

N° d'ordre : 828

50376

1991

262



66369

50376

1991

262

THESE

présentée

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Spécialité : Electronique

par

Fabrice HURET

**"ETUDE COMPARATIVE DE L'APPROCHE DANS LE
DOMAINE SPECTRAL ET DE LA METHODE DES EQUATIONS
INTEGRALES SINGULIERES POUR LA SIMULATION DES
LIGNES PLANAIRES EN TECHNOLOGIE MONOLITHIQUE
MICROONDE"**

Soutenu le 19 Décembre 1991 devant la commission d'examen

Membres du Jury :	MM Y. CROSNIER	Président
	P. PRIBETICH	Directeur de Thèse
	Ph. GELIN	Rapporteur
	P. GUILLON	Rapporteur
	P. KENNIS	Rapporteur
	P. SAGUET	Examineur

à Nathalie,

à mes parents,

à la mémoire de ma Grand-Mère,

Ce travail a été réalisé au sein de l'équipe "Electromagnétisme des Circuits" du Centre Hyperfréquences et Semiconducteurs de Lille, dirigé par Monsieur Le professeur G. SALMER.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance envers Monsieur le Professeur Y. CROSNIER qui me fait l'honneur de présider mon jury.

Monsieur P. PRIBETICH, Chargé de Recherche C.N.R.S., a assuré la direction de ce travail. Il a su me faire bénéficier de ses conseils et de son aide constante et efficace. Je lui exprime ma plus sincère reconnaissance.

Je tiens à adresser mes sincères remerciements à Monsieur Ph. GELIN, Professeur à l' E.N.S.T. de Bretagne et à Monsieur P. GUILLON, Professeur à L'Université de Limoges pour l'honneur qu'ils me font de cautionner ce travail et d' avoir accepté de participer à mon jury.

Monsieur P. KENNIS, Maître de Conférences à l'Université des Sciences et Technologies de Lille, a porté un intérêt constant à ce travail. Il me fait l'honneur d'être mon rapporteur et de participer à mon jury. Son amicale collaboration, sa compétence et sa rigueur scientifique m'ont été profitables. Je tiens à lui témoigner toute ma reconnaissance.

Mes remerciements vont également à Monsieur P. SAGUET, Professeur à l' E.N.S.E.R.G. de Grenoble pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de juger ce travail.

Je ne saurais oublier les membres de l' équipe "Electromagnétisme des Circuits" (anciens et nouveaux) dans laquelle j'ai trouvé un climat favorable à ce travail. Je remercie J. F. LEGIER, C. SEGUINOT, R. DELRUE, E. PALECZNY, D. KINOWSKI, C. DELABIE, Y. DELPLANQUE, K. SAÏDI, J. F. CARPENTIER, M. HELAL, B. CARON, T. CORRU pour leur aide amicale.

Je tiens à témoigner toute ma gratitude à Monsieur le Professeur J. PRIBETICH pour l' encouragement périodique qu' il a manifesté au cours de la rédaction de ce mémoire.

J'exprime toute ma gratitude à Madame A. KOSCIUSZKO qui a assuré la dactylographie et la remercie pour sa patience et la qualité de son travail.

Enfin, je tiens à remercier tous les membres du personnel technique du laboratoire et de l'U.F.R. d'I.E.E.A. pour la qualité des services qu'ils m'ont offerts durant la réalisation et l'achèvement de ce mémoire. Je remercie tout particulièrement Monsieur DEHORTER du service de reprographie de l'I.E.E.A..

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	page 02
Bibliographie de l'introduction	page 06
<u>Première Partie :</u>	
I - OPTIMISATION DE L'APPROCHE DANS LE DOMAINE SPECTRAL PAR L'UTILISATION DE DEVELOPPEMENTS ASYMPTOTIQUES	
I.1. Introduction	page 09
I.2. Généralités	page 10
I.3. Optimisation de l'Approche dans le Domaine Spectral	
I.3.1. Modèle utilisé	page 11
I.3.2. Ecriture matricielle des équations de continuités	page 12
I.3.3. Résolution du système matriciel	page 17
I.3.4. Optimisation de l'Approche dans le Domaine Spectral par l'utilisation de développements asymptotiques	
I.3.4.1. Problèmes de convergence	page 23
I.3.4.2. Utilisation de développements asymptotiques	page 24
I.4. Présentation de quelques résultats typiques	
I.4.1. Détermination de la constante de propagation du mode fondamental et de la répartition du champ électromagnétique	page 30
I.4.2. Evaluation du flux de puissance : Application au calcul de l'impédance caractéristique	page 31
I.5. Conclusion	page 33
Bibliographie de la première partie	page 36

Deuxième Partie :

II - ETUDE DES CARACTERISTIQUES DE PROPAGATION DE LA LIGNE MICRORUBAN EN BOITIER PAR UNE METHODE DE RESOLUTION D'EQUATIONS INTEGRALES SINGULIERES

II.1. Introduction	page 40
II.2. Modèle utilisé	page 41
II.3. Présentation des principales phases analytiques	page 41
II.4. Mise en oeuvre du système d'équations intégrales singulières à résoudre	
II.4.1. Ecriture des champs électriques et magnétiques à partir des potentiels	page 42
II.4.2. Application des conditions de continuité	page 46
II.4.3. Obtention du système d'équations intégrales singulières	page 48
II.5. Résolution du système d'équations intégrales singulières : Obtention du système d'équations linéaires homogènes final	page 51
II.6. Etude des problèmes de convergence associés à la recherche des valeurs propres	page 56
II.7. Reconstitution des champs électromagnétiques	
II.7.1. Etude de la stabilité du vecteur propre	page 59
II.7.2. Reconstitution du champ électromagnétique : Evaluation du flux de puissance	page 60
II.8. Conclusion	page 62
Bibliographie de la deuxième partie	page 63

Troisième Partie :

III - ETUDE COMPARATIVE DE L'APPROCHE DANS LE DOMAINE SPECTRAL ET DE LA METHODE DES EQUATIONS INTEGRALES SINGULIERES DANS LE CADRE DE L'ETUDE DES MODES SUPERIEURS DE LA LIGNE MICRORUBAN EN BOITIER

III.1. Introduction	page 66
III.2. Etude qualitative des modes supérieurs	
II.2.1. Comparaison des résultats avec d'autres travaux	page 67
II.2.2. Etude descriptive des modes supérieurs	
II.2.2.1. Séparation du diagramme de dispersion en trois régions	page 68
II.2.2.2. Etude des modes supérieurs du guide rectangulaire inhomogène fermé	page 69
III.3. Etude comparative des modes supérieurs de la ligne microruban en boîtier obtenus par l'Approche dans le Domaine Spectral et la méthode des équations intégrales singulières	
III.3.1. Présentation de la démarche	page 70
III.3.2. Etude de la convergence des valeurs propres associées aux modes supérieurs de la ligne microruban en boîtier	page 71
III.3.3. Comparaison des représentations spectrales des composantes du champ électromagnétique	page 73
III.4. Recherche du spectre de modes normaux	
III.4.1. Etude systématique des modes supérieurs	page 76
III.4.2. Mise en évidence des modes complexes	page 78
III.4.3. Propriétés particulières des modes complexes	page 79
III.4.4. Influence des pertes sur les modes complexes	page 81
III.5. Conclusion	page 83
Bibliographie de la troisième partie	page 87

Quatrième Partie :

IV - PERSPECTIVES

IV.1. Introduction page 91

**IV.2. Influence des modes complexes dans
l'étude d'une discontinuité microruban-
microruban** page 92

Bibliographie de la quatrième partie page 97

CONCLUSION GENERALE page 101

BIBLIOGRAPHIE PERSONNELLE page 105

Annexes relatives à la Première Partie

Annexe A : Transformées de FOURIER des fonctions de base

Annexe B : Développements asymptotiques

Annexes relatives à la Deuxième Partie

Annexe C : Application des conditions de continuité

Annexe D : Obtention du système d'équations intégrales singulières

Annexe E : Transformation du système d'équations intégrales singulières

Annexe F : Expressions des termes D_{nm} et K_n

Annexe G : Expressions des termes C_1 et C_2

Annexe H : Evaluations des termes I_q , I_h , I_g , E_m

INTRODUCTION

Les nécessités de l'intégration monolithique induisent comme corollaire, la génération de discontinuités géométriques au niveau des lignes planaires reliant les fonctions électroniques entre elles.

La recherche d'une intégration monolithique de plus en plus poussée de ces fonctions ne freinera pas ce processus. D'autre part, les moyens technologiques autorisent, depuis un certain nombre d'années, les concepteurs de tels circuits à envisager l'empilement de niveaux.

Si en basse fréquence, on peut raisonnablement négliger un certain nombre de phénomènes électromagnétiques, il n'en est pas de même à plus haute fréquence. L'étude des discontinuités constitue un des nombreux problèmes à résoudre afin d'accroître l'intégration compatible avec des fréquences de l'ordre du gigahertz.

Compte tenu des topologies mises en oeuvre, la simulation de discontinuités élémentaires est dans un premier temps nécessaire, avant d'aborder le problème dans sa globalité, à savoir, l'interaction entre toutes les discontinuités. Depuis de nombreuses années les études de discontinuités élémentaires entre lignes planaires, pour l'intégration monolithique microonde, ont été entreprises [1] [2] [3] [4] [5]. Bien que la topologie d'une discontinuité élémentaire soit simple d'un point de vue géométrique, elle nécessite la mise en oeuvre d'une analyse électromagnétique conséquente, faisant appel à des moyens de simulations numériques importants [6] [7] [8] [9] [10].

Si pour les discontinuités de lignes planaires déposées sur des substrats sans pertes, de nombreuses études ont permis de progresser dans cette connaissance, il n'en est pas de même pour les discontinuités sur substrats à pertes [11].

Ce mémoire s'inscrit dans cette perspective. L'objectif à moyen terme consiste à modéliser des discontinuités de lignes planaires déposées sur substrats semiconducteurs. Des études antérieures [12] au sein de notre équipe avaient initialisé ce domaine. Pendant une décennie, les activités de notre groupe ont été orientées essentiellement vers l'étude des lignes planaires utilisées en technologie monolithique microonde, déposées ou non sur substrats à pertes. Avec, à l'esprit, l'objectif à moyen terme décrit précédemment, nous avons reposé le problème en reprenant les analyses au point de départ. Ainsi une étude bibliographique conséquente a mis en valeur quelques méthodes de simulation numérique afin de déterminer préalablement le spectre de modes, le plus complet possible, de part et d'autre de la discontinuité. Parmi ces approches, deux méthodes de simulation numérique ont retenu notre attention : l'approche dans le domaine spectral [13] [14] et la méthode des équations intégrales singulières [6] [15] [16].

Nous avons été frappé par le discours d'un certain nombre d'auteurs concernant la supériorité affichée de la méthode des équations intégrales singulières dans cette recherche des spectres de modes, de part et d'autre de la discontinuité [16].

D'autre part, une amélioration de l'Approche dans le Domaine Spectral a été proposée dans la littérature [13], perfectionnant ainsi cette méthode de simulation numérique utilisée au sein de notre groupe.

Grâce à l'évocation de ces deux points, le plan de notre mémoire apparaît.

Dans un premier chapitre, compte tenu des acquis de notre groupe, nous présentons les améliorations apportées à cette méthode de simulation numérique connue : l'Approche dans le Domaine Spectral. Le travail entrepris a consisté à introduire cette nouvelle formulation basée sur l'utilisation de développements asymptotiques. Cette modification nous a ainsi permis de rendre plus efficace, d'un point de vue numérique, cette méthode de simulation des phénomènes de propagation apparaissant dans les lignes planaires.

Dans un deuxième chapitre, nous décrivons la démarche utilisée lors de la mise en oeuvre de l'autre méthode numérique : la méthode des Equations Intégrales Singulières.

Au cours de ces deux premiers chapitres, nous avons volontairement choisi de présenter le fil directeur et les objectifs de ces méthodes, rejetant ainsi le maximum d'équations et de phases intermédiaires vers les annexes.

Un troisième chapitre, définit de manière comparative les qualités respectives de ces approches afin de déterminer le spectre de modes, le plus complet possible, de part et d'autre de la discontinuité. Ainsi, nous pouvons répondre aux diverses interrogations qui seront formulées au début du troisième chapitre. Cette étude comparative nous a, d'autre part, permis d'étudier des solutions particulières du problème de propagation, à savoir les modes complexes [13] [17] [18]. Dans une dernière partie de ce chapitre nous rechercherons l'influence des pertes sur le comportement de ces solutions [19].

Enfin, une dernière partie de ce mémoire dégage les axes essentiels de recherche pour les années futures.

Une conclusion termine ce mémoire, reprenant les éléments clefs de cette étude comparative.

**BIBLIOGRAPHIE
DE
L'INTRODUCTION**

- [1] **Y. RAHMAT-SAMII, T. ITOH, R. MITTRA** : "A spectral domain analysis for solving microstrip discontinuity problems". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-22, pp. 372-378, April 1974.
- [2] **R. SORRENTINO, T. ITOH** : "Transverse resonance analysis of finline discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-32, pp. 1633-1638, December 1984.
- [3] **T.S. CHU, T. ITOH, Y. SHIH** : "Comparative study of mode matching formulations for microstrip discontinuity problems". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 1018-1023, October 1985.
- [4] **N.H.L. KOSTER, R.H. JANSEN** : "The microstrip step discontinuity : A revised description". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-34, pp. 213-222, February 1986.
- [5] **T.S. CHU, T. ITOH** : "Generalized scattering matrix method for analysis of cascaded and offset microstrip step discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-34, pp. 280-284, February 1986.
- [6] **N.K. UZUNOGLU, C.N. CAPSALIS, C.P. CHRONOPOULOS** : "Frequency-dependent analysis of a shielded microstrip step discontinuity using an efficient mode-matching technique". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 976-984, June 1988.
- [7] **W.P. HAROKOPUS, P.B. KATEHI** : "Characterization of microstrip discontinuities on multilayer dielectric substrates including radiation losses". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-37, pp. 2058-2065, December 1989.
- [8] **X. ZHANG, K.K. MEI** : "Time domain finite difference approach to the calculation of the frequency-dependent characteristics of microstrip discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 1775-1787, December 1988.
- [9] **S. NAM, H. LING, T. ITOH** : "Characterization of uniform microstrip line and its discontinuities using the time-domain method of lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-37, pp. 2051-2057, December 1989.
- [10] **JU-WU TAO, H. BAUDRAND** : "Multimodal variational analysis of uniaxial waveguide discontinuities". I.E.E.E. Trans on M.T.T., Vol. MTT-39, pp. 506-516, March 1991.

[11] **K. UHDE** : "Discontinuities in finlines on semiconductor substrate". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-34, pp. 1499-1507, December 1986.

[12] **Ph. GELIN** : "Traitement électromagnétique des discontinuités en guides d'ondes diélectriques : Application aux résonateurs diélectriques". Thèse de Doctorat d'Etat, Lille, Septembre 1981.

[13] **C.J. RAILTON, T. ROZZI** : "Complex modes in boxed microstrip". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 865-874, May 1988.

[14] **Q. XU, K.J. WEBB, R. MITTRA** : "Study of modal procedures for microstrip step discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-37, pp. 381-386, February 1989.

[15] **R. MITTRA, T. ITOH** : "A new technique for the analysis of the dispersion characteristics of microstrip lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-19, pp. 47-56, January 1971.

[16] **A.S. OMAR, K. SCHÜNEMANN** : "Formulation of the singular integral equation technique for planar transmission lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 1313-1321, December 1985.

[17] **W. HUANG, T. ITOH** : "Complex modes in shielded microstrip lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 163-165, January 1988.

[18] **J. KUO, C. TZUANG** : "Complex modes in shielded suspended coupled microstrip lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-38, pp. 1278-1286, September 1990.

[19] **F. HURET, P. PRIBETICH, P. KENNIS** : "Quasicomplex modes on lossy substrate boxed microstrip lines". Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 3, pp 439-445, December 1990

CHAPITRE I

I - OPTIMISATION DE L'APPROCHE DANS LE DOMAINE SPECTRAL PAR L'UTILISATION DE DEVELOPPEMENTS ASYMPTOTIQUES

I.1. Introduction

Afin d'analyser les discontinuités de lignes planaires par la méthode du raccordement de champs [1] [2] [3] [4] [5], il est nécessaire de déterminer le plus rigoureusement possible le spectre de modes, de part et d'autre, de la discontinuité. Dans une première étape, nous devons donc, comme nous l'avons signalé, élaborer une méthode numérique afin d'obtenir les constantes de propagation ainsi que la configuration du champ électromagnétique associé. La recherche d'un grand nombre de modes doit s'opérer en essayant de minimiser le plus possible les temps de calcul. Conscient de cet objectif, et compte tenu de l'acquis au sein de l'Equipe Electromagnétisme des Circuits [6] [7] [8] [9], il nous a semblé intéressant de voir si l'approche dans le domaine spectral, moyennant des modifications, ne pouvait y répondre. En effet, certains auteurs répondent par l'affirmative à cette interrogation [10] [11].

Le présent chapitre est axé sur ces remarques. L'objectif est de nous affranchir des problèmes généralement rencontrés à savoir :

- la convergence des séries de FOURIER utilisées
- la description des champs dans un plan de section droite
- la notion de points de branchement entravant la recherche dans le plan complexe des constantes de propagation
- les dépassements des capacités de calcul des calculateurs de bureau généralement utilisés.

Ainsi, nous montrerons, en nous appuyant sur quelques résultats significatifs, qu'une écriture particulière des composantes du champ électromagnétique ainsi que l'utilisation

de développements asymptotiques ont rendu possible cette optimisation de l'approche dans le domaine spectral [12].

I.2. GENERALITES

Même si les généralités ont été maintes fois rappelées dans des articles ou thèses [6] [7] [14] [15] [16], dans un souci pédagogique, nous nous permettrons de resituer le problème en évoquant ces dites "généralités".

Toute étude propagation se ramène à la résolution d'un problème aux valeurs propres. Dans le cadre de cette étude, nous nous sommes intéressés aux cas de structures de propagation planaires enfermées dans un boîtier métallique. Dès lors, après avoir considéré un axe privilégié de propagation (axe oz), l'ensemble des composantes longitudinales des vecteurs d'onde, ou constantes de propagation, constitue le spectre de valeurs propres des modes recherchés.

En fait, pour ces lignes planaires, si l'on admet l'hypothèse de milieux isotropes, linéaires et homogènes, et si l'on néglige également l'influence des épaisseurs de métallisations, la difficulté essentielle réside dans l'écriture des conditions de continuité sur l'interface comportant les rubans métalliques.

Une simulation numérique basée sur l'approche dans le domaine spectral nous permet d'exprimer les champs et les conditions de continuité dans un domaine transformé de l'espace direct ; ce domaine est obtenu en considérant la décomposition en série de FOURIER (ou en intégrale de FOURIER) des champs suivant un axe parallèle à l'interface comportant les rubans métalliques. Ainsi, cette méthode permet elle de décrire aisément les conditions de continuité sur cette interface en dépit de son inhomogénéité.

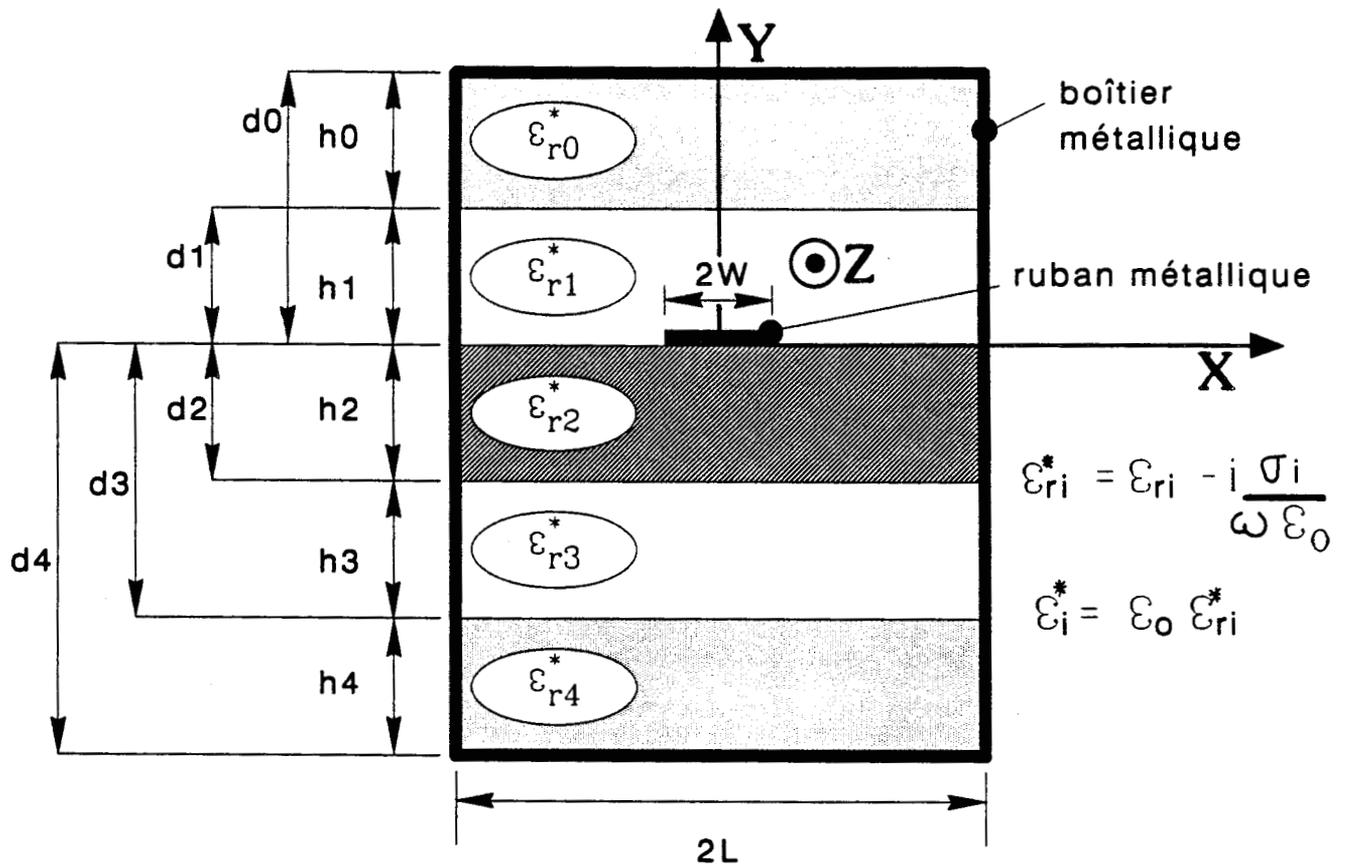


Figure 1a: ruban baignant dans un substrat multicouche

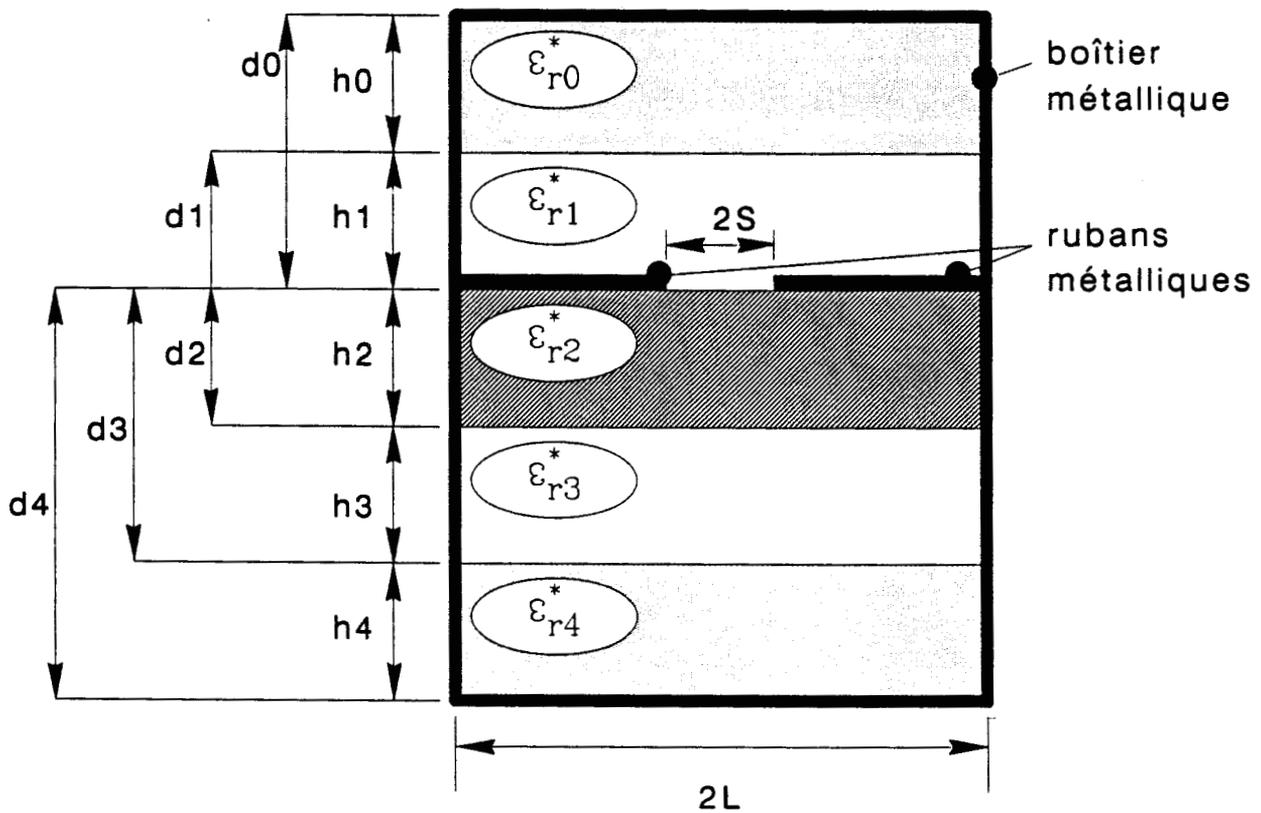


Figure 1b : fente baignant dans un substrat multicouche

FIGURE 1: STRUCTURE D'ETUDE GENERALISEE

L'utilisation de l'approche dans le domaine spectral présente l'avantage de ramener l'étude du problème aux valeurs propres à la résolution d'un système d'équations algébriques de dimensions réduites. Elle nécessite, par contre, la définition d'un modèle constitué de couches planes. Les épaisseurs des métallisations et les valeurs réelles des conductivités sont généralement négligées. Notons que ces paramètres peuvent être pris en compte moyennant des approximations physiques telles la notion de l'impédance de surface [17] [18] [19].

I.3. OPTIMISATION DE L'APPROCHE DANS LE DOMAINE SPECTRAL

Dans un premier temps, nous rappelons succinctement les étapes de la mise en oeuvre de l'approche dans le domaine spectral, en insistant sur les différentes améliorations apportées à cette méthode.

L'objectif de cette optimisation réside dans le développement d'un outil performant, souple d'emploi, pour la recherche du spectre de modes, le plus exhaustif possible, de part et d'autre de la discontinuité.

Cette amélioration résulte directement de la synthèse d'un certain nombre d'études publiées dans la littérature [10] [13] [14] et appliquées à notre structure généralisée (Figure 1).

I.3.1. Modèle utilisé

L'approche dans le domaine spectral nécessite la définition d'un modèle constitué de couches planes en considérant une métallisation infiniment mince. Les modèles retenus sont présentés figure 1.

I.3.2. Ecriture matricielle des équations de continuité

D'une façon générale, les composantes des champs électromagnétiques s'expriment en fonction des potentiels par les relations suivantes :

$$(I_1) \quad \begin{aligned} E &= -j\omega\mu \nabla \times \Pi_h + \nabla \times \nabla \times \Pi_e \\ H &= -j\omega\epsilon \nabla \times \Pi_e + \nabla \times \nabla \times \Pi_h \end{aligned}$$

Π_e et Π_h représentent respectivement les potentiels électriques et magnétiques [10] [13].

Ces potentiels Π_e et Π_h doivent satisfaire les conditions aux limites. Dans le cadre de ce mémoire, nous avons considéré des potentiels électriques et magnétiques dans la direction oy . Nous limitons la présentation de la méthode aux modes de type pair de la structure présentée figure 1a.

Cette parité impose les relations :

$$\begin{aligned} \Pi_e(x) &= \Pi_e(-x) \\ \Pi_h(x) &= -\Pi_h(-x) \end{aligned}$$

En considérant un mode direct se propageant en $e^{-j\gamma z}$, nous pouvons écrire ces potentiels sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \Pi_e^i &= \psi_e^i(x,y) \cdot \hat{y} e^{-j\gamma z} \\ \Pi_h^i &= \psi_h^i(x,y) \cdot \hat{y} e^{-j\gamma z} \end{aligned}$$

où \hat{y} représente le vecteur unité dans la direction oy .

Nous avons :

pour $y < 0$

$$(I_2) \quad \begin{aligned} \psi_e^i &= \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^i \cos kni (di+y) + B_n^i \sin kni (di+y)) \cos \alpha_n x \\ \psi_h^i &= \sum_{n=1}^{\infty} (C_n^i \cos kni (di+y) + D_n^i \sin kni (di+y)) \sin \alpha_n x \end{aligned}$$

pour $y > 0$

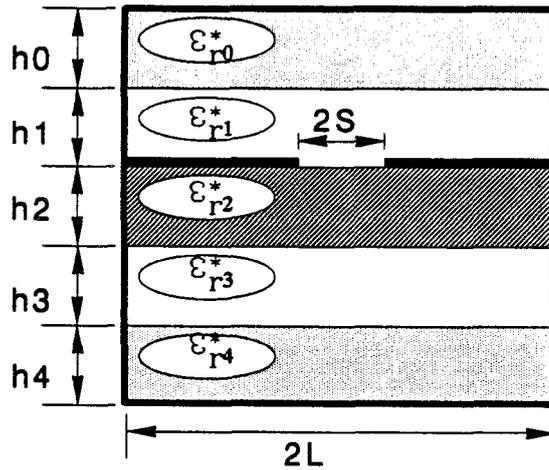
$$(I_3) \quad \begin{aligned} \psi_e^i &= \sum_{n=1}^{\infty} (A_n^i \cos kni (di-y) + B_n^i \sin kni (di-y)) \cos \alpha_n x \\ \psi_h^i &= \sum_{n=1}^{\infty} (C_n^i \cos kni (di-y) + D_n^i \sin kni (di-y)) \sin \alpha_n x \end{aligned}$$

où :

- . i représente l'indice du milieu considéré
- . kni représente le vecteur d'onde suivant l'axe (o,y) de la région considérée et a pour expression :

$$(I_4) \quad kni^2 = \omega^2 \mu_o \epsilon_o \epsilon_n^* - \gamma^2 - \alpha_n^2$$

- . la variable α_n prend des valeurs discrètes, les conditions aux limites ainsi que l'écriture adaptée des potentiels, nous imposent :



$2L = 3,556 \text{ mm}$; $h_0 + h_1 = 7,112 \text{ mm}$; $h_2 + h_3 + h_4 = 7,112 \text{ mm}$
 $h_2 = 0,254 \text{ mm}$; $\epsilon_{r0} = \epsilon_{r1} = \epsilon_{r3} = \epsilon_{r4} = 1$; $\epsilon_{r2} = 2,22$
 $\sigma_0 = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = 0$
 $F = 30 \text{ GHz}$

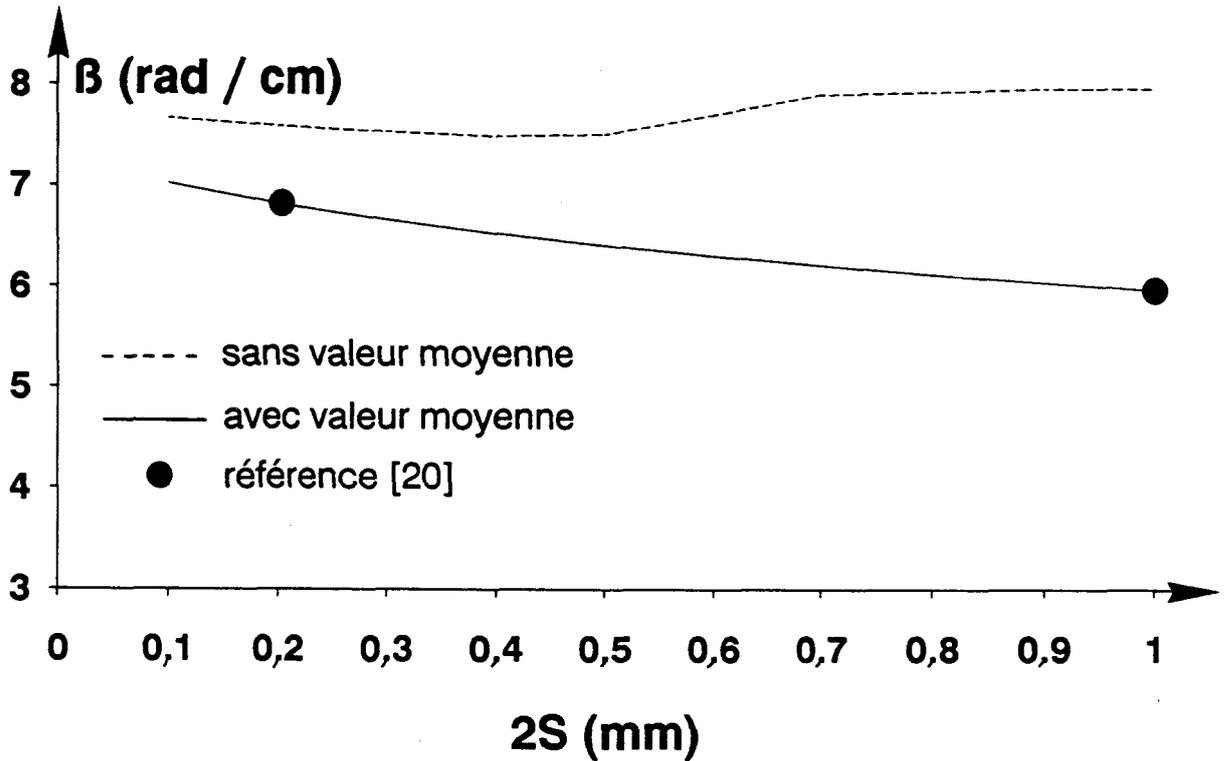


FIGURE 2: EVOLUTION DE LA CONSTANCE DE PROPAGATION DU MODE FONDAMENTAL EN FONCTION DE LA LARGEUR DE LA FENTE.

$$(I_5) \quad \alpha_n = \left(n - \frac{1}{2} \right) \frac{\pi}{L}$$

les variables A_n^i ; B_n^i ; C_n^i et D_n^i sont les inconnues du problème

Les conditions aux limites nous autorisent la simplification suivante :

$$B_n^i = C_n^i = 0 \quad \text{pour } i = 0 \text{ et } i = 4$$

Nous devons remarquer que les conditions aux limites en $x = \pm L$, nous permettent d'annuler l'harmonique de rang 0. Signalons cependant l'importance de la prise en compte de cette valeur moyenne.

L'oubli volontaire ou involontaire entraîne naturellement des erreurs dans la détermination des paramètres électromagnétiques. A titre d'exemple, nous présentons, figure 2, l'évolution de la constante de phase du mode fondamental de la ligne fente décrite figure 1b, en fonction de la largeur de la fente pour une fréquence constante de 30 GHz, avec ou sans valeur moyenne.

Une première amélioration de l'approche dans le domaine spectrale consiste à normaliser les constantes A_n^i ; B_n^i ; C_n^i et D_n^i .

Nous avons ainsi modifié l'écriture habituelle des potentiels de la façon suivante [10] :

pour $y < 0$:

$$(I_6) \quad \begin{aligned} \psi_e^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{A_n^i \cos kni (di+y)}{\cos kni hi} + \frac{B_n^i \sin kni (di+y)}{\sin kni hi} \right) \cos \alpha_n x \\ \psi_h^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{C_n^i \cos kni (di+y)}{\cos kni hi} + \frac{D_n^i \sin kni (di+y)}{\sin kni hi} \right) \sin \alpha_n x \end{aligned}$$

pour $y > 0$:

$$(I_7) \quad \begin{aligned} \Psi_e^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{A_n^i \cos kni (di-y)}{\cos kni hi} + \frac{B_n^i \sin kni (di-y)}{\sin kni hi} \right) \cos \alpha nx \\ \Psi_h^i &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{C_n^i \cos kni (di-y)}{\cos kni hi} + \frac{D_n^i \sin kni (di-y)}{\sin kni hi} \right) \sin \alpha nx \end{aligned}$$

Dès lors, les composantes du champ électromagnétique dans les différentes régions se déterminent facilement en utilisant les relations décrites précédemment (I1). Elles sont donc implicitement normalisées.

Les composantes du champ électromagnétique déterminées dans chaque milieu, il nous faut appliquer maintenant les conditions de continuité aux différentes interfaces.

Pour l'interface comportant le ruban métallique, la continuité des composantes tangentielles du champ électrique s'exprime dans l'espace direct par :

$$(I_8) \quad \vec{n} \times \vec{E}_1(x,0) = \vec{n} \times \vec{E}_2(x,0) \quad \forall x$$

\vec{n} ou \vec{n} représente la normale à l'interface considéré.

La continuité des composantes tangentielles du champ magnétique fait apparaître la contribution des densités de courants superficiels :

$$(I_9) \quad \vec{n} \times \vec{H}_1(x,0) - \vec{n} \times \vec{H}_2(x,0) = \vec{J}_s(x,0) \quad \forall x$$

En décomposant ces densités de courants en série de FOURIER :

$$(I_{10}) \quad \begin{aligned} J_x(x,0) = J_x(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{J}_x(\alpha_n) \sin \alpha_n x \\ J_z(x,0) = J_z(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{J}_z(\alpha_n) \cos \alpha_n x \end{aligned}$$

Considérant les relations d'orthogonalité :

$$(I_{11}) \quad \begin{aligned} \int_{-L}^L \cos \alpha_n x \cos \alpha_m x \, dx &= L \delta_{mn} \\ \int_{-L}^L \sin \alpha_n x \sin \alpha_m x \, dx &= L \delta_{mn} \end{aligned}$$

avec pour convention :

$$\begin{aligned} \delta_{mn} &= 1 \text{ si } \alpha_m = \alpha_n \neq 0 \\ \delta_{mn} &= 0 \text{ si } \alpha_m \neq \alpha_n \end{aligned}$$

Nous aboutissons à une écriture matricielle des équations de continuité dans l'espace transformé classique :

$$(I_{12}) \quad \begin{pmatrix} \tilde{E}_z(\alpha_n) \\ \tilde{E}_x(\alpha_n) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{zz}(\alpha_n, \gamma, \omega, \epsilon_{ri}^*) & Z_{zx}(\alpha_n, \gamma, \omega, \epsilon_{ri}^*) \\ Z_{xz}(\alpha_n, \gamma, \omega, \epsilon_{ri}^*) & Z_{xx}(\alpha_n, \gamma, \omega, \epsilon_{ri}^*) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{J}_z(\alpha_n) \\ \tilde{J}_x(\alpha_n) \end{pmatrix}$$

où $\tilde{E}_z, \tilde{E}_x, \tilde{J}_z, \tilde{J}_x$ représente les composantes dans l'espace transformé de FOURIER, des champs électriques et des densités de courants superficiels sur l'interface contenant les rubans métalliques.

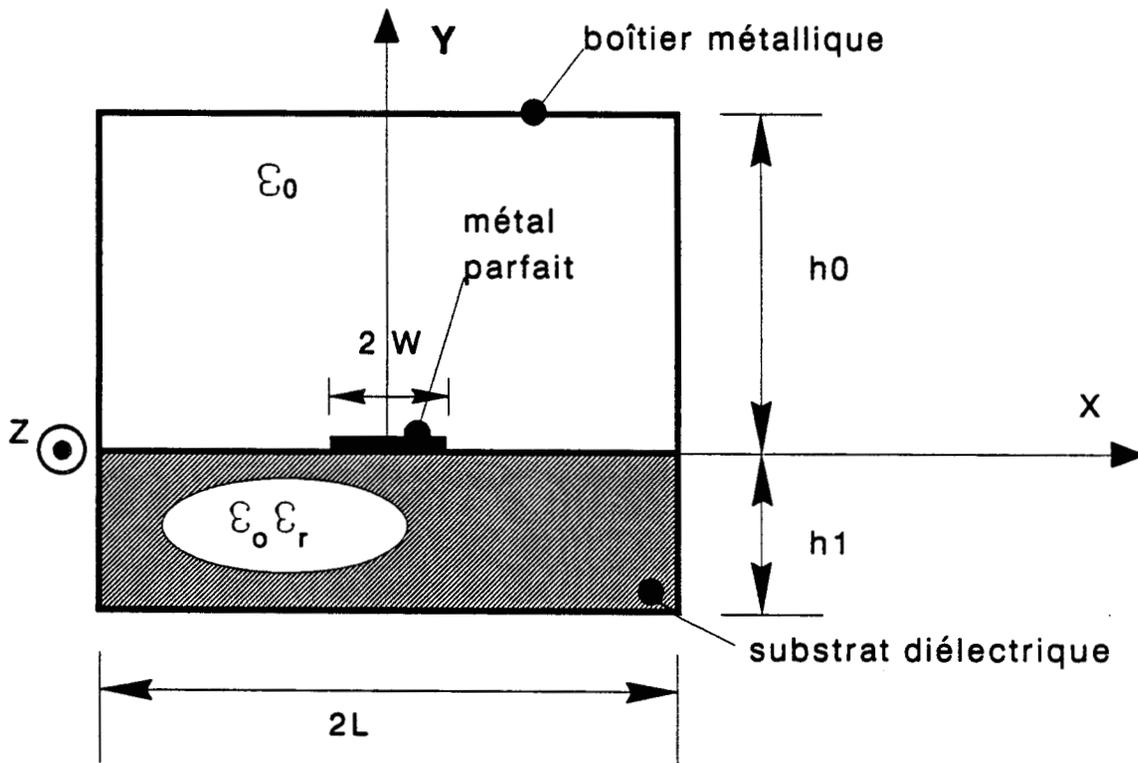


FIGURE 3: PLAN DE SECTION DROITE DE LA STRUCTURE DE BASE ETUDIEE.

Z_{zz} , Z_{zx} , Z_{xz} , Z_{xx} sont les éléments de la fonction de Green dyadique exprimés dans le domaine transformé de FOURIER.

Afin de souligner l'intérêt d'une telle mise en forme et soucieux de ne pas alourdir la présentation de cette étude par un flot d'expressions mathématiques, nous présentons ci-dessous, uniquement les éléments de la fonction de Green dyadique pour la structure présentée figure 3.

$$\begin{aligned}
 Z_{zz} &= -j x \frac{[(\epsilon r k_0^2 - \gamma^2) k_{n0} \tan k_{n0} h_0 + (k^2 - \gamma^2) k_{n1} \tan k_{n1} h_1]}{\omega \epsilon_0 X Y} \\
 (I_{13}) \quad Z_{zx} = Z_{xz} &= \frac{\gamma \alpha_n (k_{n0} \tan k_{n0} h_0 + k_{n1} \tan k_{n1} h_1)}{\omega \epsilon_0 X Y} \\
 Z_{xx} &= j x \frac{[(\epsilon r k_0^2 - \alpha_n^2) k_{n0} \tan k_{n0} h_0 + (k_0^2 - \alpha_n^2) k_{n1} \tan k_{n1} h_1]}{\omega \epsilon_0 X Y}
 \end{aligned}$$

où $k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0$

$$\begin{aligned}
 (I_{14}) \quad X &= \epsilon r k_{n0} \tan k_{n0} h_0 + k_{n1} \tan k_{n1} h_1 \\
 Y &= k_{n0} \cotan k_{n0} h_0 + k_{n1} \cotan k_{n1} h_1
 \end{aligned}$$

Comme nous pouvons le remarquer, la normalisation des constantes A_n^i ; B_n^i ; C_n^i et D_n^i , nous permet d'obtenir des éléments de la fonction de Green dyadique holomorphes dans le plan complexe. De plus, le comportement à l'infini des fonctions tangentes et cotangentes, nous autorise l'utilisation des développements asymptotiques.

I.3.3. Résolution du système matriciel

La recherche des valeurs propres γ nécessite la résolution du système d'équations non-homogènes (I12).

Pour cela, nous utilisons une procédure de moment connue sous le nom de méthode de Galerkin. Cette méthode nécessite le choix d'une base complète de fonctions et la définition d'un produit scalaire.

Dans le cas de la ligne microruban, nous projetons les densités de courants superficiels sur une base complète de fonctions :

$$(17) \quad \begin{aligned} J_z(x,0) &= \sum_{m=1}^M a_m J_z^m(x) \\ J_x(x,0) &= \sum_{q=1}^Q b_q J_x^q(x) \end{aligned}$$

où M et Q correspondent respectivement aux nombres de fonctions de base utilisées pour décomposer J_z et J_x , les constantes a_m et b_q sont les pondérations des différentes fonctions de base $J_z^m(x)$ et $J_x^q(x)$.

Le choix de ces fonctions conditionne l'efficacité de l'approche dans le domaine spectral [10] [21]. Pour la ligne microruban, elles sont généralement construites à partir des polynômes de Tchebychev [7].

Si nous prenons comme origine le milieu du ruban, nous avons dans l'espace direct

$$(I_{16}) \quad \begin{aligned} J_x^q(x) &= U_k(\omega) \\ J_z^m(x) &= \frac{T_l(\omega)}{\sqrt{1-\omega^2}} \quad \text{avec } \omega = \frac{x}{W} \end{aligned}$$

L'utilisation de ces fonctions de base nous assure l'unicité de la solution, ils rendent compte des effets de bords et possèdent de plus des transformées de FOURIER de forme analytique ; ce sont les fonctions de BESSEL de première espèce. L'utilisation de fonctions paires ou impaires par rapport à l'axe de symétrie du ruban nous permet de traduire les propriétés de parité du ou des modes étudiés [7] [22]. Les transformées de FOURIER des fonctions de base décrites précédemment sont alors déterminées par les relations suivantes :

$$(I_{17}) \quad \begin{aligned} \tilde{J}_z(n) &= \int_{-w}^w J_z(x) \cos \alpha n x \, dx \\ \tilde{J}_x(n) &= \int_{-w}^w J_x(x) \sin \alpha n x \, dx \end{aligned}$$

Le calcul de ces transformées est exprimée en annexe A, notons cependant que la parité de ces fonctions est déterminée par le choix des indices k et l. Dans le cas de modes de type pair tel que Jz soit pair et Jx impair, nous devons considérer :

$$(I_{18}) \quad \begin{aligned} l &= 2(m-1) \\ k &= 2q \end{aligned} \quad \text{avec } m, q \text{ entier} = 1, 2, 3, \dots$$

nous obtenons alors :

$$(I_{19}) \quad \begin{aligned} \tilde{J}_z(n) &= \frac{W}{2(-j)^{2(m-1)}} \times J_{2(m-1)} \times J_{2(m-1)}(\alpha n W) \\ \tilde{J}_x(n) &= -j \times \frac{q}{(-j)^{2q}} \times \frac{J_{2q}(\alpha n W)}{\alpha n} \end{aligned}$$

où $J_{2(m-1)}$, J_{2q} sont des fonctions de Bessel de première espèce.

Nous définissons alors un produit scalaire dans l'espace direct par les relations suivantes :

$$(I_{20}) \quad \begin{aligned} \langle E_z(x,0), J_z^*(x,0) \rangle &= \int_{-L}^{+L} E_z(x,0) J_z^*(x,0) dx \\ \langle E_x(x,0), J_x^*(x,0) \rangle &= \int_{-L}^{+L} E_x(x,0) J_x^*(x,0) dx \end{aligned}$$

Etant donné que les champs électriques tangentiels sont nuls sur un conducteur parfait et que les densités de courants superficiels n'existent que sur ces mêmes conducteurs ; ces produits scalaires sont nuls :

$$(I_{21}) \quad \begin{aligned} \langle E_z(x,0), J_z^*(x,0) \rangle &= 0 \\ \langle E_x(x,0), J_x^*(x,0) \rangle &= 0 \end{aligned}$$

D'autre part, par application du théorème de Parseval, ces produits scalaires se transforment en sommations discrètes dans le domaine spectral :

$$(I_{22}) \quad \begin{aligned} \langle E_z(x,0), J_z^*(x,0) \rangle &= L \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{E}_z(\alpha_n) \cdot \tilde{J}_z^*(\alpha_n) \\ \langle E_x(x,0), J_x^*(x,0) \rangle &= L \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{E}_x(\alpha_n) \cdot \tilde{J}_x^*(\alpha_n) \end{aligned}$$

Reprenons la forme matricielle de l'écriture des équations de continuité dans l'espace transformé ; compte tenu des décompositions des densités superficielles de courant J_x et J_z en fonction de base nous pouvons écrire :

$$(I_{23}) \quad \begin{aligned} \tilde{E}_z(\alpha n) &= Z_{zz}(\alpha n) \sum_{m=1}^M \tilde{J}_z^m(\alpha n) + Z_{zx}(\alpha n) \sum_{q=1}^Q \tilde{J}_x^q(\alpha n) \\ \tilde{E}_x(\alpha n) &= Z_{xz}(\alpha n) \sum_{m=1}^M \tilde{J}_z^m(\alpha n) + Z_{xx}(\alpha n) \sum_{q=1}^Q \tilde{J}_x^q(\alpha n) \end{aligned}$$

En multipliant scalairement par chacune des fonctions de base en appliquant le théorème de Parseval, nous obtenons :

$$(I_{24}) \quad \begin{aligned} \langle \tilde{E}_z, \tilde{J}_z^{j*} \rangle &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(Z_{zz}(\alpha n) \sum_{m=1}^M \tilde{J}_z^m(\alpha n) + Z_{zx}(\alpha n) \sum_{q=1}^Q \tilde{J}_x^q(\alpha n) \right) \cdot \tilde{J}_z^{j*}(\alpha n) \\ \langle \tilde{E}_x, \tilde{J}_x^{i*} \rangle &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(Z_{xz}(\alpha n) \sum_{m=1}^M \tilde{J}_z^m(\alpha n) + Z_{xx}(\alpha n) \sum_{q=1}^Q \tilde{J}_x^q(\alpha n) \right) \cdot \tilde{J}_x^{i*}(\alpha n) \end{aligned}$$

où les indices i et j se rapportent à la fonction de base considérée pour le produit scalaire, le symbole * désigne le complexe conjugué.

Présentons le système de la façon suivante :

$$(I_{25}) \quad \begin{aligned} \langle \tilde{E}_x, \tilde{J}_x^{i*} \rangle &= \sum_{q=1}^Q K_{11}(i,q) + \sum_{m=1}^M K_{12}(i,m) \quad i = 1, Q \\ \langle \tilde{E}_z, \tilde{J}_z^{j*} \rangle &= \sum_{q=1}^Q K_{21}(j,q) + \sum_{m=1}^M K_{22}(j,m) \quad j = 1, M \end{aligned}$$

où nous avons posé :

$$\begin{aligned}
 K_{11}(i,q) &= \sum_{n=0}^{\infty} Z_{xx}(\alpha n) \tilde{J}_x^q(\alpha n) \tilde{J}_x^{i*}(\alpha n) \\
 K_{12}(i,m) &= \sum_{n=0}^{\infty} Z_{xz}(\alpha n) \tilde{J}_z^m(\alpha n) \tilde{J}_x^{i*}(\alpha n) \\
 K_{21}(j,q) &= \sum_{n=0}^{\infty} Z_{zx}(\alpha n) \tilde{J}_x^q(\alpha n) \tilde{J}_z^{j*}(\alpha n) \\
 K_{22}(j,m) &= \sum_{n=0}^{\infty} Z_{zz}(\alpha n) \tilde{J}_z^m(\alpha n) \tilde{J}_z^{j*}(\alpha n)
 \end{aligned}
 \tag{I_{26}}$$

La nullité des produits scalaires nous permet alors de transformer le système initial en un système homogène de la forme :

$$\tag{I_{27}} \quad [K] \cdot \begin{bmatrix} b_q \\ a_m \end{bmatrix} = [0]$$

Les valeurs propres γ , solutions du problème, sont alors obtenues en annulant le déterminant de la matrice carrée K. Les vecteurs propres correspondants sont constitués par l'ensemble des coefficients a_m et b_q . Ils permettent le calcul du champ électromagnétique au niveau de l'interface contenant le ruban métallique. L'utilisation des différentes équations de continuité conduit à la détermination de l'ensemble du champ dans toute la structure.

A cette fin, nous utilisons une méthode basée sur l'application des calculs de résidus des fonctions de variables complexes [23]. Le déterminant holomorphe de la matrice notée K optimise considérablement la recherche des valeurs propres, car ne nécessite pas l'étude préalable de branches de coupure dans le plan complexe.

I.3.4. Optimisation de l'Approche dans le Domaine Spectral par l'utilisation de développements asymptotiques

I.3.4.1. Problèmes de convergence

A ce stade, la formulation du problème électromagnétique par l'approche dans le domaine spectral est rigoureuse, cependant la résolution numérique impose :

- le choix d'un nombre limité de fonctions de base
- la troncature des développements en série de FOURIER

Un certain nombre d'études ont été publiées concernant ce type de problèmes [24] [25]. A partir de ces travaux, des critères ont été proposés fournissant une relation empirique entre les dimensions géométriques de la structure, le nombre de fonctions de base et le nombre de termes utilisés dans les développements des séries de FOURIER ; cette relation s'écrit [26] :

$$(I_{28}) \quad M = K N \frac{L}{W}$$

Où :

- N représente le nombre de fonctions de base,
- M le nombre de termes des séries de FOURIER,
- L la largeur totale de la structure,
- W la largeur du ruban central,
- K un coefficient compris entre 1 et 1,5.

Dans un souci d'efficacité, nous avons systématiquement vérifié ce critère sur un certain nombre de structures, pour ensuite appliquer cette relation validée.

Il apparaît clairement et naturellement que l'augmentation du nombre de fonctions de base ainsi que l'éloignement des murs électriques latéraux du ruban central, accroissent considérablement le nombre de termes nécessaire à la convergence des séries de FOURIER. Dès lors, on comprend aisément l'entrave que pourraient constituer des temps de calcul prohibitifs pour l'étude de discontinuités par la méthode du raccordement de champ au niveau de la discontinuité. En effet, elles nécessitent la détermination préalable des spectres de modes de part et d'autre de la discontinuité. La reconstitution fine des champs électromagnétiques dans un plan de section droite induit un nombre important de termes de série de FOURIER [6] [7]. Il convient donc d'essayer de s'affranchir de ce problème de convergence et d'essayer au maximum de minimiser les temps de calcul.

I.3.4.2. Utilisation de développements asymptotiques

La recherche des valeurs propres γ nécessite la résolution de l'équation déterminantale :

$$\text{déterminant } [K] = 0 \quad (I_{27})$$

où la matrice K se met sous la forme suivante :

$$(I_{29}) \quad [K] = \begin{bmatrix} [K_{11}(i,q)] & [K_{12}(i,m)] \\ [K_{21}(j,q)] & [K_{22}(j,m)] \end{bmatrix}$$

$$i = 1, Q$$

$$j = 1, M$$

avec :

$$\begin{aligned}
 K_{11}(i,q) &= \sum_{n=0}^{\infty} Z_{xx}(\alpha n) \tilde{J}_x^q(\alpha n) \tilde{J}_x^{i*}(\alpha n) \\
 K_{12}(i,m) &= \sum_{n=0}^{\infty} Z_{xz}(\alpha n) \tilde{J}_z^m(\alpha n) \tilde{J}_x^{i*}(\alpha n) \\
 K_{21}(j,q) &= \sum_{n=0}^{\infty} Z_{zx}(\alpha n) \tilde{J}_x^q(\alpha n) \tilde{J}_z^{j*}(\alpha n) \\
 K_{22}(j,m) &= \sum_{n=0}^{\infty} Z_{zz}(\alpha n) \tilde{J}_z^m(\alpha n) \tilde{J}_z^{j*}(\alpha n)
 \end{aligned}
 \tag{I_{30}}$$

La détermination des valeurs propres nécessite alors le calcul de ce déterminant sur un ensemble des points constituant le contour du domaine du plan complexe considéré [23]. S'il est difficile de diminuer ce nombre de points, nous pouvons toutefois minimiser les temps de calcul par l'emploi de développements asymptotiques.

Nous avons pour cela modifié la matrice K de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
 K_{11}(i,q) &= \sum_{n=0}^{nr} (Z_{xx}(\alpha n) - H_{xx}(\alpha n)) \tilde{J}_x^q(\alpha n) \tilde{J}_x^{i*}(\alpha n) + \sum_{n=0}^{\infty} H_{xx}(\alpha n) \tilde{J}_x^q(\alpha n) \tilde{J}_x^{i*}(\alpha n) \\
 K_{12}(i,m) &= \sum_{n=0}^{nr} (Z_{xz}(\alpha n) - H_{xz}(\alpha n)) \tilde{J}_z^m(\alpha n) \tilde{J}_x^{i*}(\alpha n) + \sum_{n=0}^{\infty} H_{xz}(\alpha n) \tilde{J}_z^m(\alpha n) \tilde{J}_x^{i*}(\alpha n) \\
 K_{21}(j,q) &= \sum_{n=0}^{nr} (Z_{zx}(\alpha n) - H_{zx}(\alpha n)) \tilde{J}_x^q(\alpha n) \tilde{J}_z^{j*}(\alpha n) + \sum_{n=0}^{\infty} H_{zx}(\alpha n) \tilde{J}_x^q(\alpha n) \tilde{J}_z^{j*}(\alpha n)
 \end{aligned}
 \tag{I_{31}}$$

$$K_{22}(j,m) = \sum_{n=0}^{nr} (Z_{zz}(\alpha n) - H_{zz}(\alpha n)) \tilde{J}_z^m(\alpha n) \tilde{J}_z^{j*}(\alpha n) + \sum_{n=0}^{\infty} H_{zz}(\alpha n) \tilde{J}_z^m(\alpha n) \tilde{J}_z^{j*}(\alpha n)$$

où les termes H_{xx} , H_{xz} , H_{zx} et H_{zz} exprimés en annexe B sont les limites asymptotiques des éléments de la fonction de Green dyadique.

L'utilisation d'un tel développement est rendu possible par l'emploi de fonctions tangente et cotangente complexes dont les limites asymptotiques sont des valeurs finies.

Nous pouvons écrire ce système de façon plus compacte, sous la forme suivante :

$$(I_{32}) \quad [K] = \sum_{n=0}^{nr} [G(n)] + \sum_{n=0}^{\infty} [H(n)]$$

Nous montrerons que la convergence de la première sommation en fonction du nombre d'harmoniques considéré, nr , est excessivement rapide. En ce qui concerne la deuxième sommation, la résolution numérique nous impose la troncature de son développement. La diminution des temps de calcul dépend alors directement de la mise en forme de la matrice carrée H de dimension égale au nombre total de fonctions de base ($M + Q$). Cette matrice se définit de la façon suivante :

$$\sum_n [H(n)] = \begin{bmatrix} [H_{11}(i,q)] & [H_{12}(i,m)] \\ [H_{21}(j,q)] & [H_{22}(j,m)] \end{bmatrix}$$

avec :

$$\begin{aligned}
 H_{11}(i,q) &= \sum_{n=0}^{\infty} H_{xx}(dn) \tilde{J}_x^q(\alpha n) \tilde{J}_x^{i*}(\alpha n) \\
 H_{12}(i,m) &= \sum_{n=0}^{\infty} H_{xz}(dn) \tilde{J}_z^m(\alpha n) \tilde{J}_x^{i*}(\alpha n) \\
 H_{21}(j,q) &= \sum_{n=0}^{\infty} H_{zx}(dn) \tilde{J}_x^q(\alpha n) \tilde{J}_z^{j*}(\alpha n) \\
 H_{22}(j,m) &= \sum_{n=0}^{\infty} H_{zz}(dn) \tilde{J}_z^m(\alpha n) \tilde{J}_z^{j*}(\alpha n)
 \end{aligned}
 \tag{I_{33}}$$

Nous pouvons séparer cette matrice en deux sous-matrices, tel que :

$$\tag{I_{34}} \quad \sum_n [H(n)] = F_\gamma(\gamma) \sum_n [H^1(n)] + F_\omega(\omega) \sum_n [H^2(n)]$$

F_γ et F_ω sont deux matrices définies en annexe B. Elles ne dépendent respectivement que de la constante de propagation et de la fréquence angulaire.

Nous pouvons donc les extraire des sommations.

