

62195

50376 1992 300

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Spécialité : Electronique

par



Didier KINOWSKI



"ETUDE COMPARATIVE DE L'APPROCHE DANS LE DOMAINE SPECTRAL ET D'UNE FORMULATION PAR ELEMENTS FINIS POUR LA SIMULATION DE DISPOSITIFS MICROONDES ET OPTRONIQUES."

Soutenue le 18 décembre 1992 devant la commission d'examen

Membres du jury :

MM

E. CONSTANT Président P. KENNIS Directeur de thèse J. CITERNE Rapporteur P. GUILLON Rapporteur P. GAMAND Examinateur P. PRIBETICH Examinateur C. TRONCHE Examinateur J.P. VILCOT Examinateur



Remerciements

Ce travail a été effectué au Département Hyperfréquences et Semiconducteurs de l'Institut d'Electronique et de Microélectronique du Nord (I.E.M.N.) dirigé par Monsieur le Professeur G. SALMER.

Monsieur le Professeur E. CONSTANT, directeur de l'I.E.M.N., me fait l'honneur de présider la commission d'examen. Je l'en remercie vivement.

J'exprime toute ma reconnaissance envers Monsieur P. KENNIS, Professeur à l'Ecole Nouvelle des Ingénieurs en Communication, qui a proposé et dirigé ce travail. Ses conseils, son aide constante et efficace m'ont permis de le mener à bien.

Je tiens à adresser mes sincères remerciements à Monsieur J. CITERNE, Professeur à l'I.N.S.A. de Rennes, et Monsieur P. GUILLON, Professeur à l'Université de Limoges, pour l'honneur qu'ils me font de cautionner ce travail.

Monsieur P. GAMAND, de la société PHILIPS, me fait l'honneur de juger ce travail, je lui témoigne ici toute ma reconnaissance.

Monsieur P. PRIBETICH, Maître de Conférences à l'Université des Sciences et Technologies de Lille, m'a constamment témoigné sa sympathie, je le remercie pour ses conseils et l'aide qu'il m'a prodigués au cours des années passées dans l'Equipe Electromagnétisme des Circuits de l'I.E.M.N.. Je lui suis reconnaissant de participer à ce jury d'examen.

Mes remerciements vont également à Monsieur C. TRONCHE, de la société ALCATEL ESPACE, et à Monsieur J.P. VILCOT, Chargé de Recherche C.N.R.S. à l'I.E.M.N., pour l'honneur qu'ils me font de juger ce travail.

Je tiens également à exprimer mes plus vifs remerciements à Messieurs les Professeurs G. SALMER et Y. CROSNIER pour le soutien qu'ils ont apporté à ma candidature à l'E.S.A.

Je voudrais ici témoigner ma reconnaissance à mes collègues, mais néanmoins amis, de l'Equipe Electromagnétisme des Circuits pour leur aide constante et sans faille. Ils ont contribué par leur remarques pertinentes à l'élaboration de ce travail. Il s'agit de Messieurs F. HURET, E. PALECZNY, J. F. LEGIER, C. SEGUINOT, J. F. CARPENTIER, M. HELAL, Y. DELPLANQUE, K. SAÏDI, E. BOURCIER, P. PANNIER, S. ROBILLART et C. DELABIE.

Je ne saurais oublier dans ces remerciements tous mes amis du laboratoire, ainsi que tous ceux qui m'ont témoigné leur sympathie, qu'ils soient étudiants ou permanents.

J'exprime toute ma gratitude à Madame N. CASTELEIN qui a assuré la dactylographie de ce mémoire. Je la remercie pour sa gentillesse et la qualité de son travail.

Je remercie chaleureusement tous mes "relecteurs", qu'ils me pardonnent de leur avoir confié une tâche aussi ingrate.

Enfin, je tiens particulièrement à remercier Monsieur J.P. DEHORTER pour la qualité et le soin qu'il a apportés à la reproduction de ce mémoire.

	page
INTRODUCTION	2
Bibliographie de l'introduction	6

PREMIER CHAPITRE

<u>I Phases essentielles de l'Approche dans le Domaine</u> <u>Spectral. - Rappels succincts de la formulation classique.</u>

I.1 Généralités - Ecriture des champs électromagnétiques.	7
I.2 Obtention du problème aux valeurs propres dans	
l'espace de Fourier.	12
I.3 Cas des structures en boîtier.	13
I.4 Principe de détermination de la fonction de Green	
dyadique dans l'espace de Fourier.	14
I.5 Résolution du système matriciel.	17
I.6 Mise en oeuvre de l'Approche dans le Domaine Spectral.	20
I.6.1 Problèmes de convergence.	20
I.6.2 Utilisation de développements asymptotiques.	21
I.7 Simulation de rubans réels -Problèmes posés lors de la	
mise en oeuvre de l'approche dans le domaine spectral.	22
I.7.1 Principe de détermination de l'impédance de surface.	23
I.7.2 Cas des rubans métalliques.	25
I.7.3 Cas des rubans supraconducteurs.	26
Bibliographie du premier chapitre.	28

DEUXIEME CHAPITRE

<u>II Approche dans le Domaine Spectral Modifiée -</u>	
Présentation et applications à l'étude de lignes planaires à	
rubans réels.	29
II.1 Détermination du coefficient d'atténuation de lignes	
microrubans métalliques à partir de l'Approche dans le	
Domaine Spectral classique.	30
II.2 Détermination d'un facteur de forme pour l'impédance	
de surface.	32
II.2.1 Approche qualitative.	32
II.2.2 Approche quantitative.	36
II.2.3 Détermination des répartitions du champ et du	
courant au sein d'un ruban métallique.	37
II.3 Application de l'Approche dans le Domaine Spectral	
Modifiée à l'étude de lignes microrubans à conducteurs	
métalliques.	40
II.4 Application de l'Approche dans le Domaine Spectral	
Modifiée à l'étude de lignes coplanaires à conducteurs	
métalliques.	42
II.4.1 Modification de la formulation classique - Principe.	42
II.4.2 Validation de la description.	44
II.4.3 Détermination du coefficient d'atténuation de	
lignes coplanaires à partir de l'Approche dans le	
Domaine Spectral Modifiée.	45

.

II.6 Détermination des caractéristiques électromagnétiques	
de lignes planaires supraconductrices par l'Approche dans	
le Domaine Spectral.	48
II.6.1 Modélisation macroscopique des supraconducteurs.	
II.6.1.1 Modèle à deux fluides.	48
II.6.1.2 Principales limitations du modèle à	
deux fluides.	51
II.6.2 Etude du comportement des lignes microrubans	
et coplanaires en présence de supraconducteurs par	
l'approche dans le domaine spectral.	54
II.6.2.1 Objectifs de l'étude.	55
II.6.2.2 Etude de l'atténuation présentée par des	
lignes microruban et coplanaire	
supraconductrices.	57
II.6.2.3 Influence de la géométrie des lignes.	59
II.7 CONCLUSION.	61
Bibliographie du deuxième chapitre.	64
х.	

TROISIEME CHAPITRE

<u>III</u>	Présentation	<u>d'une</u>	méthode	<u>d'éléments</u>	finis	_
Formula	ation de type E	<u>H.</u>				

Introduction.

III.1 Approximation par éléments finis.

66

65

.

•

•

•

III.1.1 Approximation nodale.	66
III.1.2 Approximation par sous-domaines.	69
III.1.3 Construction des fonctions d'interpolation.	70
III.1.4 Exemple : élément triangulaire de type Lagrange.	71
III.1.5 Partition d'un domaine en éléments.	73
III.2 Choix de la forme intégrale.	74
III.3. Présentation de la formulation EH.	79
III.3.1 Méthode des résidus pondérés.	79
III.3.1.1 Principe.	79
III.3.1.2 Discrétisation des formes intégrales.	80
III.3.2 Mise en forme de la formulation éléments finis EH.	82
III.3.3 Résolution.	83
III.3.4 Conditions de continuité entre les éléments.	89
Bibliographie du troisième chapitre.	91
OUATRIEME CHAPITRE	
IV Application de la formulation par éléments finis de	

type EH à l'analyse de quelques dispositifs microondes et optroniques.

.

IV.1 Tests effectués sur un guide rectangulaire chargé.	93
IV.2 Tests effectués sur un guide diélectrique.	96
IV.3 Etude de la ligne microruban à partir de la formulation	
éléments finis EH.	98

•

IV.4 Analyse de quelques modulateurs électrooptiques à	
ondes progressives par la méthode des éléments finis.	101
IV.4.1 Principe de fonctionnement des modulateurs	
électrooptiques à ondes progressives.	101
IV 4.2 Analyse d'un modulateur en structure "rib" par	
la méthode des éléments finis.	105
IV.4.3 Etude d'un modulateur électrooptique à ondes	
progressives sur substrat LiNbO3 par la méthode des	
éléments finis.	106
IV.5 Conclusion.	110
Bibliographie du quatrième chapitre.	112
CONCLUSION GENERALE.	114

Annexe 1 : fonctions de Green du II.2.3.

Annexe 2 : fonctions de base de la ligne coplanaire pour l'approche dans le domaine spectral (II.4.1).

Bibliographie personnelle.

INTRODUCTION

Avec le développement des dispositifs monolithiques microondes, les concepteurs de circuits expriment logiquement des exigences nouvelles. L'amélioration sensible des performances des calculateurs, notamment par l'apparition de nouvelles architectures, permet à chaque concepteur d'envisager l'emploi de logiciels de simulation de plus en plus sophistiqués. La description d'une fonction complexe repose, de fait, sur la mise en cascade de quadripôles élémentaires, dont il convient de connaître avec précision les matrices de répartition. A ce jour, la plupart des logiciels disponibles font appel à des analyses électromagnétiques simplifiées, si ce n'est à des modèles empiriques. Dans ce contexte, notre rôle consiste à définir des algorithmes satisfaisant au mieux le compromis fiabilité-contraintes matérielles (temps de calcul - espace mémoire).

D'autres impératifs apparaissent lors de l'élaboration de circuits monolithiques microondes. Ainsi, la nécessité d'augmenter la densité d'intégration entraîne une diminution des dimensions transverses des lignes et présente comme corollaire un accroissement significatif des interactions entre lignes, mais aussi des pertes métalliques. Pour minimiser ce dernier inconvénient, un élément de réponse peut résider dans la substitution de matériaux supraconducteurs aux métallisations classiques. Dans le domaine des microondes, cette éventualité a surtout été envisagée à partir de 1987, date à laquelle ont été découverts les supraconducteurs à haute température critique, réalisés à base d'oxydes de cuivre.

Dans cet esprit, Schmidt *et al* [1] ont proposé un filtre rejecteur à 4,6 GHz, fabriqué à partir d'un film mince supraconducteur TlCaBaCuO déposé sur un substrat LaAlO₃. Ce système présente un facteur de qualité à vide supérieur à 15000 à une température de 77 K. La réalisation d'un filtre passe-bas, en technologie coplanaire, constitué d'un film supraconducteur YBaCuO déposé sur LaAlO₃ a également été proposée par Chew *et al* [2].

Citons, par ailleurs, les travaux de Chaloupka *et al* [3] qui mirent en évidence l'augmentation extrêmement importante du rendement d'une antenne plaquée supraconductrice par rapport à une structure classique.

Sans être exhaustives, ces quelques réalisations attestent de la faisabilité de composants passifs basée sur l'utilisation de matériaux supraconducteurs à haute température critique.

Partant de ce constat, les concepteurs de composants actifs ont cherché à tirer profit des caractéristiques de ces nouveaux matériaux. Les préoccupations essentielles concernent , ici, la minimisation des résistances d'accès au composant.

Les conséquences attendues sont une amélioration du facteur de bruit, du gain mais aussi des bandes passantes de ces composants. La présence d'un supraconducteur modifie, également, de façon sensible, les réactances des éléments; on conçoit que cette modification se répercute sur les caractéristiques d'un résonateur, d'un filtre ou sur le circuit d'entrée d'un transistor à effet de champ. Ces quelques considérations témoignent de la nécessité de disposer d'outils de simulation fiables, précis, permettant la prise en compte des géométries réelles des structures, mais également des paramètres physiques des différents matériaux utilisés.

Dans un tout autre ordre d'idées, l'essor prometteur de composants où interagissent des signaux optiques et microondes rend inéluctable l'étude de dispositifs complexes et divers, dont les topologies ne peuvent plus être assimilées à de simples structures planaires [4][5].

Afin de répondre à ces différents objectifs, des méthodes d'analyse complémentaires ont été ou sont développées. En ce qui concerne l'Equipe Electromagnétisme des Circuits de l'IEMN, citons notamment :

- La résolution d'équations intégrales, par des méthodes de moments, exprimées dans l'espace direct, ou à partir de transformées de Fourier des champs [6][7].

- La méthode du raccordement de champ [8] [9]

- Des méthodes de résonance [10]

- La méthode des lignes [11]

- Et à un stade très embryonnaire des méthodes de différences finies traitées dans le domaine temporel [12].

Dans ce contexte, il nous a été demandé de développer deux méthodes d'analyse complémentaires permettant de traduire le comportement de dispositifs à électrodes réelles.

La première repose sur une modification de l'approche dans le domaine spectral, autorisant la prise en compte des caractéristiques physiques des rubans, métalliques ou supraconducteurs.

La seconde, basée sur une formulation de type éléments finis, a pour objet de pallier les limitations du formalisme précédent. Aucune analyse par éléments finis n'ayant été élaborée précédemment au sein de l'Equipe Electromagnétiquisme des Circuits, notre ambition consistait principalement à tester l'algorithme retenu par rapport à d'autres outils d'analyse, non seulement en ce qui concerne la fiabilité des résultats obtenus, mais aussi en cherchant à dégager ses limites au regard des contraintes informatiques.

En conséquence, ce mémoire s'articule autour des points suivants.

Dans le premier chapitre, nous rappelons brièvement les principales étapes de la mise en oeuvre de l'approche dans le domaine spectral. Nous insistons, en particulier, sur le

formalisme qu'il faut introduire, dès que l'on souhaite prendre en compte la présence de rubans de conductivités finies et d'épaisseurs non nulles.

Dans le deuxième chapitre, après avoir mis en évidence les insuffisances de logiciels professionnels dès que l'on cherche à quantifier les pertes d'insertion de lignes plaquées, nous proposons une méthode de détermination systématique et fiable de ces pertes, à partir de l'approche dans le domaine spectral, se démarquant des méthodes classiques de perturbation. En premier lieu, nous testons la fiabilité de notre formalisme par rapport aux relevés expérimentaux effectués sur des lignes métalliques classiques. Nous abordons ensuite une étude prospective visant à définir les potentialités d'application des matériaux supraconducteurs lors de la réalisation de circuits passifs, et ce, en considérant des structures microrubans et coplanaires.

Dans le troisième partie, sont présentées les phases principales de l'élaboration d'un code de calcul basé sur une formulation par éléments finis. L'objectif initial consiste, ici, à proposer une méthode permettant d'éviter l'apparition de solutions parasites.

Dans le quatrième et dernier chapitre de ce mémoire, nous validons notre simulation par éléments finis en considérant des structures de géométries de complexité croissante, à savoir : un guide rectangulaire chargé, un guide diélectrique, une ligne microruban, et différentes topologies de modulateurs électooptiques.

Enfin, une conclusion générale dégage les points principaux de ce travail.

BIBLIOGRAPHIE DE L'INTRODUCTION

[1] M. S. Schmidt, R. J. Forse, B. Hammond, M. M. Eddy et L. Olson :" Measured performance at 77K of superconducting microstrip resonators and filters.", IEEE Trans. on MTT, vol. 39, n°9, septembre 1991,pp 1475-1479.

[2] W. Chew, A. L. Riley, D. L. Racsoe, B. D. Hunt, M. C. Foote, T. W. Cooley et L. J. Bajuk :" Design and performance of a high-Tc superconductor coplanar waveguide filter.", IEEE Trans. on MTT, vol. 39, n°9, septembre 1991, pp 1455-1461.

[3] H. Chaloupka, N. Klein, M. Pernige, H.Piel, A. Pischke et G. Splitt :" *Miniaturized high-temperature superconductor microstrip patch antenna.*", IEEE Trans. on MTT, vol. 39, n°9, septembre 1991, pp 1513-1521.

[4] H. Miyamoto, H. Ohta, K. Tabuse et Y. Miyagawa : "Design of high efficiency LiNbO₃ Broadband phase modulator using an electrode buried in buffer layer.", Electronics Letters, vol. 28, n°3, 30 janvier 1992, pp 322-324.

[5] G. K. Gopalakrishnan, C. H. Bulmer, W. K. Burns, R. W. McElhanon et A.S. Greenblatt : " 40 GHz, low half-wave voltage Ti:LiNbO3 intensity modulator.", Electronics Letters, vol. 28, n°9, 23 avril 1992, pp 826-827.

[6] **P. Pribetich** : " Contribution à l'étude d'un applicateur microonde de type fente, excitée par une ligne microruban.", thèse de 3ème cycle, Lille, Juin 1984.

[7] **F. Huret** :" Etude comparative de l'approche dans le domaine spectral et de la méthode des équations intégrales singulières pour la simulation des lignes planaires en technologie monolithique microonde.", thèse de 3ème cycle, Lille, décembre 1991.

[8] **R. Delrue** : "Modélisation et caractérisation de lignes coplanaires à contact Schottky : influence de la passivation et de la métallisation.", thèse de doctorat de 3ème cycle, Lille, Octobre 1989.

[9] E. Paleczny : "Modélisation des pertes métalliques par le raccordemant de modes: applications aux lignes planaires utilisées en technologie monolithique microonde.", thèse de 3ème cycle, Lille, septembre 1992.

[10] K. Saïdi, thèse d'université à paraître.

[11] Y. Delplanque, thèse d'université à paraître.

[12] **P. Pannier**, DEA à paraître.

PREMIER CHAPITRE

PREMIER CHAPITRE

.

.



figure I.1 : structure stratifiée à n couches

<u>I Phases essentielles de l'Approche dans le Domaine Spectral.</u> <u>Rappels succincts de la formulation classique</u>

I.1 Généralités-Ecriture des champs électromagnétiques

L'approche dans le domaine spectral est un outil d'analyse numérique éprouvé, particulièrement bien adapté à l'étude de structures de propagation planaires [1] [2] [3] [4]; nous ne souhaitons en présenter ici que les phases essentielles. Nous préciserons, toutefois, les approximations qu'il est nécessaire d'introduire dès que l'on désire modéliser des rubans "réels", c'est à dire de conductivité finie et d'épaisseur non nulles.

Considérons pour cela une structure de propagation réalisée sur un substrat stratifié comportant n couches figure I.1. Chaque milieu, d'indice i , est constitué d'un matériau, linéaire, homogène et isotrope, caractérisé par une permittivité complexe :

$$\varepsilon_{i}^{*} = \varepsilon_{o}\varepsilon_{ri}^{*} = \varepsilon_{o}(\varepsilon_{ri} - j \cdot \frac{\sigma i}{\omega \varepsilon_{o}})$$

avec :

 ε_0 : permittivité du vide

 ε_{ri} : permittivité relative du milieu i

 σ_i : conductivité du milieu i

 ω : pulsation de l'onde

L'étude d'une structure de propagation s'identifie à un problème aux valeurs propres qui fait abstraction de la présence de toute source d'excitation. En supposant l'existence d'une répartition volumique de courant J(x', y', z'), nous pouvons écrire l'expression de champ électrique qu'elle génère sous la forme générale :

$$\vec{E}(x,y,z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\vec{G}}(x-x',y-y',z-z') \cdot \vec{J}(x',y',z') dx' dy' dz'(1)$$

où $\overline{\overline{G}}$ représente la fonction de Green dyadique du problème étudié.

Si nous limitons l'application de ce formalisme à l'étude de structures planaires, J(x', y', z') représente les densités de courants induites sur les rubans. En supposant que les différentes métallisations soient situées sur la même interface, en y' = 0, et qu'elles soient d'épaisseur infiniment mince, nous pouvons écrire :

$$\vec{J}(x',y',z') = \vec{J}(x',z')\delta(y')$$

où

$$\vec{J}(x',z') = \hat{x} \cdot J_x(x',z') + \hat{z} \cdot J_z(x',z')$$

Nous obtenons par conséquent :

$$\vec{E}(x,y,z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\vec{G}}(x-x',y,z-z') \cdot \vec{J}(x',z') dx' dz'$$
(2)

Ce type de problème peut se ramener à la résolution d'une équation ou d'un système d'équations intégrales obtenu en écrivant la continuité du champ électrique sur le ou les différents conducteurs, soit :

$$\hat{\mathbf{y}} \times \vec{\mathbf{E}}(\mathbf{x}, 0, \mathbf{z}) = \hat{\mathbf{y}} \times \mathbf{Z} \cdot \vec{\mathbf{J}}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$$
 (3)

Le facteur de proportionnalité introduit, Z, a les dimensions d'une impédance; dans le cas d'un conducteur parfait Z=0. Nous reviendrons ultérieurement sur les approximations sous-jacentes à cette notion lorsque l'on considère des conducteurs non parfaits.

Compte tenu de l'expression (2), nous obtenons :

$$\hat{\mathbf{y}} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{\widetilde{\mathbf{G}}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}', \mathbf{y}, \mathbf{z} - \mathbf{z}') \cdot \vec{\mathbf{J}}(\mathbf{x}', \mathbf{z}') d\mathbf{x}' d\mathbf{z}' = \hat{\mathbf{y}} \times Z \cdot \vec{\mathbf{J}}(\mathbf{x}, \mathbf{z})_{(4)}$$

La résolution de cette équation intégrale, dont les inconnues sont les densités de courant J(x',z'), se fait habituellement à partir de méthodes de moments. Ceci nécessite de déterminer, au préalable, la fonction de Green dyadique $\overline{\overline{G}}$.

Dans le cas de rubans infiniment minces, une des démarches les plus efficaces pour résoudre cette équation, repose sur la détermination de la fonction Green et sur l'application de la méthode des moments dans l'espace de Fourier. Cette méthode, connue sous le nom d'approche dans le domaine spectral (A.D.S), permet de résoudre le problème aux valeurs propres dans l'espace de Fourier; la détermination de configurations de champs, par transformées de Fourier inverses, peut être repoussée à la phase ultime du calcul.

Nous allons à présent rappeler les principales étapes de la mise en oeuvre de l'approche dans le domaine spectral.

Nous reconnaissons, dans l'expression (2), le produit de convolution de la fonction de Green par la densité de courant.

Définissons la transformée de Fourier bidimensionnelle $\tilde{\Phi}(k_x, y, k_z)$ de toute fonction $\Phi(x, y, z)$ par :

$$\widetilde{\Phi}(k_x, y, k_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(x, y, z) \cdot e^{j(k_x \cdot x + k_z \cdot z)} dx dz$$
(5)

La transformée inverse s'exprime par :

$$\Phi(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Phi}(k_x, y, k_z) \cdot e^{-j(k_x \cdot x + k_z \cdot z)} dk_x dk_z$$
(6)

Le produit de convolution précédemment défini dans l'espace direct :

$$\vec{E}(x, y, z) = \overline{\vec{G}} \otimes \vec{J}(x, z)$$

devient dans l'espace transformé de Fourier :

$$\vec{\tilde{E}}(k_x, y, k_z) = \overline{\tilde{G}}(k_x, y, k_z) \cdot \vec{\tilde{J}}(k_x, k_z)$$
(7)

soit:

$$\widetilde{E}_{x}(k_{x}, y, k_{z}) = \widetilde{G}_{xx}(k_{x}, y, k_{z}) \cdot \widetilde{J}_{x}(k_{x}, k_{z}) + \widetilde{G}_{xz}(k_{x}, y, k_{z}) \cdot \widetilde{J}_{z}(k_{x}, k_{z})$$

$$\widetilde{E}_{y}(k_{x}, y, k_{z}) = \widetilde{G}_{yx}(k_{x}, y, k_{z}) \cdot \widetilde{J}_{x}(k_{x}, k_{z}) + \widetilde{G}_{yz}(k_{x}, y, k_{z}) \cdot \widetilde{J}_{z}(k_{x}, k_{z})$$

$$\widetilde{E}_{z}(k_{x}, y, k_{z}) = \widetilde{G}_{zx}(k_{x}, y, k_{z}) \cdot \widetilde{J}_{x}(k_{x}, k_{z}) + \widetilde{G}_{zz}(k_{x}, y, k_{z}) \cdot \widetilde{J}_{z}(k_{x}, k_{z})$$
(8)

En régime harmonique ($e^{j\omega t}$), si l'on considère que le champ électromagnétique se propage dans la direction des z positifs, nous pouvons écrire :

.

$$\vec{J}(x',z') = \hat{x} \cdot J_{x}(x') + \hat{z} \cdot J_{z}(x') \cdot e^{-jk_{zo} \cdot z'}$$
(9a)

où la constante de propagation k_{z0} s'écrit $k_{z0} = \beta - j \alpha$

-
$$\beta$$
 représente la constante phase (rad / cm)

- α est le coefficient d'atténuation (Np / cm)

Ceci entraîne que :

$$\vec{\tilde{J}}(k_x, k_z) = \left[\hat{x} \cdot \tilde{J}_x(k_x) + \hat{z} \cdot \hat{J}_z(k_x)\right] \cdot 2\pi \cdot \delta(k_{zo} - k_z) \quad (9b)$$

En reportant cette expression dans (8) et en exprimant les transformées de Fourier inverses, nous aboutissons à :

$$E_{x}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{xx}(k_{x}, y, k_{zo}) \cdot \tilde{J}_{x}(k_{x}) \cdot e^{-j(k_{x} \cdot x + k_{zo} \cdot z)} dk_{x}$$

+ $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{xz}(k_{x}, y, k_{zo}) \cdot \tilde{J}_{z}(k_{x}) \cdot e^{-j(k_{x} \cdot x + k_{zo} \cdot z)} dk_{x},$ (10a)

$$E_{y}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{yx}(k_{x}, y, k_{zo}) \cdot \tilde{J}_{x}(k_{x}) \cdot e^{-j(k_{x} \cdot x + k_{zo} \cdot z)} dk_{x}$$

+ $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{yz}(k_{x}, y, k_{zo}) \cdot \tilde{J}_{z}(k_{x}) \cdot e^{-j(k_{x} \cdot x + k_{zo} \cdot z)} dk_{x}$, (10b)

$$E_{z}(x, y, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{zx}(k_{x}, y, k_{zo}) \cdot \tilde{J}_{x}(k_{x}) \cdot e^{-j(k_{x} \cdot x + k_{zo} \cdot z)} dk_{x}$$

+ $\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{zz}(k_{x}, y, k_{zo}) \cdot \tilde{J}_{z}(k_{x}) \cdot e^{-j(k_{x} \cdot x + k_{zo} \cdot z)} dk_{x}$ (10c)

I.2 Obtention du problème aux valeurs propres dans l'espace de Fourier

Sur les rubans, il suffit d'exprimer, au moyen de fonction test F(x), que

$$\hat{\mathbf{y}} \times \vec{\mathbf{E}}(\mathbf{x}, 0, \mathbf{z}) = \hat{\mathbf{y}} \times \mathbf{Z} \cdot \vec{\mathbf{J}}(\mathbf{x}, \mathbf{z})$$
 (11a)

ceci devient :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \hat{y} \times \vec{E}(x,0,z) \cdot \vec{F}(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{y} \times Z \cdot \vec{J}(x,z) \cdot \vec{F}(x) dx \quad (11b)$$

En choisissant comme fonction test :

$$\vec{F}(x) = \hat{x} \cdot J_x^*(x)$$

où J_x^* représente le complexe conjugué de la densité de courant J_x , nous obtenons :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} E_{x}(x,0,z) \cdot J_{x}^{*}(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} Z \cdot J_{x}(x) \cdot J_{x}^{*} dx \quad (11c)$$

à partir de l'expression (10a) et en inversant l'ordre des intégrations sur k_x et x, nous aboutissons à :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\tilde{G}_{xx}(k_{x},0,k_{zo}) - Z \right] \cdot \tilde{J}_{x}(k_{x}) \cdot \tilde{J}_{x}^{*}(k_{x}) dk_{x} + \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{xz}(k_{x},0,k_{zo}) \cdot \tilde{J}_{z}(k_{x}) \cdot \tilde{J}_{x}^{*}(k_{x}) dk_{x} = 0 \quad (12)$$

en utilisant comme fonction test:

$$\vec{F}(x) = \hat{z} \cdot J_{z}^{*}(x)$$



figure I.2 : modèle d'une ligne microruban en boitier



figure I.3 : modèle d'une ligne coplanaire en boitier

nous obtenons une équation analogue :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{G}_{zx}(k_{x}, 0, k_{zo}) \cdot \tilde{J}_{x}(k_{x}) \cdot \tilde{J}_{z}^{*}(k_{x}) dk_{x} + \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\tilde{G}_{zz}(k_{x}, 0, k_{zo}) - Z \right] \cdot \tilde{J}_{z}(k_{x}) \cdot \tilde{J}_{z}^{*}(k_{x}) dk_{x} = 0 \quad (13)$$

I.3 Cas des structures en boîtier

Dans la suite de cette étude, nous considérons uniquement, figures I.2 et I.3, des structures en boîtier, les dimensions de ces boîtier sont choisies de sorte que leur influence soit négligeable.

