50376 1992 157 60 965

50376 1992 157

N° d'ordre : 875

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE FLANDRES ARTOIS

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE spécialité : électronique

par

Jaouad EL HOUMA

ANALYSES DES EFFETS DES MOUVEMENTS D'AIR DANS LES GALERIES D'ANTIPISTONNEMENT D'UN TUNNEL

BITUBE SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES







Soutenue le 21 fevrier 1992 devant la commission d'examen :

MM

Membre du jury :

R.GABILLARD B.DEMOULIN Y.DAVID P.DEGAUQUE A.BERTRAND AJ.POUILLE M.LEPELTIER Président et directeur de thèse Rapporteur Examinateur Invité Invité Invité

A mes très chers parents A mes frères et soeurs A mes amis

. .

Ce travail de thèse a été réalisé dans le cadre d'un programme de recherche entre l'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE, La SOCIETE EUROTUNNEL et le CONSEIL REGIONAL NORD PAS DE CALAIS.

L'impétrant a bénéficié d'une bourse de thèse co-financée par le CONSEIL REGIONAL NORD PAS DE CALAIS.

Nous tenons à remercier tous ces organismes.

REMERCIEMENTS

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Radio Propagation et Electronique de l'Université des Sciences et Techniques de Lille Flandres-Artois dirigé par Monsieur le Professeur R.GABILLARD.

Je tiens à le remercier de m'avoir accepté dans son laboratoire et dans son équipe et de m'avoir offert de travailler sur un grand projet aussi passionnant qu' EUROTUNNEL.

Je le prie de bien vouloir trouver ici l'expression de toute ma reconnaissance et de mon plus profond respect pour les nombreux conseils, le soutien constant et les multiples encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer tout au long de ce travail.Ceux ci ont été déterminants pour son aboutissement. Enfin je lui adresse mes plus vifs remerciements d'avoir accepté la présidence de ce jury.

Je remercie Monsieur B.DEMOULIN Maître de conférence de l'Université de Lille I, de m'avoir fait l'honneur de juger mon travail et de participer au jury. Qu'il veuille bien trouver ici l'expression de ma reconnaissance.

J'adresse mes plus sincères remerciements à Monsieur Y.DAVID, Directeur du CRESTA, qui assure la tâche de rapporteur de cette thèse.

Mes remerciements vont également à Monsieur le Professeur P.DEGAUQUE de l'Université de Lille I, qui a bien voulu accepter d'examiner ce travail et de participer au jury d'examen.

Monsieur A.BERTRAND, Directeur Général de l'Exploitation et de la Sécurité d'EUROTUNNEL, Monsieur AJ.POUILLE, Directeur des Transports au Conseil Régional Nord-Pas de Calais, et Monsieur M.LEPELETIER, Ingénieur en chef à la Société Hydratec, ont accepté de participer au jury d'examen, qu'ils veuillent trouver ici l'expression de ma déférente gratitude. Enfin, que tous les membres du laboratoire que j'ai côtoyés durant ces années, et grâce auxquels ce travail a pu s'effectuer dans une ambiance agréable, trouvent ici l'expression de ma reconnaissance et de ma sympathie.

Mes remerciements vont à Monsieur DEHORTHER qui a assuré la reproduction de ce manuscrit.

SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE

Chapitre I : Effet du vent sur les wagons

INT	RODI	JCTION	I-1
I.1	Descri	ption sommaire du tunnel sous la Manche	I-2
I.2	Evalua	ation de la vitesse du vent circulant dans les PRD	I-3
	I.2.1	Données aérodynamiques et torseur des forces I.2.1.1 Les données numériques I.2.1.2 Calcul des composantes du torseur I.2.1.3 Bras de levier	
I.3	Descr	iption de la suspension du wagon	I-7
	I.3.1 I.3.2	Suspension primaire Suspension secondaire I.3.2.1 Coussin pneumatique et suspension de secours. I.3.2.2 barre d'anti-roulis I.3.2.3 Couple de rappel du roulis I.3.3.1 Le pivot de bogie I.3.3.2 Force de rappel du tamis	
I.4	<u>Origir</u>	ne des données	I-14
I .5	Etude	des mouvements du wagon créés sous l'effet du vent des	I-15
PR	D et m	lise en équations	
	I.5.1 I.5.3 I.5.3	Mouvement du Tamis Mouvement du Lacet Mouvement du roulis I.5.3.1 Couple de la suspension primaire I.5.3.2 Couple des suspensions secondaires et barres d'anti-roulis I.5.3.3 Couple de renversement I.5.3.4 Equilibre de la caisse du wagon en statique I.5.3.5 Equilibre de la caisse du wagon en dynamique	
	I.5.4	Couplage Tamis Lacet et Roulis	

I.5.4.1 Effet du mouvement du roulis sur les mouvements tamis et lacet

I-24

I.4.5.2 Effet des mouvements de lacet et de tamis sur le roulis.

CONCLUSION			
------------	--	--	--

CHAPITRE II : CHOIX DE LA METHODE NUMERIQUE

II 1 Méthodes numériques de résolution d'équations différentielles	
II.1 <u>Memores numeriques de resolution à equations unterentienes</u>	II-2
II.1.1 Résolutions par des méthodes indirectes	
II.1.1.1 La Méthode d'EULER	
II.1.2 Résolution numérique d'équations différentielles par	
des méthodes directes	
II.1.2.1 La méthode matricielle	
II.1.2.2 La méthode double intégrale	
II.2 Application des différentes méthodes numériques de résolution	II-9
à notre problème	
II.2.1 Résolution numérique des deux systèmes (II.5) et (II.6)	
par la méthode d'EULER.	
II.2.1.1 Préambule	
II.2.1.2 Programmation de la méthode d'EULER	
II.2.1.3 Interprétation des résultats obtenus par la méthode d'E	EULER

II.2.2 Résolution numérique des deux systèmes (II.5) et (II.6) par la méthode matricielle

II.2.2.1 résolution du système(II.5)

II.2.2.2 résolution du système (II.6) avec la méthode matricielle

II.2.3 Résolution numérique des deux systèmes d'équations différentielles par la méthode double intégrale

II.2.3.1 résolution du système (II.5)

II.2.3.2 résolution du système (II.6)

II.2.3.3 Interprétation des résultats obtenus par la méthode Double Intégrale.

II.3 Comparaison des résultats obtenus par les différentes méthodes.	II-18
CONCLUSION	II-20

Chapitre III : Simulation de la réponse du wagon au vent

INTRODUCTION	III-1
III.1 Données de la simulation	III-2
III.2 Mouvements élémentaires : Tamis, Lacet et Roulis	III-3
III.3 <u>Elément de confort</u>	III-6
III.3.1 Inconfort des passagers	
III.4 <u>Déplacement de la corne du toit</u>	III- 11
III.5 Simulation du lâcher de la caisse du wagon	III-15
III.6 Risque de résonnance	III-16
CONCLUSION	III-17

•

CONCLUSION GENERALE

BIBLIOGRAPHIE

.

ANNEXES

INTRODUCTION

GENERALE

Le principal souci d'EUROTUNNEL est de s'assurer et de la sécurité et du confort de ses voyageurs, par conséquent, de la fiabilité de son système de transport. Dans cet objectif, elle a fait effectuer des études pour déterminer les différents risques que pourraient courir ses navettes et évaluer le niveau de confort proposé à ses passagers.

Le professeur R.GABILLARD directeur du *L.R.P.E*⁽¹⁾ s'est intéressé aux problèmes de sécurité des futures navettes Trans-manche depuis 1987.

L'un des problèmes étudié par ce laboratoire et qui fait l'objet de nos travaux de thèse est : <u>L'effet du vent des galeries d'antipistonnements sur la sécurité des navettes et le confort des voyageurs</u>.

En effet, lorsque une navette roulera dans le tunnel, sa grande surface frontale obstrue une part très importante de la section du tunnel et la rame agit comme un piston qui comprime l'air du tunnel devant elle et qui crée une dépression derrière elle. Pour vaincre ces deux effets, il faudrait dépenser une énergie électrique considérable. Pour éviter cela, il est prévu de construire tous les 250 mètres des tubes de 2 mètres de diamètre qui font communiquer les deux tunnels ferroviaires. On les appelle **PRD** (**P**resure **R**elief **D**ucts) ou galeries d'antipistonnements.

Grâce à ces **PRD**, l'air comprimé à l'avant d'une navette peut s'échapper vers l'autre tunnel, et l'air de cet autre tunnel peut venir combler la dépression qui existe à l'arrière de la navette. Il en résulte dans ces tubes de régularisation de pression de violents courants d'air dont la vitesse peut atteindre les 250 Km/h.

Les dimensions exceptionnelles des wagons de la navette Trans-manche leur confèrent une grande sensibilité au vent. En effet, lorsqu'il frappe la paroi du wagon, le vent peut les induire dans des mouvements préjudiciables au confort des touristes, qui peuvent devenir dangereux s'il se produit une résonance entre la période propre d'oscillations des suspensions des bogies et la périodicité avec laquelle le wagon passe devant les **PRD**.

⁽¹⁾*L.R.P.E* : *L*aboratoire de *R*adio *P*ropagation et *E*lectronique -U.R.A. C.N.R.S N° 837 USTL - Villeneuve d'Ascq.

Pour répondre à ces questions, nous avons conçu un programme informatique de simulation dynamique du comportement des wagons sous l'effet des percussions des courants d'air des PRD. Celui-ci doit tenir compte des suspensions du wagon et de la réaction du bogie.

Dans le premier chapitre, nous allons parler des formes d'excitation auxquelles sera soumis le wagon, puis nous allons décrire les étages de suspensions du wagon et leurs liaisons et enfin nous allons mettre en évidence les différents mouvements créés sous l'effet du vent des PRD et écrire leurs équations.

Dans le deuxième chapitre, en vue d'une exploitation de ces équations par le programme informatique, nous avons testé plusieurs méthodes numériques de résolutions d'équations et de systèmes d'équations différentielles.

Nous avons comparé les stabilités et les précisions obtenues par chacune de ces méthodes ainsi que leur temps de calculs.

Cette étude nous a permis de choisir la méthode "double intégrale" qui présente le meilleur compromis : précision et rapidité.

Dans le dernier chapitre, en fonction des valeurs obtenues pour les mouvements du wagon dans différentes configurations de trafic, nous répondons aux questions posées :

Y a t-il un risque de collision entre le wagon et la voûte du tunnel?

Quels effets les amplitudes de ces mouvements auront-elles sur le confort des touristes?

Peut il se produire pour certaines vitesses de trafic des phénomènes de résonances?

<u>Chapitre I</u>

EFFET DU VENT SUR LES

WAGONS

.

INTRODUCTION

Nous étudions dans ce chapitre, l'effet dynamique du vent sur les navettes circulant dans le tunnel trans manche.

Dans une première partie nous présenterons l'architecture du projet EUROTUNNEL, les suspensions des wagons et les modes d'excitations des navettes.

Dans une deuxième partie, nous mettrons en évidence les différents mouvements du wagon créés, par le vent existant dans les tunnels. Nous expliciterons enfin la mise en équation de ces mouvements.



<u>figure I.1</u>

I.1 Description sommaire du tunnel sous la Manche

Le génie civil du système de transport EUROTUNNEL est composé de deux longs tunnels (cf fig I.1) (l'un pour l'aller, l'autre pour le retour), de 50,5 km de long et de 7,30 m de diamètre (dont 38 km sous le détroit de la manche à 100m au dessous du niveau de la mer et à 40 m sous le fond de la mer). Entre les deux tunnels, parallèles et distants de 30 m, passe une galerie de service. Elle servira à l'accès des équipes d'entretien, et de secours en cas de danger.

Les deux tunnels sont reliés directement entre eux tous les 250 m par des galeries d'<u>anti-pistonnement</u> (cf fig I.2) appelées encore <u>PRD</u> (Presure Relief Ducts), de 2 m de diamètre. Leur rôle est d'assurer une bonne circulation de l'air dans les deux tunnels, afin de diminuer la résistance à l'avancement des trains.

Les deux tunnels seront encore reliés tous les 375 m par un rameau de liaison à la galerie de service (*cf fig I.2*). L'accès à cette galerie se fait par l'intermédiaire de portes placées de chaque côté du tunnel, qui ne seront ouvertes qu'en cas de danger nécessitant l'évacuation des passagers d'une navette (par exemple incendie).Cette communication n'aura donc aucun effet sur la pression dans les tunnels puisque les portes seront fermées en service normal.



Figure I.2

Le tunnel et ses ouvrages annexes



Planche I.1 Les courbes CFy,CMI et CMn pour les

I.2 Evaluation de la vitesse du vent circulant dans les PRD

Lorsqu'une navette roulera dans le tunnel, sa grande surface frontale bouchera une part très importante de la section du tunnel. La navette agit donc comme un piston qui comprime l'air du tunnel devant elle et qui créé une dépression derrière elle.

Grâce aux PRD reliant tous les 250 m les deux tunnels, l'air comprimé à l'avant d'une navette peut s'échapper vers l'autre tunnel, et l'air de cet autre tunnel peut venir combler la dépression à l'arrière de la navette.

L'échange d'air entre les deux tunnels provoque des courants d'air dans les PRD. Des études ont montré [ref 1] que la vitesse peut atteindre les 250 km/h.

La violence de ces courants d'air ne sera pas sans effet sur les navettes. En effet le passage de l'air comprimé à l'avant de la navette vers l'autre tunnel aspire le wagon de tête, et l'arrivée de l'air de l'autre tunnel pour combler la dépression à l'arrière de la navette souffle sur le wagon de queue.

Les données numériques de ces deux modes d'excitation des navettes (Soufflage et Aspiration) de même que les formules utilisées pour déterminer le torseur des efforts aérodynamiques appliqués aux wagons par le flux d'air des PRD sont extraites du rapport [ref 2]. Ces valeurs proviennent des essais effectués sur la maquette de l'institut Aérotechnique de St CYR [ref 3].

I.2.1 Données aérodynamiques et torseur des forces

I.2.1.1 Les données numériques

Nous disposons de quatre courbes normalisées (CFy(t), CFz(t), CMl(t) et CMn(t))pour chaque mode d'excitation, la *planche I.1* illustre les quatre courbes du mode Aspiration, ainsi que celles du mode Soufflage.

Les courbes CFy(t) et CFz(t) sont les mêmes.

De ces courbes, nous pourrons déterminer les composantes de la force latérale (Fy), de la force de portance (Fz), du moment de roulis (Ml) et du moment de lacet (Mn) (cf fig I.3).



vue de face



Chacune de ces composantes est variable dans le temps, en fonction de la position du centre du wagon par rapport à l'axe du PRD (cf fig I.4).



L : longueur du wagon DDC Xg : position relative du milieu par rapport à l'axe du PRD

vue de dessus



I.2.1.2 Calcul des composantes du torseur

Les valeurs à tout instant des composantes du torseur s'expriment au moyen des formules suivantes:

$$\begin{split} F_{y}(t) &= CF_{y}(t) \ C_{y} \rho \ V^{2}_{r} \ S_{r} \ K \\ F_{z}(t) &= CF_{z}(t) \ C_{z} \rho \ V^{2}_{r} \ S_{r} \ K \\ Ml(t) &= CMl(t) \ Cl \rho \ V^{2}_{r} \ S_{r} \ H \ K \\ Mn(t) &= CMn(t) \ C_{y} \rho \ V^{2}_{r} \ S_{r} \ L \ K \end{split}$$

avec :

$\rho =$	Densité de l'air.
$S_r =$	Section du PRD.
H =	hauteur du wagon.
L =	longueur wagon.
$V_r =$	vitesse du vent dans le PRD (en m/s).
K =	facteur de correction tenant compte du mouvement longitudinal du
	wagon et des incertitudes

Cfy(t), Cfz(t), CMl(t) et CMn(t) sont des courbes adimensionnelles normalisées (planche I.1).

