

N° d'ordre : 822

50376
1991
300



66799

50376
1991
300

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE FLANDRES ARTOIS

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Spécialité : GENIE ELECTRIQUE

Jaouhar SAKLY
Ingénieur E.N.I.M.

**INFLUENCE DU FILTRE D'ENTREE
SUR LA TENSION DE SORTIE
DES ONDULEURS DE TENSION MONOPHASES**

Soutenue le 6 Décembre 1991 devant la Commission d'Examen

G. SEGUIER
C. ROMBAUT
E. DESTOBBELEER
F. LABRIQUE
R. BAUSIERE
Y. CHERON

Président
Rapporteur
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur

AVANT-PROPOS

Nos recherches ont été effectuées au sein du Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance de l'Université des Sciences et Techniques de Lille dirigé par Monsieur le Professeur G.SEGUIER. Nous tenons à témoigner à Monsieur G.SEGUIER nos sincères remerciements et notre extrême reconnaissance pour son accueil chaleureux, sa sympathie et pour les différents services qu'il nous a rendus.

La direction de ce travail a été assurée par Monsieur le Professeur R.BAUSIERE. Nous le prions de trouver ici l'expression de notre profonde reconnaissance pour l'aide fructueuse qu'il nous a prodiguée et pour la bienveillance qu'il nous a manifestée pour mener à bien cette étude.

Nous remercions très vivement Monsieur C.ROMBAUT, Professeur à l'Ecole Centrale de Lille pour la qualité de l'enseignement qu'il nous a procuré et pour avoir accepté d'être le rapporteur de nos travaux.

Nos vifs remerciements s'adressent aussi à Monsieur E.DESTOBBELEER, Maître de Conférences Habilité, qui a bien voulu juger notre travail et faire partie du jury de notre thèse.

Nous sommes honorés par la présence de Monsieur Y.CHERON, Chargé de Recherche au CNRS à l'INP de Toulouse et Monsieur F.LABRIQUE, Professeur à l'Université Catholique de Louvain-la-Neuve qui ont bien voulu examiner notre travail et faire partie de ce jury. Qu'ils trouvent ici l'expression de nos sincères remerciements.

Nous remercions enfin tous les chercheurs de l'équipe dirigée par Monsieur R.BAUSIERE, ainsi que tous les membres du L.E.E.P auprès desquels nous avons trouvé l'aide que nous sollicitons.

SOMMAIRE

	1
AVANT-PROPOS	
	2
SOMMAIRE	
	5
INTRODUCTION	
1 ^{ÈRE} PARTIE : ETUDE DE L'ONDULEUR EN PONT	12
1. PRESENTATION DE LA STRUCTURE ETUDIEE	13
1.1. Structure idéale	13
1.2. Filtre d'entrée	13
1.3. Influence du condensateur seul	14
2. COMMANDE SYMETRIQUE	15
2.1. Principe de la loi de commande	15
2.2. Inductance de filtrage infinie	16
2.2.1. Equations de fonctionnement	16
2.2.2. Emploi des valeurs réduites	17
2.2.3. Formes d'ondes	17
2.2.4. Caractéristique du courant I_s	19
2.2.5. Caractéristique de la tension d'entrée u	19
2.2.6. Caractéristiques de la tension de sortie u'	21
2.3. Prise en compte de l'inductance de filtrage	25
2.3.1. Paramètres caractéristiques	26
2.3.2. Equations de fonctionnement	26
2.3.3. Emploi des valeurs réduites	27
2.3.4. Formes d'ondes	28
2.3.5. Caractéristique du courant i_s	30
2.3.6. Caractéristique de la tension d'entrée u	32
2.3.7. Caractéristiques de la tension de sortie u'	32
2.4. Choix des éléments du filtre d'entrée	36
3. COMMANDE DECALEE	37
3.1. Loi de commande	37
3.2. Inductance de filtrage infinie	37
3.2.1. Equations de fonctionnement	37
3.2.2. Formes d'ondes	39

3.2.3.	Caractéristique du courant I_s	39
3.2.4.	Caractéristiques de la tension d'entrée u	41
3.2.5.	Caractéristiques de la tension de sortie u'	42
3.3.	Prise en compte de l'inductance de filtrage	47
3.3.1.	Equations de fonctionnement	47
3.3.2.	Formes d'ondes	50
3.3.3.	Caractéristique du courant i_s	50
3.3.4.	Caractéristique de la tension d'entrée u	54
3.3.5.	Caractéristiques de la tension de sortie u'	54
4.	COMMANDE PAR M. L. I	58
4.1.	Lois de commande	58
4.2.	Inductance de filtrage infinie	60
4.2.1.	Equations de fonctionnement	60
4.2.2.	Formes d'ondes	64
4.2.3.	Caractéristique du courant I_s	64
4.2.4.	Caractéristiques de la tension de sortie u'	66
4.2.5.	Méthode du premier harmonique	75
4.2.6.	Correction des angles de commutation	78
4.3.	Prise en compte de l'inductance de filtrage	78
4.3.1.	Equations de fonctionnement.	78
4.3.2.	Equations de fonctionnement pour $P=3$	81
4.3.3.	Equations de fonctionnement dans le cas général	84
4.3.4.	Formes d'ondes	86
4.3.5.	Caractéristique du courant à l'entrée de l'onduleur	87
4.3.6.	Caractéristique du courant fourni par la source continue	87
4.3.7.	Caractéristiques de la tension de sortie u'	90
4.3.8.	Méthode du premier harmonique	100
2 ^{ÈME}	PARTIE : ETUDE DE L'ONDULEUR EN DEMI-PONT	104
1.	PRESENTATION DE LA STRUCTURE A ETUDIER	105
1.1.	Structure idéale	105
1.2.	Filtre d'entrée	106
1.3.	Inductance de filtrage infinie	106
1.4.	Notations et hypothèses	107
2.	COMMANDE SYMETRIQUE	107
2.1.	Principe de la loi de commande	107

2.2. Inductance de filtrage infinie	108
2.2.1. Equations de fonctionnement	108
2.2.2. Emploi des valeurs réduites	110
2.2.3. Formes d'ondes	111
2.2.4. Caractéristique du courant I_s	111
2.2.5. Caractéristiques des tensions uc_1 et uc_2	113
2.2.6. Caractéristique de la tension d'entrée u	113
2.2.7. Caractéristiques de la tension de sortie u'	114
2.3. Prise en compte de l'inductance de filtrage	118
2.3.1. Paramètres caractéristiques	118
2.3.2. Equations de fonctionnement	1118
2.3.3. Emploi des valeurs réduites	122
2.3.4. Formes d'ondes	123
2.3.5. Caractéristiques du courant i_s	123
2.3.6. Caractéristiques des tensions uc_1 et uc_2	126
2.3.7. Caractéristiques de la tension de sortie u'	127
3. COMMANDE PAR M. L. I	132
3.1. Rappels sur la M. L. I pour un onduleur en demi-pont idéal	132
3.2. Inductance de filtrage infinie	133
3.2.1. Equations de fonctionnement	133
3.2.2. Expressions des tensions uc_1 et uc_2	134
3.2.3. Expressions générales	136
3.2.4. Formes d'ondes	138
3.2.5. Caractéristique du courant I_s	138
3.2.6. Caractéristiques de la tension de sortie u'	138
3.2.7. Méthode du premier harmonique	143
3.3. Prise en compte de l'inductance de filtrage	146
3.3.1. Equations de fonctionnement	146
3.3.2. Formes d'ondes	149
3.3.3. Caractéristiques du courant i_s	149
3.3.4. Caractéristiques de la tension de sortie u'	152
3.3.5. Méthode du premier harmonique	157
3 ^{ÈME} PARTIE : VERIFICATIONS EXPERIMENTALES	160
CONCLUSIONS	169
BIBLIOGRAPHIE	171

INTRODUCTION

1. LA CONVERSION CONTINU-ALTERNATIF

Les convertisseurs statiques permettent de modifier la présentation de l'énergie électrique pour lui donner la forme la mieux adaptée à chaque utilisation. Lorsqu'on désire régler le transfert d'énergie entre un générateur de type continu, caractérisé par la valeur moyenne de sa tension ou de son courant, et un récepteur de type alternatif, caractérisé par la valeur efficace et la fréquence de sa tension ou de son courant, on utilise des montages onduleurs:

- de tension, si le générateur continu à l'entrée se comporte comme une source de tension en limitant les du/dt ,
- de courant, si le générateur se comporte comme une source de courant en limitant les di/dt .

Les onduleurs sont surtout utilisés pour faire varier la vitesse des moteurs à courant alternatif et dans les alimentations de sécurité: dans ces applications, le but est d'obtenir un signal de sortie alternatif sinusoïdal dont l'amplitude et la fréquence peuvent être contrôlées. La tension continue à l'entrée est la plus souvent obtenue par redressement et filtrage de la tension du réseau.

2. LES ONDULEURS DE TENSION MONOPHASES

La structure de base d'un onduleur de tension monophasé est indiquée à la figure 1. Suivant la nature de la charge (inductive ou capacitive) et la stratégie de commande des interrupteurs, ces derniers doivent être réalisés de différentes façons.

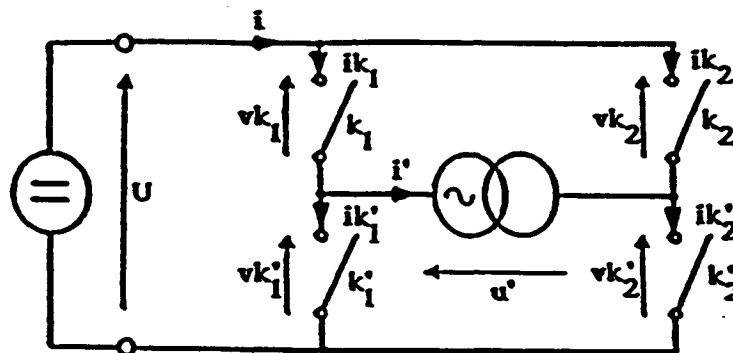


Fig.1

2.1. Commande symétrique

Dans le cas d'une charge de nature capacitive (i' en avance sur le fondamental de u') les formes d'ondes et le trajet du point de fonctionnement dans le plan courant-tension d'un interrupteur sont indiqués à la figure 2.a. Les interrupteurs doivent être bidirectionnels en courant et commandés à l'amorçage, ce qui s'obtient par association d'un composant du type transistor ou thyristor en parallèle inverse avec une diode.

Les tracés de la figure 2.b correspondent à une charge de nature inductive (i' en retard sur le fondamental de u'). Les interrupteurs doivent encore être bidirectionnels en courant, mais commandés au blocage, ce qui s'obtient par l'association d'un composant du type transistor en parallèle inverse avec une diode: le transistor doit être commandé pour pouvoir reprendre le courant i_k positif dès le blocage de la diode (thyristor dual).

Charge capacitive

Charge inductive

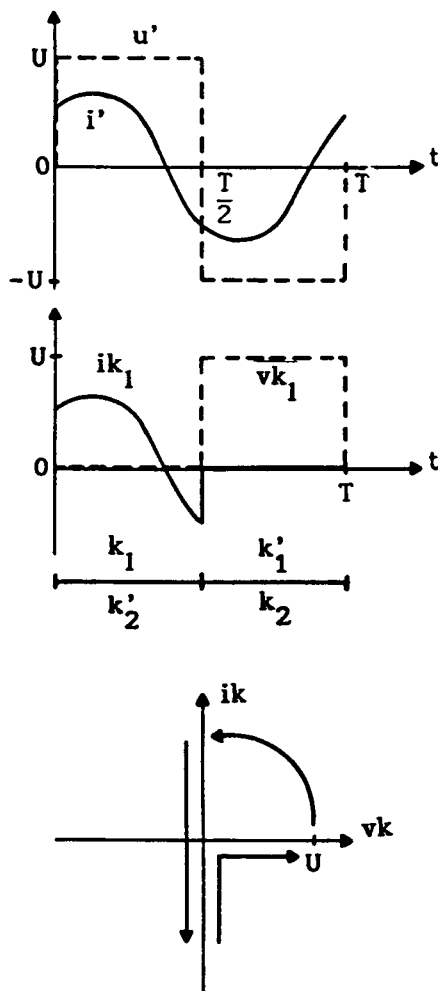


Fig. 2. a

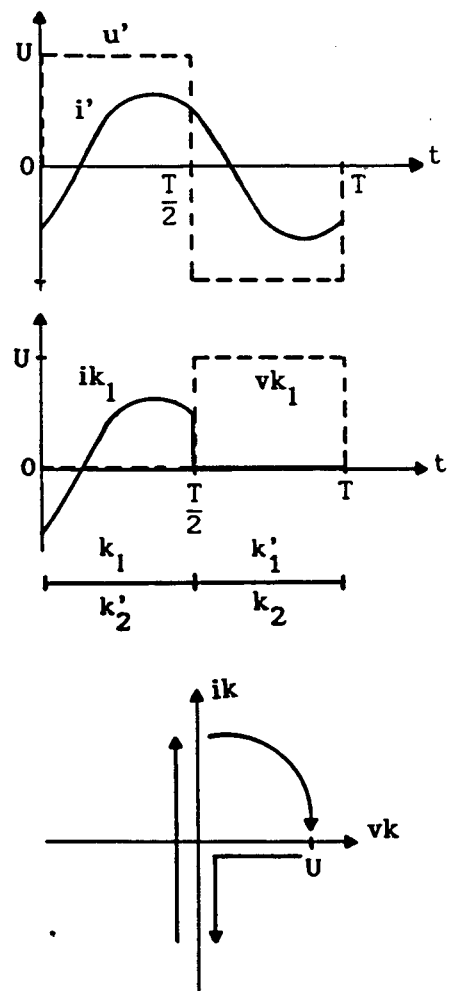


Fig. 2. b

2.2 Commande M L I :

Dans le cas de la commande M L I, le caractère inductif ou capacitif de la charge influe moins sur la nature des interrupteurs puisqu'au moins deux d'entre eux doivent pouvoir être commandés à la fois à l'amorçage et au blocage, en restant bidirectionnels en courant.

Sur la figure 3 on a représenté un exemple de stratégie de commande M.L.I dans lequel les interrupteurs k_1 et k'_1 travaillent dans les mêmes conditions qu'à la figure 2.b, mais les interrupteurs k_2 et k'_2 qui effectuent le hachage ont à subir une succession de commutations forcées à l'amorçage et au blocage (repérées par des points noirs sur la figure 3).

Donc pour avoir un onduleur susceptible de travailler avec différentes stratégies de commande, et quelle que soit la nature de la charge, chaque interrupteur sera formé d'un composant de type transistor en parallèle inverse avec une diode.

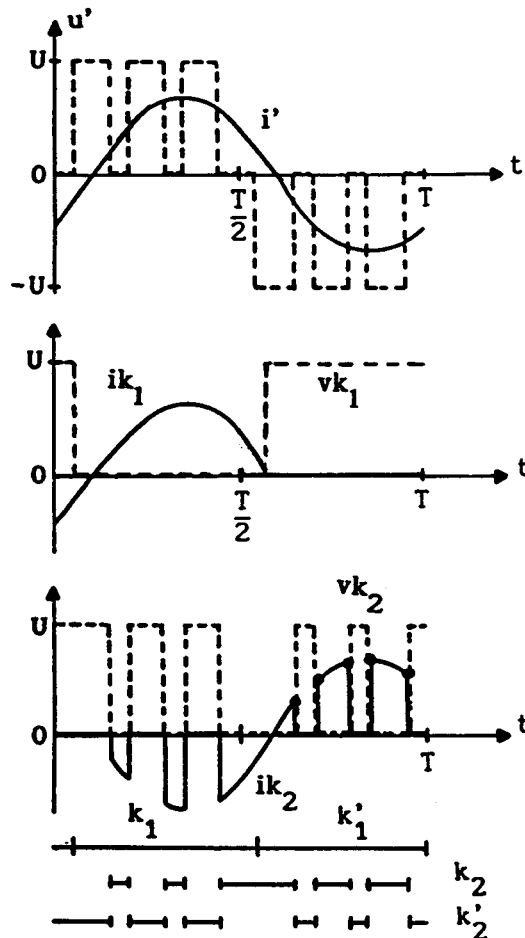


Fig. 3

2.3 Montage à 2 interrupteurs:

Si les intervalles de fonctionnement à tension de sortie nulle ($u'=0$) ne sont pas impératifs, on peut se ramener à une structure à 2 interrupteurs en

doublant la source de tension (figure 4.a).

La tension u' est alors égale à $\pm U$ selon que k_1 ou k_2 conduit. Les figures 4.b et 4.c rappellent comment le doublement de la tension peut être obtenu soit par diviseur capacitif (4.b) soit par transformateur à point milieu (4.c).

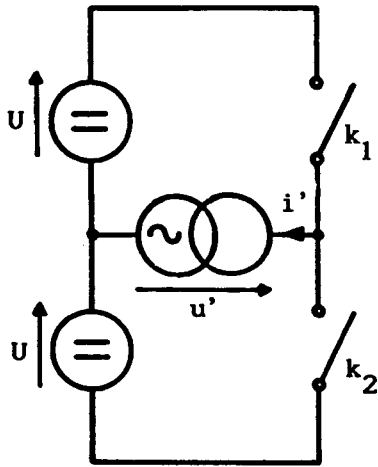


Fig. 4.a

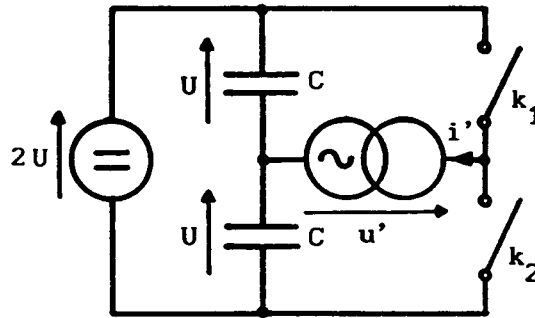


Fig. 4.b

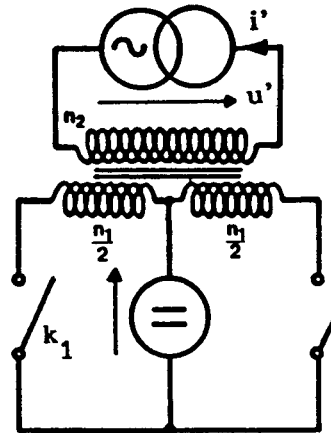


Fig. 4.c

3. IMPERFECTION DE LA SOURCE D'ENTREE

La présentation faite ci-dessus suppose que les sources de courant et de tension soient parfaites. Si la source de tension continue se trouve en série avec une inductance parasite non négligeable, les formes d'ondes peuvent, par instant, s'écarter sensiblement des courbes théoriques et faire subir aux composants des contraintes qu'ils supportent plus ou moins bien.

Pour mettre en évidence l'effet de l'inductance parasite en série avec la source de tension à l'entrée, on étudie le transfert du courant du transistor T_1 dans la diode D'_1 (ou du transistor T'_2 dans la diode D_2) au milieu de la période, dans l'onduleur en pont représenté à la figure 5 et commandé de façon symétrique.

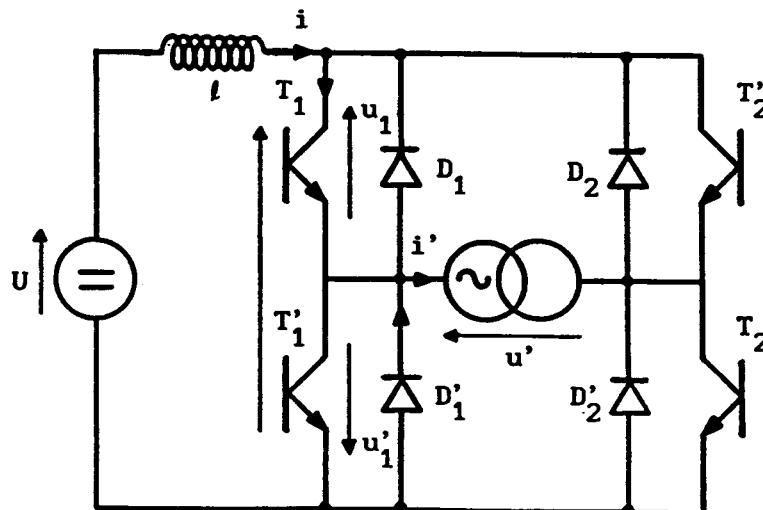


Fig. 5

Le courant i' est de la forme $I'\sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi)$.

Au moment de l'extinction de T_1 et T_2 en $\omega t = \pi$, le courant i' est repris par les diodes D_2 et D'_1 . Si l'inductance parasite l n'existait pas, le courant i débité par la source de tension continue U passerait instantanément de $+i'(\pi)$ à $-i'(\pi)$ (figure 6).

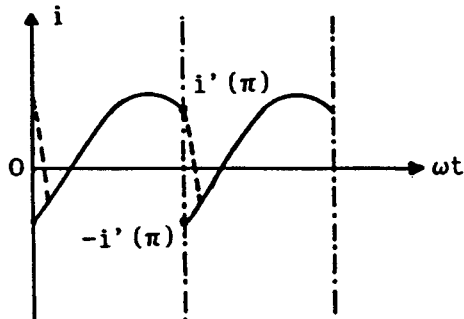


Fig. 6

A cause de l , la vitesse de variation de i est limitée.

Les formes d'ondes au voisinage de $\omega t = \pi$ ont l'allure indiquée à la figure 7.

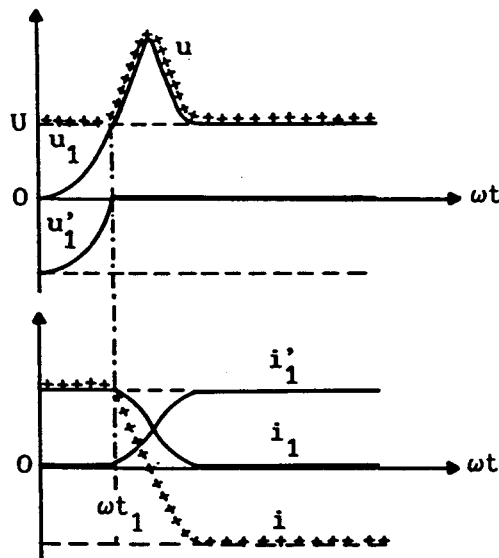


Fig. 7

o De 0 à ωt_1 , sous l'effet de la suppression du courant de base, la tension u_1 aux bornes de T_1 remonte progressivement jusque U . La tension u'_1 aux bornes de D'_1 remonte simultanément puisque i varie peu et donc que:

$$u_1 - u'_1 = u = U - l di/dt \approx U$$

o Quand la tension u'_1 devient positive en ωt_1 , D'_1 conduit: i'_1 augmente rapidement jusque $i'(\pi + \omega t)$ qui a peu varié, pendant que $i_1 = i' - i'_1$ descend à 0.

Le courant i , égal à $i_1 - i_2 \approx i_1 - i_1'$, descend 2 fois plus vite que i_1 et passe à $-i'(\pi + \omega t_1)$. Cette inversion rapide s'accompagne d'une surtension $l \frac{di}{dt}$ qu'on retrouve dans $u = U - l di/dt$ et dans $u_1 = u + u_1' \approx u$.

C'est pour atténuer les brusques variations de u à l'entrée de l'onduleur qu'on branche en parallèle à l'entrée un condensateur de filtrage. (fig 8)

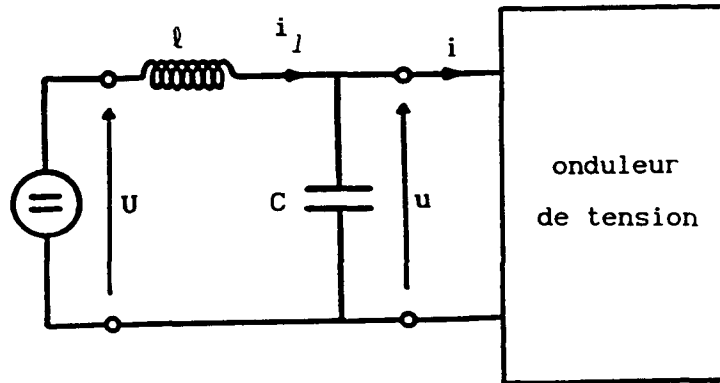


Fig. 8

L'ensemble du condensateur C et de l'inductance parasite l , éventuellement augmentée par une inductance de lissage constitue un filtre passe-bas.

Ce filtre permet d'obtenir à l'entrée de l'onduleur une tension u pratiquement constante, même si la tension U présente une ondulation (sortie d'un montage redresseur par exemple). Il permet aussi de réduire l'ondulation du courant i_1 fourni par la source de tension continue.

Le but de notre étude est d'apporter le maximum d'informations complémentaires pour faciliter le choix des composants L et C du filtre.

4. PLAN DE L'ETUDE

Deux structures d'onduleurs de tension monophasés ont été étudiées: l'onduleur en pont et l'onduleur en demi-pont à diviseur capacitif.

Pour l'onduleur en pont, trois stratégies de commande ont été envisagées: la commande symétrique, la commande décalée, et la commande par M L I.

Pour l'onduleur en demi-pont, on s'est limité à la commande symétrique et à la commande M L I.

Dans chaque cas, les caractéristiques du courant et de la tension à l'entrée de l'onduleur, et de la tension de sortie de l'onduleur ont été tracées.

Elles permettent de choisir, pour une charge donnée, les composants du filtre d'entrée en fonction du contenu harmonique toléré dans la tension de sortie, et de l'ondulation admissible dans le courant d'entrée.

PREMIERE PARTIE:

ETUDE DE L'ONDULEUR DE TENSION MONOPHASE
EN PONT

1. PRESENTATION DE LA STRUCTURE ETUDIEE

L'onduleur étudié dans cette partie est l'onduleur de tension monophasé en pont alimentant une source de courant alternative à partir d'une source de tension continue.

1.1. Structure idéale

La structure idéale est donnée par la figure 1.1.

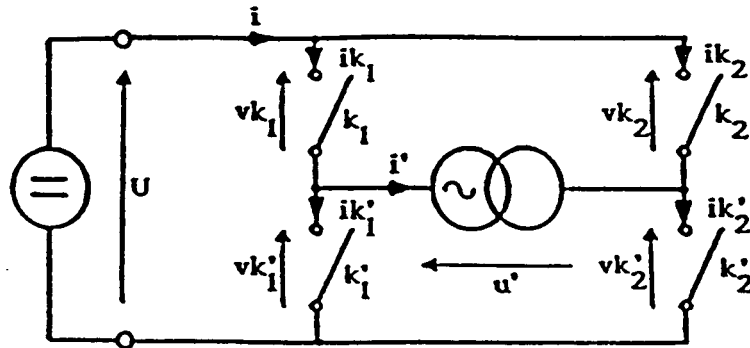


Fig.1.1

On suppose que la tension U à l'entrée de l'onduleur est parfaitement continue et que la source de courant à la sortie est parfaitement sinusoïdale.

1.2. Filtre d'entrée

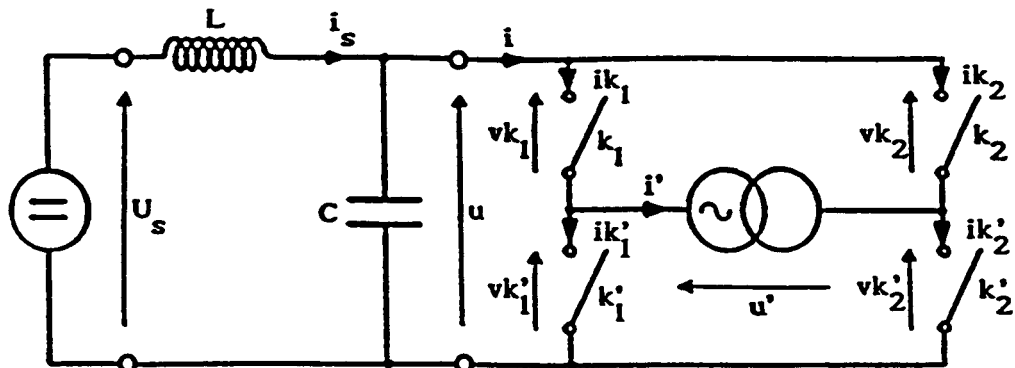


Fig.1.2

En pratique, pour réduire l'ondulation du courant i fourni par la source de tension continue U , on branche une inductance de lissage L en série avec celle-ci. Pour rétablir l'aspect de source de tension à l'entrée de

l'onduleur, il faut brancher un condensateur C en parallèle. L'association de L et C constitue le filtre d'entrée. La structure obtenue est celle de la figure 1.2.

L'emploi de ce filtre permet de réduire l'ondulation Δi_s du courant i_s fourni par la source U_s supposée parfaite et l'ondulation Δu de la tension u à l'entrée de l'onduleur.

1.3. Influence du condensateur seul

Pour mettre en évidence l'effet de la capacité seule, on est amené à supposer que l'inductance L est infinie. Dans ce cas, on peut assimiler la source de tension U_s en série avec l'inductance L à une source de courant parfaite qui débite un courant égal à la valeur moyenne I_s du courant i . La structure obtenue est celle de la figure 1.3.

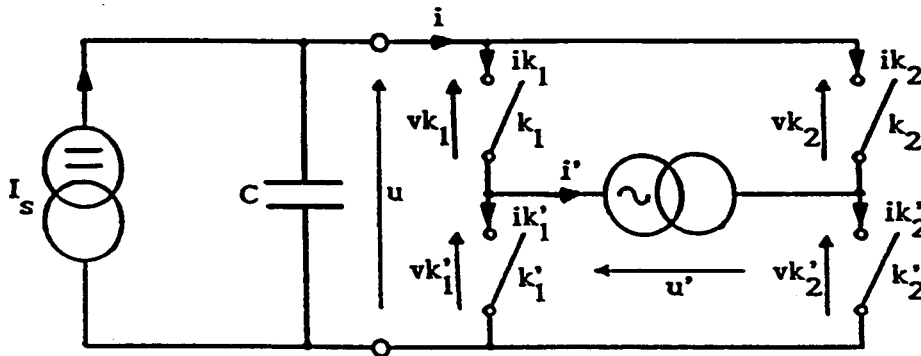


Fig. 1.3

1.4. Notations et hypothèses

On désigne par :

o u et i , la tension et le courant d'entrée.

o u' et i' , la tension et le courant de sortie.

o U_s et I_s , la tension d'alimentation continue et le courant qu'elle délivre.

o vk_i et ik_i , la tension aux bornes de l'interrupteur k_i et le courant qui le traverse.

o on suppose que le courant alternatif de sortie est parfaitement sinusoïdal et a pour expression :

$$i' = I'_m \sin(\theta - \psi)$$

avec :

I'_m : valeur maximale de i'

$\theta = \omega t$; ω : la pulsation en rad/s

ψ : retard de phase à l'origine $-\pi/2 < \psi < \pi/2$

On suppose que les interrupteurs sont parfaits (pas de chute de tension directe à l'état passant, pas de courant inverse de fuite à l'état bloqué) et que les commutations sont instantanées.

Pour faire cette étude, 3 types de commandes ont été envisagés : la commande symétrique, la commande décalée et la commande par M.L.I. Pour chaque type de commande, on déterminera l'influence du condensateur C seul en donnant à l'inductance L une valeur très élevée, théoriquement infinie. Puis en deuxième lieu, on tiendra compte de l'effet de l'inductance.

Quelle que soit la méthode employée, les commandes des interrupteurs k_1 et k'_1 doivent être complémentaires afin d'éviter la mise en court-circuit de la source de tension u et l'ouverture du circuit de la source de courant i' . De même pour l'autre demi-pont, les commandes de k_2 et k'_2 doivent être complémentaires.

2. COMMANDE SYMETRIQUE

2.1. Principe de la loi de commande

L'onduleur est commandé en "pleine onde" c'est à dire que :

- pour $0 < \theta < \pi$, k_1 et k'_2 sont fermés, k_2 et k'_1 ouverts :

$$\begin{array}{lcl} u' = u & , & i = i' \\ ik_1 = i' & , & vk_1 = 0 \end{array}$$

- pour $\pi < \theta < 2\pi$, k_2 et k'_1 sont fermés, k_1 et k'_2 ouverts :

$$\begin{array}{lcl} u' = -u & , & i = -i' \\ ik_1 = 0 & , & vk_1 = u \end{array}$$

Le chronogramme de commande est le suivant :

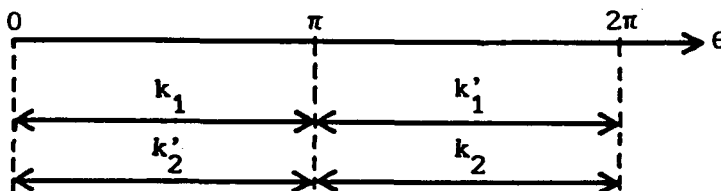


Fig. 1.4

On prend comme origine des temps l'instant où on amorce l'interrupteur k_1 . Connaissant les variations de ik_1 et vk_1 , les courants dans les autres

interrupteurs et les tensions à leurs bornes s'en déduisent directement :

$$\begin{array}{lcl} ik'_2 = ik_1 & , & vk'_2 = vk_1 \\ ik_2 = ik'_1 & \text{avec} & ik'_1(\theta + \pi) = ik_1(\theta) \\ vk_2 = vk'_1 & \text{avec} & vk'_1(\theta + \pi) = vk_1(\theta) \end{array}$$

2.2. Cas d'une inductance de filtrage infinie

2.2.1. Equations de fonctionnement

La symétrie du montage et l'égalité des intervalles de fermeture des interrupteurs complémentaires permettent de réduire à une demi-période l'intervalle d'étude du fonctionnement :

$$\begin{array}{lcl} u(\theta + \pi) = u(\theta) & & i(\theta + \pi) = i(\theta) \\ u'(\theta + \pi) = -u'(\theta) & , & i'(\theta + \pi) = -i'(\theta) \end{array}$$

La tension u et le courant i sont périodiques de période $T/2$. Durant la première demi-période, ($0 < \theta < \pi$), les interrupteurs k_1 et k'_2 sont fermés, k_2 et k'_1 ouverts. L'équation différentielle liant la tension u aux bornes du condensateur au courant à l'entrée de l'onduleur i est :

$$I_s - i = C\omega \frac{du}{d\theta}$$

avec :
$$i = I'_m \sin(\theta - \psi)$$

On déduit l'expression donnant la tension u :

$$u(\theta) = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left[\cos(\theta - \psi) - \cos\psi \right]$$

$u(0)$ étant la valeur à l'origine de u .

En régime établi, $u(\pi) = u(0)$ puisque la tension u est périodique de période $T/2$. De cette égalité, on déduit l'expression de la valeur moyenne du courant I_s :

$$I_s = \frac{2}{\pi} I'_m \cos \psi$$

En reportant l'expression de I_s dans celle de u , on déduit :

$$u(\theta) = u(0) + \frac{I'_m}{C\omega} \left[\cos(\theta - \psi) + \cos\left(\frac{2}{\pi} \theta - 1\right) \right] \quad (1.1)$$

Sachant que la valeur moyenne de la tension u est égale celle de la tension d'alimentation continue U_s , on déduit l'expression de la valeur à l'origine de la tension u :

$$u(0) = U_s - \frac{2}{\pi} \frac{I'_m}{C\omega} \sin \psi$$

En remplaçant $u(0)$ par son expression dans (1.1), on obtient :

$$u(\theta) = U_s + \frac{I'_m}{C\omega} \left[\cos(\theta - \psi) - \frac{2}{\pi} \sin\psi - \left(1 - \frac{2}{\pi}\theta\right) \cos\psi \right]$$

2.2.2. Emploi des valeurs réduites

Afin d'aboutir à des équations sans dimension, on rapporte toutes les tensions à une tension de référence notée V_R , les courants à un courant de référence noté I_R et les impédances à une impédance de référence notée Z_R .

Il nous a semblé intéressant de choisir les grandeurs de référence suivantes :

$$V_R = U_S \quad (V)$$

$$I_R = I'_m \quad (A)$$

$$Z_R = U_S / I'_m \quad (\Omega)$$

Les grandeurs normalisées sont désignées par un indice "o". Ainsi, pour caractériser l'importance relative de la capacité C et de la fréquence de fonctionnement, on rapporte l'impédance du condensateur $Z_C = 1/C\omega$ à l'impédance de référence Z_R . L'impédance normalisée sera notée:

$$Z_{C0} = \frac{1}{C \omega Z_R} = \frac{I'_m}{C \omega U_S}$$

Plus C et ω sont grands, plus ce rapport est faible.

Les expressions normalisées des diverses grandeurs déjà déterminées deviennent :

$$i'_0 = \sin(\theta - \psi)$$

$$I_{S0} = \frac{2}{\pi} \cos \psi$$

$$u_0(\theta) = 1 + Z_{C0} \left[\cos(\theta - \psi) - \frac{2}{\pi} \sin \psi - \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \cos \psi \right]$$

Vu que les expressions normalisées de toutes les tensions peuvent être déduites de celle de $u_0(\theta)$ et les expressions normalisées de tous les courants de celle de i'_0 , on déduit que :

- Les courants normalisés ne dépendent que de l'angle ψ
- Les tensions normalisées ne dépendent que de ψ et de Z_{C0}

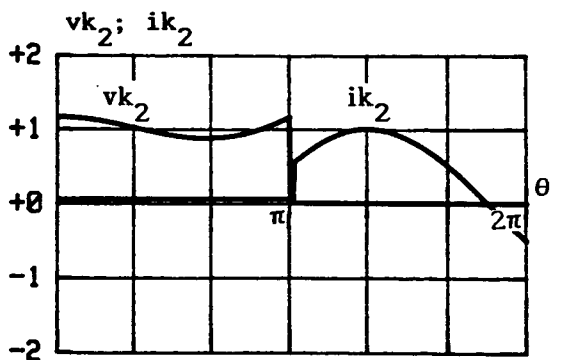
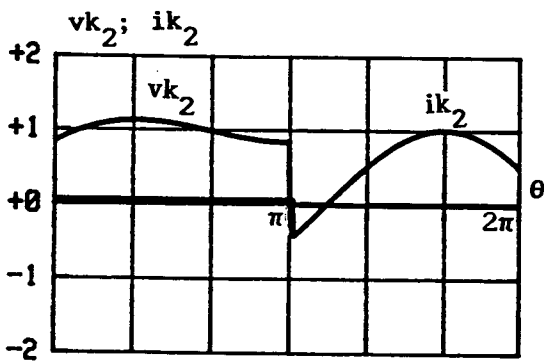
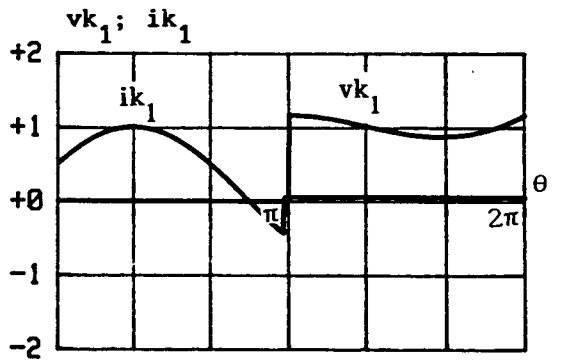
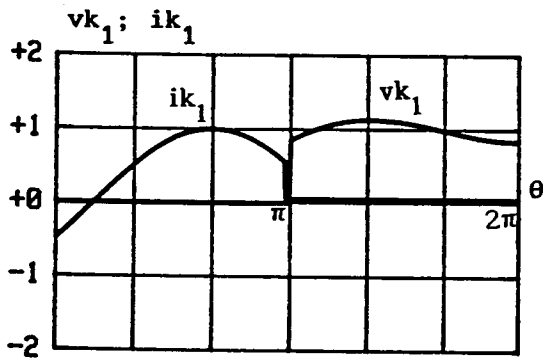
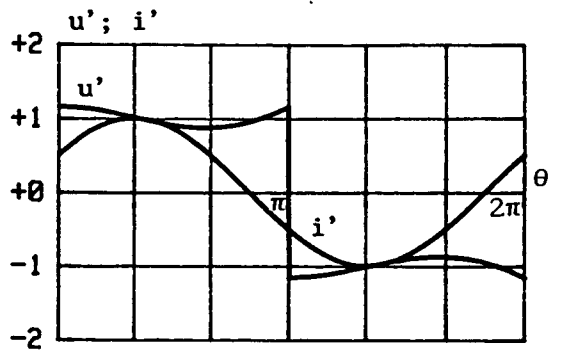
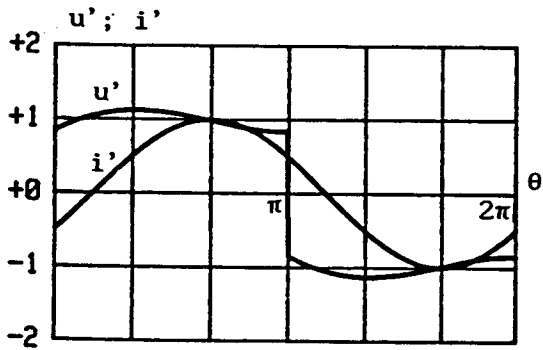
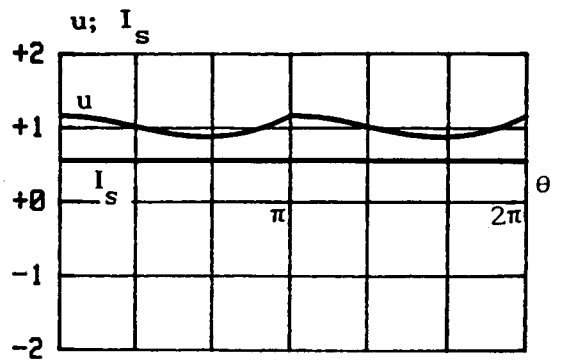
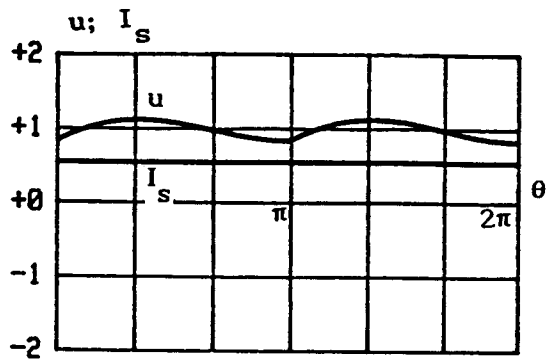
Lorsque le condensateur C a une capacité infinie, Z_{C0} est nul et les expressions deviennent celles qu'on obtenait pour un onduleur monophasé en pont alimenté par une source de tension parfaite.

2.2.3. Formes d'ondes

La figure 1.5 donne les formes d'ondes :

- o de la tension u et du courant i
- o de la tension u' et du courant i'
- o de la tension vk_1 et du courant ik_1
- o de la tension vk_2 et du courant ik_2

rapportés à leurs grandeurs de normalisation, pour $Z_{C0} = 0.5$ et pour respectivement $\psi = 30^\circ$ et $\psi = -30^\circ$.



$Z_{co}=0.5; \psi=30^\circ$

$Z_{co}=0.5; \psi=-30^\circ$

Fig. 1.5

La valeur de Z_{co} est choisie relativement élevée afin de mettre en évidence de façon claire la distorsion créée par la valeur finie de la capacité du filtre d'entrée.

Le courant i subit une discontinuité en $\theta=\pi$ pour toutes les valeurs de ψ sauf pour $\psi=0$. Sachant qu'on a déjà établi que :

$$\frac{du}{d\theta} = \frac{1}{C\omega}(I_s - i),$$

on déduit que la tension u présente en ce point un point anguleux pour toutes les valeurs de ψ , sauf pour $\psi=0$.

2.2.4. Caractéristique du courant I_s

La valeur normalisée du courant I_s délivré par la source de courant continu ne dépend que de ψ .

$$I_{so} = \frac{2}{\pi} \cos \psi$$

La courbe de la figure 1.6 montre ses variations en fonction de ψ : maximum pour ψ nul, il s'annule pour $|\psi| = \frac{\pi}{2}$.

En négligeant toutes les pertes, la puissance active fournie à la charge

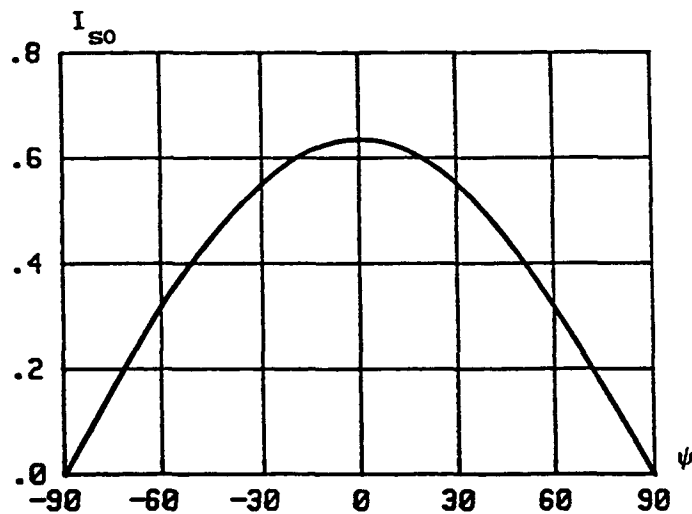


Fig. 1.6

alternative est égale à la puissance $P=U_s I_s$ débitée par la source continue ce qui entraîne que cette caractéristique est une image de la variation de la puissance échangée en fonction de ψ .

2.2.5. Caractéristique de la tension d'entrée u

Du fait de la valeur finie de la capacité C du filtre d'entrée, la tension u présente une ondulation Δu qui est la différence entre sa valeur maximale

instantanée et sa valeur minimale :

$$\Delta u = u_{\max} - u_{\min}$$

L'ondulation relative est donnée par :

$$\Delta u_o = \frac{u_{\max} - u_{\min}}{U_s}$$

A valeur donnée de ψ , l'ondulation relative Δu_o varie linéairement en fonction en fonction de Z_{co} comme indiqué à la figure 1.7:

A une valeur donnée de ψ , cette ondulation est inversement proportionnelle:

- à la capacité du condensateur
- à la fréquence de fonctionnement

Elle est proportionnelle à la valeur maximale du courant de sortie pour une tension U_s donnée.

On constate que la variation de l'ondulation relative en fonction de Z_{co} est la même pour ψ et $-\psi$, raison pour laquelle on a limité la plage de variation de ψ à $[0, \pi/2]$.

L'ondulation relative évolue dans le sens inverse de la puissance échangée. Plus celle-ci est élevée, plus l'ondulation est faible.

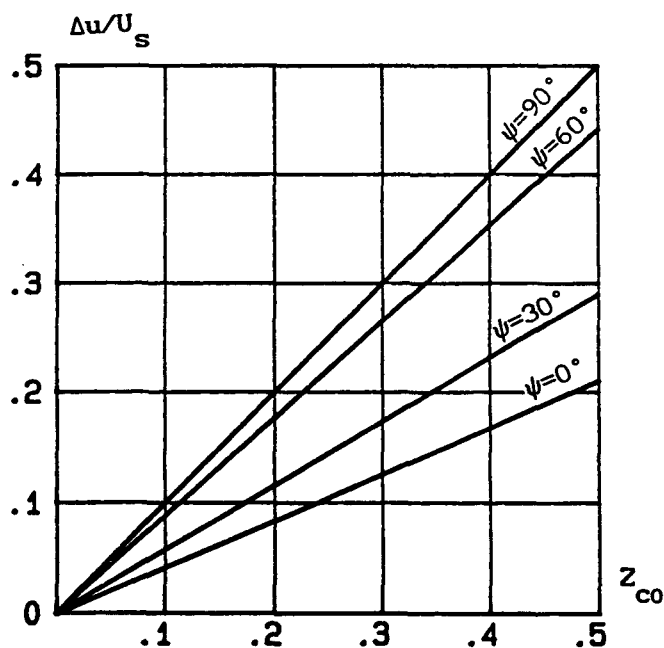


Fig. 1.7

On définit le facteur de forme de la tension u comme: $F = U_{\text{eff}}/U_{\text{moy}}$. Le facteur de forme caractérise l'ondulation de la tension u : plus il est supérieur à l'unité, plus on s'écarte d'une tension constante. A valeurs données de ψ , l'évolution de F en fonction de Z_{co} est donnée figure 1.8:

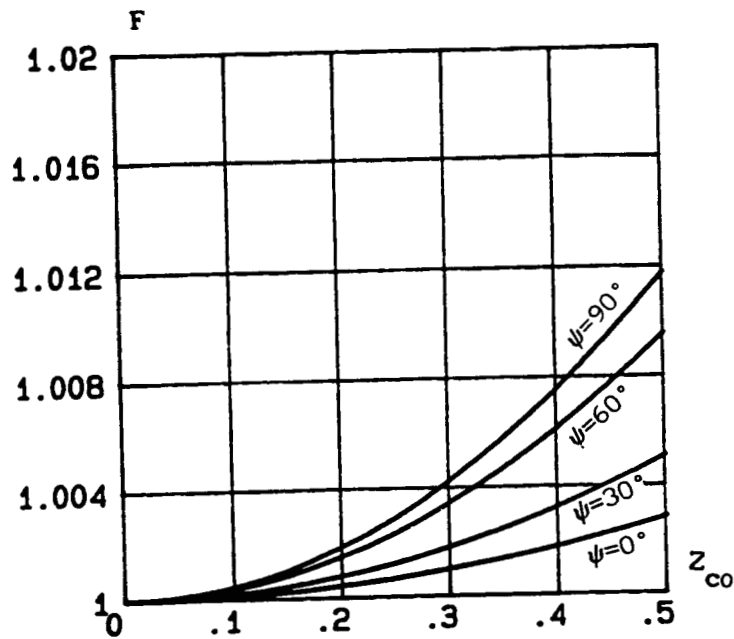


Fig. 1.8

Le facteur de forme ne dépend pas du signe de ψ . Il évolue dans le même sens que Z_{co} . A valeur donnée de Z_{co} sa valeur maximale est obtenue pour $\psi = \pm 90^\circ$.

2.2.6. Caractéristiques de la tension de sortie u'

La tension de sortie u' est périodique de période 2π . Son alternance positive reproduit au signe près son alternance négative.

L'expression normalisée de la tension u' sur une demi-période est donnée par :

$$u'_0 = 1 + Z_{co} \left[\cos(\theta - \psi) - \frac{2}{\pi} \sin \psi - \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) \cos \psi \right]$$

On en déduit :

- sa valeur efficace normalisée :

$$U'_0 = \left[1 + Z_{co}^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} + \cos^2 \psi \left(\frac{1}{3} - \frac{4}{\pi^2} \right) \right] \right]^{1/2}$$

Elle ne dépend que de Z_{co} et de ψ . Pour un déphasage ψ donné, les variations de celle-ci en fonction de Z_{co} sont identiques à celles du facteur de forme u indiquées sur la figure 1.8.

La décomposition en série de Fourier de la tension de sortie u' ne contient que des harmoniques impairs de rang $n=2k+1$, $k>0$. Ainsi u' peut s'écrire sous la forme:

$$u' = \sum_{k=0}^{\infty} U'_{2k+1} \sqrt{2} \sin\left((2k+1)\theta - \psi'_{2k+1}\right)$$

avec:

$$U'_{2k+1} \sqrt{2} = \sqrt{A_{2k+1}^2 + B_{2k+1}^2} \quad ; \quad \operatorname{tg} \psi'_{2k+1} = - \frac{B_{2k+1}}{A_{2k+1}}$$

et:

$$A_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u' \sin(2k+1)\theta \, d\theta \quad ; \quad B_{2k+1} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u' \cos(2k+1)\theta \, d\theta$$

- La valeur efficace réduite de son fondamental est donnée par :

$$U'_{10} \sqrt{2} = \sqrt{A_1'^2 + B_1'^2}$$

avec :

$$A_1' = \frac{4}{\pi} + Z_{c0} \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \right] \sin \psi \quad ; \quad B_1' = Z_{c0} \left[1 - \frac{8}{\pi^2} \right] \cos \psi$$

- Le déphasage ψ'_1 du fondamental de la tension de sortie u' par rapport à l'origine est donné par :

$$\operatorname{tg} \psi'_1 = - B_1' / A_1'$$

- Le déphasage du courant de sortie i' par rapport au fondamental de u' est donné par:

$$\varphi'_1 = \psi - \psi'_1 \quad (1.2)$$

- La valeur efficace réduite des harmoniques impairs de rang n est donnée par:

$$U'_{n0} \sqrt{2} = \sqrt{A_n'^2 + B_n'^2}$$

avec :

$$A_n' = \frac{4}{n\pi} + Z_{c0} \left[- \frac{8}{n\pi^2} \right] \sin \psi \quad ; \quad B_n' = Z_{c0} \left[- \frac{8}{n\pi^2} \right] \cos \psi$$

-La somme quadratique des harmoniques $\tau_{u'}$, définie par:

$$\tau_{u'} = \sqrt{U'^2 - U_1'^2}$$

La figure 1.9 donne les variations des valeurs efficaces du fondamental et des harmoniques 3, 5 et 7 de la tension de sortie u' ainsi que la somme quadratique des harmoniques rapportées à U_S , en fonction de Z_{c0} , pour ψ successivement égal à $\pm 30^\circ$, $\pm 60^\circ$ et $\pm 90^\circ$.

Les variations de ces mêmes grandeurs en fonction de ψ , pour $Z_{c0} = 0.5$ sont données par la figure 1.10.

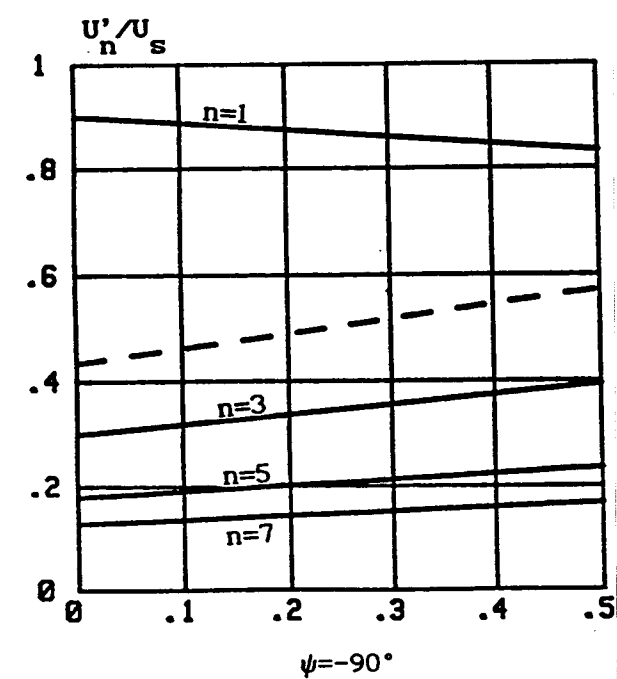
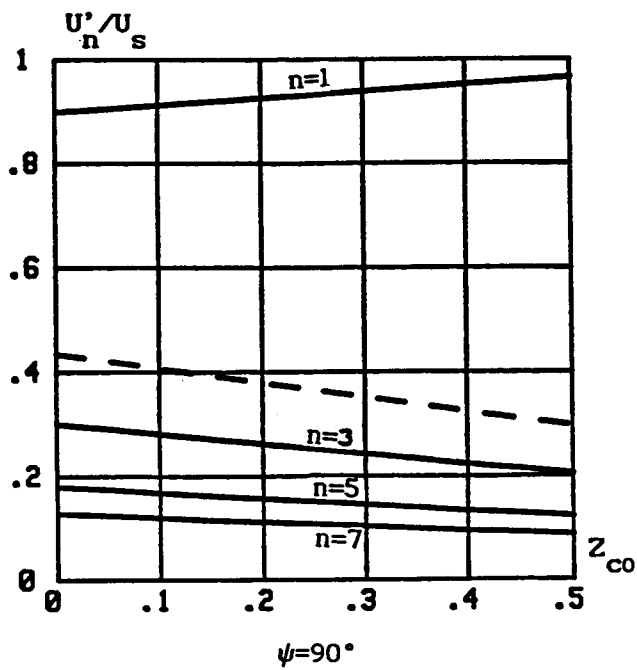
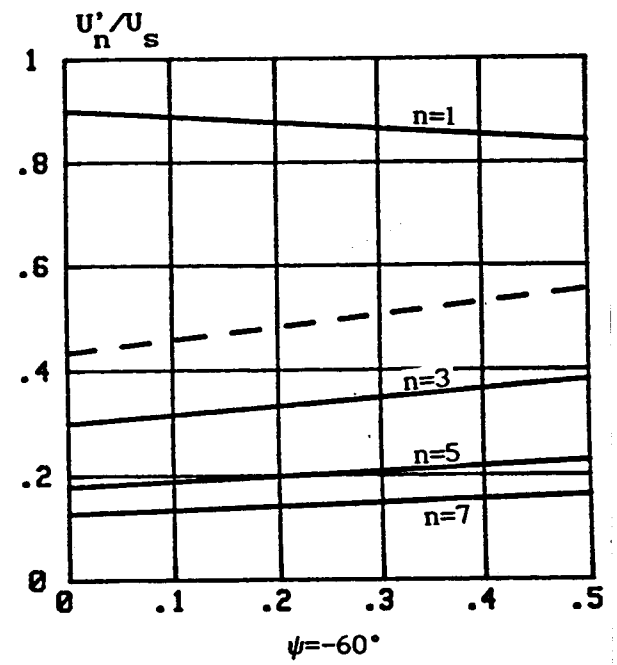
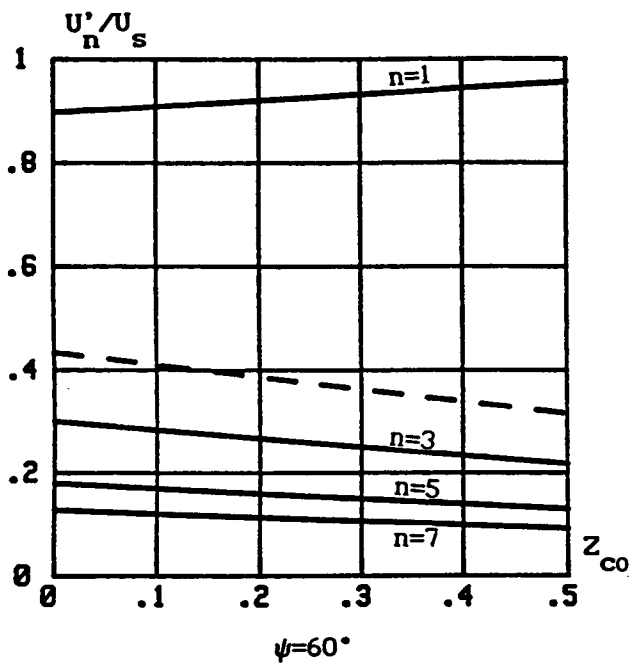
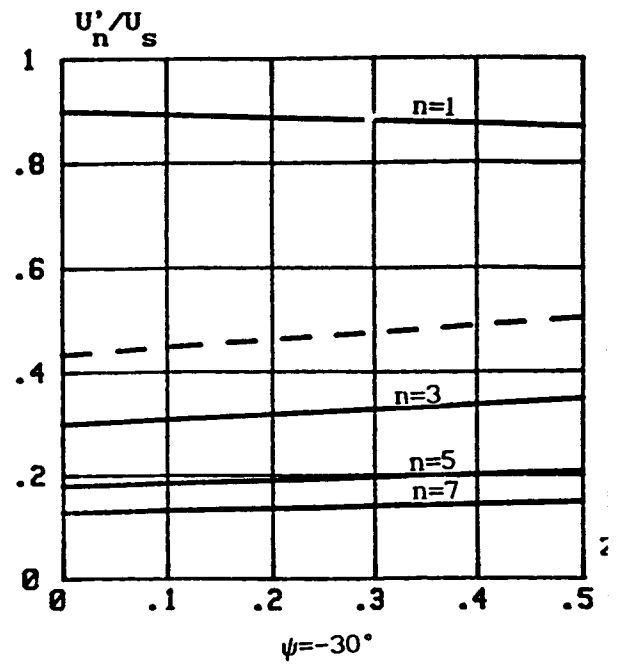
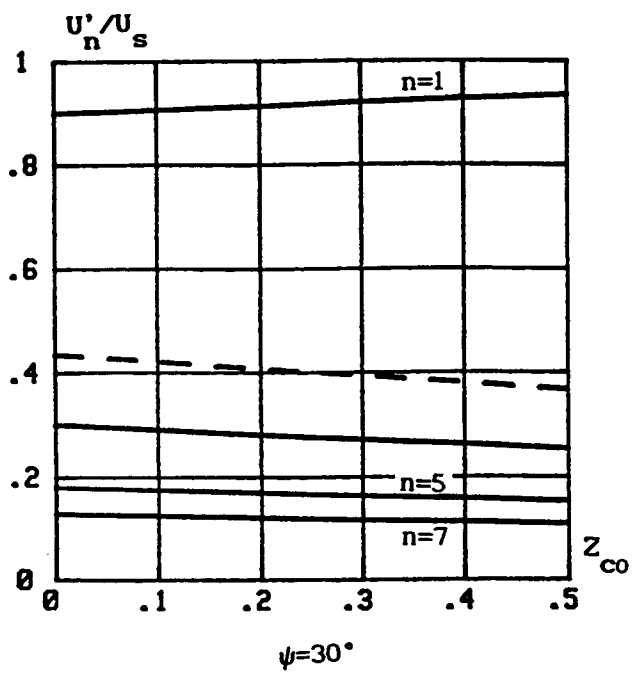


Fig. 1.9

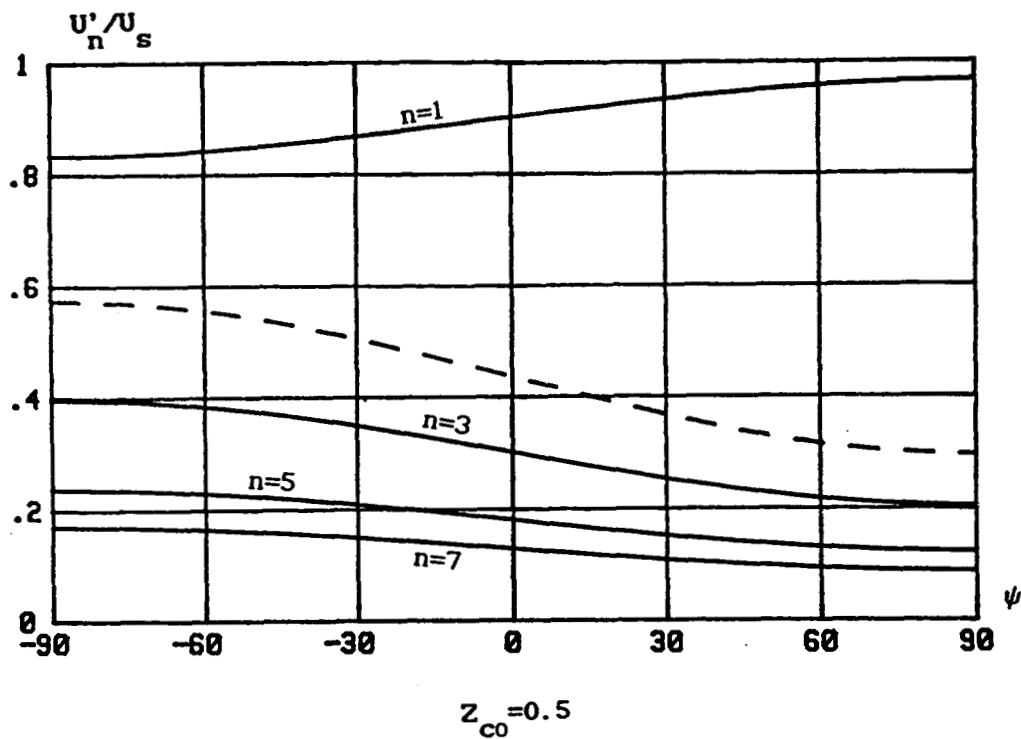


Fig. 1.10

Pour un déphasage ψ positif, la valeur efficace réduite U'_{10} du fondamental de u' augmente tout le temps avec Z_{co} . L'accroissement est d'autant plus notable que ψ est élevé. Pour une valeur négative du déphasage ψ , U'_{10} décroît jusqu'à la valeur $Z_{co} = -4\sin\psi / \pi \left(1 - \frac{8}{\pi^2}\right)$ puis elle se met à croître.

Par contre, les valeurs efficaces des harmoniques croissent tout le temps en fonction de Z_{co} pour les valeurs négatives de ψ . Elles décroissent jusqu'à: $Z_{co} = \pi \sin\psi / 2 \left(\sin^2\psi + (\cos\psi/n)^2\right)$, puis elles se mettent à croître pour les valeurs positives de ψ .

Dans la plage de variations choisie pour Z_{co} , le taux d'harmoniques décroît en fonction de Z_{co} , pour les valeurs positives de ψ . Il croît pour les valeurs négatives. Pour une valeur donnée de Z_{co} , la valeur la plus élevée du fondamental de u' est obtenue pour $\psi=90^\circ$: c'est aussi la valeur pour laquelle le taux d'harmoniques est le plus faible.

En effet, on constate que lorsque ψ tend vers 90° , le maximum de u se décale vers $\pi/2$ et correspond au milieu de l'alternance positive de u' : le fondamental de u' est alors maximum. Quand ψ tend vers -90° , le minimum de u se décale vers $\pi/2$ et correspond au milieu de l'alternance positive de u' : le fondamental de u' est alors minimum.

La figure 1.11 donne une illustration de ce phénomène.

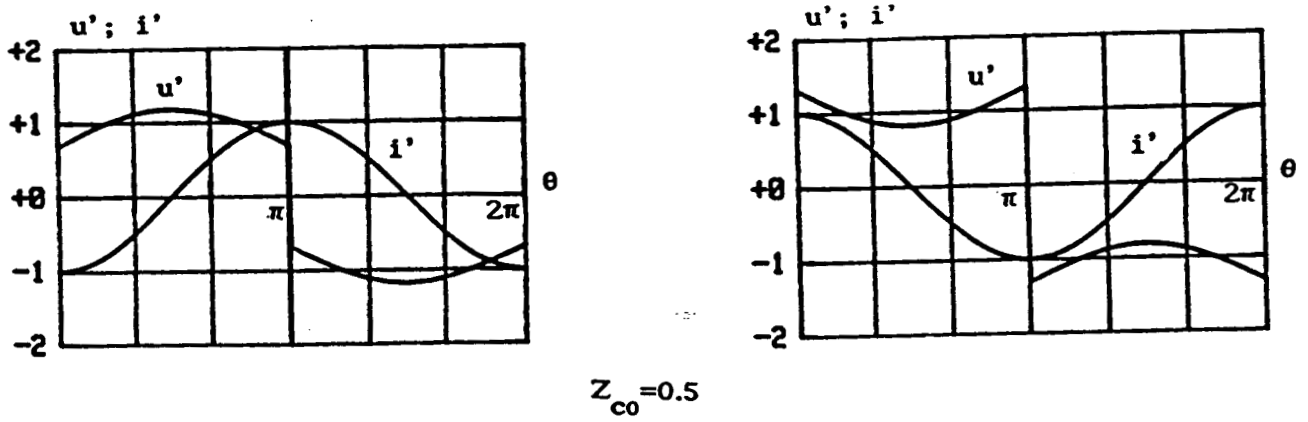


Fig. 1.11

La figure 1.12 donne les variations de φ'_1 en fonction de ψ pour plusieurs valeurs données de Z_{co} .

Il nous a semblé commode d'établir les expressions donnant les valeurs des différentes variables en fonction de ψ et non en fonction de φ'_1 . Le passage de ψ à φ'_1 peut s'effectuer selon la relation (1.2) ou en utilisant les courbes de la figure 1.12.

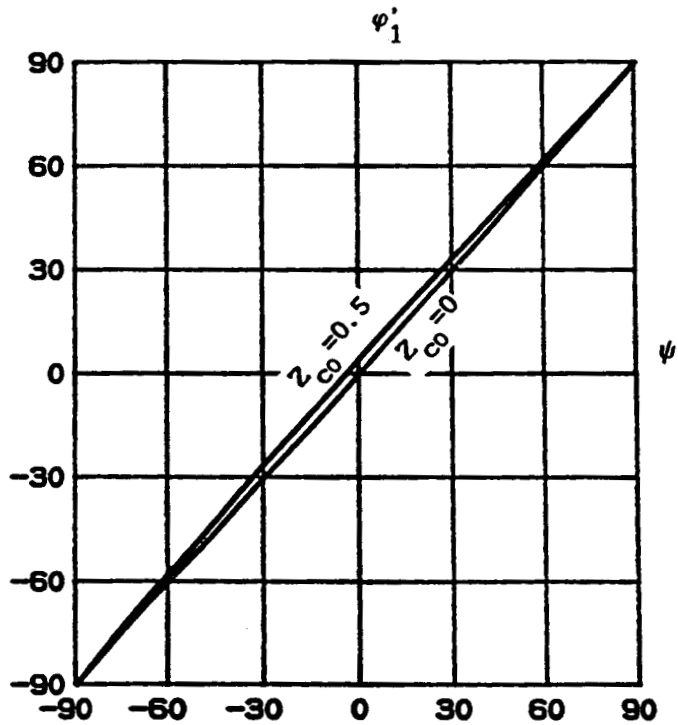


Fig. 1.12

Plus Z_{co} est faible, plus φ'_1 est proche de ψ . Pour $\psi = \pm 90^\circ$, quelle que soit la valeur de Z_{co} , φ'_1 est égal à ψ .

2.3. Prise en compte de l'inductance de filtrage

Etant donné que l'inductance L du filtre d'entrée a une valeur finie, la structure à étudier devient celle de la figure 1.2.

Le courant délivré par la source de tension continue présente une ondulation Δi_s .

2.3.1. Paramètres caractéristiques

On caractérise le filtre par deux paramètres :

■ Soit Z_{co} et Z_{lo} en désignant par le premier la valeur de l'impédance de la capacité C à la fréquence de fonctionnement rapportée à l'impédance de normalisation U_s/I'_m et par le second, la valeur de l'impédance de l'inductance L à la fréquence de fonctionnement rapportée à la même quantité.

$$Z_{co} = \frac{1}{C\omega} \frac{I'_m}{U_s} \qquad Z_{lo} = L\omega \frac{I'_m}{U_s}$$

■ Soit k_f et k_i , en désignant par le premier le rapport de la pulsation propre $\omega_f = 1/\sqrt{LC}$ à la pulsation ω du courant de sortie de l'onduleur. Le second est le rapport de l'impédance propre du filtre $\sqrt{L/C}$ à l'impédance de normalisation U_s/I'_m

$$k_f = \frac{\omega_f}{\omega} \qquad k_i = \sqrt{L/C} \frac{I'_m}{U_s}$$

Les expressions de k_f et de k_i en fonction de Z_{co} et Z_{lo} sont:

$$k_f = \sqrt{Z_{co}/Z_{lo}} \qquad k_i = \sqrt{Z_{co}Z_{lo}}$$

Les expressions des différentes grandeurs en fonction de Z_{co} et Z_{lo} permettent de séparer l'influence de chacun des deux éléments qui composent le filtre d'entrée. Mais l'utilisation des paramètres k_f et k_i permet de choisir plus facilement les composants du filtre et de réduire le nombre des paramètres pour les caractéristiques des courants qui ne dépendent que de k_f .

Dans cette partie nous allons mettre en évidence les changements qui apparaissent par rapport au cas précédent, du fait de la valeur finie de l'inductance L.

2.3.2. Equations de fonctionnement

La présence d'une inductance L de valeur finie ne modifie pas les symétries déjà citées dans ce qui précède.

Cependant, une nouvelle grandeur qui est le courant i_s dans l'inductance sera prise en compte. Ce courant est tel que:

$$i_s(\theta + \pi) = i_s(\theta)$$

Comme précédemment, l'intervalle d'étude du fonctionnement sera réduit à $[0, \pi]$. Pendant cet intervalle, les interrupteurs k_1 et k_2' sont fermés, k_1' et k_2 ouverts.

Le courant i_s et la tension u sont liés au courant i et à la tension U_s par:

$$\begin{cases} i_s - C\omega \frac{du}{d\theta} = i \\ L\omega \frac{di_s}{d\theta} + u = U_s \end{cases}$$

avec: $i = I'_m \sin(\theta - \psi)$

On en déduit l'équation différentielle donnant i_s :

$$\frac{d^2 i_s}{d\theta^2} + k_f i_s = k_f I'_m \sin(\theta - \psi)$$

D'où: $i_s = A \cos k_f \theta + B \sin k_f \theta + \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi)$

De l'expression de i_s , on déduit celle de u sachant que:

$$u = U_s - L\omega \frac{di_s}{d\theta}$$

On obtient:

$$u = U_s - L\omega_f \left[-A \sin k_f \theta + B \cos k_f \theta + \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \cos(\theta - \psi) \right]$$

Pour trouver les constantes d'intégration A et B, on écrit que ni i_s , ni u ne peuvent subir de discontinuité ce qui implique que:

$$i_s(\pi) = i_s(0) \quad \text{et} \quad u(\pi) = u(0)$$

Les expressions des constants d'intégration A et B ainsi obtenues sont:

$$A = I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos \psi \frac{1}{\operatorname{tg} k_f \left(\frac{\pi}{2} \right)} - k_f \sin \psi \right]$$

$$B = I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos \psi + k_f \sin \psi \frac{1}{\operatorname{tg} k_f \left(\frac{\pi}{2} \right)} \right]$$

Remarque:

■ L'expression du courant i_s ainsi que celle de la tension u ne sont valables que si k_f est différent de 1 c'est-à-dire lorsque la pulsation de fonctionnement est différente de la pulsation propre du filtre ω_f .

2.3.3. Emploi de valeurs réduites

Les expressions réduites des diverses grandeurs déjà déterminées et dont découlent toutes les autres deviennent:

$$i'_0 = \sin(\theta - \psi)$$

$$i_{s0} = A' \cos k_f \theta + B' \sin k_f \theta + \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi)$$

$$u_0 = 1 - k_i \left[-A' \sin k_f \theta + B' \cos k_f \theta + \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \cos(\theta - \psi) \right]$$

avec:

$$A' = \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos \psi \frac{1}{\operatorname{tg} k_f \left(\frac{\pi}{2} \right)} - k_f \sin \psi \right]$$

$$B' = \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos \psi + k_f \sin \psi \frac{1}{\operatorname{tg} k_f \left(\frac{\pi}{2} \right)} \right]$$

De ces expressions, on déduit que:

- Les courants réduits à I'_m ne dépendent que de k_f et de ψ
- Les tensions réduites à U_s dépendent en plus de k_i

Remarque:

■ Pour une impédance de normalisation Z_R donnée et pour une fréquence de fonctionnement donnée:

* Lorsque la valeur de la capacité C tend vers l'infini, alors que celle de l'inductance est finie, la constante d'intégration A' tend vers $\frac{2}{\pi} \cos \psi$ qui est aussi la valeur de I_{s0} , alors que la constante d'intégration B' s'annule et u prend la valeur U_s .

