

50376  
1992  
349

63308

50376  
1992  
349

N° d'ordre: 962

# THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le titre de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITE**

Spécialité: Electronique

par

Erick PALE CZNY

**"MODELISATION DES PERTES METALLIQUES  
PAR LA METHODE DU RACCORDEMENT DE  
MODES: APPLICATION AUX LIGNES PLANAIRES  
UTILISEES EN TECHNOLOGIE MONOLITHIQUE  
MICRO-ONDE"**



Soutenu le 11 Septembre 1992 devant la commission d'examen

Membres du Jury:	MM Y. CROSNIER	Président
	J.F. LEGIER	Directeur de Thèse
	P. PRIBETICH	Directeur de Thèse
	J. CITERNE	Rapporteur
	P. GUILLON	Rapporteur
	Ph. GELIN	Examineur



Ce travail a été réalisé au sein de l'équipe " Electromagnétique des Circuits " du Centre Hyperfréquences et Semiconducteurs de LILLE I dirigé par Monsieur le Professeur G. SALMER.

Je tiens à témoigner toute ma reconnaissance envers Monsieur Y. CROSNIER qui me fait l'honneur de présider mon jury.

Monsieur J.F. LEGIER, Maître de conférences à l'Université des Sciences et Technologies de LILLE I, a assuré la direction de ce travail. Il a su me faire bénéficier de ses conseils et de son aide constante et efficace. Je le remercie vivement.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur P. PRIBETICH, chargé de recherche CNRS, pour l'encouragement et l'intérêt qu'il a manifesté à ce travail.

Mes remerciements vont également à Monsieur J. CITERNE, Professeur de l'INSA de RENNES, pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de juger ce travail.

J'adresse mes plus vifs remerciement à Monsieur P. GUILLON, Professeur à l'Université de LIMOGES. Sa participation à ce jury de thèse en tant que rapporteur me touche particulièrement.

Monsieur P. GELIN, Professeur à l'ENST BRETAGNE, me fait le plaisir de participer à mon jury. Je l'en remercie vivement.

Je ne saurais oublier les membres de l'équipe " électromagnétisme des Circuits " ( ancien et nouveau ) dans laquelle j'ai trouvé un climat favorable à ce travail. Je remercie Messieurs P. KENNIS, C. SEGUINOT, R. DELRUE, F. HURET, D. KINOWSKI, C. DELABIE, Y. DELPLANQUE, K. SAIDI, J.F. CARPENTIER, M. HELAL, B. CARON, T. CORRU.

Je tiens à témoigner toute ma gratitude à Monsieur G. DAMBRINE. Sa disponibilité et sa compétence dans les techniques de mesure ont permis des discussions qui m'ont été profitables.

Je remercie tous les membres de la Centrale de Technologie du laboratoire pour la qualité des services qu'ils m'ont offerts pour la réalisation des lignes microrubans notamment Messieurs M. FRANCOIS, A. LEROY, J.L. LORRIAUX, P. TILMANT et D. VANDERMOERE.

De même, je tiens à adresser mes remerciements à Monsieur E. PLAYEZ et tout particulièrement Mme E. DELOS et Mme S. LEPILLIET pour l'aide et les conseils qu'ils m'ont apportés.

Je voudrais remercier l'ensemble du personnel du CHS:

Messieurs J.C.ANDRIES, J.C.JENNEQUIN, P.MICHON,  
J.C.VANDEVELDE de l'atelier de mécanique.

Messieurs J.P. DEHORTER et J. LEMAIRE qui ont assuré avec  
beaucoup de soins la reproduction de ce manuscrit

Mes remerciements s'adressent également à Mlle A.KOSCIUSZKO et Mme M. HANUCHE, pour la diligence et la gentillesse dont elles firent preuve lors de la frappe de ce manuscrit.

Enfin, que tous les membres du laboratoire que j'ai côtoyés et qui m'ont permis de travailler dans une ambiance agréable trouvent ici ma sympathie.

<b><u>INTRODUCTION</u></b>	2-4
----------------------------	-----

<b>Bibliographie de l'introduction</b>	6
--	---

**Première partie:**

**I: ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE**

<b>I</b>	<b>Introduction</b>	8
<b>I.1</b>	<b>Les pertes métalliques des conducteurs isolés</b>	8-10
<b>I.2</b>	<b>Les pertes métalliques de la ligne microruban</b>	10-14

<b>Bibliographie du chapitre I</b>	16-20
------------------------------------	-------

**Deuxième partie:**

**II: PRESENTATION DE LA METHODE DU RACCORDEMENT DE MODES**

<b>II.1</b>	<b>Détermination d'un modèle d'étude</b>	22
	<b>II.1.1 Présentation de la structure</b>	22
	<b>II.1.2 Définition d'un modèle d'étude</b>	22-23
<b>II.2</b>	<b>La méthode du raccordement de modes</b>	24
	<b>II.2.1 Synoptique général de la méthode du raccordement de modes</b>	24-25
	<b>II.2.2 Principales phases analytiques</b>	25-26
	<b>II.2.2.1 Expression des potentiels électriques et magnétiques</b>	27-28
	<b>II.2.2.2 Première étape: condition de continuité sur l'interface verticale séparant les domaines 2 et 3</b>	28-32
	<b>II.2.2.3 Seconde étape: conditions de continuité aux interface horizontales</b>	32-33
	<b>II.2.2.4 Obtention d'un système d'équations</b>	33-36

<b><u>Bibliographie du chapitre II</u></b>	38-39
--	-------

**Troisième partie:**

**III: ETUDE NUMERIQUE**

<b>III.1</b>	<b>Les problèmes de mise en oeuvre</b>	41
	<b>III.1.1 Recherche des zéros dans le plan complexe</b>	41-43

<b>III.1.2</b> Le système matriciel	43-44
<b>III.1.3</b> Caractéristiques géométriques et électriques des structures étudiées	44-46
<b>III.2</b> Etude numérique	
<b>III.2.1</b> Etude de la convergence pour la ligne microruban de largeur 350 $\mu\text{m}$	47
<b>III.2.1.1</b> Le spectre des vecteurs d'onde $\beta_x$ des régions "fente" et "ruban"	47-50
<b>III.2.1.2</b> Recherche d'un critère de convergence	51-57
<b>III.2.1.3</b> Etude de l'évolution de la composante de champ magnétique $H_x$	57-58
<b>III.2.2</b> Application du critère de convergence relative à la ligne de largeur 10 $\mu\text{m}$	59-61
<b>III.2.3</b> Le critère de convergence relative	62-63
<b>Bibliographie du chapitre III</b>	65

#### quatrième partie

### IV CARACTERISATION EXPERIMENTALE ET PERSPECTIVES

<b>IV.1</b> Comparaison avec les relevés expérimentaux portant sur l'atténuation du mode fondamental de la ligne microruban	67
<b>IV.1.1</b> comparaison avec des travaux existants: cas des rubans d'épaisseur 3 $\mu\text{m}$	68-70
<b>IV.1.2</b> Mise en oeuvre d'une méthode de mesure de l'atténuation du mode fondamental des lignes microruban	71
<b>IV.1.2.1</b> Description de la méthode de mesure de l'atténuation	71-74
<b>IV.1.2.2</b> Les lignes étudiées et leur système d'excitation	74-75
<b>IV.1.2.3</b> Cas des rubans d'épaisseur 1 $\mu\text{m}$ , comparaison des relevés expérimentaux avec les résultats théoriques	76-77
<b>IV.2</b> Perspectives de la méthode du raccordement de modes modifiée application aux lignes supraconductrices	78-79
<b>IV.2.1</b> Formulation du problème intégrant la nature supraconductrice d'un domaine du plan de section droite de la ligne microruban	79-80
<b>IV.2.2</b> Exemples de résultats	81-84
<b>Bibliographie du chapitre IV</b>	86-88

**CONCLUSION**

90-93

**Annexe A**

**Annexe B**

## **INTRODUCTION**

De manière usuelle, les pertes métalliques dans les lignes planaires sont évaluées à partir de méthodes approchées. Ces approches doivent être remises en question dès que nous envisageons de chiffrer les pertes métalliques associées à des structures de propagation utilisées dans les circuits intégrés monolithiques micro-ondes. En effet, les largeurs des rubans prises en compte et, surtout, leurs épaisseurs de métallisation sont du même ordre de grandeur voire inférieures à l'épaisseur de peau.

A ce stade, nous sommes en présence d'une alternative, soit persister à utiliser des formulations approchées basées sur une méthode de perturbation ou sur des concepts issus d'approches quasi-statiques. Soit développer des outils de simulation numérique capables d'incorporer les phénomènes physiques mis en jeu. On devine bien que la deuxième voie de l'alternative risque de nous entraîner vers des logiciels de simulation lourds. Ils sont cependant indispensables, car eux seuls sont capables de mieux appréhender la réalité physique.

Entre ces deux branches de l'alternative, une troisième possibilité s'offre à nous : elle consiste à utiliser la souplesse et l'efficacité de l'Approche dans le Domaine Spectral en y introduisant par le biais du concept de l'impédance de surface [1] [2] [3], l'influence des pertes métalliques. On pressent bien que ce type de démarche ne permet pas de simuler exactement le comportement de structures de propagation dont les dimensions géométriques du ruban sont du même ordre de grandeur que l'épaisseur de peau voire inférieure. Néanmoins, on peut imaginer qu'un coefficient correctif associé à la formulation de l'impédance de surface, et défini par comparaison systématique entre les résultats fournis par cette approche et un outil de simulation plus performant, assurerait un bon compromis temps de calcul - précision des résultats.

Le travail présenté dans ce mémoire s'inscrit dans cette perspective. Il consiste à développer un outil de simulation numérique capable de prendre en compte la valeur finie de la conductivité ainsi que l'épaisseur de métallisation du ruban des structures planaires utilisées dans les circuits micro-ondes monolithiques. Cet outil de simulation numérique repose sur la méthode du raccordement de modes modifiée. Signalons que la méthode du raccordement de



modes classique fut développée au sein de notre équipe par Régis DELRUE [4], et ne put être appliquée que pour des métallisations parfaites mais d'épaisseurs finies.

Enfin, des outils numériques complémentaires ont été élaborés, avec pour objectifs la mise au point entre autre, de l'Approche dans le Domaine Spectral intégrant le concept d'impédance de surface [5].

La comparaison des deux méthodes, celle du raccordement de modes modifiée et celle de l'Approche dans le Domaine Spectral intégrant l'impédance de surface, devra donc nous permettre d'établir les coefficients correctifs et parvenir au but fixé évoqué précédemment. A moyen terme, compte tenu des objectifs définis au sein de notre groupe, le travail qui m'a été confié représente un des volets exposés. Le plan de ce mémoire découle de cette évocation.

Dans une première partie, une étude bibliographique concernant les pertes métalliques, nous invitera à nous remémorer les principaux travaux relatifs à l'évaluation des pertes métalliques. Dans un souci pédagogique, nous rappellerons quelques concepts de base sur lesquels reposent les formulations approchées.

Dans la deuxième partie, nous présenterons les principes et la méthodologie utilisés afin de développer un outil de simulation numérique intégrant le maximum de phénomènes physiques. Cette analyse est basée sur la méthode du raccordement de modes modifiée afin de prendre en compte les valeurs finies de la conductivité et de l'épaisseur du ruban métallique d'une structure planaire de propagation : la ligne microruban.

Une troisième partie sera consacrée à l'étude numérique dans laquelle nous dégagerons les éléments permettant de définir un critère de convergence relative.

Enfin, dans une quatrième partie, une validation de l'analyse numérique des phénomènes de propagation de la ligne microruban sera effectuée en comparant l'atténuation calculée par notre méthode avec l'expérience.

Les évolutions fréquentielles des pertes métalliques seront en outre confrontées à celles issues des principaux logiciels d'aide à la conception assistée par ordinateur qui sont :

- d'une part, TOUCHSTONE de la Société EESOF,
- et d'autre part, MDS diffusé par Hewlett Packard.

Nous évoquerons ensuite les perspectives de simulation qu'offre la méthode du raccordement de modes modifiée notamment pour l'étude des lignes microrubans supraconductrices.

Une conclusion termine ce mémoire reprenant les éléments clefs de cette étude.

**BIBLIOGRAPHIE  
DE  
L'INTRODUCTION**

- [1] **T. ITOH, R. MITTRA** : "Spectral domain approach for calculating the dispersion characteristics of microstrip lines". IEEE Trans. MTT, n°21, pp 496-499, 1973.
- [2] **D. NGHIEM, J.T. WILLIAMS, D.R. JACKSON** : "A general analysis of propagation along multiple-layer superconducting stripline and microstrip transmission lines". IEEE Trans. MTT, Vol.39, n°9, September 1991.
- [3] **D. KINOWSKI, F. HURET, P. PRIBETICH, P. KENNIS** : "Influence des supraconducteurs sur les caractéristiques de propagation de lignes planaires pour circuits intégrés micro-ondes". Ann. Télécommun., Vol. 45, n°5-6, pp 334-343, 1990.
- [4] **R. DELRUE** : "Modélisation et caractérisation de lignes coplanaires à contact Schottky : Influence de la passivation et de la métallisation". Thèse de Doctorat de l'Université de Lille, 9 Octobre 1989.
- [5] **D. KINOWSKI** : Thèse à paraître.

**CHAPITRE I:**

**ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE**

## **I - INTRODUCTION**

Avant d'initialiser le développement d'un outil de simulation numérique des pertes métalliques de la ligne microruban, nous avons souhaité entreprendre une étude bibliographique concernant les différents travaux publiés sur le thème des pertes métalliques. Nous avons constaté que deux voies différentes avaient été suivies.

La première, concerne l'étude fréquentielle de la résistance et de la réactance d'un barreau métallique soumis à un régime alternatif sinusoïdal. Afin de répondre aux préoccupations de la technologie des années 90, les dimensions actuelles des barreaux ou précisément des rubans étudiés sont de l'ordre du micron. De même, la fréquence de travail n'a plus aucune mesure avec les premières études, puisqu'elle est de l'ordre d'une dizaine de gigahertz, voire la centaine de gigahertz.

La seconde voie a trait à la ligne microruban proprement dite, qui n'est autre qu'un barreau métallique séparé d'un plan de masse par une couche diélectrique. Bien entendu, ces travaux n'apparaîtront que beaucoup plus tard par rapport à ceux évoqués pour les barreaux métalliques. Il faut en effet se rappeler que les dispositifs passifs, tels que les coupleurs et les filtres, étaient encore conçus en 1960 à partir de barreaux rectangulaires ou de conducteurs circulaires en technologie triplaque [1] [2].

### **I.1 les pertes métalliques des conducteurs isolés**

Les premiers travaux concernant les phénomènes liés à l'effet de peau remontent au début du siècle. Ils portèrent sur l'étude de l'impédance d'un conducteur métallique rectangulaire soumis à un régime alternatif sinusoïdal. La détermination de cette impédance fut présentée par A. PRESS [3] en 1916, pour une fréquence inférieure à 1 KHz. Reprise et

améliorée en 1929, V.D. COCKCROFT [4] proposa une formulation approchée permettant de calculer la résistance et la réactance, en régime alternatif sinusoïdal, d'un barreau de section droite rectangulaire et ce, aux plus hautes fréquences (jusqu'à 1 MHz).

Dans la même période, une approche différente du problème de la détermination de l'impédance d'un barreau métallique fut entreprise par H. SCHWENKHAGEN, qui en 1927 [5], évalua le déplacement du courant et ce, toujours dans un barreau rectangulaire. Jusqu'à cette date, tous les travaux répertoriés avaient plutôt privilégié l'aspect mathématique du problème. Cette carence fut palliée par S.J. HAEFNER en 1937 [6], puisqu'il mit en évidence, de manière pragmatique, l'évolution fréquentielle de cette impédance. Ses résultats expérimentaux sont disponibles et exploitables encore à l'heure actuelle. Signalons à ce propos que I. WOLFF en 1987 [7] confirma et valida ces investigations expérimentales.

Depuis, de nombreuses contributions furent apportées à la résolution du problème de l'évolution de l'impédance liée à l'effet de peau. Notons que tous ces travaux, aboutissant en fait au calcul des pertes liés aux courants d'Eddy [8], sont répertoriés dans des revues scientifiques d'électrotechnique [9] [10] [11] [12] [13] [14] plutôt que dans celles concernant les hyperfréquences. Ils concernent, par conséquent, les très basses fréquences et des conducteurs dont les dimensions transversales n'ont aucune commune mesure avec celles des dispositifs conçus en micro-électronique micro-onde.

I. WOLFF s'inspira de ces études antérieures, qui pour la plupart portent sur des conducteurs métalliques rectangulaires isolés. Par une approche variationnelle du problème de l'effet de peau [7], il détermina en 1985 la dépendance fréquentielle (de 1 GHz à 20 GHz) de la résistance d'un conducteur isolé de dimensions plus compatibles avec celles des dispositifs hyperfréquences. En effet, les rubans étudiés sont typiquement de section 20  $\mu\text{m}$  par 5  $\mu\text{m}$ . Les résultats issus de la méthode numérique furent comparés aux évolutions expérimentales publiées par S.J. HAEFNER en 1937 [6] et aux travaux théoriques de V.D. COCKCROFT en

1929 [4]. En fait, ces travaux marquèrent le renouveau de ce type d'études, délaissées dans le domaine des hyperfréquences.

Suivant cette voie, A.R. DJORDJEVIC [15], A.C. CANGELLARIS [16] et plus spécialement R. FARAJI-DANA [17] analysèrent le comportement fréquentiel des pertes par effet joule d'un ruban non isolé, baignant dans un milieu inhomogène limité par un plan de masse dissipatif. Ces résultats furent publiés en mettant en exergue l'évolution fréquentielle de la résistance du ruban et du plan masse [18].

## I.2 les pertes métalliques de la ligne microruban

Avant d'aborder la deuxième phase de notre étude bibliographique concernant la ligne microruban proprement dite, nous pouvons signaler les travaux de H.A. WHEELER [19] parus en 1942. Ces travaux conditionnèrent, un grand nombre de développements analytiques et numériques sur la ligne microruban, publiés ultérieurement. A partir de l'équation d'EDDY [8] rappelée en Annexe A, H.A. WHEELER mit en évidence la pénétration superficielle des champs et des courants, dans les conducteurs métalliques présentant une conductivité  $\sigma$  finie. En définissant l'épaisseur de peau  $\delta$  et la notion d'impédance surfacique, H.A. WHEELER constata l'égalité des parties réelles et imaginaires de cette impédance. Ceci ne constitue en réalité qu'une faible part de sa contribution. En effet, la définition de la notion d'inductance incrémentale et son application aux calculs des pertes constituèrent, sans aucun doute, l'apport essentiel de son étude relative à l'effet de peau. Signalons, compte tenu des hypothèses, que la notion d'inductance incrémentale ne peut, en toute rigueur, être appliquée à des conducteurs métalliques d'épaisseur inférieure à trois ou quatre fois l'épaisseur de peau  $\delta$ . Les principales formules sont évoquées par le biais de l'Annexe A afin de ne pas alourdir cet exposé avec des notions familières aux concepteurs de circuits micro-ondes.



Il fallut ensuite attendre une quinzaine d'années pour que paraisse, dans le domaine des hyperfréquences, la première étude prenant en compte les effets dissipatifs des conducteurs métalliques de conductivité  $\sigma$  de valeur finie pour les lignes microrubans. Aidés en cela par les travaux de H.A. WHEELER en 1964 [20], R.H. PUCCEL, D.J. MASSE et C. HARTWIG appliquèrent, en 1968 [21], la notion d'inductance incrémentale afin de déterminer l'atténuation de la ligne microruban. Outre l'établissement de formulations qui servirent de base à un bon nombre de travaux, leurs résultats théoriques furent validés par des relevés expérimentaux dans la bande de fréquences 1 GHz à 10 GHz. Bien que ces formulations soient approchées, signalons qu'elles servent encore à l'heure actuelle à déterminer les pertes métalliques [22] [23] [24], même dans des logiciels de conception assistée par ordinateur.

Une approche différente fut adoptée en 1971 par R. HORTON et A. GOPINATH afin de calculer l'atténuation [25]. En reliant la composante longitudinale de la densité de courant  $J_z$  à la répartition des charges surfaciques, dans le cadre d'une approximation quasi-statique, ils déterminèrent l'influence de la hauteur du ruban métallique de conductivité finie  $\sigma$  sur l'évolution de l'atténuation. Notons, une fois encore, que la hauteur de métallisation est supérieure à trois épaisseurs de peau  $\delta$  à la plus petite fréquence d'étude.

Toutes les recherches entreprises, durant la décennie 1970-1980, sur les pertes métalliques de lignes microrubans couplées et isolées furent limitées par la même contrainte d'épaisseur évoquée précédemment [26] [27] [28] [29]. Cependant, l'approche quasi-statique fut abandonnée au profit d'une analyse plus fine des caractéristiques de propagation, en utilisant par exemple, l'approche dans le domaine spectral couplée à une méthode de perturbation [30] [31] [32].

En 1980 E.J. DELINGER publia un article de synthèse sur la modélisation des pertes dans les lignes microrubans [33]. Les évolutions fréquentielles des pertes en volume dans le substrat, des pertes par rayonnement, et celles liées aux états de surface furent abondamment commentées. Par contre, E.J. DELINGER ne retint que les articles de H.A.

WHEELER et R.H. PUCCEL, afin d'évaluer l'atténuation due à la nature dissipative des rubans métalliques. Ceci est, à notre sens très révélateur à cette époque, du manque de travaux fiables concernant ce thème. Cette situation se pérennisa jusqu'en 1986 car seul R.H. JANSEN publia deux articles sur ce sujet [34] [35]. A partir de l'année 1987, nous avons dénombré plus d'une dizaine de publications traitant des pertes métalliques des lignes planaires et plus particulièrement de la ligne microruban.

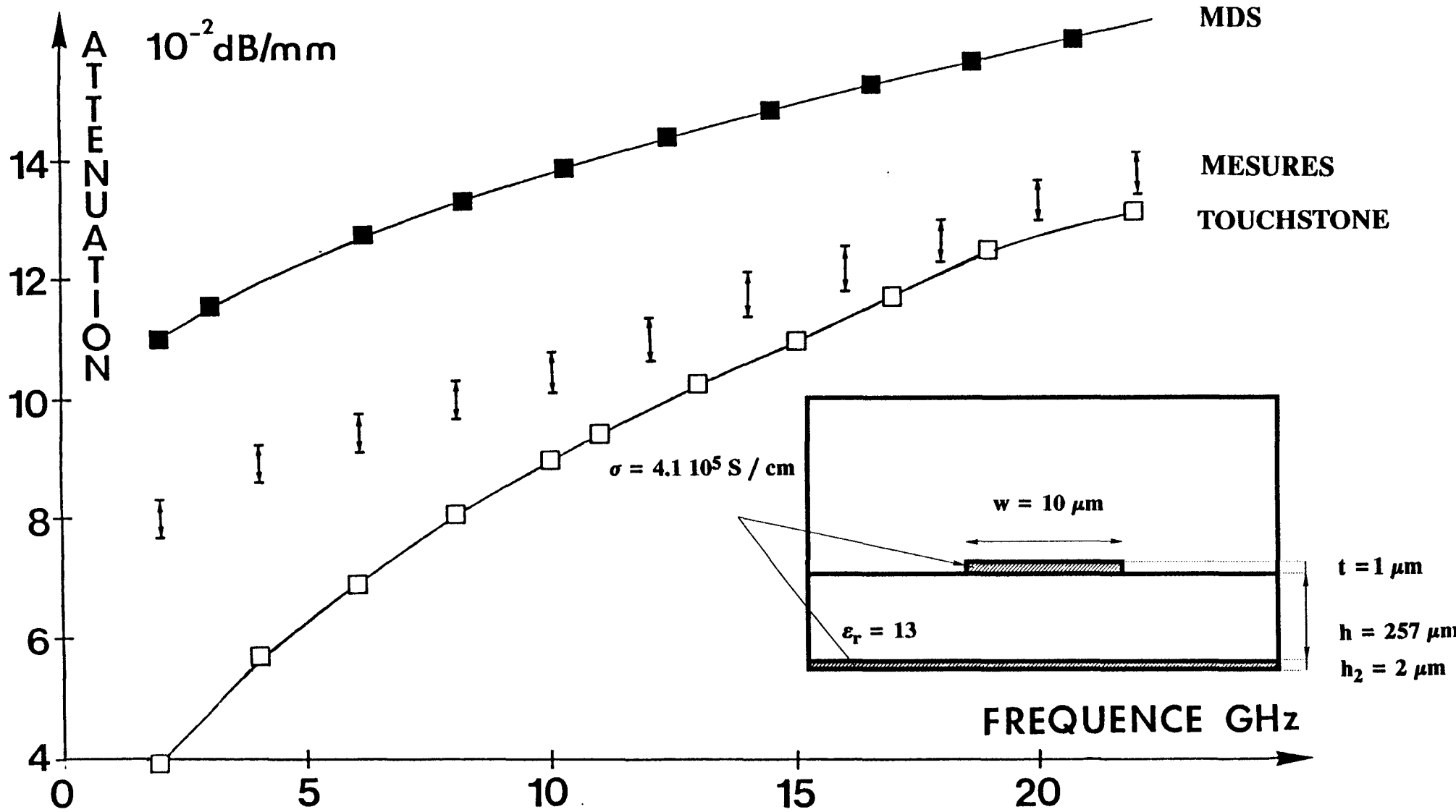
Remarquons que ce nombre est bien supérieur à celui des travaux parus au cours de ces dix dernières années. La diversité des méthodes mises en oeuvre et leur complexité attestent un renouveau certain pour ce type d'étude. Citons, à titre d'illustration :

- la méthode des éléments finis appliquée à l'étude des pertes métalliques des conducteurs isolés [36],
- celle de l'équation intégrale [37]
- l'approche dans le domaine spectral couplée au concept de l'impédance de surface pour la ligne microruban [38] [39].

A ce stade, on ne peut omettre de citer les travaux de W. HEINRICH portant pour une grande part sur le transistor à effet de champ distribué et donc sur la ligne coplanaire, le tout basé sur la méthode du raccordement de modes modifiée afin de prendre en compte la conductivité finie de la métallisation [40] [41]. En ce qui concerne les autres études publiées sur le thème des pertes métalliques, elles font encore appel à des méthodes de perturbation ou à des approches basées sur des approximations quasi-statiques [42] [43] [44] [45]. Il faut cependant signaler que contrairement à la décennie 70-80, les dimensions transversales des rubans métalliques ont fortement diminué. Elles sont typiquement celles des lignes microniques. Ce regain d'intérêt pour l'étude des pertes métalliques de lignes planaires a été, semble-t-il, amplifié par l'avènement de nouveaux matériaux supraconducteurs à haute température critique [46] [47] [48].

**FIGURE 1.1:**

**La comparaison entre les relevés expérimentaux et les résultats issus des logiciels d'aide à la conception assistée par ordinateur.**



En effet, comme pour l'évaluation des pertes métalliques, la détermination de l'influence de la nature supraconductrice des rubans nécessite de pouvoir prendre en compte la valeur finie de la conductivité de ce matériau. Celle-ci peut être complexe dans le cas supraconducteur si l'on se réfère au modèle à deux fluides (afin de rendre compte d'un point de vue phénoménologique des effets physiques [49]), ou réelle dans le cas d'un métal classique.

Cette étude bibliographique montre, de part le faible nombre de travaux existant jusqu'au milieu des années 80, que la détermination des pertes métalliques ne faisait pas, ou peu, partie des préoccupations des concepteurs de circuits micro-ondes.

Le développement des circuits intégrés monolithiques et l'accroissement de la densité d'intégration des fonctions remettent en cause cet état de fait. Cependant, on peut être dubitatif quant aux développements d'outils nouveaux. En effet, pourquoi ne pas adapter au cas des lignes microniques, des formulations des pertes métalliques déjà existantes ?

Une autre question se pose alors : faut-il calculer les pertes métalliques pour des rubans dont les dimensions transversales sont de l'ordre de quelques dizaines de microns voire inférieure ?

Au sein de notre équipe, des travaux nous ont permis de caractériser expérimentalement l'évolution fréquentielle des pertes métalliques d'une ligne microruban, dont le ruban possède une largeur de  $10\ \mu\text{m}$  pour une épaisseur de  $1\ \mu\text{m}$ .

La figure I.1 atteste de la comparaison de cette expérience et des résultats fournis par des logiciels d'aide à la conception tel que M.D.S. et TOUCHSTONE distribués respectivement par les Sociétés HEWLETT PACKARD et EESOF.

Au vue des évolutions présentées, nous constatons l'impossibilité pour ces outils de simulation, de fournir au concepteur une prédiction fiable des pertes métalliques. Ces logiciels

reflètent, en fait, l'état des travaux relatifs aux pertes métalliques antérieures aux années 86-87. Ils ne peuvent donc prédire la réalité de manière satisfaisante car basés sur des modèles à "effet de peau". En effet, l'exemple choisi représente ici un cas drastique où l'épaisseur de métallisation ( $1\ \mu\text{m}$ ) est de l'ordre de l'épaisseur de peau  $\delta$  ( $0,8\ \mu\text{m}$  à la fréquence 10 GHz).

En conséquence, nous avons développé, dans le cas de la ligne microruban, la méthode du raccordement de modes en vue de définir l'atténuation liée à la nature dissipative des rubans métalliques.

Nous allons aborder dans le chapitre suivant la description des différentes phases analytiques de la mise en oeuvre de cette méthode.

**BIBLIOGRAPHIE  
DU  
CHAPITRE I**

- [1] **W.J. GETSINGER** : "Coupled rectangular bars between parallel plate", IRE Trans. MTT, Vol. 10, n°1, pp 66-72, January 1962.
- [2] **E.G. CRISTAL** : "Coupled circular cylindrical rods between parallel ground planes" IEEE MTT, Vol.12, n°4, pp 428-439, July 1964.
- [3] **A. PRESS** : "Resistance and reactance of massed rectangular conductors". Physical Revue 2, Vol. 8, pp 417-422, 1916.
- [4] **V.D. COCKCROFT** : "Skin effect in rectangular conductors at high frequencies". Proceeding Royal Society London, Vol. 122, n°A790, pp 533-542, February 1929.
- [5] **H. SCHWENKHAGEN** : "Investigation of field displacement in rectangular cross section conductors". AEU, Vol. 17, n°6, pp 537-589, 1927.
- [6] **S.J. HAEFNER** : "Alternating current resistance of rectangular conductors". Proc. IRE, Vol. 25, pp 437-447, April 1937.
- [7] **P. WALDOW and I. WOLFF** : "The skin effect at high frequency". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-33, pp 1076-1082, October 1985.
- [8] **R.A. WALDRON** : "Theory of guided electromagnetic waves ". Van Nostrand Reinold Compagny, London.
- [9] **H.G. GROB** : "Die berechnung der Stromverteilung in zylindrischen leitern mit rechteckgen und elliptischem Querschnitt (The calculation of the current distribution in cylindrical conductors of rectangular and elliptic cross section)". AEU, Vol. 41, n°1, pp 64-72, 1953.
- [10] **F. LETTOWSKY** : "Eine Methode zur berechnung des hochfrequenzwider standes zylindrischer Leiter allgememer Querschnitts Form (A method for calculating the high frequency resistance of a cylindrical conductor of arbitrary cross section)". AEU, Vol. 41, n°41, pp 64-72, 1953.
- [11] **L. POUPLIER** : "Berechnung des komplexen wechselstromwiderstandes von zylindrischen Leitern mitt rechteckigem Querschnitt (Calculation of the complex alternating resistance of cylindrical conductors with rectangular cross section)". Elecktrotech. Z., Vol. ETZ-A 89, n°22, pp 611-617, 1968.

- [12] **L. HANNAKAM and M. ALBACH** : "Stromverteilung und verluste in mehreren zylindrischen massiv Leitern rechteckförmigen Querschnittes (Current distribution and losses in parallel cylindrical massive conductors of rectangular cross section)". AEU, Vol. 64, pp 285-288, 1982.
- [13] **I. GAHLER** : "Berechnung quasistationärer Wirbelstromprobleme mit der Methode der finiten Elemente (Calculation of quasi-stationary eddy-current problems with finite elements)". AEU, Vol. 64, pp 27-36, 1981.
- [14] **K. PREIS** : "Ein Beitrag zur Berechnung ebener Wirbelstromverteilungen (A contribution for calculating planar eddy-current distributions)". AEU, Vol. 65, pp 309-314,
- [15] **A.R. DJORDJEVIC, T.K. SARKAR, S.M. RAO** : "Analysis of finite conductivity cylindrical conductors excited by axially independent T.M. Electromagnetic field". IEEE MTT, Vol. MTT-33, n°10, pp 960-966, October 1985.
- [16] **A.C. CANGELLARIS** : "The importance of skin effect at high frequencies". IEEE MTT Symposium digest, Vol. 1, pp 168-169, New York 1988.
- [17] **R. FARAJI-DANA, Y.L. CHOW** : "Edge condition of the field and A.C. resistance of a rectangular strip conductor", IEEE Proceeding, Vol. 137, n°2, pp 133-139, April 1990.
- [18] **R. FARAJI-DANA, Y.L. CHOW** : "The current distribution and A.C. resistance of a microstrip structure". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-38, n°9, pp 1268-1277, September 1990.
- [19] **H.A. WHEELER** : "Formulas for the skin depth". Proc. IRE, Vol. 30, pp 412-424, September 1942.
- [20] **H.A. WHEELER** : "Transmission-line properties of a strip on a dielectric sheet on a plane". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-25, pp 631-647, August 1977.
- [21] **R.H. PUCCEL, D.J. MASSE, C.HARTWIG** : "Losses in microstrip". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-16, n°6, pp 342-349, June 1968.
- [22] **A. GOPINATH** : "Maximum Q factor of microstrip resonators". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-29, n°2, pp 128-131, February 1981.



- [23] **M.E. GOLDFARB** : "Losses in microstrip". IEEE MTT-Symposium digest, pp 563-565.
- [24] **R.R. ROMANOFKY, J.C. MARTINEZ, B.J. VIERGUTZ, K.B. BHASIN** : "KA band propagation characteristics of microstrip on GaAs substrates at cryogenic temperatures". MTT, Vol. 3, pp 117-118, April 1990.
- [25] **R. HORTON, B. EASTER, A. GOPINATH** : "Variation of microstrip losses with thickness of strip". Electronics Letters, Vol. 17, n°17, pp 490-491, August 1971.
- [26] **R. HORTON** : "Loss calculations of coupled microstrip lines". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-21, n°5, pp 359-360, May 1973.
- [27] **J.H.C. VAN HEUVEN** : "Conduction and radiation losses in microstrip". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-22, n°9, pp 841-844, September 1974.
- [28] **B.E. SPIELMAN** : "Dissipation loss effects in isolated and coupled transmission lines". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-25, n°8, pp 648-656, August 1977.
- [29] **R.H. JANSEN** : "High speed computation of single and coupled microstrip parameters including dispersion, high order modes, loss and finite strip thickness". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-26, n°2, pp 75-81, February 1978.
- [30] **T. ITOH, R. MITTRA** : "Spectral domain approach for calculating the dispersion characteristics of microstrip lines". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-21, n°6, pp 496-499, July 1973.
- [31] **T. ITOH, R. MITTRA** : "A technique for computing dispersion characteristics of the shielded microstrip lines". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-22, n°10, pp 896-898, October 1974.
- [32] **D. MIRSHEKAR-SYAHKAL, J.B. DAVIES** : "Accurate solution of microstrip and coplanar structures for dispersion and for dielectric and conductor losses". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-27, n°7, pp 694-699, July 1979.
- [33] **E.J. DELINGER** : "Losses of microstrip lines". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-28, n°6, pp 513-522, June 1980.

[34] **R.H. JANSEN** : "Recent advances in the full wave analysis of transmission lines for applications in MIC and MMIC design". Internation Microwave Symposium Digest, paper M III, Rio de Janeiro, July 1987.

[35] **R.H. JANSEN** : "Accurate characterisation and modeling of transmission lines for GaAs MMIC's". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-36, n°6, pp 961-966, June 1988.

[36] **G.I. COSTACHE** : "Finite element method applied to skin effect problems in strip transmission lines". IEEE Trans. MTT, VOL. MTT-35, n°11, pp 1009-1013, November 1987.

[37] **T.E. VAN DEVENTER, P.B. KATEHI, A.C. CANGELLARIS** : "An integral equation method for the evaluation of conductor and dielectric losses in high frequency interconnects". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-37, n°12, pp 1964-1972, December 1989.

[38] **J. POND, C. KROWNE, W. CARTER** : "On the application of complex resistive boundary conditions to model transmission lines consisting of very thin superconductors". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-37, n°1, pp 181-189, January 1989.

[39] **E. PALECZNY, D. KINOWSKI, J.F. LEGIER, P. PRIBETICH, P. KENNIS** : "Comparison of fullwave approaches for determination of microstrip conductor losses for MMIC applications". Electronics Letters, Vol. 26, n°25, pp 2076-2077, December 1990.

[40] **W. HEINRICH, H.L. HARTNAGEL** : "Field theory analysis of wave propagation on FET electrodes including losses and small-signal amplification". Int. Journal Electronics, Col. 58, n°4, pp 613-627, April 1985.

[41] **W. HEINRICH** : "Full-wave analysis of conductor losses on MMIC transmission lines". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-38, n°10, October 1990.

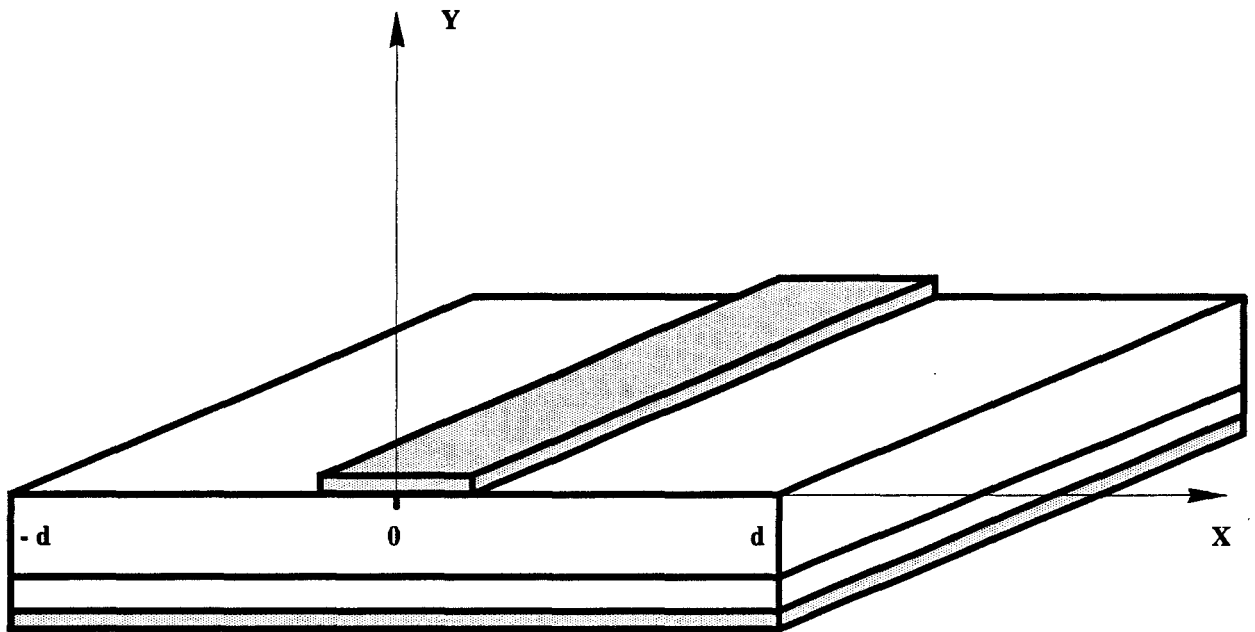
[42] **H. CORY, S. SHIRAN** : "Propagation coefficient of three conductor lossy transmission lines". Electronics Letters, Vol. 24, n°9, pp 558-559, April 1988.

[43] **C.M. KROWNE** : "Microstrip conductor losses calculated by full wave and perturbational approaches". Electronics Letters, Vol. 24, n°9, pp 552-553, April 1988.

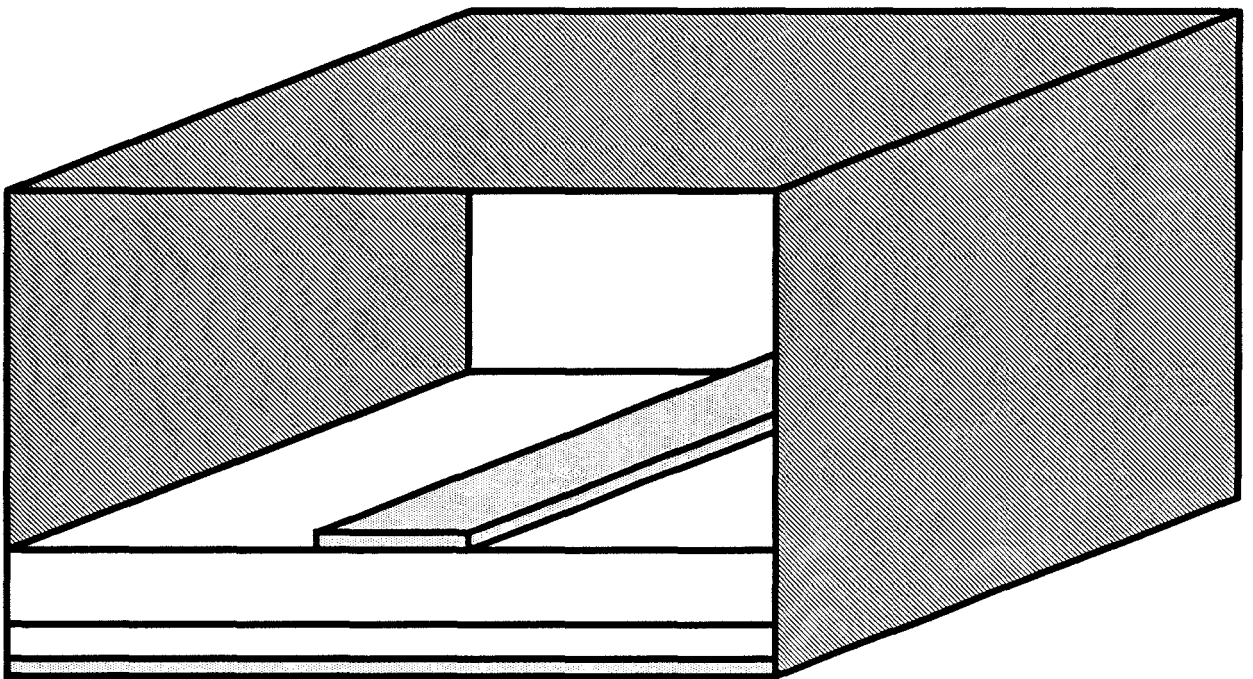
- [44] L.P. VAKANAS, A.C. CANGELLARIS, J.L. PRINCE : "A parametric study of the attenuation constant of lossy microstrip lines". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-38, n°8, pp 1136-1139, August 1990.
- [45] G.L. MATTHAEI, K. KIZILOGLU, N. DAGLI, S.I. LONG : "The nature of the charges, currents, and fields in and about conductors having cross-sectional dimensions of the order of skin depth". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-38, n°8, pp 1031-1035, August 1990.
- [46] M.K. WU, S.R. ASHBURN, C.J. TORNG AND P.H. HOR, R.L. MENG, L. GAO, Z.J. HUANG, Y.Q. WANG, C.W. CHU : "Superconductivity at 93k in a new Mixed-Phase : Y Ba Cu O compound system at ambient pressure". Physical Review Letters, Vol. 58, n°9, Mars 1987.
- [47] J.M. PONDS, C.M. KROWNE, W.L. CARTER : "On the application of complex stripline resistive boundary conditions to model transmission lines consisting of very thin superconductors". IEEE Trans. Magn., Vol. 37, n°1, pp 181-189, 1989.
- [48] D.E. OATES, A.C. ANDERSON, D.M. SHEEN AND S. ALI : "Stripline resonator measurements of  $Z_S$  versus  $H_{rg}$  in  $YBa_2 Cu_3 O_{7-x}$  thin films". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-39, n°9, pp 1031-1035, September 1991.
- [49] J.I. GITTLEMAN AND B. ROSENBLUM : "Microwave properties of superconductors". Proc. IEEE, Vol. 52, pp 1138-1147, October 1964.