Cy,Cz et Cl sont des paramètres aérodynamiques, ils sont variables en fonction de la vitesse de l'air dans le tunnel, de la forme de l'arrondi du toit et de la position transversale du wagon par rapport à l'axe du tunnel, ainsi que de la porosité du quai.

La vitesse V_r du vent dans le PRD est reliée à la vitesse V_t du train par la formule:

$$V_{\rm r} = 3.6 \, \frac{V_{\rm t} \, \rm J}{K_{\rm r}^{0.4}}$$

avec :

 K_r : Coefficient de perte de charge dans le PRD

J : Facteur dépendant du type de circulation envisagé.

J=0.37 Trafic normal

J=0.63 Situation exceptionnelle



figure I.5

Bras de levier Wagon sous l'effet de l'aspiration des PRD

			·/			
		Trafic normal		Situa	tion	
				Exceptionnelle		onnelle
_		Aspiration	Soufflage	Aspiration	Soufflage	
	J	0.37	0.37	0.63	0.63	
	K	1.95	1.95	1.95	1.95	
	Kr	1.80	1.80	1.80	1.80	
	Cl	0.28	0.10	0.28	0.10	
	Су	0.50	0.52	0.50	0.52	
	Cz	0.06	0.03	0.06	0.03	

Le tableau 1 donne les valeurs numériques des coefficients que nous avons utilisées et pour une vitesse de 140 Km/h.

TABLEAU 1

I.2.1.3 Bras de levier

En appelant **OB** la distance du point **O** à la ligne d'action de la résultante des deux forces $F_Z(t)$ et $F_V(t)$ (*cf fig I.5*), nous devons avoir :

$$|Ml(t)| = OB \sqrt{F_y(t)^2 + F_z(t)^2}$$

Soit d'après les composantes du torseurs (§ I.2.1.2) du fait que les valeurs maxima des fonctions normalisées CFy(t), CFz(t) et CMl(t) sont égales à 1 :

$$OB = \frac{H Cl}{\sqrt{C_y^2 + C_z^2}}$$

Mais la caisse du wagon ne pivote pas autour du point O situé dans le plan des rails. Elle pivote autour d'un centre de roulis situé au-dessus du plan de rails. Il en résulte que les bras de levier efficace.



I.3 Description de la suspension du wagon

Les réponses aux questions posées dépendent de la suspension des wagons nous allons donc dans ce chapitre décrire cette suspension.

Nous limiterons notre étude aux wagons double pont et simple pont des navettes touristes (Wagon DDC et SDC) destinées au transport des véhicules automobiles de hauteur inférieure à 2 m (Wagon DDC) ou supérieure à 2 m (Wagon SDC).

Ces deux types de wagons sont équipés des mêmes bogies (Bogie ACR n° 01-163-004) ils ont donc la même suspension.

Le wagon est constitué de quatre essieux, deux bogies et une caisse. Ces trois ensembles d'éléments sont reliés entre eux par des suspensions appelées respectivement **suspension primaire** et **suspension secondaire**, disposées en série. Pour décrire ces différentes suspensions, nous allons présenter les éléments qui relient les essieux aux bogies et les bogies à la caisse.

I.3.1 Suspension primaire

La suspension primaire assure la liaison entre les essieux et le châssis de bogie.

Cette suspension primaire est constituée de quatre assemblages, dont chacun est composé d'un amortisseur et de plusieurs ressorts emboîtés les uns dans les autres (cf fig I.6), dont les coefficients de rigidité sont distincts. Chaque assemblage est logé entre une boite d'essieu et le longeron du bogie.

Chaque boite d'essieu est portée par un bras qui s'articule au longeron du bogie.

Le débattement de ces bras est limité dans le sens du soulèvement à une valeur maximum de 45 mm par une butée. Il existe quatre butées, deux par essieux. Ces butées limitent ainsi l'angle de roulis du châssis de bogie par rapport au plan des essieux à une valeur maximale de 45 milli-radians.



Planche I.2

Courbe effort déplacement d'une suspension primaire

Origine : ALSTHOM CREUSOT RAIL

TML ESSAI VOM.DAT

La planche I.2 (Courbe effort déplacement vertical par boite d'essieu), nous fournit la force développée par cet assemblage de ressort de la suspension primaire (par coté de bogie) en fonction du déplacement vertical de chaque boite d'essieux.

Cette courbe est composée de trois segments. En effet, l'assemblage est constitué de trois groupes de ressorts. Le premier segment montre les limites de compression du premier groupe de ressorts, le deuxième segment montre les limites de compression du premier et du second groupe de ressorts qui entrent en fonction pour augmenter la rigidité, enfin le troisième segment correspond à la compression simultanée des trois groupes de ressorts.



÷

Bogie vue de face

I.3.2 <u>Suspension secondaire</u>

I.3.2.1 Coussin pneumatique et suspension de secours.

Le wagon possède une suspension secondaire à air constitué de quatre coussins pneumatiques chacun d'eux est placé entre le longeron du bogie et la caisse du wagon (cf fig I.7).

A l'intérieur de chaque coussin pneumatique est située une suspension de secours (cf fig I.8) constituée d'un groupe de ressorts logé dans une boite en dessous du coussin pneumatique. Ces ressorts entrent en action chaque fois que le coussin pneumatique est dégonflé ou aplati de plus de 30 mm. En outre, dès que ce ressort est comprimé de plus de 35 mm, une butée intervient pour limiter sa course.



<u>figure I.8</u>

coussin pneumatique .Bogie vue de côté



figure I:9 Barre d'anti-roulis (Bogie vue de côté)

I.3.2.2 barre d'anti-roulis

Le wagon possède deux barres d'anti-roulis. Leur rôle est d'augmenter le couple de rappel des coussins pneumatiques s'appliquant au moment de roulis de la caisse. Elles sont comme nous pouvons le voir sur la figure (*fig I.9*), constituées par des barres de torsions placées à l'intérieur de l'un des tubes reliant les deux longerons de chaque bogie. A chaque extrémité de ces barres est fixée une équerre où se trouvent articulés d'un côté une bielle de liaison avec la caisse, et de l'autre côté un amortisseur fixé par son autre bout au longeron du bogie.



Planche I.3

Couple de rappel de la suspension secondaire en fonction de l'angle de roulis de la caisse du wagon

I.3.2.3 Couple de rappel du roulis

Lorsque le wagon est au repos sur une voie horizontale l'angle de roulis Ψ_s de la caisse du wagon par rapport au châssis de bogie est maintenu à une valeur nulle par le couple résultant des couples individuels des quatres coussins pneumatiques sur lesquels reposent la caisse et les deux barres antiroulis.

La planche I.3 montre la valeur du couple de rappel de l'ensemble : coussin pneumatique, suspension de secours et barre d'anti-roulis de chaque bogie en fonction de l'angle de roulis Ψ de la caisse du wagon par rapport au châssis de bogie.

Comme nous pouvons le remarquer sur la planche I.3 ce couple est proportionnel à l'angle Ψ tant que celui ci est inférieur à 30 milli-radians. Au-delà l'augmentation du couple est due à l'entrée en action des ressorts de la suspension de secours placés à l'intérieur des coussins pneumatiques, Au delà de 65 milli-radians, l'angle Ψ est limité par des butées sèches.



Pivot de bogie (Bogie vue de dessus)

I.3.3 Liaison entre la caisse du wagon et ses bogies.

I.3.3.1 Le pivot de bogie

Chaque bogie est entraîné par la caisse (à laquelle est appliqué l'effort de traction par ses attelages) au moyen d'un pivot de bogie.

Le pivot de bogie est un ensemble mécanique articulé (cf fig I.10) qui permet à la caisse d'effectuer plusieurs mouvements par rapport au bogie.

Le premier mouvement est une rotation du bogie autour d'un axe vertical. Ce degré de liberté est indispensable pour que le wagon puisse prendre une courbe. Mais, notre étude étant limitée aux mouvements induits par le soufflage et l'aspiration des PRD sur les wagons en alignement droit dans le tunnel, nous ne nous y intéresserons pas.

Les autres mouvements permis par le pivot de bogie sont:

Le pompage : déplacement vertical de la caisse par rapport au bogie.

<u>Le roulis</u> : inclinaison de la caisse autour de son axe longitudinal d'un angle Ψ_s par rapport au plan du châssis de bogie.

<u>Le tamis</u> : déplacement transversal de la caisse d'une distance Y par rapport au centre du bogie.

La combinaison du roulis et du tamis résulte en un mouvement appelé <u>Ballant</u> en terminologie ferroviaire.

Les figures I.10 et I.11 montrent le pivot de bogie en plan et en élévation. Les deux bielles visibles sur la figure I.10 assurent l'entraînement du bogie tout en permettant les divers degrés de liberté que nous venons de mentionner. Enfin sur la même figure (*cf fig* I.10) on peut voir deux amortisseurs qui interviennent dans le comportement dynamique des mouvements transversaux de la caisse.





Courbe de compression de la butée sèche

I.3.3.2 Force de rappel du tamis

Lorsque le wagon est au repos sur une voie horizontale, le déplacement transversal Y du centre du pivot de bogie par rapport au centre du bogie est ramené à une valeur nulle par des forces qui entrent successivement en action au fur et à mesure de l'augmentation de Y.

De 0 à 15 mm la force de rappel de Y est simplement due à la raideur transversale des coussins pneumatiques.

Au-delà de 15 mm le caoutchouc du coussin vient s'appuyer sur une jupe qui le coiffe comme le montre la figure I.11 ; ceci a pour effet d'augmenter sa raideur transversale.

Enfin si Y dépasse 35 mm, un tampon de caoutchouc (encore appelé "butée progressive") fixé sur le pivot de bogie, vient en contact avec une plaque soudée sur le châssis de bogie (butée sèche), qui exerce une force croissant rapidement avec son écrasement. L'évolution de cette force en fonction de la compression du tampon est montrée sur la planche I.4. Pour la valeur de 50 mm de Y ce tampon est entièrement écrasé et Y ne peut plus augmenter.



<u>figure I.11</u> Pivot de bogie vue de façe



PLANCHE I.5
La planche I.5 montre ces diverses zones de la force de rappel F(Y) pour plusieurs valeurs de la masse de la caisse et également dans le cas où les coussins pneumatique sont dégonflés.

I.4 Origine des données

Les valeurs numériques que nous avons utilisées pour les rigidités verticales et transversales de la suspension secondaire, pour la rigidité verticale non linéaire de la suspension primaire, ainsi que pour les coefficients de viscance des divers amortisseurs du bogie ALSTHOM, sont extraites du rapport [REF 5]. De même les données concernant les dimensions et les masses ont été extraites de ce même rapport et sont explicitées en Annexe 1.



Figure I.12

Mouvement du tamis déplacement tranversal de la caisse du wagon

I.5 <u>Etude des mouvements du wagon créés sous l'effet du vent des PRD et mise en</u> équations

A chaque passage en face d'un PRD, le wagon va être soumis à une excitation de la part du vent provenant des PRD, provoquant ainsi plusieurs mouvements du wagon, dont trois seulement vont être pris en compte pour notre étude, soit les mouvements du Tamis, du Lacet et du Roulis.

Pour cette étude nous supposons que le dévers de la voie est nul.

I.5.1 Mouvement du Tamis [ref 6]

C'est un mouvement transversal de la caisse du wagon (cf fig I.12).

La caisse du wagon est rappelée à sa position d'équilibre par les efforts transversaux de la suspension secondaire.

L'équation du mouvement s'écrit alors:

$$M \frac{d^{2}y}{dt^{2}} + 4 A \frac{dy}{dt} + F(y) = F(t)$$
(I.1)

avec :

M : Masse de la caisse du wagon et de son chargement.

A : Coefficient des amortisseurs transversaux.

- F(y) : Force de rappel non linéaire.
- F(t) : Force d'excitation du vent.



I.5.3 Mouvement du Lacet [ref 7]

C'est un Mouvement de rotation de la caisse du wagon autour de l'axe vertical passant par le centre de gravité de la caisse (cf fig I.13).

Les suspensions transversales vont intervenir pour ramener la caisse du wagon à sa position d'équilibre, les relations entre le couple de paramètre (Y, λ) et le couple de paramètre (Y1, Y2) sont :

$$\begin{cases} Y = \frac{1}{2} (Y1 + Y2) \\ \lambda = \frac{1}{2l} (Y1 - Y2) \end{cases}$$
 et inversement
$$\begin{cases} Y1 = Y + \lambda l \\ (I.2) \\ Y2 = Y - \lambda l \end{cases}$$

l étant la demi distance entre le pivot de bogie avant et le pivot de bogie arrière, λ étant l'angle de rotation de la caisse, que nous considérons assez petit pour pouvoir le confondre avec son sinus.

Y1 (resp Y2) étant l'écartement du pivot de bogie avant (resp arrière) par rapport à l'axe de la voie.

Y étant l'écartement du centre de gravité de la caisse du wagon par rapport à l'axe de la voie.

L'équation du mouvement transversal de la caisse du wagon (Mouvement du tamis) est :

$$M\frac{d^{2}Y}{dt^{2}} + 4 A\frac{dY}{dt} + F(Y1) + F(Y2) = F(t)$$
(I.3)

L'équation du Mouvement du Lacet de la caisse du wagon est :

$$I \frac{d^2 \lambda}{dt^2} + B \frac{d\lambda}{dt} + \ell F(Y1) - \ell F(Y2) = \ell(t)$$
(I.4)

Nous remplaçons dans les équations (I.3) et (I.4) les variables Y et λ par leurs valeurs Y1 et Y2 données par les relations (I.2) et (I.4) ce qui nous permet d'obtenir le nouveau système (I.5) :

$$\begin{cases} M \frac{d^2 Y_1}{dt^2} + (1 + \frac{M\ell^2}{I})(\frac{A}{2}\frac{dY_1}{dt} + F(Y_1)) = F(t) + \frac{M\ell}{I}c(t) - (1 - \frac{M\ell^2}{I})[\frac{A}{2}\frac{dY_2}{dt} + F(Y_2)] \\ M \frac{d^2 Y_2}{dt^2} + (1 + \frac{M\ell^2}{I})(\frac{A}{2}\frac{dY_2}{dt} + F(Y_2)) = F(t) - \frac{M\ell}{I}c(t) - (1 - \frac{M\ell^2}{I})[\frac{A}{2}\frac{dY_1}{dt} + F(Y_2)] \end{cases}$$
(I.5)

avec:

M : masse de la caisse du wagon et de son chargement.

A : coefficient des amortisseurs transversaux.

- I : moment d'inertie de la caisse du wagon et de son chargement par rapport à l'axe vertical passant par son centre de gravité
- B : coefficient d'amortissement du mouvement angulaire de lacet B=A l^2 puisque il s'agit des mêmes amortisseurs transversaux
- F(t) : force du vent exercée sur la caisse du wagon pendant son passage devant l'orifice des PRD.

 $\ell(t)$: couple sur la caisse du wagon pendant son passage au niveau du PRD par rapport au centre de gravité



I.5.3 Mouvement du roulis [ref 8]

C'est un mouvement de rotation de la caisse du wagon autour de l'axe longitudinal (cf fig I.14).

