

50376
1992
304

61083

50376
1992
304

N° d'ordre : 1017

THÈSE

Présentée à l'Université des Sciences et Technologies de Lille

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Spécialité : Mécanique

Par

Jean POLO

**APPLICATION D'ENGRENAGES A COURBES PRIMITIVES NON
CIRCULAIRES A L'EQUILIBRAGE DE MACHINES**



Soutenu le 16 Décembre 1992 devant la commission d'examen

Membres du jury:

Rapporteurs :

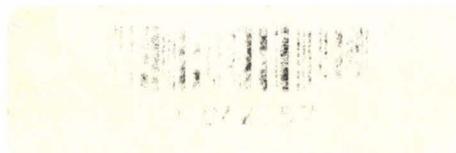
ANDRZEJEWSKI J.
LASSAU G.

Professeur à l'ESEM Orléans
Professeur au CNAM Paris

Examineurs :

BARRAND J.P.
BOUCHET J.
BUISINE D.
CAIGNAERT G.
CASTELAIN J.M.

Professeur à l'ENSAM Lille
P.D.G. de la société "L.P.S"
Professeur à l'USTL
Professeur à l'ENSAM Lille
Professeur à l'ENSIMEV



AVANT-PROPOS

Cette étude a été réalisée au Laboratoire de Mécanique du Centre de Lille de l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers (ENSAM), dirigé par Monsieur le Professeur BARRAND, à qui j'exprime ma reconnaissance pour l'accueil qu'il m'a réservé et pour avoir accepté de faire partie du jury.

Que Monsieur le Professeur CAIGNAERT, directeur de thèse, trouve ici l'expression de toute ma gratitude pour son aide efficace tant au cours du développement de l'étude que lors de la rédaction de ce document ; sa disponibilité a grandement facilité ma tâche.

Je remercie vivement Monsieur le Professeur ANDRZEJEWSKI de l'Université d'Orléans et Monsieur le Professeur LASSAU du Conservatoire National des Arts et Métiers de Paris, d'avoir accepté la mission de rapporteur.

J'exprime également ma reconnaissance à Monsieur BOUCHET, Président Directeur Général de la Société "Les Procédés SPILOG" et inventeur de l'engrenage SPILOG, à Monsieur le Professeur CASTELAIN de l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Mécanique Energétique de Valenciennes et à Monsieur le Professeur BUISINE de l'Université des Sciences et Technologies de Lille de me faire l'honneur de participer au jury.

Les mesures et leur traitement, ainsi que toute la modélisation numérique, ont été effectués avec du matériel de l'Ecole Supérieure des Techniques Industrielles et des Textiles (ESTIT).

Cette étude s'inscrit dans le cadre du développement, au sein de l'ESTIT, d'un pôle de recherche en mécanique sur des thèmes susceptibles d'applications dans l'industrie textile.

L'équilibrage des machines est un sujet d'actualité, mais les innovations dans ce domaine de la mécanique sont choses relativement rares. L'opportunité d'une invention pouvant avoir des applications dans l'équilibrage des machines à mouvement alternatif (nombreuses dans le textile) a permis de développer cette recherche.

Que Monsieur AVRIN, Directeur de l'ESTIT, soit vivement remercié pour ses encouragements et pour m'avoir donné les possibilités de mener à bien ces travaux.

Qu'il me soit permis de remercier les professeurs de l'ENSAM qui ont apporté leur concours à la réalisation de cette étude, en particulier :

Monsieur LE BORZEC, pour ses compétences dans le domaine des engrenages,

Monsieur PENEL, pour l'intérêt qu'il a pris à ce travail et pour les conseils qu'il m'a prodigués,

Monsieur DEFRETIN, Responsable du Laboratoire d'Usinage Mécanique, pour la réalisation du montage d'essai.

Il m'est particulièrement agréable de remercier tous mes collègues de l'ESTIT pour leur amical soutien, en particulier Monsieur DUPONT, professeur d'automatisme, pour l'aide précieuse qu'il m'a apportée dans le domaine de la mesure, ainsi que Monsieur DEFFONTAINES, professeur d'électronique, pour m'avoir fait bénéficier de ses connaissances pour résoudre certains problèmes rencontrés au cours de cette étude.

Je tiens à remercier chaleureusement Madame ROBBE pour la disponibilité souriante avec laquelle elle a procédé à la mise en forme de ce document.

Ma gratitude va également aux techniciens du laboratoire et de l'atelier de mécanique de l'ENSAM pour leur participation active à la réalisation pratique de la machine d'essai, notamment Monsieur Marcel STEVENAERT et Monsieur DESIMPELAERE.

TABLE DES MATIERES

Notations et abréviations	1
Introduction	3
Chapitre 1 : Présentation générale de l'équilibrage de machines alternatives	5
1. Généralités - Limites de l'étude	5
2. But et intérêt de l'équilibrage des machines	6
3. Etude générale de l'équilibrage	9
3.1. Analyse du comportement dynamique d'une machine	9
3.1.1. Hypothèses et notations	9
3.1.2. Cas où la machine est liée rigidement à son support	11
3.1.3. Cas où la machine est liée élastiquement à son support	14
3.2. Dispositions envisagées pour réaliser un équilibrage partiel ou total d'une machine alternative	15
3.2.1. Immobilisation du centre d'inertie	15
3.2.2. Moyens communément utilisés pour régulariser la vitesse lorsque le couple appliqué est constant	17
3.2.3. Dispositif proposé pour régulariser la vitesse à couple constant	20
3.2.4. Equilibrage du moment dynamique	23
4. Conclusion du premier chapitre	25
Chapitre 2 : Application à l'équilibrage d'un moteur diesel	27
1. Définition de l'engrenage SPILOG	27
2. Application du procédé SPILOG à l'équilibrage des moteurs à combustion interne	31
2.1. Intérêt du procédé	31
2.2. But de l'étude	33

2.3. Choix du moteur d'essai	33
3. Détermination du dispositif d'équilibrage	36
3.1. Méthode	36
3.2. Obtention des courbes roulantes	39
3.2.1. Calcul de la fonction $F(\theta)$	40
3.2.2. Calcul de $r_m(\theta)$, $r_s(\theta)$, θ_s	43
3.3 Influence de différents paramètres sur la forme des courbes roulantes	49
4. Modélisation du couple moteur	52
4.1. Objectifs et hypothèses	52
4.2. Généralités sur l'évolution thermodynamique des gaz dans le cylindre	55
4.3. Etude des phénomènes physiques associés à l'évolution thermodynamique des gaz	59
4.3.1. Détermination du volume du cylindre ; définitions	60
4.3.2. Flux thermique échangé entre le fluide en évolution dans le cylindre et l'extérieur	61
4.3.3. Ecoulement au travers des soupapes	63
4.3.3.1. Loi de levée des soupapes	63
4.3.3.2. Calcul de la section de passage des gaz entre tête et siège de soupape. Coefficient de débit	64
4.3.3.3. Etude de l'écoulement des gaz	65
4.4. Etude des différentes phases du cycle thermodynamique	69
4.4.1. Phase d'aspiration	69
4.4.2. Phase de compression	71
4.4.3. Phase de combustion-détente	72
4.4.3.1. Hypothèses - Description du processus	72
4.4.3.2. Ecriture des relations énergétiques	74
4.4.3.3. Evolution de la composition des gaz brûlés	78

4.4.3.4. Calcul des dérivées des composants des gaz brûlés par rapport à θ .	80
4.4.3.5. Loi d'acquisition de chaleur	82
4.4.4. Phase de refoulement	84
4.5. Simulation numérique du cycle complet	85
4.6. Calcul du couple moteur	87
5. Modélisation du couple résistant	88
5.1. Choix du modèle	88
5.2. Calcul des efforts de liaison en négligeant les frottements	90
5.3. Modifications apportées par le frottement	94
5.4. Etude du système avec frottement	95
5.5. Expression du couple résistant dans l'équation générale du mouvement du moteur	98
6. Détermination des valeurs numériques des paramètres. Possibilités offertes par le modèle	99
6.1. Obtention des paramètres décrivant la configuration géométrique du moteur.	100
6.2. Mesure du débit de la pompe d'injection - Loi d'injection	101
6.3. Obtention des paramètres thermodynamiques	103
6.4. Utilisation du modèle	109
6.4.1. Détermination des couples sur le vilebrequin, à vitesse constante	110
6.4.2. Détermination des courbes roulantes	113
6.4.3. Prévion du comportement du moteur muni du dispositif d'équilibrage à une vitesse quelconque.	114
7. Détermination de l'engrenage SPILOG	116
7.1. Considérations générales sur la conception de la denture	116
7.2. Implantation de la denture	117
7.3. Calcul de résistance de l'engrenage et dimensionnement	118

7.3.1. Calcul de la pression de contact	120
7.3.2. Calcul des contraintes de flexion	122
8. Conception et réalisation du système d'équilibrage	124
8.1. Fabrication de l'engrenage	124
8.2. Description du système d'équilibrage	124
Chapitre 3 : Essais - Analyse et exploitation des résultats	126
1. Description du système de mesure	126
2. Conduite des essais	127
3. Validation du modèle du moteur non équilibré	129
4. Résultats d'essais du moteur muni du système d'équilibrage. Examen des courbes obtenues	134
5. Analyse des résultats	140
5.1. Traitement des signaux	140
5.2. Etude fréquentielle	142
6. Elaboration d'un modèle "élastique"	156
7. Résultats obtenus avec le modèle "élastique". Commentaires	159
8. Sensibilité du système à un décalage angulaire entre le moteur et le dispositif d'équilibrage	168
Chapitre 4 : Performances du système d'équilibrage	169
1. Validation de l'étude théorique du dispositif d'équilibrage	169
2. Exploitation du système d'équilibrage pour diminuer la vitesse de ralenti du moteur	172
3. Influence du dispositif d'équilibrage sur le coefficient d'irrégularité	176
3.1. Evolution du coefficient d'irrégularité en fonction de la vitesse moyenne	177
3.1.1. Moteur sans dispositif d'équilibrage	177
3.1.2. Comparaison des coefficients d'irrégularité du moteur avec et sans dispositif d'équilibrage, à inertie équivalente.	178

3.2. Evolution du coefficient d'irrégularité en fonction de l'inertie équivalente	180
4. Discussion des résultats. Commentaires	182
4.1. Equilibrage du mouvement de rotation	182
4.2. Couple de basculement sur le système d'essai	185
4.3. Critique du montage d'essai - Propositions de modification de sa conception	186
5. Conclusion	188
Bibliographie	191

Principales notations et abréviations utilisées dans le chapitre 2.

a	entraxe
C_p	chaleur massique à pression constante (J/(kg.K))
C_v	chaleur massique à volume constant (J/(kg.K))
c	vitesse des gaz
D	alésage
DV	degré vilebrequin : unité d'angle dont tourne le vilebrequin
$e_j(T)$	énergie interne molaire relative
e_o	énergie interne molaire à 0K
f	coefficient de frottement piston/cylindre
g	coefficient de frottement dans l'embellage
h	coefficient de transfert thermique
h_m	levée maximale des soupapes
$h_{mj}(T)$	enthalpie molaire relative de l'espèce j
h_{oj}	enthalpie molaire à 0K
h_{ia}	enthalpie génératrice de l'écoulement dans la tubulure d'admission
h_{ie}	enthalpie génératrice de l'écoulement dans la tubulure d'échappement
I, I_v	moments d'inertie
I_b	moment d'inertie de la bielle par rapport à un axe parallèle à ses alésages et passant par son centre d'inertie
L	longueur de la bielle
L_1	distance entre centre d'inertie et axe de l'alésage du pied de la bielle
m	nombre d'atomes d'hydrogène dans la formule moyenne du gazole
m_p	masse du piston
m_b	masse de la bielle
M	masse de fluide dans le cylindre
M_r	masse résiduelle de gaz dans le cylindre
M_1	masse de gaz frais dans le cylindre
M_2	masse de gaz brûlés dans le cylindre
n	nombre d'atomes de carbone dans la formule moyenne du gazole
P	pression des gaz dans le cylindre.
P_o	pression dans le carter du moteur
Q^*	flux de chaleur
$r_{mr} r_s$	rayons des courbes roulantes au point de contact
R	constante universelle des gaz : 8,3143 J/(mole.K), rayon de manivelle du vilebrequin
R_{axe}	rayon de l'axe du piston
$R_{maneton}$	rayon du maneton du vilebrequin
S	section de conduite

T	température des gaz dans le cylindre, énergie cinétique
$u(T)$	énergie interne massique relative
u_o	énergie interne massique à 0K
V	volume
w	nombre de moles de carburant par kg de mélange réel dans le cylindre
w_{ej}	nombre de moles de l'espèce j par kg de mélange gazeux
w_f	nombre de moles de carburant par kg de mélange air+carburant
w_m	nombre total de moles par kg de mélange gazeux
w_{nj}	nombre de moles de l'espèce j par kg de gaz neufs à l'aspiration
w_{rj}	nombre de moles de l'espèce j par kg de gaz résiduels à l'aspiration
θ	position angulaire du vilebrequin
φ	angle obtus de l'inclinaison de la bielle sur l'axe du cylindre
τ	taux de compression volumétrique
\emptyset	richesse
γ	rapport des capacités thermiques, accélération
ρ	masse volumique des gaz
ω	vitesse de rotation du vilebrequin
Γ	couple

Indices :

a	relatif à l'admission
c	relatif au col (au droit de la soupape)
e	relatif à l'échappement
f	frottement
m	moteur
r	relatif à l'extérieur

Pour respecter la norme typographique en vigueur, nous avons choisi de représenter les vecteurs en caractères gras, non surmontés de flèches.

INTRODUCTION

La recherche de meilleures performances des machines est généralement liée à des notions de productivité, d'économie d'énergie ou de fiabilité, mais elle peut aussi être initiée par des contraintes relatives à la qualité de l'environnement, qu'il s'agisse d'ergonomie, de confort des véhicules routiers ou de taux d'émission de produits polluants par exemple.

A l'heure actuelle, cette recherche est stimulée par le développement des moyens de calcul qui permettent la mise en oeuvre plus aisée d'idées nouvelles et l'optimisation des solutions.

Le fonctionnement des machines est notamment conditionné par leur comportement dynamique : vitesse d'évolution et douceur de marche sont des facteurs étroitement liés à leurs performances.

Or, la douceur de fonctionnement (caractérisée en général par l'absence de vibrations ou de variations sensibles dans les efforts ou les mouvements transmis par la machine à son environnement) est fonction de la qualité de l'équilibrage du mécanisme mis en oeuvre. Pour cette raison, il est souhaitable que les machines soient équilibrées le mieux possible dès leur conception, par exemple par un agencement judicieux des masses en mouvement : ceci est particulièrement vrai pour les machines à mouvement alternatif.

Mais il est rarement possible de réaliser l'équilibrage souhaité (même partiel) sans l'adjonction à la machine proprement dite d'un mécanisme spécifique.

Le travail que nous présentons a pour objet l'étude d'un système spécifique destiné à régulariser le mouvement de rotation de l'arbre d'entraînement d'une machine alternative, au moyen d'un volant d'inertie tournant à vitesse variable par rapport à cet arbre. La transmission du mouvement entre l'arbre de la machine et le volant compensateur est réalisée par l'exploitation du brevet SPILOG [1].

L'application de ce dispositif d'équilibrage est faite à un moteur diesel monocylindrique atmosphérique.

Dans le premier chapitre, nous présentons une étude générale de l'équilibrage des machines alternatives.

Dans le second chapitre, après avoir défini la denture SPILOG, nous déterminons le dispositif d'équilibrage du moteur à l'aide d'une modélisation des couples mis en jeu dans le système.

Le troisième chapitre rend compte de l'aspect expérimental de l'étude. Nous y analysons les résultats des essais, et nous les interprétons de façon à mettre en évidence la nature des phénomènes qui régissent le comportement du système.

L'étude des performances du dispositif d'équilibrage est réalisée dans le quatrième chapitre, qui comporte également un examen critique du montage expérimental.

Chapitre 1

Présentation générale de l'équilibrage de machines alternatives.

1. GENERALITES - LIMITES DE L'ETUDE

Les machines considérées dans cette étude peuvent être motrices ou réceptrices ; elles comprennent les éléments suivants :

- un bâti,
- un "équipement mobile" constitué de l'ensemble des pièces mobiles, dont certaines sont liées au bâti.

Cet ensemble est destiné à mettre en oeuvre le processus technologique pour lequel la machine a été conçue. Par exemple, dans le cas d'un moteur à combustion interne, l'équipage mobile est constitué par l'embellage, l'arbre à cames et sa pignonnerie de commande, les soupapes et leur tringlerie de commande, etc... Le processus technologique est ici la transmission de la puissance due à l'explosion des gaz dans les cylindres jusqu'au vilebrequin.

- un organe de commande qui transmet la puissance entre la machine et le milieu extérieur (le vilebrequin dans l'exemple ci-dessus). Dans la très grande majorité des cas, il s'agit d'un arbre de transmission animé d'un mouvement de rotation.

Le bâti est fixé à un support appartenant au milieu extérieur. Ces machines sont en général modélisées par un mécanisme à un degré de liberté [2].

2. BUT ET INTERET DE L'EQUILIBRAGE DES MACHINES

D'une façon générale, le but de l'équilibrage est de conférer aux machines une marche tranquille.

Selon une définition couramment énoncée ([3], p.4, [4], p.5), une machine est dite "parfaitement équilibrée" si les actions de liaison entre le bâti de la machine et son support restent constantes lors du fonctionnement.

Ceci n'implique pas forcément que le couple appliqué à l'arbre de commande soit constant, ou que sa vitesse soit constante ([5], p.390).

Cette définition concerne essentiellement le comportement du bâti de la machine par rapport à son support : aucune vibration n'est transmise par le bâti au support fixe.

Les avantages qui en découlent peuvent être, pour les machines industrielles, une marche plus silencieuse, des conditions de travail plus agréables dans leur voisinage ; en outre, ces machines peuvent, dans certains cas, ne pas être scellées au sol et leur bâti peut éventuellement être réalisé de façon plus légère.

Toutefois, nous montrons dans la suite de l'étude qu'il est souvent difficile et coûteux de réaliser un équilibrage parfait. Aussi se contente-t-on dans de nombreux cas d'un équilibrage partiel judicieux, qui ne concerne que les éléments les plus gênants pour la bonne marche de la machine.

Ainsi, dans les moteurs d'automobile de haut de gamme à quatre cylindres, ce sont essentiellement les efforts de pilon (dûs au mouvement des pistons) qui sont équilibrés. Le confort des passagers s'en trouve accru par suite de la diminution des vibrations transmises à l'habitacle. De plus, ces moteurs peuvent tourner plus vite que des moteurs semblables mais non équilibrés en raison d'une meilleure répartition des efforts au sein du mécanisme, notamment au niveau des liaisons entre l'équipage mobile et le bloc moteur.

Il faut noter, en outre, que les machines imparfaitement équilibrées sont parfois montées sur des supports souples qui autorisent un déplacement limité du bâti autour de sa position d'équilibre en régime établi ; l'amplitude de variation des efforts de liaison en est ainsi diminuée.

Un autre aspect envisageable de l'équilibrage des machines, qui n'est pas explicitement évoqué dans la définition donnée plus haut, concerne la régularisation de la vitesse de rotation de l'arbre de la machine ou du couple transmis par lui.

Rappelons que l'on caractérise habituellement l'irrégularité de mouvement de la machine fonctionnant en régime établi par la quantité δ , coefficient d'irrégularité, définie ainsi [2] :

$$\delta = \frac{\text{vitesse angulaire maximale} - \text{vitesse angulaire minimale}}{\text{vitesse angulaire moyenne}}$$

La vitesse de rotation peut être régularisée par un volant d'inertie placé sur l'arbre de la machine : c'est la solution universellement adoptée sur les presses d'emboutissage ou les moteurs thermiques par exemple.

Toutefois, cette façon de procéder est inefficace dans certains cas : lorsque la valeur du moment d'inertie du volant compensateur devient trop importante, le fonctionnement de la machine peut en être affecté. C'est le cas pour les moteurs à combustion interne utilisés pour la propulsion des véhicules ; une vitesse de fonctionnement au ralenti très faible (qui nécessite donc un volant d'inertie important) est inconciliable avec une montée en régime suffisamment rapide du moteur lors des accélérations du véhicule. Pour tourner la difficulté, un constructeur de motos (SUZUKI, [6]) utilise un volant d'inertie débrayable au-delà de 2500 min⁻¹.

Il peut aussi être nécessaire de régulariser le couple au sein d'une transmission entre le moteur et la machine entraînée. Dans certains cas, les volants d'inertie ne sont d'aucun secours [7] : s'ils régularisent la vitesse, les variations de couple restent importantes.

Par exemple, une transmission entraînant un système bielle-manivelle à vitesse rapide peut être soumise à des inversions de sens du couple transmis en raison des variations des quantités d'accélération mises en jeu dans l'équipage mobile.

Il peut alors être utile de compenser les irrégularités de couple et de vitesse par un dispositif spécifique d'équilibrage du mouvement de la machine.

3. ETUDE GENERALE DE L'EOUILBRAGE

3.1. Analyse du comportement dynamique d'une machine

3.1.1. Hypothèses et notations

Considérons une machine conforme à la description donnée au § 1, chap.1, selon le schéma de la figure 1 :

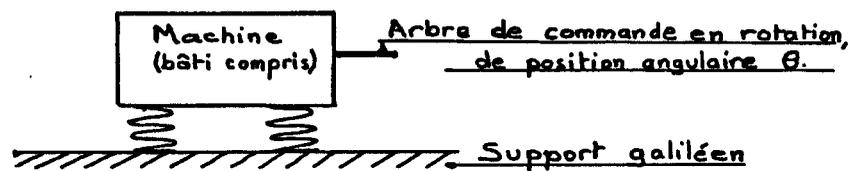


Figure 1

Par application du principe fondamental de la dynamique à la machine, nous pouvons écrire :

$$\{S\} + \{P\} + \{\Gamma\} = \{A\} + \{B\}$$

avec :

- $\{S\}$: Torseur associé aux actions du support sur le bâti ;
- $\{P\}$: Torseur associé aux actions de la pesanteur sur la machine ;
- $\{\Gamma\}$: Torseur associé aux autres actions exercées sur la machine (notamment au couple exercé sur l'arbre de la machine) ;
- $\{A\}$: Torseur dynamique correspondant au mouvement des parties mobiles par rapport au bâti ;
- $\{B\}$: Torseur dynamique correspondant au mouvement du bâti (et des pièces qui lui sont rigidement liées) lorsque la machine est attachée élastiquement à un support galiléen. $\{B\}$ contient donc les termes "d'entraînement" et de "Coriolis" dus au mouvement des parties mobiles par rapport au bâti.

* En toute rigueur, le torseur $\{A\}$ des quantités d'accélération tient compte non seulement du mouvement des pièces solides constituant le mécanisme, mais encore du mouvement éventuel de fluides au sein de la machine (huile, gaz dans le cas des moteurs). Toutefois, dans la suite de l'étude, nous adoptons l'hypothèse selon laquelle la contribution du mouvement des fluides dans la machine au torseur dynamique est négligeable.

* Nous faisons l'hypothèse que le mouvement de rotation de l'arbre de la machine est transmis par un joint souple ; en conséquence, le torseur $\{\Gamma\}$ se réduit au couple C exercé par le milieu extérieur sur l'arbre de la machine :

$$\{\Gamma\} = \{0 \mid C\}$$

* Dans de nombreux cas, le torseur $\{P\}$ associé aux actions de pesanteur peut être négligé soit parce qu'il est constant au cours du temps, soit parce que sa contribution au déséquilibre est faible en regard de celle des autres torseurs. Nous étudions néanmoins au § 3.2.1, chap.1, comment il est possible de l'équilibrer lorsqu'il n'est pas négligeable.

Notons :

$$\{S\} = \{R \mid M_o\}$$

$$\{P\} = \{M g \mid p_o\}$$

$$\{A\} = \{\alpha \mid \delta_o\}$$

avec :

R : Résultante des actions du support sur le bâti ;

M_o : Moment résultant en un point O des actions du support sur le bâti ;

Mg : Résultante des actions de pesanteur ;

p_o : Moment résultant en un point O des actions de pesanteur ;

α : quantité d'accélération totale ;

δ_o : moment dynamique au même point O.

3.1.2. Cas où la machine est liée rigidement à son support

On a alors :

$$\{B\} = \{0\}$$

soit :

$$\mathbf{R} + \mathbf{Mg} = \boldsymbol{\alpha}$$

et :

$$\mathbf{M}_o + \mathbf{p}_o + \mathbf{C} = \boldsymbol{\delta}_o$$

La définition d'une machine équilibrée se traduit par le fait que \mathbf{R} et \mathbf{M}_o ne varient pas au cours du temps.

Il vient, avec \mathbf{p}_o constant :

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{0}$$

$$\boldsymbol{\delta}_o = \mathbf{C} + \text{constante}$$

Cette dernière relation n'implique pas nécessairement que $\boldsymbol{\delta}_o$ et \mathbf{C} soient constants.

Cependant, dans le cas général, $\boldsymbol{\delta}_o$ et \mathbf{C} sont susceptibles de varier indépendamment l'un de l'autre, le couple \mathbf{C} pouvant a priori être quelconque [5]. La machine est équilibrée en régime établi, c'est-à-dire dans des conditions de fonctionnement telles que la moyenne temporelle de la vitesse angulaire est indépendante du temps.

Il s'ensuit que :

$$\mathbf{C} = \text{constante}$$

$$\boldsymbol{\delta}_o = \mathbf{0}$$

Le couple appliqué sur l'arbre de la machine doit donc être constant. Ceci est difficilement réalisable si la vitesse instantanée est variable, même si la machine est entraînée par un moteur à couple constant. En effet, et sauf exception, l'inertie du système mécanique relié à la machine n'est pas négligeable ; toute variation de la vitesse de l'arbre de la machine engendre donc une variation du couple sur cet arbre.

Toutefois, la condition :

$$C = 0$$

est réalisée d'emblée lorsque la machine considérée est un moteur fonctionnant à vide, quelle que soit la vitesse.

La quantité d'accélération totale du mécanisme doit être nulle :

$$\alpha = \sum_{i=1}^n m_i \gamma^{(0)}(G_i) = 0$$

le système mobile étant constitué de n pièces solides de masses m_i , de centres d'inertie G_i , dont l'accélération galiléenne est $\gamma^{(0)}(G_i)$.

Le centre d'inertie G du mécanisme, défini par :

$$\sum_{i=1}^n m_i \mathbf{GG}_i = 0$$

doit donc être fixe par rapport au bâti.

Notons, du reste, que lorsque cette condition est satisfaite, \mathbf{p}_0 est constant et par conséquent aucune hypothèse n'est à faire sur $\{P\}$, torseur associé aux actions de pesanteur.

Pour réaliser l'équilibrage parfait de la machine, il faut en outre que son moment dynamique soit nul.

Si la vitesse angulaire θ' est constante, le moment dynamique des pièces en rotation dans un rapport de vitesses constant avec l'arbre de la machine est nul, pour autant, bien sûr, que ces pièces ne présentent pas de balourd.

En ce qui concerne les pièces animées de mouvements de translation, il est parfois possible de les disposer de telle sorte que leur moment dynamique par rapport au centre d'inertie de la machine soit faible ou nul.

Certaines machines associent deux mécanismes symétriques et contrarotatifs (moteurs en H par exemple). Dans ce cas, les accélérations angulaires des pièces homologues dans l'un et l'autre mécanisme s'annulent deux à deux.

Il est alors possible de réaliser un équilibrage rigoureux de la machine, et ceci quelles que soient la vitesse et l'accélération de l'arbre de commande ; mais il s'agit de cas particuliers d'architecture de machines, d'où l'importance de l'exploitation des symétries dans la répartition des pièces en mouvement.

En résumé, pour qu'une machine, fonctionnant en régime établi, soit parfaitement équilibrée, il suffit d'assurer :

- un couple constant sur son arbre de commande,
- une vitesse de rotation constante de cet arbre,
- une position fixe du centre d'inertie du mécanisme,
- que le moment dynamique galiléen de la machine soit nul.

Pour les machines alternatives, ces conditions sont rarement vérifiées d'emblée et simultanément par le mécanisme qui réalise le processus technologique pour lequel la machine est conçue. Il faut en général lui adjoindre des systèmes spécifiques d'équilibrage, qui sont parfois d'une complexité comparable à celle du mécanisme de base (qui effectue le processus technologique). Le coût afférent risque alors de devenir prohibitif. C'est la raison pour laquelle on réalise souvent des équilibrages partiels, destinés à ne combattre que les effets les plus gênants du déséquilibre.

3.1.3. Cas où la machine est liée élastiquement à son support

Dans ce cas, le torseur dynamique $\{B\}$ correspondant au mouvement du bâti de la machine par rapport à son support fixe n'est pas nul. Si l'on fait l'hypothèse selon laquelle les variations de la quantité d'accélération totale et du moment dynamique du torseur $\{B\}$ restent faibles, on a sensiblement ([4], p.5) :

$$\{A\} + \{B\} = \{0\}$$

Dans cette hypothèse, qui est celle d'un montage "infiniment souple" de la machine sur son support ([5], p. 419), les actions transmises au support par le bâti de la machine sont constantes. On pourrait ainsi créer un équilibrage rigoureux de la machine.

En pratique, il n'est pas possible de concevoir une suspension trop souple de la machine, car alors les oscillations du bâti risquent d'avoir des amplitudes trop importantes, incompatibles avec les liaisons de la machine avec l'extérieur (transmission du couple, raccordement des tuyauteries d'arrivée et de départ de fluides, etc...).

Nous ne développerons pas davantage ce procédé d'équilibrage, par ailleurs connu et étudié, et qui sort du cadre proprement dit de notre étude.

3.2. Dispositions envisagées pour réaliser un équilibrage partiel ou total d'une machine alternative

Nous avons vu (§ 3.1.2, chap.1) les conditions à remplir pour réaliser l'équilibrage d'une machine alternative. Nous examinons dans ce paragraphe les moyens mis en oeuvre pour réaliser chacune de ces conditions.

3.2.1. Immobilisation du centre d'inertie

Dans certains cas, cette condition est remplie en raison de la conception même de la machine : on peut citer l'exemple des moteurs en flat-twin (à deux cylindres opposés à plat). Dans le cas de mécanismes plans, plusieurs méthodes de détermination du centre d'inertie ont été proposées ([2], [8]).

Dans le cas général, il est possible d'ajouter au mécanisme des "masses" judicieusement placées sur l'équipage mobile lui-même ([2], pp. 289-299).

Toutefois, cette solution n'est quasiment jamais adoptée en raison de l'importance des efforts que font naître dans les liaisons les mouvements des "masses d'équilibrage".

On utilise habituellement un dispositif d'équilibrage plus simple, qui ne charge pas les paliers du mécanisme et qui est presque aussi efficace que le précédent : l'équilibrage est réalisé par un ensemble de contrepoids tournant de façon synchrone avec le mécanisme autour d'axes fixes par rapport au bâti.

Supposons qu'on veuille astreindre le centre d'inertie d'un mécanisme à rester dans un plan fixe P.

Soit $D(\theta)$ la distance à P du centre d'inertie. La machine fonctionnant de façon cyclique, $D(\theta)$ est une fonction périodique de θ . Elle peut être décomposée en série de FOURIER de coefficients $A(n)$ et $B(n)$.

En limitant la décomposition aux ordres 1 et 2 (ce qui est généralement suffisant pour obtenir un excellent résultat), on obtient une approximation de $D(\theta)$ sous la forme suivante :

$$D(\theta) \approx \sqrt{A(1)^2 + B(1)^2} \cos\left(\theta + \text{Arctg}\left(\frac{-B(1)}{A(1)}\right)\right) + \sqrt{A(2)^2 + B(2)^2} \cos\left(2\theta + \text{Arctg}\left(\frac{-B(2)}{A(2)}\right)\right)$$

Deux masselottes de masses m_1 et m_2 , tournant respectivement aux vitesses angulaires θ' et $2\theta'$, aux rayons respectifs r_1 et r_2 autour d'axes parallèles à P, sont utilisées pour l'équilibrage, avec des décalages angulaires respectifs φ_1 et φ_2 par rapport à la position $\theta = 0$:

$$m_1 = \frac{M\sqrt{A(1)^2 + B(1)^2}}{r_1}, \quad m_2 = \frac{M\sqrt{A(2)^2 + B(2)^2}}{r_2}$$

$$\varphi_1 = \text{Arctg}\left(\frac{-B(1)}{A(1)}\right) + \pi, \quad \varphi_2 = \text{Arctg}\left(\frac{-B(2)}{A(2)}\right)$$

M étant la masse du mécanisme à équilibrer.

En fait, si l'on veut que le dispositif d'équilibrage n'accroisse pas le déplacement du centre d'inertie dans le plan P, on utilise deux masses $\frac{m_1}{2}$ contrarotatives au lieu de la masse m_1 , et deux masses $\frac{m_2}{2}$ contrarotatives également au lieu de la masse m_2 .

De nombreuses études existent sur ce thème, en particulier en ce qui concerne l'équilibrage des efforts de pilon et de tamis dans les moteurs ([3], [4] et [5]).

Si l'on veut équilibrer les efforts de pesanteur sur le mécanisme, il suffit de choisir le plan P horizontal.

En général, et notamment pour les mécanismes assimilables à des mécanismes plans (ce qui est le cas pour la grande majorité des moteurs à pistons), il suffit d'astreindre le centre d'inertie à rester dans un plan convenablement choisi, de sorte que les déplacements du centre d'inertie dans ce plan soient faibles. Mais rien n'empêche, si cela s'avère nécessaire, de réitérer l'opération ci-dessus relativement à un deuxième plan (non parallèle au premier) dans le cas où le mécanisme n'est pas assimilable à un mécanisme plan.

3.2.2. Moyens communément utilisés pour régulariser la vitesse lorsque le couple appliqué est constant.

L'irrégularité de fonctionnement de la machine, fonctionnant en régime établi, provient du travail fourni pour réaliser le processus technologique mis en oeuvre par la machine, des divers frottements au sein du mécanisme, et des quantités d'accélération des pièces mobiles.

Elle est caractérisée par le coefficient d'irrégularité δ défini au § 2, chap.1.

Lorsqu'on recherche le mouvement le plus régulier possible, il convient tout d'abord de répartir également le long du cycle de fonctionnement les impulsions motrices ou résistantes, autant que faire se peut. Ainsi, par exemple, cette considération détermine la géométrie du vilebrequin d'un moteur à combustion interne à deux cylindres en ligne, à quatre temps : les deux pistons sont généralement animés du même mouvement de façon à donner une impulsion par tour de vilebrequin.

Mais il faut aussi tenir compte du couple créé sur le vilebrequin par les quantités d'accélération des pièces en mouvement : un agencement judicieux de celles-ci permet d'augmenter la régularité de fonctionnement [3].

Notons à ce propos que la méthode utilisée (au § 3.2.1, chap.1) pour fixer le centre d'inertie du mécanisme n'altère en rien la régularité de fonctionnement, puisqu'il s'agit de masses en rotation synchrone avec l'arbre de la machine.

Pour réduire l'irrégularité cyclique de mouvement, on peut aussi utiliser un volant d'inertie. Toutefois, nous avons déjà vu (§ 2, chap.1) qu'une telle solution n'est pas toujours applicable si l'on impose simultanément une valeur maximale du coefficient d'irrégularité et une valeur minimale de l'accélération lors des phases transitoires, pour un moteur de puissance et de charge données par exemple.

Il est également possible, dans certains cas, d'utiliser des dispositifs amortisseurs ou étouffeurs de vibrations des lignes d'arbres [5].

Dans le même ordre d'idées, le principe du "double volant amortisseur" a été récemment développé dans le cadre des moteurs de traction [9].

Un autre dispositif, connu sous le nom de "damper", est constitué d'un volant entraîné par l'arbre au moyen d'un embrayage à friction. Dès que l'accélération angulaire est suffisamment élevée, la friction crée un amortissement qui absorbe de l'énergie. Ce système a été notamment employé pour éviter les régimes de résonance sur les moteurs d'avions.

Les amortisseurs pendulaires sont également utilisés sur les moteurs à pistons ([10], p.128). Ils sont constitués d'un contrepoids lié au vilebrequin par une tringlerie articulée (voir figure 2) :

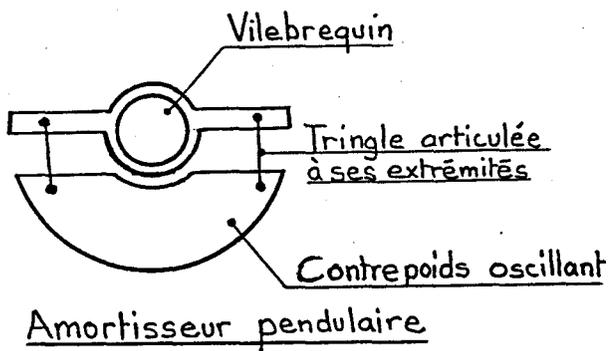


Figure 2

Ces dispositifs sont efficaces quelle que soit la vitesse, dans la mesure où les variations du couple sont sinusoïdales et de faible amplitude. Leur application se limite donc quasi exclusivement aux moteurs multicylindriques, et plus particulièrement au voisinage des fréquences de résonance du vilebrequin.

Ces dispositifs sont inadaptés aux moteurs à nombre réduit de cylindres tournant à basse vitesse par exemple.

3.2.3. Dispositif proposé pour régulariser la vitesse à couple constant

Au lieu d'utiliser un volant fixé sur l'arbre de la machine, de moment d'inertie suffisamment élevé pour que les variations relatives de vitesse soient acceptables, on peut employer un mécanisme entraîné de façon synchrone par l'arbre et dont l'énergie cinétique varie de telle sorte que la vitesse de la machine ainsi équilibrée soit sensiblement constante au cours d'un cycle, en régime établi.

Un tel mécanisme d'équilibrage peut être constitué d'une pièce massive entraînée en translation au moyen d'une came tournant avec la machine. Un mécanisme de ce type est décrit dans la référence [7].

Une autre réalisation, plus simple dans son principe, utilise un engrenage à courbes primitives non circulaires (objet du brevet SPILOG) entraînant un volant d'inertie. La figure 3 montre un exemple d'un tel dispositif. L'engrenage est représenté uniquement par ses courbes primitives tangentes en M pour la position θ de l'arbre de la machine. L'entraxe a est constant.

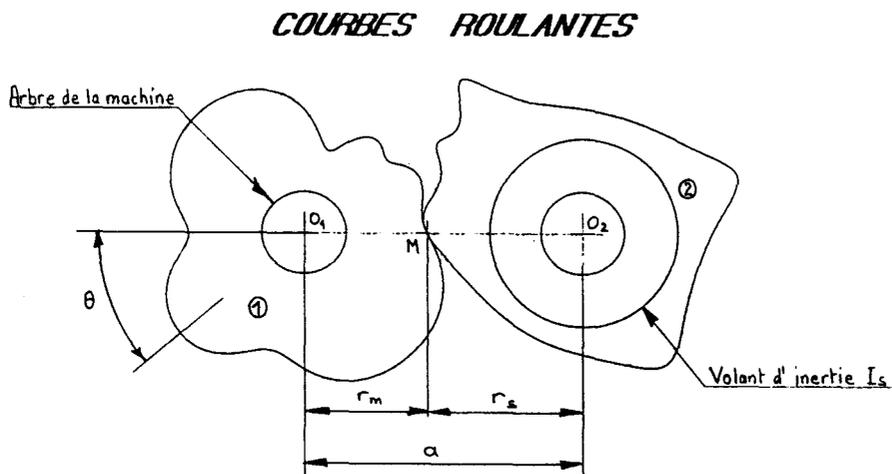


Figure 3

On note :

$$O_1M = r_m(\theta)$$

$$\text{et } O_2M = r_s(\theta)$$

Ecrivons l'équation du mouvement de l'arbre de la machine.

Pour cela, nous pouvons utiliser l'équation de LAGRANGE appliquée au mécanisme et relative à la seule variable θ définissant la position angulaire de l'arbre [11] :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} = C + C_f + C_t$$

avec :

C : coefficient de puissance correspondant au couple extérieur appliqué sur l'arbre de la machine ; C est constant par hypothèse.

C_f : coefficient de puissance correspondant aux efforts de frottement dans le mécanisme.

C_t : coefficient de puissance correspondant aux efforts relatifs à la réalisation du processus technologique mis en oeuvre par la machine.

T : énergie cinétique galiléenne du mécanisme.

Lorsque la machine fonctionne sans dispositif d'équilibrage, l'énergie cinétique peut se mettre sous la forme :

$$T = \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 F(\theta)$$

L'équation du mouvement s'écrit alors :

$$\theta'' F(\theta) + \frac{1}{2} \theta'^2 \frac{d}{d\theta} (F(\theta)) = C + C_f + C_t$$

$F(\theta)$ est déterminé par les caractéristiques géométriques et inertielles du mécanisme, C_f et C_t peuvent être fonctions de θ et de θ' .

Lorsque le dispositif représenté sur la figure 3 est accouplé à la machine, l'équation du mouvement devient :

$$\theta'' (F(\theta) + \left[\frac{r_m(\theta)}{r_s(\theta)} \right]^2 I_s) + \frac{1}{2} \theta'^2 \frac{d}{d\theta} (F(\theta) + \left[\frac{r_m(\theta)}{r_s(\theta)} \right]^2 I_s) = C + C_f + C_t$$

avec I_s le moment d'inertie par rapport à l'axe de la roue 2 du volant supplémentaire, et

$$r_m(\theta) + r_s(\theta) = a.$$

$r_m(\theta)$, $r_s(\theta)$ et I_s peuvent être déterminés (cf § 3, chap.2) en fonction de a et $F(\theta)$ pour que la vitesse angulaire de l'arbre de la machine, θ'_o , soit constante. L'équation du mouvement devient :

$$\frac{1}{2} \theta'_o{}^2 \frac{d}{d\theta} (F(\theta) + \left[\frac{r_m(\theta)}{r_s(\theta)} \right]^2 I_s) = C + C_f + C_t$$

C_f et C_t variant de façon déterminée, cette relation ne peut en général être vérifiée que pour une seule valeur de θ'_o .

Remarquons qu'un tel dispositif d'équilibrage n'affecte pas la position du centre d'inertie du mécanisme : on peut donc équilibrer indépendamment le mouvement du centre d'inertie (en fixant sa position) et le mouvement de rotation de l'arbre de la machine.

3.2.4. Equilibrage du moment dynamique

Nous avons noté au § 3.1.1, chap.1 :

$$\{S\} = \{R \mid M_o\}$$

le torseur associé aux actions du support sur le bâti de la machine. Les composantes de $-M_o$ sont :

- * sur l'axe de l'arbre de la machine : le couple de basculement (encore appelé couple de renversement), l'axe étant contenu dans un plan horizontal ;
- * sur un axe vertical : le couple de lacet ;
- * sur un axe horizontal perpendiculaire à l'arbre : le couple de tangage.

Dans beaucoup de machines (et notamment dans les moteurs à pistons en ligne), il est possible de répartir les pièces en mouvement de sorte que les couples de tangage et de lacet (qui sont essentiellement dûs au moment dynamique) soient nuls. Plusieurs études existent sur ce sujet ([2], [3], [4] et [5]).

Nous avons établi au § 3.1.2, chap.1, que, lorsque le moment résultant en O des actions de pesanteur est nul ou négligeable :

$$\delta_o = C + M_o$$

avec δ_o le moment dynamique en O. Soit u l'axe de l'arbre de la machine ; le couple de renversement est alors :

$$- u.M_o = C - u.\delta_o$$

Prenons l'exemple d'un moteur à cylindres en ligne dont les axes sont dans un plan contenant l'axe du vilebrequin. Si la vitesse de rotation est constante, le moment dynamique des pièces en rotation (volant, vilebrequin, pièces en rotation dans un rapport de vitesse constant avec le vilebrequin), par rapport à l'axe du vilebrequin, est nul. Il en est de même pour les pièces en translation (pistons) dont l'axe de la trajectoire est dans le plan du vilebrequin. Seul intervient le moment dynamique des bielles.

Cependant, dans ces moteurs, il est fréquent que l'agencement de l'équipage mobile soit tel que, à chaque instant, les accélérations angulaires des bielles soient égales et opposées ; elles s'annulent donc deux à deux. Dans ce cas, la composante sur l'axe du vilebrequin du moment dynamique des bielles est nulle et le couple de renversement est égal au couple extérieur C. Le couple C est égal et opposé au "couple moteur" dû aux explosions dans les cylindres (rappelons que le moteur tourne à vitesse constante) ; il n'est évidemment pas constant si les fluctuations du couple moteur ne sont pas équilibrées.

Lorsque le moteur fonctionne à vide, $C = 0$; mais alors la vitesse n'est plus constante, et le moment dynamique des pièces en rotation intervient dans l'évaluation du couple de renversement.

Si le moteur est équilibré par le dispositif décrit au § 3.2.3, chap.1, il convient de tenir compte du moment dynamique dû aux accélérations angulaires du volant d'inertie I_s (figure 3), même lorsque le moteur tourne à la vitesse d'équilibrage θ'_0 constante.

Pour s'en affranchir, on peut imaginer de faire tourner deux volants d'inertie $\frac{I_s}{2}$ à des vitesses constamment égales et opposées, de sorte que la somme de leurs moments dynamiques soit nulle.

4. CONCLUSION DU PREMIER CHAPITRE

Ainsi, en définitive, il est possible de réaliser l'équilibrage complet d'une machine alternative (sous réserve que le couple extérieur appliqué à l'arbre soit constant), d'une part, en fixant son centre d'inertie (par exemple au moyen de masselottes en rotation synchrone), et, d'autre part, en équilibrant le moment dynamique et la vitesse de rotation : on peut utiliser pour cela un volant entraîné par un engrenage à courbes primitives non circulaires.

En fonction de contraintes techniques ou économiques, on peut du reste ne réaliser qu'un équilibrage partiel de la machine. Ainsi, il est possible de n'équilibrer que le mouvement de rotation de la machine, de sorte que sa vitesse instantanée en régime établi soit tout-à-fait constante.

Cet équilibrage n'est guère réalisé actuellement que par l'utilisation d'un volant d'inertie fixé sur l'arbre de la machine, avec les inconvénients déjà cités.

Le système que nous proposons, qui consiste à entraîner un volant de faible inertie par un engrenage à courbes primitives non circulaires, permet en outre l'établissement d'un couple constant dans la transmission jusqu'à la machine, ce qui n'est pas le cas avec un volant classique.

Dans le chapitre suivant de notre étude, nous appliquons ce système d'équilibrage à une machine au fonctionnement très irrégulier : il s'agit d'un moteur monocylindrique à allumage par compression. Le but poursuivi est double : d'une part, il s'agit d'abaisser la vitesse de ralenti de façon sensible, et d'autre part, de réduire le coefficient d'irrégularité de fonctionnement à un régime donné.

Chapitre 2

Application à l'équilibrage d'un moteur diesel.

1. DEFINITION DE L'ENGRENAGE SPILOG

Le procédé SPILOG [1] propose la définition d'une denture pour un engrenage devant assurer un rapport de vitesses angulaires périodiquement variable entre deux arbres parallèles en fonction d'une loi de mouvement imposée.

La loi de mouvement détermine les courbes roulanges respectivement liées à l'arbre mené et à l'arbre menant. Un exemple de telles courbes est montré figure 4 sur laquelle les traces des axes des arbres menant est mené sont respectivement O_1 et O_2 .

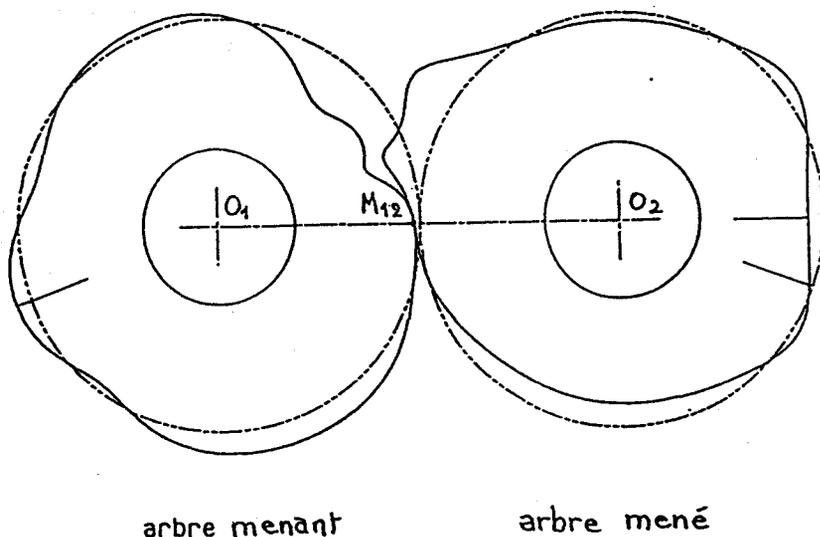


Figure 4

COURBES ROULANTES

Ces courbes constituent la trace dans le plan de la figure des surfaces axoïdes cylindriques du mouvement relatif de l'arbre mené par rapport à l'arbre menant, leur centre instantané de rotation étant M_{12} situé sur la ligne des centres $O_1 O_2$.

Pour que le mouvement de rotation puisse effectivement être transmis de façon continue et dans les deux sens, il peut être intéressant de munir d'une denture les surfaces axoïdes définies ci-dessus. Les surfaces axoïdes deviennent alors les surfaces primitives d'un engrenage.

C'est ce que définit le brevet SPILOG en déterminant une denture qui présente les mêmes caractéristiques constitutives que la denture d'un engrenage circulaire classique, à denture droite, caractéristiques qui permettent notamment d'assurer la continuité de l'engrènement dans les deux sens de rotation, un dimensionnement des dents adapté au couple à transmettre, ainsi que de bonnes possibilités de réalisation industrielle.

Différentes études d'engrenages à primitives non circulaires ont été effectuées (notamment dans la référence [12]), mais elles se limitent à l'utilisation de courbes non circulaires particulières.

Nous envisageons le cas d'une denture extérieure.

