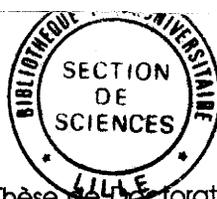


55376  
1991  
9



N° d'ordre : 702

55376  
1991  
9

Thèse de Doctorat

de l'Université des Sciences et Techniques de  
Lille - Flandres Artois

*Mécanique*

*présentée par*

**NOR-EDINE ABRIAK**

Ingénieur E.N.S.A.I.T.

*Sujet*

**ECOULEMENT D'UN MATERIAU GRANULAIRE A  
TRAVERS UN ORIFICE EFFET DE PAROI**

*Soutenu le 26 mars 1991 devant la commission d'examen*

*jury :*

MM. J. BIAREZ  
B. CAMBOU  
I. SHAROUR

*Président*  
*Rapporteurs*

Professeur, Ecole Centrale de Paris.  
Professeur, Ecole Centrale de Lyon.  
Professeur, Institut Industriel du Nord.

A. DYMENT  
R. GOURVES  
F. PARSY

*Examineurs*

Professeur, U.S.T.Lille Flandres Artois  
Maître de Conférences, C.U.S.T. Clermont Ferrand.  
Professeur, U.S.T.Lille Flandres Artois.

D. LANSIAUX

*Invité*

Directeur de l'Ecole des Mines de Douai.



030 048010 9

## THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PH.D. THESIS

IN THE DIVISION OF THE PHYSICAL SCIENCES

DEPARTMENT OF CHEMISTRY

PHYSICAL CHEMISTRY

BY

DAVID J. WILSON

PH.D. 1966

CHICAGO, ILLINOIS

1966

UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

54 EAST LAUREL AVENUE

CHICAGO, ILLINOIS 60607

U.S. POSTAGE PERMIT NO. 1000

CHICAGO, ILLINOIS

1966

UNIVERSITY OF CHICAGO PRESS

54 EAST LAUREL AVENUE

CHICAGO, ILLINOIS 60607

A MES PARENTS,

A MES FRERES ET SOEURS.



## TABLE DES MATIERES

PREMIERE PARTIE .....	5
INTRODUCTION .....	1
I.- MILIEU GRANULAIRE, ASPECT MICROMECHANIQUE .....	7
0.- Définition .....	6
1.- Différence entre un milieu granulaire et un milieu continu .....	7
1.1.- Généralités .....	7
1.2.- Assimilation du milieu granulaire à un milieu continu .....	7
2.- Structure d'un milieu granulaire .....	8
2.1.- La cohésion .....	8
2.2.- Plasticité et dilatance .....	8
2.3.- Structure .....	9
3.- Déformation de la structure granulaire .....	9
4.- Distribution de nombre de contacts par particules .....	10
5.- Forces de contact intergranulaire .....	11
5.1.- Distribution des forces de contact .....	11
6.- Passage de l'état microscopique à l'état macroscopique .....	13
6.1.- Passage du milieu discontinu au milieu continu .....	13
6.2.- Contraintes en milieu granulaire .....	15
6.2.1.- Généralités .....	15
6.2.2.- Contrainte macroscopique .....	15

## II

II.- ECOULEMENT A TRAVERS UN ORIFICE .....	17
1.- Caractéristiques principales de la matière ensilée .....	17
1.1.- Caractéristiques mécaniques .....	17
1.1.1.- Angle de talus d'éboulement .....	17
1.1.2.- Angle de glissement .....	18
1.1.3.- Angle de frottement interne .....	18
1.1.4.- Angle de frottement parois-grains .....	18
1.2.- Caractéristiques physiques .....	19
1.2.1.- Masse volumique en vrac d'un ensemble de grain .....	19
1.2.2.- Masse volumique apparente d'un grain .....	19
1.2.3.- Masse volumique réelle d'un grain .....	19
1.2.4.- Indice de compressibilité .....	19
1.2.5.- Pouvoir de compressibilité .....	19
1.2.6.- La porosité (indice de vide) .....	20
1.2.7.- Taux d'humidité .....	20
1.3.- Analyse et conclusion .....	21
2.- Analyse des contraintes dans un silo .....	21
2.1.- Présentation du problème .....	23
2.2.- Recherche concernant l'analyse des contraintes dans le silo .....	23
2.3.- Approches du problème .....	24
2.3.1.- Approches empiriques .....	24
2.3.2.- Approches phénoménologiques .....	26
2.4.- Principe de cette analyse .....	27
2.5.- Analyse de JANSSEN .....	28
2.5.1.- Cas où la surface libre est non chargée .....	28
2.5.2.- Cas où la surface libre est chargée .....	29
2.6.- Analyse de JAKY .....	30

### III

2.7.- Analyse de WALKER .....	31
2.8.- Analyse de JENIKE et WALTERS .....	32
2.8.1.- Etude dans un silo sans trémie .....	33
2.8.2.- Etude dans une trémie .....	33
2.8.3.- Etude dans un silo muni d'une trémie .....	35
2.8.4.- Conclusion et analyse .....	36
3.- Expérimentations sur modèles .....	38
3.1.- Effet de parois (étude bibliographique).....	39
3.2.- Ecoulement à travers un orifice .....	43
4.- Conclusion .....	52
III.- MILIEU ANALOGIQUE .....	55
1.- Particularités du comportement mécanique d'un milieu analogique expérimental (milieu formé de cylindres).....	55
2.- Approche du comportement du matériau analogique ensilé... 56	
2.1.- Expérimentation sur l'appareil de cisaillement de CASAGRANDE .....	56
2.1.1.- Objectif de l'expérimentation .....	59
2.1.2.- Principe de la méthode .....	59
2.1.3.- Mise en oeuvre des essais .....	61
2.1.4.- Description des instrumentations .....	62
2.1.5.- Interprétation des résultats .....	63
2.1.6.- Exploitation de l'enregistrement vidéo et des courbes .....	66
2.2.- Analogie entre l'essai de cisaillement et les phénomènes se produisant au voisinage des parois au cours de l'écoulement dans un silo .....	72

## IV

2.2.1.- Description globale de la méthode .....	72
2.2.2.- Analyse .....	72
3.- Contraintes et déformations dans le milieu analogique .....	74
4.- Calcul des efforts au sein de la colonne d'essai .....	76
4.1.- Méthode expérimentale de GOURVES et FAUGERAS .....	76
4.1.1.- Principe de la méthode .....	77
4.1.2.- Détermination des contraintes .....	78
4.1.3.- Cas d'une tige de section circulaire .....	81
4.1.4.- Contrainte isotrope en fonction de la profondeur .....	81
4.2.- Méthodes théoriques .....	81
4.2.1.- Application de la théorie de JENIKE et WALTERS au cas bidimensionnel .....	81
4.2.1.1.- Hypothèse sur les contraintes principales .....	82
4.2.1.2.- Bilan des forces à l'équilibre ....	83
4.2.1.3.- Equation du champ de contrainte ...	83
4.2.2.- Calcul des paramètres définis par JENIKER et WALTERS .....	83
4.2.2.1.- Détermination de l'angle de frottement grain-grain .....	84
4.2.2.2.- Détermination de l'angle de frottement paroi-rouleau .....	84
4.2.2.3.- Calcul des paramètres B et D .....	85
4.2.2.4.- Influence de l'angle de frottement sur la valeur asymptotique .....	85
4.2.3.- Calcul des efforts par la méthode de JANSSEN.	87
4.2.3.1.- Cas du massif non chargé .....	87
4.2.3.2.- Influence de l'angle de frottement sur la valeur asymptotique .....	87
4.3.- Comparaison théorie-expérience .....	89

DEUXIEME PARTIE : EXPERIMENTATIONS SUR MODELES BIDIMENSIONNELS	
A ROULEAUX.....	91
INTRODUCTION .....	92
I.- MATERIELS ET METHODES .....	93
1.- Dispositifs expérimentaux .....	93
1.1.1.- Silo à fond plat .....	93
1.1.2.- Silo menu d'une trémie .....	95
1.1.3.- Matériau utilisé .....	96
1.1.3.1.- Choix du matériau .....	96
1.1.3.2.- Mise en place du matériau .....	97
1.1.4.- Conclusion .....	100
1.2.- Mise au point d'un appareillage de mesure de	
contrainte .....	102
1.2.1.- Premier dispositif de mesure .....	103
1.2.1.1.- Mesure de la force nécessaire pour	
déplacer un ou plusieurs rouleaux par	
capteur (1).....	103
1.2.1.2.- Appareillage d'acquisition automatique	
des mesures .....	104
1.2.2.- Deuxième dispositif de mesure .....	105
1.2.2.1.- Mesure de la force nécessaire pour déplacer	
un ou plusieurs rouleaux par le capteur (2).	105
1.2.2.2.- Système d'acquisition des données .....	108
1.2.3.- Techniques expérimentales .....	108
1.2.3.1.- Etude statique .....	108
1.2.3.2.- Etude cinématique .....	109
2.3.2.1.- Principe de la méthode .....	110
1.2.4.- Conclusion .....	110
2.- ETUDE STATISTIQUE .....	111
2.1.- Principe de la détermination des forces de	
contact .....	111

2.2.- Mode opératoire .....	113
2.3.- Résultats .....	113
2.4.- Analyse des résultats .....	117
2.5.- Conclusion .....	121
III - ETUDE STATIQUE .....	122
3.1.- Comparaison entre les mesures effectuées par le capteur (1) et celles effectuées par le capteur (2).	122
3.2.- Influence du nombre d'essais sur les valeurs moyennes de la pression isotrope mesurée .....	126
3.2.1.- Analyse des résultats .....	126
3.3.- Influence de la charge sur la répartition des contraintes .....	135
3.3.1.- Essais réalisés .....	135
3.3.2.- Analyse .....	136
3.3.3.- Conclusion .....	138
3.4.- Passage du milieu discontinu au milieu continu .....	138
3.4.1.- Influence de la taille de la facette macroscopique .....	139
IV.- ETUDE CINEMATIQUE .....	143
4.1.- Ecoulement avec orifice centré .....	143
4.2.- Etude des profils de vitesse verticale .....	148
4.2.1.- Modèle cinématique de NEDDERMAN et TUZUN ...	148
4.2.2.- Détermination expérimentale du paramètre cinématique B .....	151
4.2.3.- Comparaison des profils de vitesse expérimentaux avec ceux obtenus par l'approche de NEDDERMAN et TUZUN .....	156
4.2.4.- Conclusion .....	161

V.- EFFET DE PAROI .....	163
5.1.- Etude cinématique .....	163
5.1.1.- Ecoulement simulé .....	163
5.1.2.- Etude des trajectoires des particules $Z=f(t)$ .....	165
5.1.2.1. Silo à fond plat et à parois semi-rugueuses .....	165
5.1.2.2.- Silo à fond plat et parois rugueuses .....	168
5.1.2.3.- Conclusion .....	168
5.1.3.- Influence de la rugosité sur le mode d'écoulement .....	171
5.1.3.1.- Etude qualitative .....	175
5.1.3.2.- Etude quantitative .....	182
5.1.3.3.- Conclusion .....	201
5.2.- Etude statique .....	201
5.2.1.- Présentation des résultats .....	201
5.2.2.- Analyse .....	202
5.3.- Conclusion sur l'effet de paroi .....	205
VI.- EFFET DE LA PRESENCE D'INCLUSIONS .....	206
6.1- Inclusion mobile .....	206
6.1.1.- Etude de la symétrie de l'écoulement ....	211
6.1.2.- Influence de l'inclusion sur le mode d'écoulement .....	211
6.2.- Inclusion libre .....	219
6.3.- Inclusion fixe .....	222

VIII

CONCLUSION .....	225
ANNEXE .....	227
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....	253

## AVANT-PROPOS

C'est avec Monsieur PARSY que je me suis initié à la recherche en Mécanique des Solides et, plus particulièrement à celle des milieux à densité localement constante du milieu granulaires. J'ai trouvé auprès de lui un support moral, scientifique et humain que je n'attendais pas d'un Directeur de Thèse : c'est lui qui m'a indiqué les bourses de recherche du M.E.N. et de l'Ecole des Mines de Douai et c'est par choix que je fus engagé au laboratoire de Mécanique des Sols du Département de Génie Civil.

Comme la thèse allait comporter une grande partie expérimentale M. TARDY, responsable du laboratoire, me mit en contact avec M. GOURVES du C.U.S.T. de Clermont-Ferrand qui, aux yeux de M. PARSY, serait le responsable de la partie expérimentale de mes recherches.

C'est grâce à M. GOURVES que je me suis vraiment mis à la recherche en Micromécanique des Milieux granulaires où sa compétence expérimentale et ses grandes connaissances m'ont appris énormément : Grâce lui en soient rendues.

C'est également lui qui me fit rencontrer M. le Professeur BIAREZ de l'Ecole Centrale de Paris. M. BIAREZ s'intéressa tout de suite à mes travaux et, à son contact, grâce à ses explications patientes et claires, mes connaissances sur la mécanique des milieux hétérogènes se sont approfondies. Je lui suis très reconnaissant d'avoir accepté de présider le Jury de ma thèse.

M. le Professeur CAMBOU de l'Ecole Centrale de Lyon a accepté la grande responsabilité de rapporter sur ma thèse et j'ai pu bénéficier, au cours des discussions que nous avons eues, de ses profondes connaissances en Mécanique des Sols et Méthodes Numériques; je profite de l'occasion pour, avec mes remerciements, lui témoigner mon admiration.

M. le Professeur SHAHROUR de l'I.D.N. a gentiment accepté de s'intéresser à mon travail et a bien voulu rapporter sur cette thèse : je l'en remercie vivement.

Monsieur le Professeur DYMENT qui fût l'un de mes enseignants de Maîtrise et de D.E.A. a toujours porté intérêt à mon travail, m'a fait le grand honneur d'examiner celui-ci et de participer à la Commission d'examen : je lui exprime mes respectueux remerciements.

Monsieur LANSIAU, Ingénieur des Mines, malgré ses tâches de Direction de l'Ecole Nationale Supérieure des Mines de Douai a examiné ma thèse et accepté de participer au Jury. Je le remercie pour cela ainsi que pour le soutien constant qu'il m'a manifesté tout au long de la préparation de cette thèse.

Je voudrais, également, dans cet avant-propos citer les membres du Département de Génie Civil qui m'ont facilité le long travail expérimental que j'ai entrepris sur les milieux granulaires : MM. ADAMIEC, AMARA, BERLY, DEMETS, TARDY, sans oublier les élèves de l'Option Génie Civil 1989-1991 de l'E.N.S.T.I.M qui m'ont aidé avec enthousiasme dans mes expériences.

Madame Françoise PÉTIAUX du Département de Mécanique de l'U.S.T.L. Flandres Artois a dactylographié le manuscrit avec soin et diligence, je l'en remercie ainsi que le service Imprimerie de l'U.F.R. de Mathématiques Pures et Appliquées de l'U.S.T.L. Flandres Artois. Mes remerciements vont aussi à M. DESORT de l'Ecole des Mines de Douai qui a réalisé toutes les photographies de la thèse ainsi que les films montrés lors de la soutenance.

## INTRODUCTION

Les milieux granulaires ont des aspects et des propriétés variés selon les différentes industries concernées par leur emploi. Il en résulte, entre autres, que les problèmes posés par l'étude de ces milieux se situent à la frontière de plusieurs disciplines des Sciences de l'Ingénieur.

Nombre de ces problèmes se présentent, notamment, lors de leur manutention. Parmi ceux-ci, les plus importants sont réunis sous le terme de "colmatage" et concernent la compréhension des causes interdisant un écoulement régulier.

La prééminence de ce type de problème provient du fait que les lois d'équilibre des milieux pulvérulents non cohésifs sont encore mal connues, car elles échappent à la mécanique des milieux continus et n'ont jamais été complètement étudiées. Cependant, il apparaît que, pour l'équilibre d'une masse pulvérulente ensilée, le facteur temps (en général), la vitesse de remplissage, la façon dont les grains s'entassent, la hauteur de chute de ces grains lors du remplissage des silos et la compressibilité de la matière constituant les grains et de leur ensemble, ont tous une grande importance; en effet, ces facteurs ont une influence sur les caractéristiques principales du milieu pulvérulent (densité apparente, angle de frottement interne, coefficient de frottement sur les parois, ....).

D'un point de vue cinématique les problèmes rencontrés sont principalement :

- 1°) L'effet de cheminée : Phénomène qui se manifeste principalement avec des grains très fins (diamètre inférieur à 80 microns) : seule s'écoule la matière située au-dessus du centre de l'orifice de sortie, formant ainsi un puits vertical, le reste s'appuyant sur les parois inférieures de la trémie.

2°) L'effet de voûte : c'est le plus fréquent. Il se manifeste par la formation d'une véritable voûte au-dessus de l'orifice de sortie, empêchant l'écoulement de la matière.

3°) La ségrégation qui se développe plus ou moins suivant le mode de remplissage, en ce sens que lors du remplissage du silo, la formation d'un cône de matière peut causer une ségrégation de la densité des grains ou de leur granulométrie, cette dernière allant en décroissant du centre du silo vers la paroi. Au cours de la vidange du silo, les grains les plus gros sortent en premier : il y a déshomogénéisation du matériau.

Le colmatage rassemble donc les problèmes essentiels que rencontrent les industries qui utilisent des milieux granulaires, principalement au cours de la vidange des silos de stockage.

Les conséquences des phénomènes de colmatage sont souvent graves tant du point de vue économique que technique. Il s'avère donc nécessaire de rechercher les origines de ces phénomènes. Le fil conducteur de notre travail est décrit par la suite de questions auxquelles nous essaierons de répondre dans l'ordre indiqué :

- 1) A-t-on réussi à élaborer des théories permettant de construire des silos mieux adaptés ?
- 2) Des recherches ont-elles été menées en laboratoire depuis quand et quels en sont les résultats ?
- 3) Quand ces phénomènes surviennent-ils ?
- 4) Que se passe-t-il au niveau des grains ?
- 5) La nature de la paroi a-t-elle une grande influence ?
- 6) L'inclinaison de la trémie est-elle un facteur déterminant ?
- 7) Comment évolue la contrainte isotrope au sein d'un massif pulvérulent ?
- 8) La présence d'une inclusion modifie-t-elle le mode d'écoulement ?
- 9) Quelle est l'influence de la position de l'orifice (centré ou excentré) ?

Il est certain, néanmoins, que dans la manutention des matériaux granulaires, ce qui n'est pas standard est lié aux différents états solides, pulvérulents ou granulés, de la matière : cela signifie, qu'à la limite, il faudrait considérer plusieurs types de matériaux avec des interactions d'origines physiques très diverses.

Lorsque l'on réduit une particule solide en poussière, il n'y a pas deux particules ayant les mêmes caractéristiques de forme ou de comportement; le contact de ces particules entre elles et la présence d'air ou de gaz interparticulaire compliquent encore les problèmes. C'est pourquoi il est essentiel d'améliorer, tout d'abord, la compréhension du comportement de ces matériaux en tenant compte de leur nature discrète et, ensuite, d'aborder les problèmes d'écoulement. Il est indispensable de prendre en considération les caractéristiques physiques et mécaniques des différents matériaux à chaque étude, car elles influent énormément sur l'écoulement.

Le nombre de paramètres qui influent sur l'écoulement des matériaux granulaires, diffère selon les auteurs; certains en relèvent jusqu'à 18. Pour ces raisons, on comprend aisément qu'il est difficile de donner une explication générale valable pour tous ces milieux.

Compte tenu du nombre important de facteurs à prendre en compte (diversité des formes, des dimensions et des orientations des contacts entre particules, de la minéralogie...) nous avons essayé de les réduire. Pour ce faire tout au long de nos essais nous avons travaillé sur des modèles bidimensionnel, et nous avons utilisé comme matériaux granulaires des rouleaux en P.V.C.

Ces modèles nous permettent d'avoir plusieurs renseignements. En effet, les rouleaux empilés peuvent être étudiés individuellement ou par groupe de quelques unités, tant au plan des déplacements (techniques photographiques, vidéo etc...) qu'à celui des efforts.

Le travail que nous présentons ici concerne les milieux non cohérents, il se décompose en deux parties. La première est composée de trois chapitres.

Dans le premier, nous présentons et comparons quelques résultats obtenus par différents chercheurs sur le comportement d'un milieu granulaire. Nous nous sommes particulièrement intéressé à l'aspect micromécanique. Nous avons également abordé l'étude concernant le passage de l'état microscopique à l'état macroscopique.

Le deuxième chapitre est consacré à la description des écoulements à travers un orifice en faisant une analyse bibliographique des résultats de la littérature spécialisée. Dans cette partie nous faisons aussi le point sur

les méthodes de calcul des efforts statiques ainsi que sur l'analyse des contraintes dans un silo.

Le troisième chapitre concerne d'une part les particularités du comportement mécanique du milieu analogique, d'autre part l'étude expérimentale du phénomène de la rupture par cisaillement (avec la boîte de Casagrande que nous avons spécialement instrumentée à cette fin).

La dernière partie est relative à l'étude expérimentale effectuée sur deux modèles bidimensionnels :

- silos à fond plat,
- silos à trémie variable.

Nous décrivons tout d'abord l'ensemble de l'appareillage expérimental que nous avons réalisé. Ensuite nous exposons nos résultats expérimentaux et leur analyse en essayant d'en tirer des informations concernant non seulement la transmission et la répartition des efforts mais aussi les paramètres qui influent sur l'écoulement.

**PREMIERE PARTIE**

**MILIEU GRANULAIRE, ASPECT MICROMECHANIQUE ,  
ECOULEMENT A TRAVERS UN ORIFICE**

## I MILIEU GRANULAIRE, ASPECT MICROMECHANIQUE

Dans l'industrie, les matériaux granulaires doivent être manipulés, transportés, stockés et conditionnés. Ils doivent, autant que possible, s'écouler de manière régulière.

On ne peut aborder l'étude des propriétés d'écoulement des milieux granulaires sans en comprendre la structure (l'empilement du lit, les propriétés des particules elles-mêmes et le comportement global).

En effet dans un solide en vrac au repos, les contacts interparticulaires sont permanents, les chemins privilégiés de transmission des efforts passent par les noyaux les plus résistants et l'action de ces forces se traduit par l'apparition, au sein des particules, d'un tenseur des contraintes qui subit a priori des discontinuités à la frontière de chaque particule, étant donné qu'une masse pulvérulente au repos ou en écoulement est un milieu poreux hétérogène. Habituellement, les auteurs font abstraction de l'hétérogénéité du milieu le considérant comme continu (aucune méthode d'homogénéisation n'étant appliquée).

L'empilement des grains pour un milieu donné est aléatoire et ses propriétés locales peuvent différer considérablement d'une région à une autre de la masse pulvérulente. Cela constitue l'une des difficultés essentielles pour une définition mathématique rigoureuse des variables locales telle que le tenseur des contraintes.

### 0 - DEFINITION

Un milieu granulaire est un "espace matériel formé de petits grains". Ces derniers sont disjoints les uns des autres. Un grain est, dans l'espace, un sous ensemble connexe (1, 2), cette définition est la plus générale que l'on puisse concevoir. Ces grains sont aussi variés en taille

(de quelques microns à quelques millimètres), en forme, en propriétés (abrasif, collant,...) qu'en nature.

## 1 - DIFFERENCE ENTRE UN MILIEU GRANULAIRE ET UN MILIEU CONTINU

### 1.1 Généralités

Du point de vue des constructeurs, toute étude sur milieu granulaire est conditionnée par la connaissance de caractéristiques bien déterminées : le frottement interne, la cohésion et la compressibilité.

Sans procéder à un examen approfondi, on peut dire que les milieux granulaires pulvérulents sont formés de gros grains indépendants les uns des autres et facilement séparables : leur équilibre résulte seulement du frottement mutuel des différents grains en contact.

### 1.2 Assimilation du milieu granulaire à un milieu continu

En fait, le milieu granulaire présente une structure très complexe, qui est décrite par beaucoup de paramètres.

Du point de vue macroscopique, on peut le considérer comme un milieu continu, mais il est nécessairement discontinu localement à une échelle intermédiaire entre l'échelle macroscopique et celle du grain.

Certains auteurs (7) pensent qu'on peut parler sans crainte de corps continu dans la mesure où une centaine de grammes de sable peut contenir  $10^7$  grains, qui est un nombre suffisamment grand, (même si ce nombre est petit devant le nombre d'Avogadro  $6,06 \cdot 10^{23}$ , nombre de molécules dans la molécule gramme).

Très tôt, on s'est aperçu qu'on ne peut pas assimiler les écoulements granulaires à ceux des liquides (puisque, contrairement aux lois de l'hydrodynamique, près de l'orifice, la vitesse des particules est indépendante du poids de la colonne de particules située au dessus d'elles, et le débit des particules à travers l'orifice reste constant sauf aux

derniers instants. En plus, la surface libre au repos d'un matériau granulaire n'est généralement pas horizontale, et est caractérisée par l'angle limite maximum que fait son inclinaison avec l'horizontale (54). Il n'est pas non plus question de l'assimiler à un solide, car outre les forces de friction qu'exercent les grains entre-eux, il ne résiste pas à la traction et il coule facilement, donc, le matériau granulaire non cohésif n'est ni un liquide ni un solide. En effet l'idée d'un milieu continu est fondamentale dans les théories déterministes qui sont basées sur les lois classiques de la mécanique des milieux continus où on admet que la réponse d'un corps à une sollicitation donnée est unique. En fait l'hypothèse de continuité ne correspond à aucun milieu réel et tous les corps sont discontinus sur le plan microscopique. A partir de tout ce qui précède, on voit qu'il est intéressant d'étudier les milieux granulaires, considérés comme discontinus par une approche probabiliste.

## 2 - STRUCTURE D'UN MILIEU GRANULAIRE .

### 2.1 La cohésion

La cohésion d'un matériau est sa résistance aux contraintes tangentielles lorsque la contrainte normale qui le sollicite est nulle. Lorsque deux grains quelconques sont mis en contact, et que des contraintes extérieures les pressent l'un contre l'autre, des forces d'adhérence apparaissent, qu'il y ait présence d'eau ou non. S'il s'agit de grains de quartz (ce qui est généralement le cas du sable), il apparaît aux environs des surfaces de contact des déformations et des forces élastiques. Lorsque les contraintes extérieures cessent, les forces élastiques tendent à séparer les grains à nouveau. Dans le cas des sables, de telles forces d'adhérence n'existent pas et la cohésion est faible ou nulle.

### 2.2 Plasticité et dilatance

Un milieu granulaire ne peut être déformé plastiquement que si certaines particules sont poussées à travers les couches d'autres particules et si

certains grains sont soulevés au-dessus d'autres provoquant ainsi une extension temporaire du volume du système étudié : c'est la dilatance. Cela ne peut se produire que par la rupture de certaines liaisons : le travail spécifique de déformation d'un sable est donc plus élevé.

### 2.3 Structure

La structure d'un milieu granulaire est définie par la manière dont les différents grains sont groupés les uns par rapport aux autres.

Certaines structures simples sont caractérisées par le fait que tous les grains sont en contact les uns avec les autres et, selon l'importance des interstices laissés entre eux, on a des structures plus ou moins complexes que TERZAGHI a classé en structures granulaires denses et en structures granulaires lâches.

Sous leur propre poids et le poids des couches supérieures, les grains prennent une position d'équilibre, et les interstices laissés entre eux peuvent, dans certains cas, être remplis par des grains plus fins, inactifs, ne prenant pratiquement aucune part à la distribution des forces. Les grains qui transmettent les efforts (particules actives), ont une disposition telle que la présence des autres particules n'a pratiquement aucune influence sur l'équilibre existant.

La force portante de la couche est déterminée par les premiers grains. Mais, si on impose à ce milieu une charge suffisamment élevée, la structure risque d'être brisée et le changement de structure peut avoir, dans certains cas, une grande influence sur les propriétés mécaniques du milieu.

## 3 DEFORMATION DE LA STRUCTURE GRANULAIRE

Les mécanismes qui provoquent la déformation au niveau structural sont de trois types (106)

(I) glissements,

rotations intergranulaires et le déplacement relatif normal au contact.

(II) déformations élastiques aux points de contact,

(III) ruptures des aspérités et des grains.

Le glissement relatif de particules en contact est le mécanisme fondamental de la déformation dans un milieu granulaire; YOUNG et WARKENTIN(144) ont analysé le phénomène de frottement et ont constaté qu'au point de vue macroscopique, le désenchevêtrement des grains se manifeste par le déplacement relatif des particules par suite de la mobilité des particules voisines, et qu'au niveau microscopique, il n'y a pratiquement pas de variation de volume, mais tout simplement glissement des grains les uns sur les autres.

Ces deux phénomènes se superposent lorsqu'il y a obstruction des grains, et cela entraîne la rupture de contacts, ce qui contribue à la dilatance.

Notons pour conclure que la variation de volume dépend de nombreux paramètres, notamment de la pression latérale et de la densité (146).

#### 4 DISTRIBUTION DU NOMBRE DE CONTACTS PAR PARTICULE

L'étude de la distribution du nombre de contacts par particule a été abordée par différents auteurs (9,26,30,34). Cependant, il semble que tous sont en désaccord sur le nombre moyen de contacts par élément.

WIENDECK (151) a effectué deux expériences sur du "gravier bidimensionnel" pour deux arrangements différents : arrangement dense vibré, et arrangement non vibré. Pour 1200 éléments environ, il trouve un nombre moyen de contacts de 4 et de 4,75 selon la densité de l'échantillon.

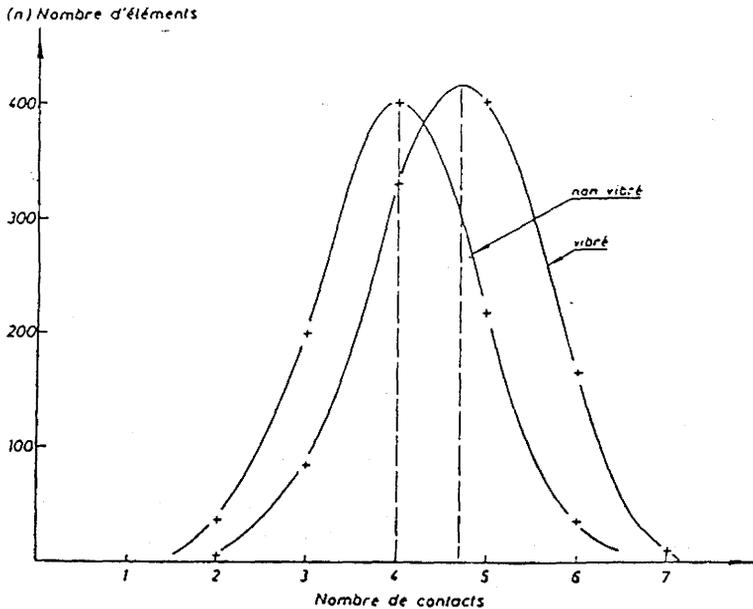


Figure 1.1

Dans le cas où la structure est isostatique, ce nombre est égal à 6 (GOURVES). CAMBOU (26,27) a utilisé des modèles numériques sur ordinateur pour l'étude de la structure de ces matériaux. Il trouve que le nombre de contacts par particule dépend de la granulométrie du matériau, et que la distribution est assez peu sensible à la densité d'un milieu.

BIAREZ (9) a observé par photographie une surface de quelques dizaines de centimètres carrés d'un échantillon, constitué de rouleaux circulaires de 3 et 5 mm de diamètre, soumis à une déformation homogène. Il a constaté que la densité pendant la grande déformation reste quasiment constante.

En revanche, le nombre moyen de contacts diminue de 4,2 à 3,9 au début de la déformation, mais, au retour à l'état isotrope, ce nombre augmente légèrement.

## 5 FORCES DE CONTACT INTERGRANULAIRES

### 5.1 Distribution des forces de contact

L'analyse des forces de contact dans un milieu granulaire a fait l'objet de nombreuses publications (42, 150...).

DANTY (1957), WEBER (1966) ont montré que la distribution des forces de contact n'est pas uniforme dans la structure. Ces auteurs ont mis en évidence l'existence de chaînons de contraintes composés de particules très sollicitées, ils sont évolutifs en fonction du chemin de contraintes suivi et s'orientent en général selon la direction de la contrainte principale majeure.

CAMBOU (29, 30) a mis en évidence un ensemble de variables internes,  $\lambda_{\alpha\beta}$  susceptibles de représenter macroscopiquement l'état du matériau à partir d'une relation entre le tenseur de contraintes et les forces intergranulaires. Dans une sollicitation à directions principales fixes et un matériau bidimensionnel, on obtient un état orthotrope, caractérisé par  $\lambda_{12} = \lambda_{21} = 0$ .

Deux variables  $\lambda_{11}$  et  $\lambda_{22}$  suffisent pour décrire l'état interne.

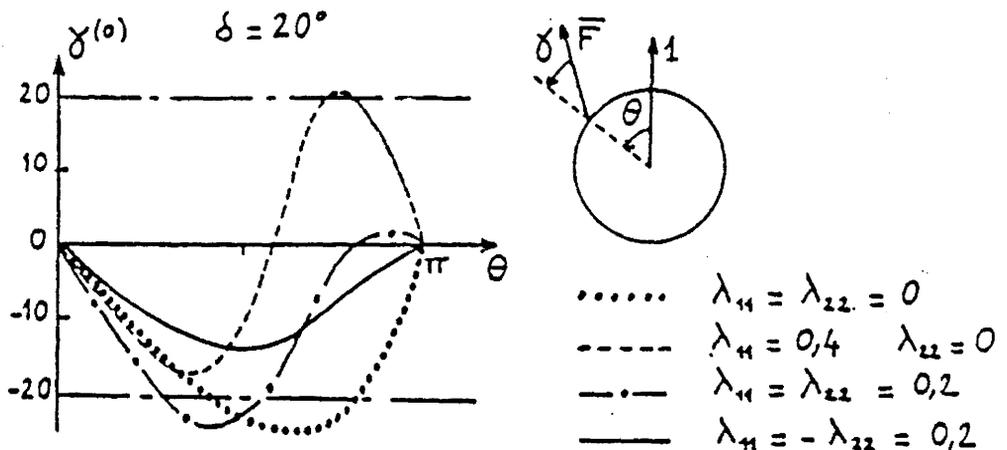
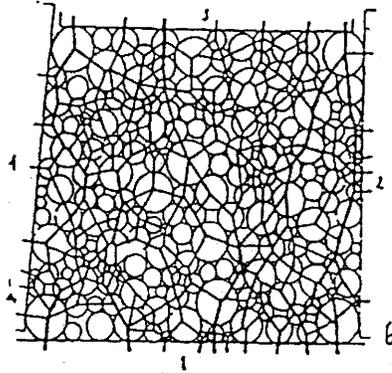


Figure 1.2 Distribution des orientations des valeurs moyennes des forces de contacts. (CAMBOU).

Les études des forces de contact dans un assemblage régulier de sphères ou de cylindres ont été faites par plusieurs auteurs (4,39,40,42). Ces études ont été surtout développées à partir de matériaux bidimensionnels photoélastiques. En effet il est difficile de définir la forme d'une particule ; cependant, sa morphologie peut être approchée par l'étude de différentes propriétés : l'arrondissement, la convexité et la sphéricité (77).



**Figure 1.3 : Forces de contact dans une structure granulaire sollicitée (de Josselin Dejong et Verruijt 1969)**

Dans le cas où les coefficients de sphéricité et de convexité sont supérieurs à 0,70, l'assimilation de la forme d'une particule à une sphère est satisfaisante (GOURVES).

En faisant l'hypothèse d'homogénéité et d'isotropie d'un milieu constitué de sphères de diamètres distribués selon une fonction de répartition donnée et en ne considérant que le cas où le matériau est soumis sur son contour à une pression isotrope, FAUGERAS et GOURVES (17) ont établi une loi donnant la répartition des forces de contact entre les particules en fonction de la pression intérieure exercée, ainsi que les caractéristiques élastiques et granulométriques du matériau.

## **6 PASSAGE DE L'ETAT MICROSCOPIQUE A L'ETAT MACROSCOPIQUE**

### **6.1 Passage du milieu discontinu au milieu continu**

De nombreux auteurs (28,30,39,57,110) ont tenté, à partir des lois générales concernant les particules de la matière et de la géométrie de celles-ci, de retrouver théoriquement le comportement global du matériau.

CAMBOU (26) a explicité un certain nombre d'approches qui ont pour but de reconstituer le comportement global de la structure à partir des différentes caractéristiques ponctuelles de la structure, et ceci au moyen d'un programme informatique, qui construit de petites alvéoles formées de particules tangentes. Ces alvéoles constituent les arrangements élémentaires de particules. On peut considérer que le type d'arrangement de chacune des alvéoles est caractéristique des propriétés mécaniques du matériau dans la zone constituée par l'alvéole.

On peut connaître ponctuellement ("le point" ayant la dimension des "alvéoles") toutes les propriétés géométriques de l'arrangement de particules, et par conséquent les propriétés mécaniques du milieu en ce point. Cet auteur a étudié essentiellement le cas d'un matériau bidimensionnel : il a ainsi constaté que lorsque la dimension du moule est inférieure à 10 fois la dimension de la plus grosse particule, les mesures globales pour un matériau bidimensionnel sont affectées par les effets de bord. Ensuite il a déterminé, pour ce type de matériau, les dimensions du domaine à prendre en compte (3 à 8 fois les dimensions de la particule la plus grosse) pour que la mécanique des milieux continus puisse s'appliquer.

CAMBOU et Coll.. (26, 28, 30,...) partent aussi de l'affirmation qu'une modélisation complète du comportement des matériaux granulaires nécessite une caractérisation macroscopique de l'état microstructural. Ils ont développé une caractérisation statique qui consiste à définir le lien entre les variables macro-statiques (le tenseur des contraintes) et microstatiques (les forces de contact) afin d'en tirer un ensemble de variables internes, susceptibles de représenter macroscopiquement l'état du matériau granulaire.

Sur le plan expérimental FAUGERAS et GOURVES (58) ont effectué des essais au niveau des grains, et ont alors proposé dans ce cas une loi de répartition uniforme des forces intergranulaires.

En utilisant une méthode expérimentale originale pour la mesure des forces de contact, GOURVES et MEZGHANI (68), ont pu réaliser une approche

quantitative du passage entre le milieu discontinu et le milieu continu.

## 6.2 Contraintes en milieu granulaire

### 6.2.1 Généralités.

La notion de contrainte est définie en un point; elle est égale à la limite du rapport  $\frac{dF}{dS}$  lorsque l'élément de surface  $dS$  tend vers zéro (125,140). En tout point le champ local des contraintes est défini par un tenseur du second ordre appelé le tenseur de contrainte.

Cauchy a postulé une relation entre le vecteur contrainte  $\sigma(\vec{n})$  et la normale  $\vec{n}$  :

$$\sigma(\vec{n}) = \sigma_{ij} \cdot n_j \quad (i, j = 1, 2, 3).$$

La loi de la résultante cinétique nous donne alors des relations sous forme différentielle entre les composantes de la contrainte et les forces volumiques (140).

$$\sigma_{ij,j} + F_i = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

En réalité aucun milieu réel n'est continu. Cependant les discontinuités ont une dimension telle qu'à une échelle donnée, elles apparaissent comme négligeables. L'hypothèse de continuité permet une simplification importante et rend l'espace continu conforme aux exigences de l'analyse mathématique. Mais il va de soi que cette hypothèse ne correspond pas au milieu granulaire constitué d'un ensemble complexe de particules discrètes, de formes, de dimensions, et d'orientations diverses.

### 6.2.2 Contrainte macroscopique

Dans le cas d'un milieu discontinu, la notion de contrainte ne peut plus être développée de la même façon. Elle doit se traduire par d'autres concepts et ceci en tenant compte de la nature discrète. En effet la contrainte en un point d'un tel milieu ne peut être définie que

macroscopiquement.

Si on considère une surface macroscopique ds entourant un point, dans le cas d'un milieu biphasique, celle-ci entourera des parties vides et des parties solides.

Dans le cas où ce point appartient à une phase gazeuse, la contrainte réelle est nulle. Dans le cas contraire la contrainte réelle sera égale à la contrainte existant dans le grain en équilibre sous l'action de plusieurs forces.

Le processus d'homogénéisation consiste à chercher un matériau homogène équivalent qui doit se comporter, pour des phénomènes mesurés sur une grande échelle par rapport à la taille des hétérogénéités, de la même façon que le matériau hétérogène donné. Pour ce faire, il faudra prendre la surface ds suffisamment grande pour renfermer un très grand nombre de particules, de façon à ce que les discontinuités soient négligeables par rapport à la dimension de la plaque.

D'un point de vue déterministe, à un système de forces extérieures donné et à un matériau de poids propre donné, correspond un état de contrainte équivalent qui est celui de la mécanique des milieux continus. Dans une approche probabiliste, la contrainte macroscopique en un point est une variable aléatoire dont la valeur moyenne  $\bar{\sigma}$  est égale à la contrainte du milieu continu équivalent, (GOURVES et MEZGHANI; 68).

## II ECOULEMENT A TRAVERS UN ORIFICE

### INTRODUCTION

L'écoulement des milieux granulaires dans un silo est un phénomène très complexe. Il est établi que la maîtrise de ce phénomène passe par l'application d'un certain nombre de principes de base que nous allons passer en revue (dans cette partie). Il convient d'étudier le mécanisme et la forme de l'écoulement suivant la position de l'orifice, la nature de la paroi et la configuration de la trémie. Il s'agit également de chercher les paramètres qui conditionnent l'écoulement des produits en vrac. Ces paramètres peuvent être liés soit aux matériels, c'est-à-dire à la configuration et à la forme de la trémie (la dimension de l'orifice et son emplacement, les angles de l'inclinaison), soit à la liaison matériau-paroi (il s'agit notamment du frottement des grains à la paroi).

### 1. CARACTERISTIQUES PRINCIPALES DE LA MATIERE ENSILEE

Au cours de notre étude bibliographique, nous avons relevé un certain nombre de critères utilisés pour caractériser les milieux granulaires. (Onze ont été dénombrés).

#### 1.1. Caractéristiques mécaniques

##### 1.1.1. Angles de talus d'éboulement

Le produit en vrac est versé lentement et régulièrement d'une faible hauteur sur une plaque horizontale de manière à obtenir un tas de forme conique. L'angle de talus d'éboulement  $\beta$  est l'angle déterminé avec l'horizontale par la pente du tas conique (figure 1.4).

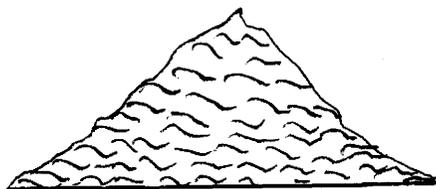


Figure 1.4



Figure 1.5

### 1.1.2 Angle de glissement

L'angle de glissement  $\alpha$ , est l'angle que forme l'horizontale avec le plan suivant lequel le produit commence à glisser (figure 1.5).

### 1.1.3 Angle de frottement interne

Lorsqu'un matériau granulaire s'écoule à travers un orifice, on constate à la fin de l'écoulement, la formation d'un cône dont la partie inférieure fait l'angle  $\varphi$  avec l'horizontal;  $\varphi$  est appelé angle de frottement interne. C'est un facteur dominant de l'écoulement. Il dépend de la forme et de l'état de surface des grains.

### 1.1.4 Angle de frottement parois-grain

Cet angle peut être déterminé à l'aide de l'appareil triaxial, et ceci en considérant une partie de l'échantillon comme matériau de paroi en donnant à celle-ci une forme inclinée à  $45^\circ$  afin que le cisaillement ait lieu sur cette face.

Il peut être également déterminé en utilisant l'appareil d'essais de cisaillement ou de boîte de CASAGRANDE. On mesure l'effort de cisaillement  $\tau$  qui est nécessaire pour déplacer la partie supérieure de la boîte de CASAGRANDE, par rapport à une surface plane faite du matériau de la paroi. Le matériau est placé à l'intérieur de la boîte, et on applique par le haut une contrainte normale  $\sigma$ .

Le tracé de l'effort de cisaillement en fonction de la contrainte normale dans un diagramme  $\tau$ - $\sigma$ , donne une courbe appelée lieu d'écoulement sur la paroi.

Dans le cas de parois métalliques, elle a l'allure d'une droite passant par l'origine du plan  $\tau - \sigma$ .

## 1.2 Caractéristiques physiques

### 1.2.1 Masse volumique en vrac d'un ensemble de grains

Soit  $M$ , la masse d'un ensemble bien déterminé de grains, contenu dans un volume unité.

$V_M$ , le volume qu'ils occupent (y compris l'air).

On appelle masse volumique en vrac d'un ensemble de grains le rapport de  $M$  à  $V_M$ .

### 1.2.2 Masse volumique apparente d'un grain

C'est le rapport de la masse du grain au volume total qu'il occupe en tenant compte des porosités internes et externes.

### 1.2.3 Masse volumique réelle d'un grain

C'est le rapport de la masse du grain ( $m$ ) au volume occupé par la matière qui le constitue.

### 1.2.4 Indice de compressibilité

L'indice de compressibilité est exprimé par le rapport  $\frac{\gamma_{V_1} - \gamma_{V_0}}{\gamma_{V_1}} = C_p$

\*  $C_p$

avec  $\gamma_{V_0}$  : masse volumique en vrac du produit non tassé

$\gamma_{V_1}$  : masse volumique en vrac du produit tassé.

### 1.2.5 Pouvoir de compressibilité

L'indice de compressibilité du produit tassé par simple vibration est égal à :

$$* Cp_1 = \frac{\gamma_{V_1}' - \gamma_{V_0}}{\gamma_{V_1}'}$$

avec  $\gamma_{V_1}'$  : masse volumique en vrac tassée par simple vibration.

L'indice de compressibilité du produit tassé par vibration plus une compression est égal à :

$$* Cp_2 = \frac{\gamma_{V_2} - \gamma_{V_0}}{\gamma_{V_2}}$$

On définit le pouvoir de compressibilité comme la différence entre  $* Cp_2$  et  $* Cp_1$

$$+ P_c = Cp_2 - Cp_1$$

Le pouvoir de compressibilité donne des indications sur l'écoulement du matériau. Généralement, plus un produit est compressible, plus il s'écoule difficilement.

### 1.2.6 La porosité (Indice de vide)

La porosité est exprimée par le rapport

$$n = \frac{\gamma_r - \gamma_v}{\gamma_r}$$

$\gamma_r$  : masse volumique réelle

$\gamma_v$  : masse volumique en vrac.

### 1.2.7 Taux d'humidité

Le taux d'humidité est défini comme le rapport de la masse d'eau à la masse du produit humide exprimé en pourcentage. On peut éventuellement l'exprimer par rapport à la masse du produit sec.

### 1.3 Analyse et conclusion

L'angle de talus peut être considéré comme l'angle de frottement interne.

L'angle de glissement  $\alpha$  et l'indice de compressibilité ne sont pas directement représentatifs des comportements des matériaux granulaires. En effet, l'angle de glissement  $\alpha$  n'est pas correctement mesurable pour beaucoup de matériaux et l'indice de compressibilité prend en compte d'autres paramètres (la granulométrie, la forme des grains...) et dépend énormément des conditions de l'essai. Par contre, le pouvoir de compressibilité est intéressant dans la mesure où il nous donne des indications sur l'écoulement du matériau.

En ce qui concerne l'angle de frottement parois-grains, c'est un facteur déterminant pour la caractérisation du comportement du matériau. En fait les parois du silo (comme nous le verrons par la suite) contribuent à l'équilibre de la matière. A la rupture de cet équilibre statique, la contrainte exercée à la paroi est oblique, et, par conséquent, elle admet une composante normale et une composante tangentielle à la paroi considérée : leur rapport correspond à l'angle de frottement parois-grain.

En résumé, nous pouvons dire que les critères les plus intéressants pour caractériser un produit avant ou lors de l'écoulement, sont les suivants :

(1) L'angle de frottement interne

(2) L'angle de frottement parois-grains

(3) Les masses volumiques, réelle, en vrac non tassé et en vrac tassé, ce qui permet d'obtenir la porosité,  $n$  du matériau en fonction de son état plus ou moins densifié par vibrations.

## 2 ANALYSE DES CONTRAINTES DANS UN SILO

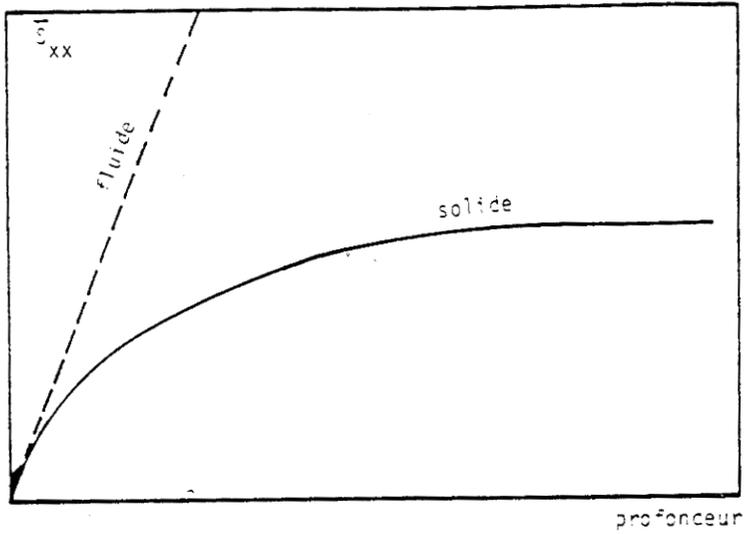


Figure 1.6 : Variation de la contrainte normale verticale exercée sur le fond en fonction de la profondeur

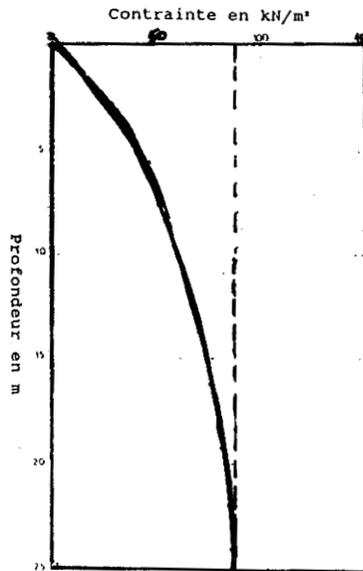


Figure 1.7

## 2.1 Présentation du problème

La détermination des efforts exercés par la matière ensilée a fait d'importants progrès au cours de ces dernières années, et pourtant il reste encore quelques obscurités sur ce sujet. Il faut bien noter que, dans ce domaine, les recherches théoriques et expérimentales se sont trouvées largement devancées par la pratique de la construction. En effet, plusieurs méthodes de calcul coexistent sans qu'aucune ne soit universellement admise. Les constructeurs étaient contraints à choisir une parmi toutes ces règles. Souvent ces dernières étaient mal adaptées au silo étudié, ce qui conduisait à des désordres et à des catastrophes plus ou moins graves. Le besoin s'est alors fait sentir de retracer à grands traits les principales étapes des acquisitions dans ce domaine et de proposer aux constructeurs une méthode de calcul des efforts assez générale. Les méthodes proposées actuellement ne sont pas encore très satisfaisantes, mais leurs applications faites avec discernement et en tenant compte de l'expérience acquise, permettent aux constructeurs de réaliser des ouvrages assurant toute la sécurité désirable.

## 2.2 Recherche concernant l'analyse des contraintes dans un silo

L'analyse des contraintes dans un silo à été étudiée par de nombreux chercheurs. Cependant les méthodes existantes sont de deux natures : empiriques ou phénoménologiques.

Nous résumons comme suit nos connaissances à ce sujet :

Les premiers constructeurs (1860) calculèrent les parois de silos comme si elles étaient sollicitées par un liquide de même densité que la matière ensilée (figure 1.6). La première étude expérimentale est celle de ROBERTS (133) en 1884, qui a observé que la contrainte verticale exercée sur le fond des silos n'augmente plus quand la hauteur de matière ensilée dépasse environ deux fois le diamètre inscrit du silo (figure 1.7). La première approche théorique sur les efforts a été établie en 1895 par JANSSEN (79).

Au cours des années 1894 et 1896, divers expérimentateurs en France, en Grande Bretagne et en Allemagne ont entrepris simultanément des essais

sur les produits en vrac afin d'avoir une idée de leur comportement; les plus connus de ces essais sont ceux de JANSSEN, et ceux de PRANTE qui mettent en évidence l'existence, après remplissage et stabilisation, de valeurs limites pour la poussée latérale et la charge sur le fond quand la hauteur continue à croître indéfiniment.

La considération de l'équilibre d'une tranche de matière comprise entre deux plans horizontaux très rapprochés conduit aux formules classiques de JANSSEN qui donnent les valeurs limites des contraintes s'exerçant sur les parois latérales des silos plans indéfinis ou circulaires.

Leur extension aux silos polygonaux est une simple approximation, car les cisaillements ne sont plus constants le long du contour, approximation d'autant moins valable que le nombre de côtés est moins élevé. Pour tirer un parti plus complet des expériences de JANSSEN, KOENEN a formulé une hypothèse sur les contraintes régnant à l'intérieur de la masse ensilée : il suppose que le rapport de la contrainte moyenne sur le plan horizontal à la composante horizontale de la poussée latérale au même niveau était égal au coefficient de poussée des massifs en équilibre limite. L'hypothèse de KOENEN a le mérite de conduire à une loi exponentielle inverse pour les poussées, et donc de rendre compte de l'existence d'une limite asymptotique.

En 1903 JAMIESON a entrepris un certain nombre de travaux dans son laboratoire au CANADA, il fut l'un des premiers à mesurer à la fois les deux contraintes normales verticale et horizontale.

WALKER (154) a repris l'étude faite par JANSSEN, qui est basée sur l'hypothèse de la constance du rapport de la pression horizontale sur la pression verticale, et accorde la variation de la contrainte verticale avec la position horizontale. Pour WALKER, la contrainte verticale sur un élément horizontal de matière ensilée, tend initialement vers la contrainte principale majeure, qui provoque dans l'élément une déformation continue.

WALTERS (82/154), utilise la théorie de WALKER et l'étend systématiquement pour le calcul du champ de contrainte dynamique au cours de la vidange. Pour WALTERS, la juxtaposition de l'état statique à l'état dynamique à un certain niveau du silo permet de mettre en évidence une surpression appelée pic de contraintes "Switch Stress".

Plus récemment JENIKE, JOHANSON et CARSON (81, 82, 83) se sont intéressés à ce problème, et ont établi une théorie beaucoup plus générale qui consiste à considérer trois états de contraintes possibles dans un silo, état de remplissage, état de vidange et état de suppression de contrainte.

Les travaux entrepris aujourd'hui sont facilités par l'assistance de méthodes de calcul par éléments finis autorisant le développement de lois de comportement non linéaires de type élasto-plastique ou élasto-visco plastique répondant aux grandes déformations de la matière.

Sans négliger l'étude expérimentale (en vraie grandeur ou sur modèle réduit, beaucoup de chercheurs (11, 23, 25, 44, 124, 134) se sont orientés vers la mise en oeuvre d'un modèle de loi de comportement capable de rendre compte simultanément des états de contrainte et du champ de vitesse correspondant en fonction de la durée de la vidange.

## 2.3 Approches du problème

### 2.3.1 Approches empiriques

Pour de telles approches, les procédés sont basés en grande partie sur l'expérience, l'exploitation de mesures expérimentales et l'intuition qui joue souvent un rôle important. Dans ce cadre, certains auteurs considèrent que certains matériaux quand ils sont ensilés en vrac se comportent comme un liquide et ont tendance à fuser, que d'autres ont un comportement du type fluide visqueux et ont, de ce fait, une très bonne stabilité à l'écoulement. Ces matériaux ne posent généralement aucun problème lorsqu'il s'agit d'en effectuer le dosage. D'autres enfin sont de type fluide très visqueux, état qui peut aller jusqu'au type solide. Ce phénomène a pour effet de perturber l'écoulement en silo par la création de voûte ou de cheminées.

Ces modélisations de l'écoulement du produit en vrac, ont l'avantage d'être simples et faciles à appliquer. Par contre elles ont l'inconvénient majeur de ne pas être générales. En effet ces procédés de calculs ne sont applicable que pour les milieux granulaires et les silos étudiés lors de ces analyses.

Tous les travaux effectués jusqu'à présent dans ce domaine par cette approche, ont fourni des données pour le dimensionnement des silos. Les résultats obtenus restent néanmoins très insuffisants.

### 2.3.2 Approches phénoménologiques

Ce type d'approche est restreint aux propriétés macroscopiques qui apparaissent lors de l'expérience; par conséquent, les équations utilisées dans cette théorie ne relient que des grandeurs mesurables.

Dans le cas général la méthode consiste à étudier les phénomènes mécaniques et physiques au sein du matériau granulaire durant la vidange du silo.

Deux types de relations peuvent être développés :

Soit des relations entre les phénomènes physiques dûs à la rhéologie du système. Elles font intervenir le poids spécifique du matériau et tous les paramètres de forme du silo (hauteur de surcharge, profondeur de la trémie, rayon hydraulique, demi-angle au sommet de la trémie).

Soit des relations entre les phénomènes dûs aux propriétés mécaniques des matériaux. Elles font intervenir l'angle de frottement interne du matériau et l'angle de frottement le long de la paroi du silo (37, 48, 63, 99, 142).

#### 2.4 Principe de cette analyse

L'analyse des contraintes est faite suivant une théorie phénoménologique en se basant sur les hypothèses suivantes :

(I) la matière est dans un état de rupture décrit par le cercle de Mohr- Coulomb.

(II) le matériau est considéré sans cohésion, isotrope et homogène.

(III) les directions principales majeure et mineure, sont dans un plan vertical perpendiculaire aux deux parois du silo sur lesquelles les contraintes sont à déterminer.

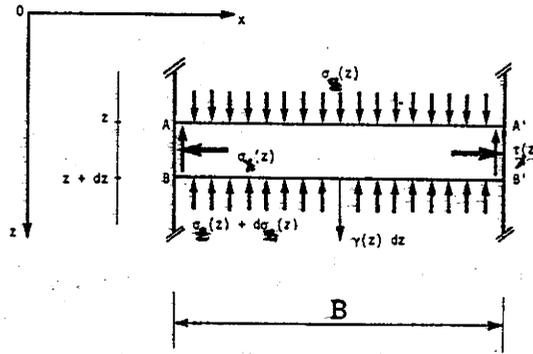
(IV) l'angle de frottement interne et l'angle de frottement sur la paroi sont constants.

Le déroulement de cette étude se fait souvent en deux grandes étapes :

- Etude de l'état des contraintes à l'équilibre à l'aide de la représentation de MOHR.

- Etude du bilan des forces agissant sur le matériau et permettant ainsi de déterminer les champs de contrainte.

## 2.5. Analyse de JANSSEN



Représentation d'une tranche et des efforts qui s'y exercent.

Figure 1.8

JANSSEN étudie l'équilibre d'une couche horizontale de matière ensilée, d'épaisseur  $dz$  soumise aux charges verticales et horizontales indiquées (figure 1.8).

### 2.5.1 Cas où la surface libre est non chargée

Soit  $S$  l'aire de la section transversale du silo, et  $P$  le périmètre du silo.

Si on considère le bilan des forces dans la direction  $z$  :

$$S \sigma_z + \gamma S dz - \tau P dz - (\sigma_z + d \sigma_z) S = 0$$

$\sigma_z$  : contrainte verticale sur une section située à la cote  $z$

$\sigma_x$  : contrainte horizontale sur une section située à la cote  $z$

$\gamma$  : poids volumique de la couche à la profondeur  $z$

$\psi$  : angle de frottement interne

$\phi$  : angle de frottement paroi-grain

$\tau$  : contrainte de cisaillement créée par la pression latérale  $\sigma_x$  du fait du placement de l'élément sous l'influence des couches supérieures.

JANSSEN suppose que  $\sigma_x$  et  $\sigma_z$  sont des contraintes principales qui ne dépendent que de  $z$ , et que le rapport  $k$  de la contrainte horizontale à la contrainte verticale est constant.  $k = \frac{\sigma_x}{\sigma_z}$

En utilisant le cercle de MOHR de contrainte  $K : K = \frac{1 - \sin \psi}{1 + \sin \psi}$  (II)  
 $\tau$  et  $\sigma_x$  sont reliés par la formule

$$\tau = \sigma_x \operatorname{tg} \phi = \sigma_z \operatorname{tg} \phi \quad (\text{III})$$

En utilisant les équations (II) et (III), l'équation (I), s'écrit

$$\frac{d \sigma_z}{dz} + \frac{k \operatorname{tg} \phi}{R_h} \sigma_z = \gamma ; \quad R_h = \frac{S}{\rho} : \text{rayon hydraulique.}$$

La résolution de cette équation différentielle donne :

$$\sigma_z = \frac{\gamma R_h}{k \operatorname{tg} \phi} \left( 1 - \exp\left\{ \frac{-k \operatorname{tg} \phi}{R_h} z \right\} \right)$$

$$\sigma_x = K \sigma_z$$

$$\tau = K \operatorname{tg} \phi \sigma_z$$

### 2.5.2 Cas où la surface libre est chargée ( $Q$ charge totale).

Si on considère l'équation d'une tranche dans le cas général alors on a :

$$S \sigma_z + \gamma S(z) dz - P dz = (\sigma_z + d \sigma_z) S(z)$$

soit :

$$\frac{d \sigma_z(z)}{dz} + \frac{k \operatorname{tg} \phi(z)}{R_h} \sigma_z = \gamma(z) ; \quad (\text{I})$$

(I) est une équation différentielle linéaire dont la solution générale est de la forme :

$$\sigma_z(z) = A_0 \exp\left[-\int_0^z F(t) dt\right] \left[ \int_0^z \frac{\gamma(u) \exp\left\{ \int_0^u F(t) dt \right\}}{R_h(t)} du \right]$$

$$\exp\left\{ \int_0^z \frac{k(t) \operatorname{tg} \phi(t)}{R_h(t)} dt \right\} \quad \text{facteur intégrant}$$

$$F(z) = \frac{k(z) \operatorname{tg} \phi(z)}{R_h(z)}$$

A. se détermine par passage à la limite; si on suppose que  $\gamma \operatorname{tg} \phi$ ,  $R_h$  et  $K$  sont constants et que l'on prend une tranche de largeur  $B$  et d'épaisseur unité alors

La solution de (I) est de la forme.

$$\sigma_z(z) = A_0 \exp\left\{ -\frac{K \operatorname{tg} \phi}{R_h} z \right\} + \frac{\gamma R_h}{K \operatorname{tg} \phi} \left[ 1 - \exp\left\{ -\frac{K \operatorname{tg} \phi}{R_h} z \right\} \right]$$

Pour  $z = 0$  nous avons:  $\sigma_z(0) = A_0 \Rightarrow A_0 = \frac{Q}{S}$   
d'où :

$$\sigma(z) = \frac{Q}{S} \exp\left\{ -\frac{K \operatorname{tg} \phi}{R_h} z \right\} + \frac{\gamma R_h}{K \operatorname{tg} \phi} \left[ 1 - \exp\left\{ -\frac{K \operatorname{tg} \phi}{R_h} z \right\} \right]$$

## 2.6 Analyse de JAKY

Pour JAKY (78) sur le même massif on doit utiliser deux théories différentes, et cela dépend

de la hauteur  $Z_0$  :

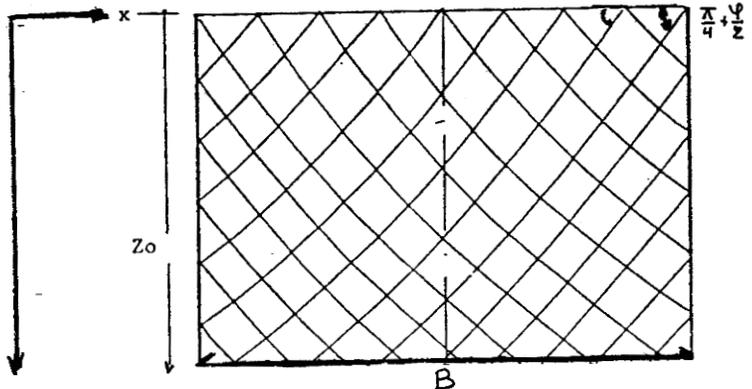


Figure 1.9: Réseau des lignes caractéristiques dans la partie supérieure d'un silo au remplissage (d'après JAKY).

pour  $z > z_0$  il utilise la même équation que JANSSEN, par contre, il applique la théorie de la poussée des terres au repos sur la hauteur  $z_0$ , en assimilant les lignes de glissement à des spirales logarithmiques.

## 2.7 Analyse de WALKER

WALKER (91, 94) accorde la variation de la contrainte verticale avec la position horizontale, il a introduit un facteur de distribution de cette contrainte verticale "D", et considère que la contrainte moyenne verticale sur la couche est liée à la contrainte verticale à la paroi par la relation suivante :  $\sigma_z = D \bar{\sigma}_z$

$\bar{\sigma}_z$  : contrainte verticale moyenne sur la couche

La contrainte de cisaillement est liée à la contrainte verticale au niveau de la paroi par

$$\tau = \theta \sigma_z \quad \text{avec } \theta = \frac{\sin 2\varepsilon \cdot \sin \phi}{1 - \cos 2\varepsilon \sin \phi}$$

où  $\varepsilon$  est l'angle de la direction de la contrainte principale majeure par rapport à la normale à la paroi.

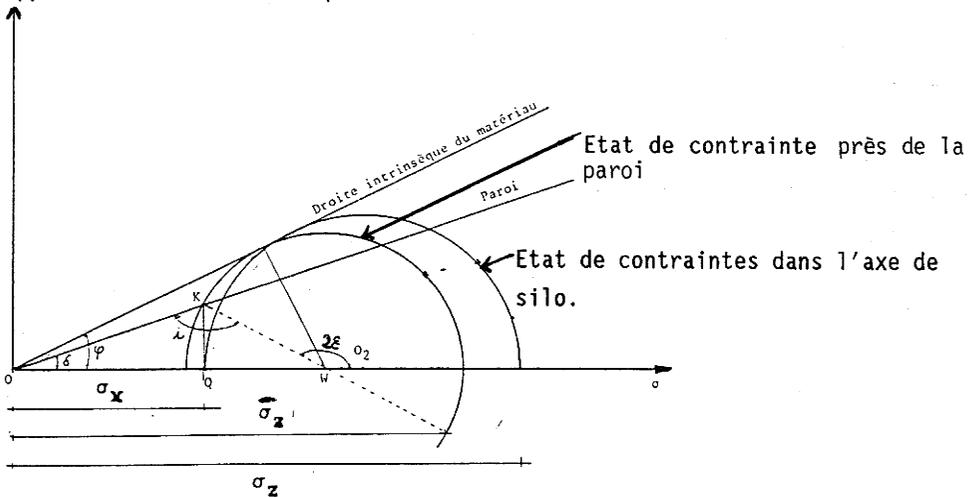


Figure 1.10

Les équations de JANSSEN deviennent :

$$\sigma_z = \frac{\gamma R_h}{B.D} [1 - \exp\{-\frac{B.D}{R_h} Z\}]$$

$$\sigma_x = \frac{B.D}{\text{tg } \phi} \sigma_z$$

$$\tau = B.D. \sigma_z$$

### 2.8 Analyse de JENIKE et WALTERS

Dans cette partie nous allons étudier trois cas :

- (I) cas d'un silo,
- (II) cas d'une trémie,
- (III) cas d'un silo muni d'une trémie.

Notons que cette théorie est très intéressante pour notre étude, dans la mesure où l'on peut différencier silo et trémie au niveau du calcul.

Avant d'aborder l'étude proprement dite, nous allons rappeler les relations définies par JENIKE et WALTERS, et qui sont à la base des équations que nous allons démontrer.

Dans le cas d'un silo sans trémie, WALKER a démontré que

$$\tau = B \sigma_z \text{ (paroi) (I) et } \sigma_z \text{ (paroi) } = D \sigma_z \text{ (II)}$$

$$\text{soit : } \tau = B D \sigma_z$$

$$\text{avec } B = \frac{\sin 2 \epsilon - \sin \phi}{1 - \cos 2 \epsilon \sin \phi} ; 2. \epsilon = \frac{\pi}{2} + K S \arccos\left(\frac{\sin \phi}{\sin \psi}\right)$$

pour l'étude statique  $K S = 1$

et pour l'étude dynamique  $K S = -1$

et avec

$$D = \frac{\cos \phi (1 + \sin^2 \psi) + 2 K S . V \sin^2 \psi - \sin^2 \phi}{\cos \phi (1 + \sin^2 \psi) + K S Y \sin^2 \psi}$$

$$\text{ou : } Y_1 = \frac{2}{3 C_A} [1 - (1 - C_A)^2]$$

et

$$C_A = (\operatorname{tg} \phi / \operatorname{tg} \phi)^2$$

Dans le cas d'une trémie, WALTERS et JENIKE (82, 154) ont montré que :

$$\tau = E \sigma_z \text{ (paroi)} = E.G \bar{\sigma}_z \quad \text{(III)}$$

$$\lambda = H . \sigma_z \text{ (paroi)} = H G \bar{\sigma}_z \quad \text{(IV)}$$

$$\lambda - \sigma_{np} \operatorname{tg} \alpha = G [E + \operatorname{tg} \alpha] \bar{\sigma}_z \quad \text{(V)}$$

avec :  $\tau$  : contrainte de cisaillement normale à  $\sigma_x$

$\lambda$  : contrainte de cisaillement tangente à la paroi (normale à np)

$\sigma_{np}$  : contrainte normale à la paroi

$\alpha$  : angle de frottement parois de trémie-grains

et  $\alpha$  : demi-angle au sommet de la trémie.

$$E = \frac{\sin \psi . \sin (2 \varepsilon + 2 \alpha)}{1 - \sin \psi . \cos (2 \varepsilon + 2 \alpha)} ; H = \frac{\sin \psi . \sin 2 \varepsilon}{1 - \sin \psi . \cos (2 \varepsilon + 2 \alpha)}$$

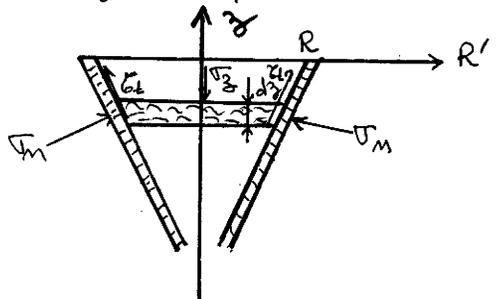
$$G = \frac{\cos n . (1 - \sin^2 \psi) + 2 K S V \sin^2 \psi - \sin^2 n}{\cos n [(1 + \sin \psi) + K S . \frac{1}{2} \sin \psi]}$$

$$Y_2 = \frac{2}{3 . c_2} [1 - (1 - c_2)^2] \quad c_2 = (\operatorname{tg} n / \operatorname{tg} \psi)^2$$

### 2.8.1 Etude dans un silo sans trémie

Dans ce cas on utilise la théorie de WALKER en différenciant les états de contraintes, au remplissage et à la vidange. Les équations sont les mêmes que celles de WALKER.

### 2.8.2 Etude dans une trémie



A l'équilibre on a :

$$\gamma \cdot S dz = S d\bar{\sigma}_z + \tau ds + \sigma_n ds \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

$$\text{d'où} \quad \frac{d\bar{\sigma}_z}{dz} - \frac{1}{S} \frac{ds}{dz} \sigma_z + \frac{P}{S} (\tau + \sigma_n \operatorname{tg} \alpha) = \gamma$$

Or

$$S = (R_0 - z \operatorname{tg} \alpha)^2 \pi$$

$$\text{d'où} \quad P = 2 \pi \cdot (R_0 - z \operatorname{tg} \alpha)$$

$$\frac{1}{S} \frac{ds}{dz} = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{(R_0 - z \operatorname{tg} \alpha)}$$

$$R_h = \frac{P}{S} = \frac{2 \pi \cdot (R_0 - z \operatorname{tg} \alpha)}{\pi \cdot (R_0 - z \operatorname{tg} \alpha)^2} = \frac{2}{(R_0 - z \operatorname{tg} \alpha)}$$

et par conséquent :

$$\frac{d\bar{\sigma}_z}{dz} = \gamma + \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{(R_0 - z \operatorname{tg} \alpha)} \bar{\sigma}_z - \frac{2}{(R_0 - z \operatorname{tg} \alpha)} (\tau + \sigma_n \operatorname{tg} \alpha)$$

Or,  $\sigma_z = G \bar{\sigma}_z$  ; l'expression (V) implique

$$\tau = n \operatorname{tg} \alpha = G(E + \operatorname{tg} \alpha) \bar{\sigma}_z$$

$$\frac{d\bar{\sigma}_z}{dz} = \gamma - \frac{2[E \operatorname{tg} \alpha + (G-1)]}{(R_0 - \operatorname{tg} \alpha)} \bar{\sigma}_z$$

La solution de cette équation est de la forme

$$\bar{\sigma}_z = \frac{\gamma (R_0 - z \operatorname{tg} \alpha)}{F - \operatorname{tg} \alpha} \cdot \left( 1 - \frac{(R_0 - z \operatorname{tg} \alpha)}{R_0} \right)^{\frac{F}{\operatorname{tg} \alpha} - 1}$$

avec  $F = 2 (EG + \operatorname{tg} \alpha (G-1))$

d'autre part, d'après le critère de COULOMB on a :

$$\sigma_n = \sigma_x \operatorname{tg} \phi$$

alors

$$\sigma_x = \frac{HG}{\operatorname{tg} \phi} \bar{\sigma}_z \text{ puisque } \lambda = HG \bar{\sigma}_z$$

### 2.8.3 Etude dans un silo muni d'une trémie

Le bilan des forces à l'équilibre est identique au cas précédent seules les conditions initiales sont modifiées.

Dans le silo

Condition initiale : en  $z = 0$  on a  $\sigma_z = 0$  ;

$$\text{alors : } \sigma_z = \frac{\gamma R_h}{B.D} [1 - \exp(-\frac{B.D}{R_h} z)]$$

$$\sigma_x = \frac{\gamma R_h}{\operatorname{tg} \phi} [1 - \exp(-\frac{B.D}{R_h} z)]$$

Dans la trémie :

Condition initiale :  $\sigma_z = \bar{\sigma}_z$  initiale

alors :

$$\sigma_z = \frac{\gamma (R_0 - z \operatorname{tg} \alpha)}{F - \operatorname{tg} \alpha} \cdot \left( 1 - \frac{(R_0 - z \operatorname{tg} \alpha)}{R_0} \right)^{\frac{F}{\operatorname{tg} \alpha} - 1} + \bar{\sigma}_z \text{init} \left( \frac{(R_0 - z \operatorname{tg} \alpha)}{R_0} \right)^{\frac{F}{\operatorname{tg} \alpha}}$$

et

$$\sigma_x = \frac{H G}{\operatorname{tg} \phi} \bar{\sigma}_z$$

#### 2.8.4 Conclusions

Les méthodes théoriques de détermination des efforts possèdent souvent le même fondement physique. Elles ne répondent pas tout à fait aux problèmes que nous avons évoqués au début. Toutes ces méthodes que nous avons exposées sont établies pour des silos qui présentent un axe privilégié (l'état de contraintes est essentiellement fonction de la position sur cet axe). L'extension des résultats obtenues aux silos excentrés se fait habituellement par application d'un coefficient numérique déterminé par des considérations géométriques (90, 128).

Durant la phase statique (remplissage), la distribution des directions de contraintes principales majeures est presque verticale (figure 1.11) donnant ainsi l'état actif. A l'écoulement la contrainte principale tend à devenir horizontale, ce qui conduit à l'état passif de contrainte (figure 1.12). Le début de la vidange correspond à un effet dynamique provenant de la brusque perturbation de l'équilibre de la masse ensilée. Cette phase transitoire, nommée "SWITCH" (81, 82, 84), est accompagnée d'une surpression sur les parois qu'on désigne par "SWITCH STRESSES", c'est-à-dire pic de contrainte. Pour JENIKE, cet état coïncide avec le passage de l'état actif à l'état passif (90). L'effet "SWITCH" se renouvelle chaque fois qu'il y a effet de voûte ou arrêt de l'écoulement, il est d'autant plus important que le matériau est compressible. Cet état de transition peut être schématisé par les lignes de directions principales de la figure 1.13. Cette théorie développée par WALTERS est intéressante. En effet la consolidation est une fonction des contraintes principales. Or il apparaît qu'une variation brutale de direction principale majeure provoque des concentrations de contraintes le long de la paroi de la trémie. Le point d'application de ces concentrations de contraintes se déplace du bas vers le haut le long de la paroi de la trémie et s'immobilise à la jonction entre la trémie et le silo lorsque le régime d'écoulement est établi (figure 1.14). Le mouvement transitoire du switch varie rapidement, et il est très difficile

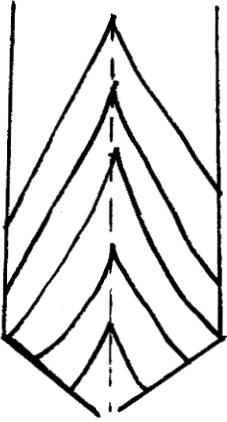


Figure 1.11

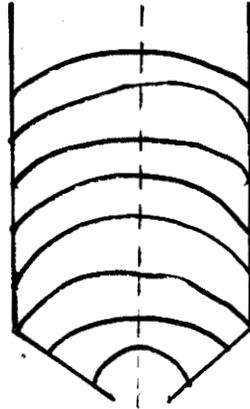
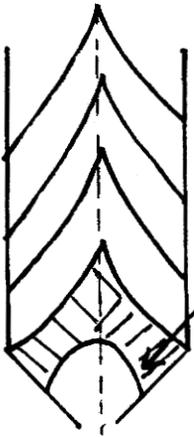


Figure 1.12



Zone de transition  
entre l'état actif  
et l'état passif  
"SWITCH"

Figure 1.13



Concentration  
de contrainte

Figure 1.14

de le détecter, sur modèle réduit ou en vraie grandeur, par simple mesure de pression. Notons que l'existence ou non de ce phénomène n'est pas confirmée actuellement dans la mesure où très peu de résultats sont publiés à ce sujet. Les chercheurs qui se sont penchés sur ce phénomène (90, 154), considèrent que la juxtaposition de l'état de remplissage à l'état de vidange à une certaine hauteur du silo provoque un saut de contrainte lié à cette discontinuité de comportement. Pour les matériaux dont l'angle de frottement interne est important, ce pic peut être très élevé (figure 1.15). Nous remarquons

que ces aspects dynamiques ne sont pris en compte par aucune méthode sauf, partiellement, dans le modèle de JENIKE et WALTERS.

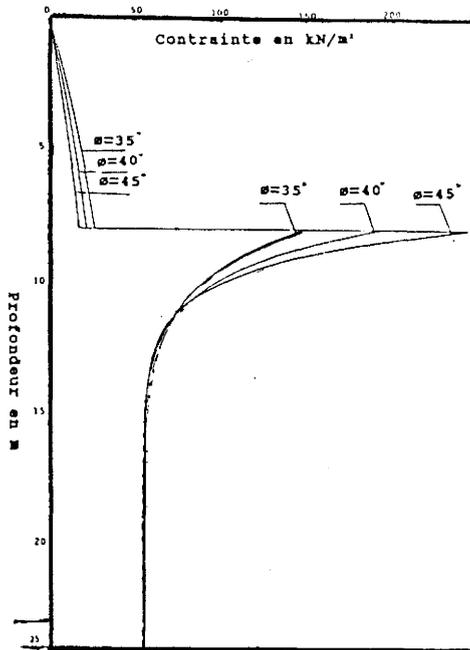


Figure 1.15

évolution du switch de contrainte calculé par la méthode de WALTERS en fonction du frottement interne. Silo cylindrique à parois rugueuses.

Par contre, la comparaison des différentes méthodes montre qu'elles admettent, à l'infini, la même valeur asymptotique.

### 3 EXPERIMENTATIONS SUR MODELES

Il est clair que, si satisfaisants que soient sur le plan théorique les résultats obtenus, ils ne peuvent suffire pour rendre un compte exact de la complexité des phénomènes qui prennent naissance dans un silo.

Aussi les constructeurs se sont-ils souciés, de bonne heure, de vérifier par des expériences la validité des résultats théoriques. Ces derniers ne s'étendent en effet aux formes usuelles de cellules que moyennant des extrapolations contestables. De plus, les propriétés de la matière ensilée ne sont pas passibles d'une définition simple et ne sont pas caractérisées

par des invariants. Les caractéristiques mécaniques introduites varient dans l'espace et dans le temps. Le comportement de la matière, comme nous l'avons signalé dans la première partie, dépend même de la façon dont les grains ont été mis en contact les uns avec les autres.

### 3.1 EFFETS DE PAROIS

Plusieurs laboratoires de recherches se sont penchés sur ces problèmes. Au travers d'expériences reproduisant partiellement les conditions industrielles, certains auteurs (130,131,151) ont tenté, d'analyser les différentes situations, en créant des modèles approchant le plus possible la réalité en vue d'échafauder des théories de plus en plus fines.

La plupart des recherches ultérieures ont porté sur la détermination expérimentale de la charge totale exercée sur le fond des silos.

A partir de ces résultats, les auteurs déduisent la charge supportée par la paroi puis, par dérivation, la contrainte exercée sur cette dernière. De nombreuses études ont montré que les pressions sur les parois varient avec le temps et que les sollicitations exercées sur elles dépendent de la forme du fond et du mode d'écoulement à la vidange. Il a été très facile de constater que la distribution des efforts varie énormément qu'il s'agisse de matériaux compressibles ou de matériaux dilatants (82, 130, 131). Ces constatations expérimentales mettent en évidence l'influence déterminante du comportement rhéologique des matériaux en vrac dans la détermination des efforts à considérer pour le \*dimensionnement d'un silo.

Peu de chercheurs (81, 131) ont mesuré à la fois les contraintes normales horizontale et verticale. Les premiers essais ont été effectués par JAMIESON en 1903 (41) à l'aide de diaphragmes à eau ou à mercure. Ce dernier consiste en une membrane de caoutchouc très sensible à toute déformation. Le tableau 1.1 présente tous les essais effectués dans des silos, de tailles et de formes différentes, sur le blé. Il regroupe les valeurs limites des deux contraintes normales et le rapport correspondant.

En fait, la détermination de ce rapport a fait l'objet de plusieurs

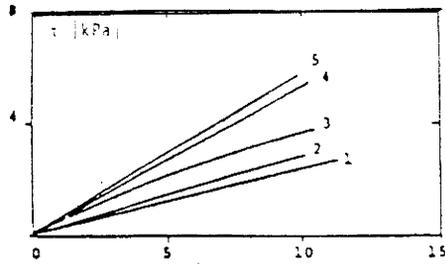


Figure 1.16 : Variation de l'angle de frottement à la paroi avec la rugosité.

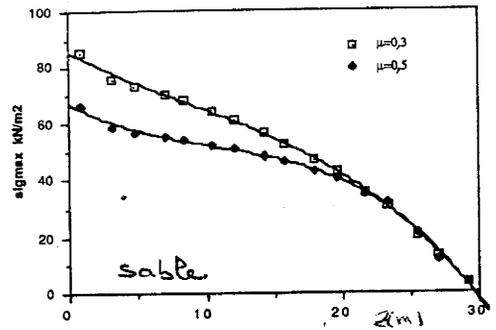
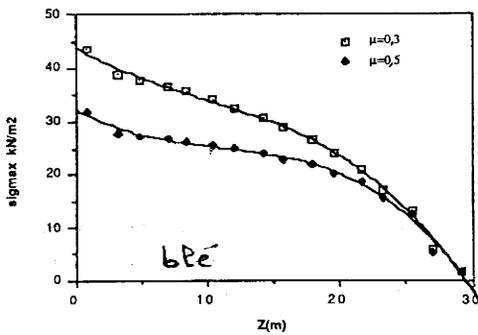


Figure 1.17 : Contrainte horizontale-profondeur, pour différent coefficients de frottement en paroi.

