sur la figure 4.16; son comportement est prédit avec le modèle de Mohr-Coulomb non-associé. Les contraintes initiales anisotropes (homogènes dans le calcul) sont les suivantes:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = 11MPa \\ \sigma_{yy} = 9.5MPa \\ \sigma_{zz} = 19MPa \end{cases}$$

Le calcul semi-analytique a été effectué avec 3 harmoniques et 8 sections méridiennes. Le nombre maximal d'itérations a été limité à 360. La pression interne dans le puits est d'abord diminuée le plus possible puis réaugmentée à une valeur dépassant la contrainte radiale initiale. Le calcul a été effectué selon le programme de chargement suivant:

- déchargement de 11 MPa à 5 MPa en un seul incrément (calcul élastique);
- déchargement de 5 MPa à 1.8 MPa en 32 incréments;
- rechargement de 1.8 MPa à 2 MPa en un seul incrément;
- rechargement de 2 MPa à 11 MPa en neuf incréments;
- rechargement de 11 MPa à 12.5 MPa en trois incréments.

Pour montrer l'effet de l'anisotropie, un calcul isotrope a été effectué avec l'état de contraintes initiales suivant:

$$\begin{cases} \sigma_{xx} = 11MPa \\ \sigma_{yy} = 11MPa \\ \sigma_{zz} = 19MPa \end{cases}$$

Analyse des résultats obtenus

Les résultats obtenus sont montrés dans trois sections méridiennes (identifiées par le terme θ dans les figures).

La figure 4.18 illustre l'évolution du déplacement radial au bord du puits au cours du déchargement-rechargement. On peut remarquer que:

- l'anisotropie induit une accélération de la plastification dans le massif.
- Le déplacement radial dépend de l'angle méridien; il atteint son maximum pour $\theta = 90^\circ$.

La déformée du trou pour des pressions intérieures de 3.5MPa, 2.5MPa, 1.8MPa, 11MPa et 12.5MPa est donnée dans les figures 4.19(a) à 4.19(e). Pour montrer clairement la déformée du puits, les déplacements obtenus ont été multipliés par 10. On peut remarquer que:

- au début du déchargement, l'effet de l'anisotropie est négligeable (figures 4.19(a) et 4.19(b)).
- L'ovalisation du puits devient évidente en fin du déchargement (figure 4.19(c)).
- Après rechargement, l'ovalisation du puits est maintenue (figures 4.19(d) et (e)).

Dans la suite, on s'intéresse seulement aux résultats obtenus lors du déchargement.

L'évolution du rayon plastique est donnée dans la figure 4.20. On remarque que la plasticité apparaît dans le calcul anisotrope plus tôt que dans le calcul à état initial isotrope. Dans le premier cas, la plasticité débute dans la section $\theta=90^\circ$. Il y a une certaine analogie entre les deux calculs pour $\theta=0^\circ$.

L'évolution au cours du déchargement des contraintes radiale, verticale et tangentielle (à 1mm du bord du trou) est illustrée dans les figures 4.21 à 4.23. On remarque une diminution des contraintes lorsqu'on décrit la direction méridienne. En effet, la section à 90° est faiblement confinée ce qui facilite la plastification. On obtient des résultats similaires pour la distribution des contraintes à l'intérieur du massif en fin de déchargement (figures 4.24 à 4.26).

Cette étude montre que l'anisotropie initiale des contraintes peut provoquer une ovalisation qui s'amplifie avec le niveau du déchargement, et ainsi contribuer à l'effondrement du puits: ceci peut s'étudier avec un modèle de comportement de roche adéquat (endommagement, ...).

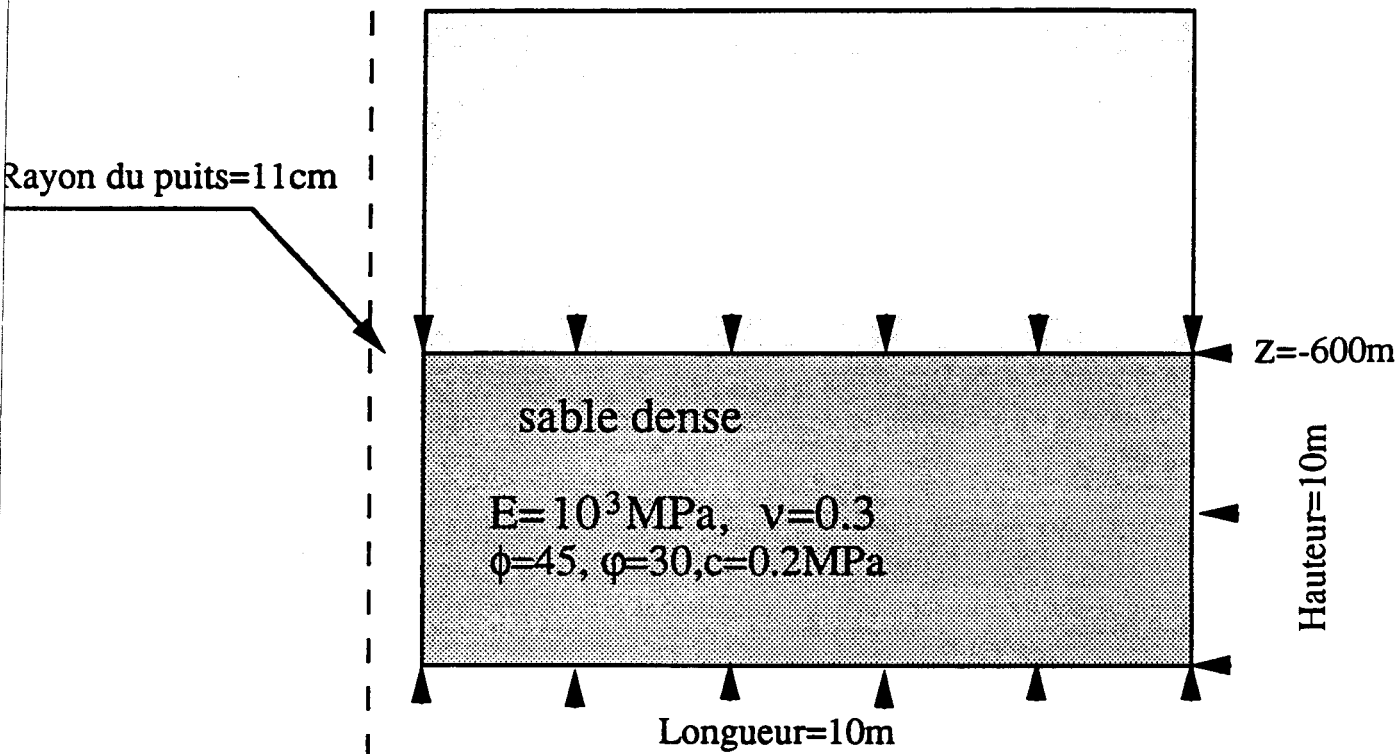


Figure 4.16: Puits de forage
 (Caractéristiques géométriques et mécaniques)