* Lorsque la valeur de l'inductance L tend vers l'infini, alors que le condensateur garde une capacité de valeur finie, A' tend de la même façon vers $\frac{2}{\pi} \cos \psi$. Le produit de la constante d'intégration B' par k_i tend vers:

$$Z_{c0} \left[\frac{2}{\pi} \sin \psi + \cos \psi \right].$$

L'expression réduite de la tension d'entrée u sera celle déjà trouvée précédemment:

$$u_0 = 1 + Z_{c0} \left[\cos(\theta - \psi) - \frac{2}{\pi} \sin \psi - \left(1 - \frac{2}{\pi} \cos \psi \right) \cos \psi \right]$$

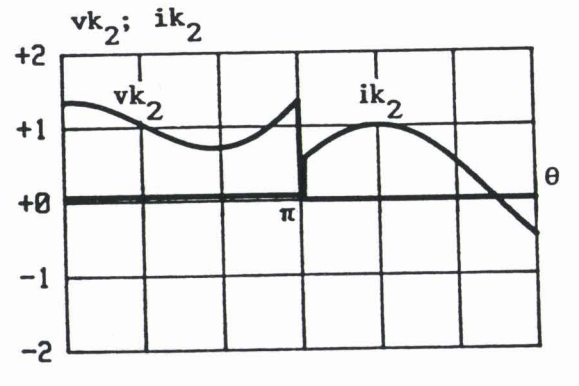
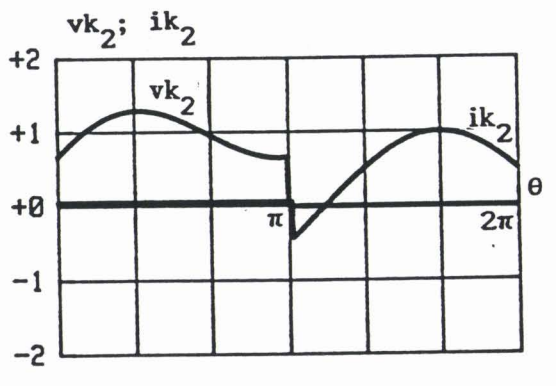
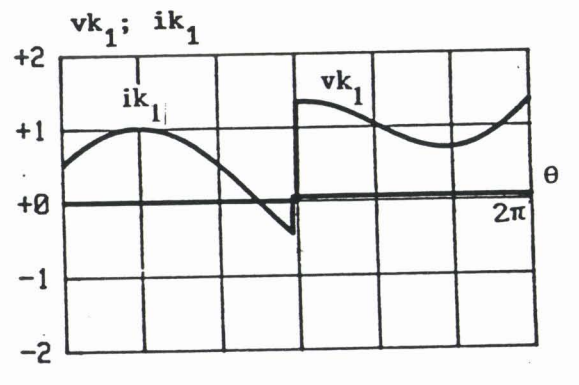
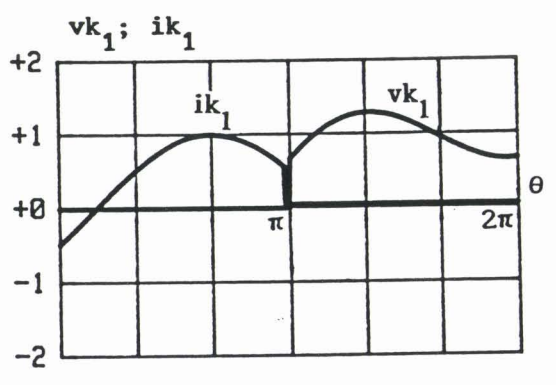
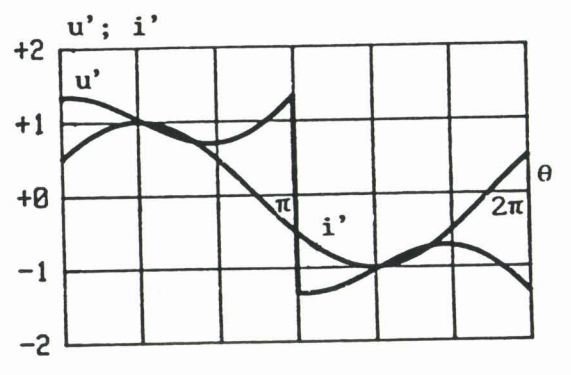
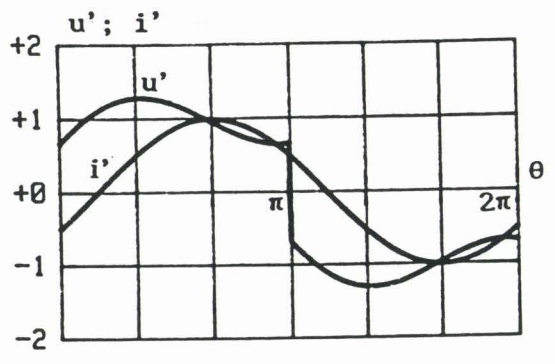
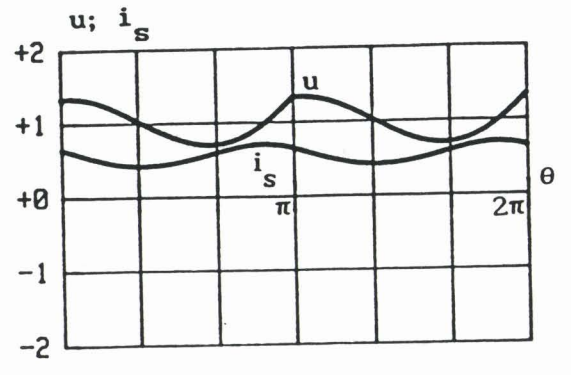
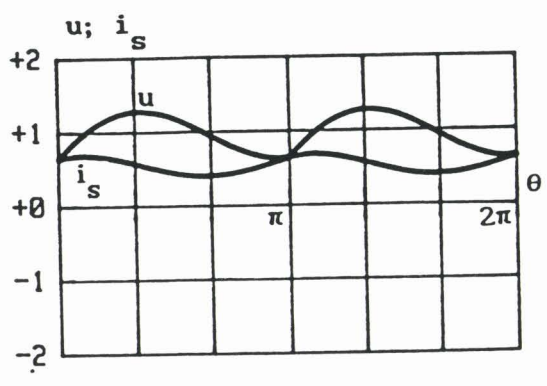
On retrouve bien les expressions de u_0 et de I_{s0} déjà établies dans le cas où l'inductance L est infinie

2.3.4. Formes d'ondes

La figure 1.13 donne les formes d'ondes:

- o de la tension u et du courant i_s
- o de la tension u' et du courant i'
- o de la tension vk_1 et du courant ik_1
- o de la tension vk_2 et du courant ik_2

rapportés à leurs paramètres de normalisation pour $k_f=0.9$, $k_i=1$ et pour respectivement $\psi=30^\circ$ et $\psi=-30^\circ$.



$k_f=0.9; k_i=1; \psi=30^\circ$

$k_f=0.9; k_i=1; \psi=-30^\circ$

Fig. 1.13

2.3.5. Caractéristique du courant i_s

Le courant i_s a une fréquence double de celle des grandeurs de sortie f . Sa décomposition en série de Fourier contient en plus du terme moyen des termes de fréquences multiples de $2f$. Le développement en série de i_s peut se mettre sous la forme:

$$i_s = I_s + \sum_{n=1}^{\infty} I_{s2n} \sqrt{2} \sin(2n\theta - \psi_{i2n})$$

avec: $I_{s2n} \sqrt{2} = \sqrt{A_{2n}^2 + B_{2n}^2}$; $\operatorname{tg} \psi_{i2n} = -\frac{B_{2n}}{A_{2n}}$

$$A_{2n} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} i_s \sin 2n\theta d\theta \quad ; \quad B_{2n} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} i_s \cos 2n\theta d\theta$$

- Sa valeur moyenne réduite I_{s0} est donnée par: $I_{s0} = \frac{2}{\pi} \cos \psi$

- Les expressions de A'_{2n} et B'_{2n} des coefficients A_{2n} et B_{2n} , rapportés à la valeur maximale du courant de sortie sont données par:

$$A'_{2n} = \frac{A}{\pi} \left[-\frac{4n}{k_f^2 - 4n^2} (1 - \cos k_f \pi) \right] + \frac{B}{\pi} \left[\frac{4n}{k_f^2 - 4n^2} (\sin k_f \pi) \right] + \frac{1}{\pi} \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} \left(\frac{8n}{1 - 4n^2} \right) \sin \psi$$

$$B'_{2n} = \frac{A}{\pi} \left[\frac{2k_f}{k_f^2 - 4n^2} (\sin k_f \pi) \right] + \frac{B}{\pi} \left[\frac{2k_f}{k_f^2 - 4n^2} (1 - \cos k_f \pi) \right] + \frac{1}{\pi} \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} \left(\frac{4}{1 - 4n^2} \right) \cos \psi$$

Ces expressions sont valables à condition que k_f soit différent de 1 et qu'il ne soit pas un entier pair.

La présence d'une inductance L de valeur finie, ne modifie pas la valeur moyenne du courant i_s , mais entraîne l'apparition d'harmoniques et par conséquent de l'ondulation Δi_s .

La figure 1.14 donne les variations de l'ondulation relative $\Delta i_s / I'_m$ en fonction de k_f , pour plusieurs valeurs du déphasage ψ .

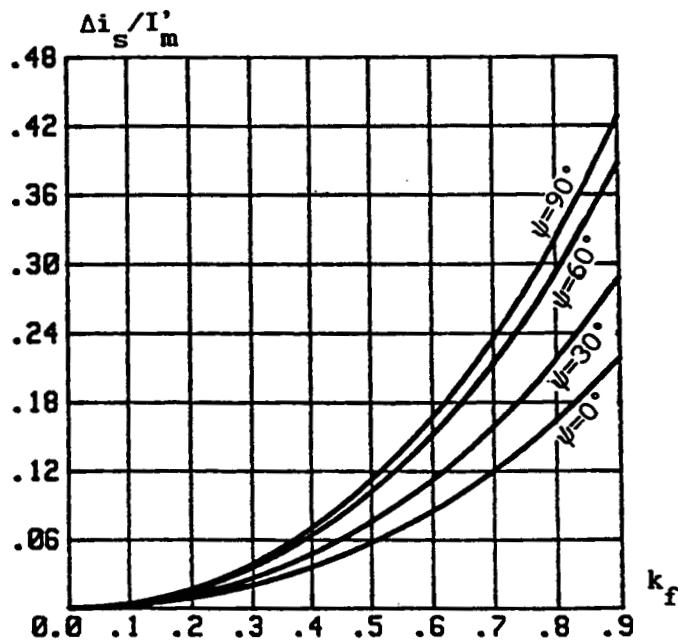


Fig. 1.14

A valeurs données de ψ , l'ondulation relative croît en fonction de k_f . Elle est indépendante du signe de ψ .

La figure 1.15 donne les variations des valeurs efficaces des harmoniques de i_s rapportées à celle du courant de sortie i' , en fonction de k_f , pour différentes valeurs de ψ .

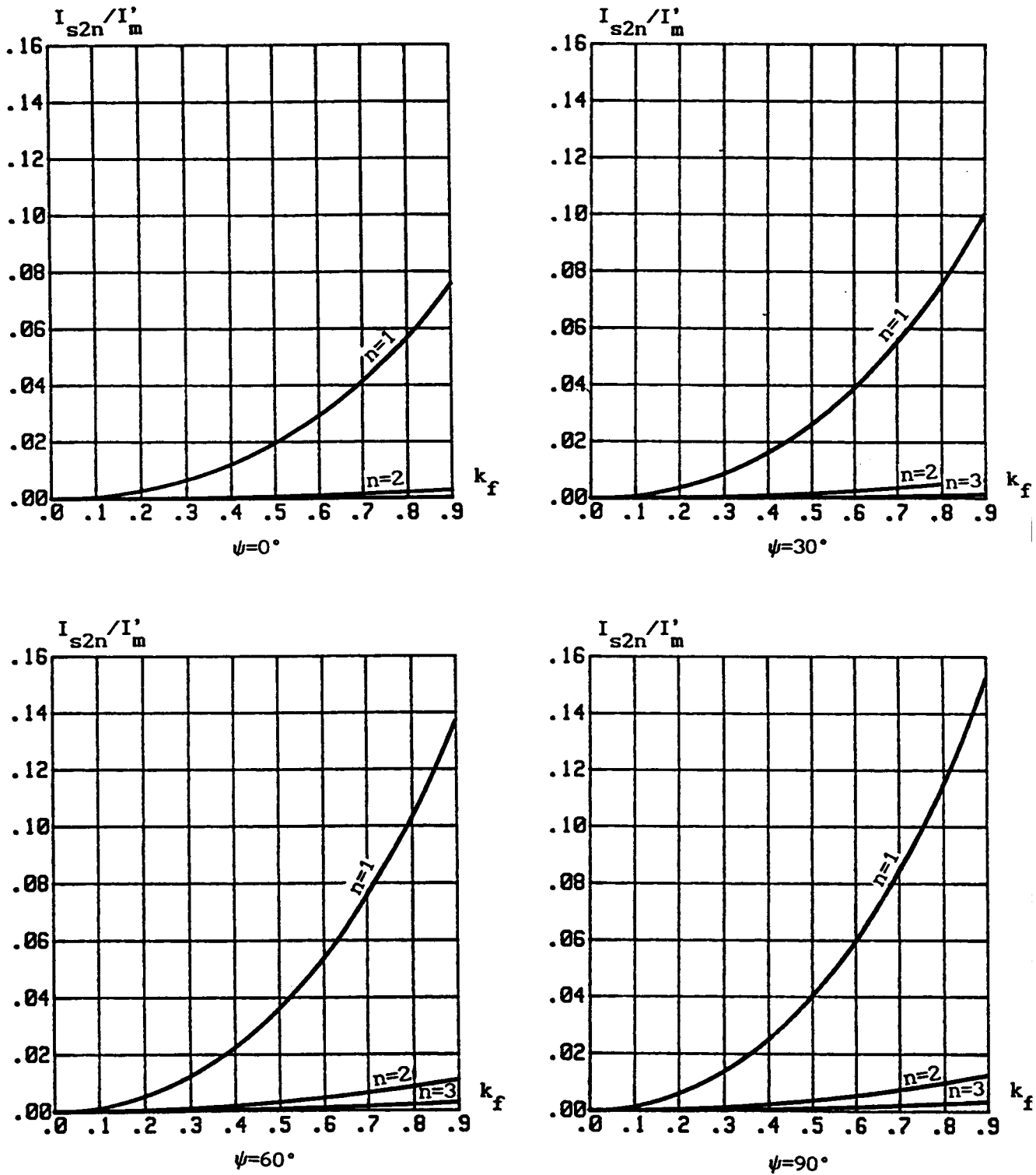


Fig. 1.15

L'harmonique prépondérant est celui de fréquence $2f$. Les autres ont des faibles valeurs.

2.3.6. Caractéristique de la tension u

A valeurs données de ψ , la variation de l'ondulation relative Δu_0 rapportée à k_i , en fonction de k_f est donnée par la figure 1.16.

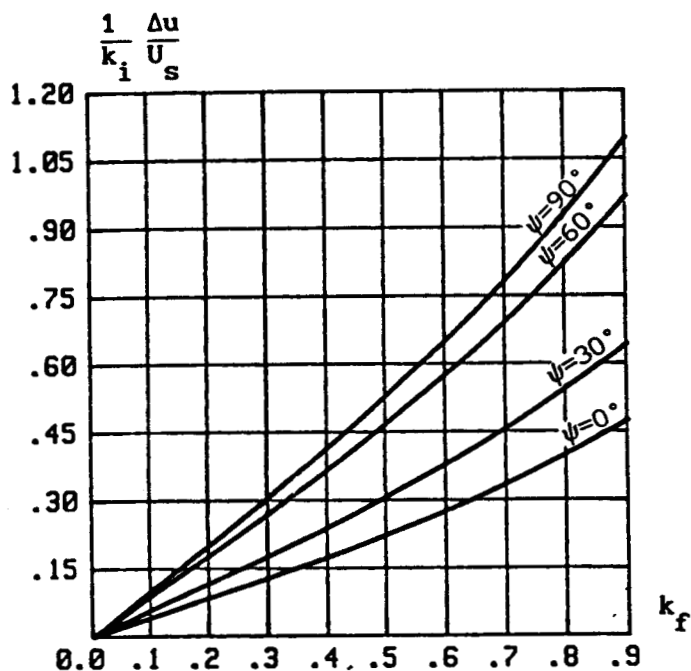


Fig.1.16

Cette ondulation relative varie proportionnellement avec k_i , donc proportionnellement avec la valeur maximale du courant de sortie. Elle est la même pour ψ , $-\psi$, $\pi+\psi$ et $\pi-\psi$

2.3.7. Caractéristiques de la tension de sortie u'

La tension de sortie u' est périodique de période angulaire 2π . Vu la symétrie de glissement qu'elle présente, son développement en série ne comporte, en plus du fondamental, que des harmoniques impairs. Comme au paragraphe 2.2.6, la tension u' peut s'écrire sous la forme:

$$u' = \sum_{k=0}^{\infty} U'_{2k+1} \sqrt{2} \sin((2k+1)\theta - \psi'_{2k+1})$$

- Son fondamental a pour valeur efficace réduite:

$$U'_{10} \sqrt{2} = \sqrt{A_1'^2 + B_1'^2}$$

avec:
$$A'_1 = \frac{4}{\pi} - \frac{2}{\pi} \frac{k_i}{1-k_f^2} \left[-A' \sin k_f \pi + B' (1 + \cos k_f \pi) \right] + \frac{k_i k_f}{1-k_f^2} \sin \psi$$

et:
$$B'_1 = -\frac{2}{\pi} \frac{k_i k_f}{1-k_f^2} \left[-A' (1 + \cos k_f \pi) + B' \sin k_f \pi \right] + \frac{k_i k_f}{1-k_f^2} \cos \psi$$

- Le déphasage du fondamental de la tension de sortie u' par rapport à l'origine est donné par:

$$\text{tg} \psi'_1 = -\frac{B'_1}{A'_1}$$

- Le déphasage du courant de sortie i' par rapport au fondamental de la tension u' est donné par:

$$\varphi' = \psi - \psi'$$

- Les valeurs efficaces réduites des différents harmoniques impairs de rang $n=2k+1$ sont données par:

$$U'_{n0} \sqrt{2} = \sqrt{A_n'^2 + B_n'^2}$$

avec:

$$A'_n = \frac{4}{n\pi} - \frac{2}{\pi} k_i \frac{n}{n^2-k_f^2} \left[-A' \sin k_f \pi + B' (1 + \cos k_f \pi) \right]$$

et:

$$B'_n = -\frac{2}{\pi} \frac{k_i k_f}{n^2-k_f^2} \left[A' (1 + \cos k_f \pi) + B' \sin k_f \pi \right]$$

Les termes du développement en série de la tension u' dépendent de k_f , k_i et de ψ .

Les courbes de la figure 1.17 donnent l'évolution des valeurs efficaces réduites du fondamental de la tension u' et de ses 3 premiers harmoniques ainsi que la somme quadratique des harmoniques $\left(\sum_{k=1}^{\infty} U_{2k+1}^2 \right)^{\frac{1}{2}}$ rapportée à U_s en fonction de k_f , pour $k_i=1$ et pour ψ successivement égal à $\pm 30^\circ$, $\pm 60^\circ$ et $\pm 90^\circ$.

La figure 1.18 donne les variations des mêmes grandeurs mais en fonction de ψ , pour $k_f=0.9$ et k_i successivement égal à 0.5 et 1.

Dans la plage de variation choisie pour k_f et pour des valeurs positives de ψ , la valeur efficace du fondamental de u' augmente avec k_f , alors que celles des harmoniques diminuent, ce qui entraîne une diminution du taux d'harmoniques. Par contre pour les valeurs négatives de ψ , la valeur efficace du fondamental diminue au fur et à mesure que k_f augmente et celles des harmoniques croissent ce qui entraîne une augmentation du taux d'harmoniques.

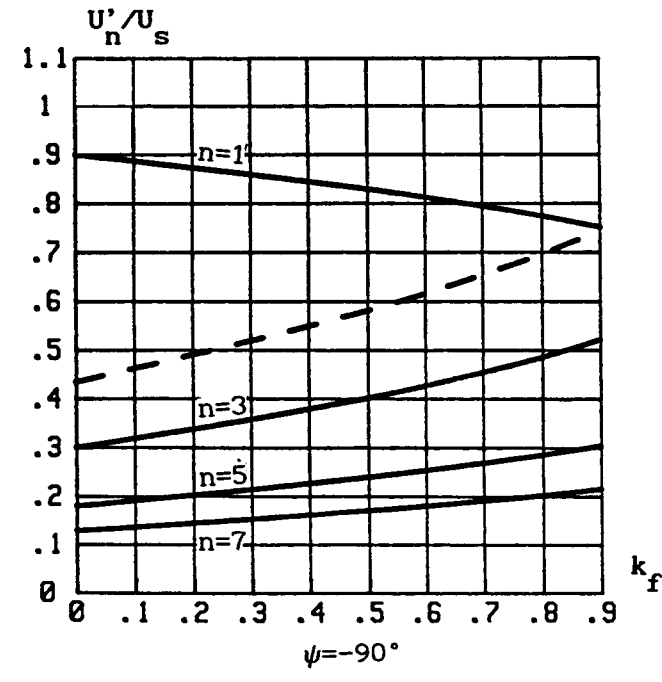
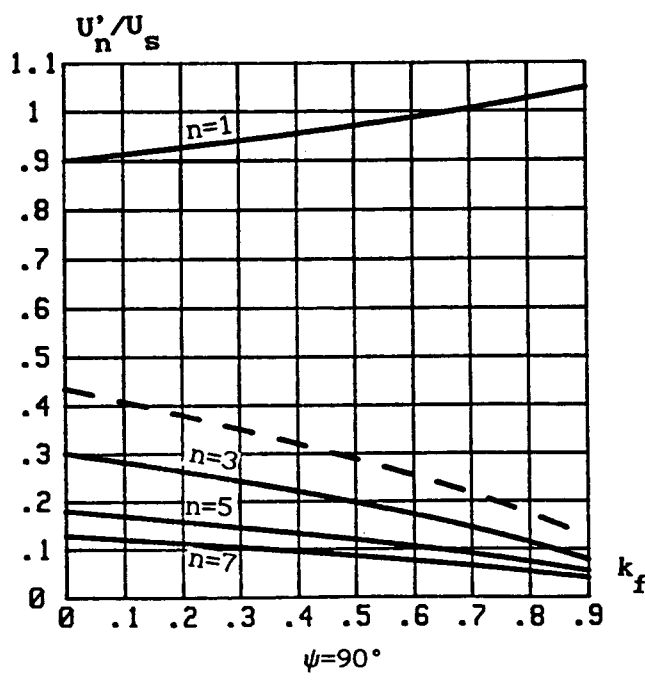
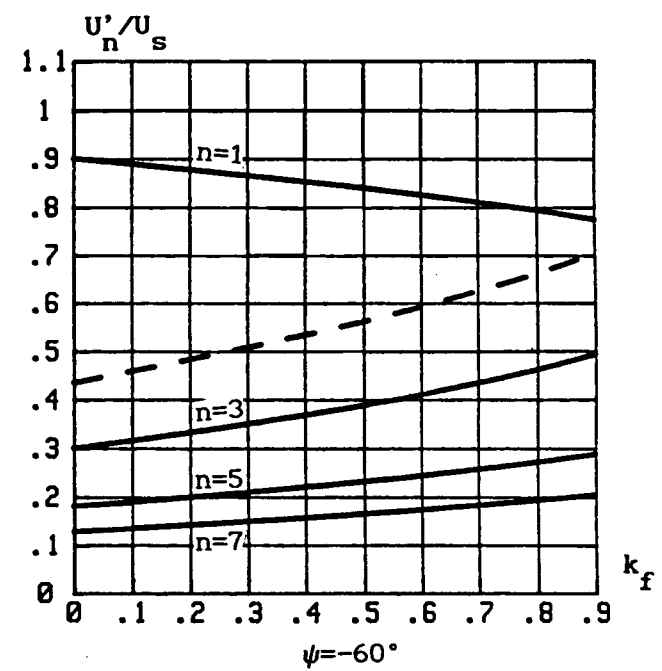
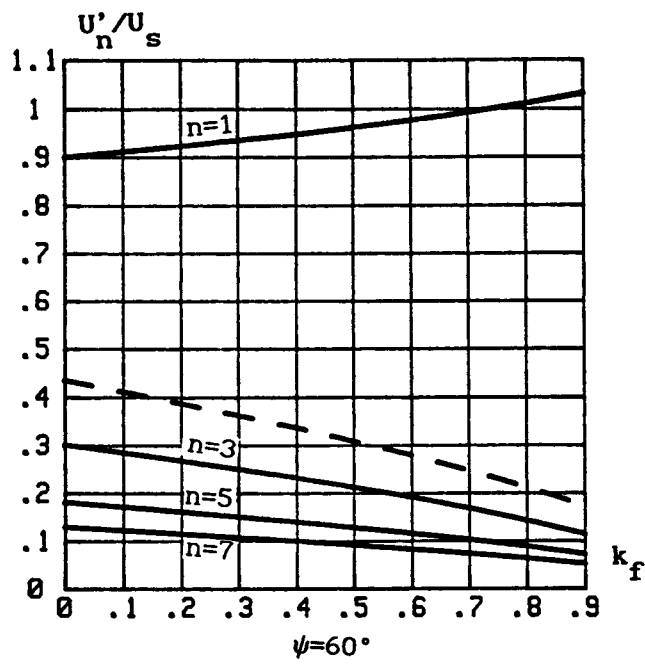
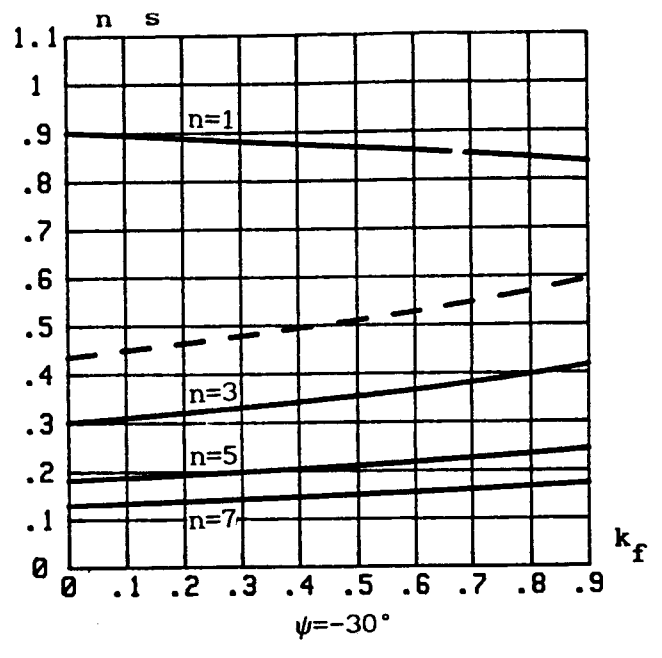
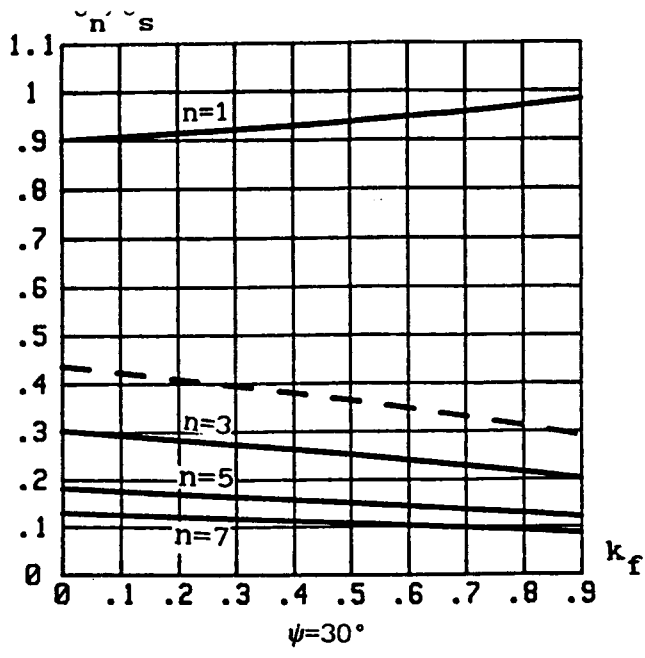


Fig. 1.17

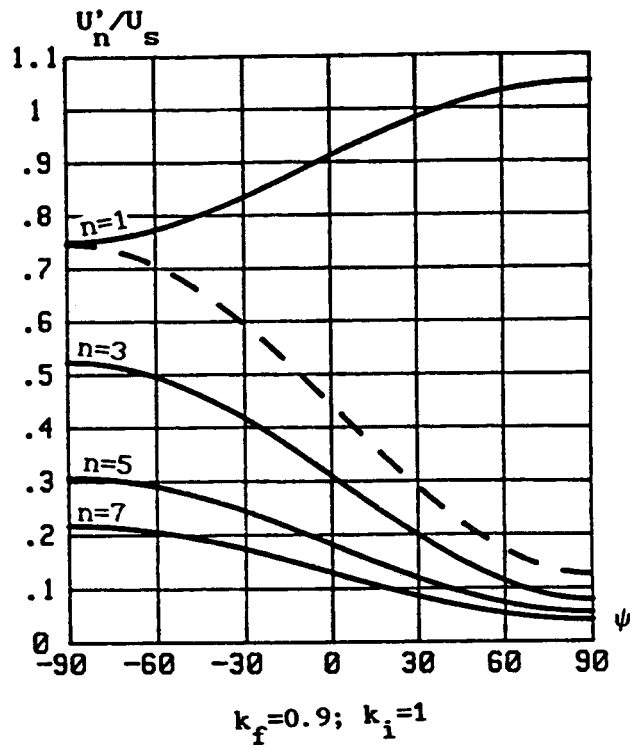
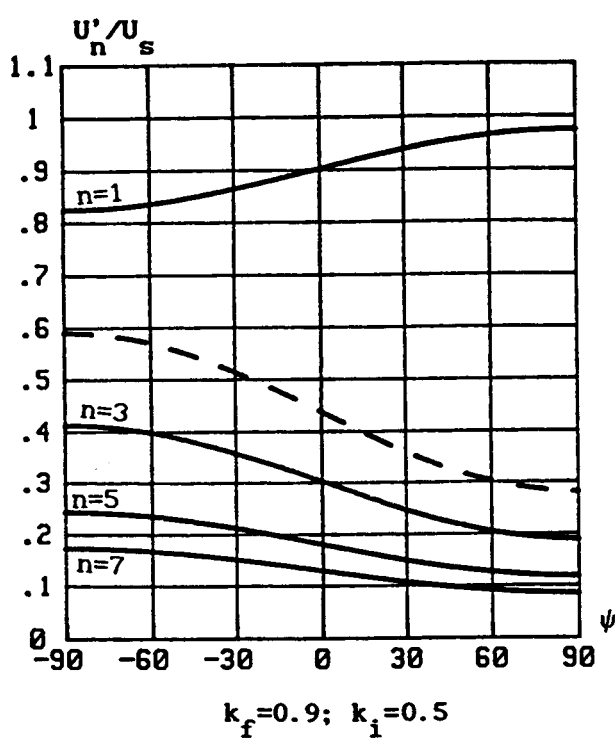


Fig. 1.18

Une telle évolution de la valeur efficace du fondamental, peut s'expliquer d'après les tracés des formes d'ondes de u' donnés par la figure 1.19, pour $k_f=0.9$, $k_i=1$ et pour successivement $\psi=-90^\circ$ et 90° . Les raisons sont celles citées dans le paragraphe 2.2.6 dans le cas où l'inductance est infinie.

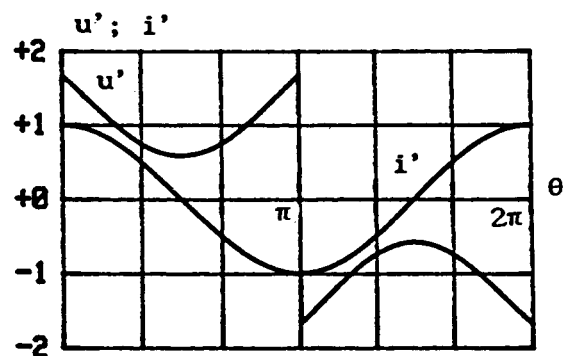
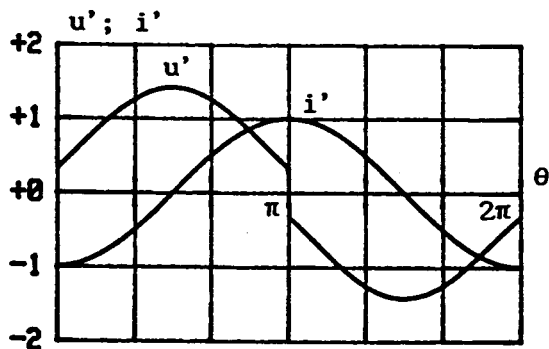


Fig. 1.19

La figure 1.20 donne les variations du retard de phase φ'_1 du courant de sortie i' par rapport au fondamental de la tension u' en fonction de ψ pour $k_i = 2$ et pour plusieurs valeurs données de k_f .

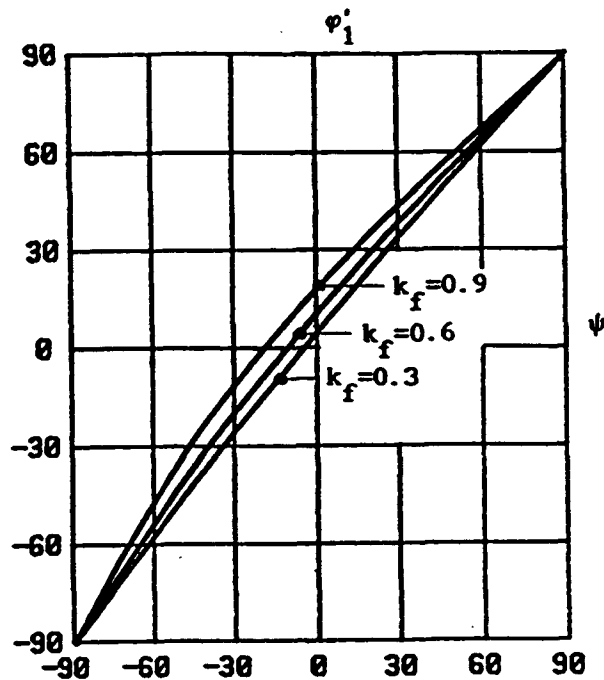


Fig.1.20

2.4.Choix des éléments du filtre d'entrée

Si la valeur de l'inductance L est suffisamment élevée pour être considérée comme infinie, le choix de la capacité C dans ce cas se fait à partir de la courbe donnant l'ondulation relative $\Delta u/U_s$ en fonction de Z_{co} et pour des valeurs données de ψ . En effet:

Pour une valeur donnée de ψ , connaissant l'ondulation $\Delta u/U_s$ tolérée, on peut déduire d'après ces courbes la valeur correspondante de Z_{co} d'où la valeur de C sachant que:

$$C = \frac{I'_m}{Z_{co} \omega U_s}$$

Dans le cas réel où l'inductance L est de valeur finie, et pour une valeur donnée de ψ , le choix de l'ondulation relative tolérée sur le courant i_s nous permet d'avoir la valeur de k_f à l'aide des caractéristiques de la figure 1.11. Connaissant la valeur de k_f , on peut déduire celle de k_i à partir du choix de l'ondulation relative tolérée sur la tension u .

Si on s'impose une ondulation maximale à ne pas dépasser quel que soit ψ , ce sont les courbes tracées pour $\psi = \frac{\pi}{2}$ qu'il faut exploiter, sachant que pour un k_f donné, l'ondulation est maximale pour $\psi = \frac{\pi}{2}$.

3. COMMANDE DECALEE

3.1. Loi de commande

Pour obtenir un degré de liberté supplémentaire, les commandes des deux demi-ponts peuvent être décalées.

On désigne par α l'angle de décalage des commandes.

Le chronogramme des commandes est le suivant:

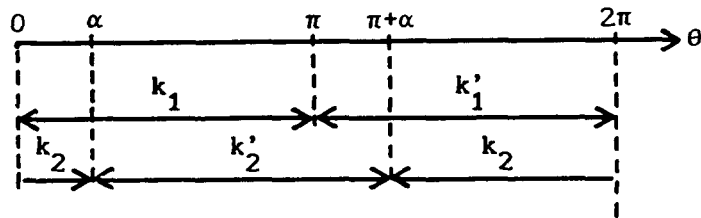


Fig. 1.21

On prend comme origine des temps, l'instant où on amorce l'interrupteur k_1 .

$$\begin{array}{ll}
 k_1 \text{ fermé pour } 0 < \theta < \pi & , \quad k_2 \text{ fermé pour } \pi + \alpha < \theta < 2\pi + \alpha \\
 k_1' \text{ fermé pour } \pi < \theta < 2\pi & , \quad k_2' \text{ fermé pour } \alpha < \theta < \pi + \alpha
 \end{array}$$

3.2. Cas d'une inductance de filtrage infinie

Comme pour la commande symétrique, on va supposer que l'inductance L a une valeur suffisamment élevée, théoriquement infinie, pour pouvoir assimiler le courant qui la traverse à un courant constant égal à sa valeur moyenne. La structure à étudier devient donc celle de la figure 1.3.

3.2.1. Equations de fonctionnement

L'étude du fonctionnement peut se limiter à une demi-période, mais au cours de celle-ci, il faut distinguer deux intervalles :

- Pour $0 < \theta < \alpha$, k_1 et k_2 sont fermés, k_1' et k_2' sont ouverts; le circuit de la source de tension u est ouvert. La source de courant i' est court-circuitée.

$$\begin{array}{lll}
 u' = 0 & vk_1 = 0 & vk_2 = 0 \\
 & vk_1' = u & vk_2' = u \\
 i = 0 & ik_1 = i' & ik_2 = -i' \\
 & ik_1' = 0 & ik_2' = 0
 \end{array}$$

L'équation différentielle liant la tension u et le courant i est :

$$C\omega \frac{du}{d\theta} = I_s$$

On en déduit l'expression de u :

$$u = u(0) + \frac{1}{C\omega} I_s \theta \quad (1.3)$$

Le condensateur C se charge avec un courant constant I_s et la tension à ses bornes croît linéairement en fonction du temps à partir de sa valeur initiale à l'instant $t = 0$, notée $u(0)$.

- Pour $\alpha < \theta < \pi$, k_1 et k_2 conduisent, k'_1 et k_2 sont ouverts; la source de courant de sortie i' est reliée au bornes du condensateur C. La tension u est liée aux courants i et I_s par :

$$\begin{cases} C\omega \frac{du}{d\theta} = I_s - i \\ i = I'_m \sin(\theta - \psi) \end{cases}$$

On déduit l'expression de u :

$$u = u(\alpha) + \frac{1}{C\omega} I_s (\theta - \alpha) + \frac{1}{C\omega} I'_m \left[\cos(\theta - \psi) - \cos(\alpha - \psi) \right]$$

En utilisant le fait que la tension aux bornes du condensateur C ne peut pas subir de discontinuité, on peut écrire que :

$$u(\alpha) = u(0) + \frac{1}{C\omega} I_s \alpha$$

En reportant l'expression de $u(\alpha)$ dans celle de u , on obtient :

$$u = u(0) + \frac{1}{C\omega} I_s \theta + \frac{1}{C\omega} I'_m \left[\cos(\theta - \psi) - \cos(\alpha - \psi) \right] \quad (1.4)$$

La tension u étant périodique de période π , ceci entraîne que :

$$u(\pi) = u(0)$$

En utilisant la relation (1.4) et en écrivant cette égalité, on déduit l'expression de I_s :

$$I_s = \frac{2}{\pi} I'_m \cos\left(\psi - \frac{\alpha}{2}\right) \cos\frac{\alpha}{2}$$

Pour déterminer l'expression de $u(0)$, on devra calculer la valeur moyenne de la tension u . Sachant que celle-ci est égale à U_s , on déduit $u(0)$. On obtient :

$$u(0) = U_s - \frac{1}{C\omega} I'_m \left[\cos\frac{\alpha}{2} \left(\cos\left(\psi - \frac{\alpha}{2}\right) + \frac{2}{\pi} \sin\left(\psi - \frac{\alpha}{2}\right) \right) + \left(\frac{\alpha}{\pi} - 1 \right) \cos(\psi - \alpha) \right]$$

En reportant les expressions de I_s et de $u(0)$ dans les relations (1.3) et (1.4), on obtient :

- Pour $0 < \theta < \alpha$:

$$u = U_s + \frac{1}{C\omega} I'_m \left[\cos\left(\psi - \frac{\alpha}{2}\right) \cos\frac{\alpha}{2} \left(\frac{2}{\pi} \theta - 1 \right) - \frac{2}{\pi} \sin\left(\psi - \frac{\alpha}{2}\right) \cos\frac{\alpha}{2} + \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} \right) \cos(\psi - \alpha) \right]$$

- Pour $\alpha < \theta < \pi$:

$$u = U_s + \frac{1}{C\omega} I'_m \left[\cos\left(\psi - \frac{\alpha}{2}\right) \cos\frac{\alpha}{2} \left(\frac{2}{\pi} \theta - 1 \right) + \cos(\theta - \psi) - \frac{2}{\pi} \sin\left(\psi - \frac{\alpha}{2}\right) \cos\frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{\pi} \cos(\psi - \alpha) \right]$$

En utilisant les mêmes paramètres et les mêmes notations que pour la commande symétrique, l'expression réduite du courant I_s est donnée par :

$$I_{s0} = \frac{2}{\pi} \cos(\psi - \frac{\alpha}{2}) \cos \frac{\alpha}{2} \quad (1.5)$$

Les expressions réduites de la tension u sont données par :

- Pour $0 < \theta < \alpha$:

$$u_0 = 1 + Z_{c0} \left[\left(\frac{2}{\pi} \theta - 1 \right) \cos(\psi - \frac{\alpha}{2}) \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{2}{\pi} \sin(\psi - \frac{\alpha}{2}) \cos \frac{\alpha}{2} + \left(1 - \frac{\alpha}{\pi} \right) \cos(\psi - \alpha) \right] \quad (1.6)$$

- Pour $\alpha < \theta < \pi$:

$$u_0 = 1 + Z_{c0} \left[\left(\frac{2}{\pi} \theta - 1 \right) \cos(\psi - \frac{\alpha}{2}) \cos \frac{\alpha}{2} + \cos(\theta - \psi) - \frac{2}{\pi} \sin(\psi - \frac{\alpha}{2}) \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{\pi} \cos \alpha (\psi - \alpha) \right] \quad (1.7)$$

3.2.2. Formes d'ondes

La figure 1.22 donne les formes d'ondes :

- o de la tension u et du courant i
- o de la tension u' et du courant i'
- o de la tension vk_1 et du courant ik_1
- o de la tension vk_2 et du courant ik_2

rapportées à leurs grandeurs de normalisation et calculées pour $Z_{c0} = 0.5$, $\alpha = 60^\circ$ et pour successivement $\psi = -30^\circ$ et $\psi = 30^\circ$.

On a déjà établi que :

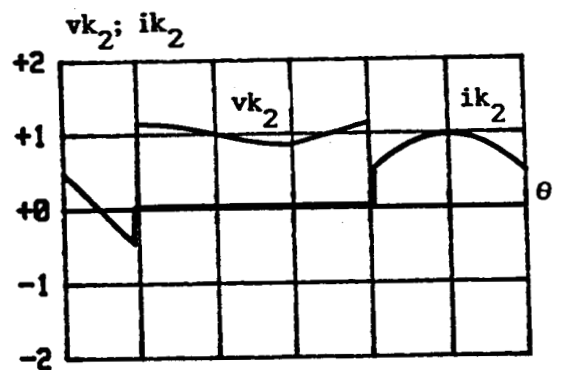
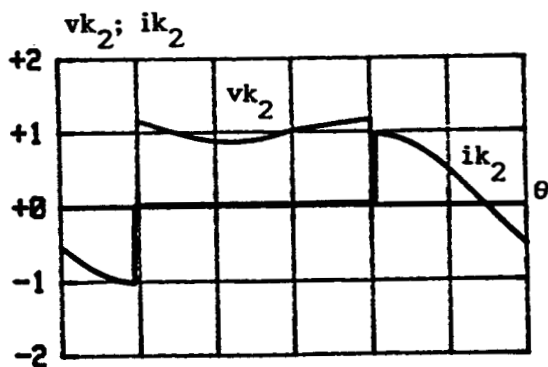
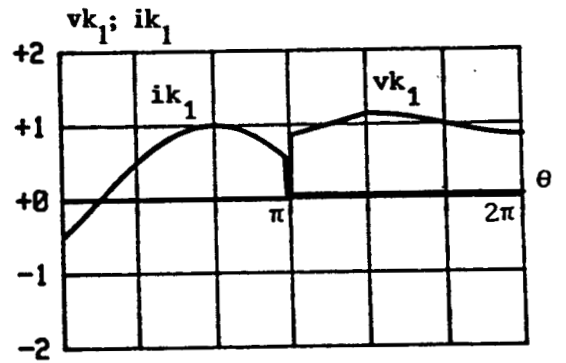
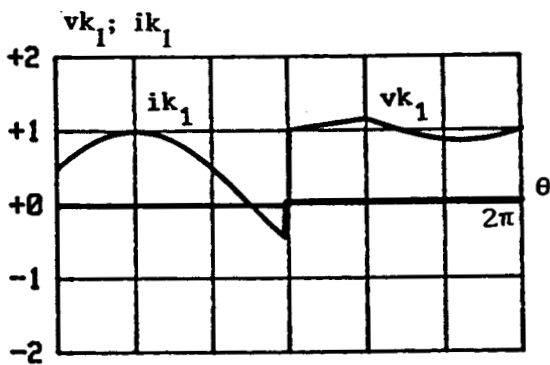
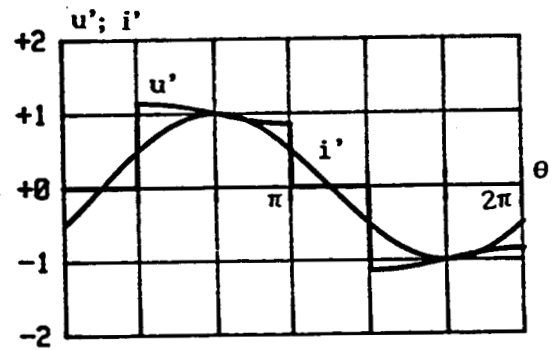
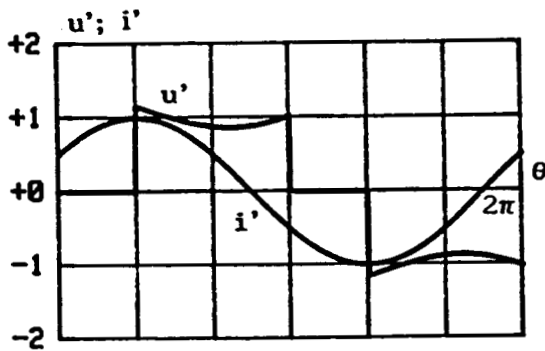
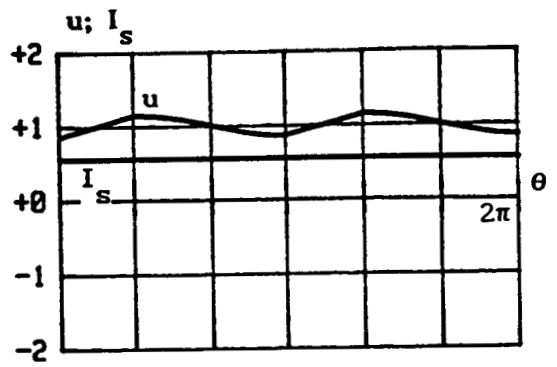
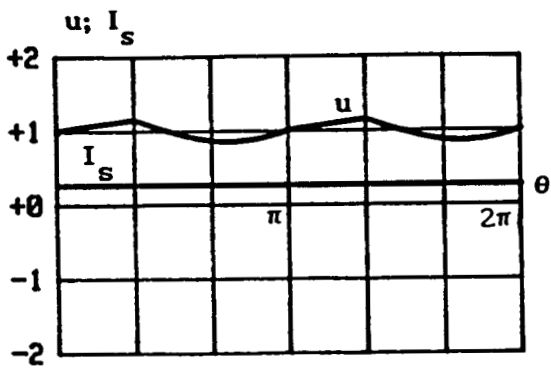
$$\begin{aligned} \frac{du}{d\theta} &= \frac{1}{C\omega} I_s && \text{pour } 0 < \theta < \alpha \\ \frac{du}{d\theta} &= \frac{1}{C\omega} (I_s - i) && \text{pour } \alpha < \theta < \pi \end{aligned}$$

Si le courant i présente une discontinuité, l'onde de u présente un point anguleux : c'est le cas pour $\theta = \alpha$ et (ou) $\theta = \pi$ sauf si $i(\alpha) = 0$ et (ou) $i(\pi) = 0$.

En plus de Z_{c0} et ψ , le fonctionnement et donc les caractéristiques dépendent maintenant de l'angle de décalage des commandes α . On s'attachera surtout à montrer l'effet de cet angle par rapport aux caractéristiques calculées pour α nul et plus particulièrement au cas où α vaut 60° , vu que c'est l'utilisation la plus fréquente pour ce type de commande car elle permet d'éliminer l'harmonique 3 et ses multiples.

3.2.3. Caractéristiques du courant I_s

Comme on l'a déjà signalé, la valeur réduite du courant I_s dépend de l'angle de décalage α , en plus du déphasage ψ . Son expression est donnée par la relation (1.5).



$\psi = -30^\circ$

$\psi = 30^\circ$

$\alpha = 60^\circ; Z_{c0} = 0.5$

Fig. 1.22

La figure 1.23 donne les variations de I_{s0} en fonction de α pour plusieurs valeurs du déphasage ψ

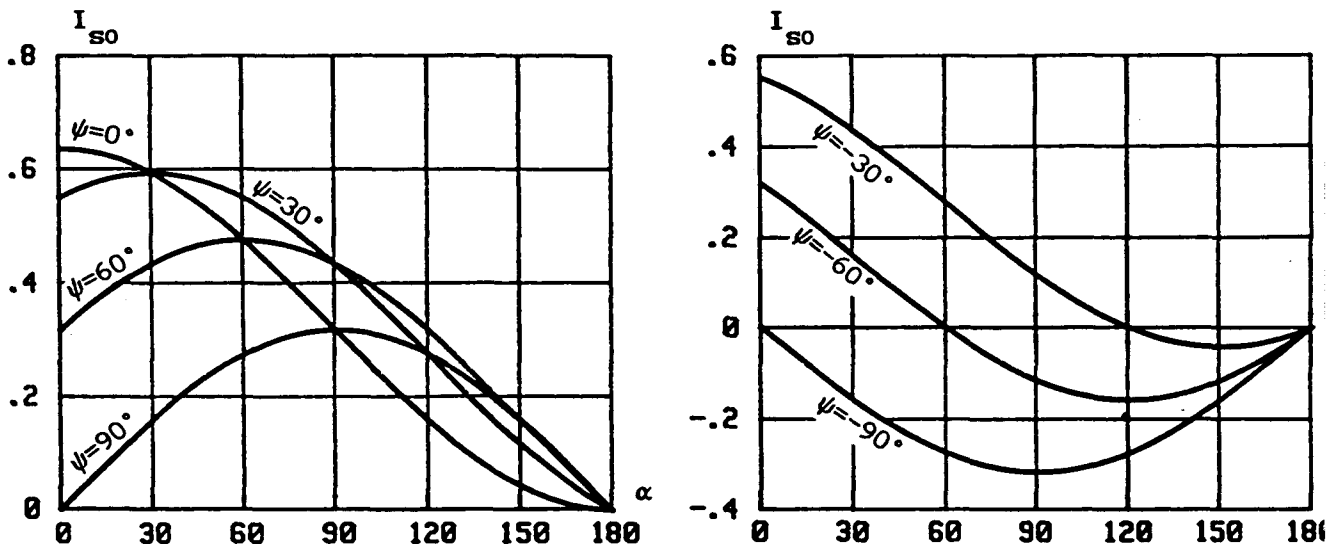


Fig. 1.23

La puissance $U_s I_s$ fournie à la charge peut devenir négative lorsque $\psi < 0$. Le transfert de la puissance se fait alors du côté alternatif vers le côté continu et le montage fonctionne en redresseur.

3.2.4. Caractéristiques de la tension d'entrée u

Les expressions normalisées de u sont données par les relations (1.6) et (1.7). Elles dépendent de l'angle de décalage α , de Z_{c0} et du déphasage ψ .

La détermination de l'ondulation relative de la tension u , nécessite la détermination de la dérivée de u_0 par rapport à l'angle θ . On obtient pour :

$$* 0 < \theta < \alpha: \quad \frac{du_0}{d\theta} = Z_{c0} \left[\frac{2}{\pi} \cos\left(\psi - \frac{\alpha}{2}\right) \cos\frac{\alpha}{2} \right]$$

$$* \alpha < \theta < \pi: \quad \frac{du_0}{d\theta} = Z_{c0} \left[\frac{2}{\pi} \cos\left(\psi - \frac{\alpha}{2}\right) \cos\frac{\alpha}{2} - \sin(\theta - \psi) \right]$$

Les valeurs des angles qui donnent le maximum et le minimum relatifs de u_0 , sont celles qui annulent la dérivée $du_0/d\theta$. Ces valeurs dépendent du déphasage ψ et de l'angle de décalage α .

A valeurs données de ψ , la figure 1.24 donne les variations de l'ondulation relative $\Delta u/U_s$ rapportée à Z_{c0} en fonction de α .

L'ondulation relative varie proportionnellement avec Z_{c0} donc proportionnellement à la valeur maximale courant de sortie. La valeur de α correspondant à l'ondulation maximale varie avec l'angle ψ . C'est pour $\alpha = 0^\circ$ et $\psi = \pm 90^\circ$ qu'on a le maximum absolu.

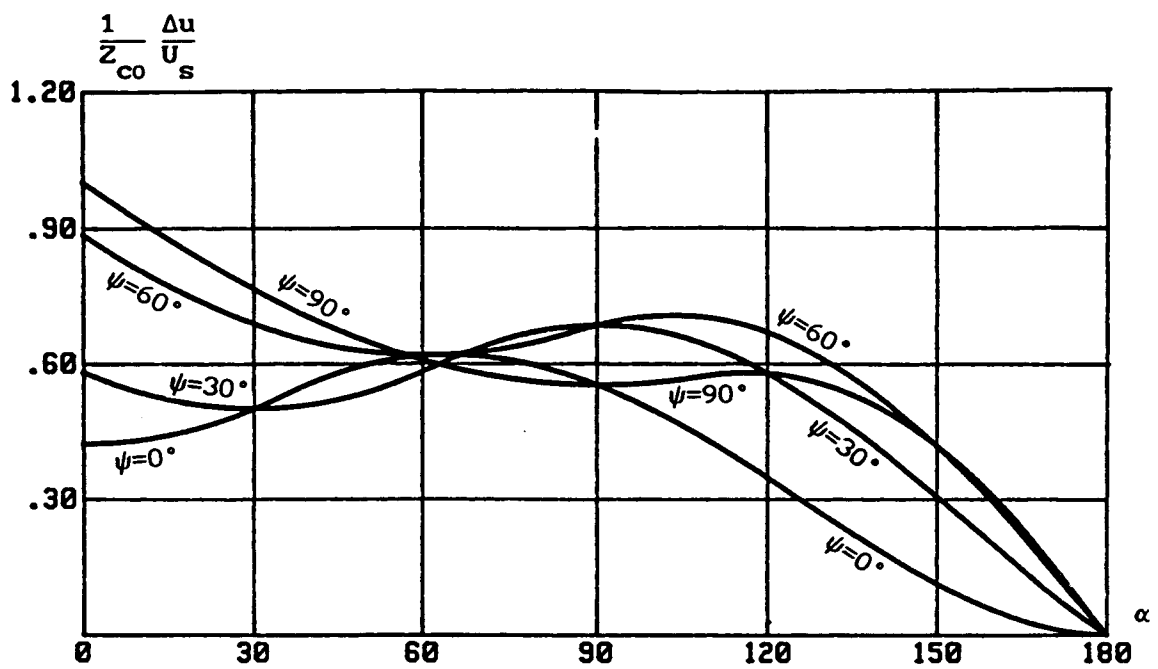


Fig. 1.24

La figure 1.25 donne les variations du facteur de forme de la tension u en fonction de l'angle de décalage des commandes α , pour $Z_{co}=0.5$ et pour plusieurs valeurs données du déphasage ψ .

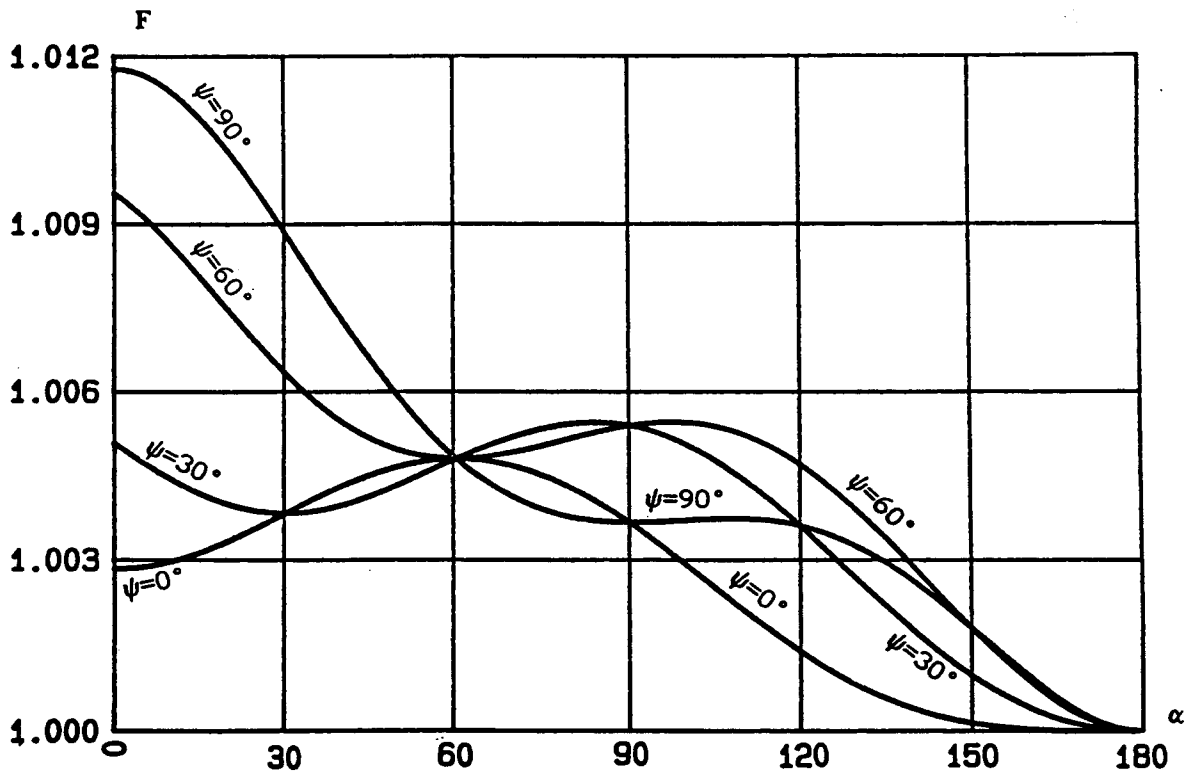


Fig. 1.25

3.2.5. Caractéristiques de la tension de sortie u'

La tension de sortie u' est périodique de période 2π . Son alternance

Elle est nulle pour $0 < \theta < \alpha$, et elle est égale à u pour $\alpha < \theta < \pi$.

- le carré de sa valeur efficace réduite :

$$\begin{aligned}
 U_0'^2 = & 1 - \frac{\alpha}{\pi} + 2Z_{co} \left\{ A \frac{\alpha}{\pi} \left[1 - \frac{\alpha}{\pi} \right] - B \frac{\alpha}{\pi} - \frac{\alpha}{\pi} \cos(\psi - \alpha) \right\} \\
 & + Z_{co}^2 \left\{ \frac{1}{2} \left[1 - \frac{\alpha}{\pi} \right] - \frac{\sin 2\psi + \sin 2(\alpha - \psi)}{4\pi} \right. \\
 & \quad + A^2 \left[\frac{4}{3} \frac{\pi^3 - \alpha^3}{\pi^3} - 2 \frac{\pi^2 - \alpha^2}{\pi^2} + \frac{\pi - \alpha}{\pi} - \frac{8}{\pi^2} \right] + B^2 \left[1 - \frac{\alpha}{\pi} \right] \\
 & \quad + 2AB \frac{\alpha}{\pi} \left[1 - \frac{\alpha}{\pi} \right] + 2A \left[\frac{\sin \psi + \sin(\alpha - \psi)}{\pi} + 2 \frac{\alpha}{\pi^2} \sin(\alpha - \psi) \right] \\
 & \quad \left. + 2B \left[\frac{\sin \psi + \sin(\alpha - \psi)}{\pi} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{2.16}$$

avec:

$$A = \cos\left(\psi - \frac{\alpha}{2}\right) \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$B = -\frac{2}{\pi} \sin\left(\psi - \frac{\alpha}{2}\right) \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{\alpha}{\pi} \cos(\psi - \alpha)$$

- La valeur efficace réduite de son fondamental est donnée par:

$$U_{10}' \sqrt{2} = \sqrt{A_1'^2 + B_1'^2} \tag{1.8}$$

avec:

Les termes A_1' et B_1' ont pour expressions:

$$A_1' = \frac{2}{\pi} \left[1 + \cos \alpha \right] + \frac{Z_{co}}{\pi} \left\{ 2A \left[\left(2\frac{\alpha}{\pi} - 1 \right) \cos \alpha - \frac{2}{\pi} \sin \alpha + 1 \right] + 2B \left[1 + \cos \alpha \right] \right. \\
 \left. + \frac{1}{2} \left[\cos(2\alpha - \psi) - \cos \psi \right] + \sin \psi \left[\pi - \alpha \right] \right\}$$

et:

$$B_1' = -\frac{2}{\pi} \sin \alpha + \frac{Z_{co}}{\pi} \left\{ 2A \left[\left(1 - 2\frac{\alpha}{\pi} \right) \sin \alpha - \frac{2}{\pi} (1 + \cos \alpha) \right] - 2B \sin \alpha \right. \\
 \left. - \frac{1}{2} \left[\sin(2\alpha - \psi) + \sin \psi \right] + \cos \psi \left[\pi - \alpha \right] \right\}$$

- Le déphasage φ_1' du courant de sortie i' par rapport au fondamental de la tension de de sortie u' est donné par:

$$\varphi_1' = \psi - \operatorname{arctg} \left(\frac{B_1'}{A_1'} \right)$$

- Les valeurs efficaces U_n' des différents harmoniques impairs que contient la tension de sortie u' sont données par:

$$U_{n0}' \sqrt{2} = \sqrt{A_n'^2 + B_n'^2} \tag{1.9}$$

Les expressions de A'_n et B'_n sont données par:

$$A'_n = \frac{2}{n\pi} [1 + \cos n\alpha] + \frac{Z_{c0}}{\pi} \left\{ 2 \frac{A}{n} \left[\left(2 \frac{\alpha}{\pi} - 1 \right) \cos n\alpha - \frac{2}{n\pi} \sin n\alpha + 1 \right] + 2 \frac{B}{n} [1 + \cos n\alpha] \right. \\ \left. + \frac{1}{n+1} [\cos((n+1)\alpha - \psi) - \cos \psi] + \frac{1}{n-1} [\cos((n-1)\alpha + \psi) - \cos \psi] \right\}$$

$$B'_n = - \frac{2}{n\pi} \sin n\alpha + \frac{Z_{c0}}{\pi} \left\{ 2 \frac{A}{n} \left[\left(1 - 2 \frac{\alpha}{\pi} \right) \sin n\alpha - \frac{2}{n\pi} (1 + \cos n\alpha) \right] - 2 \frac{B}{n} \sin n\alpha \right. \\ \left. - \frac{1}{n+1} [\sin((n+1)\alpha - \psi) + \sin \psi] + \frac{1}{n-1} [-\sin((n-1)\alpha + \psi) + \sin \psi] \right\}$$

- La somme quadratique des harmoniques de $\tau_{u'}$, est donnée par:

$$\tau_{u'} = \sqrt{U'^2 - U_1'^2}$$

Remarque:

■ Dans le cas où la capacité C du condensateur est infinie, le paramètre Z_{c0} s'annule. Les termes A_n et B_n auront pour expressions respectives:

$$A_n = \frac{2}{n\pi} [1 + \cos n\alpha] \qquad B_n = - \frac{2}{n\pi} \sin n\alpha$$

La valeur efficace du terme de pulsation $n\omega$ (n impair) devient:

$$U'_n = \frac{2\sqrt{2}}{n\pi} \cos n \frac{\alpha}{2}$$

c'est ce qu'on obtient pour un onduleur monophasé en pont alimenté par une tension parfaitement continue à l'entrée. On retrouve d'après cette expression que l'harmonique de rang 3 de la tension de sortie sera éliminé pour $\alpha=60^\circ$.

La figure 1.26 donne les variations des valeurs efficaces réduites du fondamental de u' , des premiers harmoniques et de leur somme quadratique en fonction de l'angle de décalage α pour respectivement $\psi=30^\circ$, $Z_{c0}=0$ et $\psi=30^\circ$, $Z_{c0}=0.5$.

D'après ces caractéristiques on constate que l'harmonique de rang 3 ne s'annule pas pour $\alpha=60^\circ$ lorsque Z_{c0} est non nul. Pour cette valeur de l'angle de décalage, la valeur efficace réduite de l'harmonique 3 croît linéairement en fonction de Z_{c0} donc proportionnellement au courant de sortie et inversement proportionnelle à la valeur de C et à la fréquence de fonctionnement. La figure 1.27 donne cette variation pour plusieurs valeurs de ψ .

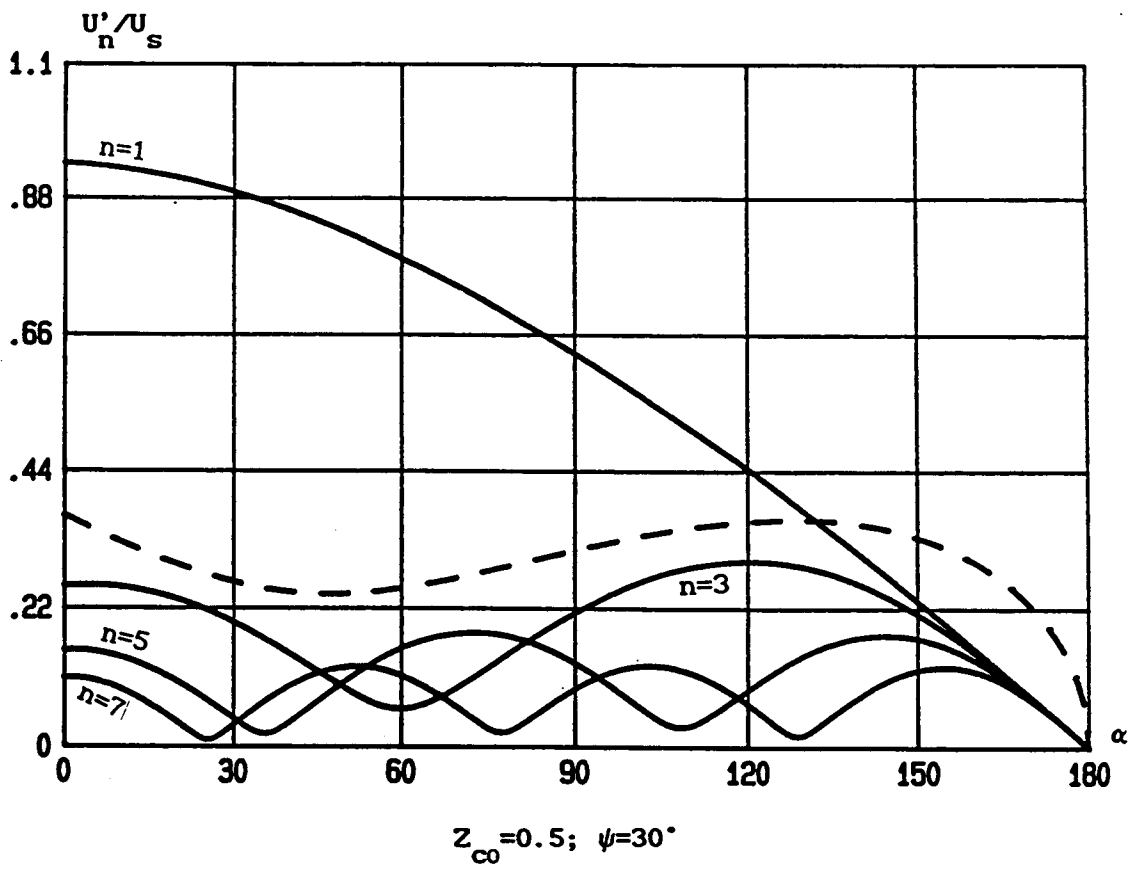
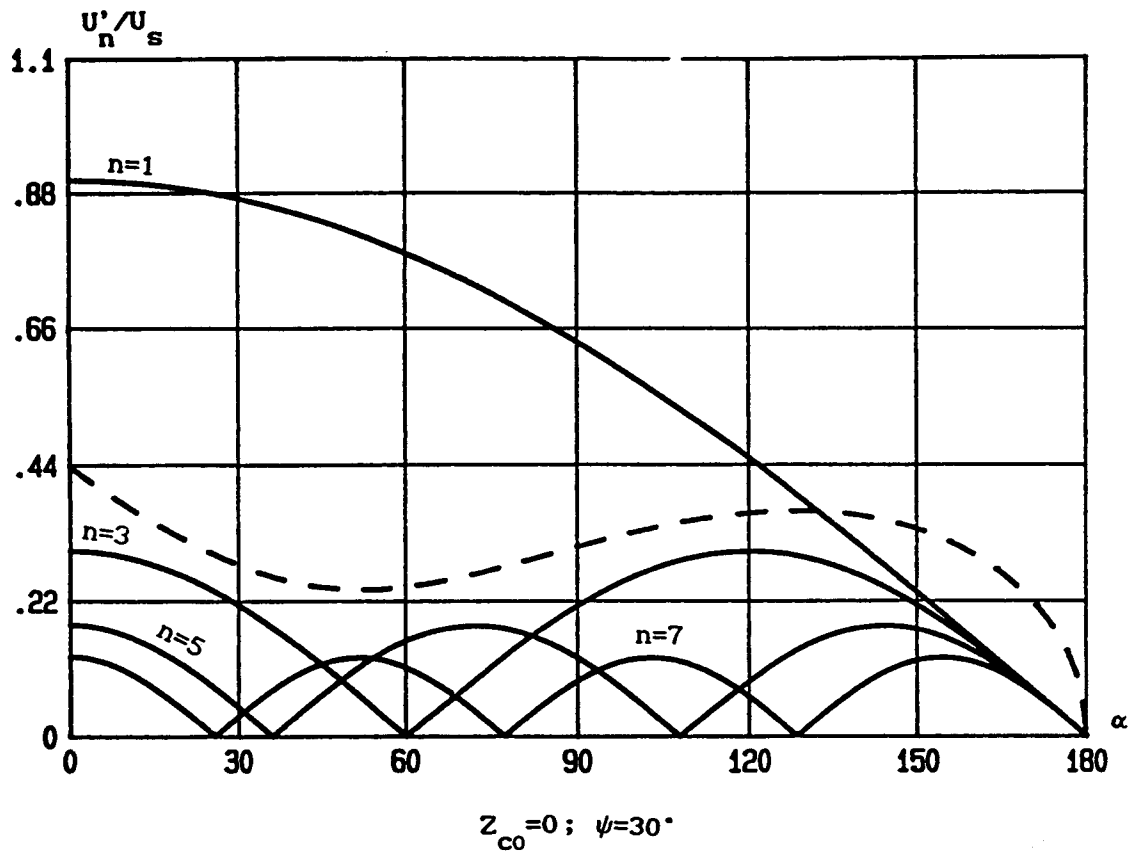


Fig. 1.26

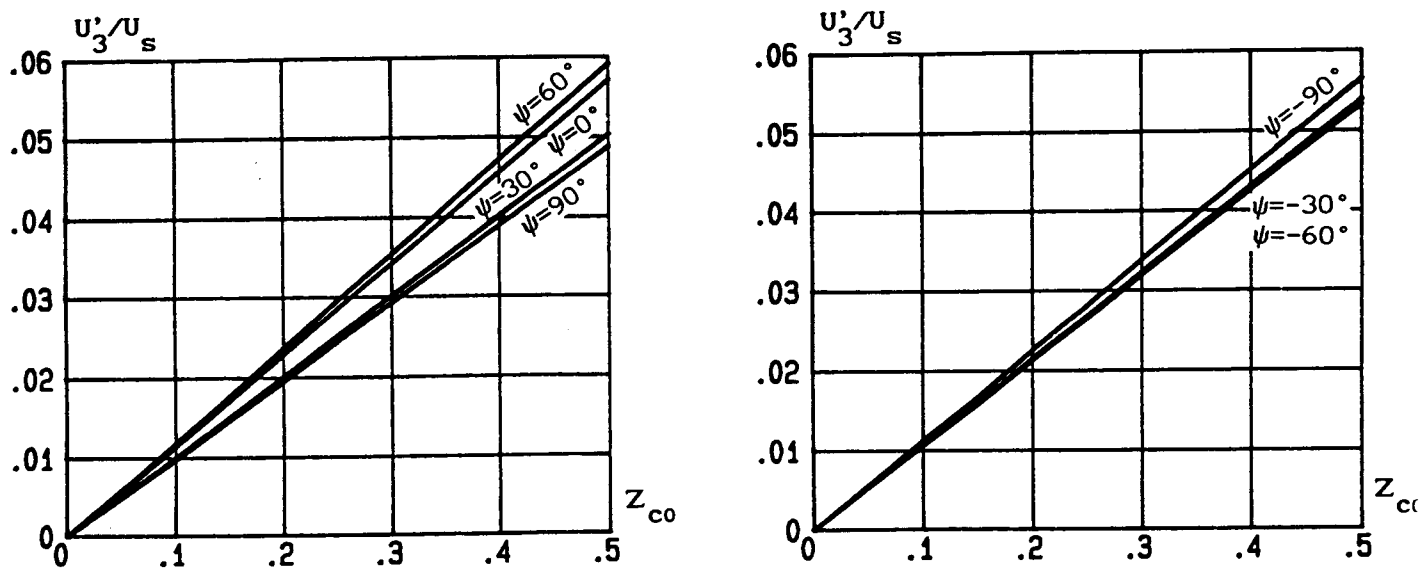


Fig.1.27

La valeur efficace de l'harmonique 3, dépend très peu du déphasage ψ .