La présence des murs électriques en x = +L/2 et x = -L/2 entraîne une discrétisation de la variable de Fourier kx, de sorte qu'à toute grandeur $\Phi(x,y)$ corresponde sa transformée de Fourier discrète $\tilde{\Phi}(k_{xn},y)$:

$$\tilde{\Phi}(k_{xn}, y) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \Phi(x, y) \cdot e^{j(k_{xn} \cdot x)} dx \quad (14a)$$

et inversement :

$$\Phi(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \sum_{\substack{n = -\infty}}^{+\infty} \widetilde{\Phi}(\mathbf{k}_{\mathbf{x}n},\mathbf{y}) \cdot e^{-\mathbf{j}(\mathbf{k}_{\mathbf{x}n}\cdot\mathbf{x})}$$
(14b)

En limitant notre étude au cas des modes qualifiés de modes pairs, tels que :

$$E_z(x) = E_z(-x) \qquad (15)$$
$$H_z(x) = -H_z(x) ,$$

la nullité des champs électriques tangentiels en x = +L/2 et x = -L/2 impose pour la variable de Fourier les valeurs suivantes :

$$k_{xn} = (n-0,5) \cdot \frac{2\pi}{L}$$
 (16) avec $n = 1,2,3...$

Rappelons que ce type parité correspond à celle des modes fondamentaux des lignes microrubans et coplanaires.

En présence des murs électriques latéraux, aucune composante de champ ne présente de valeur moyenne. Dans ces conditions les systèmes (12) (13) se ramènent à :

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\tilde{G}_{xx} (k_{xn}, 0, k_{z0}) - Z \right] \cdot \tilde{J}_{x}^{*} (k_{xn}) \cdot \tilde{J}_{x} (k_{xn}) +$$

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \tilde{G}_{xz} (k_{xn}, 0, k_{z0}) \cdot \tilde{J}_{x}^{*} (k_{xn}) \cdot \tilde{J}_{z} (k_{xn}) = 0$$

$$n=1$$
(17a)
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\tilde{G}_{zz} (k_{xn}, 0, k_{z0}) - Z \right] \cdot \tilde{J}_{z}^{*} (k_{xn}) \cdot \tilde{J}_{z} (k_{xn}) = 0$$

$$n=1$$
(17b)

I.4 Principe de détermination de la fonction de Green dyadique dans l'espace de Fourier

Le calcul de cette fonction de Green a été détaillé dans de nombreux articles ou thèses, aussi nous bornerons nous à n'en rappeler que le principe de détermination [5][6].

Dans le domaine de Fourier, la fonction de Green $\tilde{G}(k_x,0,k_{ZO})$ traduit la relation entre les composantes du champ électrique et les densités de courant sur la même interface y=0, où se situent les métallisations. L'expression analytique de la fonction de Green peut être obtenue à partir de méthodes de résonance transverse exprimée dans le domaine de Fourier [7]. Une méthode plus classique consiste à écrire les expressions des champs dans les différents sous-domaines constituant la structure, puis à imposer les conditions de continuité au niveau de chaque interface.

Dans l'espace direct, dans une couche d'indice i, toutes les composantes de champ vérifient une équation d'onde de type Helmholtz, en particulier les composantes longitudinales:

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - k_{zo}^2 + \omega^2 \mu_o \varepsilon_i^*\right\} \left\{ \frac{E_{zi}(x, y)}{H_{zi}(x, y)} \right\} = 0$$
(18)

où $\epsilon_i{}^{*}$ représente la permittivité complexe de la couche d'indice i

Sur les grandeurs transformées, cette équation devient :

$$\left\{\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k_{xn}^2 - k_{zo}^2 + \omega^2 \mu_0 \varepsilon_i^*\right\} \left\{ \frac{E_{zi}(k_{xn}, y)}{\tilde{H}_{zi}(k_{xn}, y)} \right\} = 0$$
(19)

ceci peut s'écrire :

$$\left\{\frac{\partial^{2}}{\partial y^{2}} - \gamma_{i}^{2}\right\} \left\{ \tilde{\tilde{E}}_{zi}(k_{xn}, y) \\ \tilde{\tilde{H}}_{zi}(k_{xn}, y) \right\} = 0 \quad (20)$$

avec
$$\gamma_i^2 = k_{xn}^2 + k_{zo}^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_i^*$$

Dans chaque couche, les solutions de cette équation sont donc de la forme :

$$\begin{cases} \tilde{E}_{zi}(k_{xn}, y) = A_{i}(k_{xn}) \cdot ch(\gamma_{i}y) + B_{i}(k_{xn}) \cdot sh(\gamma_{i}y) \\ \tilde{H}_{zi}(k_{xn}, y) = A'_{i}(k_{xn}) \cdot ch(\gamma_{i}y) + B'_{i}(k_{xn}) \cdot sh(\gamma_{i}y) \end{cases}$$
(21)

En explicitant dans le domaine de Fourier les conditions de continuités des champs, à savoir :

 $\hat{y} \times \tilde{\vec{E}}_i = 0$, sur les murs électriques horizontaux.

et

$$\hat{\mathbf{y}} \times (\tilde{\vec{\mathbf{H}}}_{i} - \tilde{\vec{\mathbf{H}}}_{i-1}) = \hat{\mathbf{y}} \times \tilde{\vec{\mathbf{J}}}$$

$$\hat{\mathbf{y}} \times (\tilde{\vec{\mathbf{E}}}_{i} - \tilde{\vec{\mathbf{E}}}_{i-1}) = 0$$

sur les différentes interfaces, avec J=0 pour les interfaces diélectrique-diélectrique et en éliminant successivement les différentes constantes d'intégration Ai, Bi, Ai' et Bi', nous aboutissons, sur l'interface y = 0, à la relation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{E}}_{z}(\mathbf{k}_{xn}, y = 0) \\ \tilde{\mathbf{E}}_{x}(\mathbf{k}_{xn}, 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{G}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{J}}_{z}(\mathbf{k}_{xn}, 0) \\ \tilde{\mathbf{J}}_{x}(\mathbf{k}_{xn}, 0) \end{bmatrix}$$
(22)

Chaque élément \tilde{G} ij de la matrice $[\tilde{G}]$, associée à la fonction de Green dyadique, dépend des paramètres physiques et géométriques de la structure; ce sont les formes analytiques recherchées pour les éléments de la dyade qui apparaissent dans le système (17).

I.5 Résolution du système matriciel

L'objectif consiste à rechercher l'ensemble des valeurs propres k_{ZO} . Précisons que la constante de propagation k_{ZO} s'écrit $k_{ZO} = \beta - j\alpha$ où β est la constante de phase en rd/cm, tandis que α représente le coefficient d'atténuation en Np/cm. La détermination des valeurs propres k_{ZO} nécessite la résolution du système d'équations (22) par une méthode de moments. Cette démarche nous impose de choisir un ensemble de fonctions de base linéairement indépendantes. Nous pouvons écrire dans l'espace direct :

$$J_{x}(x) = \sum_{m=1}^{M1} C_{m} J_{x}^{m}(x)$$

$$J_{z}(x) = \sum_{m=1}^{M2} D_{m} J_{z}^{m}(x)$$
(23)

L'efficacité de l'approche dans le domaine spectral dépend essentiellement du choix judicieux de ces fonctions de base. Elles doivent vérifier un certain nombre de propriétés liées aux caractéristiques de la structure, mais aussi à celles des modes étudiés :

- effets de bord sur les rubans

- propriétés de symétrie.

Le choix des fonctions de base est également conditionné par des critères d'ordre heuristique, tels que :

- facilité de calcul des transformées de Fourier des fonctions de base,

- bon conditionnement des systèmes matriciels.

Afin de répondre à ces différentes exigences, parmi les diverses possibilités, une solution classique consiste à construire ces fonctions de base à partir de l'ensemble des polynômes de Chebychev.

A titre d'exemple, pour la ligne microruban, dans l'espace direct et pour les modes pairs, ces fonctions s'écrivent :

$$J_{x}^{m}(x) = \begin{cases} U_{2m}(2x / W) & |x| \leq W/2 \\ 0 & |x| > W/2 \end{cases}$$
(24)
$$J_{z}^{m}(x) = \begin{cases} \frac{T_{2(m-1)}(2x / W)}{\sqrt{1 - (2x / W)^{2}}} & |x| \leq W/2 \\ 0 & |x| > W/2 \end{cases}$$

où W représente la largeur du ruban.

Ce choix de fonctions de base garantit l'unicité de la décomposition; il vérifie pour Jz les conditions sur les effets de bord en $r^{-1/2}$, caractéristiques de rubans infiniment minces. En outre, ces polynômes présentent des expressions analytiques de leurs transformées de Fourier : les fonctions de Bessel.

Dans l'espace de Fourier, nous écrivons :

$$\widetilde{J}_{x}^{m}(k_{xn}) = \frac{m}{(-j)^{2m} \cdot k_{xn}} \cdot J_{2m}\left(\frac{k_{xn} \cdot W}{2}\right)$$
(25)

$$\widetilde{J}_{z}^{m}(k_{xn}) = \frac{W}{4 \cdot (-j)^{2(m-1)}} \cdot J_{2(m-1)}\left(\frac{k_{xn} \cdot W}{2}\right)$$

÷

où les J_1 correspondent aux fonctions de Bessel de première espèce.

*

Compte tenu de ce choix de fonctions de base, le système (17) peut à présent s'écrire :

$$\sum_{m=1}^{M1} \sum_{n=1}^{+\infty} \tilde{G}_{zx}(k_{xn}, 0, k_{z0}) \cdot \tilde{J}_{z}^{*p}(k_{xn}) \cdot \tilde{J}_{x}^{m}(k_{xn}) \bigg] +$$

$$\sum_{m=1}^{M2} \sum_{m=1}^{M2} \sum_{n=1}^{M2} \left[\tilde{G}_{zz}(k_{xn}, 0, k_{z0}) - Z \right] \cdot \tilde{J}_{z}^{*p}(k_{xn}) \cdot \tilde{J}_{z}^{m}(k_{xn}) \bigg] = 0$$

$$(26)$$

ou encore :

$$\sum_{m=1}^{M1} C_{m} \cdot K_{xx}^{pm} + \sum_{m=1}^{M2} D_{m} K_{xz}^{pm} = 0 \qquad p = 1, 2, \dots, M1$$

(27)
$$\sum_{m=1}^{M1} C_{m} \cdot K_{zx}^{pm} + \sum_{m=1}^{M2} D_{m} K_{zz}^{pm} = 0 \qquad p = 1, 2, \dots, M2$$

.

soit sous forme condensée :

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_m \\ D_m \end{bmatrix} = 0$$
 (28)

La résolution de ce système homogène consiste à rechercher dans le plan complexe les valeurs propres k_{ZO} qui annulent le déterminant de [K].

Le calcul des vecteurs propres, des coefficients de pondération Cm et Dm des différentes fonctions de base, permet ensuite de remonter à l'ensemble des composantes de champ dans l'espace transformé puis dans l'espace direct.

I.6 Mise en oeuvre de l'approche dans le domaine spectral

I.6.1 Problèmes de convergence :

Ces problèmes ayant été maintes fois traités dans la littérature [8] [9], nous serons ici volontairement très succinct. On conçoit aisément que la double troncature du nombre de fonctions de base et de l'ordre de développement des séries de Fourier engendre, d'un point de vue numérique, des problèmes de convergence. Dans ce cas de fonctions de base du type sin(2x/W) ou cos(2x/W), des critères de convergence ont été établis[10]; ils se résument par la relation :

$$\frac{n}{m} = \frac{W}{\phi \cdot L}$$

avec :

m = ordre de développement des séries de Fourier
n = nombre de fonctions de base
W = largeur du ruban
L = largeur totale de la structure

 φ = réel compris entre 1 et 1,5

Pour les fonctions de type Chebyshev que nous utilisons, nous avons vérifié, de façon heuristique, que ces critères demeurent valables.

I.6.2 Utilisation de développements asymptotiques :

Comme d'autres auteurs [11][12], afin d'améliorer l'efficacité de l'approche dans le domaine spectral, notamment en ce qui concerne les temps de calcul, nous avons utilisé des développements asymptotiques au niveau de la détermination des éléments de la matrice [K] du système homogène (28). En effet, cette matrice peut être modifiée de la façon suivante :

$$[K] = \sum_{n=1}^{nr} [L(n)] + \sum_{n=1}^{+\infty} [H(n)]$$
(29)

La convergence de la première sommation en fonction du nombre d'harmoniques considéré, n_r est extrêmement rapide. En ce qui concerne la deuxième sommation, la résolution numérique nous impose la troncature de son développement, les termes de la matrice [H] sont les limites asymptotiques des éléments de la fonction de Green dyadique. On peut montrer que cette matrice [H] se décompose sous la forme :

$$\sum_{n=1}^{N} [H(n)] = [F^{1}(k_{zo})] \sum_{n=1}^{N} [H^{1}(n)] + [F^{2}(\omega)] \sum_{n=1}^{N} [H^{2}(n)]$$
(30)

où $[H^1(n)]$ et $[H^2(n)]$ sont deux sous-matrices pouvant être assimilées à une donnée du problème, elle ne dépendent que des caractéristiques physiques et géométriques de la structure étudiée.

 $[F^{1}(k_{ZO})]$ et $[F^{2}(\omega)]$ représentent deux autres sous-matrices ne dépendant respectivement que de la constante de propagation et de la fréquence angulaire.

Ces développements accélèrent la convergence des solutions calculées.

Nous venons de rappeler brièvement les aspects classiques relatifs à la mise en oeuvre de l'approche dans le domaine spectral. Il convient à présent d'envisager l'application de cette méthode d'analyse à l'étude de lignes plaquées en présence de rubans réels. Notre dessein est ici de préciser la nature des approximations imposées par l'utilisation de cette méthode de simulation et, par conséquent, de définir ses limites de validité; en particulier lorsque l'on souhaite prendre en compte des rubans supraconducteurs ou métalliques non parfaits.

<u>I.7 Simulation de rubans réels -Problèmes posés lors de la mise en oeuvre de</u> <u>l'approche dans le domaine spectral.</u>

Lorsque l'on étudie le comportement électromagnétique de structures plaquées idéales, c'est à dire lorsque l'on assimile les métallisations à des courts-circuits électriques infiniment minces, les éléments de la matrice [K] (équation 28) précédemment définis ne dépendent que des termes de la dyade \tilde{G} puisque dans ce cas Z=0.

Pour ce type de structure, l'approche dans le domaine spectral ne présente, sur le plan formel, aucune approximation, autres que celles d'ordre numérique liées aux troncatures déjà évoquées.

*



figure I.4 : modèle utilisé pour calculer l'impédance de surface
Dès que l'on souhaite traiter le cas de rubans réels, qu'ils soient métalliques ou supraconducteurs, il faut introduire une relation supplémentaire entre le champ et la densité de courant sur l'interface substrat-ruban ; cette relation repose habituellement sur la notion d'impédance de surface.

C'est à ce niveau que sont introduites les principales approximations. Il convient, par conséquent, d'en rappeler succinctement le calcul.

I.7.1 Principe de détermination de l'impédance de surface [13].

Considérons une lame métallique d'épaisseur t et de conductivité σ infinie suivant les directions z et x, baignant dans un milieu de permittivité ε_0 et de perméabilité μ_0 (air) (figure I.4).

Supposons qu'une onde électromagnétique plane arrive sur la surface de séparation air-métal avec un angle d'incidence nul.

Dans l'air, les composantes de champ E_z et H_x s'expriment classiquement par :

$$E_{z} = e^{-jk_{yo}y}$$

$$H_{x} = \frac{j}{\omega\mu_{o}} \frac{\partial E_{z}}{\partial y} = \frac{k_{yo}}{\omega\mu_{o}} e^{-jk_{yo}y} \quad \text{avec} \quad k_{yo} = \omega \sqrt{\varepsilon_{o}\mu_{o}}$$

Pour ce milieu, l'impédance d'onde est définie par:

$$Z_{o} = \frac{E_{z}}{H_{x}} = \frac{\omega \mu_{o}}{k_{yo}} = \sqrt{\frac{\mu_{o}}{\varepsilon_{o}}} \qquad (31)$$



•

figure I.5 : schéma équivalent type ligne de transmission

Dans le matériau, les composantes du champ réfracté ont pour expressions:

$$E_{zr} = E_{r}e^{-jk_{ym}\cdot y}$$

$$H_{xr} = H_{r}\frac{k_{ym}}{\omega\mu_{o}}e^{-jk_{ym}\cdot y} \quad \text{avec} \quad k_{ym} = \omega\sqrt{\varepsilon_{o}\varepsilon_{r}^{*}\mu_{o}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{r}^{*} \approx -j\cdot\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_{o}}$$

Tandis que l'impédance d'onde s'écrit :

$$Z_{m} = \frac{E_{zr}}{H_{xr}} = \frac{\omega \mu_{o}}{k_{ym}} \qquad (32)$$

En négligeant le courant de déplacement par rapport au courant de conduction, $(\sigma > \omega \epsilon_0)$ il vient

$$k_{ym} \approx \sqrt{-j \cdot \omega \mu_o \sigma}$$

et par conséquent

$$Z_m \approx \sqrt{\frac{j \cdot \omega \mu_o}{\sigma}}$$

Dans ces conditions, nous pouvons établir un schéma type ligne de transmission (figure I.5).

L'impédance ramenée dans le plan PP' est appelée impédance de surface, elle s'écrit:

$$Z = Z_{m} \cdot \frac{1 + (Z_{m} / Z_{o}) \cdot \operatorname{th}(j \cdot k_{ym} \cdot t)}{(Z_{m} / Z_{o}) + \operatorname{th}(j \cdot k_{ym} \cdot t)}$$
(33)

Or puisque

$$\omega \varepsilon_0 << \sigma$$

nous obtenons finalement pour l'impédance de surface :

$$Z = \sqrt{\frac{j \cdot \omega \mu_{o}}{\sigma}} \cdot \coth(\sqrt{j \cdot \omega \mu_{o} \sigma} \cdot t) \quad (34)$$

Bien entendu, cette notion d'impédance de surface demande à être affinée et précisée, y compris dans le cas de conducteurs métalliques classiques, notamment afin de prendre en compte les dimensions transverses finies du ruban, mais aussi afin de considérer la répartition réelle du champ au niveau de l'interface métal-substrat.

I.7.2 Cas des rubans métalliques

En supposant un faible niveau des pertes deux stratégies sont envisageables pour calculer l'atténuation.

La première repose sur une méthode de perturbation conventionnelle. Cette démarche implique que la distribution des champs dans la structure n'est pas, en première approximation, altérée par la présence des pertes métalliques; le coefficient d'atténuation s'exprime alors par la relation suivante :

$$\alpha_{c} = \frac{R_{s} \oint \left\|\vec{H}_{t}\right\|^{2} \cdot dl}{2 \cdot \Re \left[\int_{s} (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \hat{z} ds\right]} \qquad (Np/cm) \quad (35)$$

L'intégrale au numérateur est prise sur le contour du conducteur considéré, tandis que le calcul du flux de puissance est défini sur la section droite S de la ligne .



figure I.6 : schéma type ligne de transmission

.

Rs représente la partie réelle de l'impédance de surface Z définie auparavant.

 \vec{E} , \vec{H} et $\vec{H}_t = \vec{H} \times \hat{y}$ résultent du calcul des champs, à partir de l'approche dans le domaine spectral de la structure idéale.

Pour les rubans métalliques, la variation $\Delta\beta$ de la partie réelle de la constante de propagation k_{ZO} est généralement prise égale à l'accroissement du coefficient d'atténuation; ceci correspond implicitement au cas où l'épaisseur de métallisation t est très supérieure à la profondeur de pénétration δ définie par :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu_o\sigma}}$$

Dans ces conditions, Z s'écrit :

$$Z = Rs(1 + j)$$
 où $Rs = \sqrt{\frac{\omega \mu_o}{2\sigma}}$

Sur un plan mathématique, il a été montré [14] que les valeurs de pertes métalliques calculées par ce formalisme ne pouvaient converger; ceci nous a incité à intégrer la présence des rubans à partir d'une impédance de surface dès la mise en forme du problème. Comme nous l'avons vu, ceci revient à modifier les termes diagonaux de la matrice associée à la dyade \tilde{G} (17).

I.7.3 Cas des rubans supraconducteurs.

Dans un schéma classique de ligne de transmission, figure I.6, où Lo et C représentent respectivement l'inductance propre et la capacité par unité de longueur de la structure idéale (rubans:C.C.E.), nous verrons ultérieurement que la prise en compte de rubans supraconducteurs se traduit par une inductance cinétique Ls. L'hypothèse

d'un faible niveau des pertes semble ici *a priori* satisfaite. Néanmoins, rien ne permet de supposer que Ls soit négligeable devant Lo. Cela se traduit en fait par une évolution sensible de la répartition des champs par rapport au cas de la structure idéale. Cette variation de l'inductance totale se répercute naturellement sur la constante de phase et l'impédance caractéristique de la ligne. Pour ce type de problème, même si l'on fait abstraction de toute notion de convergence, l'utilisation d'une méthode de perturbation semble de portée limitée; seule peut être retenue la modification initiale de la dyade G.

Ce rapide examen montre l'intérêt du second formalisme qui présente deux avantages majeurs:

- il peut être appliqué à l'étude de structures à métallisations très minces, présentant des pertes importantes.

- la détermination de l'atténuation et de la constante de phase s'obtient directement au niveau du calcul de la valeur propre; ceci n'impose pas un retour aux valeurs des champs dans l'espace géométrique au moyen d'une transformée de Fourier inverse.

Certains points méritent cependant d'être précisés : ils concernent essentiellement les limites de validité de la notion d'impédance de surface :

- les fonctions de bases usuelles garantissent-elles une bonne description quantitative de l'influence de rubans de dimensions finies?

- quelle est l'influence de la répartition réelle des lignes de champ au voisinage du ruban ?

Dans le cas de supraconducteurs, aux incertitudes propres à la modélisation, s'ajoutent les incertitudes liées à la connaissance des paramètres physiques de ces matériaux. Afin de préciser la signification de la notion d'impédance de surface, il nous a semblé judicieux de tester, en premier lieu, nos modélisations sur des lignes microrubans et coplanaires à conducteurs métalliques classiques.

BIBLIOGRAPHIE DU PREMIER CHAPITRE

[1] R. Mittra et T. Itoh : " A new technique for the analysis of the dispersion characteristics of microstrip lines.", IEEE Trans. on MTT, vol 19, janvier 1971, pp 47-56.

[2] R. H. Jansen :" The spectral domain approach for microwave integrated circuits.", IEEE, vol. 33, octobre 1985, pp 1043-1056.

[3] J. Citerne :" Recherche d'une solution analytique approximative du traitement électromagnétique d'un guide d'onde planaire. Modélisation elliptique des guides microfentes.", thèse de doctorat d'état, Lille, juillet 1978.

[4] **P. Pribetich** : " Contribution à l'étude d'un applicateur microonde de type fente, excitée par une ligne microruban.", thèse de 3ème cycle, Lille, Juin 1984.

[5] T. Itoh et R. Mittra : "A technique for computing dispersion characteristics of shielded microstrip lines.", IEEE Trans. on MTT, vol. 22, octobre 1974, pp 896-898.

[6] C. Seguinot : " Modélisation des lignes planaires déposées sur substrat semiconducteur : application à l'étude de faisabilité de circuits déphaseurs et modulateurs.", thèse de 3ème cycle, Lille, Novembre 1988.

[7] **T. Itoh** : " Spectral domain immitance approach for dispersion characteristics of generalized printed transmission lines.", IEEE Trans. on MTT, vol 28, juillet 1980, pp 733-737.

[8] M. Leroy :" On the convergence of numerical results in model analysis.", IEEE Trans. on MTT, vol. 31, juillet 1983, pp 656-659.

[9] R. Mittra, T. Itoh et T. S. Li : "Analytical and numerical studies of the relative convergence phenomenon arising in the solution of an integral equation by the moment method.", IEEE Trans. on MTT, vol. 20, février 1972, pp 96-104.

[10] S. Tedjini :" Contribution à l'étude d'un isolateur à semiconducteur pour ondes millimétriques. Applications à la ligne à ailettes.", thèse de 3ème cylce, Grenoble, juin 1982.

[11] C.J. Railton et T. Rozzi : "Complex modes in boxed microstrip.", IEEE Trans. on MTT, vol. 36, mai 1984, pp 865-874.

[12] F. Huret :" Etude comparative de l'approche dans le domaine spectral et de la méthode des équations intégrales singulières pour la simulation des lignes planaires en technologie monolithique microonde.", thèse de 3ème cycle, Lille, décembre 1991.

[13] R. E. Collin : "Field theory of guided waves.", McGraw-Hill, New-York, 1960.

[14] P. Heitkämper et W. Heinrich : " On the calculation of conductor loss on planar transmission lines assuming zero strip thickness.", IEEE Trans. on MTT, vol. 39, mars 1991, pp 586 -588.

DEUXIEME CHAPITRE

II Approche dans le Domaine Spectral Modifiée - Présentation et application à l'étude de lignes planaires à rubans réels.

Dans cette partie, nous nous proposons de statuer sur la validité de notre méthode de simulation, notamment en ce qui concerne l'utilisation de la notion d'impédance de surface, dès que l'on souhaite prendre en compte les dimensions réelles, et par conséquent finies, du ruban.

A cette fin, nous comparons les valeurs des coefficients d'atténuation calculées par notre méthode à celles déterminées expérimentalement pour la ligne microruban, ainsi que pour la ligne coplanaire.

Sans prétendre être exhaustive, cette étude doit traiter de topologies ayant des dimensions transverses de l'ordre de 10 μ m et, si possible, inférieures. Nous devons également envisager des métallisations d'épaisseurs variables, de façon à nous libérer des règles de calcul usuelles liées à la notion d'épaisseur de peau.

La référence, constituée de tests expérimentaux, impose que ceux-ci soient fiables et reproductibles. Ils reposent sur la caractérisation de différentes lignes microrubans et coplanaires, à l'aide d'un analyseur de réseau HP8510 associé à un système de mesure sous pointes "Cascade Microtech". La procédure d'étalonnage est de type T.R.L. Cette phase expérimentale a été menée au sein de l'équipe "Electromagnétisme des circuits" par E. Paleczny sous la direction de J.F. Legier [1].



figure II.1 - structure microruban étudiée



figure II.2 : ligne microruban, comparaison entre les relevés expérimentaux [1] et les résultats issus des logiciels de simulation Touchstone et MDS, W=10 μ m, H=250 μ m, ϵ_r =12,9,t = 1 μ m, σ = 4,1 10⁵ S/cm.



figure II.3 : ligne microruban, comparaison entre les relevés expérimentaux [1] et les résultats issus des logiciels de simulation Touchstone et MDS, W = 175 μ m, H = 250 μ m, ϵ_r = 12,9,t = 1 μ m, σ = 4,1 10⁵ S/cm.

En ce qui concerne la ligne microruban, il nous est apparu intéressant de retenir deux paramètres géométriques W /H et t / δ où, rappelons le, W, H, t représentent respectivement la largeur du ruban, l'épaisseur de substrat et l'épaisseur de métallisation (figure II.1); δ correspond à la profondeur de peau. Différentes géométries de ligne ont été réalisées où W varie de 10 à 300 µm. Les métallisations en or (σ = 4,1 10⁵ S/cm) sont déposées sur substrat AsGa semi-isolant (ϵ_r = 12,9) d'épaisseur H égale à 250 µm.

Une telle étude peut paraître obsolète; aussi, dans un premier temps, avons nous confronté les résultats expérimentaux aux valeurs déterminées par deux logiciels d'aide à la conception Touchstone (EESOF) d'une part, et M.D.S (Hewlett-Packard) d'autre part.

A titre d'exemple nous montrons figure II.2 et figure II.3 les résultats obtenus pour deux lignes microrubans, l'une ayant un ruban relativement étroit, $W = 10 \mu m$, l'autre ayant un ruban large $W = 175 \mu m$.