En fait, au cours du passage de la caisse du wagon de queue (resp de tête) de la navette au niveau du PRD, elle va être soumise à un soufflage (resp aspiration). Ceci provoque une inclinaison de la caisse du wagon.

Le point d'impact du flux d'air provenant des PRD sur la paroi du wagon se trouve à une distance OZ au dessus du plan du rail.

Les suspensions secondaires, primaires et les barres d'anti-roulis vont intervenir pour ramener la caisse du wagon à sa position d'équilibre.

Le mouvement du roulis fait intervenir en série le couple des suspensions primaires puis les couples des suspensions secondaires. Le couple des barres d'antiroulis interviennent au cours de ce mouvement.

Pour la mise en équation de ce mouvement nous allons procéder par étape.

I.5.3.1 Couple de la suspension primaire

Le déplacement vertical du longeron de bogie exerce une force sur les ressorts de l'assemblage constituant la suspension primaire.

soit F1 (resp F2) la force produite sur l'assemblage gauche (resp droit) d'un essieu. Le couple de force produit est:

couple =
$$\frac{\overline{DP}}{2}$$
 (F1 - F2)

Or le wagon est composé de quatre essieux, donc le couple de la force produit par la suspension primaire est:

$$\mathcal{C}_{pw} = 2 (F1 - F2) \overline{DP}$$
(I.6)

avec :

 $\overline{\text{DP}}$ la distance séparant les boites d'essieux

F1 (resp F2) étant la force développée par les ressorts de suspensions des boites d'essieux côté droit (resp gauche).

I.5.3.2 Couple des suspensions secondaires et barres d'anti-roulis

Le couple produit par les deux suspensions secondaires et les barre d'anti-roulis est :

$$C_{\rm sw} = C_{\rm s} \Psi_{\rm S} \tag{I.7}$$

avec :

 $\mathcal{C}_{s} = K_{s} \overline{DS}^{2} + 2 \mathcal{C}_{b}$

DS Largeur d'un bogie

 ${}^{\ell}b\Psi$ s couple de force produit par les barres d'anti-roulis.

K_s la rigidité d'un coussin pneumatique.

 Ψ_{s} l'angle de rotation du plancher de la caisse du wagon par rapport au plan du châssis de bogie.



I.5.3.3 Couple de renversement

La caisse du wagon est soumise à un couple de renversement $\mathcal{C}_{renverse}$ (cf fig I.15) due à la force du vent F_v et la composante transversale de son poids et de son chargement, il s'écrit:

$$\mathcal{C}_{\text{renverse}} = \mathcal{C}_{\text{t}} + \mathcal{C}_{\text{m}} \Psi$$
(I.8)

avec:

$$\begin{aligned} \theta_{t} &= F_{v} \overline{O_{s}Z} \\ \theta_{m} &= M g \overline{O_{s}C} \\ \Psi &= \Psi_{s} + \Psi_{p} \end{aligned}$$

 $\overline{O_sC}$ hauteur du centre de gravité de la caisse par rapport à son plancher.

 $\overline{O_{z}Z}$ hauteur du point d'impact du vent sur la paroi de la caisse.

M masse de la caisse du wagon et de son chargement.

g accélération de la pesanteur.

I.5.3.4 Equilibre de la caisse du wagon en statique

Afin d'empêcher le renversement de la caisse du wagon, le couple de renversement doit être équilibré par les couples des suspensions secondaires et barre d'anti-roulis, qui à leur tour doivent être équilibrés par le couple de la suspension primaire, nous obtenons alors le système.

$$\begin{cases} (\mathcal{C}_{\mathbf{S}} - \mathcal{C}_{\mathbf{m}})\Psi_{\mathbf{s}} = \mathcal{C}_{\mathbf{t}} + \mathcal{C}_{\mathbf{m}}\Psi_{\mathbf{p}} \\ \\ \mathcal{C}_{\mathbf{p}_{\mathbf{w}}} = \mathcal{C}_{\mathbf{s}}\Psi_{\mathbf{s}} \end{cases} \end{cases}$$
(I.9)

I.5.3.5 Equilibre de la caisse du wagon en dynamique

Le système d'équation (I.9) est valable en régime statique. Pour l'adapter au régime dynamique, il suffit de lui rajouter les termes d'inertie et les termes d'amortissement. Soit I_c le moment d'inertie de la caisse du wagon par rapport à l'axe $O_s X$ et I_b celui du châssis du bogie par rapport à l'axe $O_p S$, nous obtenons alors :

$$\begin{cases} I_c \frac{d^2 \Psi_s}{dt^2} + 2A_s \frac{d\Psi_s}{dt} + (\mathcal{C}_s - \mathcal{C}_m)\Psi_s = \mathcal{C}_t + \mathcal{C}_m \Psi_p - I_c \frac{d^2 \Psi_p}{dt^2} \\ 2I_b \frac{d^2 \Psi_p}{dt^2} + 4A_p \frac{d\Psi_p}{dt} + \mathcal{C}_{pw} = \mathcal{C}_s \Psi_s \end{cases}$$
(I.10)

avec :

As : couple des forces produit par les deux amortisseurs reliés à la barre d'antiroulis.

Ap : couple des forces produit par les amortisseurs placés sur les boites d'essieux.



I.5.4 Couplage Tamis Lacet et Roulis

Le mouvement du roulis a une influence sur les mouvements du tamis, du lacet et inversement.

I.5.4.1 Effet du mouvement du roulis sur les mouvements tamis et lacet

En effet, la composante transversale du poids de la caisse du wagon et de son chargement (*cf fig I.16*) qui apparait périodiquement lors du mouvement du roulis, a une influence sur le déplacement transversal de la caisse du wagon ; nous incorporons cette composante soit [Mg Ψ] dans le système d'équation (I.5), ce qui nous permet d'obtenir :

$$\begin{cases} M \frac{d^2 Y_1}{dt^2} + (1 + \frac{M\ell^2}{I})(\frac{A}{2}\frac{dY_1}{dt} + F(Y_1)) = F(t) + Mg\Psi + \frac{M\ell}{I}c(t) - (1 - \frac{M\ell^2}{I})[\frac{A}{2}\frac{dY_2}{dt} + F(Y_2)] \\ (I.11) \\ M \frac{d^2 Y_2}{dt^2} + (1 + \frac{M\ell^2}{I})(\frac{A}{2}\frac{dY_2}{dt} + F(Y_2)) = F(t) + Mg\Psi - \frac{M\ell}{I}c(t) - (1 - \frac{M\ell^2}{I})[\frac{A}{2}\frac{dY_1}{dt} + F(Y_1)] \end{cases}$$

avec :

l: demi distance entre le pivot de bogie avant et le pivot de bogie arrière.

Y1,Y2 : Ecartements transversaux des pivots des bogies avant et arrière par rapport à la voie.

M : masse de la caisse du wagon et de son chargement.

A : coefficient des amortisseurs transversaux.

g : accélération de la pesanteur.

I : moment d'inertie de la caisse du wagon et de son chargement par rapport à l'axe vertical passant par son centre de gravité.

F(t) :force exercée sur la caisse du wagon pendant son passage devant l'orifice des PRD.

c(t): couple sur la caisse du wagon pendant son passage au niveau du PRD par rapport au centre de gravité.

F(Y1),F(Y2): forces de rappel transversal non linéaire.

 Ψ : angle de rotation de la caisse du wagon par rapport à l'axe longitudinal.



I.4.5.2 Effet des mouvements de lacet et de tamis sur le roulis.

Le centre de gravité de la caisse du wagon est écarté transversalement de sa position d'équilibre par les deux mouvements de tamis et de lacet, ceci fait intervenir un nouveau couple de force (*cf fig I.17*) qui se confirme avec le couple de renversement du vent des PRD, Nous ajoutons ce nouveau couple MgY à la première équation du système (I.10), pour obtenir le système :

$$\begin{cases} I_{c}\frac{d^{2}\Psi_{s}}{dt^{2}} + 2A_{s}\frac{d\Psi_{s}}{dt} + (\ell_{s} - \ell_{m})\Psi_{s} = MgY + \ell_{t} + \ell_{m}\Psi_{p} - I_{c}\frac{d^{2}\Psi_{p}}{dt^{2}} \\ \\ I_{b}\frac{d^{2}\Psi_{p}}{dt^{2}} + 4A_{p}\frac{d\Psi_{p}}{dt} + \ell_{pw} = \ell_{s}\Psi_{s} \end{cases}$$
(I.10)

avec :

Y : déplacement transversal du centre de gravité de la caisse du wagon par rapport à l'axe de la voie

 $\Psi_{\rm S}$: Angle de rotation du plancher de la caisse par rapport à l'axe longitudinal.

 Ψ_p : Angle de rotation du bogie par rapport à l'axe longitudinal.

 $^{\ell}$ s : Couple des suspensions secondaires et barre d'anti-roulis.

 $^{\mathcal{C}}\mathbf{m}$: Couple du poids du wagon et de son chargement.

 $^{\mathcal{C}}$ t : Couple effort du vent sur le wagon .

 \mathcal{C}_{pw} : Couple de la suspension primaire .

M : Masse de la caisse du wagon et de son chargement.

g : Accélération de la pesanteur.

Ic : Moment d'inertie de la caisse par rapport à l'axe OsX.

Ib : Moment d'inertie du châssis du bogie par rapport à l'axe OpS.

As :couple des forces produit par les deux amortisseurs reliés à la barre d'antiroulis.

Ap : couple des forces produit par les amortisseurs placés sur les boites d'essieux.

CONCLUSION

Dans ce premier chapitre, nous avons écrit les systèmes d'équations différentielles représentant les mouvements de lacet, de tamis et de roulis du wagon produits lorsqu'il est soumis à la force du vent provenant des orifices d'aérations (**PRD**).

Afin de pouvoir exploiter ces systèmes d'équations différentielles par un traitement informatique, nous étudierons dans le prochain chapitre les diverses méthodes utilisables pour la résolution numérique des systèmes d'équations différentielles.

II.2.3 Résolution numérique des deux systèmes d'équations différentielles par la méthode double intégrale

II.2.3.1 résolution du système (II.5)

nous déterminons
$$\frac{d^2Y1}{dt^2} \text{ et } \frac{d^2Y2}{dt^2} \text{ à partir du système (II.5):}$$

$$\frac{d^2Y1(t)}{dt^2} = \left[F(t) + Mg\Psi + \frac{Ml}{I}c(t) - (1 - \frac{Ml^2}{I})\left[\frac{A}{2}\frac{dY2(t)}{dt} + F(Y2)\right] - (1 + \frac{Ml^2}{I})\left[\frac{A}{2}\frac{dY1(t)}{dt} + F(Y1)\right] \right] /M$$

$$\frac{d^2Y2(t)}{dt^2} = \left[F(t) + Mg\Psi + \frac{Ml}{I}c(t) - (1 - \frac{Ml^2}{I})\left[\frac{A}{2}\frac{dY1(t)}{dt} + F(Y1)\right] - (1 + \frac{Ml^2}{I})\left[\frac{A}{2}\frac{dY2(t)}{dt} + F(Y2)\right] \right] /M$$
Les valeurs de $\frac{dY1}{dt}$, $\frac{dY2}{dt}$, Y1 et Y2 sont calculées par
$$\frac{dY1(t)}{dt} = \frac{dY1(t - \Delta t)}{dt} + \Delta t \frac{d^2Y1(t)}{dt^2}$$

$$\frac{dY2(t)}{dt} = \frac{dY2(t - \Delta t)}{dt} + \Delta t \frac{d^2Y2(t)}{dt^2}$$

Ι

$$\frac{dY1(t)}{dt} = \frac{dY1(t - \Delta t)}{dt} + \Delta t \frac{d^2Y1(t)}{dt^2}$$
$$\frac{dY2(t)}{dt} = \frac{dY2(t - \Delta t)}{dt} + \Delta t \frac{d^2Y2(t)}{dt^2}$$
$$Y1(t) = Y1(t - \Delta t) + \Delta t \frac{dY1(t)}{dt}$$
$$Y2(t) = Y2(t - \Delta t) + \Delta t \frac{dY2(t)}{dt}$$

II.2.3.2 résolution du système (II.6)

nous déterminons $\frac{d^2 \Psi_p(t)}{dt^2}$ et $\frac{d^2 \Psi_s(t)}{dt^2}$ à partir du système (II.6) : $\frac{d^2\Psi_s(t)}{dt^2} = \left[MgY + \ell_t + \ell_m\Psi p(t) - I_c \frac{d\Psi_p(t)}{dt} - 2A_s \frac{d\Psi s(t)}{dt} - (\ell_s - \ell_m)\Psi s(t) \right] / I_c$ $\frac{d^2 \Psi_p(t)}{dt^2} = \left[c_s \Psi_s(t) - c_{pw} - 4 A_p \frac{\Psi_p(t)}{dt} \right] / 2I_b$ Les valeurs de $\frac{d\Psi_p}{dt}$, $\frac{d\Psi_s}{dt}$, Ψ_p et Ψ_s seront déterminées par : $\frac{\mathrm{d}\Psi s(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\Psi s(t-\Delta t)}{\mathrm{d}t} + \Delta t \frac{\mathrm{d}^2 \Psi s(t)}{\mathrm{d}t^2}$ $\frac{\mathrm{d}\Psi p(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\Psi p(t-\Delta t)}{\mathrm{d}t} + \Delta t \frac{\mathrm{d}^2 \Psi p(t)}{\mathrm{d}t^2}$ $\Psi_{s}(t) = \Psi_{s}(t - \Delta t) + \Delta t \frac{d\Psi_{s}(t)}{dt}$ $\Psi p(t) = \Psi p(t - \Delta t) + \Delta t \frac{d\Psi p(t)}{dt}$









(c) Mouvement du ROULIS de la caisse du wagon



	Pas de calcul	Valeurs du mouvement du Lacet en mrad	
Maxima	10-2	0.66	0.66
	5 10-3	0.66	0.66
Minima	10-2	-0.79	-0.79
	5 10-3	-0.79	-0.79

TABLEAU II.5

Valeurs des minima et maxima du mouvement du lacet obtenu avec la méthode Double Intégrale.

	Pas de calcul	Valeurs du mouvement du Roulis en mrad	
Maxima	10-2	6.46	6.45
	5 10-3	6.46	6.44
Minima	10-2	-4.02	-4.05
	5 10-3	-4.02	-4.05

TABLEAU II.6

Valeurs des minima et maxima du mouvement du roulis obtenu avec la méthode Double Intégrale.

<u>conclusion</u>

La méthode double intégrale est stable pour le pas de calcul $\Delta t = 10^{-2}$, donc nous pourrons envisager d'adopter cette méthode pour la résolution numérique de notre problème.

Nous la préfèrons aux autres méthodes à cause de sa simplicité.