A valeurs données de l'angle de décalage α , les variations de φ'_1 en fonction de ψ pour $Z_{co}=0.5$, sont données par la figure 1.28.

Les différences sont peu notables par rapport au cas idéal pour $Z_{co} \leq 0.5$

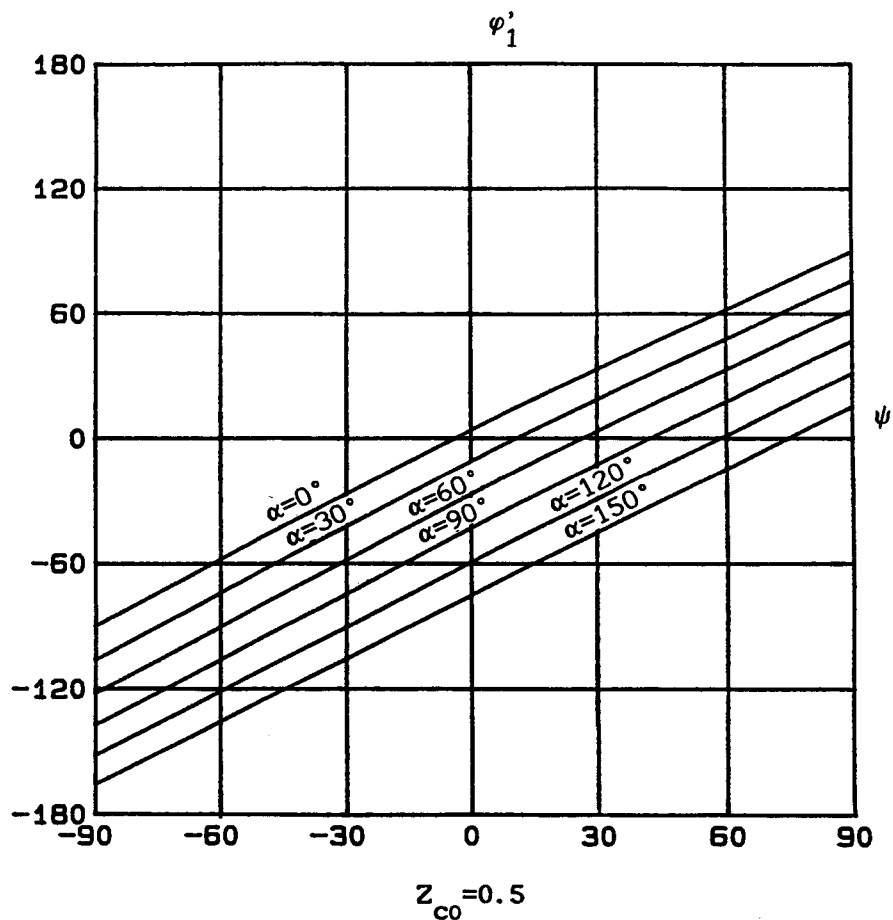


Fig.1.28

3.3. Prise en compte de l'inductance de filtrage

En supposant que l'inductance L a une valeur finie, la structure à étudier sera celle de la figure 1.2.

En ayant supposé que l'inductance L est infinie, nous avons déterminé précédemment l'influence de l'angle de décalage α par rapport aux caractéristiques déterminées pour $\alpha=0$.

Dans cette partie on s'attachera surtout à montrer, pour un angle de décalage α donné, l'effet de la valeur finie de l'inductance L par rapport aux caractéristiques obtenues lorsque celle-ci est infinie. Dans ce cas le fonctionnement et donc les caractéristiques dépendent de k_f , k_i , ψ et α

3.3.1. Equations de fonctionnement

Comme pour le cas où l'inductance L est infinie, l'étude du fonctionnement peut se réduire à une demi-période. De la même façon on distingue deux intervalles de fonctionnement.

* Pour $0 < \theta < \alpha$, k_1 et k_2 sont fermés, k'_1 et k'_2 sont ouverts. Les équations différentielles liant le courant i_s à la tension u d'une part, et aux tensions u et U_s d'autre part sont:

$$\begin{cases} i_s - C\omega \frac{du}{d\theta} = i \\ L\omega \frac{di_s}{d\theta} + u = U_s \end{cases} \quad \text{avec: } i=0$$

De ces deux équations, on déduit l'équation différentielle donnant i_s :

$$\frac{d^2 i_s}{d\theta^2} + k_f^2 i_s = 0$$

La résolution de cette équation différentielle du second ordre, sans second membre, nous donne l'expression du courant i_s :

$$i_s = A_1 \cos k_f \theta + B_1 \sin k_f \theta \quad (1.10)$$

De l'expression de i_s on déduit celle de la tension u sachant que:

$$u = U_s - L\omega \frac{di_s}{d\theta} .$$

On obtient:

$$u = U_s - L\omega_f \left[-A_1 \sin k_f \theta + B_1 \cos k_f \theta \right] \quad (1.11)$$

A_1 et B_1 étant les constantes d'intégration à déterminer. Elles sont équivalentes à des courants. Pour trouver les expressions de ces deux

constantes, on écrit que pour $\theta=0$, i_s a pour valeur $i_s(0)$ et u a pour valeur $u(0)$. De ces deux égalités, on déduit que:

$$A_1 = i_s(0) \quad \text{et} \quad B_1 = \frac{U_s - u(0)}{L\omega_f}$$

* Pour $\alpha < \theta < \pi$, k_1 et k_2 conduisent, k'_1 et k'_2 sont ouverts. Les équations différentielles liant le courant i_s au courant i et à la tension u d'une part, et aux tensions u et U_s d'autre part sont les mêmes que pour l'intervalle précédent mais cette fois i est égal à i' . On en déduit l'équation différentielle donnant i_s :

$$\frac{d^2 i_s}{d\theta^2} + k_f^2 i_s = k_f^2 I'_m \sin(\theta - \psi)$$

D'où l'expression de i_s :

$$i_s = A_2 \cos k_f \theta + B_2 \sin k_f \theta + I'_m \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi) \quad (1.12)$$

De l'expression de i_s , on déduit celle de u , sachant que:

$$u = U_s - L\omega \frac{di_s}{d\theta}$$

On obtient:

$$u = U_s - L\omega_f \left[-A_2 \sin k_f \theta + B_2 \cos k_f \theta + I'_m \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \cos(\theta - \psi) \right] \quad (1.13)$$

Pour trouver les expressions des constantes A_2 et B_2 , on écrit que ni i_s , ni u ne peuvent subir de discontinuité pour $\theta = \alpha$. En égalant les deux

expressions de $i_s(\alpha)$, données respectivement par les deux relations (1.10) et (1.12) et les deux expressions de $u(\alpha)$ données respectivement par les deux relations (1.11) et (1.13), on obtient un système linéaire à coefficients constants à deux inconnues A_2 et B_2 :

La résolution de ce système nous donne les expressions de ces constantes:

$$A_2 = A_1 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\alpha - \psi) \sin k_f \alpha + k_f \sin(\alpha - \psi) \cos k_f \alpha \right]$$

$$B_2 = B_1 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\alpha - \psi) \cos k_f \alpha + k_f \sin(\alpha - \psi) \sin k_f \alpha \right]$$

Les expressions de i_s et de u font intervenir à travers A_1 et B_1 les valeurs à l'origine $i_s(0)$ et $u(0)$. Pour la détermination de ces deux valeurs à l'origine, on utilise le fait que le courant i_s et la tension u sont périodiques de période angulaire π . Ceci entraîne que:

$$i_s(\pi) = i_s(0) \quad u(\pi) = u(0)$$

En écrivant ces deux égalités, on obtient un système linéaire de deux équations à deux inconnues $i_s(0)$ et $u(0)$ dont la résolution nous donne:

$$i_s(0) = I'_m \frac{k_f}{2(1 - k_f^2)} \left\{ \begin{array}{l} \cos(\alpha - \psi) \operatorname{sink}_f \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}k_f(\frac{\pi}{2})} [\cos(\alpha - \psi) \operatorname{cos}k_f \alpha + \cos \psi] \\ + k_f [-\sin \psi - \sin(\alpha - \psi) \operatorname{cos}k_f \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}k_f(\frac{\pi}{2})} \sin(\alpha - \psi) \operatorname{sink}_f \alpha] \end{array} \right.$$

et:

$$u(0) = U'_s \left\{ 1 + \frac{k_i k_f}{2(1 - k_f^2)} \left\{ \begin{array}{l} \cos(\alpha - \psi) \operatorname{cos}k_f \alpha - \cos \psi - \frac{1}{\operatorname{tg}k_f(\frac{\pi}{2})} \cos(\alpha - \psi) \operatorname{sink}_f \alpha \\ + k_f [\sin(\alpha - \psi) \operatorname{sink}_f \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}k_f(\frac{\pi}{2})} (\sin(\alpha - \psi) \operatorname{cos}k_f \alpha - \sin \psi)] \end{array} \right. \right.$$

Ainsi les expressions normalisées du courant i_s et de la tension u deviennent:

* Pour $0 < \theta < \alpha$:

$$i_{s0} = A'_1 \operatorname{cos}k_f \theta + B'_1 \operatorname{sink}_f \theta \quad (1.14)$$

$$u_0 = 1 - k_i \left[-A'_1 \operatorname{sink}_f \theta + B'_1 \operatorname{cos}k_f \theta \right] \quad (1.15)$$

avec:

$$A'_1 = \frac{k_f}{2(1 - k_f^2)} \left\{ \begin{array}{l} \cos(\alpha - \psi) \operatorname{sink}_f \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}k_f(\frac{\pi}{2})} [\cos(\alpha - \psi) \operatorname{cos}k_f \alpha + \cos \psi] \\ + k_f [-\sin \psi - \sin(\alpha - \psi) \operatorname{cos}k_f \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}k_f(\frac{\pi}{2})} \sin(\alpha - \psi) \operatorname{sink}_f \alpha] \end{array} \right. \quad (1.16)$$

et:

$$B'_1 = \frac{k_f}{2(1 - k_f^2)} \left\{ \begin{array}{l} \cos \psi - \cos(\alpha - \psi) \operatorname{cos}k_f \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg}k_f(\frac{\pi}{2})} \cos(\alpha - \psi) \operatorname{sink}_f \alpha \\ + k_f [-\sin(\alpha - \psi) \operatorname{sink}_f \alpha - \frac{1}{\operatorname{tg}k_f(\frac{\pi}{2})} (\sin(\alpha - \psi) \operatorname{cos}k_f \alpha - \sin \psi)] \end{array} \right. \quad (1.17)$$

* Pour $\alpha < \theta < \pi$:

$$i_{s0} = A'_2 \operatorname{cos}k_f \theta + B'_2 \operatorname{sink}_f \theta + \frac{1}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi) \quad (1.18)$$

$$u_0 = 1 - k_i \left[-A'_2 \operatorname{sink}_f \theta + B'_2 \operatorname{cos}k_f \theta + \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \cos(\theta - \psi) \right] \quad (1.19)$$

avec:

$$A'_2 = A'_1 + \frac{k_f}{1 - k_f^2} [-\cos(\alpha - \psi) \operatorname{sink}_f \alpha + k_f \sin(\alpha - \psi) \operatorname{cos}k_f \alpha] \quad (1.20)$$

et:

$$B'_2 = B'_1 + \frac{k_f}{1 - k_f^2} [\cos(\alpha - \psi) \operatorname{cos}k_f \alpha + k_f \sin(\alpha - \psi) \operatorname{sink}_f \alpha] \quad (1.21)$$

Ces expressions sont valables seulement si k_f est différent de l'unité.

Comparé au cas où l'inductance L est infinie, l'expression du courant i_s dépend de k_f , ψ et α . Celle de la tension u , dépend en plus du paramètre k_i

3.3.2. Formes d'ondes

La figure 1.30 donne les formes d'ondes:

- o de la tension u et du courant i_s
- o de la tension u' et du courant i'
- o de la tension vk_1 et du courant ik_1
- o de la tension vk_2 et du courant ik_2

rapportées à leurs grandeurs de normalisation, pour $k_f=0.9$, $k_i=1$ et pour respectivement $\psi=30^\circ$ et $\psi=-30^\circ$

3.3.3. Caractéristique du courant i_s

Le courant i_s est périodique de période angulaire π . Durant une période, ses expressions réduites sont données par les relations (1.14), (1.16) et (1.17) pour $\theta \in [0, \alpha]$ et par les relations (1.18), (1.20) et (1.21) pour $\theta \in [\alpha, \pi]$.

Le développement en série de ce courant présente, en plus du terme de sa valeur moyenne, un fondamental de pulsation 2ω et des harmoniques pairs de pulsation $2n\omega$ ($n>1$).

En utilisant le schéma suivant pour le filtre, on déduit que:

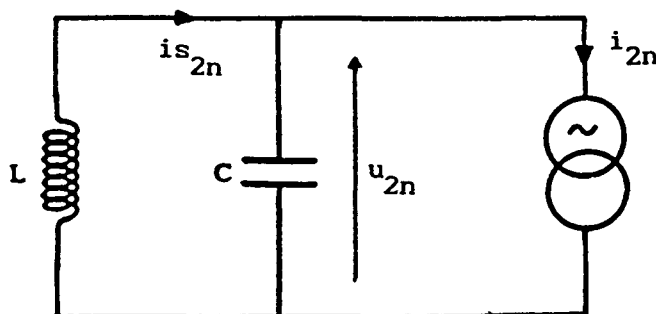
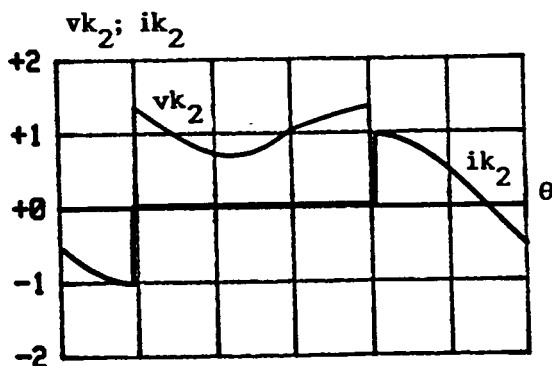
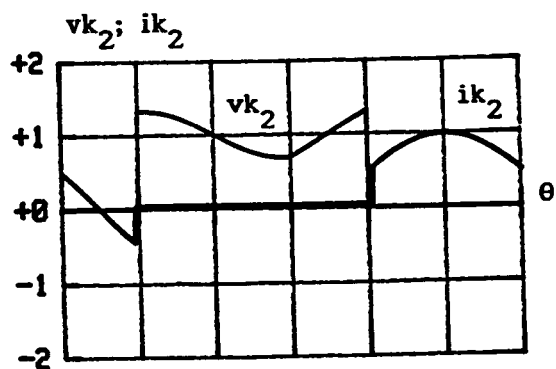
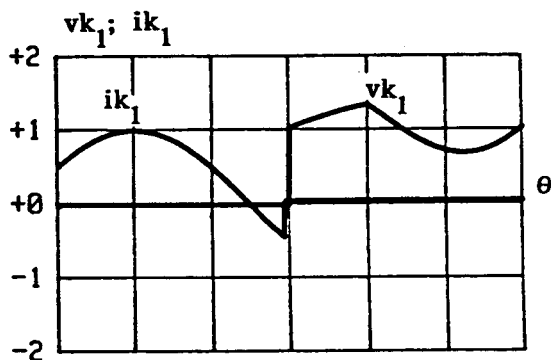
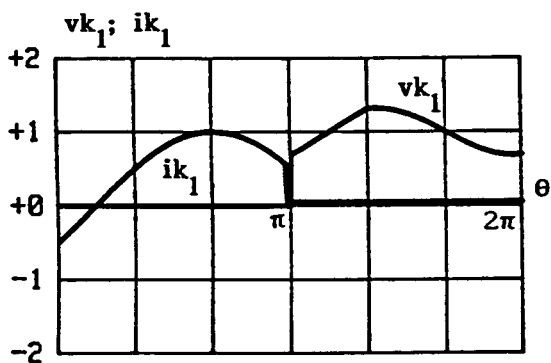
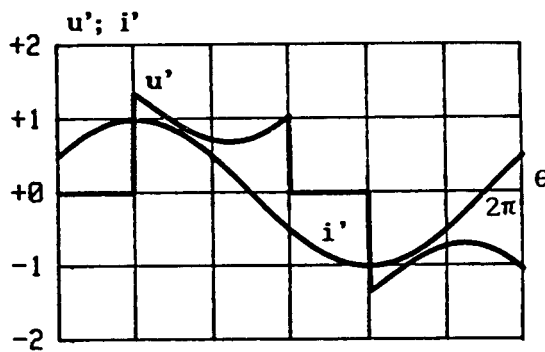
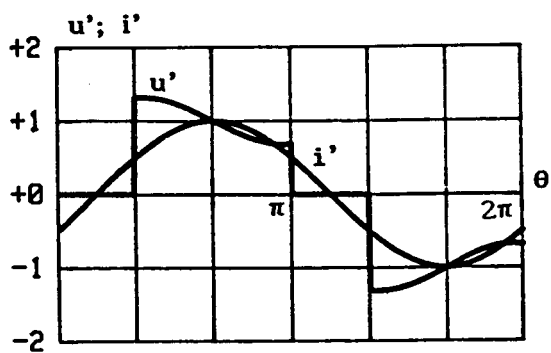
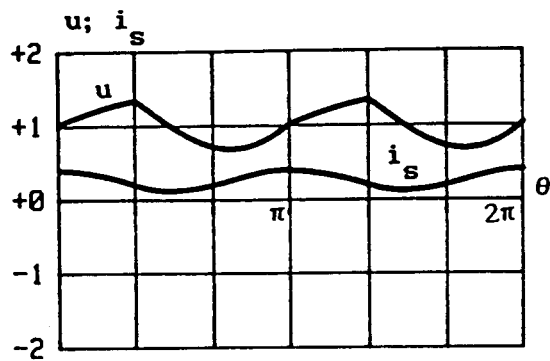
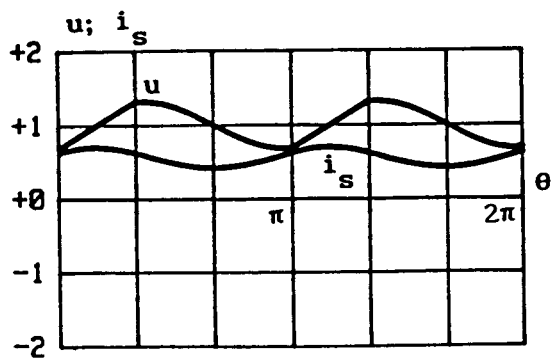


Fig. 1.29

- La valeur moyenne réduite I_{s0} du courant i_s a pour expression:

$$I_{s0} = \frac{2}{\pi} \cos\left(\psi - \frac{\alpha}{2}\right) \cos\frac{\alpha}{2}$$



$\psi=30^\circ$

$\psi=-30^\circ$

$\alpha=60^\circ; k_f=0.9; k_i=1$

Fig. 1.30

- Les valeurs efficaces I_{s2n} des termes de rang $2n$ du courant i_s sont liées aux valeurs efficaces I_{2n} des termes de rang $2n$ du courant i par :

$$I_{s2n} = I_{2n} \frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{2n}{k_f} \right)^2 \right|}$$

Ces expressions ne sont valables que si $k_f n$ n'est pas un entier pair

Les valeurs efficaces I_{2n} des termes de rang $2n$ du courant i sont données par :

$$I_{2n} \sqrt{2} = \sqrt{A_{2n}^2 + B_{2n}^2}$$

avec :

$$A_{2n} = I'_m \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2n+1} \left[\sin((2n+1)\alpha - \psi) - \sin\psi \right] - \frac{1}{2n-1} \left[\sin((2n-1)\alpha + \psi) + \sin\psi \right] \right\}$$

et :

$$B_{2n} = I'_m \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{1}{2n+1} \left[\cos((2n+1)\alpha - \psi) + \cos\psi \right] - \frac{1}{2n-1} \left[\cos((2n-1)\alpha + \psi) + \cos\psi \right] \right\}$$

Les figures 1.32 donnent les variations des valeurs efficaces réduites du fondamental du courant i_s et de ses harmoniques 4 et 6 en fonction de α , pour $k_f=0.9$ et pour successivement ψ égal à $\pm 30^\circ$, $\pm 60^\circ$ et $\pm 90^\circ$.

A valeurs fixées du déphasage ψ et de l'angle de décalage α , le courant i_s et donc son ondulation relative $\Delta i_s / I'_m$ ne dépendent que de k_f . Les variations de cette ondulation en fonction de k_f , pour $\alpha=60^\circ$ et pour plusieurs valeurs de ψ , sont données par les figures 1.31. On constate que pour cette valeur de α , l'ondulation relative du courant i_s ne dépend presque pas du déphasage ψ .

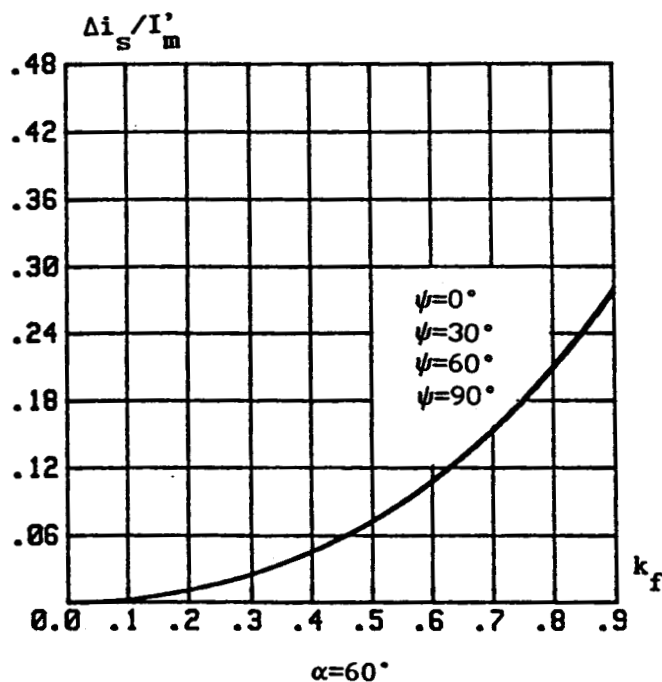
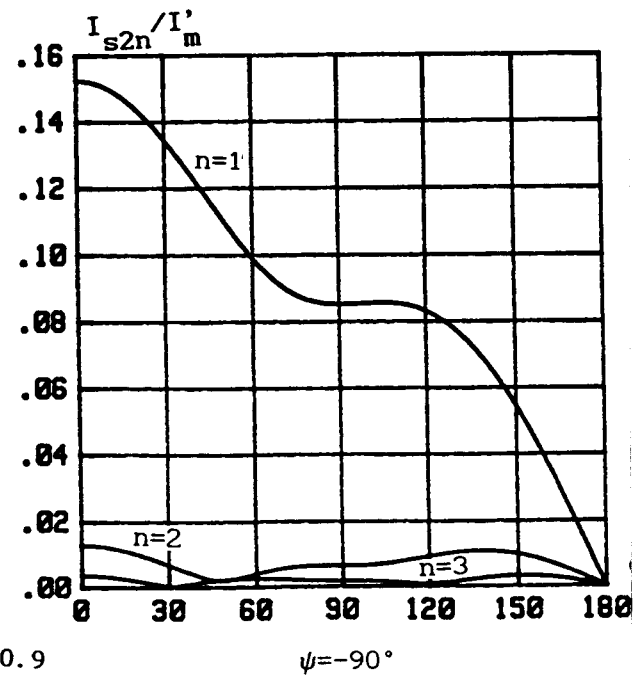
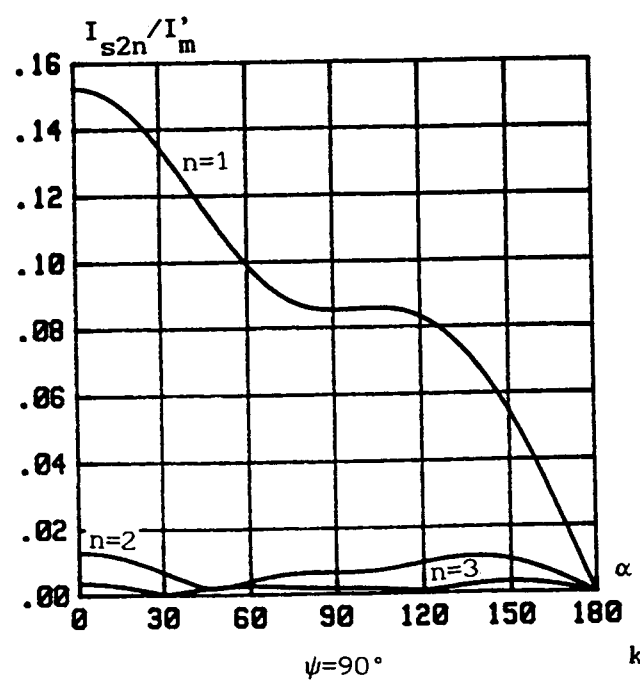
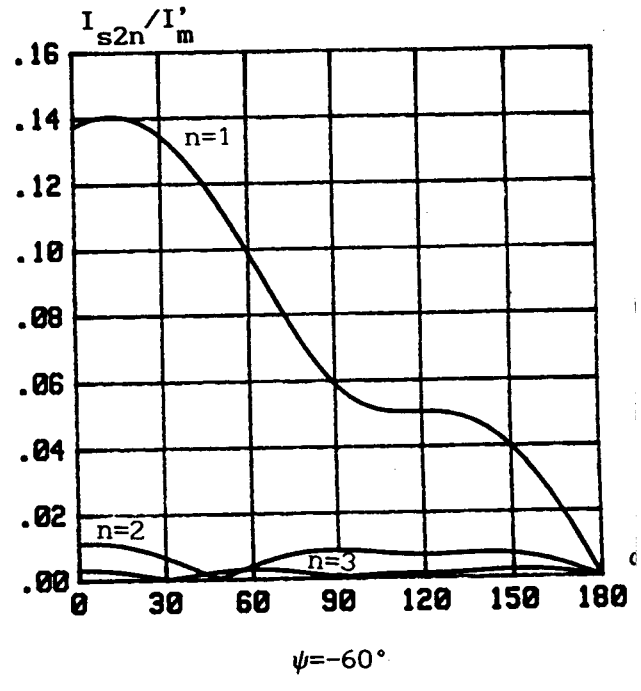
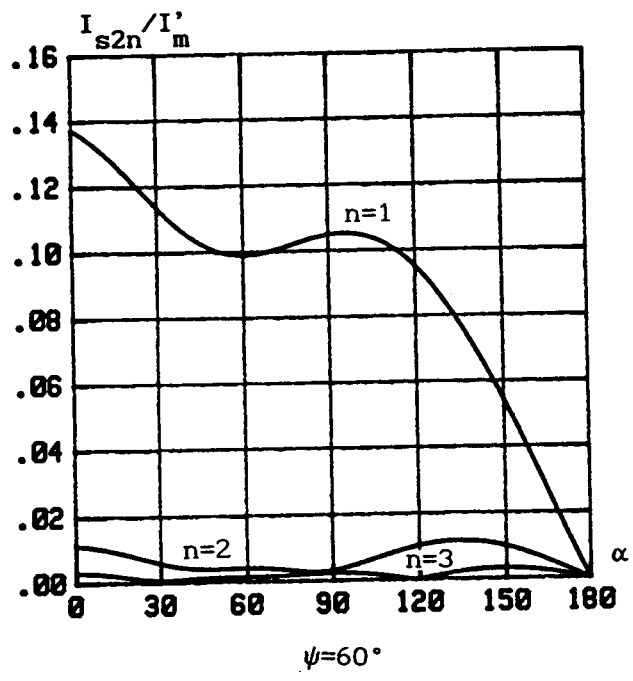
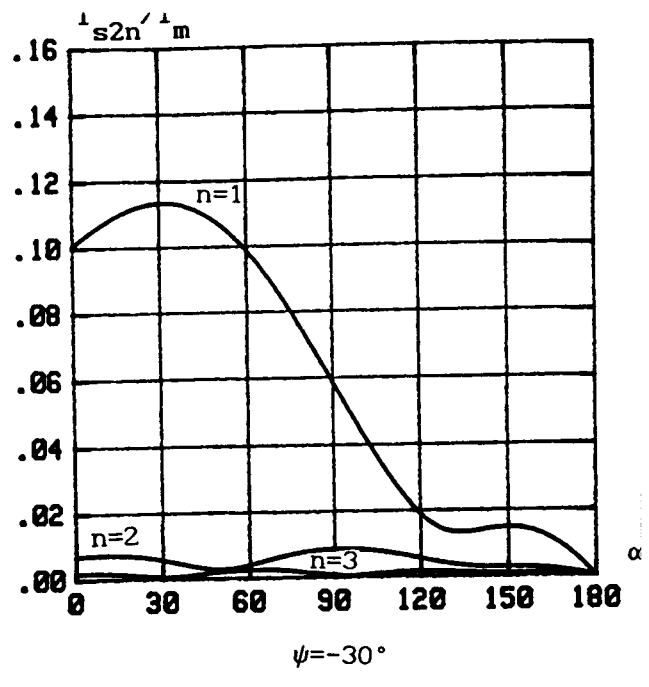
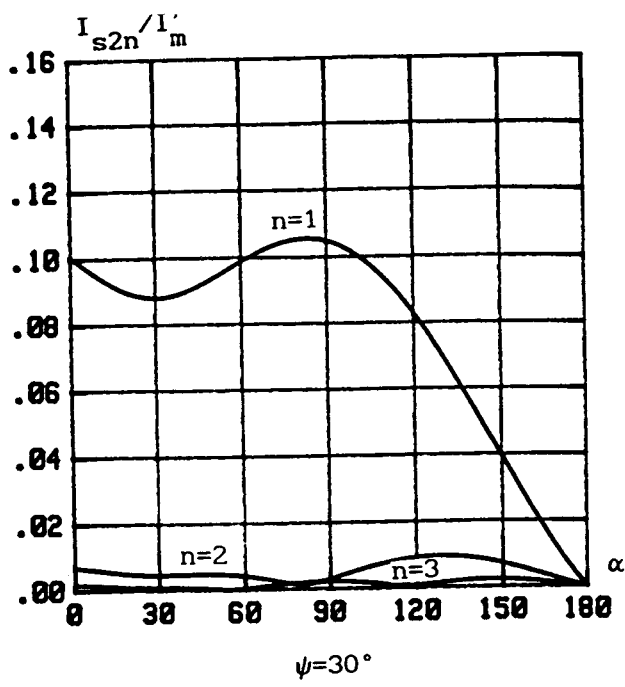


Fig. 1.31



$k_f=0.9$
Fig. 1.32

3.3.4. Caractéristique de la tension d'entrée u

La tension u est périodique de période π . Pour $0 < \theta < \alpha$, son expression réduite est donnée par les relations (1.15), (1.16) et (1.17) et pour $\alpha < \theta < \pi$, par les relations (1.19), (1.20) et (1.21).

L'ondulation relative de la tension u dépend de k_f , k_i , ψ et α . A valeur donnée du déphasage ψ , les variations de cette ondulation relative rapportée à k_i en fonction de l'angle de décalage α et pour $k_f = 0.9$ sont données par les figures 1.33. Ces variations sont proportionnelles à k_i .

Pour $\alpha = 60^\circ$, l'ondulation relative de la tension u ne dépend pas trop du déphasage ψ .

3.3.5. Caractéristiques de la tension de sortie u'

La tension de sortie est périodique de période angulaire 2π . Sa forme d'onde présente une symétrie par rapport à l'axe du temps. Elle est nulle pour $0 < \theta < \alpha$ et pour $\alpha < \theta < \pi$, elle est égale à u.

- La valeur efficace réduite U'_0 est telle que:

$$U'_0 = 1 - \frac{\alpha}{\pi} - \frac{2}{\pi} k_i \left\{ \frac{A'_2}{k_f} \left[\cos k_f \pi - \cos k_f \alpha \right] + \frac{B'_2}{k_f} \left[\sin k_f \pi - \sin k_f \alpha \right] + \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \left[\sin \psi - \sin(\alpha - \psi) \right] \right.$$

$$+ \frac{1}{\pi} k_i^2 \left\{ \begin{aligned} & \left[A_2'^2 + B_2'^2 + \frac{k_f^2}{(k_f^2 - 1)^2} \right] \left[\frac{\pi - \alpha}{2} \right] + \frac{1}{4k_f} \left[A_2'^2 - B_2'^2 \right] \left[\sin 2k_f \alpha - \sin 2k_f \pi \right] \\ & - \frac{1}{4} \frac{k_f^2}{(k_f^2 - 1)^2} \left[\sin 2\psi + \sin(2\alpha - \psi) \right] - \frac{1}{2k_f} A_2' B_2' \left[\cos 2k_f \alpha - \cos 2k_f \pi \right] \\ & - A_2' \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \left\{ \frac{1}{k_f + 1} \left[\cos((k_f + 1)\alpha - \psi) - \cos((k_f + 1)\pi - \psi) \right] \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{k_f - 1} \left[\cos((k_f - 1)\alpha + \psi) - \cos((k_f - 1)\pi + \psi) \right] \right\} \\ & + B_2' \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \left\{ \frac{1}{k_f + 1} \left[\sin((k_f + 1)\pi - \psi) - \sin((k_f + 1)\alpha - \psi) \right] \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{k_f - 1} \left[\sin((k_f - 1)\pi + \psi) - \sin((k_f - 1)\alpha + \psi) \right] \right\} \end{aligned} \right.$$

- Le développement en série de u' , contient en plus du fondamental, des harmoniques impairs de rang $n = 2k + 1$. La tension u' peut se mettre sous la même forme que dans le cas où l'inductance est infinie. Les valeurs efficaces du fondamental et des différents harmoniques sont données par les mêmes relations (1.8) et (1.9). Seules les expressions des coefficients A'_n et B'_n changent.

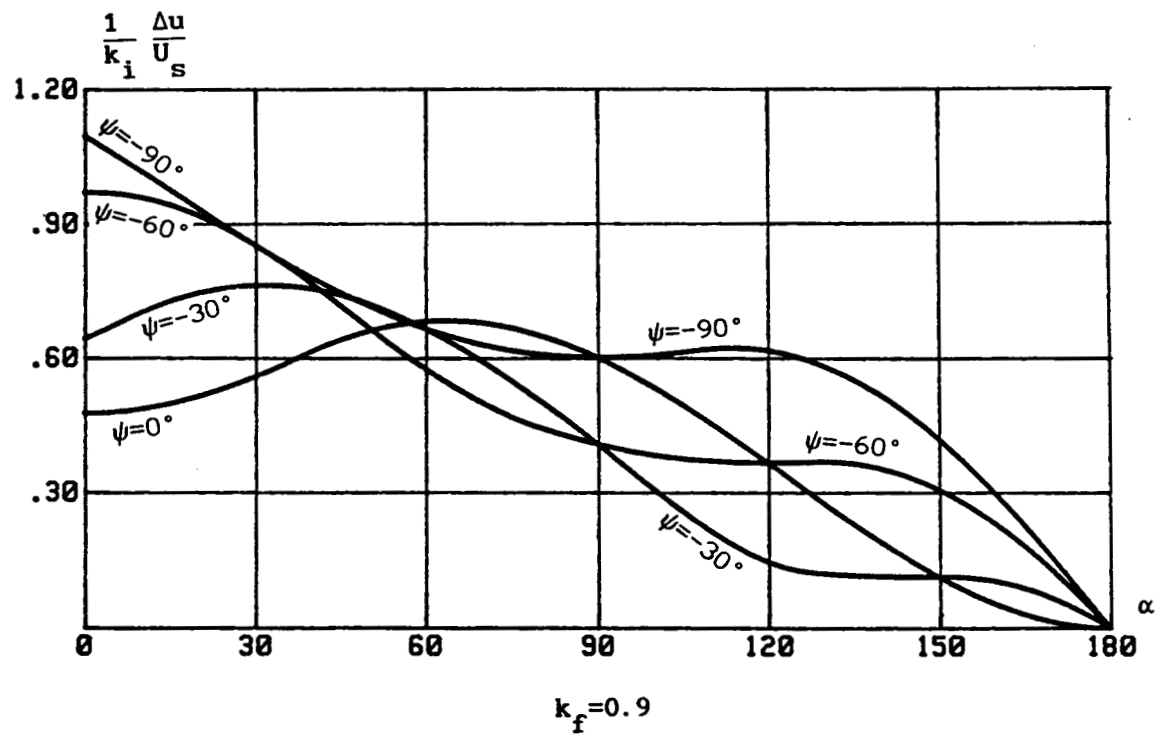
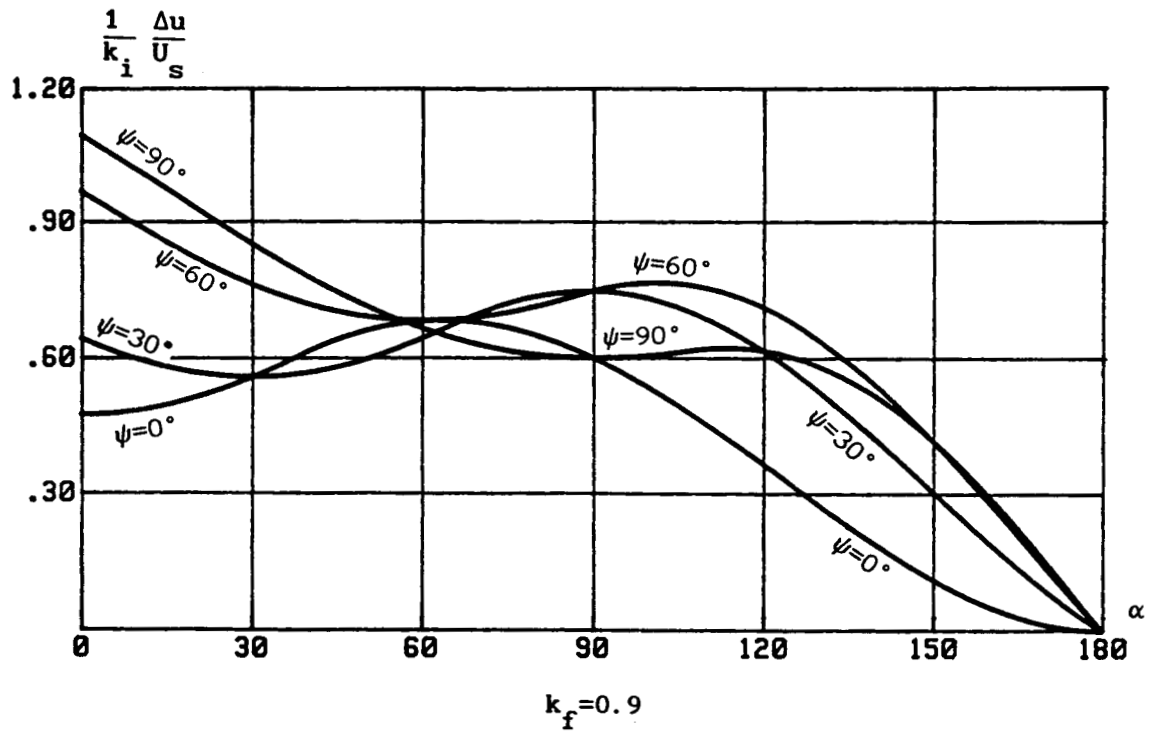


Fig.1.33

- Selon que le rang est égal ou différent de l'unité, ces coefficients sont donnés par:

$$A'_n = \frac{2}{\pi} [1 + \cos n\alpha]$$

$$- \frac{1}{\pi} k_i \left\{ \begin{aligned} & - A'_2 \left\{ \frac{1}{k_f + n} [\sin(k_f + n)\alpha + \sin k_f \pi] - \frac{1}{k_f - n} [\sin(k_f - n)\alpha + \sin k_f \pi] \right\} \\ & + B'_2 \left\{ \frac{1}{k_f + n} [\cos(k_f + n)\alpha + \cos k_f \pi] - \frac{1}{k_f - n} [\cos(k_f - n)\alpha + \cos k_f \pi] \right\} \\ & + \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \left\{ \frac{1}{n + 1} [\cos((n+1)\alpha - \psi) - \cos \psi] \right. \\ & \left. + \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{n - 1} [\cos((n-1)\alpha + \psi) - \cos \psi] && \text{si } n \neq 1 \\ & + \sin \psi (\pi - \alpha) && \text{si } n = 1 \end{aligned} \right. \right\} \end{aligned} \right.$$

et:

$$B'_n = - \frac{2}{n\pi} \sin n\alpha$$

$$+ \frac{1}{\pi} k_i \left\{ \begin{aligned} & A'_2 \left\{ \frac{1}{k_f + n} [\cos(k_f + n)\alpha + \cos k_f \pi] + \frac{1}{k_f - n} [\cos(k_f - n)\alpha + \cos k_f \pi] \right\} \\ & + B'_2 \left\{ \frac{1}{k_f + n} [\sin(k_f + n)\alpha + \sin k_f \pi] + \frac{1}{k_f - n} [\sin(k_f - n)\alpha + \sin k_f \pi] \right\} \\ & + \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \left\{ \frac{1}{n + 1} [\sin((n+1)\alpha - \psi) + \sin \psi] \right\} \\ & + \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{n - 1} [\sin((n-1)\alpha + \psi) - \sin \psi] && \text{si } n \neq 1 \\ & - \cos \psi (\pi - \alpha) && \text{si } n = 1 \end{aligned} \right. \right\} \end{aligned} \right.$$

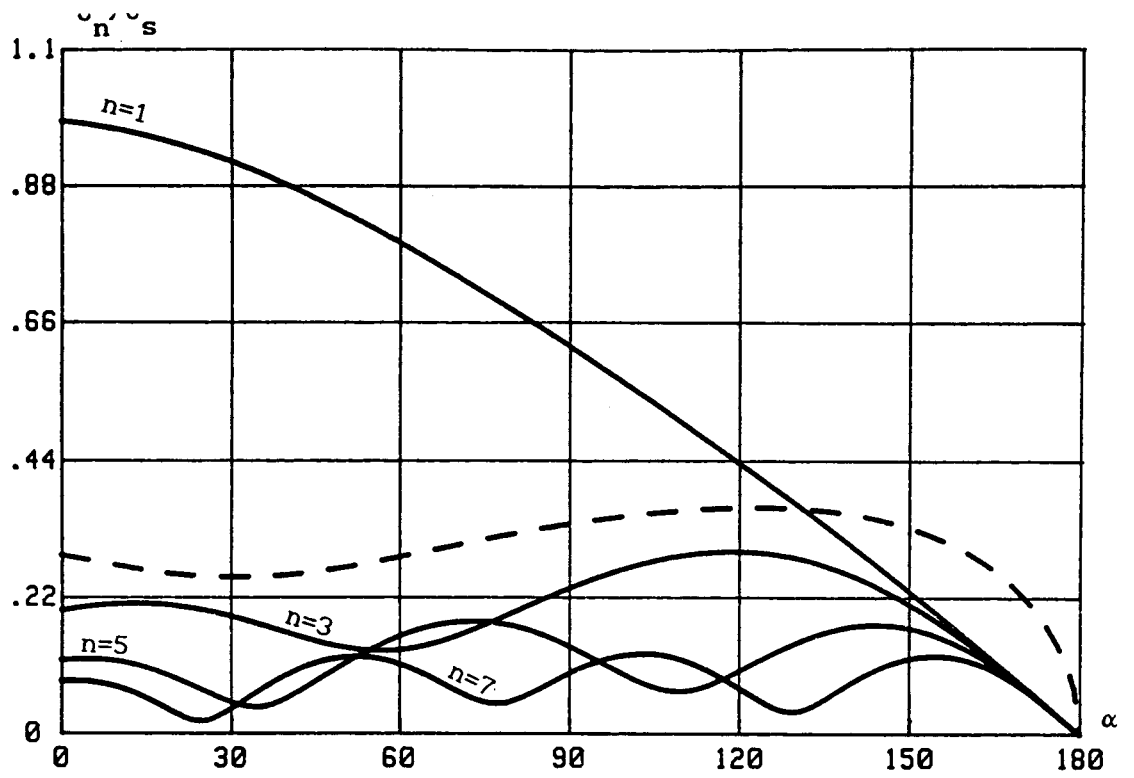
- Le déphasage ψ_1 du fondamental de u' par rapport à l'origine est donné par:

$$\text{tg} \psi_1 = - (A'_n / B'_n)$$

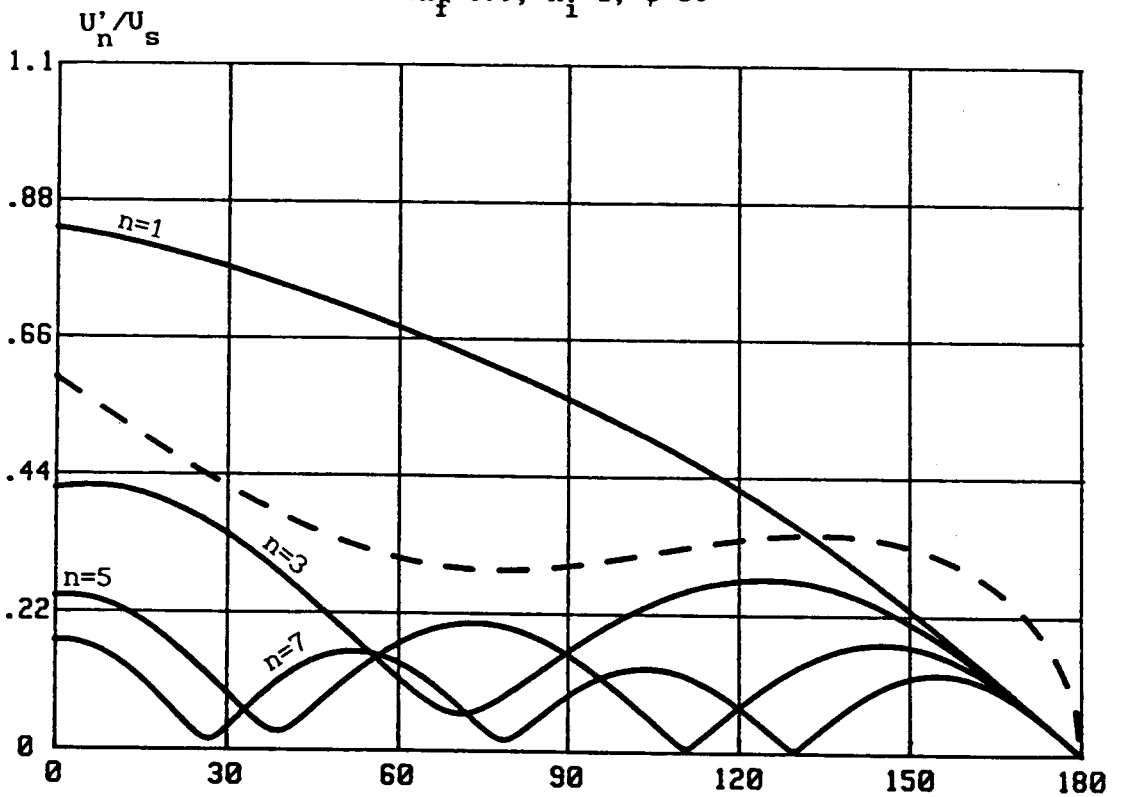
- Le retard de phase du courant de sortie i' par rapport au fondamental de u' est donné par:

$$\varphi'_1 = \psi - \psi_1$$

La figure 1.34 donne les variations des valeurs efficaces réduites du fondamental et des premiers harmoniques impairs de la tension u' , ainsi que la somme quadratique des harmoniques en fonction de α , pour $k_f=0.9$, $k_i=1$ et pour successivement $\psi=30^\circ$ et $\psi=-30^\circ$.



$k_f = 0.9$; $k_i = 1$; $\psi = 30^\circ$



$k_f = 0.9$; $k_i = 1$; $\psi = -30^\circ$

Fig. 1.34

On constate que l'harmonique 3 ne s'annule pas pour $\alpha = 60^\circ$. La variation de la valeur efficace réduite de cet harmonique rapportée à k_i , en fonction de k_f pour cette valeur de α et pour des valeurs données du déphasage ψ est indiquée à la figure 1.35.

La valeur efficace de cet harmonique croît linéairement en fonction de k_i donc en fonction de la valeur maximale du courant de sortie

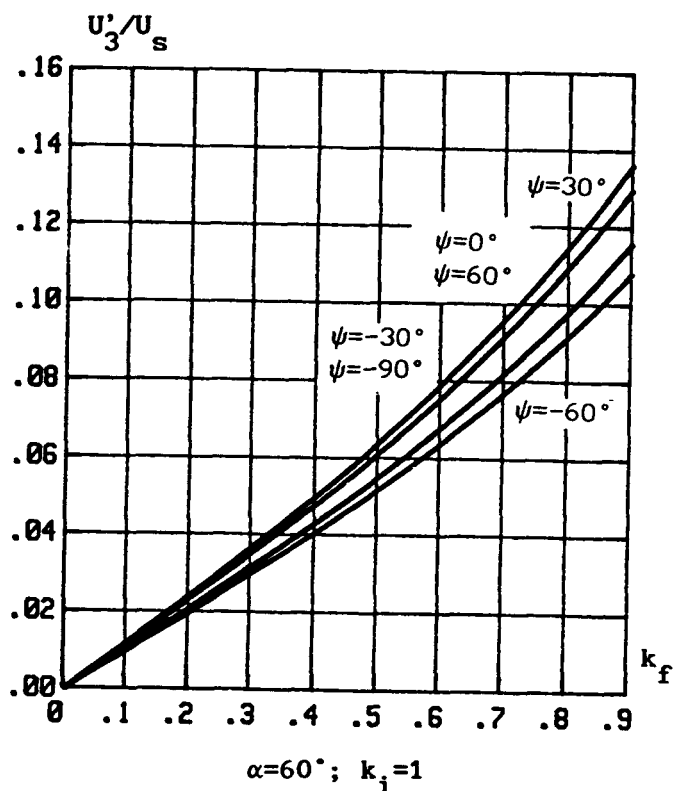


Fig. 1.35

4. COMMANDE PAR M.L.I

4.1. Lois de commande

Le fonctionnement des onduleurs à M.L.I est basé sur les techniques de modulation. La tension de sortie est formée de plusieurs créneaux de largeurs convenables.

La multiplication du nombre d'impulsions formant chacune des alternances d'une tension de sortie, présente deux avantages importants:

- elle repousse vers des fréquences élevées les harmoniques de la tension de sortie, ce qui facilite le filtrage.

- elle permet de faire varier la valeur du fondamental de la tension de sortie.

Pour commander l'onduleur, on détermine le plus souvent en temps réel les instants de fermeture et d'ouverture des interrupteurs à l'aide d'une électronique de commande analogique ou numérique ou en faisant appel à ces 2 techniques. Pour cela, on utilise les intersections d'une onde de référence et d'une onde de modulation: c'est la modulation sinusoidale.

Mais, au lieu de déterminer les angles de commutations en temps réel, on peut calculer préalablement les séquences de commande, les mémoriser et commander les interrupteurs de l'onduleur à partir de ces séquences mémorisées: c'est la modulation calculée.

La détermination des angles correspondant aux séquences peut se faire à partir des mêmes lois que celles utilisées pour la commande en temps réel. Mais, puisque les angles font l'objet d'une détermination préalable, on peut adopter d'autres lois comme par exemple celles permettant d'éliminer les premiers harmoniques de la tension de sortie ou celles permettant de minimiser le taux d'harmoniques pondérés si on tient compte de la nature du filtre de sortie.

D'autres lois sont évidemment possibles pour tenir compte des contraintes liées à des applications particulières.

Comme pour les études précédentes, nous allons essayer de mettre en évidence les modifications apportées aux formes d'ondes des principales grandeurs caractéristiques, à la composition harmonique de la tension de sortie u' et à celle du courant à l'entrée du filtre i_g , pour la structure de la figure 1.3, puis celle de la figure 1.2 déjà présentées.

Pour cela deux types de modulation sont étudiés: la modulation sinusoidale et la modulation calculée permettant d'éliminer les premiers harmoniques de la tension de sortie.

En modulation sinusoidale, on caractérise la tension de sortie par l'indice de modulation m qui est le rapport de la fréquence de l'onde de référence à l'onde de modulation, ou par le nombre d'impulsions par alternance P , sachant que $P = \frac{m}{2} - 1$, et par le coefficient de réglage en tension

r qui donne l'amplitude de la tension de sortie désirée rapportée à la tension U à l'entrée de l'onduleur.

En modulation calculée, on caractérise souvent la tension de sortie par le nombre d'impulsions par alternance P et par le rapport r' de la valeur efficace U'_1 du fondamental obtenue par découpage en M.L.I à la valeur efficace $\frac{2\sqrt{2}}{\pi} U$ qu'on aurait si u' était formée d'un seul créneau par alternance de largeur angulaire π .

Pour un onduleur de tension monophasé en pont alimenté par une tension U parfaitement continue à l'entrée, la tension de sortie peut avoir trois niveaux $-U$, 0 et $+U$. La forme d'onde de u' pour un nombre d'impulsions par alternance P égal à 3, est donnée par la figure 1.36.

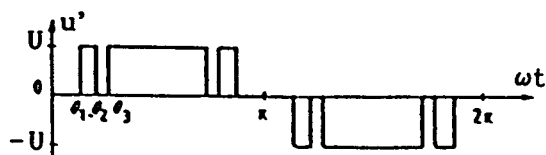


Fig. 1.36

Pour P impulsions par alternance de la tension de sortie, on aura P angles de commutation $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p$ tels que $0 < \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_p < \pi/2$. On dispose ainsi de P paramètres de réglage correspondants aux choix des valeurs des P angles de commutation. Ces angles de commutation dépendent du type de modulation choisi et de la valeur de r' .

4.2. Inductance de filtrage infinie

4.2.1. Equations de fonctionnement

Vu la symétrie du montage et la nature de la loi de commande, l'étude du fonctionnement peut se réduire à une demi-période. On a en effet:

$$\begin{aligned} u(\theta + \pi) &= u(\theta) & i(\theta + \pi) &= i(\theta) \\ u'(\theta + \pi) &= -u'(\theta) & i'(\theta + \pi) &= -i'(\theta) \end{aligned}$$

Dans le cas où la tension de sortie est formée de 3 impulsions par alternance, nous allons déterminer les expressions analytiques de la tension u et des courants i et i_s durant chaque intervalle de fonctionnement compris entre 0 et π .

Cette étude nous permet de mieux comprendre la démarche à suivre pour mener à bout ce calcul. Les mêmes expressions ont été calculées pour $P=4$ et $P=5$ mais ne sont pas reproduites dans ce mémoire à cause de leur longueur.

A partir de ces cas particuliers, nous pouvons établir des expressions généralisables au cas de P impulsions par alternance.

Quelle que soit la valeur de P, la tension u et le courant i sont périodiques de période angulaire π . La tension de sortie u' est périodique de période 2π .

Equations de fonctionnement pour P=3

Durant une demi-période de la tension de sortie, on dénombre $2P+1$ intervalles de fonctionnement. En particulier pour $P=3$, il y a sept intervalles de fonctionnement. Pendant chaque intervalle, l'équation différentielle liant la tension u aux courants i et i_s est:

$$I_s - i = C\omega \frac{du}{d\theta}$$

Selon l'intervalle de fonctionnement, le courant i est soit nul, soit égal à i' . En utilisant le fait que la tension u aux bornes du condensateur C ne peut pas subir de discontinuité, on obtient successivement:

$$* \text{ Pour } 0 < \theta < \theta_1: \quad u = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta$$

$$* \text{ Pour } \theta_1 < \theta < \theta_2: \quad u = u(\theta_1) + \frac{I_s}{C\omega} (\theta - \theta_1) + \frac{I'_m}{C\omega} [\cos(\theta - \psi) - \cos(\theta_1 - \psi)]$$

$$\text{ avec: } \quad u(\theta_1) = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta_1$$

$$\text{ d'où: } \quad u = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} [\cos(\theta - \psi) - \cos(\theta_1 - \psi)]$$

$$* \text{ Pour } \theta_2 < \theta < \theta_3: \quad u = u(\theta_2) + \frac{I_s}{C\omega} (\theta - \theta_2)$$

$$\text{ avec: } \quad u(\theta_2) = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta_2 + \frac{I'_m}{C\omega} [-\cos(\theta_1 - \psi) + \cos(\theta_2 - \psi)]$$

$$\text{ d'où: } \quad u = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} [-\cos(\theta_1 - \psi) + \cos(\theta_2 - \psi)]$$

$$* \text{ Pour } \theta_3 < \theta < \pi - \theta_3: \quad u = u(\theta_3) + \frac{I_s}{C\omega} (\theta - \theta_3) + \frac{I'_m}{C\omega} [\cos(\theta - \psi) - \cos(\theta_3 - \psi)]$$

$$\text{ avec: } \quad u = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta_3 + \frac{I'_m}{C\omega} [-\cos(\theta_1 - \psi) + \cos(\theta_2 - \psi)]$$

$$\text{ d'où: } \quad u = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left[\cos(\theta - \psi) + \sum_{m=1}^3 (-1)^m \cos(\theta_m - \psi) \right]$$

$$* \text{ Pour } \pi - \theta_3 < \theta < \pi - \theta_2: \quad u = u(\pi - \theta_3) + \frac{I_s}{C\omega} (\theta - (\pi - \theta_3))$$

$$\text{ avec: } \quad u(\pi - \theta_3) = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} (\pi - \theta_3) + \frac{I'_m}{C\omega} [-\cos(\theta_3 + \psi) + \sum_{m=1}^3 \cos(\theta_m - \psi)]$$

$$\text{ d'où: } \quad u = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left[-\cos(\theta_3 + \psi) + \sum_{m=1}^3 (-1)^m \cos(\theta_m - \psi) \right]$$

$$* \text{ Pour } \pi - \theta_2 < \theta < \pi - \theta_1: \quad u = u(\pi - \theta_2) + \frac{I_s}{C\omega} (\theta - (\pi - \theta_2)) + \frac{I'_m}{C\omega} [\cos(\theta - \psi) + \cos(\theta_2 + \psi)]$$

$$\text{ avec: } \quad u(\pi - \theta_2) = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} (\pi - \theta_2) + \frac{I'_m}{C\omega} [-\cos(\theta_3 + \psi) + \sum_{m=1}^3 (-1)^m \cos(\theta_m - \psi)]$$

$$\text{ d'où: } \quad u = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left[\cos(\theta + \psi) + \sum_{m=2}^3 (-1)^m \cos(\theta_m + \psi) + \sum_{m=1}^3 (-1)^m \cos(\theta_m - \psi) \right]$$

$$* \text{ Pour } \pi - \theta_1 < \theta < \pi: \quad u = u(\pi - \theta_1) + \frac{I_s}{C\omega} (\theta - (\pi - \theta_1))$$

$$\text{ avec: } \quad u(\pi - \theta_1) = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} (\pi - \theta_1) + \frac{I'_m}{C\omega} \left[\sum_{m=1}^3 (-1)^m \cos(\theta_m + \psi) + \sum_{m=1}^3 (-1)^m \cos(\theta_m - \psi) \right]$$

$$d'o\grave{u}: u = u(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left[\sum_{m=1}^3 (-1)^m \cos(\theta_m + \psi) + \sum_{m=1}^3 (-1)^m \cos(\theta_m - \psi) \right]$$

On constate que pendant les intervalles où la tension u' est nulle, la tension u varie linéairement en fonction de θ , à partir de sa valeur au début de cet intervalle. Pendant les intervalles où la tension de sortie u' est égale à u , on retrouve en plus du terme linéaire, un terme en cosinus.

Pour que les expressions de la tension u soient parfaitement déterminées, il nous faut déterminer l'expression de sa valeur initiale $u(0)$ et celle du courant I_s . En effet:

En utilisant le fait que la tension u est périodique de période angulaire π , on obtient:

$$u(\pi) = u(0)$$

En écrivant cette égalité, on déduit l'expression du courant I_s :

$$I_s = \frac{2}{\pi} I'_m \left[\sum_{m=1}^3 (-1)^{m+1} \cos \theta_m \right] \cos \psi$$

Pour déterminer l'expression de $u(0)$, on utilise la valeur moyenne de u . Sachant que celle-ci est égale à U_s , on déduit donc $u(0)$:

$$u(0) = U_s - \frac{I'_m}{C\omega} \left\{ \begin{array}{l} \left[\frac{2}{\pi} \sin \psi + \cos \psi \right] \left[\sum_{m=1}^3 (-1)^{m+1} \cos \theta_m \right] + \sum_{m=1}^3 (-1)^{m+1} \cos(\theta_m - \psi) \\ - \left[\frac{2}{\pi} \sin \psi \right] \left[\sum_{m=1}^3 (-1)^m \theta_m \sin \theta_m \right] \end{array} \right.$$

Equation du fonctionnement dans le cas général

Les mêmes calculs ayant été faits pour $P=4$ et $P=5$, nous sommes donc en mesure d'établir les expressions de u dans le cas général où la tension de sortie est formée de P impulsions par alternance.

En désignant par θ_0 l'angle à l'origine ayant pour valeur zéro, les expressions réduites de la tension u sont les suivantes:

$$* \text{ Pour } \theta_{k-1} < \theta < \theta_k: \quad 1 \leq k < P$$

Deux cas se présentent:

■ k impair:

$$u_0 = 1 - Z_{co} \left[F + \sum_{m=k}^P (-1)^m \cos(\theta_m - \psi) - I_{so} \theta \right]$$

■ k pair:

$$u_0 = 1 - Z_{co} \left[F + \sum_{m=k}^P (-1)^m \cos(\theta_m - \psi) - I_{so} \theta - \cos(\theta - \psi) \right]$$

* Pour $\theta_p < \theta < \pi - \theta_p$:

Deux cas se présentent:

■ P impair:

$$u_0 = 1 - Z_{co} \left[F - I_{so} \theta - \cos(\theta - \psi) \right]$$

■ P pair:

$$u_0 = 1 - Z_{co} \left[F - I_{so} \theta \right]$$

* Pour $\pi - \theta_k < \theta < \pi - \theta_{k-1}$: $1 \leq k < P$

Deux cas se présentent:

■ k impair:

$$u_0 = 1 - Z_{co} \left[F + \sum_{m=k}^P (-1)^{m+1} \cos(\theta_m + \psi) - I_{so} \theta \right]$$

■ k pair:

$$u_0 = 1 - Z_{co} \left[F + \sum_{m=k}^P (-1)^{m+1} \cos(\theta_m + \psi) - I_{so} \theta - \cos(\theta - \psi) \right]$$

avec:

$$I_{so} = \frac{2}{\pi} \left[\sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \cos \theta_m \right] \cos \psi$$

et:

$$F = \left[\frac{2}{\pi} \sin \psi + \cos \psi \right] \left[\sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \cos \theta_m \right] - \left[\frac{2}{\pi} \sin \psi \right] \left[\sum_{m=1}^P (-1)^m \theta_m \sin \theta_m \right]$$

D'après ces expressions on déduit que:

- La valeur moyenne normalisée du courant I_s dépend des angles de commutation, en plus du déphasage ψ . La tension u normalisée dépend des mêmes paramètres et de Z_{co} : c'est le cas de toutes les autres tensions puisqu'elles sont déduites de celle-ci.

- L'ondulation de la tension u de part et d'autre de sa valeur moyenne est proportionnelle à la valeur maximale du courant de sortie. Elle est inversement proportionnelle à la valeur de la capacité C du condensateur.

- Lorsque Z_{co} tend vers zéro, on retrouve les expressions qu'on obtenait pour un onduleur monophasé en pont alimenté par une tension parfaitement continue.

4.2.2. Formes d'ondes

La figure 1.37 donne, pour une période, de fonctionnement, les formes d'ondes:

- o de la tension d'entrée u
- o du courant I_s
- o de la tension de sortie u'
- o du courant de sortie i'
- o du courant d'entrée i

rapportées à leurs grandeurs de normalisation, calculées pour $Z_{CO}=0.5$, et pour des angles de commutations correspondant à un coefficient de réglage en tension $r'=0.7$, obtenues par la technique de la modulation calculée, avec successivement $P=3$ et $P=6$.

Comparée aux formes d'ondes obtenues dans le cas où la tension u à l'entrée de l'onduleur est parfaitement continue, la tension de sortie ne présente de symétrie par rapport aux milieux d'alternances que pour $\theta=\pm 90^\circ$. Pour les autres valeurs de ψ , il n'y a qu'une symétrie par rapport à l'axe du temps.

La dérivée de la tension u est liée aux courants I_s et i par la relation:

$$\frac{du}{d\theta} = \frac{1}{C\omega} (I_s - i)$$

avec $i=0$ ou $i=i'$ selon l'intervalle de fonctionnement.

Si le courant i subit une discontinuité, ce qui est le cas pour toutes les valeurs des angles de commutation θ_i et $\pi-\theta_i$, exceptées celles pour laquelle la valeur du courant i est nulle, l'onde de u , présente un point anguleux. Pour les exemples choisis ces points anguleux apparaissent pour les valeurs de θ_i et $\pi-\theta_i$. Pour $\psi=30^\circ$ et $r'=0.7$, aucune valeur de ces angles n'annule le courant i .

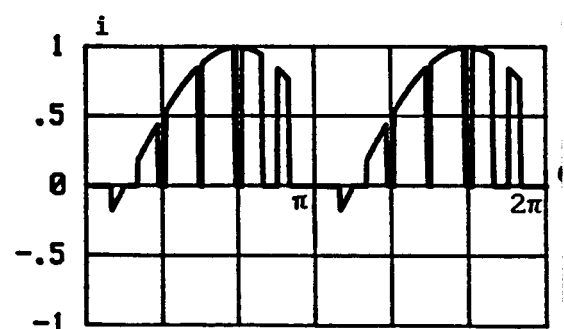
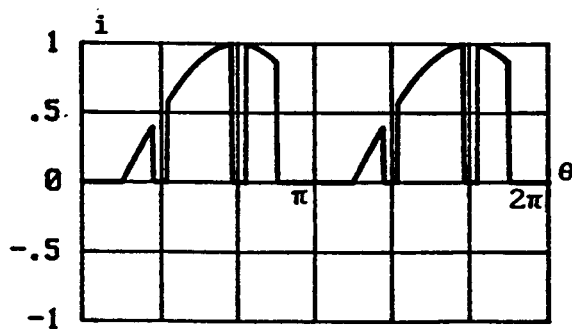
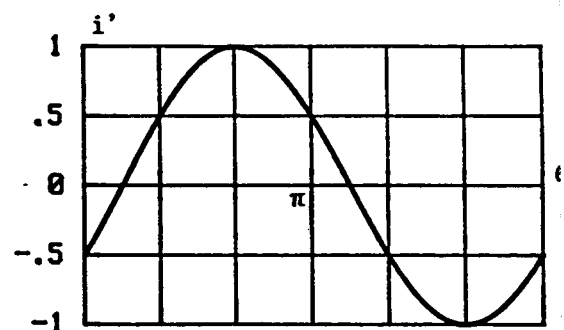
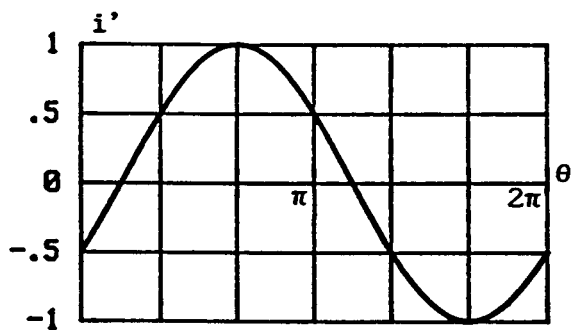
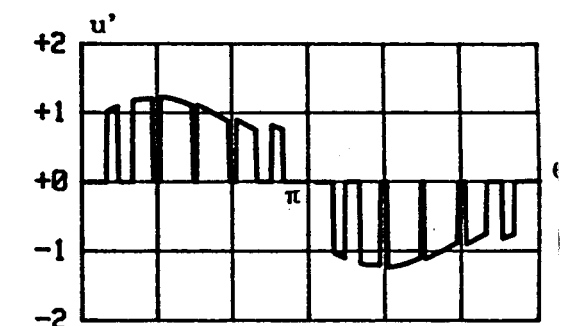
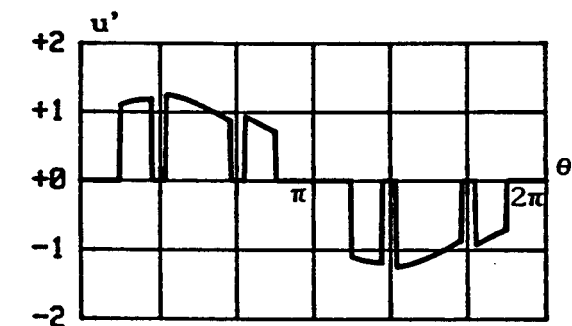
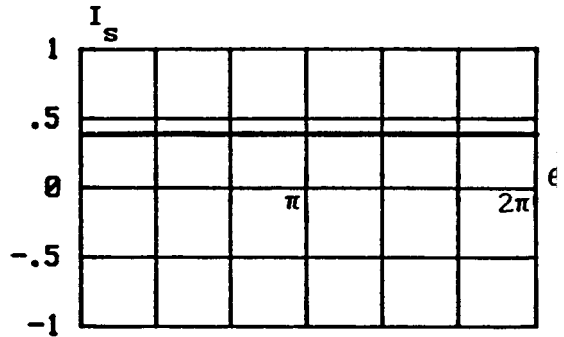
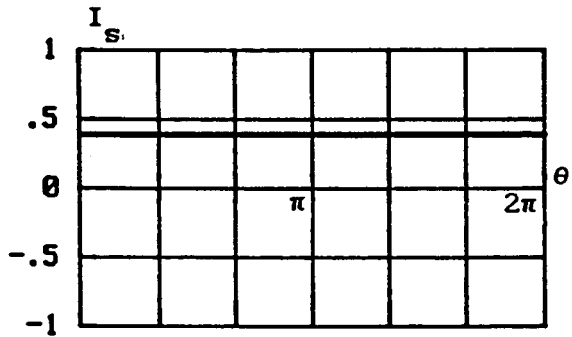
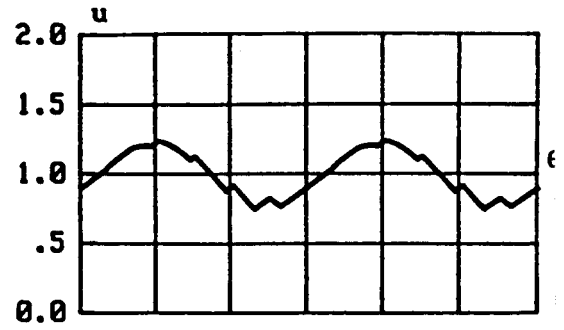
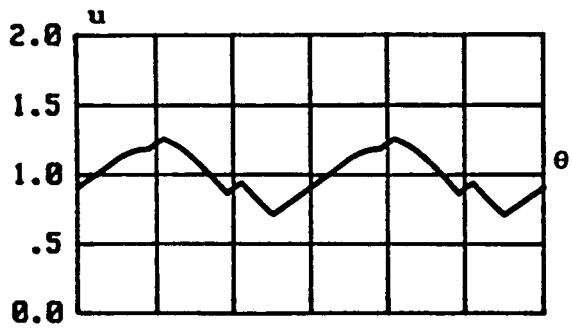
4.2.3. Caractéristique du courant I_s

L'expression générale du courant I_s normalisé est donnée par la relation:

$$I_{s0} = \frac{2}{\pi} \left[\sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \cos\theta_m \right] \cos\psi$$

En modulation calculée le terme entre crochets n'est autre que r' . Dans ce cas, l'allure de la courbe donnant la variation de I_{s0} en fonction du déphasage ψ est celle trouvée pour la commande symétrique (figure 1.6) à une translation de l'échelle des ordonnées près.

En modulation sinusoidale, la relation est utilisée telle qu'elle.



P=3

P=6

$\psi=30^\circ; Z_{co}=1; r'=0.7$

Fig. 1.37

4.2.4. Caractéristiques de la tension de sortie u'

Comme on l'a déjà signalé, la tension de sortie u' est périodique de période angulaire 2π . Elle présente une symétrie par rapport à l'axe du temps pour toutes les valeurs de ψ , sauf pour $\psi = \pm 90^\circ$ où il y a en plus une symétrie par rapport aux milieux des alternances.

Pour un nombre d'impulsions par alternance donné, les expressions normalisées de u', pendant les différents intervalles de fonctionnement sont déduites des expressions générales données au paragraphe 4.2.1.