La denture est définie de la façon suivante :

Le profil de chaque dent est constitué d'une développante de cercle pour la partie du profil située à l'intérieur de la primitive ; nous l'appelons "flanc" de la dent. Cette développante de cercle est caractérisée par une ligne d'action (support de l'effort au contact entre dents, le contact étant sans frottement) tangente au cercle de base de la développante et passant par le centre instantané de rotation du mouvement relatif. En ce qui concerne le profil de chaque dent situé à l'extérieur de la primitive (nous l'appelons "face" de la dent), il est déterminé de façon unique par le fait qu'il reste tangent au flanc de la dent antagoniste en un point de la ligne d'action.

Lorsque les conditions dynamiques et cinématiques de transmission du mouvement s'y prêtent (c'est-à-dire lorsqu'il n'y a pas de risque d'arc-boutement du système), les primitives peuvent être dépourvues de denture et rouler directement l'une sur l'autre. On dispose donc d'un moyen pour déterminer point par point le profil des dents d'un engrenage à courbes primitives non circulaires.

La figure 5 montre un mode de détermination du profil des dents. Les points O_1 et O_2 sont les traces des axes des arbres 1 et 2 auxquels sont liées les surfaces axoïdes. P_1 et P_2 sont les traces de ces surfaces dans le plan de la figure, limitée au voisinage de leur génératrice de contact de trace M_{12} . B_1 et B_2 sont les cercles de base des développantes de cercle constituant le flanc des dents D_1 et D_2 .

Lorsque l'arbre 1 a tourné d'un angle α_1 , l'arbre 2 a tourné de l'angle α_2 et les flancs D_1 et D_2 sont dans les positions D'_1 et D'_2 ; les primitives P_1 et P_2 viennent dans les positions P'_1 et P'_2 ; le point de contact est M'_{12} .

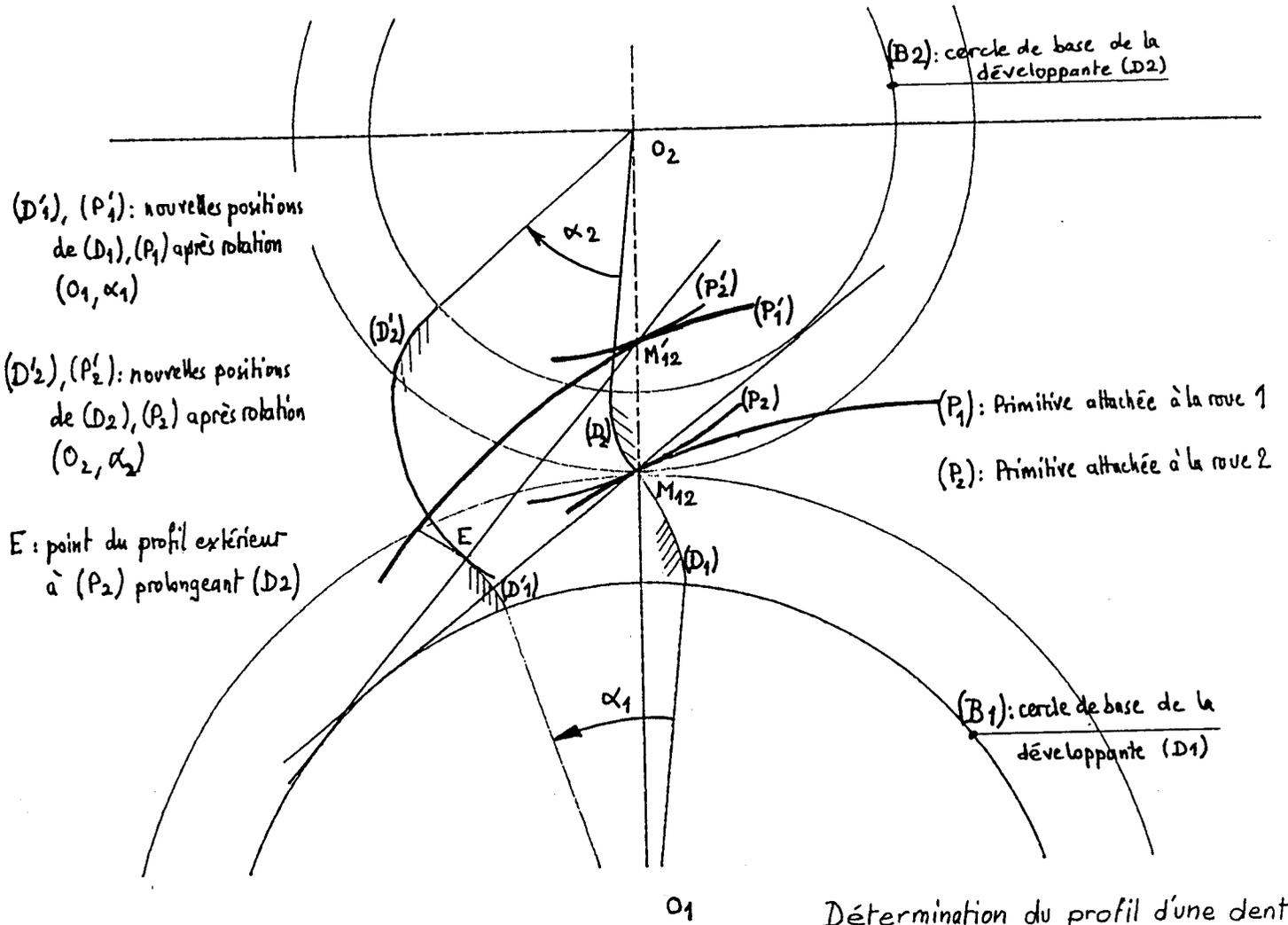


Figure 5

La tangente à B_1 passant par M'_{12} détermine le point E sur la développante D'_1 : E est un point de la face de la dent ayant D'_2 pour flanc.

De proche en proche, on peut donc définir entièrement le profil de chaque dent de l'engrenage [1].

La méthode de REULEAUX permet de déterminer graphiquement la denture [13].

2. APPLICATION DU PROCEDE SPILOG A L'EQUILIBRAGE DE MOTEURS A COMBUSTION INTERNE

2.1. Intérêt du procédé

Ces moteurs sont soumis à des irrégularités cycliques de mouvement en raison des quantités d'accélération des pièces en mouvement de translation alternative ou de rotation, de l'évolution thermodynamique des gaz dans les cylindres, et du frottement dans le mécanisme.

Ces irrégularités de mouvement s'accompagnent de vibrations qui sont transmises au support du moteur et à la charge entraînée par le vilebrequin.

De telles vibrations peuvent provoquer une gêne au voisinage du moteur (elles affectent notamment le confort des véhicules). Rappelons que les dispositions communément adoptées pour limiter l'irrégularité cyclique des moteurs sont de trois ordres :

* Le moteur peut être monté sur des appuis souples (le moteur est dit "flottant"). Leur efficacité est notamment limitée par l'amplitude maximale des mouvements que peut prendre le bâti du moteur par rapport à son support. Le recours à cette solution complique grandement les liaisons du moteur au milieu extérieur. Le couple moteur peut également être transmis par un joint souple.

* On peut aussi augmenter le nombre de cylindres : les impulsions motrices étant régulièrement espacées au cours du cycle de fonctionnement, on obtient une meilleure régularité cyclique.

* L'utilisation d'un volant monté sur le vilebrequin, dont la valeur du moment d'inertie détermine le régime de ralenti du moteur, donne également une meilleure régularité cyclique.

Toutes ces solutions, qui sont du reste souvent utilisées simultanément, ne permettent pas d'obtenir un équilibrage théorique parfait du mouvement : il ne s'agit que d'un compromis qui permet d'améliorer la situation sans pour autant supprimer la cause des irrégularités.

Le procédé SPILOG, au contraire, permet d'annuler les variations de vitesse au moyen d'un volant de faible moment d'inertie.

Il s'ensuit qu'il devient possible, tout en conservant un niveau de confort suffisant dans les véhicules, de diminuer le nombre de cylindres des moteurs, par exemple.

Ou encore, avec un tel système, on peut faire tourner les moteurs à des vitesses de ralenti plus basses, d'où influence bénéfique sur la consommation de carburant au ralenti et sur la pollution.

2.2. But de l'étude

Nous étudions l'équilibrage du mouvement de rotation du vilebrequin d'un moteur diesel monocylindrique à 4 temps, dans le but de faire tourner ce moteur à une vitesse constante en régime établi, et également de le faire fonctionner à une faible vitesse de ralenti, qui ne peut normalement pas être atteinte sans système d'équilibrage.

L'étude effectuée a donc pour objectif de démontrer l'efficacité du système SPILOG pour l'équilibrage de moteurs à combustion interne.

2.3. Choix du moteur d'essai

Le choix d'un moteur diesel monocylindrique a été dicté par la volonté d'adapter le système SPILOG à une machine au fonctionnement suffisamment irrégulier dans le but de montrer l'efficacité du système d'équilibrage.

Nous avons retenu un moteur de marque HATZ, de type E89, d'une puissance nette ISO de 8,1 kW à 2300 min⁻¹ et de 668 cm³ de cylindrée.

En outre, ce moteur possède les particularités suivantes :

* le vilebrequin est monté sur roulements, ce qui évite le risque de grippage des paliers par rupture du film d'huile lorsque le moteur tourne à de très basses vitesses

* le moteur est doté d'une "prise de force" sur l'arbre à cames, à vitesse moitié de celle du vilebrequin. Cette prise de force est intéressante pour pouvoir décrire le cycle complet du moteur (qui s'étale sur deux tours de vilebrequin) en un seul tour de la roue SPILOG ;

* la pompe d'injection est à débit pulsatoire et à dosage volumétrique. Elle fonctionne de façon synchrone avec l'arbre à cames. Elle comporte un cylindre avec piston plongeur muni d'une rainure hélicoïdale permettant le réglage du débit par rotation du piston autour de son axe. On modifie ainsi la durée d'injection, tout en conservant le point de début d'injection et la loi d'injection (c'est-à-dire la loi qui régit le volume de combustible débité en fonction des angles de vilebrequin et du temps) pendant la durée d'injection.

Pour nos essais, la pompe a été réglée de façon à pouvoir accéder au débit nul de façon continue.

La figure 6 montre une vue écorchée du moteur utilisé pour nos essais.

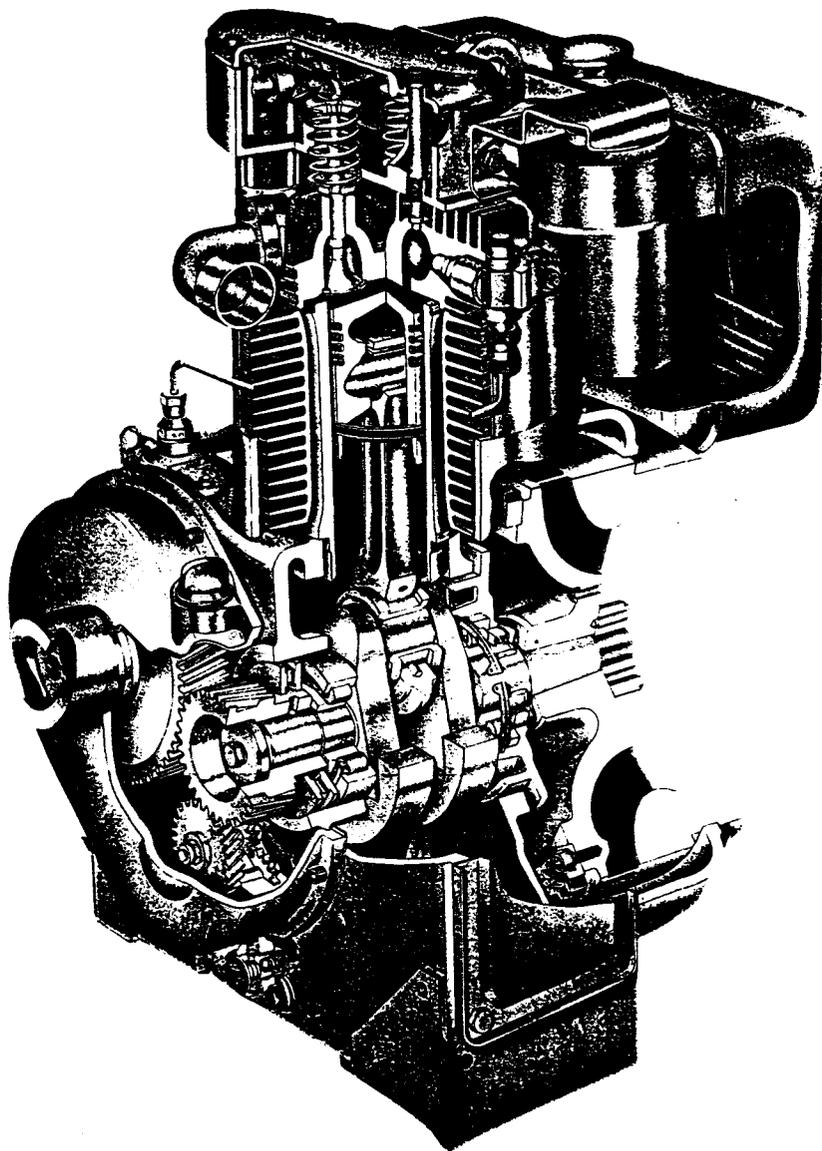


Figure 6

3. DETERMINATION DU DISPOSITIF D'EQUILIBRAGE

3.1. Méthode

Considérons le moteur, schématisé sur la figure 7, entraînant le volant I_s au moyen d'un engrenage à courbes primitives non circulaires.

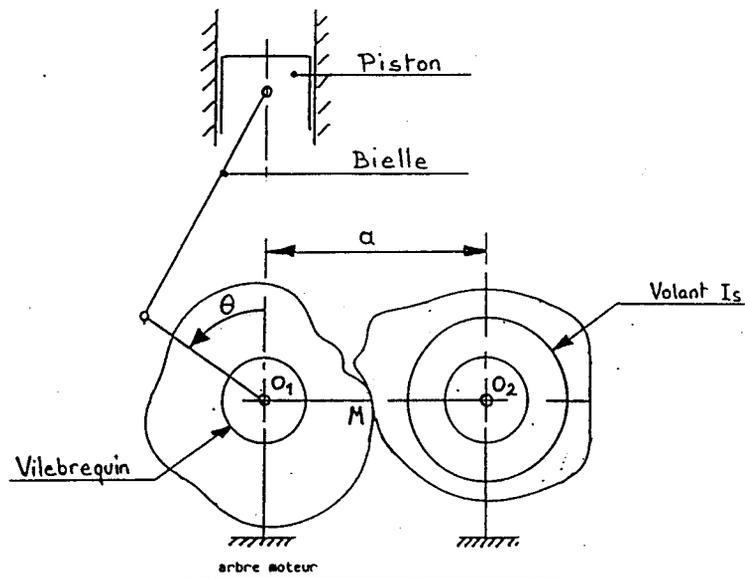


Schéma du moteur

Figure 7

Pour la position θ du mécanisme, on a :

$$O_1M = r_m(\theta)$$

$$O_2M = r_s(\theta)$$

l'entraxe $O_1O_2 = a$ est constant.

Soient en outre :

$\Gamma_m = \Gamma_m (\theta, \theta', \theta'')$ le coefficient de puissance correspondant au couple moteur (dû aux gaz dans le cylindre).

$\Gamma_f = \Gamma_f (\theta, \theta', \theta'')$ le coefficient de puissance correspondant aux efforts de frottement dans le mécanisme.

$F(\theta)$ le coefficient de $\frac{\theta'^2}{2}$ dans l'expression de l'énergie cinétique galiléenne du mécanisme.

Nous avons vu (§ 3.2.3, chap.1) que l'équation de mouvement du moteur non équilibré s'écrit :

$$\theta'' F(\theta) + \frac{1}{2} \theta'^2 \frac{d F(\theta)}{d\theta} = \Gamma_m + \Gamma_f \quad (2.1)$$

En utilisant le dispositif à engrenage à courbes primitives non circulaires, on peut écrire :

$$\theta'' \left[F(\theta) + \left[\frac{r_m(\theta)}{r_s(\theta)} \right]^2 I_s \right] + \frac{\theta'^2}{2} \frac{d}{d\theta} \left[F(\theta) + \left[\frac{r_m(\theta)}{r_s(\theta)} \right]^2 I_s \right] = \Gamma_m + \Gamma_f \quad (2.2)$$

qui est l'équation de mouvement du moteur muni du système d'équilibrage, tournant à vide. Les différents solides qui constituent la chaîne cinématique (vilebrequin, engrenages, arbres, etc...) sont ici considérés comme rigides.

Nous considérons que le moteur fonctionne en régime établi. Nous avons vu (§ 3.2.3, chap.1) qu'avec un tel dispositif, l'équilibrage du terme $\Gamma_m + \Gamma_f$ n'a lieu qu'à une vitesse $\theta' = \theta'_0$ constante, que nous avons appelée "vitesse d'équilibrage".

Il s'ensuit qu'à cette vitesse nous avons :

$$\frac{\theta_o'^2}{2} \frac{d}{d\theta} [F(\theta) + \left[\frac{r_m(\theta)}{r_s(\theta)} \right]^2 I_s] = \Gamma_m + \Gamma_f \quad (2.3)$$

Il s'agit de déterminer les quantités I_s et $r_m(\theta)$, $r_s(\theta)$ pouvant être ensuite obtenu par la relation :

$$r_s(\theta) = a - r_m(\theta)$$

La fonction $F(\theta)$, qui ne dépend que des caractéristiques d'inertie de l'équipage mobile du moteur, peut être déterminée algébriquement, ainsi que sa dérivée $\frac{dF(\theta)}{d\theta}$.

Les fonctions Γ_m et Γ_f ne sont pas connues a priori.

Nous avons donc élaboré un modèle mathématique du fonctionnement du moteur, en simulant numériquement le couple moteur Γ_m et le couple de frottement Γ_f .

Par intégration de l'équation (2.1), on obtient les évolutions de la vitesse $\theta'(\theta)$ du moteur seul, sans dispositif d'équilibrage.

On valide ensuite le modèle en mesurant la vitesse instantanée en régime établi, à plusieurs vitesses moyennes différentes.

On extrapole alors le modèle à la vitesse constante d'équilibrage θ'_o , d'où l'on tire la quantité :

$$\Gamma_m(\theta, \theta'_o) + \Gamma_f(\theta, \theta'_o)$$

En reportant dans la relation (2.3), on obtient :

$$\frac{d}{d\theta} \left[F(\theta) + \left[\frac{r_m(\theta)}{r_s(\theta)} \right]^2 I_s \right] = \frac{2}{\theta'^2} (\Gamma_m(\theta, \theta'_o) + \Gamma_f(\theta, \theta'_o))$$

Par intégration, il vient :

$$F(\theta) + \left[\frac{r_m(\theta)}{r_s(\theta)} \right]^2 I_s = \frac{2}{\theta'^2} \int_0^\theta [\Gamma_m(\theta, \theta'_o) + \Gamma_f(\theta, \theta'_o)] d\theta + K \quad (2.4)$$

K étant une constante d'intégration toujours positive calculée au § 3.2.2 de ce chapitre 2.

Le second membre de cette équation est calculable par intégration numérique.

Il s'ensuit qu'on peut obtenir, pour toute valeur de θ , la quantité :

$$\left[\frac{r_m(\theta)}{a - r_m(\theta)} \right]^2 I_s$$

On en tire I_s et $r_m(\theta)$ au moyen d'une condition de fermeture des courbes roulantes que nous précisons au § 3.2.2, chap.2, après avoir imposé la valeur de a.

3.2. Obtention des courbes roulantes

Nous supposons connue la quantité :

$$\Gamma_m(\theta, \theta'_o) + \Gamma_f(\theta, \theta'_o) = S_o$$

dont la modélisation est étudiée aux § 6 et 7, chap.2.

3.2.1. Calcul de la fonction $F(\theta)$

Cette fonction est définie par :

$$T = \frac{1}{2} \theta^2 F(\theta)$$

Son calcul nécessite donc celui de l'énergie cinétique T de l'équipage mobile du moteur, dont le schéma paramétré est donné par la figure 8.

Nous ne prenons en compte que les mouvements du piston, de la bielle, du vilebrequin et des pièces qui lui sont cinématiquement liées dans un rapport constant.

Nous négligeons donc les variations d'énergie cinétique induites par les mouvements des soupapes et de leur tringlerie de commande, de la pompe d'injection, et des fluides.

Les hypothèses habituelles pour ce genre d'étude sont supposées vérifiées (les solides sont indéformables, les liaisons sans jeu, etc...).

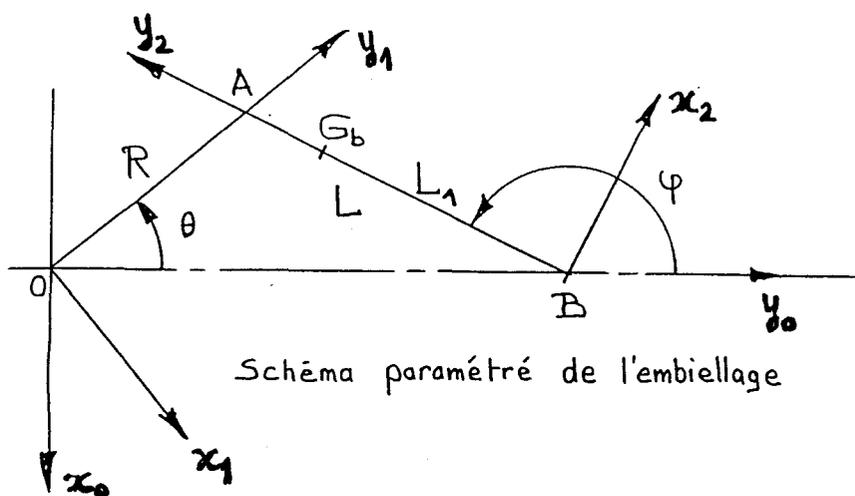


Schéma paramétré de l'embellage

Tous les repères sont orthonormés directs. Le repère $(O | x_0, y_0, z_0)$ est galiléen. Le repère $(O | x_1, y_1, z_1)$ est lié au vilebrequin.

Figure 8

Le repère $(B \mid x_2, y_2, z_2)$ est lié à la bielle. On pose :

$$OA = R y_1$$

$$BG_b = L_1 y_2$$

avec G_b centre d'inertie de la bielle, supposé aligné avec A et B.

$$BA = L y_2$$

La configuration géométrique du système bielle manivelle est telle que l'on a toujours :

$$\begin{aligned} \cos \varphi &< 0 \\ \frac{L}{R} &> 1 \end{aligned}$$

* Relations cinématiques :

$$OA = R y_1 = -R \sin \theta x_o + R \cos \theta y_o$$

$$BA = L y_2 = -L \sin \varphi x_o + L \cos \varphi y_o$$

$$R \sin \theta = L \sin \varphi.$$

Par dérivation de ces relations, on obtient immédiatement le taux de rotation φ' de la bielle en fonction de la vitesse θ' :

$$\varphi' = \theta' \frac{R \cos \theta}{L \cos \varphi}$$

ainsi que la vitesse du piston B :

$$V_B = R \sin \theta (\varphi' - \theta') y_o$$

La vitesse du centre d'inertie de la bielle, V_{G_b} , est obtenue par dérivation de

$$OG_b = OB + BG_b,$$

d'où

$$V_{G_b} = -\theta' \frac{RL_1}{L} \cos \theta x_o + R \sin \theta (\varphi' - \theta' - \frac{L_1}{L} \varphi') y_o$$

* Calcul de l'énergie cinétique du système :**Notations :**

I_v : moment d'inertie des pièces en rotation autour de l'axe du vilebrequin.

m_p : masse du piston.

I_b : moment d'inertie de la bielle par rapport à un axe parallèle à ses alésages et passant par son centre d'inertie.

m_b : masse de la bielle.

On a donc :

$$\text{Energie cinétique des masses en rotation} : \frac{1}{2} I_v \theta^2$$

$$\text{Energie cinétique du piston} : \frac{1}{2} m_p \theta^2 \left[R \sin \theta \left(\frac{R \cos \theta}{L \cos \varphi} - 1 \right) \right]^2$$

$$\text{Energie cinétique de la bielle} : \frac{1}{2} [m_b V_{G_b}^2 + I_b \varphi^2]$$

d'où l'expression de l'énergie cinétique du système en faisant la somme des trois quantités ci-dessus.

Notons que, compte tenu des moyens de calcul dont nous disposons, nous n'avons pas utilisé la méthode traditionnelle qui consiste à assimiler la bielle à deux masses ponctuelles, l'une en rotation liée au vilebrequin, l'autre en translation liée au piston. En effet, cette méthode introduit généralement une erreur d'autant plus importante que le moteur tourne vite.

Nous obtenons ainsi sous forme algébrique :

$$F(\theta) = \frac{2}{\theta^2} T$$

La dérivée $\frac{dF(\theta)}{d\theta}$ est du reste aisément obtenue sous forme algébrique également.

3.2.2. Calcul de $r_m(\theta)$, $r_g(\theta)$, θ_g

On s'impose, pour des raisons de dimensionnement et de construction du système d'équilibrage, la valeur de l'entraxe a et la valeur r_{mini} du rayon minimal de la courbe roulante attachée à l'arbre moteur.

Remarquons que dans le cas d'un moteur monocylindrique à 4 temps, le cycle thermodynamique s'établit sur deux tours de vilebrequin, donc sur un tour d'arbre à cames pour ce qui concerne notre moteur d'essai. C'est donc à l'arbre à cames qu'il convient d'attacher la courbe roulante de rayon $r_m(\theta)$, pour que le cycle complet du moteur soit décrit en un tour. La figure 9 montre le schéma du dispositif utilisé.

De plus, pour éviter d'avoir un volant I_s trop important, nous imposons qu'à un tour d'arbre à cames corresponde un tour de volant I_s , ce qui signifie que les périmètres des courbes roulantes sont égaux.

Rappelons que l'équation du mouvement du moteur équilibré à la vitesse θ'_0 (§ 3.1, chap.2, équation (2.4)), permet d'écrire, en tenant compte du rapport de vitesse $\frac{1}{2}$ entre l'arbre à cames et le vilebrequin :

$$F(\theta) + \frac{1}{4} \left[\frac{r_m(\theta)}{a - r_m(\theta)} \right]^2 I_s = \frac{2}{\theta'^2_0} \int_0^\theta S_o \, d\theta + K \quad (2.5)$$

On a évidemment, sur un cycle :

$$\int_0^{4\pi} S_o \, d\theta = 0$$

Il vient :

$$r_m(\theta) = \frac{a \left[\frac{2}{\theta_0^2} \int_0^\theta S_o \, d\theta + K - F(\theta) \right]^{1/2}}{\frac{1}{2} \sqrt{I_s} + \left[\frac{2}{\theta_0^2} \int_0^\theta S_o \, d\theta + K - F(\theta) \right]^{1/2}} \quad (2.6)$$

sous réserve que :

$$\frac{2}{\theta_0^2} \int_0^\theta S_o \, d\theta + K - F(\theta) > 0 \quad (2.7)$$

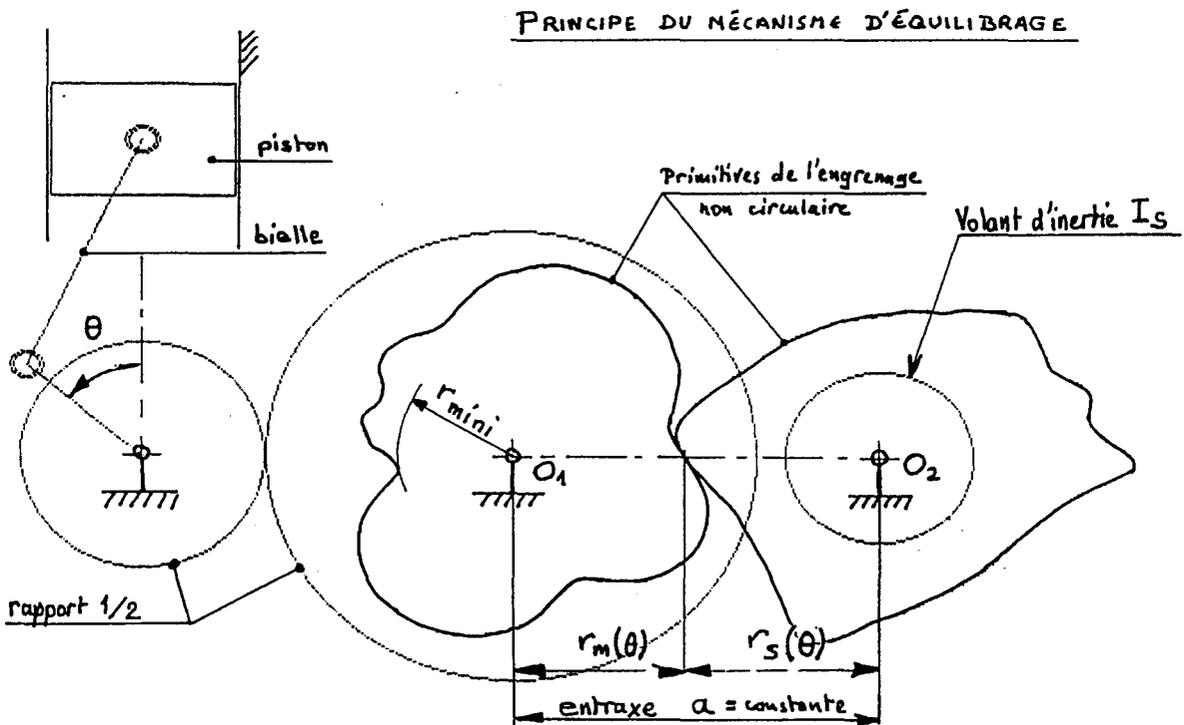


Figure 9

Le rayon $r_m(\theta)$ est minimal lorsque la quantité :

$$\frac{2}{\theta_o'^2} \int_0^\theta S_o d\theta - F(\theta)$$

est elle-même minimale.

Puisque $S_o(\theta)$ et $F(\theta)$ sont connus, il est aisé de rechercher, avec la précision souhaitée, la valeur θ^* de θ pour laquelle cette quantité est minimale.

La relation (2.5) permet alors d'écrire :

$$\frac{r_{\text{mini}}}{a - r_{\text{mini}}} = \frac{2}{\sqrt{I_s}} \left[\frac{2}{\theta_o'^2} \int_0^{\theta^*} S_o d\theta + K - F(\theta^*) \right]^{1/2} \quad (2.8)$$

sous réserve que l'inégalité (2.7) soit vérifiée.

r_{mini} est connu par hypothèse, mais K et I_s demeurent inconnus.

Cependant, la condition de roulement sans glissement des courbes roulantes impose que, si $d\theta$ est l'angle dont a a tourné le vilebrequin et $d\theta_s$ l'angle de rotation correspondant du volant I_s , on ait :

$$r_m(\theta) \frac{d\theta}{2} = r_s(\theta) d\theta_s$$

soit, en intégrant sur θ de 0 à 4π et sur θ_s de 0 à 2π :

$$4\pi = \int_0^{4\pi} \frac{r_m(\theta)}{r_s(\theta)} d\theta$$

On a donc, en utilisant l'expression (2.5) :

$$4\pi = \int_0^{4\pi} \frac{2}{\sqrt{I_s}} \left[\frac{2}{\theta_0^2} \int_0^\theta S_0 d\theta + K - F(\theta) \right]^{1/2} d\theta$$

d'où

$$I_s = \frac{1}{4\pi^2} \left[\int_0^{4\pi} \left[\frac{2}{\theta_0^2} \int_0^\theta S_0 d\theta + K - F(\theta) \right]^{1/2} d\theta \right]^2 \quad (2.9)$$

En reportant cette valeur dans (2.8), il vient :

$$\frac{r_{\text{mini}}}{a - r_{\text{mini}}} = \frac{\left[\frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\theta^*} S_0 d\theta - F(\theta^*) + K \right]^{1/2}}{\frac{1}{4\pi} \int_0^{4\pi} \left[\frac{2}{\theta_0^2} \int_0^\theta S_0 d\theta - F(\theta) + K \right]^{1/2} d\theta} = \frac{N(K)}{D(K)} \quad (2.10)$$

équation qui ne comporte plus qu'une seule inconnue, K. On reconnaît au dénominateur la valeur moyenne de la fonction de θ :

$$\left[\frac{2}{\theta_0^2} \int_0^\theta S_0 d\theta - F(\theta) + K \right]^{1/2} = A(K)$$

et au numérateur la valeur minimale de cette fonction (ceci pour une valeur de K fixée).

Or :

$$\frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\theta^*} S_0 d\theta - F(\theta^*) < 0$$

puisque :

$$\int_0^{4\pi} S_0 \, d\theta = 0$$

et

$$F(\theta) > 0 \quad \forall \theta.$$

Posons :

$$K_0 = -\frac{2}{\theta_0^2} \int_0^{\theta^*} S_0 \, d\theta + F(\theta^*) > 0.$$

$N(K)$ est définie sur $[K_0, \infty[$.

C'est une fonction continue, monotone, strictement croissante, positive, de la forme :

$$N(K) = \sqrt{K - K_0}$$

De même, $D(K)$ est définie sur le même intervalle, continue, monotone, strictement croissante, avec :

$$\forall K, D(K) > N(K)$$

puisque la valeur moyenne est supérieure à la valeur minimale de la fonction $A(K)$.

$D(K)$ croît moins vite que $N(K)$, car l'amplitude de $A(K)$ diminue lorsque K augmente :

la valeur moyenne de $A(K)$ se rapproche de sa valeur minimale ;

d'où :

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \left(\frac{N(K)}{D(K)} \right) = 1$$

ce qui correspond à un engrenage à primitives circulaires entraînant un volant d'inertie infinie.

On a aussi :

$$\frac{N(K_0)}{D(K_0)} = 0$$

La figure 10 montre les positions relatives des courbes représentatives des fonctions $N(K)$ et $D(K)$:

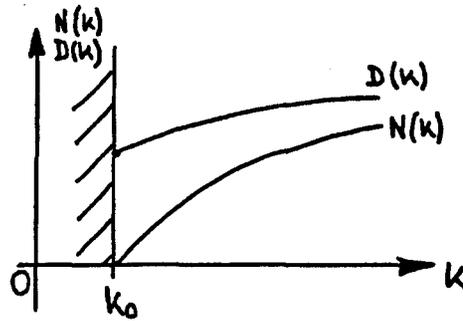


Figure 10

Il s'ensuit que l'équation (2.10) a une solution unique en K , qui peut être déterminée par approximations successives.

La relation (2.9) donne alors la valeur de I_s . Remarquons que I_s est fixé dès lors que a et r_{mini} sont donnés.

Le calcul de $r_m(\theta)$ est alors possible au moyen de la relation (2.10).

L'entraxe étant constant, on a évidemment : $r_s(\theta) = a - r_m(\theta)$

Rappelons que θ_s est la position angulaire du volant I_s lorsque le vilebrequin est dans la position θ . A l'angle $\theta_s(\theta)$ correspond le rayon polaire $r_s(\theta)$ de la roue attachée au volant I_s .

La relation : $r_m(\theta) \frac{d\theta}{2} = r_s(\theta) d\theta_s$ permet d'obtenir :

$$\theta_s = \frac{1}{2} \int_0^\theta \frac{r_m(\theta)}{r_s(\theta)} d\theta$$

3.3. Influence de différents paramètres sur la forme des courbes roulantes

Rappelons que l'équilibrage du mouvement de rotation n'est réalisé parfaitement qu'à la vitesse θ'_0 du vilebrequin.

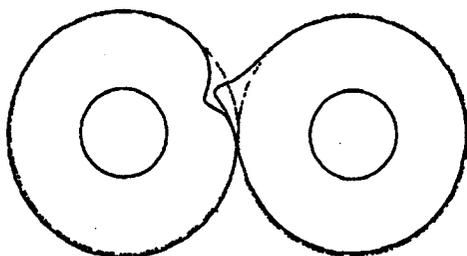
Compte tenu de l'importance du couple moteur, le moment créé sur le vilebrequin par les quantités d'accélération dans le mécanisme (terme représenté par le premier membre de l'équation de Lagrange) a peu d'influence sur la forme des courbes roulantes si la vitesse de rotation du vilebrequin n'est pas trop élevée.

Pour une vitesse d'équilibrage donnée, la forme des courbes roulantes et le moment d'inertie I_s sont fixés par le rapport : $\frac{r_{\text{mini}}}{a}$.

Plus r_{mini} est voisin de $\frac{a}{2}$, plus la forme des courbes roulantes se rapproche d'un cercle, et plus la valeur de I_s croît.

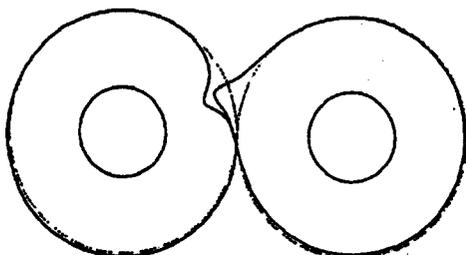
Les figures 11 à 16 montrent quelques exemples de courbes roulantes obtenues pour différentes valeurs du rapport $\frac{r_{\text{mini}}}{a}$ et pour différentes vitesses d'équilibrage.

Ces courbes ont été tracées à l'aide d'un programme de calcul utilisant la modélisation de S_0 décrite dans les paragraphes suivants.

COURBES ROULANTES**Figure 11**Vitesse du moteur : 300 min⁻¹

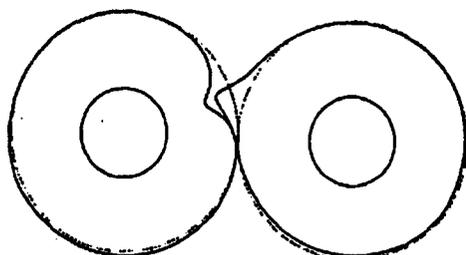
$$\text{Rapport } \frac{r_{\text{mini}}}{a} = 0,375$$

$$I_s = 4 \text{ m}^2 \text{ kg}$$

**Figure 12**Vitesse du moteur : 600 min⁻¹

$$\text{Rapport } \frac{r_{\text{mini}}}{a} = 0,375$$

$$I_s = 1 \text{ m}^2 \text{ kg}$$

**Figure 13**Vitesse du moteur : 1200 min⁻¹

$$\text{Rapport } \frac{r_{\text{mini}}}{a} = 0,375$$

$$I_s = 0,25 \text{ m}^2 \text{ kg}$$

arbre moteur volant SPILOG

On constate sur les figures 11, 12 et 13 que, le rapport $\frac{r_{\text{mini}}}{a}$ étant fixé, et pour des vitesses de rotation relativement faibles, la forme des courbes roulantes ne change quasiment pas lorsque la vitesse d'équilibrage varie : seule la valeur I_s du moment d'inertie est modifiée.

Ceci permet de changer la vitesse d'équilibrage du moteur en changeant simplement le volant d'inertie I_s , et en conservant le même engrenage.

La figure 14 montre l'influence de la vitesse d'équilibrage pour le même rapport $\frac{r_{\text{mini}}}{a}$ et les figures 12, 15 et 16 font apparaître l'influence du rapport $\frac{r_{\text{mini}}}{a}$ pour la même vitesse.

COURBES ROULANTES

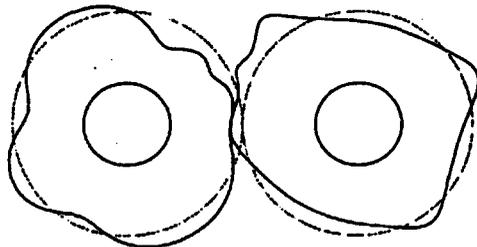


Figure 14

Vitesse du moteur : 4200 min^{-1}

Rapport $\frac{r_{\text{mini}}}{a} = 0,375$

$I_s = 0,03 \text{ m}^2 \text{ kg}$

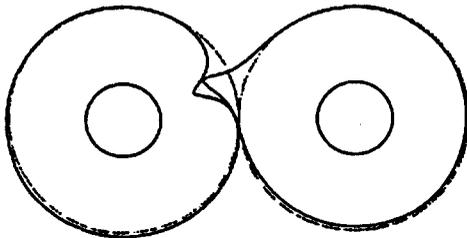


Figure 15

Vitesse du moteur : 600 min^{-1}

Rapport $\frac{r_{\text{mini}}}{a} = 0,325$

$I_s = 0,85 \text{ m}^2 \text{ kg}$

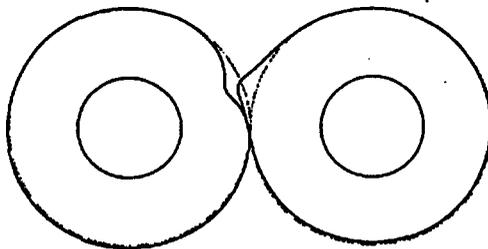


Figure 16

Vitesse du moteur : 600 min^{-1}

Rapport $\frac{r_{\text{mini}}}{a} = 0,425$

$I_s = 1,5 \text{ m}^2 \text{ kg}$

arbre moteur

volant SPILOG

4. MODELISATION DU COUPLE MOTEUR

4.1. Objectifs et hypothèses

La modélisation que nous décrivons est faite pour une vitesse constante de rotation du vilebrequin.

Le calcul du couple moteur sur le vilebrequin est effectué à partir de la valeur de la pression des gaz dans le cylindre, pour chaque position angulaire du vilebrequin.

Cette modélisation n'a pas pour but de décrire le fonctionnement thermodynamique de n'importe quel type de moteur à allumage par compression : elle a uniquement pour objet le moteur d'essai décrit au § 2.3, chap.2, en marche à vide et à de faibles vitesses de rotation, de façon à prévoir le comportement de ce moteur dans des conditions de fonctionnement auxquelles il ne peut normalement pas accéder sans dispositif spécifique d'équilibrage.

L'élaboration de ce modèle est essentiellement faite à partir des travaux de A.C. BAYEUL [14] qui décrivent le fonctionnement d'un moteur à allumage commandé à quatre temps : les modifications à apporter pour rendre compte du fonctionnement d'un moteur diesel concernent en particulier la loi d'évolution de la richesse du mélange gazeux dans le cylindre en fonction de l'injection de combustible, ainsi que la phase de combustion-détente.

Nous supposons que le cylindre est parfaitement étanche lorsque les soupapes sont fermées.

Le cycle commence à $\theta = 0$, au point mort haut. Il se termine à $\theta = 4\pi$.

Les conditions initiales de pression, de température et de composition du gaz dans le cylindre sont celles de la conduite d'aspiration pour le premier cycle, celles en fin de refoulement du cycle précédent pour les autres cycles, compte tenu du volume résiduel de gaz brûlés non expulsés en fin de phase d'échappement.

Le calcul s'effectue sur plusieurs cycles successifs jusqu'à ce que la composition des gaz résiduels soit pratiquement identique d'un cycle à l'autre.

Rappelons que les évolutions subies par le fluide au cours d'un cycle de fonctionnement peuvent être représentées à l'aide du diagramme de Watt de la figure 17 :

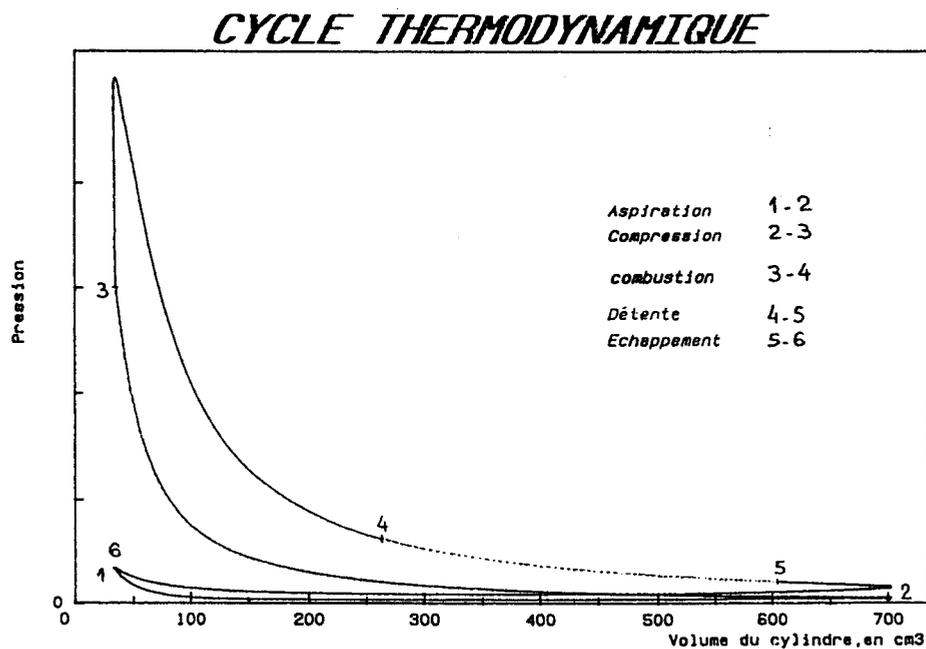


Figure 17

Les différentes phases du cycle sont, en fonction des points repères de la figure 17 :

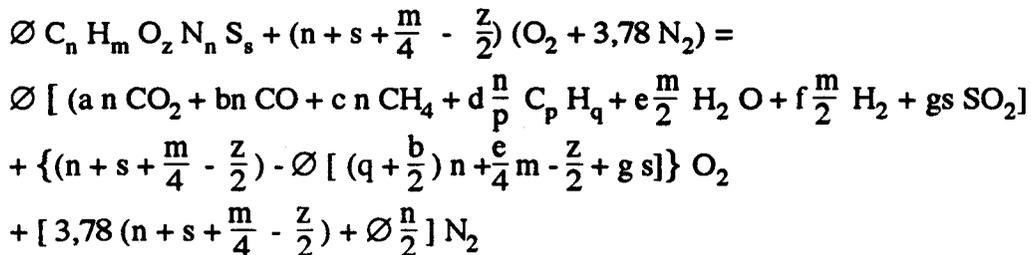
- * L'aspiration (1-2), qui se produit durant le déplacement du piston du point mort haut au point mort bas, la soupape d'aspiration étant ouverte ;
- * La compression (2-3) effectuée lorsque le piston retourne vers le point mort haut, et qui se termine après le début de l'injection du combustible dans le cylindre, au voisinage du point mort haut ;
- * La combustion, qui s'accompagne d'une détente (3-4) lorsque le piston, après son passage au point mort haut, retourne vers le point mort bas ;
- * La détente proprement dite (4-5) après la combustion ;
- * L'échappement et le refoulement (5-6) dès l'ouverture de la soupape d'échappement. Les points 1 et 6 sont confondus.

Les gaz en évolution thermodynamique dans le cylindre sont considérés comme semi-parfaits : ils respectent les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, mais leurs chaleurs massiques à pression et à volume constants sont fonctions de la température.

Le modèle que nous décrivons est de type "corrélatif" en ce sens qu'il utilise des paramètres semi-empiriques pour rendre compte de l'évolution thermodynamique des gaz lors de la combustion. Nous n'envisageons cette évolution que sous l'aspect des transformations énergétiques ; les phénomènes de pulvérisation, de formation et de désintégration du jet de combustible dans le cylindre lors de l'injection, l'évaporation des gouttelettes formées, etc... sont pris globalement en compte par des coefficients semi-empiriques [15].

4.2. Généralités sur l'évolution thermodynamique des gaz dans le cylindre

Sous une forme générale, l'équation de combustion peut s'écrire, pour un mélange gazeux quelconque, en négligeant les oxydes d'azote qui ont des teneurs très faibles en regard de celles des autres produits de combustion, et en assimilant les carbures d'hydrogène présents dans les gaz brûlés à du méthane et à un carbure fictif de formule $C_p H_q$ ([16], p.9) :



avec les conditions de conservation du carbone et de l'hydrogène qui imposent :

$$\begin{aligned} a + b + c + d &= 1 \\ (4c + d \frac{q}{p}) n + (1 - e - f) m &= 0 \end{aligned}$$

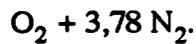
Dans cette équation, \varnothing est la richesse du mélange. Rappelons que la richesse d'un mélange réactionnel s'exprime par :

$$\varnothing = \frac{(M_c/M_a)_{re}}{(M_c/M_a)_{st}}$$

où $(M_c/M_a)_{st}$ est le quotient des masses de carburant et d'air mises en présence dans les conditions stœchiométriques, et $(M_c/M_a)_{re}$ le quotient des masses de carburant et d'air réellement utilisées lors de la combustion.

On dit que le mélange réactionnel est "riche" ou "pauvre" selon que le carburant s'y trouve en excès ou en défaut par rapport à la proportion stœchiométrique.

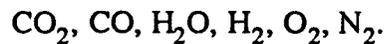
L'air atmosphérique est représenté par la formule :



Nous pouvons faire intervenir plusieurs hypothèses simplificatrices :

* Le carburant peut être valablement représenté par ses deux principaux composants sous la forme : $\text{C}_n \text{H}_m$
 Il s'agit ici de gazole, dont le rapport $\frac{m}{n}$ entre nombre d'atomes d'hydrogène et de carbone est généralement compris entre 1,9 et 2,1 (1,7 à 1,9 pour un supercarburant ou une essence ordinaire) ([17], p.4).

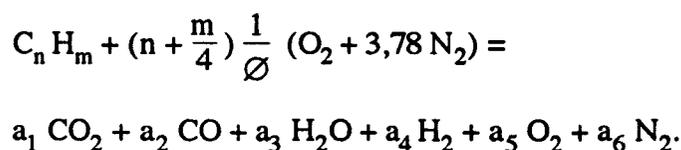
* Les seuls éléments considérés dans les gaz brûlés sont :



Au total, il y a donc sept éléments de base.

La richesse ϕ étant supposée inférieure à l'unité, on peut considérer qu'il n'y a pas d'hydrocarbures imbrûlés.

L'équation de combustion s'écrit alors :



L'énergie interne totale du mélange gazeux peut se mettre sous la forme :

$$u = u(T) + u_o$$

avec $u(T)$: énergie interne massique relative du mélange, à la température absolue T ;

u_o : énergie interne massique à 0K.

On peut écrire u en faisant apparaître la contribution de chacune des espèces j (j variant de 1 à 7) :

$$u = \sum_{j=1}^7 w_{ej} [e_j(T) + e_{oj}]$$

avec : w_{ej} : nombre de moles de l'espèce j par kg de mélange ;

$e_j(T)$: énergie interne molaire relative de l'espèce j ;

e_{oj} : énergie interne molaire à 0K de l'espèce j .