Les matrices carrées H^1 et H^2 , de dimension $M + Q$ se définissent de la façon suivante :

$$\tag{I_{35}} \quad \begin{aligned}
 \sum_n [H^1(n)] &= \begin{bmatrix} [H_{11}^1(i,q)] & [H_{12}^1(i,m)] \\ [H_{21}^1(j,q)] & [H_{22}^1(j,m)] \end{bmatrix} \\
 \sum_n [H^2(n)] &= \begin{bmatrix} [H_{11}^2(i,q)] & [0] \\ [0] & [H_{22}^2(j,m)] \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

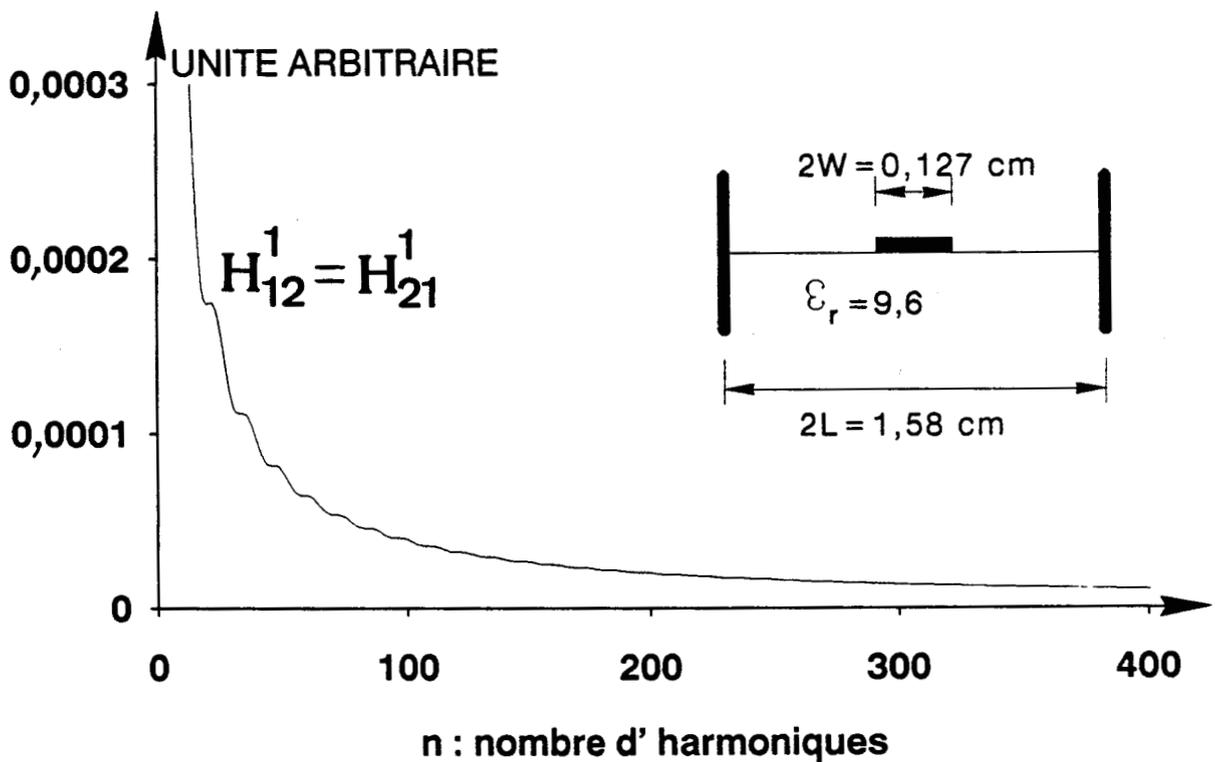
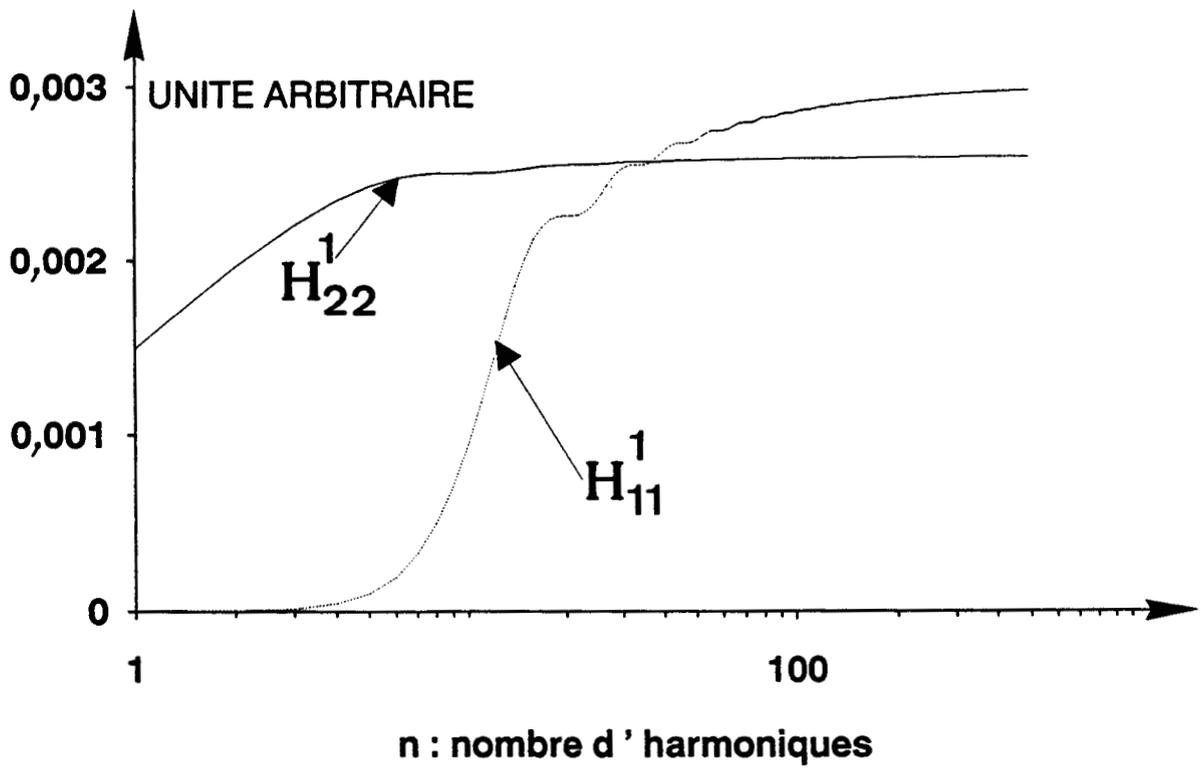


FIGURE 4: EVOLUTION DES TERMES DE LA MATRICE H^1 EN FONCTION DU NOMBRE D' HARMONIQUES.

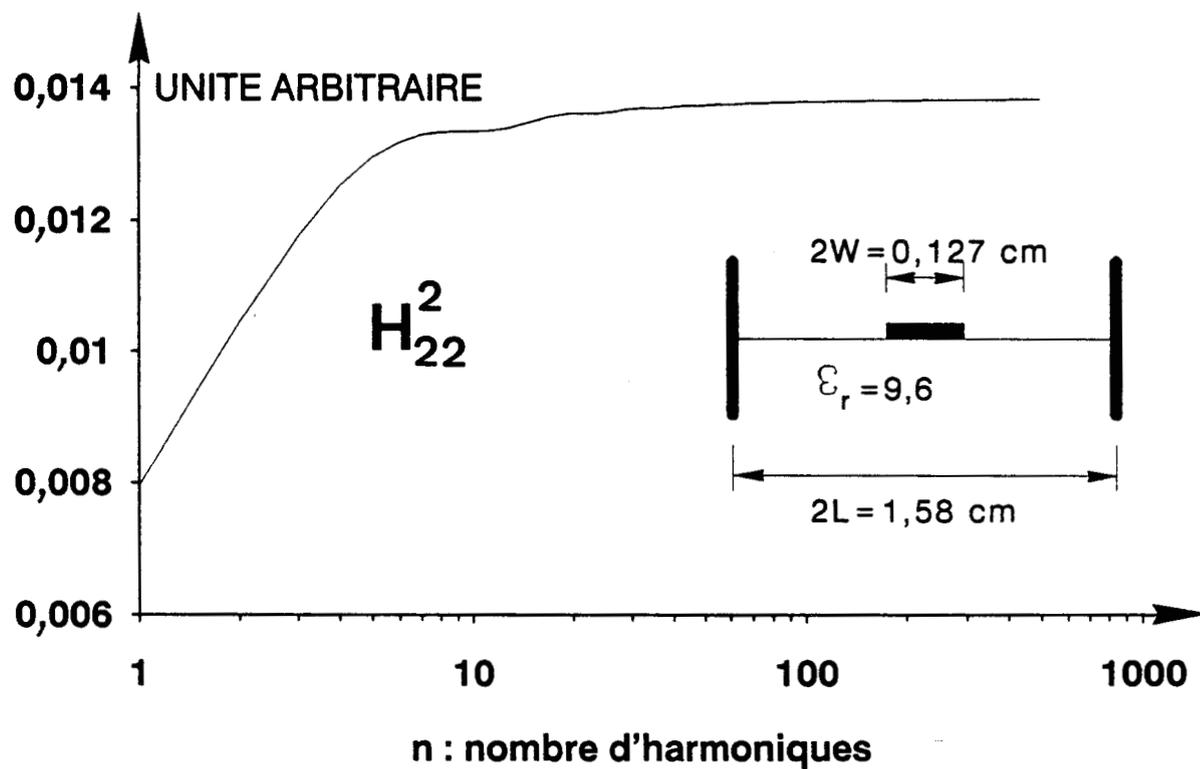
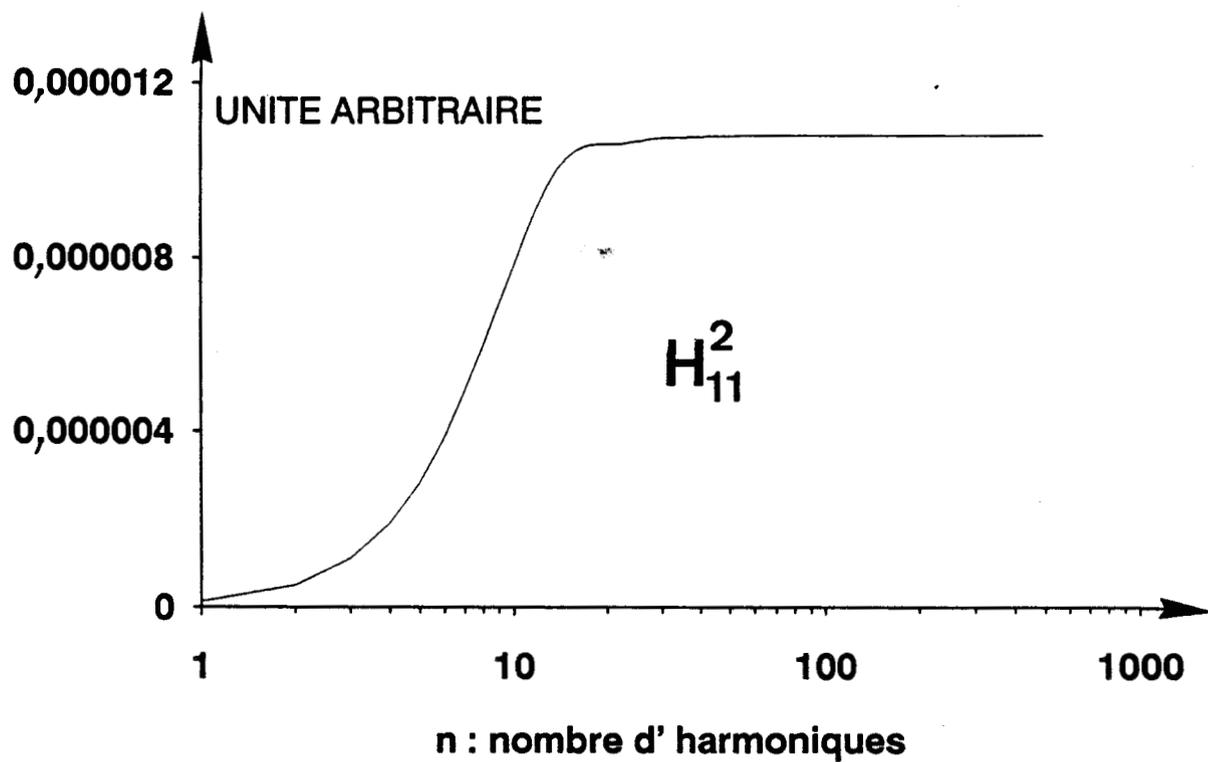


FIGURE 5: EVOLUTION DES TERMES DE LA MATRICE H^2 EN FONCTION DU NOMBRE D' HARMONIQUES.

Les éléments des matrices H^1 et H^2 sont définis en annexe B. Ces séries convergentes dépendent uniquement de la largeur du ruban métallique, de l'écartement des murs électriques latéraux ainsi que de la permittivité relative du substrat diélectrique.

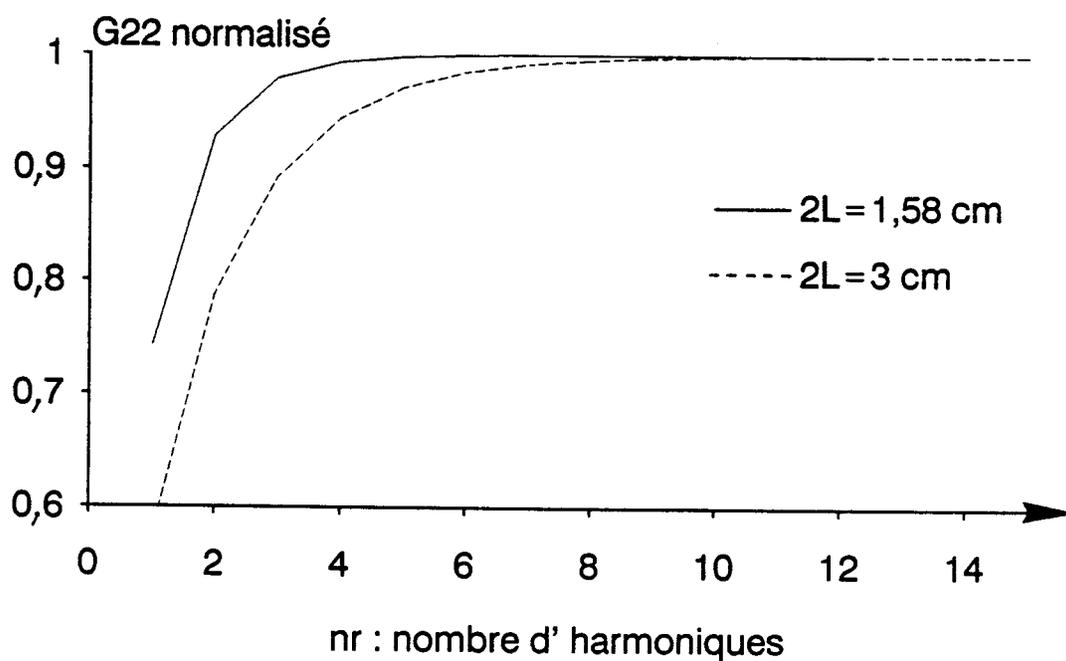
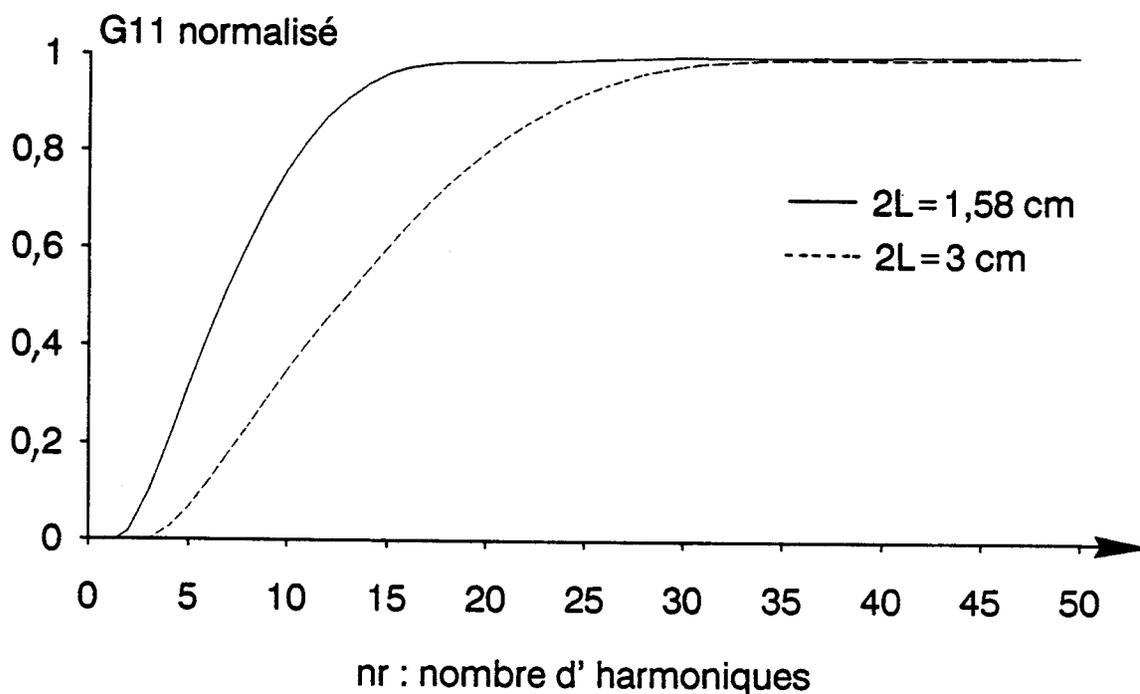
A titre d'exemple, nous présentons respectivement Figures 4 et 5 l'évolution des termes des matrices H^1 et H^2 en fonction du nombre d'harmoniques pour une structure donnée.

Nous avons considéré une fonction de base sur chaque axe, J_x et J_z . Les matrices H_1 et H_2 s'identifient à deux matrices carrées d'ordre 2 définies simplement par :

$$\sum_n [H^1(n)] = \begin{bmatrix} H_{11}^1 & H_{12}^1 \\ H_{21}^1 & H_{22}^1 \end{bmatrix}; \quad \sum_n [H^2(n)] = \begin{bmatrix} H_{11}^2 & 0 \\ 0 & H_{22}^2 \end{bmatrix}$$

La nature convergente des séries apparaît à l'examen de telles courbes. Naturellement, la rapidité de cette convergence dépend directement des dimensions géométriques de la structure considérée. Comme pour d'autres études, nous nous sommes attachés à vérifier les critères de convergence empiriques habituels. L'évaluation rigoureuse de ces sommations s'effectue une seule fois pour chaque structure étudiée. Cette évaluation des matrices H^1 et H^2 ne dépend pas de la fréquence. Elles peuvent alors être considérées comme une donnée du problème au même titre que les dimensions géométriques. Dans la suite de notre étude, nous considérons acquise la convergence des séries présentées ci-dessus.

Le comportement asymptotique des termes des séries de FOURIER appréhendé, l'obtention des valeurs propres nécessite alors la description rigoureuse des premiers harmoniques des composantes du champ électromagnétique. Le problème se résume à la convergence des termes de la matrice notée G.



$\epsilon_r = 9,6$; fréquence considérée : 10 GHz

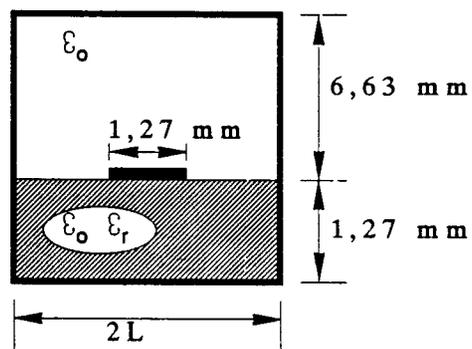
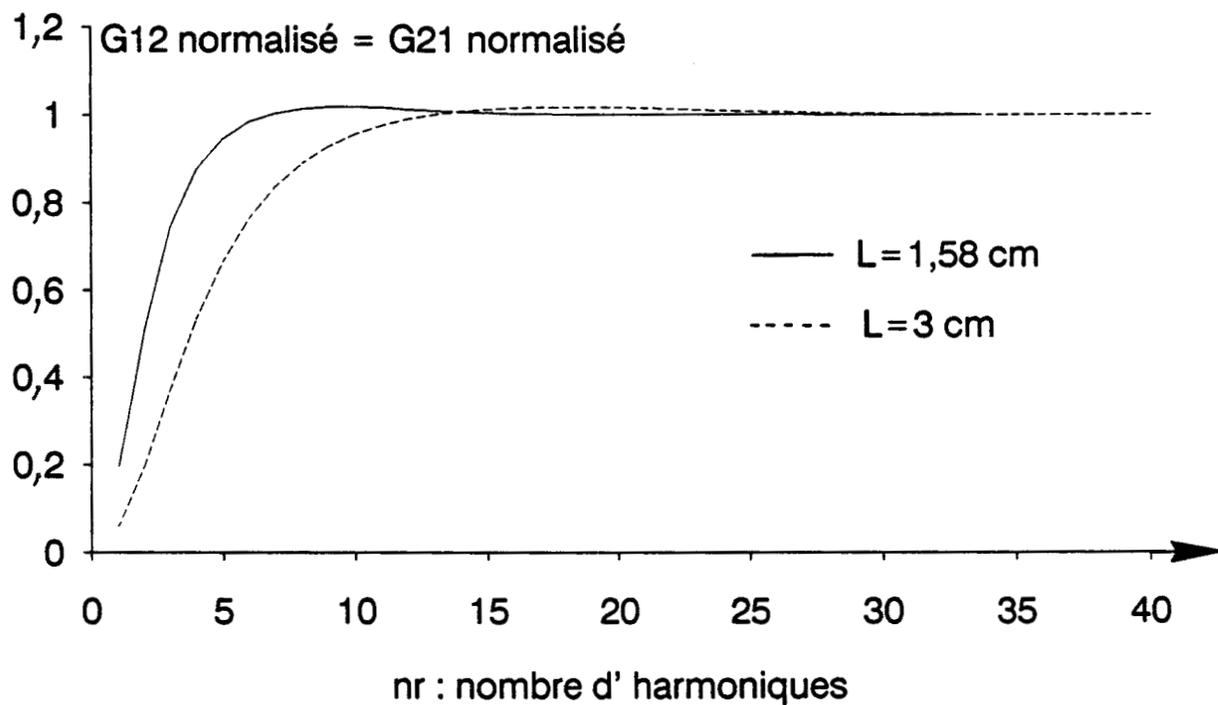


FIGURE 6 : EVOLUTION DES TERMES DE LA MATRICE G EN FONCTION DU NOMBRE D' HARMONIQUES.



$\epsilon_r = 9,6$; fréquence considérée : 10 GHz

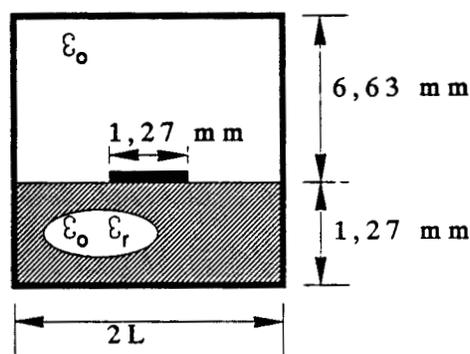
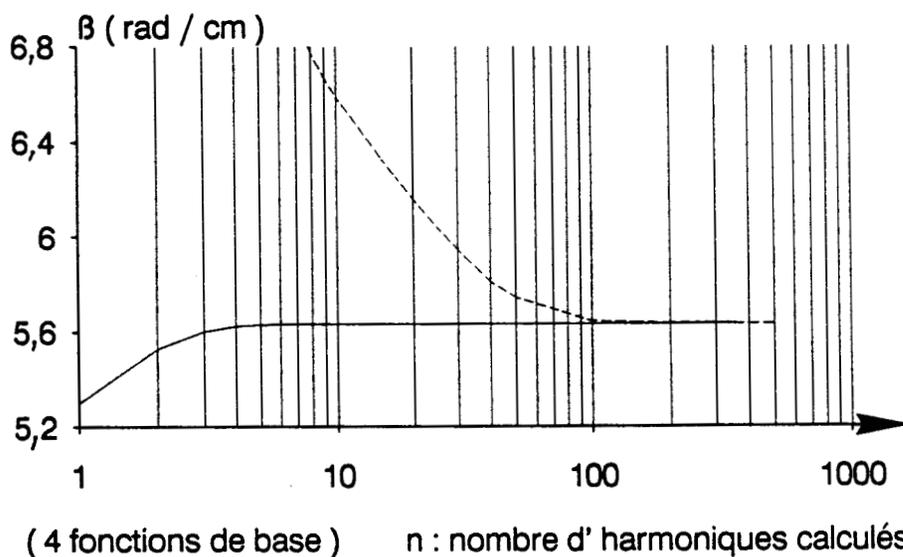
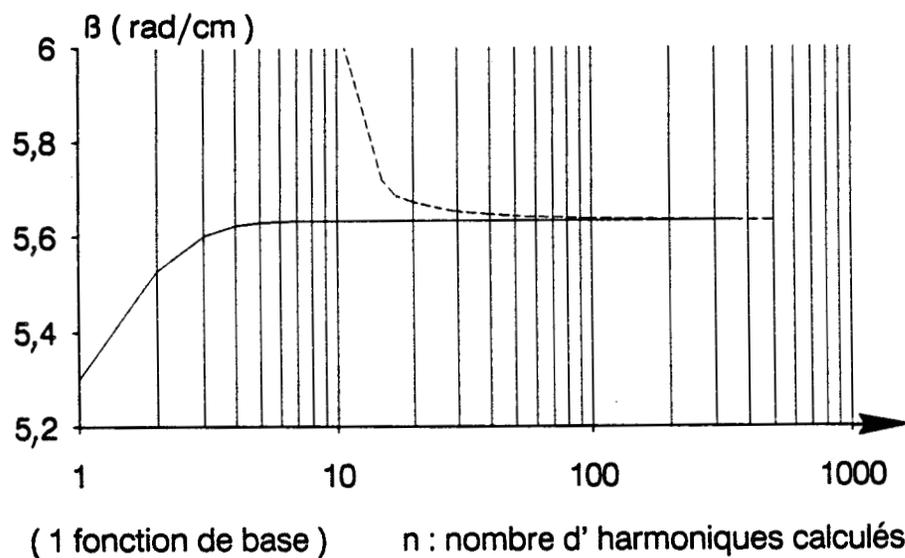


FIGURE 7: EVOLUTION DES TERMES DE LA MATRICE G EN FONCTION DU NOMBRE D' HARMONIQUES.

Dans un souci de clarté, nous n'illustrerons cette convergence que par le biais de deux exemples, Figures 6 et 7. La structure retenue est une ligne microruban classique. Deux valeurs de l'écartement des murs électriques latéraux ont été retenues pour ces exemples. La constante de propagation obtenue est associée au mode fondamental de ces deux structures pour une fréquence considérée de 10 GHz. Les densités de courant J_x et J_z sont décrites à l'aide d'une fonction de base. Dans ces conditions, la matrice notée G se définit par :

$$\sum_{n=0}^{nr} [G(n)] = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}$$

Les Figures 6 et 7 illustrent la variation des termes G_{ij} normalisés, en fonction du nombre d'harmoniques considérés, nr et ce pour une fréquence de 10 GHz. Nous remarquons que la convergence des termes de la matrice notée G peut être qualifiée de "rapide" en raison du nombre d'harmoniques pris en compte. Elle dépend naturellement de l'écartement des murs électriques latéraux. Cependant, la prise en compte d'une dizaine d'harmoniques s'avère suffisante en vue de décrire le comportement électromagnétique des structures généralement étudiées.



$\epsilon_r = 9,6$; fréquence considérée : 10 GHz
 — avec développements asymptotiques
 --- sans développement asymptotique

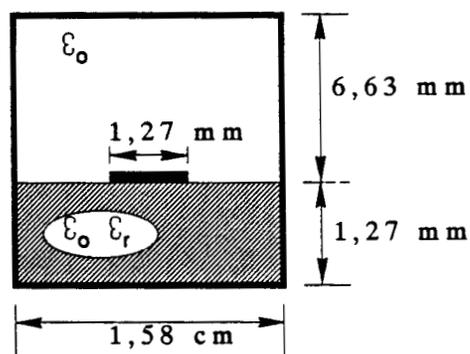


FIGURE 8 EVOLUTION DE LA CONSTANCE DE PROPAGATION DU MODE FONDAMENTAL EN FONCTION DU NOMBRE D' HARMONIQUES.

I.4. PRESENTATION DE QUELQUES RESULTATS TYPIQUES

I.4.1. Détermination de la constante de propagation du mode fondamental et de la répartition du champ électromagnétique

Comme nous l'avons signalé préalablement, l'objectif premier de cette étude consiste à diminuer les temps de calculs nécessaires à la détermination du spectre de modes des structures étudiées. La recherche de ces valeurs propres dans le plan complexe nécessite une évaluation la plus exacte possible des séries de FOURIER et ce pour un grand nombre de valeurs de la fréquence et de la constante de propagation. Grâce au formalisme introduit, la détermination de ces séries se restreint au calcul des premiers harmoniques. On imagine alors aisément que la mise en oeuvre de cette approche dans le domaine spectral optimisé répond à l'objectif fixé.

La Figure 8 fait apparaître une différence de comportements de la constante de phase β lorsque l'on introduit ou non dans le logiciel les développements asymptotiques présentés précédemment. La détermination des six premiers harmoniques suffit afin de déterminer la constante de phase alors que plus de cent harmoniques doivent être systématiquement calculés dans le cas contraire.

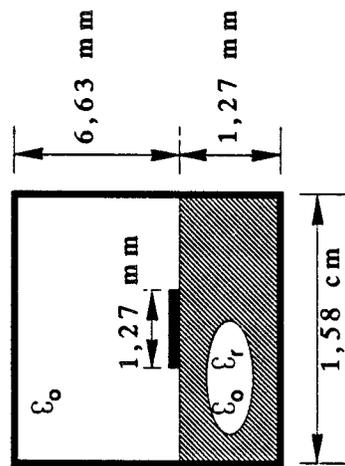
D'autre part, si l'on souhaite décrire plus finement les densités de courant J_x et J_z , nous sommes contraints de développer ces densités de courants sur un nombre plus important de fonctions de base. Cette augmentation du nombre de fonctions de base prises en compte n'entraîne pas comme dans le cas classique, une augmentation drastique du nombre d'harmoniques comme l'atteste la figure 8. Ce dernier exemple, typique et significatif montre l'efficacité de tels développements asymptotiques.

Toutefois, la force de ces améliorations ne réside pas principalement dans la précision obtenue pour la valeur de la constante de propagation. Afin de juger des potentialités

nombre d'harmoniques calculés	5	8	10	50	75	100	125	150	200	250	500
Jx	a0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
	a1	0,0147	0,0179	0,0185	-2,179	-23,56	1,16	0,44	0,235	0,099	0,0528
	a2	-0,00451	-0,00478	-0,0045	2,896	26,75	-1,25	-0,461	-0,242	-0,0983	-0,0501
	a3	0,388	0,347	0,344	-4,83	-75,13	5,191	2,61	1,778	1,108	0,812
Jz	b0	-26,55	-23,84	-23,74	15,831	484,2	-50,5	-34,37	-29,69	-26,48	-25,37
	b1	-0,739	-0,712	-0,71	-2,593	-31,88	1,505	0,404	0,0304	-0,292	-0,447
	b2	-0,565	-0,512	-0,609	6,46	101,6	-6,98	-3,533	-2,424	-1,53	-1,135
	b3	0,823	0,734	0,731	-8,163	-139,17	9,90	5,084	3,518	2,239	1,66
β (rad.cm-1)	5,6297	5,6328	5,6329	5,6762	5,6531	5,6442	5,6401	5,638	5,6358	5,6347	5,6332

Méthode avec développements asymptotiques

Méthode classique



$\epsilon_r = 9,6$; fréquence considérée : 10 GHz

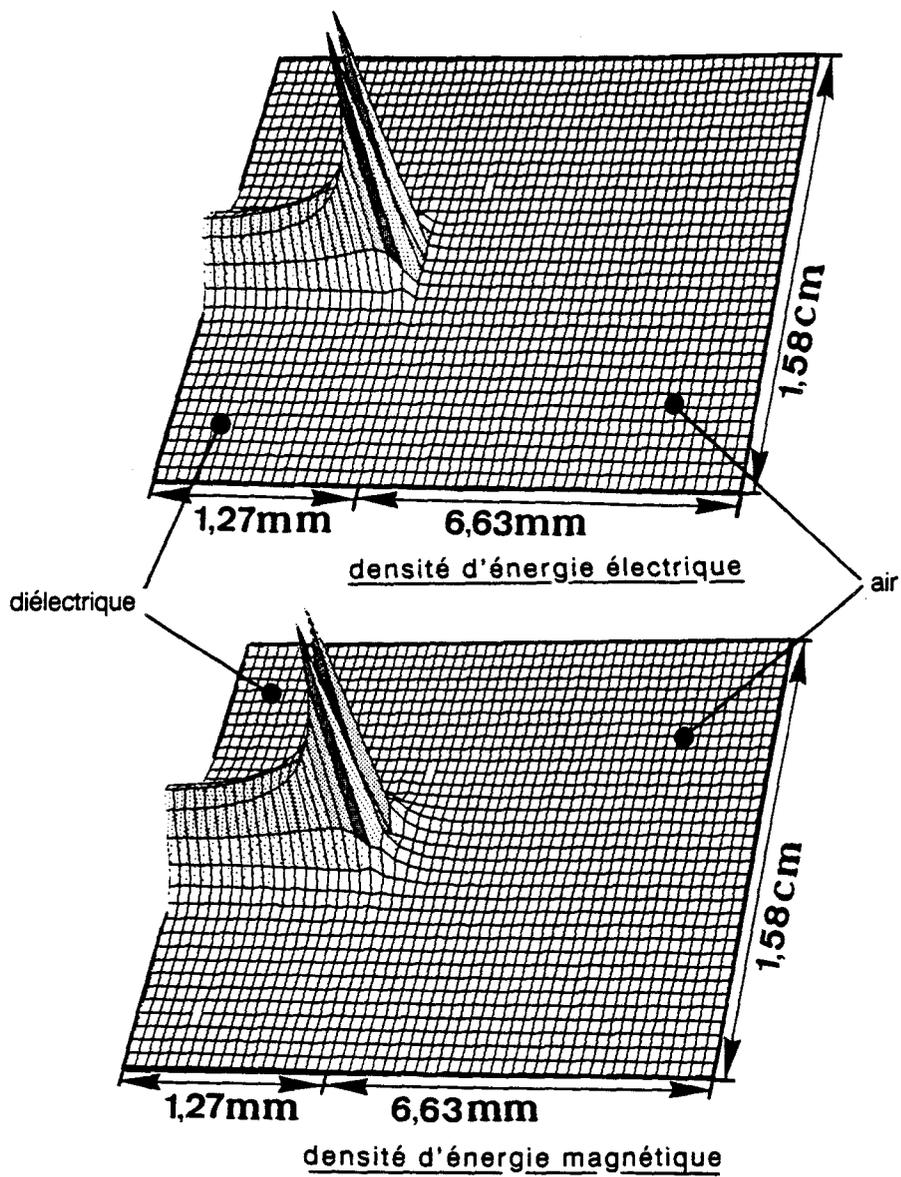
TABLEAU 1 : EVALUATION DU VECTEUR PROPRE EN FONCTION DU NOMBRE D' HARMONIQUES CALCULES

de ces modifications, nous nous sommes attachés à qualifier l'influence de ces améliorations sur la précision du vecteur propre. En effet, l'obtention de la répartition du champ électromagnétique dans un plan de section droite de la structure est tributaire en grande partie du vecteur propre. On conçoit bien l'intérêt de déterminer le plus finement possible le vecteur propre associé à ce problème aux valeurs propres. Ce phénomène est d'autant plus renforcé que nous rechercherons les modes d'ordre supérieur nécessitant, à priori, des décompositions plus importantes en fonctions de base. Ainsi, une reconstitution des champs, plus fidèle à la réalité physique, sera obtenue par une augmentation du nombre de fonctions de bases.

Dans cet esprit, le tableau 1 illustre cette démarche. Quatre fonctions de base sur chaque direction ont été prise en compte pour cet exemple. Un premier examen révèle que dix harmoniques suffisent avec la méthode asymptotique pour décrire avec une précision donnée le vecteur propre, alors que cinq cents sont nécessaires avec la méthode classique. Cet exemple est révélateur des potentialités de l'approche dans le domaine spectral modifiée par des développements asymptotiques. Les résultats obtenus sur d'autres structures, avec d'autres jeux de paramètres confirment ces remarques et nous ont donc incité à retenir cette méthode. Toutefois, afin de valider pleinement notre méthode, nous nous sommes imposés la vérification des répartitions du champ électromagnétique sur des exemples de structures classiquement utilisés en technologie microonde monolithique. La Figure 9 visualise, à titre d'illustration, une répartition du champ électromagnétique.

I.4.2. Evaluation du flux de puissance : Application au calcul de l'impédance caractéristique

Le mode fondamental propagé par la structure microruban en boîtier est un mode hybride. La notion habituelle d'impédance caractéristique est alors parfaitement arbitraire [27] [28] [29], mais répond aux désirs des ingénieurs. Pour les lignes microrubans, la définition la plus généralement retenue est l'impédance caractéristique en courant [21]. Elle relie le flux de la



$\epsilon_r = 9,6$; fréquence considérée : 10 GHz

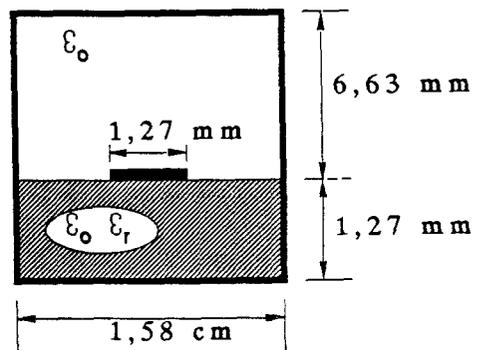


FIGURE 9 CONFIGURATION DE L'ENERGIE ELECTROMAGNETIQUE DANS UN PLAN DE SECTION DROITE.

puissance transportée par le mode fondamental guidé au courant longitudinal sur le ruban métallique.

Si nous appelons Z_c cette impédance caractéristique, nous avons :

$$(I_{36}) \quad Z_c = \frac{2P}{I^*} ; \quad I = \int_{-w}^w J_z(x) dx$$

P représente le flux de la puissance transportée par le mode fondamental, il s'exprime par la relation suivante :

$$(I_{37}) \quad P = \frac{1}{2} \iint_s (E_x H^*) ds = \frac{1}{2} \iint_s (E_x(x,y) \cdot H_y^*(x,y) - E_y(x,y) \cdot H_x^*(x,y)) dx dy$$

s représente la section droite du guide considéré

* représente le complexe conjugué.

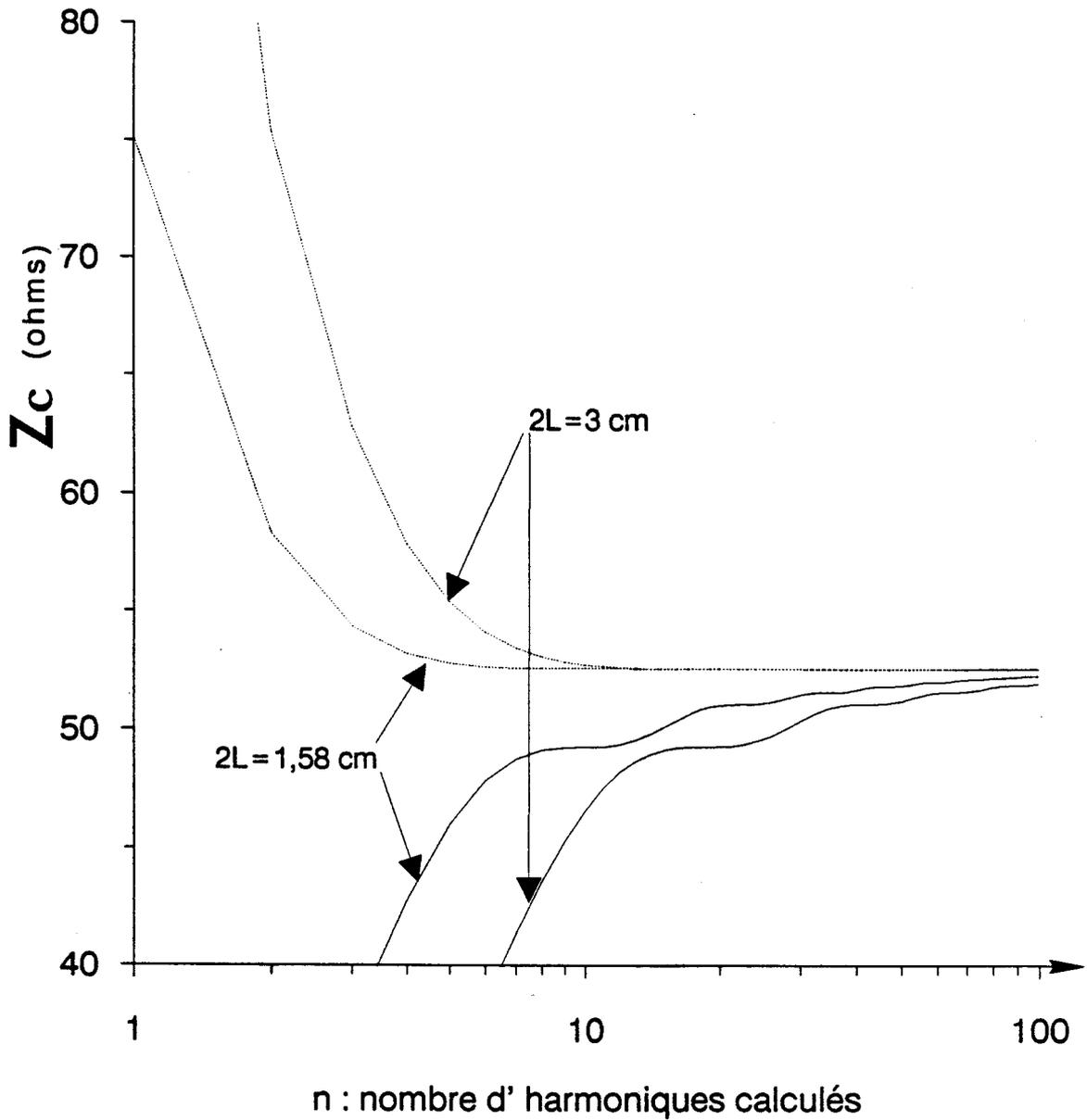
L'évaluation du flux de puissance nécessite naturellement la détermination précise de la constante de propagation et surtout du vecteur propre correspondant, et ce pour un grand nombre de fréquences.

Au vue des résultats présentés précédemment, on conçoit aisément que l'approche dans le domaine spectral modifiée par des développements asymptotiques répond à ces exigences. Elle nous autorise ainsi une détermination rapide et précise du vecteur propre.

L'intégration suivant les deux axes O_x et O_y étant analytique, la détermination du flux de puissance se résume alors à l'évaluation d'une série dont le terme général dépend respectivement de la fréquence, la constante de propagation, du vecteur propre et naturellement des dimensions géométriques de la structure.

Afin d'améliorer la précision de cette évaluation, nous avons également introduit les développements asymptotiques.

D'une façon générale, nous pouvons résumer le calcul du flux de puissance par les relations suivantes :



$\epsilon_r = 9,6$; fréquence considérée : 10 GHz
 ----- avec développements asymptotiques
 ————— sans développement asymptotique

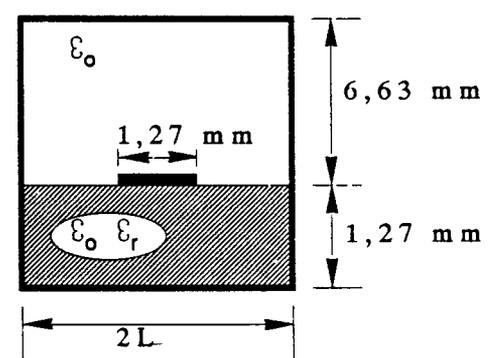


FIGURE 10: EVOLUTION DE L'IMPEDANCE CARACTERISTIQUE EN FONCTION DU NOMBRE D'HARMONIQUES.

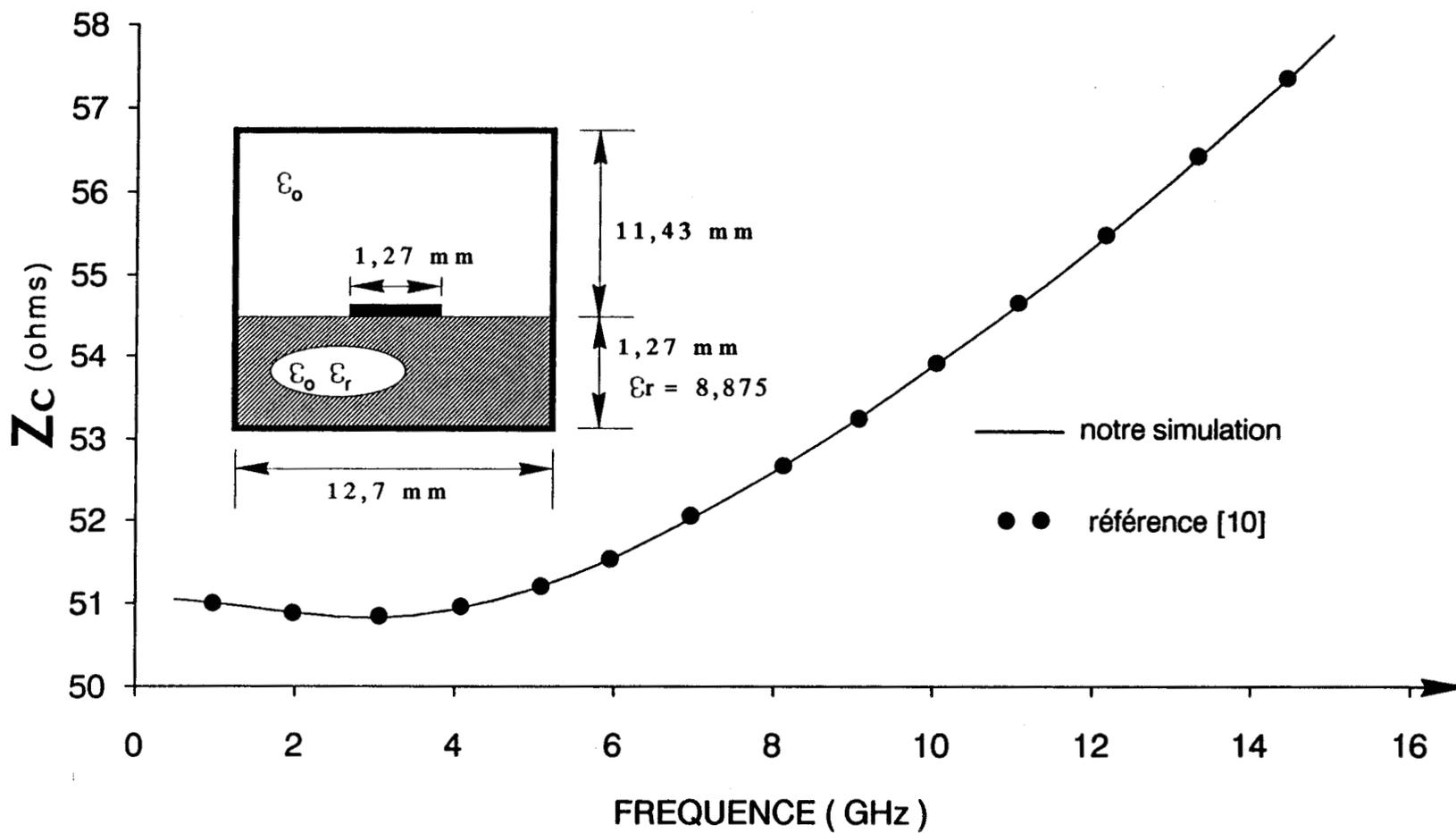


FIGURE 11: EVOLUTION DE L' IMPEDANCE CARACTERITIQUE EN FONCTION DE LA FREQUENCE

$$P = \sum_n (P(n) - P_{\infty}(n)) + \sum_n P_{\infty}(n)$$

avec :

$$P_{\infty}(n) \sim P(n) \\ n \rightarrow \infty$$

$$\sum_n P_{\infty}(n) = F(\gamma, am, bq, \omega) \cdot \sum_n P'_{\infty}(n)$$

$F(\gamma, am, bq, \omega)$ est une fonction non triviale qui dépend respectivement de la constante de propagation, du vecteur propre et de la fréquence.

$P'_{\infty}(n)$ ne dépend que des dimensions géométriques de la structure.

Afin de juger les potentialités de notre simulation numérique, nous présentons figure 10 l'évolution de l'impédance caractéristique en fonction du nombre d'harmoniques calculés. Afin d'illustrer cette comparaison, nous avons retenu différentes dimensions transversales de notre structure d'étude.

Naturellement, la prise en compte d'un nombre plus important d'harmoniques s'avère nécessaire à la détermination de l'impédance caractéristique lorsque nous augmentons considérablement les dimensions transversales de la structure. Cependant, pour nos structures généralement étudiées, le calcul d'une dizaine d'harmoniques suffit afin de déterminer le flux de puissance alors que plus de cent harmoniques doivent être systématiquement calculés si nous utilisons une écriture classique.

Enfin, nous nous sommes attachés à valider cette simulation numérique en comparant nos résultats à ceux publiés dans la littérature. Cette démarche s'illustre par le biais de la figure 11.

1.5. CONCLUSION

Dans ce premier chapitre, nous venons de présenter les améliorations apportées à l'approche dans le domaine spectral. L'objectif fixé consistait à déterminer le plus précisément

les constantes de propagation ainsi que les configurations des champs électromagnétiques associés pour un grand nombre de modes, en essayant de minimiser les temps de calcul.

Nous avons montré, en nous appuyant sur des résultats significatifs, qu'une écriture particulière des composantes du champ électromagnétique et l'utilisation de développements asymptotiques optimisent considérablement cette méthode de simulation numérique. Comme toute méthode numérique, cette approche présente des avantages et des inconvénients.

Avant d'envisager son utilisation dans l'étude des discontinuités, nous avons cherché à vérifier les affirmations d'un certain nombre d'auteurs. Ceux-ci estiment, qu'une méthode numérique basée sur la résolution d'équations intégrales singulières est de loin la plus performante pour l'étude des modes supérieures [2] [20].

Ces affirmations nous ont interpellé. Au sein de notre équipe, les études de discontinuités ne traitaient essentiellement que les structures sans pertes [30]. Comme nous l'avons signalé dans l'introduction, pendant une décennie, les activités de notre groupe ont été orientées essentiellement vers l'étude des lignes planaires utilisées en technologie monolithique microonde. Notre volonté d'aborder des discontinuités en présence de pertes métalliques, de pertes en volume ou par rayonnement, nous a amené à repenser le problème en reprenant les analyses au point de départ. Sachant que l'on doit déterminer préalablement le spectre de modes normaux le plus complet possible de part et d'autre de la discontinuité, nous avons tenu à vérifier la supériorité ou non de cette méthode d'équations intégrales singulières, avant de choisir l'outil de simulation numérique.

BIBLIOGRAPHIE
CHAPITRE I

- [1] **A.S. OMAR, K. SCHÜNEMANN** : "Transmission matrix representation of fin-line discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 765-770, September 1985.
- [2] **N.K. UZUNOGLU, C.N. CAPSALIS, C.P. CHRONOPOULOS** : "Frequency dependent analysis of a shielded microstrip step discontinuity using an efficient mode-matching technique". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 976-984, June 1988.
- [3] **J. STRUBE, F. ARNDT** : "Rigorous hybrid-mode analysis of the transition from rectangular waveguide to shielded dielectric image guide". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 391-401, May 1985.
- [4] **K. UHDE** : "Discontinuities in finlines on semiconductor substrate". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 1499-1507, December 1986.
- [5] **M. ELARD, J. CITERNE, O. PICON, V.F. HANNA** : "Theoretical and experimental investigation of finline discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 994-1003, October 1985.
- [6] **P. PRIBETICH** : "Contribution à l'étude d'un applicateur microonde de type fente, excitée par une ligne microruban". Thèse de 3ème cycle, Lille, Juin 1984.
- [7] **C. SEGUINOT** : "Modélisation des lignes coplanaires déposées sur un substrat semiconducteur : Application à l'étude de faisabilité de circuits déphaseurs et modulateurs". Thèse de 3ème Cycle, Lille, Novembre 1988.
- [8] **D. KINOWSKI, F. HURET, P. PRIBETICH, P. KENNIS** : "Influence des supraconducteurs sur les caractéristiques de propagation de lignes planaires pour circuits intégrés microondes". ANN. TELECOMMUN., Vol. 45, n°5-6, pp. 334-343, 1990.
- [9] **P. KENNIS** : "Traitements électromagnétiques de lignes planaires déposées sur un substrat semiconducteur : Application à quelques problèmes relatifs à l'intégration monolithique de circuits microondes". Diplôme d'Habilitation à diriger des recherches en sciences, Lille, Décembre 1991.
- [10] **C.J. RAILTON, T. ROZZI** : "Complex modes in boxed microstrip". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 865-874, May 1988.

- [11] **J.T. KUO, C.K.C. TZUANG** : "Complex modes in shielded suspended coupled microstrip lines". I.E.E.E. Trans on M.T.T., Vol. MTT-38, pp. 1778-1286, September 1990.
- [12] **F. HURET, P. PRIBETICH, P. KENNIS** : "Quasicomplex modes on lossy substrate boxed microstrip lines". Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 3, pp. 439-445, December 1990.
- [13] **R. MITTRA, T. ITOH** : "A new technique for the analysis of the dispersion characteristics of microstrip lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-19, pp. 47-56, January 1971.
- [14] **T. ITOH, R. MITTRA** : "A technique for computing dispersion characteristics of shielded microstrip lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-22, pp. 896-898, October 1974.
- [15] **R.H. JANSEN** : "The spectral domain approach for microwave integrated circuits". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 1043-1056, October 1985.
- [16] **J. CITERNE** : "Recherche d'une solution analytique approximative du traitement électromagnétique d'un guide d'onde planaire. Modélisation elliptique des guides microfentes". Thèse de Doctorat d'Etat, Lille, Juillet 1978.
- [17] **J.M. POND, C.M. KROWNE, W.L. CARTER** : "On the application of complex resistive boundary conditions to model transmission lines consisting of very thin superconductors". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-35, pp. 181-189, January 1985.
- [18] **D. KINOWSKI, F. HURET, P. PRIBETICH, P. KENNIS** : "Spectral domain analysis of coplanar superconducting line laid on multilayered GaAs substrate". Electronics Letters, Vol. 25, n°12, pp 788-789, June 1989.
- [19] **E. PALECZNY, D. KINOWSKI, J.F. LEGIER, P. PRIBETICH, P. KENNIS** : "Comparison of full wave approaches for determination of microstrip conductor losses for MMIC applications". Electronics Letters, Vol. 26, n°25, pp 2076-2077, December 1990.
- [20] **A.S. OMAR, K. SCHÜNEMANN** : "Formulation of the singular integral equation technique for planar transmission lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 1313-1321, December 1985.

- [21] **L. FAUCON** : "L'approche spectrale des guides planaires : Paramètres électromagnétiques des lignes microfente et coplanaire". Thèse de 3ème Cycle, Lille, Septembre 1978.
- [22] **L.P. SCHMIDT, T. ITOH** : "Spectral domain analysis of dominant and higher order modes in fin-lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-28, pp. 981-985, September 1980.
- [23] **P. LAMPARIELLO, R. SORRENTINO** : "The ZEPLS program for solving characteristic equations of electromagnetic structures". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-23, pp. 457-458, May 1975.
- [24] **R. MITTRA, T. ITOH, T.S. LI** : "Analytical and numerical studies of the relative convergence phenomenon arising in the solution of an integral equation by the moment method". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-20, pp. 96-104, February 1972.
- [25] **M. LEROY** : "On the convergence of numerical results in model analysis". I.E.E.E. Trans. on A.P., Vol. 31, pp. 656-659, July 1983.
- [26] **S. TEDJINI** : "Contribution à l'étude d'un isolateur à semiconducteur pour ondes millimétriques : Application à la ligne à ailettes". Thèse de 3ème Cycle, Grenoble, Juin 1982.
- [27] **E.J. DENLINGER** : "A frequency dependent solution for microstrip transmission lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-19, pp. 30-39, January 1971.
- [28] **W.J. GETSINGER** : "Measurement and modelling of the apparent characteristic impedance of microstrip". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-31, pp. 624-632, August 1983.
- [29] **F. ARNDT, G.U. PAUL** : "The reflection definition of the characteristic impedance of microstrip". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-27, pp. 724-731, August 1979.
- [30] **Ph. GELIN** : "Traitement électromagnétique des discontinuités en guides d'ondes diélectriques : Application aux résonateurs diélectriques". Thèse de Doctorat d'Etat, Lille, September 1981.

CHAPITRE II

II ETUDE DES CARACTERISTIQUES DE PROPAGATION DE LA LIGNE MICRORUBAN EN BOITIER PAR UNE METHODE DE RESOLUTION D'EQUATIONS INTEGRALES SINGULIERES

II.1. Introduction

Certains auteurs reconnaissent la supériorité de l'approche dans le domaine spectral pour l'étude du mode fondamental et des modes supérieurs. Cette méthode numérique nécessite alors la résolution d'un système d'équations matriciel de faible dimension. Cependant, l'augmentation considérable du nombre de fonctions de base nécessaires à l'évaluation des modes supérieurs et par conséquent, l'augmentation des dimensions de la matrice caractéristique leur fait privilégier une méthode de simulation numérique basée sur la résolution d'équations intégrales singulières [1] [2] [3] [4].

Ces équations permettent de décrire directement les singularités des composantes du champ électromagnétique occasionnées par la présence des rubans métalliques. La caractérisation des modes supérieurs ne nécessiterait alors que la résolution d'un système d'équations homogènes de dimension relativement faible [1] [5].

De tels propos nous ont incité, après réflexion, à développer cette méthode de simulation numérique. La méthode des équations intégrales singulières a souvent été utilisée pour résoudre des problèmes de discontinuités de type Iris [6] [7] [8].

Comme lors de l'approche dans le domaine spectral, le système d'équations homogènes final est obtenu en écrivant les conditions de continuité des composantes des champs électriques et magnétiques aux différentes interfaces. La différence essentielle réside dans le fait que ces équations de continuité sont exprimées dans l'espace géométrique direct et non plus dans l'espace transformé de FOURIER. L'inhomogénéité de l'interface comportant les rubans métalliques nous impose alors la résolution d'un ensemble d'équations intégrales présentant des singularités. La résolution d'un tel système d'équations intégrales n'est pas unique [1] [5]. L'originalité de cette méthode repose sur une écriture particulière des équations de continuité dans l'espace direct.

La résolution de ces équations intégrales, après une phase analytique longue, nous permet ainsi d'obtenir un système d'équations matriciel aux valeurs propres de dimension

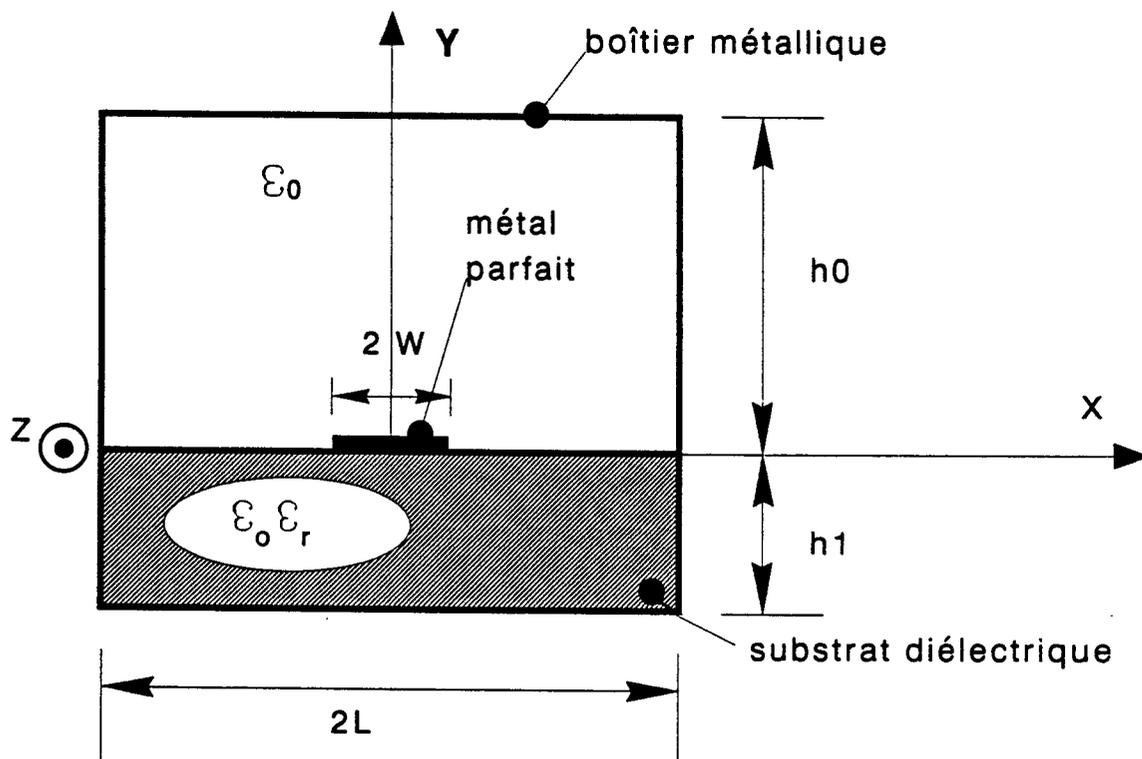
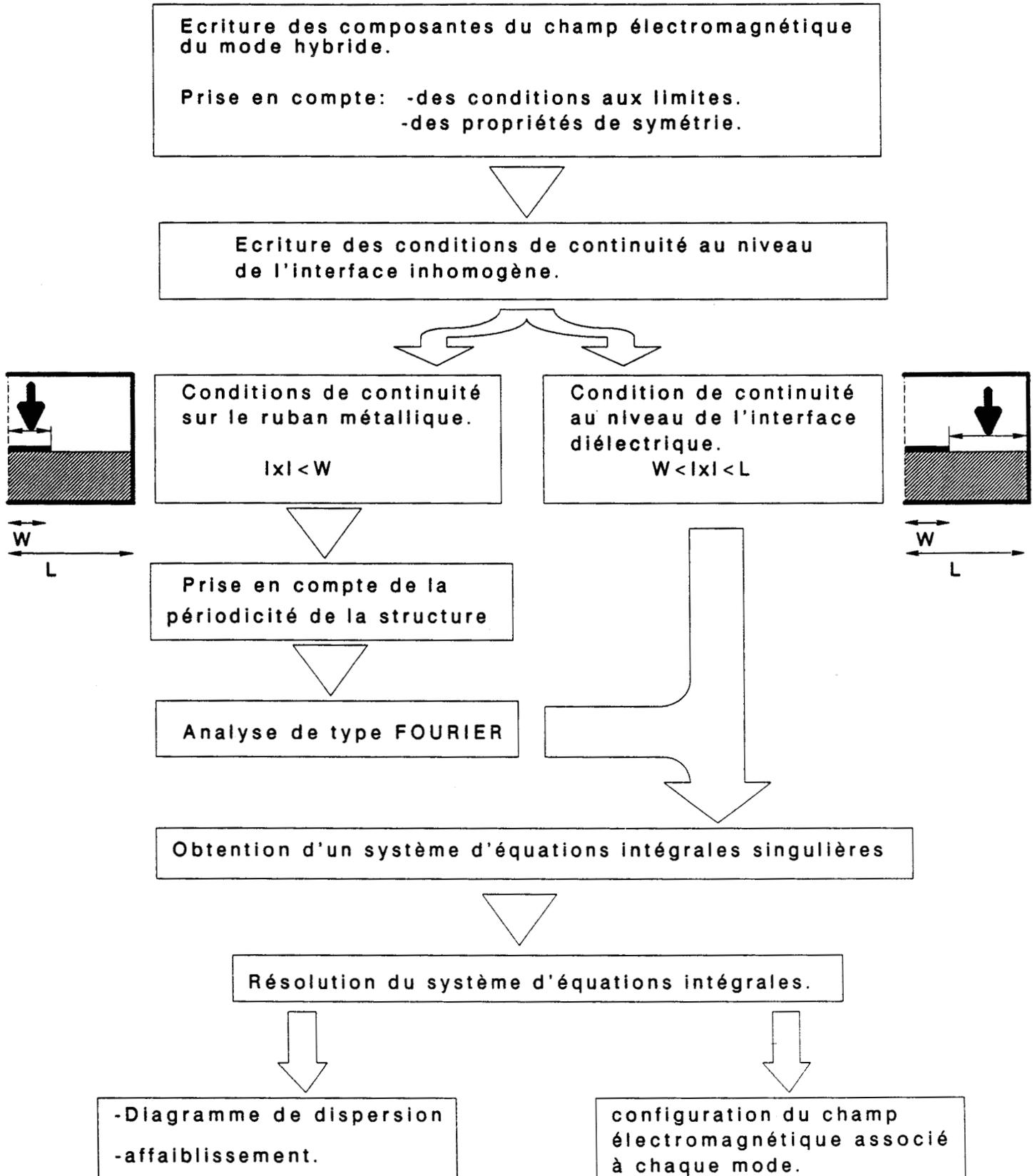


FIGURE 3: PLAN DE SECTION DROITE DE LA STRUCTURE DE BASE ETUDIEE.