<u>FIGURE 11.4</u> <u>Comparaison des valeurs obtenues avec les trois méthodes</u>

pas de calcul $\Delta t = 10^{-2}$

II.2.1.2 Programmation de la méthode d'EULER

Les valeurs de Y1 et Y2 sont déterminées à partir du système (II.7) par :

 $\begin{aligned} Y1(t+\Delta t) &= Y1(t) + \Delta t \ u(t) \\ Y2(t+\Delta t) &= Y2(t) + \Delta t \ v(t) \\ u(t+\Delta t) &= u(t) + \Delta t \ \left[F(t) + Mg\Psi + \frac{Ml}{I} c(t) - (1 - \frac{Ml^2}{I}) \left[\frac{A}{2} v(t) + F(Y2) \right] - (1 + \frac{Ml^2}{I}) \left[\frac{A}{2} u(t) + F(Y1) \right] \right] / M \\ v(t+\Delta t) &= v(t) + \Delta t \ \left[F(t) + Mg\Psi - \frac{Ml}{I} c(t) - (1 - \frac{Ml^2}{I}) \left[\frac{A}{2} u(t) + F(Y1) \right] - (1 + \frac{Ml^2}{I}) \left[\frac{A}{2} v(t) + F(Y2) \right] \right] / M \end{aligned}$

Et les valeurs de Ψ_s et Ψ_p seront déterminées à partir du système (II.8) par :

$$\begin{split} \Psi_{s}(t + \Delta t) &= \Psi_{s}(t) + \Delta t \ w(t) \\ \Psi_{p}(t + \Delta t) &= \Psi_{p}(t) + \Delta t \ X(t) \\ w(t + \Delta t) &= w(t) + \Delta t \ \left[MgY + \mathcal{C}_{t} + \mathcal{C}_{m}\Psi_{p}(t) - I_{c}\frac{dX(t)}{dt} - 2A_{s} \ w(t) - (\mathcal{C}_{s} - \mathcal{C}_{m})\Psi_{s}(t) \right] \\ X(t + \Delta t) &= x(t) + \Delta t \ \left[\mathcal{C}_{s}\Psi_{s}(t) + \mathcal{C}_{pw} - 4 \ A_{p} \ X(t) \right] / 2 \ I_{b} \end{split}$$

cependant une contrainte se pose pour le calcul de la valeur de w, il nécessite la connaissance de la valeur de $\frac{dX}{dt}$ à chaque instant, nous pourrons la déterminer par :

$$\frac{\mathrm{dX}}{\mathrm{dt}} = \frac{\mathrm{X}(\mathrm{t} + \Delta \mathrm{t}) - \mathrm{X}(\mathrm{t})}{\Delta \mathrm{t}}$$

Ce qui donne une nouvelle erreur de troncature.

Ou directement par :

$$\frac{\mathrm{dX}}{\mathrm{dt}} = \left[\left[\mathcal{C}_{\mathrm{S}} \Psi_{\mathrm{S}} + \mathcal{C}_{\mathrm{pw}} - 4 \,\mathrm{A}_{\mathrm{p}} \,\mathrm{X} \right] / 2 \,\mathrm{I}_{\mathrm{b}} \right]$$

pour notre application, nous avons adopté cette dernière façon de calculer $\frac{dX}{dt}$, afin d'éviter les erreurs de troncatures.

Effet des PRD en Aspiration







FIGURE II.4 Valeurs obtenues avec la trois méthode d'EULER

Chapitre II

CHOIX DE LA METHODE

NUMERIQUE

.

INTRODUCTION

L'étude que nous avons effectuée au chapitre précédent, nous a permis de mettre en équation les différents mouvements (Tamis, lacet et roulis) du wagon lorsqu' il est soumis au vent provenant des PRD.

En vue d'une exploitation de ces équations par un programme informatique, nous allons étudier dans ce chapitre les méthodes numériques de résolution d'équations et systèmes d'équations différentielles.

Nous commençons par exposer quelques méthodes numériques de résolution d'équations et systèmes d'équations différentielles. Par la suite, nous utiliserons chacune d'elles pour résoudre les systèmes d'équations obtenus au chapitre précédent.

Pour finir, nous comparerons les résultats obtenus par les différentes méthodes.

II.1 Méthodes numériques de résolution d'équations différentielles

Etant donné que les équations obtenues au chapitre I sont d'ordre deux, non linéaires et à conditions initiales, nous n'allons étudier que les équations de ce type.

Soit :

$$A(y,t) \frac{d^{2}y}{dt^{2}} + B(y,t) \frac{dy}{dt} + C(y,t) y = D(y,t)$$
(II-1)

Et pour conditions initiales à l'instant t=0
$$\begin{cases} y(0) = y_0 \\ \frac{dy}{dt}(0) = \dot{y}_0 \end{cases}$$

Pour résoudre numériquement ce type d'équation, nous avons le choix entre des méthodes de résolutions indirectes et des méthodes de résolutions directes.

II.1.1 Résolutions par des méthodes indirectes

Définition

Toute équation d'ordre n dont les conditions initiales sont connues, peut être remplacée par un système de n équations différentielles d'ordre un.

En effet, pour remplacer l'équation (II-1) d'ordre deux par un système de deux équations d'ordre un, il suffit de remplacer $\frac{dy}{dt}$ par u, ce qui nous permet d'obtenir le système:

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} - u = 0 \\ A(y,t) \frac{du}{dt} + B(y,t) u + C(y,t) y - D(y,t) = 0 \end{cases}$$
 (II.2)

avec comme conditions initiales à l'instant t=0, $\begin{cases} u(0) = u_0 = \left(\frac{dy}{dt}\right)_0 \\ y(0) = y_0 \end{cases}$

Le système (II.2) est composé de deux équations d'ordre un. Pour résoudre numériquement une équation du premier ordre, il existe plusieurs méthodes numériques:

- Méthode d'EULER.
- -Méthode Runge-kutta.
- -Méthode d'Adams.
- -Méthode prédicteur-correcteur.

Nous allons présenter le principe de fonctionnement de la première méthode. En ce qui concerne les autres, nous ne les avons pas envisagées à cause d'une part de leur complexité de programmation, de la lenteur d'exécution et d'autre part, parce que la première méthode s'est montrée suffisamment précise pour la résolution de notre problème. Nous les citons toutefois dans notre bibliographie [réf 9].

II.1.1 .1 La Méthode d'EULER

Soit l'équation du premier ordre:

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = f(y,t) \tag{II-3}$$

et $y(0) = y_0$ comme condition initiale

Supposons connue y à l'instant t, Δt étant le pas de calcul , nous avons :

$$y(t+\Delta t) = y(t) + \Delta t \frac{dy}{dt}$$

ou encore

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta t f(y,t)$$

ou en utilisant les différence à droite :

$$y_{i+1} = y_i + \Delta t f(y_i, t_i)$$
 avec $y_i = y(t_i)$ et $0 < i < n$

y étant, connue à l'instant t=0, peut être ainsi déterminée à tout instant ultérieur.

En revanche, cette méthode est peu précise, à cause des erreurs de troncatures. En effet si nous supposons négligeables les erreurs d'arrondi du calculateur, l'erreur de troncature vient du fait que cette méthode tronque le développement en série de $y(t+\Delta t)=y(t) + \Delta t \frac{dy}{dt} + \frac{\Delta t^2}{2!} \frac{d^2y}{dt^2} + \cdots$

En fait, à chaque itération du calcul, la méthode d'EULER ne prend en considération que les deux premiers termes, alors que les autres termes seront négligés.

La cumulation des erreurs de troncature peut causer une instabilité du calcul ou dans le pire des cas la divergence de la méthode. Désormais chaque fois que nous allons utiliser la méthode d'EULER il va falloir s'assurer si la méthode converge(1), et si elle est stable(2).

Pour tester la stabilité d'une méthode, nous allons résoudre numériquement l'équation avec deux pas de calcul différents, Δt et $\frac{\Delta t}{2}$ avec Δt petit; si les résultats obtenus par ces deux pas de calcul sont significativement différents, nous réduisons le pas de calcul Δt , puis nous recommençons le test; si les nouveaux résultats sont significativement identiques, alors la stabilité est confirmée nous pouvons adopter la méthode; sinon, la méthode n'est pas stable, et il convient de changer de méthode.

^{(1) &}lt;u>Convergence</u> : une méthode converge, si la solution numérique tend vers la solution exacte quand le pas de calcul tend vers 0. La convergence est difficile à vérifier en pratique.

^{(2) &}lt;u>Stabilité</u> : elle se manifeste par l'amplification des erreurs de troncatures.

Conclusion

La méthode d'EULER permet la résolution numérique d'une équation d'ordre un. Or notre système (II.2) est composé de deux équations d'ordre un :

$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = u & (1) \\ \frac{du}{dt} = \frac{1}{A(y,t)} [-B(y,t) u - C(y,t) y + D(y,t)] & (2) \end{cases}$$

Afin de déterminer la valeur de y, nous allons résoudre simultanément par la méthode d'EULER les deux équations (1) et (2). La connaissance des conditions initiales y_0 et u_0 vont nous permettre de démarrer le calcul.

L'équation (1) du système (II.2) nous donne la valeur de y_i ($y=y(t_i)$ avec $1 \le i \le j$), nous l'injectons dans l'équation (2) pour obtenir la valeur de u_i ($u_i = u(t_i)$), celle ci sera réinjectée à son tour dans la première équation pour calculer la valeur de y_{i+1} ($y_{i+1} = y(t_{i+1})$ tel que $t_{i+1} = t_i + \Delta t$), puis nous réitérons le processus jusqu'à l'obtention de la valeur de y à l'instant t.

II.1.2 Résolution numérique d'équations différentielles par des méthodes directes

Nous pouvons résoudre une équation différentielle d'ordre deux directement par la méthode matricielle ou double intégrale.

II.1.2.1 La méthode matricielle

La résolution d'une équation différentielle du second ordre se ramène à la résolution d'un système d'équation linéaire à matrice tridiagonale.

Pour le détail théorique de cette méthode voir [réf 9]

nous rappelons l'équation (II.2) ci dessous

$$A(y,t) \frac{d^2 y}{dt^2} + B(y,t) \frac{dy}{dt} + C(y,t) y = D(y,t)$$
(II-1)

avec comme conditions initiales
$$y(0) = y_0 et \frac{dy}{dt}(0) = \dot{y}_0$$

Pour résoudre numériquement l'équation (II.1) avec la méthode matricielle on pose:

$$a_{i} = \frac{A_{i}}{\Delta t^{2}} \cdot \frac{B_{i}}{2\Delta t} \qquad b_{i} = C_{i} \cdot \frac{2A_{i}}{\Delta t^{2}} \qquad c_{i} = \frac{A_{i}}{\Delta t^{2}} + \frac{B_{i}}{2\Delta t}$$
(3)

avec :

$$\begin{aligned} \Delta t \text{ le pas de calcul} \\ A_i &= A(y_i, t_i) \\ B_i &= B(y_i, t_i) \\ C_i &= C(y_i, t_i) \end{aligned} \} \qquad y_i &= y(t_i) \text{ et } t_i = t_{i+1} + \Delta t_i \end{aligned}$$

Le calcul de la valeur de y en fonction du temps se fait de la façon suivante:

→ à t_0 (à l'instant t=0), y_0 (y(t₀)) est donné par les conditions initiales.

→ à
$$t_1$$
 tel que $(t_1 = t_0 + \Delta t)$, nous calculons y_1 à partir de :
 $y_1 = \begin{bmatrix} D_1 + (3c_1 - a_1) y_0 + 2c_1 \dot{y}_0 \Delta t \end{bmatrix} / (b_1 + 4c_1)$
avec
 $D_1 = D(y_1, t_1)$ tel que $y_1 = y(t_1)$
voir les relations (3) pour le calcul de a1, b1 et c1
 y_0 et \dot{y}_0 conditions initiales.

→ la valeur de y_i (tel que $y_i = y(t_i)$ avec $2 \le i \le n$) se calculera par l'intermédiaire de la formule:

$$y_{i+1} = (D_i - b_i y_i - a_i y_{i-1}) / c_i.$$

Nous allons devoir calculer à chaque itération les valeurs des coefficients a_i , b_i et c_i voir les relations (3), la valeur de D_i telle que $(D_i = D(y_i, t_i))$, de même il faut garder continuellement une trace des deux dernières valeurs de y.

<u>Conclusion</u>

Il est souvent commode d'utiliser la méthode matricielle pour résoudre une équation différentielle d'ordre deux.Cette méthode est approchée à l'ordre deux seulement.

II.1.2.2 La méthode double intégrale

La méthode double intégrale consiste à calculer $\frac{d^2y(t)}{dt^2}$ à partir de l'équation différentielle d'ordre deux, le résultat ainsi obtenu est intégré une première fois pour avoir la valeur de $\frac{dy(t)}{dt}$, ce dernier résultat sera intégré pour obtenir la valeur de y(t). Puis on réitère le processus jusqu'à l'obtention de y à l'instant t voulu.

En effet nous pouvons déterminer la valeur de $\frac{d^2y(t)}{dt^2}$ l'équation (II.1) par :

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}t^2} = \frac{1}{\mathrm{A}(y,t)} \left[\mathrm{D}(y,t) - \mathrm{B}(y,t) \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} - \mathrm{C}(y,t) y \right]$$

soit le développement en série

$$y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta t \frac{dy(t)}{dt} + \frac{\Delta t^2}{2!} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \cdots$$
 (II.3)

que nous dérivons une fois :

$$\frac{\mathrm{d}y(t+\Delta t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + \Delta t \frac{\mathrm{d}^2 y(t)}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\Delta t^2}{2!} \frac{\mathrm{d}^3 y(t)}{\mathrm{d}t^3} + \cdots$$
(II.4)

à partir de l'égalité (II.4) nous calculons la valeur de $\frac{dy(t + \Delta t)}{dt} = \frac{dy(t)}{dt} + \Delta t \frac{d^2y(t)}{dt^2}$, les autres termes seront négligés, d'où erreur de troncature, de même nous déterminerons à partir de (II.3) la valeur de $y(t + \Delta t) = y(t) + \Delta t \frac{dy(t)}{dt}$, les autres termes seront négligés, d'où une deuxième erreur de troncature.

Cette méthode a le même inconvénient que la méthode d'EULER: risque d'instabilité à cause des erreurs de troncatures. Il faudra donc s'assurer de la stabilité de celle-ci avant de l'adopter comme méthode numérique de résolution des équations différentielles.

Le processus de calcul s'écrit par l'intermédiaire des différences à droite de la façon suivante:

$$\begin{split} \ddot{y}_i &= \frac{1}{A(y_i, t_i)} \left[D(y_i, t_i) - B(y_i, t_i) \ \dot{y}_i - C(y_i; t_i) \ y_i \right] \\ \dot{y}_i &= \dot{y}_{i\cdot 1} + \Delta t \ \ddot{y}_i \\ y_i &= y_{i\cdot 1} + \Delta t \ \dot{y}_i \\ avec \ y_i &= y(t_i) \ tel \ que \ t_i &= t_{i\cdot 1} + \Delta t \ et \ (1 \leq i \leq n) \\ \ddot{y} &= \frac{d^2 y}{dt^2} \qquad et \qquad \dot{y} &= \frac{dy}{dt} \end{split}$$

Conclusion

La méthode double intégrale est la méthode la plus simple à programmer, elle permet d'avoir les valeurs à chaque instant de $\frac{d^2y(t)}{dt^2}$ et $\frac{dy(t)}{dt}$.

II.2 Application des différentes méthodes numériques de résolution à notre problème

Nous utilisons les méthodes d'EULER, matricielle et double intégrale, pour résoudre numériquement les deux systèmes d'équations obtenus au chapitre précédent, et que nous rappelons ci contre.

Les conditions initiales à l'instant t=0 sont :

 $Y_1(0) = 0 : Y_2(0) = 0 : \Psi_n(0) = 0 : \Psi_n(0) = 0$.