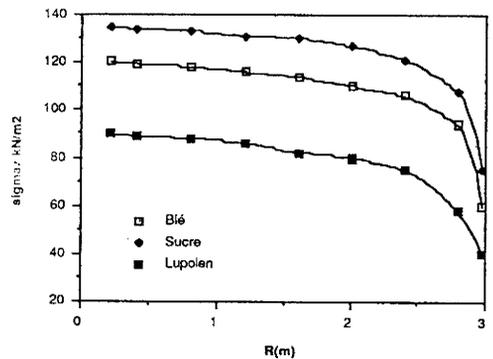
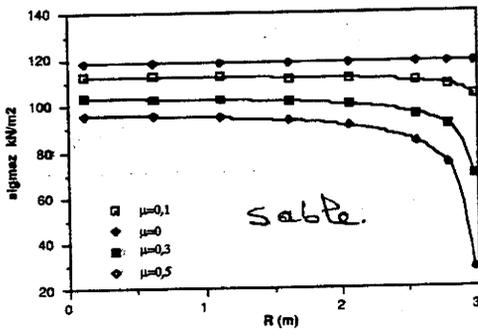


Figure 1.18 : Distribution de la contrainte verticale sur le fond.

$\phi^{18}$	$\sigma_v$	$\sigma_h$	$k^v$	$\text{tg } \phi$
blé	72.36	43.83	0.606	0.35
mais	73.92	33.08	0.448	0.25
haricot	81.35	13.70	0.168	0.27
ciment	142.2	56.95	0.4	0.55
sable	134.4	45.78	0.34	0.48
gravier	136.8	36.10	0.264	0.45

TABLEAU 1.1

	$\sigma_v$	$\sigma_h$	$k^v$
 blé acier	8.75	5.25	0.6
 blé acier	11.75	7.12	0.606
 blé bois	4.71	2.88	0.611
 blé bois	9.23	5.58	0.605
 blé acier	11.63	6.94	0.597
 blé bois lisse	9.75	5.88	0.603

TABLEAU 1.2

référence	Surface du matériau	Rugosité( m)
1	acier inoxydable 304-2B (3mm)	0,1-0,5
2	acier inoxydable 304-2B (5mm)	0,1-0,5
3	acier inoxydable 201-1/4(hard)	0,1-1,1
4	acier inoxydable thyssen SetD	1,5-2,8
5	acier inoxydable 3CR-12	1,9-3,2

TABLEAU 1.3

études théoriques et expérimentales du fait de son importance. Comme nous l'avons vu, la théorie de JANSSEN est basée sur la constance de ce rapport. A ce sujet, si nous comparons les valeurs trouvées par GAUGHEY, TOOLES et SCHEIR (41), tableau 1.2, et celles de JAMIESON, nous pouvons dire que ce rapport ne dépend ni de l'état de surface de la paroi, ni de la forme du silo, mais varie avec la nature du solide (tableau 1.2). Donc ce rapport peut être interprété comme propriété du solide, indépendante du silo et donc indépendante du coefficient de frottement à la paroi.

OOMS et ROBERTS (41) ont étudié, à l'aide d'une cellule de cisaillement, l'influence de la rugosité de la surface sur le frottement des grains sur les parois. Ces essais ont été effectués avec cinq types d'acier inoxydable (tableau 1.3), en vue d'établir une relation entre la rugosité de la surface et le frottement à la paroi, le matériau utilisé était le charbon brut. La figure 1.16 montre la linéarité de la relation qui ne fait intervenir que le coefficient de frottement ( $\text{tg } \psi$ ) paroi-grain.

D'autres études (41, 93) ont été réalisées avec du sucre et du blé, dans un silo de diamètre six mètres et de hauteur trente mètres. REMESCH et All ont constaté que l'influence du frottement en paroi dans le cas d'une cellule très élancée est nettement plus importante que dans un silo relativement large (figure 1.17), et ceci s'explique par le fait que pour un silo de très grande hauteur, une plus grande partie du poids du matériau est reprise par les parois et donc non transmise au fond. Le tableau 1.4 montre que lorsque la rugosité de la paroi augmente, la pression verticale sur le fond diminue.

$\text{tg } \phi$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$\sigma_z$	90,2	79,2	70,6	65,6	58,9
$\phi$	9,8	20,8	20,8	34,3	41,1

Tableau 1.4 (selon REMESCH et All.)

La figure 1.18 montre cette influence du frottement en paroi sur la distribution de la contrainte verticale. La courbe (figure 1.19) montre que l'augmentation de l'angle de frottement en paroi fait diminuer la contrainte verticale au niveau de celle-ci.

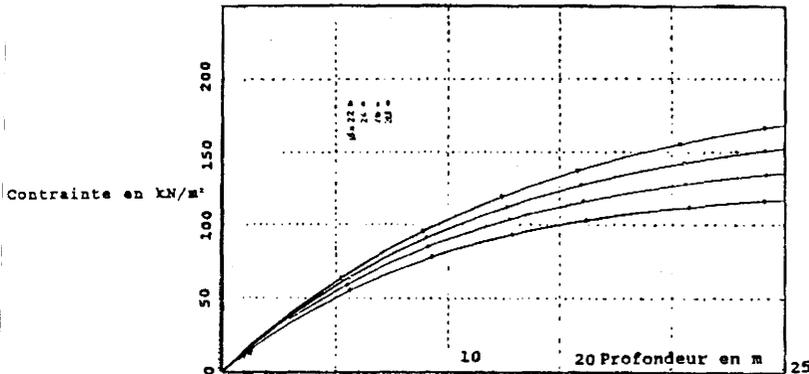


Figure 1.19 : contrainte horizontale en fonction de la profondeur (méthode de WALTERS).

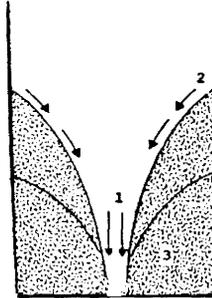
### 3.2 ÉCOULEMENT A TRAVERS UN ORIFICE

Deux types de modèles sont utilisés : \*bidimensionnel et tridimensionnel. Ce dernier donne une information plus globale que le premier. En effet, lors du remplissage on utilise des boules marquées en des points de coordonnées connues. A la vidange, l'ordre d'apparition des boules livre une information qualitative sur le mode d'écoulement du milieu.

PERRY et HADLEY (94) ont utilisé au sein du massif, un radio-pill ; celui-ci est un petit capteur autonome, utilisé normalement en gastro-entérologie pour la mesure des paramètres physiologiques du malade. Au cours de la vidange, ce capteur émet des signaux engendrés par la variation d'inductance d'un circuit oscillant qui sont captés ensuite par un dispositif électronique placé à l'extérieur du silo. Ainsi, il donne une indication sur les variations locales des vitesses et des contraintes.

KHELIL (90) a réalisé des expériences à l'aide de couches horizontales de grains de blé colorés en bleu de méthylène, régulièrement disposées sur toute la hauteur d'un modèle réduit à section carré.

Dès le début de la vidange, des photos ont été prises (photos 1, 2, 3, 4). Le déplacement d'un ensemble des grains colorés dans les couches matérialisées, montre qu'il y a peu de déplacement relatif entre les grains. Ainsi ils s'écoulent comme s'ils étaient enchevêtrés, engendrant un écoulement en bloc.



Schématisation des différentes régions d'écoulement dans la partie basse du modèle réduit.

Par ailleurs l'auteur a constaté que les couches ne s'incurvent qu'à partir de la cote  $Z = 35$  cm repérée à partir de la base du modèle et l'écoulement s'effectue par une cheminée centrale. Pour bien comprendre le mouvement de la matière ensilée, l'auteur a analysé surtout la partie basse du silo modèle à l'aide de plusieurs photos. Ainsi, la photo cinq montre la formation du cône de vidange à la partie supérieure. La photo six, montre la cheminée d'écoulement.

Outre la technique du marquage, il existe d'autres moyens de mesures de déplacement des particules, par exemple, les mesures au rayons x (94), si l'écoulement est intermittent. Dans la masse pulvérulente est noyé un réseau régulier de billes de plomb dont on observe les déplacements par radiographie x.

La stéréophotogrammétrie est aussi utilisée pour la mesure des déplacements, et grâce à un stéréocomparateur, les vues sont dépouillées. En effet, l'écoulement est continu, le déplacement d'un point est proportionnel à sa profondeur fictive par rapport au plan frontal de l'image.

KAMGUEU (94), a réalisé de nombreuses expériences, avec le sable, dans un modèle bidimensionnel de dimensions :

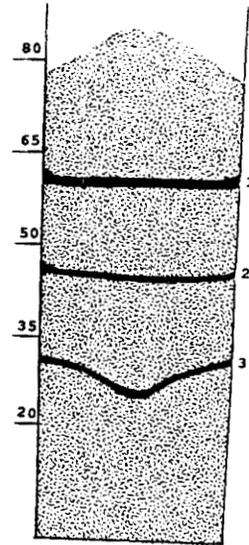
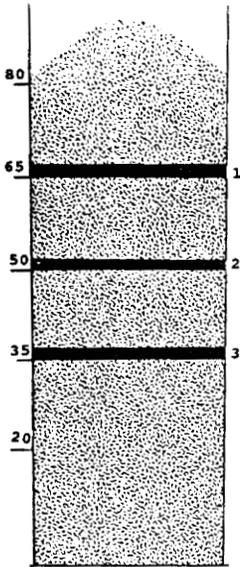


Photo 1 : Silo avant ouverture de l'orifice de vidange, avec 3 couches de grains de blé colorés.

Photo 2 : 15 s après l'ouverture : Amorce de la cheminée d'écoulement.

Selon KHELIL

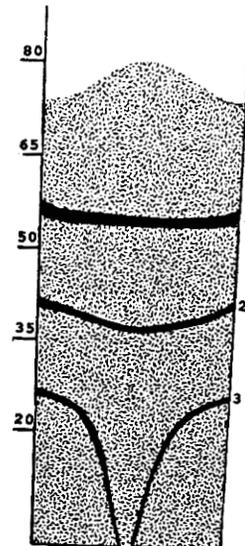
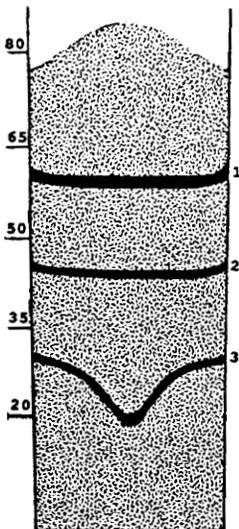


Photo 3 : 18 s après l'ouverture.

Photo 4 : 27 s après l'ouverture globalement l'écoulement s'effectue en semi-masse

partie basse du silo

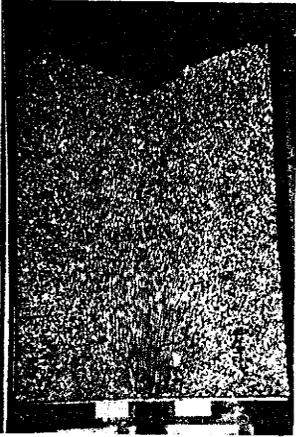


Photo 5

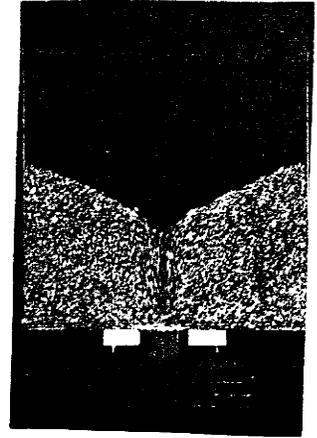


Photo 6

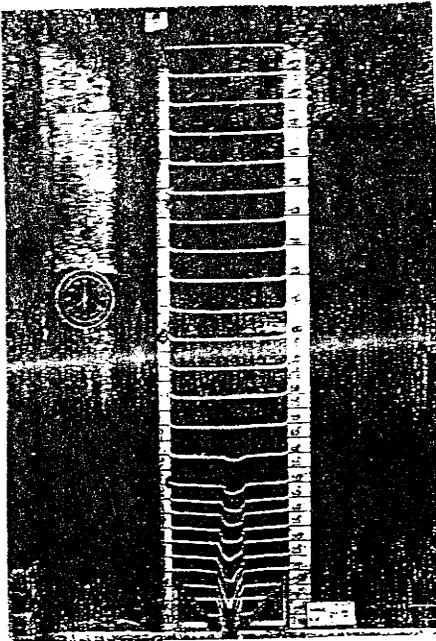
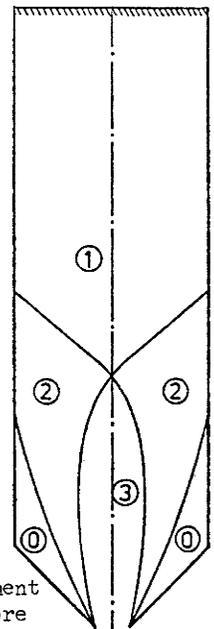


Photo 7



- 0 : Zone morte
- 1 : Zone rigide
- 2 : Zone de cisailement
- 3 : Zone de chute libre

Figure 1.20 : Différentes zones d'écoulement dans un modèle bidimensionnel.

- hauteur de deux mètres
- largeur de 0,4 mètres
- profondeur de 0,185 mètres.

La largeur de l'orifice de sortie a été maintenue constante, égale à 5 cm. Au lieu de remplir le silo en couches alternées comme le procédé de KHELIL, l'auteur a placé à la périphérie de la paroi de plexiglas un mince liseré de plâtre. En fait, pendant l'écoulement, les fines particules ont tendance à rester dans le plan frontal (effet de paroi). La vidange, s'obtenait en dévissant l'élément obturateur de la trémie.

Au cours de ces expériences, l'auteur a constaté que lors de l'écoulement, la descente de la surface libre est consécutive à la montée d'une onde de dilatation qui disloque le massif par augmentation de porosité (photo 7). Le contour délimité par le passage de cette onde, correspond à celui du noyau de l'écoulement initial : les vitesses verticales ont été déterminées à partir des déplacements verticaux des points sélectionnés sur des photos prises au début de l'écoulement, et séparées d'un intervalle de temps connu. Ainsi, l'auteur a montré que les vitesses les plus fortes sont localisées dans le noyau central de l'écoulement, et qu'à ce champ de vitesses s'associent des zones de matériaux de comportements différents. Ces zones sont caractérisées, non seulement par l'intensité des vitesses, mais aussi par la manière dont l'écoulement local s'y déroule (figure 1.20).

RAVENET (Barcelone 1986), a étudié l'écoulement de vidange pour produits granuleux, dans des maquettes à côté transparents, sur lesquelles on a placé des jauges extensométriques pour obtenir les pressions latérales.

Deux cas de vidange ont été étudiés, centré et excentré. L'auteur a constaté que l'écoulement de vidange est massique sur 80 % de la hauteur du silo dans le cas de vidange centré, et sur 70 % pour l'excentré. Les pressions latérales de remplissage coïncident avec celles de JANSSEN pour les deux cas, alors que celles de vidange ont un coefficient de surpression de, 1,65 pour le cas centré (figure 1.21), et des valeurs très différentes pour l'orifice excentré. Ces valeurs sont fonction de la position de

l'orifice de vidange par rapport aux parois du silo (figure 1.22).

En conclusion, l'auteur a montré, qu'en fonction de l'orifice de vidange, de sa position sur le plan et de la hauteur du silo, on peut obtenir des coefficients de surpression durant la vidange oscillant entre 0,66 et 1,95 par rapport aux pressions de remplissage définies par JANSSEN.

Tous ces essais de laboratoire ont été comparés avec les pressions obtenues par dix sept spécialistes et par les normes internationales. A partir de tous ces résultats, il a élaboré la théorie suivante :

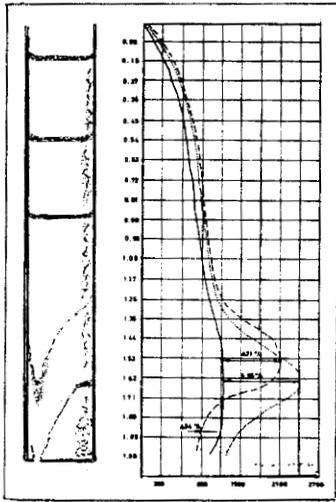
$$P_{\text{Pravanet}} = 1,95 \cdot P_{\text{Janssen}}$$

A ce sujet, la Norme DIN 1055 détermine des pressions de remplissage et de vidange, en fonction de la densité et de l'angle de frottement interne du matériau.

D'autres essais ont été réalisés pour le même objectif (128,129) que précédemment, et en particulier des essais sur des silos cylindriques en béton armé, ont été effectués par des spécialistes Russes ; ainsi PLATANOV a déterminé des valeurs de coefficient de surpression égaux à 2,32 fois les pressions de remplissage définies par JANSSEN (figure 1.23).

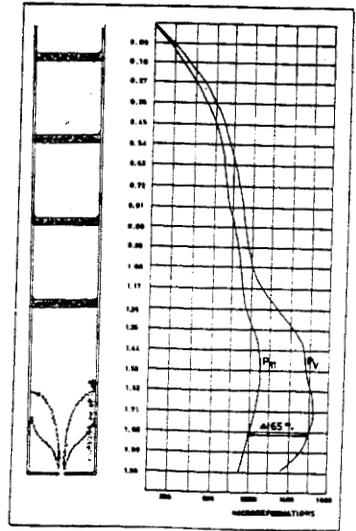
$$P_{\text{Platanov}} = 2,32 \cdot P_{\text{Janssen}}$$

LEPERT et CORTE ont mené une série d'expérimentations en centrifugeuse sur un modèle réduit au dixième d'un silo céréalier. Elle se caractérise par un bras de longueur 5,5 m, qui limite à quelques pour-cent les variations relatives du champ d'accélération centrifuge entre deux points quelconques du modèle, d'une nacelle à l'extrémité de ce bras, capable de recevoir, pour des accélérations inférieures ou égales à 100 g, des modèles de plus de deux mètres cube et d'une masse maximale de 200 kg, et d'un ensemble complet de liaisons électriques et fluides qui assurent le transfert vers la salle de contrôle. Le silo prototype est une structure cylindrique de 7,5 mètres de hauteur et de 6 mètres de diamètre. Sa paroi est formée d'un ruban métallique enroulé selon une spirale ascendante en haut de cette paroi, un toit est fixé au moyen de plusieurs pattes. L'extraction du matériau est effectuée, soit par gravité, soit par une vis sans fin.



Pression de vidange selon l'emplacement de l'orifice.

Figure 1.22



Coefficient de surpression de 1,63.

Figure 1.21

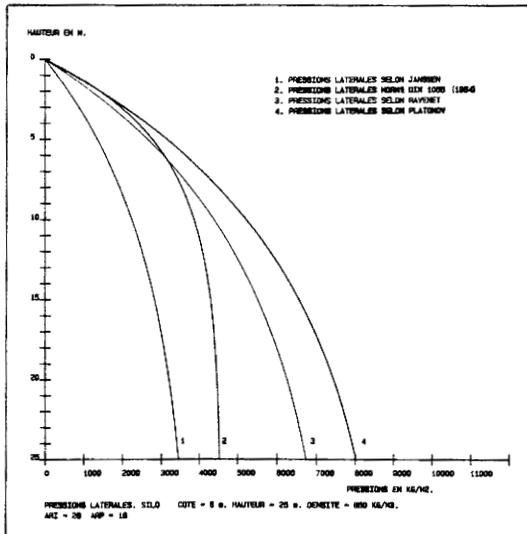


Figure 1.23. Pressionslatérales (1. JANSSEN, 2. DIN 103. 3. RAVENET, 4. PLATON).

Notons, que les expériences sur modèle ne peuvent être représentatives du comportement de l'ouvrage réel, que si elles répondent aux conditions de similitude suivantes :

(1) Les matériaux utilisés dans le modèle doivent avoir les mêmes lois de comportement que ceux utilisés dans la structure réelle,

(2) L'expérience doit reproduire les contraintes et les déformations qui existent dans la structure réelle.

En respectant, le plus possible, ces deux règles, LEPERT et CORTE (35, 36, 101, 102) ont réalisé un certains nombres d'expériences avec du blé. Ainsi, ils ont pu montrer que le remplissage du silo par apport uniforme de grains sur toute la surface n'a pas conduit à des résultats sensiblement différents de ceux obtenus après un remplissage centré, et par conséquent les résultats des essais ne sont influencés ni par le mode de remplissage, ni par les aspérités de la paroi. En ce qui concerne les contraintes verticales, l'ordre de grandeur de variation de ces dernières, par rapport à l'état initial, tant sur le modèle que sur le silo prototype, est généralement à la limite de résolution de jauges extensométriques. Durant tous les essais le blé s'est écoulé sous l'effet de la gravité (figure 1.24), et quelques soient les conditions de vidange, le débit restait constant, et variait comme le cube du diamètre de l'orifice de vidange (figure 1.25), l'interruption de la vidange (et aussi sa reprise) (centrifugeuse en marche) n'engendre aucun phénomène particulier sur les paramètres mesurés.

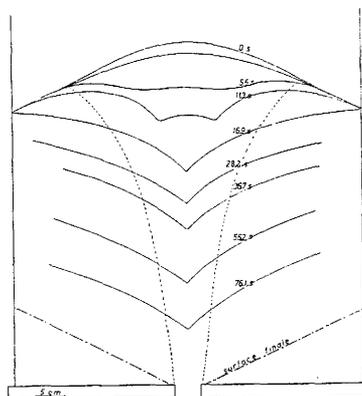


Figure 1.24 Positions successives de la surface libre (traits pleins) et contour de la cheminée d'écoulement (traits pointillés lors d'une vidange centrée).

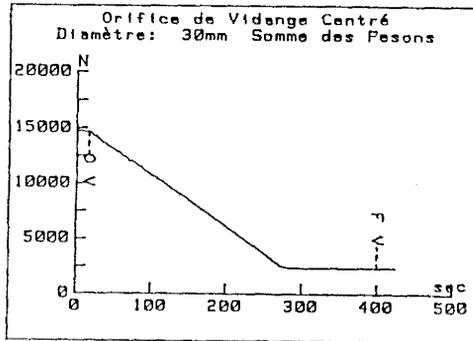


Figure 1.25 : variation du poids de la matière ensilée dans le modèle durant une vidange (orifice de vidange centré).

En revanche, dans le cas de la vidange excentrée, des observations globales des mesures faites dans la paroi ou sur le fond du modèle, montrent des différences sensibles par rapport aux mesures correspondantes faites lors d'une vidange centrée, et en particulier, les auteurs ont observé que la contrainte horizontale moyenne relevée au pied de la génératrice de la paroi la plus proche de la trappe de vidange décentrée, ne présentait pas l'accroissement initial, relevé en cas de vidange centrée, mais une décharge instantanée significative suivie d'une décharge plus lente et plus irrégulière, puis d'une légère recharge avant la stabilisation qui traduit la fin de la vidange (figures 1.26, 1.27).

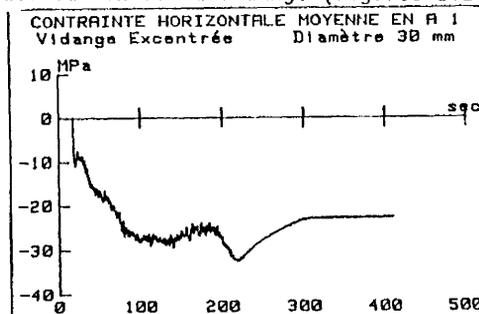


Figure 1.26 : évolution de la contrainte horizontale moyenne au pied de la

génératrice la plus proche de l'orifice de vidange, lors d'une vidange décentrée.

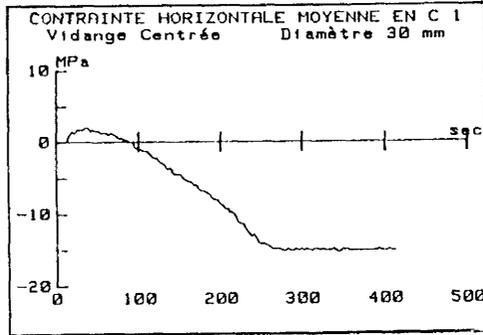


Figure 1.27 : évolution de la contrainte horizontale moyenne dans la paroi au niveau intérieur durant une vidange centrée.

L'influence de la rugosité de la paroi sur le mode d'écoulement a été également étudiée; les résultats obtenus montrent qu'il n'y a pas de différences significatives, mais tout simplement, le report des contraintes verticales dans la matière, vers la paroi s'est légèrement accentué.

En conclusion, les résultats obtenus au cours des expériences effectuées en centrifugeuse sur un modèle réduit de silo s'accordent avec ceux obtenus sur le silo prototype, ces travaux ont également permis de mieux comprendre la redistribution des contraintes dans la structure au cours d'une vidange.

Plusieurs travaux sur d'autres modèles ont été réalisés par REIMBERT (131), on les trouvera décrites dans son livre intitulé : "Silo, Théorie et Pratique", on notera que le rapport des dimensions des modèles utilisés aux dimensions courantes des cellules est de l'ordre de 1/20 à 1/30 il s'agit donc d'une échelle assez réduite.

#### 4 CONCLUSION

L'analyse comparative des résultats obtenus à l'aide des différentes méthodes théoriques, ainsi qu'avec les modèles réduits montre que l'évolution des effets statiques produits par la masse ensilée est actuellement possible et assez satisfaisante pour les besoins immédiats du

constructeur qui se propose de réaliser des ouvrages répondant à des conditions normales de sécurité et d'économie. Cependant l'ensemble des modèles établis à partir de l'état d'équilibre limite de la matière sont insuffisants. D'un point de vue plus rigoureux, il ne semble pas que l'on puisse choisir définitivement la méthode de calcul à adopter. Des considérations plus pratiques doivent guider ce choix. Les aspects dynamiques, en dehors de leur complexité, ne sont pas pris en compte sauf, partiellement dans le modèle de JENIKE et WALTERS, qui, à notre point de vue, est la seule méthode méritant un certain crédit. Il convient donc de remarquer que les phénomènes dynamiques sont loin de revêtir la même importance pour les divers parties d'un silo. Or, nous avons vu dans ces chapitres que les essais de remplissage des silos révèlent des phénomènes nettement différents de ceux que l'on observe lors de la vidange. Les phénomènes dus au remplissage ont pu être prospectés et interprétés mathématiquement avec toute la précision désirable. Par contre les phénomènes qui se produisent au cours de la vidange des silos, n'ont été étudiés que qualitativement et par conséquent de tels phénomènes sont encore assez mal connus. L'ordre de grandeur des majorations d'efforts survenant pendant la vidange est resté assez longtemps ignoré. Les estimations varient, suivant les auteurs (sans doute la diversité des substances ensilées, les conditions d'expérience et l'histoire de la masse ensilée avant la vidange sont-elles pour beaucoup dans ces divergences). Il semble qu'au cours de la vidange à travers un orifice, il se produise de fortes variations de pression, dans le cas d'un matériau peu dense la pression augmente, alors que dans le cas du matériau dense elle diminue. En fait, il existe deux types d'effets dynamiques : il y a ceux qui se produisent au début de la vidange et ceux qui se produisent en cours de vidange. Les premiers, comme nous l'avons expliqué au paragraphe.2.8.4, résultent de l'équilibre précaire des masses ensilées peu denses qui se trouve rompu par l'écoulement de quelques grains, il s'agit donc d'un effondrement de la masse sur elle même, qui ne peut avoir pour amplitude maximale que le tassement provoqué par le regroupement des grains et l'augmentation de densité moyenne de la masse. Donc pour l'instant, les surpressions à la vidange apparaissent capricieuses. Il sera très difficile de mettre un jour en évidence de façon correcte ce problème, car l'allure de ces phénomènes dépend certainement de beaucoup de paramètres.

En ce qui concerne les expressions des contraintes qui s'exercent sur les parois, elles tendent toutes à l'infini, vers la même limite. En

revanche, les contraintes intermédiaires calculées par les différentes théories que nous avons exposées, présentent quelques différences, elles ne sont pas considérables, elles restent du même ordre, que celles que l'on peut attribuer aux fluctuations des caractéristiques mécaniques de la matière ensilée. En l'occurrence, les poussées sur les parois d'un silo calculées par la méthode classique de JANSSEN-KONEN, et par la formule de REIMBERT, tirée de la fonction hyperbolique de la charge équilibrée par le frottement présentent une grande différence : aux faibles profondeurs, la formule de JANSSEN donne des résultats pouvant être inférieurs de 60 % à ceux donnés par la formule hyperbolique proposée par REIMBERT. En fait, le véritable problème de la théorie des silos est en définitive, celui de la détermination des charges sur le fond, il est donc primordial d'exercer son sens critique afin de vérifier dans chaque cas, compte tenu de la nature des parois (rugueuses, lisses), de l'élancement des cellules, et des propriétés des diverses variétés de grains qui peuvent être ensilés, qu'on se trouve bien placé dans des conditions réalisées lors de l'expérimentation.

### III MILIEU ANALOGIQUE

Le matériau est dit analogique dans la mesure où son comportement est analogue à celui d'un milieu granulaire (68,146).

Suivant les expérimentations, la nature de ce matériau analogique varie, ainsi que sa forme géométrique. Le premier massif analogique a été mis au point par SCHNEEBELI en 1956. Le modèle de base est constitué par l'empilement de rouleaux cylindriques dont les génératrices sont disposées horizontalement et parallèlement les unes aux autres. Les rouleaux sont en duralumin et de deux diamètres différents. Le massif est constitué de 50 % en poids de rouleaux de chaque diamètre (139).

#### 1 PARTICULARITES DU COMPORTEMENT MECANIQUE D'UN MILIEU ANALOGIQUE FORME DE CYLINDRE

SCHNEEBELI a montré que des empilages de cylindres de section circulaire en duralumin formaient un milieu obéissant à la loi de COULOMB. Cet empilage permet d'étudier un problème plan.

L'observation précise des propriétés cinématiques et la mesure des efforts sur le contour sont faciles, même pour certains problèmes ayant des conditions aux limites complexes.

La forme cylindrique favorise les arrangements géométriques naturels. La présence de tailles différentes réduit cette tendance mais ne l'annule pas. Si l'on construit un échantillon en déposant des rouleaux de même diamètre dans le champ de la pesanteur, il se crée un arrangement presque régulier (9). Le matériau prend, lors de la mise en place, une configuration très dense et son comportement est identique à celui d'un sol dense (56).

Les arrangements qui résultent de la géométrie présentent moins d'enchevêtrements lorsque la forme des grains est arrondie que lorsqu'elle est anguleuse. De plus, le passage de la configuration dense à la configuration lâche présente des plans de glissement s'effectuant sans très grande variation de volume et nécessite des efforts assez réduits. Le matériau est donc facilement "cisailable".

En choisissant convenablement le matériau constitutif des cylindres (P.V.C. par exemple), on peut visualiser les contraintes intergranulaires par photo-élasticité (42). La granulométrie facilite les arrangements géométriques, les chemins privilégiés de transmission des efforts passeront pas les noyaux les plus résistants et dès que ceux-ci sont brisés, le réseau des chemins de contrainte est modifié. Donc, on a de fortes instabilités et irrégularités dans le comportement du matériau dès que l'état de rupture par frottement est atteint localement.

La simplicité de mise en oeuvre du matériel permet son utilisation pour de nombreuses expérimentations (46,60,70,97,109) : schémas de rupture du sol sous une fondation, équilibre limite des coins de poussée et butée, stabilité d'un mur en terre armée...

Enfin, notons que BIAREZ (9) considère que l'application sur un échantillon statiquement isotrope, formé de cylindres circulaires, d'un déviateur de contrainte, aussi petit soit-il, provoque une déformation partiellement irréversible. Cette déformation crée une anisotropie qui sera presque effacée par un déviateur plus grand et sera modifiée par un déviateur d'orientation différente.

En outre, l'anisotropie de la structure, conduit à une loi "élastique" anisotrope, et le degré de réversibilité des déformations doit dépendre de l'orientation du tenseur de contrainte, ce qui peut conduire à des modules apparents différents selon l'orientation.

## 2 APPROCHE EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT DU MATERIAU ANALOGIQUE ENSILE

### 2.1 Expérimentation sur l'appareil de cisaillement de CASAGRANDE

En mécanique des sols, on utilise la théorie classique de MOHR-COULOMB

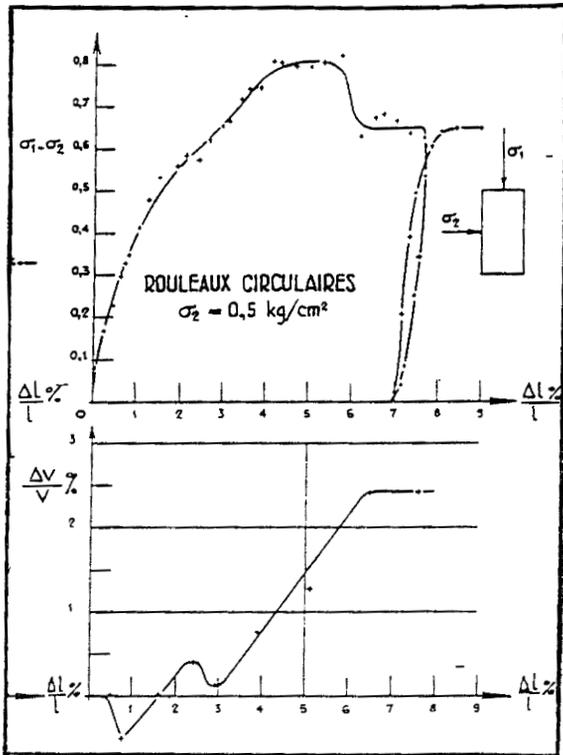


Figure 1.28 : Cisaillement biaxial sur rouleau et variation de volume ( $\Delta V/V$  d'après BIAREZ).

SCHÉMA DES DÉFORMATIONS SOUS UNE FONDATION

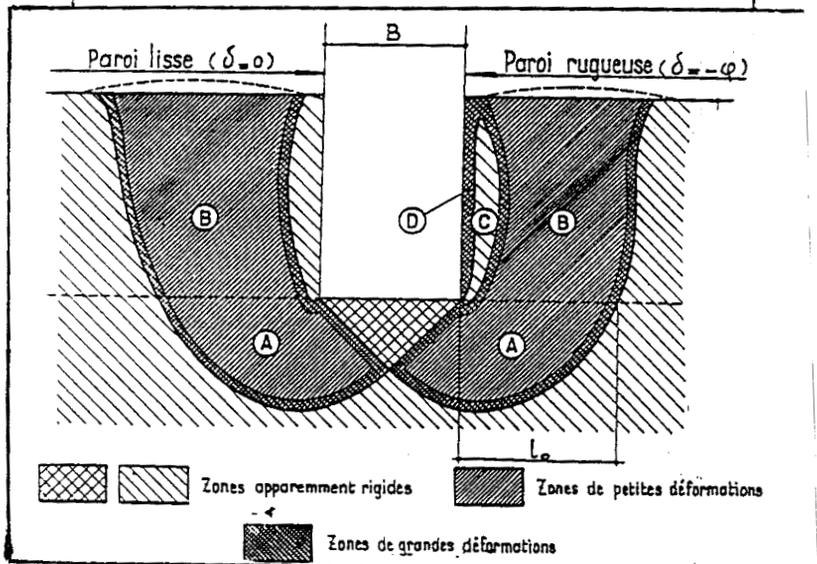


Figure 1.29 (d'après BIAREZ).

$$\tau = \sigma \cdot \tan \varphi + c \quad (1)$$

Cette théorie exprime la linéarité entre la contrainte tangentielle,  $\tau$  et la contrainte normale,  $\sigma$ , perpendiculaire à la surface de rupture.

$\varphi$  représente l'angle de frottement interne de la matière.

$c$  : sa cohésion, c'est à dire la contrainte tangentielle maximale à  $\sigma = 0$

Notre matériau analogique est sans cohésion. La relation (1), exprime donc le frottement des rouleaux entre-eux. L'hypothèse de MOHR-COULOMB définit la position du plan de glissement où à lieu l'écoulement, (c'est-à-dire le plan de rupture) à l'aide de l'angle de frottement interne. Dans un massif semi-infini, l'état de contrainte plan est entièrement décrit par les contraintes principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ . Sur des facettes d'orientation quelconque, les contraintes dans la matière sont données par la représentation géométrique des conditions d'équilibre (cercle de MOHR).

La droite  $\tau = \sigma \tan \varphi$  est tangente au cercle de MOHR (figure 1.30).

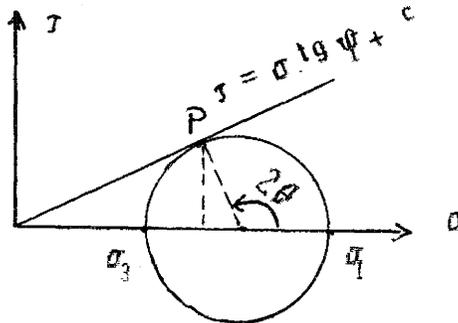


Figure 1.30

La surface le long de laquelle se produit la rupture ou l'écoulement est donc bien définie. La position de la surface de glissement est caractérisée par l'angle de frottement interne  $\varphi$ . D'après NEUSS (90), cité par KHELIL, la position de la surface de glissement ne doit pas forcément être confondue avec le plan d'action des contraintes de rupture, mais la surface interne de rupture est définie de manière à ce qu'il n'y ait pas de déformation volumique en tout point de cette surface.

En général, les matériaux granulaires n'ont pas de surface de glissement très marquée, lorsque celle-ci n'est pas imposée.

### 2.11 - Objectif de l'expérimentation

L'objectif principal est d'étudier et d'analyser les phénomènes discrets se produisant le long du plan de rupture sur lequel a lieu l'écoulement.

Nous avons donc pratiqué une ouverture sur la boîte ainsi que sur le chariot (photo 8), afin de pouvoir filmer l'essai, ce qui nous permettra d'observer plus précisément et les phénomènes rencontrés lors de la rupture.

### 2.12 - Principe de la méthode

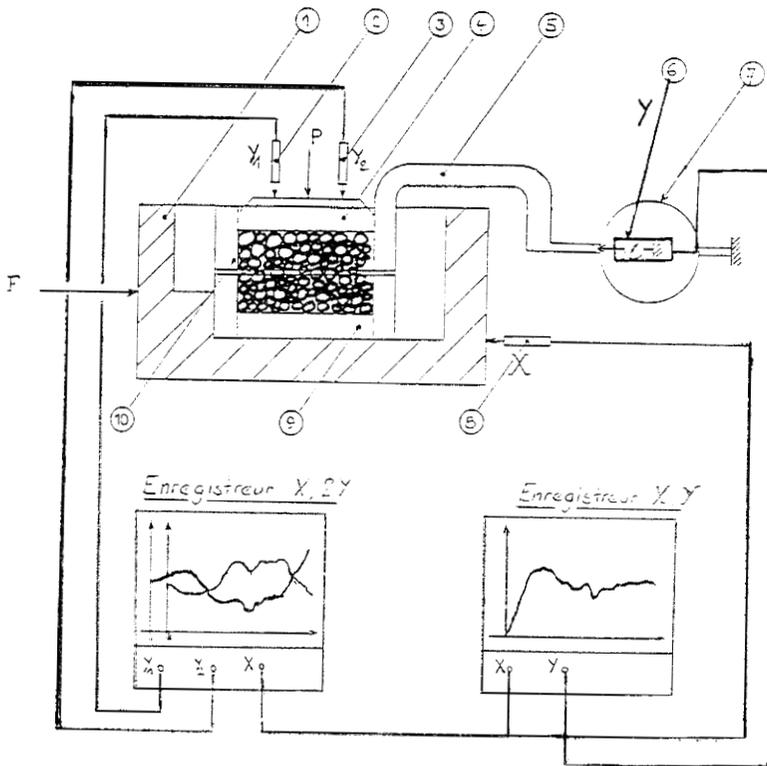
Les rouleaux en P.V.C. sont placés entre deux demi-boîtes qui peuvent se déplacer horizontalement l'une par rapport à l'autre. On exerce sur les rouleaux une contrainte normale  $T$  déterminée. La demi-boîte inférieure est entraînée horizontalement à vitesse constante, l'effort de cisaillement dans le plan de rupture est mesuré à l'aide d'un anneau dynamométrique fixé à la demi-boîte supérieure.

Les parois de la boîte empêchant tout déplacement latéral, on peut considérer que les conditions d'essai correspondent à un état de déformation plane.

Une des particularités de ce travail est de visualiser, grâce à l'enregistrement effectué par la table traçante  $(x,2y)$ , les mouvements du couvercle générés par les phénomènes de dilatance/contractance du matériau sous l'effet du cisaillement ainsi que les tassements.

Nous avons réalisé huit séries d'essais dont chacune comporte quatre expériences dans lesquelles les valeurs de  $\bar{\sigma}$  sont égales à 0,5 ; 1 ; 1,5 et 2,5 bar.

SCHEMA DU PRINCIPE DE LA BOITE DE CASAGRANDE



- 1 : Chariot
- 2 : Capteur électromagnétique des  $Y_1$
- 3 : Capteur des  $Y_2$
- 4 : couvercle
- 5 : Queue d'attelage
- 6 : Capteur des Y (contraintes tangentielles)
- 7 : Anneau dynamométrique
- 8 : Capteur des X (déplacement chariot)
- 9 : Demi-boîte inférieur
- 10 : Demi-boîte supérieur

série	Composition granulométrique
1,2 et 3	25 % $\phi_2$ , 50 % $\phi_3$ , 25 % $\phi_4$
4	100 % de $\phi_2$
5	100 % de $\phi_3$
6 et 8	100 % de $\phi_4$

% : pourcentage de la masse du matériau

Grâce aux capteurs Y1 et Y2, nous avons enregistré les déplacements verticaux du couvercle en deux points distincts. On notera :

- $A_1$  : l'amplitude maximale pour le capteur  $Y_1$
- $A_2$  : l'amplitude maximale pour le capteur  $Y_2$
- $T_1$  : le tassement instantané en dessous du capteur  $Y_1$
- $T_2$  : le tassement instantané en dessous du capteur  $Y_2$

Pour pouvoir distinguer les différents déplacements de grains, nous avons coloré, sur chacun d'eux, une demi-section.

### 2.13- Mise en oeuvre des essais

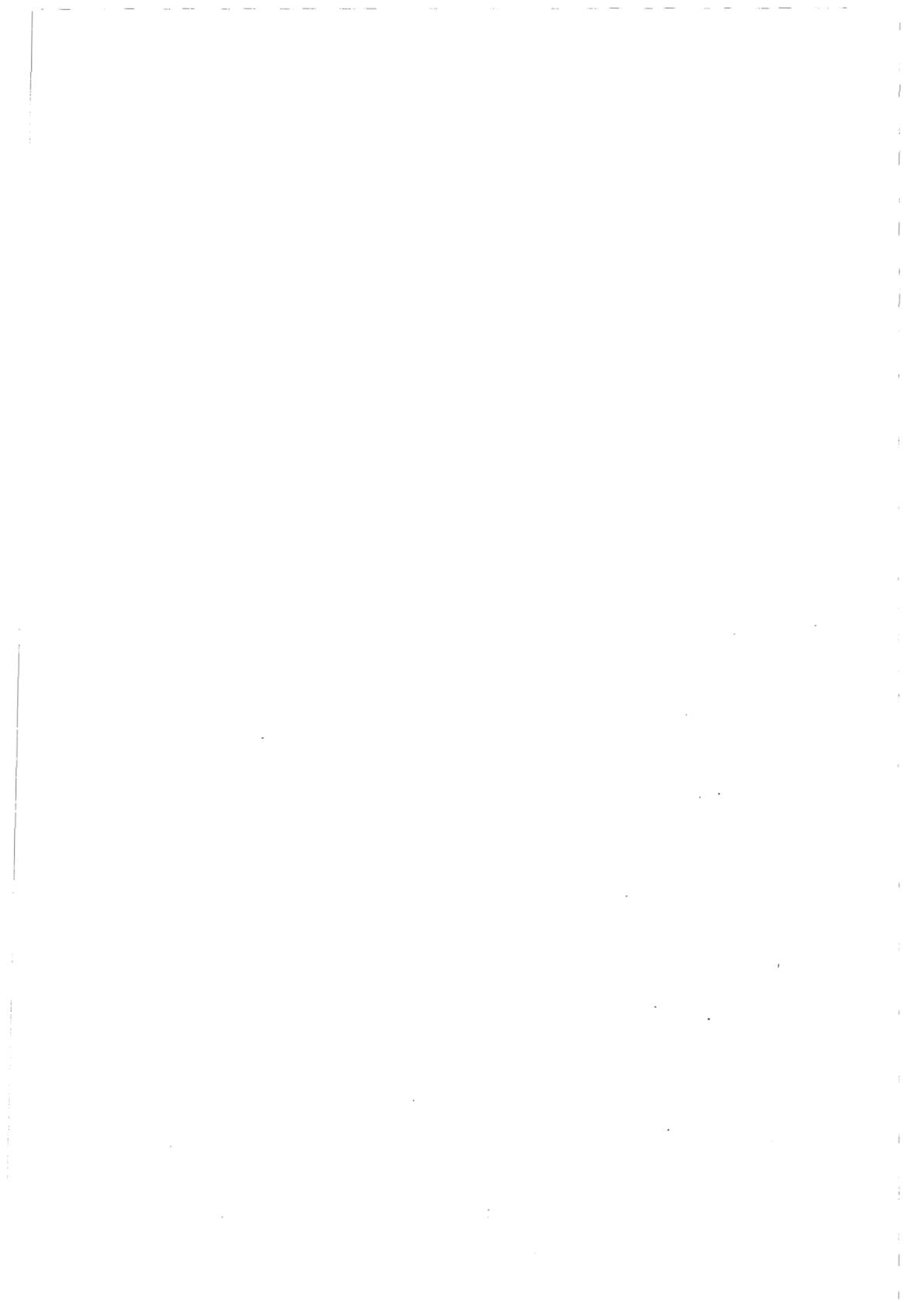
Les essais se déroulent de la façon suivante :

- au début de chaque essai, on place tous les diamètres de rouleaux horizontalement séparant la zone colorée de l'aube afin d'avoir une référence.

- on applique une contrainte  $\bar{\sigma}$
- on filme l'essai intégralement
- on décharge le système et on régénère le milieu.

Ces opérations sont répétées quatre fois pour chaque série.

Pour chaque essai, on détermine  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $T_1$  et  $T_2$ .



#### 2.1.4- Description des instrumentations

Nous avons équipé l'appareil de cisaillement de plusieurs capteurs, afin de quantifier les phénomènes agissant lors de l'essai (voir le schéma du principe de la boîte de CASAGRANDE). C'est ainsi que les capteurs :

$Y_2$  : enregistre le déplacement vertical du couvercle (à droite de l'étrier de chargement), dû à l'action du matériau cisailé. Ce déplacement est alors reporté sur l'axe des "ordonnées", de l'enregistrement ( $x, 2y$ ).

$Y_1$  : pour ce capteur on a le même principe que pour  $y_2$ , mais à gauche de l'étrier de chargement.

$Y$  : représente l'axe des ordonnées de l'enregistreur ( $x, y$ ), il est acquis par un capteur donnant les déplacements de la demi-boîte supérieure. Ces ordonnées sont approximativement proportionnelles aux différentes forces de cisaillement, puisque la courbe d'étalonnage de l'anneau est approximativement linéaire.

$X$  : enregistre le déplacement de la demi-boîte inférieure, ce qui par ailleurs nous fixe une base de temps pour tous les essais (proportionnalité temps / déplacement / déformations de l'échantillon). Ainsi,  $x$  représente l'axe des abscisses sur les deux enregistreurs

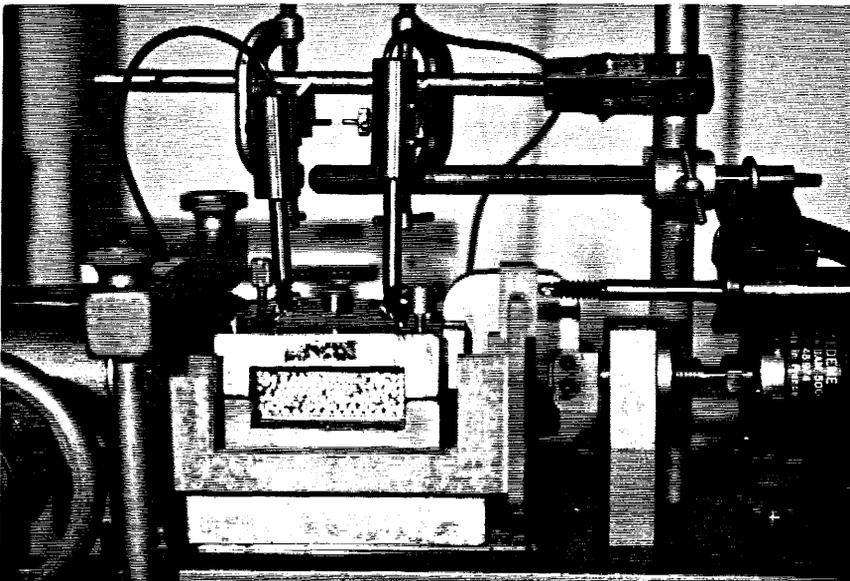


Photo 8



### 2.1.5- Interprétation des résultats

Signalons d'abord que les phases de remplissage d'un silo sont des phases de compression (tassement) de la matière.

Résultats

TABLEAUX :

I,a

$\sigma$ en bar	SERIE 1			SERIE 2			SERIE 3			Moyen.
	$T_1$	$T_2$	$T_{moy1}$	$T_1$	$T_2$	$T_{moy2}$	$T_1$	$T_2$	$T_{moy3}$	$T_{moy}$
0,5	0,10	0,08	0,09	0,20	0,27	0,24	0,16	0,23	0,20	0,18
1	0,20	-	0,20	0,34	0,40	0,37	0,52	0,27	0,27	0,32
1,5	0,44	0,40	0,42	0,24	0,50	0,37	0,36	0,43	0,43	0,40
2,5	0,45	0,45	0,45	0,27	0,65	0,46	0,40	0,50	0,50	0,45

I,b

$\sigma$ en bar	SERIE 1		SERIE 2		SERIE 3	
	$A_1$	$A_2$	$A_1$	$A_2$	$A_1$	$A_2$
0,5	0,43	1,30	1,20	1,15	1,10	1,80
1	0,50	0,51	1,70	1,30	0,61	0,82
1,5	0,49	0,72	0,76	0,83	0,78	0,58
2,5	0,75	0,98	0,58	1,10	0,75	1,70

II.a

1 bar = k Pa.

$\sigma$ en bar	SERIE 4			SERIE 5			SERIE 6		
	$T_1$	$T_2$	$T_{moy_1}$	$T_1$	$T_2$	$T_{moy_2}$	$T_1$	$T_2$	$T_{moy_3}$
0,5	0,20	0,35	0,27	0,08	0,19	0,13	0,12	0,27	0,19
1	0,25	0,34	0,29	0,18	0,4	0,29	0,20	0,42	0,31
1,5	0,41	0,46	0,43	0,20	0,42	0,31	0,27	0,53	0,4
2,5	0,47	0,3	0,41	0,22	0,50	0,35	0,31	0,58	0,44

II.b

$\sigma$ en bar	SERIE 4		SERIE 5		SERIE 6	
	$A_1$	$A_2$	$A_1$	$A_2$	$A_2$	$A_1$
0,5	0,43	1,30	1,20	1,15	1,80	1,10
1	0,50	0,51	1,70	1,30	0,82	0,61
1,5	0,49	0,72	0,76	0,83	0,58	0,78
2,5	0,75	0,98	0,58	1,10	1,70	0,75

Les valeurs des tableaux ci-dessus, montrent qu'il existe une grande variation de volume. Nous remarquons également que dans la plupart des cas (95 %), les valeurs de l'amplitude maximale  $A_2$ , sont supérieures à celles de  $A_1$ , autrement dit, le tracé de  $Y_2$  est au-dessus de celui de  $Y_1$  et ceci tout au long de l'essai.

Ceci montre qu'une accumulation de matière aurait lieu sous le capteur ( $Y_2$ ) provoquant ainsi une augmentation de la grandeur qu'il mesure.

L'examen des tableaux (Ib, IIb) nous permet de faire les constatations suivantes :

Tout d'abord le tassement instantané qui se produit lors du chargement de la boîte n'est pas négligeable, par contre, il ne se répartit pas de la même manière sur tout l'échantillon, comme en témoignent les valeurs de  $T_1$  et  $T_2$  qui sont toujours différentes. Dans 80 % des cas, le tassement instantané sur la partie droite de l'échantillon est supérieur à celui qui se produit sur la partie gauche : cela signifie qu'au début de l'essai, les rouleaux sont mal répartis et dès que le poids  $P$  est appliqué, cela provoque un arrangement des grains. Si nous comparons les valeurs de  $T_1$  et  $T_2$  du tableau (1) avec celles du tableau (2), nous constatons que, dans les premières séries de mesures qui correspondent au tableau (Ib),  $T_2$  est supérieur à  $T_1$  dans 80 % des cas, alors que dans le tableau (IIb), cette relation existe dans 91,5 % des cas. Ce résultat n'a rien de surprenant dans la mesure où le tassement du matériau est fonction de l'indice des vides qui varie au sein de l'échantillon de manière imprévisible.

Nous pouvons également dire que la forme cylindrique favorise les arrangements géométriques naturels, la présence de trois tailles différentes, réduisant cette tendance mais ne l'annulant pas. Toutefois, il est certain qu'une accumulation de grains a lieu sous  $Y_2$ , et ceci est dû à la nature même de l'essai. Il semble que le fait de cisailier les deux demi-boîtes crée dans le matériau une "bielle" qui matérialise le cheminement des contraintes d'une demi-boîte à l'autre. Ceci expliquerait donc le fait que les valeurs  $A_2$  sont pratiquement toujours supérieures à celles de  $A_1$  (figure 1.31).

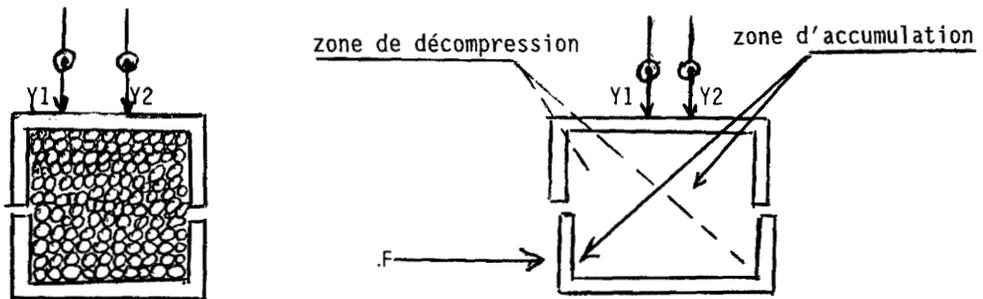


FIGURE 1.31

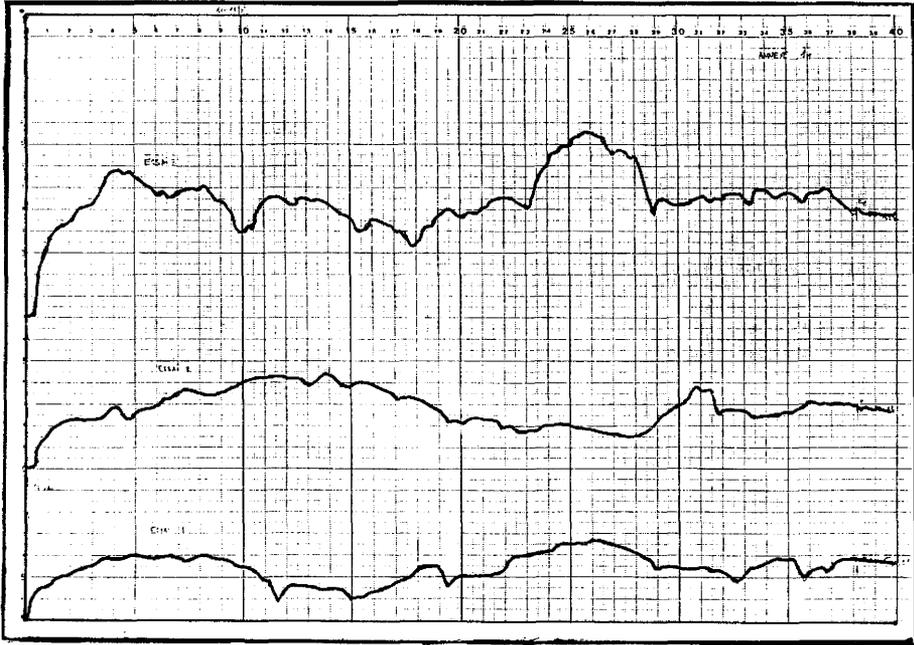
### 2.1.6 - Exploitation de l'enregistrement vidéo des essais de cisaillement et des courbes contraintes tangentielles - déformation

L'enregistrement vidéo d'un essai de cisaillement est une technique très intéressante dans la mesure où elle nous permet une observation à posteriori très précise des phénomènes. Dans ce cadre on s'est attaché à réaliser une visualisation quantitative des ruptures qui se produisent sur le plan de cisaillement.

Quant aux courbes (contraintes tangentielle - déformation), nous constatons qu'à partir de 0,8 % de déformation, il y a apparition de nombreux pics. La configuration de ces courbes peut s'expliquer par le fait que les chemins privilégiés de transmission des efforts passent par les noyaux les plus résistants et, dès que ceux-ci sont brisés (déchaussement des rouleaux) par le cisaillement, le réseau de chemins des efforts est modifié d'où l'apparition de fluctuations (pics). Or nous savons que, dans ce type de matériau, les sollicitations dans le plan de cisaillement mobilisent entièrement l'angle de frottement interne. Lorsque celui-ci atteint son état limite, une rupture locale se manifeste, accompagnée de grands déplacements. Ceci confirme notre interprétation des pics.

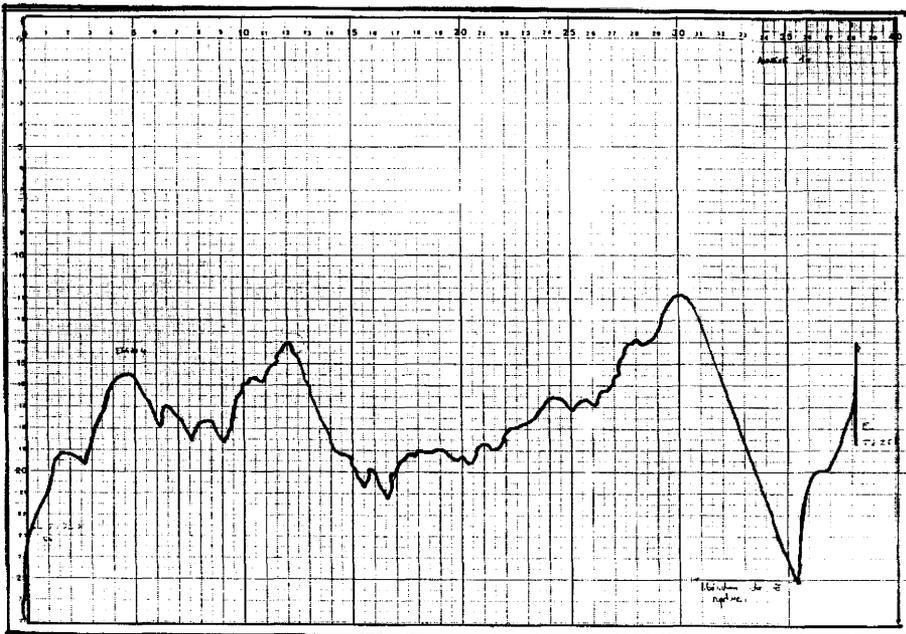
En ce qui concerne les ruptures qui se produisent, nous constatons en regardant les figures (1.33 et 1.34) que leur "intensité" augmente avec la contrainte  $\sigma$

Pour une contrainte  $\sigma$  très importante (2,5 bar), nous observons des ruptures qui entraînent des déplacements importants, tant dans le plan horizontal (X) que dans le plan vertical ("chutes" violentes de  $Y_1$  et  $Y_2$  : figures 1.35 et 1.39). Parallèlement, sur l'enregistrement [X, Y], nous pouvons voir chuter la valeur de la contrainte tangentielle ( $\tau$ ) au moment de ces ruptures, cette baisse étant accompagnée d'un rapide déplacement des X (figures 1.34 et 1.38 ).



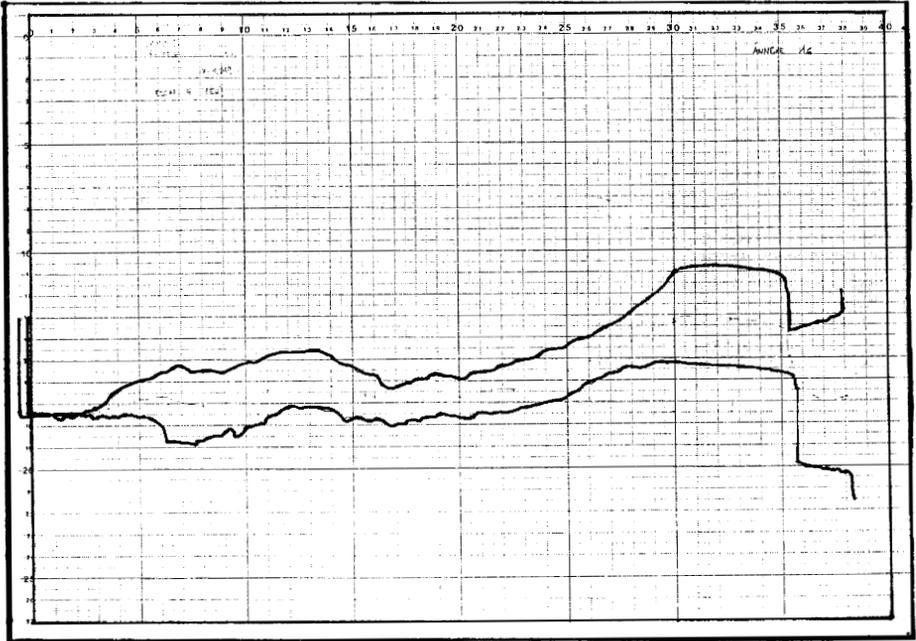
(1) =  $\sigma_1 = 0,5$  bar; (2) =  $\sigma_2 = 1$  bar; (3) =  $\sigma_3 = 1,5$  bar.

Figure 1.33 : Contraintes tangentielle - Déformation.



x : correspond au libération du  $\mu$  rupture.

Figure 1.34 : Contrainte tangentielle - Déformations; (4) =  $\sigma_4 = 2,5$  bar.



$$\sigma_4 = 2,5 \text{ bar}$$

Figure 1.35 : Variation de la hauteur de l'échantillon  $\Delta H$  aux deux coins du couvercle en fonction de la déformation.

L'enregistrement vidéo de ces essais, nous a permis de confirmer ces constatations. Ainsi nous avons observé que les rouleaux du centre bougent plus que ceux des lits supérieur et inférieur, et que les déplacements sont accompagnés de rotations : plusieurs grains en contact se comportent comme un engrenage constitué de plusieurs pignons. Nous pouvons interpréter ces phénomènes de la manière suivante :

Tout d'abord une accumulation de contraintes se produit entre deux rouleaux de part et d'autre de la ligne de rupture, ensuite cette contrainte  $\tau$  croît jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur critique  $\tau_{\text{limite}}$  et dès que  $\tau$  est supérieure à  $\tau_{\text{limite}}$ , il y a rupture, ce qui a pour effet de libérer les deux grains, provoquant ainsi des déplacements très rapides associés à la libération de  $\tau$  (pic) qui diminue jusqu'au prochain cycle (figure 1.32).

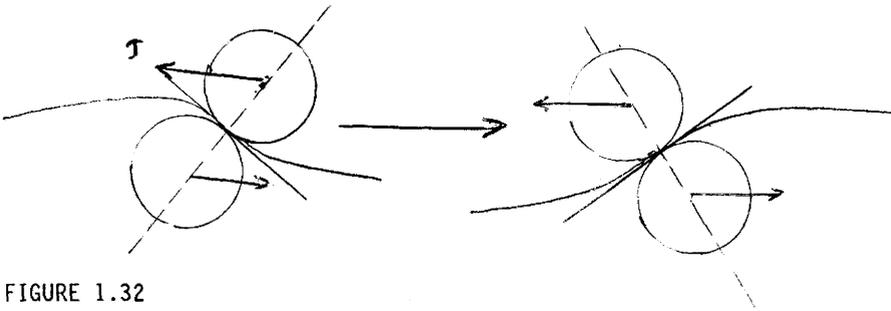


FIGURE 1.32

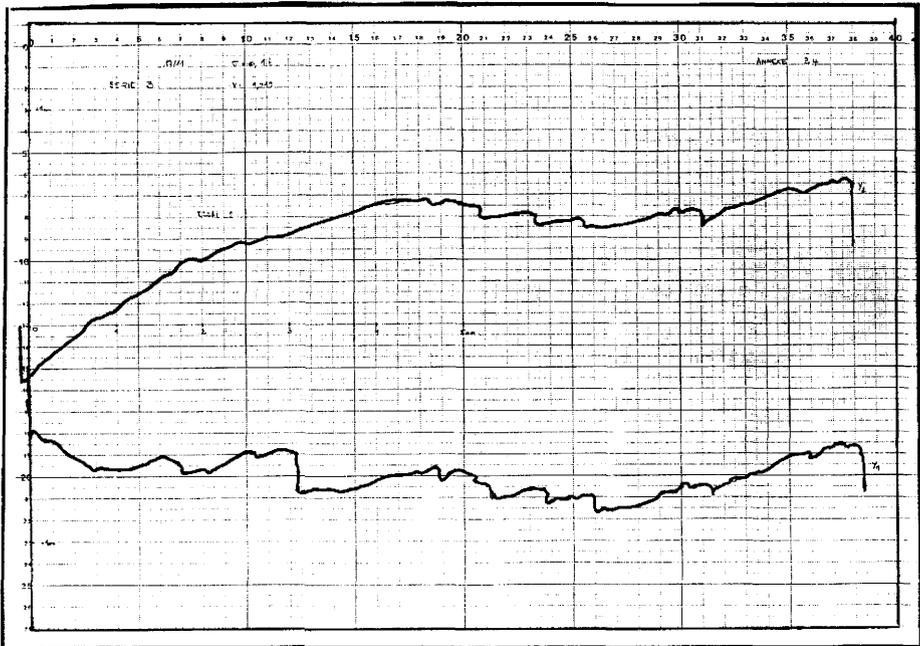
Ce type de rupture s'observe pour des valeurs de  $\tau$  plus faibles, mais dans des proportions moins importantes. Nous avons également constaté un autre type de rupture, qui apparaît bien sur les enregistrements figurant en annexe [34 et 36] (sur les dilatances), [31 et 32] (pour les contraintes), qui est en fait une succession à intervalles très rapprochés de petits pics, visibles aussi bien en dilatance qu'en contrainte.

Ces pics correspondent à des chevauchements de rouleaux sans que des contraintes tangentielles énormes soient pour autant mobilisées entre ces rouleaux. Ce qui n'empêche pas qu'en un autre point du plan de rupture, une accumulation de contrainte se produise entre deux autres grains, pour ne



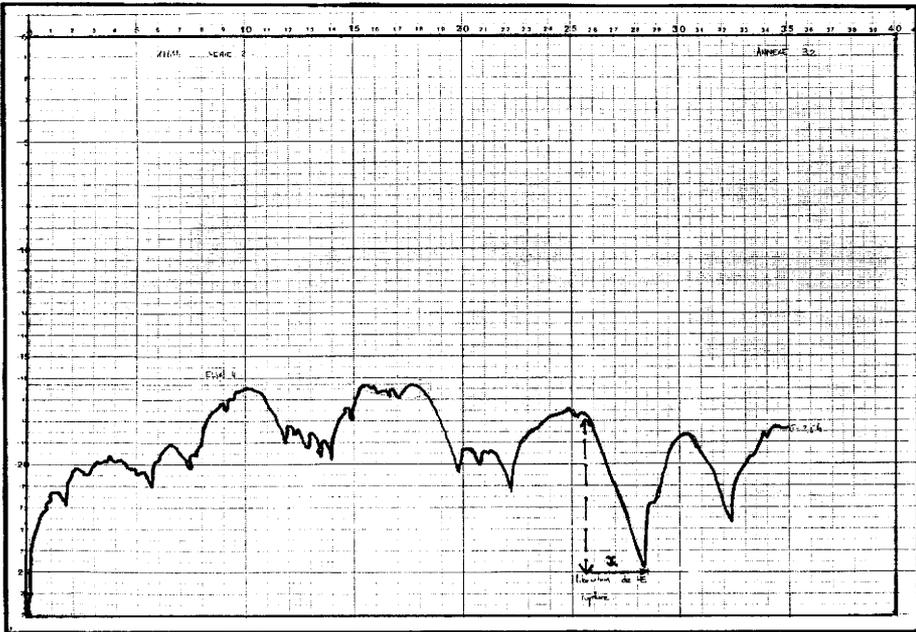
(1) =  $\sigma_1 = 0,5$  bar; (2) =  $\sigma_2 = 1$  bar; (3) =  $\sigma_3 = 1,5$  bar.

Figure 1.36 : Contraintes tangentielles - Déformation.



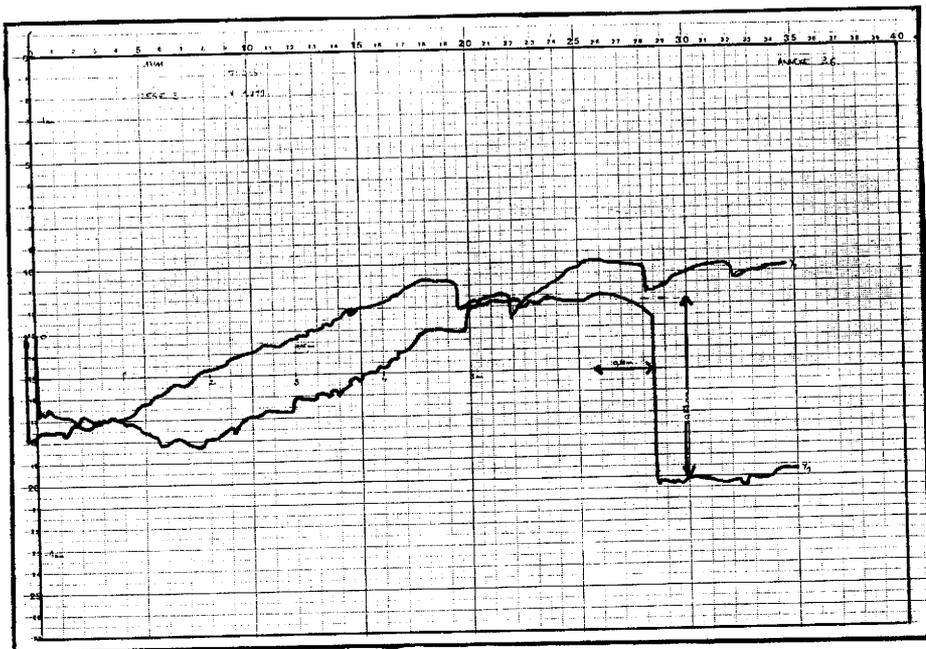
$\sigma_2 = 1$  bar.

Figure 1.37 : Variation de la hauteur de l'échantillon  $\Delta H$  aux deux coins du couvercle en fonction de la déformation.



$$\sigma_4 = 2,5 \text{ bar.}$$

Figure 1.38 : Contrainte tangentielle - Déformation



$$\sigma_4 = 2,5 \text{ bar.}$$

Figure 1.39 : Variation de la hauteur de l'échantillon aux deux coins du couvercle en fonction de la déformation.

céder que plus tard. Il y aurait donc superposition des deux phénomènes.

## 2.2 - Analogie entre l'essai de cisaillement et les phénomènes se produisant au voisinage des parois au cours de l'écoulement dans un silo.

### 2.2.1 Description globale de la méthode

Nous avons réalisé plusieurs expériences sur deux silos (modèles bidimensionnels), contenant le même matériau analogique que celui que nous avons utilisé lors de l'essai de cisaillement. Il s'agit de rouleaux de P.V.C. de 3 diamètres différents (2,3 et 4 mm). Le problème est donc considéré en déformation plane.

L'observation du mouvement d'ensemble du matériau sur toute la hauteur du modèle a été effectuée à l'aide de couches horizontales de rouleaux colorés en bleu (peinture à l'eau) photo 9.

Plusieurs modes de vidange ont été réalisés, à savoir : vidange à orifice centré ou excentré, à paroi rugueuses ou semi-rugueuses.

Pendant l'écoulement, des photos ont été prises toutes les secondes et des films ont été tournés.

### 2.2.2 Analyse

Le film a permis de mettre en évidence différents types de comportements du massif lors de l'écoulement. En effet, dans la partie haute du massif, nous avons remarqué un écoulement "en masse", c'est-à-dire que l'ensemble paraît s'écouler d'un bloc.

Nous avons également étudié, d'après le film et les photos, les déplacements des rouleaux à intervalles de temps réguliers. En étudiant image par image, nous avons pu suivre le déplacement des rouleaux pendant une seconde, nous avons constaté (toujours en partie haute du silo), en considérant différents points à une même altitude, que le déplacement est plus grand au centre que sur le bord, donc que l'écoulement dans le silo conduit à un cisaillement de la matière ; ce qui confirme que la méthode statique de JANSSEN-KOENEN soulève quelques réserves, puisque les

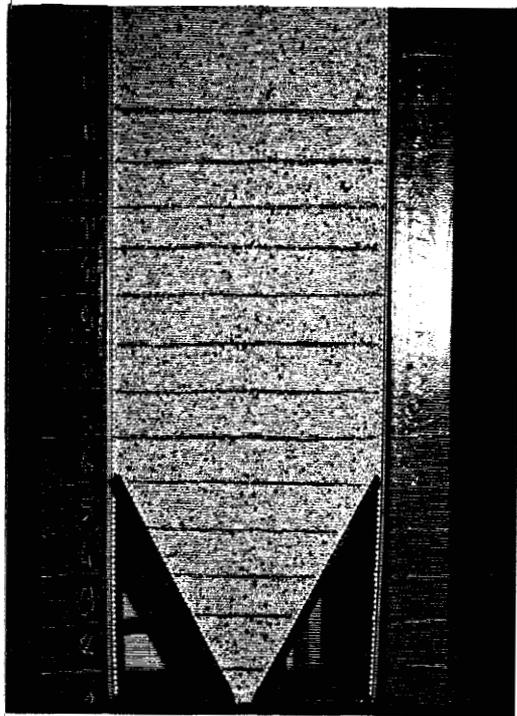


Photo 9 : Silo à trémie (orifice centré).

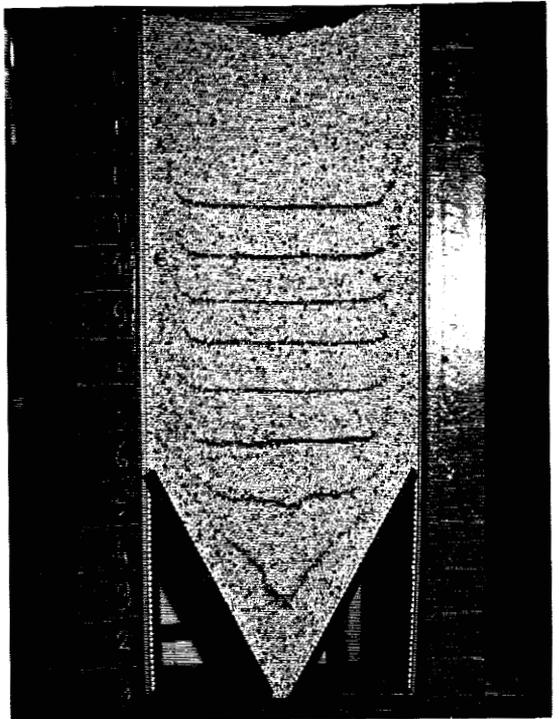


Photo 10

one de cisaillement.

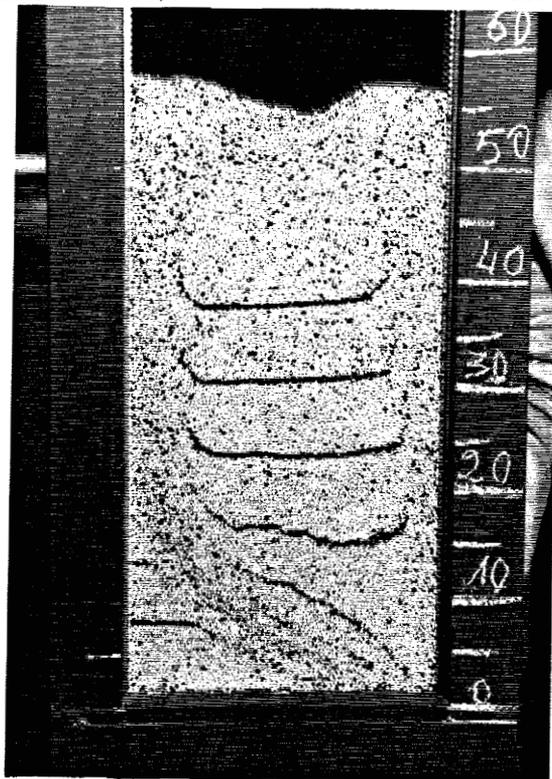
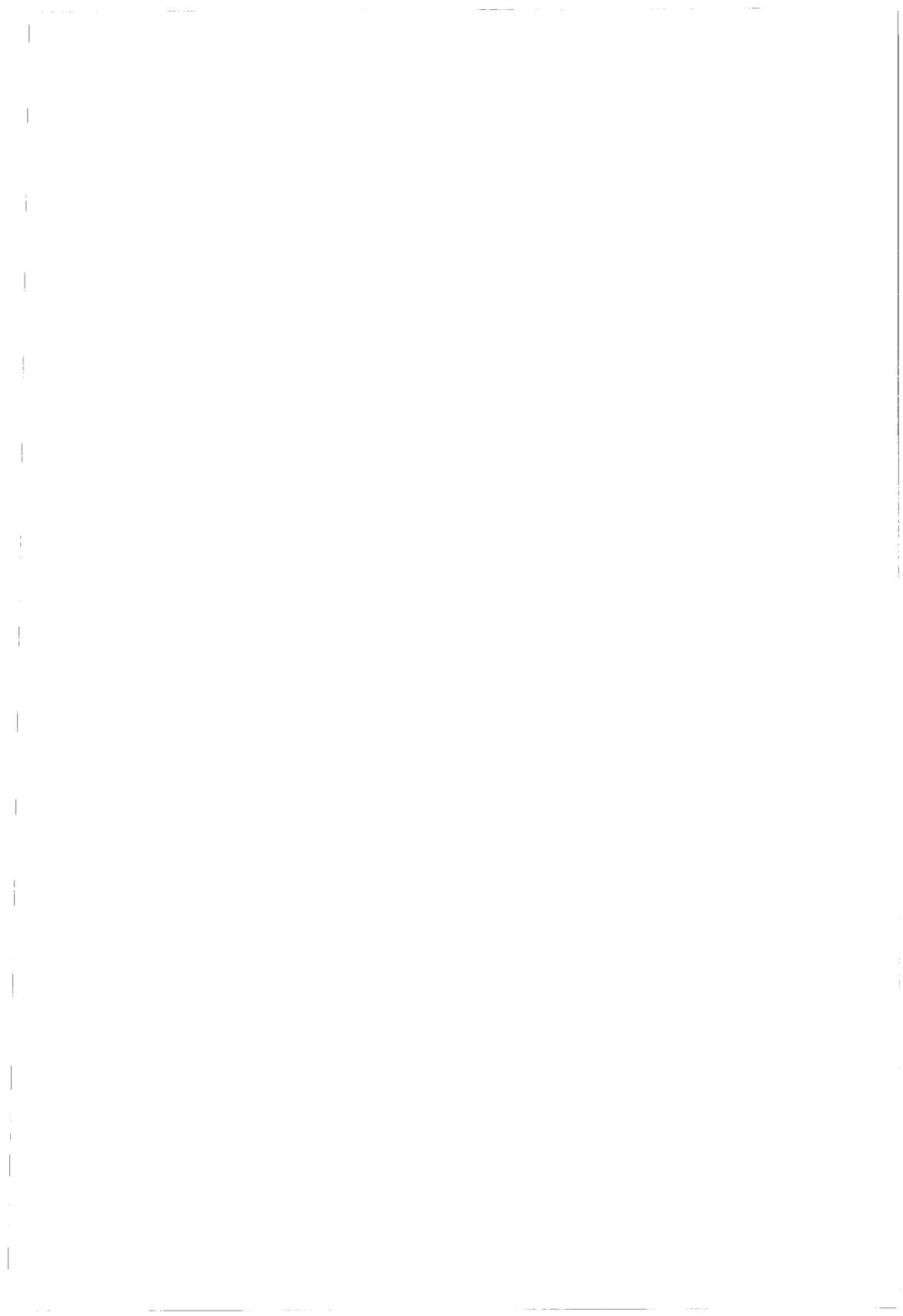


Photo 11 : Silo à fond plat, orifice excentré.



hypothèses sur les contraintes se traduisent au niveau cinématique, mais ne permettent pas de cisaillement inter-tranches, ce qui mérite d'être souligné : ainsi la structure du matériau, dans cette zone de cisaillement, reste intacte au cours de l'écoulement et analogue à celle existant lors de sa mise en place.

La partie haute subit un mouvement de translation d'ensemble et travaille comme un piston en poussant sur la zone inférieure. Sur les photos (10 et 11), on distingue bien cette zone de cisaillement. Nous pouvons interpréter les phénomènes qui se produisent au sein de cette zone avec les mêmes explications que celles avancées dans le paragraphe (2.1.1) à savoir qu'au voisinage des limites de la zone en "écoulement-piston", il existe une accumulation de contrainte. Cette accumulation se produit entre un ensemble de rouleaux, de part et d'autre de la ligne, ensuite cette contrainte croît jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur critique, et dès que cette valeur est dépassée, il y a rupture, ce qui a pour effet de libérer les grains qui ainsi prennent place dans la zone d'écoulement en piston. Les particules dans ce cas, sont animées d'un mouvement de rotation et de glissement, ce qui confirme les observations faites par KELIL sur un silo prototype contenant des grains de blé (90).

### 3 CONTRAINTES ET DEFORMATIONS DANS LE MILIEU ANALOGIQUE

Le modèle analogique est utilisé pour la représentation bidimensionnelle d'un massif. L'intérêt de cette modélisation est qu'elle permet de visualiser les déplacements au sein du massif, mais le sol pulvérulent ainsi simulé respecte mal les conditions de similitude.

Le développement des techniques de mesure des contraintes au sein de massifs de petits rouleaux (FAUGERAS, GOURVES) et des techniques de détermination du champ de déplacement par photogrammétrie permet de disposer de mesures nécessaires à la vérification des calculs par éléments finis et à la vérification des lois rhéologiques (109,110).