FIGURE 12 : Tableau synoptique de la méthode des Equations Intégrales Singulières.



réduite. Dans cette deuxième partie, nous présentons la méthode de l'équation intégrale singulière. Nous avons choisi d'appliquer cette approche à notre structure de base.

II.2. Modèle utilisé

La méthode des équations intégrales singulières nécessite comme l'approche dans le domaine spectral la définition d'un modèle constitué de couches planes. Dans le cadre de ce mémoire, nous avons voulu juger les potentialités de cette approche en étudiant le cas de la structure d'étude élémentaire présentée figure 3. Elle est constituée d'une simple ligne microruban déposée sur un substrat uniforme dont le milieu est isotrope, linéaire et homogène, où la métallisation est infiniment mince et de conductivité infinie.

II.3. Présentation des principales phases analytiques

La méthode des équations intégrales singulières peut se décomposer en quatre étapes. La synoptique de cette approche se résume figure 12. Dans un premier temps, après avoir défini notre modèle, nous écrivons les champs électriques et magnétiques sous forme de séries dans les différents sous-domaines considérés. Cette représentation doit naturellement satisfaire les conditions aux limites. Elle doit également prendre en compte la nature hybride du mode se propageant.

A cette fin, nous considérons que les champs électriques et magnétiques résultent de la superposition des modes TE et TM des différents sous-domaines considérés.

Dans une deuxième étape, nous appliquons les conditions de continuité aux niveaux des différents interfaces. La discontinuité présente sur l'interface comportant le ruban métallique, induit des équations de continuité inhomogènes exprimées dans l'espace géométrique direct. A ce stade, la périodicité de notre structure nous autorise une analyse de FOURIER classique. Cette analyse nous permet de transformer ces équations de continuité en un système d'équations intégrales singulières.

La résolution de ces équations intégrales singulières constitue la dernière étape. Cette résolution n'est pas unique. Citons à titre d'exemple, une méthode des moments connue sous le nom de Galerkin. Cette méthode nécessite le choix d'une base complète de fonctions et

la définition d'un produit scalaire [6] [7] [8]. Elle conduit à la résolution d'un système d'équations matriciel de dimension généralement importante et nécessite des études de convergence relative. Nous avons opté pour une autre démarche. Celle-ci permet après des phases analytiques conséquentes, de ne pas dépendre d'un ensemble de fonctions de base et donc du cortège des problèmes afférents à ces fonctions de base.

La méthode développée [5], présente l'avantage de ramener le problème aux valeurs propres à la résolution d'un système d'équations algébriques.

Signalons que la convergence des solutions est obtenue plus rapidement par cette méthode.

II.4. Mise en oeuvre du système d'équations intégrales singulières à résoudre

II.4.1. Ecriture des champs électriques et magnétiques à partir des potentiels

Les champs électriques et magnétiques résultent de la superposition des modes TE (transverse électrique) et TM (transverse magnétique) par rapport à z des différents sous-domaines homogènes considérés.

Les composantes longitudinales et transversales du champ électromagnétique peuvent alors se déterminer à partir des potentiels scalaires électriques et magnétiques notés respectivement :

$$\psi^e(x,y) \cdot \hat{z} ; \psi^h(x,y) \cdot \hat{z}$$

\hat{z} représente le vecteur unité dans la direction oz.

Les composantes longitudinales du champ électromagnétique s'écrivent alors :

$$E_{zi} = j \cdot \frac{k_i^2 - \gamma^2}{\gamma} \psi_e^i e^{-j\gamma z}$$

$$H_{zi} = j \frac{k_i^2 - \gamma^2}{\gamma} \psi_h^i e^{-j\gamma z}$$

Les composantes transversales du champ électromagnétique sont déterminées à l'aide des relations suivantes :

$$E_{t_i} = E_{t_i}^e + E_{t_i}^h$$

avec :

$$E_{t_i}^e = \nabla_t \cdot \psi_i^e e^{-j\gamma z} ; E_{t_i}^h = - \frac{\omega \mu_0}{\gamma} \hat{z} \times \nabla_t \cdot \psi_i^h e^{-j\gamma z}$$

$$H_{t_i} = H_{t_i}^e + H_{t_i}^h$$

avec :

$$H_{t_i}^e = \frac{\omega \epsilon_i}{\gamma} \hat{z} \times \nabla_t \cdot \psi_i^e e^{-j\gamma z} ; H_{t_i}^h = \nabla_t \cdot \psi_i^h e^{-j\gamma z}$$

où nous avons :

$$\nabla_t = \hat{x} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{y} \frac{\partial}{\partial y}$$

• γ représente la constante de propagation dans la direction oz

• $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ représentent respectivement le vecteur unité dans la direction ox, oy, oz

. les exposants e et h sont associés respectivement aux champs transverses magnétiques (TM), transverses électriques (TE)

. l'indice i représente le sous-domaine considéré, $i = 0,1$

. $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$, $k_1 = \omega \sqrt{\epsilon_r^* \epsilon_0 \mu_0}$, ω représente la fréquence angulaire, ϵ_r^* la permittivité relative complexe du substrat diélectrique

Les potentiels scalaires ψ^e et ψ^h doivent satisfaire les conditions aux limites ainsi que respecter les symétries physiques de la structure. Nous limitons ici la présentation de la méthode aux modes de type pair vérifiant les relations :

$$\begin{aligned} E_z(x) &= E_z(-x) \\ H_z(x) &= -H_z(-x) \end{aligned}$$

Il est, par conséquent, habituel d'exprimer ces potentiels sous la forme suivante [5] :

$$\psi_1^e = \sum_{n=1}^{\infty} A_n^e \sinh kn_1 (h_1+y) \cos \alpha_n x$$

$$\psi_0^e = \sum_{n=1}^{\infty} B_n^e \sinh kn_0 (h_0-y) \cos \alpha_n x$$

$$\psi_1^h = \sum_{n=1}^{\infty} A_n^h \cosh kn_1 (h_1+y) \sin \alpha_n x$$

$$\psi_0^h = \sum_{n=1}^{\infty} B_n^h \cosh kn_0 (h_0-y) \sin \alpha_n x$$

avec :

$$\alpha_n = \left(n - \frac{1}{2} \right) \frac{\Pi}{L}$$

$$k_{ni} = \sqrt{\alpha_n^2 + \gamma^2 - \epsilon_{ri}^* k_0^2} ; \quad k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$$

Les coefficients A_n^e , A_n^h , B_n^e , B_n^h sont les constantes inconnues.

Pour les modes étudiés les composantes du champ électromagnétique s'expriment alors par les relations suivantes :
dans le milieu 1 :

$$Ez1(x,y) = j \frac{k_1^2 - \gamma^2}{\gamma} A_n^e \sinh kn1(h1+y) \cos \alpha nx$$

$$Ey1(x,y) = \left(A_n^e kn1 - \frac{\omega\mu_0}{\gamma} A_n^h \alpha n \right) \cosh kn1 (h1+y) \cos \alpha nx$$

$$Ex1(x,y) = \left(\frac{\omega\mu_0}{\gamma} A_n^h kn1 - A_n^e \alpha n \right) \sinh kn1 (h1+y) \sin \alpha nx$$

$$Hz1(x,y) = j \frac{k_1^2 - \gamma^2}{\gamma} A_n^h \cosh kn1 (h1+y) \sin \alpha nx$$

$$Hy1(x,y) = \left(A_n^h kn1 - \frac{\omega\epsilon_0\epsilon_r^*}{\gamma} A_n^e \alpha n \right) \sinh kn1 (h1+y) \sin \alpha nx$$

$$Hx1(x,y) = \left(A_n^h \alpha n - \frac{\omega\epsilon_0\epsilon_r}{\gamma} A_n^e kn1 \right) \cosh kn1 (h1+y) \cos \alpha nx$$

dans le milieu 0 :

Π_0

$$Ezo = \frac{k_0^2 - \gamma^2}{\gamma} B_n^e \sinh kn0 (h0-y) \cos \alpha nx$$

$$Eyo = \left(-B_n^e kn0 - \frac{\omega\mu_0}{\gamma} B_n^e \alpha n \right) \cosh kn0(h0-y) \cos \alpha nx$$

$$E_{x0} = \left(-\frac{\omega\mu_0}{\gamma} B_n^h \text{kno} - B_n^e \alpha n \right) \sinh \text{kno}(\text{ho}-y) \sin \alpha n x$$

$$H_{z0} = j \frac{k_o^2 - \gamma^2}{\gamma} B_n^h \cosh \text{kno}(\text{ho}-y) \sin \alpha n x$$

$$H_{y0} = \left(-B_n^h \text{kno} - \frac{\omega\epsilon_0}{\gamma} B_n^e \alpha n \right) \sinh \text{kno}(\text{ho}-y) \sin \alpha n x$$

$$H_{x0} = \left(B_n^h \alpha n + \frac{\omega\epsilon_0}{\gamma} B_n^e \text{kno} \right) \cosh \text{kno}(\text{ho}-y) \cos \alpha n x$$

II.4.2. Application des conditions de continuité

A ce stade du développement, cette formulation s'apparente à l'approche dans le domaine spectral.

La différence réside essentiellement dans le fait que les conditions de continuité au niveau de l'interface comportant le ruban métallique s'écrivent dans l'espace géométrique direct.

En tenant compte de la symétrie de la structure, nous pouvons retenir les conditions suivantes sur une demie structure :

- 1) $E_{z0} = E_{z1}$; $0 < x < L$
- 2) $E_{x0} = E_{x1}$; $0 < x < L$
- 3) $E_{z1} = 0$; $0 < x < w$
 $H_{x1} = H_{x0}$; $w < x < L$
- 4) $E_{x1} = 0$; $0 < x < w$
 $H_{z1} = H_{z0}$; $w < x < L$

Rappelons que les coefficients A_n^e , A_n^h , B_n^e , B_n^h constituent les inconnues du problème.

Les deux premières relations nous permettent d'exprimer les inconnues B_n^e et B_n^h .

Ainsi nous obtenons

$$(II_1) \quad B_n^e = \frac{\epsilon_r^* - \gamma}{2} \times \bar{A}_n^e \times \frac{1}{\sinh kno ho}$$

$$1 - \gamma$$

$$(II_2) \quad B_n^h = \frac{\gamma \alpha n}{kno \omega \mu o \sinh kno ho} \times \left(\frac{1 - \epsilon_r^*}{2} \bar{A}_n^e - \bar{A}_n^h \right)$$

$$1 - \gamma$$

avec : $\gamma = \frac{\gamma}{k_o}$

$$(II_3) \quad \bar{A}_n^e = \bar{A}_n^e \sinh kn1 h1$$

$$(II_4) \quad \bar{A}_n^h = \frac{\omega \mu o}{\gamma} \frac{kn1}{\alpha n} \bar{A}_n^h \sinh kn1 h1$$

Les relations de continuité 3 et 4 peuvent alors se présenter sous la forme suivante :

$$(II_5) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \cos \alpha n x = 0 \quad ; \quad 0 < x < w$$

$$(II_6) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \alpha n P_n(\gamma) \cos \alpha n x - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h \alpha n T_n(\gamma) \cos \alpha n x = 0 \quad ; \quad w < x < L$$

$$(II_7) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \alpha n \sin \alpha n x - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h \alpha n \sin \alpha n x = 0 \quad ; \quad 0 < x < w$$

$$(II_8) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^e} Q_n(\gamma) \sin \alpha_n x - \sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^h} W_n(\gamma) \sin \alpha_n x = 0 \quad ; \quad w < x < L$$

où les fonctions $P_n(\gamma)$, $T_n(\gamma)$, $Q_n(\gamma)$ et $W_n(\gamma)$ sont exprimées en annexe C.

Ce système d'équations peut être transformé en un système d'équations homogènes par une méthode classique de résolution d'équations intégrales singulières dont nous allons présenter les grandes étapes dans les paragraphes suivants.

L'obtention d'un tel système d'équations intégrales singulières nécessite la transformation des équations de continuités.

II.4.3. Obtention du système d'équations intégrales singulières

L'efficacité de cette méthode dépend directement du conditionnement des équations intégrales. Plusieurs voies s'offrent alors [7] [1]. Certains auteurs proposent une méthode afin d'obtenir un système matriciel final convergant très rapidement [5]. Cette optimisation résulte d'une écriture particulière des équations de continuité. Cette transformation peut se décomposer en deux étapes :

Dans un premier temps, nous exprimons nos deux inconnues $\overline{A_n^e}$ et $\overline{A_n^h}$ sous la forme d'intégrale de FOURIER. Dans cet esprit, après avoir dérivées par rapport à x les équations II_5 et II_8 , le système se simplifie.

Signalons que cette procédure peut être utilisée pour simplifier l'équation II_7 . Il vient :

$$(II_9) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^e} \alpha_n \sin \alpha_n x = 0 \quad ; \quad 0 < x < w$$

$$(II_{10}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^h} \alpha_n \sin \alpha_n x = 0 \quad ; \quad 0 < x < w$$

$$(II_{11}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \alpha_n Q_n(\gamma) \cos \alpha_n x - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h \alpha_n W_n(\gamma) \cos \alpha_n x = 0 \quad ; \quad w < x < L$$

$$(II_{12}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \alpha_n P_n(\gamma) \cos \alpha_n x - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h \alpha_n T_n(\gamma) \cos \alpha_n x = 0 \quad ; \quad w < x < L$$

Remarquons que ces deux séries (II9, II10) sont construites à partir des composantes tangentielles du champ électrique au niveau de l'interface air-diélectrique. Il vient :

$$\sum_n \bar{A}_n^e \alpha_n \sin \alpha_n x = \frac{\partial E_z(x,0)}{\partial x} \quad ; \quad 0 < x < L$$

$$\sum_n \bar{A}_n^h \alpha_n \sin \alpha_n x = E_x(x,0) + \frac{\partial E_z(x,0)}{\partial x} \quad ; \quad 0 < x < L$$

Cette formulation des conditions de continuité nous autorise une analyse de FOURIER classique. En effet, si nous posons :

$$\begin{aligned} \sum_n \bar{A}_n^e \alpha_n \sin \alpha_n x &= F1(x) \quad ; \quad w < x < L \\ &= 0 \quad ; \quad 0 < x < w \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_n \bar{A}_n^h \alpha_n \sin \alpha_n x &= F2(x) \quad ; \quad w < x < L \\ &= 0 \quad ; \quad 0 < x < w \end{aligned}$$

La périodicité de notre structure nous permet d'écrire alors :

$$(II_{13}) \quad \bar{A}_n^e \alpha_n = \frac{2}{L} \int_w^L F1(x') \sin \alpha_n x' dx'$$

$$(II_{14}) \quad \overline{A_n^h} \alpha_n = \frac{2}{L} \int_w^L F_2(x') \sin \alpha_n x' dx'$$

Dans une deuxième étape nous modifions les deux équations Π_{11} et Π_{12} . Avec la perspective de diminuer les temps de calculs, nous transformons les séries Π_{11} et Π_{12} par le biais des développements asymptotiques, méthode utilisée pour l'optimisation de l'approche dans le domaine spectral présenté précédemment.

Les différentes sommations sont alors modifiées de la façon suivante :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^e} \alpha_n Q_n(\gamma) \cos \alpha_n x = \sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^e} \alpha_n (Q_n(\gamma) - Q(\gamma)) \cos \alpha_n x + \sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^e} \alpha_n Q(\gamma) \cos \alpha_n x$$

La fonction $Q(\gamma)$ représente la limite de la fonction $Q_n(\gamma)$ lorsque n tend vers l'infini. De même, nous pouvons définir les fonctions $P(\gamma)$, $T(\gamma)$, $W(\gamma)$ décrites en annexe D.

Grâce aux calculs présentés précédemment, nous transformons le système d'équations Π_{11} - Π_{12} de la manière suivante. Notons que cette procédure est décrite en annexe afin d'alléger la présentation. Il vient :

$$(II_{15}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^e} \alpha_n \cos \alpha_n x = f(x) \quad ; \quad w < x < L$$

$$(II_{16}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^h} \alpha_n \cos \alpha_n x = g(x) \quad ; \quad w < x < L$$

où :

$$f(x) = \sum_{m=1}^{\infty} (\overline{a_m} \overline{A_m^e} + \overline{b_m} \overline{A_m^h}) \cos \alpha_m x$$

$$g(x) = \sum_{m=1}^{\infty} (\overline{c_m} \overline{A_m^e} + \overline{d_m} \overline{A_m^h}) \cos \alpha_m x$$

Les fonctions $am(\gamma)$, $bm(\gamma)$, $cm(\gamma)$ et $dm(\gamma)$ sont définies en annexe D. Si nous substituons, au sein de ces deux nouvelles équations, les termes $\overline{A_n^e} \alpha_n$ et $\overline{A_n^h} \alpha_n$ par les expressions Π_{13} , Π_{14} , nous obtenons le système d'équations intégrales suivant :

$$(II_{17}) \quad \frac{2}{L} \int_w^L F1(x') K(x,x') dx' = f(x)$$

$$(II_{18}) \quad \frac{2}{L} \int_w^L F2(x') K(x,x') dx' = g(x)$$

$$\text{avec } K(x,x') = \sum_{n=1}^{\infty} \cos \alpha_n x \sin \alpha_n x'$$

La représentation de ces équations intégrales peut être qualifiée de classique [5] [6] [7] [8] [9]. L'originalité de cette formulation repose sur le fait que les fonctions $f(x)$ et $g(x)$ dépendent directement des termes inconnus $\overline{A_n^e}$ et $\overline{A_n^h}$. Dès lors, une résolution classique par une méthode des moments de type Galerkin ne semble plus envisageable.

Cependant, nous allons montrer que ces équations intégrales singulières, moyennant quelques développements analytiques, se transforment en un système d'équations homogènes. La récompense de ces efforts est une équation aux valeurs propres de dimension réduite.

II.5. Résolution du système d'équations intégrales singulières: Obtention du système d'équations linéaires homogènes final

La résolution du système d'équations intégrales singulières n'est pas immédiate. Nous devons à présent le transformer en un système matriciel d'équations linéaires homogènes.

La formulation retenue, comme nous le verrons ultérieurement, facilite l'étude de convergence de ce système d'équations. Une telle étude est naturellement indispensable.

Cependant, il faut bien admettre que l'obtention de cette équation aux valeurs propres nécessite préalablement une phase analytique conséquente. Cette complexité pénalise alors cette approche et constitue de fait un handicap par rapport à la simplicité relative de l'approche dans le domaine spectral, plus généralement par rapport à la méthode de Galerkin. Signalons, à nouveau, que la motivation qui nous a poussé à développer cette méthode s'inscrit dans l'étude des modes supérieurs. Toute conclusion hâtive serait par conséquent, inopportune.

Dans un souci pédagogique, nous avons souhaité présenter les différentes étapes conduisant au système d'équations linéaires homogènes final, bien que la lecture de ces quelques pages ne soit pas très attractive de par la succession des expressions mathématiques. Toutefois, nous avons reporté le maximum d'expressions mathématiques non indispensables à la compréhension dans les annexes.

Les fonctions inconnues $F_1(x)$ et $F_2(x)$ intervenant dans les équations intégrales (II₁₇) et (II₁₈) peuvent se présenter sous la forme suivante :

$$(II_{19}) \quad F_1(x) = \frac{L}{2} \sum_{m=1}^{\infty} (a_m A_m^e + b_m A_m^h) f_m(x) + C_1 F(x)$$

$$(II_{20}) \quad F_2(x) = \frac{L}{2} \sum_{m=1}^{\infty} (c_m A_m^e + d_m A_m^h) f_m(x) + C_2 F(x)$$

où C_1 et C_2 sont deux inconnues. Par ailleurs, les fonctions $f_m(x)$ et $F(x)$, ainsi définies, doivent vérifier les deux relations suivantes :

$$(II_{21}) \quad \int_w^L f_m(x') K(x, x') dx' = \cos \alpha_m x \quad ; \quad w < x < L$$

$$(II_{22}) \quad \int_w^L F(x') K(x, x') dx' = 0 \quad ; \quad w < x < L$$

A ce stade du développement, nous substituons les fonctions $F1(x)$ et $F2(x)$ (II19) (II20) au sein des équations II13 et II14. Nous obtenons :

$$(II_{23}) \quad \overline{A_n^e} \alpha_n = \sum_{m=1}^{\infty} (\overline{a_m} \overline{A_m^e} + \overline{b_m} \overline{A_m^h}) \overline{D_{nm}} + C1 \overline{K_n} \quad ; \quad n = 1, 2, \dots$$

$$(II_{24}) \quad \overline{A_n^h} \alpha_n = \sum_{m=1}^{\infty} (\overline{c_m} \overline{A_m^e} + \overline{d_m} \overline{A_m^h}) \overline{D_{nm}} + C2 \overline{K_n} \quad ; \quad n = 1, 2, \dots$$

Les termes $\overline{D_{nm}}$ et $\overline{K_n}$ sont donnés par les relations suivantes :

$$(II_{25}) \quad \overline{D_{nm}} = \int_w^L \overline{f_m(x)} \sin \alpha_n x \, dx$$

$$(II_{26}) \quad \overline{K_n} = \frac{2}{L} \int_w^L \overline{F(x)} \sin \alpha_n x \, dx$$

Les équations intégrales II21 et II22 peuvent se résoudre par une technique classique d'équations intégrales singulières [5] [8]. Nous obtenons ainsi :

$$(II_{27}) \quad \overline{f_m(x)} = \frac{2}{L} \cos \frac{\Pi x}{2L} \left[\sum_{q=1}^{m-1} \overline{P_{mq}} \sin q\theta - \overline{P_{m0}} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right]$$

$$(II_{28}) \quad \overline{F(x)} = \frac{\cos \Pi x}{\sin \theta}$$

Cette démarche ainsi que les expressions des termes $\overline{P_{mq}}$ et $\overline{P_{m\theta}}$ sont explicités en annexe E.

Soulignons que l'angle θ est relié à l'abscisse x par la transformation de Schwinger [5] [8] [10]. Cette transformation peut se résumer par la relation suivante :

$$(II_{29}) \quad \cos \frac{\Pi x}{L} = \alpha_1 + \alpha_2 \cos \theta ; w \leq x \leq L ; w \leq \theta \leq \Pi$$

avec :

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\Pi W}{L} - 1 \right) ; \alpha_2 = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\Pi W}{L} + 1 \right)$$

La détermination des fonctions $f_m(x)$ et $F(x)$ nous autorisent alors la résolution des équations intégrales II_{25} et II_{26} . Les expressions des termes D_{nm} et K_n sont données en annexe F.

L'ultime étape analytique consiste à exprimer les deux inconnues C_1 et C_2 en fonction des termes A_m^e et A_m^h . L'objectif est de transformer les deux équations II_{23} et II_{24} en un système d'équations couplées linéaires et homogènes.

Nous avons regroupé les calculs menant à la détermination des deux inconnues C_1 et C_2 en annexe G. Ce calcul analytique conduit aux expressions suivantes pour C_1 et C_2 :

$$(II_{30}) \quad C_1 = \sum_{m=1}^{\infty} (M_m A_m^e + N_m A_m^h)$$

avec :

$$M_m = - \frac{a_m \sum_{q=0}^{m-1} P_{mq} I_q}{I_h}$$

$$N_m = - \frac{b_m \sum_{q=0}^{m-1} P_{mq} I_q}{I_h}$$

Les évaluations de Iq et Ih sont également données en annexe H. Pour C2, il vient :

$$(II_{31}) \quad C2 = \sum_{m=1}^{\infty} (X_m A_m^e + Y_m A_m^h)$$

avec :

$$(II_{32}) \quad X_m = \frac{S_m - M_m QI_g - (Q_{am} - W_{cm}) E_m}{S - WI_g}$$

$$(II_{33}) \quad Y_m = \frac{S'm - N_m QI_g - (Q_{bm} - W_{dm}) E_m}{S - WI_g}$$

S, Sm et S'm se définissent de la façon suivante :

$$(II_{34}) \quad S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \alpha_n w}{\alpha_n} (W - W_n) K_n$$

$$(II_{35}) \quad S_m = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \alpha_n w}{\alpha_n} [D_{nm} \{(Q-Q_n) a_m - (W-W_n) c_m\} + K_n (Q-Q_n) M_m]$$

$$(II_{36}) \quad S'm = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin \alpha_n w}{\alpha_n} [D'_{nm} \{(Q-Q_n) b_m - (W-W_n) d_m\} + K_n (Q-Q_n) N_m]$$

Les évaluations de Ig et Em sont données en annexe H.

Enfin, si nous substituons C1 et C2 par leurs expressions correspondantes au niveau des équations II₂₃ et II₂₄, nous aboutissons au système matriciel désiré :

$$\sum_{m=1}^{\infty} (\alpha_p \delta_{pm} - a_m D_{pm} - M_m K_p) \overline{A}_m^e - \sum_{n=1}^{\infty} (b_n D_{pn} + N_n K_p) \overline{A}_n^h = 0 ; p = 1, 2, \dots$$

(II₃₇)

$$\sum_{m=1}^{\infty} (-c_m D_{qm} - X_m K_q) \overline{A}_m^e + \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_q \delta_{qn} - d_n D_{qn} - Y_n K_q) \overline{A}_n^h = 0 ; q = 1, 2, \dots$$

où δ_{pm} , δ_{qn} représentent le symbole de Kronecker.

Nous pouvons présenter ce système sous une forme plus condensée :

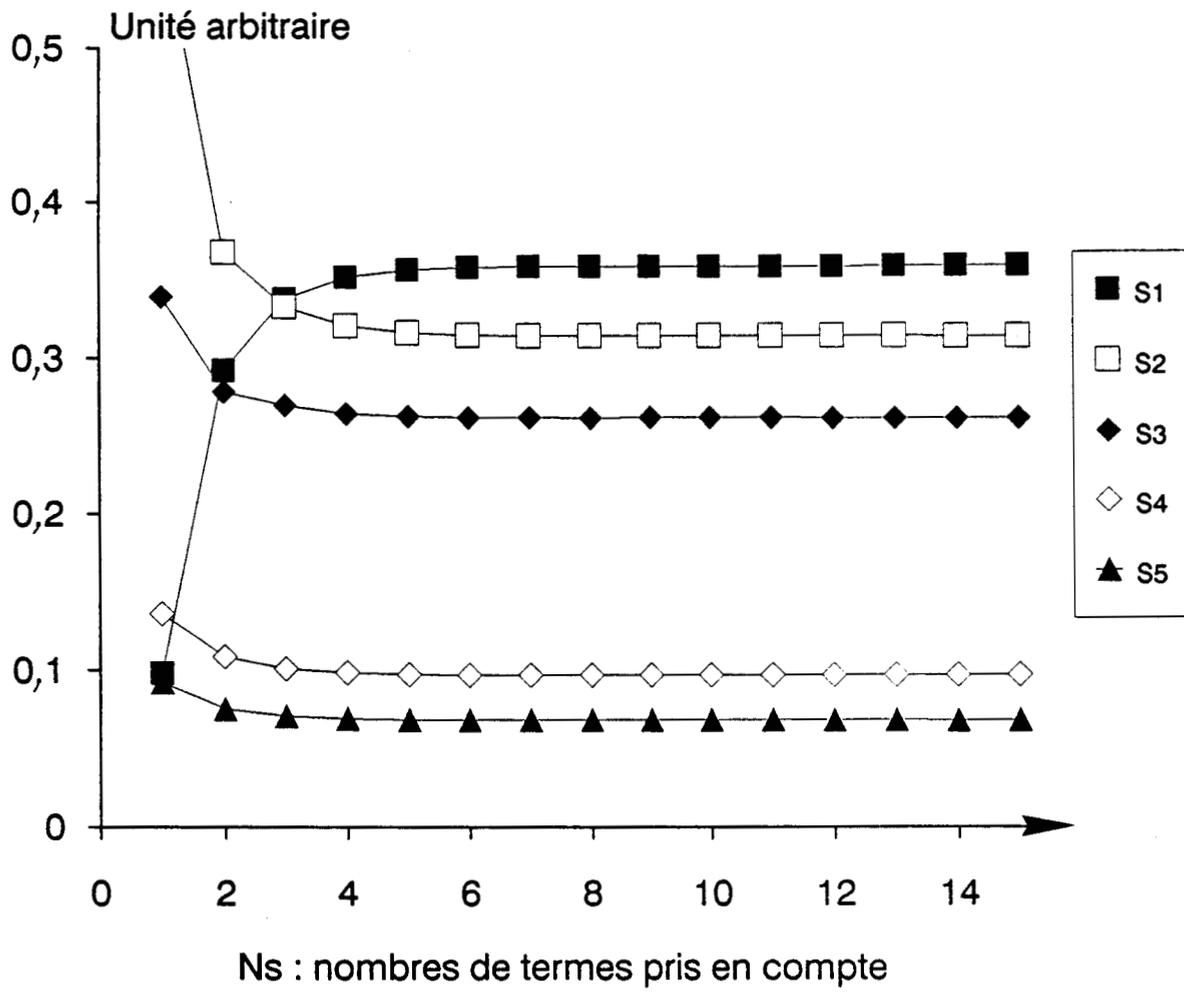
$$[M] \cdot \begin{pmatrix} \overline{A}_m^e \\ \overline{A}_n^h \end{pmatrix} = (0)$$

Les valeurs propres γ solutions du problème sont alors obtenues en annulant le déterminant de la matrice M. Les vecteurs propres correspondants sont constitués par l'ensemble des coefficients \overline{A}_m^e et \overline{A}_n^h . Ils permettent la détermination de l'ensemble du champ électromagnétique dans toute la structure.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons montrer, en nous appuyant sur des exemples typiques que ce système converge rapidement.

II.6. Etude des problèmes de convergence associés à la recherche des valeurs propres

A ce stade du développement, la résolution numérique nous impose la troncature des séries. Ceci se résume par la limitation de la taille de la matrice M ainsi que l'évaluation précise des termes de cette matrice.



$\epsilon_r = 8,875$; fréquence considérée : 10 GHz

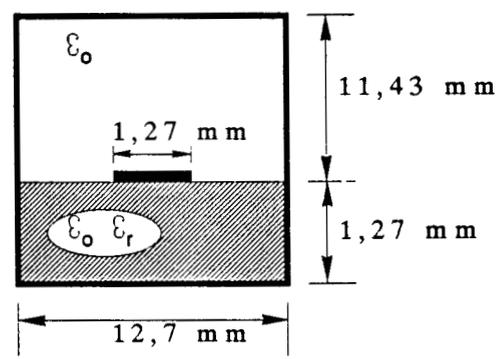
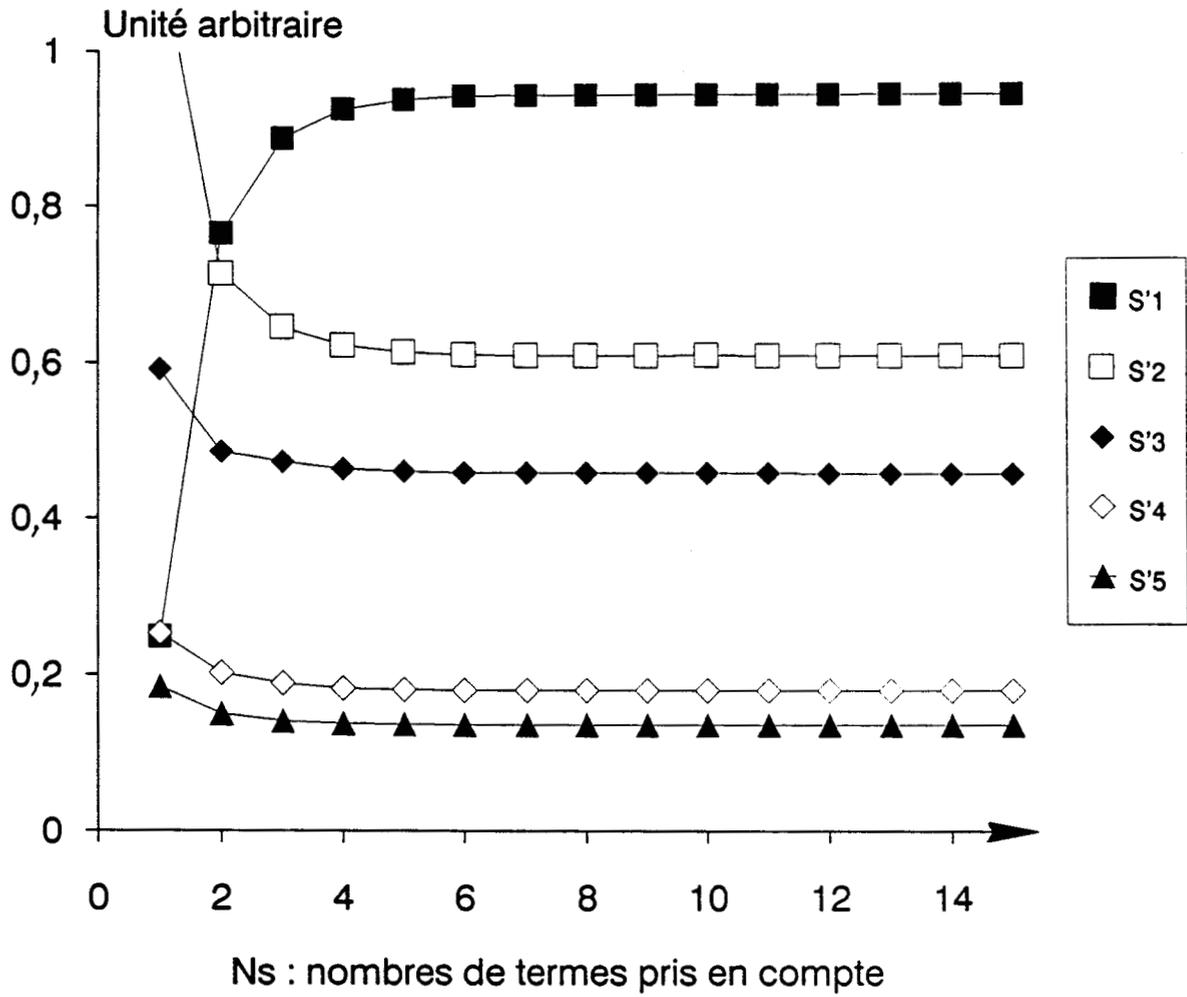


FIGURE 13: EVOLUTION DES SOMMES S_m EN FONCTION DU NOMBRE DE TERMES PRIS EN COMPTE POUR LEURS EVALUATIONS.



$\epsilon_r = 8,875$; fréquence considérée : 10 GHz

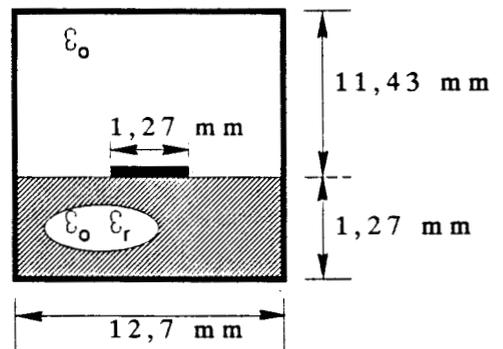


FIGURE 14: EVOLUTION DES SOMMES S'm EN FONCTION DU NOMBRE DE TERMES PRIS EN COMPTE POUR LEURS EVALUATIONS.

Dans un premier temps, nous devons donc nous assurer de la convergence des termes notés X_m et Y_m , plus généralement des sommes S , S_m et S'_m . La troncature des séries nous impose ainsi une borne supérieure N_s . Nous pouvons représenter ces sommes par les relations simplifiées suivantes :

$$(II_{38}) \quad S = \sum_{n=1}^{N_s} F(n) \quad \text{avec } F(n) = \sin \frac{\alpha n W}{\alpha n} (W - W_n) K_n$$

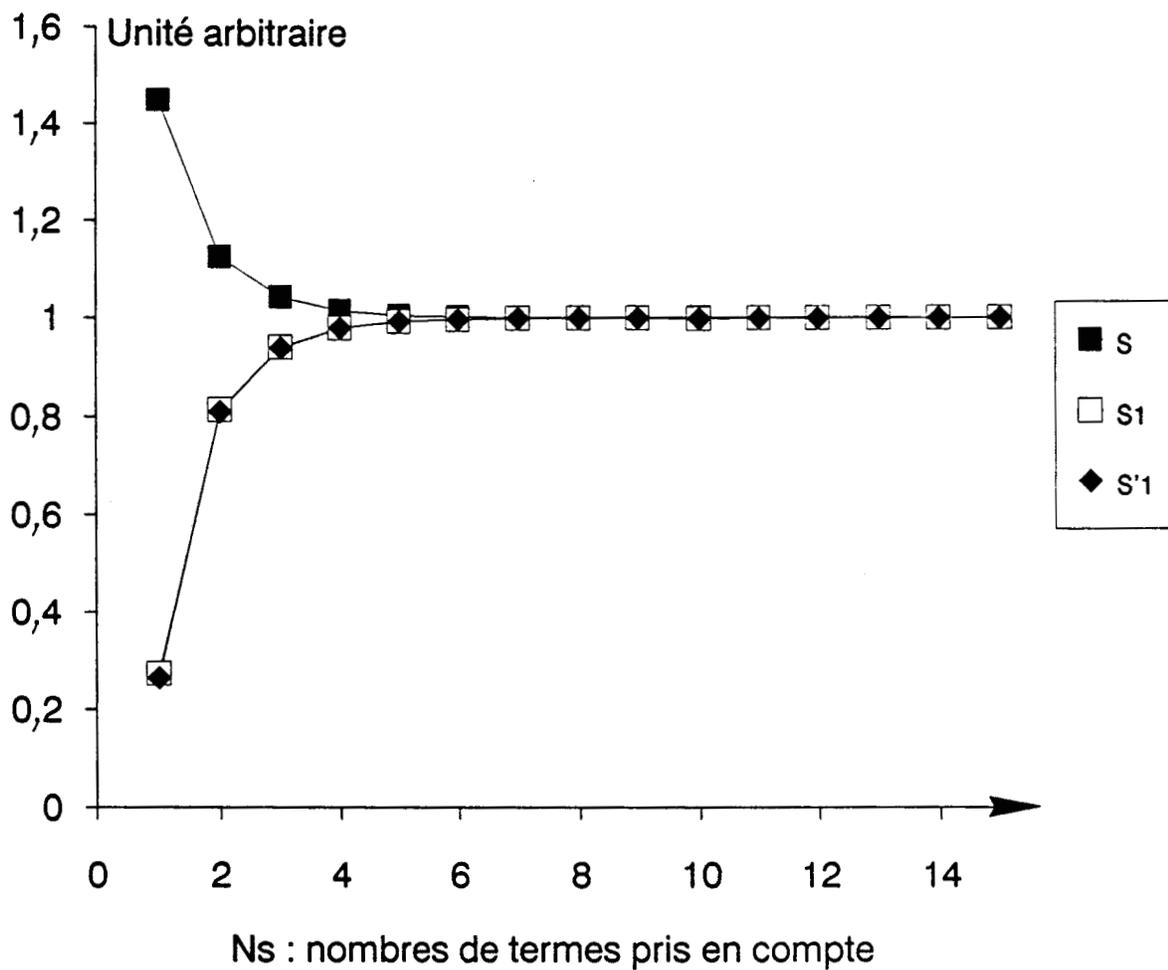
$$(II_{39}) \quad S_m = \sum_{n=1}^{N_s} F_m(n) \quad \text{avec } F_m(n) = \sin \frac{\alpha n W}{\alpha n} [D_{nm} \{(Q - Q_m) a_m - (W - W_n) c_m\} + K_n (Q - Q_n) N_m]$$

$$(II_{40}) \quad S'_m = \sum_{n=1}^{N_s} F'_m(n) \quad \text{avec } F'_m(n) = \sin \frac{\alpha n W}{\alpha n} [D_{nm} \{(Q - Q_m) b_m - (W - W_n) d_m\} + K_n (Q - Q_n) N_m]$$

Comme dans toute étude numérique, il convient donc de déterminer ce rang de troncature N_s . Notre étude bibliographique ne nous a pas permis de dégager de critères de convergences généraux applicables aux différents modes étudiés. Nous nous sommes donc astreints à déterminer, d'un point de vue heuristique, un critère pour chaque mode étudié.

A titre d'exemple, nous présentons respectivement figures 13 et 14 l'évolution des cinq premiers termes S_m et S'_m en fonction du nombre limite N_s pris en compte afin d'évaluer ces sommes. Les différentes expressions de F_m et F'_m dépendent naturellement de la constante de propagation ainsi que des dimensions géométriques de la structure. Les termes S_m et S'_m présentés sont relatifs au mode fondamental de la structure retenue.

L'examen de ces courbes fait apparaître que la convergence est obtenue avec un nombre de termes restreints. Cette constatation est étayée lorsque l'on examine le comportement asymptotique des termes $F_m(n)$ et $F'_m(n)$, plus généralement des expressions $(W - W_n(\gamma))$ et $(P - P_n(\gamma))$.



$\epsilon_r = 8,875$; fréquence considérée : 10 GHz

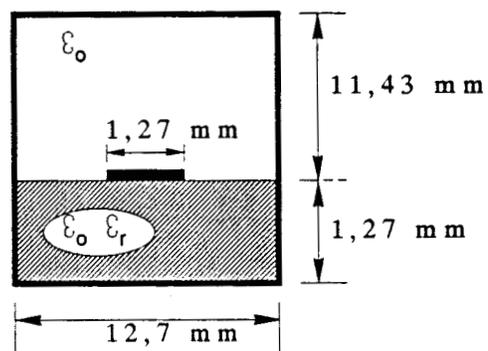
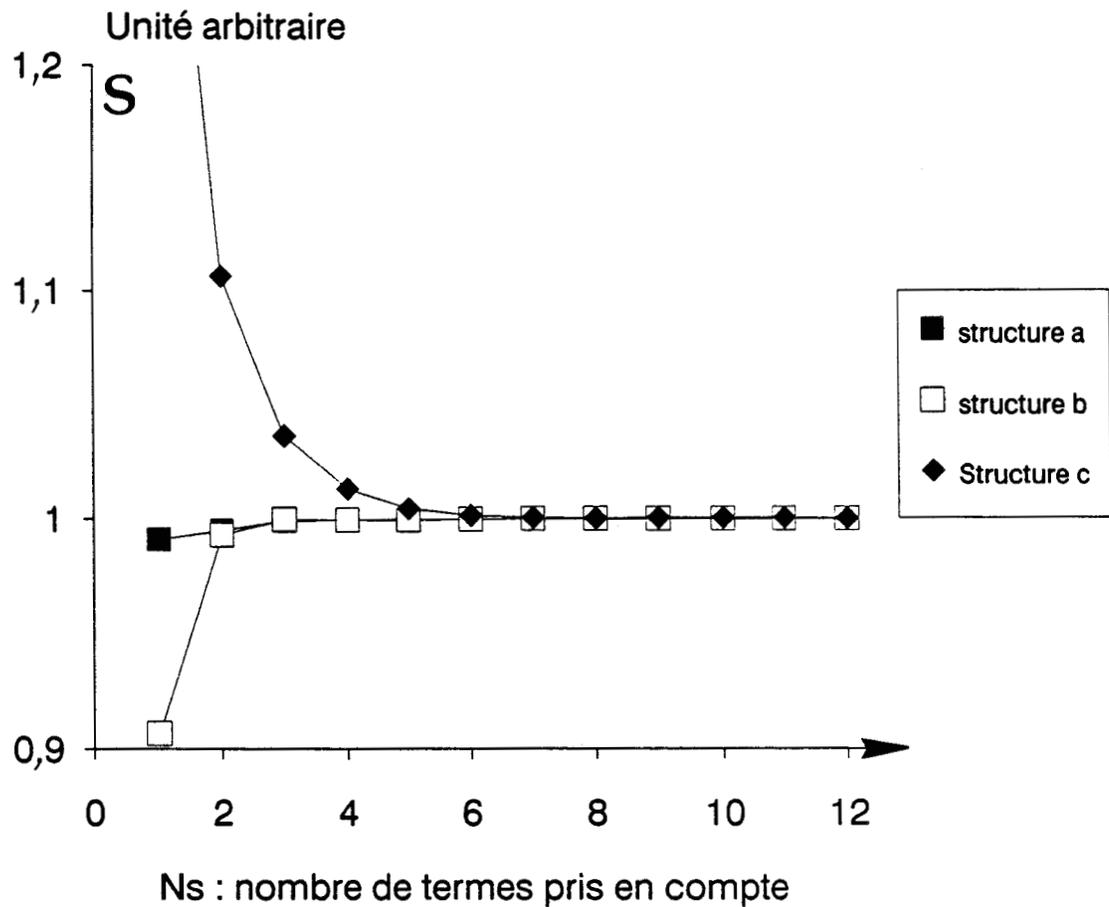
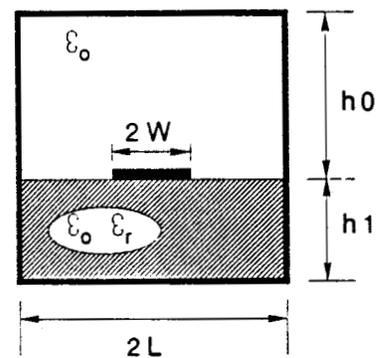


FIGURE 15a: COMPARAISON DES EVOLUTIONS DES SOMMES S, S1 ET S'1 NORMALISEES EN FONCTION DU NOMBRE DE TERMES PRIS EN COMPTE POUR LEURS EVALUATIONS.



Fréquence considérée : 10 GHz



structure a: $W = 2,286\text{mm}$; $L = 4,76\text{mm}$; $h_0 = 5,588\text{mm}$; $h_1 = 0,762\text{mm}$; $\epsilon_r = 2,32$.

structure b: $W = 1,143\text{mm}$; $L = 4,76\text{mm}$; $h_0 = 5,588\text{mm}$; $h_1 = 0,762\text{mm}$; $\epsilon_r = 2,32$.

structure c: $W = 0,635\text{mm}$; $L = 6,35\text{mm}$; $h_0 = 11,143\text{mm}$; $h_1 = 1,27\text{mm}$; $\epsilon_r = 8,875$.

FIGURE 15b : EVOLUTION DE LA SOMME S , NORMALISEE , EN FONCTION DU NOMBRE DE TERMES PRIS EN COMPTE POUR SON EVALUATION , POUR DIFFERENTES STRUCTURES.

En effet :

$$W - W_n(\gamma) = \frac{\epsilon_r - \gamma}{2} \left(1 - \frac{\alpha n}{kn1} \cotanh kn1h1 \right) + \left(1 - \frac{\alpha n}{kno} \cotanh knoho \right)$$

Dès lors, pour des valeurs de n importantes :

$$W - W_n(\gamma) \approx -2 \frac{\epsilon_r - \gamma}{2} \times e^{-\frac{(2n-1)\pi h1}{L}} \theta1(n^{-2}) - 2 e^{-\frac{(2n-1)\pi ho}{L}} \theta2(n^{-2})$$

Le comportement de Q - Qn(γ) est identique, il décroît également de façon exponentielle en fonction de n. D'une manière générale, nous pouvons procéder à une analyse similaire pour les autres termes (P-Pn(γ)) et (T-Tn(γ)).

Par conséquent, lorsque le rang m croît, les paramètres am, bm, cm, dm, Mm et Nm décroissent également très rapidement. Ceci induit une décroissance des sommes Sm et S'm comme le montre les figures 13 et 14. Cette remarque nous permettra de prendre en compte un nombre de termes restreints pour l'obtention de la matrice caractéristique du système.

Cependant, la convergence des séries Sm et S'm n'implique pas forcément, à première vue compte tenu des expressions mathématiques, la convergence de la série notée S. C'est pourquoi, il nous faut étudier aussi systématiquement la convergence de cette somme S. A l'aide de nombreux exemples, nous avons comparé les évolutions des trois séries S, S'm et Sm. Les figures 15 présentent un comportement typique, observé au cours de nos études numériques. Nous remarquons l'évolution similaire des termes S1 et S'1 (figure 15a). La série notée S converge donc de manière identique aux séries notées Sm et S'm. Naturellement la convergence de ces séries dépend des dimensions transversales de la structure considérée.

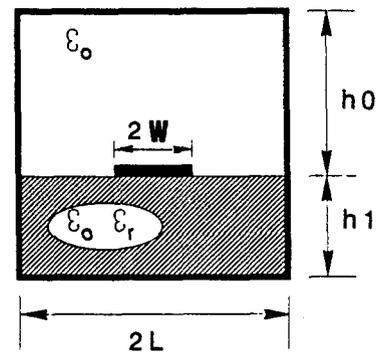
A titre d'exemple, nous présentons, figure 15b, l'évolution de la somme S en fonction du nombre de termes retenu pour son évaluation et ce, pour trois structures présentant des caractéristiques différentes.

	structure a	structure b	structure c
m	$\beta(\text{rad.cm}^{-1})$	$\beta(\text{rad.cm}^{-1})$	$\beta(\text{rad.cm}^{-1})$
1	3,0041	2,9376	5,3325
2	3,0018	2,9456	5,3950
3	3,0026	2,9445	5,4068
4	3,0025	2,9444	5,4074
5	3,0025	2,9445	5,4067
6	3,0025	2,9445	5,4063
7	3,0025	2,9445	5,4061
8	3,0025	2,9445	5,4061
9	3,0025	2,9445	5,4061
10	3,0025	2,9445	5,4061

Fréquence considérée : 10 GHz

Dimension du vecteur propre : (2m)

Dimension de la matrice caractéristique: [2mx2m]



structure a: $W = 2,286\text{mm}$; $L = 4,76\text{mm}$; $h_0 = 5,588\text{mm}$; $h_1 = 0,762\text{mm}$; $\epsilon_r = 2,32$.

structure b: $W = 1,143\text{mm}$; $L = 4,76\text{mm}$; $h_0 = 5,588\text{mm}$; $h_1 = 0,762\text{mm}$; $\epsilon_r = 2,32$.

structure c: $W = 0,635\text{mm}$; $L = 6,35\text{mm}$; $h_0 = 11,143\text{mm}$; $h_1 = 1,27\text{mm}$; $\epsilon_r = 8,875$.

**TABLEAU 2 : EVALUATION DE LA CONSTANTE DE PROPAGATION
DU MODE FONDAMENTAL POUR DIFFERENTES STRUCTURES.**

Bien que nous soyons en possession d'un critère de convergence heuristique relatif à chaque terme de la matrice M , nous nous sommes attachés à déterminer un critère de convergence sur la taille de la matrice en examinant la convergence de la valeur propre.

Nous présentons, tableau 2, une comparaison des constantes de propagation obtenues pour différentes tailles de la matrice M . Nous avons également considéré trois structures de géométries différentes. Les constantes de propagation sont relatives au mode fondamental.

Nous montrons ainsi que nous pouvons retenir une dimension faible pour la matrice caractéristique M , afin de déterminer avec une précision acceptable la constante de propagation. L'origine d'une telle convergence réside dans la décroissance rapide des termes a_m , b_m , c_m , d_m ainsi que des termes M_m , N_m , X_m et Y_m . Signalons qu'une première recherche des valeurs propres peut ainsi s'opérer en considérant à titre d'exemple un seul terme A_1^e et A_1^h . La valeur propre obtenue de cette matrice carrée [2 X 2] permet de déterminer la constante de propagation avec une précision relative de l'ordre de 2 % dans le cas de nos structures généralement étudiées. On peut donc qualifier cette convergence de "rapide".

Certains auteurs attribuent également cette convergence "rapide" au fait que cette méthode de résolution d'équations intégrales singulières permet de prendre en compte directement les singularités des champs électriques et magnétiques au niveau du ruban métallique [1] [5]. Il nous a donc semblé intéressant de vérifier le comportement des différentes composantes du champ électromagnétique au niveau de l'interface inhomogène.

Dans une étape préalable, il nous faut d'abord vérifier la stabilité du vecteur propre en fonction des dimensions du système matriciel (II₃₇).

II.7. RECONSTITUTION DES CHAMPS ELECTROMAGNETIQUES

II.7.1. Etude de la stabilité du vecteur propre

La reconstitution des champs électriques et magnétiques nécessite au préalable la détermination précise du vecteur propre. Le vecteur propre est constitué des éléments A_m^e et A_n^h proportionnels aux constantes A_m^e et A_n^h (II₁).

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	15
β (rad.cm-1)	3.0042	3.0018	3.0026	3.0025	3.0025	3.0025	3.0025	3.0025	3.0025	3.0025	3.0025
A_m^e	4.166	4.169	4.168	4.1682	4.1681	4.1681	4.1681	4.1681	4.1681	4.1681	4.1681
		-2.2264	-2.1836	-2.1906	-2.1913	-2.1917	-2.1917	-2.1918	-2.1918	-2.1918	-2.1918
			0.434	0.4449	0.4468	0.4472	0.4473	0.4473	0.4474	0.4474	0.4474
				0.1697	0.1672	0.1671	0.1671	0.1671	0.167	0.167	0.167
					-0.0819	-0.0822	-0.0822	-0.0822	-0.0822	-0.0822	-0.0822
						-0.0282	-0.0281	-0.0281	-0.0281	-0.0281	-0.0281
							0.0173	0.0173	0.0173	0.0173	0.0173
								0.0067	0.0067	0.0067	0.0067
									-0.004	-0.004	-0.004
										-0.0019	-0.0019
											0.001
											0.0006
										-0.0002	
										-0.0002	
										0.0001	

$\epsilon_r = 2,32$; fréquence considérée : 10 GHz
 Dimension du vecteur propre : (2m)

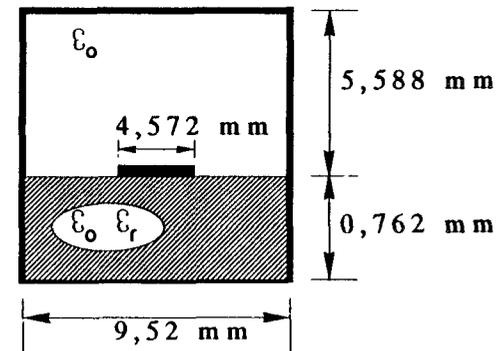


TABLEAU 3 : EXEMPLE TYPIQUE DE L'EVOLUTION DU VECTEUR PROPRE EN FONCTION DU NOMBRE m D'EQUATIONS.

Nous avons considéré lors de nos simulations numériques un même nombre de termes A_m^e et A_n^h noté m . Par conséquent, la constante de propagation ainsi que ces coefficients ont été déterminés par la résolution d'un système comportant $2m$ équations.

Nous présentons, par le biais du tableau 3, l'évolution des coefficients A_m^e en fonction de ce nombre m . La constante de propagation est relative au mode fondamental de la structure étudiée. Nous avons normalisé le vecteur propre en considérant $A_m^e = 1$.

Nous mettons ainsi en évidence la stabilité de ces éléments ainsi que leur convergence. D'autre part, la décroissance rapide des termes A_m^e et A_m^h observé, nous permet également de négliger l'influence de la prise en compte des termes d'ordre élevé, lors de la recherche des valeurs propres. Nous devons, néanmoins, vérifier que cette méthode de simulation numérique permet de reconstituer convenablement les champs électriques et magnétiques et ainsi qualifier l'influence de la dimension du vecteur propre.

II.7.2. Reconstitution du champ électromagnétique : **Evaluation du flux de puissance**

Le vecteur propre nous autorise la reconstitution immédiate du champ électromagnétique au niveau de l'interface inhomogène. L'utilisation des différentes relations conduit à la détermination de l'ensemble des champs dans toute la structure.

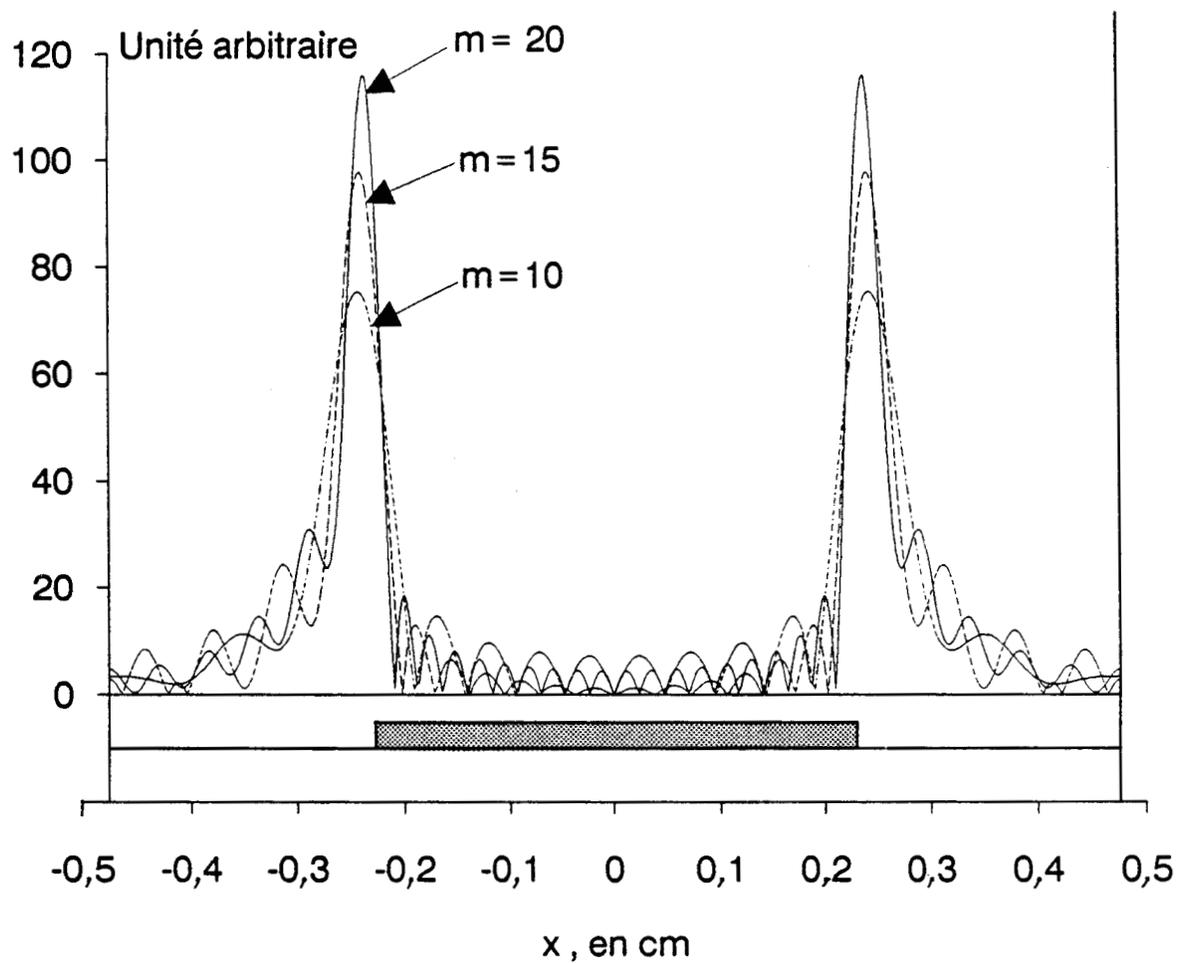
Dans le cadre de ce mémoire, nous nous sommes attachés à vérifier empiriquement les singularités des composantes du champ électrique et magnétique au niveau de l'interface inhomogène, phénomène plus connu sous le nom d'effet de pointe".

Nous présentons, figures 16, les tracés des trois composantes du champ électrique au niveau de l'interface ($y = 0$) :

Figure 16a : Evolution de la composante de champ $\vec{E}_x(x,0)$

Figure 16b : Evolution de la composante de champ $\vec{E}_y(x,0)$

Figure 16c : Evolution de la composante de champ $\vec{E}_z(x,0)$



$\epsilon_r = 2,32$; fréquence considérée : 10 GHz
 Dimension du vecteur propre : (2m)
 Dimension de la matrice caractéristique : [2m x 2m]

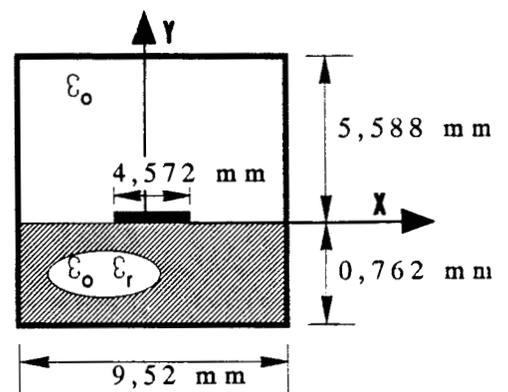
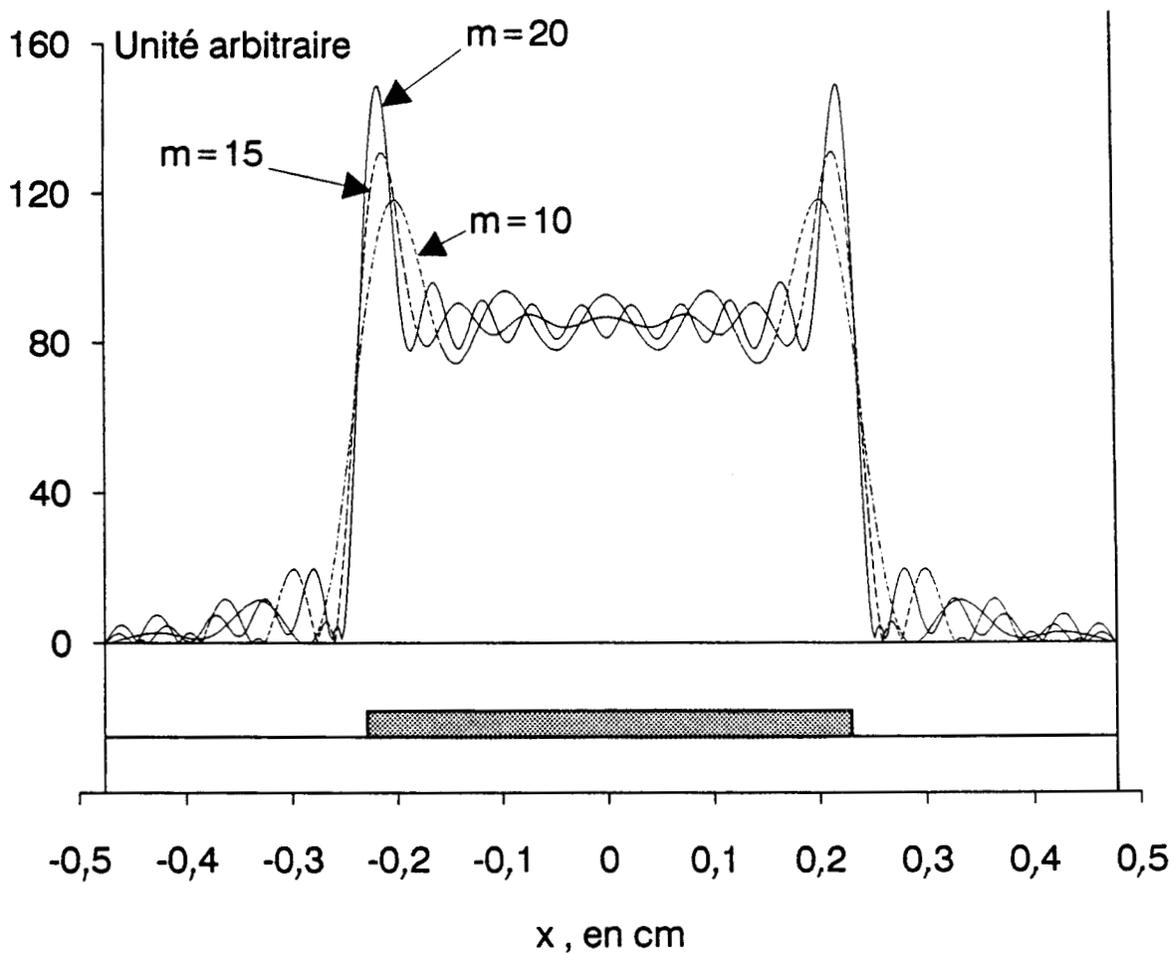


FIGURE 16a : TRACES DU MODULE DE E_x EN $y=0$ POUR DIFFERENTES VALEURS DE m .