II.2.1 <u>Résolution numérique des deux systèmes (II.5) et (II.6) par la méthode d'EULER.</u>

II.2.1.1 <u>Préambule</u>

Les deux systèmes sont composés uniquement d'équations différentielles du second ordre, afin d'appliquer la méthode d'EULER nous décomposons chacune d'elle en deux équations d'ordre un, on pose alors :

$$u = \frac{dY1}{dt}$$
, $v = \frac{dY2}{dt}$, $w = \frac{d\Psi_s}{dt}$ et $X = \frac{d\Psi_p}{dt}$

Le système (II.5) devient :

$$\begin{cases} u - \frac{dY1}{dt} = 0 \\ v - \frac{dY2}{dt} = 0 \\ M \frac{du}{dt} + (1 + \frac{Ml^2}{I})(\frac{A}{2}u + F(Y1)) = F(t) + Mg\Psi + \frac{Ml}{I}c(t) - (1 - \frac{Ml^2}{I})[\frac{A}{2}v + F(Y2)] \\ M \frac{dv}{dt} + (1 + \frac{Ml^2}{I})(\frac{A}{2}v + F(Y2)) = F(t) + Mg\Psi - \frac{Ml}{I}c(t) - (1 - \frac{Ml^2}{I})[\frac{A}{2}u + F(Y1)] \end{cases}$$
(II.7)

Le système (II.6) devient :

$$\begin{cases} w - \frac{d\Psi_s}{dt} = 0 \\ X - \frac{d\Psi_p}{dt} = 0 \\ I_c \frac{dw}{dt} + 2A_s w + (\ell_s - \ell_m)\Psi_s = MgY + \ell_t + \ell_m\Psi_p - I_c \frac{dX}{dt} \\ 2 I_b \frac{dX}{dt} + 4 A_p X + \ell_{pw} = \ell_s\Psi_s \end{cases}$$
(II. 8)

II.2.1.3 Interprétation des résultats obtenus par la méthode d'EULER

A fin de vérifier la stabilité de cette méthode, nous exécutons deux fois le même programme. La première fois avec un pas de calcul $\Delta t = 10^2$, la deuxième fois avec un pas de calcul $\Delta t = 5 \ 10^3$, soit la moitié du premier pas de calcul.

Le temps d'exécution est de 10 secondes, ce qui permettra au wagon de passer en face de deux PRD.

Nous traçons sur la figure (*cf fig II.1.a*) deux courbes correspondant aux valeurs du mouvement du tamis obtenues pour les deux pas de calcul. Et de la même façon nous exploitons les valeurs des mouvements du lacet et du roulis. Nous les traçons respectivement sur la figure (*cf fig II.1.b*) et (*cf fig II.1.c*).

Le tableau II.1 donne les amplitudes des maxima et minima des deux courbes du mouvement du tamis. Les tableaux II.2 et II.3 donnent ceux des mouvements du lacet et du tamis.

La stabilité de la méthode d'EULER pour le pas de calcul $\Delta t = 10^{-2}$ se confirme par la superposition des courbes deux à deux. En plus, nous remarquons que dans chaque tableau les amplitudes des maxima et respectivement des minima d'une même colonne sont significativement identiques.

	Pas de calcul	Valeurs du mouvement du tamis en mm			
Maxima	10-2	9.2	2.1	9.1	2.1
	5 10-3	9.2	2.0	9.0	2.0
Minima	10-2	-3.4	-1.4	-3.4	-1.4
	5 10-3	-3.3	-1.3	-3.3	-1.3

TABLEAU II.1

Valeurs des minima et maxima du mouvement du tamis obtenu avec la méthode d'EULER

	Pas de calcul	Valeurs du mouvement du Lacet en mrad	
Maxima	10-2	0.67	0.67
	5 10-3	0.67	0.67
Minima	10-2	-0.83	-0.83
	5 10-3	-0.81	-0.81

TABLEAU II.2

Valeurs des minima et maxima du mouvement du lacet obtenu avec la méthode d'EULER

	Pas de calcul	Valeurs du mouvement du Roulis en mrad	
Maxima	10-2	6.55	6.56
	5 10-3	6.51	6.50
Minima	10-2	-4.23	-4.30
	5 10-3	-4.12	-4.17

TABLEAU II.3

Valeurs des minima et maxima du mouvement du roulis obtenu avec la méthode d'EULER

Conclusion

La méthode d'EULER est stable pour le pas de calcul $\Delta t = 10^{-2}$, donc nous pourrons envisager d'adopter cette méthode pour la résolution numérique de notre problème.

II.2.2 Résolution numérique des deux systèmes (II.5) et (II.6) par la méthode matricielle

II.2.2.1 résolution du système(II.5)

pour résoudre le système (II.5) avec la méthode matricielle on pose:

$$a_{1}(t) = \frac{M}{\Delta t^{2}} - \frac{\frac{A}{2}(1 + \frac{Ml^{2}}{I})}{2\Delta t}$$
$$b_{1}(t) = -\frac{2M}{\Delta t^{2}}$$
$$c_{1}(t) = \frac{M}{\Delta t^{2}} + \frac{\frac{A}{2}(1 + \frac{Ml^{2}}{I})}{2\Delta t}$$

Les coefficients a_1, b_1 et c_1 sont constants et identiques pour les deux équations différentielles de ce système.

Pour le calcul de $D_1(t)$ et $D_2(t)$ voir respectivement (1) et (2). Les valeurs de Y1(t) et Y2(t) se calculent de la façon suivante :

 \rightarrow (1) à l'instant t=0,Y1(t₀)=0 et Y2(t₀)=0, d'après les conditions initiales.

→ (2) à l'instant t₁ tel que t₁=t₀ +
$$\Delta$$
t
Y1(t₁) = $\frac{D_1(t_1)}{(b_1 + 4c_1)}$ et Y2(t₁) = $\frac{D_2(t_1)}{(b_1 + 4c_1)}$
→ (3) à l'instant t₁ tel que t₁ = t₁ + Δ t avec (2 ≤ i ≤ n)
Y1(t₁₊₁) = $\frac{D_1(t_1) - b_1 Y1(t_1) - a_1 Y2(t_{1-1})}{c_1}$
Y2(t₁₊₁) = $\frac{D_2(t_1) - b_1 Y2(t_1) - a_1 Y2(t_{1-1})}{c_1}$

Une contrainte se pose pour les calculs de $D_1(t)$ et $D_2(t)$, ils nécessitent respectivement la connaissance de $\frac{dY1}{dt}$ et $\frac{dY2}{dt}$. Nous les calculons de la façon suivante $\frac{dY1}{dt} = \frac{Y1(t+\Delta t) - Y1(t)}{\Delta t}$ et $\frac{dY2}{dt} = \frac{Y2(t+\Delta t) - Y2(t)}{\Delta t}$, ce qui induit des erreurs de troncatures.

$$(1)D_{1}(t_{i}) = F(t_{i}) + Mg\Psi + \frac{Mt}{I}c(t_{i}) - (1 - \frac{Mt^{2}}{I})\left[\frac{A}{2}\frac{dY2(t_{i})}{dt} + F(Y2)\right] - (1 + \frac{Mt^{2}}{I})F(Y1)$$

$$(2)D_{2}(t_{i}) = F(t_{i}) + Mg\Psi + \frac{Mt}{I}c(t_{i}) - (1 - \frac{Mt^{2}}{I})\left[\frac{A}{2}\frac{dY1(t_{i})}{dt} + F(Y1)\right] - (1 + \frac{Mt^{2}}{I})F(Y2)$$
II.2.2.2 résolution du système (II.6) avec la méthode matricielle

pour résoudre le système (II.6) avec cette méthode nous posons :

$$a_{3} = \frac{I_{c}}{\Delta t^{2}} \cdot \frac{A_{s}}{\Delta t} \qquad \qquad a_{4} = \frac{2I_{b}}{\Delta t^{2}} \cdot \frac{2A_{p}}{\Delta t}$$
$$b_{3} = (Cs - Cp) \cdot \frac{2I_{c}}{\Delta t^{2}} \qquad \qquad b_{4} = \frac{2I_{b}}{\Delta t^{2}}$$
$$c_{3} = \frac{I_{c}}{\Delta t^{2}} + \frac{A_{s}}{\Delta t} \qquad \qquad c_{4} = \frac{2I_{b}}{\Delta t^{2}} + \frac{2A_{p}}{\Delta t}$$

les valeur de Ψ_{p} et Ψ_{p} à chaque instant, sont déterminées de la façon suivante :

→ (1) à l'instant t₀ tel que t₀ = 0 $\Psi_s(t_0) = 0$ et $\Psi_p(t_0) = 0$, d'après les

conditions initiales

→ (2) à l'instant t₁ tel t₁ = t₀ +
$$\Delta$$
t
 $\Psi_{s}(t_{1}) = \frac{D_{3}(t_{1})}{(b_{3} + 4c_{3})}$ et $\Psi_{p}(t_{1}) = \frac{D_{4}(t_{1})}{(b_{4} + 4c_{4})}$
→ (3) à l'instant t_i tel que t_i = t_{i-1} + Δ t
 $\Psi_{s}(t_{i+1}) = [D_{3}(t_{i}) - b_{3} \Psi_{s}(t_{i}) - a_{3} \Psi_{s}(t_{i-1})] / c_{3}$
 $\Psi_{p}(t_{i+1}) = [D_{4}(t_{i}) - b_{4} \Psi_{p}(t_{i}) - a_{4} \Psi_{p}(t_{i-1})] / c_{4}$

avec :

$$D_{3}(t_{i}) = MgY(t_{i}) + c_{t}(t_{i}) + c_{m}(t_{i}) \Psi_{p}(t_{i}) - I_{c}\frac{d^{2}\Psi_{p}(t_{i})}{dt^{2}}$$
$$D_{4}(t_{i}) = c_{pw}(t_{i}) + c_{s}\Psi_{S}(t_{i})$$

Une contrainte se pose pour le calcul de $D_3(t_i)$, en effet, il nécessite la connaissance de la valeur $\frac{d^2\Psi_p(t_i)}{dt^2}$ à chaque itération du calcul, nous pouvons la déterminer de la façon suivantes : $\frac{d^2\Psi_p(t)}{dt^2} = \frac{(\Psi_p(t+2\Delta t)-\Psi_p(t+\Delta t)+\Psi_p(t))}{\Delta t^2}$

cette façon de procéder induit des erreurs de troncature dans cette méthode.

Conclusion

La méthode matricielle étant stable, nous avons résolu les deux systèmes d'équations avec cette méthode avec un pas de calcul $\Delta t = 10^{-2}$.

II.2.3.3 Interprétation des résultats obtenus par la méthode Double Intégrale.

Afin de vérifier la stabilité de cette méthode, nous exécutons deux fois le même programme. La première fois avec un pas de calcul $\Delta t = 10^{-2}$, la deuxième fois avec un pas de calcul $\Delta t = 5 \ 10^{-3}$, soit la moitié du premier pas de calcul. Le temps d'exécution est de 10 secondes, ce qui permet au wagon de passer en face de deux PRD.

Nous traçons sur la figure (*cf fig II.3.a*) deux courbes correspondant aux valeurs du mouvement du tamis obtenues pour les deux pas de calcul. De la même façon nous exploitons les valeurs des mouvements du lacet et du roulis. Nous les traçons respectivement sur la figure (*cf fig II.3.b*) et (*cf fig II.3.c*).

Le tableau II.4 donne les amplitudes maxima et minima des deux courbes du mouvement du tamis. Les tableaux II.5 et II.6 donnent les amplitudes des minima et maxima des mouvements du lacet et du tamis.

La stabilité de la méthode Double intégrale pour le pas de calcul $\Delta t = 10^{-2}$ se confirme par : La superposition des courbes deux à deux . En plus, nous remarquons que dans chaque tableau les maxima et minima d'une même colonne sont significativement identiques.

	Pas de calcul	Valeurs du mouvement du tamis en mm					
Maxima	10-2	9.1	1.8	9.0	1.8		
	5 10-3	9.1	1.8	9.0	1.8		
Minima	10-2	-3.2	-1.2	-3.1	-1.2		
	5 10-3	-3.2	-1.2	-3.2	-1.2		

TABLEAU II.4

Valeurs des minima et maxima du mouvement du tamis obtenu avec la méthode Double Intégrale.

II.3 Comparaison des résultats obtenus par les différentes méthodes.

Afin de choisir une méthode de résolution numérique pour résoudre les systèmes d'équations obtenus au chapitre I, nous allons comparer les résultats obtenus par les trois méthodes pour le pas de calcul $\Delta t = 10^{-2}$ et les temps réels de calculs nécessités par chacune d'elle.

Nous traçons sur la figure (cf fig II.4.a) trois courbes correspondant au mouvement du tamis obtenues par les trois méthodes. Les courbes des mouvements du lacet et roulis obtenues par les trois méthodes sont représentées respectivement sur les figures (cf fig II.4.b) et (cf fig II.4.c).

Le tableau II. 7 présente les maxima et minima du mouvement du tamis obtenus avec les trois méthodes. Les maxima et minima des mouvements du lacet et roulis sont exposés respectivement dans les tableau II.8 et II.9.

Chaque fois que nous avons exécuté un programme pour une durée de simulation de 10 sec, nous avons mémorisé le temps réel de calcul effectué par la machine. Nous les exposons dans le tableau II.10.

conclusion

Nous remarquons que les courbes du même mouvement obtenues par les trois méthodes se superposent parfaitement. Et les trois valeurs des maxima et minima indiquées sur la même colonne de chaque tableau sont significativement identiques. Les valeurs obtenues par la méthode Double Intégrale sont plus proches de celles obtenues par la méthode matricielle que celle obtenues par la méthode d'EULER.

Par ailleurs, nous remarquons que les temps de calculs sont raisonnables pour les trois méthodes mais il est plus court pour la méthode d'EULER (30 sec) et relativement plus long pour la méthode matricielle(36 sec).

Nous avons toutefois préféré la méthode double Intégrale(31 sec) qui est à peine plus longue que la méthode d'EULER, mais nécessitant moins de troncatures et plus précise.

٠

	Méthode résolution numérique	Valeurs du mouvement du tamis en mm				
	EULER	9.2	2.1	9.1	2.1	
Maxima	Matricielle	9.1	1.7	9.0	1.7	
	Double Intégrale	9.1	1.8	9.0	1.8	
	EULER	-3.4	-1.4	-3.4	-1.4	
Minima	Matricielle	-3.2	-1.1	-3.1	-1.1	
	Double Intégrale	-3.2	-1.2	-3.1	-1.2	

TABLEAU II.7

Valeurs des minima et maxima du mouvement du tamis obtenu avec les trois méthodes de résolutions numériques, pour pas de calcul $\Delta T = 10^{-2}$.

	Méthode résolution numérique	Valeurs du mouvement du laces en mrad		
	EULER	0.67	0.67	
laxima	Matricielle	0.66	0.66	
	Double Intégrale	0.66	0.66	

	EULER	0.67	0.67
Maxima	Matricielle	0.66	0.66
	Double Intégrale	0.66	0.66
Minima	EULER	-0.83	-0.83
	Matricielle	-0.79	-0.79
	Double Intégrale	-0.79	-0.79

TABLEAU II.8

Valeurs des minima et maxima du mouvement du lacet obtenu avec les trois méthodes de résolutions numériques, pour pas de calcul $\Delta T = 10^{-2}$.

	Méthode résolution numérique	Valeurs du moi en	uvement du roulis mrad
	EULER	6.55	6.56
Maxima	Matricielle	6.38	6.34
	Double Intégrale	6.46	6.45
	EULER	-4.23	-4.30
Minima	Matricielle	-3.83	-3.84
	Double Intégrale	-4.02	-4.05

TABLEAU II.9

Valeurs des minima et maxima du mouvement du roulis obtenu avec les trois méthodes de résolutions numériques, pour pas de calcul $\Delta T = 10^{-2}$.