Vu la symétrie que présente l'onde de u', la décomposition en série de Fourier de celle-ci ne contient que des harmoniques impairs. La tension u' peut s'écrire sous la forme:

$$u' = \sum_{k=0}^{\infty} U'_{2k+1} \sqrt{2} \sin((2k+1)\theta - \psi'_{2k+1})$$

en posant $n=2k+1$, on aura:

$$U'_n \sqrt{2} = \sqrt{U'_{na}{}^2 + U'_{nb}{}^2} \quad ; \quad \text{tg} \psi'_n = - \frac{U'_{na}}{U'_{nb}}$$

et:

$$U'_{na} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u' \sin n\theta \, d\theta \quad ; \quad U'_{nb} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} u' \cos n\theta \, d\theta$$

Les expressions donnant les coefficients U'_{na} et U'_{nb} sont différentes selon que P est pair ou impair. En effet:

o si P est impair, les valeurs efficaces des termes impairs de rang n rapportées à $\frac{2\sqrt{2}U_s}{\pi}$ sont données par:

$$U'_n \frac{\pi}{2\sqrt{2}U_s} = \sqrt{U'_{nao}{}^2 + U'_{nbo}{}^2}$$

avec:

$$U'_{nao} = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \cos n \theta_m$$

$$+ Z_{co} \sin \psi \left\{ \begin{array}{l} - \frac{2}{n\pi} \left[\sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} (\cos \theta_m + \theta_m \sin \theta_m) \right] \left[\sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \cos n \theta_m \right] \\ \left[\cos n \theta_1 - \cos n \theta_2 \right] \left[\sum_{m=2}^P (-1)^m \sin \theta_m \right] \\ + \left[\cos n \theta_3 - \cos n \theta_4 \right] \left[\sum_{m=4}^P (-1)^m \sin \theta_m \right] \\ \vdots \\ + \left[\cos n \theta_{p-2} - \cos n \theta_{p-1} \right] \left[\sum_{m=p-1}^P (-1)^m \sin \theta_m \right] \\ + \frac{1}{2(n+1)} \left[\sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \sin(n+1) \theta_m \right] \\ - \frac{1}{2(n-1)} \left[\sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \sin(n-1) \theta_m \right] \quad \text{si } n \neq 1 \\ + \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^P (-1)^m \theta_m \quad \text{si } n=1 \end{array} \right.$$

$$U'_{nbo} = Z_{co} \cos \psi \left\{ \begin{array}{l} - \frac{2}{n^2 \pi} \left[\sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \cos \theta_m \right] \left[\sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \cos n \theta_m \right] \\ + \left[\sin n \theta_1 - \sin n \theta_2 \right] \left[\sum_{m=2}^P (-1)^m \cos \theta_m \right] \\ + \frac{1}{n} \left\{ + \left[\sin n \theta_3 - \sin n \theta_4 \right] \left[\sum_{m=4}^P (-1)^m \cos \theta_m \right] \right. \\ \vdots \\ \left. + \left[\sin n \theta_{p-2} - \sin n \theta_{p-1} \right] \left[\sum_{m=p-1}^P (-1)^m \cos \theta_m \right] \right. \\ + \frac{1}{2(n+1)} \left[\sum_{m=1}^P (-1)^m \sin(n+1) \theta_m \right] \\ + \frac{1}{2(n-1)} \left[\sum_{m=1}^P (-1)^m \sin(n-1) \theta_m \right] \quad \text{si } n \neq 1 \\ + \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^P (-1)^m \theta_m \quad \text{si } n=1 \end{array} \right.$$

o si P est pair, ces valeurs efficaces sont données par les mêmes expressions, sauf qu'il faut remplacer dans le terme avec $(-1/n)$ en facteur, θ_{p-2} et θ_{p-1} , respectivement par θ_{p-1} et θ_p .

Que P soit pair ou impair, U'_{nb} est nul pour $\psi = \pm 90^\circ$. La décomposition en série de Fourier de u' ne contient que des sinus impairs. Les déphasages à l'origine du fondamental et des différents harmoniques sont nuls.

Caractéristiques

Les figures 1.38, 1.39 et 1.40 donnent les variations de la valeur efficace du fondamental de u' et celles des harmoniques impairs rapportées $2\sqrt{2}U_s/\pi$ en fonction de Z_{CO} , pour $P=3$, $P=10$ et une valeur de P quelconque, et pour des angles de commutation correspondants à $r'=0.7$. Ces figures sont tracées respectivement pour un déphasage ψ égal à -90° , 0° et 90° .

Les figures 1.41, 1.42 et 1.43 donnent les mêmes courbes en modulation sinusoidale pour la même amplitude du fondamental.

L'analyse de ces courbes nous permet de constater que:

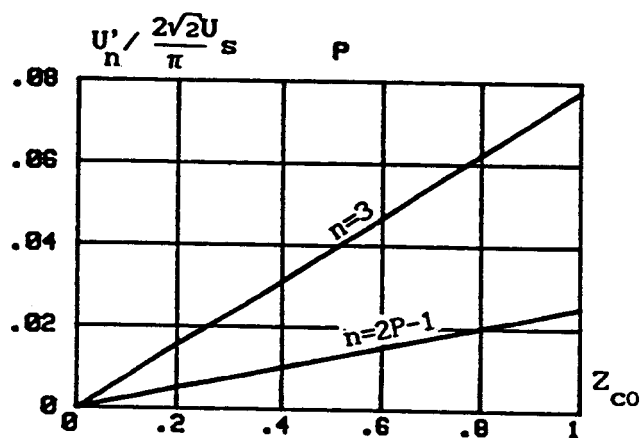
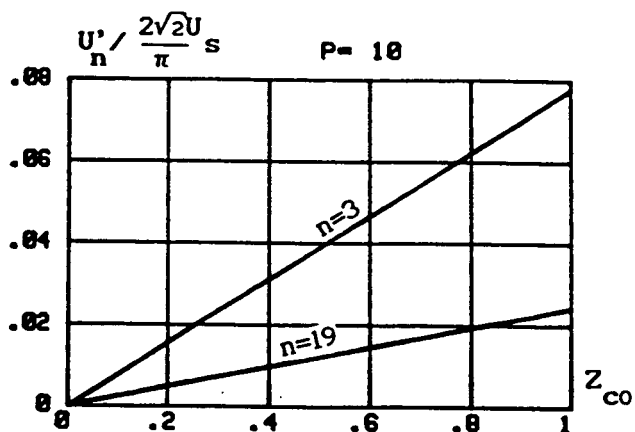
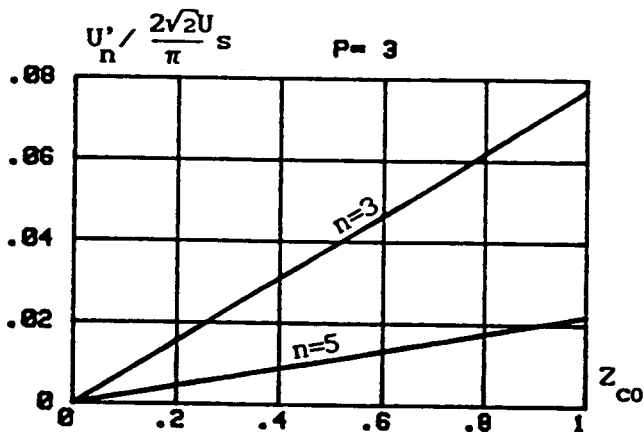
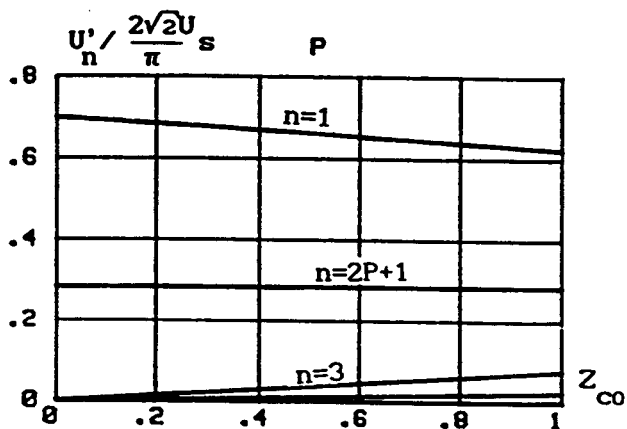
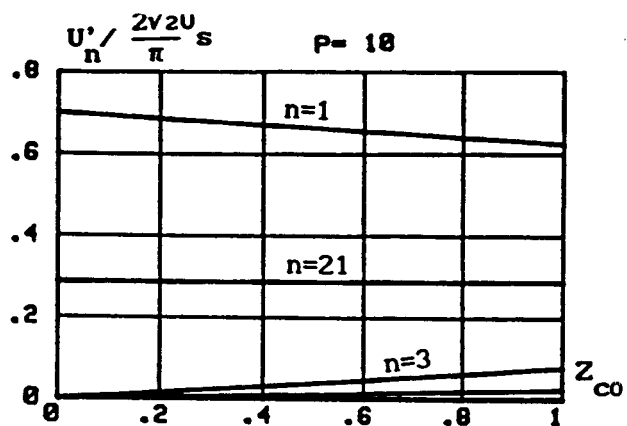
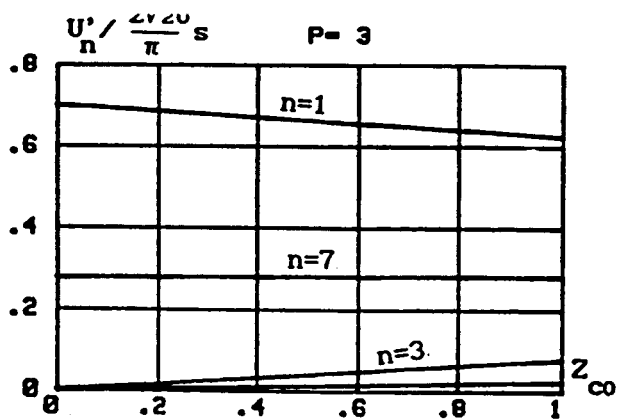
- La valeur efficace du fondamental, ne dépend presque pas du nombre d'impulsions par alternance P et par conséquent de la fréquence de découpage, pour r' et un déphasage ψ donnés.

- Pour une valeur positive du déphasage ψ , cette valeur efficace augmente au fur et à mesure que Z_{CO} croît. La loi de variation n'est pas linéaire. Lorsque ce déphasage est négatif, elle décroît d'abord en fonction de Z_{CO} , puis elle se met à croître. La valeur de Z_{CO} correspondant au minimum est nettement supérieure à 1 et sans intérêt.

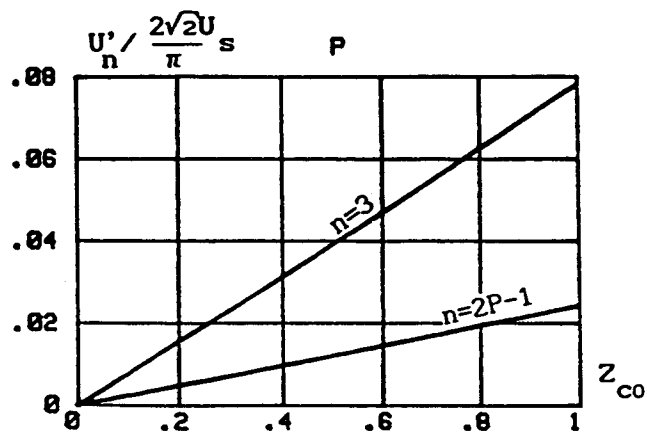
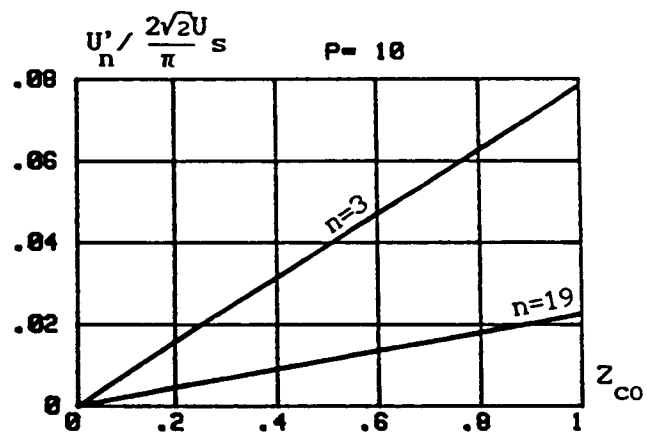
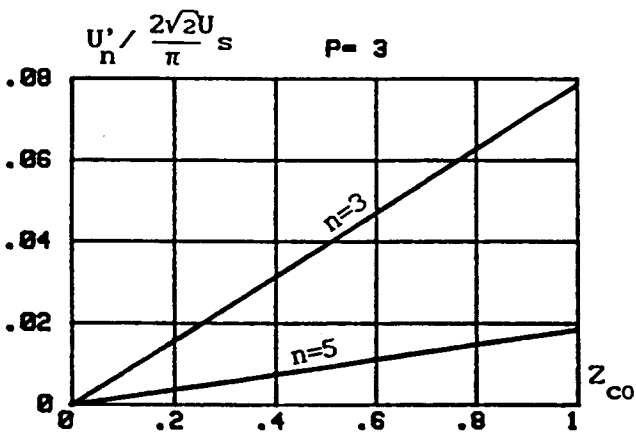
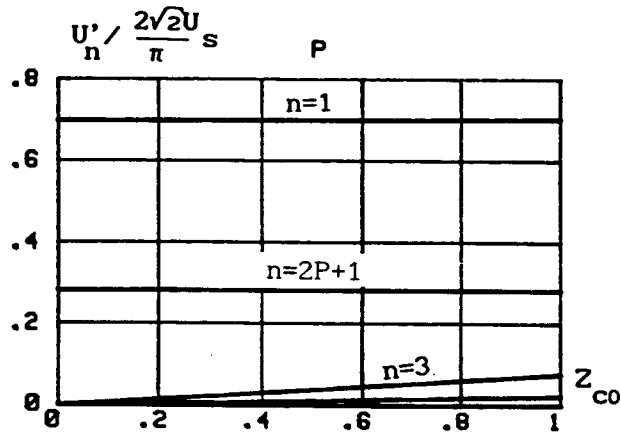
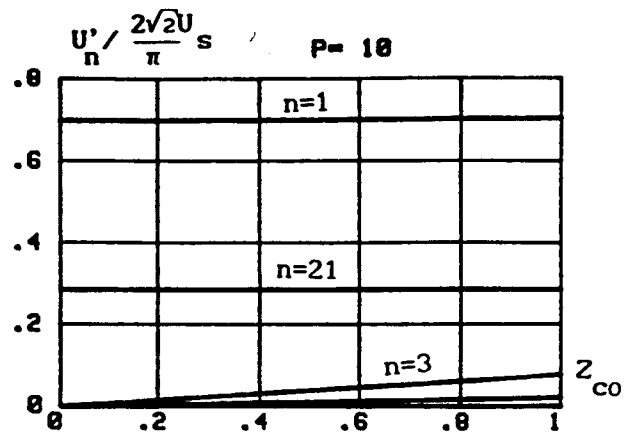
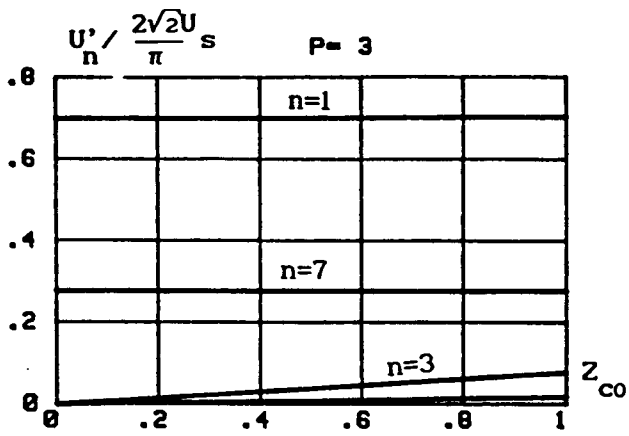
- L'harmonique de rang $2P+1$ ne varie presque pas en fonction de Z_{CO} : il n'est pas affecté par l'ondulation de la tension u à l'entrée de l'onduleur.

- En modulation calculée, on note l'apparition de deux harmoniques: l'harmonique de rang 3 et l'harmonique de rang $2P-1$ qui sont censés être supprimés si le condensateur a une capacité infinie. Le plus gênant de ces deux harmoniques est celui de rang 3, l'autre étant plus facile à filtrer. Pour un coefficient de réglage en tension r' et un déphasage ψ donnés, les valeurs efficaces de ces deux harmoniques 3 et $2p-1$ croissent linéairement en fonction de Z_{CO} à partir de la valeur origine zéro qu'elles ont pour Z_{CO} nul. L'harmonique 3 est indépendant du déphasage ψ , et du nombre d'impulsions par alternance P et donc de la fréquence de découpage. Ce résultat peut être démontré en utilisant la méthode du premier harmonique.

- En modulation sinusoidale, on note aussi l'apparition de l'harmonique de rang 3. Pour des valeurs de P suffisamment élevées, sa valeur croît linéairement en fonction de Z_{CO} .

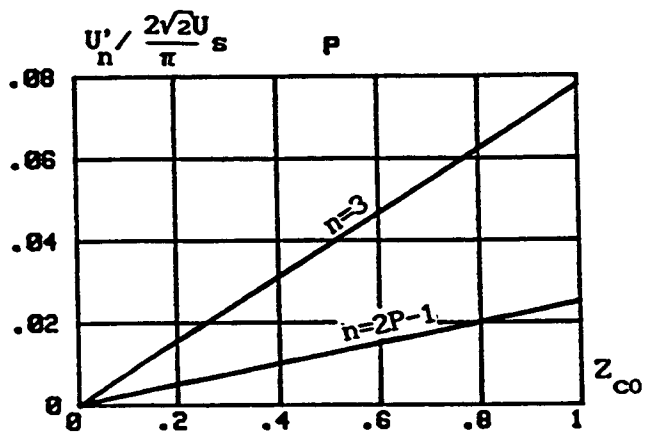
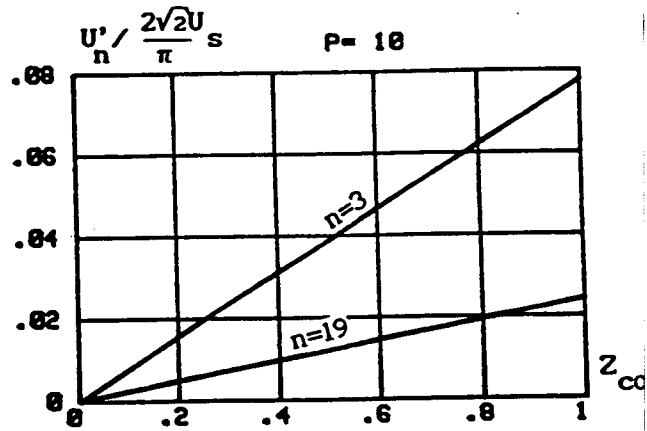
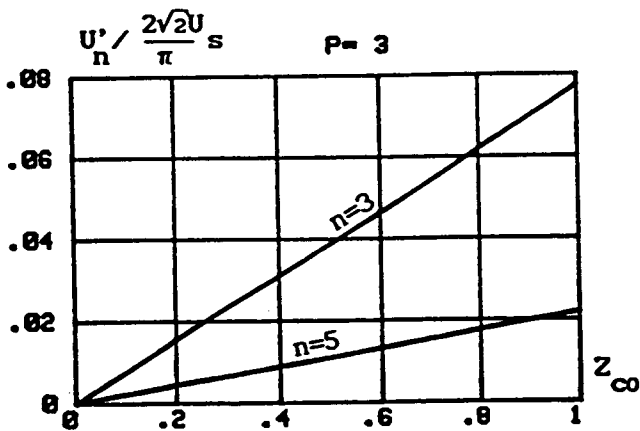
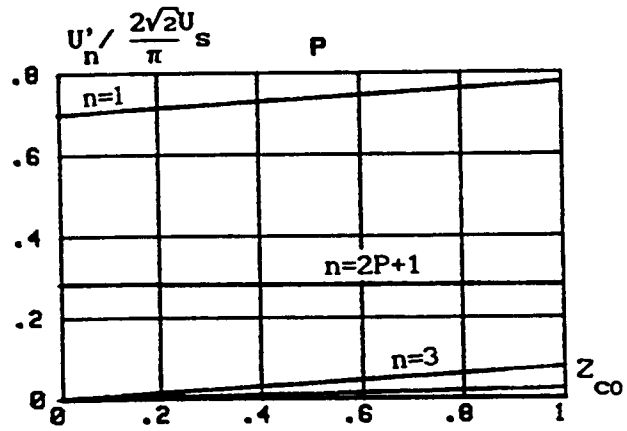
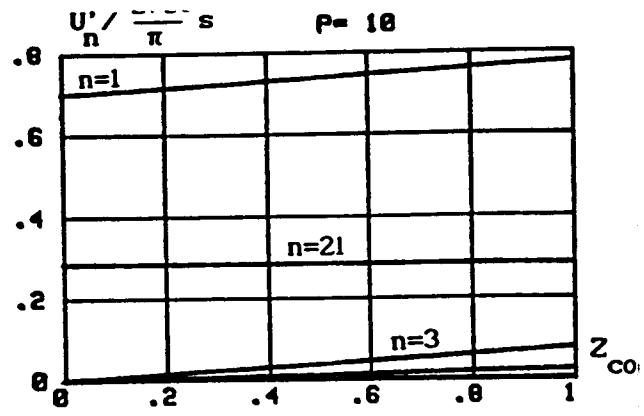
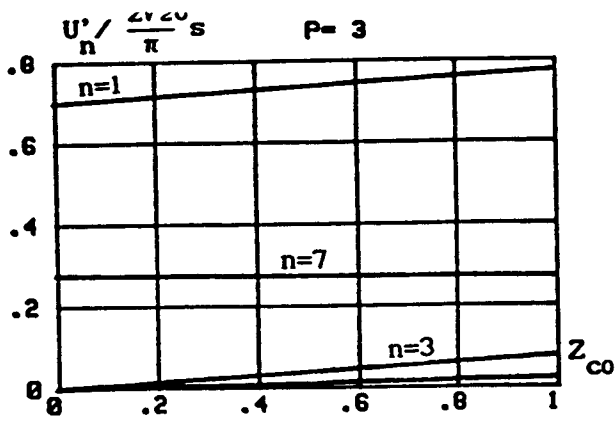


$\psi = -90^\circ; r' = 0.7$
Fig. 1.38



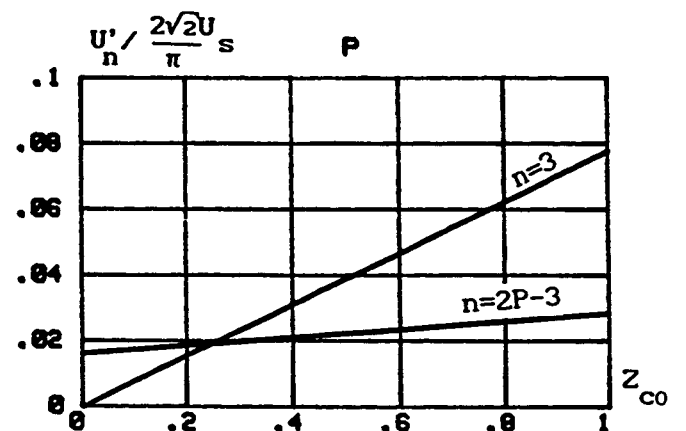
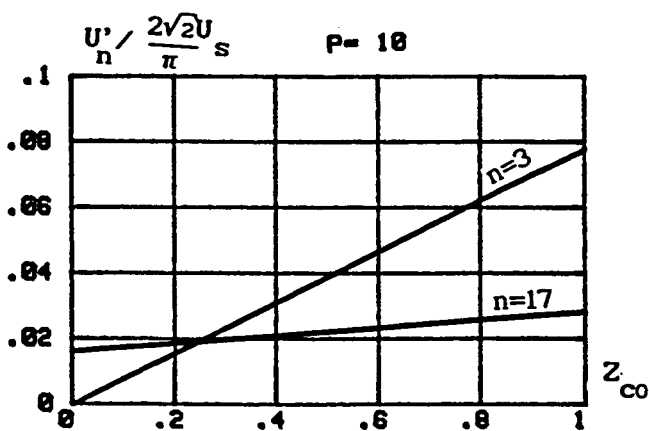
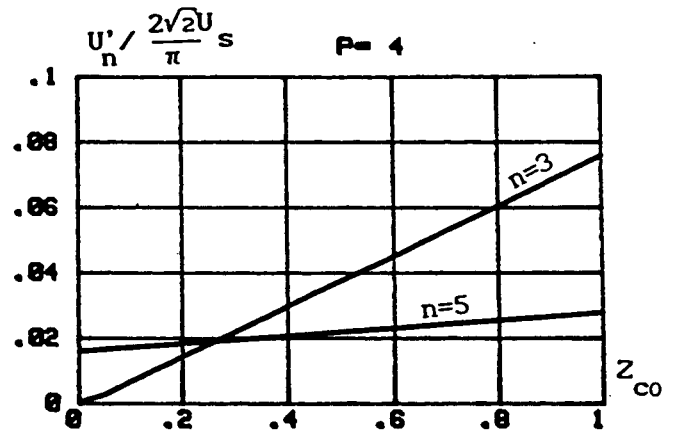
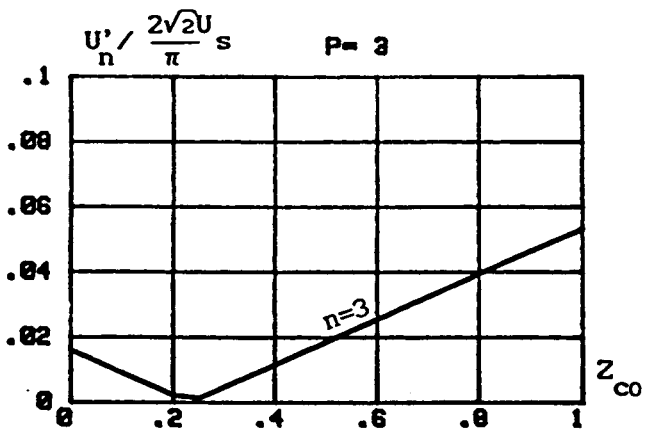
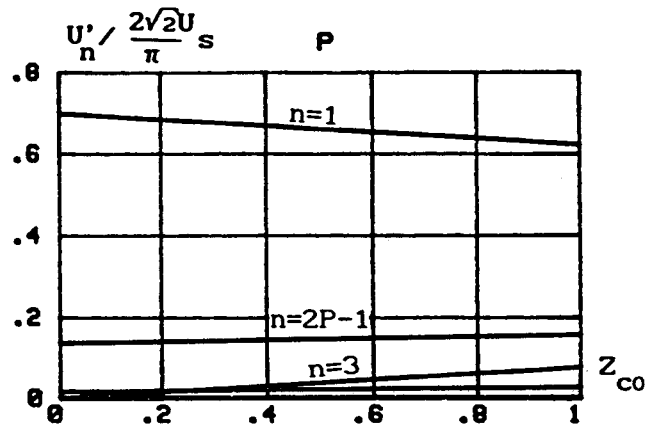
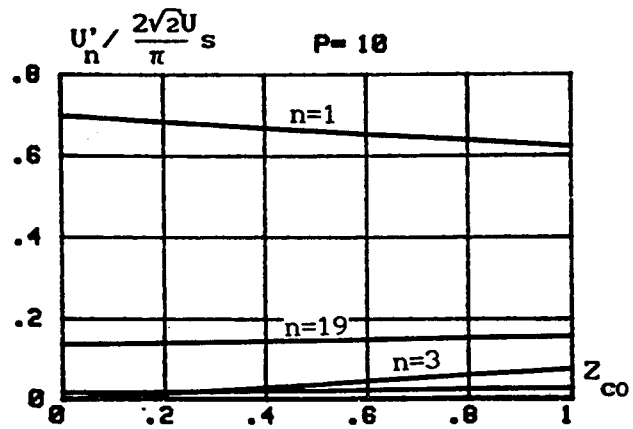
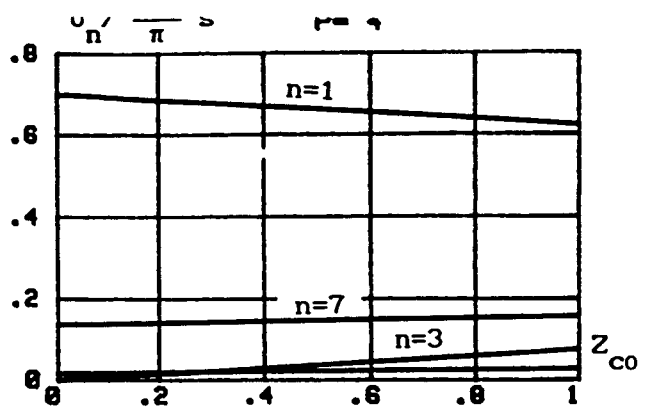
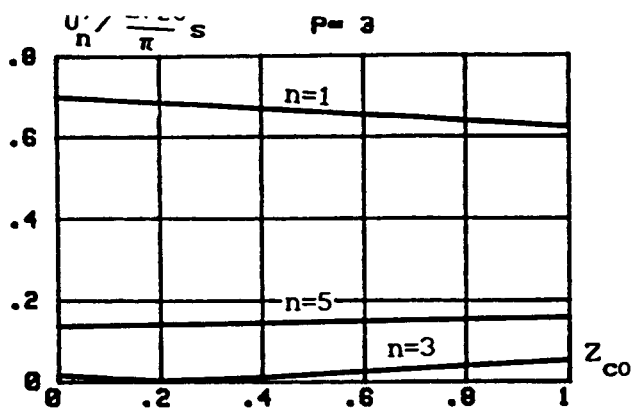
$\psi=0^\circ; r'=0.7$

Fig. 1.39



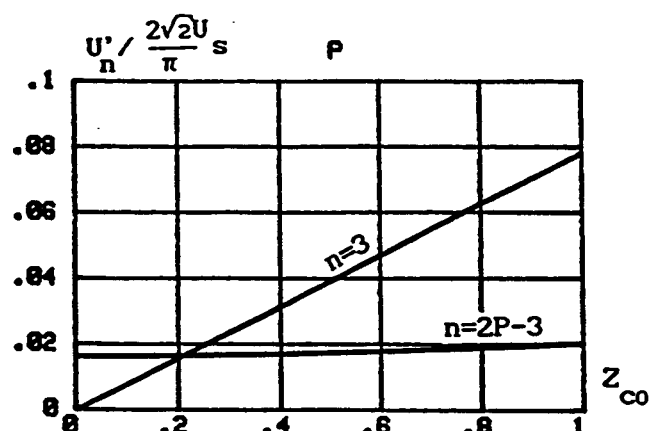
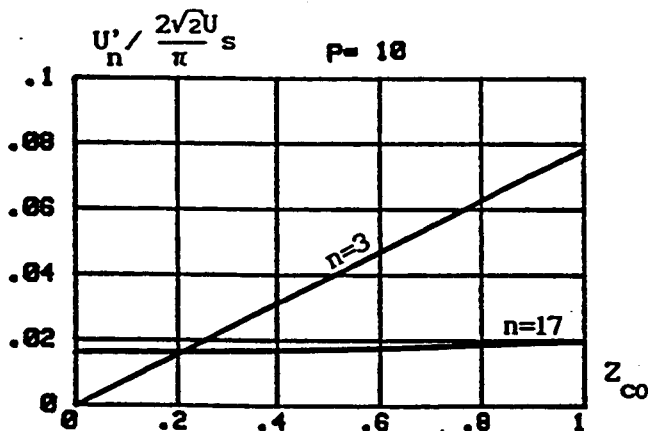
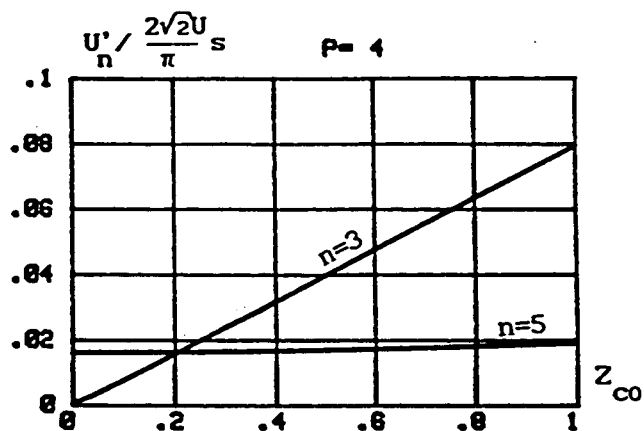
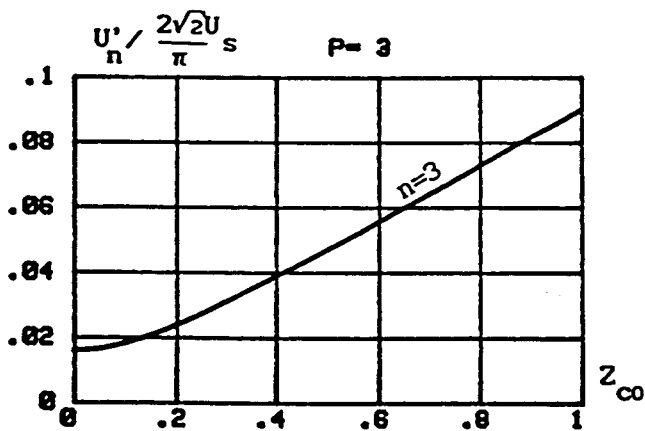
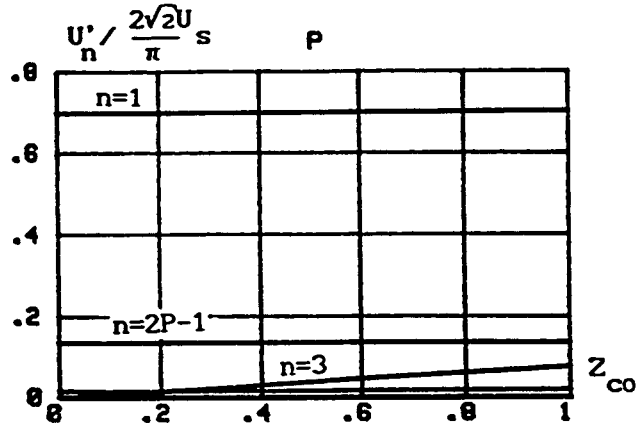
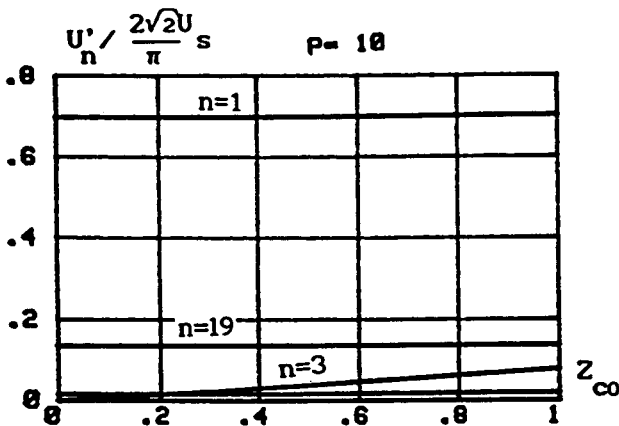
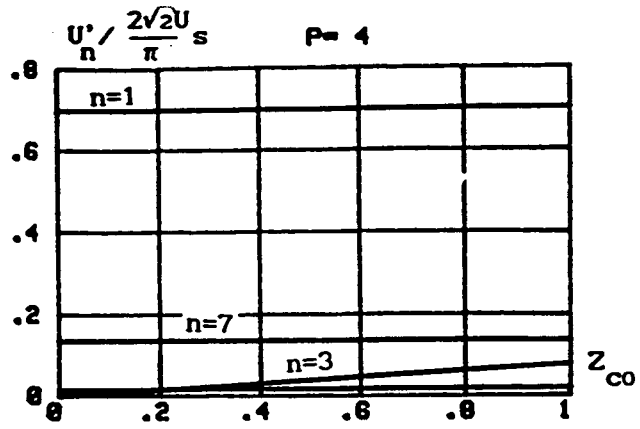
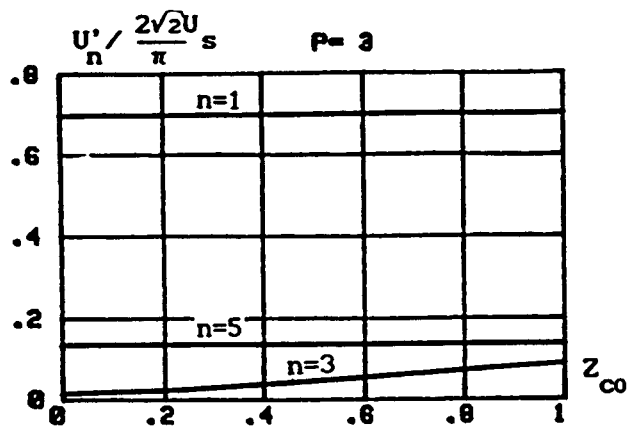
$\psi=90^\circ; r'=0.7$

Fig. 1.40



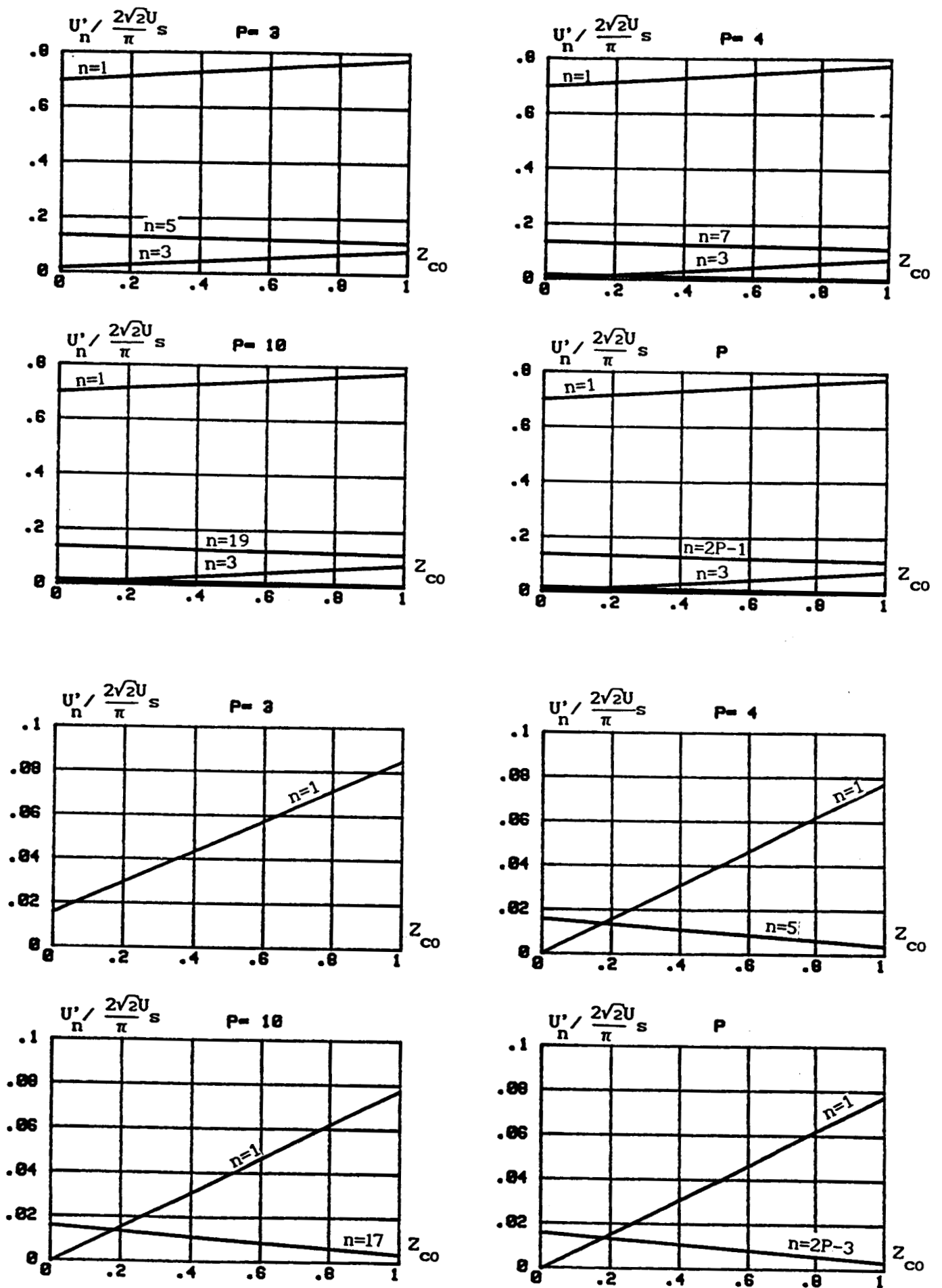
$\psi = -90^\circ; r' = 0.7$

Fig. 1.41



$\psi=0^\circ; r'=0.7$

Fig. 1.42



$\psi=90^\circ; r'=0.7$

Fig. 1.42

4.2.5. Méthode du premier harmonique

La tension u aux bornes du condensateur C a une fréquence fondamentale de $2f$. De même pour son courant de charge i_c donné par:

$$i_c = I - i$$

Le développement en série de i_c peut se mettre sous la forme :

$$i_c = \sum_{n=1}^{\infty} I_{c_{2n}} \sqrt{2} \cos(2n\theta - \psi_{c_{2n}})$$

Si on confond le courant i_c avec son fondamental, on obtient:

$$i_c \approx I_{c_2} \sqrt{2} \cos(2\theta - \psi_{c_2})$$

La valeur efficace I_{c_2} du fondamental de i_c est donnée par:

$$I_{c_2} \sqrt{2} = \sqrt{A_2^2 + B_2^2}$$

avec:

$$A_2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} (-i) \sin 2\theta \, d\theta \quad \text{et} \quad B_2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} (-i) \cos 2\theta \, d\theta$$

on obtient:

$$A_2 = \frac{2 r' I'_m}{\pi} \sin \psi \quad \text{et} \quad B_2 = \frac{2 r' I'_m}{\pi} \cos \psi$$

La phase à l'origine du fondamental de i_c est égale à ψ , on peut écrire que:

$$i_c \approx \frac{2 r' I'_m}{\pi} \cos(2\theta - \psi)$$

On sait que $i_c = C\omega \frac{du}{d\theta}$, on en déduit l'expression de u :

$$u \approx U_s + \frac{1}{C\omega} \frac{r' I'_m}{\pi} \sin(2\theta - \psi)$$

La tension u est formée d'un terme constant et d'un terme sinusoïdal de la forme $U_{2m} \sin(2\theta - \psi)$ avec:

$$U_{2m} = \frac{1}{C\omega} \frac{r' I'_m}{\pi}$$

En utilisant le théorème du superposition, on peut décomposer la tension de sortie u' en deux tensions:

* Une tension u' parfaite qu'on obtient si la tension à l'entrée de l'onduleur est égale à U_s .

* Une tension u'' qui est la conséquence du terme sinusoïdal que contient la tension u .

$$u' = u'_{\text{parfaite}} + u''$$

Selon l'intervalle de fonctionnement, la tension u'' est égale à $u - U_s$, 0 ou à $-(u - U_s)$. L'analyse harmonique de la tension u'' permet d'obtenir celle de u' puisqu'on connaît celle de u'_{parfaite} .

La tension u'' présente une symétrie de glissement et n'aura donc pas d'harmonique pairs. Le terme impair d'ordre n , sera de la forme:

$$u'' = A_n \sin n\theta + B_n \cos n\theta$$

avec:

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi u'' \sin n\theta \, d\theta \quad \text{et} \quad B_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi u'' \cos n\theta \, d\theta$$

■ Pour $n=1$, on obtient:

$$A_1 = \frac{2 r' U_{2m}}{\pi} \sin\psi \quad \text{et} \quad B_1 = - \frac{2 r' U_{2m}}{\pi} \cos\psi$$

Le fondamental de u'' a donc pour expression:

$$u''_1 = \frac{2 r' U_{2m}}{\pi} \cos(\theta - \psi)$$

■ Pour $n=3$, on obtient:

$$A_3 = - \frac{2 r' U_{2m}}{\pi} \sin\psi \quad \text{et} \quad B_3 = - \frac{2 r' U_{2m}}{\pi} \sin\psi$$

L'harmonique 3 de la tension u a pour expression:

$$u''_3 = - \frac{2 r' U_{2m}}{\pi} \cos(3\theta - \psi)$$

En remplaçant U_{2m} par son expression et en posant $Z_{co} = \frac{I'_m}{C\omega U_s}$, on obtient:

$$u''_1 = r' \frac{4U_s}{\pi} \left[\frac{r'}{2\pi} Z_{co} \cos(\theta - \psi) \right]$$

$$u''_3 = - r' \frac{4U_s}{\pi} \left[\frac{r'}{2\pi} Z_{co} \cos(3\theta - \psi) \right]$$

Le fondamental de la tension de sortie u' est la somme de ceux de u'' parfaite et de u'' . On obtient:

$$u'_1 = r' \frac{4U_s}{\pi} \left[\left(1 + \frac{r'}{2\pi} Z_{co} \sin\psi \right) \sin\theta + \left(\frac{r'}{2\pi} Z_{co} \cos\psi \right) \cos\theta \right]$$

D'où la valeur efficace du fondamental de u' rapportée à $\frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_s$

$$U'_1 \frac{\pi}{2\sqrt{2}U_s} = r' \sqrt{\left(1 + \frac{r'}{2\pi} Z_{co} \sin\psi \right)^2 + \left(\frac{r'}{2\pi} Z_{co} \cos\psi \right)^2}$$

La valeur efficace de l'harmonique 3 rapportée à $\frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_s$ a pour expression:

$$U'_3 \frac{\pi}{2\sqrt{2}U_s} = \frac{r'^2}{2\pi} Z_{co}$$

On vérifie que les résultats obtenus par la méthode du premier harmonique et par le calcul exact sont presque les mêmes. Les tableaux suivants donnent des exemples de résultats obtenus pour U'_3/U'_1 par chaque méthode, pour $Z_{co}=1$:

Méthode du premier harmonique:

φ	
0°	0.11072
30°	0.10509
60°	0.10147
90°	0.10024

Méthode exacte:

Modulation calculée

φ	P	3	4	5	6	7	8	9	10
0°		0.11143	0.11122	0.11110	0.11101	0.11095	0.11091	0.11088	0.11085
30°		0.10550	0.10541	0.10535	0.10529	0.10525	0.10523	0.10520	0.10519
60°		0.10123	0.10142	0.10149	0.10150	0.10150	0.10150	0.10150	0.10149
90°		0.09968	0.10000	0.10013	0.10018	0.10020	0.10021	0.10022	0.10022

Modulation sinusoidale

φ	P	3	4	5	6	7	8	9	10
0°		0.12861	0.11310	0.11143	0.11117	0.11105	0.11098	0.11093	0.11089
30°		0.12472	0.10704	0.10562	0.10543	0.10534	0.10529	0.10525	0.10522
60°		0.11523	0.10202	0.10163	0.10160	0.10157	0.10154	0.10153	0.10152
90°		0.11034	0.10021	0.10026	0.10025	0.10025	0.10025	0.10025	0.10025

On en déduit que la présence de l'harmonique 3 dans la tension de sortie est due à la présence de l'harmonique 2 dans la tension d'entrée u car le développement en série de u parfaite ne contient pas d'harmonique 3.

Ce résultat nous paraît très intéressant car il permet de mettre en cause la technique de la modulation sinusoidale et le choix des angles en modulation calculée dans le cas où la tension u à l'entrée de l'onduleur n'est pas parfaitement constante. Dans le cas où la capacité du condensateur est de valeur finie, on a montré que l'ondulation de cette tension dépend de la valeur de celle-ci, de la fréquence de fonctionnement, de la valeur maximale du courant de sortie i' , de l'argument de la charge à la fréquence de fonctionnement et des angles de commutation.

Avec les lois de commande adoptées, on s'aperçoit qu'il n'y a pas de fréquence de découpage optimale pour une valeur donnée du condensateur. Cependant une correction des angles de commutation reste tout de même envisageable, mais dans ce cas le calcul n'est pas aisé et ne mène pas forcément à une solution permettant de supprimer ces harmoniques.

4.2.6. Correction des angles de commutation

En utilisant les formules établies en tenant compte de la valeur finie du condensateur, on a mené un calcul dans le but de régler le fondamental à une valeur donnée et de supprimer les P-1 premiers harmoniques. Le système à résoudre est le suivant:

$$\begin{cases} U'_1(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p, \psi, Z_{co}) = r' \\ U'_3(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p, \psi, Z_{co}) = 0 \\ \vdots \\ U'_{2p-1}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p, \psi, Z_{co}) = 0 \end{cases}$$

C'est un système non-linéaire de P équations à P inconnues où Z_{co} et ψ sont imposés.

On s'aperçoit alors que ce système ne présente une solution que pour un déphasage $\psi = \pm 90^\circ$. (On signale que pour ces deux valeurs du déphasage, l'onde de u' présente une symétrie par rapport aux milieux des alternances, en plus de la symétrie par rapport à l'axe du temps, ce qui n'est pas le cas pour les autres valeurs de ψ). Pour ψ différent de $\pm 90^\circ$, il n'y a pas de solution mais on arrive à minimiser la moyenne quadratique:

$$(U'_1 - r)^2 + \sum_{k=1}^{P-1} U'_{2k+1}$$

Un exemple de résultats obtenus est donné par les figures 1.44. (P=3) et 1.45 (P=4).

4.3. Prise en compte de l'inductance de filtrage

4.3.1. Equations de fonctionnement

La structure à étudier est maintenant celle de la figure 1.2. En utilisant les mêmes lois de commande, nous allons établir les expressions des principales grandeurs caractéristiques qui sont les courants i_s et i et la tension u pendant les différents intervalles de fonctionnement.

Les symétries du montage et la nature des lois de commande font que le courant i_s et i ainsi que la tension u sont périodiques de période angulaire π , ce qui permet de réduire l'intervalle d'étude à $[0, \pi]$. La tension u' garde la même périodicité que pour une inductance infinie.

Comme précédemment, nous allons établir les expressions des grandeurs citées ci-dessus dans le cas particulier où P=3. A partir de cet exemple, nous déduirons des expressions généralisables à n'importe quelle valeur de P.

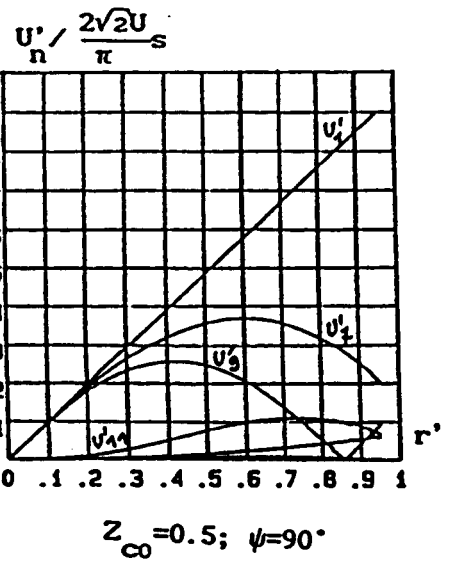
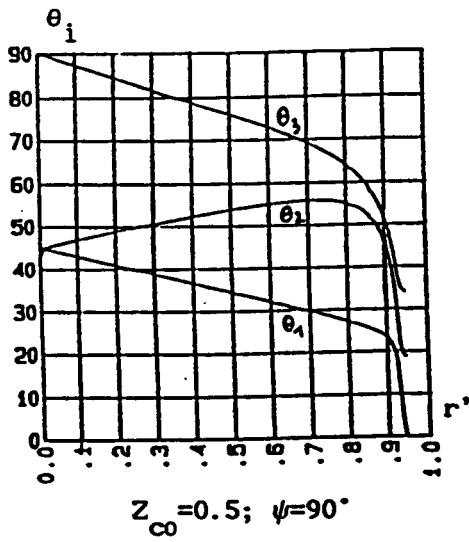
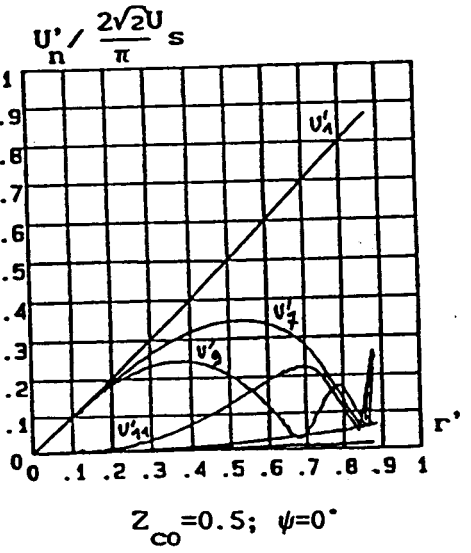
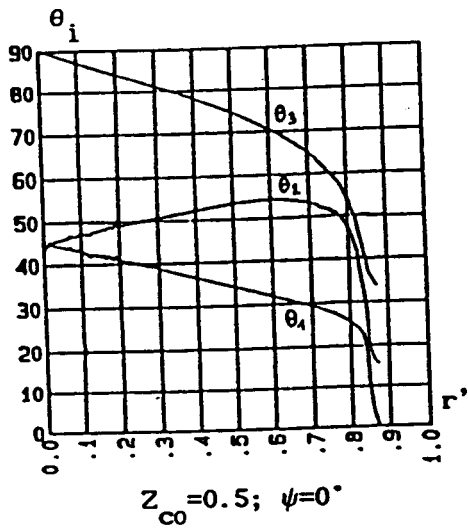
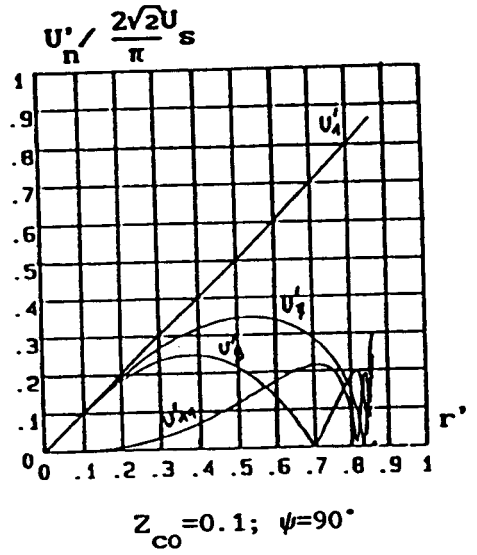
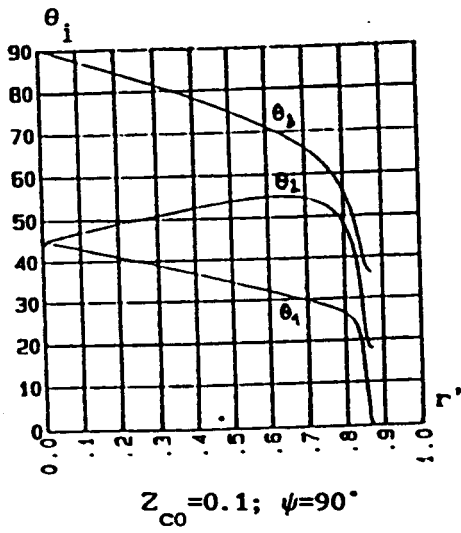


Fig. 1.44

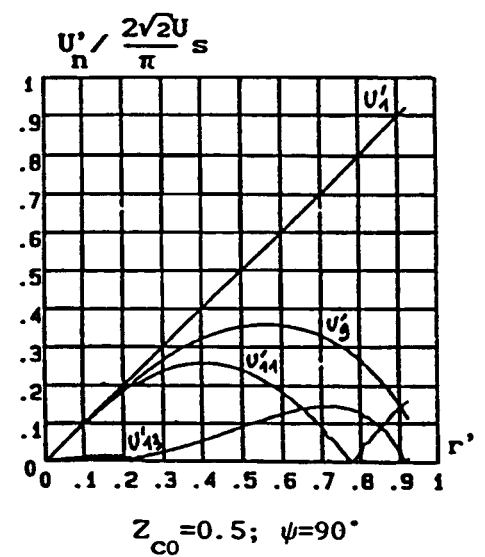
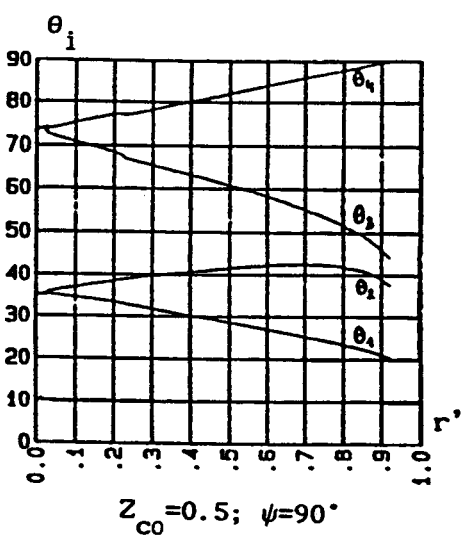
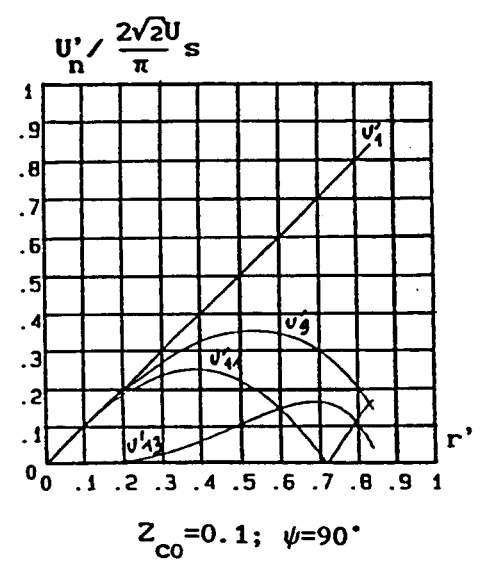
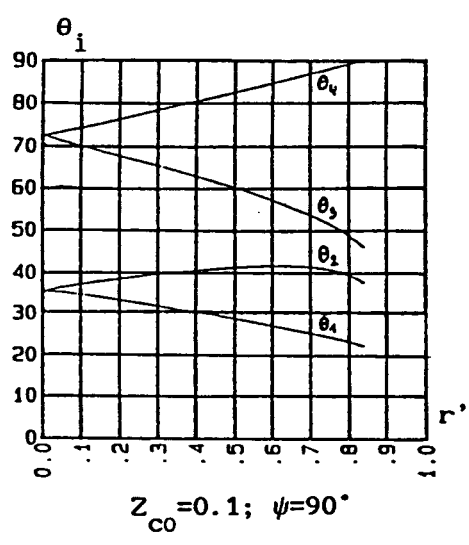
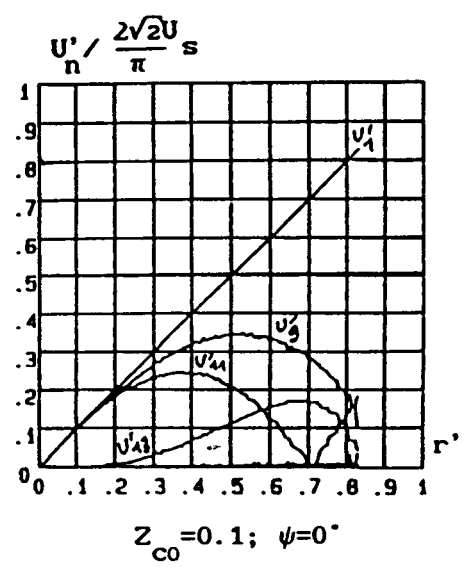
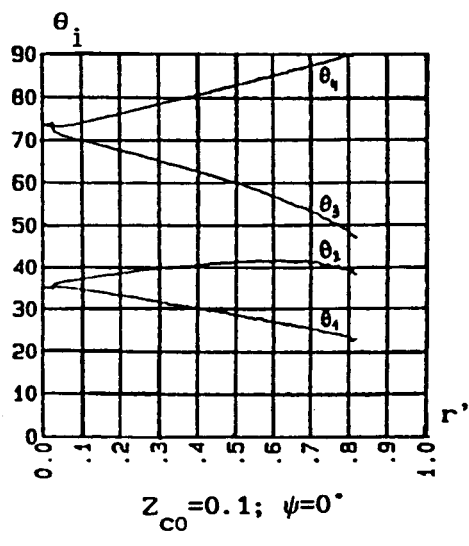


Fig. 1. 45

4.3.2. Equations de fonctionnement pour P=3

Durant chaque intervalle de fonctionnement, les équations différentielles liant le courant i_s et la tension u au courant i et à la tension U_s sont:

$$i_s - C\omega \frac{du}{d\theta} = i \quad \text{et} \quad L\omega \frac{di_s}{d\theta} + u = U_s$$

On en déduit l'équation différentielle donnant le courant i_s :

$$\frac{d^2 i_s}{d\theta^2} + k_f^2 i_s = k_f^2 i$$

Connaissant l'expression de i_s , on déduit celle de u à partir de l'équation:

$$u = U_s - L\omega \frac{di_s}{d\theta}$$

Selon l'intervalle de fonctionnement, le courant i est soit nul, soit égal à i' . En utilisant le fait que ni le courant i_s , ni la tension u ne peuvent subir de discontinuité on obtient successivement:

* Pour $0 < \theta < \theta_1$: $i_s = A_0 \cos k_f \theta + B_0 \sin k_f \theta$

$$u = U_s - L\omega_f \left[-A_0 \sin k_f \theta + B_0 \cos k_f \theta \right]$$

avec: $A_0 = i_s(0)$ et $B_0 = \frac{U_s - u(0)}{L\omega_f}$

* Pour $\theta_1 < \theta < \theta_2$: $i_s = A_1 \cos k_f \theta + B_1 \sin k_f \theta + I'_m \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi)$

$$u = U_s - L\omega_f \left[-A_1 \sin k_f \theta + B_1 \cos k_f \theta + I'_m \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \cos(\theta - \psi) \right]$$

avec: $A_1 = A_0 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_1 - \psi) \sin k_f \theta_1 + k_f \sin(\theta_1 - \psi) \cos k_f \theta_1 \right]$

$$B_1 = B_0 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_1 - \psi) \cos k_f \theta_1 + k_f \sin(\theta_1 - \psi) \sin k_f \theta_1 \right]$$

* Pour $\theta_2 < \theta < \theta_3$: $i_s = A_2 \cos k_f \theta + B_2 \sin k_f \theta$

$$u = U_s - L\omega_f \left[-A_2 \sin k_f \theta + B_2 \cos k_f \theta \right]$$

avec: $A_2 = A_1 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_2 - \psi) \sin k_f \theta_2 - k_f \sin(\theta_2 - \psi) \cos k_f \theta_2 \right]$

$$B_2 = B_1 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_2 - \psi) \cos k_f \theta_2 - k_f \sin(\theta_2 - \psi) \sin k_f \theta_2 \right]$$

* Pour $\theta_3 < \theta < \pi - \theta_3$:

$$i_s = A_3 \cos k_f \theta + B_3 \sin k_f \theta + I'_m \frac{k_f^2}{1 - k_f^2} \sin(\theta - \psi)$$

$$u = U_s - L\omega_f \left[-A_3 \sin k_f \theta + B_3 \cos k_f \theta + I'_m \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi) \right]$$

avec: $A_3 = A_2 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_3 - \psi) \sin k_f \theta_3 + k_f \sin(\theta_3 - \psi) \cos k_f \theta_3 \right]$

$$B_3 = B_2 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_3 - \psi) \cos k_f \theta_3 + k_f \sin(\theta_3 - \psi) \sin k_f \theta_3 \right]$$

* Pour $\pi - \theta_3 < \theta < \pi - \theta_2$: $i_s = A_4 \cos k_f \theta + B_4 \sin k_f \theta$

$$u = U_s - L\omega_f \left[-A_4 \sin k_f \theta + B_4 \cos k_f \theta \right]$$

avec: $A_4 = A_3 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_3 + \psi) \sin k_f (\pi - \theta_3) - k_f \sin(\theta_3 + \psi) \cos k_f (\pi - \theta_3) \right]$

$$B_4 = B_3 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_3 + \psi) \cos k_f (\pi - \theta_3) - k_f \sin(\theta_3 + \psi) \sin k_f (\pi - \theta_3) \right]$$

* Pour $\pi - \theta_2 < \theta < \pi - \theta_1$: $i_s = A_5 \cos k_f \theta + B_5 \sin k_f \theta + I'_m \frac{k_f^2}{1 - k_f^2} \sin(\theta - \psi)$

$$u = U_s - L\omega_f \left[-A_5 \sin k_f \theta + B_5 \cos k_f \theta + I'_m \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi) \right]$$

avec: $A_5 = A_4 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_2 + \psi) \sin k_f (\pi - \theta_2) + k_f \sin(\theta_2 + \psi) \cos k_f (\pi - \theta_2) \right]$

$$B_5 = B_4 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_2 + \psi) \cos k_f (\pi - \theta_2) + k_f \sin(\theta_2 + \psi) \sin k_f (\pi - \theta_2) \right]$$

* Pour $\pi - \theta_1 < \theta < \pi$: $i_s = A_6 \cos k_f \theta + B_6 \sin k_f \theta$

$$u = U_s - L\omega_f \left[-A_6 \sin k_f \theta + B_6 \cos k_f \theta \right]$$

avec: $A_6 = A_5 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_1 + \psi) \sin k_f (\pi - \theta_1) - k_f \sin(\theta_1 + \psi) \cos k_f (\pi - \theta_1) \right]$

$$B_6 = B_5 + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_1 + \psi) \cos k_f (\pi - \theta_1) - k_f \sin(\theta_1 + \psi) \sin k_f (\pi - \theta_1) \right]$$

Valeurs initiales

Pour que les expressions de i_s et de u établies ci-dessus soient parfaitement définies, il nous faut déterminer les expressions des valeurs à l'origine $i_s(0)$ et $u(0)$. Pour cela, on utilise le fait que i_s et u sont périodiques de période π , ce qui entraîne que $i_s(0)=i_s(\pi)$ et $u(0)=u(\pi)$.

A partir de ces deux égalités, et en remplaçant dans celles-ci A_6 par son expression en fonction de $i_s(0)$ et B_6 par son expression en fonction de $u(0)$ en se servant des relations donnant les différentes constantes d'intégration, nous obtenons un système de deux équations linéaires à deux inconnues $i_s(0)$ et $u(0)$ qui peut se mettre sous la forme:

$$\begin{cases} i_s(0)(\cos k_f \pi - 1) + u(0) \left(-\frac{\sin k_f \pi}{L\omega_f} \right) = F \\ i_s(0)(-\sin k_f \pi) + u(0) \left(\frac{1 - \cos k_f \pi}{L\omega_f} \right) = F' \end{cases}$$

avec:

$$F = -\frac{U_s}{L\omega_f} \sin k_f \pi - I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[F_1 \cos k_f \pi + F_2 \sin k_f \pi \right]$$

et:

$$F' = \frac{U_s}{L\omega_f} (1 - \cos k_f \pi) + I'_m \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[F_1 \sin k_f \pi - F_2 \cos k_f \pi \right]$$

Les expressions de F_1 et F_2 sont données par:

$$\begin{aligned} F_1 = & \sum_{m=1}^3 (-1)^m \left[\cos(\theta_m - \psi) \sin k_f \theta_m + \cos(\theta_m + \psi) \sin k_f (\pi - \theta_m) \right] \\ & + k_f \sum_{m=1}^3 (-1)^m \left[\sin(\theta_m - \psi) \cos k_f \theta_m - \sin(\theta_m + \psi) \cos k_f (\pi - \theta_m) \right] \end{aligned}$$

et:

$$\begin{aligned} F_2 = & \sum_{m=1}^3 (-1)^{m+1} \left[\cos(\theta_m - \psi) \cos k_f \theta_m + \cos(\theta_m + \psi) \cos k_f (\pi - \theta_m) \right] \\ & - k_f \sum_{m=1}^3 (-1)^{m+1} \left[\sin(\theta_m - \psi) \sin k_f \theta_m - \sin(\theta_m + \psi) \sin k_f (\pi - \theta_m) \right] \end{aligned}$$

Ce système a pour déterminant $\Delta = \frac{2(\cos k_f \pi - 1)}{L\omega_f}$

Dans le cas où celui-ci est non nul, c'est-à-dire pour les valeurs de k_f qui ne sont pas des entiers pairs ou pour $k_f \neq 0$, ce système admet une solution unique à savoir:

$$i_s(0) = I'_m \frac{1}{2} \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-F_1 + \frac{1}{\operatorname{tg}k_f(\frac{\pi}{2})} F_2 \right]$$

et:

$$u(0) = U_s + L\omega_f I'_m \frac{1}{2} \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\frac{1}{\operatorname{tg}k_f(\frac{\pi}{2})} F_1 + F_2 \right]$$

4.3.3. Equations de fonctionnement dans le cas général

A partir de cette étude, nous pouvons établir les expressions normalisées de i_s et de u généralisables à n'importe quelle valeur de P . Pour cela, on désigne par θ_0 l'angle à l'origine. Plusieurs cas sont à distinguer:

* Pour $\theta_k < \theta < \theta_{k+1}$: $0 \leq k \leq P-1$

■ k est pair ou $k=0$:

$$i_{s0} = A'_k \operatorname{cok}_f \theta + B'_k \operatorname{sink}_f \theta$$

$$u_0 = 1 - k_i \left[-A'_k \operatorname{sink}_f \theta + B'_k \operatorname{cok}_f \theta \right]$$

-si $k=0$:

$$A'_0 = \frac{1}{2} \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-F_1 + \frac{1}{\operatorname{tg}k_f(\frac{\pi}{2})} F_2 \right] \quad B'_0 = \frac{1}{2} \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\frac{1}{\operatorname{tg}k_f(\frac{\pi}{2})} F_1 - F_2 \right]$$

avec:

$$F_1 = \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \left[\cos(\theta_m - \psi) \operatorname{sink}_f \theta_m + \cos(\theta_m + \psi) \operatorname{sink}_f (\pi - \theta_m) \right] \\ - k_f \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \left[\sin(\theta_m - \psi) \operatorname{cok}_f \theta_m - \sin(\theta_m + \psi) \operatorname{cok}_f (\pi - \theta_m) \right]$$

et:

$$F_2 = \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \left[\cos(\theta_m - \psi) \operatorname{cok}_f \theta_m + \cos(\theta_m + \psi) \operatorname{cok}_f (\pi - \theta_m) \right] \\ + k_f \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \left[\sin(\theta_m - \psi) \operatorname{sink}_f \theta_m - \sin(\theta_m + \psi) \operatorname{sink}_f (\pi - \theta_m) \right]$$

- si $k \neq 0$:

$$A'_k = A'_{k-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_k - \psi) \operatorname{sink}_f \theta_k - k_f \sin(\theta_k - \psi) \operatorname{cok}_f \theta_k \right]$$

$$B'_k = B'_{k-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_k - \psi) \cos k_f \theta_k - k_f \sin(\theta_k - \psi) \sin k_f \theta_k \right]$$

□ k impair:

$$i_{so} = A'_k \cos k_f \theta + B'_k \sin k_f \theta + \frac{k_f^2}{k^2 - 1} \sin(\theta - \psi)$$

$$u_o = 1 - k_i \left[-A'_k \sin k_f \theta + B'_k \cos k_f \theta + \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \cos(\theta - \psi) \right]$$

avec:

$$A'_k = A'_{k-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_k - \psi) \sin k_f \theta_k + k_f \sin(\theta_k - \psi) \cos k_f \theta_k \right]$$

$$B'_k = B'_{k-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_k - \psi) \cos k_f \theta_k + k_f \sin(\theta_k - \psi) \sin k_f \theta_k \right]$$

* Pour $\theta_p < \theta < \pi - \theta_p$:

■ P est pair:

$$i_{so} = A'_p \cos k_f \theta + B'_p \sin k_f \theta$$

$$u_o = 1 - k_i \left[-A'_p \sin k_f \theta + B'_p \cos k_f \theta \right]$$

avec:

$$A'_p = A'_{p-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_p - \psi) \sin k_f \theta_p - k_f \sin(\theta_p - \psi) \cos k_f \theta_p \right]$$

$$B'_p = B'_{p-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_p - \psi) \cos k_f \theta_p - k_f \sin(\theta_p - \psi) \sin k_f \theta_p \right]$$

■ P est impair:

$$i_{so} = A'_p \cos k_f \theta + B'_p \sin k_f \theta + \frac{k_f^2}{k^2 - 1} \sin(\theta - \psi)$$

$$u_o = 1 - k_i \left[-A'_p \sin k_f \theta + B'_p \cos k_f \theta + \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \cos(\theta - \psi) \right]$$

avec:

$$A'_p = A'_{p-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_p - \psi) \sin k_f \theta_p + k_f \sin(\theta_p - \psi) \cos k_f \theta_p \right]$$

$$B'_p = B'_{p-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_p - \psi) \cos k_f \theta_p + k_f \sin(\theta_p - \psi) \sin k_f \theta_p \right]$$

* Pour $\frac{\pi-\theta_k}{k} < \theta < \frac{\pi-\theta_{k-1}}{k-1}$: $1 \leq k \leq P$

■ k est pair:

$$i_{s0} = A'_{2p-k+1} \cos k_f \theta + B'_{2p-k+1} \sin k_f \theta + \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi)$$

$$u_0 = 1 - k_i \left[-A'_{2p-k+1} \sin k_f \theta + B'_{2p-k+1} \cos k_f \theta + \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \cos(\theta - \psi) \right]$$

avec:

$$A'_{2p-k+1} = A'_{2p-k} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_k + \psi) \sin k_f (\pi - \theta_k) + k_f \sin(\theta_k + \psi) \cos k_f (\pi - \theta_k) \right]$$

$$B'_{2p-k+1} = B'_{2p-k} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_k + \psi) \cos k_f (\pi - \theta_k) + k_f \sin(\theta_k + \psi) \sin k_f (\pi - \theta_k) \right]$$

■ k est impair:

$$i_{s0} = A'_{2p-k+1} \cos k_f \theta + B'_{2p-k+1} \sin k_f \theta$$

$$u_0 = 1 - k_i \left[-A'_{2p-k+1} \sin k_f \theta + B'_{2p-k+1} \cos k_f \theta \right]$$

avec:

$$A'_{2p-k+1} = A'_{2p-k} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_k + \psi) \sin k_f (\pi - \theta_k) - k_f \sin(\theta_k + \psi) \cos k_f (\pi - \theta_k) \right]$$

$$B'_{2p-k+1} = B'_{2p-k} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_k + \psi) \cos k_f (\pi - \theta_k) - k_f \sin(\theta_k + \psi) \sin k_f (\pi - \theta_k) \right]$$

D' après ces relations, on peut constater que:

- Les expressions de i_{s0} dépendent des angles de commutation θ_i , de k_f et de ψ . Les expressions de u_0 dépendent en plus de k_i .

- Les variations de la tension u de part et d'autre de sa valeur moyenne sont proportionnelles à la valeur maximale I'_m du courant de sortie, pour un filtre donné et une loi de commande imposée.

4.3.4. Formes d'ondes

La figure 1.46 donne, pour une période angulaire 2π de la tension de sortie, les formes d'ondes:

- o de la tension d'entrée u
- o du courant i_s dans l'inductance
- o de la tension de sortie u'
- o du courant de sortie i'

o du courant i à l'entrée de l'onduleur rapportés à leurs grandeurs de normalisation et calculés pour $k_f=0.9$, $k_i=1$, $\psi=30^\circ$ et des angles de commutation correspondant à $r'=0.7$ en modulation calculée, avec successivement $P=3$ et $P=6$.