$\epsilon_r = 2,32$; fréquence considérée : 10 GHz
 Dimension du vecteur propre : (2m)
 Dimension de la matrice caractéristique: [2mx2m]

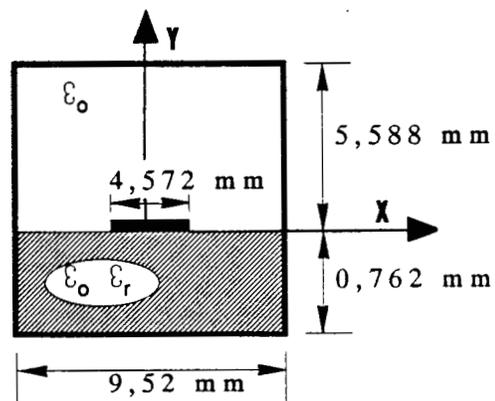
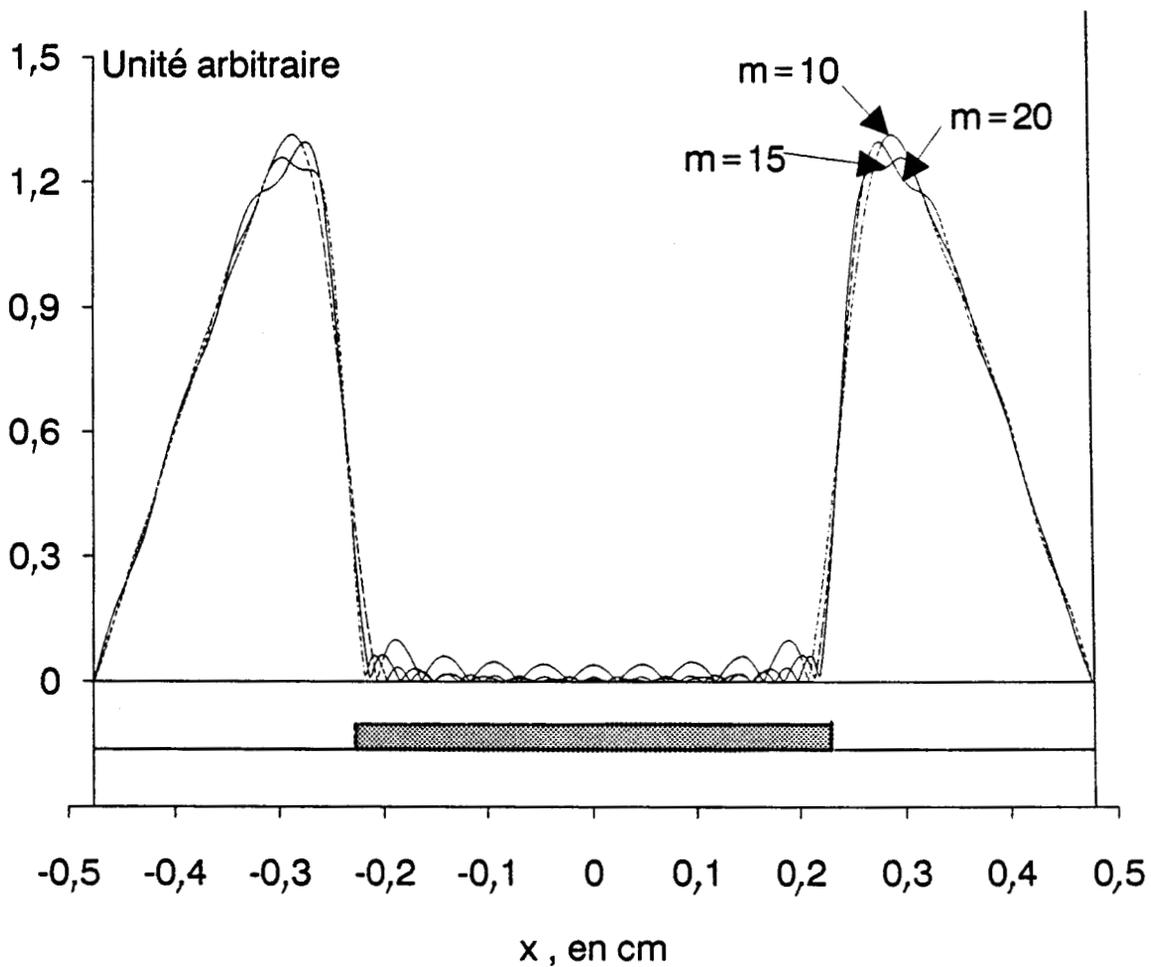


FIGURE 16b : TRACES DU MODULE DE E_y EN $y=0$ POUR DIFFERENTES VALEURS DE m .



$\epsilon_r = 2,32$; fréquence considérée : 10 GHz
 Dimension du vecteur propre : (2m)
 Dimension de la matrice caractéristique: [2m x 2m]

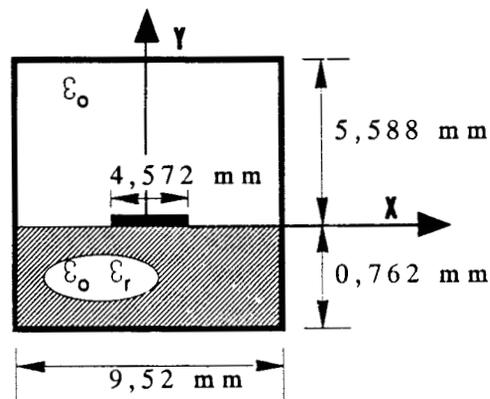
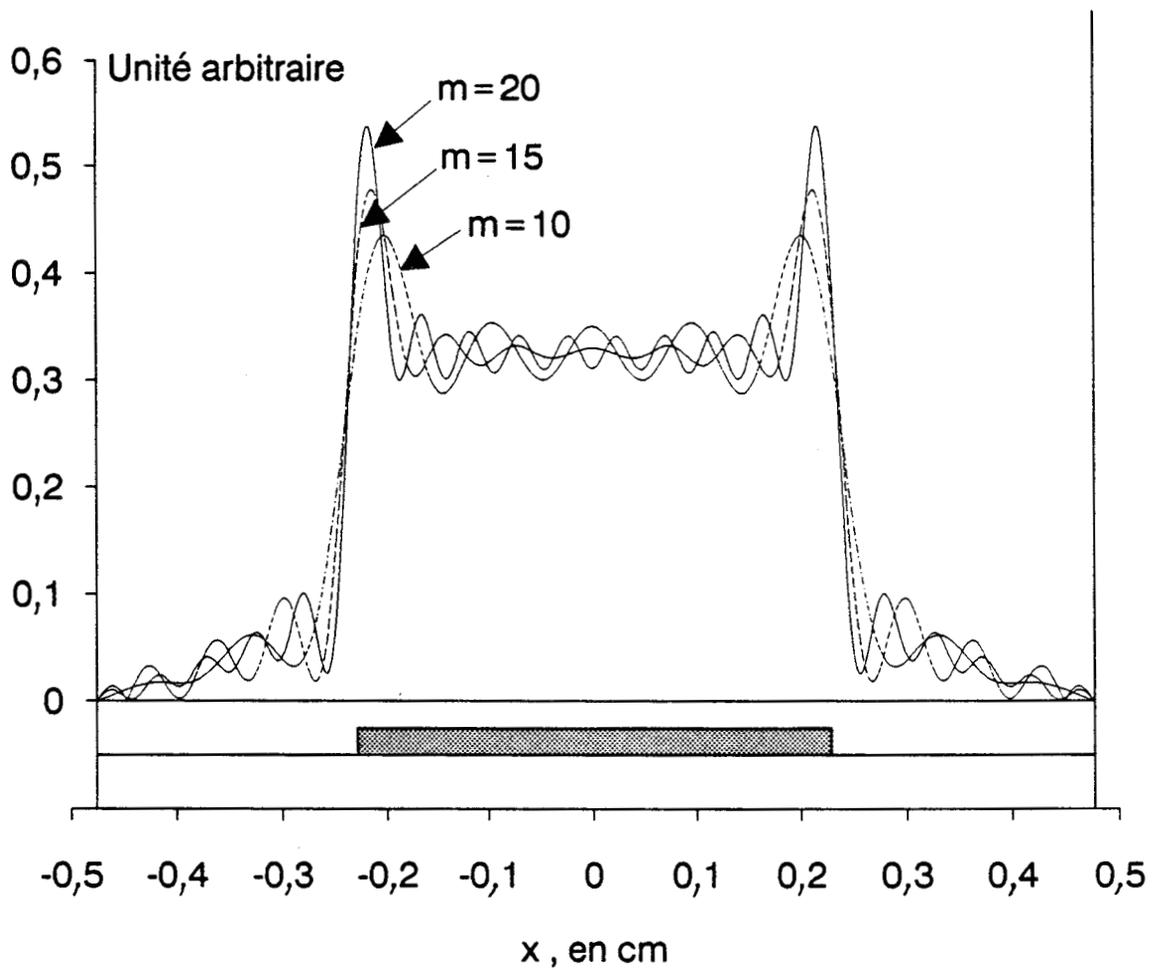


FIGURE 16c : TRACES DU MODULE DE E_z EN $y=0$ POUR DIFFERENTES VALEURS DE m .



$\epsilon_r = 2,32$; fréquence considérée : 10 GHz
 Dimension du vecteur propre : (2m)
 Dimension de la matrice caractéristique : [2mx2m]

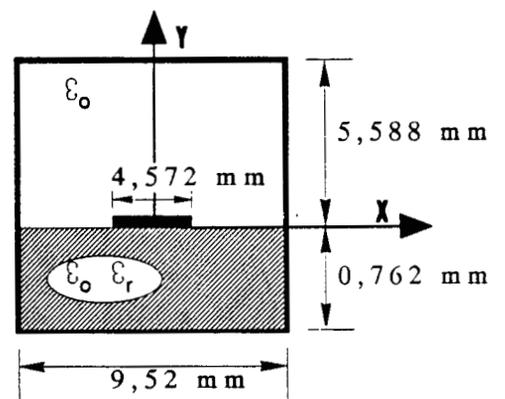
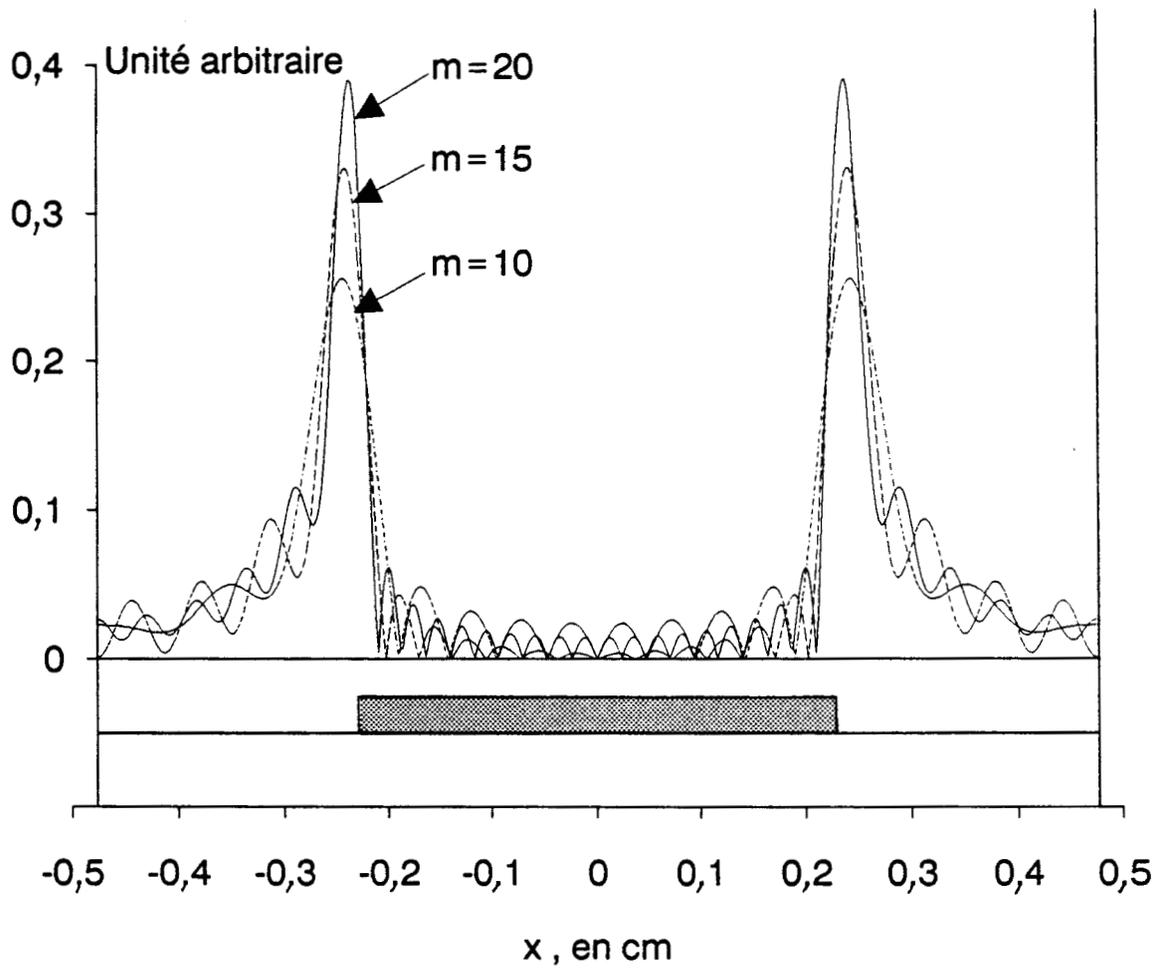


FIGURE 17a : TRACES DU MODULE DE Hx EN $y=0$ POUR DIFFERENTES VALEURS DE m.



$\epsilon_r = 2,32$; fréquence considérée : 10 GHz
 Dimension du vecteur propre : (2m)
 Dimension de la matrice caractéristique: [2mx2m]

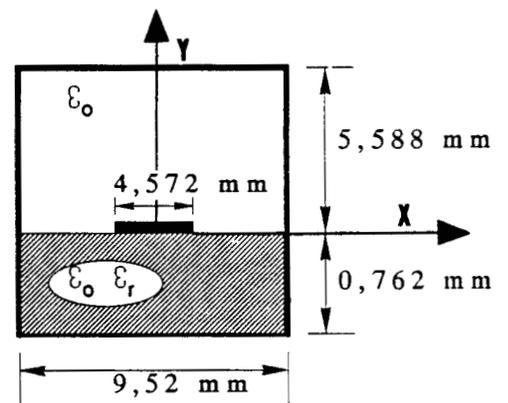
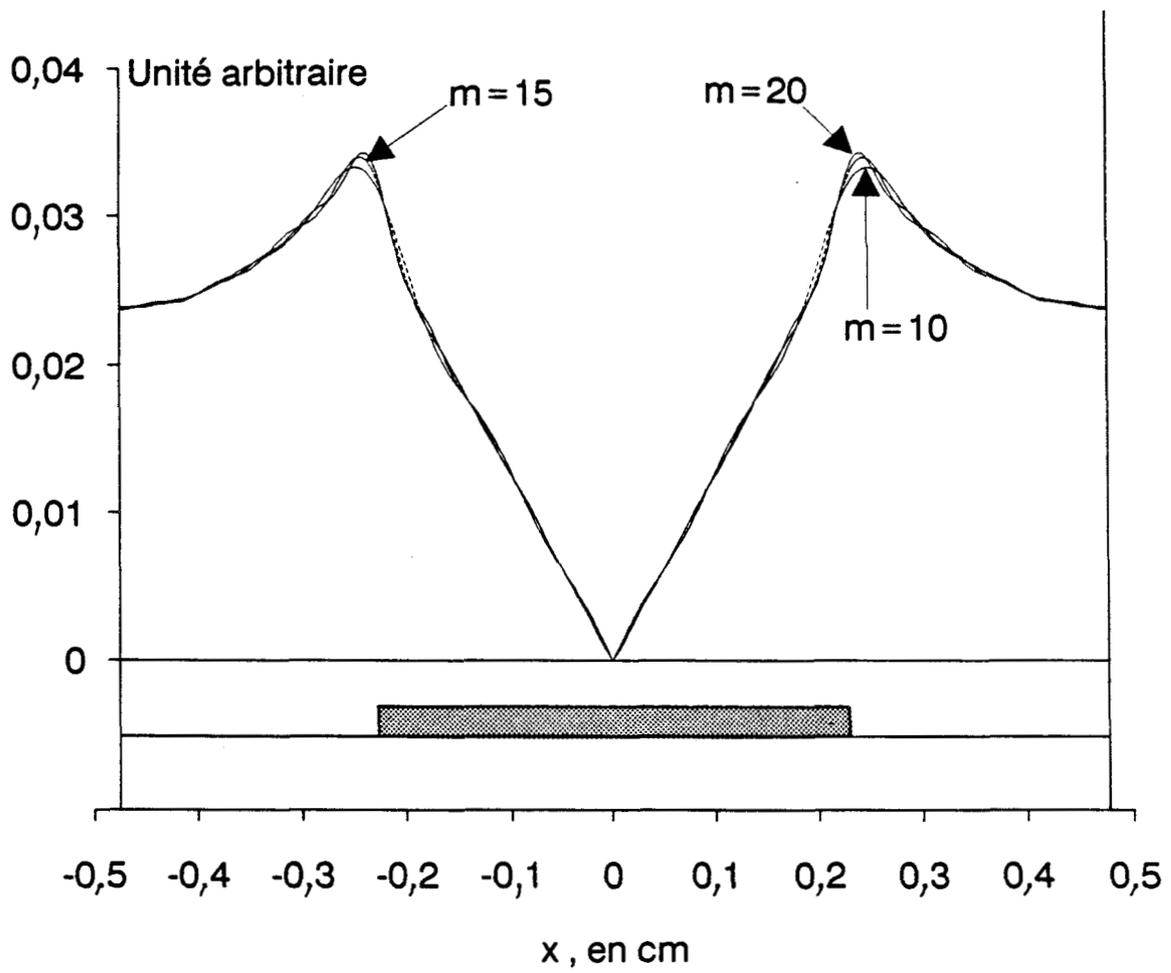


FIGURE 17b : TRACES DU MODULE DE H_y EN $y=0$ POUR DIFFERENTES VALEURS DE m .



$\epsilon_r = 2,32$; fréquence considérée : 10 GHz
 Dimension du vecteur propre : (2m)
 Dimension de la matrice caractéristique: [2mx2m]

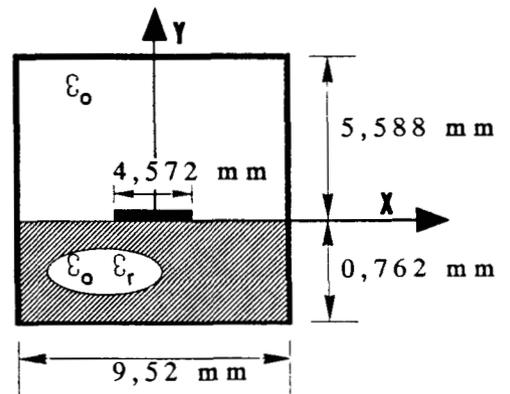


FIGURE 17c : TRACES DU MODULE DE Hz EN $y=0$ POUR DIFFERENTES VALEURS DE m.

Les figures 17 représentent les tracés des trois composantes du champ magnétique :

Figure 17a : Evolution de la composante de champ $\vec{H}_x(x,0)$

Figure 17b : Evolution de la composante de champ $\vec{H}_y(x,0)$

Figure 17c : Evolution de la composante de champ $\vec{H}_z(x,0)$

Ces champs sont relatifs au mode fondamental de la structure considérée. Nous avons retenu trois dimensions significatives du vecteur propre, $2m = 20, 30, 40$.

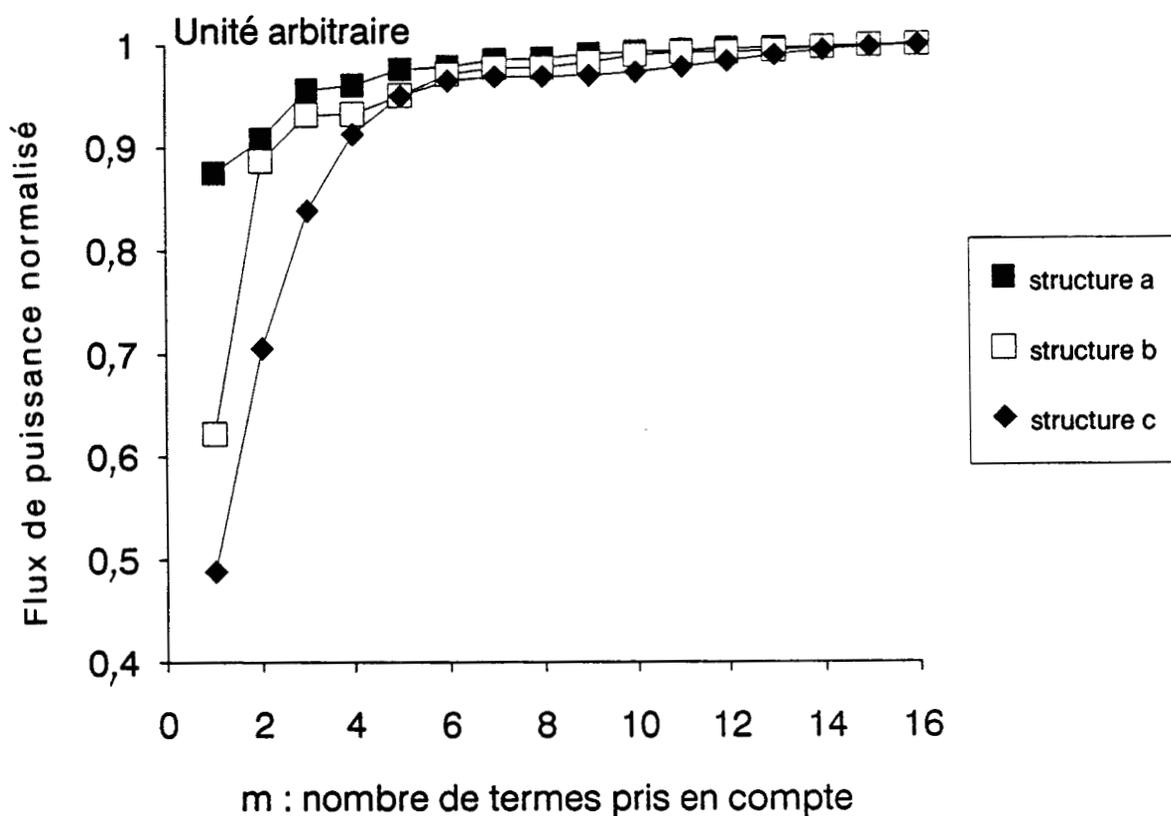
Ces évolutions sont en parfait accord avec plusieurs travaux publiés [11] [12]. Nous pouvons remarquer dans un premier temps que l'évolution des deux composantes de champ ne présentant pas de singularité (\vec{E}_z, \vec{H}_z) est moins sensible au vecteur propre.

La prise en compte de dix termes A_m^e et A_m^h afin de décrire les champs électriques et magnétiques suffit afin de reconstituer ces deux composantes.

Cependant, la prise en compte de vingt éléments A_m^e et A_m^h ne suffit pas à décrire finement les singularités des autres composantes de champ, comme le montre les figures 16a, 16b, 17a et 17b. La prise en compte d'un nombre d'équations plus important pénalise alors cette méthode de simulation numérique car occulte la convergence rapide du système matriciel associée à la détermination des valeurs propres. Il nous faut cependant vérifier à présent l'influence du vecteur propre sur la détermination du flux de puissance afin de juger réellement des potentialités de cette approche.

A titre d'exemple, nous présentons, figure 18, l'évolution du flux de puissance normalisé en fonction du nombre m retenu. Nous avons pour cela considéré à nouveau nos trois structures tests. L'augmentation des dimensions transversales de la structure rend plus délicate l'évaluation de cette intégrale. Cependant, la prise en compte d'une dizaine de termes A_m^e et A_m^h suffit à décrire convenablement le flux de puissance de nos structures généralement utilisées. Bien que les singularités ne soient pas parfaitement décrites, le flux de puissance est peu sensible au nombre d'harmoniques. Nous retrouvons là un résultat classique.

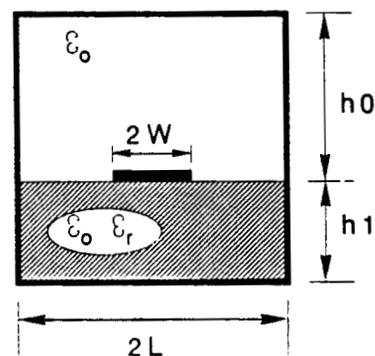
A ce stade, nous pouvons donc déterminer, en utilisant la définition donnée par la relation (I36), l'expression de l'impédance en courant. Compte tenu des objectifs fixés, nous



Fréquence considérée : 10 GHz

Dimension du vecteur propre : (2m)

Dimension de la matrice caractéristique: [2mx2m]



structure a: $W = 2,286\text{mm}$; $L = 4,76\text{mm}$; $h_0 = 5,588\text{mm}$; $h_1 = 0,762\text{mm}$; $\epsilon_r = 2,32$.

structure b: $W = 1,143\text{mm}$; $L = 4,76\text{mm}$; $h_0 = 5,588\text{mm}$; $h_1 = 0,762\text{mm}$; $\epsilon_r = 2,32$.

structure c: $W = 0,635\text{mm}$; $L = 6,35\text{mm}$; $h_0 = 11,143\text{mm}$; $h_1 = 1,27\text{mm}$; $\epsilon_r = 8,875$.

FIGURE 18: EVOLUTION DU FLUX DE PUISSANCE NORMALISE ,
DU MODE FONDAMENTAL DE DIFFERENTES STRUCTURES ,
EN FONCTION DE LA DIMENSION DU VECTEUR PROPRE.

n'avons pas cherché à approfondir ce point, étant donné que nous sommes en possession de la principale information, à savoir le flux de puissance.

II.8. CONCLUSION

Notre souci et notre objectif de rechercher les spectres de modes le plus complet de nos structures, de part et d'autre d'une discontinuité, nous a conduit à développer parallèlement une méthode de simulation numérique basée sur la résolution d'équations intégrales singulières, présentée par beaucoup comme la mieux adaptée à ce type d'analyses.

Cette méthode des Equations Intégrales Singulières diffère de l'Approche dans le Domaine Spectral par le fait que les conditions de continuité sont vérifiées, en écrivant les diverses relations, non pas dans un domaine transformé, mais dans l'espace direct.

A ce stade, il existe plusieurs démarches possibles. Nous avons opté pour une approche analytique afin de s'affranchir des problèmes afférents aux fonctions de base. Ceci nous conduit à transformer par une phase analytique conséquente ces relations de continuité en un système d'équations linéaires homogènes, dont nous devons rechercher les valeurs propres. Les singularités présentes sur l'interface "disparaissent" par le biais d'un certain nombre de transformations mathématiques décrites dans ce chapitre et les annexes.

Les vérifications et les tests tant sur la valeur propre que sur la configuration du champ font apparaître que cette méthode nécessite peu d'harmoniques afin de reconstituer le mode.

Cependant, l'ensemble des phases analytiques induit une contrainte. En effet, on ne peut traiter qu'un type de métallisation. L'écriture ainsi déterminée n'est donc pas générale, ce qui pénalise dès le départ cette formulation.

A ce stade, nous pouvons maintenant comparer les performances des deux méthodes utilisées afin d'en dégager les avantages et les inconvénients. Ceci fait l'objet du troisième chapitre. Cette étude comparative nous permettra ainsi de mettre en exergue certaines propriétés intéressantes des modes supérieurs de la ligne microruban en boîtier.

BIBLIOGRAPHIE
CHAPITRE II

- [1] **A.S. OMAR, K. SCHÜNEMANN** : "Formulation of the singular integral equation technique for planar transmission lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 1313-1321, December 1985.
- [2] **W. HUANG, T. ITOH** : "Complex modes in shielded microstrip lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 163-165, January 1988.
- [3] **K. UHDE** : "Discontinuities in finlines on semiconductor substrate". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-34, pp. 1499-1507, December 1986.
- [4] **N.K. UZUNOGLU, C.N. CAPSALIS, C.P. CHRONOPOULOS** : "Frequency-dependent analysis of a shielded microstrip step discontinuity using an efficient mode-matching technique". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 976-984, June 1988.
- [5] **R. MITTRA, T. ITOH** : "A new technique for the analysis of the dispersion characteristics of microstrip lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-19, pp. 47-56, January 1971.
- [6] **S.W. LEE, W.R. JONES, J.J. CAMPBELL** : "Convergence of numerical solutions of iris-type discontinuity problems". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-19, pp. 528-536, June 1971.
- [7] **R. MITTRA, T. ITOH, T. LI** : "Analytical and numerical studies of the relative convergence phenomenon arising in the solution of an integral equation by the moment method". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-20, pp. 96-104, February 1972.
- [8] **L. LEWIN** : "The use of singular integral equations in the solution of waveguide problems". Advances in microwaves, Vol. 1, Edited by L. YOUNG, Academic press : New York and London, pp 212-284, 1966.
- [9] **T. ITOH, R. MITTRA** : "Relative convergence phenomenon arising in the solution of diffraction from strip grating on a dielectric slab". Proc. I.E.E.E. Letters, Vol. 59, pp 1363-1365, September 1971.
- [10] **C.A. OLLEY, T.E. ROZZI** : "Systematic characterization of the spectrum of unilateral finline". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-34, pp. 1147-1156, November 1986.

[11] **H. ERMERT** : "Field distribution of microstrip guided wave". Arch. Elek. Übertragung, Vol. AEÜ - 31, pp 145-149, 1977.

[12] **R. FARAJI-DANA, Y. CHOW** : "Edge condition of the field and a.c. resistance of a rectangular strip conductor". I.E.E.E. Proceedings, Vol. 133, n°2, April 1990.

CHAPITRE III

III. ETUDE COMPARATIVE DE L'APPROCHE DANS LE DOMAINE SPECTRAL ET DE LA METHODE DES EQUATIONS INTEGRALES SINGULIERES DANS LE CADRE DE L'ETUDE DES MODES SUPERIEURS DE LA LIGNE MICRORUBAN EN BOITIER

III.1. Introduction

Nous venons de présenter les deux formalismes retenus pour l'étude des modes supérieurs en vue du traitement électromagnétique de discontinuités. Dans un premier temps, nous avons mis en évidence les propriétés de convergence de ces deux méthodes, justifiant ainsi l'emploi de développements asymptotiques lors de leurs mises en oeuvre. Ces considérations mathématiques peuvent suffire à l'étude du mode fondamental, il nous faut cependant, dans le cadre de l'étude des modes supérieurs, répondre à quelques questions préalablement, à savoir :

- L'approche dans le domaine spectral et la méthode des équations intégrales singulières décrivent-elles correctement les modes supérieurs, en particulier les modes de boîtier ?

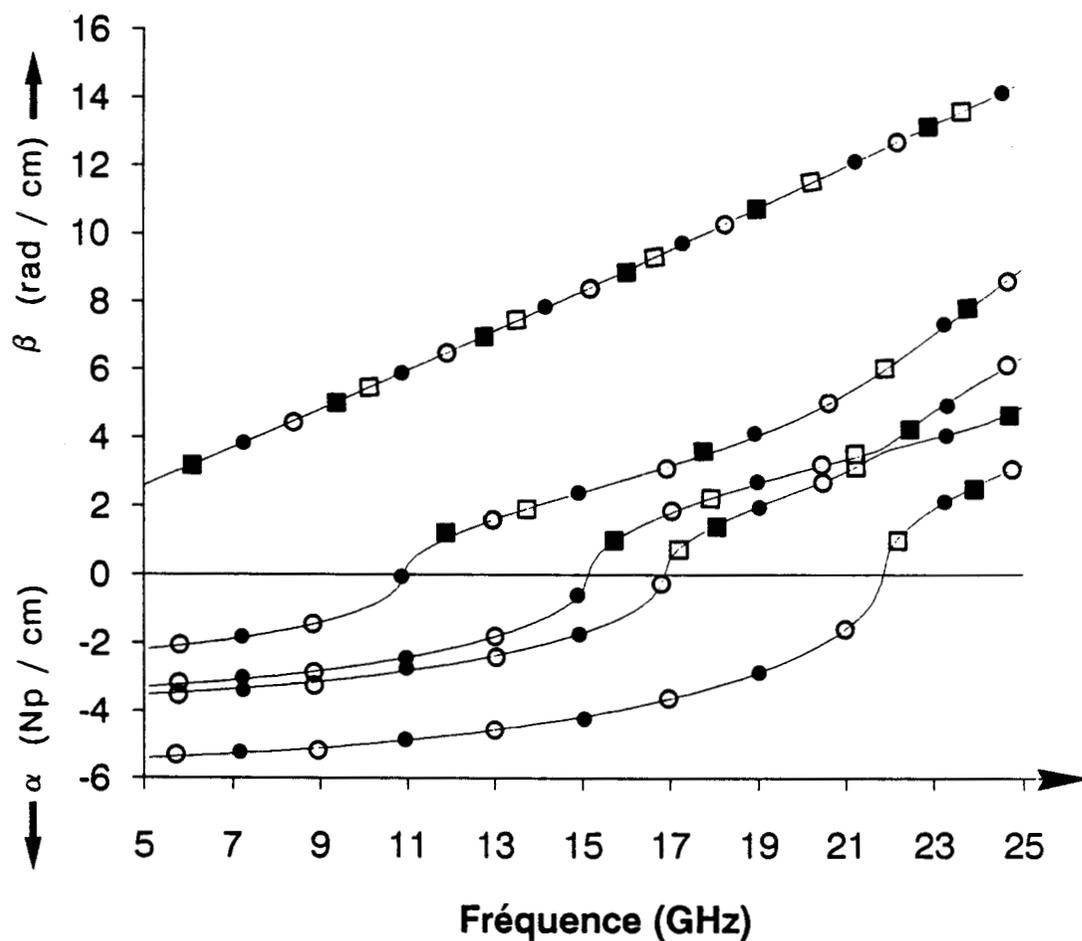
- L'approche dans le domaine spectral nécessite-t-elle la prise en compte d'un nombre de fonctions de base important afin de décrire les courants sur le ruban, pour ces modes supérieurs ?

La méthode des équations intégrales est-elle plus performante que l'approche dans le domaine spectral pour l'étude de ces modes supérieurs ?

Notre objectif, étant à terme, l'étude des discontinuités sur des substrats semiconducteurs, il nous faut déterminer si l'une des deux méthodes est mieux adaptée.

En dernier lieu, les nombreuses études relatives aux modes supérieurs des lignes planaires enfermées dans un boîtier métallique ont permis de mettre en évidence l'existence de solutions particulières du problème aux valeurs propres, à savoir, les modes complexes [1] [2] [3].

Sont-elles uniquement des solutions mathématiques du problème aux valeurs propres, et, peut-on leur attribuer un sens physique ? La question reste à ce jour encore posée.



simulations:

- Approche dans le Domaine Spectral.
- ● ● Equations Intégrales Singulières.

Comparaisons:

- ○ Référence [1].
- ■ Référence [4].
- □ Référence [5].

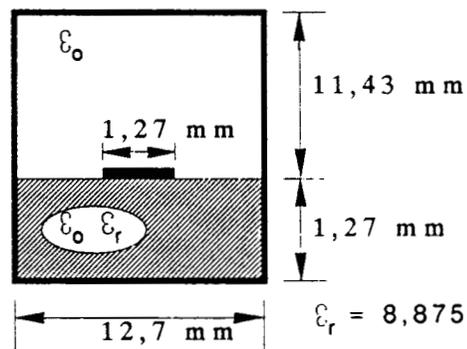


FIGURE 19: Comparaison de l'évaluation de la constante de propagation du mode fondamental et des quatre premiers modes supérieurs d'une ligne microruban classique, par différentes méthodes de simulations numériques.

Dans le cadre de ce mémoire, nous mettrons en évidence certaines propriétés de ces modes particuliers et rechercherons l'influence des pertes sur ces solutions.

III.2. Etude qualitative des modes supérieurs

III.2.1. Comparaison des résultats avec d'autres travaux

Nous présentons, figure 19, les évolutions des constantes de propagation du mode fondamental et des quatre premiers modes supérieurs d'une ligne microruban classique enfermée dans un boîtier métallique. La constante de propagation se présente sous la forme suivante :

$$\gamma = \beta - j\alpha ; \beta > 0 ; \alpha > 0$$

β représente la constante de phase, elle s'exprime en radians par centimètre
 α représente l'atténuation, elle s'exprime en Népers par centimètre.

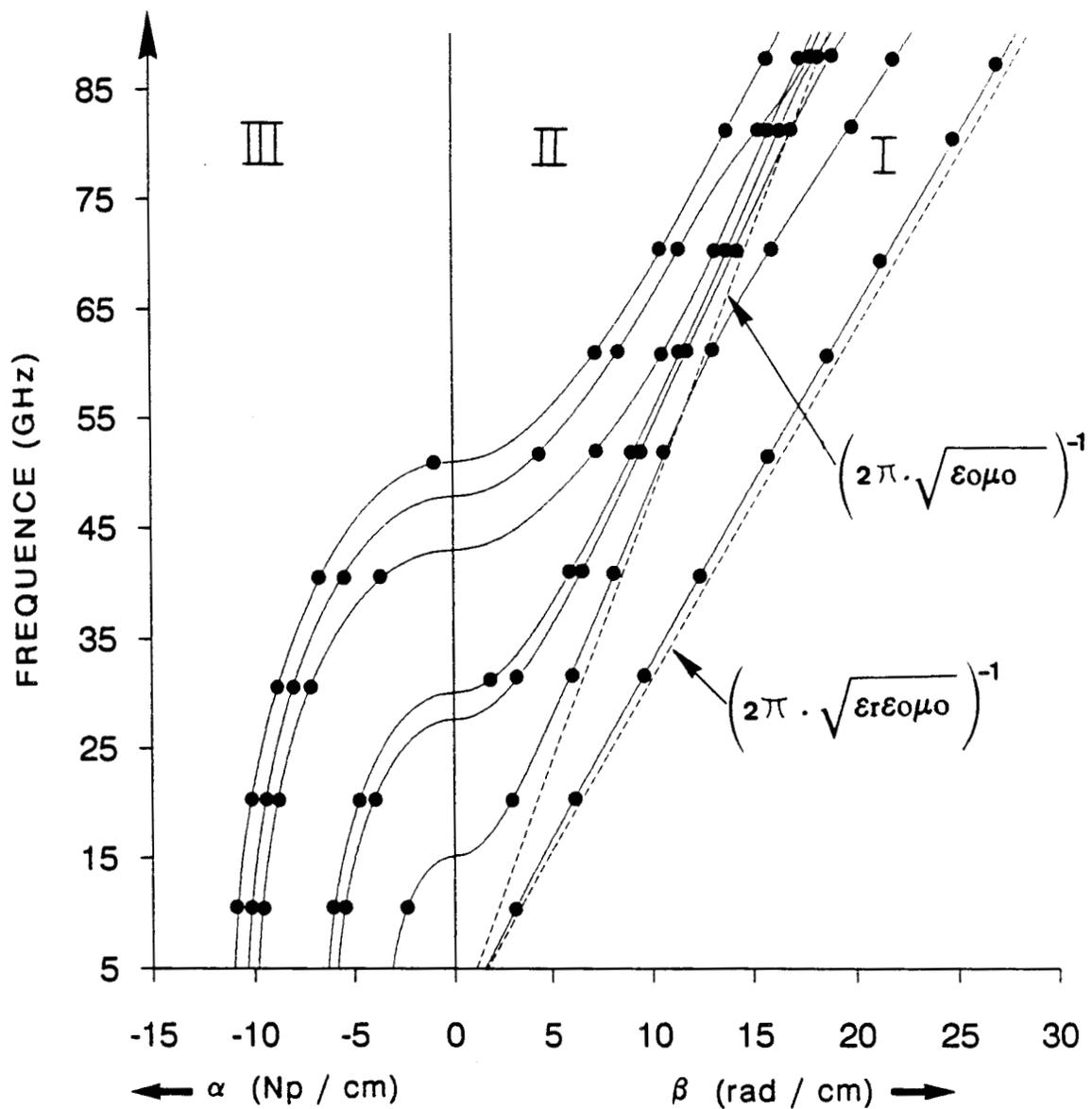
Ces modes supérieurs étudiés présentent la même parité que le mode fondamental, ceux sont des modes de type "pair", définis par :

$$\begin{aligned} E_z(-x) &= E_z(x) \\ H_z(-x) &= -H_z(x) \end{aligned}$$

Ces courbes ont été obtenues par les deux méthodes de simulation numérique présentées dans les chapitres précédents, à savoir :

- L'Approche dans le Domaine Spectral modifiée par des développements asymptotiques et la méthode des équations intégrales singulières.

Une première comparaison entre les solutions obtenues par nos deux formulations s'avère très satisfaisante comme l'indique la figure 19. Naturellement, nous avons comparé les résultats fournis par nos deux simulations numériques à d'autres références, et ce, pour différentes structures. La comparaison est tout aussi fructueuse.



simulations:

— Approche dans le Domaine Spectral.

••• Equations Intégrales Singulières.

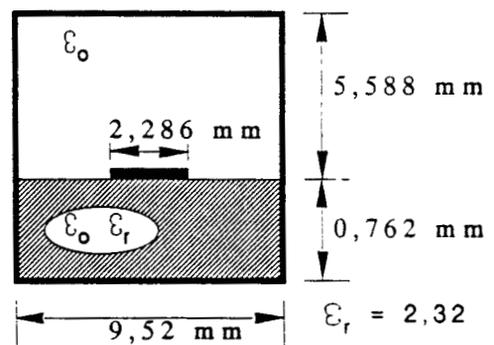


FIGURE 20: Evolution fréquentielle de la constante de propagation du mode fondamental et des six premiers modes supérieurs d'une ligne microruban classique.

Afin de ne pas alourdir la présentation, seule la figure 19, courbe typique de comparaison, soulignera cet excellent accord entre nos résultats et ceux disponibles dans la littérature [4] [5] [1]. Cependant, nous ne pouvons nous contenter de la seule comparaison des valeurs propres obtenues, soit par l'approche dans le domaine spectral, soit par la méthode des équations intégrales singulières. Une étude plus poussée s'impose afin de dégager les potentialités de ces méthodes, en particulier un examen attentif de la convergence des solutions est nécessaire.

III.2.2. Etude descriptive des modes supérieurs

III.2.2.1. Séparation du diagramme de dispersion en trois régions

Nous présentons figure 20, dans une représentation classique, l'évolution des six premiers modes supérieurs et du mode fondamental d'une ligne microruban enfermée dans un boîtier métallique. Nous avons séparé ce diagramme de dispersion en trois régions classiquement nommées :

- Région I : zone des modes lents
- Région II : zone des modes rapides
- Région III : zone des modes évanescents

L'objectif de définir la supériorité ou non d'une des deux méthodes de simulation présentées, nous amène à étudier plus en détail le comportement des modes hybrides dans les différentes régions évoquées. Un premier raisonnement physique nous permet d'imaginer que dans la région I, les modes seront essentiellement liés à la présence de la ligne microruban.

En ce qui concerne la région III, on imagine bien aisément que le comportement des modes sera influencé très fortement par l'épaisseur de la lame diélectrique et la présence du boîtier. La région II, quant à elle, sera un mélange des influences respectives du boîtier et de la ligne microruban.

En réalité, il a été démontré que les effets de bord, occasionnés par la présence du ruban métallique, établissent un couplage entre les composantes de champ des modes LSE_y ($E_y=0$) et LSM_y ($H_y=0$) (figure 21) relatifs à une structure identique en terme de boîtier,

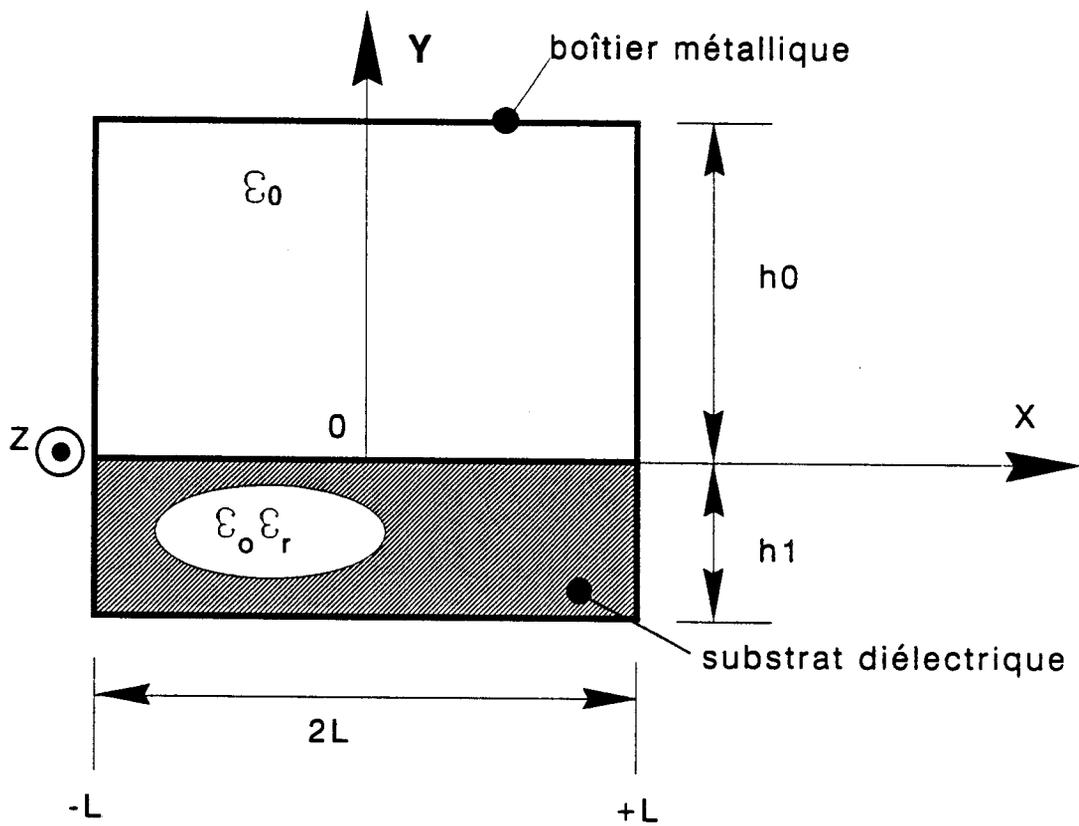


FIGURE 21: Lame di\^electrique enferm\^e

d'épaisseur de lame diélectrique et de permittivité par rapport à la ligne microruban. Ces effets de bord (effets de pointes) ne sont satisfaits que par une combinaison linéaire des composantes de champ de ces modes LSE_y et LSM_y [6]. Nos deux simulations numériques retenues pour cette étude comparative décrivent différemment ces effets de bords. Dans le cas de l'approche dans le domaine spectral modifiée par des développements asymptotiques, un choix judicieux des fonctions de bases permet de décrire correctement ces effets de pointes [5] [6] [7]. La méthode des équations intégrales singulières permet quant à elle de décrire directement ces singularités des composantes de champ [3] [8] [9] comme nous l'avons signalé dans le chapitre II. Ces deux formalismes sont sur ce point différents.

Afin de pouvoir juger de la supériorité de l'une ou l'autre de ces méthodes, nous devons par conséquent les comparer tant sur la reconstitution des champs électromagnétiques que sur la simple détermination des valeurs propres et ceci, sur de nombreux exemples. Dans la suite de ce mémoire, nous serons amenés à utiliser les modes du guide inhomogène fermé relatif à une structure identique en terme de boîtier, d'épaisseur de lame diélectrique et de permittivité par rapport à la ligne microruban en boîtier, étudiée.

Bien que l'étude de ces modes soit connue. Nous en rappellerons rapidement et succinctement les principaux résultats.

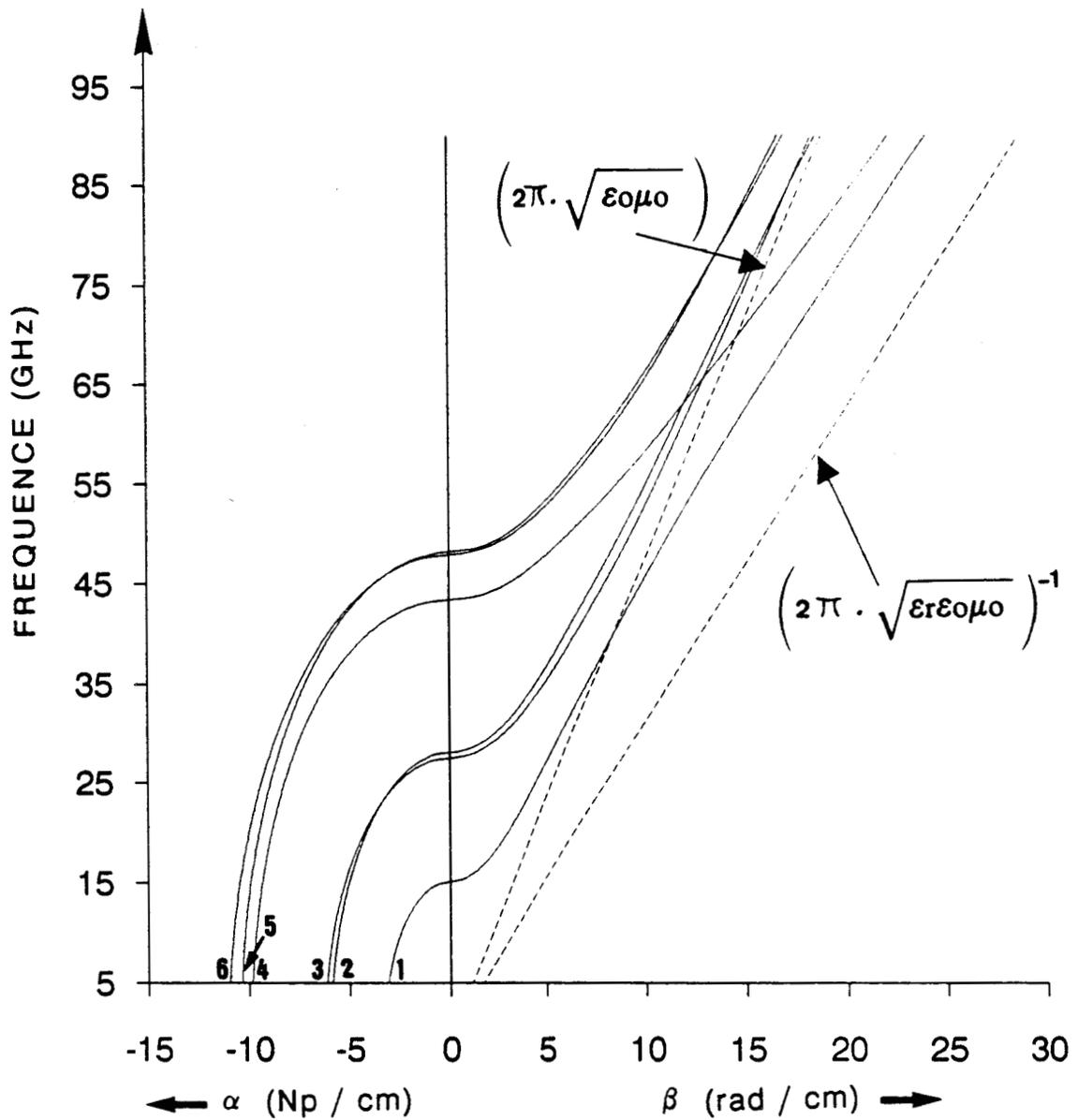
III.2.2.2. Etude des modes supérieurs du guide rectangulaire inhomogène fermé

La structure élémentaire est présentée figure 21. Les modes de cette structure sont du type LSE_y ($E_y=0$) ou LSM_y ($H_y=0$). La recherche des valeurs propres correspondantes se résume à la résolution de deux équations transcendentes :

$$(III_1) \quad \begin{aligned} \epsilon_r k_p \tan k_p h_0 + k_{p1} \tan k_{p1} h_1 &= 0 \text{ pour les modes } LSE_y \\ k_{p1} \cotan k_{p1} h_1 + k_p \cotan k_p h_0 &= 0 \text{ pour les modes } LSM_y \end{aligned}$$

Dans ce cas, le vecteur d'onde suivant l'axe (o,y) a pour expression :

$$(III_2) \quad k_{p1}^2 = \epsilon_{ri} k_o^2 - \gamma^2 - \alpha_p^2 \quad ; \quad \text{avec } k_o = \omega \sqrt{\epsilon_o \mu_o}$$



- mode n°1 : LSMy (p=1)
- mode n°2 : LSEy (p=1)
- mode n°3 : LSMy (p=1)
- mode n°4 : LSMy (p=2)
- mode n°5 : LSEy (p=1)
- mode n°6 : LSMy (p=1)

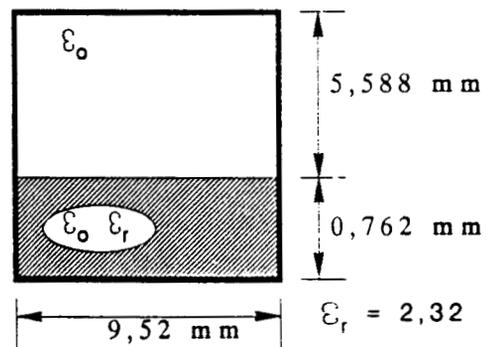


FIGURE 22: Evolution fréquentielle de la constante de propagation des six premiers modes d'une lame diélectrique enfermée dans un boîtier métallique.

modes	A. D. S.		Eq. I. S.
	Nfb=3	Nfb=4	
0	5,9784	5,9784	5,9788
1	2,8047	2,8047	2,8060
2	j-4,0778	j-4,0778	j-4,0801
3	j-4,7865	j-4,7865	j-4,7901
4	j-8,8487	j-8,8487	j-8,8503
5	j-9,4701	j-9,4701	j-9,4707
6	0,067 -j10,194	0,067 -j10,194	0,069 -j10,201
7	0,067 -j10,194	0,067 -j10,194	0,069 -j10,201
8	j-10,6959	j-10,6959	j-10,7011
9	j-13,1666	j-13,1666	j-13,1702
10	j-13,8748	j-13,8748	j-13,8802
11	j-14,5020	j-14,5020	j-14,5012
12	j-16,5539	j-16,5539	j-16,5607
13	j-16,8057	j-16,8057	j-16,8134
14	j-16,9324	j-16,9324	j-16,9320

(C.K.S.A.)

Approche dans le Domaine Spectral:

Nfb : nombre de fonctions de base pour décrire les densités de courant J_x et J_z .

Nombre d'harmoniques calculés : 10.

Equations Intégrales Singulières:

Dimension de la matrice caractéristique: [2m x 2m].

Nombre d'harmoniques calculés : $m = 10$.

Fréquence considérée : $F = 20$ GHz.

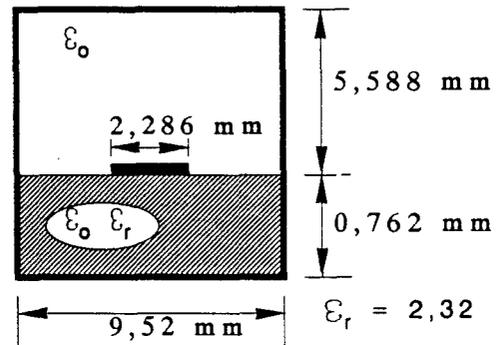


TABLEAU 4: Evaluation de la constante de propagation des quinze premiers modes d'une ligne microruban classique.

Comparaison A. D. S. - Eq. I. S..

- γ représente la constante de propagation
- ϵ_{ri} représente la permittivité relative du milieu d'indice i
- α_p est le vecteur d'onde suivant l'axe (o,x)

La recherche des modes LSE_y et LSM_y pairs par rapport à l'axe (o,y) impose :

$$(III_3) \quad \alpha_p = \left(p - \frac{1}{2} \right) \frac{\Pi}{L}$$

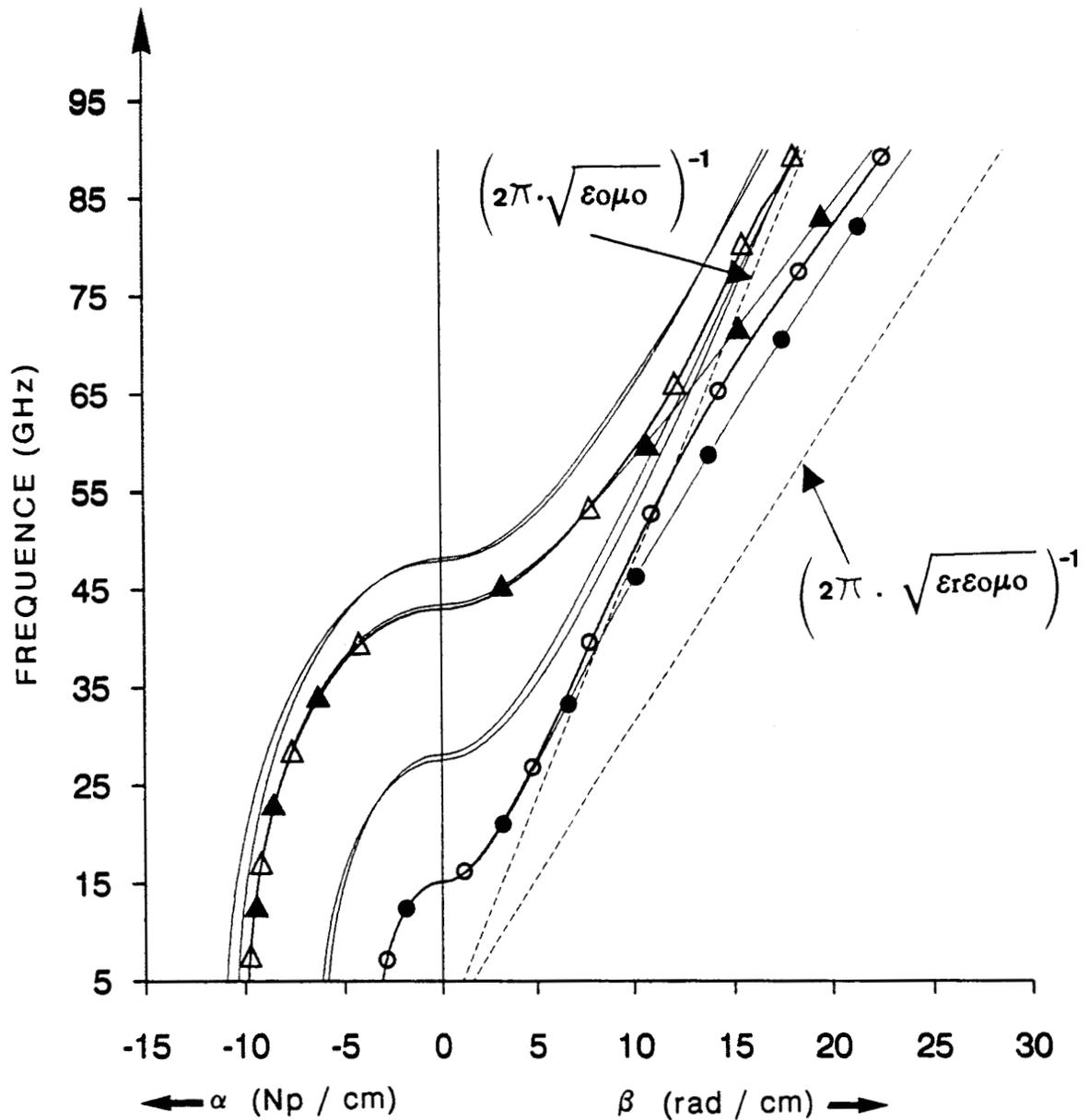
A titre d'illustration, nous présentons figure 22 l'évolution des six premiers modes pairs du guide inhomogène fermé correspondant à la structure retenue de la figure 20.

Ces rappels étant évoqués, nous sommes en mesure d'étudier et surtout de comparer la description des composantes des champs électromagnétiques des modes supérieurs de la ligne microruban en boîtier par nos deux méthodes de simulation numérique.

III.3. Etude comparative des modes supérieurs de la ligne microruban en boîtier obtenus par l'approche dans le domaine spectral et la méthode des équations intégrales singulières

III.3.1. Présentation de la démarche

A ce stade, les résultats fournis par nos deux méthodes de simulation numérique ne diffèrent pas de manière significative, comme l'attestent les figures 19 et 20. Une étude des modes d'ordre plus élevés confirme également l'excellent accord entre les valeurs propres obtenues par ces deux méthodes de simulation numérique. A titre d'exemple, nous présentons, tableau 4, l'évaluation de la constante de propagation des 15 premiers modes de la structure décrite figure 20. Nous avons fixé la fréquence à 20 GHz. Ces premiers résultats ne permettent pas d'affirmer que la méthode des équations intégrales singulières présente une supériorité évidente lorsque l'on ne s'intéresse qu'aux valeurs propres. Cependant, cette comparaison a besoin d'être approfondie. Cette étude comparative comporte deux parties. Dans un premier temps, nous avons examiné la convergence des valeurs propres obtenues par ces deux méthodes de simulation numérique. Notons que pour l'approche dans le domaine spectral, nous devons procéder à une double troncature.



○ ○ Premier mode supérieur.
 △ △ Quatrième mode supérieur.

