

N° d'ordre : 687

65 812

50376  
1991  
42

50376  
1991  
42

## THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE  
FLANDRES ARTOIS

pour l'obtention du titre de

DOCTEUR

En Productique : Automatique et Informatique Industrielle

par

Vladan KONCAR

### Commande numérique par suréchantillonnage et coordination en série de sous-systèmes

Soutenu publiquement le 8 Février 1991 devant la Commission d'Examen:



MM.

P. VIDAL  
R. LAURENT  
D. MEIZEL  
C. VASSEUR

L. POVY  
P. BONNET

Président  
Rapporteur  
Rapporteur  
Directeur de  
Recherche  
Examinateur  
Examinateur

## AVANT PROPOS

Le travail exposé dans ce mémoire a été réalisé au Laboratoire d'Automatique de l'Université de Lille sous la direction de Monsieur le Professeur Christian VASSEUR. Avant d'en entreprendre l'exposé, je tiens à exprimer ma reconnaissance à toutes personnes qui m'ont aidé dans ce travail.

J'exprime ma gratitude à Monsieur le Professeur Pierre VIDAL pour l'accueil qu'il m'a réservé au sein de son laboratoire et je le remercie d'avoir accepté la présidence de mon jury de thèse.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur Christian VASSEUR, Professeur à l'USTLFA et Directeur de l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Industries Textiles de Roubaix, qui m'a confié cette étude.

Que Monsieur Robert LAURENT, Professeur à l'Université d'Orléans, accepte mes plus vifs remerciements pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter au jugement de ce travail en acceptant d'être l'un de mes rapporteurs.

J'adresse de même toute ma reconnaissance à Monsieur Dominique MEIZEL, Professeur à l'Université de Compiègne, pour avoir accepté de juger le contenu de ce mémoire et pour sa présence parmi les membres de jury en tant que rapporteur.

Je remercie également Monsieur Lucien POVY, Professeur à l'USTLFA et Monsieur Pierre BONNET, Maître de Conférence à l'USTLFA pour l'intérêt qu'ils ont témoigné à ces travaux en tant que membres du jury.

L'ensemble de mes travaux a pu être mené à bien grâce à la coopération et l'aide de tout le personnel du Laboratoire d'Automatique de Lille Flandres Artois, auxquels je tiens à adresser ma gratitude.

## **Table des Matières**

<b>Chapitre I. Introduction générale</b>	p. 7
<b>I.1. Hiérarchie des niveaux de commande en robotique [BRU 88]</b>	p. 8
<b>I.2. Rappels sur le niveau de coordination (N2)</b>	p. 10
I.2.1. L'interpolateur géométrique et le transformateur de coordonnées	p. 10
I.2.2. L'interpréteur	p. 11
I.2.3. Coordination de mouvements	p. 11
<b>I.3. Modélisation de la commande du robot [BRU 88]</b>	p. 12
I.3.1. Définitions de base	p. 13
I.3.1.1. <i>Notion de machine</i>	p. 13
I.3.1.2. <i>Notion de micromachine</i>	p. 13
I.3.1.3. <i>Notion de macromachine</i>	p. 14
I.3.2. Modélisation de différentes architectures de commande	p. 14
I.3.2.1. <i>Commande centralisée (Figure I.4)</i>	p. 14
I.3.2.2. <i>Commande partiellement décentralisée (Fig I.5)</i>	p. 15
I.3.2.3. <i>Commande décentralisée (Fig. I.7.)</i>	p. 16
<b>I.4. Principe de la décentralisation des MICROMACHINES</b>	p. 17
I.4.1. Décentralisation de la micromachine d'action	p. 17
I.4.2. Décentralisation de la micromachine de décision	p. 17
I.4.2.1. <i>Décentralisation du niveau N2</i>	p. 17
I.4.3. Décentralisation de la micromachine de communication	p. 17
<b>I.5. Classification des diverses architectures de commande [MIC 88]</b>	p. 18
<b>I.6. Conclusion</b>	p. 18
<b>Chapitre II. Niveaux N0 et N1 de la commande</b>	p. 21
<b>II.1. Interfaces de puissance, niveau N0</b>	p. 22
<b>II.2. Commande échantillonnée des systèmes linéaires</b>	p. 23

<b>II.3. Méthodes de commande numérique utilisant le suréchantillonnage</b>	p. 24
II.3.1. Introduction	p. 24
II.3.2. Méthodes de commande numérique avec suréchantillonnage	p. 25
II.3.3. Conclusion	p. 31

## **Chapitre III. Commande Numérique par Suréchantillonnage,**

### **Simulation sur Ordinateur** p. 33

<b>III.1. Introduction</b>	p. 34
<b>III.2. Principes théoriques</b>	p. 34
III.2.1. Fonctionnement échantillonné en boucle ouverte	p. 34
III.2.2. Calcul de la commande en boucle fermée	p. 35
III.2.3. Commande suréchantillonnée	p. 38
<b>III.3. Evaluation théorique des performances</b>	p. 39
III.3.1. Mise en équations	p. 39
III.3.2. Etude de la matrice ( $f-hL(F^n - FG^n)$ )	p. 40
III.3.3. Etude de stabilité	p. 42
III.3.4. Performances	p. 43
<b>III.4. Simulation sur ordinateur</b>	p. 46
<b>III.5. Application de la méthode à la réalisation d'une carte d'axe</b>	p. 56
III.5.1. Architecture matérielle	p. 56
III.5.2. Résultats expérimentaux	p. 56
III.5.3. Conclusion	p. 60
<b>III.6. Conclusion</b>	p. 60

## Chapitre IV. Méthodes de coordination des sous-systèmes

<b>interconnectés</b>	p. 63
IV.1. Principe de la coordination décentralisée [BRU 88]	p. 64
IV.2. Méthodes de coordinations	p. 65

## Chapitre V. Coordination des Régulateurs avec Observateurs

<b>d'Etat et de Perturbations</b>	p. 70
V.1. Introduction	p. 71
V.2. Principes théoriques	p. 73
V.2.1. Description du système	p. 73
V.2.2. Conception du régulateur $R_i$	p. 75
V.2.2.1. <i>Conditions d'existence des matrices <math>L_i</math> et <math>H_i</math></i>	p. 76
V.3. Analyse de la stabilité du système global	p. 78
V.4. Observateur d'état et de perturbations	p. 81
V.4.1. Introduction aux observateurs	p. 82
V.4.2. Rappel sur les observateurs d'état	p. 82
V.4.2.1. <i>Généralités</i>	p. 82
V.4.2.2. <i>Système d'équations</i>	p. 83
V.4.3. Rappel sur l'observateur d'état et de perturbations	p. 85
V.4.3.1. <i>Généralités</i>	p. 85
V.4.3.2. <i>Observateur de perturbations en régime établi</i>	p. 86
V.4.3.3. <i>Structure de l'observateur d'état et de perturbations</i>	p. 87
V.4.3.4. <i>Observateur global</i>	p. 89
V.4.3.5. <i>Détermination des matrices <math>k_b</math> et <math>L_b</math></i>	p. 90
V.4.3.6. <i>Observateur d'état et de perturbations amélioré</i>	p. 91

<b>V.5. Diminution des effets de propagation des perturbations dans le système de contrôle global</b>	p. 92
V.5.1. Généralités	p. 92
V.5.2. Système d'équations	p. 93
<b>V.6. Conclusion</b>	p. 94

## **Chapitre VI. Simulation de la méthode de coordination** p. 95

<b>VI.1. Introduction</b>	p. 96
<b>VI.2. Structure du système de contrôle et de coordination</b>	p. 98
<b>VI.3. Résultats de la simulation</b>	p. 99
VI.3.1. Observateur d'état et de perturbations	p. 100
VI.3.2. Calcul des commandes	p. 100
<b>VI.4. Résultats expérimentaux</b>	p. 102

## **Chapitre VII. Application de la méthode de coordination des**

### **sous-systèmes** p. 113

<b>VII.1. Introduction</b>	p. 114
VII.1.1. Aspect matériel	p. 114
VII.1.2. Algorithme de commande	p. 116
<b>VII.2. Résultats de l'application</b>	p. 119

### **Conclusion générale** p. 123

**Bibliographie** p. 126

**Annexes** p. 131

**Annexe 1 : Cartes contrôleurs** p. 132

**Annexe 2 : Interface de puissance:** p. 135

**Annexe 3 : Interface de position** p. 137

**Annexe 4 : Moteur à courant continu** p. 139

**Chapitre I.**  
**Introduction générale**

### **I.1. Hiérarchie des niveaux de commande en robotique [BRU 88]**

En robotique, la commande est habituellement réalisée selon une partition à cinq niveaux hiérarchiques. Les implantations de ces différents niveaux à l'intérieur d'une architecture peuvent être de modèles très diverses. Le contenu de chacun de ces niveaux est examiné dans ce paragraphe (Figure 1.1).

Niveau 0 (N0) :

C'est le niveau correspondant à la partie basse de la commande. Il s'identifie à un convertisseur de puissance qui représente l'interface entre l'asservissement et l'actionneur. En général ce niveau n'apparaît pas. En ce qui concerne la présente étude il est réalisé par une commande en modulation de largeur d'impulsion (MLI ou en Anglais PWM).

Niveau 1 (N1) :

Il correspond à un asservissement et éventuellement à une interpolation articulaire. Les niveaux N0 et N1 ne concernent qu'un axe. Ils ne prennent pas en compte les autres axes de la machine, mais ils sont nécessaires pour la réalisation du mouvement global de la machine.

Niveau 2 (N2) :

Il réalise la coordination des axes et élabore les trajectoires. Ce niveau inclut:

- l'interpréteur,
- l'interpolateur géométrique.
- la coordination des mouvements,
- le transformateur de coordonnées,

Il concerne l'ensemble du robot et de ses axes.

Niveau 3 (N3) :

C'est le niveau tâche. Il réalise la prise en compte de l'environnement par le "bouclage tâche" et également à l'aide du calculateur de posture du robot.

Niveau 4 (N4) et plus:

Ce niveau prend en compte la génération de plans et intègre des procédures relevant de l'intelligence artificielle.

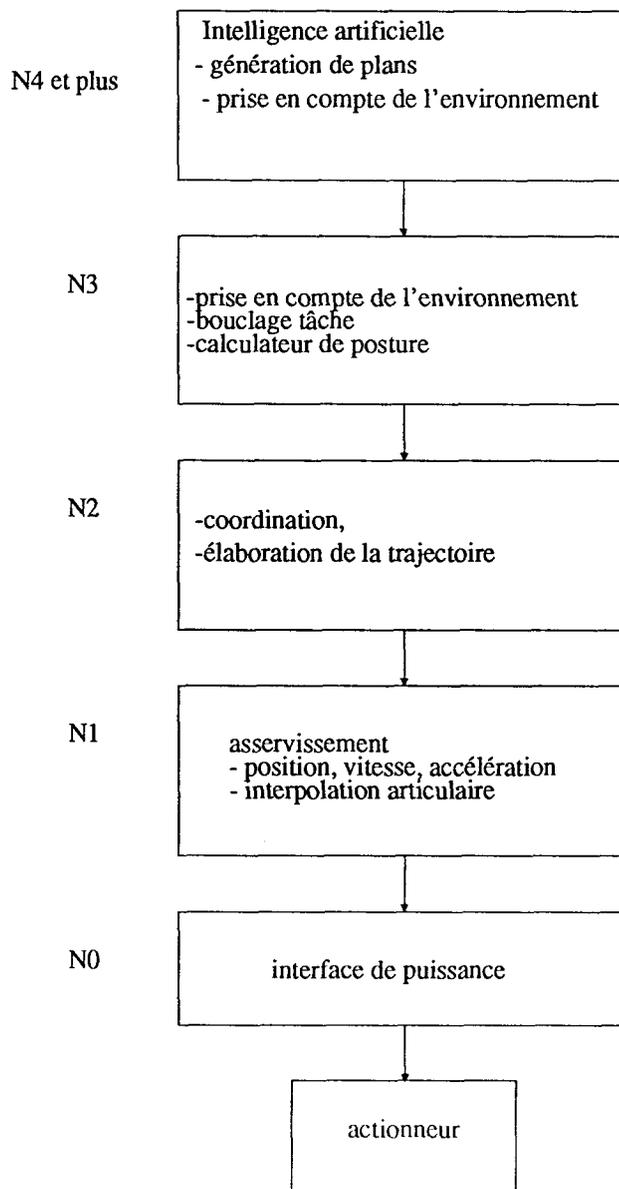


Fig I.1: Hiérarchisation de la commande d'un robot

## I.2. Rappels sur le niveau de coordination (N2)

### I.2.1. L'interpolateur géométrique et le transformateur de coordonnées

L'interpolateur travaille à partir des points exprimés en coordonnées opérationnelles. Il effectue ses calculs par interpolation linéaire, circulaire, parabolique... Le transformateur de coordonnées traduit les coordonnées opérationnelles en coordonnées généralisées. Il existe deux possibilités pour effectuer cette transformation.

- d'une part la méthode analytique par utilisation du modèle géométrique inverse. (Figure I.2).

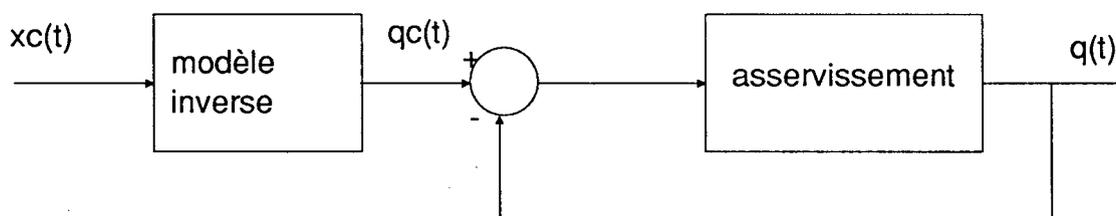


Figure I.2 : Méthode analytique

- d'autre part la méthode numérique itérative. Cette méthode peut se traduire de deux

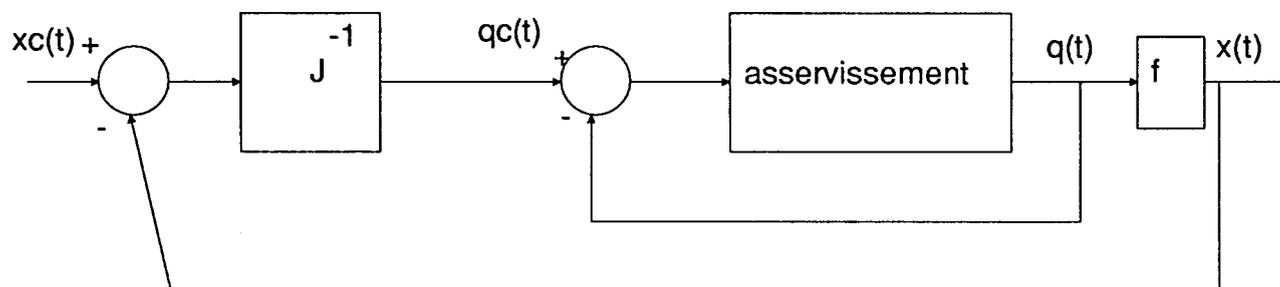


Figure I.3 : Méthode numérique itérative

façons : (Figure I.3) : Soit par linéarisation de la matrice de passage homogène, soit par utilisation de la matrice Jacobienne inverse et du modèle géométrique.

$xc(t)$  : consigne de position en coordonnées opérationnelles au temps  $t$ ;

$qc(t)$  : consigne de position en coordonnées généralisées au temps  $t$ ;

$q(t)$  : position généralisée au temps  $t$ ;

$x(t)$  : position en coordonnées opérationnelles au temps  $t$ .

$f$  : modèle géométrique (transformation des coordonnées généralisées en coordonnées opérationnelles).

L'asservissement se fait en coordonnées généralisées dans la méthode utilisant le modèle géométrique inverse alors qu'il s'effectue en coordonnées opérationnelles dans la méthode numérique.

### **I.2.2. L'interpréteur**

Il traduit les informations globales venant du niveau objet en informations directement compréhensibles par l'interpolateur géométrique et le transformateur de coordonnées.

- DROITE, Point de destination;
- CERCLE, Centre , Rayon;
- POINT A POINT, Point de destination,Point de passage;
- TEST, n° du capteur;
- ACTION, n° sortie, valeur.

### **I.2.3. Coordination de mouvements**

La coordination s'effectue à partir d'un certain nombre de points dits de "passage", de "départ" et "d'arrivée". Ces points sont exprimés soit en coordonnées généralisées soit en coordonnées opérationnelles. L'acquisition de ces points se fait selon une des méthodes suivantes:

- Les points sont envoyés par le niveau de commande supérieure puis sont passés à travers le transformateur de coordonnées.

- Les points sont générés par apprentissage direct.

- L'opérateur humain dirige le robot en tenant l'organe terminal et le robot enregistre alors les différent points.

- Les points sont générés par apprentissage indirect. Ils existent dans ce cas trois possibilités :

- le pupitre,
- le syntaxeur,
- le pantin.

Les différents points sont donnés en coordonnées généralisées. Pour un robot n axes il y aura donc n coordonnées. Si  $P_i$  est un point de passage nous aurons.

$$P_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in})^T$$

Ainsi la trajectoire d'un robot s'exprime par :

$$P_1 \rightarrow P_2 \rightarrow \dots \rightarrow P_i \rightarrow \dots \rightarrow P_f$$

où  $P_1$  est le point de départ et  $P_f$  le point d'arrivée.

Si il n'y a pas de contrainte géométrique entre 2 points de passage, il suffit de calculer la trajectoire en optimisant les contraintes suivantes :

Contraintes : vitesse de passage et dates de passage.

Contraintes cinématiques et dynamiques : vitesse, accélération et décélération maximales.

Les commandes points à points implantées dans les robots nécessitent un passage sur un ensemble de points prédéfinis de la trajectoire. Il est donc indispensable de coordonner les mouvements du robot afin que tous les axes de ce robot arrivent en même temps en chacun des points de passage. Cette coordination nécessite la prise en compte des contraintes apportées par les différentes parties du système:

- performances cinématiques et dynamiques variant d'un axe à l'autre,
- points de passage non équidistants.

### **I.3. Modélisation de la commande du robot [BRU 88]**

### I.3.1. Définitions de base

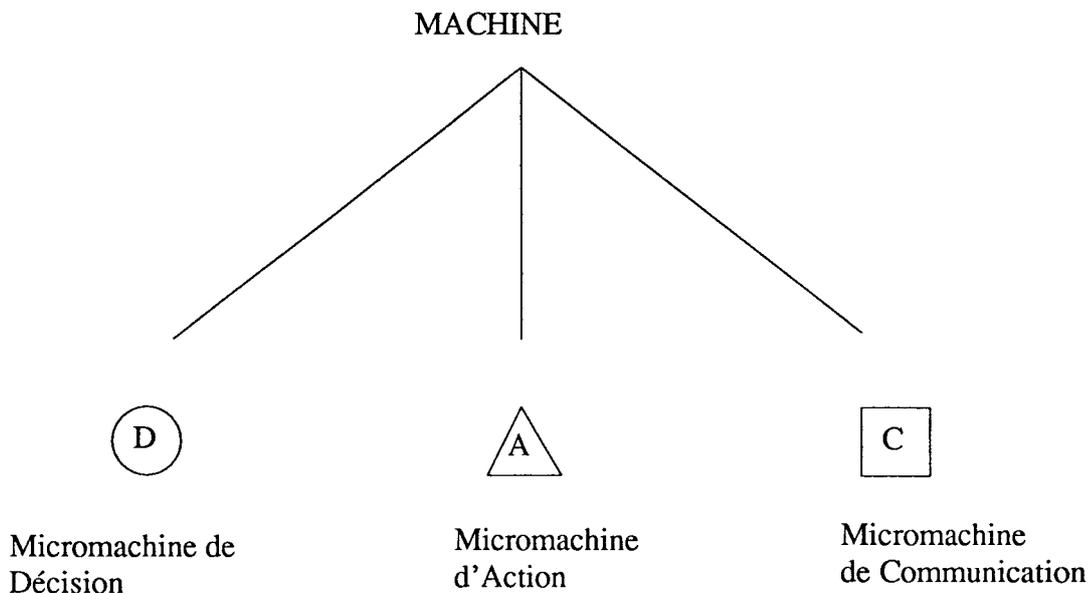
#### I.3.1.1. Notion de machine

L'ensemble des algorithmes de commande implantés sur un même support matériel sera appelé MACHINE DE COMMANDE ou plus simplement MACHINE.

#### I.3.1.2. Notion de micromachine

L'ensemble des algorithmes formant une machine peut se partager en plusieurs sous ensembles d'algorithmes, appelés MICROMACHINES. Dans cette étude trois types de micromachines sont utilisés:

- La micromachine d'action. Elle intègre les niveaux N0 et N1 de la commande.
- La micromachine de décision qui intègre les niveaux N2 et plus.
- La micromachine de communication qui gère les échanges avec l'extérieur.



La micromachine de décision comporte les fonctions de coordination, de traitement de haut niveau et de sûreté.

La micromachine de communication comporte les fonctions de gestion d'échanges, de sûreté et de perception.

La micromachine d'action comporte les fonctions d'asservissement, de conversion

---

géométrique et de sûreté.

On dit qu'une machine est complète lorsqu'elle comporte les 3 types de micromachines.

### I.3.1.3. Notion de macromachine

Une macromachine est l'association de plusieurs machines complètes ou non, qui participent à une tâche commune. Les macromachines sont utilisées pour commander des cellules ou des atelier flexibles. Une commande centralisée ne représente jamais une macromachine car, quelque soit le niveau de complexité de la commande et le nombre d'axes pilotés dans ce cas, la machine de commande reste unique.

Une commande partiellement décentralisée représente une macromachine dont la configuration est définie une fois pour toutes par la structure existante des supports matériels de la machine centrale et des machines décentralisées. Une commande décentralisée ne représente aucune configuration particulière de macromachine car sa structure est totalement uniforme. Les macromachines sont constituées de manière à réaliser des groupes de machines communicant entre elles de façon privilégiée pour se coordonner.

## I.3.2. Modélisation de différentes architectures de commande

### I.3.2.1. Commande centralisée (Figure I.4)

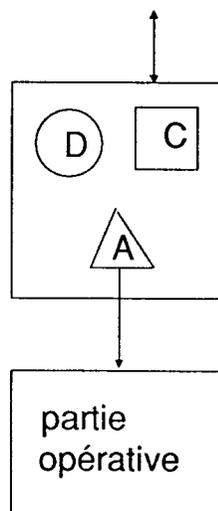


Figure I.4 : Commande centralisée

Ce type de commande est modélisable par une machine complète. Tous les niveaux

hiérarchiques sont réunis dans cette machine (N0 et N1 dans la micromachine d'action, N2 et plus dans la micromachine de décision.)

### I.3.2.2. Commande partiellement décentralisée (Fig I.5)

Cette commande est modélisable par P machines incomplètes comportant des micromachines d'action et de communication et une machine incomplète comportant des micromachines de décision et de communication. P est le nombre d'axes pilotés. Les P machines incomplètes intègrent les niveaux N0 et N1 de la commande. La machine incomplète comportant des micromachines de décision et de communication intègre les niveaux N2 et plus.

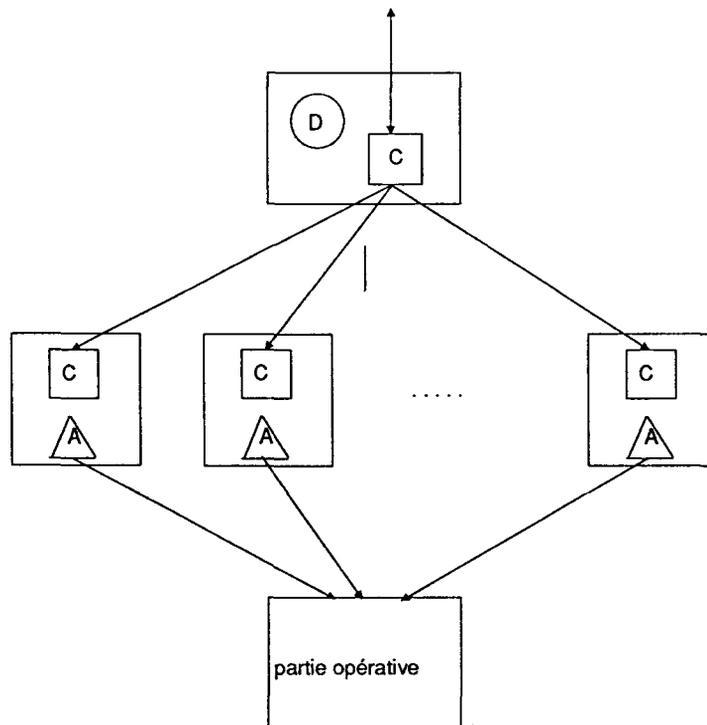


Figure I. 5 : Commande partiellement décentralisée

La commande partiellement décentralisée est également réalisable avec P machines complètes et une machine incomplète (Figure I.6).

Les machines complètes intègrent les niveaux N0, N1 et une partie du niveau N2.

La machine incomplète intègre les niveaux N3 et N4 et une partie du niveau N2.

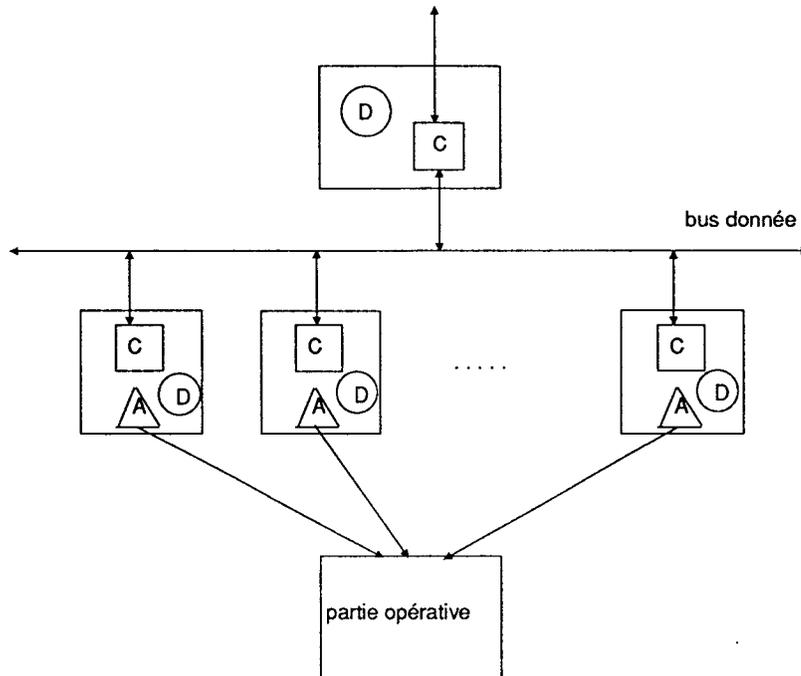


Figure I. 6 : Commande partiellement décentralisée

### I.3.2.3. Commande décentralisée (Fig. I.7.)

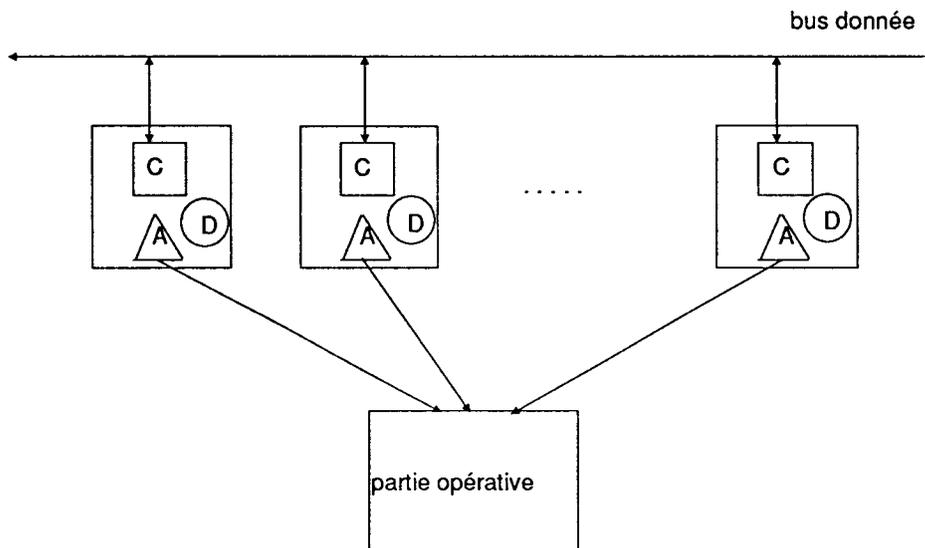


Figure I. 7 : Commande décentralisée

Une commande décentralisée est modélisable par P machines complètes intégrant chacune tous les niveaux de commande.

## **I.4. Principe de la décentralisation des MICROMACHINES**

Pour pouvoir décentraliser la commande il est indispensable de décentraliser tout ou partie des différentes micromachines.

### **I.4.1. Décentralisation de la micromachine d'action**

La micromachine d'action intègre les niveaux N0 et N1 de la commande. En général, au niveau N0 (actionneur) on n'applique pas de décentralisation. Par contre, au niveau N1, il est possible de décentraliser la micromachine d'action en séparant les commandes de position, de vitesse et d'accélération [MIC 88].

### **I.4.2. Décentralisation de la micromachine de décision**

Cette micromachine intègre les niveaux N2, N3 et N4 de la commande du robot. La décentralisation consiste à implanter sur P machines (P axes) les différents niveaux. Ceci permet l'exécution en parallèle, ce qui assure un gain de temps appréciable par rapport au pilotage séquentiel par une structure centralisée.

#### **I.4.2.1. Décentralisation du niveau N2**

Le niveau N2 contient : l'interpréteur, l'interpolateur géométrique, le transformateur de coordonnées et le coordinateur de mouvements. Pour décentraliser le niveau N2 il est donc nécessaire de décentraliser ces 4 éléments de façon à donner à chaque machine la connaissance de l'évolution des autres machines , mais en même temps de lui faire calculer uniquement les éléments qui la concernent, c'est à dire qui concernent l'axe asservi.

### **I.4.3. Décentralisation de la micromachine de communication**

La version centralisée de la micromachine de communication effectue la gestion de l'ensemble des échanges entre les différentes machines formant une macromachine.

La décentralisation consiste à permettre aux différentes machines d'effectuer la gestion d'échanges avec n'importe quelle autre machine. Ceci implique l'utilisation d'un réseau géré par la micromachine de communication décentralisée.

### **I.5. Classification des diverses architectures de commande [MIC 88]**

La décentralisation partielle peut atteindre différents niveaux hiérarchiques de la commande. Il est alors possible de classer les architectures de commande selon un critère qui caractérise à la fois le niveau hiérarchique et le niveau de décentralisation. Une commande partiellement décentralisée est de classe  $C_iD_j$  lorsque les machines décentralisées recouvrent les niveaux hiérarchiques de 0 à j, le niveau j pouvant éventuellement n'être que partiellement décentralisé. La machine centrale recouvre les niveaux de j+1 à i et éventuellement une partie du niveau j. Dans le cas d'une commande centralisée, nous pouvons dire qu'elle est de classe  $C_i$ , et dans celui d'une commande décentralisée qu'elle est de classe  $D_j$ .

### **I.6. Conclusion**

La conception d'une architecture de commande de robot fait apparaître différents niveaux de hiérarchisation :

- la micromachine d'action contient les niveaux  $N_0$  et  $N_1$  qui définissent les actionneurs et les asservissements relatifs à un axe donné.

- la micromachine de décision contenant les niveaux  $N_2$  et plus qui définissent la coordination entre les axes du robot et l'intelligence de pilotage.

- la micromachine de communication chargée de gérer les échanges et la perception du robot : capteur, liaison homme/machine ...

La présente étude a essentiellement pour objet les deux premières micromachines.

**I<sup>ère</sup> PARTIE**

**COMMANDE NUMERIQUE PAR SURECHANTILLONNAGE**

---

## Introduction

Selon la définition présentée dans le paragraphe I.3.1.2. L'ensemble des algorithmes traitant les niveaux hiérarchiques N0 et N1 de la commande définie précédemment constitue la micromachine d'action. Celle-ci effectue l'asservissement au niveau d'un axe en compensant les perturbations subies.

Dans un premier volet du deuxième chapitre l'étude des actionneurs et interfaces de puissance concernant le niveau hiérarchique N0 sera abordée. Les méthodes d'asservissement concernant le niveau N1 seront ensuite examinées, l'accent étant mis sur les méthodes numériques qui utilisent le principe de suréchantillonnage. Dans un second volet sera présenté l'état de l'art dans le domaine des régulateurs numériques utilisant le suréchantillonnage. Le troisième chapitre sera consacré à l'étude d'une méthode de commande d'état numérique par suréchantillonnage et aux résultats de la simulation de cette méthode. Enfin la deuxième partie du troisième chapitre décrit une application de la méthode à la réalisation d'une carte d'axe.

---

## **Chapitre II.**

### **Niveaux N0 et N1 de la commande**

## II.1. Interfaces de puissance, niveau N0

Dans le cadre de cette étude, la modulation de largeur d'impulsion de la commande est utilisée pour agir sur un moteur à courant continu [KON 88], [KON 90]. L'entrée de l'actionneur est constituée de la durée d'impulsion et du signe de la commande. La sortie correspond à un signal de commande en modulation de largeur d'impulsion qui est équivalent à une tension comprise entre  $-U_a$  et  $U_a$ ,  $U_a$  étant la tension d'alimentation de l'interface de puissance. L'actionneur est, en fait, un pont en H.

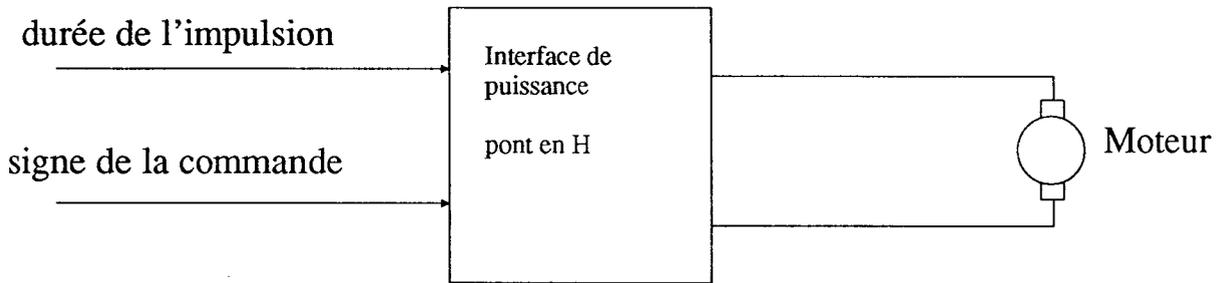


Figure II. 1. Interface de puissance

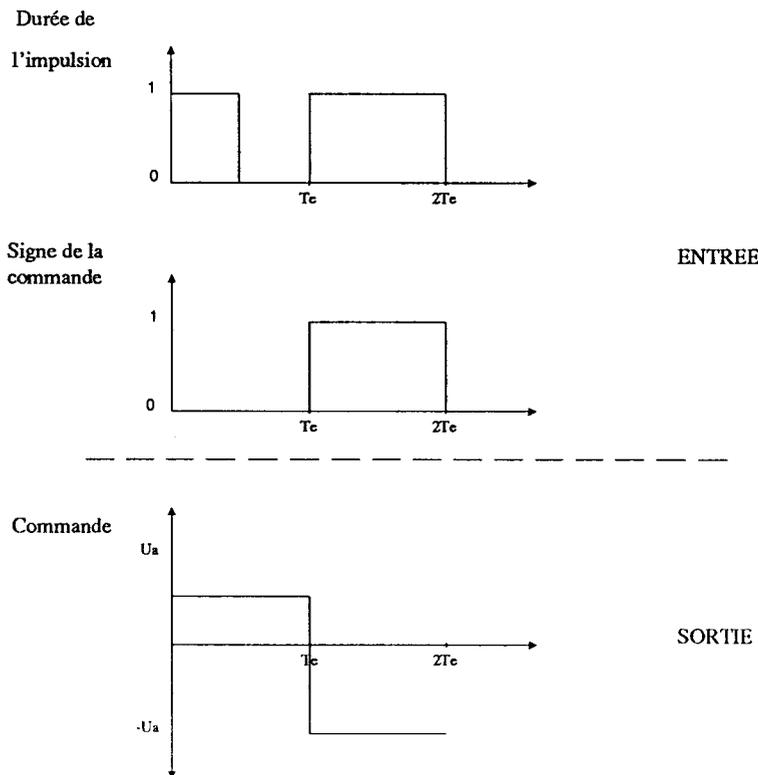


Figure II. 2. Exemple du fonctionnement en MLI

---

Un exemple du fonctionnement de l'interface de puissance est présenté sur la figure II.2.  $T_e$  représente la période d'échantillonnage et  $U_a$  est la tension d'alimentation. La commande est calculée selon l'équation suivante :

$$U = (-1)^{\text{Signe}} * \frac{\text{Durée de l'impulsion}}{T_e} * U_a \quad (\text{II-1})$$
$$0 < \text{Durée de l'impulsion} < T_e ;$$

Les détails technologiques de cette commande sont fournis en annexe.

## II.2. Commande échantillonnée des systèmes linéaires

Les méthodes de commande échantillonnée ou commande numérique sont largement utilisées aujourd'hui. Les raisons sont d'une part le développement rapide des microprocesseurs avec augmentation des performances de calcul et diminution des prix et d'autre part la facilité de mise en oeuvre et la flexibilité d'implantation des algorithmes de commande. Les systèmes contrôlés étant le plus souvent continus, la méthode usuelle utilisée pour réaliser la commande numérique est de modéliser le système par des équations échantillonnées. Ainsi l'analyse et la synthèse du régulateur se font directement en échantillonné.

Toutefois il est important de considérer également les effets de la commande échantillonnée à l'intérieur des périodes d'échantillonnage afin de prendre en compte le phénomène d'oscillations cachées qui peuvent apparaître entre deux périodes d'échantillonnage [RAG 58], [AST 84].