Les simulations issues du logiciel Touchstone montrent une évolution des pertes proportionnelle à f 1/2, que ce soit pour le ruban large ou le ruban étroit. Ceux-ci résultent probablement de l'utilisation d'une méthode de perturbation ou d'une méthode d'inductance incrémentale. Il est donc naturel qu'ils ne permettent pas de traduire les évolutions expérimentales, notamment lorsque l'épaisseur de métallisation est de l'ordre de grandeur, voire inférieure à l'épaisseur de peau.

Pour la ligne étroite, les évolutions fréquentielles fournies par M.D.S semblent plus satisfaisantes. Une analyse sommaire pourrait imputer les différences observées à



figure II.4 : ligne microruban, comparaison entre les relevés expérimentaux [1] et les valeurs calculées à partir de l'approche dans le domaine spectral, W=10 μ m, H=250 μ m, ϵ_r =12,9,t = 1 μ m, σ = 4,1 10⁵ S/cm.



figure II.5 : ligne microruban, comparaison entre les relevés expérimentaux [1] et les valeurs calculées à partir de l'approche dans le domaine spectral, W=175 μ m, H=250 μ m, ϵ_r =12,9,t = 1 μ m, σ = 4,1 10⁵ S/cm.



figure II.6 : ligne microruban, comparaison entre les relevés expérimentaux [2] et les valeurs calculées à partir de l'approche dans le domaine spectral, W=10 μ m, H=100 μ m, ϵ_r =12,9,t = 3 μ m, σ = 4,1 10⁵ S/cm.



figure II.7 : ligne microruban, comparaison entre les relevés expérimentaux [2] et les valeurs calculées à partir de l'approche dans le domaine spectral, W = 130 μ m, H = 100 μ m, ϵ_r = 12,9,t = 3 μ m, σ = 4,1 10⁵ S/cm.

un mauvais choix de la valeur de la conductivité. En fait, si nous considérons simultanément les résultats obtenus pour un ruban large et un ruban étroit, ceci nous oblige à choisir des valeurs de conductivité évoluant de façon anarchique pour ajuster les résultats de simulation aux valeurs expérimentales.

Ces quelques exemples mettent en évidence la nécessité d'affiner et d'améliorer la modélisation des lignes plaquées, y compris pour des structures à rubans métalliques classiques dès que sont prises en considération des dimensions adaptées aux contraintes imposées dans les circuits MMIC,

A partir de ce constat, il convient de situer nos résultats théoriques par rapport aux valeurs expérimentales.

Afin de disposer d'un nombre plus élevé d'éléments de comparaison, nous avons également pris en considération les valeurs extraites des travaux de Goldfarb [2]. Ceci nous permet de traiter de nouvelles topologies caractérisées par des épaisseurs de métallisation plus importantes (t = $3\mu m$)

Les résultats de cette confrontation théorie-expérience sont présentés figures II.4 à II.7. Ils mettent en lumière des divergences qui ne peuvent nous surprendre au moins sur le plan qualitatif.

Il s'avère cependant nécessaire d'analyser plus finement les écarts observés, de façon à proposer une méthodologie permettant de les corriger, et ce quelle que soit la topologie étudiée.

De l'examen de ces courbes, il apparaît que notre simulation fournit une estimation réaliste des pertes :

- dans le cas de rubans larges <u>et</u> d'épaisseurs très supérieures à la profondeur de peau (le critère usuel $t \ge 3\delta$ n'est pas suffisant)

- Dans le cas de rubans étroits <u>et</u> d'épaisseurs très inférieures à δ .

Ces critères peuvent sembler contradictoires au regard des hypothèses de calcul généralement formulées pour déterminer une impédance de surface.

Ceci nous impose de préciser nos interprétations de façon à déterminer un facteur de forme venant corriger l'expression de l'impédance de surface, prenant en compte les dimensions réelles du ruban, sa largeur mais aussi son épaisseur. La détermination de ce facteur de forme ne doit pas, cependant, utiliser des moyens nécessitant des temps de calcul rédhibitoires, afin de conserver à l'approche dans le domaine spectral toute sa souplesse d'emploi.

II.2 Détermination d'un facteur de forme pour l'impédance de surface.

II.2 .1 Approche qualitative

L'approche dans le domaine spectral est particulièrement bien adaptée à l'étude de structures constituées de couches planes. La présence d'un ruban d'épaisseur non nulle et de conductivité finie n'est prise en compte que par l'intermédiaire d'une relation locale au niveau de l'interface métal-substrat, supposée située en y = 0.

Le coefficient de proportionnalité Z entre le champ électrique tangentiel E_t et la densité de courant J à l'interface présente les dimensions d'une impédance de sorte que nous écrivons :

$$\vec{E}_{t}(x,0,z) = Z \cdot \vec{J}(x,0,z)$$
 (1)



air





figure II.9 : répartition des courants lorsque t/δ augmente

Les hypothèses de calcul généralement retenues pour calculer ce coefficient de proportionnalité, communément appelé impédance de surface, consistent :

- à supposer une interface infinie suivant la direction transverse x.

- à supposer que cette interface est excitée par une onde plane.

Ce formalisme fait donc abstraction de la largeur finie du ruban, mais aussi de la répartition réelle des champs au voisinage de celui-ci.

En fait, lors de l'utilisation de l'approche dans le domaine spectral, notre formulation revient à assimiler le ruban à un filament de courant "équivalent". Cette configuration se rencontre dans le cas où l'épaisseur de métallisation t est faible devant la profondeur de peau δ . Dans les exemples présentés précédemment, la structure dont le comportement est illustré figure II.4 répond partiellement à ces exigences.

Lorsque le rapport t / δ n'est plus négligeable, il faut prendre en compte la double interface métal-substrat, métal-air, figure II.8, ce qui est peu compatible avec les contraintes liées à l'approche dans le domaine spectral.

Dans ce cas, nous devons introduire deux densités superficielles de courant, J⁺ au niveau de l'interface métal-air, J⁻ au niveau de l'interface métal-substrat (figure II.9).

Nous pouvons alors écrire sur la face inférieure du ruban $(y=0^{-})$:

$$\vec{E}_{t}(x,0^{-},z) = Z \cdot \vec{J}(x,0^{-},z)$$
 (2)

tandis que sur la face supérieure $(y=0^+)$

$$\vec{E}_{t}(x,0^{+},z) = Z \cdot \vec{J}^{+}(x,0^{+},z)$$
 (3)

Afin de ramener ce problème de deux interfaces à un problème à une seule interface, nous sommes amené à définir, en y = 0, une densité de courant superficiel équivalent J_e donnée par [3] :

$$\vec{J}_{\rho} = \vec{J}^{+} + \vec{J}^{-} \qquad (4)$$

Nous introduisons alors la notion d'impédance de surface équivalente Z_e , liant le champ électrique tangentiel à la densité de courant équivalent en y = 0, ceci se traduit par :

$$\vec{E}_{t}(x,0,z) = Z_{e} \cdot \vec{J}_{e}(x,0,z)$$
 (5)

Si nous supposons que les densités de courant superficiel J^+ et J^- sont de forme similaire et qu'elles ne diffèrent que par leurs amplitudes respectives, nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} \vec{J}^{-} = \frac{\eta}{2} \cdot \vec{J}_{e} \\ \vec{J}^{+} = \left(1 - \frac{\eta}{2}\right) \cdot \vec{J}_{e} \quad (6) \end{cases}$$

où η peut être qualifié de facteur de similitude.

La puissance dissipée, par effet Joule, dans le ruban s'exprime par :

$$P = \frac{1}{2} \int_{s} E_{t} \cdot J_{e}^{*} ds \qquad (7)$$

où S représente la section du ruban.

En reportant les relations (2) à (6) dans 7, nous obtenons :

$$R_{e} = R\left[\left(\frac{\eta}{2}\right)^{2} + \left(1 - \frac{\eta}{2}\right)^{2}\right] \quad (8)$$

R représente la partie réelle de l'impédance de surface traditionnelle tandis que Re correspond à la partie réelle de l'impédance de surface équivalente.

Le rapport Re/R permet de définir un facteur de forme f qui s'exprime par

$$\mathbf{f} = \left(\frac{\eta}{2}\right)^2 + \left(1 - \frac{\eta}{2}\right)^2 \quad (9)$$

Toute la difficulté réside en la détermination du facteur de similitude η . A ce stade de l'étude, seuls quelques cas extrêmes peuvent être appréhendés.

Dans le cas d'un ruban large et épais, le ruban "isole" le substrat de l'air , nous pouvons supposer $J^+ < <J^-$ et $\eta \# 2$. Re est peu différent de R, ce qui explique le bon accord observé figure II.7 entre les courbes théoriques et expérimentales.

Au contraire pour un ruban épais mais étroit, on peut admettre un facteur de similitude proche de 1 ($J^+ # J^-$). Dans ces conditions, le facteur de forme f est alors de 1/2 ce qui explique les écarts relevés figure II.6.

Il nous faut à présent dépasser le stade qualitatif et proposer une démarche permettant de déterminer systématiquement le facteur de forme f pour des structures moins particulières.

II.2.2 Approche quantitative.

L'obtention de ce facteur de forme s'appuie sur le calcul de la puissance active dissipée par le ruban. Cette méthode requiert la détermination préalable de la répartition du champ \vec{E}^i et du courant \vec{J}^i au sein du ruban. En supposant que la composante transverse du courant J_x^i est négligeable par rapport à la composante longitudinale J_z^i , nous pouvons écrire :

$$P = \frac{1}{2} R_{HF} |I|^2 = \frac{1}{2} R_{HF} |\int_{s} J_{z}^{i}(x, y) ds|^2$$

où S représente la section du ruban.

En identifiant cette expression à la partie réelle du flux du vecteur de Poynting :

$$\frac{1}{2}\int_{s} \sigma(\vec{E}^{i}\cdot\vec{E}^{i*}) ds$$

nous obtenons

$$R_{HF} = \frac{\sigma \int_{s} \left| E_{z}^{i}(x, y) \right|^{2} ds}{\left| \int_{s} J_{z}^{i}(x, y) ds \right|^{2}}$$

soit

$$R_{HF} = \frac{\int_{s} \left| E_{z}^{i}(x, y) \right|^{2} ds}{\sigma \left| \int_{s} E_{z}^{i}(x, y) ds \right|^{2}}$$
(10)

Finalement, nous définissons le facteur de forme f par la relation :

$$f = \frac{R_{HF}}{R} \cdot W \qquad (11)$$



figure II.10: structure microruban étudiée



figure II.11 : problème interne et conditions aux frontières

où R correspond à la partie réelle de l'impédance de surface tandis que W représente la largeur du ruban.

II.2.3 Détermination de la répartition du champ et du courant au sein d'un ruban métallique [4]

La structure étudiée est présentée figure II.10; elle est constituée d'un barreau métallique d'épaisseur t et de largeur W déposé sur un substrat diélectrique. Le barreau est situé à une distance H d'un plan de masse métallique à pertes.

Dans le ruban, nous pouvons négliger le courant de déplacement par rapport au courant de conduction. Aux fréquences de travail, nous supposons l'absence de phénomène d'accumulation de charges, ainsi que la prépondérance de la composante longitudinale de la densité de courant. En conséquence, nous pouvons écrire :

$$\vec{\mathbf{J}}^{i} \approx \hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{J}_{\mathbf{z}}^{i}$$

Le problème interne est régi par l'équation différentielle :

$$\Delta E_{z}^{i}(x,y) - j\omega \mu_{0}\sigma E_{z}^{i}(x,y) = 0 \quad (12)$$

avec les conditions de continuité sur les faces du ruban, figure II.11

$$E_{z}^{i}(x,y) = \begin{cases} E_{z1}^{f}(x) & \text{en } y = 0; \ |x| \le \frac{W}{2} \\ E_{z2}^{f}(y) & \text{en } x = \pm \frac{W}{2}; \ 0 \le y \le t \\ E_{z3}^{f}(x) & \text{en } y = t; \ |x| \le \frac{W}{2} \end{cases}$$
(13)



figure II.12 : division du ruban en N sous-domaines

Le champ électrique sur les frontières résulte de la superposition d'un champ externe E_z^{ext} supposé uniforme, et du champ électrique généré par la distribution de courant :

$$E_{z}^{f} = E_{z}^{ext} + \int_{s} G'(x, y, x', y') \cdot J_{z}^{i}(x', y') dx'dy' \quad (14)$$

La fonction de Green G' (x, y, x', y') relie la composante du champ électrique sur la frontière aux sources de courant induites J_z^i .

En appliquant la loi d'Ohm, nous obtenons :

$$E_{z}^{f} = E_{z}^{ext} + \int_{s} G(x, y, x', y') \cdot E_{z}^{i}(x', y') dx'dy'$$
(15)

où l'on a posé $G = \sigma G'$.

La fonction de Green G (x, y, x', y') de notre problème correspond au cas d'une ligne de courant située au dessus d'un plan de masse à pertes. Ce type de problème a déjà fait l'objet d'un certain nombre d'études [5][6]; nous donnons dans l'annexe 1 l'expression de la fonction de Green utilisée.

Pour un champ E_z^{ext} fixé, la résolution simultanée des équations (12) à (15) nous permet de déterminer la répartition du champ électrique E_z^i au sein du ruban. Après avoir discrétisé la section du ruban en N points, le champ interne E_z^i est représenté par une matrice colonne de N éléments, figure II.12. La projection des conditions aux limites (13) sur un ensemble de fonctions de base Pi s'exprime sous la forme

$$E_{zk}^{f}(x \text{ ou } y) = \sum_{i=1}^{Nk} E_{zk,i}^{f} \cdot P_{i}(x \text{ ou } y) ; \quad k = 1, 2 \text{ et } 3 \quad (16)$$

Les fonctions Pi sont telles que

$$P_i = \begin{cases} 1 & \text{sur le ième segment,} \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Cette démarche conduit pour E_z^f à une matrice colonne de N_T éléments avec $N_T = N_1 + N_2 + N_3$ où N_1 , N_2 et N_3 correspondent respectivement au nombre de segments définis sur les frontières 1,2 et 3 du ruban (figure II.11).

Dans ces conditions, la discrétisation de l'équation (12) associée aux conditions aux limites (13), permet d'aboutir à la relation matricielle suivante :

$$\left(E_{z}^{i}\right) = \left[A\right]\left(E_{z}^{f}\right)$$
 (17)

où [A] est une matrice de dimension N x N_T

En appliquant une technique similaire, l'équation (15) discrétisée s'écrit :

$$\left(E_{z}^{f}\right) = \left(E_{z}^{ext}\right) + \left[B\right]\left(E_{z}^{i}\right) \qquad (18)$$

 (E_z^{ext}) est un vecteur comportant N_T éléments, la matrice [B] est une matrice de dimension N_T x N. (Les expressions des éléments des matrices [A] et [B] sont explicités dans l'annexe 1.)

En combinant (17) et (18), nous écrivons le système d'équations linéaires suivant

$$([I] - [B][A])(E_z^f) = (E_z^{ext}) \quad (19)$$

où [I] est la matrice identité de dimension $N_T x N_T$. A partir de la résolution de ce système, nous obtenons les valeurs des composantes E_z^f sur chaque segment de frontière pour un E_z^{ext} donné. Nous aboutissons à la répartition du champ électrique à l'intérieur du ruban en résolvant le système (17).

II.3 Application de l'Approche dans le Domaine Spectral Modifiée à l'étude de lignes microrubans à conducteurs métalliques.

Nous avons entrepris de tester et de valider notre démarche en utilisant comme référence les lignes microrubans étudiées précédemment.

Notre choix s'est porté, en particulier, sur la structure présentant l'écart le plus important entre les simulations et les mesures; cette ligne présente un ruban de largeur $W = 10 \ \mu m$, d'épaisseur t = 3 μm et de conductivité σ de 4,1 10⁵ S/cm; le substrat a pour épaisseur H = 100 μm .

Le calcul de la résistance R_{HF} nécessite quelques précautions élémentaires concernant le choix des paramètres de discrétisation géométrique du ruban métallique. Afin de conserver une précision suffisante, le pas de discrétisation doit être inférieur ou, à la limite, égal à l'épaisseur de peau δ ; lors de nos simulations nous avons vérifié ce critère intuitif.



figure II.13 : évolution du facteur de forme en fonction de l'épaisseur de métallisation, $W = 10 \,\mu\text{m}$, $H = 100 \,\mu\text{m}$, $\sigma = 4,1 \, 10^5 \,\text{S/cm}$ et $f = 10 \,\text{GHz}$.

A titre d'illustration, nous présentons figure II.13, pour une fréquence de 10 GHz, l'évolution du facteur de forme f en fonction de l'épaisseur de métallisation pour un ruban de largeur W = 10 μ m. Pour des épaisseurs de métallisation très inférieures à δ , ce facteur de forme tend bien évidemment vers l'unité ; au contraire lorsque l'épaisseur de métal devient importante, celui-ci admet pour limite 0,5.

Nous montrons, figure II.14, la répartition du champ électrique au sein du barreau métallique dans le cas particulier où W = 10 μ m et t = 3 μ m.

Pour la structure retenue, l'influence du plan de masse est négligeable (W/H = 0,1). A la fréquence considérée, la structure étudiée est caractérisée par un rapport t / δ voisin de 4. Pour ce ruban de largeur faible (W = 10 µm) notre simulation, figure II.14, met bien en évidence un facteur de similitude proche de 1 entre les courants (ou champs) sur les faces supérieures et inférieures du ruban. Ceci explique le facteur de forme de 0,5 obtenu à partir de notre étude pour cette fréquence de 10 GHz

Une analyse analogue effectuée dans une gamme de fréquence variant de 5 à 40 GHz permet de définir l'évolution du facteur de forme f pour des fréquences représentée figure II.15. L'association de ce facteur de forme et de l'approche dans le domaine spectral met en évidence, figure II.16, un excellent accord entre les résultats théoriques et expérimentaux.

La même démarche a été appliquée au cas d'un ruban large(W = 175 μ m, t = 1 μ m, W/H=0,7), la répartition du champ au sein du ruban est illustrée figure II.17 pour une fréquence de 10 GHz. Cette représentation illustre l'influence d'un plan de masse proche du ruban; la densité de courant J⁻ est ici supérieure à la densité de courant J⁺.

Nous pouvons ainsi déterminer très précisément l'évolution en fonction du rapport t / δ des pertes présentées par la structure, figure II.18.

.

41





figure II.15 : évolution fréquentielle du facteur de forme, W=10 μ m, H=100 μ m, σ =4,1 10⁵ S/cm et t = 3 μ m.



figure II.16 : ligne microruban, comparaison en fréquence des relevés expérimentaux et des valeurs issues de l'approche dans le domaine spectral modifiée, W = 10 μ m, H = 100 μ m, ε_r = 12,9, σ = 4,1 10⁵ S/cm et t = 3 μ m.





air

figure II.17 : répartition du module de la densité de courant Jz au sein d'un barreau métallique où W = 175 μ m, H = 250 μ m, σ = 4,1 10⁵ S/cm, t = 1 μ m et f = 10 GHz.



figure II.18 : ligne microruban, comparaison en fréquence des relevés expérimentaux et des valeurs issues de l'approche dans le domaine spectral modifiée, W=175 μ m, H=250 μ m, ϵ_r =12,9, σ =4,1 10⁵ S/cm et t = 1 μ m.



figure II.19 : ligne coplanaire étudiée

٠
II.4 Application de l'Approche dans le Domaine Spectral Modifiée à l'étude de lignes coplanaires à conducteurs métalliques.

II.4.1 Modification de la formulation classique - Principe.

Il s'agit à présent d'adapter l'analyse précédemment développée pour la ligne microruban au cas de la ligne coplanaire dont la topologie est illustrée figure II.19.

L'analyse de lignes planaires idéales à partir de l'approche dans le domaine spectral se résume à la résolution d'un problème aux valeurs propres déduit du système matriciel ci-dessous :

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{x}} \\ \tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{z}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{G}} \\ \overline{\mathbf{G}} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{J}}_{\mathbf{x}} \\ \tilde{\mathbf{J}}_{\mathbf{z}} \end{pmatrix} \quad (20)$$

où \tilde{E}_z , \tilde{E}_x , \tilde{J}_z et \tilde{J}_x représente respectivement les transformées de Fourier des composantes de champ électrique et des densités de courant sur l'interface métal-substrat.

Dans le cas de la ligne microruban, on résout ce système par une méthode de moments appliquée sur les inconnues J_z et J_x . En ce qui concerne la ligne coplanaire, il est en général plus judicieux, d'utiliser la méthode des moments en projetant les champs dans les fentes E_x et E_z sur un ensemble de fonctions de base [7]; dans ces conditions, le système matriciel à résoudre s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \tilde{J}_{x} \\ \tilde{J}_{z} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{\tilde{G}} \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \tilde{E}_{x} \\ \tilde{E}_{z} \end{pmatrix}$$
(21)

Lorsque l'on s'intéresse aux lignes coplanaires à rubans réels, la prise en compte des métallisations au moyen de l'impédance de surface Z, impose de traiter la structure coplanaire de façon similaire à la ligne microruban. Pour la ligne coplanaire comme pour la ligne microruban, le système matriciel à résoudre est alors de la forme :

$$\begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{x}} \\ \tilde{\mathbf{E}}_{\mathbf{z}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{G}}_{\mathbf{xx}} - \mathbf{Z} & \tilde{\mathbf{G}}_{\mathbf{xz}} \\ \tilde{\mathbf{G}}_{\mathbf{zx}} & \tilde{\mathbf{G}}_{\mathbf{zz}} - \mathbf{Z} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{J}}_{\mathbf{x}} \\ \tilde{\mathbf{J}}_{\mathbf{z}} \end{pmatrix} \quad (22)$$

Les termes de la dyade G sont identiques à ceux déterminés dans le cas de la ligne microruban; ce formalisme nécessite d'appliquer la méthode des moments sur les densités de courant.

Dans un souci d'efficacité, de la même manière que pour la ligne microruban, nous avons utilisé comme fonctions de base, pour les densités de courant, des expressions issues des polynômes de Chebyshev (voir annexe 2).

La nécessité de traduire les "effets de bord" sur les rubans latéraux, qu'ils soient larges ou étroits, demande de dissocier les fonctions de base sur le ruban central des fonctions de base injectées au niveau des rubans latéraux.

Cette démarche induit naturellement :

- le calcul de coefficients de pondération différents pour les fonctions de base associées aux rubans latéraux et au ruban central.

- une augmentation limitée de la dimension du système à résoudre, sans conséquence notable sur les temps de calcul.



figure II.20 : lignes coplanaires, comparaison entre les diagrammes de dispersion obtenus par notre formulation et la formulation classique, S=70 μ m, W=50 μ m, H=400 μ m, ϵ_r =12,9, S1=70 μ m ou 500 μ m, t=0, $\sigma \rightarrow \infty$



II.4.2 Validation de la description.

Nous avons testé notre formalisme en retenant deux topologies de ligne coplanaire, d'une part une ligne à rubans latéraux étroits (S1=70 μ m) et d'autre part une ligne à rubans latéraux larges (S1=500 μ m).(figure II.19).

En nous limitant à l'étude du mode fondamental de type pair $(E_z(x)=E_z(-x)]$, nous présentons figure II.20 les résultats obtenus au niveau des diagrammes de dispersion ; ceux-ci correspondent aux valeurs déduites par la formulation classique.

Afin de conforter la validité de notre formulation, nous avons représenté figures II.21 à II.24, les évolutions des modules du champs E_x dans les fentes et de la densité de courant J_z sur les rubans. L'ensemble de ces représentations atteste de la validité de la formulation retenue, puisque nous retrouvons les évolutions habituelles des modules des densités de courant, mais aussi celles des champs dans les fentes.

Dans le cas de rubans latéraux étroits, ces courbes, figures II.21 et II.22, mettent en évidence des "effets de bord" significatifs sur les arêtes extrêmes des métallisations. Relevons toutefois, qu'en dépit de leurs amplitudes, ces effets ne se répercutent pas sur le diagramme de dispersion, figure II.20.

En ce qui concerne la ligne coplanaire à rubans latéraux larges, figures II.23 et II.24, ces effets de bord deviennent naturellement négligeables.



figure II.21 : évolution du module de la densité de courant Jz sur l'interface rubanssubstrat, S=S1=70 μ m, W=50 μ m, H=400 μ m, ϵ_r =12,9, t=0, $\sigma \rightarrow \infty$ et f=10 GHz.



figure II.22 : évolution du module du champ Ex sur l'interface rubans-substrat, S=S1=70 μ m, W=50 μ m, H=400 μ m, ϵ_r =12,9, t=0, $\sigma \rightarrow \infty$ et f=10 GHz.



figure II.23 : évolution du module de la densité de courant Jz sur l'interface rubanssubstrat, S=70 μ m, S1=500 μ m, W=50 μ m, H=400 μ m, ϵ_r =12,9, t=0, $\sigma \rightarrow \infty$ et f=10 GHz.



figure II.24 : évolution du module du champ Ex sur l'interface rubans-substrat, S=70 μ m, S1=500 μ m, W=50 μ m, H=400 μ m, ϵ_r =12,9, t=0, $\sigma \rightarrow \infty$ et f=10 GHz.



figure II.25 : ligne coplanaire, comparaison entre les valeurs expérimentales [8] et les valeurs issues du logiciel MDS, S=70 μ m, S1=500 μ m, W=50 μ m, t=1,5 μ m, σ = 4,1 10⁵ S/cm, substrat GaAs (ϵ_r =12,9), H=400 μ m.



figure II.26 : ligne coplanaire, comparaison entre les valeurs expérimentales [8] et les valeurs issues du logiciel MDS, S=70 μ m, S1=500 μ m, W=50 μ m, t=0,7 μ m, σ = 4,1 10⁵ S/cm, substrat GaAs (ϵ_r =12,9), H=400 μ m.

II.4.3 Détermination du coefficient d'atténuation de lignes coplanaires à partir de l'Approche dans le Domaine Spectral Modifiée.

Lors de l'étude de la ligne coplanaire, nous avons adopté une démarche analogue à celle utilisée pour la ligne microruban ; comme précédemment, nous nous référons aux valeurs des coefficients d'atténuation relevés expérimentalement. Pour cela, nous avons considéré un ensemble de mesures effectuées au laboratoire [8], mais aussi un certain nombre de résultats extraits de travaux récents [9].

Les configurations retenues permettent de couvrir des structures qui présentent des dimensions transverses variant de 10 μ m à 70 μ m, avec des épaisseurs de métallisation comprises entre 1,5 et 0,5 μ m.

Dans une première analyse, nous avons fait varier la fréquence entre 1 GHz et 30 GHz; selon les épaisseurs de métallisations ceci correspond à un rapport t / δ qui évolue entre 0,5 et 4.

Pour la ligne coplanaire où S=70 μ m, W=50 μ m et l'épaisseur de métallisation t=1,5 μ m (figure II.25), notre étude met en évidence un écart de l'ordre de 20 % entre les mesures réalisées au laboratoire et le logiciel d'aide à la conception M.D.S. Cet écart s'élève à 50% pour une ligne de même topologie mais d'épaisseur t=0,7 μ m (figure II.26).

En ce qui concerne la confrontation de nos résultats de simulation et les valeurs expérimentales, figures II.27 à II.29, un premier examen de ces courbes, atteste dans tous les cas, d'un bon accord entre les résultats théoriques et expérimentaux tant que le rapport t / δ demeure inférieur à 0,6 (en considérant un facteur de forme égal à l'unité).



figure II.27 : ligne coplanaire sur GaAs ($\varepsilon r = 12,9$), comparaison effectuée entre les relevés expérimentaux [8] et les valeurs théoriques calculées à partir de l'approche dans le domaine spectral, W=50 µm, S=70 µm, S1=500 µm, H=400 µm, t=1,5 µm, $\sigma_{métal}=4,1$ 10⁵ S/cm.



figure II.28 : ligne coplanaire sur GaAs ($\epsilon r = 12,9$), comparaison effectuée entre les relevés expérimentaux [8] et les valeurs théoriques calculées à partir de l'approche dans le domaine spectral, W=50 µm, S=70 µm, S1=500 µm, H=400 µm, t=0,7 µm, $\sigma_{métal}=4,1\ 10^5$ S/cm.



figure II.29 : ligne coplanaire sur InP ($\epsilon r = 12,6$), comparaison effectuée entre les relevés expérimentaux [9] et les valeurs théoriques calculées à partir de l'approche dans le domaine spectral, W=39 µm, S=12 µm, S1=200 µm, H=400 µm, t=0,5 µm, $\sigma_{métal}=3,33 \ 10^5$ S/cm.



figure II.30 : ligne coplanaire sur GaAs ($\epsilon r = 12,9$), confrontation de l'approche dans le domaine spectral modifiée et des relevés expérimentaux [8], W=50 µm, S=70 µm, S1=500 µm, H=400 µm, t=1,5 µm, $\sigma_{métal}=4,1$ 10⁵ S/cm.



figure II.31 : ligne coplanaire sur InP ($\epsilon r = 12,6$), confrontation de l'approche dans le domaine spectral modifiée et des relevés expérimentaux [9], W=39 µm, S=12 µm, S1=200 µm, H=400 µm,t=0,5 µm, $\sigma_{métal}=3,33 \ 10^5$ S/cm, .