● ● LSM(p=1)
 ▲ ▲ LSM(p=2)

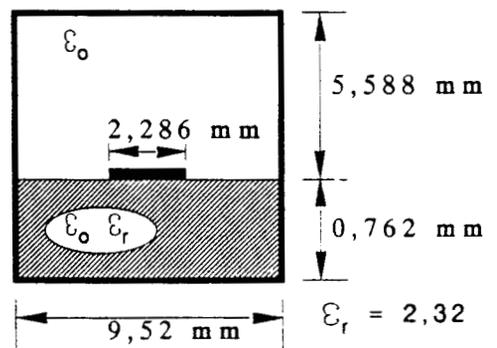


FIGURE 23: Evolution fréquentielle de la constante de propagation des premier et quatrième modes supérieurs d'une ligne microruban classique - Comparaison avec les modes du guide inhomogène correspondant.

Constante de propagation du mode supérieur n°1

nombres d'harmoniques calculés.	F = 5GHz		F = 40GHz		F = 90GHz	
	Nfb=1	Nfb=4	Nfb=1	Nfb=4	Nfb=1	Nfb=4
1	j-3,1093	j-3,1093	7,9464	7,9457	22,3502	22,9181
2	j-3,1087	j-3,1087	7,9584	7,9568	22,4414	22,8567
3	j-3,1086	j-3,1086	7,9592	7,9575	22,5723	22,9670
4	j-3,1086	j-3,1086	7,9592	7,9575	22,6810	22,9695
5	j-3,1086	j-3,1086	7,9593	7,9576	22,7125	22,9701
6	j-3,1086	j-3,1086	7,9594	7,9577	22,7134	22,9701
7	j-3,1086	j-3,1086	7,9595	7,9577	22,7138	22,9701
8	j-3,1086	j-3,1086	7,9596	7,9578	22,7140	22,9702
9	j-3,1086	j-3,1086	7,9596	7,9578	22,7140	22,9702
10	j-3,1086	j-3,1086	7,9596	7,9579	22,7140	22,9703

(C. K. S. A.)

Constante de propagation du mode supérieur n°4

nombres d'harmoniques calculés.	F = 5GHz		F = 40GHz		F = 90GHz	
	Nfb=1	Nfb=4	Nfb=1	Nfb=4	Nfb=1	Nfb=4
1	indéterminée					
2	j-9,8389	j-9,8389	j-3,7945	j-3,7884	18,4254	18,4425
3	j-9,8389	j-9,8389	j-3,7914	j-3,7857	18,4203	18,4189
4	j-9,8389	j-9,8389	j-3,7929	j-3,7867	18,4221	18,4213
5	j-9,8389	j-9,8389	j-3,7946	j-3,7886	18,4223	18,4218
6	j-9,8389	j-9,8389	j-3,7948	j-3,7894	18,4223	18,4218
7	j-9,8389	j-9,8389	j-3,7952	j-3,7898	18,4223	18,4218
8	j-9,8389	j-9,8389	j-3,7954	j-3,7901	18,4223	18,4218
9	j-9,8389	j-9,8389	j-3,7955	j-3,7901	18,4222	18,4218
10	j-9,8389	j-9,8389	j-3,7955	j-3,7901	18,4222	18,4218

$\epsilon_r = 2,32$

Nfb : nombre de fonctions de base pour décrire les densités de courant Jx et Jz.

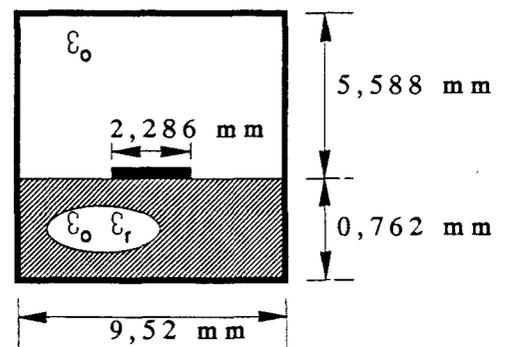


TABLEAU 5 : Evaluation par l'Approche dans le Domaine Spectral des constantes de propagation des premier et quatrième modes supérieurs d'une ligne microruban classique.

La première attrait au nombre d'harmoniques, la seconde est liée au nombre de fonctions de base utilisées afin de décrire les densités de courant sur le ruban. La formulation de la méthode des équations intégrales singulières nécessite quant à elle, une troncature simple, à savoir la dimension de la matrice caractéristique du système d'équations linéaires et homogènes final (équations II₃₇ du 2ème Chapitre). La description des champs électromagnétiques par le biais de séries de FOURIER (équation II₀ du 2ème Chapitre), nous permet par ailleurs d'identifier ce paramètre à un nombre d'harmoniques.

Enfin, dans une deuxième étape, nous comparons ces deux méthodes de simulation numérique en examinant la reconstitution des champs électromagnétiques.

III.3.2. Etude de la convergence des valeurs propres associées aux modes supérieurs de la ligne microruban en boîtier

Nous avons naturellement étudié la convergence des valeurs propres obtenues pour les différentes régions du diagramme de dispersion et ce pour de nombreux modes supérieurs. Afin d'illustrer cette démarche par un exemple significatif, nous avons retenu le cas du premier et du quatrième mode supérieur de la figure 20. Nous présentons, figure 23, le tracé de ces modes dans un diagramme de dispersion où nous superposons les six premiers modes de même parité du guide inhomogène fermé correspondant. Cette superposition nous permet d'observer que le premier mode supérieur s'apparente à un LSM ($p=1$), le quatrième mode supérieur s'apparente à un LSM ($p=2$), en ce qui concerne la constante de propagation, et ce pour la région III.

De manière à qualifier et à quantifier la convergence de la valeur propre associée au mode supérieur, nous avons retenu pour cet exemple, trois fréquences relatives, respectivement aux trois régions du diagramme de dispersion.

Intéressons nous, dans un premier temps, aux valeurs propres calculées par l'approche dans le domaine spectral, regroupées au sein du tableau 5. Dans les régions III et II, le calcul de trois harmoniques suffit à décrire convenablement ce premier mode supérieur. Cette constatation, comme nous le verrons ultérieurement, est cohérente avec l'identité de comportement entre le mode LSM ($p=1$) et le mode hybride dans la région III. La contribution des harmoniques d'ordre élevé peut ainsi être négligée, elle est cependant prise en compte de manière systématique par l'utilisation des développements asymptotiques (Chapitre I). En ce qui concerne le quatrième mode supérieur, des résultats similaires sont obtenus. Signalons que

nombre d'harmoniques calculés : n	A. D. S.			Eq. I. S.
	Nfb=2	Nfb=3	Nfb=4	
1	indéterminée			indéterminée
2	j-16,8806	j-16,8582	j-16,8582	indéterminée
3	j-16,8991	j-16,8803	j-16,8803	j-16,5814
4	j-16,9213	j-16,9065	j-16,9065	j-16,7259
5	j-16,9356	j-16,9244	j-16,9244	j-16,9237
6	j-16,9398	j-16,9304	j-16,9304	j-16,9269
7	j-16,9400	j-16,9311	j-16,9311	j-16,9276
8	j-16,9404	j-16,9315	j-16,9315	j-16,9282
9	j-16,9415	j-16,9319	j-16,9319	j-16,9296
10	j-16,9420	j-16,9324	j-16,9324	j-16,9320
15	j-16,9420	j-16,9325	j-16,9325	j-16,9322

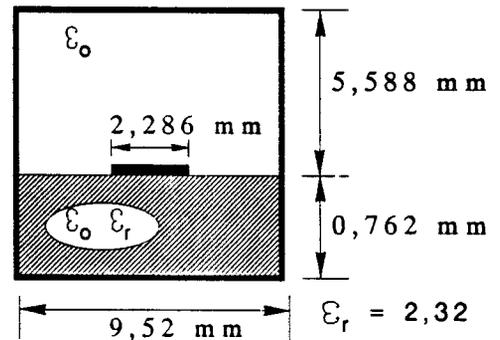
(C. K. S. A.)

Approche dans le Domaine Spectral:

Nfb : nombre de fonctions de base pour décrire les densités de courant J_x et J_z .

Equations Intégrales Singulières:

Dimension de la matrice caractéristique:
[2nx2n].



Fréquence considérée : $F = 20$ GHz.

TABLEAU 6: Evolution de la constante de propagation du quinzième mode d'une ligne microruban classique en fonction du nombre d'harmoniques considérés. Comparaison A. D. S. - Eq. I. S..

pour les modes supérieurs d'ordre plus élevé, nous devons naturellement augmenter ce faible nombre d'harmoniques, ceci reste toutefois raisonnable. A titre d'exemple, pour le quinzième mode supérieur, une dizaine d'harmoniques permet d'obtenir avec une précision suffisante la valeur propre (tableau 6). En effet, quelque soit la similitude des comportements des modes supérieurs par rapport aux modes LSE_y et LSM_y préalablement définis, l'emploi des développements asymptotiques limitent le nombre d'harmoniques calculés. Une dizaine d'harmoniques permet d'aboutir à la constante de propagation des modes supérieurs de la structure considérée, et ce, pour les trois régions du diagramme de dispersion, quelque soit l'ordre du mode supérieur recherché.

Cette limite basse dépend naturellement des dimensions géométriques de la structure considérée (Chapitre I). La faible valeur de ce nombre ne justifie pas la recherche d'un critère de convergence générale. Il est déterminé rapidement, d'un point de vue heuristique, en examinant la convergence du mode fondamental de la structure étudié. Enfin, rappelons que pour l'approche dans le domaine spectral, nous devons procéder à une double troncature. La première attrait au nombre d'harmoniques, la seconde est liée au nombre de fonctions de base. La prise en compte de trois fonctions de base afin de simuler chaque composante de la densité de courant sur le ruban permet de décrire avec une précision suffisante les modes supérieurs d'ordre élevé. Cette limite basse a été déterminée d'un point de vue heuristique. Nous retrouvons là, un résultat connu pour le mode fondamental (Chapitre I). Le faible nombre de fonctions de base à prendre en compte pour la description fréquentielle de la constante de propagation peut donc être étendu aux modes supérieurs d'ordre élevé.

Intéressons nous à présent, aux valeurs propres calculées par la méthode des équations intégrales singulières. Ces solutions sont regroupées au sein du tableau 7. Nous pouvons à nouveau remarquer le parfait accord entre les résultats fournis par ces deux méthodes. Nous mettons également en exergue un comportement similaire de ces deux formulations dans la détermination de la constante de propagation. En effet, la prise en compte de trois à quatre harmoniques (cela correspond à une matrice caractéristique de dimension $[6 \times 6]$ ou $[8 \times 8]$) suffit à évaluer la constante de propagation du premier et du quatrième mode supérieur dans les régions III et II du diagramme de dispersion. Pour les modes supérieurs d'ordre très élevé ou appartenant à la région des modes lents, une dizaine d'harmoniques est nécessaire à la stabilisation de la valeur propre. Ce faible nombre de termes est, là aussi, dû à l'intégration de développements asymptotiques dans les calculs. Ce résultat est mis en l'évidence dans le deuxième Chapitre.

Les deux formalismes présentent la même propriété de convergence en ce qui concerne le nombre d'harmoniques à prendre en compte. Dès lors, la supériorité de la méthode

Constante de propagation des modes supérieurs n°1 et n°4 (C. K. S. A.)

dimension de la matrice caractéristique	F = 5GHz		F = 40GHz		F = 90GHz	
	Mode n°1	Mode n°4	Mode n°1	Mode n°4	Mode n°1	Mode n°4
2x2	j-3,1093	???	8,0907	???	23,0479	???
4x4	j-3,1087	j-9,8389	7,9608	j-3,9058	22,6003	18,3764
6x6	j-3,1086	j-9,8389	7,9567	j-3,8121	22,9214	18,4058
8x8	j-3,1086	j-9,8389	7,9568	j-3,7848	22,9491	18,3929
10x10	j-3,1086	j-9,8389	7,9569	j-3,7817	22,9652	18,4049
12x12	j-3,1086	j-9,8389	7,9569	j-3,7835	22,9702	18,4162
14x14	j-3,1086	j-9,8389	7,9569	j-3,7842	22,9706	18,4202
16x16	j-3,1086	j-9,8389	7,9569	j-3,7854	22,9706	18,4203
18x18	j-3,1086	j-9,8389	7,9569	j-3,7854	22,9706	18,4202
20x20	j-3,1086	j-9,8389	7,9569	j-3,7854	22,9706	18,4202

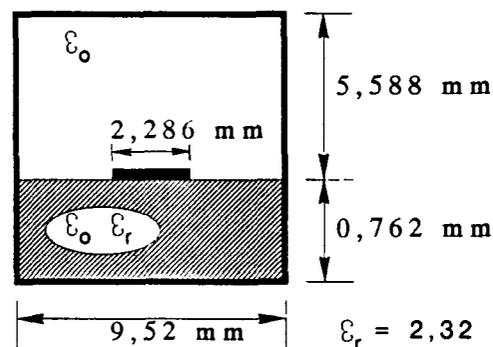


TABLEAU 7 : Evaluation par la méthode des Equations Intégrales Singulières des constantes de propagation des premier et quatrième modes supérieurs d'une ligne microruban classique.

des équations intégrales singulières réside dans le fait qu'elle n'occasionne qu'une seule troncature, celle de la dimension du système d'équations linéaires et homogènes final (équation II37). Cependant, l'équilibre entre les phases analytiques lourdes que nécessite cette formulation et la recherche d'un ensemble performant de fonctions de bases afin de décrire les propriétés électromagnétiques des lignes planaires par l'approche dans le domaine spectral, est loin d'être assuré.

Toutefois, afin d'approfondir cette étude comparative, nous avons également confronter ces méthodes en examinant la description des composantes des champs électromagnétiques des modes supérieurs de la ligne microruban en boîtier.

III.3.3. Comparaison des représentations spectrales des composantes du champ électromagnétique

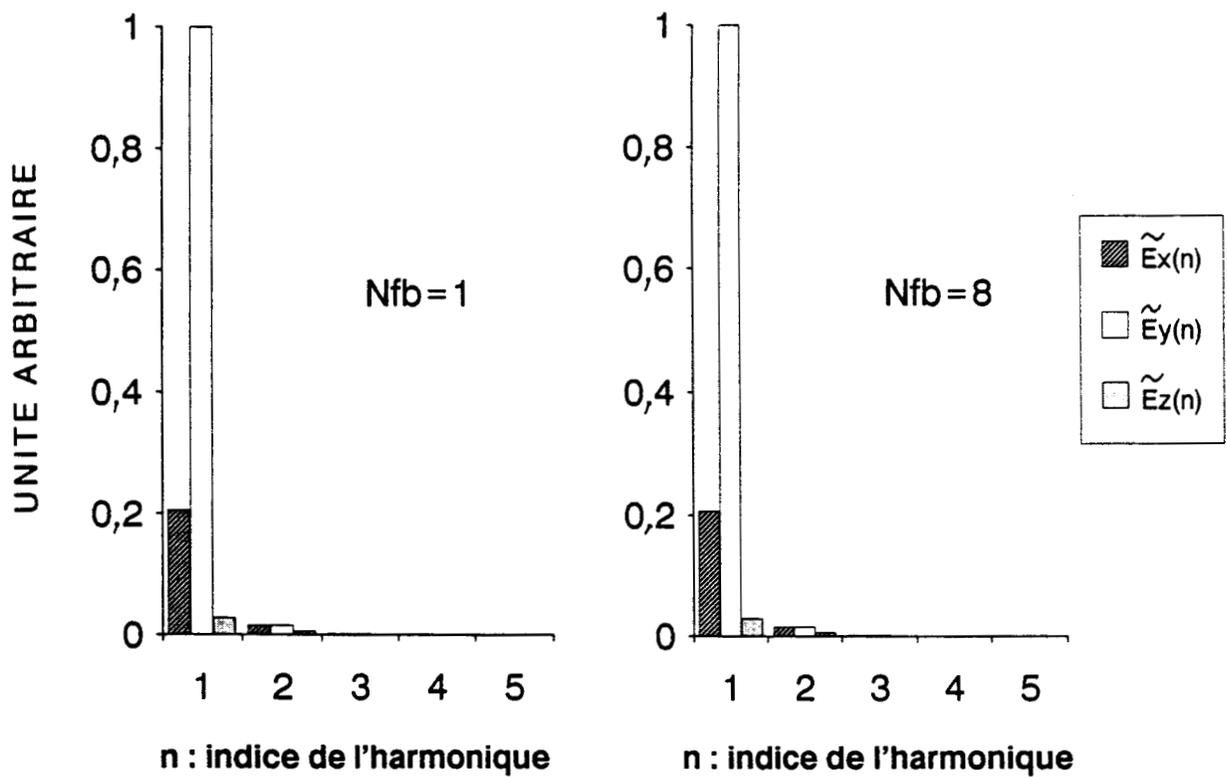
Lors de nos simulations numériques, l'ensemble des composantes du champ électromagnétique sont évaluées au moyen de séries de FOURIER. Considérant à titre d'exemple, la seule composante de champ E_z , il vient :

$$(III_4) \quad E_{z(ADS)}(x,y) = \sum_n \tilde{E}_{z(ADS)}(n) \cos \alpha_n x \quad \text{pour l'approche dans le domaine spectral}$$

$$(III_5) \quad E_{z(EIS)}(x,y) = \sum_m \tilde{E}_{z(EIS)}(m) \cos \alpha_m x \quad \text{pour la méthode des équations intégrales singulières}$$

par ailleurs $\alpha_n = \alpha_m$ pour $n = m$

Cette identité de décomposition en série de FOURIER devrait nous fournir des représentations spectrales identiques. Ces deux approches numériques présentées empruntent, cependant des chemins différents afin de parvenir aux décompositions III₄ et III₅. Seules les incertitudes numériques fourniront à l'arrivée des représentations spectrales différentes, voire divergentes.



Approche dans le Domaine Spectral:

Nfb : nombre de fonctions de base pour décrire les densités de courant J_x et J_z .

Nfb=3

Fréquence considérée : $F=5$ GHz.

Ordonnée $y=2$ mm.

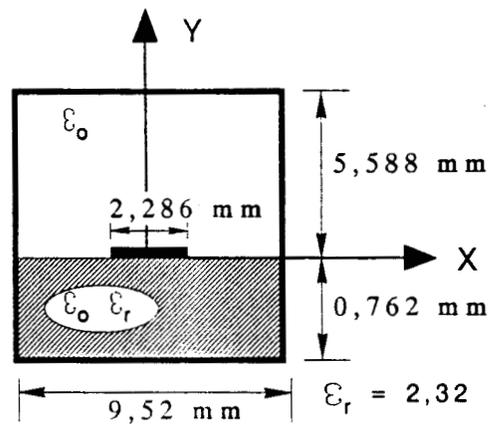
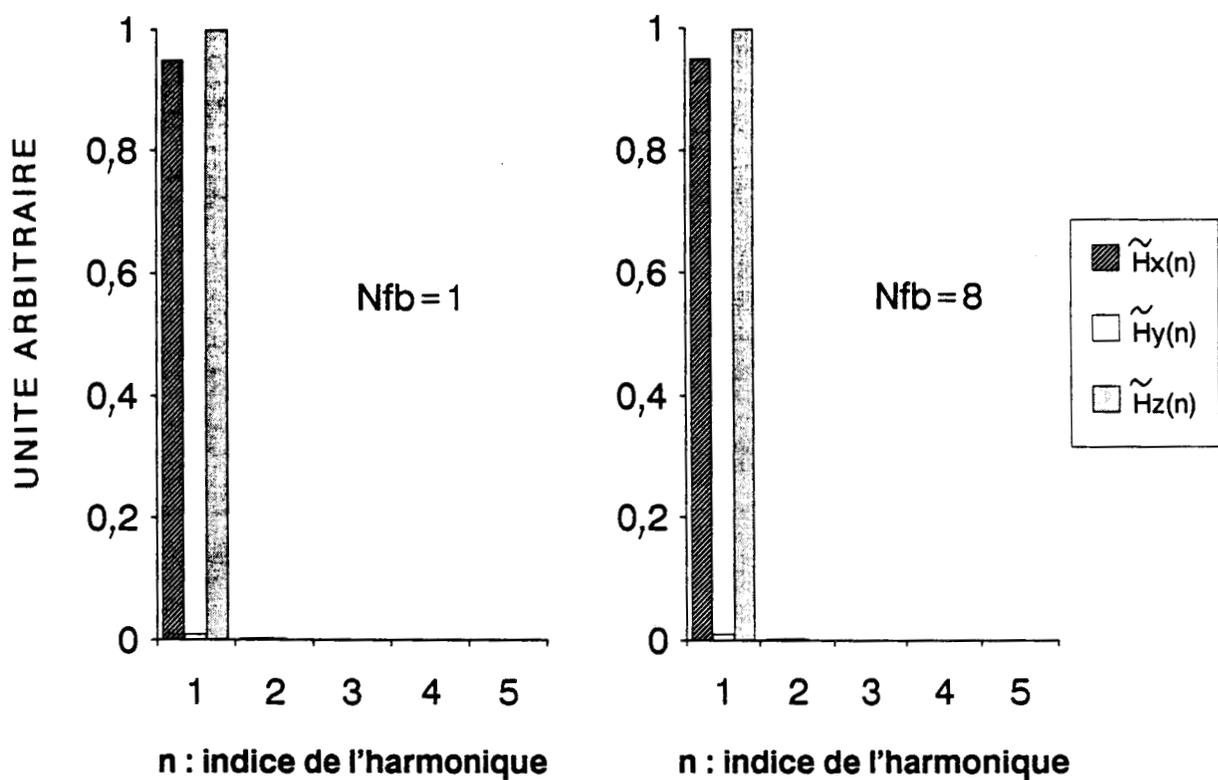


FIGURE 24a : Amplitudes normalisées des harmoniques relatifs aux composantes du champ électrique du premier mode supérieur de la ligne microruban considérée . Simulation A. D. S..



Approche dans le Domaine Spectral:

Nfb : nombre de fonctions de base pour décrire les densités de courant J_x et J_z .

Fréquence considérée : $F=5$ GHz.

Ordonnée $y=2$ mm.

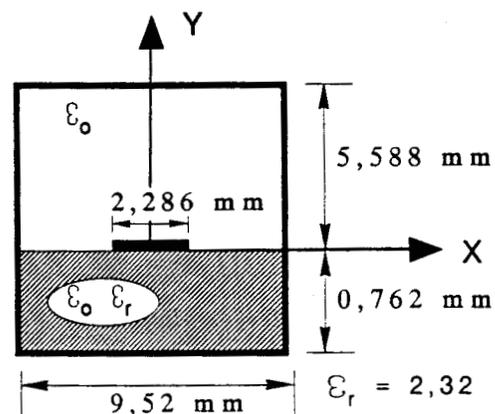
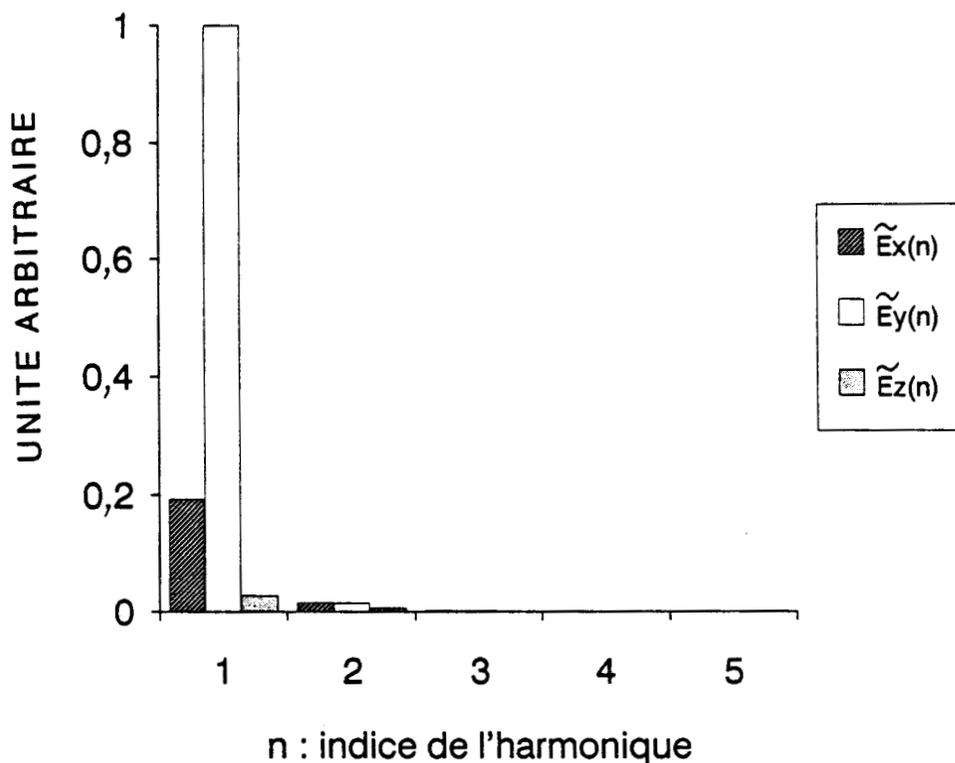


FIGURE 24b : Amplitudes normalisées des harmoniques relatifs aux composantes du champ magnétique du premier mode supérieur de la ligne microruban considérée . Simulation A. D. S..



Equations Intégrales Singulières

Fréquence considérée : $F = 5$ GHz.

Ordonnée $y = 2$ mm.

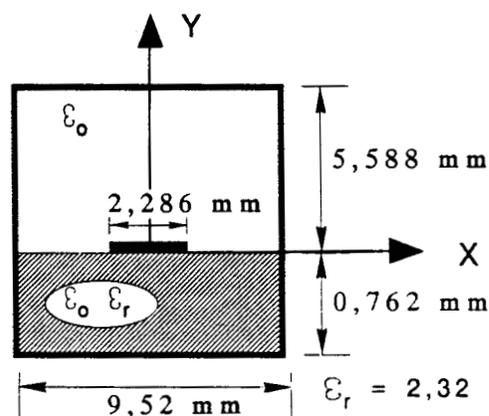
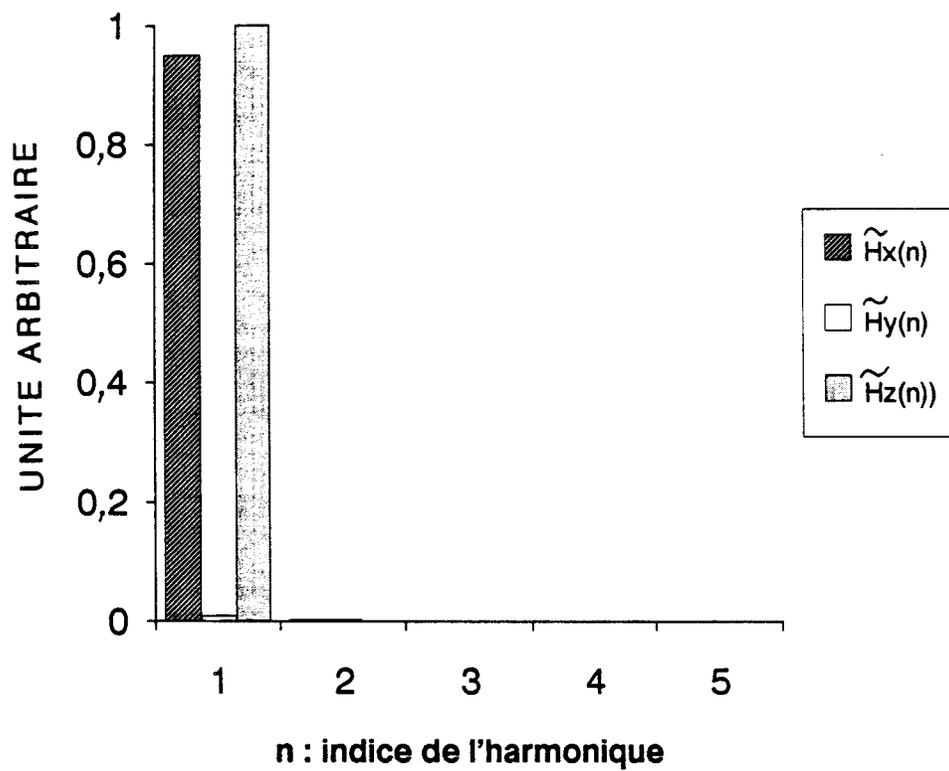


FIGURE 25a : Amplitudes normalisées des harmoniques relatifs aux composantes du champ électrique du premier mode supérieur de la ligne microruban considérée . Simulation Eq. I. S..



Equations Intégrales Singulières

Fréquence considérée : $F = 5$ GHz.

Ordonnée $y = 2$ mm.

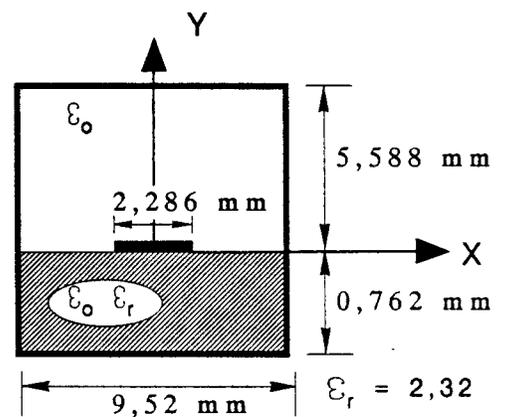
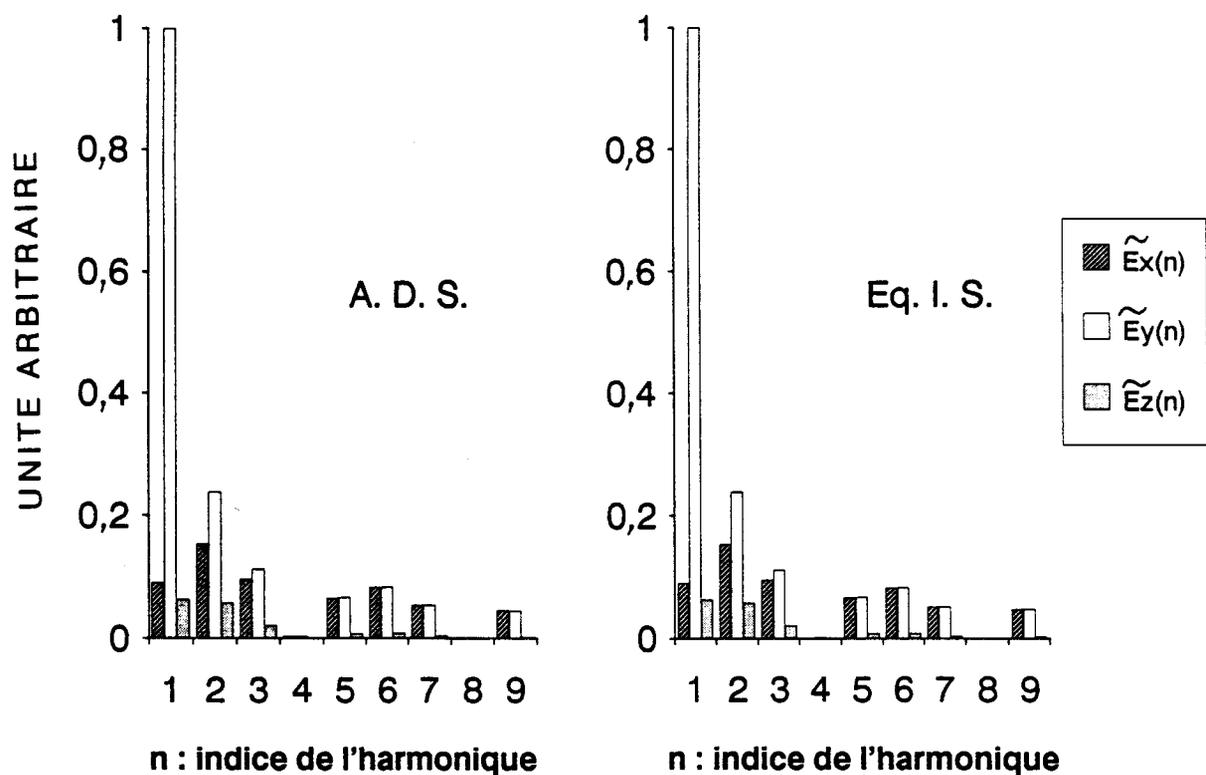


FIGURE 25b : Amplitudes normalisées des harmoniques relatifs aux composantes du champ magnétique du premier mode supérieur de la ligne microruban considérée . Simulation Eq. I. S..



Approche dans le Domaine Spectral:

Nfb : nombre de fonctions de base pour décrire les densités de courant J_x et J_z .

Nfb=3

Fréquence considérée : $F=5$ GHz.

Ordonnée $y=0$ mm.

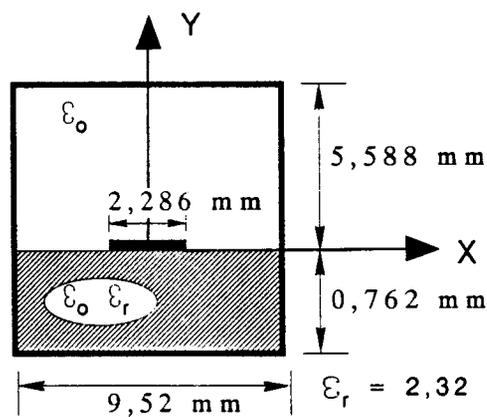
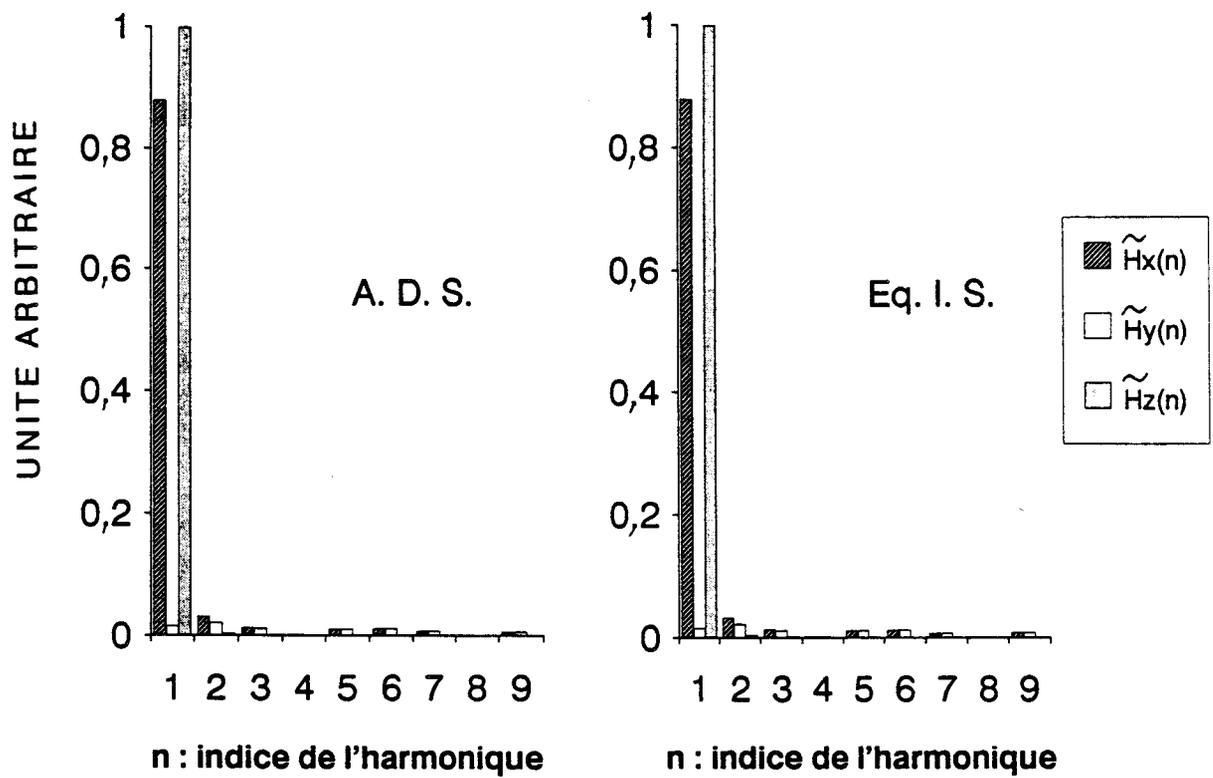


FIGURE 26a : Amplitudes normalisées des harmoniques relatifs aux composantes du champ électrique du premier mode supérieur de la ligne microruban considérée . Comparaison A. D. S.-Eq. I. S..



Approche dans le Domaine Spectral:

Nfb : nombre de fonctions de base pour décrire les densités de courant J_x et J_z .

Nfb=3

Fréquence considérée : $F=5$ GHz.

Ordonnée $y=0$ mm.

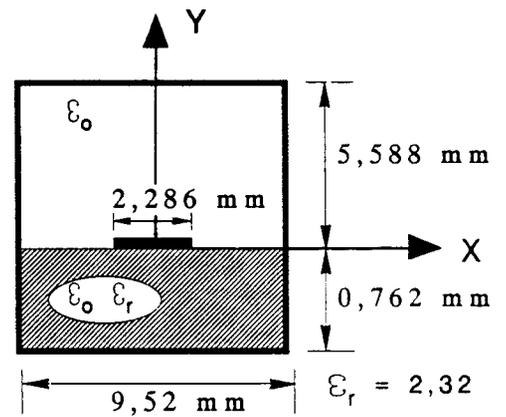


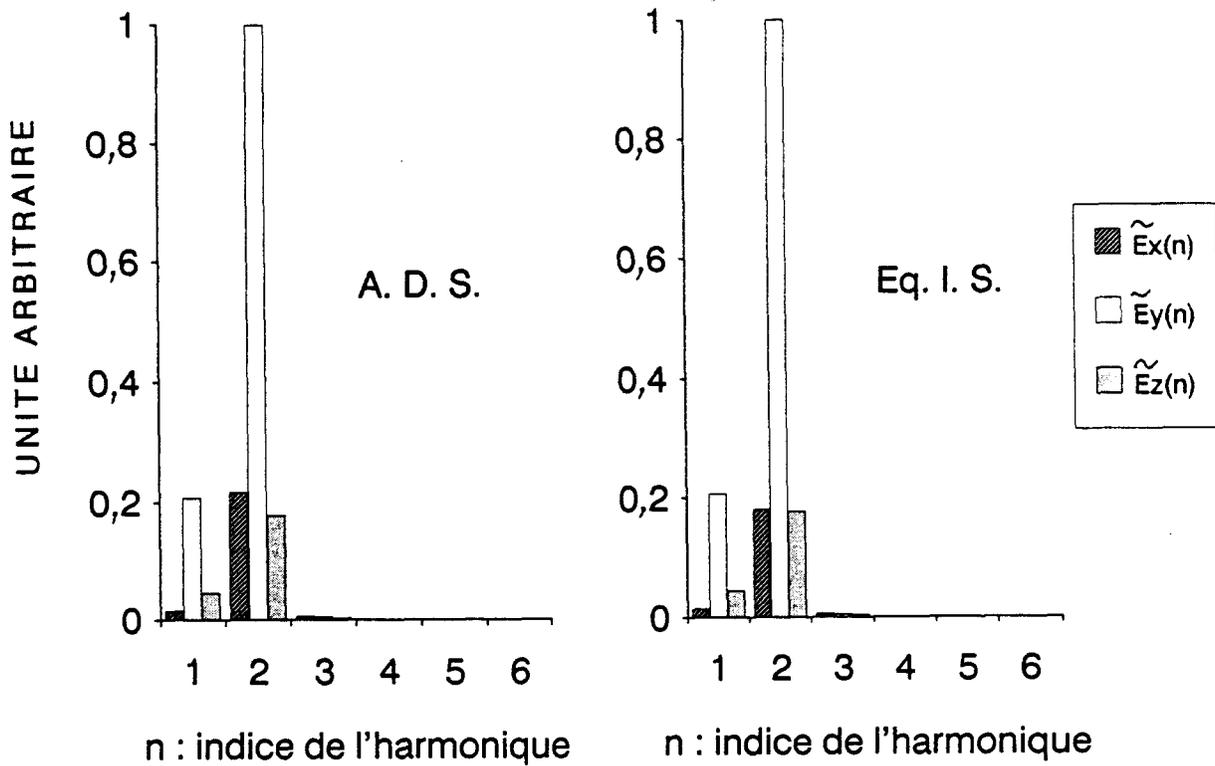
FIGURE 26b : Amplitudes normalisées des harmoniques relatives aux composantes du champ magnétique du premier mode supérieur de la ligne microruban considérée . Comparaison A. D. S.-Eq. I. S..

Dès lors, la reconstitution des champs électromagnétiques étant tributaire de l'évaluation des pondérations des termes $\tilde{E}_z(n)$ et $\tilde{E}_z(m)$, il nous a paru intéressant de comparer ceux-ci, afin de juger des potentialités des deux méthodes.

Afin d'illustrer cette étude, nous avons considéré dans un premier temps, le premier et le quatrième mode supérieur du diagramme de dispersion présenté figure 20. La convergence des valeurs propres correspondantes est naturellement assurée. Dans un premier exemple, nous présentons figures 24, l'amplitude normalisée des différents harmoniques des six composantes de champ du premier mode supérieur évaluées par l'approche dans le domaine spectral. La fréquence a été fixée à 5GHz, de sorte que ce mode se trouve dans la zone des modes évanescents. Nous nous sommes placés, d'autre part, à une ordonnée $y = 2$ mm (figures 24).

Ces amplitudes de champs électromagnétiques ont été évaluées en considérant respectivement une et huit fonctions de base afin de décrire chaque composante des densités de courant sur le ruban. Les résultats, comme l'attestent les figures 24 sont similaires. Par ailleurs, nous remarquons qu'un seul harmonique suffit à décrire les champs électromagnétiques convenablement à cette ordonnée de la structure. De plus, nous observons également que l'harmonique relatif à la composante de champ H_y est négligeable vis-à-vis des autres composantes. La configuration des champs électromagnétiques s'apparente donc à celle d'un mode du type LSM_y ($p=1$), si on s'éloigne du ruban métallique. Une telle simulation par la méthode des équations intégrales singulières est présentée figures 25. Le résultat est similaire comme on pouvait le penser. Il tend à prouver que la lourdeur de la phase analytique et donc les erreurs numériques qu'elle engendre n'obère pas le résultat, à savoir la représentation spectrale.

La nature hybride des modes ne nous autorise naturellement pas à identifier ce mode à un mode de type LSM_y . Rappelons que les deux approches diffèrent afin de parvenir au système homogène dont on recherche le spectre de valeurs propres. Cette comparaison, que nous nous proposons de mener, pourra être pleinement jaugée si l'on examine la reconstitution du champ électromagnétique sur l'interface. Ce critère de difficulté nous fournira donc un élément supplémentaire pour notre jugement. En effet, dans l'Approche dans le Domaine Spectral, nous supposons connue la base sur laquelle sont projetées les diverses densités de courants, alors que dans la méthode des Equations Intégrales Singulières, seule la continuité est assurée par portions au niveau de l'interface. A titre d'exemple, les figures 26 représentent l'évaluation des différents harmoniques des composantes des champs électrique et magnétique du premier mode supérieur au niveau de l'interface, et ce, par les deux méthodes de simulation. La fréquence retenue est 5 GHz.



Approche dans le Domaine Spectral:

Nfb : nombre de fonctions de base pour décrire les densités de courant Jx et Jz.

Nfb=3

Fréquence considérée : F=5 GHz.

Ordonnée y=2 mm.

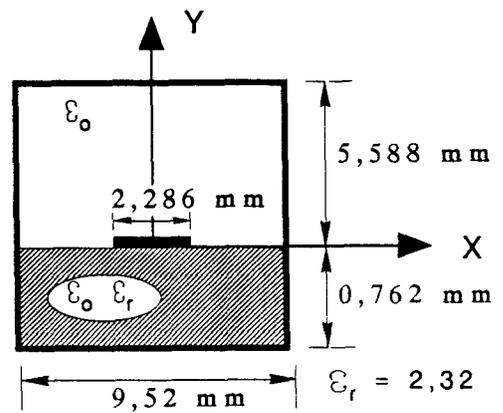
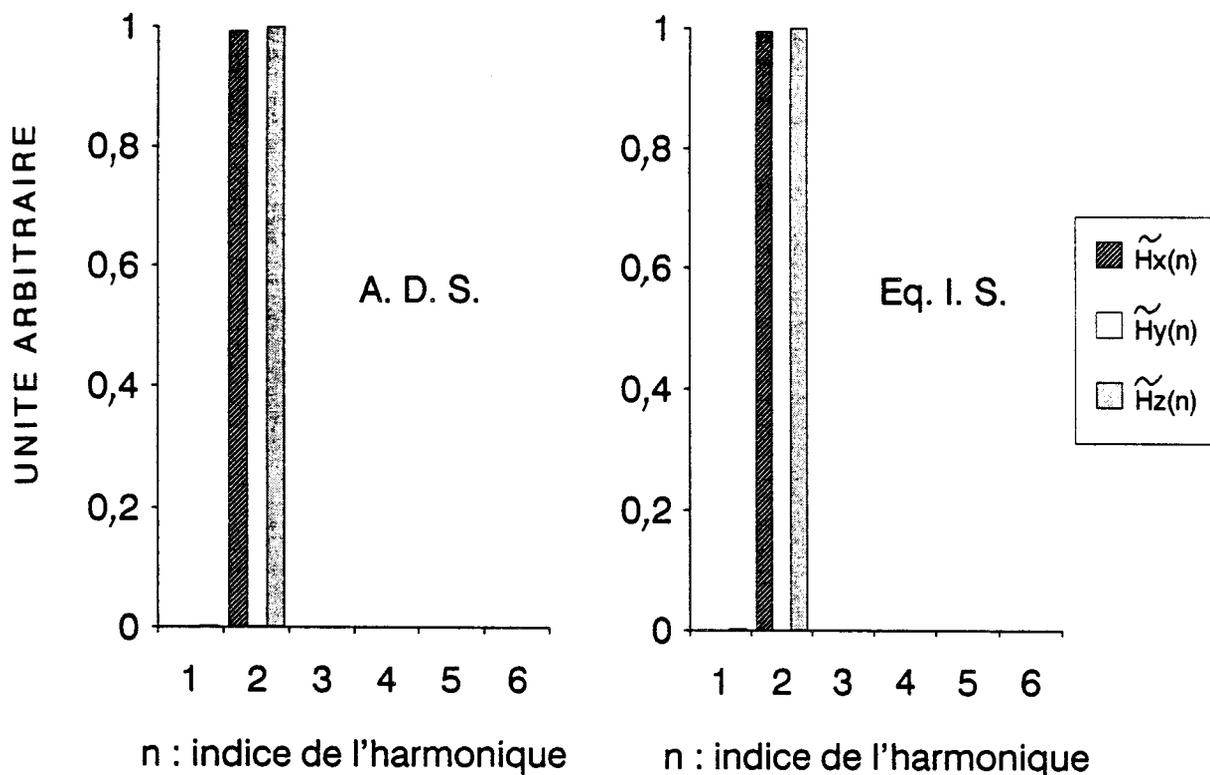


FIGURE 27a : Amplitudes normalisées des harmoniques relatifs aux composantes du champ électrique du quatrième mode supérieur de la ligne microruban considérée . Comparaison A. D. S.-Eq. I. S..



Approche dans le Domaine Spectral:

Nfb : nombre de fonctions de base pour décrire les densités de courant J_x et J_z .

Nfb=3

Fréquence considérée : $F=5$ GHz.

Ordonnée $y=2$ mm.

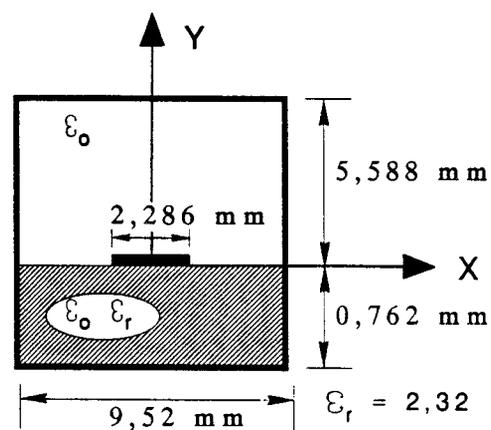
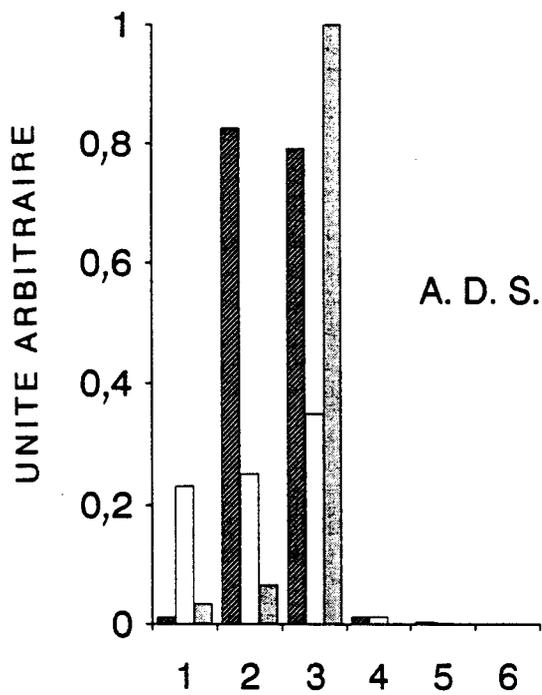
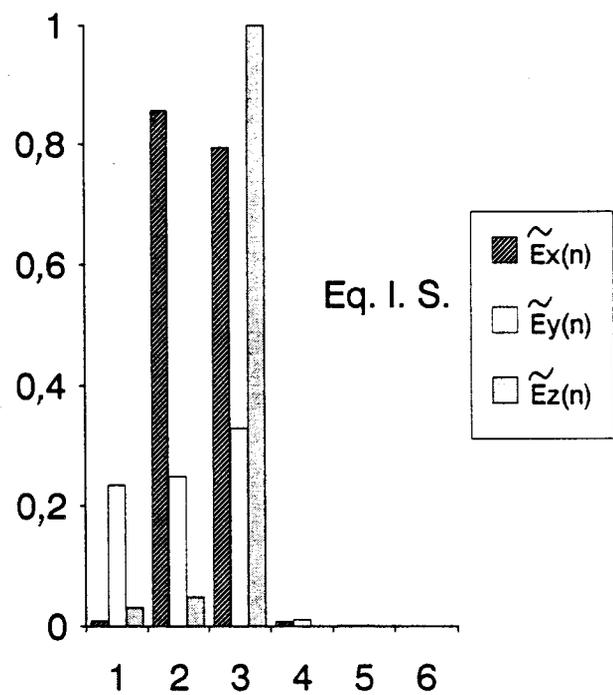


FIGURE 27b : Amplitudes normalisées des harmoniques relatifs aux composantes du champ magnétique du quatrième mode supérieur de la ligne microruban considérée . Comparaison A. D. S.-Eq. I. S..



A. D. S.

n : indice de l'harmonique



Eq. I. S.

n : indice de l'harmonique

Approche dans le Domaine Spectral:

Nfb : nombre de fonctions de base pour décrire les densités de courant J_x et J_z .

Nfb=3

Fréquence considérée : $F=20$ GHz.

Ordonnée $y=2$ mm.

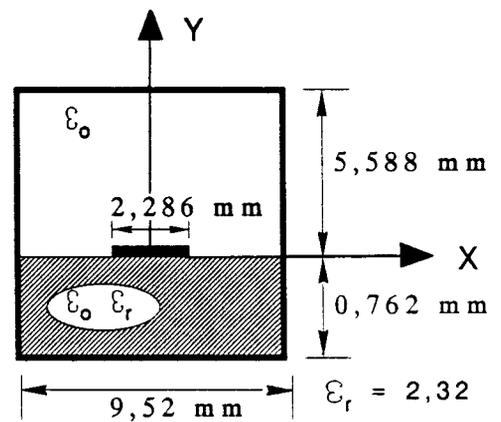
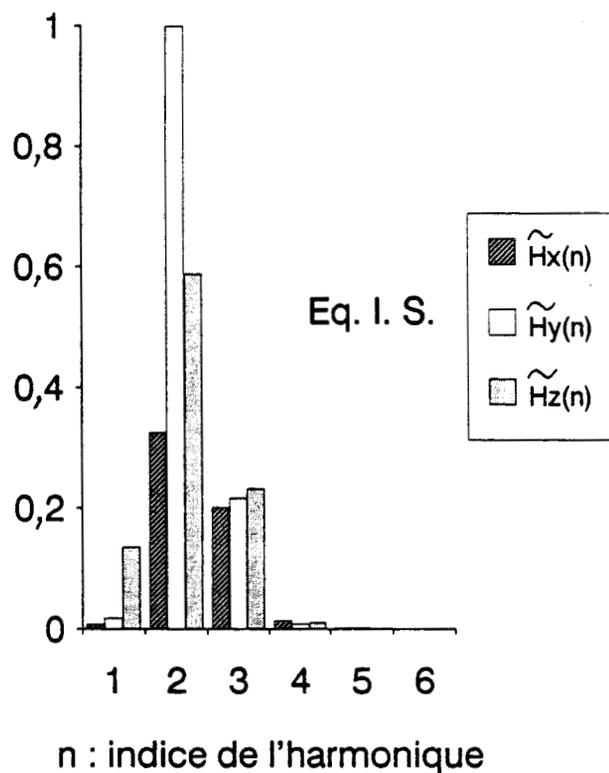
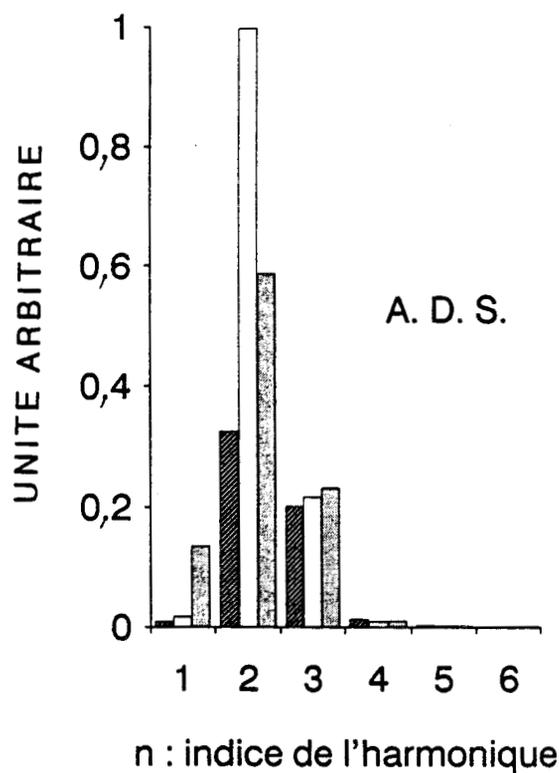


FIGURE 28a : Amplitudes normalisées des harmoniques relatifs aux composantes du champ électrique du quatorzième mode supérieur de la ligne microruban considérée . Comparaison A. D. S.-Eq. I. S..



Approche dans le Domaine Spectral:

Nfb : nombre de fonctions de base pour décrire les densités de courant Jx et Jz.

Nfb=3

Fréquence considérée : F=20 GHz.

Ordonnée y=2 mm.

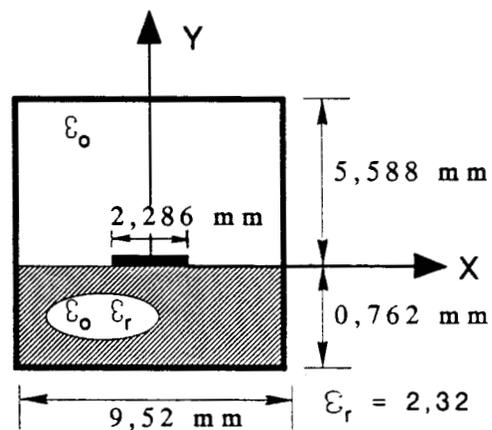
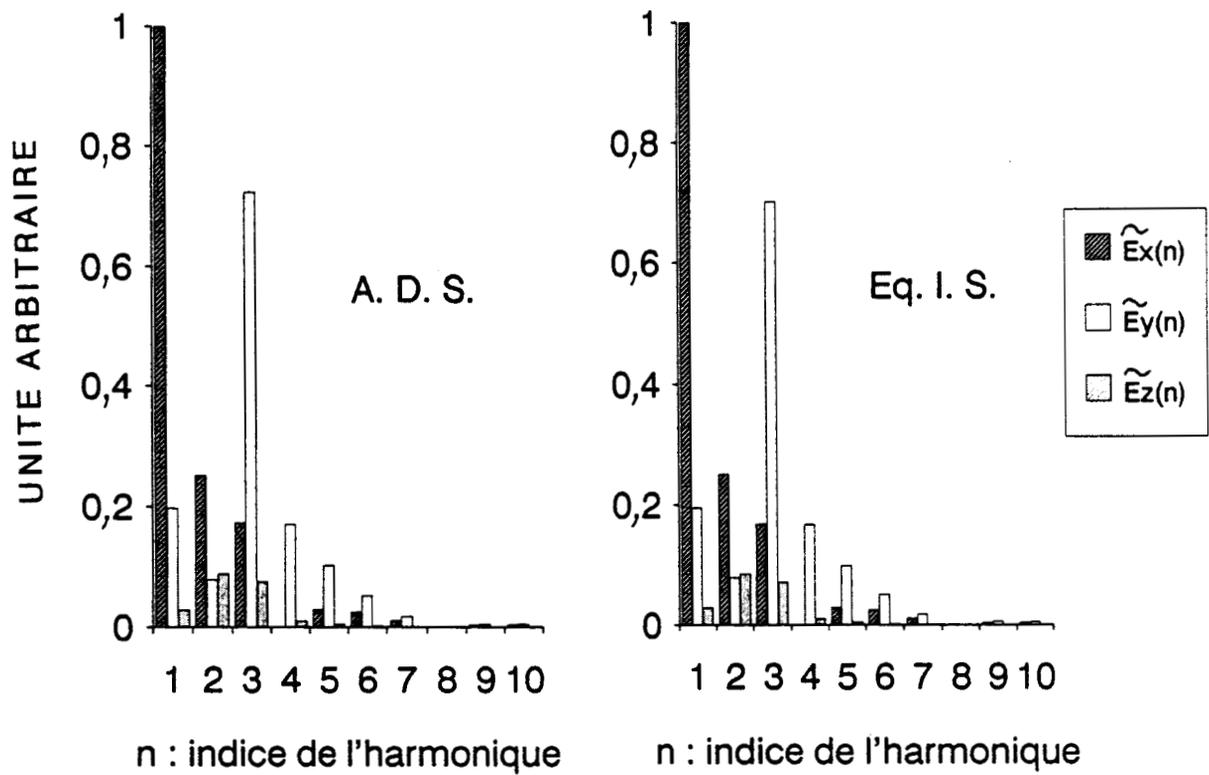


FIGURE 28b : Amplitudes normalisées des harmoniques relatifs aux composantes du champ magnétique du quatorzième mode supérieur de la ligne microruban considérée . Comparaison A. D. S.-Eq. I. S..

Nous observons naturellement un élargissement du spectre. Les deux simulations numériques aboutissent à la même représentation spectrale. Ce résultat n'est pas une surprise en soi, dans la mesure où nous devons obtenir la même décomposition des champs électromagnétiques en terme de série de FOURIER. Cependant, comme nous l'avons fait remarquer précédemment, les processus menant au système à résoudre diffèrent. L'erreur numérique introduite, et inhérente à tout processus, n'est pas plus importante pour l'une des deux méthodes. Contrairement à ce que l'on pouvait prévoir à la lecture des quelques pages consacrées à la méthode des équations intégrales singulières. La longue phase analytique préalable n'entache pas d'une erreur numérique significative le résultat.

Dans un deuxième exemple, nous nous sommes intéressés, figures 27, au quatrième mode supérieur. Lorsque nous nous éloignons du ruban en suivant l'axe OY, la configuration du champ électromagnétique s'apparente à celle d'un mode de type LSM_y ($p=2$). La recherche du spectre de modes le plus complet possible, nécessite la détermination des valeurs propres associées aux modes supérieurs d'ordre plus élevé. Nous nous sommes donc astreint à mener cette étude comparative de la description des modes supérieurs pour les modes d'ordre plus élevé. Les figures 28, relatives au quinzième mode de cette même structure microruban, illustrent cette démarche. La configuration des champs électromagnétiques de ce mode ne s'apparente plus à un seul mode LSE_y ou LSM_y lorsque nous nous éloignons du ruban. Ce couplage entre LSE_y et LSM_y dépend naturellement de la largeur du ruban, mais également des dimensions du boîtier métallique, de la lame diélectrique et de sa permittivité relative. Nous avons vérifié cette constatation sur d'autres modes supérieurs. Rappelons que le couplage entre les modes LSE_y et LSM_y est généré par les effets de bord [6]. La présence d'un nombre important de modes de boîtiers modifie donc sensiblement la configuration du champ électromagnétique. Le comportement des modes évanescents d'ordre élevé, n'est plus en terme de configuration de champ identifiable à un mode LSE_y ou LSM_y , comme pour les modes supérieurs d'ordre moins élevé. Afin de ne pas alourdir l'exposé, nous avons volontairement limité le nombre de courbes. Ces quelques exemples ne suffisent pas à quantifier ce phénomène.

Rappelons que notre objectif consiste à comparer les performances de nos deux méthodes de simulation numérique. Les quelques courbes représentatives de cette étude comparative permettent d'affirmer que l'approche dans le domaine spectral et la méthode des équations intégrales singulières décrivent de manière analogue les modes supérieurs évanescents, même pour les modes supérieurs d'ordre élevé. L'erreur numérique générée n'est pas prépondérante pour l'une des deux méthodes de simulation numérique, contrairement à ce que laissait présager les phases analytiques respectives.



Approche dans le Domaine Spectral:

Nfb : nombre de fonctions de base pour décrire les densités de courant J_x et J_z .

Nfb=3

Fréquence considérée : $F=90$ GHz.

Ordonnée $y=-0,5$ mm.