L'adoption d'une commande échantillonnée pose le problème du choix de la période d'échantillonnage. En effet l'amplitude de la commande est très sensible à la durée de la période d'échantillonnage. C'est ainsi que si la période d'échantillonnage est longue vis à vis de la constante de temps  $\tau$  du système ( c'est à dire  $T_e \geq \frac{\tau}{10}$  ), on obtient des amplitudes de commande acceptables. Toutefois l'adoption d'une période d'échantillonnage très courte permet le plus souvent de stabiliser le système, d'éliminer les oscillations cachées et de mieux prendre en compte les perturbations en diminuant le temps de fonctionnement en boucle ouverte. Par contre lorsque  $T_e$  est trop courte vis à vis de  $\frac{\tau}{10}$  on aboutit à des amplitudes de commande incompatibles avec les performances des actionneurs qui sont limités en tension, en amplitude etc... Apparaît

---

donc un problème de compromis qui peut être résolu en utilisant le suréchantillonnage dans la commande numérique. Les méthodes utilisant ce principe sont nombreuses et variées. Elles possèdent un point commun qui est l'utilisation de plusieurs périodes d'échantillonnage différentes dans le système de contrôle. Les paragraphes suivants présentent quelques exemples d'utilisation du suréchantillonnage.

## II.3. Méthodes de commande numérique utilisant le suréchantillonnage

### II.3.1. Introduction

La commande numérique avec utilisation du principe de suréchantillonnage consiste à utiliser plusieurs périodes d'échantillonnage différentes pour la commande et pour la mesure des valeurs de sortie du système.

Une possibilité est de mesurer les valeurs de la sortie du système contrôlé à une cadence supérieure à la cadence d'envoi de la commande à l'entrée de ce système. Une autre possibilité est d'envoyer la commande à une cadence supérieure à la cadence de mesure des valeurs de sortie. (Figure II.3.).

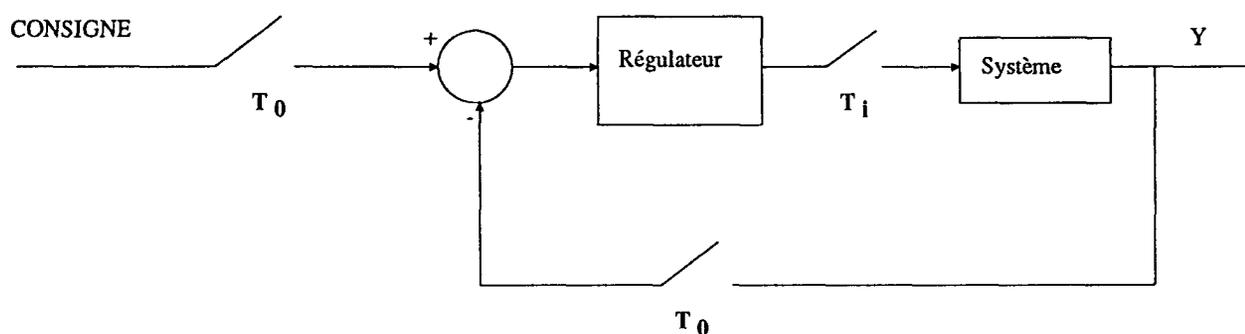


Figure II.3 :

Commande numérique avec utilisation du principe de suréchantillonnage. La multiplicité d'entrée est  $N$  et la multiplicité de sortie  $1$

On appelle multiplicité d'entrée ou de sortie les nombres  $N_e$  ou  $N_s$  définis par :

---

$$N_e = T_0/T_e \quad (\text{II-2})$$

$$N_s = T_0/T_s \quad (\text{II-3})$$

$T_{e/s}$  désigne la période d'échantillonnage d'entrée ou de sortie et  $T_0$  la période d'échantillonnage d'origine.

### II.3.2. Méthodes de commande numérique avec suréchantillonnage

Depuis quelques années plusieurs méthodes de commande avec suréchantillonnage ont été développées. Dans ce paragraphe seront étudiées les méthodes utilisant ce principe et dans le troisième chapitre sera présentée une nouvelle méthode de commande suréchantillonnée. Cette méthode effectue les mesures des valeurs de la sortie du système et envoie la commande à la même cadence  $T_e$  mais elle utilise une période d'échantillonnage différente de  $T_e$  pour le calcul de la commande.

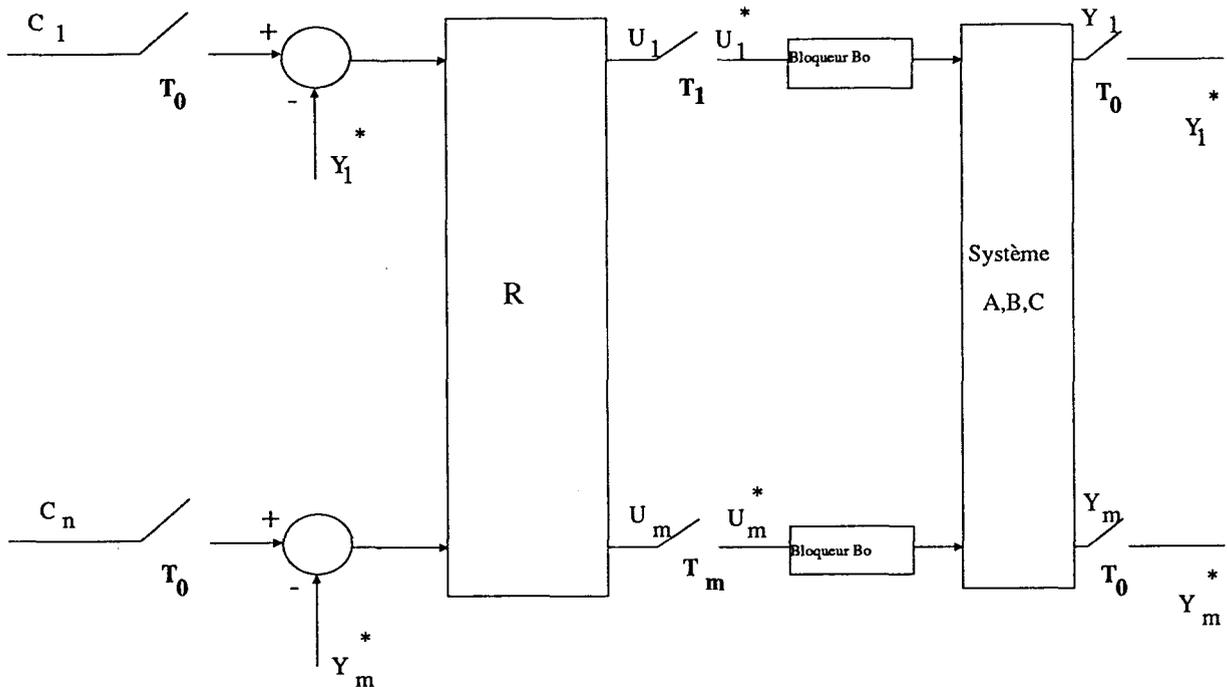
Les régulateurs utilisant le suréchantillonnage sont étudiés depuis 1957 par plusieurs chercheurs. Notamment Kranc 1957, Kalman et Bertram 1959, Grumpelson 1960, Jury 1967, Meyer et Burns 1976, Chammas et Leondes 1978 et 1979, Araki et Yamamoto 1986, Araki et Hagiwara 1986 - 1988, Lenartson 1986 - 1989, Eckardt 1989, Feliu et Cerrada 1990, Rahmani et Franklin 1990 et beaucoup d'autres.

Seules quelques méthodes récentes seront prises en considération. Chammas et Leondes [CHA 78], [CHA 79] proposent un régulateur qui mesure les valeurs de sortie du système une fois pendant la période d'échantillonnage d'origine  $T_0$  et change les gains de la boucle de retour  $N$  fois pendant  $T_0$ . Les auteurs démontrent qu'il est ainsi possible d'imposer le lieu des pôles symétriques arbitrairement si la multiplicité d'entrée  $N_e$  est égale ou supérieure à l'indice de contrôlabilité du système (rang de la matrice de contrôlabilité).

Araki et Hagiwara [HAG 86] proposent un système de contrôle par suréchantillonnage avec une multiplicité de sortie  $N_s=1$  et différentes multiplicités d'entrée  $N_e=N_1, N_2, \dots, N_m$ . (Figure II-4). Les auteurs démontrent que si le système contrôlé continu, linéaire et invariant est contrôlable et observable le régulateur  $R$  est toujours réalisable. Les pôles du système de contrôle bouclé sont symétriques et complexes. Les multiplicités d'entrée  $N_1, \dots, N_m$  peuvent être choisies égales aux indices de contrôlabilité minimaux,  $n_1, \dots, n_m$  du système. Ces indices sont définis comme un ensemble d'entiers tel que  $n_1+n_2+\dots+n_m = n$ , où  $n$  représente la dimension du vecteur

---

d'état et  $\text{rang}[b_1, \dots, A^{n_1-1}b_1, \dots, b_m, \dots, A^{n_m-1}b_m] = n$ , si  $n_i=0$  les vecteurs  $b_i, \dots, A^{n_i-1}b_i$  n'apparaissent pas. La condition nécessaire d'existence du régulateur est que la matrice  $[H_1 \dots A^{n_1-1}H_1, \dots, H_m \dots A^{n_m-1}H_m]$  soit non singulière.



Figur II. 4 :

Commande numérique avec suréchantillonnage,  $N_s=1, N_e=N_1, \dots, N_m$

$H_1, \dots, H_m$  sont les matrices qui caractérisent les sous-systèmes échantillonnés, où:

$$H = \int_0^{T_e} e^{A\tau} B d\tau \quad (II-4)$$

$C_1, \dots, C_n$  sont les consignes,  $Y_1, \dots, Y_m$  sont les sorties du système commandé, \* désigne la valeur échantillonnée dans le temps. La multiplicité de la sortie est 1 et les multiplicités des entrées sont  $N_1, \dots, N_m$ .

Hagiwara et Araki [HAG 88] proposent un régulateur numérique qui effectue les mesures de la sortie  $Y_i$ ,  $N_i$  fois pendant la période d'échantillonnage d'origine  $T_0$  et change l'entrée une fois pendant  $T_0$ . Dans ce cas la multiplicité de l'entrée est 1 et la multiplicité de la

sortie  $N_i$ . Ce type de contrôle s'appelle en Anglais "Multirate Output Control (MROC)". La condition d'existence d'un tel régulateur est que le système contrôlé soit observable et commandable. Dans ce cas il est possible d'imposer les lieux des pôles symétriques arbitrairement choisis. Le fonctionnement du "M.R.O.C." est montré sur la Figure II-5.

Pour un système régi par les équations :

$$\dot{X} = AX + BU \quad (II-5)$$

$$Y = CX \quad (II-6)$$

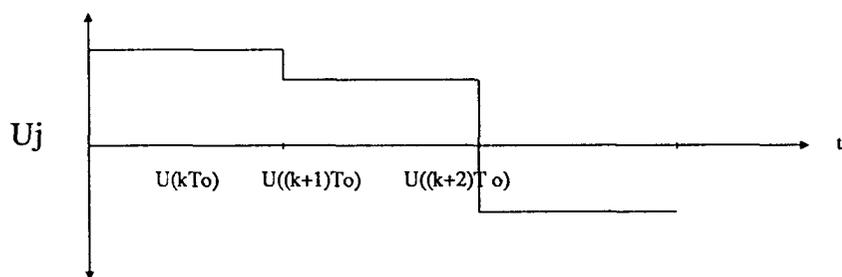
$$X \in \mathbb{R}^n; \quad U \in \mathbb{R}^m; \quad Y \in \mathbb{R}^p$$

Dans le cas du M.R.O.C. la commande prend la forme de l'équation suivante :

$$U((k+1)T_0) = MU(kT_0) - Hy(kT_0) \quad (II-7)$$

$M$  est de dimension  $m \times m$  ;  $H$  est de dimension  $m \times n$

Ce régulateur est un système échantillonné dont le vecteur d'état est  $U(kT_0)$



$$T_i = T_0 / N_i$$

$$i = 1, \dots, p$$

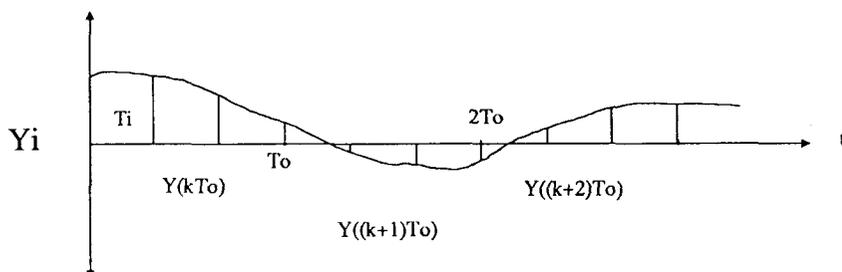


Figure II. 5. M.R.O.C.  $N_s=3, N_e=1$

Si la paire  $(A,C)$  est observable et si  $N_i \geq n_i, i=1, \dots, p$ , [où  $N_i$  est la multiplicité de sortie]

et  $(n_1, \dots, n_p)$  le vecteur indice d'observabilité I.O.V. de la paire  $(A, C)$ , alors il est possible de calculer la commande  $U(t)$ , en choisissant judicieusement les matrices  $H$  et  $M$ , selon l'équation (II-8), qui apparaît comme une loi de commande en boucle fermée classique.

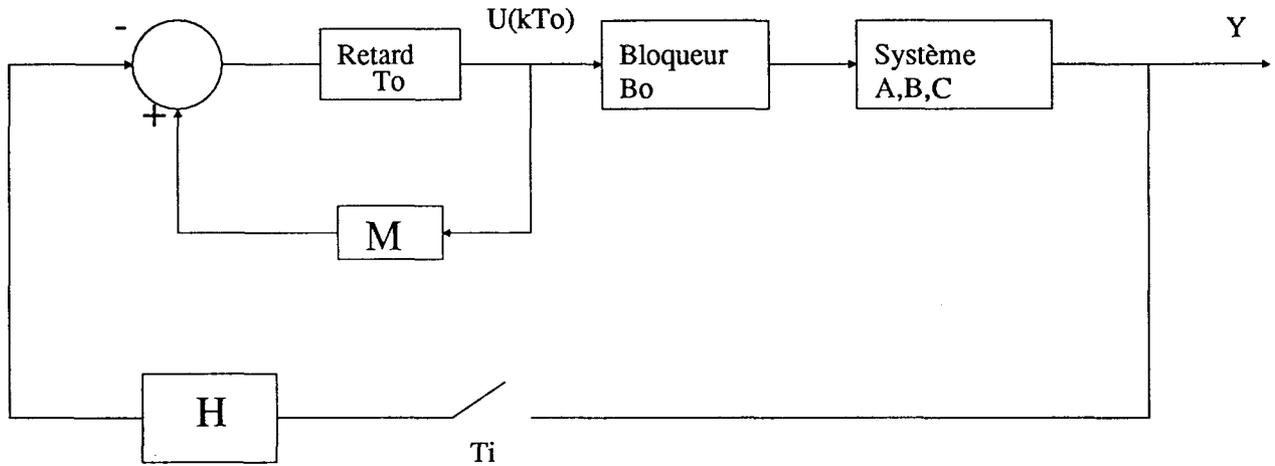


Figure II. 6. Configuration en boucle fermée M.R.O.C.

$$U(kT_0) = -Fx(kT_0) \quad (k \geq 1) \quad (\text{II-8})$$

Définition de I.O.V.

Considérons la paire  $(A, C)$  observable et  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ . Si  $p$  on note  $C = [c_1^T, \dots, c_p^T]^T$  l'ensemble de  $p$  entiers  $(n_1, \dots, n_p)$  est un I.O.V. de la paire  $(A, C)$  si  $\sum_{i=1}^p n_i = n$  et si les vecteurs  $c_1, \dots, c_1 A^{n_1-1}; c_2, \dots, c_2 A^{n_2-1}; \dots; c_p, \dots, c_p A^{n_p-1}$  sont linéairement indépendants.

Remarquons qu'une paire observable a au moins un I.O.V. [l'ensemble des invariants de Kronecker de la paire  $(A^T C^T)$ ] et peut avoir plusieurs I.O.V. si  $p \geq 2$ .

Bengt Lenartson [LEN 86], [LEN 89] propose une décomposition du système contrôlé en 2 sous-systèmes, un lent et l'autre rapide. La loi de commande numérique avec suréchantillonnage est développée à partir de ces deux sous-systèmes. On suppose également dans ce cas que les perturbations sont lentes.

Le système d'origine est défini selon les équations suivantes :

$$\dot{X}_1 = A_{11}X_1 + A_{12}X_2 + B_1U + B_{v1}v \quad (\text{II-9})$$

$$\dot{X}_2 = A_{21}X_1 + A_{22}X_2 + B_2U + B_{v2}v \quad (\text{II-10})$$

$$Y = C_1X_1 + C_2X_2 \quad (\text{II-11})$$

Le vecteur d'état X de dimension n, est composé de X<sub>1</sub> (dim n<sub>1</sub>) et de X<sub>2</sub> (dim n<sub>2</sub>) n=n<sub>1</sub>+n<sub>2</sub>. Après la décomposition on obtient deux sous-système :

Le sous-système lent est de la forme :

$$\dot{X}_l = A_l X_l + B_l U_l + B_{vl} v \quad (\text{II-12})$$

$$Y_l = C_l X_l + D_l U_l + D_{vl} v \quad (\text{II-13})$$

Sous -système rapide est de la forme :

$$\dot{X}_r = A_{22}X_r + B_2U_r \quad (\text{II-14})$$

$$Y_2 = C_2X_2 \quad (\text{II-15})$$

où :

$$A_l = A_{11} - A_{12}A_{22}^{-1}A_{21}$$

$$B_l = B_1 - A_{12}A_{22}^{-1}B_2$$

$$C_l = C_1 - C_2A_{22}^{-1}A_{21}$$

$$D_l = -C_2A_{22}^{-1}B_2$$

$$B_{vl} = B_{v1} - A_{12}A_{22}^{-1}B_{v2}$$

$$D_{vl} = -C_2A_{22}^{-1}D_{v2}$$

La commande est alors la somme de U<sub>l</sub> ( commande du système lent ) et de U<sub>r</sub> (commande du système rapide ). La période d'échantillonnage du sous-système rapide est h et du sous-système lent T=rh. La commande prend alors la forme suivante :

$$U(jT+ih) = U_l(jT) + U_r(jT+ih) \quad i=0,1,\dots,r-1 \quad j=0,\dots,N \quad (\text{II-16})$$

D. Eckardt [ECK 89] propose de considérer un régulateur numérique avec

suréchantillonnage comme un filtre à réponse impulsionnelle finie. La multiplicité de la sortie est 1 et les multiplicités des entrées  $N_1, \dots, N_m$ .

V Feliu, J.A. et C. Cerrada [FEL 90] proposent deux régulateurs pour contrôler un système, un qui travaille en boucle ouverte aux instants de suréchantillonnage, à la période  $t_e$  ( $t_e < T_e$ ), et l'autre qui travaille aux instants d'échantillonnage en boucle fermée (période  $T_e$ ). La Figure (II.7.) montre ce régulateur.  $H_{T_e/N}$  est le bloqueur fonctionnant à la période  $T_e/N$ . Finalement le régulateur proposé possède deux niveaux : le premier est la commande en boucle fermée qui est appliquée tous les  $kT_e$  et le second est la commande en boucle ouverte appliquée tous les  $kT_e + i(T_e/N)$  instants ( $k, i$  sont des entiers et  $0 \leq i < n$ ). La conception de ces régulateurs se fait en deux étapes. Premièrement on calcule le régulateur classique  $R(z)$  aux instants  $kT_e$  et on teste le comportement du système contrôlé entre les instants d'échantillonnage. Si ce comportement n'est pas satisfaisant on définit le comportement désiré et on recalcule de nouveau le régulateur  $R(z)$  à partir de l'ancien régulateur  $R(z)$  et du comportement désiré.

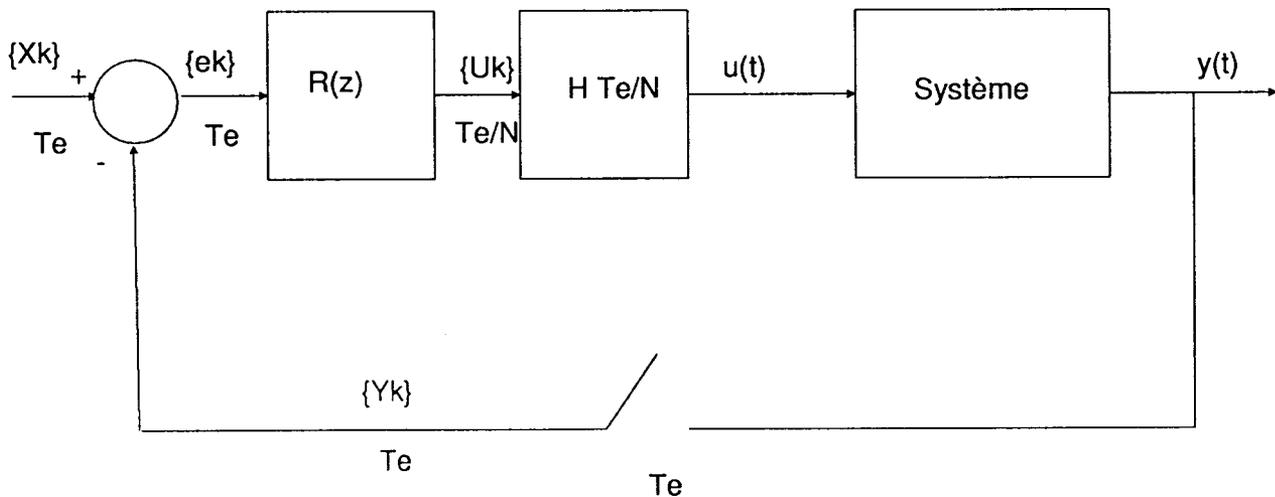


Figure II.7. Schéma de contrôle avec suréchantillonnage

La méthode proposée permet au système suréchantillonné contrôlé d'avoir le

comportement souhaité aux instants  $i(T_e/N)$ .

M.E. Sezer et D.D. Siljak [SEZ 90] ont introduit la notion de décentralisation de la commande avec suréchantillonnage pour un système linéaire multivariable caractérisé par des fréquences caractéristiques très diverses (voir Figure II.7). A chaque canal de contrôle on attribut une fréquence d'échantillonnage (les périodes d'échantillonnage sont  $T_1, \dots, T_n$ ). Ceci simplifie la conception et la réalisation de régulateurs locaux. Cette méthode de contrôle est parfaitement appropriée à l'utilisation de régulateurs à multiprocesseurs.

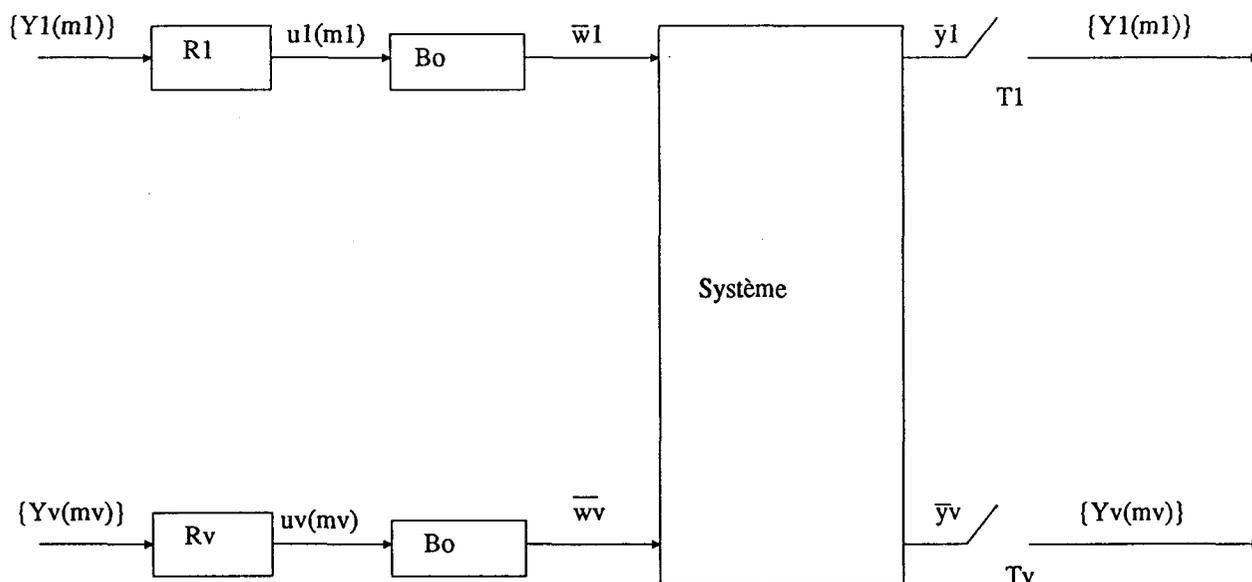


Figure II. 8 : Réglage numérique décentralisé (suréché)

### II.3.3. Conclusion

Il existe de nombreuses méthodes de contrôle utilisant le principe de suréchantillonnage. L'intérêt de ces méthodes est l'amélioration de l'asservissement et aussi l'amélioration de la stabilité du système de contrôle. Il est souvent possible de stabiliser les systèmes non stables par l'utilisation de tels régulateurs. Dans le chapitre suivant nous allons étudier une méthode de contrôle utilisant le principe de suréchantillonnage avec des multiplicités identiques pour l'entrée

et la sortie mais avec deux périodes d'échantillonnage différentes utilisées dans la conception du régulateur et dans le calcul de la commande.

**Chapitre III.**  
**Commande Numérique par Suréchantillonnage,**  
**Simulation sur Ordinateur**

### **III.1. Introduction**

Cette étude propose une méthode de commande d'état numérique utilisant le principe du suréchantillonnage [KON 90]. La multiplicité d'entrée est égale à la multiplicité de sortie et les paramètres de la commande sont calculés avec une période d'échantillonnage théorique notée  $T_e$ . La commande ainsi calculée est remise à jour et appliquée au système selon une période d'échantillonnage réelle notée  $t_e < T_e$ . Ce procédé permet de diminuer le temps pendant lequel le système fonctionne en boucle ouverte et donc d'en améliorer les performances. La méthode est appliquée à la réalisation d'une carte d'axe pour moteur à courant continu.

Nous avons vu que le choix de la période d'échantillonnage dans l'asservissement numérique s'avère très important. En général, on utilise une période d'échantillonnage fixe aussi petite que possible, ce qui permet d'améliorer la précision et le temps de réponse. En outre, cela permet au système de suivre une consigne variable dans le temps et d'annuler les effets des perturbations. Toutefois, il convient de tenir compte des limites du système c'est à dire de son inertie, de sa charge, du courant maximum admissible etc.

Sous ces conditions, on est fréquemment confronté, pour des périodes d'échantillonnage très petites, à divers problèmes:

- vitesse de calcul: Les calculs de la commande doivent pouvoir se faire à l'intérieur d'une période d'échantillonnage (problème du temps réel).

- saturation: Les calculs utilisent les paramètres du système mais aussi la période d'échantillonnage  $T_e$ . Lorsque celle ci est trop petite, les valeurs de la commande deviennent très élevées et difficilement utilisables avec une technologie simple.

Le principe du suréchantillonnage a pour but de remédier à ces problèmes tout en conservant les avantages apportés par une période d'échantillonnage faible: précision, temps de réponse.

La deuxième partie de ce chapitre fournit les principes théoriques de la méthode de suréchantillonnage. Les améliorations apportées par le suréchantillonnage sont étudiées dans une troisième partie. Enfin la quatrième partie donne les résultats de la simulation sur ordinateur.

### **III.2. Principes théoriques**

#### **III.2.1. Fonctionnement échantillonné en boucle ouverte**

---

Soit un système continu, stable, commandable et observable:

$$\dot{X}(t)=AX(t)+BU(t) \quad \text{équation d'état continue} \quad (\text{III-1})$$

$$Y(t)=CX(t)+DU(t) \quad \text{équation de sortie} \quad (\text{III-2})$$

$$X \in \mathbb{R}^n, U \in \mathbb{R}^m, Y \in \mathbb{R}^p$$

On réalise la conduite échantillonnée de ce système en lui appliquant une commande constante sur chaque période d'échantillonnage  $T_e$ , selon la relation suivante

$$U(t)=\text{constante}=U_k, \quad kT_e \leq t < (k+1)T_e \quad (\text{III-3})$$

Dans ces conditions les équations de récurrence décrivant le fonctionnement en boucle ouverte s'écrivent [BÜH 87] :

$$X((k+1)T_e)=FX(kT_e)+HU(kT_e) \quad \text{équation échantillonnée } (T_e) \quad (\text{III-4})$$

$$Y(kT_e)=CX(kT_e)+DU(kT_e) \quad \text{équation de sortie} \quad (\text{III-5})$$

Expressions dans lesquelles

$$F=e^{AT_e} \quad \text{matrice } nxn \quad (\text{III-6})$$

$$H=\int_0^{T_e} e^{A\tau} B d\tau \quad \text{matrice } nxm \quad (\text{III-7})$$

La Figure (III.1.) illustre le fonctionnement en boucle ouverte, avec la période d'échantillonnage  $T_e$ .

### III.2.2. Calcul de la commande en boucle fermée

Dans le cas de réglage par le contre réaction d'état on peut déterminer pour un système global la suite de la grandeur de commande à partir de l'instant d'échantillonnage  $k$  jusqu'à l'instant  $k+n-1$  en imposant le comportement dynamique désiré du système global fermé [BÜH 87] :

$X((k+n)T_e)=F_G^n X(kT_e)$ , où  $F_G$  est la matrice qui détermine le comportement dynamique du système global fermé dont les pôles on impose.

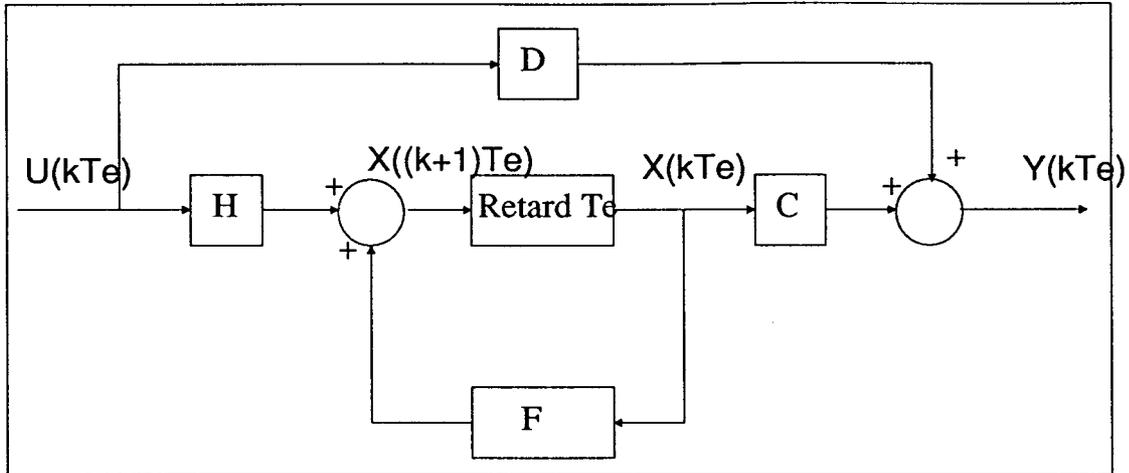


Fig. III.1. Fonctionnement en boucle ouverte, période  $T_e$

$$\begin{bmatrix} U_k \\ U_{k+1} \\ \vdots \\ U_{k+n-1} \end{bmatrix} = (F^{n-1}H, F^{n-2}H, \dots, H)^{-1} ((F^n G - F^n)X(kT_e)) \quad (\text{III-8})$$

expression dans laquelle:

$(F^{n-1}H, F^{n-2}H, \dots, H) = M$  est la matrice de commandabilité du système de dimension  $(n \times n)$ , dans le cas d'une commande scalaire.  $\det(ZI - F^n G) = 0$  ;  $Z_i$  sont les valeurs propres du système global fermé.

Dans ces conditions, le système bouclé est régi par l'équation de récurrence suivante:

$$X((k+1)T_e) = FX(kT_e) + H \begin{bmatrix} U_k \\ U_{k+1} \\ \vdots \\ U_{k+n-1} \end{bmatrix} \quad (\text{III-9})$$

En utilisant l'équation (III - 8) on obtient :

$$X((k+1)T_e) = FX(kT_e) + H * (10 \dots 0) * M^{-1} * ((F_G^n - F^n)X(kT_e)) \quad (\text{III-10})$$

En notant par ailleurs  $L = (10 \dots 0)M^{-1}$ , on obtient :

$$X((k+1)T_e) = FX(kT_e) + HL((F_G^n - F^n)X(kT_e)) = (F - HL(F^n - F_G^n))X(kT_e) \quad (\text{III - 11})$$

Cas spécial : Réglage d'état avec temps d'établissement fini (en n périodes d'échantillonnage), Dead-Beat

Toutes valeurs propres  $Z_i = 0 \quad i=1, \dots, n$ . L'équation caractéristique du système global fermé est alors  $Z^n = 0$  d'où :

$$U_k = [10 \dots 0] (F^{n-1}H, F^{n-2}H, \dots, H)^{-1} (-F^n X(kT_e))$$

Si on impose une consigne  $K = \text{const.}$

$$U_k = [10 \dots 0] (F^{n-1}H, F^{n-2}H, \dots, H)^{-1} (K - F^n X(kT_e))$$

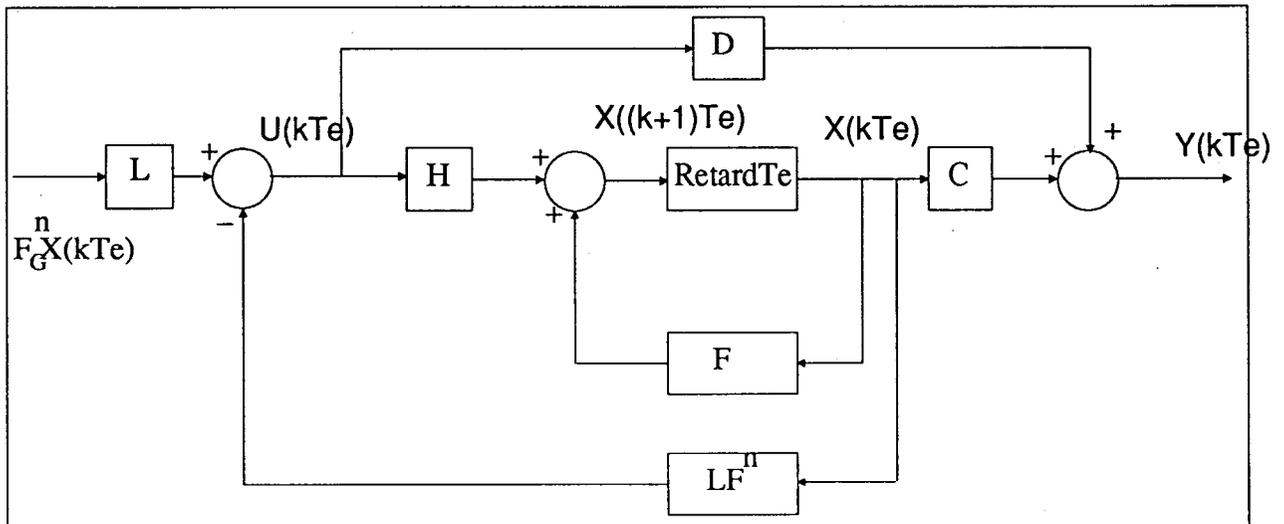


Figure III.2.

Fonctionnement en boucle fermée sans suréchantillonnage, la période est  $T_e$

La Figure (III.2.) illustre le fonctionnement en boucle fermée avec la période d'échantillonnage  $T_e$

### III.2.3. Commande suréchantillonnée

Dans un fonctionnement normal, la commande définie par l'équation (III - 8) est mise à jour toutes les périodes d'échantillonnage  $T_e$ . Le suréchantillonnage consiste à ne pas attendre la fin d'une période d'échantillonnage  $T_e$  pour effectuer cette mise à jour qui, dans ces conditions, est réalisée selon une période  $t_e < T_e$ . Ceci permet de réduire le temps pendant lequel le système fonctionne en boucle ouverte

Ce principe conduit aux équations suivantes :

**En boucle ouverte** , pour la période d'échantillonnage  $t_e < T_e$ :

$$X^*((r+1)t_e) = fX^*(rt_e) + hU^*(rt_e) \quad \text{équation d'état , période } t_e \quad (\text{III} - 12)$$

$$Y^*(rt_e) = CX^*(rt_e) + DU^*(rt_e) \quad \text{équation de sortie} \quad (\text{III} - 13)$$

où :

$$f = e^{A t_e} \quad , \text{ matrice } n \times n$$
$$h = \int_0^{t_e} e^{A \tau} B d\tau \quad , \text{ matrice } n \times 1$$

**En boucle fermée** , pour la période d'échantillonnage  $t_e$ :

Selon le principe du suréchantillonnage , la commande  $U_r$  demeure calculée selon l'équation (III-8). On obtient donc l'équation de fonctionnement en boucle fermée suivante:

$$X^*((r+1)t_e) = fX^*(rt_e) + hL((F_G^n - F^n)X^*(rt_e))$$
$$= (f - hL(F^n - F_G^n))X^*(rt_e) \quad (\text{III} - 14)$$

Ce mode de fonctionnement est illustré sur la figure III - 3.