Selon MONNET et NEMIEK, le comportement du matériau de SCHNEEBELI ne dépend que des contraintes et des déformations dans le plan perpendiculaire à l'axe des rouleaux.

$$\text{Ainsi, } \sigma_{\text{moyen}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad ; \quad d \varepsilon_{\text{moyen}} = \frac{d \varepsilon + d \varepsilon}{2}$$

$$\tau_{\text{moyen}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} > 0 \quad d\varepsilon' = \frac{d\varepsilon_2 - d\varepsilon_1}{2}$$

$$dW_{\theta} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} (d\varepsilon_2 + d\varepsilon_1)$$

où

$$dW_f = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} (d\varepsilon_2 - d\varepsilon_1)$$

$\sigma_{\text{moyen}}$  : contrainte moyenne

$d\varepsilon_{\text{moyen}}$  : déformation moyenne

$\tau_{\text{moyen}}$  : le cisaillement moyen

$d\varepsilon'_{\text{moyen}}$  : la distorsion moyenne

$dW_{\theta}$  : énergie de changement de valeur

$dW_f$  : énergie de changement de forme

$\sigma_1$  et  $\sigma_2$  : contraintes principales dans le plan

$d\varepsilon_2$  et  $d\varepsilon_1$  : déformations principales.

Des expériences sur rouleaux en plexigals de même dimension (compression oedométrique), montrent deux régimes suivant la force appliquée (147), un régime consolidé et un régime de consolidation. Dans chacun de ces régimes, la relation entre la déformation et la force macroscopique peut être exprimée par une loi en puissance, et le comportement observé dépend de la taille de l'échantillon.

Parallèlement à ces analyses se développe une autre voie expérimentale

utilisant "l'appareil biaxial" qui a été mis au point initialement par FAUGERAS en 1979 (au C.U.S.T.). Le schéma de principe est indiqué sur la figure (1.40). Il est constitué par un moule en quatre éléments mobiles les uns par rapport aux autres. Deux cadres métalliques indépendants assurent la mise en charge par un système VIS- ECROU. L'ensemble est posé sur un plan lisse horizontal.

Plusieurs travaux de recherche ont été effectués en utilisant cet appareil (68, 70, 126).

FAUGERAS et GOURVES (58) ont mis au point une méthode permettant d'obtenir l'état de contrainte, en tout point d'un massif analogique. Cette méthode est fondée sur l'étude du frottement longitudinal des rouleaux constituant le massif. Les travaux de ces auteurs ont comme objet principal d'étudier les phénomènes locaux se produisant au sein du milieu analogique et notamment la distribution statique des contraintes macroscopiques. Ces essais suivent un chemin isotrope ( $\sqrt{1} = \sqrt{2}$ ) jusqu'à une certaine valeur, puis ils maintiennent la contrainte dans une direction constante tandis que la contrainte  $\sqrt{1}$  de l'autre direction continue à croître. Plusieurs valeurs de la contrainte latérale  $\sqrt{2}$  ont été utilisées.

Les mesures tirées de l'essai de compression biaxiale ont permis la détermination des déformations  $\sqrt{1}$  et  $\sqrt{2}$ , ainsi que le déviateur ( $\sqrt{1} - \sqrt{2}$ )/2

Les auteurs se sont aussi intéressés à l'étude des courbes reliant ces grandeurs physiques.

#### 4 CALCUL DES EFFORTS AUX SEIN DE LA COLONNE D'ESSAI

##### 4.1 METHODE EXPERIMENTALE (FAUGERAS et GOURVES)

###### Détermination du champ de contrainte

Pour étudier l'état des contraintes au sein d'un matériau analogique enfermé entre deux parois rigides verticales très rapprochées, nous utiliserons la méthode de FAUGERAS et GOURVES qui est basée sur le principe suivant : plusieurs rouleaux sont déplacés suivant leur axe longitudinal, leur résistance à l'enfoncement étant proportionnelle aux forces radiales

les sollicitant, la connaissance de la force nécessaire pour les déplacer, permet de calculer l'état de contrainte par une simple relation.

#### 4.1.1. Principe de la méthode

Expression de la force nécessaire pour déplacer les rouleaux :  
Si nous considérons une surface contenue dans un plan coupant le matériau analogue, alors la somme des composantes normales s'exerçant sur les rouleaux, divisée par l'aire de cette surface est la contrainte normale ( $F_z$ ) FAUGERAS 56) a mis en évidence l'intérêt de l'utilisation d'une plaque de faible épaisseur (0,4 cm pour 5 cm de largeur), mais ce dernier considère qu'une contrainte normale  $\sigma_x$  règne sur les bords de la plaque puisque de nombreux rouleaux n'ayant aucun contact avec la plaque se déplacent.

La force nécessaire pour déplacer plusieurs rouleaux  $F_T = \text{tg} \delta \sum F_i$  peut être mise sous la forme :

$$F_z = \lambda \sigma_z + \mu \sigma_x \quad (1)$$

$\lambda, \mu$  : sont deux coefficients, homogènes à une surface, fonction des caractéristiques géométriques de l'empreinte, et de la nature du matériau.

Le fait que, quelque soit l'orientation de la découpe dans le plan  $xOz$ , le contour de celle-ci présente la même configuration, amène FAUGERAS et GOURVES (58) à considérer le milieu comme isotrope. Ce qui permet d'écrire :

$$F_\theta = \lambda \sigma_\theta + \mu \sigma_{\theta+\pi/2} \quad (2)$$

Où  $\theta$  est l'angle que fait la normale au grand axe de la découpe avec la direction  $OZ$  (FIGURE 1.41)

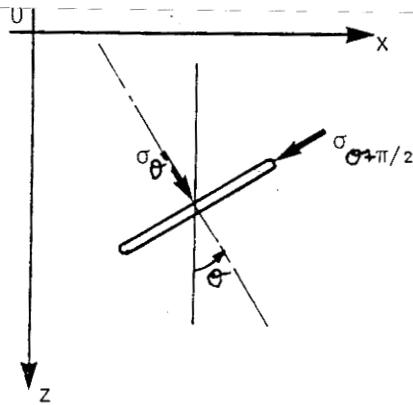


Figure 1.41

Si nous ramenons aux axes du massif, l'équation (2), nous aurons :

$$\begin{aligned} F_z &= \lambda \sigma_z + \mu \sigma_x \\ F_x &= \lambda \sigma_x + \mu \sigma_z \end{aligned} \quad (3)$$

#### 4.1.2. Détermination des contraintes

Pour déterminer  $\lambda$  et  $\mu$ , il est nécessaire de connaître les valeurs des coefficients  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ ; pour ce faire, il faut opérer dans un champ de contraintes connu (1, 2) et grâce aux équations (3).

Nous avons :

$$\lambda = \frac{\sigma_1 F_1 - \sigma_2 F_2}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2} \quad (4)$$

$$\mu = \frac{\sigma_1 F_2 - \sigma_2 F_1}{\sigma_1^2 - \sigma_2^2} \quad (5)$$

ou

$F_1$  : Force mesurée dans un plan normal au plan du biaxial (Figure 1.42).

Le grand axe de la découpe étant normal à la direction (1)

$F_2$  : force mesurée dans un plan normal au plan biaxial, le grand axe de la découpe étant normal à la direction (2),.

Les expressions (4) et (5) permettent de déterminer  $\sigma_x$  et  $\sigma_z$  en tous les points à l'aide des équations :

$$\sigma_z = \frac{1}{\lambda^2 - \mu^2} (\lambda F_z - \mu F_x) \quad (6)$$

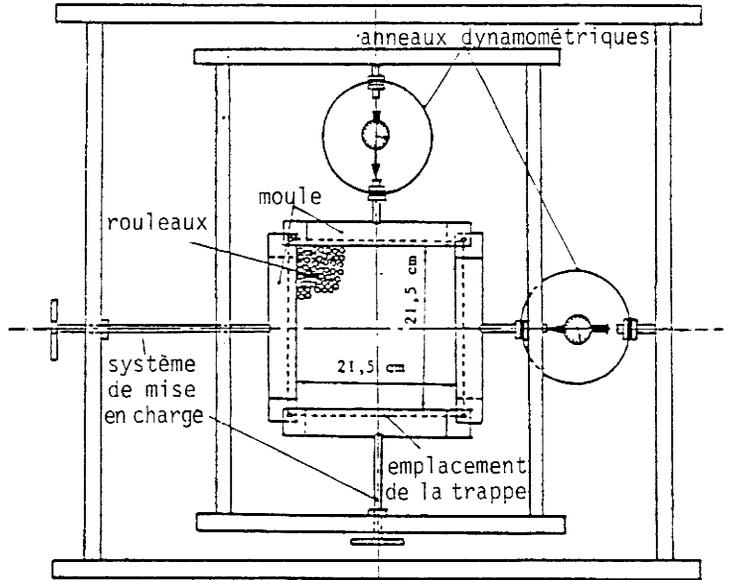


Figure 1.40 : Schéma de principe du biaxial.

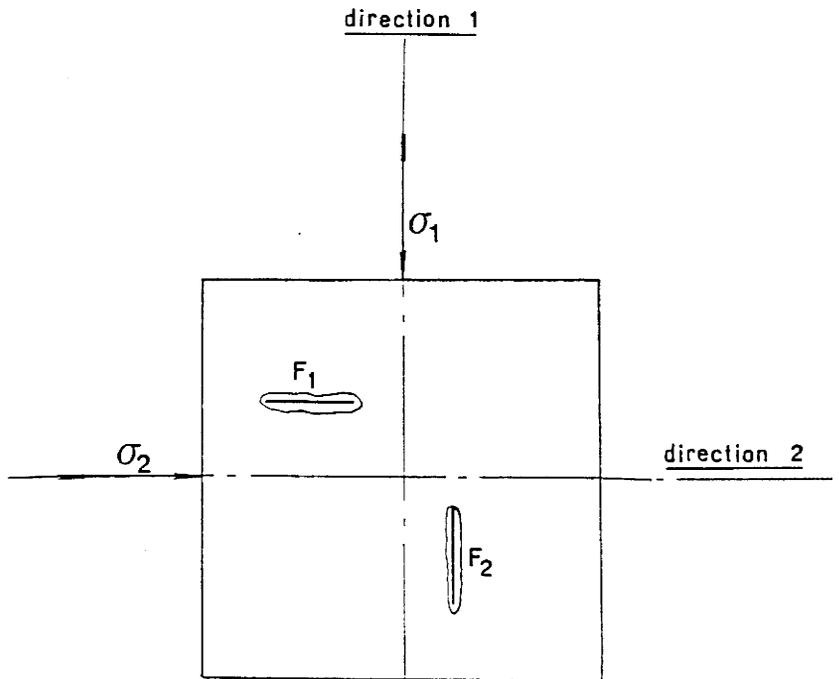


Figure 1.42 : Notations utilisées.

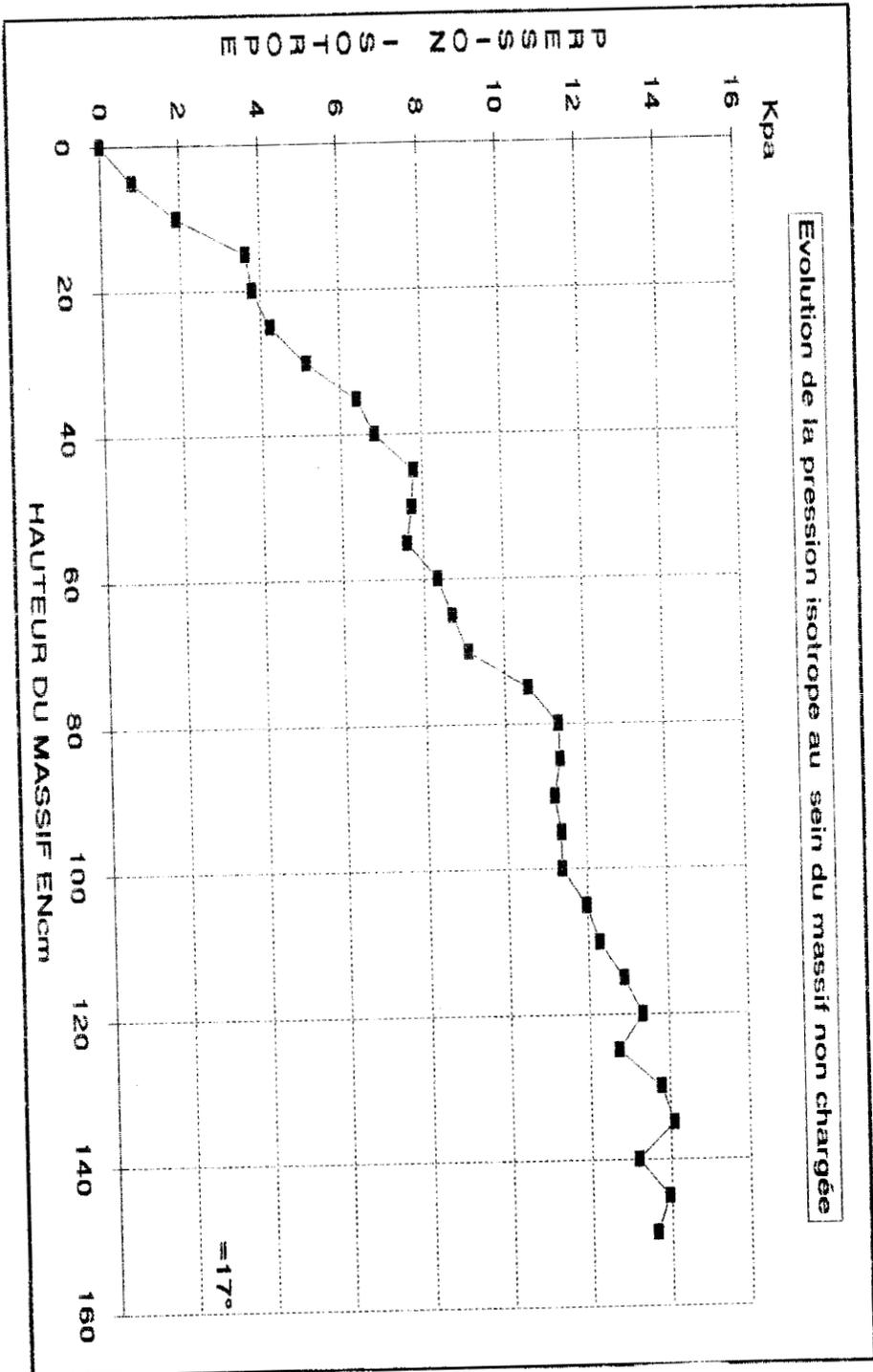


Figure 1.43 : Contrainte isotrope en fonction de la profondeur.

$$\sigma_x = \frac{1}{\lambda^2 - \mu^2} (\lambda F_x - \mu F_z) \quad (7)$$

$F$  et  $F_x$  sont mesurées à l'aide d'un capteur de force.

soit :

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} = \frac{(F_1 + F_2)}{2(\lambda + \mu)} \quad (8)$$

#### 4.1.3. Cas d'une tige section circulaire

Dans ce cas, il est impossible de dissocier  $F_1$  et  $F_2$ . De ce fait, nous ne pouvons déterminer que la valeur de la contrainte isotrope.

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad (9)$$

Alors, la force nécessaire à l'enfoncement des rouleaux est :

$$F = k p = k \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \quad \text{avec } k = 2 \lambda = 2 \mu \quad (10)$$

#### 4.1.4. Contrainte isotrope en fonction de la profondeur

La figure (1.43) donne l'évolution de la pression isotrope en fonction de la profondeur dans le cas où la surface libre est non chargée.

### 4.2. METHODES THEORIQUES

#### 4.2.1. APPLICATION DE LA THEORIE DE JENIKE ET WALTER AU CAS BIDIMENSIONNEL.

Les essais de cisaillement permettent de déterminer une relation entre la contrainte normale et la contrainte de cisaillement exercées sur un plan de rupture donné. Deux types de relations peuvent être mis en évidence lors de ces essais :

- une relation entre les contraintes exercées à l'intérieur du matériau : elle est caractérisée par une courbe intrinsèque appelée courbe de résistance limite du matériau (Powder Yield Locus).

- une relation entre les contraintes exercées le long de la paroi du silo (Wall yield Locus).

#### 4.2.1.1. Hypothèses sur les contraintes principales

Un état de contrainte plan dans un massif semi-infini est entièrement décrit par les contraintes principales ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ ). On suppose que ce sont les contraintes qui déterminent l'existence de l'écoulement.

En conséquence, pour un couple de contraintes ( $\sigma_p$ ,  $\tau_p$ ) exercées dans le plan de rupture, à l'équilibre, on a un couple de contraintes principales ( $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ ) exercées dans les directions privilégiées ( $\sigma_1 = 0$ ,  $\sigma_3 = 0$ )

On suppose que les trois couples de contraintes :

- ( $\sigma_p$ ,  $\tau_p$ ), contraintes intérieures au silo
- ( $\sigma_x$ ,  $\tau_{xz}$ )<sub>s</sub>, contraintes "statiques" le long de la paroi
- ( $\sigma_x$ ,  $\tau_{xz}$ )<sub>d</sub>, contraintes dynamique le long de la paroi

ont les mêmes contraintes principales ( $\sigma_1$  et  $\sigma_3$ ). C'est donc l'orientation des directions principales qui diffèrent.

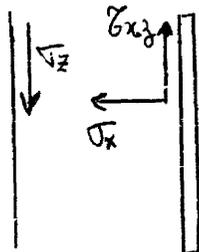
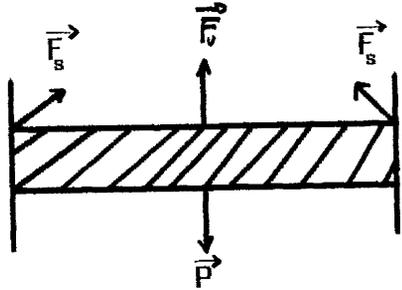


FIGURE 1.45

Dans le cas de notre modèle bidimensionnel, la paroi verticale, représente le plan de rupture imposé sur lequel s'exerce  $\sigma_x$  (la contrainte normale à la paroi) et  $\tau_{xz}$ , (la contrainte de cisaillement tangentielle à cette paroi).

#### 4.2.1.2 Bilan des forces à l'équilibre

Figure 1.46



$\vec{F}_v$  : forces de volume, réaction due à la différence de pression de chaque côté de la tranche,  $F_v = \bar{\sigma}_z \cdot s$

$P$  : poids de la tranche élémentaire,  $P = \gamma \cdot s \cdot z$

$\vec{F}_s$  : force de surface, réaction due au frottement matériau paroi

$$\vec{F}_s \begin{cases} \sigma_x \\ \tau_{xz} \end{cases}$$

projection de  $F_s$  sur  $z$  :  $F_s = \tau_{xz} \cdot P \cdot z$

$S$  : Surface,  $P$  = Périmètre.

$\bar{\sigma}_z$  : contrainte verticale moyenne

#### 4.2.1.3. Equation du champ de contrainte (Annexe 2)

A l'équilibre, on a :

$$\bar{\sigma}_z = \frac{\gamma R_h}{BD} \left[ 1 - \exp \left\{ \frac{-2 BD}{R_h} z \right\} \right]$$

C'est avec ce résultat que nous allons comparer les mesures expérimentales.

#### 4.2.2 - Calcul des paramètres définis par JENIKE et WALTERS

Les paramètres  $B$  et  $D$  ne sont fonctions que de l'angle de frottement

#### 4.2.2.1 - Détermination de l'angle de frottement grain-grain :

A l'aide de l'appareil de cisaillement décrit au paragraphe 2.1, nous avons déterminé cet angle :

Nous avons réalisé six essais effectués à la même contrainte normale respectivement pour  $\sigma_1 = 0,5$  bar,  $\sigma_2 = 1$  bar et  $\sigma_3 = 1,5$  bar. Le tracé de la moyenne de l'effort de cisaillement  $\tau$  en fonction de la contrainte normale  $\sigma$  dans le diagramme de Mohr donne une droite, la pente de cette droite est l'angle de frottement interne.

$$\text{pente} = \tan \varphi, \quad \varphi = 27^\circ.$$

#### 4.2.2.2 Détermination de l'angle de frottement paroi-rouleau

Les mêmes procédures que précédemment ont été utilisées, en remplaçant les rouleaux situés dans la partie inférieure par une surface plane faite du matériau de la paroi. Nous avons mesuré l'effort de cisaillement nécessaire pour déplacer la partie supérieure de la boîte, qui est soumise à une contrainte normale appliquée par le haut. Ainsi, nous avons obtenu des courbes efforts tangentiels  $\tau$  en fonction du déplacement.

Trois types de parois ont été étudiées :

- parois semi-rugueuses : ce sont les parois propres de la colonne.
- parois lisses : elles sont matérialisées à l'aide d'une plaque de téflon.
- parois rugueuses : contre plaqué sur lesquelles nous avons collé des rouleaux en P.V.C. de même nature que les rouleaux constituant le massif.

Résultats :

Parois	semi-rugueuses	rugueuses	lisses
$\phi$	17°	27°	8°

Tableau 1.5

4.2.2.3 Calculs des paramètres B et D (Tableau 1.6)

Formules	Angles de frottements		
	17°	27°	8°
$2. \varepsilon = \frac{\pi}{\lambda} + K S \arccos\left(\frac{\sin \phi}{\sin \psi}\right)$	157	117	170
$B = \frac{\sin 2\varepsilon - \sin \psi}{1 - \cos 2\varepsilon \sin \psi}$	0,125	0,335	0,05
$C_1 = (\operatorname{tg} \psi / \operatorname{tg} \phi)^2$	0,36	1	0,07
$Y_1 = \frac{2(1 - C_1)^{3/4}}{3C_1}$	0,90	0,67	0,98
$D = \frac{\cos \phi (1 + \sin^2 \psi) + 2KS \sqrt{\sin^2 \psi - \sin^2 \phi}}{\cos \phi (1 + \sin^2 \psi) + KSY \sin^2 \psi}$	1,183	0,779	1,25

Tableau 1.6

4.2.2.4 Influence de l'angle de frottement sur la valeur asymptotique

La figure (1.47) représente la répartition de la pression isotrope, dans le cas où la surface libre est chargée, pour des valeurs de frottement différentes.

La figure (1.48) traduit l'évolution de la pression isotrope dans le cas du massif chargé et non chargé. Nous constatons que les deux courbes tendent vers la même asymptote.

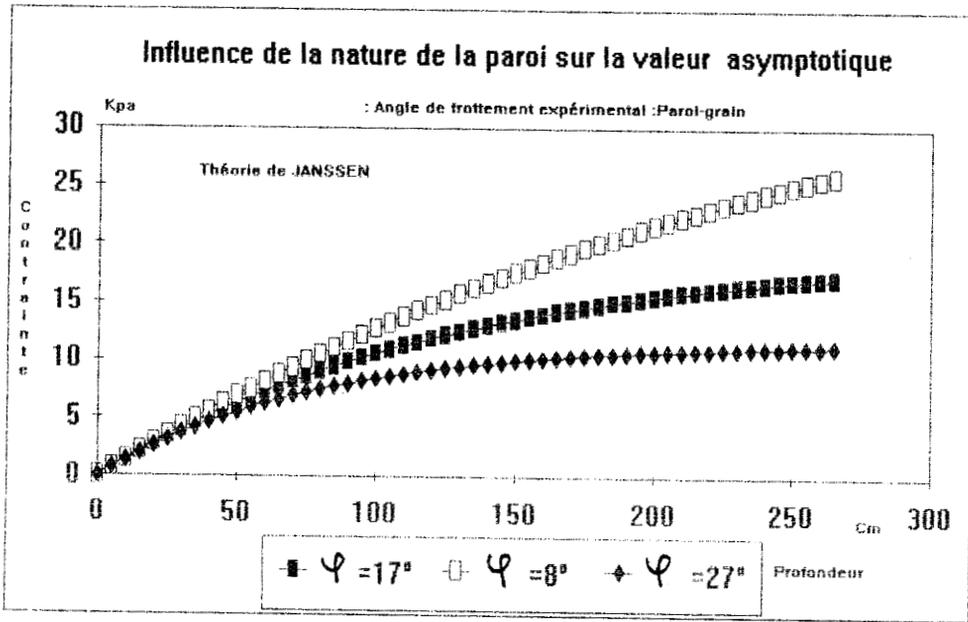


Figure 1.47

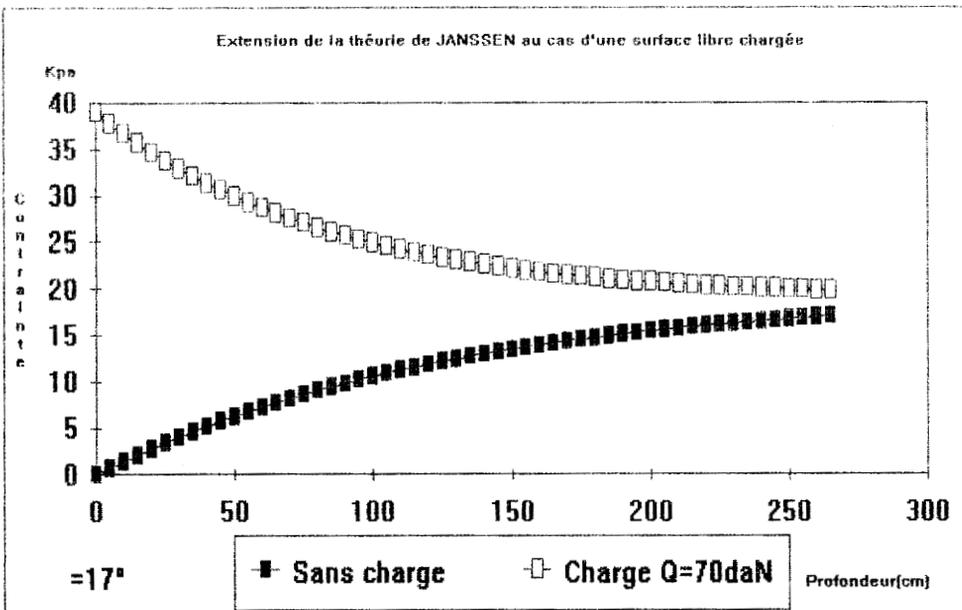


Figure 1.48

## 4.2.3. Calcul des efforts par la méthode de JANSSEN

## 4.2.3.1. Cas du massif non chargé.

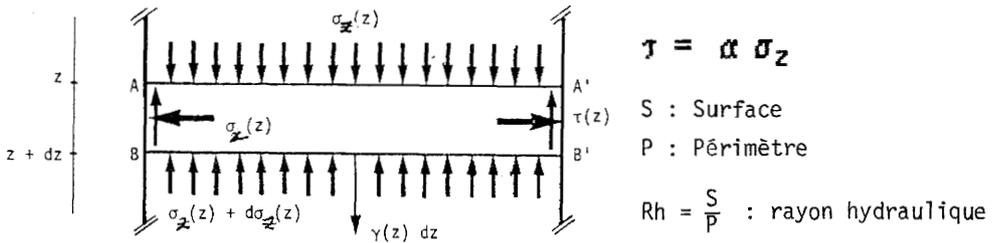


Figure 1.49

Le bilan des forces dans la direction z donné :

$$\sigma_z^s + \gamma^s dz = (\sigma_z + d\sigma_z) s + \tau p dz$$

d'où

$$\frac{d\sigma_z}{dz} + \frac{\alpha}{R_h} \sigma_z = \gamma \quad (1)$$

dans le cas du modèle,  $R_h = \frac{d}{2}$  (d : diamètre de la colonne)

$$\sigma_x = \lambda \sigma_z ; \tau = \mu \sigma_x ; \alpha = \lambda \mu$$

La solution de l'équation (1) et de la forme

$$\sigma_z = \frac{\gamma d}{2 \lambda \mu} \left( 1 - \exp\left[-\frac{2 \lambda \mu z}{d}\right] \right)$$

$$\varphi = 27^\circ \text{ donne } \lambda = K = \operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi - \varphi}{4}\right)$$

$$\mu = \operatorname{tg} \varphi$$

## 4.2.3.2. Influence de l'angle de frottement sur la valeur asymptotique

Sur la figure (1.50) nous constatons que au fur et à mesure que la valeur du frottement paroi-grain augmente la valeur asymptotique augmente.

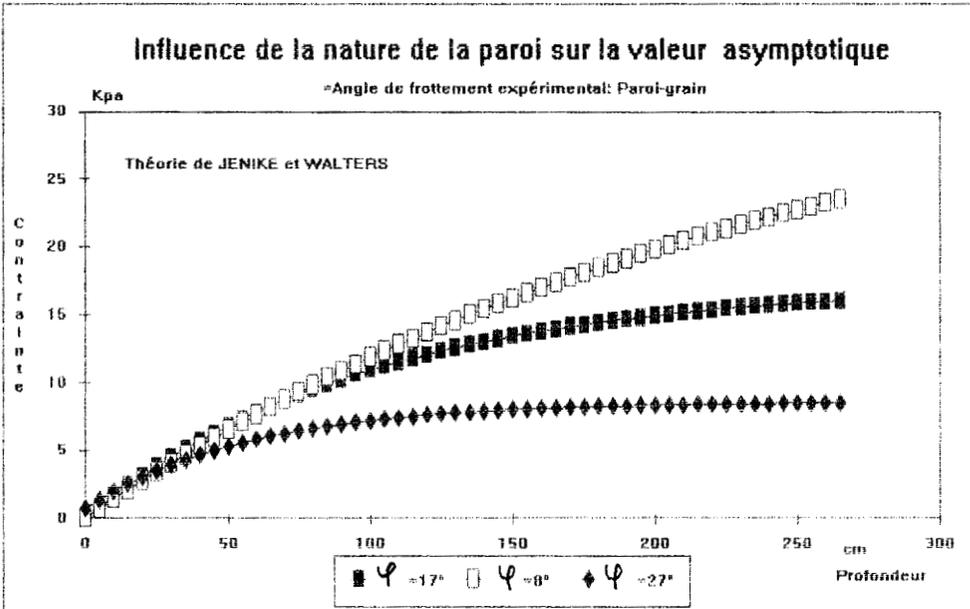


Figure 1.50

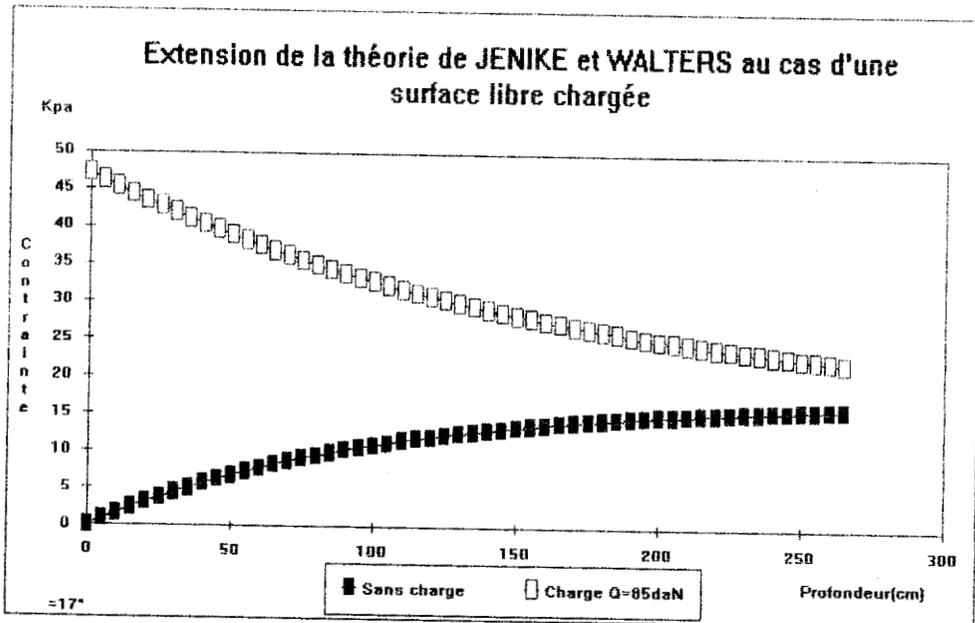


Figure 1.51

Sur la figure (1.51) nous pouvons faire la même remarque que précédemment : les courbes relatives à un massif chargé et non chargé tendent vers la même limite asymptotique égale à :

#### 4.3 COMPARAISON ENTRE LES METHODES THEORIQUES ET EXPERIMENTALES

Les comparaisons des différentes courbes que nous venons d'exposer sont indiquées sur les figures (1.52 et 1.53). Nous constatons que la méthode expérimentale donne en général des efforts plus élevés que ceux obtenus théoriquement. Cependant cette différence a tendance à disparaître au fur et à mesure que la profondeur augmente dans le cas où la surface libre du massif est non chargée, figure (1.52), la courbe expérimentale ne présente pas de différence notable avec celles obtenues par les méthodes théoriques. En revanche, sur la figure (1.53) qui représente la comparaison entre les courbes théoriques et expérimentales dans le cas où la surface libre est chargée, nous constatons qu'il existe, à la partie supérieure de la colonne, une très grande différence entre les valeurs expérimentales et les valeurs théoriques, les dernières sont trop faibles. Mais à partir d'une hauteur  $H = 50$  cm cette différence diminue nettement et disparaît à une hauteur  $Z = 120$  cm, ces résultats sont analogues à ceux obtenus par MEZGHANI (106). Nous pensons que cette différence est due à la répartition non régulière de la charge dans la partie haute du silo.

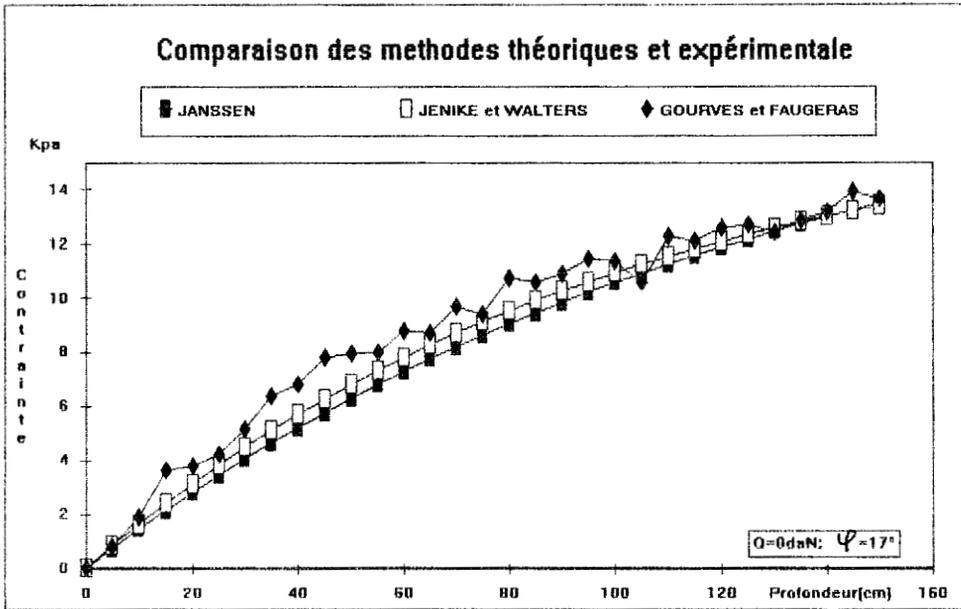


Figure 1.52

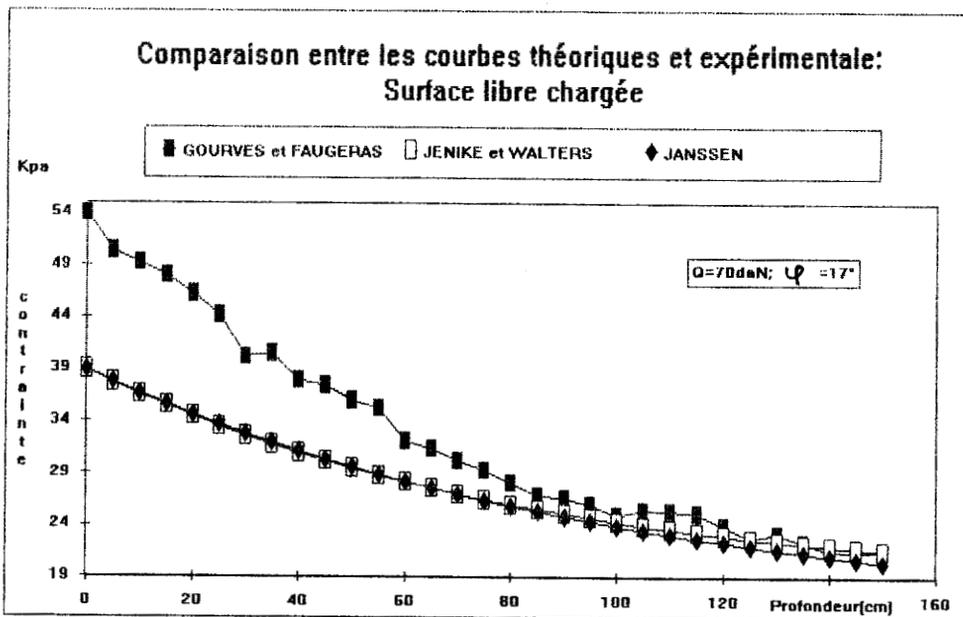


Figure 1.53



**DEUXIEME PARTIE**

**EXPERIMENTATIONS SUR MODELES BIDIMENSIONNELS**

**A ROULEAUX**

A la base des relations mathématiques exprimant toute loi physique, existent certaines classes d'expériences, dont on estime qu'elles caractérisent le phénomène que l'on cherche à décrire. Dans notre cas, ce phénomène à décrire est l'écoulement du matériau granulaire. En l'occurrence, le choix des expériences caractéristiques a été limité a priori à une description de la réalité microstructurale ou bien macrostructurale. Ces deux niveaux d'expériences, qui s'éclairent l'un l'autre, étaient indispensables pour la compréhension du phénomène d'écoulement de notre matériau analogique. Nous pensons que c'est d'une liaison active entre les analyses des réalités expérimentales microstructurale (le grain) et macrostructurale (le massif) que pourront émerger des lois d'écoulement simples mais réalistes.

## 0. INTRODUCTION

Nous avons conçu deux modèles expérimentaux simulant une tranche d'un milieu granulaire enfermé entre deux parois rigides parallèles.

Tout d'abord, nous avons procédé à une étude préliminaire. Dans un premier temps, il a fallu déterminer tous les paramètres ayant une influence sur la force nécessaire pour déplacer les rouleaux et sur l'écoulement. Pour ce faire, nous avons réalisé dix campagnes d'essais dont chacune comportait cinq expériences. Ainsi nous avons été confronté, sur le plan statique, aux problèmes de reproductibilité des courbes et, sur le plan cinématique, aux problèmes de précision sur la détermination des déplacements des particules. En effet, les écoulements se sont souvent déroulés en plusieurs phases avec des arrêts dûs à l'avancée et au cisaillement du massif dans le silo. En fait, cela résultait des défauts d'équerrage et d'aplomb. Par suite, nous avons effectué une autre campagne d'essais dans l'optique de comprendre la non reproductibilité des mesures d'efforts. Les différents problèmes d'équerrage et d'aplomb ayant été résolus, nous avons constaté, néanmoins, une assez grande dispersion des mesures d'un essai à l'autre. Ce phénomène peut être attribué au principe de l'essai, autrement dit, au capteur et à la dimension de la tige.

Des améliorations technologiques, en particulier en ce qui concerne le capteur et l'orifice de vidange, sont parvenues à aplanir ces difficultés. En réalité, la mise au point de ces essais a réclamé un grand soin et également beaucoup de patience.

Enfin, il est intéressant de signaler que l'appareillage, ainsi réalisé, nous a permis de mener un bon nombre d'expériences devant conduire d'une manière générale, à certains éclaircissements sur le comportement du matériau granulaire au cours de l'écoulement, ainsi qu'à la phase statique.

Toute l'expérience accumulée dans ce domaine au cours de la mise au point, a constitué la base de départ de notre travail auquel de nouvelles améliorations ont été apportées. L'ensemble du dispositif expérimental et sa réalisation se résument en quatre phases :

- Conception et réalisation des modèles,
- Achat et découpage des rouleaux,
- Mise au point de l'appareil de mesure des efforts,
- Mise au point des essais.

## I MATERIELS ET METHODES

### 1.1 Dispositif expérimental

L'objectif de notre travail étant de contribuer à la compréhension du phénomène d'écoulement au travers un orifice, il nous a semblé que la meilleure façon de procéder consistait à construire deux modèles bidimensionnels :

- Silo à fond plat (photo 2.1)
- Silo muni d'une trémie (photo 2.2)

#### 1.1.1 Silo à fond plat

Le silo à fond plat est représenté par une colonne qui est constituée de deux montants droits comportant une échelle graduée (de cinq centimètres en cinq centimètres), qui sert de repère spatial pendant le remplissage et la



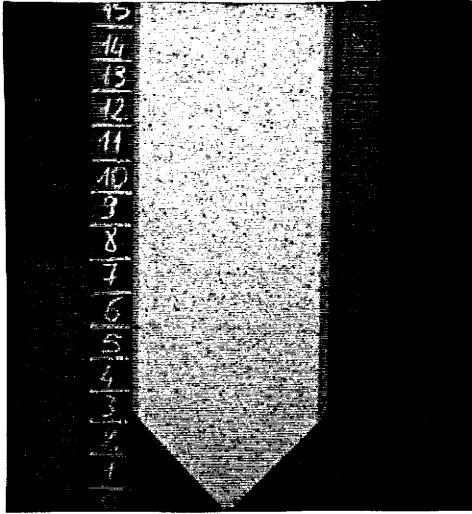


Photo 2.1

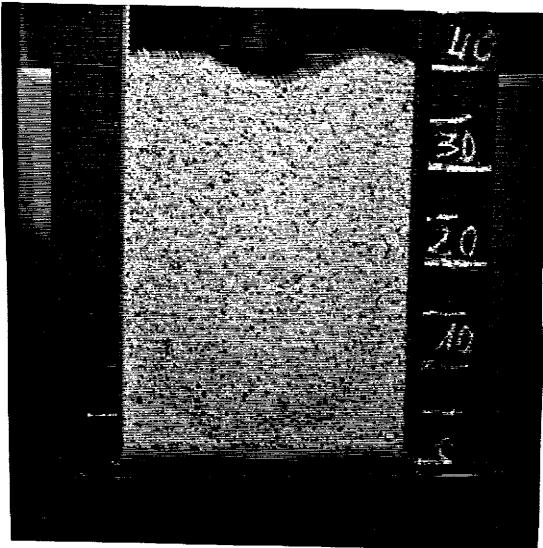


Photo 2.2



vidange. Les dimensions du fût sont les suivantes :

- hauteur : 1.80 m
- longueur : 0.30 m
- profondeur : 0.15 m.

Pour permettre une étude cinématique, le silo possède en son fond plat, cinq ouvertures permettant l'écoulement des rouleaux. La sélection du nombre d'ouvertures (de 0 à 5) et l'agrandissement de l'ouverture (de 0 à 2 cm) est réalisé grâce à des plaques coulissantes contenant respectivement 2, 3, 4 et 5 orifices.

Compte tenu du nombre considérable de petits rouleaux que comportait notre modèle, nous avons été amené à prévoir un système de sécurité prévenant tout renversement. La stabilité du massif analogique est assurée par un écran amovible constitué par une planche de bois, disposée sur la face arrière. En cours d'expérimentation, cette dernière est reculée ou enlevée complètement, afin, d'une part de permettre aux rouleaux de se déplacer pendant les mesures effectuées lors de l'étude statique, d'autre part d'éliminer les frottements parasites.

### 1.1.2 Silo muni d'une trémie

En ce qui concerne le silo à trémie, il est représenté par deux montants verticaux de même dimension que ceux du modèle à fond plat. Les trémies sont matérialisées par des plaques de tôles, calées dans le silo en quatre points; les inclinaisons possibles sont : 15°, 30°, 45° et 60°, selon la longueur des plaques, et pour faciliter le remplissage du silo, une planche amovible a été disposée à l'arrière.

Afin d'avoir des repères fixes dans le massif analogique, un cadre métallique a été réalisé sur lequel un maillage est matérialisé au moyen de fils. Le massif a donc été partagé en carrés de 5 x 5 cm.

La détermination de la distribution des efforts dans le silo peut se faire sous poids propre, mais aussi sous différentes charges exercées au sommet du massif. Compte tenu de l'effort que nous avons à exercer (environ

80 daN), parmi les différentes solutions envisagées, nous avons opté pour un cric hydraulique. La mesure des effets appliqués au massif est effectuée à l'aide du dynamomètre (photo 22).

### 1.1.3 Matériau utilisé

#### 1.1.3.1 Choix du matériau

Le matériau que nous avons utilisé est le P.V.C. (Plychlorure de vinyle). Celui-ci présente les caractéristiques suivantes :

- Densité 1.5 daN/dm<sup>3</sup>.
- Dimensions, longueur 60 mm, diamètres (2, 3 et 4 mm).
- Densité du matériau en place 1,1/cm<sup>3</sup>.
- Limite élastique : 5 daN/m<sup>2</sup>.
- Module d'élasticité : 30 daN/m<sup>2</sup>.

Le comportement d'un tel matériau est analogue à celui d'un milieu granulaire en particulier à celui d'un sable dense; il présente en effet de nombreux points communs avec ce dernier.

Nombreux sont les avantages de ce matériau :

- La légèreté : quatre fois plus léger que les rouleaux en laiton existants dans le laboratoire, les influences du poids propre en sont d'autant plus réduites.

- Elasticité : du fait d'une bonne limite élastique, le comportement du matériau est très réversible. De plus, un rouleau supporte très bien une flexion sous de faibles efforts. Si malencontreusement, un rouleau se dispose obliquement lors d'un essai, celui-ci ne provoquera pas une grande

perturbation qui pourrait par conséquence fausser nos mesures.

- L'état de déformation peut être étudié en tous points du massif.

Nous avons utilisé trois diamètres différents : 2, 3 et 4 mm, dans le but d'obtenir une bonne homogénéité et une bonne compacité du milieu et surtout pour éviter toute régularité dans l'arrangement des rouleaux, et de ce fait, limiter au maximum l'anisotropie.

Pour les différentes expériences, le pourcentage (en poids) des différents rouleaux a été le suivant :

- 50 % de rouleau de  $\varnothing 3$  mm
- 25 % de rouleau de  $\varnothing 2$  mm
- 25 % de rouleau de  $\varnothing 4$  mm.

#### 1.1.3.2 Mise en place du matériau

Les rouleaux sont déposés dans le massif sous l'effet de la pesanteur, les couches successives ne sont pas compactées, mais simplement disposées de façon à ce que les génératrices des rouleaux soient bien parallèles entre elles. Signalons que ce matériau est très peu compressible sous pression isotrope, la densité initiale est donc assez constante pour le mode de remplissage utilisé. Nous supposons que la densité initiale de mise en place est constante et voisine de  $d = 1,11$ . Cela permet d'avoir une bonne répétitivité dans l'assemblage, ce qui n'est pas le cas des autres produits pulvérulents. Or nous savons bien, que pour un milieu granulaire donné, l'empilement des grains est très aléatoire et ses propriétés locales varient considérablement d'une région à une autre du massif, et également entre plusieurs reconstitutions d'un même empilement. Nous ne pouvons considérer deux empilements successifs comme identiques que si leur porosité moyenne ou leur densité en vrac sont égales. Ces paramètres sont implicitement définis en pratique comme des moyennes volumiques et dans la plupart des cas, elles sont utilisées comme variable locales, mais l'inconvénient de cette définition est que, en général, la moyenne spatiale d'une variable physique dépend du volume de référence choisi.

Pour obtenir des essais comparables, il faut que les empilements des rouleaux conservent des conditions globales identiques. Cette manière de procéder est à la base de l'approche probabiliste.

Nous nous attacherons dans nos expériences à reproduire des massifs équivalents. Nous avons tout de même de la dispersion dû au caractère aléatoire que l'on essaiera de réduire en réalisant la même mesure plusieurs fois. En effet, nous savons que si nous effectuons la mesure un grand nombre de fois (suffisamment grand) suivant un processus à chaque fois identique, la moyenne statistique de la grandeur mesurée tendra vers sa moyenne probabiliste.

Dans le cas de l'étude statistique qui consiste à étudier la répartition des contraintes au sein du massif, nous étions amenés à réaliser plusieurs séries de mesures des efforts inter-granulaires, sous différentes charges. Il est certain que la configuration du squelette du massif n'est plus identique à celle de l'état initial même après déchargement du système. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons effectué un certain nombre d'essais concernant la détermination de l'effort nécessaire pour déplacer une certaine quantité de rouleaux de deux façons différentes :

#### 1ère façon

- application d'une charge  $Q = 35 \text{ daN}$
- mesure de l'effort à différentes hauteurs du massif
- déchargement et réarrangement des rouleaux.

#### 2ème façon

- déchargement du système uniquement (pas de réarrangement des rouleaux)
- application d'une charge identique  $Q = 35 \text{ daN}$
- mesure de l'effort à différentes hauteurs du massif.

Nous avons constaté que les valeurs de l'effort nécessaire pour déplacer les rouleaux obtenus par la deuxième méthode, sont considérablement supérieures à celles obtenues par la première méthode, et ceci est dû, certainement au fait que le matériau emmagasine une partie des contraintes qui lui ont été appliquée précédemment : la figure 2.1 présente une comparaison entre les résultats obtenus par les deux méthodes.

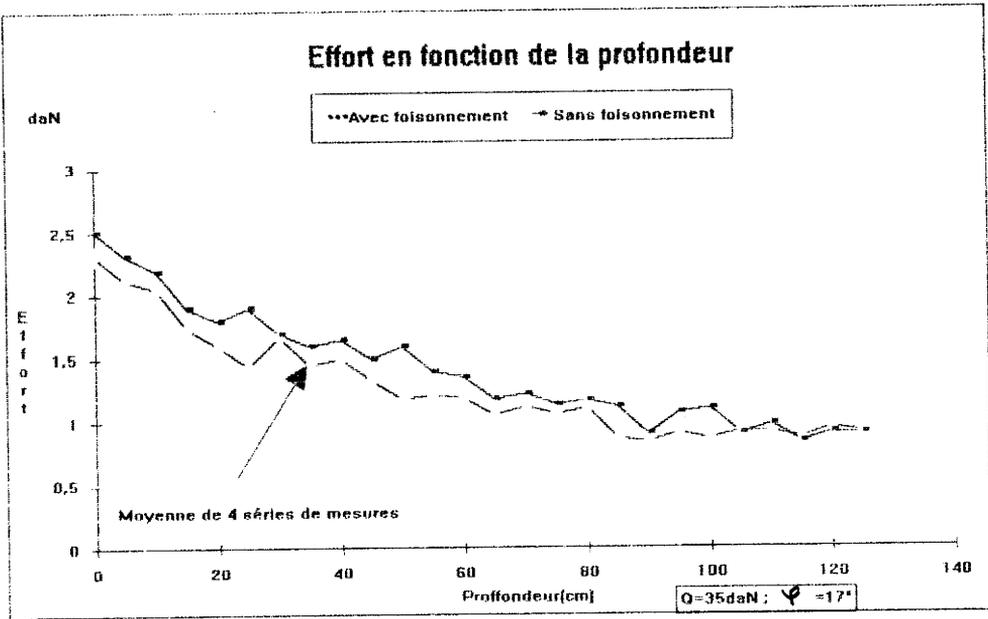


Figure 2.1

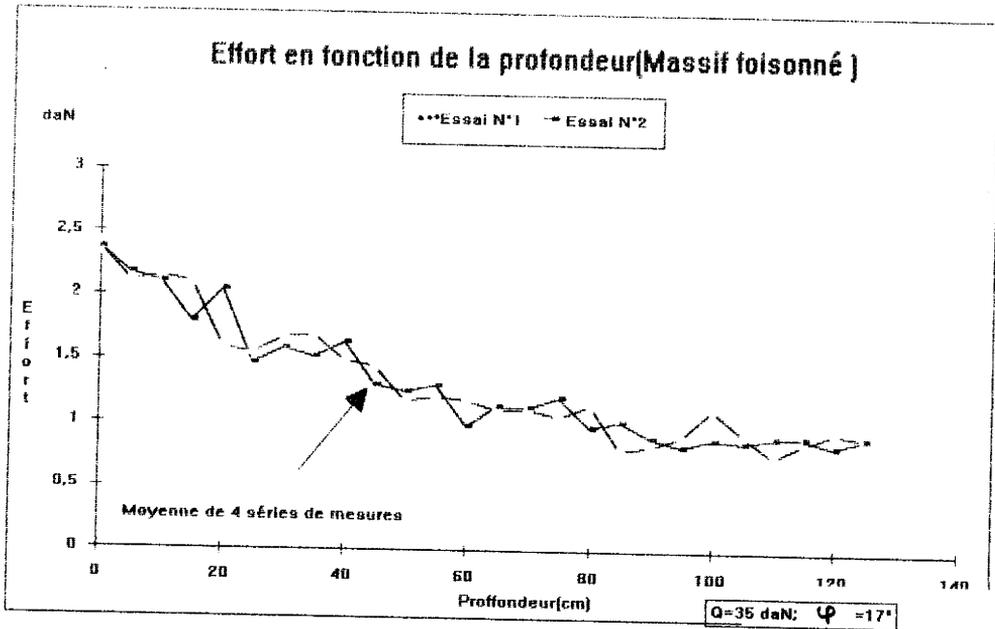


Figure 2.2

Sur la base de ces résultats, nous avons considéré que les mesures seront toujours perturbées, si on ne pratique pas une réorganisation du massif d'une manière très efficace. A ce propos, nous nous sommes attachés à chercher une méthode de foisonnement qui devra répondre aux critères suivants :

- supprimer les contraintes des essais précédents;
- effectuer un nouvel arrangement qui devra être identique d'un essai à l'autre.

Le nombre important de rouleaux, exclut le fait de les retirer du modèle. Le critère qui nous a semblé le plus important dans le choix de la méthode de foisonnement, est d'intéresser la plus grande surface possible du massif et de se replacer à chaque essai, le plus rapidement possible dans les conditions initiales. Nous avons finalement choisi, une méthode simple qui consiste à placer dans le massif, à une profondeur  $h$  et successivement à des distances  $d$  de la paroi (allant de 2 à 30 cm), une barre métallique de forme cylindrique de longueur 25 cm et diamètre 2 cm, et à remonter celle-ci jusqu'à la surface du massif.

Tous les essais ont été réalisés en employant cette méthode de foisonnement, les résultats obtenus en utilisant cette dernière, sont satisfaisants sur le plan de la reproductibilité des mesures. Néanmoins, comme nous le constatons sur la figure 2.2, les efforts mesurés varient légèrement. Ces variations ne peuvent être imputées, ni à la méthode de foisonnement, ni à la méthode de mesure des efforts. Elles sont en fait dues au milieu lui-même et à sa nature granulaire.

#### 1.1.4 Conclusion

Le silo expérimental a été conçu pour permettre l'étude du milieu granulaire. Mais le problème, en général tridimensionnel, est ramené à une étude bidimensionnelle et cela grâce à l'utilisation de rouleaux cylindriques de plusieurs diamètres. Ce caractère essentiel permet de traiter des problèmes plans sans frottements parasites du type de ceux que l'on rencontre inévitablement avec les modèles constitués par un mur de sable, emprisonné entre deux plaques de plexiglas.

Il est particulièrement intéressant de rappeler que, parmi les avantages des essais effectués sur ce modèle, la très bonne répétitivité dans l'assemblage des rouleaux, qui permet d'obtenir une densité de mise en place pratiquement constante, facilite la comparaison des expérimentations entre elles. De plus, les essais sur ce type de modèle, sont peu coûteux, comparés aux essais en vraie grandeur.

Par contre, et c'est l'inconvénient de ces modèles, nous ne connaissons pas les lois de similitude, et par suite, il est très difficile d'extrapoler les résultats quantitatifs des essais sur modèles réduits aux ouvrages réels. Or, on sait que pour qu'une expérience sur modèle réduit soit représentative du comportement de l'ouvrage réel, elle devra satisfaire, généralement, aux deux conditions de similitude que nous avons citées lors de notre étude bibliographique, à savoir :

(1) Les matériaux utilisés dans le modèle auront les mêmes lois de comportement que ceux utilisés dans les silos réels.

(2) L'expérience reproduira en tout point, les contraintes et les déformations qui existent dans cette structure réelle.

La similitude du modèle doit en effet satisfaire aux équations de l'équilibre des milieux continus. Donc, les règles exactes de similitude peuvent être déduites de ces équations et des conditions aux limites écrites de façon explicite, en traduisant leur invariance dans un changement d'unités.

Les équations d'équilibre s'écrivent :

$$\sum_j \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho \left( g_i - \frac{\partial^2 \epsilon_i}{\partial t^2} \right)$$

où  $\sigma_{ij}$  sont les composantes du tenseur des contraintes

$x_j$  les coordonnées

$\epsilon_i$  les composantes du tenseur des déplacements

$g_i$  l'accélération de la pesanteur

$\rho$  la densité du matériau

et  $t$  le temps.

Si on modifie les unités on obtient :

$$\sigma^* l^* \sum_j \frac{\partial \sigma'_j}{\partial x'_j} + \rho^* \rho' (g^* g'_j - \dot{\epsilon}^* l^{*2} \frac{\partial \epsilon}{\partial t^2}) = 0$$

avec

$$\sigma^* = \frac{\sigma_{\text{modèle}}}{\sigma_{\text{réel}}} \quad \rho^* = \frac{\rho_{\text{modèle}}}{\rho_{\text{réel}}} \quad l^* = \frac{l_{\text{modèle}}}{l_{\text{réel}}}$$

$$\dot{\epsilon}^* = \frac{\dot{\epsilon}_{\text{modèle}}}{\dot{\epsilon}_{\text{réel}}}$$

$l$  : facteur d'échelle de longueur; on voit que l'équation reste formellement vérifiée si les facteurs d'échelle satisfont aux deux conditions :

$$\sigma^* = \rho^* g^* l^* \quad (1)$$

$$\dot{\epsilon}^* = g^* l^{*2} \quad (2)$$

Dans le cas où on vise à reproduire les mêmes contraintes,  $\dot{\epsilon}^*$  est égal à un, et la condition (1) précédente se résume à  $g l^* = 1$ , et ceci est pratiquement la seule équation que l'on peut simuler.

En somme, le grand intérêt de ces modèles bidimensionnels réside donc essentiellement dans la possibilité de visualiser les déplacements des rouleaux, en l'occurrence lors de l'écoulement, ainsi que la validation des codes de calcul.

## 1.2 Mise au point d'un appareillage de mesure de contrainte

Le fait de faire apparaître, lors de nos expériences sur le matériau analogique, les difficultés inhérentes aux essais, nous a conduit à une réflexion plus générale, non seulement sur les modèles bidimensionnels et la mesure du débit massique, mais surtout sur l'appareil de mesure de contraintes, mis au point initialement par GOURVES et FAUGERAS (58).

Le but de notre travail dans cette partie est d'une part, de réaliser un appareil de mesure de contrainte pour pouvoir effectuer une étude

statistique en statique, d'autre part de mettre en place, une chaîne d'acquisition automatique de mesures aboutissant directement à la création d'un fichier de valeurs sur micro-ordinateur.

Nous exposons ci-dessous l'évolution technique de notre système de mesures.

### 1.2.1 Premier dispositif de mesure

#### 1.2.1.1 Mesure de la force nécessaire pour déplacer un ou plusieurs rouleaux par le capteur numéro 1

A l'aide du capteur SCHLUMBERGER CD 4421/1, auquel un ressort a été ajouté, nous avons déterminé la force nécessaire pour déplacer les rouleaux, ce capteur est branché sur un dispositif électronique (fourni par le laboratoire d'électronique de l'E.N.S.T.I.M.D.), qui transmet sur le voltmètre la valeur maximale de la différence de potentiel obtenue. En fait, ce système donne une tension proportionnelle au déplacement à une constante près et grâce au ressort, le déplacement à son tour, est proportionnel à la force exercée sur le capteur et par conséquent, le système nous fournit une tension proportionnelle à cette force, à une constante près.

Dans le cas de l'étude statique, nous avons utilisé deux ressorts différents, le premier assez résistant, ce qui nous a permis d'opérer sur la partie inférieure du massif et le second, contrairement au premier, était très sensible et ceci afin de pouvoir opérer sur la partie haute du massif.

Nous avons réalisé une courbe d'étalonnage permettant d'obtenir les forces à partir des tensions. Deux paliers apparaissent, correspondant aux domaines d'utilisation des deux ressorts. La linéarité de la charge fonction de la tension change lorsque l'on passe d'un ressort à l'autre. Grâce à cette courbe d'étalonnage, nous en déduisons la force que l'on exerce avec le capteur sur les rouleaux à partir de la tension affichée sur le voltmètre.

### 1.2.1.2 Appareillage d'acquisition automatique des mesures

La réalisation de cette chaîne de mesure a nécessité :

- un capteur numéro 1,
- un dispositif électronique qui permet de bloquer la valeur de la tension minimale,
- une M.D.P. pour la conversion analogique numérique,
- un ordinateur P.C. pour le stockage des mesures.

Elle a été réalisée avec l'aide de 2 étudiants de l'E.N.S.T.I.M.D. dans le cadre des travaux de recherche-élèves.

#### Principe du programme :

1. Le programme demande le numéro du ressort :

N° 1 : raideur la plus forte (pour le bas du massif)

N° 2 : raideur la moins forte (pour le haut du massif)

La conversion est effectuée par la fonction traitement

(N° ressort, tension mesurée) qui renvoie la force correspondante.

2. Mise en attente pour une mesure

- on appuie sur la touche Q pour quitter le programme
- on appuie sur une autre touche pour saisir une mesure.

3. Le programme affiche alors

- la valeur de la force mesurée
  - la tension correspondante pour permettre le contrôle de la saisie
- Si la valeur n'est pas bonne, dans ce cas, la touche Q permet de revenir en 2, sinon n'importe quelle autre touche permet de continuer.

4. Dans le cas de l'étude statistique, le programme propose d'entrer des renseignements concernant le rouleau sur lequel a été réalisé la mesure.

Les valeurs de la hauteur (la ligne) et de la colonne et du diamètre de la tige sont des valeurs entières qui ne sont pas limitées par le programme. Cela permettra d'utiliser le programme pour n'importe quel quadrillage du massif ou même pour un autre massif.

5. Demande de la validation de la mesure. Il suffit de taper la touche "enter", si on veut valider.

6. Retour en 2.

En fait, le programme principal consiste simplement en une série d'initialisations, suivie d'une boucle permettant de faire autant de mesures qu'on le souhaite. La fonction traitement réalise la conversion de la tension en force à partir des valeurs d'étalonnage. On tient compte du fait que la courbe tension-force n'est pas une seule droite, mais deux droites de pentes différentes. En ce qui concerne la procédure fichier, elle gère l'enregistrement et la sauvegarde des mesures. Il y a d'abord l'affichage de la valeur de la force mesurée, ensuite la saisie des coordonnées d'un ou des rouleaux poussés, toutes ces valeurs sont ensuite enregistrées dans le fichier "FICH" après une demande de confirmation, ce dernier permet d'effectuer toute sorte de dépouillement.

## 1.2.2 Deuxième dispositif de mesure

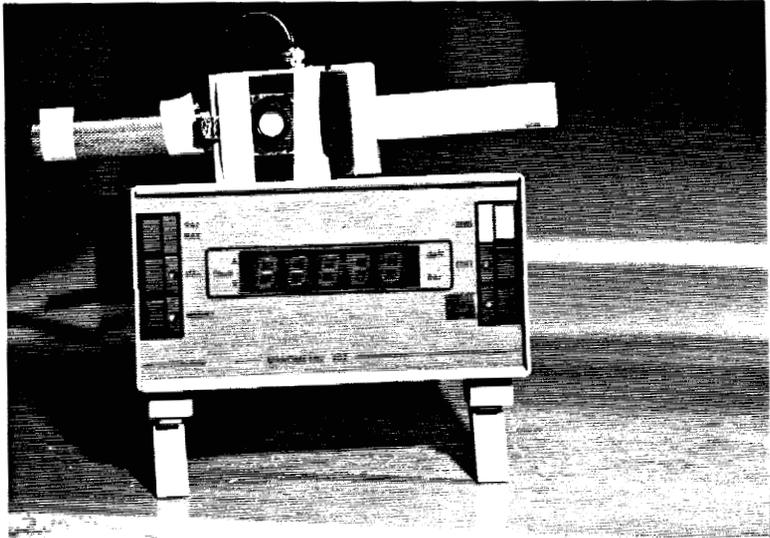
### 1.2.2.1 Mesure de la force nécessaire pour déplacer un ou plusieurs rouleaux par le capteur numéro 2

Il s'agit d'un capteur de force référence "TME FG TC", son étendue de mesure est de 5 daN (photo 2.3), il est raccordé à un coffret que gère éventuellement une imprimante (photo 2.4). Ce capteur délivre un signal électrique proportionnel à la pression subie que le coffret met en forme en vue de son exploitation.

L'ensemble assure les fonctions suivantes :

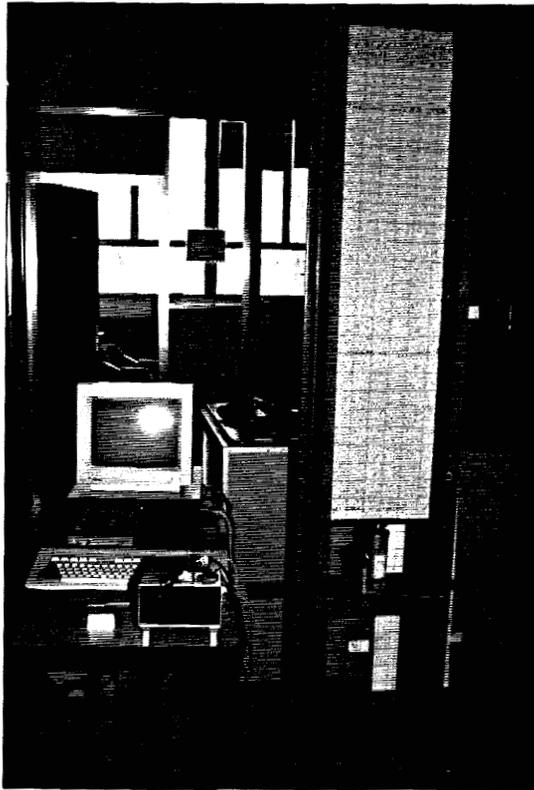
- Possibilité de mesure et de mémorisation de force relative.
- Gestion d'une liaison informatique pour raccordement à un micro-ordinateur.
- Recopie analogique proportionnelle à la pression mesurée.
- Indication du dépassement de l'échelle nominale.
- Affichage numérique de la pression avec indication de l'unité de mesure et, mémorisation de la valeur maximale atteinte selon l'échelle ou les échelles choisies.





Capteur de force et le conditionneur.

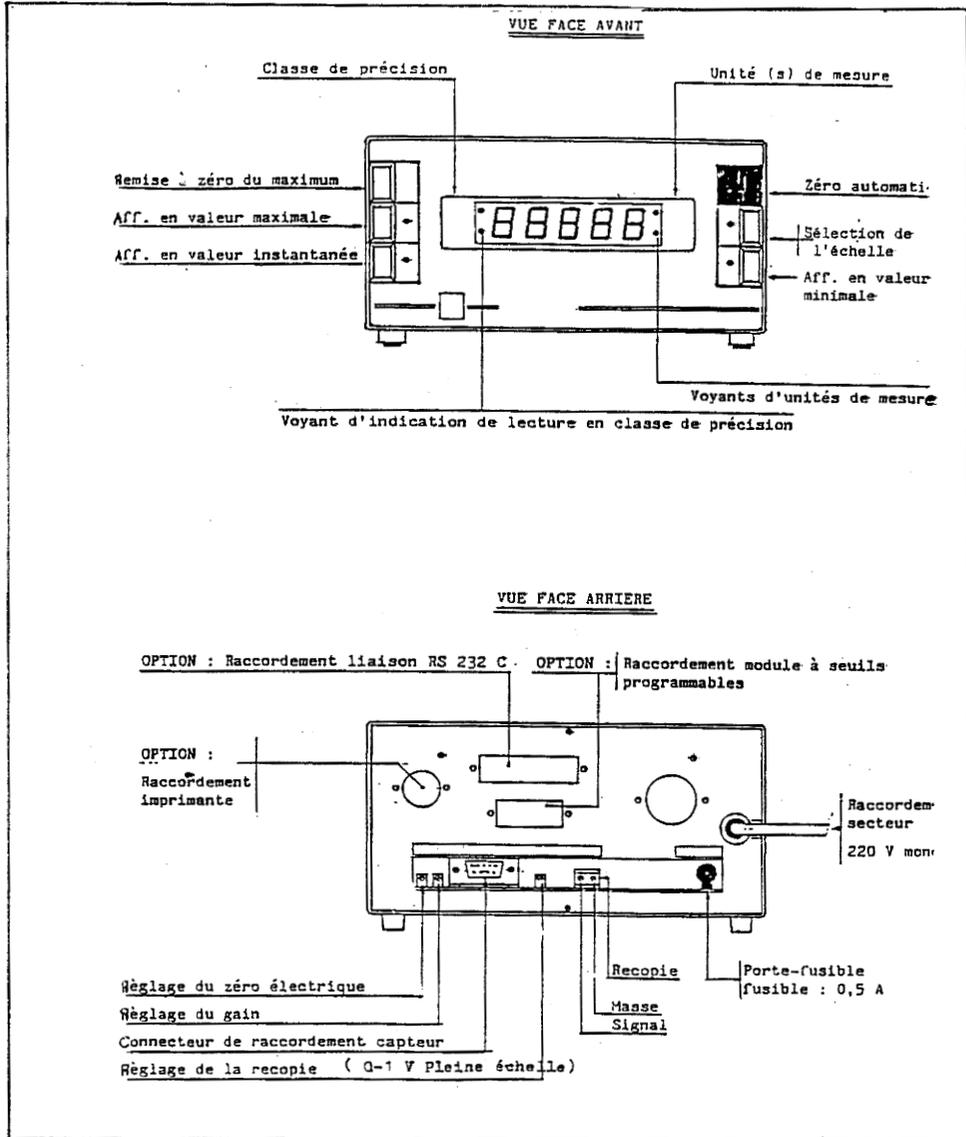
Photo 2.3



Vue générale de l'ensemble du dispositif expérimental.

Photo 2.4





### 1.2.3 Techniques expérimentales

#### 1.2.3.1 Etude statique

Mis à part les étalonnages, les expériences menées pendant cette étude se rattachent à l'une des deux catégories suivantes :

- les expériences destinées à éprouver le dispositif expérimental en contrôlant surtout la répétitivité des mesures et en mettant en évidence la symétrie du problème.

- Les expériences destinées à étudier l'influence de la rugosité des parois et la présence d'une ou plusieurs inclusions sur la répartition des contraintes.

Une seule et même procédure fut suivie pour réaliser tous les essais qui consiste à rechercher la répartition des pressions isotropes au sein du massif en fonction de la profondeur : il s'agit de déterminer la force nécessaire pour déplacer un certain nombre de rouleaux selon leur axe longitudinal, en se basant sur le principe de la notion de la contrainte macroscopique. Pour cela sur chaque carré de la surface que nous avons discrétisée, nous relevons cette force selon le mode opératoire suivant :

- nous mettons en place des rouleaux jusqu'à une hauteur  $H$ ;
- nous appliquons la charge verticale  $Q$ ;
- nous poussons avec le capteur, bien perpendiculairement au massif, sur un ensemble de rouleaux jusqu'à déplacement;
- nous relevons, suivant le type de capteur, soit la tension, soit la force;
- nous remettons à zéro l'afficheur, avant de passer au carré voisin;
- une fois un passage complet effectué, c'est-à-dire la mesure sur l'ensemble du massif, nous stockons la totalité des valeurs sur un fichier, qui nous permettra, par la suite, toutes sortes de dépouillements;
- nous déchargeons le système et nous foisonnons le massif par la méthode que nous avons décrite dans le paragraphe (1.1.3), pour éliminer des concentrations de contraintes.

Nous répétons ces opérations plusieurs fois, afin que nous puissions avoir un nombre de mesures suffisant, permettant ainsi une analyse statistique satisfaisante.

Comme nous l'avons vu dans la troisième partie, les contraintes macroscopiques à l'intérieur du milieu sont déterminées à partir des relations suivantes :

$$\sigma_v = \frac{1}{\lambda^2 - \mu^2} (\lambda F_v - \mu F_h) \quad (1)$$

$$\sigma_h = \frac{1}{\lambda^2 - \mu^2} (\lambda F_h - \mu F_v) \quad (2)$$

dans lesquelles  $\lambda$  et  $\mu$  sont deux coefficients dépendant des caractéristiques géométriques de la plaque. Or, dans notre cas, nous avons utilisé une tige de section circulaire de 2 cm de diamètre, donc les mesures à l'aide de la tige ne nous permettent de déterminer que la valeur de la contrainte isotrope :

$$p = \frac{\sigma_v + \sigma_h}{2}$$

Cette contrainte sera déduite des mesures réalisées à l'aide de la tige, par la relation :

$$p = F/2\lambda \quad \lambda = \mu = 3.3 \text{ cm}^2$$

où F est la force nécessaire pour déplacer les rouleaux.

### 1.2.3.2 Etude cinématique

Les silos comportent un ou plusieurs orifices qui permettent l'écoulement des rouleaux. Une caméra vidéo et deux projecteurs sont disposés en face des modèles.

Pour chaque manipulation, les modèles ont été remplis de la même manière et à une hauteur identique. L'observation du mouvement d'ensemble du matériau analogique est effectuée à l'aide des couches de rouleaux colorés, espacées de 5 centimètres; pendant l'écoulement, des photos sont prises toutes les secondes.

#### 1.2.3.2.1. Principe de la méthode

Nous suivons lors de l'écoulement filmé en vidéo, l'évolution de quelques rouleaux au sein du modèle bidimensionnel, à paroi lisse ou rugueuse, à fond plat ou à trémie avec un orifice centré ou excentré, nous analysons image par image et nous en déduisons :

- les déplacements des grains et leurs vitesses instantanés selon leurs positions  $(x, y)$  dans le silo.
- l'évolution globale du massif.

En utilisant un programme en BASIC et à l'aide de l'ordinateur H.P. du Laboratoire, nous obtenons automatiquement les déplacements relatifs de ces points par rapport à la moyenne des déplacements du même cliché, et nous obtenons également le graphe des vitesses relatives de différents points par rapport à la vitesse moyenne sur l'intervalle de temps considéré.

#### 1.2.4. CONCLUSION

Tout d'abord, nous pensons qu'il est important de rappeler que la réalisation d'un essai nécessite beaucoup de soin et un temps très important. A titre d'exemple, l'empilement des rouleaux dans un seul modèle nécessite près de cinq heures. L'exploitation d'un enregistrement vidéo demande encore plus de temps (tout dépend de l'importance des paramètres à analyser). Etant donné le nombre d'expériences effectuées et par conséquent, le nombre d'enregistrements vidéo réalisés et le nombre de photos prises, il était impossible d'envisager de tout analyser avec la même précision. Cependant, beaucoup d'enregistrements nous ont permis de confirmer nos résultats de visu par observation attentive. D'autres enregistrements sélectionnés spécialement ont

été dépouillés minutieusement. Tout cela ouvre des perspectives intéressantes pour l'étude systématique des divers types d'écoulement (centré, excentré...) en vue d'une meilleure compréhension du comportement du matériau analogique dans les phases de vidange.

Enfin, on se propose de souligner les points importants de ce chapitre :

- l'enregistrement vidéo et les photos, nous permettent une étude qualitative et quantitative. Le matériau de Schneebeli permet d'envisager ces expériences.

- Nous avons mis en pratique des solutions destinées à l'amélioration des essais au niveau qualitatif et quantitatif.

- Les perfectionnements apportés à l'appareillage de mesure des efforts nécessaires pour déplacer un ensemble de rouleaux selon leur axe longitudinal, ont permis d'éliminer en grande partie, certaine imprécision sur les valeurs due à l'essai lui-même. De même, le soin apporté aux modes opératoires, notamment quant au foisonnement du massif, ainsi que le traitement informatique des résultats ont conduit lors de la mise au point des essais, semble-t-il, à une bonne répétitivité des résultats.

## 2 ETUDE STATISTIQUE

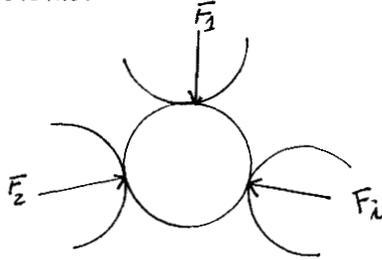
Le but de cette partie est de déterminer les pressions isotropes relatives à chaque diamètre des rouleaux et d'étudier leur dispersion.

### 2.1. Principe de la détermination des forces de contact

- La détermination de la pression isotrope passe par l'évaluation de la force nécessaire au déplacement longitudinal du rouleau.

Deux cas sont possibles : soit le rouleau est inactif et n'exige aucune force pour son enfoncement, alors nous pouvons considérer qu'aucune force de contact n'existe à la périphérie du rouleau; soit le rouleau nécessite une

force  $F$  pour son déplacement, alors il existe des forces de contacts entre ce rouleau et ces voisins.



Soit  $F$  la composante radiale de la force de contact entre les grains.

$\delta$ : l'angle de frottement longitudinal.

La résistance à l'enfoncement du rouleau peut écrire :

$$R = \sum_i F_i \operatorname{tg} \delta$$

Ce qui correspond, suivant la loi physique "Action-Réaction", à la force de poussée  $F$  sur le rouleau, soit :

$$F = \sum_i F_i \operatorname{tg} \delta$$

On appelle pression isotrope équivalente du grain, le rapport de la somme des composantes radiales des forces de contact à la surface latérale du rouleau enfoncé; soit :

$$P = \frac{\sum_i F_i}{2 \pi r l} = \frac{F}{s \operatorname{tg} \delta}$$

$r$  : rayon du rouleau;  $r$  (2,3 ou 4 mm)

$l$  : longueur du rouleau;  $l = 6$  cm

$\operatorname{tg} \delta$  : coefficient de frottement latéral;  $\operatorname{tg} \delta = 0,5$ .

## 2.2 Mode opératoire

Pour cette étude, nous avons travaillé avec le silo sans trémie (fond plat) et le capteur Numéro 1. La face avant est quadrillée en mailles carrées. Le repérage se faisait de la façon suivante :

- Lignes de 1 à 34 en partant du bas, soit une hauteur de rouleaux empilés de 1,70 mètre.
- Colonnes de 1 à 6 en partant de la gauche.

La tige utilisée pour déplacer les rouleaux a un diamètre de 1,5 mm, permettant ainsi de ne pousser que sur un seul rouleau au maximum. La mise en oeuvre des essais se déroulait de la même manière pour chaque expérience.

## 2.3 Résultats

Nous allons passer en revue les différents dépouillements que nous avons effectués.

Pour chaque couple "ligne-colonne", nous avons effectué trois mesures de force de contact sur trois rouleaux choisis aléatoirement. Les valeurs obtenues étaient stockées puis traitées par un programme informatique dont la finalité était de fournir, pour chaque ligne et pour chaque diamètre :

- la pression isotrope moyenne,
- l'écart type,
- le coefficient de variation,
- le pourcentage des rouleaux libres.

Pour cela, il fallait fournir au micro-ordinateur les coordonnées "ligne-colonne" du rouleau déplacé, son diamètre et la tension maximale lue sur le voltmètre associé au capteur. Ensuite, le programme effectuait les calculs :

- de la force nécessaire pour déplacer les rouleaux, d'après la courbe d'étalonnage du capteur,

- de la pression isotrope,
- de la pression isotrope moyenne à une hauteur (ne prend pas en compte les grains inactifs),
- de l'écart type,
- du coefficient de variation.

### Evolution de la pression isotrope en fonction de la profondeur (Rouleaux de 2mm de diamètre)

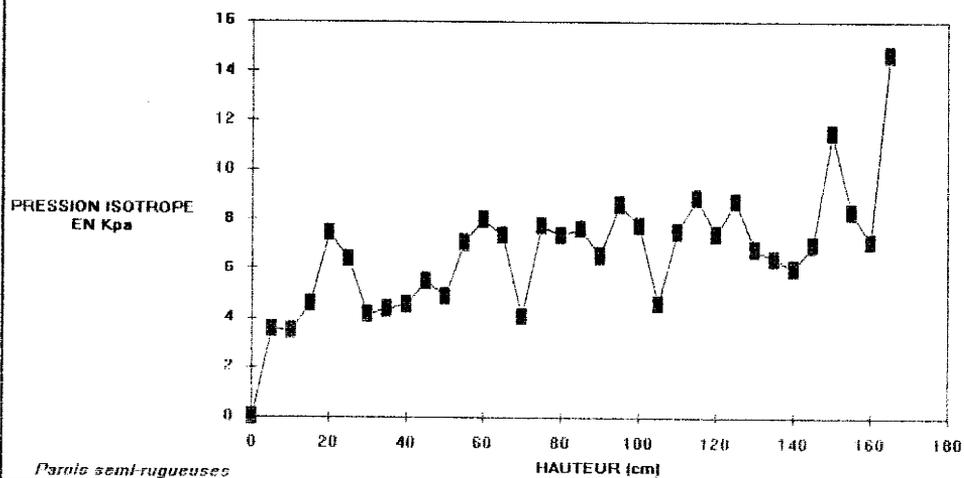


Figure 2.4

### Evolution de la pression isotrope en fonction de la profondeur (Rouleaux de 3mm de diamètre)

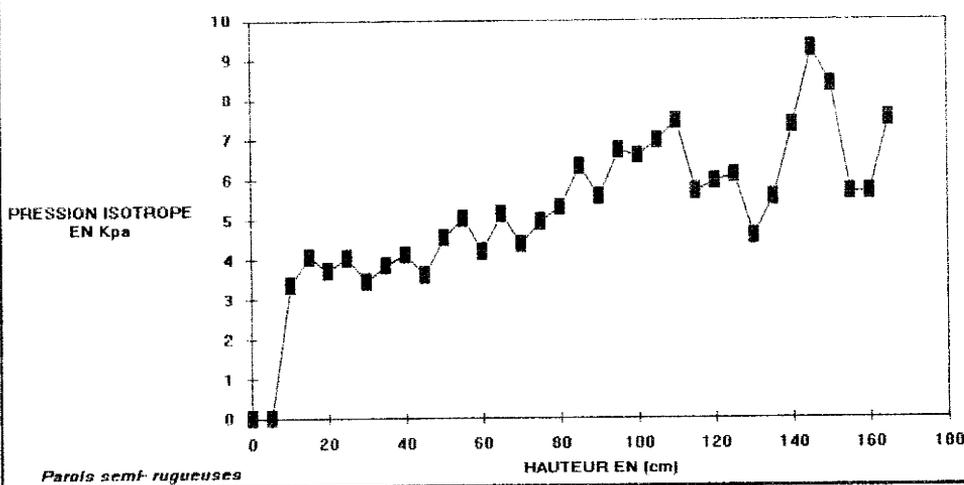


Figure 2.5

### Evolution de la pression isotrope en fonction de la profondeur (Rouleurs de 4mm de diamètre)

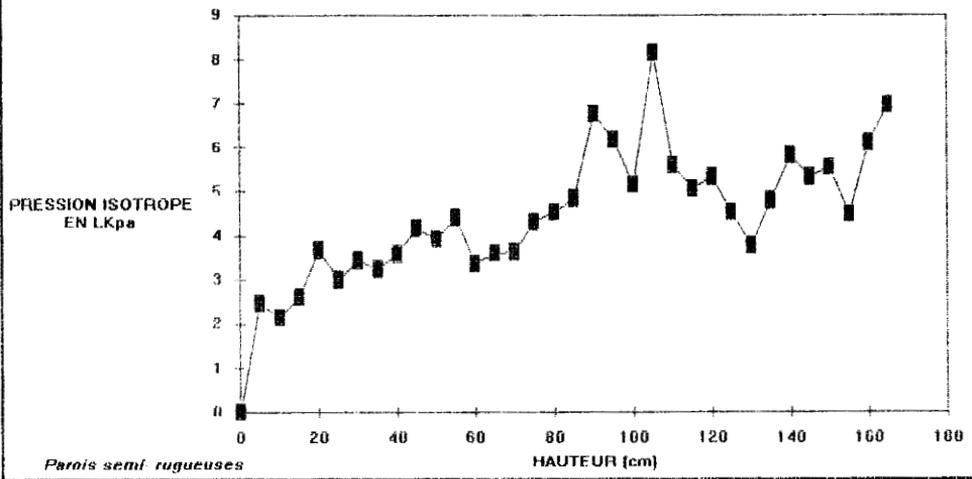


Figure 2.6

### Evolution du coefficient de variation moyen en fonction de la profondeur(Rouleurs de 2mm de diamètre)

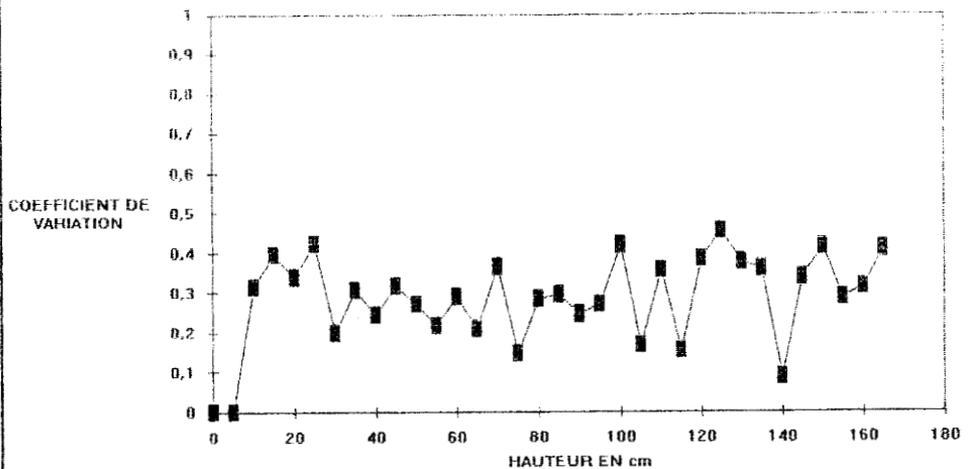


Figure 2.7

Ces résultats permettent tout d'abord de vérifier pour chaque case que l'on a effectué un nombre suffisant de mesures, ce qui permet alors de tirer des conclusions statistiques sur le massif. Les moyennes et les écarts types qui sont indiqués dans ces tableaux, sont calculés en ne tenant pas compte des rouleaux inactifs c'est-à-dire, les grains qui ne participent pas à la transmission des efforts intergranulaires.