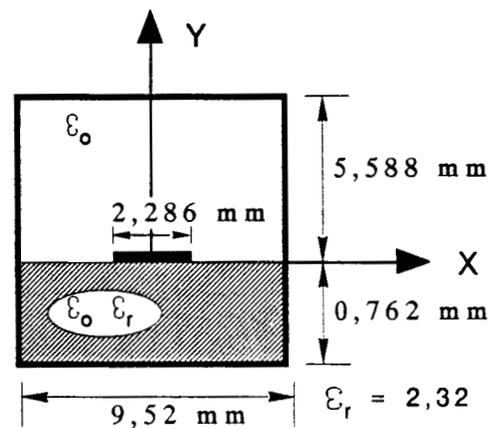
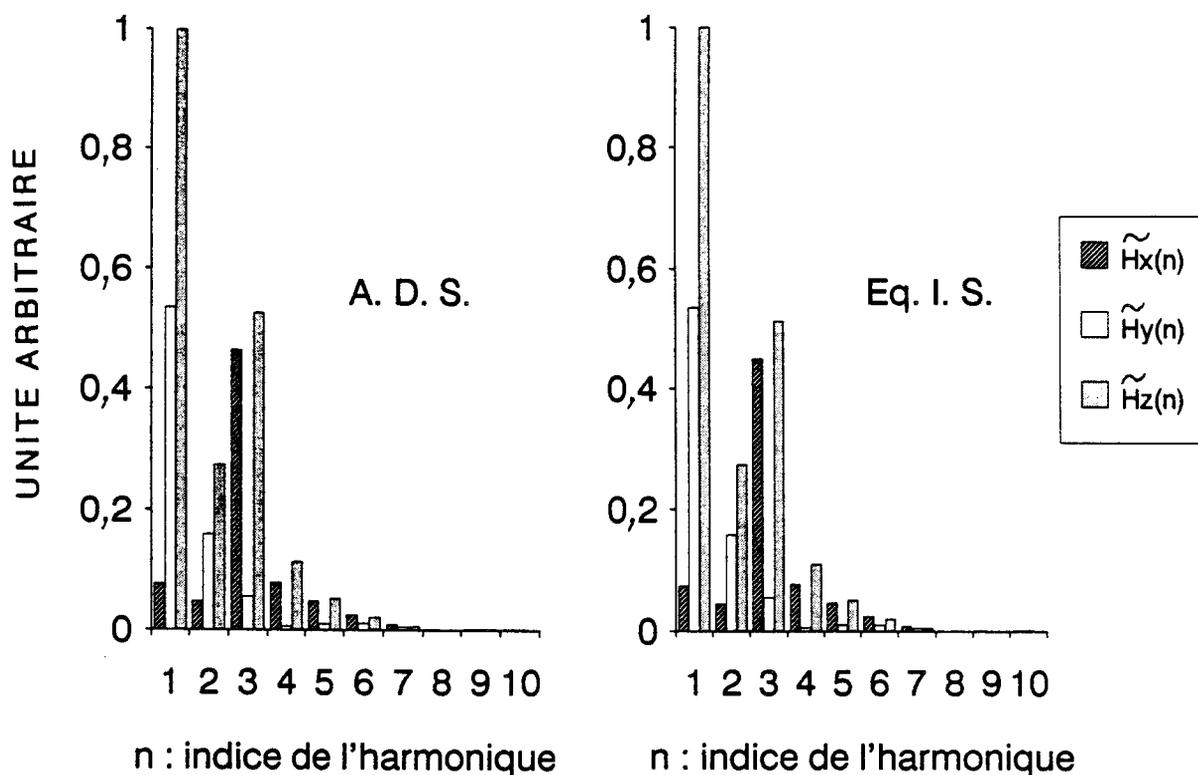


FIGURE 29a : Amplitudes normalisées des harmoniques relatifs aux composantes du champ électrique du quatrième mode supérieur de la ligne microruban considérée . Comparaison A. D. S.-Eq. I. S..



Approche dans le Domaine Spectral:

Nfb : nombre de fonctions de base pour décrire les densités de courant J_x et J_z .

Nfb = 3

Fréquence considérée : $F = 90$ GHz.

Ordonnée $y = -0,5$ mm.

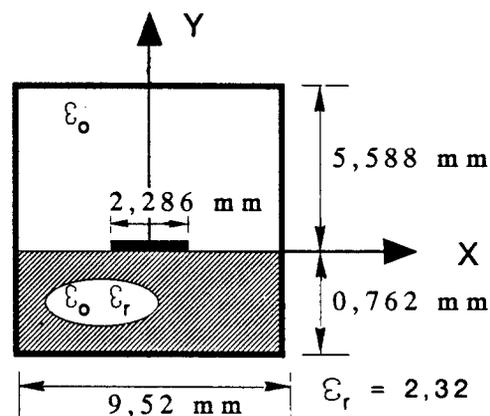


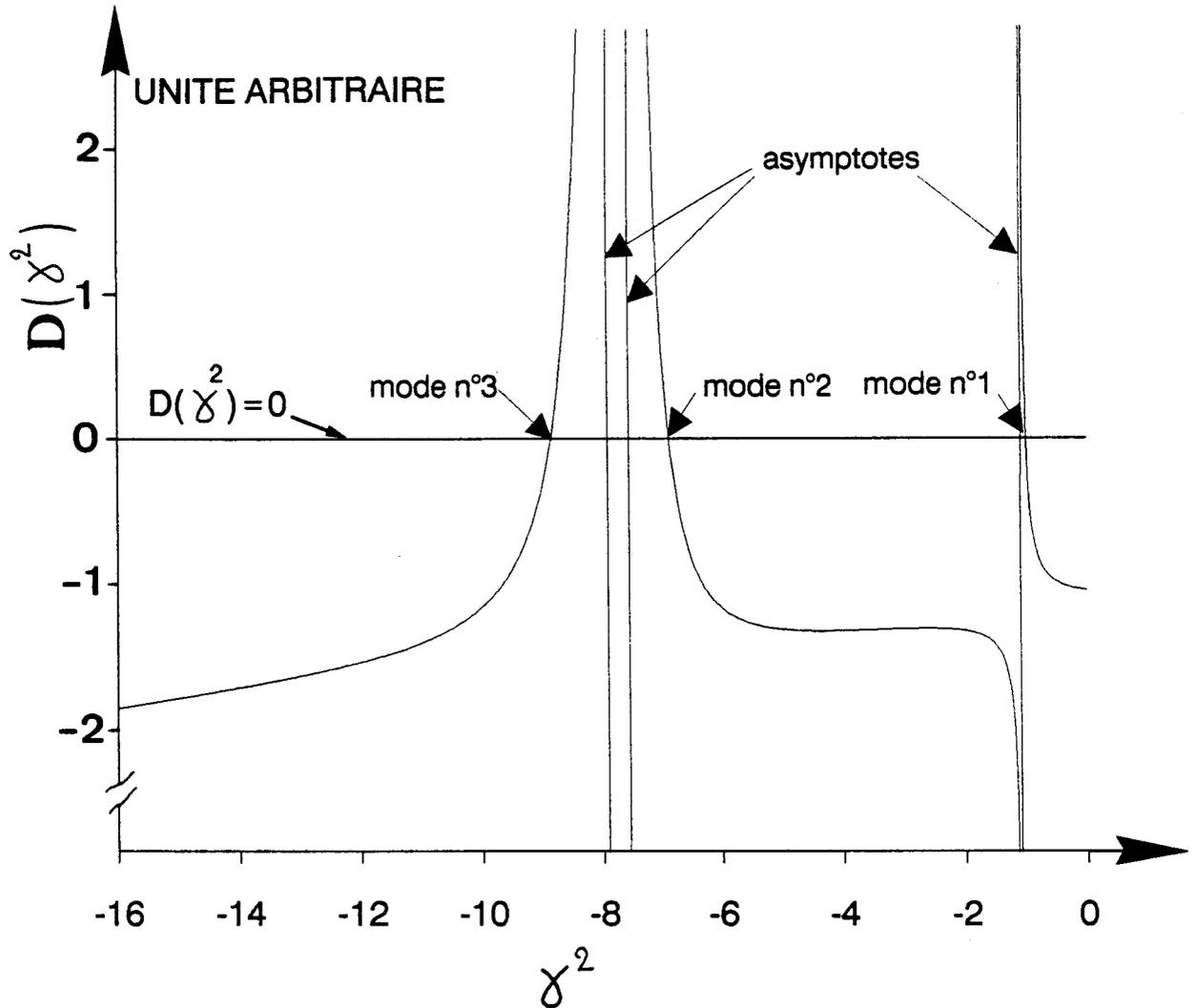
FIGURE 29b : Amplitudes normalisées des harmoniques relatifs aux composantes du champ magnétique du quatrième mode supérieur de la ligne microruban considérée . Comparaison A. D. S.-Eq. I. S..

Une telle étude, relative aux modes supérieurs propagés, nous a permis d'étendre cette conclusion aux trois régions du diagramme de dispersion. A titre d'exemple, les figures 29, représentent l'évaluation des différents harmoniques des composantes du champ électromagnétique relative au quatrième mode supérieur du diagramme de dispersion présenté figure 20. La fréquence retenue est de 90 GHz, de sorte que ce mode se situe dans la zone des modes lents. Dans cette région, les modes sont essentiellement liés à la présence de la ligne microruban. Ce raisonnement nous a donc incité à privilégier l'évolution des différents harmoniques à la proximité de l'interface. A ce stade de notre étude comparative, la supériorité affichée de la méthode des équations intégrales singulières, par un certain nombre d'auteurs [3], n'est pas probante compte tenu de l'investissement intellectuel qu'elle nécessite. En effet, un nombre limité de fonctions de base (de l'ordre de trois pour chaque composante de la densité de courant), nous permet de décrire de manière analogue les modes supérieurs par l'approche dans le domaine spectral, et ce même pour les modes supérieurs d'ordre très élevé. Signalons que ce résultat est confirmé par d'autres travaux [5]. Ces auteurs ne prennent en compte que deux fonctions de base, pour décrire chaque composante de courant, afin de rechercher le comportement fréquentiel des vingt cinq premiers modes supérieurs d'une ligne microruban en boîtier classique.

III.4. Recherche du spectre de modes normaux

III.4.1. Etude systématique des modes supérieurs

L'objectif de notre étude consiste à développer des outils de modélisation des phénomènes de propagation afin d'acquérir les spectres de modes de part et d'autre d'une discontinuité de lignes planaires. Nous envisageons au sein de l'équipe, l'étude des discontinuités de lignes planaires en présence de pertes au sens large du terme, à savoir les pertes en volume, les pertes métalliques, Déjà pour le cas sans pertes, une étude bibliographique révèle une disparité conséquente entre le nombre de modes pris en compte de part et d'autre de la discontinuité afin de simuler le comportement physique d'une telle structure. Signalons, à titre d'exemple, que ce nombre varie entre trois [10] et cent [5]. Les discontinuités de lignes planaires en présence de pertes ont fait l'objet de très peu d'études [11]. Rien ne permet de définir à priori, les spectres nécessaires à l'étude d'une telle discontinuité. Avec cette perspective à l'esprit, nous devons être vigilant dans la détermination des spectres de modes afin de ne pas "oublier" aucune des valeurs propres nécessaires à la reconstitution du champ électromagnétique. Ce champ électromagnétique présent au niveau de la discontinuité est la



Fréquence considérée : $F = 10$ GHz.

mode n°1 : $\gamma = -j0,992$ (C.K.S.A.).

mode n°2 : $\gamma = -j2,624$ (C.K.S.A.).

mode n°3 : $\gamma = -j2,973$ (C.K.S.A.).

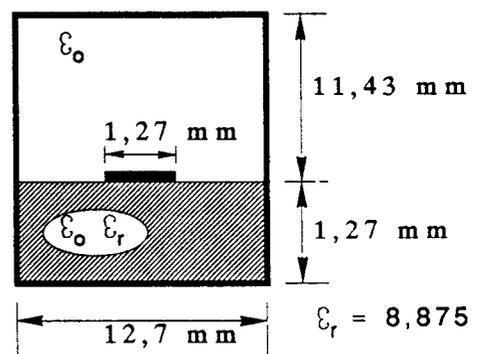


FIGURE 30: Evolution typique de la fonction $D(\gamma^2)$.

superposition pondérée des vecteurs propres associés à chaque valeur propre du problème de propagation. Dans les milieux à pertes, l'invariance de la structure géométrique ne se traduit pas par une invariance de la répartition du champ électromagnétique en raison de la décroissance des champs. A chaque valeur propre correspond un vecteur propre que l'on qualifie généralement de mode normal. La répartition du champ électromagnétique ne peut être associée à un seul de ces modes normaux. Il est donc nécessaire d'acquérir deux types d'information :

- une connaissance approfondie des spectres de modes normaux
- l'ensemble des intégrales de couplage en puissance entre modes normaux

Les outils développés, dans le cadre de cette thèse, nous assurent de la possibilité de déterminer par l'une des deux méthodes les spectres les plus complets possibles. Afin d'optimiser cette recherche des spectres de modes normaux en présence de pertes, nous devons nous doter d'outils permettant de déterminer très rapidement les solutions correspondantes, d'abord du problème sans pertes. Les solutions du problème avec pertes seront obtenues par introduction progressive de celles-ci dans la structure.

L'utilisation conjointe d'une méthode d'interpolation quadratique connue sous le nom de méthode de Müller [12], ainsi qu'une méthode basée sur l'application du calcul des résidus [13], nous permet alors d'obtenir avec certitude les solutions correspondantes pour le cas à fortes pertes. Nous avons donc implanté une méthode classique de recherche de ces solutions sans pertes sur l'axe des réels [3] [5] [9].

Nous en rappelons brièvement le principe. Ceci nous permet de mettre en évidence un type particulier de mode normal : le mode complexe [3]. Nous étudierons l'influence des pertes sur le comportement des modes complexes avant d'aboutir à la conclusion de ce chapitre.

Le système à résoudre se présente sous la forme d'une équation matricielle. Dans le cas de structures sans pertes, le déterminant des matrices caractéristiques correspondantes peut se mettre facilement sous la forme d'une fonction réelle de la variable γ^2 , représentant le carré de la constante de propagation [3] [5] [9]. Les différentes valeurs propres sont alors obtenues en recherchant les zéros de cette fonction réelle que nous noterons $D(\gamma^2)$. Cette étude de fonctions permet de rechercher les constantes de propagation complexes liées aux modes évanescents sur l'axe réel.

A titre d'exemple, nous présentons, figure 30, une évolution typique de $D(\gamma^2)$. Afin d'illustrer le processus, nous avons retenu la méthode de l'Approche dans le Domaine Spectral modifiée par des développements asymptotiques, présentée Chapitre I. Signalons qu'un

FIGURE 31a: Exemple typique de la disparition de deux racines consécutives de l'équation $D(\gamma^2) = 0$.

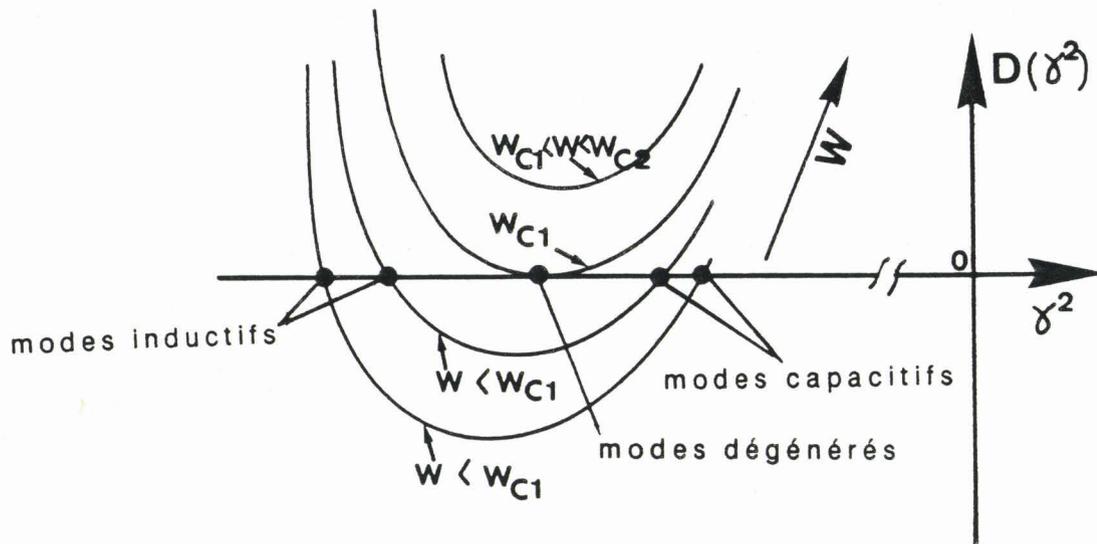


FIGURE 31b: Exemple typique de la réapparition de deux racines consécutives de l'équation $D(\gamma^2) = 0$.

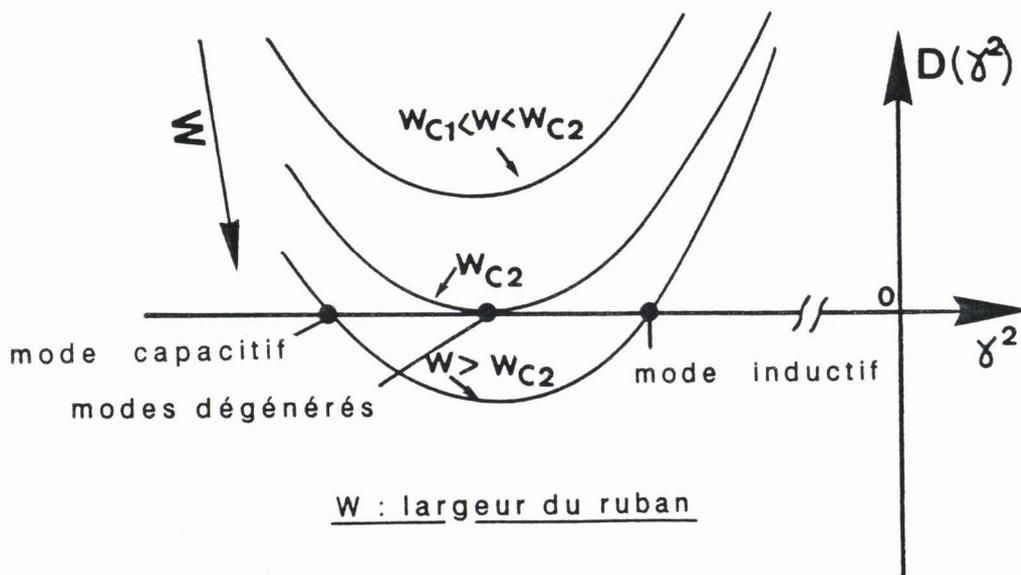


FIGURE 31: Phénomène de "disparition - réapparition" de deux racines consécutives de l'équation $D(\gamma^2) = 0$.

D'après: A. S. OMAR, K. SCHÜNEMANN.

"Formulation of the singular integral equation technique for planar transmission lines."

I.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 1313-1321, December 1985.

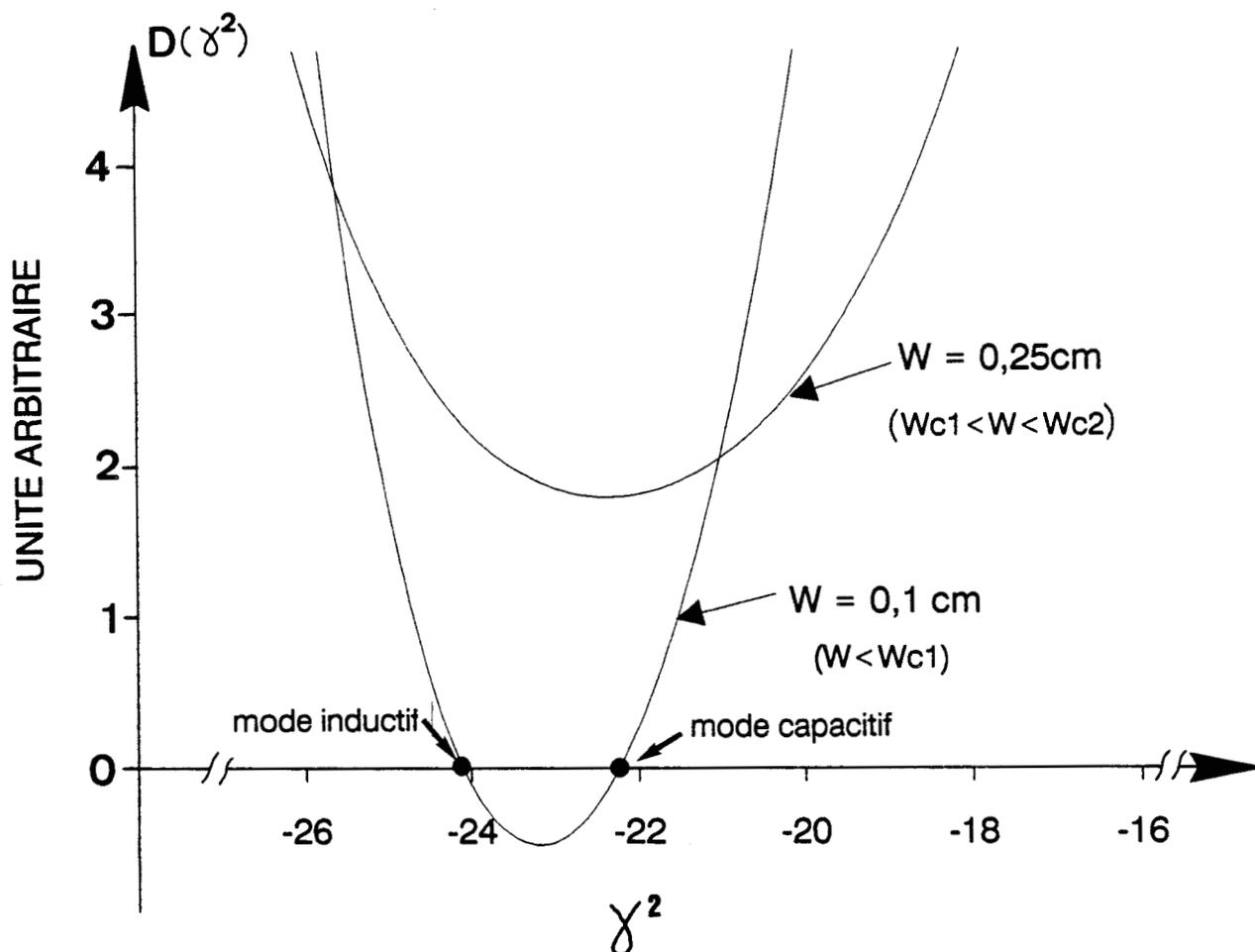
comportement similaire est obtenu par la méthode des équations intégrales singulières. Cette fonction présente des pôles, ils sont représentés, figure 30, par les asymptotes verticales. Un examen des termes de la matrice caractéristique relative à l'approche dans le domaine spectral aboutit à la constatation suivante : Les pôles de cette fonction représentent les modes du guide inhomogène fermé relatif à une structure identique en terme de boîtier, d'épaisseur de lame diélectrique et de permittivité par rapport à la ligne microruban en boîtier.

Certains auteurs ont démontré théoriquement qu'il existait une correspondance entre le nombre de ces modes LSE et LSM et le nombre de modes de la ligne microruban en boîtier [5]. Il apparaît ainsi, que le nombre de racines de l'équation, $D(\gamma^2) = 0$, est égal au nombre de pôles (modes LSE ou LSM) plus une solution. Cette solution supplémentaire correspond au mode fondamental de la ligne microruban. Ainsi, grâce à ces travaux, nous sommes en mesure de localiser rapidement les modes supérieurs de la ligne microruban. L'utilisation du critère relatif au nombre de solutions de l'équation déterminantale nous permet également de ne pas oublier une valeur propre.

Cependant, lors de la recherche des valeurs propres sur l'axe des réels, il nous arrive fréquemment de ne pas pouvoir satisfaire la relation reliant le nombre de zéros au nombre de pôles. En effet, des solutions disparaissent pour certaines plages de fréquence [3].

III.4.2.. Mise en évidence des modes complexes

Rappelons que l'évolution de la constante de propagation, en fonction de la largeur du ruban, diffère selon le type de modes évanescents, inductifs ou capacitifs [3] [6]. Considérons à présent deux modes évanescents supérieurs consécutifs, l'un étant inductif, l'autre capacitif. Nous présentons, figures 31, l'évolution typique de la fonction $D(\gamma^2)$ en fonction de la largeur du ruban, pour ces deux modes supérieurs considérés. Lorsque nous augmentons la longueur du ruban, la constante de propagation au carré, γ^2 , relative au mode inductif diminue, elle augmente en ce qui concerne le mode capacitif. Pour une largeur critique du ruban, noté W_{C1} , les deux modes dégénèrent. Pour des rubans de longueur supérieure à W_{C1} , les deux solutions disparaissent. Ce phénomène s'observe pour une certaine plage de la largeur du ruban ($W_{C2} - W_{C1}$), figure 31. Si nous faisons croître, au-delà de la valeur notée W_{C2} , la largeur du ruban, les deux solutions réapparaissent à nouveau. Ce phénomène s'illustre également par le biais de la figure 32 où nous présentons l'évolution de la fonction $D(\gamma^2)$ pour deux modes supérieurs consécutifs, de nature différente, d'une ligne microruban classique. La disparition de ces modes à une fréquence donnée pour une plage de la largeur du



Approche dans le Domaine Spectral:

Nombre de fonctions de base pour décrire J_x et J_z : $N_{fb} = 3$.

10 harmoniques sont calculés.

Fréquence considérée : $F = 17,5\text{ GHz}$.

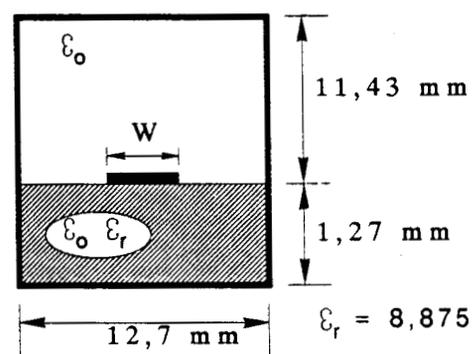


FIGURE 32: Exemple typique de la disparition de deux racines consécutives de l'équation : $D(\gamma^2) = 0$.

ruban est physiquement impossible [3]. La seule explication réside dans le fait que la constante de propagation au carré, γ^2 , des deux modes n'est plus réelle. Les solutions de l'équation $D(\gamma^2)=0$ doivent être recherchées dans le plan complexe.

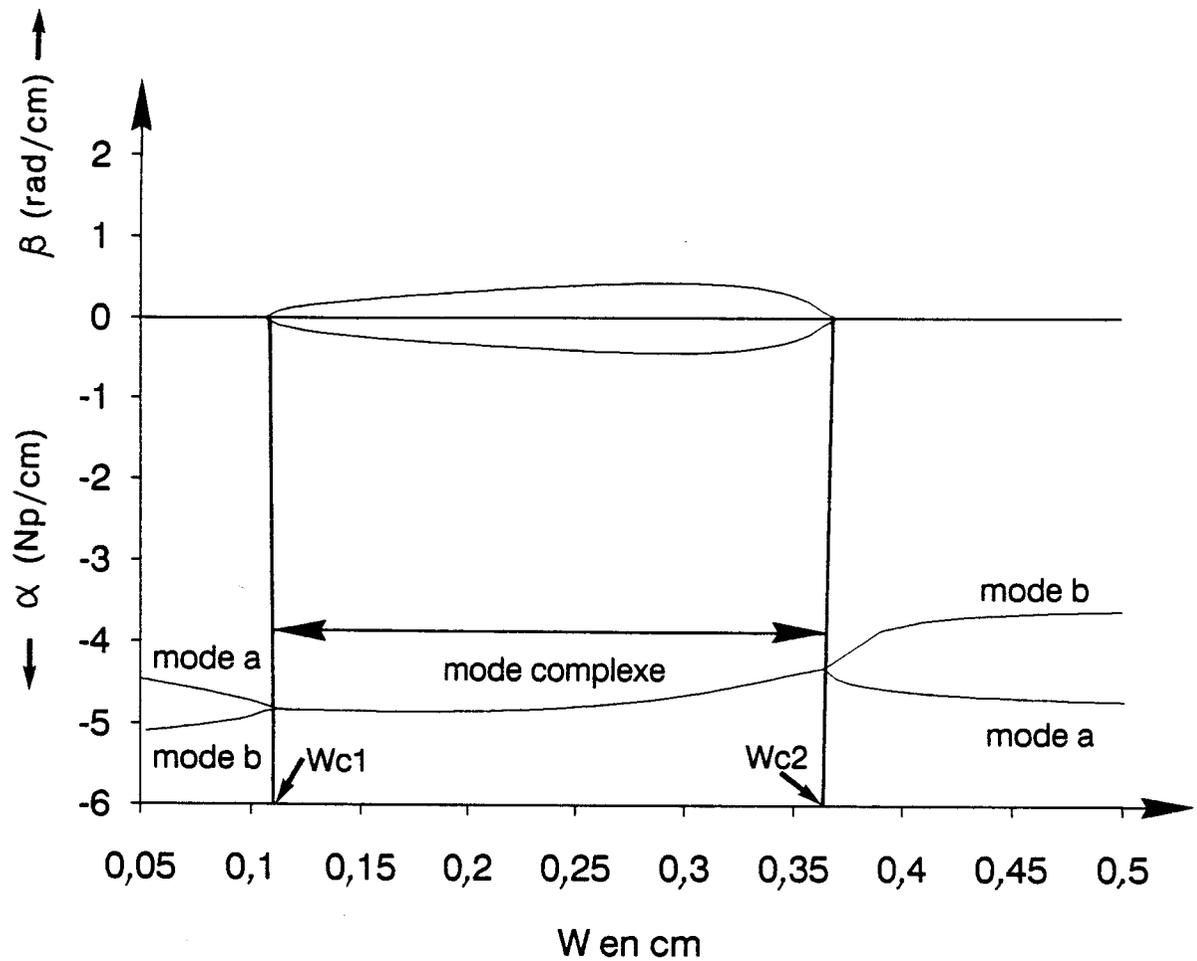
L'existence des modes normaux complexes a été reportée pour la première fois en 1964 [14]. Ils apparaissent alors être la continuation des modes rétrogrades dans les diagrammes de dispersion des modes hybrides du guide cylindrique inhomogène. Par la suite, il a été démontré que ces modes particuliers peuvent apparaître même si aucun mode rétrograde n'existe [11] [15].

Des études théoriques et expérimentales ont permis de vérifier l'existence de ces modes particuliers dans le cas d'un guide d'onde cylindrique inhomogène chargé par du diélectrique [16] [17]. Plus généralement, les modes normaux complexes peuvent exister dans tout guide fermé contenant du diélectrique, si les modes d'une telle structure sont de nature hybride [3] [18]. Ainsi, ces solutions particulières ont été mises en évidence dans le cas du guide image diélectrique enfermé dans un boîtier métallique [19] [20], mais également lors de l'étude des modes supérieurs de lignes planaires confinées dans un boîtier métallique, telles que la ligne fente [3] [21] [22], la ligne microruban [1] [5] [23], ainsi que la ligne coplanaire [24]. Notons qu'actuellement certains auteurs tentent d'expliquer l'apparition de ces modes par la théorie des modes couplés [25].

Nous allons à présent revenir sur certaines propriétés de ces modes complexes. Comme d'autres, nous nous posons de nombreuses questions quant à la signification physique de telles solutions mathématiques. Nous avons opté pour un exposé résumant les principales constatations. Le paragraphe suivant présente donc les propriétés particulières de ces solutions du problème mathématique appelées modes complexes. Compte tenu de l'état des connaissances au niveau international, à l'heure actuelle, seules des constatations peuvent être effectuées. Ces résultats récents ont été vérifiés par nos deux méthodes de simulation. A ce stade, il serait présomptueux de fournir une explication physique cartésienne de ces phénomènes. Néanmoins, nous montrerons sur des exemples que la non prise en compte de ces solutions mathématiques ne traduit pas le même comportement de la discontinuité.

III.4.3. Propriétés particulières des modes complexes

Nous venons de mettre en évidence que pour certaine plage de la largeur du ruban, à une fréquence fixée, deux modes évanescents d'une ligne microruban en boîtier peuvent



Approche dans le Domaine Spectral:

Nombre de fonctions de base pour décrire

J_x et J_z : $N_{fb}=3$.

10 harmoniques sont calculés.

Fréquence considérée : $F=17,5$ GHz.

mode a : mode de type capacitif.

mode b : mode de type inductif.

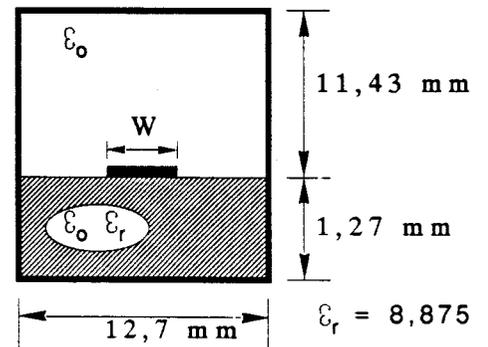
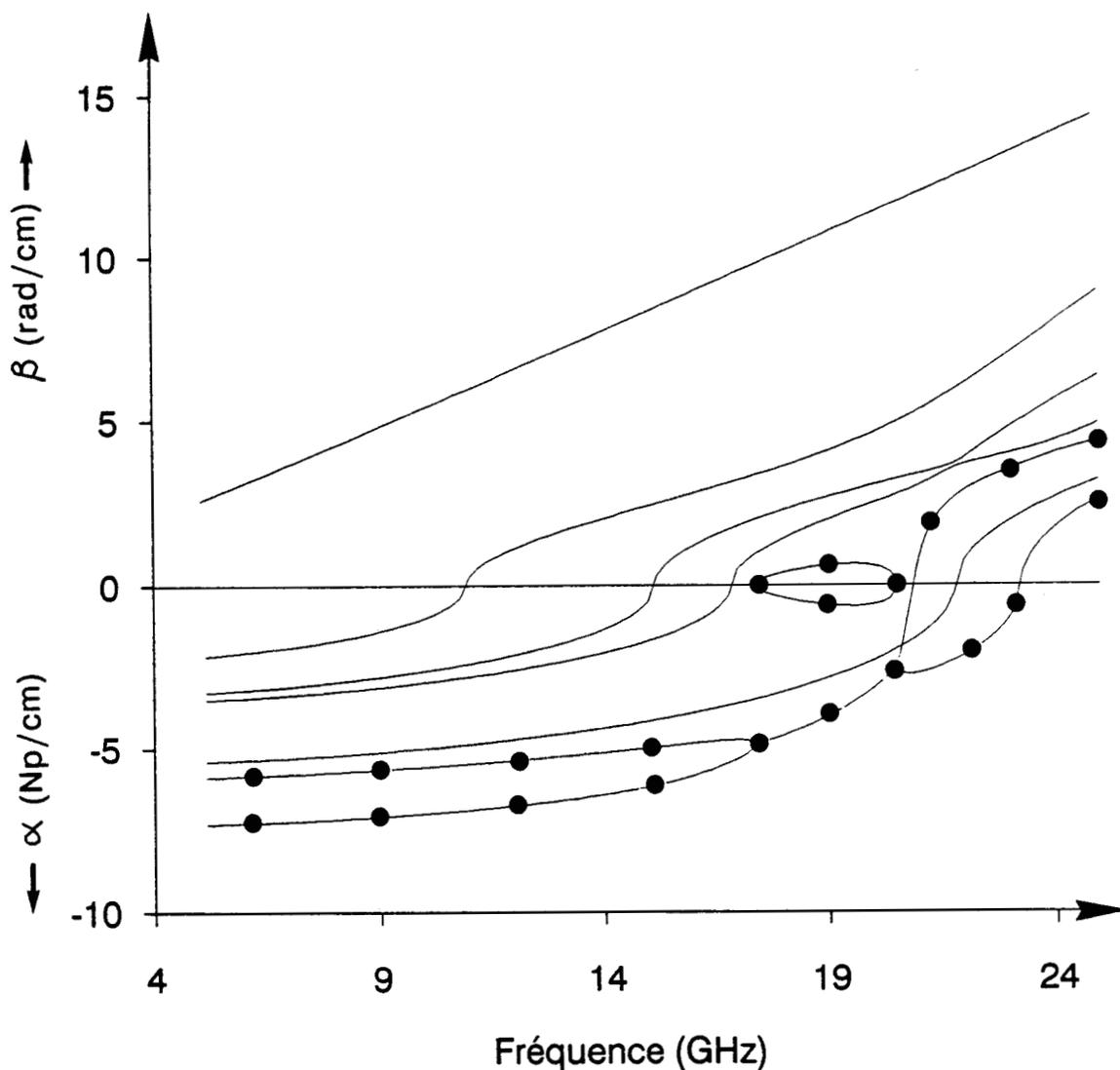


FIGURE 33: Transformation de deux modes évanescents consécutifs en un mode complexe.



Approche dans le Domaine Spectral:

Nombre de fonctions de base pour décrire J_x et J_z : $Nfb=3$.
 10 harmoniques sont calculés.

Equations Intégrales Singulières: ● ● ●

Dimension de la matrice caractéristique:
 $[2m \times 2m]$; $m=10$.

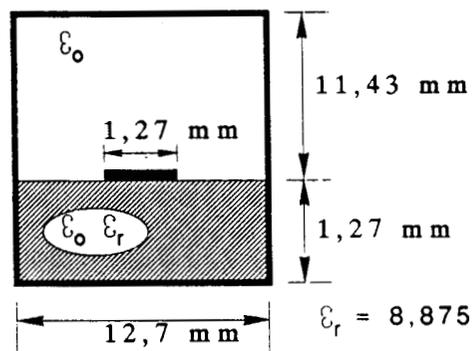


FIGURE 34: Exemple typique de l'apparition d'un mode complexe au sein d'un diagramme de dispersion.

dégénérer en une paire de solutions complexes [3] [5]. Si nous considérons une dépendance temporelle et spatiale des modes en $e^{j(\omega t - \gamma z)}$, les deux solutions s'écrivent [3] [1] :

$$(III_6) \quad \gamma_1 = \beta_1 - j\alpha_1 ; \gamma_2 = -\beta_2 - j\alpha_2, \text{ avec } \beta_1 = \beta_2 > 0 \text{ et } \alpha_1 = \alpha_2 > 0$$

A titre d'illustration, nous présentons figure 33, la transformation de deux modes évanescents consécutifs en mode complexe en fonction de la largeur du ruban, pour une fréquence constante. La figure 34 représente quant à elle, l'évolution fréquentielle de ces solutions pour une largeur de ruban donnée.

La relation III₆ tend à démontrer que l'un des deux "modes", de constante de propagation γ_1 , se propage dans la direction + Z et s'atténue dans cette même direction. En ce qui concerne l'autre "mode", de constante de propagation γ_2 , il se propagerait dans une direction opposée. Pour la première solution (γ_1), le "mode" associé présente une perte continue d'énergie, alors que la structure considérée ne présente aucune perte métallique ou diélectrique, tandis que pour la seconde solution (γ_2), le "mode" associé présente un gain continu d'énergie, alors que la structure est passive. Ces constatations enfreignent les équations de Maxwell. Ce discours semblerait correct si les deux modes ainsi définis n'étaient pas couplés. En fait, ces deux "modes" sont très fortement couplés [3] [20]. Le champ électrique associé à une valeur propre est couplé en réalité au champ magnétique associé à la deuxième valeur propre. Les relations suivantes sont alors vérifiées [3] [20] [26] :

$$(III_7) \quad \iint_s (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{h}_1^*) ds = 0 \quad ; \quad \iint_s (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{h}_2^*) ds = 0$$

$$(III_8) \quad \iint_s (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{h}_2^*) ds = p \quad ; \quad \iint_s (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{h}_1^*) ds = -p^*$$

- où :
- . p est un nombre complexe
 - . p* représente le complexe conjugué de p
 - . $(\mathbf{e}_1, \mathbf{h}_1)$ et $(\mathbf{e}_2, \mathbf{h}_2)$ représentent les champs électriques et magnétiques transverses des "modes" associés respectivement à la valeur propre γ_1, γ_2
 - . s est la section droite de la structure considérée

Fréquence	15GHz	19GHz	21GHz
mode n°1	-j6,1728	+0,605-j4,012	0,6567
mode n°2	-4,9798	-0,605-j4,012	-j2,7
I11	3,0e-16+ j1,00	3,1e-8+ j6,3e-9	1,00+ j8,0e-17
I22	3,7e-18- j1,00	-3,1e-9+ j6,1e-7	1,3e-16- j1,00
I12	2,5e-14+ j8,1e-19	-0,8272- j0,5618	1,2e-15+ j5,3e-18
I21	1,4e-13-j4,0e-13	+0,8272- j0,5618	4,9e-16- j7,1e-16
J11	1,0e-16+ j1,00	-0,8272- j0,5618	1,00+ j8,0e-17
J22	3,7e-18- j1,00	+0,8272- j0,5618	1,3e-16- j1,00
J12	3,5e-17+ j1,3e-13	1,3e-12+ j1,5e-13	1,8e-12- j1,9e-13
J21	1,6e-15+ j5,3e-18	1,4e-13- j4,8e-13	2,4e-13- j4,7e-13

Approche dans le Domaine Spectral:

Nombre de fonctions de base pour décrire Jx et Jz: Nfb=3.

$$\epsilon_r = 8,875.$$

$$I_{ij} = \int_{\mathbf{s}} (e_i \times h_j^*) ds$$

$$J_{ij} = \int_{\mathbf{s}} (e_i \times h_j) ds$$

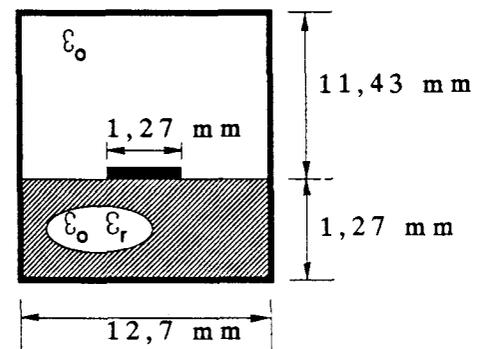


TABLEAU 8: Evaluation des intégrales Iij et Jij relatives à un mode complexe , pour différentes fréquences.

Ces "modes" sont fortement couplés en puissance, ils restent néanmoins orthogonaux au sens large du terme [3] [19] :

$$(III_9) \quad \iint_s (e_1 \times h_2) ds = 0 \quad ; \quad \iint_s (e_2 \times h_1) ds = 0$$

$$(III_{10}) \quad \iint_s (e_1 \times h_1) ds = p \quad ; \quad \iint_s (e_2 \times h_2) ds = -p^*$$

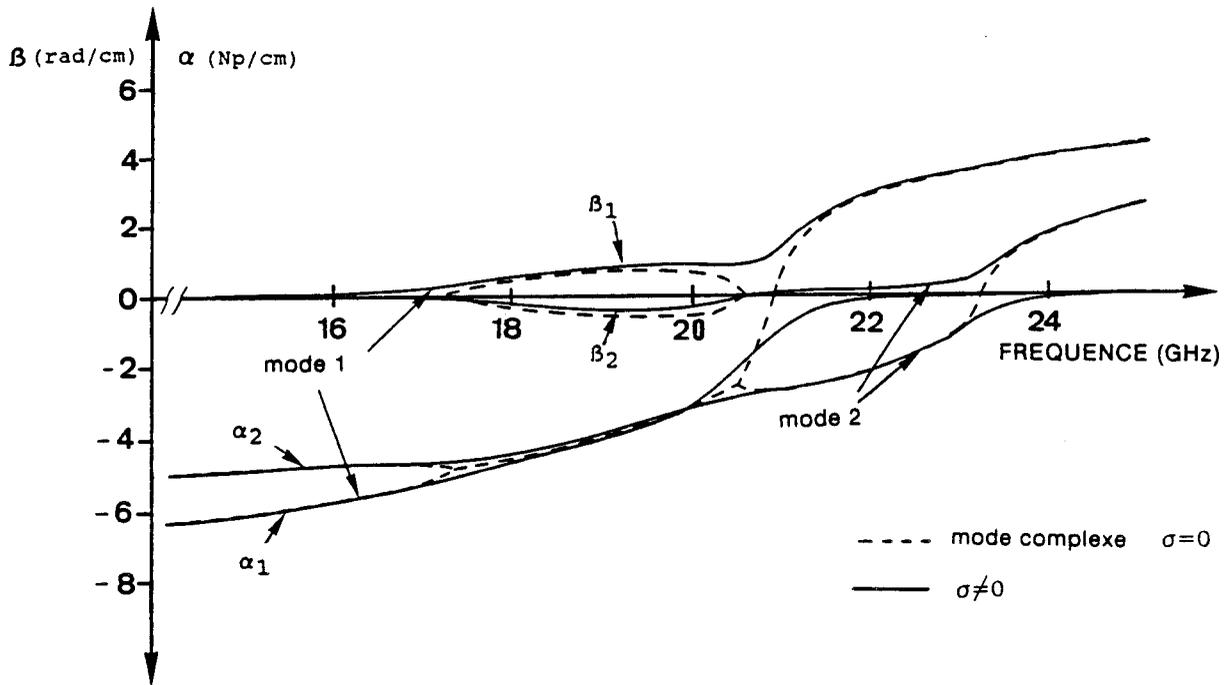
Ces quatre relations signifient que chaque solution ne peut exister séparément, elles se regroupent nécessairement par paires, si toutefois elles existent. Ainsi, nous dirons que deux modes évanescents dégénèrent en un mode complexe. Les parties réelles des intégrales III₉ nous assurent qu'un mode complexe ne "transporte" aucune énergie active.

Nous avons vérifié numériquement ces intégrales. A titre d'illustration, nous présentons par le biais du tableau 8, l'évaluation de ces quatre intégrales, relatives au mode complexe présenté figure 34, pour différentes valeurs de la fréquence.

Une étude bibliographique démontre que l'oubli de ces modes particuliers dans toute étude de discontinuité peut entraîner des erreurs. D'autre part, la prise en considération de ces valeurs propres favoriseraient cependant la convergence de la solution [24] [27] [28]. La plupart des travaux publiés dans ce domaine ne s'intéressent qu'à l'existence de ces modes pour des structures sans pertes. Avec pour objectif, à moyen terme, l'étude de discontinuités sur des substrats semiconducteurs dopés, il nous a semblé utile d'étudier l'évolution de ces solutions lorsque l'on introduit des pertes.

III.4.4. Influence des pertes sur les modes complexes

Nous avons considéré, pour cette étude, le mode complexe présenté par la figure 34. Les figures 35, 36 et 37 présentent les évolutions fréquentielles des deux constantes de propagation (notées γ_1 et γ_2) de ce mode initialement complexe dans le cas de la structure sans



Approche dans le Domaine Spectral:

Nombre de fonctions de base pour décrire J_x et J_z : $N_{fb} = 3$.

$$\epsilon_r = 8,875, \sigma = 3.10^{-3} \text{ S/cm.}$$

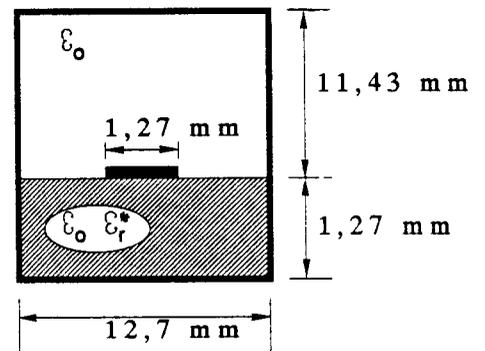
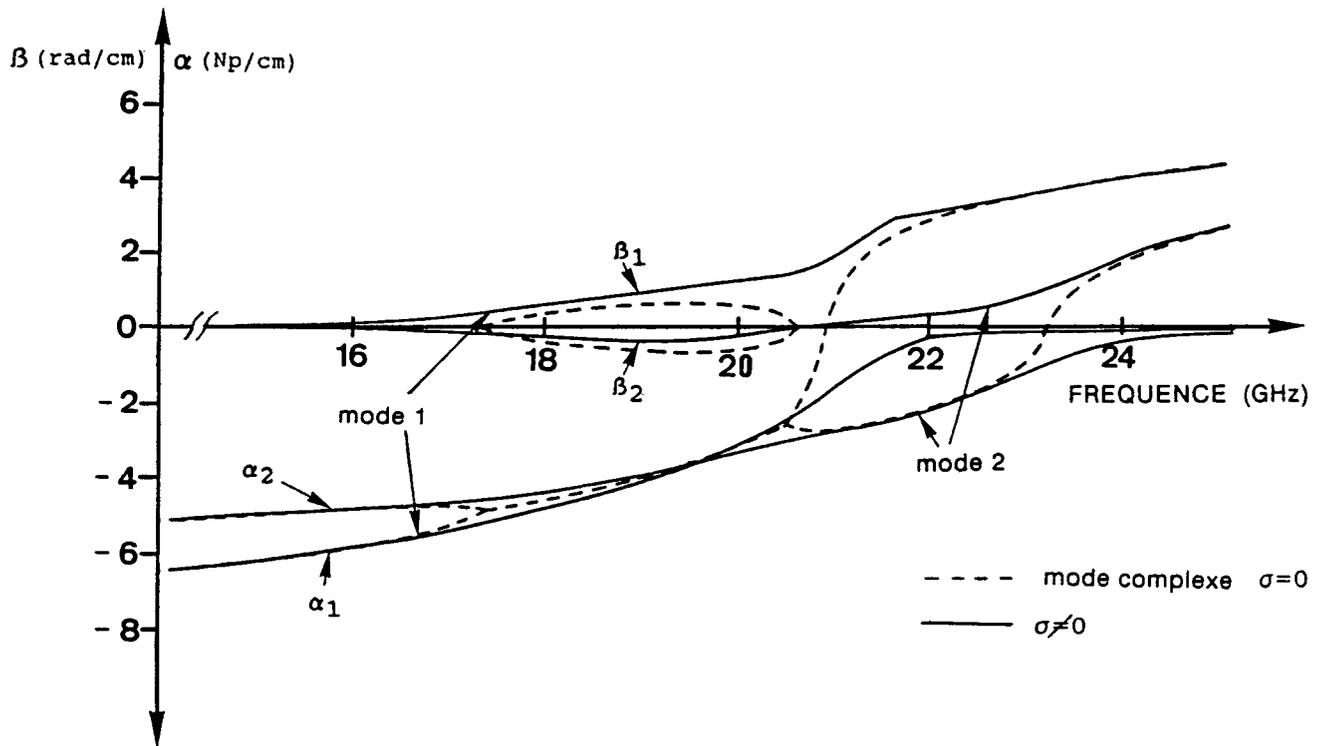


FIGURE 35: Evolution fréquentielle des constantes de propagation d'un "mode quasi-complexe", pour une conductivité du substrat, $\sigma = 3.10^{-3} \text{ S/cm.}$



Approche dans le Domaine Spectral:

Nombre de fonctions de base pour décrire J_x et J_z : $Nfb=3$.

$$\epsilon_r = 8,875, \sigma = 7.10^{-3} \text{ S/cm.}$$

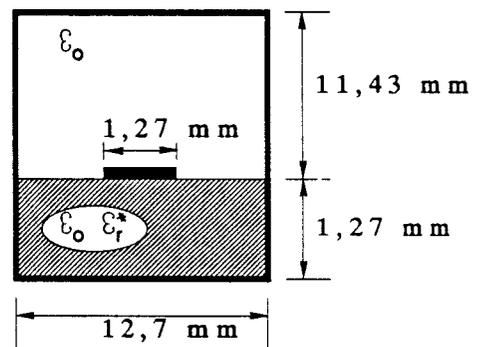
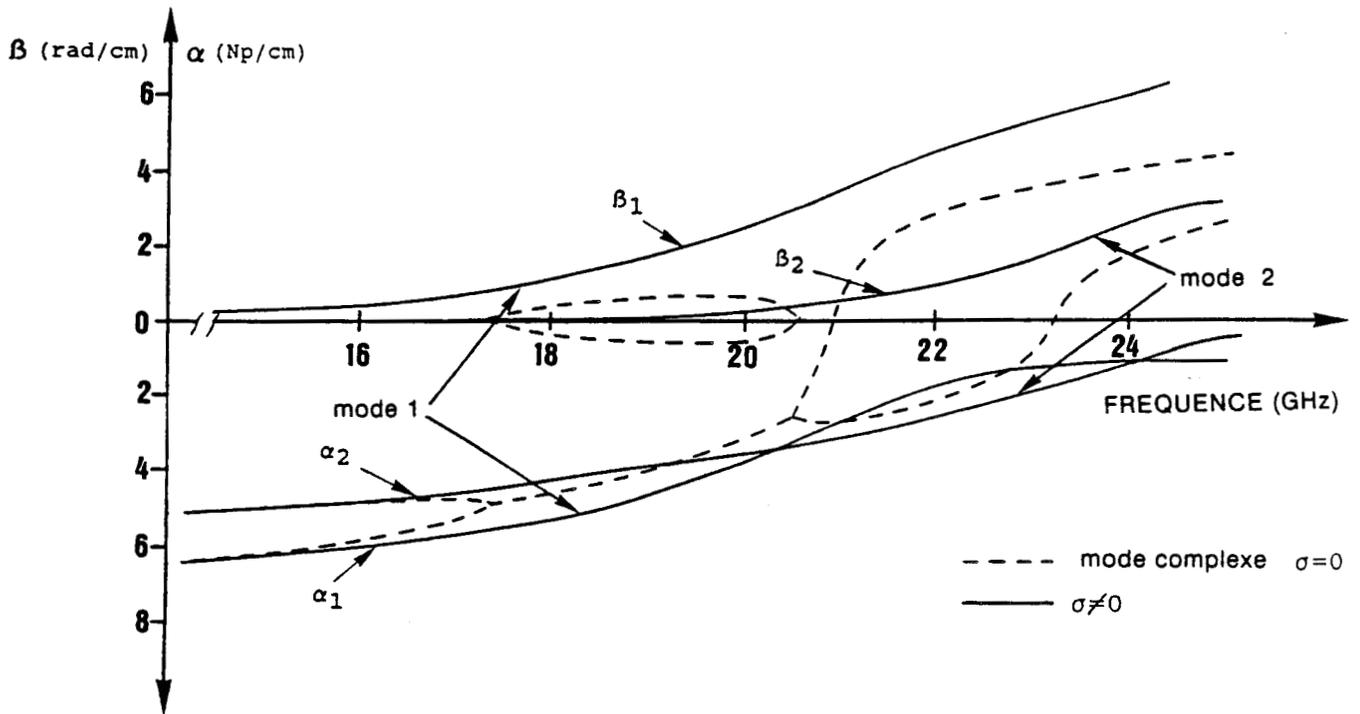


FIGURE 36: Evolution fréquentielle des constantes de propagation d'un "mode quasi-complexe", pour une conductivité du substrat, $\sigma = 7.10^{-3} \text{ S/cm.}$



Approche dans le Domaine Spectral:

Nombre de fonctions de base pour décrire J_x et J_z : $Nfb=3$.

$\epsilon_r = 8,875, \sigma = 2.10^{-2} \text{ S/cm.}$

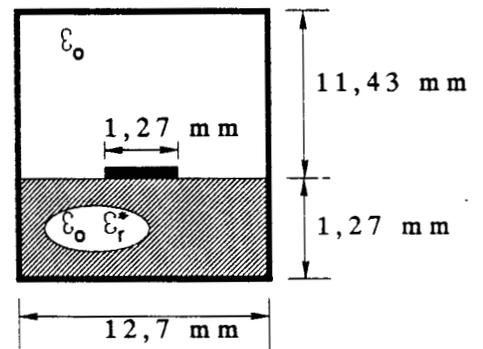


FIGURE 37: Evolution fréquentielle des constantes de propagation d'un "mode quasi-complexe", pour une conductivité du substrat , $\sigma = 2.10^{-2} \text{ S/cm.}$

perdes. Nous avons respectivement considéré une conductivité du substrat de 3.10^{-3} S/cm, 7.10^{-3} S/cm et finalement 2.10^{-2} S/cm. La simulation numérique retenue est l'Approche dans le Domaine Spectral modifiée par des développements asymptotiques. Nous avons vérifié cependant que la méthode des équations intégrales singulières fournissaient les mêmes résultats.

Comme le montre ces figures, dans la plage de fréquence du mode initialement complexe, nous ne pouvons plus lier γ_1 à γ_2 par une relation aussi simple que la relation III₆. Nous sommes tentés de dire que les deux solutions du mode complexe se séparent. Pour de faibles valeurs de la conductivité (3.10^{-3} , 7.10^{-3} S/cm), si nous considérons des fréquences inférieures au maximum de la fréquence de la région du mode complexe, nous obtenons pour les deux solutions (figures 35 et 36) :

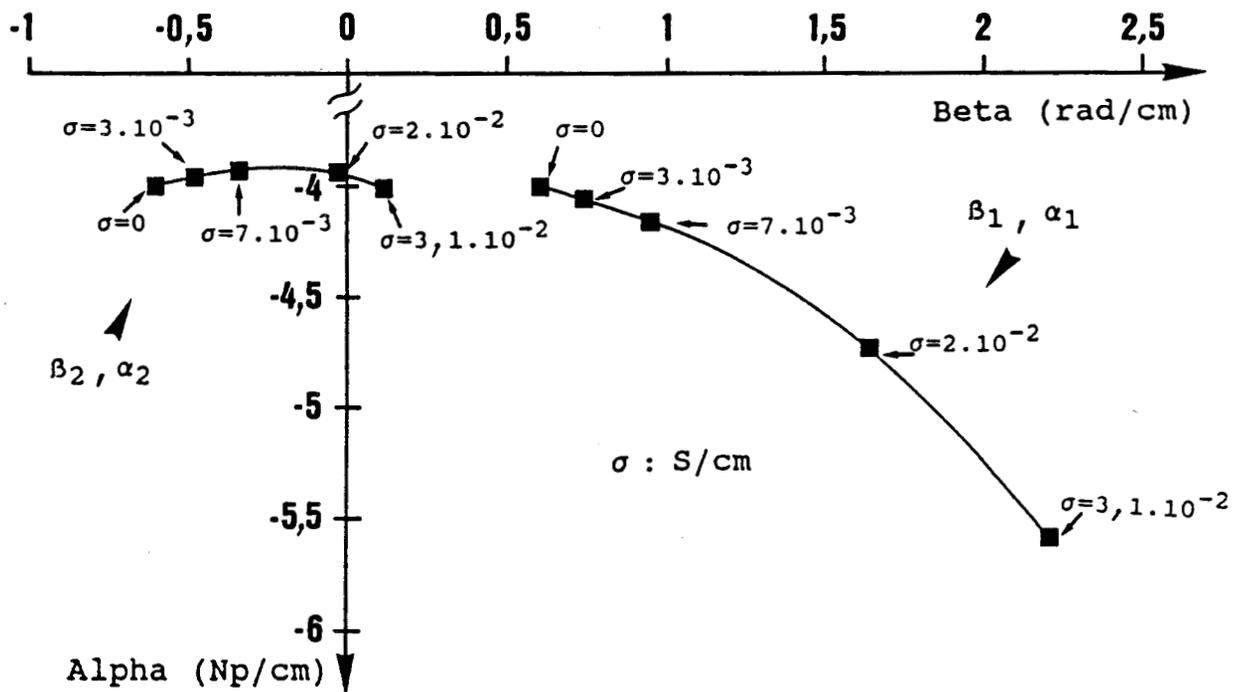
$$(III_{11}) \quad \gamma_1 = \beta_1 - j\alpha_1 ; \gamma_2 = -\beta_2 - j\alpha_2 ; \text{ avec } \beta_1 \neq \beta_2 > 0 ; \alpha_1 \neq \alpha_2 > 0$$

Cela signifie à nouveau que le "mode" 2 se "propage" dans la direction -Z, et qu'il présente un gain continu d'énergie dans cette même direction. Ce phénomène est également illustré par le biais de la figure 38. Cette figure représente l'évolution de la constante de propagation de ces deux "modes" en fonction de la conductivité, pour une fréquence constante, égale à 19 GHz. Cet apparent gain d'énergie pour une structure passive ne peut s'expliquer que par un fort couplage entre ces deux "modes" considérés, pour des valeurs de fréquences et de conductivités tant que $\gamma_2 = -\beta_2 - j\alpha_2$ avec β_2 et $\alpha_2 > 0$. Ce phénomène est mis en évidence par le biais des figures 39 et 40, où nous représentons respectivement l'évolution des intégrales de couplages III₇ et III₈ en fonction de la valeur de la conductivité du ruban.

Nous remarquons que pour des conductivités inférieures à 10^{-3} S/cm, les résultats sont similaires à ceux obtenus pour un mode complexe d'une structure sans pertes. Nous retrouvons (équations III₇ et III₈) :

$$\iint_s (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{h}_1^*) ds \rightarrow 0 \quad ; \quad \iint_s (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{h}_2^*) ds \rightarrow 0$$

$$\iint_s (\mathbf{e}_1 \times \mathbf{h}_2^*) ds = p \quad ; \quad \iint_s (\mathbf{e}_2 \times \mathbf{h}_1^*) ds = p' \quad ; \quad \text{avec } p' \rightarrow -p^*$$



Approche dans le Domaine Spectral:

Nombre de fonctions de base pour décrire J_x et J_z : $N_{fb} = 3$.

$\epsilon_r = 8,875, \sigma = \text{variable}$.