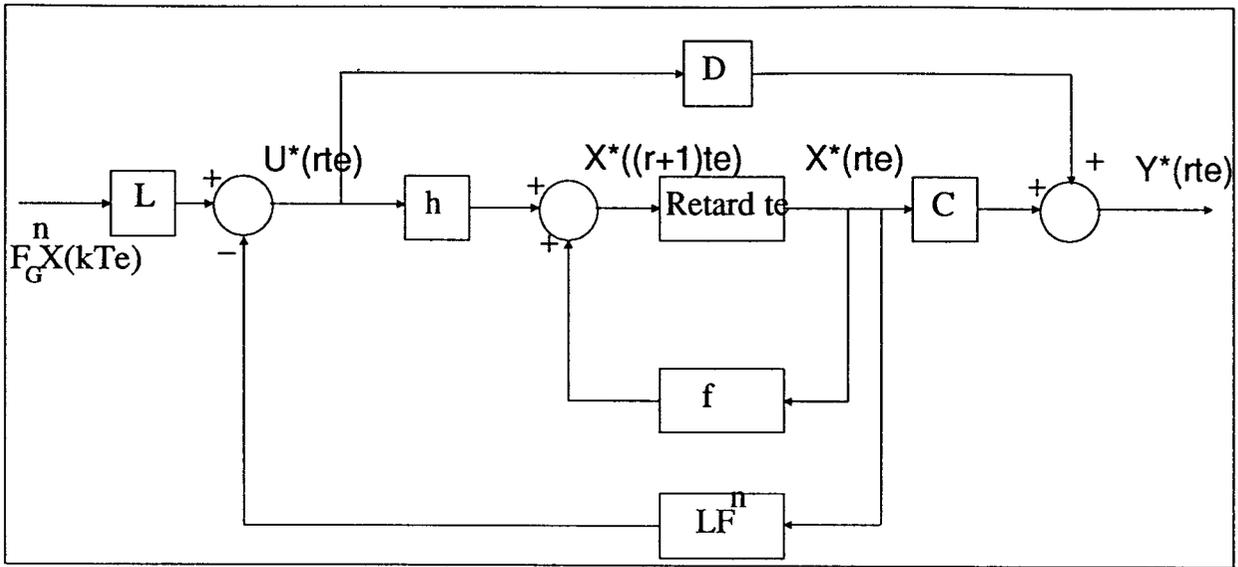


Figure III.3.

Système bouclé avec suréchantillonnage, les périodes d'échantillonnage sont  $T_e$  et  $t_e$

### III.3. Evaluation théorique des performances

#### III.3.1. Mise en équations

Afin d'évaluer la différence de fonctionnement entre le système non suréchantillonné et le système suréchantillonné il convient, dans un premier temps, de réécrire l'équation (III - 11) aux mêmes instants que l'équation (III-14), soit:

$$X((r+1)t_e) = fX(rT_e) + hL((F_G^n - F^n)X(kT_e)) \quad (III-15)$$

Dans cette équation la quantité  $hL((F_G^n - F^n)X(kT_e))$  change toutes les périodes  $T_e$ . Ainsi la différence entre les deux modes de fonctionnement s'écrit:

$$\delta X((r+1)t_e) = X^*((r+1)t_e) - X((r+1)t_e)$$

$$\delta X((r+1)t_e) = f\delta X_r - hL(F^n - F_G^n)(X^*(rT_e) - X(kT_e))$$

$$\delta X((r+1)t_e) = (f - hL(F^n - F_G^n))\delta X(rt_e) - hL(F^n - F_G^n)(X(rt_e) - X(kt_e))$$

Par ailleurs le fonctionnement du système non suréchantillonné est tel qu'il existe un instant  $t_e$  à partir duquel la consigne est atteinte et donc :  $X(rt_e) - X(kt_e) = 0$

Dès lors il vient:

$$\delta X((r+1)t_e) = (f - hL(F^n - F_G^n))\delta X(rt_e) \quad (\text{III-16})$$

Ainsi le comportement du système suréchantillonné est lié aux caractéristiques de la matrice :  $(f - hL(F^n - F_G^n))$ .

### III.3.2. Etude de la matrice $(f - hL(F^n - F_G^n))$

L'étude des valeurs propres de la matrice  $(f - hL(F^n - F_G^n))$  va être effectuée en comparaison avec la matrice  $(F - HL(F^n - F_G^n))$  qui caractérise le système non suréchantillonné.

Pour ces deux matrices les équations caractéristiques s'écrivent :

$$\det(\lambda I - F + HL(F^n - F_G^n)) = \Delta(\lambda) = 0 \quad (\text{III - 17})$$

$$\det(\lambda I - f + hL(F^n - F_G^n)) = \Delta^*(\lambda^*) = 0 \quad (\text{III - 18})$$

On peut encore écrire d'après [BRO 74] :

$$\begin{aligned} \Delta(\lambda) &= \det(\lambda I - F) * \det(I + (\lambda I - F)^{-1} HL(F^n - F_G^n)) \\ &= \det(\lambda I - F) * \det(I + BL(F^n - F_G^n)(\lambda I - F)^{-1} \int_0^{T_e} e^{A\tau} d\tau) \end{aligned}$$

Dans l'hypothèse où A a des valeurs propres distinctes :  $S_i$  ;  $(i=1, \dots, n)$

(A est la matrice qui caractérise le système (III - 1))

$$F=M* \begin{bmatrix} e^{S1Te} & 0 & 0 \\ 0 & e^{S2Te} & 0 \\ \cdot & 0 & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & e^{SnTe} \end{bmatrix} *M^{-1}$$

$$(\lambda I-F)^{-1}=M* \begin{bmatrix} \frac{1}{\lambda-e^{S1Te}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\lambda-e^{S1Te}} & \frac{1}{\lambda-e^{S2Te}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\lambda-e^{S2Te}} & \cdot \\ \cdot & 0 & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{1}{\lambda-e^{SnTe}} \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda-e^{SnTe}} \end{bmatrix} *M^{-1}$$

$$\Delta(\lambda)=\det(\lambda I-F)*$$

$$* \det(I+BL(F^n-F_G^n)M* \begin{bmatrix} \frac{e^{S1Te-1}}{S_1(\lambda-e^{S1Te})} & 0 & 0 \\ \frac{e^{S2Te-1}}{S_2(\lambda-e^{S2Te})} & \frac{e^{S2Te-1}}{S_2(\lambda-e^{S2Te})} & 0 \\ 0 & \frac{e^{S2Te-1}}{S_2(\lambda-e^{S2Te})} & \cdot \\ \cdot & 0 & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{e^{SnTe-1}}{S_n(\lambda-e^{SnTe})} \\ 0 & 0 & \frac{e^{SnTe-1}}{S_n(\lambda-e^{SnTe})} \end{bmatrix} *M^{-1})=0 \quad (\text{III-19})$$

Par analogie il vient pour le système suréchantillonné:

$$\Delta^*(\lambda^*)=\det(\lambda^* I-F)*$$

$$* \det(I+BL(F^{n^*}-F_G^{n^*})M* \begin{bmatrix} \frac{e^{S1te-1}}{S_1(\lambda^*-e^{S1te})} & 0 & 0 \\ \frac{e^{S2te-1}}{S_2(\lambda^*-e^{S2te})} & \frac{e^{S2te-1}}{S_2(\lambda^*-e^{S2te})} & 0 \\ 0 & \frac{e^{S2te-1}}{S_2(\lambda^*-e^{S2te})} & \cdot \\ \cdot & 0 & \dots \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \frac{e^{Sn^*te-1}}{S_n(\lambda^*-e^{Sn^*te})} \\ 0 & 0 & \frac{e^{Sn^*te-1}}{S_n(\lambda^*-e^{Sn^*te})} \end{bmatrix} *M^{-1})=0 \quad (\text{III-20})$$

Par ailleurs  $\det(\lambda I - F)$  et  $\det(\lambda^* I - F)$  étant non nuls, supposons que les équations (III-19) et (III-20) caractérisent l'égalité suivante :

$$\frac{e^{S_j T e - 1}}{S_j(\lambda - e^{S_j T e})} = \frac{e^{S_j t e - 1}}{S_j(\lambda^* - e^{S_j t e})} \quad j=1, \dots, n$$

$$\text{d'où } \lambda_i^* = \frac{\lambda_i(e^{S_j t e} - 1) + e^{S_j T e} - e^{S_j t e}}{e^{S_j T e} - 1} \quad (\text{III-21})$$

### III.3.3. Etude de stabilité

Le système suréchantillonné se comporte donc comme le système non suréchantillonné si la matrice  $(f - hL(F^n - FG^n))$  est stable soit si  $|\lambda_i^*| < 1 \quad i=1, \dots, n$ .

Selon l'équation (III - 21) cette condition conduit aux calculs suivants:

$$\left| \frac{\lambda_i(e^{S_j t e} - 1) + e^{S_j T e} - e^{S_j t e}}{e^{S_j T e} - 1} \right| < 1$$

Pour faciliter les calculs on considère que les pôles  $\lambda_j^*, \lambda_j$  et  $S_i$  sont des réels, d'où :

$$-1 < \frac{\lambda_i(e^{S_j t e} - 1) + e^{S_j T e} - e^{S_j t e}}{e^{S_j T e} - 1} < 1$$

$$\frac{e^{S_j t e} - 2e^{S_j T e} + 1}{e^{S_j t e} - 1} < \lambda_i < 1$$

Comme  $-1 < \lambda_j < 1$  est la condition de stabilité du système non suréchantillonné, on aura 2 conditions de stabilité du système suréchantillonné :

$$1) \quad -1 < \frac{e^{S_j t e} - 2e^{S_j T e} + 1}{e^{S_j t e} - 1}$$

$$2) \frac{e^{S_j t_e} - 2e^{S_j T_e} + 1}{e^{S_j t_e} - 1} < \lambda_i$$

La condition 1) est vraie si :  $S_j t_e > S_j T_e$  est vraie. Comme  $T_e > t_e$ , 1) est vraie si et seulement si  $S_j < 0$

Condition 2) :

$$\lambda_i > 1 + 2 * \frac{1 - e^{S_j T_e}}{e^{S_j t_e} - 1}$$

comme  $\frac{1 - e^{S_j T_e}}{e^{S_j t_e} - 1} < -1$  pour  $t_e < T_e$  la condition 2) est toujours vraie.

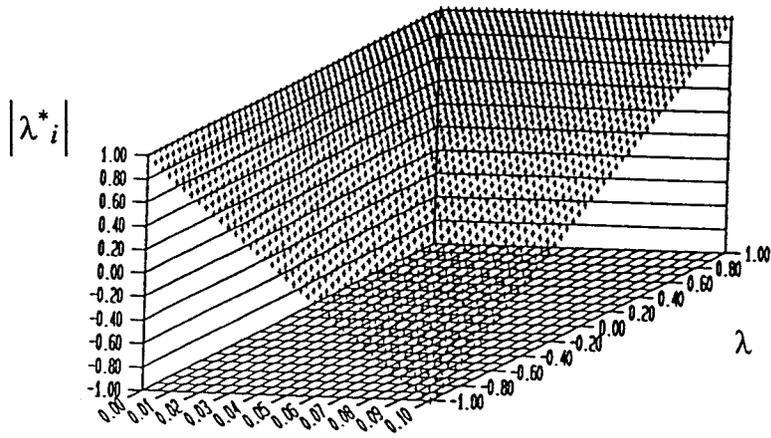
**Conclusion:** Le système suréchantillonné est stable si le système de départ (matrice A) est lui même stable.

### III.3.4. Performances

Dans ce paragraphe la comparaison de  $|\lambda_i^*|$  à  $|\lambda_i|$  dans le cas général permet d'évaluer les performances du système suréchantillonné par rapport au système non suréchantillonné. Il est difficile analytiquement d'envisager tous les cas. C'est la raison pour laquelle on examine dans un premier temps un certain nombre de cas limites.

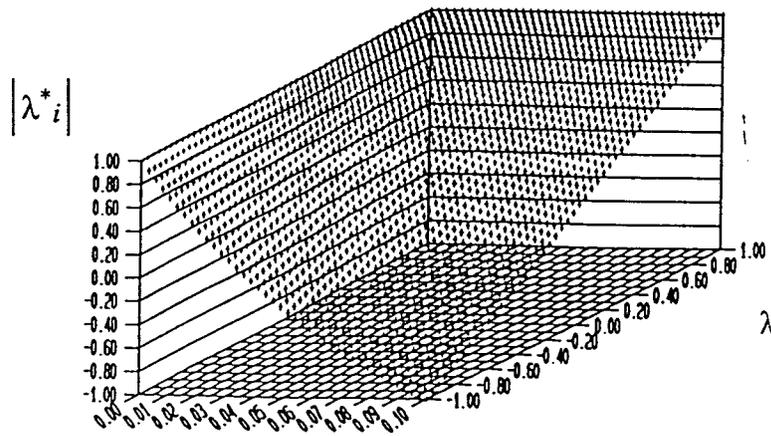
Les figures III.4 et III.5 donnent  $|\lambda_i^*|$  en fonction de  $t_e$  et de  $\lambda_i$ , la période  $T_e$  est égale à 0.1 s. Sur ces figures on considère que  $\lambda_i$  n'est pas complexe et que  $S_j = -1$  et  $-10$  respectivement. Les figures III.6, III.7 et III.8 montrent  $\text{Re}(\lambda_i^*)$ ,  $\text{Im}(\lambda_i^*)$  et  $|\lambda_i^*|$  en fonction de  $t_e$  et de  $\text{Im}(\lambda_i)$ , en considérant  $\text{Re}(\lambda_i) = -1$  et  $S_j = -1 + j$ .

On voit sur les figures III.4, III.5 et III.8 qu'en diminuant la période de suréchantillonnage  $t_e$ , les modules des valeurs propres  $\lambda_i^*$  du système suréchantillonné restent toujours inférieurs à 1, et que pour  $t_e \rightarrow 0$ ,  $|\lambda_i^*| \rightarrow 1$ . Donc, le système suréchantillonné demeure stable. On peut remarquer que la partie imaginaire des valeurs propres du système suréchantillonné diminue avec  $t_e$  et que pour  $t_e \rightarrow 0$   $\text{Im}(\lambda_i^*) \rightarrow 0$  (Fig III.7). Par ailleurs, la partie réelle de  $\lambda_i^*$  tend vers 1 pour  $t_e \rightarrow 1$  (Fig. III.8).



te

Figure III.4. Etude des performances du système suréchantillonné



te

Figure III.5.

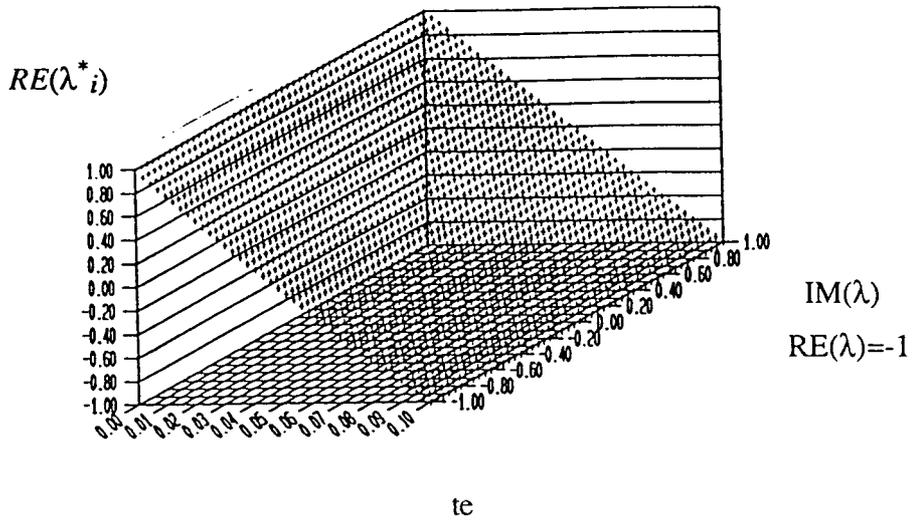


Figure III.6.

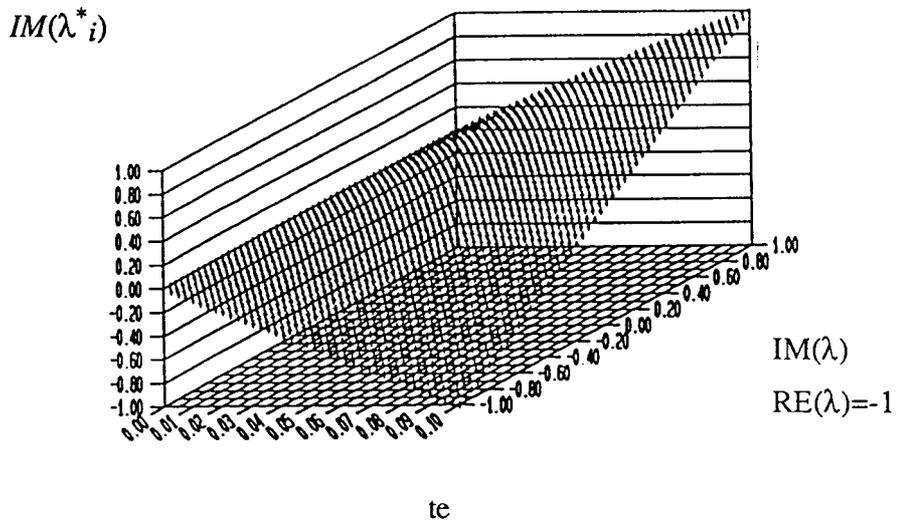


Figure III.7.

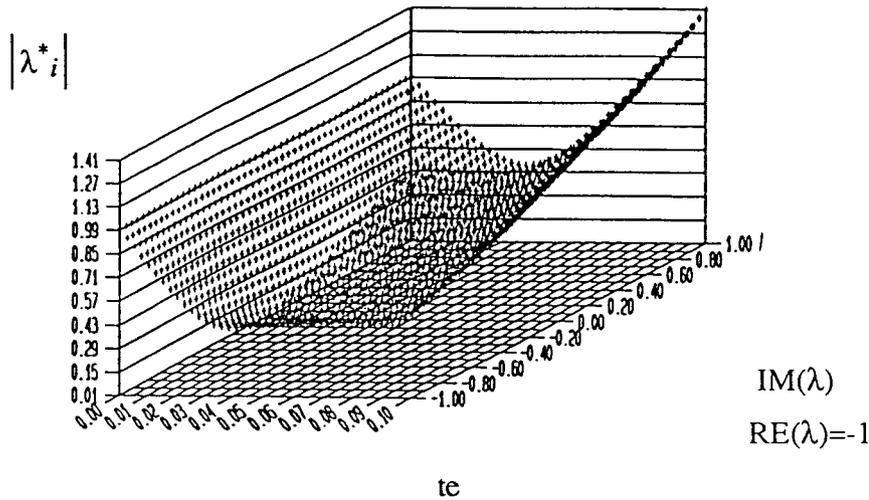


Figure III.8.

### III.4. Simulation sur ordinateur

Plusieurs logiciels permettant la simulation de la méthode de commande d'état par suréchantillonnage ont été réalisés. Le système commandé est modélisé par une transmittance du troisième ordre.

$$G(p) = \frac{b_0}{a_2 p^3 + a_1 p^2 + a_0 p} \quad (\text{III-22})$$

Dans un premier logiciel on génère la réponse impulsionnelle du système défini selon l'équation (III - 22). L'impulsion est représentée par un signal de durée  $t_d$  et d'amplitude  $U_a$ . Les valeurs de la sortie du système sont chargées dans un fichier selon la période d'échantillonnage  $T_e$ . Ces données sont utilisées par un second programme qui effectue l'identification des paramètres du système. Cette identification se fait selon la méthode de la réponse impulsionnelle [POV 75]. Après avoir identifié la transmittance du système, le programme de simulation calcule les matrices d'état A et B, du système continu.

Un second programme utilisant la période d'échantillonnage  $T_e$  et la période de suréchantillonnage  $t_e$  calcule les matrices  $F, H, f$  et  $h$ .

Deux systèmes, système 1 et système 2, ont été étudiés, avec les caractéristiques et les périodes d'échantillonnage présentées ci-dessous.

$$\text{Système 1 : } Tr1 = \frac{1}{0.6p^3 + 0.8p^2 + p} \quad ; Te = 0.01 \text{ s.}$$

$$Tr1 = \frac{1.06}{0.49p^3 + 0.92p^2 + p} \quad \text{après identification}$$

$$\text{Système 2 : } Tr2 = \frac{1}{4p^3 + 2p^2 + p} \quad ; Te = 0.1 \text{ s.}$$

$$Tr2 = \frac{1.02}{3.96p^3 + 2.02p^2 + p} \quad \text{après identification.}$$

Les rapports de suréchantillonnage  $s$ , (où  $s = T_e/t_e$ ) sont respectivement pour le système 1,  $s=1, 2$  et  $5$  et pour le système 2,  $s=1, 3$  et  $6$ . Si on considère que les systèmes modélisés sont des moteurs à courant continu, le vecteur d'état est constitué de l'angle, de la vitesse et de l'accélération.

Les résultats de simulation sont présentés sur les figures suivantes :

Systeme 1 :