Les mêmes remarques concernant les formes d'ondes, déjà citées dans le cas où l'inductance L est infinie restent valables

4.3.5. Caractéristique du courant à l'entrée de l'onduleur

Le courant i à l'entrée de l'onduleur est périodique de période π . L'analyse harmonique de ce courant montre l'existence, en plus de sa valeur moyenne, d'harmoniques de rang pair. Son développement en série de Fourier s'écrit:

$$i = I + \sum_{n=1}^{\infty} I_{2n} \sqrt{2} \sin(2n\theta - \psi_{i2n})$$

avec:

$$I_{2n} \sqrt{2} = \sqrt{I_{2na}^2 + I_{2nb}^2} \quad ; \quad \text{tg} \psi_{i2n} = - \frac{I_{2na}}{I_{2nb}}$$

et:

$$I_{2na} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} i \sin 2n\theta \, d\theta \quad I_{2nb} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} i \cos 2n\theta \, d\theta$$

Les expressions de I_{2na} et I_{2nb} sont données par:

$$I_{2na} = \frac{2}{\pi} I'_m \sin \psi \left[\frac{1}{2n+1} \sum_{m=1}^P (-1)^m \cos(2n+1)\theta_m + \frac{1}{2n-1} \sum_{m=1}^P (-1)^m \cos(2n-1)\theta_m \right]$$

et:

$$I_{2nb} = \frac{2}{\pi} I'_m \cos \psi \left[\frac{1}{2n+1} \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \cos(2n+1)\theta_m - \frac{1}{2n-1} \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \cos(2n-1)\theta_m \right]$$

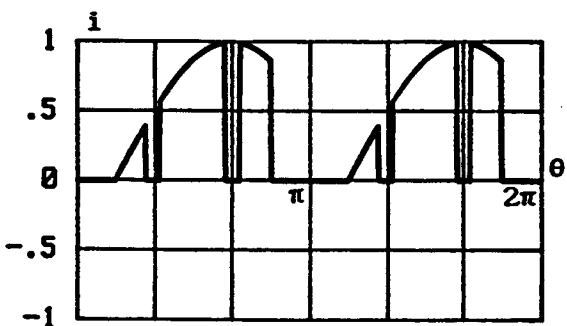
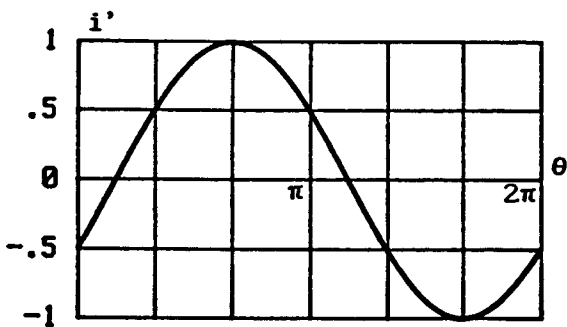
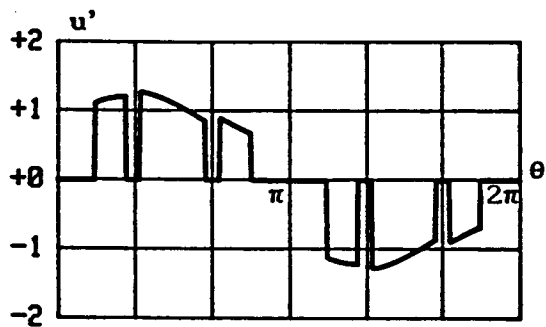
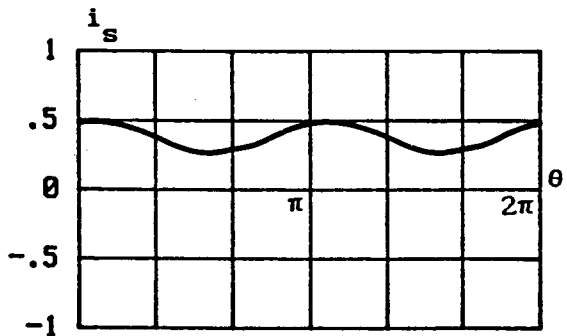
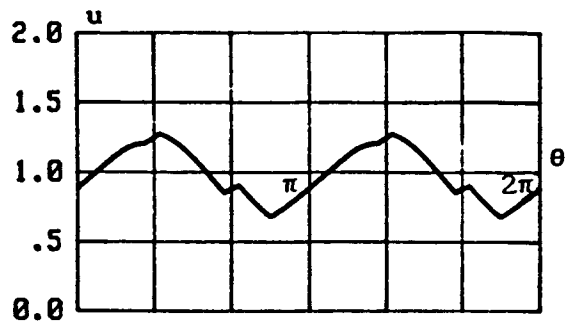
Les valeurs efficaces I_{2n} des harmoniques pairs du courant i sont les mêmes pour ψ , $-\psi$.

En modulation calculée, le premier harmonique qui apparaît est celui de rang 2. Il a pour expression:

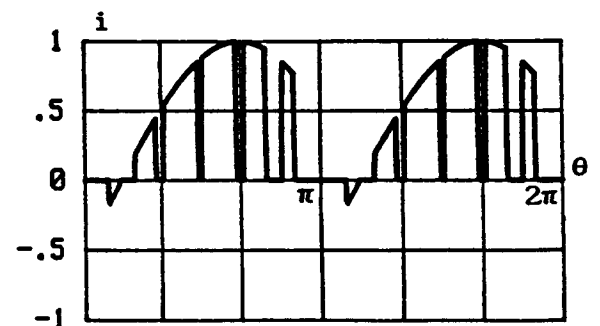
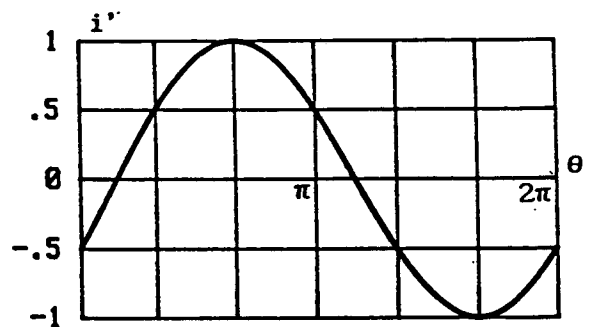
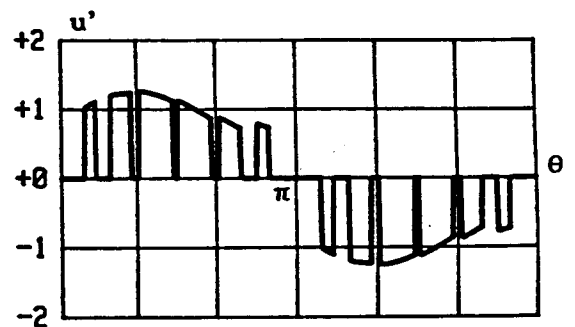
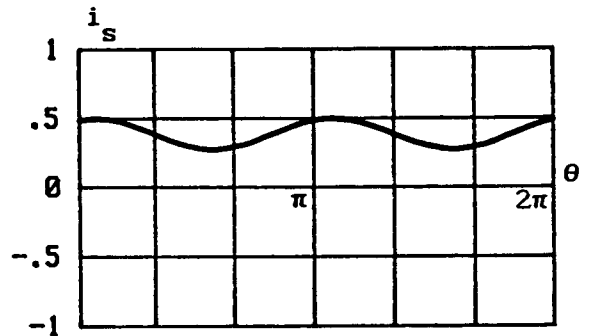
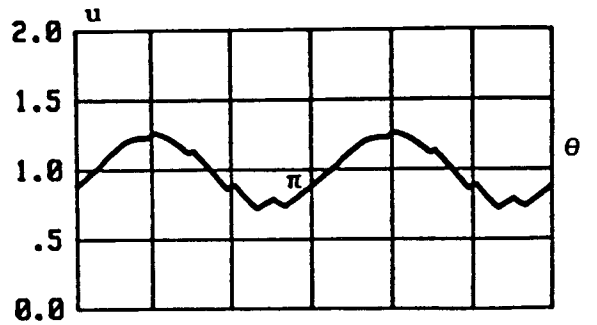
$$i_2 = - \frac{2}{\pi} I'_m r' \cos(2\theta - \psi)$$

4.3.6. Caractéristiques du courant fourni par la source continue

Le courant i_s dans l'inductance est périodique de période angulaire π . Le développement en série de ce courant montre l'existence en plus de sa valeur moyenne des harmoniques pairs de pulsation $2n\omega$, $n > 0$.



P=3



P=6

$k_f=0.9; k_i=1; \psi=30^\circ; r'=0.7$

Fig. 1. 46

En utilisant le schéma de la figure 1.29, on déduit que les courants d'entrée et de sortie du filtre sont liés par:

$$\frac{I_{s2n}}{I_{2n}} = \frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{2n}{k_f} \right)^2 \right|}$$

Connaissant la valeur efficace I_{2n} de l'harmonique de rang $2n$ du courant i , on peut déduire celle de l'harmonique de rang $2n$ du courant i_s .

Le premier harmonique non nul du courant i est celui de rang 2. en modulation calculée, la valeur efficace de cet harmonique rapportée à celle du courant de sortie i' a pour expression:

$$\frac{I_2}{I'} = \frac{2}{\pi} r'$$

On déduit celle de l'harmonique 2 du courant i_s :

$$\frac{I_{s2}}{I'} = \frac{2}{\pi} r' \frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{2}{k_f} \right)^2 \right|}$$

Elle est indépendante du déphasage ψ et du nombre d'impulsions par alternance P .

Quel que soit P , on peut assimiler le courant i_s à son harmonique 2: les harmoniques de ce courant jusqu' à l'harmonique $2P-2$ sont nuls. Au delà de $2P-2$, ils ont des valeurs négligeables.

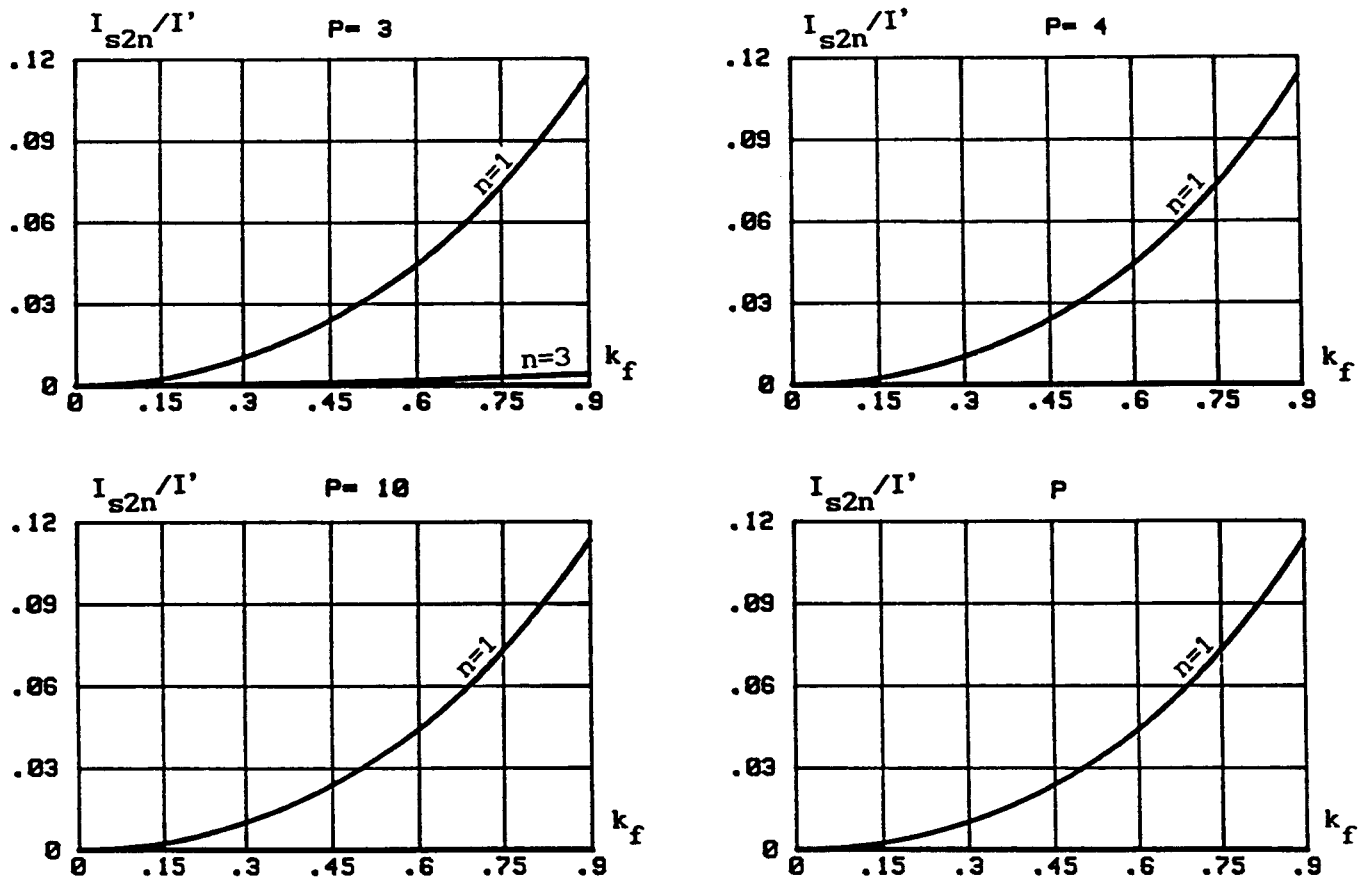


Fig. 1.47

Les figures 1.47 donnent les variations des valeurs efficaces des harmoniques 2, 4 et 6 rapportées à celle du courant de sortie en fonction de k_f , calculées pour $\psi=0^\circ$, pour des angles de commutation correspondant à $r'=0.7$ et pour différentes valeurs de P.

L'analyse de ces courbes montre que:

- Le courant i_s dans l'inductance peut être assimilé à son fondamental; c'est d'autant plus vrai que P est élevé.

- L'amplitude du fondamental du courant i_s augmente au fur et à mesure que k_f augmente, donc que ω , L et C diminuent. Cette amplitude augmente aussi avec la valeur maximale du courant de sortie i' .

4.3.7. Caractéristiques de la tension de sortie u'

Comme dans le cas où l'inductance L est infinie, la tension de sortie u' est périodique de période 2π . Son alternance négative reproduit au signe près son alternance positive. Comme au paragraphe 4.2.4, elle peut s'écrire sous la forme :

$$u' = \sum_{k=0}^{\infty} U'_{2k+1} \sqrt{2} \sin((2k+1)\theta - \psi'_{2k+1})$$

Selon que P est pair ou impair, et selon que le rang n est égal ou non à l'unité les expressions des coefficients U'_{na0} et U'_{nb0} sont différentes.

■ si P impair:

$$U'_{nao} = \frac{1}{n} \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \cos n \theta_m$$

$$\begin{aligned}
 & \left[\sum_{m=0}^{P-3/2} A'_{2m+1} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)\theta_{2m+1} - \sin(k_f+n)\theta_{2m+1} \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)\theta_{2m+1} - \sin(k_f-n)\theta_{2m+1} \right] \end{aligned} \right\} \right. \\
 & + A'_P \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)(\pi-\theta_p) - \sin(k_f+n)\theta_p \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)(\pi-\theta_p) - \sin(k_f-n)\theta_p \right] \end{aligned} \right\} \\
 & + \sum_{m=0}^{P-3/2} A'_{2P-2m-1} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+1}) - \sin(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+2}) \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+1}) - \sin(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+2}) \right] \end{aligned} \right\} \\
 & - \frac{k_i}{4} + \sum_{m=0}^{P-3/2} B'_{2m+1} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)\theta_{2m+1} - \cos(k_f+n)\theta_{2m+2} \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)\theta_{2m+1} - \cos(k_f-n)\theta_{2m+2} \right] \end{aligned} \right\} \\
 & + B'_P \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)\theta_p - \cos(k_f+n)(\pi-\theta_p) \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)\theta_p - \cos(k_f-n)(\pi-\theta_p) \right] \end{aligned} \right\} \\
 & + \sum_{m=0}^{P-3/2} B'_{2P-2m-1} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+2}) - \cos(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+1}) \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+2}) - \cos(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+1}) \right] \end{aligned} \right\} \\
 & + \frac{k_f}{k_f^2-1} \sin \psi \left[\frac{1}{n+1} \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \sin(n+1)\theta_m \right] \\
 & + \frac{k_f}{k_f^2-1} \sin \psi \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \sin(n-1)\theta_m & \text{si } n \neq 1 \\ & \frac{\pi}{2} - \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \theta_m & \text{si } n = 1 \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left[\sum_{m=0}^{P-3/2} A'_{2m+1} \left\{ \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)\theta_{2m+2} - \cos(k_f+n)\theta_{2m+1} \right] \right. \right. \\
& \quad \left. \left. - \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)\theta_{2m+2} - \cos(k_f-n)\theta_{2m+1} \right] \right\} \right. \\
& + A'_p \left\{ \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)(\pi-\theta_p) - \cos(k_f+n)\theta_p \right] \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)(\pi-\theta_p) - \cos(k_f+n)\theta_p \right] \right\} \\
& + \sum_{m=0}^{P-3/2} A'_{2P-2m-1} \left\{ \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+1}) - \cos(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+1}) \right] \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+1}) - \cos(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+1}) \right] \right\} \\
& + \sum_{m=0}^{P-3/2} B'_{2m+1} \left\{ \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)\theta_{2m+2} - \sin(k_f+n)\theta_{2m+1} \right] \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)\theta_{2m+2} - \sin(k_f-n)\theta_{2m+1} \right] \right\} \\
& + B'_p \left\{ \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)(\pi-\theta_p) - \sin(k_f+n)\theta_p \right] \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)\theta_p - \sin(k_f+n)\theta_p \right] \right\} \\
& + \sum_{m=0}^{P-3/2} B'_{2P-2m-1} \left\{ \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+1}) - \sin(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+2}) \right] \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+2}) - \sin(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+1}) \right] \right\} \\
& + \frac{k_f}{2} \frac{\cos\psi}{k_f-1} \left[\frac{1}{n+1} \sum_{m=1}^P (-1)^m \sin(n+1)\theta_m \right] \\
& + \frac{k_f}{k_f^2-1} \cos\psi \left\{ \frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^P (-1)^m \sin(n-1)\theta_m \right\} \quad \text{si } n \neq 1 \\
& \quad \left. \frac{\pi}{2} - \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \theta_m \right\} \quad \text{si } n=1
\end{aligned}$$

$$U'_{nbo} = -\frac{k_i}{4}$$

■ si P pair:

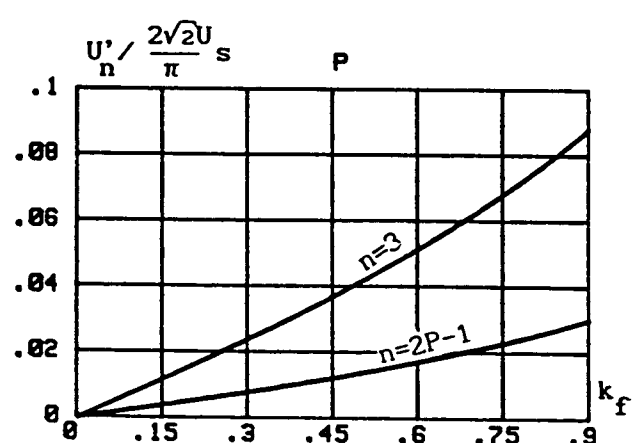
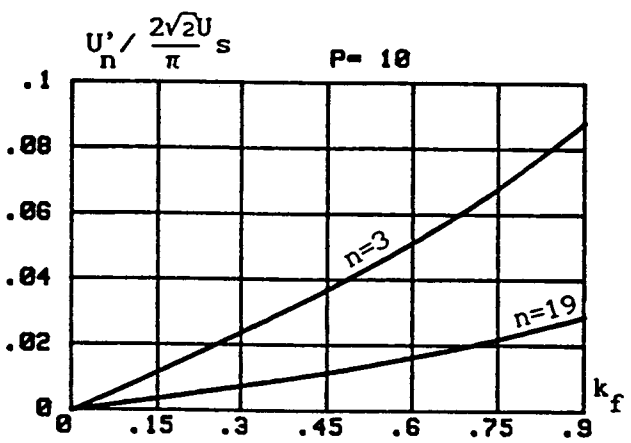
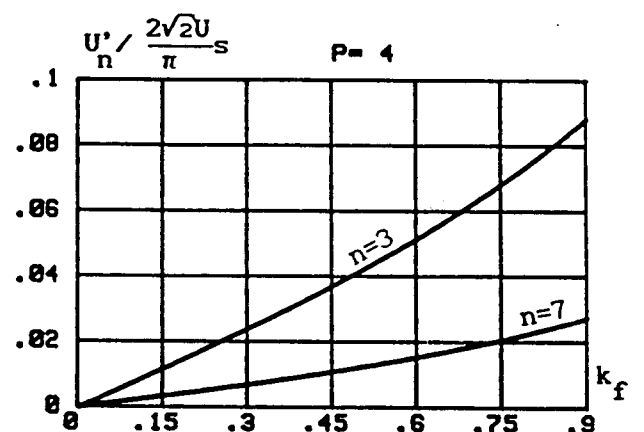
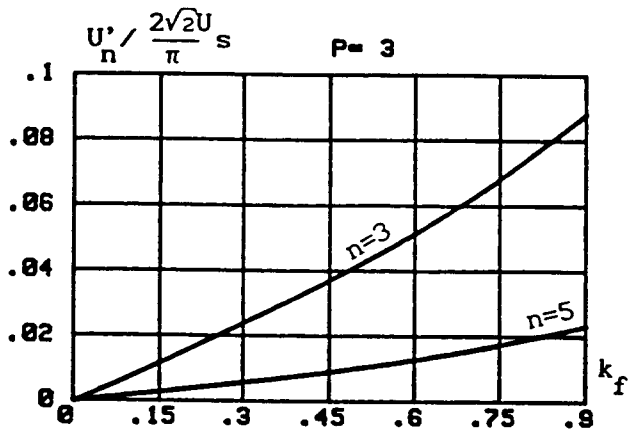
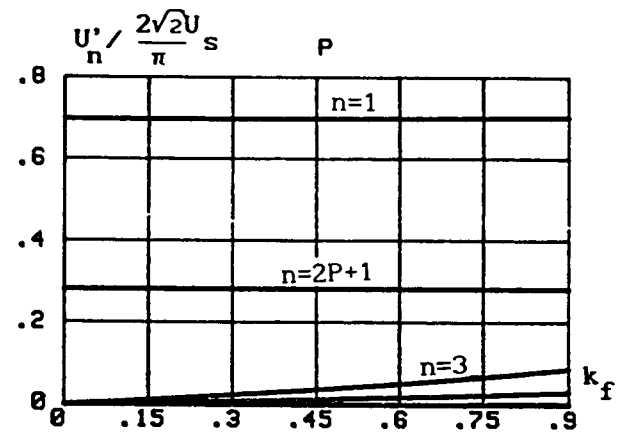
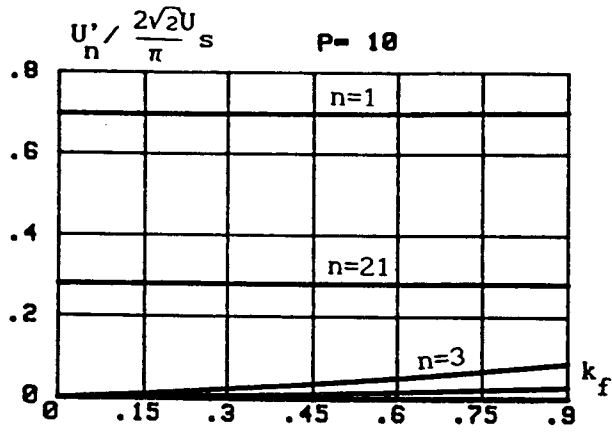
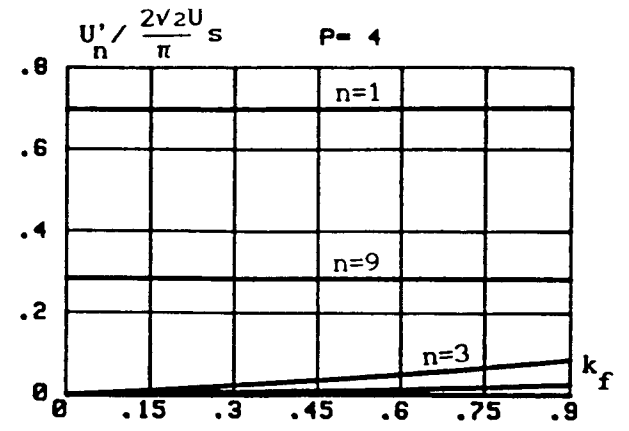
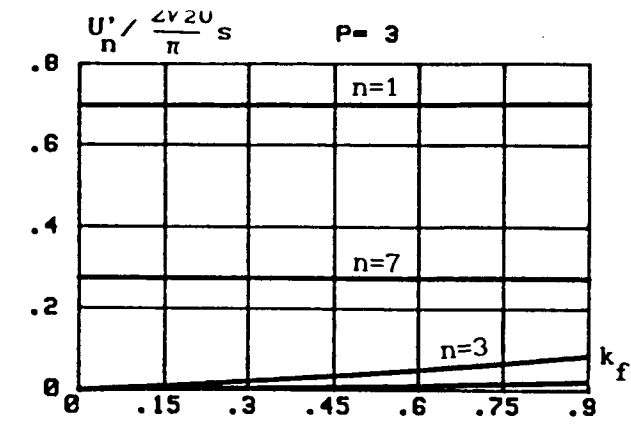
$$\begin{aligned}
 U'_{nao} &= \frac{1}{n} \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \cos n\theta_m \\
 &= \frac{k_i}{4} \left[\begin{aligned}
 &\sum_{m=0}^{P-1/2} A'_{2m+1} \left\{ \begin{aligned}
 &\frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)\theta_{2m+2} - \sin(k_f+n)\theta_{2m+1} \right] \\
 &-\frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)\theta_{2m+2} - \sin(k_f-n)\theta_{2m+1} \right]
 \end{aligned} \right. \\
 &+ \sum_{m=0}^{P-1/2} A'_{2P-2m-1} \left\{ \begin{aligned}
 &\frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+1}) - \sin(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+2}) \right] \\
 &-\frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+1}) - \sin(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+2}) \right]
 \end{aligned} \right. \\
 &+ \sum_{m=0}^{P-1/2} B'_{2m+1} \left\{ \begin{aligned}
 &\frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)\theta_{2m+1} - \cos(k_f+n)\theta_{2m+2} \right] \\
 &-\frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)\theta_{2m+1} - \cos(k_f-n)\theta_{2m+2} \right]
 \end{aligned} \right. \\
 &+ \sum_{m=0}^{P-1/2} B'_{2P-2m-1} \left\{ \begin{aligned}
 &\frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+2}) - \cos(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+1}) \right] \\
 &-\frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+2}) - \cos(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+1}) \right]
 \end{aligned} \right. \\
 &+ \frac{k_f}{k_f^2-1} \sin\psi \left[\frac{1}{n+1} \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \sin(n+1)\theta_m \right] \\
 &+ \frac{k_f}{k_f^2-1} \sin\psi \left\{ \begin{aligned}
 &\frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^P (-1)^m \sin(n-1)\theta_m && \text{si } n \neq 1 \\
 &\frac{\pi}{2} - \sum_{m=1}^P (-1)^{m+1} \theta_m && \text{si } n = 1
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned} \right]
 \end{aligned}$$

$$U'_{nbo} = -\frac{k_i}{4} \left[\begin{aligned}
& \sum_{m=0}^{P-1/2} A'_{2m+1} \left\{ \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)\theta_{2m+2} - \cos(k_f+n)\theta_{2m+1} \right] \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)\theta_{2m+2} - \cos(k_f-n)\theta_{2m+1} \right] \right\} \\
& + \sum_{m=0}^{P-1/2} A'_{2P-2m-1} \left\{ \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+1}) - \cos(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+2}) \right] \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+1}) - \cos(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+2}) \right] \right\} \\
& + \sum_{m=0}^{P-1/2} B'_{2m+1} \left\{ \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)\theta_{2m+2} - \sin(k_f+n)\theta_{2m+1} \right] \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)\theta_{2m+2} - \sin(k_f-n)\theta_{2m+1} \right] \right\} \\
& + \sum_{m=0}^{P-1/2} B'_{2P-2m-1} \left\{ \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+1}) - \sin(k_f+n)(\pi-\theta_{2m+2}) \right] \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+1}) - \sin(k_f-n)(\pi-\theta_{2m+2}) \right] \right\} \\
& + \frac{k_f}{k_f^2-1} \cos\psi \left[\frac{1}{n+1} \sum_{m=1}^P (-1)^m \sin(n+1)\theta_m \right] \\
& + \frac{k_f}{k_f^2-1} \cos\psi \begin{cases} \left[\frac{1}{n-1} \sum_{m=1}^P (-1)^m \sin(n-1)\theta_m \right] & \text{si } n \neq 1 \\ \frac{\pi}{2} - \sum_{m=1}^P (-1)^m \theta_m & \text{si } n=1 \end{cases}
\end{aligned} \right]$$

Caractéristiques

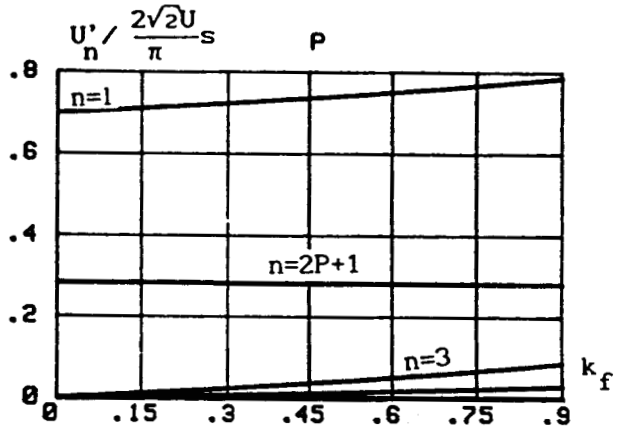
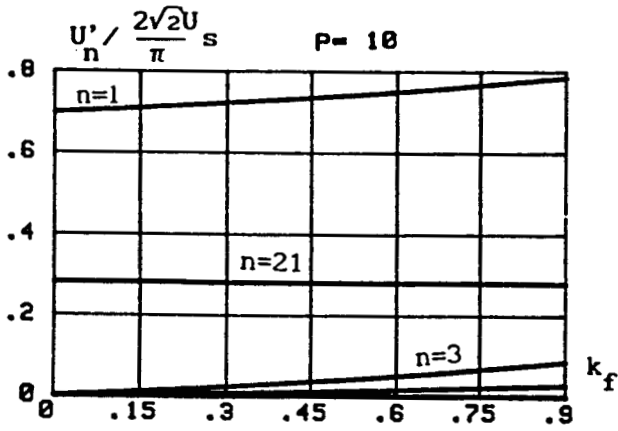
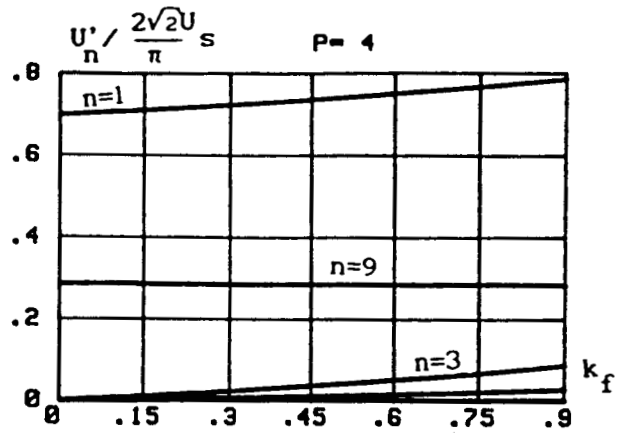
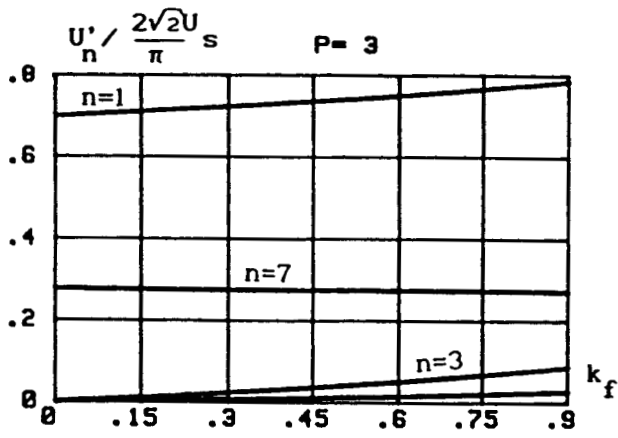
Les figures 1.48, 1.49 donnent les variations de la valeur efficace du fondamental de u' et celles des différents harmoniques jusqu'à l'ordre $2P+1$ rapportées à $2\sqrt{2}U_s/\pi$, en fonction de k_f , pour $k_i=1$ et pour des angles de commutation correspondant à $r'=0.7$ en modulation calculée pour différentes valeurs de P . Ces figures sont tracées respectivement pour un déphasage ψ égal à 0° , 90° et -90° .

Les figures 1.50, 1.51 et 1.52 donnent les mêmes courbes mais en remplaçant les angles de commutation précédents par ceux donnant le même fondamental en utilisant la technique de la modulation sinusoidale.

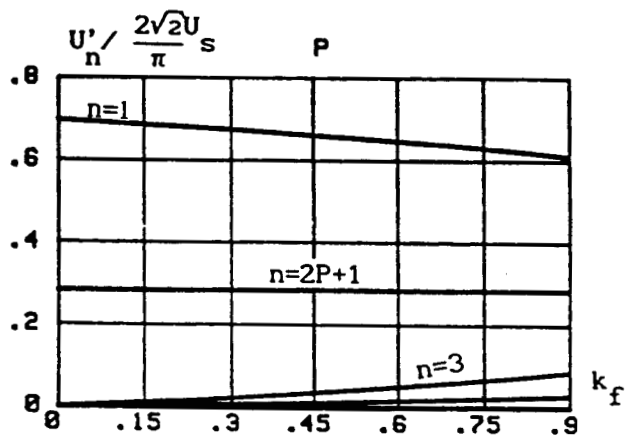
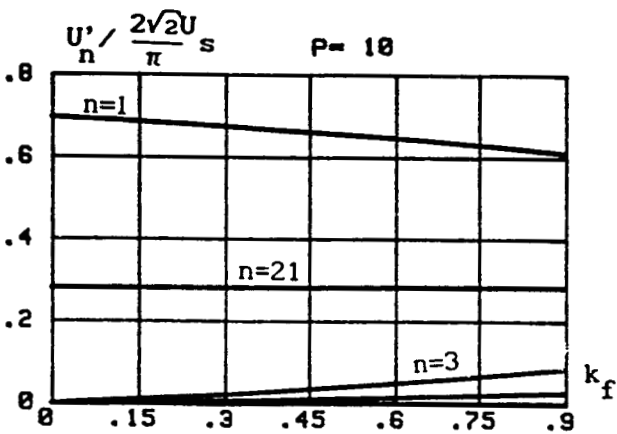
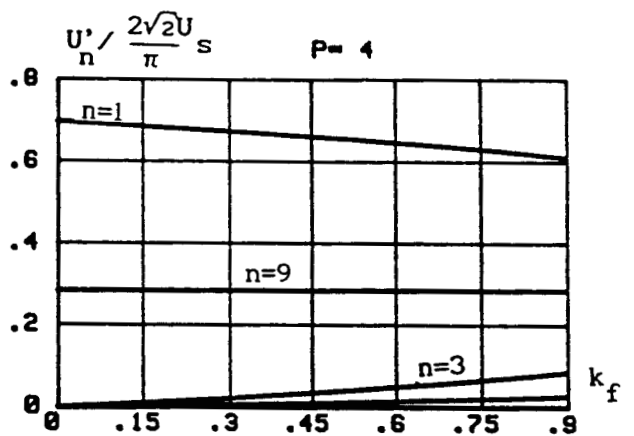
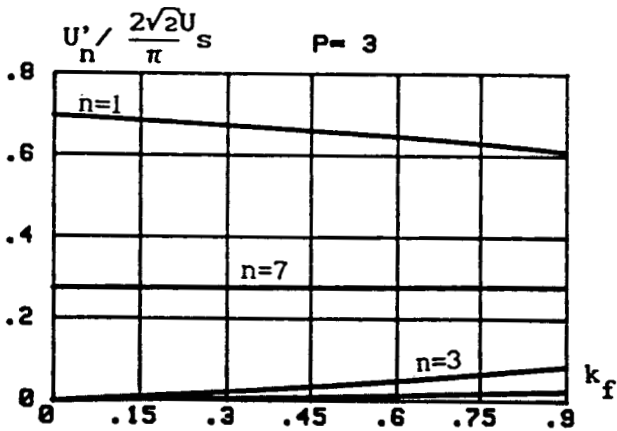


$\psi=0^\circ; k_i=1; r'=0.7$

Fig. 1.48

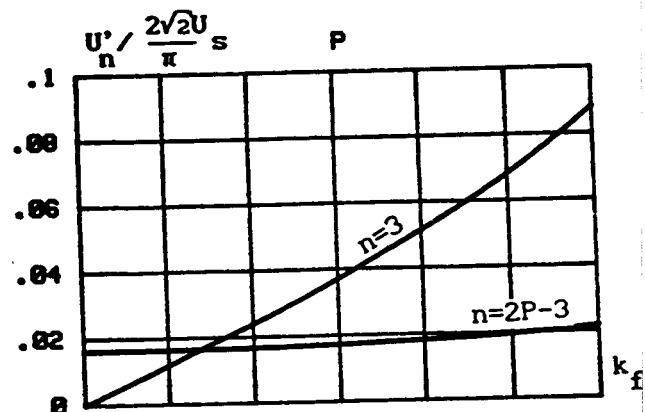
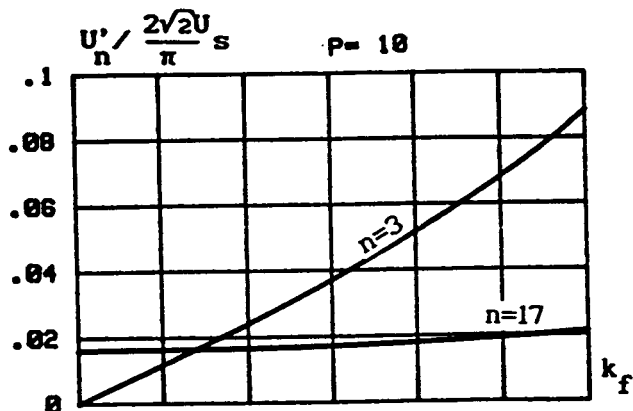
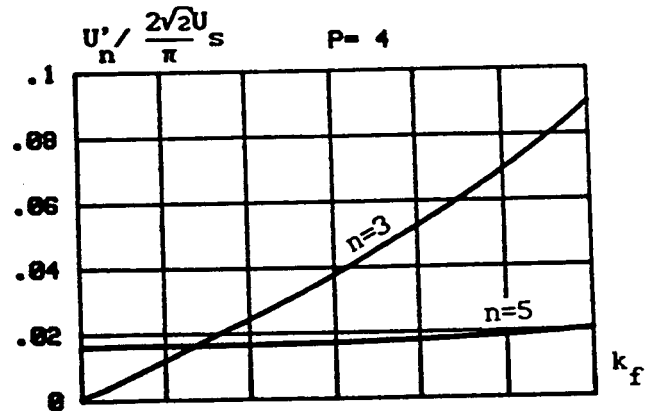
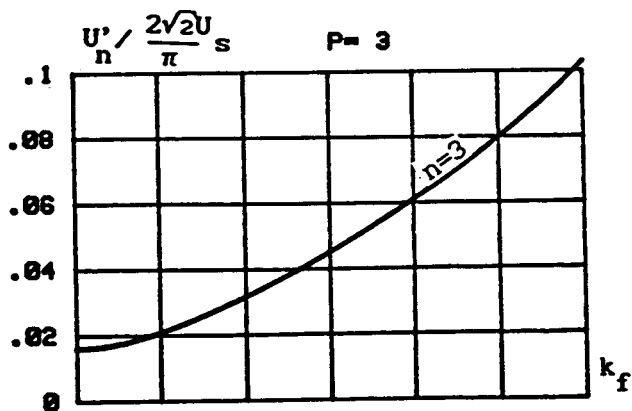
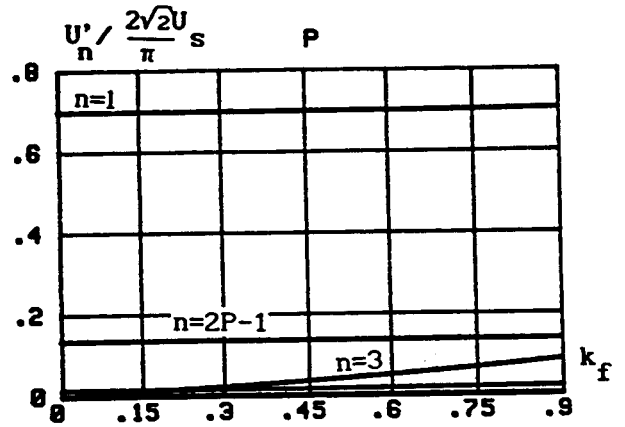
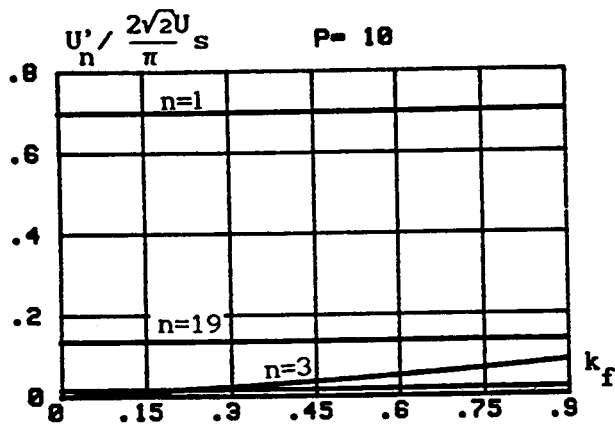
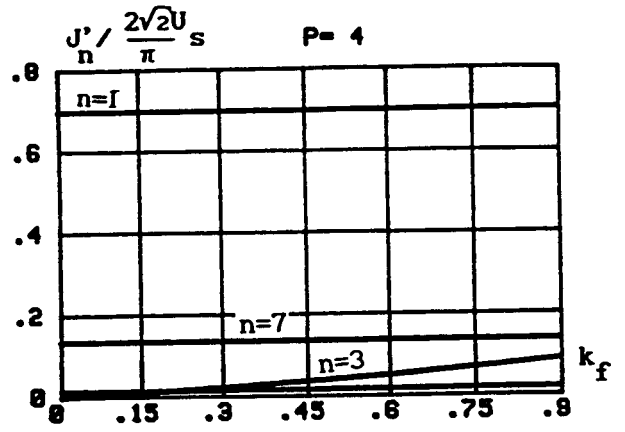
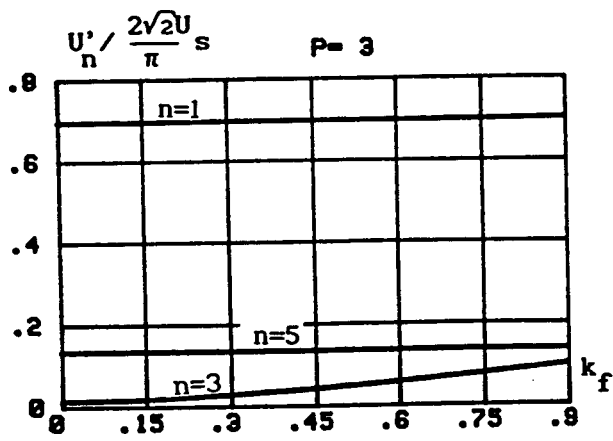


$\psi=90^\circ; k_i=1; r'=0.7$



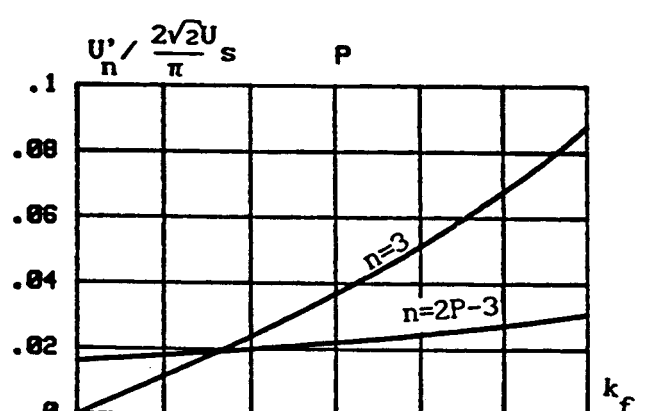
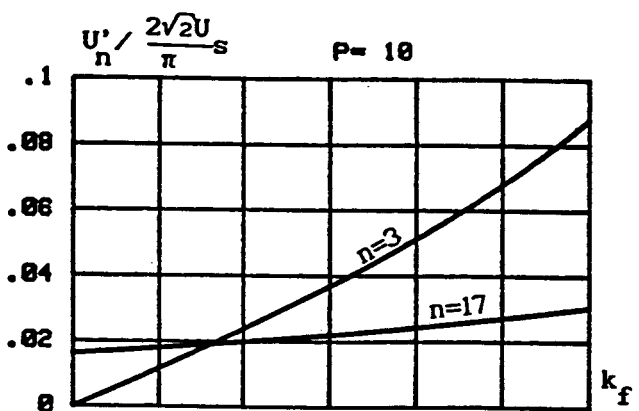
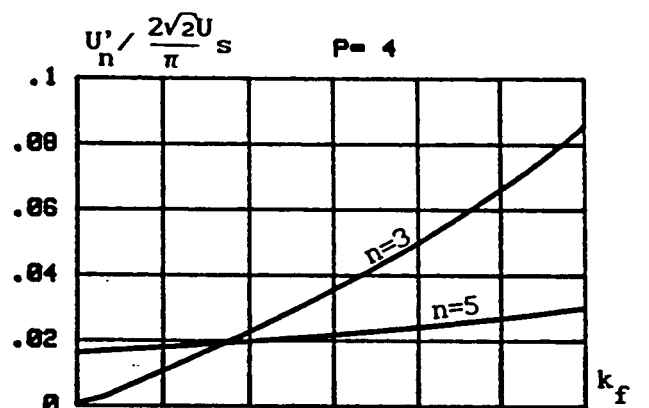
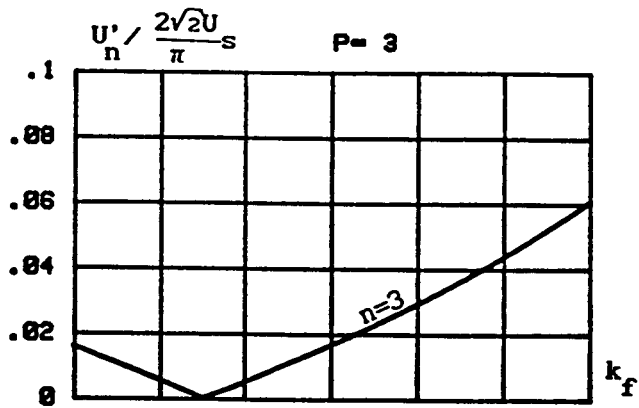
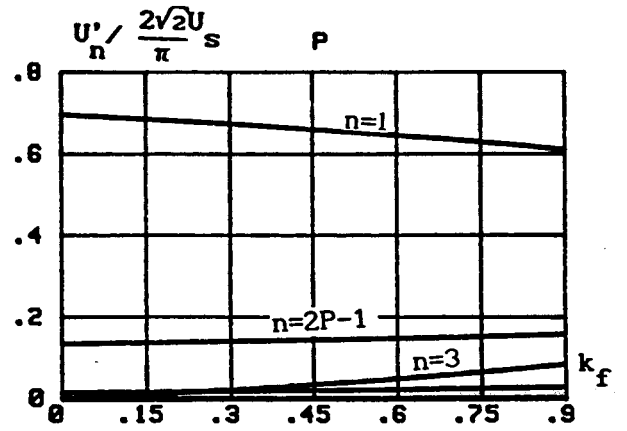
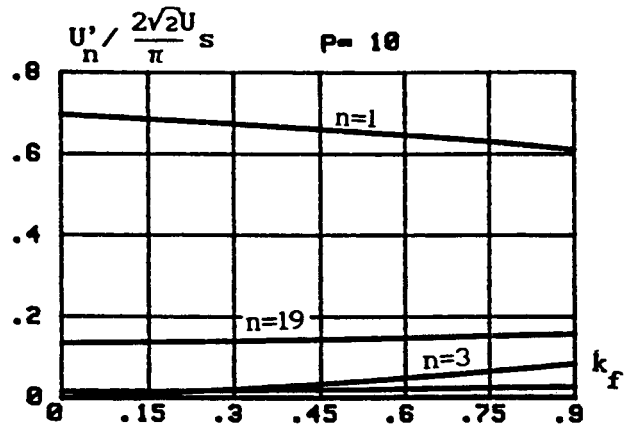
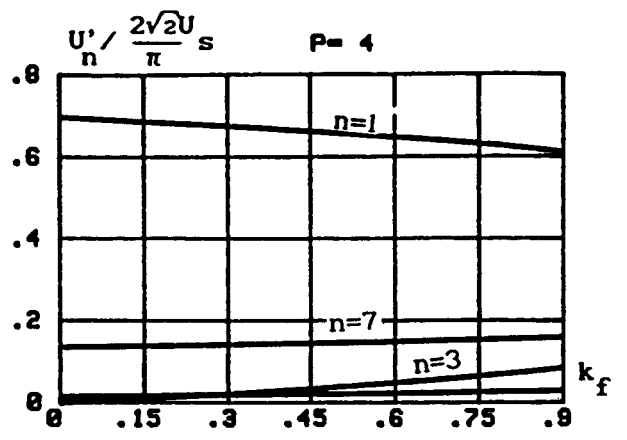
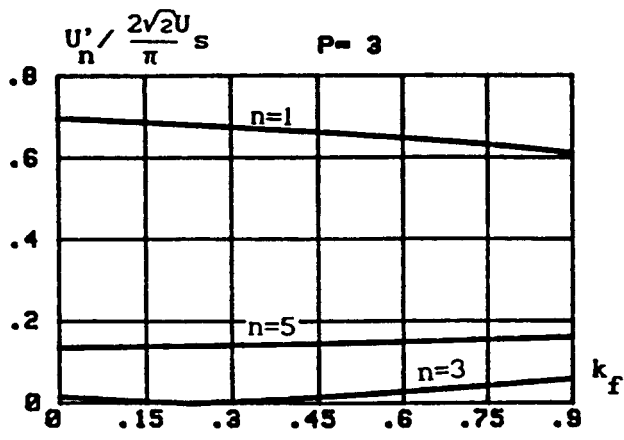
$\psi=-90^\circ; k_i=1; r'=0.7$

Fig. 1.49



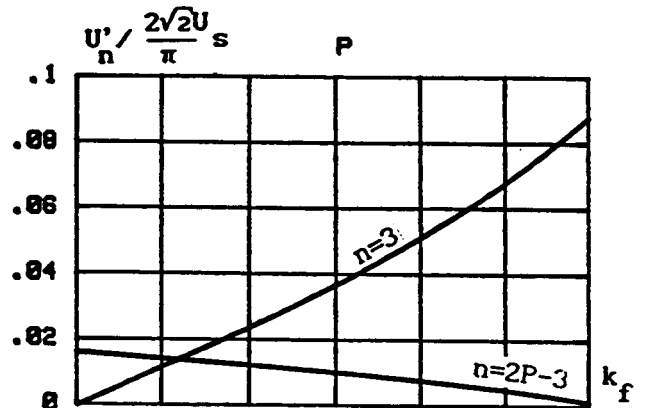
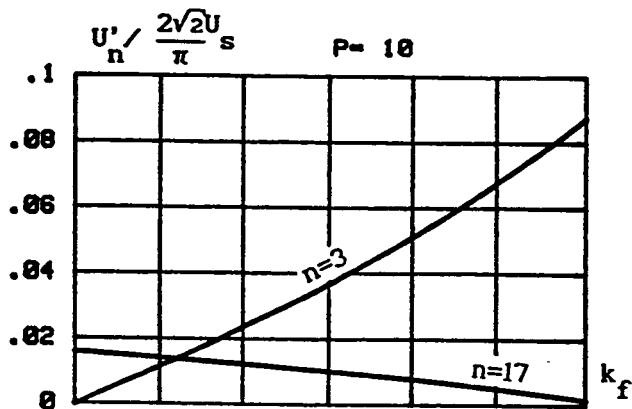
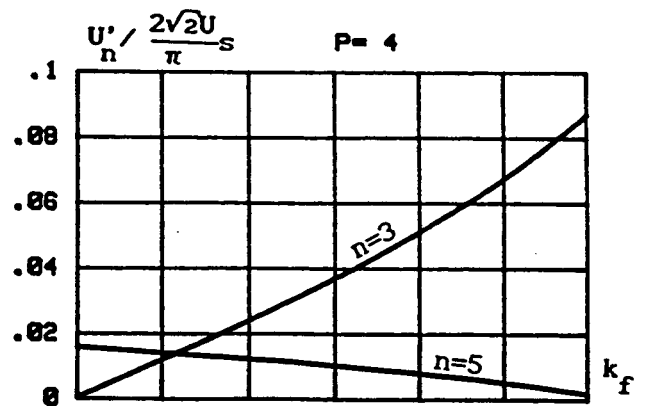
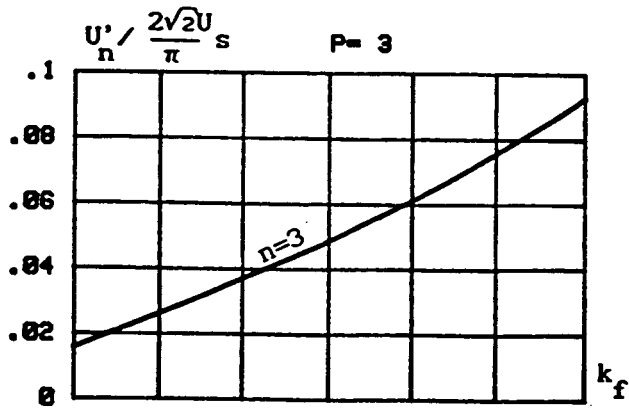
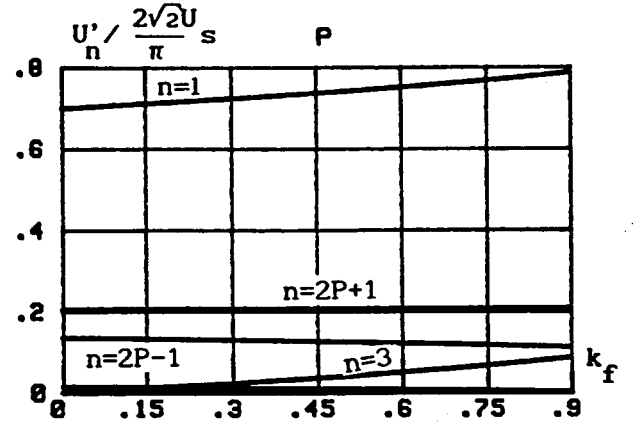
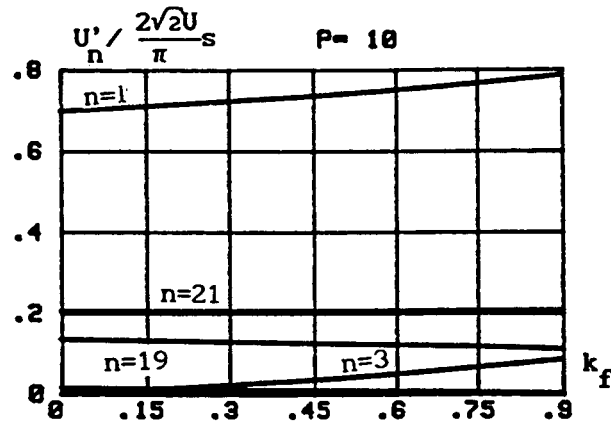
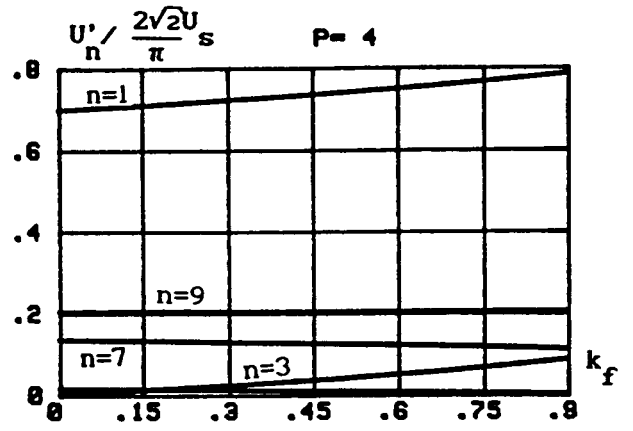
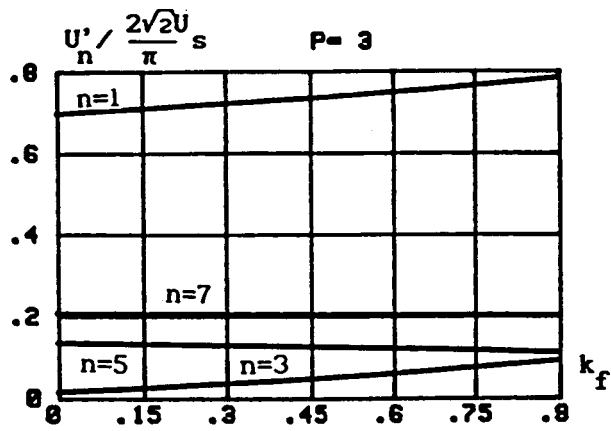
$\psi=0^\circ; k_i=1; r'=0.7$

Fig. 1.50



$\psi = -90^\circ; k_i = 1; r' = 0.7$

Fig. 1.51



$\psi=90^\circ; k_i=1; r'=0.7$

Fig. 1.52

L'analyse des courbes obtenues en modulation calculée nous permet de constater que :

- Pour des valeurs données de k_i , r' et ψ , la valeur efficace du fondamental U'_1 rapportée à $2\sqrt{2}U_s/\pi$ ne dépend que du paramètre k_f . Elle est presque indépendante du nombre d'impulsions par alternance P et par conséquent de la fréquence de découpage.

- Pour des valeurs données de k_f , k_i et r' , cette valeur efficace croît au fur et à mesure que ψ croît, pour atteindre sa valeur maximale à $\psi = 90^\circ$.

- A cause de la valeur finie des éléments L et C du filtre d'entrée, on note, comme précédemment, l'apparition de deux harmoniques : l'harmonique de rang 3 et celui de rang $2P-1$ qui sont censés être supprimés si les deux éléments ou seulement le condensateur ont une valeur infinie. Ce résultat sera démontré à l'aide de la méthode du premier harmonique.

- A valeurs données de k_i , r' et ψ , les valeurs efficaces de ces harmoniques croissent en fonction de k_f , donc au fur et à mesure qu'on diminue les valeurs de L , C et (ou) de la fréquence de fonctionnement.

D'après les expressions donnant les valeurs efficaces des harmoniques, on déduit que jusqu'à l'ordre $2P-1$, ces dernières sont proportionnelles à k_i et par conséquent elles augmentent linéairement avec la valeur maximale du courant de sortie i' .

- Comme précédemment, l'harmonique $2P+1$ qui est censé être le premier harmonique à apparaître si C est infinie, n'est pas affecté par l'ondulation de la tension u à l'entrée de l'onduleur.

4.3.8. Méthode du premier harmonique

En utilisant le schéma équivalent pour l'harmonique de rang 2, donné par la figure 1.29 on peut écrire:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{s2n} &= \bar{I}_{c2n} + \bar{I}_{2n} \\ \bar{U}_{2n} &= \frac{1}{jC2n\omega} \bar{I}_{c2n} = -jL2n\omega \bar{I}_{s2n}\end{aligned}$$

On en déduit:

$$\bar{I}_{c2n} = LC(2n\omega)^2 \bar{I}_{s2n} \quad \text{et} \quad \bar{I}_{s2n} = \frac{1}{1 - \left(\frac{2n}{k_f}\right)^2} \bar{I}_{2n}$$

L'harmonique 2 du courant i à l'entrée de l'onduleur a pour expression:

$$i_2 = -\frac{I'_m}{2} \left[\frac{4r'}{\pi} \right] \cos(2\theta - \psi)$$

L'expression de l'harmonique de rang 2 du courant i_s devient donc:

$$i_{s2} = -\frac{I'_m}{2} \left[\frac{4r'}{\pi} \right] \frac{1}{1 - \left(\frac{2}{k_f} \right)^2} \cos(2\theta - \psi)$$

Celle de l'harmonique de même rang du courant i_c dans le condensateur sera:

$$i_{c2} = -\frac{I'_m}{2} \left[\frac{4r'}{\pi} \right] \frac{\left(\frac{2}{k_f} \right)^2}{1 - \left(\frac{2}{k_f} \right)^2} \cos(2\theta - \psi)$$

En confondant le courant i_c avec son harmonique 2, et en utilisant la relation $i_c = C\omega(du/d\theta)$, on obtient:

$$u \approx U_s - U_{2m} \sin(2\theta - \psi)$$

avec:

$$U_{2m} = -\frac{I'_m r'}{C\omega \pi} \frac{\left(\frac{2}{k_f} \right)^2}{1 - \left(\frac{2}{k_f} \right)^2} \sin(2\theta - \psi)$$

En utilisant le théorème de superposition, on peut décomposer la tension de sortie u' en deux tensions u' parfaite et u'' comme dans le cas où l'inductance est infinie. La décomposition en série de Fourier de u' est la somme de celle de u' parfaite déjà connue et de u'' qu'on va déterminer.

La tension u'' présente une symétrie de glissement. Par conséquent, son développement en série ne contient que des harmoniques impairs. Le terme impair d'ordre n sera de la forme:

$$U''_n = A_n \sin n\theta + B_n \cos n\theta$$

Les coefficients A_n et B_n sont donnés par les mêmes formules que dans le cas où l'inductance est infinie.

■ Pour $n=1$, on obtient:

$$A_1 = -\frac{2r'U_{2m}}{\pi} \sin\psi \quad \text{et} \quad B_1 = -\frac{2r'U_{2m}}{\pi} \cos\psi$$

Le fondamental de u'' aura pour expression:

$$u''_1 = -\frac{2r'U_{2m}}{\pi} \cos(\theta - \psi)$$

■ Pour $n=3$, on obtient:

$$A_3 = \frac{2r'U_{2m}}{\pi} \sin\psi \quad \text{et} \quad B_3 = \frac{2r'U_{2m}}{\pi} \cos\psi$$

On déduit l'expression du terme d'ordre 3 de la tension u'' :

$$u''_3 = \frac{2r'U_{2m}}{\pi} \cos(3\theta - \psi)$$

Comme on l'a déjà signalé , Le développement en série de u' , s'obtient à partir de celle de u' parfaite et de u'' . Le fondamental de u' a pour expression:

$$u'_1 = r' \frac{4U_s}{\pi} \left[\left(1 - \frac{U_{2m}}{2U_s} \sin\psi \right) \sin\theta - \frac{U_{2m}}{2U_s} \cos\psi \cos\theta \right]$$

D'où la valeur efficace du fondamental de u' rapportée à $2\sqrt{2}U_s/\pi$:

$$U'_1 \frac{\pi}{2\sqrt{2}U_s} = r' \sqrt{\left(1 - \frac{U_{2m}}{2U_s} \sin\psi \right)^2 + \left(\frac{U_{2m}}{2U_s} \cos\psi \right)^2}$$

Le rapport $\frac{U_{2m}}{2U_s}$ peut s'écrire sous la forme:

$$\frac{U_{2m}}{2U_s} = \frac{r'}{2\pi} k_i k_f \frac{\left(\frac{2}{k_f} \right)^2}{1 - \left(\frac{2}{k_f} \right)^2}$$

La valeur efficace de l'harmonique de rang 3 rapportée à $2\sqrt{2}U_s/\pi$ a pour expression:

$$U'_3 \frac{\pi}{2\sqrt{2}U_s} = \frac{r'^2}{2\pi} k_i k_f \frac{\left(\frac{2}{k_f} \right)^2}{\left| 1 - \left(\frac{2}{k_f} \right)^2 \right|}$$

Elle est proportionnelle à k_i et donc à la valeur maximale du courant de sortie. Elle dépend aussi du paramètre k_f mais pas du déphasage ψ .

On voit encore que la présence de l'harmonique 3 dans la tension de sortie u' est due à la présence de l'harmonique 2 dans la tension d'entrée u .

Les résultats obtenus par la méthode du premier harmonique et par le calcul exact sont très proches.



DEUXIEME PARTIE:

ETUDE DE L'ONDULEUR DE TENSION MONOPHASE
EN DEMI-PONT A DIVISEUR CAPACITIF

1. Présentation de la structure à étudier

L'onduleur étudié dans cette partie est l'onduleur de tension monophasé en demi-pont alimentant une source de courant alternative à partir d'une source de tension continue.

L'onduleur monophasé en demi-pont utilise deux "interrupteurs" bidirectionnels en courant et une source de tension à point milieu. On obtient d'ordinaire ce point milieu à l'aide de deux condensateurs C_1 et C_2 de même capacité.

1.1. Structure idéale

La structure idéale est celle de la figure 2.1.

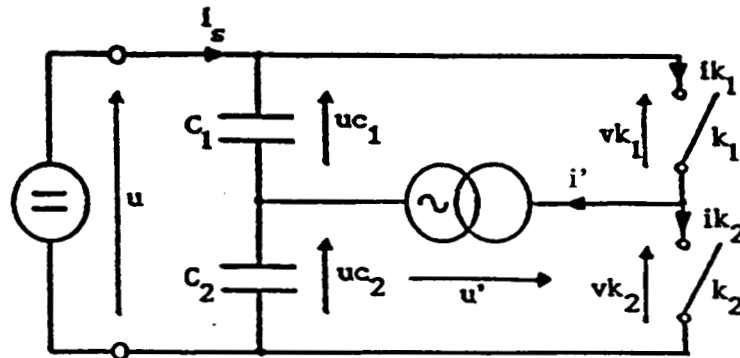


Fig.2.1

On suppose que la tension à l'entrée de l'onduleur est parfaitement continue et que la source de courant à la sortie est parfaitement sinusoïdale:

$$i' = I'_m \sin(\theta - \psi).$$

On peut écrire : $uc_1 + uc_2 = U$

En dérivant cette égalité et en multipliant les deux termes par $C\omega$, on obtient:

$$ic_1 + ic_2 = 0$$

Comme on a aussi: $ic_1 + i' = ic_2$, on déduit :

$$ic_2 = -ic_1 = \frac{i'}{2}$$

Or $ic_2 = C\omega \frac{duc_2}{dt}$, on en déduit:

$$uc_2 = -\frac{I'_m}{2C\omega} \cos(\theta - \psi) + \text{constante}$$

La constante d'intégration est égale à la valeur moyenne de uc_2 donc à $\frac{U}{2}$

$$uc_2 = \frac{U}{2} - \frac{I'_m}{2C\omega} \cos(\theta - \psi)$$

de même

$$uc_1 = \frac{U}{2} + \frac{I'_m}{2C\omega} \cos(\theta - \psi)$$

Pour que l'ondulation des tensions u_{c_1} et u_{c_2} soit négligeable, il faut :

$$\frac{I'_m}{2C\omega} \ll \frac{U}{2}$$

soit:

$$C \gg \frac{I'_m}{U\omega}$$

Dans le cas idéal, cette ondulation est nulle puisqu'on suppose les capacités C_1 et C_2 infinies.

1.2. Filtre d'entrée

Pour réduire l'ondulation du courant i à l'entrée de l'onduleur, on branche en série avec la source de tension une inductance de lissage L .

Les deux condensateurs du diviseur capacitif d'entrée de l'onduleur peuvent jouer le rôle de capacité de filtrage.

L'ensemble formé par L , C_1 et C_2 constitue le filtre. La structure de l'onduleur devient :

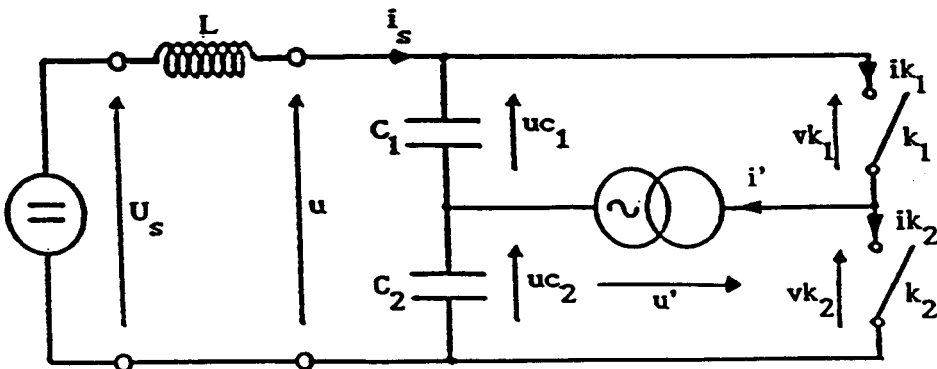


Fig. 2.2.

1.3. Inductance de filtrage infinie

Si on suppose que l'inductance L est infinie, l'ondulation du courant à l'entrée de l'onduleur sera nulle. On peut donc assimiler la source de tension U en série avec l'inductance à une source de courant parfaite débitant un courant égal à la valeur moyenne I_s du courant i_s . La structure obtenue est donnée par la figure 2.3.

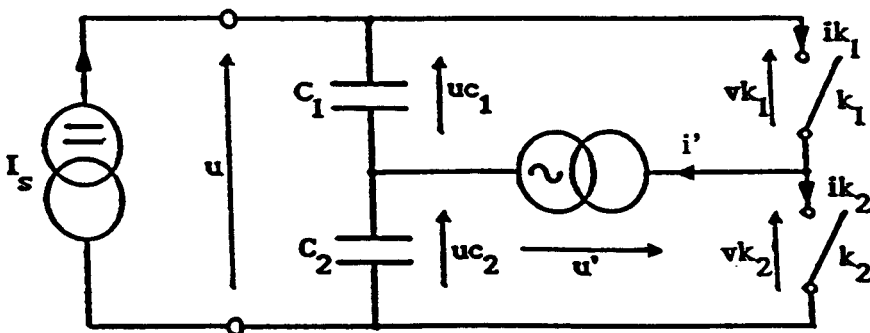


Fig. 2.3

1.4. Notations et hypothèses

On désigne par :

- U_s et I_s , la tension d'alimentation continue et la valeur moyenne du courant qu'elle délivre.
- u et i_s (ou I_s lorsque l'inductance est infinie), la tension et le courant d'entrée.
- u' et i' la tension et le courant de sortie.
- u_{c_i} et i_{c_i} la tension aux bornes du condensateur C_i et le courant qui le traverse.
- v_{k_i} et i_{k_i} la tension aux bornes de l'interrupteur k_i et le courant qui le traverse.

Comme dans la première partie, on suppose que le courant à la sortie de l'onduleur est parfaitement sinusoïdal, que les interrupteurs sont parfaits et que les commutations sont instantanées.

On suppose que les condensateurs C_1 et C_2 ont des capacités égales. On désigne par C la valeur de cette capacité.

Deux types de commande ont été envisagés, la commande symétrique et la commande par M.L.I. Pour chaque type de commande, on déterminera d'abord l'influence des deux condensateurs C_1 et C_2 seuls, en supposant que l'inductance L est infinie. Puis, on tiendra compte de l'effet de l'inductance.

Quelle que soit la commande adoptée, les commandes des interrupteurs k_1 et k_2 doivent être complémentaires afin d'éviter la mise en court-circuit de la tension u et l'ouverture du circuit de la source de courant i' .

2. Commande symétrique

2.1. Principe de la loi de commande

On prend comme origine des temps, l'instant où on amorce l'interrupteur k_1

- Pour $0 < \theta < \pi$, k_1 est fermé ; k_2 est ouvert:

$$i_{k_1} = i' \quad ; \quad v_{k_1} = 0 \quad \text{et} \quad u' = u_{c_1}$$

- Pour $\pi < \theta < 2\pi$, k_2 est fermé ; k_1 est ouvert:

$$i_{k_1} = 0 \quad ; \quad v_{k_1} = u \quad \text{et} \quad u' = -u_{c_2}$$

Connaissant les expressions de i_{k_1} et de v_{k_1} on peut déduire celles de i_{k_2} et v_{k_2} sachant que :

$$i_{k_2}(\theta + \pi) = i_{k_1}(\theta) \quad \text{et} \quad v_{k_2}(\theta + \pi) = v_{k_1}(\theta)$$

2.2. Inductance de filtrage infinie

2.2.1. Equations de fonctionnement

Les tensions uc_1 et uc_2 sont périodiques de période angulaire 2π . Ces deux tensions se déduisent l'une de l'autre à partir de la relation :

$$uc_2(\theta+\pi)=uc_1(\theta)$$

Par conséquent, la tension u qui est égale à la somme de uc_1 et uc_2 est périodique de période π .

Dans ce paragraphe, nous allons établir les expressions de la tension u , des tensions uc_1 et uc_2 ainsi que l'expression du courant I_s .

Quel que soit $\theta \in [0, 2\pi]$, on peut écrire que :

$$\begin{aligned} ic_2 &= ic_1 + i' \\ u &= uc_1 + uc_2 \end{aligned} \quad \text{avec:} \quad \begin{cases} ic_1 = C\omega \frac{duc_1}{d\theta} \\ ic_2 = C\omega \frac{duc_2}{d\theta} \end{cases} \quad (2.1)$$

Expressions de la tension u et du courant I_s

* Pour $0 < \theta < \pi$; k_1 est fermé et k_2 est ouvert. On déduit donc que:

$$ic_1 = I_s - i' \quad \text{et} \quad ic_2 = I_s$$

En utilisant les relations (2.1), on déduit la relation liant la tension u aux courants I_s et i' :

$$2I_s = C\omega \frac{du}{d\theta} + i' \quad (2.2)$$

En intégrant cette équation on obtient l'expression donnant u :

$$u = u(0) + \frac{2I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left[\cos(\theta - \psi) - \cos\psi \right] \quad (2.3)$$

En utilisant le fait que la tension u est périodique de période π , on peut écrire que : $u(\pi) = u(0)$

En déterminant l'expression de $u(\pi)$ à l'aide de la relation (2.3) et en utilisant cette égalité, on obtient:

$$I_s = \frac{1}{\pi} I'_m \cos \psi \quad (2.4)$$

Pour déterminer l'expression de la valeur à l'origine $u(0)$, on calcule la valeur moyenne de u . Sachant que celle-ci est égale à U_s , on déduit:

$$u(0) = U_s - \frac{2}{\pi} \frac{I'_m}{C\omega} \sin\psi \quad (2.5)$$

En remplaçant $u(0)$ et I_s par leurs expressions dans la relation (2.3), on obtient:

$$u = U_s + \frac{I'_m}{C\omega} \left[\cos(\theta - \psi) - \frac{2}{\pi} \sin\psi - \left(1 - \frac{2\theta}{\pi} \right) \cos\psi \right] \quad (2.6)$$

Expressions de uc_1 et uc_2

- Pour $0 < \theta < \pi$, les relations qui lient les tensions uc_1 et uc_2 aux courants I_s et i' sont:

$$I_s - i' = C\omega \frac{duc_1}{d\theta} \quad (2.7)$$

$$I_s = C\omega \frac{duc_2}{d\theta} \quad (2.8)$$

En intégrant les relations (2.7) et (2.8), on obtient les expressions donnant uc_1 et uc_2 :

$$uc_1 = uc_1(0) + \frac{I_s}{C\omega} (\theta - \pi) + \frac{I'_m}{C\omega} \cos(\theta - \psi) \quad (2.9)$$

et:

$$uc_2 = uc_2(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta \quad (2.10)$$

- Pour $\pi < \theta < 2\pi$, k_1 est ouvert et k_2 est fermé. On a: $ic_1 = I_s$.