## **CHAPITRE II:**

### **PRESENTATION DE LA METHODE DU RACCORDEMENT DE MODES**



**FIGURE II.1:** La ligne microruban réelle.



**FIGURE II.2:** Le modèle d'étude.

## **II.1 - DETERMINATION D'UN MODELE D'ETUDE**

### **II.1.1. Présentation de la structure**

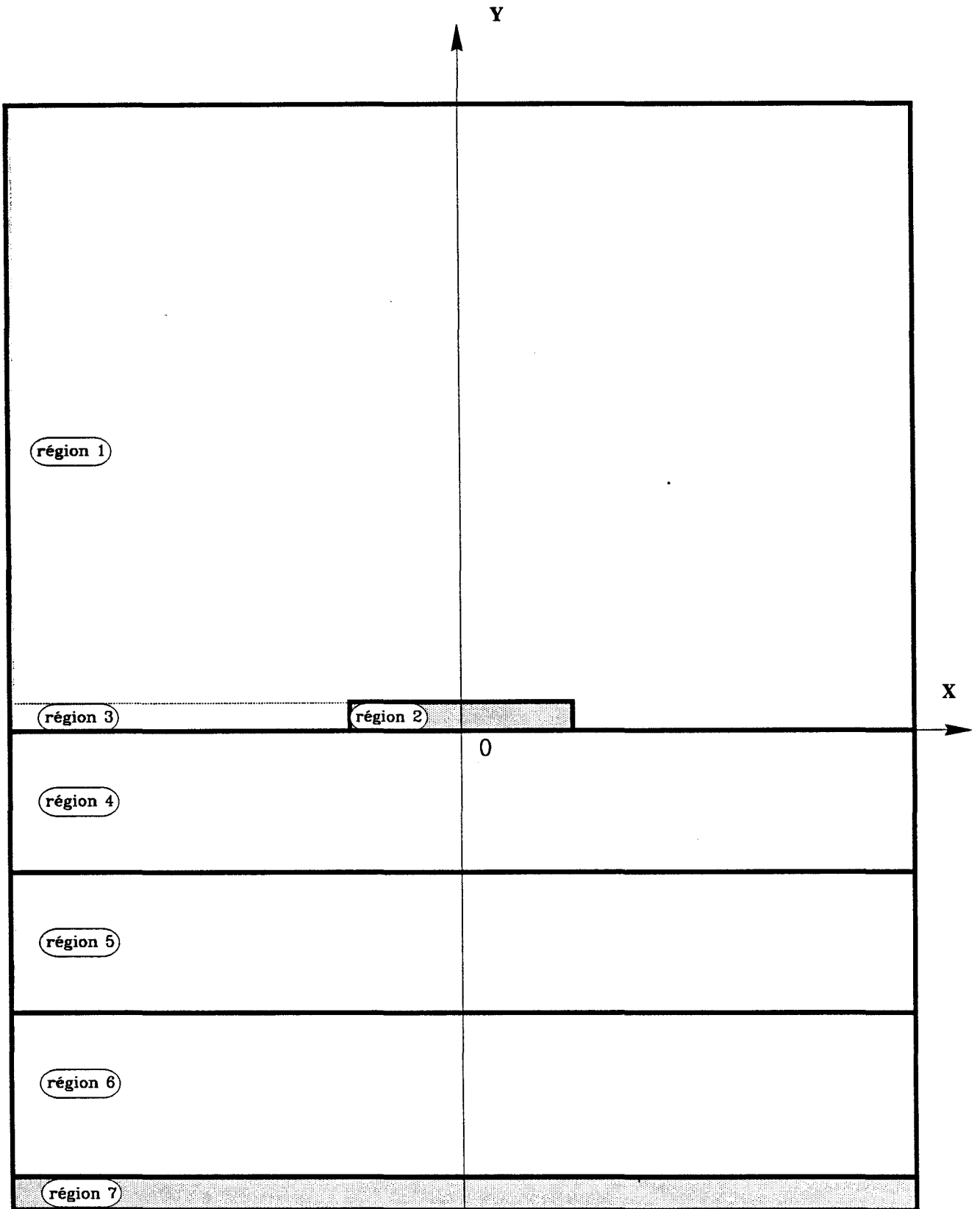
La structure étudiée est présentée figure II.1. Cette structure est constituée d'un ruban métallique de section rectangulaire, de conductivité de valeur finie et d'épaisseur non nulle déposé sur un substrat multicouche de permittivité complexe. L'ensemble repose sur un plan de masse métallique. En ce qui concerne le plan de masse, celui-ci possède aussi une conductivité de valeur finie.

### **II.1.2. Définition d'un modèle d'étude**

D'un point de vue théorique, l'étude rigoureuse d'une telle structure est toujours possible mais au prix d'un développement analytique très lourd et fastidieux, compte tenu de la troncature du diélectrique en  $X = \pm d$ , figure II.1.

D'autre part, notre volonté de nous rapprocher de structures utilisées en technologie micro-onde nous a incité à envelopper la structure étudiée d'un boîtier métallique figure II.2. Signalons, dès à présent, que ces murs électriques pourront être positionnés de telle manière que la perturbation de la distribution des lignes de champs électriques et magnétiques soit négligeable.

Notre désir de développer un outil numérique capable de simuler les phénomènes de propagation sur des lignes utilisées en technologie micro-électronique micro-onde, nous a amené à étudier une structure adaptée à cette technologie. Celle-ci est constituée d'une superposition de couches homogènes, isotropes et de permittivités complexes similaires par exemple, à celle d'une ligne MIS dans un plan de section droite [1].



**FIGURE II.3:** La décomposition du plan de section droite en domaines homogènes.

La méthode numérique retenue - la méthode du raccordement de modes, nécessite de diviser le plan de section droite figure II.3., en domaines rectangulaires "i" ( $i = 1 \text{ à } 7$ ) homogènes et isotropes. Chaque domaine du plan de section droite est caractérisé par une perméabilité magnétique commune  $\mu_0$  et par une permittivité complexe  $\epsilon_i$  telle que :

$$(1) \quad \epsilon_i = \epsilon_0 (\epsilon_{ri} - j \sigma_i / \omega \epsilon_0)$$

où "i" représente l'indice du ième domaine considéré et  $\epsilon_{ri}$  et  $\sigma_i$  correspondent respectivement à la permittivité relative et à la conductivité.

La structure de propagation possède une symétrie par rapport à l'axe Oy. Suivant la parité des modes propagés, pairs ou impairs, nous placerons sur l'axe Oy soit un plan de court-circuit magnétique afin de vérifier :

$$E_z(-x,y) = +E_z(x,y)$$

$$H_z(-x,y) = -H_z(x,y)$$

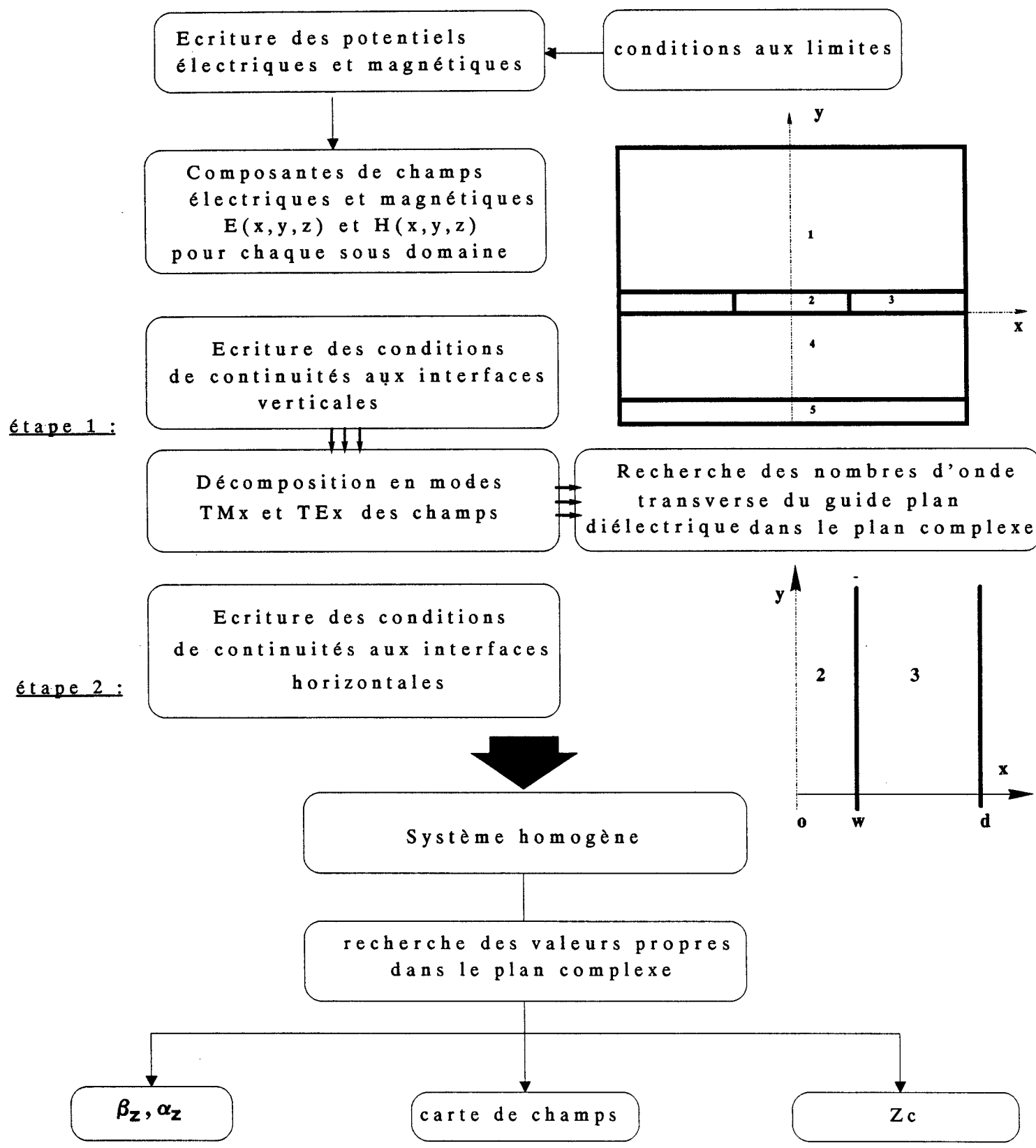
Soit un plan de court-circuit électrique :

$$E_z(-x,y) = -E_z(x,y)$$

$$H_z(-x,y) = +H_z(x,y)$$

Cette décomposition, nous amène à ne considérer que la demi-structure de base présentée précédemment figure II.3. Afin de décrire la méthode du raccordement de modes, nous disposerons un plan de court-circuit magnétique sur l'axe de symétrie correspondant au mode hybride fondamental de la structure de propagation (mode pair par rapport à l'axe Oy).





**FIGURE II.4:** Le synoptique général de la méthode du raccordement de modes

## **II.2. LA METHODE DU RACCORDEMENT DE MODES**

Dans un souci de clarté, nous ne rappelons que les phases essentielles de cette méthode. Elle est connue notamment pour son application aux guides diélectriques et aux guides constitués de rubans métalliques parfaits [2] [3] [4] [5] [6]. Dans le cadre de cette étude, nous insisterons cependant sur les particularités et les améliorations apportées à cette méthode.

### **II.2.1. Synoptique général de la méthode du raccordement de modes**

Afin d'illustrer la méthodologie utilisée, nous présentons figure II.4, le synoptique de la méthode du raccordement de modes. A ce stade, quelques remarques s'imposent. Cette méthode se décompose en deux étapes :

- La première consiste à assurer la continuité des champs électromagnétiques à l'interface verticale, séparant les régions 2 et 3 (figure II.4). Cette première étape, comme nous le verrons ultérieurement, aboutit à la décomposition des champs électromagnétiques sur une base de modes transverses électriques (TE) et magnétiques (TM) suivant la direction  $Ox$ .  
Ceci nous amène par conséquent à rechercher les vecteurs d'onde complexes associés à la structure de propagation constituée des milieux 2 et 3, infinie dans la direction  $Oy$  (figure II.4).
- La seconde étape nécessite d'une manière générale, d'assurer la continuité des champs électromagnétiques aux interfaces horizontales.

Cette succession d'étapes aboutit à un système homogène.

La résolution du problème passe par une recherche des valeurs propres dans le plan complexe. Cette valeur propre complexe s'identifie à la constante de propagation du mode hybride se propageant dans la structure.

Nous pouvons ainsi déterminer la relation fréquentielle liant la constante de propagation complexe aux paramètres géométriques et électriques de la structure.

La détermination de cette valeur propre, nous permet de calculer le vecteur propre associé à cette valeur propre. De ce fait, comme l'illustre la figure II.4, nous pouvons évaluer ultérieurement les cartes des champs ainsi que l'impédance caractéristique.

Nous venons de décrire succinctement, dans les principes, la méthode de simulation numérique retenue. Nous allons maintenant évoquer plus en détail les aspects particuliers de la méthode du raccordement de modes.

### II.2.2. Principales phases analytiques

En préambule, rappelons que les champs électriques et magnétiques caractérisant une onde se propageant suivant l'axe Oz dans le sens direct s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 \vec{E} &= \vec{E}_0(x,y) e^{-j\beta^*z} e^{j\omega t} \\
 \vec{H} &= \vec{H}_0(x,y) e^{-j\beta^*z} e^{j\omega t}
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

où  $\beta^* = \beta_z - j\alpha_z$

Dans les expressions (2),  $\beta^*$  représente la constante de propagation complexe,  $\beta_z$  et  $\alpha_z$  sont respectivement appelées constante de phase et affaiblissement.

Dans le cas de notre structure, nous rappelons que les milieux considérés dans les différentes couches, présentent les caractères suivants :

- isotropes ( $\mu$  et  $\epsilon$  sont des scalaires)
- homogènes
- linéaires ( $\mu$  et  $\epsilon$  sont des constantes)

Dans ces conditions, la résolution des équations de Maxwell peut se ramener à celle d'une équation unique qui s'applique à chaque composante de champ.

En l'absence de phénomène de polarisation et de source, l'équation de propagation ou équation de Helmholtz, s'exprime sous la forme générale suivante :

$$(3) \quad \left\{ \Delta + k^2 \right\} \begin{Bmatrix} \vec{E} \\ \vec{H} \end{Bmatrix} = 0$$

Nous sommes donc amenés à résoudre cette équation pour l'ensemble des champs électriques et magnétiques se propageant dans la structure. Le vecteur d'onde  $K$  représente la valeur propre de l'opérateur  $\Delta$ .

Il nous faudra prendre en compte le domaine de définition de cet opérateur lié à certaines conditions physiques telles que :

- les conditions dites aux "limites", non rayonnement de la structure ouverte par exemple
- les conditions de symétrie
- les conditions de continuité aux différentes interfaces.

### II.2.2.1. Expressions des potentiels électriques et magnétiques :

Afin de résoudre l'équation (3), nous pouvons opter pour plusieurs voies connues. Pour notre part, nous avons retenu, dans le cadre de cette étude, la détermination des composantes de champs à partir des potentiels électrique et magnétique  $\psi$  et  $\varphi$  [7] [8] [9].

En effet, les équations de Maxwell nous autorisent à écrire :

$$(4) \quad \begin{aligned} \vec{E}^{(i)} &= -\nabla \times \vec{\varphi}^{(i)} - j\omega\mu \vec{\psi}^{(i)} + \frac{1}{j\omega\epsilon_i} \nabla(\nabla \cdot \vec{\psi}^{(i)}) \\ \vec{H}^{(i)} &= -\Delta \times \vec{\Psi}^{(i)} - j\omega\epsilon_i \vec{\varphi}^{(i)} + \frac{1}{j\omega\mu} \Delta(\Delta \cdot \vec{\varphi}^{(i)}) \end{aligned}$$

Dans ce cas, la résolution de l'équation de Helmholtz (3) s'effectue en substituant aux champs électriques et magnétiques les potentiels cités précédemment [10] [11].

Dans les différents domaines ( $i = 1$  à  $7$ ), les potentiels électriques et magnétiques sont développés sur une base de fonctions propres relatives à chaque domaine. Nous pouvons alors mettre ces deux potentiels sous la forme générale suivante :

**Pour le potentiel électrique  $\psi$  :**

$$(5) \quad \psi_x^{(i)} = \sum_v \left[ E_v^{(i)} \cos(\beta_{yv}^{(i)} y) + E'_v{}^{(i)} \sin(\beta_{yv}^{(i)} y) \right] \left[ F_v^{(i)} \cos(\beta_{xv}^{(i)} x) + F'_v{}^{(i)} \sin(\beta_{xv}^{(i)} x) \right] e^{-j\beta_z^* z}$$

**Pour le potentiel magnétique  $\varphi$  :**

$$(6) \quad \varphi_x^{(i)} = \sum_{\mu} \left[ G_{\mu}^{(i)} \cos(\beta_{y\mu}^{(i)} y) + G'_{\mu}^{(i)} \sin(\beta_{y\mu}^{(i)} y) \right] \left[ H_{\mu}^{(i)} \cos(\beta_{x\mu}^{(i)} x) + H'_{\mu}^{(i)} \sin(\beta_{x\mu}^{(i)} x) \right] e^{-j\beta^* z}$$

Dans ces différentes expressions (5) (6),  $\nu$  et  $\mu$  représentent le nombre de fonctions propres introduites dans la région "i" et  $\beta^*$  la constante de propagation complexe suivant la direction privilégiée Oz.  $\beta_{x\nu}^{(i)}$ ,  $\beta_{y\nu}^{(i)}$ ,  $\beta_{x\mu}^{(i)}$ ,  $\beta_{y\mu}^{(i)}$  sont les vecteurs d'onde suivant l'axe Ox et Oy respectivement associés aux expressions des potentiels électriques  $\psi$  et magnétiques  $\varphi$ .

Quant aux variables complexes  $E_{\nu}^{(i)}$ ,  $E'_{\nu}^{(i)}$ ,  $F_{\nu}^{(i)}$ ,  $F'_{\nu}^{(i)}$ ,  $G_{\mu}^{(i)}$ ,  $G'_{\mu}^{(i)}$ ,  $H_{\mu}^{(i)}$ ,  $H'_{\mu}^{(i)}$ , elles correspondent aux pondérations de chaque potentiel intervenant dans le développement en série des champs.

A ce niveau, le problème consiste donc à déduire pour chaque région ( $i = 1$  à  $7$ ) les composantes des champs électriques et magnétiques à partir des relations référencées (4). Notons au passage que ces expressions ont été écrites de manière à prendre en compte, dès le départ, les conditions aux limites imposées par la présence des murs électriques parfaits.

Afin de ne pas alourdir l'exposé de cette méthode, ces différentes composantes sont données en annexe B.

### II.2.2.2. première étape : conditions de continuité sur l'interface verticale séparant les domaines 2 et 3 :

Notre objectif consiste à étudier une structure de propagation dont les métallisations possèdent une conductivité de valeur finie. Le ruban métallique est alors considéré comme un domaine à part entière. Ceci constitue la différence fondamentale, par rapport aux études

antérieures [12] [13] [14] [15] [16] entreprises pour des lignes de propagation constituées de ruban parfait ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) mais d'épaisseur finie.

Nous sommes donc confrontés à la recherche du spectre de l'ensemble des vecteurs d'onde  $\beta_{x\nu}^{(2)}$ ,  $\beta_{x\nu}^{(3)}$ ,  $\beta_{x\mu}^{(2)}$ ,  $\beta_{x\mu}^{(3)}$  des régions 2 et 3 figure II.4.

### Recherche des spectres de modes

Dans ce but, nous rappelons les expressions des composantes de champs intervenant dans l'application des relations de continuité à l'interface verticale  $x = W$  séparant les régions 2 et 3.

$$(7) \quad E_y^{(2)} = \sum_{\mu} j\beta_z FM_{(y)}^{(2)} \text{Cos}(\beta_{x\mu}^{(2)} x) + \sum_{\nu} -j \frac{\beta_{x\nu}^{(2)}}{\omega \epsilon_2} dFE_{(y)}^{(2)} \text{Cos}(\beta_{x\nu}^{(2)} x)$$

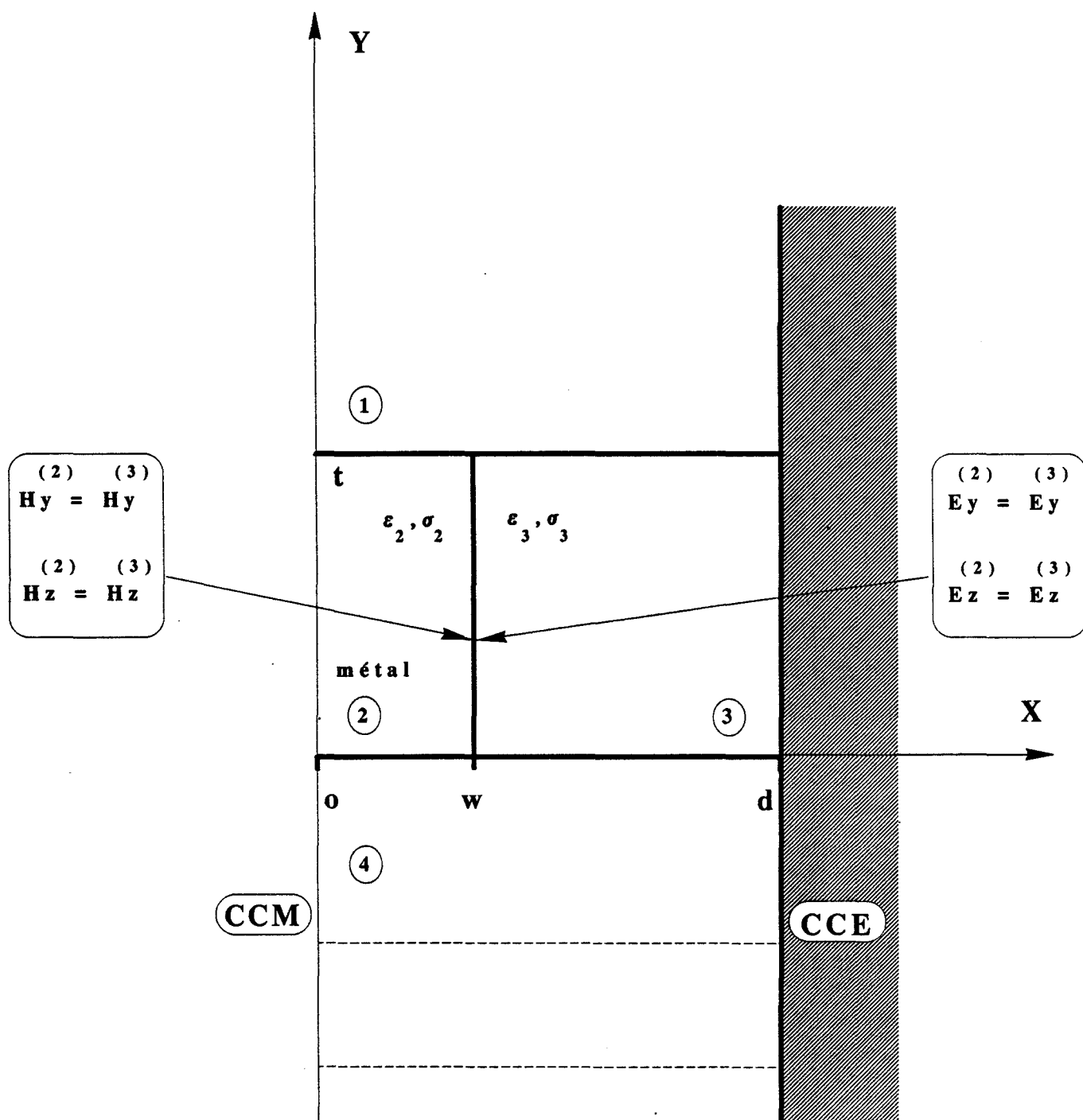
$$(8) \quad E_z^{(2)} = \sum_{\mu} dFM_{(y)}^{(2)} \text{Cos}(\beta_{x\mu}^{(2)} x) + \sum_{\nu} \frac{-\beta_z \beta_{x\nu}^{(2)}}{\omega \epsilon_2} FE_{(y)}^{(2)} \text{Cos}(\beta_{x\nu}^{(2)} x)$$

$$(9) \quad H_y^{(2)} = \sum_{\mu} j \frac{\beta_{x\mu}^{(2)}}{\omega \mu_0} dFM_{(y)}^{(2)} \text{Sin}(\beta_{x\mu}^{(2)} x) + \sum_{\nu} -j\beta_z FE_{(y)}^{(2)} \text{Sin}(\beta_{x\nu}^{(2)} x)$$

$$(10) \quad H_z^{(2)} = \sum_{\mu} \frac{\beta_z \beta_{x\mu}^{(2)}}{\omega \mu_0} FM_{(y)}^{(2)} \text{Sin}(\beta_{x\mu}^{(2)} x) + \sum_{\nu} -dFE_{(y)}^{(2)} \text{Sin}(\beta_{x\nu}^{(2)} x)$$

$$(11) \quad E_y^{(3)} = \sum_{\mu} j\beta_z FM_{(y)}^{(3)} \text{Sin}(\beta_{x\mu}^{(3)} (x-d)) + \sum_{\nu} j \frac{\beta_{x\nu}^{(3)}}{\omega \epsilon_3} dFE_{(y)}^{(3)} \text{Sin}(\beta_{x\nu}^{(3)} (x-d))$$

$$(12) \quad E_z^{(3)} = \sum_{\mu} dFM_{(y)}^{(3)} \text{Sin}(\beta_{x\mu}^{(3)} (x-d)) + \sum_{\nu} \frac{\beta_z \beta_{x\nu}^{(3)}}{\omega \epsilon_3} FE_{(y)}^{(3)} \text{Sin}(\beta_{x\nu}^{(3)} (x-d))$$



**FIGURE II.5:**

La continuité des champs tangentiels à l'interface verticale en  $x = W$ .



$$(13) \quad H_y^{(3)} = \sum_{\mu} -j \frac{\beta_{x\mu}^{(3)}}{\omega\mu_0} dFM_{(y)}^{(3)} \text{Cos}(\beta_{x\mu}^{(3)}(x-d)) + \sum_{\nu} -j\beta_z FE_{(y)}^{(3)} \text{Cos}(\beta_{x\nu}^{(3)}(x-d))$$

$$(14) \quad H_z^{(3)} = \sum_{\mu} - \frac{\beta_z \beta_{x\mu}^{(3)}}{\omega\mu_0} FM_{(y)}^{(3)} \text{Cos}(\beta_{x\mu}^{(3)}(x-d)) + \sum_{\nu} - dFE_{(y)}^{(3)} \text{Cos}(\beta_{x\nu}^{(3)}(x-d))$$

où

$$FE_{(y)}^{(i)} = [A_{\nu}^{(i)} \text{Cos}(\beta_{y\nu} y) + A_{\nu}^{\prime(i)} \text{Sin}(\beta_{y\nu} y)]$$

$$dFE_{(y)}^{(i)} = \beta_{y\nu} [-A_{\nu}^{(i)} \text{Sin}(\beta_{y\nu} y) + A_{\nu}^{\prime(i)} \text{Cos}(\beta_{y\nu} y)]$$

$$FM_{(y)}^{(i)} = [B_{\mu}^{(i)} \text{Cos}(\beta_{y\mu} y) + B_{\mu}^{\prime(i)} \text{Sin}(\beta_{y\mu} y)]$$

$$dFM_{(y)}^{(i)} = \beta_{y\mu} [-B_{\mu}^{(i)} \text{Sin}(\beta_{y\mu} y) + B_{\mu}^{\prime(i)} \text{Cos}(\beta_{y\mu} y)]$$

$$\beta_{y\nu} = \beta_{y\nu}^{(2)} = \beta_{y\nu}^{(3)} ; \beta_{y\mu} = \beta_{y\mu}^{(2)} = \beta_{y\mu}^{(3)}$$

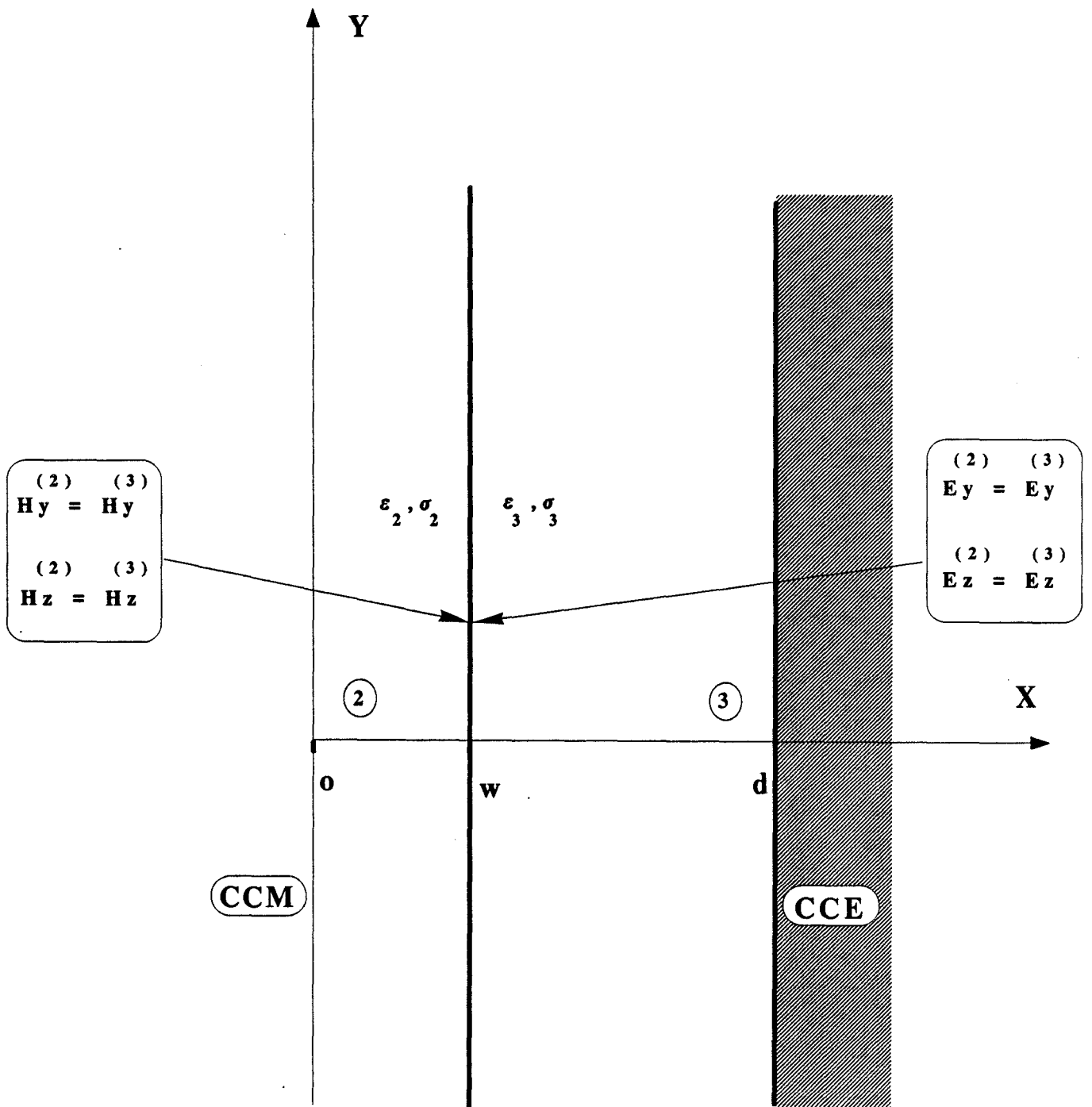
avec  $i = 2,3$

Dans ces expressions,  $\beta_{x\nu}^{(2)}$ ,  $\beta_{x\nu}^{(3)}$ ,  $\beta_{x\mu}^{(2)}$ ,  $\beta_{x\mu}^{(3)}$  sont les couples de vecteurs d'onde dans la direction Ox, associés respectivement aux potentiels électriques  $\psi_x^{(2)}$ ,  $\psi_x^{(3)}$  et magnétiques  $\phi_x^{(2)}$ ,  $\phi_x^{(3)}$ ;  $\nu$ ,  $\mu$  représentent l'ordre du développement en série des champs exprimés à partir des potentiels.

Les grandeurs  $FE_{(y)}^{(2)}$ ,  $FM_{(y)}^{(2)}$ ,  $FE_{(y)}^{(3)}$ ,  $FM_{(y)}^{(3)}$  ne sont dans le cas présent que des fonctions de la variable y.

Il résulte des quatre relations de continuité à l'interface  $x = W$  répertoriées figure II.5, deux couples d'équations, qui pour la décomposition à partir des potentiels  $\phi_x^{(i)}$  et  $\psi_x^{(i)}$

adoptée, mènent aux résultats suivants :



**FIGURE II.6:** L'analogie avec le guide plan diélectrique infini suivant la direction Oy.

Pour les modes TMx ( $\varphi_x = 0$ )

Une relation relie les pondérations des potentiels électriques des régions 2 et 3. Cette relation associée à l'égalité des vecteurs d'onde suivant la direction Oy, aboutit à l'équation transcendante (15) :

$$(15) \quad \frac{\beta_{xv}^{(2)}}{\varepsilon_2} \cotg(\beta_{xv}^{(2)} w) = \frac{\beta_{xv}^{(3)}}{\varepsilon_3} \tg(\beta_{xv}^{(3)} (d-w))$$

En ce qui concerne les modes TEx ( $\psi_x = 0$ ), nos conclusions sont similaires :

Une expression relie alors les pondérations des potentiels magnétiques des régions 2 et 3.

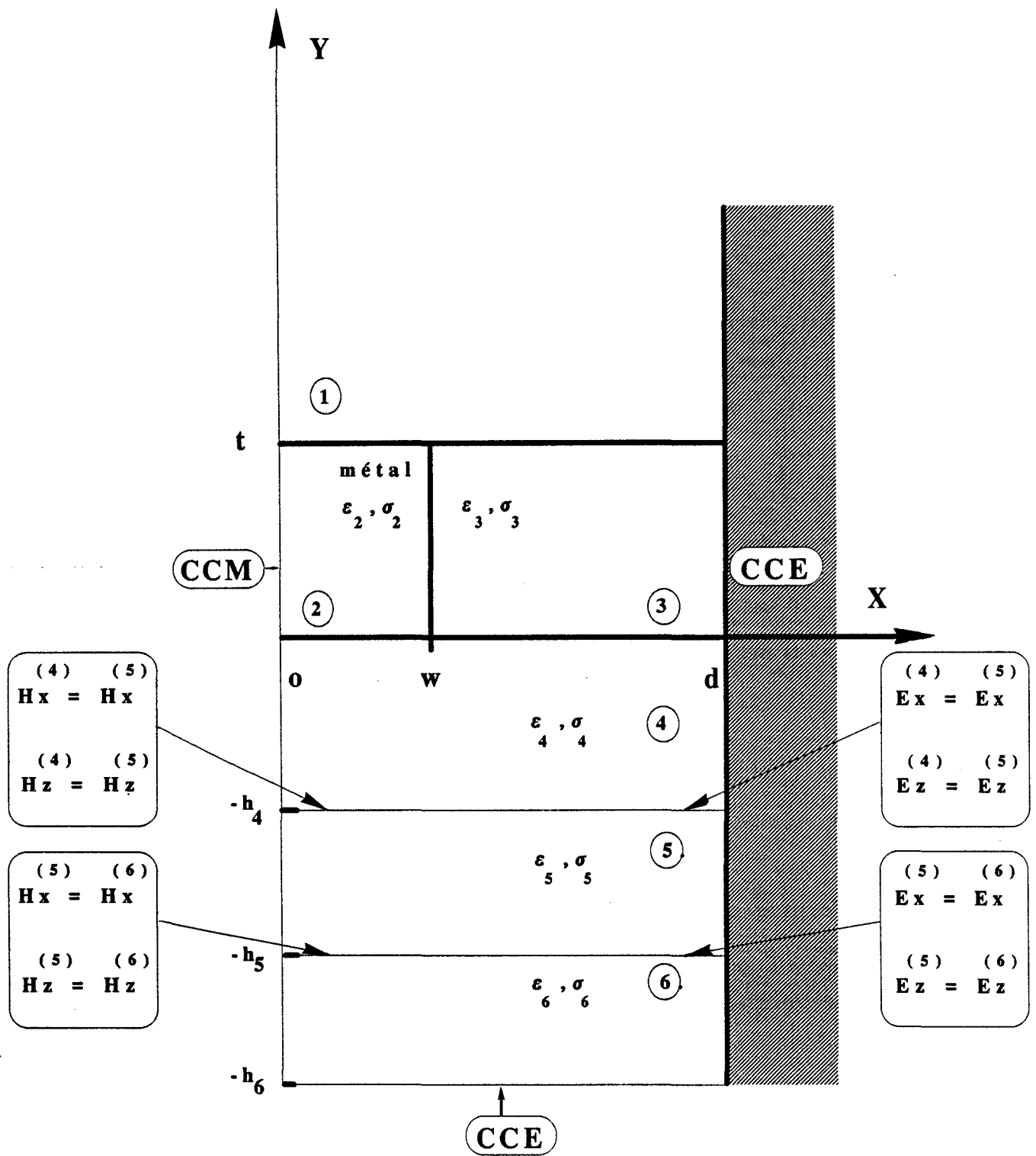
L'égalité des vecteurs d'onde  $\beta_{y\mu}^{(2)}$  et  $\beta_{y\mu}^{(3)}$ , nous permet d'obtenir une équation

reliant les vecteurs d'onde suivant Ox, tel que :

$$(16) \quad \beta_{x\mu}^{(2)} \tg(\beta_{x\mu}^{(2)} w) = \beta_{x\mu}^{(3)} \cotg(\beta_{x\mu}^{(3)} (d-w))$$

Notons au passage que les équations (15) (16) sont tout à fait analogues à celle du guide plan diélectrique figure II.6, infini dans la direction Oy, et délimité par un court-circuit électrique en  $x = d$  et par un court-circuit magnétique en  $x = 0$ .

Ceci nous confronte donc dans un premier temps, à une étude modale classique. Les vecteurs d'onde  $\beta_{xv}^{(2)}$ ,  $\beta_{xv}^{(3)}$ ,  $\beta_{x\mu}^{(2)}$ ,  $\beta_{x\mu}^{(3)}$ , déterminés à partir des relations (15) et (16), nous permettent de définir les spectres de l'ensemble des modes discrets TEx et TMx.



**FIGURE II.7:** Les conditions de continuité aux diverses interfaces horizontales situées sous le ruban métallique.

Ajoutons enfin que la particularité de ce problème réside dans le fait que les permittivités sont complexes. Ce point spécifique sera d'ailleurs traité plus en détail lors de l'étude numérique.

### II.2.2.3. Seconde étape : conditions de continuité aux interfaces horizontales :

Nous pouvons décomposer cette étape en deux phases distinctes :

La première porte sur l'application des conditions de continuité aux diverses interfaces horizontales situées sous le ruban métallique.

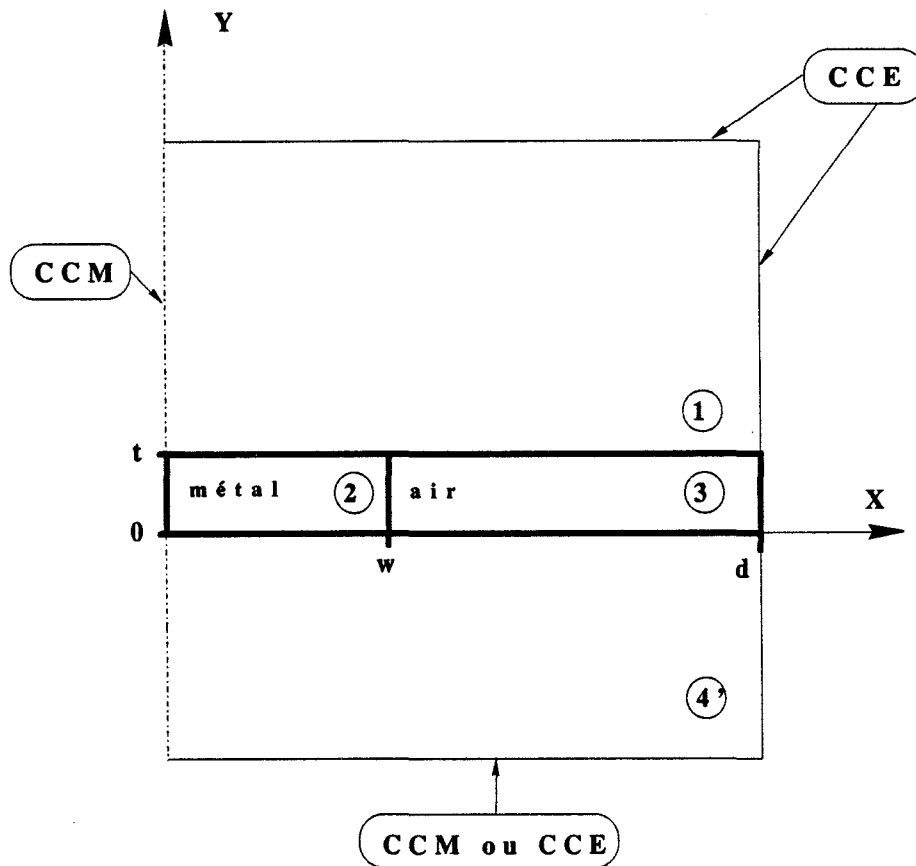
En effet, le nombre d'interface conditionne la taille du système matriciel final. Notre volonté de restreindre le plus possible sa taille, nous amène à regrouper les équations de continuité. Cette méthode diminuera les risques d'instabilité numérique.

D'une manière générale, la continuité des composantes de champs électriques et magnétiques  $E_x^{(i)}$ ,  $H_x^{(i)}$ ,  $E_z^{(i+1)}$ ,  $H_z^{(i+1)}$  tangentiels à l'interface localisée en  $y = h_i$  (figure II.7)

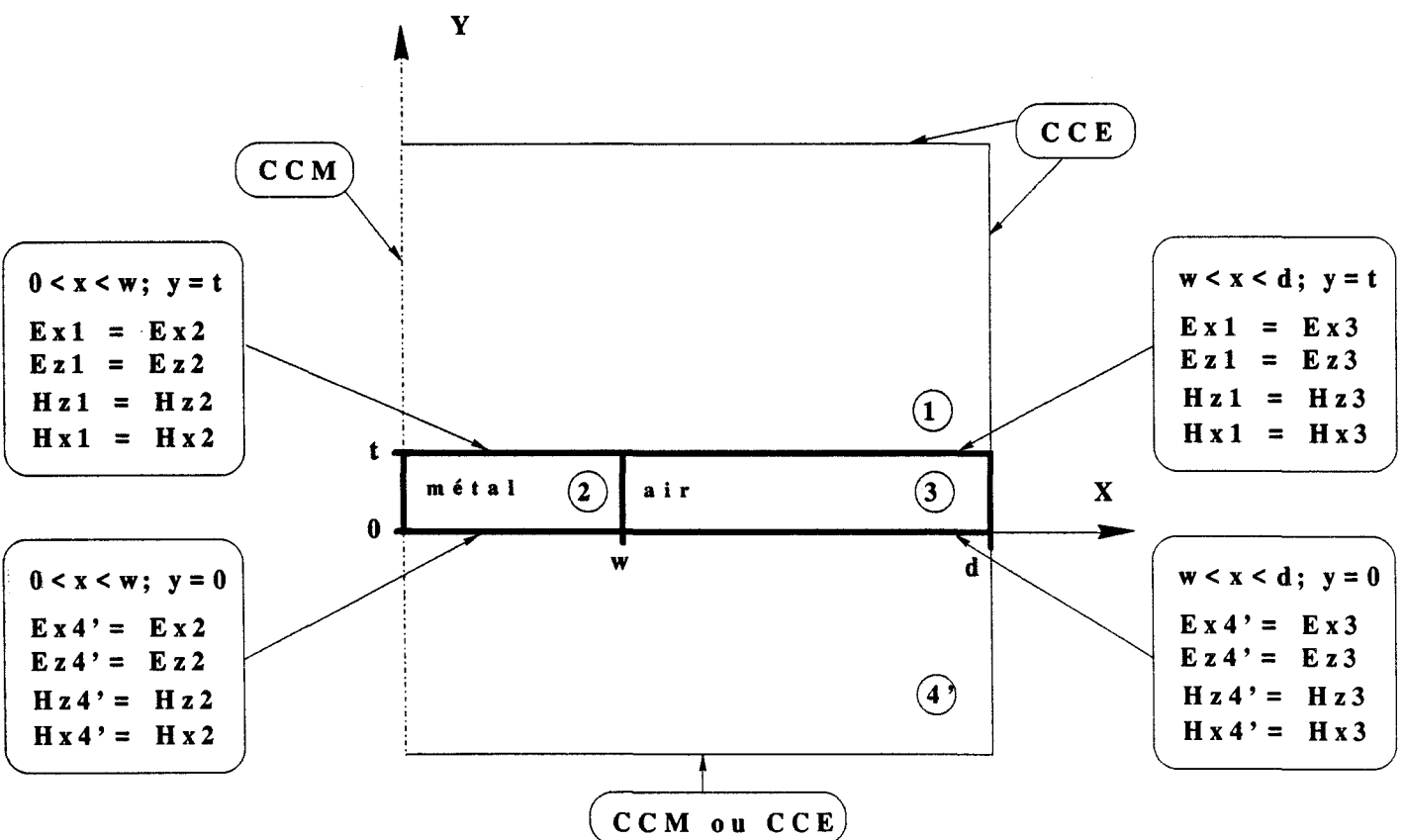
peut s'écrire sous une forme matricielle simple [17] [14].

Cette formulation nous donne les relations entre les pondérations des champs électromagnétiques des deux régions juxtaposées. Ainsi, nous obtenons pour le passage de la couche  $i$  à la couche  $i+1$  les systèmes suivants :

$$(17) \quad \begin{bmatrix} A_m^{(i)} \\ A_m^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) & \sin(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) \\ -\frac{\epsilon_i \beta_{ym}^{(i+1)}}{\epsilon_{i+1} \beta_{ym}^{(i)}} \sin(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) & \frac{\epsilon_i \beta_{ym}^{(i+1)}}{\epsilon_{i+1} \beta_{ym}^{(i)}} \cos(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_m^{(i+1)} \\ A_m^{(i+1)} \end{bmatrix}$$



**FIGURE II.8.a:** La structure d'étude finale.



**FIGURE II.8.b:** Les conditions de continuité des champs tangentiels aux interfaces horizontales situées de part et d'autre du ruban métallique.

$$(18) \quad \begin{bmatrix} B_m^{(i)} \\ B_m^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) & \sin(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) \\ -\frac{\beta_{ym}^{(i+1)}}{\beta_{ym}^{(i)}} \sin(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) & \frac{\beta_{ym}^{(i+1)}}{\beta_{ym}^{(i)}} \cos(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_m^{(i+1)} \\ B_m^{(i+1)} \end{bmatrix}$$

$$\text{où } d_{i+1} = h_{i+1} - h_i$$

Dans ces systèmes, les coefficients  $A_m^{(i+1)}$ ,  $A_m^{(i)}$ ,  $A_m^{\prime(i+1)}$ ,  $A_m^{\prime(i)}$ ,  $B_m^{(i+1)}$ ,  $B_m^{\prime(i+1)}$ ,  $B_m^{(i)}$ ,  $B_m^{\prime(i)}$  représentent respectivement les pondérations afférentes aux potentiels électriques et magnétiques.