ASSERVISSEMENT EN POSITION,  $s^{-1}$

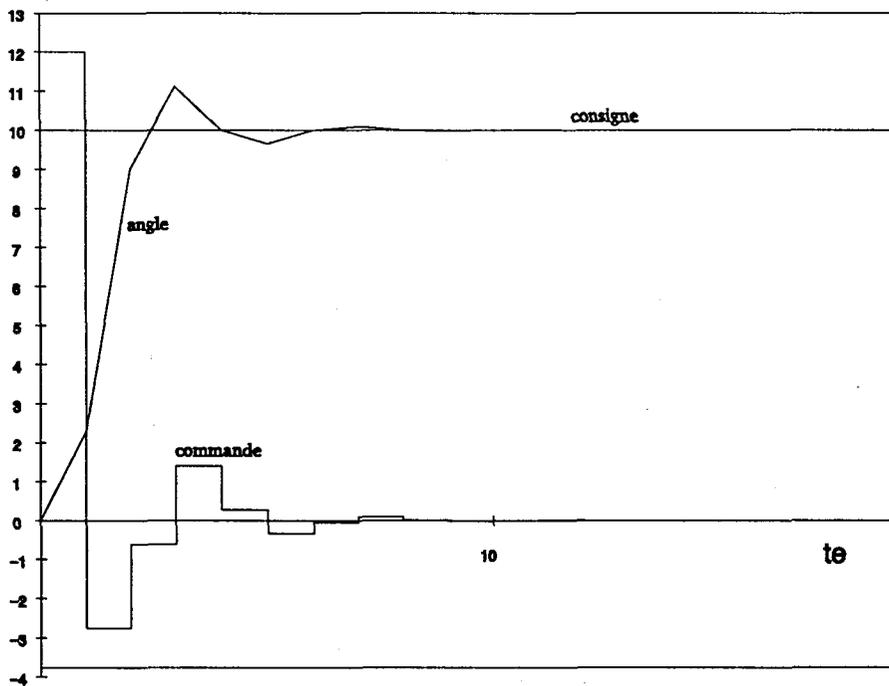


Figure III.9. Asservissement sans suréchantillonnage

s-1

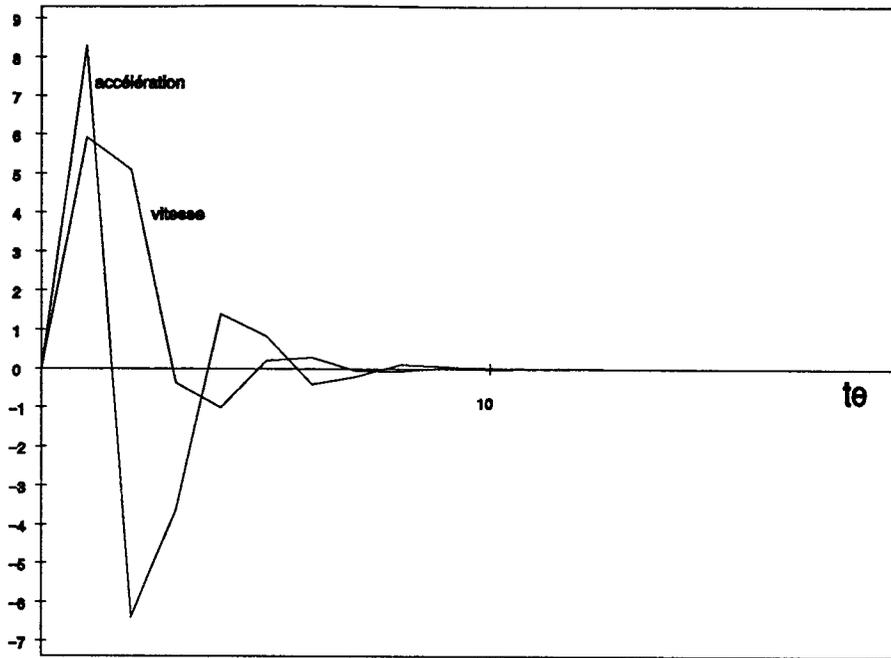


Figure III.10. Asservissement sans suréchantillonnage

ASSERVISSEMENT EN POSITION, S-3

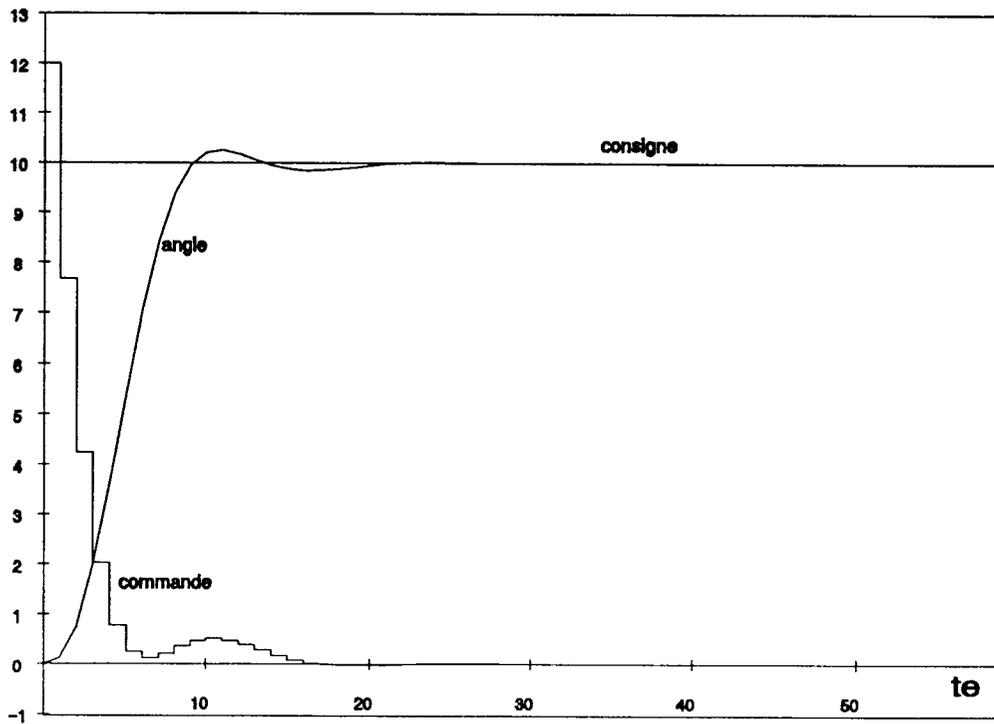


Figure III.11. Asservissement avec suréchantillonnage

s-3

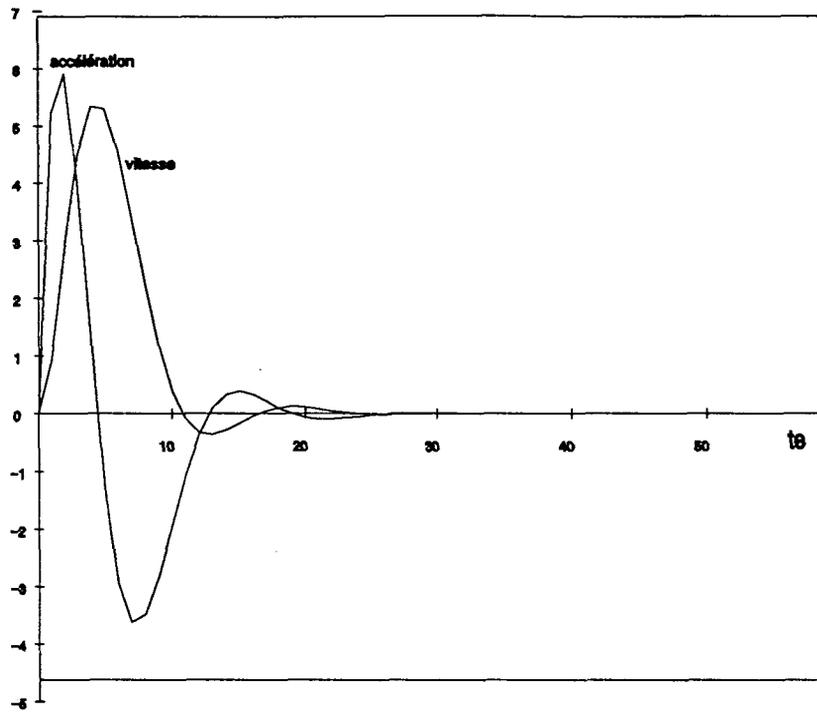


Fig. III.12. Asservissement avec suréchantillonnage

ASSERVISSEMENT EN POSITION, s-6

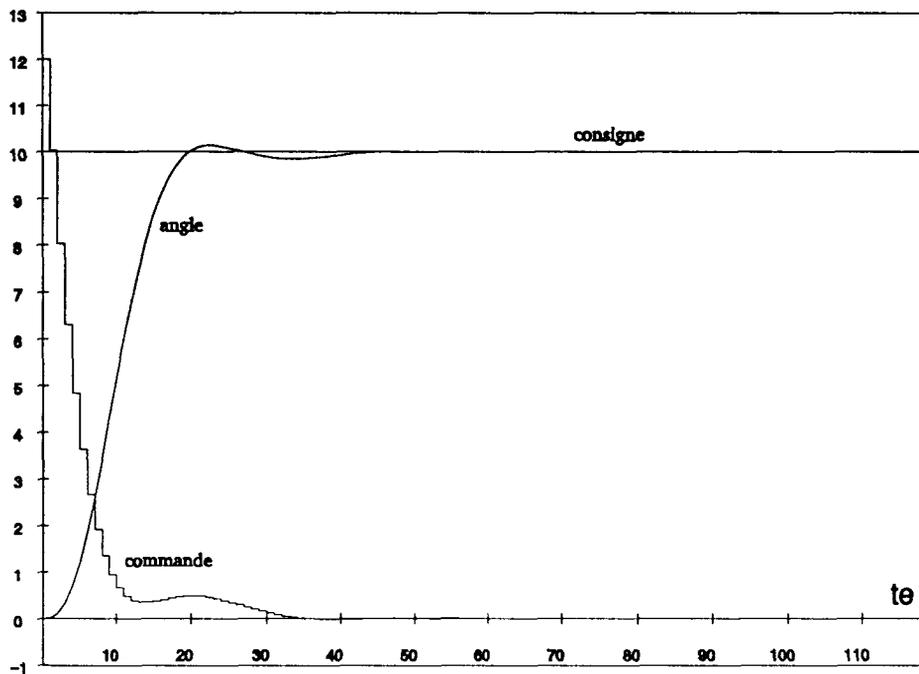


Figure III.13. Asservissement avec suréchantillonnage

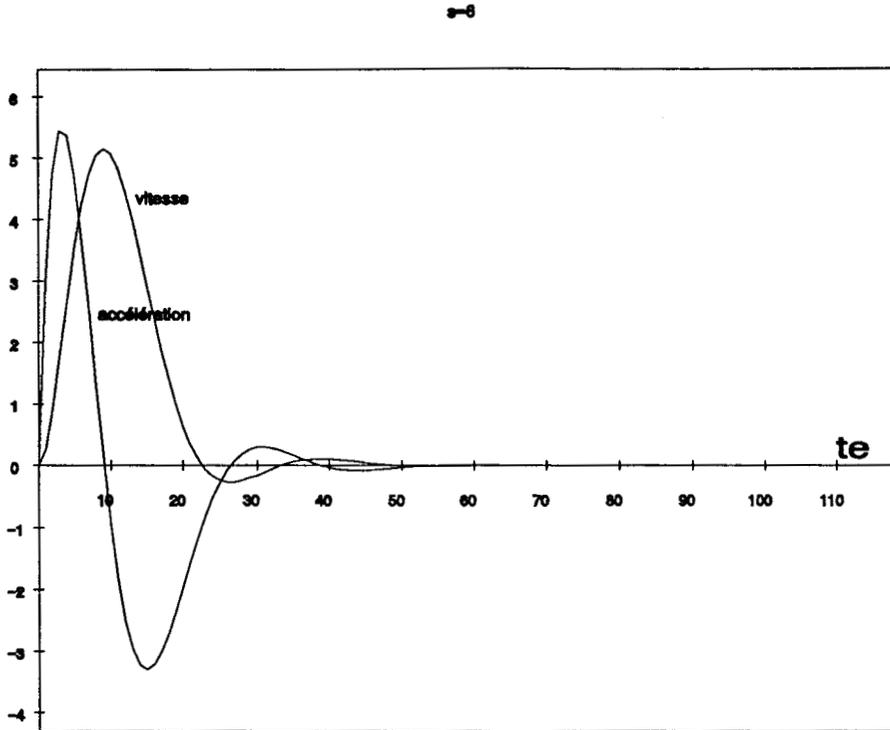


Figure III.14. Asservissement avec suréchantillonnage

### Système 2

ASSERVISSEMENT EN POSITION,  $s=1$

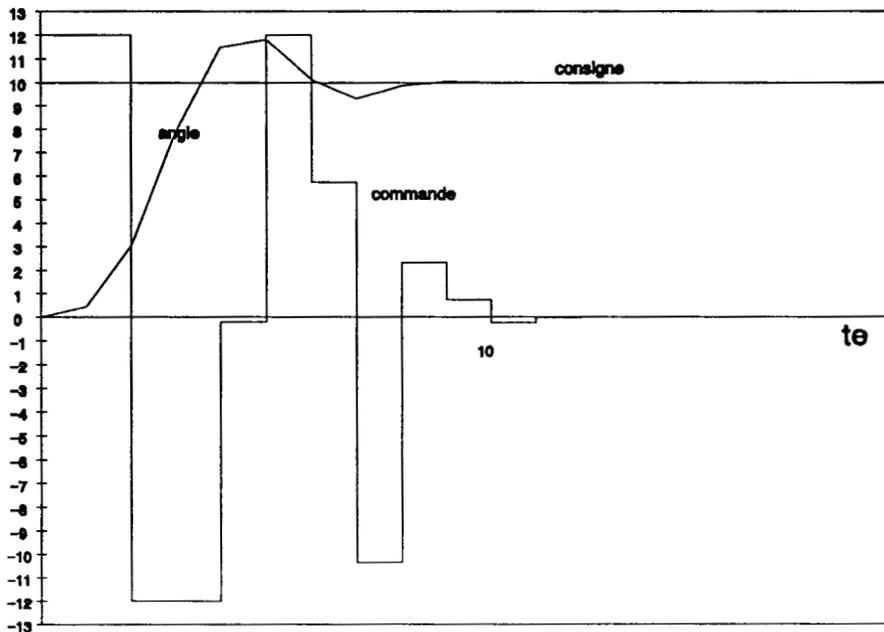


Figure III.15. Asservissement sans suréchantillonnage

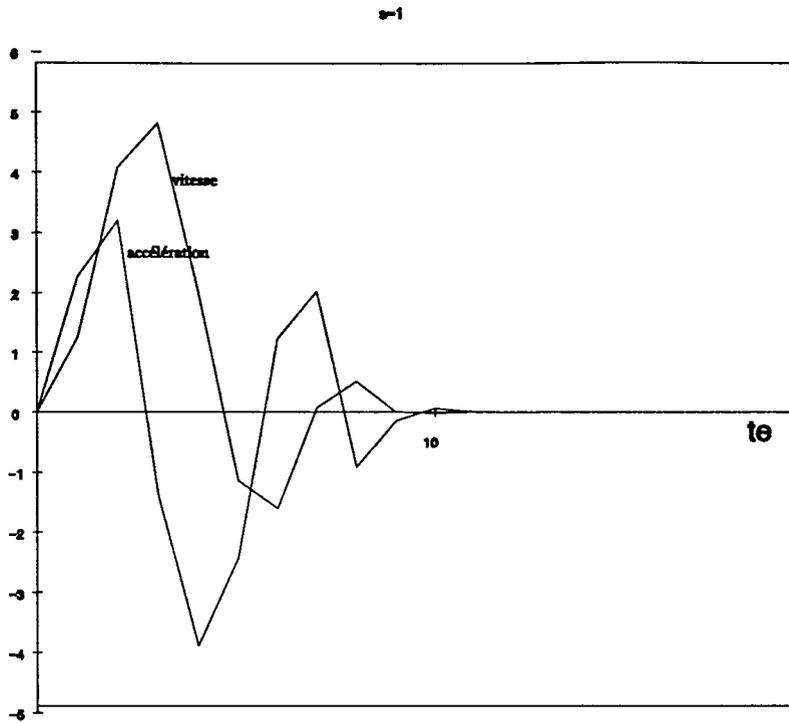


Figure III.16. Asservissement sans suréchantillonnage

ASSERVISSEMENT EN POSITION, 3-2

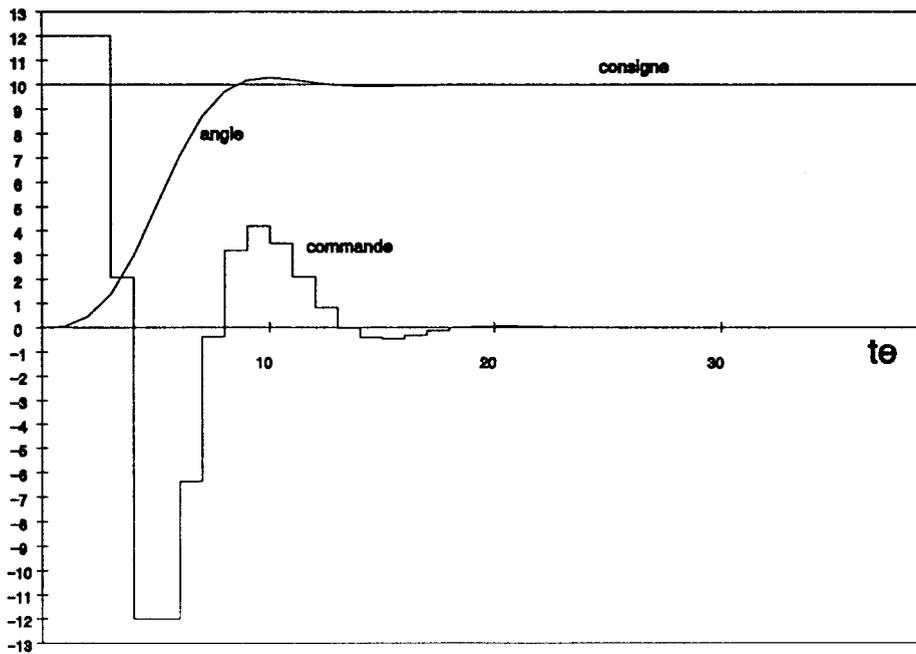


Figure III.17. Asservissement avec suréchantillonnage

s-2

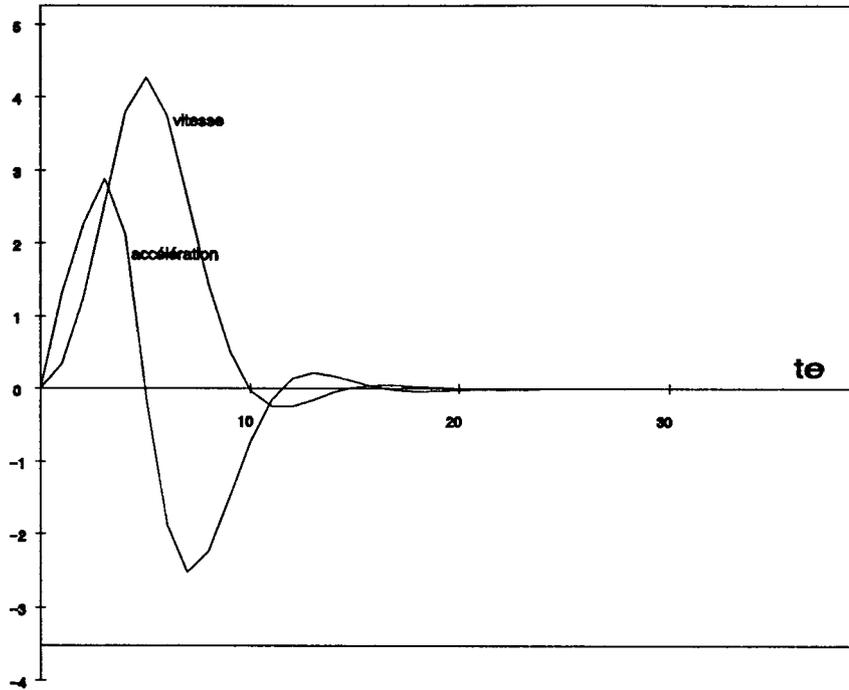


Figure III.18. Asservissement avec suréchantillonnage

ASSERVISSEMENT EN POSITION, s-5

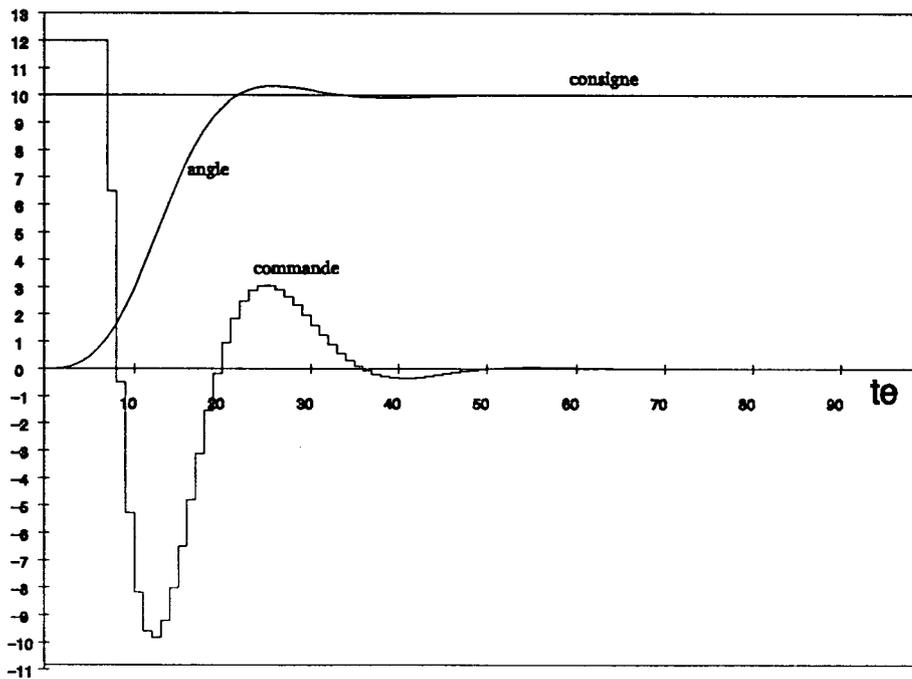


Figure III.19. Asservissement avec suréchantillonnage

s=6

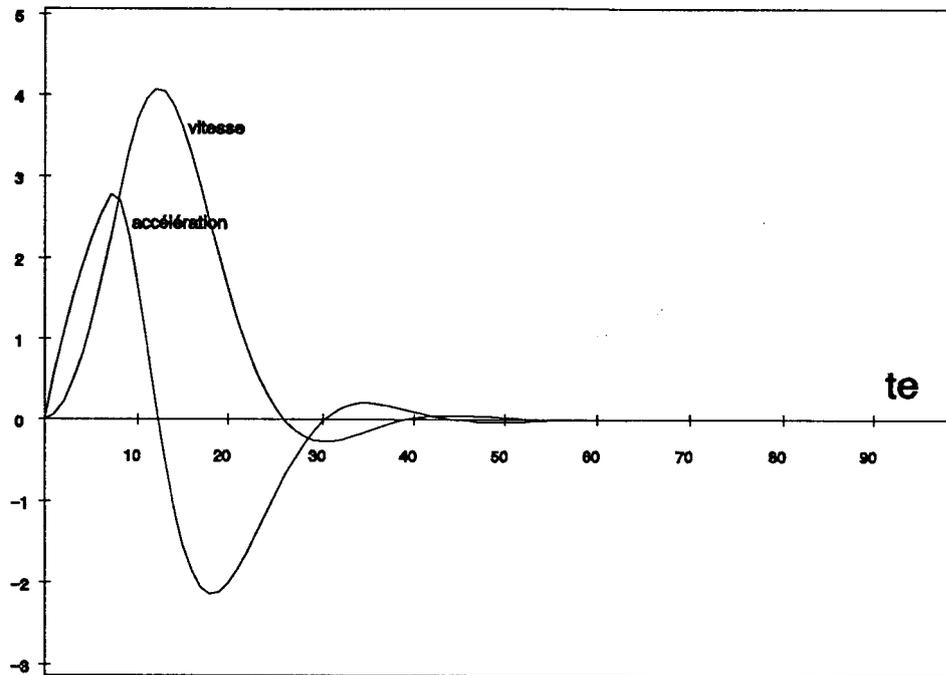


Figure III.20. Asservissement avec suréchantillonnage

Les figures III.9 à III.14 concernent l'asservissement en position du système 1 et les figures III.15 à III.20 l'asservissement en position du système 2. Sur les figures III.9, III.11 et III.13 sont représentées la position et la commande. Dans tous les cas la consigne est  $K=[10,0,0]^T$ . Sur les figures III.10, III.12 et III.14 sont représentées la vitesse et l'accélération. L'asservissement présenté sur les figures III.11 et III.12 est effectué avec un coefficient de suréchantillonnage  $s=3$  et sur les figures III.13 et III.14 avec un coefficient  $s=6$ .

Une étude comparative des asservissements dans les trois cas montre que, pour les mêmes réglages, lorsqu'on utilise le suréchantillonnage le dépassement est plus petit et la commande subit des variations moins brutales. Ceci se traduit par une vitesse et une accélération variant moins et atteignant des valeurs moins élevées. Les tableaux III.1 et III.2 présentent ces valeurs pour les systèmes 1 et 2, ( pour la commande limitée à +12 V et -12 V)

On remarque également que la commande conserve sa valeur maximale moins longtemps dans le cas suréchantillonné. Par ailleurs l'intégrale de la commande est plus petite dans le cas suréchantillonné, ce qui traduit une dissipation d'énergie moindre.

	Vitesse (rad/s)		Accélération (rad/s) <sup>2</sup>		Tension (V)		Dépassement (rad)	
	Vmax	Vmin	A max	Amin	Umax	Umin	Dmax	Dmin
S=1	6	-1	8.4	-6.5	12	2.9	1.1	-0.4
S=3	5.3	-0.4	5.95	-3.7	12	-0.05	0.3	-0.2
S=6	5.1	-0.3	5.5	-3.4	12	0	0.2	-0.2

Tableau III.1. Variation de V, Acc, U et D, Système 1

Enfin, l'examen des graphiques montre une stabilité du système de contrôle, (régulateur + système contrôlé), accrue.

Pour l'asservissement du système 2 le tableau, III.2, les variations de la vitesse, de l'accélération, des dépassements et de la commande montrent, de la même façon, les avantages de l'asservissement suréchantillonné.

	Vitesse (rad/s)		Accélération (rad/s) <sup>2</sup>		Tension (V)		Dépassement (rad)	
	Vmax	Vmin	A max	Amin	Umax	Umin	Dmax	Dmin
S=1	3.1	-4	4.9	-1.5	12	-12	1.9	-0.9
S=2	2.8	-2.7	4.3	-0.4	12	-12	0.4	-0.1
S=5	2.8	-2.2	4.1	-0.4	12	-10	0.4	-0.05

Tableau III.2. Variation de V, Acc, U et D, Système 2

Le problème du choix des coefficients de suréchantillonnage peut être abordé sous divers aspects. Mathématiquement il existe une relation entre les valeurs propres du système suréchantillonné  $\lambda_i^*$  et du système échantillonné d'origine  $\lambda_i$ .

$$\lambda_i^* = \frac{\lambda_i(e^{SjTe}-1)}{e^{SjTe}-1} + \frac{e^{SjTe}-e^{Sjte}}{e^{SjTe}-1} \quad i=1,\dots,n \quad j=1,\dots,n.$$

Dans cette relation figurent la période de suréchantillonnage  $t_e$  et la période d'échantillonnage  $T_e$  d'origine. Il est donc possible d'imposer les valeurs propres  $\lambda_i^*$  du système de contrôle et ensuite de calculer la période de suréchantillonnage  $t_e$  correspondant aux valeurs propres d'origine  $\lambda_i$  et à la période d'échantillonnage d'origine  $T_e$ .

Toutefois, ces contraintes techniques et surtout le temps de calcul de la commande, empêchent le choix d'une valeur de  $t_e$  trop petite.

Dans le paragraphe suivant est présentée une application de la méthode de suréchantillonnage à la réalisation d'une carte d'axe.

### III.5. Application de la méthode à la réalisation d'une carte d'axe

#### III.5.1. Architecture matérielle

La figure III.21. est un schéma de principe. La partie bloc correcteur contient un régulateur numérique. C'est une carte microprocesseur supportant le microcontrôleur SIEMENS 80535 [SIM 89]. La commande du moteur se fait en modulation de largeur d'impulsion (PWM). La partie puissance est représentée par un pont en H.

Le régulateur numérique effectue aussi l'identification des paramètres du moteur. Pour identifier la transmittance d'un système il est nécessaire de connaître la réponse impulsionnelle de ce système. C'est le régulateur numérique qui envoie une impulsion au moteur et enregistre la réponse. Ceci permet l'utilisation de différents moteurs avec la même carte d'axe.

#### III.5.2. Résultats expérimentaux

Le bloc correcteur calcule la commande en 200 à 400 micro-secondes. La durée du calcul dépend des valeurs des différents vecteurs d'état et matrices. La période de suréchantillonnage  $t_e$  est 1 ms et la période d'échantillonnage d'origine  $T_e$  est 10 ms.

Sur la figure III.22. apparaît l'asservissement en position avec la période d'échantillonnage de 10 ms, sans suréchantillonnage. La figure III.23. montre les résultats obtenus avec le suréchantillonnage  $T_e=10$  ms et  $t_e=1$  ms. La consigne est  $K=10$  rad.

Sur la figure III.24. apparaît l'asservissement en vitesse avec la période d'échantillonnage de 10 ms, sans suréchantillonnage. La figure III.25. montre les résultats obtenus avec le suréchantillonnage  $T_e=10$  ms. et  $t_e=1$  ms. La consigne est  $K=100$  rad\*s<sup>-1</sup>.

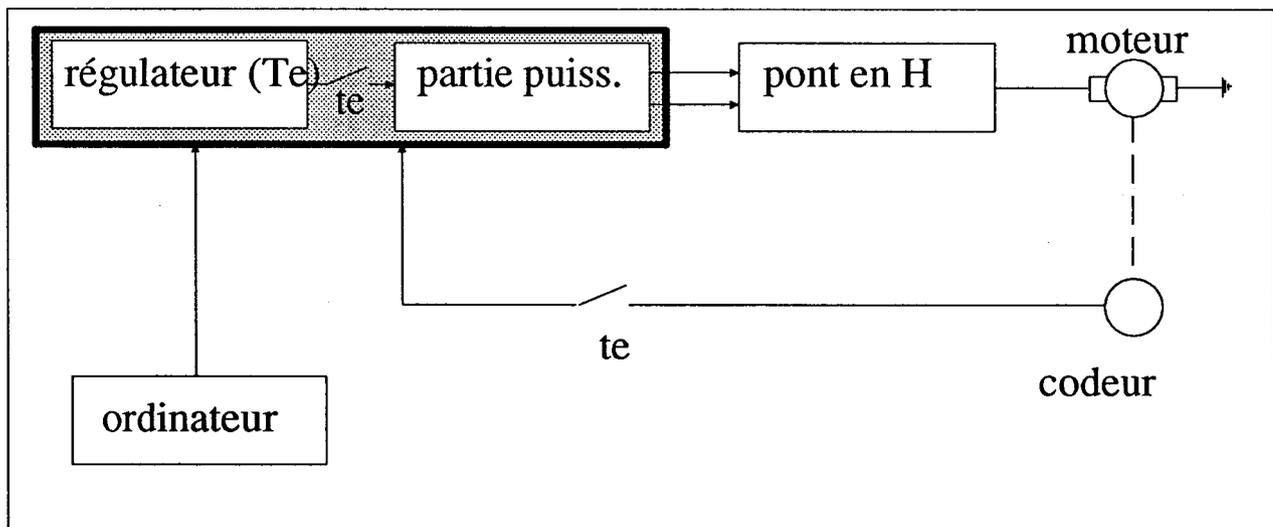


Figure III.21. Schéma bloc de la carte d'axe

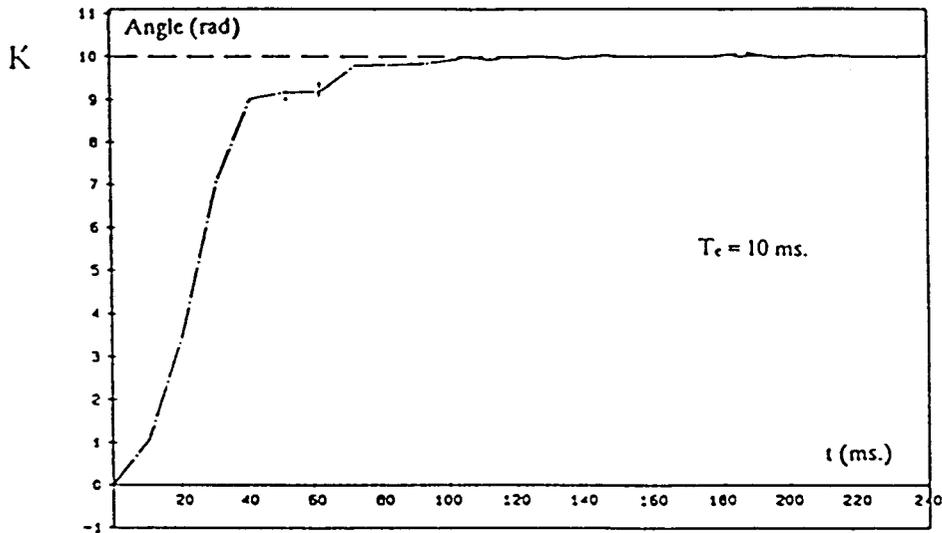


Figure III.22. Asservissement en position sans suréchantillonnage

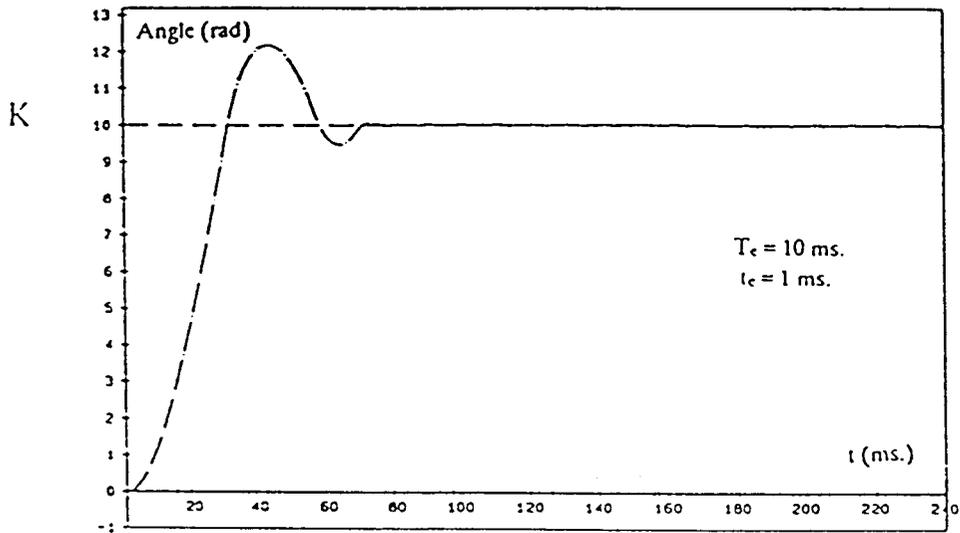


Figure III.23. Asservissement en position avec suréchantillonnage

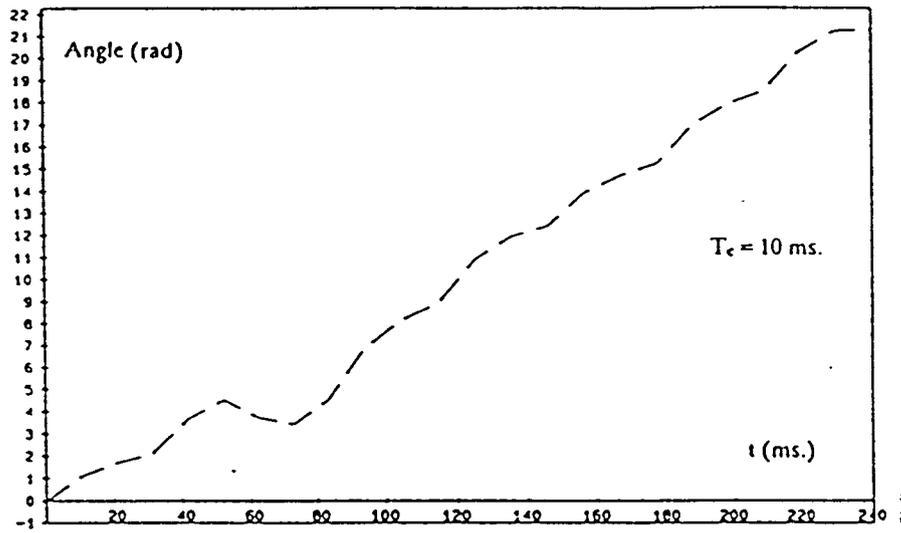


Figure III.24. Asservissement en vitesse sans suréchantillonnage

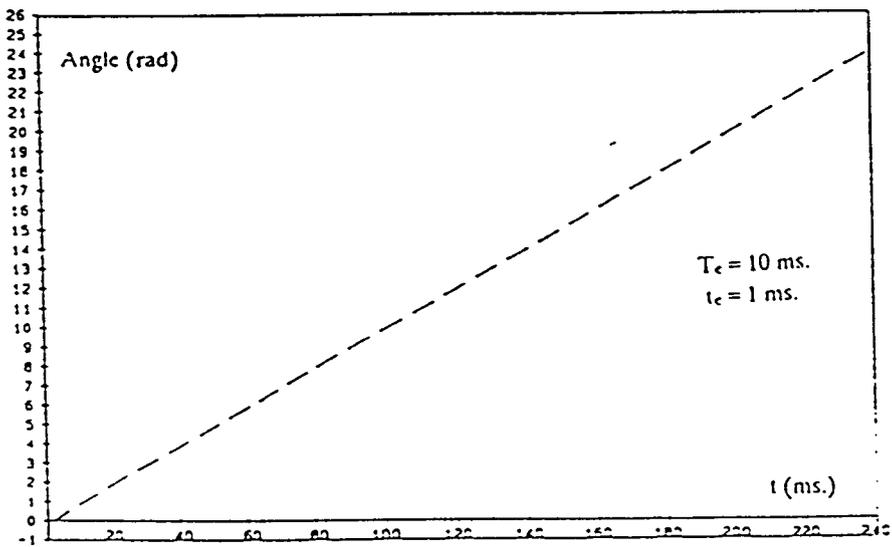


Figure III.25. Asservissement en vitesse avec suréchantillonnage

### III.5.3. Conclusion

Il apparaît que la commande par suréchantillonnage permet d'obtenir un temps de réponse plus court, aussi bien en asservissement de position qu'en asservissement de vitesse.

Par ailleurs l'effet stabilisateur du "bouclage plus fréquent" dû au suréchantillonnage apparaît clairement sur les figures : les oscillations induites par l'échantillonnage à la période  $T_e$  disparaissent avec le suréchantillonnage.

### III.6. Conclusion

Avec l'apparition de puissants microprocesseurs et microcontrôleurs, on fait de plus en plus appel à des méthodes digitales pour le réglage des processus industriels et notamment pour la commande des moteurs à courant continu. Ces calculateurs de processus permettent l'élaboration des algorithmes de réglage et remplacent ainsi les régulateurs classiques fonctionnant de manière continue. Dans de tels cas, on parle aussi de réglage échantillonnés. Pour l'étude de ces derniers, on ne peut pas utiliser les méthodes habituelles qui sont connues pour des systèmes fonctionnant de manière continue. Il est indispensable de faire appel à des méthodes d'analyse et de synthèse particulières qui tiennent compte du fonctionnement discontinu de ces réglages.

Dans ce but a été développé un algorithme d'asservissement calculant la commande d'état du moteur à courant continu avec suréchantillonnage. Les résultats obtenus démontrent la qualité de la méthode appliquée. On voit que l'utilisation du suréchantillonnage améliore le comportement du moteur commandé mais nécessite une très grande vitesse de calcul de la commande, ce qui s'avère possible avec les microcontrôleurs 80535/80515.

L'implantation de cet algorithme sur une carte microprocesseur offre de bonnes perspectives, surtout en robotique pour des articulations commandées par un réseau de cartes intelligentes couplées aux interfaces de puissance.

**II<sup>ème</sup> PARTIE**

**COMMANDE DECENTRALISEE AVEC UTILISATION DES  
OBSERVATEURS D'ETAT ET DE PERTURBATIONS**

---

## **Introduction**

La micromachine de décision regroupe l'ensemble des algorithmes traitant les niveaux hiérarchiques N2, N3 et N4 de la commande. Ces niveaux comportent la coordination des mouvements, le bouclage tâche et la partie "intelligente" de la commande. Il est possible de distinguer deux catégories de fonctions de décision: les fonctions de décision réflexes et les fonctions de décision de haut niveau. Les fonctions de décision réflexes font appel à des traitements algorithmiques classiques. Elles ont pour vocation de corriger et d'adapter les mouvements en ligne (on line ) du robot. Ces fonctions effectuent la coordination et l'optimisation des mouvements. Les fonctions de décision de haut niveau font appel à des traitements de type système expert. Elles sont basées sur une connaissance intelligente du robot et de son environnement. Ces fonctions ont pour vocation de réagir en anticipant, pendant la tâche précédente, la tâche suivante.

La deuxième partie de thèse comporte quatre chapitres IV, V, VI et VII. Dans le chapitre IV seront présentés les principes de coordination et plusieurs méthodes de coordination du fonctionnement des sous-systèmes interconnectés. Dans le chapitre V sera présentée une méthode de coordination des sous-systèmes avec utilisation des observateurs d'état et de perturbations. Finalement le chapitre VI sera consacré à la simulation sur ordinateur de cette méthode et dans le chapitre VII sera présentée une application pratique concernant un système de commande de deux cartes d'axe.

---

## **Chapitre IV.**

### **Méthodes de coordination des sous-systèmes interconnectés**

#### IV.1. Principe de la coordination décentralisée [BRU 88]

Le rôle de la coordination des mouvements d'un robot est de déterminer les mouvements que doivent exécuter à chaque moment les articulations du robot. Autrement dit, le rôle de la coordination du fonctionnement de plusieurs sous-systèmes est de déterminer les vecteurs d'état de chaque sous-système à chaque instant.

Les trajectoires du mouvement de l'organe final du robot sont toujours définies dans un système de coordonnées "opérationnelles". La coordination doit ainsi procéder à une transformation de coordonnées pour transcrire la trajectoire de l'espace opérationnel vers l'espace articulaire du robot (Fig. IV.1). On détermine ensuite un mouvement optimal des articulations en respectant les contraintes d'exécution et enfin on établit les consignes de mouvements nécessaires à chaque asservissement.

La coordination totalement décentralisée nécessite une parfaite cohérence et une bonne synchronisation des actions produites par chaque machine.

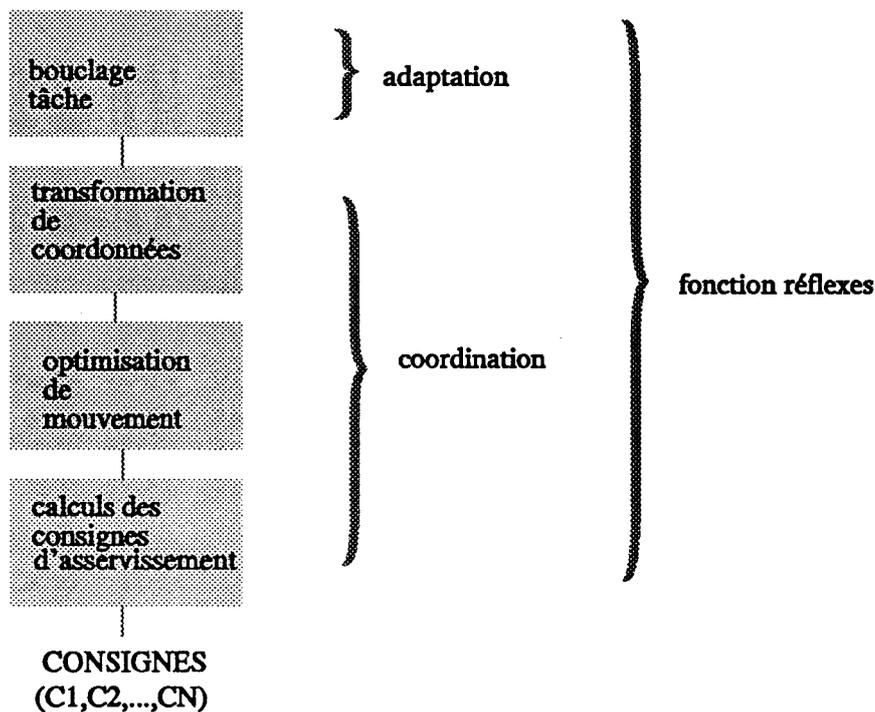


Fig IV.1. Organisation de la coordination décentralisée

## IV.2. Méthodes de coordinations

Il existe un intérêt permanent porté à l'étude des systèmes complexes (large scale systems) composés de plusieurs sous-systèmes. Cet intérêt est justifié par la complexité des systèmes qu'on trouve dans l'industrie : par exemple les systèmes de production et de distribution d'énergie, les systèmes de transport, les processus chimiques, les processus socio-économiques, les robots industriels. La décentralisation est souvent utilisée pour la résolution des problèmes de contrôle de tels systèmes. Elle consiste en l'utilisation de plusieurs régulateurs séparés appliqués aux différentes parties du système complexe. La coordination du fonctionnement de ces différents régulateurs est indispensable.

Dans ce paragraphe seront présentées plusieurs méthodes de commande décentralisée.

Xiang - Ling Tan et M. Ikeda [TAN 90] proposent une méthode de stabilisation décentralisée appliquée lors de l'expansion d'un système de contrôle complexe. Le système de contrôle complexe est obtenu en ajoutant les sous-systèmes l'un après l'autre. Lorsque l'on ajoute un nouveau sous-système on réalise le régulateur local de manière à ce que le sous-système ajouté et le système complexe demeurent stables (cf Fig IV.2.). Les régulateurs locaux dans le système complexe doivent stabiliser les sous-systèmes locaux, le système complexe et le système global interconnectés. Le système global est constitué du système complexe et du nouveau sous-système ajouté.

Le régulateur du sous-système ajouté est alors réalisé en fonction des caractéristiques de ce sous-système, du système complexe et des interconnexions entre les sous-systèmes. Tous les sous-systèmes considérés sont autonomes. Ceci permet de supposer que le régulateur local implanté sur le nouveau sous-système est stable et que le système de contrôle local (régulateur local + sous- système local) est stable avant la connexion au système complexe.

Le problème de la stabilisation décentralisée est réduit au choix du régulateur local parmi les régulateurs satisfaisant la condition de stabilité au niveau du système global.

Sur la Figure IV.2.  $S_i$  est le sous-système et  $LC_i$  est le régulateur de  $S_i$ ,  $i=1, \dots, n$ .

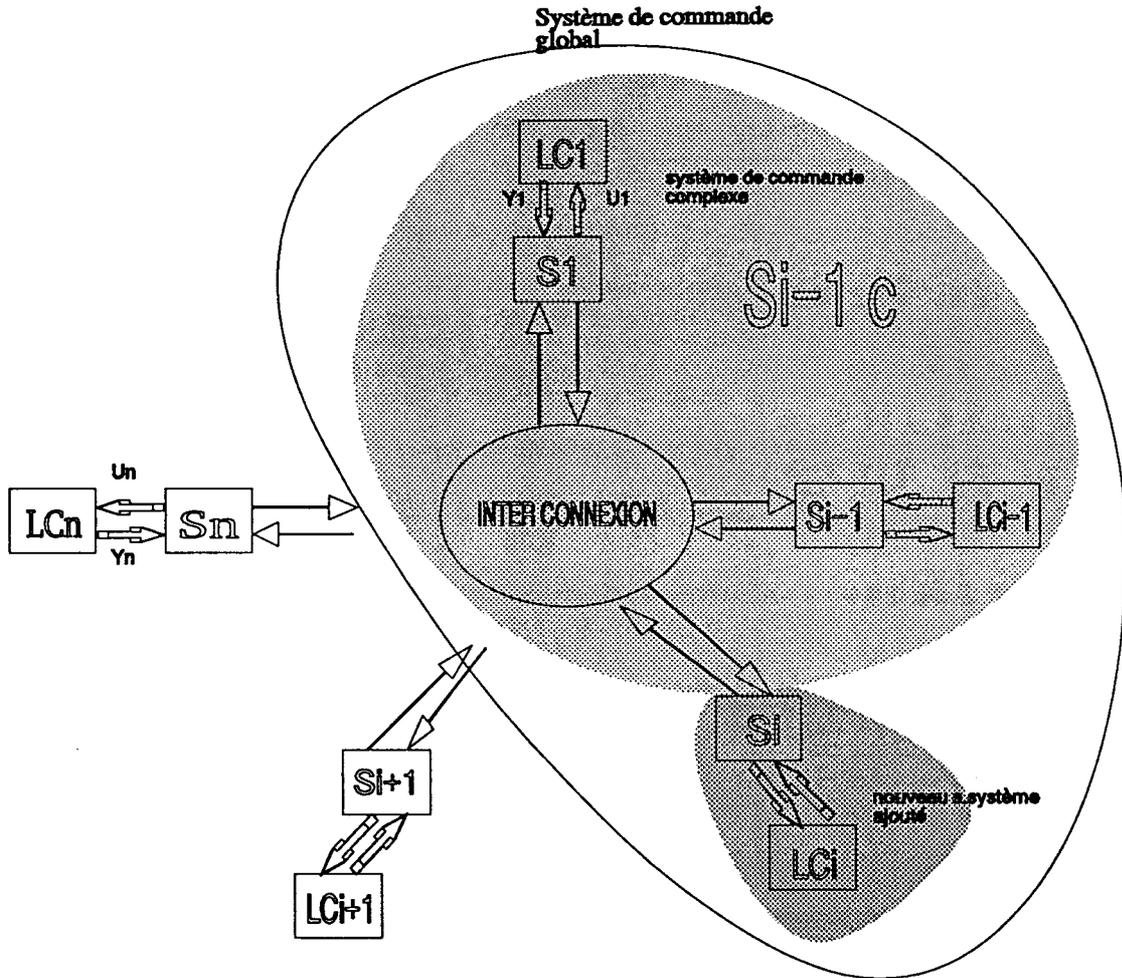


Figure IV.2. Construction d'un système global

Choi Y. K. et Bien Z. [CHO 88] proposent une autre méthode de commande adaptative décentralisée pour le contrôle d'un robot multi bras. Cette méthode réalise la stabilisation décentralisée de système formés de sous-systèmes interconnectés soumis à des perturbations constantes. Le calcul de la commande est basé sur la méthode directe de Lyapunov. Les auteurs développent les résultats de Lyon et Bien [LYO 84]. Chaque sous-système interconnecté peut avoir plusieurs entrées. Les conditions de stabilité asymptotiques sont définies, ensuite le schéma de contrôle est conçu. La commande est composée de la commande nominale et de la commande variable. La commande nominale réduit les effets de couplage et de non linéarités et la commande variable agit sur les effets des perturbations. Cette commande variable est basée sur le principe de la commande adaptative décentralisée.

Le système est défini selon les équations :

$$\dot{X}_i(t) = A_i X_i(t) + B_i U_i(t) + d_i + \sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} X_j(t) \quad i=1,2,\dots,N$$

$\sum_{j=1, j \neq i}^N A_{ij} X_j(t)$  représente les interconnexions, et  $d_i$  représente la perturbation.

Le schéma de la commande variable est présenté sur la figure suivante :

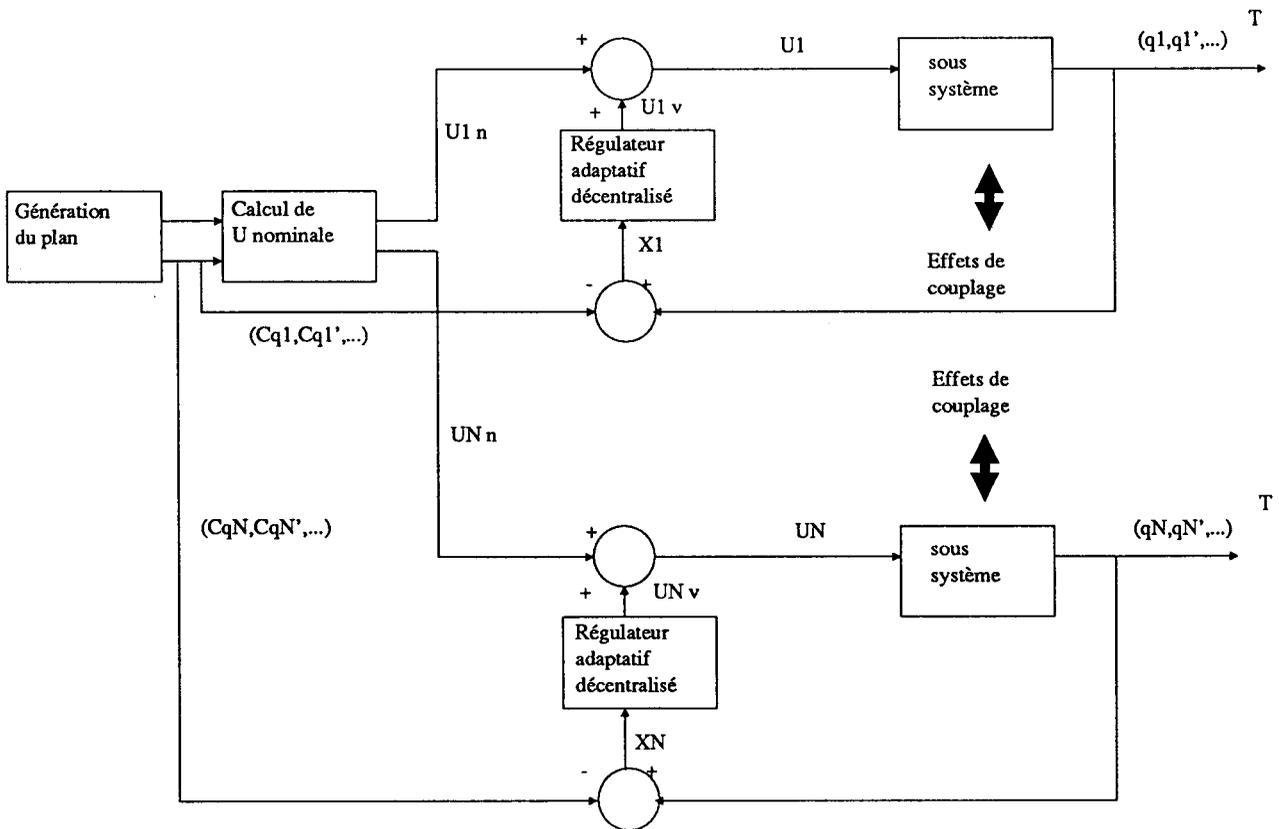


Fig. IV.3. Commande variable adaptative

$C_{qi}$  est la consigne,  $q_i$  est la sortie et  $U_i$  est la commande du sous système  $S_i$ .  $U_{in}$  est la commande nominale et  $U_{iv}$  est la commande variable.  $U_i = U_{in} + U_{iv}$

P. Ioannou et P. Kokotovic [IOA 85] proposent une commande décentralisée pour les systèmes interconnectés avec les modèles réduits.