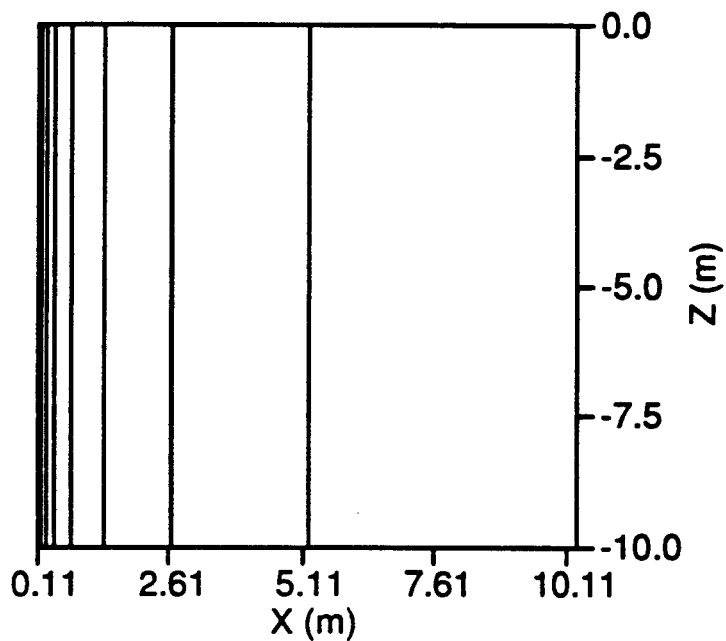


Figure 4.17: Maillage du puits

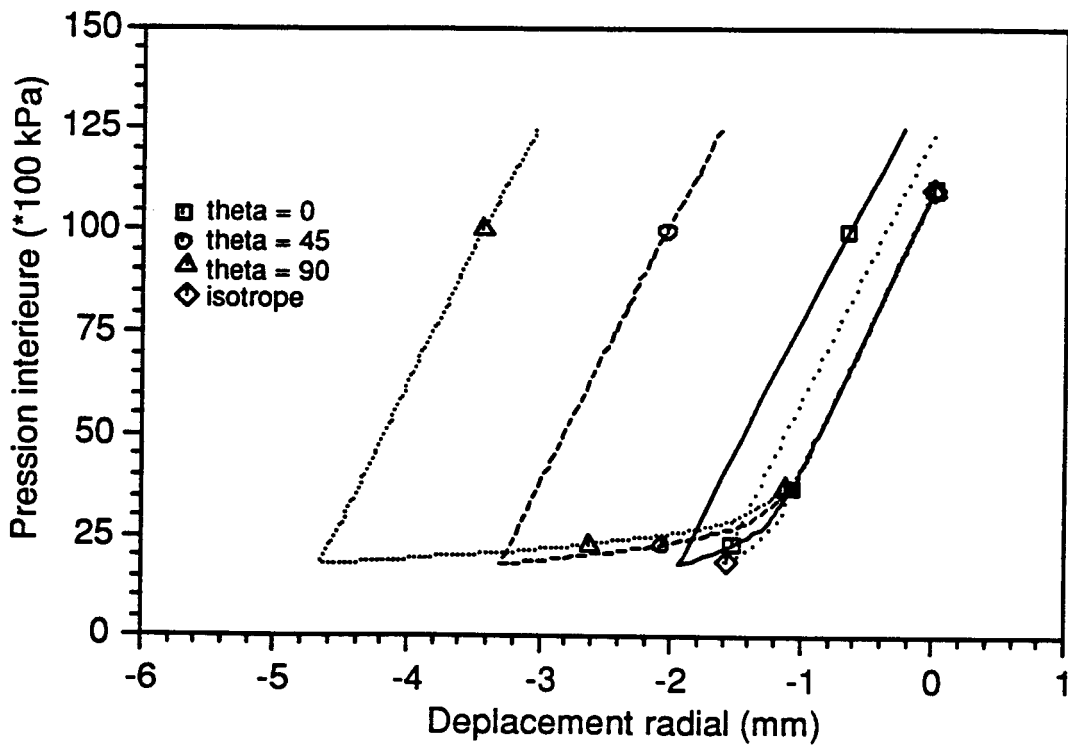


Figure 4.18: Evolution du déplacement radial au bord du puits

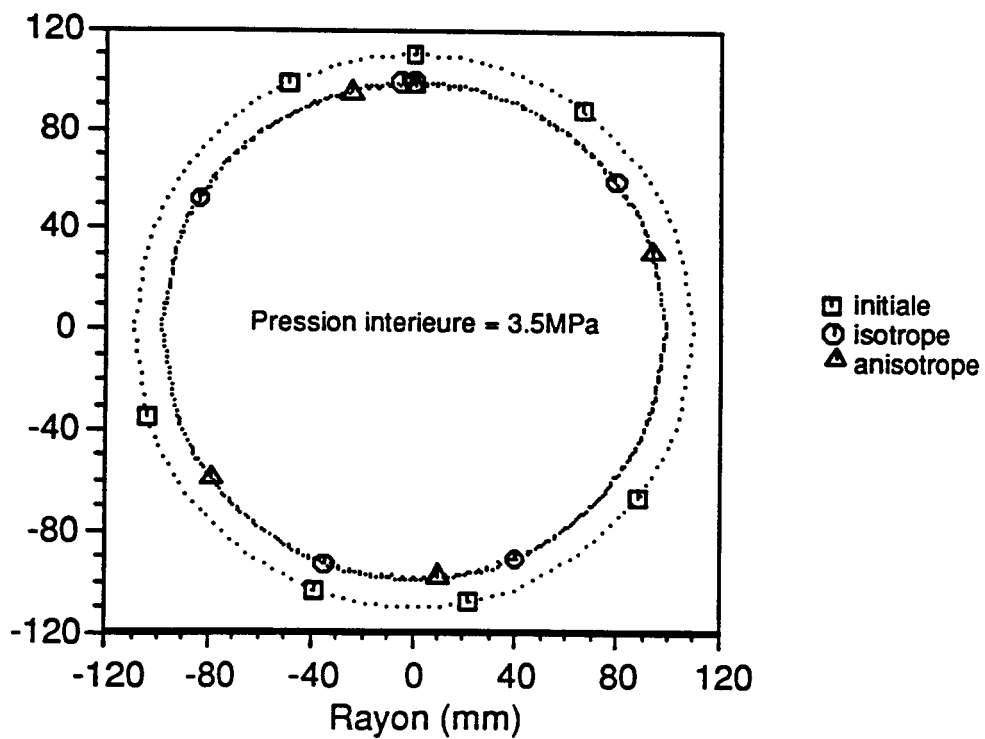


Figure 4.19(a): Allure de la déformée du puits (Pression intérieure = 3.5 MPa)

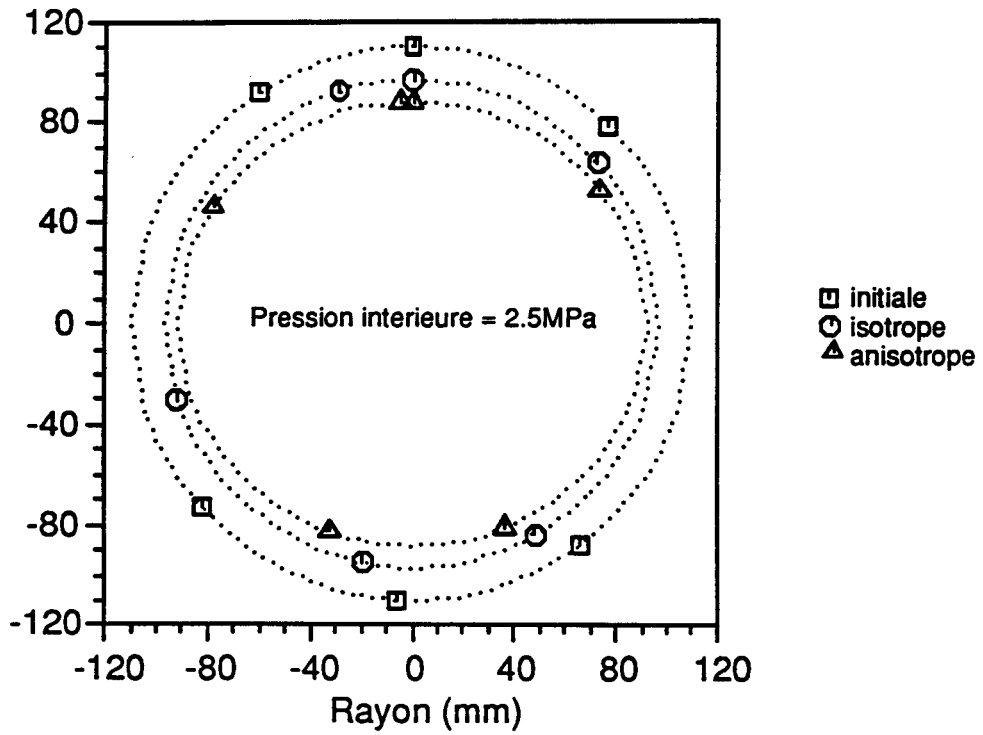


Figure 4.19(b): Allure de la déformée du puits
(Pression intérieure = 2.5 MPa)