Les relations liant les tensions uc_1 et uc_2 aux courants I_s et i' sont:

$$I_s = C\omega \frac{duc_1}{d\theta} \quad (2.11)$$

$$I_s + i' = C\omega \frac{duc_2}{d\theta} \quad (2.12)$$

En intégrant ces 2 relations, on obtient les expressions de uc_1 et uc_2 :

$$uc_1 = uc_1(\pi) + \frac{I_s}{C\omega} (\theta - \pi) \quad (2.13)$$

$$uc_2 = uc_2(\pi) + \frac{I_s}{C\omega} (\theta - \pi) - \frac{I'_m}{C\omega} [\cos(\theta - \pi) + \cos\psi] \quad (2.14)$$

En utilisant la continuité de uc_1 et uc_2 en $\theta = \pi$, on peut écrire d'après les relations (2.9) et (2.10) que:

$$uc_1(\pi) = uc_1(0) + \frac{I_s}{C\omega} \pi - 2 \frac{I'_m}{C\omega} \cos\psi$$

$$uc_2 = uc_2(0) + \frac{I_s}{C\omega} \pi$$

En remplaçant $uc_1(\pi)$ et $uc_2(\pi)$ par leurs expressions dans les relations (2.13) et (2.14), on obtient:

$$uc_1 = uc_1(0) + \frac{I_s}{C\omega} (\theta - 2\pi) \quad (2.15)$$

$$uc_2 = uc_2(0) + \frac{I_s}{C\omega} (\theta - \pi) - \frac{I'_m}{C\omega} \cos(\theta - \psi) \quad (2.16)$$

Pour déterminer les expressions de $uc_1(0)$ et $uc_2(0)$, on utilise les valeurs moyennes de uc_1 et uc_2 . Sachant que celles-ci valent $\frac{U_s}{2}$, on déduit:

$$uc_1(0) = \frac{U_s}{2} + \frac{I'_m}{C\omega} \left[\frac{1}{2} \cos\psi - \frac{1}{\pi} \sin\psi \right] \quad (2.17)$$

$$uc_2(0) = \frac{U_s}{2} - \frac{I'_m}{C\omega} \left[\frac{1}{2} \cos\psi + \frac{1}{\pi} \sin\psi \right] \quad (2.18)$$

D'après ces deux relations on déduit que : $uc_1(0) = uc_2(0) + \frac{I_s}{C\omega} \pi$.

En remplaçant $uc_1(0)$ et $uc_2(0)$ par leurs expressions, respectivement dans les relations (2.9), (2.15) et (2.10), (2.16) on obtient:

- Pour $0 < \theta < \pi$:

$$uc_1 = \frac{U_s}{2} + \frac{I'_m}{C\omega} \left[\cos(\theta - \psi) + \frac{\theta}{\pi} \cos\psi - \frac{1}{2} \cos\psi - \frac{1}{\pi} \sin\psi \right] \quad (2.19)$$

$$uc_2 = \frac{U_s}{2} + \frac{I'_m}{C\omega} \left[\frac{\theta}{\pi} \cos\psi - \frac{1}{2} \cos\psi - \frac{1}{\pi} \sin\psi \right] \quad (2.20)$$

- Pour $\pi < \theta < 2\pi$:

$$uc_1 = \frac{U_s}{2} + \frac{I'_m}{C\omega} \left[\frac{\theta}{\pi} \cos\psi - \frac{3}{2} \cos\psi - \frac{1}{\pi} \sin\psi \right]$$

$$uc_2 = \frac{U_s}{2} + \frac{I'_m}{C\omega} \left[-\cos(\theta - \psi) + \frac{\theta}{\pi} \cos\psi - \frac{3}{2} \cos\psi - \frac{1}{\pi} \sin\psi \right]$$

2.2.2. Emploi des valeurs réduites

Comme dans la première partie, on rapporte toutes les tensions à U_s , tous les courants à la valeur maximale du courant de sortie I'_m et toutes les impédances à U_s/I'_m . Les grandeurs normalisées sont désignées par un indice "o".

On désigne par Z_{co} , le rapport de l'impédance du condensateur équivalent $C_{eq} = C/2$ à l'impédance de normalisation U_s/I'_m :

$$Z_{co} = \frac{I'_m}{C_{eq} \omega U_s}$$

Les expressions normalisées des diverses grandeurs déjà déterminées deviennent:

$$i'_o = \sin(\theta - \psi)$$

$$I_{so} = \frac{1}{\pi} \cos\psi$$

Pour $0 < \theta < \pi$, l'expression normalisée de la tension u est donnée par:

$$u_o = 1 + \frac{Z_{co}}{2} \left[\cos(\theta - \psi) - \frac{2}{\pi} \sin\psi - \left(1 - \frac{2\theta}{\pi}\right) \cos\psi \right]$$

Pendant l'intervalle $[0, \pi]$, les expressions normalisées des tensions uc_1 et uc_2 sont:

$$uc_{1o} = \frac{1}{2} + \frac{Z_{co}}{2} \left[\cos(\theta - \psi) + \frac{\theta}{\pi} \cos\psi - \frac{1}{2} \cos\psi - \frac{1}{\pi} \sin\psi \right]$$

$$uc_{20} = \frac{1}{2} + \frac{Z_{co}}{2} \left[\frac{\theta}{\pi} \cos\psi - \frac{1}{2} \cos\psi - \frac{1}{\pi} \sin\psi \right]$$

Pendant l'intervalle $[\pi, 2\pi]$, ces expressions deviennent:

$$uc_{10} = \frac{1}{2} + \frac{Z_{co}}{2} \left[\frac{\theta}{\pi} \cos\psi - \frac{3}{2} \cos\psi - \frac{1}{\pi} \sin\psi \right]$$

$$uc_{20} = \frac{1}{2} + \frac{Z_{co}}{2} \left[-\cos(\theta - \psi) + \frac{\theta}{\pi} \cos\psi - \frac{3}{2} \cos\psi - \frac{1}{\pi} \sin\psi \right]$$

Les expressions normalisées du courant I_s et de ceux qui en découlent ne dépendent que de ψ . Les expressions normalisées des tensions uc_1 , uc_2 , u et de celles qui en découlent dépendent en plus de Z_{co} .

2.2.3. Formes d'ondes

La figure 2.5 donne les formes d'ondes:

- o de la tension uc_1 et du courant ic_1
- o de la tension uc_2 et du courant ic_2
- o de la tension u' et du courant i'
- o de la tension vk_1 et du courant ik_1
- o de la tension vk_2 et du courant ik_2
- o du courant I_s

rapportés à leurs grandeurs de normalisation, calculés pour $Z_{co} = 0.5$ et pour respectivement $\psi = 30^\circ$ et $\psi = -30^\circ$.

2.2.4. Caractéristique du courant I_s

La valeur normalisée du courant I_s ne dépend que du déphasage ψ . Son expression s'obtient à partir de la relation (2.4).

La figure 2.4 donne la variation de I_{s0} en fonction de ψ . C'est l'image de la variation de la puissance active $P = U_s \cdot I_s$ fournie à l'entrée, rapportée à la puissance de référence $P_R = U_s I'_s$.

Ce courant est nul pour $|\psi| = \frac{\pi}{2}$. Il est maximum pour $\psi = 0$.

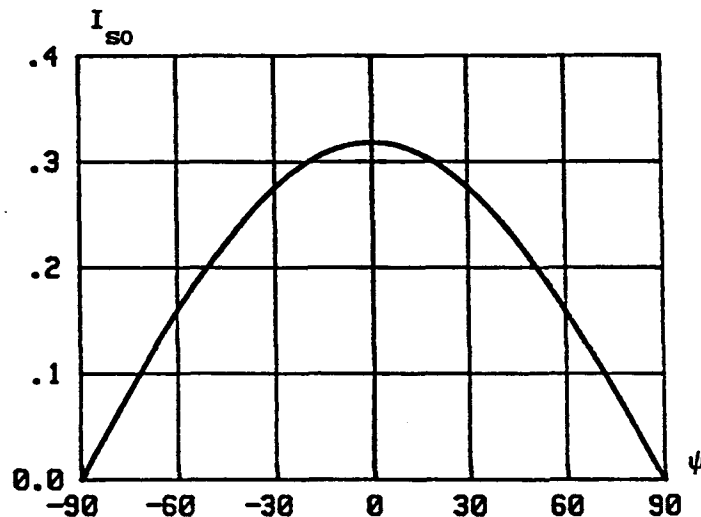
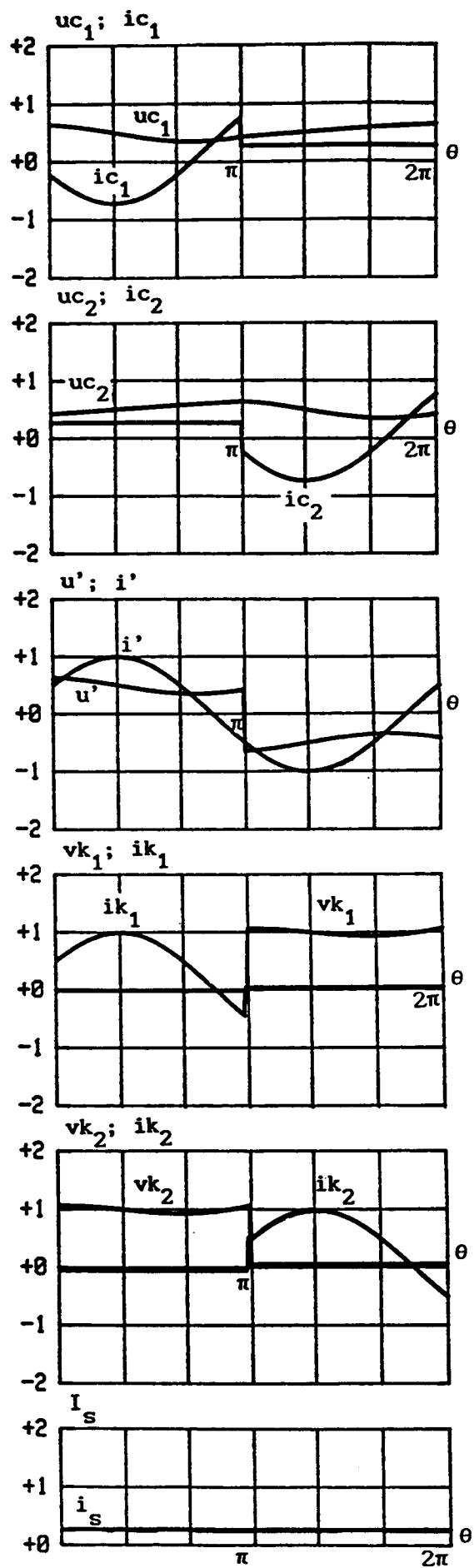
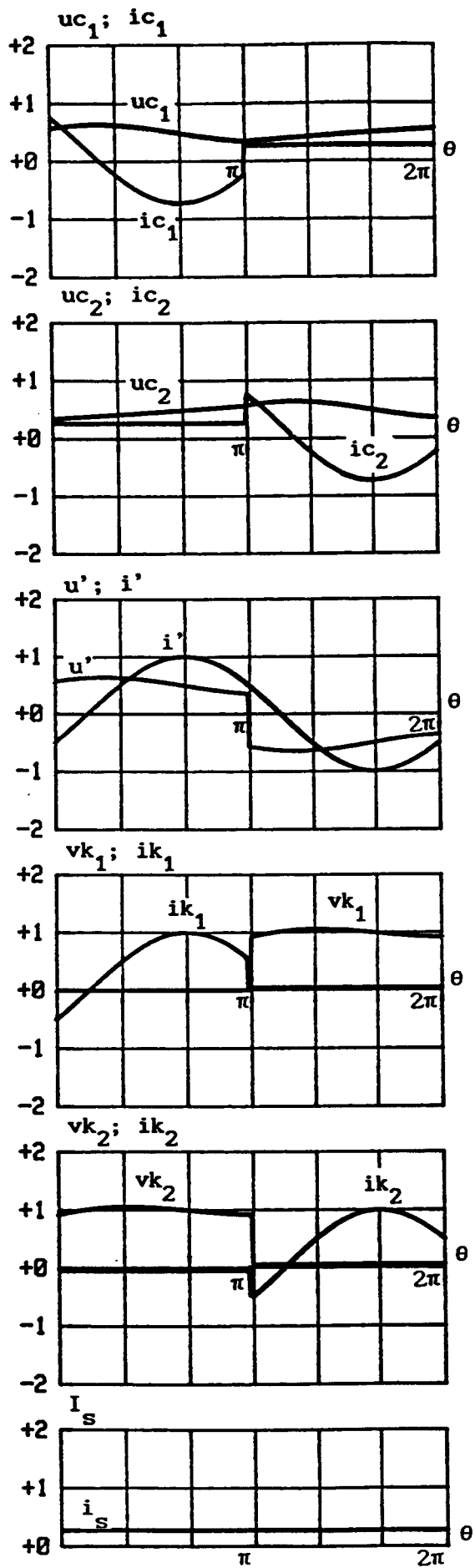


Fig.2.4



$Z_{co}=0.5$

Fig. 2.5

2.2.5. Caractéristiques des tensions uc_1 et uc_2

Les tensions uc_1 et uc_2 présentent de part et d'autre de leur valeur moyenne $U_s/2$, une ondulation $\Delta uc = uc_{\max} - uc_{\min}$ qui est la même pour C_1 et C_2 . Cette ondulation est la conséquence de la valeur finie de la capacité C .

On définit une ondulation relative $\Delta uc_o = (uc_{\max} - uc_{\min})/U_s$. Pour des valeurs données du déphasage ψ , les variations de Δuc_o en fonction de Z_{co} sont données par la figure 2.6.

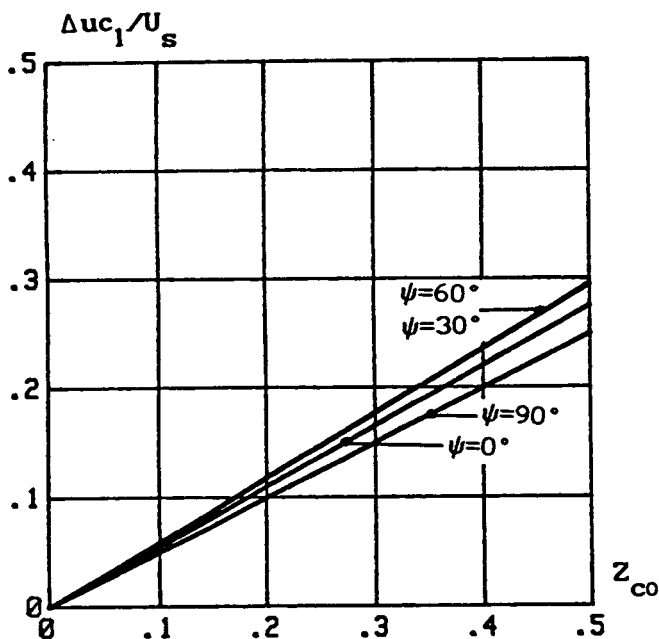


Fig. 2.6

Pour une valeur donnée du déphasage ψ , l'ondulation relative varie linéairement en fonction de Z_{co} . Elle est par conséquent proportionnelle à la valeur maximale du courant de sortie et inversement proportionnelle à la capacité C des condensateurs C_1 , C_2 et à la fréquence de fonctionnement. Cette ondulation ne dépend pas du signe du déphasage ψ .

2.2.6. Caractéristique de la tension d'entrée u

La tension u est la somme de u_{c1} et u_{c2} . Par conséquent, elle présente une ondulation relative $\Delta u_o = (u_{\max} - u_{\min})/U_s$ dont les variations en fonction de Z_{co} , à valeurs données de ψ sont représentées à la figure 2.7.

Cette ondulation varie aussi linéairement en fonction de Z_{co} ; elle est donc proportionnelle à la valeur maximale du courant de sortie et inversement proportionnelle à la capacité C et à la fréquence de fonctionnement.

Pour une même valeur de l'amplitude de la tension de sortie, et de Z_{co} , l'ondulation Δu est la même pour l'onduleur en demi-pont et pour l'onduleur en pont.

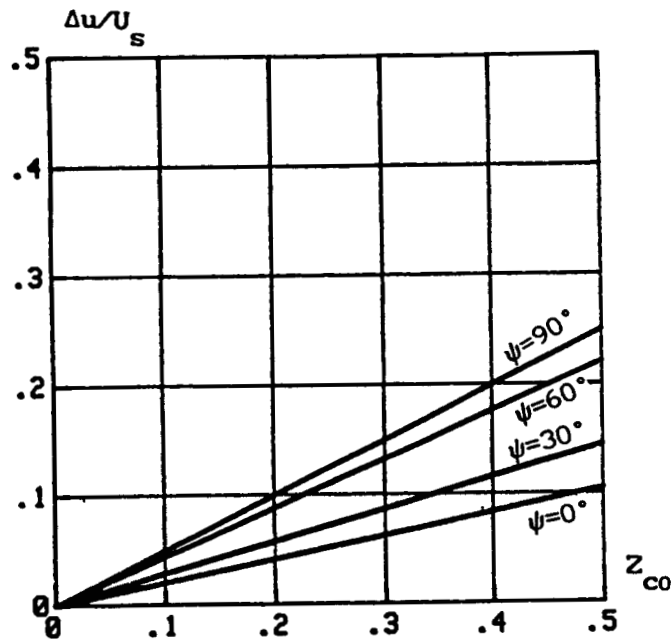


Fig.2.7

2.2.7. Caractéristiques de la tension de sortie u'

La tension de sortie u' est périodique de période 2π . Pour $0 < \theta < \pi$, elle est égale à uc_1 et elle est égale à uc_2 pendant le reste de la période .

Du fait que $uc_2(\theta) = uc_1(\theta - \pi)$ pour $\theta \in [\pi, 2\pi]$, on déduit que l'alternance négative de u' reproduit au signe près son alternance positive.

Le développement en série de Fourier de la tension u' ne contient que des harmoniques impairs.

- La valeur efficace normalisée de la tension u' est donnée par:

$$U_0'^2 = \frac{1}{4} \left[1 + \frac{2}{\pi} Z_{co} \sin \psi + Z_{co}^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{4}{\pi^2} + \frac{1}{12} \cos^2 \psi + \frac{1}{\pi^2} \sin^2 \psi \right) \right]$$

- La valeur efficace normalisée du fondamental de u' est donnée par:

$$U_{10}' \sqrt{2} = \sqrt{A_1'^2 + B_1'^2}$$

avec:

$$A_1' = \frac{2}{\pi} + \frac{Z_{co}}{2} \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right) \sin \psi$$

$$B_1' = \frac{Z_{co}}{2} \left(1 - \frac{4}{\pi^2} \right) \cos \psi$$

- Le déphasage ψ_1' du fondamental de la tension de sortie u' par rapport à l'origine est donné par:

$$\text{tg } \psi_1' = - \frac{B_1'}{A_1'}$$

- Le retard de phase φ_1' du courant de sortie i' par rapport au fondamental de u' est donné par :

$$\varphi_1' = \psi - \psi_1'$$

- Les valeurs efficaces normalisées des harmoniques impairs de rang n sont données par:

$$U'_{n0} \sqrt{2} = \sqrt{A_n'^2 + B_n'^2}$$

avec:
$$A_n' = \frac{2}{n\pi} \left[1 - \frac{1}{\pi} Z_{c0} \sin\psi \right]$$

$$B_n' = - \frac{2}{n^2 \pi^2} Z_{c0} \cos\psi$$

- La somme quadratique des harmoniques en valeur réduite est donnée par:

$$\tau_{u'} = \sqrt{U_0'^2 - U_{10}'^2}$$

La figure 2.8 donne les variations du fondamental de u' , des harmoniques 3, 5 et 7 ainsi que la somme quadratique des harmoniques rapportés à U_s en fonction de ψ , pour $Z_{c0} = 0.5$.

Les variations de ces mêmes grandeurs en fonction de Z_{c0} pour ψ égal $\pm 30^\circ$, $\pm 60^\circ$ et $\pm 90^\circ$ sont données par la figure 2.9.

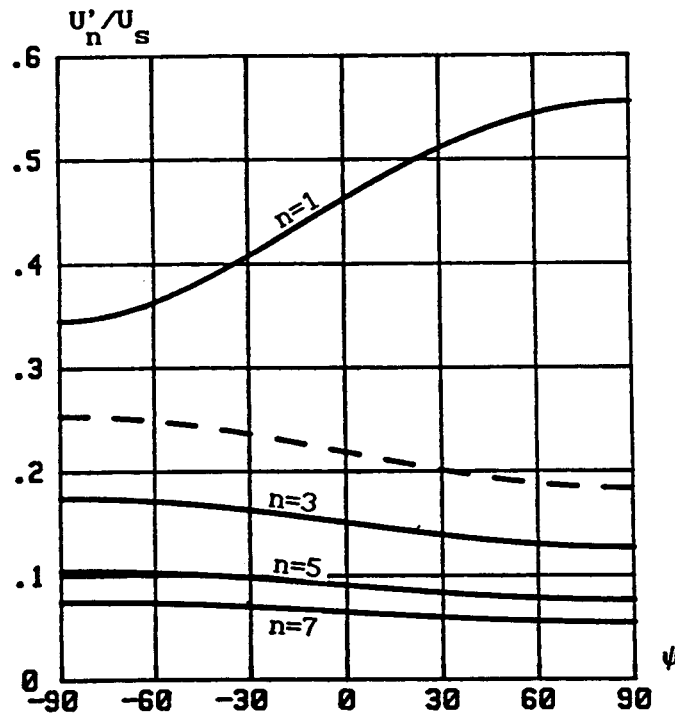


Fig. 2.8

Lorsque le déphasage ψ est positif, la valeur efficace normalisée U'_{10} du fondamental de u' augmente tout le temps en fonction de Z_{c0} . La croissance de U'_{10} est d'autant plus faible que la valeur de ψ est faible.

Les valeurs efficaces des harmoniques décroissent jusqu'à:

$$Z_{c0} = \frac{\pi}{2} \frac{\sin \psi}{\left(\sin^2 \psi + \frac{1}{n^2} \cos^2 \psi \right)}$$

puis se mettent à croître.

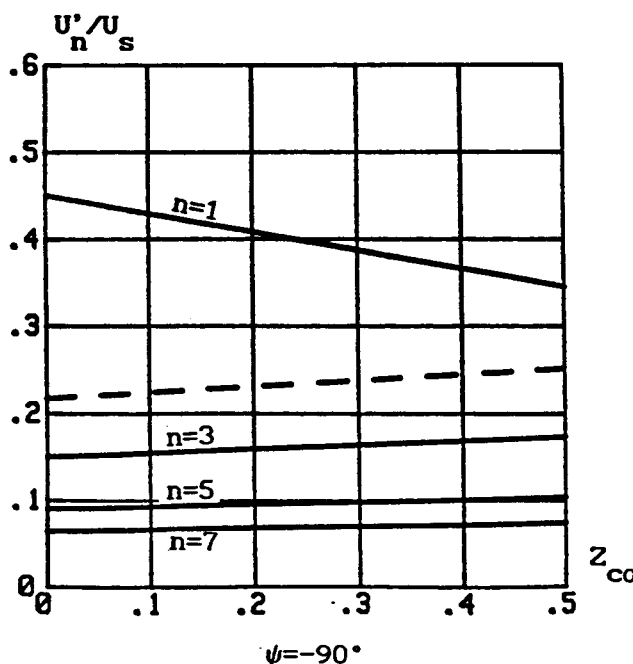
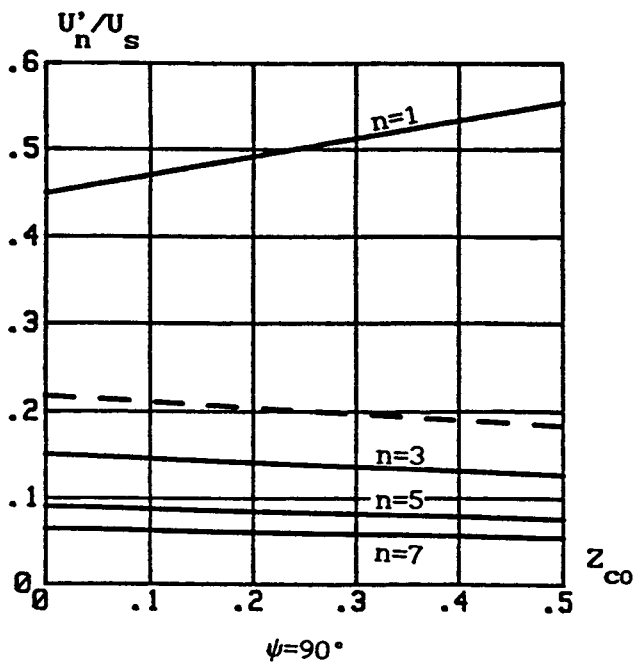
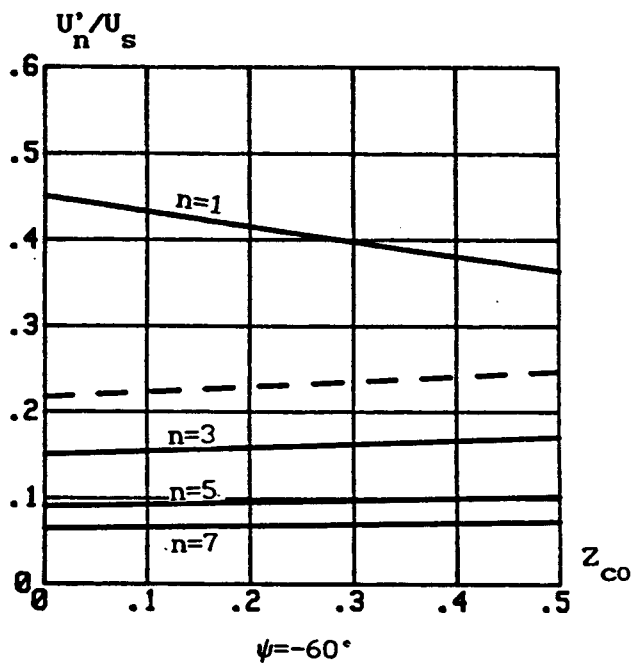
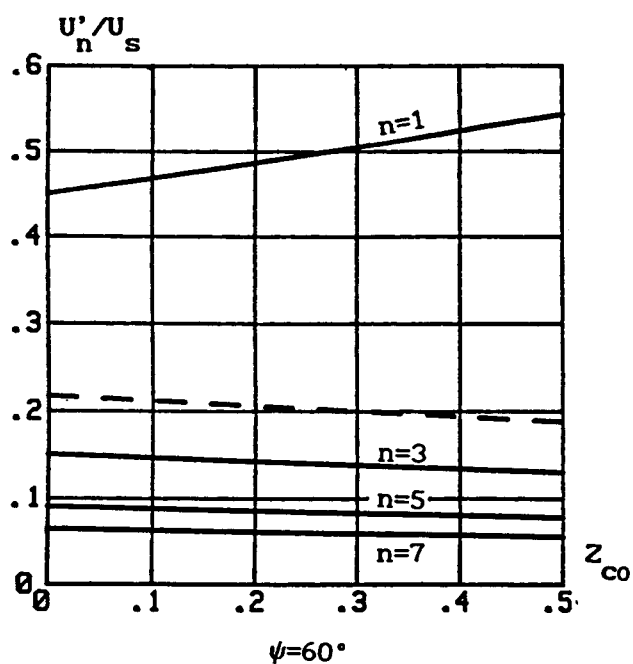
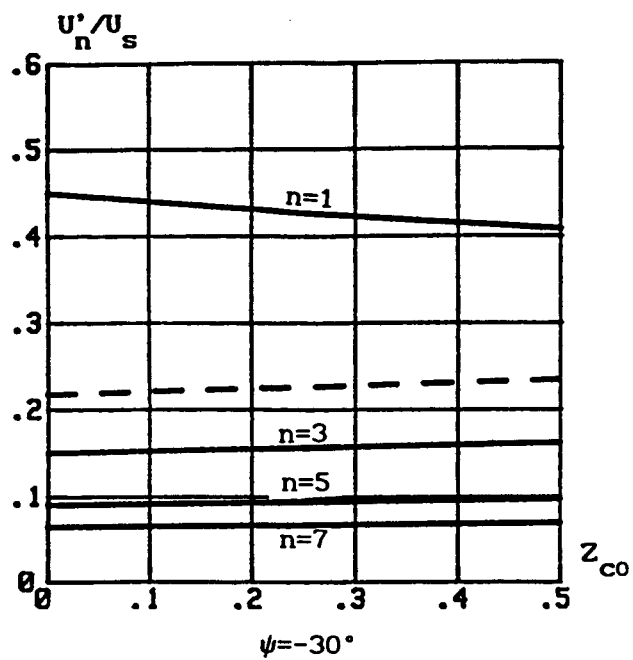
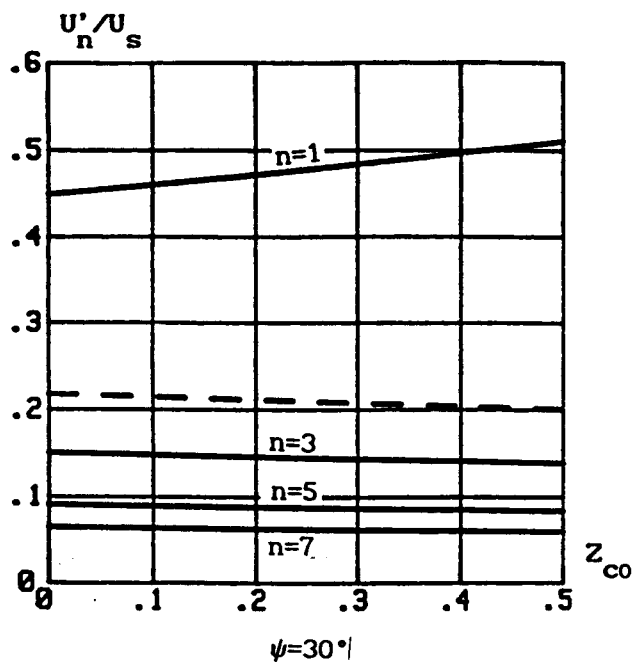


Fig. 2.9

Lorsque le déphasage ψ est négatif, la valeur efficace du fondamental décroît jusqu'à:

$$Z_{co} = - \frac{2 \sin \psi}{\left(\pi - \frac{4}{\pi}\right)}$$

puis elle se met à croître.

Pour les valeurs du déphasage ψ choisies et pour la plage de variations de Z_{co} adoptée ($0 \leq Z_{co} \leq 0.5$), on ne peut pas voir cette variation sur la figure 2.9. Par exemple, pour $\psi = -30^\circ$, on obtient $Z_{co} = 0.53$.

A l'inverse du fondamental, les valeurs efficaces des harmoniques croissent tout le temps en fonction de Z_{co} .

La figure 2.10 donne les variations de φ'_1 en fonction de ψ pour plusieurs valeurs données de Z_{co} .

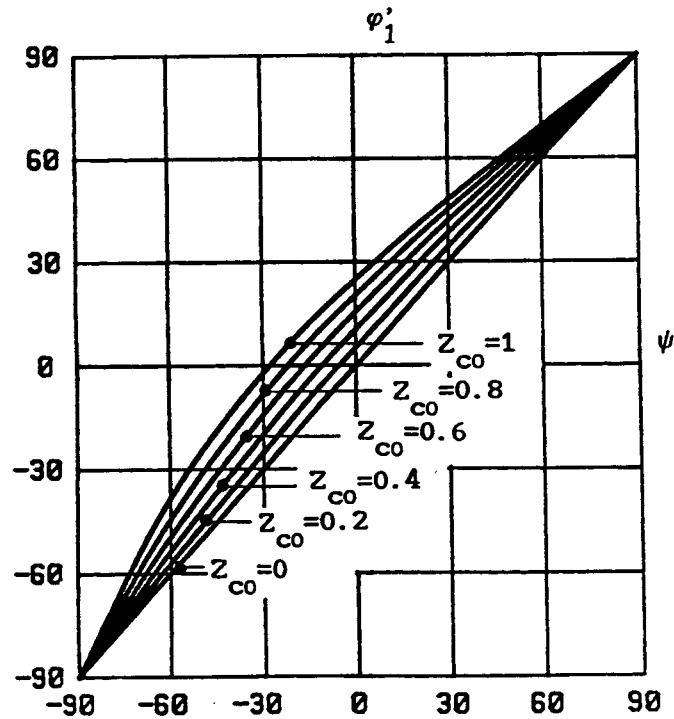


Fig. 2.10

D'après ces courbes, on voit que le retard de phase du courant de sortie i' par rapport au fondamental de u' augmente au fur et à mesure qu'on augmente Z_{co} . Plus Z_{co} est faible, plus φ'_1 est voisin de ψ .

Pour un récepteur capacitif ($\varphi'_1 < 0$), l'angle ψ est toujours négatif. Pour un récepteur inductif ($\varphi'_1 > 0$), l'angle ψ peut être positif ou négatif.

2.3. Prise en compte de l'inductance de filtrage

La structure à étudier dans cette partie est celle de la figure 2.2.

2.3.1. Paramètres caractéristiques

On caractérise le filtre d'entrée, formé par l'inductance L et le diviseur capacitif par deux paramètres k_f et k_i tels que :

$$k_f = \frac{\omega_f}{\omega} \quad \text{et} \quad k_i = \sqrt{L/C_{eq}} \frac{I'_m}{U_s}$$

avec

$$\omega_f = 1/\sqrt{LC_{eq}} \quad \text{et} \quad C_{eq} = C/2$$

2.3.2. Equations de fonctionnement

Du fait de la valeur finie de l'inductance L, le courant i_s n'est pas parfaitement lissé et présente une ondulation et par conséquent un contenu harmonique qu'on déterminera par la suite.

Nous allons établir en premier lieu les expressions du courant i_s et de la tension u, puis celles de uc_1 et uc_2 sachant que i_s et u ont une fréquence double de celle de uc_1 et uc_2 .

Expressions de la tension u et du courant i_s

Durant la première demi-période, ($0 < \theta < \pi$), l'interrupteur k_1 est fermé, k_2 est ouvert. On peut écrire les relations suivantes:

$$ic_1 = i_s - i' \quad \text{avec} \quad ic_1 = C\omega \frac{duc_1}{d\theta}$$

$$ic_2 = i_s \quad \text{avec} \quad ic_2 = C\omega \frac{duc_2}{d\theta}$$

L'équation différentielle qui lie le courant i_s aux tensions u et U_s est:

$$L\omega \frac{di_s}{d\theta} + u = U_s \quad (2.21)$$

En dérivant cette équation, on obtient:

$$L\omega \frac{d^2 i_s}{d\theta^2} + \frac{du}{d\theta} = 0 \quad (2.22)$$

On sait de plus que: $u = uc_1 + uc_2$

En dérivant u par rapport à l'angle θ et en multipliant les 2 termes de l'égalité par $C\omega$ on obtient:

$$\frac{du}{d\theta} = \frac{1}{C\omega} (2 i_s - i')$$

En remplaçant $du/d\theta$ par son expression dans la relation (2.22), on obtient l'équation différentielle donnant le courant i_s :

$$\frac{d^2 i_s}{d\theta^2} + k_f^2 i_s = \frac{1}{2} k_f^2 i'$$

L'intégration de cette équation différentielle nous donne l'expression du courant i_s :

$$i_s = A \cos k_f \theta + B \sin k_f \theta + \frac{1}{2} \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} I'_m \sin(\theta - \psi) \quad (2.23)$$

De l'expression de i_s , on déduit celle de u , en utilisant la relation 2.21.

$$u = U_s - L\omega_f \left[-A \sin k_f \theta + B \cos k_f \theta + \frac{1}{2} \frac{k_f}{k_f^2 - 1} I'_m \cos(\theta - \psi) \right] \quad (2.24)$$

A et B sont les constantes d'intégration à déterminer.

A l'instant origine, le courant i_s est égal à $i_s(0)$ et la tension u est égale à $u(0)$. On déduit donc que:

$$A = i_s(0) + \frac{1}{2} \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} I'_m \sin \psi$$

$$B = \frac{U_s - u(0)}{L\omega_f} - \frac{1}{2} \frac{k_f}{k_f^2 - 1} I'_m \cos \psi$$

Du fait que u et i sont périodiques de période π , on peut écrire que:

$$i_s(\pi) = i_s(0) \quad \text{et} \quad u(\pi) = u(0)$$

En utilisant les relations (2.23) et (2.24) et en écrivant ces 2 égalités, on obtient un système de 2 équations à 2 inconnues $i_s(0)$ et $u(0)$.

Ce système n'admet de solution que si la pulsation de fonctionnement est différente de la pulsation propre ω_f du filtre et si elle n'est pas un multiple pair de celle-ci ($k_f \neq 1$ et $k_f \neq 2n$ $n \in \mathbb{N}$)

Dans ce cas, on obtient :

$$i_s(0) = -\frac{1}{2} \frac{k_f}{k_f^2 - 1} I'_m \frac{\cos \psi}{\operatorname{tg} k_f \pi/2}$$

$$u(0) = U_s + L\omega_f \frac{1}{2} \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} I'_m \frac{\sin \psi}{\operatorname{tg} k_f \pi/2}$$

En remplaçant $i_s(0)$ et $u_s(0)$ par leurs expressions respectives dans celles de A et de B, on obtient :

$$A = I'_m \frac{1}{2} \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \left[-\frac{\cos \psi}{\operatorname{tg} k_f \frac{\pi}{2}} + k_f \sin \psi \right]$$

$$B = -I'_m \frac{1}{2} \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \left[\cos \psi + k_f \frac{\sin \psi}{\operatorname{tg} k_f \frac{\pi}{2}} \right]$$

Ainsi, les expressions de i_s et de u sont parfaitement déterminées.

Expressions de uc_1 et uc_2

Durant la demi-période ($0 < \theta < \pi$), on a:

$$\frac{duc_1}{d\theta} = \frac{1}{C\omega} (i_s - i') \quad (2.25)$$

et

$$\frac{duc_2}{d\theta} = \frac{1}{C\omega} i_s \quad (2.26)$$

En intégrant les équations différentielles (2.25) et (2.26), on obtient les expressions donnant uc_1 et uc_2 pendant cet intervalle:

$$uc_1 = uc_1(0) + \frac{1}{2} L\omega_f \left[A \sin k_f \theta + B(1 - \cos k_f \theta) \right] + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\frac{2 - k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \left[\cos \psi - \cos(\theta - \psi) \right] \quad (2.27)$$

et

$$uc_2 = uc_2(0) + \frac{1}{2} L\omega_f \left[A \sin k_f \theta + B(1 - \cos k_f \theta) \right] + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\frac{k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \left[\cos \psi - \cos(\theta - \psi) \right] \quad (2.28)$$

Durant la deuxième demi-période ($\pi < \theta < 2\pi$), on a:

$$\begin{aligned} ic_1 &= i_s \\ ic_2 &= i_s + i' \end{aligned} \quad (2.29)$$

On en déduit :

$$\frac{duc_1}{d\theta} = \frac{1}{C\omega} i_s \quad (2.30)$$

$$\frac{duc_2}{d\theta} = \frac{1}{C\omega} (i_s + i') \quad (2.31)$$

L'expression de i_s pendant cet intervalle se déduit de celle établie pour $\theta \in [0, \pi]$ en remplaçant θ par $\theta - \pi$:

$$i_s = A \cos k_f(\theta - \pi) + B \sin k_f(\theta - \pi) - \frac{1}{2} \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} I'_m \sin(\theta - \psi)$$

En intégrant les équations différentielles (2.30) et (2.31), on obtient les expressions de uc_1 et uc_2 sur cette demi-période :

$$uc_1 = uc_1(0) + \frac{1}{2} L\omega_f \left[A \sin k_f(\theta-\pi) + B (1-\cos k_f(\theta-\pi)) \right] + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\frac{k_f^2}{2(k_f^2-1)} \right) \cos(\theta-\psi) \\ + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\frac{2-k_f^2}{2(k_f^2-1)} \right) \cos \psi$$

$$uc_2 = uc_2(0) + \frac{1}{2} L\omega_f \left[A \sin k_f(\theta-\pi) + B (1-\cos k_f(\theta-\pi)) \right] + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\frac{2-k_f^2}{2(k_f^2-1)} \right) \cos(\theta-\psi) \\ + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\frac{k_f^2}{2(k_f^2-1)} \right) \cos \psi$$

Pour obtenir les expressions de $uc_1(0)$ et de $uc_2(0)$, on calcule les valeurs moyennes de uc_1 et uc_2 en fonction respectivement de $uc_1(0)$ et $uc_2(0)$. Sachant que ces valeurs moyennes sont égales à $U_s/2$, on déduit :

$$uc_1(0) = \frac{U_s}{2} + \frac{1}{2} \frac{I'_m}{C\omega} \left[\cos \psi - \frac{k_f}{1-k_f^2} \frac{\sin \psi}{\text{tg } k_f \pi/2} \right]$$

et

$$uc_2(0) = \frac{U_s}{2} - \frac{1}{2} \frac{I'_m}{C\omega} \left[\cos \psi + \frac{k_f}{1-k_f^2} \frac{\sin \psi}{\text{tg } k_f \pi/2} \right]$$

En remplaçant $uc_1(0)$ et $uc_2(0)$ par leurs expressions dans celles de uc_1 et uc_2 , on obtient :

* Pour $0 < \theta < \pi$:

$$uc_1 = \frac{U_s}{2} + \frac{1}{2} L\omega_f \left[A \sin k_f \theta - B \cos k_f \theta \right] - \frac{I'_m}{C\omega} \left(\frac{2-k_f^2}{2(k_f^2-1)} \right) \cos(\theta-\psi)$$

$$uc_2 = \frac{U_s}{2} + \frac{1}{2} L\omega_f \left[A \sin k_f \theta - B \cos k_f \theta \right] - \frac{I'_m}{C\omega} \left(\frac{k_f^2}{2(k_f^2-1)} \right) \cos(\theta-\psi)$$

* Pour $\pi < \theta < 2\pi$:

$$uc_1 = \frac{U_s}{2} + \frac{1}{2} L\omega_f \left[A \sin k_f(\theta-\pi) - B \cos k_f(\theta-\pi) \right] + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\frac{k_f^2}{2(k_f^2-1)} \right) \cos(\theta-\psi)$$

$$uc_2 = \frac{U_s}{2} + \frac{1}{2} L\omega_f \left[A \sin k_f(\theta-\pi) - B \cos k_f(\theta-\pi) \right] + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\frac{2-k_f^2}{2(k_f^2-1)} \right) \cos(\theta-\psi)$$

2.3.3. Emploi des valeurs réduites

En rapportant le courant i_s à la valeur maximale I'_m du courant de sortie et les tensions u , uc_1 , uc_2 à U_s , on obtient :

* Pour $0 < \theta < \pi$:

$$i_{s0} = A' \cos k_f \theta - B' \sin k_f \theta + \frac{1}{2} \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi)$$

et

$$u_0 = 1 - k_i \left[-A' \sin k_f \theta - B' \cos k_f \theta + \frac{1}{2} \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \cos(\theta - \psi) \right]$$

$$uc_{10} = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A' \sin k_f \theta + B' \cos k_f \theta + \frac{k_f(2 - k_f^2)}{2(k_f^2 - 1)} \cos(\theta - \psi) \right]$$

et

$$uc_{20} = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A' \sin k_f \theta + B' \cos k_f \theta + \frac{k_f^3}{2(k_f^2 - 1)} \cos(\theta - \psi) \right]$$

avec :

$$A' = \frac{1}{2} \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\frac{\cos \psi}{\operatorname{tg} k_f \pi/2} - k_f \sin \psi \right]$$

$$B' = \frac{1}{2} \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos \psi + k_f \frac{\sin \psi}{\operatorname{tg} k_f \pi/2} \right]$$

* Pour $\pi < \theta < 2\pi$:

$$uc_{10} = \frac{1}{2} + \frac{k_i}{2} \left[A' \sin k_f(\theta - \pi) - B' \cos k_f(\theta - \pi) + \frac{k_f^3}{2(k_f^2 - 1)} \cos(\theta - \psi) \right]$$

et

$$uc_{20} = \frac{1}{2} + \frac{k_i}{2} \left[A' \sin k_f(\theta - \pi) - B' \cos k_f(\theta - \pi) + \frac{k_f(2 - k_f^2)}{2(k_f^2 - 1)} \cos(\theta - \psi) \right]$$

A partir des expressions de i_s et i' on peut déduire celles de tous les autres courants. A partir des expressions des tensions uc_1 et uc_2 , on peut déduire celles de toutes les autres tensions.

Sachant que le paramètre k_i est proportionnel à I'_m , on déduit que l'ondulation des tensions uc_1 et uc_2 de part et d'autre de leur valeur moyenne $U_s/2$ augmente proportionnellement à la valeur maximale du courant de sortie. De même pour la tension u .

2.3.4. Formes d'ondes

Durant une période de fonctionnement 2π , les formes d'ondes :

- o de la tension uc_1 et du courant ic_1
- o de la tension uc_2 et du courant ic_2
- o de la tension u' et du courant i'
- o de la tension vk_1 et du courant ik_1
- o de la tension vk_2 et du courant ik_2
- o du courant i_s

rapportés à leurs grandeurs de normalisation sont données par la figure 2.12 pour $k_f=0.9$, $k_i=1$ et pour respectivement $\psi=30^\circ$ et -30° .

2.3.5 Caractéristiques du courant i_s

En utilisant le schéma équivalent suivant pour les harmoniques pairs :

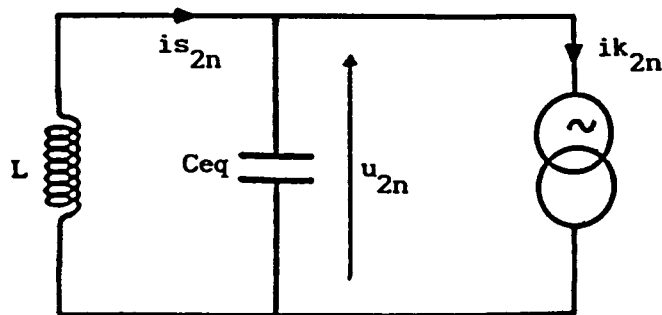


Fig. 2.11

on peut écrire que :

$$I_{s2n} = Ik_{2n} \frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{2n}{k_f} \right)^2 \right|}$$

Les harmoniques pairs du courant ik_1 sont identiques à ceux du courant ik_2 . On désigne par ik_{2n} , le courant harmonique de rang $2n$ de ik_1 et/ou ik_2 .

La valeur efficace Ik_{2n} de cet harmonique s'obtient à partir de:

$$Ik_{2n} \sqrt{2} = \sqrt{A_{2n}^2 + B_{2n}^2}$$

avec :

$$A_{2n} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi I'_m \sin(\theta - \psi) \sin 2n\theta \, d\theta$$

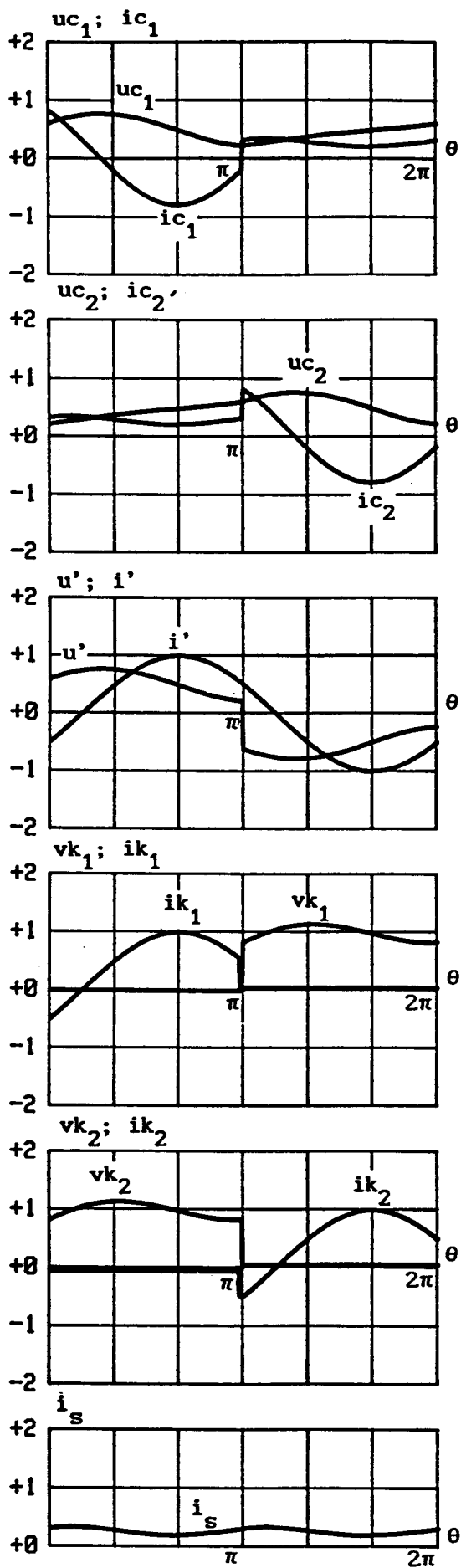
$$B_{2n} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi I'_m \sin(\theta - \psi) \cos 2n\theta \, d\theta$$

On obtient :

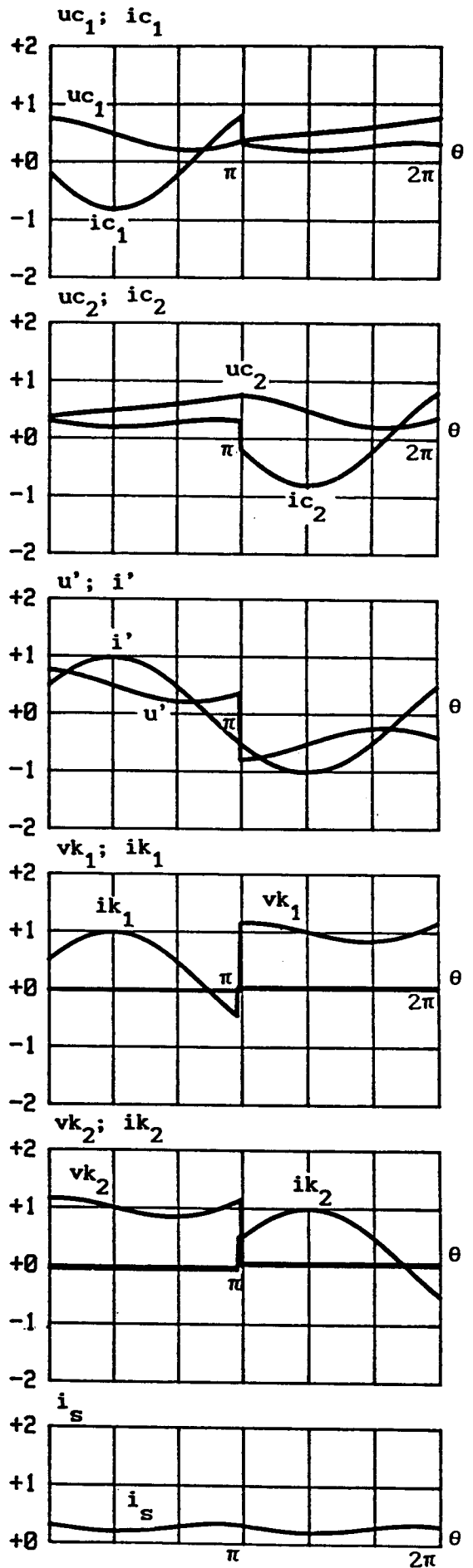
$$A_{2n} = \frac{I'_m}{\pi} \sin\psi \left[\frac{4n}{1 - (2n)^2} \right]$$

et

$$B_{2n} = \frac{I'_m}{\pi} \cos\psi \left[\frac{2}{1 - (2n)^2} \right]$$



$\psi=30^\circ$



$\psi=-30^\circ$

$k_f=0.9; k_i=1$

Fig. 2.12

On en déduit donc la valeur efficace I_{s2n} de l'harmonique $2n$ du courant i_s rapporté à I'_m :

$$\frac{I_{s2n}}{I'_m} = \frac{2\sqrt{2}}{\left|1 - \left(\frac{2n}{k_f}\right)^2\right|} \left(\frac{1}{\pi} \frac{1}{1 - (2n)^2} \right)^2 \left[\cos^2\psi + 4n^2 \sin^2\psi \right]$$

Ces expressions sont les mêmes pour ψ et $-\psi$.

La figure 2.13 donne les variations des valeurs efficaces réduites des harmoniques 2, 4 et 6 du courant i_s en fonction de k_f pour respectivement ψ égal à 0° , 30° , 60° et 90° .

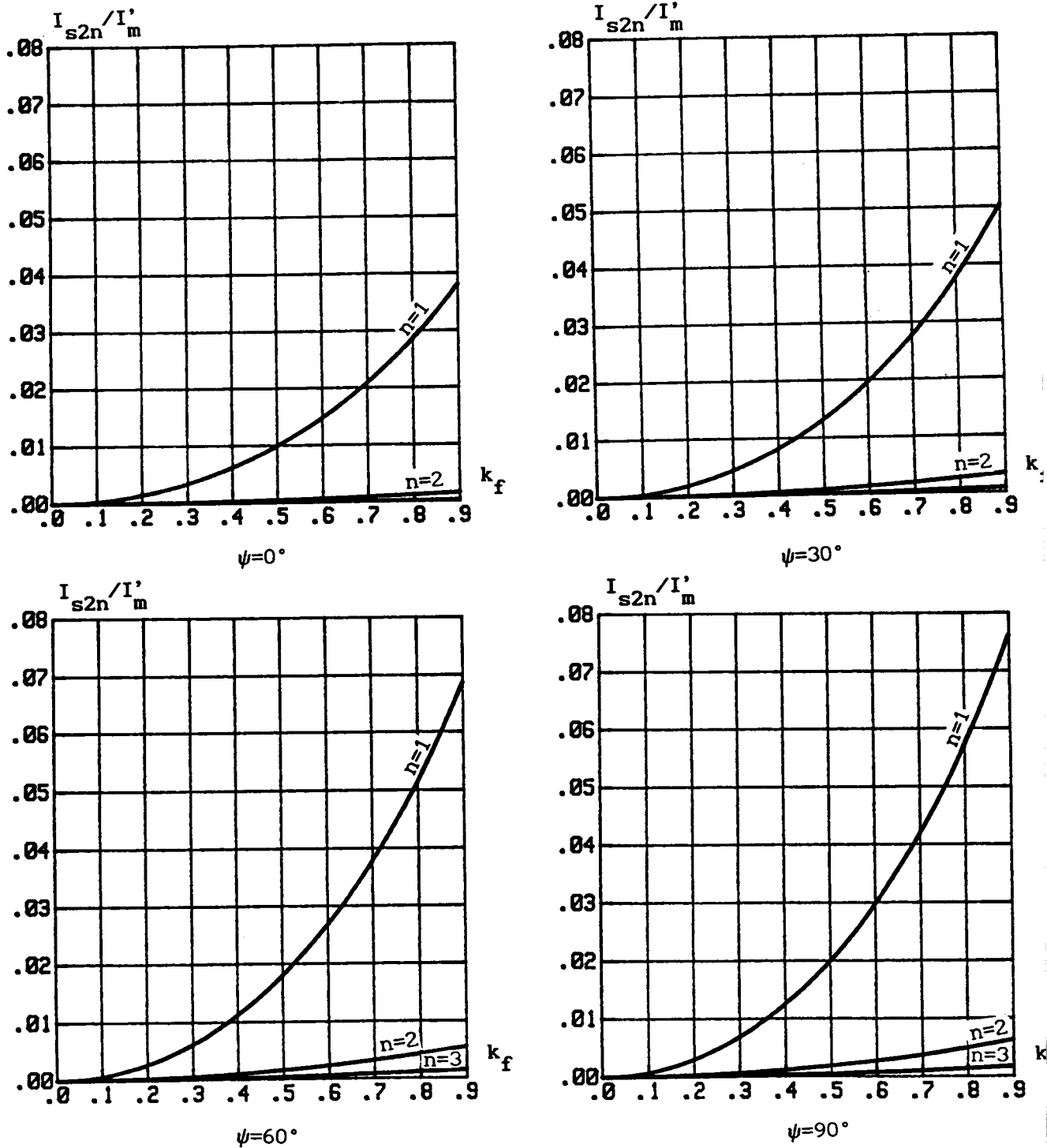


Fig. 2.13

Ces valeurs efficaces augmentent au fur et à mesure que le déphasage ψ augmente.

La figure 2.14 donne les variations de l'ondulation Δi_s du courant i_s rapporté à I'_m , en fonction de k_f pour plusieurs valeurs du déphasage ψ .

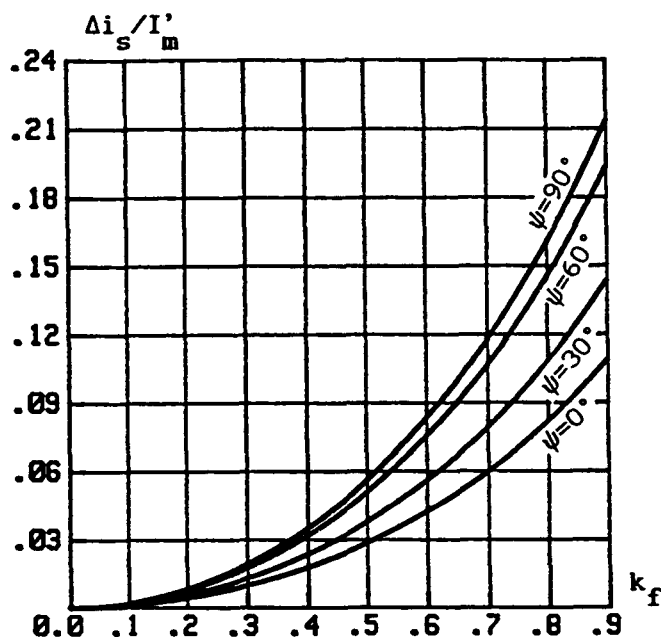


Fig. 2.14

Cette ondulation est la même pour ψ et $-\psi$. Pour une valeur donnée de k_f , elle est maximale pour $|\psi|=90^\circ$. L'ondulation $\Delta i_s / I'_m$ augmente avec k_f .

Pour une même valeur de k_f , cette ondulation est égale à la moitié de celle obtenue pour l'onduleur en pont. Ceci veut dire que, en appelant L et C les éléments du filtre de l'onduleur en pont:

- si on utilise une inductance $2L$ et deux condensateurs C pour l'onduleur en demi-pont, l'ondulation du courant i_s sera divisée par 2
 - si on utilise une inductance L et deux condensateurs C, cette ondulation sera la même
- pour un courant de sortie donné.

2.3.6. Caractéristiques des tensions uc_1 et uc_2

Les tensions uc_1 et uc_2 ont la même fréquence que celle des grandeurs de sortie. L'ondulation relative de ces deux tensions augmente proportionnellement à k_f . Les variations de cette ondulation rapportée à k_f , en fonction de k_f et pour plusieurs valeurs de ψ , sont données par la figure 2.15. Cette ondulation est la même pour ψ et $-\psi$.

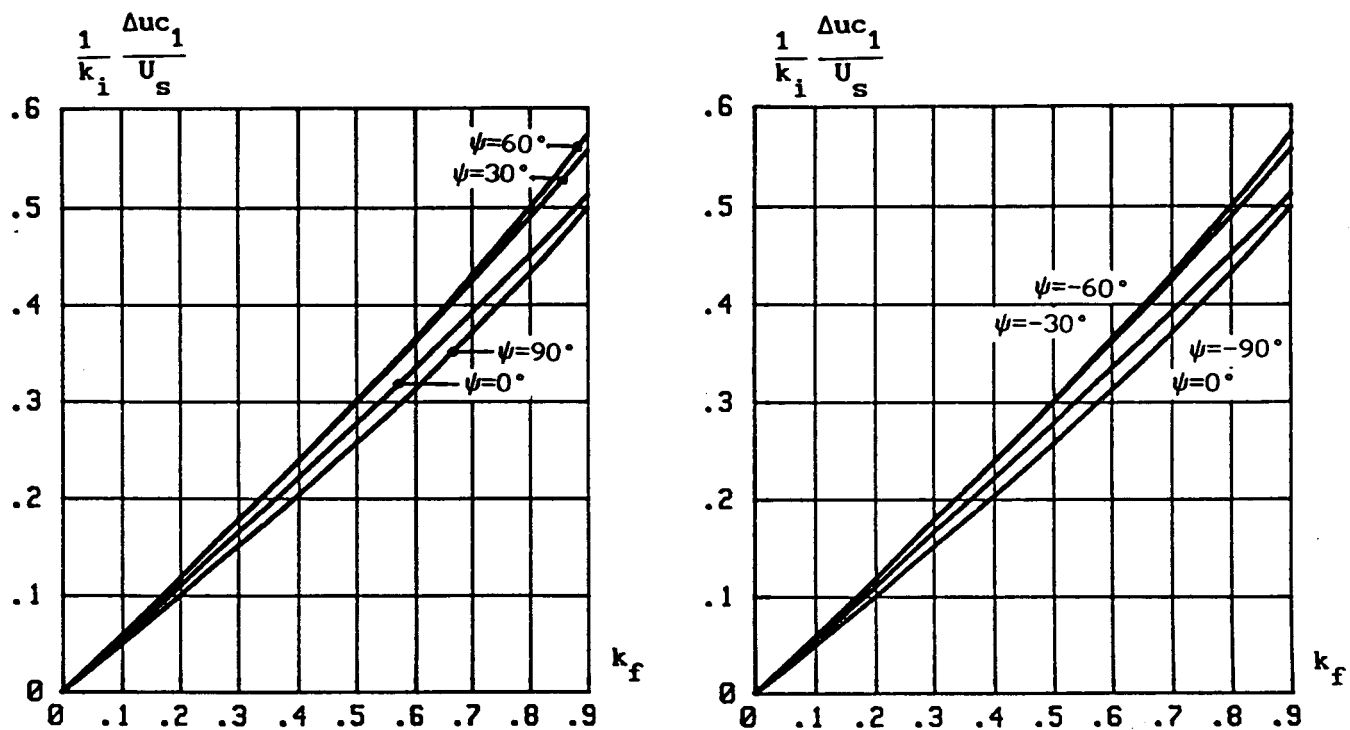


Fig. 2.15

2.3.7. Caractéristiques de la tension de sortie u'

La tension de sortie u' est périodique de période 2π . Elle est égale à u_{c1} durant la première demi-période et à $-u_{c2}$ durant le reste de la période. Du fait que u_{c1} et u_{c2} ont les mêmes allures mais décalées de π , on déduit que l'alternance positive de u' reproduit au signe près son alternance négative. Comme dans le cas où l'inductance est infinie, la tension u' peut s'écrire sous la forme :

$$u' = \sum_{k=0}^{\infty} U'_{2k+1} \sqrt{2} \sin\left((2k+1)\theta - \psi'_{2k+1}\right)$$

- La valeur efficace normalisée de la tension u' est donnée par :

$$U_0'^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2\pi} k_i k_f \sin \psi$$

$$+ \frac{k_i^2}{4\pi} \left\{ \begin{aligned} & \left((A^2+B^2) \frac{\pi}{2} + \frac{1}{4k_f} \sin 2k_f \pi [B^2-A^2] + \left[k_f \left(\frac{2-k_f^2}{2(k_f^2-1)} \right) \right]^2 \frac{\pi}{2} \right. \\ & -A B \left(\frac{1-2\cos k_f \pi}{2k_f} \right) + B k_f \left(\frac{2-k_f^2}{2(k_f^2-1)} \right) \left\{ \frac{1}{k_f+1} [\sin \psi - \sin(k_f \pi - \psi)] \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{k_f-1} [\sin \psi + \sin(k_f \pi + \psi)] \right\} \right. \\ & \left. -A k_f \left(\frac{2-k_f^2}{2(k_f^2-1)} \right) \left\{ \frac{1}{k_f+1} [\cos \psi + \cos(k_f \pi - \psi)] + \frac{1}{k_f-1} [\cos \psi + \cos(k_f \pi + \psi)] \right\} \right\} \end{aligned} \right.$$

- La valeur efficace normalisée U'_{10} du fondamental de u' s'obtient à partir de:

$$U'_{10} \sqrt{2} = \sqrt{A_1'^2 + B_1'^2}$$

avec :

$$A_1' = \frac{2}{\pi} - \frac{1}{\pi} \frac{k_i}{1-k_f^2} \left[-A' \sin k_f \pi + B' (1 + \cos k_f \pi) + \frac{\pi}{4} k_f (k_f^2 - 2) \sin \psi \right]$$

et

$$B_1' = -\frac{1}{\pi} \frac{k_i k_f}{1-k_f^2} \left[A' (1 + \cos k_f \pi) + B' \sin k_f \pi + \frac{\pi}{4} (k_f^2 - 2) \cos \psi \right]$$

- Le déphasage du courant de sortie i' par rapport au fondamental de la tension de sortie u' est donné par:

$$\varphi_1' = \psi - \psi_1'$$

- Les valeurs efficaces normalisées U'_{no} des différents harmoniques impairs de rang $n=2k+1$ s'obtiennent à partir de:

$$U'_n \sqrt{2} = \sqrt{A_n'^2 + B_n'^2}$$

avec :

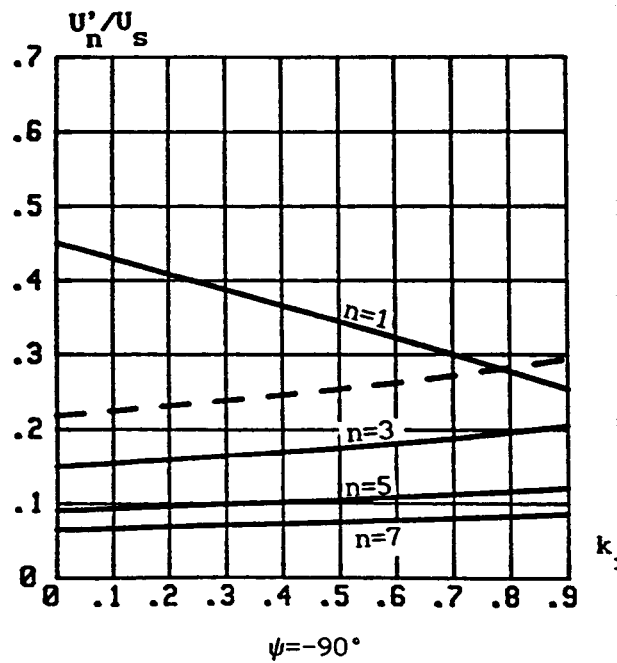
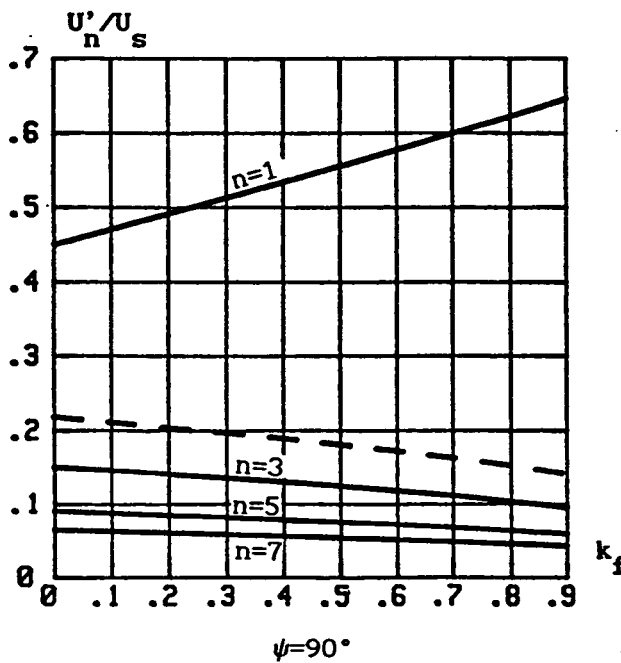
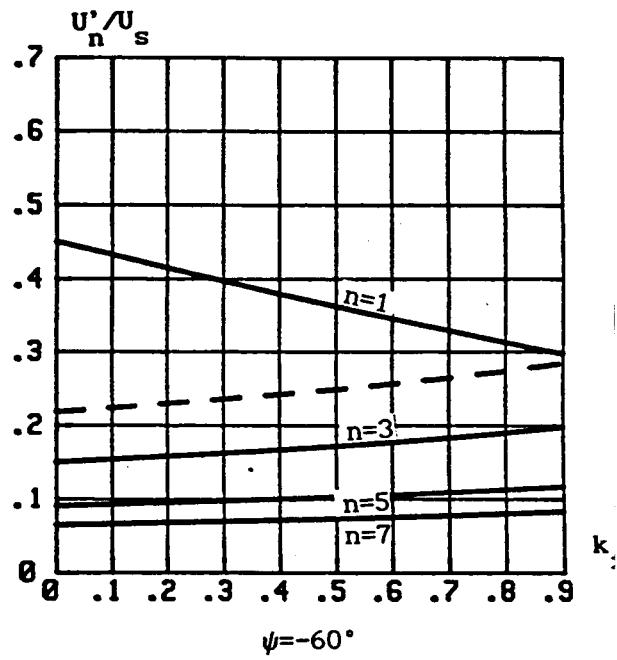
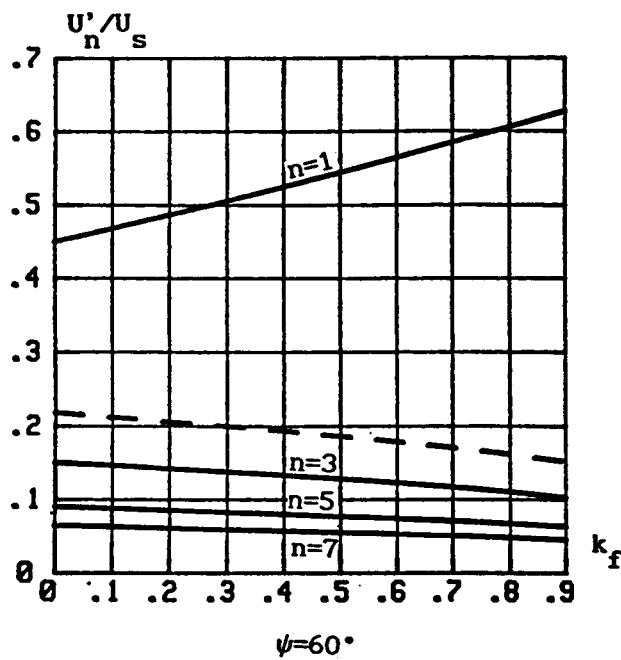
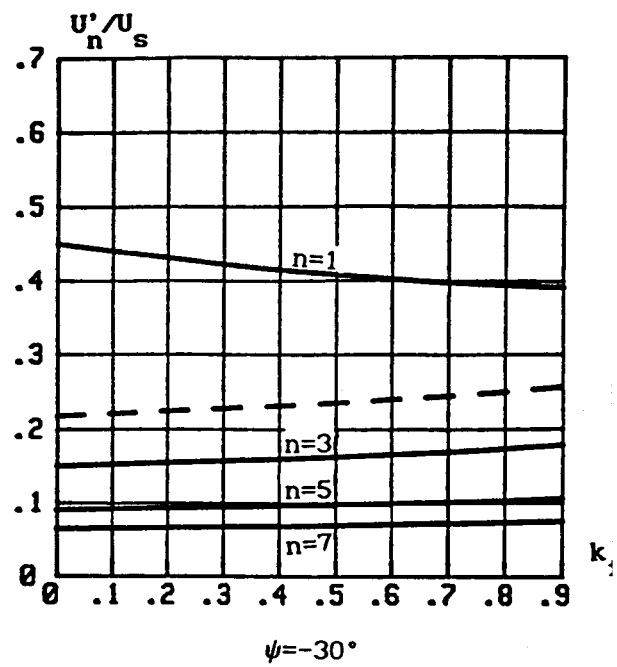
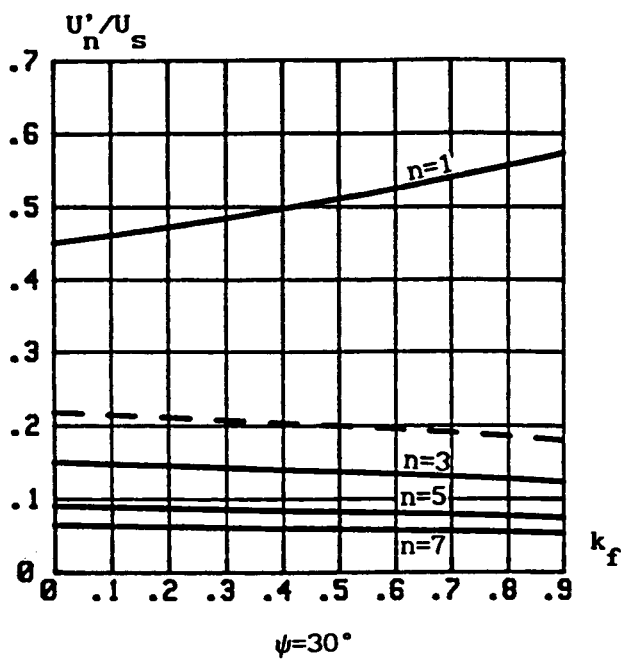
$$A_n' = \frac{2}{n\pi} - \frac{k_i}{\pi} \frac{n}{n^2-k_f^2} \left[-A' \sin k_f \pi + B' (1 + \cos k_f \pi) \right]$$

$$B_n' = -\frac{1}{\pi} \frac{k_i k_f}{n^2-k_f^2} \left[A' (1 + \cos k_f \pi) + B' \sin k_f \pi \right]$$

- La somme quadratique des harmoniques τ_u , rapportée à U_s est définie par :

$$\tau_u = \sqrt{U_0'^2 - U'_{10}^2}$$

La figure 2.16 donne l'évolution des valeurs efficaces réduites du fondamental et des trois premiers harmoniques du développement en série de u'



$k_i=1$

Fig. 2.16

ainsi que la somme quadratique de ces harmoniques en fonction de k_f , pour $k_i=1$ et pour ψ successivement égal à $\pm 30^\circ$, $\pm 60^\circ$ et $\pm 90^\circ$

Les figures 2.17 et 2.18 donnent l'évolution des mêmes grandeurs en fonction du déphasage ψ , pour respectivement $k_f=0.9$, $k_i=0.5$ et $k_f=0.9$, $k_i=1$.