Le problème de la commande décentralisée en présence de perturbations est examiné. Les parasites au niveau des interconnexions sont observables et commandables. Ils apparaissent en sortie locale et sont filtrés par des filtres locaux. Les sorties filtrées sont utilisées dans la conception de régulateurs locaux.

Certains régulateurs décentralisés peuvent devenir instables à cause des interconnexions entre les sous systèmes et des parasites locaux. Les interconnexions sont susceptibles de provoquer la divergence des paramètres qui définissent le régulateur et d'amplifier les parasites. Ceci peut engendrer des instabilités. Une modification des lois locales est utilisée pour limiter les valeurs maximales des paramètres de régulateurs. En utilisant ces nouvelles lois les conditions suffisantes de stabilité sont obtenues. Ces conditions garantissent l'existence d'une région d'attraction où les erreurs de paramètres des régulateurs locaux convergent.

Les signaux d'entrées locaux doivent avoir une amplitude et une fréquence différentes des valeurs de l'amplitude et de la fréquence du signal parasite pour assurer la stabilité et le bon fonctionnement du système global. L'amplitude ou la fréquence élevée à l'entrée d'un sous système peut déstabiliser le régulateur local d'un autre sous-système en amplifiant les parasites par l'intermédiaire des interconnexions. De la même façon une amplitude élevée des perturbations externes peut provoquer des instabilités. Plus les parasites sont de fréquence élevée plus la région d'attraction est grande et plus les valeurs de l'amplitude et de la fréquence des signaux d'entrée acceptables sont variées.

La modification des lois locales est un compromis entre la précision du système de contrôle et sa stabilité. Si les parasites sont de fréquence élevée le problème du choix est facile car la stabilité est facilement réalisable et la précision est bonne.

D. Brun-Picard et J. C. Bertrand ont développé une méthode de décentralisation des algorithmes de commande des robots [BRU 89]. La décentralisation est basée sur la notion de Machine et Micromachine et s'articule autour du triplet Communication - Action - Décision. Cette méthode est caractérisée par la suppression de toute coordination centrale. Les avantages fondamentaux sont l'homogénéité, l'accessibilité, l'extensibilité et la flexibilité.

La décentralisation totale consiste à distribuer toute la décision au niveau de chaque partie opérative (par ex. chaque sous-système). La décentralisation de la décision réflexe consiste à décentraliser la coordination. La mise en oeuvre de la coordination dans un contexte décentralisé nécessite une parfaite cohérence et une bonne synchronisation des actions de chaque

---

machine.

Le principe retenu par les auteurs pour réaliser cette coordination est basé sur l'établissement d'un plan d'action dans lequel chaque machine détermine les mouvements qu'elle doit générer et l'horaire précis de leur exécution. Les machines doivent alors mettre simultanément leurs horloges à l'heure, au début de chaque tâche, puis exécuter chacune leur plan d'action en respectant l'horaire. Les tâches sont modélisées par des trajectoires et par des contraintes spécifiant le mouvement à effectuer sur cette trajectoire. La méthode proposée consiste à découper chaque trajectoire en segments. Ces segments sont délimités par deux points d'arrêt situés l'un au départ et l'autre à l'arrivée de la trajectoire. Ces points sont appelés les points de coordination. A chaque point de coordination est associée une date de passage qui doit être respectée. L'asservissement au niveau de chaque régulateur est cadencé par une horloge locale qui est remise à l'heure avant le parcours de chaque nouvelle trajectoire.

K. A. Ossman [OSS 89] propose un régulateur adaptatif indirect pour les sous-systèmes interconnectés. Les sous-systèmes sont soumis à des perturbations et interconnexions.

Le régulateur nécessite un transfert d'informations entre les sous-systèmes pour la modélisation et l'identification des fonctions de transfert des sous-systèmes. Les lois de commande sont déterminées au niveau de chaque sous-système. Les calculs des commandes s'effectuent en parallèle.

## **Chapitre V.**

# **Coordination des Régulateurs avec Observateurs d'Etat et de Perturbations**

### V.1. Introduction

La méthode de coordination consiste à imposer un comportement désiré à plusieurs sous-systèmes avec ou sans interconnexions. Dans un premier temps, on décompose la trajectoire afin d'obtenir des mouvements optimaux sur chaque articulation. De ces mouvements optimaux on tire les consignes pour chaque articulation. Dans un deuxième temps, les fonctions de couplage  $f_i$  entre deux consignes successives  $C_i$  et  $C_{i-1}$  ( $i=2,\dots,N$ ) sont calculées ( $C_i=f_i(C_{i-1})$ ). Ces fonctions de couplage sont ensuite utilisées dans les calculs de commande des sous-systèmes mis en série (cf Fig. V.1).

La coordination par utilisation de plusieurs régulateurs de sous-systèmes séparés mis en série et couplés avec observateurs d'état et de perturbation est développée dans ce chapitre. Les sous-systèmes sont soumis à des perturbations et les observateurs de perturbations sont introduits afin de diminuer les effets de propagation des perturbations dans le système de contrôle global.

L'objectif est de développer les régulateurs locaux au niveau de chaque sous-système et de les coupler pour obtenir un comportement désiré au niveau du système interconnecté. Le contrôle d'un sous-système s'effectue indépendamment des autres en fonction des modèles identifiés auparavant. La coordination nécessite un transfert de données entre les régulateurs. Ce transfert s'effectue par l'intermédiaire des micromachines de communication et il permet au régulateur  $R_i$  de connaître la commande du régulateur  $R_{i-1}$  et l'état du sous-système  $S_{i-1}$ .

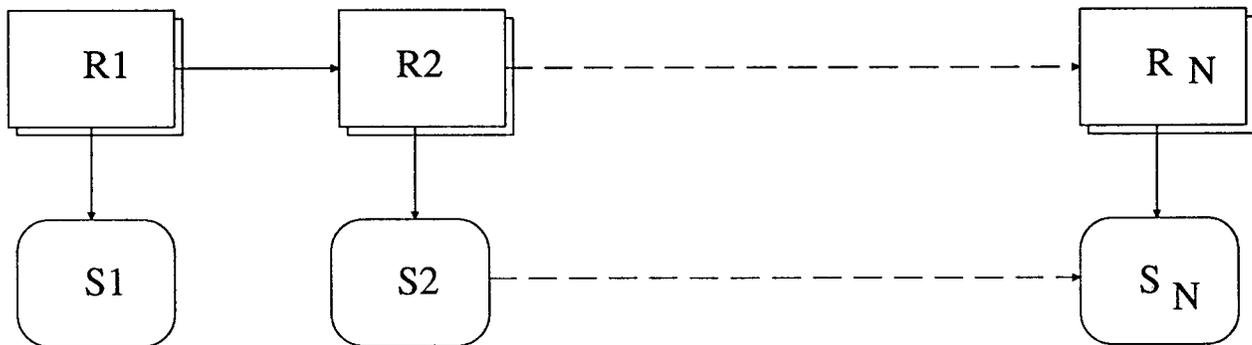


Fig. V.1. Commande décentralisée sans superviseur

Ceci permet la conception d'un schéma de commande en série où le régulateur précédent supervise le régulateur suivant. Ainsi, l'utilisation d'un superviseur central est inutile (Fig V.2.) et les sous-systèmes peuvent être considérés comme complètement séparés les uns des autres.

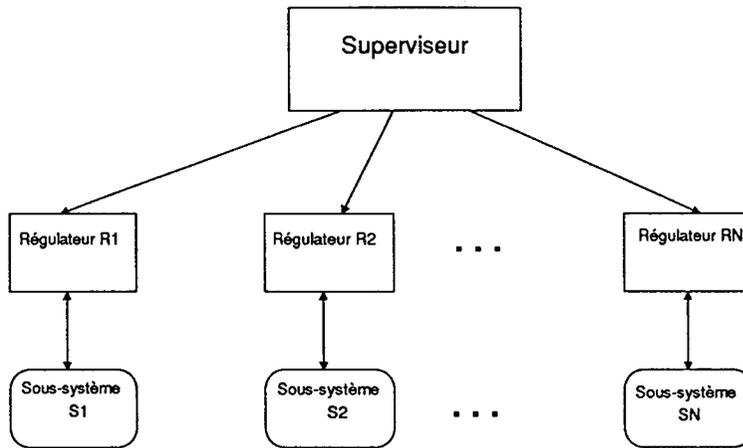


Fig. V.2. Commande part. décentralisée avec superviseur

Il est possible d'introduire différents niveaux de priorité au niveau des régulateurs de sous-systèmes.

Le régulateur  $R_i$  ( $i=2, \dots, N$ ) parmi  $N-1$  régulateurs calcule la commande  $U_i$  pour le sous-système  $S_i$  en utilisant :

1. Le vecteur de commande  $U_{i-1}$  calculé par  $R_{i-1}$ ,
2. Le vecteur d'état  $X_{i-1}$  du sous-système  $S_{i-1}$ ,
3. La fonction de couplage  $f_i$  où  $C_i = f_i(C_{i-1})$ ,  $C_i$  et  $C_{i-1}$  étant les consignes des sous-systèmes  $S_i$  et  $S_{i-1}$ ,
4. Le vecteur d'état  $X_i$  du  $S_i$  (boucle de retour).

Le régulateur  $R_1$  calcule la commande selon une méthode classique.

$$U_i = \psi(X_i, X_{i-1}, f_i, U_{i-1}) \quad i=2, \dots, N$$

$$C_1$$

$$C_2 = f_2(C_1)$$

.

.

.

$$C_N = f_N(C_{N-1})$$

$f_2, \dots, f_N$  sont les fonctions de couplage entre les consignes des sous-systèmes.

La Figure V.3. montre le fonctionnement d'un tel système.

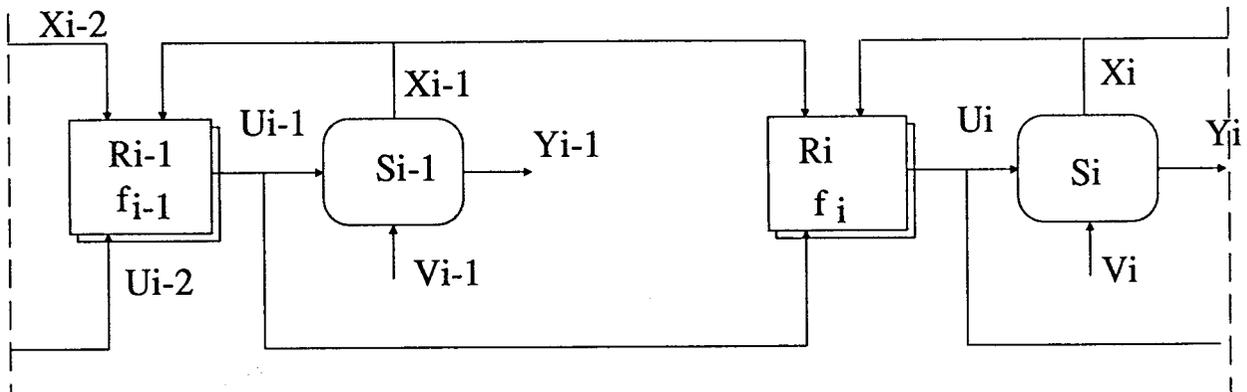


Fig. V.3. Commande en série

## V.2. Principes théoriques

### V.2.1. Description du système

Considérons le sous-système  $S_i$  continu linéaire, invariant, observable et commandable. Il est représenté selon les équations (V-1) et (V-2)

$$\dot{X}_i = A_i X_i + B_i U_i \quad (V-1)$$

$$Y_i = C_{s_i} X_i + D_i U_i \quad (V-2)$$

Où  $X_i$ ,  $U_i$  et  $Y_i$  sont les vecteurs d'état de dimension  $(n \times 1)$ , de commande de dimension  $(r \times 1)$  et de sortie de dimension  $(m \times 1)$ , respectivement.  $A$ ,  $B$  et  $C_s$  sont les matrices caractérisant le sous-système  $S_i$  avec  $(C_s, A)$  paire observable et  $(B, A)$  paire commandable.

#### Méthode de la commande décentralisée

Considérons  $D_i = 0$  ( $i=1, \dots, N$ ), les sous systèmes  $S_{i-1}$  et  $S_i$  sont représentés selon les équations :

Sous-système  $S_{i-1}$

$$\dot{X}_{i-1} = A_{i-1}X_{i-1} + B_{i-1}U_{i-1}$$

$$Y_{i-1} = C_{S_{i-1}}X_{i-1}$$

Sous-système  $S_i$

$$\dot{X}_i = A_iX_i + B_iU_i$$

$$Y_i = C_{S_i}X_i$$

Selon la Figure V.3. on peut écrire :

$$U_i = L_iX_{i-1} + H_iU_{i-1} + M_iX_i \quad (V-3)$$

$L_i$ ,  $H_i$  et  $M_i$  sont des matrices de dimension  $(r_i \times n_{i-1})$ ,  $(r_i \times n_i)$  et  $(r_i \times n_i)$  respectivement où l'indice définit le sous-système. Ces matrices caractérisent le régulateur  $R_i$ .

$R_i \{L_i, H_i, M_i\}$

Donc

$$\dot{X}_i = A_iX_i + B_i[L_iX_{i-1} + H_iU_{i-1} + M_iX_i] \quad (V-4)$$

$$\dot{X}_i = (A_i + B_iM_i)X_i + B_iH_iU_{i-1} + \sum_{j=1}^{i-1} g_{ij}X_j \quad (V-5)$$

Expression dans laquelle les  $g_{ij}$  désignent les termes d'interconnexions entre les sous-systèmes,  $g_{ij}$  n'est pas utilisé dans les calculs des commandes. La fonction de couplage  $f_i$  peut être utilisée pour exprimer la relation entre  $X_i$  et  $X_{i-1}$ .

$$X_i = f_i(X_{i-1}) + e_i \quad (V-6)$$

$$\dot{X}_i = \frac{df_i(X_{i-1})}{dt} + \dot{e}_i \quad (V-7)$$

$e(t)$  est une fonction d'erreur.

Remplaçons les équations (V-6) et (V-7) dans l'équation (V-4).

$$\frac{df_i(X_{i-1})}{dt} - (A_i + B_i M_i) f_i(X_{i-1}) - B_i L_i X_{i-1} - B_i H_i U_{i-1} + \dot{e}_i - (A_i + B_i M_i) e_i = 0 \quad (V-8)$$

Si  $\dot{e}_i - (A_i + B_i M_i) e_i = 0$  alors l'équation (V-8) devient :

$$\frac{df_i(X_{i-1})}{dt} - (A_i + B_i M_i) f_i(X_{i-1}) - B_i L_i X_{i-1} - B_i H_i U_{i-1} = 0 \quad (V-9)$$

Si on note  $T_i = A_i + B_i M_i$ , la matrice de dimension  $[n_i \times n_i]$ , on écrit :

$$\dot{e}_i(t) - T_i e_i(t) = 0,$$

Pour obtenir l'annulation de la fonction d'erreur  $e(t)$  les valeurs propres  $\lambda_i$  ( $i=1, \dots, n_i$ ) de la matrice  $T_i$  doivent être à parties réelles négatives.  $\text{Re}(\lambda_i) < 0$  ; ( $i=1, \dots, n_i$ ).

### V.2.2. Conception du régulateur $R_i$

La matrice  $M_i$  est définie selon l'équation  $T_i = A_i + B_i M_i$ . Les valeurs propres de  $T_i$  sont imposées en tenant compte de la condition  $\text{Re}(\lambda_i) < 0$ , ensuite la matrice  $M_i$  est calculée. Le choix des valeurs propres de  $T_i$  est très important et a beaucoup d'influence sur le comportement du système contrôlé. Les matrices  $L_i$  et  $H_i$  sont calculées à partir de l'équation (V-9). Un exemple avec la fonction de couplage  $f_i$  linéaire est présenté, ci après :

Supposons  $f_i$  une fonction linéaire :

$$C_i = F_i C_{i-1}, \quad f_i = F_i$$

$$X_i = F_i X_{i-1} + e_i$$

$$\frac{dX_i}{dt} = F_i X_{i-1} + \dot{e}_i(t)$$

L'équation (V-9) devient :

$$(F_i A_{i-1} - (A_i + B_i M_i) F_i - B_i L_i) X_{i-1} + (F_i B_{i-1} - B_i H_i) U_{i-1} = 0 \quad (V-10)$$

D'où pour toutes valeurs de  $X_{i-1}$  et  $U_{i-1}$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_i A_{i-1} - T_i F_i - B_i L_i = 0 \\ F_i B_{i-1} - B_i H_i = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow L_i, H_i$$

### V.2.2.1. Conditions d'existence des matrices $L_i$ et $H_i$

Les conditions d'existence des matrices  $L_i$  et  $H_i$  seront étudiées dans les deux cas :

- 1) matrice de couplage  $F_i$  est un scalaire ;
- 2) matrice de couplage  $F_i$  est une matrice diagonale de dimension  $[n \times n]$ .

1) Si  $A_i : [n \times n]$ ;  $B_i : [n \times 1]$   $i=1, \dots, N$ ,  $N$  étant le nombre de sous-systèmes et si la fonction de couplage  $f_i = F_i$  est scalaire, alors les matrices  $T_i$ ,  $L_i$  et  $H_i$  sont de dimensions suivantes:

$$T_i : [n \times n]; L_i : [1 \times n]; H_i : [1 \times 1]$$

Supposons que la matrice  $A_i$  ( $i=1, \dots, N$ ) est de la forme canonique, la matrice  $T_i$  doit être de la forme canonique.

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \cdot & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \quad T_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ t_{n1} & t_{n2} & \cdot & \dots & t_{nn} \end{bmatrix}$$

- 2) Supposons que la fonction de couplage  $F_i$  est une matrice diagonale :

$$F_i = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & & 0 \\ 0 & f_2 & & 0 \\ \cdot & 0 & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ 0 & 0 & & f_n \end{bmatrix}$$

Si  $A_i$  ( $i=1, \dots, n$ ) est de forme canonique  $F_i * A_{i-1} =$

$$\begin{bmatrix} 0 & f_1 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & f_2 & & \cdot \\ \cdot & \cdot & 0 & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & & f_{n-1} \\ -f_n a_0 & -f_n a_1 & -f_n a_2 & & -f_n a_{n-1} \end{bmatrix}$$

Si la matrice  $T_i$  est :

$$T_i = \begin{bmatrix} t_{11} & & & t_{1n} \\ \cdot & & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & & & \cdot \\ t_{n1} & & & t_{nn} \end{bmatrix}$$

$$T_i * F_i = \begin{bmatrix} t_{11}f_1 & t_{12}f_2 & & t_{1n}f_n \\ t_{21}f_1 & t_{22}f_2 & & t_{2n}f_n \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ t_{n1}f_1 & \cdot & & t_{nn}f_n \end{bmatrix}$$

Comme  $L_i = [l_1 \ l_2 \ \dots \ l_n]$

$$B_i * L_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & & 0 \\ 0 & 0 & & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & & 0 \\ b_0 l_1 & b_0 l_2 & & b_0 l_n \end{bmatrix} = F_i A_{i-1} - T_i F_i$$

pour pouvoir trouver la matrice  $L_i$  il est nécessaire que les conditions suivantes soient remplies.

a)  $t_{11}=0$

$t_{21}=0 \quad t_{22}=0$

$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$   
 $\cdot \quad \cdot \quad \cdot$   
 $\cdot \quad \cdot \quad \cdot$

$t_{n-1,1}=0 \quad t_{n-1,2}=0 \quad \cdot \quad \cdot \quad t_{n-1,n-1}=0$

b)  $t_{1,n}=0 \quad t_{1,n-1}=0 \quad \cdot \quad \cdot \quad t_{12}=0$

$t_{2,n}=0 \quad t_{2,n-1}=0 \quad \cdot \quad \cdot$

$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$   
 $\cdot \quad \cdot \quad \cdot$   
 $\cdot \quad t_{n-3,n-1}=0$

$t_{n-2,n}=0$

c)  $t_{12}f_2=f_1$

$t_{23}f_3=f_2$

.

.

.

$t_{n-1,n}f_n=f_{n-1}$

Donc :  $T_i = \begin{bmatrix} 0 & f_1/f_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_2/f_3 & . \\ . & . & 0 & . \\ . & . & . & . \\ . & . & . & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{n-1}/f_n \\ t_{n,1} & t_{n,2} & t_{n,3} & t_{n,n} \end{bmatrix}$

Dans ce cas on a :  $F_i * A_{i-1} - T_i F_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ (-f_n a_0 - t_{n,1} f_1) & . & . & (-f_n a_{n-1} - t_{n,n} f_n) \end{bmatrix} =$

Donc :  $l_i = \frac{-f_n a_i - t_{n,i} f_i}{b_0} \quad i=1, \dots, n$

Il est donc possible de trouver les matrices  $L_i$  et  $H_i$  à partir de ces 2 équations et de déterminer les paramètres du régulateur  $R_i$ .

Les paramètres de ce régulateur sont utilisables dans le cas d'un régulateur discret. Cependant il faut tenir compte du choix de la période d'échantillonnage. Elle doit être suffisamment petite pour que les paramètres calculés demeurent exploitables. En fait il faut que la période d'échantillonnage soit au moins dix fois plus petite que la plus petite constante de temps du système régulé [BÜH 87].

### V.3. Analyse de la stabilité du système global

Supposons que le premier sous-système  $S_1$  soit stable et que tous les autres sous-systèmes soient invariants. (matrices d'état  $A_i$  et  $B_i$  constantes pour  $i=1, \dots, N$ ).

Le sous-système S<sub>1</sub> est défini selon les équations :

$$\dot{X}_1 = A_1 X_1 + B_1 U_1$$

$$Y_1 = C_{S1} X_1$$

Si la loi de commande pour le sous-système S<sub>1</sub> est  $U_1 = K_1(C_1 - X_1)$  où C<sub>1</sub> est la consigne et K<sub>1</sub> matrice de commande (r x n), on aura:

$$\dot{X}_1 = A_1 X_1 + B_1 K_1 (C_1 - X_1)$$

$$\dot{X}_1 = (A_1 - B_1 K_1) X_1 + (B_1 K_1) C_1$$

Pour le sous-système S<sub>2</sub> on peut écrire (éq. V-4) :

$$\dot{X}_2 = B_2 L_2 X_1 + T_2 X_2 + B_2 H_2 U_1$$

avec

$$T_2 = A_2 + B_2 M_2$$

En introduisant l'équation caractérisant le sous-système S<sub>1</sub> bouclé dans l'équation qui définit le sous-système S<sub>2</sub> on obtient :

$$S_2 : \dot{X}_2 = T_2 X_2 + (B_2 L_2 - B_2 H_2 K_1) X_1 + B_2 H_2 K_1 C_1$$

De la même façon pour le sous-système S<sub>3</sub> :

$$\dot{X}_3 = T_3 X_3 + [B_3 L_3 + B_3 H_3 M_2] X_2 + [B_3 H_3 L_2 - B_3 H_3 H_2 K_1] X_1 + B_3 H_3 H_2 K_1 C_1$$

Pour le sous-système S<sub>i</sub> :

$$\begin{aligned} \dot{X}_i = & T_i X_i + [B_i L_i + B_i H_i M_{i-1}] X_{i-1} + [B_i H_i L_{i-1} - B_i H_i H_{i-1} M_{i-2}] X_{i-2} + \dots \\ & \dots + [B_i H_i \dots H_4 L_3 + B_i H_i H_{i-1} \dots H_3 M_2] X_2 + [B_i H_i \dots H_3 L_2 - B_i H_i H_{i-1} \dots H_2 K_1] X_1 + B_i H_i \dots H_2 K_1 C_1 \end{aligned}$$

Mettons ce résultat sous forme matricielle.



#### V.4. Observateur d'état et de perturbations

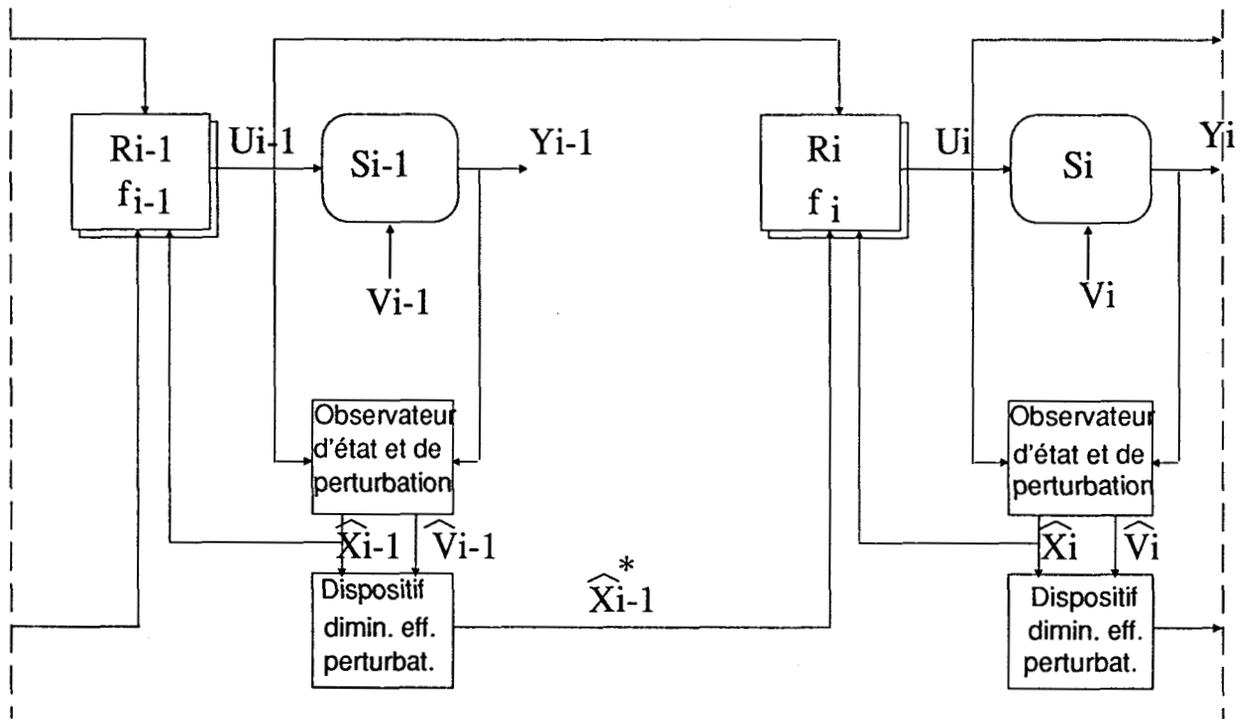


Fig. V.4.

#### Commande en série avec utilisation des observateurs d'état et de perturbations

Le réglage d'état à commande décentralisée traité au paragraphe précédent exige que toutes les grandeurs d'état des sous-systèmes à régler soient connues. Cependant dans la plupart des cas il n'est pas possible de mesurer directement ces grandeurs d'état. On doit alors employer un observateur d'état pour reconstruire les vecteurs d'état [LUE 71]. Dans ce cas on doit également tenir compte des perturbations influençant les sous-systèmes à régler et diminuer les effets de propagation et d'amplification de ces perturbations d'un sous-système aux autres. Si la mesure directe des perturbations n'est pas possible on est contraint d'utiliser un observateur de perturbations. Un observateur de perturbations est en fait un observateur d'état dont la structure est élargie à la prise en compte des perturbations. Lorsque les perturbations varient rapidement et de manière déterministe, il est nécessaire d'incorporer le modèle d'état des perturbations dans l'observateur. Le schéma de commande du système global avec utilisation des observateurs d'état et de perturbation est présenté sur la Figure V.4.

### V.4.1. Introduction aux observateurs

Dans les paragraphes suivants sera fait un bref rappel sur les observateurs d'état et de perturbations dans le domaine échantillonné [BÜH 87] et sera présentée la méthode de diminution des effets de propagation des perturbations dans le système de commande.

### V.4.2. Rappel sur les observateurs d'état

#### V.4.2.1. Généralités

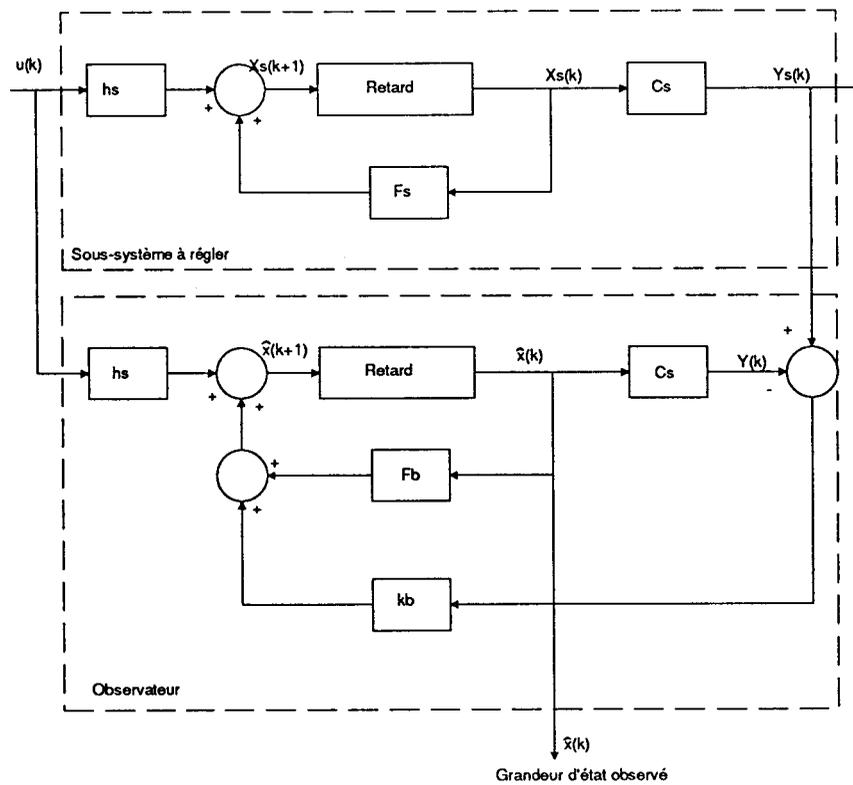


Fig. V.5. Observateur d'état

En principe l'observateur d'état est un modèle du système à régler. La différence entre les sorties du système à régler et le modèle de ce système intervient par contre réaction sur ce dernier, afin d'adapter son état à l'état du système à régler. (Fig V.5.)

Le vecteur d'état de l'observateur qui est également un système discret est noté par  $\hat{X}(k)$  où  $\hat{\phantom{x}}$  indique qu'il s'agit d'une grandeur observée. La grandeur de sortie d'observation est

désignée par  $\hat{Y}(k)$ ; L'écart d'observation  $\hat{e}(k)=Y_s(k)-\hat{Y}(k)$  est mis en contre réaction par l'intermédiaire du vecteur de contre réaction  $k_b$ , et donne une correction du vecteur  $\hat{X}(k+1)$ .

#### V.4.2.2. Système d'équations

De la Figure (V.5.) on tire les équations de l'observateur.

$$\hat{X}(k+1)=F_s\hat{X}(k)+H_sU(k)+k_b\hat{e}(k) \quad (V-19)$$

$$\hat{Y}(k)=C_s\hat{X}(k) \quad (V-20)$$

$$\hat{e}(k)=Y_s(k)-\hat{Y}(k) \quad (V-21)$$

Lorsqu'on introduit (V-21) et (V-20) dans (V-19) on obtient :

$$\hat{X}(k+1)=F_b\hat{X}(k)+H_sU(k)+K_bY_s(k) \quad (V-22)$$

$$F_b=F_s-k_bC_s \quad (V-23)$$

Les matrices  $F_s$ ,  $h_s$  et  $C_s$  sont donnée par le sous-système à régler. Le vecteur d'état observé  $\hat{X}(k)$  peut être considéré comme la grandeur de sortie. Le vecteur  $k_b$  permet d'influencer la matrice  $F_b$  qui détermine le comportement dynamique de l'observateur. Pour la programmation de l'algorithme d'observation on peut utiliser directement la relation (V-22). Il est judicieux d'introduire l'erreur d'observation  $\tilde{X}(k)$  du vecteur d'état selon la définition :

$$\tilde{X}(k)=X_s(k)-\hat{X}(k)$$

L'équation aux différences pour l'erreur d'observation sera alors :

$$\tilde{X}(k+1)=(F_s-k_bC_s)\tilde{X}(k)=F_b\tilde{X}(k)$$

Donc l'erreur d'observation ne dépend pas de l'entrée  $U(k)$ . Si la matrice  $F_b$  correspond à un système discret stable l'erreur d'observation  $\tilde{X}(k)$  s'annule pour  $k \rightarrow \infty$ .

L'équation caractéristique de l'observateur est notée par la relation (V-24).

$$\det(SI - F_b) = 0 \quad (V-24)$$

ou, si l'on écrit

$$F_b^T = F_s^T - C^T k_b^T$$

$$\det(SI - F_b^T) = 0$$

On peut écrire (V-24) sous la forme :

$$S^n + \beta_{n-1}S^{n-1} + \dots + \beta_1S + \beta_0 = 0 \quad (V-25)$$

D'après [BÚH 87] on peut écrire :

$$k_b = \beta_0 \varepsilon + \beta_1 F_s \varepsilon + \dots + \beta_{n-1} F_s^{n-1} \varepsilon + F_s^n \varepsilon \quad (V-26)$$

Dans cette relation intervient le vecteur  $\varepsilon$  que l'on peut déterminer par la relation suivante :

$$\varepsilon = Q_0^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (V-27)$$

Avec  $Q_0$  matrice d'observabilité,

$$Q_0 = \begin{bmatrix} C_s \\ C_s F_s \\ \vdots \\ \vdots \\ C_s F_s^{n-1} \end{bmatrix} \quad (V-28)$$

Le vecteur  $\varepsilon$  est donc égal à la dernière colonne de la matrice d'observabilité inversée. Cependant il est souvent plus simple de tirer les éléments du vecteur  $\varepsilon$  à l'aide du système d'équations linéaires.

$$Q_0 \epsilon = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{V-29})$$

En général on choisit les valeurs propres de l'observateur toutes à l'origine, donc  $S_1=S_2=\dots S_N=0$ . Ce choix garantit un temps d'établissement fini et l'erreur d'observation s'annule le plus rapidement possible. Cependant si la grandeur de sortie  $Y(k)$  du système présente un certain bruit de mesure  $\Delta Y_m(k)$  il convient de ralentir le comportement dynamique de l'observateur afin de ne pas trop amplifier l'influence de bruit. Avec un choix approprié des valeurs propres de l'observateur on parvient à un effet de filtrage.

### V.4.3. Rappel sur l'observateur d'état et de perturbations

#### V.4.3.1. Généralités

Lorsqu'il y a des perturbations significatives qui influencent le sous-système à régler, l'observateur d'état établi dans le paragraphe précédent ne permet plus d'observer correctement le vecteur d'état du sous-système à régler. Il est possible de reconstituer les grandeurs de perturbation en régime établi à partir de l'écart d'observation. Pour observer l'état et les perturbations il est indispensable de compléter la structure de l'observateur.

Lorsque des perturbations interviennent sur le sous-système à régler on a recours aux relations suivantes.

$$\begin{aligned} X_s(k+1) &= F_s X_s(k) + H_s U(k) + H_{sv} v(k) \\ Y_s(k) &= C_s X_s(k) \end{aligned} \quad (\text{V-30})$$

C'est le vecteur  $v(k)$  qui désigne les grandeurs de perturbations. Pour observer l'état la relation (V-22) est toujours valable. L'erreur d'observation devient :

$$\tilde{X}(k) = X_s(k) - \hat{X}(k)$$

$$\bar{X}(k+1) = F_b \bar{X}(k) + H_{sv} v(k) \quad (\text{V-31})$$

En régime établi on a la relation suivante :

$$\bar{X}(k+1) = \bar{X}(k) = \bar{X}_\infty \quad \text{et} \quad v(k) = v_\infty$$

Ainsi on trouve :

$$\bar{X}_\infty = (I - F_b)^{-1} H_{sv} v_\infty \quad (\text{V-32})$$

L'erreur d'observation ne s'annule pas en régime établi et par conséquent le vecteur d'état observé contient une erreur.

#### V.4.3.2. Observateur de perturbations en régime établi

Il est possible de reconstituer les grandeurs de perturbations constantes en régime établi. Dans ce but on écrit.

$$\hat{v}(k) = M_b \hat{e}(k) \quad (\text{V-33})$$

où  $M_b$  est une matrice de dimension (q x p) avec q nombre de grandeurs de perturbations observées et p nombre de grandeurs de sorties du système observé. Le vecteur  $\hat{e}(k)$  est l'écart d'observation. Il est possible de mettre en relation  $\hat{e}(k)$  et  $\bar{X}(k)$  par la relation suivante:

$$\hat{e}(k) = C_s \bar{X}(k) \quad (\text{V-34})$$

Compte tenu de (V-32) on obtient :

$$\hat{v}_\infty = M_b C_s \bar{X}_\infty = M_b C_s (I - F_b)^{-1} H_{sv} v_\infty \quad (\text{V-35})$$

Afin que  $\hat{v}_\infty$  donne une observation correcte des valeurs de perturbations il est nécessaire que :

$$M_b C_s (I - F_b)^{-1} H_{sv} = I_{[qxq]} \quad (\text{V-36})$$

De la relation (V-36) on peut déterminer la matrice  $M_b$  sous certains conditions. Dans ce but on distingue plusieurs cas :

1)  $q=p$ ; La solution est bien définie

$$M_b = [C_s(I - F_s)^{-1}H_{sv}]^{-1}$$

A condition que la matrice  $[C_s(I - F_s)^{-1}H_{sv}]$  soit régulière.

2)  $q > p$  On obtient un nombre infini de solutions pour la matrice  $M_b$ . En effet on dispose librement de  $q(q-p)$  élément de  $M_b$ .