Dans cette modélisation, nous utilisons l'enthalpie molaire relative de chaque espèce, $h_{mj}(T)$, sous forme polynomiale [18] :

$$h_{mj}(T) = R (\alpha_{j,1} T + \alpha_{j,2} T^2 + \alpha_{j,3} T^3 + \alpha_{j,4} T^4 + \alpha_{j,5} T^5)$$

R étant la constante universelle des gaz parfaits :

$$R = 8,3143 \text{ J/(mole.K)}$$

Les valeurs des coefficients $\alpha_{j,k}$ sont donnés par BENSON [18].

$e_j(T)$ et $h_{mj}(T)$ sont liés par :

$$e_j(T) = h_{mj}(T) - R T$$

A 0K, nous avons :

$$h_{oj} = e_{oj} = \alpha_{j,0}$$

On obtient donc ainsi des expressions polynomiales pour l'énergie interne massique et l'enthalpie massique, fonctions de T.

Par dérivation de ces expressions, on calcule les chaleurs massiques C_p et C_v respectivement à pression constante et à volume constant :

$$C_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad \text{et} \quad C_v = \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_p.$$

Le nombre total de moles par kg de mélange est :

$$w_m = \sum_{j=1}^7 w_{ej}.$$

La constante massique des gaz parfaits s'écrit :

$$r = C_p - C_v - w_m R.$$

L'évolution thermodynamique du mélange s'obtient par intégration des expressions suivantes, au moyen de la méthode de RUNGE-KUTTA au quatrième ordre [19] :

$$\frac{dT}{d\theta} = \frac{1}{C_v} \left[\frac{du}{d\theta} - \sum_{j=1}^7 \left(\frac{\partial u}{\partial w_{ej}} \cdot \frac{dw_{ej}}{d\theta} \right) \right]$$

La masse volumique s'écrit :

$$\rho = \frac{M}{V}$$

(M : masse des gaz dans le cylindre de volume V).

En différentiant cette expression, nous obtenons :

$$\frac{d\rho}{d\theta} = \frac{1}{V} \cdot \left(\frac{dM}{d\theta} - \rho \frac{dV}{d\theta} \right).$$

La pression dans le cylindre s'exprime par :

$$P = \rho r T$$

égalité que l'on différentie pour obtenir :

$$\frac{\partial P}{\partial \rho}, \quad \frac{\partial P}{\partial T}, \quad \frac{\partial P}{\partial w_{ej}} \quad \text{et} \quad \frac{\partial P}{\partial \theta}.$$

4.3. Etude des phénomènes physiques associés à l'évolution thermodynamique des gaz

Les relations précédemment écrites font intervenir l'expression du volume V du cylindre et de sa dérivée $\frac{dV}{d\theta}$, ainsi que la pression et la température dans le cylindre.

D'autre part, l'écriture du Premier Principe de la thermodynamique nécessite le calcul des transferts de chaleur entre la masse gazeuse en évolution thermodynamique et le milieu extérieur.

Ceci nous conduit à exprimer ces différentes quantités en fonction de la configuration géométrique du moteur, des conditions génératrices des écoulements gazeux et d'hypothèses que nous précisons au cours de l'étude.

4.3.1. Détermination du volume du cylindre ; définitions

La figure 18 rappelle les notations utilisées pour décrire la configuration géométrique du moteur :

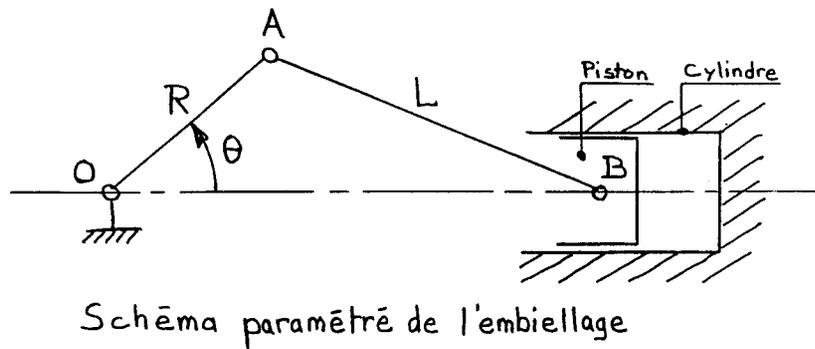


Figure 18

Nous appelons volume résiduel le volume laissé dans le cylindre par le piston au point mort haut.

Le taux de compression volumétrique τ est défini comme le rapport du volume maximal du cylindre (lorsque le piston est au point mort bas) au volume résiduel :

$$\tau = \frac{V_{\max}}{V_r}$$

La course du piston étant $2R$, et A l'aire de la section droite du cylindre, on a :

$$\tau = \frac{V_r + 2RA}{V_r}$$

d'où

$$V_r = \frac{2RA}{\tau - 1}$$

Le volume du cylindre s'exprime par :

$$V(\theta) = V_r + A [R (1 - \cos \theta) + L - \sqrt{L^2 - R^2 \sin^2 \theta}]$$

et sa dérivée par :

$$\frac{d V(\theta)}{d \theta} = A R \sin \theta \left[1 + \frac{R \cos \theta}{\sqrt{L^2 - R^2 \sin^2 \theta}} \right]$$

4.3.2. Flux thermique échangé entre le fluide en évolution dans le cylindre et l'extérieur

Les surfaces en contact avec les gaz au cours de leur évolution sont la paroi latérale du cylindre, la tête du piston, la culasse constituant le fond du cylindre.

Nous faisons l'hypothèse que la température des parois est la même en tout point, et que, de plus, elle ne change pas au cours du cycle thermodynamique. Nous nous appuyons pour cela sur les travaux de A. DOUAUD [20].

Le coefficient de transfert thermique h est le même quelle que soit la paroi considérée.

Le flux thermique s'exprime par :

$$Q^* = (T_{\text{paroi}} - T) h \cdot S$$

où T_{paroi} est la température des parois et S la surface totale d'échange thermique.

Les modélisations les plus courantes du coefficient de transfert thermique sont celles d'EICHELBURG, d'ANNAND et de DITTUS-BOELTER. Une description comparée en est faite par F.J. ZELEZNIK et B.J. Mc BRIDE [21].

La formulation d'EICHELBURG est la plus couramment utilisée ; elle ne fait pas intervenir la composition du mélange.

A.C. BAYEUL [14] établit l'incidence de l'utilisation de l'une ou l'autre de ces trois formulations sur l'évolution au cours du cycle de la pression, de la température, de l'énergie interne notamment, dans le cas d'un moteur à allumage commandé.

Cette incidence étant dans tous les cas suffisamment faible, nous avons utilisé la formulation d'EICHELBURG, qui présente en outre l'avantage d'être plus facile à mettre en œuvre.

Le coefficient de transfert thermique s'exprime par :

$$h = C_1 \left[\frac{2 R \omega}{\pi} \right]^{1/3} (P T)^{1/2}$$

où C_1 est un coefficient empirique : $C_1 = 1,6 \cdot 10^{-2}$ (en unités SI)

et ω est la vitesse angulaire du vilebrequin.

4.3.3. Ecoulement au travers des soupapes

Nous ne tenons pas compte d'éventuels phénomènes de "Back Flow" à l'admission [20], c'est-à-dire d'un reflux des gaz dans la tubulure d'admission qui peut se produire lors de l'ouverture de la soupape d'admission.

4.3.3.1 Loi de levée des soupapes

Nous adoptons une loi de mouvement des soupapes à accélération constante ([22], p. 9). Soit θ_o la position du vilebrequin lors du décollement de la soupape. Soit $y(\theta)$ la hauteur du décollement de la soupape de son siège, et h_m la levée maximale.

L'accélération du mouvement de la soupape change donc de signe à mi-course, pour $\theta = \theta_1$ tel que :

$$y(\theta_1) = \frac{h_m}{2}.$$

La levée maximale a lieu pour $\theta = \theta_m$. Si γ est l'accélération de la soupape, on peut écrire, pour $\theta_o < \theta < \theta_1$:

$$y(\theta) = \frac{1}{2} \gamma \frac{(\theta - \theta_o)^2}{\omega^2}$$

soit

$$y(\theta) = 2 h_m \left[\frac{\theta - \theta_o}{\theta_m - \theta_o} \right]^2$$

et pour $\theta_1 < \theta < \theta_m$:

$$y(\theta) = h_m \left[-2 \left[\frac{\theta - \theta_o}{\theta_m - \theta_o} \right]^2 + 4 \left[\frac{\theta - \theta_o}{\theta_m - \theta_o} \right] - 1 \right]$$

Le mouvement de la soupape entre θ_m et l'angle de fin de fermeture est symétrique par rapport à θ_m .

4.3.3.2. Calcul de la section de passage des gaz entre tête et siège de soupape
- Coefficient de débit

La figure 19 montre la section de passage des gaz à l'admission ou à l'échappement.

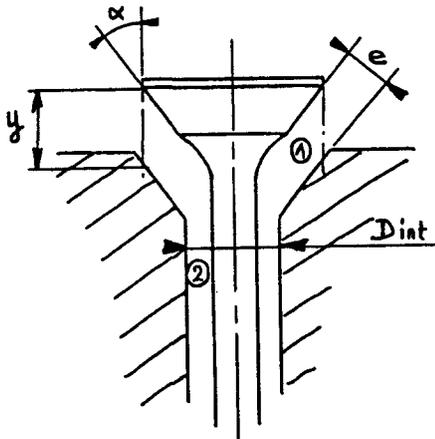


Figure 19

Section de passage des gaz

Soit α le demi-angle au sommet du cône formé par la portée de la soupape sur son siège. Le diamètre moyen de section de passage vaut :

$$D = D_{int} + y \sin \alpha \cos \alpha$$

d'où la section de passage :

$$S_c = \pi D e = \pi y \sin \alpha (D_{int} + y \sin \alpha \cos \alpha)$$

Le coefficient de débit σ est le rapport de la section de passage au droit de la soupape à la section de la conduite S :

$$\sigma = \frac{S_c}{S}$$

(Dans la suite, S_a est la section de la conduite d'admission et S_e la section de la conduite d'échappement).

4.3.3.3. Etude de l'écoulement des gaz

On distingue trois types d'écoulements possibles :

- écoulement subsonique entrant dans le cylindre (phase de remplissage)
- écoulement supersonique sortant ("bouffée" de l'échappement)
- écoulement subsonique sortant.

Nous comptons positivement la vitesse de l'écoulement dans le sens cylindre vers tubulure, négativement dans le sens inverse.

* Ecoulement subsonique entrant

Hypothèses [23]

- L'écoulement est isentropique entre l'extérieur et la section contractée
- L'évolution est isobare entre la section contractée et le cylindre.

Nous notons ρ la masse volumique dans le cylindre
 ρ_c la masse volumique au col (section contractée)
 ρ_a la masse volumique dans la conduite
 ρ_r la masse volumique dans les conditions extérieures.

P , affecté des mêmes indices c , a et r représente la pression respectivement au col, dans la conduite et dans les conditions extérieures.

De même T , affecté des indices c , a et r représente la température respectivement au col, dans la conduite et dans les conditions extérieures.

c_a et c_c sont la vitesse des gaz dans la conduite et au col.

Les équations de base sont les suivantes [24] :

- premier principe de thermodynamique :

$$C_p T_a + \frac{c_a^2}{2} = C_p T_c + \frac{c_c^2}{2} = C_p T_r$$

- équation de continuité :

$$\rho_a S_a c_a = \rho_c S_a \sigma c_c$$

- loi isentropique :

$$\frac{T_c}{T_r} = \left[\frac{P_c}{P_r} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{et} \quad \frac{T_c}{T_a} = \left[\frac{P_c}{P_a} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{C_p}{C_v}$$

- évolution isobare :

$$P = P_c$$

De ces équations, nous pouvons tirer T_a , c_a en fonction de T_r .

* Ecoulement subsonique sortant

Dans les notations de T , P , ρ , c et S l'indice a (relatif à la conduite d'admission) est remplacé par l'indice e pour caractériser ces grandeurs relatives à la conduite d'échappement.

- L'écoulement est isentropique entre le cylindre et la section contractée.
- L'écoulement est isobare entre la section contractée et la conduite [23], isobare également entre la conduite et l'extérieur.

La vitesse dans la section contractée est donnée par :

$$c_c = \sqrt{2 C_p (T - T_c)}$$

L'écoulement est subsonique tant que cette vitesse est inférieure à la vitesse du son (lorsqu'elle est égale à la vitesse du son, l'écoulement est sonique au col (bloqué)). Cette condition est vraie aussi à l'admission, mais, le rapport P_r/P étant voisin de 1, reste très inférieur au rapport de pression critique. On doit donc avoir :

$$c_c < \sqrt{\gamma r T_c}$$

L'écoulement cylindre-section contractée étant isentropique, on en déduit :

$$c_c = \sqrt{\gamma r T_c} \sqrt{\frac{2}{\gamma-1} \left[\left[\frac{P}{P_e} \right]^\frac{\gamma-1}{\gamma} - 1 \right]}$$

d'où

$$\boxed{\frac{P}{P_e} < \left[\frac{\gamma+1}{2} \right]^\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Comme précédemment, les équations de base sont les suivantes :

- premier principe de thermodynamique :

$$C_p T = C_p T_c + \frac{c_c^2}{2} = C_p T_e + \frac{c_e^2}{2} = C_p T_r$$

- équation de continuité :

$$\rho_e S_e c_e = \rho_c \sigma S_e c_c$$

- loi isentropique :

$$T_c = T \left[\frac{P_c}{P_r} \right]^\frac{\gamma-1}{\gamma}$$

- écoulement isobare :

$$P_c = P_e = P_r$$

De la même façon que pour l'écoulement entrant, on en tire T_e et c_e .

* Ecoulement bloquéHypothèses

L'écoulement est isentropique entre le cylindre et la section contractée, isobare entre la conduite et l'extérieur, sonique au col.

Les équations de base sont :

- premier principe de thermodynamique :

$$C_p T = C_p T_c + \frac{c_c^2}{2} = C_p T_e + \frac{c_e^2}{2} = C_p T_r$$

- équation de continuité :

$$\rho_e S_e c_e = \rho_c S_c c_c$$

- loi isentropique :

$$T_c = T \left[\frac{P_c}{P} \right]^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

- évolution isobare :

$$P_e = P_r$$

- vitesse au col :

$$c_c = \sqrt{\gamma r T_c}$$

On en déduit T_e et c_e de la même façon que précédemment.

Le débit est donné par l'équation de continuité :

$$\frac{dM}{dt} = \rho S c$$

ou encore

$$\frac{dM}{d\theta} = \rho S c / \frac{d\theta}{dt}$$

dM étant la variation de masse durant le temps dt .

4.4. Etude des différentes phases du cycle thermodynamique

4.4.1. Phase d'aspiration

L'aspiration des gaz se produit à partir du point mort haut jusqu'à la fermeture de la soupape d'admission (points 1 et 2 de la figure 17).

Considérons le système constitué par le fluide contenu à l'instant t dans le cylindre et le fluide contenu dans la tubulure d'admission qui passera dans le cylindre entre les instants t et $t + dt$.

Appliquons à ce système le premier principe de la thermodynamique :

$$dW_e + dQ_e = dU + dW_c$$

où

- le travail échangé est :

$$dW_e = -P dV + P_a \frac{dM}{\rho_a}$$

- la chaleur échangée s'écrit :

$$dQ_e = Q^* dt = Q^* \frac{d\theta}{\omega}$$

- la variation de l'énergie interne totale s'exprime par :

$$dU = dM (u - u_a) + M du$$

- et la variation d'énergie cinétique par :

$$dW_c = -dM \cdot \frac{c_a^2}{2}$$

Dans ces expressions, l'indice a affecte les quantités relatives à la conduite d'admission.

En introduisant l'enthalpie génératrice de l'écoulement :

$$h_{ia} = u_a + \frac{P_a}{\rho_a} + \frac{c_a^2}{2}$$

on peut écrire le premier principe sous la forme :

$$\frac{du}{d\theta} = \frac{1}{M} \left[-P \frac{dV}{d\theta} + \frac{Q^*}{\omega} + \frac{dM}{d\theta} (h_{ia} - u) \right]$$

Durant la phase d'aspiration, le cylindre contient de l'air de composition w_{nj} et les gaz brûlés résiduels du cycle précédent (sauf lors du premier cycle modélisé) de composition w_{rj} . M étant la masse totale des gaz dans le cylindre, M_r la masse des gaz résiduels, on a :

$$w_{ej} = \frac{M_r}{M} w_{rj} + \frac{(M-M_r)}{M} w_{nj}$$

En dérivant, il vient :

$$\frac{d w_{ej}}{d\theta} = \frac{M_r}{M^2} (w_{nj} - w_{rj}) \frac{dM}{d\theta}$$

Ces expressions constituent un système de six équations différentielles du premier ordre (le carburant ne figure pas dans la composition du mélange).

Avec les deux relations donnant (§ 4.2, chap.2) : $\frac{dT}{d\theta}$ et $\frac{dP}{d\theta}$ nous obtenons un

système de huit équations du premier ordre qui peut être résolu par la méthode de Runge-Kutta et qui donne P , T et w_{ej} .

4.4.2. Phase de compression

Elle a lieu entre la fermeture de la soupape d'admission et le début de la combustion (points 2 et 3 de la figure 17). Vers la fin de la phase de compression a lieu le début de l'injection de gazole. La masse de fluide contenue dans le cylindre n'est donc pas constante durant cette phase, contrairement à ce qui se passe dans un moteur à allumage commandé.

Compte tenu de la température et des faibles proportions de gaz résiduels, nous négligeons durant cette phase les effets de la dissociation moléculaire.

Nous pouvons écrire :

$$dW = - P dV$$

$$dQ = Q^* \frac{d\theta}{\omega}$$

$$dW_c = 0.$$

Tant que θ est inférieur à l'angle de début d'injection :

$$dU = M du.$$

La quantité de carburant injectée est supposée proportionnelle à l'angle parcouru par le vilebrequin depuis l'angle de début d'injection : la loi d'injection est linéaire en fonction de la position angulaire du vilebrequin. Soit :

- dM_c la quantité de carburant injectée dans le cylindre et correspondant à la rotation $d\theta$ du vilebrequin ;
- u_c l'énergie interne massique du carburant.

On a alors : $dU \cong M du + dM_c (u - u_c)$

en négligeant les termes du second ordre.

Le premier principe de la thermodynamique permet d'écrire :

$$\frac{du}{d\theta} = \frac{1}{M} \left[-P \frac{dV}{d\theta} + \frac{Q^*}{\omega} + \frac{dM_c}{d\theta} (u_c - u) \right].$$

L'angle parcouru entre le début de l'injection et le début de la combustion fixe le délai d'inflammation.

La température peut alors être calculée par intégration de l'équation donnant $\frac{dT}{d\theta}$ (§4.2, chap.2).

4.4.3. Phase de combustion-détente

Elle commence à la fin du délai d'inflammation (début de la combustion) et se termine à l'ouverture de la soupape d'échappement (points 3 et 5 de la figure 17).

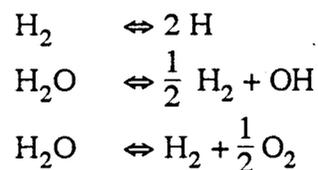
4.4.3.1 Hypothèses - Description du processus

Nous faisons l'hypothèse que la combustion a lieu en milieu homogène. La richesse globale du mélange (qui varie généralement entre 0,2 et 0,8 dans un moteur diesel) ne peut rendre compte des masses d'air et de carburant qui entrent localement en action.

Le moteur d'essai est doté d'une chambre de turbulence (chambre RICARDO ([25], B 2791, p.4) visible sur la figure 6.

Cette disposition favorise le brassage du mélange gazeux pour accroître son homogénéité, et permet de mieux gérer la combustion qui ne dépend pas seulement du combustible injecté, mais aussi des débits d'air et de gaz partiellement brûlés qui s'établissent entre les volumes de la chambre de turbulence et du cylindre proprement dit.

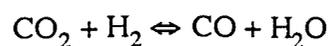
En raison des températures importantes régnant dans le cylindre au cours de la combustion, des phénomènes de dissociation moléculaire apparaissent, tels que, par exemple :



Ces réactions sont caractérisées par des constantes d'équilibre qui dépendent de la température et éventuellement de la pression.

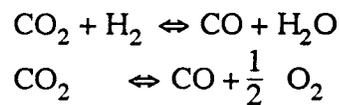
Cependant, la vitesse de réaction conduisant vers un état stable est faible, et l'état est figé en deçà d'un seuil de température.

Par exemple, la réaction :



est figée en deçà de 1700 K.

Ceci justifie l'hypothèse selon laquelle les phénomènes de dissociation ne sont pris en compte que durant la phase de combustion ; de plus, parmi toutes les réactions de dissociation possibles, nous ne retenons pour notre étude que les plus importantes :



Les gaz dans le cylindre sont donc un mélange de gaz frais, de masse M_1 , d'énergie interne u_1 et de composition w_{ej1} , et de gaz brûlés de masse M_2 , d'énergie interne u_2 et de composition w_{ej2} .

Au fur et à mesure de la combustion, le combustible est progressivement transformé, par réaction avec l'air présent, en produits de combustion uniformément répartis dans le cylindre.

4.4.3.2. Ecriture des relations énergétiques

Nous appliquons le premier principe de la thermodynamique, avec :

$$dW_e = -P \cdot dV$$

$$dQ_e = Q^* \frac{d\theta}{\omega}$$

$$dW_c = 0$$

$dU = (M_1 + dM_1) (u_1 + du_1) + (M_2 + dM_2) (u_2 + du_2) - (M_1 u_1 + M_2 u_2) + dM_c u_c$
 puisque, à l'instant t , on injecte la masse dM_c de carburant d'énergie interne massique u_c .

En négligeant les termes du second ordre, il vient :

$$dU \cong M_1 du_1 + M_2 du_2 + dM_1 (u_1 - u_c) + dM_2 (u_2 - u_c)$$

puisque $dM_c = dM_1 + dM_2$.

Le premier principe s'écrit donc :

$$M_1 \frac{du_1}{d\theta} + M_2 \frac{du_2}{d\theta} = -P \frac{dV}{d\theta} + \frac{Q^*}{\omega} - \frac{dM_1}{d\theta} (u_1 - u_c) - \frac{dM_2}{d\theta} (u_2 - u_c)$$

Le dégagement d'énergie dû à la combustion ne se fait pas en un instant, mais suit une loi d'acquisition de chaleur, qui est définie par la fonction $g(t)$ représentant la fraction de chaleur acquise à l'instant t :

$$g(t) = \frac{\Delta Q_o^t}{Q}$$

où ΔQ_o^t est la quantité de chaleur fournie par le combustible entre le début de la combustion et l'instant t , et où Q est la quantité de chaleur fournie par le combustible durant tout le cycle.

Or, dans un moteur à allumage par compression, et selon les hypothèses que nous avons faites, tout le combustible est brûlé à la fin de la combustion.

On peut donc écrire :

$$Q = M_c (M_t) \cdot P C I \cdot \eta_c$$

avec :

$M_c (M_t)$: masse totale de carburant injecté au cours du cycle ;

$P C I$: pouvoir calorifique inférieur massique du carburant ;

η_c : rendement de combustion, considéré comme constant au cours de la combustion ;

M_t : masse de fluide dans le cylindre en fin d'injection.

On a aussi :

$$\Delta Q_o^t = M_c (M_2) \cdot P C I \cdot \eta_c$$

avec :

$M_c (M_2)$: masse de carburant brûlé entre le début de la combustion et l'instant t ;

M_2 : masse de gaz brûlés à l'instant t .

Ainsi, nous pouvons écrire :

$$g(t) = \frac{M_c (M_2)}{M_c (M_t)}$$

Si w est le nombre de moles de carburant injectées dans le cylindre durant le cycle, par kg de mélange gazeux :

$$M_c (M_1) = M_t \cdot w \cdot M_{\text{mol.carb}}$$

avec :

$M_{\text{mol.carb}}$: masse molaire du carburant,

et si w_f est le nombre de moles de carburant brûlées par kg de gaz frais (non résiduels), sur un cycle :

$$w = \frac{(M_t - M_r)}{M_t} w_f$$

et

$$M_c (M_1) = (M_t - M_r) w_f M_{\text{mol.carb}}$$

$$M_c (M_2) = (M_2 - M_r) w_f M_{\text{mol.carb}}$$

d'où :

$$M_2 = M_r + g(t) (M_t - M_r)$$

$$M_1 = M - M_2$$

En dérivant :

$$\frac{dM_2}{d\theta} = (M_t - M_r) \frac{d g(t)}{d\theta} \quad \text{et} \quad \frac{dM_1}{d\theta} = \frac{dM_c}{d\theta} - \frac{dM_2}{d\theta}$$

puisque la variation de masse dM des gaz dans le cylindre lorsque le vilebrequin parcourt l'angle $d\theta$ est égale à la masse dM_c de combustible injecté sur le même angle.

Le premier principe peut aussi s'écrire :

$$M_1 \frac{du_1}{d\theta} + M_2 \frac{du_2}{d\theta} = -P \frac{dV}{d\theta} + \frac{Q^*}{\omega} - \frac{dM_2}{d\theta} (u_2 - u_1) - \frac{dM_c}{d\theta} (u_1 - u_c)$$

avec :

$$P = (M_1 \sum_{j=1}^7 w_{ej1} + M_2 \sum_{j=1}^7 w_{ej2}) \frac{R T}{V}$$

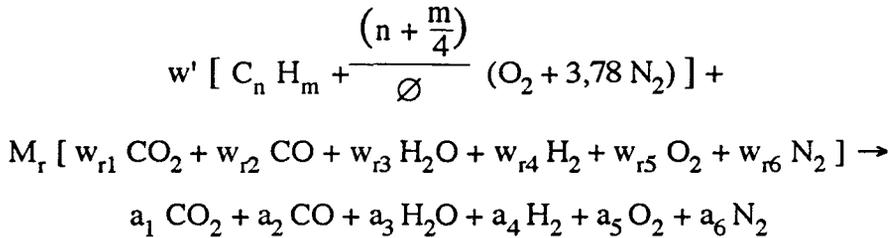
Les quantités $\frac{du_1}{d\theta}$ et $\frac{du_2}{d\theta}$ sont variables puisque la richesse varie.

4.3.3.3. Evolution de la composition des gaz brûlés

Par rapport à la modélisation de A.C. BAYEUL [14], qui concerne l'étude d'un moteur à allumage commandé, nous avons vu qu'il faut ici tenir compte de la variation de la composition des gaz frais de masse M_1 et de la variation de la masse totale M de mélange dans le cylindre par suite de l'injection de combustible : la richesse est ainsi variable durant l'injection.

Examinons maintenant comment évolue la composition des gaz brûlés dans un moteur diesel.

L'équation de la combustion s'écrit :



où :

w' : nombre de moles de carburant brûlées à l'instant t

$$w' = (M_2 - M_r) w_f = g(t) (M_1 - M_r) w_f$$

w_{rj} : nombre de moles de l'espèce j par kg de gaz résiduels

a_j : nombre de moles de l'espèce j dans les gaz brûlés à l'instant t

La conservation des espèces permet d'écrire :

- pour l'azote :

$$a_6 = 3,78 \frac{\left(n + \frac{m}{4}\right)}{\phi} w' + M_r w_{r6}$$

- pour le carbone :

$$a_1 + a_2 = n w' + M_r (w_{r1} + w_{r2})$$

- pour l'hydrogène :

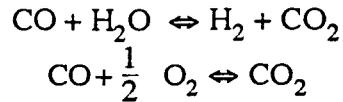
$$a_3 + a_4 = \frac{n w'}{2} + M_r (w_{r3} + w_{r4})$$

- pour l'oxygène :

$$2a_1 + a_2 + a_3 + 2a_5 = 2 \frac{\left(n + \frac{m}{4}\right)}{\phi} w' + M_r (2w_{r1} + w_{r2} + w_{r3} + 2w_{r5})$$

soit quatre équations à six inconnues (a_1 à a_6).

Mais nous pouvons écrire les équations d'équilibre suivantes au sein des gaz brûlés :



Les constantes d'équilibre :

$$K_{p1} = \frac{P_{\text{CO}_2} \cdot P_{\text{H}_2}}{P_{\text{CO}} \cdot P_{\text{H}_2\text{O}}} \quad \text{et} \quad K_{p2} = \frac{P_{\text{CO}_2}}{P_{\text{CO}} \cdot P_{\text{O}_2}^{1/2}}$$

fonctions des pressions partielles normalisées des espèces en équilibre permettent d'obtenir au total six équations desquelles on tire les valeurs des a_i ([14], p. 61) d'où la composition des gaz brûlés.

4.4.3.4. Calcul des dérivées des composants des gaz brûlés par rapport à θ

Il suffit de dériver par rapport à θ les équations donnant la composition des gaz brûlés. La méthode de résolution est donnée dans la référence [14].

Toutefois, il convient de tenir compte de la dérivée de la richesse, $\frac{d\varnothing}{d\theta}$, puisque \varnothing varie au cours de l'injection.

Les seules équations où \varnothing apparaît sont les équations de conservation de l'azote et de l'oxygène (§ 4.4.3.3, chap.2).

Dérivons-les par rapport à θ , pour faire apparaître le terme $\frac{d\varnothing}{d\theta}$:

$$\frac{da_6}{d\theta} = 3,78 \frac{(n + \frac{m}{4})}{\varnothing} \left(\frac{dw'}{d\theta} - \frac{w'}{\varnothing} \frac{d\varnothing}{d\theta} \right)$$

$$2 \frac{da_1}{d\theta} + \frac{da_2}{d\theta} + \frac{da_3}{d\theta} + 2 \frac{da_5}{d\theta} = 2 \frac{(n + \frac{m}{4})}{\varnothing} \left(\frac{dw'}{d\theta} - \frac{w'}{\varnothing} \frac{d\varnothing}{d\theta} \right)$$

D'après la définition de la richesse (§ 4.2, de ce chapitre 2), on a :

$$\varnothing = \left[\frac{M_c}{M_t - M_r} \right] / (M_c/M_a)_{St}$$

où M_c est la masse de combustible injecté entre le début de l'injection et l'instant considéré. En dérivant, il vient :

$$\frac{d\varnothing}{d\theta} = \left[\left(\frac{dM_c}{d\theta} \right) / (M_t - M_r) \right] / (M_c/M_a)_{St}$$

Les solutions $\frac{da_i}{d\theta}$ sont des fonctions linéaires de $\frac{dT}{d\theta}$.

De la même façon que pour les autres phases, l'expression de $\frac{dT}{d\theta}$ peut être

intégrée par la méthode de RUNGE-KUTTA pour obtenir les évolutions de P, T et de la composition de la masse gazeuse dans le cylindre.

4.4.3.5. Loi d'acquisition de chaleur

De nombreuses lois d'acquisition de chaleur ont été proposées ([26] p.102, [27], [28]).

Nous n'adoptons pas une modélisation "dynamique" (qui modélise l'évolution du jet de combustible et sa diffusion) beaucoup trop lourde pour l'objectif de notre simulation, mais nous utilisons le modèle cinétique de VIBE ([26] p. 87) qui, même s'il n'est valable que pour un seul type de moteur, est suffisamment simple et fiable.

Dans le cas d'un moteur à allumage par compression, il convient d'utiliser le modèle de VIBE à deux phases ; la première phase correspond à la combustion "non contrôlée" et très rapide du combustible injecté, et la seconde phase correspond à la combustion nourrie par le combustible au fur et à mesure de son injection.

Dans un moteur à injection directe, cette seconde phase suit à peu près la loi d'injection. Dans un moteur à chambre de turbulence, la première phase de VIBE est très courte et la seconde est plutôt gérée par les mouvements de gaz entre cylindre et chambre de turbulence [25].

Quoi qu'il en soit, la forme analytique de la loi de VIBE peut s'écrire :

$$g(t) = fr (1 - e^{-A_1 \tau_1^{B_1}}) + (1 - fr) (1 - e^{-A_2 \tau_2^{B_2}})$$

où :

$g(t)$: fraction de chaleur totale acquise par le fluide moteur à l'instant t après le début de l'injection,

fr : fraction du combustible brûlée pendant la 1ère phase de VIBE

A_1, A_2, B_1, B_2 : constantes dont les ordres de grandeur sont donnés par AHMED [26] :

$$A_1 = 4 \text{ à } 4,5 \quad B_1 = 2,2 \text{ à } 2,6$$

$$A_2 = 11 \text{ à } 11,5 \quad B_2 = 1,8 \text{ à } 2 \quad \text{et } fr = 0,3 \text{ à } 0,4.$$

$$\tau_1 = \frac{\theta - \theta_2}{\theta_1^*} \quad \text{et} \quad \tau_2 = \frac{\theta - \theta_2}{\theta_2^*}$$

avec :

θ : angle de rotation du vilebrequin à l'instant t

θ_2 : angle de début d'injection

θ_1^* : angle parcouru durant la première phase

θ_2^* : angle parcouru durant toute la combustion

$$\theta_1^* = \frac{8,9 N^{0,3}}{\tau}$$

où :

τ : taux de compression volumétrique

N : vitesse de rotation du moteur en min^{-1}

Nous avons donc :

$$g(\theta) = fr \left(1 - e^{-A_1 \left(\frac{\theta - \theta_2}{\theta_1^*} \right)^{B_1}} \right) + (1 - fr) \left(1 - e^{-A_2 \left(\frac{\theta - \theta_2}{\theta_2^*} \right)^{B_2}} \right)$$

et :

$$\frac{d g(\theta)}{d \theta} = fr \left[A_1 B_1 \left(\frac{\theta - \theta_2}{\theta_1^*} \right)^{B_1 - 1} e^{-A_1 \left(\frac{\theta - \theta_2}{\theta_1^*} \right)^{B_1}} \right]$$

$$+ (1 - fr) \left[A_2 B_2 \left(\frac{\theta - \theta_2}{\theta_2^*} \right)^{B_2 - 1} e^{-A_2 \left(\frac{\theta - \theta_2}{\theta_2^*} \right)^{B_2}} \right]$$

Les expressions de $g(\theta)$ et $\frac{dg(\theta)}{d\theta}$ ne sont fonctions que de θ .

AHMED montre que la durée de combustion n'est pas fonction de la vitesse de rotation du moteur. Nous admettons que la rotation θ_2^* du vilebrequin durant la combustion est une fonction linéaire de la vitesse de rotation.

4.4.4. Phase de refoulement

Le refoulement des gaz se produit entre l'ouverture de la soupape d'échappement et le retour du piston du point mort haut (points 5 et 6 de la figure 17).

L'étude se fait toujours par application du premier principe de la thermodynamique, avec :

$$dW = -P dV + P_e \frac{dM}{\rho_e}$$

$$dQ = \frac{Q^*}{\omega} d\theta$$

$$dw_c = -dM \frac{c_e^2}{2}$$

$$dU \approx M du + u dM - u_e dM$$

en négligeant les termes du second ordre.

(Rappelons que l'indice e est relatif à la conduite d'échappement).

L'enthalpie génératrice de l'écoulement dans la tubulure étant :

$$h_{ie} = u_e + \frac{P_e}{\rho_e} + \frac{c_e^2}{2}$$

le premier principe s'écrit :

$$\frac{du}{d\theta} = \frac{1}{M} \left[-P \frac{dV}{d\theta} + \frac{Q^*}{\omega} + \frac{dM}{d\theta} (h_{ie} - u) \right]$$

On résoud de la même façon que pour la phase d'aspiration. Les phénomènes de dissociation étant négligés, la composition du mélange gazeux ne varie pas au cours de cette phase.

4.5. Simulation numérique du cycle complet

Les différentes phases sont calculées successivement pour constituer un cycle complet sur deux tours de vilebrequin. Les conditions initiales de chaque phase sont les conditions finales de la phase précédente, sauf pour la première phase du premier cycle pour laquelle nous avons dit qu'il n'y a pas de gaz résiduels.

Plusieurs cycles sont calculés de cette façon, jusqu'à ce que les composition, température et pression des gaz en fin de cycle soient les mêmes (à la marge d'erreur admise près) pour deux cycles successifs.

Dans cette modélisation, le moteur tourne à vitesse constante.

Toutefois, lors de l'intégration de l'équation du mouvement du moteur pour obtenir l'évolution de la vitesse en fonction du temps, nous calculons le cycle thermodynamique à vitesse instantanée variable.

Dans ce cas, l'incrément d'angle $d\theta$ varie en fonction de la vitesse instantanée ω :

$$d\theta = \omega dt$$

La valeur N de la vitesse du moteur (en min^{-1}) intervenant dans la formule empirique qui donne la durée de la première phase de combustion dans la formulation de VIBE (§ 4.4.3.5, chap.2) est alors prise égale à la vitesse initiale du moteur (pour $\theta = 0$).

Un exemple de cycle calculé avec notre programme, pour une vitesse de rotation constante du moteur de 800 min^{-1} , est donné figure 20.

Le pas d'intégration est de 1 degré. L'injection se fait sur 10 degrés, la combustion sur 70 degrés. Le couple moyen calculé est de 46 Nm.

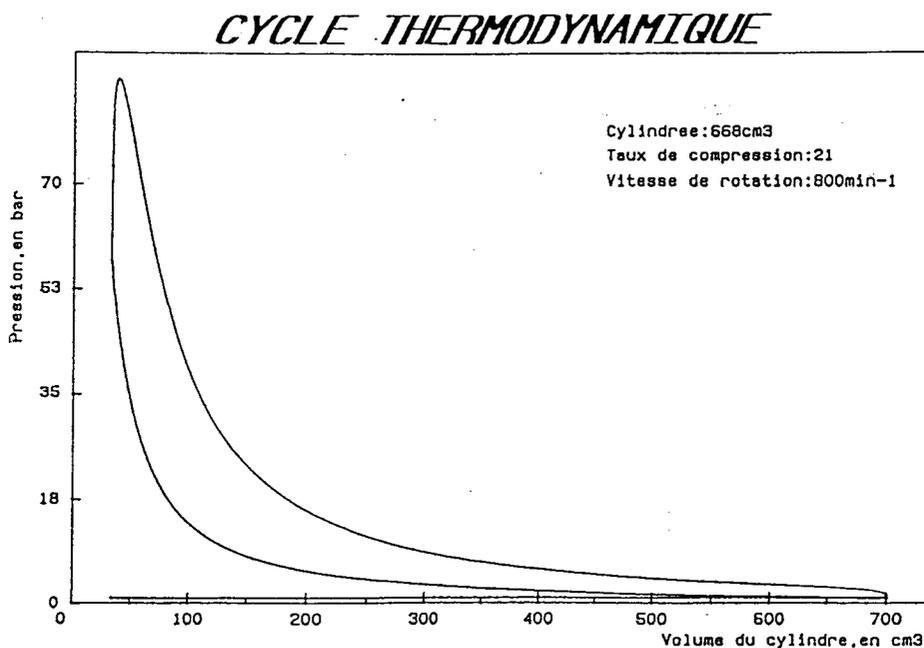


Figure 20

4.6. Calcul du couple moteur

Le modèle numérique du cycle thermodynamique du moteur permet d'avoir accès à la pression qui règne dans le cylindre en fonction de l'angle de manivelle θ .

Soit $P(\theta)$ cette pression,

P_o : pression à l'intérieur du bloc moteur,

A : section du cylindre,

V_B : vitesse du piston

La valeur instantanée du couple moteur peut s'écrire :

$$\Gamma_{\text{gaz}}(\theta) = [P(\theta) - P_o] A V_B \frac{1}{\omega}$$

5. MODELISATION DU COUPLE RESISTANT

5.1. Choix du modèle

Plusieurs méthodes expérimentales de détermination du couple résistant dû aux frottements dans les moteurs ont été mises au point [29], tenant compte des phénomènes de lubrification des différentes parties du moteur [30], [31], notamment au niveau du contact entre segments et cylindre [32], [33].

Ces méthodes s'inscrivent généralement dans le cadre d'études visant à diminuer les pertes mécaniques par frottement, par modification des formes du piston ou des segments, ou par utilisation de matériaux ou de traitements de surface nouveaux.

O. LANG [34] donne une répartition déterminée expérimentalement des différentes pertes par frottement dans un moteur. Le frottement des pistons contre les cylindres et des segments contre les cylindres représente à lui seul presque 45% des pertes mécaniques.

A notre connaissance, il n'existe pas de modélisation générale complète des forces de frottement dans un moteur, tenant compte de la lubrification hydrodynamique, et donnant le couple de frottement instantané.

Toutefois, l'étude de H. MITSURU [35] propose une méthode simplifiée de calcul des forces de frottement au niveau du piston. Cette étude utilise de nombreuses hypothèses simplificatrices, et les résultats de la modélisation ne sont validés que par des essais dans lesquels le moteur testé est entraîné : les frottements imputables à la pression des gaz dans le cylindre ne sont pas pris en compte lors des essais.

Cette étude considère la nature hydrodynamique des frottements dans le moteur. Cependant, les auteurs précisent que, en deçà d'une vitesse de rotation de 1000 min^{-1} , cette modélisation ne doit pas être retenue : en effet, c'est alors le frottement sec qui prévaut au niveau du contact piston/cylindre.

Or, notre étude s'attache principalement aux faibles vitesses de rotation (jusqu'aux environs de 400 min^{-1}). C'est la raison pour laquelle nous avons utilisé la modélisation de R. MARCHAL ([5], p. 262 et suivantes) plus complète et plus rigoureuse, mais fondée essentiellement sur le modèle du frottement de COULOMB.

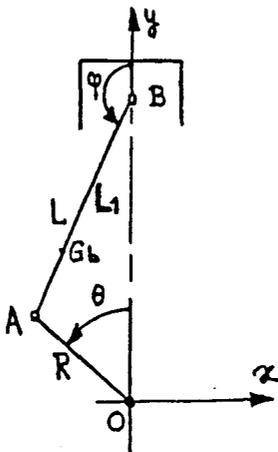
La méthode utilisée consiste à rechercher les modifications qu'introduit le frottement aux réactions calculées sans frottement. Comme les coefficients de frottement sont faibles (compris entre 0,1 et 0,005), les termes où ces quantités apparaissent au carré sont négligés. Il s'ensuit que les équations déterminant les efforts et les moments dûs aux frottements sont rendues linéaires.

5.2. Calcul des efforts de liaison en négligeant les frottements

Ce calcul se fait de façon classique : comme on veut accéder aux efforts de liaison au sein du mécanisme, il est nécessaire d'isoler chaque pièce (piston, bielle, vilebrequin) pour les déterminer.

Le système est plan ; on peut donc écrire trois équations de mouvement pour chaque pièce. Comme le mécanisme est isostatique, il est possible de déterminer toutes les inconnues.

La figure 21 rappelle le paramétrage du mécanisme.



$(O \mid x, y, z)$ est un repère orthonormé direct.

Figure 21

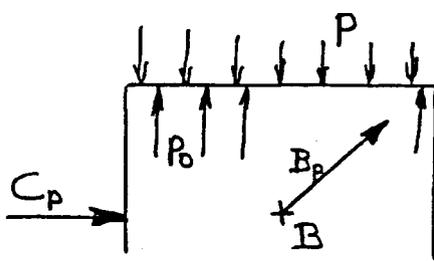
Schéma paramétré de l'embellage

Par hypothèse (non-frottement), le moment en B des actions exercées par la bielle sur le piston et le moment en A des actions exercées par le vilebrequin sur la bielle sont nuls.

Isolons successivement le piston, la bielle, le vilebrequin :

PISTON

La figure 22 fait apparaître les efforts sur le piston.



- P : pression dans le cylindre ;
- P_o : pression dans le carter du moteur ;
- B_p : résultante des actions exercées par la bielle sur le piston, de composantes B_{px} et B_{py} dans le système d'axes de la figure 21 ;
- C_p : résultante des actions exercées par le cylindre sur le piston ; par hypothèse, la composante sur y de C_p est nulle.

Figure 22

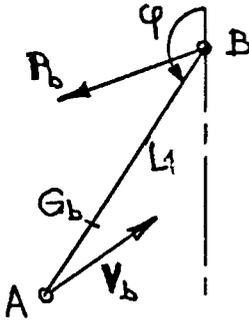
La résultante due aux pressions P et P_o est portée par y. Les équations suivantes traduisent le mouvement du piston :

$$\begin{aligned} - (P - P_o) A + B_{py} &= M_p \gamma_p \\ C_p + B_{px} &= 0 \end{aligned}$$

où M_p est la masse du piston, et γ_p son accélération.

BIELLE

La figure 23 fait apparaître les efforts sur la bielle.



P_b : résultante des actions exercées par le piston sur la bielle, de composantes $-B_{px}$ et $-B_{py}$;

V_b : résultante des actions exercées par le vilebrequin sur la bielle, de composantes V_{bx} et V_{by} .

Figure 23

On peut écrire :

$$-B_{px} + V_{bx} = M_b \gamma_{Gbx}$$

$$-B_{py} + V_{by} = M_b \gamma_{Gby}$$

$$[-B_{px} L_1 - V_{bx} (L - L_1)] \cos \varphi + [-B_{py} L_1 - V_{by} (L - L_1)] \sin \varphi = I_b \varphi''.$$

avec :

M_b : masse de la bielle ;

γ_{Gb} : accélération du centre d'inertie de la bielle ;

I_b : moment d'inertie de la bielle par rapport à l'axe $G_b z$.

VILEBREQUIN

La figure 24 fait apparaître les efforts sur le vilebrequin.

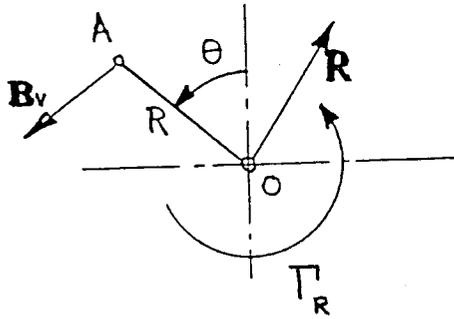


Figure 24

- B_v : résultante des actions exercées par la bielle sur le vilebrequin, de composantes $-V_{bx}$ et $-V_{by}$;
- R : résultante des actions exercées par les paliers sur le vilebrequin, de composantes R_x et R_y .
- Γ_R : couple extérieur appliqué au vilebrequin.

Il vient :

$$\begin{aligned}
 R_x - V_{bx} &= 0 \\
 R_y - V_{by} &= 0 \\
 V_{by} R \sin \theta + V_{bx} R \cos \theta + \Gamma_R &= I_c \theta''
 \end{aligned}$$

où I_c est le moment d'inertie du vilebrequin et des pièces qui lui sont cinématiquement liées dans un rapport constant, par rapport à l'axe Oz .

Si le moteur tourne à vitesse constante, $\theta'' = 0$.

Les inconnues ne comportent alors pas de terme en θ'' .

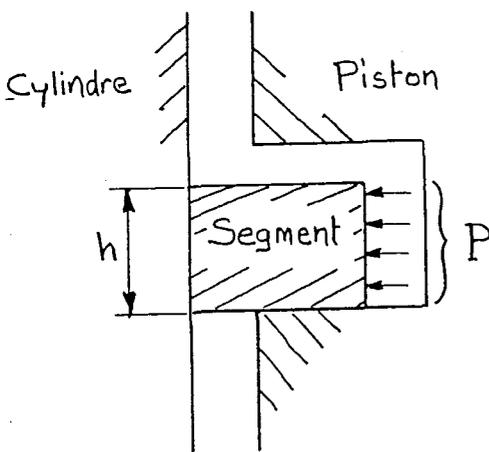
5.3. Modifications apportées sur le frottement

Nous ne tenons pas compte de l'incidence sur le frottement de l'action **R**, le vilebrequin étant monté sur roulements.

* Contact piston-cylindre et segments cylindres

La force normale piston-cylindre est : $C_p = - B_{px}$. Soit f le coefficient de frottement contre le cylindre. La force tangentielle engendrée par le frottement est de sens opposé à la vitesse de déplacement du piston.

Il convient également de tenir compte de la force engendrée par la bande des segments contre le cylindre, et de la force engendrée par la pression des gaz contre la face interne des segments (cette pression diminuant du segment coup-de-feu au segment racleur par suite des pertes de charge, nous ne tenons compte de son effet que sur le segment coup-de-feu).



La figure 25 montre une section d'un segment. L'action tangentielle due aux frottements est donc :

$$\pm f [C_p + \pi Dh (n P_{SB} + P)]$$

(le signe est fonction du sens de déplacement)

- avec :
- D : alésage
 - h : hauteur des segments
 - n : nombre de segments
 - P_{SB} : pression due à la bande
 - P : pression des gaz dans le cylindre

Figure 25

* Contact bielle-axe du piston

Soit g le coefficient de frottement à l'articulation. Le signe du moment de frottement est le signe opposé de celui de la vitesse de glissement bielle/axe du piston.

Le couple de frottement est donc :

$$\pm g R_{\text{axe}} \sqrt{B_{\text{px}}^2 + B_{\text{py}}^2}$$

avec R_{axe} = rayon de l'axe du piston.

* Contact tête de bielle - maneton du vilebrequin

Nous prenons le même coefficient g que précédemment.

Le couple de frottement sur la bielle est :

$$g R_{\text{maneton}} \sqrt{V_{\text{bx}}^2 + V_{\text{by}}^2}$$

avec R_{maneton} = Rayon du maneton de vilebrequin.

5.4. Etude du système avec frottement

Il suffit de reprendre les équations du mouvement du système sans frottement, en ajoutant à chaque effort ou moment un terme correcteur prenant en compte l'effet du frottement.

$$\begin{aligned} C_p + \Delta C_p + B_{\text{px}} + \Delta B_{\text{px}} &= 0 ; \\ -(P - P_o) S + B_{\text{py}} + \Delta B_{\text{py}} \pm f [C_p + \Delta C_p + MDh (n P_{\text{SB}} + P)] &= M_p \gamma_p ; \\ V_{\text{bx}} + \Delta V_{\text{bx}} - (B_{\text{px}} + \Delta B_{\text{px}}) &= M_b \gamma_{\text{Gbx}} ; \\ V_{\text{by}} + \Delta V_{\text{by}} - (B_{\text{py}} + \Delta B_{\text{py}}) &= M_b \gamma_{\text{Gby}} ; \\ - \cos \varphi [L_1 (B_{\text{px}} + \Delta B_{\text{px}}) + (L - L_1) (V_{\text{bx}} + \Delta V_{\text{bx}})] \\ - \sin \varphi [L_1 (B_{\text{py}} + \Delta B_{\text{py}}) + (L - L_1) (V_{\text{by}} + \Delta V_{\text{by}})] \\ + g R_{\text{maneton}} \sqrt{(V_{\text{bx}} + \Delta V_{\text{bx}})^2 + (V_{\text{by}} + \Delta V_{\text{by}})^2} \\ \pm g R_{\text{axe}} \sqrt{(B_{\text{px}} + \Delta B_{\text{px}})^2 + (B_{\text{py}} + \Delta B_{\text{py}})^2} &= I_b \varphi'' . \end{aligned}$$

Dans ce système, on supprime alors tous les termes correcteurs (précédés de Δ) élevés au carré.