Ceci est assez naturel compte tenu de la modélisation du ruban utilisé au niveau de l'approche dans le domaine spectral. Rappelons que, dans ce cas, les rubans sont assimilés à des filaments de courant.

Soulignons que l'influence de la largeur des rubans semble être ici un paramètre moins sensible que dans le cas de la ligne microruban.

Lorsque la condition t / δ < 0,6 n'est pas vérifiée, nous avons cherché à définir comme précédemment un facteur de forme pour les topologies usuelles.

Pour ce type de structure, les pertes métalliques résultent essentiellement de la contribution du ruban central, aussi n'avons nous entrepris de calculer un facteur de forme qu'au niveau de ce ruban.

La détermination de ce facteur est basée sur la méthode décrite auparavant pour la ligne microruban si ce n'est que nous nous sommes limité ici au cas d'un ruban isolé, ceci simplifie d'autant l'expression de la fonction de Green du champ diffracté (voir annexe 1).

Les facteurs de formes ainsi déterminés permettent de retrouver avec précision les résultats expérimentaux et ce quelles que soient les topologies retenues, figures II.30 et II.31

II.5 Bilan intermédiaire

Nous avons montré dans cette première partie qu'il est possible d'adapter une analyse "purement planaire" en l'occurrence l'approche dans le domaine spectral, à l'étude quantitative de lignes plaquées en présence de rubans métalliques réels, c'est à dire d'épaisseurs non nulles et de conductivités finies. Nous avons pour cela corrigé la valeur de l'impédance de surface en introduisant un facteur de forme pour la ligne microruban comme pour la ligne coplanaire. Le calcul de ce facteur s'appuie sur la détermination préalable de la répartition du champ électrique au sein du ruban.

Dans le cas de ligne microruban, montrer que ce facteur de forme dépend du rapport t/ δ ne constitue pas en soit une information. Soulignons cependant que la règle communément admise, qui néglige l'influence de l'épaisseur t dès que celle-ci devient supérieure à 3 δ s'avère peu significative. En effet, le facteur de forme calculé dépend fortement de la largeur W du ruban, ou plus précisément du rapport W/H.

Ces variations traduisent des répartitions très différentes du champ électrique sur les faces supérieure et inférieure du ruban selon les caractéristiques géométriques de la structure.

En revanche, pour la ligne coplanaire le facteur de forme est d'avantage lié au rapport t/δ ; ceci peut s'expliquer par une répartition plus équilibrée du champ électrique de part et d'autre de l'interface substrat-air.

Rappelons que l'obtention de ce facteur de forme ne nécessite pas, en général, de temps de calcul importants ; ceci nous permet d'obtenir des résultats précis, tout en conservant une certaine souplesse d'emploi à l'approche dans le domaine spectral.

La transposition de cette méthode à l'étude de lignes planaires à rubans supraconducteurs peut à présent être envisagée.

II.6 Détermination des caractéristiques électromagnétiques de lignes planaires supraconductrices par l'Approche dans le Domaine Spectral.

Avant d'aborder l'analyse de lignes supraconductrices au moyen de l'approche dans le domaine spectral, nous désirons décrire sommairement le modèle macroscopique utilisé pour modéliser ce type de matériaux avant de préciser ses principales limitations.

II.6.1 Modélisation macroscopique des supraconducteurs

II.6.1.1 Modèle à deux fluides. [10]

Dans une approche proposée dès 1935, F. et H. London ont postulé que la densité de courant total résulte de la somme de deux composantes:

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_n \qquad (23)$$

où \vec{J}_s et \vec{J}_n représentent respectivement la densité de courant supraconducteur et la densité de courant normal, ces densités s'expriment :

$$\vec{J}_{s} = -n_{s} \cdot q \cdot \vec{v}_{s} \qquad (24)$$
$$\vec{J}_{n} = -n_{n} \cdot q \cdot \vec{v}_{n}$$

avec :

 \vec{v}_s : vitesse des électrons supraconducteurs

ns densité d'électrons supraconducteurs

 \vec{v}_n : vitesse moyenne des électrons normaux

n_n : densité d'électrons normaux

q : charge de l'électron

Le fluide supraconducteur ou suprafluide, est supposé "non visqueux", c'est-à-dire qu'aucune force de frottement n'est prise en considération. Dans ces conditions, pour les électrons supraconducteurs, la relation fondamentale de la dynamique permet d'écrire :

$$m \frac{d\vec{v}_s}{dt} = -q\vec{E} \qquad (25)$$

où m correspond à la masse de l'électron.

Au contraire pour les électrons normaux nous obtenons :

$$m\frac{d\vec{v}_n}{dt} + m\frac{\vec{v}_n}{\tau_n} = -q\vec{E} \quad (26)$$

En régime harmonique, nous pouvons écrire :

$$\vec{rotH} = j\omega\varepsilon_{o}\vec{E} + \vec{J}_{s} + \vec{J}_{n} = j\omega\varepsilon_{o}\varepsilon_{r}(\omega)\vec{E} = j\omega\varepsilon_{o}\vec{E} + \sigma_{s}\vec{E}$$
 (27)

A partir des équations (57) à (61), nous aboutissons à l'expression de $\varepsilon_r(\omega)$:

$$\varepsilon_{r}(\omega) = 1 - \frac{q^{2}n_{s}}{m\omega^{2}\varepsilon_{o}} + \frac{q^{2}n_{n}\tau_{n}}{j\omega\varepsilon_{o}m(1+j\omega\tau_{n})}$$
(28)

Ces éléments nous permettent d'établir l'expression de la conductivité complexe σ_s caractérisant un matériau supraconducteur :

$$\sigma_{s} = \frac{q^{2}n_{n}\tau_{n}}{m(1+j\omega\tau_{n})} - j \cdot \frac{q^{2}n_{s}}{m\omega}$$

soit





$$\sigma_{s} = \frac{n_{n}q^{2}\tau_{n}}{m(1+\omega^{2}\tau_{n}^{2})} - j\frac{n_{n}q^{2}\tau_{n}^{2}\omega}{m(1+\omega^{2}\tau_{n}^{2})} - j\frac{q^{2}n_{s}}{m\omega}$$
(29)

Cette expression fait apparaître un schéma équivalent associé, présenté figure II.32

Aux fréquences habituelles de travail, $\omega \tau_n$ est très petit devant l'unité, par conséquent l'expression donnant σ_s se réduit à :

$$\sigma_{s} = \frac{q^{2}n_{n}\tau_{n}}{m} - j \cdot \frac{q^{2}n_{s}}{m\omega} \quad (30)$$

ou encore

$$\sigma_{s} = \sigma_{1} - j \cdot \sigma_{2} \quad (31)$$

Pour des températures très inférieures à la température critique telle que $J_n < < J_s$, on établit les deux équations, appelées "équations de London", régissant le comportement de la densité de courant supraconducteur :

$$\frac{\partial \vec{J}_{s}}{\partial t} = \frac{n_{s} q^{2}}{m} \vec{E} \quad (32)$$

et $\frac{m}{n_{s} q^{2}} \cdot \vec{rot} \vec{J}_{s} + \vec{B} = 0 \quad (33)$

A partir de ces équations, en négligeant le courant de déplacement nous aboutissons à:

$$\vec{rot}(\vec{rotB}) = \frac{-\mu_{o} \cdot n_{s} \cdot q^{2}}{m} \cdot \vec{B} = \frac{1}{-\lambda^{2}} \cdot \vec{B}$$
 (34)

La résolution de cette équation permet de déterminer la profondeur de pénétration λ du champ magnétique dans le supraconducteur.

En adoptant pour les densités d'électrons normaux n_n et supraconducteurs n_s la loi de variation empirique de Gorter-Casimir :

$$n_{n} = n \cdot (T / T_{c})^{4}$$

(35)

 $n_{s} = n \cdot [1 - (T / T_{c})^{4}]$

où n représente le nombre total de porteur et T_c la température critique, nous obtenons les expressions de σ_1 et σ_2 :

$$\sigma_{1} = \frac{q^{2} n \tau_{n}}{m} \cdot (T / T_{c})^{4} = \sigma_{n} \cdot (T / T_{c})^{4}$$
(36)

$$\sigma_2 = \frac{q^2 n}{m \omega} \cdot (1 - (T / T_c)^4) = \frac{1}{\omega \mu_0 \lambda^2}$$

 σ_n correspond à la conductivité normale, tandis que λ s'exprime par :

$$\lambda = \sqrt{\frac{m}{nq^{2}\mu_{0}(1 - (T/T_{c})^{4})}} = \frac{\lambda_{0}}{\sqrt{(1 - (T/T_{c})^{4})}}$$
(37)

II.6.1.2 Principales limitations du modèle à deux fluides.

Le modèle à deux fluides constitue la base des simulations que nous aborderons dans la suite de ce mémoire, il convient cependant de conserver à l'esprit les principales limitations de ce modèle macroscopique. - Il ne permet pas de prendre en compte la fréquence "gap" à partir de laquelle un matériau supraconducteur perd ses propriétés supraconductrices. Cette fréquence est de l'ordre du TeraHertz, elle se situe par conséquent bien au delà des fréquences considérées dans ce travail [11].

- Les hypothèses retenues au niveau de la dynamique des électrons supraconducteurs ne permettent pas de vérifier le principe de causalité, cette limitation n'est, toutefois, sensible que pour des études effectuées sur de larges bandes de fréquence.

- Il n'est pas valable pour des températures proches de la température critique. Il est généralement admis de se limiter à des températures inférieures à 0,9 Tc. Pour les supraconducteurs à haute température critique, la signification du modèle à deux fluides demande également d'être précisée aux faibles températures; ceci a d'ailleurs conduit certains auteurs à proposer un autre modèle phénoménologique, qualifié de modèle à trois fluides [12], afin de corriger ces imprécisions.

- Les nouveaux matériaux supraconducteurs, élaborés à partir d'oxyde de cuivre, présentent d'un point de vue microscopique une stratification de leurs composés: ils sont, *a priori*, anisotropes [13].

- Le modèle à deux fluides ne prend pas en compte la densité de courant critique à partir de laquelle le matériau n'est plus supraconducteur [14]. Cette densité critique dépend des caractéristiques propres au matériau.

- Dans les applications microondes envisagées, les matériaux supraconducteurs se présentent sous la forme de films minces (quelques milliers d'angströms) déposés sur substrat diélectrique. En tout état de cause, rien ne permet d'affirmer que le modèle à deux fluides soit adapté au cas de film mince supraconducteur.

Ces différentes remarques soulignent que le modèle à deux fluides ne peut correspondre qu'à une description très simplifiée du comportement des supraconducteurs à haute température critique.

Néanmoins, en ce qui concerne la simulation du comportement microonde de circuits réalisés à partir de supraconducteur, la majeure partie des auteurs s'accorde actuellement pour appliquer ce modèle à deux fluides en dépit de limitations précédemment évoquées. Nous nous inscrivons dans cette lignée; en ce qui nous concerne, étudier le comportement de lignes planaires en présence de rubans supraconducteurs, à partir de l'approche dans le domaine spectral, se ramène à considérer une conductivité complexe $\sigma_s = \sigma_1 \cdot j.\sigma_2$ dans l'expression de l'impédance de surface.

Aux restrictions d'ordre théorique que nous venons d'évoquer, il convient de prendre également en compte certaines réalités technologiques.

A ce jour, le dépôt des supraconducteurs à haute température critique ne semble pas parfaitement maîtrisé; chaque couche réalisée constitue un échantillon spécifique ayant ses caractéristiques propres.

Une étude comparative concernant l'apport de ces matériaux par rapport aux métaux classiques ne peut donc se limiter qu'à un aspect qualitatif tant que sont abordés des effets du second ordre tels que le calcul du coefficient d'atténuation.

La signification de résultats portant sur phénomènes du premier ordre, tels que la prise en compte de l'inductance cinétique associée au supraconducteur, est moins sujette à caution.

Les résultats que nous présentons dans la suite de ce mémoire s'inscrivent dans cette perspective.

Ceux concernant les pertes présentées par les lignes planaires sont donnés à titre indicatif, nous nous sommes au contraire attaché à définir les topologies de lignes qui permettent d'exalter l'influence de l'inductance cinétique induite par les matériaux supraconducteurs. L'objectif est ici d'obtenir une augmentation sensible de la l'inductance totale de la ligne de façon à réduire les longueurs d'ondes guidées et dans le même temps l'encombrement des circuits passifs. Dans cet esprit, il nous a semblé intéressant d'évaluer dans quelle mesure l'utilisation de ces matériaux supraconducteurs pouvait constituer un élément de réponse à cette préoccupation permanente des concepteurs de circuits monolithiques microondes.

II.6.2 Etude du comportement des lignes microrubans et coplanaires en présence de supraconducteurs par l'approche dans le domaine spectral.

Dans cette étude, nous avons considéré principalement deux types de matériaux supraconducteurs: le NbN à basse température critique et l'YBaCuO à haute température critique.

Pour le NbN, nous avons utilisé les paramètres matériaux communément admis [15], en ce qui concerne l'YBaCuO nous avons adopté un ensemble de données [3] choisi dans la littérature; ces données sont résumées dans le tableau ci dessous :

	NbN	YBaCuO
T _c (K)	12,15	90
$\lambda_0 (nm)$	320	150
σ_n (S/cm)	5 10 ⁵	2 10 ³



figure II.33 : modification apportée par un supraconducteur au schéma type ligne de transmission

II.6.2.1 Objectifs de l'étude

Avant toute chose, il nous a semblé utile de préciser notre démarche à partir d'un schéma équivalent de type ligne de transmission (figure II.33) :

- Lo et C représentent respectivement l'inductance propre de la ligne et sa capacité par unité de longueur.

- R_s et L_s caractérisent les modifications apportées par la présence des rubans supraconducteurs.

En admettant logiquement l'hypothèse de pertes faibles, nous pouvons déterminer les caractéristiques de propagation de la structure à laquelle se rapporte ce schéma, à savoir l'impédance caractéristique :

$$Z_{c} \approx \sqrt{\frac{L_{s} + L_{o}}{C}}$$
 (Ω) (38)

La longueur d'onde guidée :

$$\lambda_g \approx \frac{1}{f\sqrt{(L_s + L_o) \cdot C}}$$
 (cm)⁻¹ (39)

Ainsi que le coefficient d'atténuation :

$$\alpha \approx 8,68 \cdot \frac{R_s}{2 \cdot Z_c} \quad (dB / cm) \quad (40)$$

A la différence d'un métal classique, il n'est pas possible de négliger a priori, l'inductance cinétique L_s du supraconducteur devant l'inductance propre de la ligne.

Compte tenu de ces hypothèses, le rapport $\lambda_{gs} / \lambda_{gm}$ des longueurs guidées entre deux lignes supraconductrices et métalliques de même géométrie s'écrit :



figure II.34 : évolution en température des conductivités réelle σ_1 et imaginaire σ_2 pour un supraconducteur NbN [15] à 10GHz, (Tc = 12,5 K).



figure II.35 : évolution en température des conductivités réelle σ_1 et imaginaire σ_2 pour un supraconducteur YBaCuO [3] à 10GHz, (Tc=90 K).

$$\frac{\lambda_{\rm gs}}{\lambda_{\rm gm}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (L_{\rm s}/L_{\rm o})}} \quad (41)$$

Cette expression met en évidence l'intérêt de rechercher des topologies permettant d'exalter le rapport L_s/L_o .

Pour ces films minces, nous supposons, au niveau de l'impédance de surface Z, un facteur de forme égal à l'unité. Dans ces conditions, l'expression de Z a pour limite :

$$Z \approx \frac{1}{\sigma_{s}t} = \frac{1}{(\sigma_{1} - j\sigma_{2}) \cdot t} \approx \frac{\sigma_{1}}{\sigma_{2}^{2} \cdot t} + j \cdot \frac{1}{\sigma_{2} \cdot t} \quad (42)$$

Elle peut également se mettre sous forme :

$$Z = R_s + j \cdot X_s$$
 avec $X_s = j \cdot L_s \omega$

Nous présentons, à titre d'illustration, figures II.34 et II.35, l'évolution en température des conductivités σ_1 et σ_2 respectivement pour le NbN et pour l'YBaCuO.

Pour les deux supraconducteurs considérés, les faibles valeurs de σ_1 par rapport à σ_2 nous autorisent à écrire :

$$R_s \approx \frac{\sigma_1}{\sigma_2^2 \cdot t}$$
 et $L_s \approx \frac{1}{\omega \sigma_2 \cdot t}$ (43)

L'expression de Rs est à rapprocher de celle qui serait obtenue dans les mêmes conditions pour un métal :

$$\mathbf{R} \approx \frac{1}{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{t}} \qquad (44)$$



figure II.36 : géométrie de la ligne microruban





En fait, deux contraintes antagonistes apparaissent : pour des valeurs fixées de σ_1 et σ_2 , toute augmentation de l'inductance cinétique L_s va de paire avec un accroissement de la résistance Rs représentant les pertes par effet Joule.

Augmenter le rapport L_s/L_0 c'est aussi chercher à minimiser l'inductance propre L_0 de la ligne devant l'inductance cinétique du supraconducteur. Dans cet ordre d'idées, il nous est apparu également intéressant de définir les topologies susceptibles de favoriser ce phénomène.

II.6.2.2 Etude de l'atténuation présentée par des lignes microruban et coplanaire supraconductrices

Afin de rester objectives, les comparaisons entre lignes métalliques et supraconductrices devraient être effectuées dans les mêmes conditions physiques notamment de température. Nous avons plutôt choisi de confronter ces structures à leur température de fonctionnement; c'est-à-dire à la température ambiante (300 K) pour le métal, la température de l'azote liquide (77 K) pour le YBaCuO et la température de l'hélium liquide (4 K) pour le NbN.

En ce qui concerne les pertes, les remarques formulées auparavant justifient que nous nous limitions sur ce point à un aspect qualitatif. Les résultats associés aux lignes métalliques incluent un facteur de forme au niveau de l'impédance de surface, tandis que celui-ci est pris égal à un pour les lignes supraconductrices. Nous avons naturellement choisi comme structure test des lignes ayant déjà fait l'objet d'une analyse fréquentielle en considérant des rubans métalliques classiques.

Il s'agit d'une ligne microruban, figure II.36, avec comme paramètres géométriques :



figure II.38 : évolution fréquentielle de l'atténuation de lignes microrubans supraconductrices, W=10 μ m, H= 100 μ m, pour différentes épaisseurs de supraconducteur YBaCuO (T=77 K) déposé sur LaAlO₃ (ϵ_r =24,5), comparaison avec une ligne métallique classique déposée sur GaAs (ϵ_r =12,9), $\sigma_{métal}$ =4,1 10⁵ S/cm, t_{métal}=3 μ m.



figure II.39 : évolution fréquentielle de l'atténuation de lignes microrubans supraconductrices, W=10 μ m, H= 100 μ m, pour différentes épaisseurs de supraconducteur NbN (T=4 K) déposé sur Si (ϵ_r =10,5), comparaison avec une ligne métallique classique déposée sur GaAs (ϵ_r =12,9), $\sigma_{métal}$ =4,1 10⁵ S/cm, $t_{métal}$ =3 μ m.



figure II.40 : évolution fréquentielle de l'atténuation de lignes coplanaires supraconductrices, S=70 µm, S1=500 µm, W=50 µm, H=400 µm, pour différentes épaisseurs de supraconducteur YBaCuO (T=77 K) déposé sur LaAlO₃ (ε_r =24,5), comparaison avec une ligne métallique classique déposée sur GaAs (ε_r =12,9), $\sigma_{métal}$ =4,1 10⁵ S/cm, t_{métal}=0,7 µm.



figure II.41 : évolution fréquentielle de l'atténuation de lignes coplanaires supraconductrices, S=70 μ m, S1=500 μ m, W=50 μ m, H=400 μ m, pour différentes épaisseurs de supraconducteur NbN (T=4 K) déposé sur Si (ϵ_r =10,5), comparaison avec une ligne métallique classique déposée sur GaAs (ϵ_r =12,9), $\sigma_{métal}$ =4,1 10⁵ S/cm, t_{métal}=0,7 μ m.



figure II.42 : évolution fréquentielle de l'atténuation de lignes coplanaires supraconductrices, S=12 µm, S1=200 µm, W=39 µm, H=400 µm, pour différentes épaisseurs de supraconducteur YBaCuO (T=77 K) déposé sur LaAlO₃ (ϵ_r =24,5), comparaison avec une ligne métallique classique déposée sur InP (ϵ_r =12,6), $\sigma_{métal}$ =3,33 10⁵ S/cm, t_{métal}=0,5 µm.



figure II.43 : évolution fréquentielle de l'atténuation de lignes coplanaires supraconductrices, S=12 µm, S1=200 µm, W=39 µm, H=400 µm, pour différentes épaisseurs de supraconducteur NbN (T=4 K) déposé sur Si (ε_r =10,5), comparaison avec une ligne métallique classique déposée sur InP (ε_r =12,6), $\sigma_{métal}$ =3,33 10⁵ S/cm, t_{métal}=0,5 µm.

- Largeur du ruban W = $10 \,\mu m$

- métallisation d'épaisseur t = 3 μ m et de conductivité σ = 4.1 10⁵ S/cm déposée sur substrat GaAs avec H = 100 μ m et ε_r = 12,9.

Nous avons également retenu deux lignes coplanaires, figure II.37, dont les caractéristiques sont décrites dans le tableau ci-dessous :

	S	S 1	W	Н	ε _r (ligne métaliique)	Métallisations
Ligne 1	70 µm	500 µm	50 µm	400 µm	12,9	t = 0,7 μ m; σ = 4,1 10 ⁵ S/cm
Ligne 2	12 µm	200 µm	39µm	400 µm	12,6	t = 0,5 μ m; σ = 3,33 10 ⁵ S/cm

En ce qui concerne les lignes supraconductrices, celles-ci sont déposées sur un substrat Si [15] dans le cas du NbN et sur un substrat LaAlO₃ pour l'YBaCuO [16].

Les résultats se rapportant à la ligne microruban sont présentés figure II.38 et II.39, ceux relatifs aux lignes coplanaires sont illustrés de la figure II.40 à la figure II.43 pour des épaisseurs de supraconducteurs variant de 50 nm à 200 nm.

Ces courbes mettent, bien entendu, en évidence une réduction sensible des pertes ohmiques lorsque des rubans supraconducteurs remplacent des rubans métalliques. Quelle que soient les lignes considérées, cette diminution est supérieure à un facteur 10 pour le NbN à 4 K et supérieure à un facteur 100 à 77 K pour l'YBaCuO, en retenant la plus faible épaisseur de supraconducteur (t = 50 nm)

II.6.2.3 Influence de la géométrie des lignes.

Nous avons ici cherché à définir des topologies de lignes microrubans et coplanaires qui favorisent l'effet d'inductance cinétique.

facteur de ralentissement



figure II.44 : évolution du facteur de ralentissement de lignes microrubans supraconductrices, déposées sur un substrat LaAlO₃ ($\varepsilon_r = 24,5$), en fonction du rapport W/H, YBaCuO à T=77 K, f=10 GHz, W=10 μ m.



figure II.45 : évolution du facteur de ralentissement de lignes microrubans supraconductrices, déposées sur un substrat Si ($\varepsilon_r = 10,5$), en fonction du rapport W/H, NbN à T=4 K, f=10 GHz, W=10 μ m.



S/(S+2W)

figure II.46 : évolution du facteur de ralentissement de lignes coplanaires supraconductrices, déposées sur un substrat LaAlO₃ (ϵ_r =24,5), en fonction du rapport S/(S+2W), YBaCuO à T=77 K, f=10 GHz, S=10 µm, S1=500 µm, H=400 µm.

facteur de ralentissement



S/(S+2W)

figure II.47 : évolution du facteur de ralentissement de lignes coplanaires supraconductrices, déposées sur un substrat Si ($\varepsilon_r = 10,5$), en fonction du rapport S/(S+2W), NbN à T=4 K, f=10 GHz, S=10 μ m, S1=500 μ m, H=400 μ m.



figure II.48 : évolution de l'impédance de lignes microrubans supraconductrices, déposées sur un substrat LaAlO₃ ($\varepsilon_r = 24,5$), en fonction du rapport W/H, YBaCuO à T=77 K, f=10 GHz, W=10 μ m.



figure II.49 : évolution de l'impédance de lignes microrubans supraconductrices, déposées sur un substrat Si ($\varepsilon_r = 10,5$), en fonction du rapport W/H, NbN à T=4 K, f=10 GHz, W=10 μ m.

Dans cet esprit, nous présentons, figures II.44 et II.45, l'évolution du facteur de ralentissement pour une ligne microruban où nous faisons varier le rapport W/H. Une étude similaire a été menée pour la ligne coplanaire mais cette fois pour différentes valeurs du rapport S/(S + 2W), figures II.46 et II.47. Dans les deux cas, une fréquence fixe de 10 GHz a été considérée et plusieurs épaisseurs de supraconducteurs retenues.

Ces courbes mettent en exergue, pour la ligne microruban, qu'une augmentation significative du facteur de ralentissement ne peut être envisagée qu'en considérant des épaisseurs de substrat peu compatibles avec les contraintes technologiques des circuits microondes usuels.

A titre d'exemple, une réduction de l'ordre de 25 % de la longueur d'onde guidée en utilisant un supraconducteur YBaCuO d'épaisseur 30 nm, ne s'obtient qu'en considérant un substrat d'épaisseur H = 5 μ m pour un ruban de 10 μ m de large. La même géométrie conduit à une diminution de 40 % de la longueur d'onde guidée en retenant un supraconducteur NbN.

En ce qui concerne la ligne coplanaire, ces contraintes géométriques se retrouvent naturellement au niveau de la topologie des rubans. En supposant une largeur de ruban central S de 10 μ m et une fente W de 5 μ m on aboutit à une réduction de la longueur d'onde d'environ 20 %, tandis que pour un film de NbN de 20 nm cette diminution s'élève à 40 %.

Les variations de l'inductance totale, liée à la présence des matériaux supraconducteurs, se répercutent, bien entendu, sur les valeurs des impédances "caractéristiques" associées aux différentes lignes étudiées (figure II.48 à II.51). Pour la ligne microruban, ces variations se traduisent par une augmentation de l'impédance,



figure II.50 : évolution de l'impédance de lignes coplanaires supraconductrices, déposées sur un substrat LaAlO₃ (ϵ_r =24,5), en fonction du rapport S/(S+2W), YBaCuO à T=77 K, f=10 GHz, S=10 µm, S1=500 µm, H=400 µm.



figure II.51 : évolution de l'impédance de lignes coplanaires supraconductrices, déposées sur un substrat Si ($\varepsilon_r = 10,5$), en fonction du rapport S/(S+2W), NbN à T=4 K, f=10 GHz, S=10 μ m, S1=500 μ m, H=400 μ m.


figure II.52 : évolution de l'atténuation de lignes microrubans supraconductrices, déposées sur un substrat LaAlO₃ ($\varepsilon_r = 24,5$), en fonction du rapport W/H, YBaCuO à T=77 K, f=10 GHz, W=10 μ m, comparaison avec une ligne métallique où t=1 μ m, σ =4,1 10⁵ S/cm, facteur de forme f=1.



figure II.53 : évolution de l'atténuation de lignes microrubans supraconductrices, déposées sur un substrat Si ($\varepsilon_r = 10,5$), en fonction du rapport W/H, NbN à T=4 K, f=10 GHz, W=10 μ m, comparaison avec une ligne métallique où t=1 μ m, σ =4,1 10⁵ S/cm, facteur de forme f=1.



figure II.54 : évolution de l'atténuation de lignes coplanaires supraconductrices, déposées sur un substrat LaAlO₃ (ε_r =24,5), en fonction du rapport S/(S+2W), YBaCuO à T=77 K, f=10 GHz, S=10 μ m, S1=500 μ m, H=400 μ m comparaison avec une ligne métallique où $t = 1 \mu m$, $\sigma = 4,1 \ 10^5 \text{ S/cm}$, facteur de forme f = 1.