3)  $q < p$ ; Il n'y a pas de solution. Il n'est donc pas possible d'observer un nombre de perturbations plus grand que le nombre de sorties.

#### V.4.3.3. Structure de l'observateur d'état et de perturbations

Nous avons vu que l'observateur d'état permet de reconstruire les grandeurs de perturbations intervenant sur le sous-système à régler. Cependant l'observation de grandeurs d'état n'est plus correcte. La structure d'un observateur complété permettant l'observation d'état et de perturbations est présentée Figure V.6. Les perturbations  $v(k)$  interviennent par l'intermédiaire d'un bloc contenant également la matrice  $H_{sv}$ .

Il faut, dans ce cas, ajouter à l'observateur une branche où intervient le vecteur de perturbation observé par l'intermédiaire d'un bloc correcteur contenant la matrice  $H_{sv}$ . Pour obtenir le vecteur  $v(k)$  on introduit un intégrateur discret constitué par le bloc contenant  $Z^{-1}$  et I. Cet intégrateur est influencé par l'écart d'observation  $e(k)$  à travers le bloc contenant la matrice  $L_b$ . Grâce à lui l'écart d'observation s'annule en régime établi.

Selon la structure présentée sur la Figure V.6. on peut établir le système d'équations suivant :

$$\hat{X}(k+1) = F_s \hat{X}(k) + H_s U(k) + k_b \hat{e}(k) + H_{sv} \hat{v}(k) \quad (V-37)$$

$$\hat{v}(k+1) = \hat{v}(k) + L_b \hat{e}(k) \quad (V-38)$$

La matrice  $L_b$  est de dimension  $(q \times p)$ . L'écart d'observation devient :

$$\hat{e}(k) = Y_s(k) - \hat{Y}(k) = Y_s(k) - C_s \hat{X}(k) \quad (V-39)$$

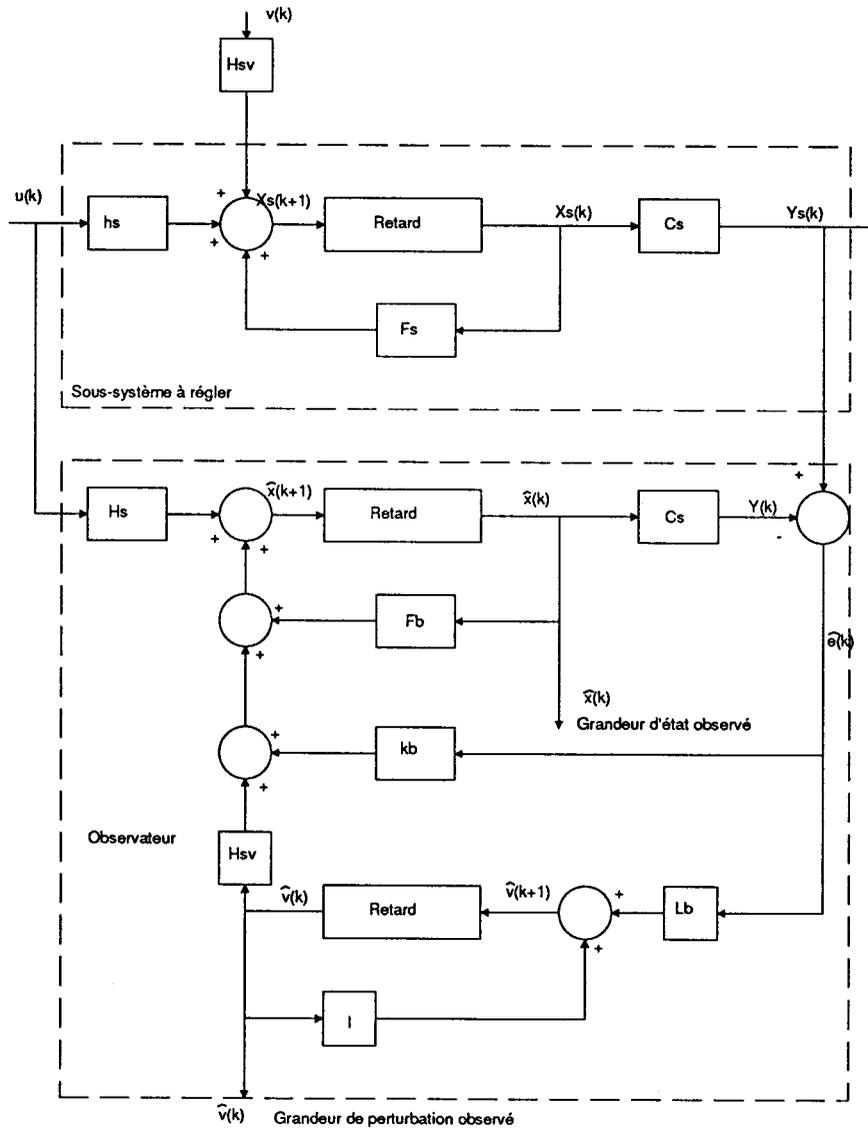


Fig. V.6. Observateur d'état et de perturbation

Lorsqu'on introduit l'équation (V-39) dans l'équation (V-37) et (V-38) on obtient :

$$\hat{X}(k+1) = F_b \hat{X}(k) + H_{sv} \hat{v}(k) + H_s U(k) + k_b Y_s(k) \quad (V-40)$$

$$\hat{v}(k+1) = -L_b C_s \hat{X}(k) + \hat{v}(k) + L_b Y_s(k) \quad (V-41)$$

où  $F_b = F_s - k_b C_s$

Les expressions (V-40) et (V-41) permettent la programmation de l'algorithme d'observation.

L'erreur d'observation est dans ce cas :

$$\tilde{X}(k+1) = (F_s - k_b C_s) \tilde{X}(k) - H_{sv} \hat{v}(k) + H_{sv} v(k) \quad (V-42)$$

On peut introduire cette erreur dans la relation (V-41) et on obtient :

$$\hat{v}(k+1) = L_b C_s \tilde{X}(k) + \hat{v}(k) \quad (V-43)$$

Donc si  $\tilde{X}(k)$  s'annule en régime établi on voit, par la relation (V-42), que le vecteur de perturbation observé  $\hat{v}(k)$  est égal au vecteur de perturbation  $v(k)$ .

#### V.4.3.4. Observateur global

On introduit le vecteur d'état global

$$\tilde{X}_G(k) = \begin{bmatrix} \tilde{X}(k) \\ \hat{v}(k) \end{bmatrix} \quad \text{dimension} \quad [(n_s + q) \times 1]$$

Il est possible de réunir les relations (V-42) et (V-43) en une seule relation.

$$\tilde{X}_G(k+1) = F_{bG} \tilde{X}_G(k) + H_{bG} v(k) \quad (V-44)$$

$$F_{bG} = \begin{bmatrix} F_s - k_b C_s - H_{sv} \\ L_b C_s \quad 1 \end{bmatrix} ; H_{bG} = \begin{bmatrix} H_{sv} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (V-45)$$

La matrice  $F_{bG}$  détermine le comportement dynamique de l'observateur global.

Comportement en régime établi :

$$\tilde{X}_G(k+1) = \tilde{X}_G(k) = \tilde{X}_{G\infty}$$

de la relation (V-44) on tire :

$$\tilde{X}_{G\infty} = (I - F_{bG})^{-1} H_{bG} v_{\infty} \quad (V-46)$$

Si on note pour la matrice inversée :

$$(I-F_bG)^{-1} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{bmatrix} \quad (V-47)$$

Compte tenu de la matrice  $H_bG$  on peut écrire :

$$\bar{X}_{G\infty} = \begin{bmatrix} E_{11}H_{sv} \\ E_{21}H_{sv} \end{bmatrix} v_{\infty} \quad (V-48)$$

En multipliant la relation (V-48) par la droite avec la matrice  $I-F_bG$  on obtient :

$$I = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} \\ E_{21} & E_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (I-F_s+k_bC_s)H_{sv} \\ -L_bC_s & 0 \end{bmatrix}$$

d'où on tire  $E_{11}H_{sv}=0$

$$E_{21}H_{sv}=1$$

ainsi de l'équation (V-48) on obtient :

$$\begin{aligned} \bar{X}_{\infty} &= 0 \\ \hat{v}_{\infty} &= v_{\infty} \end{aligned}$$

#### V.4.3.5. Détermination des matrices $k_b$ et $L_b$

D'abord il faut décomposer la matrice  $F_bG$  de la manière suivante :

$$F_bG = F_{b0} - k_{b0}C_{b0} \quad (V-49)$$

$$F_{b0} = \begin{bmatrix} F_s - H_{sv} \\ 0 & I \end{bmatrix} ; k_{b0} = \begin{bmatrix} k_b \\ -L_b \end{bmatrix} ; C_{b0} = [C_s \ 0] \quad (V-50)$$

La relation (V-49) correspond à la relation (V-23). Pour déterminer les matrices  $k_b$  et  $L_b$  réunies dans la matrice  $k_{b0}$  on peut donc faire appel à la méthode présentée dans le paragraphe V.4.2.2. La condition supplémentaire pour observer la perturbation est que la matrice d'observabilité globale  $Q_{o0}$  possède un rang qui correspond à l'ordre de l'observateur.

$$Q_0 = \begin{bmatrix} C_{b0} \\ C_{b0}F_{b0} \\ \vdots \\ C_{b0}F_{b0}^{n_s+q-1} \end{bmatrix}$$

Si  $\hat{X}_G(k)$  est de dimension  $n_s+q$  rang  $Q_0$  doit être égale à  $n_s+q$ .

$$\text{rang } Q_0 = n_s+q$$

#### V.4.3.6. Observateur d'état et de perturbations amélioré

L'observateur de perturbation étudié dans les paragraphes précédents observe correctement la perturbation en régime établi. Le comportement dynamique est mauvais parce que l'intégrateur discret introduit un retard d'une période d'échantillonnage et il s'écoule deux périodes d'échantillonnage jusqu'à ce que l'observateur de perturbation réagisse.

La Figure V.7. montre l'observateur d'état et de perturbation amélioré qui réagit pour l'observation des grandeurs de perturbation dès  $k=1$ .

$$\hat{v}'(k) = \hat{v}(k) + M_b \hat{e}(k) \quad (V-51)$$

$M_b$  est de dimension  $(q \times p)$ . On influence avec la matrice  $M_b$  le comportement dynamique du vecteur de perturbation observé  $\hat{v}'(k)$ . On peut écrire :

$$\hat{v}'(k) = \hat{v}(k) + M_b C_s \hat{X}(k) = [M_b \ C_s \ I] \begin{bmatrix} \hat{X}(k) \\ \hat{v}(k) \end{bmatrix} \quad (V-52)$$

Avec le vecteur global  $\hat{X}_G(k)$  on peut écrire.

$$\hat{v}'(k) = C_b \hat{X}_G(k) \ ; \ C_b = [M_b \ C_s \ I] \ \dim [q \times (n_s+q)] \quad (V-53)$$

Pour déterminer la matrice  $M_b$  il est possible d'appliquer plusieurs critères. Par exemple on peut imposer que le vecteur  $v'(k)$  prenne pour  $k=1$  la valeur  $v(0)$ . Ainsi on réduit le retard à une seule période d'échantillonnage.

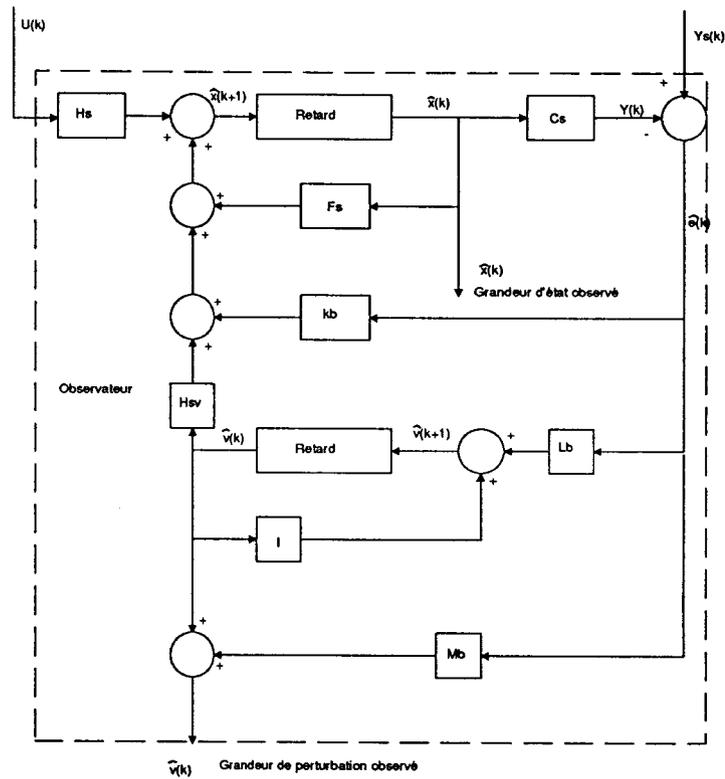


Fig.V.7.Observateur d'état et de perturbation amélioré

## V.5. Diminution des effets de propagation des perturbations dans le système de contrôle global

### V.5.1. Généralités

Il est indispensable d'empêcher la propagation des perturbations dans le système de contrôle. Etant donnée la configuration de la commande en cascade la perturbation qui influence l'état du sous-système  $S_{i-1}$  influence la commande  $U_i$  de sous-système  $S_i$ . A ceci s'ajoute la perturbation  $v_i$  influençant l'état  $X_i$  du sous-système  $S_i$ . Au bout du  $N^{\text{ème}}$  sous-système les  $N-1$  perturbations précédentes sont accumulées. Si les grandeurs de perturbations sont importantes on risque la divergence du système de contrôle global. Pour éviter cette divergence un dispositif de diminution d'accumulation des perturbation est mis au point.

### V.5.2. Système d'équations

Considérons un sous-système  $S_i$  continu représenté par les équations :

$$\begin{aligned} \dot{X}_i &= A_i X_i + B_i U_i + P_i v_i \\ Y_i &= C_{s_i} X_i \end{aligned} \quad (V-54)$$

$v_i$  est le vecteur de perturbation de dimension  $(n \times q)$ . Si on note  $\hat{X}_i$  et  $\hat{v}_i$  les grandeurs observées d'état et de perturbation, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \hat{X}_i^* &= \hat{X}_i - P_i \hat{v}_i \\ \hat{X}_i^*(t) &= \hat{X}_i^*(t_0) + \hat{X}_i(t) - \hat{X}_i(t_0) - (P_i \hat{v}_i(t) - P_i \hat{v}_i(t_0)) \end{aligned} \quad (V-55)$$

Dans le cas du système échantillonné

$$\begin{aligned} X_i(k+1) &= F_i X_i(k) + H_i U_i(k) + H_{sv} v_i(k) \\ Y_i(k) &= C_{s_i} X_i(k) \end{aligned}$$

$$\hat{X}_i^*(k+1) = \hat{X}_i(k+1) - H_{sv} \hat{v}_i(k)$$

ou à l'instant  $k$ .

$$\hat{X}_i^*(k) = \hat{X}_i(k) - H_{sv} \hat{v}_i(k-1) \quad (V-56)$$

La commande  $U_i$  du régulateur  $R_i$  est maintenant calculée avec les valeurs  $\hat{X}_{i-1}^*$  et  $U_{i-1}^*$ . Ainsi on évite l'influence de perturbation  $v_{i-1}$  sur le régulateur  $R_i$  et donc sur le sous-système  $S_i$ .

$$U_i^* = \Psi_i(\hat{X}_i, \hat{X}_{i-1}^*, f_i, U_{i-1}^*)$$

La structure du dispositif de diminution d'accumulation de perturbation au niveau d'un sous-système est représentée sur la Figure V.8.

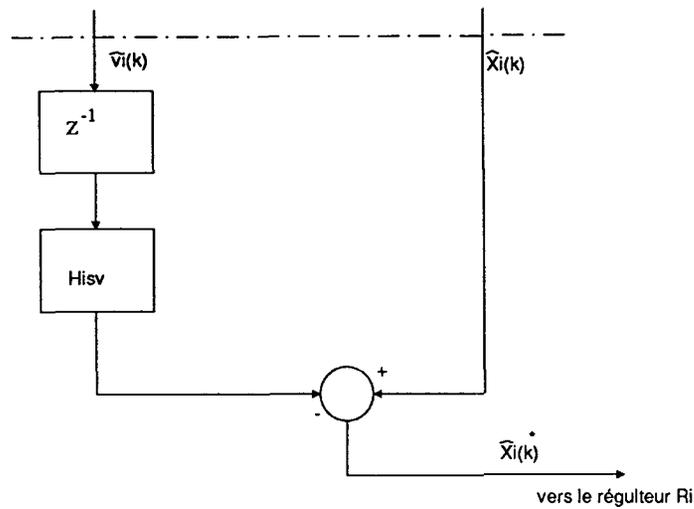


Fig. V.8.

*Dispositif de diminution d'accumulation des perturbations*

## V.6. Conclusion

Une méthode de coordination consistant à imposer un comportement désiré à plusieurs sous-systèmes a été présentée dans ce chapitre. Cette coordination est réalisée par utilisation de régulateurs séparés, mis en série, couplés à des observateurs d'état et de perturbations. Les principes théoriques de la coordination et l'exemple de la fonction de couplage linéaire ont été développés. Enfin la stabilité du système global de contrôle a été étudiée.

Dans la deuxième partie de ce chapitre est présenté un rappel sur les observateurs d'état et de perturbations et le dispositif de diminution de propagation des perturbations est introduit.

Dans les chapitres VI et VII seront effectuées une simulation sur ordinateur et une application à la réalisation de la coordination de deux moteurs à courant continu.

## **Chapitre VI.**

### **Simulation de la méthode de coordination**

## VI.1. Introduction

La simulation de la méthode de coordination est faite pour deux sous-systèmes. Les calculs de commande et d'observation sont réalisés sur des sous-systèmes modélisés par des équations du second ordre. Les fonctions de transfert des sous-systèmes sont de la forme  $T_r=(b_0)/(a_1p^2+a_0p)$ . La simulation est réalisée avec différentes valeurs des paramètres  $a_0$ ,  $a_1$  et  $b_0$ . Les perturbations sont modélisées par l'addition de la fonction aléatoire à une sinusoïde d'amplitude variable. Ces perturbations sont ajoutées au vecteur d'état du système.

On suppose que les fonctions de transfert des deux sous-systèmes sont connues. Dans le cas contraire il est nécessaire d'effectuer une identification des sous-systèmes avant de commencer l'asservissement. La méthode d'identification est indépendante de la méthode de coordination. Pour pouvoir utiliser le dispositif de diminution des effets de perturbation la connaissance de la matrice  $P$  est indispensable. (Voir équation V-54). Dans le domaine échantillonné cette équation devient :

$$X(k+1)=FX(k)+HU(k)+Pv(k)$$

$v(k)$  représente les perturbations.

Il est impossible d'identifier la valeur exacte de la matrice  $P$  mais il est possible de l'estimer par une méthode itérative. L'algorithme suivant montre la méthode d'estimation.

$$F : [nxn]; H : [nxq]; U : [qx1]; P : [nxm]; \rho : [nxm]; v : [mx1]$$

1) Effectuer l'identification de la fonction de transfert du système par une méthode d'identification classique.

2) Calculer les matrices d'état continu  $A$  et  $B$  et les matrices d'état dans le domaine échantillonné pour une période d'échantillonnage  $T_e$ ,  $F=e^{AT_e}$  et  $H=\int_0^{T_e} e^{A\tau}B d\tau$ .

3) Supposer que la valeur de  $P$  est  $\rho_i$ . Avec cette valeur de la matrice  $P$  réaliser un observateur d'état et de perturbation.

4) Observer les perturbations pendant  $N$  périodes d'échantillonnage et créer un tableau

---

avec les valeurs de  $X(k)$ ,  $U(k)$  et  $v(k)$  pour  $k=1, \dots, N$ .

5) Utiliser ensuite la méthode de moindre carré pour trouver la valeur  $\rho_{i+1}$ . Le système d'équations est représenté par les équations suivantes :

$$X(k+1) = FX(k) + HU(k) + \rho_{i+1}v(k) \quad k=1, \dots, N$$

Méthode de moindres carrées :

Il faut trouver la valeur de la matrice  $\rho_{i+1}$  de l'expression  $\rho v(k) = X(k+1) - FX(k) - HU(k)$ ,  $k=1, 2, \dots, N$ .

Si on note  $Z(k) = X(k+1) - FX(k) - HU(k)$ ,  $\rho v(k) = Z(k)$   $k=1, \dots, N$

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \dots & \rho_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \rho_{n1} & \dots & \rho_{nm} \end{bmatrix} \quad v(k) = \begin{bmatrix} v_1(k) \\ v_2(k) \\ \dots \\ \dots \\ v_m(k) \end{bmatrix} \quad Z(k) = \begin{bmatrix} Z_1(k) \\ Z_2(k) \\ \dots \\ \dots \\ Z_m(k) \end{bmatrix} \quad k=1, \dots, N$$

Après les multiplications des matrices on obtient :

$$\rho_{11}v_1(1) + \rho_{12}v_2(1) + \dots + \rho_{1m}v_m(1) = Z_1(1)$$

·  
·  
·

$$\rho_{11}v_1(N) + \rho_{12}v_2(N) + \dots + \rho_{1m}v_m(N) = Z_1(N)$$

ou sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} v_1(1) & \dots & v_m(1) \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ v_1(N) & \dots & v_m(N) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \rho_{11} \\ \dots \\ \rho_{1m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1(1) \\ \dots \\ Z_1(N) \end{bmatrix}$$

On peut noter :

$$\Phi = \begin{bmatrix} v_1(1) & \dots & v_m(1) \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ v_1(N) & \dots & v_m(N) \end{bmatrix} \quad R_i = \begin{bmatrix} \rho_{i1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \rho_{im} \end{bmatrix} \quad Z_i = \begin{bmatrix} Z_i(1) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_i(N) \end{bmatrix}$$

d'où :  $\Phi R_1 = Z_1$

$$R_1 = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Z_1$$

$$R_i = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Z_i, \quad i=1, \dots, n$$

La condition est :  $N > m$ .

6) Recommencer au point 3) en supposant que la valeur de P est maintenant  $\rho_{i+1}$ ,  $P = \rho_{i+1}$ .

7) On arrête l'algorithme quand  $\rho_{i+1} \approx \rho_i$

## VI.2. Structure du système de contrôle et de coordination

La structure du système de contrôle et de coordination est construite selon le schéma présenté sur la Figure VI.1.

Dans ce paragraphe les algorithmes d'observation et de commande sont réalisés. L'algorithme d'observation regroupe les observations d'état et de perturbations. L'algorithme de commande pour le sous-système  $S_1$  utilise la méthode de commande par retour d'état. Pour le sous-système  $S_2$  la méthode de coordination décrite dans le paragraphe précédent est utilisée. Avant de commencer la simulation on calcule hors ligne les matrices utilisées pour le contrôle et pour l'observation.

Sur la Figure VI.1. la structure du logiciel de simulation est présentée. Les données utilisées par le logiciel sont introduites par le clavier. Ce sont la consigne pour le sous-système  $S_1$ , les paramètres définissant les perturbations, les valeurs initiales des vecteurs d'état  $X_1$  et  $X_2$  et les

valeurs propres de la matrice de couplage T. La fonction de couplage f est définie dans le programme. Les résultats de simulation sont présentés sur l'écran sous la forme de graphiques. Il est possible de choisir les graphiques des différents vecteurs décrivant les deux sous-systèmes.

### VI.3. Résultats de la simulation

Les sous-systèmes S1 et S2 sont modélisés par les fonctions de transfert  $T_{r1}$  et  $T_{r2}$ .

$$T_{r1} = \frac{1}{0.6p^2 + p}$$

$$T_{r2} = \frac{0.5}{0.4p^2 + p}$$



Dans l'espace d'état les sous-systèmes sont représentés par les équations suivantes :

$$\dot{X}_i = A_i X_i + B_i U_i + P_i v_i \quad i=1,2$$

$$Y_i = C_i X_i$$

Les valeurs des matrices d'état  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C_1$  et  $C_2$  sont :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1.667 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2.5 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.667 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.25 \end{bmatrix} \quad C_1^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_2^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dans l'espace d'état échantillonné les sous-systèmes sont représentés par les équations suivantes :

$$X_i(k+1) = F_i X_i(k) + H_i U_i(k) + P_i v_i(k) \quad i=1,2$$

$$Y_i(k) = C_i X_i(k)$$

Les matrices d'état échantillonnées  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $H_1$ ,  $H_2$ ,  $P_1$  et  $P_2$  prennent les valeurs suivantes:

$$F_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.39241 \\ 0 & 0.43598 \end{bmatrix} \quad F_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0.28539 \\ 0 & 0.28650 \end{bmatrix} \quad H_1 = \begin{bmatrix} 0.096455 \\ 0.339241 \end{bmatrix} \quad H_2 = \begin{bmatrix} 0.042920 \\ 0.142699 \end{bmatrix}$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

### VI.3.1. Observateur d'état et de perturbations

Le système d'équations définissant l'observateur pour le sous-système  $S_1$  est :

$$\hat{X}_1(k+1) = F_{1b} \hat{X}_1(k) + P_1 \hat{v}_1(k) + H_1 U_1(k) + k_{1b} Y_1(k)$$

$$\hat{v}_1(k+1) = -L_{1b} C_1 \hat{X}_1(k) + \hat{v}_1(k) + L_{1b} Y_1(k)$$

$$\hat{v}_1'(k) = \hat{v}_1(k) + M_{1b} \hat{e}_1(k)$$

$$\hat{e}_1(k) = Y_1(k) - C_1 \hat{X}_1(k)$$

$\hat{X}_1(k)$  et  $\hat{v}_1(k)$  sont les valeurs observées du vecteur d'état de  $S_1$  et de ses perturbations.

les matrices  $F_{1b}$ ,  $k_{1b}$ ,  $L_{1b}$  et  $M_{1b}$  ont les valeurs suivantes :

$$F_{1b} = \begin{bmatrix} -1.43459 & 3.39241 \\ -1.52712 & 4.345982 \end{bmatrix} \quad k_{1b} = \begin{bmatrix} 2.434598 \\ 1.527129 \end{bmatrix} \quad L_{1b} = [1.105408] \quad M_{1b} = [10]$$

### VI.3.2. Calcul des commandes

Le régulateur  $R_1$  calcule la commande selon la méthode de commande par le retour d'état. Si la consigne est  $K_1$  alors :

$$U_1(k+1) = [1 \ 0] (F_1 H_1, H_1)^{-1} (K_1 - F^2 X_1(k))$$

Le régulateur  $R_2$  calcule la commande selon la méthode de coordination présentée.

$$U_2(k+1) = L_2(k) \hat{X}_1^*(k) + Z_2(k) U_1(k) + M_2 X_2(k)$$

$$\hat{X}_1^*(k) = \hat{X}_1(k) - P_2 \hat{X}(k-1)$$

#### Calcul des matrices $L_2$ , $Z_2$ et $M_2$

Pour un sous-système du second ordre les matrices  $L_2$ ,  $Z_2$  et  $M_2$  ont les dimensions  $[1 \times 2]$ ,  $[1 \times 2]$  et  $[1 \times 1]$  respectivement. La matrice de couplage  $T_2$  définie dans le chapitre V. est de dimension  $[2 \times 2]$ .

### Calcul de $T_2$

Supposons que les matrices d'état  $A_1$  et  $A_2$  définissant les sous-systèmes  $S_1$  et  $S_2$  sont de la forme canonique.

Si la fonction de transfert est de la forme  $T_R = \frac{b_0}{a_1 p^2 + a_0 p}$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -a_0/a_1 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ b_0/a_1 \end{bmatrix}$$

La matrice de couplage sera  $T_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ T_{221} & T_{222} \end{bmatrix}$  où :

$T_{221} = -\lambda_1 \lambda_2$  et  $T_{222} = \lambda_1 + \lambda_2$ ,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont les valeurs propres, à partie réelle négatives, imposées.

### Calcul de $L_2(k)$

$F_2(k)$  est une fonction de couplage linéaire, la valeur de  $F_2(k)$  est définie pour chaque période d'échantillonnage.

Selon l'équation (V-10)

$$F_2(k)A_1(k) - T_2 F_2(k) - B_2 L_2(k) = 0$$

$$L_{211}(k) = -F_2(k) \frac{T_{221}}{B_{221}} \quad \text{et} \quad L_{212}(k) = F_2(k) \frac{A_{222} - T_{222}}{B_{221}}$$

La matrice  $L_2(k)$  doit être recalculée à chaque période d'échantillonnage.

### Calcul de $Z_2(k)$

Selon l'équation (V-10)

$$F_2(k)B_1 - B_2 Z_2(k) = 0$$

$$Z_{21}(k) = F_2(k) \frac{B_{121}}{B_{221}}$$

### Calcul de $M_2$

$$T_2 = A_2 + B_2 M_2$$

Si  $A_2$  est de la forme canonique alors :

$$M_{211} = \frac{T_{221}}{B_{221}} \quad \text{et} \quad M_{212} = \frac{T_{222} - A_{222}}{B_{221}}$$

## VI.4. Résultats expérimentaux

La consigne pour le sous-système  $S_1$  est la matrice :

$$K_1(k) = (K_{111}(k) \ K_{121}(k))^T$$

$$\text{où } K_{111}(k) = -2\cos\left(2\pi\frac{k}{400}\right) + 3 \quad \text{et} \quad K_{121}(k) = \frac{K_{111}(k) - K_{111}(k-1)}{T_e} \quad k=1, \dots, 400.$$

La fonction de couplage  $F_2(k)$  est linéaire. La consigne pour le sous-système  $S_2$  sera alors :

$$K_2(k) = (K_{211}(k) \ K_{221}(k))^T$$

$$K_{211}(k) = F_2(k) K_{111}(k) \quad \text{et} \quad K_{221}(k) = \frac{K_{211}(k) - K_{211}(k-1)}{T_e} \quad k=1, \dots, 400.$$

$$\text{avec } F_2(k) = \frac{-2\sin\left(2\pi\frac{k}{400}\right) + 2}{K_{111}(k)}.$$

On étudie la coordination entre les sous-systèmes  $S_1$  et  $S_2$  en considérant plusieurs cas. On change les valeurs propres de la matrice de couplage  $T$  et on étudie le comportement des deux sous-systèmes avec ou sans perturbations.

La Figure VI.1. montre la sortie  $Y_1$  et la consigne  $K_1$ . Les valeurs propres de la matrice de couplage  $T_2$  sont  $\lambda_{1/2} = -0.5 \pm j2$ . La Figure VI.2. montre la sortie  $Y_2$ . Sur la Figure VI.3. on a la

sortie  $Y_1$  présentée sur l'abscisse et  $Y_2$  sur l'ordonnée. Le cercle tracé est correct. La coordination entre les deux sous-systèmes est bonne. Ceci prouve que le choix des valeurs propres est judicieux. Le système global de contrôle est rapide et suit bien les consignes. L'inconvénient est le dépassement au niveau de la sortie du  $S_2$  dû à la vitesse de réponse.

Si l'on choisit les valeurs propres  $\lambda_{1/2} = -0.5 \pm j0.8$  le système de contrôle devient plus lent. Sur la Figure VI.4. on voit la sortie  $Y_1$  et la consigne  $K_1$ . La Figure VI.5. montre la sortie  $Y_2$ . Le dépassement est petit mais le sous-système  $S_2$  manque de rapidité pour pouvoir suivre la consigne  $K_2$ . Ceci provoque une déformation du cercle. Le choix de valeurs propres qui ralentissent le système global est approprié pour des consignes qui changent lentement. Ce choix est toujours un compromis entre la vitesse de réponse et le temps d'accrochage du système.

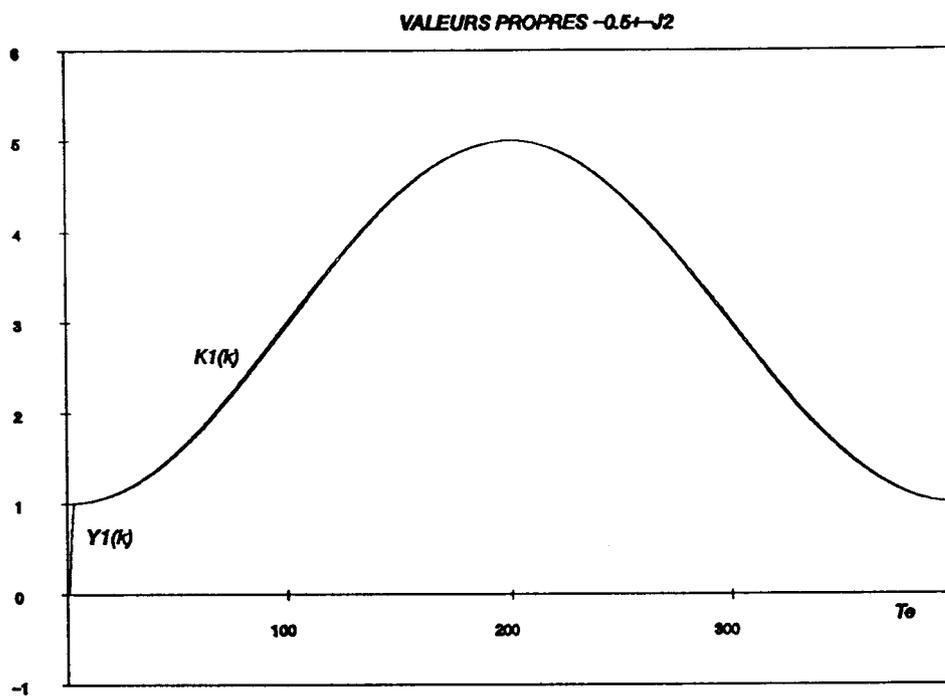
La Figure VI.7. montre la sortie  $Y_1$  avec perturbations. L'influence des perturbations sur  $Y_1$  est importante. La Figure VI.8. montre la sortie  $Y_2$  sans utilisation de dispositif de diminution des effets de perturbations. Les valeurs propres de  $T_2$  sont  $\lambda_{1/2} = -0.5 \pm j2$ . Il est possible de choisir les valeurs propres qui ralentissent le système et ainsi effectuent le filtrage des perturbations rapides, mais ce choix est recommandé uniquement dans le cas de consignes qui changent lentement.

Sur la Figure VI.9. est représentée une observation de la sortie  $Y_1$  avec utilisation du dispositif de diminution des perturbations. Cette valeur est utilisée pour calculer la commande  $U_2$ . La Figure VI.10. montre la sortie  $Y_2$  avec utilisation de ce dispositif. Les Figures VI.11. et VI.12. montrent les cercles représentatifs pour les deux cas. Les résultats de coordination, avec utilisation du dispositif de diminution des perturbations, sont meilleurs.

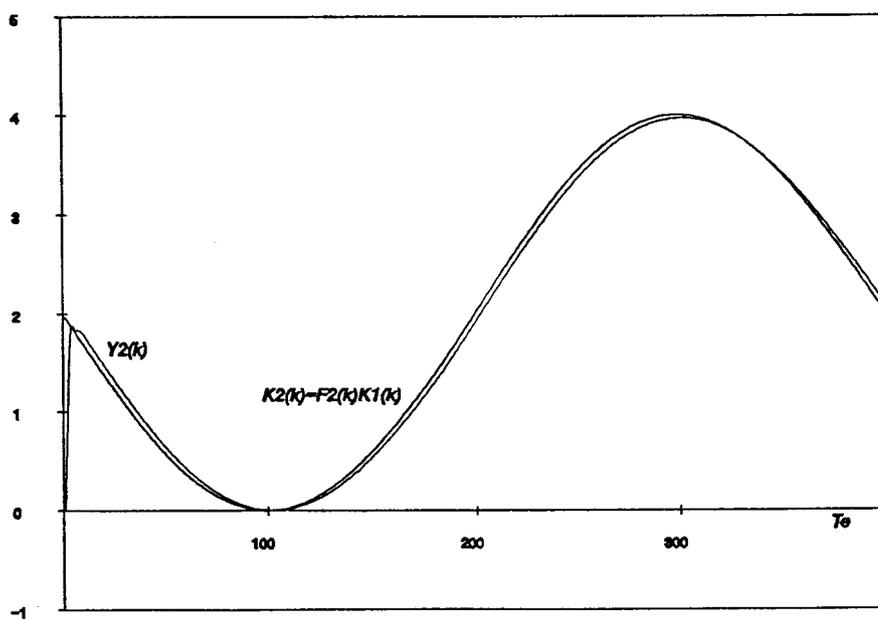
Les Figures VI.13. à VI.18. sont les résultats de la simulation où on a utilisé le même raisonnement que sur les Figures VI.7. à VI.12., mais avec les valeurs propres de la matrice de couplage  $\lambda_{1/2} = -0.5 \pm j0.8$ . Le système  $S_2$  est trop lent et le problème de l'influence des perturbations n'est pas résolu avec le dispositif.

On peut conclure que le choix des valeurs propres de la matrice de couplage  $T_2$  s'avère très important. Le mauvais choix peut provoquer soit un système trop lent incapable de réagir aux changements de consigne, soit un système trop rapide qui a tendance à devenir instable.

Ce choix peut être observé sous un autre angle. En fait, il est possible d'imposer les valeurs propres du système global de coordination (voir paragraphe V.3.) et ensuite de calculer les matrices de couplage  $T_i$ . Dans ce cas on impose le comportement du système global de coordination et en fonction de ce comportement on ajuste les régulateurs.