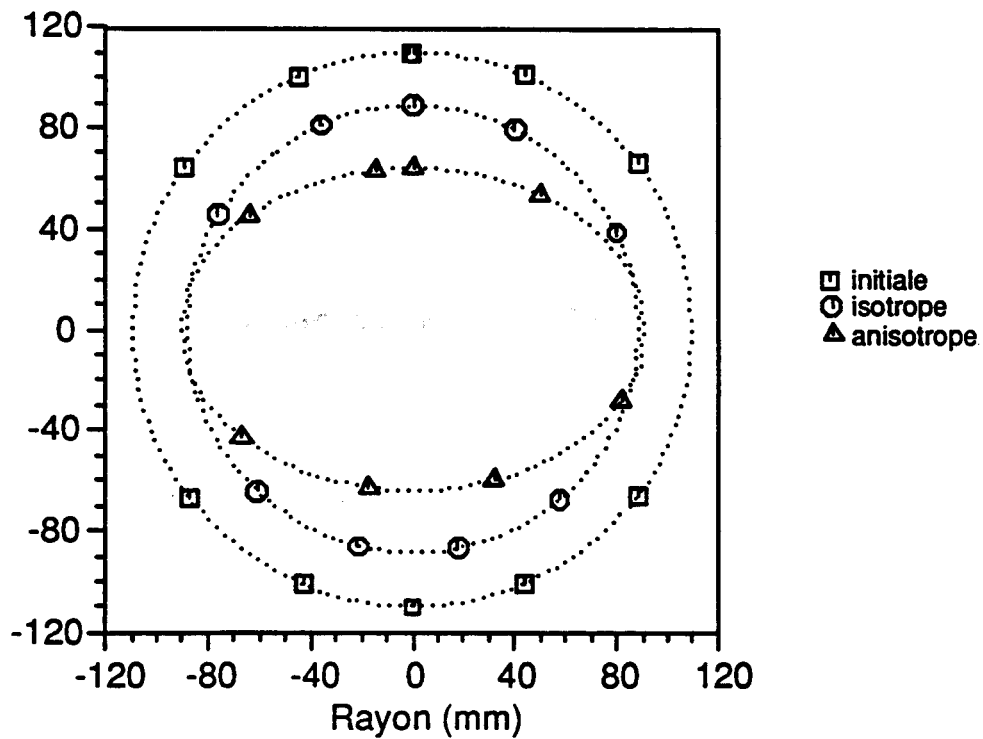


Figure 4.19(c): Allure de la déformée du puits
(Pression intérieure = 1.8 MPa)

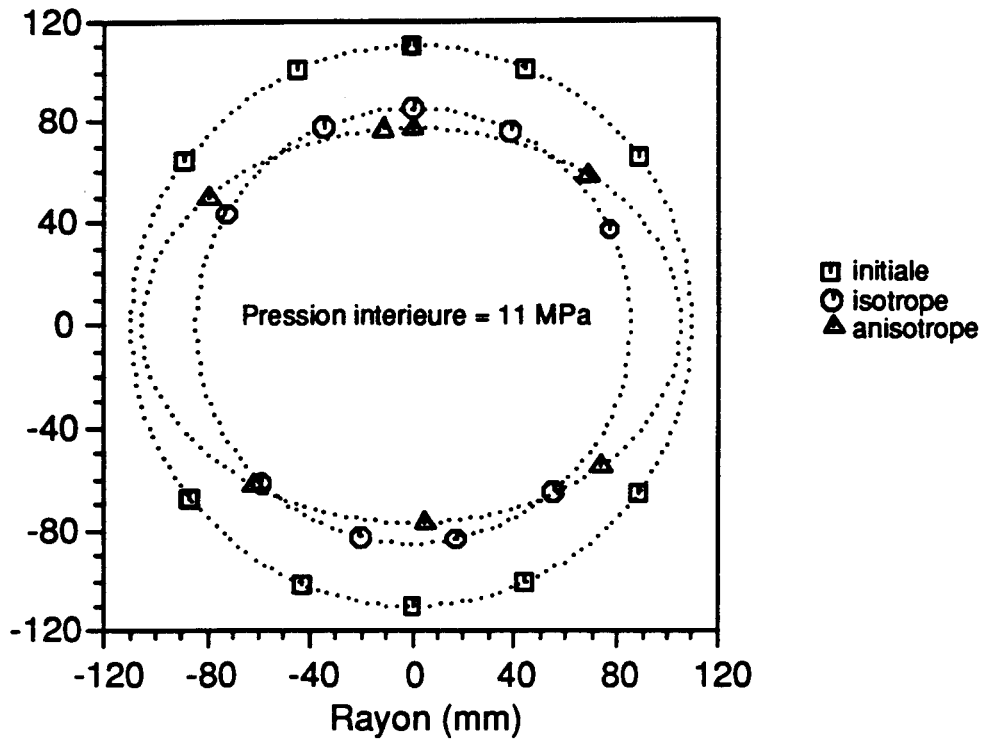


Figure 4.19(d): Allure de la déformée du puits
(Pression intérieure = 11 MPa)

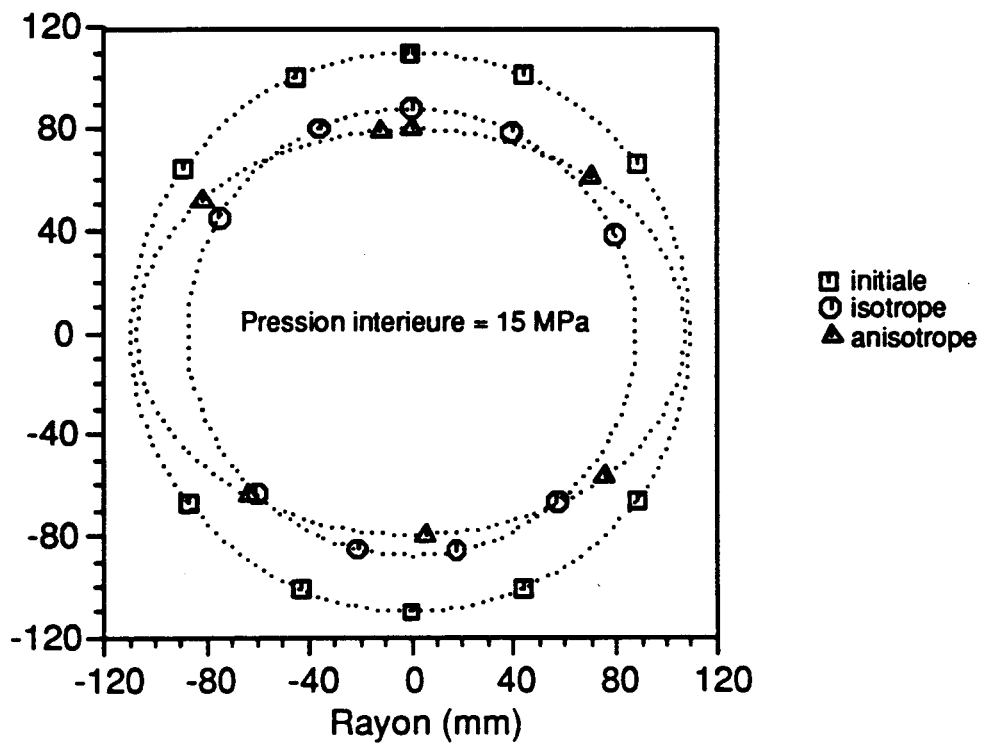


Figure 4.19(e): Allure de la déformée du puits
(Pression intérieure = 12.5 MPa)