Après avoir exprimé les composantes de champs de la dernière couche, on peut alors déduire de proche en proche celles des diverses couches situées sous le ruban métallique.

Ceci nous permet en définitive de réduire la structure générale à celle présentée figure II.8.a.

Le deuxième volet du problème consiste finalement à assurer la continuité des composantes de champs électrique et magnétique aux interfaces horizontales localisées de part et d'autre du ruban métallique en  $y = 0$  et  $y = t$  comme l'indique la figure II.8.b.

#### II.2.2.4. Obtention d'un système d'équations :

A ce stade, les différentes conditions de continuité verticales et horizontales, ainsi que les conditions aux limites, nous fournissent un système d'équations reliant des sommes.

Afin de transformer cet ensemble de relations en système matriciel traditionnel, nous définissons deux relations d'orthogonalité [8] [9].

La première consiste à utiliser les expressions (19) (20) sur les composantes longitudinales de champs définies dans les régions 1 et 4'.

$$(19) \quad \int_0^d \cos\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) \cos\left(\frac{n\pi}{2d}(x-d)\right) dx = \begin{cases} 0 & \text{si } n \neq m \\ \frac{d}{2} & \text{si } n = m \end{cases}$$

$$(20) \quad \int_0^d \sin\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) \sin\left(\frac{n\pi}{2d}(x-d)\right) dx = \begin{cases} 0 & \text{si } n \neq m \\ \frac{d}{2} & \text{si } n = m \end{cases}$$

La seconde est spécifique à l'étude modale effectuée pour la recherche du spectre de modes relatifs au guide plan diélectrique infini dans la direction  $O_y$  (étape 1 du synoptique figure II-4). Nous pouvons résumer son écriture [18] [19] par les relations (21) (22) appliquées aux composantes de champs  $E_x^{(i)}$ ,  $H_x^{(i)}$  dans les régions 2 et 3 uniquement.

$$(21) \quad \int_0^d \epsilon_i E_{xv}^{(i)}(x,y) E_{xv'}^{(i)}(x,y) dx = 0 \quad \text{si } v = v'$$

$$(22) \quad \int_0^d H_{x\mu}^{(i)}(x,y) H_{x\mu'}^{(i)}(x,y) dx = 0 \quad \text{si } \mu = \mu'$$

$$i = 2, 3$$



**FIGURE II.9 :** la forme matricielle des équations de continuité

$M_{11}$	$M_{12}$	0	0	$M_{15}$	$M_{16}$	0	0
$M_{21}$	$M_{22}$	0	0	0	0	$M_{27}$	$M_{28}$
$M_{31}$	$M_{32}$	0	0	$M_{35}$	$M_{36}$	$M_{37}$	$M_{38}$
$M_{41}$	$M_{42}$	0	0	$M_{45}$	$M_{46}$	$M_{47}$	$M_{48}$
0	0	$M_{53}$	$M_{54}$	$M_{55}$	$M_{56}$	0	0
0	0	$M_{63}$	$M_{64}$	0	0	$M_{67}$	$M_{68}$
0	0	$M_{73}$	$M_{74}$	$M_{75}$	$M_{76}$	$M_{77}$	$M_{78}$
0	0	$M_{83}$	$M_{84}$	$M_{85}$	$M_{86}$	$M_{87}$	$M_{88}$

$$\begin{pmatrix}
 A_1^{(1)} \\
 \vdots \\
 A_m^{(1)} \\
 B_1^{(1)} \\
 \vdots \\
 B_m^{(1)} \\
 A_1^{(5)} \\
 \vdots \\
 A_m^{(5)} \\
 B_1^{(5)} \\
 \vdots \\
 B_m^{(5)} \\
 A_1^{(3)} \\
 \vdots \\
 A_\gamma^{(3)} \\
 A_1^{(3)'} \\
 \vdots \\
 A_\gamma^{(3)'} \\
 B_1^{(3)} \\
 \vdots \\
 B_\mu^{(3)} \\
 B_1^{(3)'} \\
 \vdots \\
 B_\mu^{(3)'}
 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

L'ensemble des équations de continuité regroupées figure II.8.b auxquelles ont été appliquées les relations d'orthogonalité (18), (19), (20), (21), se présente en définitive sous la forme matricielle figure II.9.

Les "Mij" dépendent :

- de la pulsation  $\omega$
- des paramètres géométriques de la structure et des caractéristiques physiques des matériaux utilisés.
- de la constante de propagation complexe  $\beta^*$  qui, pour un mode directe se propageant en  $e^{-j\beta^*z}$ , est égale à  $\beta_z - j\alpha_z$  ; ( $\beta_z > 0$ ,  $\alpha_z > 0$ ).

Nous pouvons mettre ce système matriciel sous la forme contractée :

$$(23) \quad [Z] [U] = [O]$$

où  $[z]$  est une matrice carrée d'ordre  $2(2m + \nu + \mu)$ . La variable  $m$  est affectée à l'ordre du développement en série des champs dans les différentes régions situées sous et au-dessus des domaines fente et ruban métallique.  $\nu$  et  $\mu$  correspondent à l'ordre du développement des champs dans les régions "fente" et "ruban". Le vecteur colonne  $[U]$  contient les différentes pondérations intervenant dans l'écriture des champs électromagnétiques.

A ce stade, il faut donc rechercher le zéro du déterminant de la matrice  $[Z]$ . La solution constitue la valeur propre du système homogène et permet ainsi d'obtenir le vecteur propre.

Une valeur fiable du couple  $\beta_z, \alpha_z$  n'est obtenue qu'à l'issue d'une étude de convergence. Celle-ci, validée par une comparaison avec des relevés expérimentaux, fait l'objet des chapitres suivants.

**BIBLIOGRAPHIE  
DU  
CHAPITRE II**

- [1] **C. SEGUINOT**, "Modélisation des lignes coplanaires déposées sur substrat semiconducteur : Applications à l'étude de faisabilité de circuits déphaseurs et modulateurs", Thèse de Docteur Ingénieur, Lille, Novembre 1988.
- [2] **G. KOWALSKI, R. PREGLA** : "Dispersion characteristics of Shielded Microstrips with finite Thickness" AEU, Band 25, pp 193-196, 1971.
- [3] **R. VAHLDIECK** : "Accurate Hybrid Mode Analysis of various Finline configurations including Multi-layered Dielectrics, finite Metallization Thickness, and substrate Holding Grooves". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-32, n°11, November 1984.
- [4] **R. DELRUE** : "Modélisation et caractérisation de lignes coplanaires à contact Schottky : influence de la passivation et de la métallisation". Thèse de Doctorat de l'Université de Lille, Octobre 1989.
- [5] **R. DELRUE, C. SEGUINOT, P. PRIBETICH, P. KENNIS** : "The effects of Dielectric capacitor Layer and Metallization on the propagation parameters of coplanar wave guide for MMIC". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-36, pp 1285-1288, August 1988.
- [6] **H. ERMERT** : "Field Distribution of Microstrip Guided waves". AEU, Band 31 , Heft 4, pp 145-149, 1977.
- [7] **K. SOLBACH, I. WOLFF** : "The electromagnetic fields and the phase constants of Dielectric Image Lines". IEEE Trans. MTT, Vol MTT-26, n°4, April 1978.
- [8] **R.E. COLLIN** : "Field Theory of Guided waves". Mc Graw Hill Book Company, 1960.
- [9] **HARRINGTON** : "Time harmonic electromagnetic fields". New-York : Mc Graw Hill, 1961.
- [10] **W. HEINRICH, L. HARTNAGEL** : "Wave propagation on MESFET electrodes and its influence on transistor gain". IEEE Trans. MTT, Vol MTT-35, n°1, pp 1-9, January 1987.
- [11] **Y. FUKUOKA, Y.C. SHIH, T. ITOH** : "Analysis of slow wave coplanar waveguide for monolithic integrated circuits". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-31, n°7, pp 567-573, July 1983.

[12] R. SORRENTINO, G. LEUZZI, A. SILBERMANN : "Characteristics of Metal-Insulator-Semiconductor coplanar waveguides for monolithic Microwave circuits". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-32, n°4, pp 410-416, April 1984.

[13] W. HEINRICH, L. HARTNAGEL : "Field-Theory analysis of wave propagation on FET electrodes including losses and small-Signal amplification". Int. J. Electronics, Vol. 58, n°4, pp 613-627, 1985.

[14] J. BORNEMAN : "Rigorous field Theory analysis of quasi planar waveguides". IEEE Proceeding, Vol. 132, Pt H, n°1, February 1985.

[15] R. VAHLDIECK, J. BORNEMAN : "A modified mode matching technique and its application to a class of quasiplanar transmission lines". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-33, n°10, pp 916-925, October 1985.

[16] B. YOUNG, T. ITOH : "Analysis and design of microslab waveguide". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-35, n°9, pp 850-857, September 1987.

[17] H. BRANDIS, V. CROMBACH, R. GESCHES : "Bounds for eigen values of multilayered parallel plate line". AEU, Band 37, Heft 3/4, pp 113-116, 1983.

[18] W. HEINRICH : "Die wellenausbreitung auf FET-Elektroden und ihr einfluss auf das Übertragungsverhalten eines MESFET". Dipl. Ing., DARMSTADT, September 1986.

[19] R. MITTRA, Y.L. HOU, V. JAMNEJAD : "Analysis of open dielectric waveguides using Mode Matching Technique and variationnal Methods". IEEE Trans. MTT, Vol. MTT-28, n°1, pp 36-43, January 1980.

**CHAPITRE III:**

**ETUDE NUMERIQUE**

### **III.1 - LES PROBLEMES DE MISE EN OEUVRE**

La méthode du raccordement de modes génère, comme toute méthode de simulation, des problèmes numériques. Les principales difficultés qu'il faut lever dans sa phase finale d'élaboration concernent :

- La recherche des solutions dans le plan complexe.
- Le fait que la matrice regroupant les équations de continuité soit creuse, ce qui induit l'utilisation de méthodes de résolution propres à ce type de matrice.
- La taille du système matriciel auquel aboutit le formalisme utilisé ; ce qui peut accentuer les problèmes liés au mauvais conditionnement de cette matrice.
- Enfin, la nécessité de préciser les critères de convergence liés à la troncature des développements en série du champ, en tenant compte des caractéristiques géométriques de la structure étudiée.

Nous allons dans un premier temps nous intéresser à la première difficulté relative à la recherche des zéros dans le plan complexe.

#### **III.1.1 Recherche des zéros dans le plan complexe**

Plusieurs solutions s'offrent à nous :

- les méthodes itératives ;



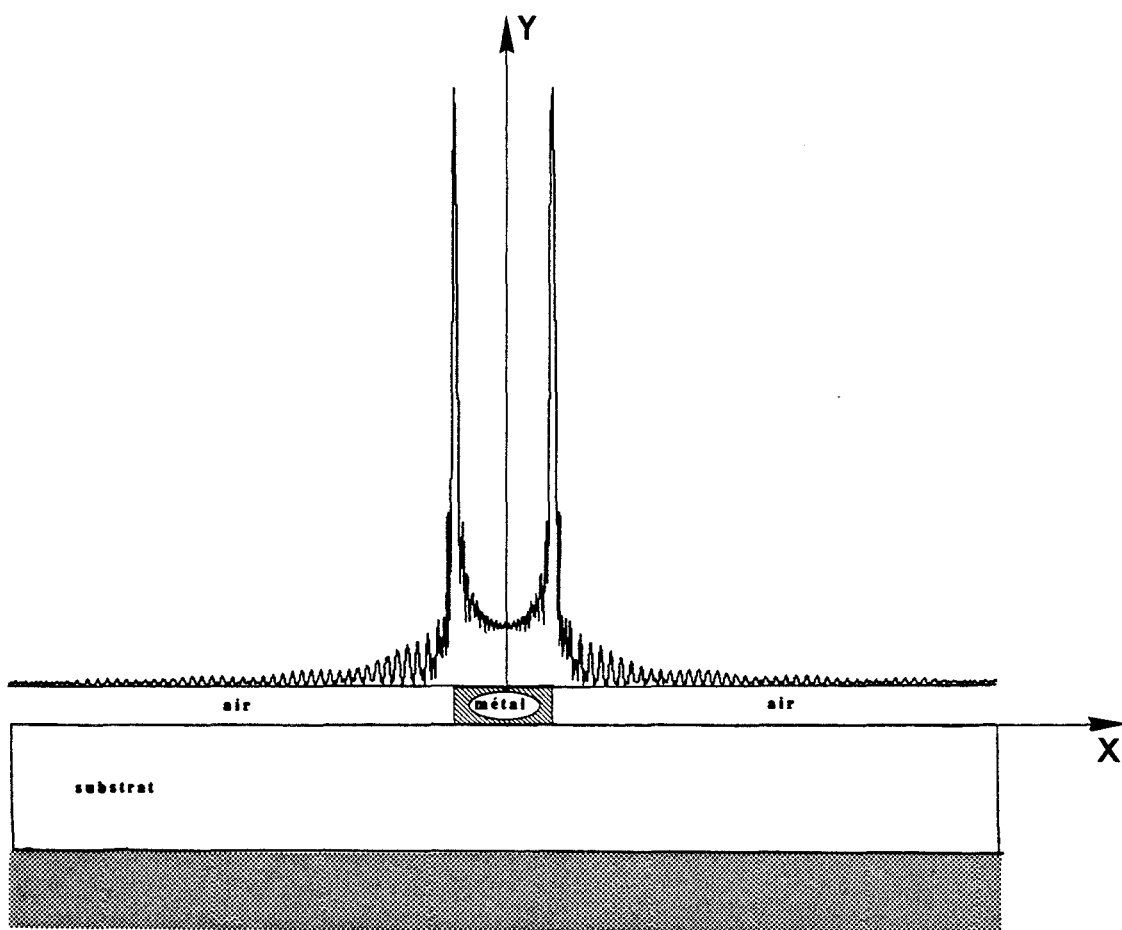
- les méthodes non itératives basées, par exemple, sur l'application du calcul des résidus, ou sur des techniques d'interpolation d'une fonction à deux dimensions.

De nombreuses méthodes itératives existent dans la littérature, mais elles sont fortement conditionnées par le choix très critique de la valeur initiale pouvant générer éventuellement un processus de divergence.

Ce type de méthode, compte tenu de la dynamique des grandeurs mises en jeu et des tailles des systèmes matriciels que nous risquons de rencontrer n'offrent pas des conditions optimales.

De ce fait, nous avons choisi une méthode basée sur l'application du calcul de résidus des fonctions de variable complexe [1]. Cependant, nous devons vérifier que le déterminant du système matriciel appartient à la classe des fonctions méromorphes  $f(z)$ , dans un domaine  $D$  du plan complexe limité par un contour  $\Gamma$ .

Signalons qu'en outre, une méthode d'interpolation quadratique, connue sous le nom de méthode de MULLER [2], peut apporter un gain de temps appréciable lors d'une exploitation systématique du programme. Il faut néanmoins souligner que cette méthode reste sensible au choix de la valeur initiale.



**FIGURE III.1:** évolution du module du champ  $H_x$

A ce stade, deux problèmes étroitement imbriqués subsistent :

- la taille de la matrice regroupant les équations de continuité.
- Les critères de convergences.

### III.1.2 Le système matriciel

Les champs électriques et magnétiques, dans les différentes régions du plan de section droite de la ligne microruban, sont issus de développement en série, faisant intervenir les fonctions propres de chaque région. Comme dans toute étude de ce type, nous nous trouvons confrontés aux problèmes classiques de la troncature des développements.

Ce choix dans l'ordre maximal affecté aux développements des champs, est d'autant plus drastique, que les champs transverses possèdent de fortes discontinuités au niveau des arêtes métalliques [3] [4].

La figure III.1 rappelle à titre d'exemple, une évolution typique de l'une des composantes du champ électromagnétique : la composante de champ magnétique  $H_x$ . La taille  $2(2m + \nu + \mu)$  du système matriciel décrit au chapitre II est donc directement liée au nombre de fonctions propres  $m$  injectées notamment pour respecter ces effets de pointes.

Notre soucis est d'effectuer le calcul du déterminant avec un maximum d'efficacité. Nous avons donc contracté le système matriciel de façon à ne faire intervenir que les pondérations des champs des régions "fente" et "ruban".

Une deuxième exigence du traitement électromagnétique des structures planaires impose de vérifier la continuité des composantes de champs, tangentielles aux différentes interfaces. Rappelons que le ruban métallique est considéré comme un domaine à part entière.

De ce fait, le très fort contraste de permittivité complexe existant entre le ruban, et toutes les régions adjacentes, va accroître considérablement la dynamique des grandeurs mises en jeu.

Dans ces conditions, on conçoit toute la difficulté d'assurer :

- d'une part, la reconstitution des champs présentant des effets de pointe,
- et d'autre part, de vérifier la continuité effective des champs à l'interface entre deux domaines adjacents.

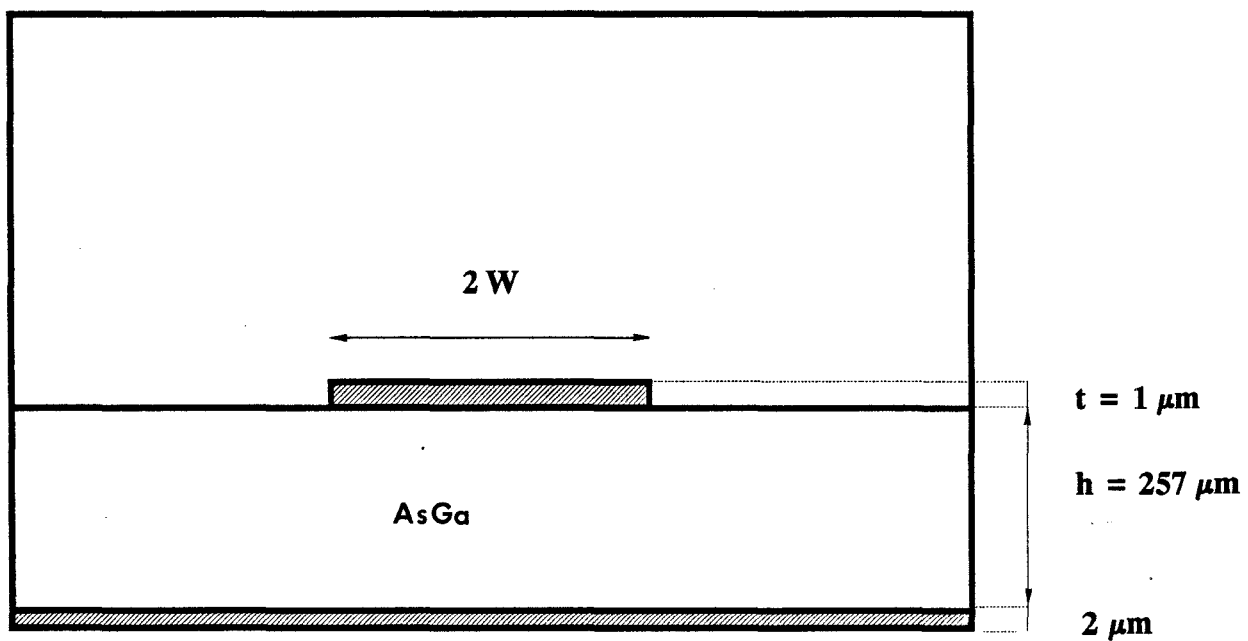
De ces exigences naissent les problèmes de convergence numérique que nous évoquerons par la suite, mais aussi, des risques de cumulation d'erreurs numériques. Pour pallier en partie ce dernier inconvénient, tous les calculs sont effectués en double précision.

### **III.1.3 Caractéristiques géométriques et électriques des structures étudiées**

Avant d'aborder l'étude de la convergence, il est important de préciser les conditions dans lesquelles celle-ci est effectuée.

Plutôt que de choisir des structures de propagation quelconques, nous nous sommes inspirés des paramètres de lignes microrubans réalisées dans la centrale de technologie du laboratoire.

Ces conditions d'étude sont donc liées aux caractéristiques physiques et géométriques des lignes.



**FIGURE III.2:** caractéristiques géométriques de la ligne microruban

En ce qui concerne les caractéristiques physiques, notre choix s'est porté sur un substrat d'arseniure de gallium de permittivité relative  $\epsilon_r = 12,9$ , semi-isolant de conductivité  $\sigma = 10^{-7} \text{S/cm}$ .

Les paramètres géométriques peuvent être scindés en deux groupes :

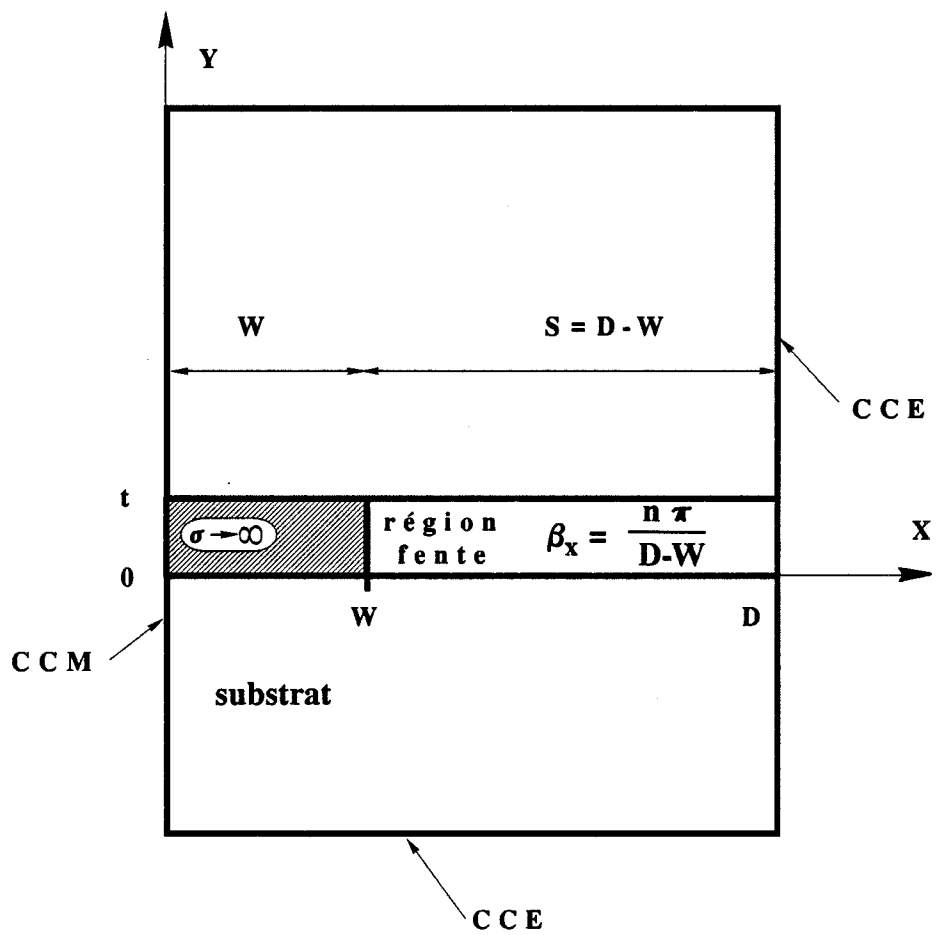
- Le premier a trait aux dimensions du boîtier métallique. Rappelons que les murs électriques verticaux sont en moyenne placés à une distance comprise entre cinq et vingt fois la largeur du ruban. La hauteur du boîtier est choisi de manière à minimiser son influence.

- Le second groupe de paramètres porte sur les dimensions transversales de la ligne microruban figure III.2. Les largeurs  $2W$  des lignes déposées sur un substrat d'épaisseur  $257 \mu\text{m}$  sont répertoriées dans le tableau suivant :

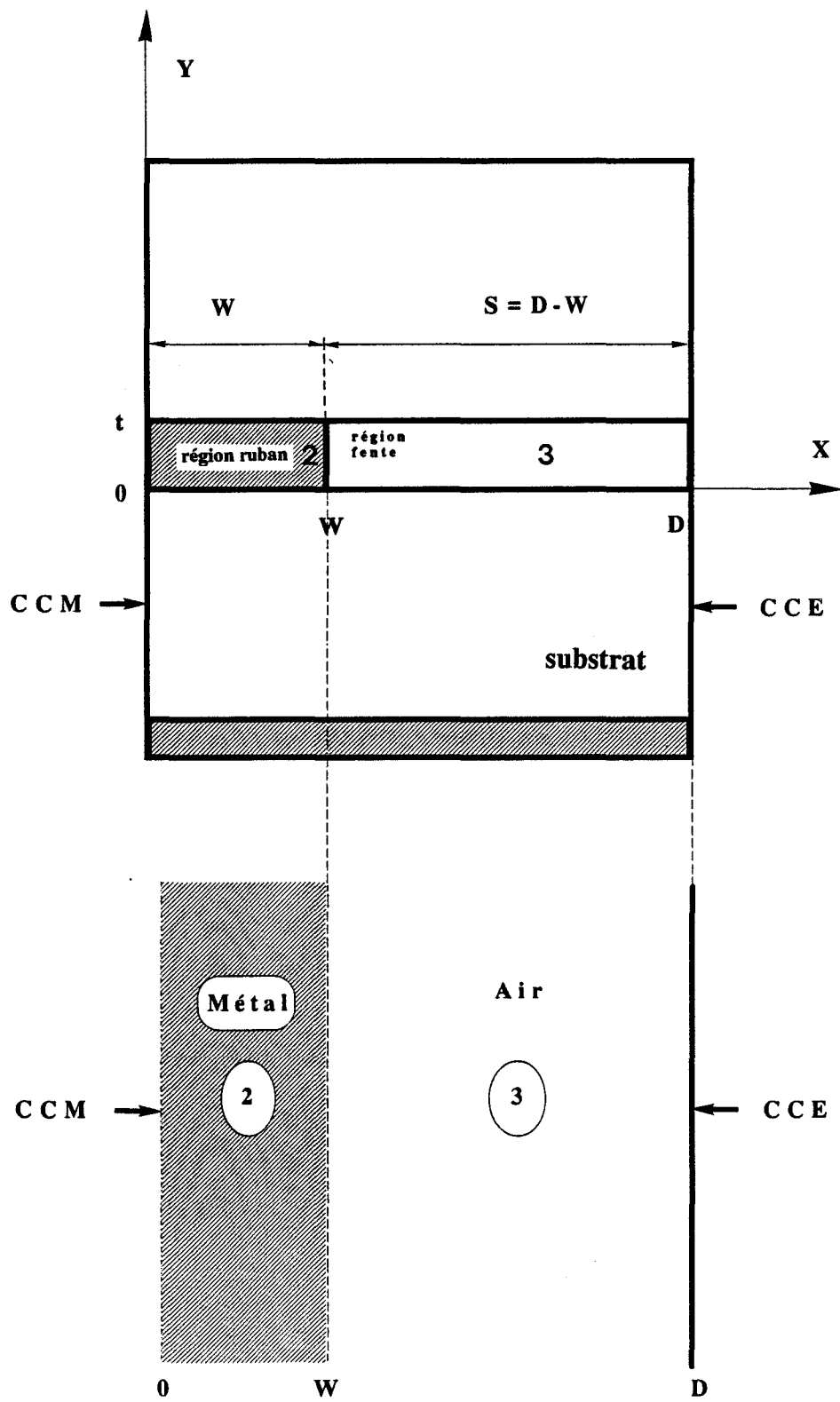
$2W (\mu\text{m})$	350	175	100	30	10
$h(\mu\text{m})$	257				
$\frac{2W}{h}$	1,4	0,7	0,4	0,12	0,04

Le ruban est constitué d'un dépôt d'or de conductivité  $\sigma = 4,1 \cdot 10^5 \text{ S/cm}$  et possède, dans le cadre de cette étude, une épaisseur de  $1 \mu\text{m}$ .

Afin de ne pas alourdir cet exposé, nous allons donc baser notre recherche d'un critère de convergence autour des valeurs extrêmes des largeurs  $2W$  regroupées dans le tableau précédent, à savoir,  $2W = 350 \mu\text{m}$  et  $2W = 10 \mu\text{m}$ .



**FIGURE III.3.a:** discrétisation du vecteur d'onde de la région "fente" pour la ligne microruban idéale



**FIGURE III.3.b:** guide plan infini dans la direction  $Oy$ , équivalent à la région "fente-ruban".

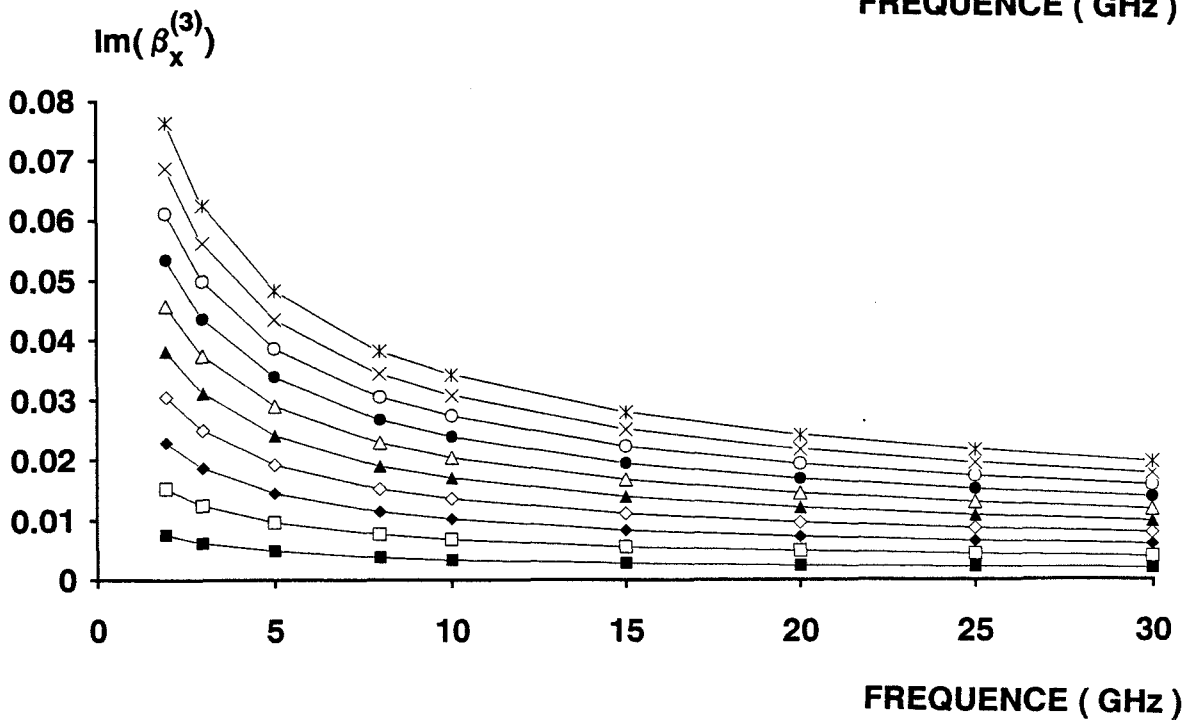
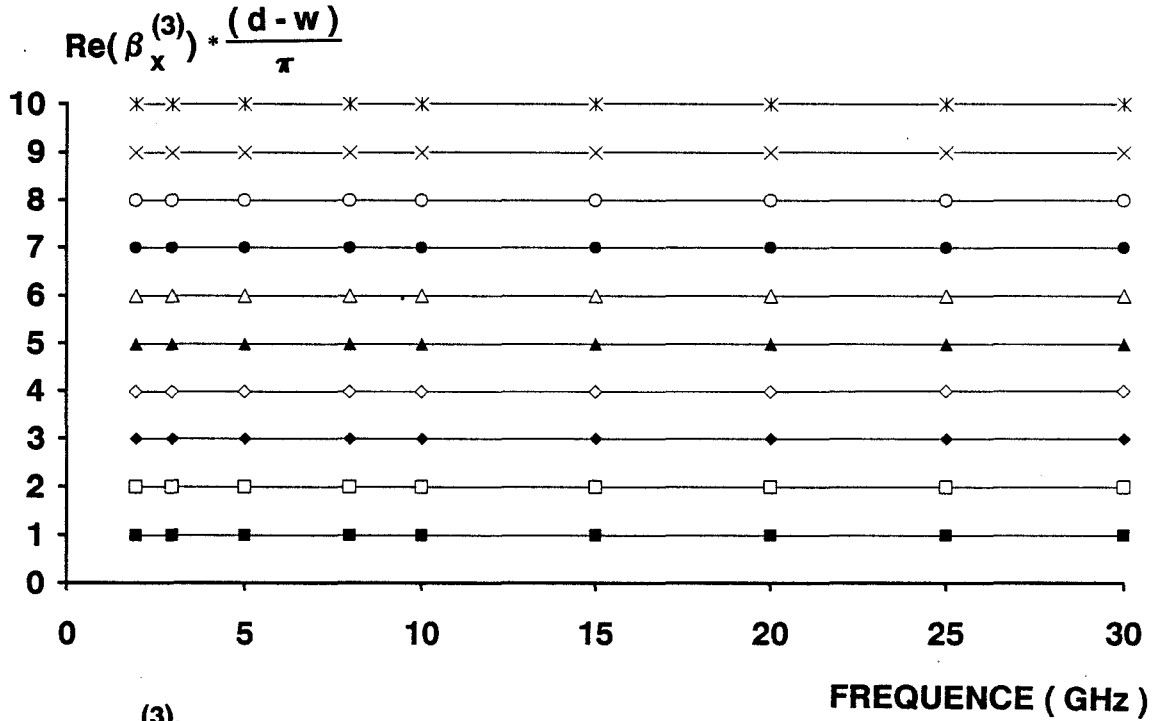
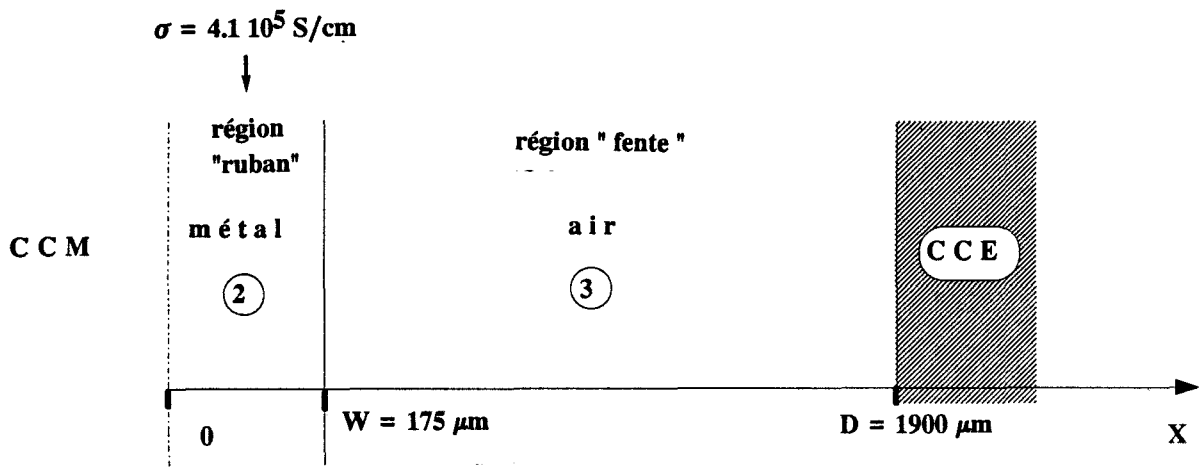


Nous entreprendrons l'étude complète de la ligne de largeur 350  $\mu\text{m}$ . Au vue des résultats obtenus, nous déterminerons les premiers éléments de réponse concernant la stabilité et la convergence relative de la constante de propagation complexe. Cette première analyse couplée à celle de la ligne de largeur 10  $\mu\text{m}$  nous permettra en définitive de formuler un critère heuristique de convergence, que l'on qualifiera de convergence relative.

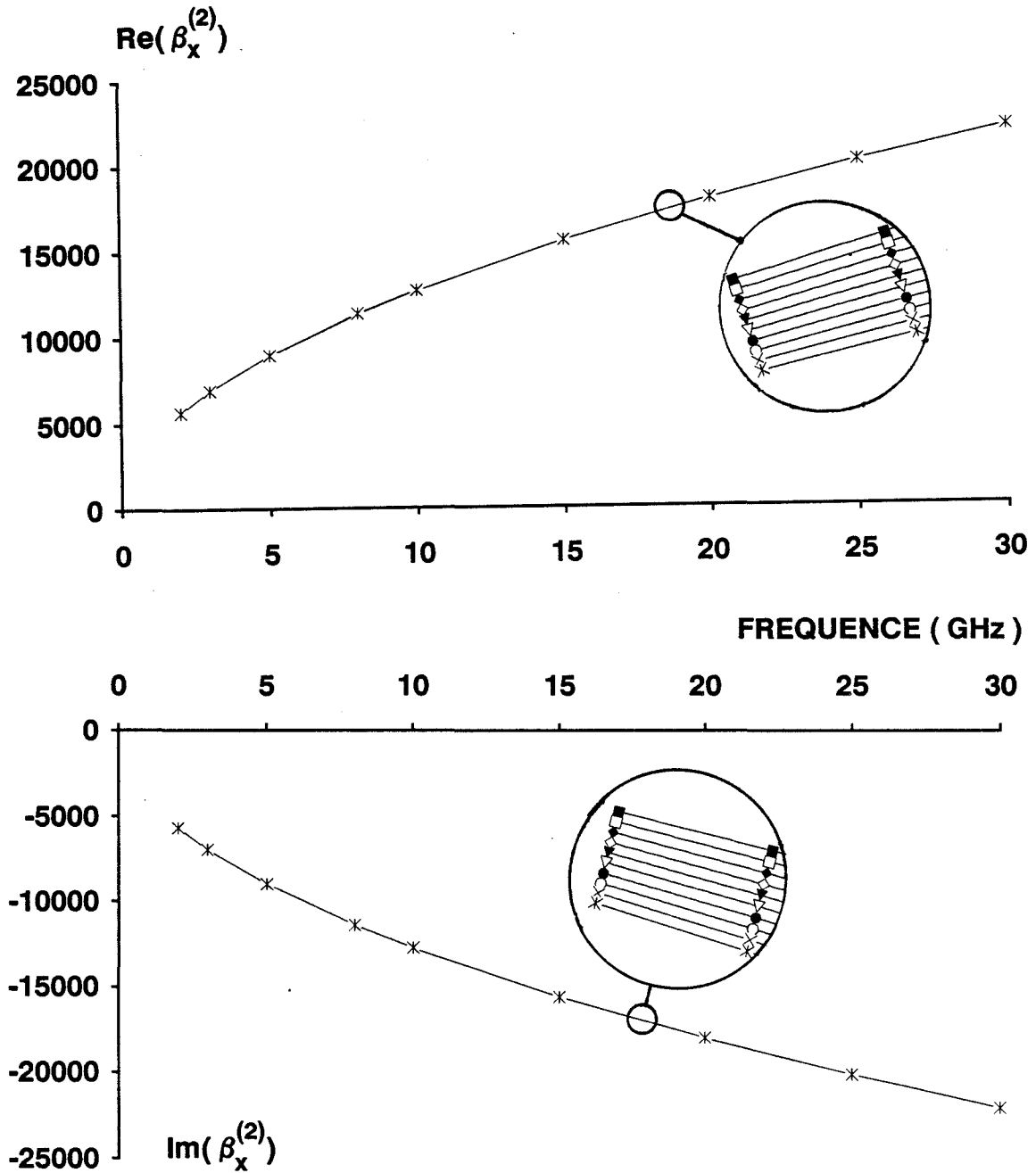
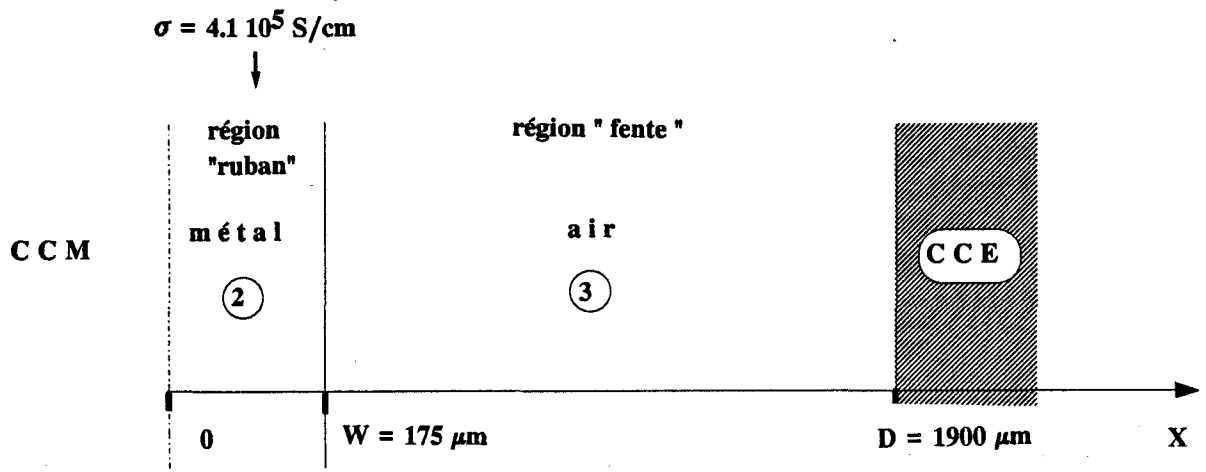
### **III.2 - ETUDE NUMERIQUE**

Dans la méthodologie employée lors de l'application de la méthode du raccordement de modes, il faut se rappeler :

- que la méthode de raccordement de modes classique ne s'applique qu'au cas des lignes de propagation constituées de rubans métalliques parfaits ( $\sigma \rightarrow \infty$ ), mais d'épaisseurs finies. Les vecteurs d'onde  $\beta_x$  de la région fente de la ligne microruban, délimitée par deux murs électriques parfaits, sont donc tous discrétisés suivant les valeurs  $\frac{N \Pi}{D - W}$  figure III.3.a.
- Pour la ligne microruban réelle, la prise en compte du caractère finie de la conductivité ne permet plus cette discrétisation. Nous devons donc recourir en préambule, à la recherche du spectre des vecteurs d'onde d'une structure intermédiaire, du type guide plan parallèle, constituée d'une couche d'air (la région "fente") et d'une couche métallique (le ruban) figure III.3.b. On parle alors de méthode du raccordement de modes modifiée.



**FIGURE III.4.a:** Mode  $\text{TE}_x$  "OSCILLANT dans l'air"  
 évolution fréquentielle de la partie réelle normalisée et imaginaire  
 du vecteur d'onde  $\beta_x^{(3)}$  de la région "fente"



**FIGURE III.4.b:**

**Mode TEx "OSCILLANT dans l'air"**

**évolution fréquentielle de la partie réelle et imaginaire du vecteur d'onde  $\beta_x^{(2)}$  de la région "ruban"**

### III.2.1 Etude de la convergence pour la ligne microruban de largeur 350 $\mu\text{m}$

#### III.2.1.1. Le spectre des vecteurs d'onde $\beta_x$ des régions "fente" et "ruban"

Pour la décomposition en modes TEx et TMx adoptée au chapitre II, la solution du problème aux valeurs propres du guide plan parallèle passe par la résolution des équations transcendantes suivantes :

$$(1) \quad \frac{\beta_{xv}^{(2)}}{\varepsilon_2} \cotg(\beta_{xv}^{(2)} W) = \frac{\beta_{xv}^{(3)}}{\varepsilon_3} \tg(\beta_{xv}^{(3)} (D-W)) \quad (\text{TMx})$$

$$(2) \quad \beta_{x\mu}^{(2)} \tg(\beta_{x\mu}^{(2)} W) = \beta_{x\mu}^{(3)} \cotg(\beta_{x\mu}^{(3)} (D-W)) \quad (\text{TEx})$$

Ainsi, la recherche des racines de ces équations dans le plan complexe aboutit aux évolutions fréquentielles des nombres d'onde  $\beta_x^{(2)}$ ,  $\beta_x^{(3)}$  des régions "fente" et "ruban". Ces évolutions, regroupées dans le cas des dix premiers modes TEx figures III.4.a et III.4.b, sont présentées à titre d'exemple dans la bande de fréquences 2 à 30 GHz.

Une analyse succincte met en évidence les points suivants :

- Les nombres d'onde  $\beta_x^{(3)}$  calculés dans le domaine "fente" comportent une très faible partie imaginaire, figure III.4.a. Leurs parties réelles sont pratiquement discrétisées suivant les valeurs  $\frac{Na \Pi}{D - W}$ , où  $D - W$  représente la distance séparant le mur électrique parfait de la paroi verticale du ruban. On notera que ces parties réelles sont très proches de celles définies précédemment dans le cas où le ruban métallique est

parfait. Ceci n'est pas surprenant compte tenu de la valeur importante de la conductivité du matériau.

- Quant aux différents nombres d'onde complexes  $\beta_x^{(2)}$  déterminés dans la couche métallique, leurs parties réelles et imaginaires possèdent une grande dynamique et sont toutes pratiquement égales.