	EULER	Double Intégrale	Matricielle
temps de calcul	30 sec	31 sec	36 sec
		A DI FAILIT 10	

TABLEAU II.10

Temps réel d'exécution effectué par chaque méthode pour une durée de simulation de 10 sec et un pas de calcul $\Delta t = 10^{-2}$

CONCLUSION

La méthode double intégrale est stable pour le pas de calcul $\Delta t = 10^{-2}$, simple à programmer, rapide au niveau d'exécution. De plus, elle nous permet d'avoir continuellement les valeurs:

$$de \frac{d^2 Y_1}{dt^2}, \frac{d Y_1}{dt}, \frac{d^2 Y_2}{dt^2}, \frac{d Y_2}{dt}, \frac{d^2 \Psi_s}{dt^2}, \frac{d \Psi_s}{dt}, \frac{d^2 \Psi_p}{dt^2} et \frac{d \Psi_p}{dt}$$

Nous adoptons donc la méthode double intégrale comme méthode numérique de résolution des équations différentielles obtenues au chapitre précédent.

Chapitre III

SIMULATION DE LA REPONSE

DU WAGON AU VENT DES PRD

INTRODUCTION

Comme nous l'avons signalé dans le premier chapitre, les courants d'air qui circulent dans les PRD vont induire, sur les wagons des navettes, des mouvements de tamis, de lacet et de roulis.

Dans une première partie nous allons présenter les valeurs obtenues pour les amplitudes des mouvements du wagon. Ceci nous permettra de répondre aux questions suivantes:

Les amplitudes de ces mouvements peuvent-elles être dangereuses ?

Quels effets ont ces amplitudes sur le confort des voyageurs ?

Enfin nous allons nous intéresser au risque de résonance du wagon. En effet, étant données la périodicité des excitations (Soufflage ou Aspiration de la part des PRD) à laquelle sera soumis le wagon, peut-il se produire pour certaines vitesses du train des phénomènes de résonance ?



Δt : pas de calcul

YCg : écartement du centre de gravité par rapport à l'axe de la voie

Tmax : durée de la simulation

Planche III.1

Organigramme du programme de simmulation

III.1 Données de la simulation

La simulation de la réponse dynamique des wagons des navettes au vent des PRD a été effectuée pour 8 scénarios : produits des combinaisons entre le type de trafic, le mode d'excitation et le chargement du wagon.

Le type de trafic est caractérisé par la valeur d'un paramètre J dont la définition est donnée au chapitre I - § I.2.1.2 :

Situation exceptionnelle	J = 0.63
Situation normale	J = 0.37

mode d'excitation :

Aspiration pour les wagons de tête de la navette. Soufflage pour les wagons de queue de la navette.

Chargement de la caisse du wagon :

(V.O.M) wagon Vide en Ordre de Marche.(C.E.) wagon en Charge Exceptionnelle de 24 tonnes, réparties également sur les deux ponts.

Le temps de la simulation est de 7 secondes, ce qui est suffisant pour qu'un wagon qui roule à une vitesse de 140 km/h voie passer deux PRD.

La vitesse du vent dans les PRD dépend de la vitesse de la navette (1^{er} chapitre- § I.2.1.2). Elle est de l'ordre de 70 m/s dans le cas d'un trafic exceptionnel et de 41 m/s dans le cas d'un trafic normal.

L'ensemble de ces valeurs à été obtenu à partir du programme PRD_N version du 10.05.91, dont l'organigramme est présenté sur la planche III.1 .

III.2 Mouvements élémentaires : Tamis, Lacet et Roulis

Le tableau III.1 donne pour les 8 scénarios, les amplitudes maxima et minima des trois mouvements de la caisse du wagon.

Ces valeurs sont en millimètre pour le tamis, en milli-radians pour le lacet et le roulis.

N° de scénario	1	2	3	4	5	6	7	8
Tamis (en mm) : maxi	6	5	27	25	2	2	10	9
mini	-1	-1	-11	-13	0	0	-4	-5
Lacet (en mrad) : maxi	0.8	0.6	1.6	1.3	0.3	0.2	0.5	0.5
mini	-1.5	-1.3	-1.5	-1.5	-0.5	-0.4	-0.7	-0.6
Roulis (en mrad) : maxi	1.7	1.4	19.5	15.7	0.6	0.5	6.7	5.4
mini	-0.8	-0.4	-12.4	-11.2	-0.3	-0.1	-3.9	-3.5
Chargement du wagon	VOM	C.E	VOM	C.E	VOM	C.E	VOM	C.E
Mode d'excitation	Soufflage		Aspiration		Soufflage		Aspiration	
Type de trafic	Situation exception		eptionne	lle	Trafic normal J=0.37		.37	
		J = 0.63						

Force latérale	20.2 KN	19.4 KN	7 KN	6.7 KN
Moment de Roulis	21.7 KN.m	60.8 KN.m	7.5 KN.m	21 KN.m
Vent du PRD	69.7 m/s	69.7 m/s	40.9 m/s	40.9 m/s

TABLEAU III.1 MOUVEMENTS ELEMENTAIRES

C'est pour les scénarios 3 et 4 (trafic en situation exceptionnelle et le wagon de tête de la navette soumis à une aspiration de la part des PRD) que nous obtenons pour les mouvements élémentaires les valeurs les plus élevées. Plus particulièrement lorsque le wagon est en V.O.M, soit la configuration du scénario 3.



position extrême maximal

___ position extrême minimal

FIGURE III.1

Positions extèmes occupées par le wagon dans le cas de la configuration du scénario n°3 Dans ce cas les valeurs sont :

Vent du PRD	= 70 m/s.
moment de ro	oulis=61 KN.m
Tamis	=27 mm .
Lacet	=2 mrad.
Roulis	=20 mrad .

Pour mieux voir l'incidence réelle de ces valeurs sur le wagon, nous présentons sur la figure III.1 les deux positions extrêmes occupées par la face de la caisse du wagon pour la configuration du scénario n°3.

Nous présentons en trait plein (respectivement discontinu) la position de la face de la caisse du wagon obtenue par combinaison du déplacement transversal maximal (respectivement minimal) et sa rotation maximale (respectivement minimale). Le déplacement transversal est obtenu par le mouvement du lacet, la rotation est obtenue par le mouvement de roulis.

Les valeurs sont interprétées de la façon suivante : positivement vers le PRD et inversement pour les valeurs négatives.

Cette figure laisse voir clairement que la caisse du wagon ne court aucun risque. En effet la corne du toit de la caisse du wagon reste bien éloignée de la voûte du tunnel de même le bas de la caisse reste éloigné du quai du tunnel.

Pour les autres scénarios, les valeurs des amplitudes des trois mouvements élémentaires sont négligeables par rapport à celles obtenues pour les scénarios 3 et 4. Ils varient entre 2 et 10 mm pour le mouvement du tamis, entre 0.3 et 0.8 mrad pour le mouvement du lacet et entre 0.5 et 5 mrad pour le mouvement du roulis.

Les valeurs obtenues pour ces trois mouvements élémentaires dans le cas d'un trafic normal sont petites par rapport à celles obtenues en situation exceptionnelle.





Scénario 4 (Aspiration, Wagon en C.E)

PLANCHE III.2

7 sec

Nous présentons sur la planche III.2 les courbes représentant l'évolution des trois mouvements élémentaires pour une durée de 7 secondes pour les configurations 3 et 4. Les autres configurations sont présentées en annexe III ⁽¹⁾.

Les courbes obtenues dans le cas d'un trafic normal sont tout à fait similaires à celles obtenues pour le cas d'un trafic exceptionnel excepté pour leurs amplitudes qui sont plus faibles.

Nous remarquons que pour toutes les configurations, les trois mouvements sont bien amortis en moins de 7 secondes. Par conséquent, les amplitudes des trois mouvements élémentaires ne seront pas amplifiées d'un PRD à un autre. Nous avons une périodicité de ces mouvements.

Pour plus de certitude, nous avons simulé la réponse du wagon au vent des PRD avec les données de la configuration du scénario n° 3, mais nous avons augmenté la durée de la simulation (3000 secondes). Il permettra au wagon de voir passer plusieurs PRD et d'être soumis successivement à leurs effets.

Les valeurs recueillies pour les mouvements élémentaires du wagon après son passage au niveau du dernier PRD sont restées stables et identiques à celles obtenues pour le wagon lorsqu'il passe au niveau d'un seul PRD.

Nous pouvons tirer la conclusion suivante : Le wagon retrouvera sa position d'équilibre avant d'être soumis à une excitation de la part d'un PRD suivant.

(1)

La planche III.3 illustre les mouvements élémentaires obtenues pour les scénarios 1 et 2

La planche III.2 bis (respectivement III.3 bis) illustre les mouvements obtenues pour les scénarios 5 et 6 (respectivement 7 et 8)

III.3 Elément de confort

Les éléments du confort sont :

- L'amplitude de déplacement latéral du plancher.
- L'accélération.
- Le Jerk (dérivée de l'accélération).

Ces diverses grandeurs résultent de combinaisons des mouvements élémentaires. Nous les avons calculées pour les passagers d'une voiture située au second étage du wagon DDC.

déplacement latéral du plancher :

$$(Y1 - Y2) * (\frac{L.Veh}{2} - 1) * (2 * L) + \frac{Y1 + Y2}{2} + (PHI * H.P)$$

Accélération :

$$\left(\frac{d^{2}Y1}{dt^{2}} - \frac{d^{2}Y2}{d^{2}t}\right) * \left(\frac{L.Veh}{2} - 1\right) * \left(2 * L\right) + \frac{\frac{d^{2}Y1}{dt^{2}} + \frac{d^{2}Y2}{d^{2}t}}{2} + \left(\frac{d^{2}PHI}{dt^{2}} * H.P\right)$$

avec :

Y1 (respectivement Y2) étant l'écartement du pivot de bogie avant(respectivement arrière) parrapport à l'axe de la voie.

PHI angle de rotation de la caisse du wagon par rapport à l'axe longitudinal.

L étant la demi distance entre pivot de bogie.

L.Veh longueur utile du wagon (Longueur du wagon réellement chargée).

H.P Hauteur du siège du véhicule par rapport au centre de roulis.

Une voiture située au centre du wagon est seulement soumise au tamis et au roulis. Mais une voiture située en bout du wagon est soumise en plus au lacet. Pour le calcul des éléments de confort dans le cas d'un véhicule situé au centre il suffit de retirer le terme qui exprime le mouvement du lacet soit :

$$(Y1 - Y2) * (\frac{L.Veh}{2} - 1) * (2 * L)$$

et

$$\left(\frac{d^2Y_1}{dt^2} - \frac{d^2Y_2}{d^2t}\right) * \left(\frac{L.Veh}{2} - 1\right) * (2 * L)$$

Nos calculs ne tiennent pas compte de l'amélioration du confort apportée par la suspension du véhicule automobile. Il faut les interpréter comme étant ce qu'éprouverait un voyageur assis sur un tabouret posé à l'emplacement du siège du conducteur de son véhicule.

Nous n'avons pas intégré cet élément de confort à notre étude, puisque la suspension des véhicules varie d'un véhicule à un autre.

Nous avons distingué les deux cas correspondant à la position du véhicule dans le second étage du wagon. Les résultats sont donnés dans les tableaux III.2 pour le véhicule situé au centre et dans le tableau III.3 pour un véhicule situé en bout.

Les valeurs sont en millimètres pour le déplacement transversal du plancher, en m/s^2 pour l'accélération et en m/s^3 pour le Jerk.



Scénario 1 Soufflage wagon vide V.O.M et Véhicule au centre



Scénario 2 Soufflage wagon en C.E et Véhicule au centre

PLANCHE III.4

N° de scéna	ario	1	2	3	4	5	6	7	8
Déplacement du	: maxi	11	8	83	71	4	3	29	25
plancher(en mm)) mini	-3	-2	-45	-44	-1	-1	-14	-14
Accélération	: maxi	0.6	0.4	0.9	0.6	0.2	0.1	0.3	0.2
en (m/s2)	mini	-0.5	-0.3	-1.1	-0.8	-0.2	-0.1	-0.3	-0.2
Jerk (en m/s ³)	: maxi	<u>30.5</u>	19.7	4.9	3.2	10.5	6.8	1.6	0.9
	mini	<u>-28.1</u>	-18.3	-3.4	-2.3	-9.7	-6.3	-1.2	-0.8
Chargement du	ı wagon	VOM	C.E	VOM	C.E	VOM	C.E	VOM	C.E
Mode d'excitation		Sou	Soufflage Aspiration		Soufflage Aspiration			ation	
Type de trafic		Situation exceptionnelle			r	rafic nor	mal J=0	.37	
J=0.63			.63						

Force latérale	20.2 KN	19.4 KN	7 KN	6.7 KN
Moment de Roulis	21.7 KN.m	60.8 KN.m	7.5 KN.m	21 KN.m
Vent du PRD	69.7 m/s	69.7 m/s	40.9 m/s	40.9 m/s

TABLEAU III.2

<u>Eléments du confort</u> <u>véhicule au CENTRE du second étage du wagon</u>

C'est pour les scénarios 3 et 4 que nous enregistrons les valeurs les plus élevées pour le déplacement du plancher. Et c'est pour les scénarios 1 et 2 (trafic en situation exceptionnelle le wagon de queue soumis au soufflage des PRD) que nous avons les valeurs les plus élevées pour le Jerk.

Nous illustrons sur la planche III.4 pour les configurations 1 et 2 l'évolution de ces trois paramètres sur 7 secondes. Les autres configurations sont illustrées en annexe III ⁽²⁾.

⁽²⁾ La planche III.5 illustre l'évolution des trois paramètres pour les scénarios 3 et 4.

La planche III.4 bis (respectivement la planche III.5 bis) illustre l'évolution de ces paramètres pour les scénarios 5 et 6 (respectivement 7 et 8).



Scénario 1 Soufflage wagon vide V.O.M et Véhicule en bout



Scénario 2 Soufflage wagon en C.E et Véhicule en bout

PLANCHE III.6

N° de scénario		1	2	3	4	5	6	7	8
Déplacement du : maxi		18	14	79	64	6	5	28	22
plancher(en mm) mini		-15	-10	-42	-40	-5	-3	-13	-12
Accélération	: maxi	2.2	1.5	0.7	0.5	0.8	0.5	0.2	0.2
en m/s2	mini	-1.9	-1.3	-0.8	-0.5	-0.7	-0.4	-0.3	-0.2
Jerk en m/s ³	: maxi	<u>71.0</u>	48.1	2.9	2.1	24.5	16.6	1.2	0.7
	mini	<u>-74.7</u>	-50.2	-3.5	-2.2	-25.8	-17.3	-1.1	-0.7
Chargement d	u wagon	VOM	C.E	VOM	C.E	VOM	C.E	VOM	C.E
Mode d'excitation		Soufflage Aspiration		Soufflage Aspiration					
Type de trafic		Situation exceptionnelle			Trafic normal J=0.37				
			J=0	.63					

Force latérale	20.2 KN	19.4 KN	7 KN	6.7 KN
Moment de Roulis	21.7 KN.m	60.8 KN.m	7.5 KN.m	21 KN.m
Vent du PRD	69.7 m/s	69.7 m/s	40.9 m/s	40.9 m/s

TABLEAU III.3

Eléments du confort véhicule en BOUT du second étage du wagon

Même remarque pour le cas d'un véhicule placé au centre du second étage du wagon.