Nous avons tracé les courbes suivantes :

- la moyenne des pressions isotropes en fonction de la hauteur pour chaque type de rouleaux.

- le coefficient de variation en fonction de la profondeur relatif aux diamètres 2,3 et 4 mm.

- et enfin le pourcentage de rouleaux inactifs en fonction de la hauteur.

#### 2.4 Analyse des résultats

Précisons tout d'abord que nous avons effectué près de 648 mesures ce qui est très important dans le contexte qui nous intéresse : l'étude statistique.

Les figures 2.4, 2.5 et 2.6 représentent l'évolution de la pression isotrope en fonction de la profondeur relativement aux rouleaux de diamètre 2, 3 et 4 mm.

Les courbes expérimentales sont obtenues en faisant la moyenne des mesures de toutes les valeurs mesurées sur la même ligne et pour le même diamètre.

La comparaison entre ces courbes, montre que les valeurs mesurées varient d'une courbe à l'autre. En effet, nous constatons que, les pressions isotropes, diminuent au fur et à mesure que le diamètre des rouleaux augmente.

**Evolution du coefficient de variation moyen en fonction de la profondeur (Rouleaux de 3mm de diamètre)**

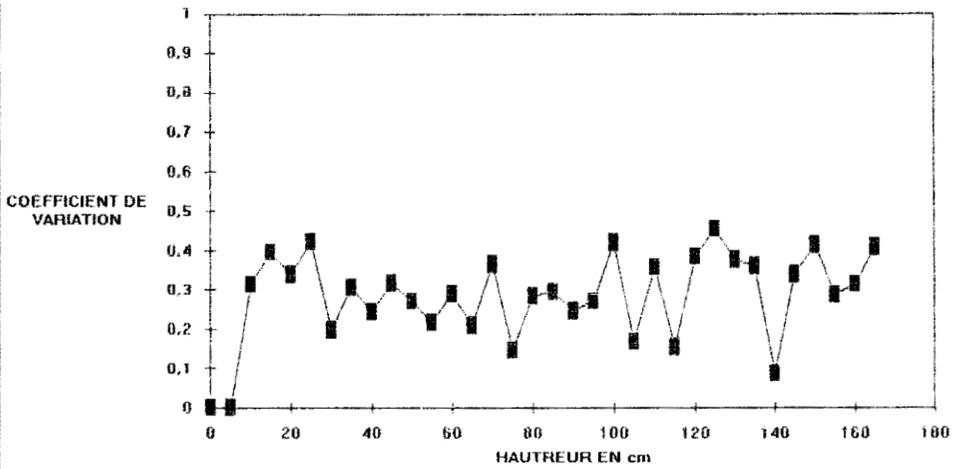


Figure 2.8

**Evolution du coefficient de variation moyen en fonction de la profondeur (Rouleaux de 4mm de diamètre)**

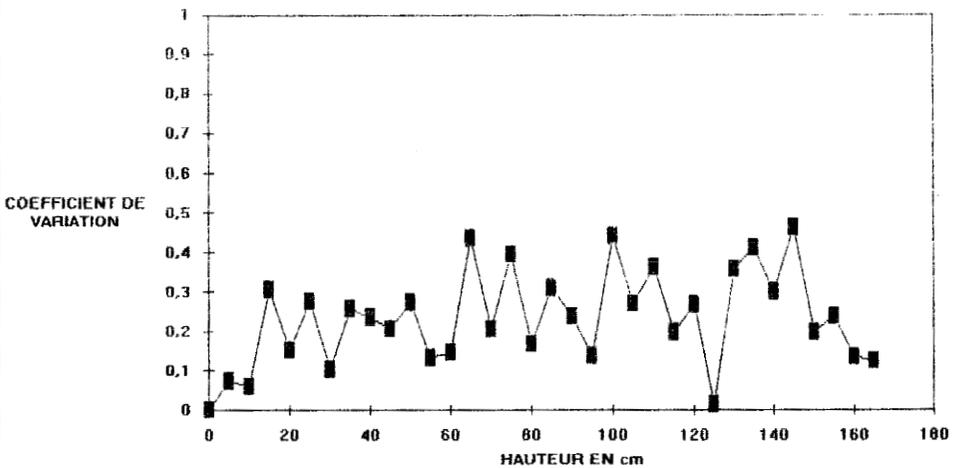


Figure 2.9

Les courbes des figure 2.7, 2.8 et 2.9 montrent que le coefficient de variation est indépendant de la profondeur. Cependant, la valeur du coefficient de variation moyen varie d'une courbe à l'autre. Cette variation ne peut être due qu'aux dimensions des rouleaux.

Précisons en plus que les courbes "pression interne en fonction de la hauteur", ne suivent pas une loi linéaire, mais tendent vers une certaine limite, qui augmente au fur et à mesure que le diamètre des rouleaux diminue. L'explication logique de cela est que sous leur propre poids et le poids des couches supérieures les rouleaux prennent une position d'équilibre, et cette position est de plus en plus stable pour les rouleaux "actifs" de faible dimension qui sont d'ailleurs moins nombreux, puisque sur l'ensemble des rouleaux poussés, nous avons compté 35 % de rouleaux libres de diamètre de deux millimètres alors que ce pourcentage n'est que de 18 % et de 11 % respectivement pour les rouleaux de diamètre quatre et trois millimètres. Cela confirme que les rouleaux de diamètre 2 millimètres trouvent plus facilement place dans les voûtes qui se forment au sein du massif. A ce propos, nous avons tracé le pourcentage de rouleaux inactifs en fonction de la profondeur (figure 2.10).

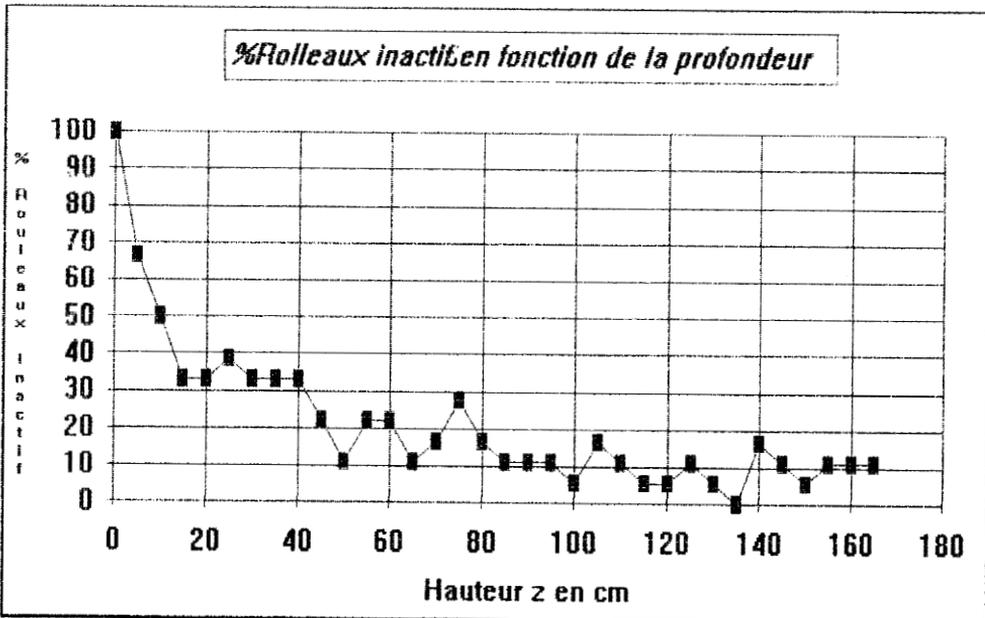


Figure 2.10

Sur la courbe nous constatons une diminution du pourcentage de rouleaux inactifs "libres" en fonction de la profondeur, cela est dû au fait qu'au fur et à mesure que l'on s'enfonce vers le fond du silo, la pression des couches supérieures sur celle des couches inférieures augmente. Le matériau se compacte, et il se crée un arrangement régulier. Le matériau passe alors d'une configuration lâche à une configuration dense, ce qui empêche la formation des voûtes où les rouleaux libres se logent.

En fait, on se rend bien compte lors de l'essai que la force mesurée pour déplacer les rouleaux de diamètre 2 mm, soit est nulle, alors, le grain est vraiment inactif (et la valeur de la force nécessaire pour son déplacement est nulle) soit est très importante alors, le grain est actif, et la force d'enfoncement est très grande.

Cette constatation change avec les dimensions des rouleaux. En effet, dans le cas, par exemple, des rouleaux de diamètre 4 mm, nous n'avons plus deux types de force d'enfoncement, mais trois :

- le rouleau nécessite une force importante;
- le rouleau nécessite une force moyenne;
- le rouleau nécessite une force quasiment nulle.

Donc les rouleaux de faible dimension, quand ils sont actifs, ont une disposition telle que la présence des grains qui les entourent, a une grande influence sur leur équilibre et prennent part à la distribution des forces, et ceci s'accroît avec la diminution de l'abondance des rouleaux inactifs. Ces observations expérimentales nous permettent de souligner combien il est important, si l'on veut rester proche du milieu continu, de considérer une surface macroscopique, suffisamment grande de façon à ce que les discontinuités (grains inactifs, vides) soient négligeables, et suffisamment petite pour qu'on puisse parler de contraintes macroscopiques. Donc à l'échelle des grains, le milieu est discontinu; à une échelle plus grande (possibilité de définir cette surface macroscopique), nous dirons que le massif est un milieu continu fictif dont les paramètres sont globaux. Ils sont déterminés par des lois simples qui représentent rarement la réalité.

## Conclusion

Les résultats présentés ici nous ont permis d'analyser et parfois d'expliquer au niveau des particules, les phénomènes que l'on observe ou que l'on mesure au cours de l'étude statistique, par exemple "présence de voûtes de charge". Nous avons pu montrer l'existence de particules, inactives dans toutes les couches du massif. Leur existence s'explique par la présence de voûtes de charge à l'intérieur du massif faisant que certains éléments ne sont soumis à aucune force. Leur nombre diminue avec la profondeur, mais ne s'annule pas. En effet, le pourcentage de rouleaux inactifs est très élevé au voisinage de la surface libre (c'est tout-à-fait normal, puisqu'elle ne subit aucun chargement) mais décroît assez vite pour se stabiliser vers 15 % dès que la profondeur dépasse 50 cm (figure 2.10). Ce résultat montre que les caractéristiques du milieu (indice de vide, distribution des contacts etc...) n'évoluent pas indéfiniment quand la profondeur du massif augmente, mais tendent vers une limite.

Notons, que les coefficients de variations moyens de la pression isotrope, que nous avons obtenus, sont légèrement différents pour les trois diamètres, ceci est dû au fait que la différence entre les dimensions des trois types de rouleaux est faible, elle est de l'ordre de "1 mm". Or GOURVES et MEZGHANI (1), ont montré par des expériences effectuées pour des plaques de taille variable, que le coefficient de variation moyen diminue lorsque la taille de la plaque augmente (figure 2.11). Si nous reportons nos valeurs sur cette courbe nous obtenons la valeur relative à la plaque équivalente à la tige que nous avons utilisé : donc, la taille de la plaque est de 0.9 cm.

### III. ETUDE STATIQUE

Lorsqu'on verse une matière pulvérulente, à partir d'un orifice d'axe vertical, on obtient sur la plaque, un tas de matière de forme conique, dont les génératrices font avec l'horizontale, un angle déterminé  $\psi$ . Cet angle est l'angle du talus de la matière. Si cette matière est versée dans un réservoir tel qu'un silo, alors la matière ne peut plus s'étaler et s'entasser, en un volume de forme conique, et par conséquent, elle exerce sur les parois et sur le fond des silo, des pressions dont la résultante est la poussée qui est oblique par rapport à sa surface. Les méthodes théoriques de la détermination de ces efforts sont nombreuses et possèdent pour la plupart le même fondement physique, les méthodes les plus intéressantes sont exposées dans notre étude bibliographique. En revanche, leur détermination expérimentale n'a pas fait l'objet de plusieurs publications. Dans cette partie, nous allons étudier la répartition des pressions isotropes au sein du massif en fonction de la hauteur, en utilisant la méthode expérimentale de GOURVES et FAUGERAS; nous allons tout d'abord comparer les deux techniques de mesure des efforts nécessaires pour déplacer les rouleaux, ensuite, nous étudierons d'une part l'influence du nombre de mesures de la force d'enfoncement des rouleaux sur les courbes expérimentales et l'influence de la charge sur la répartition des contraintes, d'autre part l'influence de la taille de la facette macroscopique sur la dispersion des mesures. Pour mettre en évidence cette influence, nous effectuerons une série d'essais à l'aide de tiges de sections circulaires différentes et nous utiliserons la même granulométrie que précédemment, ce qui nous permettra d'avoir un rapport "taille de grains - section de tige" variable.

#### 3.1 Comparaisons entre les mesures effectuées par le capteur numéro 1 et celles effectuées par le capteur numéro 2

Sur chaque capteur a été adapté une tige circulaire de rayon  $R = 1$  cm, la méthode de travail appliquée pour déterminer les pressions internes du massif est restée la même que précédemment. Nous avons suivi pour les deux techniques le même mode opératoire que celui que nous avons exposé au paragraphe (1.1).

Pour chaque case :

- nous poussons avec le capteur sur un ensemble de rouleaux selon leur axe longitudinal;
- nous relevons la valeur indiquée;
- nous remettons à zéro l'afficheur.

Nous avons représenté sur les figures 2.12, 2.13 et 2.14 les courbes donnant la répartition des efforts le long de la colonne dans le cas où la surface libre est non chargée. Les courbes des figures (2.12 et 2.14) sont les moyennes d'une série de deux essais et de quatre essais, c'est-à-dire, que chaque point de la courbe représente la moyenne de 24 mesures que nous avons effectuées à la profondeur Z correspondante.

Nous constatons que les courbes sont d'allures semblables et tendent vers une valeur asymptotique, comme la courbe théorique prédite par JANSSEN.

Si nous comparons l'évolution des courbes de la figure 2.12 nous remarquons que la courbe relative au capteur numéro 1 présente de nombreuses oscillations. Dans le cas de la courbe obtenue en utilisant le capteur (2), les pics existent mais sont moins accentués. Nous avons pensé que le fait d'augmenter le nombre de mesures permettrait d'atténuer ses oscillations. Effectivement, sur la figure 2.13 nous observons que les pics sont moins marqués. En revanche, sur la figure 2.14 ils sont beaucoup plus accusés.

En conclusion, nous pouvons dire que toutes les courbes relatives au capteur de déplacement ont bien l'allure exponentielle que prévoit la théorie de JANSSEN, mais elles ne permettent pas de déterminer de façon certaine la valeur asymptotique. En comparant avec les mesures effectuées avec le capteur de force, celles-ci sont tout de même acceptables. En ce qui concerne les perturbations "variation de pression ou Pics", leur effet est réduit, mais ne s'annule pas, si on fait une moyenne de quatre essais. Par conséquent, il est intéressant d'effectuer plusieurs séries de mesures, afin de remédier aux variations élevées de mesures et de limiter l'influence de la précision de mesure sur le résultat final.

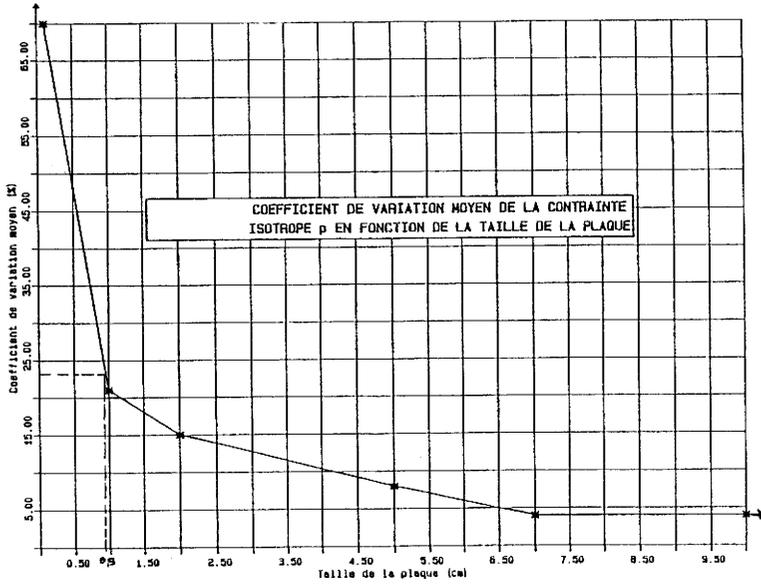


Figure 2.11

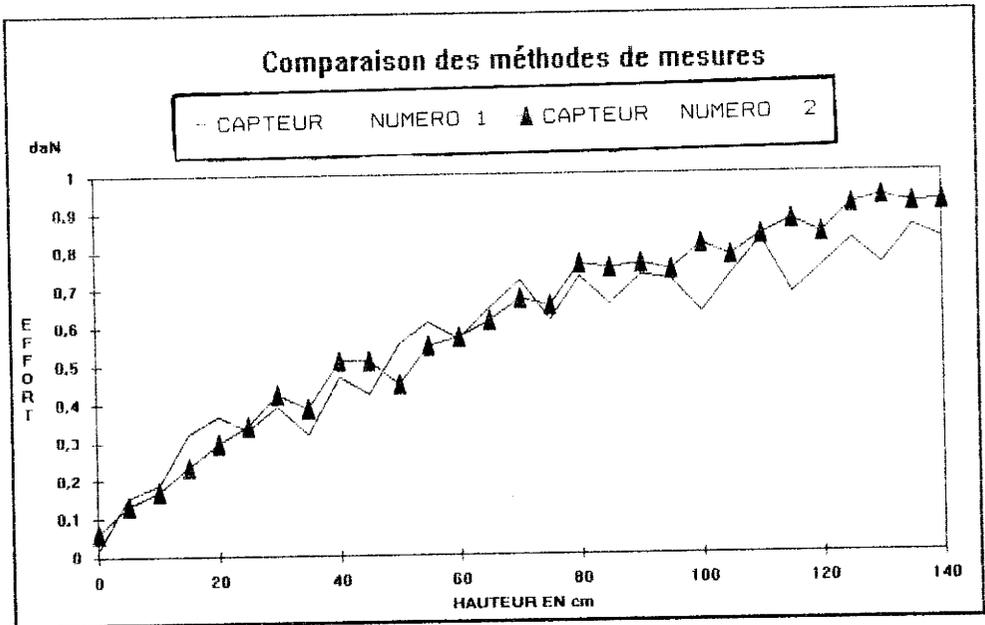


Figure 2.12

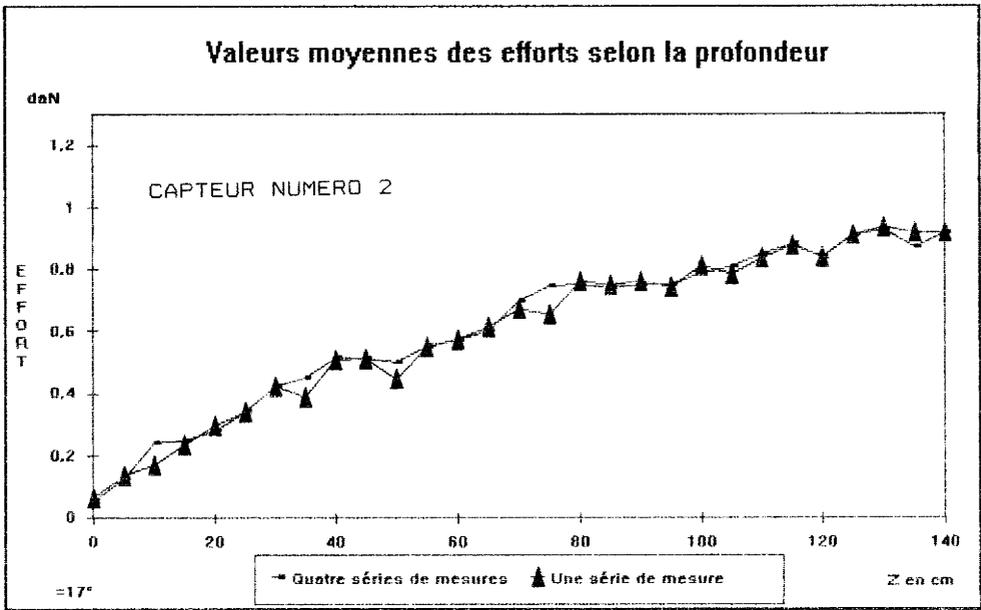


Figure 2.13

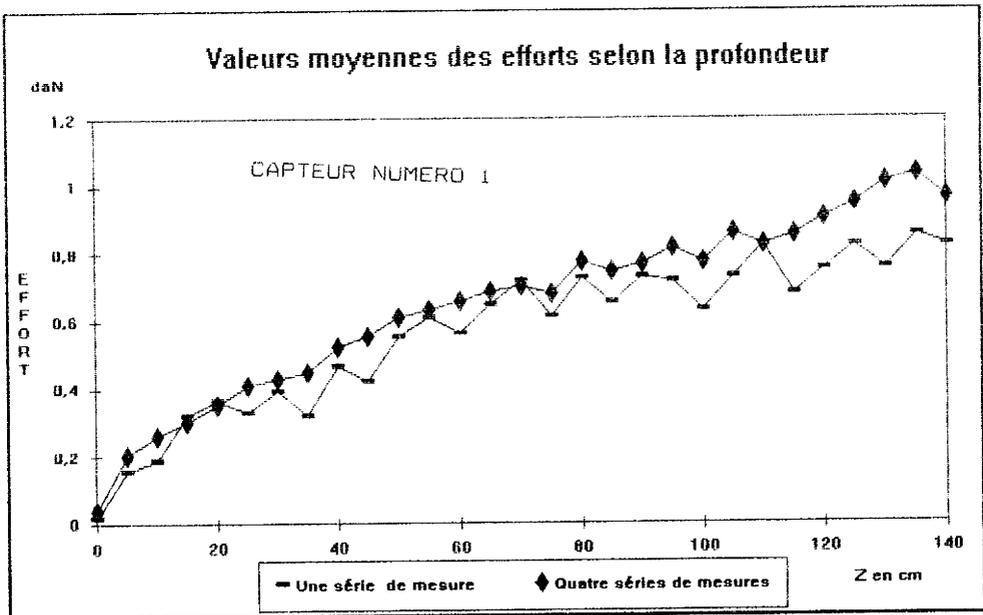


Figure 2.14

Ce résultat montre l'importance du nombre d'essais, sur la validité de la technique de mesure expérimentale. Il serait donc très utile de définir le nombre d'essais nécessaire pour limiter l'influence des erreurs expérimentales d'une part, et ne pas dépasser le nombre optimum d'essais qui nous permet de rester près de la réalité statistique, d'autre part.

### 3.2 Influence du nombre d'essais sur les valeurs moyennes de la pression isotrope mesurées

Nous avons effectué un nombre important d'essais afin d'apporter certains éclaircissements à la méthode expérimentale de mesure des efforts.

Le massif a été mis en charge sous 30 daN à l'aide d'un cric hydraulique placé entre le dynamomètre et le massif, les mesures sont relevées au cours de l'expérience et sont transmises au fur et à mesure à un micro-ordinateur dans un exécutable "Excel" qui permet plusieurs dépouillements.

Les expériences ont été effectuées sur le silo à fond plat. Nous avons étudié l'influence de deux types de parois : une paroi rugueuse matérialisée par des rouleaux collés sur une plaque et une paroi semi-rugueuse.

L'étude que nous allons mener est importante dans le contexte qui nous intéresse puisque les résultats que nous obtiendrons seront utilisés tout au long de la suite de notre travail.

#### 3.2.1 Analyse des résultats

Le tracé des différentes courbes a été réalisé à partir des résultats bruts sans lissage.

Nous avons réalisé deux campagnes d'essais, une, relative à un silo à parois rugueuses, l'autre relative à un silo à parois semi-rugueuses.

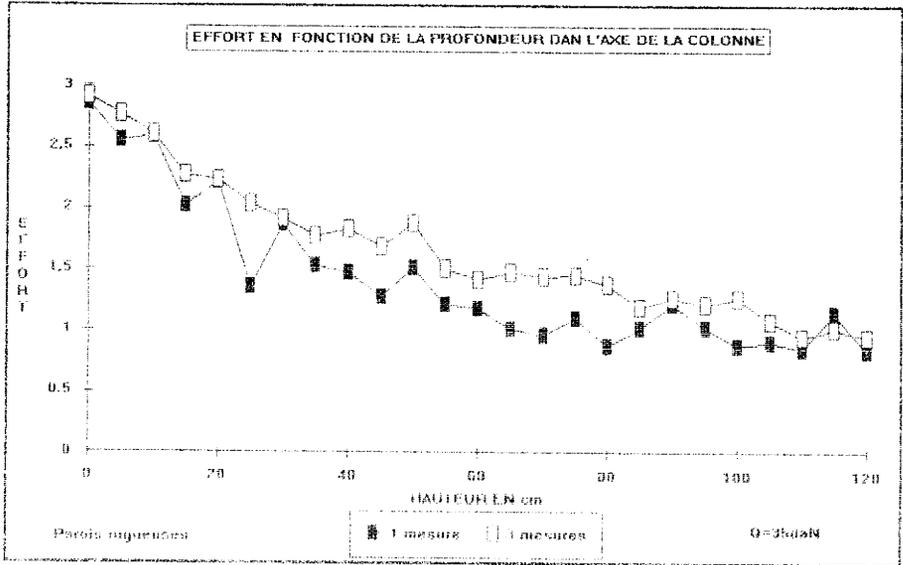


Figure 2.15

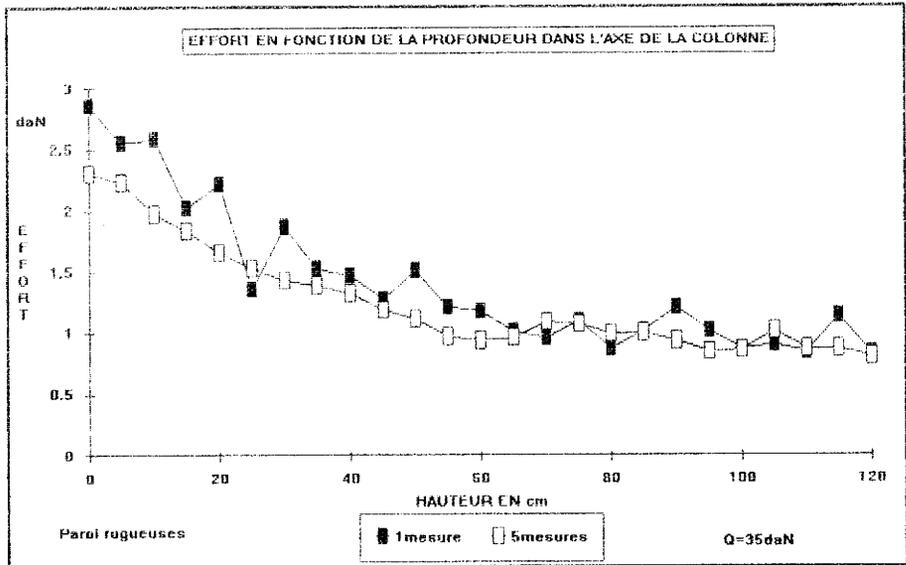


Figure 2.16

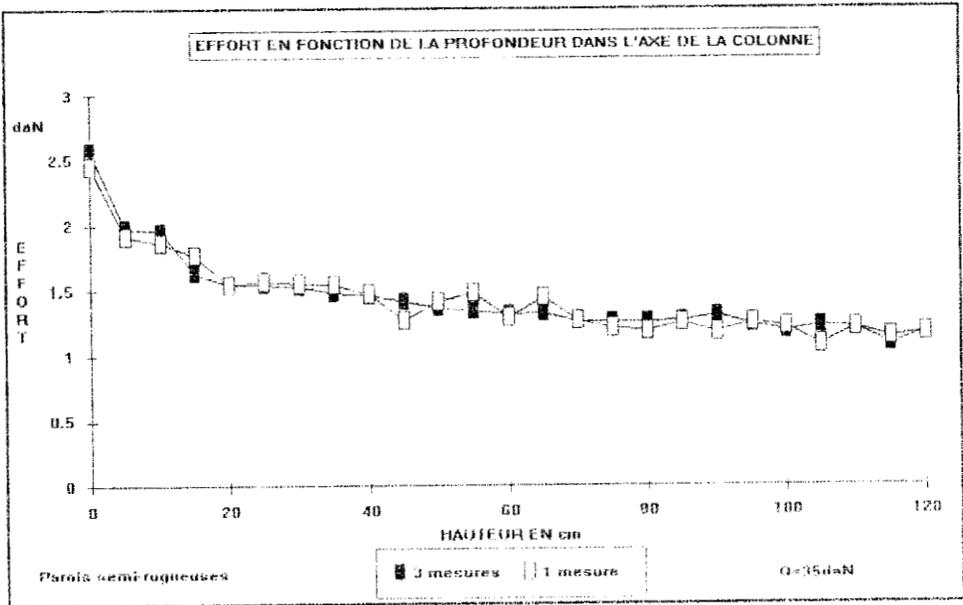
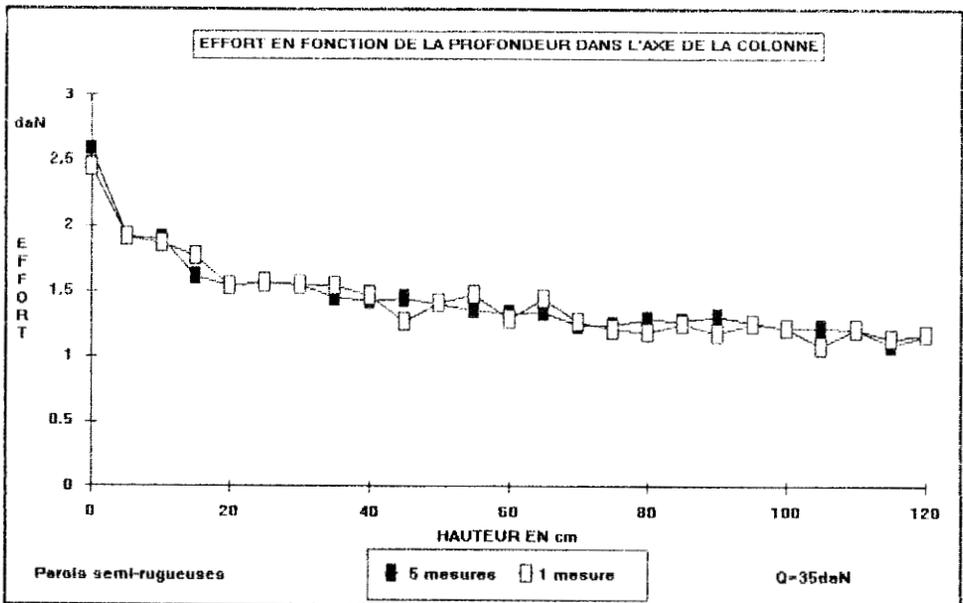


Figure 2.17



La comparaison des courbes des figures 2.15 et 2.16 ainsi que les figures 2.17 et 2.18 montrent que les valeurs de pressions isotropes  $y$  sont presque similaires, autrement dit nous pouvons estimer que la moyenne des 3 séries de mesures est largement suffisante pour avoir des résultats stables. En revanche, il nous a fallu 10 séries de mesures pour atténuer les perturbations au voisinage des parois. Ceci s'explique par l'existence d'une paroi rugueuse. Les courbes des figures 2.25 et 2.26 confirment cette explication dans la mesure où la moyenne obtenue à partir de trois séries de mesures est stabilisée.

Nous avons également relevé les coefficients de variation moyen pour chaque expérience, ainsi, le tableau (2.2) regroupe les résultats obtenus dans le cas des parois lisses.

Nombre de serie de mesures	2	3	5	10	15	20
	Coefficients de variatio en pourcent					
Zone de mesure						
Au voisinage des parois	12,5	11	10,6	10,9	10,7	10,86
L'axe de la coloone	11,36	10,3	10	9,8	10,2	9,96
Zone intermédiaire	11,44	10,7	10,4	10,3	9,7	10,32

Tableau 2.2

Une première constatation peut être tirée de ce tableau : le coefficient de variation est sensiblement constant à partir de trois séries de mesures; à ce sujet, nous remarquons deux choses, tout d'abord, le coefficient de variation au voisinage des parois est plus important que celui des deux autres zones, et ceci est d'autant plus accentué que la rugosité des parois augmente, ce qui met clairement en évidence que, dans le cas des parois rugueuses, le nombre nécessaire d'essais au voisinage de celle-ci devrait être égal au moins à cinq. Ensuite, le fait que l'écart maximum observé (cas des parois semi-rugueuses) entre les valeurs mesurées au voisinage des parois et celle des deux autres zones, reste faible et de l'ordre de grandeur de la dispersion, explique la stabilité des courbes de ces zones.

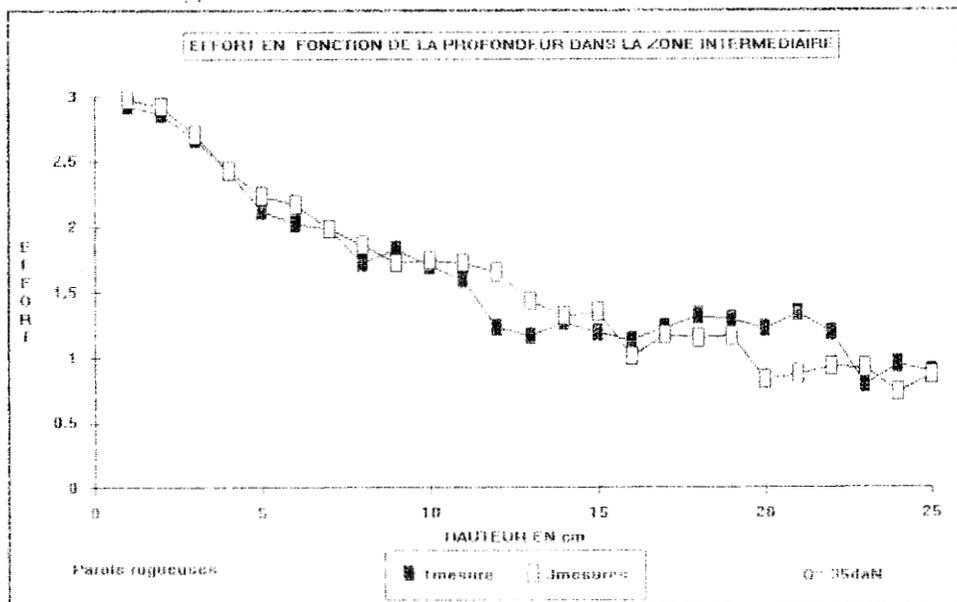


Figure 2.19

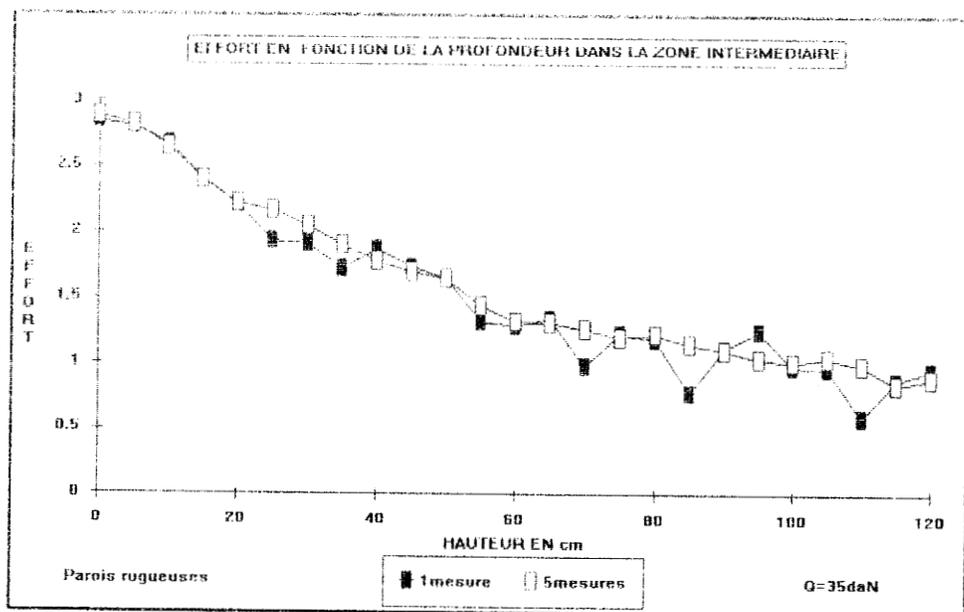


Figure 2.20

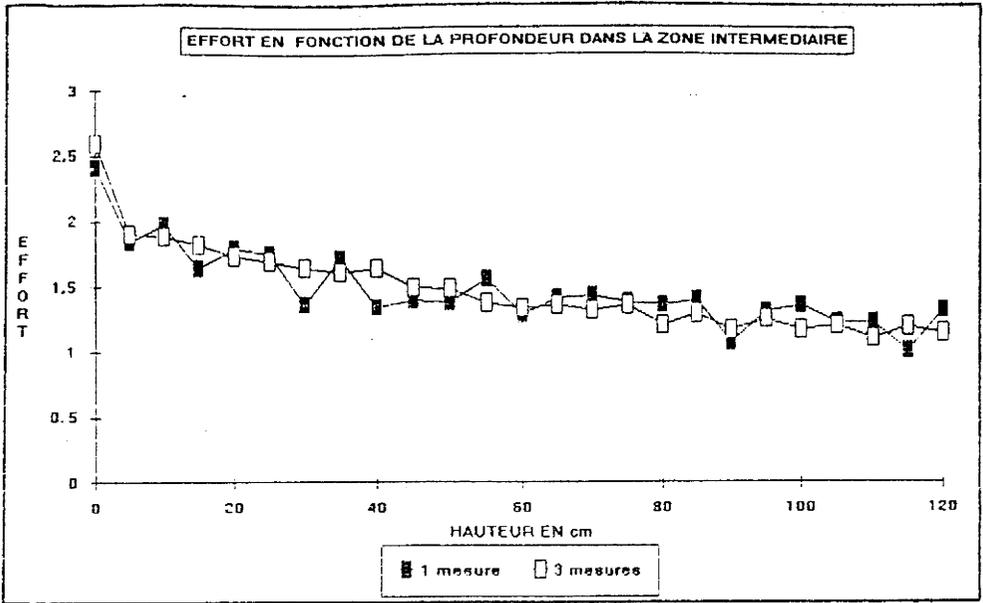


Figure 2.21

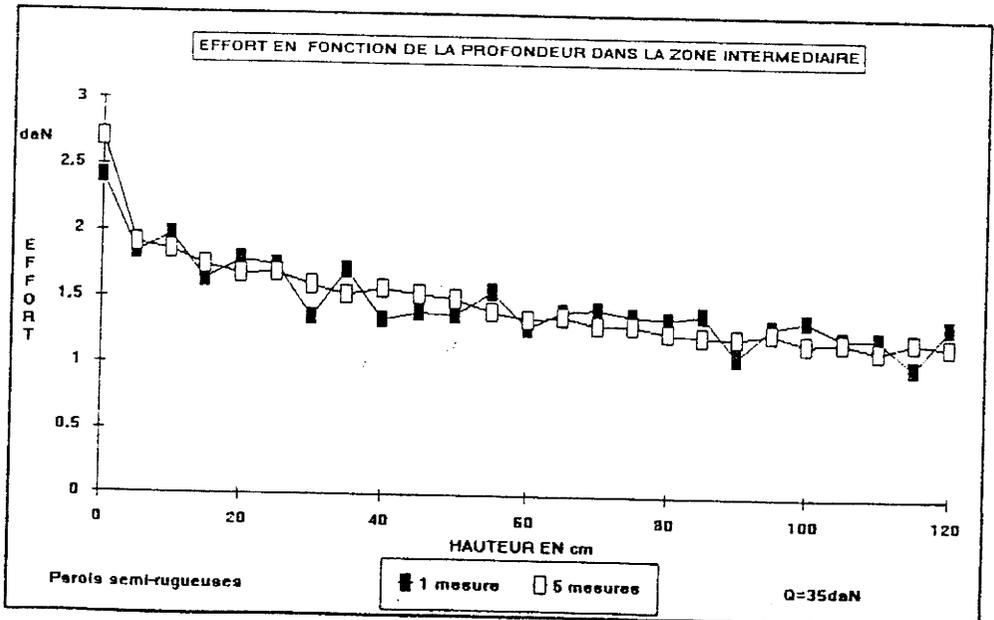


Figure 2.22

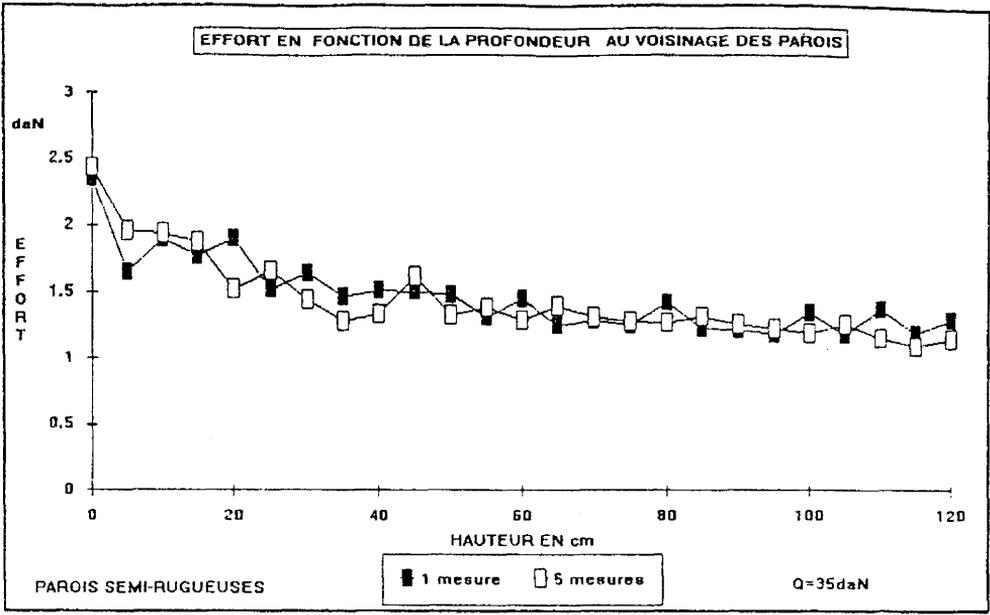


Figure 2.23

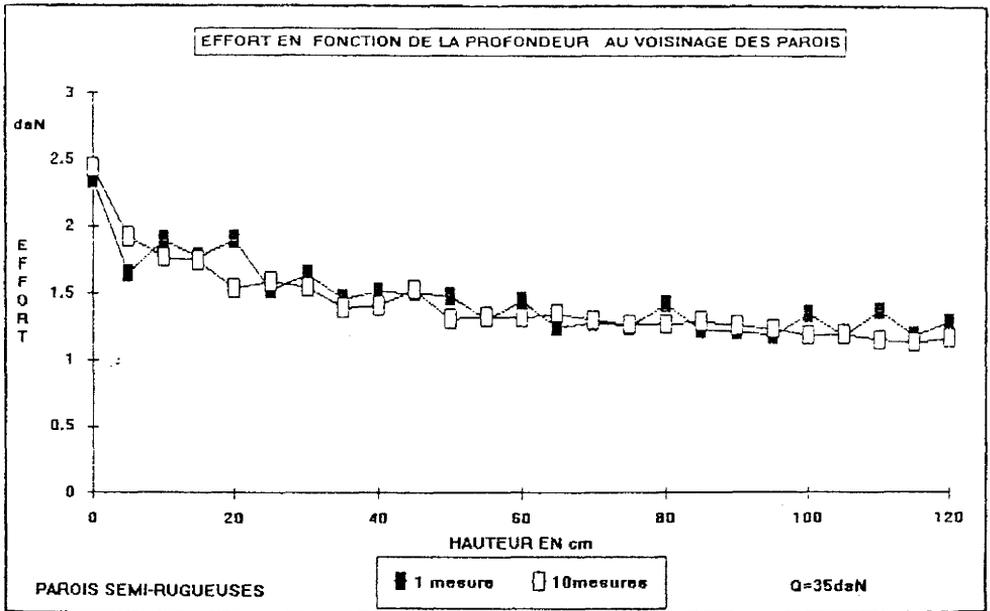


Figure 2.24

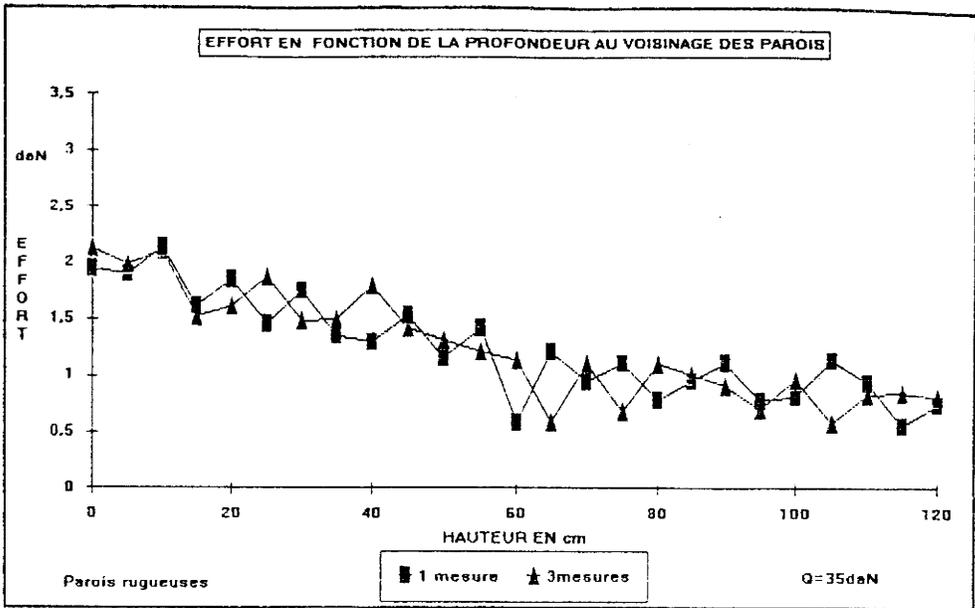


Figure 2.25

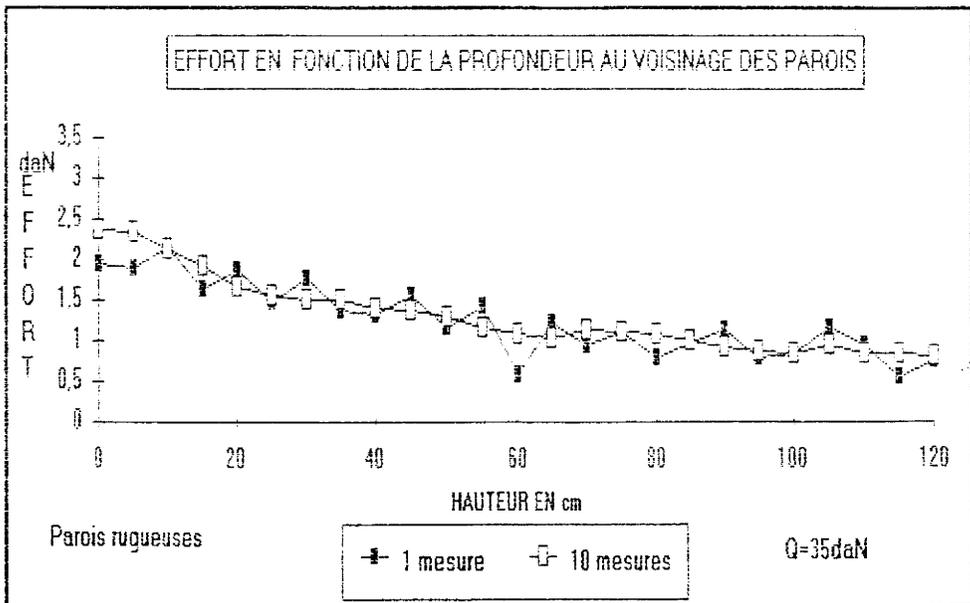


Figure 2.26



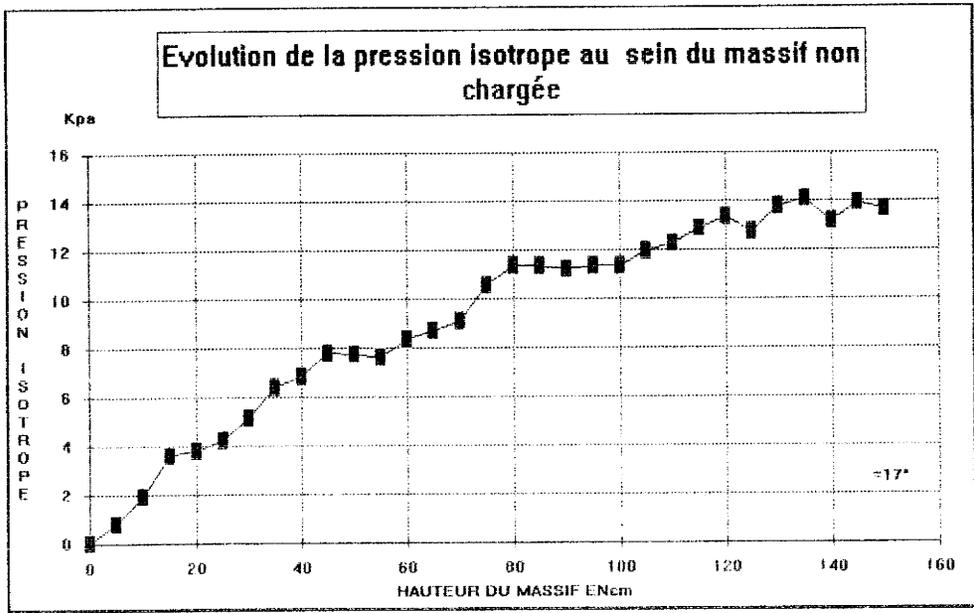


Figure 2.27

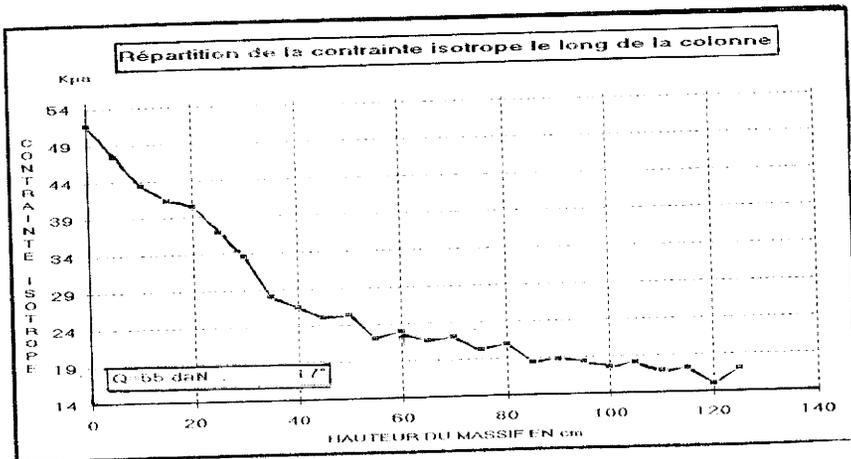


Figure 2.28

Par ailleurs, la comparaison des pressions isotropes moyennes obtenues dans les trois zones distinguées au sein de la colonne montre que les résultats obtenus dans l'axe et dans la zone intermédiaire sont identiques, néanmoins, ils diffèrent de ceux obtenus au voisinage des parois avec un écart d'autant plus faible que la hauteur  $Z$  est élevée. En conséquence, cela confirme que dans ce cas, la pression isotrope ne dépend que de la profondeur du point de mesure dans le silo.

En conclusion, nous pouvons dire que les valeurs relatives des pressions isotropes mesurées varient selon la position du point de mesure. Cette variation est d'autant plus faible que la profondeur est élevée. D'autre part, les effets de bord n'ont une influence sur les mesures locales que dans un domaine très restreint du point de vue expérimental, cela signifie que la dispersion est relativement peu importante entre les trois zones, tant pour les parois rugueuses que pour les parois semi-rugueuses. Il apparaît que, lorsque le nombre de séries de mesures atteint, en général, trois pour les parois semi-rugueuses, et cinq pour les parois rugueuses une certaine stabilisation se produit. En conséquence, le nombre minimum de séries de mesures à prendre en compte sera entre trois et cinq.

### 3.3 Influence de la charge sur la répartition des contraintes

#### 3.3.1 Essais réalisés

Les essais que nous présentons ici ont tous été réalisés sur le silo bidimensionnel à fond plat. La mise en place des rouleaux et la mise en charge sont identiques à celles décrites précédemment à savoir :

- Mise en place des rouleaux jusqu'à la hauteur  $H$ .
- Application de la charge verticale  $Q$ ;
- Mesure de la pression isotrope en différents points du milieu.
- Déchargement du système et réarrangement des rouleaux.

Ces opérations ont été répétées plusieurs fois pour chaque valeur de  $Q$ .

Nous avons réalisé une série d'essais, en utilisant le modèle à parois semi-rugueuses. Les courbes "efforts-profondeur", correspondant aux différentes charges apparaissent sur les figure 2.27 et 2.28.

### 3.3.2 Analyse

La figure 2.27 nous donne l'évolution de la pression isotrope en fonction de la profondeur dans le cas où la surface est non chargée. La courbe est obtenue en faisant la moyenne de douze mesures sur chaque hauteur. Nous avons représenté sur la figure 2.28 la courbe donnant la répartition de la contrainte le long de la colonne dans le cas particulier où la surface libre est chargée, ces courbes sont les moyennes de six séries de mesures, c'est-à-dire, qu'un point sur ces courbes représente la moyenne de trente six mesures. Comme le montrent ces figures, les courbes expérimentales ont une allure générale assez similaire à celle des courbes de JANSSEN; elles sont de type exponentiel. En ce qui concerne la figure 2.27 nous constatons qu'à  $Z = 0$ , les pressions isotropes sont nulles, alors que dans le cas de la figure 2.38 nous remarquons que pour une charge  $Q = 55$  daN, la courbe atteint sa valeur maximale, 52 kPa en  $Z = 0$ , pour décroître, ensuite asymptotiquement vers 14 kPa; cette valeur peut être considérée comme quasiment atteinte à partir de 85 cm, soit à partir des deux tiers de la profondeur. Ces résultats confirment la fameuse constatation de ROBERT (133) que nous avons citée dans notre étude bibliographique, à savoir que dans des silos ayant des côtés parallèles, la contrainte verticale exercée sur le fond du silo, n'augmente plus quand la hauteur de matière ensilée dépasse environ deux fois le diamètre inscrit du silo. Nous avons donc montré l'effet de la contrainte de cisaillement à la paroi qui contribue à supporter la masse ensilée. Nous avons également effectué une autre série d'essais avec divers chargements :  $Q = 30, 45, 50$  et  $65$  daN.

Les courbes relatives à  $Q = 30/50$  daN, sont reportées en annexe 3. En revanche, il nous a paru significatif de représenter les courbes relatives respectivement aux chargements suivants :  $Q = 0,45$  et  $55$  daN, sur le même graphique. A titre de comparaison, nous présentons en figure 2.29, les résultats moyennés, des contraintes isotropes à une constante près, des essais sous poids propre et sous différents chargements ainsi, nous pouvons constater que quelle que soit la valeur de la charge appliquée, les courbes

Comparaison de l'évolution de la contrainte isotrope au sein du rocher pour différentes charges

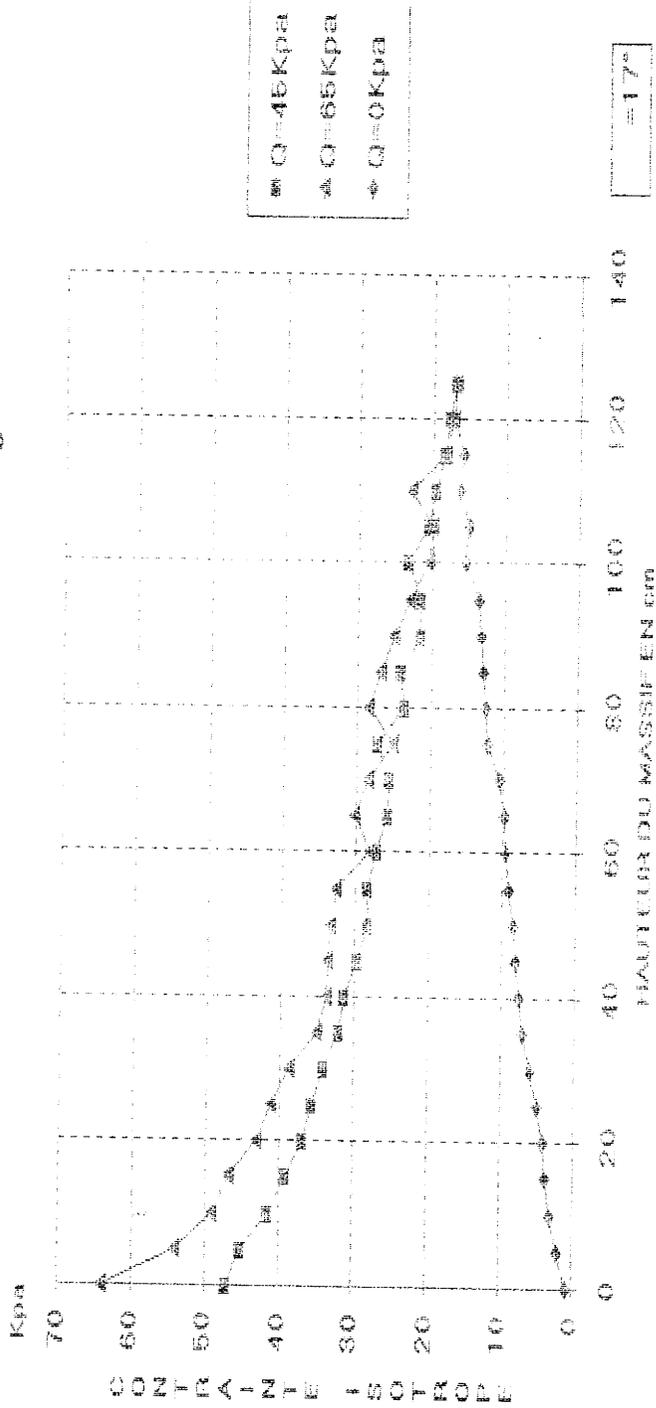


Figure 2.29

tendent vers la même asymptote. Il est intéressant de noter que la valeur asymptotique est de l'ordre d'1 daN; elle peut être considérée comme atteinte à partir de 85 cm. Notons enfin, que cette valeur n'augmente pas avec de la charge appliquée mais reste quasiment constante. Ces résultats sont qualitativement et quantitativement conformes à la méthode théorique de JANSSEN.

### 3.3.3 Conclusion

Nous venons de voir qu'à l'aide de la technique expérimentale de mesure des efforts nécessaires pour déplacer un ensemble de rouleaux, il était possible de décrire la répartition des contraintes au sein du matériau analogique. Nous avons montré que la paroi contribue à supporter la masse ensilée. Ainsi, il a été confirmé que dans un silo contenant un matériau pulvérulent, soumis à une charge ou non, les efforts n'augmentent pas indéfiniment lorsque la hauteur du matériau croît; ils tendent vers des limites, comme diverses lois de détermination des efforts statiques dans les silos le montrent. Les résultats obtenus coïncident notamment avec la loi de JENIKE et WALTER, ainsi qu'avec celle de JANSSEN. Ce résultat très intéressant mérite d'être rappelé. Du point de vue mathématique, cela signifie que sous l'effet d'une surcharge, les conditions aux limites ne sont plus les mêmes et par conséquent le champs de contraintes au sein du massif est modifié. A partir de tous ces résultats nous pouvons confirmer que la méthode expérimentale de FAUGERAS et GOURVES donne un bon résultat concernant la répartition, à l'état statique, des contraintes au sein d'un modèle bidimensionnel à parois rigides et verticales retenant un matériau analogique.

### 3.4. Passage du milieu discontinu au milieu continu

Nous avons vu dans la première partie que GOURVES et All.(68) se sont attachés à l'analyse des phénomènes discrets se produisant au sein du matériau analogique. Pour cette étude à l'échelle locale, ils ont procédé à une analyse statistique de l'état de contrainte macroscopique au sein du milieu, en utilisant l'appareil de compression biaxiale dans le cas d'un milieu non pesant. Leurs résultats sont très intéressants, dans la mesure où

ils montrent que la contrainte macroscopique au sein d'un matériau granulaire, est une variable aléatoire obéissant à une loi normale définie par une caractéristique de position et une caractéristique de dispersion. La contrainte moyenne est égale à la contrainte régnant, au point considéré et pour la même direction de facette, au sein du milieu continu équivalent, c'est-à-dire au milieu homogénéisé. Ces auteurs, en utilisant des plaques rectangulaires de tailles différentes, ont mis en évidence l'influence de la taille de la facette macroscopique considérée sur la dispersion des valeurs expérimentales des contraintes.

La suite de cette étude devrait nous permettre d'infirmier ou de confirmer leur résultat, et par conséquent de répondre à la question suivante : peut-on traduire le passage du milieu discontinu au milieu continu par le rapport de la taille moyenne des grains à la taille des tiges de section circulaire ?

Signalons tout d'abord que nous allons travailler, contrairement à GOURVES et al. dans le milieu pesant soumis ou non à une charge sur sa surface libre. En ce qui concerne les essais, ils seront effectués, non pas avec des plaques rectangulaires, mais avec des tiges de section différentes.

#### 3.4.1 Influence de la taille de la facette macroscopique

Nous avons effectué deux campagnes d'essais, une relative au massif non chargé et l'autre relative au massif soumis à une charge  $Q = 40 \text{ daN}$ , à l'aide des tiges de section circulaires de différents diamètres. Nous avons utilisé la même granulométrie que précédemment, ce qui nous permettra d'avoir un rapport "taille de grains - taille de tiges" variable. Les tiges que nous avons utilisées ont une section circulaire de diamètre 4 mm, 10 mm, 20 mm, 30 mm et 40 mm.

Rappelons que la contrainte macroscopique est définie comme étant égale à la somme des composantes normales des forces s'exerçant sur les particules divisées par l'aire de la facette macroscopique considérée. Dans notre cas, cette facette correspond à la taille de la tige utilisée. Pour mettre en évidence l'influence de la taille de cette facette, sur la dispersion des mesures, nous avons déterminé, tout d'abord, pour les différents points de

de mesure étudiés et pour les différentes tiges, les caractéristiques de position (moyenne arithmétique). Ensuite nous avons déterminé les caractéristiques de dispersion notamment l'écart type et le coefficient de variation relatifs aux contraintes isotropes pour chaque niveau du massif.

Les courbes des figures 2.32 et 2.33 représentent l'évolution du coefficient de variation moyen de la contrainte isotrope en facteur du diamètre de la tige.

Pour rester plus proche d'une part d'un milieu continu, d'autre part de la théorie de JANSSEN, nous devrions trouver un compromis entre la taille moyenne des grains et la taille de la tige. En effet, la tige de diamètre 4 mm n'affecte pas un nombre suffisant de rouleaux pour être représentative du milieu et pour que, d'abord la notion de contrainte macroscopique puisse être appliquée et qu'ensuite les valeurs des contraintes isotropes tendent à profondeur infinie vers une asymptote similaire à celle prédite par JANSSEN. Précisons que l'exploitation des résultats obtenus à l'aide de cette tige (4 mm) a nécessité un nombre très important d'essais, alors que dans le cas de la tige de diamètre 40 mm, nous n'avons effectué que quelques essais (3 séries de mesures) pour obtenir des résultats similaires. Ceci s'explique dans ce cas par le fait que les discontinuités sont de plus en plus négligeables par rapport à la taille de la facette considérée. Il semble donc à peu près certain qu'à partir d'une certaine taille de la tige, la facette macroscopique ne permet plus une bonne représentation du matériau considéré et de ce fait, les contraintes isotropes obtenues par la technique expérimentale de FAUGERAS et GOURVES, présentent des différences notables par rapport à celles obtenues par la théorie de JANSSEN.

Il importe de souligner que l'étude de la dispersion des valeurs des contraintes isotropes (figures 2.32 et 2.33) confirme bien tout ce que nous venons d'exposer, ainsi le graphique de la figure 2.32 fait apparaître l'évolution du coefficient de variation moyen de la contrainte isotrope en fonction de la section de la tige. Pour un diamètre donné, le point correspondant représente la moyenne de 25 coefficients de variation, chacun d'eux porte sur 36 mesures individuelles. Au total, cette courbe qui teste cinq diamètres différents de tiges, résulte de 4500 prises de mesures soit  $25 \times 36 \times 5$  valeurs. Nous constatons qu'au fur et à mesure que la section de la tige augmente, la

### Evolution du coefficient de variation moyen de la contrainte isotrope en fonction du diamètre de la tige

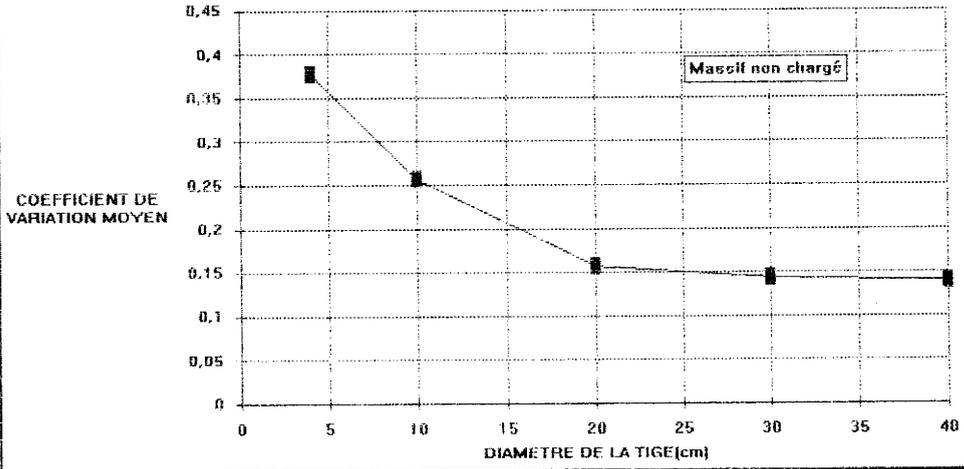


Figure 2.32

### Evolution du coefficient de variation moyen de la contrainte isotrope en fonction du diamètre de la tige

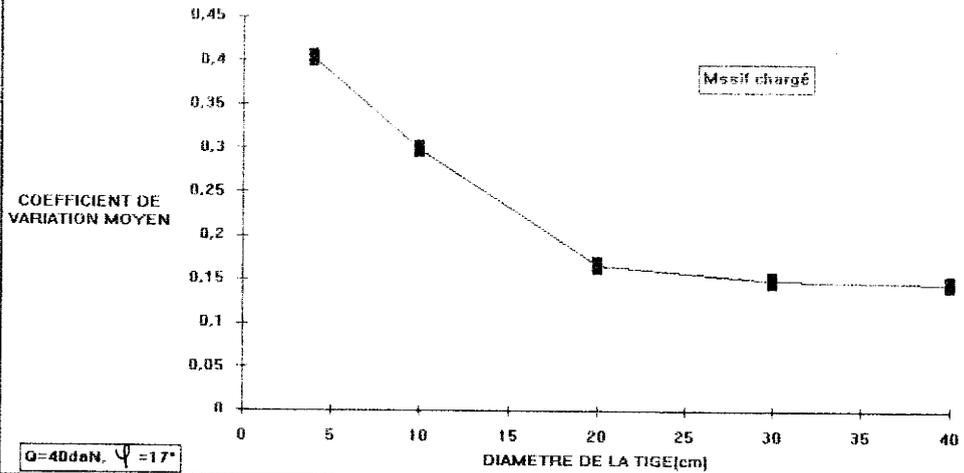


Figure 2.33

courbe dédroît, il est intéressant de remarquer que la courbe obtenue par GOURVES et A11 (68) en utilisant le biaxial horizontal et des plaques rectangulaires présentent le même sens de variation que la nôtre. Ainsi, nous confirmons que le passage du milieu discontinu au milieu continu peut se traduire par le rapport de la taille moyenne des grains à la taille des tiges.

En conclusion, nous pouvons dire que plus la section de la tige est grande, plus les discontinuités sont négligeables et de ce fait, plus la facette est représentative du milieu, donc plus on tend vers le milieu continu.

Ceci apparaît nettement sur la figure (2.32) : celle-ci ne fait que confirmer ce qui précède. En fait, cette courbe traduit bien le passage du milieu discontinu au milieu continu. Donc, nous pouvons admettre que les milieux granulaires sont assimilables à un milieu continu, tant que le coefficient de variation est faible. Dans notre cas, ceci correspond à la tige de section de diamètre 20 mm. Par la suite, pour l'étude des effets de paroi, et des inclusions, nous avons utilisé une tige ayant cette section.

#### IV. ETUDE CINEMATIQUE

Notre étude statistique nous a permis de rendre compte de l'importance de la taille de la facette macroscopique pour l'évaluation de la répartition du champ de contrainte dans une colonne à parois verticales. L'étude cinématique devrait nous renseigner davantage sur le comportement du matériau granulaire, en particulier, au cours de l'écoulement.

Nous nous attacherons tout d'abord à étudier le comportement global en déterminant notamment les déplacements des particules ainsi que leur déplacement relatif. Ensuite nous calculerons les vitesses et nous tracerons les profils de vitesses relativement à chaque profondeur. Enfin nous comparerons nos résultats expérimentaux avec ceux obtenus par la théorie de NEDDERMAN et TUZUN.

##### 4.1 ECOULEMENT AVEC ORIFICE CENTRE

Le principe du dispositif expérimental de l'étude cinématique a été présenté dans le chapitre un de cette partie. Nous rappelons brièvement les étapes principales. Le but essentiel de cette étude est de préciser le phénomène d'écoulement du matériau granulaire dans un modèle bidimensionnel. Il s'agit donc d'une approche du problème considéré en déformation planes.

L'expérience a été réalisée avec une trémie à 45° et des parois latérales semi-rugueuses. Nous avons préalablement repéré, en lignes, plusieurs rouleaux (photo 2.5) de diamètres différents. Pendant l'écoulement, des photos ont été prises toutes les secondes et un film a été réalisé. Au départ de la vidange, nous avons extrait une première image sur laquelle nous avons relevé les coordonnées (x,y) des rouleaux repérés. Puis une seconde plus tard nous avons relevé les nouvelles positions de chacun des rouleaux. Ainsi en introduisant les coordonnées des différents points, dans un programme informatique nous avons pu déterminer les déplacements des grains et leurs déplacements relatifs.

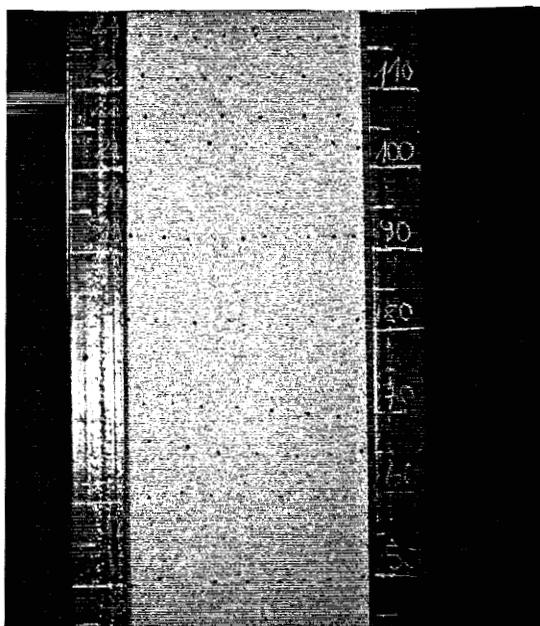
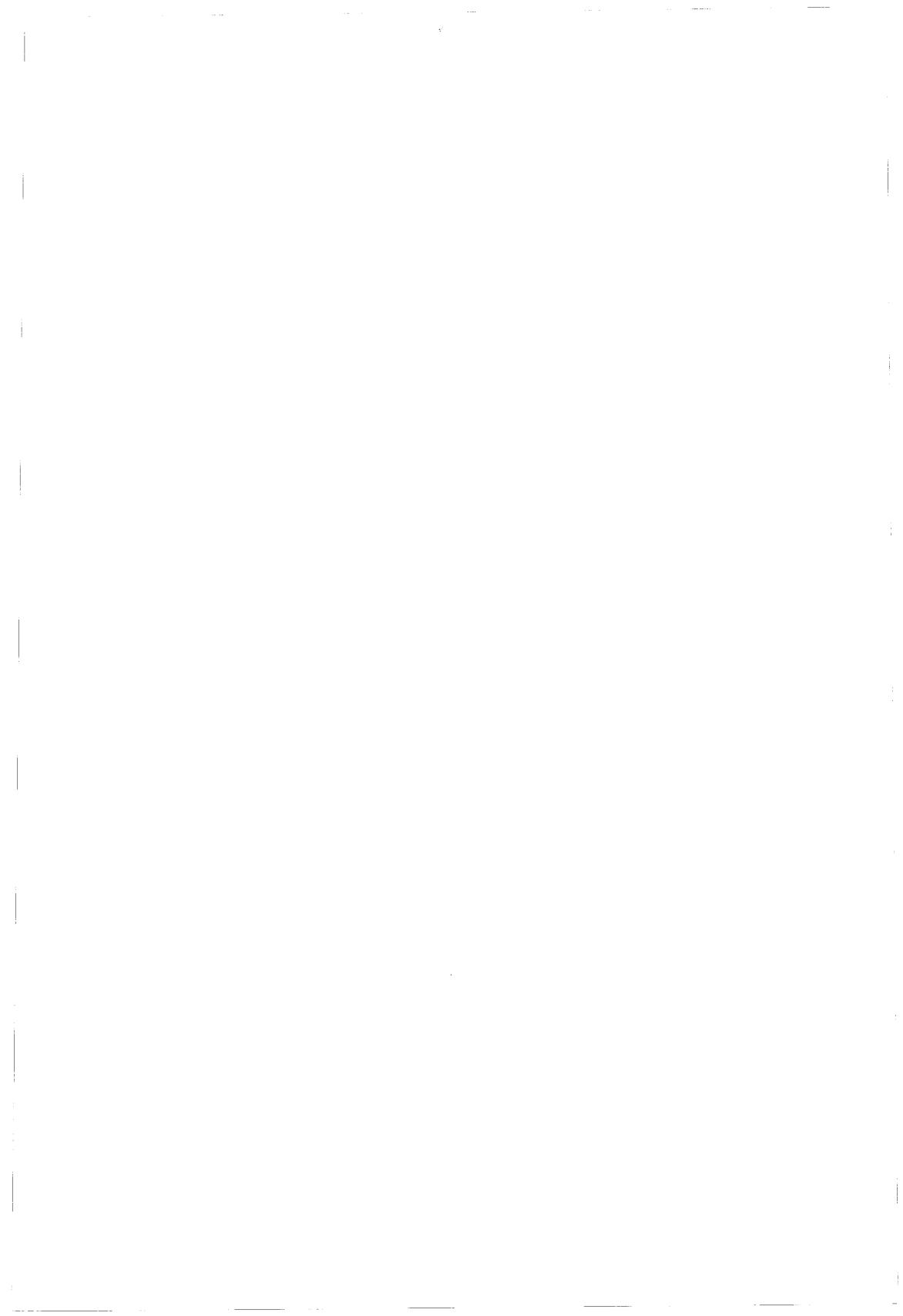


Photo 2.5 : Repérage des particules.



Les résultats que nous présentons dans ce chapitre et éventuellement par la suite comprennent :

- La position initiale des particules apparaissant sur chaque cliché à l'instant  $t$  (figure 2.34).
- La position des particules à l'instant  $t + 1\text{sec}$  (figure 2.35).
- Les déplacements entre deux images espacées d'une seconde, que nous allons appeler par la suite les déplacements globaux des particules (figure 2.36).
- Les déplacements relatifs entre les deux images, c'est-à-dire les déplacements ramenés à un déplacement moyen (figure 2.37). Sur cette figure un carré est placé au milieu des segments représentant les déplacements relatifs; il est ombré quand l'écart entre la vitesse considérée et la vitesse moyenne est négatif; et blanc quand l'écart est positif autrement dit quand l'écart entre le déplacement considéré et le déplacement moyen est positif. De plus, la taille des carrés sont reliée directement à la valeur absolue de l'écart.

Commentons rapidement ces résultats. Notons tout d'abord que la figure (2.36) relative aux déplacements globaux des rouleaux entre deux images nous renseigne d'une façon globale sur l'évolution des vitesses instantanées des rouleaux en fonction de leur côte  $Z$  et de leur abscisse  $x$ . Ainsi, nous constatons que dans la partie supérieure du massif, les vitesses instantanées sont globalement identiques et atteignent 2,2 cm/sec sauf au voisinage des parois latérales où on trouve des vitesses relativement faibles d'environ 1,4 cm/sec, cela est représenté sur la figure (2.37) par de grands carrés ombrés au voisinage des parois et des petits carrés dans la zone centrale donc les vitesses sont plus grandes dans le centre du massif que sur les bords. Nous observons également dans la partie basse du silo deux types de zones: la première où les rouleaux ne se déplacent plus parallèlement aux parois mais s'orientent vers le centre de la trémie par des déplacements supérieurs à la moyenne. Cela se traduit dans la figure (2.37) par de grands carrés clairs; une seconde zone où la vitesse maximale est caractérisée par des grands carrés ombrés. Ainsi une première conclusion est qu'au champ de vitesse s'associent des zones de matériaux de comportements différents, caractérisées par l'intensité des vitesses et la manière dont l'écoulement local s'y déroule. Nous traitons ces phénomènes avec plus de détails dans le chapitre V.

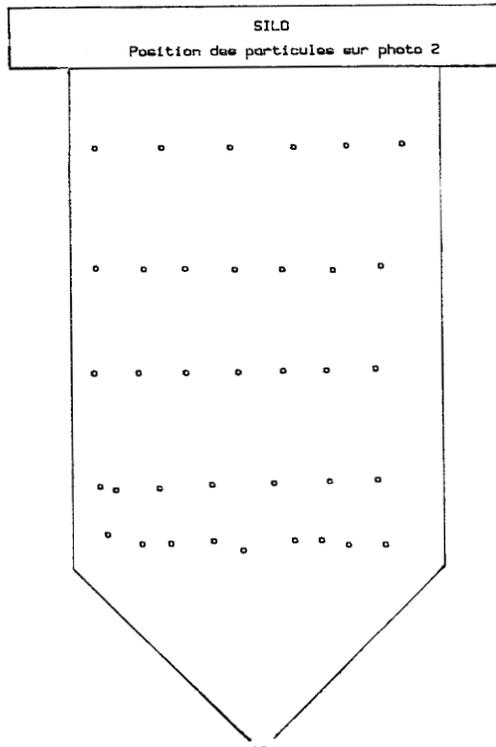


Figure 2.34 : Position initiale des rouleaux.

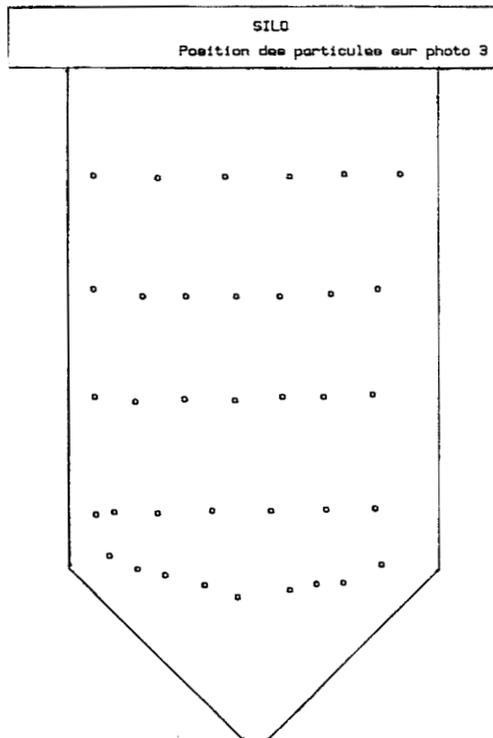


Figure 2.35 : Position finale des rouleaux.