*Fig. VI.1. Sortie du s.système S1*



*Fig.VI.2. Sortie du s.système S2*

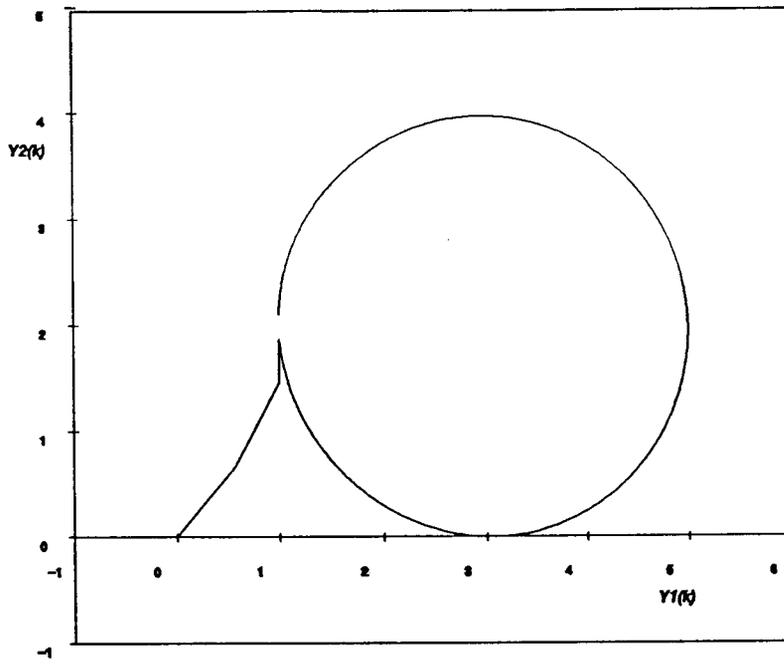


Fig. VI.3. Sortie S1 <--> Sortie S2

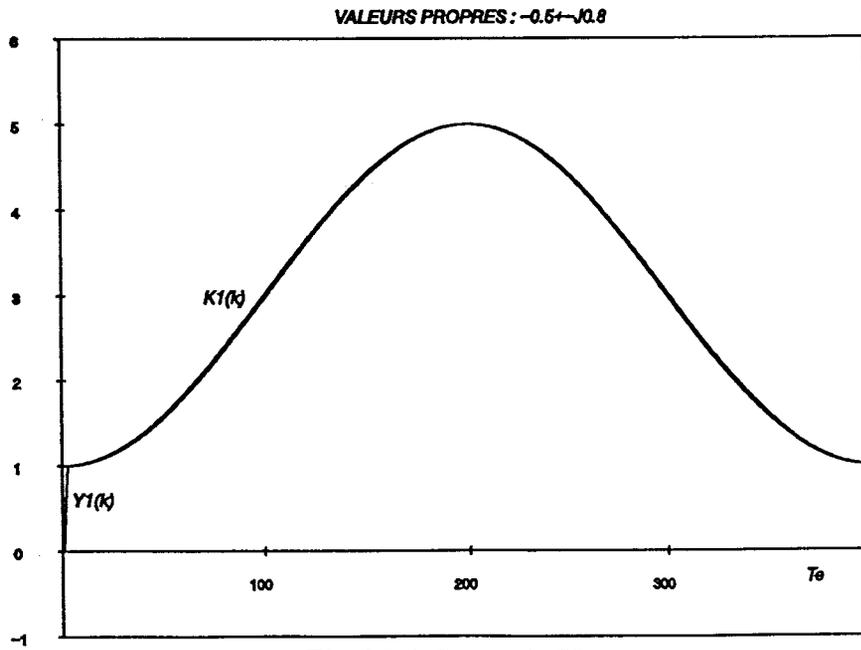


Fig. VI.4. Sortie du S1

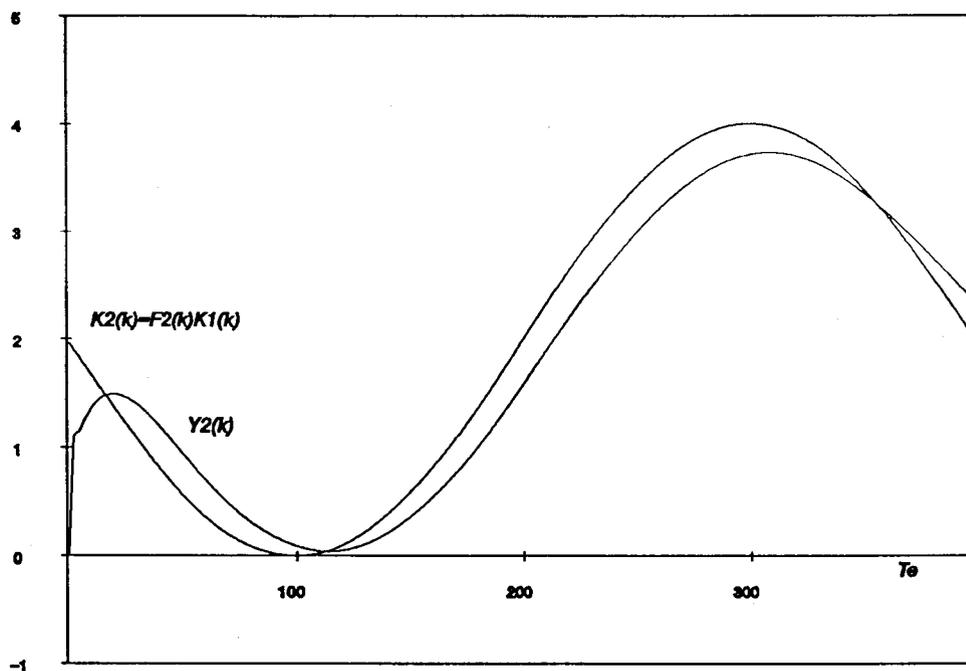


Fig. VI.5. Sortie du S2

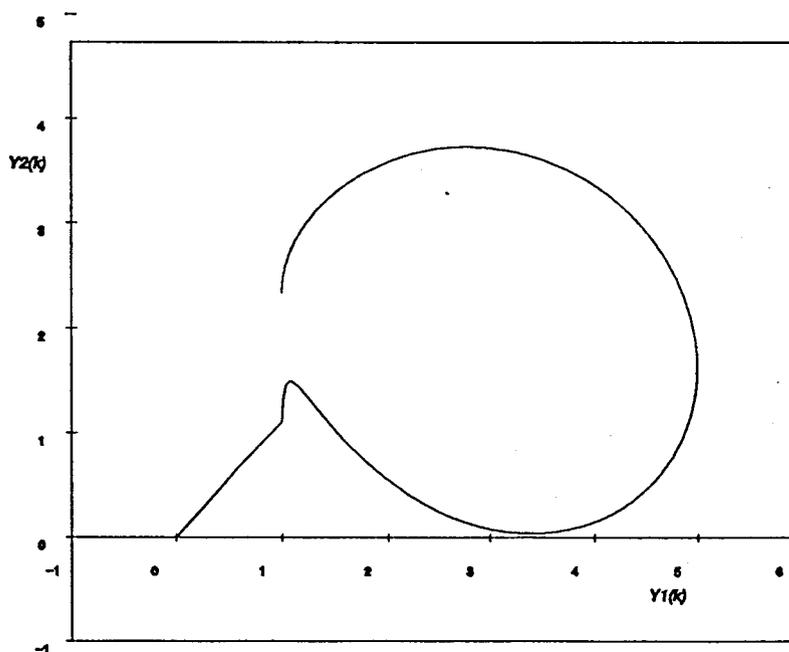


Fig. VI.6. Sortie S1 <--> Sortie S2

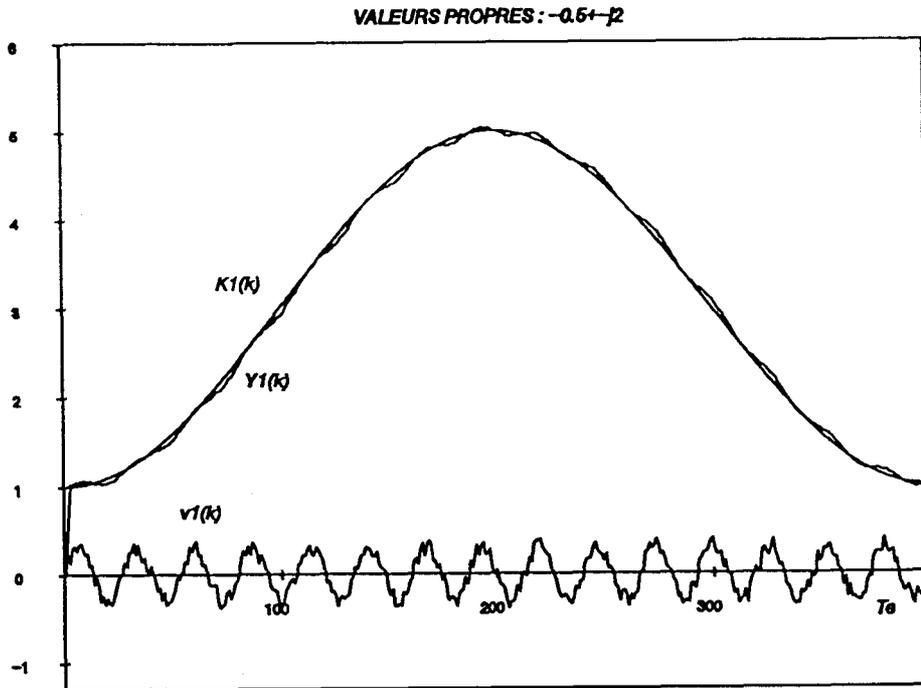


Fig. VI.7. Sortie du S1 avec perturbation

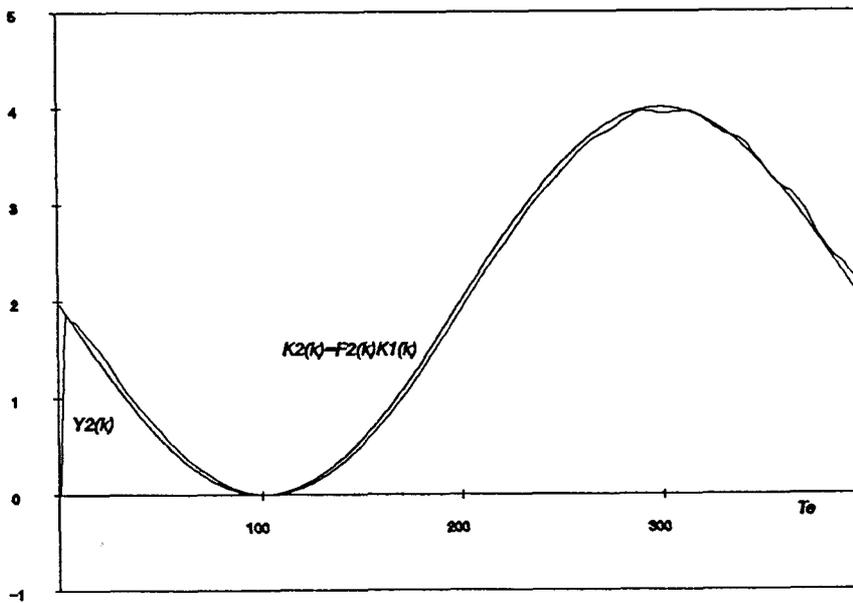
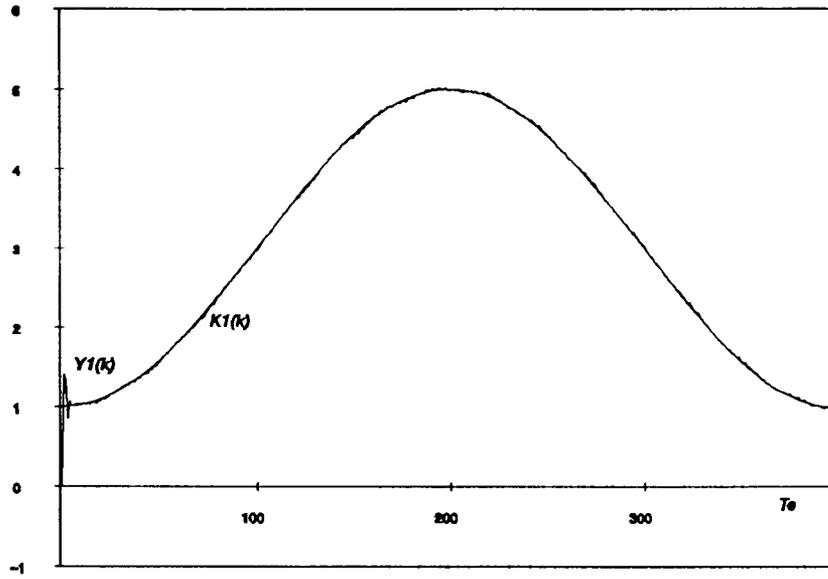
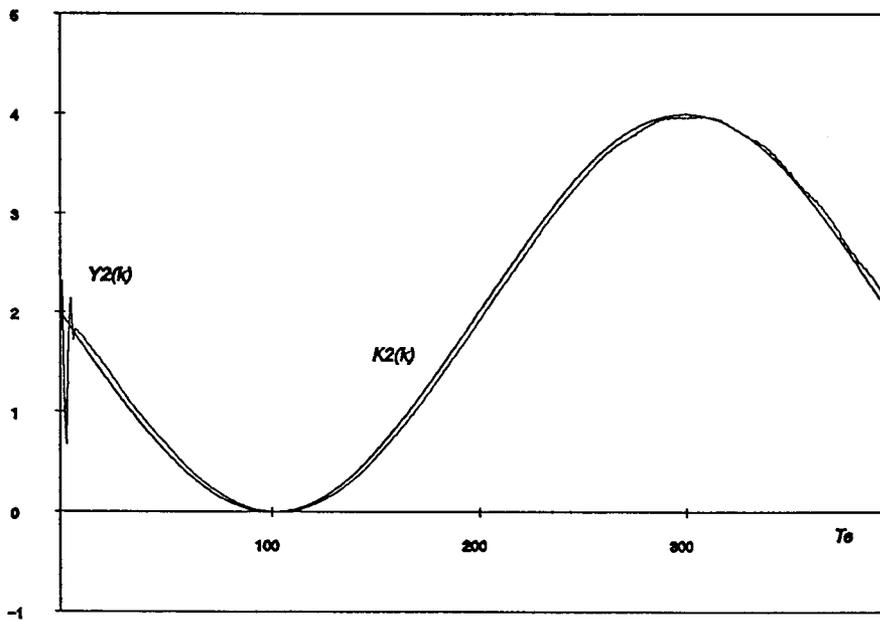


Fig. VI.8. Sortie du S2 avec perturbations



*Fig.VI.9.Observation sortie du S1 avec diminution de P*



*Fig.VI.10.Sortie du S2 avec diminution de perturbation*

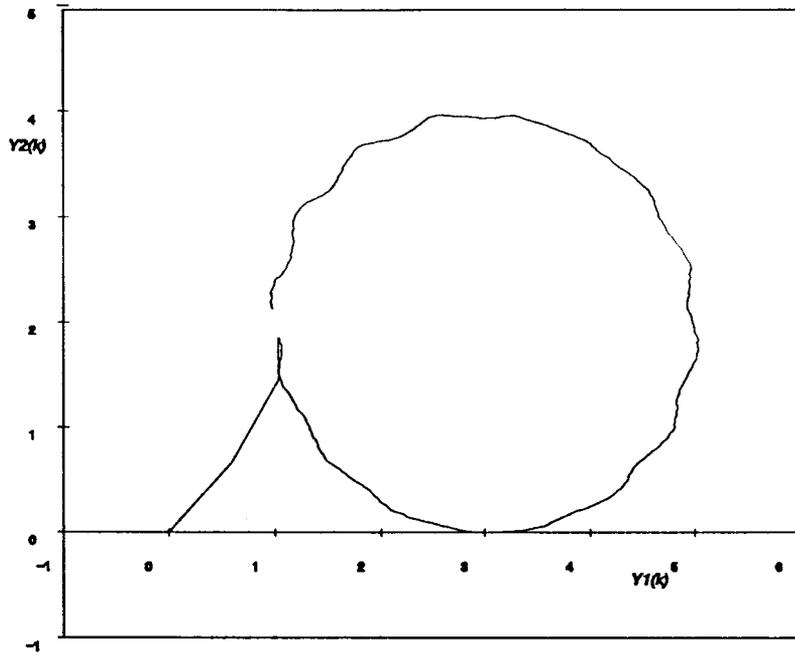


Fig. VI.11. Sorties  $S1 \leftrightarrow S2$  sans diminution de pert.

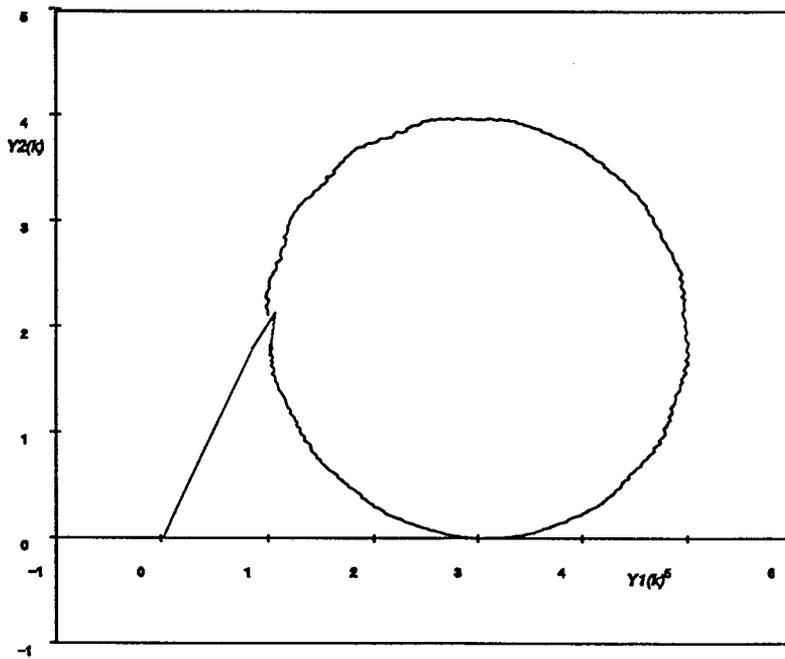


Fig. VI.12. Sorties  $S1 \leftrightarrow S2$  avec diminution de pert.

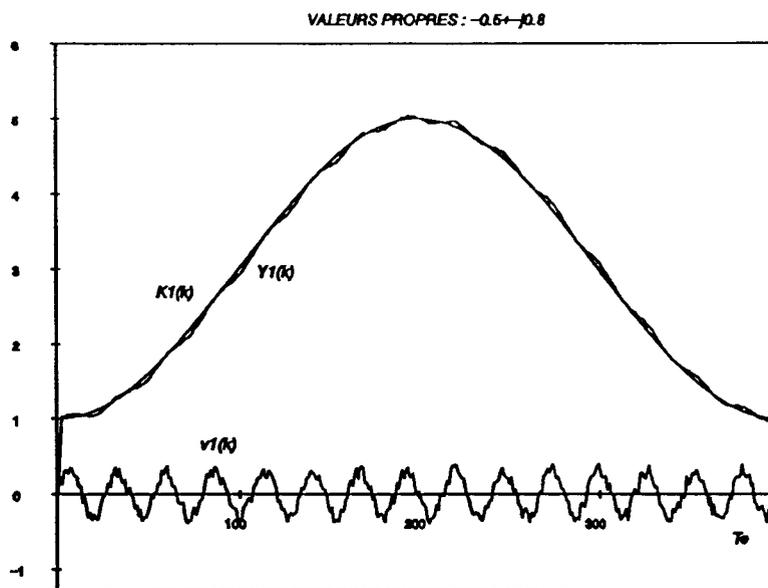


Fig. VI.13. Sortie du S1 avec perturbation

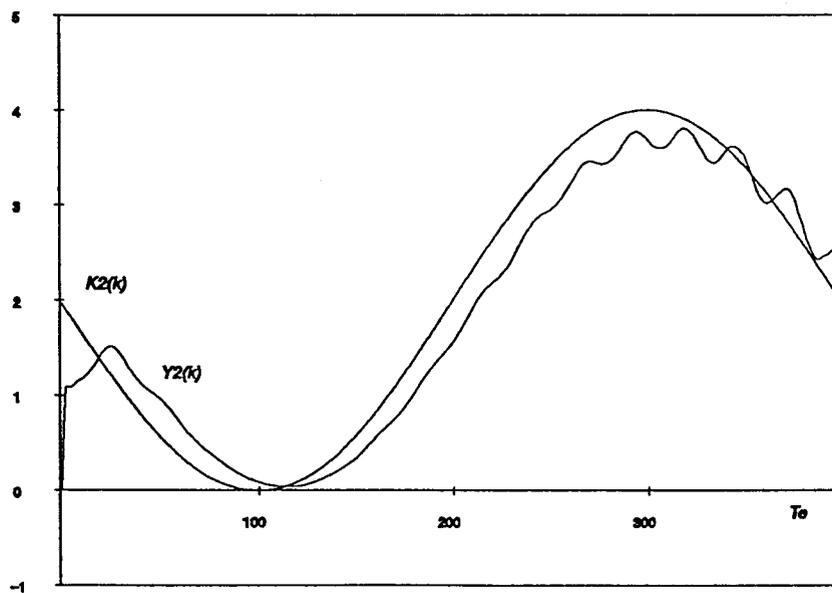


Fig. VI.14. Sortie du S2 sans diminution de perturbation

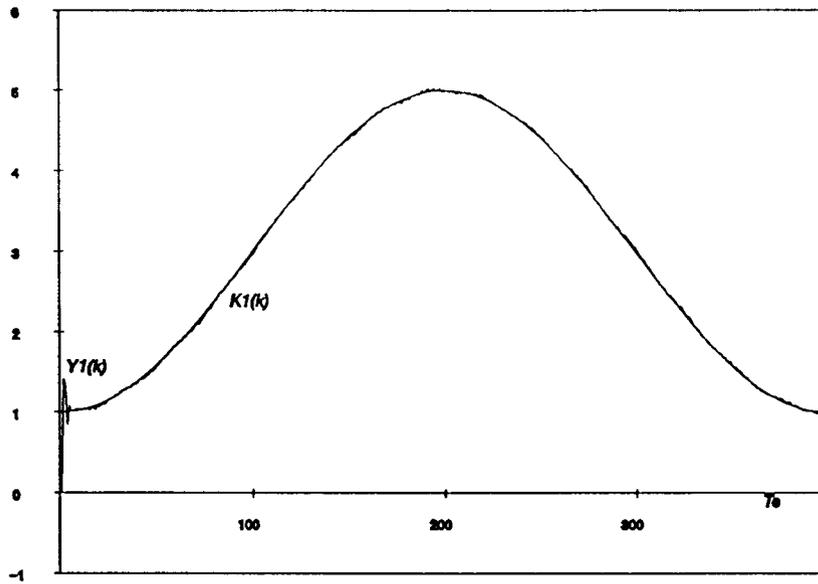


Fig.VI.15.Observation de sortie du S1 avec diminution P.

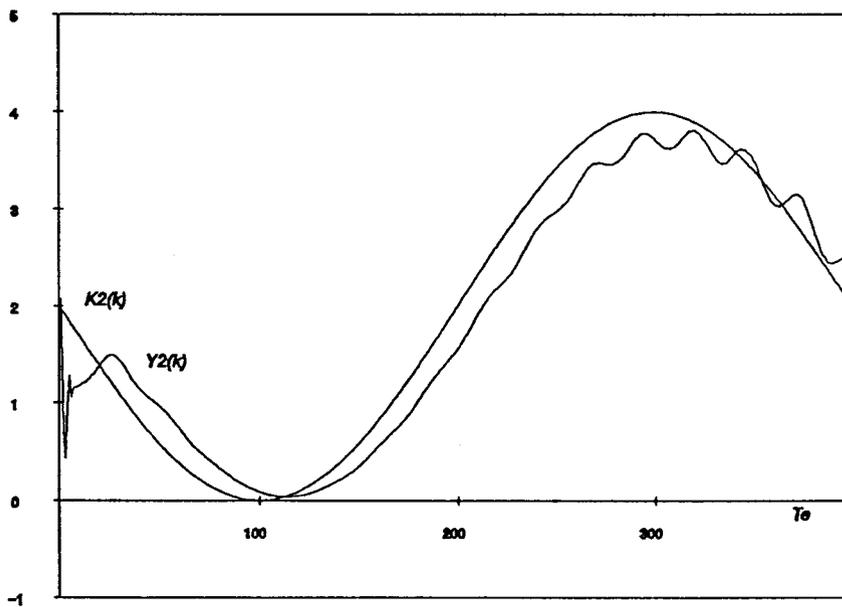


Fig. VI.16. Sortie du S2 avec diminution de perturbation

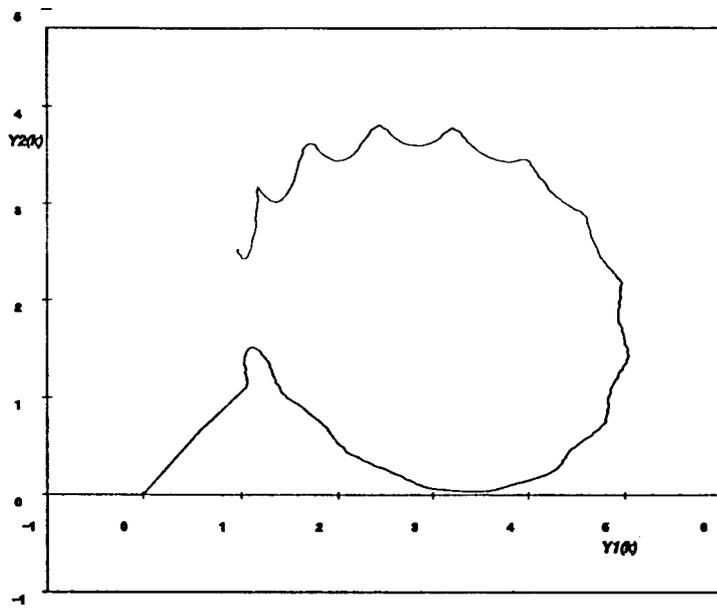


Fig. VI.17. Sorties  $S1 \leftrightarrow S2$  sans diminution de  $P$

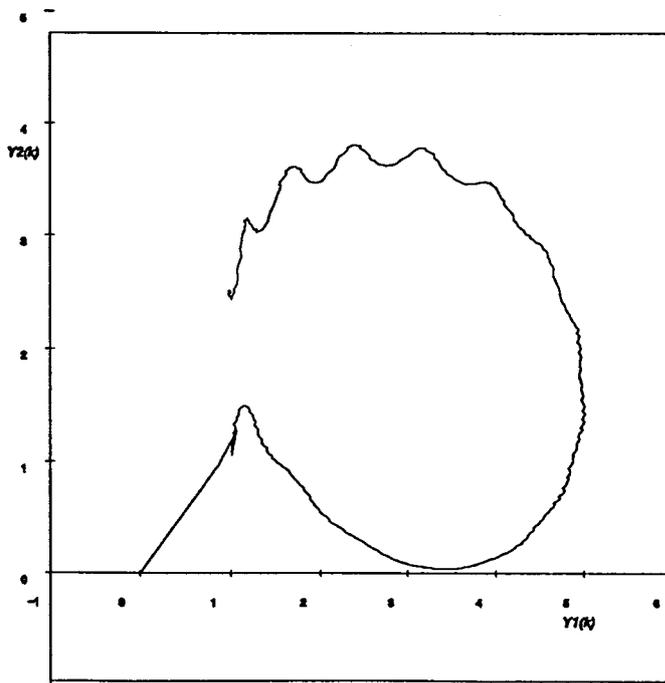


Fig. VI.18. Sorties  $S1 \leftrightarrow S2$  avec diminution de  $P$ .

## **Chapitre VII.**

# **Application de la méthode de coordination des sous-systèmes**

## VII.1. Introduction

La méthode de coordination du fonctionnement des sous-systèmes est implantée sur deux cartes à microprocesseurs contrôlant deux moteurs à courant continu. Les moteurs sont modélisés par des équations du second ordre. Les grandeurs d'état, angle et vitesse angulaire, sont mesurables et on suppose que les perturbations n'interviennent pas. Le couplage entre régulateurs se fait directement sans utilisation des observateurs.

Lors de l'emploi des régulateurs discrets, il se pose certains problèmes qui sont liés au fonctionnement en temps réel [VAS 89],[BÜH 88]. Ceci nécessite au niveau du matériel comme au niveau programmation l'application de principes particuliers. Le fonctionnement en temps réel implique une interaction entre processus, systèmes matériel et logiciel. Dans le cas de la méthode de coordination des sous-systèmes l'interaction devient plus complexe car les processus et les régulateurs en aval agissent sur le processus et le régulateur en amont.

Entre deux instants d'échantillonnage, le processus ne doit pas évoluer de manière incontrôlable ce qui implique que la période d'échantillonnage  $T_e$  ne doit pas dépasser une certaine valeur limite maximale admissible. De plus, entre l'instant où l'information sur l'état du processus est obtenue et l'instant où l'intervention sur le processus est appliquée, le retard  $t_r$  ne doit pas être trop long. Ce retard  $t_r$  représente le temps de calcul effectué par le régulateur numérique. Les valeurs de  $T_e$  et  $t_r$  admissibles dépendent fortement de la nature du processus et en particulier de son comportement dynamique. Les moteurs à courant continu utilisés dans l'application sont des systèmes très rapides, avec la constante de temps mécanique de 10 ms.

Dans ce chapitre seront présentées les solutions utilisées dans la conception de la commande en cascade appliquées aux moteurs à courant continu.

### VII.1.1. Aspect matériel

La structure de la commande est présentée sur la Figure VII.1.

La carte microprocesseur calcule la commande modulée en largeur d'impulsion. Cette commande est envoyée vers le moteur par l'intermédiaire d'un interface de puissance. Le codeur optique avec son interface représente la boucle de retour. Un module Entrée/Sortie parallèle permet la communication de la carte avec l'extérieur. Cette communication est gérée par la carte

---

(protocole avec poignée de main).

Les moteurs à courant continu sont couplés par des moto-réducteurs de rapport 1 : 24 à une plate forme XY. La carte microprocesseur est bâtie autour du microcontrôleur INTEL 8031 , [INT 89], cadencé à 12 MHz. Elle contient 32 k octets de mémoire RAM et 32 k octets de mémoire EPROM.

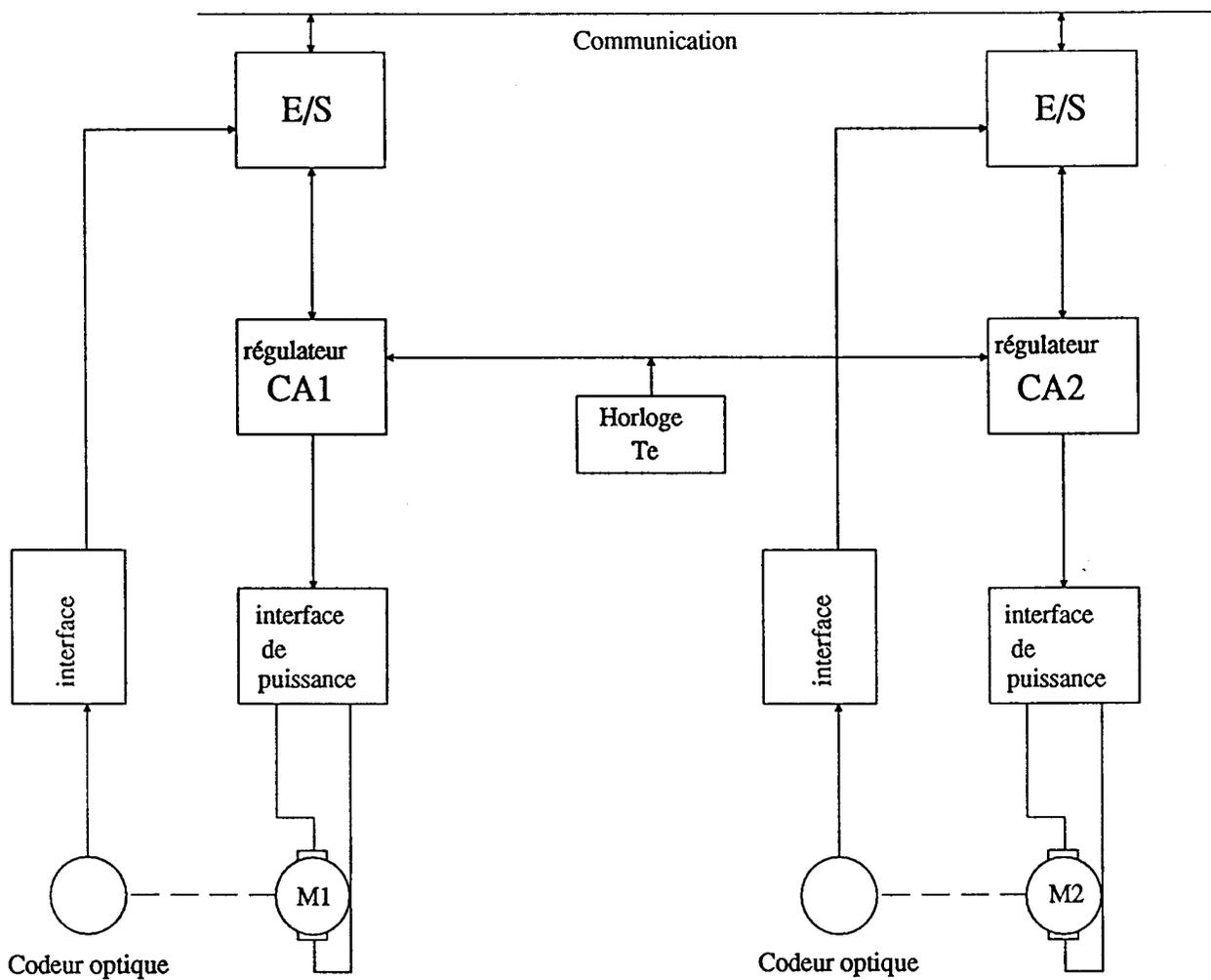


Fig.VII.1. Schéma de la commande en cascade

### VII.1.2. Algorithme de commande

La carte CA<sub>1</sub> calcule la commande selon la méthode du retour d'état. La table des consignes se trouve dans l'EPROM de la carte. Elle envoie la commande  $U_1(k)$  au moteur  $M_1(k)$  et ensuite elle envoie les valeurs de la commande  $U_1$  et de la position  $Y_1$  à la carte CA<sub>2</sub>.

La carte CA<sub>2</sub> calcule la commande  $U_2$  selon la méthode de coordination présentée dans le chapitre V. La table des fonctions de couplage  $F_2$  est dans la mémoire EPROM de la carte CA<sub>2</sub>.

La synchronisation de fonctionnement des cartes dépend du mode d'échange des informations. Il existe deux manières d'effectuer cet échange.

1) La carte CA<sub>1</sub> envoie la position  $Y_1(k)$  et la commande  $U_1(k)$  après le calcul de  $U_1(k)$ , donc à l'instant  $kT_e + tr_1$ . A cet instant la carte CA<sub>2</sub> fait l'acquisition de la position  $Y_2(kT_e + tr_1)$  et commence le calcul de la commande  $U_2((k+1)T_e)$ . Dans ce cas il y a un décalage entre les deux sous-système de contrôle de  $tr_1$ , mais le retard  $tr_2$  de la commande  $U_2(kT_e + tr_1 + tr_2)$  par rapport à la position  $Y_2(kT_e + tr_1)$  est moins important. (Fig. VII.2)

2) La carte CA<sub>1</sub> envoie la position  $Y_1(k)$  et la commande  $U_1(k)$  après le calcul de  $U_1(k)$ , donc à l'instant  $kT_e + tr_1$ . La carte CA<sub>2</sub> fait l'acquisition de  $Y_2(kT_e)$  à l'instant  $kT_e$  (au même instant que la carte CA<sub>1</sub>), elle calcule une partie de la commande  $U_2$ . Dès que la carte CA<sub>2</sub> a reçu les informations de la carte CA<sub>1</sub>,  $Y_1$  et  $U_1$ , elle commence à calculer la deuxième partie de la commande  $U_2$ . Dans ce cas il n'y a pas de décalage entre les deux sous-systèmes de commande mais le retard  $tr_2$  entre  $U_2(kT_e + tr_2)$  et  $Y_2(kT_e)$  est plus important. L'écart  $t_i$  entre deux interventions des régulateurs sur les moteurs est moins important dans ce cas. (Fig. VII.3)

La communication entre les deux cartes nécessite un temps qu'on note  $t_c$ . De même entre l'instant d'échantillonnage et d'acquisition de la position de l'axe du moteur un certain temps s'écoule, comme entre l'instant où la commande est calculée et l'instant où elle est appliquée sur le moteur.