Les valeurs de jerk sont plus grandes que celles obtenues dans le cas précédent.

Nous illustrons sur la planche III.6 pour les configurations 1 et 2 l'évolution de ces trois paramètres sur 7 secondes. Les autres configurations sont illustrées en annexe III ⁽³⁾.

 ⁽³⁾ La planche III.7 illustre l'évolution des trois paramètres pour les scénarios 3 et 4.
 La planche III.6 bis (respectivement la planche III.7 bis) illustre l'évolution des éléments de conforts pour les scénarios 5 et 6 (respectivement 7 et 8).

III.3.1 Inconfort des passagers

Comme nous l'avons remarqué sur les deux tableaux III.2 et III.3 c'est pour le scénario 1 que nous enregistrons les valeurs les plus élevées du jerk:

Trafic en situation exceptionnelle. Wagon de queue de la navette vide soumis au soufflage des PRD. Force latérale = 20 KN Moment de roulis = 22KN.m Vent du PRD = 70 m/s

Dans ce cas, le plancher du second étage se déplace alternativement avec une amplitude latérale de 18 millimètres (respectivement 11 mm) pour le cas d'un véhicule en bout (respectivement au centre) du second étage du wagon.

Bien que cette amplitude soit faible, le mouvement est très rapide.

Ceci se traduit par une valeur du Jerk très élevée. Elle atteint 71 m/s³ pour le cas d'un véhicule en bout et 31 m/s³ pour le cas d'un véhicule au centre du second étage du wagon.

Dans ce cas, le voyageur se trouvant en bout ou au centre du wagon de queue aura une impression de choc au passage des PRD. Elle se répétera tous les 6.4 secondes

Même dans le cas où le wagon est en chargement exceptionnel ou en trafic normal, le jerk sera encore bien ressenti par les voyageurs, sa valeur atteint dans ce cas 17 m/s^3 (respectivement 7 m/s³) pour le cas d'un véhicule en bout (respectivement au centre) du second étage du wagon.

Ceci est valable pour le wagon de queue de la navette. Par contre, dans le wagon de tête qui est soumis à l'aspiration des PRD, les voyageurs vont ressentir un Jerk modéré.

Pour les voyageurs situés au niveau central et pour le cas d'un wagon en V.O.M, il est de l'ordre de 5 m/s³ (respectivement 2 m/s³) pour un trafic de situation exceptionnelle (respectivement normal). Alors que pour les voyageurs se trouvant en

III - 10



FIGURE III.2

Wagon dans le tunnel (vue de face)

bout du wagon, il est de l'ordre de 3 m/s^3 (respectivement 1 m/s^3) pour un trafic en situation exceptionnelle (respectivement normal).

N.B : Comme nous l'avons signalé, les valeurs de Jerk doivent être interprétées comme ce que vont ressentir les voyageurs s'ils étaient assis sur des tabourets. Ce qui n'est pas le cas.

Les suspensions des véhicules automobilistes dans lesquelles vont être assis les voyageurs vont filtrer ces valeurs de jerk. Les valeurs seront inférieures à celles que nous avons trouvées et par conséquent le choc sera plus modéré.

III.4 Déplacement de la corne du toit

La corne du toit est le point de la caisse du wagon situé, en avant, en haut, et à droite du toit (*cf figure III.2*).

C'est le point le plus rapproché de la voûte du tunnel, celui qui court le plus grand risque d'entrer en collision avec celle-ci, sous l'effet combiné des mouvements de tamis, de lacet et de roulis de la caisse du wagon.

déplacement de la corne du toit :

$$\frac{(Y1 - Y2) * Lw}{(4 * L)} + \frac{Y1 + Y2}{2} + (PHI * H)$$

avec :

Y1 (respectivement Y2) étant l'écartement du pivot de bogie avant(respectivement arrière) parrapport à l'axe de la voie.

PHI angle de rotation de la caisse du wagon par rapport à l'axe longitudinal.

L étant la demi distance entre pivot de bogie.

Lw longueur du wagon

H Hauteur du toit du wagon par rapport au centre de roulis.

III - 11

Le tableau III.4 donne, pour les 8 scénarios envisagés, les valeurs du déplacement maximum de ce point, positivement vers le PRD, et négativement dans le sens opposé.

Les valeurs sont en millimètre pour le déplacement de la corne du toit.

On trouve également pour chaque scénario la fréquence des oscillations libres de la caisse du wagon, ainsi que leurs amortissements. Cette fréquence est celle des oscillations du wagon lorsque il roule entre deux PRD alors qu' il n'est plus soumis à leurs actions.

N° de scénario	1	2	3	4	5	6	7	8
Déplacement : maxi	23	17	122	97	8	6	43	34
de La corne du mini	-18	-11	-69	-64	-6	-4	-21	-20
toit en mm								
Fréquence des	0.8	0.81	0.59	0.49	0.8	0.81	0.60	0.50
oscillations								
libre en Hertz								
Amortissement	21.3%	33.4%	43.5%	33.7%	21.3%	33.4%	50.4%	41.2%
Chargement du wagon	VOM	C.E	VOM	C.E	VOM	C.E	VOM	C.E
Mode d'excitation	Sou	Soufflage Aspiration		Sou	Soufflage Aspiration			
Type de trafic	Situ	ation exc	ceptionnelle Trafic normal J = 0.3			.37		
	 	J=0	.63					

Force latérale	20.2 KN	19.4 KN	7 KN	6.7 KN
Moment de Roulis	21.7 KN.m	60.8 KN.m	7.5 KN.m	21 KN.m
Vent du PRD	69.7 m/s	69.7 m/s	40.9 m/s	40.9 m/s

TABLEAU III.4

DEPLACEMENT DE LA CORNE DU TOIT

C'est pour le scénario 3 que nous obtenons la plus grande valeur de déplacement de la corne du toit (122 millimètres). En effet pour ce même scénario, nous avons obtenu pour l'étude des mouvements élémentaires (Tableau III.1) les valeurs extrêmes : Tamis (27 et -11 mm) et Roulis (19.5 et -12.4 mrad).



Scénario 4 Aspiration wagon en C.E

PLANCHE III.8

U.S.T.L F.A L.R.P.E laboratoire du professeur R.GABILLARD

La figure III.3 montre le déplacement de la corne du toit produit par la configuration du scénario n°1.

Nous présentons en trait discontinu la caisse du wagon dans sa position d'équilibre et en trait plein dans son déplacement transversal et rotation maximal.

La planches III.8 montrent les courbes présentant l'évolution du mouvement de la corne du toit pour les 4 premiers scénarios de la situation exceptionnelle du trafic J=0.63. Les 4 derniers scénarios sont présentés en annexe III ⁽⁴⁾.



⁽⁴⁾ La planche III.8 bis illustre l'évolution du mouvement de la corne du toit pour les quatres derniers scénarios.







PLANCHE III. 9

III.5 Simulation du lâcher de la caisse du wagon

Pour estimer la fréquence et le taux d'amortissement du mouvement de roulis de la caisse du wagon, nous avons simulé un essai de lâcher sur le wagon en V.O.M et en C.E.

Pour cela, nous considérons le wagon immobile sur une voie horizontale (devers nul), que les ressorts et amortisseurs du wagon ne sont pas épuisés, et les coussins pneumatiques de la suspension secondaire gonflés.

L'opération consiste à simuler une inclinaison de la caisse du wagon d'un angle Ψ (*cf figure III.4*) par rapport à l'axe vertical Z avant de la lâcher dans un mouvement libre sans qu'elle soit soumise à aucune force extérieure (Le wagon n'est pas soumis ni à l'aspiration ni au soufflage des PRD).



Figure III.4 Simulation du lacher de la caisse du wagon

Les courbes a (respectivement b) de la planche III.9 illustre le mouvement de déplacement de la corne du toit de la caisse du wagon en V.O.M (respectivement en C.E) en fonction du temps. l'angle d'inclinaison de Ψ étant de 20 milli-radians (c'est l'angle maximum que nous avons recueilli pour le mouvement de roulis tableau III.1).

Le mouvement est amorti suivant une loi exponentielle :

$$X(t) = X_0 * e^{-\frac{t}{\theta}}$$

avec :

 X_n déplacement de la corne du toit à l'instant t=0 sec.

 $\delta \quad \text{décrément logarithmique} \qquad \delta = \frac{1}{\theta} \qquad \theta = \frac{t2 - t1}{\ln\left(\frac{X(t1)}{X(t2)}\right)}$ $\epsilon \text{ taux d'amortissement} \qquad \epsilon = \frac{\delta}{2 * \pi}$ f fréquence $f = \frac{1}{\tau} \qquad \text{est } \tau = t2 - t1$

X(t1) (respectivement X(t2)) déplacement maximum de la corne du toitobtenu àl'instant t1 (respectivement t2).

Le tableau III.5 présente les résultats obtenus pour le taux d'amortissement et fréquence libre du système:

	Etat de chargement du wagon					
	V.O.M	C.E				
ε	.26	.27				
f	.75 (Hz)	.64 (Hz)				

TABLEAU III.5

A l'instant t = 6.4 sec, temps suffisant au wagon qui roule à une vitesse de 140 km/h de passer par un PRD et d'arriver au niveau du début d'un PRD suivant, la valeur de déplacement de la corne du toit est de 2 10^{-3} m (respectivement 3 10^{-3} m) pour le cas du wagon vide en V.O.M (respectivement en C.E).

Ces valeurs étant faibles, le mouvement de déplacement de la corne du toit est bien amorti en moins de 7 secondes.



Fréquence du vent

PLANCHE III.10

Amplitude de déplacement de la corne du toit en fonction de la fréquence des fléctuations du vent

III.6 Risque de résonance

Afin de répondre à la question : Peut-il se produire pour certaine vitesse de train des phénomènes de résonance ?, nous avons soumis la paroi du wagon à un vent sinusoïdal d'une fréquence f, que nous avons fait varier de 0 à 1 Hz avec un pas de 0.01 Hz.

La réponse du wagon à chaque fréquence a été recueillie après que le régime transitoire. du début de l'excitation ont disparu.

La planche III.10, illustre la courbe réponse du wagon en fonction de la fréquence. La résonance du wagon est obtenue pour la fréquence :

$F_{t} = 0.54 \text{ Hz}$

Les PRD étant distants de 250 mètres, le wagon qui roule à une vitesse de 140 km/h passe au niveau des PRD toutes les 6,4 secondes, soit à une fréquence :

$F_{e} = 0.15 \text{ Hz}.$

La fréquence d'excitation du wagon F_e est inférieure à la fréquence de résonance du train F_e . Par conséquent <u>le wagon ne court aucun risque d'être induit dans des</u> <u>phénomènes de résonances</u>.

CONCLUSION

A l'aide du programme de simulation du comportement dynamique du wagon nous avons répondu aux questions posées.

En effet, l'amplitude des mouvements de tamis, de lacet et de roulis n'auront aucune incidence dangereuse sur les wagons des navettes trans-manche. <u>Le wagon ne</u> <u>rentrera pas en collision ni avec la voûte du tunnel ni avec les équipements des tunnels</u>.

Mais ces amplitudes auront un effet sur le confort des voyageurs, particulièrement ceux qui se trouvent dans le niveau supérieur des wagons de queue de la navette. Mais nous rappelons que les suspensions des véhicules automobilistes vont considérablement filtrer ces sensations d'inconfort.

Ces mouvements seront bien amortis avant que le wagon ne soit soumis à une excitation de la part d'un PRD suivant, les amplitudes de ces mouvements vont rester stables d'un PRD à un autre.

Enfin, nous avons montré que la périodicité des excitations ne peut induire le train dans des phénomènes de résonance.

CONCLUSION

GENERALE

L'étude qui vient d'être faite nous a permis de répondre à quelques questions posées par EUROTUNNEL. Ces dernières concernent principalement la sécurité et le confort des voyageurs des futures navettes trans-manche.

Les réponses à ces différentes questions ont été fournies par le programme informatique de simulation du comportement dynamique du wagon soumis aux excitations du vent des PRD ⁽¹⁾. Ce programme est exposé dans les deux premières parties de cette thèse.

Dans une première partie, nous avons rappelé que les trains seront soumis à de violents courants d'air provenant des PRD. Ces derniers ont pour fonction d'égaliser la pression dans les deux tunnels. La vitesse du vent dans ces conduites dépend de la vitesse du train et du type de trafic, et peut atteindre les 250 Km/h.

Sous l'impact du vent des PRD, les wagons de tête de la navette vont être attirés par un effet d'aspiration et les wagons de queue seront repoussés par un effet de soufflage. Ces effets vont engager ces wagons dans des mouvements de tamis, de lacet et de roulis.

Chacun de ces mouvements résulte de la réponse des suspensions du wagon au torseur des forces aérodynamiques appliquées. Nous avons analysé ces réponses dynamiques dans la première partie de notre thèse en séparant les deux suspensions primaire et secondaire. La première suspension assure la liaison entre les essieux et les bogies, la seconde assure la liaison entre les bogies et la caisse du wagon.

Pour ce faire, nous avons écrit les équations correspondantes à chacun de ces mouvements.

Dans une deuxième partie de notre thèse, afin de pouvoir exploiter les systèmes d'équations obtenus dans la première partie, par un programme informatique, sans risquer de rencontrer des problèmes de divergences des calculs, nous avons étudié quelques méthodes numériques de résolutions des systèmes d'équations différentielles. A la fin, nous avons confronté les résultats obtenus par chacune de ces méthodes pour n'en garder qu'une seule : celle qui cumule le maximum d'avantages (fiabilité, facilité de programmation et rapidité d'exécution).

Enfin, dans la dernière partie de notre thèse, nous donnons les réponses aux questions posées par EUROTUNNEL. Elles sont obtenues à partir des amplitudes des mouvements du wagon pour différents cas de configuration de trafic.

Même dans le pire des cas (trafic en situation exceptionnelle, vent dans les PRD qui atteint les 250 Km/h et wagon vide), aucun wagon de la navette ne court un risque de rentrer en collision ni avec la voûte du tunnel ni avec ses équipements.

Toutefois des sensations d'inconfort pourraient être ressenties par les voyageurs qui se trouvent dans le wagon de queue de la navette (à cause des valeurs relativement élevées des accélérations et du jerk subis par ce wagon). Nous pensons toutefois que ces sensations vont être complètement filtrées par les suspensions des véhicules automobilistes dans lesquelles les voyageurs se trouveront assis.

D'autre part le wagon, avec les vitesses de trafic prévues ⁽¹⁾, ne peut être l'objet d'aucun phénomène de résonance.

En effet, l'amortissement des oscillations induites par son passage devant un PRD est suffisant pour que celles-ci aient complètement disparues avant le passage devant le PRD suivant.

Ceci signifie qu'à chaque passage les conditions initiales du wagon correspondent à des valeurs nulles des angles de roulis, de lacet et du tamis, et qu' il n'y a <u>aucun risque</u> d'une amplification de ces mouvements par un phénomène de résonance.

⁽¹⁾ Vitesse maximum 140 km/h.

BIBLIOGRAPHIE
- [1] : MHAM Mott, Hay & Anderson 8569
 "Aerodynamics ventilation and cooling note on Pressure Duts"
- [2] : T.LEPELTIER.

" Adaptation des résultats expérimentaux de St-Cyr. Détermination du torseur des forces aérodynamiques appliquées à un wagon à son passage devant un rameau de pistonnement ". Sept 1990.