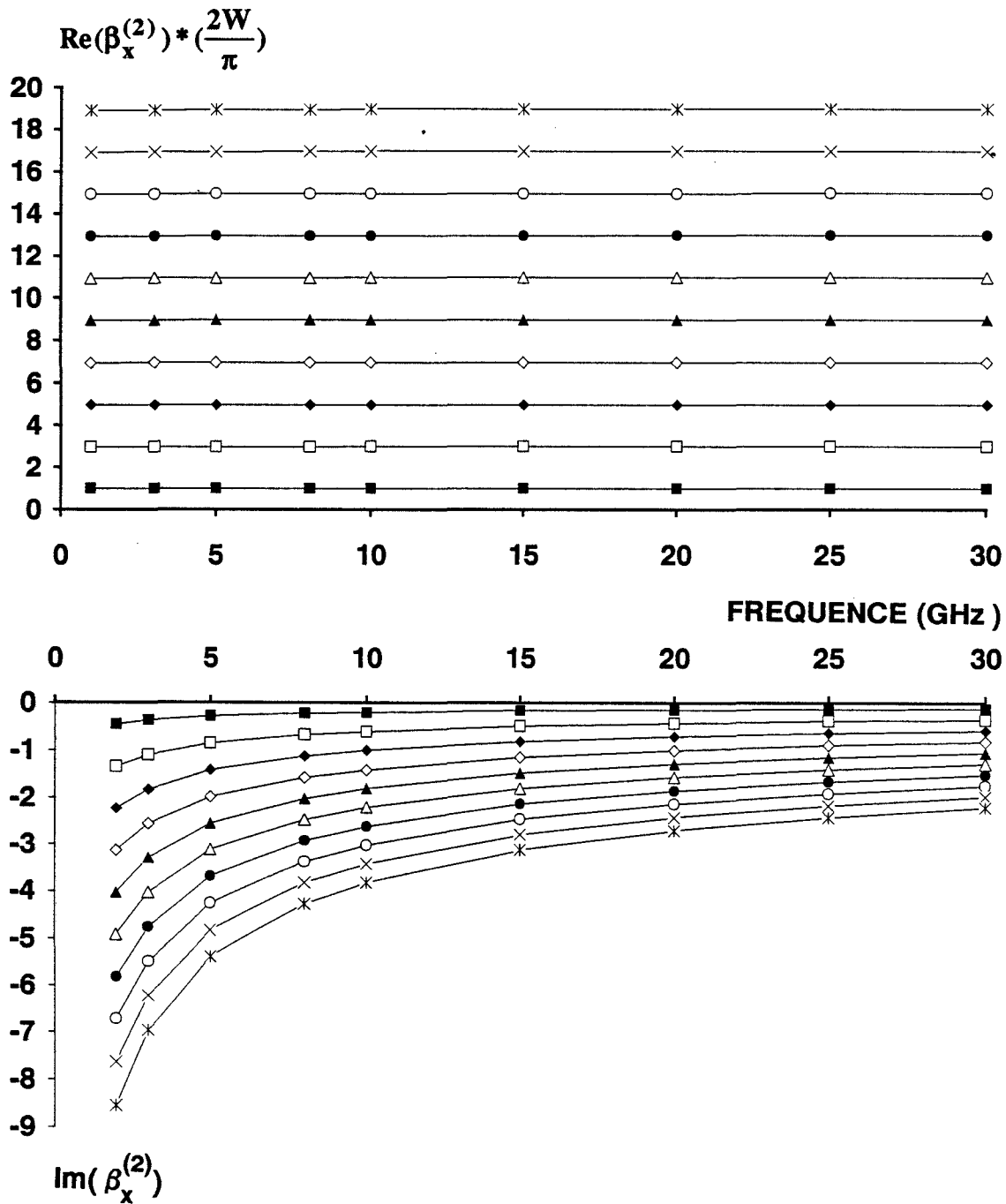
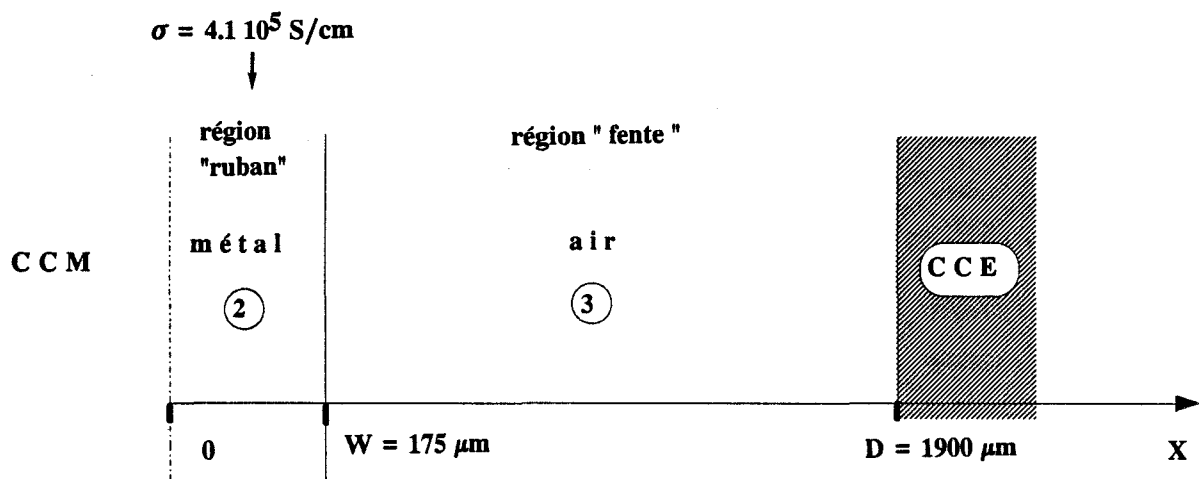
La structure guide plan parallèle bicouche étudiée dans ce mémoire présente un caractère non conventionnel. De ce fait, nous nous sommes aussi intéressés aux évolutions spatiales des champs associés aux différents modes TEx. Celles-ci sont en définitive classiques, car les champs sont oscillants dans l'air (la région fente ③) et très rapidement décroissants dans le matériau métallique (la région ruban ②).

A ce stade, nous pouvons effectuer l'analogie avec l'effet de peau en ce qui concerne la pénétration des champs dans le matériau métallique.

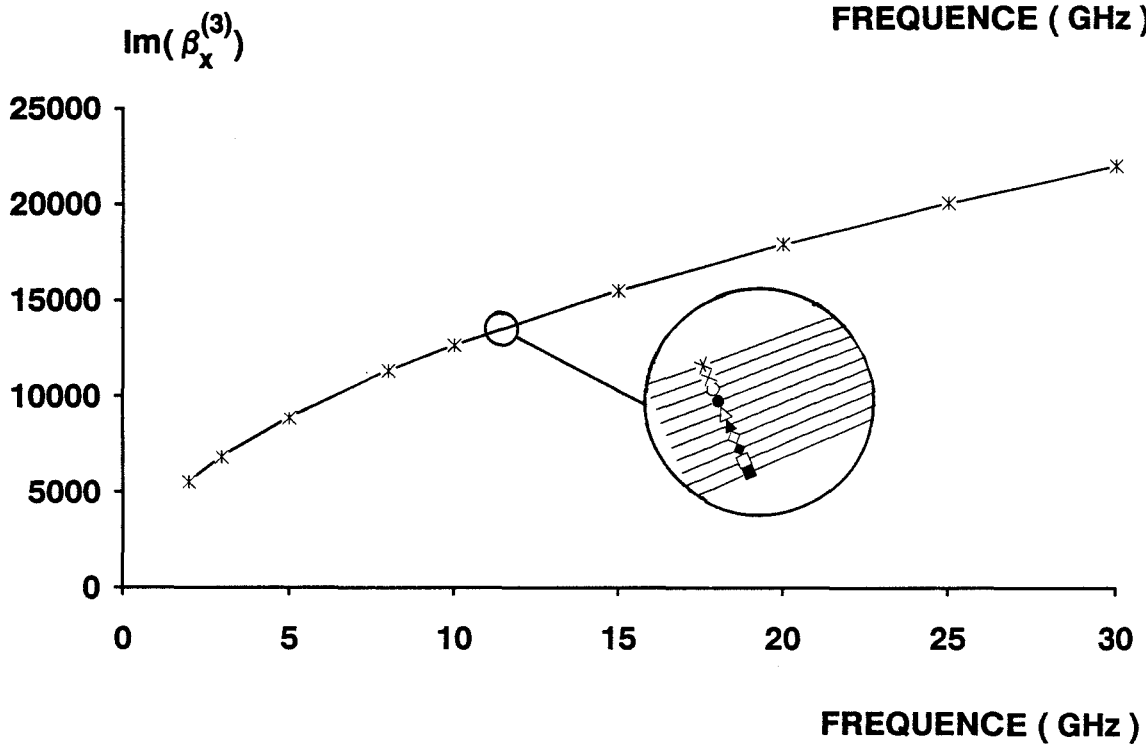
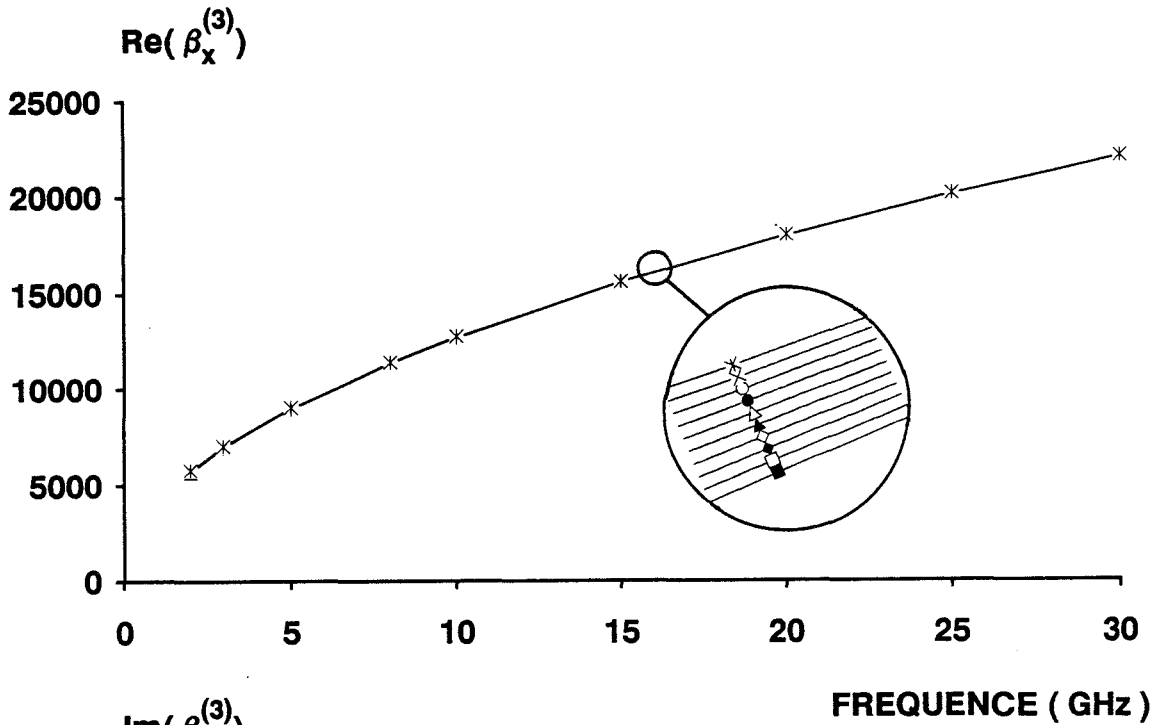
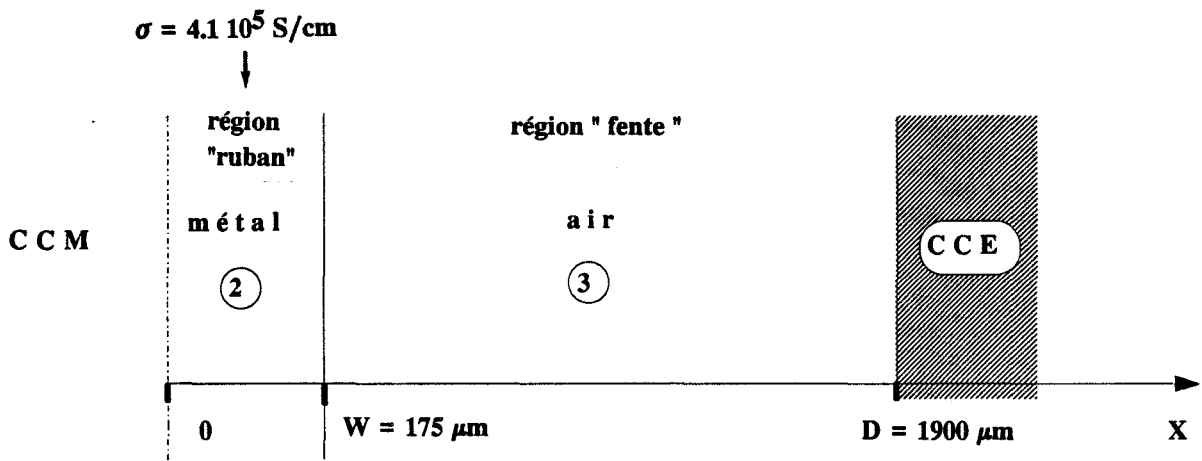
Nos remarques concernant le spectre des modes TMx sont en tout point similaires à celles évoquées précédemment pour les modes TEx.

Pour ce type de modes TEx et TMx, la structure étudiée se rapproche plutôt d'un guide plan parallèle de largeur  $D - W$ , rempli d'air. Ce guide plan est alors délimité par un mur électrique parfait à l'abscisse  $x = D$  d'une part, et par un mauvais plan de masse situé à l'abscisse  $x = W$  d'autre part.

Ainsi, par souci de simplification, nous affectons aux modes TEx et TMx la dénomination suivante : modes "oscillants dans l'air". Bien qu'il s'agisse d'un abus de langage, cette notation présente l'avantage d'être concise.



**FIGURE III.5.a:** Mode TE<sub>x</sub> "OSCILLANT dans le métal"  
 évolution fréquentielle de la partie normalisée et imaginaire du  
 vecteur d'onde  $\beta_x^{(2)}$  de la région "ruban"



**FIGURE III.5.b:** Mode TE<sub>x</sub> "OSCILLANT dans le métal"  
 évolution fréquentielle de la partie réelle et imaginaire du vecteur d'onde  $\beta_x^{(3)}$  de la région "fente"

Comme nous l'avons signalé au chapitre II, le spectre des modes TEx et TMx de la structure guide plan parallèle bicouche doit être complet. Une recherche plus approfondie dans le plan complexe, montre qu'il existe une deuxième famille de solutions très différente de la première, vérifiant les équations (1), (2), avec laquelle nous ne sommes pas familiers.

Les spécificités de cette famille constituent le deuxième volet de notre étude. Dans ce contexte, nous avons choisi de représenter le spectre des dix premiers modes TEx afin de compléter celui décrit précédemment pour les modes TEx "oscillants dans l'air". Les évolutions des nombres d'onde complexes des régions "fente" (air) et "ruban" (le métal), dans la bande de fréquences 2 à 30 GHz, suscitent quelques commentaires.

Dans la région "ruban métallique" (région ②) :

Les parties réelles des nombres d'onde complexes normalisés  $\beta_x^{(2)}$  figure III.5.a sont toutes pratiquement discrétisées suivant les valeurs  $\frac{Nm \Pi}{2W}$ , où  $2W$  représente la largeur du ruban. Les parties imaginaires sont toujours très faibles comparées aux parties réelles.

Dans la région "fente" (région ③) :

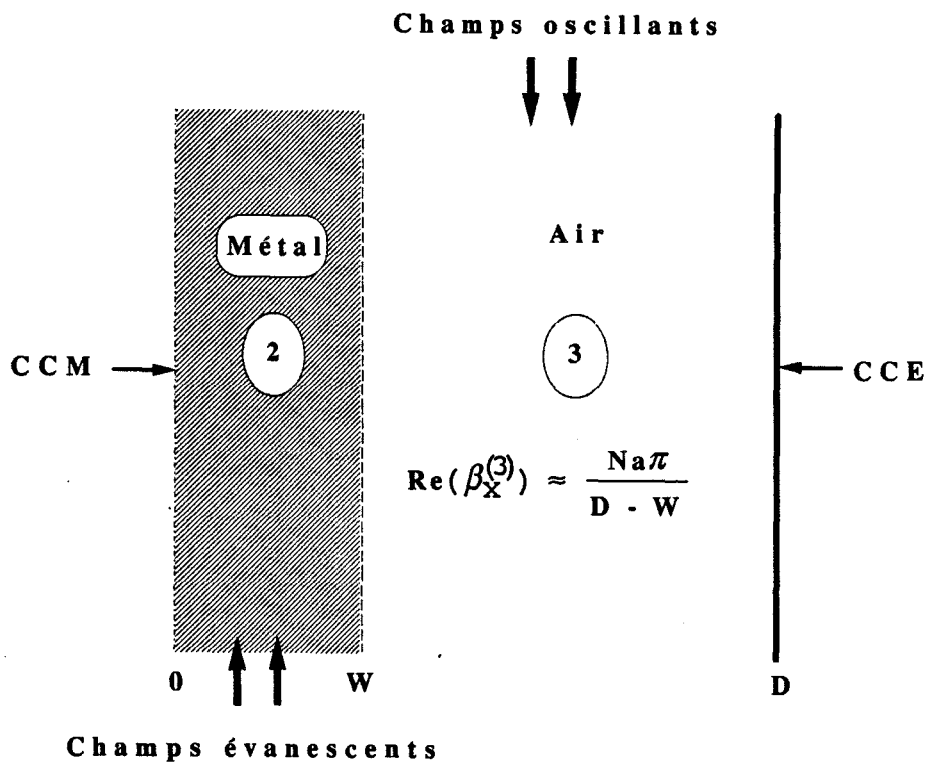
Les nombres d'onde complexes  $\beta_x^{(3)}$  possèdent des parties réelles et imaginaires de grandes dynamiques, et quasiment indissociables sur le relevé figure III.5.b.

L'étude des évolutions spatiales des champs de cette famille de modes montrent :

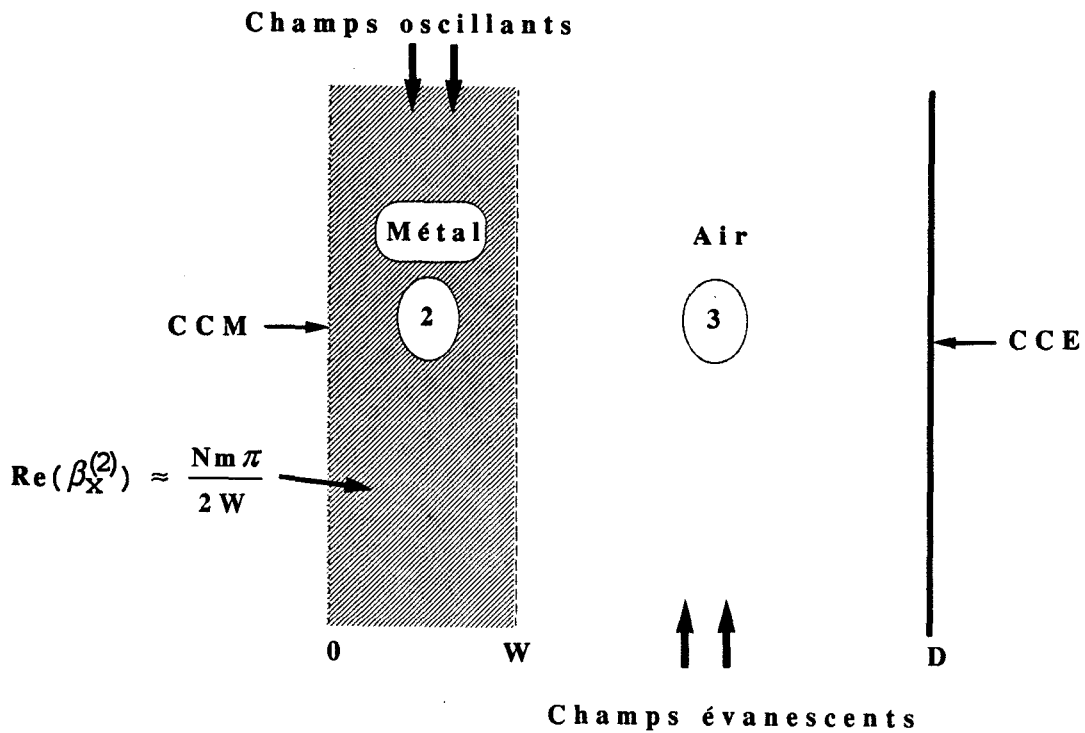
- d'une part, que les champs sont oscillants dans la couche métallique,



### MODES "OSCILLANTS DANS L'AIR"



### MODES "OSCILLANTS DANS LE RUBAN"



**FIGURE III.6:** les deux familles de modes existant dans la structure guide plan, équivalente aux régions "fente-ruban"

- et d'autre part, qu'ils décroissent très rapidement dans la région "fente" constituée d'air dans le cas présent.

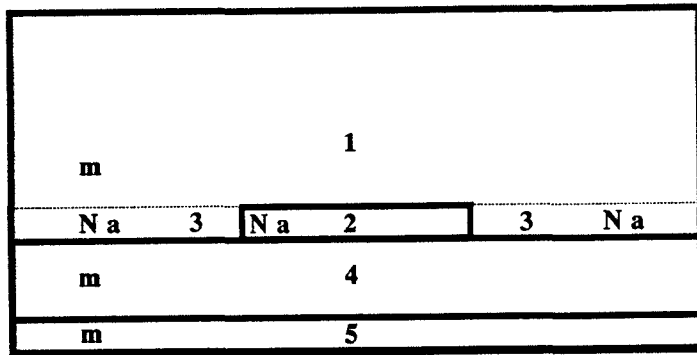
En effectuant l'analogie avec la dénomination précédente, nous qualifierons ces modes, de modes **"oscillants dans le métal"**.

Si nous faisons abstraction de la nature de la couche diélectrique d'épaisseur  $2W$  constituant notre structure de propagation, ce type de modes s'apparente fortement aux modes de surface du guide plan classique [5]. Cependant, il faut signaler que la constante de propagation complexe  $\beta_z^*$  des modes "oscillants dans le métal" possède une partie réelle et imaginaire de grande amplitude et de même ordre de grandeur ( $\beta_z \# \alpha_z$ ).

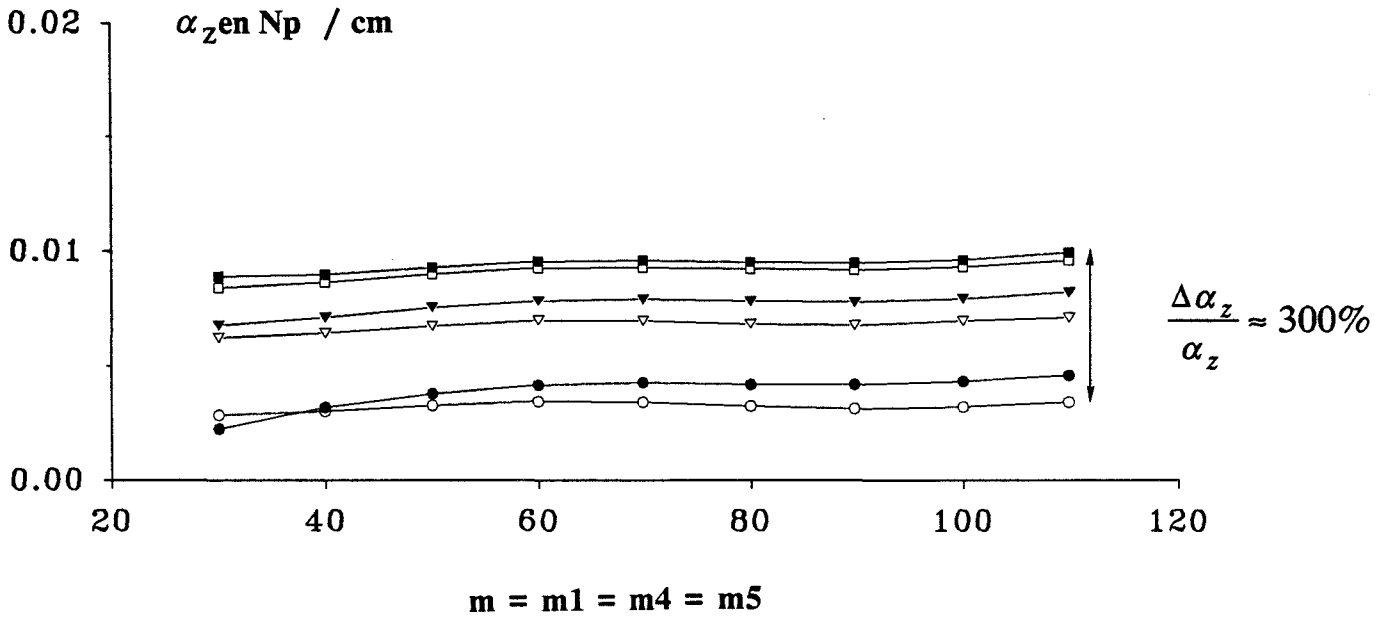
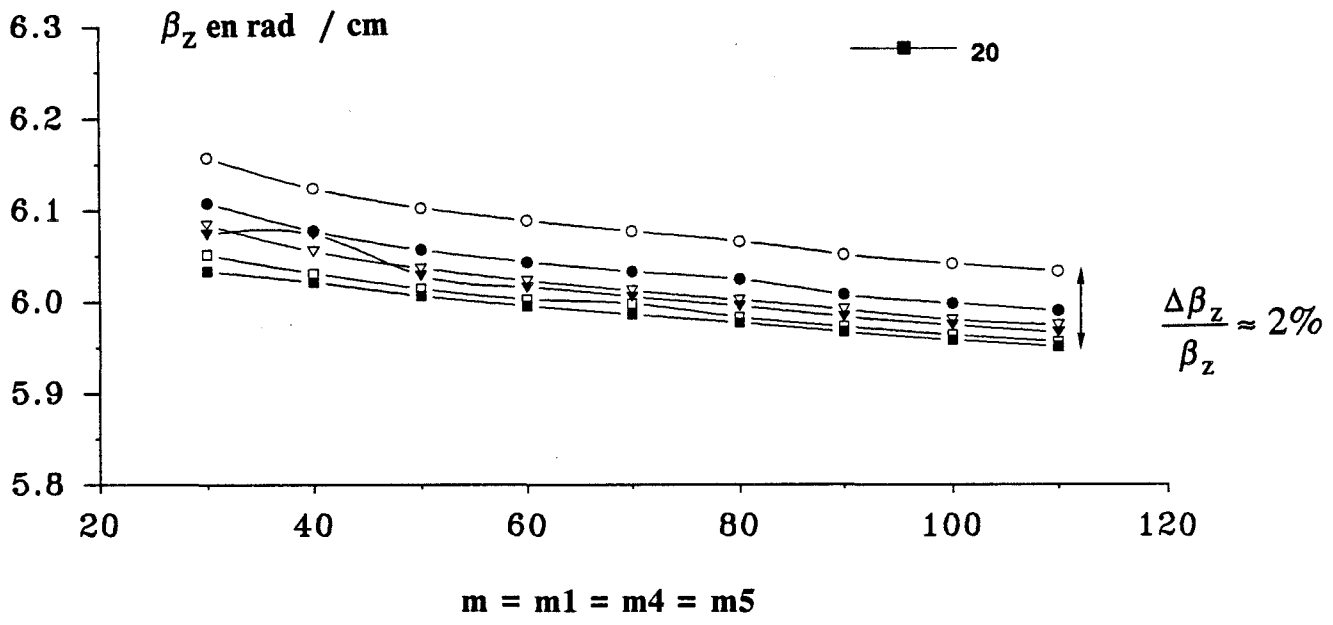
Par souci de clarté, nous avons délibérément occulté la présentation de l'évolution fréquentielle du spectre des modes  $TM_x$  ; ceux-ci comportant des caractéristiques similaires à celles des modes  $TE_x$ .

Ainsi, avant d'aborder l'étude de la convergence, nous rappelons brièvement figure III.6, les caractéristiques des deux familles de modes mises en jeu :

- la première, classique, où les champs sont oscillants dans l'aire et décroissent dans le matériau métallique,
- la seconde, moins conventionnelle, où les champs sont oscillants dans la couche métallique d'épaisseur  $2W$  et sont évanescents dans l'air.



- Na:** nombre de modes "oscillants dans l'air", injecté dans les régions 2 et 3
- 3
  - 5
  - ▽ 8
  - ▼ 10
  - 15
  - 20



**FIGURE III.7:** évolution de la constante de propagation complexe en fonction du nombre  $m$  de fonctions propres injectées dans les régions 1,4,5 à la fréquence 10 GHz (  $2W=350\mu\text{m}, 2D=3800\mu\text{m}, t=1\mu\text{m}$  )

### III.2.1.2. Recherche d'un critère de convergence

Les vecteurs d'onde  $\beta_x^{(i)}$  des domaines situés de part et d'autre des régions "fente - ruban" sont discrétisés suivant les valeurs  $\frac{m_i \Pi}{2D}$ , du fait de l'existence de murs électriques et magnétiques parfaits. Ils possèdent tous la même période spatiale  $2D$ . De ce fait, nous tronquons à l'ordre  $m$ , chacun des développements en série des champs  $m_1, m_4, m_5$  affecté respectivement aux domaines 1 (l'air), 4 (le substrat), 5 (le plan de masse).

Nous disposons désormais de tous les éléments nécessaires à l'étude de la convergence de la constante de propagation complexe du mode fondamental.

A ce titre, nous présentons figure III.7, à la fréquence 10 GHz, l'évolution de la constante de phase et de l'affaiblissement. Nous avons reporté en abscisse le nombre  $m$  de modes TE et TM injectés successivement dans les régions "air-substrat-plan de masse". Le paramètre intervenant dans ces évolutions ne concerne, dans un premier temps, que le nombre  $N_a$  de modes "oscillants dans l'air"  $TE_x$  et  $TM_x$ , utilisés pour la reconstitution des champs dans les régions "fente-ruban".

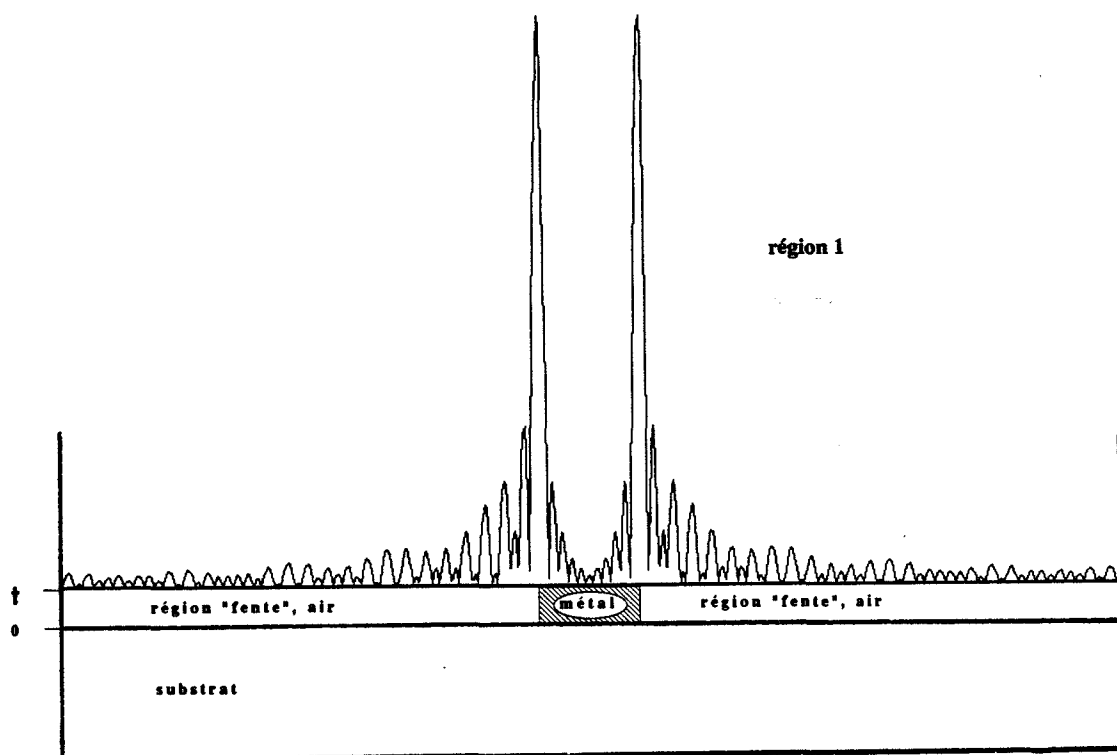
L'analyse de ces premières évolutions met en relief les deux points suivants :

- A nombre  $N_a$  fixe de modes "oscillants dans l'air", la constante de phase  $\beta_z$  décroît lentement et l'atténuation  $\alpha_z$  garde une valeur pratiquement stable pour  $m$  variant de 20 à 110.

- Dans le même esprit, pour un nombre  $m = 110$  modes TE et TM injectés dans les régions "air-substrat-plan de masse", on notera un écart relatif  $\frac{\Delta \beta_z}{\beta_z} \# 2 \%$  et  $\frac{\Delta \alpha_z}{\alpha_z} \# 300 \%$  lié à  $N_a = 5$  et 20 modes injectés dans les domaines "fente - ruban".

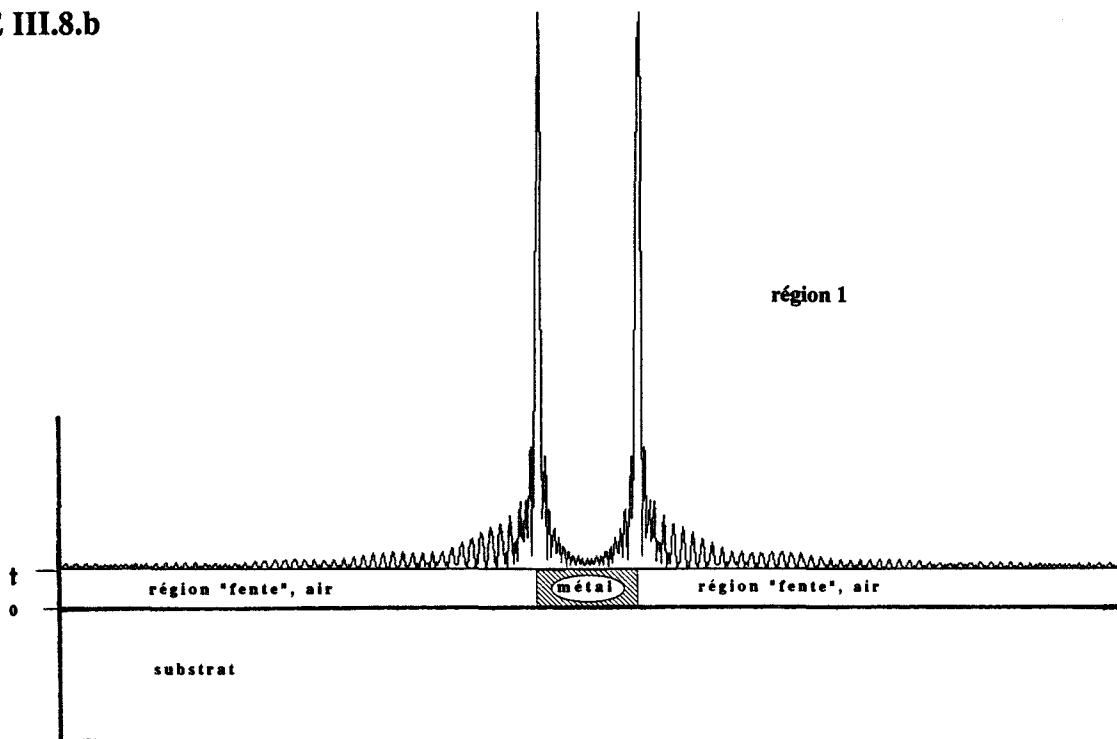
FIGURE III.8.a

$m = 60$



$m = 120$

FIGURE III.8.b



**FIGURE III.8:** évolution de la composante de champ  $H_x^{(1)}$  vu de la région (1) sur l'interface en  $y=t$ , à la fréquence 10 GHz (  $2W=350\mu\text{m}$ ,  $2D=3800\mu\text{m}$ ,  $t=1\mu\text{m}$  )

Bien que le coefficient d'atténuation soit plus sensible au paramètre  $N_a$ , on observe globalement une lente convergence des parties réelles et imaginaires de la constante de propagation complexe. Afin d'établir des liens plus probants entre les paramètres géométriques et les paramètres  $m$  et  $N_a$  de troncature des développements en série des champs, il nous paraît important de soulever les questions suivantes :

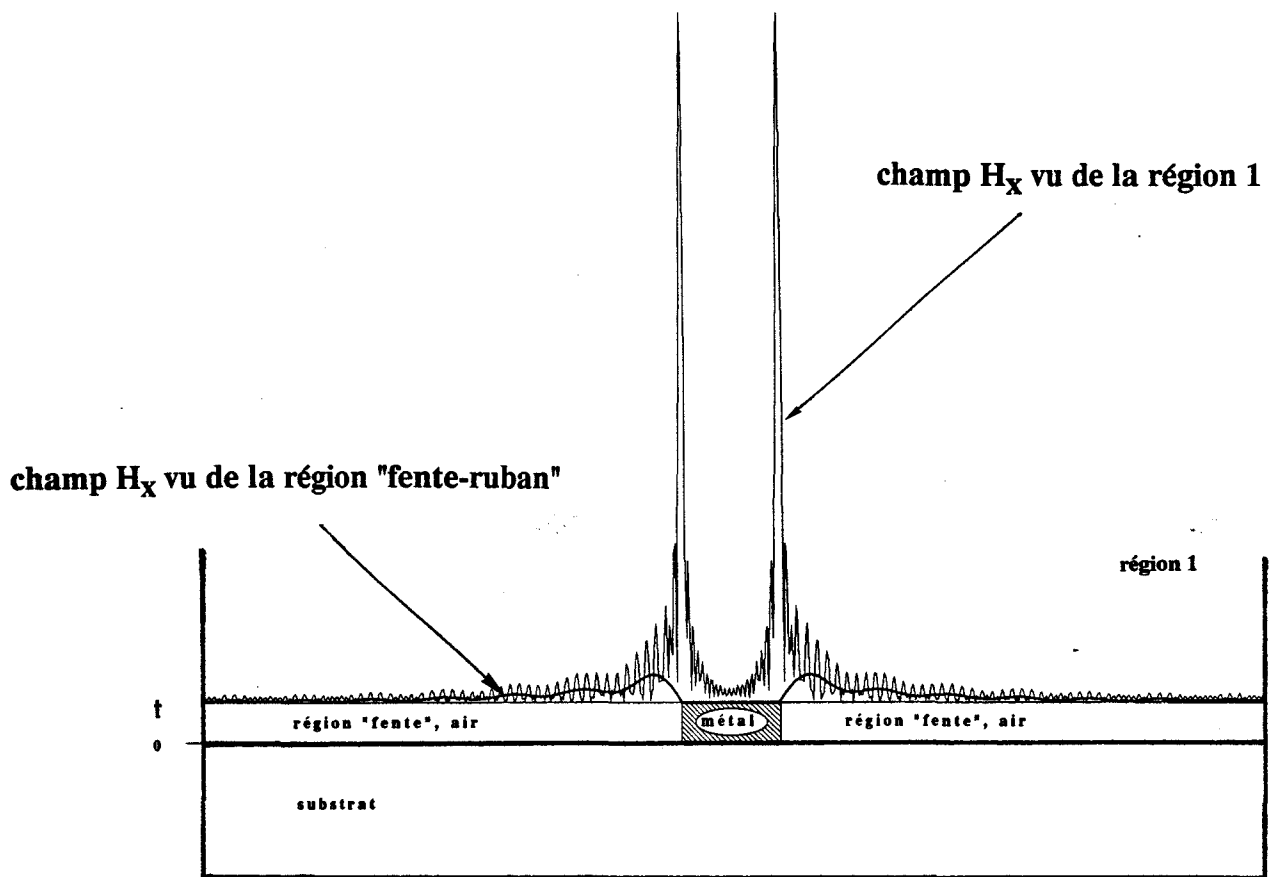
Quel est le nombre de fonctions propres assurant une reconstitution correcte des effets de pointe présentés par les composantes transversales du champ électromagnétique ?

De même, y-a-t-il continuité des champs tangentiels sur l'interface séparant les régions "fente-ruban" des régions adjacentes ?

A ce stade nous avons choisi de focaliser notre attention sur la composante de champ magnétique  $H_x$ . Les raisons qui motivent ce choix résident dans les faits suivants :

- Cette composante transversale est l'une des deux composantes de champ prépondérante du mode fondamental hybride étudié dans ce mémoire.
- Elle est en outre parallèle aux différentes interfaces horizontales séparant les domaines "air, fente-ruban, substrat et plan de masse".

La figure III.8 apporte une réponse à la première des deux questions précédentes. Le calcul du module de la composante de champ normalisée  $H_x^{(1)}$  est effectué, vue de la région 1 (l'air), sur l'interface localisée à l'ordonnée  $y = t$ . Cette interface sépare les régions "fente-ruban", dans lesquelles 10 modes "oscillants dans l'air" TE et TM sont injectés, de la région 1 (l'air). Dans cette région, l'ordre  $m$  du développement en série des champs, et plus particulièrement du champ  $H_x$ , prend les valeurs  $m = 60$  et  $m = 120$ .



**FIGURE III.9:** le champ magnétique  $H_x$  vu des régions (1) et "fente-ruban" à l'interface localisée en  $y=t$ , à la fréquence 10 GHz  
 (  $2W=350\mu\text{m}, 2D=3800\mu\text{m}, t=1\mu\text{m}$  )

Nous pouvons apprécier sur ces deux tracés :

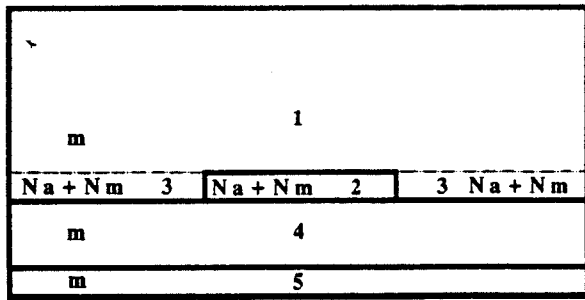
- la reconstitution déjà effective de l'effet de pointe lorsque 60 modes  $TE_x$  et  $TM_x$  sont utilisés figure III.8.a,
- l'allure globale du champ  $H_x$ , bien meilleure encore, quand l'ordre de troncature du développement en série atteint la valeur  $m = 120$ , figure III.8.b.

Dans le même esprit, nous avons également calculé le module normalisé de la composante de champ transverse  $H_x$  vue des régions, fente (la région 3) et ruban métallique (la région 2). Ce calcul est, bien entendu, effectué sur l'interface localisée en  $y = t$ . De cette manière, nous pouvons juger figure III.9 de la qualité du raccordement de cette composante de champ avec celle vue du côté air.

La réponse à la deuxième question que nous évoquions précédemment apparaît dès lors clairement.