Par comparaison avec les expressions des inconnues obtenues pour le système sans frottement, on en déduit les expressions des efforts et couples dûs aux frottements.

On peut ainsi calculer le couple exercé par les frottements sur le vilebrequin.

Le couple résistant au niveau du vilebrequin n'est pas uniquement dû aux frottements dans l'embellage. Il est également dû pour partie aux frottements dans la culbuterie et dans les auxiliaires (alternateur, pompe à huile, pompe d'injection, turbine de refroidissement).

Nous avons pris globalement en compte la contribution de ces éléments au couple résistant sous la forme d'un terme constant, pour un régime donné du moteur fonctionnant à vide, dans l'expression du couple résistant.

Le calcul en est fait de la façon suivante : le couple résistant moyen sur un cycle est opposé au couple moteur moyen sur un cycle, à vitesse constante. Or, le couple dû au frottement dans l'embellage est calculable par notre modèle (nous avons pris pour valeurs des coefficients f et g respectivement 0,07 et 0,03, chiffres moyens donnés par R. MARCHAL, ([5], p.262).

Le couple résistant dû à la culbuterie et aux auxiliaires s'obtient donc par différence entre les valeurs moyennes du couple de frottement dans l'embellage et du couple moteur.

La figure 26 montre en exemple les évolutions du couple moteur, du couple résistant et du moment des quantités d'accélération en fonction de la position angulaire du vilebrequin, sur un cycle.

Ces courbes ont été tracées à l'aide d'un programme de calcul utilisant les différents modèles décrits précédemment.

La vitesse de rotation du moteur est de 800 min^{-1} , ce qui explique la faible amplitude de variation du couple associé aux quantités d'accélération.

Rappelons que le moteur tourne à vitesse angulaire constante et à vide.

Nous exposons au § 6, chap.2, de quelle façon nous avons déterminé les différents paramètres gouvernant notre modèle.

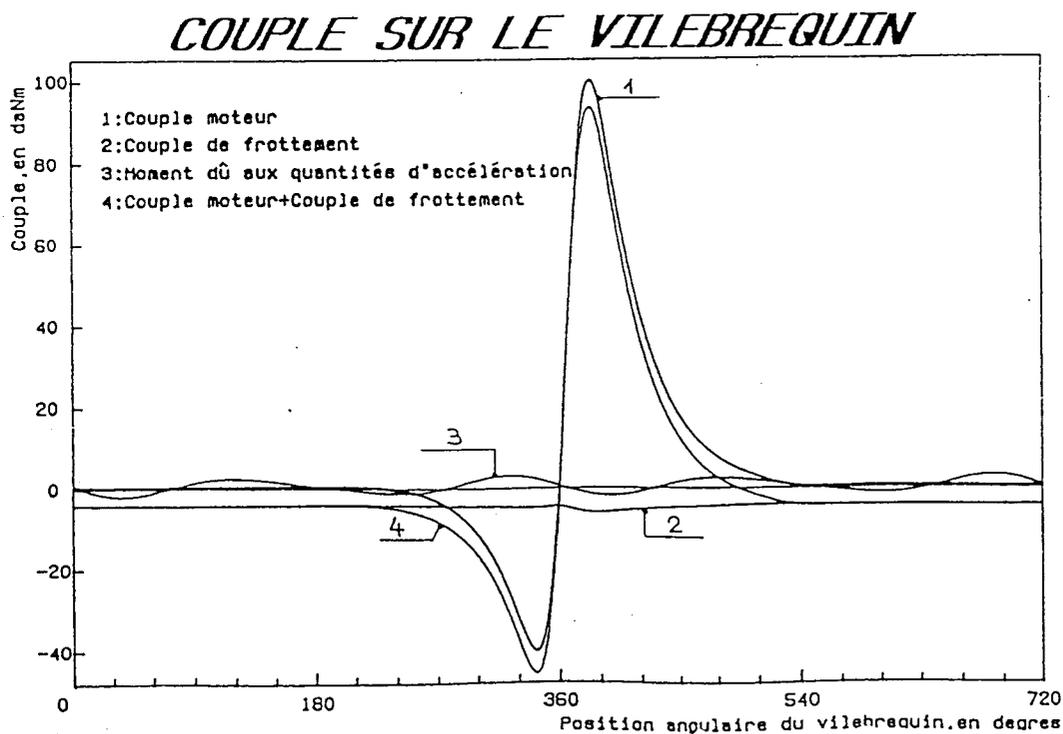


Figure 26

5.5. Expression du couple résistant dans l'équation générale du mouvement du moteur

Pour valider le modèle décrivant le mouvement du moteur, il est nécessaire d'intégrer l'équation du mouvement que nous rappelons :

$$\theta'' F(\theta) + \frac{1}{2} \theta'^2 \frac{d F(\theta)}{d\theta} = \Gamma_m(\theta, \theta') + \Gamma_f(\theta, \theta', \theta'')$$

Nous avons établi que le couple moteur $\Gamma_m(\theta, \theta')$ peut être calculé à vitesse instantanée variable ; cependant, l'expression du couple résistant $\Gamma_f(\theta, \theta', \theta'')$ fait apparaître des termes en θ'' .

Toutefois, les différents tracés de Γ_f en fonction de θ , à différentes vitesses θ' constantes, montrent que l'amplitude des évolutions de Γ_f ne dépasse jamais 3 % de l'amplitude des évolutions de Γ_m sur un cycle, en régime établi.

Pour l'intégration de l'équation du mouvement, nous avons donc pris pour hypothèse que le couple résistant est constant au cours d'un cycle, en régime établi, et égal à l'opposé de la valeur moyenne du couple moteur.

L'erreur ainsi faite peut du reste être évaluée en intégrant l'équation de mouvement du moteur équilibré : le profil des courbes roulantes de l'engrenage utilisé pour l'équilibrage prend en effet en compte les variations du couple résistant selon le modèle décrit au § 5.4, chap.2, alors que l'équation du mouvement fait intervenir un couple résistant constant.



Lorsque la vitesse initiale est égale à la vitesse d'équilibrage, on fait apparaître ainsi que la vitesse calculée s'écarte peu de la vitesse d'équilibrage.

La figure 38 du § 6.5.3, chap.2, en donne un exemple.

Nous pouvons ainsi justifier la légitimité de l'hypothèse faite sur le couple résistant, d'autant mieux que le moteur tourne à vide et à faible vitesse.

6. DETERMINATION DES VALEURS NUMERIQUES DES PARAMETRES - POSSIBILITES OFFERTES PAR LE MODELE

Le modèle de comportement du moteur que nous avons élaboré est fonction de plusieurs dizaines de paramètres qu'il nous faut déterminer pour pouvoir prévoir par le calcul l'évolution de la vitesse instantanée du moteur dans des conditions de marche imposées.

Certains de ces paramètres sont mesurables, directement ou indirectement. D'autres, pour leur détermination, nécessitent la confrontation du modèle avec l'expérience, ce qui permet d'ajuster leur valeur par approximations successives. C'est le cas de coefficients empiriques dont la valeur n'est pas donnée dans la littérature, ou des paramètres dont l'influence sur le fonctionnement du moteur est mal connue ou spécifique à chaque type de moteur : il s'agit essentiellement des paramètres liés à la description de la phase de combustion du cycle thermodynamique.

Nous donnons dans les paragraphes suivants les processus d'obtention de la valeur des différents paramètres.

6.1. Obtention des paramètres décrivant la configuration géométrique du moteur.

Il s'agit des paramètres qui fixent les dimensions caractéristiques de l'embellage et les dimensions des ouvertures pour le passage des gaz, ainsi que certaines caractéristiques d'inertie des pièces en mouvement. D'une façon générale, la valeur de ces paramètres nous a été communiquée par le constructeur du moteur :

Course du piston	: 105 mm
Entraxe de la bielle	: 180 mm
Masse du piston	: 1,09 kg
Masse de la bielle	: 1,04 kg
Position du centre d'inertie de la bielle à partir de son pied	: 139 mm
Moment d'inertie de la bielle par rapport à un axe parallèle à l'axe de ses alésages et passant par son centre d'inertie	: 0,07 m ² kg
Moment d'inertie du vilebrequin par rapport à son axe, ainsi que de toutes les pièces qui lui sont cinématiquement liées dans un rapport constant. (avec le volant standard)	: 0,52 m ² kg
Rayon du maneton de vilebrequin	: 25 mm
Rayon de l'axe du piston	: 15 mm
Epaisseur des segments	: 3 mm
Pression due à la bande des segments	: 1,6.10 ⁵ Pa
Alésage	: 90 mm
Section de la conduite d'aspiration	: 1,25.10 ⁻³ m ²
Section de la conduite de refoulement	: 1.10 ⁻³ m ²
Diamètre intérieur de la soupape d'aspiration	: 41 mm
Diamètre intérieur de la soupape d'échappement	: 35 mm
Levée des soupapes	: 10,3 mm
Angle au sommet du cône supportant les portées de soupapes d'admission et d'échappement	: 90 degrés

Taux de compression volumétrique	: 21
Avance à l'ouverture de la soupape d'admission	: 34 degrés par rapport au point mort haut
Retard à la fermeture de la soupape d'échappement	: 34 degrés par rapport au point mort haut
Position du vilebrequin à la fermeture de la soupape d'admission	: 222 degrés
Position du vilebrequin à l'ouverture de la soupape d'échappement	: 466 degrés

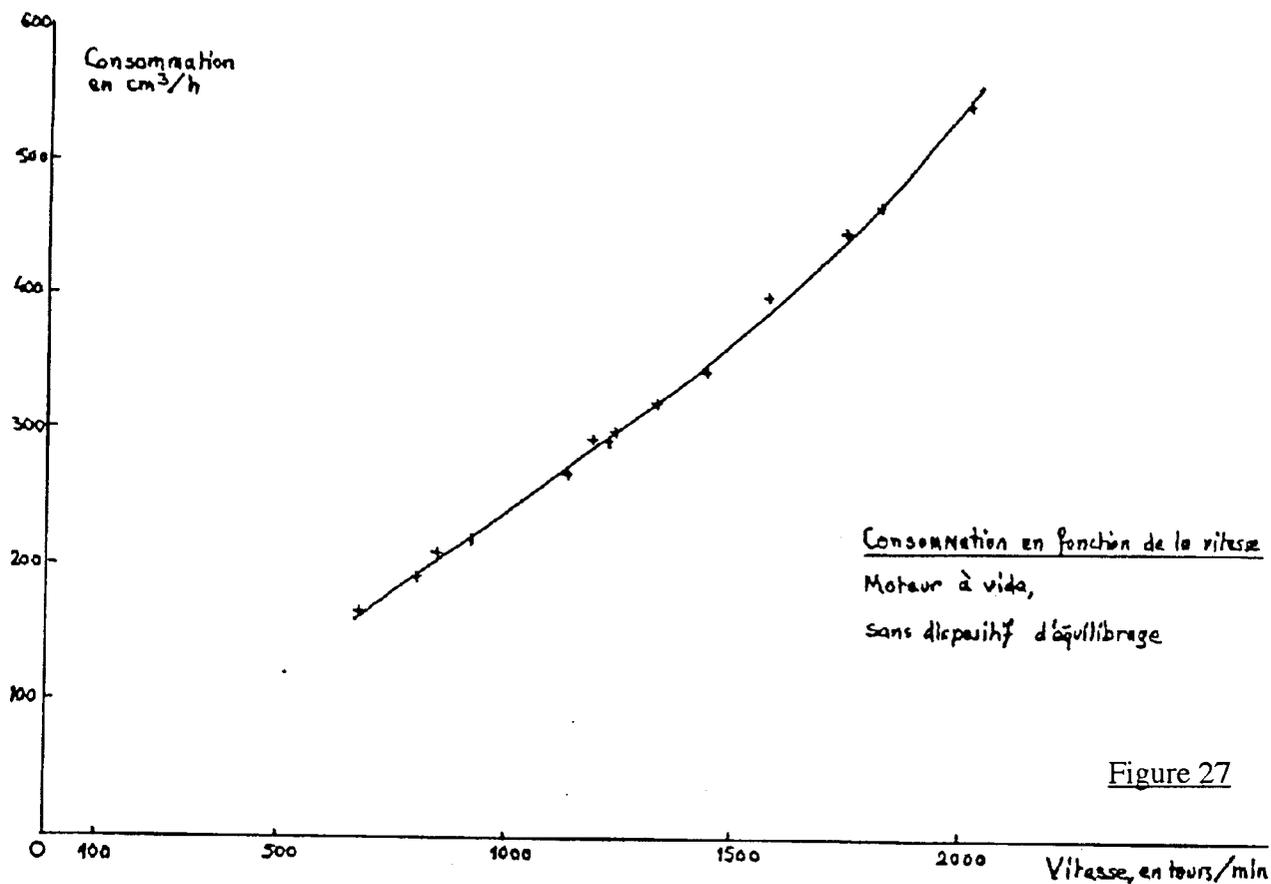
6.2. Mesure du débit de la pompe d'injection - loi d'injection

La consommation du moteur en gazole a été déterminée expérimentalement, le moteur tournant toujours à vide et en régime établi, à différentes vitesses.

Le dispositif d'essai comporte une burette dont la partie inférieure est reliée à l'entrée de la pompe d'injection. Le retour du gazole pompé en excès s'effectue à la partie supérieure de la burette : seule est prise en compte la quantité de combustible réellement injectée dans le cylindre.

Le moteur tournant en régime établi à une vitesse connue, on lit sur la burette la quantité de gazole consommée en un temps déterminé. La figure 27 donne la consommation en cm^3/h pour des vitesses comprises entre 680 et 2000 min^{-1} environ.

La courbe tracée montre que la consommation du moteur en carburant est presque uniquement fonction de sa vitesse, la légère concavité du tracé étant due à une variation concomitante du couple résistant. Cette allure de la courbe de consommation est caractéristique du moteur fonctionnant à vide.



Il s'ensuit que la quantité de combustible injectée par cycle varie peu avec la vitesse du moteur : la pompe débite, par coup, entre 680 et 2000 min^{-1} , un volume de gazole variant entre $7,8 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3$ et $8,9 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3$, soit, pour les faibles vitesses de rotation, une masse de gazole injectée par coup de pompe d'environ $7 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$.

Or, le constructeur précise que la consommation horaire maximale à 2300 min^{-1} est de 2 kg de gazole, durant une rotation du vilebrequin de 20 degrés par cycle. La masse de combustible injectée par degré de rotation du vilebrequin est donc de l'ordre de $1,4 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$, en supposant la masse injectée proportionnelle à la rotation du vilebrequin. Ceci permet de fixer la loi d'injection du combustible : le moteur tournant à vide, l'injection se fait sur une rotation du vilebrequin de 5 degrés.

Si la charge du moteur augmente, la pompe d'injection délivre toujours la même masse de carburant par degré de rotation du vilebrequin, mais sur un angle plus important.

La loi d'injection permet de calculer la richesse instantanée durant l'injection (cf § 4.4.2, chap. 2).

6.3. Obtention des paramètres thermodynamiques

Par hypothèse, la pression génératrice à l'aspiration et la pression de refoulement sont égales à la pression atmosphérique. La température génératrice à l'aspiration est de 298 K.

La température des parois du cylindre et du piston est prise égale à 415 K, chiffre moyen donné par DOUAUD [20].

Les coefficients de la formule de VIBE à deux phases (cf § 4.4.3.5, chap. 2) sont donnés par AHMED, qui étudie notamment le cas de moteurs diesel à faible charge et à faible vitesse de rotation ([26], p. 132).

Par contre, les paramètres fixant la durée de combustion, le délai d'inflammation, la position du vilebrequin à l'injection, sont essentiellement fonctions du moteur et doivent être évalués spécifiquement pour notre moteur d'essai. Il est toutefois possible d'avoir un ordre de grandeur de ces valeurs.

Par exemple, M. SERRUYS ([25], B2790, p.2) précise que le délai d'inflammation est de l'ordre de quelques dix-millièmes de seconde, ce qui, pour un moteur tournant à 600 min^{-1} , correspond à un angle de rotation du vilebrequin dans le même temps de quelques degrés.

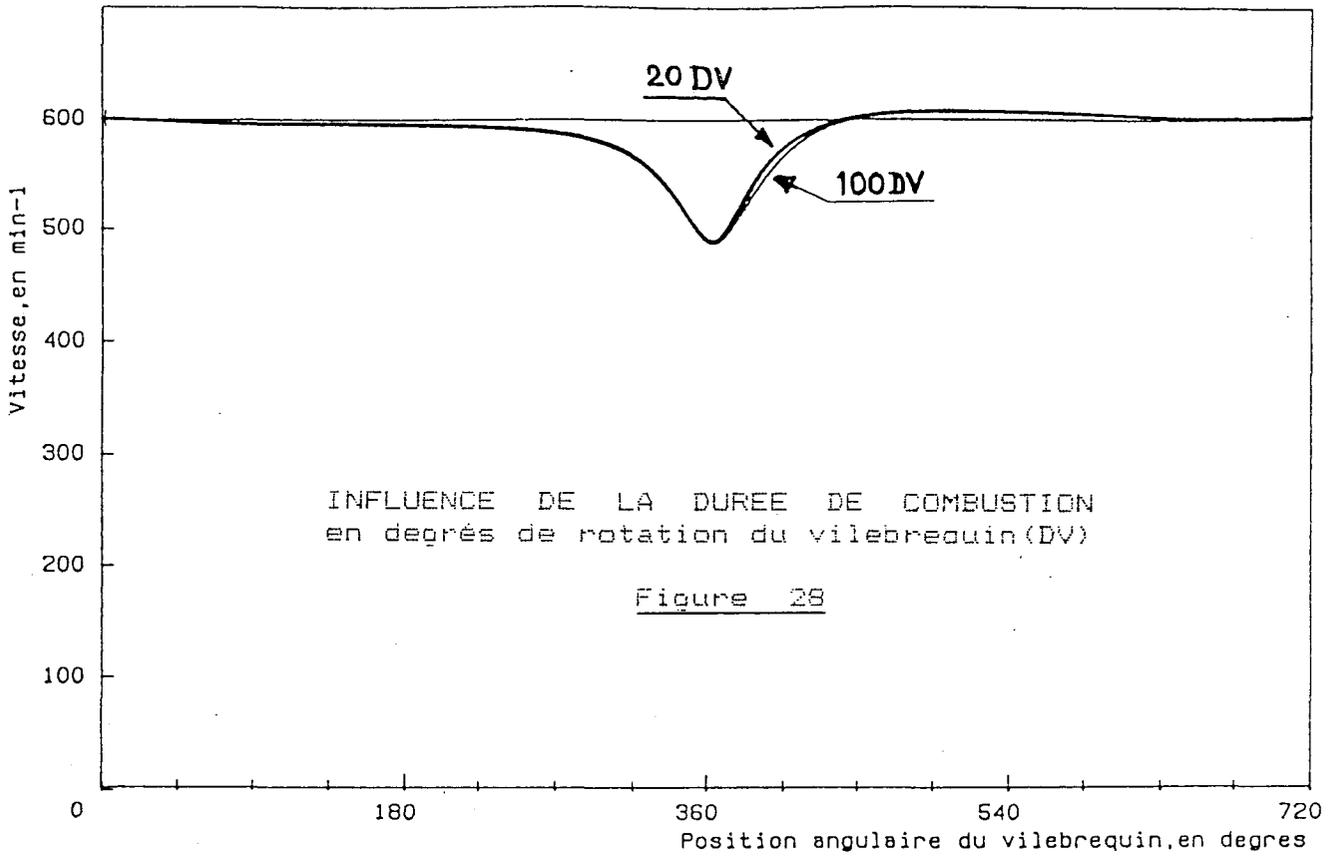
De même, la durée de combustion correspond, suivant les moteurs et les régimes, à une rotation du vilebrequin pouvant aller jusqu'à 125 degrés pour les moteurs chargés [26].

Quant à la position du vilebrequin à l'injection du combustible dans le cylindre, elle est déterminée par le profil de la came agissant sur la pompe d'injection ; mais elle est également fonction de la raideur des canalisations et du temps de montée en pression du combustible dans l'injecteur.

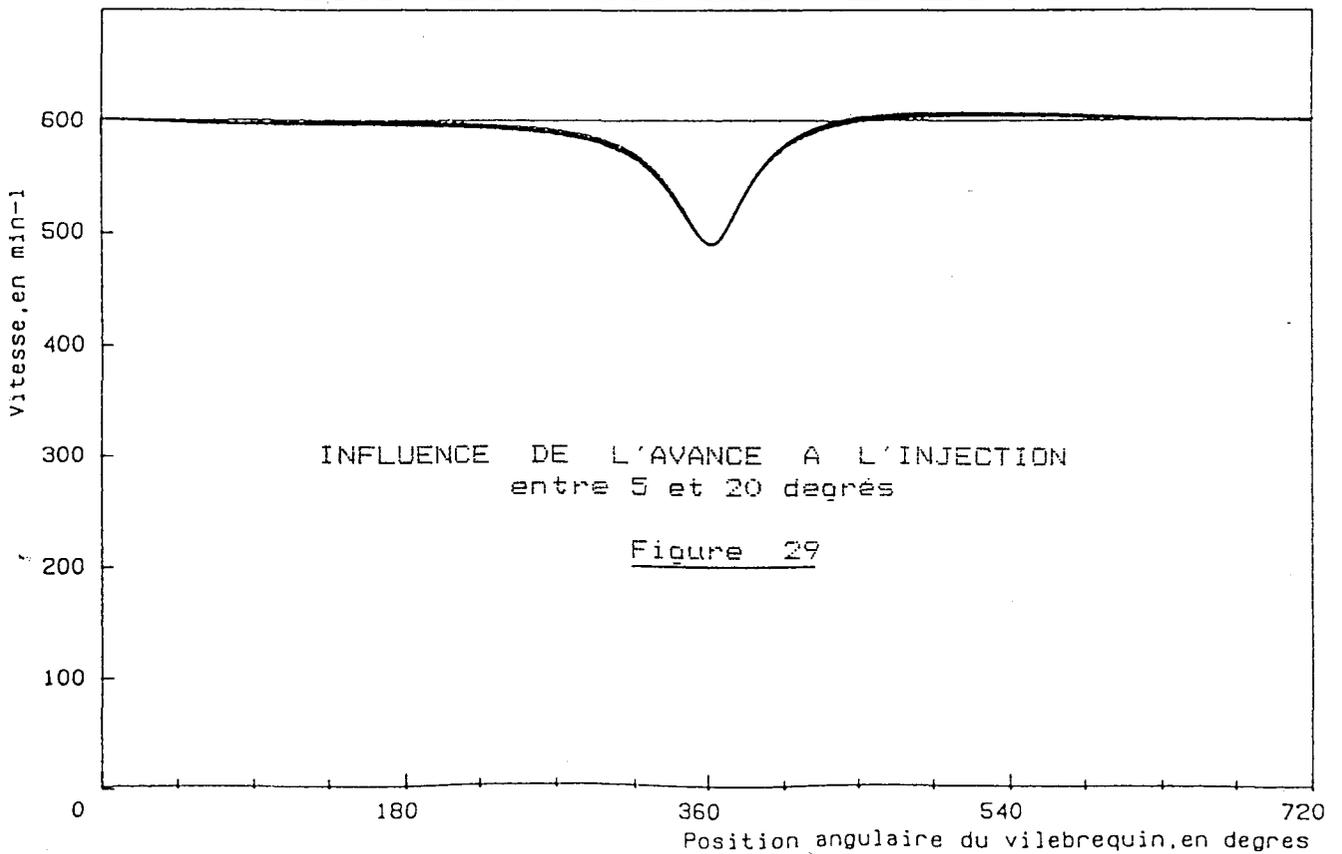
Nous avons donc introduit dans notre modèle les valeurs estimées de ces paramètres, et nous avons examiné l'influence de la variation de chacun d'entre eux sur la vitesse instantanée calculée du moteur fonctionnant à vide, dans le but de déterminer les valeurs donnant le meilleur ajustement possible du modèle au comportement réel du moteur (cf § 3.1, chap.2).

A titre d'exemple, nous donnons ci-après l'influence de la durée de combustion (figure 28) et de l'avance à l'injection (figure 29) sur l'évolution de la vitesse du moteur sur un cycle ; dans chaque cas, quatre courbes ont été tracées avec, pour la figure 28, des valeurs de durée de combustion correspondant à des rotations du vilebrequin de 20, 30, 50 et 100 degrés, et, pour la figure 29, des valeurs d'avance à l'injection de 5, 10, 15 et 20 degrés. Dans les deux cas, la vitesse initiale du moteur est de 600 min^{-1} .

EVOLUTION DE LA VITESSE



EVOLUTION DE LA VITESSE



On remarque la très faible incidence sur le comportement du moteur de variations importantes de ces paramètres. Il n'en serait sans doute pas de même si le moteur fonctionnait en charge.

Nous montrons sur les figures 30, 31, 32 et 33 l'influence de la variation de ces paramètres sur le cycle thermodynamique, toutes choses étant égales par ailleurs.

Dans tous les cas, le moteur fonctionne à vide à la vitesse constante de 600 min^{-1} .

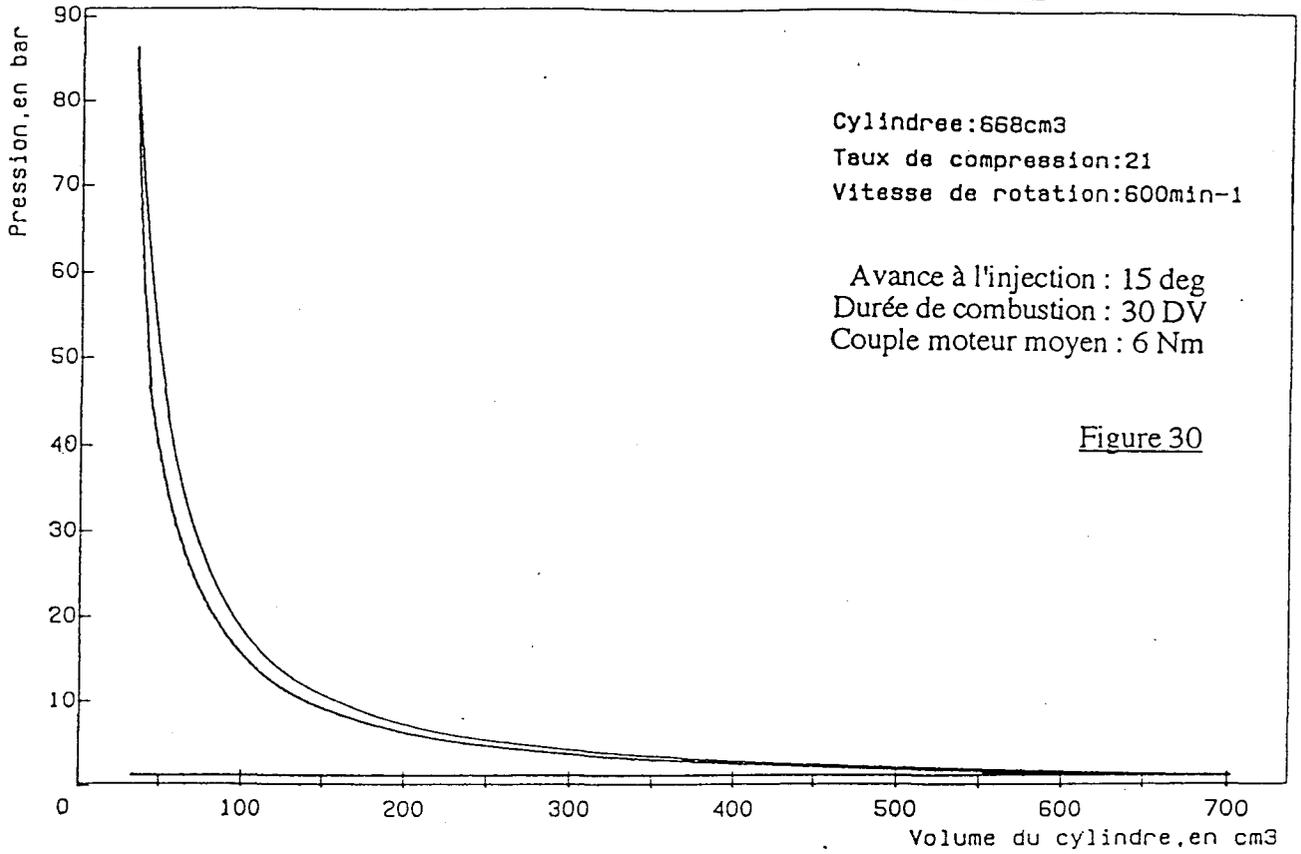
Des essais à plusieurs vitesses moyennes du moteur à vide ont permis de confirmer ou d'ajuster la valeur des paramètres.

Au paragraphe 2 du chapitre 3, nous montrons la correspondance entre les courbes d'évolution de la vitesse en fonction de la position angulaire du vilebrequin obtenues par calcul d'une part, par mesure d'autre part.

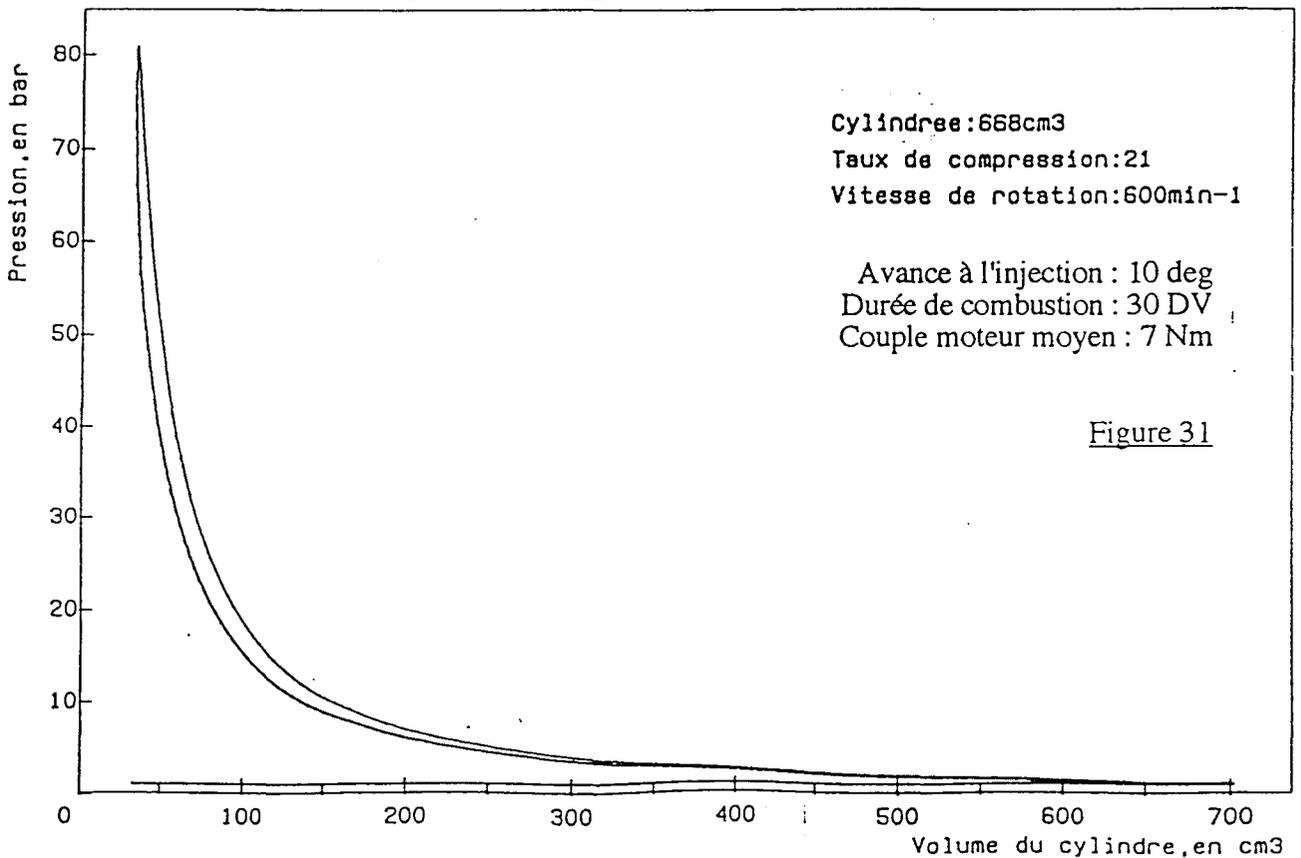
Pour obtenir les courbes calculées à l'aide de notre modèle, les seuls paramètres à introduire sont la vitesse initiale du cycle et la durée d'injection en DV (degrés de rotation du vilebrequin).

Lorsque le moteur tourne seul (sans dispositif d'équilibrage), et à des vitesses proches du ralenti, la durée d'injection est de 5 DV. Mais nous avons constaté, lors des essais avec le dispositif d'équilibrage, qu'il est nécessaire d'augmenter sensiblement le débit lorsqu'on approche ou qu'on dépasse la vitesse d'équilibrage.

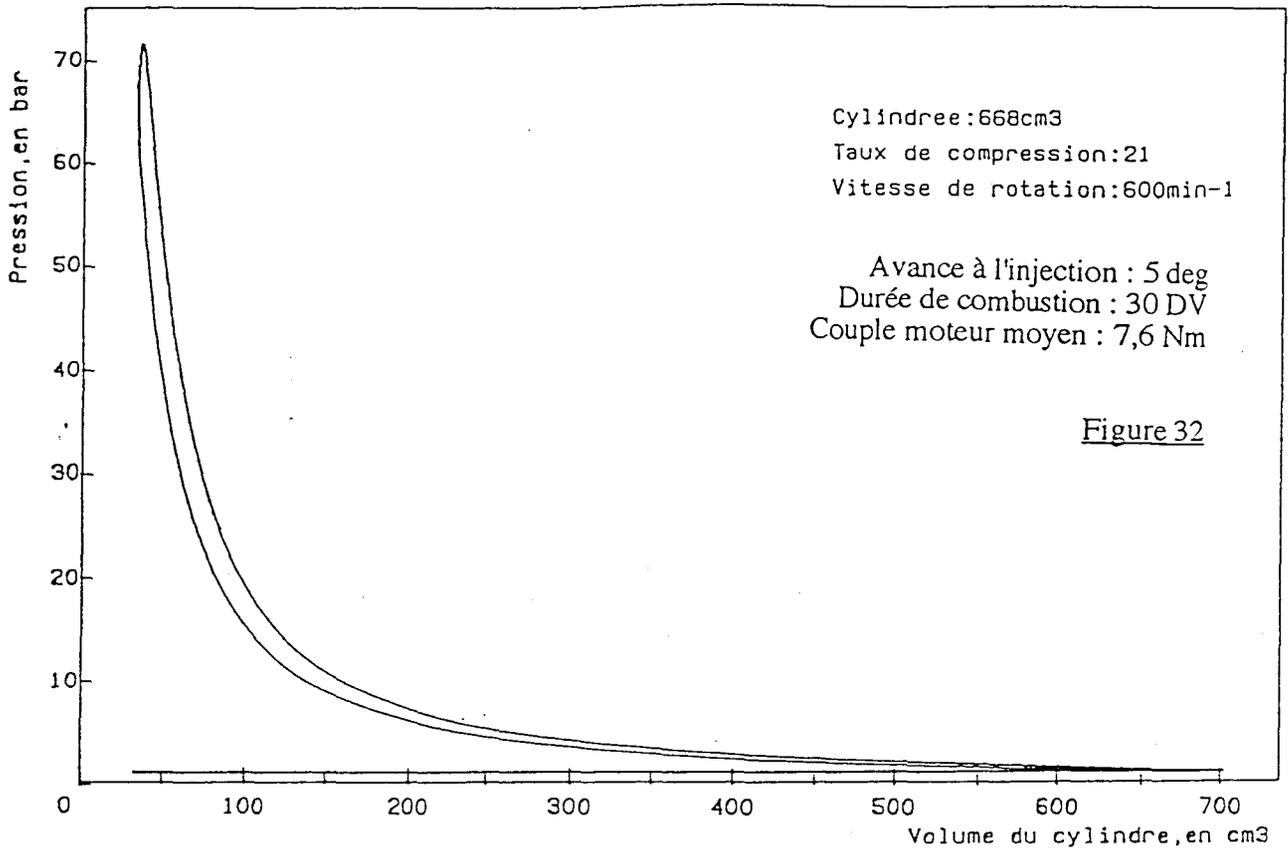
CYCLE THERMODYNAMIQUE



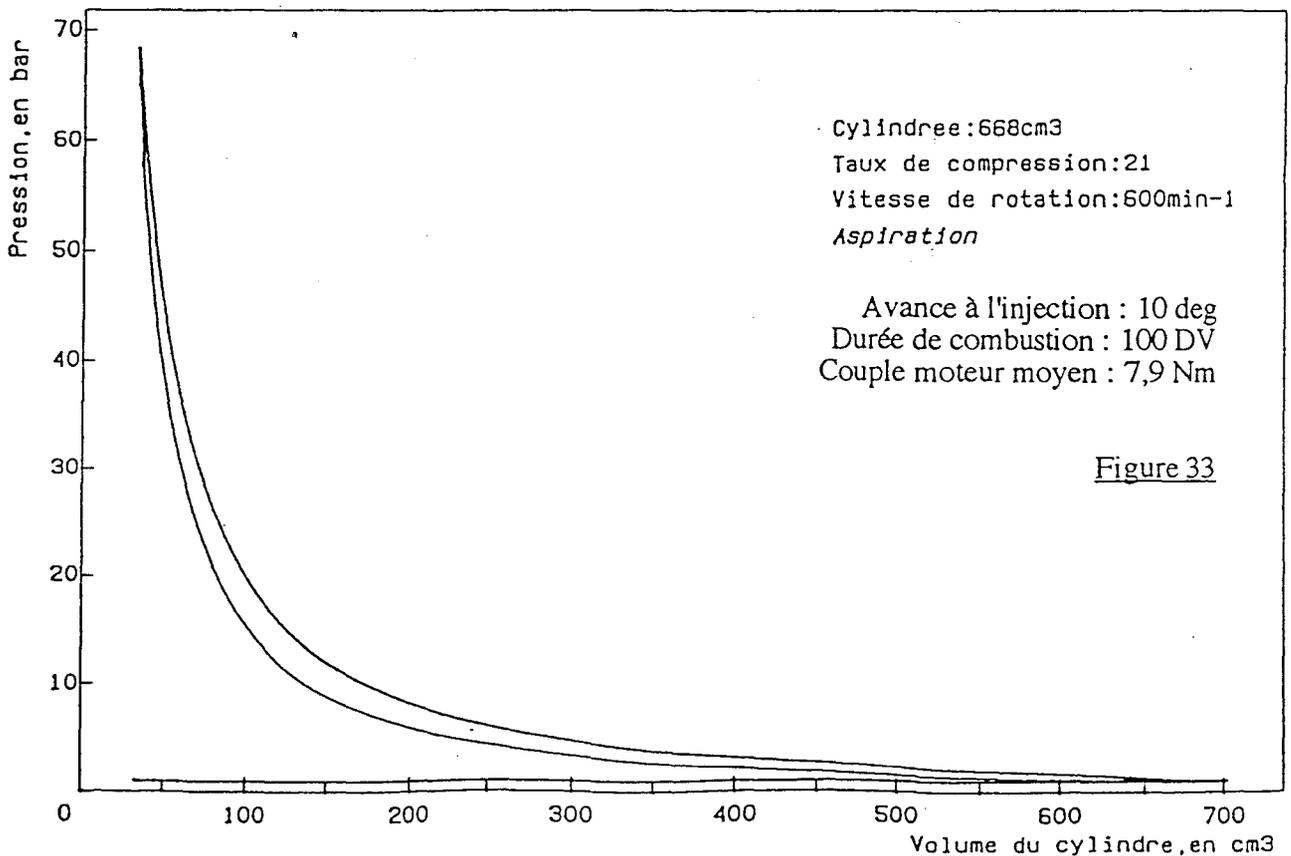
CYCLE THERMODYNAMIQUE



CYCLE THERMODYNAMIQUE



CYCLE THERMODYNAMIQUE



Ce phénomène peut être lié à l'accroissement du couple transmis au sein du système, ce qui, d'une part, augmente les résistances internes (frottements dans les guidages, résistance au roulement, etc...) et, d'autre part, provoque le glissement du limiteur de couple placé dans la chaîne cinématique pour en protéger les différents composants lors de dépassements éventuels du couple prévu (voir figure 41). Nous expliquons dans le 3ème chapitre pourquoi de tels dépassements se produisent.

Nous précisons par la suite les valeurs adoptées pour le débit. L'étude et le tracé des courbes roulantes ont été effectués avec une durée d'injection de 5 DV.

En l'absence d'autre précision, les courbes présentées par la suite sont tracées avec une durée d'injection de 5 DV.

6.4. Utilisation du modèle

Outre le calcul et le tracé du cycle thermodynamique du moteur, le programme permet de tracer les évolutions de la vitesse du vilebrequin en fonction de sa position angulaire, moteur seul ou muni de son dispositif d'équilibrage. Il permet également le tracé du couple transmis par le moteur au dispositif d'équilibrage, à vitesse variable.

A vitesse constante du moteur, le programme fournit aussi, toujours en fonction de la position angulaire du vilebrequin, le tracé des évolutions des couples moteur, résistant et dû aux quantités d'accélération, sur le vilebrequin.

Nous avons vu qu'il est également possible de tracer le profil des courbes roulantes, pour une position angulaire quelconque du mécanisme.

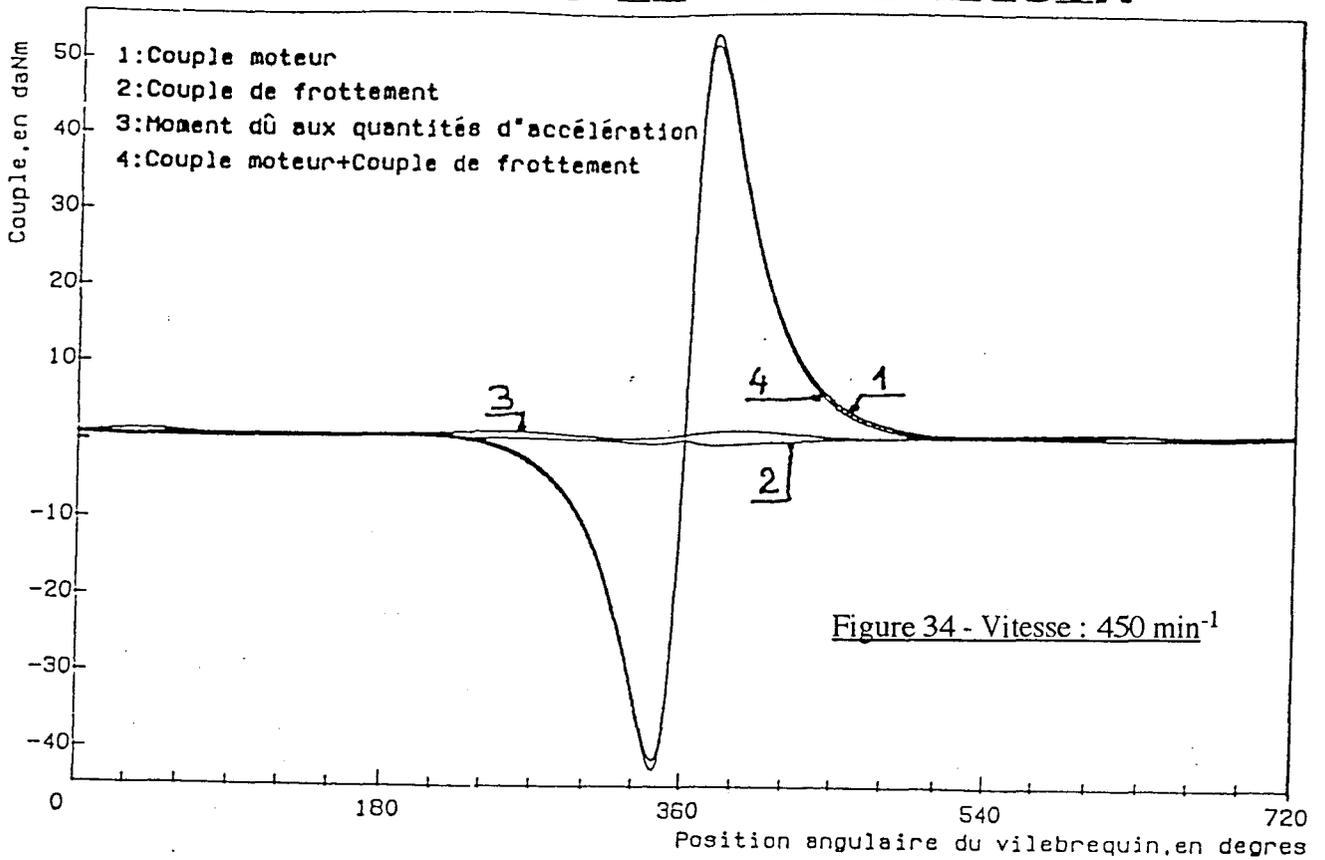
Rappelons que, dans tous les cas, le moteur fonctionne à vide. Tous ces tracés peuvent être effectués pour n'importe quelle vitesse d'équilibrage, et pour des valeurs quelconques des moments d'inertie des volants.

6.4.1. Détermination des couples sur le vilebrequin, à vitesse constante

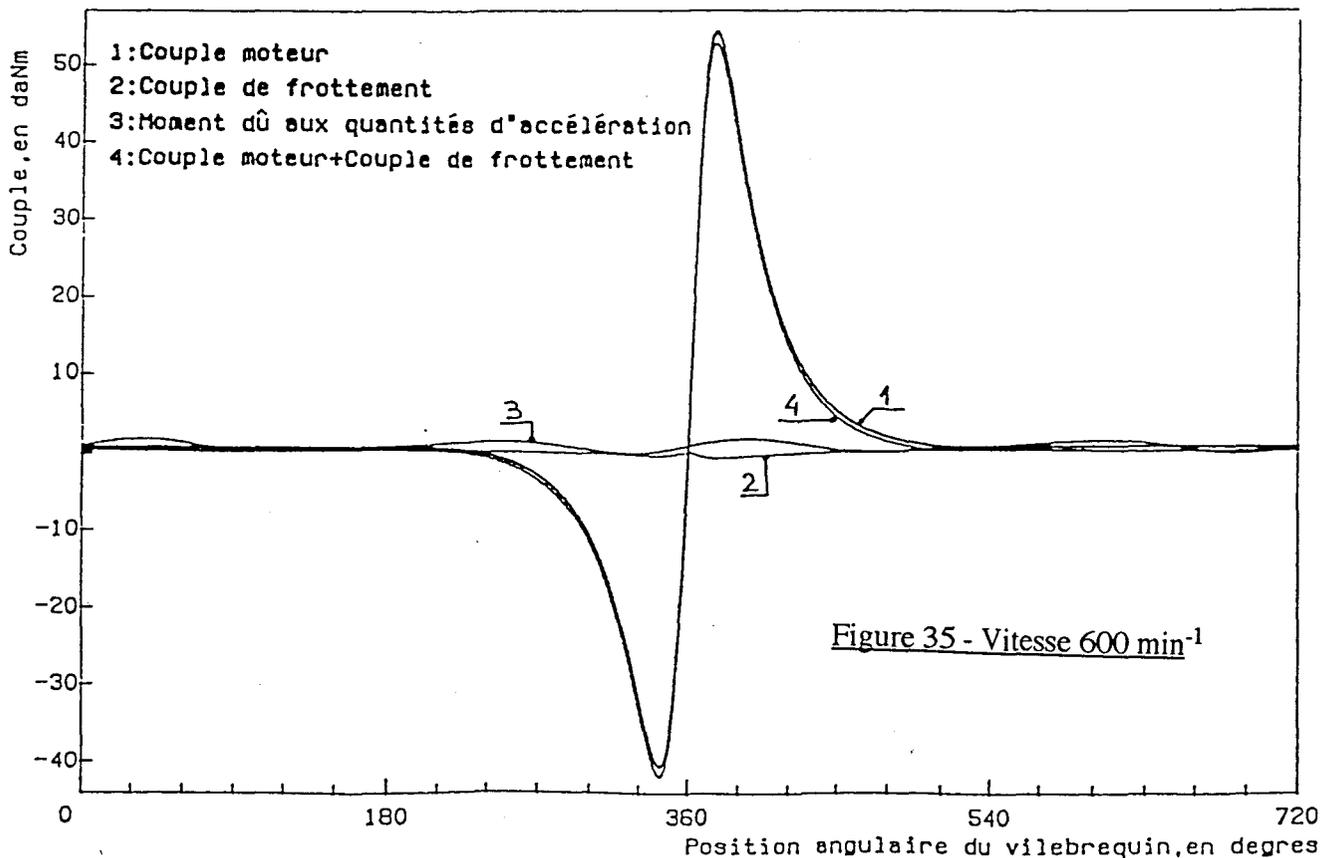
Les figures 34 à 36 montrent des exemples de tracés du couple moteur, du couple résistant et du couple dû aux quantités d'accélération dans le mécanisme, pour différentes vitesses.

Notons qu'ici la valeur du volant moteur n'intervient pas, puisque la vitesse est constante.