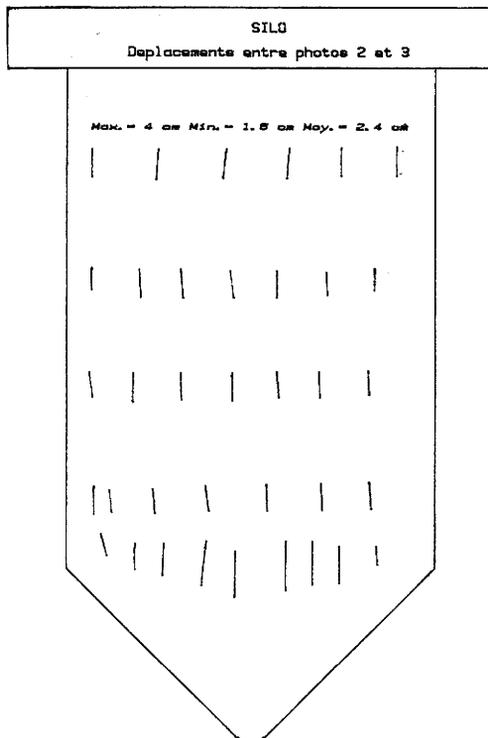


Figure 2.36 : Déplacements globaux des rouleaux.

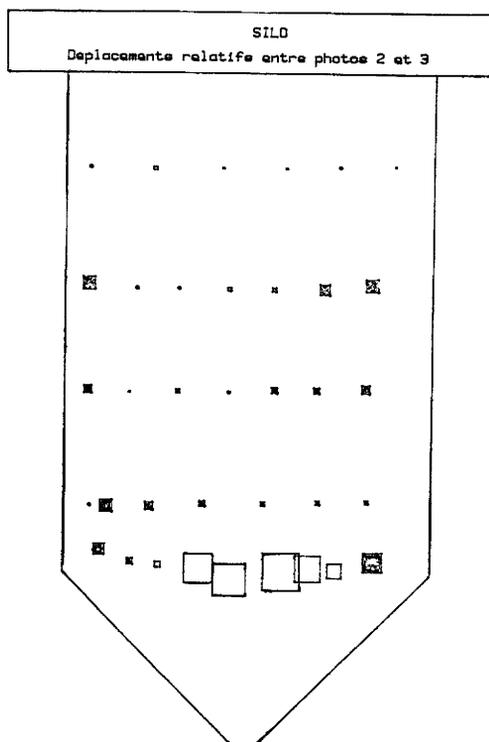


Figure 2.37 : Déplacements relatifs des particules.



Dans le cas où nous considérons que le matériau est incompressible, Alors en remplaçant la relation IV.4 dans l'équation de continuité nous obtenons :

$$(IV.5) \quad -B \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad \text{d'ou} \quad \frac{\partial u}{\partial z} = B \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

La solution de l'équation IV.5 sera obtenue par similitude à l'aide de l'équation de diffusion unidimensionnelle. Ainsi après différentiation,

$$v = \frac{D}{\sqrt{z}} \exp\left(-\frac{x^2}{4zB}\right)$$

est solution de l'équation IV.5.

Si d'une part, on pose  $G^2 = \frac{x^2}{4zB}$  soit

$$(IV.6) \quad dx = 2 \left( Bz \right)^{\frac{1}{2}} dG + \sqrt{B} G \frac{dz}{\sqrt{z}}$$

et que d'autre part, par analogie avec la quantité de matière diffusée dans un cylindre de longueur infinie, nous écrivons que le débit par unité de section est constant :

$$Q = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} v(x,z) dx dz = \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} D \exp(-G^2) 2\sqrt{B} dG dz$$

soit

$$Q = 2 D \sqrt{B} \int_0^{\infty} \exp(-G^2) dG = 2 d \sqrt{\pi B}$$

Alors nous pouvons écrire  $v$  sous la forme :

$$(IV.7) \quad v = \frac{Q}{[4\pi B z]^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{x^2}{4zB}\right)$$

NEDDERMAN et TUZUN s'inspirent de cette théorie et supposent que le poids de la particule isolée suffit pour créer le mouvement de celle-ci. Ainsi les particules au-dessus de l'orifice de vidange sont en chute libre et les particules de la couche située juste au-dessus glissent dans l'espace vacant. Si on considère trois particules isolées (figure 2.39) d'une part les particules B et C qui se trouvent sur la même couche de la matière ensilée sont animées de deux vitesses différentes, d'autre part, la particule A située juste au-dessus de la couche précédente, d'après NEDDERMAN et TUZUN, aura tendance à s'orienter dans la direction de la particule animée de la plus grande vitesse de chute. Cela permet d'exprimer la vitesse horizontale  $u$ , en fonction du gradient de vitesse verticale  $V$  de la particule soit :

$$u = f \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad \text{IV.3}$$

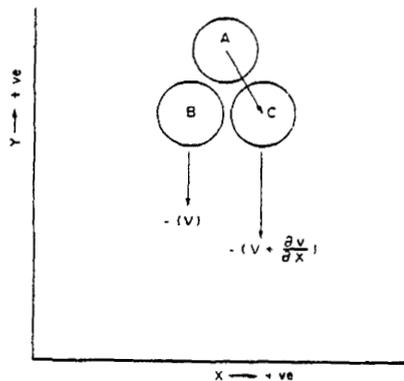


Figure 2.39 Modèle cinématique de NEDDERMAN et TUZUN (1979).

Notons que  $u = -B \frac{\partial v}{\partial x}$  est la forme la plus simple de l'équation (IV.3) où B représente une constante cinématique. Si nous dérivons cette expression par rapport à x nous obtenons :

$$(IV.4) \quad \frac{\partial u}{\partial x} = -B \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}$$

Si nous considérons que  $x = 0$  correspond à l'axe central alors la vitesse sur cet axe est :

$$(IV.8) \quad V_0 = \frac{Q}{[4 \pi B z]^{\frac{1}{2}}}$$

et par conséquent  $V$  s'écrit :

$$(IV.9) \quad V = V_0(z) \exp \frac{-x^2}{4zB}$$

#### 4.2.2 Détermination expérimentale du paramètre cinématique B

Pour déterminer la constante cinématique  $B$  relative à l'écoulement du matériau, nous transformons, en introduisant la fonction logarithmique de part et d'autre de l'égalité, l'expression IV.9 en :

$$(IV.10) \quad \text{Log } V = \text{Log } V_0(z) - \frac{x^2}{4Bz}$$

Nous pouvons constater sur l'équation IV.10 que le paramètre  $B$  dépend évidemment de la cote  $Z$  et par conséquent, nous serions amenés à déterminer pour chaque cote  $Z$  le paramètre cinématique correspondant. Pour ce faire, nous allons tracer sur un diagramme l'expression  $x^2$  en fonction de  $\text{Log}(V)$  pour chaque niveau. Ainsi les figures 2.40 à 2.47 représentent les droites obtenues par la cote  $Z = 5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 45$ .

De la pente de la droite, qui est égale à :  
 $- 1/(4.B.Z)$ , nous déduisons la constante  $B$ .

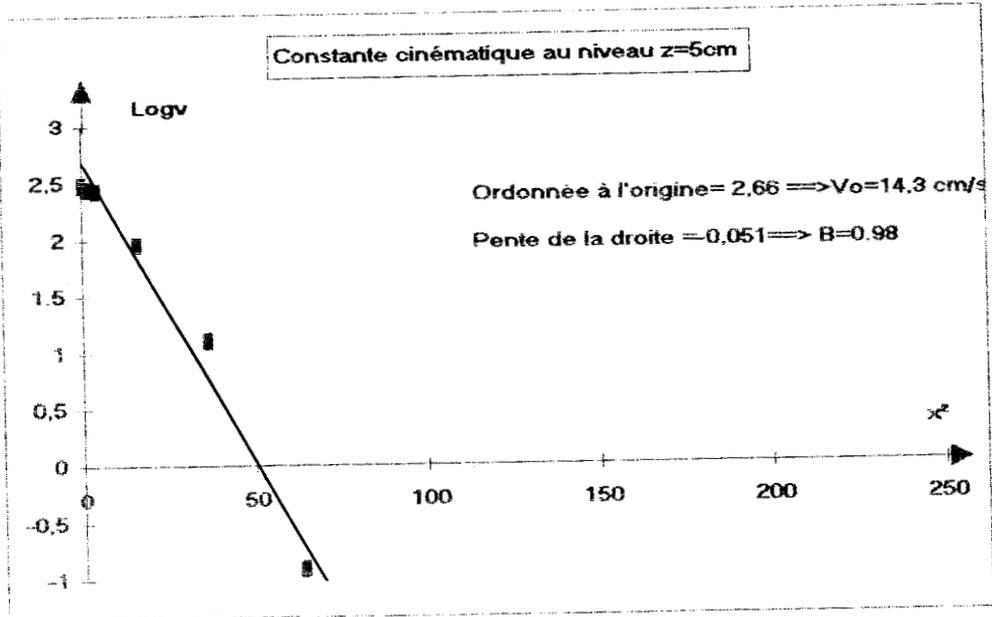


Figure 2.40

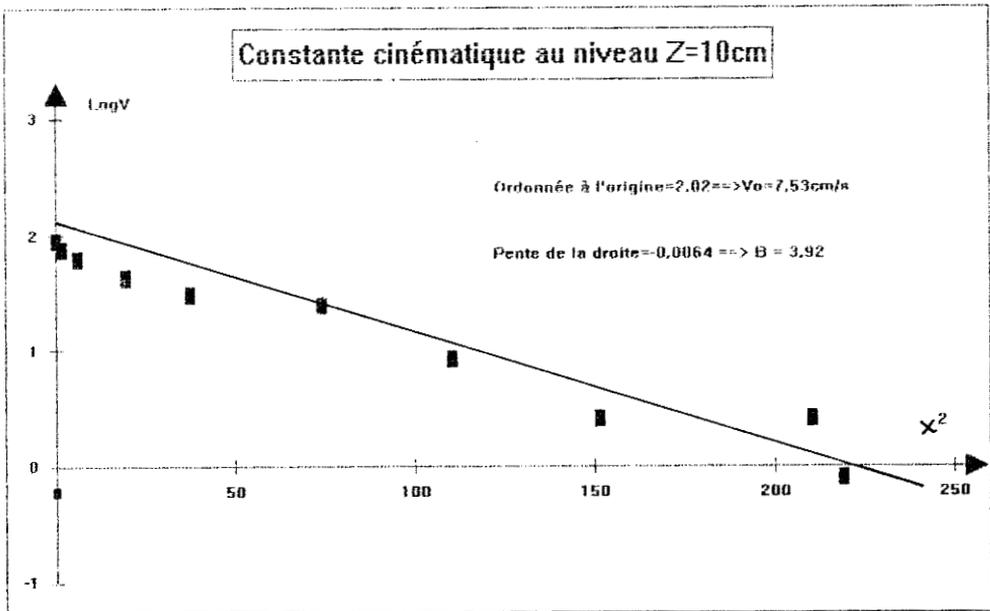


Figure 2.41

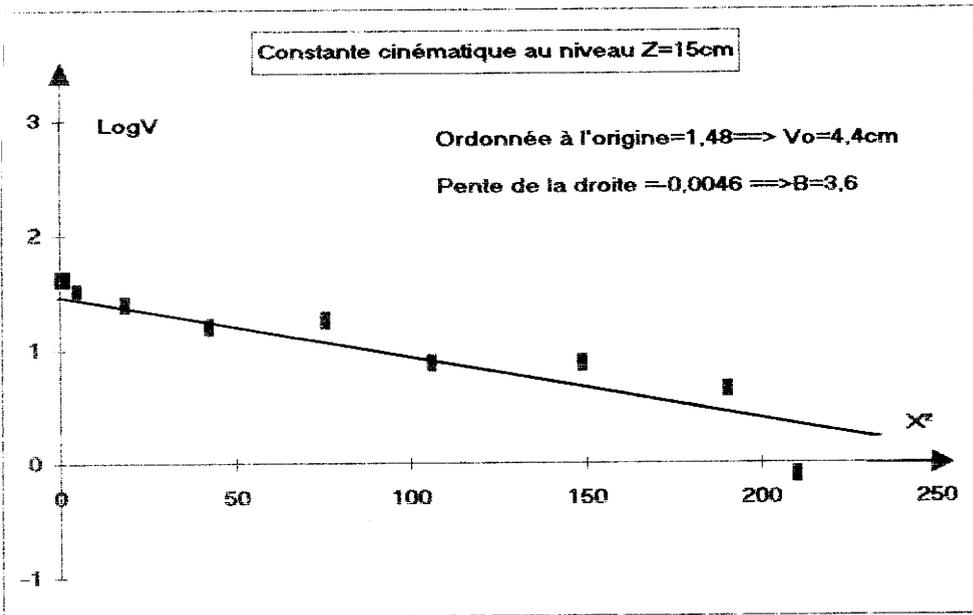


Figure 2.42

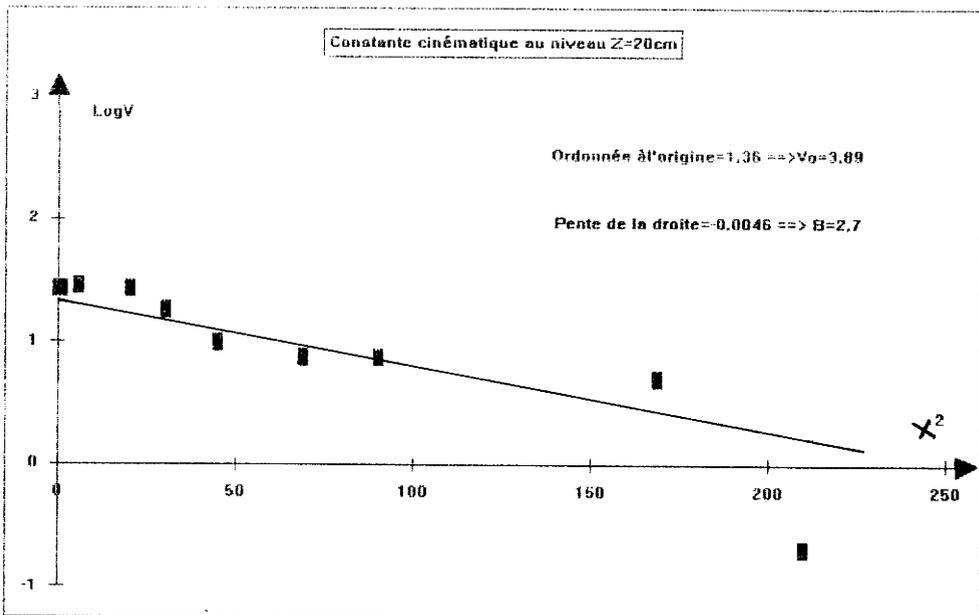


Figure 2.43

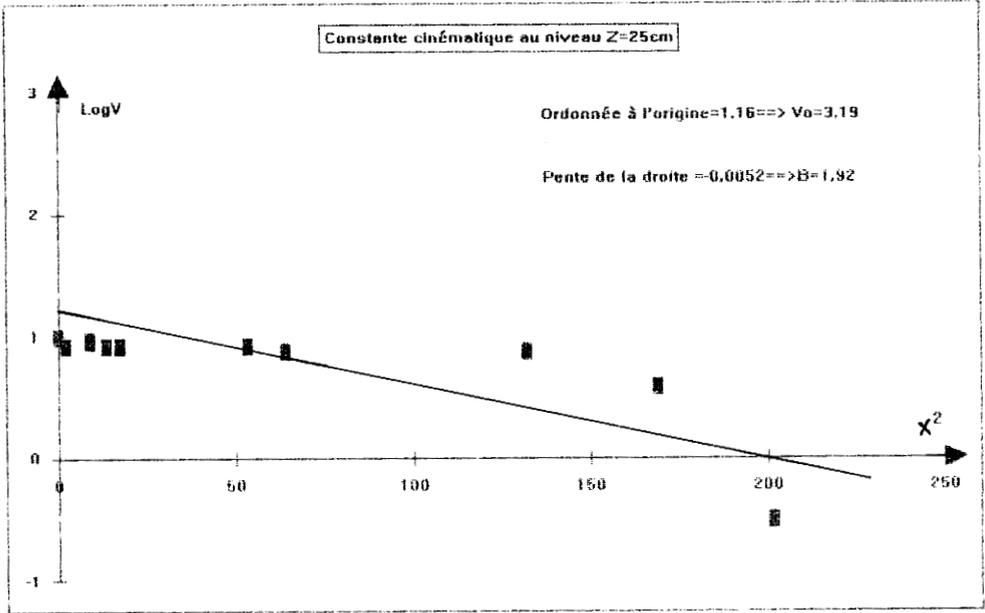


Figure 2.44

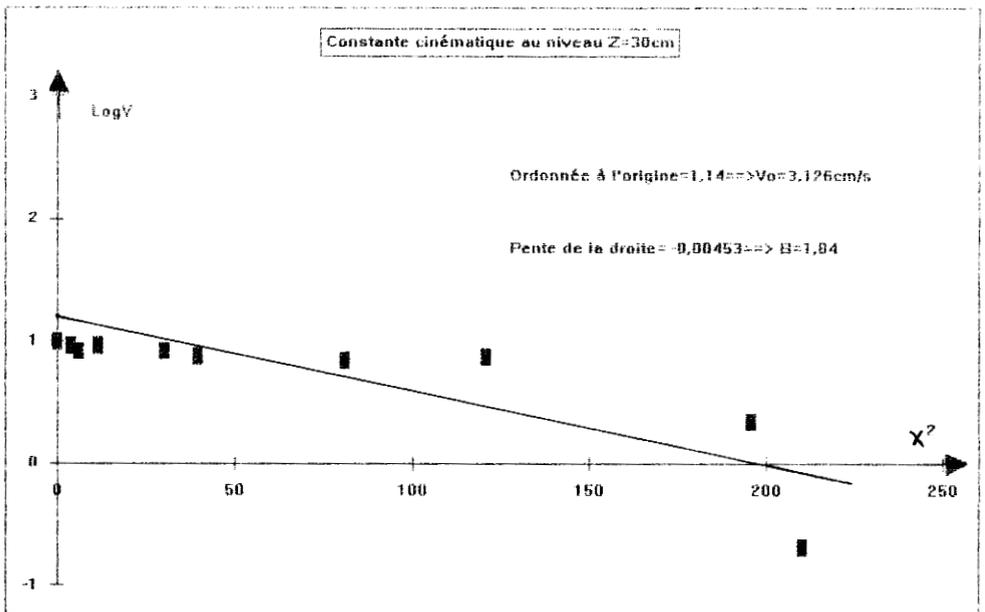


Figure 2.45

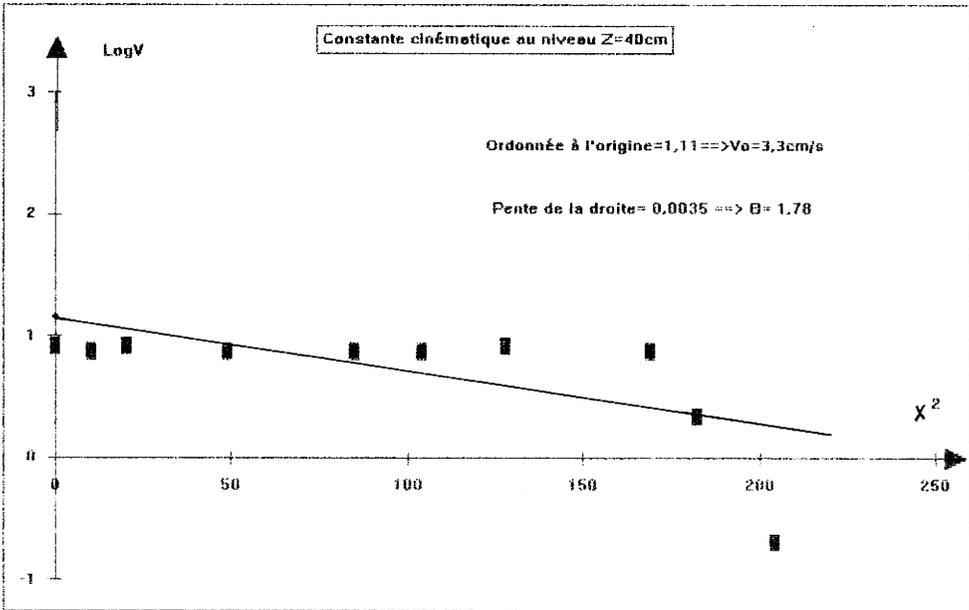


Figure 2.46

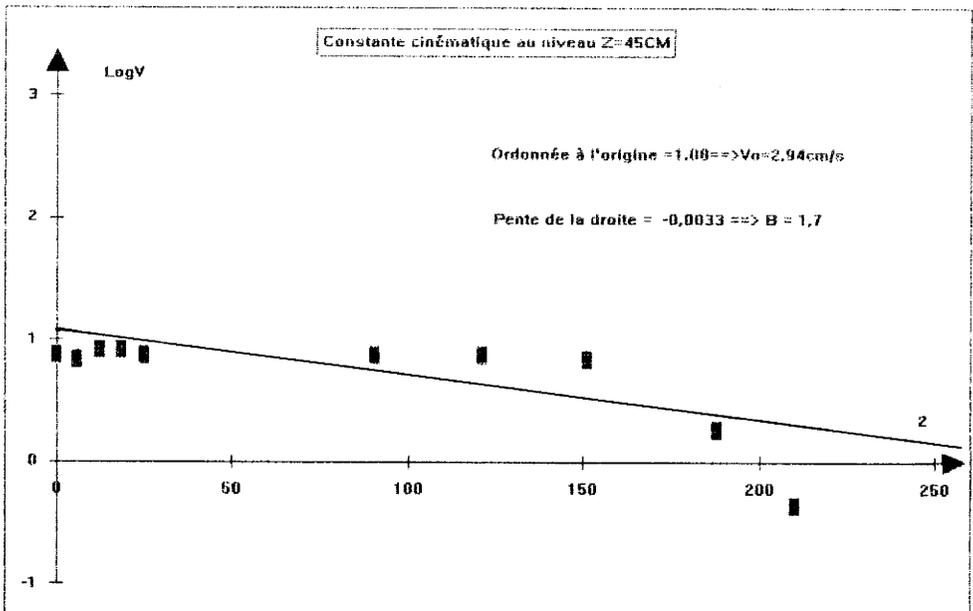


Figure 2.47

Profondeur Z	Ordonnée à l'origine	$V_0$ en cm/s	Pente	Constante B
5	2,66	14,3	-0,051	0,98
10	2,02	7,53	-0,0064	3,92
15	1,48	4,4	-0,0046	3,6
20	1,36	3,89	-0,0046	2,7
25	1,16	3,19	-0,0052	1,92
30	1,14	3,126	-0,00453	1,84
40	1,11	3,3	-0,0035	1,78
45	1,08	2,94	-0,0033	1,7

Tableau 2.3

Les valeurs du tableau 2.3 définissent le modèle cinématique et nous permettent de représenter les profils de vitesse verticale.

Les figures 2.48 à 2.55 représentent l'évolution des vitesses verticales par le modèle de NEDDERMAN-TUZUN, en fonction de X. Nous avons considéré que l'axe central du modèle correspond à  $X = 0$ , ainsi la vitesse verticale varie de  $V_0$  sur cet axe à la valeur zéro dans la zone morte.

#### 4.2.3 Comparaison des profils de vitesse expérimentaux avec ceux obtenus par l'approche de NEDDERMAN-TUZUN

La détermination des profils de vitesse expérimentaux est basée sur la détermination de la position des particules à un instant donné. A titre de comparaison nous avons regroupé sur les mêmes graphes les profils de vitesses expérimentaux et ceux obtenus par l'approche cinématique, ainsi les points sur les graphes représentent les vitesses expérimentales.

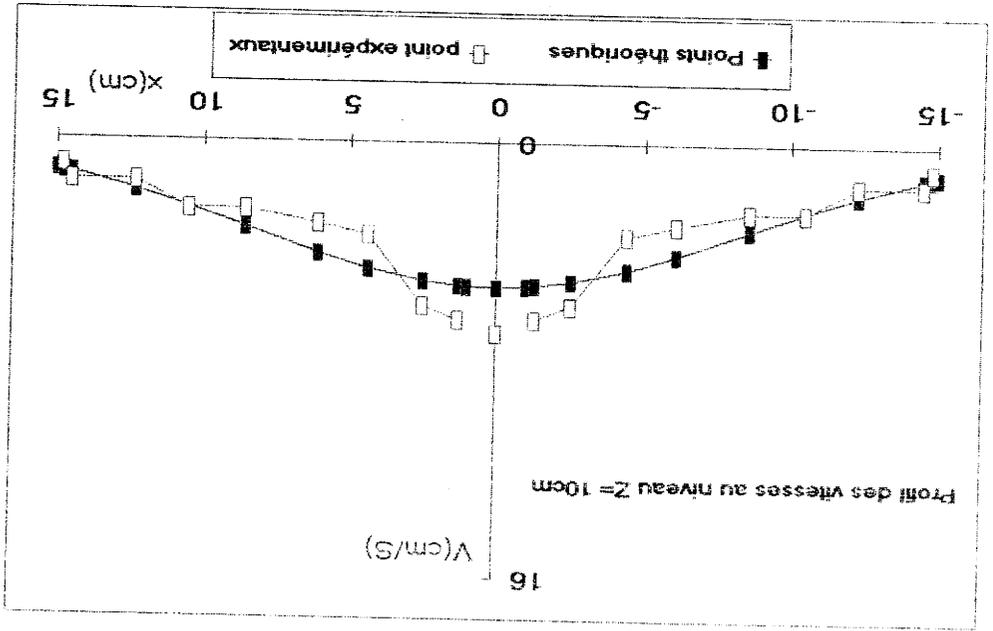


Figure 2.49

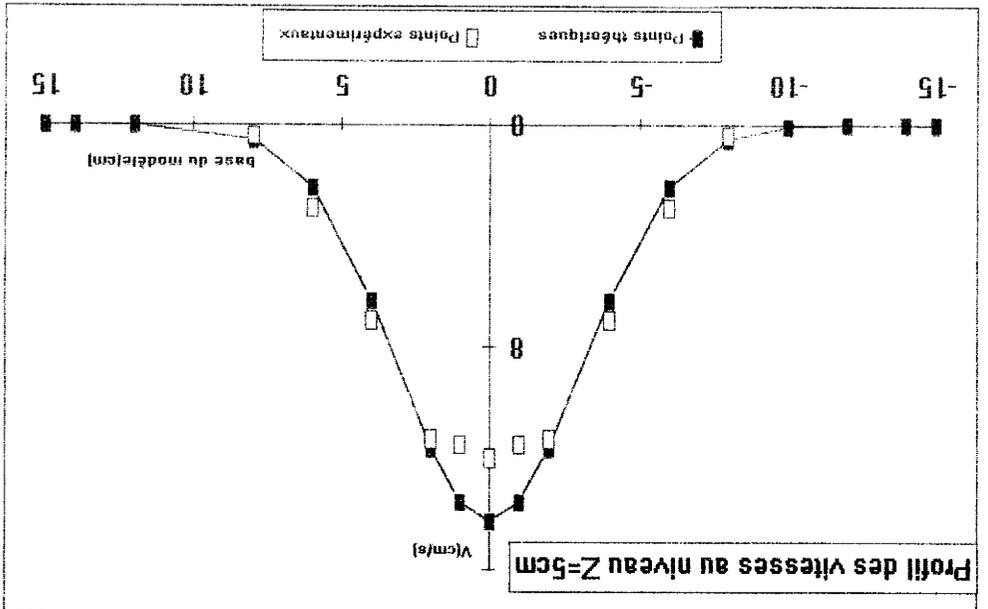


Figure 2.48

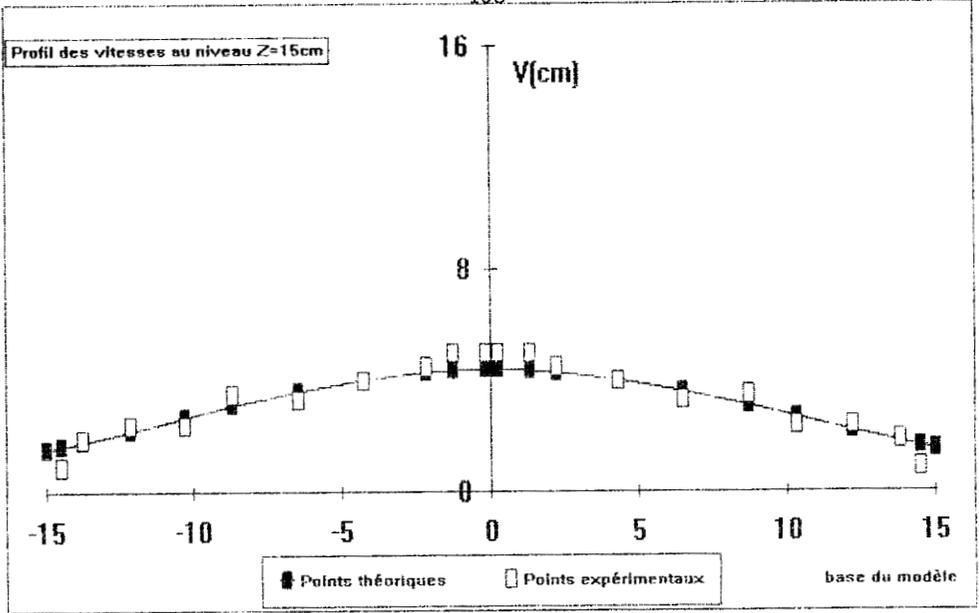


Figure 2.50

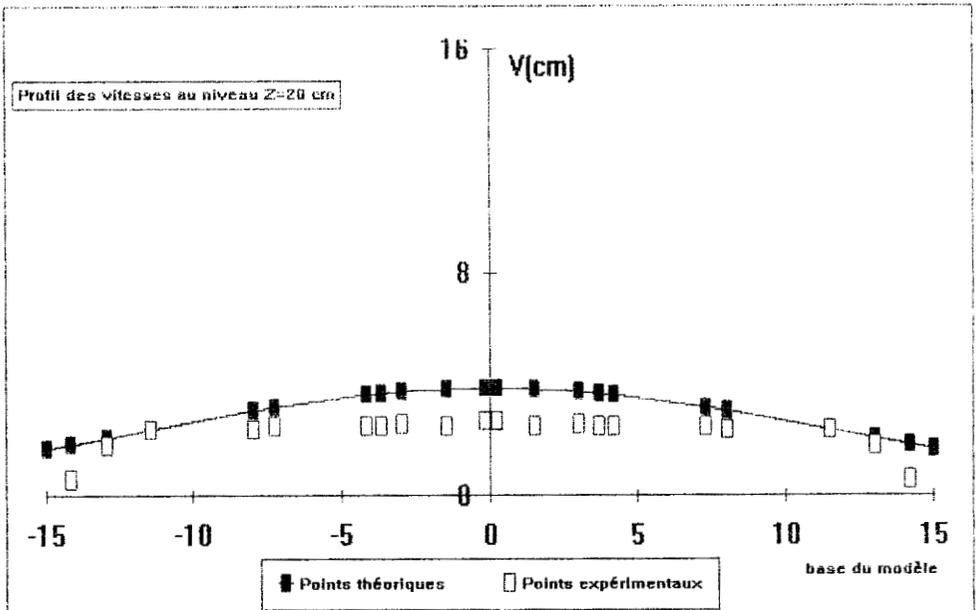


Figure 2.51

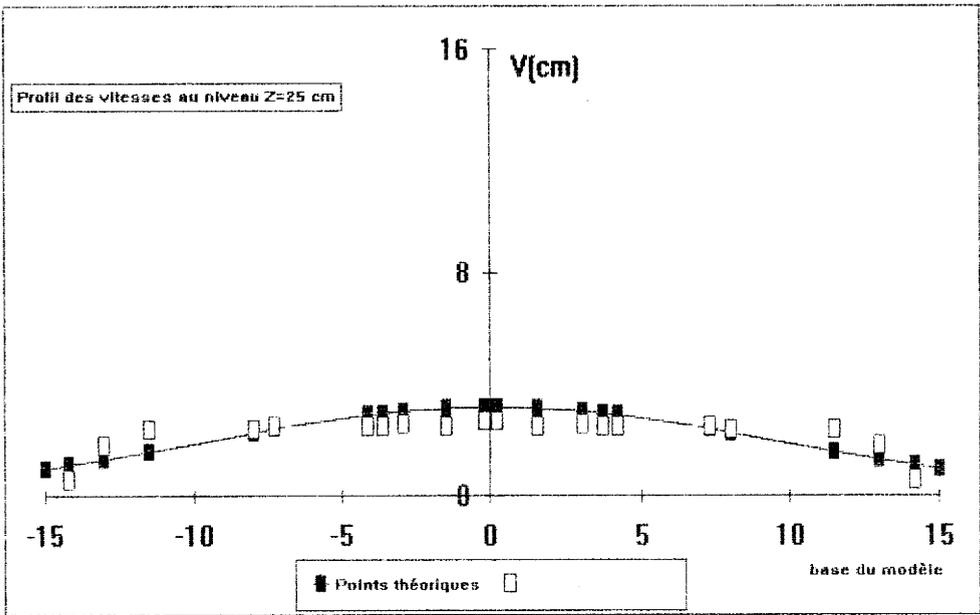


Figure 2.52

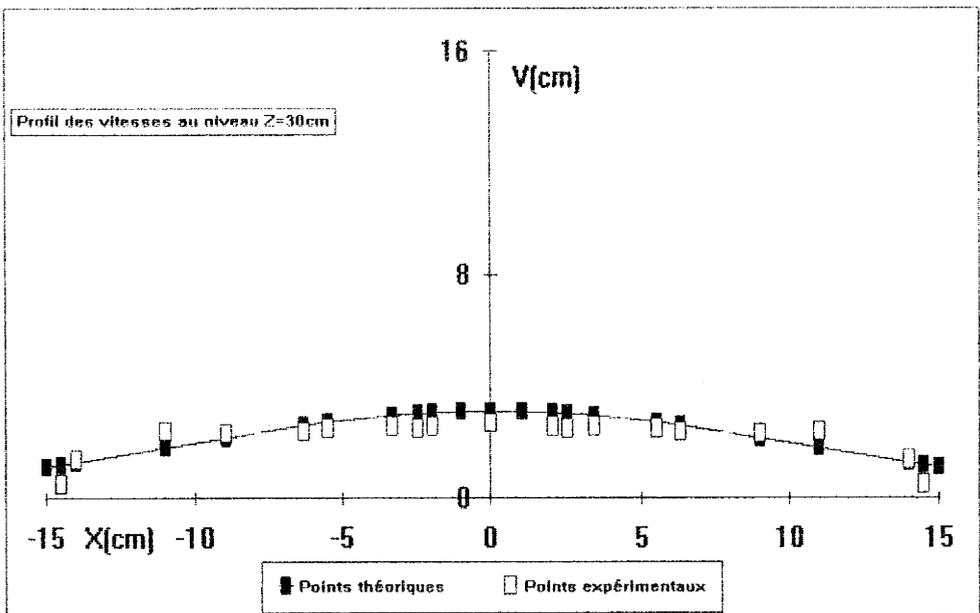


Figure 2.53

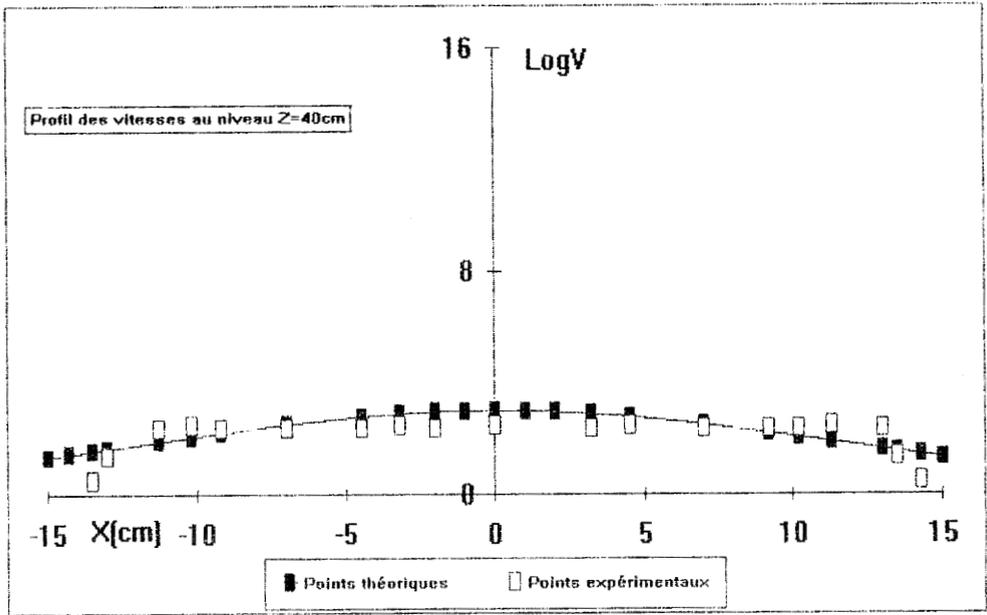


Figure 2.54

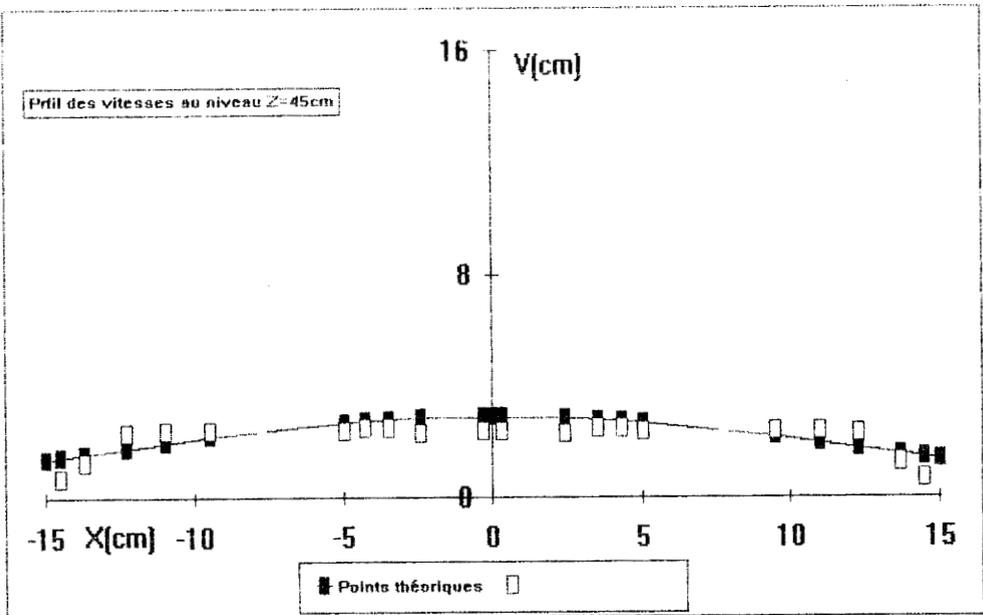


Figure 2.55

La figure 2.48 représente le profil de vitesses verticales à la hauteur  $z = 5 \text{ cm}$  et montre qu'à la hauteur  $Z=5 \text{ cm}$ , où les vitesses des particules sont très grandes, nous observons également une zone où les vitesses sont quasiment nulles, ce qui correspond à la zone morte. Ainsi cette figure met en évidence assez nettement la zone dans laquelle les rouleaux se déplacent à grande vitesse à la verticale de l'orifice de vidange et la zone morte. La comparaison des résultats expérimentaux avec les profils de vitesses verticales obtenus selon le modèle cinématique, montre que le modèle de NEDDERMAN et TUZUN donne des résultats en accord avec nos valeurs expérimentales.

La figure 2.49 décrit le profil de vitesses à la cote  $Z = 10$  qui n'est pas aussi pointu que celui de la cote  $Z = 5 \text{ cm}$ ; ceci explique qu'à cette hauteur l'écoulement en cheminée s'amorce.

La figure 2.50 montre que le profil de vitesses a une forme parabolique, celui-ci laisse apparaître une très faible zone de vitesse, presque nulle, à proximité des parois.

Nous observons également sur les figures 2.51 à 2.55 qu'au fur et à mesure que  $Z$  augmente la vitesse diminue et le profil de vitesses s'aplatit. Ainsi la cheminée d'écoulement s'élargit vers le haut du modèle. Et à partir d'une hauteur bien déterminé, la zone de vitesse uniforme reste constante et l'écoulement s'effectue en masse sollicitant presque toute la matière ensilée.

#### 4.2.4 Conclusion

Les différentes comparaisons que nous avons effectuées entre les résultats expérimentaux et les profils de vitesse théorique ont permis de montrer que la théorie proposée par NEDDERMAN-TUZUN peut décrire ces expériences avec une bonne approximation. En effet, outre la détermination des limites géométriques de la cheminée d'écoulement, à partir des profils de vitesses, cette loi permet d'expliquer clairement le phénomène d'écoulement des matériaux granulaires, et de mieux comprendre l'influence des divers paramètres (hauteur du massif, inclinaison de la trémie etc...) sur celui-ci.

Nous signalons toutefois que dans la partie basse du modèle, là où les particules sont en chute libre, celles-ci ne sont pas influencées par un gradient de contrainte local, ce qui correspond aux hypothèses théoriques. En revanche, quand on dépasse une certaine hauteur bien déterminée,  $Z = 10$  cm pour silo à fond plat et  $Z$  compris entre 15 et 20 cm pour un silo à trémie, les hypothèses ne sont plus vérifiées : nous avons au niveau supérieur du silo une vitesse uniforme. Néanmoins, les points que nous avons obtenus à ce niveau sont très proches des courbes obtenues par la théorie. Ces résultats obtenus avec le matériau analogique s'accordent avec les résultats obtenus avec du blé dans un modèle réduit tridimensionnel (90). Tout cela ne fait que confirmer l'intérêt de l'utilisation des petits rouleaux cylindriques pour la compréhension du comportement du matériau granulaire ensilé.

## V EFFET DE PAROIS

Dans ce paragraphe, on présente les résultats expérimentaux concernant l'effet des parois. On a réalisé un très grand nombre d'expériences aussi bien en statique qu'en cinématique. Le nombre important de points expérimentaux et la superposition d'essais différents ont amené dans un but de clarté, à concevoir plusieurs représentations différentes. Toujours dans cette optique, la plupart des photos et des figures ne mentionnent pas tous les essais réalisés. Dans un premier temps il a été procédé à une étude cinématique et, ensuite, à une étude statique.

### 5.1 ETUDE CINEMATIQUE

#### 5.1.1 ECOULEMENT SIMULE

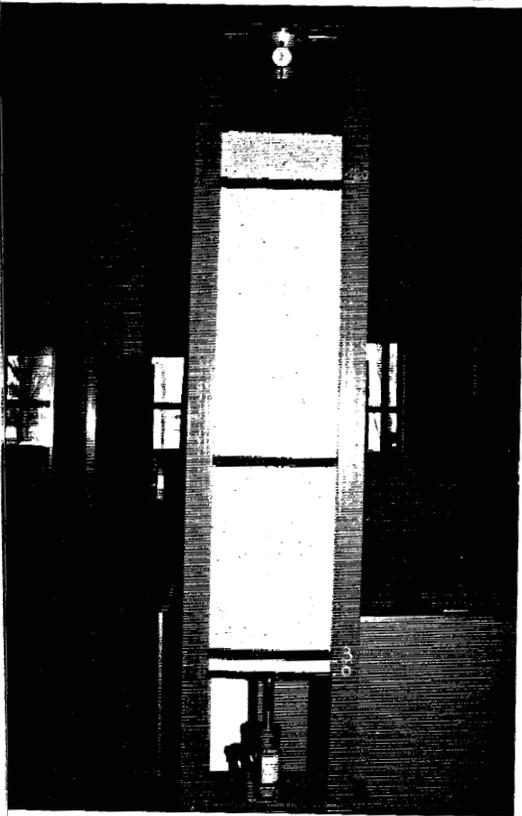
L'écoulement simulé consiste à placer, à la base du massif de rouleaux, une cric hydraulique, sur lequel on a positionné une plaque d'acier.

Aux départ le cric est en position "bout de course". Pour provoquer l'écoulement ; il suffit de dévisser un boulon pour libérer le cric, ainsi tout le massif s'abaisse d'une douzaine de centimètres.

On a ainsi repéré trois bandes de rouleaux à des hauteurs respectives de 120,51 et 3 cm (photo 4.7), et ensuite, on a pris des photos à l'état initial et à l'état final (photo 4.8).

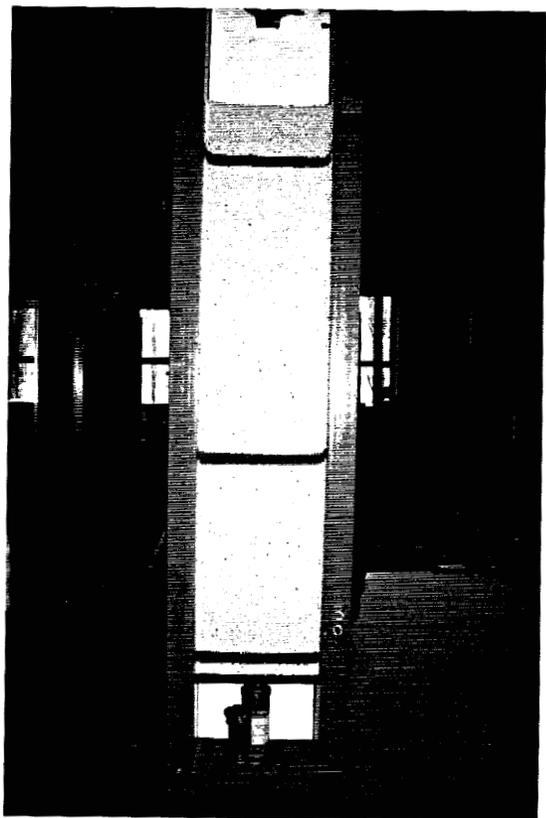
Cette simulation a permis d'observer, avec beaucoup plus de clarté le mouvement des rouleaux au voisinage des parois dans la mesure où les rouleaux restent sans le modèle. Ainsi il a été constaté que les rouleaux en contact avec les parois ne suivent pas le mouvement de l'ensemble du massif ; ils sont freinés par le frottement des parois semi- rugueuses du modèle (photo 4.9). Ce phénomène s'accroît au fur et à mesure que la côte Z de la bande repérée augmente. En effet, les rouleaux au voisinage des parois de

Small, faint text or markings on the right edge of the page, possibly bleed-through or a page number.



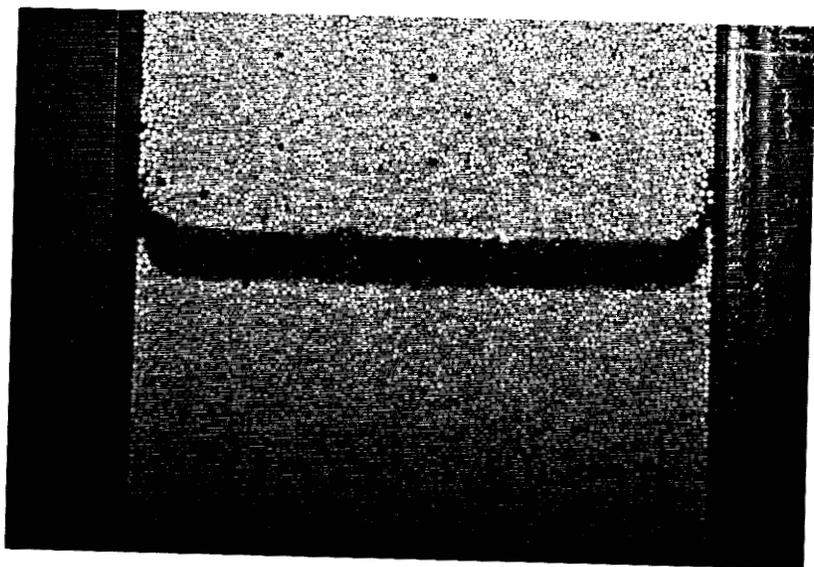
Position initiale.

Photo 2.6



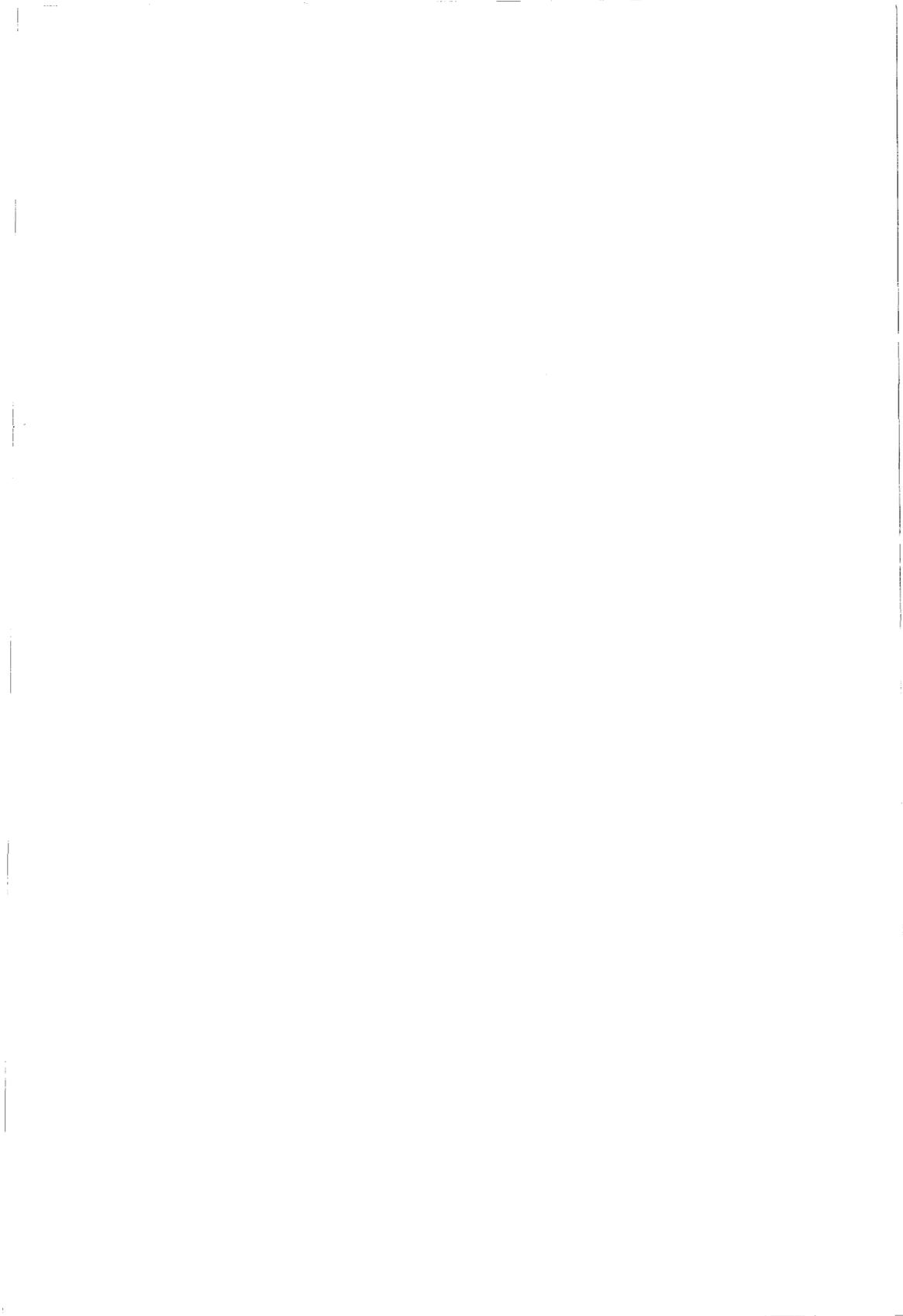
Position finale.

Photo 2.7



Détail de la bande.

Photo 2.8



la première bande ( $Z=3\text{cm}$ ) qui se trouve à la partie basse du massif, ne sont quasiment pas freinés alors que, ceux des deux autres bandes subissent un certain ralentissement qui n'est dû qu'au frottement avec la paroi. L'explication logique de ce phénomène est que l'écoulement s'effectue par gravité et de ce fait le poids s'exerçant sur la première bande est plus important que sur les deux autres, ce qui entraîne les rouleaux au voisinage des parois à suivre la masse dans son mouvement. Le même phénomène se produit entre les deux bandes supérieures mais de façon moins accentuée étant donné que le poids qui s'exerce sur la deuxième bande est moins élevé que celui qui s'exerce sur la dernière bande.

### 5.1.2 ETUDE DES TRAJECTOIRES PARTICULES $Z=f(t)$

On a rempli, pour chaque expérience, le modèle à la même hauteur ( $Z=50\text{ cm}$ ), on repère alors un certain nombre de particules colorées en notant leurs coordonnées de départ; ensuite, après déclenchement du chronomètre au moment où l'orifice est ouvert, on suit en temps réel le mouvement des particules. Il a été réalisé des écoulements dans des modèles avec des parois semi-rugueuses et des parois rugueuses. Le mouvement du rouleau repéré est suivi sur un écran plat à partir de sa position initiale  $(X_0, Z_0)$  jusqu'à la sortie de l'orifice de vidange.

Ainsi pendant les 18 premières secondes d'écoulement, on a relevé toutes les deux secondes la valeur de la cote  $Z$ . Après 18 secondes les valeurs de la cote  $Z$  sont notées toutes les secondes. Dans tous les essais réalisés, les rouleaux se sont écoulés selon le mode dit "de cheminée", la dimension de l'orifice étant constante.

#### 5.1.2.1 SILO A FOND PLAT ET A PAROIS SEMI-RUGUEUSES

Les courbes des figures (4.50,4.51,4.52) représentent l'évolution des particules au cours du temps ainsi la figure 4.50 est relative aux particules repérées au voisinage des parois.

La figure 4.51 correspond aux particules repérées dans la zone intermédiaire.

La figure 4.52 représente l'évolution des particules dans l'axe de la colonne.

Les courbes des figures 4.50, 4.51, et 4.52 et 4.54 montrent que les particules dans les trois zones évoluent dans un fuseau assez restreint.

Ceci explique que les grains soient animés avec d'une même vitesse

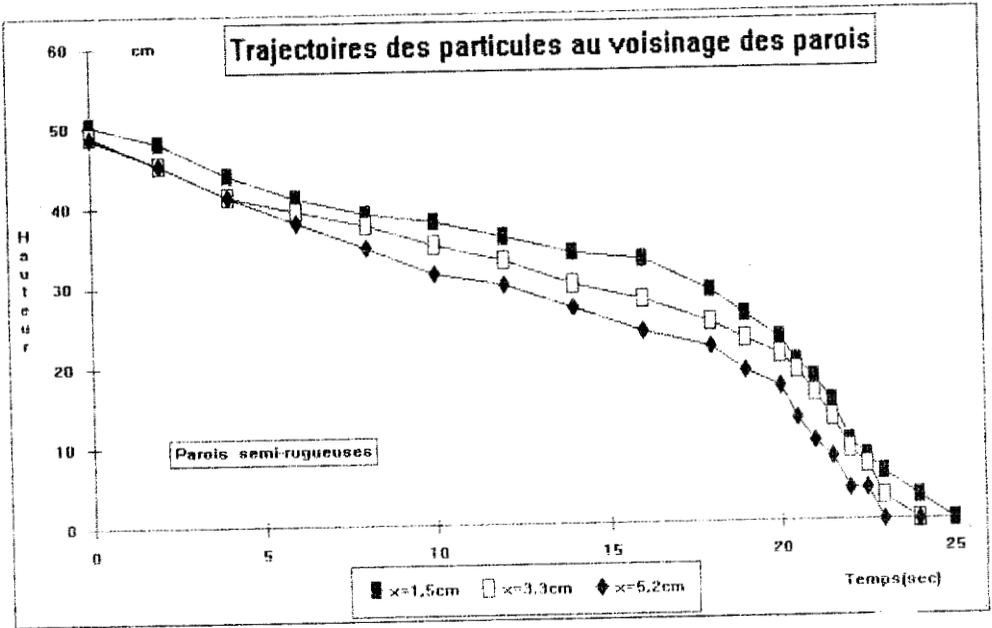


Figure 2.56

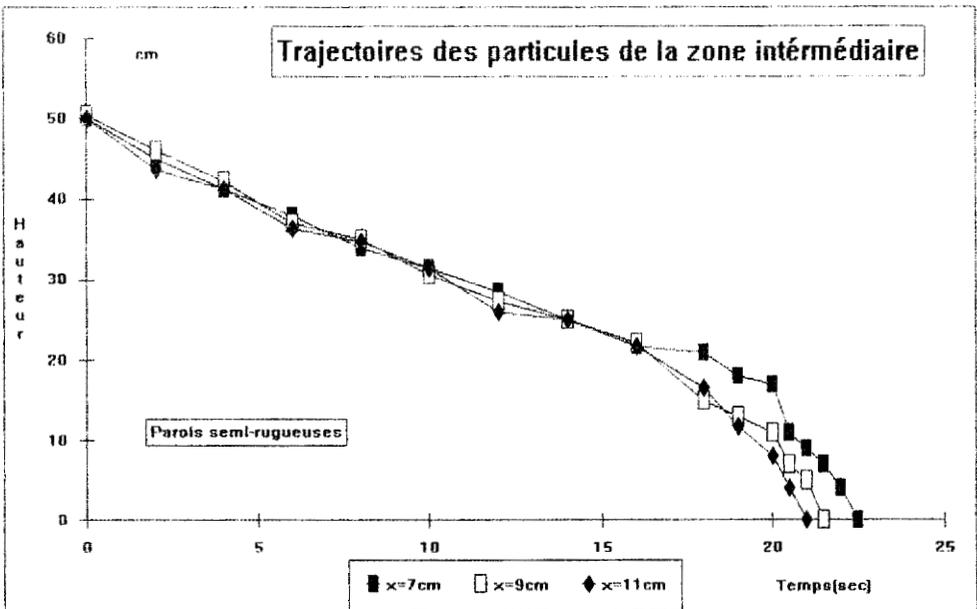


Figure 2.57

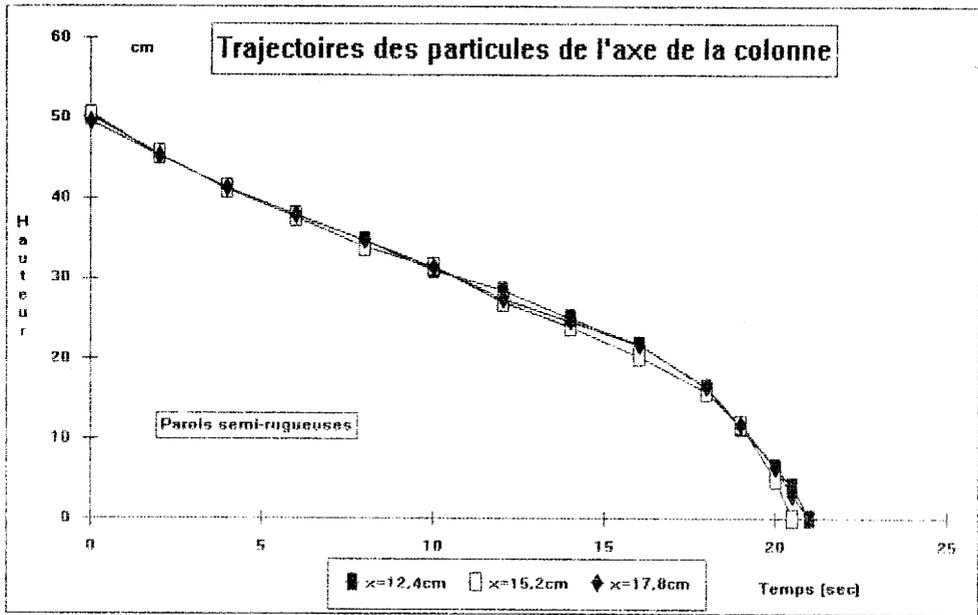


Figure 2.58

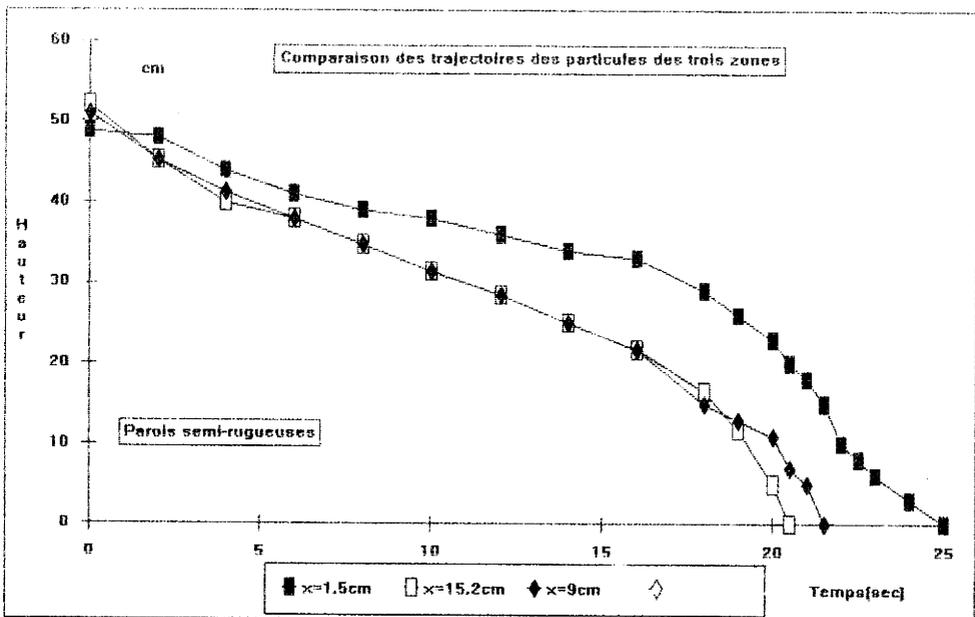


Figure 2.59

dans chaque zone . Si l'on compare la trajectoire d'un grain au voisinage des parois avec les deux autres trajectoires relatives respectivement à un grain de l'axe de la colonne (figure 4.53), on constate que les grains évoluent dans un même faisceau jusqu'à une certaine hauteur  $Z=35$  cm puis les trois courbes divergent.

Ceci s'explique par le fait que les grains au voisinage des parois lorsqu'ils atteignent la zone de transition pour s'orienter vers l'orifice de vidange doivent changer de direction, ce qui provoque un certain ralentissement par rapport aux deux autres. Ce phénomène est évidemment très accentué dans le cas d'un orifice excentré pour les grains qui se trouvent de l'autre côté de l'orifice.

#### 5.1.2.2 SILO A FOND PLAT A PAROIS RUGUEUSES

Le même principe que précédemment a été utilisé. Ainsi les courbes 4.54 et 4.56 montrent que dans ces deux zones la vitesse reste sensiblement constante, puisque les grains évoluent dans un faisceau très resserré. Une première conclusion est que dans ces deux zones les mouvements des grains au sein du massif ne sont pas perturbés par la présence d'une parois rugueuse. Par ailleurs, au voisinage des parois les trajectoires des grains ne sont plus dans un même faisceau, mais ces derniers sont indépendants les uns des autres (figure 4.56)

Ceci montre que dans cette zone latérale le mouvement des grains est très perturbés par la rugosité des parois. Ce phénomène s'accroît au fur et à mesure qu'on se rapproche de celle-ci. Cette augmentation de la perturbation se fait sentir différemment sur la partie haute du modèle. La figure 4.57 montre clairement ce phénomène : elle présente une comparaison entre l'allure des différentes trajectoires obtenues dans les trois zones du modèle. Toutefois, on note que l'évolution des placements des grains en fonction du temps, à la base supérieure de la paroi du modèle, après une vidange centrée, semble indiquer qu'en début de vidange il se produit un certain ralentissement, ceci est également discernable, comme on le verra par la suite, sur les mesures des déplacements faites au voisinage des parois.

#### 5.1.2.3 CONCLUSION

Les différences relevées entre les trajectoires des particules des différentes zones peuvent être imputées, selon nous, non seulement à la

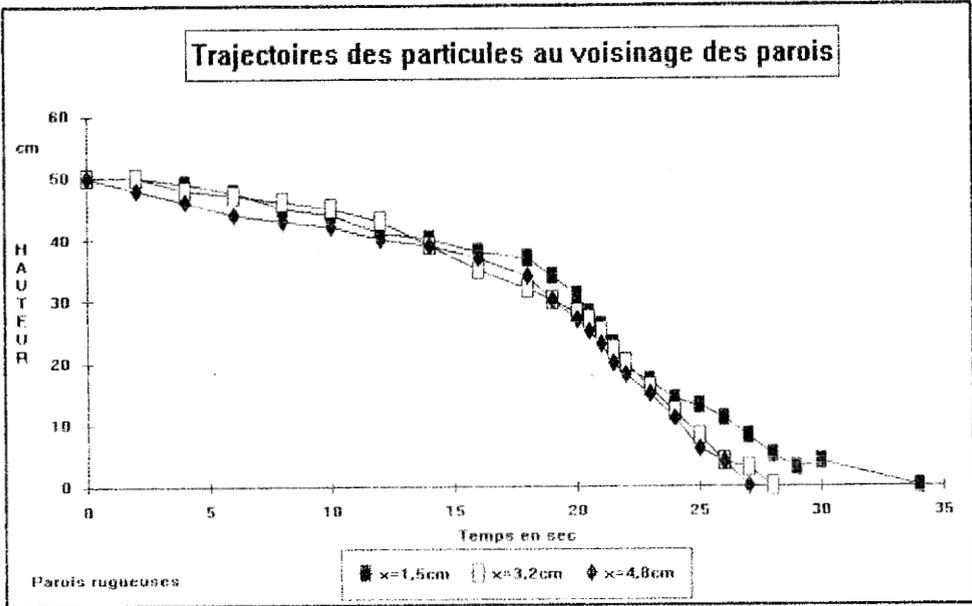


Figure 2.60

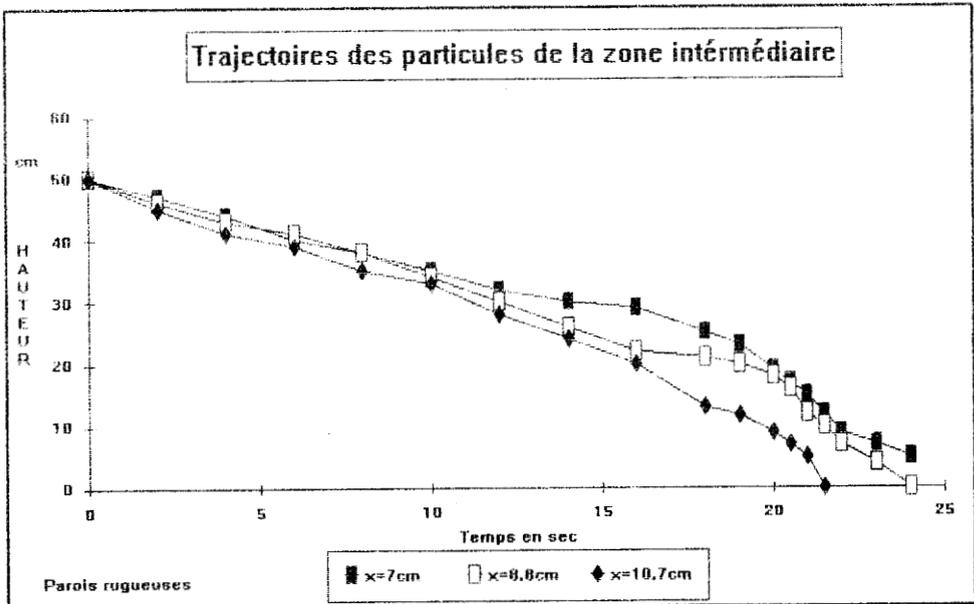


Figure 2.61

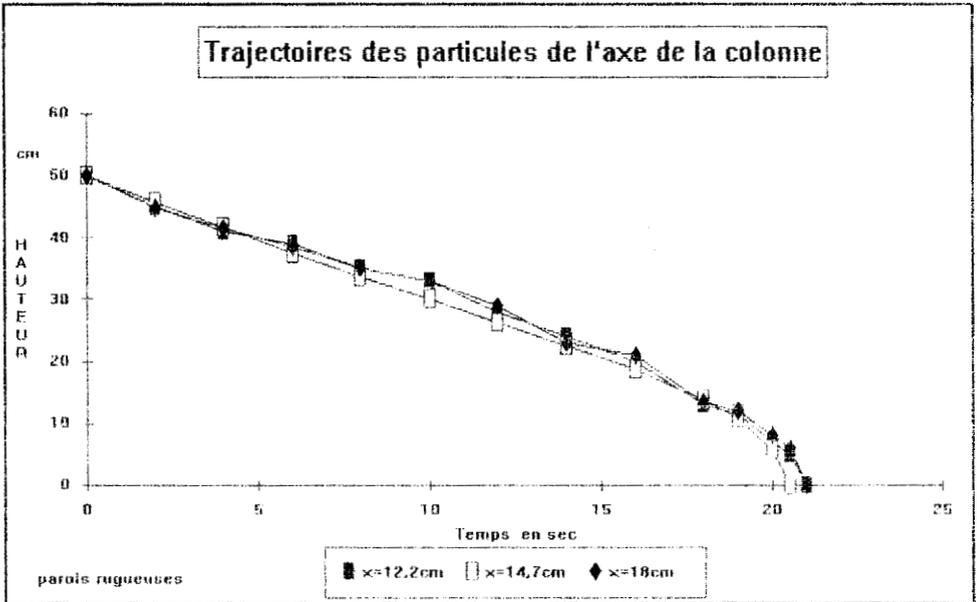


Figure 2.62

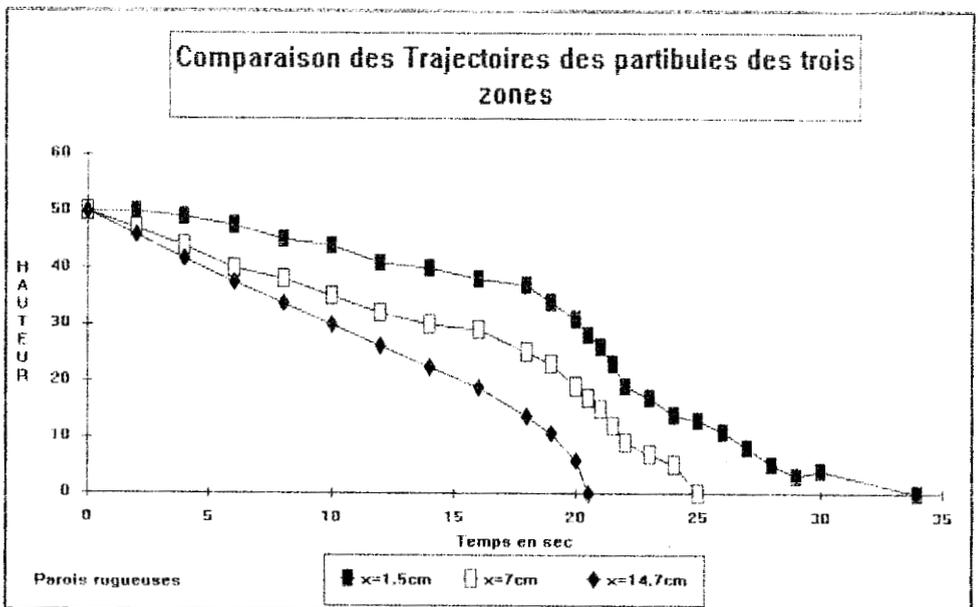


Figure 2.63

position et à la dimension de l'orifice de vidange, mais surtout à la nature de la paroi.

On pense que plus la rugosité de la paroi augmente, plus les mouvements des grains sont conditionnés par la nature de celle-ci, et par conséquent, la nature des parois peut provoquer des modifications relativement importantes dans le comportement local, (au voisinage de la paroi), du matériau ensilé. Les travaux qui seront relatés aux paragraphes suivants, permettront de confirmer ces considérations.

En fait ces figures montrent que les grains au contact où à proximité de la paroi rugueuse mettent plus de temps pour atteindre l'orifice de vidange (figure 2.60) environ 35 secondes, (alors que ce temps est de l'ordre de 24 secondes pour des grains qui se trouvent à proximité des parois semi-rugueuses) (figure 2.56).

Cet exemple est représentatif de l'ensemble des résultats obtenus au voisinage des parois lors des dix expériences de vidange qui ont été réalisées. Cependant l'interprétation de telles courbes doit être très prudente même si la répétitivité des résultats témoigne de la réalité des phénomènes observés. A cet égard, il était particulièrement indiqué de réaliser d'autres expériences de vidange et de les analyser quantitativement et qualitativement.

### 5.1.3 INFLUENCE DE LA RUGOSITE SUR LE MODE D'ÉCOULEMENT

Sont présentés ici les résultats expérimentaux concernant l'écoulement à travers un orifice dans un modèle à parois rugueuses où semi-rugueuse et à trémie inclinée de 45° et 60°. Les mesures et les résultats obtenus au cours de ces essais représentent une masse de données considérable dont l'exploitation et le traitement ont conduit aux interprétations et aux conclusions présentées dans le paragraphe 5.1.3.2.

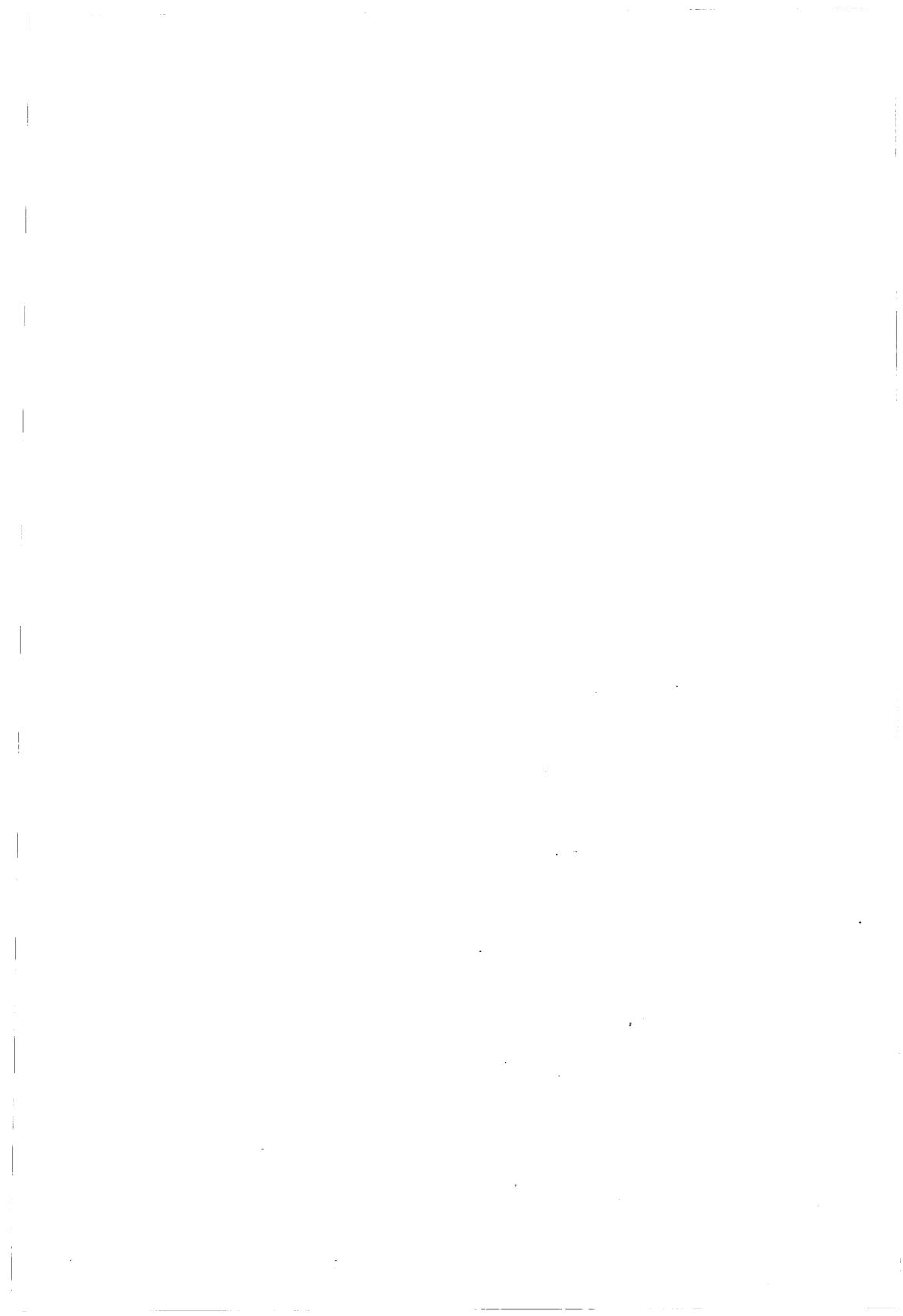
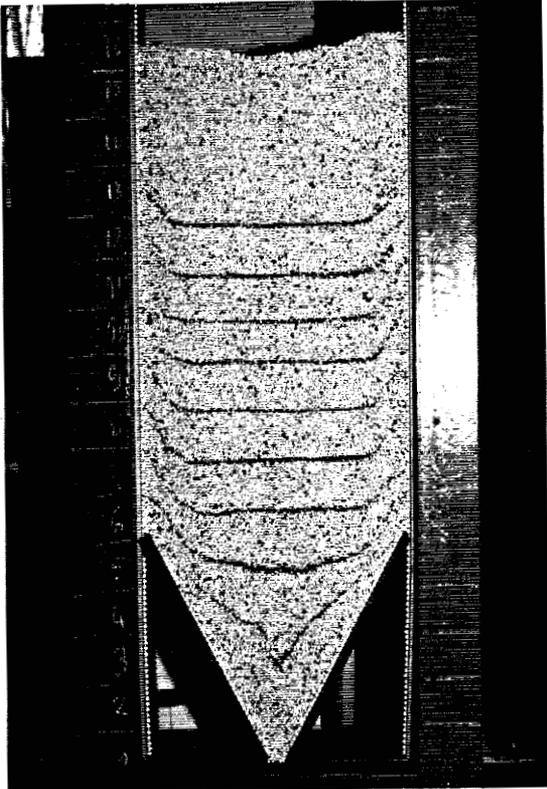
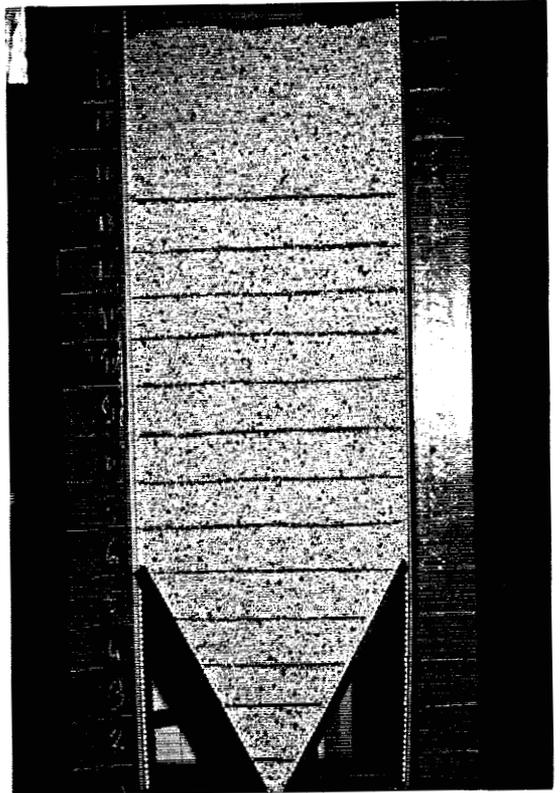


Photo 2.9 :  $t = 0s$

Trémie à  $60^\circ$

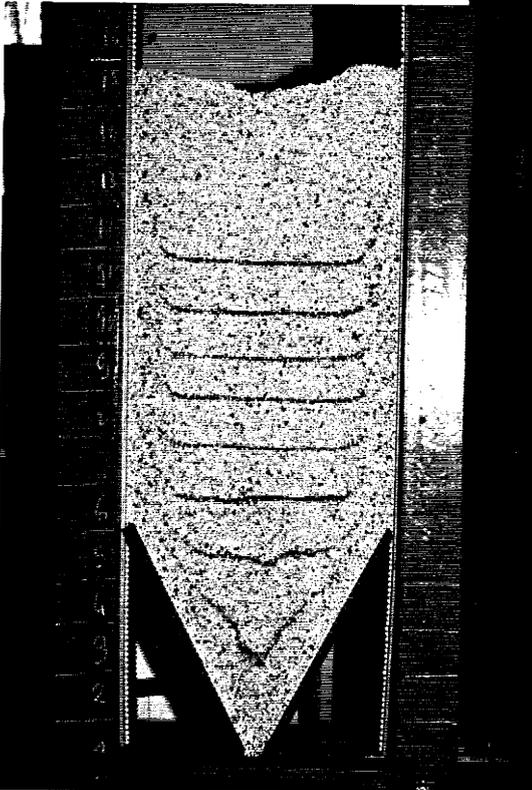
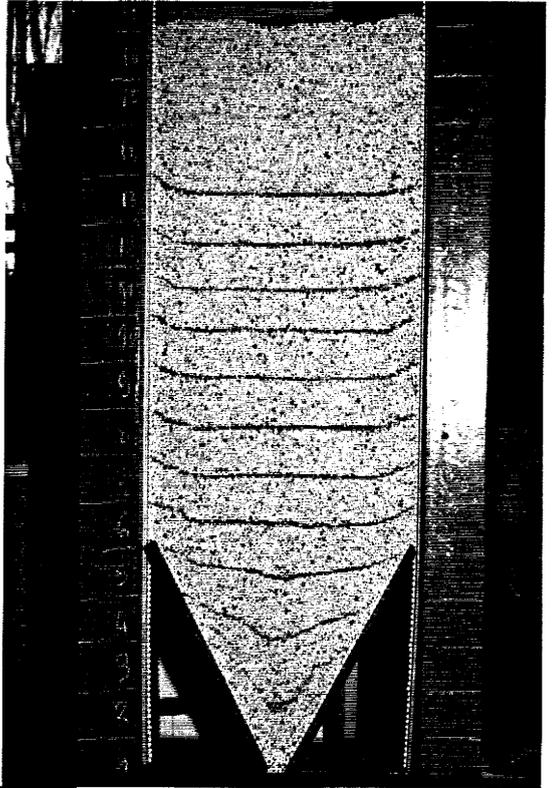
Parois rugueuses.