- La continuité est respectée au niveau de la région fente, sauf au voisinage immédiat du coin.
- En revanche, il est clair que le champ magnétique  $H_x$  dans le ruban métallique possède une amplitude quasiment nulle et, est exempt des effets de pointe classiques. La continuité sur l'interface "air-métal" ne peut donc être assurée. Signalons en outre, qu'une importante augmentation du nombre de modes "oscillants dans l'air", injectés dans les régions "fente-ruban", n'apporte aucune amélioration sensible. D'un point de vue physique, rappelons que les champs des modes "oscillants dans l'air" décroissent très rapidement dans le matériau métallique. Il semble alors





Nm: nombre de modes  
"oscillants dans le métal"

- \*— 15
- 10
- ▼— 8
- ▽— 5
- 2
- 0

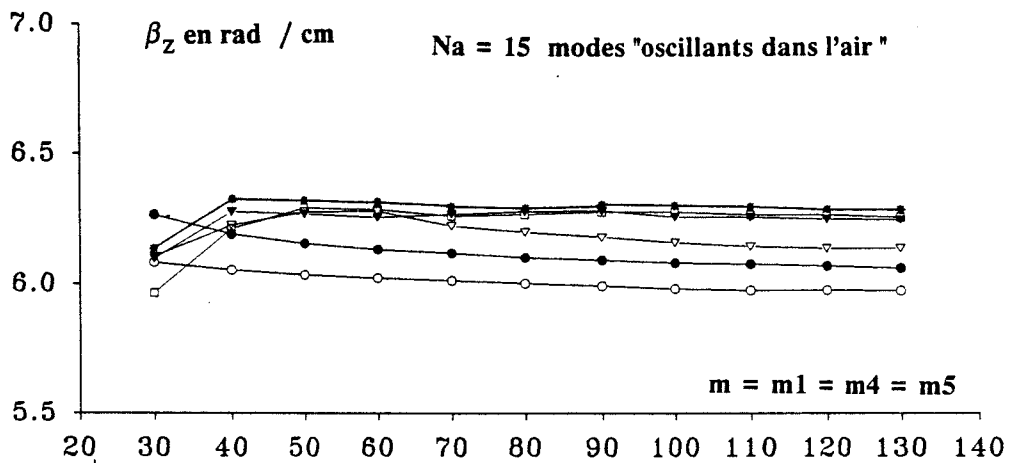
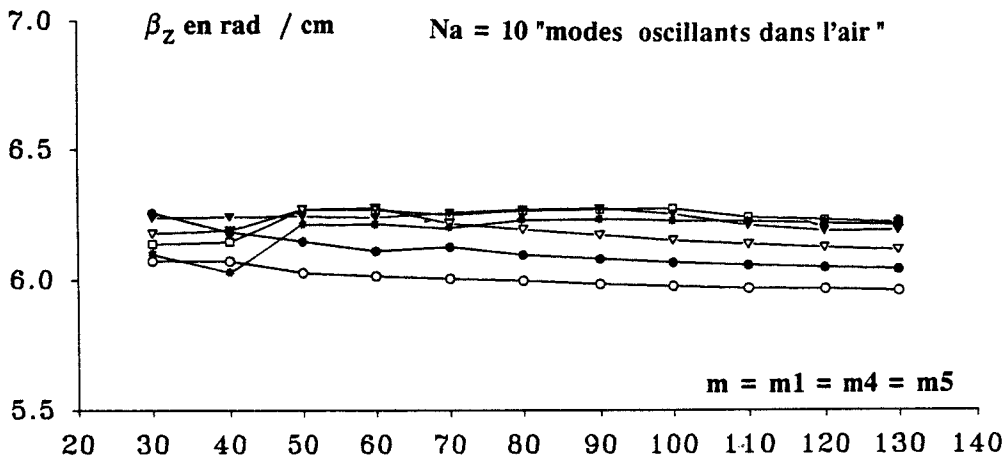
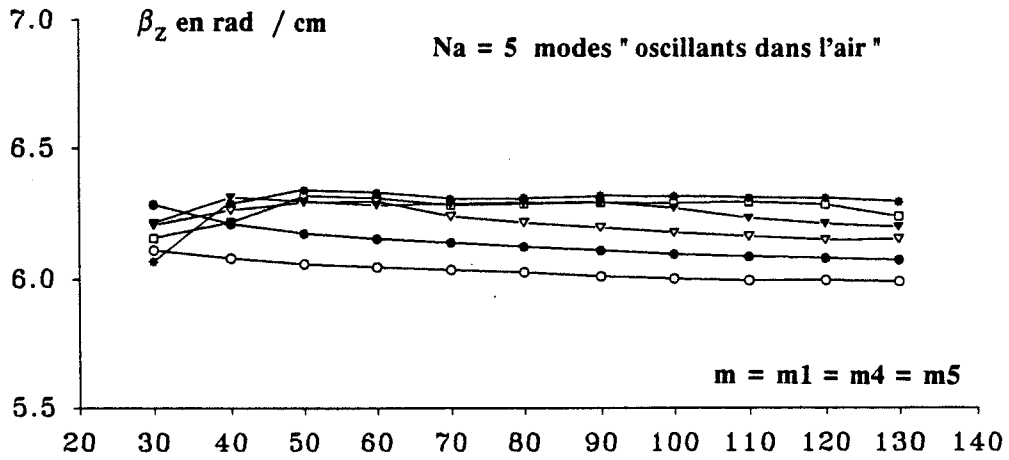


FIGURE III.10: évolution de la constante de phase en fonction du nombre m de modes injectés dans les couches 1,4 et 5, à la fréquence 10 GHz ( $2W = 350 \mu\text{m}$ ,  $2D = 3800 \mu\text{m}$ ,  $t = 1 \mu\text{m}$ )

difficile de recréer une évolution présentant des fortes discontinuités, à partir de fonctions non oscillantes et décroissant très rapidement.

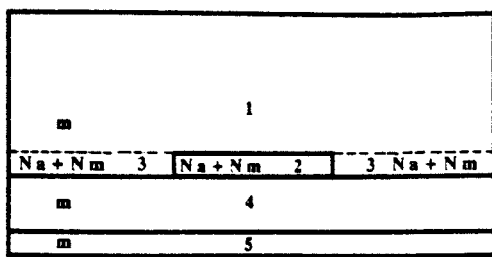
Ce premier volet de notre étude montre que les seuls modes "oscillants dans l'air ou la région fente" ne suffisent pas à traduire la continuité des champs tangents au niveau du ruban métallique. Cette carence risque en outre d'occasionner des erreurs sur la détermination de la constante de propagation complexe.

Partant de ce constat, nous introduisons tout naturellement les deux familles de modes du guide plan dans les régions "fente" et "ruban". Les  $N_a$  et  $N_m$  modes, oscillants respectivement dans l'air (la région fente) et dans le métal (le ruban), constituent les deux paramètres intervenant dans les évolutions de la constante de phase  $\beta_z$  déterminée à la fréquence 10 GHz figure III.10.

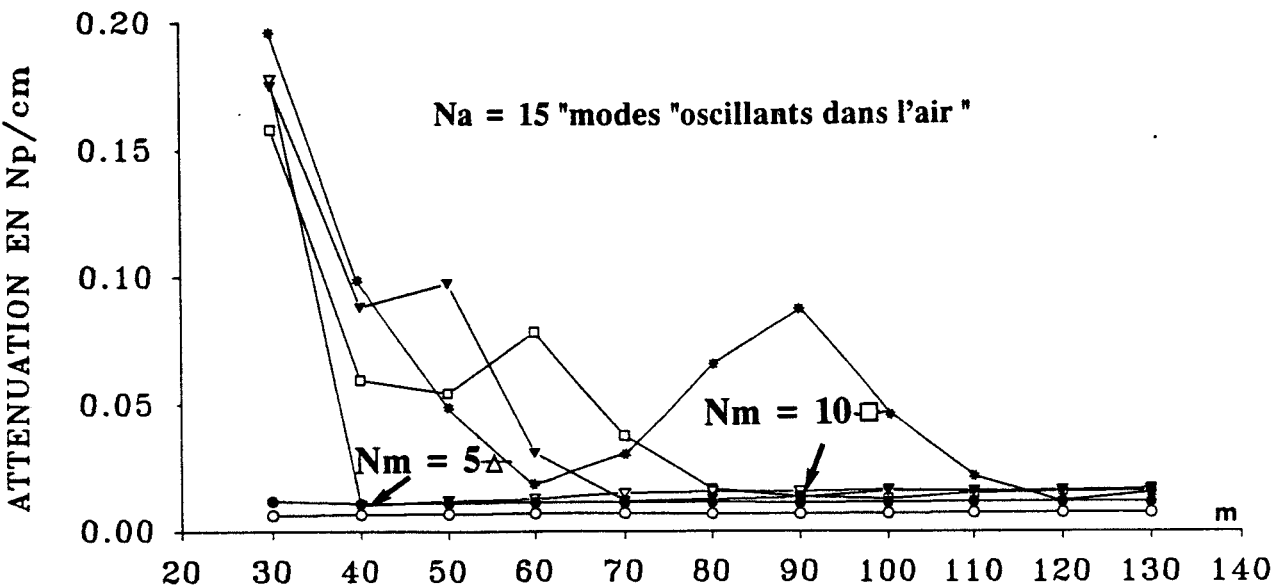
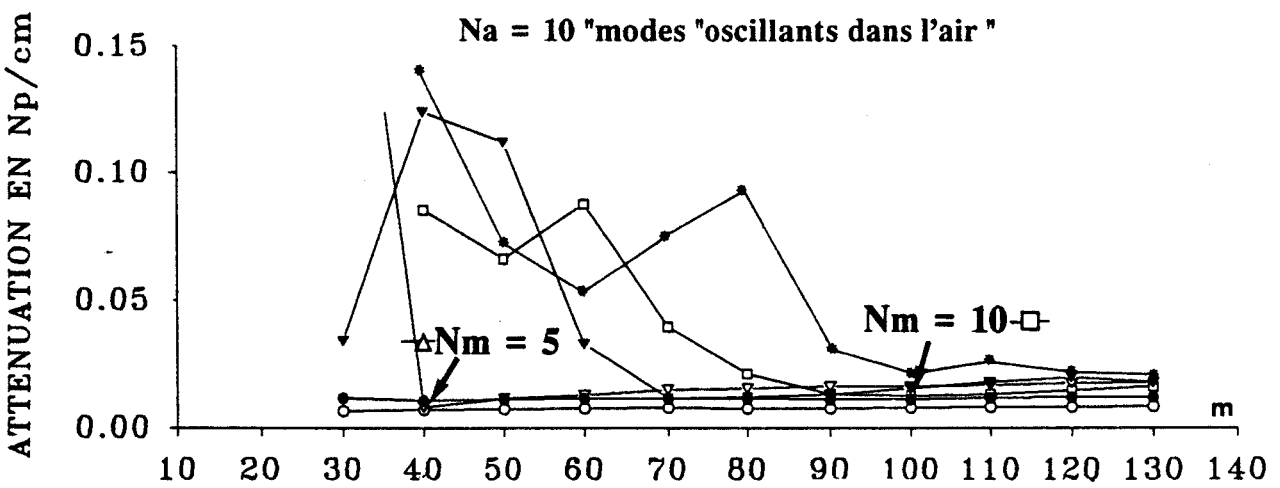
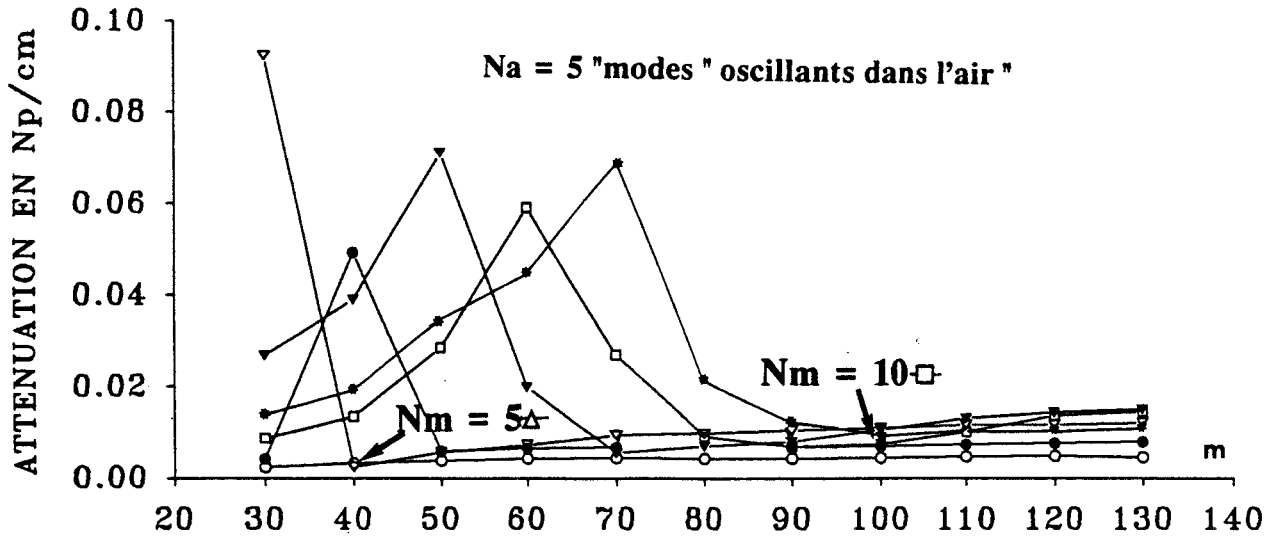
On notera que celle-ci se stabilise et converge dès que plus de cinq modes "oscillants dans le métal" sont injectés dans les régions "fente-ruban". Dès lors, le nombre  $N_a$  de modes "oscillants dans l'air" (la région fente) n'intervient qu'au second plan comme l'illustre davantage encore le tableau suivant, où l'erreur relative maximale  $\Delta \beta_z / \beta_z$  atteint le pour-cent.

$N_a \backslash N_m$	3	5	8	10	15
5	6.3392	6.2922	6.2785	6.2728	6.2701
10	6.3322	6.2907	6.2762	6.2738	6.2698
15	6.3261	-	-	-	6.2731

On veillera à ce que l'ordre de troncature  $m$  des développements en série des champs s'effectue sur une base minimale de cinquante à soixante modes dans les régions situées de part et d'autre des domaines "fente-ruban". Cette dernière remarque reste valable tant que l'on s'intéresse à la constante de phase  $\beta_z$ . Elle n'est bien sûr plus applicable aux évolutions figure III.11 de l'atténuation associée aux constantes de phase calculées précédemment.



- Nm :** nombre de modes "oscillants" dans le métal, injectés dans les régions 2 et 3
- 15
  - 10
  - ▲ 8
  - △ 5
  - 2
  - 0



**FIGURE III.11:** évolution de l'atténuation, à la fréquence 10 GHz, en fonction du nombre  $m$  de fonctions propres injectées dans les couches 1,4,5. ( $2W = 350 \mu\text{m}$ ,  $2D = 3800 \mu\text{m}$ ,  $t = 1 \mu\text{m}$ )

Au vue de ces tracés on notera :

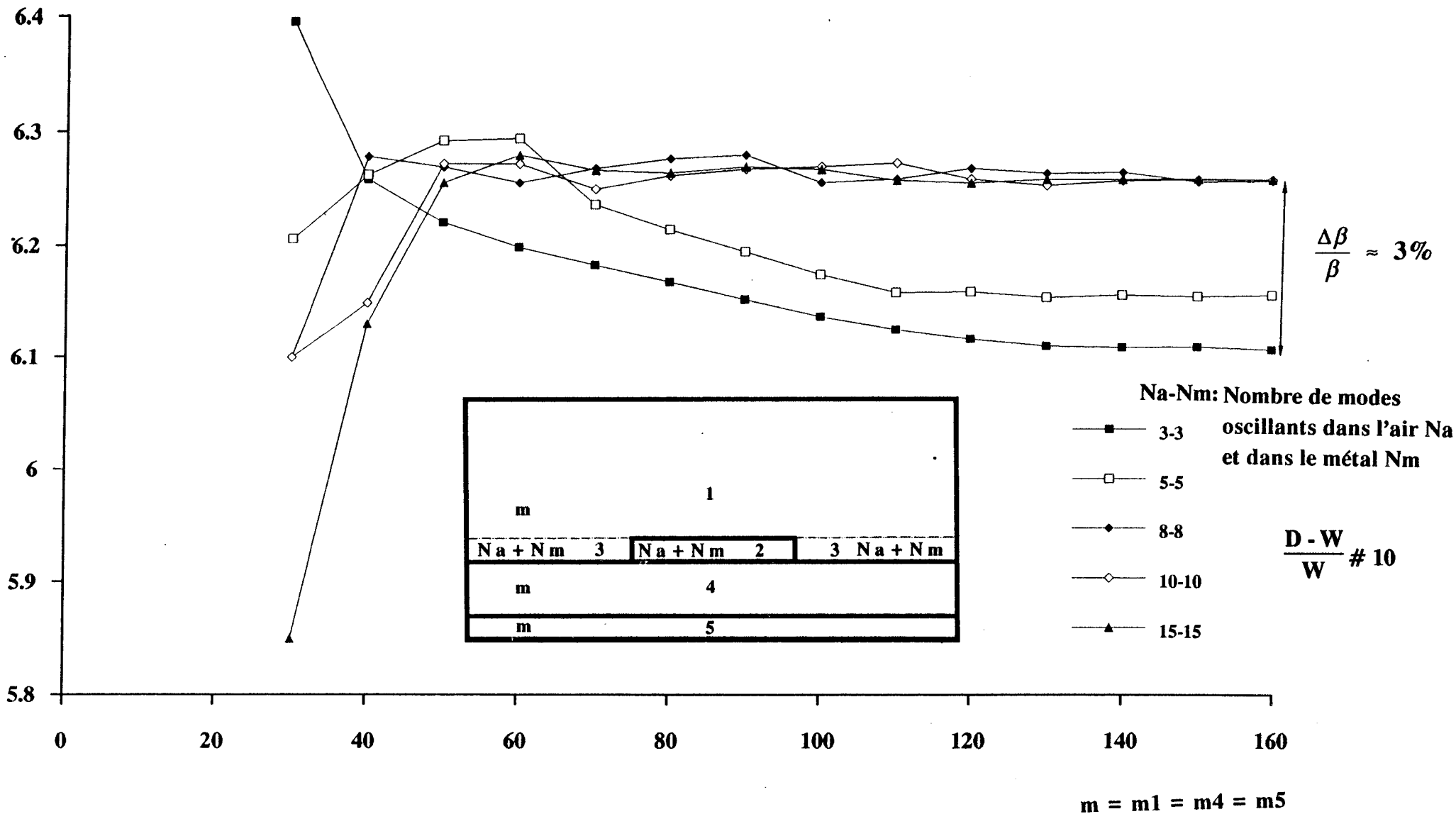
- le rôle secondaire joué, à priori, par les  $N_a$  modes "oscillants dans l'air" (la région fente), sur le comportement général du coefficient d'atténuation ;
- une amorce de stabilité de la solution à partir d'une valeur minimale du nombre  $m$  de fonctions propres introduites dans les régions "air-substrat-plan de masse" ;
- le lien étroit existant entre cette valeur minimale ou limite basse, et le nombre  $N_m$  de modes "oscillants dans le métal", modes qui rappelons le sont injectés dans les domaines "fente-ruban".

Sachant que dans l'exemple choisi figure III.11, les largeurs du boîtier et du ruban sont respectivement  $3800 \mu\text{m}$  et  $350 \mu\text{m}$ , nous constatons que ce lien n'est autre que le degré de proximité des parois verticales par rapport au ruban métallique. En effet, comme le montre les repères tracés figure III.11, le nombre minimal  $m$  obéit à la loi :

$$m_{\min} \# N_m \frac{D-W}{W} \quad (3)$$

Un critère analogue peut être appliqué à la constante de phase. En effet, en substituant au paramètre  $N_m$  dans la relation (3) celui  $N_a$  des modes "oscillants dans l'air", nous déduisons un nombre  $m'$  de fonctions propres à injecter dans les régions supérieures et inférieures tel que  $m' \# N_a \frac{D-W}{W}$ . Cet ordre  $m'$  de troncature du développement en série des champs assure la stabilité et la convergence relative de la constante de phase  $\beta_z$ , comme l'atteste le tracé précédent figure III.10. Remarquons qu'à nombre identique  $N_a$  et  $N_m$  de modes introduits dans les régions "fente-ruban", la convergence relative de la constante de phase est toujours assurée avant même que le soit celle de l'atténuation. Ainsi, nous allons définir une

CONSTANTE DE PHASE en rad / cm



**FIGURE III.12:** évolution de la constante de phase en fonction du nombre m de modes injectés dans les couches air-substrat-plan de masse, à la fréquence 10GHz ( $2W = 350 \mu\text{m}$ ,  $2D = 3800 \mu\text{m}$ ,  $t = 1 \mu\text{m}$ )

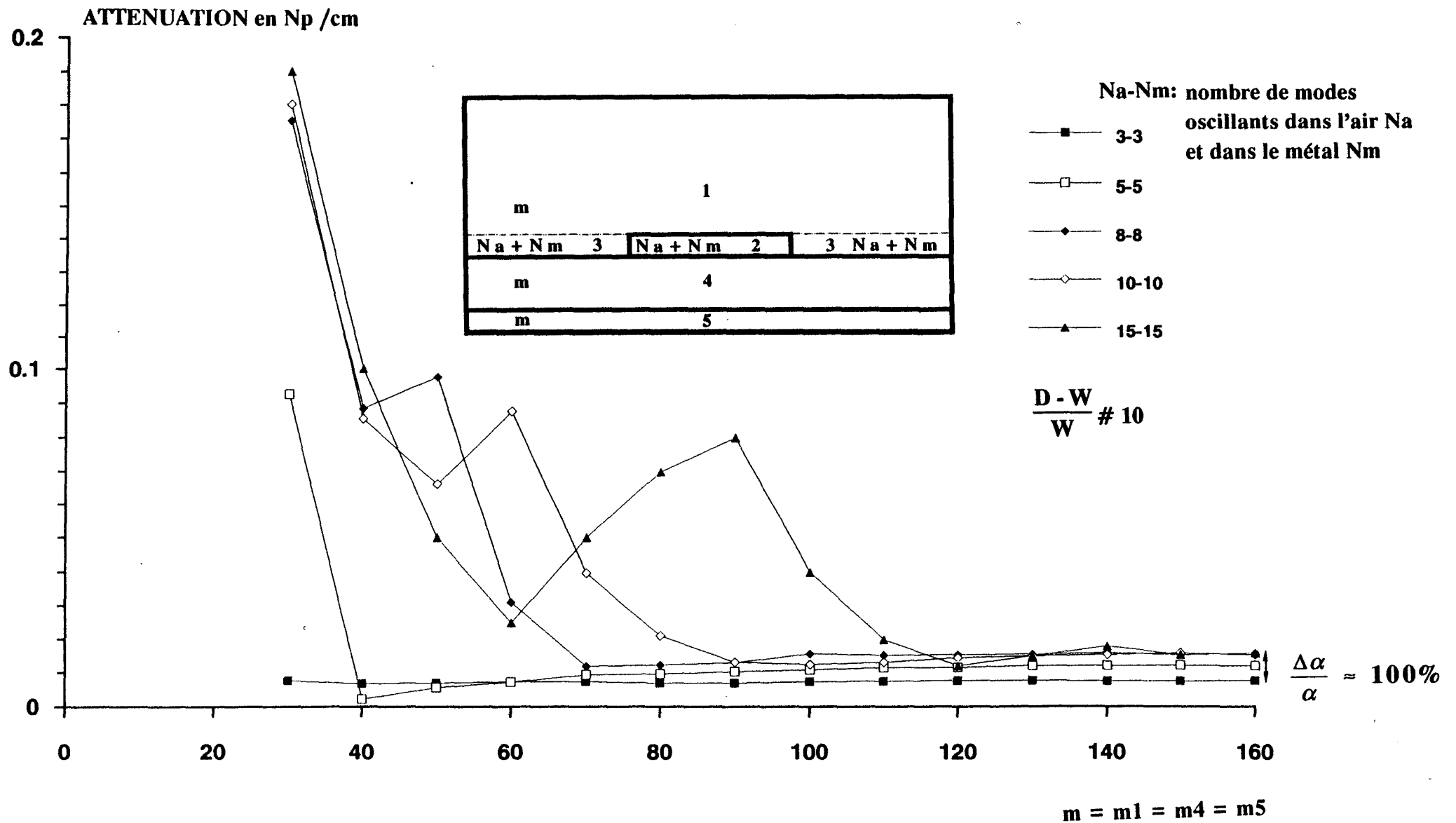


FIGURE III.13: évolution de l'atténuation en fonction du nombre m de modes injectés dans les couches air-substrat-plan de masse, à la fréquence 10GHz ( $2W = 350 \mu\text{m}$ ,  $2D = 3800 \mu\text{m}$ ,  $t = 1 \mu\text{m}$ )

relation unique intégrant toutes les remarques précédentes. Par souci d'efficacité, mais aussi de simplification, nous obtenons le meilleur compromis en optant pour la formulation suivante :

$$m > N \frac{D-W}{W} \quad (4)$$

Dans cette relation, nous rappelons que la distance D-W représente la largeur S de la région fente, et W la demi-largeur du ruban. Le paramètre N est associé indépendamment aux  $N_a$  et  $N_m$  modes des régions "fente-ruban", ces nombres  $N_a$  et  $N_m$  étant identiques. Enfin, nous affectons à la variable m, l'ordre minimal de troncature des développements en série des champs dans les couches homogènes, air, substrat, plan de masse. Il convient toutefois de rappeler que la formulation établie n'assure en aucune manière la convergence absolue de la solution.

Nous avons regroupé figures III.12 et III.13 les évolutions de la constante de phase et de l'affaiblissement, consécutives à l'emploi du critère que nous venons d'énoncer. Ces tracés résument à eux seuls le comportement d'ensemble de la constante de propagation complexe, et aboutissent aux observations suivantes :

- La convergence de la constante de phase est somme toute, obtenue très rapidement. L'écart relatif  $\frac{\Delta \beta_z}{\beta_z}$ , inhérent au choix de divers couples  $N_a$ ,  $N_m$  de fonctions propres injectées dans les régions "fente-ruban", n'excède pas 3% comme l'indique la figure III.12.
- La sensibilité de l'atténuation  $\alpha_z$ , figure III.13, consécutive à une variation du nombre  $N_a = N_m$  de fonctions propres est par contre, bien plus importante. Une erreur relative de 100 % est rapidement commise. Elle est en outre accentuée si le nombre minimal m de fonctions injectées (déduit de la relation (4)) n'est pas majoré.

A ce stade de notre exposé, il paraît difficile de fixer une fois pour toute ce facteur de majoration. Même si celui de 1,5 semble tout à fait convenir pour la ligne microruban de largeur 350  $\mu\text{m}$ , seule l'extension à d'autres topologies de ligne nous permettra de conclure définitivement.

Gardons à l'esprit que la famille des modes "oscillants dans le métal" a été conjointement utilisée avec celle des "oscillants dans l'air" en vue :

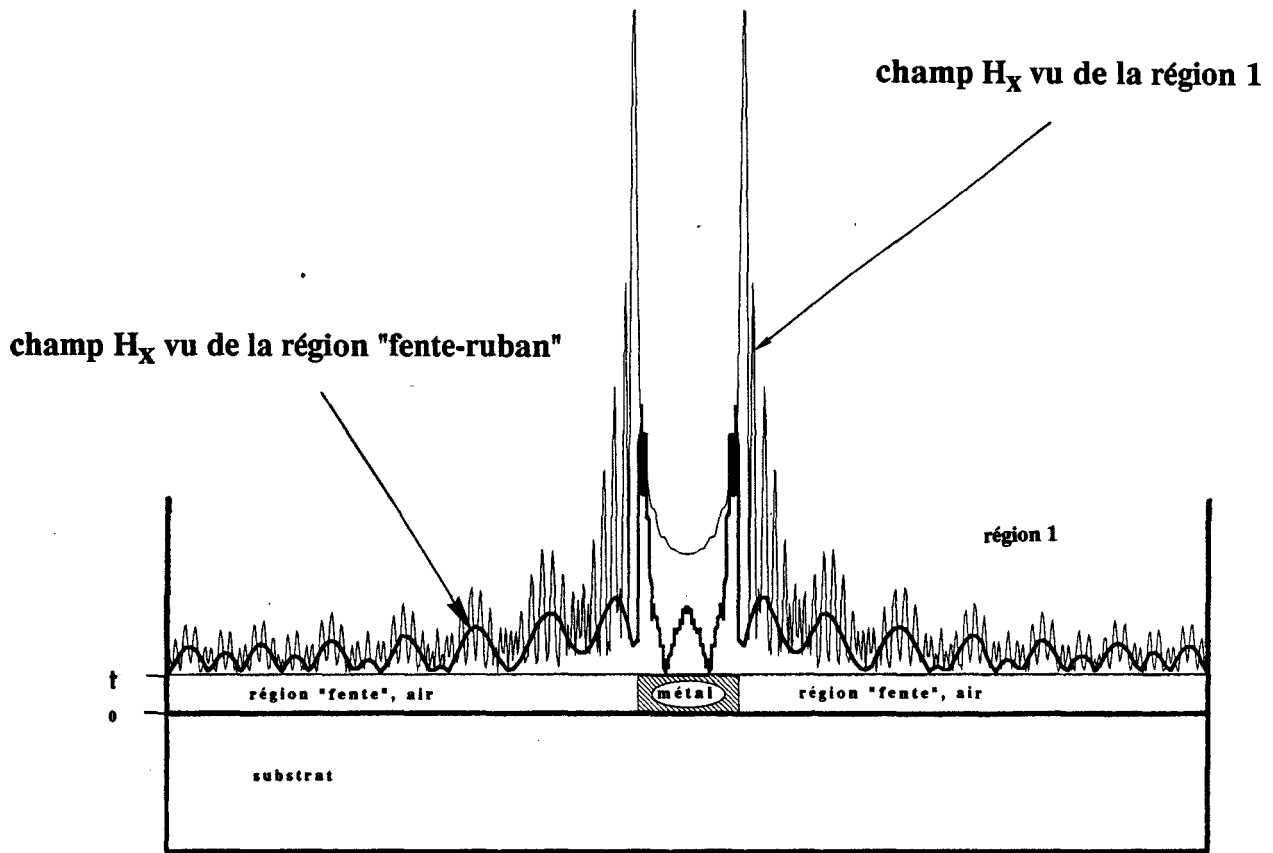
- de définir des liens plus étroits entre les paramètres géométriques, les nombres  $N_a$ ,  $N_m$ ,  $m$  de fonctions propres injectées, et la convergence de la constante de propagation complexe, but que nous avons atteint ;
- mais aussi, et peut être surtout, dans l'espoir d'améliorer la continuité des champs tangents aux différentes interfaces.

### III.2.1.3. Etude de l'évolution de la composante de champ magnétique $H_x$

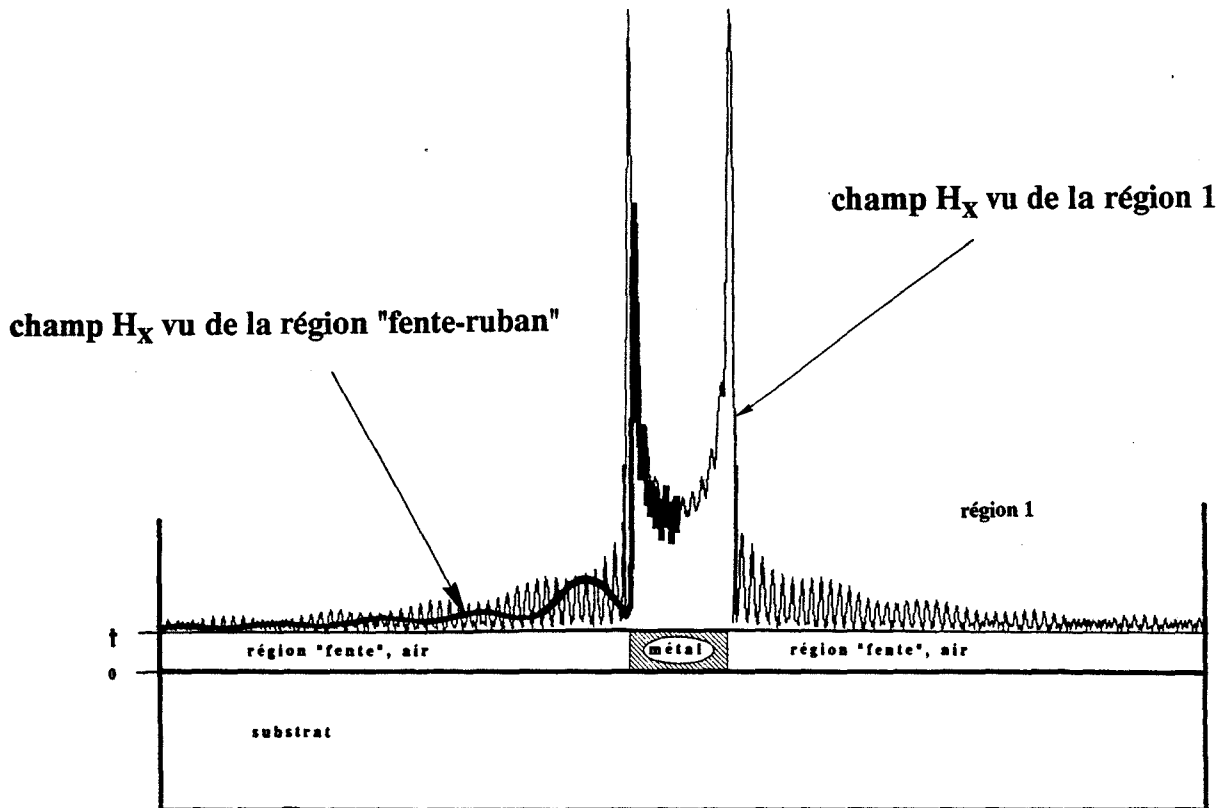
Pour juger du poids que représente cette famille de modes "oscillants dans le métal", la continuité de la composante de champ  $H_x$  sur l'interface horizontale (en  $y = t$ ) commune aux régions "air" et "fente-ruban" est une nouvelle fois étudiée. Le module normalisé de cette composante du champ électromagnétique est alors calculé à la fréquence 10 GHz, pour deux valeurs différentes de la constante de propagation complexe. Ces valeurs correspondent aux deux situations suivantes :

- Pour la première situation, la constante de phase est stable et la convergence de l'atténuation s'amorce ( $N_a = N_m = 8$ ,  $M = 100$ ).





**FIGURE: III.14: évolution du module du champ magnétique  $H_x$  vu de la région air et des régions "fente-ruban" sur l'interface en  $y = t$ , à la fréquence 10 GHz ( $N_a = N_m = 8$ ,  $m = 100$ )**

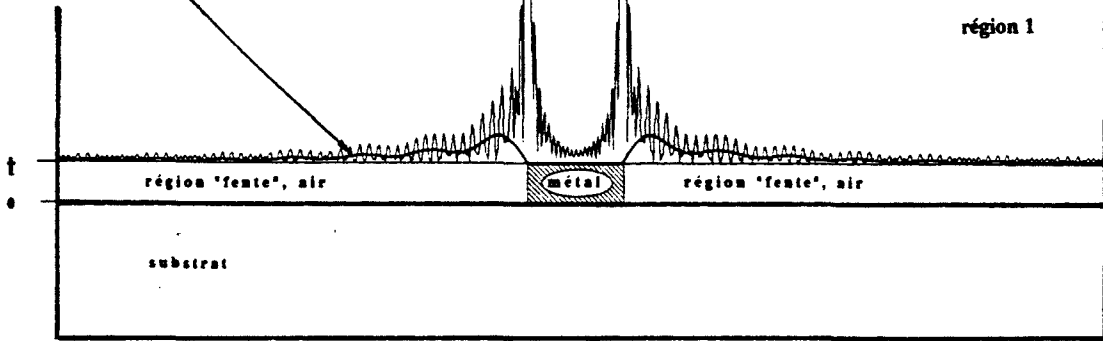


**FIGURE: III.15:** évolution du module du champ magnétique  $H_x$  vu de la région air et des régions "fente-ruban" sur l'interface en  $y = t$ , à la fréquence 10 GHz ( $N_a = N_m = 15$ ,  $m = 200$ )

**sans mode oscillant dans le métal**  
 ( $N_a = 15, N_m = 0, m = 100$ )

champ  $H_x$  vu de la région 1

champ  $H_x$  vu de la région "fente-ruban"



**avec modes oscillants dans le métal**  
 ( $N_m = N_a = 15, m = 200$ )

champ  $H_x$  vu de la région 1

champ  $H_x$  vu de la région "fente-ruban"

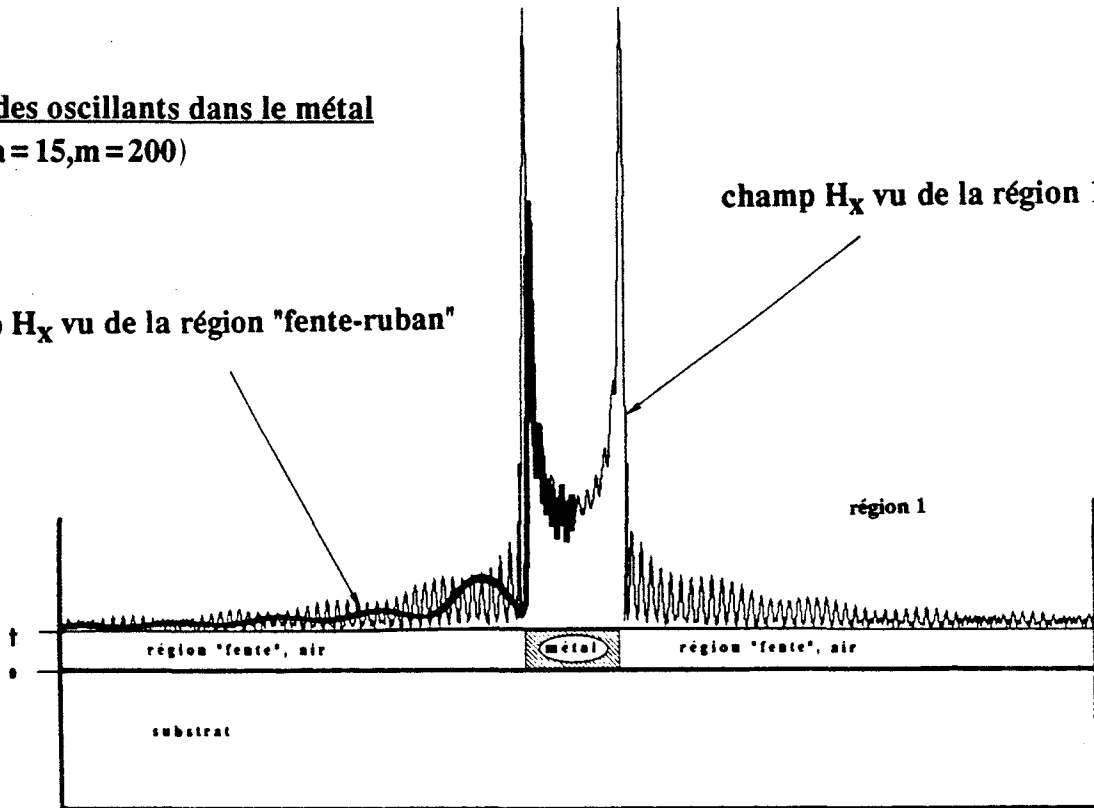


FIGURE: III.16: évolution de la continuité du module du champ  $H_x$  à l'interface en  $y = t$

- Dans le deuxième cas, la convergence absolue semble assurée lorsque  $N_a = N_m = 15$ . De plus, l'ordre minimal de troncature du développement en série des champs  $m_{\min} = 150$  est majoré et porté dans les régions "air-substrat-plan de masse" à  $m = 200$ .

Les évolutions du module du champ magnétique  $H_x$ , afférentes aux deux situations que nous venons de décrire, sont proposées figures III.14, 15.

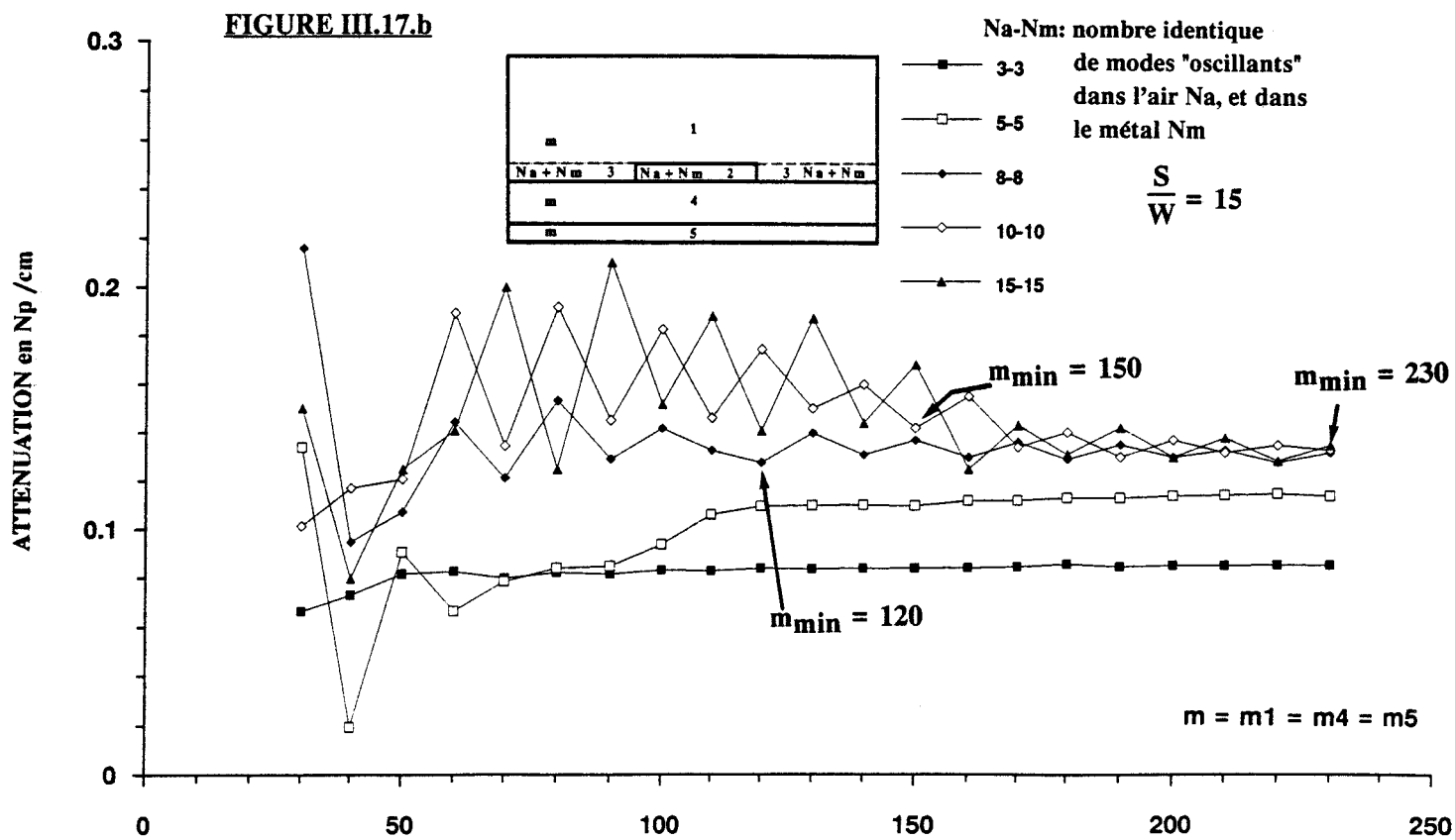
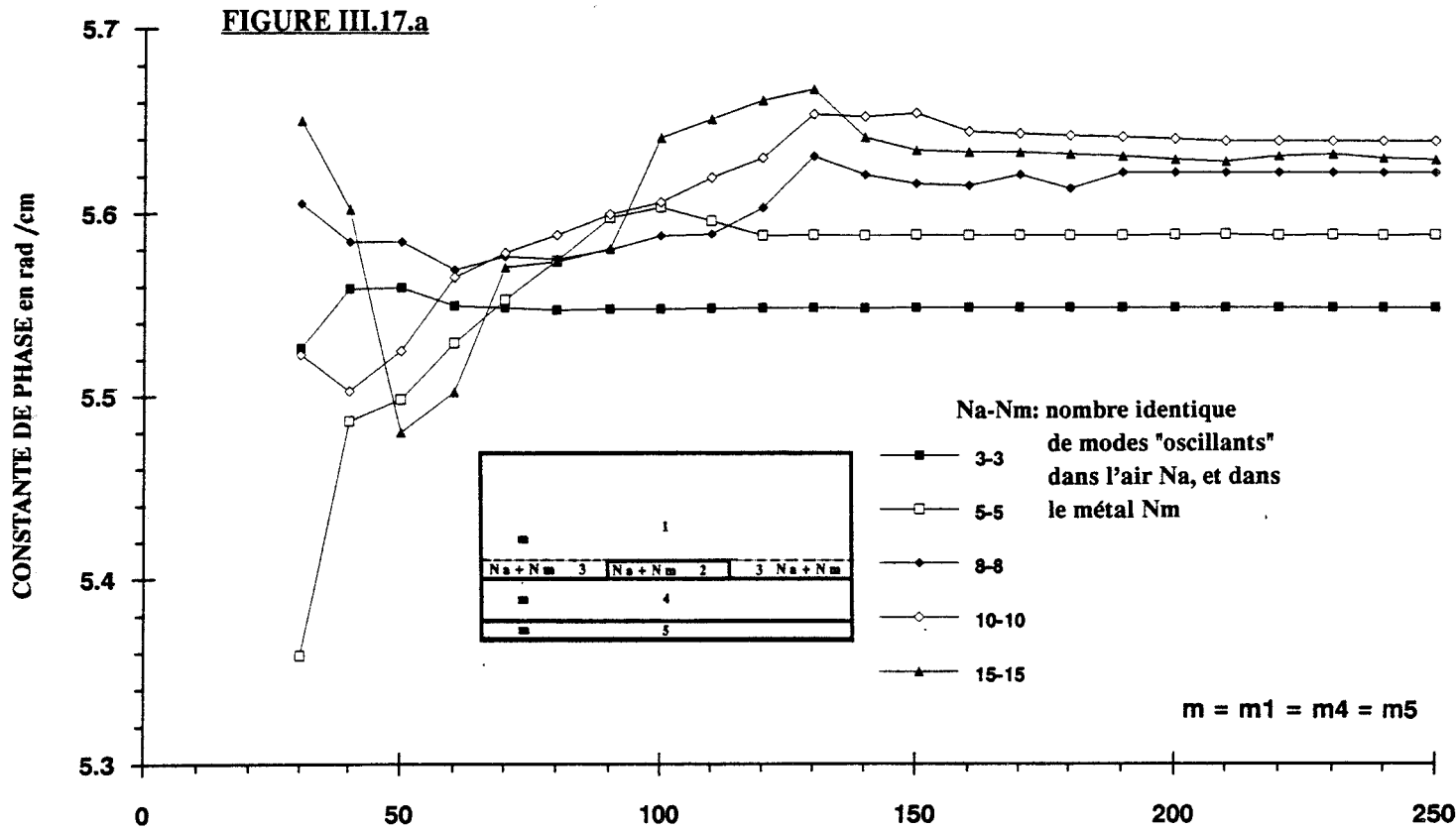
Elles suscitent deux types de commentaire, l'un sur l'allure globale des champs, et l'autre sur la continuité à l'interface.

- Vu de la région air, le champ magnétique  $H_x$  possède des effets de pointe dont la description au niveau du ruban, est d'autant meilleure que le nombre  $m$  de fonctions propres injectées croît. Cette évolution est donc logique.