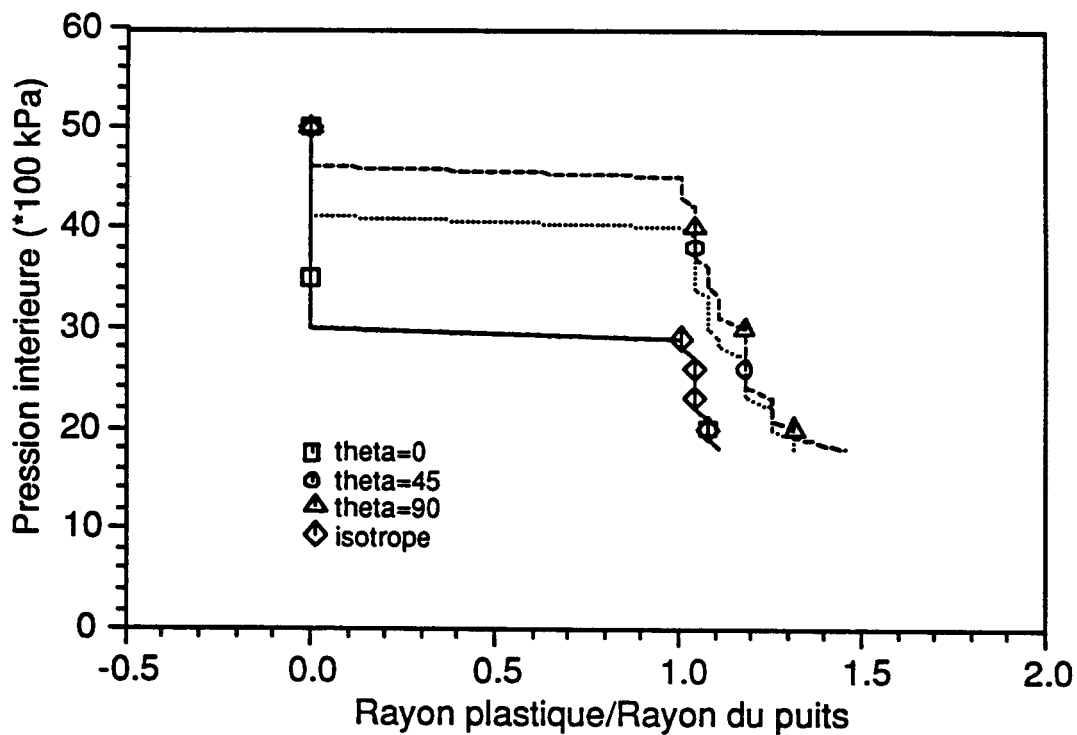


Figure 4.20: Evolution du rayon plastique
(Puits de forage)

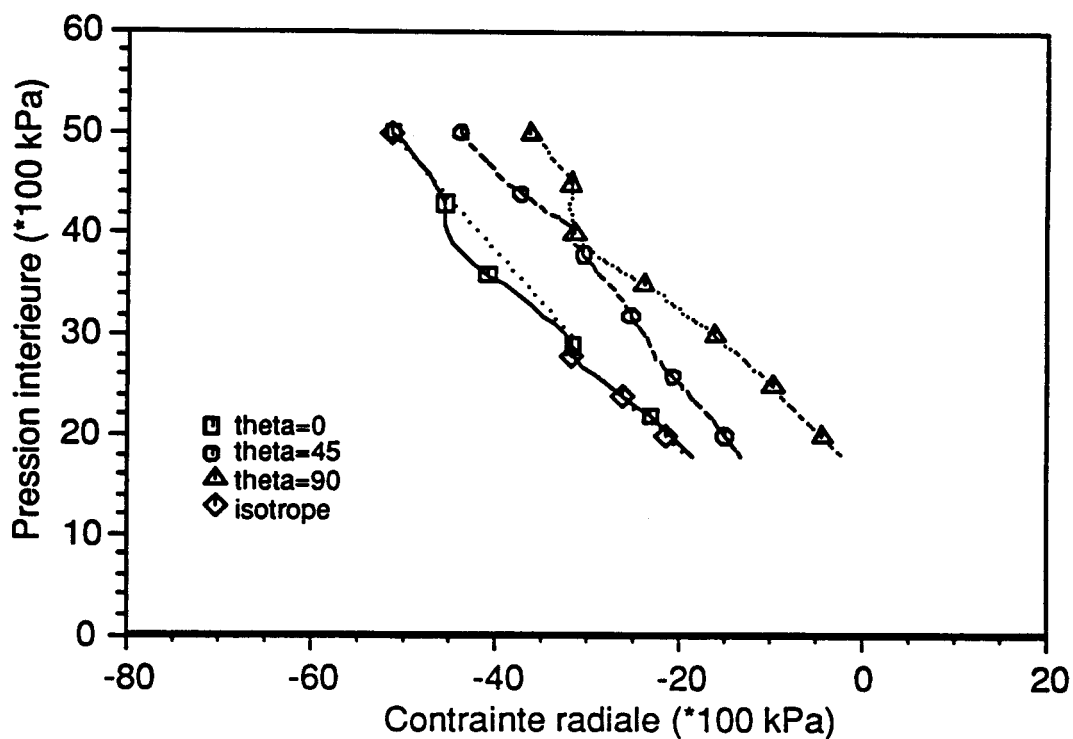


Figure 4.21: Evolution de la contrainte radiale à 1mm du bord du puits
(Puits de forage)

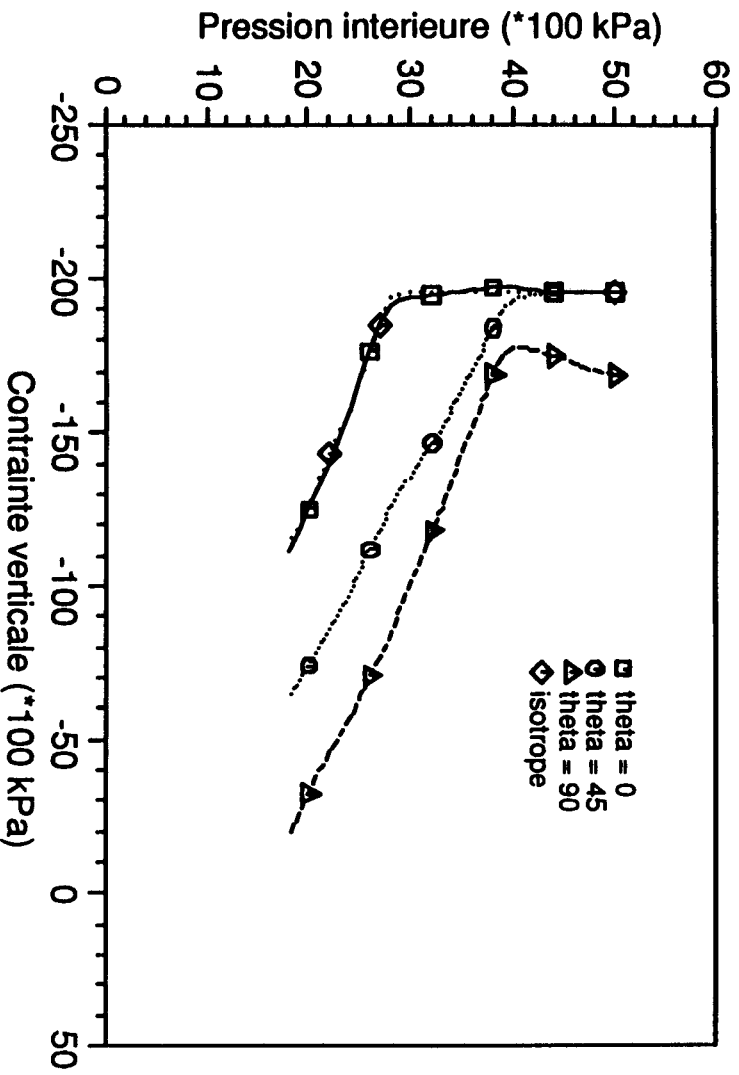


Figure 4.22: Evolution de la contrainte verticale à 1mm du bord du puits (Puits de forage)