S/(S+2W)

figure II.55 : évolution de l'atténuation de lignes coplanaires supraconductrices, déposées sur un substrat Si ($\epsilon_r = 10,5$), en fonction du rapport S/(S+2W), NbN à T=4 K, f=10 GHz, S=10 μ m, S1=500 μ m, H=400 μ m comparaison avec une ligne métallique où t = 1 μ m, σ = 4,1 10⁵ S/cm, facteur de forme f = 1.

lorsque W/H = 2, de 30% à 50% suivant que l'on retienne comme matériau supraconducteur l'YBaCuO ou le NbN.

Dans le cas d'une ligne coplanaire avec $S = 10 \ \mu m$ et $W = 5 \ \mu m$, les accroissements de l'impédance caractéristique se situent autour de 25% pour l'YBaCuO et 40% pour le NbN.

Pour cette étude à fréquence fixe, nous présentons également, à titre d'illustrations, les évolutions des coefficients d'atténuation, figure II.52 à II.55.

La nécessité de rechercher des films supraconducteurs très minces n'engendre pas pour autant des pertes ohmiques significatives. Celles-ci restent, d'un point de vue qualitatif, inférieures d'un facteur 100 aux lignes métalliques classiques quel que soit le supraconducteur considéré.

II.7 CONCLUSION

Dans cette première partie, nous avions comme objectif d'adapter l'approche dans le domaine spectral à l'étude de lignes à rubans métalliques ou supraconducteurs réels c'est-à-dire d'épaisseurs non nulles et conductivités finies. Nous avons, pour cela, utilisé la notion d'impédance de surface.

La première étape de ce travail a consisté à tester et valider notre simulation en comparant les résultats théoriques qu'elle fournit à un certain nombre de mesures réalisées sur des lignes à rubans métalliques classiques.

Nous avons montré que la valeur de l'impédance de surface devait naturellement être corrigée par un facteur de forme permettant d'appréhender la répartition réelle du champ électrique au sein du ruban; la détermination préalable de ce facteur de forme repose sur le calcul de la puissance active dissipée dans le barreau métallique.

Cette démarche, appliquée à des lignes microrubans et coplanaires de géométrie très diverses, nous a permis d'obtenir des résultats concluants, très prometteurs quant aux potentialités d'application de cette méthode et ce quelles que soient les structures considérées.

En ce qui concerne les lignes supraconductrices, le manque de fiabilité des modèles physiques décrivant le comportement des matériaux supraconducteurs mais aussi le manque de maîtrise technologique, nous interdisent, pour l'instant, d'envisager une étude aussi précise basée sur une confrontation systématique des résultats théoriques et expérimentaux. L'étude exploratoire que nous avons proposée vise avant tout à mettre en évidence les potentialités d'application des matériaux supraconducteurs dans le domaine des circuits intégrés monolithiques microondes.

Deux points èssentiels s'en dégagent :

- qualitativement parlant, l'emploi de supraconducteurs conduit naturellement à une réduction importante des pertes ohmiques, de 10 à 100 fois moindres que dans le cas de lignes métalliques de même géométrie.

- La prise en compte de films supraconducteurs minces associés à des topologies de lignes adéquates permet également d'obtenir une augmentation importante du facteur de ralentissement et par conséquent une diminution significative de l'encombrement des circuits.

Pour la ligne microruban, cet objectif ne peut être atteint que pour des épaisseurs de substrats, de l'ordre du micron, peu compatibles avec les technologies habituelles. A ce stade de l'étude, seule la ligne coplanaire permet de répondre simultanément aux critères de l'encombrement avec, il est vrai, des contraintes technologiques sévères. Sur ce point, une étude plus précise reste à entreprendre de façon à définir un compromis acceptable entre un facteur de ralentissement élevé et une bonne adaptation.

Pour prolonger l'étude présentée dans cette première partie, deux axes peuvent être envisagés.

Soit nous postulons, dans un avenir proche, une meilleure connaissance des matériaux supraconducteurs. Il serait alors possible de transposer l'étude que nous venons de développer pour les rubans métalliques aux lignes supraconductrices.

Logiquement, la détermination d'un facteur de forme devrait, dans ce cas, s'appuyer, non plus sur le calcul de la puissance active dissipée dans le ruban, mais au contraire sur la détermination de la puissance réactive déduite de la répartition du champ électromagnétique au sein du ruban.

Soit nous utilisons nos simulations dans leur état. Leur association à une étude expérimentale exhaustive devrait en effet nous permettre de déterminer les paramètres physiques caractérisant les films supraconducteurs mais également de statuer sur la validité des différents modèles phénoménologiques retenus pour traduire le comportement de ces matériaux.

Dans une telle démarche, il convient de s'assurer que chaque paramètre ainsi déduit conserve intrinsèquement sa signification physique.

Avec le développement des composants monolithiques microondes, les concepteurs de circuits ont logiquement exprimé des exigence nouvelles. Face à ces questions, il importe de prédire de façon fiable les performances de structures de topologies complexes.

Nous avons montré comment nous pouvions modifier l'approche dans le domaine spectral de façon à simuler le comportement de lignes plaquées à rubans réels, c'est-àdire d'épaisseurs non nulles et de conductivités finies. Extrapoler cette démarche au cas de structures présentant des géométries plus compliquées ne peut s'envisager qu'au prix d'utilisation de modèles trop idéalisés.

La nécessité d'élaborer des outils de simulation plus généraux s'affirme donc clairement. Dans cette optique, il nous a été demandé de développer un logiciel basé sur la méthode des éléments finis capable de modéliser des structures de topologies variées.

BIBLIOGRAPHIE DU DEUXIEME CHAPITRE

[1] E. Paleczny : " Modélisation des pertes métalliques par le raccordemant de modes: applications aux lignes planaires utilisées en technologie monolithique microonde.", thèse de 3ème cycle, Lille, septembre 1992.

[2] M. E. Goldfarb et A. Platzker : " Losses in GaAs microstrip.", IEEE Trans. on MTT, vol. 38, n°12, décembre 1990, pp 1957-1963.

[3] D. Nghiem, J. T. Williams et D. R. Jackson :" A general analysis of propagation along multiple-layer superconducting stripline and microstrip transmission lines .", IEEE Trans. on MTT, vol. 39, n°9, septembre 1991, pp1553-1565.

[4] R. Faraji-Dana, Y. L. Chow :" The current distribution and ac resistance of a microstrip structure.", IEEE Trans. on MTT, vol. 38, n°9, septembre 1990.

[5] J. R. Wait :" Characteristic of antenna over lossy earth.", dans Antenna Theory, R. E. Collin et F. J. Zucker, Eds., part. 2, New-York, McGraw-Hill, 1969.

[6] J.R. Wait :"Electromagnetic waves in stratified media.", Pergamon Press, 1970.

[7] C. Seguinot : "Modélisation des lignes planaires déposées sur substrat semiconducteur : application à l'étude de faisabilité de circuits déphaseurs et modulateurs.", thèse de 3ème cycle, Lille, Novembre 1988.

[8] M. Helal : " Contribution à l'étude des pertes métalliques de lignes planaires utilliées en technologie monolithique microonde.", D.E.A. Electronique, Lille, juillet 1992.

[9] W. H. Haydl, J. Braustein, T. Kitazawa, M. Schlechtweg, P. Tasker et L.F. Eastman : "Attenuation of millimeterwave coplanar lines on gallium arsenide and indium phosphide over the range 1-60 GHz.", IEEE MMT-S Digest, 1992, pp 349-352.

[10] K. K. Mei et G. C. Liang :" *Electromagnetics of superconductors.*", IEEE Trans. on MTT, vol. 39, septembre 1991, pp 1545-1552.

[11] R. L. Kautz : " *Picosecond pulses on superconducting striplines.*", Journal of Appl. Phys., vol 49, janvier 1978, pp 308-314.

[12] Y. Kobayashi et T. Imai : "Phenomenological description of conduction mechanism of high-Tc superconductors by three-fluid model.", IEICE Transactions, vol. E. 74, juillet 1991, pp 1986-1992

[13] O. Brunner, J. M. Triscone, M. G. Karkut, L. Antognazza, A.D. Kent, T. Driscall, T. Boichat et O. Fischer :"*Epitaxial growth and anisotropic transport properties of YBa2Cu307 thin films.*", Physica C 162-164, 1989, pp 647-648.

[14] S. M. El-Ghazaly, R. B. Hammond et T. Itoh :" Analysis of superconducting microwave structures. Application to microstrip lines.", IEEE Trans. on MTT, vol. 40, n°3, mars 1992, pp 499-508.

[15] J.M. Ponds, C. M. Krowne et W. L. Carter : "On the application of complex resistive boundary conditions to model transmission lines consisting of very thin superconductors.", IEEE Trans. on MTT, vol. 37, n°1, janvier 1989, pp 181-189.

[16] C. Wilker, Z. Y. Shen, P. Pang, D. W. Face, W. L. Holstein, A. L. Matthews et D. Laubacher : "5 GHz high-temperature superconductor resonators with high Q and low power dependence up to 90K.", IEEE Trans. on MTT, vol. 39, n°9, septembre 1991, pp 1462-1467.

TROISIEME CHAPITRE

III Présentation d'une méthode d'éléments finis-Formulation de type EH.

Introduction

Compte tenu de l'investissement que réclame la mise au point d'un logiciel de simulation basé sur une méthode d'éléments finis, nous avons entrepris de traiter dès le départ, des structures suffisamment générales pour que l'analyse de cas particuliers soit rendue possible sans pour autant avoir à modifier le code de calcul initial de façon significative.

Lorsqu'un néophyte aborde le domaine des éléments finis, il est d'abord confronté au choix de la formulation intégrale à retenir. Un premier examen de la littérature, très abondante sur ce sujet, met en évidence la multiplicité des formulations proposées. Cette diversité se justifie par les contraintes inhérentes à la mise en application de la méthode des éléments finis. Deux critères essentiels doivent être pris en considération.

Il s'agit en premier lieu de chercher à éliminer les solutions parasites qui apparaissent lors de la résolution du système matriciel issu de la discrétisation de la forme intégrale. A un degré moindre, le second souci concerne la minimisation de ce système matriciel. Deux grandes classes de formulation se dégagent.

Dans la première, on minimise une fonctionnelle associée à l'équation différentielle qui régit le problème physique. L'inconvénient majeur de cette méthode tient au fait que l'on postule *a priori* une fonctionnelle et que l'on vérifie *a posteriori* que son équation d'Euler-Lagrange correspond effectivement à l'équation différentielle que l'on cherche à résoudre. Dans la seconde, partant de l'équation différentielle on établit l'équation en utilisant une méthode de résidus pondérés.

En revanche, quelle que soit la formulation intégrale retenue, les processus de discrétisation restent sensiblement identiques. Ainsi avant de rappeler brièvement les principales formulations rencontrées et de développer plus en détail celle que nous avons choisie, nous souhaitons décrire, dans une première partie, le processus de discrétisation et les notions essentielles qu'il introduit.

III.1 Approximation par éléments finis.

La méthode des éléments finis consiste à discrétiser une formulation intégrale en effectuant une approximation nodale de la fonction à approcher. Cette discrétisation conduit à un système d'équations algébriques qui fournit une solution approchée du problème [1][2][3][4].

III.1.1 Approximation nodale

Lorsque l'on désire approximer une fonction $\varphi(x)$ sur un domaine D donné, on écrit généralement $\varphi(x)$ sous la forme d'une combinaison de n fonctions $p_i(x)$ linéairement indépendantes :

$$\varphi(x) = f_1 \cdot p_1(x) + f_2 \cdot p_2(x) + \dots + f_n \cdot p_n(x)$$

soit :

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot p_i(x) \quad \text{sur } D \quad (1)$$

Les fonctions d'approximation $p_i(x)$ peuvent être construites à partir de polynômes, de fonctions trigonométriques ou autres. Elles sont indépendantes des paramètres f_i qui représentent les paramètres (ou coefficients) de l'approximation, ceux-ci n'ont, en général, aucun sens physique. L'approximation nodale est une méthode d'approximation particulière dans laquelle les coefficients f_i prennent les valeurs de la fonction $\varphi(x)$ en n points de D appelés noeuds.

Nous écrivons

$$\varphi(x_i) = \varphi_i = f_i \text{ en n points de D}$$

Dans ces conditions, nous définissons l'approximation nodale de la fonction $\varphi(x)$ par :

$$\varphi(\mathbf{x}) = \varphi_1 \cdot \mathbf{N}_1(\mathbf{x}) + \varphi_2 \cdot \mathbf{N}_2(\mathbf{x}) + \dots + \varphi_n \cdot \mathbf{N}_n(\mathbf{x})$$

ou :

$$\varphi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i \cdot N_i(\mathbf{x}) \quad \text{sur } \mathbf{D} \quad (2)$$

Les variables φ_i sont appelées variables nodales de l'approximation. Les fonctions $N_i(x)$ correspondent aux fonctions d'interpolation comme $\varphi(x_i) = \varphi_i$, ces fonctions d'interpolation doivent vérifier :

$$N_{j}(x_{i}) = \begin{cases} 0 & \text{si } j \neq i \\ 1 & \text{si } j = i \end{cases}$$
(3)

Nous aborderons ultérieurement le principe de leur construction.

III.1.2 Approximation par sous-domaines :

Dès que le domaine D sur lequel on désire approximer $\varphi(x)$ présente une forme complexe, ou dès que le nombre de noeuds devient trop important, il s'avère avantageux de décomposer le domaine D en n_e sous-domaines D_e :

$$D = \sum_{e=1}^{ne} D_e \qquad (4)$$

Dans un problème à deux dimensions, ces éléments s'identifient, bien entendu, à des polygones.

Dans la méthode des éléments finis, on effectue une approximation nodale de la fonction $\varphi(x)$ à approcher sur chaque sous-domaine D_e .

Celle ci ne fait intervenir que des variables nodales liées à n noeuds situés sur D_e et sur sa frontière :

$$\varphi(x) = \sum_{e=1}^{ne} \varphi^{e}(x) \quad (5)$$

où

$$\varphi^{e}(x) = \sum_{i=1}^{n} \varphi^{e}_{i} \cdot N_{i}(x) \quad (6)$$

Les fonctions $\phi^{e}(x)$ sont continues sur chaque élément De; elles vérifient certaines conditions de continuité entre éléments qui dépendent du type d'interpolation nodale retenue.

III.1.3 Construction des fonctions d'interpolation

La fonction à approcher $\varphi(x)$ peut s'exprimer sous la forme d'une combinaison de n fonctions linéairement indépendantes $p_i(x)$.

Sur chaque sous-domaine De, nous avons :

$$\varphi^{e}(x) = \sum_{i=1}^{n} f_{i}^{e} \cdot p_{i}(x)$$

L'ensemble des fonctions $p_i(x)$ représente la base polynomiale de l'approximation. Son nombre de termes doit être égal au nombre de variables nodales, ou degrés de liberté de l'élément.

Puisqu'en chaque noeud d'interpolation la fonction $\phi^e(x)$ prend la valeur ϕ_i^e nous pouvons écrire :

$$\varphi_{1}^{e} = f_{1}^{e} \cdot p_{1}(x_{1}) + f_{2}^{e} \cdot p_{2}(x_{1}) + \dots + f_{n}^{e} \cdot p_{n}(x_{1})$$

$$\varphi_{2}^{e} = f_{1}^{e} \cdot p_{1}(x_{2}) + f_{2}^{e} \cdot p_{2}(x_{2}) + \dots + f_{n}^{e} \cdot p_{n}(x_{2})$$

$$\vdots$$

$$\varphi_{n}^{e} = f_{1}^{e} \cdot p_{1}(x_{n}) + f_{2}^{e} \cdot p_{2}(x_{n}) + \dots + f_{n}^{e} \cdot p_{n}(x_{n})$$





•

soit sous forme matricielle :

$$(\varphi_n^e) = [p_n](f_n^e)$$

Si la matrice [Pn] peut être inversée, nous obtenons l'expression générale des fonctions d'interpolation :

$$(N_1(x) \ N_2(x) \ \cdots \ N_n(x)) = (p_1(x) \ p_2(x) \ \cdots \ p_n(x)) \left| p_n \right|^{-1}$$
 (7)

III.1.4 Exemple : élément triangulaire de type Lagrange.

Le triangle est sans doute l'élément le plus répandu lors d'une analyse 2D. On imagine sans peine que n'importe quel domaine peut être approximé par des polygones eux mêmes subdivisés en un nombre fini de triangles.

Dans le cas du triangle de type Lagrange, les fonctions $p_i(x)$ sont construites à partir de monômes indépendants. Le nombre de variables nodales n est relié à l'ordre m de l'approximation par :

$$n = (m + 1) (m + 2) / 2$$
 (8)

Lorsque m vaut un (approximation linéaire), les variations de $\varphi^{e}(x,y)$ à l'intérieur d'un élément repéré par ses trois noeuds (1,2,3), figure III.1, sont données par :

$$\varphi^{e}(x, y) = f_{1} + f_{2} \cdot x + f_{3} \cdot y$$
 (9)

l'approximation nodale de $\varphi^{e}(x,y)$ s'écrit :

$$\varphi^{e}(x, y) = \sum_{i=1}^{3} N_{i}(x, y) \cdot \varphi^{e}_{i}$$
 (10)

Les fonctions d'interpolation s'obtiennent en suivant la procédure décrite auparavant ; elles s'expriment par

$$N_{i}(x, y) = \frac{1}{S_{ijk}} \cdot (a_{jk} + b_{jk} \cdot x - c_{jk} \cdot y) = \frac{D_{jk}}{S_{ijk}}$$
(11)

où

$$a_{jk} = x_{j} \cdot y_{k} - y_{j} \cdot x_{k}$$
$$b_{jk} = y_{j} - y_{k}$$
$$c_{jk} = x_{j} - x_{k}$$

et

$$D_{jk} = det \begin{bmatrix} 1 & x & y \\ 1 & xj & yj \\ 1 & xk & yk \end{bmatrix}$$

Les autres fonctions N_j (x,y) et N_k (x,y) sont construites par simple permutation circulaire des indices i, j et k choisis par (1,2,3).

 S_{ijk} représente deux fois l'aire de l'élément et a pour expression :

•



figure III.2 : exemples de situations de maillage interdites

$$S_{ijk} = det \begin{bmatrix} 1 & x_{i} & y_{i} \\ 1 & x_{j} & y_{j} \\ 1 & x_{k} & y_{k} \end{bmatrix}$$
(12)

on vérifie sans peine que :

$$N_{i}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

La construction de fonctions d'interpolation d'ordre plus élevé suit le même principe ; on trouvera leurs expressions dans l'ouvrage de Dhatt et Touzot [1]

III.1.5 Partition d'un domaine en éléments

La partition d'un domaine D en n_e sous-domaines ou éléments D_e doit respecter quelques règles de base.

- Les recouvrement et trou entre les éléments sont à exclure (figure III.2).

- Les éléments et leurs frontières doivent être définis de manière unique à partir de leur noeuds associés. Les frontières communes à deux éléments sont ainsi définies de la même façon pour l'un ou l'autre élément.

III.2 Choix de la forme intégrale

La forme intégrale à discrétiser par la méthode des éléments finis peut être obtenue à partir de la notion de fonctionnelle; une fonctionnelle est une fonction de plusieurs autres fonctions [2].

Le problème de base du calcul variationnel consiste à trouver la fonction $\phi(x,y,z)$ qui rende stationnaire, à titre d'exemple, la fonctionnelle I suivante

$$I = \int_{v} F(x, y, z, \phi_{x}, \phi_{y}, \phi_{z}) dv \qquad (13)$$

avec $\phi_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \phi_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}$ et $\phi_z = \frac{\partial \phi}{\partial z}$

La variation δI , au premier ordre de I, due aux variations de ϕ s'écrit :

$$\delta I = \int_{V} \left(\frac{\partial F}{\partial \phi} \cdot \delta \phi + \frac{\partial F}{\partial \phi_{x}} \cdot \delta \phi_{x} + \frac{\partial F}{\partial \phi_{y}} \cdot \delta \phi_{y} + \frac{\partial F}{\partial \phi_{z}} \cdot \delta \phi_{z} \right) dv \quad (14)$$

soit en intégrant par partie et en appliquant le théorème de Gauss :

$$\delta \mathbf{I} = \int_{\mathbf{V}} \left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \phi_{\mathbf{x}}} \right) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \phi_{\mathbf{y}}} \right) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{z}} \left(\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \phi_{\mathbf{z}}} \right) \right] \cdot \delta \phi \, d\mathbf{V}$$
(15)
+
$$\int_{\mathbf{S}} \left[\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \phi_{\mathbf{x}}} \cdot \mathbf{1}_{\mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \phi_{\mathbf{y}}} \cdot \mathbf{1}_{\mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \phi_{\mathbf{z}}} \cdot \mathbf{1}_{\mathbf{z}} \right] \cdot \delta \phi \, d\mathbf{S}$$

où lx, ly et lz correspondent respectivement aux cosinus directeurs de la normale à la surface, dirigée vers l'extérieur, par rapport aux axes x,y et z.

La condition nécessaire, mais non suffisante, pour qu'un extremum de I existe s'écrit :

$$\delta \mathbf{I} = 0 \quad (16)$$

Par conséquent cela revient à annuler les termes entre crochets de l'expression (15)

Dans ces conditions, l'expression suivante est appelée équation d' Euler-Lagrange :

$$\frac{\partial F}{\partial \phi} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial F}{\partial \phi_x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial F}{\partial \phi_y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial F}{\partial \phi_z} \right) = 0$$

, tandis que la relation ci-dessous représente les conditions naturelles aux frontières :

$$\frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \phi_{\mathbf{x}}} \cdot \mathbf{l}_{\mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \phi_{\mathbf{y}}} \cdot \mathbf{l}_{\mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \phi_{\mathbf{z}}} \cdot \mathbf{l}_{\mathbf{z}} = 0$$

L'analyse proposée en 1968 par Arlett *et al* [5] appartient à cette famille; la fonctionnelle s'exprime par

$$I = \frac{1}{2} \int_{V} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^{2} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^{2} + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^{2} - \omega \mu_{0} \varepsilon \phi \right\} dV \quad (17)$$

Elle admet comme équation d'Euler-Lagrange :

$$\Delta \phi + \omega^2 \mu_0 \epsilon \phi = 0$$

La condition naturelle aux frontières, appelée condition de Neumann, est :

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0$$

La condition principale s'écrit : $\phi = 0$

Il s'agit d'une formulation scalaire ou $\phi = Ez$ ou $\phi = Hz$ représente l'inconnue du problème. Elle s'applique à des guides de géométries variées, chargés ou non, mais ne permet de déterminer que leurs fréquences de coupures.

La volonté d'étendre la méthode des éléments finis à l'étude de structures pouvant supporter des modes hybrides a amené Daly [6] à développer une formulation faisant intervenir à la fois Ez et Hz. Malheureusement, les singularités mathématiques incluses dans cette formulation, et responsables de l'apparition de solutions parasites, ont très vite limité le champ d'application de celle-ci [6].

Pour tenter de remédier à cet inconvénient, dès 1976, Konrad [7] proposa une formulation vectorielle qualifiée de E ou H suivant que l'on retienne l'ensemble des composantes du champ électrique ou du champ magnétique. A partir des équations de Maxwell, nous écrivons :

$$\vec{rot}(\vec{rot})\vec{\phi} = \omega^2 \mu_0 \epsilon \vec{\phi}$$
 (18)

où ϕ vérifie :

$$\begin{cases} \vec{\phi} \times \vec{n} = 0 \quad \text{sur } S_1 \\ \vec{\phi} \cdot \vec{n} = 0 \quad \text{sur } S_2 \end{cases}$$

 $\vec{\phi} = \vec{E}$ ou \vec{H} , S1 et S2 sont soit un mur électrique soit un mur magnétique.

La nature des matériaux constituant le problème à traiter dicte le choix de la formulation. En l'absence de matériaux magnétiques, le choix de la formulation H se révèle le plus judicieux.

Dans ce cas, la fonctionnelle s'écrit :

$$F(\vec{H}) = \int_{S} \left[(\vec{rot} \vec{H})^* \cdot \varepsilon_r^{-1} \cdot (\vec{rot} \vec{H}) - k_o^2 \cdot \vec{H}^* \cdot \vec{H} \right] dS \quad (19)$$

avec pour condition naturelle:

$$(\vec{rot H}) \times \vec{n} = 0$$

et pour condition principale :

$$\vec{H} \times \vec{n} = 0$$

Cette formulation présente toutefois l'inconvénient d'introduire des solutions parasites [8]. Celles ci se manifestent, notamment, en ne vérifiant pas div $(\vec{H}) = 0$ [9]

Pour y remédier, la première stratégie proposée consiste à modifier la fonctionnelle initiale (4) en lui adjoignant la fonction dite de pénalité suivante [10] [11 [12] :

$$F'(\vec{H}) = p \int_{S} (\operatorname{div}(\vec{H}))^{*} \cdot (\operatorname{div}(\vec{H})) \, dS \qquad ; \quad p \in \operatorname{IR}^{*+}$$
(20)

Cette approche ne procède pas à l'élimination des solutions parasites à proprement parler, elle se contente de les "éloigner" des solutions réelles [13]. L'efficacité et la précision de cette méthode dépendent du choix quasi-empirique du paramètre p.

Parallèlement, dès 1980, des travaux ont débuté afin d'élaborer des formalismes permettant d'éliminer systématiquement les solutions parasites par l'emploi d'éléments qualifiés de mixtes [14] [15] [16] [17].

A notre connaissance, ce n'est qu'à partir de 1990 que ce type d'élément a été appliqué de façon explicite pour traiter l'analyse de structures ou de dispositifs microondes [18] [19] [20].

En 1989, lorsque nous avons initialisé notre travail, une formulation, proposée par Svedin [21], a retenu notre attention. Elle s'appuie sur l'utilisation d'une méthode de résidus pondérés associée à des éléments de Lagrange classiques. L'auteur y soutient que la prise en compte des six composantes de champ (E et H) garantit l'absence de solutions parasites.

Les exemples présentés relatifs à des structures "académiques" (guide rectangulaire chargé) viennent étayer cette affirmation et attestent également d'une convergence plus rapide de la solution par rapport à d'autres méthodes malgré l'utilisation d'éléments de Lagrange du 1er ordre.

Remarquons dès à présent que l'introduction d'éléments d'ordre plus élevé dans la formulation induirait un nombre de noeuds plus important, pour un maillage donné. On conçoit que cette augmentation du nombre de noeuds, associée à la nécessité de considérer les six composantes de champ, risque de limiter le domaine d'application de cette méthode.

78

Nos objectifs initiaux ont donc consisté à tester l'utilisation de la méthode proposée par Svedin et à l'étendre à l'étude de structures moins conventionnelles que celles retenues par l'auteur, en se limitant, notamment, à des éléments du premier ordre.

III.3. Présentation de la formulation EH

Par souci de clarté, avant d'aborder la description de la formulation retenue, nous rappelons succinctement la méthode des résidus pondérés.

III.3.1 Méthode des résidus pondérés.

Il s'avère parfois impossible d'associer un système d'équations différentielles à une fonctionnelle. Au contraire, la méthode des résidus pondérés permet d'aboutir systématiquement à une formulation intégrale [1].

III.3.1.1 Principe.

Soit à résoudre une équation différentielle dans le domaine D, assortie de conditions aux limites sur le contour C de D :

$$L[\phi(x)] + \phi_{D} = 0 \quad dans \quad D \tag{21a}$$

$$C[\phi(x)] = \phi_{C} \quad \text{sur le contour C de D}$$
(21b)

L et C sont des opérateurs différentiels, $\phi_{D et} \phi_{C}$ sont des fonctions connues. On appelle résidu la quantité :

$$R[\phi(x)] = L[\phi(x)] + \phi_{D} \quad (22)$$

C'est un vecteur lorsque (21a) est un système d'équations différentielles.

La méthode des résidus pondérés consiste à rechercher les fonctions qui annulent la forme intégrale :

$$W = \int_{D} \psi(x) \cdot \{ L[\phi(x)] + \phi_{D} \} dD \quad (23)$$

pour toute fonction poids ψ appartenant à un ensemble de fonctions E ψ , $\varphi(x)$ appartient à l'ensemble des solutions admissibles vérifiant les conditions aux limites (21b).

Si φ est solution de (21a) et (21b), alors φ est également solution de (23) quel que soit l'ensemble E ψ . En revanche, la solution φ de (23) dépend du choix de E ψ . Lorsque cet ensemble est fini, on aboutit à une solution approchée du problème.

III.3.1.2 Discrétisation des formes intégrales.

La discrétisation des formes intégrales s'effectue en deux temps :

a) Sur le domaine D, la fonction $\varphi(x)$ est remplacée par une fonction approchée dépendant de n paramètres. Rappelons que dans le cadre de la méthode des éléments finis, nous utilisons pour $\varphi(x)$ une approximation nodale du type

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^{n} N_{i}(x) \cdot \varphi_{i}$$

b) On définit un ensemble Ey de n fonctions indépendantes.