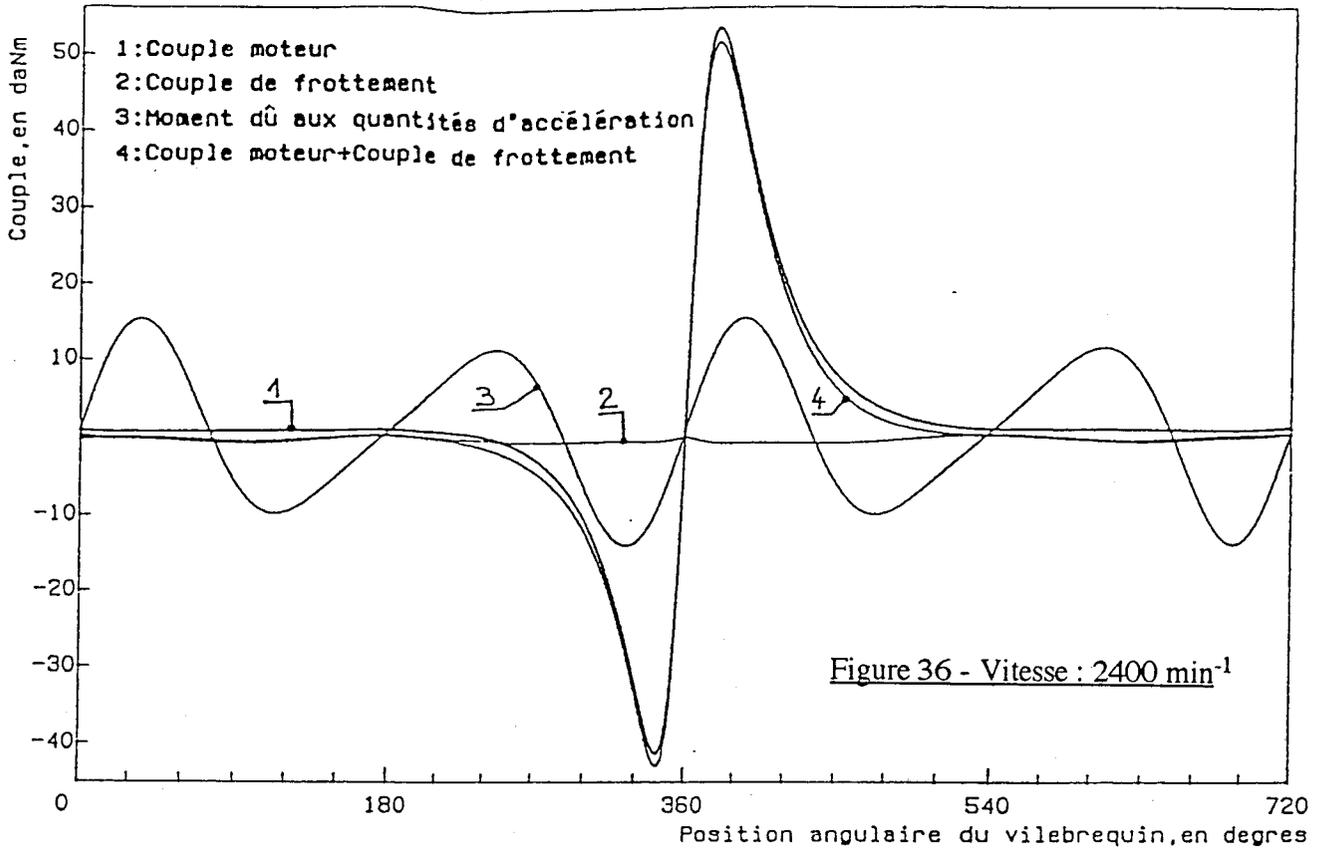
COUPLE SUR LE VILEBREQUIN



COUPLE SUR LE VILEBREQUIN



COUPLE SUR LE VILEBREQUIN



COURBES ROULANTES

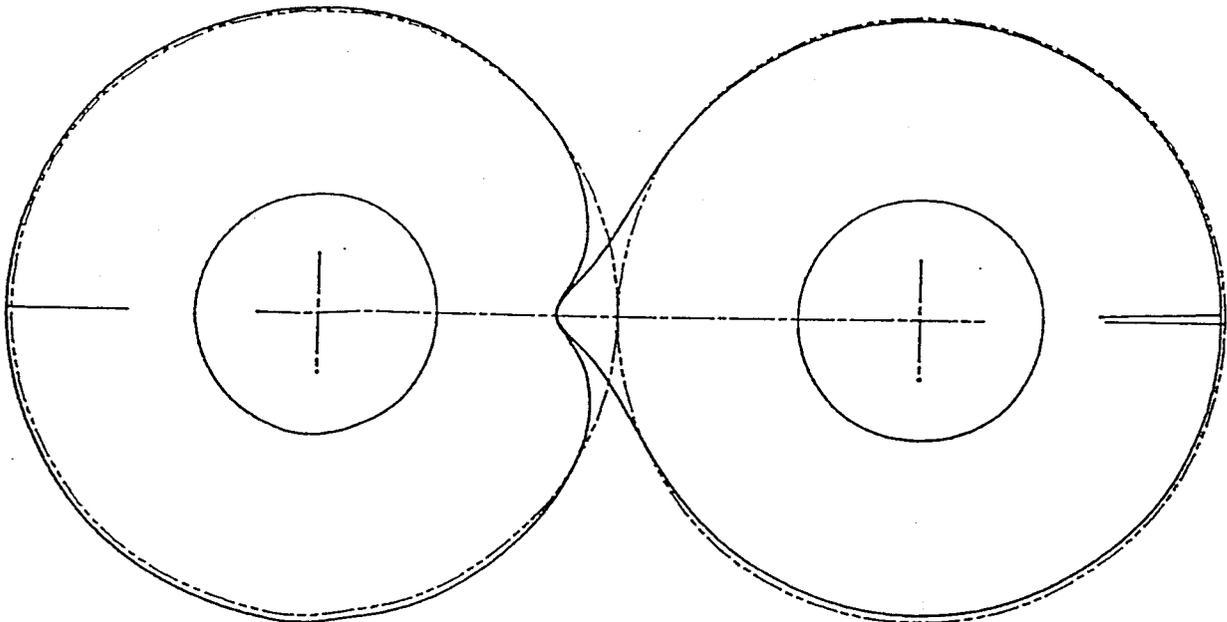


Figure 37 - Vitesse d'équilibrage : 450 min⁻¹

arbre moteur

volant SPILOG 2.132m2kg

On remarque que le couple résistant est sensiblement constant, quelle que soit la vitesse.

6.4.2. Détermination des courbes roulantes

Le programme donne la liste des coordonnées des points des courbes roulantes, et permet leur tracé montré sur la figure 37.

Pour des raisons d'encombrement et compte tenu du couple à transmettre, l'entraxe de l'engrenage a été fixé à 80 mm.

Le rayon minimal de la roue liée à l'arbre à cames (32 mm) a été choisi en fonction des possibilités actuelles de conformation des primitives réelles aux courbes roulantes déterminées par le calcul.

La vitesse d'équilibrage retenue pour calculer les courbes roulantes est de 450 min^{-1} . Le volant d'équilibrage est alors de $2,13 \text{ m}^2\text{kg}$. Mais nous avons remarqué au § 3.3, chap.2, qu'il suffit de changer l'inertie du volant d'équilibrage sans modifier l'engrenage SPILOG pour modifier la vitesse d'équilibrage.

6.4.3. Prévision du comportement du moteur muni du dispositif d'équilibrage à une vitesse quelconque.

Le programme permet également d'intégrer l'équation du mouvement du moteur muni de son dispositif d'équilibrage. On obtient ainsi les évolutions de la vitesse, en régime établi, pour une vitesse initiale arbitrairement choisie.

Ceci met en évidence les variations de vitesse, notamment lorsque celle-ci est supérieure à la vitesse d'équilibrage.

La figure 38 illustre les cas suivants :

courbe 1 : moteur non équilibré, à la vitesse initiale de 450 min^{-1}

courbe 2 : moteur équilibré, à la vitesse d'équilibrage de 450 min^{-1} . La variation de vitesse observ e provient de l'approximation r ealis e lors de l'intégration de l'équation du mouvement, lorsqu'on considère le couple résistant comme constant

courbe 3 : moteur muni du dispositif d'équilibrage, à la vitesse initiale de 900 min^{-1}

courbe 4 : moteur muni du dispositif d'équilibrage, à la vitesse initiale de 1200 min^{-1}

Dans chacun des cas ci-dessus, le moteur est équipé du volant standard d'inertie $0,52 \text{ m}^2\text{kg}$.

EVOLUTION DE LA VITESSE

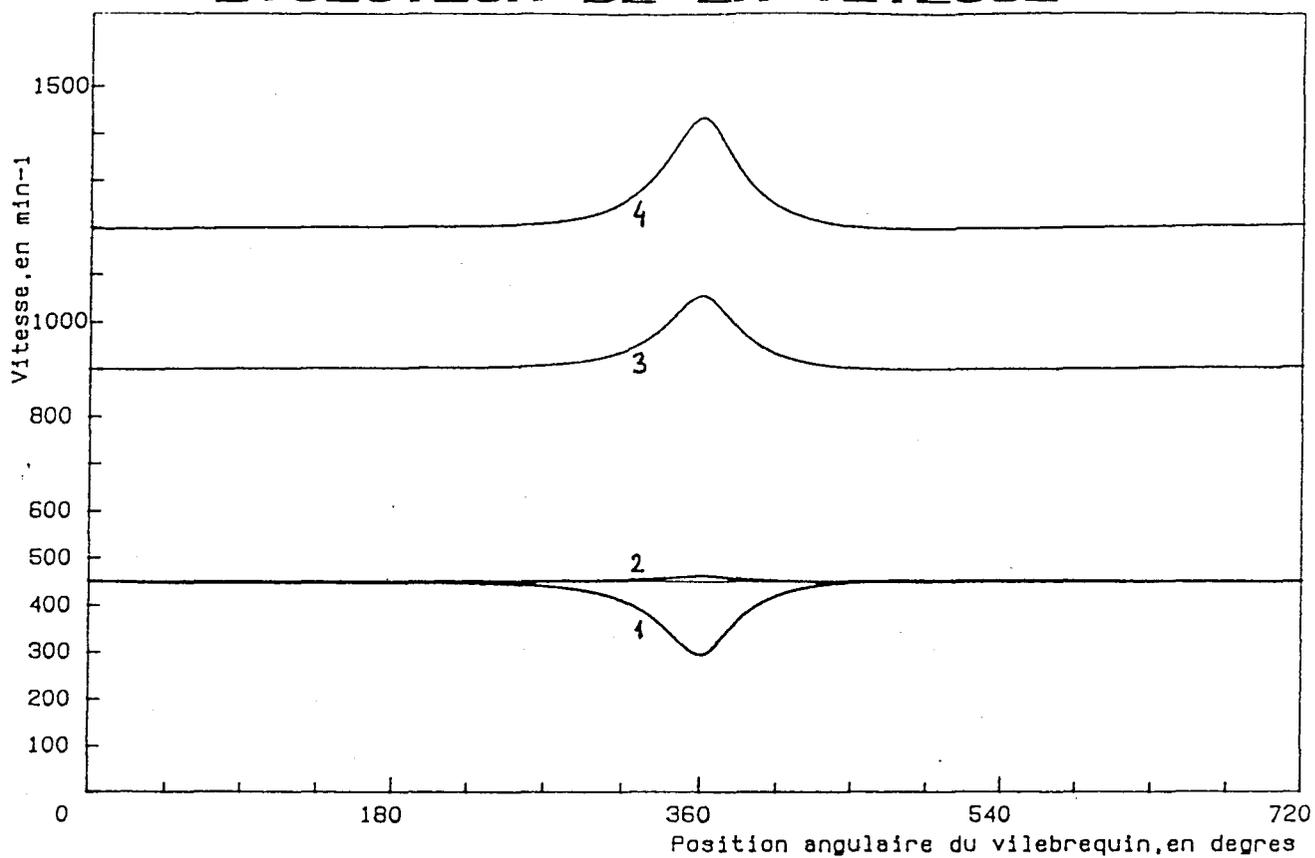


Figure 38

7. DETERMINATION DE L'ENGRENAGE SPILOG

7.1. Considérations générales sur la conception de la denture

La détermination de la denture se fait à partir des courbes roulantes théoriques obtenues au § 6.5.2, chap.2, et de la valeur du couple que l'engrenage doit transmettre en fonction de la position angulaire du vilebrequin du moteur (§ 6.5.1, chap.2).

Compte tenu de la définition de l'engrenage, la forme de chaque dent d'une roue est déterminée indépendamment des dents contiguës : ceci permet d'adapter chacune des dents à la valeur de l'effort auquel elle est soumise.

En l'absence de norme spécifique à ce type d'engrenage, on utilise en les adaptant certains éléments de la norme ISO en vigueur actuellement pour le calcul des engrenages circulaires ([36], [37], [38]).

Dans l'état actuel du développement de ce type d'engrenage, et en l'absence de connaissances suffisantes sur son comportement en fonctionnement, la vérification de l'équilibrage des "produits d'usure" [37] n'a pas été prise en compte.

On peut en principe munir d'une denture n'importe quel type de courbe roulante, pour autant que, en chaque point de la courbe, l'angle formé par la tangente et le rayon (angle G de la référence [1]) soit suffisamment voisin de l'angle droit (pour des raisons d'arc-boutement de l'engrenage lors de la transmission du mouvement).

7.2. Implantation de la denture

L'entraxe et la largeur de denture sont fixés de façon arbitraire, provisoirement.

La première opération à effectuer est une approximation des courbes roulantes théoriques par une succession d'arcs de spirales logarithmiques et de cercles, qui sont susceptibles d'une représentation algébrique simple : ceci permet de s'affranchir des contraintes de place en mémoire, le tracé de la denture se faisant, à l'aide d'un logiciel spécifique, sur un micro-ordinateur. Cette approximation peut, en principe, et dans la limite de mémoire disponible, être aussi fine qu'il est souhaitable.

La seconde opération consiste à réaliser l'implantation des dents. On fixe arbitrairement leur nombre (24 dents sur chaque roue), ce choix pouvant être remis en cause s'il s'avère par la suite que les critères de résistance de la denture ne peuvent être respectés.

Le tracé des évolutions du couple moteur (cf figures 34 et 35) montre que l'engrenage est sollicité de façon sensible seulement lors du passage du vilebrequin entre les angles 300 et 420 degrés. Ainsi seules les dents situées dans l'angle 180 ± 30 degrés sur chacune des roues transmettent un effort important (sur la figure 37, il s'agit des dents situées sur un angle de ± 30 degrés autour du point de contact entre les courbes roulantes).

L'implantation de la denture se fait donc, a priori, de la façon suivante : les dents situées sur la partie quasi-circulaire des roues sont régulièrement réparties sur les courbes roulantes. Elles transmettent un couple régulier et faible.

Les autres dents (situées dans l'angle 180 ± 30 degrés sur chaque roue) peuvent dès ce stade de la conception bénéficier d'une section d'encastrement plus importante.

Dans le but notamment de réduire l'encombrement de l'engrenage, on fait correspondre un creux de denture au plus grand rayon des courbes primitives.

La forme de la denture est déterminée suivant la méthode exposée au § 1 (chapitre 2), à l'aide d'un programme de calcul [38] qui détermine les arcs de conduite, l'angle de pression en un point quelconque, et qui trace la tête et le fond de dent. La denture est visualisée sur un écran (figure 39).

7.3. Calcul de résistance de l'engrenage et dimensionnement

Nous avons dit au paragraphe précédent que l'entraxe et la largeur de denture ont été arbitrairement choisis. Il est donc nécessaire de fixer les dimensions réelles en fonction des caractéristiques des matériaux choisis et de la durée de vie souhaitée.

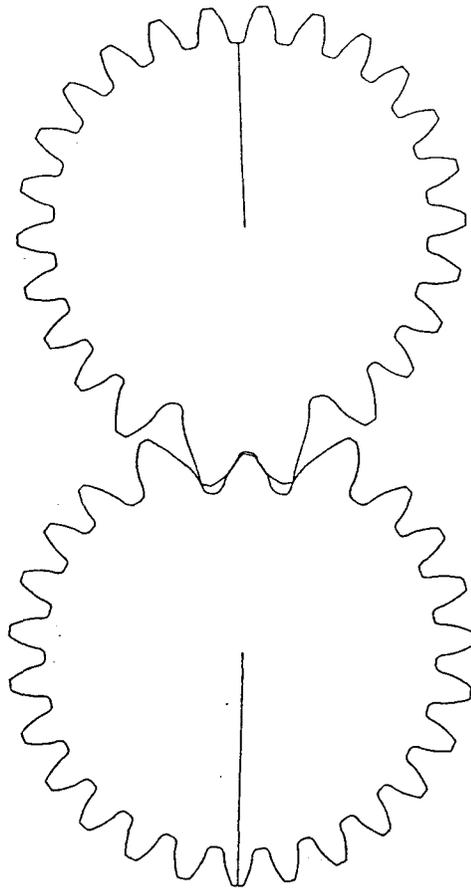


Figure 39 : Engrenage réalisé pour l'équilibrage du moteur. L'entraxe réel est de 80 mm

Le calcul se déroule de la façon suivante [38] :

* Calcul de la pression superficielle :

- calcul des rayons de courbure en chaque point du profil des dents,
- calcul de la pression de contact par unité de largeur de denture,
- choix d'un matériau et de sa pression superficielle admissible,
- prédimensionnement.

* Calcul de la contrainte maximale en flexion en fonction des dimensions trouvées précédemment.

Si cette contrainte est inférieure à la contrainte admissible en flexion du matériau choisi, le calcul est terminé.

Sinon, il convient de redimensionner les roues jusqu'à ce qu'elles résistent aux contraintes de pression superficielle et de flexion, le premier mode de détérioration en cas d'effort excessif sur la denture étant l'écaillage.

7.3.1. Calcul de la pression de contact

Selon le modèle de HERTZ classiquement utilisé pour le calcul des engrenages droits, la contrainte de compression est :

$$\sigma_H = 0,59 \sqrt{\frac{F_n}{b} \cdot \frac{E}{\rho_{\text{éq}}}}$$

avec :

b : largeur de denture ;

E : module d'élasticité longitudinale du matériau ;

F_n : effort au contact entre dentures, en supposant un point de contact unique au cours du fonctionnement, et en négligeant le frottement ;

$\rho_{\text{éq}}$: rayon de courbure équivalent au point de contact :

$$\frac{1}{\rho_{\text{éq}}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} \right)$$

où ρ_1 et ρ_2 sont les rayons de courbure du profil des dents au point de contact. Le signe est défini par la courbure des profils (signe + dans le cas d'un contact convexe-convexe, signe - dans le cas d'un contact convexe-concave).

La contrainte σ_H est majorée par des coefficients tenant compte des conditions de fonctionnement, donnés par la norme ISO [37].

Le matériau choisi est un acier au nickel-chrome traité pour une résistance à la rupture de 1200 MPa. Compte tenu du coefficient de sécurité, la résistance pratique est fixée à 420 MPa.

Il est maintenant possible de calculer l'effort par unité de largeur de la denture que chaque dent est susceptible de transmettre, ceci pour chacun des points définis sur le profil des dents.

On peut donc fixer les dimensions des roues, au moyen de l'entraxe.

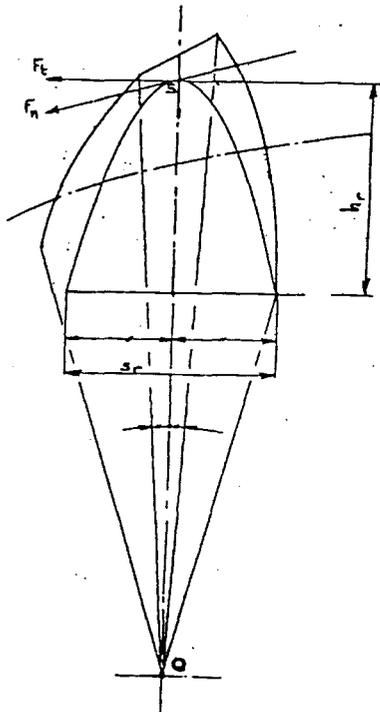
Le dimensionnement (provisoire) est jugé correct si la largeur de denture est voisine de la moitié de l'entraxe ; si elle dépasse cette valeur, il convient de refaire le calcul en prenant une autre valeur de l'entraxe.

7.3.2. Calcul des contraintes de flexion

Le modèle est celui de la poutre encastrée [39].

Selon la méthode de LEWIS ([37], p 336), que nous utilisons en l'adaptant en raison de la dissymétrie des dents, nous faisons les hypothèses suivantes :

- la charge est appliquée au sommet de la dent (point S de la figure 40) ;
- il n'y a qu'un seul couple de dents en contact ;
- le frottement est négligé ;
- seule la flexion est considérée.



La figure 40 montre l'application de la méthode de LEWIS à une dent dissymétrique.

Figure 40

(D'après [38]). Méthode de LEWIS :
Tracé de la parabole d'équicontrainte dans une dent.

Dans le cas d'une dent symétrique en développante de cercle d'un pignon classique à denture droite, la parabole d'équicontrainte maximale est tangente aux trochoïdes de raccordement entre fonds de denture et développantes de cercle constituant le profil de la dent. Son sommet est sur l'axe de symétrie de la dent.

Dans le cas d'une dent dissymétrique, il convient de redéfinir le tracé de cette parabole. A. TRUBLIN [38] propose de faire passer la parabole par le dernier "point actif" de la dent considérée, c'est-à-dire par le point du profil actif de plus faible rayon polaire. Le sommet de la parabole est l'intersection du rayon polaire passant par le milieu du sommet de la dent (défini par un segment de droite) et de la droite d'action de l'effort normal.

Cette construction (figure 40) permet de définir la section d'encastrement de trace s_r et la distance h_r nécessaires pour calculer la contrainte maximale de flexion donnée par :

$$\sigma_f = \frac{6 F_t h_r}{b s_r^2}$$

L'effort tangentiel F_t est connu dès lors que le couple transmis et le rayon OS issu du centre de la roue sont connus.

On peut alors vérifier si l'effort normal transmissible en flexion est égal ou supérieur à celui trouvé avec la pression de HERTZ. Si tel est le cas, le calcul est terminé. Sinon, il convient de modifier soit l'entraxe, soit le nombre ou la répartition des dents.

Nous avons ainsi été conduit, pour notre projet, à fixer l'entraxe à 80 mm et la largeur de denture à 40 mm.

8. CONCEPTION ET REALISATION DU SYSTEME D'EQUILIBRAGE

8.1. Fabrication de l'engrenage

Chacune des deux roues dentées a été découpée sur une machine à commande numérique à fil, l'usinage se faisant par électroérosion. Ceci permet d'obtenir un bon état de surface de la denture, en trois passes successives.

La machine exploite le fichier de points décrivant la denture : chaque dent est définie par 53 points.

Un rodage a ensuite été effectué en faisant tourner l'engrenage à vide avec une huile appropriée.

L'entraxe a été calculé pour laisser un jeu de 0,05 mm entre dentures.

8.2. Description du système d'équilibrage

L'engrenage fonctionne en bain d'huile ; il est monté dans un carter mécano-soudé fixé de façon rigide sur le support du moteur.

L'arbre à cames du moteur entraîne l'une des roues de l'engrenage par l'intermédiaire d'un joint double à denture bombée, sans jeu : le montage est ainsi isostatique.

La liaison en rotation entre le joint et la roue de l'engrenage se fait au moyen d'une frette à disques, ce qui permet de régler de façon continue la position angulaire de l'engrenage par rapport à celle du vilebrequin.

L'autre roue de l'engrenage est liée à un volant extérieur au carter, aisément démontable pour pouvoir en changer. Cette liaison se fait par l'intermédiaire d'un limiteur de couple à friction destiné à protéger le montage mécanique en cas de dépassement trop important des valeurs de couple prévues.

La figure 41 donne le schéma de la chaîne cinématique du montage :

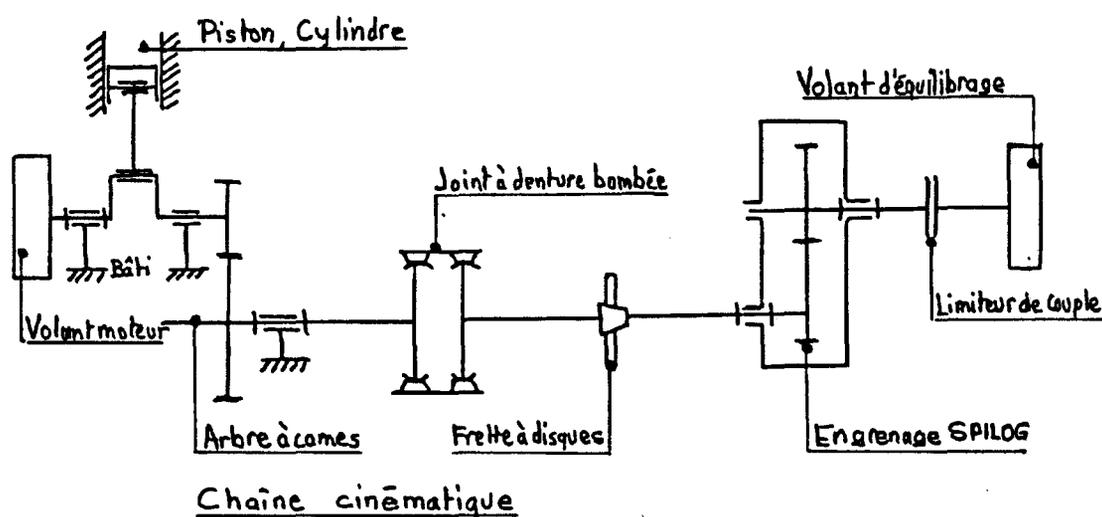


Figure 41

L'ensemble moteur-dispositif d'équilibrage est fixé sur un bâti rigide, lui-même monté sur un support fixé par l'intermédiaire de plots élastiques.

Chapitre 3

Essais - Analyse et exploitation des résultats

1. DESCRIPTION DU SYSTEME DE MESURE

La grandeur mesurée est la vitesse instantanée du vilebrequin. Un codeur angulaire est monté directement sur le vilebrequin, côté volant moteur. Il communique 360 impulsions par tour à un micro-ordinateur qui calcule la vitesse angulaire moyenne entre deux impulsions : chaque impulsion déclenche une temporisation interne jusqu'à réception de l'impulsion suivante ; sa valeur est lue, puis la temporisation est réinitialisée et relancée.

On dispose ainsi de 720 valeurs de vitesse par cycle, réparties suivant un pas angulaire de 1 degré.

Ces valeurs sont mises en mémoire. Pour diminuer l'influence des causes aléatoires de variations, une moyenne sur 13 cycles de la valeur de la grandeur mesurée pour chaque position du mécanisme est réalisée.

La vitesse moyenne du moteur en régime établi est calculée et un programme graphique permet de visualiser les fluctuations de la vitesse sur un cycle.

Chapitre 3

2. CONDUITE DES ESSAIS

Plusieurs campagnes d'essais ont été réalisées dans le but de confirmer et d'affiner le modèle dynamique et thermodynamique du moteur fonctionnant à vide, d'une part, et, d'autre part, d'étudier le comportement du moteur muni de son dispositif d'équilibrage.

L'ajustement du modèle thermodynamique se fait en comparant les évolutions de la vitesse instantanée du moteur non équilibré, fonctionnant à vide et en régime établi, à celles de la vitesse obtenue par notre modèle, en fonction de la position angulaire du vilebrequin.

L'étude du comportement du moteur équilibré doit montrer qu'il est possible d'atteindre de faibles vitesses de ralenti ; elle doit également faire apparaître que la vitesse d'équilibrage est quasi-constante au cours d'un cycle.

Il est évident que, en régime établi, il est possible de réaliser ces objectifs sans dispositif particulier d'équilibrage, simplement en utilisant un volant moteur d'inertie suffisante.

Les essais doivent donc montrer l'intérêt du système d'équilibrage SPILOG par rapport à un volant classique, en parvenant aux résultats souhaités avec un volant de masse relativement faible.

Chapitre 3

C'est la raison pour laquelle les essais doivent permettre la comparaison entre le comportement du moteur non équilibré et celui du moteur équilibré muni d'un volant moteur plus léger, le moment d'inertie du volant SPILOG (rapporté au vilebrequin) prenant alors pour valeur la différence entre les moments d'inertie des volants moteurs dans l'un et l'autre cas.

Toutefois, comme il n'est guère possible de faire tourner le moteur à une vitesse moyenne bien définie (en raison notamment du manque de précision dans la commande de l'accélérateur), les essais effectués ont essentiellement servi à valider le modèle dans une large gamme de vitesses moyennes et pour différentes valeurs de moments d'inertie des volants.

Sur le vilebrequin, nous pouvons placer un volant d'inertie 0,52, 0,36 ou 0,16 m²kg (nous incluons dans ces valeurs l'inertie du vilebrequin et des pièces qui lui sont cinématiquement liées dans un rapport constant).

Sur l'arbre de sortie de l'engrenage SPILOG se trouve le limiteur de couple sur lequel peuvent se fixer des volants d'équilibrage. On dispose ainsi des moments d'inertie suivants :

0,18, 0,8, 1,2, 1,64 et 2,13 m²kg

Lorsqu'aucun volant n'est monté sur le limiteur de couple, le moment d'inertie est de 0,18 m²kg.

Chapitre 3

L'engrenage SPILOG est entraîné à vitesse moitié de celle du vilebrequin ; rapportées au vilebrequin, ces valeurs d'inertie sont respectivement de :

0,045, 0,2, 0,3, 0,41 et 0,53 m²kg

Les vitesses d'équilibrage correspondantes sont respectivement 1720, 740, 600, 520 et 450 min⁻¹. Lorsque le couple dans la chaîne cinématique dépasse la valeur de tarage du limiteur, le volant d'équilibrage glisse par rapport au corps du limiteur : le couple transmis par le volant se trouve donc limité au couple de glissement du volant sur le corps du limiteur. La valeur de tarage est de 115 m daN, soit une valeur supérieure à la valeur maximale du couple calculé par le modèle pour toutes les configurations et vitesses envisagées lors des essais.

3. VALIDATION DU MODELE DU MOTEUR NON EQUILIBRE

Nous avons mesuré la vitesse instantanée du moteur non équilibré à plusieurs vitesses moyennes et avec chacun des trois volants disponibles.

Les figures 42 à 46 montrent les évolutions de la vitesse instantanée en fonction de la position angulaire du vilebrequin, sur un cycle.

Toutes les courbes sont tracées à partir du point mort haut, point de départ du cycle.

Chapitre 3

Sur chaque figure sont tracées deux courbes :

- celle correspondant à la vitesse mesurée (la moins lisse). Rappelons que cette courbe est obtenue par moyenne synchrone sur 13 cycles ;
- celle correspondant à la vitesse calculée par notre modèle. Les seules données à fournir pour faire le calcul sont la vitesse initiale et la durée d'injection (qui donne le débit de gazole par cycle), fixée à 5 DV, tous les autres paramètres étant déterminés.

Le tableau ci-dessous donne, par chaque figure, la vitesse moyenne et le volant moteur utilisé.

N° de figure	42	43	44	45	46
Vitesse moyenne en min^{-1}	637	697	746	1402	542
Volant moteur en m^2kg	0,16	0,16	0,16	0,16	0,36

La plupart de ces exemples font intervenir le volant moteur le plus léger à des vitesses moyennes relativement basses, de façon à faire apparaître de fortes variations de vitesse au cours du cycle.

On remarque sur ces figures la bonne coïncidence entre les courbes mesurées et celles calculées par le modèle. Ceci permet de conclure à la validité du modèle utilisé pour décrire le fonctionnement du moteur, sur une plage de vitesses suffisamment étendue et avec différents volants moteurs.

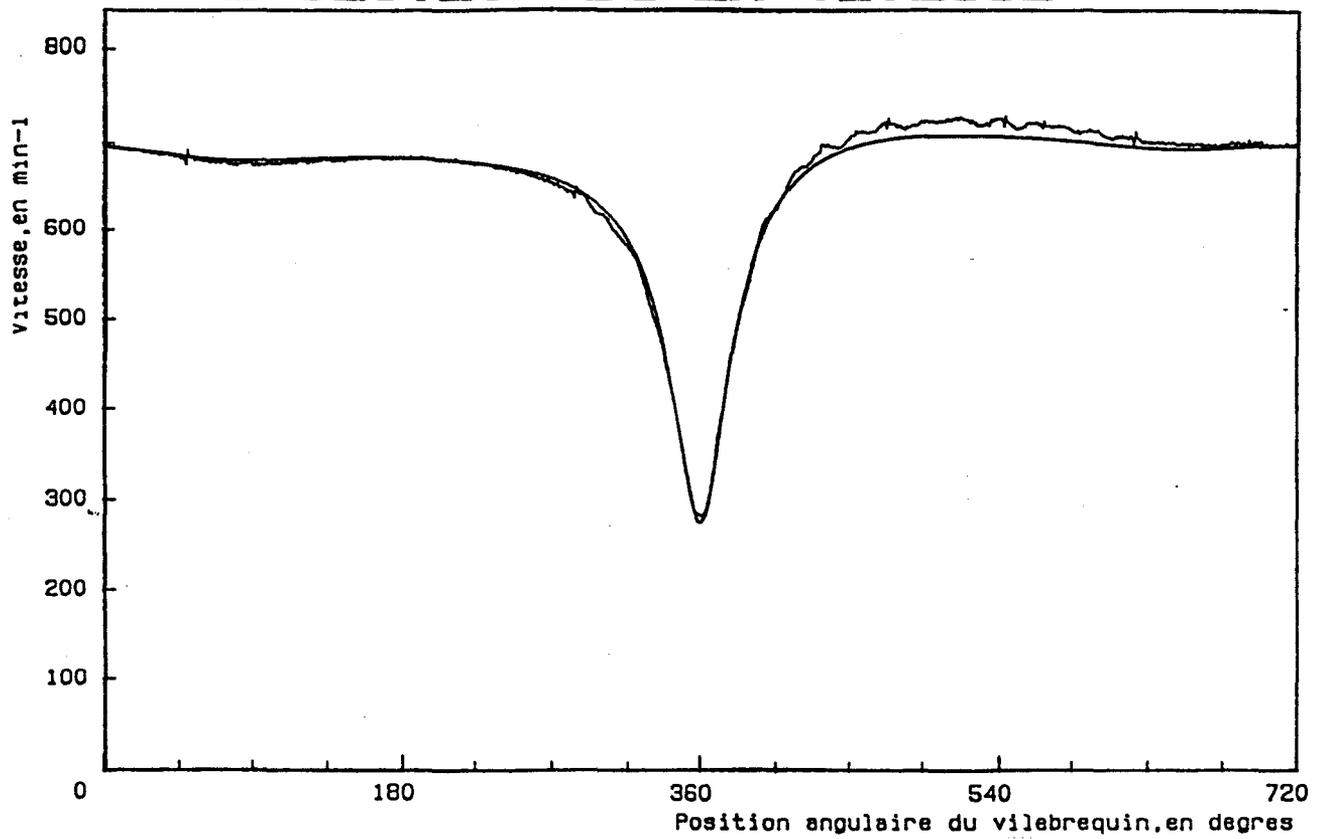
EVOLUTION DE LA VITESSE

Figure 42

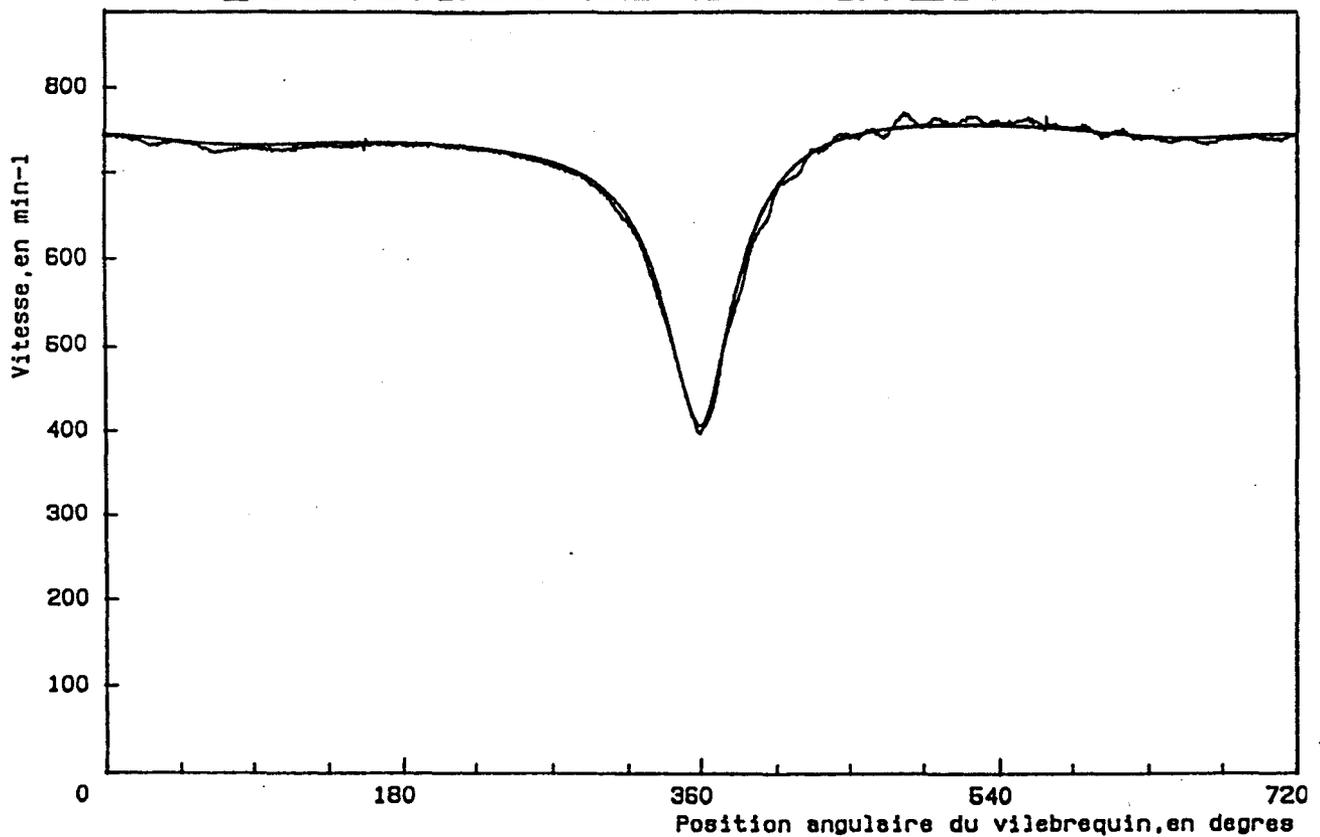
EVOLUTION DE LA VITESSE

Figure 43

EVOLUTION DE LA VITESSE

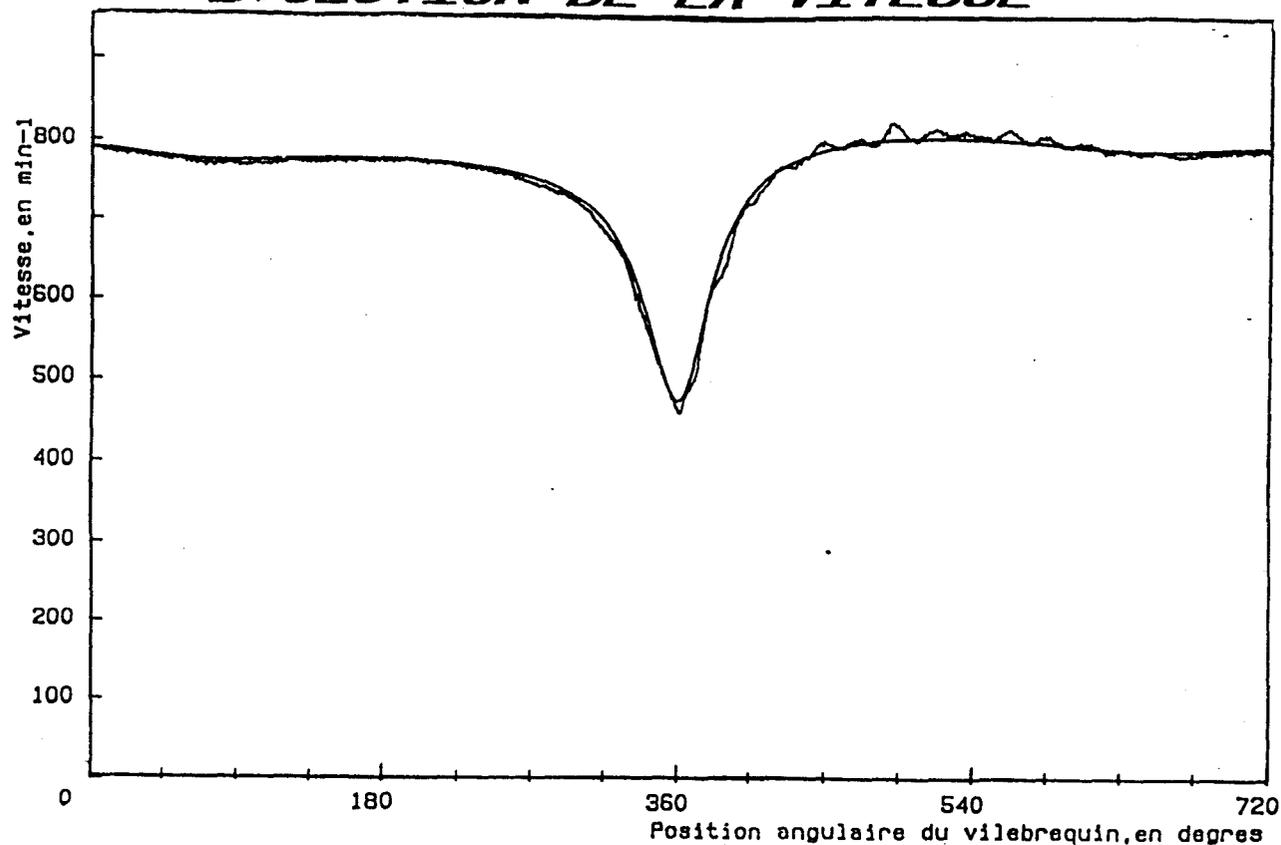


Figure 44

EVOLUTION DE LA VITESSE

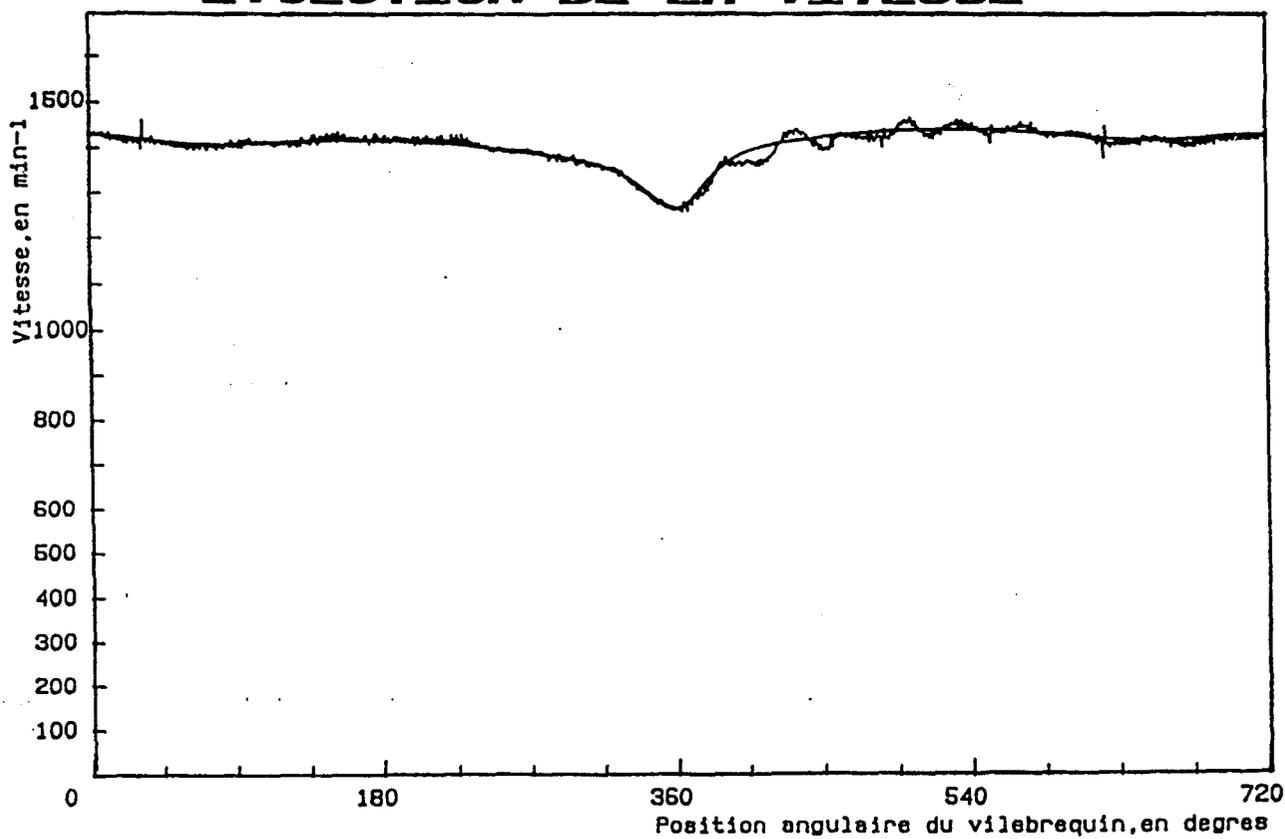


Figure 45

EVOLUTION DE LA VITESSE

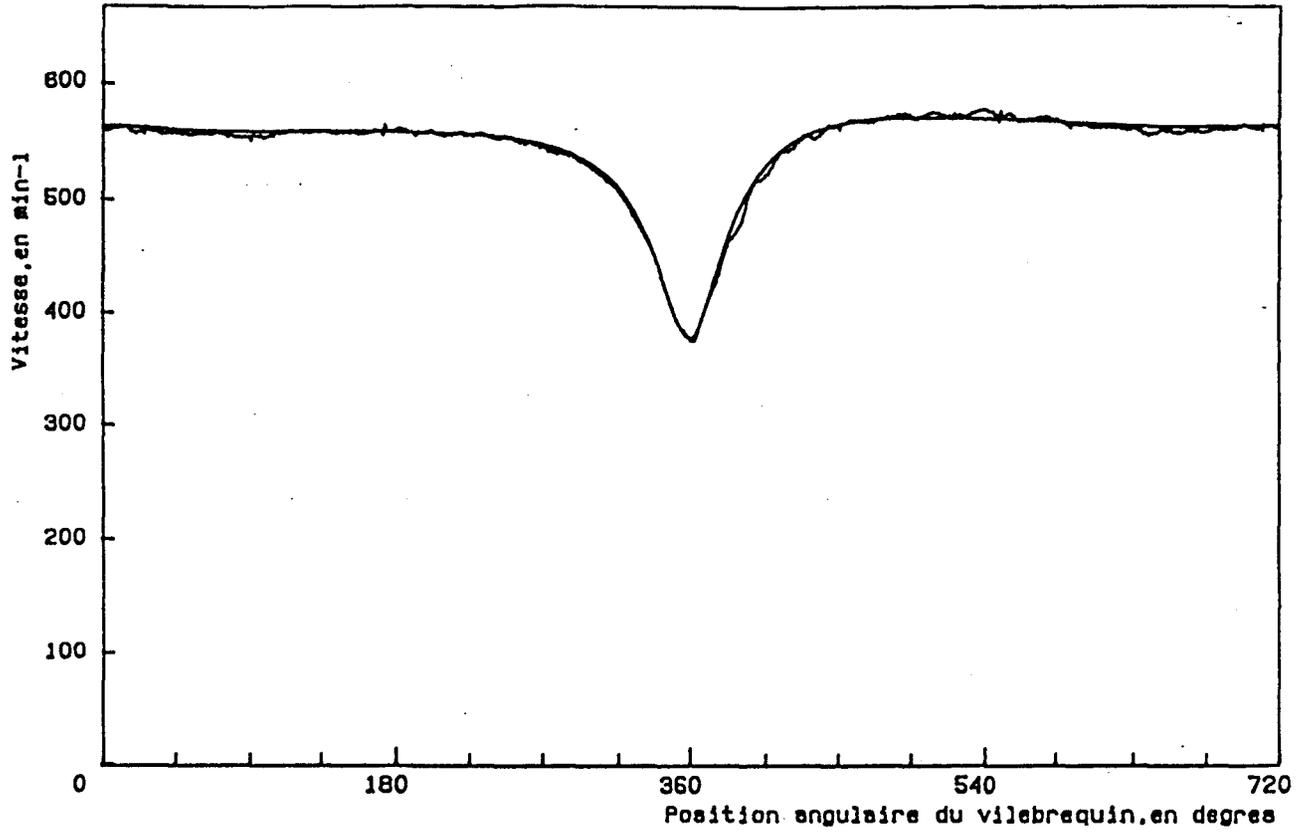


Figure 46

Chapitre 3

4 RESULTATS D'ESSAIS DU MOTEUR MUNI DU SYSTEME D'EQUILIBRAGE. EXAMEN DES COURBES OBTENUES

Nous donnons ci-après quelques résultats d'essais effectués à différentes vitesses moyennes et avec divers volants. Dans chaque cas, nous avons superposé à la courbe donnant les évolutions de la vitesse mesurée du moteur celle correspondant à la vitesse calculée du modèle. Toutes les courbes sont tracées à partir du point mort haut de début du cycle.

Pour tenir compte de l'augmentation du débit du gazole constatée lors des essais du dispositif d'équilibrage lorsque la vitesse s'accroît (voir § 6.4, chap. 2), nous avons fait varier le débit en fonction linéaire de la vitesse moyenne. La durée d'injection correspondante va ainsi de 5 DV (à la vitesse minimale possible) à 15 DV pour la vitesse d'équilibrage. C'est pour cette raison qu'apparaissent de légères fluctuations sur les courbes tracées à l'aide du modèle sur les figures 51 et 52 : l'accroissement du couple moteur dû à l'augmentation du débit n'est pas compensé par le système d'équilibrage, qui a été calculé pour une durée d'injection de 5 DV. Ce phénomène apparaît surtout au voisinage de la vitesse d'équilibrage.

Nous constatons que tous les signaux mesurés présentent le même aspect général : les courbes font apparaître un phénomène non modélisé d'oscillations amorties de la vitesse instantanée autour de la vitesse calculée. Ces oscillations sont d'amplitude relativement grande, et elles sont liées à la présence du dispositif d'équilibrage. Elles apparaissent à partir de la phase de combustion.