Pour des valeurs données de k_f et k_i le taux d'harmoniques est le plus faible pour $\psi=90^\circ$ mais pour cette valeur du déphasage, il n'y a pas de puissance active fournie par la source d'alimentation à la charge.

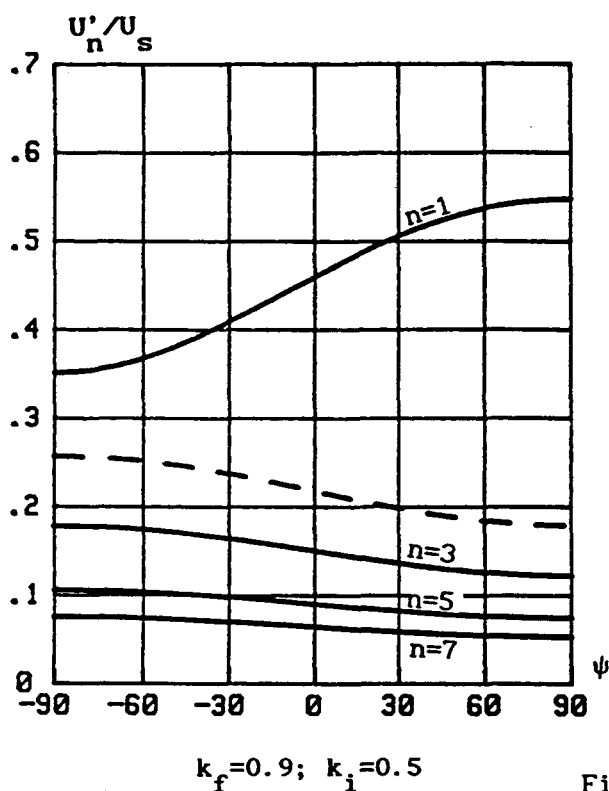


Fig. 2.17

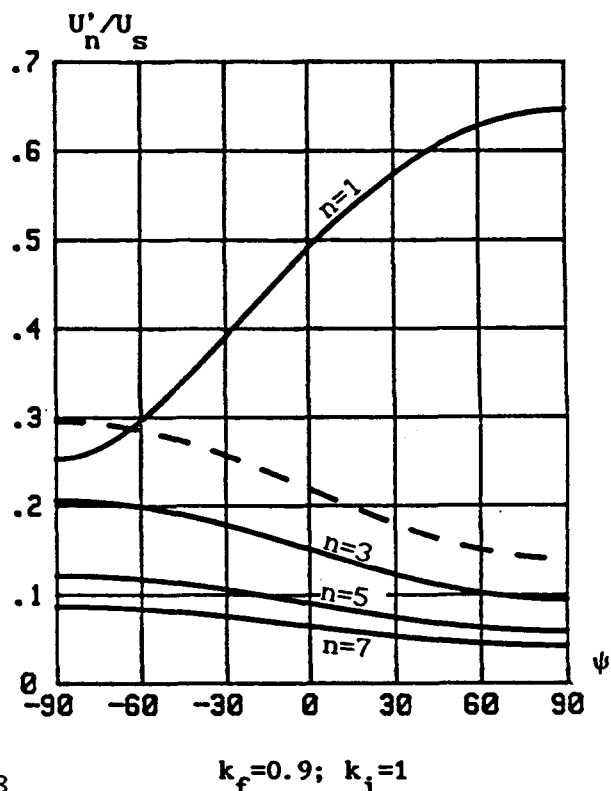


Fig. 2.18

Comme pour l'onduleur en pont déjà étudié, on constate que dans la plage de variations choisie pour k_f et pour les valeurs positives du déphasage ψ , la valeur efficace augmente avec k_f alors que les valeurs efficaces des harmoniques diminuent. Par conséquent, le taux d'harmoniques diminue aussi.

Pour les valeurs négatives de ψ , c'est le phénomène inverse qui se produit: la valeur efficace du fondamental diminue et les valeurs efficaces des harmoniques augmentent, ce qui entraîne une augmentation du taux d'harmoniques.

Une telle évolution de la valeur efficace du fondamental peut s'expliquer d'après les tracés des ondes de u' . En effet quand ψ tend vers 90° , le maximum de u se décale vers $\pi/2$ et correspond au milieu de l'alternance positive de

u' : le fondamental de u' est alors maximum. Quand ψ tend vers -90° , le minimum de u se décale vers $\pi/2$ et correspond au milieu de l'alternance positive de u' : le fondamental de u' est alors minimum.

Remarque

On peut faire les mêmes observations que pour l'onduleur en pont:

■ Dans le but de diminuer le taux d'harmoniques et pour des déphasages ψ positifs, on peut se permettre d'utiliser un filtre d'entrée dont les éléments ont des valeurs peu élevées, alors que pour les déphasages négatifs, on a intérêt à avoir des éléments dont les valeurs sont les plus élevées possible.

D'un autre côté, la valeur du condensateur ne doit pas être trop faible du fait que la valeur efficace du courant qui le traverse augmente avec Z_{C0} .

Variations du déphasage:

La figure 2.19 donne les variations du déphasage φ'_1 en fonction de ψ pour k_i successivement égal à 1 et 2 et pour plusieurs valeurs de k_f .

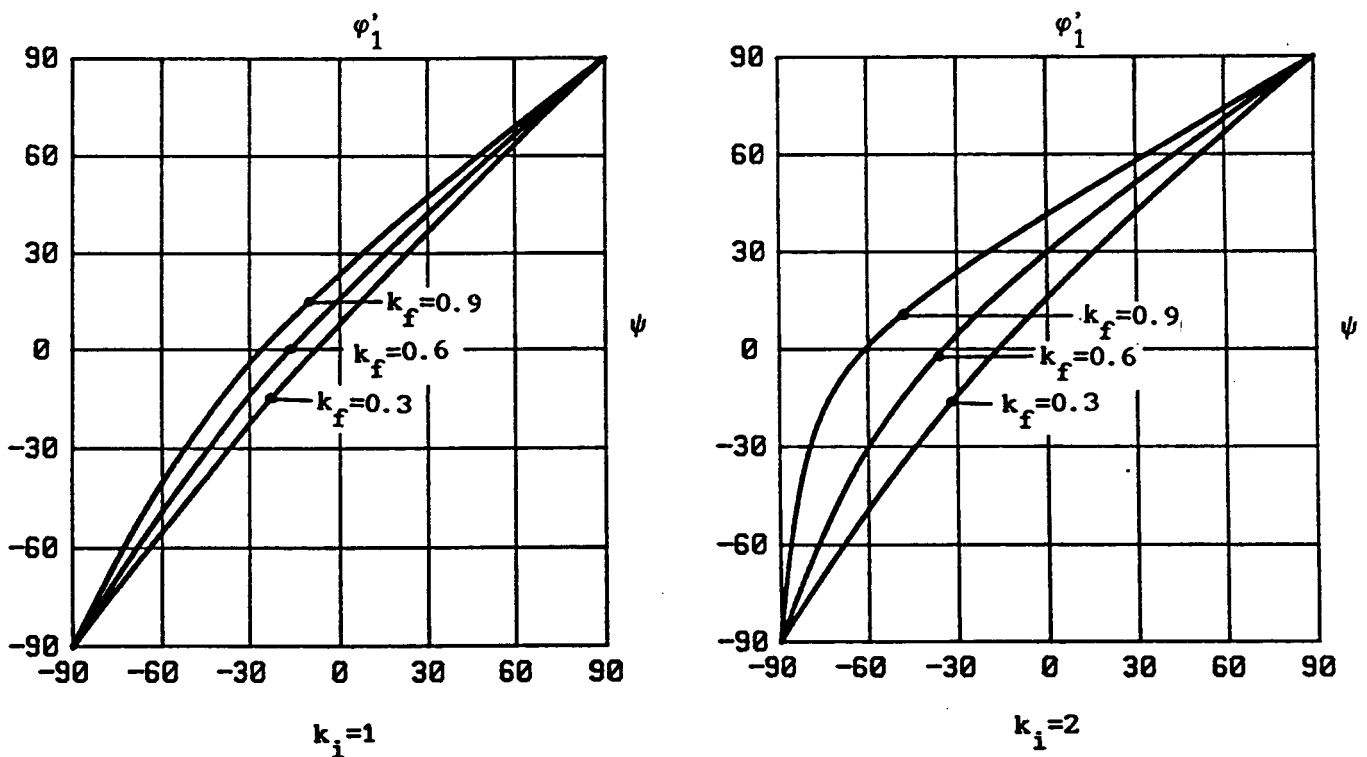


Fig.2.19

3. Commande par M.L.I

3.1. Rappels sur la M.L.I. pour un onduleur en demi-pont idéal

La structure idéale est celle de la figure 2.1 en supposant que les condensateurs C_1 et C_2 ont une capacité infinie. Par conséquent lorsque k_1 est fermé, $u' = +U/2$ et lorsque k_2 est fermé, $u' = -U/2$.

On se limitera au cas de la modulation calculée. En modulation calculée, on caractérise la tension de sortie u' par:

- le nombre de trous par alternance c , c'est-à-dire le nombre d'intervalles à u' égal à $-U/2$ pendant l'alternance positive, à u' égal à $+U/2$ pendant l'alternance négative. Dans le cas de la figure 2.20, l'onde de u' comporte 3 trous par alternance.

- la valeur efficace U'_1 du fondamental rapportée à la valeur efficace $\sqrt{2} U_s/\pi$ qu'on aurait si u' était formé à chaque alternance d'un seul créneau de largeur angulaire π . On désigne par r' le rapport $U'_1/(\sqrt{2}U_s/\pi)$.

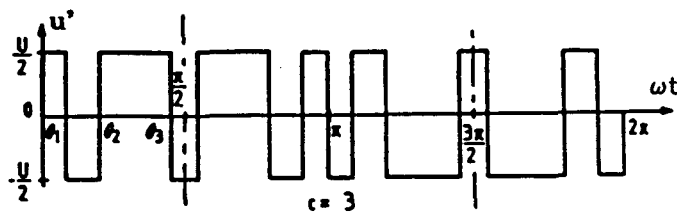


Fig. 2.20

Pour déterminer la largeur des c trous, on dispose de c angles de commutation $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_c$ tels que $0 < \theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_c < \frac{\pi}{2}$. En modulation calculée ces angles sont obtenus par la résolution d'un système de c équations à c inconnues $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_c$. La première équation donne la valeur U'_1 du fondamental désirée. Les $c-1$ autres traduisent l'annulation des $c-1$ premiers harmoniques impairs.

Sachant que la valeur efficace du fondamental et celles des divers harmoniques impairs de u' sont données par la relation:

$$U'_n = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \left(\frac{1}{2} - \cos n\theta_1 + \cos n\theta_2 - \cos n\theta_3 + \dots + (-1)^{c-1} \cos n\theta_c \right)$$

Le système à résoudre sera:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} - \cos\theta_1 + \cos\theta_2 - \cos\theta_3 + \dots + (-1)^{c-1} \cos\theta_c = r' \\ \frac{1}{2} - \cos 3\theta_1 + \cos 3\theta_2 - \cos 3\theta_3 + \dots + (-1)^{c-1} \cos 3\theta_c = 0 \\ \vdots \\ \frac{1}{2} - \cos(2c-1)\theta_1 + \cos(2c-1)\theta_2 - \dots + (-1)^{c-1} \cos(2c-1)\theta_c \end{cases} \quad (2.32)$$

Le premier harmonique qui apparaît est celui de rang $2c+1$.

Comme pour l'onduleur en pont, on va mettre en évidence les modifications apportées aux formes d'ondes des principales grandeurs caractéristiques, à la composition spectrale de la tension de sortie u' et celle du courant d'entrée i_s lorsqu'on branche un filtre entre la source d'alimentation et l'onduleur, en gardant pour les angles de commutation les valeurs calculées en faisant l'hypothèse d'une tension d'entrée parfaitement constante.

En premier lieu, on étudiera la structure de la figure 2.3 où on considère que l'inductance L du filtre est infinie et que seuls les condensateurs C_1 et C_2 ont des valeurs finies, puis la structure donnée par la figure 2.2 où tous les éléments du filtre ont des valeurs finies.

3.2. Inductance de filtrage infinie

3.2.1. Equations de fonctionnement

Vu les symétries de la structure étudiée, la tension u à l'entrée de l'onduleur a une fréquence double de celle des grandeurs de sortie u' et i' . Les tensions uc_1 et uc_2 sont à la même fréquence f . Le courant I_s est constant

Dans le cas particulier où l'onde de u' comporte 3 trous par alternance, on va établir les expressions donnant les tensions uc_1 et uc_2 et les courants I_s , ic_1 et ic_2 , ce qui nous permettra de détailler la démarche du calcul. Les mêmes expressions ont été calculées pour $c=4$ et $c=5$ mais ne sont pas reproduites à cause de leur longueur. A partir de ces cas particuliers, nous établirons les expressions généralisables à n'importe quelle valeur de c .

Durant une période T , il y a $4c+1$ intervalles de fonctionnement. Selon l'intervalle de fonctionnement, soit k_1 soit k_2 conduit.

■ Si k_1 conduit, on peut écrire:

$$\begin{aligned} ic_1 &= I_s - i' \\ ic_2 &= I_s \end{aligned} \quad (2.33)$$

avec:

$$ic_1 = C\omega \frac{duc_1}{d\theta} \quad \text{et} \quad ic_2 = C\omega \frac{duc_2}{d\theta}$$

On en déduit les équations différentielles donnant uc_1 et uc_2 :

$$\frac{duc_1}{d\theta} = \frac{1}{C\omega} (I_s - i') \quad (2.34)$$

$$\frac{duc_2}{d\theta} = \frac{1}{C\omega} I_s \quad (2.35)$$

Le condensateur C_2 se charge à courant constant I_s .

La tension de sortie u' est égale à uc_1 .

■ Si k_2 conduit, on peut écrire:

$$ic_1 = I_s \quad \text{et} \quad ic_2 = I_s + i'$$

Les équations différentielles donnant uc_1 et uc_2 deviennent:

$$\frac{duc_1}{d\theta} = \frac{1}{C\omega} I_s \quad (2.36)$$

$$\frac{duc_2}{d\theta} = \frac{1}{C\omega} (I_s + i') \quad (2.37)$$

Dans ce cas c'est le condensateur C_1 qui est chargé à courant constant.

La tension de sortie u' est égale à $-uc_2$.

3.2.2. Expressions des tensions uc_1 et uc_2

La symétrie de la loi de commande entraîne que:

$$uc_1(\theta) = uc_2(\theta + \pi)$$

$$uc_2(\theta) = uc_1(\theta + \pi)$$

On établira les expressions analytiques de uc_1 et uc_2 dans chaque intervalle de fonctionnement entre 0 et π .

* Pour $0 < \theta < \theta_1$: k_1 fermé, k_2 ouvert

L'intégration des équations différentielles (2.34) et (2.35) entre 0 et θ_1 nous donne:

$$uc_1 = uc_1(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\cos(\theta - \psi) - \cos \psi \right) \quad (2.38)$$

et

$$uc_2 = uc_2(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta$$

* Pour $\theta_1 < \theta < \theta_2$: k_1 ouvert, k_2 fermé

En intégrant les équations différentielles (2.36) et (2.37) entre θ_1 et θ_2 , on obtient:

$$uc_1 = uc_1(\theta_1) + \frac{I_s}{C\omega} (\theta - \theta_1) \quad (2.39)$$

et

$$uc_2 = uc_2(\theta_1) + \frac{I_s}{C\omega} (\theta - \theta_1) + \frac{I'_m}{C\omega} \left(-\cos(\theta - \psi) + \cos(\theta_1 - \psi) \right)$$

En utilisant la continuité de uc_1 et uc_2 en $\theta = \theta_1$, on peut écrire d'après les relations (2.38) que:

$$uc_1(\theta_1) = uc_1(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta_1 + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\cos(\theta_1 - \psi) - \cos \psi \right)$$

et

$$uc_2(\theta_1) = uc_2(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta_1$$

En remplaçant $uc_1(\theta_1)$ et $uc_2(\theta_1)$ par leurs expressions dans celles de uc_1

et uc_2 , on obtient :

$$uc_1 = uc_1(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left(-\cos \psi + \cos(\theta_1 - \psi) \right)$$

et

$$uc_2 = uc_2(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left(-\cos(\theta - \psi) + \cos(\theta_1 - \psi) \right)$$

En suivant la même démarche pour les intervalles suivants on obtient :

* Pour $\theta_2 < \theta < \theta_3$: k_1 fermé, k_2 ouvert

$$uc_1 = uc_1(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\cos(\theta - \psi) - \cos \psi + \cos(\theta_1 - \psi) - \cos(\theta_2 - \psi) \right)$$

et

$$uc_2 = uc_2(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\cos(\theta_1 - \psi) - \cos(\theta_2 - \psi) \right)$$

* Pour $\theta_3 < \theta < \pi - \theta_3$: k_1 ouvert, k_2 fermé

$$uc_1 = uc_1(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left(-\cos \psi + \cos(\theta_1 - \psi) - \cos(\theta_2 - \psi) + \cos(\theta_3 - \psi) \right)$$

et

$$uc_2 = uc_2(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left(-\cos(\theta - \psi) + \cos(\theta_1 - \psi) - \cos(\theta_2 - \psi) + \cos(\theta_3 - \psi) \right)$$

* Pour $\pi - \theta_3 < \theta < \pi - \theta_2$: k_1 fermé, k_2 ouvert

$$uc_1 = uc_1(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\cos(\theta - \psi) - \cos \psi + \cos(\theta_1 - \psi) - \cos(\theta_2 - \psi) + \cos(\theta_3 - \psi) + \cos(\theta_3 + \psi) \right)$$

et

$$uc_2 = uc_2(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\cos(\theta_1 - \psi) - \cos(\theta_2 - \psi) + \cos(\theta_3 - \psi) + \cos(\theta_3 + \psi) \right)$$

* Pour $\pi - \theta_2 < \theta < \pi - \theta_1$: k_1 ouvert, k_2 fermé

$$uc_1 = uc_1(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left(-\cos \psi + \cos(\theta_1 - \psi) - \cos(\theta_2 - \psi) + \cos(\theta_3 - \psi) + \cos(\theta_3 + \psi) - \cos(\theta_2 + \psi) \right)$$

et

$$uc_2 = uc_2(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left(-\cos(\theta - \psi) + \cos(\theta_1 - \psi) - \cos(\theta_2 - \psi) + \cos(\theta_3 - \psi) + \cos(\theta_3 + \psi) - \cos(\theta_2 + \psi) \right)$$

* Pour $\pi - \theta_1 < \theta < \pi$: k_1 fermé, k_2 ouvert

$$uc_1 = uc_1(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\cos(\theta - \psi) - \cos \psi + \cos(\theta_1 - \psi) - \cos(\theta_2 - \psi) + \cos(\theta_3 - \psi) + \cos(\theta_3 + \psi) - \cos(\theta_2 + \psi) + \cos(\theta_1 + \psi) \right)$$

$$uc_2 = uc_2(0) + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I'_m}{C\omega} \left(\cos(\theta_1 - \psi) - \cos(\theta_2 - \psi) + \cos(\theta_3 - \psi) \right. \\ \left. + \cos(\theta_3 + \psi) - \cos(\theta_2 + \psi) + \cos(\theta_1 + \psi) \right)$$

On a déjà déterminé l'expression de I_s . Il reste à établir les expressions de $uc_1(0)$ et de $uc_2(0)$, pour que les expressions de uc_1 et uc_2 soient parfaitement définies. Pour cela, on calcule la valeur moyenne de uc_1 en fonction de $uc_1(0)$, celle de uc_2 en fonction de $uc_2(0)$. Sachant que ces valeurs moyennes sont égales à $U_s/2$, on déduit :

$$uc_1(0) = \frac{U_s}{2} - \frac{I'_m}{C\omega} \left[\left[\frac{1}{2} \cos \psi + \frac{1}{\pi} \sin \psi \right] \left[1 + 2 \sum_{m=1}^3 (-1)^m \cos \theta_m \right] \right. \\ \left. + \frac{2}{\pi} \sin \psi \left[\sum_{m=1}^3 (-1)^m \theta_m \sin \theta_m \right] - \cos \psi - \sum_{m=1}^3 (-1)^m \cos(\theta_m - \psi) \right]$$

et

$$uc_2(0) = uc_1(0) - \frac{I'_m}{C\omega} \cos \psi$$

Les expressions de u se déduisent en faisant la somme de uc_1 et uc_2 .

En utilisant le fait que u est périodique de période π , on peut écrire que $u(\pi) = u(0)$. A partir de cette égalité on déduit l'expression du courant I_s :

$$I_s = \frac{I'_m}{\pi} \left[1 - 2\cos\theta_1 + 2\cos\theta_2 - 2\cos\theta_3 \right] \cos\psi$$

3.2.3. Expressions générales

Sur une demi-période de fonctionnement, nous allons établir les expressions générales des tensions uc_1 et uc_2 et du courant I_s , sachant que les autres tensions et courants se déduisent de ceux-ci.

On désigne par θ_0 , l'angle à l'origine de valeur nulle.

Dans le cas où la tension de sortie u' est formée de c trous par alternance, les expressions normalisées de uc_1 et uc_2 sont :

$$* \text{ Pour } \theta_{k-1} < \theta < \theta_k : \quad 1 \leq k < c$$

■ k impair :

$$uc_{10} = \frac{1}{2} - \frac{Z_{c0}}{2} \left[F - \sum_{m=k}^c (-1)^m \cos(\theta_m - \psi) - I_{s0} \theta - \cos(\theta - \psi) \right]$$

$$uc_{20} = \frac{1}{2} - \frac{Z_{c0}}{2} \left[F - \sum_{m=k}^c (-1)^m \cos(\theta_m - \psi) - I_{s0} \theta \right]$$

■ k pair :

$$uc_{10} = \frac{1}{2} - \frac{Z_{c0}}{2} \left[F - \sum_{m=k}^c (-1)^m \cos(\theta_m - \psi) - I_{s0} \theta \right]$$

$$uc_{20} = \frac{1}{2} - \frac{Z_{c0}}{2} \left[F - \sum_{m=k}^c (-1)^m \cos(\theta_m - \psi) - I_{s0} \theta + \cos(\theta - \psi) \right]$$

* Pour $\theta < \theta < \pi - \theta$:

■ c impair:

$1 \leq k < c$

$$uc_{10} = \frac{1}{2} - \frac{Z_{c0}}{2} \left[F - I_{s0} \theta \right]$$

$$uc_{20} = \frac{1}{2} - \frac{Z_{c0}}{2} \left[F - I_{s0} \theta + \cos(\theta - \psi) \right]$$

■ c pair:

$$uc_{10} = \frac{1}{2} - \frac{Z_{c0}}{2} \left[F - I_{s0} \theta - \cos(\theta - \psi) \right]$$

$$uc_{20} = \frac{1}{2} - \frac{Z_{c0}}{2} \left[F - I_{s0} \theta \right]$$

* Pour $\pi - \theta_k < \theta < \pi - \theta_{k-1}$:

$1 \leq k < c$

■ k impair:

$$uc_{10} = \frac{1}{2} - \frac{Z_{c0}}{2} \left[F + \sum_{m=k}^c (-1)^m \cos(\theta_m + \psi) - I_{s0} \theta - \cos(\theta - \psi) \right]$$

$$uc_{20} = \frac{1}{2} - \frac{Z_{c0}}{2} \left[F + \sum_{m=k}^c (-1)^m \cos(\theta_m + \psi) - I_{s0} \theta \right]$$

■ k pair:

$$uc_{10} = \frac{1}{2} - \frac{Z_{c0}}{2} \left[F + \sum_{m=k}^c (-1)^m \cos(\theta_m + \psi) - I_{s0} \theta - \cos(\theta - \psi) \right]$$

$$uc_{20} = \frac{1}{2} - \frac{Z_{c0}}{2} \left[F + \sum_{m=k}^c (-1)^m \cos(\theta_m + \psi) - I_{s0} \theta \right]$$

avec :

$$F = \left[\frac{1}{2} \cos \psi + \frac{1}{\pi} \sin \psi \right] \left[1 + 2 \sum_{m=1}^c (-1)^m \cos \theta_m \right] + \frac{2}{\pi} \sin \psi \left[\sum_{m=1}^c (-1)^m \theta_m \sin \theta_m \right]$$

Les expressions normalisées de la tension u s'obtiennent en faisant la somme de uc_{10} et uc_{20} .

La valeur moyenne normalisée du courant I_s a pour expression :

$$I_{s0} = \frac{1}{\pi} \left(1 + 2 \sum_{m=1}^c (-1)^m \cos \theta_m \right) \cos \psi$$

3.2.4. Formes d'ondes

La figure 2.21 donne pour une période de fonctionnement, les formes d'ondes:

- o de la tension uc_1 et du courant ic_1
- o de la tension uc_2 et du courant ic_2
- o de la tension de sortie u' et du courant de sortie i'
- o de la tension u et du courant I_s

rapportées à leurs grandeurs de normalisation et calculées pour $Z_{co}=0.5$, $\psi=30^\circ$ et des angles de commutation correspondant à $r'=0.7$. La partie gauche correspond à $c=3$, l'autre à $c=6$.

L'onde de u' ne présente de symétrie par rapport au milieu des alternances que pour $\psi=\pm 90^\circ$.

3.2.5. Caractéristique du courant I_s

Quelle que soit la valeur de c , la valeur normalisée du courant I_s est donnée par :

$$I_{s0} = \frac{1}{\pi} \left(1 + 2 \sum_{m=1}^c (-1)^m \cos \theta_m \right) \cos \psi$$

Elle est indépendante du signe de ψ .

Le terme entre crochets n'est autre que r' . L'allure de la courbe donnant la variation de I_{s0} en fonction du déphasage ψ , est celle tracée pour la commande symétrique multipliée par la valeur de r' .

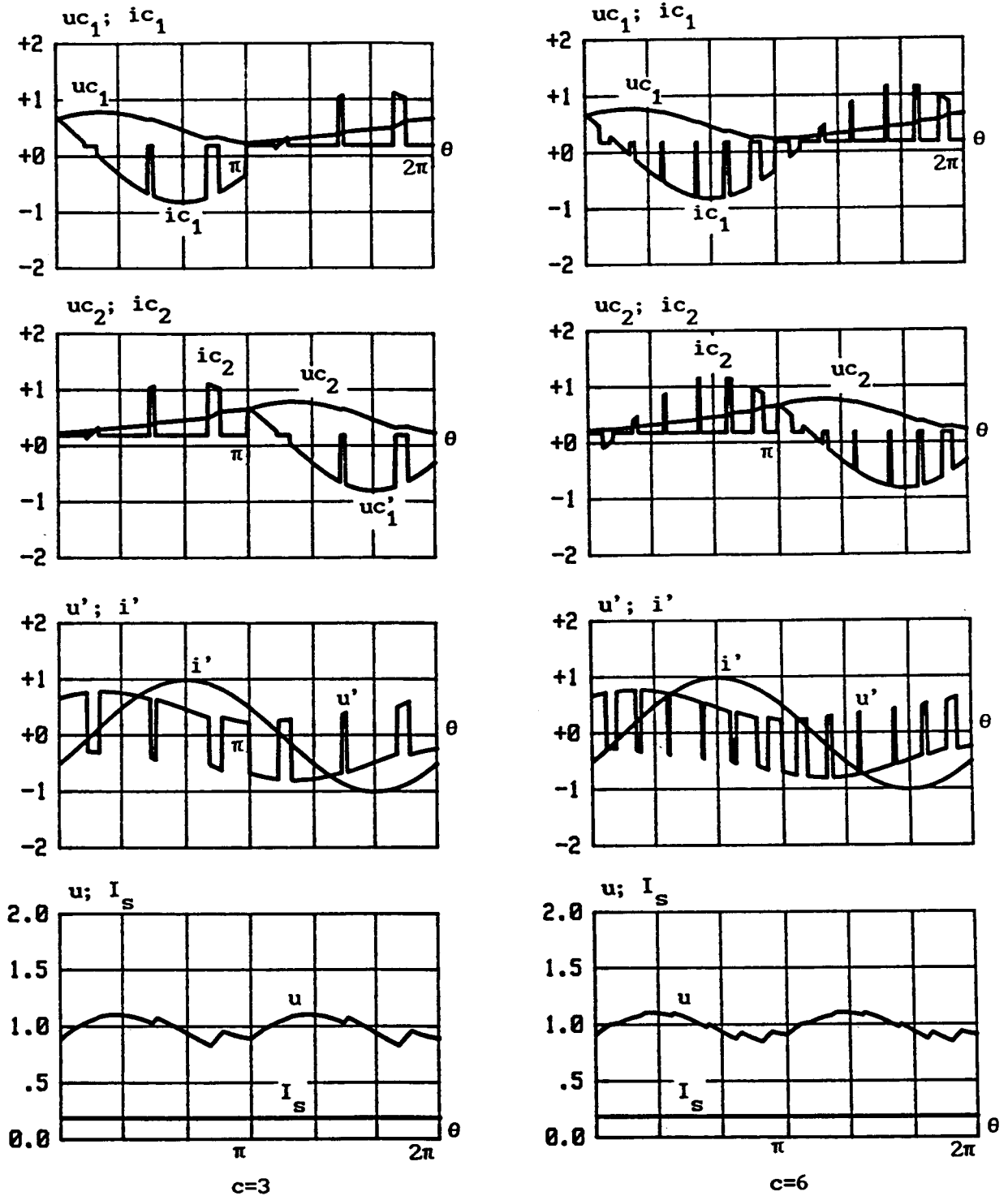
3.2.6. Caractéristiques de la tension de sortie u'

La tension de sortie u' a pour fréquence fondamentale f . Du fait que l'alternance positive de u' reproduit au signe près son alternance négative, son développement en série ne contient que des harmoniques dont les fréquences sont des multiples impairs de f . La tension u' peut se mettre sous la forme :

$$u' = \sum_{k=0}^{\infty} U'_{2k+1} \sqrt{2} \sin \left((2k+1)\theta - \psi'_{2k+1} \right)$$

La valeur efficace de l'harmonique de rang $n=2k+1$ rapportée à $\sqrt{2} U_s / \pi$ est donnée par :

$$U'_{no} \sqrt{2} = \sqrt{U'_{nao}^2 + U'_{nbo}^2}$$



$\psi=30^\circ; Z_{c0}=1; r'=0.7$

Fig. 2.21

Que c soit pair ou impair, les termes U'_{nao} et U'_{nbo} ont pour expressions respectives :

$$U'_{nao} = \frac{1}{n} \left[1 + \sum_{m=1}^c (-1)^m \cos n\theta_m \right] + \frac{Z_{co}}{2} \sin\psi \left[-\frac{2}{n\pi} \left[1 + \sum_{m=1}^c (-1)^m (\cos \theta_m + \theta_m \sin \theta_m) \right] \left[1 + 2 \sum_{m=1}^c (-1)^m \cos n\theta_m \right] + \frac{2}{n} \left\{ \begin{array}{l} [1 - \cos n\theta_1] \left[\sum_{m=1}^c (-1)^m \sin \theta_m \right] \\ - [\cos n\theta_1 - \cos n\theta_2] \left[\sum_{m=1}^c (-1)^m \sin \theta_m \right] \\ \vdots \\ - (-1)^c [\cos n\theta_{c-1} - \cos n\theta_c] \left[(-1)^c \sin \theta_c \right] \end{array} \right. \right. \\ \left. \left. \left(+ \frac{\pi}{2} \text{ si } n=1 \right) \right. \right]$$

$$U'_{nbo} = \frac{Z_{co}}{2} \cos\psi \left[-\frac{2}{n^2\pi} \left[1 + 2 \sum_{m=1}^c (-1)^m \cos \theta_m \right] \left[1 + 2 \sum_{m=1}^c (-1)^m \cos n\theta_m \right] + \frac{2}{n\pi} \left[\sum_{m=1}^c (-1)^m (\pi - 2\theta_m) \sin n\theta_m \right] \left[1 + 2 \sum_{m=1}^c (-1)^m \cos \theta_m \right] + \frac{2}{n} \left\{ \begin{array}{l} [\sin n\theta_1] \left[\sum_{m=1}^c (-1)^m \cos \theta_m \right] \\ - [\sin n\theta_2 - \sin n\theta_1] \left[\sum_{m=2}^c (-1)^m \cos \theta_m \right] \\ \vdots \\ - (-1)^c [\sin n\theta_c - \sin n\theta_{c-1}] \left[(-1)^c \cos \theta_c \right] \end{array} \right. \right. \\ \left. \left. \left(+ \frac{\pi}{2} \text{ si } n=1 \right) \right. \right]$$

Pour $\theta = \pm 90^\circ$, le terme U'_{nbo} est nul. Par conséquent le développement en série de u' ne contient que des sinus impairs dont les phases à l'origine sont nulles.

Les figures 2.22, 2.23 et 2.24 donnent les variations en fonction de Z_{co} , des valeurs efficaces du fondamental de u' et des premiers harmoniques jusqu'à l'ordre $2c+1$ rapportées à $\sqrt{2}U_s/\pi$ pour plusieurs valeurs de c . Ces planches sont tracées pour $r'=0.7$ et pour des valeurs de ψ respectivement égales à $+90^\circ$, -90° et 0° . La figure 2.25 donne seulement les variations des harmoniques de rang 3 et $2c-1$ avec un agrandissement de l'échelle. Elles sont indépendantes de ψ .

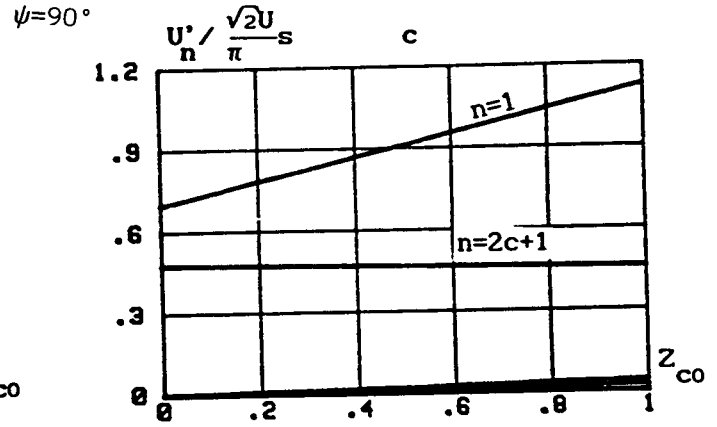
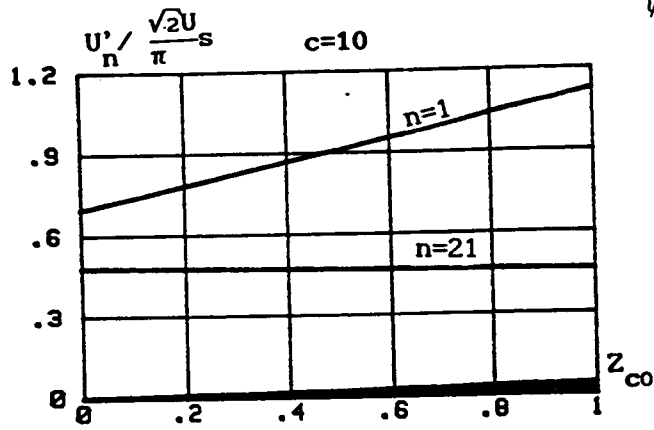
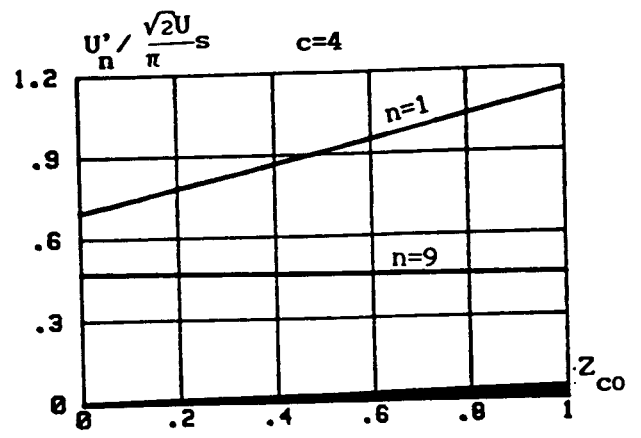
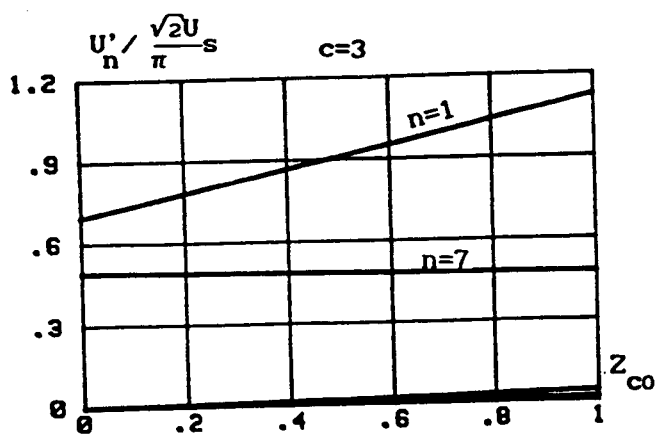


Fig. 2.22

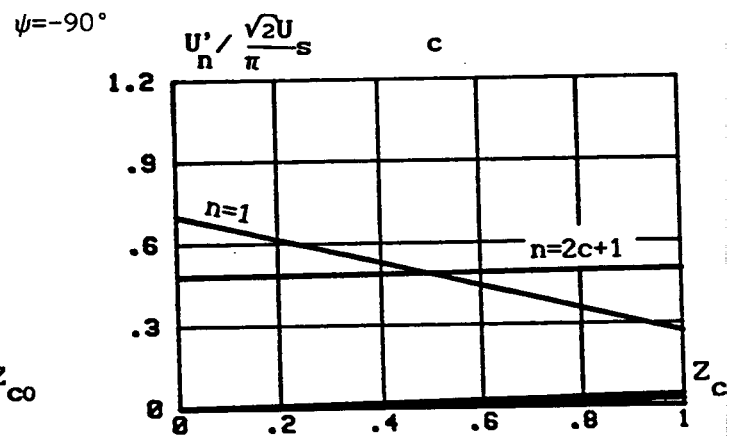
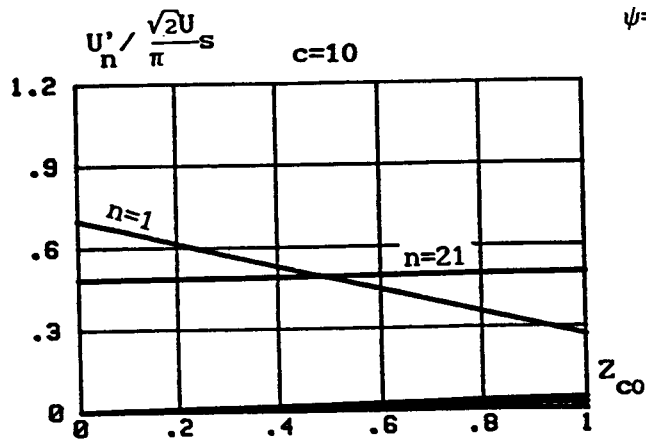
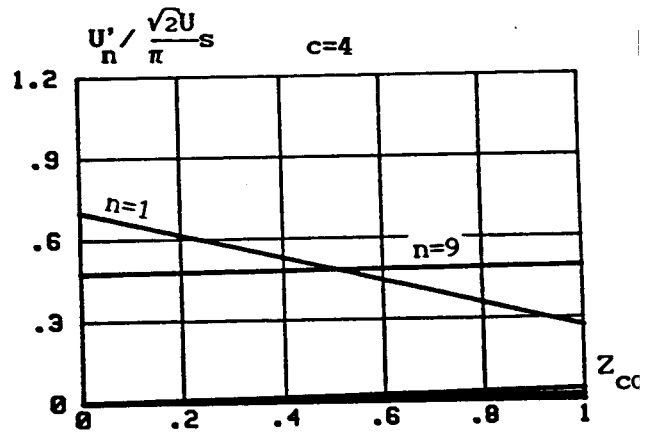
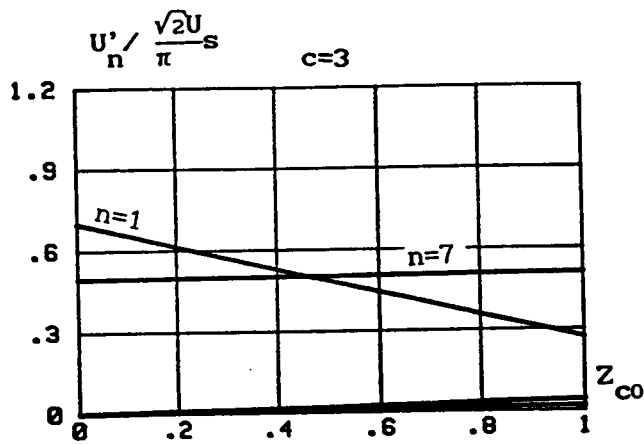
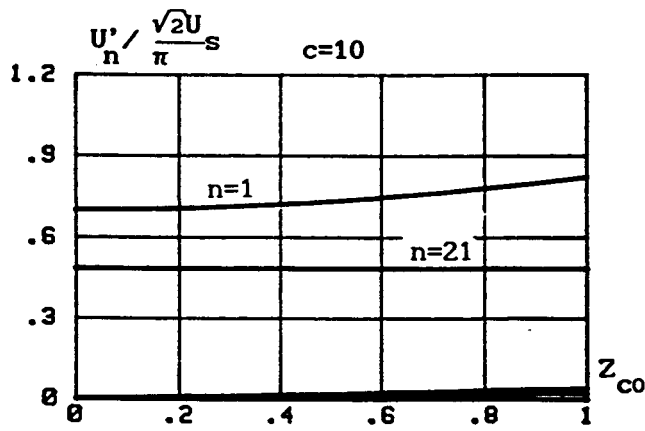
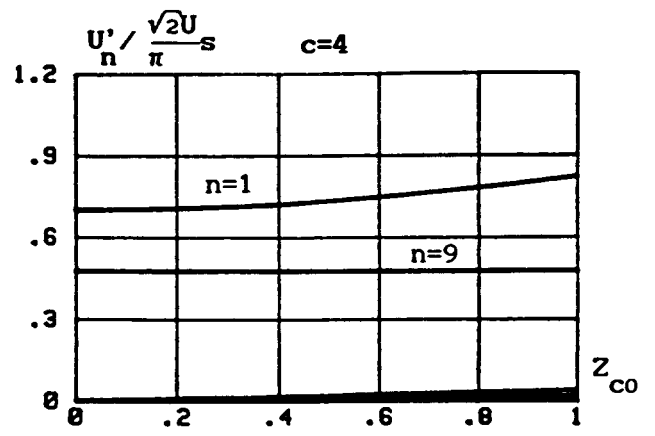
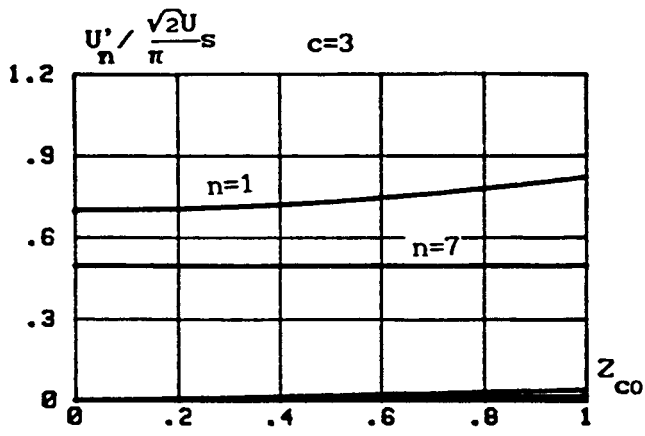


Fig. 2.23



$\psi=0^\circ$

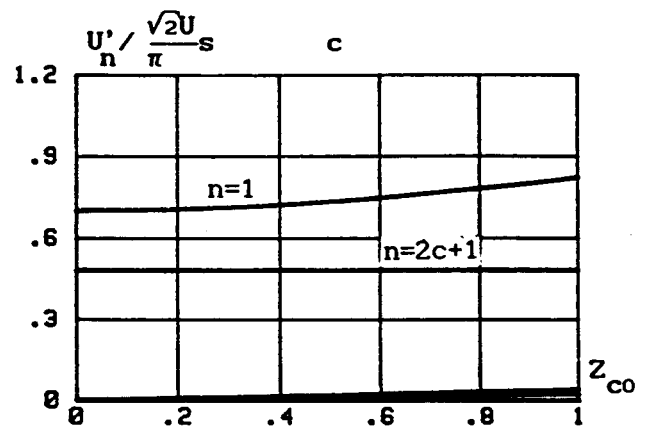


Fig. 2.24

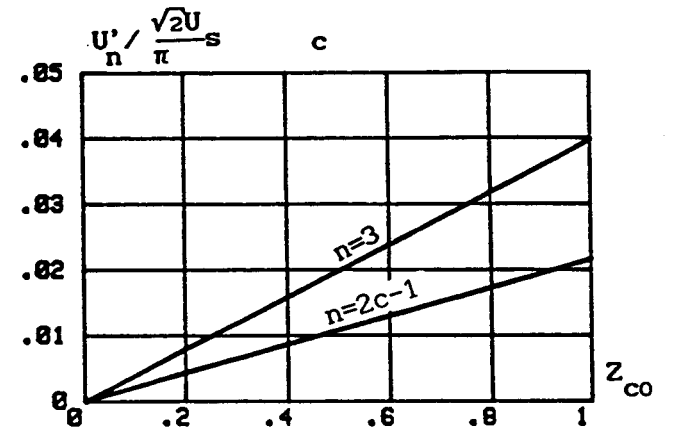
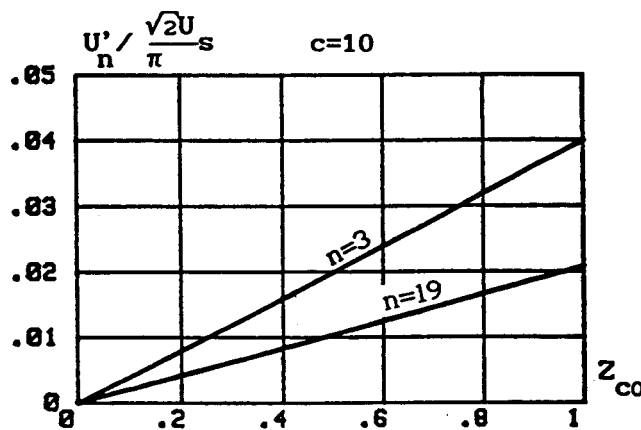
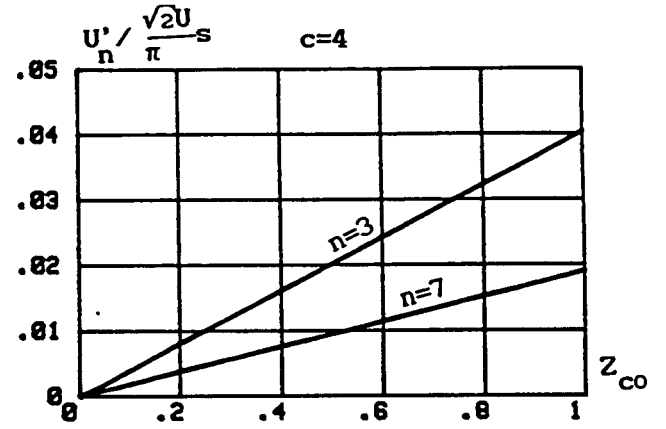
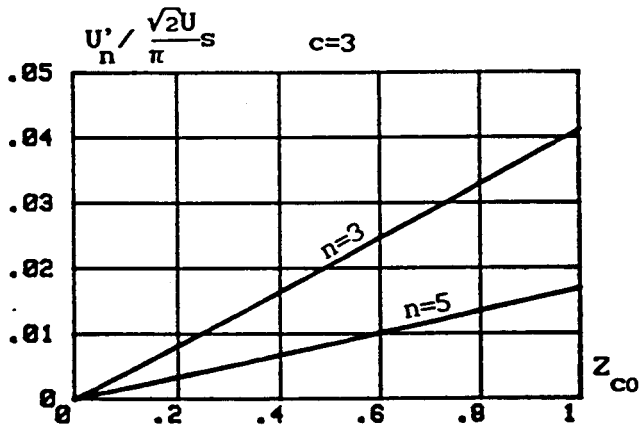


Fig. 2.25

L'analyse de ces courbes nous permet de constater:

■ qu'à valeurs données de r' et ψ , la valeur efficace U'_1 du fondamental de u' ne dépend pas du nombre de trous par alternance c et par conséquent de la fréquence de découpage.

■ qu'à valeur donnée de r' , la loi de variation de U'_1 en fonction de Z_{CO} , dépend du déphasage ψ . Dans la plage de variation choisie pour Z_{CO} , U'_1 décroît pour $\psi=-90^\circ$ et elle croît plus ou moins rapidement pour $\psi=0^\circ$ et $\psi=90^\circ$. Pour une valeur donnée de Z_{CO} , le maximum de U'_1 est atteint pour $\psi=90^\circ$.

■ que dans les cas où les condensateurs C_1 et C_2 , ont une capacité C infinie, le premier harmonique qui apparaît est celui de rang $2c+1$. Du fait que la capacité C a une valeur finie, on note la réapparition de l'harmonique de rang 3 et de l'harmonique de rang $2c-1$. Les valeurs efficaces de ces deux harmoniques croissent linéairement en fonction de Z_{CO} et r'^2 . Elles ne dépendent ni du déphasage ψ , ni du nombre de trous c .

■ L'harmonique de rang $2c+1$ qui est le premier harmonique qui apparaît lorsque la tension u est parfaitement continue n'est pas affecté par l'ondulation de celle-ci: sa valeur efficace ne varie presque pas avec Z_{CO} .

On retrouve les mêmes phénomènes observés pour l'onduleur en pont. On peut donc conclure que la technique de la M.L.I telle qu'on l'a présentée au début du chapitre n'est parfaitement efficace que lorsque la tension u à l'entrée de l'onduleur est rigoureusement constante.

3.2.7. Méthode du premier harmonique

Les développements en série des courants ik_1 et ik_2 s'écrivent:

$$ik_1 = I_s + \frac{1}{2} I'_m \sin(\theta - \psi) + \sum_{n=1}^{\infty} Ik_{2n} \sqrt{2} \cos(2n\theta - \psi_{k2n})$$

$$ik_2 = I_s - \frac{1}{2} I'_m \sin(\theta - \psi) + \sum_{n=1}^{\infty} Ik_{2n} \sqrt{2} \cos(2n\theta - \psi_{k2n})$$

Les expressions de Ik_{2n} s'obtiennent à partir de:

$$Ik_{2n} \sqrt{2} = \sqrt{A_{2n}^2 + B_{2n}^2}$$

avec:

$$A_{2n} = -\frac{1}{\pi} I'_m \sin\psi \left[\frac{1}{2n-1} \left(1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \cos(2n-1)\theta_m \right) + \frac{1}{2n+1} \left(1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \cos(2n+1)\theta_m \right) \right]$$

$$B_{2n} = -\frac{1}{\pi} I'_m \cos\psi \left[\frac{1}{2n-1} \left(1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \cos(2n-1)\theta_m \right) - \frac{1}{2n+1} \left(1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \cos(2n+1)\theta_m \right) \right]$$

$$\text{Pour } n=1, Ik_2 \sqrt{2} = \frac{1}{\pi} r' I'_m$$

Le courant ic_1 dans le condensateur C_1 est donné par:

$$ic_1 = I_s - ik_1$$

Connaissant le développement en série de ik_1 , on en déduit celui de ic_1 jusqu'à l'ordre 2:

$$ic_1 \approx -\frac{1}{2} I'_m \sin(\theta - \psi) - Ik_2 \sqrt{2} \cos(2\theta - \psi)$$

Le courant ic_2 dans le condensateur C_2 est donné par:

$$ic_2 = I_s - ik_2$$

Connaissant le développement en série de ik_2 , on en déduit celui de ic_2 jusqu'à l'ordre 2:

$$ic_2 \approx \frac{1}{2} I'_m \sin(\theta - \psi) - Ik_2 \sqrt{2} \cos(2\theta - \psi)$$

Sachant que $ic_1 = C\omega \frac{duc}{d\theta} 1$ et $ic_2 = C\omega \frac{duc}{d\theta} 2$, on déduit les développements en série des tensions uc_1 et uc_2 jusqu'à l'ordre 2:

$$uc_1 \approx \frac{U_s}{2} + U_{1m} \cos(\theta - \psi) - U_{2m} \sin(2\theta - \psi)$$

$$uc_2 \approx \frac{U_s}{2} - U_{1m} \cos(\theta - \psi) - U_{2m} \sin(2\theta - \psi)$$

avec:

$$U_{1m} = \frac{1}{2C\omega} I'_m \quad \text{et} \quad U_{2m} = \frac{1}{2C\omega} Ik_2 \sqrt{2}$$

Le développement en série de chacune des tensions uc_1 et uc_2 contient un terme constant $U_s/2$, un terme de fréquence f et un terme de fréquence $2f$.

Selon l'intervalle de fonctionnement, la tension de sortie u' est égale à uc_1 ou à $-uc_2$.

En utilisant le théorème de superposition, on peut décomposer la tension de sortie u' en 3 tensions:

- Une tension u' parfaite qui est égale à $U_s/2$ lorsque k_1 est fermé et à $-U_s/2$ lorsque k_2 est fermé.

- Une tension u'_1 qui est égale à $U_{1m} \cos(\theta - \psi)$ quel que soit l'intervalle de fonctionnement.

- Une tension u'_2 qui est égale à $-U_{2m} \sin(2\theta - \psi)$ lorsque k_1 est fermé et à $U_{2m} \sin(2\theta - \psi)$ lorsque k_2 est fermé.

L'analyse harmonique de u'_2 permet d'obtenir celle de u' connaissant celle de u' parfaite et de u'_1 .

La tension u'_2 présente une symétrie de glissement et n'aura donc pas d'harmoniques pairs. Le terme impair d'ordre n sera de la forme:

$$(U'_2)_n = A_n \sin n\theta + B_n \cos n\theta$$

$$\text{avec: } A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi u'_2 \sin n\theta \, d\theta \qquad B_n = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi u'_2 \cos n\theta \, d\theta$$

■ Pour $n=1$, on obtient:

$$A_1 = -\frac{2r'U_{2m}}{\pi} \sin\psi \qquad \text{et} \qquad B_1 = -\frac{2r'U_{2m}}{\pi} \cos\psi$$

Le fondamental de u'_2 a pour expression:

$$(u'_2)_1 = -\frac{2r'U_{2m}}{\pi} \cos(\theta-\psi)$$

■ Pour $n=3$, on obtient:

$$A_3 = \frac{2r'U_{2m}}{\pi} \sin\psi \qquad \text{et} \qquad B_3 = \frac{2r'U_{2m}}{\pi} \cos\psi$$

Le terme d'ordre 3 de la tension u'_2 s'écrit:

$$(u'_2)_3 = \frac{2r'U_{2m}}{\pi} \cos(3\theta-\psi)$$

En remplaçant U_{1m} et U_{2m} par leurs expressions on obtient:

$$(u'_2)_1 = -\frac{2U_s}{\pi} \left[\frac{r'^2}{4\pi} Z_{c0} \cos(\theta-\psi) \right]$$

$$(u'_2)_3 = \frac{2U_s}{\pi} \left[\frac{r'^2}{4\pi} Z_{c0} \cos(3\theta-\psi) \right]$$

Le fondamental de la tension de sortie u' est la somme de ceux de u' parfaite, u'_1 et u'_2 . Sa valeur efficace rapportée à $\sqrt{2}U_s/\pi$ est donnée par:

$$U'_1 \frac{\pi}{\sqrt{2}U_s} = \sqrt{\left[r' + \frac{Z_{c0}}{4} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{r'^2}{\pi} \right) \sin\psi \right]^2 + \left[\frac{Z_{c0}}{4} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{r'^2}{\pi} \right) \cos\psi \right]^2}$$

Les développements en série de u' parfaite et de u'_1 ne contiennent pas d'harmonique 3. En utilisant cette méthode, la présence dans u' d'un harmonique de rang 3 est due uniquement à u'_2 , donc à l'harmonique 2 dans les tensions uc_1 et uc_2 . La valeur efficace de cet harmonique rapportée à $\sqrt{2}U_s/\pi$ a pour expression:

$$U'_3 \frac{\pi}{\sqrt{2}U_s} = \frac{r'^2}{4\pi} Z_{c0}$$

Les résultats obtenus par la méthode du premier harmonique et par la méthode exacte sont proches. Cependant l'écart est plus notable que pour l'onduleur en pont. Par exemple pour $Z_{c0}=1$ et $r'=0.7$, on obtient $U'_3 \frac{\pi}{\sqrt{2}U_s} = 0.0390$

à comparer aux valeurs observées sur la figure 2.25

3.3. Prise en compte de l'inductance de filtrage

La structure à étudier devient celle de la figure 2.2.

3.3.1. Equations de fonctionnement

Le courant i_s pris à la source n'est plus constant: il a une fréquence double de celle des grandeurs de sortie. Les autres grandeurs gardent la même périodicité que dans le cas où L est infinie.

Vu le caractère fastidieux du calcul, nous allons nous contenter d'établir directement les expressions normalisées des tensions uc_1 , uc_2 et du courant i_s , généralisables à n'importe quelle valeur de c.

Les expressions de la tension u et des courants ic_1 et ic_2 s'en déduisent sachant que:

$$\begin{aligned} - \text{ si } k_1 \text{ est fermé:} & \quad ic_1 = i_s - i' \\ & \quad ic_2 = i_s \\ - \text{ si } k_2 \text{ est fermé:} & \quad ic_1 = i_s \\ & \quad ic_2 = i_s + i' \end{aligned}$$

et u est toujours égale à la somme de uc_1 et uc_2 .

* Pour $\theta_k < \theta < \theta_{k+1}$: $0 \leq k < c-1$

■ Si k est pair:

$$i_{s0} = A'_k \cos k_f \theta + B'_k \sin k_f \theta + \frac{1}{2} \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi)$$

$$uc_1 = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A'_k \sin k_f \theta + B'_k \cos k_f \theta + k_f \left(\frac{2 - k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \cos(\theta - \psi) \right]$$

$$uc_2 = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A'_k \sin k_f \theta + B'_k \cos k_f \theta + k_f \left(\frac{k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \cos(\theta - \psi) \right]$$

- Si $k=0$:

$$A'_0 = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - k_f^2} \left[-F'_1 - k_f \sin \psi + \frac{1}{\operatorname{tg} k_f \left(\frac{\pi}{2} \right)} \left(F'_2 + \cos \psi \right) \right]$$

$$B'_0 = \frac{1}{2} \frac{1}{1 - k_f^2} \left[\frac{1}{\operatorname{tg} k_f \left(\frac{\pi}{2} \right)} \left(-F'_1 + k_f \sin \psi \right) - F'_2 + \cos \psi \right]$$

avec:

$$F'_1 = \sum_{m=1}^c (-1)^{m+1} \left[\cos(\theta_m - \psi) \operatorname{sink}_f \theta_m + \cos(\theta_m + \psi) \operatorname{sink}_f (\pi - \theta_m) \right] \\ + k_f \sum_{m=1}^c (-1)^m \left[\sin(\theta_m - \psi) \operatorname{cok}_f \theta_m - \sin(\theta_m + \psi) \operatorname{cok}_f (\pi - \theta_m) \right]$$

$$F'_2 = \sum_{m=1}^c (-1)^m \left[\cos(\theta_m - \psi) \operatorname{cok}_f \theta_m + \cos(\theta_m + \psi) \operatorname{cok}_f (\pi - \theta_m) \right] \\ + k_f \sum_{m=1}^c (-1)^m \left[\sin(\theta_m - \psi) \operatorname{sink}_f \theta_m - \sin(\theta_m + \psi) \operatorname{sink}_f (\pi - \theta_m) \right]$$

- Si $k \neq 0$:

$$A'_k = A'_{k-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_k - \psi) \operatorname{sink}_f \theta_k + k_f \sin(\theta_k - \psi) \operatorname{cok}_f \theta_k \right]$$

$$B'_k = B'_{k-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_k - \psi) \operatorname{cok}_f \theta_k + k_f \sin(\theta_k - \psi) \operatorname{sink}_f \theta_k \right]$$

■ Si k est impair:

$$i_{so} = A'_k \operatorname{cok}_f \theta + B'_k \operatorname{sink}_f \theta - \frac{1}{2} \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi)$$

$$uc_1 = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A'_k \operatorname{sink}_f \theta + B'_k \operatorname{cok}_f \theta - k_f \left(\frac{k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \cos(\theta - \psi) \right]$$

$$uc_2 = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A'_k \operatorname{sink}_f \theta + B'_k \operatorname{cok}_f \theta - k_f \left(\frac{2 - k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \cos(\theta - \psi) \right]$$

avec:

$$A'_k = A'_{k-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_k - \psi) \operatorname{sink}_f \theta_k - k_f \sin(\theta_k - \psi) \operatorname{cok}_f \theta_k \right]$$

$$B'_k = B'_{k-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_k - \psi) \operatorname{cok}_f \theta_k - k_f \sin(\theta_k - \psi) \operatorname{sink}_f \theta_k \right]$$

* Pour $\theta_c < \theta < \pi - \theta_c$:

■ c est pair:

$$i_{so} = A'_c \operatorname{cok}_f \theta + B'_c \operatorname{sink}_f \theta + \frac{1}{2} \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi)$$

$$uc_1 = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A'_c \operatorname{sink}_f \theta + B'_c \operatorname{cosk}_f \theta + k_f \left(\frac{2 - k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \cos(\theta - \psi) \right]$$

$$uc_2 = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A'_c \operatorname{sink}_f \theta + B'_c \operatorname{cosk}_f \theta + k_f \left(\frac{k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \cos(\theta - \psi) \right]$$

avec:

$$A'_c = A'_{c-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_c - \psi) \operatorname{sink}_f \theta_c + k_f \sin(\theta_c - \psi) \operatorname{cosk}_f \theta_c \right]$$

$$B'_c = B'_{c-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_c - \psi) \operatorname{cosk}_f \theta_c + k_f \sin(\theta_c - \psi) \operatorname{sink}_f \theta_c \right]$$

■ c est impair:

$$i_{s0} = A'_c \operatorname{cosk}_f \theta + B'_c \operatorname{sink}_f \theta - \frac{1}{2} \frac{k_f}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi)$$

$$uc_1 = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A'_c \operatorname{sink}_f \theta + B'_c \operatorname{cosk}_f \theta - k_f \left(\frac{k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \cos(\theta - \psi) \right]$$

$$uc_2 = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A'_c \operatorname{sink}_f \theta + B'_c \operatorname{cosk}_f \theta - k_f \left(\frac{2 - k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \cos(\theta - \psi) \right]$$

avec:

$$A'_c = A'_{c-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_c - \psi) \operatorname{sink}_f \theta_c - k_f \sin(\theta_c - \psi) \operatorname{cosk}_f \theta_c \right]$$

$$B'_c = B'_{c-1} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_c - \psi) \operatorname{cosk}_f \theta_c - k_f \sin(\theta_c - \psi) \operatorname{sink}_f \theta_c \right]$$

* Pour $\pi - \theta_k < \theta < \pi - \theta_{k-1}$: $1 \leq k < c$

■ k est pair:

$$i_{s0} = A'_{2c-k+1} \operatorname{cosk}_f \theta + B'_{2c-k+1} \operatorname{sink}_f \theta - \frac{1}{2} \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi)$$

$$uc_1 = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A'_{2c-k+1} \operatorname{sink}_f \theta + B'_{2c-k+1} \operatorname{cosk}_f \theta - k_f \left(\frac{k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \cos(\theta - \psi) \right]$$

$$uc_2 = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A'_{2c-k+1} \operatorname{sink}_f \theta + B'_{2c-k+1} \operatorname{cosk}_f \theta - k_f \left(\frac{2 - k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \cos(\theta - \psi) \right]$$

avec:

$$A'_{2c-k+1} = A'_{2c-k} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_k + \psi) \operatorname{sink}_f(\pi - \theta_k) - k_f \sin(\theta_k + \psi) \operatorname{cok}_f(\pi - \theta_k) \right]$$

$$B'_{2c-k+1} = B'_{2c-k} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_k + \psi) \operatorname{cok}_f(\pi - \theta_k) - k_f \sin(\theta_k + \psi) \operatorname{sink}_f(\pi - \theta_k) \right]$$

■ k est impair:

$$i_{s0} = A'_{2c-k+1} \operatorname{cok}_f \theta + B'_{2c-k+1} \operatorname{sink}_f \theta + \frac{1}{2} \frac{k_f^2}{k_f^2 - 1} \sin(\theta - \psi)$$

$$uc_1 = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A'_{2c-k+1} \operatorname{sink}_f \theta + B'_{2c-k+1} \operatorname{cok}_f \theta + k_f \left(\frac{2 - k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \cos(\theta - \psi) \right]$$

$$uc_2 = \frac{1}{2} - \frac{k_i}{2} \left[-A'_{2c-k+1} \operatorname{sink}_f \theta + B'_{2c-k+1} \operatorname{cok}_f \theta + k_f \left(\frac{k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \cos(\theta - \psi) \right]$$

avec:

$$A'_{2c-k+1} = A'_{2c-k} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[\cos(\theta_k + \psi) \operatorname{sink}_f(\pi - \theta_k) + k_f \sin(\theta_k + \psi) \operatorname{cok}_f(\pi - \theta_k) \right]$$

$$B'_{2c-k+1} = B'_{2c-k} + \frac{k_f}{1 - k_f^2} \left[-\cos(\theta_k + \psi) \operatorname{cok}_f(\pi - \theta_k) + k_f \sin(\theta_k + \psi) \operatorname{sink}_f(\pi - \theta_k) \right]$$

3.3.2. Formes d'ondes

La figure 2.26 donne pour une période de fonctionnement, les formes d'ondes:

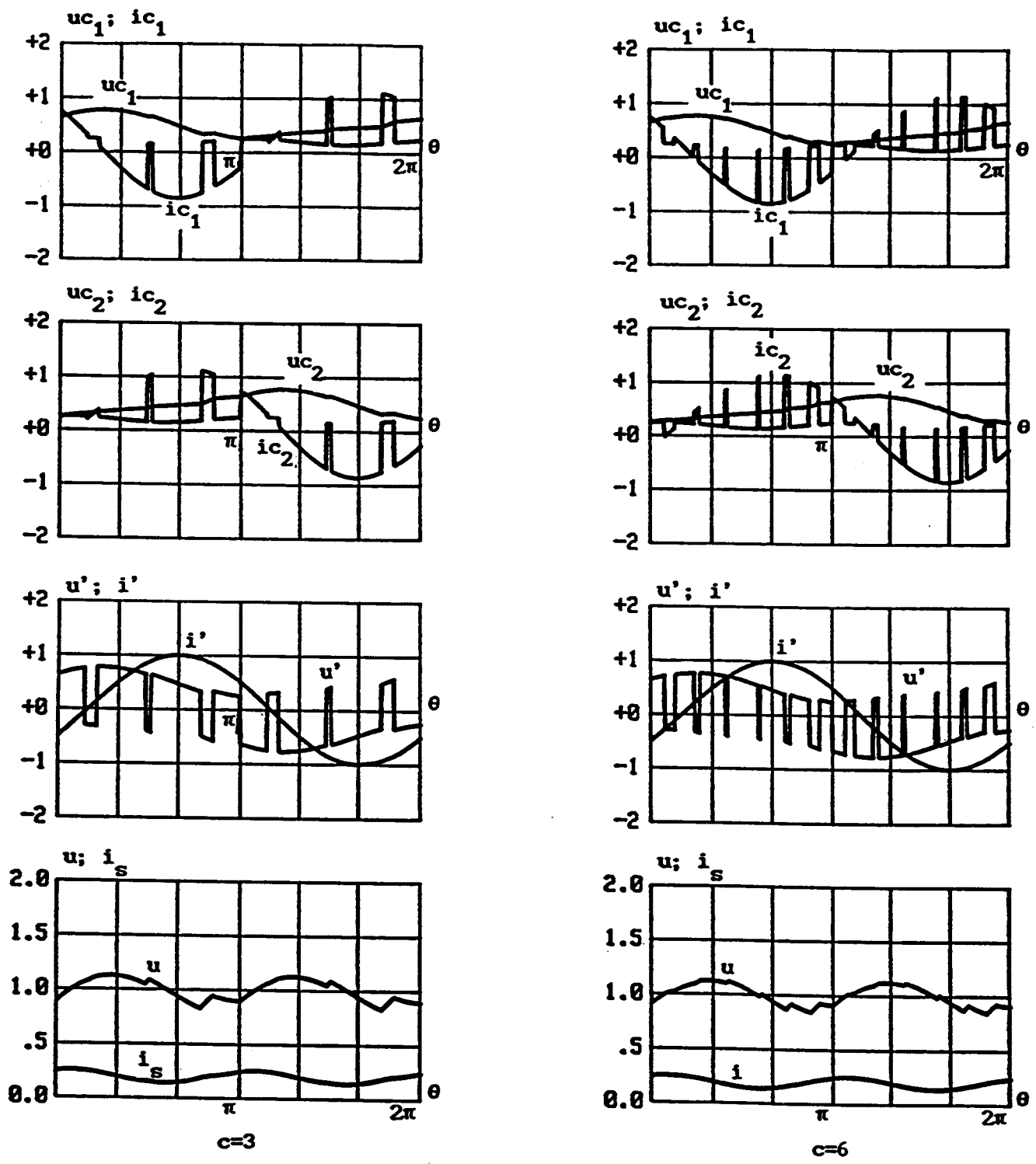
- o de la tension uc_1 et du courant ic_1
- o de la tension uc_2 et du courant ic_2
- o de la tension de sortie u' et du courant de sortie i'
- o de la tension u et du courant i_s

rapportées à leurs grandeurs de normalisation et calculées pour $k_f=0.9$, $k_i=1$, $\psi=30^\circ$ et des angles de commutation correspondant à r' égal à 0.7. Ces formes d'ondes sont tracées respectivement pour $c=3$ et $c=6$.

L'onde de u' ne présente de symétrie par rapport au milieu des alternances que pour $\psi=\pm 90^\circ$.

3.3.3. Caractéristiques du courant i_s

Le courant i_s a une fréquence double de celle des grandeurs de sortie. Son développement en série contient en plus de sa valeur moyenne, des harmoniques pairs de fréquence $2nf$, n entier positif.



$k_f=0.9; k_i=1; \psi=30^\circ; r'=0.7$

Fig. 2.26

Sa valeur moyenne est égale à celle déterminée pour L infinie.

Le schéma équivalent du filtre pour un harmonique pair de rang 2n peut se mettre sous la forme:

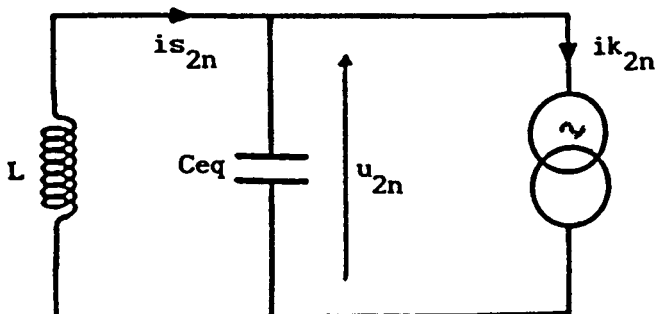


Fig. 2.27

On désigne par ik_{2n} le courant harmonique de rang 2n du développement en série du courant ik_1 (ou ik_2): les courants harmoniques de rang 2n qui traversent les interrupteurs k_1 et k_2 sont les mêmes.

i_{s2n} est le courant harmonique de rang 2n du développement en série de i_s .

Les valeurs efficaces Ik_{2n} et I_{s2n} des courants harmoniques ik_{2n} et i_{s2n} sont liées par la relation:

$$I_{s2n} = Ik_{2n} \frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{2n}{k_f} \right)^2 \right|}$$

D'après l'étude faite au paragraphe 3.2.7, le développement en série du courant ik_1 peut se mettre sous la forme:

$$ik_1 = Ik_0 + \frac{1}{2} I'_m \sin(\theta - \psi) + \sum_{n=1}^{\infty} Ik_{2n} \sqrt{2} \cos(2n\theta - \psi_{k2n})$$

En modulation calculée, l'amplitude de l'harmonique de fréquence 2f du courant ik_1 est donnée par:

$$Ik_2 \sqrt{2} = \frac{1}{\pi} I'_m r'$$

On en déduit l'expression donnant l'amplitude de l'harmonique de même rang du courant i_s :

$$I_{s2} \sqrt{2} = \frac{1}{\pi} I'_m r' \frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{2}{k_f} \right)^2 \right|}$$

L'harmonique prépondérant du courant i_s est celui de fréquence 2f. les autres sont soit nuls, soit négligeables. Pour des valeurs relativement élevées de c, on peut écrire le courant i_s sous la forme:

$$i_s \approx I_s - I_{s2} \sqrt{2} \cos(2\theta - \psi)$$

I_s étant sa valeur moyenne.

Les figures 2.28 donnent les variations des valeurs efficaces des harmoniques de fréquence $2f$ et $6f$ rapportées à celle du courant de sortie i' , en fonction de k_f et pour des angles de commutation correspondant à $r'=0.7$.

L'harmonique de fréquence $4f$ est toujours nul pour $c \geq 3$ alors que l'harmonique de fréquence $6f$ n'apparaît que pour $c=3$.