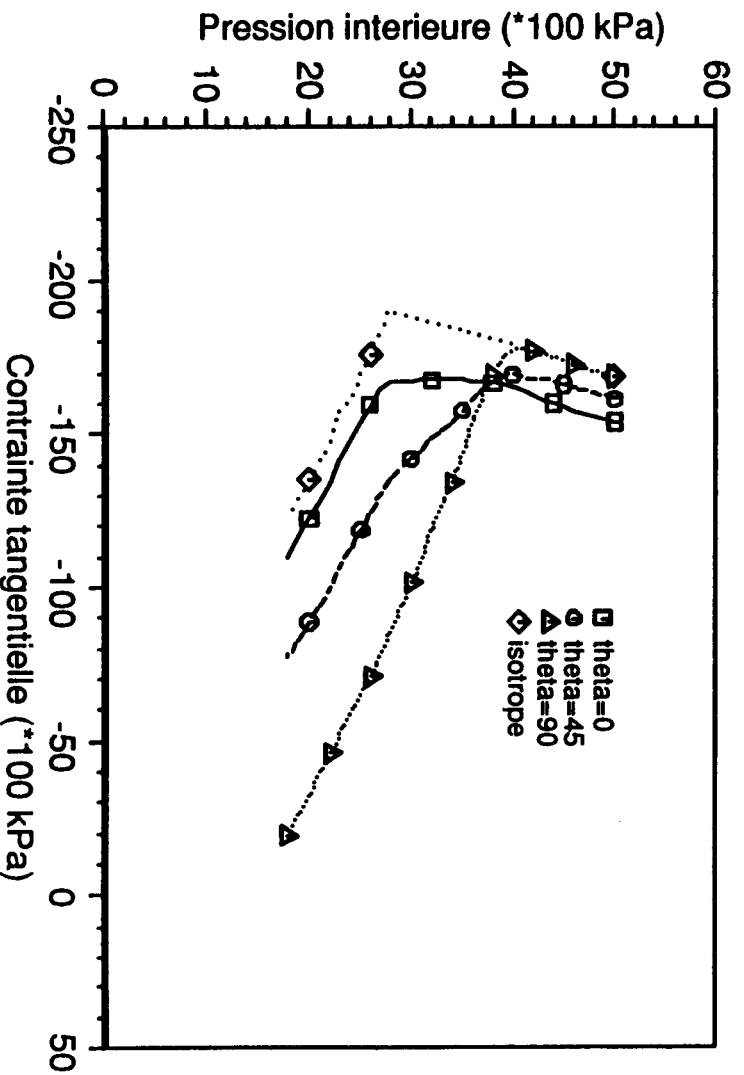


Figure 4.23: Evolution de la contrainte tangentielle à 1mm du bord du puits (Puits de forage)

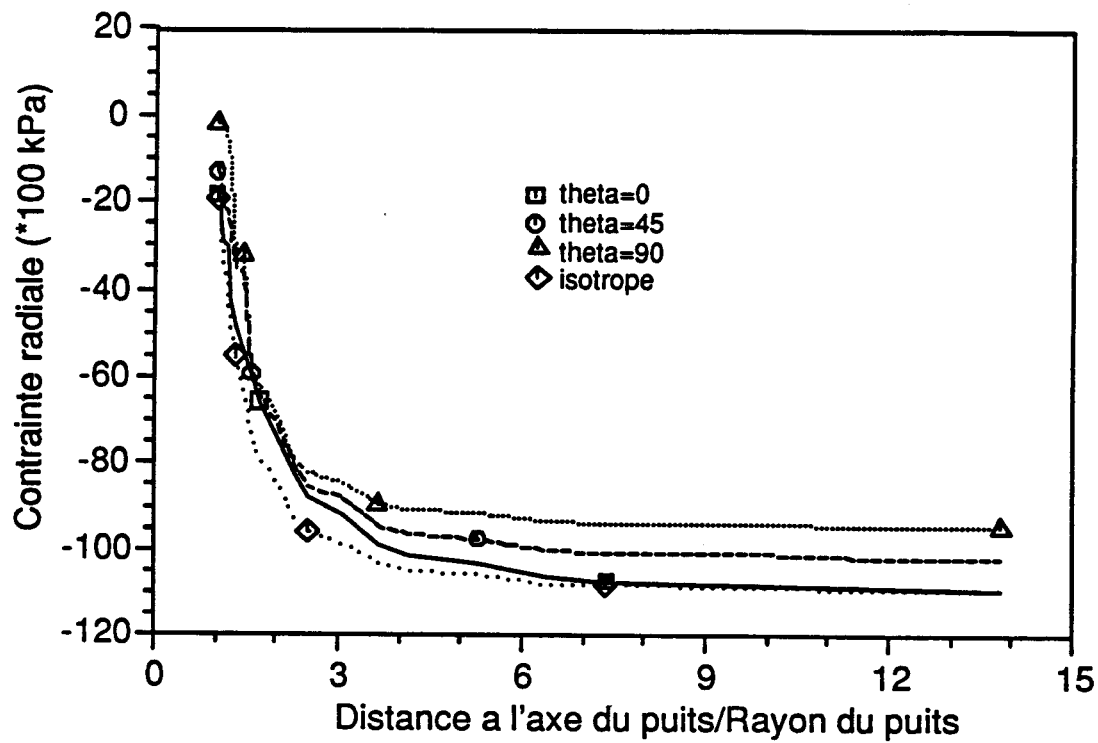


Figure 4.24: Distribution de la contrainte radiale dans le massif (Puits de forage)

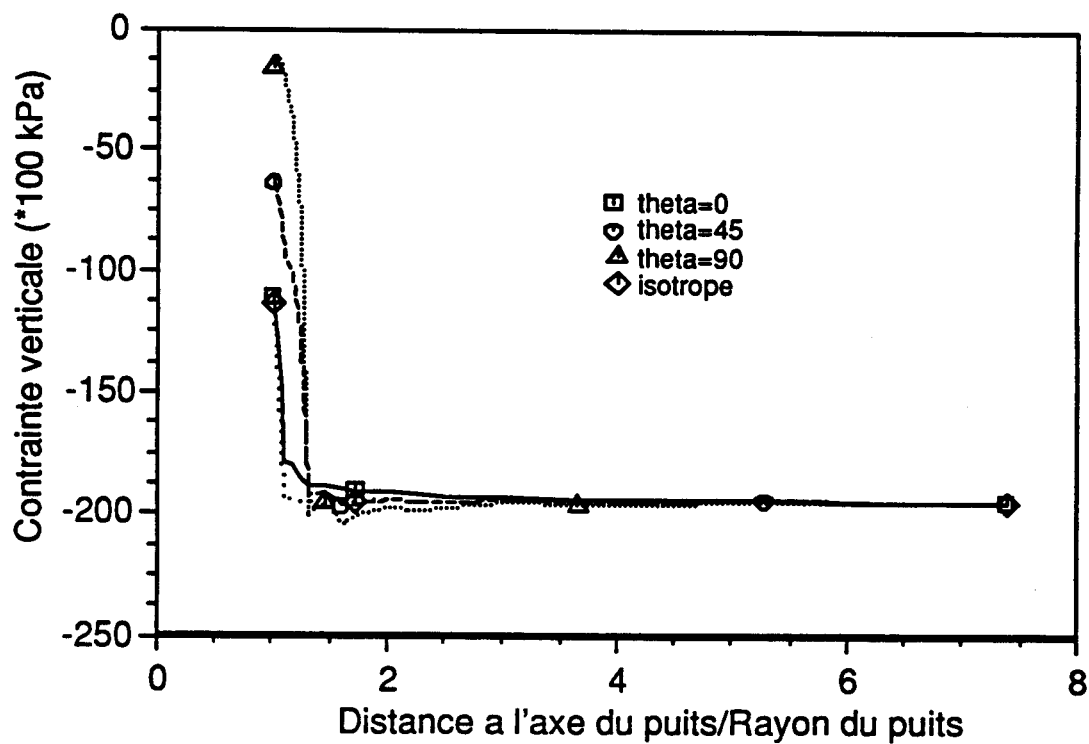


Figure 4.25: Distribution de la contrainte verticale dans le massif (Puits de forage)