ALILE

Photo 2.10 :  $t = 2s$



Photo 2.11 :  $t = 4s$ Photo 2.12 :  $t = 6s$ 

10/10/77



Photo 2.13 :  $t = 8s$

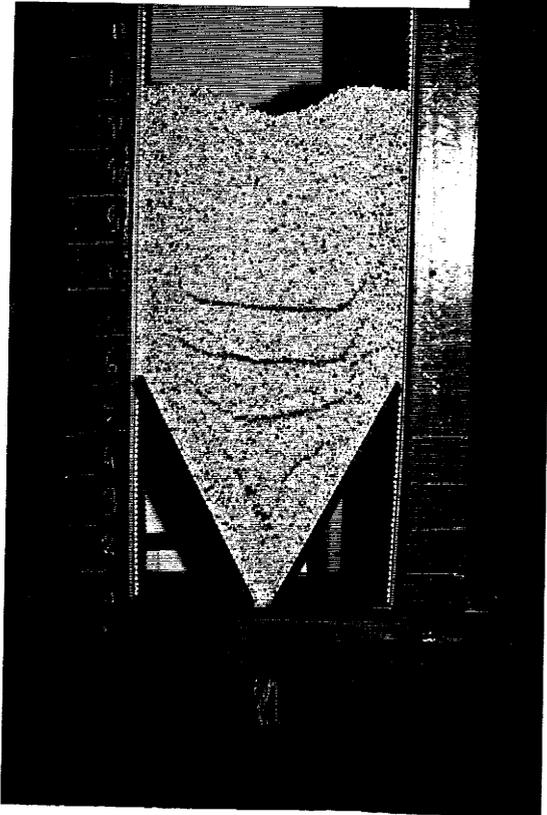
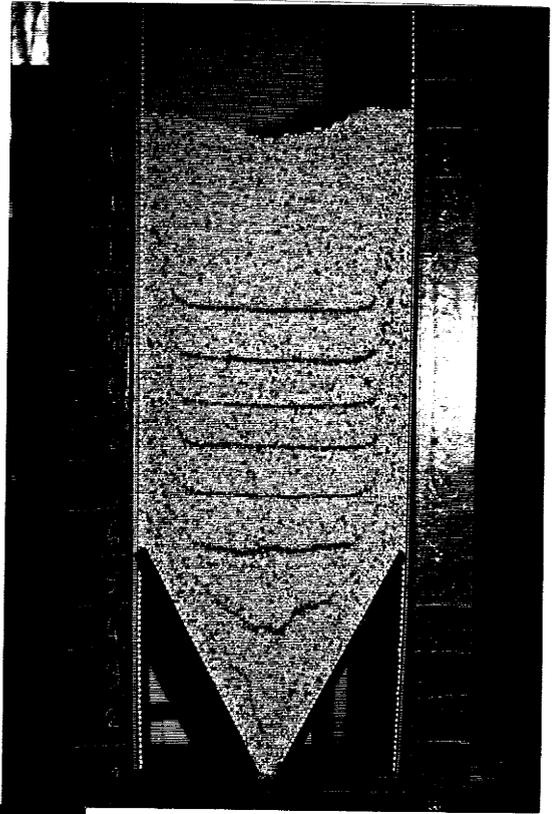


Photo 2.14 :  $t = 20s$





### 5.1.3.1 ETUDE QUALITATIVE

Les photos 2.9 à 2.14 correspondent à l'expérience réalisée avec une trémie à  $60^\circ$  et parois latérales rugueuses. Afin de bien cerner le problème 4.16 correspondent à l'expérience réalisée avec une trémie à  $45^\circ$  mais de parois latérales rugueuses. Afin de bien cerner le problème de l'influence de la rugosité des parois, il a semblé intéressant de faire d'autres expériences avec une trémie de  $45^\circ$ , et ceci dans l'optique de distinguer réellement les phénomènes dus à l'inclinaison de la trémie. Ainsi les photos 2.15 à 2.20 correspondent aux expériences effectuées sur le modèle à parois semi-rugueuses.

Au cours de ces expériences on a distingué, en général, deux types d'écoulements : écoulement en masse et écoulement en cheminée (ou écoulement central). De plus, dès le début de la vidange tout le matériau descend régulièrement et on observe un mouvement d'ensemble du matériau, c'est ce que l'on observe généralement dans les silos prototype où en grandeur réelle, munis de trémies lisses et suffisamment inclinées. En ce qui concerne le débit massique, on constate expérimentalement, que pour un orifice de diamètre donné et une paroi latérale de rugosité bien déterminée, celui-ci augmente rapidement avec l'inclinaison et diminue légèrement avec la rugosité.

Les photographies montrent l'établissement progressif du régime d'écoulement permanent qui finit par s'établir dans le modèle. On peut ainsi distinguer dans le massif en mouvement deux parties nettement différentes :

1. Dans la partie basse où l'on distingue, dans le cas de la trémie  $45^\circ$ , deux zones. Une première zone où les rouleaux situés près des parois inclinées s'orientent vers le milieu de la trémie, une deuxième où les rouleaux sont en écoulement.

2. Dans la partie haute, on constate que les particules se mettent en mouvement avec une vitesse moindre près des parois, en raison du frottement sur celle-ci.

Dans le cas où la trémie est inclinée de  $60^\circ$ , les mêmes constatations

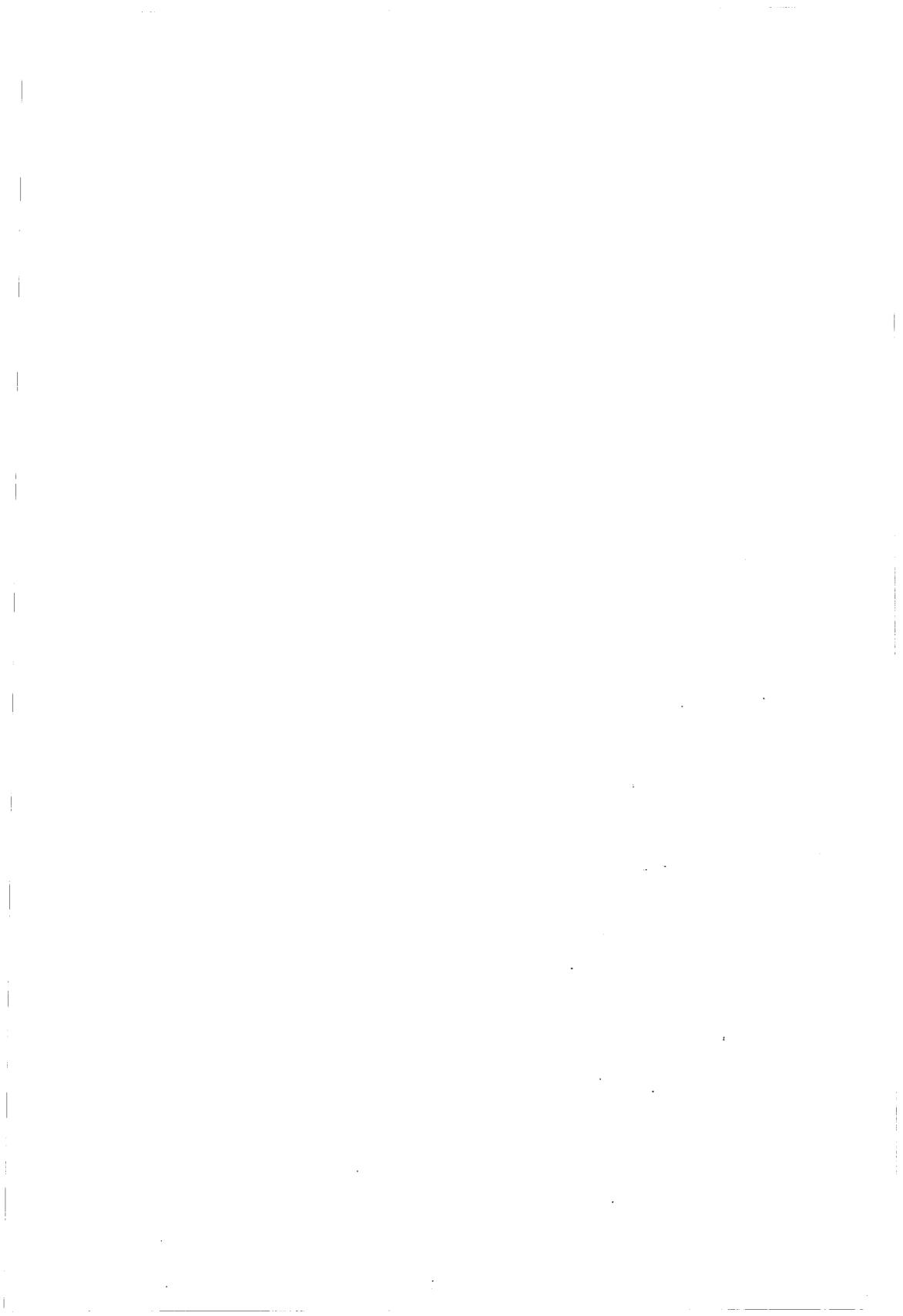


Photo 2.15 :  $t = 2s$   
Trémie à  $45^\circ$   
Parois semi-rugueuses.

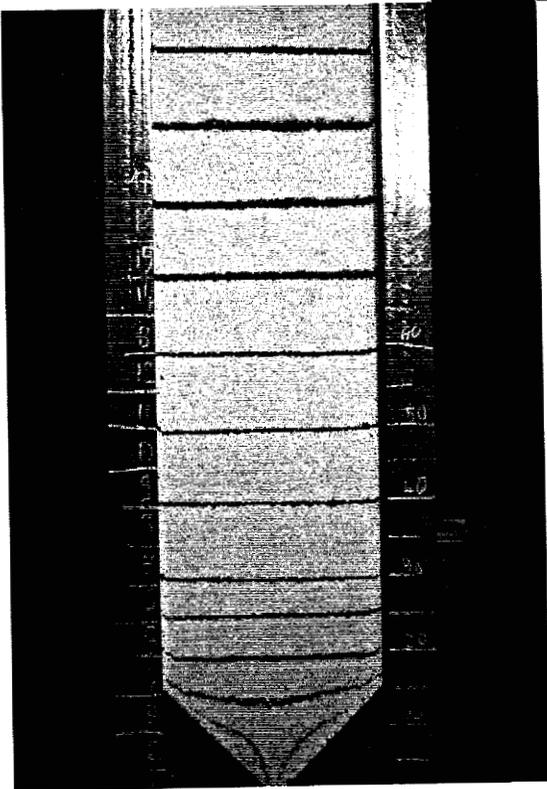
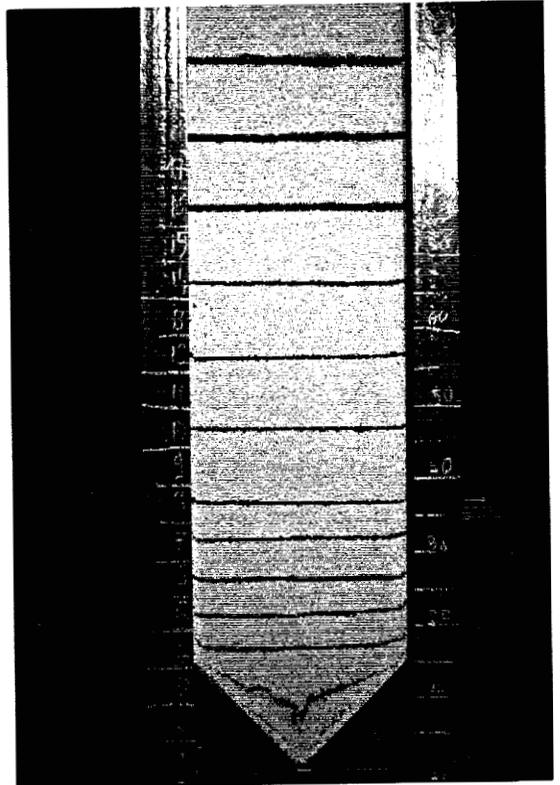


Photo 2.16 :  $t = 4s$



Photo 2.17 : t = 20s

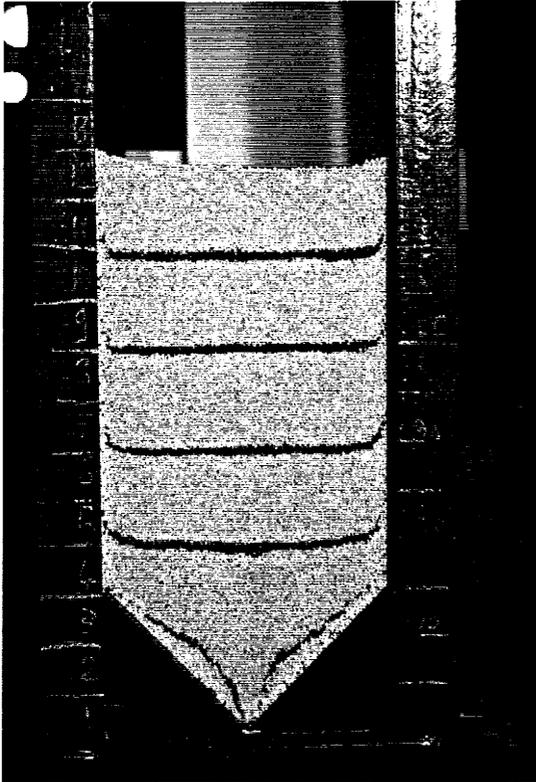
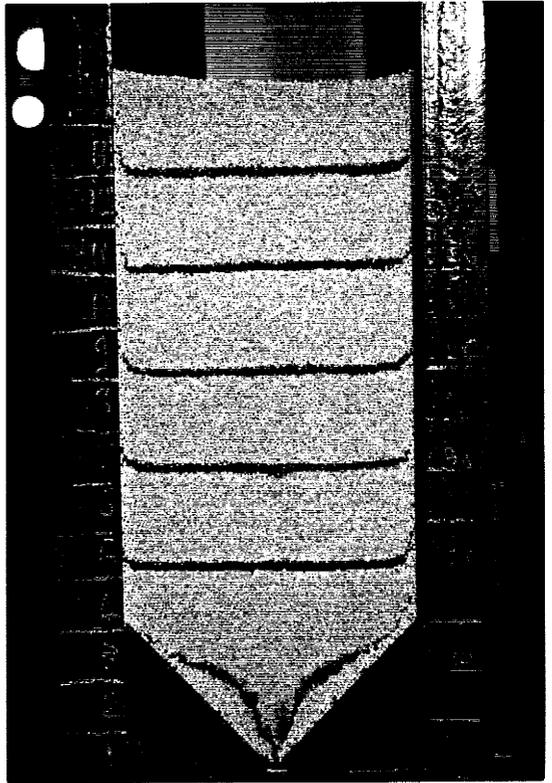
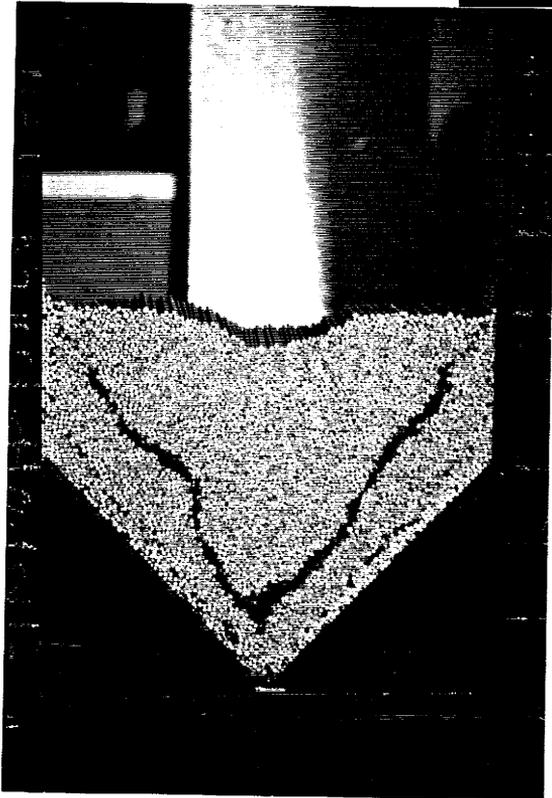
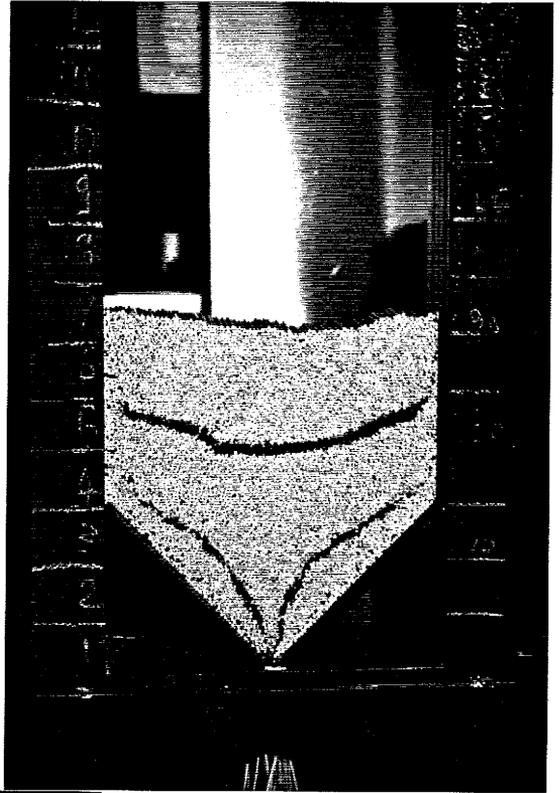
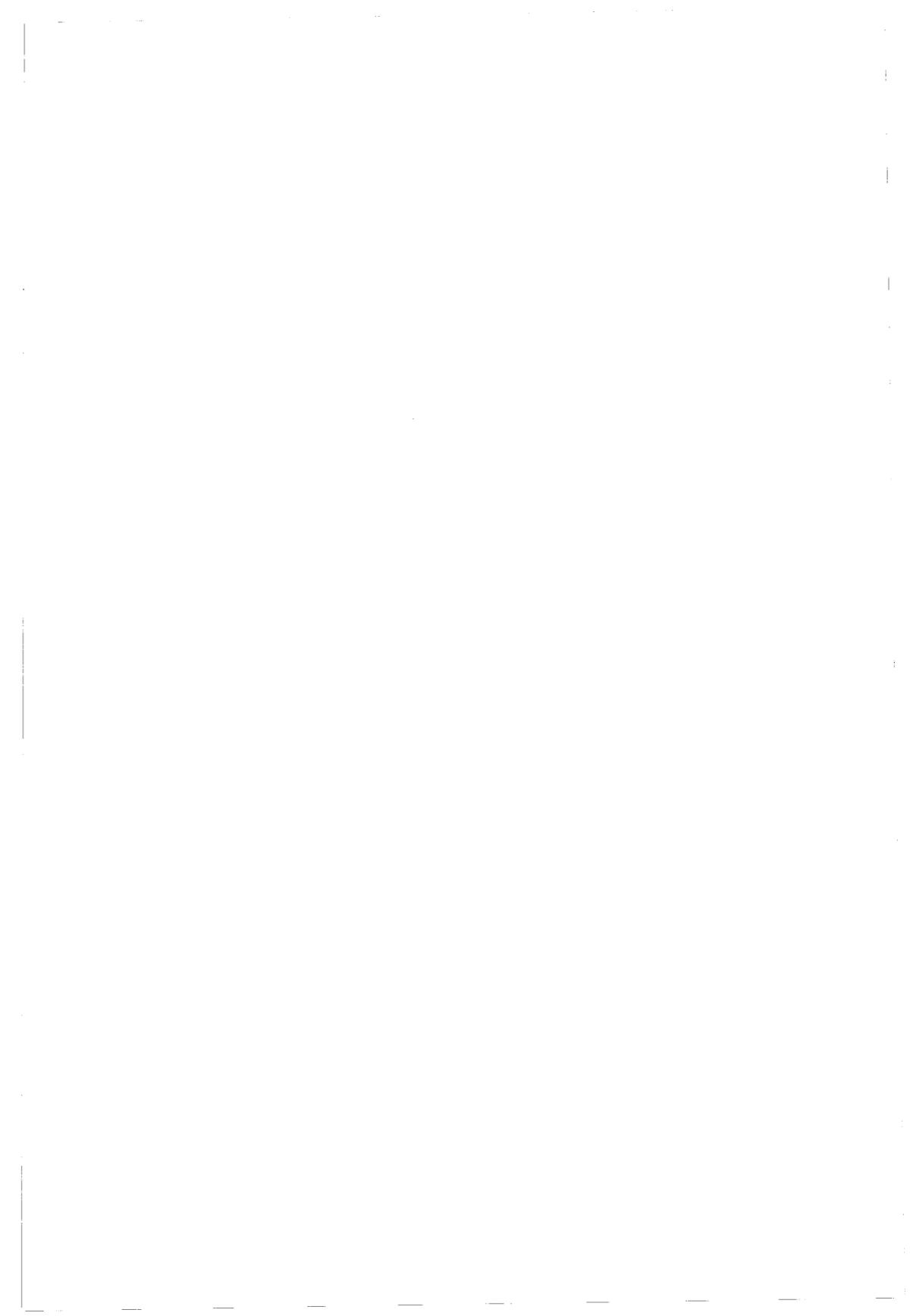


Photo 2.18 : t = 22s



Photo 2.19 :  $t = 34s$ Photo 2.20 :  $t = 36s$



que précédemment peuvent être faites à une particularité près : la zone d'orientation des rouleaux disparaît, aussi bien pour des parois rugueuses que pour des parois semi-rugueuses. La disparition de cette zone est imputable essentiellement à l'inclinaison de la trémie qui est d'ailleurs très supérieure à l'angle de frottement grains / grains. On a remarqué que tous les rouleaux au sein de la trémie sont presque en chute libre sauf bien entendu au voisinage de la surface de la trémie, là où il y a apparition d'une couche limite. (La même remarque reste valable pour le silo à trémie de 45°).

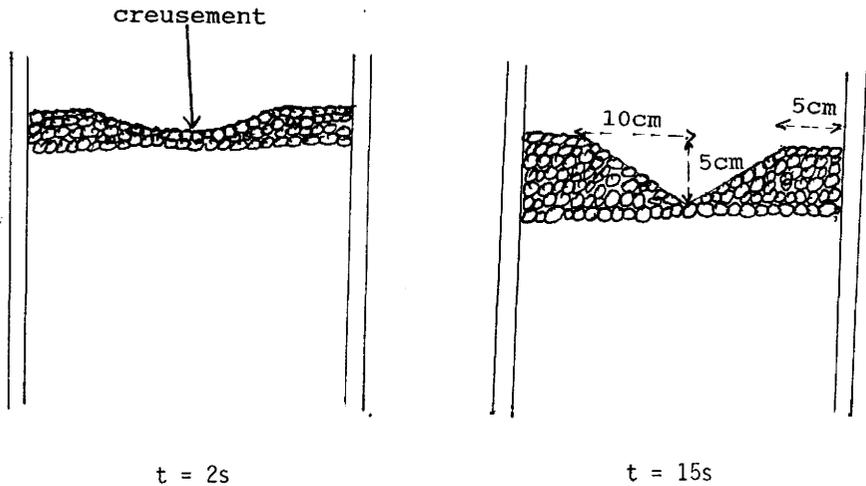
Ces expériences montrent que le brusque passage de l'état d'équilibre de la matière ensilée au repos à celui de la matière en mouvement par suite de la vidange entraîne un déséquilibre total de la masse ensilée ; la plupart des auteurs admettent que cela provoque généralement des augmentations importantes et rapides de la poussée des grains, assimilant ces dernières à des effets dynamiques qui sont actuellement encore très mal définis .

Ces expériences ainsi réalisées ont mis en évidence des phénomènes pressentis jusqu'ici mais insuffisamment définis de façon descriptive.

#### COMPORTEMENT DE LA SURFACE LIBRE

Dans le cas des parois semi-rugueuses l'abaissement de la surface libre en fonction du temps est très régulier, sauf au début de l'écoulement où la surface libre du massif n'amorce sa descente que quelques secondes après l'ouverture de l'orifice. Cet effet différé résulte de l'existence d'un frottement interne, qui entraîne une lente propagation du cisaillement dans la masse ensilée. En fait la surface libre reste plane jusqu'à une certaine hauteur  $Z$  bien déterminée, fonction de l'inclinaison (photo 2.20).

Alors que, dans le cas des parois rugueuses, c'est le phénomène contraire qui se produit. En effet quelques secondes après l'ouverture de l'orifice on remarque un affaissement de la surface libre (photo 2.10, figure C) et, au fur et à mesure que l'écoulement s'établit au sein du silo, il se développe progressivement un cône faisant avec l'horizontale un certain angle  $\alpha$  (photo 2.14, figure A) qui évolue avec le temps.



Parois rugueuses

Figure : A

En observant attentivement le film tourné au cours de l'écoulement, on constate, en fait, que les grains à proximité des parois rugueuses sont freinés et s'immobilisent pendant un certain temps en restant comme collés à la paroi; mais, une fois que la surface libre initiale dépasse ce niveau, les grains sont relâchés de part la paroi et glissent sur cette dernière en formant un angle d'inclinaison égal à celui du frottement grain-grain (photo 2.14).

Les photographies de l'écoulement (2.9 à 2.14) montrent bien que la rugosité de la paroi fait passer la vidange au sein du silo de la vidange en semi-masse à la vidange en cheminée, et par conséquent il va de soi que ces effets de parois peuvent causer des changements non négligeables au niveau du comportement général du massif au cours de l'écoulement (dans la mesure où ces effets peuvent modifier le fonctionnement de la vidange et de ce fait changer l'état de contrainte sur les parois).

En ce qui concerne le phénomène transitoire très bref (qui a été cité dans l'étude bibliographique sous le nom de "SWICH" signalé par certains auteurs) et qui survient à l'ouverture de l'orifice de vidange

des silos à trémie, il n'a jamais été décelé au cours des expériences effectuées, il ne semble donc pas exister pour les modèles bidimensionnels.

Au cours des quelques expériences réalisées la vidange a été interrompue par une formation de voûtes stables au niveau de l'orifice de vidange (photo 2.21). La destruction de celles-ci relance l'écoulement qui continue avec le même débit qu'auparavant.

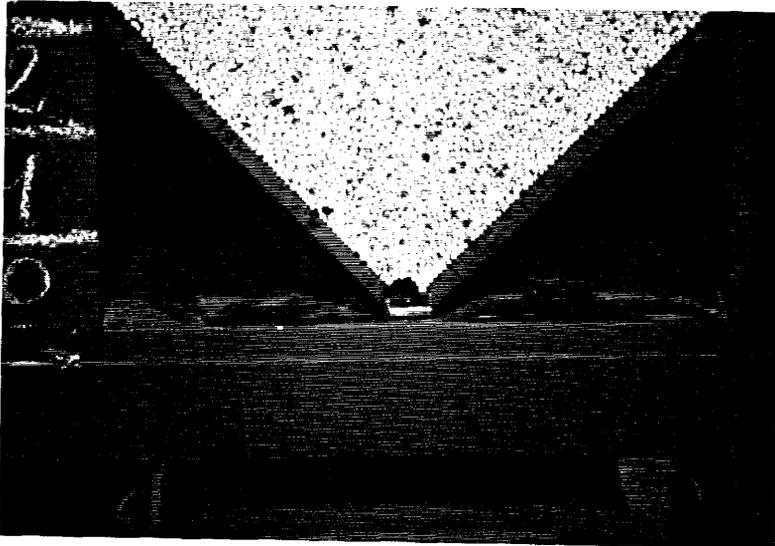


Photo 2.21 Voûte au niveau de l'orifice.

On n'a donc constaté aucun phénomène particulier dû à l'interruption ou à la reprise de la vidange. Cela permet d'affirmer que dans le cas des matériaux granulaires, l'écoulement ultérieur dans le silo n'est pas perturbé par la destruction d'une voûte formée à l'orifice de vidange.



### 5.1.3.2 Etude quantitative

Grâce à l'enregistrement vidéo et aux diapositives, nous allons pouvoir aborder l'aspect quantitatif de ces expériences, en déterminant les déplacements des particules entre deux images où deux diapositives prises dans un intervalle de temps égal à deux secondes en se basant sur la méthode exposée dans le paragraphe quatre. Ainsi nous allons étudier quantitativement l'influence de la rugosité des parois.

Pour étudier le cas de la "trémie à 60°" ou la "trémie 45°" on s'est servi des diapositives pour l'étude avec des parois rugueuses et du film pour celle avec des parois semi-rugueuses. On a repéré dans les deux cas des points au temps  $t$  et suivi leur évolution sur l'image ou sur la diapositive au temps  $t+2$  s :

Les figures 2.64 et 2.75 sont relatives au modèle à trémie inclinée de 45°.

Les figures 2.76 à 2.87 sont relatives au modèle à trémie inclinée à 60°.

Dans le cas des parois semi-rugueuses :

Les figures 2.64, 2.65 et 2.68 représentent respectivement les déplacements des particules entre les prises photos 1 et 2, 2 et 3, et 3 et 4.

Les figures 2.65, 2.67 et 2.79 présentent respectivement les déplacements relatifs entre les photos 1 et 2, 2 et 3, et 3 et 4.

Les figures 2.76, 2.78 et 2.9 représentent respectivement les déplacements des particules entre les clichés 22 et 23, 23 et 24 et enfin 25 et 26. Les déplacements relatifs entre ces clichés sont représentés sur les figures 2.77, 2.79 et 2.81.

Dans le cas des parois rugueuses :

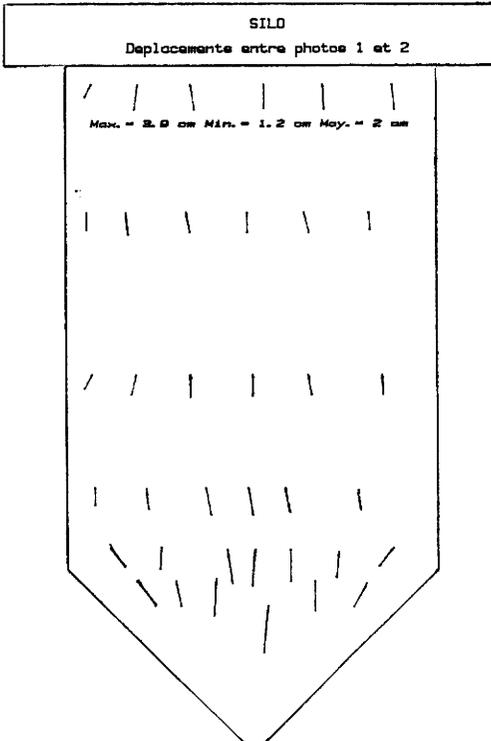


Figure 2.64

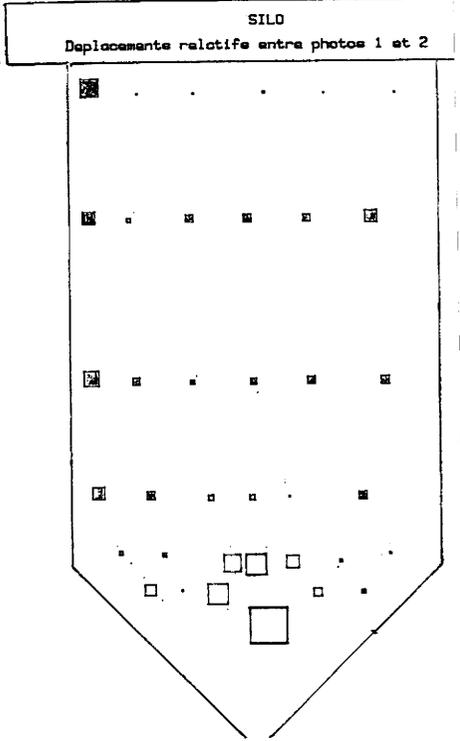


Figure 2.65

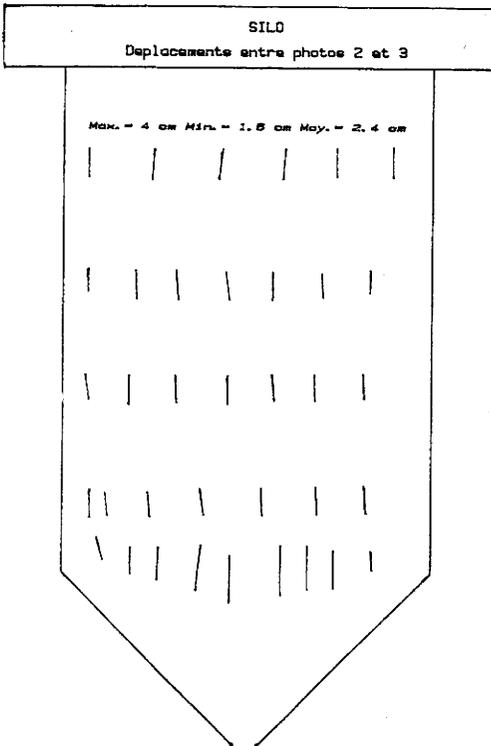
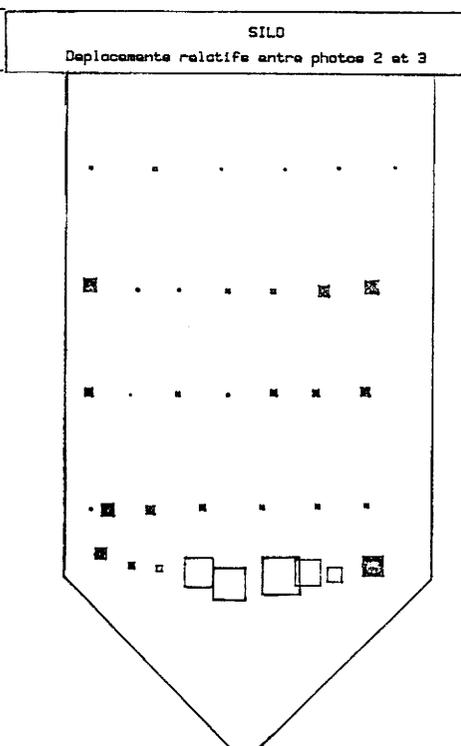


Figure 2.66



SILO  
Déplacements entre photos 3 et 4

Max. = 6.3 cm Min. = .7 cm Moy. = 2.3 cm

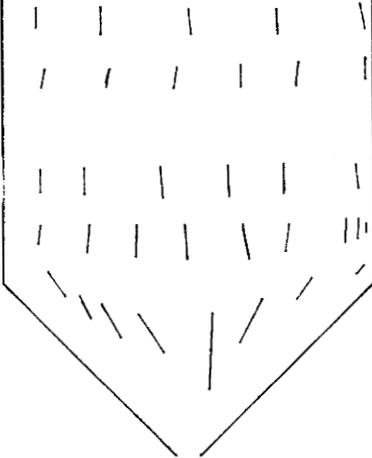


Figure 2.68

SILO  
Déplacements relatifs entre photos 3 et 4

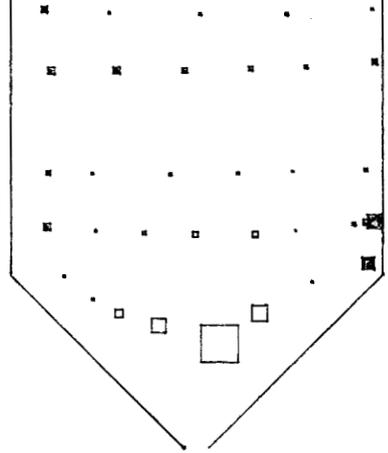


Figure 2.69

SILO  
Déplacements entre photos 17 et 18

Max. = 3.4 cm Min. = .3 cm Moy. = 1.7 cm

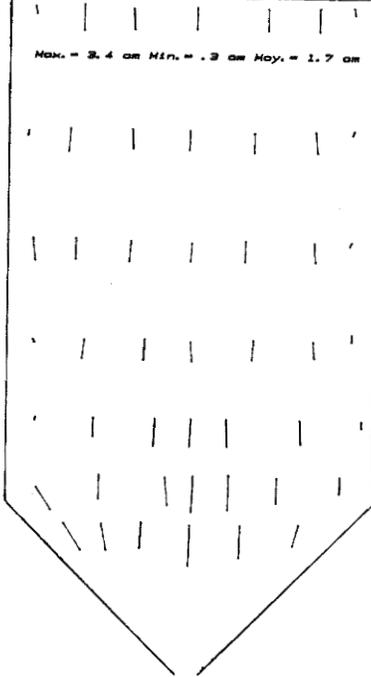


Figure 2.70

SILO  
Déplacements relatifs entre photos 17 et 18

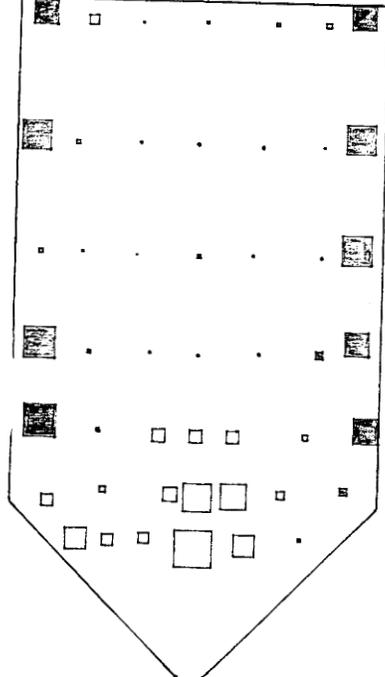


Figure 271

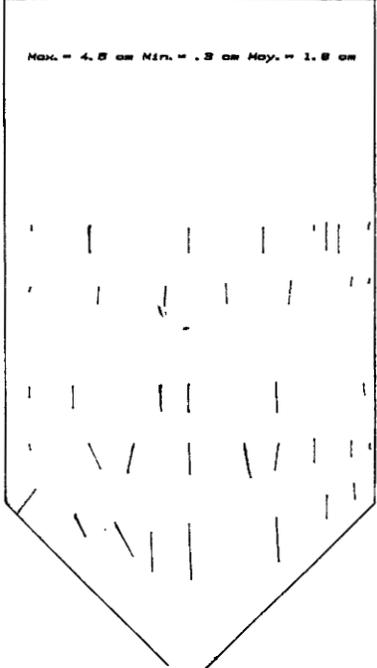


Figure 2.72

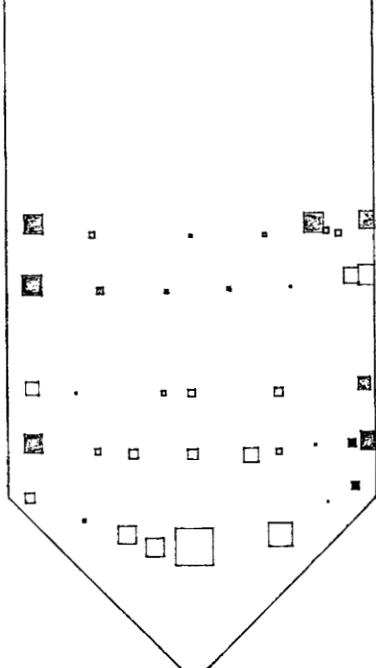


Figure 2.73

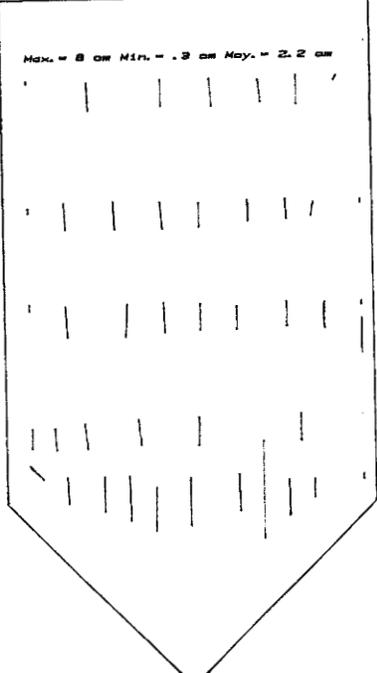


Figure 2.74

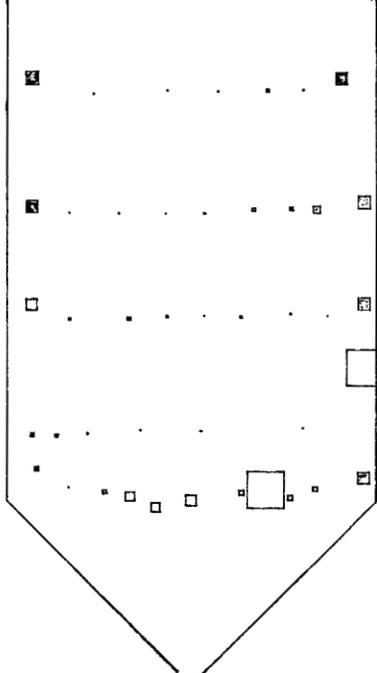


Figure 2.75

les figures 2.70 , 2.72, et 2.74 sont relatives aux déplacements des particules entre les photos 17 et 18, 18 et 19 et enfin entre 19 et 20, les déplacements relatifs entre ces derniers sont représentés sur les figures 2.71, 2.73 et 2.75.

Les figures 2.82, 2.84 et 2.86 correspondent aux déplacements des particules entre les clichés 10 et 11, 11 et 12 et 12 et 13. Leur déplacement relatif est présente sur les figures 2.83 , 2.85 et 2.87.

Les positions initiales et finales relatives à ces graphes sont reportées en annexe (4 ). On peut voir sur ces figures l'évolution de la surface libre au cours de l'écoulement.

Dans le cas de la "trémie 60°" avec parois semi-rugueuses, si on considère dans la partie haute du silo, des particules sur un même niveau à un temps  $t$ , on les retrouve au même niveau au temps  $t+2\text{sec}$  ; cela veut dire que les particules qui se trouvent dans la partie haute du modèle sont animées d' une même vitesse (constante), sauf les grains qui se trouvent à proximité de la paroi. Ceci montre qu'il y a peu de déplacements relatifs entre les grains. Ainsi les grains s'écoulent en engendrant un écoulement en bloc figure (2.64, 2.65 et 2.68).

Dans le cas des parois rugueuses, les points situés sur une bande de 5cm le long des parois latérales subissent un déplacement de deux à trois fois plus petit que les autres points qui se situent dans la zone centrale, c'est ce que l'on voit sur les figures 2.70, 2.72 et 2.74. Dans la partie basse du silo les mêmes figures montrent l'existence d'une seule zone, ce qui confirme l'étude qualitative effectuée précédemment. En effet on observe une zone d'accélération au milieu de la trémie où les déplacements sont plus grandes que la moyenne. L'analyse de ces résultats faite avec l'ordinateur H.P, donne les graphes des vitesses relatives des différents points pour l'intervalle de temps considéré. Ainsi les figures 2.71, 2.73 et 2.75 successivement montrent que sur les parois latérales rugueuses, les vitesses sont beaucoup plus faibles que la moyenne, ce sont les grands carrés ombrés. En revanche quand on se déplace vers le milieu du silo, on observe sur ces figures qu'on passe des carrés ombrés à des carrés clairs (blanc). Ceci confirme que les vitesses de déplacement augmentent quand

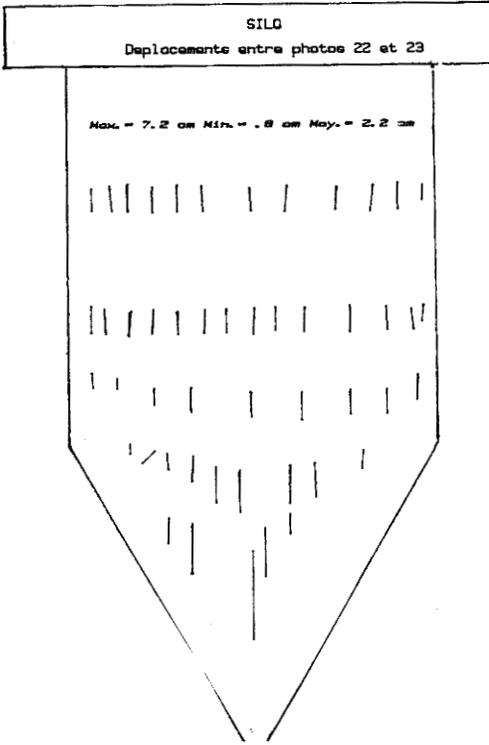


Figure 2.76

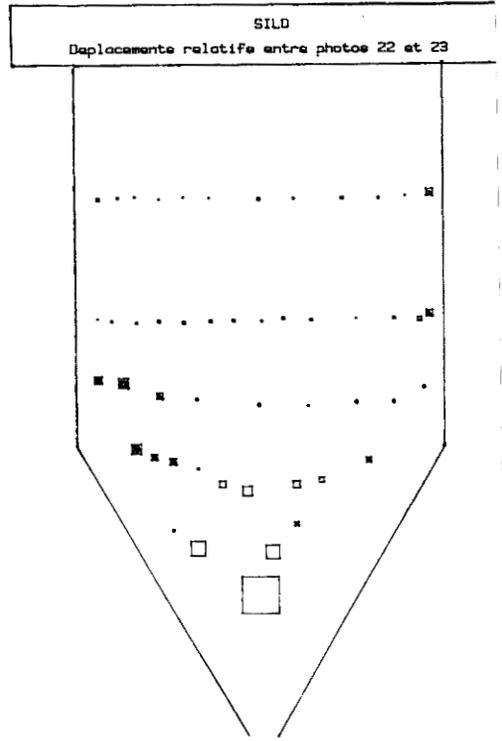


Figure 2.77

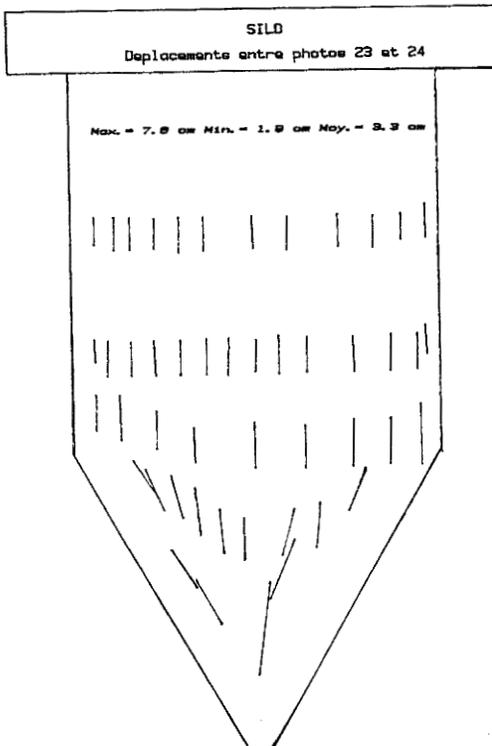


Figure 2.78

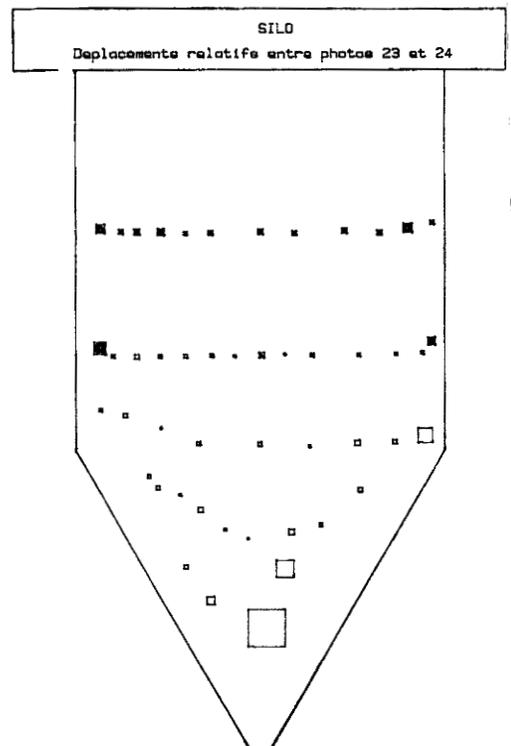


Figure 2.79

SILD 188  
Déplacements entre photos 25 et 26

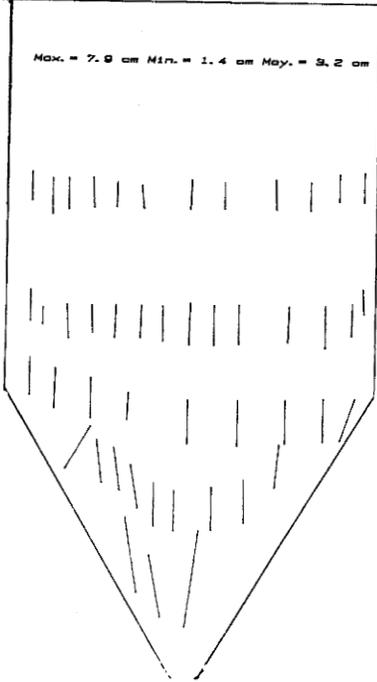


Figure 2.80

SILD  
Déplacements relatifs entre photos 25 et 26

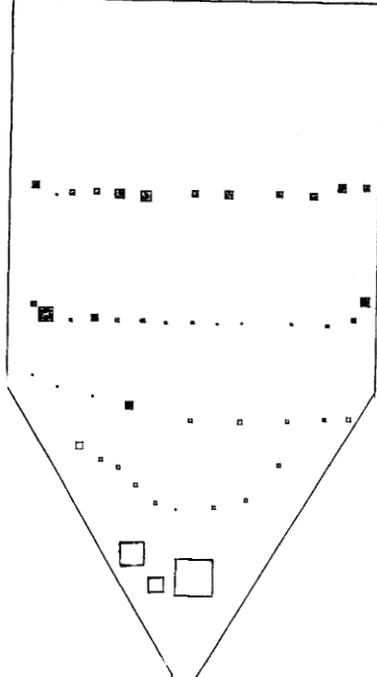


Figure 2.81

SILD  
Déplacements entre photos 10 et 11

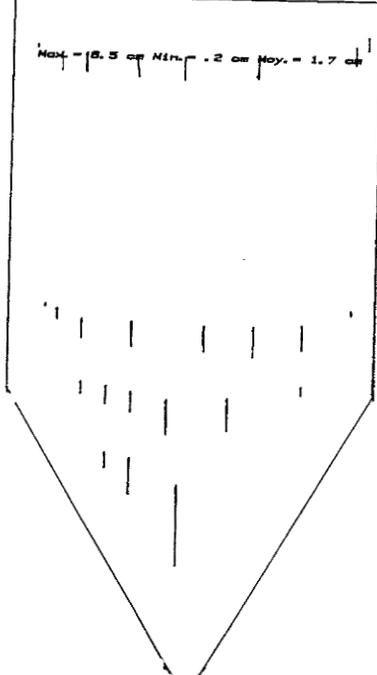


Figure 2.82

SILD  
Déplacements relatifs entre photos 10 et 11

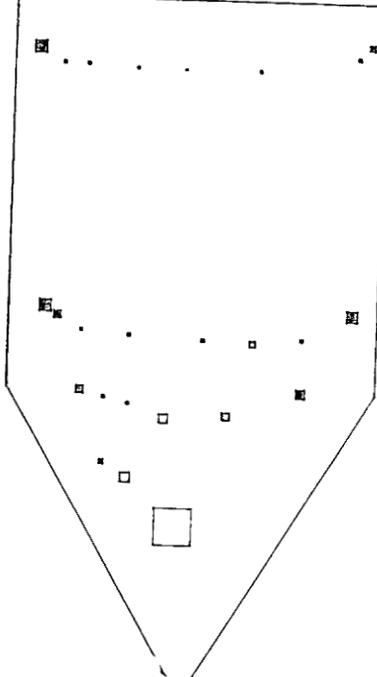


Figure 2.83

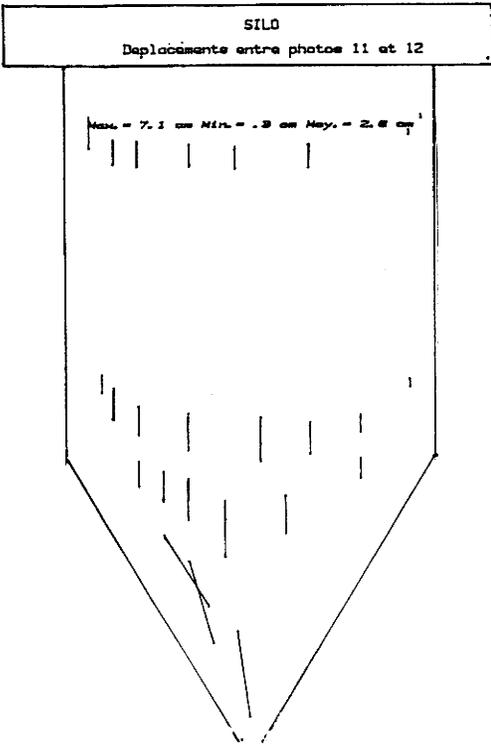


Figure 2.84

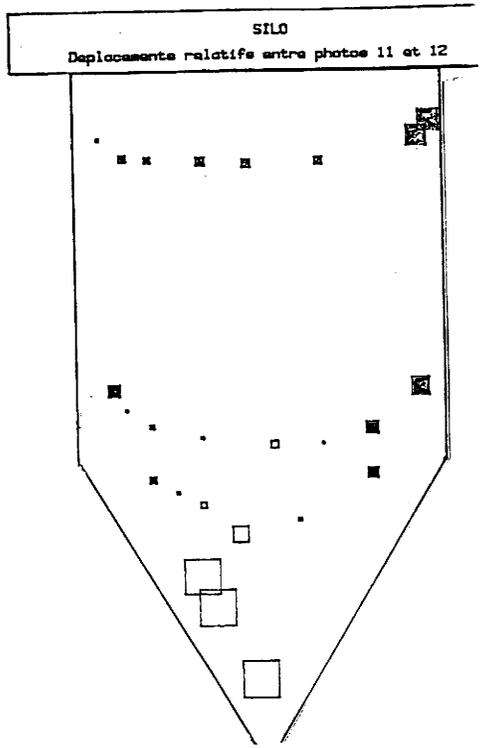


Figure 2.85

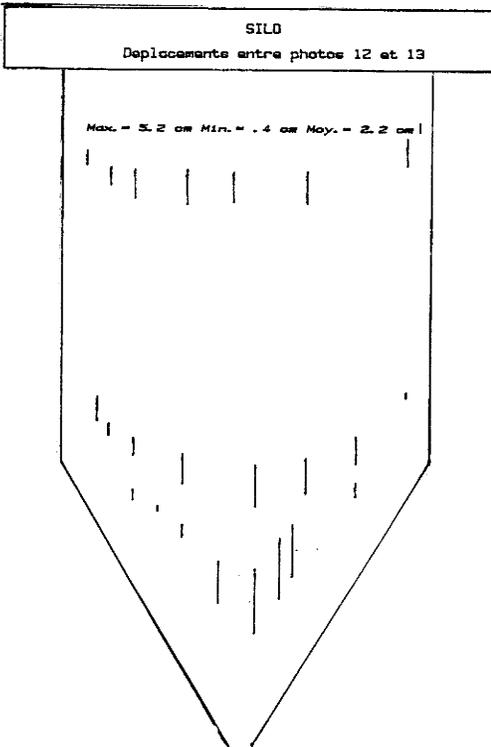


Figure 2.86

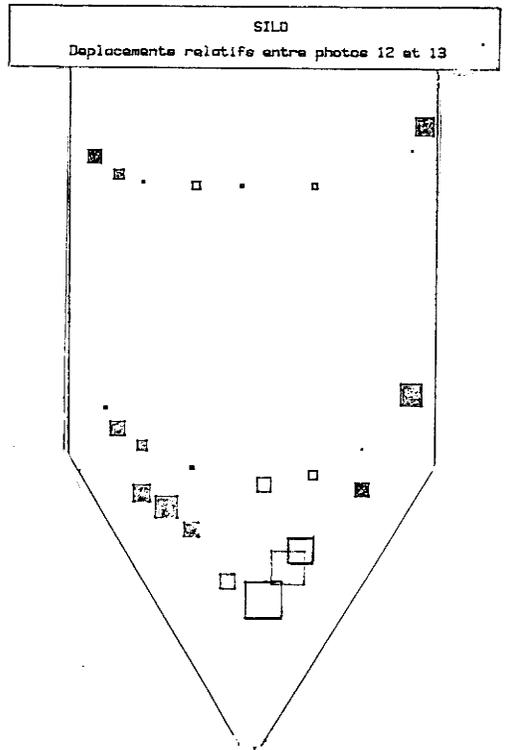


Figure 2.87

on se déplace vers le centre du silo.

La comparaison entre les figures 2.71, 2.73 et 2.75 et les figures 2.65, 2.67, et 2.69 montre que la rugosité affaiblit la vitesse des grains au voisinage immédiat des parois verticales du modèle. En revanche, cette influence est faible au niveau des parois de la trémie où apparaît un faible déplacement radial. La même analyse reste valable pour le modèle à trémie d'inclinaison  $45^\circ$  à une différence près, comme en témoigne les figures 2.76 à 2.87. En effet, sur ces figures, on constate qu'au voisinage des parois de la trémie les rouleaux s'orientent vers la zone de la chute libre par des déplacements parallèles à ces parois alors que dans le cas du modèle à trémie d'inclinaison  $60^\circ$  nous n'observons plus ce phénomène.

Pour mieux mettre en évidence l'influence de la rugosité dans les deux modèles, on a relevé, sur toutes les figures qui correspondent aux déplacements entre les clichés, les valeurs du déplacement maximal, du déplacement minimal et du déplacement moyen, ainsi :

Le tableau 2.4 présente les résultats relatifs au modèle à "trémie  $60^\circ$ ".

Le tableau 2.5 correspond aux valeurs obtenues dans le modèle à trémie  $45^\circ$ .

Le tableau 2.6 présente une comparaison entre les valeurs obtenues dans les modèles à trémie  $45^\circ$  et à trémie  $60^\circ$  pour une paroi semi-rugueuse-rugueuse.

Le tableau 2.7 présente la même comparaison que ce dernier, mais dans le cas où la paroi est rugueuse.

Les tableaux 2.4 et 2.5 montrent d'une part que les déplacements minimaux sont plus grands dans le modèle à parois rugueuses. Certaines particules sont pratiquement arrêtées au voisinage des parois (déplacements "mini" ayant comme valeurs 0,6 et 0,8 entre deux photos). D'autre part les déplacements moyens sont toujours supérieurs dans les modèles à parois semi-rugueuse.

DEPLACEMENT ENTRE PHOTOS EN CM							
TREMIE 60'							
Parois semi-rugueuses				Parois rugueuses			
Numéro des photos	Maxi	Mini	Moyen	Numéro des photos	Maxi	Mini	Moyen
22 et 23	7,2	0,8	2,2	10 et 11	6,5	0,2	1,7
23 et 24	7,8	1,8	3,3	11 et 12	7,1	0,3	2,6
25 et 26	7,9	1,4	3,2	12 et 13	5,2	0,4	2,2

Tableau 2.4

DEPLACEMENT ENTRE PHOTOS EN CM							
TREMIE 45'							
Parois semi-rugueuses				Parois rugueuses			
Numéro des photos	Maxi	Mini	Moyen	Numéro des photos	Maxi	Mini	Moyen
1 et 2	3,9	1,2	2	17 et 18	3,4	0,3	1,7
2 et 3	4	1,5	2,4	18 et 19	4,8	0,3	1,8
3 et 4	5,3	0,7	2,3	19 et 20	8	0,3	2,2

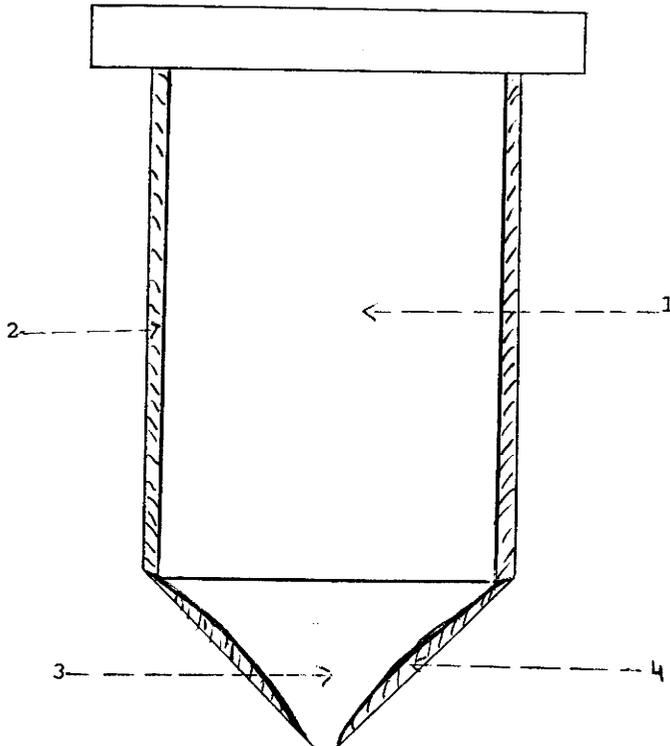
Tableau 2.5

DEPLACEMENT ENTRE PHOTOS EN CM							
PAROIS SEMI-RUGUEUSES							
Tremie 60°				Tremie 45°			
Numéro des photos	Maxi	Mini	Moyen	Numéro des photos	Maxi	Mini	Moyen
22 et 23	7,2	0,8	2,2	1 et 2	3,9	1,2	2
23 et 24	7,8	1,8	3,3	2 et 3	4	1,5	2,4
25 et 26	7,9	1,4	3,2	3 et 4	5,3	0,7	2,3

Tableau 2.6

DEPLACEMENT ENTRE PHOTOS EN CM							
PAROIS RUGUEUSES							
Tremie 45°				Tremie 60°			
Numéro des photos	Maxi	Mini	Moyen	Numéro des photos	Maxi	Mini	Moyen
17 et 18	3,4	0,3	1,7	10 et 11	6,5	0,2	1,7
18 et 19	4,8	0,3	1,8	11 et 12	7,1	0,3	2,6
19 et 20	8	0,3	2,2	12 et 13	5,2	0,4	2,2

Tableau 2.7



Trémie 45° parois semi-rugueuses

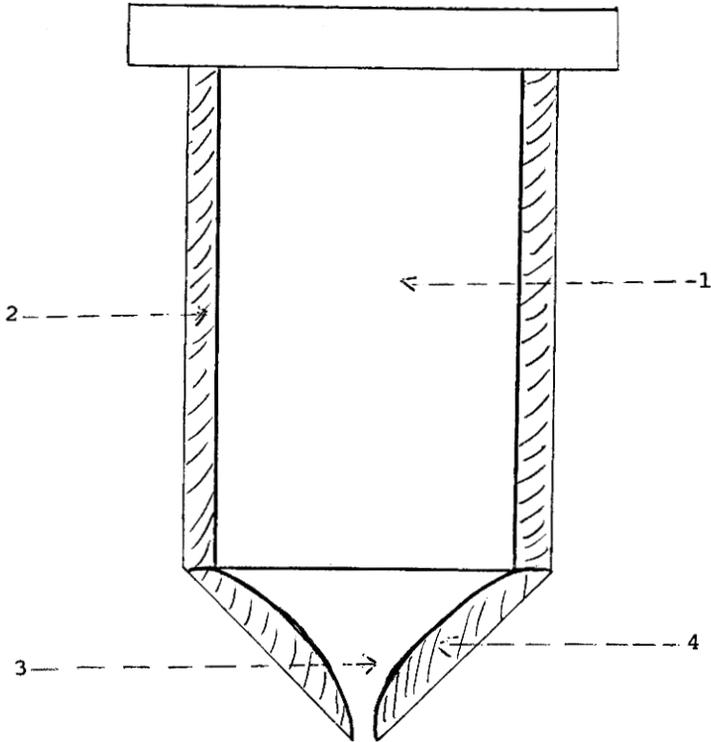
Figure 2.88

Zone 1 : Zone où le massif se déplace avec une même vitesse en tout point.

Zone 2 : Zone de vitesse minimale, influence des parois sur une bande de 2cm.

Zone 3 : Zone de vitesse maximale.

Zone 4 : Zone où les rouleaux s'orientent vers le milieu de la trémie les vitesses ici sont plus importantes que celles de la zone 1.



Trémie 45° parois rugueuses

Figure 2.89

Zone 1 : Zone de vitesse quasiment constante

Zone 2 : Zone de vitesse minimale, l'influence des parois sur une bande d'environ de 45 cm

Zone 3 : Zone d'accélération

Zone 4 : Zone d'orientation des rouleaux vers la zone de chute libre

Les tableaux 2.6 et 2.7 montrent qu'au fur et à mesure que l'inclinaison de la trémie augmente, les déplacements maximum augmentent, ainsi que la vitesse moyenne, que ce soit au sein d'un modèle à parois rugueuses ou à parois semi-rugueuses.

Au terme de cette analyse, et compte tenu de tous les résultats obtenus jusqu'ici, on peut proposer quatre modes de mécanisme d'écoulement au sein des modèles étudiés, ceci en décrivant le champs de vitesse au sein du silo dans plusieurs zones dont le nombre dépend de la rugosité des parois et de l'inclinaison de la trémie, ainsi :

Les figures 2.88 et 2.89 correspondent aux différents comportements du matériau au cours de l'écoulement dans un modèle avec trémie à  $45^\circ$  et à parois respectivement semi-rugueuses et rugueuses.

Les figures 2.90 et 2.91 représentent les différents comportements du matériau au cours de l'écoulement dans un modèle avec trémie  $60^\circ$  et à parois respectivement semi-rugueuses et rugueuses.

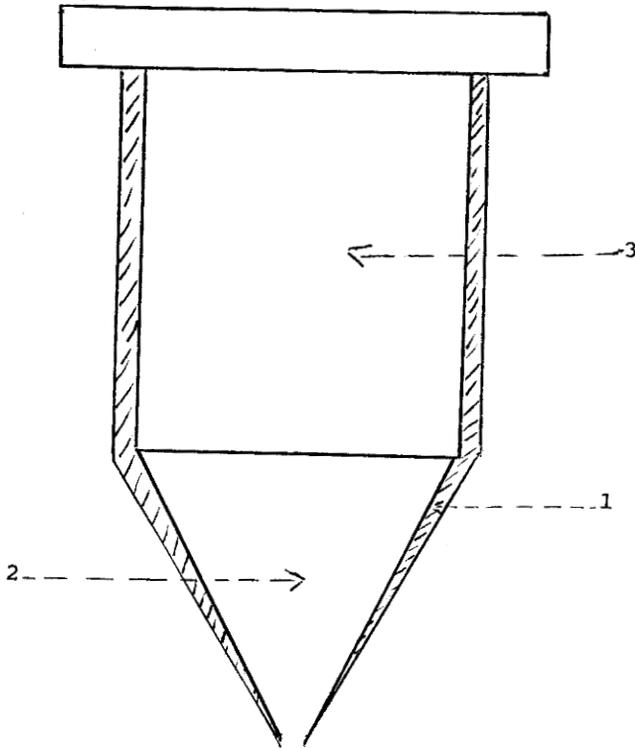
On peut donc dire que les observations matérialisées à l'aide de l'enregistrement vidéo, les photographies, ainsi que l'étude des déplacements des particules et de leurs trajectoires, ont mis en évidence, dans le cas du modèle muni d'une trémie inclinée à  $60^\circ$ , trois types de comportements différents du matériau au cours de l'écoulement, et ceci dans trois zones différentes :

Une zone relativement petite par rapport au deux autres, là où l'influence des parois est maximale : voisinage des parois.

La deuxième zone se situe au dessus de l'orifice de la vidange ; ici, les vitesses d'écoulement des grains sont les plus grandes. Dans cette zone on a considéré que les rouleaux n'exercent presque aucune force de contact entre eux, c'est ce que l'on a appelé dans l'étude cinématique précédente "la zone de chute libre" ( figure 2.90 ).

La troisième zone correspond à la partie du silo où l'écoulement est en masse.

Cette décomposition est confortée par une étude expérimentale qui a



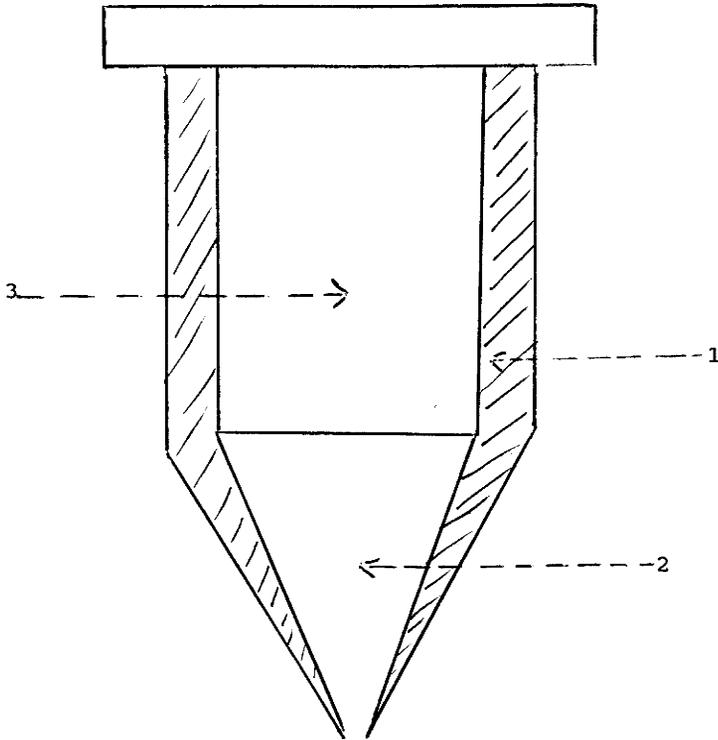
Trémie 60°, parois semi-rugueuses

Figure 2.90

Zone 1 : Zone de vitesse mininale

Zone 2 : Zone d'accélération, les points atteignent une vitesse maximale

Zone 3 : Zone ou le massif se déplace avec une même vitesse en tout point



Trémie 60°, parois rugueuses

Figure 2.91

Zone 1 : Zone de vitesse minimale, influence maximale de la paroi

Zone 2 : Zone d'accélération

Zone 3 : Zone de vitesse constante.

consisté à évaluer les pressions internes au sein de ces zones de la manière suivante :

Après chaque écoulement de 5cm du massif, on mesure les pressions dans les silos et dans les mêmes carrés de 5 cm de côté, tout au long de l'expérience, et cela entre les altitudes suivantes :

5 à 10 cm (ligne 2), 10 à 15 cm (ligne 3), 25 à 30 cm (ligne 6) et 55 à 60 cm (ligne 12). On a effectué huit mesures à chaque altitude et dans chaque carré. On a tracé, ensuite différentes courbes concernant l'évolution de la pression interne au cours de l'écoulement dans les différentes parties du silo (figures 2.92, 2.93, 2.94 et 2.95). On a également porté en annexe les courbes relatives aux lignes 4, 7, 9, 10 et 14.

Sur les courbes, les pressions internes sont portées en ordonnée et le volume écoulé en  $\text{dm}^3$  en abscisse.

Les moyennes au voisinage des parois correspondent aux abscisses du silo comprises entre 0 et 5 ainsi qu'entre 25 et 30 cm.

Les moyennes dans la zone intermédiaire correspondent aux abscisses comprises entre 5 et 10 cm, et 20 et 25 cm.

Les moyennes dans l'axe de la colonne correspondent au centre du silo c'est à dire aux abscisses comprises entre 10 et 20 cm.

L'analyse des courbes de la figure 2.95 montre que la pression est plus élevée au centre que sur les bords. L'écart relevé est d'environ 20 % de plus. Les courbes relatives aux lignes 7, 9, 10, 14 montrent que la pression au centre est pratiquement la même. On peut dire de plus qu'en dehors de la trémie la pression varie peu au centre du silo lors de l'écoulement. En revanche sur les figures 2.92 et 2.93 relatives à la ligne 2 et à la ligne 3 qui sont situées dans la trémie, on constate une baisse de la pression à proximité de l'orifice, puisque l'on passe à 3.55 Kpo 2, pour la ligne 2 ; les interactions diminuent de plus en plus quand on se rapproche de l'orifice. On retrouve donc, ici, la même décomposition que celle qui a été proposée sur la figure 2.88.

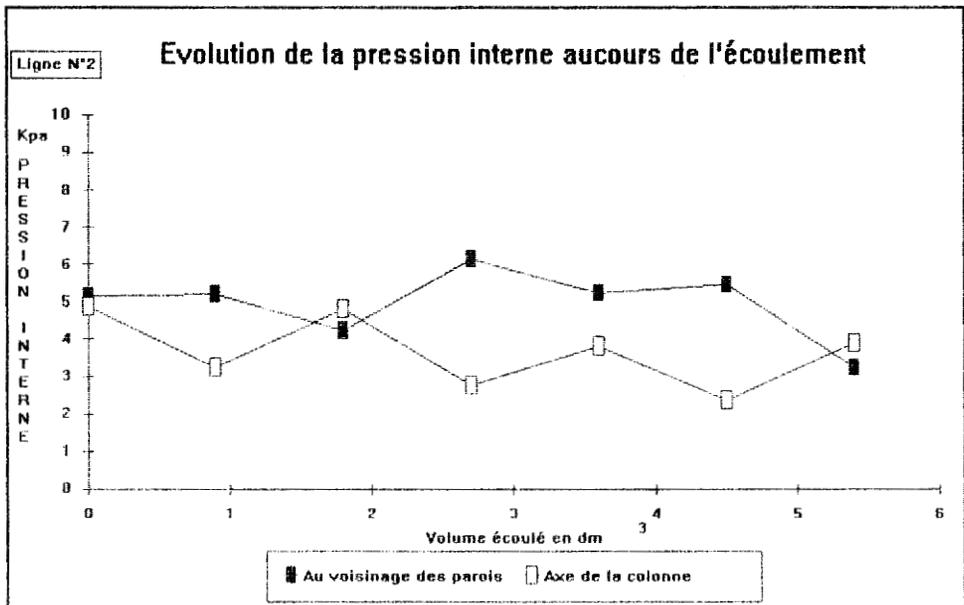


Figure 2.92

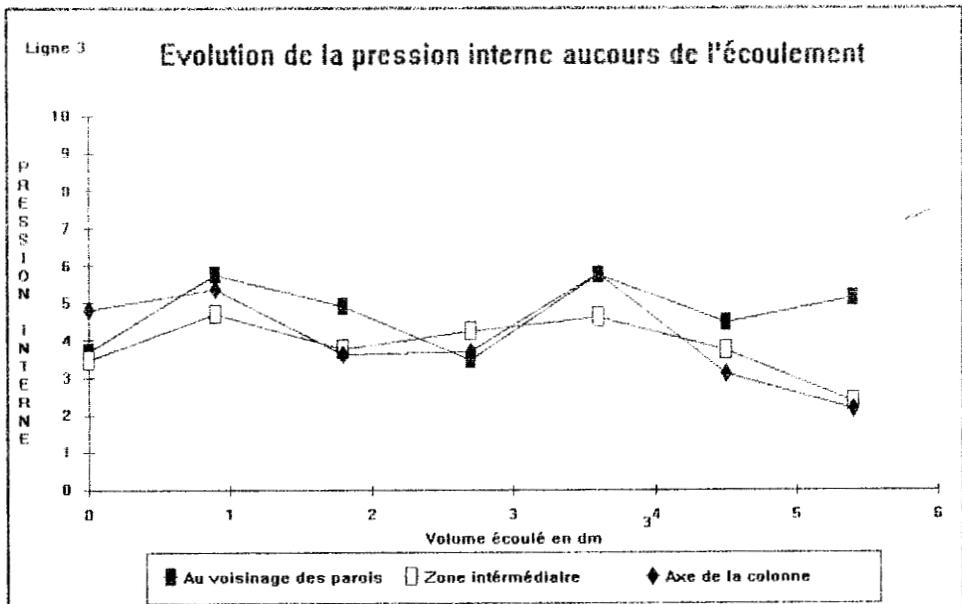


Figure 2.93

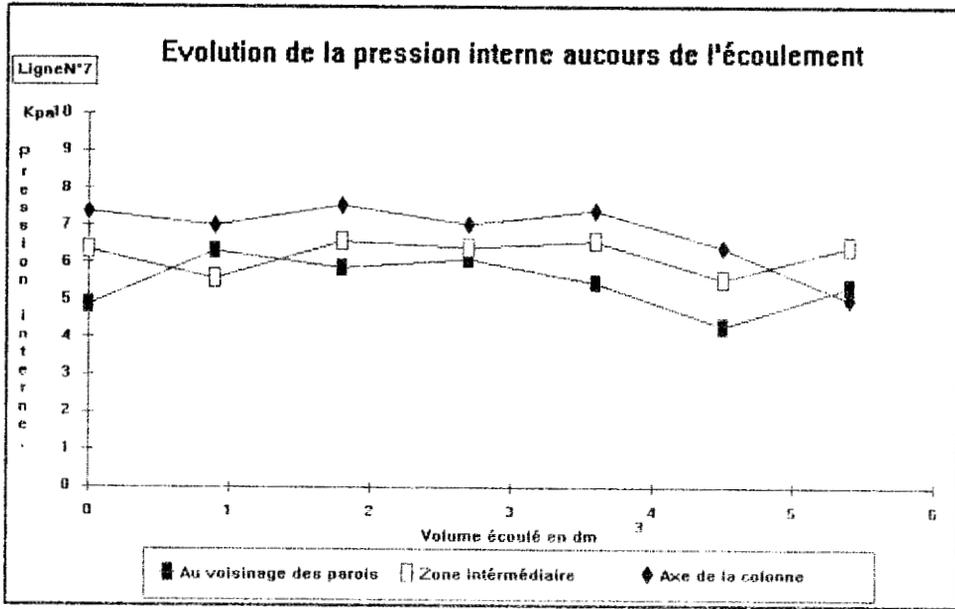


Figure 2.94

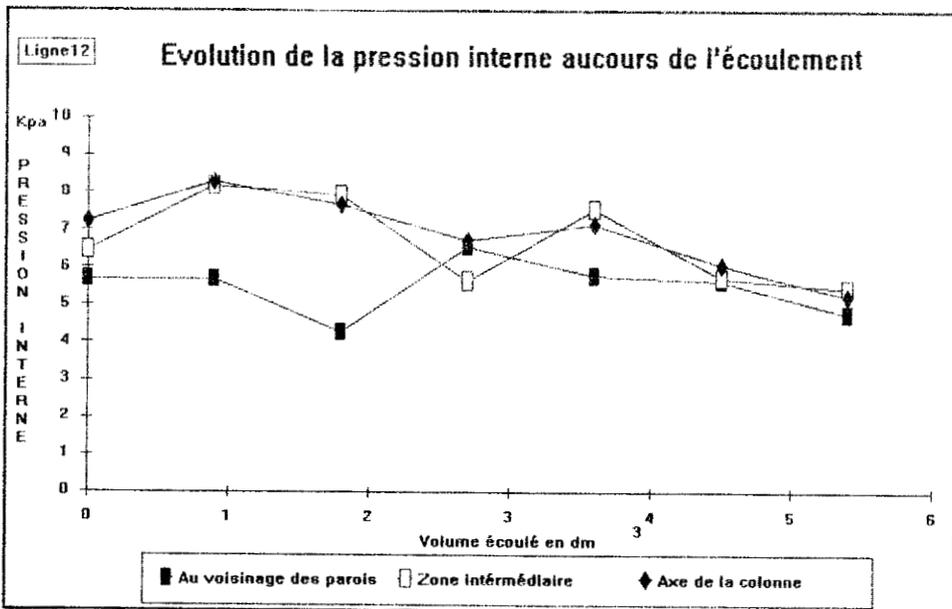


Figure 2.95

### 5.1.3.3 Conclusion

La vidange du matériau analogique dans un modèle bidimensionnel à paroi semi-rugueuses fait apparaître, d'une part l'écoulement en masse, qui est mis en évidence par la descente régulière de bandes colorées, celles-ci ne s'inscrivent qu'à partir d'une certaine hauteur  $Z$  (égale à 15 cm pour la trémie d'inclinaison  $45^\circ$  et pour une hauteur  $Z=20$  cm pour une trémie d'inclinaison  $60^\circ$ ), repérée à partir de l'orifice de vidange. Ceci se vérifie bien sur la série de photos présentées précédemment. Par ailleurs part la présence de parois rugueuses neutralise une bande de matière d'environ 5 cm d'épaisseur sur les bords; on observe dans ce cas ce qu'on appelle le phénomène de cheminée.

De plus les vitesses relevées dans une trémie à  $60^\circ$  sont beaucoup plus élevées que celles relevées dans une trémie à  $45^\circ$ . Ce qui confirme l'influence non négligeable de l'inclinaison de la trémie sur l'écoulement. Il est important de souligner qu'en raison du frottement des grains sur les parois, ceux ci descendent d'autant moins vite, au moment de la vidange, qu'ils se trouvent plus près des parois.

## 5.2 ETUDE STATIQUE

### 5.2.1 PRESENTATION DES RESULTATS

Dans ce paragraphe on expose uniquement les résultats descriptifs, leur analyse sera présentée ultérieurement.

On a vu dans le paragraphe (IV.32) que la connaissance des courbes de contrainte isotrope en fonction de la profondeur peut donner des renseignements à propos de l'influence des parois sur la répartition des contraintes, mais l'objectif était surtout de décrire, par des courbes, l'influence du nombre de mesures sur la reproductibilité de celles-ci

Pour mettre en évidence l'influence de la rugosité au niveau statique, on a tout d'abord effectué un certain nombre de mesures de la contrainte isotrope au sein de deux modèles, l'un à parois rugueuses l'autre à parois lisses dans les trois zones suivantes :

- Au voisinage des parois

- dans La zone intermédiaire
- sur l'axe de la colonne.

Ensuite on a tracé diverses courbes se rapportant aux résultats qui on semblé les plus importants. Ainsi la figure 2.96 présente une comparaison, dans le cas des parois semi-rugueuses, entre trois courbes expérimentales relatives aux mesures des efforts obtenus respectivement, dans la zone intermédiaire, au voisinage des parois et dans l'axe de la colonne.

Les mesures obtenues dans le cas du modèle à parois rugueuses et leur comparaison sont présentées sur la figure 2.97.

On remarque que l'on n'obtient aucune différence dans le cas des parois semi-rugueuses entre les valeurs prises dans l'axe de la colonne et celles prises dans la zone intermédiaire.

En ce qui concerne l'influence de la rugosité des parois sur la dispersion des contraintes, on a rassemblé dans deux tableaux 2.8 et 2.9, les résultats obtenus pour les deux types des parois. Ces tableaux présentent les valeurs moyennes ainsi que les coefficients de variation relatives à la variable statique  $p$  (contrainte isotrope) .

## 5.2.2 ANALYSE

Tout d'abord, il est intéressant de constater que, sur les figures 2.95 et 2.97, la contrainte isotrope au voisinage des parois est dans 80 % des cas plus faible que celle constatée au centre du massif, le phénomène inverse peut se produire (les contraintes isotropes mesurées au voisinage des parois étant alors bien plus grandes que celles obtenues dans la zone intermédiaire et dans l'axe de la colonne), cela proviendra sans doute d'un mauvais contact initial entre la tige et l'ensemble des rouleaux où d'une mauvaise position de prise de capteur. C'est pour cela que lors des mesures de forces nécessaires pour déplacer les rouleaux, on a veillé à ce que la tige, avec laquelle on a poussé les rouleaux, reste bien horizontale afin d'éviter au maximum ce genre de perturbation.