Vue des domaines "ruban-fente", notre remarque réside pour l'essentiel dans l'apparition d'effets de pointe dans le ruban métallique. D'un point de vue physique, la reconstitution de cet effet est donc plus conforme à la réalité [6].

- En ce qui concerne la continuité du champ  $H_x$ , elle n'est pas assurée au sens strict du terme. Cependant, on notera une nette amélioration du comportement général de cette composante prépondérante du champ électromagnétique, en comparant son évolution lorsque la famille des modes "oscillants dans le métal" est, ou non, prise en compte figure III.16.

Ceci met en exergue, l'importance que revêt la détermination du spectre complet des vecteurs d'onde des régions constituant le modèle guide plan équivalent aux régions "fente-ruban" [7].



**FIGURE III.17:** évolution de la constante de propagation complexe en fonction du nombre  $m$  de modes injectés dans les couches air-substrat-plan de masse, fréquence 10 GHz, ( $2W = 10\mu\text{m}$ ,  $\sigma = 4.1 \cdot 10^5 \text{ S/cm}$ )

### III.2.2 Application du critère de convergence relative à la ligne de largeur 10 $\mu\text{m}$

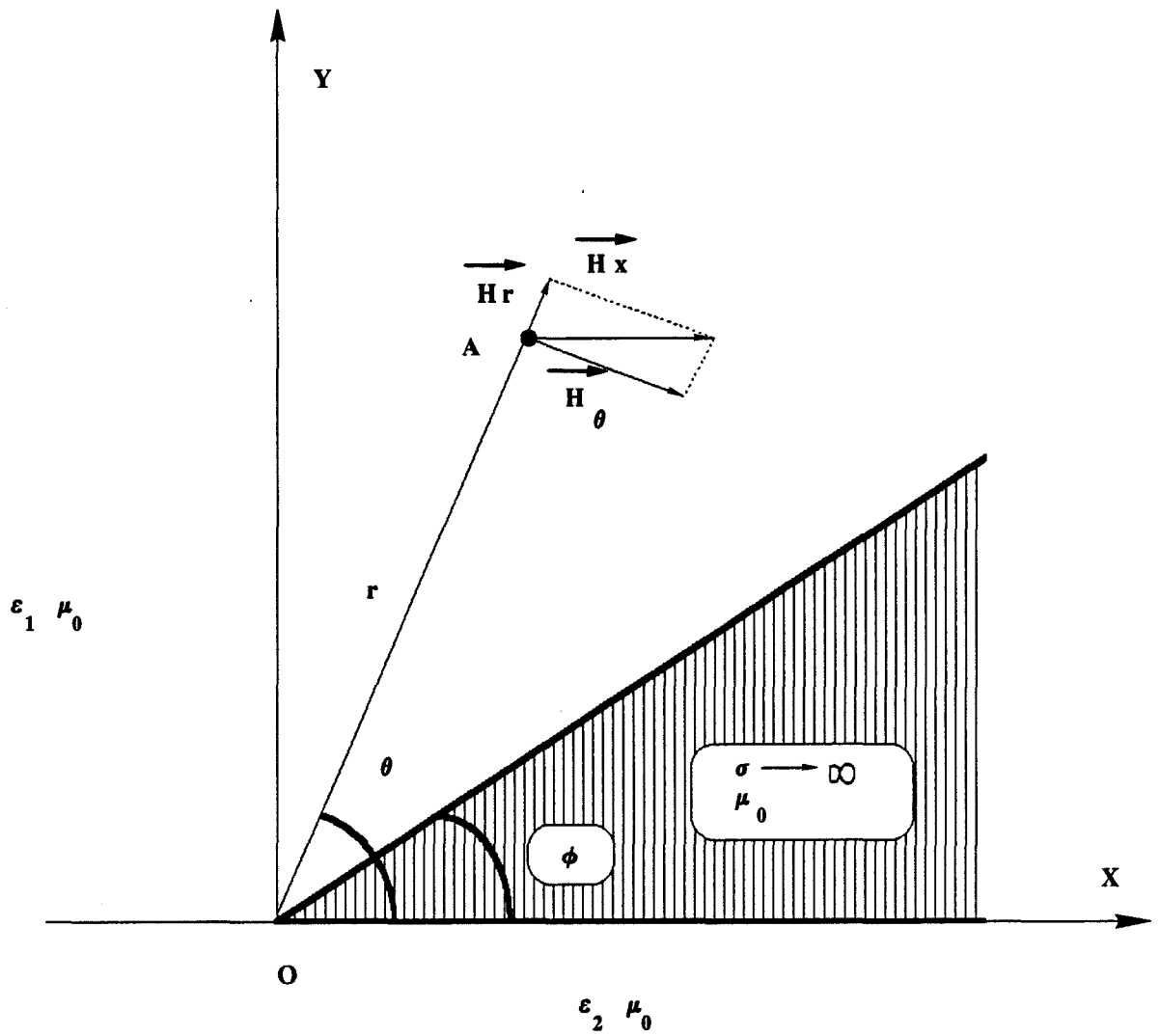
Afin d'étoffer notre panoplie de résultats, nous avons mené les mêmes travaux pour des lignes, caractérisées par des largeurs différentes, mais aussi pour des boîtiers de dimensions variables.

Nous avons sélectionné le cas de la ligne de largeur 10  $\mu\text{m}$ . Les parois verticales du boîtier sont placées, dans cet exemple, à une distance égale à quinze fois la demi-largeur du ruban (d'où  $S/W = 15$ ).

Les évolutions de la constante de phase et de l'affaiblissement sont reportées figure III.17 à la fréquence 10 GHz. Tout comme précédemment, ces tracés sont effectués en fonction du nombre  $m$  de fonctions propres injectées dans les couches "air-substrat-plan de masse". Les nombres  $N_a$  et  $N_m$  de modes "oscillants dans l'air et le métal" étant identiques, on notera figure III.17.a que la constante de phase se stabilise et converge bien avant l'atténuation figure III.17.b. Rappelons qu'un comportement similaire fût observé dans le cas de la ligne de largeur 350  $\mu\text{m}$ .

Quant à l'atténuation  $\alpha_z$ , elle diffère légèrement des relevés antérieurs, notamment par la présence d'oscillations. On remarquera toutefois que l'amplitude de ces oscillations, importante au départ, diminue lorsque le nombre  $m$  de fonctions propres injectées croit. Les repères placés sur les évolutions de l'atténuation figure III.17.b, correspondent au nombre minimal de fonctions propres, déduit à partir de notre critère de convergence relative ( $m_{\min} > 15 N$  où  $N = N_a = N_m$ , et  $S/W = 15$ ).

L'ensemble de ces observations montrent le bien-fondé de la démarche pragmatique employée. En effet, les résultats présentés corroborent tout à fait ceux relatifs à l'étude



**FIGURE III.18:** secteur métallique parfait baignant dans des milieux de permittivité diélectrique différente ( effet MEIXNER )

précédente. Ils prouvent en outre que le critère de convergence relative, établi pour un ruban large, est sans aucun doute applicable au cas des lignes de faibles dimensions.

Afin de compléter ce tableau, nous avons une fois encore, focalisé notre attention sur la composante  $H_x$  du champ électromagnétique. Cependant, pour éviter toute redondance avec les évolutions commentées aux pages précédentes, nous nous sommes plutôt intéressés à "l'effet de pointe" de cette composante, encore dénommé "effet MEIXNER" [3].

Notre propos n'est pas d'effectuer une étude détaillée de cet effet connu. Mais, rappelons en quelques phrases ses fondements.

Un secteur métallique parfait ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) d'angle  $\phi$ , baignant à priori dans des milieux de permittivité diélectrique différente, est repéré dans le système de coordonnées cylindriques  $(r, \phi, z)$  figure III.18. Le rayon  $r$  représente la distance du coin au point A sur lequel sont calculées les amplitudes des champs de l'onde électromagnétique. L'objectif consiste à définir la loi de variation des champs en fonction de la distance  $r$ , notamment lorsque celle-ci tend vers zéro.

A partir des développements en série, on montre qu'à proximité du coin, les champs sont proportionnels à  $r^\alpha$ . Le fait que l'énergie électromagnétique reste toujours finie, notamment au voisinage de l'arête ( $r \rightarrow 0$ ), implique pour l'exposant  $\alpha$  intervenant dans l'expression des composantes transversales, de vérifier la formulation suivante :

$$\alpha = \frac{\Pi}{2\Pi - \phi} - 1$$

On retrouve dès lors, les deux cas "limites" auxquels il est couramment fait référence dans l'étude des lignes possédant des métallisations parfaites ( $\sigma \rightarrow \infty$ ) :



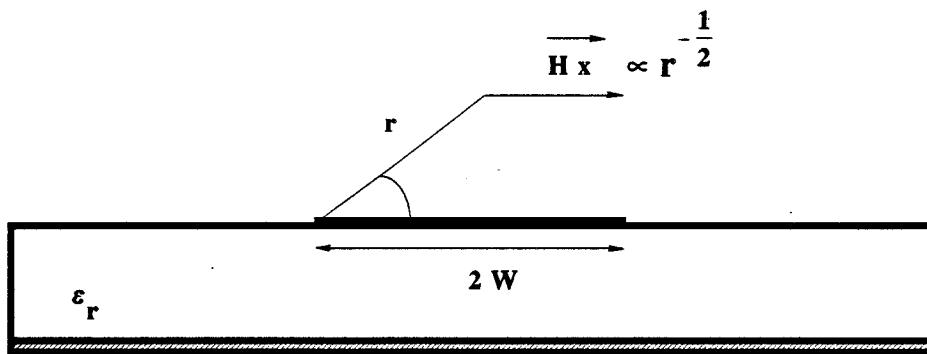


FIGURE III.19.a: ruban infiniment mince

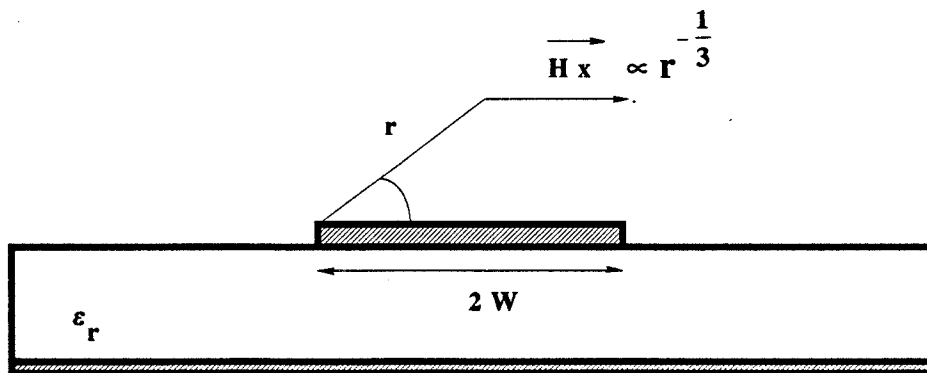
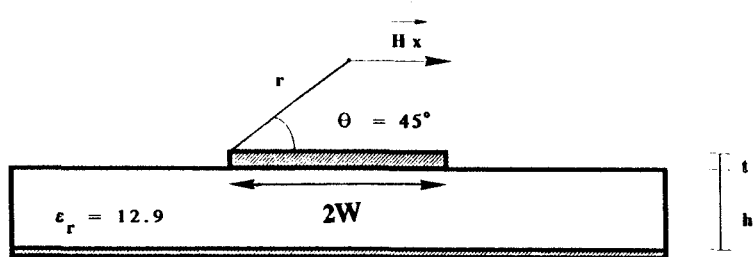
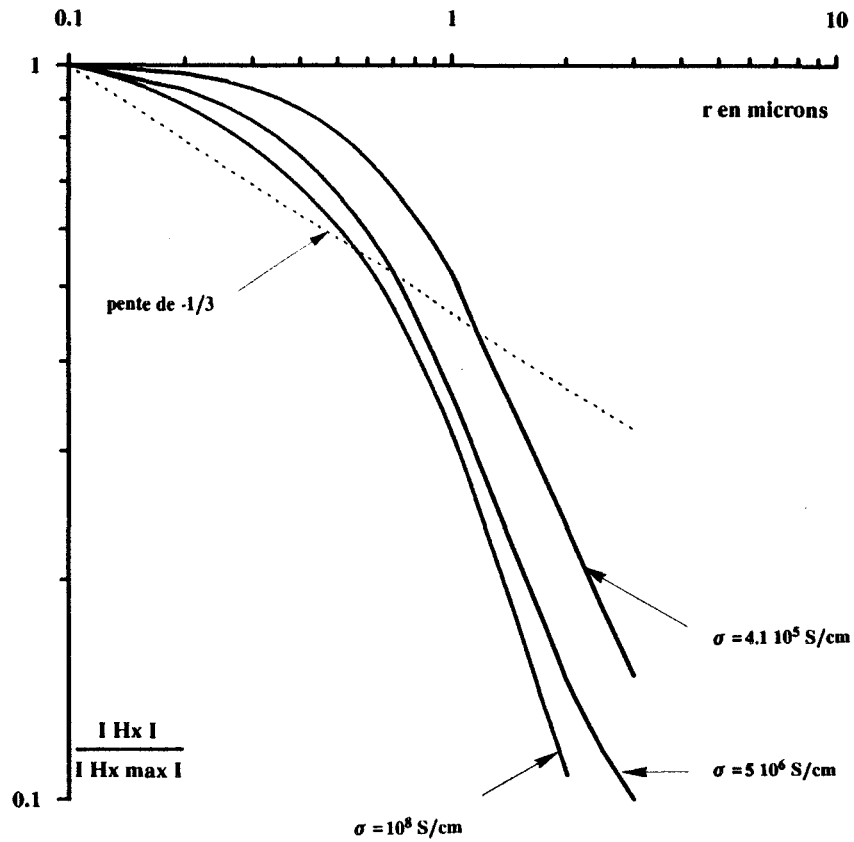


FIGURE III.19.b: ruban d'épaisseur finie

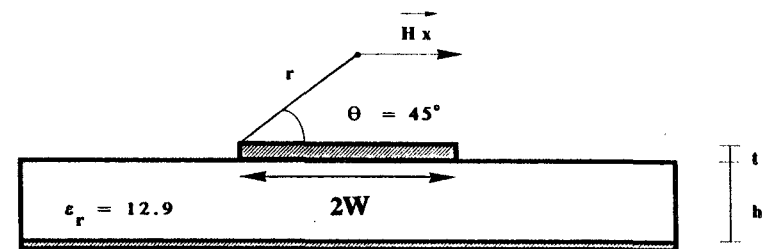
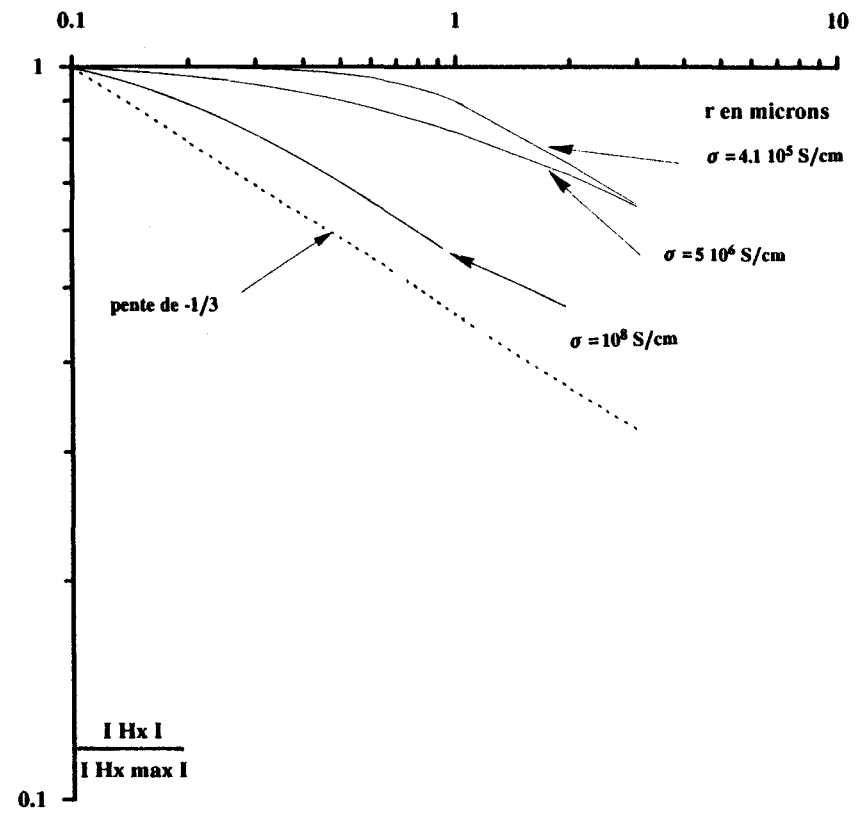
FIGURE III.19: loi de variation du champ transverse  $H_x$  dans le cas d'un ruban infiniment mince  $\phi = 0$  et d'un ruban d'épaisseur finie  $\phi = \frac{\pi}{2}$

FIGURE III.20.a: sans mode "oscillant" dans le métal



$2W = 10 \mu\text{m}$ ,  $h = 257 \mu\text{m}$ ,  $t = 1 \mu\text{m}$ , fréquence = 10 GHz

FIGURE III.20.b: avec modes "oscillants" dans le métal



$2W = 10 \mu\text{m}$ ,  $h = 257 \mu\text{m}$ ,  $t = 1 \mu\text{m}$ , fréquence = 10 GHz

FIGURE III.20: évolution du module normalisé de la composante Hx en fonction de la distance r

- Le premier cas concerne un ruban infiniment mince (où  $\phi = 0$ ) pour lequel l'exposant  $\alpha$  est égal à  $-\frac{1}{2}$  figure III.19.a.

- Dans le second cas, la loi de variation en  $r^{-1/3}$  correspond aux métallisations d'épaisseur finie où  $\phi = \frac{\pi}{2}$  figure III.19.b.

Après ce bref rappel, nous présentons figure III.20, l'évolution du module normalisé de la composante Hx en fonction de la distance r, à la fréquence 10 GHz. Pour des raisons de commodité, ces tracés sont effectués dans une représentation "log-log", et ce, pour plusieurs valeurs de la conductivité du ruban métallique.

Dans un premier temps, seuls sont pris en compte les modes "oscillants dans l'air". Les évolutions du module normalisé de la composante Hx en fonction de la distance r figure III.20.a sont alors peu sensibles à une variation de la conductivité du ruban métallique, même si celle-ci est importante.

Par contre, si l'on injecte dans les régions "fente-ruban", les modes "oscillants dans l'air et le métal", nous obtenons figure III.20.b, un comportement plus satisfaisant du module de la composante Hx. On notera, en outre, que pour une valeur de la conductivité  $\sigma = 10^8$  s/cm, l'évolution tend vers le cas idéal représenté par la droite de pente - 1/3.

Signalons qu'un résultat analogue a été obtenu lors de l'étude de la ligne de largeur 350  $\mu\text{m}$ .

### III.2.3 Le critère de convergence relative

A ce stade final de notre étude numérique, il nous paraît important de remémorer les conditions assurant le meilleur compromis lors de la recherche d'une valeur fiable de la constante de propagation complexe.

- Dans les domaines "fente-ruban", nous injectons un nombre identique  $N$  de modes "oscillants dans l'air et le métal", TEx et TMx.

- Le nombre  $m$  de fonctions propres, introduites dans les couches homogènes situées de part et d'autre des domaines "fente-ruban", est alors conditionné par la relation suivante :

$$(3) \quad m > N \left( \frac{D-W}{W} \right)$$

où  $D-W$  représente la largeur du domaine "fente" et  $W$ , la demi-largeur du ruban.

- Le nombre minimal  $m_{\min} = N \frac{D-W}{W}$  déduit de la relation (3) assure la convergence relative de la constante de phase. En revanche, du point de vue de l'atténuation, il ne constitue que l'amorce du phénomène. Au vue de l'expérience acquise, nous majorons ce nombre par un facteur 1,5. Ce critère heuristique n'assure toutefois que la convergence relative de la constante de propagation complexe  $\beta^* = \beta_z - j \alpha_z$ . En aucun cas, la convergence absolue de la solution n'est obtenue.

En définitive, le choix du nombre de fonctions propres utilisées en connexion avec le critère établi auparavant, dépendra :

- d'une part, du nombre de modes "oscillants", injectés dans l'air et le métal (régions fente et ruban),
- et d'autre part, du compromis réalisé entre la précision des résultats obtenus et le temps de calcul requis.

**BIBLIOGRAPHIE  
DU  
CHAPITRE III**

[1] **P. LAMPARIELLO, R. SORRENTINO** : "The ZEPLS program for solving characteristic equations of electromagnetic structures", I E E E Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-23, pp. 457-458, May 1975.

and **W. ZIENIUTYCZ** : "Comments on the ZELPS program", and Authors' Reply, I E E E Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-31, p. 420, May 1983.

[2] **F.G. CURTIS, P.O. WHEATLEY** : "Applied numerical analysis", ADDISONS-WESLEY PUBLISHING Company.

[3] **J. MEIXNER** : "The behavior of electromagnetic fields at edges", I E E E Trans. AP, vol. 20, n° 4, pp. 442-446, July 1972.

[4] **A.G. VAN NIE** : "On fields and currents in microstrips". Journal of Applied Science and Engineering, Vol. 2, pp. 205-212, 1977.

[5] **R.E. COLLIN** : "Field Theory of Guided waves". Mc Graw Hill Book Company 1960.

[6] **R. FARAJI-DANA, Y.L. CHOW** : "Edge condition of the field and A.C. resistance of a rectangular strip conductor", I E E E Proceeding, Vol. 137, n° 2, pp. 133-139, April 1990.

[7] **C.K.C. TZUANG, C.D. CHEN, S.T. PENG** : "Full wave analysis of lossy quasi-planar transmission line incorporating the metal modes", I E E E MTT, Vol. MTT-38, n° 12, December 1990.

**CHAPITRE IV:**

**CARACTERISATION EXPERIMENTALE ET  
PERSPECTIVES**



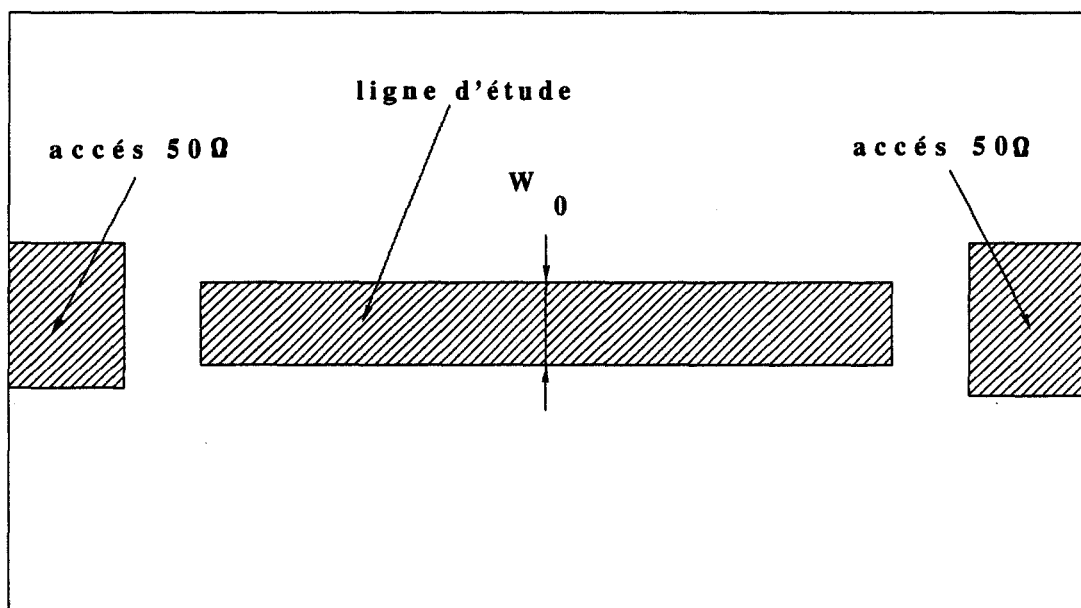
#### IV.1 - COMPARAISONS AVEC LES RELEVES EXPERIMENTAUX PORTANT SUR L'ATTENUATION DU MODE FONDAMENTAL DE LA LIGNE MICRORUBAN

En tenant compte du critère de convergence établi au chapitre précédent, nous allons tester la validité de nos résultats théoriques par comparaison avec des relevés expérimentaux.

A ce stade, deux voies différentes sont suivies. La première concerne tout naturellement la comparaison avec des travaux existants. La seconde porte sur des relevés effectués dans notre équipe.

Notre objectif ne consiste pas en une énumération exhaustive des travaux expérimentaux concernant la mesure de l'atténuation d'une ligne de propagation. Toutefois, il est importante rappeler que cette atténuation peut être occasionnée par des pertes de nature différente. Citons les pertes par rayonnement, celles liées au matériau diélectrique constituant le support mécanique des lignes "plaquées", et enfin les pertes métalliques inhérentes à la conductivité finie des métallisations.

La miniaturisation des circuits et la volonté d'accroissement de la densité d'intégration a contribué à une diminution notable des dimensions des lignes "plaquées". Cette migration vers des dimensions microniques implique que parmi les trois types de pertes entrant dans le bilan global de l'atténuation, celui afférent aux pertes métalliques jouera sans aucun doute un rôle prépondérant.



**FIGURE IV.1: résonateur droit microruban couplé par proximité**

#### IV.1.1 Comparaison avec des travaux existants : cas des rubans d'épaisseur 3 $\mu\text{m}$

Les travaux relatifs à la mesure de l'atténuation liée à la nature dissipative des métallisations, sont à l'heure actuelle peu nombreux. Il nous a donc été facile de choisir, ceux récents pouvant s'insérer dans le contexte de ce mémoire [1], [2].

Ce sont les travaux de M.E. GOLDFARB et A. PLATZKER qui ont retenu tout particulièrement notre attention [2]. Intitulés "Pertes dans les lignes microrubans sur Arséniure de Gallium", ils portent sur des lignes dont les largeurs s'échelonnent de 20  $\mu\text{m}$  à 350  $\mu\text{m}$ . Celles-ci sont déposées sur un substrat d'épaisseur 100  $\mu\text{m}$ , semi-isolant. Quant aux métallisations constituant le ruban et le plan de masse, elles sont caractérisées par un dépôt respectif de 3  $\mu\text{m}$  et 12  $\mu\text{m}$  d'or.

On peut d'ores et déjà noter que dans la bande des fréquences 2 à 35 GHz, l'épaisseur du ruban de la ligne de propagation planaire est pratiquement toujours supérieure à trois épaisseurs de peau  $\delta$ .

La technique de mesure employée pour quantifier l'évolution fréquentielle des pertes est classique. En effet, elle repose sur la déduction de grandeurs issues de l'étude d'un phénomène de résonance.

Ainsi, un résonateur droit est réalisé figure IV.1 à partir d'un tronçon de ligne microruban dont les largeurs ont été définies précédemment. Ce dernier est couplé, à chaque extrémité, à des tronçons de lignes microrubans d'impédance caractéristique 50  $\Omega$ . Le coefficient de surtension en charge  $Q_L$  du résonateur est mesuré, à l'analyseur de réseaux vectoriel, à partir de la réponse fréquentielle du coefficient de transmission au voisinage de la fréquence de résonance  $F_0$ .

Le coefficient de surtension à vide  $Q_0$  est déduit de manière classique de celui en charge  $Q_L$ . Comme nous l'avons signalé auparavant, cette valeur du coefficient de surtension à

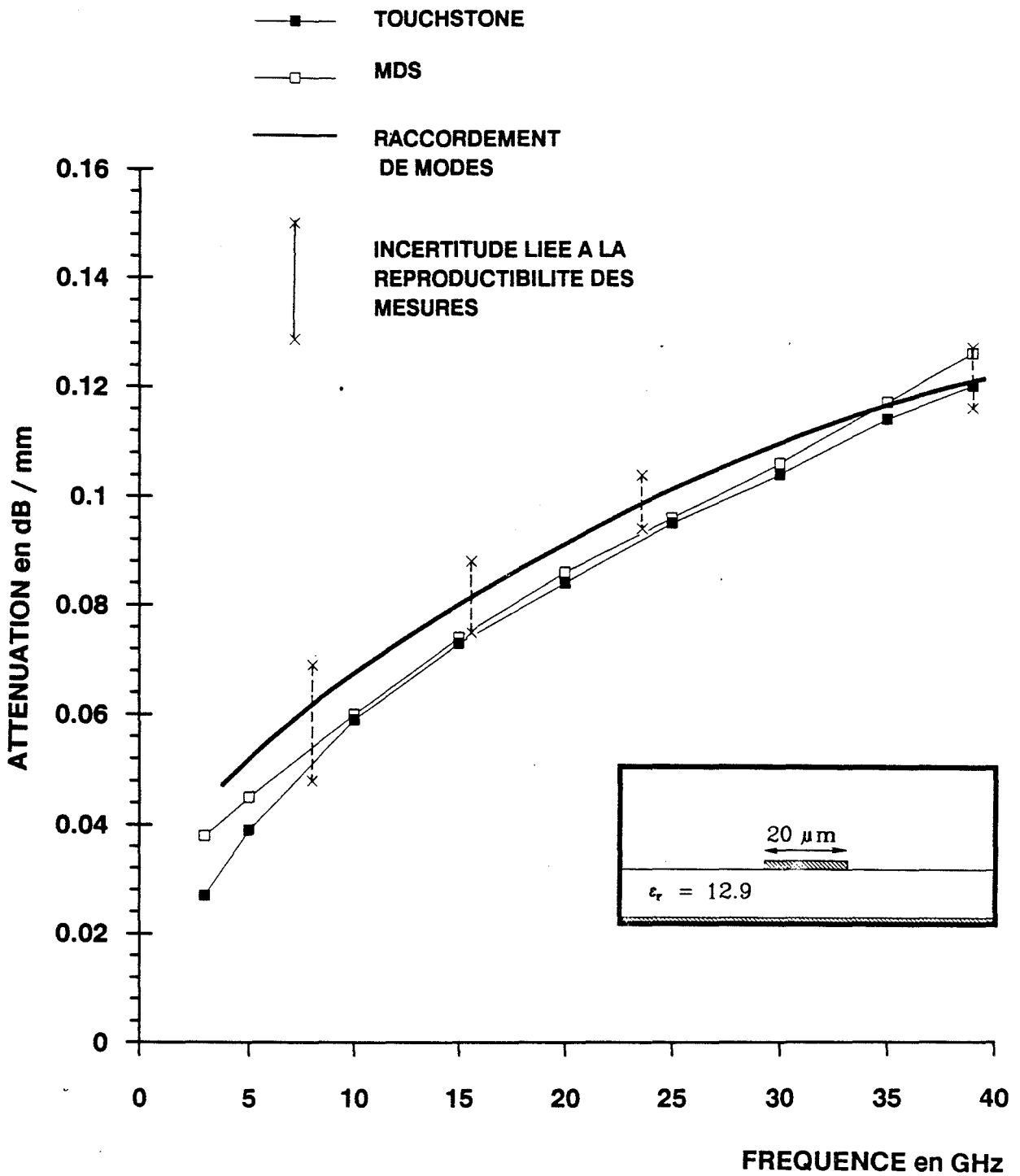
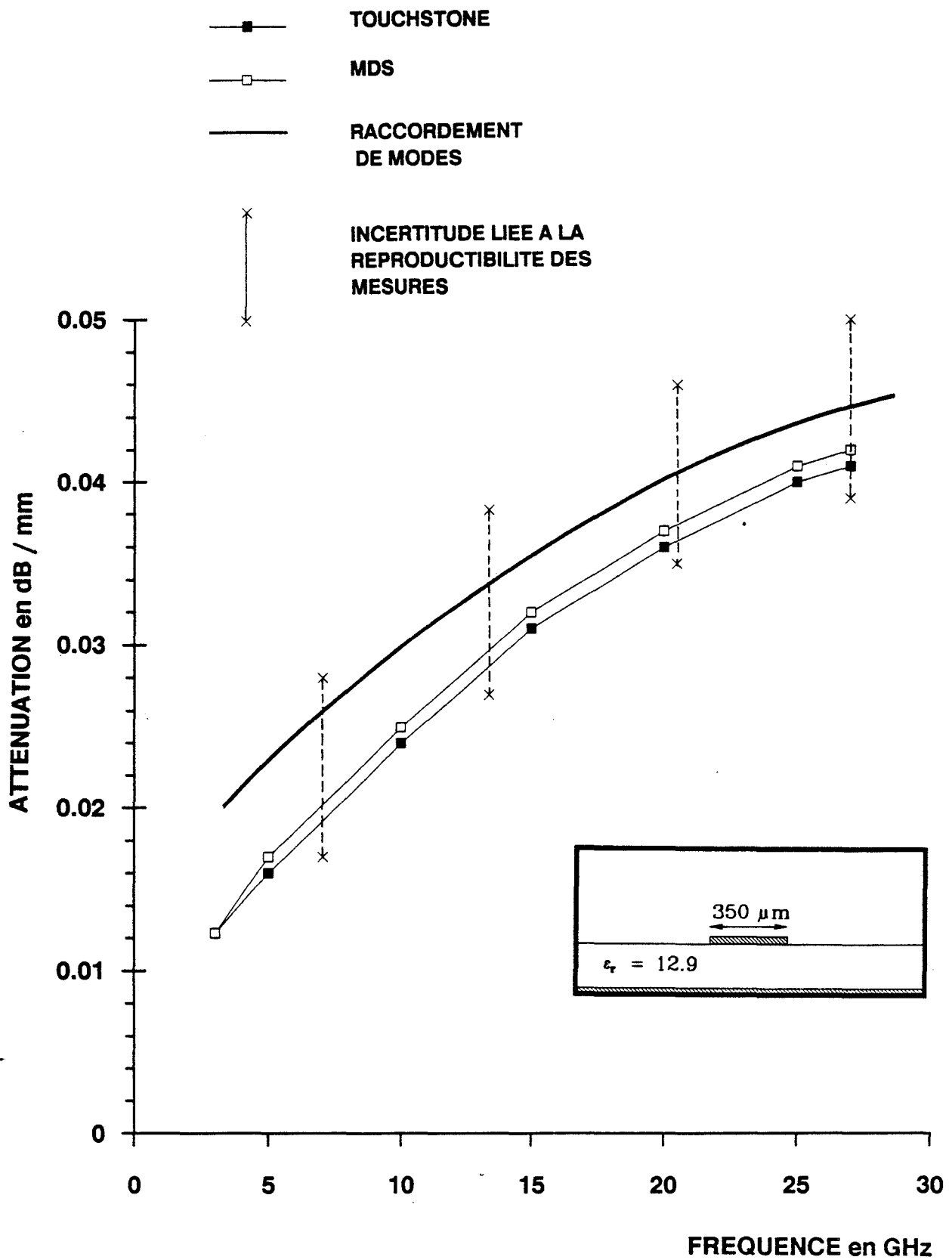


FIGURE IV.2.a: évolution fréquentielle de l'atténuation ( hauteur de substrat  $100 \mu\text{m}$ , épaisseur de ruban  $3 \mu\text{m}$ , [2] )



**FIGURE IV.2.b:** évolution fréquentielle de l'atténuation  
 ( hauteur de substrat 100 μm, épaisseur de ruban 3 μm, [2] )

vide doit être reliée aux seules pertes métalliques ; la tangente de l'angle de perte du matériau diélectrique étant de l'ordre de  $4 \cdot 10^{-5}$  dans le cas présent.

M.E. GOLDFARB obtient en définitive l'affaiblissement lié aux pertes métalliques à partir de l'étude publiée par R.H. PUCEL en 1968 [3], dans laquelle l'atténuation s'exprime comme :

$$(1) \quad \alpha = 4.34 \frac{n \beta_z}{Q_0} \text{ (dB/mm)}$$

Dans cette expression,  $n$  représente l'ordre de résonance et  $\beta_z$  la constante de phase.

Après avoir décrit succinctement le procédé de mesure de l'atténuation retenu par M.E. GOLDFARB, nous pouvons examiner les comparaisons entre :

- les résultats issus de la méthode du raccordement de modes modifiée,
- les relevés expérimentaux,
- et les évolutions données par les logiciels d'aide à la conception tels MDS et TOUCHSTONE.

Ces comparaisons sont reportées figure IV.2.a, b dans la bande de fréquences 2 à 35 GHz, pour des lignes microrubans de largeur  $20 \mu\text{m}$  et  $350 \mu\text{m}$ . Sur ces relevés figurent en outre, la marge d'erreur résultant de l'incertitude sur la mesure de la fréquence, donc sur le calcul des coefficients de surtension, et par voie de conséquence sur la déduction de l'atténuation.

On remarquera, dès à présent, l'aptitude des logiciels d'aide à la conception que sont MDS et TOUCHSTONE, à prédire l'atténuation liée aux pertes métalliques dans le cas des rubans d'épaisseur  $3 \mu\text{m}$ .

Il ne faut toutefois pas oublier que l'épaisseur de métallisation est pratiquement toujours supérieure à trois épaisseurs de peau  $\delta$ , dans la plage des fréquences où des mesures

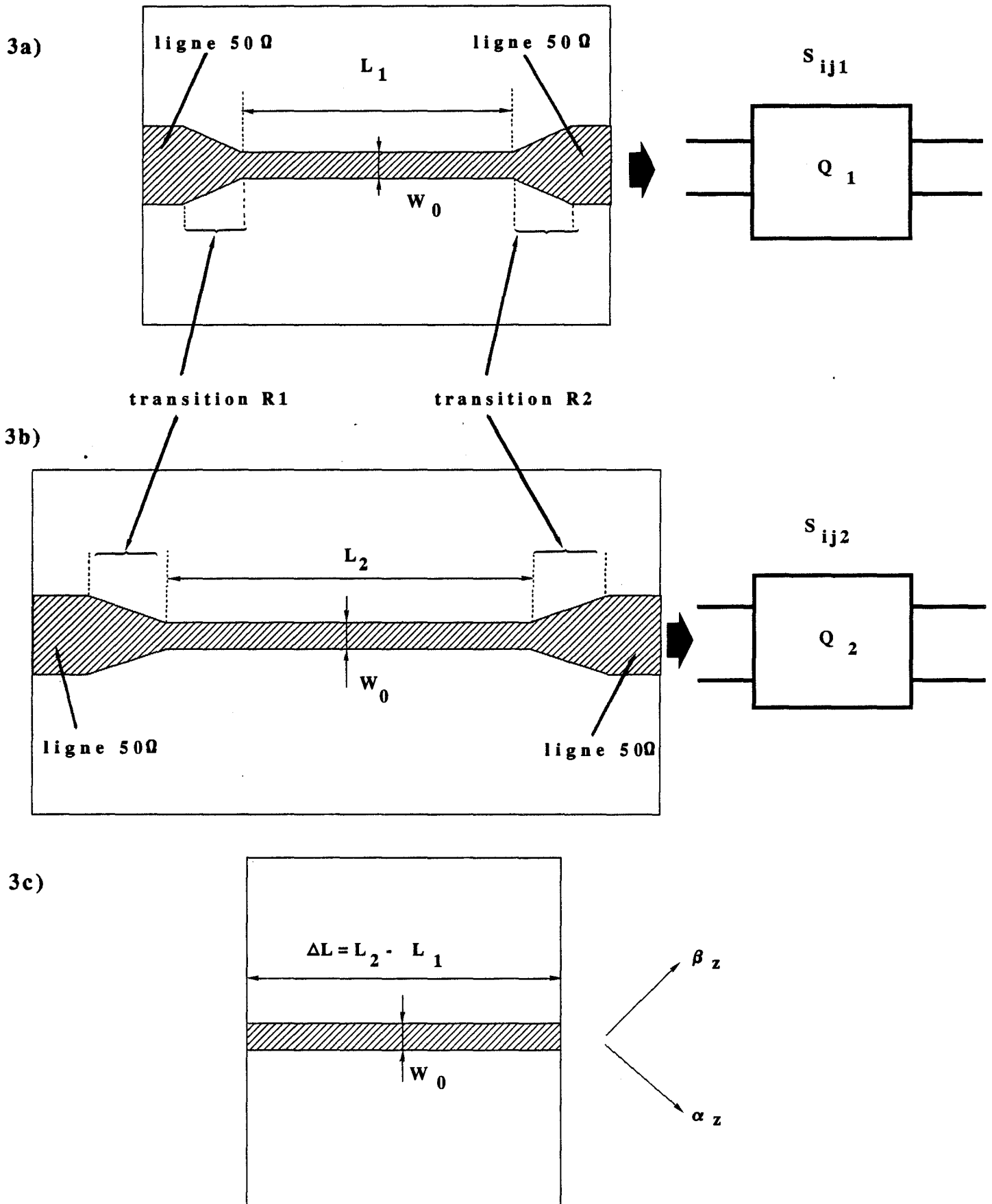
ont été effectuées. Les évolutions présentées figure IV.2.a, b montrent que l'atténuation est proportionnelle à la racine carrée de la fréquence ; loi attestant d'un fonctionnement basé sur l'effet de peau. Il n'est donc pas surprenant que des logiciels d'aide à la conception articulés autour de la description de ce phénomène, prédisent pour cette étude expérimentale, la réalité de façon satisfaisante.

Cette dernière remarque ne doit cependant pas détourner notre attention sur l'excellente prédiction de l'atténuation calculée par la méthode du raccordement de modes modifiée. Même si son emploi ne se justifie pas à priori pour les métallisations d'épaisseurs importantes, une première confrontation avec des résultats expérimentaux existants s'avérait nécessaire, et ce, avant de progresser dans une voie différente.

En effet, les logiciels d'aide à la conception, même s'ils ont prouvé une certaine efficacité, défont dès que le phénomène de l'effet de peau n'est plus celui qui régit le mécanisme des pertes. Pour s'en convaincre, il suffit de se reporter au chapitre I dans lequel est présentée figure I.1, en préambule à cette étude, l'atténuation d'une ligne d'épaisseur 1  $\mu\text{m}$ . Notre attention fût donc attirée dès ce moment.

La caractérisation des pertes des lignes de faibles dimensions et d'épaisseur de métallisation de l'ordre du micron constitue donc la base des relevés expérimentaux présentés dans ce mémoire, et ce, en vue d'étendre le domaine de validité de la méthode du raccordement de modes modifiée. Il est bien connu que les mesures, basées sur l'observation d'un phénomène de résonance, aboutissent à la détermination de l'évolution fréquentielle des coefficients de surtension, et si besoin est, de l'atténuation. Ces méthodes de résonance et leurs variantes [4] sont utilisées depuis longtemps ; leurs performances ne sont donc plus à vanter.

Pour notre part, nous avons choisi une voie différente et cherché si un autre procédé de mesure de l'atténuation pouvait être employé, compte tenu des excellentes performances que possèdent les analyseurs de réseaux modernes.



**FIGURE IV.3: Méthode utilisée pour la mesure de la constante de propagation de la ligne de longueur  $\Delta L = L_2 - L_1$  et de largeur  $W_0$**



## IV.1.2 Mise en oeuvre d'une méthode de mesure de l'atténuation du mode fondamental des lignes microrubans

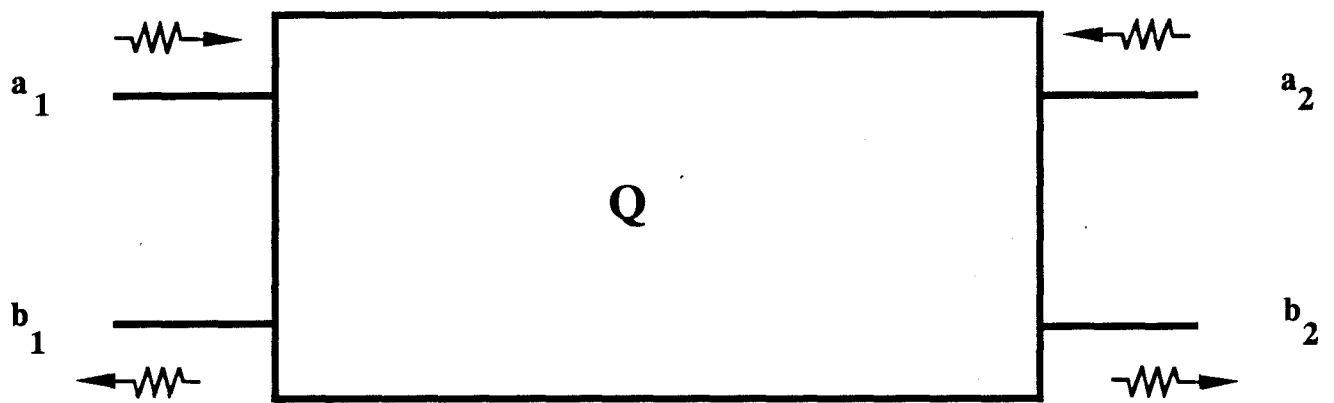
### IV.1.2.1. Description de la méthode de mesure de l'atténuation

Au cours de notre étude bibliographique, seuls les travaux publiés par B. BIANCO et M. PARODI retinrent notre attention. Ceux-ci parurent en 1976 sous le titre "*Détermination de la constante de propagation des lignes microrubans*" [5] et ne furent utilisés à cette période que pour déterminer la constante de phase. Nous allons à présent rapidement décrire la méthodologie employée.

La détermination de la constante de propagation du mode fondamental et par voie de conséquence de l'atténuation est basée sur la mesure des paramètres [S] de deux quadripôles, possédant des topologies identiques, et ne différant entre eux que d'un incrément de longueur de ligne  $\Delta L$ .