Chapitre 3

Rappelons que la mesure de vitesse se fait sur le vilebrequin, côté volant moteur, donc à une extrémité de la chaîne cinématique du mécanisme. Celle-ci est constituée du vilebrequin, de l'engrenage d'entraînement de l'arbre à cames, du joint à denture bombée qui transmet le mouvement à l'engrenage SPILOG à la sortie duquel se trouve le volant d'équilibrage.

La configuration du montage d'essai est donnée, pour chaque figure, par le tableau ci-dessous :

N° de figure	47	48	49	50	51	52
Volant moteur en m ² kg	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,36
Volant d'équilibrage en m ² kg	1,6	1,2	0,8	0,18	0,18	0,8
Vitesse moyenne mesurée en min ⁻¹	408	441	487	807	1625	768
Vitesse d'équilibrage en min ⁻¹	520	600	740	1720	1720	740

EVOLUTION DE LA VITESSE

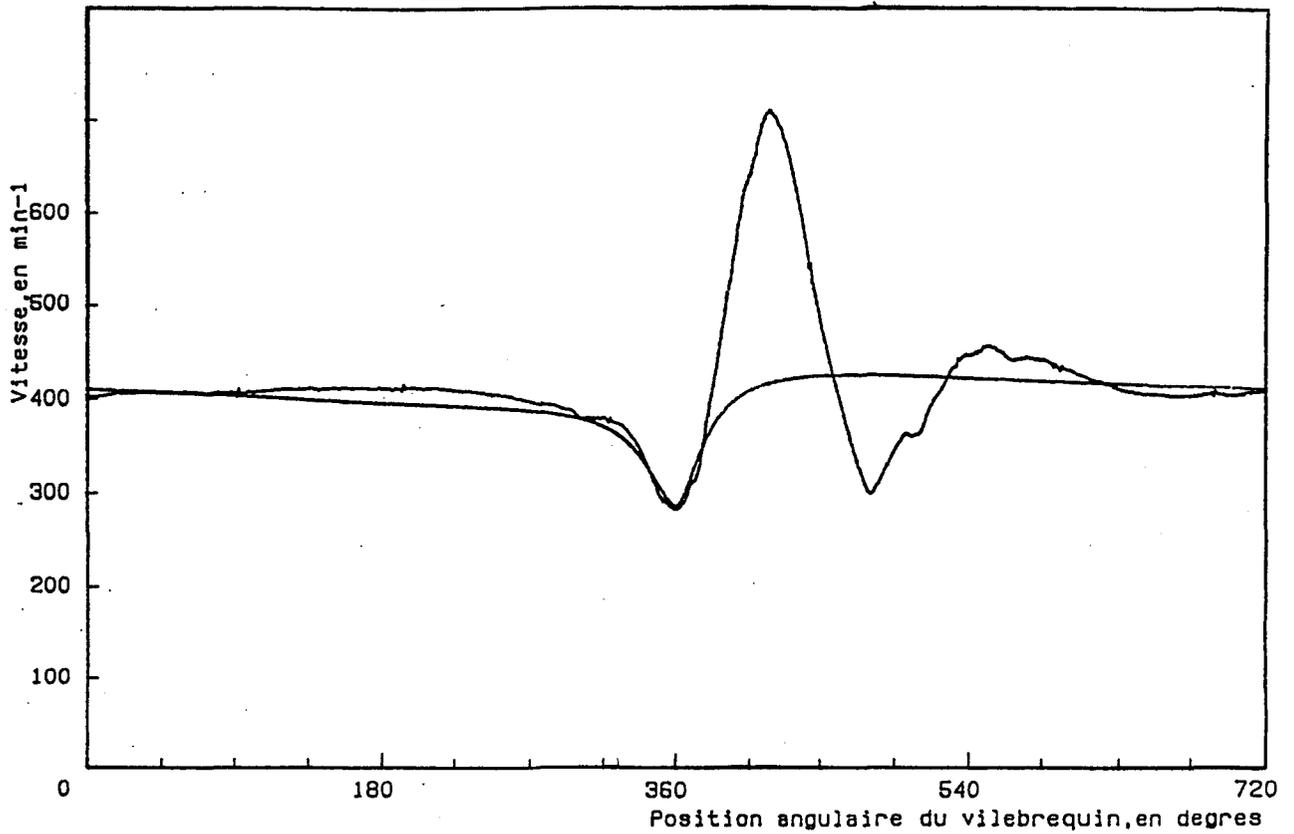


Figure 47

EVOLUTION DE LA VITESSE

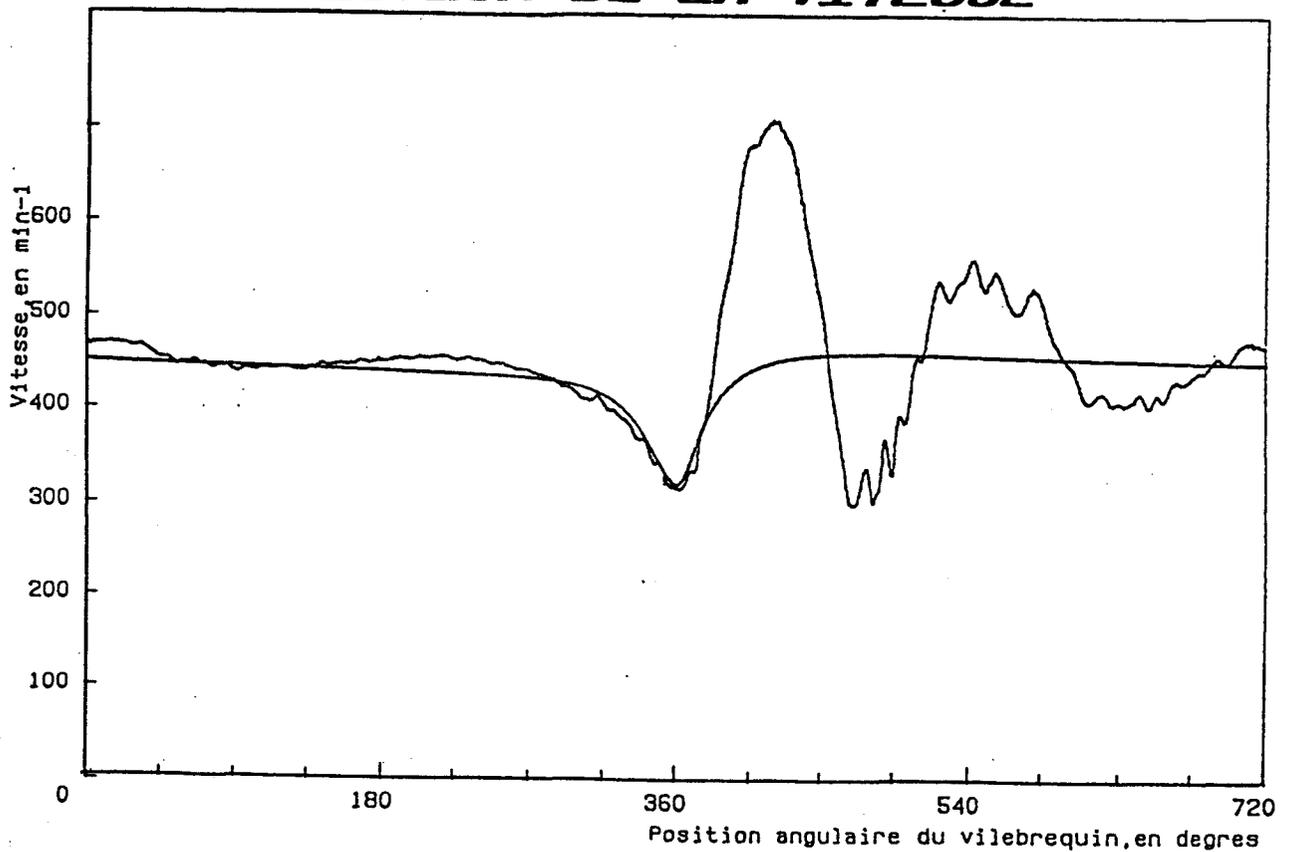


Figure 48

EVOLUTION DE LA VITESSE

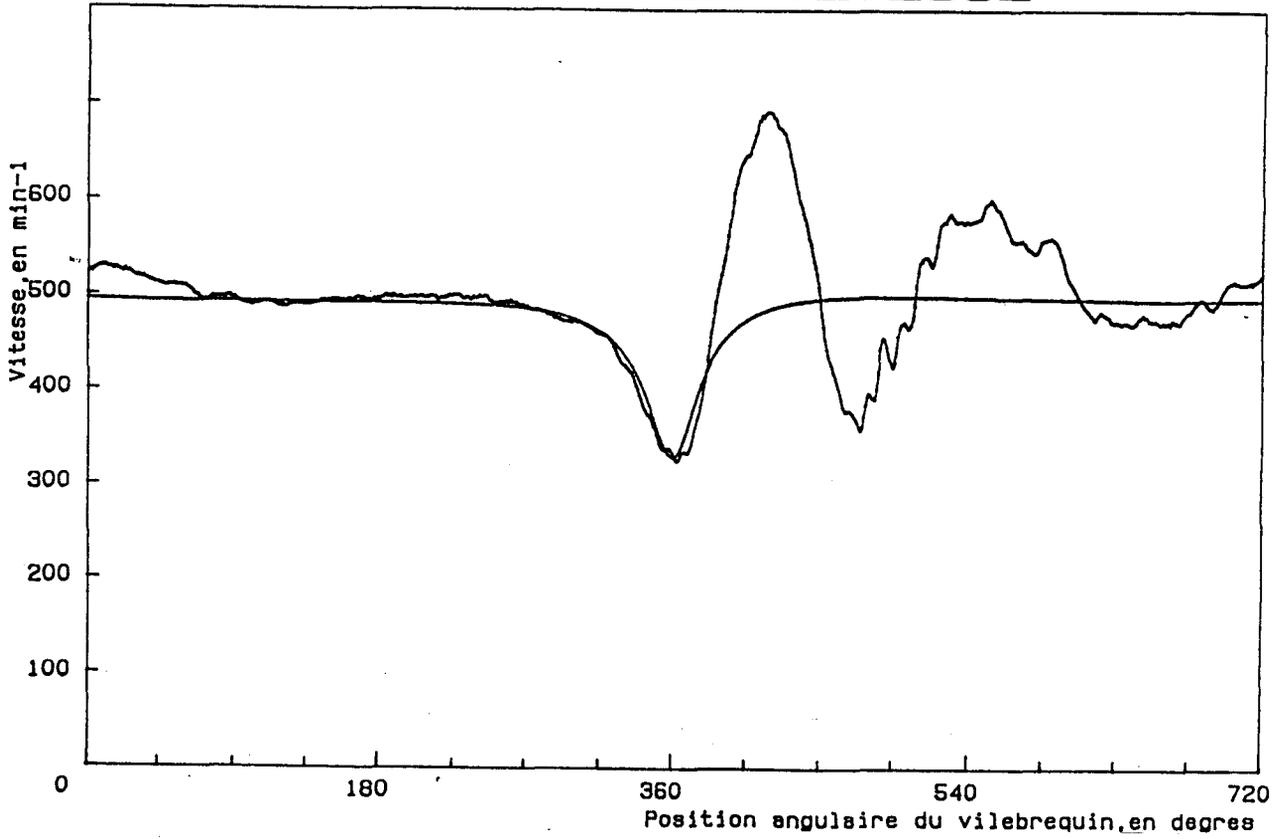


Figure 49

EVOLUTION DE LA VITESSE

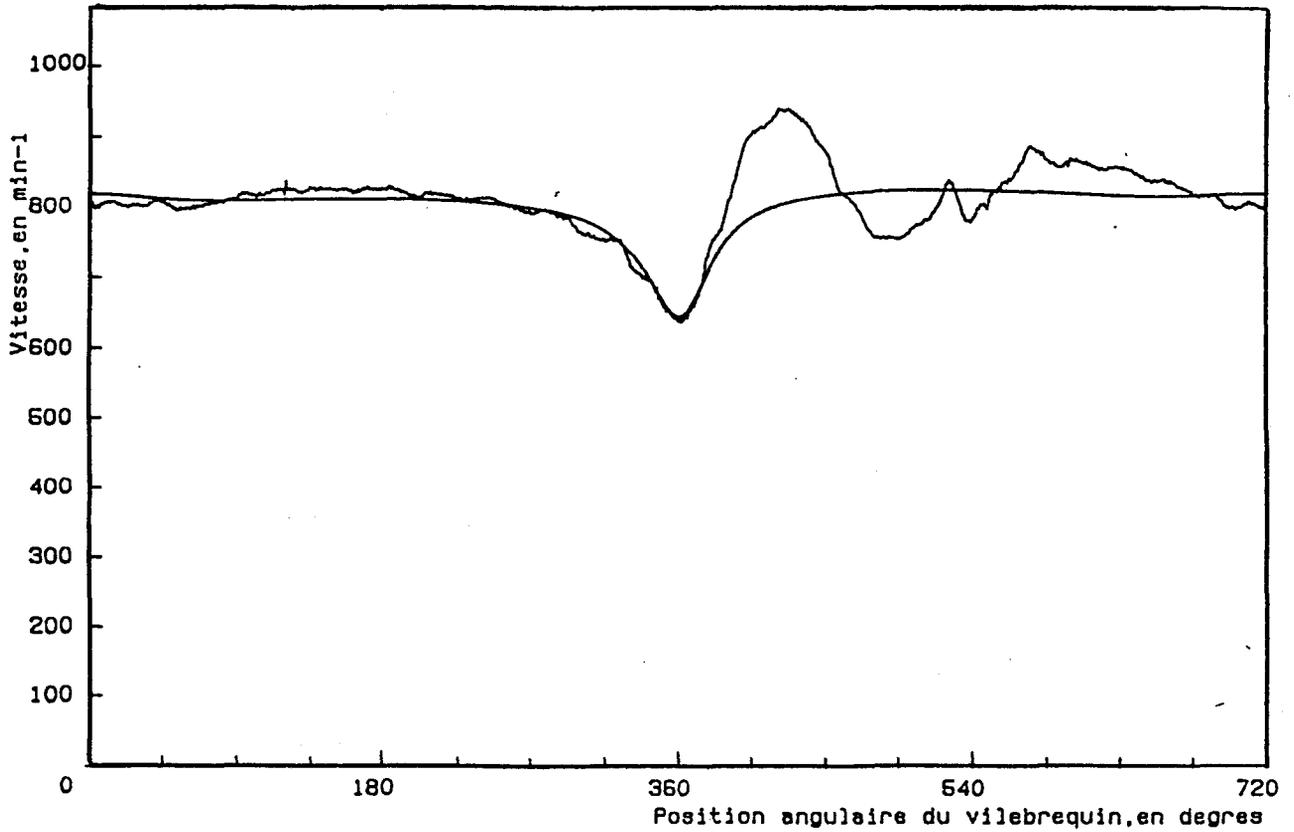


Figure 50

EVOLUTION DE LA VITESSE

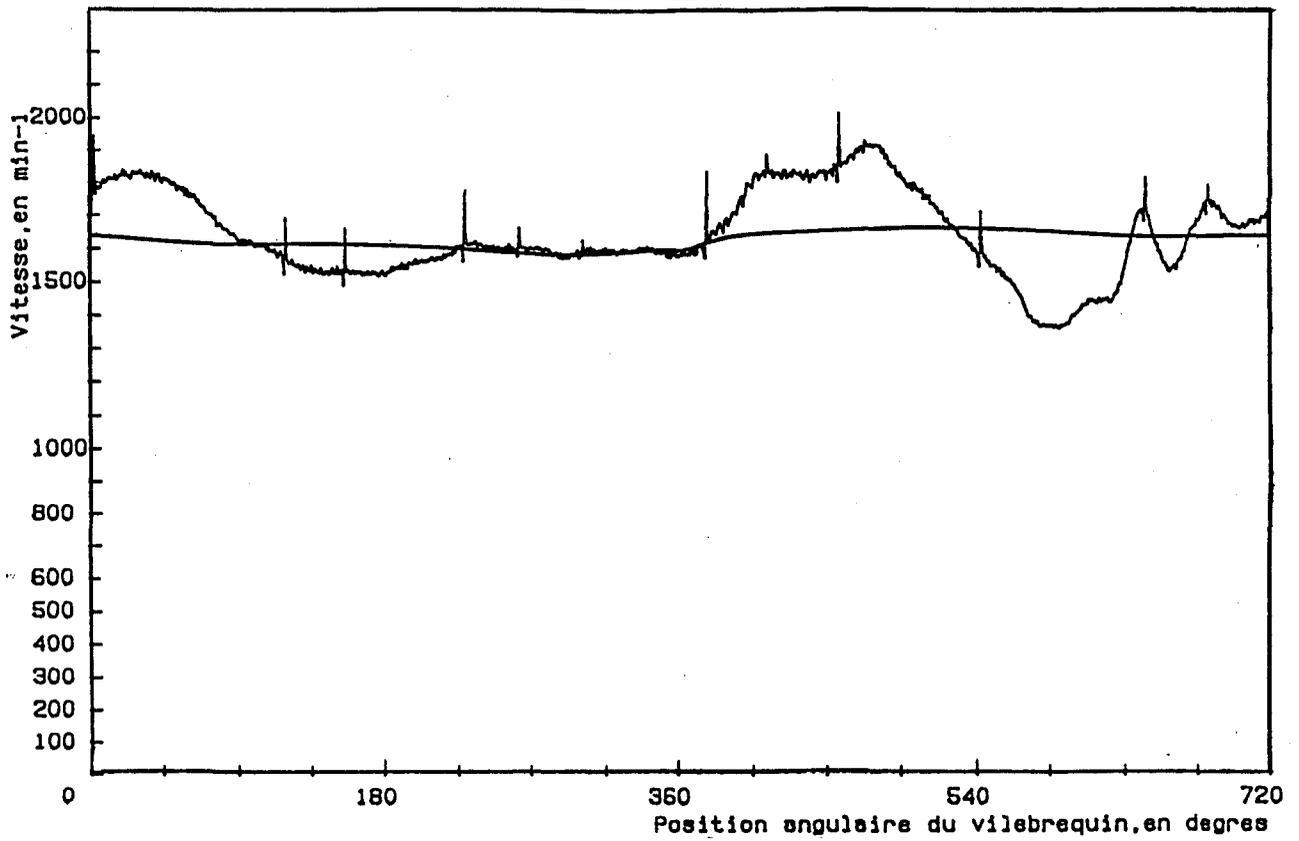


Figure 51

EVOLUTION DE LA VITESSE

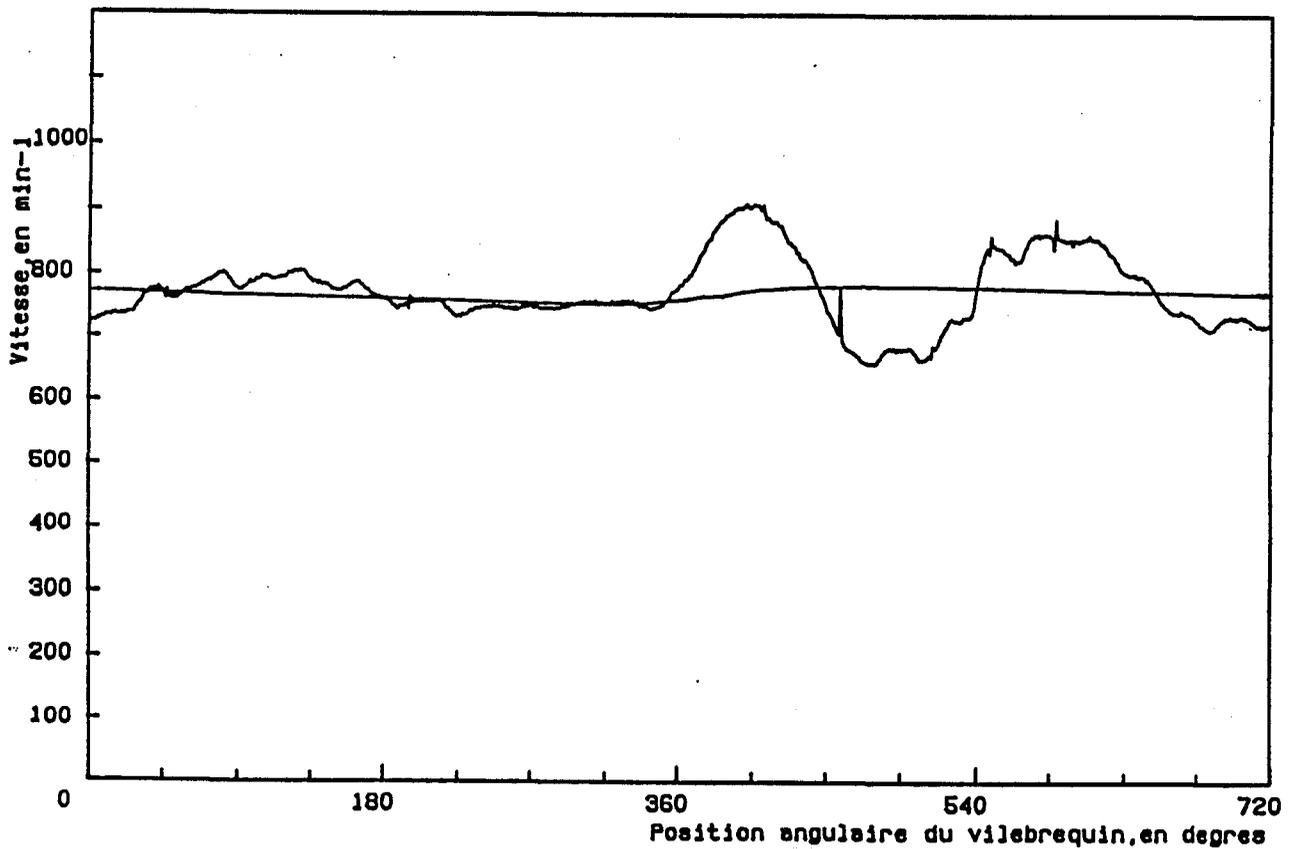


Figure 52

Chapitre 3

Les oscillations naissent au moment de l'explosion des gaz. Elles s'amortissent ensuite plus ou moins vite selon le régime du moteur et la configuration des inerties du système sur les phases de détente, d'échappement et éventuellement d'aspiration.

La partie non perturbée du cycle est d'autant plus importante que la vitesse moyenne est plus basse et que les volants sont plus légers.

Lors de la phase de compression (qui va de 220 degrés, angle de fermeture des soupapes d'admission, à 360 degrés environ), la vitesse évolue en général selon le modèle.

En particulier, les figures 51 et 52 concernent des configurations du système tournant au voisinage de leur vitesse d'équilibrage. On constate que, durant la phase de compression, la vitesse est sensiblement constante.

Dans le paragraphe suivant, nous analysons ces résultats dans le but de déterminer la cause de ces oscillations.

Chapitre 3

5. ANALYSE DES RESULTATS

L'objectif de l'analyse des résultats qui viennent d'être présentés est de fournir suffisamment d'éléments pour donner une interprétation physique correcte du phénomène d'oscillation de vitesse non modélisé, de façon à pouvoir éventuellement y remédier, et en tous cas pour dissocier l'action "parasite" du système d'équilibrage (celle qui est liée à l'apparition de phénomènes d'oscillations) de sa fonction de régularisation de la vitesse.

5.1. Traitement des signaux

Pour atteindre ces objectifs, nous avons traité les fichiers de mesures à l'aide d'un programme spécifique de calcul de transformée rapide de FOURIER. Rappelons que, pour chaque essai, 720 valeurs de vitesse par cycle (soit une valeur par degré de rotation du vilebrequin) sur 13 cycles ont été mises en mémoire. Les courbes donnant la vitesse en fonction de la position angulaire du vilebrequin sont obtenues par calcul de la moyenne synchrone de ces valeurs, mais toutes les valeurs mesurées ont été conservées dans des fichiers.

L'acquisition des données est faite à pas angulaire constant. Un premier traitement consiste à créer un nouveau fichier de données (pour chaque essai traité) à intervalles de temps constants, dans le but d'obtenir les vitesses instantanées en fonction linéaire du temps.

Chapitre 3

Ce nouveau fichier comporte 1024 valeurs par cycle. Ceci permet, d'une part, d'utiliser au mieux l'information contenue dans le fichier de 720 points (notamment lors des "pointes" de vitesse) et, d'autre part, d'éviter l'emploi d'une fenêtre de pondération. En outre, on obtient ainsi la meilleure résolution fréquentielle possible [40].

Nous effectuons ensuite une transformée de Fourier rapide sur 4096 points. La fréquence d'échantillonnage à 500 min^{-1} est de 3000 Hz, ce qui donne une gamme de fréquences assez large pour rendre compte des phénomènes étudiés ici [41].

Nous obtenons le spectre correspondant dans le domaine amplitude/fréquence.

Le programme utilisé pour obtenir le spectre permet de visualiser le signal temporel et le spectre correspondant. Il permet aussi de modifier le spectre et de faire apparaître le signal temporel correspondant au spectre modifié. Il est ainsi possible de dissocier des parties caractéristiques d'un spectre et de visualiser leur contribution, dans le domaine temporel, au signal étudié.

Chapitre 3

5.2. Etude fréquentielle

Les figures 53 et 54 montrent les évolutions de la vitesse instantanée en fonction respectivement de la position angulaire du vilebrequin et du temps, pour la vitesse moyenne de 807 min^{-1} . L'inertie du volant moteur est de $0,16 \text{ m}^2\text{kg}$; le volant d'équilibrage est constitué du corps du limiteur de couple, d'inertie $0,18 \text{ m}^2\text{kg}$. Aucun glissement ne peut donc se produire dans la chaîne cinématique.

Sur chacune de ces figures nous avons superposé les évolutions de la vitesse calculée par le modèle et celles de la vitesse mesurée, où apparaissent les fluctuations pseudo-sinusoïdales amorties, la vitesse moyenne étant la même.

Nous avons effectué une analyse en fréquence de la vitesse en fonction du temps. Cette fonction étant périodique de période la durée d'un cycle du moteur, le spectre de fréquences associé est discontinu. L'analyse se fait sur 4096 points, soit 4 cycles ; la raie de plus basse fréquence est donc la 4ème.

Soient :

n : le rang de la raie considérée,

V_m : la vitesse moyenne du moteur, en min^{-1}

La fréquence de la $n^{\text{ième}}$ raie est alors :

$$\frac{n \cdot V_m}{480}$$

Dans notre exemple, la 4ème raie correspond donc à $6,725 \text{ Hz}$. La raie suivante est la 8ème : elle correspond à la fréquence de rotation du système, soit $13,45 \text{ Hz}$.

EVOLUTION DE LA VITESSE

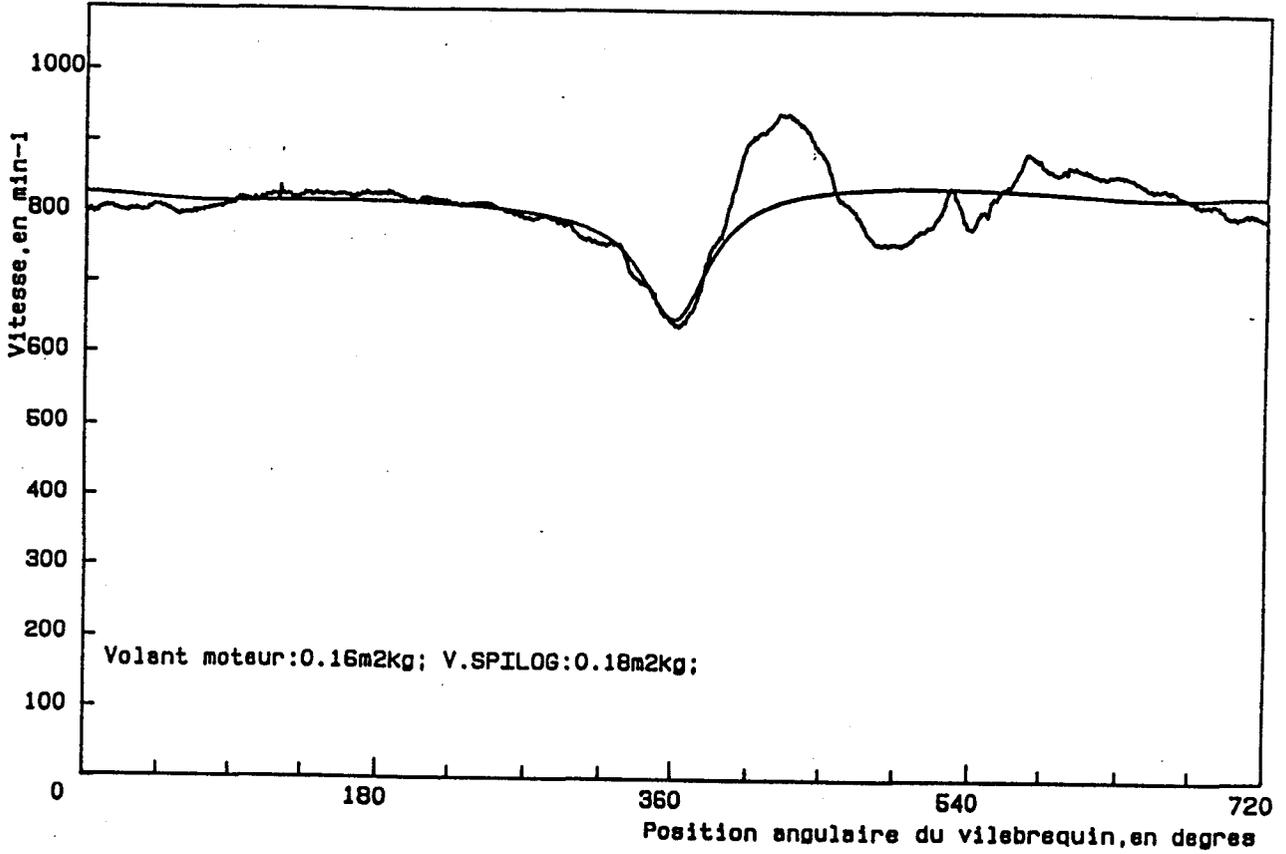


Figure 53

EVOLUTION DE LA VITESSE

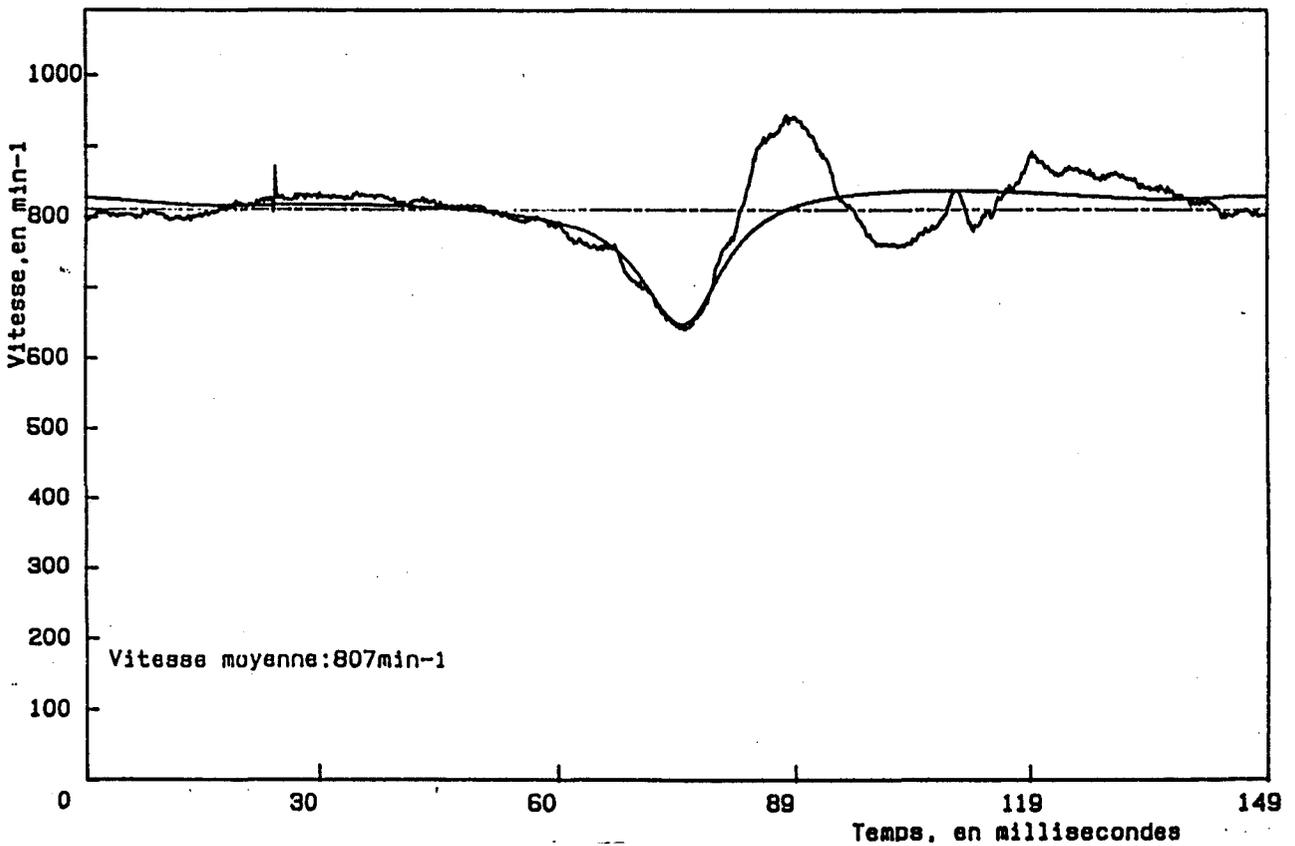


Figure 54

Chapitre 3

La figure 55 montre le signal temporel et le spectre de raies correspondant. En abscisses du diagramme fréquentiel est noté l'ordre des raies ; ainsi, quelle que soit la vitesse moyenne, les raies correspondant au cycle, à la rotation du vilebrequin, etc... se trouvent respectivement au même endroit sur tous les graphiques. En ordonnées est notée la vitesse.

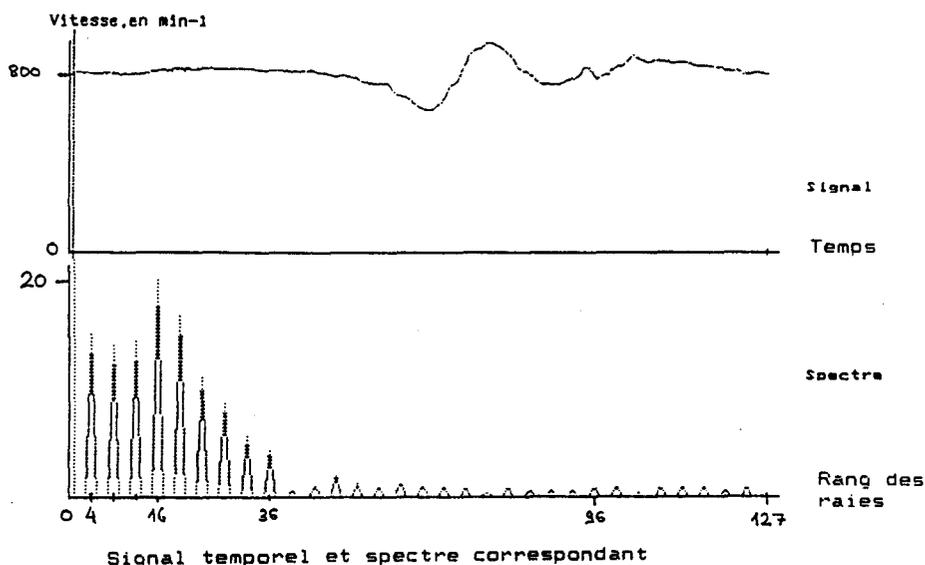


Figure 55

Au delà de la raie n°36 se trouvent des raies de faible amplitude qui peuvent correspondre aux phénomènes d'engrènement des dentures de l'engrenage de rapport 1/2 entre le vilebrequin et l'arbre à cames, de l'engrenage de commande de la pompe à huile ou de l'engrenage SPILOG. La fréquence d'engrènement de l'engrenage SPILOG est de 160 Hz (soit 12 dents par tours de vilebrequin) ; la raie correspondante est la 96^{ème}.

Chapitre 3

Nous pouvons considérer que le signal mesuré est la somme du signal calculé par le modèle et d'un signal "parasite" de forme pseudo-sinusoïdale amortie.

Les figures 56 et 57 montrent des graphiques du même genre que celui de la figure 55, mais relatifs respectivement au signal calculé et au signal différence entre le signal mesuré et le signal calculé.

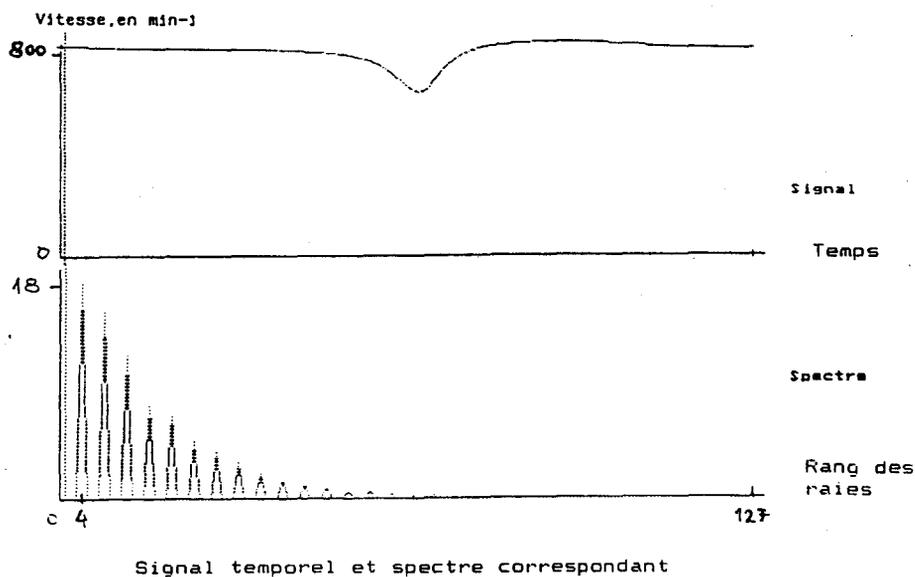


Figure 56

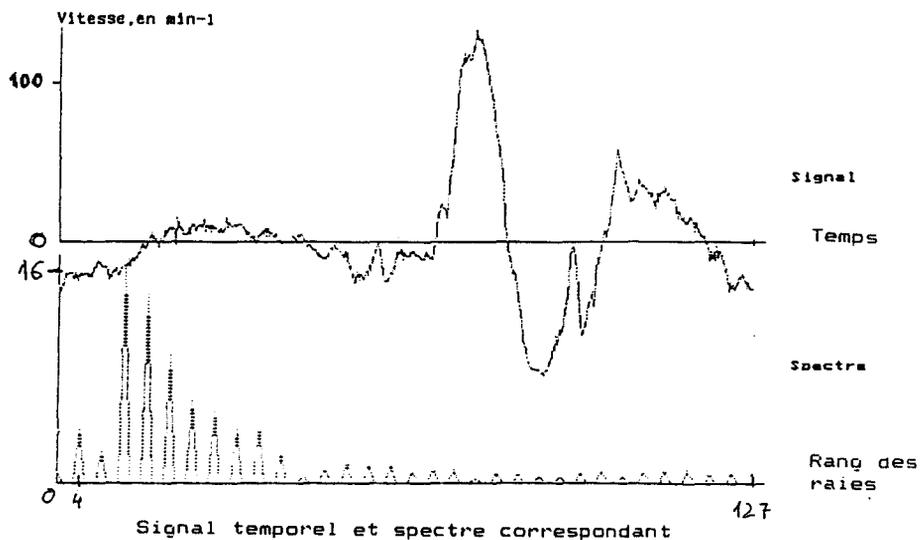
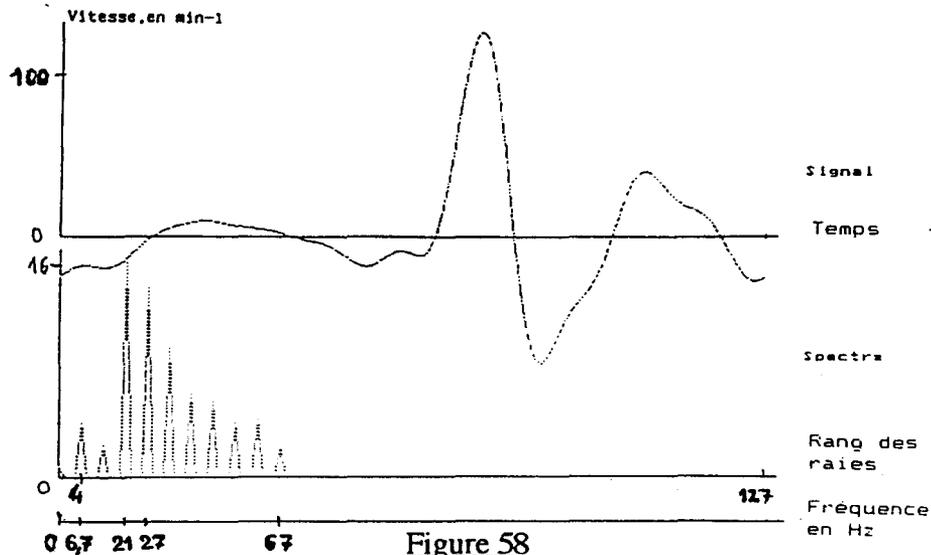


Figure 57

Chapitre 3

Si nous supprimons les raies de rang supérieur à 36, nous obtenons le graphique montré figure 58. En abscisses, nous avons également noté les fréquences.



Nous obtenons de cette façon le spectre relatif au phénomène d'oscillation de la vitesse, non modélisé par notre modèle "rigide" (voir § 3.1, chap.2).

Il est intéressant d'analyser ce phénomène d'oscillations pour d'autres valeurs de la vitesse moyenne du système, pour tenter de mettre en évidence la manière dont ce phénomène dépend de la vitesse.

Pour cela, nous pouvons nous servir d'un autre résultat d'essai dans lequel la configuration du système est la même que précédemment (volant moteur 0,16 m²kg, volant d'équilibrage 0,18 m²kg) mais pour une vitesse moyenne de 1625 min⁻¹. La vitesse moyenne est donc sensiblement double de celle de l'essai précédent (807 min⁻¹).

Chapitre 3

Nous procédons de la même façon que précédemment. Les figures suivantes illustrent la démarche suivie. La figure 59 montre les évolutions de la vitesse calculée à l'aide du modèle et celles de la vitesse mesurée, qui représente des fluctuations de plus grande amplitude, en fonction de la position angulaire du vilebrequin. La figure 60 montre ces évolutions en fonction du temps.

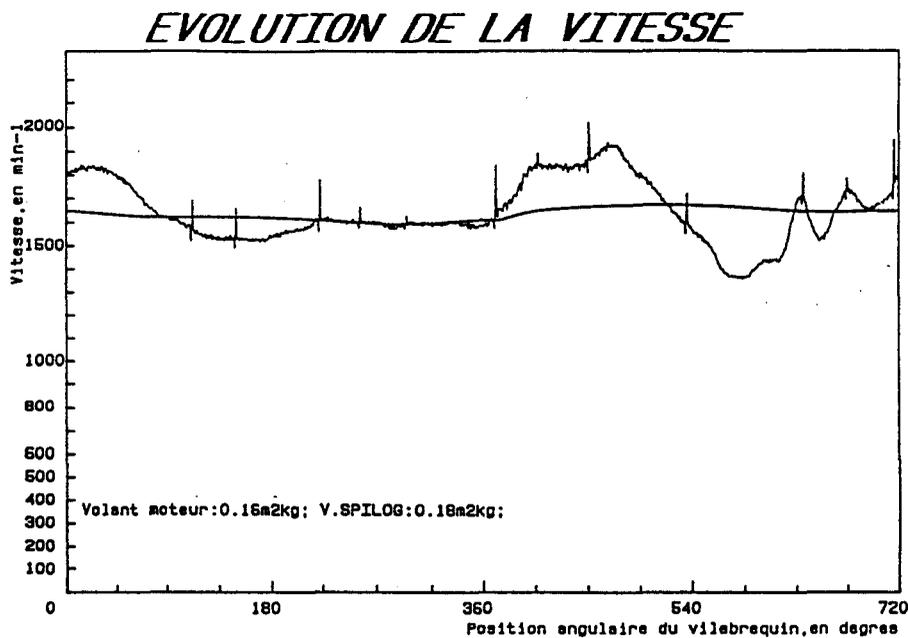


Figure 59

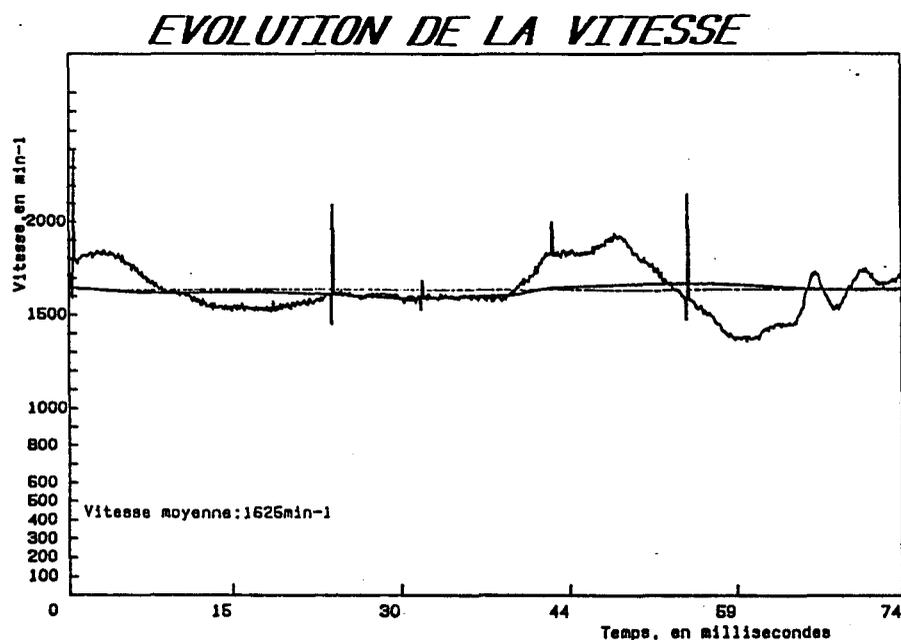


Figure 60

Chapitre 3

Sur les figures 61, 62 et 63 apparaissent les spectres du signal mesuré, du signal calculé et du signal différence entre le signal mesuré et le signal calculé. Dans tous les cas, la 8^{ème} raie correspond à la fréquence de rotation du vilebrequin.

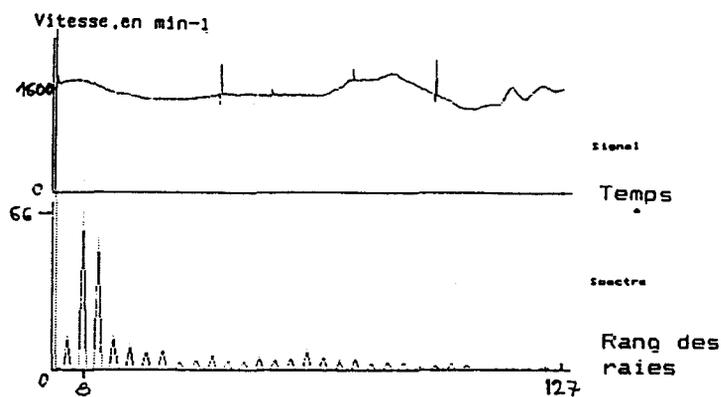


Figure 61

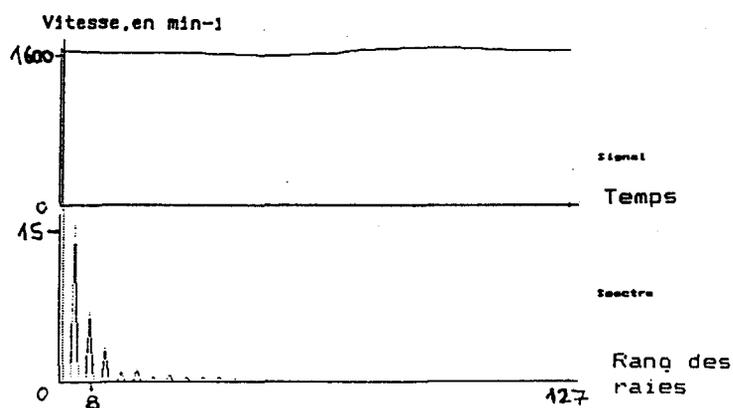


Figure 62

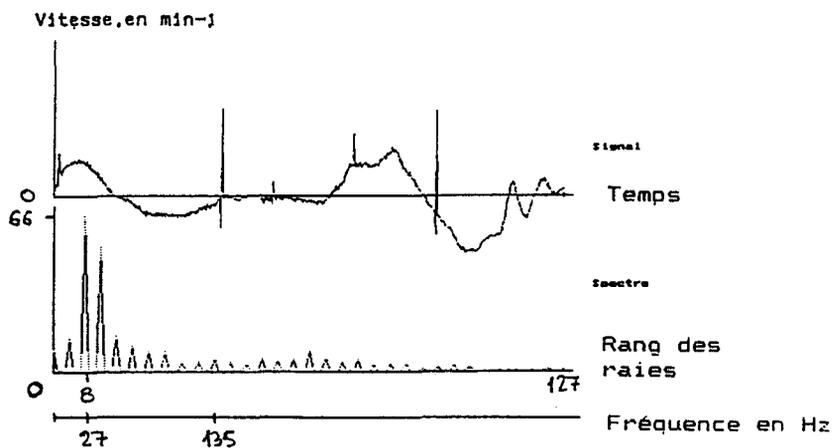


Figure 63

Signaux temporels et spectres correspondants

Chapitre 3

La figure 64 montre le signal différence entre les signaux mesuré et calculé, mais dans lequel on a supprimé la contribution de toutes les raies d'ordre supérieur à 28, qui sont de faible amplitude comme le montre la figure 63.