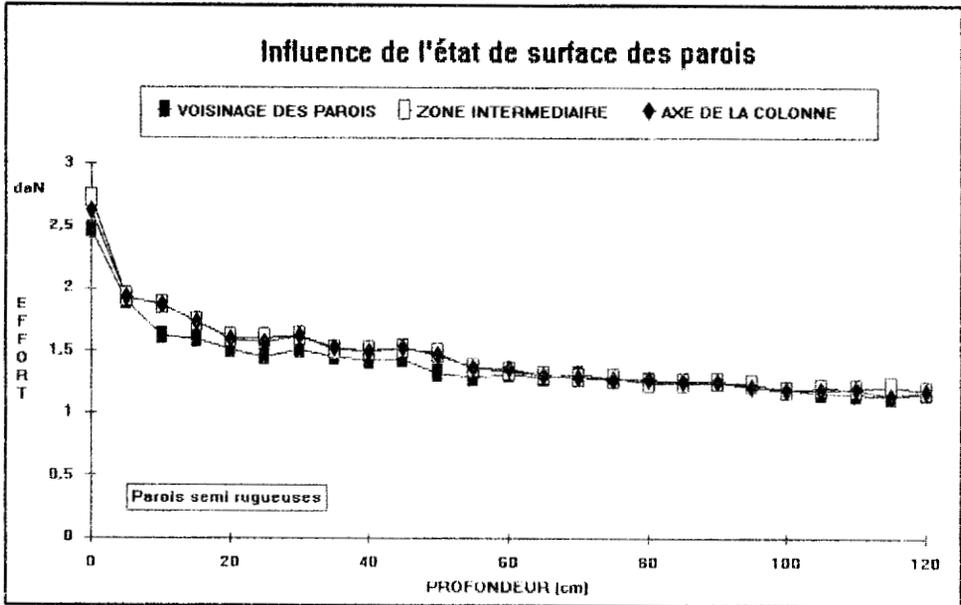


Figure 2.96

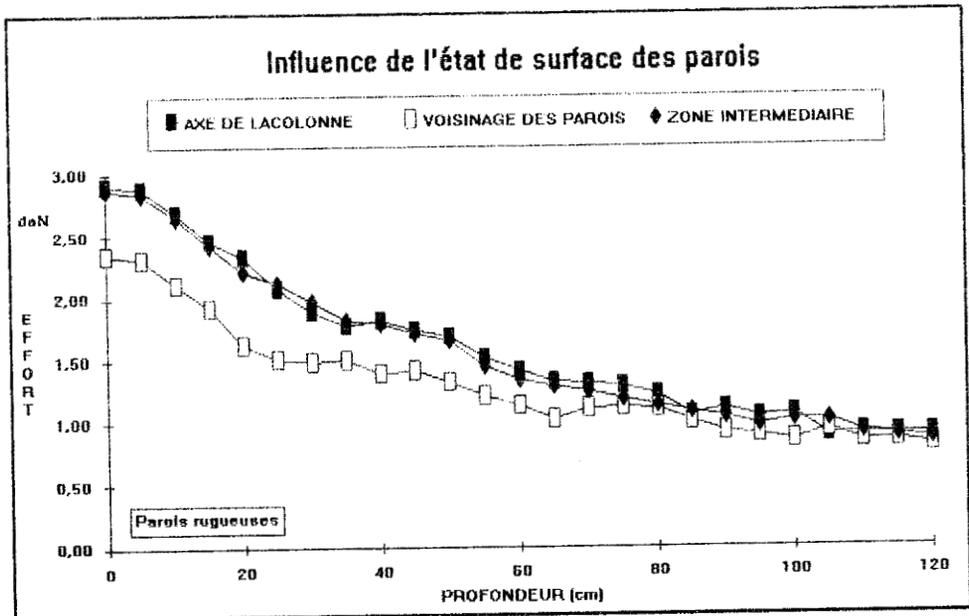


Figure 2.97

On peut remarquer aussi que les valeurs finales (les valeurs qui correspondent au fond du modèle) sont sensiblement identiques, que ce soit dans le cas des parois rugueuses ou dans le cas des paroi semi-rugueuses ceci se voit nettement sur les figures 2.96 et 2.97 puisque dans cette partie les courbes sont confondues jusqu'à un certaine côte Z d'environ 80cm ; au-delà de cette hauteur, on constaté que les valeurs mesurées sont différentes, sauf dans le cas des parois semi-rugueuses où cette différence n'est pas trop élevée. D'un point de vue expérimental cela signifie que les effets de parois sont négligeables dans le cas où celles-ci sont lisses. En fait, la localisation du domaine influencé par la rugosité présente un grand intérêt du point de vue expérimental ; il serait donc nécessaire d'apporter certaines précisions supplémentaires sur ce domaine, et d'expliquer en particulier les raisons pour lesquelles cette rugosité influe sur la répartition des contraintes au sein d'un massif granulaire. Dans le même ordre d'idées, il faut signaler que tout ce qui a été vu au paragraphe précédent, répond en partie à cette question.

On peut donc dire que l'influence de la rugosité sur la répartition des contraintes augmente très vite lorsqu'on se rapproche de la paroi et surtout quand celle-ci est rugueuse. En fait l'influence minimale n'est pas obtenue dans la zone intermédiaire mais dans l'axe de la colonne. Cependant toutes les courbes montrent que cette influence est atténuée à partir d'une profondeur Z de l'ordre d'environ 60cm, et au fur et à mesure que la profondeur augmente, cette influence diminue et tend à disparaître à la base. C'est ce que l'on observe également dans les tableaux de valeurs (Annexe 5); cela signifie donc que la rugosité n'a une influence que sur la partie haute du massif. Dans le tableau de résultats des mesures les coefficients de variations confirment cette analyse dans la mesure où ceux ci sont presque constants dans les trois zones du modèle à parois semi-rugueuses. En revanche au fur et à mesure que la rugosité des parois augmente on constate une différence notable entre les coefficients de variation dans les différentes zones, mais ceux-ci sont plus importants au voisinage des parois que dans les deux autres zones. En conséquence on peut confirmer que la rugosité à une très grande influence au voisinage des parois, sur la répartition des contraintes et de ce fait, peut modifier l'équilibre de la masse ensilée.

### 5.3. CONCLUSION SUR L'EFFET DE PAROI

On voudrait, pour terminer cette partie, résumer les caractéristiques essentielles de cette étude. Tout d'abord la vidange de matériaux analogiques dans un modèle bidimensionnel à parois semi-rugueuses fait apparaître d'une part, l'écoulement en masse qui était mis en évidence par la descente régulière des bandes colorées, d'autre part une zone à écoulement convergent où les particules sont presque en chute libre et ne sont pas influencées, par le gradient de contrainte. Celle-ci se situe au niveau de la trémie, dans cette zone l'hypothèse de NEDDERMAN ET TUZUN est correctement vérifiée.

Durant la vidange, le matériau situé directement au-dessus de l'orifice forme une cheminée d'écoulement, la paroi sert de limite à celle-ci, à ce propos, il convient de remarquer que l'on retrouve qualitativement les mêmes résultats expérimentaux que ceux obtenus d'une part par KHELIL (90) dans le cas tridimensionnel en utilisant le blé comme matériau, d'autre part en bidimensionnel en utilisant cette fois ci le sable (94)

L'examen détaillé des déplacements et des vitesses a permis de proposer différents modes de comportement du matériau, au sein du modèle, au cours de l'écoulement et ceci suivant la rugosité des parois et l'inclinaison de la trémie. On a ainsi pu signaler l'existence d'une zone de cisaillement au niveau de la trémie, Celle-ci est une zone "tampon" ou de transition entre la zone de chute libre et la zone morte. Cette zone tampon disparaît quand on dépasse une inclinaison d'environ 45°. Ce résultat est important puisque dans la réalité ces zones de cisaillement, sièges des discontinuités de vitesses, perturbent et rendant parfois difficile l'écoulement.

Par ailleurs on a pu expliquer les causes qui font que, dans le cas des parois semi-rugueuses, la surface libre du massif reste tout au long de l'écoulement sensiblement horizontale jusqu'à un certain niveau  $Z_0$  très proche de l'inclinaison de la trémie. Dès lors il se produit un affaissement du massif à la verticale de l'orifice. Alors que dans le cas des parois rugueuses, ce phénomène apparait juste quelques seconde après l'ouverture de l'orifice, on a conclu qu'un certain nombre de grains restent immobile au niveau des parois à cause de la rugosité. A ce sujet il convient de rappeler tout d'abord qu'il était impossible de délimiter avec précision le domaine influencé par la nature des parois lors de l'étude cinématique où statique proposée. Par contre on peut confirmer

que le frottement entre le matériau et les parois n'affecte qu'un faible domaine au voisinage de celle-ci, en dehors de ce domaine l'influence du frottement se fait sentir de moins en moins.

## VI. EFFET DE LA PRESENCE D'INCLUSIONS

L'étude présentée ici a pour but principal de développer et de préciser les remarques générales obtenues lors de l'expérimentation sur le massif contenant une ou plusieurs inclusions. Nous allons, en particulier, mettre en évidence l'influence de l'inclusion, d'une part sur le mode d'écoulement, d'autre part, sur la répartition de la pression isotrope le long de la colonne, en analysant éventuellement les effets de voûte qui peuvent apparaître en provoquant ces points dur au sein du massif.

La méthode retenue pour traduire le comportement du massif vis à vis des inclusions est celle de GOURVES et FAUGERAS.

Notons enfin que les inclusions sont des gros cylindres circulaires creux en P V C de diamètres divers (50, 65, 80, 125 et 200 mm), leur longueur est identique à celle des rouleaux constitutifs du massif. (Photo 2.22).

Ces cylindres creux ont été remplis de petits rouleaux de manière très serrée, ainsi nous avons obtenu des inclusions rigides.

Pour mieux comprendre et analyser les effets des inclusions, le recours à l'expérience s'avère indispensable. Ainsi nous avons étudié leurs effets de trois manières différentes :

(1) Inclusion mobile

(2) Inclusion libre

(3) Inclusion fixe

### 6.1 INCLUSION MOBILE

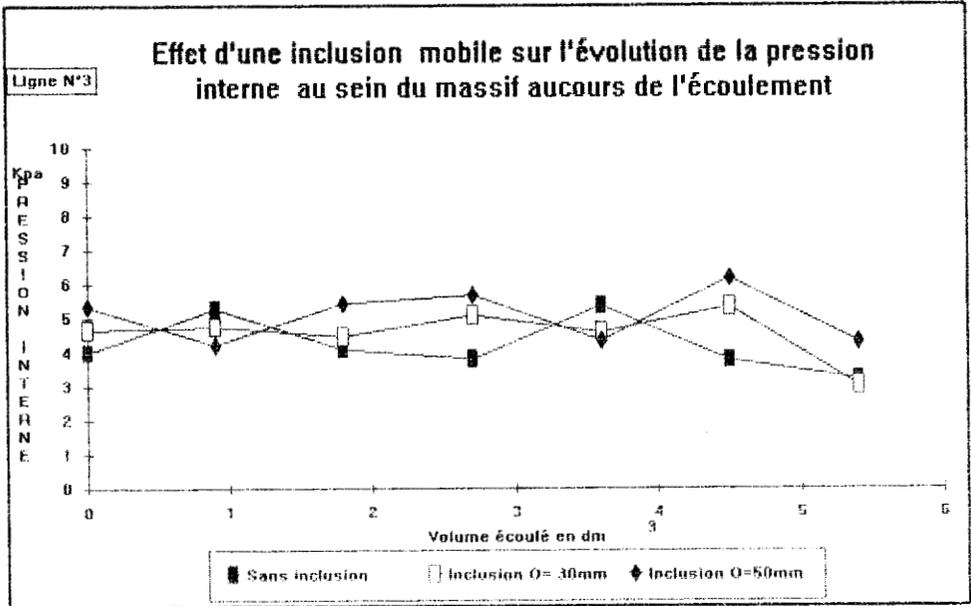


Figure 2.98

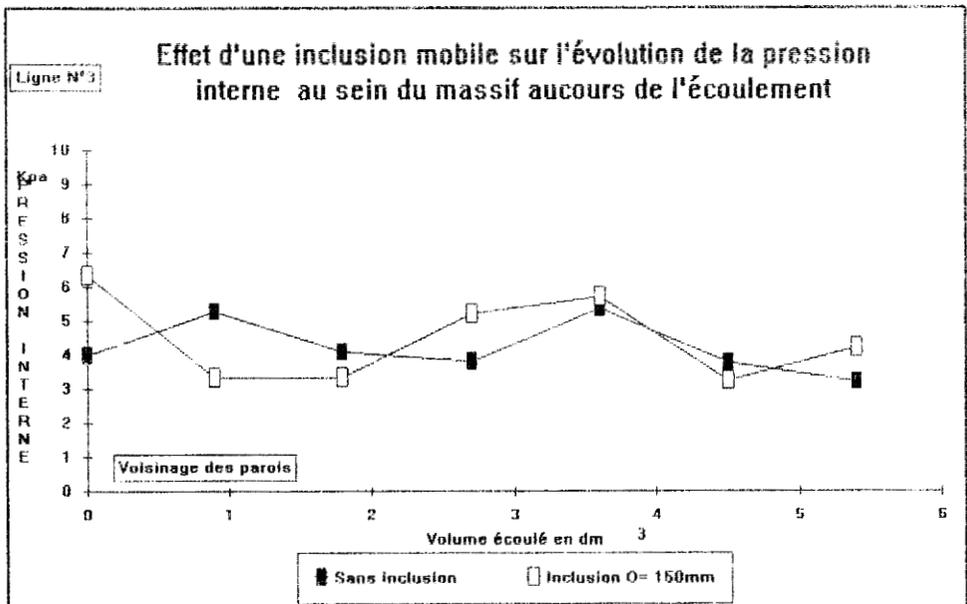


Figure 2.99

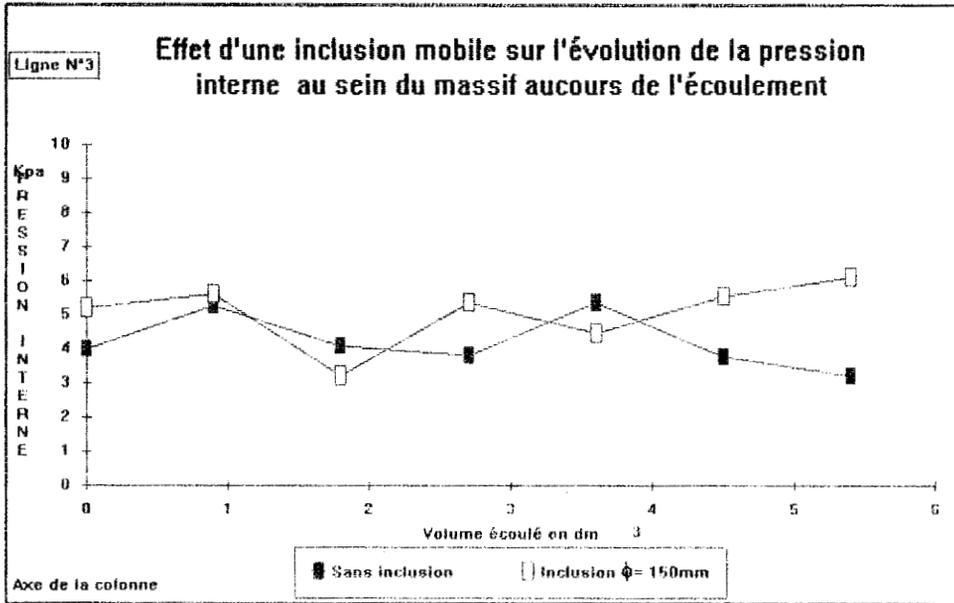


Figure 2.98bis

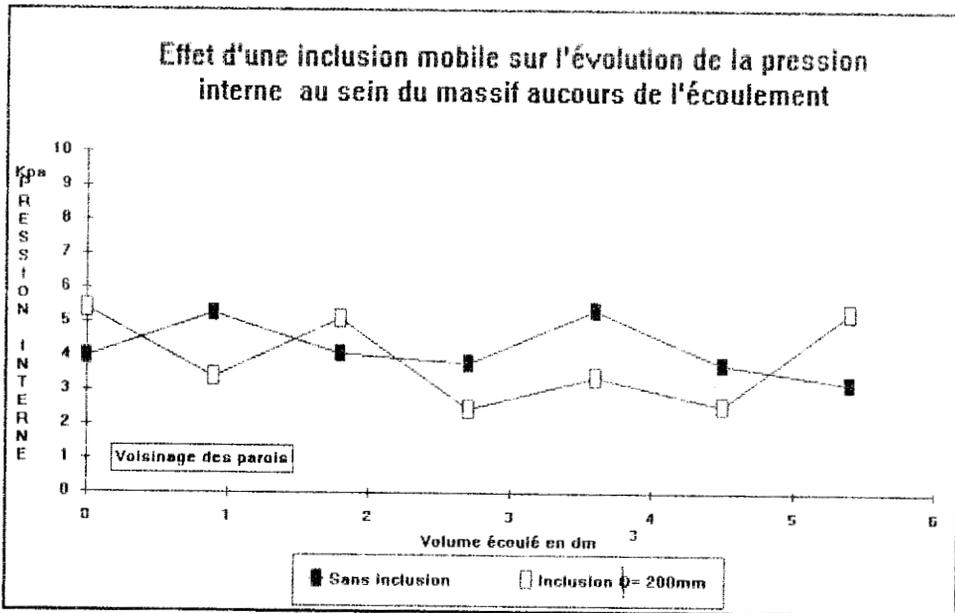
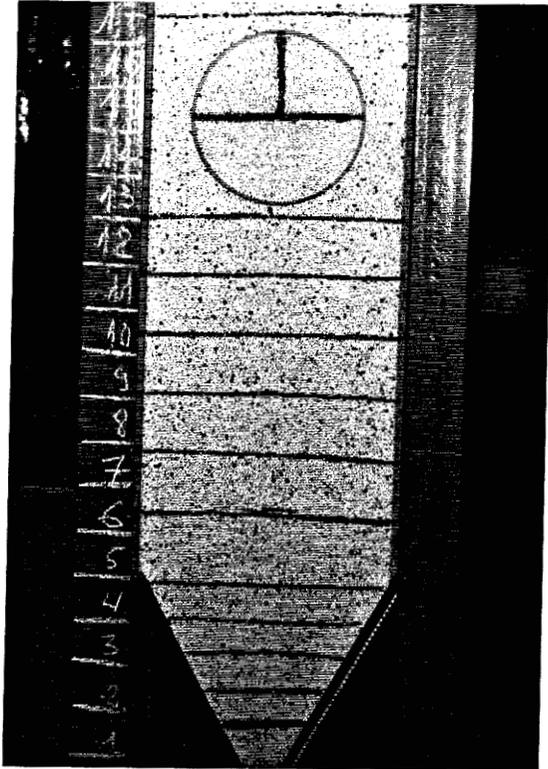


Figure 2.99bis

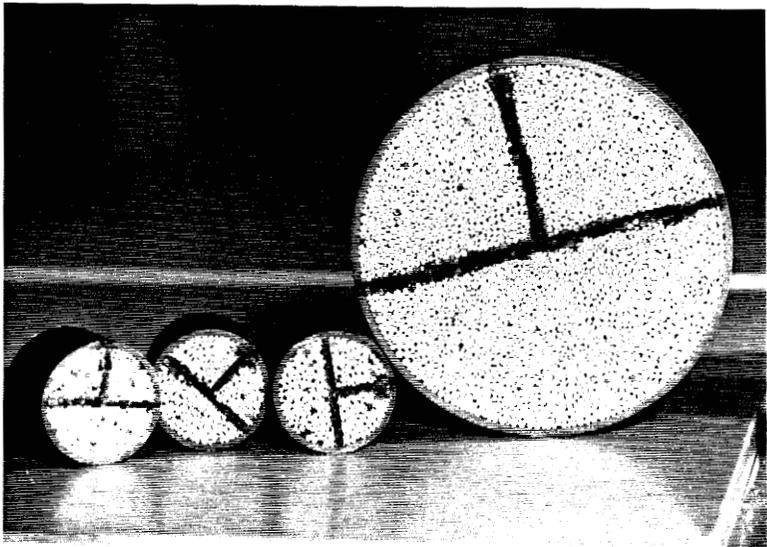


TREMIE 60° INCLUSION 200 mm



INCLUSIONS :

Photo 2.22





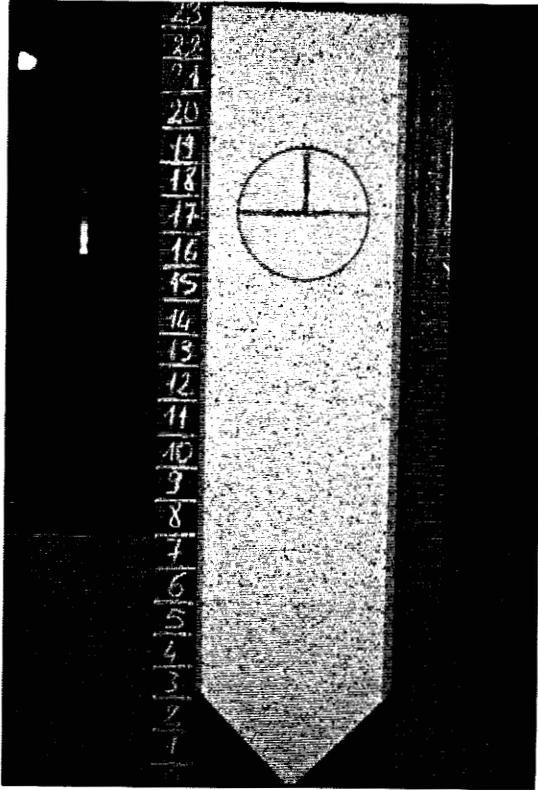


Photo 2.23

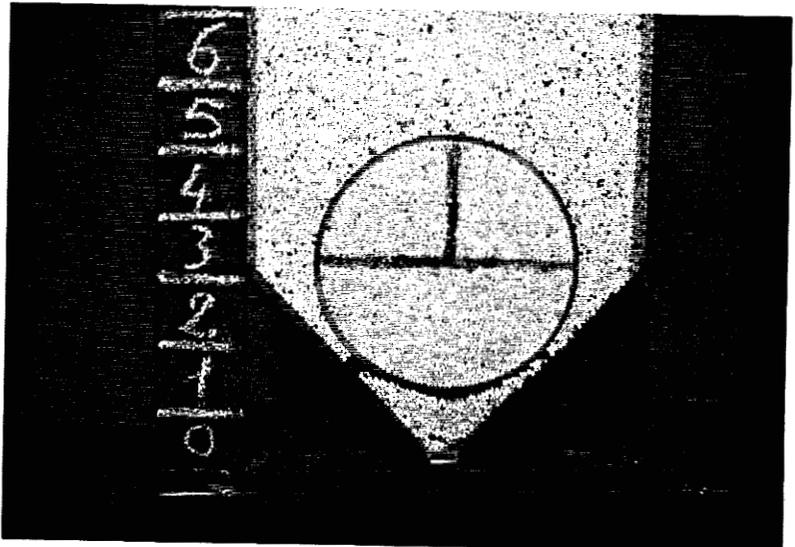
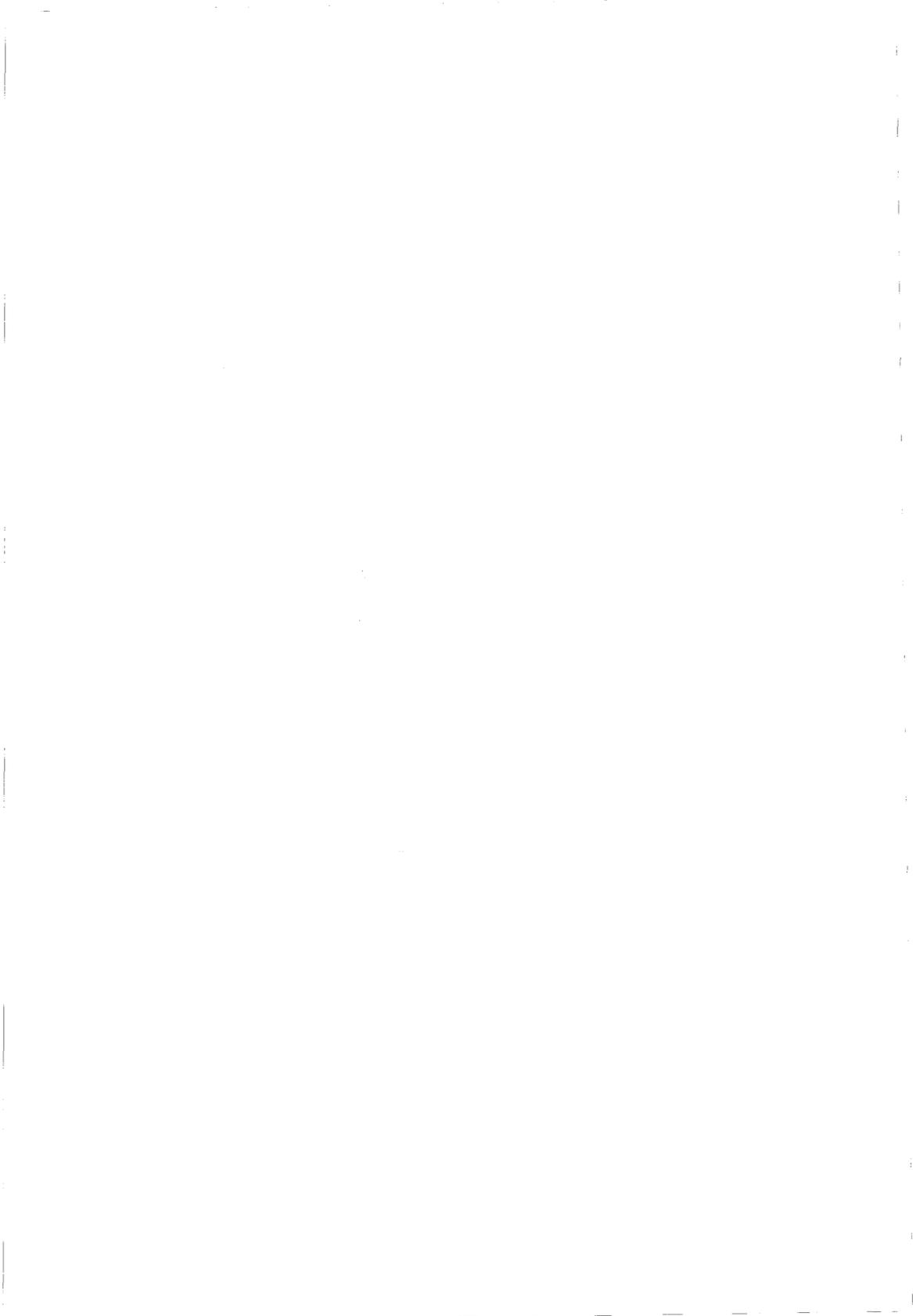


Photo 2.24



### 6.1.1 Etude de la symétrie de l'écoulement

Pour tester la symétrie de l'écoulement à travers un orifice centré, dans les modèles à fond plat et à trémie variable, nous avons placé dans chacun d'eux successivement des inclusions de diamètres respectivement 5, 10, 15 et 20cm, sur lesquelles nous avons préalablement repéré les axes de coordonnées (x,y). Notons que l'évolution du déplacement est quasi constante jusqu'à une certaine hauteur Z bien déterminée en fonction de l'inclinaison de la trémie. A partir de cette hauteur la vitesse de l'inclusion augmente rapidement sans pour autant changer son orientation.

Sur la photo 2.23 nous voyons que l'abscisse du centre de l'inclusion est d'environ 15cm, nous avons constaté lors de cette étude que tout au long de l'écoulement (de la côte Z=87cm à la côte Z=0cm) l'abscisse de l'inclusion est restée la même, égale à 15cm.

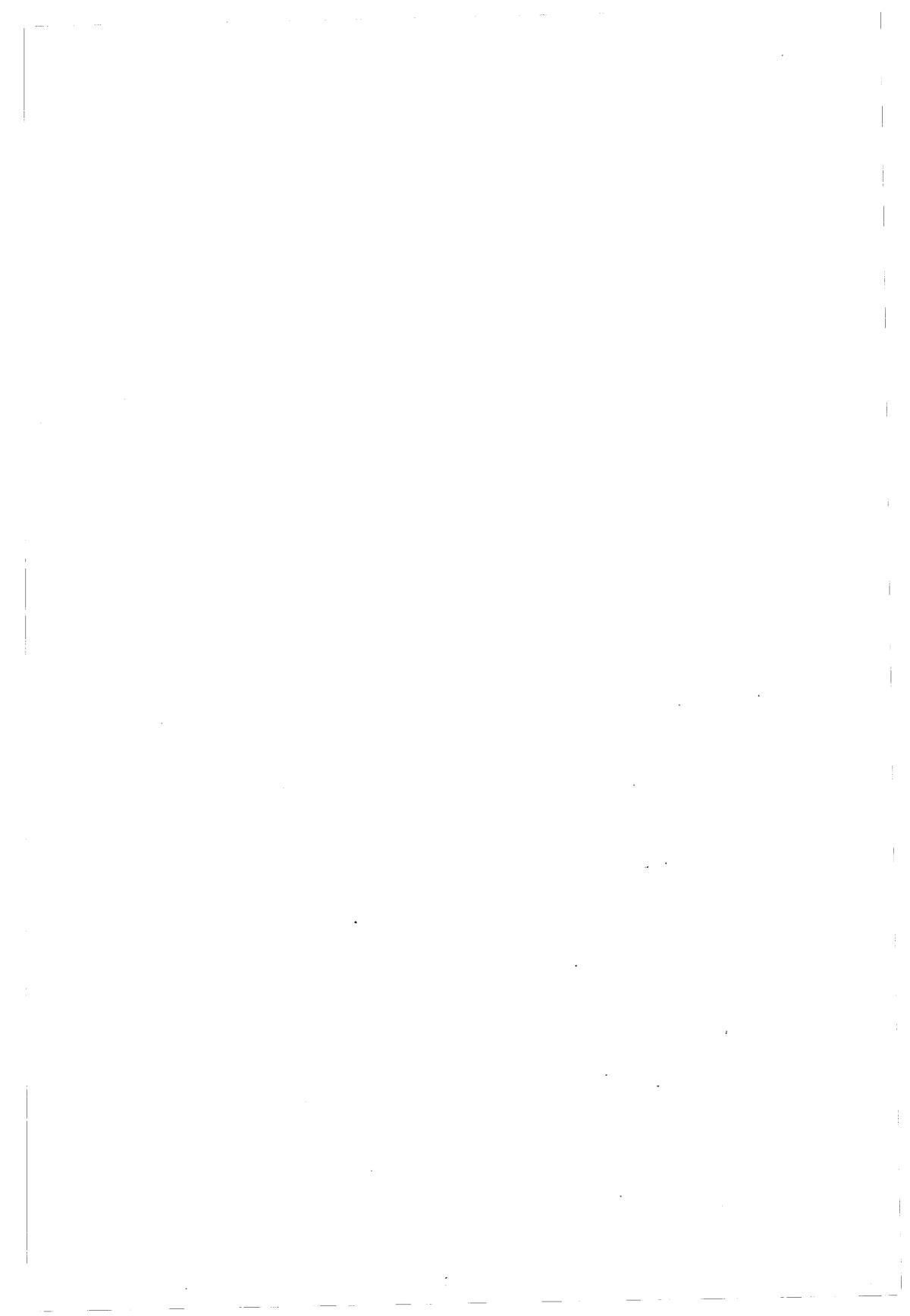
Grâce aux repères que nous avons effectués sur les inclusions nous voyons que celle-ci ne subit pas de rotation autour de son axe pendant tout le temps de vidange, jusqu'à ce que l'inclusion obstrue complètement l'orifice et empêche tout écoulement(photo 2.24) le même phénomène est observé avec un silo à fond plat (photo 2.25 à 2.26).

Après avoir ôté l'inclusion du massif, l'écoulement se relance de nouveau. A la fin de celle-ci, apparaît la zone morte (photo 2.27) où angle de talus, dont l'angle d'inclinaison vaut environ  $27^\circ$  et correspond à l'angle de frottement interne que nous avons calculé avec la boîte de CASAGRANDE ( $\text{tg } \psi = 0,5$ ).

En conclusion, les résultats montrent que les pressions des rouleaux au sein du massif sont symétriques de part et d'autre de l'axe central du modèle, puisqu'elles ne tendent pas à déplacer l'inclusion horizontalement, par conséquent nous pouvons confirmer que l'écoulement du matériau analogue au sein des modèles à orifice de vidange centré est symétrique. Ce qui conforte l'étude qualitative effectuée à l'aide des bandes des rouleaux colorés.

### 6.1.2 Influence de l'inclusion sur le mode d'écoulement

Comme nous l'avons constaté précédemment, dans le cas d'un orifice centré il semble que, si le centre de gravité est centré sur l'axe de la colonne, il ne perturbe pas l'écoulement. En revanche quand nous plaçons celle-ci au



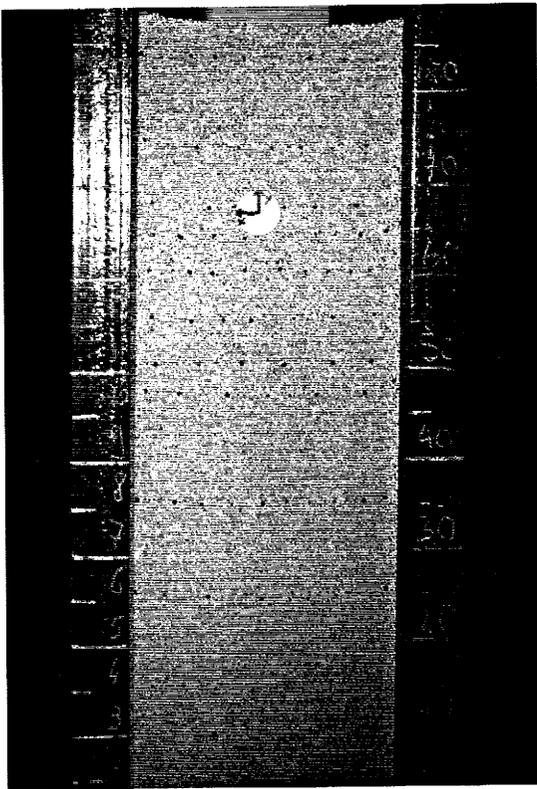


Photo 2.25

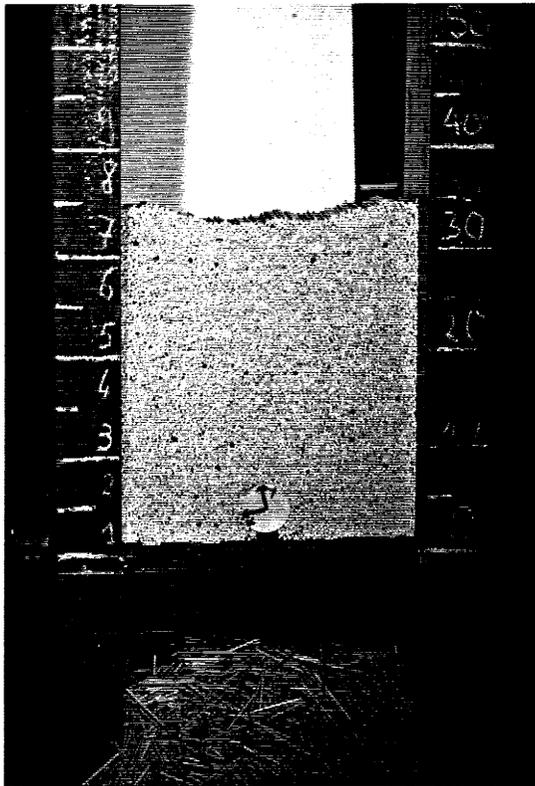


Photo 2.26





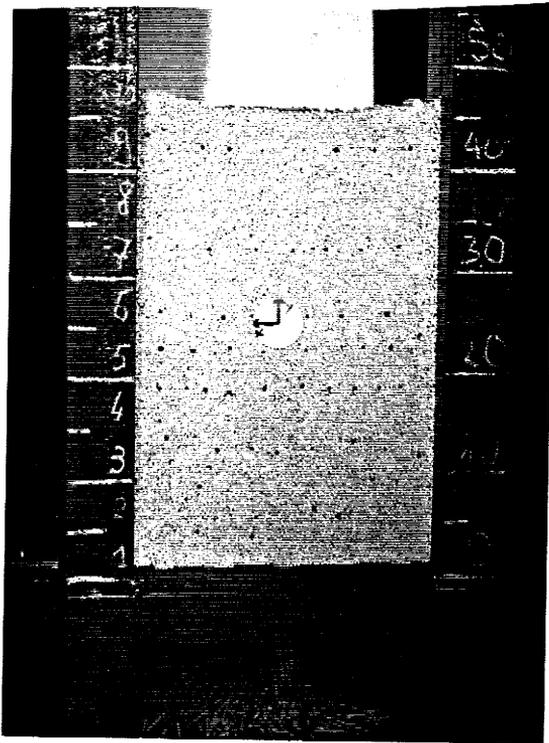


Photo 2.27



voisinage de la paroi, alors nous constatons que lorsque l'inclusion arrive au niveau de la trémie, des phénomènes perturbent l'écoulement à ce niveau, ceci n'est dû certainement qu'au poids de cette dernière, puisque les rouleaux qui se trouvent en amont de l'inclusion sont poussés par celle-ci avec une grande vitesse vers l'orifice; cet effet dépend de la position initiale de l'inclusion. En effet plus elle est proche de la paroi plus les perturbations augmentent. Ce phénomène est très accentué dans le cas où l'orifice est excentré. Ainsi les enregistrements vidéo, dans ce cas, montrent l'existence d'une phase intermédiaire, entre l'écoulement en masse et l'évacuation des rouleaux à travers un orifice, où l'écoulement est perturbé. En fait cette phase correspond au passage de l'inclusion de la cote  $Z = 20$  cm, du côté opposé de l'orifice à la cote  $Z = 5$  du côté de l'orifice (photo 2.32) elle succède à une phase établie pendant laquelle les rouleaux se déplacent conformément au cas de la vidange d'un massif ne contenant pas des inclusions.

Pour mieux appréhender les effets réels des inclusions sur le mode d'écoulement nous avons utilisé la méthode de détermination des contraintes macroscopiques que nous avons utilisées précédemment pour l'étude de l'effet des parois.

Ainsi après chaque écoulement de 5 cm du massif nous mesurons les pressions dans le même carré de 5 cm de côté, et cela entre les altitudes suivantes 10 à 15 cm (ligne 3). Nous avons réalisé 48 expériences pour chaque inclusion. Ainsi nous avons tracé différentes courbes concernant l'évolution de la contrainte isotrope en fonction de la quantité de rouleaux écoulée (figure 2.98 à 2.100). Sur chacune de ces figures nous avons également tracé une courbe résultant d'une série de mesure des pressions isotropes dans le cas d'un massif sans inclusion. Par ailleurs, si nous comparons les courbes obtenues dans les différents cas, nous constatons que les valeurs relatives aux résultats obtenus dans un massif contenant les inclusions de diamètre respectivement de 30 et 50 mm, ne sont pas très influencés par ces dernières. En revanche, en ce qui concerne les courbes relatives aux résultats obtenus dans le massif contenant des inclusions de diamètres respectivement de 150 et 200 mm sont différentes de celles obtenues dans un massif sans inclusion avec un écart d'autant plus élevé que la dimension de l'inclusion est plus grande (figure 2.98 bis à 2.100).



Silo à fond plat, Orifice excentré  
inclusion 50 mm.

Photo 2.28

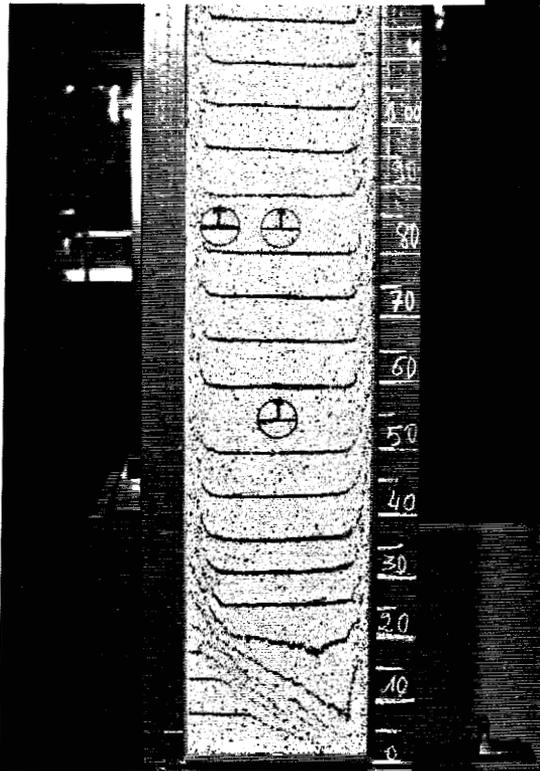
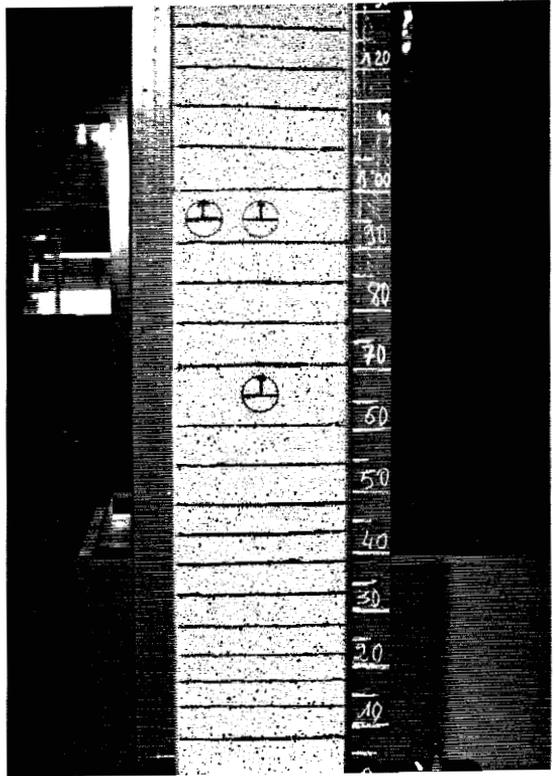
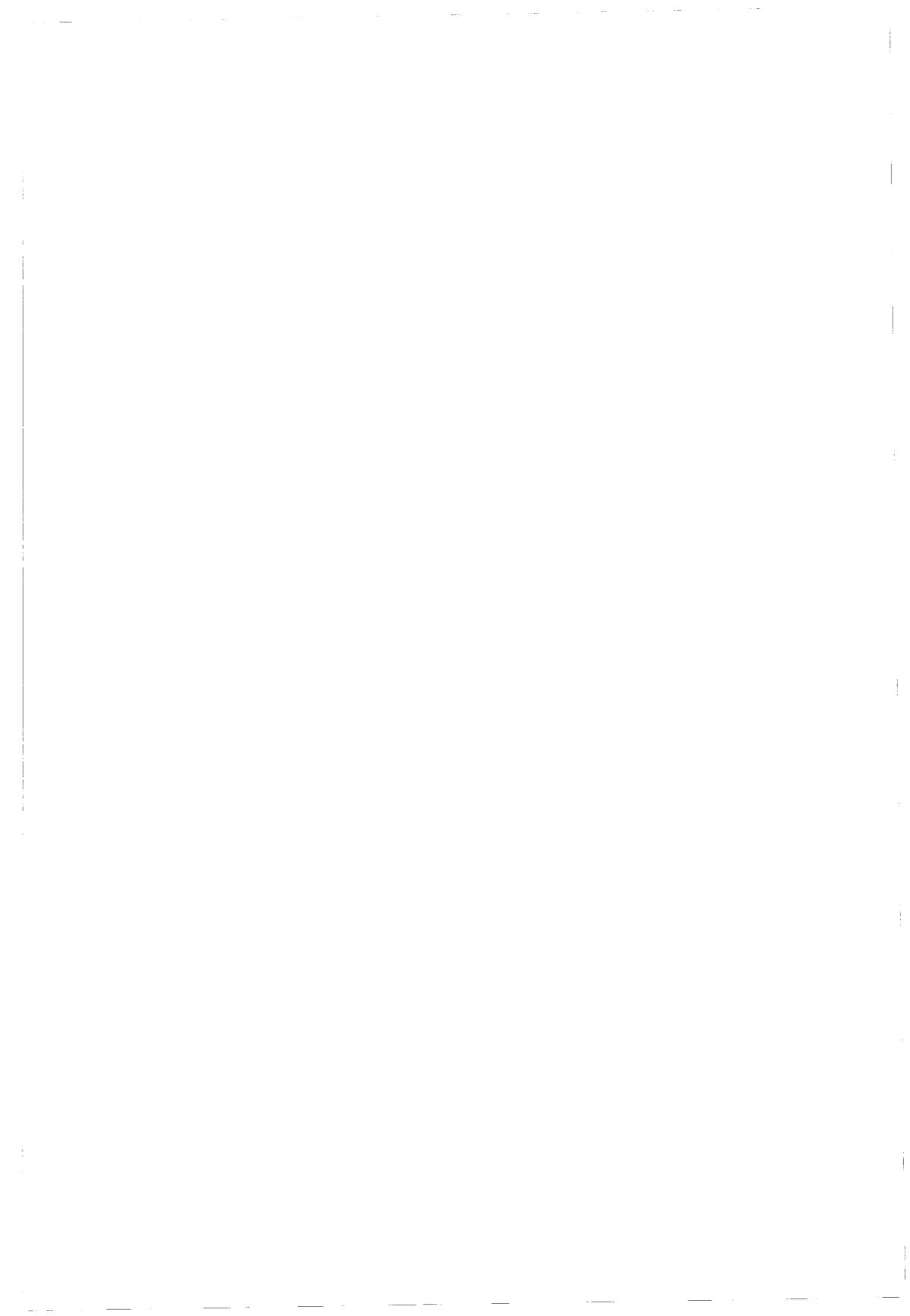


Photo 2.29



Silo à fond plat, orifice excentré  
inclusion 50 mm.

Photo 2.30

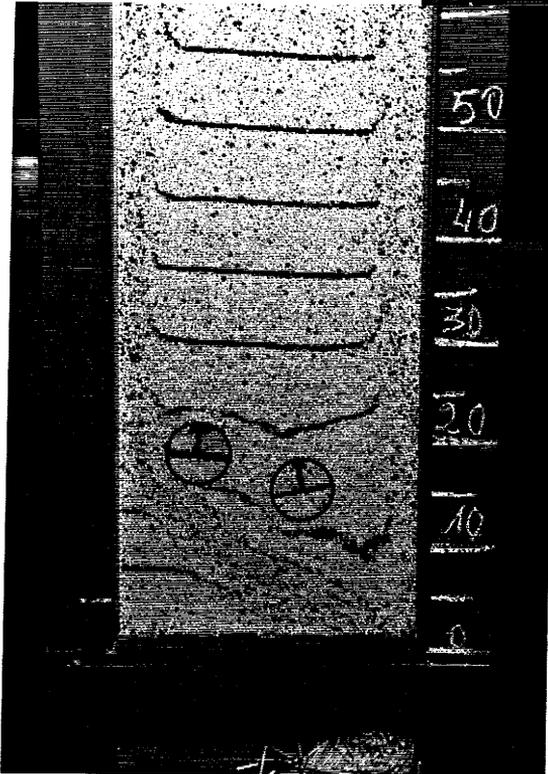
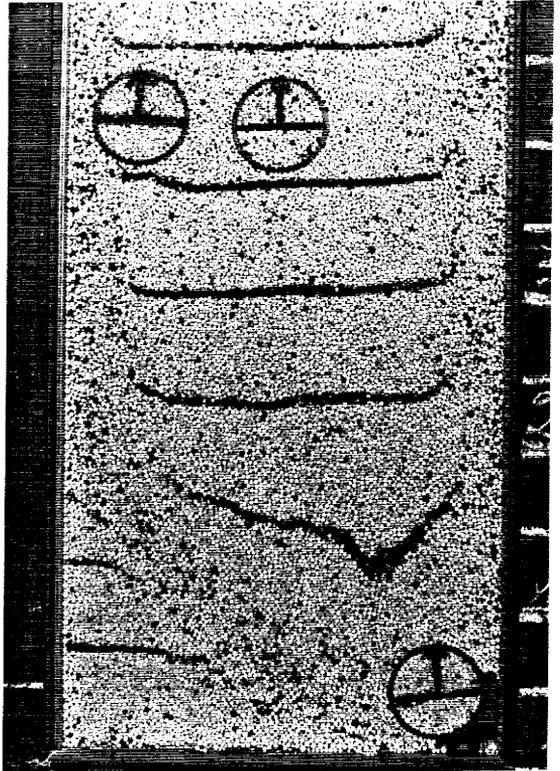


Photo 2.31



Photo 2.32

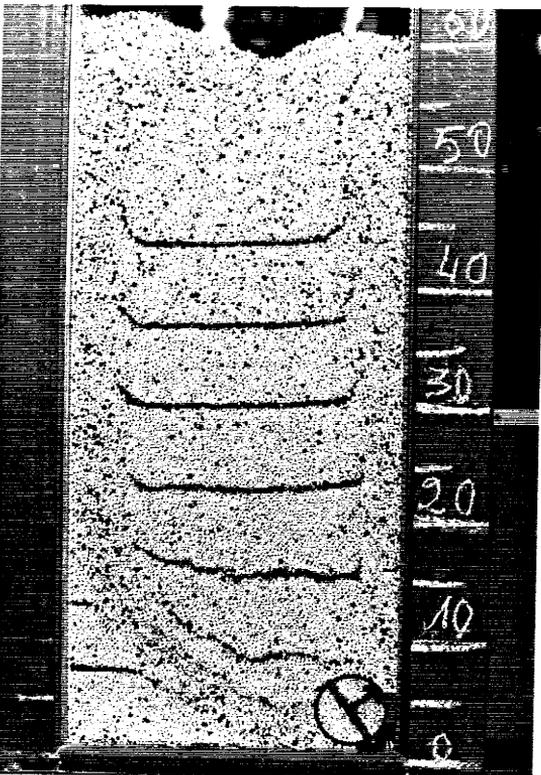


Photo 2.33

Silo à fond plat, orifice excentré  
inclusion 50 mm.





Sur les mêmes figures nous constatons également qu'au fur et à mesure l'inclusion se rapproche de "la ligne 3", là où nous effectuons les mesures, la pression isotrope augmente, ceci explique qu'à ce niveau il y a plus d'interaction entre les grains. Ce phénomène est plus accentué au centre de la colonne qu'au voisinage des parois (Figures 2.99 bis et 2.100). De là nous pouvons dire que les inclusions ont un certain effet même si nous ne savons pas jusqu'alors leur abondance. Nous pouvons aussi penser que la présence des inclusions peut contribuer au bon déroulement des écoulements, à condition que celle-ci puisse passer par l'orifice de vidange puisque les grains sont moins freinés au voisinage des parois. Nous avons également (136) étudié, l'influence de l'inclusion sur les grains qui entourent celle-ci, nous sommes intéressé à une zone très précise qui contourne l'inclusion, afin de pouvoir étudier son effet à l'échelle des grains. De plus nous avons repéré des grains autour de l'inclusion afin d'appréhender les comportements locaux.

Ces études ont été menées sur deux modèles de rugosité différente, où on a des trémies à  $45^\circ$ , et avec deux inclusions de diamètres respectivement 100 mm et 200 mm. L'exploitation des différents résultats obtenus, ont  $\alpha$  confirmé tout d'abord qu'au niveau des parois les grains sont animés d'un mouvement de rotation et de glissement et s'orientent dans la zone à écoulement en masse créant ainsi une zone de cisaillement qui manifeste des comportements un peu différents de part et d'autre de l'inclusion de diamètre de 200 mm; celle-ci crée des vides dans la partie centrale du massif permettant ainsi aux grains freinés par les parois des mouvements de rotation et de translation, qui engendrent des surfaces de glissement suivant un certain angle. L'analyse des déplacements des grains au niveau de la couche inférieure de l'inclusion montre que ceux-ci se déplacent dans un premier temps à la même allure, dû au fait qu'ils sont assez compactes à ce niveau. Par la suite les grains centraux après leur opposition à la poussée de l'inclusion finissent par céder pour avoir le même comportement que les autres grains. Notons que ces constatations n'ont pas été faites pour l'inclusion de diamètre 10 cm. En ce qui concerne les études effectuées dans le silo à fond plat et à parois rugueuses, le fait le plus marquant a été observé surtout avec l'inclusion de 20 cm, ainsi nous avons pu constater d'une part un écoulement en cheminée au-dessus de l'inclusion aussitôt que l'on met le silo en charge. D'autre part un écoulement en masse qui dure un certain

instant et se remet en cheminée juste avant la zone de transition. Remarquons également que ces phénomènes n'ont pas été observés pour l'inclusion de diamètre de 100 mm. Néanmoins nous pensons qu'il existe une certaine influence que nous n'avons pas pu déterminer.

## 6.2 INCLUSION LIBRE

Nous nous sommes placés dans un premier temps dans le cas où le centre de gravité de l'inclusion, est disposé de telle sorte que celui-ci coïncidé avec l'axe de la colonne, a une profondeur  $Z = 55$  cm pour les inclusions de diamètres 125 et 200 mm et une profondeur  $Z = 65$  cm pour les autres. Nous avons tout d'abord exercé une charge  $Q = 45$  daN sur la surface du massif ensuite nous avons effectué plusieurs séries d'essais les résultats obtenus sont résumés sur les figures (2.102 et 2.102), celles-ci représentent la comparaison entre les mesures effectuées, dans les mêmes conditions expérimentales, des contraintes isotropes dans le massif avec et sans inclusion.

La figure 2.101 correspond aux résultats obtenus avec les inclusions de diamètre 65 et 80 mm.

La figure 2.102 est relative aux résultats des mesures effectuées dans le cas des inclusions de diamètre respectifs de 125 et 200 mm.

Nous constatons, sur la figure 2.101 que les inclusions de diamètre 65 et 80 mm n'ont aucune influence sur la répartition de la charge, sur l'équilibre de l'ensemble. Par contre, sur la figure 2.102 la présence des inclusions se manifeste par un arc juste à la côte  $Z = 55$  cm, sans pour autant influencer sur l'équilibre global.

Si on prolonge les courbes de part et d'autre de l'arc nous constatons que celles-ci n'ont pratiquement aucune influence sur le milieu proprement dit et de ce fait elles participent à l'équilibre global.

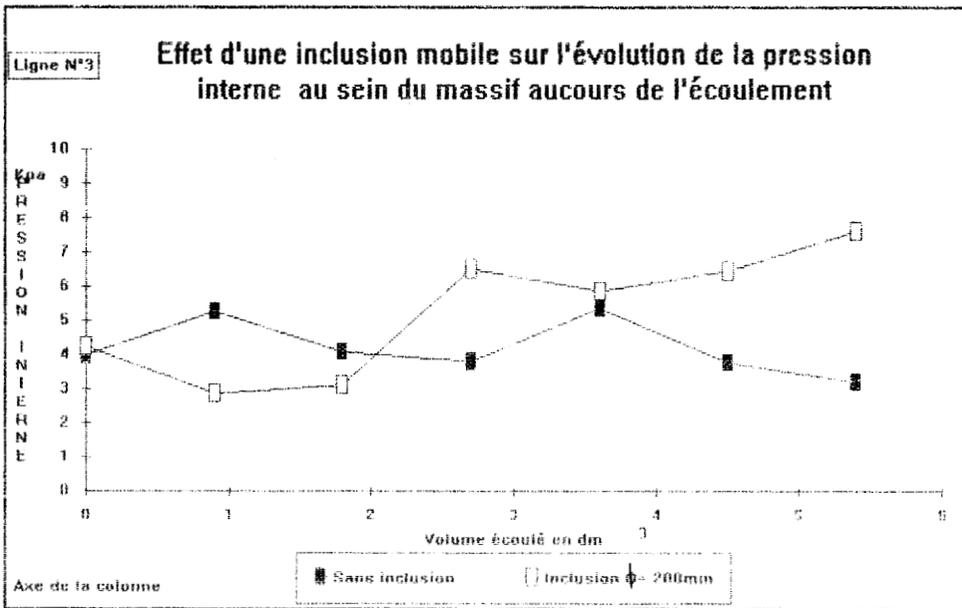


Figure 2.100

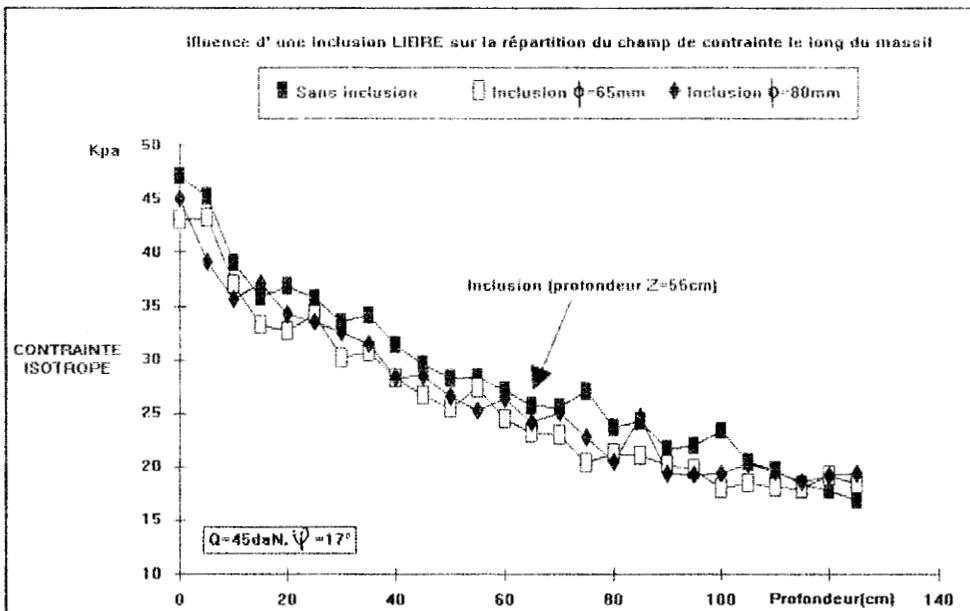


Figure 2.101

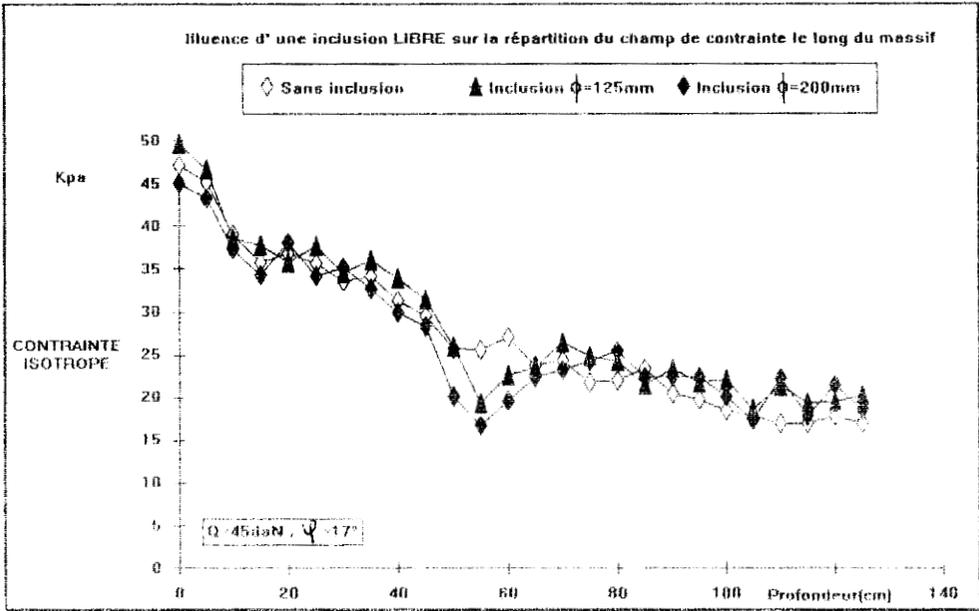


Figure 2.102

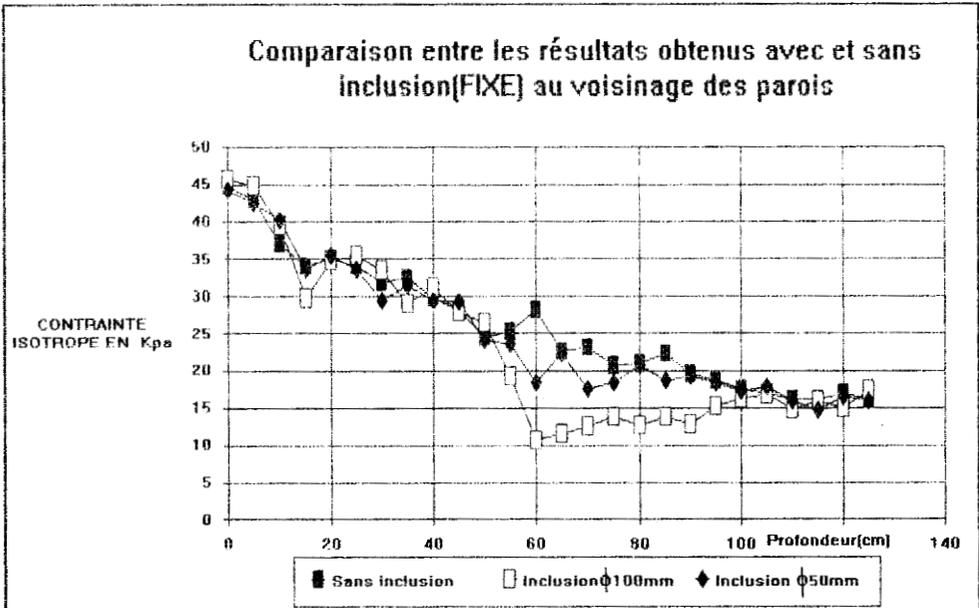


Figure 2.103

### 6.3 INCLUSION FIXE

Nous avons procédé lors de cette étude de la même manière que précédemment, nous avons effectué plusieurs séries d'essais, la hauteur du massif et les modalités de mise en oeuvre des essais étant inchangées. La charge appliquée à la surface libre du massif est également inchangée,  $Q = 45daN$ .

Nous avons utilisé deux inclusions de diamètres différents ; 50 et 100 mm.

La figure 2.103 est relative aux résultats obtenus au voisinage de la paroi.

La figure 2.104 correspond aux résultats obtenus dans la zone intermédiaire.

La figure 2.105 correspond aux résultats obtenus dans l'axe de la colonne.

Les courbes des figures 2.103 et 2.104 sont très peu différentes les unes des autres.

La figure 2.106 traduit la comparaison entre les valeurs moyennes de contraintes macroscopiques obtenues dans les trois zones pour un massif avec et sans inclusion. Cette figure montre que la présence d'une inclusion fixe a une très grande influence sur la répartition de la contrainte macroscopique, puisque nous constatons sur celle-ci que pour une charge donnée, la répartition de la contrainte n'est pas uniforme dans tout le massif. En fait la pression isotrope dans la zone située au-dessus de l'inclusion est plus importante par rapport à celle située juste en dessous de l'inclusion. De plus la comparaison avec les résultats obtenus dans un massif ne contenant pas d'inclusion montre qu'il existe un grand écart entre eux, ceci est d'autant plus élevé que la dimension de l'inclusion est grande.

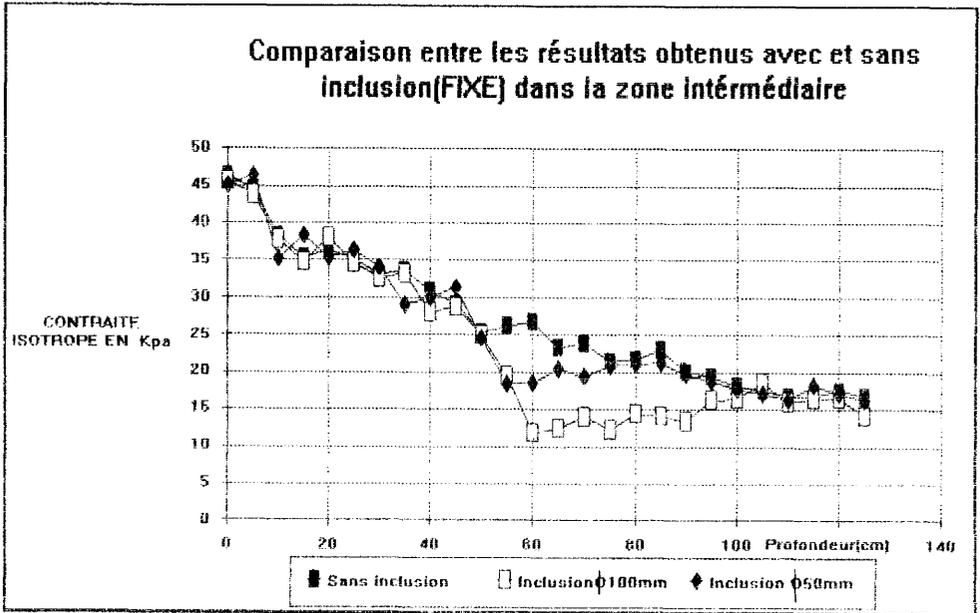


Figure 2.104

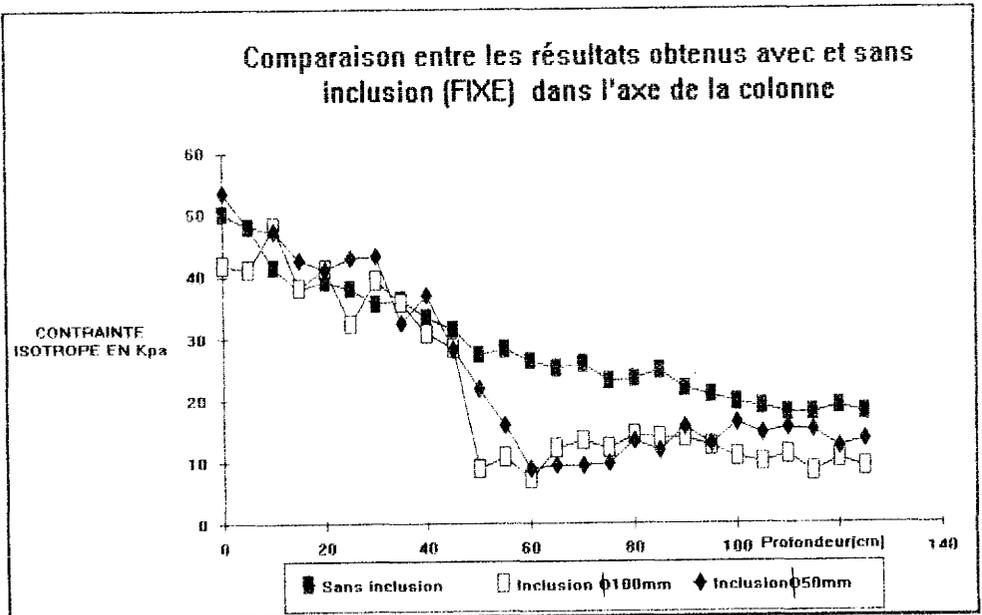


Figure 2.105

Les valeurs obtenues dans la partie située sous l'inclusion ne sont pratiquement liées qu'à l'effet du poids propre du milieu, même si l'influence de l'inclusion se fait surtout ressentir vers l'axe de la colonne; nous constatons ici qu'à partir de  $Z = 65$  cm la courbe est similaire à celle obtenue avec un massif ne contenant pas d'inclusion et avec une surface libre non chargée.

Donc nous confirmons que l'inclusion crée une voûte de charge absolue qui supporte presque l'intégralité de la charge appliquée à la surface du massif.

## CONCLUSION GENERALE

L'objectif de ce travail est de contribuer à la compréhension du comportement mécanique d'un matériau granulaire ensilé. Cette étude a été menée sur un silo "bidimensionnel" à parois lisses ou rugueuses, à fond plat ou à trémie avec orifice centré ou excentré. Le massif granulaire constitué de rouleaux en PVC d'axes parallèles (d'où le terme de silo bidimensionnel) peut contenir des inclusions cylindriques. Les conclusions partielles situées à la fin de chaque chapitre permettent de tracer un bilan clair de cette étude.

On a tout d'abord étudié le comportement mécanique global du matériau analogique à l'appareil de cisaillement de Casagrande. Ce travail a permis de déterminer les caractéristiques intrinsèques du matériau. L'analyse des phénomènes discrets qui se produisent dans le plan de cisaillement a confirmé, d'une part, que les déplacements sont accompagnés de rotations, d'autre part, de montrer qu'il existe de grandes variations de volume dans le plan de rupture, ces variations dépendant fortement de l'indice de vide. On s'est surtout attaché à réaliser des visualisations qualitatives des ruptures qui se produisent sur ce plan. Un prolongement de cet axe de recherche nous semble intéressant tant sur le plan fondamental que sur le plan expérimental (localisation de la bande de cisaillement, amélioration d'ordre technique de l'appareillage).

Puis on a réalisé un appareil de mesure de contrainte, ce qui a permis d'étudier la répartition des contraintes au sein du milieu contenu dans le silo bidimensionnel. Cette étude confirme que les mesures correspondent à un milieu discontinu ou continu suivant le rapport de la taille moyenne des grains à la taille de la tige; en effet, plus la taille de la tige est petite, plus la dispersion des mesures est grande, donc moins la facette est représentative d'un milieu continu : on tend vers le milieu discontinu; dans le cas contraire, on aura tendance à représenter le milieu continu.

Ensuite on a suivi l'évolution d'inclusions et/ou de particules en filmant plusieurs écoulements dans différentes conditions expérimentales. L'analyse image par image donne leurs déplacements et vitesses. Les résultats obtenus avec ce matériau analogique s'accordent avec ceux rapportés par KAMGUEU (1979) pour le sable et ceux exprimés par KHELIL (1989) sur un prototype de silo à blé. Le modèle utilisé dans ce travail se trouve ainsi validé.

Cette étude montre aussi que certains phénomènes propres aux écoulements des milieux granulaires s'expliquent qualitativement et quantitativement par la seule considération des déplacements des rouleaux.

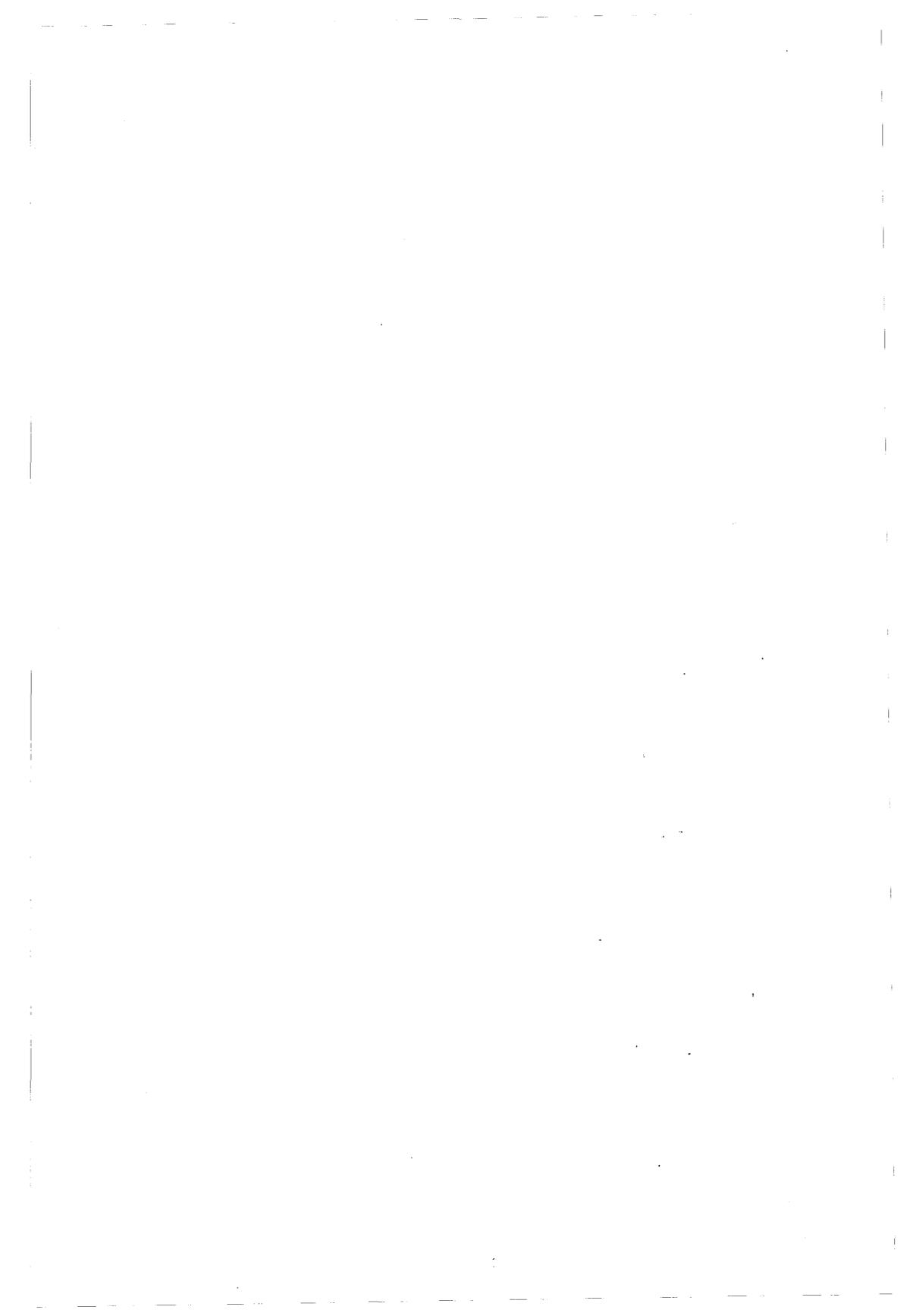
Par ailleurs, les essais sur un tel modèle ont permis de mieux comprendre et analyser les écoulements qui ont été classés en quatre modes suivant la rugosité et l'inclinaison de la trémie. A ce propos il est intéressant de souligner que le modèle utilisé permet des observations irréalisables sur des silos prototypes et que les prises de vue vidéo peuvent être utilisées pour établir les trajectoires des particules au sein du matériau ensilé.

A cet égard l'hypothèse de NEDDERMAN-TUZUN sur les déplacements des grains au niveau de la trémie a été vérifiée. La comparaison des profils de vitesse verticale avec ceux obtenus par la théorie de ces auteurs est presque parfaite. Ainsi il est confirmé que cette théorie peut décrire le phénomène d'écoulement sur modèle analogiques avec une bonne approximation.

En ce qui concerne le frottement entre le milieu et les parois on a constaté, dans le cas des parois lisses que les effets de celles-ci sont négligeables. En revanche dans le cas des parois rugueuses le frottement entre elles et le matériau a une influence non négligeable au voisinage des parois (limité à une distance de 4.5 à 5 cm); cela peut modifier l'équilibre de la masse ensilée.

Pour les inclusions, on a mis en évidence le rôle déterminant de leur dimension sur la distribution des efforts au sein du modèle; ainsi on a montré que les états d'équilibre qui s'établissent à l'intérieur du massif contenant une grosse inclusion sont beaucoup plus variés et complexes que ceux qui ressortent d'un massif sans inclusion.

Au terme de ce mémoire se dégagent donc plusieurs voies de recherche tant sur le plan expérimental que théorique (homogénéisation). On pourrait aussi exploiter efficacement certains domaines tels que le traitement d'images et d'autres procédés.



**ANNEXE 1**

## ANALYSE DE JENIKE ET WALTERS

A l'équilibre, on a :  $\vec{P}' + \vec{F}_v' + \vec{F}_s' = \vec{0}$  soit  $d\vec{P} = d\vec{F}_v + d\vec{F}_s$

donc  $\gamma S dz = S d\bar{\sigma}_z + \tau_{xz} P dz$

soit

$$S d\bar{\sigma}_z = \gamma S dz - \tau_{xz} P dz$$

donc

$$\frac{d\bar{\sigma}_z}{dz} = -\tau_{xz} \frac{P}{S} + \gamma$$

on pose :

$$R_h = \frac{S}{P}$$

d'où  $\frac{d\bar{\sigma}_z}{dz} = \gamma - \frac{\tau_{xz}}{R_h}$

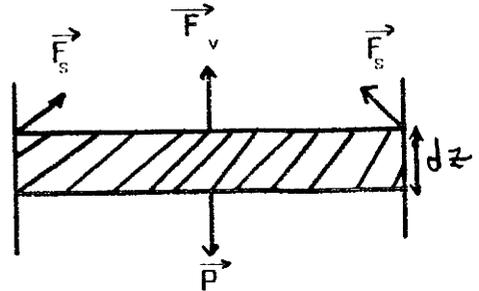


Figure 1.46

Or nous avons vu au paragraphe (II.2.8) que

$\tau_{xz} = B.D \bar{\sigma}_z$  ou B et D sont deux paramètres définis par WALTERS et JENIKE

soit

$$\frac{d\bar{\sigma}_z}{dz} = \gamma - \frac{BD}{R_h} \bar{\sigma}_z$$

$$Z = -\frac{BD}{R_h} \left[ \text{Log} \left( \frac{\gamma BD}{R_h} \bar{\sigma}_z \right) \right] \begin{matrix} \bar{\sigma}_z \\ \bar{\sigma}_z \end{matrix}$$

avec les conditions initiales :  $\bar{\sigma}_{z0} = 0$  pour  $Z = Z_0$

$$\text{donc } Z = \frac{-R_h}{BD} \left[ -\text{Log}(\gamma) + \text{Log} \left( \gamma \frac{BD}{R_h} \bar{\sigma}_z \right) \right]$$

Soit

$$\frac{\text{Log} \left( \gamma \frac{BD}{R_h} \bar{\sigma}_z \right)}{\gamma} = \frac{-BD}{R_h} z$$

Soit

$$\gamma \frac{BD}{R_h} \bar{\sigma}_z = \gamma \exp \left\{ \frac{-BD}{R_h} z \right\}$$

$$1 - \frac{BD}{R_h} \bar{\sigma}_z = \exp \left\{ \frac{-BD}{R_h} z \right\}$$

$$\bar{\sigma}_z = \left[ 1 - \exp \left\{ \frac{-BD}{R_h} z \right\} \right] \frac{\gamma R_h}{BD}$$

de même :

$\tau_{xz} = \sigma_x \text{tg} \phi$  : Critère de Coulomb pour le frottement le long de la paroi.

$$\text{donc } \sigma_x = \frac{B.D}{\text{tg} \phi} \sigma_z = \frac{\tau_{xz}}{\text{tg} \phi} = \frac{\gamma R_h}{\text{tg} \phi} \left[ 1 - \exp \left\{ \frac{-B.D}{R_h} z \right\} \right]$$

Cette théorie n'utilise que des caractéristiques mécaniques du matériau analogique.

$$R_h = \frac{d}{2} \quad d : \text{diamètre de la colonne}$$

$$B = \frac{\sin 2 \varepsilon - \sin \psi}{1 - \cos 2 \varepsilon \sin \psi}$$

$$2. \varepsilon = \frac{\pi}{2} + KS \arccos \left( \frac{\sin \psi}{\sin \phi} \right)$$

(Remplissage  $KS = 1$ )

(Vidange  $KS = 1$ )

Et avec :

$$D = \frac{\cos \phi (1 + \sin^2 \psi) + 2KS \cdot \sqrt{\sin^2 \psi - \sin^2 \phi}}{\cos \phi (1 + \sin^2 \psi) + KSY_1 \sin^2 \psi}$$

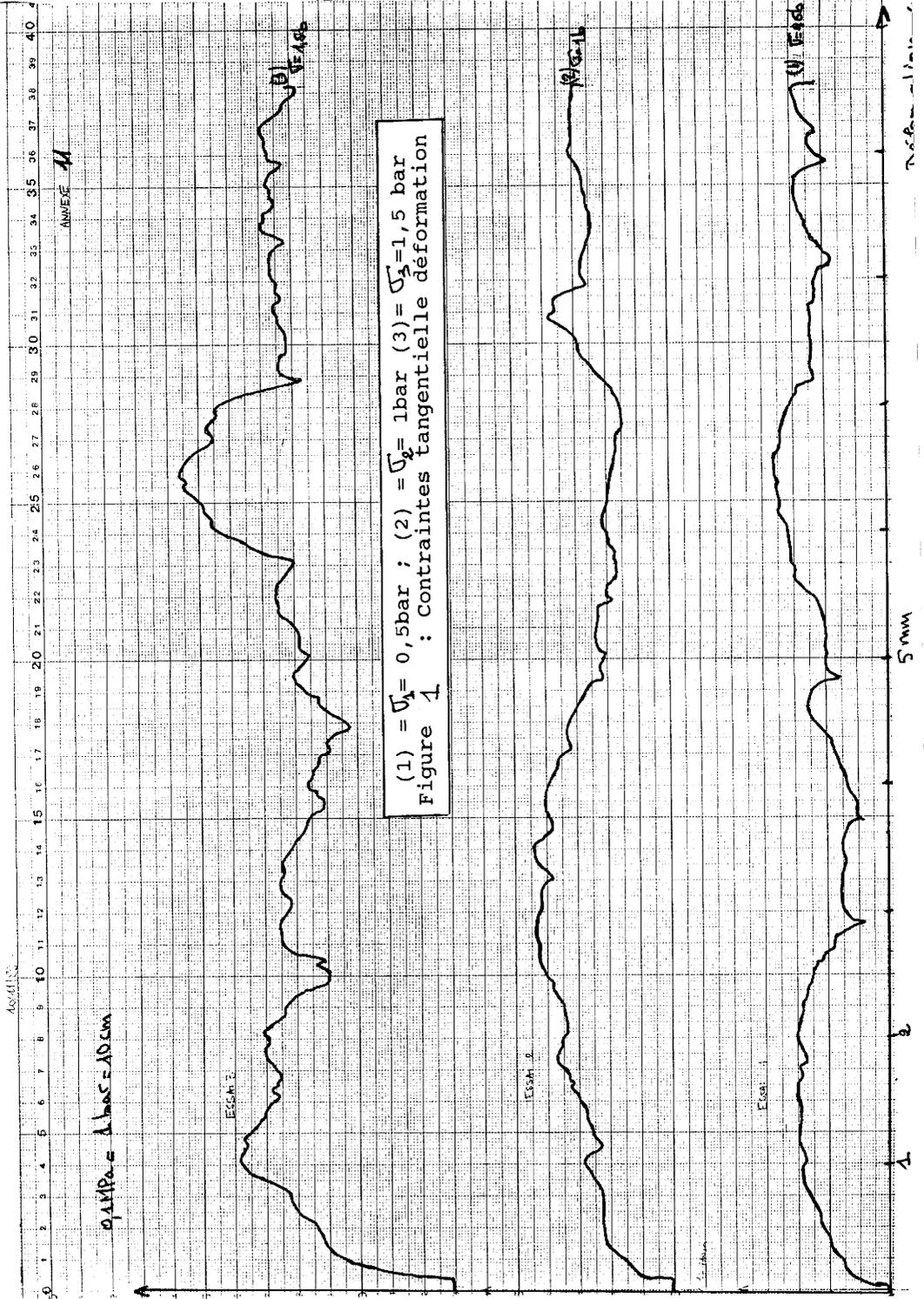
$$\text{ou : } Y = \frac{2}{3C_1} [1 - (1 - C_1)^2]$$

$$\text{et : } C_1 = (\text{tg } \psi / \text{tg } \phi)^2$$

$$\text{d'ou : } \bar{\sigma}_z = \frac{\gamma R_h}{BD} \left[ 1 - \exp \left\{ -\frac{2BD}{R_h^2} z \right\} \right]$$

C'est avec ce résultat que nous allons comparer les mesures expérimentales que nous avons obtenues grâce à la méthode de FAUGERAS et GOURVES.