En effet, le premier quadripôle  $Q_1$  figure IV.3.a est constitué d'un point de vue schématique :

- d'un tronçon de ligne  $50 \Omega$
- d'une transition  $R_1$ , entre la ligne d'accès microruban  $50 \Omega$  et la ligne d'étude de largeur  $W_0$ ,
- d'une ligne de longueur  $L_1$  : la ligne à caractériser (de largeur  $W_0$ ),
- d'une seconde transition  $R_2$ ,
- et enfin, d'un tronçon de ligne  $50 \Omega$ .



$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

**FIGURE IV.4: Définition de la matrice de transfert [T]**

Le deuxième quadripôle figure IV.3.b, ne diffère du premier que par un allongement  $\Delta L$  de la ligne de largeur  $W_0$ .

Dans le développement qui suit, nous montrons qu'à partir de la connaissance des paramètres  $S_{ij,1}$  et  $S_{ij,2}$  des quadripôles  $Q_1$  et  $Q_2$ , nous obtenons figure IV.3.c, la constante de propagation complexe d'une ligne de largeur  $W_0$  et de longueur  $\Delta L$  tel que  $\Delta L = L_2 - L_1$ .

Cette étude repose sur la mise en cascade de quadripôles. Plutôt que d'utiliser la matrice de chaîne classique, nous privilégions l'emploi de la matrice de transfert  $[T]$ . Cette dernière possède des propriétés analogues tout du moins pour ce qui concerne le chaînage de quadripôles. Nous remémorons l'expression matricielle de la matrice de transfert en fonction des ondes entrantes et sortantes à chaque accès du quadripôle figure IV.4

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ b_1 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} b_2 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

Ce n'est qu'à l'issue du développement final que nous exprimerons les paramètres de la matrice de transfert globale en fonction des paramètres  $[S]$ . Dans ce but, nous rappelons également la transformation suivante :

$$[T] = \frac{1}{S_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -S_{22} \\ S_{11} & -\Delta S \end{bmatrix}$$

Bien entendu, nous ne pouvons démarrer cette étude sans émettre deux hypothèses :

- La première concerne le caractère monomodal de la propagation de l'onde dans la structure de longueur  $L_1$  ou  $L_2$ ,
- la seconde est spécifique aux transitions  $R_1$  et  $R_2$ , et stipule que les discontinuités ne génèrent aucun mode supérieur.

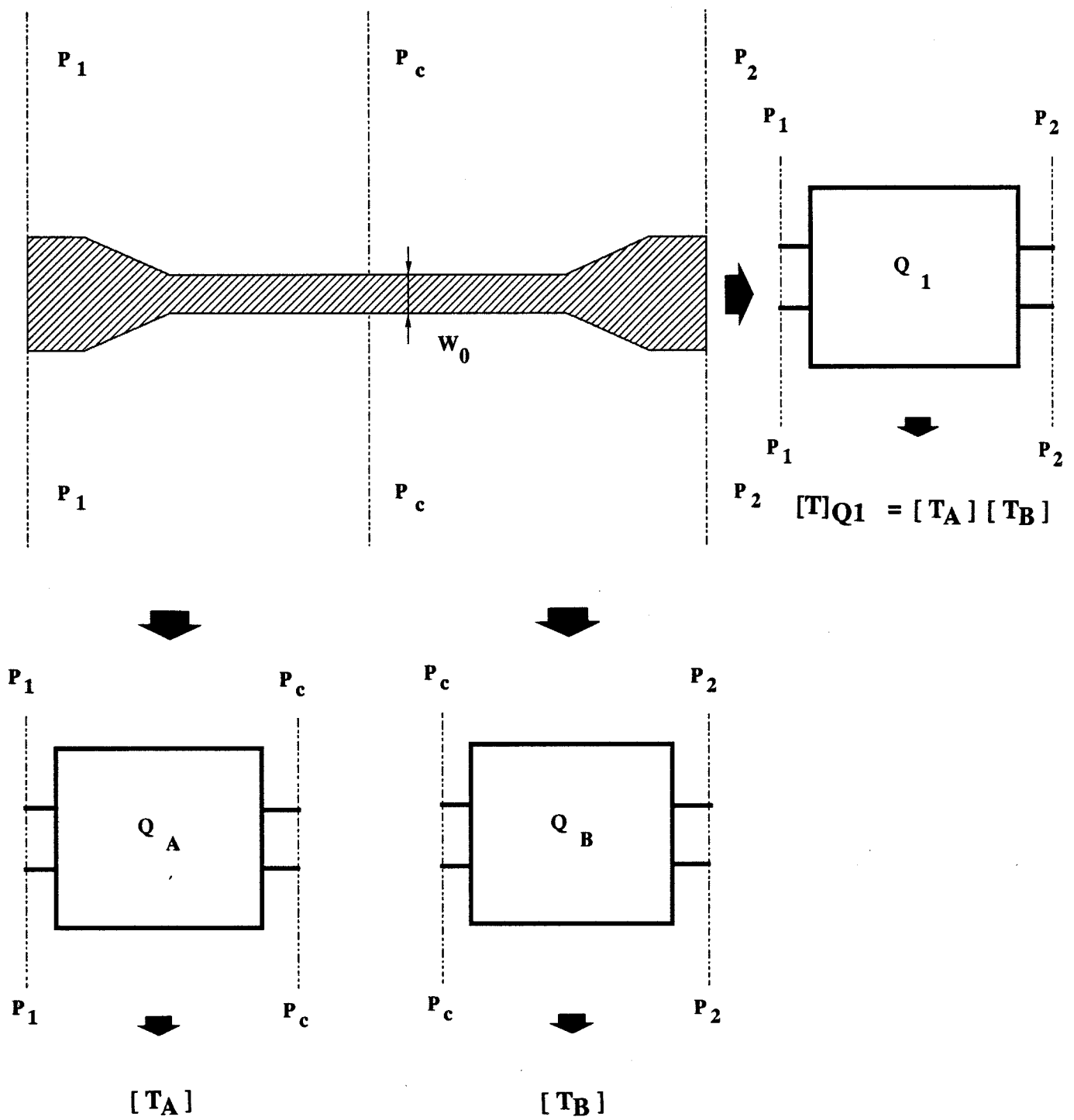


FIGURE IV.5: Matrice de transfert du quadripole  $Q_1$

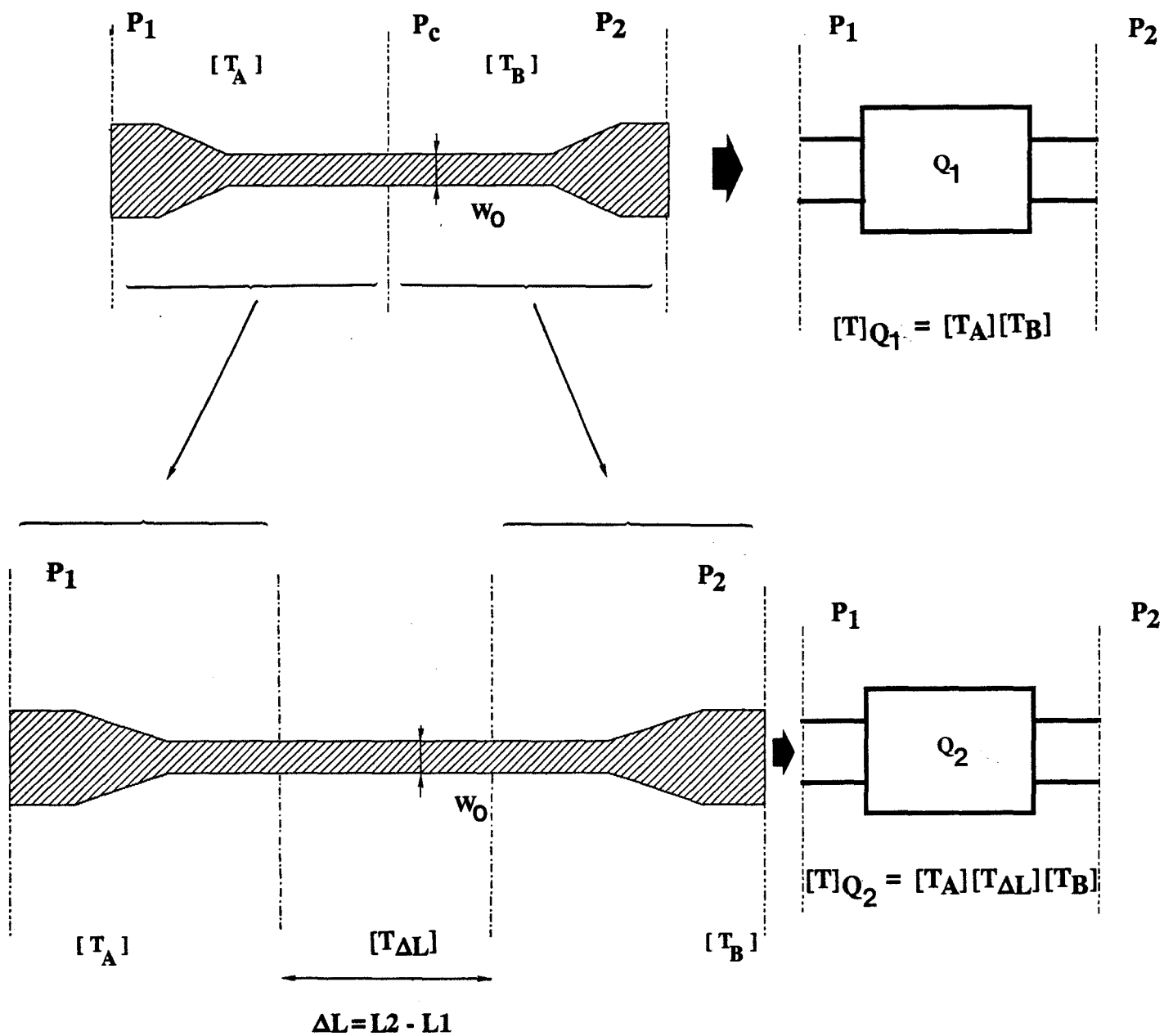


FIGURE IV.6: matrice de transfert du quadripole  $Q_2$

Par souci de simplification, le quadripôle  $Q_1$  est décomposé en deux quadripôles élémentaires  $Q_A$  et  $Q_B$  figure IV.5. Les matrices de transfert  $[T_A]$  et  $[T_B]$  sont alors définies dans les plans  $P_1, P_C$  et  $P_2, P_C$ . Nous rappelons que les plans  $P_1$  et  $P_2$  sont ceux dans lesquels nous effectuerons ultérieurement les relevés des paramètres  $[S]$ . Le plan  $P_C$  est fictif et peut être localisé, à priori, en tout point de la ligne de longueur  $L_1$ . De part les propriétés spécifiques de la matrice de transfert  $[T]$ , nous exprimons celle du quadripôle  $Q_1$  par la relation suivante :

$$[T]_{Q_1} = [T_A] [T_B]$$

Comme nous l'avons signalé précédemment, le second quadripôle  $Q_2$  est pratiquement la réplique du premier. La ligne microruban de largeur  $W_0$  possède ici une longueur  $L_2$  plus importante figure IV.6. Le quadripôle  $Q_2$  est reconstitué en chaînant le quadripôle  $Q_A$ , le tronçon de ligne de largeur  $W_0$  et de longueur  $\Delta L_2 - L_1$ , puis le quadripôle  $Q_B$ . Ceci se traduit par la relation :

$$[T]_{Q_2} = [T_A] [T_{\Delta L}] [T_B]$$

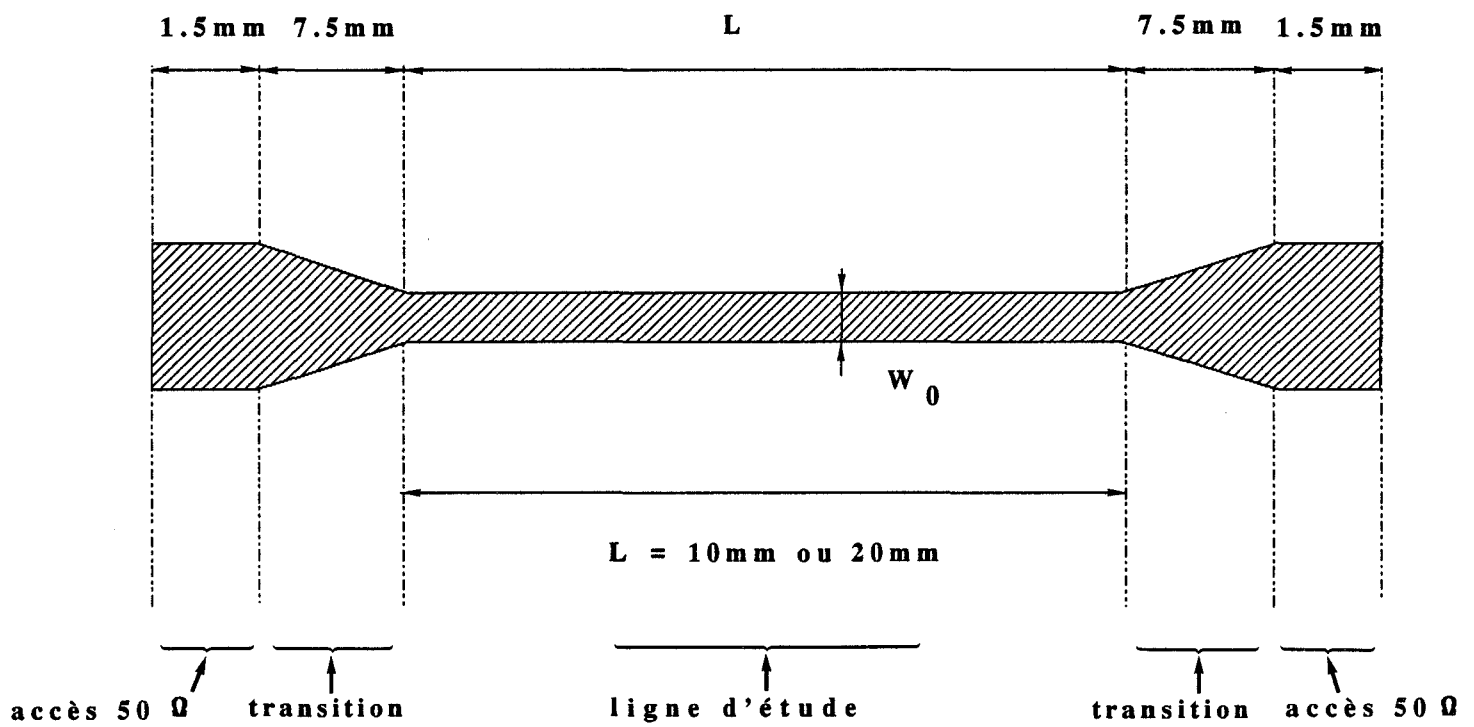
La suite de cette étude ne repose que sur des développements mathématiques fastidieux. Nous nous contenterons donc de donner le fil conducteur permettant d'aboutir à la relation que nous utiliserons pour le dépouillement de nos résultats de mesures.

A partir des deux formulations définies précédemment à savoir :

$$[T]_{Q_1} = [T_A] [T_B]$$

et

$$[T]_{Q_2} = [T_A] [T_{\Delta L}] [T_B]$$



**FIGURE IV.7 : Topologie des lignes microrubans réalisées en centrale de technologie**

on montre que l'égalité suivante est aussi vérifiée :

$$[T]_{Q_1} [T]_{Q_2}^{-1} = [T_A] [T_{\Delta L}] [T_A]^{-1}$$

Cela implique que la somme des termes de la diagonale principale des matrices  $[T_{\Delta L}]$  et  $[T]_{Q_2} [T]_{Q_1}^{-1}$ , ou encore que leurs traces sont égales.

Sachant que la trace de la matrice de transfert  $[T_{\Delta L}]$  d'un tronçon de ligne d'impédance quelconque et de longueur  $\Delta L$  est égale à  $2 \operatorname{ch} \gamma \Delta L$ , nous obtenons finalement la formulation générale suivante :

$$(2) \quad 2 \operatorname{ch} \gamma \Delta L = \frac{S_{12,1}^2 + S_{12,2}^2 + S_{11,1} S_{22,2} + S_{11,2} S_{22,1} - S_{11,1} S_{22,1} - S_{11,2} S_{22,2}}{S_{12,1} S_{12,2}}$$

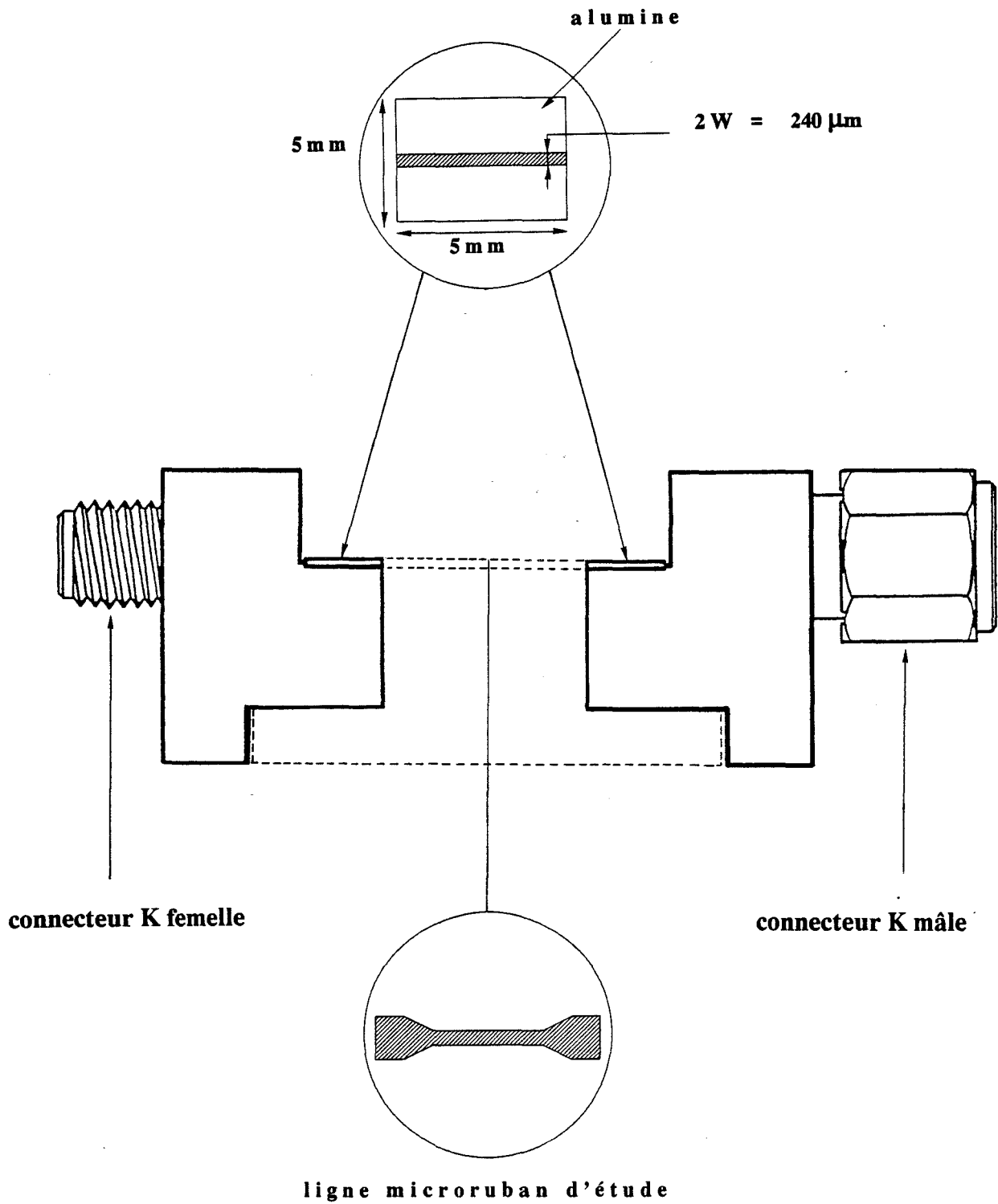
Dans cette expression,  $\gamma = \alpha_z + j \beta_z$  représente la constante de propagation complexe. Ainsi, la mesure des paramètres  $S_{ij,1}$  et  $S_{ij,2}$  des deux quadripôles aboutit à la détermination de la constante de phase du tronçon de ligne de longueur  $\Delta L = L_2 - L_1$ , mais surtout de l'atténuation ; grandeur qui nous intéresse plus particulièrement.

Avant d'aborder les comparaisons avec les relevés expérimentaux, il nous reste à rappeler les dimensions des lignes étudiées, puis à définir le système d'excitation envisagé pour la mesure des paramètres  $[S]$ .

#### IV.1.2.2. Les lignes étudiées et leurs systèmes d'excitation

Les topologies des lignes microrubans sont présentées figure IV.7. Nous avons préféré réaliser une transition progressive entre la ligne d'accès d'impédance caractéristique  $50 \Omega$  et celle de largeur  $W_0$ , plutôt qu'une connexion abrupte. Les lignes microrubans d'étude





**FIGURE IV.8:**

**cellules d'excitation assurant la transition avec la ligne microruban d'étude et les câbles de l'analyseur de réseaux**

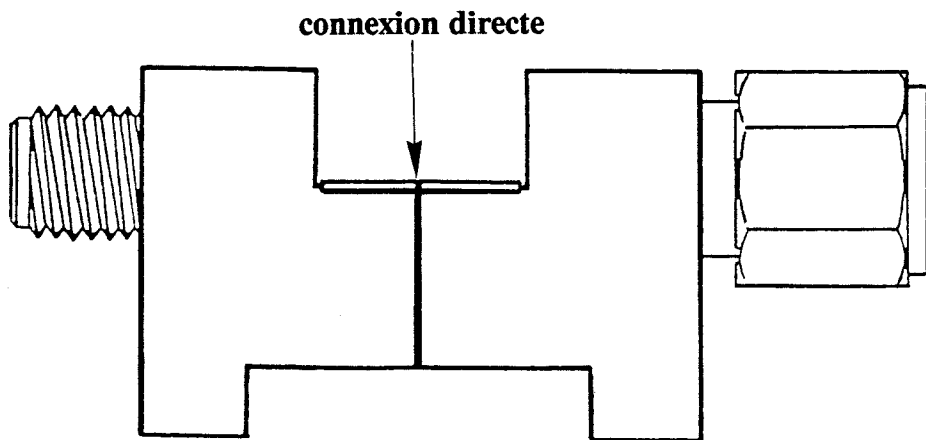
des quadripôles  $Q_1$  et  $Q_2$  possèdent une longueur respective de un et deux centimètres. Quant aux largeurs  $W_0$ , elles sont égales à 10  $\mu\text{m}$ , 30  $\mu\text{m}$ , 100  $\mu\text{m}$ , 175  $\mu\text{m}$  et 350  $\mu\text{m}$ .

Ces structures microrubans ont été réalisées dans la centrale de technologie du laboratoire par des procédés de dépôts métalliques courants. Signalons enfin que le ruban d'or d'épaisseur 1  $\mu\text{m}$  ainsi que le plan de masse sont déposés sur une couche d'accrochage de 400 Å de Titane.

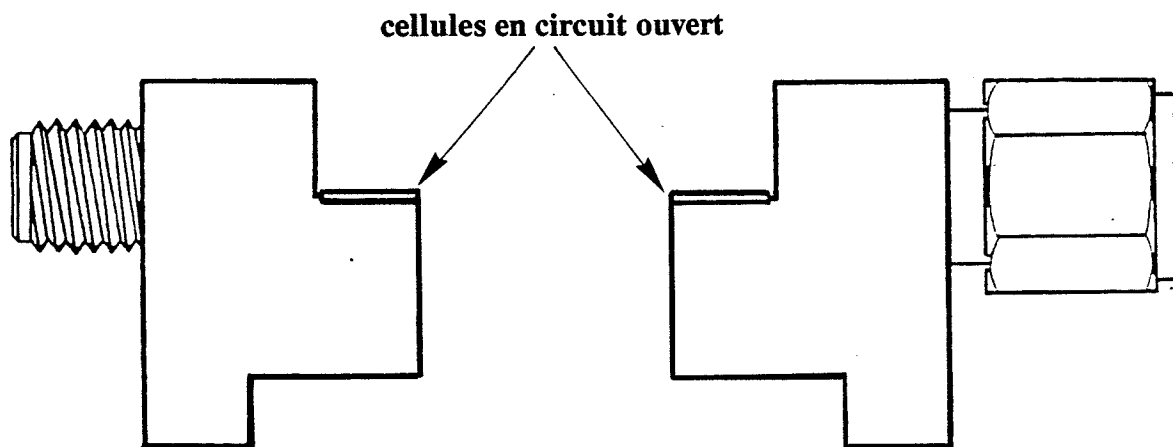
La mesure des paramètres  $[S]$  des lignes ne peut s'effectuer que par le biais d'une transition appropriée. Celle-ci doit assurer la connexion entre l'analyseur de réseaux, et les plans d'entrée en structure microruban des quadripôles  $Q_1$  et  $Q_2$  définis précédemment. En conséquence, nous avons conçu, sur la base des travaux existants au laboratoire [6], deux cellules figure IV.8 qui ne diffèrent dans leur topologie que par le connecteur mâle ou femelle, ceci pour assurer la compatibilité totale avec la connectique femelle et mâle des câbles de l'analyseur de réseaux. Chaque cellule est constituée d'une ligne microruban de longueur 5 mm gravée sur un substrat d'alumine d'épaisseur 257  $\mu\text{m}$ . Cette ligne est en outre mécaniquement et électriquement reliée au connecteur de précision. Notre volonté de réaliser des relevés dans la bande des fréquences 2 à 26 GHz nous amène à choisir des connecteurs de précision du type "K" commercialisé par la société WILTRON.

Signalons enfin que la "calibration" de notre dispositif de test s'effectue dans les plans  $P_1$  et  $P_2$  des cellules, ce qui signifie que l'ensemble analyseur, câble et cellule est étalonné. En ce qui concerne la procédure d'étalonnage retenue, notre choix s'est porté sur la méthode "TRL". Celle-ci étant désormais bien connue [6] [7], nous nous contenterons de la remémorer par le biais de la figure IV.9. En vue d'améliorer la précision sur la mesure des paramètres  $[S]$ , nous avons scindé la plage d'étude 2 à 26 GHz en quatre bandes dans lesquelles nous procédons à un étalonnage "TRL" systématique.

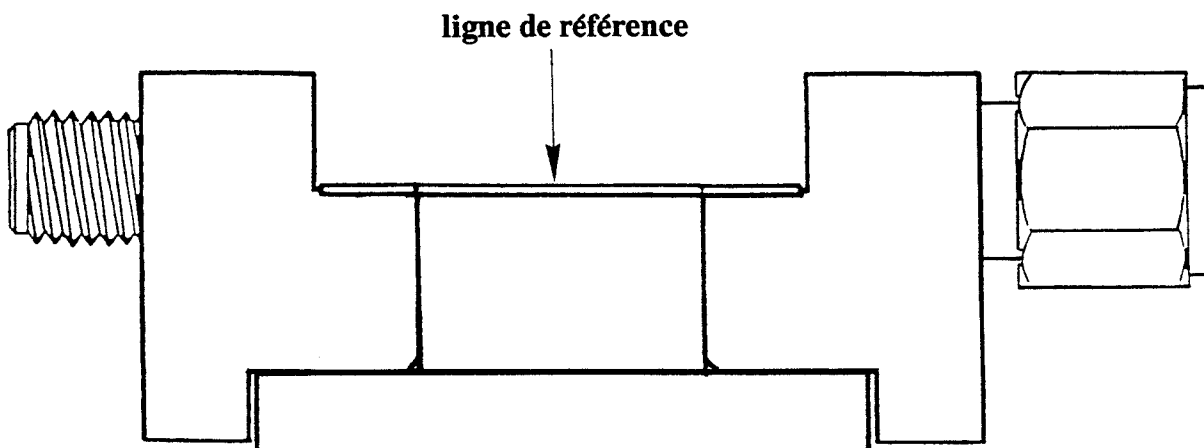
**(T): THRU**



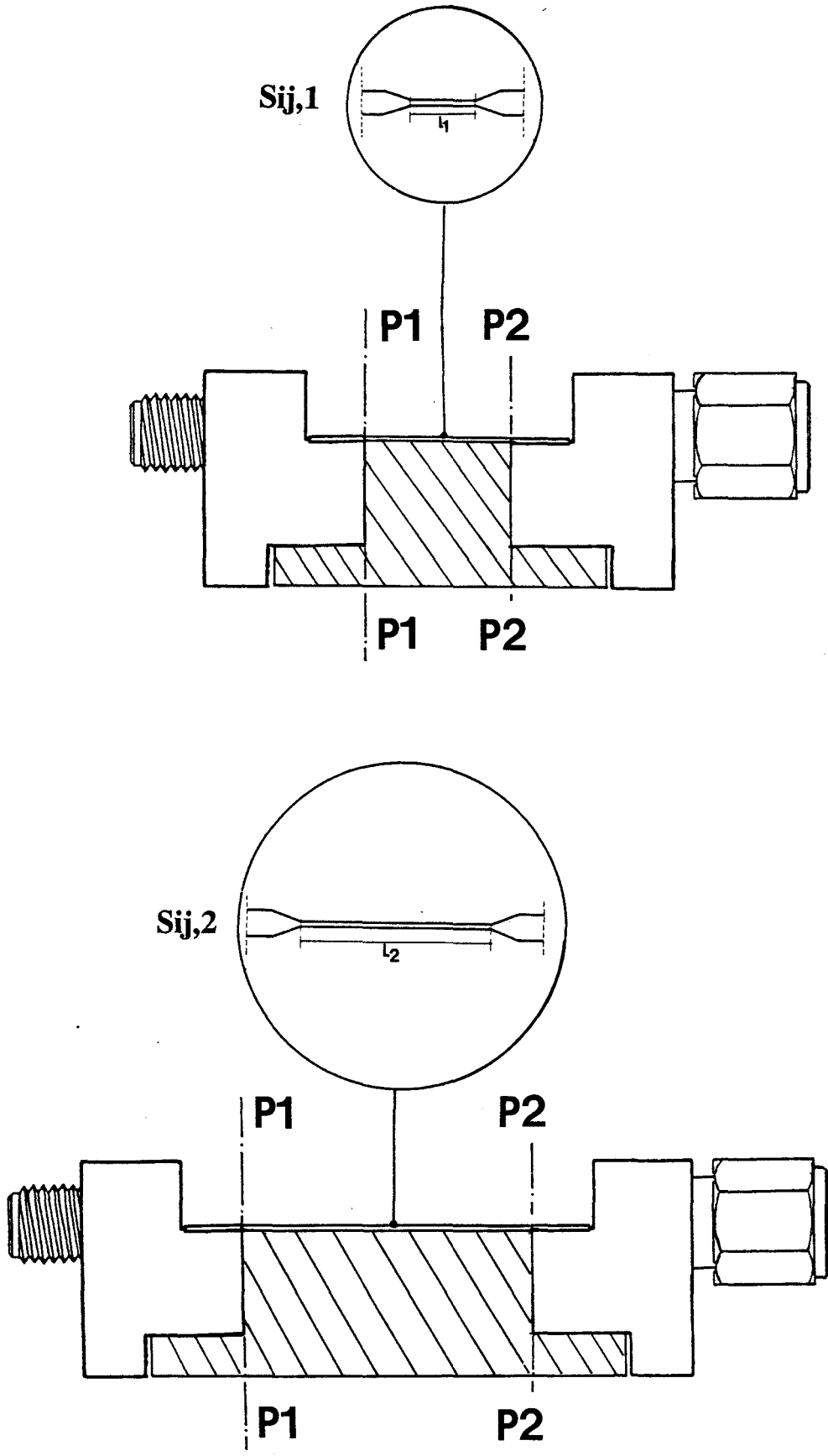
**(R): REFLECT**



**(L): LINE**



**FIGURE IV.9:** méthodologie employée pour l'étalonnage TRL de l'ensemble analyseur de réseau - câble - cellule



$$2 \operatorname{ch}((\alpha_z + j \beta_z) * (L_2 - L_1)) = \frac{S_{12,1}^2 + S_{12,2}^2 + S_{11,1} * S_{22,2} + S_{11,2} * S_{22,1} - S_{11,1} * S_{22,1} - S_{11,2} * S_{22,2}}{S_{12,1} * S_{12,2}}$$

FIGURE IV.10: détermination de l'atténuation  $\alpha_z$  à partir de la mesure des paramètres Sij,1 et Sij,2

### IV.1.2.3 Cas des rubans d'épaisseur 1 $\mu\text{m}$ , comparaison des relevés expérimentaux avec les résultats théoriques

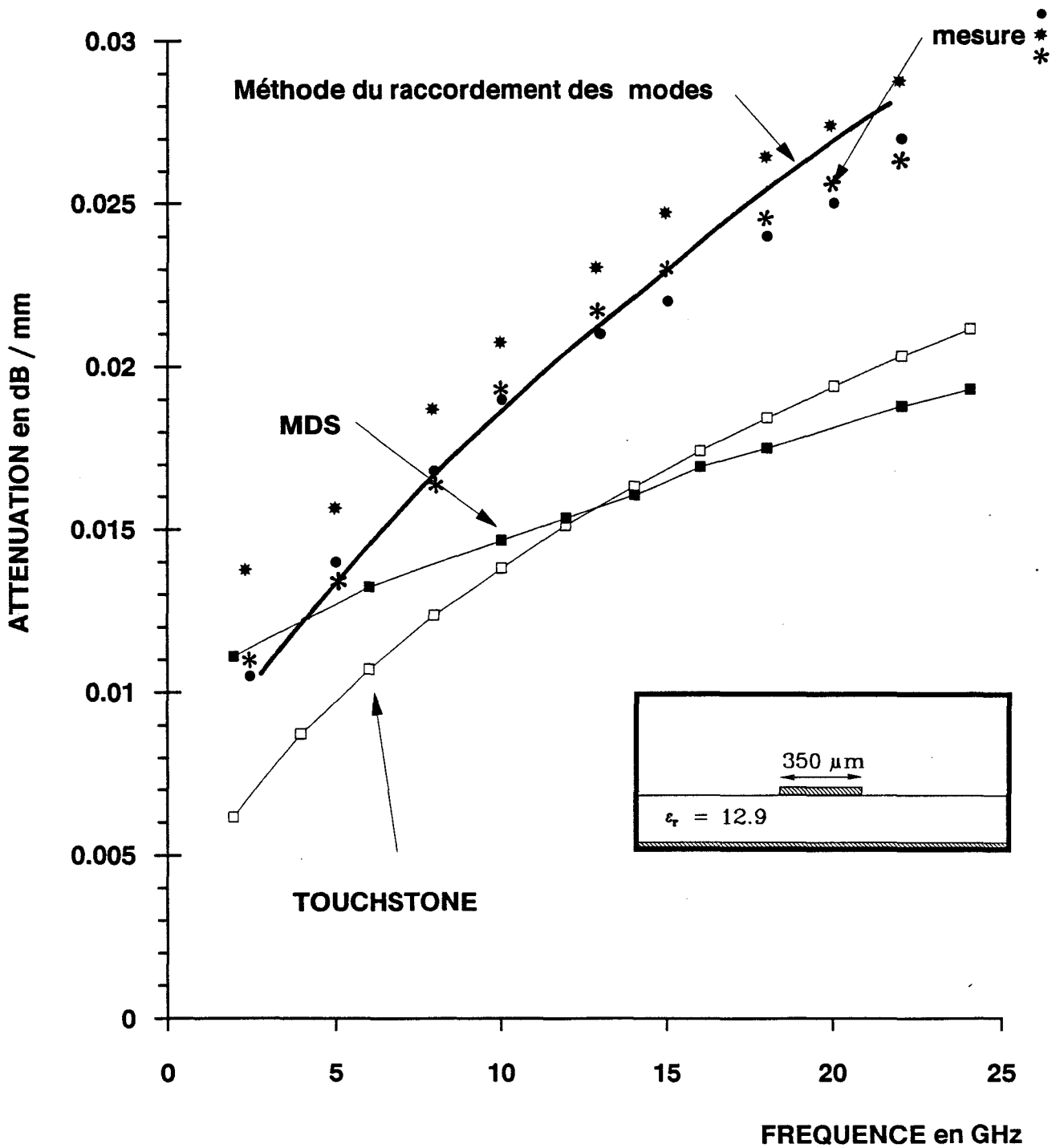
Nous pouvons désormais confronter les évolutions expérimentales de l'atténuation déduite du relevé des paramètres  $S_{ij,1,2}$  figure IV.10 avec celles issues successivement de la méthode du raccordement de modes modifiée, et des logiciels d'aide à la conception MDS (HEWLETT-PACKARD, HP 85150, version 2.0) et TOUCHSTONE (EESOF version 1.5).

Notons en préambule que les relevés expérimentaux ont été réalisés à trois reprises. Trois montages successifs des cellules et des lignes à tester, ainsi que des soudures par fils d'or ont donc été effectués. Ainsi, nous pouvons apprécier la bonne reproductibilité de la mesure de l'atténuation sur les tracés présentés figures IV.11.a, b, c, d, e, dans la plage des fréquences 2 à 26 GHz.

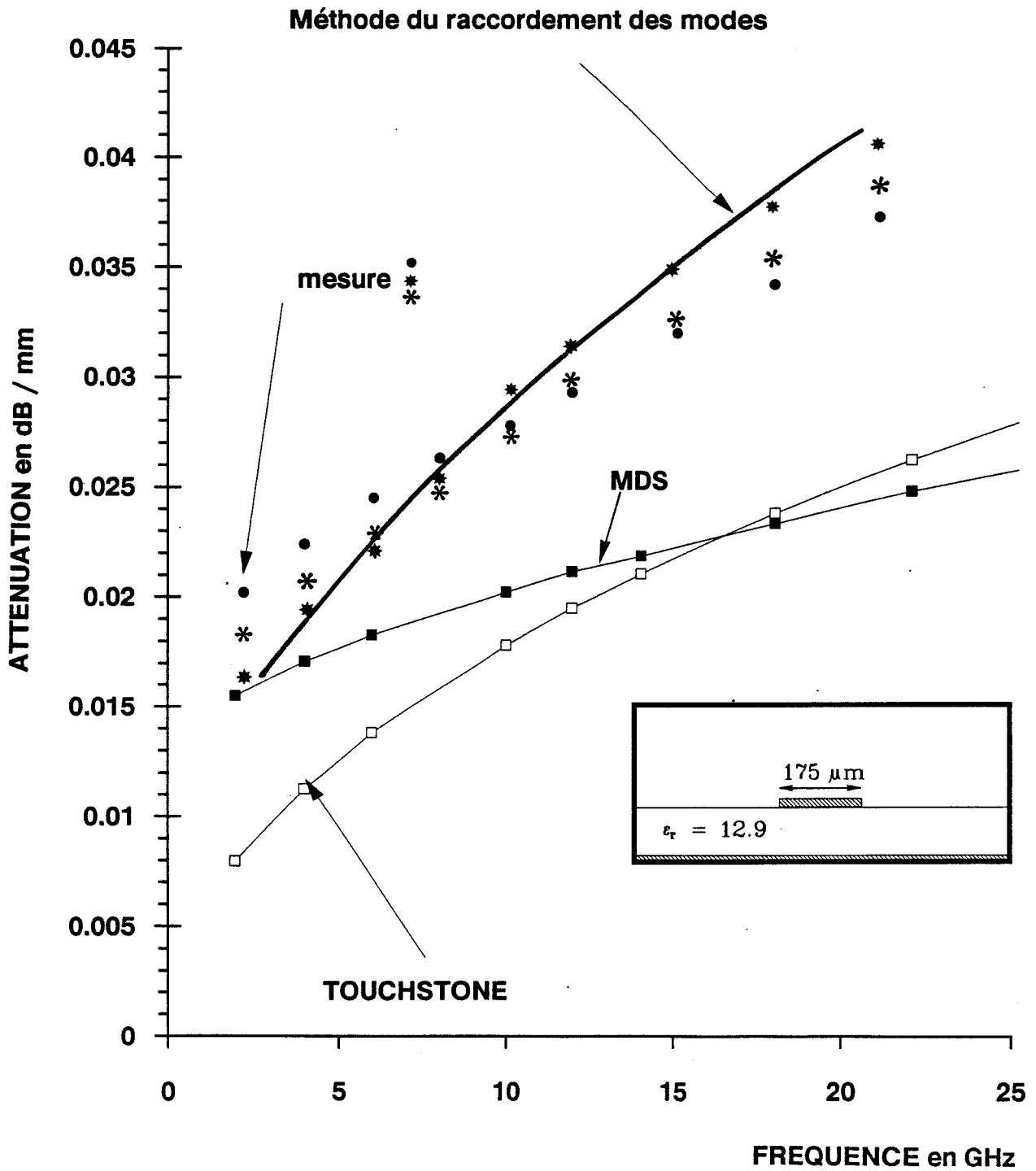
Les comparaisons avec les résultats issus des logiciels d'aide à la conception mettent en évidence les carences de ces outils de simulation. Malgré cette faillite dans la prédiction de l'atténuation, l'évolution des pertes mérite quelques commentaires.

En effet, les variations proportionnelles à la racine carrée de la fréquence confirment que le logiciel TOUCHSTONE est bien élaboré à partir d'un modèle à effet de peau. Dans tous les cas traités, la valeur de l'atténuation fournie par ce logiciel est très en dessous de la réalité. Il y a donc sous-estimation de l'atténuation.

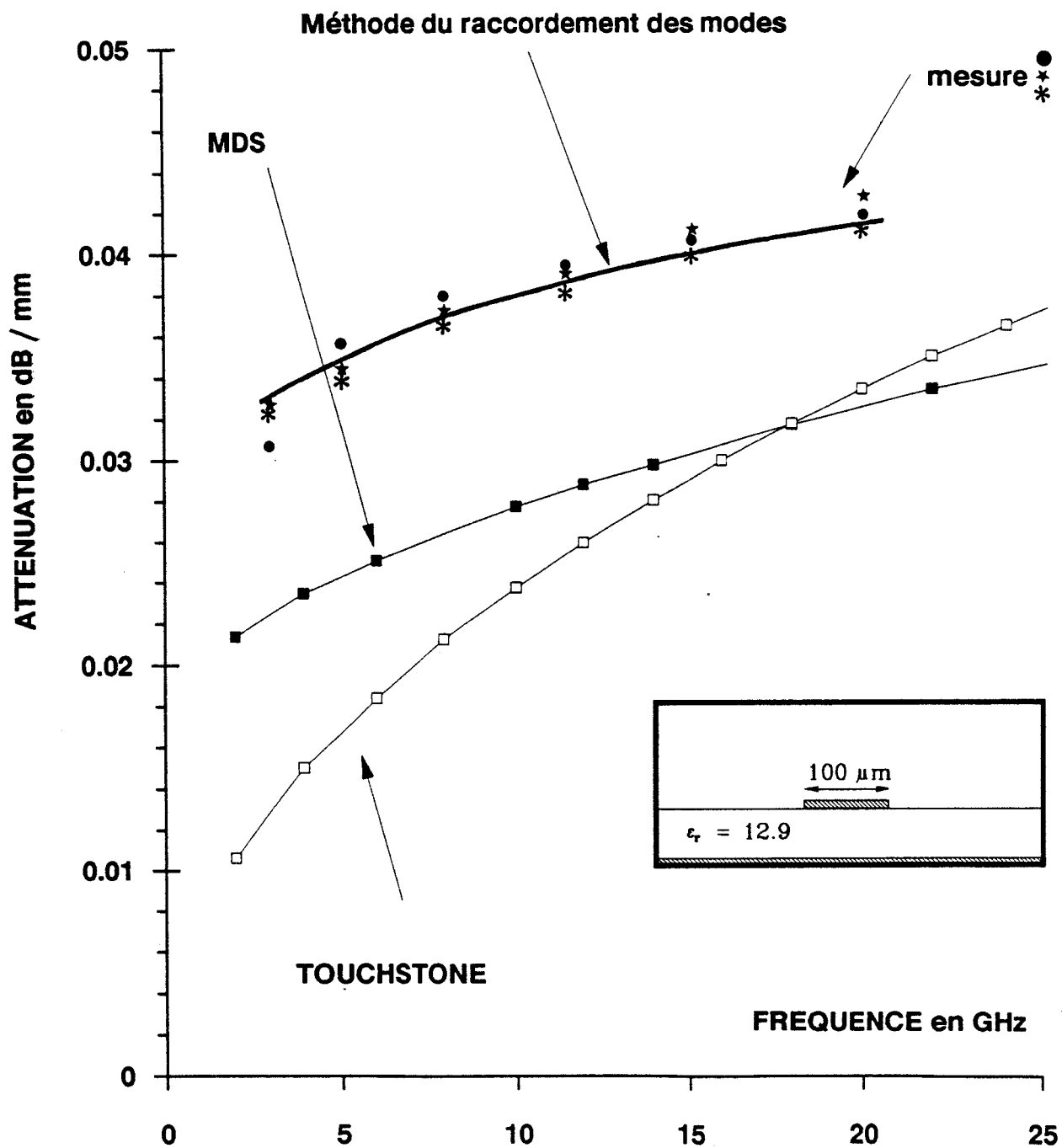
Le logiciel MDS décrit quant à lui le mécanisme des pertes métalliques de façon différente. Il est à notre sens moins fiable encore, dans la mesure où il surestime l'atténuation pour la ligne de largeur 10  $\mu\text{m}$ , et la sous-évalue pour des lignes de largeurs supérieures à 30  $\mu\text{m}$ . La variation fréquentielle n'est ici jamais proportionnelle à la racine carrée de la fréquence. Le modèle utilisé dans ce logiciel n'est donc plus basé sur l'effet de peau bien qu'il le décrive parfaitement pour des rubans d'épaisseur importante devant l'épaisseur de peau  $\delta$ .