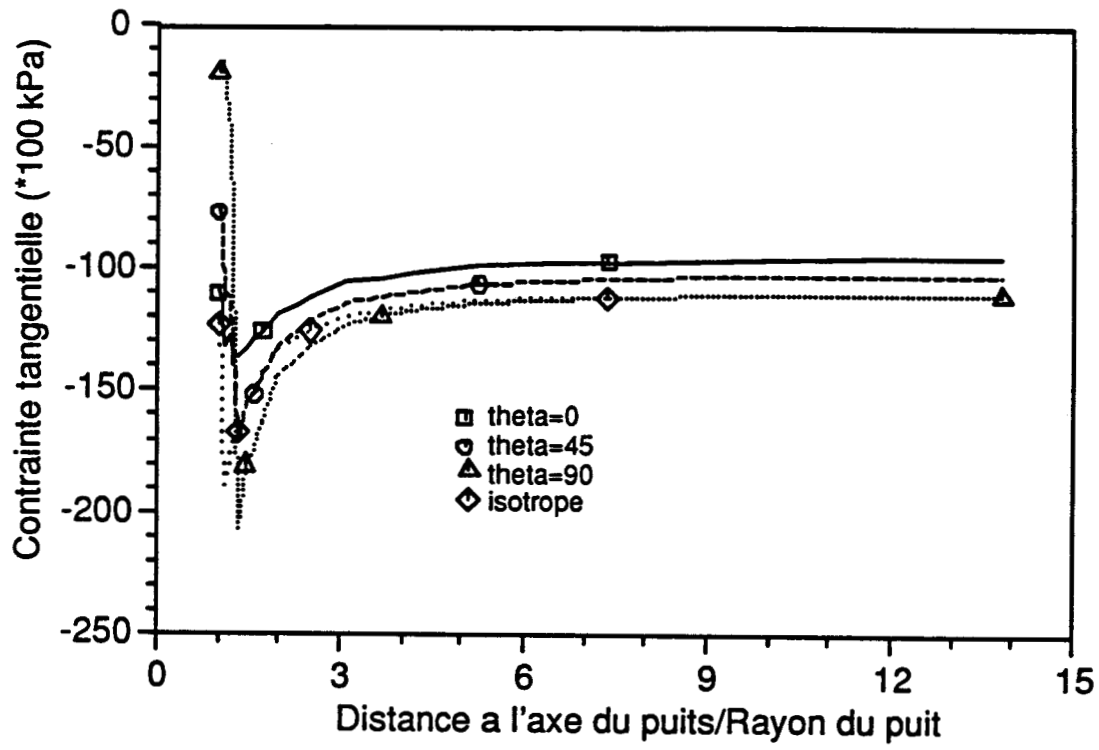


Figure 4.26: Distribution de la contrainte tangentielle dans le massif (Puits de forage)

Conclusion et perspectives

Parvenu au terme de ce travail, on récapitule ici les principaux faits marquants de cette étude et on donne quelques perspectives.

L'Institut Français du Pétrole a lancé des thèmes de recherche dans le domaine de la géomécanique (par exemple, l'étude du comportement des pieux de plates-formes sous différents types de chargement, la stabilité des puits de forage, ...). Connue pour sa compétitivité, la méthode des éléments finis a occupé une place privilégiée pour répondre à ces besoins. Le code de calcul FONDOP (Meimon et al (1987)), a été développé. Il permet d'utiliser des modèles rhéologiques performants [modèle Cyclade Aubry et al (1982); Lassoudière (1984) et modèle de Tan (Tan, (1990))]. L'application de ce code aux problèmes tri-dimensionnels a montré qu'un tel calcul est très lourd à mettre en oeuvre et nécessite une place mémoire importante. C'est pourquoi on a cherché à assouplir ce calcul avec des méthodes simplifiées.

La première partie de ce travail a consisté en une recherche bibliographique sur les méthodes simplifiées. Pour certains types d'ouvrages axisymétriques mais chargés d'une manière non-axisymétrique, un calcul tri-dimensionnel peut être évité par l'utilisation d'une méthode semi-analytique qui le remplace par une série de problèmes bidimensionnels. Par conséquent, la place mémoire et le temps de calcul sont réduits. Cette méthode est bien connue dans le domaine linéaire. La difficulté induite par ces méthodes dans le cadre du calcul par éléments finis est de pouvoir mettre en oeuvre le processus itératif pour le comportement non-linéaire. Dans le domaine non-linéaire, un examen attentif des travaux réalisés a montré que le domaine de validité de la méthode n'avait pas été clairement étudié. L'objectif de cette étude était de reprendre l'application de la méthode, de construire un code de calcul par éléments finis (FONDAX), d'étudier d'une manière détaillée son domaine de validité pour un comportement élastoplastique et pour plusieurs catégories d'ouvrages.

La méthode semi-analytique basée sur la décomposition en séries de Fourier a été retenue dans cette étude. La validation de base de cette méthode a porté sur les fondations superficielles de géométries plane et tri-dimensionnelle. Deux difficultés ont été rencontrées dans cette partie. La première, signalée plus haut, est de mener le calcul non-linéaire par éléments finis. Ceci a nécessité l'utilisation de l'algorithme numérique de Bessel qui permet de calculer avec une précision acceptable les coefficients de Fourier mais qui peut être aussi à l'origine d'erreurs supplémentaires. La seconde est le manque de solutions analytiques pour déterminer objectivement les défauts de la méthode. Pour cela, la validité de la méthode a été basée sur une comparaison

des résultats obtenus avec la méthode classique (logiciel FONDOP) qui sont eux-aussi des résultats approchés. Cette étude a montré que la méthode semi-analytique avec 6 harmoniques donne de bonnes prédictions.

Pour modéliser d'une manière correcte les problèmes de contact et les discontinuités matérielles, les éléments d'interface tri-dimensionnel et semi-analytique ont été implémentés dans les codes de calcul FONDOP et FONDAX. Dans cette partie, le test de validation a porté sur le cisaillement d'un tube cylindrique. Avec 3 harmoniques, la précision de la méthode semi-analytique sur les déplacements est acceptable. Mais pour diminuer l'incertitude sur les contraintes, il en faut 6.

La troisième partie de ce travail a consisté en une validation de la méthode des éléments finis, tri-dimensionnelle et simplifiée avec la méthode semi-analytique, sur un pieu chargé latéralement. Les résultats d'un pieu carré expérimenté à Plancoët (France) ont été choisis comme référence pour définir la qualité des prédictions par éléments finis. L'hypothèse d'un module élastique croissant avec la profondeur couplée au modèle élastique linéaire parfaitement plastique avec le critère de Mohr-Coulomb pour le sol donne des résultats qui sont en accord avec l'essai. L'effet de l'interface est modéré et on peut éviter son utilisation pour ce type de problème lorsque le comportement du sol est prédit avec "le modèle de Mohr-Coulomb". La validation de la méthode semi-analytique a été effectuée sur un pieu circulaire équivalent. Avec 3 harmoniques, cette méthode a donné une bonne précision.

La dernière partie a porté sur l'application de la méthode semi-analytique à plusieurs catégories de problèmes tels que le comportement de pieux sous chargements inclinés, les problèmes à état de contraintes initiales anisotrope, le comportement d'un groupe de pieux circulaire et la stabilité des puits de forage. Ces études ont montré que la méthode semi-analytique permet de donner des renseignements fort intéressants sur le comportement de ces ouvrages.

L'avantage de la méthode semi-analytique se traduit par une réduction intéressante au niveau de la place mémoire. Quant au gain en temps de calcul exprimé par le rapport du temps de calcul tri-dimensionnel sur le temps de calcul semi-analytique, il est une fonction croissante de la taille du problème traité. Il est de l'ordre de 5 pour les petits problèmes et peut atteindre 10 pour les grands problèmes quand un décollement se produit à l'interface. La souplesse de la méthode a été également appréciée lors de la mise en oeuvre des données et du dépouillement des résultats.

La difficulté principale de la méthode est de déterminer le nombre adéquat d'harmoniques. Ce nombre, malheureusement, ne peut pas être fixé d'une manière définitive. Il dépend du type d'ouvrage, de la nature du chargement et de l'expertise du concepteur: dans les études effectuées, on a montré que 6 harmoniques étaient toujours suffisants pour assurer une bonne précision des contraintes et des déplacements. Par contre, on peut conseiller, dans certains cas spéciaux, à l'utilisateur d'effectuer une petite pré-étude paramétrique à partir de laquelle il peut décider à quel nombre d'harmoniques il convient de s'arrêter.

Comme perspective à court terme, on propose de traiter avec la méthode semi-analytique:

- les problèmes à loi de comportement complexe (multimécanismes et écrouissage anisotrope),
- les problèmes d'écoulement et de diffusion de la température dans les géomatériaux, dans le cadre du couplage poro-thermo-mécanique.