Dans ces conditions nous avons :

$$W_{j} = \int_{D} \Psi_{j}(x) \cdot \{ L[\sum_{i=1}^{n} N_{i}(x) \cdot \varphi_{i}] + \varphi_{D} \} dD = 0 ; j = 1, 2, ..., n \quad (24)$$

Pour les fonctions de pondération ψ_j , divers choix et méthodes sont envisageables (collocation par points, collocation par sous-domaine, etc...).

Nous limitons cette présentation à la méthode retenue dans la formulation EH : la méthode de Galerkin.

Dans cette approche, les fonctions de test ψ_j , sont choisies telles que

$$\Psi_{i}(x) = \delta \varphi(x) = N_{i}(x) \cdot \delta \varphi_{i}$$

où $\delta \phi_j$ est une variation arbitraire de ϕ_j valeur de $\phi(x)$ au noeud j.

Le système (24) devient :

$$W_{j} = \delta \varphi_{j} \cdot \int_{D} N_{j}(x) \cdot \{ L[\sum_{i=1}^{n} N_{i}(x) \cdot \varphi_{i}] + \varphi_{D} \} dD = 0 , \forall \delta \varphi_{j} ; j = 1, 2, ..., n (25)$$

Dans la méthode des éléments finis, le domaine D est divisé en n_e sous-domaines D_e . Sur chaque sous-domaine, la fonction à approcher s'exprime par :

$$\varphi^{e}(x) = \sum_{i=1}^{n} \varphi_{i}^{e} \cdot N_{i}(x)$$





Par conséquent la relation (25) s'écrit :

$$W_{j} = \sum_{e} W_{j}^{e} = 0 \qquad (26)$$

avec $W_{j}^{e} = \delta \varphi_{j} \cdot \int_{D_{e}} N_{j}(x) \cdot \{ L[\sum_{i=1}^{n} N_{i}(x) \cdot \varphi_{i}^{e}] + \varphi_{D} \} dD_{e} = 0, \forall \delta \varphi_{j}$

III.3.2 Mise en forme de la formulation éléments finis EH

Considérons un guide d'onde infini suivant la direction z, constitué de matériaux caractérisés chacun par des tenseurs de perméabilité magnétique $\hat{\mu}$ et de permittivité diélectrique $\hat{\epsilon}$ tels que :

$$\hat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu_{xx} & \mu_{xy} & \mu_{xz} \\ \mu_{yx} & \mu_{yy} & \mu_{yz} \\ \mu_{zx} & \mu_{zy} & \mu_{zz} \end{bmatrix} \qquad \hat{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$

La section droite du guide, figure III.3, forme dans le plan xoy un domaine D fermé par un contour C. Dans ce domaine, en régime harmonique, les champs électriques E et magnétiques H vérifient les deux équations de Maxwell :

$$\omega \mu_{0} \hat{\mu} \vec{H} - j \vec{rot} \vec{E} = 0$$

$$\omega \epsilon_{0} \hat{\epsilon} \vec{E} + j \vec{rot} \vec{H} = 0$$
(27)

assorties des conditions aux limites sur le contour C :

$$\vec{n} \times \vec{E} = 0$$

(27a) lorsque C est un mur électrique
 $\vec{n} \cdot \vec{B} = \vec{n} \cdot \mu \vec{H} = 0$

$$\vec{n} \times \vec{H} = 0$$
 (27b) lorsque C est un mur magnétique
 $\vec{n} \cdot \vec{D} = \vec{n} \cdot \epsilon \vec{E} = 0$

En appliquant la méthode des résidus pondérés, décrite auparavant, sur le système (12a), nous obtenons un système de deux équations intégrales à résoudre :

$$W_{1} = \iint_{D} \vec{\psi} \cdot [\omega \mu_{o} \hat{\mu} \vec{H} - j \vec{rot}\vec{E}] dx dy$$

$$W_{2} = \iint_{D} \vec{\phi} \cdot [\omega \varepsilon_{o} \hat{\varepsilon} \vec{E} + j \vec{rot}\vec{H}] dx dy$$
(28)

Il s'agit, à présent, de trouver les fonctions vectorielles E et H qui annulent les formes intégrales W_1 et W_2 pour toutes fonctions vectorielles de pondération $\vec{\Psi}$ et $\vec{\Phi}$.

III.3.3 Résolution

La résolution du système (28) s'appuie sur la méthode de Galerkin associée à une discrétisation par éléments finis.

Dans D, les composantes du champ électromagnétique ont pour expression :

$$\vec{E}(x, y, z) = \vec{E}(x, y) \cdot e^{-jk_{zo} \cdot z}$$

= $[E_x(x, y) \cdot \hat{x} + E_y(x, y) \cdot \hat{y} + E_z(x, y) \cdot \hat{z}] \cdot e^{-jk_{zo} \cdot z}$ (29)

$$\vec{H}(x, y, z) = \vec{H}(x, y) \cdot e^{-jk_{zo} \cdot z}$$

= $[H_x(x, y) \cdot \hat{x} + H_y(x, y) \cdot \hat{y} + H_z(x, y) \cdot \hat{z}] \cdot e^{-jk_{zo} \cdot z}$ (30)

Afin d'améliorer la mise en forme du problème, nous posons :

$$E_{x}(x,y) = Z_{o} \cdot \overline{E}_{x}(x,y) \qquad H_{x}(x,y) = \overline{H}_{x}(x,y)$$

$$E_{y}(x,y) = Z_{o} \cdot \overline{E}_{y}(x,y) \quad \text{et} \quad H_{y}(x,y) = \overline{H}_{y}(x,y) \qquad (31)$$

$$E_{z}(x,y) = jZ_{o} \cdot \overline{E}_{z}(x,y) \qquad H_{z}(x,y) = j\overline{H}_{z}(x,y)$$

où Z_0 est l'impédance du vide :

$$Z_{o} = \sqrt{\frac{\mu_{o}}{\epsilon_{o}}}$$

La première étape consiste à subdiviser le domaine D en n_e sous-domaines De définis chacuns par n noeuds d'interpolation. Le nombre total de noeuds d'interpolation est noté N.

Le système (28) devient :

$$W_{1} = \sum_{e=1}^{ne} \iint_{D_{e}} \vec{\psi}^{e} \cdot [\omega \mu_{o} \hat{\mu} \vec{H} - j \vec{rot}\vec{E}] dx dy$$

$$W_{2} = \sum_{e=1}^{ne} \iint_{D_{e}} \vec{\phi}^{e} \cdot [\omega \varepsilon_{o} \hat{\varepsilon} \vec{E} + j \vec{rot}\vec{H}] dx dy$$
(32)

٠

Dans chaque élément, les variations des composantes de E et H obéissent à une même loi d'interpolation nodale :

$$E_{\alpha} = \sum_{i=1}^{n} N_{i}(x, y) \cdot \overline{E}_{\alpha}^{i} \qquad \alpha = x, y \text{ ou } z$$
$$H_{\alpha} = \sum_{i=1}^{n} N_{i}(x, y) \cdot \overline{H}_{\alpha}^{i}$$

En prenant :

$$\vec{\psi}^{e}(x,y) = \delta \vec{E}^{*}(x,y)$$

$$= Z_{o} \cdot N_{m}(x,y) \cdot \delta \vec{E}_{x}^{*m} \cdot \hat{x} + Z_{o} \cdot N_{m}(x,y) \cdot \delta \vec{E}_{y}^{*m} \cdot \hat{y} - jZ_{o} \cdot N_{m}(x,y) \cdot \delta \vec{E}_{z}^{*m} \cdot \hat{z}$$
avec m=1,2,...,n

puis:

$$\vec{\phi}^{e}(x, y) = \delta \vec{H}^{*}(x, y)$$

$$= N_{m}(x, y) \cdot \delta \vec{H}_{x}^{*m} \cdot \hat{x} + N_{m}(x, y) \cdot \delta \vec{H}_{y}^{*m} \cdot \hat{y} - jN_{m}(x, y) \cdot \delta \vec{H}_{z}^{*m} \cdot \hat{z}$$
avec m=1,2,...,n

et en veillant à ce qu'elles vérifient les conditions aux limites (27a et 27b) [2], nous aboutissons pour (32) à un système d'équations algébriques qui admet soit la fréquence f soit la constante de propagation k_{z0} comme valeur propre :

$$(2\pi \cdot \mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\mu}_{o}[\mathbf{M}_{1}] + \mathbf{k}_{zo} \cdot [\mathbf{M}_{2}] + \mathbf{Z}_{o}[\mathbf{M}_{3}]) = \begin{cases} (\overline{\mathbf{E}}) \\ (\overline{\mathbf{H}}) \end{cases}$$
(33)

le vecteur propre $\left\{ \begin{matrix} \overline{(E)} \\ \overline{(H)} \end{matrix} \right\}$ correspond à l'ensemble des valeurs nodales du champ

électromagnétique normalisé.

Les matrices [M1], [M2] et [M3] sont composées de sous-matrices, elles s'écrivent :

$$[M_{1}] = \sum_{e=1}^{ne} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} [A]^{e} & \varepsilon_{xy} [A]^{e} & \varepsilon_{xz} [A]^{e} & [0] & [0] & [0] \\ \varepsilon_{yx} [A]^{e} & \varepsilon_{yy} [A]^{e} & \varepsilon_{yz} [A]^{e} & [0] & [0] & [0] \\ \varepsilon_{zx} [A]^{e} & \varepsilon_{zy} [A]^{e} & \varepsilon_{zz} [A]^{e} & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & \mu_{xx} [A]^{e} & \mu_{xy} [A]^{e} & \mu_{xz} [A]^{e} \\ [0] & [0] & [0] & \mu_{yx} [A]^{e} & \mu_{yy} [A]^{e} & \mu_{yz} [A]^{e} \\ [0] & [0] & [0] & \mu_{zx} [A]^{e} & \mu_{zy} [A]^{e} & \mu_{zz} [A]^{e} \end{bmatrix}$$
(33a)

.

Les sous matrices élémentaires [A]^e, [B]^e et [C]^e, de dimension n s'expriment quant à elles par :

$$[A]^{e} = \iint_{D_{e}} \begin{bmatrix} N_{1}(x,y) \cdot N_{1}(x,y) & N_{1}(x,y) \cdot N_{2}(x,y) & \cdots & N_{1}(x,y) \cdot N_{n}(x,y) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_{n}(x,y) \cdot N_{1}(x,y) & N_{n}(x,y) \cdot N_{2}(x,y) & \cdots & N_{n}(x,y) \cdot N_{n}(x,y) \end{bmatrix} dx dy$$
(34a)

$$[B]^{e} = \iint_{D_{e}} \begin{bmatrix} N_{1}(x,y) \frac{\partial}{\partial x} N_{1}(x,y) & N_{1}(x,y) \frac{\partial}{\partial x} N_{2}(x,y) & \cdots & N_{1}(x,y) \frac{\partial}{\partial x} N_{n}(x,y) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_{n}(x,y) \frac{\partial}{\partial x} N_{1}(x,y) & N_{n}(x,y) \frac{\partial}{\partial x} N_{2}(x,y) & \cdots & N_{n}(x,y) \frac{\partial}{\partial x} N_{n}(x,y) \end{bmatrix} dx dy$$
(34b)

$$[C]^{e} = \iint_{D_{e}} \begin{bmatrix} N_{1}(x,y) \frac{\partial}{\partial y} N_{1}(x,y) & N_{1}(x,y) \frac{\partial}{\partial y} N_{2}(x,y) & \cdots & N_{1}(x,y) \frac{\partial}{\partial y} N_{n}(x,y) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ N_{n}(x,y) \frac{\partial}{\partial y} N_{1}(x,y) & N_{n}(x,y) \frac{\partial}{\partial y} N_{2}(x,y) & \cdots & N_{n}(x,y) \frac{\partial}{\partial y} N_{n}(x,y) \end{bmatrix} dxdy$$
(34c)

Lorsqu'à chaque sous-domaine D_e on fait correspondre un triangle de type Lagrange du premier degré (paragraphe II.1.4), les éléments de ces matrices ont pour expression :

$$A_{mp} = \frac{1}{4 \cdot S_{e}^{2}} \cdot \iint_{D_{e}} (a_{m} + b_{m} \cdot x - c_{m} \cdot y) \cdot (a_{p} + b_{p} \cdot x - c_{p} \cdot y) dx dy$$
(35a)

$$B_{mp} = \frac{1}{4 \cdot S_{e}^{2}} \cdot \iint_{D_{e}} (a_{m} + b_{m} \cdot x - c_{m} \cdot y) \cdot b_{p} dx dy \begin{cases} 1 \le m \le 3\\ 1 \le p \le 3 \end{cases}$$
(35b)

$$C_{mp} = \frac{1}{4 \cdot S_{e}^{2}} \cdot \iint_{D_{e}} (a_{m} + b_{m} \cdot x - c_{m} \cdot y) \cdot (-c_{p}) dx dy$$
(35c)

où Se représente l'aire du sous-domaine De.



figure III.4 : transformation g
Le calcul analytique de ces intégrales peut être envisagé en introduisant une transformation géométrique bijective g qui à un point \tilde{m} d'un élément \tilde{D} appartenant à un espace de référence fait correspondre un et un seul point m d'un élément D de l'espace réel, et inversement [1].

Soit la transformation g, illustrée figure III.4, telle que :

g:
$$\tilde{m} \to m(\xi, \eta)$$

$$\begin{cases} m(\xi, \eta) = (1 - \xi - \eta) \cdot m_1 + \xi \cdot m_2 + \eta \cdot m_3 \\ x = (1 - \xi - \eta) \cdot x_1 + \xi \cdot x_2 + \eta \cdot x_3 \\ y = (1 - \xi - \eta) \cdot y_1 + \xi \cdot y_2 + \eta \cdot y_3 \end{cases} (36)$$

L'intégrale d'une fonction f (x,y) sur D devient :

$$\iint_{D} f(x, y) dx dy = \iint_{\tilde{D}} f(\xi, \eta) \cdot det[J] d\eta d\xi \quad (37)$$

[J] représente la matrice jacobienne de la transformation g permettant de passer de \tilde{D} à D :

$$[\mathbf{J}] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \eta} & \frac{\partial \mathbf{y}}{\partial \eta} \end{bmatrix}$$

Dans ces conditions, l'intégration d'un polynôme s'effectue aisément en remarquant que :

$$\int_{0}^{1} \int_{\eta=0}^{\eta=1-\xi} \eta^{i} \xi^{j} d\eta d\xi = \frac{i!j!}{(i+j+2)!}$$
(38)



figure III.5 : continuité entre deux milieux.

III.3.4 Conditions de continuité entre les éléments

Lors de l'assemblage final des matrices élémentaires $[A]^e$, $[B]^e$ et $[C]^e$, il s'avère indispensable de veiller à la continuité des composantes de champ. Dans le plan xoy, les relations de continuité sur les composantes transverses entre deux milieux 1 et 2, s'expriment par :

$$\vec{n} \cdot (\hat{\varepsilon}_1 \vec{E}_{t1} - \hat{\varepsilon}_2 \vec{E}_{t2}) = 0$$
(39a)
$$\vec{n} \times (\vec{E}_{t1} - \vec{E}_{t2}) = 0$$
(39b)

$$n \times (E_{t1} - E_{t2}) = 0$$
(39b)

$$n \cdot (\mu_1 H_{t1} - \mu_2 H_{t2}) = 0$$
 (39c)

$$\vec{n} \times (\vec{H}_{t1} - \vec{H}_{t2}) = 0$$
 (39d)

 $\vec{n} = n_x \cdot \hat{x} + n_y \cdot \hat{y}$ est la normale à l'interface dirigée du milieu 2 vers le milieu 1 (figure III.5).

En développant les relations (39a) (39b) et à partir de l'expression du tenseur de permittivité $\hat{\epsilon}$, nous pouvons aboutir à une relation donnant le champ électrique de la région 2 en fonction de celui de la région 1 :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E}_{x2} \\ \mathbf{E}_{y2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} & \mathbf{T}_{12} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_{x1} \\ \mathbf{E}_{y1} \end{pmatrix}$$
(40)

avec :

$$T_{11} = n_x^2 \varepsilon_{xx1} + n_x n_y (\varepsilon_{yx1} + \varepsilon_{xy2}) + n_y^2 \varepsilon_{yy2}$$

$$T_{12} = n_x^2 (\varepsilon_{xy1} - \varepsilon_{xy2}) + n_x n_y (\varepsilon_{yy1} - \varepsilon_{yy2})$$

$$T_{21} = n_y^2 (\varepsilon_{yx1} - \varepsilon_{yx2}) + n_x n_y (\varepsilon_{xx1} - \varepsilon_{xx2})$$

$$T_{22} = n_x^2 \varepsilon_{xx2} + n_x n_y (\varepsilon_{xy1} + \varepsilon_{yx2}) + n_y^2 \varepsilon_{yy1}$$

$$\Delta = n_x^2 \varepsilon_{xx2} + n_x n_y (\varepsilon_{xy2} + \varepsilon_{yx2}) + n_y^2 \varepsilon_{yy2}$$

Une expression tout à fait similaire peut être obtenue pour le champ magnétique transverse à partir des relations (39c) (39d) et de l'expression de $\hat{\mu}$.

En pratique, cela signifie que, sur une interface, un noeud d'interpolation n'est affecté qu'à une seule région. La contribution de l'autre milieu découle du calcul de la matrice [T].

Après avoir précisé nos motivations et présenté l'étape de mise en forme de la méthode des éléments finis, il convient à présent d'aborder la mise en oeuvre de la formulation. Nous avons en particulier deux soucis : il nous faut étudier les problèmes de convergence mais surtout vérifier que la formulation retenue n'engendre pas de solutions parasites.

BIBLIOGRAPHIE DU TROISIEME CHAPITRE

.

[1] G. Dhatt et G. Touzot : " Une présentation de la méthode des éléments finis.", Maloine Edition, 1984.

[2] S.S. Rao : " The finite element method in engineering.", Pergamon Press, Oxford, 1989.

[3] M. Aubourg : " Méthode des éléments finis appliquée à des problèmes de propagation d'ondes électromagnétiques guidées.", thèse de Doctorat d'Etat,.Limoges, 1985.

[4] **R. Wait et A. R. Mitchell** : "*Finite element analysis and applications.*", John Wiley & Sons Ltd, Chichester, 1985

[5] P. L. Arlett, A. K. Bahrani et O. C. Zcenkiewicz :" Application of finite elements to the solution of helmholtz's equation.", Proc. IEE, vol.115, décembre 1968, pp 1762-1766.

[6] **P. Daly**: "Hybrid-mode analysis of microstrip by finite-element methods.", IEEE Trans. on MTT, vol. 19, janvier 1971.

[7] A. Konrad : "Vector variational formulation of electromagnetic fields in anisotropic media.", IEEE Trans. on MTT, vol. 24, septembre 1976, pp 553-559.

[8 A. Konrad : " High-order triangular finite elements for electromagnetic waves in anisotropic media.", IEEE Trans. on MTT, vol. 25, mai 1977, pp 353-360

[9] J. B. Davies, F.A. Fernadez et G. Y. Philippou : "Finite element analysis of all modes in cavities with circular symmetry.", IEEE Trans. on MTT, vol. 30, novembre 1982, pp 1975-1980.

[10] B. M. A. Rahman et J. B. Davies : " Penalty function improvement of wave guide solution by finite elements.", IEEE Trans. on MTT, vol. 32, juillet 1984, pp 635-639.

[11] M. Koshiba, K. Hayata et M. Suzuki : "Improved finite-element formulation in terms of the magnetic field vector for dielectric waveguides.", IEEE Trans. on MTT, vol. 33, mars 1985, pp 227-233.

[12] J. P. Webb : " Finite element analysis of dispersion in waveguides with sharp metal edges.", IEEE Trans. on MTT, vol. 36, décembre 1988, pp 1819-1824.

[13] F. Tounsi : " Application de la méthode des éléments finis à l'analyse d'un filtre microonde à résonateurs diélectriques en bande L.", thèse de 3ème cycle, Limoges, janvier 1990.

[14] J. C. Nedelec : " *Mixed finite elements in R3.*", Numerische Mathematik, n° 35, 1980, pp 315-341.

[15] J. C. Nedelec : " A new familly of mixed finite elements in R3.", Numerische Mathematik, n° 50, 1986, pp 57-81.

[16] A. Bossavit : "A rationale for 'edge-elements' in 3-D fiels computations.", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 24, janvier 1988, pp 74-79

[17] A. Bossavit : " Whitney forms : a class of finite elements for three dimensionnal computations in electromagnetism.", IEE Proc., vol. 135, Pt. A, n°8, septembre 1988, pp 493-500.

[18] M. Aubourg et P. Y. Guillon : " A mixed finite element formulation for microwave devices prblems. Application to MIS structure.", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, vol. 5, n°4/5, 1991, pp 371-386.

[19] V. Madrangeas : " Analyse, conception et réalisation de filtres microondes à résonateurs diélectriques en bande L.", thèse de 3ème cycle, Limoges, 1990.

[20] J. F. Lee et R. Mittra : " A note on the application of edge-elements for modeling three-dimensional inhomogeneous-filled cavities.", IEEE Trans. on MTT, vol. 40, septembre 1992, pp 1767-1773.

[21] J. A. M. Svedin : " A numerically efficient finite-element formulation for the general waveguide problem without spurious modes.", IEEE Trans. on MTT, vol. 37, novembre 1989, pp 1708-1715.

QUATRIEME CHAPITRE

QUATRIEME CHAPITRE



figure IV.1. : guide rectangulaire chargé

.

IV Application de la formulation éléments finis de type EH à l'analyse de quelques dispositifs microondes et optroniques.

Dans cette étude, nous avons logiquement pour souci d'appliquer la méthode des éléments finis à des structures de topologie de complexité croissante. La première étape de notre démarche consiste à tester et valider notre code de calcul en comparant les résultats qu'il fournit avec des résultats déjà publiés ou que nous pouvons obtenir par d'autres méthodes.

IV.1 Tests effectués sur un guide rectangulaire chargé

La première structure retenue est constituée par un guide rectangulaire chargé par un matériau diélectrique de permittivité relative ε_r (figure IV.1). Pour ce type de structure, on définit deux classes de modes [1]. Les modes LSE et LSM pour lesquels les composantes du champ, respectivement électrique ou magnétique normales à l'interface air-diélectrique, sont nulles. En supposant une propagation suivant la direction des z positifs de la forme $e^{-j.k_{zo}.z}$. Ces deux familles de modes peuvent être décrites par deux équations transcendantes, celles-ci s'expriment pour les modes LSE par :

$$h.tg(l.t) = -l.tg(h.d)$$
 (1)

tandis que pour les modes LSM nous avons :

$$\varepsilon_{r}.h.tg(h.d) = -l.tg(l.t) \qquad (2)$$



figure IV.2 : diagramme de dispersion des modes LSE_0 et LSM_1 d'un guide rectangulaire chargé, d=b=t=1 cm, $\varepsilon_r = 2,25$.



où h et l correspondent aux nombres d'ondes suivant x des régions air et diélectrique.

 k_{z_0} , h et l sont reliés par la relation :

$$-k_{zo}^{2} + (\frac{m\pi}{b})^{2} = h^{2} - k_{o}^{2} = l^{2} - \varepsilon_{r} k_{o}^{2}$$
(3)

Nous présentons, figure IV.2, l'évolution fréquentielle de la constante de propagation k_{z_0} , obtenue par notre simulation, pour les modes LSE_0 (m = 0) et LSM_1 (m = 1) lorsque le guide est à moitié chargé (d = t = b = 1 cm) par un diélectrique de permittivité $\varepsilon_r = 2,25$.

Cette analyse, menée avec 48 triangles du premier ordre (ou 35 noeuds), atteste d'un bon accord entre notre description et la solution exacte, que ce soit pour le mode fondamental LSE_0 ou le mode supérieur LSM_1 .

Pour cette structure, nous disposons également dans le littérature [2] [3] d'une étude qui précise l'évolution de l'erreur relative e_r définie sur k_{z_0} par

$$er = 100 \cdot \frac{k_{zo(exact)} - k_{zo(calculé)}}{k_{zo(exact)}}$$
(%) (4)

en fonction du nombre de variables nodales N.

Ces résultats ont été obtenus pour une formulation transverse (et - ht) associée à des éléments triangulaires du premier ordre.

Pour aboutir à une erreur nulle, donc à une convergence de la solution approchée vers la solution exacte, différentes possibilités nous sont offertes. Soit, pour un maillage donné, on augmente l'ordre de l'approximation, soit on diminue la taille des éléments en



nombre de noeuda

figure IV.3 : guide rectangulaire chargé, évolution de l'erreur relative obtenue sur les modes LSE_0 et LSM_1 en fonction du nombre de noeuds, comparaison avec la formulation (e_t - h_t), f = 14,324GHz.



conservant le degré des polynômes d'approximation, soit enfin on associe ces deux démarches.

Dans cette étude, nous avons opté pour la seconde méthode : c'est-à-dire augmenter le nombre d'éléments pour un degré minimal de l'ordre d'approximation. Ce dernier aspect est défini à partir des critères suivants [4] :

- Pour que les erreurs sur la fonction approchée et ses dérivées jusqu'à l'ordre m tendent vers zéro lorsque l'on diminue la taille des éléments, il est nécessaire que cette fonction soit approximée par un polynôme complet d'ordre m.

- La relation qui exprime la discrétisation de la forme intégrale doit demeurer vérifiée, à savoir :

$$W = \sum_{e=1}^{ne} W_e \qquad (5)$$

Lorsque la fonction approchée et ses dérivées jusqu'à l'ordre m - 1 sont continues sur le domaine D d'analyse, on parle alors d'élément conforme. Dans notre cas, l'élément de type Lagrange du premier degré répond à ces deux exigences pour la formulation intégrale EH considérée.

Pour le guide rectangulaire défini auparavant, notre étude de convergence a été entreprise à une fréquence telle que le produit k_0t soit égal à trois, c'est à dire à une fréquence de 14,324 GHz. Ce choix, *a priori* arbitraire, nous est imposé par les conditions retenues dans l'étude prise comme référence [2].

Dans la formulation $(e_t - h_t)$, figure IV.3, l'évolution de l'erreur relative obéit à une loi en 1/N. Au contraire, pour la formulation EH, dans la partie linéaire, $(N \ge 35)$, l'erreur relative diminue plus rapidement en fonction du nombre de noeuds que la formulation $(e_t - h_t)$; elle suit une évolution en $1/N^{2,2}$ pour le mode LSE₀ et en $1/N^2$ pour le mode LSM₁.



figure IV.4. : guide diélectrique étudié



Fig. 8. Solutions of (29) for the waveguide configuration in Fig. 7. Boundary conditions are $H_x = 0$ and $H_x = H_z = 0$ on AB and BC in Fig. 6(a), respectively.

figure IV.5 : diagramme de dispersion du mode E_x^{11} obtenu par la formulation H sans fonction de pénalité, résultats tirés de la référence [6] : M. Koshiba, K. Hayata et M. Suzuki : "*Improved finite-element formulation in terms of the magnetic field vector for dielectric waveguides.*", IEEE Trans. on MTT, vol. 33, mars 1985, pp 227-233, W=t, n=1,5.

Cette comparaison, quoique positive quant à la convergence, est trop limitée pour que l'on puisse en tirer des conclusions de portée générale. A cette fin, elle devrait être au moins complétée en la comparant à d'autres formulations, telle que la formulation H, mais aussi en retenant des éléments d'ordre plus élevés. Pour obtenir une précision relative inférieure à 0,2 %, 35 noeuds ont été nécessaires ; ceci réclame une occupation mémoire de 350 Koctets et un temps de calcul raisonnable, inférieur à la minute sur un IBM3090. Il n'en demeure pas moins qu'aucune solution parasite n'apparaît.

Pour que ce dernier aspect soit traité de façon plus pertinente, nous avons appliqué notre code de calcul à une structure de type guide diélectrique.

IV.2 Tests effectués sur un guide diélectrique

L'élimination des solutions parasites est une préoccupation permanente lors de l'utilisation d'une méthode d'éléments finis.

Rappelons que dans la formulation H, certains auteurs ont proposé, à partir de 1984 [5] [6], de modifier la fonctionnelle initiale afin d'éliminer les solutions parasites qui peuvent apparaître en lui adjoignant une fonction de pénalité. On montre que ces solutions parasites ne vérifient pas en particulier la relation div $(\vec{H}) = 0$

D'autres auteurs, comme Svedin [2], ont préféré utiliser d'autres moyens afin d'éliminer ce type de problème.