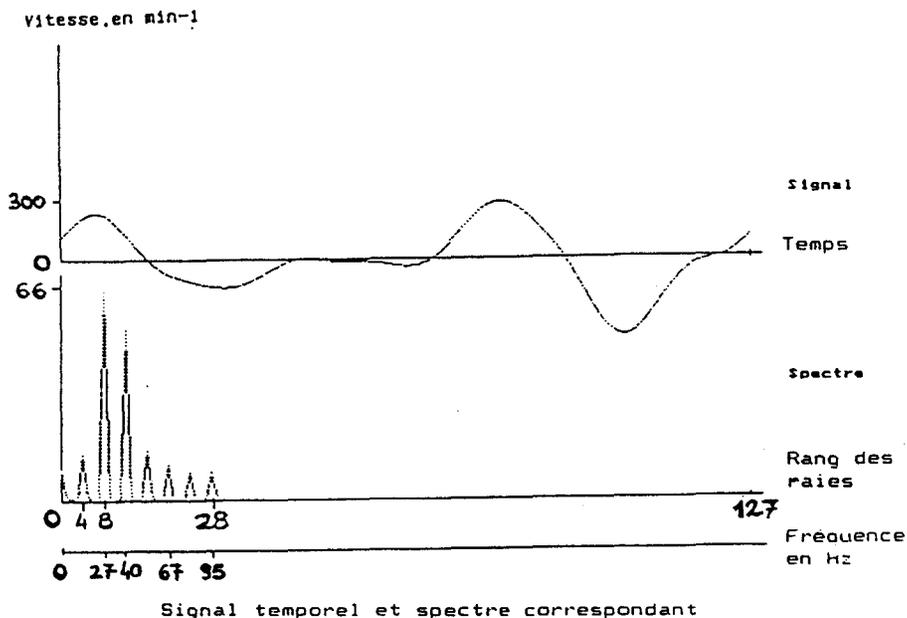


Figure 64

Comparons maintenant les figures 58 et 64.

Dans les deux cas, la courbe enveloppe de l'extrémité supérieure des raies s'apparente à une courbe en cloche dissymétrique. Le sommet de cette courbe se trouve vraisemblablement compris entre 21 et 27 Hz pour la vitesse moyenne de 807 min^{-1} (figure 58), et entre 27 et 40 Hz (mais plus proche de 27 Hz) pour la vitesse moyenne de 1625 min^{-1} (figure 64).

Chapitre 3

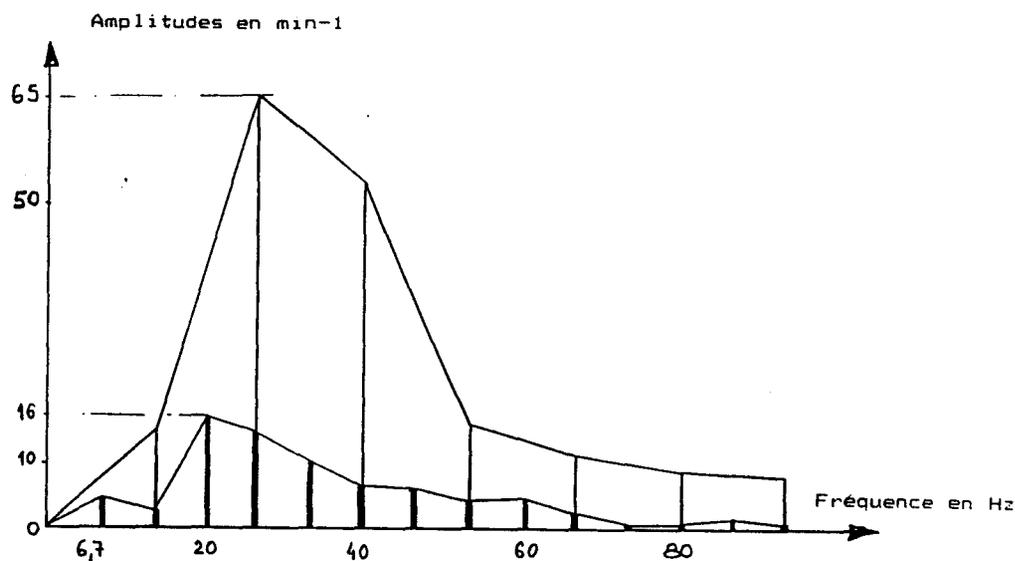


Figure 65

Pour faciliter la comparaison, nous avons tracé sur la figure 65 le spectre relatif à la vitesse moyenne de 807 min^{-1} (en traits forts) et celui relatif à la vitesse moyenne de 1625 min^{-1} . Dans chacun des deux cas, nous avons joint les sommets des raies pour bien distinguer les spectres.

Nous pouvons constater que, lorsqu'on double la vitesse de rotation du moteur, les fréquences caractéristiques du phénomène vibratoire n'augmentent que légèrement, pour autant qu'on puisse en juger d'après l'allure générale des courbes "en cloche".

Chapitre 3

Si le phénomène était lié exclusivement à la vitesse de rotation, on pourrait s'attendre à ce que le spectre de l'essai à vitesse double (1625 min^{-1}) soit décalé vers les fréquences plus élevées, de sorte que son maximum soit à une fréquence sensiblement double de celle du maximum du spectre du premier essai (807 min^{-1}).

Or il n'en est rien, et l'allure générale des courbes de la figure 65 semble plutôt évoquer un phénomène quasi-indépendant de la vitesse du moteur.

Ces réflexions suggèrent un comportement élastique en torsion de la ligne d'arbre joignant le volant moteur au volant d'équilibrage. Les fluctuations de vitesse relevées sur le volant moteur proviendraient ainsi des oscillations en torsion, provoquées par l'explosion des gaz, du système constitué essentiellement de deux volants reliés par un arbre élastique. Le modèle "rigide" dont nous avons parlé jusqu'ici ne peut rendre compte de ces oscillations ; c'est la raison pour laquelle, au § 6, chap.3, nous présentons un autre modèle qui prend en compte la raideur de la ligne d'arbre ainsi qu'un amortissement entre les deux volants.

L'hypothèse que nous venons de faire permet d'expliquer le comportement du système dans l'essai présenté ci-après : il s'agit d'un cas où les évolutions de la vitesse modélisée ne suivent pas celles de la vitesse mesurée, même en phase de compression. La configuration du système est la même que précédemment (volant moteur de $0,16 \text{ m}^2\text{kg}$, volant d'équilibrage de $0,18 \text{ m}^2\text{kg}$). Ici encore, le volant d'équilibrage est constitué du corps du limiteur de couple : aucun glissement n'a lieu dans la ligne d'arbre.

Chapitre 3

La vitesse moyenne est de 1175 min^{-1}

Les figures 66 et 67 montrent les évolutions de la vitesse mesurée et calculée, en fonction respectivement de la position angulaire du vilebrequin et du temps.

Les figures 68 à 71 montrent respectivement les spectres :

- du signal mesuré,
- du signal calculé,
- du signal différence entre le signal mesuré et le signal calculé,
- du signal différence dans lequel on a supprimé les raies d'ordre supérieur à 32 (raies de faible amplitude correspondant à des fréquences élevées).

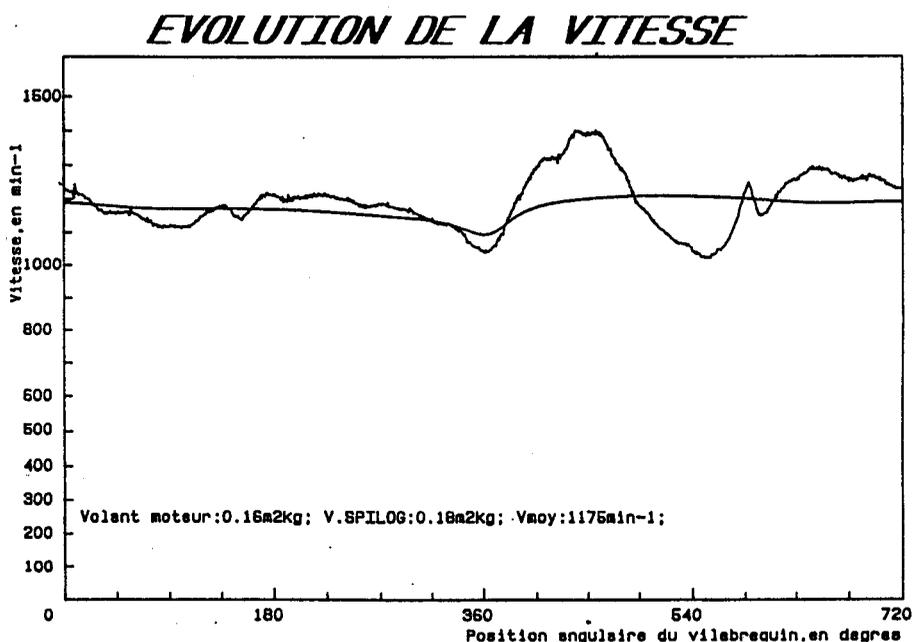


Figure 66

Chapitre 3

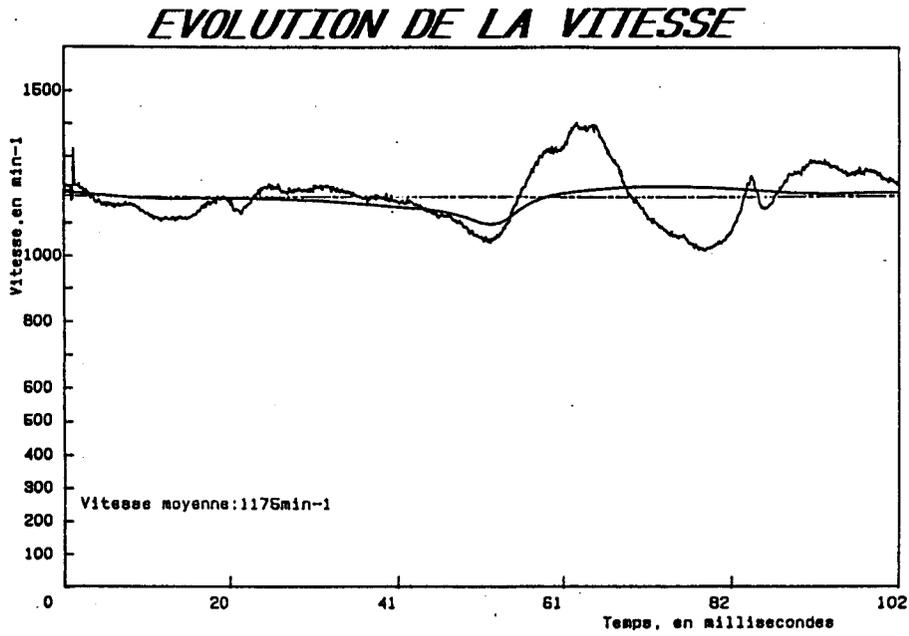


Figure 67

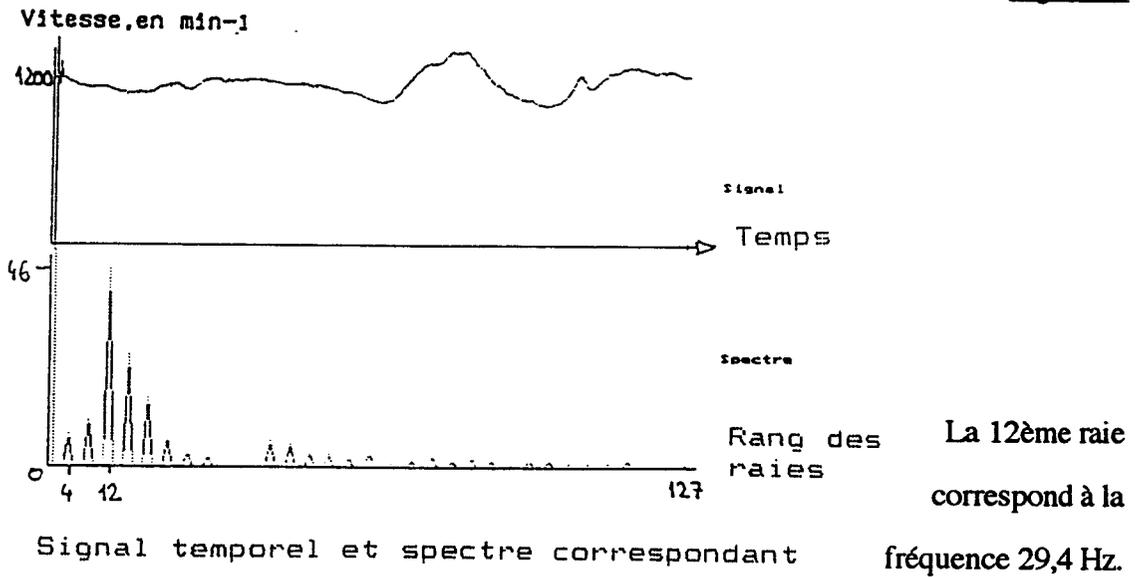


Figure 68

Chapitre 3

Signaux temporels et spectres correspondants

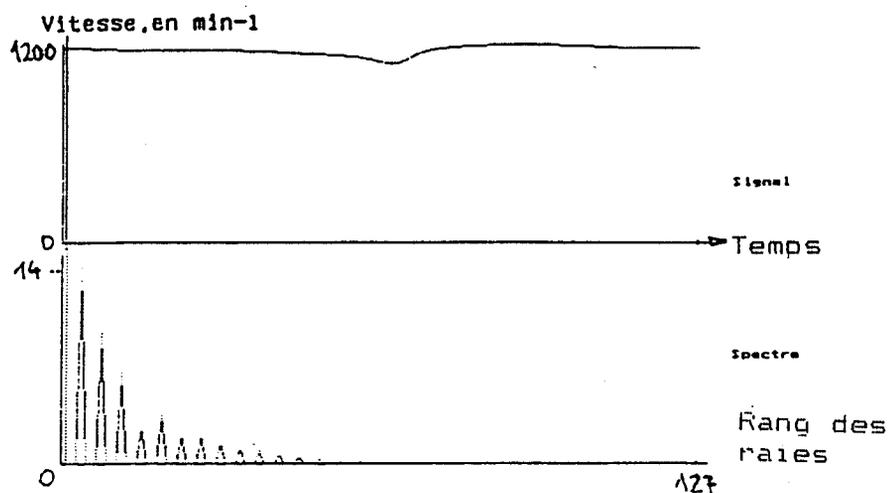


Figure 69

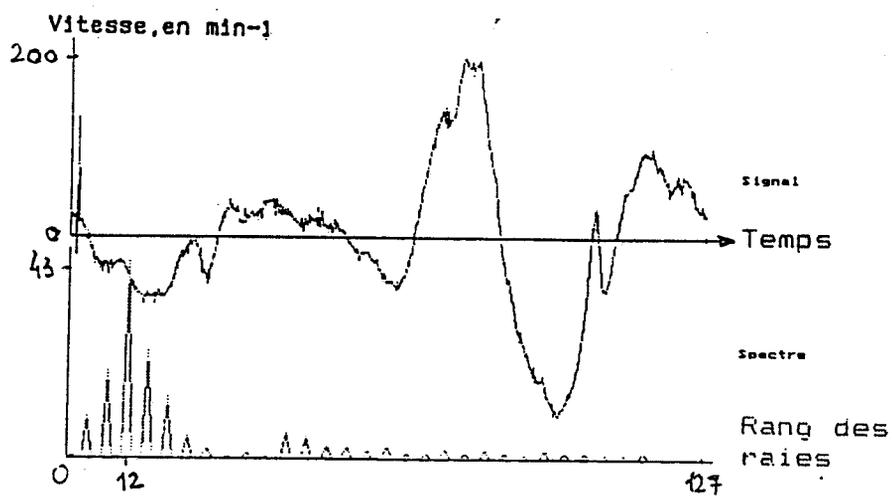


Figure 70

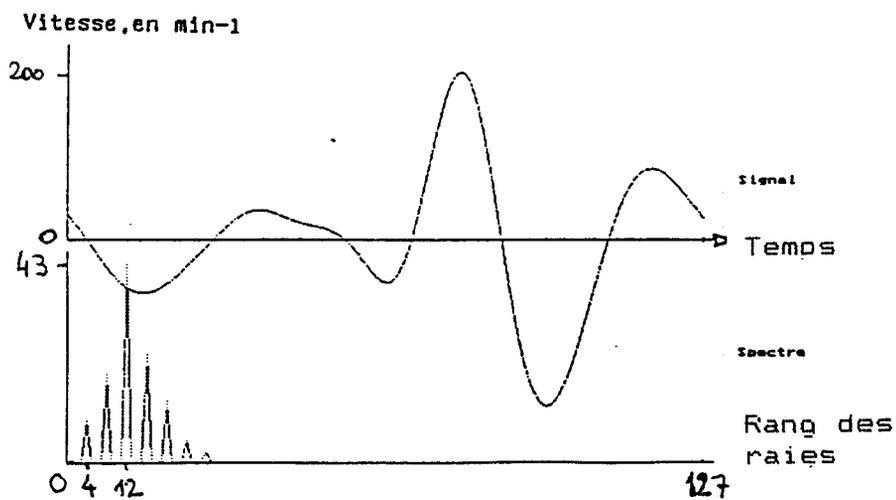


Figure 71

Chapitre 3

Les figures 68 et 69 permettent de comparer l'amplitude maximale des raies du signal mesuré et calculé.

Les figures 70 et 71 mettent en évidence l'influence des raies qui ont été supprimées.

La figure 71 montre que la courbe en cloche (enveloppe des extrémités des raies) est quasiment symétrique par rapport à la 12^{ème} raie. Celle-ci correspond à la première fréquence naturelle de torsion du système constitué par le volant moteur et le volant d'équilibrage reliés par une ligne d'arbre élastique, selon l'hypothèse émise plus haut.

Il se trouve que cette fréquence est triple de la fréquence correspondant au cycle de fonctionnement du moteur (représentée par la 4^{ème} raie).

Le système se trouve donc en oscillation entretenue, ce qui peut expliquer l'accroissement d'amplitude de l'évolution de la vitesse mesurée lors de la phase de compression, par rapport à l'évolution de la vitesse calculée à l'aide du modèle "rigide".

Les essais présentés dans ce paragraphe utilisent tous comme volant d'équilibrage le corps du limiteur de couple seul, pour être sûr de n'avoir aucun glissement dans la ligne d'arbre, donc aucune variation intempestive du couple dans le système d'équilibrage. Ceci a été fait dans le but de supprimer une cause éventuelle de perturbation du bon fonctionnement du système, dont l'influence aurait été difficile à mettre en évidence.

Chapitre 3

Toutefois, nous avons effectué les mêmes traitements que ceux décrits ci-dessus sur des résultats d'essais avec d'autres volants d'équilibrage et d'autres volants moteurs.

Les résultats obtenus semblent confirmer l'hypothèse selon laquelle le système vibre suivant un mode naturel de torsion.

Dans le paragraphe suivant, nous décrivons une modélisation "élastique" simple du système, et nous exposons les résultats obtenus avec ce nouveau modèle pour différentes configurations.

6. Elaboration d'un modèle "élastique"

Le modèle "rigide" que nous avons présenté dans le deuxième chapitre de notre étude a servi à déterminer l'engrenage SPILOG et le volant d'équilibrage, mais il ne rend pas correctement compte du comportement du moteur muni de son dispositif d'équilibrage.

Pour tenter d'expliquer les résultats des essais effectués, nous avons émis l'hypothèse selon laquelle l'ensemble des solides qui constituent la chaîne cinématique reliant le volant moteur au volant d'équilibrage présente une raideur finie, ainsi qu'un amortissement visqueux.

La raideur et l'amortissement sont considérés comme constants.

Chapitre 3

Il s'agit donc d'un système à deux modes de vibration ; le premier correspond à la rotation de l'ensemble des volants par rapport au bâti (mode de "corps rigide") et le second aux oscillations d'un volant par rapport à l'autre.

Le schéma du modèle est montré figure 72 :

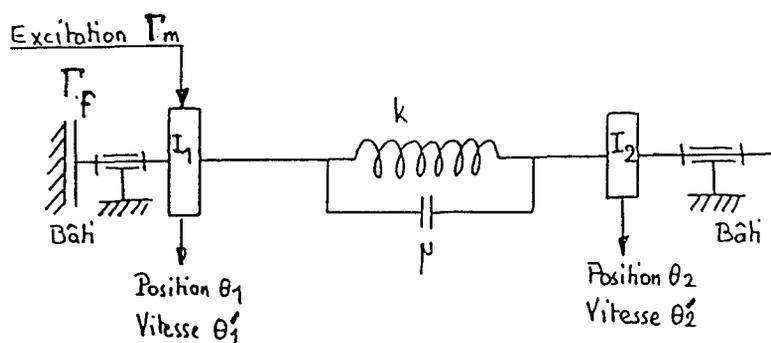


Schéma du modèle du comportement élastique de la ligne d'arbre

La transmission entre les volants I_1 et I_2 est considérée comme dépourvue d'inertie.

Figure 72

Les notations sont les suivantes :

- k : raideur de la transmission
- μ : viscosité du frottement visqueux entre les volants I_1 et I_2 , qui correspond notamment à l'amortissement structural au sein de la ligne d'arbre.

L'inertie du volant I_1 comprend celle du volant moteur proprement dit ainsi que l'inertie variable du mécanisme du moteur rapportée au vilebrequin : c'est la fonction $F(\theta)$ du § 3.2.3 du chapitre 1.

Chapitre 3

L'inertie du volant I2 est celle du volant d'équilibrage vue depuis l'amont de l'engrenage SPILOG, et rapportée au vilebrequin. Avec les notations du § 3.2.3 du chapitre 1, elle s'écrit donc :

$$\frac{I_s}{4} \left(\frac{r_m(\theta_2)}{r_s(\theta_2)} \right)^2$$

avec :

I_s : moment d'inertie du volant d'équilibrage,

r_m, r_s : rayons des pignons liés respectivement au moteur et au volant d'équilibrage, au point de contact des primitives.

Γ_f est le couple de frottement, considéré comme appliqué à I1 car le frottement dans le moteur est jugé prépondérant par rapport au frottement dans le reste de la ligne d'arbre.

Γ_m est le couple dû aux gaz ; il est considéré comme appliqué à I1.

Γ_f et Γ_m sont les couples mentionnés au § 3.2.3 du chapitre 1 et modélisés dans le deuxième chapitre de l'étude.

La grandeur mesurée est la vitesse angulaire θ'_1 du volant I1 lié à l'extrémité du vilebrequin.

Le guidage du système par rapport au bâti est schématisé par des liaisons pivot sans frottement.

Chapitre 3

Avec ces notations, les équations du mouvement s'écrivent :

$$\theta''_1 F(\theta_1) + \frac{\theta'^2_1}{2} \frac{dF(\theta_1)}{d\theta_1} + \mu(\theta'_1 - \theta'_2) + k(\theta_1 - \theta_2) = \Gamma_m + \Gamma_f$$

$$\theta''_2 \frac{I_s}{4} \left[\frac{r_m(\theta_2)}{r_s(\theta_2)} \right]^2 - \mu(\theta'_1 - \theta'_2) + \frac{\theta'^2_2}{2} \frac{d}{d\theta_2} \left[\frac{I_s}{4} \left[\frac{r_m(\theta_2)}{r_s(\theta_2)} \right]^2 \right] - k(\theta_1 - \theta_2) = 0$$

Il s'agit d'un système de deux équations différentielles couplées du second ordre.

La résolution numérique en a été faite par un algorithme de RUNGE-KUTTA au 4ème ordre [42].

7. RESULTATS OBTENUS AVEC LE MODELE "ELASTIQUE" - COMMENTAIRES

Nous présentons ci-après un ensemble de figures dont chacune montre les évolutions de la vitesse mesurée et celles de la vitesse calculée à l'aide du nouveau modèle, ceci pour une configuration donnée du système.

Pour tracer la courbe modélisée, nous avons cherché à approcher au mieux, visuellement, la courbe correspondant à la vitesse mesurée en introduisant dans notre modèle différentes valeurs de raideur et de viscosité.

Le tableau ci-dessous donne, pour chaque figure, la valeur de la vitesse moyenne, de l'inertie des volants, de la raideur et de la viscosité. Sur chacune des figures, la courbe calculée est celle qui est la plus lisse.

Chapitre 3

N° de figure	73	74	75	76	77	78
Volant moteur en m ² kg	0,36	0,36	0,36	0,16	0,16	0,16
Volant d'équilibrage en m ² kg	0,8	0,8	0,8	0,18	0,18	0,18
Vitesse moyenne mesurée en min ⁻¹	423	560	769	739	807	1625
Raideur en Nm rad ⁻¹	1560	2400	2400	680	680	1200
Viscance en kg.m ² .s ⁻¹ .rad ⁻¹	5	5	5	1,8	1,8	1,5

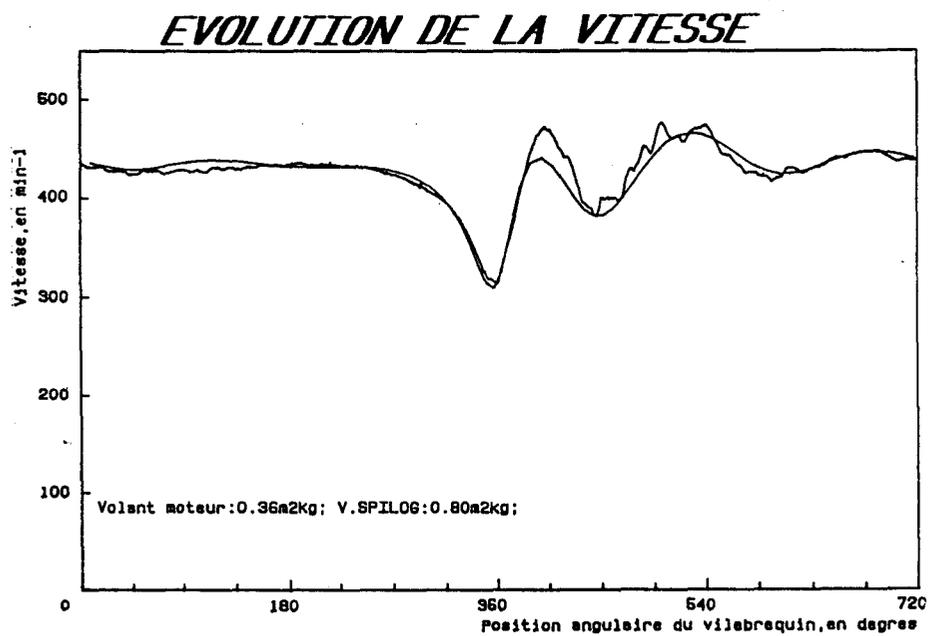


Figure 73

Chapitre 3

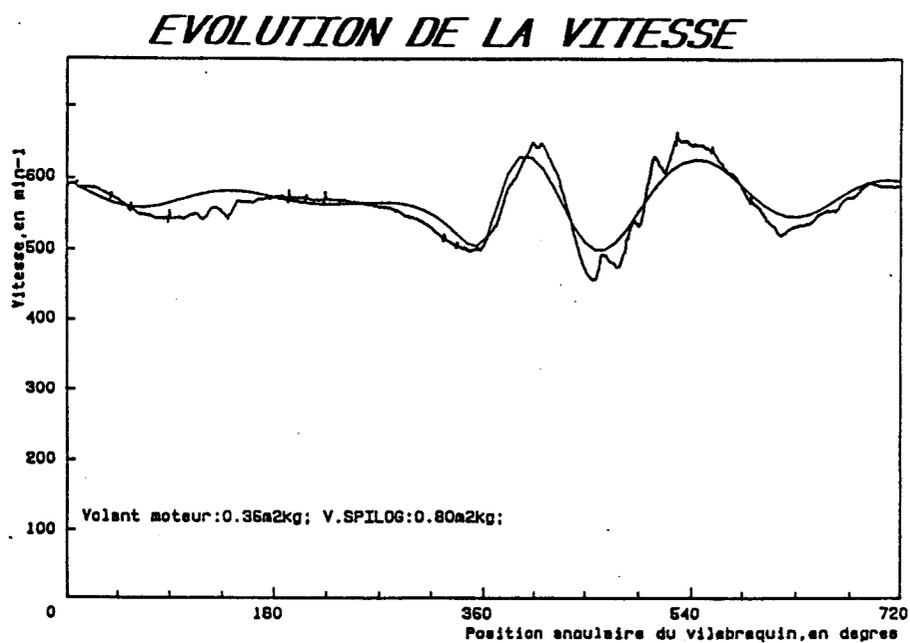


Figure 74

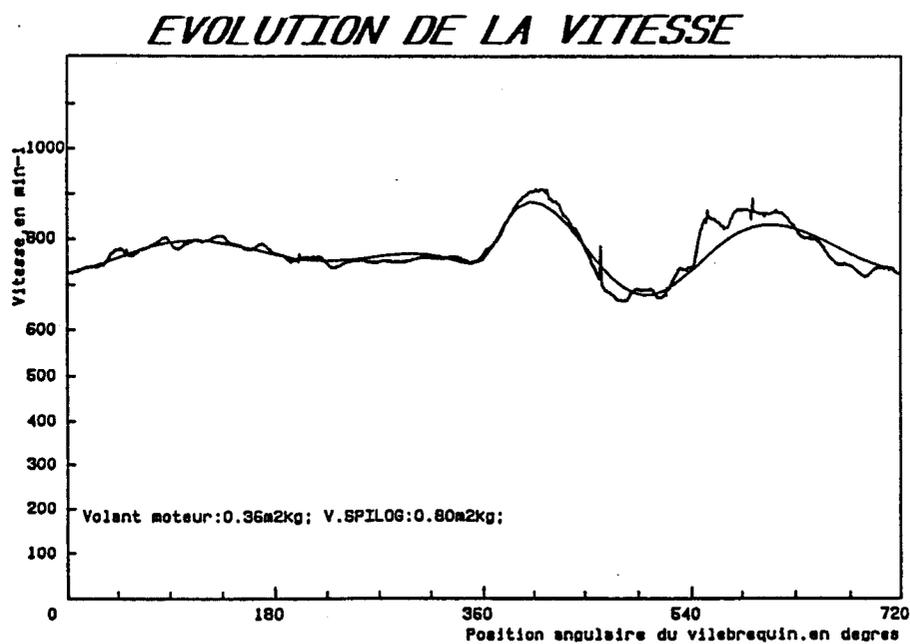


Figure 75

Chapitre 3

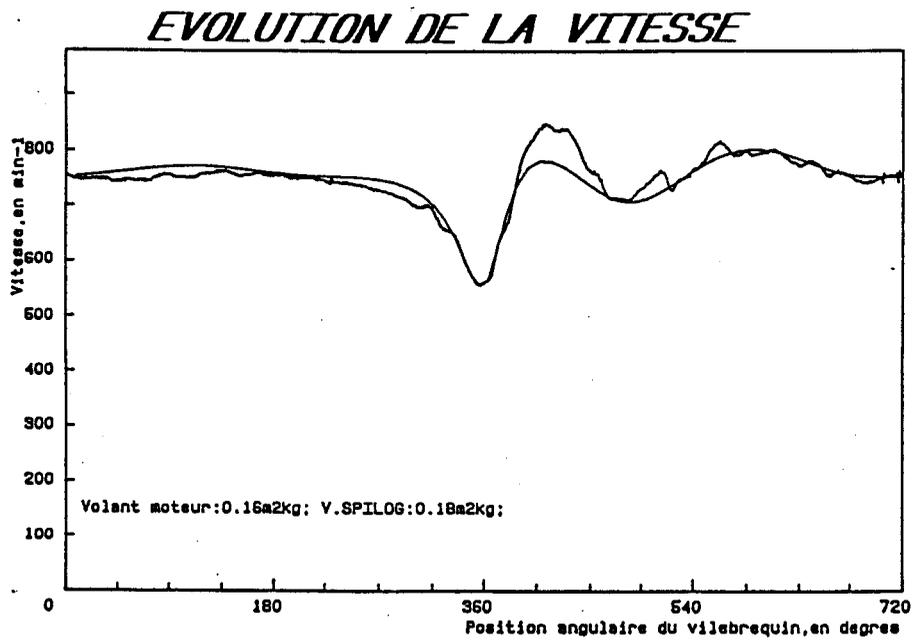


Figure 76

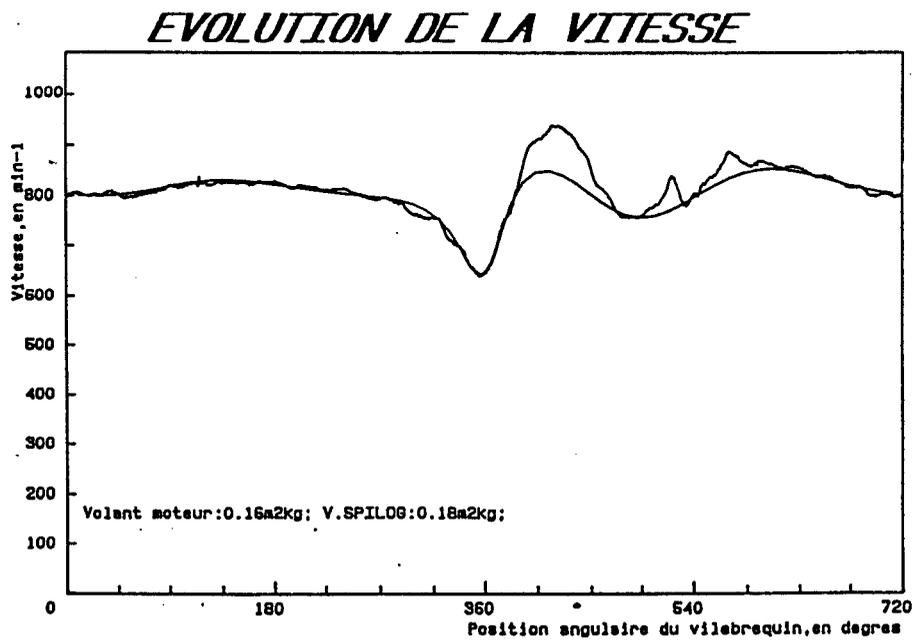


Figure 77

Chapitre 3

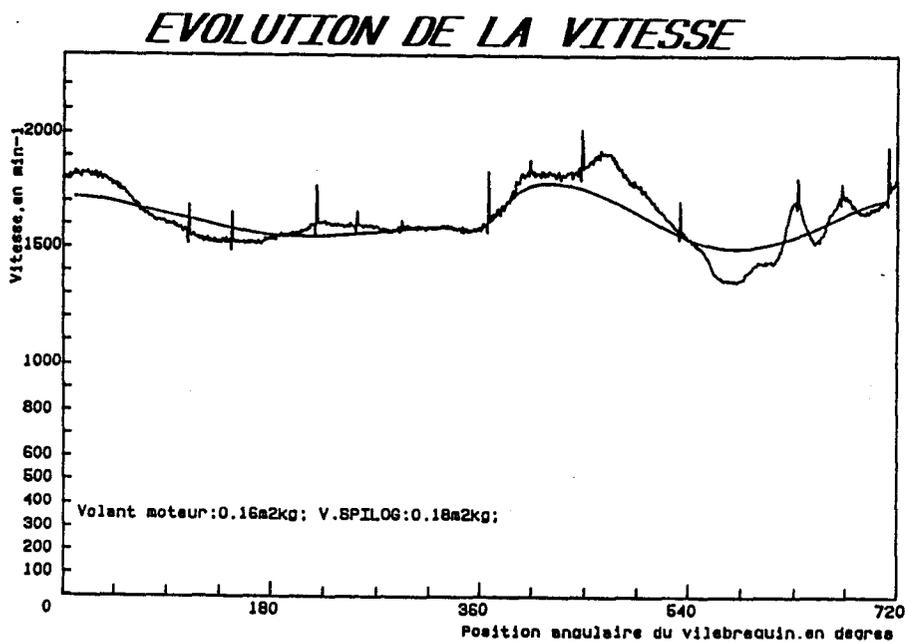


Figure 78

Nous remarquons tout d'abord que l'on obtient bien des fluctuations de vitesse assez semblables à celles mesurées lors des essais.

Cependant, la raideur et la viscosité ne sont pas constantes lorsqu'on modifie la vitesse moyenne ou la configuration du système.

Nous constatons que, pour la même configuration du système, la raideur augmente avec la vitesse moyenne (plus ou moins selon les essais : comparer les figures 74 et 75 d'une part, 76 et 77 d'autre part).

Pour la même vitesse moyenne, la raideur varie avec la configuration du système.

Chapitre 3

Ces constatations nous conduisent à penser que la raideur peut varier avec le couple transmis. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons tracé, à l'aide du modèle "élastique", les évolutions du couple dans la chaîne cinématique, en fonction de la position angulaire du vilebrequin.

Le tableau ci-dessous donne, pour chaque figure, la configuration du système, la vitesse angulaire de l'essai, la raideur et la valeur crête du couple.

N° de figure	79	80	81	82
Volant moteur en m^2kg	0,36	0,36	0,36	0,16
Volant d'équilibrage en m^2kg	0,8	0,8	0,8	0,18
Vitesse moyenne mesurée en min^{-1}	423	560	769	739
Raideur en $Nm rad^{-1}$	1560	2400	2400	680
Couple maxi en Nm	340	550	600	200

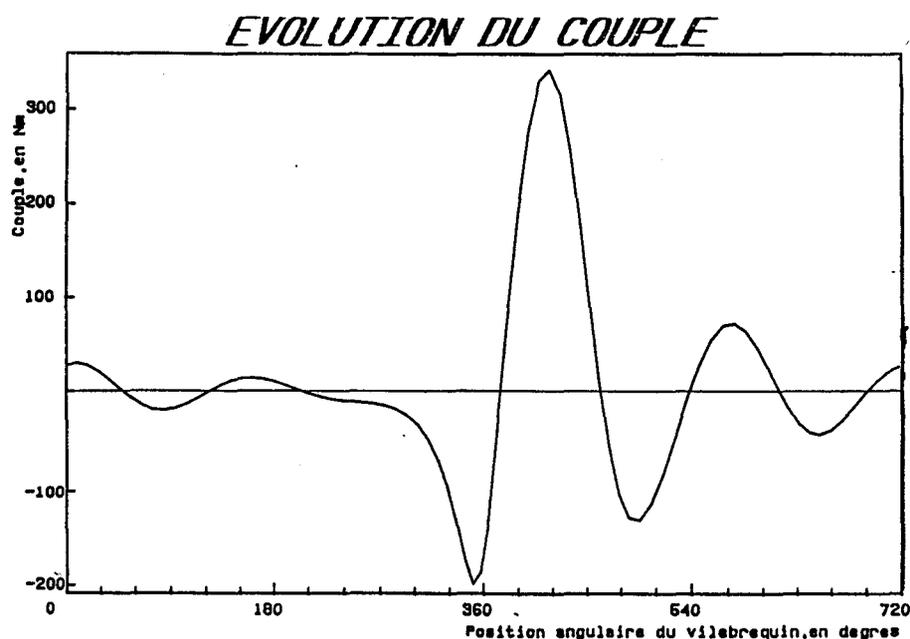


Figure 79

Chapitre 3

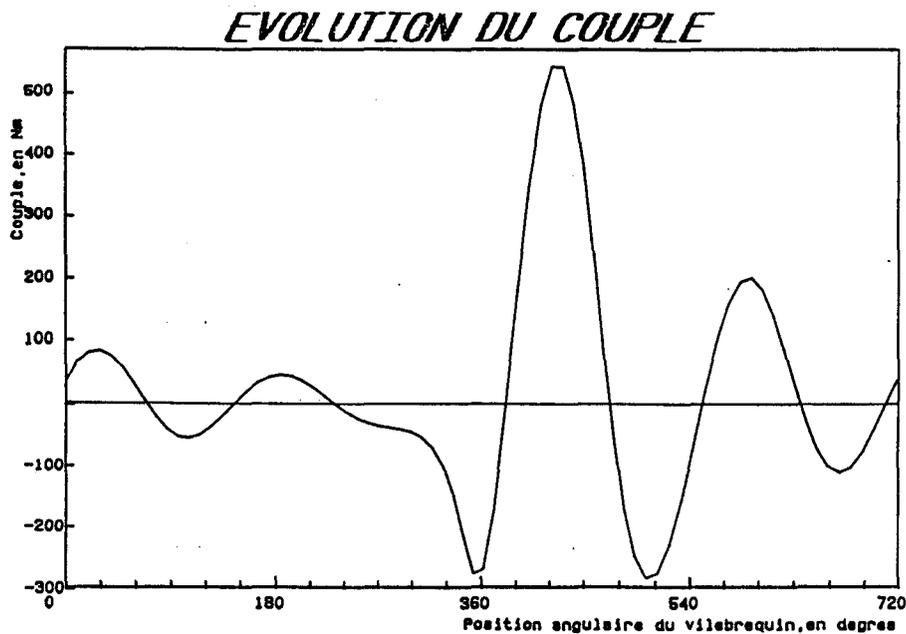


Figure 80

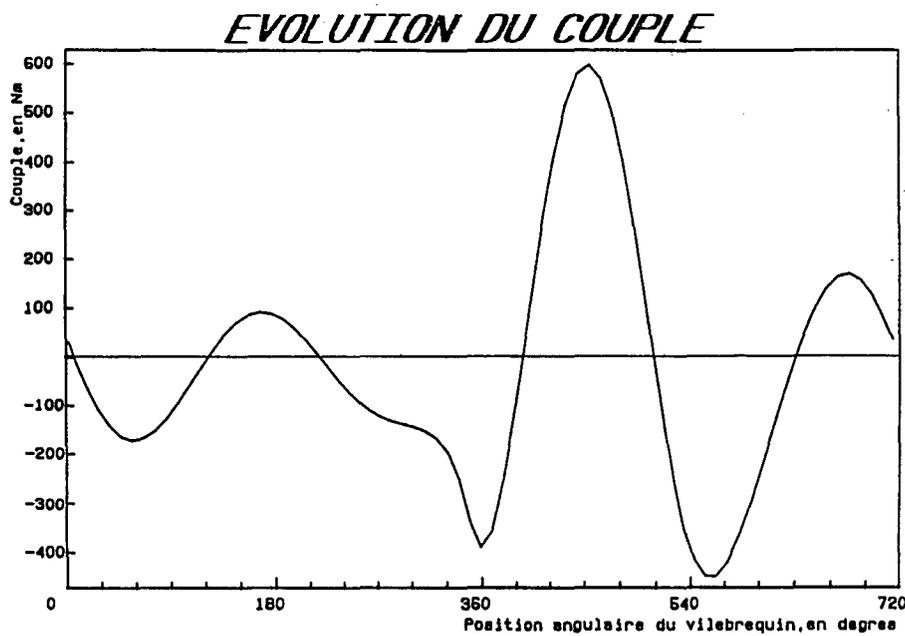


Figure 81

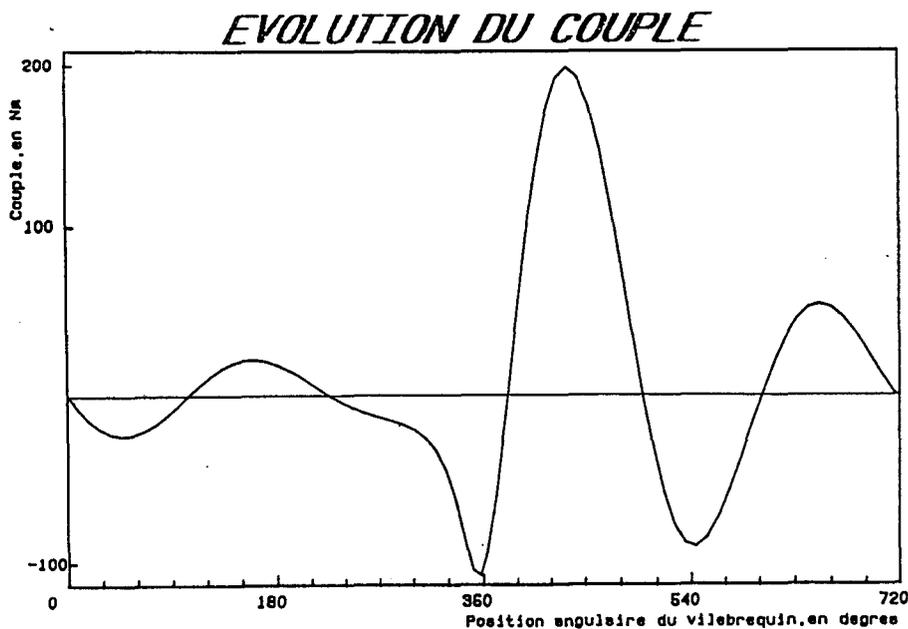


Figure 82

Chapitre 3

Les figures 79 à 81 permettent de constater que, pour la même configuration du système, la raideur augmente avec le couple.

Les figures 80 et 81, tracées pour la même raideur avec notre modèle, font apparaître des valeurs maximales du couple sensiblement équivalentes. Ceci est vraisemblablement dû au glissement du limiteur de couple qui "écrête" le couple au-dessus de 1150 Nm (sur un arbre tournant à une vitesse moyenne moitié de celle du vilebrequin).

La figure 82 est à comparer à la figure 81 : dans les deux cas, la vitesse moyenne est sensiblement la même, mais les configurations du système sont différentes. Ici encore, nous voyons que la raideur varie avec le couple transmis.

La variation de la raideur avec le couple peut s'expliquer notamment par le fait que la transmission entre les volants comporte plusieurs engrenages (engrenage de commande d'arbre à cames, engrenage SPILOG et joint à denture bombée : voir figure 41).

Or, dans un engrenage, le nombre de dents en contact peut varier avec le couple transmis d'une part, et, d'autre part, la nature même du contact entre les dents (contact cylindre-cylindre ou même sphère-cylindre dans le cas du joint à denture bombée) introduit une raideur variable en fonction de l'effort de contact.

Chapitre 3

En outre, en raison de l'inversion du sens du couple, les jeux dans la transmission provoquent des chocs dont il est difficile d'interpréter les effets sur les résultats des essais. Ces jeux se situent dans les engrenages (notamment dans l'engrenage de commande de l'arbre à cames) et dans les liaisons par clavetage (en particulier au niveau de la liaison arbre à cames-joint à denture bombée).

Enfin, il est clair qu'un modèle simple à deux degrés de liberté ne peut décrire avec précision le comportement d'un système présentant une infinité de degrés de liberté, et dans lequel la répartition des masses et des inerties est complexe.

La raideur variable de la transmission n'est qu'une des causes possibles du comportement vibratoire du système observé.

Notre modèle n'a donc pas la prétention de rendre compte de tous ces phénomènes complexes. Il n'a pas pour but de justifier les écarts entre les mesures et le modèle "rigide" ; son objectif est simplement de montrer que, compte tenu des multiples phénomènes non modélisés qui contribuent au signal de vitesse relevé lors de nos essais, il est légitime de s'attendre à des fluctuations du genre de celles qui sont observées sans que cela remette en cause le principe même du dispositif d'équilibrage et sa détermination théorique.

Chapitre 3

8. SENSIBILITE DU SYSTEME A UN DECALAGE ANGULAIRE ENTRE LE MOTEUR ET LE DISPOSITIF D'EOUILBRAGE.

Nous avons effectué une série d'essais en introduisant un décalage angulaire entre le dispositif d'équilibrage et le vilebrequin du moteur, par rapport à la position initiale.

Le réglage initial peut être obtenu sur notre machine d'essais avec une précision angulaire rapportée au vilebrequin de ± 2 degrés, par rapport à la position théorique.

Ces essais ont été prévus dans le but d'observer l'influence d'un décalage sur les évolutions de la vitesse instantanée et sur l'efficacité du dispositif d'équilibrage, pour différentes configurations du système et à différentes vitesses moyennes.

Le décalage introduit est de 12 degrés, rapporté au vilebrequin, et tel que le dispositif d'équilibrage soit "en avance" par rapport au vilebrequin. Entre des systèmes de configurations comparables, et tournant à des vitesses moyennes sensiblement égales, on observe de faibles différences de vitesses (de l'ordre de quelques pourcents) vers le milieu du cycle, surtout sensibles lorsque le système est proche de la vitesse d'équilibrage.

Le système est donc peu sensible à un décalage angulaire du dispositif d'équilibrage, même important.

La partie suivante de notre étude est consacrée à l'étude des performances du système d'équilibrage, ainsi qu'à l'examen critique du montage qui en a été fait.

Chapitre 4

Performances du système d'équilibrage

1. VALIDATION DE L'ETUDE THEORIQUE DU DISPOSITIF D'EQUILIBRAGE

Nous avons mentionné dans le chapitre précédent quelques-unes des causes qui induisent les fluctuations de vitesse de rotation du moteur muni de son dispositif d'équilibrage.

Nous avons interprété le signal mesuré comme la somme du signal théorique obtenu à l'aide d'une modélisation du système avec l'hypothèse de rigidité de la ligne d'arbre, et d'un signal vibratoire provoqué pour l'essentiel par le comportement élastique en torsion de la ligne d'arbre.

Nous nous sommes fondé pour cela sur l'examen des résultats expérimentaux : dans la majorité des cas, le signal théorique suit le signal mesuré dans la phase de compression et au début de la phase de combustion, c'est-à-dire dans la partie du cycle où le mouvement est le plus irrégulier. Au § 5.2 (chapitre 3) nous expliquons pourquoi, dans certains cas, le signal théorique s'écarte du signal mesuré dans la phase de compression, sans pour autant que la validité du modèle théorique soit remise en cause.

La figure 83 reprend la figure 52 et la complète. Elle montre les évolutions de la vitesse du système comportant le volant moteur de $0,36 \text{ m}^2\text{kg}$ et le volant d'équilibrage de $0,8 \text{ m}^2\text{kg}$. La vitesse moyenne est de 768 min^{-1} .

La vitesse mesurée se reconnaît aux fluctuations et à l'irrégularité de la courbe (pour la modélisation des fluctuations, voir figure 75).

La vitesse calculée par le modèle "rigide" est sensiblement constante : en effet, la vitesse moyenne est proche de la vitesse d'équilibrage (740 min^{-1}). C'est cette vitesse à peu près constante que l'on obtiendrait si le phénomène vibratoire dans la ligne d'arbre n'avait pas lieu.