Annexe I: Formulation de la méthode semi-analytique pour les problèmes plans

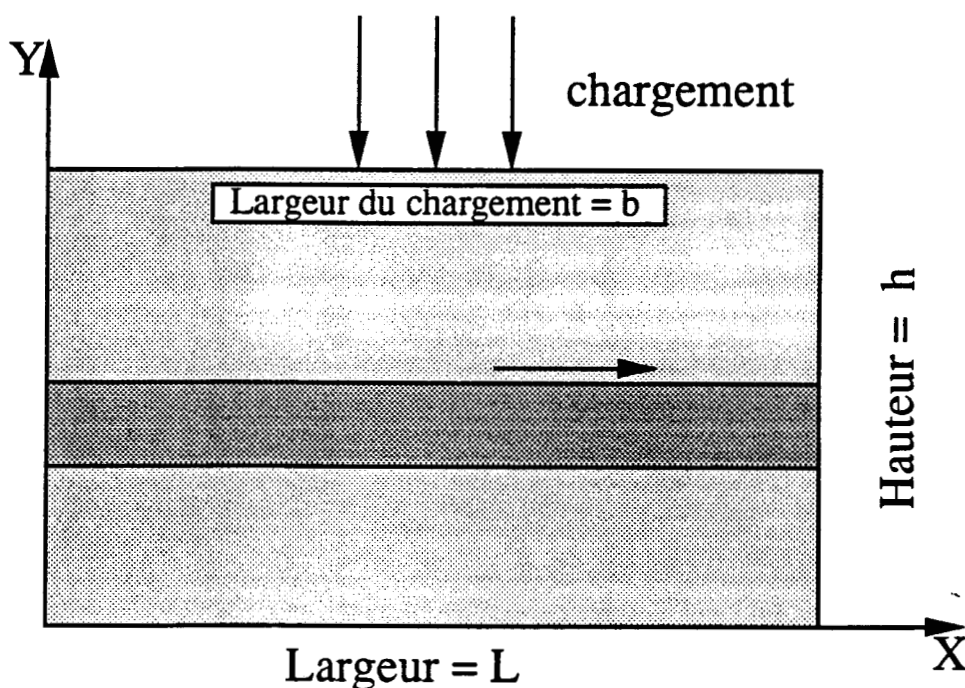


Figure I.1: Problème plan

On considère une fondation superficielle (figure I.1) de largeur b , reposant sur un massif de sol, de largeur L et de hauteur h . La géométrie et les propriétés mécaniques du massif sont supposées indépendantes de la direction x . Compte tenu de la symétrie et de la forme choisie du chargement, les expressions du champ de déplacement et de force extérieure deviennent (avec les notations du chapitre 1):

$$u = N(Y)u^0 + \sum_{l=1}^{n_h} N(Y) \sin \frac{2\pi l X}{L} \bar{u}^l \quad (I.3)$$

$$v = N(Y)v^0 + \sum_{l=1}^{n_h} N(Y) \cos \frac{2\pi l X}{L} \bar{v}^l$$

$$f = f^0 + \sum_{l=1}^{n_h} \bar{f}^l \cos \frac{2\pi l X}{L} \quad (I.4)$$

L'équation (I.1) permet d'obtenir la matrice de déformation correspondante à l'harmonique l pour un élément unidimensionnel à deux noeuds dans lesquels N_1 et N_2 sont les fonctions d'interpolation :

$$[B^l] = \begin{pmatrix} \gamma N_1 \cos \gamma X & 0 & \gamma N_2 \cos \gamma X & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial Y} \cos \gamma X & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial Y} \cos \gamma X \\ \frac{\partial N_1}{\partial Y} \sin \gamma X & -\gamma N_1 \sin \gamma X & \frac{\partial N_2}{\partial Y} \sin \gamma X & -\gamma N_2 \sin \gamma X \end{pmatrix}$$

où :

$$\gamma = \frac{2\pi l}{L}$$

Références

S.Ahmad, B.M.Irons and O.C.Zienkiewicz, "Curved thick shell and membrane elements with particular reference to axisymmetric problems", Proceedings of the second Conference on Matrix methods in Structure Mechanics, Wright-Patterson, Ohio, 1968.

D.Aubry, J.C.Hujeux, F.Lassoudière and Y.Meimon, "A double memory model with multiple mechanisms for cyclic behaviour of soils", Proceedings of the International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Zurich, AA Balkema edition, 1982, pp. 3-13.

F.Baguelin, R.Frank et J.F.Jézéquel, "Interpretation d'essais de chargement latéral d'un pieu isolé", Proceedings of the Twelfth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Rio de Janeiro, 1989, pp. 1117-1118.

Y.O.Barton and G.N.Pande, "Laterally loaded piles in sand: centrifuge tests and finite element analyses", Proceedings of the International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Zurich, 1982, pp. 749-758.

G.Beer, "An isoparametric joint/interface element for finite element analysis," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 585-600 (1985).

I.N.Bronstein et K.A.Semendiaev, *Aide-mémoire de mathématiques*, Editions Eyrolles, Paris, 1985.

J.P.Carter and J.R.Booker, "Consolidation due to lateral loading of a pile", Proceedings of the Tenth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Stockholm, 1981, pp. 647-650.

J.P.Carter and J.R.Booker, "Consolidation of axi-symmetric bodies subjected to non axi-symmetric loading," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 273-281 (1983).

T.R.Chari and G.G.Meyerhof, "Ultimate capacity of rigid single piles under inclined loads in sand," *Canadian Geotechnical Journal*, No 20, 449-454 (1983).

I.D.Desai and V.S.Chandrasekaran, "Semi-analytical approach to no-contact tension problems", Proceedings of the International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Ghent, 1986, pp. 451-458.

C.S.Desai, M.M.Zaman and J.G.Lightner, H.J.Siriwardane, "Thin Layer for interface and joints," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 19-43 (1984).

J.Duncan and C.Chang, "Non-linear analysis of stress and strain in soils," *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division*, ASCE, Volume 96, SM5, 1629-1653 (september 1970).

R.Frank, A.Guénot et P.Humbert, "Numerical analysis of contacts in geomechanics", *Comptes rendus, 4th International Conference on Numerical Methods in Geomechanics*, Edmonton, Alberta, 1982, pp. 37-45.

J.A.Focht and K.J.Koch, "Rational analysis of the lateral performance of offshore pile groups", *Offshore Technology Conference*, Houston, 1973, volume 2, pp. 701-706.

J.Ghaboussi, E.L.Wilson and J.Isenberg, "Finite element for rock joints and interfaces", *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, SM10, 833-848 (1973).

R.E.Goodman, R.L.Taylor and T.L.Brekke, "A model for the mechanics of jointed rocks," *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division*, ASCE, volume 94, SM3, 637-659 (May 1968).

M.Hariharan and K.Kumarasamy, "Analysis of piles groups subjected to lateral loads", *Conference on the Behaviour of Offshore structures*, Boss'82, Boston, 1982, pp. 383-389.

R.L.Kuhlemeyer, "Bending element for circular beams and piles", *Journal of the geotechnical engineering division*, ASCE, volume 105, GT2, 325-330, (1980).

J.Kujawski, N.E.Wiberg and M.Olejnik, "A semi-analytical model for 3-D elastic-viscoplastic soil foundations", *Proceedings of the International Symposium on Numerical Models in Geomechanics*, Ghent, 1986, pp. 761-768.

F. Lassoudière, "Modélisation du comportement des sols sous sollicitation cyclique", *Thèse de Docteur Ingénieur*, Ecole Centrale de Paris-Institut Français du Pétrole, 1984.

H.Matlock, W.B.Ingram, A.E.Kelley and D.Bogard, "Field tests of the lateral behaviour of pile groups in soft clay", *Offshore Technology Conference*, Houston, 1980, volume 4, pp. 163-174.

Y.Meimon, "Calculs des fondations marines: interaction sol-structure et influence des cycles de chargement," *Annales de l'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics*, Serie : Sols et Fondations, pp. 106-113 (1985).

Y.Meimon, F.Baguelin and J.F.Jézéquel, "Pile group behaviour under long time lateral monotonic and cycling loading", *Numerical Methods in Offshore Piling*, Third International Conference, Nantes, 1986, pp. 285-302.