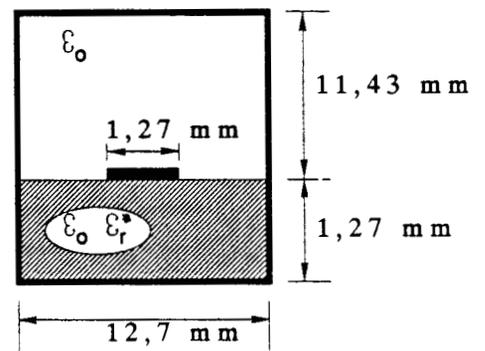
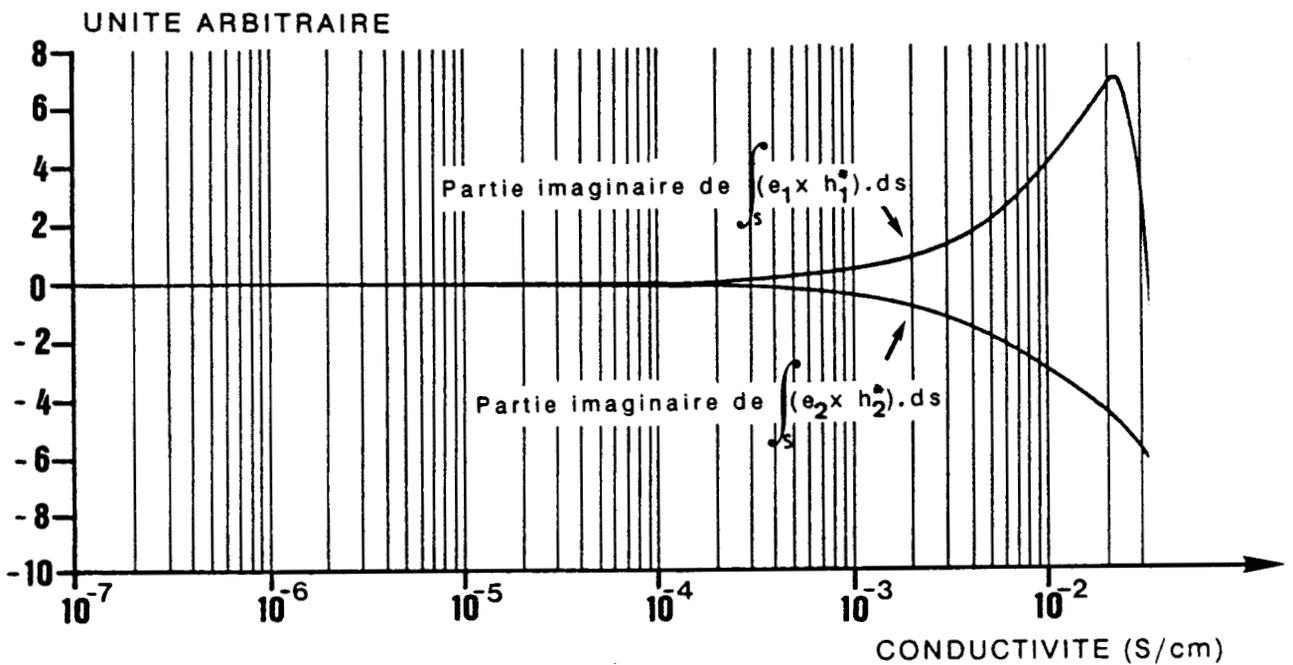
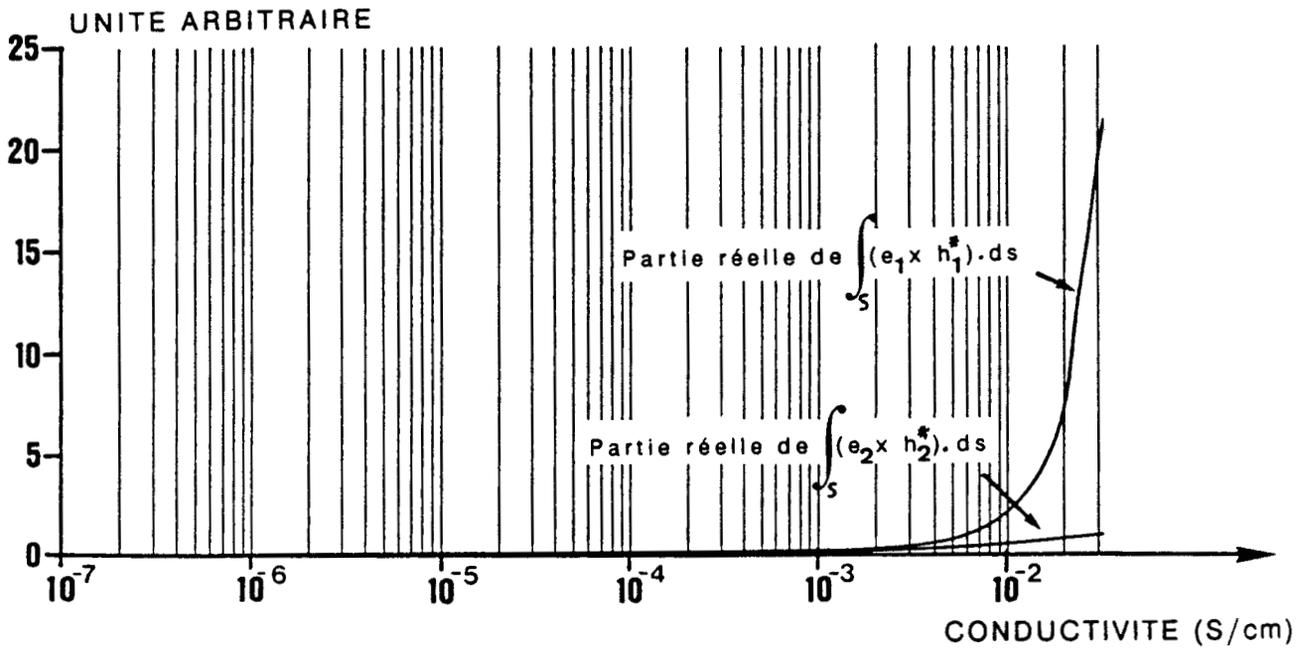


FIGURE 38: Evolution des deux constantes de propagation d'un mode initial ement complexe en fonction de la conductivité du substrat, pour une fréquence, $F = 19$ GHz.



Approche dans le Domaine Spectral:

Nombre de fonctions de base pour décrire J_x et J_z : $N_{fb}=3$.

$\epsilon_r = 8,875$, $\sigma = \text{variable}$.

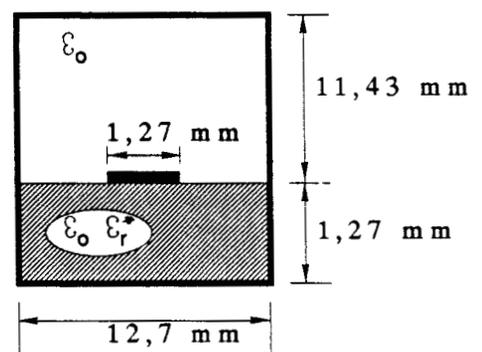
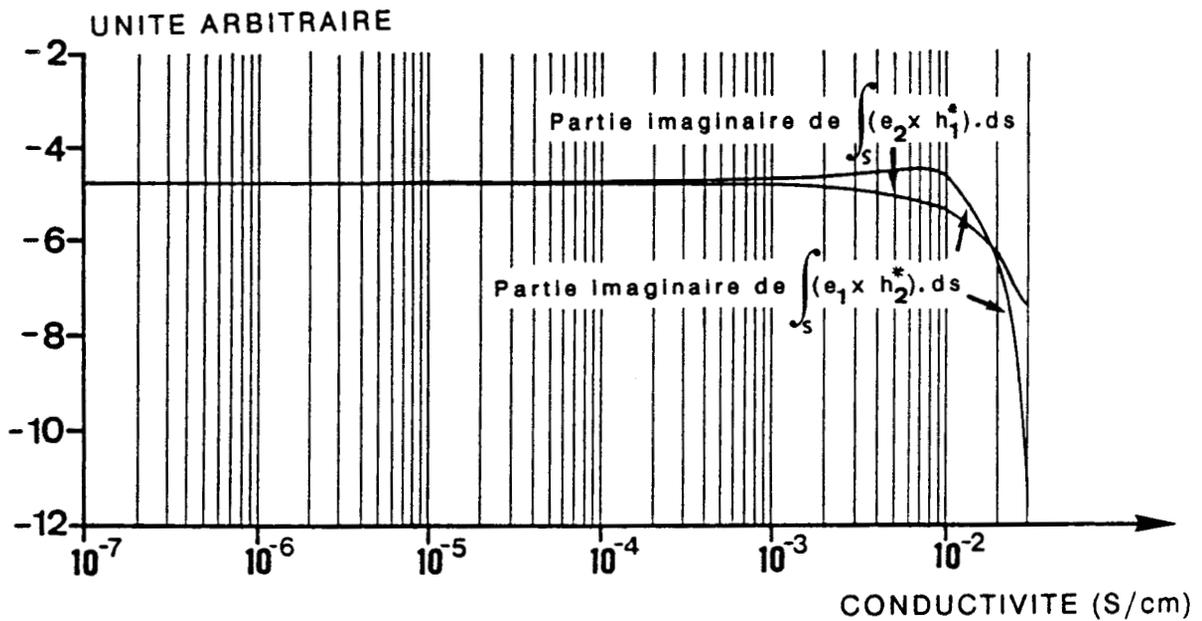
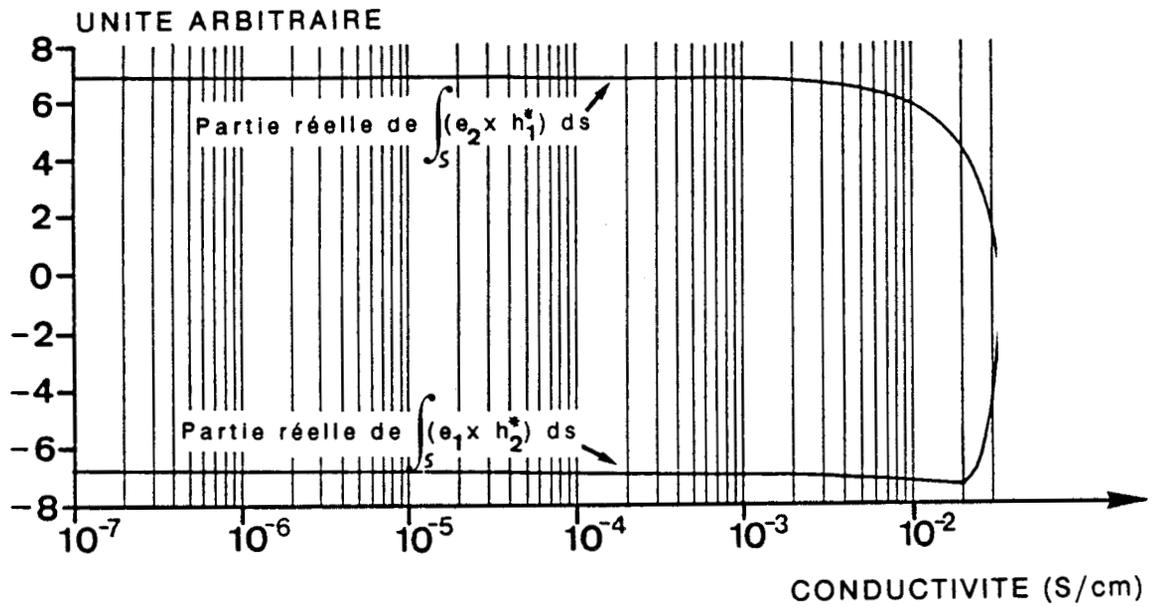


FIGURE 39: Evolution des intégrales $\int_S (e_1 \times h_1^*) \cdot ds$ en fonction de la conductivité pour une fréquence, $F=19$ GHz.



Approche dans le Domaine Spectral:

Nombre de fonctions de base pour décrire J_x et J_z : $N_{fb} = 3$.

$\epsilon_r = 8,875$, $\sigma = \text{variable}$.

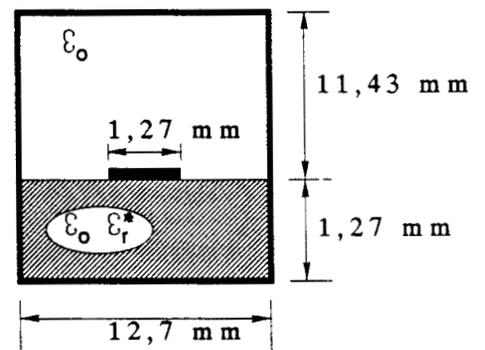
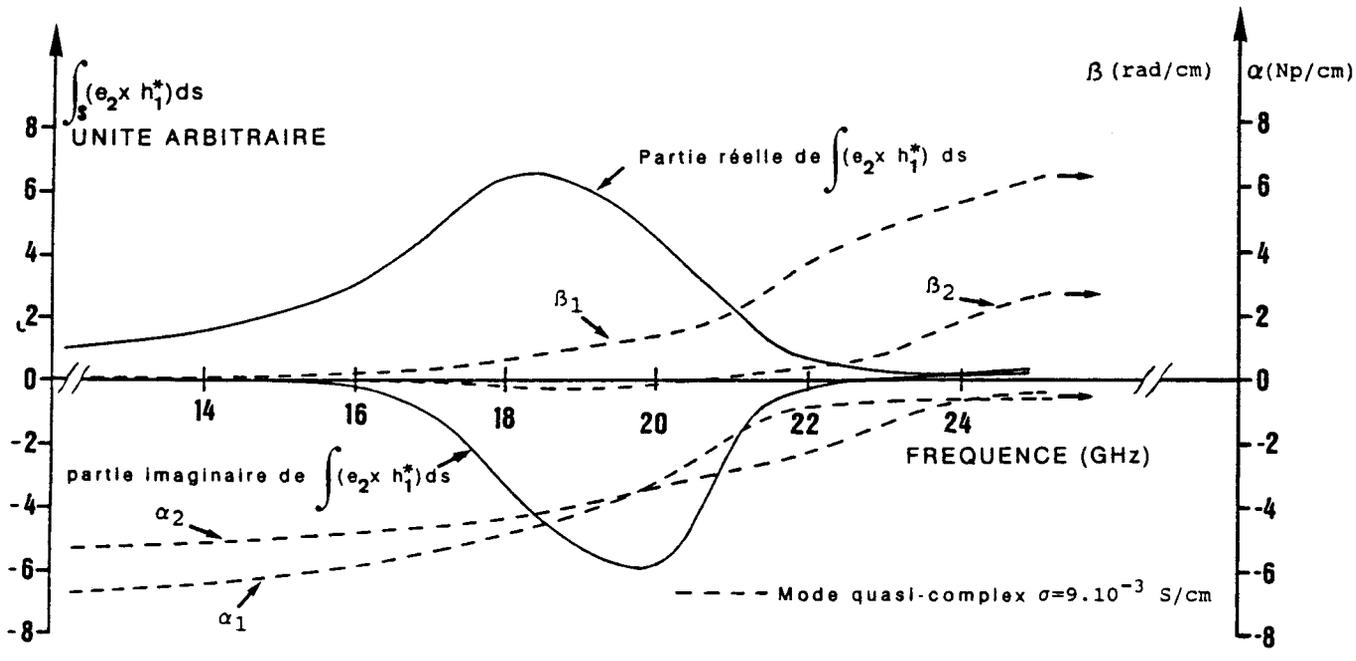
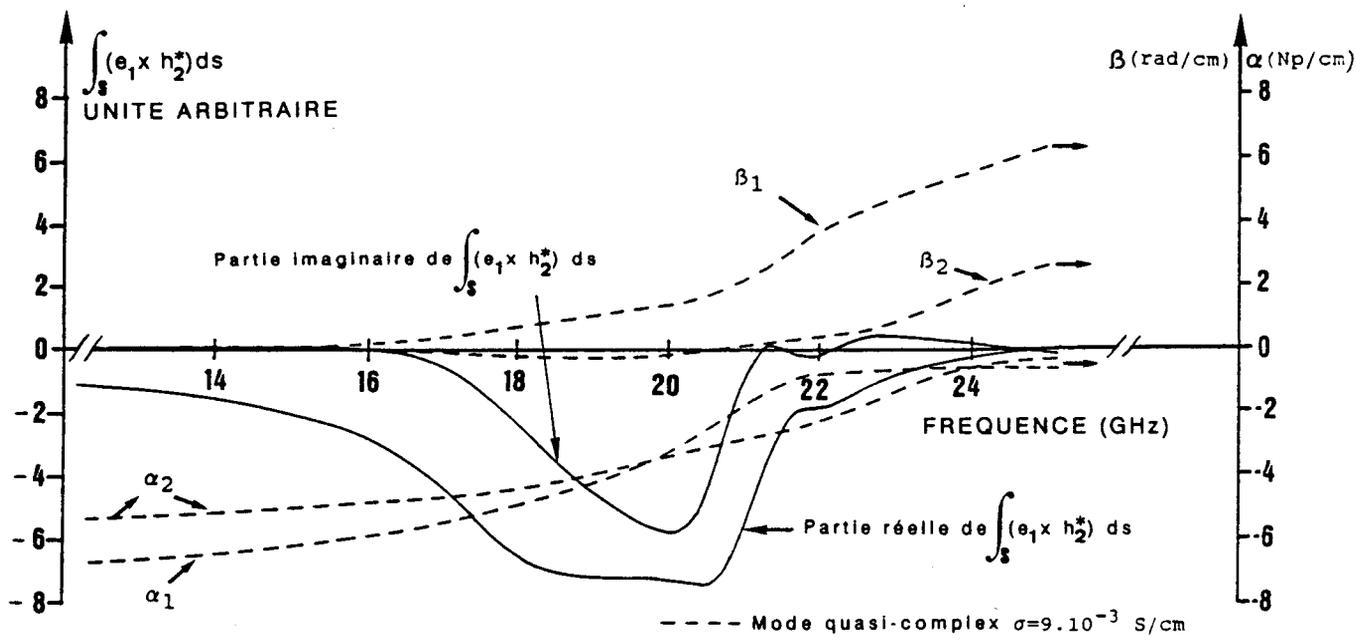


FIGURE 40: Evolution des intégrales $\int_s (e_i \times h_j^*) ds$ en fonction de la conductivité pour une fréquence, $F = 19$ GHz.



Approche dans le Domaine Spectral:

Nombre de fonctions de base pour décrire Jx et Jz: $N_{fb} = 3$.

$\epsilon_r = 8,875, \sigma = 9.10^{-3} \text{ S/cm.}$

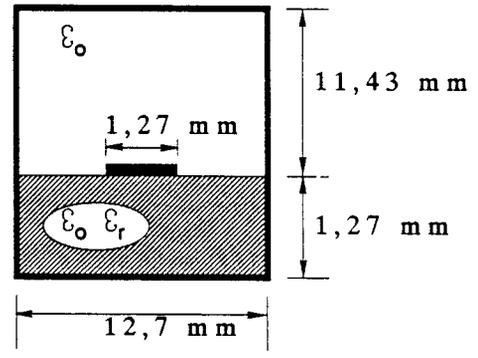


FIGURE 41: Evolution fréquentielle des intégrales $\int_s (e_i \times h_j^*) ds$ pour une conductivité de substrat, $\sigma = 9.10^{-3} \text{ S/cm.}$

Si nous considérons à présent des conductivités comprises entre 10^{-3} et $2 \cdot 10^{-2}$ S/cm (figure 39,40), nous remarquons que ces différentes intégrales varient rapidement. Néanmoins, les deux "modes" restent couplés d'un point de vue énergétique. De plus, l'évolution des parties réelles de ces quatre intégrales nous assure qu'aucune puissance active n'est propagée par ces "modes" dans la direction de propagation opposée. D'autre part, des valeurs importantes de la conductivité (supérieur à $2 \cdot 10^{-2}$ S/cm) assurent un couplage entre les modes normaux. Nous remarquons que pour ces valeurs, chaque modes (γ_1, γ_2) présente une atténuation naturelle, dans la direction de propagation. Pour conclure cette étude, nous présentons figure 41, l'évolution fréquentielle des deux intégrales :

$$\iint_s (\mathbf{e}_i \times \mathbf{h}_j^*) \, ds \text{ pour une conductivité du substrat fixée à } 9 \cdot 10^{-3} \text{ S/Cm.}$$

Ces courbes révèlent que le couplage en puissance entre ces deux "modes est privilégié autour d'une plage de fréquence : celle-ci correspond à l'apparition du mode complexe dans le cas de l'étude de la structure sans pertes.

Naturellement, lorsque nous introduisons des pertes diélectriques dans nos structures, les différentes valeurs propres sont des nombres complexes. Cependant, nous avons démontré que pour de faibles valeurs de la conductivité ($\sigma \leq 2 \cdot 10^{-2}$ S/cm dans le cas particulier présenté ici) les deux solutions d'un mode initialement complexe sont fortement couplées en puissance autour d'une plage de fréquence, de telle sorte que chaque solution ne peut pas être prise en compte séparément, en particulier dans l'étude des discontinuités. Comme le comportement de ces deux solutions est similaire au mode initialement complexe, nous avons qualifié cette paire de valeurs propres, "mode quasi complexe" [29].

III.5. Conclusion

L'objectif de ce chapitre était de comparer deux méthodes de simulation numérique utilisées dans la modélisation des phénomènes électromagnétiques à savoir :

- l'approche dans le domaine spectral modifiée par des développements asymptotiques
- une méthode basée sur la résolution d'équations intégrales singulières

Rappelons que cette étude a été motivée par le discours d'un certain nombre d'auteurs concernant la supériorité affichée de la méthode des équations intégrales singulières dans la recherche des modes supérieurs des lignes planaires [3].

Afin de pouvoir jauger pleinement les avantages respectifs de ces deux méthodes de simulation numérique, nous nous sommes astreints à les comparer tant sur la recherche des valeurs propres que sur la reconstitution du champ électromagnétique.

Un examen attentif des résultats démontre une identité de comportement de ces deux méthodes dans la recherche des valeurs propres. L'avantage présentée par la méthode des équations intégrales singulières réside essentiellement dans le fait qu'elle ne nécessite pas "l'injection" de fonctions de base afin de décrire le comportement électromagnétique de la structure considérée. Une étude, du comportement des valeurs propres ainsi que des représentations spectrales des composantes du champ électromagnétique, révèle que l'emploi du nombre limité de fonctions de base (trois à quatre) pour l'Approche dans le Domaine Spectral conduit cependant à une précision équivalente.

En contre partie, nous pouvons souligner la simplicité relative de la formulation de l'approche dans le domaine spectral modifiée par des développements asymptotiques, en comparaison avec les phases analytiques conséquentes que nécessite la méthode des équations intégrales singulières. Nous pouvons toutefois tenter de dégager un compromis entre ces phases analytiques induites par la méthode des équations intégrales singulières et la recherche d'un ensemble de fonctions de base performant, nécessaire à l'optimisation de l'approche dans le domaine spectral.

Nous pouvons résumer les avantages respectifs de ces deux méthodes par le biais du tableau suivant :

	Phase analytique	Fonctions de base	Erreur numérique	Temps de calcul
Equations Intégrales Singulières	complexe	non	identique	similaire
Approche dans le Domaine Spectral	simple	oui	identique	similaire

Cette étude comparative nous a aussi permis d'étudier des solutions particulières du problème de propagation, à savoir les modes complexes. Avec pour objectif, à moyen terme, l'étude des discontinuités sur des substrats présentant des pertes, nous avons recherché

l'influence de ces pertes sur le comportement de ces solutions. Pour des structures à faibles pertes, certaines solutions du problème de propagation présentent un comportement similaire à la paire de valeurs propres associées aux modes complexes. Nous avons qualifié ces paires de valeurs propres de modes "quasi-complexes" [29].

BIBLIOGRAPHIE
CHAPITRE III

- [1] **W. HUANG, T. ITOH** : "Complex modes in shielded microstrip lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 163-165, January 1988.
- [2] **J. KUO, C. TZUANG** : "Complex modes in shielded suspended coupled microstrip lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-38, pp. 1278-1286, September 1990.
- [3] **A.S. OMAR, K.F. SCHÜNEMANN** : "Formulation of the singular integral equation technique for planar transmission lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 1313-1321, December 1985.
- [4] **E. YAMASHITA, K. ATSUKI**: "Analysis of microstrip-like transmission lines by nonuniform discretization of integral equations". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-24, pp. 195-200, April 1986.
- [5] **C.J. RAILTON, T. ROZZI** : "Complex modes in boxed microstrip". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 865-874, May 1988.
- [6] **A.S. OMAR, K.F. SCHÜNEMANN** : "Space-domain decoupling of LSE and LSM fields in generalized planar guiding structures". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-32, pp. 1626-1632, December 1984.
- [7] **L. SCHMIDT, T. ITOH** : "Spectral domain analysis of dominant and higher order modes in fin-lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-28, pp. 981-985, September 1980.
- [8] **R. MITTRA, T. ITOH** : "A new technique for the analysis of the dispersion characteristics of microstrip lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-19, pp. 47-56, January 1971.
- [9] **R. MITTRA, T. ITOH, T. LI** : "Analytical and numerical studies of the relative convergence phenomenon arising in the solution of an integral equation by the moment method". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-20, pp. 96-104, February 1972.
- [10] **M. HELARD** : "Conception et réalisation de transitions entre microguides pour circuits intégrés microondes (bandes Ku et KA)". Thèse de Docteur Ingénieur, Rennes, 1984.
- [11] **K. UHDE** : "Discontinuities in finlines on semiconductor substrate". I.E.E.E. Trans on M.T.T., Vol. MTT-34, pp. 1499-1507, December 1986.

[12] *F.G. CURTIS, P.O. WHEATLEY* : "Applied numerical analysis". Addison-Wesley Publishing company.

[13] *P. LAMPARIELLO, R. SORRENTINO* : "The ZEPL program for solving characteristic equations of electromagnetic structures". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-23, pp. 457-458, May 1975.

[14] *P.J.B. CLARRICOATS, B.C. TAYLOR* : "Evanescent and propagating modes of dielectric-loaded circular waveguide". Proc. Inst. Elec. Eng., Vol. 111, pp. 1951-1956, December 1964.

[15] *P.J.B. CLARRICOATS, K.R. SLINN* : "Complex modes of propagation in dielectric loaded circular waveguides". Electron. Letters, Vol. 1, pp. 145-146, July 1965.

[16] *S.B. RAYEVSKIY* : "Some properties of complex waves in a double-layer circular, shielded waveguides". Radio Eng. Electron. Phys., Vol. 21, pp 36-39, 1976.

[17] *V.A. KALMYK, S.B. RAYENVSKIY, V.P. YGRYUMOV* : "An experimental verification of existence of complex waves in a two-layer, circular, shielded, waveguide". Radio Eng. Electron. Phys., Vol. 23, pp. 16-19, 1978.

[18] *A.S. OMAR, K.F. SCHÜNEMANN* : "Complex and backward-wave modes in inhomogeneously and anisotropically filled waveguides". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-35, pp. 268-275, March 1987.

[19] *U. CROMBACH* : "Complex waves on shielded lossless rectangular dielectric image guide". Electronics Letters, Vol. 19, pp 557-558, July 1983.

[20] *J. STRUBE, F. ARNDT* : "Rigorous hybrid-mode analysis of the transition from rectangular waveguide to shielded dielectric image guide". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 391-401, May 1985.

[21] *C.K.C. TZUANG, C.Y. LEE, J.T. KUO* : "Complex modes in lossless nonreciprocal finline". Electron. Letters, Vol. 26, pp 1919-1920, October 1990.

- [22] **W.K. WANG, C.K.C. TZUANG, J.S. CHANG, T.H. WANG** : "Investigations of complex modes in a generalized bilateral finline with mounting grooves and finite conductor thickness". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-37, pp. 1891-1897, December 1989.
- [23] **J.T. KUO, C.K.C. TZUANG** : "Complex modes in shielded suspended coupled microstrip lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-38, pp. 1278-1286, September 1990.
- [24] **P.S. KOOI, M.S. LEONG, B. WIDJOJO, T.S. YEO** : "Role of complex modes in coplanar-waveguide-to-coplanar-waveguide discontinuity calculations". Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 4, pp. 378-381, August 1991.
- [25] **C.K.C. TZUANG, J.M. LIN** : "Mode-coupling formation of complex modes in a shielded nonreciprocal finline". Proc., I.E.E.E. MTT-S Digest, pp. 571-574, 1991.
- [26] **H. KATZIER, F.J.K. LANGE** : "Grundlegende eigenschaften komplexer wellen am beispiel der geschirmten kreiszylindrischen dielektrischen leitung". Arch. Elek. Übertragung, Vol. AEÜ-37, pp 1-5, 1983
- [27] **A.S. OMAR, K.F. SCHÜNEMANN** : "The effect of complex modes at finline discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-34, pp. 1508-1514, December 1986.
- [28] **S.W. CHEN, C. CHEN, K.A. ZAKI** : "Role of complex modes in modeling discontinuities of dielectric loaded wave guides". Proc. I.E.E.E. MTT-5 Digest, pp. 207-210, 1988.
- [29] **F. HURET, P. PRIBETICH, P. KENNIS** : "Quasicomplex modes on lossy substrate boxed microstrip lines". Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 3, pp. 439-445, December 1990.

CHAPITRE IV

IV PERSPECTIVES

IV.1. Introduction

Afin de simuler le comportement de discontinuités sur substrats sans pertes ou avec pertes, il s'avère indispensable d'intégrer le maximum de phénomènes physiques en vue d'assurer une conception satisfaisante des circuits monolithiques microondes. Ce problème d'électromagnétisme a été abordé par diverses analyses, aux hypothèses multiples [1] à [14]. Parmi ces méthodes, nous avons retenu l'analyse modale afin d'aborder la simulation de discontinuités de lignes planaires sur des substrats en présence de pertes [15] à [22]. Elle nécessite au préalable la détermination des spectres de modes normaux, les plus complets possibles de part et d'autre de la discontinuité.

L'efficacité de l'analyse modale est par conséquent tributaire de cette étude préalable. Nous avons démontré, dans le cadre de ce travail, que la méthode des équations intégrales singulières ne présente pas de supériorité évidente par rapport à l'approche dans le domaine spectral modifiée par des développements asymptotiques. Nous pouvons donc retenir cette dernière méthode pour l'étude des modes supérieurs de structures planaires déposées sur des substrats à pertes. Les outils numériques nécessaires à la détermination des spectres de modes normaux sont donc opérationnels au sein de notre équipe. Cette étape étant franchie, nous avons décidé d'aborder la modélisation des discontinuités de lignes planaires en présence de pertes [21]. Dans cet esprit, nous avons développé les procédures nécessaires à l'étude des discontinuités par une analyse modale. Cette démarche a été utilisée par de nombreux auteurs afin d'étudier des discontinuités entre divers guides d'onde [15] [20] [22]. Cette méthode a été étendue au cas des discontinuités sur semiconducteurs [21]. Signalons qu'à notre connaissance, une seule publication traitant de ce sujet apparaît dans la littérature. On imagine donc l'ampleur du travail à accomplir.

Comme nous l'avons fait remarquer, l'étude comparative menée dans le cadre de ce travail nous a amené à nous interroger sur un certain nombre d'affirmations présentes dans la littérature [23] [24] [25] [26]. L'une d'elles peut être formulée de la manière suivante : "La prise en compte des modes complexes est nécessaire afin de traduire le comportement physique d'une discontinuité de lignes planaires" [24] [25] [26]. Dans ce paragraphe intitulé "perspectives", nous allons tenter de montrer par un exemple que cette affirmation n'est pas dénuée de tout fondement. Si pour des structures sans pertes, cette assertion est fondée, nous sommes donc en

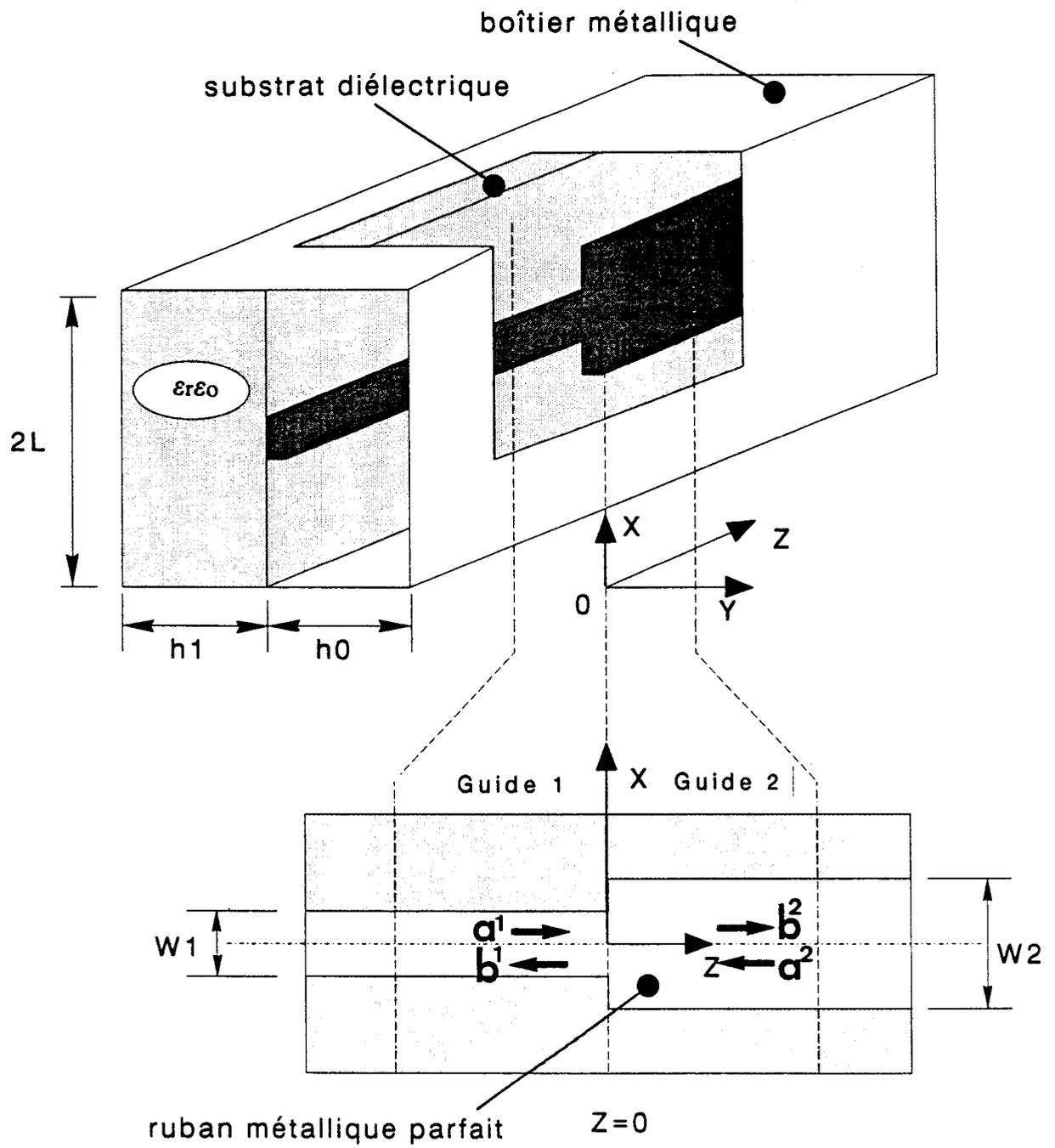


FIGURE 42: Discontinuité microruban - microruban

droit d'être interpellé par le comportement des modes complexes lorsque l'on est en présence de structures présentant des pertes.

IV.2. Influence des modes complexes dans l'étude d'une discontinuité microruban-microruban

La discontinuité élémentaire est présentée figure 42.

En raccordant les champs transverses dans le plan de la discontinuité, nous obtenons :

$$\sum_{n=1}^N (a_n^1 + b_n^1) e_n^1 = \sum_{m=1}^M (a_m^2 + b_m^2) e_m^2$$

$$\sum_{n=1}^N (a_n^1 - b_n^1) h_n^1 = \sum_{m=1}^M (-a_m^2 + b_m^2) h_m^2$$

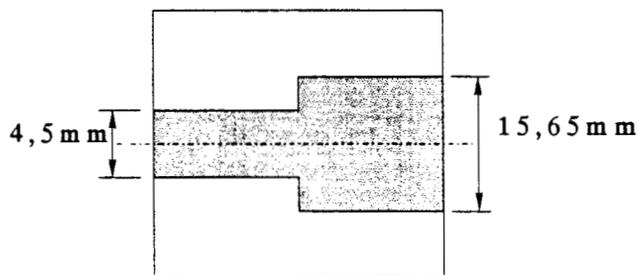
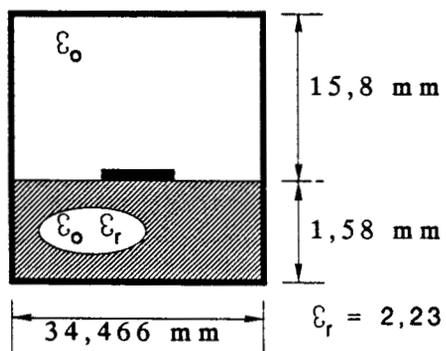
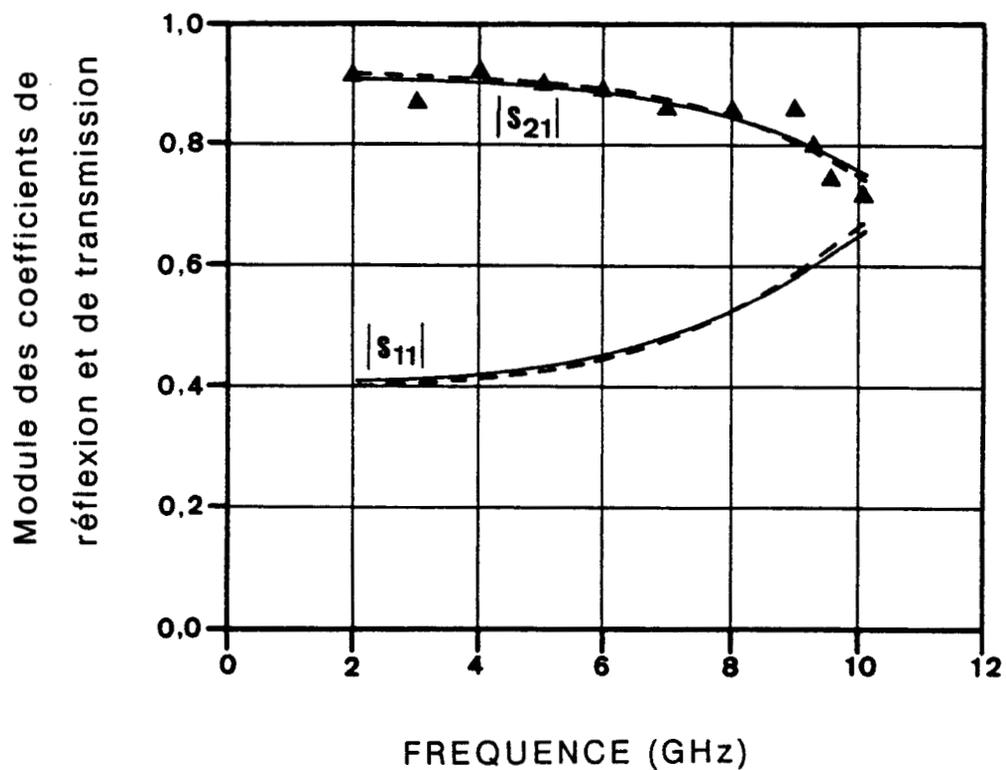
où $e(x,y)$ et $h(x,y)$ sont les champs électriques et magnétiques transverses normalisés, associés respectivement aux modes d'indice n et m des guides notés 1 et 2 (figure 40).

- . a_1, a_2 représentent les amplitudes des champs associés aux modes incidents des deux guides
- . b_1, b_2 représentent les amplitudes des champs associés aux modes réfléchis des deux guides
- . N et M représentent respectivement le nombre total de modes pris en compte dans le guide 1 et 2

Les coefficients de réflexion et de transmission généralisés, reliant les amplitudes des différents modes de part et d'autre de la discontinuité peuvent se présenter sous la forme d'une matrice de répartition généralisée :

$$\begin{pmatrix} (B^1) \\ (B^2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (S11) & (S12) \\ (S21) & (S22) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (A^1) \\ (A^2) \end{pmatrix}$$

Les matrices colonnes A et B contiennent les coefficients a et b des modes incidents et réfléchis.

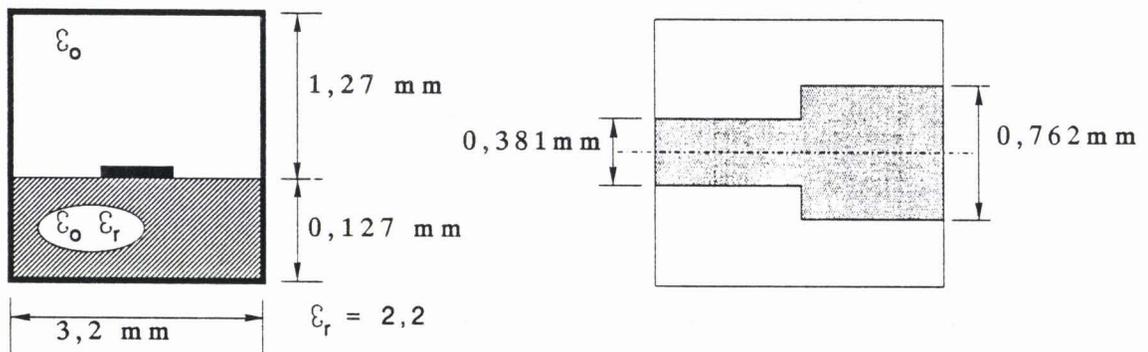
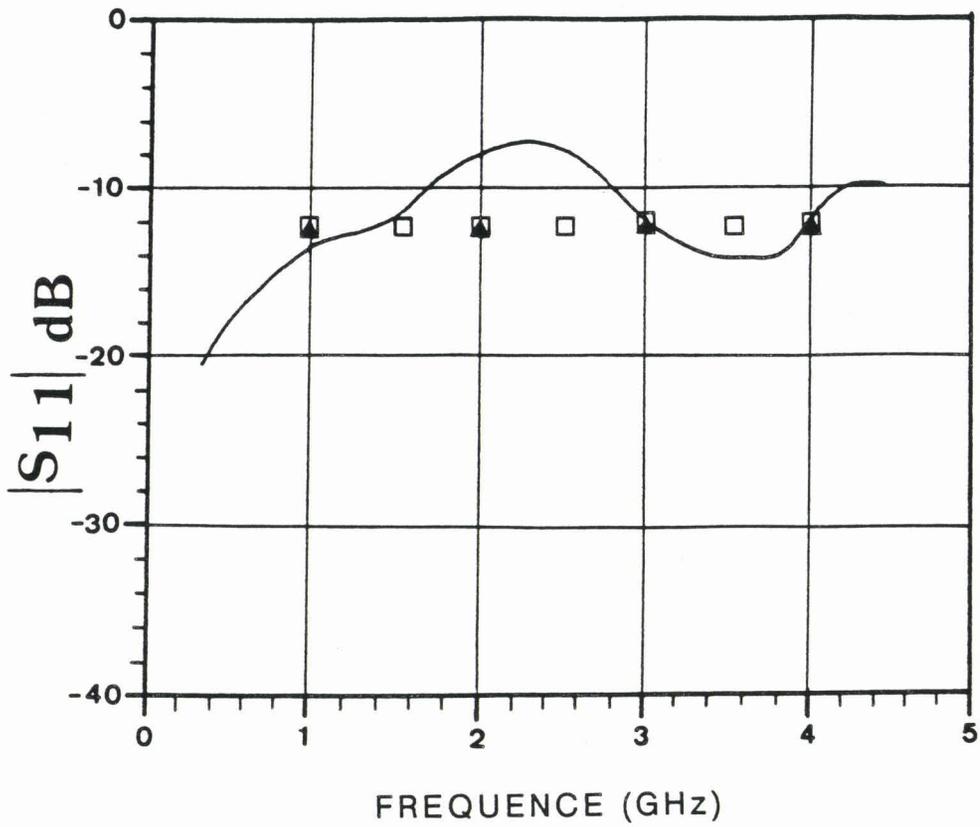


— : notre simulation

▲ ▲ : relevé expérimental [27]

- - - : référence [19]

FIGURE 43: Evolution fréquentielle du module des coefficients de réflexion et de transmission.



□ □ : notre simulation — : relevé expérimental [19]
 ▲ ▲ : référence [19]

FIGURE 44: Evolution fréquentielle du module du coefficient de réflexion.

Les coefficients de réflexion et de transmission présentés ont été obtenus par une analyse modale classique [18] [19] [20]. Dans une première étape, nous avons naturellement testé nos programmes avec d'autres résultats publiés [19]. Les figures 43 et 44 illustrent cette démarche. Les modules des coefficients S_{11} et S_{21} sont relatifs au mode fondamental. La méthode numérique retenue est l'approche dans le domaine spectral modifiée par des développements asymptotiques. Afin d'assurer la convergence des coefficients, nous avons considéré lors de ces deux simulations les dix premiers modes supérieurs de part et d'autre de la discontinuité.

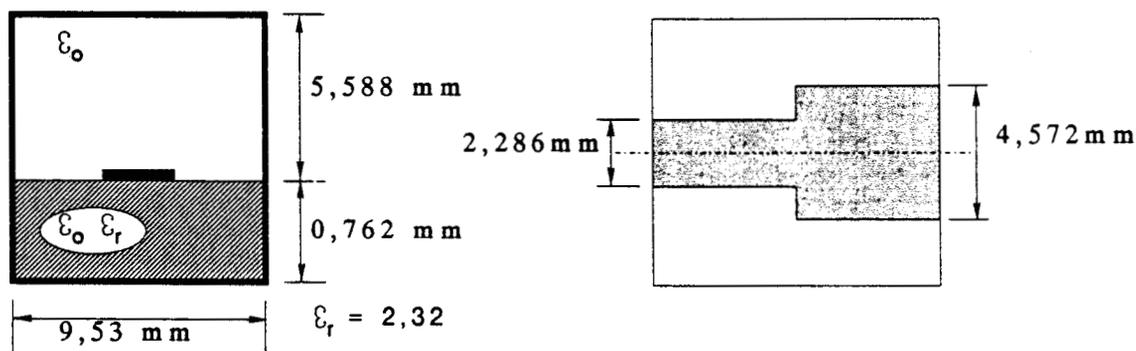
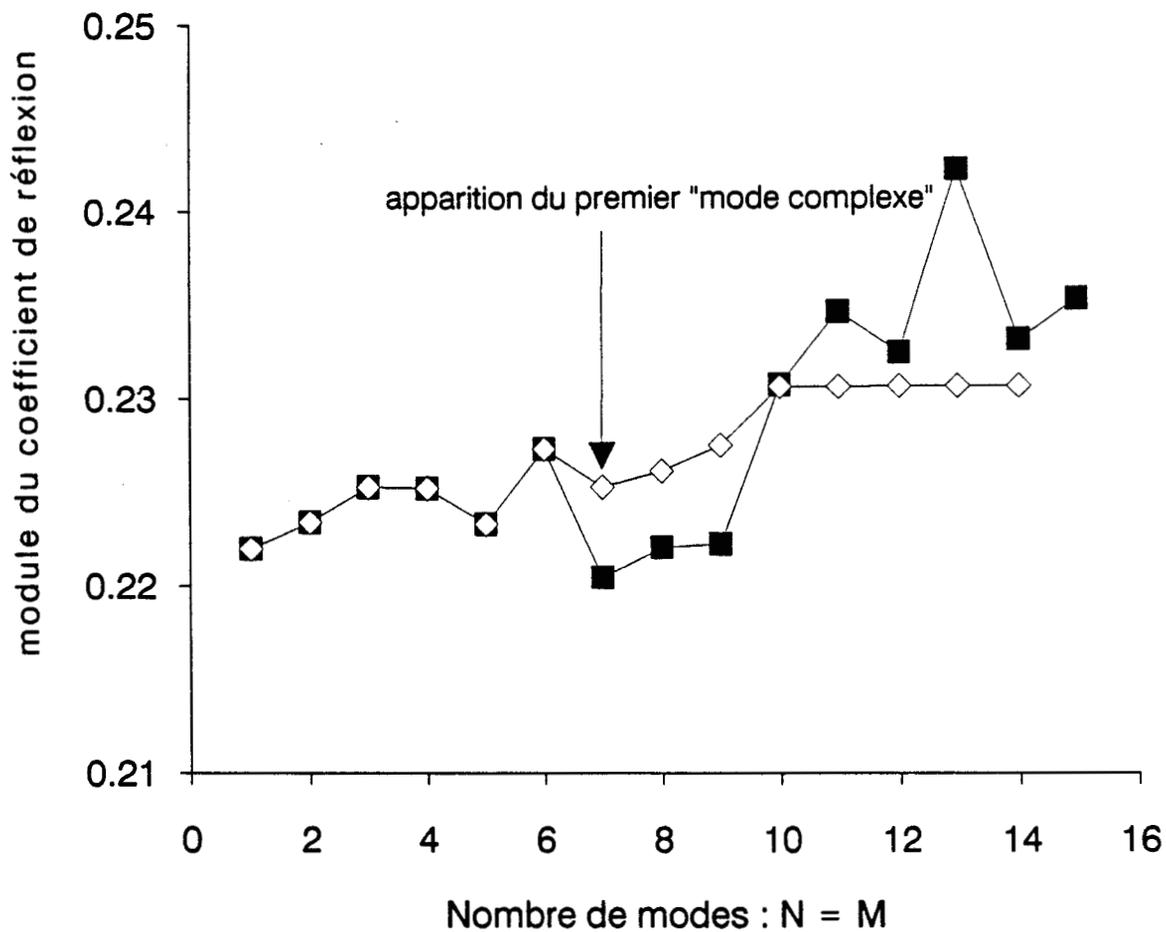
Enfin, nous avons retenu trois fonctions de base afin de décrire chaque composante de la densité de courant sur le ruban.

Fort de cette validation, nous sommes en mesure de rechercher l'influence de la prise en compte des modes complexes dans l'étude d'une discontinuité microruban-microruban. L'analyse modale nécessite la prise en compte d'un nombre limité de modes de part et d'autre de cette discontinuité. La recherche de solutions "convergentes" nous entraîne à vérifier l'évolution de ces solutions en fonction du nombre de modes pris en compte. Dans les exemples suivants, nous mettons en évidence les erreurs que peuvent alors occasionner les oublis des solutions complexes ou également la prise en compte d'une seule des deux valeurs propres associées au mode complexe.

La figure 45 présente l'évolution du module du coefficient de réflexion de la matrice de répartition généralisée, associé au mode fondamental d'une structure microruban classique, pour une fréquence de 20 GHz, en considérant un même nombre de modes de part et d'autre de la discontinuité.

Nous avons fait varier ce nombre afin de prendre en compte ou non les modes complexes. Dans cet exemple, nous avons simulé la discontinuité par l'alternative suivante : Premièrement, nous avons tenu compte d'une seule des deux valeurs propres associées aux modes complexes. Deuxièmement, nous avons incorporé les deux solutions prises simultanément.

Nous remarquons que la prise en compte d'une seule des deux valeurs propres entraîne une variation brutale du module du coefficient S_{11} (figure 45). Cette variation s'explique cependant par des considérations énergétiques. En effet, des auteurs ont démontré que la prise en compte d'une seule des deux valeurs propres ne permettait en aucun cas d'assurer la conservation de la puissance au niveau de la discontinuité [25]. Cela s'explique par

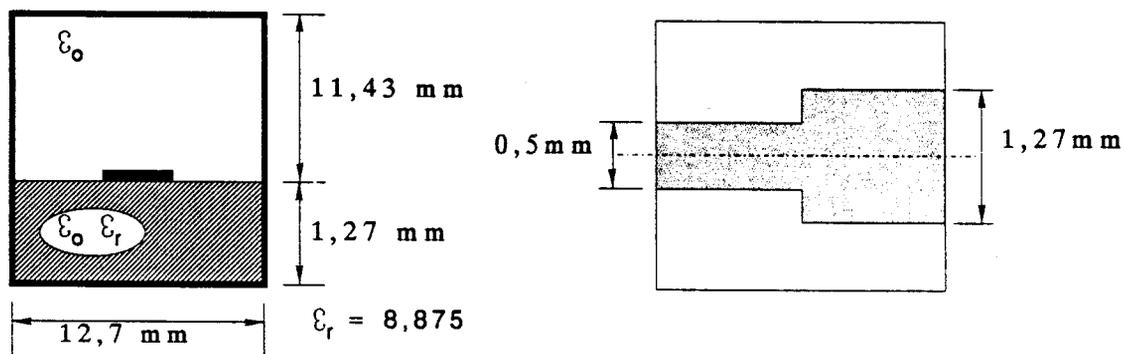
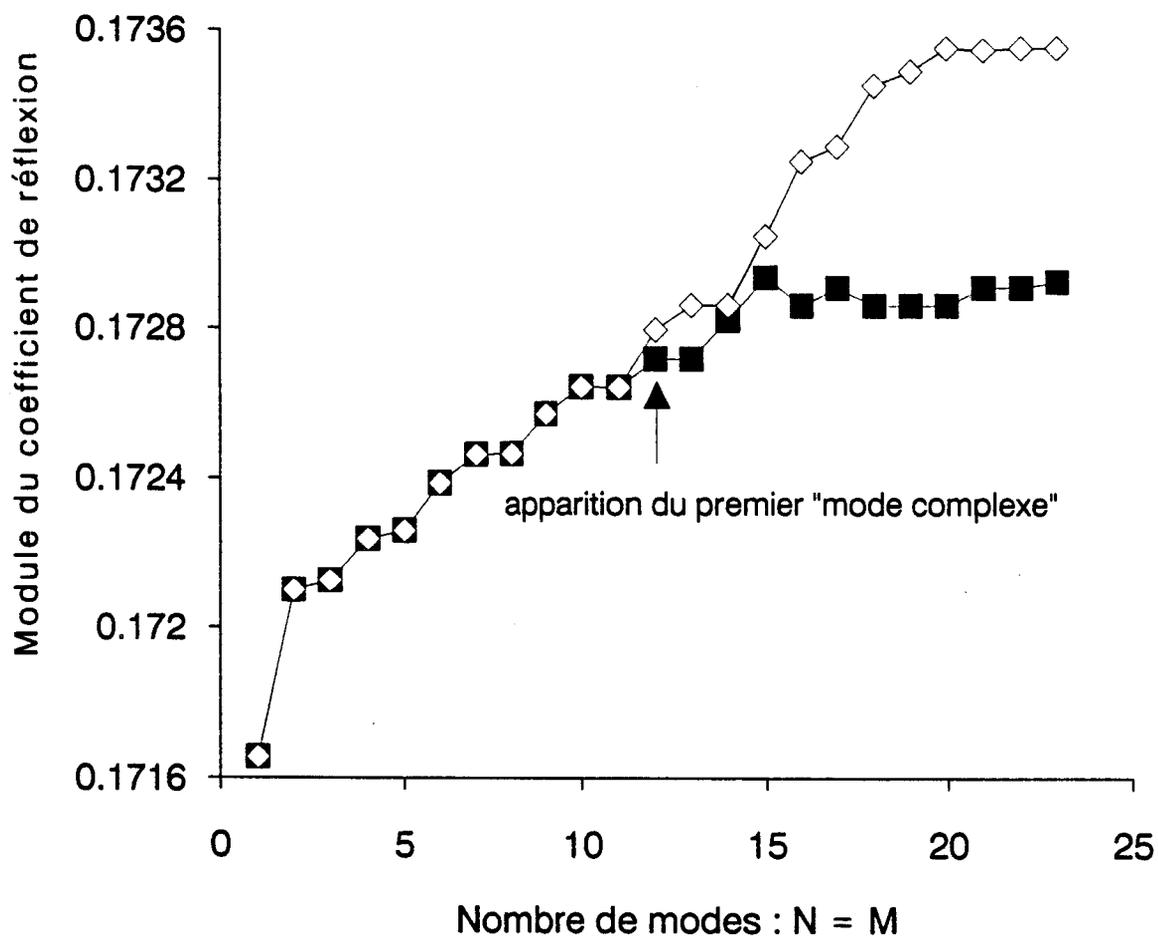


Fréquence considérée: F = 20 GHz.

Prise en compte des "modes complexes":

- ■ $\gamma = +\beta - j\alpha$
- ◇ ◇ $\gamma = \pm\beta - j\alpha$ simultanément.

FIGURE 45: Evolution du module du coefficient de réflexion en fonction du nombre de modes pris en compte.



Fréquence considérée: $F = 12$ GHz.

- ◇◇ avec "modes complexes".
- sans "modes complexes".

FIGURE 46: Evolution du module du coefficient de réflexion en fonction du nombre de modes pris en compte.

le fort couplage en puissance des deux "modes" normaux qui constituent le mode complexe. La seule prise en compte d'une des deux valeurs propres induit des erreurs numériques importantes. Ceci s'illustre par le biais de la figure 45, nous observons que la valeur du module du coefficient de réflexion présente un comportement instable dès lors que la première solution complexe est prise en compte. Parallèlement, l'évolution du module de ce coefficient se stabilise rapidement si nous considérons simultanément les deux valeurs propres du mode complexe.

D'autres auteurs ont démontré que les valeurs des coefficients de réflexion et de transmission convergent plus rapidement et plus efficacement où l'on tient compte systématiquement des modes complexes [24] [26]. Récemment, d'autres travaux affirment que ces coefficients convergent vers des valeurs incorrectes si on exclut les modes complexes [26].

L'exemple de la figure 46 fait apparaître une valeur stabilisée, avec ou sans mode complexe, différente.

L'écart faible pourrait être imputé à l'incertitude numérique dans un premier temps. Pour infirmer cette proposition, il nous faudrait remonter au bilan de puissance et principalement examiner l'énergie stockée par la discontinuité. A titre d'exemple, signalons que l'omission des modes complexes dans une discontinuité entre lignes à ailettes entraîne une erreur de 19 % sur cette énergie stockée [25].

Ce travail est donc à entreprendre à la suite de ce mémoire afin de confirmer les présents résultats d'un point de vue énergétique. Il structure donc le plan de nos recherches futures à savoir :

- Confirmer l'influence de ces modes complexes sur la simulation d'une discontinuité de lignes planaires, d'abord dans le cas sans pertes.
- Tenter de caractériser expérimentalement l'influence de ces valeurs propres du mode complexe.
- Puis aborder les discontinuités à pertes, en posant et en examinant les problèmes de fond.

Dans l'étude des phénomènes de propagation, nous avons jusqu'à présent rejeté les sources ainsi que les charges à l'infini. Cette étude de propagation nous conduit alors à la recherche des vecteurs propres associés à chaque valeur propre. Lorsque l'on prend en compte des pertes métalliques ou plus généralement des pertes en volume, ces vecteurs propres sont assimilés généralement à des "modes normaux". Cependant dès l'introduction de pertes, ces modes normaux sont couplés en puissance entre eux. En toute logique, la répartition du champ électromagnétique ne peut être associée à un seul de ces modes normaux.

L'unique étude des discontinuités sur substrats semiconducteur par une analyse modale classique fait abstraction de ces considérations [20]. Nous devons quant à nous être plus prudents.

Un examen attentif des couplages en puissance entre modes normaux doit nous permettre de définir les limites de validité de cette approche. Cette étude de faisabilité, déjà entamée au niveau de notre groupe, devra certainement être validée par une comparaison avec d'autres méthodes de simulation plus "lourdes". En particulier, une méthode déterministe permettant d'intégrer les influences respectives de la source et de la charge devra certainement compléter cette première étude des discontinuités sur substrats semiconducteurs.

BIBLIOGRAPHIE
CHAPITRE IV

- [1] **X. ZHANG, K.K. MEI** : "Time-domain finite difference approach to the calculation of the frequency-dependent characteristics of microstrip discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 1775-1787, December 1988.
- [2] **W.P. HAROKOPUS, P.B. KATEHI** : "Characterization of microstrip discontinuities on multilayer dielectric substrates including radiation losses". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-37, pp. 2058-2065, December 1989.
- [3] **S. NAM, H. LING, T. ITOH** : "Characterization of uniform microstrip line and its discontinuities using the time domain method of lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-37, pp. 2051-2057, December 1989.
- [4] **J.W. TAO, H. BAUDRAND** : "Multimodal variational analysis of uniaxial waveguide discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-39, pp. 506-516, March 1991.
- [5] **B. LANDGRAF, F. NDAGIJIMANA, P. SAGUET** : "Modélisation de la transition abrupte ligne à ailettes-guide". 7èmes Journées Nationales Microondes, pp. 317-318 du résumé des Conférences, Grenoble, Mars 1991.
- [6] **J. DANSOU, M. DRISSI, V. FOUAD HANNA, J. CITERNE** : "Calcul de la distribution des courants deux dimensions pour des discontinuités rayonnantes en microruban". 7èmes Journées Nationales Microondes, pp. 315-316 du résumé des Conférences, Grenoble, Mars 1991.
- [7] **P. BENEDEK, P. SILVESTER** : "Equivalent capacitances for microstrip gaps and steps". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-20, pp. 729-733, November 1972.
- [8] **G. MUR** : "A finite difference method for the solution of electromagnetic waveguide discontinuity problems". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-22, pp. 54-57, January 1974.
- [9] **R. SAFAVI-NAINI, R.H. MACPHIE** : "On solving waveguide junction scattering problems by the conservation of complex power technique". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-29, pp. 337-343, April 1981.
- [10] **H. AUDA, R.F. HARRINGTON** : "A moment solution for waveguide junction problems". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-31, pp. 515-520, July 1983.

- [11] **R. SORRENTINO, T. ITOH** : "Transverse resonance analysis of finline discontinuities". I.E.E.E. Trans on M.T.T., Vol. MTT-32, pp. 1633-1638, December 1984.
- [12] **T.S. CHU, T. ITOH, Y.C. SHIH** : "Comparative study of mode-matching formulations for microstrip discontinuity problems". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp.1018-1023, October 1985.
- [13] **N.H.L. KOSTER, R.H. JANSEN** : "The microstrip step discontinuity : A revised description". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-34, pp. 213-222, February 1986.
- [14] **T.S. CHU, T. ITOH** : "Generalized scattering matrix method for analysis of cascaded and offset microstrip step discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-34, pp. 280-284, February 1986.
- [15] **A. WEXLER** : "Solution of waveguide discontinuities by modal analysis". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-15, pp. 508-517, September 1967.
- [16] **H. HENNAWY, K.F. SCHÜNEMANN** : "Hybrid fin-line matching structures". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 865-874, May 1988.
- [17] **A.S. OMAR, K.F. SCHÜNEMANN** : "Transmission matrix representation of finline discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 765-770, September 1985.
- [18] **L. CARIN, K.J. WEBB, S. WEINREB** : "Matched windows in circular waveguide". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 1359-1362, September 1988.
- [19] **Q. XU, K.J. WEBB, R. MITTRA** : "Study of modal solution procedures for microstrip step discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-36, pp. 1359-1362, September 1988.
- [20] **J. ESTEBAN, J.M. REBOLLAR** : "Characterization of corrugated waveguides by modal analysis". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-39, pp. 937-943, June 1991.
- [21] **K. UHDE** : "Discontinuities in finlines on semiconductor substrate". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-34, pp. 1499-1507, December 1986.

[22] *M. HELLARD, J. CITERNE, O. PICON, V.F. HANNA* : "Theoretical and experimental investigation of finline discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 994-1003, October 1985.

[23] *A.S. OMAR, K.F. SCHÜNEMANN* : "Formulation of the singular integral equation technique for planar transmission lines". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-33, pp. 1313-1321, December 1985.

[24] *S.W. CHEN, C. CHEN, K.A. ZAKI* : "Role of complex modes in modeling discontinuities of dielectric loaded waveguide". In Proc. 1988 I.E.E.E. MTT-S Digest, pp. 207-210, 1988.