Pour illustrer ce point plus en détail, nous avons retenu les travaux de Koshiba *et al* [6] qui présentent le phénomène d'apparition de solutions parasites sur un guide diélectrique.

La structure étudiée est présentée, figure IV.4, où nous avons adopté W = t = 0,5 cm. La permittivité du diélectrique est prise égale à 2,25, ceci correspond à un indice de réfraction n de 1,5.



figure IV.6 : évolution de la permittivité effective normalisée b en fonction de la fréquence normalisée v pour le mode E_x^{11} , W=t=0.5 cm, n=1.5.



Définissons la permittivité effective normalisée b par l'expression :

$$b = \frac{(k_{zo} / k_o)^2 - 1}{n^2 - 1} \quad (6)$$

ainsi que la fréquence normalisée v par :

$$\mathbf{v} = \mathbf{k}_{0} \cdot 2\mathbf{t} \cdot \sqrt{\mathbf{n}^{2} - 1} / \pi \qquad (7)$$

Pour le guide considéré, une formulation H classique, c'est-à-dire ne faisant pas intervenir de fonction de pénalité est extrêmement sensible à l'apparition de solutions parasites comme l'atteste la courbe de dispersion reproduite figure IV.5, relative au mode E_x^{11} .

Afin de retrouver les résultats obtenus par Koshiba lorsqu'il utilise une fonction de pénalité, notre formulation réclame un maillage de 157 triangles, figure IV.6, chaque point en fréquence nécessite un temps CPU d'environ 3 mn sur IBM 3090 et correspond à une occupation mémoire de 1,4 Moctets.

Cette comparaison atteste de l'efficacité de la formulation EH quant à la suppression des solutions parasites. Elles serait cependant incomplète si nous n'abordions pas le problème de la convergence. Sans présenter, sur ce point, une étude détaillée, il convient cependant de mettre en évidence quelques exemples caractéristiques.

A cet effet, nous avons considéré l'évolution des modules des deux principales composantes de champ du mode E_x^{11} , à savoir Ex et Hy. La fréquence est ici fixée à 14 GHz. Les maillages 1 (114 triangles) et 2 (157 triangles), présentés respectivement figures IV.7 et IV.8, ne se traduisent que par une variation de 3% de la permittivité relative effective sans que l'apparition de solutions parasites ne soit notée. Néanmoins le



figure IV.7 : maillage 1, 114 triangles.



figure IV.8 : maillage 2, 157 triangles.



figure IV.9 : évolution du module de Ex pour le mode E_x^{11} , en considérant le maillage 1.



figure IV.10 : évolution du module de Hy pour le mode E_x^{11} , en considérant le maillage 1.



figure IV.11 : évolution du module de Ex pour le mode E_x^{11} , en considérant le maillage 2.



figure IV.12 : évolution du module de Hy pour le mode E_x^{11} , en considérant le maillage 2.

maillage le plus lâche n'aboutit pas à une description satisfaisante des champs Ex et Hy (figures IV.9 et IV.10), la discontinuité de la composante normale du champ électrique, correspondant au saut d'indice, n'est obtenue que pour un maillage plus dense, ici constitué de 175 triangles (figures IV.11 et IV.12). Signalons que ce calcul de la répartition des champs a été effectué pour une fréquence relative v proche de 1. Pour cette valeur la permittivité effective est égale à 1,2 ; ceci explique que les champs ne soient pas confinés au sein du diélectrique.

Après avoir effectuée cette phase de test, il convient à présent d'envisager l'application de la méthode des éléments finis de type EH à des structures moins conventionnelles.

IV.3 Etude de la ligne microruban à partir de la formulation éléments finis EH.

La méthode des éléments finis, que nous venons de présenter, peut paraître de prime abord, disproportionnée lorsque l'on envisage son application au cas de la ligne microruban ou de tout autre ligne plaquée réelle, c'est à dire constituée de rubans conducteurs d'épaisseurs non nulles.

En effet, nous avons montré dans la première partie de ce mémoire que nous pouvions adapter, de façon très efficace, l'approche dans le domaine spectral à l'analyse de telles lignes. Les résultats acquis, au prix d'un effort numérique modeste comparativement à la mise en oeuvre de toute méthode d'éléments finis, se sont avérés excellents.

Aussi notre propos est-il ici de tester notre formulation et de statuer dans quelle mesure elle permet d'étudier des structures plus réalistes, notamment afin de cerner ses limites d'utilisation imposées plus par des contraintes d'ordre informatique que des restrictions d'ordre théorique.



figure IV.13 : ligne microruban étudiée

Naturellement, nous avons retenu comme structure test une ligne microruban pour laquelle nous disposons de valeurs expérimentales [7].

Cette ligne est constituée d'un ruban de largeur W égale à 10 μ m et d'épaisseur t de 1 μ m déposé sur un substrat de permittivité $\varepsilon_r = 12,9$; nous avons adopté pour la conductivité du ruban $\sigma = 4,1 \ 10^5 \text{ S/cm}$ (figure IV.13).

Dans le ruban, la discrétisation géométrique Δ liée au maillage doit être inférieure à la profondeur de peau dans le métal. L'analyse étant menée dans une bande de fréquence allant de 3 GHz à 20 GHz, la valeur minimale de Δ est fixée à 0,5 µm.

Nous présentons figures IV.14 et IV.15, les résultats obtenus tant pour la constante de phase que pour l'atténuation.

Pour la première caractéristique, la comparaison effectuée avec les valeurs expérimentales s'avère tout à fait satisfaisante. Le test le plus critique concerne naturellement le calcul des pertes. Là encore, le bon accord observé atteste de la validité de notre description. Ces résultats relatifs à l'atténuation sont cependant acquis au prix d'un accroissement conséquent des moyens informatiques. Une description correcte nécessite la définition d'un maillage de plus de 400 triangles dont la moitié est affectée à la représentation du ruban lui-même et de son voisinage immédiat. Ceci demande un espace mémoire important, de l'ordre de 25 Moctets pour des calculs effectués en complexe double précision. Les temps de calcul croissent quant à eux de façon excessive pour atteindre 50 minutes par point sur un IBM3090.

Pour cette structure, où W = 10 μ m et t = 1 μ m, la détermination des pertes métalliques ne peut être envisagées par un calcul de perturbation. Des méthodes de simulation plus rigoureuses, raccordement de champ, éléments finis, peuvent sembler démesurées par rapport aux objectifs visés, notamment dans le cas de la méthode des éléments finis (voir tableau ci-dessous)



figure IV.14 : évolution fréquentielle de la constante de phase d'une ligne microruban où W=10 μ m, t=1 μ m, σ =4,1 10⁵ S/cm, H=250 μ m, ϵ_r =12,9, comparaison entre les résultats issus de la méthode des éléments finis et les valeur expérimentales [7].



figure IV.15 : évolution fréquentielle du coefficient d'atténuation d'une ligne microruban où W = 10 μ m, t = 1 μ m, σ = 4,1 10⁵ S/cm, H = 250 μ m, ε_r = 12,9, comparaison entre les résultats issus de la méthode des éléments finis et les relevés expérimentaux [7].



figure IV.16 : évolution du module de Hx, en y=0,9 μ m, pour une ligne microruban avec W=10 μ m, t=1 μ m, σ =4,1 10⁵ S/cm, H=250 μ m, ϵ_r =12,9.



ligne microruban étudiée

	Espace mémoire requis	Temps de calcul moyen pour un point en fréquence sur un IBM 3090	
Raccordement de champs [7]	10 Mo	20 minutes	
Formulation EH	25 Mo	50 minutes	

Il convient cependant de tempérer ce constat en rappelant que le but de notre étude consiste principalement à tester la formulation EH dans des conditions extrêmes, nonobstant tout souci d'efficacité et de rentabilité.

Pour confirmer ce test, il importe de déterminer les composantes du champ électromagnétique. Dans cet esprit, nous donnons, à titre d'exemple, l'évolution en module de la composante Hx, figure IV.16.

Ce calcul est effectué pour une ordonnée de 0,9 μ m, de façon à visualiser le champ au sein du ruban, en adoptant une fréquence de 10 GHz.

La courbe présentée, met effectivement en évidence les effets de bord habituels sur le ruban, au moins d'un point de vue qualitatif, une discontinuité peu satisfaisante reste néanmoins visible sans pour autant nuire à la qualité du résultat global.

A ce stade de notre travail, il nous a semblé opportun d'appliquer notre formulation éléments finis EH, à des structures de géométrie plus complexes pour lesquelles l'approche dans le domaine spectral ou la méthode de raccordement de champ ne pourraient apporter que des réponses partielles.

Le choix d'étudier le comportement de quelques topologies de modulateurs électrooptiques nous a semblé répondre à ces impératifs.

IV.4 Analyse de quelques modulateurs électrooptiques à ondes progressives par la méthode des éléments finis

Nous n'avons pas pour but d'aborder de façon détaillée le fonctionnement de modulateurs électrooptiques à ondes progressives; cet aspect est amplement décrit dans de nombreux travaux spécifiques, relatifs à ce type de composants [8] [9] [10] [11]. Nous ne souhaitons en rappeler que les principes généraux de façon à justifier le choix de quelques structures retenues dans nos simulations. Nous mettrons l'accent, en particulier, sur la détermination des propriétés de ces structures dans le domaine des microondes.

Notre objectif est de préciser l'apport d'une méthode d'analyse par éléments finis, par rapport à d'autres approches moins rigoureuses (approche dans le domaine spectral), en cherchant à nouveau à cerner les avantages et inconvénients du code de calcul élaboré.

Deux types de modulateurs ont été pris en compte l'un de type "rib" réalisé sur un substrat GaAs, l'autre de type coplanaire fabriqué à partir d'un substrat anisotrope LiNbO₃.

IV.4.1 Principe de fonctionnement des modulations électrooptiques à ondes progressives.

Le principe de fonctionnement de ces dispositifs repose sur l'effet Pockels, celui-ci se traduit par une variation de l'indice optique effectif du milieu No proportionnelle à l'amplitude du champ électrique E appliqué [12]

$$\Delta N_{o} = \frac{1}{2} \cdot \eta N_{o}^{3} r E \qquad (8)$$

r représente le coefficient électroptique, il dépend de l'orientation du cristal et de la direction du champ électrique appliqué. η exprime le recouvrement ou la superposition des champs électrique et optique.

Deux caractéristiques essentielles d'un modulateur sont la bande passante et la tension de commande V π requise pour obtenir une variation de π de la phase.

La détermination de la bande passante peut être appréhendée en adoptant pour les signaux optiques et microondes des variations de la forme :

$$e_{o}(z,t) = E_{o} \cdot \cos\left[\omega_{o}(t - \frac{N_{o}}{c}z)\right]$$
(9)
$$e_{m}(z,t) = E_{m} \cdot \cos\left[\omega_{m}(t - \frac{N_{m}}{c}z)\right] \cdot e^{(-\alpha \cdot z)}$$
(10)

où ω_0 et ω_m correspondent respectivement aux pulsations des ondes optique et microonde, N₀ et N_m représentent les indices de réfraction effectifs pour chacun des deux milieux de propagation, tandis que α est le coefficient d'atténuation que présente la structure aux fréquences microondes.

Supposons, à l'instant t = t₀, une perturbation de l'onde optique à l'entrée du modulateur (z = 0), celle-ci se répercuté en z à l'instant $t = t_0 + \frac{N_0}{c} \cdot z$

Dans ces conditions, l'expression du champ électrique microonde devient

$$e_{m}(z, \omega_{m}) = E_{m} \cdot \cos\left[\omega_{m}(t_{o} + \frac{N_{o} - N_{m}}{c}z)\right] \cdot e^{(-\alpha \cdot z)}$$
(11)

La variation de phase $\Delta \phi$ à la sortie du modulateur de longueur L s'écrit :

$$\Delta\phi(\omega_{\rm m}) = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^L \Delta N_{\rm o}(z,\omega_{\rm m}) dz = \frac{2\pi}{\lambda} \int_0^L \left[\frac{1}{2} \cdot N_{\rm o}^3 \cdot r \cdot e_{\rm m}(z,\omega_{\rm m})\right] dz \quad (12)$$

En tenant compte de l'expression (11), nous aboutissons à :

$$\Delta\phi(\omega_{\rm m}) = \frac{\pi N_{\rm o}^3 \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{L}}{\lambda} E_{\rm m} \sqrt{\frac{(e^{-\alpha L} - 1)^2 + 4e^{-\alpha L} \cdot \sin^2 u}{(\alpha L)^2 + (2u)^2}} \cdot \sin(\omega_{\rm m} t_{\rm o} + \theta) (13)$$

avec :

.

$$\theta = \operatorname{Arc} \operatorname{tg}\left(\frac{e^{-\alpha L} \cdot \sin 2u}{e^{-\alpha L} \cdot \cos 2u - 1}\right) - \operatorname{Arc} \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha L}{2u}\right)$$

et

$$u = \frac{\omega_{m}}{2} \cdot \frac{N_{o} \cdot N_{m}}{c} \cdot L$$

Dans le cas des pertes faibles, nous obtenons :

$$\Delta\phi(\omega_{\rm m}) = \frac{\pi N_{\rm o}^3 \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{L}}{\lambda} \cdot \mathbf{E}_{\rm m} \cdot \frac{\sin u}{u} \cdot \cos(\omega_{\rm o}t + u) \qquad (14)$$

Ces éléments nous permettent d'établir l'expression de la bande passante à -3dB (dans le cas de pertes faibles) :

$$\Delta f \approx \frac{1, 4 c}{\pi |N_o - N_m|L}$$
 (15)

La tension de commande V nécessaire pour obtenir un déphasage de π s'exprime quant à elle sous la forme :

$$V_{\pi} \approx \frac{\lambda}{\eta N \frac{3}{0} \cdot r} \cdot \frac{d}{L}$$
 (16)

La grandeur V π dépend de la distance d qui sépare les deux électrodes, mais aussi de la topologie du modulateur par l'intermédiaire du facteur de recouvrement . Les expressions (12) à (16) mettent en évidence la nécessité de connaître précisément les paramètres microondes des modulateurs, en particulier l'indice de réfraction effectif et l'atténuation présentée par ces lignes.

A titre d'exemple, nous indiquons dans le tableau ci-dessous les paramètres caractéristiques du GaAs et du LiNb03 :

	0	N ₀ ³ r	N ₀	Nm
GaAs [8]	1,15	49	3,45	3,6
LiNbO ₃ [8][13]	1,2	328	2,1	4,2

Pour le cas GaAs, la quasi adaptation des vitesses de propagation des ondes optiques et microondes permet de réaliser des modulateurs électrooptiques possédant des bandes passantes très larges, il permet également d'envisager une intégration en structure monolithique. Cependant, les pertes en volume induites par le GaAs restent élevées vis à vis du LiNbO₃. Ce dernier matériau, grâce à un produit N_0^3 r très important, autorise des tensions de commande faibles.

Dans la suite de ce travail, nous proposons donc d'analyser deux structures typiques de modulation électrooptique : une structure "rib" réalisée sur GaAs et une structure coplanaire définie sur un substrat LiNb03.









Une structure typique pour cette catégorie de modulateur est représentée figure IV.17. Compte tenu des objectifs de notre étude, nous nous limiterons à analyser un dispositif moins élaboré réalisé sur un substrat GaAs, figure IV.18.

Ses caractéristiques sont résumées ci-dessous :

- largeur du rib W = $6 \,\mu m$
- hauteur du rib h1 = $1,2 \,\mu m$
- hauteur h2 = $2,8 \,\mu\text{m}$
- hauteur du substrat h3 = 200 μ m, permittivité relative ε_r = 12,9
- dopage de la couche n⁻ : 10^{14} at/cm³
- dopage de la courbe n^+ : 2,10¹⁸ at/cm³

Pour ces valeurs usuelles de dopage, nous pouvons négliger les pertes ohmiques liées à la présence des électrodes métalliques. Pour une longueur d'onde λ_0 de 1,3 µm, cette structure ne propage qu'un seul mode : le mode TE₀ [14].

Dans ces conditions, nous avons entrepris de confronter l'approche dans le domaine spectral et la méthode des éléments finis.

Afin d'analyser ce dispositif à partir de l'approche dans le domaine spectral, il nous faut définir un modèle de type planaire qui peut paraître éloigné de la structure réelle figure IV.19; au contraire la méthode des éléments finis prend en compte la géométrie réelle du rib.

En supposant la zone n⁻ totalement désertée, nous avons étudié l'évolution de l'indice effectif microonde et des pertes en fonction de la fréquence, ces résultats sont illustrés figures IV.20 et IV.21



figure IV.19 : modèle utilisé dans l'approche dans le domaine spectral pour étudier le modulateur électrooptique de type "rib"



figure IV.20 : évolution fréquentielle de l'indice effectif microonde d'un modulateur de type "rib", comparaison entre l'approche dans le domaine spectral et la méthode des éléments finis.



figure IV.21 : évolution fréquentielle du coefficient d'atténuation d'un modulateur de type "rib", comparaison entre l'approche dans le domaine spectral et la méthode des éléments finis.
Ils mettent en évidence une prédiction plus faible de la permittivité effective, de l'ordre de 6 % lorsque l'on considère les valeurs issues de la méthode des éléments finis par rapport à l'approche dans le domaine spectral. Ceci est assez naturel au regard du modèle planaire utilisé dans cette dernière méthode : il ne permet pas de traduire correctement le comportement des champs au niveau du "rib".

Les évolutions du coefficient d'atténuation, figure IV.21, obtenue par ces deux simulations appellent les mêmes remarques : là encore, l'approche dans le domaine spectral surestime les pertes en volume d'environ 5 %.

De cette comparaison, nous ne prétendons nullement faire un état de l'art concernant les performances de modulateurs intégrés.

Depuis plusieurs années, de nombreux travaux théoriques et expérimentaux ont permis d'améliorer les caractéristiques de ces dispositifs, en définissant notamment des topologies plus sophistiquées que celles utilisées dans notre exemple. Notre propos n'est pas non plus de nous immiscer entre les tenants des structures intégrables réalisées sur substrats semiconducteurs et les supporters de structures "large bande" sur LiNbO₃

Toujours dans le dessein de tester notre code de calcul éléments finis, nous allons, à présent, l'appliquer à cette catégorie de modulateur de topologie plus complexe que le modulateur "rib" décrit auparavant.

IV.4.3 Etude d'un modulateur électrooptique à ondes progressives sur LiNbO3

La géométrie du modulateur étudié est illustrée figure IV.22 [15]. Il s'agit d'une ligne à rubans coplanaires dissymétrique déposée sur un substrat anisotrope LiNbO₃ caractérisé par un tenseur de permittivité :

$$\hat{\varepsilon}_{\mathbf{r}} = \begin{vmatrix} 44 & 0 & 0 \\ 0 & 27, 4 & 0 \\ 0 & 0 & 44 \end{vmatrix}$$



figure IV.22 : modulateur électrooptique sur LiNbO₃



figure IV.23 : modèle de modulateur électrooptique sur LiNbO₃ utilisé dans l'approche dans le domaine spectral



figure IV.24 : modèle simplifié de modulateur électrooptique sur LiNbO₃ utilisé dans la méthode des éléments finis



figure IV.25 : évolution fréquentielle de l'indice effectif microonde d'un modulateur sur LiNbO₃, en supposant des métallisations parfaites (t=0), comparaison de notre formulation éléments finis et de l'approche dans le domaine spectral.



Le guide optique est défini sous le ruban le plus étroit par diffusion de titane sur une profondeur voisine de 100 nm. Aux fréquences microondes, l'influence de cette couche est naturellement négligeable.

En revanche, la présence de la couche tampon de SiO₂ ($\varepsilon_r = 3,9$) ne peut être ignorée. Elle isole le guide optique des métallisations et possède typiquement une épaisseur de l'ordre du micron. Elle intervient dans la diminution de l'indice effectif microonde de façon à approcher la valeur de l'indice optique (No = 2,1).

En fait pour ce type de structures, l'accord entre les vitesses de propagation des signaux optiques et microondes repose non seulement sur le choix de l'épaisseur de la couche de silice, mais aussi sur celui de la topologie des électrodes. C'est ce que nous allons mettre en évidence en considérant des structures évoluant progressivement d'un modèle simple vers la structure réelle.

Dans une première étape, nous avons cherché à préciser l'influence de la couche de SiO_2 en comparant nos résultats à ceux obtenus à partir de l'approche dans le domaine spectral, et ce en supposant des épaisseurs de métallisations nulles. Les modèles utilisés sont présentés respectivement figures IV.23 et IV.24.

Dans ces conditions, nous montrons, figure IV.25, l'évolution fréquentielle de l'indice effectif microonde. Ces courbes, comme nous pouvions le supposer, sont caractéristiques d'un mode quasi-TEM. Sans couche tampon, l'indice microonde serait, en première approximation, donné par :

$$n\approx\sqrt{\frac{\sqrt{44\times27,4}+1}{2}}\approx4,23$$



figure IV.26 : modulateur électrooptique sur LiNbO₃



figure IV.27 : évolution de l'indice effectif microonde en fonction de l'épaisseur de métallisation t pour un espacement inter-électrodes W de 10 μ m, modulateur sur LiNbO₃, f=10 GHz. Les métallisations sont assimilées à des murs électriques.



modulateur étudié



figure IV.28 : étude comparative de la méthode des éléments finis et de la méthode des lignes [16] portant sur l'évolution de l'indice effectif microonde en fonction de l'épaisseur de métallisation t, $W=10 \mu m$. Les électrodes sont assimilées à des murs électriques.



modèle retenu dans notre simulation par éléments finis

modèle utilisé dans la méthode des lignes

En fait, la valeur obtenue, comprise entre 2,75 et 3, dépend de l'épaisseur de la couche de SiO_2 et de l'espacement entre les électrodes.

Les valeurs calculées à partir de la méthode d'éléments finis apparaissent être inférieures de 9 % à celles prédites par l'approche dans le domaine spectral. Cette différence traduit l'influence des dimensions finies des plots de SiO₂, caractéristiques géométriques effectivement prises en compte par la méthode des éléments finis.

Dans une deuxième étape, nous avons cherché à quantifier l'effet de l'épaisseur de métallisation. Pour effectuer cette analyse, nous avons supposé que les différentes électrodes étaient constituées de courts-circuits électriques d'épaisseur t. La structure considérée est cette fois représentée figure IV.26.

Les résultats, reportés figure IV.27, indiquent naturellement une nette diminution de l'indice effectif lorsque l'épaisseur de métallisation augmente. Pour une épaisseur de dimension voisine de l'espacement entre les électrodes, cet indice effectif atteint des valeurs proches de la valeur définie en optique. Cette perturbation amenée par les électrodes ne peut, bien entendu, être prise en considération par une analyse planaire telle que l'approche dans le domaine spectral (figure IV.27).

Lorsque l'épaisseur t des métallisations est égale à l'espacement inter-électrodes, soit 10 μ m, il convient de préciser les moyens informatiques à mettre en oeuvre ; les temps de calcul dépassent 60 minutes pour une occupation mémoire de 30 Mo (IBM 3090).

Sur un plan qualitatif, la validité de notre simulation est confirmée si nous comparons nos résultats à ceux obtenus à partir d'une méthode des lignes [16], figure IV.28. La différence observée s'explique aisément ; en effet, la structure étudiée par la méthode des lignes ne prend pas en compte la couche tampon en silice. Dans le cas où nous considérons également l'absence de cette couche tampon et en retenant des électrodes infiniment minces, nous retrouvons effectivement un indice microonde de 4,2.







figure IV.30 : évolution fréquentielle de l'atténuation d'un modulateur sur LiNbO₃, t=1 µm, σ =4,1 10⁵ S/cm.

Pour ces modulateurs réalisés sur niobate de lithium, les pertes en volumes dans le substrat sont négligeables par rapport aux pertes métalliques. Il nous reste par conséquent à aborder cet aspect à partir de la méthode des éléments finis. Conscient de la gageure de cette démarche, afin que les conditions imposées ne soient pas trop critiques, nous avons sciemment considéré des épaisseurs de métal faibles, de façon à exalter ces pertes.

Au regard de l'expérience acquise lors de l'étude de la ligne microruban, il importe, dans les rubans, que les dimensions des éléments soient au plus égales à l'épaisseur de peau; on conçoit aisément ce que cela implique au niveau des espaces mémoires, lorsque l'on a traiter le cas de rubans de largeur importante par rapport à cette épaisseur de peau (S2/ δ # 40 à 10 GHz). Pour minimiser cette contrainte, sur le ruban large (S2 = 30 µm), figure IV.29, nous n'avons respecté ce critère que sur le bord interne, côté où s'exerce l'effet de proximité du ruban étroit.

Compte tenu de ces remarques, le maillage retenu comporte 430 triangles dont la moitié est utilisée pour définir les électrodes et leur voisinage immédiat.

Les résultats obtenus pour des métallisations d'épaisseurs $t = 1 \mu m$ sont présentés figure IV.30 et comparés à l'approche dans le domaine spectral. A ce stade de l'étude, les différences observées sont difficile à interpréter. D'une part parce que la convergence en champ de notre code de calcul éléments finis n'est pas suffisamment affirmé sur une structure aussi complexe et d'autre part parce que les pertes métalliques estimées par l'approche dans le domaine spectral sont certainement majorées puisque nous utilisons implicitement un facteur de forme égal à l'unité.

Pour cette structure, il est sans aucun doute plus raisonnable d'aborder le calcul des pertes métalliques à partir d'une approche dans le domaine spectral modifiée, à la condition toutefois de déterminer précisément la valeur du facteur de forme, en considérant la présence des deux rubans couplés.

IV.5 Conclusion

Le travail exposé dans ce chapitre, relate la phase d'élaboration d'un code de calcul, basé sur une méthode d'éléments finis, ayant pour objectif de caractériser dans la gamme des fréquences microondes un certain nombre de structures de type planaire.

Cette étude présente un caractère de "pionnier", au moins au sein de l'Equipe Electromagnétisme des Circuits de l'I.E.M.N. Cette phase préliminaire est ingrate puisqu'aucun résultat novateur ne peut être dégagé; elle constitue cependant une étape incontournable dès l'instant où s'affirme la nécessité d'analyser des structures de topologies complexes qui imposent de développer des méthodes de simulation sophistiquées.

La première motivation de notre étude visait à tester une formulation par éléments finis, qualifiée de EH, quant à ses possibilités d'éliminer toute solution parasite. Des études analogues ayant été proposées dans le cas de structures simples, guide rectangulaire chargé, guide diélectrique, nous avons cherché à l'étendre au cas de dispositifs moins conventionnels.

Procédant par étapes successives, nous avons progressivement appliqué ce formalisme à des structures de plus en plus complexes, pour aboutir finalement à l'étude de modulateurs électrooptiques sur niobate de lithium.

L'emploi de l'analyse éléments finis de type EH, s'avère efficace quant à la suppression de solutions parasites. En ce sens, nous pouvons qualifier nos résultats de positifs, et ce d'autant plus que les différents tests effectués affirment la qualité des valeurs obtenues tout au moins en ce qui concerne les constantes de phase et les coefficients d'atténuation.

Lorsque l'on aborde le calcul de la répartition des champs électromagnétiques nos conclusions sont pour l'instant plus mitigées. Ceci est particulièrement sensible dans le cas de la topologie considérée pour l'étude d'un modulateur électrooptique sur niobate de lithium; une convergence satisfaisante au niveau du calcul des champs ne peut être atteinte, ceci nous interdit, pour l'instant, d'accéder à une information fiable sur l'adaptation présentée par ce modulateur au signal microonde.

BIBLIOGRAPHIE DU QUATRIEME CHAPITRE

.

.

.

[1] R. E. Collin : "Field theory of guided waves.", McGraw-Hill, New-York, 1960.

[2] J. A. M. Svedin : " A numerically efficient finite-element formulation for the general waveguide problem without spurious modes.", IEEE Trans. on MTT, vol. 37, novembre 1989, pp 1708-1715.

[3] **T. Angkaew, M. Matsuhara et N. Kumagai** : "Finite-element analysis of waveguide modes : a novel approach that eliminates spurious modes.", IEEE Trans. on MTT, février 1987, pp117-123.

[4] S.S. Rao : " The finite element method in engineering.", Pergamon Press, Oxford, 1989.

[5] B. M. A. Rahman et J. B. Davies : " Penalty function improvement of wave guide solution by finite elements.", IEEE Trans. on MTT, vol. 32, juillet 1984, pp 635-639.

[6] M. Koshiba, K. Hayata et M. Suzuki : "Improved finite-element formulation in terms of the magnetic field vector for dielectric waveguides.", IEEE Trans. on MTT, vol. 33, mars 1985, pp 227-233.