Y.Meimon, F.Lassoudière and E.Kodaïssi, "FONDOF a FEM software for the

calculation of offshore foundations", International Conference of Offshore Mechanics and Artic Engineering OMAE, Computer Book, Houston, 1987, pp. 141-149.

H.E.Meissner, "Laterally loaded pipe pile in cohesionless soil", Proceedings of the Second Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Virginia (ED. C.S.Desai), 1976, volume III, pp. 1353-1365.

G.G.Meyerhof and D.P.Ghosh, "Ultimate capacity of flexible piles under eccentric and inclined loads," *Canadian Geotechnical Journal*, No 26, 34-42 (1989).

G.G.Meyerhof and G.Ranjin, "The bearing capacity of rigid piles under inclined loads in sand," *Canadian Geotechnical Journal*, No 9, 430-460 (1972).

A.Muqtadir and C.S.Desai, "Three-dimensional analysis of a pile-group foundation," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 41-58 (1986).

G.N.Pande and K.G.Sharma, "On joint interface elements and associated problems of numerical III-Conditioning," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 293-300 (1979).

H.Parish, "A consistent tangent stiffness matrix for three-dimensional non-linear analysis," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1803-1812 (1989).

H.G.Poulos, "Behaviour of laterally loaded piles: 1. Pile group," *Journal of Soil Mechanics and Foundation Division*, volume 97, SM5, 733-751 (1971).

H.G.Poulos, "An approach for the analysis of offshore pile groups", International Symposium on Numerical Methods in Offshore Piling, London, 1980, pp. 119-126.

A.Puech, M.Boulon and Y.Meimon, "Tension piles : Field data and numerical modelling", Second International Conference on Numerical Methods in Offshore Piling, University of Texas Austin, 1982.

K.R.Runesson and J.R.Booker, "Finite element analysis of elastic-plastic layered soil using discrete Fourier series expansion," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 473-480 (1983).

A.N.Schofield and C.P.Wroth, *Critical State Soil Mechanics*, Magraw-Hill Book Company, Newyork, 1968.

I.Shahrour, "Calcul des fondations d'ouvrages en mer. Evaluation des méthodes de calcul des pieux chargés latéralement", Rapport Institut Français du Pétrole, 1989a, référence 37226.

I.Shahrour, "Calcul des fondations d'ouvrages en mer. Analyse de comportement des pieux sous chargement incliné", Rapport Institut Français du Pétrole, 1989b, référence 37424.

I.Shahrour and Y.Meimon, "Analysis of the behaviour of offshore piles under in-

clined loading", International Conference on Deep Foundations, Paris, 1991.

C.H.Tan, "Développement d'un modèle élastoplastique pour le comportement des matériaux granulaires sous sollicitations non-monotones complexes", Thèse de Docteur-Ingénieur, Institut Français du Pétrole - Université des Sciences et Techniques de Lille, 1990, Numéro d'ordre: 628.

A.M.Trochanis, J.Bielak and P.Christiano, "Three-dimensional non-linear study of piles," *Journal of the geotechnical engineering division*, ASCE, volume 117, GT3, 429-447 (1991).

E. L. Wilson, "Structural analysis of axisymmetric solids," *J. AIAA*, 2269-2274 (1965).

A.L.Winnicki and O.C.Zienckiewicz, "Plastic (or visco plastic) behaviour of axisymmetric bodies subjected to non symmetric loading -Semi -analytical FE solution," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 1399-1412 (1979).

O.C.Zienckiewicz, *The Finite Element Method*, McGraw-Hill, London, 1979.

O.C.Zienckiewicz and Y.K.Cheung, *The Engineer*, 1967.

Publications associées à la thèse

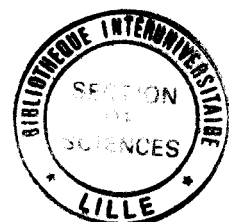
F.Hage-Chehade, "Modélisation des problèmes tri-dimensionnels par la méthode des éléments finis avec une technique semi-analytique", Rapport Institut Français du Pétrole, 1990, référence 37787.

F.Hage-Chehade, "Modélisation tri-dimensionnelle par la méthode des éléments finis des comportements d'interface géomatériau-structure", Rapport Institut Français du Pétrole, 1991, référence 38866.

F.Hage-Chehade, "Modélisation semi-analytique du couplage géomatériau structure", Rapport Institut Français du Pétrole, 1991, référence 39079.

I.Shahrour, F.Hage-Chehade and Y.Meimon, "Semianalytical modelling using the finite element method", Second European Specialty Conference on Numerical Methods in Geotechnical Engineering, Santander, 1990, pp. 163-172.

F.Hage-Chehade, Y.Meimon and I.Shahrour, "Validation of FEM calculations for piles under lateral loading," Accepted for publication for the Computational Structures Technology Conference, Edinburgh, 1991 and in a special issue of *Computers & Structures*.



MODÉLISATION DES PROBLÈMES TRI-DIMENSIONNELS D'INTERACTION GÉOMATÉRIAU-STRUCTURE

De nombreux ouvrages en Génie Civil (pieux sous chargements latéral ou incliné, puits de forage avec un état des contraintes initiales anisotrope, ...) nécessitent une modélisation tri-dimensionnelle par la méthode des éléments finis. La mise en oeuvre d'une telle modélisation génère deux difficultés techniques: d'une part, la place mémoire nécessaire qui peut dépasser la capacité des ordinateurs courants, et d'autre part, le temps de résolution est assez long avec les modèles rhéologiques non-linéaires.

Cette thèse consiste en une contribution pour simplifier le calcul tri-dimensionnel non-linéaire au moyen des méthodes semi-analytiques. Bien que ces méthodes soient connues dans le domaine linéaire, leur validité n'a pas été clairement définie dans le domaine non-linéaire. Ce travail a pour objectifs d'étudier d'une manière approfondie la validité d'une méthode semi-analytique, d'étendre son usage aux problèmes d'interaction et de la finaliser à des besoins industriels.

Le développement théorique d'une méthode semi-analytique basée sur une décomposition en séries de Fourier est présentée dans la première partie. Un problème tri-dimensionnel est remplacé par une série de problèmes bi-dimensionnels. Ensuite, des validations concernant l'exemple d'une fondation superficielle souple plane et tri-dimensionnelle (chargement excentré) sont effectuées. Faute de solutions analytiques, la méthode classique a été choisie comme référence. Les résultats obtenus avec la méthode semi-analytique sont satisfaisants.

La deuxième partie porte sur les éléments d'interface tri-dimensionnel et semi-analytique. Le cisaillement d'un tube cylindrique est choisi comme exemple de validation. Là aussi, la précision de la méthode est encourageante.

La troisième partie concerne la validation des modèles proposés (3-D et semi-analytique) sur une expérimentation d'un pieu chargé latéralement. Le calcul 3-D de référence prédit correctement l'essai. Une légère amélioration des résultats est notée si l'interface sol-pieu est modélisée. Le calcul semi-analytique est effectué sur un pieu circulaire équivalent de même raideur de flexion. Les prédictions correspondantes et avec un nombre faible d'harmoniques sont en bon accord avec celles données par le calcul 3-D et par l'essai.

La dernière partie présente différentes applications industrielles de la méthode semi-analytique: pieu sous chargement incliné, groupe de pieux circulaires et puits de forage avec un état des contraintes initiales anisotrope. Ces études ont montré que cette méthode permet de donner des renseignements fort intéressants sur le comportement de ces ouvrages.

Les avantages de la méthode semi-analytique sont des économies substantielles sur la place mémoire et sur le temps de calcul. Sa souplesse a été ressentie également lors de la mise en oeuvre d'un jeu de données ainsi que pendant le dépouillement des résultats.

Au cours de cette thèse, un code de calcul industriel (FONDAX) par éléments finis, a été mis au point. Il peut être utilisé avec une précision satisfaisante pour étudier le comportement d'ouvrages axisymétriques et pour un comportement non-linéaire des géomatériaux.

Mots clés: Axisymétrique; Éléments finis; Harmoniques; Interface; Méthode de Bessel; Non-linéaire; Semi-analytique; Pieu chargé latéralement; Séries de Fourier; Tri-dimensionnel; Validation