**ANNEXE 2**



Contrainte tangentielle en MPa



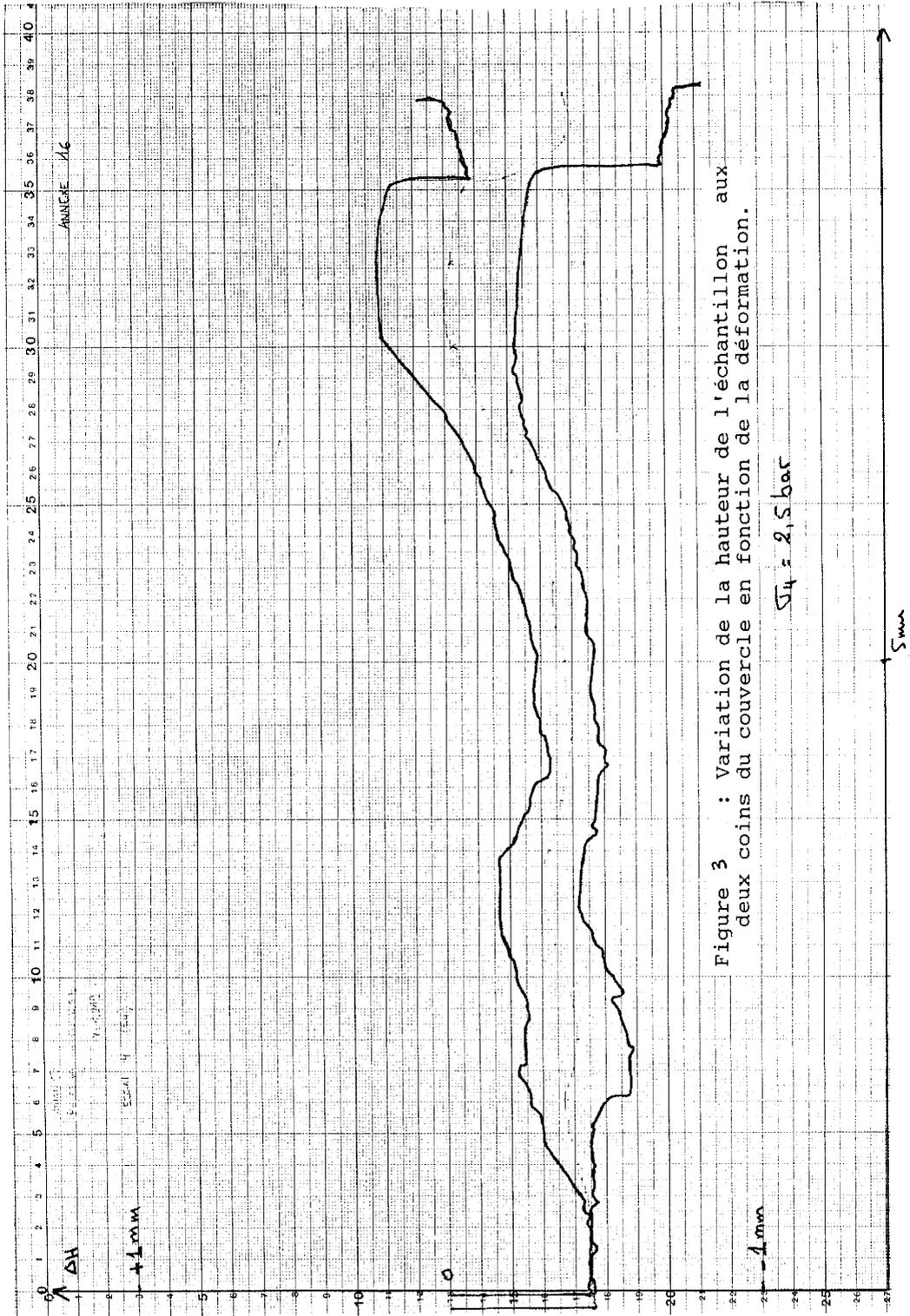
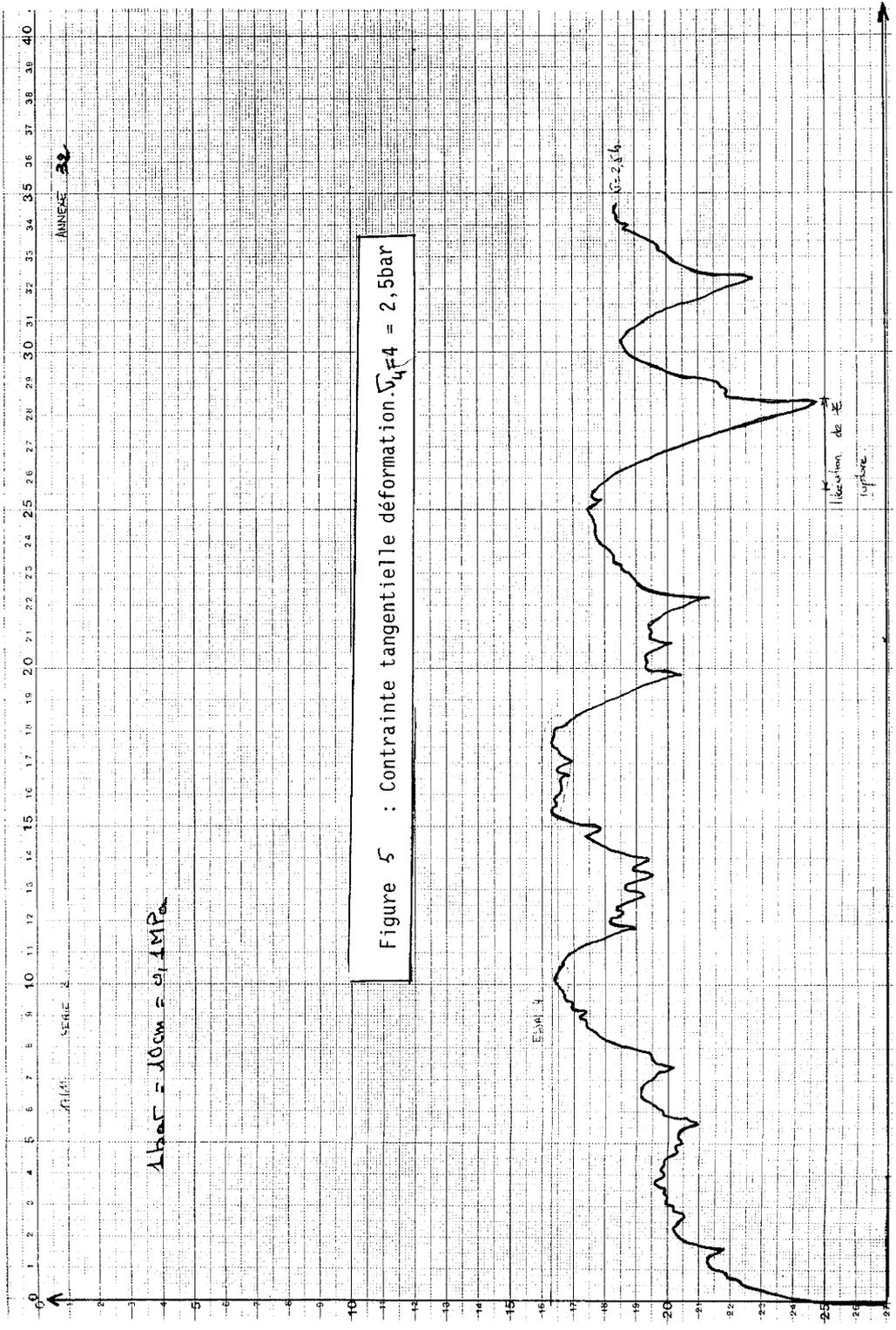
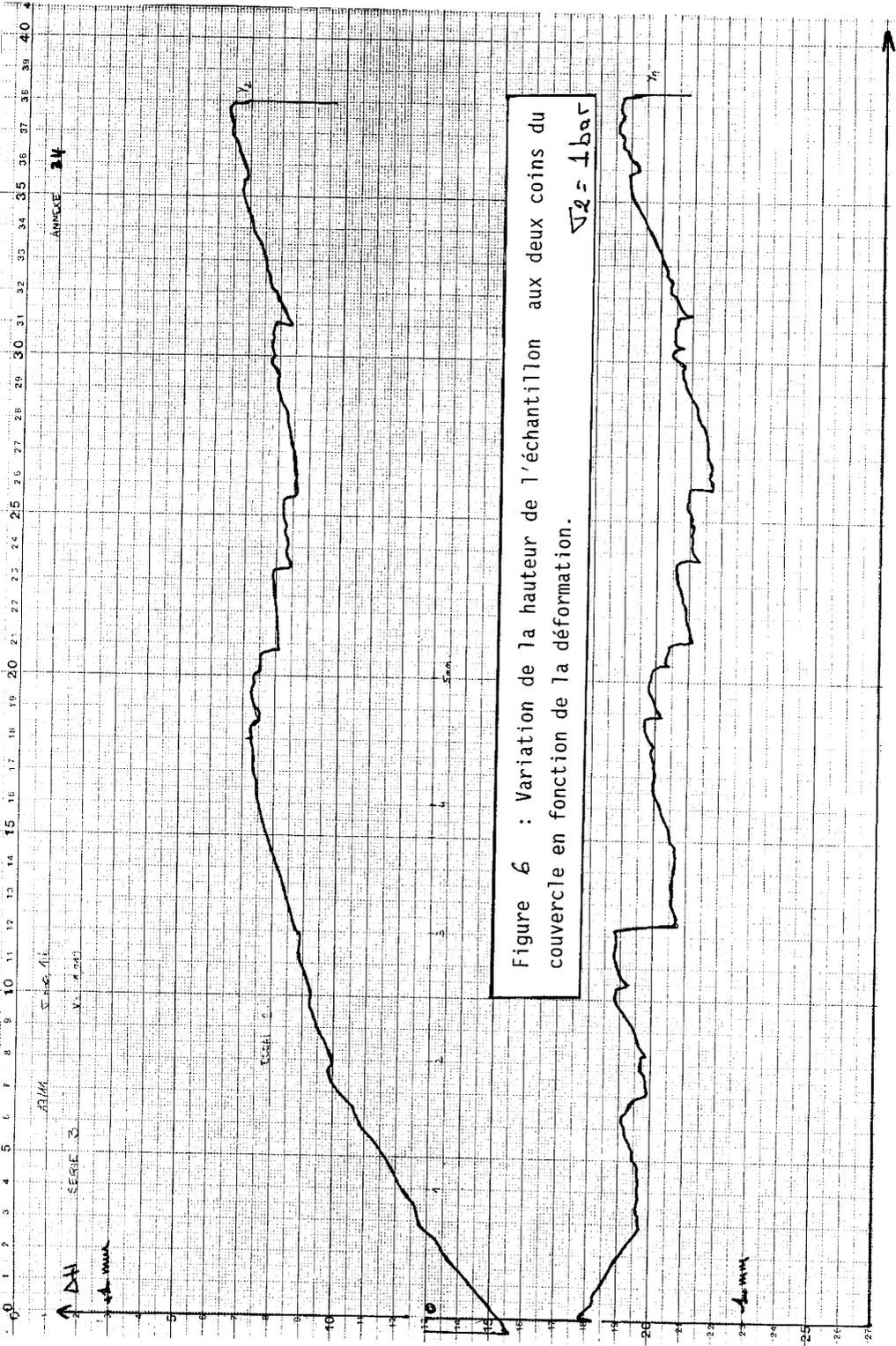


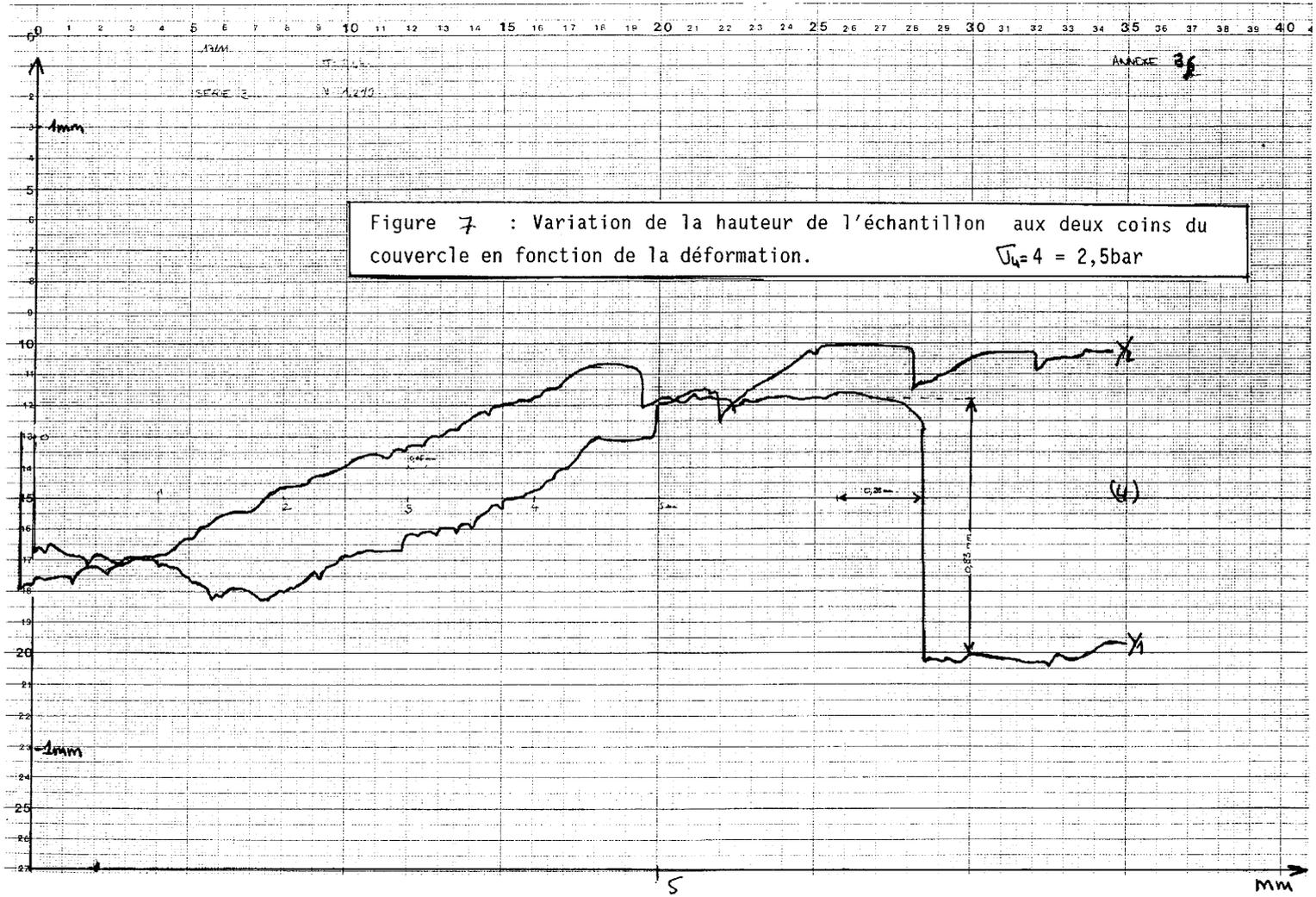
Figure 3 : Variation de la hauteur de l'échantillon aux deux coins du couvercle en fonction de la déformation.





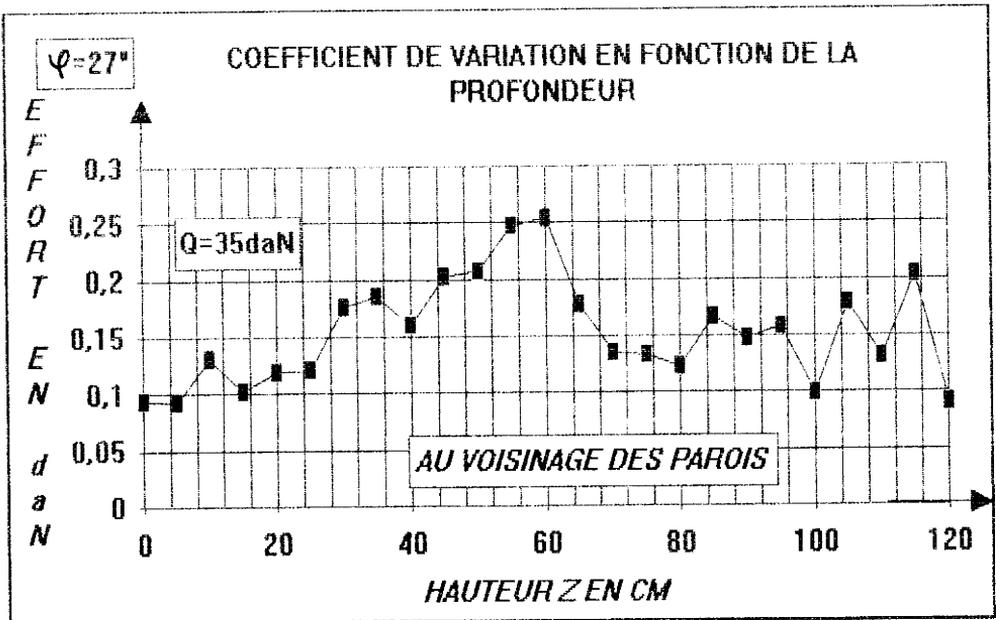
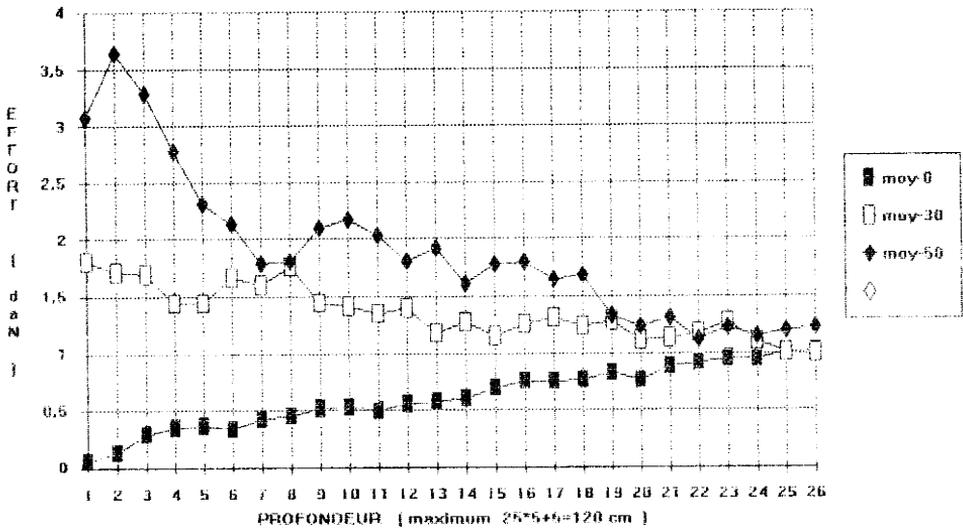
$1 bar = 100m = 0,1 MPa$



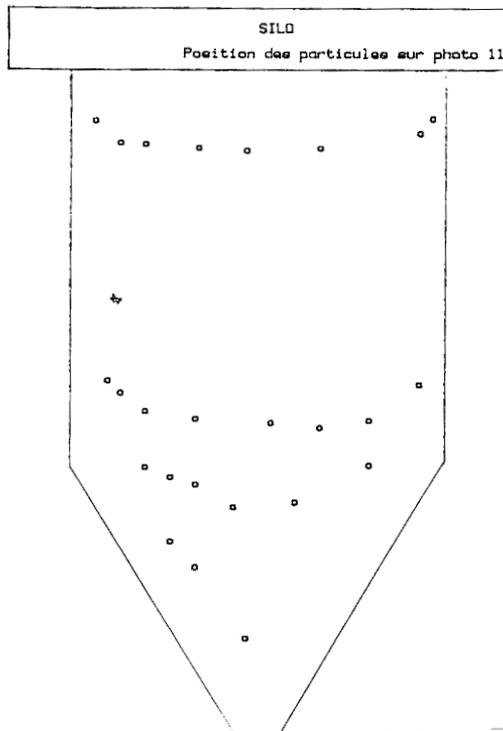
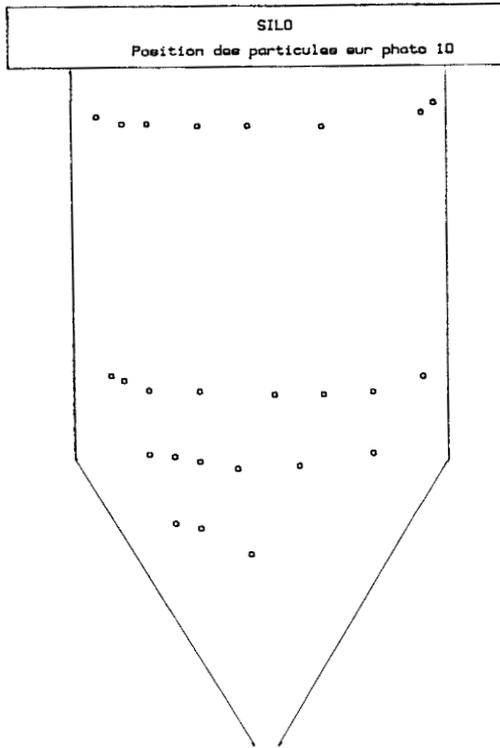


## **ANNEXE 3**

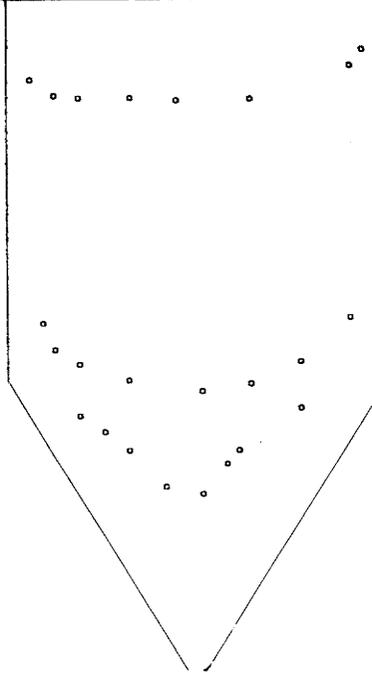
COMPARAISON DES ESSAIS SOUS DIFFERENTES CHARGES



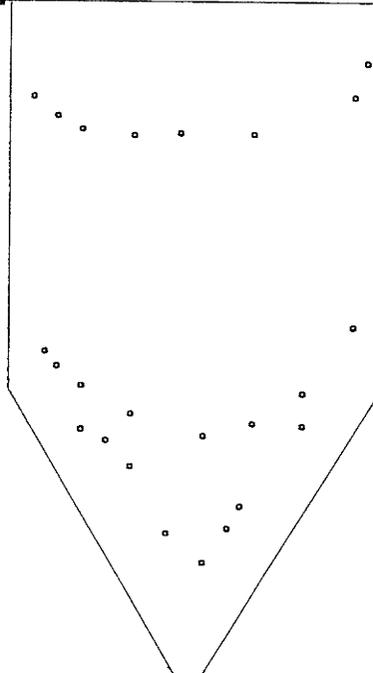
**ANNEXE 4**



SIL0  
Position des particules sur photo 12

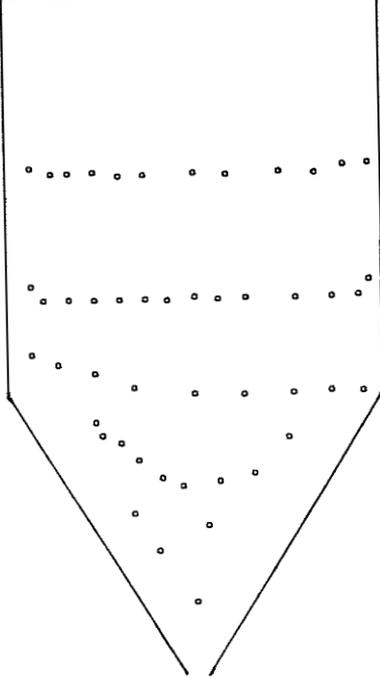


SIL0  
Position des particules sur photo 13

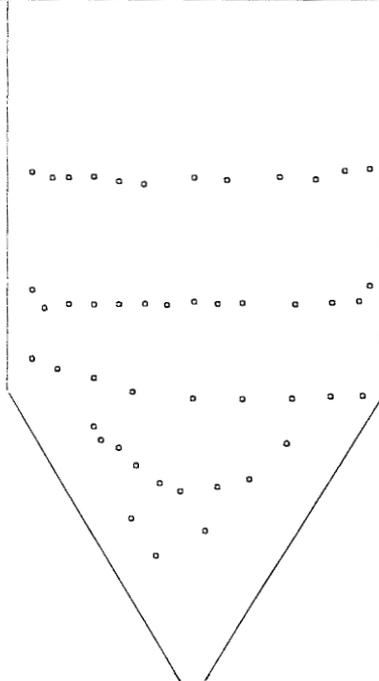


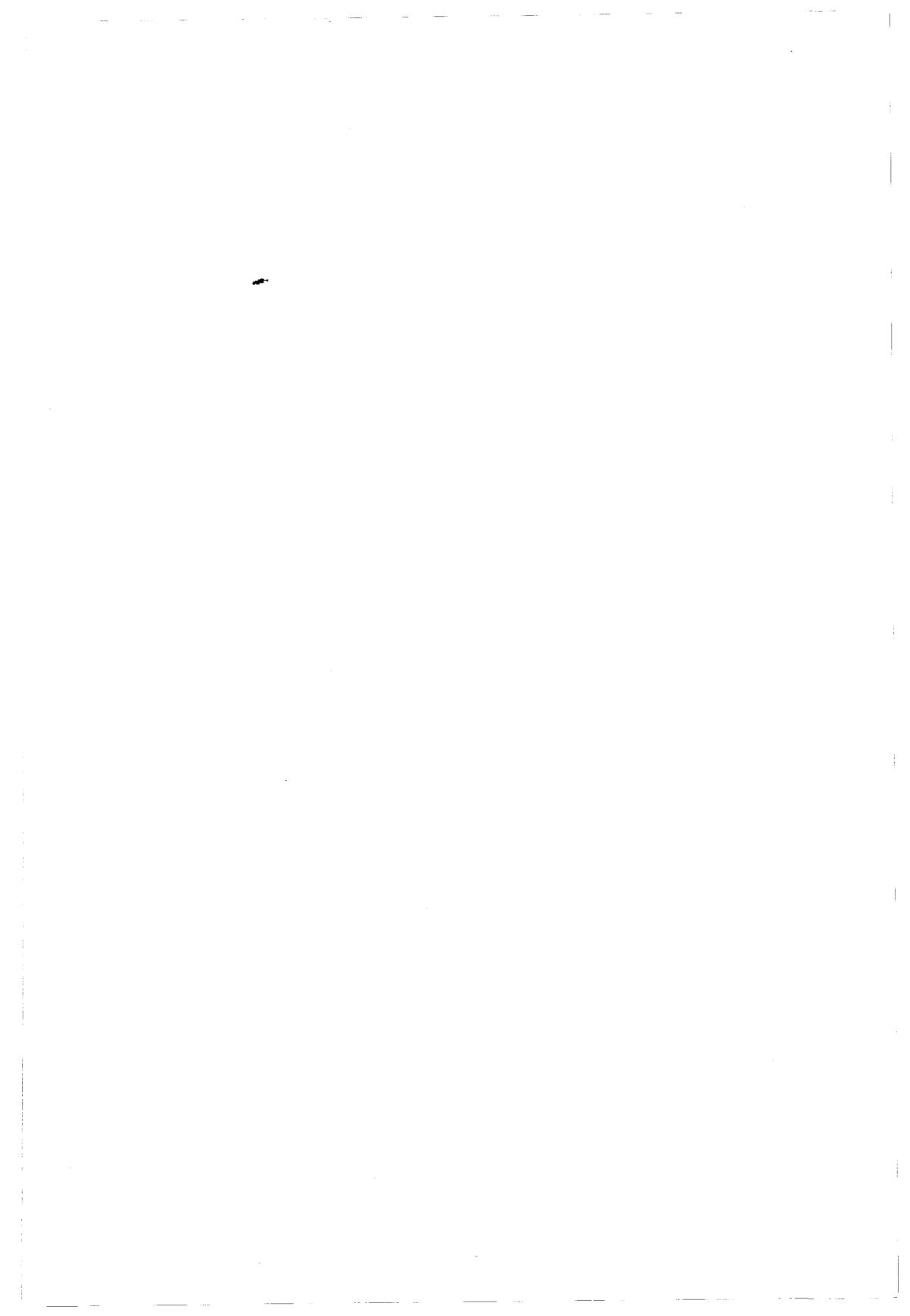


SILD  
Position des particules sur photo 24



SIL0  
Position des particules sur photo 25



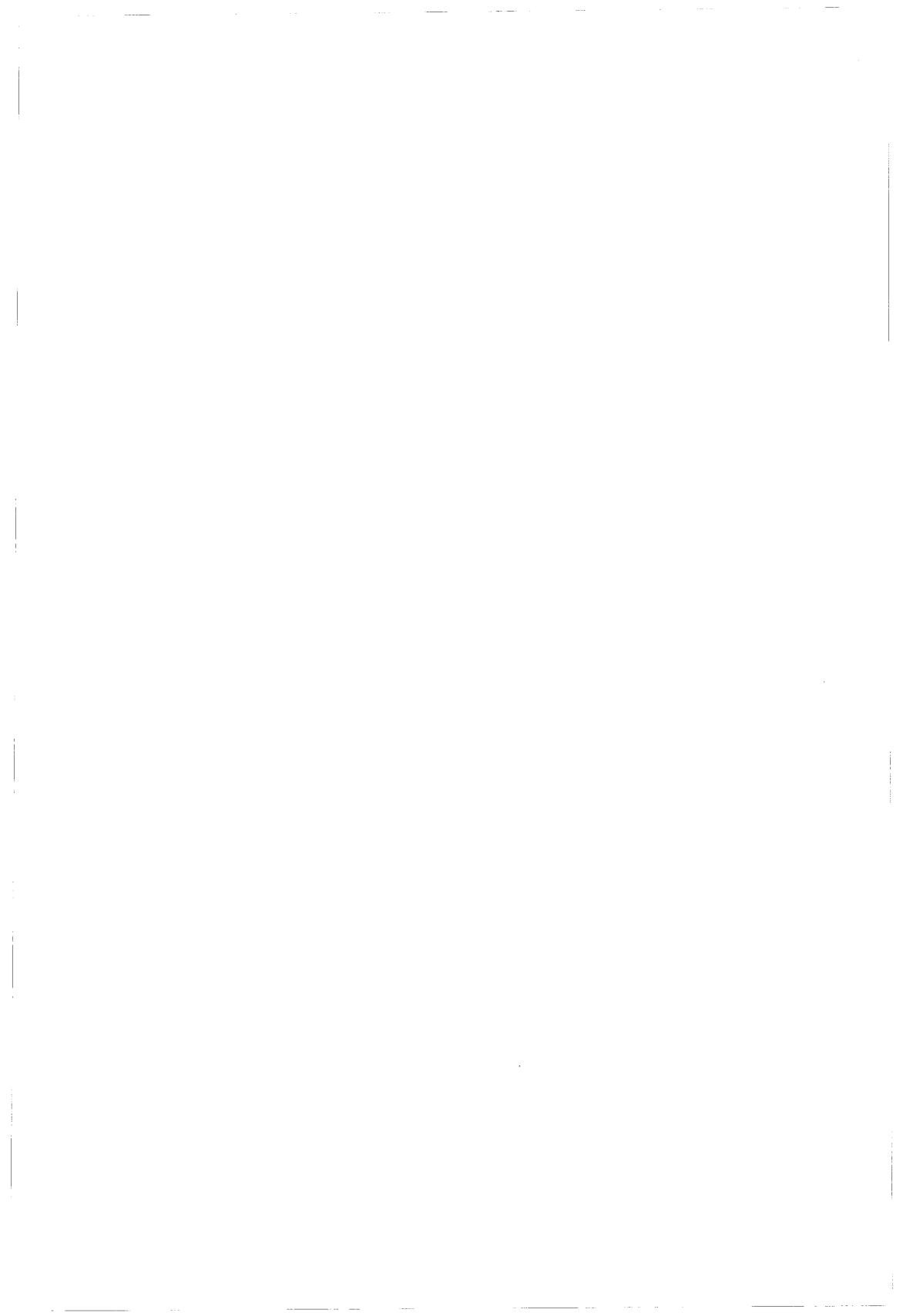


**ANNEXE 5**



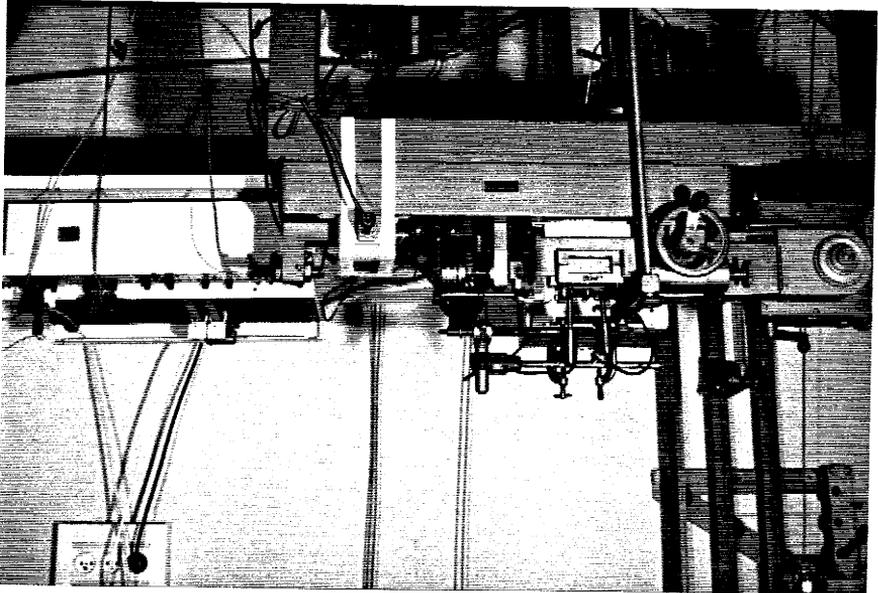
Parois rugueuses , Q=30daN		Moyenne de 20 séries de mesures					
Parois rugueuses , Q=30daN		Moyenne de 20 séries de mesures					
HAUTEUR	voisinage des parois		zone intermédiaire		axe de la colonne		
	contrainte	coef de var	contrainte	coef de var	contrainte	coef de var	
0	2,35	17,90	2,87	0,5	2,91	15	
5	2,32	16,00	2,84	13	2,88	15,12	
10	2,11	15,20	2,65	15,5	2,68	12	
15	1,92	24,00	2,43	18	2,46	11	
20	1,62	19,00	2,21	17	2,33	7,41	
25	1,51	12,00	2,12	14,25	2,1	8	
30	1,49	12,20	1,97	19	1,89	10	
35	1,50	15,87	1,82	17	1,78	13,35	
40	1,39	26,00	1,79	5,4	1,82	17	
45	1,43	15,20	1,72	10	1,74	13,2	
50	1,32	14,70	1,66	11,21	1,691	15	
55	1,22	18,00	1,45	14	1,521	14,22	
60	1,15	18,50	1,34	15,1	1,422	13	
65	1,02	17,90	1,29	16	1,325	12,2	
70	1,11	17,00	1,25	14,35	1,312	12	
75	1,13	16,50	1,19	17,2	1,287	13,7	
80	1,12	15,54	1,13	18	1,22	15	
85	0,98	19,10	1,09	12	1,05	12	
90	0,93	22,20	1,04	18,2	1,115	10	
95	0,90	21,00	0,98	9,12	1,04	12,2	
100	0,86	12,00	1,09	15,4	1,071	17	
105	0,94	8,00	1,02	14,8	0,889	14	
110	0,85	12,40	0,98	18,5	0,91	11,3	
115	0,82	19,50	0,86	15,5	0,896	18	
120	0,81	23,00	0,87	15	0,911	15	
125	0,82	14,20	0,89	12	0,915	14,5	
130	0,82	17,60	0,89	9,45	0,913	12	
coefficient de variation moyen en %		17,06		13,90666667		13,08148148	

Tableau 2.9

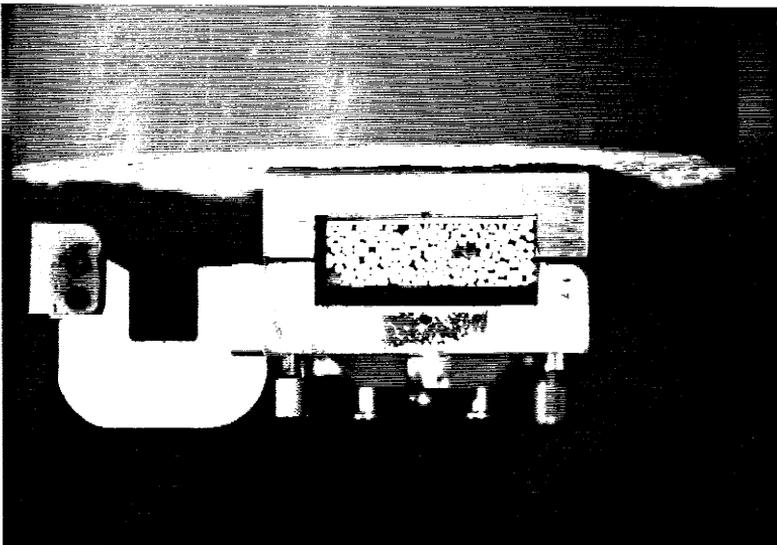


**ANNEXE 6**

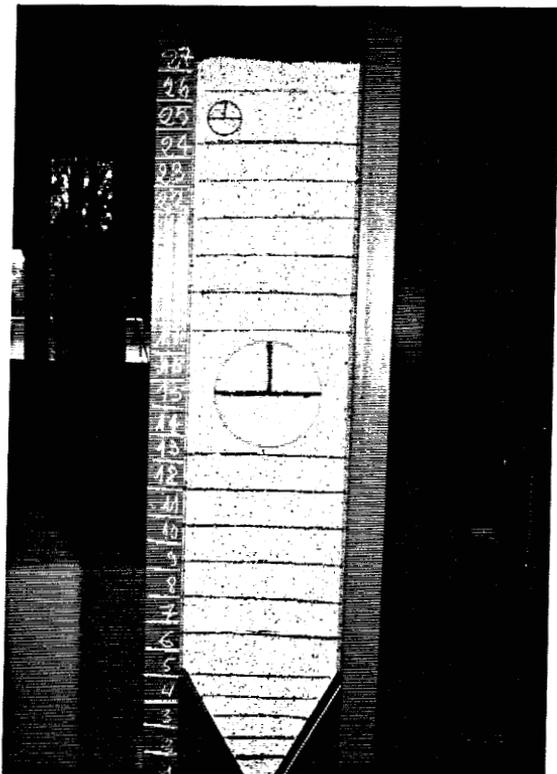




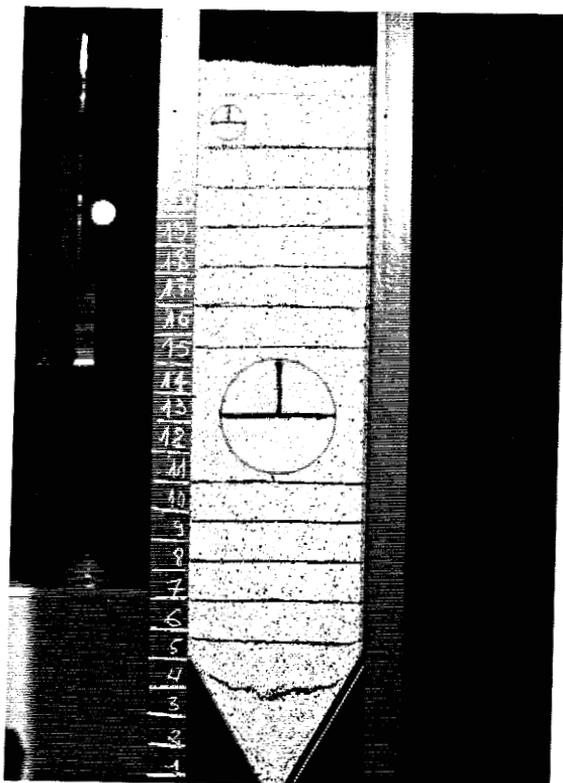
Appareil de cisaillement de CASAGRANDE.

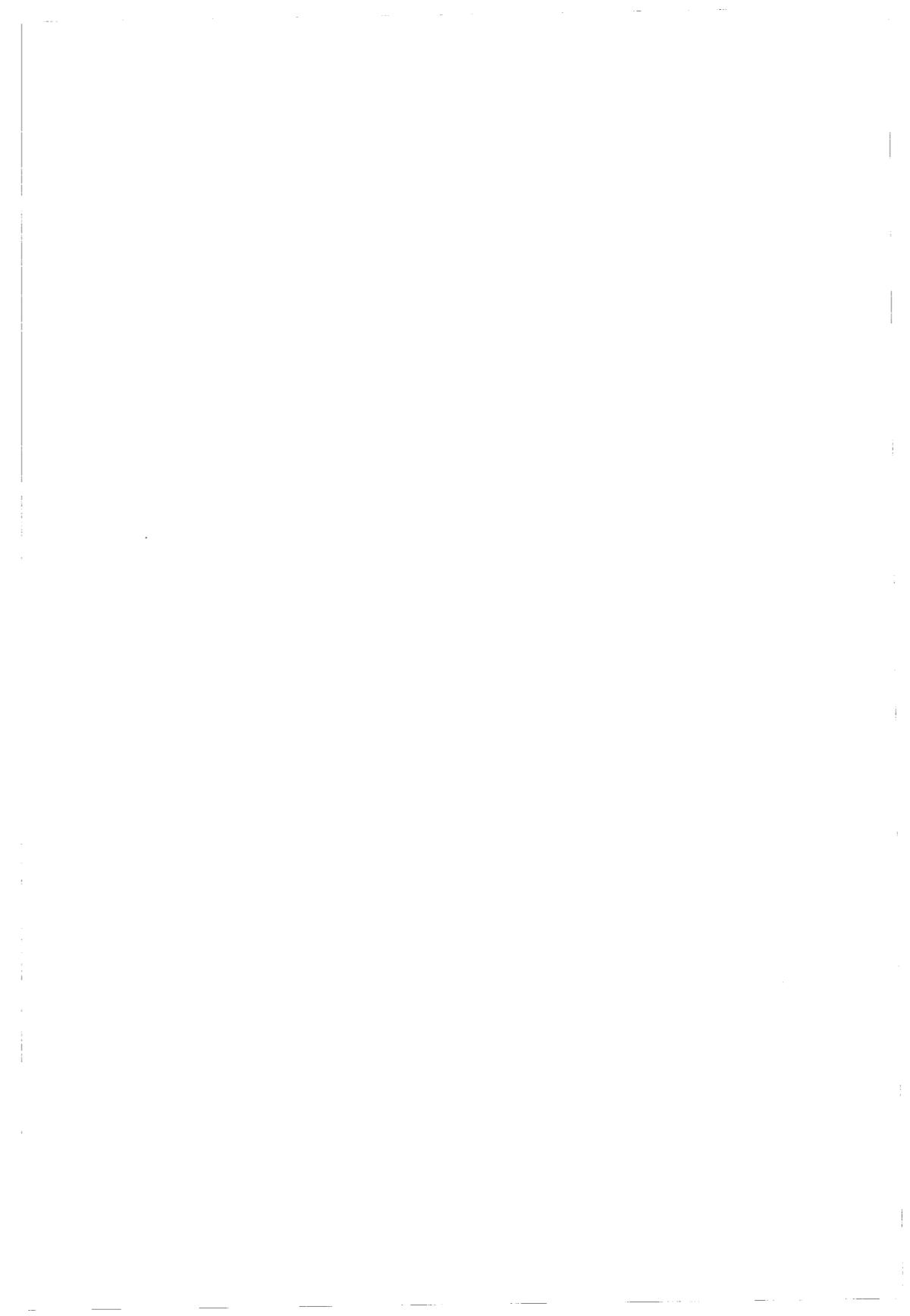


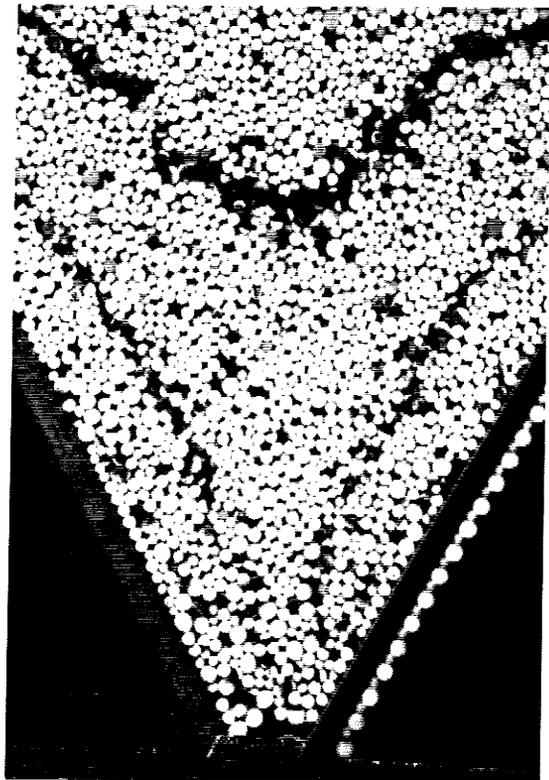
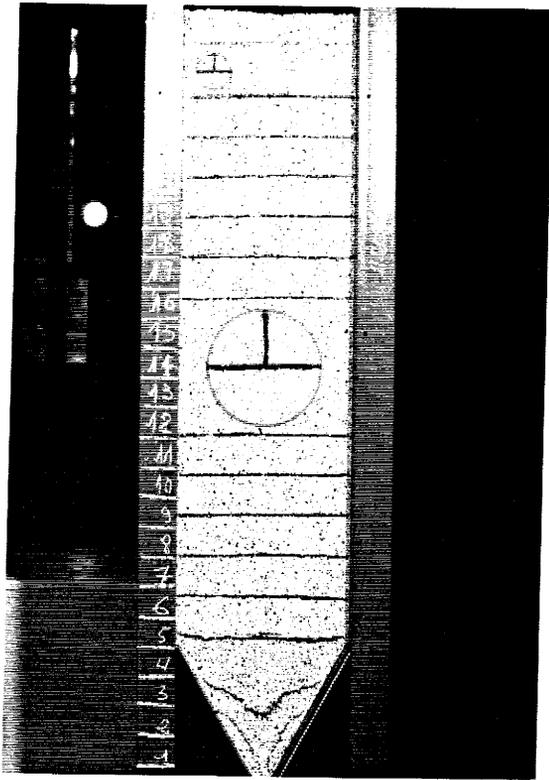




TREMIE 60° INCLUSION 200 mm









REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] ABRIAK N. (1989) Nov.  
Mécanique des milieux granulaires.  
Etude bibliographique.  
E.N.S.T.I.M.D.
- [2] ARIBERT, E. RAGNEAU (1987)  
Modélisation numérique des actions dues à la matière.  
Résumé des différents modèles de calcul aux éléments finis de la  
littérature.  
Rapport I.N.S.A. Rennes.
- [3] AUBRY P. (1974)  
Détermination expérimentale des paramètres de la loi rhéologique  
incrémentale d'un milieu pulvérulent.  
Thèse de doctorat de spécialité.  
Université scientifique et médicale de Grenoble.
- [4] AUVINET G. (1977)  
Structure des milieux pulvérulents.  
Prox. IX ICSMFF Tokyo, vol. 1, pp. 23-26.
- [5] AVERSENC (1990)  
Pathologie des silos.  
Revue française de Géotechnique N° 52.
- [6] BIAREZ, HICHER (1989)  
An introduction to the study of the relation between the mechanics of  
discontinuous granular media, and rheological behaviour of continuous  
equivalent media. Powders and grains, BIAREZ et GOURVEZ.
- [7] BIAREZ, FLEUREAU, INDUCTO, TAIBI, ZIRHONNI (1980)  
Influence of water negative pore pressure on the flow of granular  
material in silo.  
Powders and grains, BIAREZ and GOURVES.

- [8] BIAREZ, BARD (1989)  
Mechanical behaviour of carbon oxyglomerates in relation to the mechanics of discontinuous media. Powders and grains, BIAREZ et GOURVES.
- [9] BIAREZ J. (1962)  
Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des matériaux pulvérulents.  
Thèse de doctorat ès Sciences.  
Faculté des Sciences de l'Université de Grenoble.
- [10] BIAREZ J. and HICHER P.Y. (1989)  
Relation between mechanics of discontinuous granular media and rheological behaviours of continuous equivalent media. Application to compaction.  
Ecole Centrale de Paris.
- [11] BISHARA A.S., MAHMOUD M.H., CHANDRANGSUK (1973)  
Finite element formulation form is to analysis.  
Journal of the structural division U.S.A.  
U.S.A. (1973).
- [12] BLINGHT G.E. (1986)  
Pressure exerted by material stored in situs.  
Part I : material.  
Part II : fine powder geotech. 36.
- [13] BOURDEAU Y. (1977)  
Poussée des sols pulvérulents. Influence des caractéristiques des sols et du modèle d'essai.  
Thèse de doctorat Ingénieur. Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- [14] BATHURST R.J. (1985)  
A study of stress and anisotropy in idealized granular assemblies.  
A thesis submitted to the school of graduate studies and research in partial fulfilment of the requirement of the degree of doctor of philosophy.

- [15] BATHURST R.J. (1985)  
A study of stress and anisotropy in idealized granular assemblies.  
P.H.D. Dissertation, Queen's University of Kingston, Ontario, Canada.
- [16] BATHURST R.J. and ROTHENBURG L. (1988)  
Micromechanical aspects of isotropic granular assemblies with linear contact interactions.  
Journal appl. mech. ASME, SS PA.
- [17] BELOT A. (1964)  
Propriétés mécaniques sous fortes pressions d'un sable gréseux et d'un sable sans cohésion.  
Thèse de spécialité (doctorat) présentée à Grenoble.
- [18] BEVERLOO, LENIMGER H.A., VANVEEDE J. (1961)  
The flow of granular materials through orifices.  
Chemical Engng. Sc. vol. 15, pp. 260-269.
- [19] BOURDEAU P.L. (1986)  
Méthodes d'exploitation numérique des radiographies d'un massif de sol bidimensionnels à déformations planes.  
Gx 75. Rapport interne, EPF, ISRF Laboratoire de mécanique des sols Lausanne EPFL.
- [20] BOUVARD D. (1982)  
Rhéologie des milieux pulvérulents : étude expérimentale et identification d'une loi de comportement.  
Thèse de Doctorat-Ingénieur présentée à Grenoble.
- [21] BRANSBY P.L., BLAIR-FISCH (1973)  
Wall stresses in mass flow bunkers.  
Chem. engng. sc. 29, pp. 1061-1074.
- [22] BROERSMA G. (1972)  
Behaviour of granular materials.  
Stam technical publications. Culembournd. The Netherlands.

BROZZETTI J. et SOROL L. (1986) Mai.

Recherches sur les silos. Rapport annuel 1985-1986.

Description de la base expérimentale d'essais de silos et des capteurs d'efforts de pressions. C.T.I.C.M. n° 7003-4.

BROZZETTI J. (1987)

Projet de spécifications intermédiaires sur les silos métalliques.

Calcul des actions dans les cellules.

Edition VI CTICM. Juin.

BUISSON M. (1943)

Recherche sur les silos (investigations info silos).

Annales du centre d'études techniques du bâtiment et des travaux publics.

Paris. Circulaire n° 12.

CAMBOU B. (1979)

Approche du comportement d'un sol considéré comme un milieu non continu.

Thèse de Doctorat ès Sciences. Université Claude Bernard, Lyon.

CAMBOU B. (1981)

Analyses du comportement des milieux granulaires busées sur leur nature discontinue.

Revue française de géotechnique n° 14.

CAMBOU B. (1985)

Les micromécanismes de déformations plastiques dans les sols granulaires.

Revue française de géotechnique n° 31.

CAMBOU B., SIDOROFF (1985)

Description de l'état d'un matériau granulaire par variables internes statiques à partir d'une approche discrète.

Journal de Mécanique Théorique et Appliquée.

- [30] CAMBOU B. 1987  
Mécaniques des matériaux granulaires. L'approche micro-structurale.  
Manuel de rhéologie des géomatériaux.  
Presse de l'E.N.P.C.
- [31] CHANG C.S. and MISRA A. (1989)  
Theoretical and experimental study of regular packing of granules.  
Journal of engng Mechanics. N° 4 ASCE pp. 704-720.
- [32] CHAPUIS R.P. (1976)  
De la structure géométrique des milieux granulaires en relation avec  
leur comportement mécanique.  
Thèse Docteur Science Appliquée.  
Ecole Polytechnique de Montréal.
- [33] CLERIN J. (1973)  
Compactage sur chemin oedométrique avec et sans vibrations de milieux  
pulvérulents. Remarques sur les essais in-situ.  
Thèse Docteur-Ingénieur présentée à Grenoble.
- [34] COHEN O. et QUASSIM R.Y. (1989)  
Similarity transformations of the Goodman-Cowin equations of granular  
media in preparation.
- [35] CORTE J.F., GARNIER S. (1986)  
Une centrifugeuse pour la recherche en géotechnique.  
Bulletin de liaison des L.P.C. N° 146, pp. 5-28.
- [36] CRUSET J.  
Mesures par la photographie - R 3430 - Techniques de l'Ingénieur.

- 37] COWIN S.C. (1977)  
The theory of static loads in  
Journal of applied mechanics vol. 44, pp. 409-412.
- 38] CRISPEL J.J. (1978)  
Comportement mécanique des matériaux pulvérulents sur des chemins  
triaxiaux de révolution à rapport de contraintes constant.  
Annales de l'I.T.B.T.P. série sols - fondations N° 148.
- 39] CUNDALL P., STRACK O. (1979)  
The development of constitutive laws for soil using the distinct element  
methods.  
Intern. conf. on num. Meth. Geomechanics. Auchen, vol. 1, pp. 289-298.
- 40] CUNDALL P., STRACK O. (1979)  
The distinct element method as a tool for research in granular media.  
Report to the national science foundation concerning.  
NSF Grant. Eng. 76-20711.  
University of Minnesota.
- 41] GORTE, LEPERT (1990)  
Coulabilité des matériaux agro-alimentaires.  
Revue française de Géotechnique N° 52.
- 42] DANTU P. (1957)  
Contribution à l'étude mécanique et géométrique des milieux pulvérulents.  
Proc. 4<sup>th</sup> I.C. S.M.F.E., London.
- 43] DARVE F., LABANIEH (1980)  
Comportement mécanique des milieux granulaires en liaison avec leur  
structure. Comportements rhéologiques et structures des matériaux.  
Groupe Français de Rhéologie. 15<sup>ème</sup> Colloque annuel, Paris.

- [44] DESPEYROUX M. (1958)  
Efforts exercés sur les parois par la matière existée.  
Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics  
n° 131. Novembre.
- [45] DESRUES J. (1984)  
La localisation de la déformation dans les milieux granulaires.  
Thèse de Doctorat ès Sciences présentée à Grenoble.
- [46] DI MAGGIO F.L. & I.S. SANDLER (1971)  
Matériel models for granular soil.  
Eng. Mech. div N° 97, pp. 935-950.
- [47] DURAND R. and CONDOLIOS E. (1956) Mars.  
Ecoulement d'un matériau grenu à travers un orifice circulaire  
(The Flow of granular material through a circular orifice).  
Revue travaux.
- [48] EIBL and ROMBACH (1987)  
Stress and velocity fields at discharging of silos.  
Proc. of numeta. Swansea July.
- [49] EIBL and ROMBACH (1988)  
Consistent modelling of filling and discharging processes in silos.  
Silos. Forschung und Praxitagung.
- [50] EIBL and ROMBACH G. (1988)  
Proceeding international conf. num. meth. geomech. Innsbruck.  
Swoboda Edition, pp. 317-320.
- [51] EIBL and WEIDNER (1987)  
Arbeit und Ergebnisbereich für die Jahre 1985-1986. S.F.B. 219  
Teilprojehf A 2 Karlsruhe.

- [52] EISSAUTIER M. (1986)  
Frottement latéral des pieux en milieu pulvérulent simulation physique.  
Thèse de Doctorat de Spécialité. Grenoble.
- [53] ENSTAD G.G. (1975)  
On the theory of arching in mass flow hoppers.  
Chem. Engng sc. N° 30, pp. 1273-1283.
- [54] EVESQUE P., RAJCHENBACH J. (1988)  
La dynamique du tas de sable.  
Recherche n° 205. Décembre.
- [55] EVESQUE P., RAJCHENBACH J. (1988)  
Instabilité convective dans un tas de sable.  
C.R.Acad. Sc. Paris t. 307, série II, pp. 1-4.
- [56] FAUGERAS J.C. (1979)  
L'essai de compressibilité des sols aux penetromètre statique et son  
interprétation sur modèle analogique.  
Thèse de Doctorat de 3ème cycle  
Université Paul Sabatier, Toulouse.
- [57] FAUGERAS J.C., GOURVES R. (1980) Décembre.  
Distribution des efforts sur les particules d'un milieu granulaire soumis  
à un champ isotrope. Comportements rhéologiques et structures des  
matériaux.  
Groupe français de rhéologie. XV<sup>e</sup> Colloque annuel Paris.
- [58] FAUGERAS J.C., GOURVES R. (1980)  
Mesure des contraintes au sein d'un massif analogique de Schneebeli.  
Revue Française de Géotechnique N° 11.
- [59] FAVRE J.L. (1980) Décembre  
Milieu continu et milieu discontinu.  
Thèse de Doctorat d'état Université Pierre et Marie Curie Paris 6.

- [60] FERRI A. (1978)  
Etude sur modèle analogique bidimensionnel du comportement d'un sol sollicitée par une fondation profonde.  
Mémoire d'ingénieur. Centre universitaire des sciences et techniques de Clermont-Ferrand.
- [61] FROSSARD E. (1978)  
Caractérisation pétrographique et propriétés mécaniques des sables.  
Thèse Docteur-Ingénieur de Géologie présentée à l'Ecole sup. des Mines de Paris.
- [62] GANIOU F. (1990)  
Ecoulement d'un milieu granulaire dans un silo.  
Rapport de stage de D.E.A. de Mécanique U.S.T.L. et E.N.S.T.I.M.D.
- [63] GOODMAN M.A. & COWIN S.C. (1971)  
Two problems in the gravity flow of granular materials.  
Journal of Fluid Mech. N° 45 (2) pp. 321-336.
- [64] GOODMAN M.A. & COWIN S.C. (1972)  
A continuum Theory for granular materials.  
Arch. Rat. Mech. Anal. 44 (4) pp. 249-254.
- [65] GOLDEN J.M. (1984)  
Stochastic models of granular materials.  
Journal of engng mechanics ASCE 110 (EM 11) pp. 1610-1626.
- [66] GOLDEN J.M. (1988)  
Strains and displacements in stochastic stress models.  
Journal of Engineering.
- [67] GOURVES (1981)  
Particule contact indiscrete materials.  
Journal of the Geotechn. engng. division. Volume 107, NO GT Octobre.

- [68] GOURVES R., MEZGHANI F.  
Micromécanique des milieux granulaires. Approche expérimentale utilisant le modèle de Schneebeli.  
Revue Française de Géotechnique.
- [69] GRIVAS D.A. & SKOLNICH M.M. (1989)  
Morphology in particulate media. Proceedings of International Conference on Micromechanics of granular media.
- [70] GHERBI, GOURVES, REYMOND (1989)  
Acoustic analysis of the intergranular failure in the analogical material of schneebili.  
Powder and Grains, BIAREZ et GOURNES.
- [71] HABIB (1987)  
Introduction à la rhéologie des géomatériaux.  
Manuel de Rhéologie Géomatériaux.  
Press E.N.P.C.
- [72] HARR M. (1981)  
Mécanique des milieux formés de particules.  
Presses polytechniques romandes.
- [73] HATAMURA Y. & TAKENCHI T. (1988)  
A new detecting method of granular stresses acting on the silo wall. Proceedings of the 13<sup>nd</sup> International Conference on measurement and control of granular materials Shenyang of China pp. 288-293.
- [74] HATAMURA Y., TAKENCHI T., NAGAO T. (1988)  
Similitude of stresses in silo (from small model silo to large actual silo).  
Proceedings of International Symposium on Scale Modelling Tokyo of Japan, pp. 277-278.

- [75] HAUSSLER U., EIBL J. (1984)  
Numerical investigation on discharging silos.  
Journal of engng. mechanics, vol. 110, n° 6.
- [76] HORN R.M. & NEDDERMAN R.M. (1976)  
Analysis of stress distribution in two dimensional bins by the method  
of characteristic.  
Powder technology, n° 14.
- [77] HORN R.M. & NEDDERMAN (1978)  
Stress distribution in hopper.  
Powder technology n° 59.
- [78] JAKY J. (1984)  
Pressure in silos.  
Proceedings of the second international conference of soil mechanics and  
fondation engineering, vol. 1, pp. 103-107.
- [79] JANSSEN M.A. (1895)  
Versuche über getreihedruck in silozellen-zeiftchrift verein deutscher  
Ingénieur, vol. 39, pp. 1045-1049.
- [80] JENIKE A.W. (1964)  
Steady gravity flow of frictional cohésite solids in converging channels.  
ASME Journal Appl. Mech. n° 86, pp. 5-11.
- [81] JENIKE A.W. and JOHANSON (1977)  
Design. Construction of concrete silo.  
28<sup>th</sup> February and March (1977) Fagernes hotel - Norwegian Society of  
Chartered engieneers.
- [82] JENIKE A.W. (1981)  
The flow and storage of difficult materials.  
I Chem. Eng. Symposium, serie N° 63, Feb.

- [83] JOHANSON (1975)  
Why bulle powder flow ordon't.  
Chemical Technology, vol. 5, n° 9, sept.
- [84] KAMATINI K. (1981)  
A theory of contact force distribution in granular materials.  
Powder Technology (28) 2, pp. 167-172.
- [85] KEEDWELL M.J. (1984)  
Rheology and soil mechanics.  
Elsevar Applied Science Publication.
- [86] KIRBY J.M. (1986)  
Powder Technology N° 47, pp. 75-78.
- [87] KONISHI J. (1973)  
A microscopic study of granular materials during sheasing processes.  
Journal of eng. Shinshus University 34 (179-194) (In Japanese).
- [88] KUHNEMUND (1986)  
Caracteristique specifique des produits en vrac intervenant dans le  
stockage en silo.  
F.E.M., section III, Edition F.
- [89] KUHNEMUND B. (1987)  
Stockage en silos de produits en vrac.  
Extraits de Bühler - Miag. nouvelles 217.
- [90] KHELIL A. (1989)  
Etude du champ de vitesses et de contraintes dans les silos métalliques.  
Thèse de Doctorat INPL Nancy.
- [91] KHELIL, ROTH (1989)  
Theoretical and experimental studies of stresses in full scale silos  
at the chartes experimental base.  
Powders and Grains, BIARES and GOURNES.

- [92] KHELIL, WEISSE, ROTH (1989)  
 Analysis of the flow of granular materials whilst gravitationally emptying a silo.  
 Powders and Granis, BATAREZ et GOURMES.
- [93] KHELIL, ROTH (1990)  
 Spécification des charges et des écoulements dans les silos métalliques.  
 Revue française de Géotechnique N° 52.
- [94] KAMGUEU V. (1979)  
 Contribution à l'étude de l'écoulement granulaire des matériaux pulvérulents ensilés.  
 Thèse de Docteur Ingénieur I.N.S.A. de Rennes.
- [95] LANIER J. (1987)  
 Développements récents des essais au laboratoire Manuel de rhéologie des géomatériaux.  
 Press E.N.P.C.
- [96] LAVENDA B.H. (1985)  
 Brownian motion.  
 Scientific American, vol. 252, N° 2, pp. 56-57.
- [97] LEBROU P. (1983)  
 Contribution à l'étude des champs de contraintes et de déformations au sein d'un milieu granulaire.  
 Mémoire d'ingénieur, centre universitaire des sciences et techniques de Clermont-Ferrand II.
- [98] LEMAITRE M. (1975)  
 Etude des structures dans le domaine du génie civil. Construction d'un code de calcul par éléments finis. Elaboration d'un modèle de la fissuration et de la plastification des pièces en béton.  
 Thèse de Docteur ès-Sciences Physiques.  
 Institut national des sciences appliquées de Lyon.  
 Université Claude Bernard, Lyon I.

- [99] LENCZNER D. (1963)  
An investigation into the behaviour of sand in a model silo.  
The structural Eng. vol. 41, n° 12, Dec. pp. 389-393.
- [100] LENCZNER D. (1963)  
The distribution of pressure in a model silo containing a cement.  
Mag. Conc. Res., vol. 15, n° 44, pp. 101-106.
- [101] LEPERT P., CORTE J.F. (1988)  
Etude de la vidange d'un silo céréaliier métallique, centrifuge 88, Paris.
- [102] LEPERT P., CORTE J.F. (1989)  
Etude d'un silo métallique en centrifugeuse.  
Journal du C.T.I.C.M.
- [103] LEPERT, RANAIVOSON, GOURDON (1989)  
Centrifuge modelling of the flow of a granular medium.  
Powder and Grains BIAREZ et GOURVES.
- [104] LUONG (1990)  
Simulation numérique du champ de contraintes au sein de matières granu-  
laires ensilées. Comparaison avec les mesures in situ.  
Revue française de Géotechnique N° 52.
- [105] MATSUOKA H., NAKAI (1985)  
Relationship among Tresca, Mises, Mohr criteria, soils and foundations.  
Vol. 25, n° 4, pp. 123-128.
- [106] MEZGHANI F. (1987) \*  
Milieux granulaires (Analyse statistique de l'état de contrainte  
macroscopique au sein d'un milieu analogique).  
Thèse de Docteur de l'Université de Clermont II.
- [107] MOHKAM M. (1983)  
Contribution à l'étude expérimentale et théorique du comportement des  
sables sous chargements cycliques.  
Thèse de Doctorat Ingénieur présentée à Grenoble.

- [108] MONNET, GIELLY  
Détermination d'une loi de comportement pour le cisaillement des sols pulvérulents.  
Revue française de géotechnique n° 7, pp. 47-56.
- [109] MONNET J., KASTHER R., COULET C. (1980)  
Détermination d'une loi de comportement contrainte-déformation du matériau de Schneebedi.  
Mécanique des sols appliquée, communications présentées aux Journées Universitaire "Génie Civil" à l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- [110] 1 MONNET J., MENIER B. (1981)  
Rhéologie du matériau de Schneebedi.  
L'application à un capteur.
- [111] MOREAU, L. SOKOL (1979)  
Conception et calcul des silos en acier.  
Rapport 7003-2, C.T.I.C.M. Avril.
- [112] MULLINS W.W. (1974)  
Experimental evidence for the stochastic theory of particule flow under gravity.  
Powder Technology, vol. 9, pp. 29-37.
- [113] MULLINS W.W. (1974)  
Stochastic theory of particule flow under gravity.  
J. Appl. Phys., vol. 43, N° 2, pp. 665-678.
- [114] MULTON J.L. (1982)  
Conservations des grains et graines. Paris.  
Technique et Document Lavoisier.
- [115] NAGAO T. (1984)  
On the principe of similarity in the mechanics of granular materials (1<sup>st</sup> rep.).  
J. Soc. Powder Technology Japan 21, pp. 398-405.

- [116] NAKAI T., MATSHOKA S.H. (1982)  
Deformation of soils in three-dimensional stresses.  
Proc. of litam symp. en deformation and failure of granular materials,  
Delft. pp. 275-285.
- [117] NASCIMENTO (1973)  
Contribution to a theory of internal friction.  
VIII ICSMFE, vol. 2, pp. 299-304, Moscou.
- [118] NEDDERMAN R.M., U. TUZUN (1978)  
A kinematics model for the flow of granular materials.  
Powder Tehnology.
- [119] NEDDERMAN R.M., H. TUZUN, SAVAGE G.T., HONSOLY (1982)  
The flow of granular materials.  
I. Chem. Eng. Science, vol. 37, n° 11, pp. 1517-1609.
- [120] NIELSEN S. (1977)  
Model laws for granular medial and powders with a special view to  
silo models.  
Archives of mechanics, 29, 4 pp. 547-560.
- [121] NORME DIN 1055 (1983)  
Stockage des produits en vrac.  
Doc. DIH 1055 Charge de calcul pour structure, charges en cellules de  
silos  $\emptyset$  3 du point 6 du compte rendu de la réunion du GT 3  
"silos vrac" Paris le 4 octobre.
- [122] OGER L., CHARMET J.C., BIDEAU D., TROADEC J.P. (1986)  
Propriétés mécaniques des milieux pulvérulents.  
2D C.R. Acad. Sc. Paris 302 III : pp. 277-280.

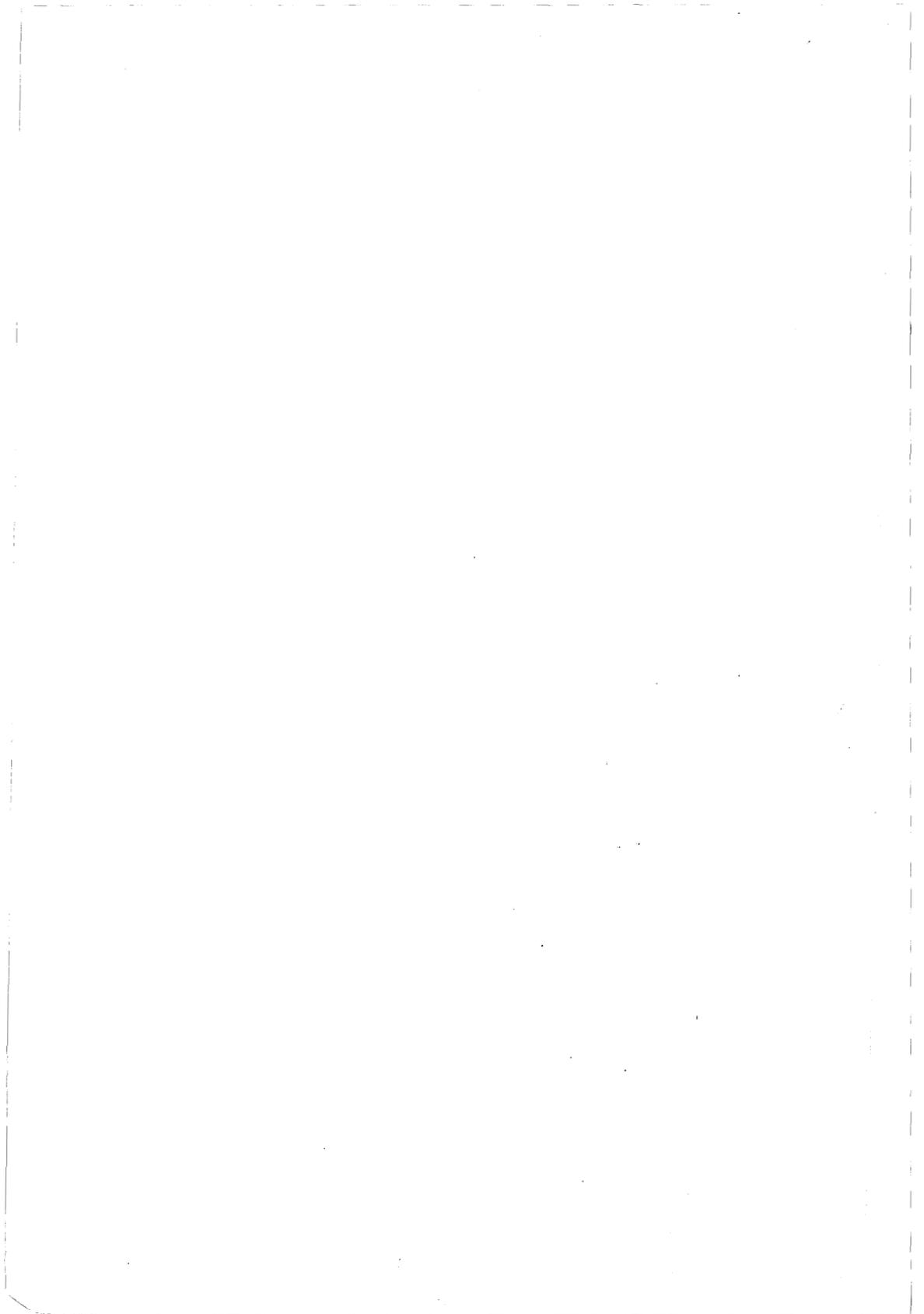
- [123] OGER L. (1987)  
Introduction aux milieux granulaires. Etudes d'empilements modèles  
(extraits d'articles).  
Rapport interne de C.E.R.I.C.H.
- [124] OHMAKI M. (1974)  
Two dimensional deformation of granular materials.  
Proc. 9<sup>th</sup> Annual Conf. Japan Soc. Soil Mech.  
Found. engng. pp. 149-201 (in japanese).
- [125] PARSY F., HENRY J.F. (1982)  
Cours d'élasticité.  
Dunod Université.
- [126] PETITJEAN D. (1980)  
Etude du champ de contrainte en milieu analogique sous une fondation  
superficielle rigide.  
Mémoire d'ingénieur. Centre Universitaire des Sciences et Techniques  
de Clermond-Ferrand II.
- [127] RANAIVOSON (1988)  
Le phénomène d'écoulement.  
Bulletin de liaisons des Ponts et Chaussées, n° 15, pp. 38-43.  
Décembre.
- [128] RAVENET (1986)  
L'écoulement de vidange à l'intérieur des silos.  
Info. vrac N° 24.
- [129] RAVENT (1986)  
Le silo portuaire dans son contexte spécifique.  
Info. vrac N° 24.

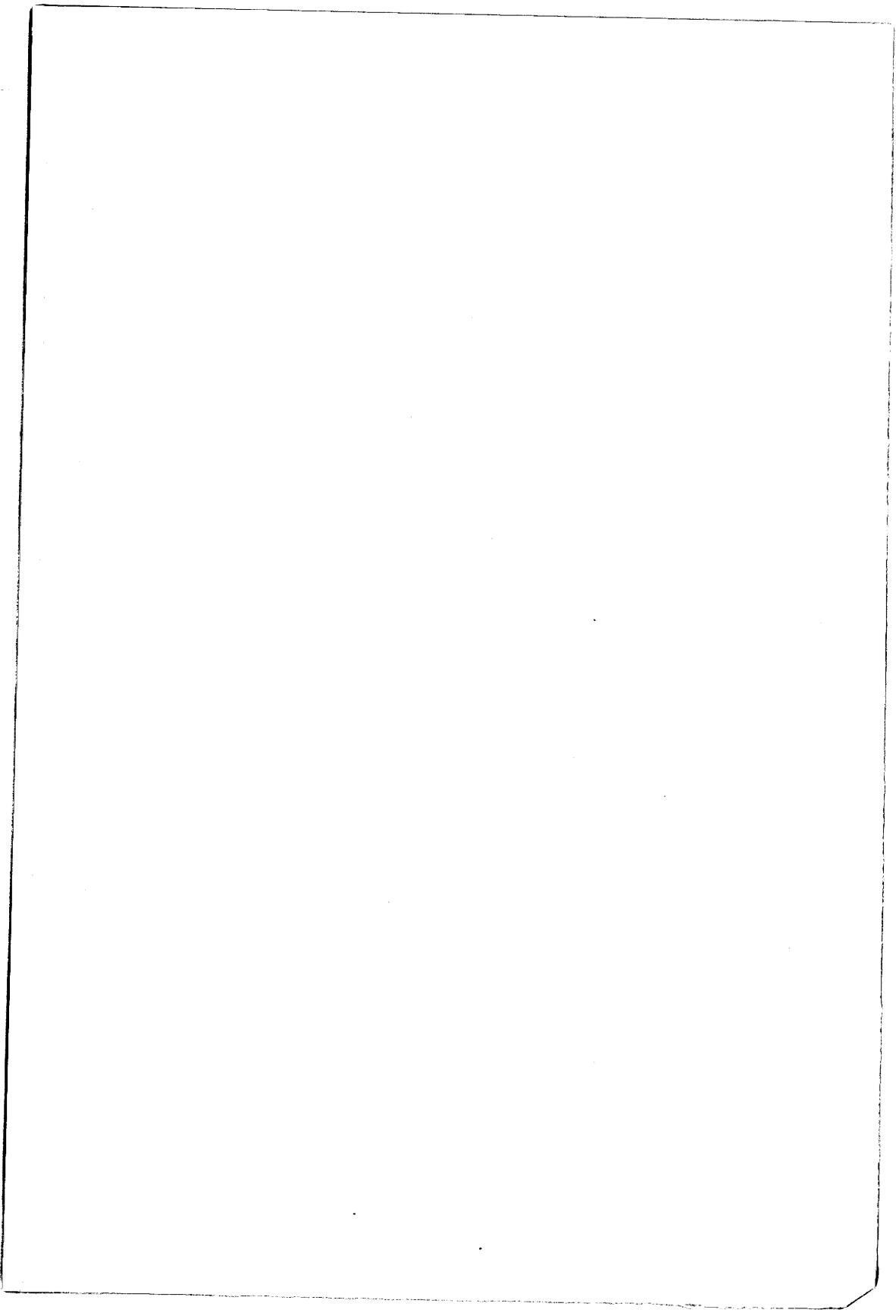
- [130] REIMBERT M. (1943)  
Recherches nouvelles sur les efforts exercés pour les matières pulvérulentes ensilées sur les parois des silos.  
New investigation into the forces exercised by ensiled pulverulent material on the walls of silos.  
Annales de ITBT - March.
- [131] REIMBERT M. (1978)  
Compte rendu de la séance de l'académie des Sciences de Paris du 27 février.  
Report on the session of Academy of Sciences of Paris. Série B.
- [132] REYNAUD X. (1984)  
Contribution à l'étude de la déformation dans les matériaux granulaires.  
Mémoire D.E.A. Grenoble 1984.
- [133] ROBERTS I. (1884)  
Determination of the vertical and lateral pressures of granular substances.  
Proceedings of the Royal Society. Londres.  
Vol. 36, pp. 225-240.
- [134] ROTH J.C. (1987)  
La recherche sur les silos en R.F.A.  
Rapport interne. Mai.
- [135] ROTHENBURG L., SELVADURM A.P.S. (1981)  
A micromechanical definition of the Cauchy stress tensor for particulate media.  
Selvadurai ed. Proc. Int. Symp. on the Mechanical behaviour of Structured Media.  
Ottawa - Ontario. Canada.

- [136] ROTHENBURG L., BATHUROT R.J. (1989)  
An analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials.  
Geotechnique (in Press).
- [137] ROTHENBURG L., BATHURST R.J., MATYAS E.L. (1989)  
Mechanisms of fabric evolution in granular media.  
XII Conference Int. Soc. for soil. Mechan. and found. eng.  
Rio de Janeiro, Brazil.
- [138] SCHLOSSER F. (1974)  
Influence des déformations des grains dans les milieux granulaires.  
Bulletin de liaisons des Ponts et Chaussées, n° 69, p. 897-103.
- [139] SCHNEEBELI G. (1956)  
Une analogie mécanique pour les terres sans cohésion.  
Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences.  
Tome 243, p. 125, Paris.
- [140] SEDON L. (1975)  
Mécanique des Milieux Continus.  
Tomes I et II. Editions UIR, Moscou.
- [141] SKOLNICK M.M., BRECHNER E., MARINEAU P. (1988)  
Morphological algorithms for analysis of geological phase structure  
SPIE Visual Communications and image.  
Proceeding 88 10001 : pp. 154-161.
- [142] SOKOL L. (1984)  
Bin loads in vertical silos.  
International Journal of Bulk materials in silos. Vol. I, N° 1.
- [143] STUTZ P. (1972)  
Contribution à l'étude de la loi rhéologique des milieux pulvérulents.  
Thèse de Doctorat ès Sciences.  
Université Scientifique et Médicale de Grenoble.

- [144] STUTZ P. (1987)  
Contribution à l'étude de la loi rhéologique des milieux pulvérulents.  
Thèse d'Etat. Grenoble.
- [145] TAKENCHI T., NAGAO T., HATAMHRA Y., NAKAJIMA R.  
On the principale of similarity in the mechanics of granular material  
(2<sup>nd</sup> Rep.) J. Soc. Pwoder Techn. Japan 21 : pp. 406-418.
- [146] TRATAPEL G. (1979)  
Contribution à l'étude du comportement mécanique d'un milieu analogique  
bidimensionnel.  
Thèse de Docteur Ingénieur, Université Scientifique et Médicale et  
Institut National Polytechnique de Grenoble.
- [147] TRAVERS T., AMMI M., BIDEAU D., GERVOIS A., MESSAGER J.C., TROADU J.P.  
(1987)  
Uniaxial compression of 2D packings of cylinders. Effects of weak  
disoreler.  
Europhys. left 4 : pp. 329-332.
- [148] TRAVERS T., AMMI M., BIDEAU D. (1988)  
Compression des milieux granulaires, modèles à 2 dimensions.  
Revue Française de Géotechnique N° 43.
- [149] WALTERS J.C. (1973)  
A theoretical analysis of stresses in silos with vertical walls.  
Chem. engng. sc. vol. 21.
- [150] WEBER J. (1965)  
Contribution à l'étude de la mécanique de milieux granulaires.  
Broch. 6<sup>th</sup> I.C.S.M.F.I. Montréal.
- [151] WIENDIECK K. (1968)  
L'anisotropie des milieux pulvérulents et son influence sur le  
tassement.  
Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'







## MOTS CLES

MILIEUX GRANULAIRES

SILO

EVOLUTION DE PARTICULES

CLASSIFICATION DES ECOULEMENTS

MODELE ANALOGIQUE BIDIMENSIONNEL

THEORIE DE JANSSEN

RUGOSITE ET INCLINAISON DE LA TREMIE

ROLE DES INCLUSIONS

## RESUME

L'objectif de notre travail effectué à l'E.N.S.T.I.M.D. est d'améliorer la compréhension de l'écoulement des milieux granulaires. Cette étude a été menée sur un silo bidimensionnel à parois lisses ou rugueuses, à fond plat ou à trémie avec orifice centré ou excentré. Le massif granulaire constitué de rouleaux en PVC peut contenir des inclusions.

Une étude statique consistant à déterminer la distribution des efforts dans un silo chargé ou non a d'abord été effectuée. Les résultats expérimentaux concordent avec la théorie de JANSSEN confortant ainsi la méthode expérimentale. Nous avons ensuite suivi l'évolution d'inclusions et/ou de particules en filmant plusieurs écoulements dans différentes conditions expérimentales. L'analyse image par image nous a donné leurs déplacement et vitesse. Les résultats obtenus avec ce matériau analogique s'accordent avec ceux rapportés en 1979 pour le sable par KAMGUEU et en 1989 pour un silo à blé prototype par KHELIL. Notre modèle se trouve ainsi validé. Notre étude montre aussi que certains phénomènes propres aux écoulements des milieux granulaires s'expliquent qualitativement et quantitativement par la seule considération des déplacements des rouleaux. Par ailleurs, nous avons classé ces écoulements en quatre modes suivant la rugosité et l'inclinaison de la trémie. Le modèle utilisé permet des observations irréalisables sur silos prototypes: l'hypothèse de NEDDERMAN-TUZUN sur le déplacement des grains au niveau de la trémie a ainsi été vérifiée.

This work, accomplished at the E.N.S.T.I.M.D., would lead to understand the flow of granular media out of a silo through an opening aperture. A two-dimensional model with smooth or wrinkled walls, plane bottom or hopper with central (or eccentric hole), has been used with a granular media composed with rolls in PVC (SCHNEBEELI'S model) with eventual inclusions.

A static study of stress distribution, within the material in a silo, confirms the results of JANSSEN'S theory, improving the experimental method. Many flows, under different experimental conditions were recorded and the displacements and velocities of particles and/or inclusions were obtained by an image by image analysis. The results so obtained agree with those noted by KAMGUEU (1979) for sand and KHELIL (1989) for corn in prototype silos. It is shown that, these flows fall into four modes following the rugosity and the inclination of the hopper, the used model permitting observations otherwise unrealizable. The hypothesis of NEDDERMAN and TUZUN on the displacements of grains at the hopper's level is almost perfectly verified. For inclusions, it is shown that their dimension take a predominant part in the mode flow and also on the stress distribution within the model. Some phenomena peculiar to flows of granular media are qualitatively and quantitatively explained by displacements of rolls.