[7] E. Paleczny : " Modélisation des pertes métalliques par le raccordemant de modes: applications aux lignes planaires utilisées en technologie monolithique microonde.", thèse de 3ème cycle, Lille, septembre 1992.

[8] R.C. Alferness : " Waveguide electrooptic modulators.", IEEE Trans. on MTT, vol. 30, août 1982, pp 1121-1137

[9] M. W. Austin : "Theorical and experimental investigation of GaAs/GaAlAs and n/n + GaAs rib waveguides.", Journal of Lightwave Technology, vol. LT-2, n°5, octobre 1984, pp 688-694.

[10] **T. Yoreyama, K. Niinuma et S. Kanno** : "Velocity-matched LiNbO₃ wave guide optical modulator using inverted slot line.", IEEE Microwave and Guided Wave Letters, vol. 1, n°8, août 1991, pp 192-194.

[11] G. K. Gopalakrishnan, C. H. Bulmer, W. K. Burns, R. W. McElhanon et A.S. Greenblatt : " 40 GHz, low half-wave voltage Ti:LiNbO3 intensity modulator.", Electronics Letters, vol. 28, n°9, 23 avril 1992, pp 826-827.

[12] M. M. Stallard : " Optimisation of traveling wave integrated optic modulators in GaAs; a study.", Optics Communications, vol. 63, n°6, 15 septembre 1987, pp 385-389.

[13] **D. Bourreau** : "Analyse et conception de modulateurs electrooptiques hyperfréquences large bande, sur LiNbO₃.", thèse de 3ème cycle, Lille, 1989.

[14] D. Remiens, P. Pribetich, P. Kennis et C. Seguinot : "Microwave performance of a III-V semiconductor electrooptic waveguide modulator.", Applied Optics, vol. 26, n°1, janvier 1987, pp 118-120.

[15] H. Miyamoto, H. Ohta, K. Tabuse, H. Iwaoka et Y. Miyagawa : " A broad-band traveling-wave Ti:LiNbO3 optical phase modulator.", Japanese Journal of Applied Physics, vol. 30, n° 3A, mars 1991, pp 383-385.

[16] J. Gerdes, K. H. Helf et R. Pregla : "Full-wave analysis of traveling-wave electrodes with finite thickness for electro-optic modulators by the method of lines.", Journal of Lightwave Technology, vol. 9, n°4, avril 1991, pp 461-467.

CONCLUSION

CONCLUSION

L'objectif initial de notre travail consistait à définir les potentialités d'application de films supraconducteurs à haute température critique, lors de la réalisation de dispositifs microondes.

Pour que la portée de notre étude ne soit pas trop limitée, il importe de considérer des structures (lignes microrubans, lignes coplanaires) présentant des dimensions compatibles avec les technologies monolithiques.

Dans ce contexte, chiffrer l'apport potentiel d'un ruban supraconducteur par rapport à une métallisation classique impose que nous prenions en considération les dimensions effectives des rubans ; ceci rend plus ou moins caduques les modélisations usuelles de lignes planaires.

La comparaison des résultats issus de logiciels de simulation professionnels, avec les valeurs relevées expérimentalement conforte nos a priori. Nous avons, en particulier, mis en évidence les carences de ces logiciels, dans le simple cas de rubans métalliques, dès que leur largeur avoisine $10 \,\mu m$ et que leur épaisseur approche l'épaisseur de peau.

Ce constat nous a amené à développer des méthodes de simulation qui font abstraction de la notion de calcul de perturbation ; deux démarches ont été retenues : la première repose sur la modification et l'extension de l'approche dans le domaine spectral, l'autre s'appuie sur une formulation par éléments finis.

La première partie de ce mémoire rappelle de façon succincte les principales phases de la mise en oeuvre de l'approche dans le domaine spectral. Dans cette analyse, la prise en compte simultanée de la conductivité des rubans et de leur épaisseur nécessite que l'on introduise la notion d'impédance de surface pour traduire au niveau de l'interface rubans-substrat, la relation entre champ électrique et densités de courant.

Dans le second chapitre, la comparaison entre nos résultats de simulation et les valeurs expérimentales pour diverses topologies de métallisation, nous confirme que la règle reposant sur le seul rapport entre l'épaisseur de métal et la profondeur de pénétration constitue un critère peu fiable.

Le choix de fonctions de base classiques évoluant notamment en $r^{1/2}$ pour J_z , associées à la notion d'impédance, ne traduit pas avec précision l'influence des dimensions transverses finies des rubans. Pour améliorer la qualité de nos résultats, soit nous avions à modifier les fonctions de base, soit nous corrigions l'expression de l'impédance de surface. Nous avons retenu la seconde option en introduisant un facteur de forme qui prend en compte toutes les dimensions de ruban.

Un calcul préliminaire de la répartition des champs au sein du ruban, pour une topologie simplifiée, permet de déterminer ce facteur de forme en nous basant sur l'estimation de la puissance dissipée par effet Joule dans le métal.

Cette démarche conserve les avantages initiaux de l'approche dans le domaine spectral ; elle s'avère fiable et précise dans tous les cas où nous l'avons testée, que ce soit pour les lignes microrubans ou les lignes coplanaires.

Appliquer cette méthodologie aux lignes supraconductrices est prématuré, au regard des incertitudes propres aux modèles phénoménologiques utilisés pour décrire ces matériaux. Ainsi, avons-nous simulé la présence de rubans supraconducteurs en utilisant un facteur de forme égal à l'unité.

Dans cette étude prospective, le manque d'informations fiables relatives aux aspects matériaux mais également la maîtrise insuffisante de leur croissance ou de leur dépôt, ne nous ont pas invité à réaliser une comparaison exhaustive entre structures métalliques et supraconductrices. Nous nous sommes davantage attaché à préciser les effets du premier ordre, notamment au niveau du facteur de ralentissement plutôt que des effets du second ordre propre au calcul de l'atténuation.

Dans cet ordre d'idées, une réduction sensible de l'encombrement des circuits passifs, par l'utilisation de matériaux supraconducteurs n'est guère envisageable dans une technologie microruban puisqu'elle nécessiterait des dimensions de ligne et notamment d'épaisseurs de substrat peu compatibles avec les technologies microondes habituelles.

Cet objectif peut être atteint avec des contraintes géométriques moins sévères dans le cas de lignes coplanaires puisque l'on peut espérer, en bande X, une réduction des dimensions d'environ 20 % tout en conservant une bonne adaptation de la ligne en considérant un supraconducteur à haute température critique tel que le YBaCuO.

Poursuivre plus en avant cette étude en recherchant de meilleurs compromis entre l'adaptation, le facteur de ralentissement et les pertes n'est, pour l'instant, guère crédible ; il semble plus raisonnable de regarder nos logiciels de simulation comme une aide à la caractérisation de matériaux supraconducteurs. La sensibilité de nos calculs à la nature des modèles retenus pour décrire ces matériaux, mais aussi aux valeurs des paramètres caractéristiques injectés dans ces modèles doit faciliter la caractérisation des films supraconducteurs.

L'approche dans le domaine spectral peut difficilement être appliquée à la modélisation de structures dont les géométries s'écartent trop de celles de lignes planaires. Pour aborder des topologies plus complexes, nous avons développé et présenté dans la troisième partie une analyse de type éléments finis.

Dans la formulation retenue, les six composantes de champ sont approximées sur un élément par une interpolation nodale classique. Cette méthode constitue un moyen pour assurer l'élimination des solutions parasites.

Les différents tests effectués pour éprouver la fiabilité de notre algorithme sont présentés dans le quatrième chapitre. Notre démarche est progressive, partant d'une structure très académique, le guide rectangulaire chargé, nous aboutissons finalement à l'analyse du comportement d'un modulateur électrooptique réalisé sur niobate de lithium.

Après avoir constaté la non apparition de solutions parasites pour les différents cas considérés, nous nous sommes surtout attaché à définir, pour chaque structure, les limites d'utilisation de cette formulation en intégrant les contraintes informatiques, c'est à dire les temps de calcul et espaces mémoire.

Pour un dispositif complexe tel que le modulateur électrooptique, notre étude met en évidence les limites d'utilisation du formalisme retenu. L'emploi de moyens de calculs performants (IBM3090) permet effectivement d'aboutir à des résultats satisfaisants quant aux diagrammes de dispersion, mais n'autorise pas une convergence suffisante au niveau du calcul de la répartition des champs et, par voie de conséquence, ne permet pas d'obtenir d'informations fiables sur une grandeur telle que l'impédance.

Les espaces mémoires requis, en utilisant des polynômes d'interpolation d'ordre un laissent difficilement présager une extension de la formulation à des éléments d'ordre plus élevé.

Dans le cas de métallisations parfaites (CCE) et épaisses, la convergence des champs au niveau des angles "ré-entrants" doit cependant pouvoir être améliorée par l'emploi d'éléments singuliers.

D'un point de vue plus théorique, une interrogation demeure : rien ne prouve que la formulation EH élimine radicalement les solutions parasites ou qu'elle les éloigne sensiblement des solutions physiques.

En conclusion, l'expérience acquise lors de cette étude et les difficultés rencontrées, totalement ou partiellement surmontées, loin de nous inciter à porter un jugement négatif sur les méthodes de simulation par éléments finis, nous incite au contraire à encourager nos collègues de l'Equipe Electromagnétisme des Circuits à poursuivre plus avant ces investigations.

Il convient, à présent, d'envisager l'utilisation de méthodes plus performantes basées sur le concept d'éléments mixtes ou d'arêtes, tout en tirant profit des conclusions, positives ou négatives dégagées de notre travail.

Resolution de l'égisation différentielle régissant le publime interne

d'équation disprementielle s'écuit : $\frac{\partial E_{z}^{\prime}(x,y)}{\partial x^{\prime}} + \frac{\partial^{\prime} E_{z}^{\prime}(x,y)}{\partial y^{2}} = j \omega \mu_{0} \sigma E_{z}^{\prime}(x,y)$ avec comme conditions aux houticles: $E_{z}^{i}(x,y) = \begin{pmatrix} E_{z,1}^{d}(x) & en \ y = 0 \ ; \ |x| \leq \frac{W}{2} \\ E_{ze}^{d}(y) & en \ x = \pm \frac{W}{2} \ ; \ 0 \leq y \leq t \\ E_{z3}^{d}(x) & en \ y = t \ ; \ |x| \leq \frac{W}{2} \end{cases}$ On applique le théorème de superposition; cherchons $c_{Z}(x,y)$ solution de: $\frac{3^{2}c_{Z}}{3\pi^{2}} + \frac{3^{2}c_{Z}}{3y^{2}} = j w p \sigma e_{Z}(x,y)$

aver pour conditions $e_{2}(x, o) = e_{2}(x, t) = o \quad \forall x \in [-\frac{W}{2}, \frac{W}{2}]$ $e_{2}(\frac{W}{2}, y) = e_{2}(-\frac{W}{2}, y) = E_{2}^{d}(y) \quad \forall y \in [o, t].$

 $e_{\mathcal{Z}}(x,y) = f(x)g(y)$ Toromo

il vient : $\frac{J''}{J} + \frac{g''}{g} = j\omega\rho\sigma$

Soit: $\begin{cases} J'' + m J = 0 \\ g'' + p g = 0 \end{cases} avec - (m + p) = jw \mu \sigma$
* g''(y) + p g(y) = 0 avec $g(0) = g(f) = 0$
On montre, aisiment que les solutions telles que
p<0 et p=0 ne sont pas envisageables.
$p>0$, moit $p \in \mathbb{R}^{*+}$ telque $p^2 = p$.
alow: $g(y) = a \cos y y + b \sin y y$.
de condition $g(o = o mpoe a = o$ $g(E) = o \Longrightarrow b sin \ \mu E = o$ ou $\mu = \frac{k \pi}{E}, k \in N^{*}$
une solution de l'équation di jonentielle s'écuit:
$g(y) = \lambda in \frac{k\pi}{E} y$.
* $f'(x) + m f(x) = 0$ avec $m = -\left[\left(\frac{k\pi}{t}\right)^2 + jwy\sigma\right]$
$m = \frac{2}{c} h^2$

•

de solution générale s'écuit : $f(x) = a \cos(jp_k x) + b \sin(jp_k x)$ des fonctions $e_{z}(x, y)$, de la forme f(x)g(y), sont donc : $e_{zk}(x,y) = \left[a_{k}\cos(jpkx) + b_{j}\sin(jpkx)\right] \sin \frac{k\pi}{E} y$ Cherchons à déterminer les af et 5 k solution du problème, de sorte que: $e_{2}(x, y) = \sum_{k=1}^{+\infty} e_{2k}(x, y) - k = 1$ $\forall y$, $e_{z}(\pm \psi, y) = E_{z_{z}}^{\dagger}(y) \Longrightarrow bk = 0$ donc $\underline{\xi}_{2}^{\dagger}(\underline{y}) = \overset{\dagger}{\underset{k=1}{\overset{t}{\overset{t}{\overset{t}{\overset{t}{\overset{t}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}{\overset{t}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}}{\overset{t}{\overset{t}}{\overset{t}}{\overset{t}}{\overset{t}}{\overset{t}}{\overset{t}}})}} sin \underline{k} \frac{t}{\underline{k}}$ Soir $E_{z_2}^{\ell}(y)$ le faiction impaire de privade et égale à $E_{z_2}^{\ell}(y)$ ser [0, t]: $\forall y \in [-t, o], \quad E_{z_2}^{\dagger}(y) = -E_{z_2}^{\dagger}(y)$ Ou polonge van philodicité: $E_{ZZ}^{\dagger}(y) = \sum_{k=1}^{+\infty} A_k \sin \frac{k}{\xi} y$

 $Ab_{e} = \frac{1}{E} \int_{-E}^{E} \tilde{E}_{2e}^{\ddagger}(y) \sin \frac{k\pi y}{E} dy' = \frac{2}{E} \int_{0}^{E} \tilde{E}_{2e}^{\ddagger}(y) \sin \frac{k\pi y}{E} dy'$



$$e_{z}(z,y) = \underbrace{\underset{k=1}{\overset{+\infty}{\varepsilon}}}_{k=1} \underbrace{\frac{ch(\mu k x)}{c}}_{h(\mu k \frac{u}{\varepsilon})} \cdot \operatorname{Sim} \frac{k T}{\varepsilon} y \cdot \int \underbrace{E_{z_{2}}^{d}(y)}_{0} \operatorname{Sim} \frac{h T}{\varepsilon} y' dy'$$

on
$$pk^2 = \left(\frac{k\pi}{E}\right)^2 + j\omega\rho\sigma$$

$$E_{2}(x,y) = \underbrace{\sum_{k=1}^{+\infty}}_{k=1} \frac{2}{\epsilon} \frac{ch(\mu k_{2} \times x)}{ch(\mu k_{2} \times \frac{w}{2})} \cdot \underline{Sim} \frac{k_{11}}{\epsilon} y \int E_{2}^{2}(y') \underline{Sim} \frac{k_{11}}{\epsilon} y' dy'$$

$$+ \underbrace{\underbrace{\mathcal{E}}}_{k=1} \underbrace{\frac{2}{W}}_{W} \frac{Sh \mu ky(t-y)}{Sh(\mu ky t)} \sin \frac{kT(x+W)}{W} \underbrace{\mathcal{E}}_{2,1}^{\dagger}(u') \sin \frac{kT(u+W)}{W} du'$$

avec
$$p k x^2 = \left(\frac{k\pi}{E}\right)^2 + j \omega p \delta$$
 et $p k y^2 = \left(\frac{k\pi}{W}\right)^2 + j \omega p \delta$

de projection des conditions aux limites sur un
ensemble de fonctions de base Pi s'exprime sous la
forme:
$$E_{2k}^{f}(x \text{ oug}) = \sum_{i=1}^{Nk} E_{2k,i}^{f} \cdot F_i(x \text{ oug}); \ k=1,2 \text{ ou} 3$$

Les fonctions Pi somt telles que
 $F_i = \begin{cases} 1 \text{ sur le ième segment} \\ 0 \text{ oulleurs} \end{cases}$

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}_{a} \quad discription \quad de \quad la \quad section \quad de \quad ruban, \quad anocicie \quad a \\ & cette \quad projection \quad de \quad conditions \quad aux \quad Limites \quad permet \\ & d'e'cuine : \\ & \quad E_{2}^{i}(x_{m}, y_{m}) = \sum_{i=1}^{N} E_{2,i}^{\dagger} \quad ft_{Ai}(x_{m}, y_{m}; x_{i}, x_{i+n}) \\ & \quad + \sum_{i=n}^{N_{e}} E_{2e,i}^{\dagger} \quad ft_{ei}(x_{m}, y_{m}; y_{i}, y_{i+n}) \\ & \quad + \sum_{i=n}^{N_{e}} E_{2i,i}^{\dagger} \quad ft_{ei}(x_{m}, y_{m}; y_{i}, y_{i+n}) \\ & \quad + \sum_{i=n}^{N_{e}} E_{2i,i}^{\dagger} \quad ft_{ei}(x_{m}, y_{m}; x_{i}, x_{i+n}) \end{aligned}$$

abec :

$$\begin{split} \hat{H}_{II} &= \sum_{k=n}^{\infty} \sin\left[\frac{k}{W}\left(x_{m}+\frac{W}{2}\right)\right] \cdot Sh\left[\hat{p}_{ky}(t-g_{m})\right] \cdot Sh\left(\hat{p}_{ky}t\right)^{-1} \\ \cdot \left[\cos\frac{k}{W}\left(x_{i}+\frac{W}{2}\right) - \cos\frac{k}{W}\left(x_{i+n}+\frac{W}{2}\right)\right] \cdot \left(\frac{k}{2}\right]^{-1} \\ \end{split}$$

,

$$H_{2i} = \sum_{k=n}^{+\infty} sin\left(\frac{k}{t} \frac{W}{t} g_{m}\right) \cdot Ch\left(y_{kx} \frac{w}{m}\right) \left[chy_{kx} \frac{W}{t}\right]^{-1}$$

$$\cdot \left[cos\left(\frac{k}{t} \frac{W}{t} g_{i}\right) - cos\left(\frac{k}{t} \frac{W}{t} g_{in}\right)\right] \cdot \left(\frac{k}{t} \frac{W}{t}\right)^{-1}$$

$$A_{3i} = \sum_{k=1}^{+\infty} \sin \frac{k\pi}{w} \left(x_{m} + \frac{w}{e} \right) - Sh\left(p_{ky} y_{m} \right) \left[Sh\left(p_{ky} t \right) \right]^{-1} \\ \cdot \left[\cos \frac{k\pi}{w} \left(x_{i+} \frac{w}{e} \right) - \cos \frac{k\pi}{w} \left(x_{i+1} + \frac{w}{e} \right) \right] \cdot \left(\frac{k\pi}{e} \right)^{-1}$$

$$at'equation intégrale suivante :$$

$$E_{z}^{f} = E_{z}^{ext} + \int \sigma_{g}(x, y, z', y') E_{z}^{i}(x', y') dz' dy'$$

devicent dans ces conditions:

$$E_{2}^{4}(x_{i}, y_{i}) = E_{z}^{ext} + \sum_{m=1}^{N} \sigma g(x_{i}, y_{i}, x_{m}, y_{m}) E_{z_{m}}^{i} S_{m}$$

$$S_{m} \text{ correspond à l'aire de la mième division intere.}$$

$$Ta \quad fonction de Green g de notre problème s' identifie au cas d'une lique de courant située au dernes d'une plan de marse à pertes*, elle s'exprime pr$$

$$H_{I} - f$$

$$g(z_{i}, y_{i}, z_{m}, y_{m}) = \frac{j \omega p_{o}}{2 \pi} \left[ln \left[\frac{(z_{i} - z_{m})^{2} + (y_{i} - y_{m})^{2}}{(z_{i} - z_{m})^{2} + (y_{i} + y_{m})^{2}} \right]^{1/2} \right]$$

+
$$\int \frac{-2e}{M_0 + M_2} \cdot \frac{-40 \text{ yi}}{e} \cdot \cos \lambda (x_i - x_m) \text{ old}$$

avec
$$M_0 = \left[\lambda^2 - \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \right]^{1/2}$$

 $M_c = \left[\lambda^2 + j \omega \mu_0 \sigma \right]^{1/2}$

* J.R. Wait: "Electromagnetic waves in stratified media.", Pergamon Press, 1970.



figure a2.1 : évolution simplifiée des premières fonctions de base utilisées pour la densité de courant Jx.



figure a2.2 : évolution simplifiée des premières fonctions de base utilisées pour la densité de courant Jz.

annesce 2

Fonctions de base de la figne coplanaire :
Ces fonctions relatives à Joc et Jz sont
ellestrées, respectivement, figures az 1 et az e
Elles out pour esupression :

$$\begin{aligned}
J_{2,1} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{T_{2(n-h)}(w)}{\sqrt{1-w^{2}}} \quad \text{avec } w = \frac{2\pi}{5} ; |x| < \frac{5}{2} \\
J_{2,1} = 0 \quad ailleurs
\end{aligned}$$

$$\begin{cases} \overline{J}_{2,p}^{2} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\overline{T}_{2n-1}(\omega)}{\sqrt{1-\omega^{2}}} \quad \text{avec } \omega = \frac{2\pi}{S_{1}}, \forall \pm \frac{S}{2} \leq |x| \leq |\psi| \leq \frac{1}{2}, \\ \overline{J}_{2,p}^{2} = 0 \quad \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{Z_3} = \sum_{m=n}^{\infty} \frac{T_{2(m-1)}(\omega)}{\sqrt{1-\omega^2}} & \text{avec } \omega = \frac{2\pi}{S_n}, \forall + \frac{5}{2} < |\pi| < \forall + \frac{5}{2} + 5 \\ J_{Z_3} = 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

$$\begin{cases} J_{x_1} = \sum_{m=n}^{\infty} \bigsqcup_{x_m} (\omega) \quad \text{avec } \omega = \frac{2\pi}{5} ; \quad |x| \le \frac{5}{5} \\ J_{x_1} = 0 \quad \text{aillouns} \end{cases}$$

•

-

$$\left\{ \begin{array}{l} J_{x_{3}} = \sum_{m=n}^{\infty} I_{2m}(\omega) \quad \text{avec } \omega = \frac{2\pi}{S_{1}}; \ \forall + \frac{S}{2} < |z| < \forall + \frac{S}{2} + \frac{S}{2} \\ J_{x_{3}} = o \quad \text{ailleuro} \end{array} \right.$$

``·····

BIBLIOGRAPHIE PERSONNELLE

RAPPORT DE CONTRAT:

[1] HURET F.,<u>KINOWSKI D.</u>, PRIBETICH P.,KENNIS P.
 Etude théorique de l'interêt potentiel des supraconducteurs pour les transistors à effet de champs et circuits microondes.
 Rapport DRET n° 89058 Décembre 1989

COMMUNICATIONS INVITEES:

[1] HURET F.,<u>KINOWSKI D.</u>, PRIBETICH P., KENNIS P., SEGUINOT C.

Superconducting microwave planar lines modelization 3rd Asia Pacific Microwave Conference, WORKSHOP OF MICROWAVE SUPERCONDUCTIVITY, Septembre 1990, TOKYO

[2] SEGUINOT C.,<u>KINOWSKI D.</u>,PRIBETICH P.,KENNIS P.

Analytical modelization and theoretical analysis of superconducting coplanar lines Special Issue of Journal of Electromagnetic waves and Applications (JEWA) 1991

PUBLICATIONS:

[1] HURET F.,<u>KINOWSKI D.</u>, PRIBETICH P.,KENNIS P.

Spectral domain analysis of a microstrip thin superconducting line laid on GaAs substrate Microwave and Optical Technology letters,vol.2,n°6, pp205-208, Juin 1989

[2] KINOWSKI D., HURET F., PRIBETICH P., KENNIS P.

Spectral domain analysis of a coplanar superconducting line laid on multilayered GaAs substrate

Electronics Letters,vol.25,n°12,pp788-789,Juin 1989

[3] HURET F., KINOWSKI D., PRIBETICH P., KENNIS P.

Addition to spectral domain analysis of a microstrip thin superconducting line laid on GaAs substrate

Microwave and Optical Technology letters,vol.2,n°11,pp378-380, Novembre 1989

[4] <u>KINOWSKI D.</u>, SEGUINOT C., PRIBETICH P., KENNIS P.

Transmission line model for superconducting coplanar lines Electronics Letters,vol.26,n°2,pp148-149,Janvier 1990

[5] KINOWSKI D., HURET F., PRIBETICH P., KENNIS P.

Influence des supraconducteurs sur les caractéristiques de propagation de lignes planaires pour circuits intégrés microondes Annales des Télécomm., vol.45, n°5-6, Mai 1990, pp.1-10 [6] <u>KINOWSKI D.</u>, HURET F., SEGUINOT C., PRIBETICH P., KENNIS P. *Performances of superconducting interconnections* Microwave and Optical technological Letters, vol.3, n°10, pp338-341, Octobre 1990

[7] PALECZNY E., <u>KINOWSKI D.</u>, LEGIER J.F., PRIBETICH P., KENNIS P. Comparison of full wave approaches for determination of microstrip conductor losses for MMIC applications Electronics Letters,vol.26,n°25, pp 2076-2077, Décembre 1990

[8] <u>KINOWSKI D.</u>, PRIBETICH P., KENNIS P. Finite element analysis of superconducting microstrip lines for MMIC applications Microwave and Optical technological Letters,vol. 5, n°8,pp 369-371, Juillet 1992

COMMUNICATIONS:

[1] F. HURET, <u>D. KINOWSKI</u>, C. SEGUINOT, P. PRIBETICH, P. KENNIS Influence des supraconducteurs sur les caractéristiques de propagation de la ligne microruban pour circuits intégrés micoondes J.N.M., Montpellier, pp 173-174, 22-23 Juin 1989

[2] HURET F., KINOWSKI D., PRIBETICH P., KENNIS P.

Influence of superconductor on properties of microstrip lines laid on semiconductor substrate

International Symposium on antennas and propagation, TOKYO, JAPON, Août 1989

[3] HURET F., SEGUINOT C., KINOWSKI D., PRIBETICH P., KENNIS P.

Analyse des phénomènes de diaphonie sur des circuits intégrés: influence des rubans supraconducteurs

3ème journées nationales microélectroniques et optoélectroniques III-V,AUSSOIS,Mars 1990

[4] KINOWSKI D., HURET F., PRIBETICH P., KENNIS P.

Influence of superconductor on the properties of coplanar lines laid on semiconductor substrate

MIOP 90', STUTTGART 1990, Avril 1990

[5] HURET F., KINOWSKI D., SEGUINOT C., KENNIS P., PRIBETICH P.

Influence of the superconductor strip on the performance of interconnections laid on insulating and MIS substrate

MIOP 90', STUTTGART 1990, Avril 1990

[6] HURET F.,<u>KINOWSKI D.</u>,SEGUINOT C.,KENNIS P.,PRIBETICH P. Analysis of the propagation of superconductor coupled microstrip lines URSI-AP-S I.E.E.E. international symposium,DALLAS,Mai 1990

[7] <u>KINOWSKI D.</u>, SEGUINOT C., PRIBETICH P., KENNIS P. New analytical model of superconducting coplanar lines for MMIC 's URSI -AP-S I.E.E.E. international symposium, DALLAS, Mai 1990

[8] HURET F., SEGUINOT C., KINOWSKI D., KENNIS P., PRIBETICH P.

Modelling of superconducting interconnections and analysis of crosstalk, propagation delay and pulse distorsion in highspeed GaAs logic circuits European Microwave Conference, BUDAPEST, Septembre 1990

[9] <u>KINOWSKI D., SEGUINOT C., PRIBETICH P., KENNIS P.</u> New analytical model of superconducting coplanar lines for MMIC's
3rd Asia-Pacific Microwave Conference (APMC90), Tokyo, Japon, 18-21 Septembre 1990, pp 601-605.

[10] <u>KINOWSKI D.</u>, SEGUINOT C., PRIBETICH P., KENNIS P. Influence des supraconducteurs sur les caracteristiques de lignes planaires couplées pour circuits MMIC Journées Nationales Microondes, Grenoble, Mars 1991

[11] PALECZNY E., <u>KINOWSKI D.</u>, LEGIER J.F., PRIBETICH P., KENNIS P. On the comparison of full wave approaches to determine microstrip conductor losses for MMIC applications UPSI APS JEEE international symposium London Canada Juin 1991

URSI - AP-S I.E.E.E. international symposium, London, Canada, Juin 1991.

[12] <u>KINOWSKI D.</u>, PALECZNY E., LEGIER J.F., KENNIS P., PRIBETICH P Outils de simulation des pertes métalliques de lignes planaires utilisées en technologie monolithique microonde

Numelec 92, Grenoble, Mars 1992.