- [3] : Institut Aérotechnique de St-Cyr.
 "Essais de forces latérales " Rapport IAT n° 2209/BV.
- [4] : Professeur R.GABILLARD.
 " Influence d'éventuels volets déflecteurs de flux a la sortie des PRD sur les oscillations de roulis,tamis et lacet du wagon DDC dans le tunnel transmanche ".
- [5] : SOFRERAIL.
 " Description des bogies et conclusion des essais. Bogie Alsthom ". Rapport ME-RX 89075.
- [6] : Professeur R.GABILLARD."Simulation d'une oscillation non linéaire".
- [7] : Professeur R.GABILLARD.
 " Etude de l'effet des PRD sur les deux mouvements de lacet et de tamis sur la caisse du wagon ".
- [8] : Professeur R.GABILLARD." Mouvement de roulis du wagon DDC".
- [9] : J.P.NOUGIER.
 "Méthode de calcul numérique".
 3 ^{éme} éditions collection MASSON.
- [10] : Professeur R.GABILLARD.
 " Simulation du comportement dynamique du wagon DDC soumis au souffle et a l'aspiration des PRD".
 25 octobre 1990.

[11] : R.GABILLARD.

" Vibration et phénomènes de propagation". collection DUNOD UNIVERSITE.

ANNEXE

Fichier D-VOM.DAT000

Annexe 4.1 (/4.3)

DONNEES DU VEHICULE D.D.C. en tare

~~~~~

## -

D'après document : ACR\BE\TML\CL163\7,KUN du 06/01/89

Raideur verticale de la suspension primaire par boîte d'essieu : 1460 kN/m

Raideur verticale par élément de la susp. secondaire du bogie : - avec suspension secondaire gonflée : 579 kN/m (- avec suspension secondaire dégonflée : 3922 kN/m)

Raideur angulaire caisse-bogie suivant x due à la barre antiroulis (par bogie) : 3893 m.kN/rad

Raideur en torsion suivant y du châssis (statique) : 11.5 m.MN/rad

Raideur en torsion suivant x de la caisse entre les suspensions secondaires (statique) '164 m.MN/rad

1/2 empattement du bogie : 1.3 m

1/2 distance en Y des éléments de la suspension primaire : 1.0 m

1/2 écartement en Y des éléments de suspension secondaire : 1.0 m

- 1/2 distance entre pivots de bogies : 9.5 m
- Masse (du wagon) suspendue secondaire : 46000 kg

Masse suspendue entre primaire et secondaire par bogie : 3500 kg

Masse non suspendue totale par essieu avec boîtes d'essieu : 1750 kg

Fichier D-VOM.DAT000

Annexe 4.2 (/4.3)

: 0.700 m

Décalage suivant Y du centre de gravité de la caisse : - avec suspension secondaire gonflée : 0. m (- avec suspension secondaire dégonflée : 0.030 m) Hauteur du centre de gravité de la caisse par rapport au plan de suspension secondaire : 1.359 m Hauteur du centre de gravité des masses suspendues primaires par rapport au plan de suspension primaire : 0.101 m Distance entre le plan de suspension primaire et le plan de suspension secondaire : 0.468 m Rayon de roulement : 0.425 m Raideur latérale de la suspension primaire par boîte d'essieu : 16.7 MN/m Hauteur au rail de l'application de la force de vent équivalente: 2.90 m Raideur longitudinale de la suspension primaire par boîte d'essieu : 50 MN/m Raideur en lacet de la liaison caisse-bogie : - avec suspension secondaire gonflée : 514 m.kN/rad (- avec suspension secondaire dégonflée : 0 m.kN/radcoefficient de frottement rail-roue (Coulomb) : 0.40 Couple de frottement sec en lacet caisse-bogie : - avec suspension secondaire gonflée : 0. m.kN (- avec suspension secondaire dégonflée : 29.3 m.kN) Hauteur au rail de l'attelage



#### Fichier D-CE150.DAT000

----

Annexe 5.1 (/5.3)

#### DONNKES DU VEHICULE D.D.C. en C.E.

#### \*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*\*

### D'après document : ACR\BE\TML\CL163\7.KUN du 06/01/89

Raideur verticale de la suspension primaire par boîte d'essieu : 2778 kN/m

| Raideur | verticale | par é | élément de | la susp. | secondaire | du bogie | : |      |       |  |
|---------|-----------|-------|------------|----------|------------|----------|---|------|-------|--|
|         | -         | avec  | suspension | secondai | re gonflée | ;        | : | 840  | kN/m  |  |
|         | ( -       | avec  | suspension | secondai | re dégonfl | ée       | : | 3922 | kN/m) |  |

Raideur angulaire caisse-bogie suivant x due à la barre antiroulis (par bogie) : 3893 m.kN/rad

Raideur en torsion suivant y du châssis (statique) : 11.5 m.MN/rad

Raideur en torsion suivant x de la caisse entre les suspensions secondaires (statique) : 164 m.MN/rad

1/2 empattement du bogie : 1.3 m

1/2 distance en Y des éléments de la suspension primaire : 1.0 m

1/2 écartement en Y des éléments de suspension secondaire : 1.0 m

1/2 distance entre pivots de bogies : 9.5 m

Masse (du wagon) suspendue secondaire : 74000 kg

Masse suspendue entre primaire et secondaire par bogie : 3500 kg

Masse non suspendue totale par essieu avec boîtes d'essieu : 1750 kg

Annexe 5.2 (/5.3)

Décalage suivant Y du centre de gravité de la caisse : - avec suspension secondaire gonflée, pour un décalage de la charge utile de 150 mm : 0.057 m Hauteur du centre de gravité de la caisse par rapport au plan de suspension secondaire : 1.541 m Hauteur du centre de gravité des masses suspendues primaires par rapport au plan de suspension primaire : 0.085 m Distance entre le plan de suspension primaire et le plan de suspension secondaire : 0.448 📼 Rayon de roulement : 0.425 m Raideur latérale de la suspension primaire par boîte d'essieu : 16.7 MN/m Hauteur au rail de l'application de la force de vent équivalente: 2.90 m ١. Raideur longitudinale de la suspension primaire par boîte : 50 MN/m d'essieu Raideur en lacet de la liaison caisse-bogie : - avec suspension secondaire gonflée : 620 m.kN/rad : 0 m.kN/rad) (- avec suspension secondaire dégonflée : 0.40 coefficient de frottement rail-roue (Coulomb) Couple de frottement sec en lacet caisse-bogie : - avec suspension secondaire gonflée : 0 m.kN (- avec suspension secondaire dégonflée : 47.2 m.kN) : 0.700 m Hauteur au rail de l'attelage



ffaire : T.M.L.

٠.

Objet : Données numériques du véhicule D.D.C.

sparage: L'anne "x" est un anne longitudinal, "y" transversal et "z" vertical.

#### 1.) - Véhicule en Ordra de Marche (V.O.M.) :

| /2 distance entre pivots de bogie (suivant "x")                                                             | 9.500  | m )      |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|----------|
| /2 écartement des suspensions secondaires (suivant "y")                                                     | 1.000  | m        |
| /2 écertement des emortisseurs verticeux secondaires (suivant "y")                                          | 1.250  | m        |
| écalace longitudinal du centre de gravité (C.d.G.) de la caisse (suivant "x")                               |        |          |
| par report en plan de synétrie (y, z) médian aux bogies                                                     |        | m        |
| écalace transversal du centre de gravité (C.d.G.) de la caisse (suivant "y")                                |        |          |
|                                                                                                             |        | m        |
| anteur du C.d.G. de la caisse par resport à la face inférieure des cales d'appui de caisse sur bogies       |        | m        |
| auteur de la face inférieure des cales d'appui de caisse par rapport au plan de la voie                     | 0.904  | m (*)    |
| auteur de la force sérodynamique horizontale équivalente su-dessus du plan de vois                          | 2,900  | m        |
| peitionnement transversal de la force sérodynamique verticale, par rapport au rail sous le vent             | 1.450  | m        |
| inteur de l'attalage au-dessus du plan de voie                                                              | 0.700  | m (*)    |
| /2 emottement di bogie                                                                                      | 1.300  | m        |
| /2 écartement des suspensions primaires (suivant "v")                                                       | 1.000  | m        |
| //2 écartement des amortisseurs primaires (suivant "v")                                                     | 1.185  | m        |
| leuteur di centre de gravité des masses suspendues primaires par raccort au plan de la vois                 | 0.525  | m (*)    |
| tenteur entre le plan de la voie et le plan de suspension secondaire                                        | 0.820  | m (*)    |
| lauteur entre le plan de la voie et le plan des butées transversales de suspension secondaire               | 0.601  | m. (*)   |
| inteur entre le plan de la voie et le plan des anortisseurs transverseux secondaires                        | 0.702  | m (*)    |
| tavon nominal de roulement                                                                                  | 0.425  | m        |
| fanse de la caisse (suspendue secondaire), par véhicule (-> (++)]                                           | 46000. | ka       |
| Inertie de la caisse autour d'un ave "x" passent par son centre de gravité (roulis)                         |        | kg.m2    |
| Inertie de la caisse autour d'un ave "v" passant par son centre de gravité (tangage)                        |        | .log.m2  |
| Inertie de la caisse autour d'un ave "z" passent par son centre de gravité (lacet)                          |        | .ka .m2  |
| Massa suspendie primeire (entre suspensions primeire et secondaire), par bogie                              | 3500,  | ka       |
| Inartie de la masse suppondue primeire autour d'un ave "x" passant par son centre de cravité (roulis)       | 3000.  | kor.m2   |
| Inartie de la masse supendue primeire autour d'un ave "v" passent par son centre de gravité (tangage)       | 2750.  | kar.m2   |
| Inertie de la masse suspendue primeire autour d'un ave "z" passant par son centre de gravité (lacet)        | 4850.  | kar_m2   |
| Messe non suspendue par essisu (avec part des boltes d'essieu)                                              | 1750.  | ka       |
| Inertie de la masse non suspendue autour d'un ave "x" pessent per son centre de gravité (roulis)            | 1010.  | kg       |
| Inertie de la masse non suspendue autour d'un ave "y" passent par son centre de gravité (rotation propre) ; | 120.   | ka.m2    |
| Inertie de la masse non suspendue autour d'un ave "x" passant par son centre de gravité (lacet)             | 1010.  | kog .m2  |
| Raideur statique longitudinale de la suspension primaire par boite d'essieu                                 | 50.    | MN/m     |
| Raideur statique transversale de la suspension primaire par boite d'essieu (^)                              | 16.7   | MN/m     |
| Raideur statique longitudinale de la suspension secondaire gonflée par coté de bogie [<- (++)]              | 257.   | kN/m     |
| Raideur statique (~) verticale de la suspension secondaire gonflée par coté de bogie [<- (++)]              | 579.   | kN/m     |
| Raideur statique verticale de la suspension secondaire dégonflée par coté de bogie (~)                      | 3922.  | ktN/m    |
| Raideur statique angulaire caisse-bogie suivant "x" due à la barre anti-roulis (per bogie)                  | 3900.  | m.kN/rac |
| Raideur statique en torsion suivant "x" de la caisse entre les suspensions secondaires                      | •      | m.MN/rad |
| Raideur statique en torsion suivant "y" d'un chassis de bogie (entre ses longerons)                         | 11.5   | m.MN/rac |
| Viscance transversale de la suspension primaire par boîte d'essieu                                          | 24.    | kN/m/s   |
| Viscanos varticale de la suspension primaire par bolte d'essieu (-C(emortisseur)*(625/450)**21              | 14.    | kN/m/a   |
| Viscance transversale de la suspension secondaire par coté de bogie                                         | 42.5   | kN/m/s   |
| Viscance varticale de la suspension secondaire par coté de bogie [-C(anortisseur)*(180/210)**2]             | 67.    | kt/m/s   |
| Effort longitudinal de traction dens l'attelage (du coté véhicule tireur)                                   | 455.   | ion .    |
| Ratio das composantes sérodynamiques verticale / horizontale                                                | 0.30   |          |
| Coefficient de frottement rail-roue, seuf pour la roue dérailleuse (pour laquelle il est fonction de Y/O):  | 0.40   |          |
|                                                                                                             |        |          |

(\*) : Cas données ne sont définies qu'en configuration V.O.M., les valeurs correspondent à une possibilité de course de 33 mm en compression des suspensions primeires. La courbe effort-déplacement vertical - précisée dans le document 3010.EFDZP - détermine les valeurs dans d'autres configurations.

(++) -> Les charges nominales que supportent les suspensions preunstiques en V.O.M. influent sur leurs raideurs <- (++)



044200 560

## **RESUME**

Pour répondre aux questions posées par EUROTUNNEL, concernant la sécurité et le confort des voyageurs, nous avons conçu un programme informatique de simulation de comportement dynamique du wagon soumis aux excitations du vent des galeries d'antipistonnement.

Dans une première partie, nous avons parlé des formes d'excitations auxquelles sera soumis le wagon, puis nous avons décrit les étages de suspensions du wagon et leurs liaisons, enfin nous avons mis en évidence les différents mouvements créés sous l'effet du vent et nous avons écrit leurs équations.

Dans une deuxième partie, nous avons testé plusieurs méthodes de résolution de systèmes d'équations différentielles, après comparaison des résultats obtenus par ces méthodes nous avons pu choisir une méthode qui présente le meilleur compromis : précision et rapidité.

Dans la dernière partie, grâce aux amplitudes des mouvements du wagon obtenues dans différentes configurations de trafic nous avons répondu aux questions :

Y a t-il un risque de collision du wagon entre la voûte du tunnel?

Quels effets les amplitudes de ces mouvements auront-elles sur le confort des voyageurs ?

Peut-il se produire pour certaines vitesses de trafic des phénomènes de résonance ?

### MOTS CLES :

NAVETTE D'EUROTUNNEL SUSPENSION DU WAGON MOUVEMENT DU WAGON CONFORT DES VOYAGEURS RESOLUTIONS NUMERIQUES

# Annexe III







Scénario 6 (Soufflage, Wagon en C.E )

PLANCHE III.2 bis





Scénario 8 (Aspiration, Wagon en C.E )

PLANCHE III.3 bis



Scénario 3 Aspiration wagon vide V.O.M et Véhicule au centre



Scénario 4 Aspiration wagon en C.E et Véhicule au centre

PLANCHE III.5



Scénario 5 Soufflage wagon vide V.O.M et Véhicule au centre



Scénario 6 Soufflage wagon en C.E et Véhicule au centre

PLANCHE III.4 bis

U.S. T.L. F.A L.R.P.E laboratoire du professeur R.GABILLARD



Scénario 7 Aspiration wagon vide V.O.M et Véhicule au centre



Scénario 8 Aspiration wagon en C.E et Véhicule au centre

PLANCHE III.5 bis



Scénario 3 Aspiration wagon vide V.O.M et Véhicule en bout



Scénario 4 Aspiration wagon en C.E et Véhicule en bout

PLANCHE III.7



Scénario 5 Soufflage wagon vide V.O.M et Véhicule en bout



Scénario 6 Soufflage wagon en C.E et Véhicule en bout

PLANCHE III.6 bis





U.S.T.L F.A L.R.P.E laboratoire du professeur R.GABILLARD

Scénario 8 Aspiration wagon en C.E et Véhicule en bout

PLANCHE III.7 bis



Scénario 5 (Soufflage wagon vide V.O.M)



Scénario 6 (Soufflage wagon en C.E)





Scénario 8 (Aspiration wagon en C.E)

PLANCHE III.8 bis