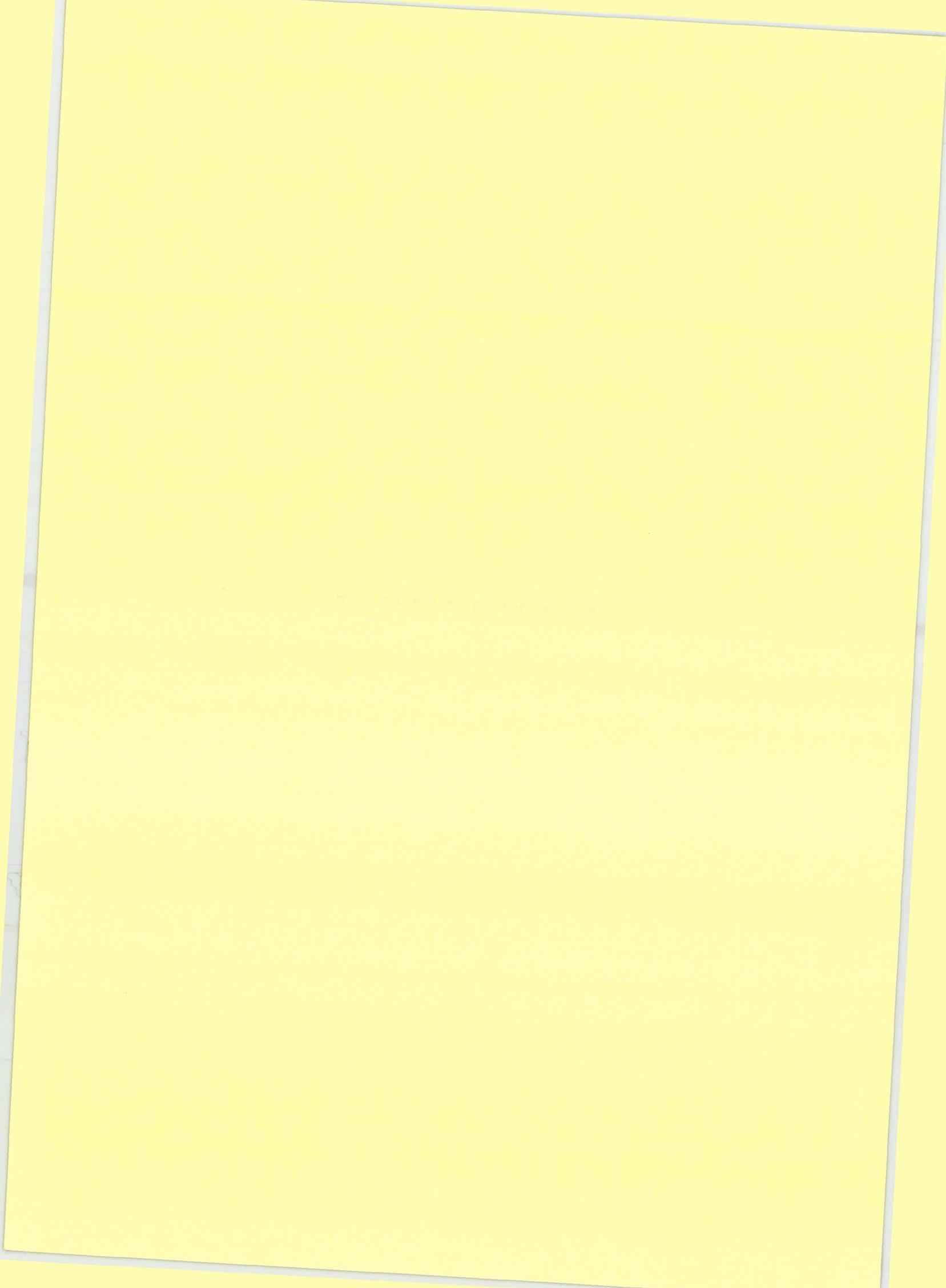
[25] *A.S. OMAR, K.F. SCHÜNEMANN* : "The effect of complex modes at finline discontinuities". I.E.E.E. Trans. on M.T.T., Vol. MTT-34, pp. 1508-1514, December 1986.

[26] *P.S. KOOI, H.S. LEONG, B. WIDJOJO, T.S. YEO* : "Role of complex modes in coplanar-waveguide-to-coplanar-waveguide discontinuity calculations". Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 4, pp. 378-381, August 1991.

[27] *G. KOMPA* : "S-matrice computation of microstrip discontinuities with a planar waveguide model". Arch. Elek. Übertragung., Vol. AEÜ-30, pp. 58-64, February 1975.



CONCLUSION



L'analyse des discontinuités entre lignes planaires justifie encore de nombreux travaux en raison de la complexité des phénomènes électromagnétiques mis en jeux. Si pour les discontinuités de lignes planaires déposées sur des substrats sans perte, de nombreuses études ont permis de progresser dans ce domaine, il n'en est pas de même pour les discontinuités sur substrats à pertes.

Notre objectif à moyen terme réside dans la simulation des discontinuités en présence de pertes. Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans cette perspective. Afin d'initialiser ce domaine, nous avons retenu, dans un premier temps une méthode classique, basée sur une analyse modale. Une telle approche nécessite, au préalable la détermination des spectres de modes normaux, les plus complets possibles, de part et d'autre de la discontinuité.

L'objectif de ce travail consistait donc à élaborer une méthode numérique simple, performante, afin d'obtenir les constantes de propagation, ainsi que la configuration du champ électromagnétique associée, et ce pour un grand nombre de modes. D'autre part, nous nous étions imposés de minimiser le plus possible les temps de calcul.

Dans une première partie, nous avons présenté les améliorations apportées à une méthode de simulation numérique connue : L'Approche dans le Domaine Spectral. Nous avons montré, en nous appuyant sur des résultats significatifs, que la mise en oeuvre d'une nouvelle formulation, basée sur l'utilisation de développements asymptotiques, optimise considérablement cette technique de simulation des phénomènes électromagnétiques. De ce fait, les problèmes de convergence sont alors maîtrisés.

Cependant, une étude bibliographique nous a incité à vérifier des assertions présentes dans la littérature. En effet, les affirmations d'un certain nombre d'auteurs ont retenu notre attention. Ils estiment qu'une technique de simulation numérique basée sur la résolution d'équations intégrales singulières est de loin la plus performante pour l'étude des modes

supérieurs. En conséquence, nous avons développé, dans une deuxième partie de ce manuscrit, une telle formulation. Au sein de ce paragraphe, nous avons mis en exergue les lourdes phases analytiques que suscite cette approche. Néanmoins, nous avons pu extraire les potentialités d'une telle méthode, à savoir une détermination rapide et précise des constantes de propagation ainsi que des vecteurs propres.

Ces deux outils étant opérationnels, dans un troisième chapitre, nous avons comparé leurs performances respectives pour l'étude des modes supérieurs de la ligne microruban en boîtier. Par ailleurs, dans un souci d'efficacité, nous nous sommes astreints à les confronter tant sur la recherche des valeurs propres que sur la reconstitution du champ électromagnétique. Un examen attentif des résultats a démontré une identité de comportement de ces deux simulations dans la recherche des valeurs propres même pour les modes de boîtier. Au début de ce travail, nous pouvions supposer qu'une double troncature, liée au nombre de fonctions de base et aux harmoniques, pénaliserait l'Approche dans le Domaine Spectral.

En réalité, l'étude du comportement des valeurs propres ainsi que des représentations spectrales des composantes du champ électromagnétique, révèle que l'emploi d'un nombre limité de ces fonctions de base (trois à quatre) (même pour des modes d'ordre élevé ou de boîtier) conduit à une précision équivalente par rapport à la méthode des équations intégrales singulières. Compte tenu des résultats présentés dans ce mémoire, nous ne pouvons pas affirmer que la méthode des Equations Intégrales Singulières soit plus performante que l'Approche dans le Domaine Spectral pour l'étude des modes supérieurs. Nous devons également préciser, au niveau de cette conclusion, qu'un programme informatique, basé sur une Approche dans le Domaine Spectral modifiée par des développements asymptotiques, permet de traiter simultanément des lignes planaires de géométries différentes, à savoir la ligne microruban, la ligne fente, les lignes microrubans couplés, la ligne coplanaire.

Il nous suffit simplement de modifier les fonctions de bases en restant toutefois vigilant au niveau de la parité des modes étudiés. La méthode des Equations Intégrales

Singulières nécessiterait alors une phase analytique conséquente propre à chaque géométrie, ce qui pénalise de fait cette approche. En marge de cette étude comparative, la recherche du spectre de modes de la ligne microruban en boîtier nous a aussi permis d'étudier des solutions particulières du problème de propagation, à savoir les modes complexes. Une étude bibliographique fait apparaître que la prise en compte de ces "modes" particuliers est nécessaire afin de traduire le comportement physique d'une discontinuité de lignes planaires. Dans une quatrième partie intitulé "perspectives", nous avons montré par un exemple que cette affirmation n'est pas dénuée de tout fondement. Avec pour objectif, à moyen terme, l'étude des discontinuités sur des substrats présentant des pertes, nous avons recherché l'influence de ces pertes sur le comportement de ces solutions.

Dans le cas de structures à faibles pertes, certaines solutions du problème de propagation présentent un comportement similaire à la paire de valeurs propres associées aux modes complexes. Nous pouvons qualifier cette paire de valeurs propres de "modes quasicomplexes".

A ce stade, nous sommes donc en mesure d'aborder, dans un avenir proche, l'analyse et la simulation de discontinuité à pertes, le choix des outils d'analyse numérique étant ainsi clarifié.

**BIBLIOGRAPHIE
PERSONNELLE**

PRESIDENT D'UNE SESSION DE LA CONFERENCE INTERNATIONALE :

7th Annual review of Progress in Applied Computational Electromagnetic, Naval Post Graduate School, Monterey, USA, Mars 1991. Session n°10 : "Microwave circuits and microstrip antenna analysis".

COMMUNICATIONS INVITEES :

[1] HURET F., KINOWSKI D., PRIBETICH P., KENNIS P., SEGUINOT C.
"Superconducting microwave planar lines modelization".

3rd Asia Pacific Microwave Conference, WORKSHOP OF MICROWAVE SUPERCONDUCTIVITY, Septembre 1990, TOKYO

[2] HURET F., KENNIS P., PRIBETICH P.

"Quasi complex" modes on lossy substrate boxed microstrip lines for MMIC applications".
Progress in Electromagnetism Reseach (PIERS) Conference, July 1991, M.I.T. BOSTON.

PUBLICATIONS ECRITES DANS DES REVUES AVEC COMITE DE LECTURE

[1] HURET F., KINOWSKI D., PRIBETICH P., KENNIS P.

"Spectral domain analysis of a microstrip thin superconducting line laid on GaAs substrate".
Microwave and Optical Technology letters, Vol. 2, n°6, pp. 205-208, June 1989

[2] KINOWSKI D., HURET F., PRIBETICH P., KENNIS P.

"Spectral domain analysis of a coplanar superconducting line laid on multilayered GaAs substrate".

Electronics Letters, Vol. 25, n°12, pp. 788-789, June 1989

[3] HURET F., KINOWSKI D., PRIBETICH P., KENNIS P.

"Addition to spectral domain analysis of a microstrip thin superconducting line laid on GaAs substrate".

Microwave and Optical Technology letters, Vol. 2, n°11, pp. 378-380, November 1989

[4] KINOWSKI, HURET F., PRIBETICH P., KENNIS P.

"Influence des supraconducteurs sur les caractéristiques de propagation de lignes planaires pour circuits intégrés microondes".

Annales des Télécomm., Vol. 45, n°5-6, 1990, pp.1-10

[5] KINOWSKI, HURET F., SEGUINOT C., PRIBETICH P., KENNIS P.

"Performances of superconducting interconnections".

Microwave and Optical technological Letters, Vol. 3, n°10, pp. 338-341, Oct 1990

[6] HURET F., PRIBETICH P., KENNIS P.,

"Quasi complex" modes on lossy substrate boxed microstrip lines

Microwave and Optical technological Letters, Vol.3, n°12, pp. 439-445, Dec 1990

PUBLICATIONS DANS DES COLLOQUES INTERNATIONAUX ET NATIONAUX

[1] HURET F., KINOWSKI D., PRIBETICH P., KENNIS P.

"Influence of superconductor on properties of microstrip lines laid on semiconductor substrate".

International Symposium on antennas and propagation, TOKYO, JAPON, Août 1989

[2] HURET F., SEGUINOT C., KINOWSKI D., PRIBETICH P., KENNIS P.

"Analyse des phénomènes de diaphonie sur des circuits intégrés: influence des rubans supraconducteurs".

3ème journées nationales microélectroniques et optoélectroniques III-V, AUSSOIS, Mars 1990

[3] KINOWSKI D., HURET F., PRIBETICH P., KENNIS P.

"Influence of superconductor on the properties of coplanar lines laid on semiconductor substrate".

MIOP 90', STUTTGART 1990, Avril 1990

[4] HURET F., KINOWSKI D., SEGUINOT C., KENNIS P., PRIBETICH P.

"Influence of the superconductor strip on the performance of interconnections laid on insulating and MIS substrate".

MIOP 90', STUTTGART 1990, AVRIL 1990

[5] HURET F., KINOWSKI D., SEGUINOT C., KENNIS P., PRIBETICH P.
"Analysis of the propagation of superconductor coupled microstrip lines".
URSI-AP-S I.E.E.E. international symposium, DALLAS, May 1990

[6] HURET F., SEGUINOT C., KINOWSKI D., KENNIS P., PRIBETICH P.
"Modelling of superconducting interconnections and analysis of crosstalk, propagation delay and pulse distortion in high speed GaAs logic circuits".
European Microwave Conference, BUDAPEST, September 1990

[7] HURET F., PRIBETICH P., KENNIS P.,
"Modes quasi complexes dans les structures microrubans à faibles pertes en boîtier".
Journées Nationales Microondes, Grenoble, Mars 1991

[8] HURET F., PRIBETICH P., KENNIS P.,
"Analysis of the behaviour of Quasi complex modes on lossy substrate boxed microstrip lines".
7th Annual review of Progress in Applied Computational Electromagnetic, Naval Post Graduate School, Monterey, USA, March 1991

[9] HURET F., PRIBETICH P., KENNIS P.,
"Analysis of Quasi complex modes on lossy substrate boxed microstrip lines".
IEEE MTT Int. Symp. June 11-14, 1991, Boston, USA

[10] HURET F., PRIBETICH P., KENNIS P.,
"Guided quasi complex modes on lightly lossy substrate boxed microstrip lines".
URSI-AP Symposium, June 24-28, 1991, London, USA

RAPPORTS DE CONTRATS

[1] HURET F., KINOWSKI D., PRIBETICH P., KENNIS P.

"Etude théorique de l'interêt potentiel des supraconducteurs pour les transistors à effet de champs et circuits microondes".

Rapport DRET n° 89058 Décembre 1989

**[2] CARRU J.C., CHAUVEL D., CROSNIER Y., HURET F., KENNIS P.,
KINOWSKI D., MEHRI F., PRIBETICH P.**

"Etude théorique de l'interêt potentiel des supraconducteurs pour les transistors à effet de champs et circuits microondes".

Rapport DRET n° 89058 MAI 1991

ANNEXE A

Transformées de FOURIER des fonctions de base.

ANNEXE A : Transformées de FOURIER des fonctions de base.

Les fonctions de base sont construites à partir des polynômes de

TCHEBYCHEV :

$$J_x^q(x) = U_q(w)$$

$$J_z^m(x) = \frac{T_l(w)}{\sqrt{1-w^2}}$$

avec $w = \frac{x}{W}$, W étant la demi largeur du substrat métallique.

Dans l'étude de modes de type pair, tel que J_z soit pair et J_x impair, nous devons considérer :

$$l = 2(m-1)$$

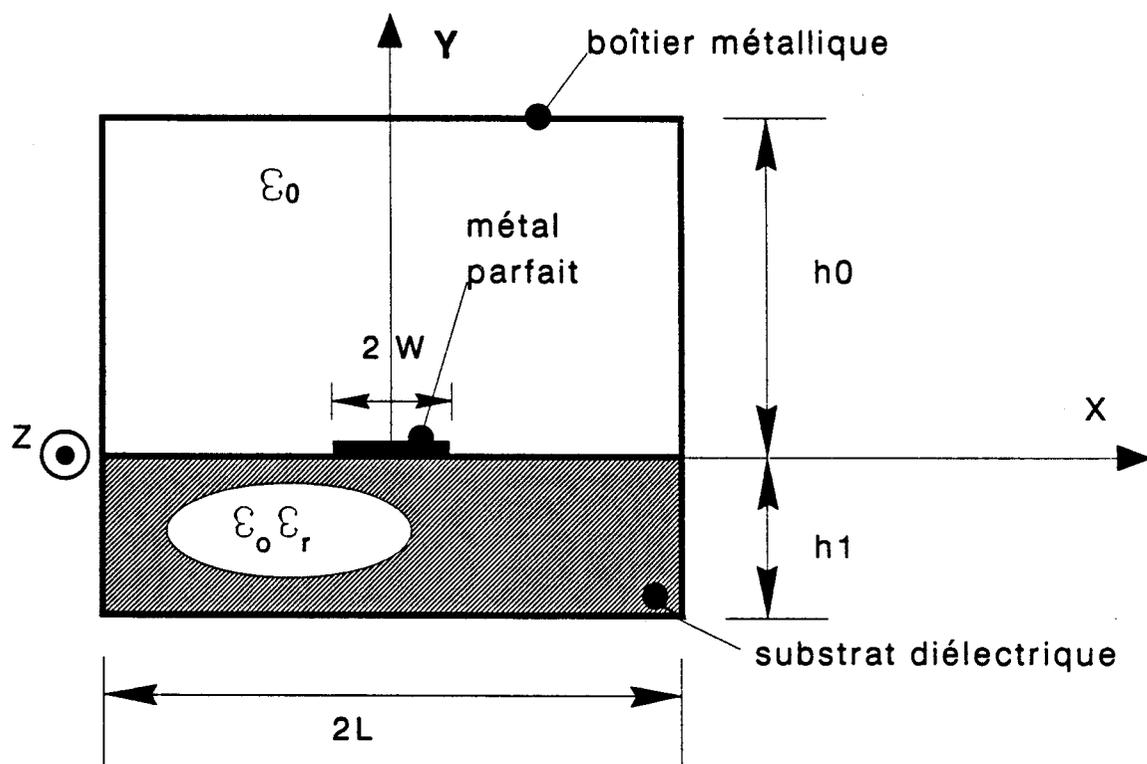
$$k = 2q \quad \text{avec } m, q \text{ entiers } = 1, 2, 3, \dots$$

Les transformées de FOURIER de ces fonctions de base se déterminent par les relations suivantes :

$$\tilde{J}_z(n) = \int_{-W}^W J_z(x) \cos n x \, dx$$

$$\tilde{J}_x(n) = \int_{-W}^W J_x(x) \sin n x \, dx$$

A partir des relations suivantes :



PLAN DE SECTION DROITE DE LA STRUCTURE DE BASE ETUDIÉE.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega t} J_n(t) dt = \begin{cases} 2 (-j)^n T_n(\omega) & ; \text{pour } |\omega| < 1 \\ 0 & ; \text{pour } |\omega| > 1 \end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega t} J_n(t) \frac{dt}{t} = \begin{cases} 2 (-j)^n \frac{U_n(\omega)}{n} & ; \text{pour } |\omega| < 1 \\ 0 & ; \text{pour } |\omega| > 1 \end{cases}$$

En posant : $t = dnW$, $\omega = \frac{x}{W}$, il vient :

$$\tilde{J}_z(n) = \frac{W}{2 \cdot (-j)^{2(m-1)}} \cdot J_{2(m-1)}(dnW)$$

$$\tilde{J}_x(n) = -j \cdot \frac{q}{(-j)^{2q}} \cdot \frac{J_{2q}(dnW)}{dn}$$

où $J_{2(m-1)}$, J_{2q} sont des fonctions de BESSEL de première espèce.

ANNEXE B

Développements asymptotiques.

ANNEXE B : Développements asymptotiques

Mais avons modifié la matrice notée $K, (I_{30})$, de la façon

suivante :

$$K_{11}(i, q) = \sum_{n=0}^{nr} (Z_{xx}(dn) - H_{xx}(dn)) \tilde{J}_x^q(dn) \tilde{J}_x^{i*}(dn) + \sum_{n=0}^{\infty} H_{xx}(dn) \tilde{J}_x^q(dn) \tilde{J}_x^{i*}(dn)$$

$$K_{12}(i, m) = \sum_{n=0}^{nr} (Z_{xz}(dn) - H_{xz}(dn)) \tilde{J}_z^m(dn) \tilde{J}_x^{i*}(dn) + \sum_{n=0}^{\infty} H_{xz}(dn) \tilde{J}_z^m(dn) \tilde{J}_x^{i*}(dn)$$

$$K_{21}(j, q) = \sum_{n=0}^{nr} (Z_{zx}(dn) - H_{zx}(dn)) \tilde{J}_x^q(dn) \tilde{J}_z^{j*}(dn) + \sum_{n=0}^{\infty} H_{zx}(dn) \tilde{J}_x^q(dn) \tilde{J}_z^{j*}(dn)$$

$$K_{22}(j, m) = \sum_{n=0}^{nr} (Z_{zz}(dn) - H_{zz}(dn)) \tilde{J}_z^m(dn) \tilde{J}_z^{j*}(dn) + \sum_{n=0}^{\infty} H_{zz}(dn) \tilde{J}_z^m(dn) \tilde{J}_z^{j*}(dn)$$

avec :

$$H_{xx}(dn) \equiv \sum_{n \rightarrow \infty} Z_{xx}(dn) \quad ; \quad H_{xz}(dn) \equiv \sum_{n \rightarrow \infty} Z_{xz}(dn)$$

$$H_{zx}(dn) \equiv \sum_{n \rightarrow \infty} Z_{zx}(dn) \quad ; \quad H_{zz}(dn) \equiv \sum_{n \rightarrow \infty} Z_{zz}(dn)$$

Intéressons nous à la structure de base de la figure 3

nous avons :

$$\text{pour } n \rightarrow \infty \quad k_{ni}^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \epsilon_{ri} - \gamma^2 dn^2 \quad (I_4)$$

$$k_{ni} \rightarrow j\alpha n$$

$$\text{donc :} \quad \tan k_{ni} \rightarrow j$$

$$\cot k_{ni} \rightarrow -j$$

A partir des équations (I13) et (I14), il vient :

$$H_{xx}(dn) = \frac{-j \delta dn}{\omega \epsilon_0 (1 + \epsilon_r)} + \frac{j \omega \mu_0}{2 dn}$$

$$H_{xz}(dn) = H_{zx}(dn) = \frac{\gamma}{\omega \epsilon_0 (1 + \epsilon_r)}$$

$$H_{zz}(dn) = \frac{j \gamma^2}{\omega \epsilon_0 (1 + \epsilon_r) dn} - \frac{j \omega \mu_0}{2 dn}$$

Nous pouvons écrire la matrice K sous la forme suivante :

$$[K] = \sum_{n=0}^{nr} [G(n)] + \sum_{n=0}^{\infty} [H(n)]$$

Nous pouvons séparer la matrice H en deux sous-matrices :

$$\sum_n [H(n)] = F_{\gamma}(\gamma) \sum_n [H^1(n)] + F_{\omega}(\omega) \sum_n [H^2(n)]$$

où nous avons :

$$F_{\gamma}(\gamma) = \begin{bmatrix} [F_{\gamma}(i, q)] & [F_{\gamma}(i, m)] \\ [F_{\gamma}(j, q)] & [F_{\gamma}(j, m)] \end{bmatrix}; F_{\omega}(\omega) = \begin{bmatrix} [F_{\omega}(i, q)] & [F_{\omega}(i, m)] \\ [F_{\omega}(j, q)] & [F_{\omega}(j, m)] \end{bmatrix}$$

$$F_{\gamma}(i, q) = \frac{-j}{\omega \epsilon_0 (1 + \epsilon_r)}; F_{\omega}(i, q) = \frac{j \omega \mu_0}{2}$$

$$F_{\gamma}(i, m) = \frac{\gamma}{\omega \epsilon_0 (1 + \epsilon_r)}; F_{\omega}(i, m) = 0$$

$$F_{\gamma}(j, q) = F_{\gamma}(i, m); F_{\omega}(j, q) = 0$$

$$F_{\gamma}(j, m) = \frac{j \gamma^2}{\omega \epsilon_0 (1 + \epsilon_r)}; F_{\omega}(j, m) = \frac{-j \omega \mu_0}{2}$$

Les matrices carrées H^1 et H^2 se définissent de la façon suivante :

$$\sum_n [H^1(n)] = \begin{bmatrix} [H_{11}^1(i,q)] & [H_{12}^1(i,m)] \\ [H_{21}^1(j,q)] & [H_{22}^1(j,m)] \end{bmatrix}$$

$$\sum_n [H^2(n)] = \begin{bmatrix} [H_{11}^2(i,q)] & [0] \\ [0] & [H_{22}^2(j,m)] \end{bmatrix}$$

où nous avons

$$H_{11}^1(i,q) = \sum_n \alpha_n \tilde{J}_x^q(dn) \tilde{J}_x^{i*}(dn)$$

$$H_{21}^1(j,q) = \sum_n \tilde{J}_x^q(dn) \tilde{J}_z^{j*}(dn)$$

$$H_{12}^1(i,m) = \sum_n \tilde{J}_z^m(dn) \tilde{J}_x^{i*}(dn)$$

$$H_{22}^1(j,m) = \sum_n \frac{1}{\alpha_n} \tilde{J}_z^m(dn) \tilde{J}_z^{j*}(dn)$$

$$H_{11}^2(i,q) = \sum_n \frac{1}{\alpha_n} \tilde{J}_x^q(dn) \tilde{J}_x^{i*}(dn)$$

$$H_{22}^2(j,m) = \sum_n \frac{1}{\alpha_n} \tilde{J}_z^m(dn) \tilde{J}_z^{j*}(dn)$$

ANNEXE C

Application des conditions de continuité.

ANNEXE C: Application des conditions de continuité.

Les relations de continuité sur une demi-structure s'expriment de la façon suivante:

$$1) E_{z0} = E_{z1} \quad ; \quad 0 < x < L$$

$$2) E_{x0} = E_{x1} \quad ; \quad 0 < x < L$$

$$3) E_{z1} = 0 \quad ; \quad 0 < x < W$$

$$H_{x1} = H_{x0} \quad ; \quad W < x < L$$

$$4) E_{x1} = 0 \quad ; \quad 0 < x < W$$

$$H_{z1} = H_{z0} \quad ; \quad W < x < L$$

Les deux premières relations nous permettent d'exprimer les inconnues

B_n^e et B_n^h en fonction de A_n^e et A_n^h (équations II₁, II₂)

Les relations de continuité 3 et 4 se présentent sous la forme suivante:

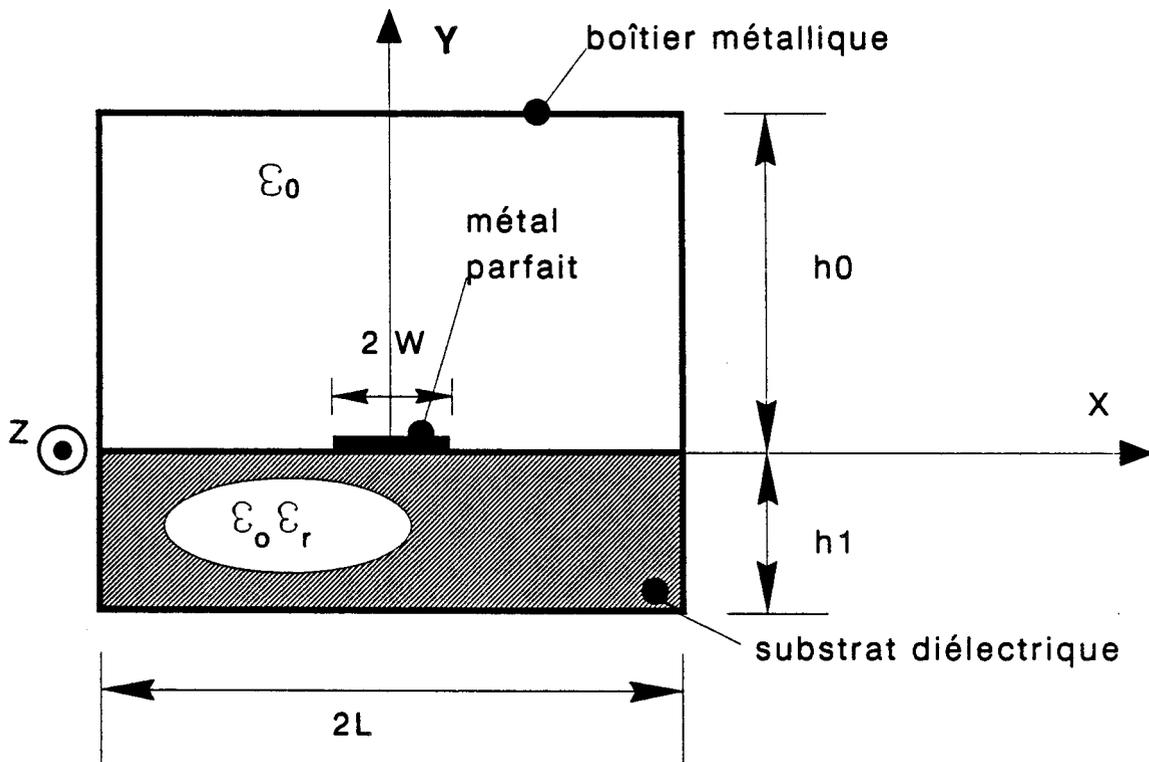
$$\sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^e} \omega_n \cos n x = 0 \quad ; \quad 0 < x < W$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^e} d_n P_n(\gamma) \omega_n \cos n x - \sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^h} d_n T_n(\gamma) \omega_n \cos n x = 0 \quad ; \quad W < x < L$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^e} d_n \sin n x - \sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^h} d_n \sin n x = 0 \quad ; \quad 0 < x < W$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^e} Q_n(\gamma) \omega_n \sin n x - \sum_{n=1}^{\infty} \overline{A_n^h} W_n(\gamma) \omega_n \sin n x = 0 \quad ; \quad W < x < L$$

où nous avons:



PLAN DE SECTION DROITE DE LA STRUCTURE DE BASE ETUDIÉE.

$$P_n(\gamma) = \epsilon_r \frac{k_{nz}}{d_n} \cotanh k_{nz} h_1 + \frac{\epsilon_r - \bar{\gamma}^2}{1 - \bar{\gamma}^2} \frac{k_{no}}{d_n} \cotanh k_{no} h_0 \\ + \bar{\gamma}^2 \frac{d_n}{k_{no}} \frac{1 - \epsilon_r}{1 - \bar{\gamma}^2} \cotanh k_{no} h_0$$

$$T_n(\gamma) = \bar{\gamma}^2 \left(\frac{d_n}{k_{nz}} \cotanh k_{nz} h_1 + \frac{d_n}{k_{no}} \cotanh k_{no} h_0 \right)$$

$$Q_n(\gamma) = \frac{d_n}{k_{no}} \frac{1 - \epsilon_r}{1 - \bar{\gamma}^2} \cotanh k_{no} h_0$$

$$W_n(\gamma) = \frac{\epsilon_r - \bar{\gamma}^2}{1 - \bar{\gamma}^2} \frac{d_n}{k_{nz}} \cotanh k_{nz} h_1 + \frac{d_n}{k_{no}} \cotanh k_{no} h_0$$

avec $\bar{\gamma} = \frac{\gamma}{k_0}$; $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$

$$k_{nz} = \sqrt{\alpha_n^2 + \gamma^2 - \epsilon_r k_0^2} \quad ; \quad k_{no} = \sqrt{\alpha_n^2 + \gamma^2 - k_0^2}$$

ANNEXE D

Obtention du système d'équations intégrales singulières.

ANNEXE D: Obtention du système d'équations intégrales singulières

Les relations de continuité, après transformation (chapitre II),

sont données par :

$$(II_9) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \, dn \, \sin dn x = 0 \quad ; 0 < x < W$$

$$(II_{10}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h \, dn \, \sin dn x = 0 \quad ; 0 < x < W$$

$$(II_{11}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \, dn \, Q_n(\gamma) \cos dn x - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h \, dn \, W_n(\gamma) \cos dn x = 0 \quad ; W < x < L$$

$$(II_{12}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \, dn \, P_n(\gamma) \cos dn x - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h \, dn \, T_n(\gamma) \cos dn x = 0 \quad ; W < x < L$$

Nous transformons les deux équations II₁₁ et II₁₂ par le biais

de développements asymptotiques :

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \, dn \, Q_n(\gamma) \cos dn x &= \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \, dn \, (Q_n(\gamma) - Q(\gamma)) \cos dn x + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \, dn \, Q(\gamma) \cos dn x \\ \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h \, dn \, W_n(\gamma) \cos dn x &= \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h \, dn \, (W_n(\gamma) - W(\gamma)) \cos dn x + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h \, dn \, W(\gamma) \cos dn x \\ \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \, dn \, P_n(\gamma) \cos dn x &= \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \, dn \, (P_n(\gamma) - P(\gamma)) \cos dn x + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \, dn \, P(\gamma) \cos dn x \\ \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h \, dn \, T_n(\gamma) \cos dn x &= \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h \, dn \, (T_n(\gamma) - T(\gamma)) \cos dn x + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h \, dn \, T(\gamma) \cos dn x \end{aligned}$$

avec :

$$P(\gamma) = \lim_{n \rightarrow \infty} P_n(\gamma) = \epsilon_r + \frac{\epsilon_r - \bar{\gamma}^2}{1 - \bar{\gamma}^2} + \bar{\gamma}^2 \frac{1 - \epsilon_r}{1 - \bar{\gamma}^2}$$

$$T(\gamma) = \lim_{n \rightarrow \infty} T_n(\gamma) = 2 \bar{\gamma}^2$$

$$Q(\gamma) = \lim_{n \rightarrow \infty} Q_n(\gamma) = \frac{1 - \epsilon_r}{1 - \bar{\gamma}^2}$$

$$W(\gamma) = \lim_{n \rightarrow \infty} W_n(\gamma) = \frac{\varepsilon_r - \bar{\gamma}^2}{1 - \bar{\gamma}^2} + 1$$

Le système d'équations II₁₁ - II₁₂ se transforme de la façon suivante:

$$(II_{15}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e d_n \cos d_n x = f(x) \quad ; \quad W < x < L$$

$$(II_{16}) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h d_n \cos d_n x = g(x) \quad ; \quad W < x < L$$

avec:

$$f(x) = \sum_m (a_m \bar{A}_m^e + b_m \bar{A}_m^h) \cos d_m x$$

$$g(x) = \sum_m (c_m \bar{A}_m^e + d_m \bar{A}_m^h) \cos d_m x$$

$$a_m = d_m \left[1 - \frac{P_m(\gamma) W(\gamma) - T(\gamma) Q_m(\gamma)}{P(\gamma) W(\gamma) - T(\gamma) Q(\gamma)} \right]$$

$$b_m = d_m \left[\frac{T_m(\gamma) W(\gamma) - T(\gamma) W_m(\gamma)}{P(\gamma) W(\gamma) - T(\gamma) Q(\gamma)} \right]$$

$$c_m = d_m \left[\frac{P(\gamma) Q_m(\gamma) - P_m(\gamma) Q(\gamma)}{P(\gamma) W(\gamma) - T(\gamma) Q(\gamma)} \right]$$

$$d_m = d_m \left[1 - \frac{P(\gamma) W_m(\gamma) - T_m(\gamma) Q(\gamma)}{P(\gamma) W(\gamma) - T(\gamma) Q(\gamma)} \right]$$

La périodicité de notre structure nous permet de transformer les équations II₉ et II₁₀ de la façon suivante :

$$\overline{A_n^e} dn = \frac{2}{L} \int_W^L F_1(x') \sin nx' dx'$$

$$\overline{A_n^h} dn = \frac{2}{L} \int_W^L F_2(x') \sin nx' dx'$$

Substituons, au sein des équations II₁₅ et II₁₆, les termes $\overline{A_n^e} dn$ et

$\overline{A_n^h} dn$.

Il vient :

$$(II_{17}) \quad \frac{2}{L} \int_W^L F_1(x') K(x, x') dx' = f(x)$$

$$(II_{18}) \quad \frac{2}{L} \int_W^L F_2(x') K(x, x') dx' = g(x)$$

avec :

$$K(x, x') = \sum_{n=1}^{\infty} \cos nx \sin nx'$$

ANNEXE E

Transformation du système d'équations intégrales singulières.

ANNEXE E: Transformation du système d'équations intégrales

singulières:

Les deux équations intégrales singulières sont les suivantes:

$$\frac{2}{L} \int_w^L F_1(x') \sum_{n=1}^{\infty} \cos dn x \sin dn x' = \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \bar{A}_m^e + b_m \bar{A}_m^h) \cos dm x$$

$$\frac{2}{L} \int_w^L F_2(x') \sum_{n=1}^{\infty} \cos dn x \sin dn x' = \sum_{m=1}^{\infty} (c_m \bar{A}_m^e + d_m \bar{A}_m^h) \cos dm x$$

En posant:

$$\int_w^L f_m(x') K(x, x') dx' = \cos dm x \quad ; w < x < L$$

$$\int_w^L F(x') K(x, x') dx' = 0 \quad ; w < x < L$$

Les deux équations intégrales singulières s'écrivent:

$$F_1(x) = \frac{L}{2} \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \bar{A}_m^e + b_m \bar{A}_m^h) f_m(x) + C_1 F(x)$$

$$F_2(x) = \frac{L}{2} \sum_{m=1}^{\infty} (c_m \bar{A}_m^e + d_m \bar{A}_m^h) f_m(x) + C_2 F(x)$$

Par ailleurs:

$$\overline{A_n^e} dn = \frac{2}{L} \int_W^L F_1(x') \sin nx' dx'$$

$$\overline{A_n^h} dn = \frac{2}{L} \int_W^L F_2(x') \sin nx' dx'$$

Il vient:

$$\overline{A_n^e} dn = \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \overline{A_m^e} + b_m \overline{A_m^h}) D_{nm} + C_1 K_n \quad ; n=1, 2, \dots$$

$$\overline{A_n^h} dn = \sum_{m=1}^{\infty} (c_m \overline{A_m^e} + d_m \overline{A_m^h}) D_{nm} + C_2 K_n \quad ; n=1, 2, \dots$$

en posant:

$$D_{nm} = \int_W^L f_m(x) \sin nx dx$$

$$K_n = \int_W^L F(x) \sin nx dx$$

Détermination des fonctions $f_m(x)$ et $F(x)$:

Nous pouvons exprimer, $K(x, x') = \sum_{n=1}^{\infty} \cos nx \sin nx'$, par une

expression analytique. En effet:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos m\theta \cos m\phi}{m} = -\frac{1}{2} \ln 2(\cos\theta - \cos\phi)$$

$$\text{nous avons considéré : } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-jdn}}{n} = -\ln(1 - e^{-j\theta})$$

Par dérivation, nous obtenons:

$$\sum_{m=1}^{\infty} \sin m\theta \cos m\phi = \frac{1/2 \sin\theta}{\cos\phi - \cos\theta}$$

Puis lors :

$$\begin{aligned}
 K(x, x') &= \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi x \sin n\pi x' = \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{L} x \sin\left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{L} x' \\
 &= \sum_{n=1}^{\infty} \left(\cos \frac{n\pi}{L} x \sin \frac{n\pi}{L} x' \cos \frac{\pi}{2} \frac{x}{L} \cos \frac{\pi}{2} \frac{x'}{L} \right. \\
 &\quad - \cos \frac{n\pi}{L} x \cos \frac{n\pi}{L} x' \cos \frac{\pi}{2} \frac{x}{L} \sin \frac{\pi}{2} \frac{x'}{L} \\
 &\quad + \sin \frac{n\pi}{L} x \sin \frac{n\pi}{L} x' \sin \frac{\pi}{2} \frac{x}{L} \cos \frac{\pi}{2} \frac{x'}{L} \\
 &\quad \left. - \sin \frac{n\pi}{L} x \cos \frac{n\pi}{L} x' \sin \frac{\pi}{2} \frac{x}{L} \sin \frac{\pi}{2} \frac{x'}{L} \right)
 \end{aligned}$$

En considérant :

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a+b) + \cos(a-b))$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} (\cos(a-b) - \cos(a+b))$$

$$\text{et } \sum_{m=1}^{\infty} \sin m \theta \cos m \phi = \frac{1/2 \sin \theta}{\cos \phi - \cos \theta}$$

il vient, après simplification :

$$K(x, x') = \frac{\sin \frac{\pi x'}{2L} \cos \frac{\pi x}{2L}}{\cos \frac{\pi x}{L} - \cos \frac{\pi x'}{L}}$$

Détermination de $F(x)$

Nous avons donc :

$$(E_1) \int_W^L F(x') \frac{\sin \frac{\pi x'}{2L} \cos \frac{\pi x}{2L}}{\cos \frac{\pi x}{L} - \cos \frac{\pi x'}{L}} dx' = 0$$

A ce stade, nous effectuons un changement de variable en utilisant

la transformation de SCHWINGER :

$$\cos \frac{\pi x}{L} = d'_1 + d'_2 \cos \theta \quad ; \quad W \leq x \leq L \quad ; \quad W \leq \theta \leq \pi$$

$$\text{avec } d'_1 = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi W}{L} - 1 \right) ; \quad d'_2 = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi W}{L} + 1 \right)$$

L'équation E_1 se transforme donc :

$$(E_2) \quad \int_0^{\pi} \left[\frac{F(x')}{\cos \frac{\pi x'}{2L}} \right] \times \frac{\sin \theta'}{\cos \theta - \cos \theta'} d\theta'$$

A ce stade, nous utilisons les identités de Tricomi :

$$(E_3) \quad \int_0^{\pi} \frac{\cos nu}{\cos u - \cos d} du = \pi \frac{\sin nd}{\sin d} \quad ; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$(E_4) \quad \int_0^{\pi} \frac{\sin(n+1)u \sin u}{\cos u - \cos d} du = -\pi \cos(n+1)d \quad ; \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

En identifiant l'équation (E2) et (E3) pour $n=0$, il vient :

$$\boxed{F(x') = \frac{\cos \frac{\pi x'}{2L}}{\sin \theta'}}$$

Détermination de $f_m(x)$:

nous avons:

$$(E5) \int_W^L f_m(x') K(x, x') dx' = \cos d_m x \quad ; W \leq x \leq L ; m=1, 2, \dots$$

Après avoir effectué la transformation de SCHWINGER, on

retrouve:

$$(E6) \frac{L}{2\pi} \int_0^\pi \left[\frac{f_m(x')}{\cos \frac{\pi x'}{2L}} \right] \frac{\sin \theta'}{\cos \theta - \cos \theta'} = \frac{\cos d_m x}{\cos d_1 x}$$

On écrit le terme de droite sous la forme:

$$\frac{\cos d_m x}{\cos d_1 x} = \sum_{q=0}^{m-1} P_{mq} \cos q \theta$$

les premières valeurs de P_{mq} sont:

$$\text{pour } m=1 \quad P_{10} = 1$$

$$\text{pour } m=2 \quad P_{20} = 2d_1 - 1, \quad P_{21} = 2d_2$$

$$\text{pour } m=3 \quad P_{30} = 4d_1^2 - 2d_1 - 1 + 2d_2^2, \quad P_{31} = 8d_1 d_2 - 2d_2$$

$$P_{32} = 2d_2^2.$$

⋮

L'équation E6 peut se mettre sous la forme suivante:

$$(E7) \frac{L}{2\pi} \int_0^\pi \left[\frac{f_m(x')}{\cos \frac{\pi x'}{2L}} \right] \frac{\sin \theta'}{\cos \theta - \cos \theta'} = \sum_{q=0}^{m-1} P_{mq} \cos q \theta$$

Si nous posons:

$$\frac{f_m(x)}{\cos \frac{\pi x}{2L}} = \sum_{q=1}^{m-1} Q_{mq} \frac{\sin q \theta}{\sin \theta} + Q_{m0} \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

l'équation E7 devient:

$$\begin{aligned} \frac{L}{2\pi} \int_0^{\pi} \sum_{q=1}^{m-1} Q_{mq} \frac{\sin q \theta' \sin \theta'}{\cos \theta - \cos \theta'} d\theta' + \frac{L}{2\pi} \int_0^{\pi} Q_{m0} \frac{\cos \theta'}{\sin \theta'} \frac{\sin \theta'}{\cos \theta - \cos \theta'} d\theta' \\ = \sum_{q=0}^{m-1} P_{mq} \cos q \theta \end{aligned}$$

Soit:

$$\frac{L}{2\pi} \int_0^{\pi} \sum_{q=1}^{m-1} Q_{mq} \frac{\sin q \theta' \sin \theta'}{\cos \theta - \cos \theta'} d\theta' = \sum_{q=1}^{m-1} P_{mq} \cos q \theta$$

et:

$$\frac{L}{2\pi} \int_0^{\pi} Q_{m0} \frac{\cos \theta'}{\cos \theta - \cos \theta'} d\theta' = 0$$

En utilisant les identités de Tricomi, il vient:

$$\int_0^{\pi} \frac{\cos u}{\cos u - \cos d} du = \pi \quad \text{donc } Q_{m0} = -\frac{2}{L} P_{m0}$$

$$\int_0^{\pi} \frac{\sin q u \sin u}{\cos u - \cos d} du = -\pi \cos q d \quad \text{donc } Q_{mq} = \frac{2}{L} P_{mq}$$

Soit:

$$f_m(x) = \frac{2}{L} \cos \frac{\pi x}{2L} \left[\sum_{q=1}^{m-1} P_{mq} \sin q \theta - P_{m0} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right]$$

ANNEXE F

Expressions des termes D_{nm} et K_n .

ANNEXE F : Expressions des termes D_{nm} et K_n

Les éléments K_n sont calculés par l'expression suivante :

$$K_n = \frac{2}{L} \int_W^L F(x) \sin d_n x \, dx$$

$$\text{avec : } F(x) = \frac{\cos d_1 x}{\sin \theta} = \frac{\cos \frac{\pi x}{2L}}{\sin \theta} \quad (d_n = (n - \frac{1}{2}) \frac{\pi}{L})$$

Pour calculer ces intégrales nous utilisons la transformation

de SCHWINGER :

$$\cos \frac{\pi x}{L} = d_1' + d_2' \cos \theta \quad ; W \leq x \leq L, \quad 0 \leq \theta \leq \pi$$

$$d_1' = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi W}{L} - 1 \right), \quad d_2' = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi W}{L} + 1 \right)$$

$$K_1 = \frac{2}{L} \int_W^L \frac{\cos \frac{\pi x}{2L}}{\sin \theta} \times \sin \frac{\pi x}{2L} \, dx$$

$$dx = \frac{L}{2} d_2' \frac{\sin \theta}{\sin \frac{\pi x}{L}} \, d\theta$$

$$K_1 = \frac{2}{L} \int_0^\pi \frac{\frac{1}{2} \sin \frac{\pi x}{L}}{\sin \theta} \times \frac{\sin \theta}{\sin \frac{\pi x}{L}} \frac{L}{2} d_2' \, d\theta$$

$$K_1 = \frac{2}{L} \times \frac{L}{2} \times \frac{1}{\pi} \times d_2' \int_0^\pi d\theta = d_2'$$

De même $K_2 = d_2' (1 + 2d_1')$

$$K_3 = d_2' (4d_1'^2 + 2d_1' - 1 + 2d_2'^2)$$

$$K_4 = d_2' (8d_1'^3 + 4d_1'(d_1' - 1) + 2d_2'^2(6d_1' + 1) - 1)$$

⋮

Les éléments D_{nm} sont calculés par l'expression suivante :

$$D_{nm} = \int_W^L f_m(x) \sin d_n x dx$$

$$\text{avec } f_m(x) = \frac{2}{L} \cos \frac{\pi x}{2} \left[\sum_{q=1}^{m-1} P_{mq} \sin q \theta - P_{m0} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right]$$

$$f_1(x) = -\frac{2}{L} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \cos \frac{\pi x}{2L}$$

$$D_{11} = -\frac{2}{\pi} d_2' \int_0^{\pi} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{\cos \theta \cos \frac{\pi x}{2L} \sin \frac{\pi x}{2L}}{\sin \frac{\pi x}{L}} d\theta$$

$$D_{11} = -\frac{2}{\pi} d_2' \int_0^{\pi} \frac{1}{2} \cos \theta d\theta = 0$$

$$\text{de même : } D_{12} = d_2'^2 ; \quad D_{21} = -d_2' ; \quad D_{22} = 2 d_2'^2$$

$$D_{31} = -d_2'^2 (4 d_1' + 1)$$

$$D_{32} = d_2'^2 (4 d_1'^2 + 2 d_1' - 1 - d_2'^2) - (8 d_1'^2 - 2 d_1' - 1) d_2'$$

$$D_{41} = -d_2' (12 d_1'^2 d_2' + 4 d_1' d_2' - 2 d_2' + 3 d_2'^3)$$

⋮

ANNEXE G

Expressions des termes C1 et C2.

ANNEXE G : Expressions des termes C_1 et C_2

Détermination de C_1 :

Nous avons:

$$(G_1) F_1(x) = \frac{L}{2} \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \bar{A}_m^e + b_m \bar{A}_m^h) f_m(x) + C_1 F(x).$$

mais également:

$$(G_2) F_1(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e d_n \sin d_n x \quad ; \quad W < x < L$$

dès lors:

$$\int_W^L F_1(x) dx = \int_W^L \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e d_n \sin d_n x dx = E_z(x=L, y=0) - E_z(x=W, y=0) = 0$$

En utilisant l'équation G_1 , il vient:

$$C_1 = - \frac{\frac{L}{2} \int_W^L \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \bar{A}_m^e + b_m \bar{A}_m^h) f_m(x) dx}{\int_W^L F(x) dx}$$

$$C_1 = - \frac{L}{2} \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \bar{A}_m^e + b_m \bar{A}_m^h) \frac{\int_W^L f_m(x) dx}{\int_W^L F(x) dx}$$

Il nous faut évaluer $\int_W^L F(x) dx$ et $\int_W^L f_m(x) dx$

$$\int_w^L F(x) dx = \int_w^L \frac{\cos \frac{\pi x}{2L}}{\sin \theta} dx$$

$$= \frac{L}{\pi} d'_2 \int_0^\pi \frac{\sin \theta \cos \frac{\pi x}{2L}}{\sin \theta \sin \frac{\pi x}{L}} d\theta = \frac{L}{\pi} d'_2 \int_0^\pi \frac{d\theta}{2 \sin \frac{\pi x}{2L}}$$

$$= \frac{L d'_2}{\pi} \int_0^\pi \frac{d\theta}{\frac{2}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \cos \frac{\pi x}{L}}} = \frac{L d'_2}{\sqrt{2} \pi} \int_0^\pi \frac{d\theta}{\sqrt{1 - d'_1 - d'_2 \cos \theta}}$$

$$\int_w^L F(x) dx = \frac{L d'_2}{\sqrt{2} \pi} I_h \text{ avec } I_h = \int_0^\pi \frac{d\theta}{\sqrt{1 - d'_1 - d'_2 \cos \theta}}$$

$$\int_w^L f_m(x) dx = \frac{L d'_2}{\pi} \int_0^\pi f_m(x) \frac{\sin \theta}{\sin \frac{\pi x}{L}} d\theta$$

$$= \frac{L d'_2}{\pi} \int_0^\pi \left[\frac{f_m(x)}{\cos \frac{\pi x}{2L}} \right] \times \frac{\sin \theta}{2 \sin \frac{\pi x}{2L}} d\theta$$

$$= \frac{L d'_2}{\sqrt{2} \pi} \int_0^\pi \left(\sum_{q=1}^{m-1} \frac{2}{L} P_{mq} \sin q \theta - \frac{2}{L} P_{m0} \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right) \frac{\sin \theta d\theta}{\sqrt{1 - d'_1 - d'_2 \cos \theta}}$$

$$\int_w^L f_m(x) dx = \sum_{q=0}^{m-1} I_{mq}$$

avec :

$$I_{m0} = \frac{-\sqrt{2} d'_2}{\pi} P_{m0} \int_0^\pi \frac{\cos \theta d\theta}{\sqrt{1 - d'_1 - d'_2 \cos \theta}} \quad \text{pour } q=0$$

$$I_{mq} = \frac{\sqrt{2} d_2}{\pi} P_{mq} \int_0^{\pi} \frac{\sin q\theta \sin \theta d\theta}{\sqrt{1-d_1-d_2 \cos \theta}} \quad , \text{ pour } q \neq 0$$

plus simplement :

$$\int_W^L f_m(x) dx = \frac{\sqrt{2} d_2}{\pi} \sum_{q=0}^{m-1} P_{mq} I_q$$

avec

$$I_q = \begin{cases} \int_0^{\pi} \frac{\cos \theta d\theta}{\sqrt{1-d_1-d_2 \cos \theta}} & ; q=0 \\ \int_0^{\pi} \frac{\sin q\theta \sin \theta d\theta}{\sqrt{1-d_1-d_2 \cos \theta}} & ; q \neq 0 \end{cases}$$

En regroupant ces deux résultats, nous pouvons mettre C_1 sous la

forme suivante :

$$C_1 = \sum_{m=1}^{\infty} (M_m \bar{A}_m^e + N_m \bar{A}_m^h)$$

avec :

$$M_m = - \frac{a_m \sum_{q=0}^{m-1} P_{mq} I_q}{I_h}$$

$$N_m = - \frac{b_m \sum_{q=0}^{m-1} P_{mq} I_q}{I_h}$$

Détermination de C_2

Nous retenons une des quatre relations de continuité :

$$(G_3) \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^e \varphi_n(\gamma) \sin n x - \sum_{n=1}^{\infty} \bar{A}_n^h W_n(\gamma) \sin n x = 0, \quad W < x < L$$

mais également les deux relations suivantes :

$$(G_4) \bar{A}_n^e d_n = \frac{2}{L} \int_W^L F_1(x') \sin n x' dx'$$

$$(G_5) \bar{A}_n^h d_n = \frac{2}{L} \int_W^L F_2(x') \sin n x' dx'$$

En substituant \bar{A}_n^e et \bar{A}_n^h (G4 et G5) dans l'équation G3, il vient :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{L} \int_W^L F_1(x') \frac{\sin n x' \sin n x}{d_n} \varphi_n(\gamma) dx' - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{L} \int_W^L F_2(x') \frac{\sin n x' \sin n x}{d_n} W_n(\gamma) dx' = 0, \quad W < x < L$$

Nous modifions cette équation de la façon suivante :

$$\text{Si on pose } G(x, x') = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n x \sin n x'}{d_n}.$$

nous écrivons :

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{L} \int_W^L F_1(x') \times \left[G(x, x') \cdot (\varphi_n(\gamma) - Q(\gamma)) + G(x, x') \cdot Q(\gamma) \right] dx' - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{L} \int_W^L F_2(x') \times \left[G(x, x') \cdot (W_n(\gamma) - W(\gamma)) + G(x, x') \cdot W(\gamma) \right] dx' = 0$$

pour $W < x < L$

$$Q(\gamma) = \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi_n(\gamma) ; \quad W(\gamma) = \lim_{n \rightarrow \infty} W_n(\gamma).$$

Cette équation est valable pour tout x tel que $W < x < L$.

On se place en $x = W + \epsilon$ avec $\epsilon \rightarrow 0$.

En substituant, $F_1(x)$, $F_2(x)$, et par conséquent C_1 , par leur expression, il vient :

$$\begin{aligned}
 & C_2 \int_W^L \frac{2}{L} F(x') \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin dnW \sin dn x'}{dn} (Wn(\gamma) - W(\gamma)) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin dnW \sin dn x'}{dn} W \right) dx' \\
 &= \int_W^L \sum_{m=1}^{\infty} (a_m \bar{A}_m^e + b_m \bar{A}_m^h) f_m(x') \times \left(G(W, x') \cdot (\varphi_n(\gamma) - \varphi(\gamma)) + G(W, x') \cdot \varphi(\gamma) \right) \\
 &+ \frac{2}{L} \int_W^L \sum_{m=1}^{\infty} (M_m \bar{A}_m^e + N_m \bar{A}_m^h) F(x') \times \left(G(W, x') \cdot (\varphi_n(\gamma) - \varphi(\gamma)) + G(W, x') \cdot \varphi(\gamma) \right) \\
 &- \int_W^L \sum_{m=1}^{\infty} (C_m \bar{A}_m^e + d_m \bar{A}_m^h) f_m(x') \times \left(G(W, x') \cdot (Wn(\gamma) - W(\gamma)) + G(W, x') \cdot W(\gamma) \right)
 \end{aligned}$$

On pose :

$$\bullet \quad I_g = \frac{2}{L} \int_W^L F(x') \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin dnW \sin dn x'}{dn} dx'$$

$$\bullet \quad E_m = \int_W^L f_m(x') \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin dnW \sin dn x'}{dn} dx'$$

$$\begin{aligned}
 \bullet \quad S_m = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin dnW}{dn} & \left(D_{nm} \left[(\varphi(\gamma) - \varphi_n(\gamma)) a_m - (W(\gamma) - Wn(\gamma)) c_m \right. \right. \\
 & \left. \left. + K_n (\varphi(\gamma) - \varphi_n(\gamma)) M_m \right) \right]
 \end{aligned}$$

$$\bullet S'_m = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s_m d_n W}{d_n} \left(D_{nm} [(Q(\gamma) - Q_n(\gamma)) b_m - (W(\gamma) - W_n(\gamma)) d_m] + K_n (Q(\gamma) - Q_n(\gamma)) N_m \right)$$

$$\bullet S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s_m d_n W}{d_n} (W(\gamma) - W_n(\gamma)) K_n$$

il vient :

$$C_2 = \sum_{m=1}^{\infty} (X_m \bar{A}_m^e + Y_m \bar{A}_m^h)$$

$$\text{avec: } X_m = \frac{S_m - M_m Q(\gamma) I_g - (Q(\gamma) a_m - W(\gamma) c_m) E_m}{S - W \cdot I_g}$$

$$Y_m = \frac{S'_m - N_m Q(\gamma) I_g - (Q(\gamma) b_m - W(\gamma) d_m) E_m}{S - W \cdot I_g}$$

ANNEXE H

Evaluations des termes I_q , I_h , I_g , E_m .

ANNEXE H: Evaluations des intégrales I_q, I_h, I_g, E_m

Evaluations de I_q et I_h

$$I_h = \int_0^\pi \frac{d\theta}{\sqrt{1-d_1^2-d_2^2\cos\theta}}$$

$$I_q = \begin{cases} - \int_0^\pi \frac{\cos\theta d\theta}{\sqrt{1-d_1^2-d_2^2\cos\theta}}, & q=0 \\ \int_0^\pi \frac{\sin q\theta \sin\theta d\theta}{\sqrt{1-d_1^2-d_2^2\cos\theta}}, & q \neq 0 \end{cases}$$

Pour calculer numériquement ces intégrales nous utilisons une méthode de quadrature, connue sous le nom de méthode de Gauss-Legendre.

Evaluations de I_g et E_m

$$I_g = \frac{2}{L} \int_W^L F(x') G(W, x') dx'$$

$$E_m = \int_W^L f_m(x') G(W, x') dx'$$

$$\text{avec } G(W, x') = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi W \sin n\pi x'}{d_n} \\ = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)\frac{\pi W}{2L} \sin(2n-1)\frac{\pi x'}{2L}}{(2n-1)\frac{\pi}{2L}}$$

donc pose $m = 2n-1$

$$G(W, x') = \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{\sin m \frac{\pi W}{2L} \sin m \frac{\pi x'}{2L}}{m} \times \frac{2L}{\pi}$$

Sachant que :

$$\sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\sin n\alpha \sin n\beta}{n} = \frac{1}{4} \ln \left(\frac{\sqrt{1-\cos 2\alpha} + \sqrt{1-\cos 2\beta}}{\sqrt{1-\cos 2\alpha} - \sqrt{1-\cos 2\beta}} \right)$$

il vient :

$$G(\omega, x') = \frac{L}{2\pi} \ln \left(\frac{\sqrt{1-d_1-d_2 \cos \theta'} + \sqrt{1-d_1-d_2}}{\sqrt{1-d_1-d_2 \cos \theta'} - \sqrt{1-d_1-d_2}} \right)$$

En remplaçant $f_m(x)$ et $F(x)$ par leur expression, il vient :

$$I_q = \frac{L d_2'}{\pi \sqrt{2}} \int_0^{\pi} \ln \left(\frac{\sqrt{1-d_1-d_2' \cos \theta'} + \sqrt{1-d_1-d_2'}}{\sqrt{1-d_1-d_2' \cos \theta'} - \sqrt{1-d_1-d_2'}} \right) \cdot \frac{d\theta'}{\sqrt{1-d_1-d_2' \cos \theta'}}$$

$$E_m = \frac{d_2' L}{\sqrt{2} \pi^2} \left(\sum_{q=1}^{m-1} P_m q J_q + P_m 0 J_0 \right)$$

avec :

$$J_0 = - \int_0^{\pi} \ln \left(\frac{\sqrt{1-d_1-d_2' \cos \theta'} + \sqrt{1-d_1-d_2'}}{\sqrt{1-d_1-d_2' \cos \theta'} - \sqrt{1-d_1-d_2'}} \right) \frac{\cos \theta' d\theta'}{\sqrt{1-d_1-d_2' \cos \theta'}}$$

$$J_q = - \int_0^{\pi} \ln \left(\frac{\sqrt{1-d_1-d_2' \cos \theta'} + \sqrt{1-d_1-d_2'}}{\sqrt{1-d_1-d_2' \cos \theta'} - \sqrt{1-d_1-d_2'}} \right) \frac{\sin q \theta' \cos \theta' d\theta'}{\sqrt{1-d_1-d_2' \cos \theta'}}$$

Pour évaluer numériquement ces intégrales, on divise l'intervalle

d'intégration en deux. On considère :

$$0 < \theta' < \theta_m \quad \text{avec } \theta_m \ll 1 \quad \text{et } \theta_m < \theta' < \pi$$

Sur l'intervalle $[\theta_m, \pi]$ ces intégrales peuvent être calculées par

la méthode de Gauss-Legendre.

Pour $0 < \theta < \theta_m$, on approxime $\cos \theta'$ par 1, sauf au dénominateur

de l'argument de la fonction \ln . Les intégrales peuvent alors être

calculées analytiquement sur cet intervalle.



RESUME

L'objectif à moyen terme de ce travail consiste à modéliser des discontinuités de lignes planaires sur substrats semiconducteurs.

Si pour les discontinuités de lignes planaires déposées sur des substrats sans pertes, de nombreuses études ont permis de progresser dans cette connaissance, il n'en est pas de même pour les discontinuités sur substrats à pertes. Avec, à l'esprit, l'objectif à moyen terme décrit précédemment, l'auteur a reposé le problème en reprenant les analyses au point de départ. Ainsi une étude bibliographique a mis en valeur quelques méthodes de simulation numérique afin de déterminer préalablement le spectre de modes, le plus complet possible, de part et d'autre de la discontinuité. Parmi ces approches, deux méthodes de simulation numérique ont été retenues: l'Approche dans le Domaine Spectral et la méthode des Equations Intégrales Singulières.

Dans une première partie, l'auteur présente les améliorations apportées à cette méthode de simulation numérique connue: l'Approche dans le Domaine Spectral. Le travail entrepris a consisté à introduire une nouvelle formulation basée sur l'utilisation de développements asymptotiques. Cette modification a ainsi permis de rendre plus efficace, d'un point de vue numérique, cette méthode de simulation des phénomènes de propagation apparaissant dans les lignes planaires. Dans une deuxième partie, l'auteur décrit la démarche utilisée lors de la mise en oeuvre de l'autre méthode numérique: la méthode des Equations Intégrales Singulières. Une troisième partie, définit de manière comparative les qualités respectives de ces deux approches afin de déterminer le spectre de modes, le plus complet possible, de part et d'autre de la discontinuité. Cette étude comparative a, d'autre part, permis d'étudier des solutions particulières du problème de propagation, à savoir les modes complexes. L'auteur a recherché l'influence des pertes diélectriques sur le comportement de ces solutions. Enfin, dans une dernière partie, l'auteur dégage les axes essentiels de recherche pour les années futures.