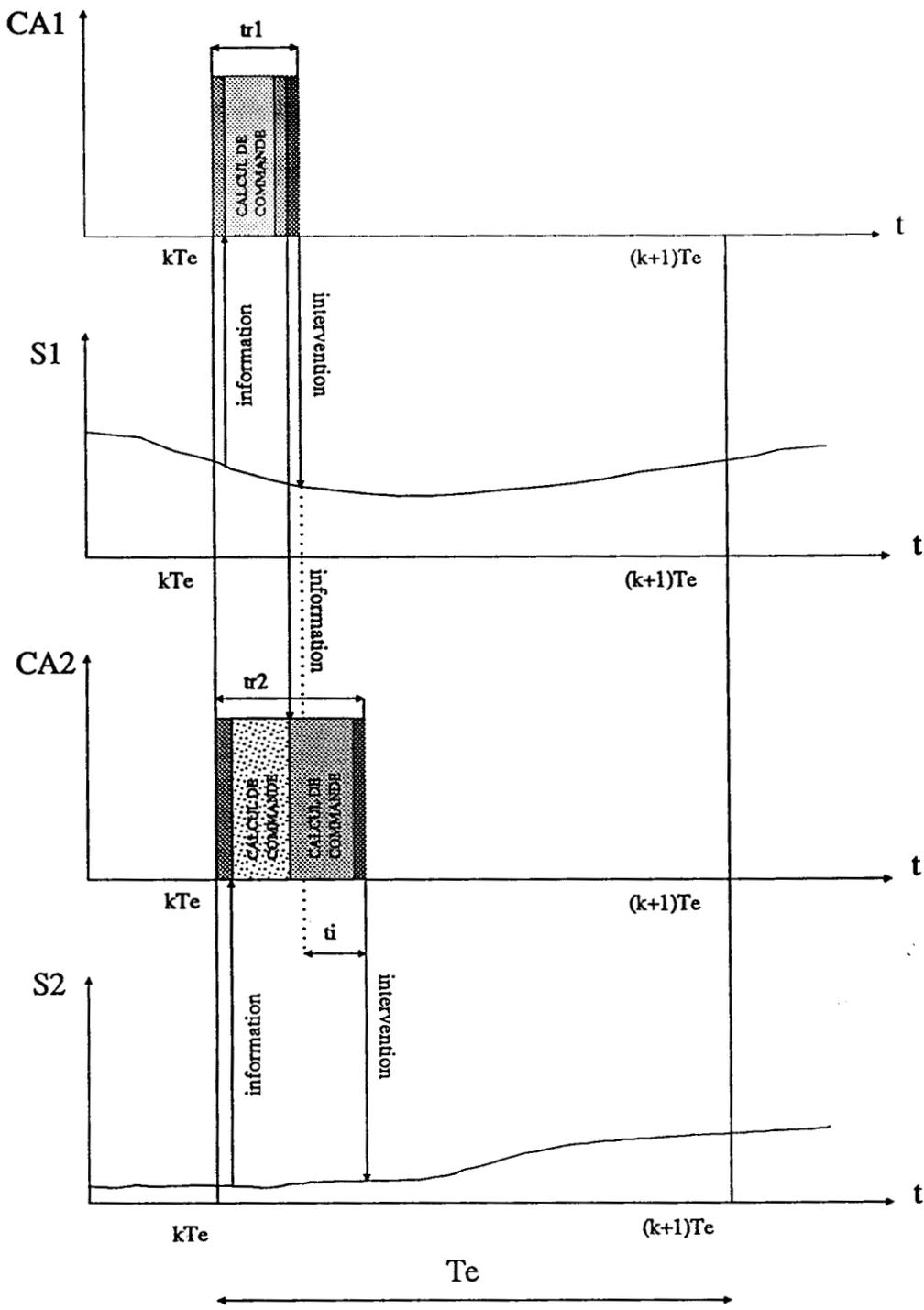


Fig.VII.3. Structure d'échange des informations, cas 2

## VII.2. Résultats de l'application

L'application de la méthode de coordination à l'asservissement de deux moteurs à courant continu est réalisée selon la structure des échange d'informations présentée sur la Figure VII.3. Le décalage entre les deux sous-systèmes au niveau de la position est  $t_d=0$ . Le retard au niveau du sous-système S2,  $t_{r2}$  est plus important. Ce retard implique des oscillations et un temps d'accrochage plus long. Cependant une carte microprocesseur plus rapide, ou l'utilisation d'un processeur de signal avec addition, soustraction, multiplication et division câblées peut diminuer les temps de calcul et ainsi résoudre les problèmes de retard.

Les cartes régulateurs avec le microcontrôleur 8031 utilisées dans l'application de la méthode de coordination sont limitées au niveau de la vitesse de calcul. Ceci implique une incompatibilité entre l'utilisation de ces cartes comme régulateurs des systèmes rapides et des lois de commandes nécessitant de long calculs. En fait le retard devient trop important par rapport à la période d'échantillonnage, surtout au niveau de sous-système S2 ce qui se traduit par un temps d'accrochage plus long. De même si on travail avec une période d'échantillonnage plus petite le retard devient plus grand que la période d'échantillonnage. Ces problèmes limitent le choix de la période d'échantillonnage.

La valeur maximale de la commande de moteur est limitée à 12 V.

La solution apportée à ces problèmes consiste à utiliser les tables de la consigne  $C_1$  et de la fonction de couplage  $F_2$  définies ci dessus.

$$C_1(kT_e) = \text{val1}(i) \quad ; k=1, \dots, N \text{ et } i=1, \dots, N/M$$

$$F_2(kT_e) = \text{val2}(i)$$

où  $i$  égal à la valeur arrondie de  $(k/M + 0.5)$

ainsi on obtient :

$$C_1(kT_e) = \text{val1}(1) \text{ pour } k=1, \dots, M$$

$$C_1(kT_e) = \text{val1}(2) \text{ pour } k=M+1, \dots, 2M$$

...

$$C_1(kT_e) = \text{val1}(N/M) \text{ pour } k=N-M+1, \dots, N$$

$$F_2(kT_e) = \text{val2}(1) \text{ pour } k=1, \dots, M$$

$$F_2(kT_e) = \text{val2}(2) \text{ pour } k=M+1, \dots, 2M$$

...

$$F_2(kT_e) = \text{val2}(N/M) \text{ pour } k=N-M+1, \dots, N$$

Dans notre application :

$$\text{val1}(i) = -7\cos\left(2\pi\frac{i}{30}\right) + 21$$

$$\text{val2}(i) = \frac{-7\sin\left(2\pi\frac{i}{30}\right) + 10}{-7\cos\left(2\pi\frac{i}{30}\right) + 21}$$

$$M=150, \quad N=4500$$

Effectivement la coordination de deux moteurs se fait uniquement aux instants  $i=1, \dots, 30$ . Pour cette raison le cercle sur la Figure VII.6. est tracé point par point aux instants  $i=1, \dots, 30$ . Sur la Figure VII.4. est présentée la position du moteur  $M_1$  et sur la Figure VII.5. la position du moteur  $M_2$ . On peut voir que les sorties suivent bien les consignes. Sur la Figure VII.5. on peut remarquer les oscillations de la sortie dues au retard  $t_{r2}$ . Le cercle tracé sur la Figure VII.6. est correct.

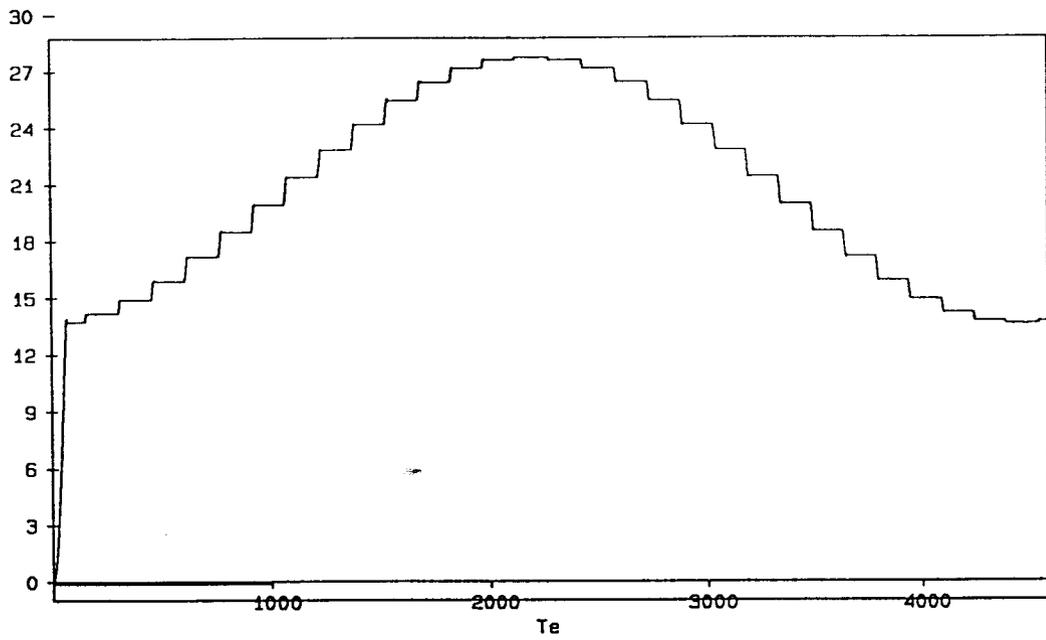


Figure. VII.4. Position du moteur  $M_1$

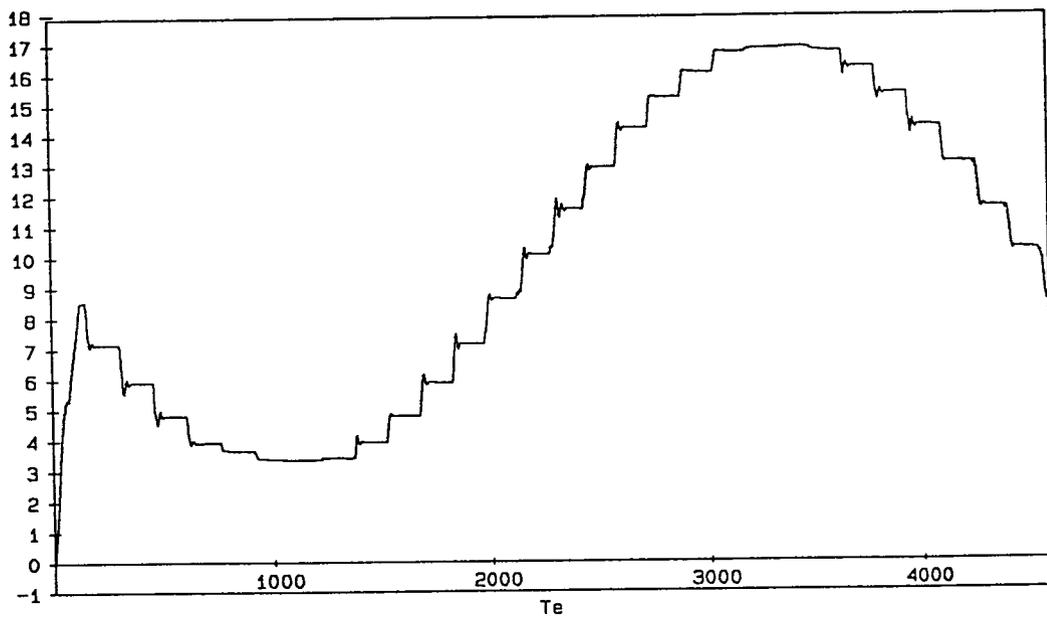


Figure. VII.5. Position du moteur  $M_2$

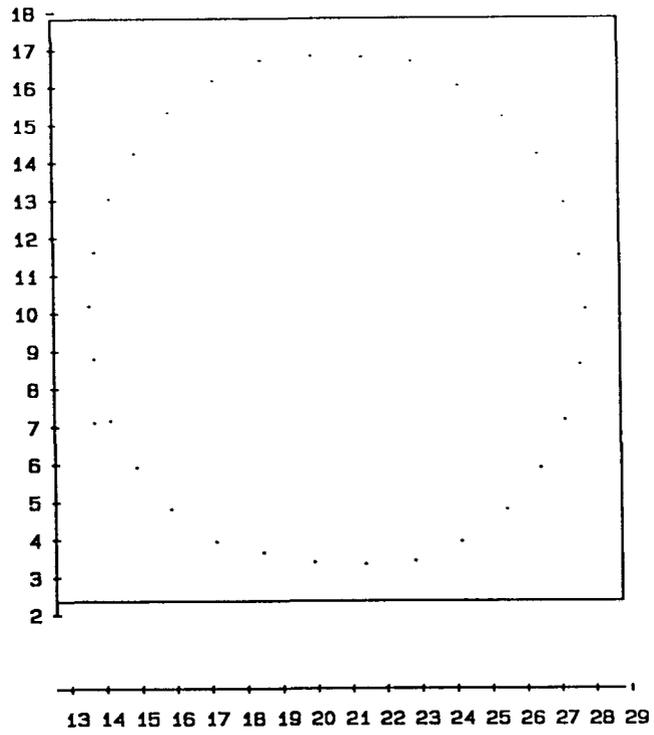


Figure. VII.6. Position du moteur  $M_2$  - Position du moteur  $M_1$

## **Conclusion générale**

Les résultats présentés dans ce mémoire font apparaître deux volets. Le premier volet traite de l'asservissement d'un sous-système. Le second volet traite de la coordination de fonctionnement de plusieurs sous-systèmes.

La méthode utilisée pour commander un sous-système fait appel au principe de suréchantillonnage, qui consiste à calculer les paramètres de la commande selon une période d'échantillonnage théorique notée  $T_e$ . La commande ainsi calculée est remise à jour et appliquée au système selon une période d'échantillonnage réelle notée  $t_e$ . Ainsi le temps pendant lequel le système fonctionne en boucle ouverte est diminué. Ceci permet d'améliorer les performances de l'asservissement. Le rapport entre les deux périodes d'échantillonnage  $T_e$  et  $t_e$  peut être défini en imposant les valeurs propres du système de contrôle suréchantillonné. En effet les valeurs propres du système de contrôle suréchantillonné dépendent des deux périodes d'échantillonnage  $T_e$  et  $t_e$  et des valeurs propres du système d'origine. L'identification en ligne de ce système peut se faire à chaque période de suréchantillonnage  $t_e$  ou à chaque période d'échantillonnage d'origine  $T_e$ . Dans ce cas la commande suréchantillonnée devient adaptative. Dans l'application pratique ce procédé nécessite de longs calculs et pose le problème du fonctionnement en temps réel. Les progrès technologiques, des microcontrôleurs de plus en plus rapides ou des processeurs de signaux spécialisés, permettront bientôt l'application de la commande suréchantillonnée adaptative.

Une simulation et une application de la méthode de commande numérique par suréchantillonnage ont été réalisées pour en tester les performances. Les résultats montrent les avantages de cette méthode et indiquent une possibilité d'application industrielle.

Le second volet du mémoire traite de la commande décentralisée de plusieurs sous-systèmes soumis à des perturbations. Le principe appliqué pour coordonner les sous-systèmes consiste à mettre les régulateurs de ces sous-systèmes en série. Ainsi aucun superviseur central n'est utilisé.

Aux instants d'échantillonnage le régulateur  $R_{i-1}$  envoie au régulateur  $R_i$  la position du sous-système  $S_{i-1}$  et la commande  $U_{i-1}$ . Le régulateur  $R_i$  calcule la commande  $U_i$  en fonction de ces informations, de la position du sous-système  $S_i$  et de la fonction de couplage  $f_i$ . Au départ tous les régulateurs sont initialisés avec les valeurs des fonctions de couplage  $f_i$ ,  $i=2, \dots, N$ . Ces fonctions définissent la coordination entre les sous-systèmes. Les régulateurs peuvent être couplés avec des observateurs d'état et de perturbations. L'effet de la propagation des perturbations est en

---

autre diminué par l'utilisation d'un dispositif agissant sur la valeur du vecteur d'état transmis au régulateur suivant.

La coordination au niveau du système interconnecté global peut se faire aux instants d'échantillonnage  $T_e$  (avec la période d'origine). Entre ces deux instants l'asservissement, au niveau des sous-systèmes, peut se faire selon le principe de la commande numérique par suréchantillonnage. Ceci est possible uniquement dans le cas où le comportement des sous-systèmes entre les instants d'échantillonnage d'origine  $T_e$  n'est pas important au niveau du système global interconnecté.

La méthode de coordination avec utilisation des observateurs d'état et de perturbations a été simulée sur ordinateur. Les résultats montrent, en particulier, le fonctionnement du dispositif de diminution de propagation des perturbations.

Une application de la coordination à deux moteurs à courant continu avec utilisation de cartes à microprocesseur a été réalisée. La vitesse de calcul limitée des cartes implique l'utilisation de tables de consignes et de fonction de couplage.

La coordination peut s'envisager avec des microcontrôleurs ou des processeurs de signaux spécialisés permettant de très grandes vitesses de calcul. Dans ce cas on peut utiliser une période d'échantillonnage plus petite. Ainsi le temps pendant lequel les sous-systèmes ne sont plus coordonnés est fortement diminué.

## **Bibliographie**

- [AST 84] : K.J. ASTROM and B. WITTENMARK, "Computer Controlled Systems, Theory and Design", Prentice Hall Englewood Cliffs, New York 1984.
- [BIH 88] : D. G. BIHN and T.C. STEVE HSIA, "Universal six-joint robot controller", IEEE Control System Magazine, pp. 31-35, Feb. 1988.
- [BRO 74] : W.L. BROGHAN, "Modern control theory", Quantum publishers INC, New York, 1974.
- [BRU 88] : D. BRUN-PICARD, Thèse du doctorat, "Contribution à l'élaboration d'un modèle de commande décentralisée", Université d'Aix Marseille, Faculté des Sciences et Techniques S<sup>t</sup> Jerome, Octobre 1988.
- [BRU 89] : D. BRUN-PICARD et J.C. BERTRAND, "Décentralisation des algorithmes de commande des robots", IASTED International Symposium, Zurich, Suisse, 1989.
- [BÜH 87] : H. BÜHLER, "Réglage échantillonné, Traitement dans le domaine d'état", Vol. 2, Presse Polytechnique Romandes, Lausanne 1987.
- [BÜH 88] : H. BÜHLER, "Conception de Systèmes Automatiques", Presse Polytechnique Romandes, Lausanne, Suisse, 1988.
- [CHA 78] : A.B. CHAMAS and C.T. LEONDES, "On the design of linear time invariant systems by periodic output feedback", Part I and II, "Discret pole assignement", Int. J. Control. Vol 27, pp 885-894; 895-903, 1978.
- [CHA 79] : A.B. CHAMAS and C.T. LEONDES, "On the finite time control of linear systems by picewise constant output feedback", Int. J. Control. Vol 30, pp 227-234, 1979.
- [CHO 88] : Y.K. CHOI and Z. BIEN, "Decentralized adaptive control scheme for control of
-

a multi-arm type robot", Int. J. Control, Vol. 48, No. 4, pp. 1715-1722, 1988.

- [ECK 89] : D. ECKARDT, "Design of finite impuls response controllers by pole assignement in multirate sampled data systems", Int. J. Control, Vol. 49, No. 4 pp. 1185-1193, 1989.
- [FEL 90] : V. FELIU, J.A. and C. CERRADA, "A method to design multirate controllers for plant sampled at a low rate", IEEE Transac. On Automatic Control, Vol. 35, No. 1, pp 57-60, Jan. 1990.
- [HAG 86] : T. HAGIWARA and M. ARAKI, "Pole assignement by multirate sampled data output feedback", Int. J. Control, Vol 44, No 6, pp 1661-1673, 1986.
- [HAG 88] : T. HAGIWARA and M. ARAKI, "Design of a stable state feedback controller based on the multirate sampling of the plant output", IEEE Transac. on Automatic Control, Vol 33, No 9, pp 812-819, September 1988.
- [INT 89] : Intel Data Book, MCS 51 family controllers, 1989.
- [IOA 85] : P. IOANNOU and P. KOKOTOVIC, "Decentralized adaptive control of interconnected systems with reduced-order models", Automatica, Vol. 21, No. 4, pp. 401-412, 1985.
- [IOA 86] : P. A. IOANNOU, "Decentralized adaptive control of interconnected systems", IEEE Transac. On Automatic Control, Vol. AC-31, No; 4, pp. 291-298, Avr. 1986.
- [KON 88] : V. KONCAR, Rapport de DEA, "Commande Numérique par suréchantillonnage", USTL Flandres Artois, Juin 1988.
- [KON 90] : V. KONCAR, C. VASSEUR "Commande numérique par suréchantillonnage, application à la réalisation d'une carte d'axe", ISMM International Symposium,

Mini and Micro Computers and their applications, Lugano Suisse, Juin 1990.

- [LEN 86] : B. LENARTSON, "On the design of stochastic control systems with multirate sampling", Thèse du doctorat, Chalmers University of Technology, Göteborg Sweden, 1986.
- [LEN 89] : B. LENARTSON, "Multirate sampled data control of two scale systems", IEEE Trans. On Automatic Control, Vol. 34, No. 6, pp 642-644, June 1989.
- [LUE 71] : D. LUENBERGER, "An introduction to observers", IEEE Trans. On Automatic Control, Vol. AC-16, No. 6, pp 596-602, Dec. 1971.
- [MIC 88] : Pierre MICHEL, Thèse du doctorat, "Contribution à la réalisation d'une commande décentralisée d'un robot manipulateur", LAIM - Université d'Aix Marseille III, Avril 1988.
- [OSS 89] : K.A. OSSMAN, "Indirect adaptive control for interconnected systems", IEEE Transac. On Automatic Control, Vol. 34, No. 8, pp. 908-911, Aug. 1989.
- [POV 75] : L. POVY, "Identification des processus", Dunod Université, Paris 1975.
- [RAG 58] : J. R. RAGAZINI and G.F. FRANKLIN, "Sampled data control systems", MC GRAW-Hill, New York 1958.
- [RAI 89] : Raisonance, Manuel de Référence EMA51-EVA51, 1989.
- [SEZ 90] : M.E. SEZER and D.D. SILJAK, "Decentralized multirate control", IEEE Transac. On Automatic Control, Vol. 33, No. 1, pp. 60-64, Jan. 1990.
- [SIM 89] : Siemens Data Book, 80535 micro-controller, 1989.
- [TAN 90] : X.L. TAN and M. IKEDA, "Decentralized stabilization for expanding

construction of large-scale systems", IEEE Transac. On Automatic Control, Vol. 35, No. 6, pp. 644-650, June 1990.

[VAS 89] : C. VASSEUR, "Réalisation numérique des correcteurs", Technique de l'Ingénieur, Traité Mésure et Contrôle, R7417, 1989.

## **Annexes**

## Annexe 1 : Cartes contrôleurs

La carte à microprocesseur utilisée dans l'application de la méthode de commande numérique par suréchantillonnage est MINI 535. Elle comprend un microcontrôleur SAB 80535 de Siemens, une horloge en temps réel, une PIO supplémentaire (8255) et une sauvegarde de RAM avec une pile lithium. La carte fonctionne avec une seule tension d'alimentation de 5V, 400 mA et possède un interface série de 9600 baud. Le MINI 535 dispose d'un support pour 64 kO d'EPROM, 32 kO de RAM et 8 kO d'EEPROM ou 32 kO de RAM supplémentaire. La configuration des zones de mémoire est assurée par un PLD.

La carte à microprocesseur utilisée dans l'application de la méthode de coordination des sous-systèmes est EVA 51. Elle contient un microcontrôleur 8031 de INTEL, une horloge en temps réel, 32 kO de mémoire RAM et 32 kO de mémoire EPROM. La carte possède deux interface série programmables. L'interface d'entrée-sortie parallèle est un 8155 qui possède trois ports parallèles et un timer programmable. La communication entre les cartes s'effectue par l'intermédiaire du 8155.

Dans les deux applications les cartes sont connectées aux interfaces de puissance et de position. (Fig A.1). Les schémas des deux cartes sont présentés sur les Figures A.2. et A.3.

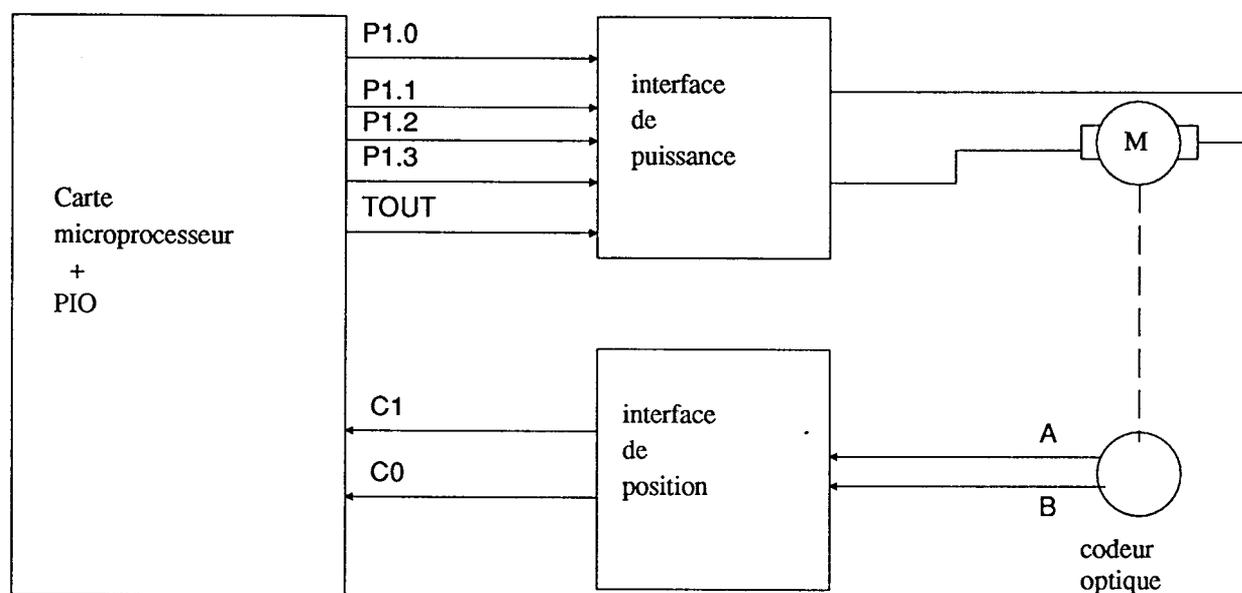


Figure. A.1. Interfaces de puissance et de position



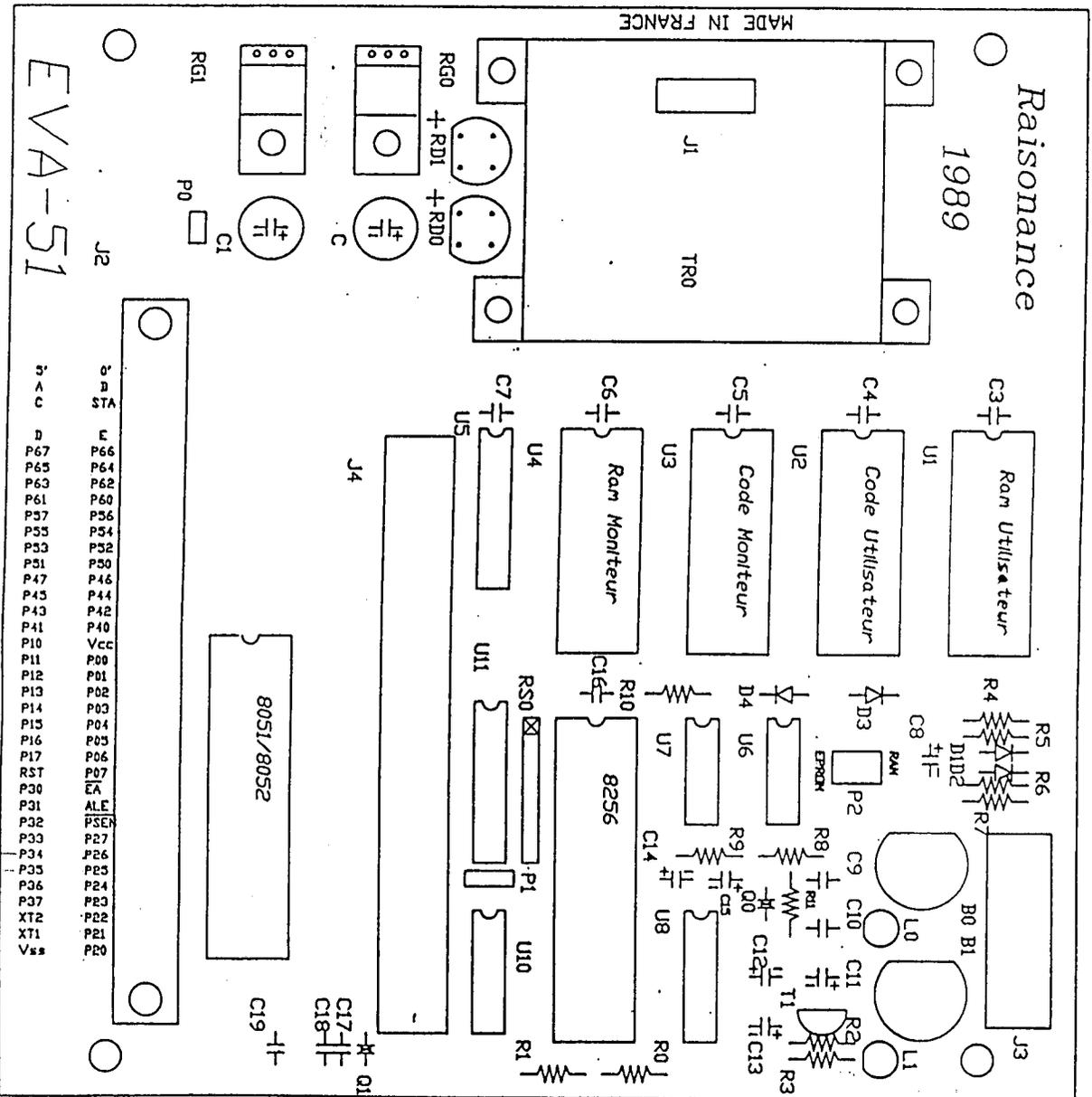


Fig. A.3. Carte EVA 51



L'impulsion de démarrages est donnée par la ligne P1.1 (P1.1 = 0). Le timer du 8155 génère  $t_d$  en envoyant le stop par la ligne TOUT (on calculera la valeur à mettre dans le timer). Au bout d'une période d'échantillonnage stop est donné par la ligne P1.0 au cas où TOUT n'est pas généré.  $U_A$  est la tension d'alimentation pour le moteur à CC (12V).

Les composants utilisés sont :

U1 : 7404

U2 : 7432

U3 : 7414

U4 : 74107A

U5 : L293D

L293D est un pont en H.

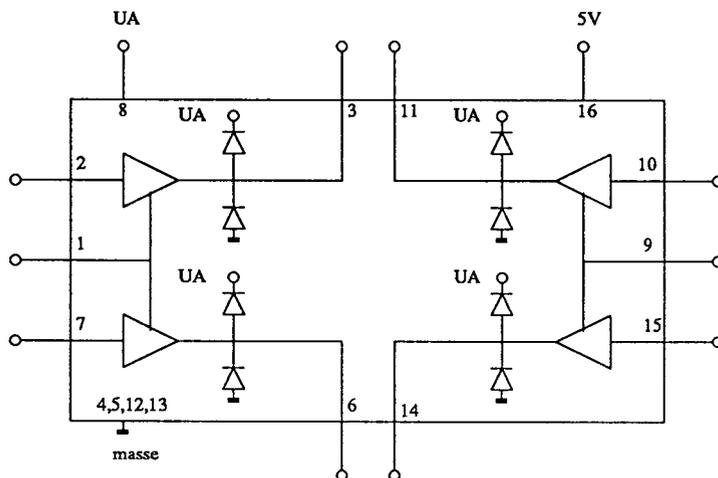
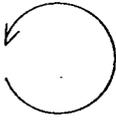


Fig A.5. SGS-THOMSON L293D

### Annexe 3 : Interface de position

Suivant le sens de rotation c'est le compteur C1 ou le compteur C0 du 8031 (80535) qui est INCREMENTE.

Sens de rotation	Compteur C1	Compteur C2
	INCREMENTE	_____
	_____	INCREMENTE

La position de l'axe est donnée par la différence entre les deux compteurs 16 bits C1 et C0 du 8031 (80535). A chaque période d'échantillonnage les compteurs sont remis à zéro.

$$\text{POSITION}(k+1) = \text{TH1, TL1} - \text{TH0, TL0} + \text{POSITION}(k)$$

TH1, TL1 et TH0, TL0 sont les registres des compteurs C1 et C0.

On notera qu'un tour de l'axe du moteur correspond à 500 pas. Il y a aussi un réducteur branché entre l'arbre du moteur et le codeur optique qui introduit un rapport de 24 entre les deux. Un tour de l'axe de réducteur est égal à 24 tours du codeur soit 12000 pas pour un tour de l'axe.

Sur la Figure A.6 est présenté le schéma du codeur optique et sur la Fig. A.7 le schéma de l'interface de position.

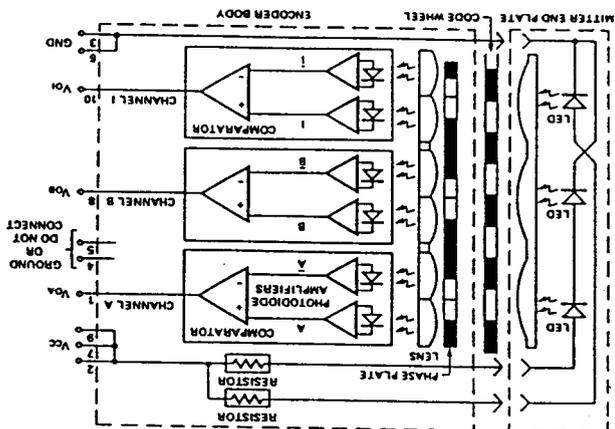


Fig. A.6. Codeur optique Hewlett Packard HEDS 5010

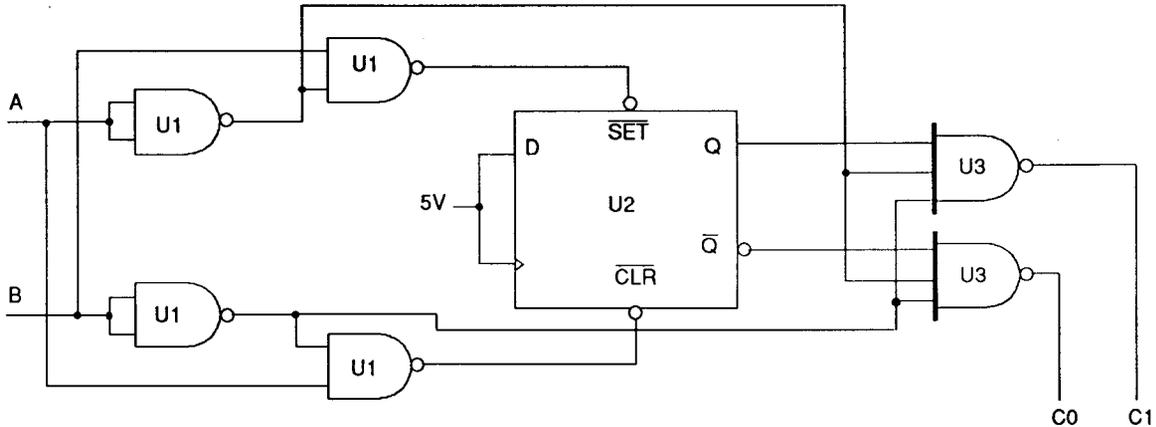


Fig. A.7. Interface de position

Les composants utilisés sont :

U1 : 74132

U2 : 7474

U3 : 7410

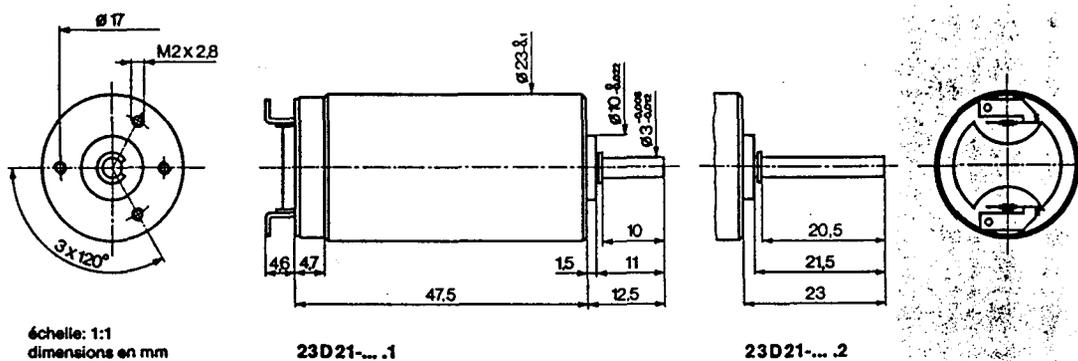
A et B sont connectés aux sorties du codeur optique, CPD et CPU sont connectés aux compteurs C1 et C0 du 8031 (80535).

**Remarques:**

- Pour des raisons pratiques, la consigne sera codée en pas.
- En sortie on ne calcule pas la valeur de la tension à appliquer au moteur mais la valeur à mettre dans le timer du 8155.
- On choisira une période d'échantillonnage qui servira d'interruption.
- Une autre horloge à fréquence plus élevée (100 kHz) sera connectée au timer du 8155 pour la création de  $t_d$ .

## Annexe 4 : Moteur à courant continu

Les moteurs à courant continu utilisés dans les applications sont ESCAP 23D21-216E.2.



échelle: 1:1  
dimensions en mm  
masse 100 g

23D21-... .1

23D21-... .2

Types standards livrables du stock

			-216P	-213P	-216E	-213E	-210E
Tension de mesure	V		6	7,5	12	15	24
Vitesse à vide	t/min		4700	5000	4900	5250	6600
Couple de démarrage	mNm		30,5	26	29,4	24,6	23
	oz-in		4,3	3,7	4,2	3,5	3,3
Puissance mécanique	W		3,8	3,4	3,8	3,4	4
Courant à vide moyen	mA		22	20	12	10	8
FEM	V/1000 t/min		1,3	1,5	2,4	2,8	3,6
Inductance aux bornes	mH		0,2	0,3	0,8	1,1	1,7
Tension moyenne de démarrage	V		0,05	0,07	0,1	0,15	0,25
Facteur de régulation R/k <sup>2</sup>	10 <sup>3</sup> /Nms		16	20	18	23	30
Réductance aux bornes	ohm		2,4	4,1	9,5	16,5	36
	mNm/A		12,2	14,2	23,3	27	34,5
Constante de couple	oz-in/A		1,73	2,01	3,3	3,82	4,89
	kgm <sup>2</sup> · 10 <sup>-7</sup>		5,9	4,7	5,9	4,7	3,7
Const. de temps mécanique	ms		10	10	10	11	11
Const. de temps therm.	Rotor	s	13	10	13	10	8
	Stator	s	580	580	580	580	580
Résistance thermique	Rotor-tube	°C/W	5	5	5	5	5
	Tube-air ambient	°C/W	12	12	12	12	12

Commutateur en alliage métaux précieux à 9 segments

Version standard montée avec paliers lisses

Constante de couple visqueux 0,45 × 10<sup>-6</sup> Nms

Température max. tolérée par l'induit 100°C

Pression axiale statique max. 250 N

Jeu axial ≤ 150 µm

Jeu radial ≤ 18 µm

Battement radial ≤ 10 µm

Charge radiale max. à 5 mm de la face:

paliers lisses 6 N roulements à billes 8 N

Cette famille de moteurs est également livrable avec les options suivantes:

- 23D21-216E.2 avec axe longueur 23 mm

- codeur optique intégré type B et C, voir pages 42, 43

- codeur Hewlett-Packard types HEDS5000 et 5010, voir page 43