Nous avons enfin fait figurer les évolutions modélisées de la vitesse du moteur dépourvu de son dispositif d'équilibrage, et toujours muni du volant de $0,36 \text{ m}^2\text{kg}$: c'est la courbe qui marque un ralentissement caractéristique au milieu du cycle.

Les deux premières courbes (représentant la vitesse mesurée et la vitesse calculée du système équilibré) montrent que le dispositif d'équilibrage joue bien son rôle sur presque la moitié du cycle.

Toutes ces constatations valident donc le modèle théorique du comportement du moteur équilibré, ainsi que la détermination du dispositif d'équilibrage.

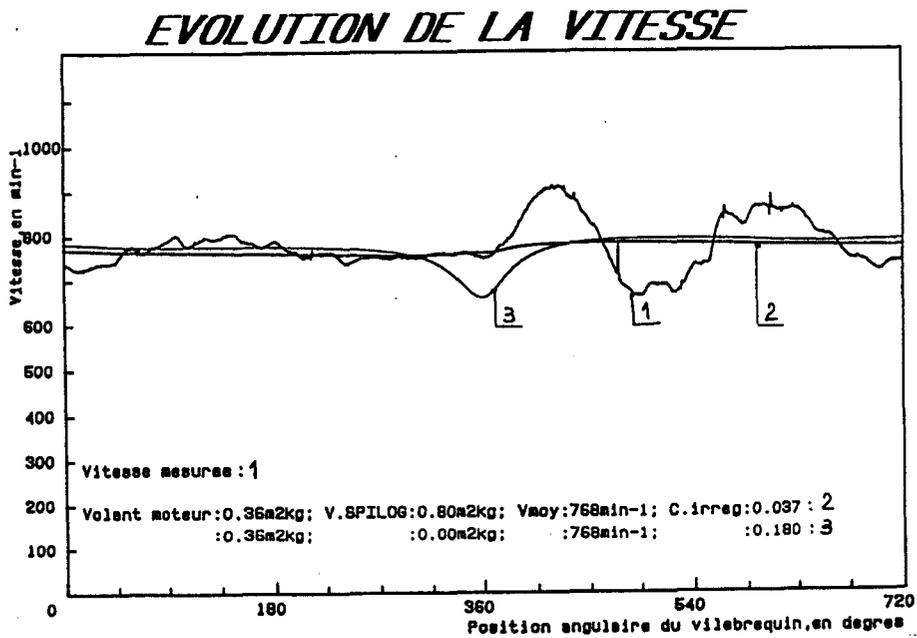


Figure 83

Par comparaison aux courbes précédentes, la courbe relative au moteur non équilibré permet de mesurer l'efficacité de l'équilibrage sur la régularité de fonctionnement, pour autant qu'on élimine les phénomènes vibratoires perturbateurs.

L'intérêt du dispositif d'équilibrage est montré aux paragraphes suivants par comparaison au comportement du moteur seul, mais muni d'un volant d'inertie équivalant à la somme de l'inertie du volant moteur et de celle du volant d'équilibrage (rapportée au vilebrequin) du système équilibré.

2. EXPLOITATION DU SYSTEME D'EOUILBRAGE POUR DIMINUER LA VITESSE DE RALENTI DU MOTEUR.

La réduction de la vitesse de ralenti du moteur constitue l'un des objectifs initiaux de notre étude.

Le régime de ralenti (fixé par le constructeur du moteur) est fonction de la vitesse instantanée minimale atteinte par le moteur en régime établi, au cours d'un cycle.

Nous avons relevé expérimentalement la vitesse moyenne minimale possible (en deçà de laquelle le moteur cale) pour différentes configurations d'équipement en volants d'inertie. Nous avons dû pour cela modifier le réglage de la pompe d'injection pour que le moteur puisse tourner à des vitesses inférieures à la vitesse de ralenti fixée par le constructeur.

La figure 84 regroupe les résultats obtenus.

Les vitesses moyennes minimales obtenues sont données en fonction du moment d'inertie du (ou des) volant(s) équipant le système.

La courbe 1 concerne le moteur seul, sans équilibrage. La valeur du moment d'inertie du volant moteur est lue sur l'échelle correspondante, en abscisses.

La courbe 2 est relative au moteur muni du dispositif d'équilibrage.

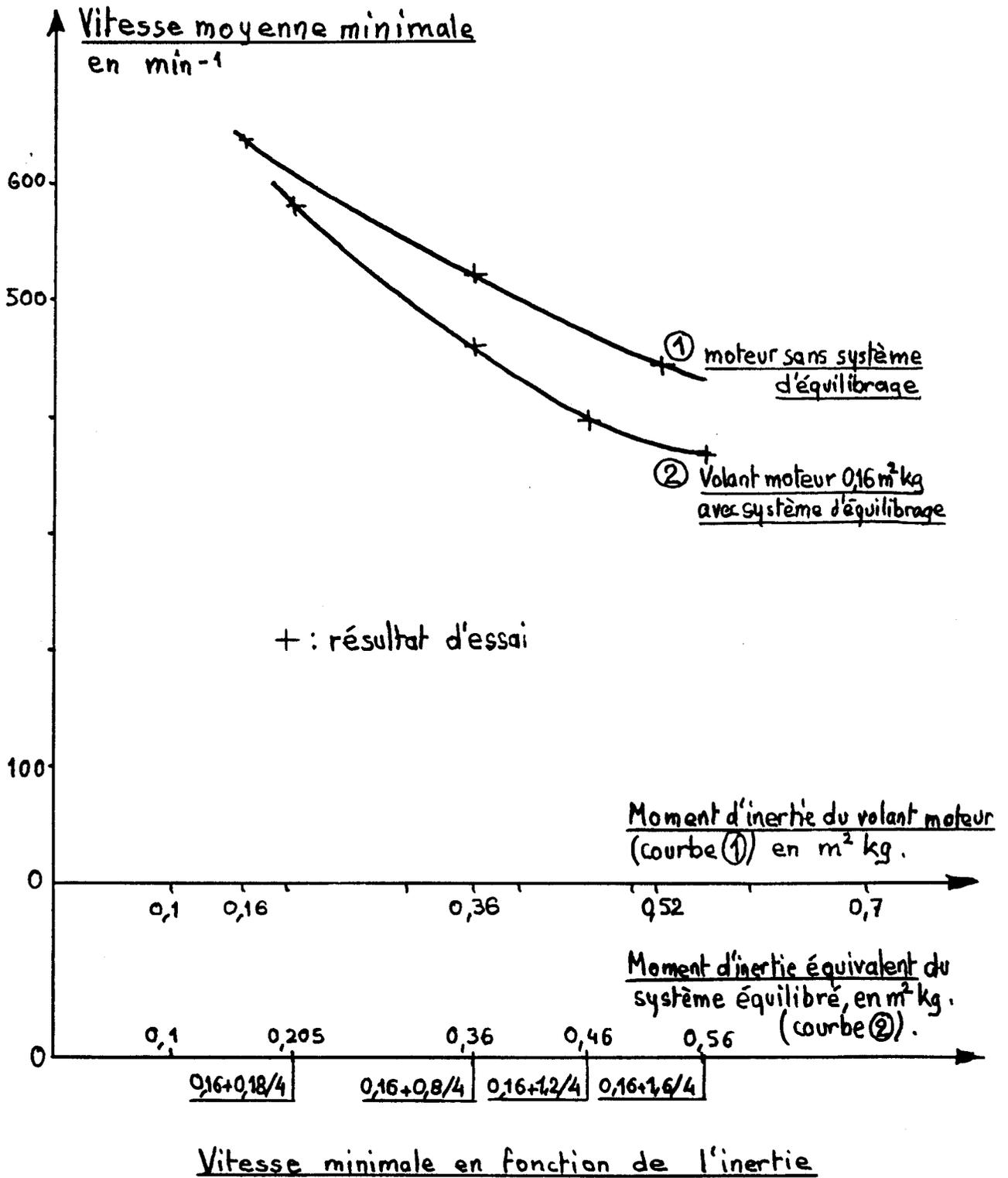


Figure 84

L' "inertie équivalente" est obtenue en faisant la somme de l'inertie du volant moteur et de celle du volant d'équilibrage, mais vue depuis le vilebrequin, en considérant que le rapport entre la vitesse du vilebrequin et celle du volant d'équilibrage est $\frac{1}{2}$.

Pour chacun des quatre essais, le volant moteur de plus faible inertie (0,16 m²kg) a été utilisé, de façon à conférer la plus grande influence possible au dispositif d'équilibrage, pour une inertie équivalente donnée. La répartition des inerties est détaillée sur l'échelle des abscisses relative à la courbe 2.

La précision sur les mesures de vitesses minimales est assez faible (de l'ordre de $\pm 3 \%$) compte tenu de la difficulté de réglage du levier d'accélération et de contrôle des paramètres qui peuvent influencer sur le fonctionnement du moteur (température, stabilité du régime, etc...).

On constate sur la figure 84 que, dans le cas où le moteur est équipé du volant standard de 0,52 m²kg, il est possible de diminuer la vitesse moyenne minimale de plus de 15 % à l'aide du dispositif d'équilibrage, en conservant la même inertie globale (rapportée au vilebrequin).

Cette remarque ne permet pas de tirer de conclusion quant à la vitesse de ralenti proprement dite. En effet, avec le volant de 0,52 m²kg, la vitesse de ralenti est fixée par le constructeur aux environs de 850 min⁻¹, soit presque le double de la vitesse moyenne minimale que nous avons mesurée.

Or, nous voyons au paragraphe suivant que le coefficient d'irrégularité varie de façon très différente avec la vitesse selon que le moteur est muni ou non du dispositif d'équilibrage.

A inertie équivalente de $0,52 \text{ m}^2\text{kg}$, en conservant le volant moteur de $0,16 \text{ m}^2\text{kg}$, le volant d'équilibrage est alors de $1,44 \text{ m}^2\text{kg}$.

Dans ces conditions, la vitesse d'équilibrage est de 540 min^{-1} , très nettement inférieure à la vitesse de ralenti fixée par le constructeur.

Si l'on admet le même coefficient d'irrégularité pour le moteur muni du dispositif d'équilibrage que pour le moteur seul fonctionnant au régime de ralenti, soit $0,095$, on obtient une vitesse de ralenti du système équilibré de l'ordre de 500 min^{-1} , calculée à l'aide de notre modèle (environ 40% de la vitesse de ralenti prévue par le constructeur).

Dans le cas de marche à vide, il serait nécessaire de débrayer le dispositif d'équilibrage pour des vitesses trop élevées sous peine d'accroître sensiblement le coefficient d'irrégularité. Nous étudions au paragraphe suivant l'évolution du coefficient d'irrégularité en fonction de la configuration du système et de la vitesse.

Ayant montré sur les exemples cités aux paragraphes précédents la validité du modèle du moteur seul ou équilibré, nous nous servons essentiellement des résultats obtenus par calcul à l'aide de ce modèle dans la suite de l'étude.

3. INFLUENCE DU DISPOSITIF D'EQUILIBRAGE SUR LE COEFFICIENT D'IRREGULARITE.

Nous avons vu que le coefficient d'irrégularité caractérise les accélérations angulaires de l'arbre d'une machine, (§2, chapitre 1), donc les vibrations au sein de la chaîne cinématique de transmission du mouvement.

Nous étudions maintenant l'évolution du coefficient d'irrégularité en fonction soit de la vitesse moyenne, soit des moments d'inertie des volants, ceci pour différentes configurations du système.

Cette étude a été réalisée à l'aide du modèle de calcul en prenant l'hypothèse de rigidité de l'ensemble des solides qui constituent la chaîne cinématique du système. Le coefficient d'irrégularité est donc calculé sans tenir compte des phénomènes d'oscillations observés lors des mesures.

En conséquence, nous avons considéré qu'il n'existe pas de glissement dans la transmission : celle-ci est supposée conçue pour transmettre le couple sur toute la plage de vitesse étudiée.

Nous faisons aussi l'hypothèse d'un bon rendement de la chaîne cinématique, quel que soit le couple transmis. Pour toutes ces raisons, le débit de gazole a été maintenu à 5 DV, valeur adoptée pour le moteur fonctionnant sans dispositif d'équilibrage, dans l'étude qui suit.

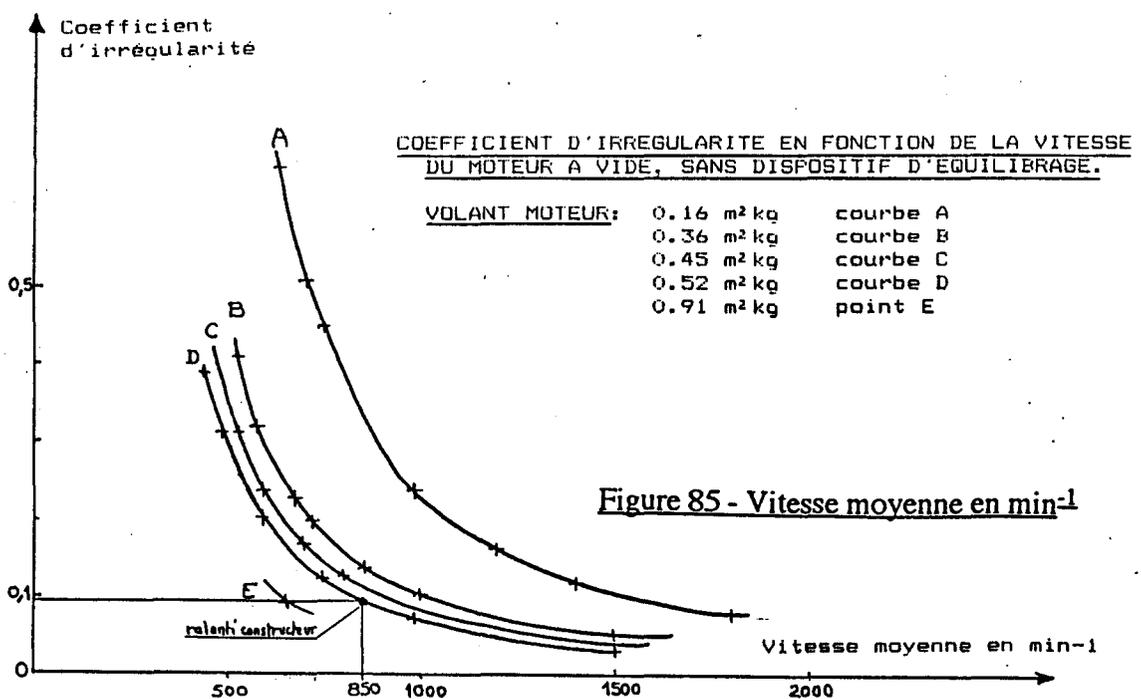
3.1. Evolution du coefficient d'irrégularité en fonction de la vitesse moyenne

3.1.1. Moteur sans dispositif d'équilibrage

Les courbes A, B, C et D de la figure 85 montrent l'évolution du coefficient d'irrégularité en fonction de la vitesse moyenne pour des valeurs respectives de l'inertie du volant de 0,16, 0,36, 0,45 et 0,52 m²kg.

Nous avons fait figurer sur la courbe D le point correspondant au régime de ralenti (850 min⁻¹). On remarque que, si l'on veut conserver le même coefficient d'irrégularité avec un volant d'inertie un peu plus faible, il faut accroître sensiblement la vitesse au ralenti.

Le point E correspond à la vitesse de 650 min⁻¹ qui donnerait le même coefficient d'irrégularité avec le volant de 0,91 m²kg.



3.1.2. Comparaison des coefficients d'irrégularité du moteur avec et sans dispositif d'équilibrage, à inertie équivalente.

Les figures 86 et 87 montrent les évolutions des coefficients d'irrégularité en fonction de la vitesse moyenne pour une inertie équivalente de 0,36 et 0,52 m²kg respectivement.

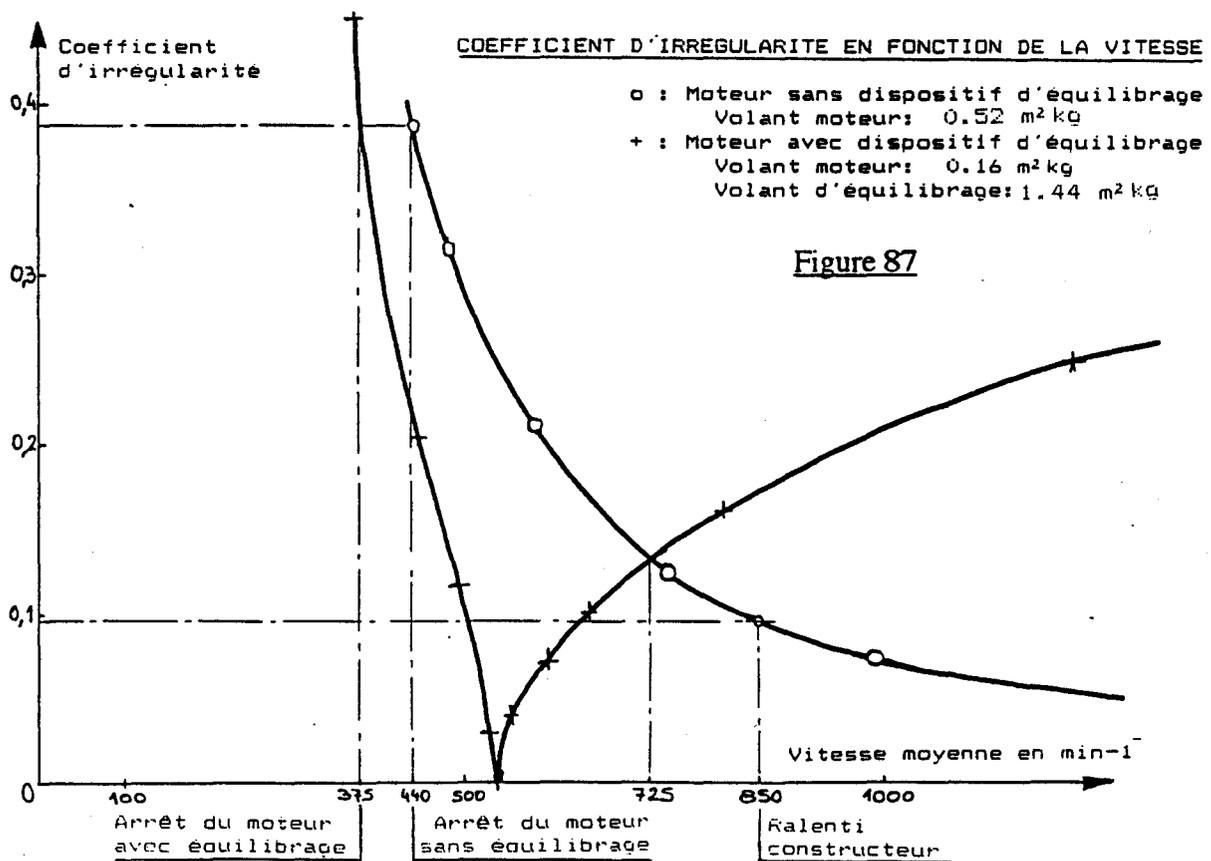
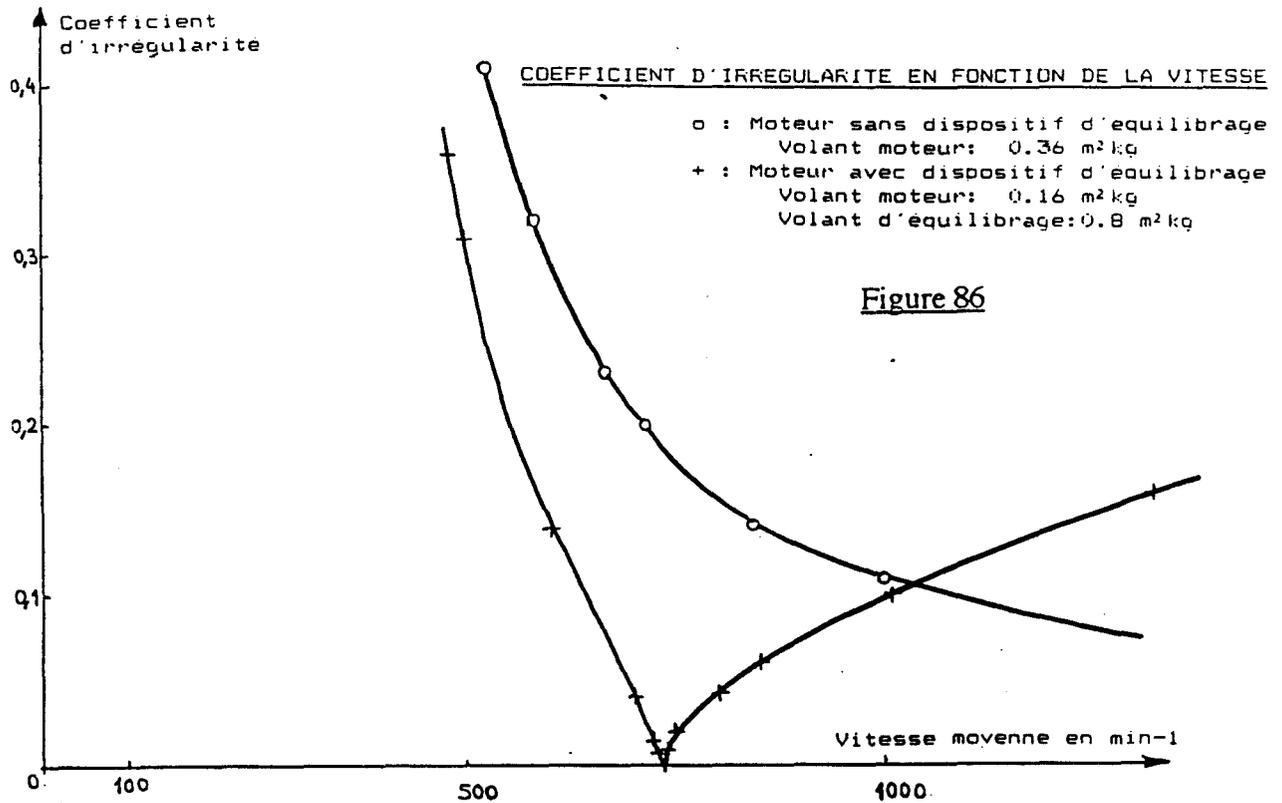
Dans chacun des deux cas on trouve sur ces figures la courbe correspondant au moteur sans dispositif d'équilibrage, déjà tracée sur la figure 85.

La courbe correspondant au moteur muni du système d'équilibrage présente un point de rebroussement pour la vitesse d'équilibrage : le système fonctionnant à vide, le coefficient d'irrégularité est théoriquement nul en ce point.

Au delà de ce point le coefficient d'irrégularité croît avec la vitesse moyenne.

Sur chaque figure, l'abscisse du point commun aux deux courbes représente la vitesse au delà de laquelle le coefficient d'irrégularité du système équilibré est supérieur à celui du moteur sans système d'équilibrage.

Lorsque la vitesse d'équilibrage est dépassée, la vitesse du système au cours du cycle évolue selon les courbes 3 et 4 de la figure 38 : la correction apportée par le dispositif d'équilibrage est trop importante et la vitesse s'accroît lors de la phase de compression, pour diminuer ensuite dans la phase de combustion.



3.2. Evolution du coefficient d'irrégularité en fonction de l'inertie équivalente.

La figure 88 montre les évolutions des coefficients d'irrégularité du moteur avec et sans dispositif d'équilibrage, en fonction de l'inertie équivalente, pour une vitesse moyenne donnée (650 min^{-1}).

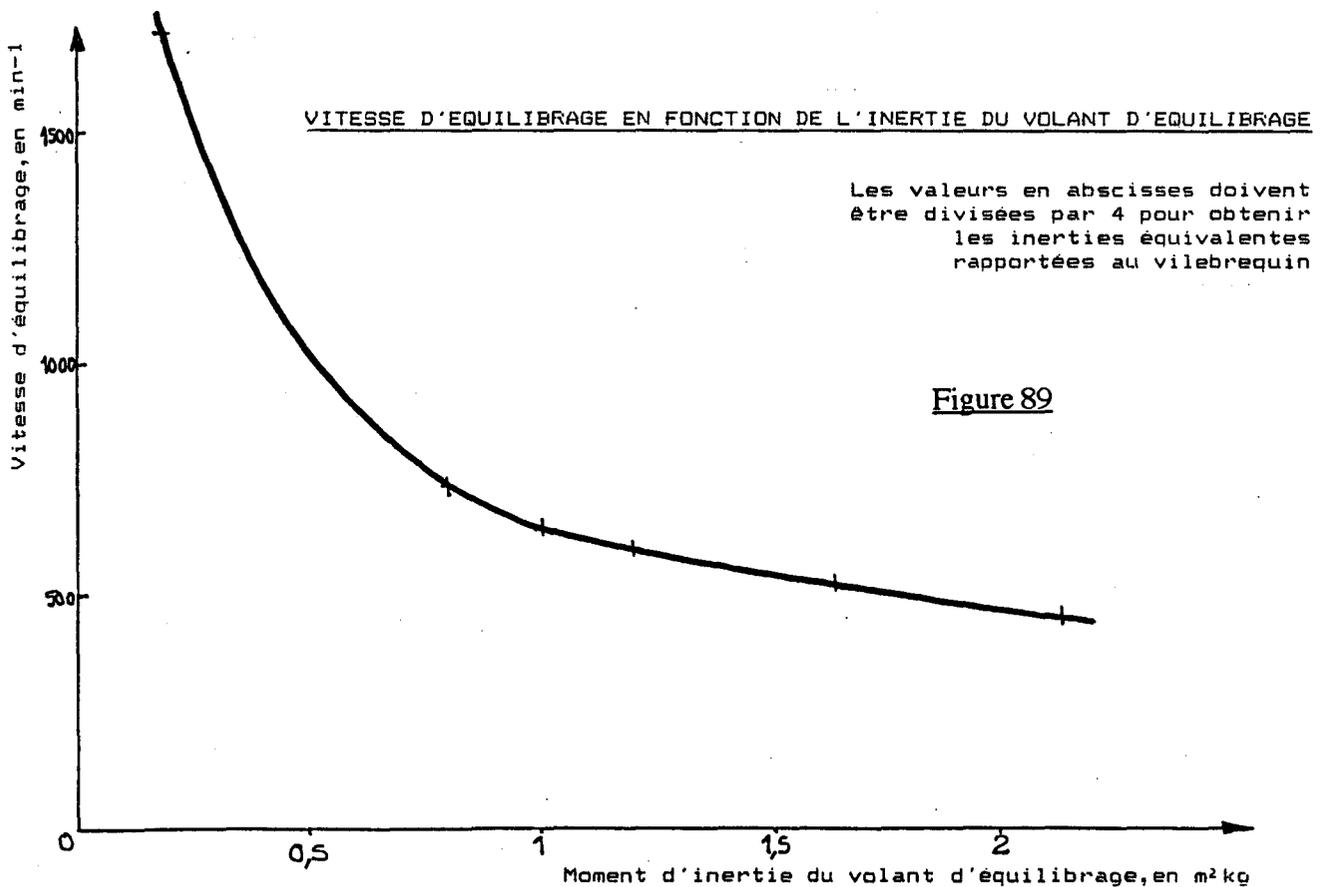
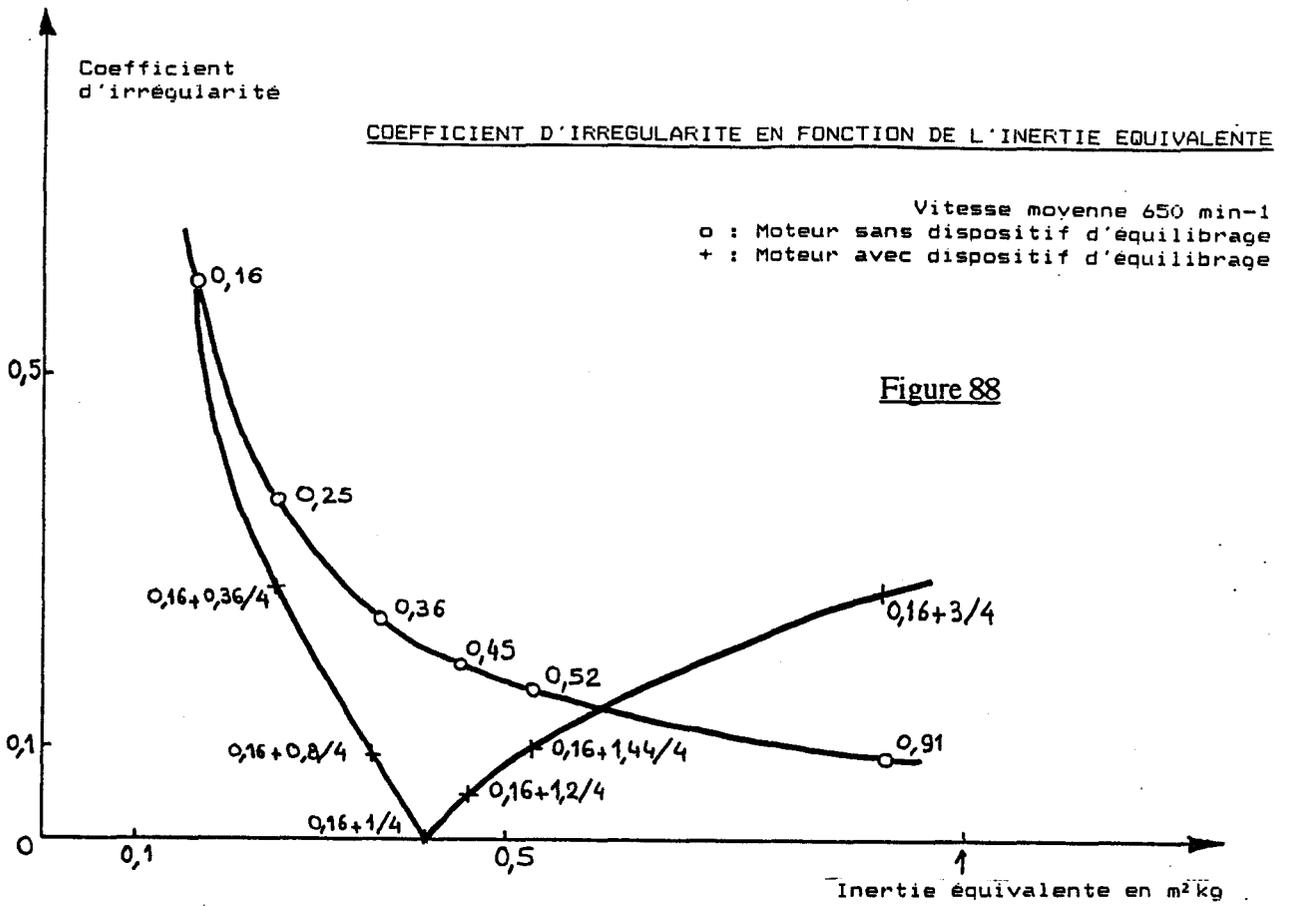
La valeur de l'inertie est notée à côté de chacun des points calculés ; sur la courbe correspondant au moteur sans dispositif d'équilibrage, cette valeur est celle du moment d'inertie du volant moteur. Sur la courbe correspondant au moteur muni du dispositif d'équilibrage, nous avons noté la valeur du moment d'inertie du volant moteur, $0,16 \text{ m}^2\text{kg}$, et celle du volant d'équilibrage.

Cette dernière courbe présente un point de rebroussement pour lequel le coefficient d'irrégularité est nul : son abscisse représente le moment d'inertie du volant d'équilibrage correspondant à la vitesse d'équilibrage de 650 min^{-1} .

Le point commun aux deux courbes fixe l'inertie équivalente limite en deçà de laquelle le système d'équilibrage est efficace, toujours pour la vitesse moyenne de 650 min^{-1} .

Au-delà du point de rebroussement, le coefficient d'irrégularité croît avec l'inertie du volant d'équilibrage, pour une vitesse moyenne et un volant moteur donnés.

La vitesse d'équilibrage n'est fonction que du moment d'inertie du volant d'équilibrage ; la figure 89 montre le graphe de cette fonction.



4. DISCUSSION DES RESULTATS - COMMENTAIRES

4.1. Equilibrage du mouvement de rotation

Les considérations qui précèdent permettent d'entrevoir l'intérêt d'un tel système d'équilibrage.

Nous avons dit (§ 2, chapitre 4) qu'il est possible d'abaisser la vitesse de ralenti du moteur de plus de 40 % (soit de 850 à 500 min⁻¹) en conservant le même coefficient d'irrégularité de fonctionnement et la même inertie globale.

La figure 87 montre qu'au coefficient d'irrégularité de 0,095 correspondent les points d'abscisses 850 min⁻¹ sur la courbe relative au moteur sans dispositif d'équilibrage, et 500 min⁻¹ environ sur la courbe relative au système avec le dispositif d'équilibrage.

Les points d'abscisses 440 et 375 min⁻¹ correspondant à l'arrêt du moteur sont également notés sur les courbes respectives.

Il convient toutefois de remarquer que, si le "calage" du moteur au ralenti est dû à une succession de défauts d'allumage du combustible lors de cycles successifs, le moteur fonctionnant seul (sans dispositif d'équilibrage) présente une meilleure sécurité de fonctionnement que le système équilibré tournant à 500 min⁻¹.

En effet, dans le cas du moteur seul, la vitesse moyenne peut passer de 850 à 440 min^{-1} (à la suite d'une succession de "ratés" d'allumage) avant qu'il ne puisse plus se remettre en route de lui-même.

Dans le cas du système muni du dispositif d'équilibrage, la vitesse moyenne peut seulement passer de 500 à 375 min^{-1} , ce qui signifie que dans ce cas le nombre maximal de cycles sans explosion tolérable avant la reprise du moteur est inférieur à celui admis sur le moteur seul. Pour affirmer ceci, nous prenons pour hypothèse que, à partir de la même vitesse moyenne, en cas de coupure d'alimentation en gazole, le moteur s'arrête en décrivant sensiblement le même nombre de tours, qu'il soit ou non muni du système d'équilibrage d'inertie équivalente.

Il ne semble donc pas que le coefficient d'irrégularité soit à lui seul suffisant pour déterminer la vitesse de ralenti. Des essais spécifiques seraient nécessaires pour préciser cette notion.

Lorsque la vitesse s'accroît, si le système fonctionne toujours à vide, le coefficient d'irrégularité dépasse la valeur limite de 0,095. C'est la raison pour laquelle, au delà de 725 min^{-1} , il serait nécessaire de reporter l'inertie du volant d'équilibrage sur le volant moteur : le moteur se comporterait alors de façon classique, la régularité de fonctionnement s'améliorant avec la vitesse. Ceci pourrait être réalisé en remplaçant l'engrenage SPILOG par un engrenage circulaire au-delà de 725 min^{-1} , au moyen d'un embrayage par exemple.

Il est bien entendu possible de réaliser tout autre agencement dans la répartition des inerties entre volant moteur et volant d'équilibrage, dans le but d'augmenter ou de diminuer l'influence de ce dispositif.

Cet aspect du problème est explicité par la figure 88. Pour une vitesse donnée, en-deçà de l'inertie du volant d'équilibrage correspondant à un coefficient d'irrégularité nul (la vitesse est alors vitesse d'équilibrage, ceci quelle que soit la valeur de l'inertie du volant moteur), toute augmentation de l'inertie du volant d'équilibrage conduit à une augmentation de la régularité de fonctionnement. Par contre, au-delà de cette inertie, une augmentation de l'inertie du volant d'équilibrage dégrade la régularité de fonctionnement.

Ceci permet de déterminer judicieusement la configuration du système pour répondre à des contraintes d'utilisation spécifiques.

On peut aussi modifier la forme de l'engrenage SPILOG pour obtenir une autre vitesse d'équilibrage sans changer de volant par exemple.

Une autre possibilité d'utilisation du dispositif consiste à équilibrer le moteur non plus au ralenti, mais au régime normal de fonctionnement, à une vitesse déterminée. Le dispositif d'équilibrage est alors fonction de la charge du moteur, qui doit être connue. Sa détermination se fait selon la méthode développée dans le deuxième chapitre de notre étude. Le cahier des charges doit préciser la valeur maximale admissible pour le coefficient d'irrégularité. En deçà de la vitesse d'équilibrage, et pour une charge donnée, le mouvement du système équilibré est plus régulier que le mouvement du moteur seul, à inertie équivalente.

Le système permet aussi de diminuer l'inertie équivalente tout en conservant certaines caractéristiques de régularité du moteur seul, ou même en les améliorant. Ceci devrait permettre de construire des moteurs plus légers, parfaitement équilibrés pour un régime donné.

Rappelons que les figures 86 à 89 sont relatives au système fonctionnant à vide, et au profil d'engrenage SPILOG déterminé dans le deuxième chapitre de notre étude. Elles permettent néanmoins de donner une idée de l'évolution du coefficient d'irrégularité dans d'autres cas de régime et de configuration du système.

4.2. Couple de basculement sur le système d'essai

Nous avons constaté, lors des essais, des mouvements relativement importants de l'ensemble moteur-dispositif d'équilibrage par rapport au support fixe, surtout lorsque le système était équipé d'un volant d'équilibrage d'inertie importante. Rappelons que la liaison système d'essai-support fixe est faite au moyen de plots élastiques.

Le couple de basculement est dû essentiellement aux accélérations du volant moteur et du volant d'équilibrage, ainsi qu'au "couple perturbateur" dû au mouvement de la bielle. Ce couple s'exerce suivant un axe parallèle à l'axe du vilebrequin (voir § 3.2.4, chapitre 1). Ceci est valable pour le système fonctionnant à vide ; si un couple extérieur est appliqué, il contribue au couple de basculement, ce qui n'est pas gênant si ce couple extérieur est constant.

Sur les moteurs dont les efforts de pilon sont équilibrés au second ordre, il est en général possible de compenser au moins partiellement les couples perturbateurs dûs aux bielles par une disposition judicieuse des masselottes d'équilibrage.

Ceci n'est pas le cas sur notre moteur d'essai, mais l'influence de la bielle sur le couple de basculement reste de toute évidence faible, compte tenu des basses vitesses de rotation du moteur lors des essais.

Même à la vitesse d'équilibrage du système, il existe un couple de basculement dû aux accélérations du volant d'équilibrage, qui ne tourne jamais à vitesse constante.

Il serait donc judicieux, pour annuler le couple dû au système d'équilibrage, de prévoir deux volants contrarotatifs de même moment d'inertie. On pourrait du reste prévoir également deux volants moteurs contrarotatifs de façon à réduire le couple de basculement à des vitesses différentes de la vitesse d'équilibrage.

Il faut noter aussi que le phénomène de basculement du système d'essai est accentué par les fortes fluctuations de vitesse dues à la torsion élastique de la ligne d'arbre.

4.3. Critique du montage d'essai. - Propositions de modification de sa conception

A la lumière des observations expérimentales et de l'étude théorique des performances du système d'équilibrage, nous pouvons proposer des modifications de conception du montage d'essai.

Pour combattre les oscillations parasites de la vitesse mesurée, il conviendrait de réduire le plus possible la longueur de la chaîne cinématique entre les volants moteur et d'équilibrage.

D'autre part, il est apparu que la sortie "prise de force", à vitesse moitié, sur l'arbre à cames du moteur, n'est pas adaptée à la transmission des couples importants mis en jeu lors des oscillations de vitesse.

De plus, l'arbre de sortie à vitesse moitié ne supportant pas d'efforts radiaux importants, nous avons dû incorporer dans la chaîne cinématique un joint homocinétique à double denture bombée pour conserver un montage isostatique.

Il serait sans doute plus judicieux de concevoir un mécanisme d'équilibrage se fixant directement sur le volant moteur, et possédant un réducteur 1/2 incorporé largement dimensionné pour obtenir une raideur suffisante. On pourrait ainsi supprimer tout joint homocinétique entre le moteur et le dispositif d'équilibrage.

Ce dispositif devrait alors être démonté chaque fois que l'on voudrait changer de volant moteur ; mais si sa fixation sur le volant est prévue sans réglage par un usinage spécifique du volant, le changement pourrait se faire rapidement et sans risque de mauvais calage. On supprimerait ainsi du même coup la frette à disques servant au réglage angulaire du dispositif d'équilibrage par rapport au moteur.

En outre, il serait utile de concevoir un système comportant deux volants d'équilibrage contrarotatifs, et éventuellement deux volants moteurs contrarotatifs si l'on veut réduire fortement le couple de basculement de l'ensemble.

5. CONCLUSION

Les performances théoriques du dispositif d'équilibrage n'ont pu être que partiellement vérifiées par les mesures expérimentales de la vitesse instantanée du système en raison de l'apparition d'oscillations amorties, d'amplitudes importantes, de la vitesse.

Nous avons montré que ces oscillations parasites sont dues, en grande partie au moins, au comportement élastique vibratoire en torsion de la ligne d'arbre qui joint le volant moteur au volant d'équilibrage, excité par l'explosion des gaz.

Les mesures expérimentales ont toutefois permis de valider le modèle de calcul de l'équilibrage sur la partie du cycle du moteur où l'amplitude des oscillations parasites devient faible ou nulle en raison de l'amortissement.

Sur cette partie, qui correspond aux phases d'aspiration et surtout de compression, le comportement du moteur muni du dispositif d'équilibrage vérifie les prévisions du modèle : les évolutions de la vitesse instantanée mesurée et calculée sont sensiblement identiques.

Nous avons conclu à la validité du modèle de calcul sur l'ensemble du cycle, dans la mesure où les vibrations parasites de torsion de la ligne d'arbre sont supprimées. Nous avons préconisé certaines modifications de conception du système d'équilibrage du moteur visant à supprimer les vibrations parasites.

Les résultats présentés montrent qu'un tel système d'équilibrage est remarquablement efficace pour régulariser la vitesse de fonctionnement au voisinage de la vitesse d'équilibrage, et reste intéressant pour des vitesses inférieures.

Toutefois, pour des vitesses supérieures, le coefficient d'irrégularité croît avec la vitesse. Dans certains cas, il serait donc nécessaire de prendre des dispositions pour limiter le coefficient d'irrégularité, au moyen d'un mécanisme de débrayage du volant d'équilibrage par exemple. Tout ceci doit bien entendu être étudié en fonction des variations cycliques de la charge du moteur, si l'équilibrage est prévu en charge.

En ce qui concerne la réduction de la vitesse de ralenti du moteur, les essais ont essentiellement porté sur la mesure de la vitesse moyenne minimale, en régime établi, du moteur équipé ou non du dispositif d'équilibrage. A inertie équivalente, et avec la répartition des inerties entre volant moteur et volant d'équilibrage retenue lors des essais, il apparaît un abaissement significatif de la vitesse limite de fonctionnement en faveur du système équilibré.

En conservant le même coefficient d'irrégularité de fonctionnement, le modèle prévoit que l'on obtient une vitesse de ralenti de 500 min^{-1} pour le système équilibré contre 850 min^{-1} pour le moteur seul.

Cependant, le fonctionnement du système équilibré serait alors sans doute plus sensible aux "ratés d'allumage". Des essais spécifiques seraient nécessaires pour préciser ce point.

Sur le plan de la réalisation pratique du mécanisme d'équilibrage, les essais ont montré la bonne tenue de l'engrenage SPILOG dans des conditions de fonctionnement non prévues au départ. En effet, la torsion alternée de la ligne d'arbre due à son élasticité, ainsi que les chocs dûs aux jeux dans certaines liaisons en rotation, ont soumis l'engrenage à des efforts plus importants que ceux calculés au départ à l'aide du modèle.

Cette étude montre donc la faisabilité du projet d'équilibrage du mouvement d'un moteur à combustion interne, ainsi que l'intérêt d'un tel système. Il faut toutefois convenir que le choix initial d'un moteur diesel (donc à taux de compression élevé) monocylindrique (à forte irrégularité cyclique) n'a peut-être pas été des plus heureux pour la première application à l'équilibrage des machines alternatives du procédé SPILOG.

Ce principe d'équilibrage peut être appliqué à toute autre machine alternative, motrice ou réceptrice, pour autant que le couple appliqué soit connu et cyclique.

Bibliographie :

- [1] BOUCHET J., Dent pour l'accouplement par denture de deux solides. denture en résultant. et engrenages en faisant application. Brevet déposé à l'INPI à Paris le 9.9.86 - enregistré sous le n° 86 12609.

- [2] ARTOBOLEVSKI I. Théorie des mécanismes et des machines. Moscou, Mir, 1975.

- [3] SWOBODA B. Equilibrage des machines alternatives. Les techniques de l'Ingénieur, B 2770, Paris, 1989.

- [4] SERRUYS M. Equilibrage, régularité cyclique. groupement des cylindres dans les moteurs. Paris, Les Techniques de l' Ingénieur, B370, 1976.

- [5] MARCHAL R., Moteurs d'avions , Paris, Technique et Vulgarisation, 1953.

- [6] Two-part flywheel alters engine response, Machine Design, 55, 25, 10 Novembre 1983, p.40.

- [7] POLO J. Equilibrage dynamique d'une machine textile. Lille, Mémoire du CNAM, janvier 1987.

- [8] KOCHEV I.S, A new general method for full force balancing of planar linkages, Mech. Mach. Theory, 23, 6, 1988, pp. 475-480.

- [9] DESPRES D., Le double volant amortisseur, Ingénieurs de l'Automobile, Avril 1987, pp. 75-78.

- [10] BÔNE J.C, Mécanique Générale. Paris, Dunod, 1984.

- [11] CAZIN M., Cours de Mécanique Générale et Industrielle. Paris, Gauthier-Villars, 1972.

- [12] MORARU V., PANAIT G., STROESCU A., Cinematica generării denturii evolventice pe curbe de bază necirculare, Constructia de masini, 28, 6, 1976, pp. 339-344.
- [13] BARRAND J.P., BOUCHET J., CAIGNAERT G., DEFRETIN A.L., LE BORZEC R., SPILOG Gears : developments and applications, 3ème Congrès Mondial des engrenages, Paris, 12-14 Février 1992.
- [14] BAYEUL A.C., Simulation numérique du cycle d'un moteur à essence en vue de la comparaison des performances de procédés de suralimentation, Lille, Mémoire du CNAM, juin 1984.
- [15] LIPKEA W.H., DEJOODE A.D, A model of a direct injection diesel combustion system for use in cycle simulation and optimization studies, Society of Automotive Engineers, vol 96, 4, 1988, pp. 600-613.
- [16] SERRUYS M., Bases chimiques et énergétiques de la combustion, Paris, Les Techniques de l'Ingénieur, B 366, 1971.
- [17] GUIBET J.C., Les carburants et la combustion, Paris, Les Techniques de l'Ingénieur, B 2520, 1989.
- [18] BENSON R.S, Advanced Engineering Thermodynamics, London, Pergamon Press, 1967.
- [19] STIEFFEL E., Introduction à la mathématique numérique, Paris, Dunod, 1967.
- [20] DOUAUD A., Simulation des phénomènes internes au cylindre d'un moteur à allumage par compression, Entropie, n°45, mai-juin 1972, pp. 17-30.
- [21] ZELEZNIK F. J., Mc BRIDE B.J., Modeling the complete Otto Cycle, preliminary version, S.A.E., 770223, 1977, pp. 1-17.
- [22] BRUN R., Parties mobiles : distribution par soupapes, Paris, Les Techniques de l'Ingénieur, B 398, 1983.

- [23] PICHARD J. Mécanique des fluides appliquée aux moteurs à capsulisme, Paris, Les Techniques de l'Ingénieur, B 369, 1973.
- [24] DREYFUS B., LACAZE A., Cours de thermodynamique, Paris, Dunod, 1971.
- [25] SERRUYS M., Injection de combustible et chambres de combustion dans les moteurs diesel, Paris, Les Techniques de l'Ingénieur, B 2790 - 2791, 1985.
- [26] AHMED A. Etude analytique et modélisation corrélative de la phase de combustion dans les moteurs à allumage par compression suralimentés à injection directe, Paris, Thèse de doctorat d'Etat, 1980.
- [27] VICHNIEVSKY R., ROBERT M., Aspect énergétique de la combustion en relation avec les cycles des moteurs à allumage par compression, Entropie, n° 95, 1980, pp. 15-30.
- [28] THELLIEZ M., Nouvelle description paramétrique de la loi de dégagement de chaleur des moteurs Diesel à injection directe, Entropie, n° 105, 1982, pp. 17-21.
- [29] HAINES S.N.M., SHIELDS S.A., The determination of diesel engine friction characteristics by electronic cylinder disablement, Proc. Instn. Mech. Engrs, Vol 203, A0 2988, 1989, pp. 129-138.
- [30] RICHEZ M.F, CONSTANS B., WINQUIST K., Theoretical and experimental study of ring-liner friction. Congres Leeds : Tribology of reciprocating engines, 1982, pp. 122-131.
- [31] FEUGA L., BURY C., Piston and ring mechanical losses, S.A.E., 841296, 1984, pp. 173-179.
- [32] FURUHAMA S., SASAKI S., New device for the Measurement of Piston Frictional Forces in small Engines, S.A.E., 831284, 1983, pp. 39-50.
- [33] THIELE E., Ermittlung der Reibungsverluste in Verbrennungsmotoren, Motortechnische Zeitschrift, 43, 6, 1982, pp. 253-258.

- [34] LANG O. R., Reibungsverluste in Verbrennungsmotoren, Schmiertechnik + Tribologie, 29, 3/1982, pp. 90-92.
- [35] MITSURU H., YASUKAZU B., A study of piston friction force in an internal combustion engine, ASLE Transactions, Vol. 30, 4, octobre 1987, pp. 444-451.
- [36] LE BORZEC R., Verification d'engrenage, Lille, Cours de l'ENSAM, 1980.
- [37] HENRIOT G., Traité théorique et pratique des engrenages, Paris, Dunod, 1983.
- [38] TRUBLIN A. , Eléments d'avant-projet d'une machine volumétrique à pistons rattrapants à entraînement par engrenages SPILOG, Lille, Mémoire du CNAM, Avril 1992.
- [39] KERGUIGNAS M., CAIGNAERT G., Résistance des Matériaux, Paris, Dunod, 1977.
- [40] BELLANGER M., Traitement numérique du signal, Théorie et pratique, Paris, Masson, 1990.
- [41] RIVOIRE M., FERRIER J.L., Cours d'Automatique, Tome 1, Paris, Eyrolles, 1989.
- [42] Turbo Pascal Toolbox Numerical Methods, Version 4.0, Sèvres, Borland, 1988.