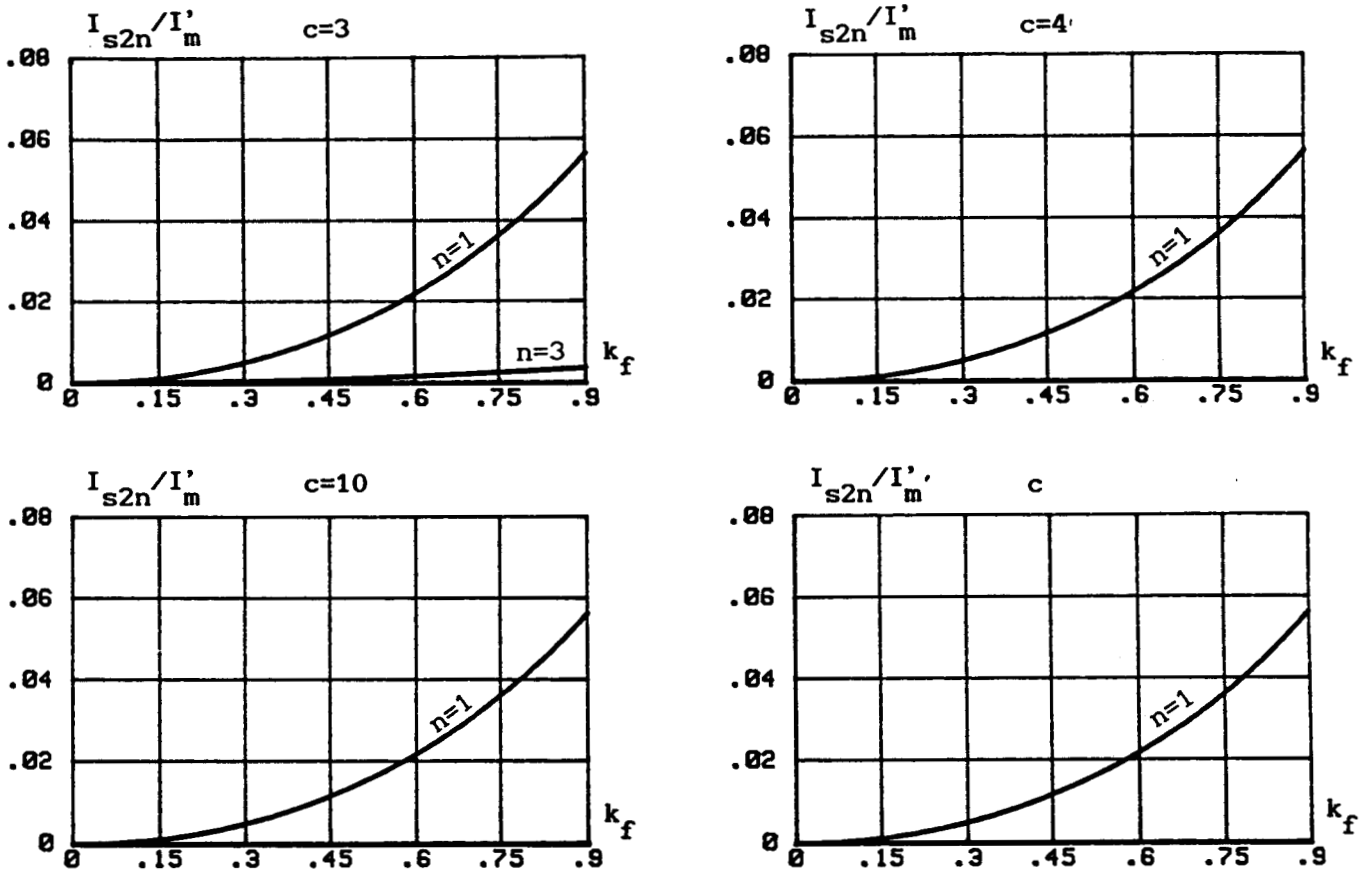


Fig.2.28

3.3.4. Caractéristiques de la tension de sortie u'

La tension de sortie u' a pour fréquence fondamentale f . Comme au paragraphe 3.2.7 elle peut s'écrire sous la forme:

$$u' = \sum_{k=0}^{\infty} U'_{2k+1} \sqrt{2} \sin\left((2k+1)\theta - \psi'_{2k+1}\right)$$

Que le nombre des trous c soit pair ou impair, les coefficients U'_{na0} et U'_{nbo} sont donnés par:

$$U'_{\text{nao}} = \frac{1}{n} \left[1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-1)^m \cos n \theta_m \right]$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{k_i}{4} \left[\sum_{m=0}^{c-1} (-1)^m A'_m \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)\theta_{m+1} - \sin(k_f+n)\theta_m \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)\theta_{m+1} - \sin(k_f-n)\theta_m \right] \end{aligned} \right. \right. \\
& + (-1)^c A'_c \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)(\pi-\theta_c) - \sin(k_f+n)\theta_c \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)(\pi-\theta_c) - \sin(k_f-n)\theta_c \right] \end{aligned} \right. \\
& + \sum_{m=0}^{c-1} (-1)^{2c-m} A'_{2c-m} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)(\pi-\theta_m) - \sin(k_f+n)(\pi-\theta_{m+1}) \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)(\pi-\theta_m) - \sin(k_f-n)(\pi-\theta_{m+1}) \right] \end{aligned} \right. \\
& + \sum_{m=0}^{c-1} (-1)^{m+1} B'_m \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)\theta_m - \cos(k_f+n)\theta_{m+1} \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)\theta_m - \cos(k_f-n)\theta_{m+1} \right] \end{aligned} \right. \\
& + (-1)^c B'_c \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)\theta_c - \cos(k_f+n)(\pi-\theta_c) \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)\theta_c - \cos(k_f-n)(\pi-\theta_c) \right] \end{aligned} \right. \\
& + \sum_{m=0}^{c-1} (-1)^{2c-m} B'_{2c-m} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)(\pi-\theta_{m+1}) - \cos(k_f+n)(\pi-\theta_m) \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)(\pi-\theta_{m+1}) - \cos(k_f-n)(\pi-\theta_m) \right] \end{aligned} \right. \\
& \left. \left(+ k_f \left(\frac{2 - k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \left[\frac{\pi}{2} \sin \psi \right] \quad \text{si } n=1 \right) \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U'_{nbo} = -\frac{k_i}{4} & \left[\sum_{m=0}^{c-1} (-1)^{m+1} A'_m \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)\theta_m - \cos(k_f+n)\theta_{m+1} \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)\theta_m - \cos(k_f-n)\theta_{m+1} \right] \end{aligned} \right. \\
& - (-1)^c A'_c \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)\theta_c - \cos(k_f+n)(\pi-\theta_c) \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)\theta_c - \cos(k_f-n)(\pi-\theta_c) \right] \end{aligned} \right. \\
& - \sum_{m=0}^{c-1} (-1)^{2c-m} A'_{2c-m} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\cos(k_f+n)(\pi-\theta_{m+1}) - \cos(k_f+n)(\pi-\theta_m) \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\cos(k_f-n)(\pi-\theta_{m+1}) - \cos(k_f-n)(\pi-\theta_m) \right] \end{aligned} \right. \\
& + \sum_{m=0}^{c-1} (-1)^{m+1} B'_m \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)\theta_{m+1} - \sin(k_f+n)\theta_m \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)\theta_{m+1} - \sin(k_f-n)\theta_m \right] \end{aligned} \right. \\
& + (-1)^c B'_c \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)(\pi-\theta_c) - \sin(k_f+n)\theta_c \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)(\pi-\theta_c) - \sin(k_f-n)\theta_c \right] \end{aligned} \right. \\
& + \sum_{m=0}^{c-1} (-1)^{2c-m} B'_{2c-m} \left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{k_f+n} \left[\sin(k_f+n)(\pi-\theta_m) - \sin(k_f+n)(\pi-\theta_{m+1}) \right] \\ & - \frac{1}{k_f-n} \left[\sin(k_f-n)(\pi-\theta_m) - \sin(k_f-n)(\pi-\theta_{m+1}) \right] \end{aligned} \right. \\
& \left. \left(+ k_f \left(\frac{2 - k_f^2}{2(k_f^2 - 1)} \right) \left[\frac{\pi}{2} \cos\psi \right] \quad \text{si } n=1 \right) \right]
\end{aligned}$$

Les figures 2.29, 2.30 et 2.31 donnent les variations des valeurs efficaces du fondamental et des harmoniques impairs jusqu'à l'ordre $2c+1$ rapportées à $\sqrt{2}U_s/\pi$, en fonction de k_f , pour $k_i=1$ et pour des angles de commutation correspondant à $r'=0.7$ pour plusieurs valeurs de c . Ces figures sont tracées respectivement pour un déphasage ψ égal à 90° , -90° et 0° . La figure 2.32 donne seulement les variations des harmoniques 3 et $2c-1$ avec un agrandissement de l'échelle. Elles sont indépendantes de ψ .

L'examen des courbes obtenues nous permet de constater que:

- pour des valeurs données de k_i et k_f , la valeur efficace du fondamental de u' augmente au fur et à mesure que le déphasage ψ augmente: Elle est maximale pour $\psi=90^\circ$.

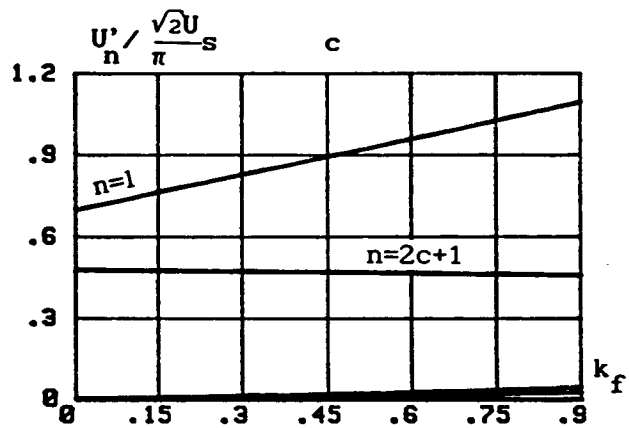
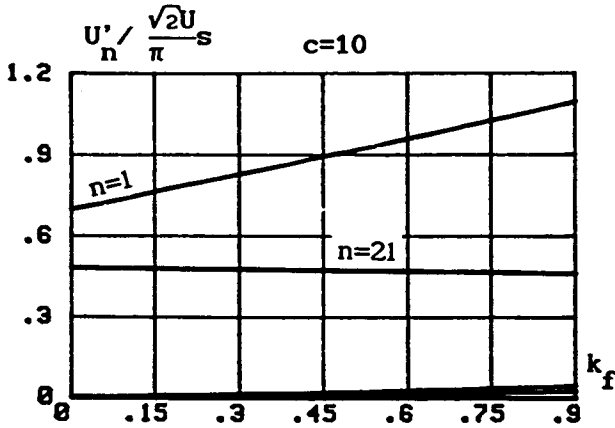
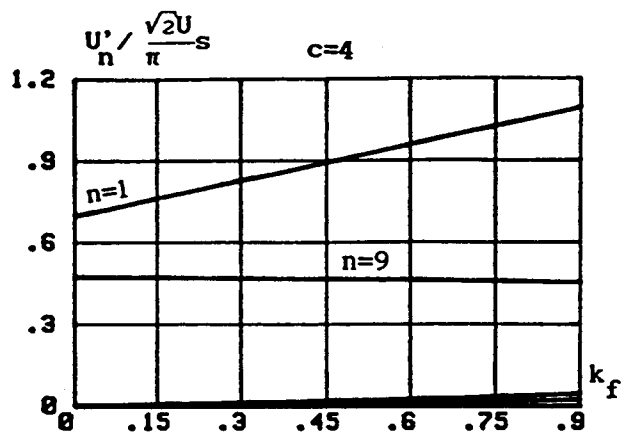
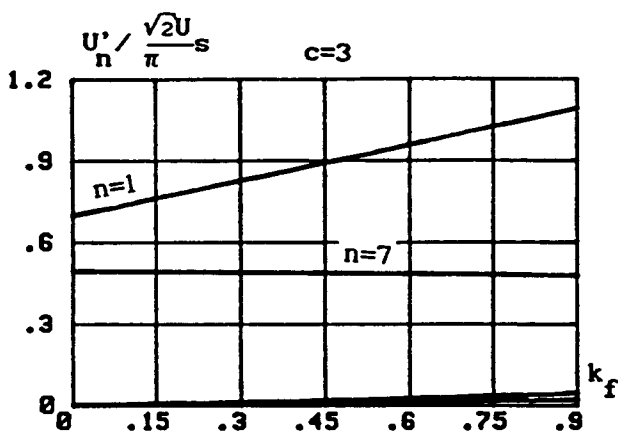


Fig.2.29

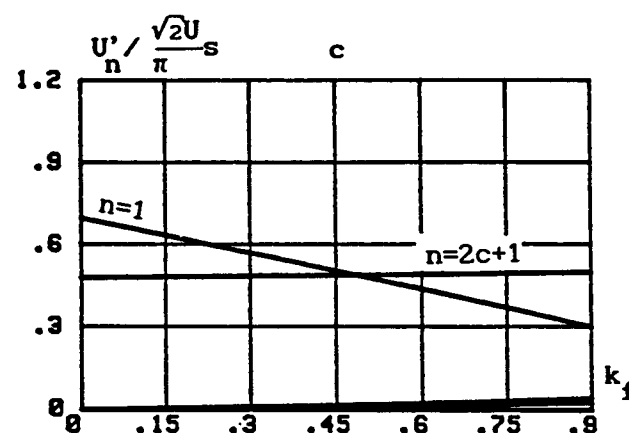
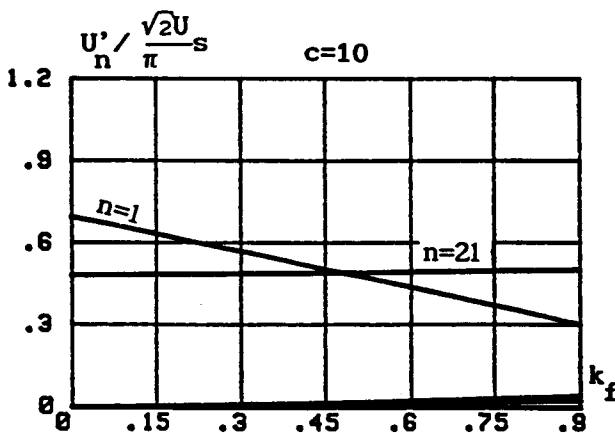
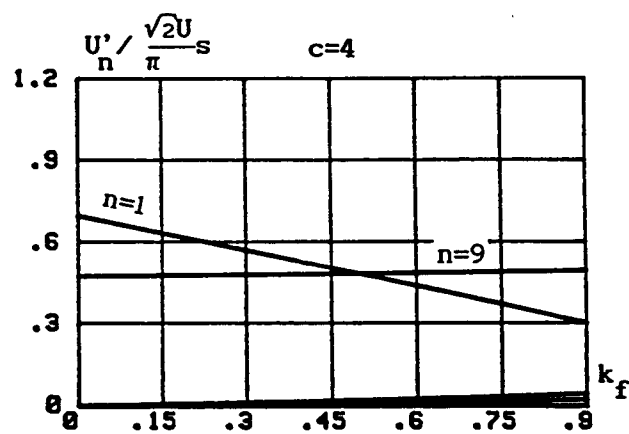
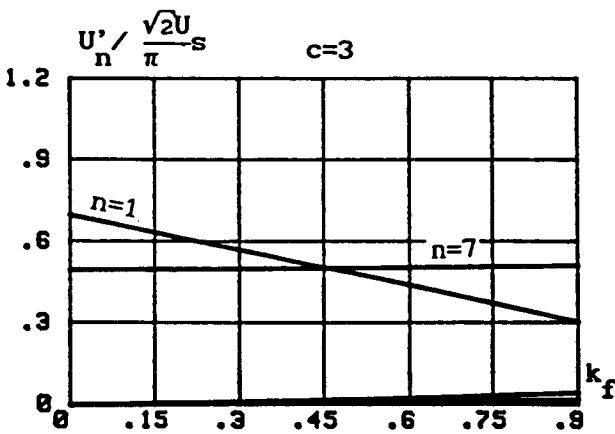


Fig.2.30

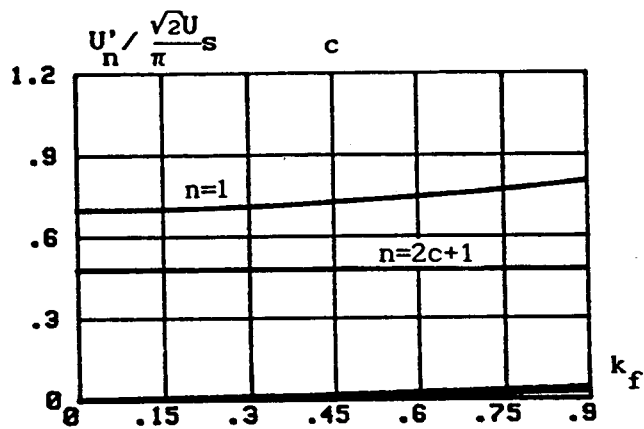
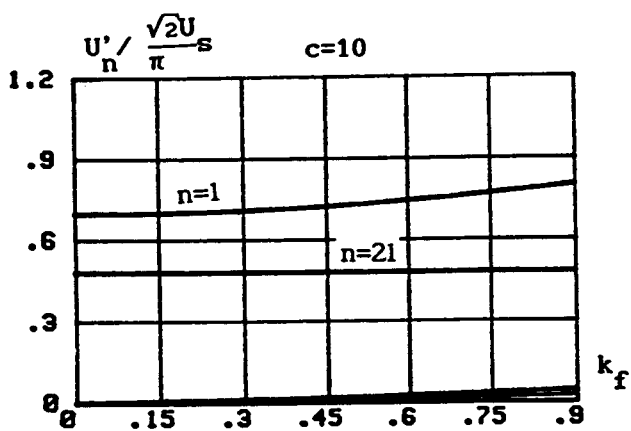
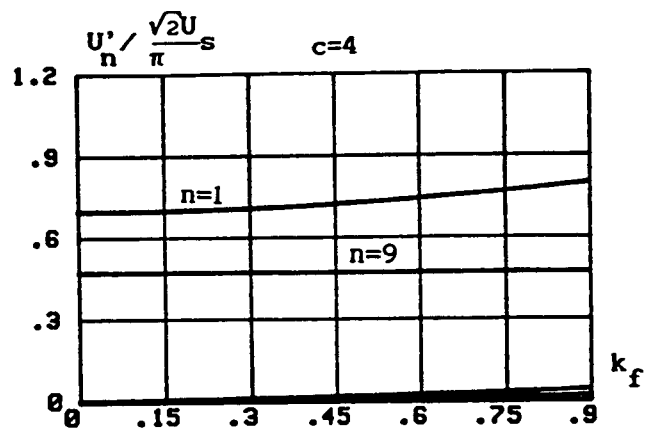
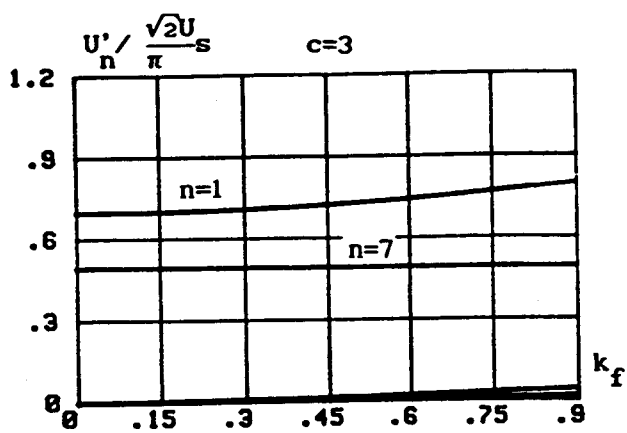


Fig. 2.31

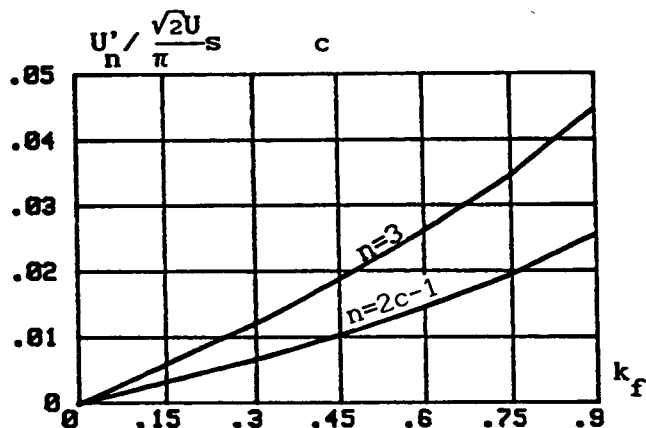
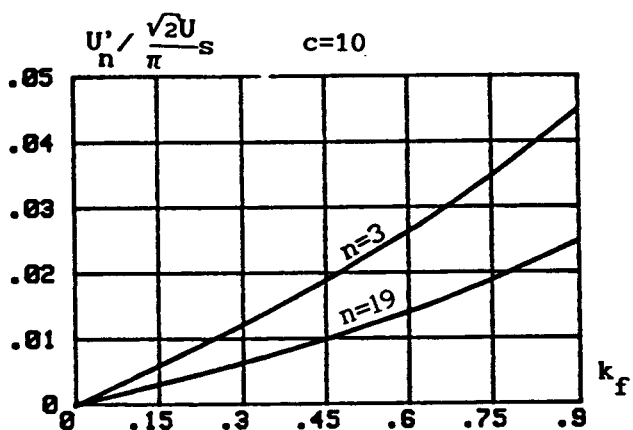
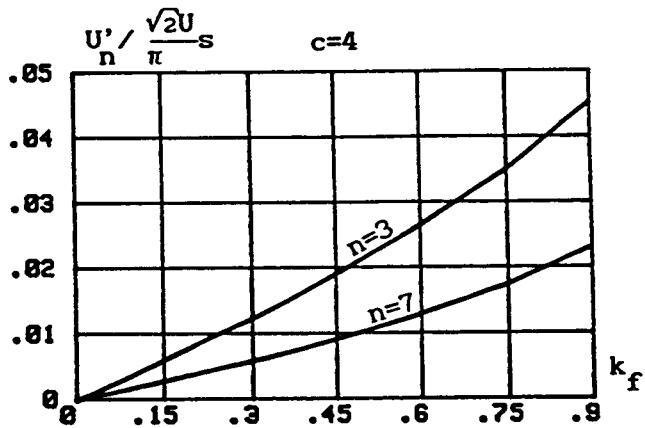
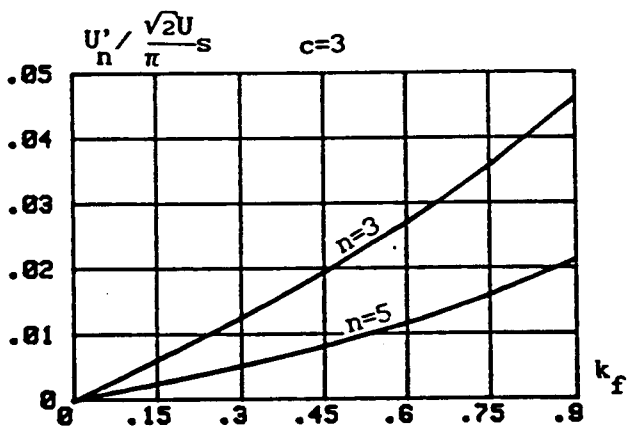


Fig. 2.32

■ à cause de la valeur finie de la capacité des condensateurs C, on note encore l'apparition de deux harmoniques: l'harmonique de rang 3 et celui de rang $2c-1$. Les valeurs de ces deux harmoniques croissent linéairement en fonction de k_1 donc proportionnellement à la valeur maximale du courant de sortie. Elles sont indépendantes du nombre de trous par alternance c donc de la fréquence de découpage. Ce résultat sera confirmé par la méthode du premier harmonique.

■ A valeurs données de k_1 , r' et ψ , les valeurs efficaces de ces deux harmoniques augmentent en fonction de k_f .

■ L'harmonique $2c+1$ qui est le premier harmonique qui apparaît lorsque la capacité C des condensateurs est infinie, n'est pas affecté par les ondulations des tensions uc_1 et uc_2 .

3.3.5. Méthode du premier harmonique

On a déjà vu que le courant i_s pris à la source peut s'écrire sous la forme:

$$i_s \approx I_s - I_{s2} \sqrt{2} \cos(2\theta - \psi)$$

$$\text{avec: } I_{s2} \sqrt{2} = \frac{1}{\pi} I'_m r' \frac{1}{\left| 1 - \left(\frac{2}{k_f} \right)^2 \right|}$$

Le courant ic_1 dans le condensateur C_1 est donné par:

$$ic_1 = i_s - ik_1$$

Connaissant le développement en série de ik_1 établi au paragraphe 3.2.8, on en déduit celui de ic_1 jusqu'à l'ordre 2:

$$ic_1 \approx -\frac{1}{2} I'_m \sin(\theta - \psi) - Ic_2 \sqrt{2} \cos(2\theta - \psi)$$

$$\text{avec: } Ic_2 \sqrt{2} = \frac{1}{\pi} r' I'_m \frac{\left(\frac{2}{k_f} \right)^2}{\left| 1 - \left(\frac{2}{k_f} \right)^2 \right|} \cos(2\theta - \psi)$$

Sachant que $ic_1 = C\omega \frac{duc}{d\theta}$, on déduit le développement en série de Fourier de uc_1 jusqu'à l'ordre 2:

$$uc_1 = \frac{U_s}{2} + U_{1m} \cos(\theta - \psi) - U_{2m} \sin(2\theta - \psi)$$

$$\text{avec: } U_{1m} = \frac{1}{2C\omega} I'_m \quad \text{et} \quad U_{2m} = \frac{1}{2C\omega} Ic_2 \sqrt{2}$$

Le courant ic_2 dans le condensateur C_2 est donné par:

$$ic_2 = i_s - ik_2$$

Le développement en série de Fourier de ic_2 est la somme de ceux de i_s et de ik_2 . Le courant ik_2 peut se mettre sous la forme:

$$ik_2 = Ik_0 - \frac{1}{2} I'_m \sin(\theta - \psi) + \sum_{n=1}^{\infty} Ik_{2n} \sqrt{2} \cos(2n\theta - \psi_{k2n})$$

On en déduit le développement jusqu'à l'ordre 2 de ic_2 :

$$ic_2 \approx \frac{1}{2} I'_m \sin(\theta - \psi) - Ic_2 \sqrt{2} \cos(2\theta - \psi)$$

Celui de uc_2 jusqu'au même ordre est:

$$uc_2 = \frac{U_s}{2} - U_{1m} \cos(\theta - \psi) - U_{2m} \sin(2\theta - \psi)$$

Le développement en série de chacune des tensions uc_1 et uc_2 contient un terme constant $U_s/2$, un fondamental de fréquence f et un harmonique de fréquence $2f$.

La présence de l'harmonique de rang 3 dans la tension de sortie u' est due à

l'harmonique 2 dans les tensions uc_1 et uc_2 . En procédant comme au paragraphe 3.2.7,

la valeur efficace de cet harmonique rapportée à $\sqrt{2}U_s/\pi$ est donnée par:

$$U'_3 \frac{\pi}{\sqrt{2}U_s} = \frac{r'^2}{4\pi} k_i k_f \frac{\left(\frac{2}{k_f}\right)^2}{\left|1 - \left(\frac{2}{k_f}\right)^2\right|}$$

Elle est proportionnelle à k_i donc à la valeur maximale du courant de sortie. Elle est indépendante du déphasage ψ et du nombre des trous par alternance c .

Les résultats obtenus par la méthode du premier harmonique et la méthode exacte sont presque identiques.



TROISIEME PARTIE:

VERIFICATIONS EXPERIMENTALES

VERIFICATIONS EXPERIMENTALES

Dans le but de vérifier la constance de l'harmonique de rang 3 qui est la conséquence de l'ondulation de la tension u à l'entrée de l'onduleur, un montage expérimental a été réalisé.

Ce montage comprend un onduleur de tension monophasé en pont à l'entrée duquel on a branché un filtre LC.

La charge alternative sur laquelle débite l'onduleur est formée par un filtre LC à la sortie duquel on a branché une résistance et une inductance variables afin de pouvoir régler le déphasage ψ .

Dans la pratique, le filtre de sortie est destiné à obtenir une tension sensiblement sinusoidale à partir d'une tension en créneaux délivrée par l'onduleur de tension. Si le filtrage de la tension fournie par ce dernier est efficace, le courant i' à la sortie est très voisin de la sinusoïde. Cela justifie l'hypothèse de la forme sinusoidale adoptée pour le courant de sortie i' .

L'onduleur utilisé est formé de quatre interrupteurs bidirectionnels en courant et unidirectionnels en tension. Chaque interrupteur est formé d'un Darlington BUT 35 en série avec une diode rapide qui sert à compenser la diode parasite du Darlington. Une deuxième diode est connectée en parallèle inverse avec l'ensemble: elle assure le passage du courant négatif lorsque le Darlington est bloqué. Les deux diodes sont intégrées dans un même boîtier.

La fréquence de fonctionnement de l'onduleur est 50 HZ.

La tension d'alimentation U_s est réglée à 100V. Elle est délivrée par une alimentation stabilisée.

Les commandes des interrupteurs sont assurées à l'aide d'une carte à base d'un microprocesseur 8085A d'Intel.

Pour que le filtre de sortie soit peu onéreux et ne modifie pas trop le courant et la tension de fréquence fondamentale, il faut que l'on ait:

$$\omega \ll \omega_f \quad \text{ou} \quad LC\omega^2 \ll 1$$

Pour que ce filtre atténue bien le premier harmonique, il faut que l'on ait:

$$n_1\omega \gg \omega_f \quad \text{ou} \quad LCn_1^2\omega^2 \gg 1$$

La double inégalité $1 \gg LC\omega^2 \gg 1/n_1^2$ est d'autant plus facile à satisfaire que le rang du premier harmonique à filtrer est élevé.

Le filtre d'entrée est constitué d'une inductance L de valeur très élevée: $L = 520\text{mH}$, et d'une capacité C variable entre 100 et $200\mu\text{F}$.

Avec cette valeur de l'inductance, l'ondulation du courant i_s délivré par l'alimentation continue U_s est négligeable. On peut donc assimiler le courant i_s à sa valeur moyenne. Le paramètre qui caractérise le fonctionnement dans ce cas est Z_{co} .

Les essais ont été effectués pour une valeur de Z_{co} égale à 1. Le choix de cette valeur relativement élevée pour Z_{co} se justifie par la volonté de mettre en évidence de façon claire les modifications apportées et d'avoir des harmoniques de u' ayant des amplitudes mesurables.

La forme d'onde du courant de sortie est relevée à l'aide d'une sonde de courant TEKTRONIX AM 503. L'analyse spectrale de la tension de sortie u' est effectuée à l'aide d'un oscilloscope numérique PHILIPS.

Les figures 3.1 et 3.2 donnent respectivement les formes d'ondes du courant et de la tension de sortie u' ainsi que le spectre en fréquence de u' pour P allant de 3 à 10. Ces figures sont obtenues pour $\psi=0$ et pour des angles de commutation correspondant à $r'=0.7$ en modulation calculée.

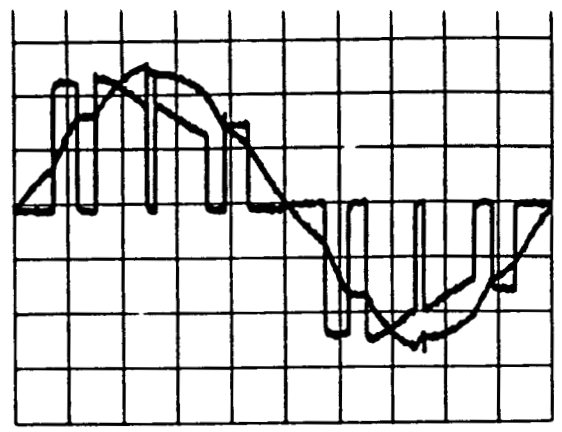
Les figures 3.3 et 3.4 donnent les mêmes courbes pour $\psi=30^\circ$.

Les figures 3.5 et 3.6 donnent les mêmes courbes, en modulation sinusoidale, pour $\psi=0^\circ$ et pour des angles de commutation donnant le même fondamental qu'en modulation calculée lorsque la tension à l'entrée de l'onduleur est parfaitement constante.

L'examen de ces courbes montre que les résultats théoriques et expérimentaux sont en parfaite concordance.



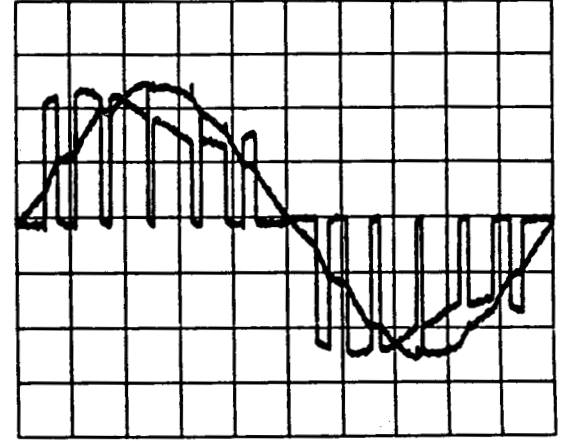
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



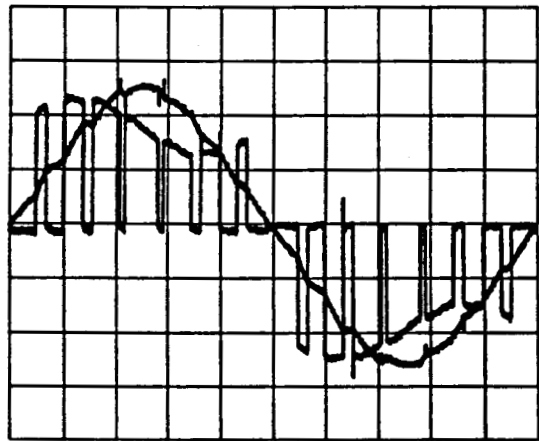
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



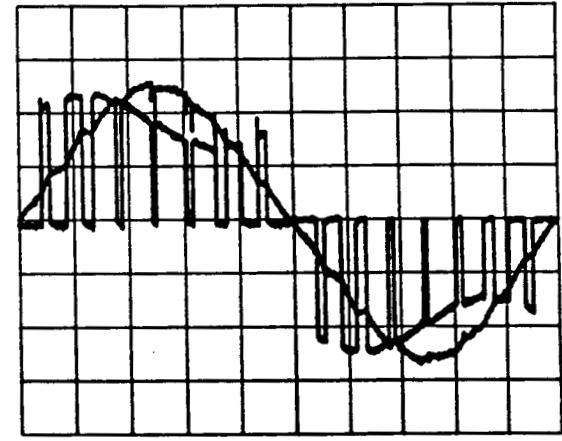
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



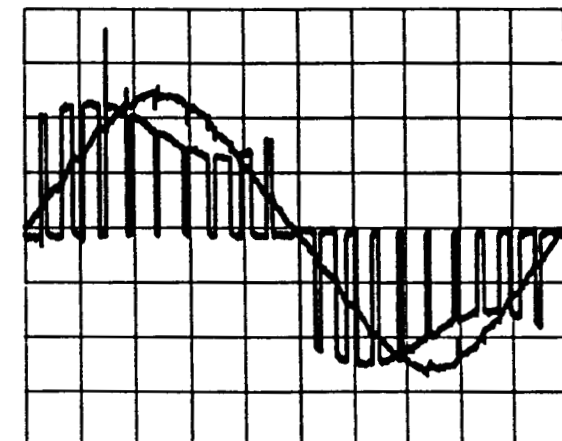
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



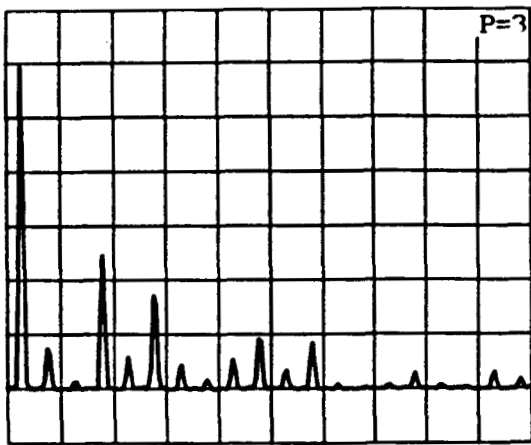
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



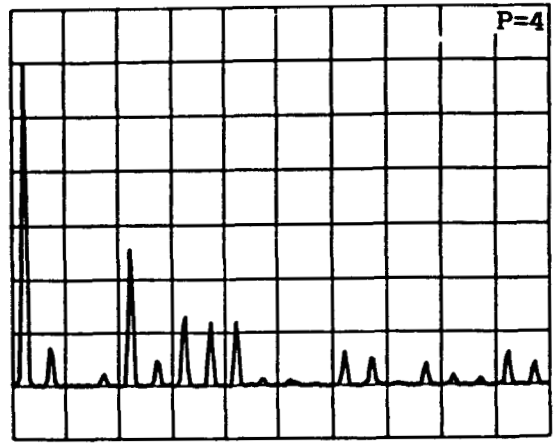
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A

Fig.3.1

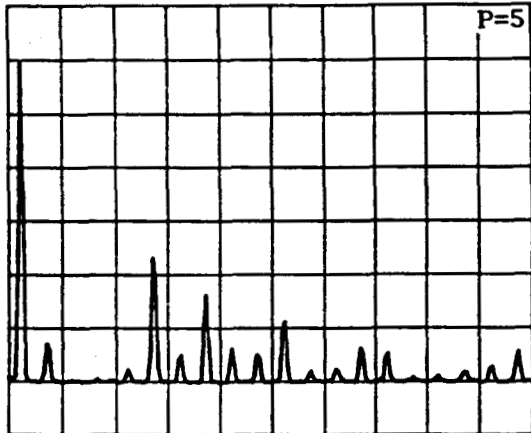
$\psi=0^\circ; Z_{CO}=1; r'=0.7$



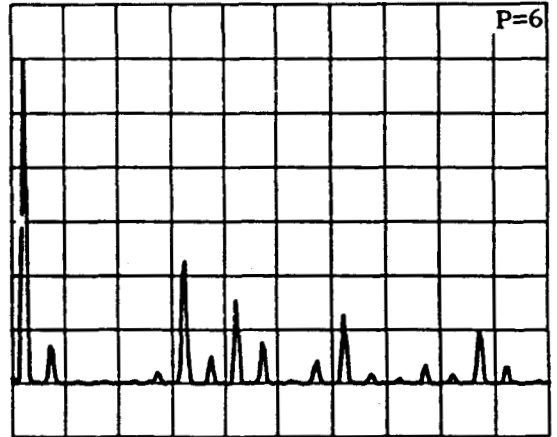
RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: +14.1 V HOR: + 200 Hz



RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: + 14 V HOR: + 200 Hz



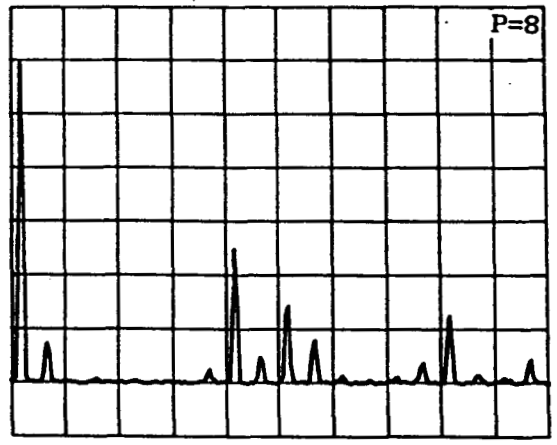
RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: +14.1 V HOR: + 200 Hz



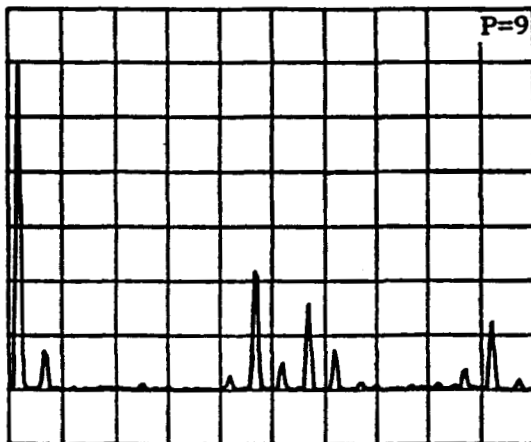
RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: + 14 V HOR: + 200 Hz



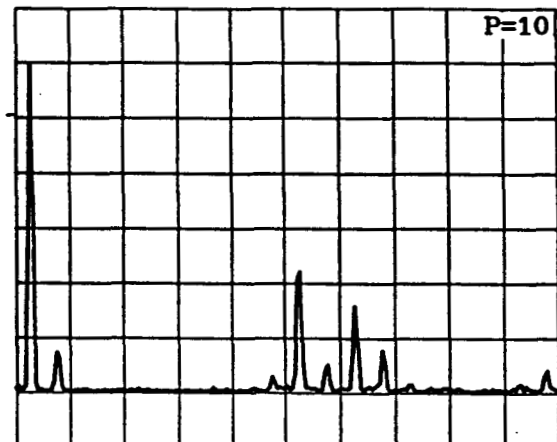
RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: +13.9 V HOR: + 200 Hz



RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: + 14 V HOR: + 200 Hz



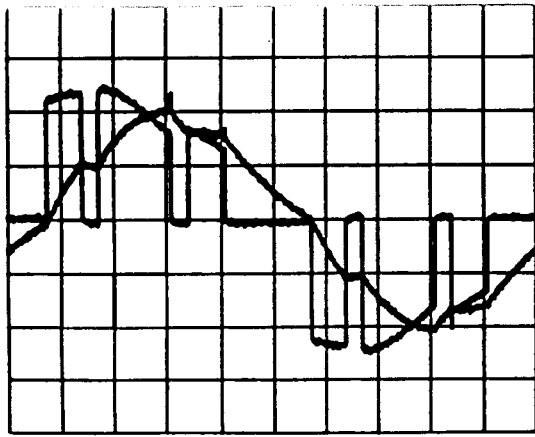
RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: + 14 V HOR: + 200 Hz



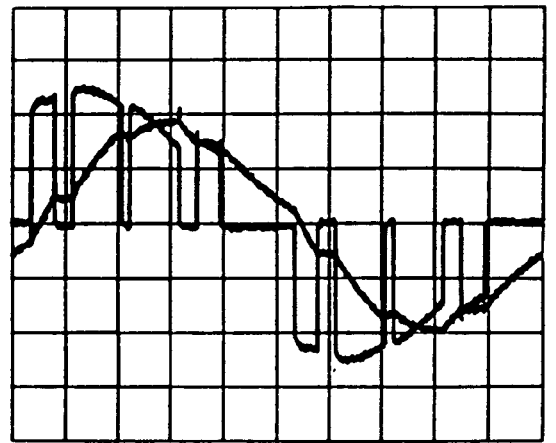
RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: +13.9 V HOR: + 200 Hz

Fig.3.2

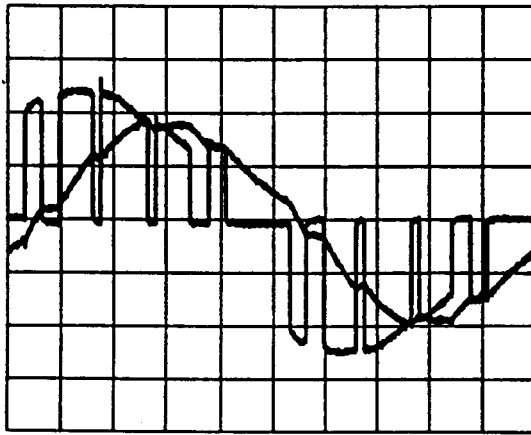
$$\psi=0^\circ; Z_{co}=1; r'=0.7$$



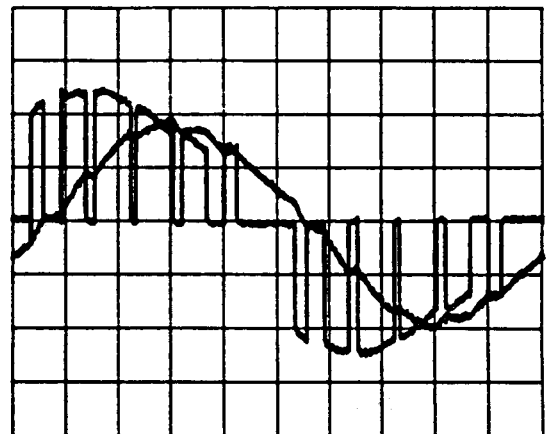
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



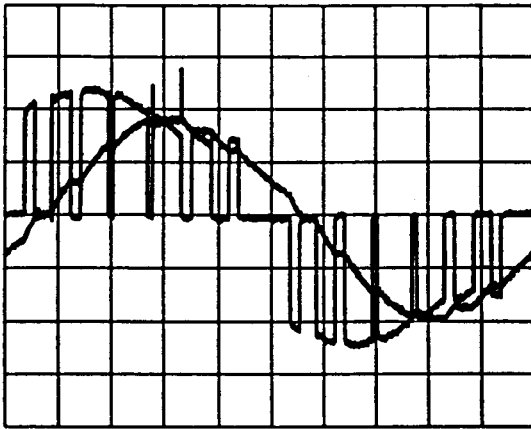
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



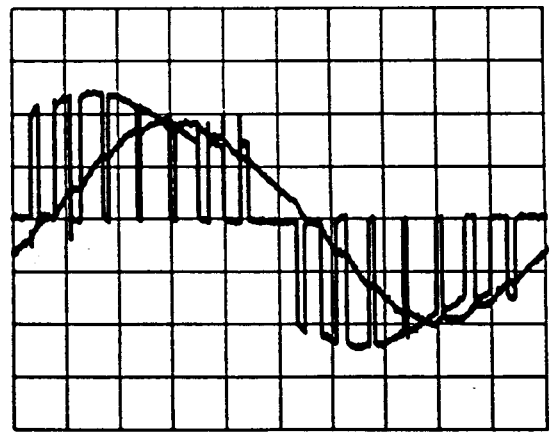
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



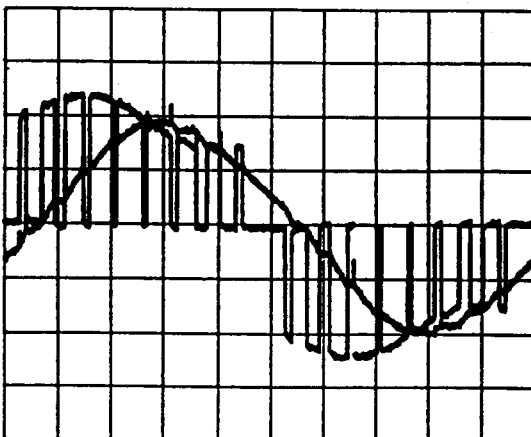
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



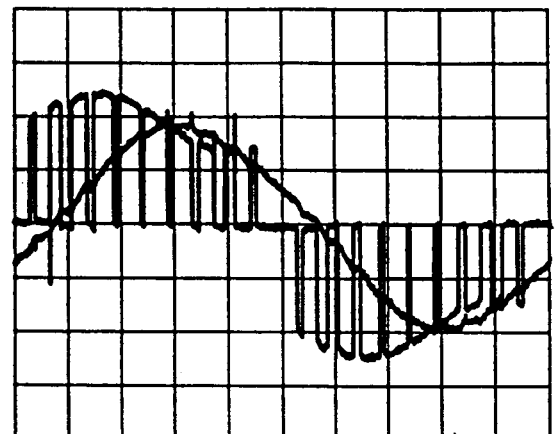
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



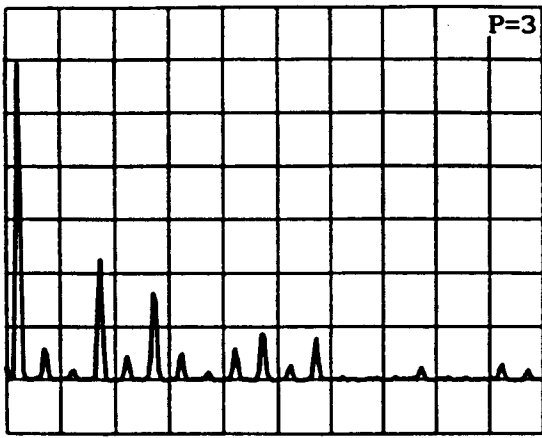
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A



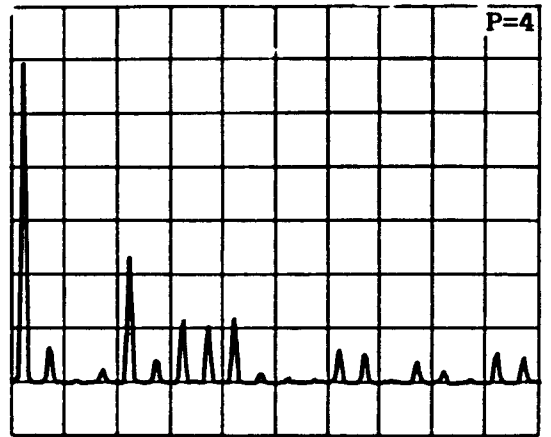
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 0DIV / A

Fig. 3.3

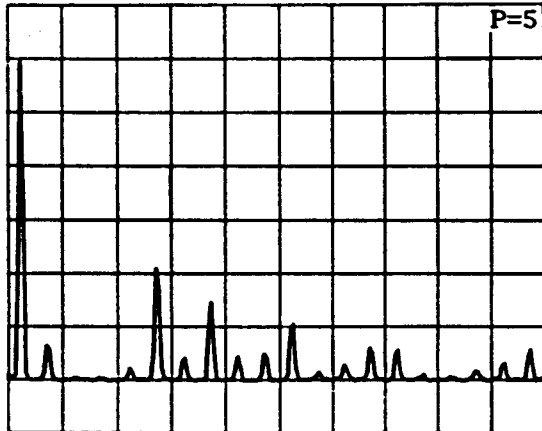
$$\psi=30^\circ; Z_{CO}=1; r'=0.7$$



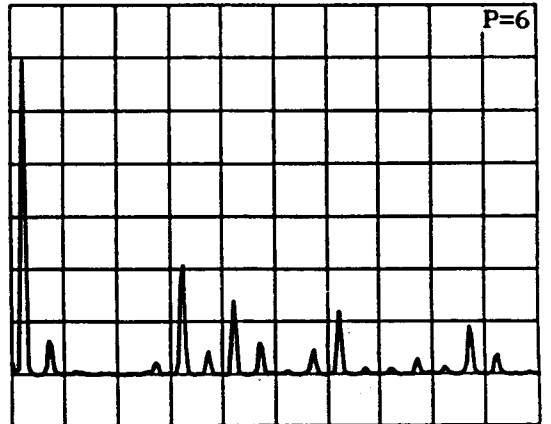
RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
 VER: + 15 V HOR: + 200 Hz



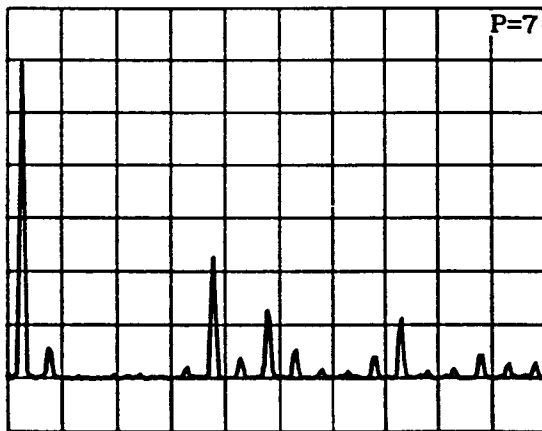
RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
 VER: +15.2 V HOR: + 200 Hz



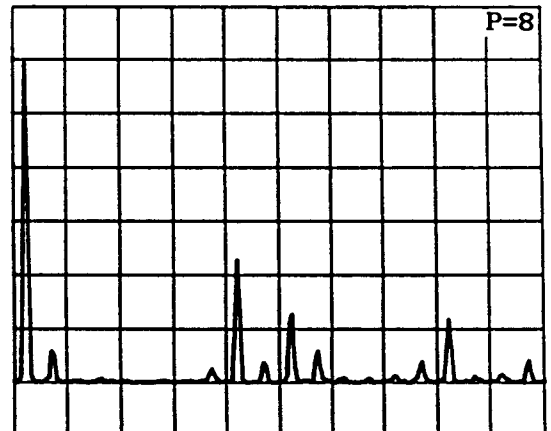
RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
 VER: +15.2 V HOR: + 200 Hz



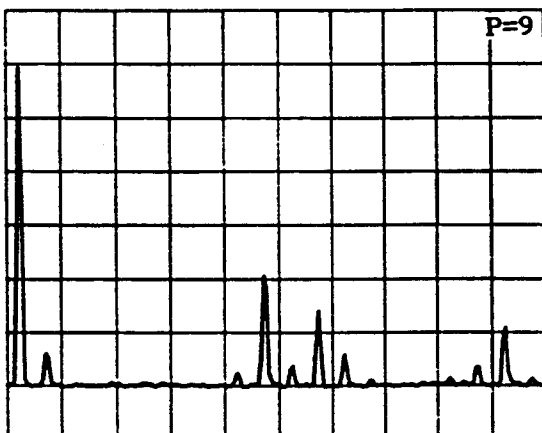
RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
 VER: +15.2 V HOR: + 200 Hz



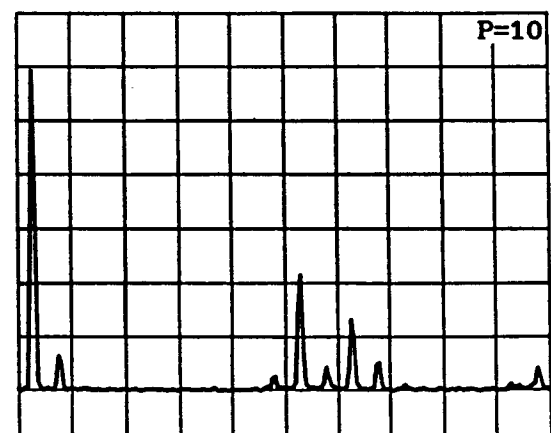
RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
 VER: +15.1 V HOR: + 200 Hz



RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
 VER: +15.1 V HOR: + 200 Hz



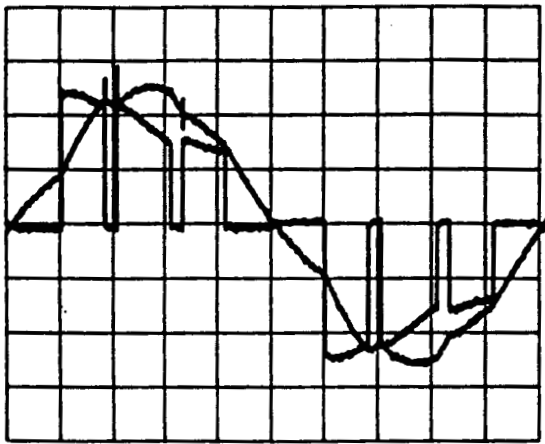
RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
 VER: + 15 V HOR: + 200 Hz



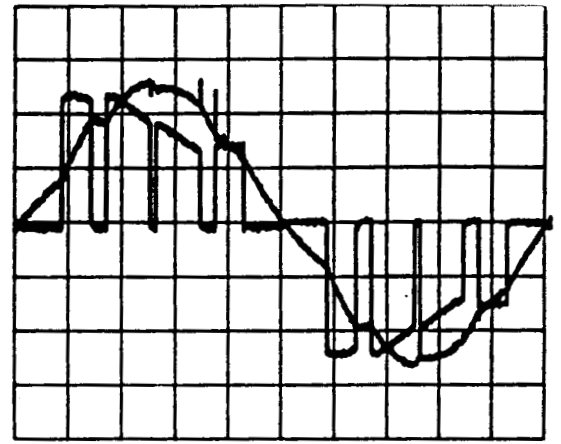
RES1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
 VER: +15.1 V HOR: + 200 Hz

Fig. 3.4

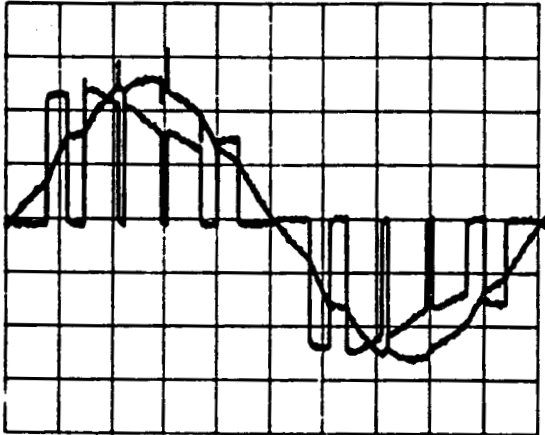
$\psi=30^\circ; Z_{c0}=1; r'=0.7$



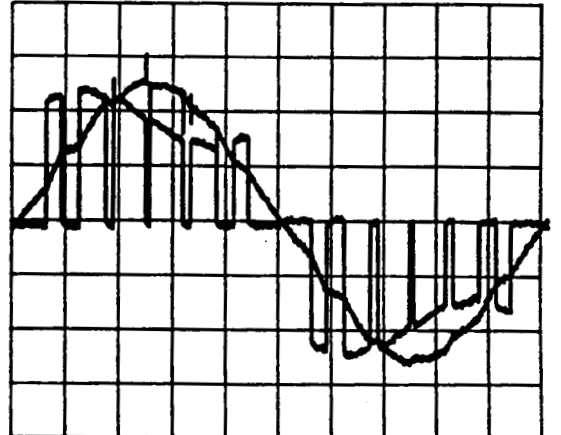
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 00IV / A



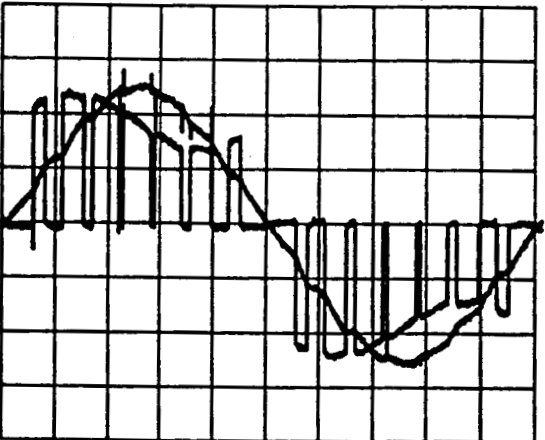
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 00IV / A



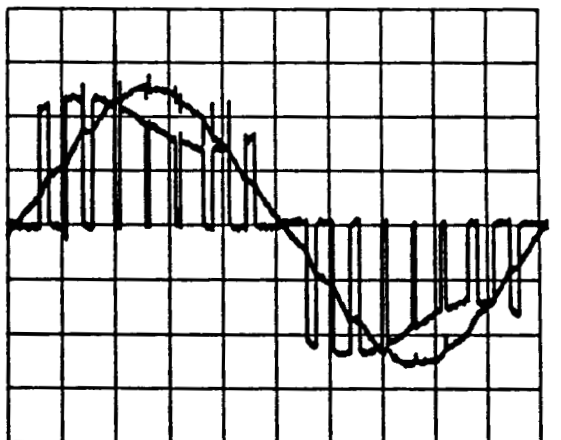
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 00IV / A



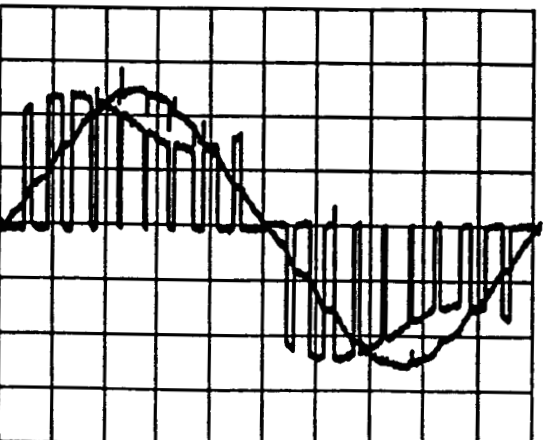
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 00IV / A



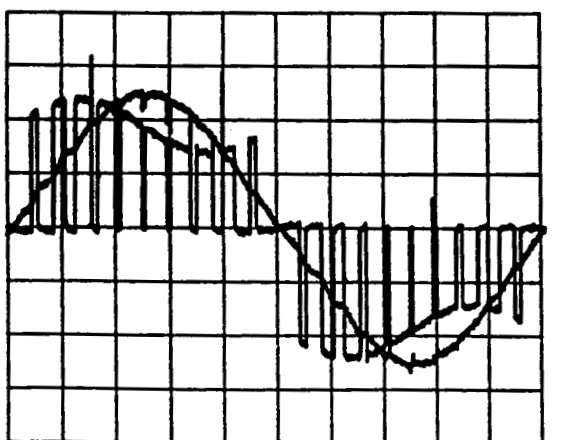
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 00IV / A



REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 00IV / A



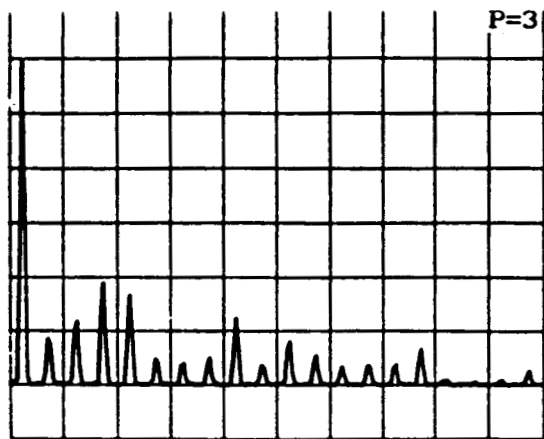
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 00IV / A



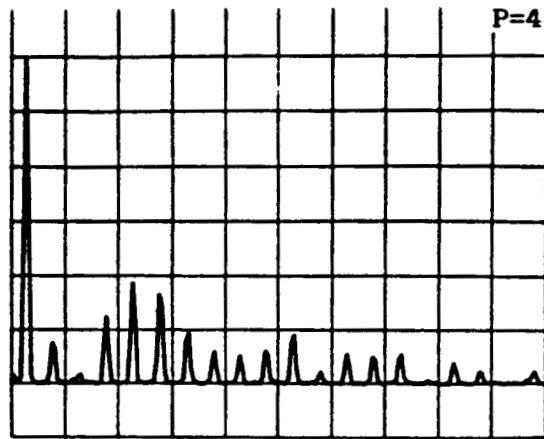
REBO A: 10mV + 0mV T: 2ms REC DCLF
 B: 50 V + 0mV D: + 00IV / A

Fig.3.5

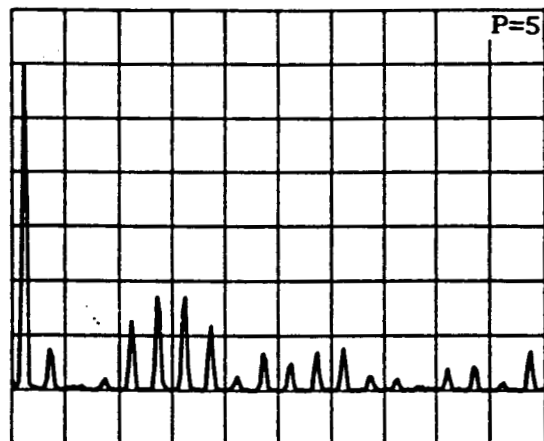
$\psi=0^\circ; Z_{CO}=1; r'=0.7$



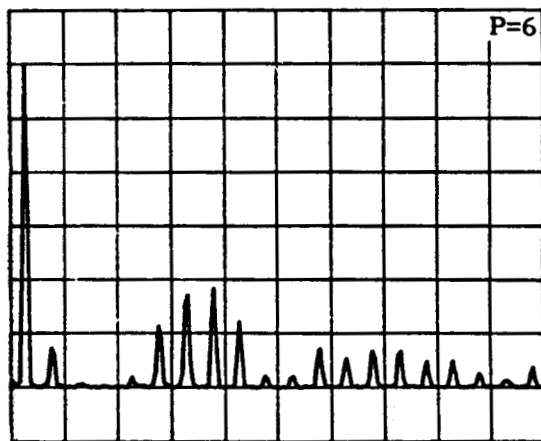
REB1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: +13.8 V HOR: + 200 Hz



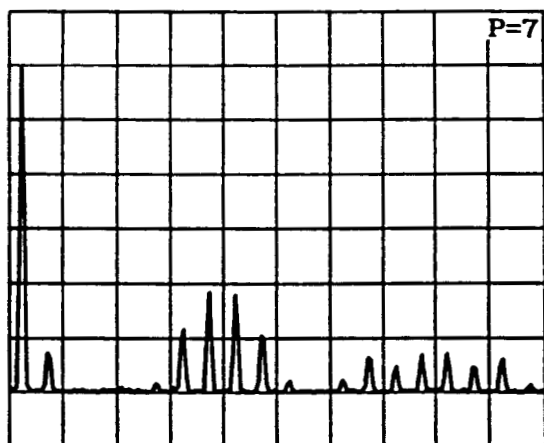
REB1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: +13.8 V HOR: + 200 Hz



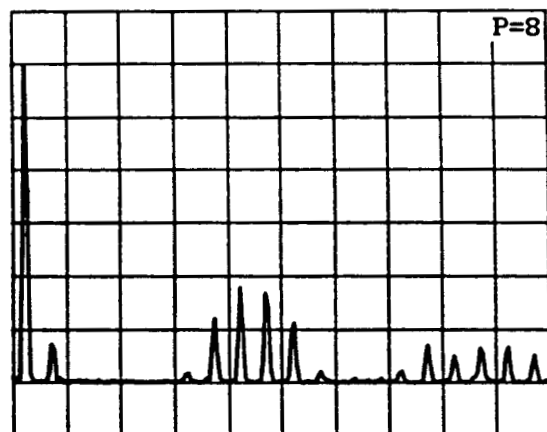
REB1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: +13.8 V HOR: + 200 Hz



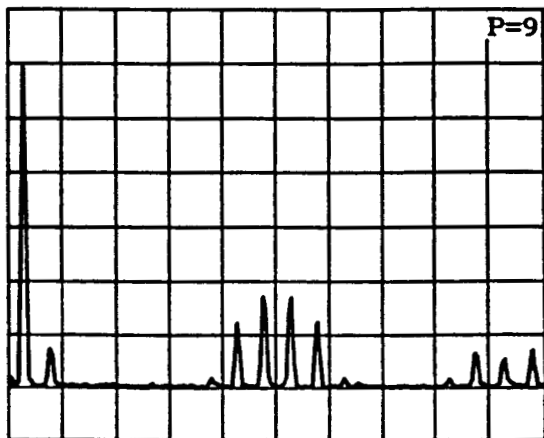
REB1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: +13.7 V HOR: + 200 Hz



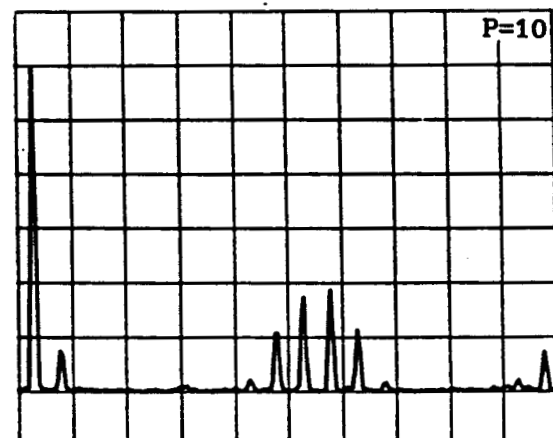
REB1 is result of FOURIER TRANSFORM function. 01-05-24
VER: +13.8 V HOR: + 200 Hz 14: 38: 24



REB1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: +13.8 V HOR: + 200 Hz



REB1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: +13.8 V HOR: + 200 Hz



REB1 is result of FOURIER TRANSFORM function.
VER: +13.8 V HOR: + 200 Hz

Fig. 3.6

$$\psi=0^\circ; Z_{c0}=1; r'=0.7$$



CONCLUSIONS

Dans ce mémoire nous avons étudié l'influence du filtre d'entrée sur le contenu harmonique de la tension de sortie de deux types d'onduleurs monophasés: l'onduleur en pont et l'onduleur en demi-pont, pour différentes stratégies de commande des interrupteurs.

Dans chaque cas, nous avons d'abord pris en compte uniquement le condensateur de filtrage: les caractéristiques obtenues permettent de choisir la valeur de ce condensateur en fonction de l'ondulation tolérée dans la tension d'entrée ou de l'amplitude admissible des harmoniques qui apparaissent dans la tension de sortie, et ceci pour:

- une valeur moyenne donnée de la tension d'entrée,
- une valeur efficace et une fréquence données du courant de sortie,
- une valeur donnée du déphasage entre courant et tension de sortie.

Le fait de prendre en compte les variations du courant dans l'inductance de filtrage permet en outre de dimensionner cette inductance en fonction de l'ondulation tolérée dans le courant pris à la source continue d'alimentation

Les caractéristiques obtenues pour les deux types d'onduleurs présentent des similitudes qui étaient prévisibles. Les deux études ont cependant dû être faites séparément, en particulier à cause du terme, de même fréquence que la tension de sortie, qui apparaît dans l'ondulation de la tension aux bornes des condensateurs de l'onduleur en demi-pont, mais pas dans l'onduleur en pont.

Le résultat le plus remarquable est la persistance de l'harmonique 3 dans les onduleurs de type MLI: son amplitude est indépendante du mode de découpage utilisé. Cet harmonique 3 de la tension de sortie est directement lié à la présence de l'harmonique 2 qui apparaît dans l'ondulation de la tension d'entrée comme on a pu le vérifier par la méthode du premier harmonique. Son

annulation ne semble donc possible qu'en ayant recours à des stratégies de commande plus complexes que celle étudiées, par exemple en adoptant un découpage de la tension de sortie dissymétrique par rapport à $\pi/2$, mais variable en fonction de la charge.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] G. SEGUIER, F. LABRIQUE
Les convertisseurs de l'électronique de puissance;
Tome 4: La conversion continu-alternatif
Techniques et documentation. Lavoisier, 1989.
- [2] H. MOHAN T. M. UNDELAND, W. P. ROBBINS
Power Electronics: converters, applications and design.
John Wiley and Sons 1989
- [3] E. DESTOBBELEER
Emploi de la Modulation de Largeur d'Impulsions dans les
redresseurs monophasés.
Thèse de Docteur ès Sciences Physiques, Lille, Déc 1986.
- [4] P. DELARUE
Etude d'un onduleur de courant à stockage interne capacitif
Thèse de Docteur de l'Université, Lille, Déc 1989.
- [5] D. EL KHAMLICH DRISSE
Synthèse analytique des convertisseurs statiques par la méthode
de conservation de la puissance instantanée: application à la
détermination des harmoniques des courants d'entrée.
Thèse de Docteur de l'Université, Lille, Janv 90.
- [6] H. PATEL, R. G. HOFT
Generalized techniques of harmonic elimination and voltage
control in thyristors inverters: Part 1, Harmonic elimination.
IEEE Transactions, IA-9, N° 3, 1973.
- [7] T. A. LIPO, F. G. TURNBULL
Analysis and comparison of two types of square-wave inverter
drives.
IEEE Transactions, IA-11, 1975, pp 137-147.

- [8] S.R.BOWES, R.R.CLEMENTS
Computer-aided design of two types of PWM inverter systems.
IEE Proc B, 1982, 129, N° 1, pp 1-17.
- [9] S.R.BOWES, M.J.MOUNT
Microprocessor control of PWM inverters.
IEE Proc B, 1981, 128, N° 6, pp 293-305.
- [10] F.G.TURNBULL
Selective harmonic reduction in static DC-AC inverters.
IEEE Transactions, CE-83, 1964, pp 374-378.
- [11] D.A.GRANT, R.SEIDNER
Ratio changing in pulse-width-modulated inverters.
IEE Proc B, 1981, 128, N° 5, pp 243-248.
- [12] J.W.A.WILSON, J.A.YEAMANS
Intrinsic harmonics of idealized inverter PWM systems.
IEEE/IAS Annual Meeting 1976, pp 967-973.
- [13] I.J.PITEL, S.N.TALUKDAR, P.WOOD
Characterization of programmed-waveform pulse-width-modulation.
IEEE Transactions, IA-16, N° 5, 1980.
- [14] P.D.ZIOGAS, Y.KANG, V.R.STEFANOVIC
PWM control techniques for rectifier filter minimisation.
IEEE Transactions, IA-21, N° 5, 1985, pp 1206-1213.
- [15] M.BOOST, P.D.ZIOGAS
State-of-the-art PWM techniques: a critical evaluation
IEEE Power Electronic Specialists Conference 1986, pp
425-433
- [16] T.KATO
Precise PWM waveform analysis of inverter for selected harmonic
elimination
IEEE/IAS Conference Rec., 1986, pp 611-616.

- [17] P.ENJETI, J.F.LINDSAY
Solving nonlinear equations of harmonic elimination PWM in
power control.
IEE Electronic Letters, 1987, 23, (12), pp 656-657.
- [18] J.ROSA
The harmonic spectrum of DC link currents in inverters.
4th International Pci conference On power ConvrSION, March
1982, San Francisco, pp 38-52.
- [19] P.D.EVANS, P.R.CLOSE
Harmonic distortion in PWM inverter output Waveforms.
IEEE Proc B, 1987, 134, (4), pp 224-232.
- [20] C.D.M.OATES
Spectral assessment of inverter waveforms.
3rd International Conference on Power Electronics and
Variable Speed Drives, London, July 1988, pp 79-82



RESUME

Les onduleurs de tension monophasés sont surtout utilisés dans les alimentations de sécurité et dans les convertisseurs DC-DC à étage intermédiaire alternatif.

Dans ces applications le but est d'obtenir un signal de sortie alternatif sinusoïdal dont l'amplitude et la fréquence peuvent être contrôlées. La tension continue à l'entrée est le plus souvent obtenue par redressement et filtrage de la tension du réseau.

L'étude des lois de commande se fait généralement en négligeant les imperfections de la source d'entrée.

Le mémoire présente les résultats de l'analyse harmonique de la tension de sortie et du courant pris à la source continue d'entrée, en tenant compte des imperfections de la source d'entrée que les éléments L et C du filtre tentent de compenser.

Deux structures d'onduleurs de tension monophasés sont étudiées: le montage en pont complet et le montage en demi-pont à diviseur capacitif.

Pour chaque montage, plusieurs stratégies de commande sont appliquées: la commande symétrique, la commande décalée et la commande en modulation de largeur d'impulsions.

Pour chaque stratégie de commande, les résultats de l'analyse harmonique sont présentés, d'abord en considérant le cas d'une inductance de filtrage infinie à l'entrée, puis en tenant compte de la valeur finie de cette inductance.

L'étude montre en particulier que pour la commande par M.L.I, l'amplitude de l'harmonique 3 de la tension de sortie est indépendante du nombre d'impulsions composant cette tension de sortie.

Les caractéristiques jointes au mémoire permettent de choisir les éléments L et C du filtre d'entrée en fonction du contenu harmonique toléré dans la tension de sortie et de l'ondulation admise dans le courant pris à la source continue.

MOTS CLEFS:

ELECTRONIQUE DE PUISSANCE

CONVERTISSEUR STATIQUE

ONDULEUR DE TENSION

MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSIONS

FILTRAGE

HARMONIQUE