**FIGURE IV.11.a:** évolution fréquentielle de l'atténuation  
 ( hauteur de substrat  $257 \mu\text{m}$ , épaisseur de ruban  $1 \mu\text{m}$  )



**FIGURE IV.11.b:** évolution fréquentielle de l'atténuation  
 ( hauteur de substrat 257 μm, épaisseur de ruban 1 μm )



**FIGURE IV.11.c:** évolution fréquentielle de l'atténuation  
 ( hauteur de substrat 257  $\mu\text{m}$ , épaisseur de ruban 1  $\mu\text{m}$  )



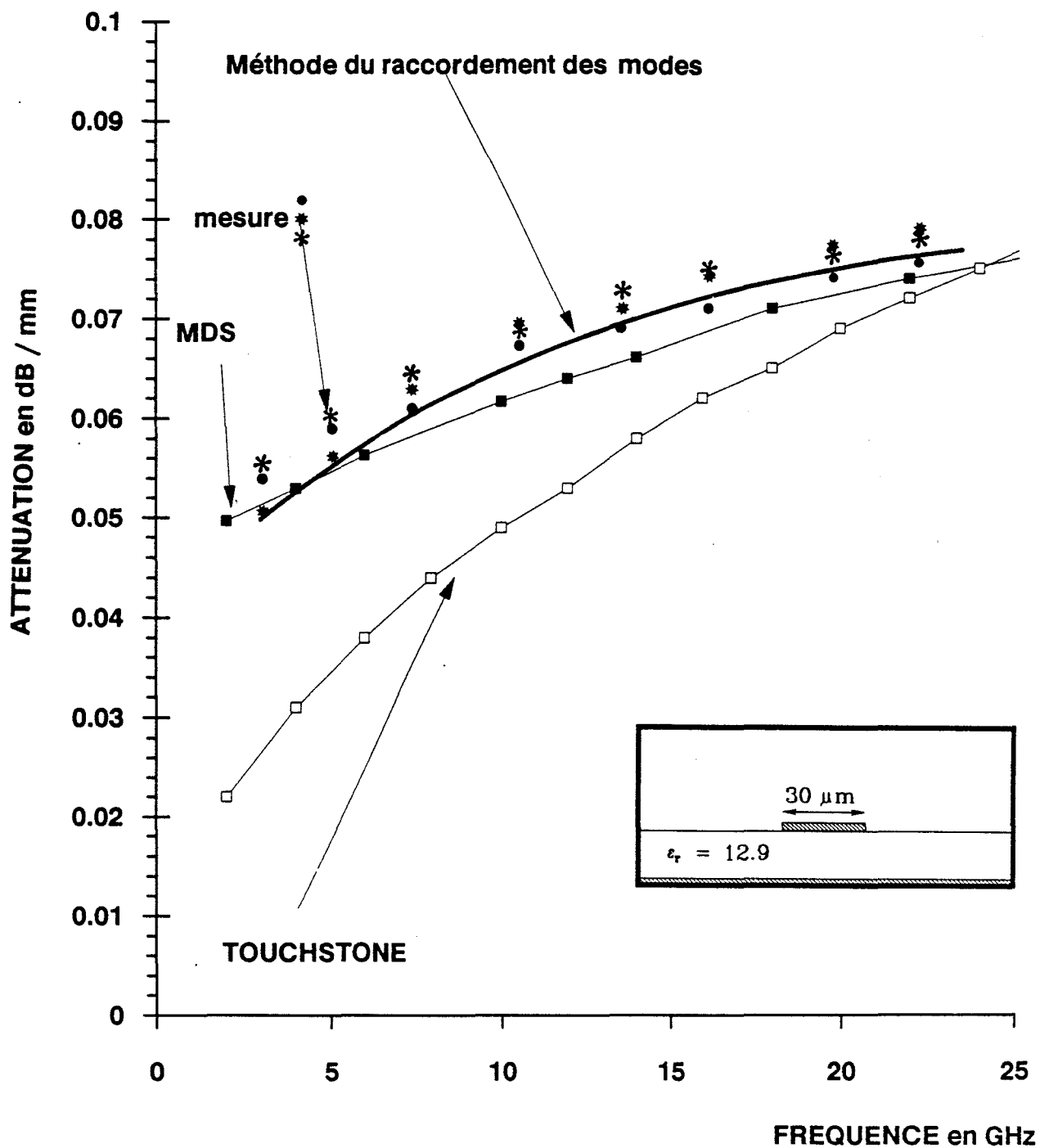
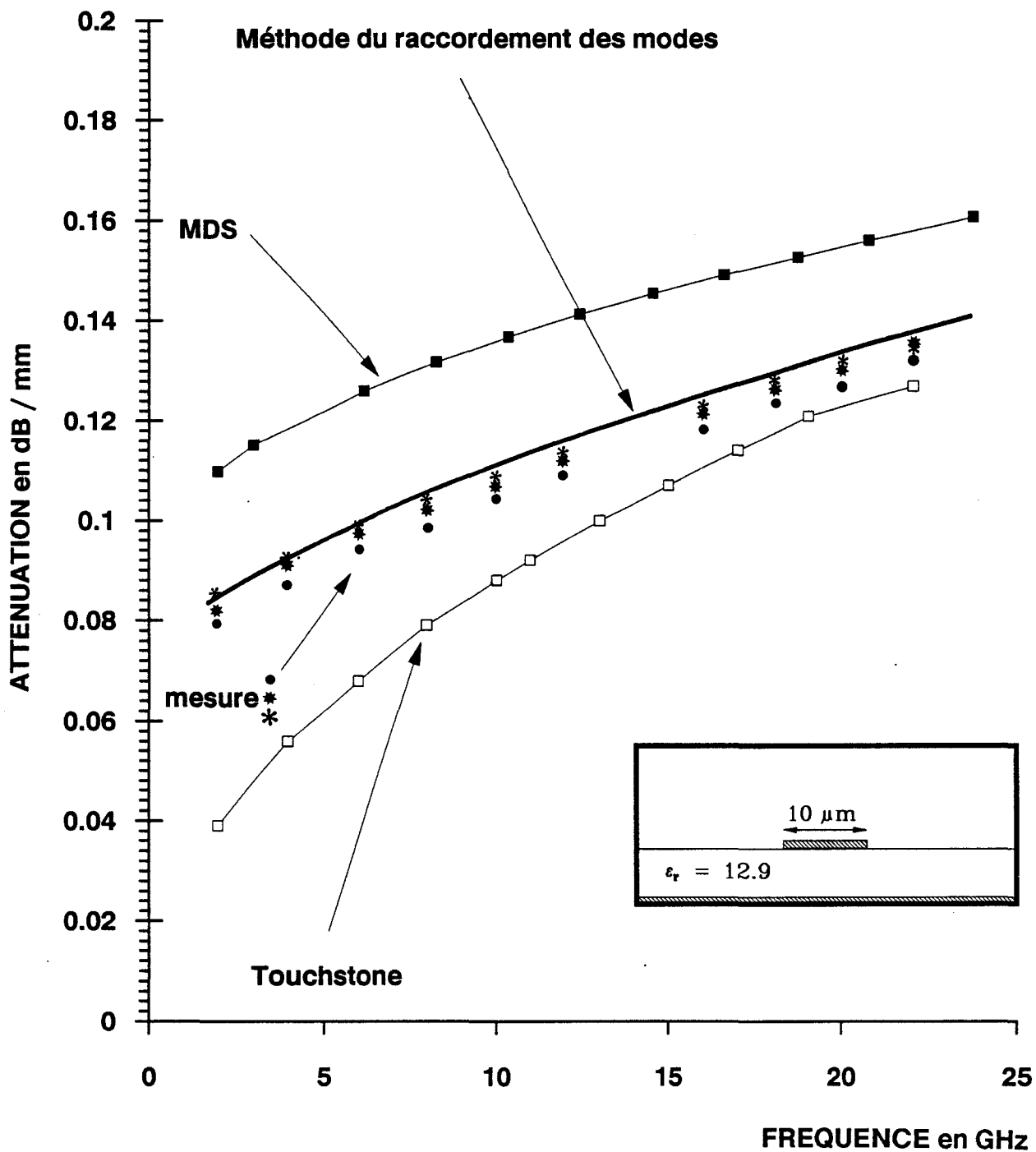


FIGURE IV.11.d: évolution fréquentielle de l'atténuation  
 ( hauteur de substrat  $257 \mu\text{m}$ , épaisseur de ruban  $1 \mu\text{m}$  )



**FIGURE IV.11.e:** évolution fréquentielle de l'atténuation  
 ( hauteur de substrat  $257 \mu\text{m}$ , épaisseur de ruban  $1 \mu\text{m}$  )

On notera que la méthode du raccordement de modes modifiée traduit une fois de plus l'évolution des pertes métalliques, et ce avec une bonne précision. Nous avons essayé d'évaluer l'évolution fréquentielle moyenne en " $F^P$ " de l'atténuation. Conscient du caractère approché de cette estimation, deux tendances semblent se dégager de nos relevés expérimentaux et théoriques issus de la méthode du raccordement de modes modifiée.

La première tendance porte sur la variation relativement importante de la loi en " $F^P$ " puisque l'exposant " $P$ " varie de 0,25 à 0,4 lorsque la largeur du ruban est respectivement comprise entre 100  $\mu\text{m}$  et 350  $\mu\text{m}$ . Pour les rubans de largeurs 10  $\mu\text{m}$  et 30  $\mu\text{m}$ , la dynamique de la loi de variation est plus faible, l'exposant " $P$ " étant ici compris entre 0,16 et 0,2. Nous pensons que les effets de pointe, et leurs prédominances dans le cas des rubans de faible largeur, ne sont pas étrangers aux évolutions que nous venons de décrire. Seule l'étude d'un grand nombre de structures microrubans permettrait d'affiner la compréhension du mécanisme régissant ce phénomène des pertes métalliques. Ceci sort du cadre de cette étude car d'autres travaux concernant le thème des pertes métalliques sont menés conjointement dans notre équipe [8]. Basés sur l'approche dans le domaine spectral couplée au concept d'impédance de surface, ils doivent suppléer la méthode du raccordement de modes modifiée servant de référence. En effet, bien que très performante, la méthode du raccordement de modes modifiée demeure pénalisée par sa complexité numérique. Malgré tout, nous avons cherché à étendre son domaine d'application. Ceci fait l'objet du paragraphe suivant.

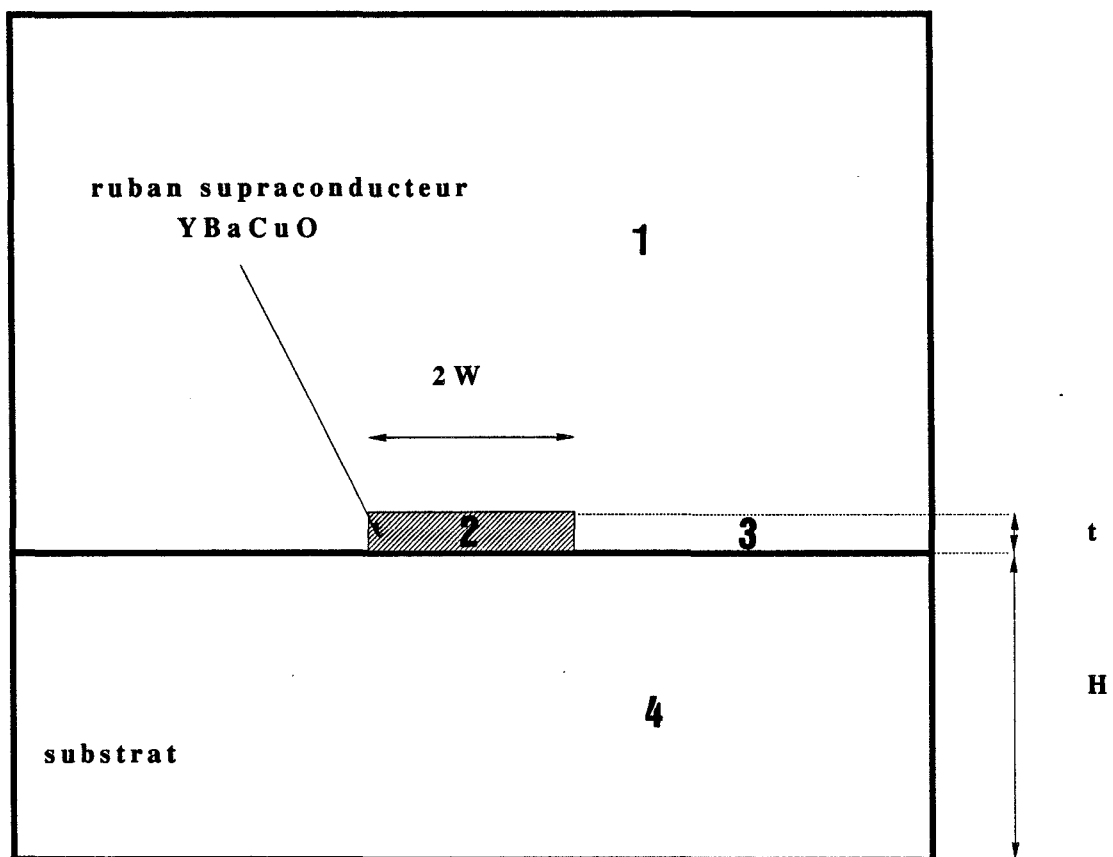
## IV.2 - PERSPECTIVES DE LA METHODE DU RACCORDEMENT DE MODES MODIFIEE : APPLICATION AUX LIGNES SUPRACONDUCTRICES

Nous avons signalé au premier chapitre de ce mémoire, qu'une soudaine recrudescence des travaux publiés sur le thème des pertes métalliques avait été constatée ces dernières années. Paradoxalement, ceci semble causé par la découverte en février 1987 de nouveaux matériaux supraconducteurs à haute température critique.

Ainsi, une phase supraconductrice est atteinte sous la température critique  $T_c$  de 92 degrés Kelvin pour le matériau dénommé Y Ba Cu O. Cet effet supraconducteur obtenu à la température de l'azote liquide (77°K) contraste fortement avec le cas des anciens matériaux supraconducteurs à la température de 12 degrés Kelvin donc à celle de l'hélium liquide. Ce bond considérable réalisé dans l'échelle des températures puisque 80 degrés Kelvin ont été gagnés, n'est certes pas étranger au démarrage d'un grand nombre de travaux relatifs à ce thème.

Parallèlement à ce constat, l'accroissement des besoins de transmission d'information durant cette dernière décennie a ouvert les recherches vers des lignes à haut débit. Cette volonté d'accroître les besoins de transfert d'information n'a pas uniquement concerné les transmissions à longues distances, mais aussi celles à plus petite échelle réalisées sur un circuit intégré par exemple.

Dans ce contexte, on comprend qu'au cours des dernières années, ces nouveaux matériaux supraconducteurs à la température de l'azote liquide aient suscité un intérêt grandissant. En effet, ils constituent une réelle possibilité de transmission des signaux avec un minimum de distorsion, des pertes extrêmement faibles comparées à celles des lignes classiques et ce, sur une grande plage de fréquences. Récemment, des études théoriques [9], [10], [11], et des travaux expérimentaux [12], [13], [14] ont confirmé de manière quantitative de telles possibilités.



**FIGURE IV.12:** plan de section droite de la structure d'étude

Ces motivations brièvement exposées nous ont tout naturellement incité à nous intéresser à ce problème. Nous avons donc adapté la méthode du raccordement de modes modifiée à l'étude de la ligne microruban supraconductrice.

#### **IV.2.1 Formulation du problème intégrant la nature supraconductrice d'un domaine du plan de section droite de la ligne microruban**

Le plan de section droite de cette ligne en boîtier est présenté figure IV.12. Un ruban supraconducteur est déposé sur un substrat d'épaisseur  $H$ , comportant un plan de masse parfait. L'ensemble est subdivisé en quatre régions homogènes, constituées de matériaux isotropes dans le cas présent. La nature physique de chaque domaine est traduite, tout comme dans le chapitre II, par le biais de la permittivité complexe tel que :

$$(3) \quad \varepsilon = \varepsilon_0 \left( \varepsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_0} \right)$$

Le caractère supraconducteur du ruban (en l'occurrence le domaine 2) ou de toute autre couche supraconductrice est retranscrit de façon phénoménologique au moyen de la conductivité complexe :

$$(4) \quad \sigma = \sigma_n - j \sigma_{SC}$$

Les conductivités  $\sigma_n$  et  $\sigma_{SC}$  traduisent respectivement dans le cas du modèle à deux fluides, l'influence des électrons normaux et supraconducteurs [15].

Elles ont pour expression :

$$(5) \quad \sigma_n = \sigma_{nc} \left( \frac{T}{T_c} \right)^4$$

$$(6) \quad \sigma_{SC} = \frac{\left[ 1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^4 \right]}{\omega \mu_0 \lambda_{(0)}^2}$$

où  $T_c$  est la température critique et  $T$  la température de travail exprimée en degrés KELVIN,  $\sigma_{nc}$  représente la conductivité normale au dessus de la température critique ; c'est une donnée propre au matériau.

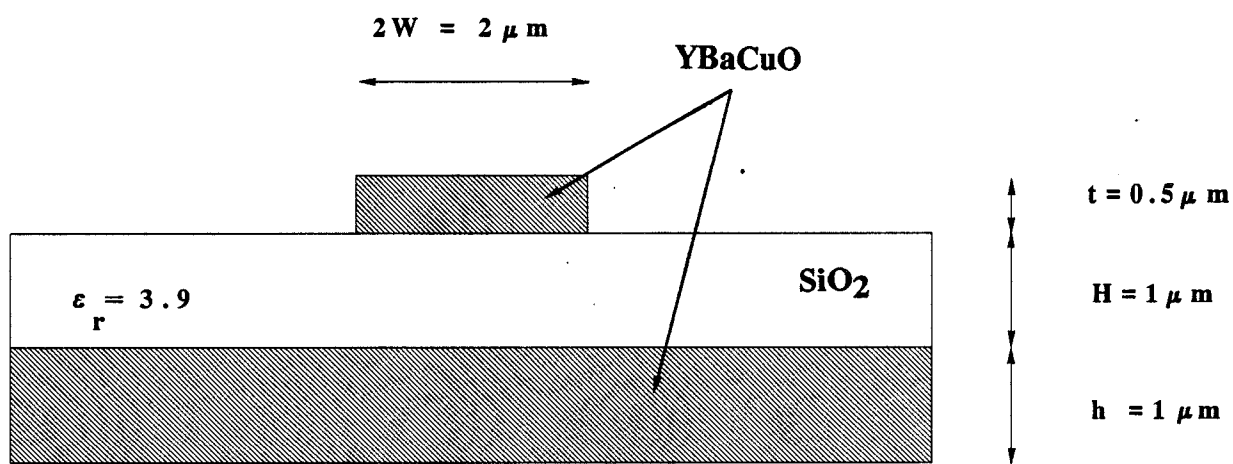
La grandeur  $\lambda$  définit la profondeur de pénétration. Elle n'est fonction que de la température et s'exprime comme :

$$(7) \quad \lambda(T) = \frac{\lambda(0)}{\sqrt{1 - \left( \frac{T}{T_c} \right)^4}}$$

où  $\lambda(0)$  est la profondeur de pénétration à zéro degré Kelvin. C'est une spécificité du matériau utilisé.

Après ce bref rappel, la résolution du problème passe tout naturellement par la recherche des modes de la structure guide plan parallèle équivalente aux régions "fente" (air) et "ruban" (supraconducteur).

Cette étape effectuée, l'étude est ensuite menée sur la base du critère de convergence énoncé au chapitre III de ce mémoire.



**FIGURE IV.13: dimensions géométriques de la structure retenue pour le calcul de l'atténuation [19]**



### IV.2.2 Exemples de résultats

L'objectif de ce paragraphe consiste à montrer brièvement les potentialités que peut offrir la méthode du raccordement de modes dans son application à la ligne microruban supraconductrice.

A ce stade, deux voies peuvent être choisies. La première consiste à se borner à la détermination de l'atténuation par analogie avec l'étude menée dans ce mémoire. La seconde plus logique, compte tenu de la nature peu dissipative de ce type de ligne, vise à mettre en évidence l'effet d'inductance cinétique lié aux électrons supraconducteurs.

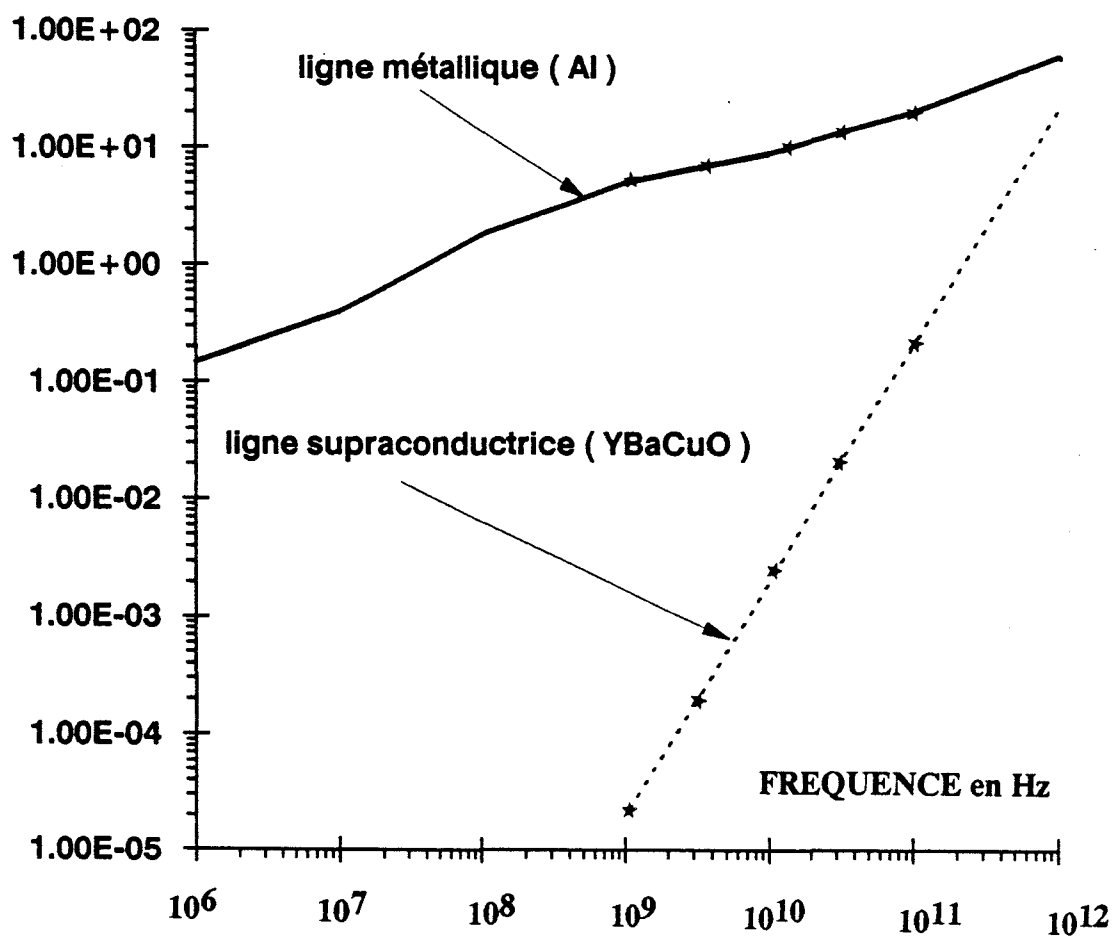
L'utilisation de matériaux supraconducteurs à haute température critique répondant aux besoins de transmission d'impulsion à bref temps de montée nécessite outre une dispersion et des pertes faibles, une bande passante importante [16], [17]. Cela implique par conséquent la mise en oeuvre de lignes dont les dimensions sont très différentes de celles des lignes classiques [18].

La figure IV.13 illustre à titre d'exemple ces propos [19]. Une ligne de largeur  $2\ \mu\text{m}$  est déposée sur un substrat sans perte de permittivité relative  $\epsilon_r = 3,9$  d'épaisseur  $1\ \mu\text{m}$ . Le matériau supraconducteur employé pour la conception de cette ligne microruban possède des caractéristiques répertoriées dans le tableau suivant :

$\lambda(0)$ ( $\mu\text{m}$ )	$T_c$ ( K )	$\sigma_{nc}$ (S/cm)	$\sigma_n$ (S/cm) à $T = 77^\circ\text{K}$	$\sigma_{sc}$ (S/cm) à $T = 77^\circ\text{K}$
0,140	92,5	$5 \cdot 10^3$	2400	$3,36 \cdot 10^5$

Les pertes de cette structure sont calculées et comparées à l'atténuation que présente une ligne microruban identique mais réalisée à partir d'un ruban métallique d'aluminium. Ces évolutions fréquentielles obtenues à 77 degrés Kelvin par la méthode du raccordement de

ATTENUATION en dB / cm



★ METHODE DU RACCORDEMENT DES MODES

FIGURE IV.14: évolution fréquentielle de l'atténuation dans le cas d'une ligne réalisée à partir d'un ruban d'aluminium et d'un ruban supraconducteur à T=77°K [19]

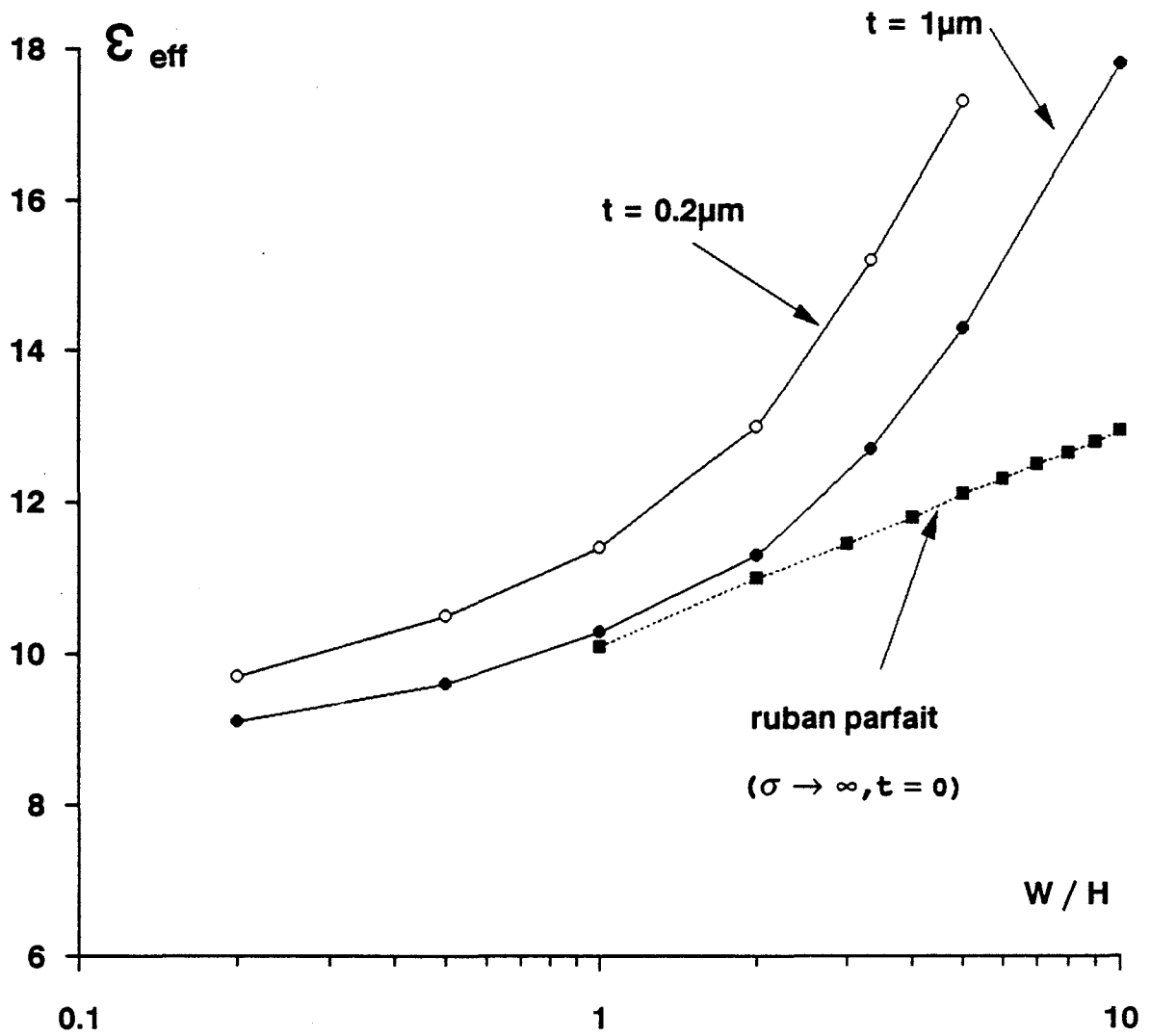
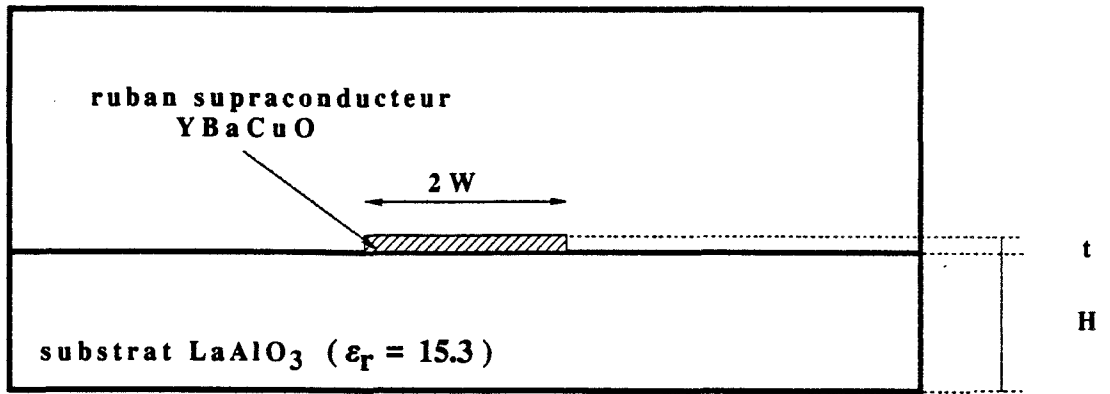


FIGURE IV.15: évolution de la permittivité effective en fonction du quotient  $2W/H$  à la fréquence 100GHz ( $W = 10\mu\text{m}$ )

modos modifiée sont confrontées figure IV.14 aux travaux théoriques publiés par H.Y. LEE et T. ITOH. Pour notre part nous ne nous sommes intéressés qu'à la plage des fréquences comprises entre 1 et 100 GHz.

Ces tracés confirment l'aptitude de la méthode du raccordement de modes modifiée à prédire l'atténuation même dans des conditions numériques extrêmes où la dynamique des grandeurs mises en jeu est considérable. Ils montrent bien évidemment que le calcul de l'atténuation de la ligne microruban supraconductrice ne se justifie plus vraiment. Par contre, l'évolution de la constante de phase ou du facteur de ralentissement s'avère plus intéressante.

En effet, un accroissement de ce facteur entraîne une réduction supplémentaire de l'encombrement des circuits. En vue de définir les conditions qui permettent une augmentation du facteur de ralentissement, nous nous sommes intéressés à une structure microruban différente de la précédente. Pour des considérations d'ordre technologique, il semble que le matériau répertorié sous la formulation  $\text{La Al O}_3$  conviennent tout particulièrement comme support du ruban supraconducteur [20]. Ce matériau constituant le substrat de base possède une permittivité diélectrique relative  $\epsilon_r = 15,3$ , la tangente de l'angle de perte valant  $10^{-6}$  (à  $77^\circ\text{K}$ ) pour une fréquence de 20 GHz. Quant au ruban supraconducteur du type  $\text{Y Ba Cu O}$ , ses caractéristiques ont été données auparavant.

Nous envisageons d'étudier la modification qu'entraîne, sur le facteur de ralentissement, une variation de l'épaisseur du substrat et du ruban supraconducteur, à la fréquence 100 GHz.

Ainsi, le premier de ces tracés est effectué figure IV.15 en fonction du quotient  $2W/H$  pour différentes épaisseurs du ruban. Signalons le caractère non conventionnel de l'option choisie. En effet, nous avons été amené à maintenir constante la largeur du ruban de façon à mettre davantage en valeur cet effet d'accroissement du facteur de ralentissement ou de la permittivité effective. La comparaison des évolutions avec celle d'une ligne de dimensions

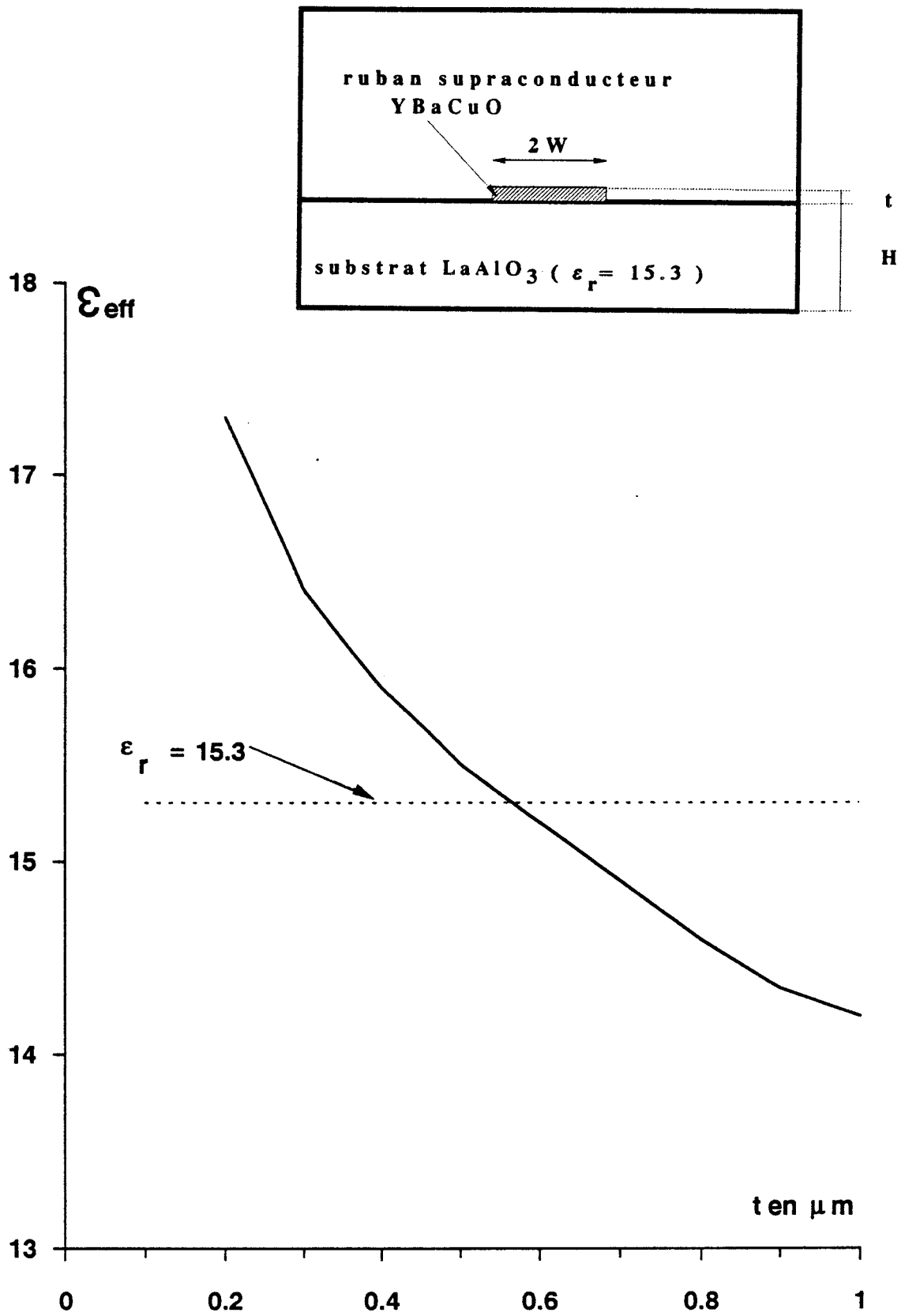


FIGURE IV.16: évolution de la permittivité effective en fonction de l'épaisseur du ruban supraconducteur à la fréquence 100GHz, ( $2W/H = 5, 2W = 10\mu\text{m}$ )

identiques mais constituée d'un ruban métallique parfait ( $\sigma \rightarrow \infty$ ,  $t = 0$ ) met en relief les points suivants :

- L'obtention d'un facteur de ralentissement important  $\left( \left( \frac{\lambda_0}{\lambda_g} \right)^2 > \epsilon_r \right)$  n'est envisageable que si l'on adopte des épaisseurs de substrat très faibles. Ceci explique en partie la raison pour laquelle dans la littérature, les travaux théoriques font souvent référence à l'utilisation de substrat de quelques micromètres d'épaisseur.
- A hauteur de substrat donnée, on remarquera un accroissement sensible du facteur de ralentissement lorsque l'épaisseur du ruban supraconducteur diminue figure IV.16.

L'action combinée de ces deux paramètres ( $2W/H$ ,  $t$ ) laisse donc augurer une réduction encore accrue de l'encombrement des circuits compte tenu des dimensions microniques déjà utilisées pour ce type de ligne. Bien évidemment tout ceci concourt, il faut le signaler, à une augmentation de l'impédance caractéristique de la ligne supraconductrice par rapport à la même ligne microruban composée d'un ruban métallique.

En effet, l'emploi des formulations relatives à la définition de la constante de phase et de l'impédance caractéristique d'une ligne TEM sans perte  $\beta = \omega \sqrt{LC}$  et  $Z_c = \sqrt{L/C}$  mettent en évidence les comportements décrits précédemment. Si l'on admet que la capacité linéique varie peu [21] et que l'inductance  $L$  résulte de l'effet conjugué de l'inductance normale  $L_0$  et cinétique  $L_c$  liée aux électrons supraconducteurs, nous déduisons qu'une augmentation d'inductance cinétique :

- provoque un accroissement de la constante de phase  $\beta_z$  donc du facteur de ralentissement, phénomène constaté auparavant,

- mais entraîne aussi une augmentation de l'impédance caractéristique  $Z_c$ .

Ce dernier point est important notamment pour les structures à ondes lentes du type coplanaires à contact schottky, caractérisées par une impédance faible [22], [23].

En conclusion, ces quelques relevés ont montré rapidement et succinctement les potentialités qu'offrent la méthode du raccordement de modes modifiée. Il faut cependant souligner l'extrême lourdeur de l'outil numérique mis au point, lié entre autre à l'emploi de la "double-double précision" pour le calcul fiable de l'atténuation. Il n'en demeure pas moins qu'en contre partie, nous pouvons définir des pistes d'études accompagnées d'objectifs précis tels que :

- la nécessité de rechercher une épaisseur de ruban qui assure un compromis entre une résistance série peu préjudiciable et une inductance élevée ;
- la définition de géométries optimales permettant d'exalter l'inductance cinétique liée aux électrons supraconducteurs par rapport à l'inductance propre de la structure.

Rappelons en outre que cette étude demeure fortement conditionnée :

- par le degré de validité des modèles appliqués aux matériaux supraconducteurs à haute température critique,
- mais aussi par des données matériaux tant sur les caractéristiques du substrat que sur celles du film supraconducteur.

**BIBLIOGRAPHIE  
DU  
CHAPITRE IV**



- [1] H.J. FINLAY, R.H. JANSEN, J.A. JENKINS, I.G. EDISON : "Accurate characterization and modeling of transmission lines for Ga As MMIC's", I E E E Trans. MTT, Vol. 36, n° 6, pp. 961-966, June 1988.
- [2] M.E. GOLDFARB, A. PLATZKER : "Losses in Ga As microstrip", I E E E Trans. MTT, Vol. 38, n° 12, December 1990.
- [3] R.H. PUCCEL, D.J. MASSE, C. HARTING : "Losses in microstrip", I E E E Trans. MTT, Vol. 16, pp. 342-349, June 1968.
- [4] T.C. EDWARDS, R.P. OWENS : "2-18 GHz dispersion measurements on 10-100  $\Omega$  microstrip lines on sapphire", I E E E Trans. MTT, Vol. 24, n° 8, pp. 506-513, August 1976.
- [5] B. BIANCO, M. PARODI : "Determination of the propagation constant of uniform microstrip line", Alta Frequenza, Vol. X, n° 2, pp. 107-110, February 1976.
- [6] G. DAMBRINE : "Caractérisation des transistors à effet de champ : mesure précise de la matrice de répartition et détermination directe du schéma équivalent", Thèse de doctorat de l'Université de Lille I, mars 1989.
- [7] H.J. EUL, B. SCHIEK : "A generalized theory and new calibration procedures for new network analyzer self calibration", I E E E Trans. MTT, Vol. 39, N° 4, pp. 724-731, April 1991.
- [8] D. KINOWSKI : Thèse à paraître.
- [9] J.M. POND, C.M. KROWNE : "Slow-wave properties of supraconducting transmission lines", I E E E MTT Symp. Digest, p. 449-451, 1988.
- [10] J.F. WHITAKER, R. SOBOLEWSKI, A. MOUROU : "Propagation model for ultrafast signals on superconducting dispersive striplines", I E E E Trans. MTT, Vol. 37, n° 2, February 1988.
- [11] D. NGHIEN, J.T. WILLIAMS, D.R. JACKSON : "A general analysis of propagation along multiple-layer superconducting stripline and microstrip transmission lines", I E E E Trans. MTT, Vol. 39, September 1991.

- [12] **M.S. SCHMIDT, R.J. FORSE, R.B. HAMMOND, M. EDDY, W.L. OLSON** : "Measured performance at 77°K of superconducting microstrip resonators and filters", *IEEE Trans. MTT*, Vol. 39, September 1991.
- [13] **W. CHEW, A.L. RILEY, D. RASCOE, B.D. HUNT, M.C. FOOTE, T.W. COOLEY, L.J. BAJUK** : "Design and performance of a high- $T_c$  superconductor coplanar waveguide filter", *IEEE Trans. MTT*, Vol. 39, n° 9, September 1991.
- [14] **H. CHALOUPKA, N. KLEIN, M. PEINIGER, N. PIEL, A. PISCHKE, G. SPLITT** : "Miniaturized High-Temperature superconductor microstrip patch antenna", *IEEE Trans. MTT*, Vol. 39, n° 9, September 1991.
- [15] **J. POND, C. KROWNE, W. CARTER** : "On the application of complex resistive boundary conditions to model transmission lines consisting of very thin superconductors", *IEEE Trans. MTT*, Vol. 37, n° 1, pp. 181-189, January 1989.
- [16] **O.R. BAIOCCHI, K.S. KONG, T. ITOH** : "Pulse propagation in superconducting coplanar striplines", *IEEE Trans. MTT*, Vol. 40, n° 3, March 1992.
- [17] **B. YOUNG, T. ITOH** : "Loss reduction in superconducting microstrip-Like transmission lines", *IEEE MTT Symp. Digest*, 1988.
- [18] **H.Y. LEE, T. ITOH** : "Phenomenological loss equivalence method for the planar quasi-TEM transmission lines with a thin normal conductor or supraconductor", *IEEE Trans. MTT*, Vol. 37, n° 12, December 1989.
- [19] **O.K. KWON, B.W. LANGLEY, R.F.W. PEASE, M.R. BEASLEY** : "Superconductors as very high-Speed system level interconnects", *IEEE Electron Device Letters*, Vol EDL. 8, n° 8, December 1987.
- [20] **R.W. SIMON, C.E. PLATT, A.E. LEE, G.S. LEE, K.P. DALY, M.S. WIRE, J.A. LUINE, M. URBANIK** : "Low-loss substrate for epitaxial growth of high-temperature superconductor thin films", *Appl. Phys. Lett.* 53(26), 26 December 1988.
- [21] **W.H. CHANG** : "The inductance of supraconducting strip transmission line", *J. Appl. Phys.*, 50(12), December 1979.

[22] **D. KINOWSKI, F. HURET, P. PRIBETICH, P. KENNIS** : "Spectral domain analysis of coplanar superconducting line laid on multilayered Ga As substrate", *Electronics Letters*, Vol. 25, n° 12, pp. 788-789, juin 1989.

[23] **F. HURET, D. KONOWSKI, P. PRIBETICH, P. KENNIS** : "Spectral domain analysis of a microstrip thin superconducting line laid on Ga As substrate", *MOTL*, Vol. 2, n° 6, pp. 205-208, juin 1989.

## **CONCLUSION**

L'objectif de ce travail consistait à modéliser et à caractériser les pertes métalliques d'une ligne planaire de propagation réalisée en technologie monolithique micro-onde : la ligne microruban.

A l'issue d'une étude bibliographique retraçant le cours et la progression des travaux portant sur le thème des pertes métalliques, force fût de constater que la plupart des modèles reposaient sur l'effet de peau classique, tout du moins jusqu'au milieu des années 80-90. Ces modèles sont basés par exemple, sur des méthodes de perturbation ou sur l'inductance incrémentale. Repris dans les outils de conception assistée par ordinateur, ils défont dans la prédiction de l'atténuation d'une ligne conçue par exemple à partir d'un ruban métallique de dimensions transversales  $10\ \mu\text{m} \times 1\ \mu\text{m}$ .

Il convient donc d'une part de choisir une méthode de simulation numérique adaptée à l'analyse de ce type de phénomène, et d'autre part de trouver d'un point de vue expérimental une méthodologie permettant de caractériser quantitativement l'évolution fréquentielle de l'atténuation liée à la nature dissipative du ruban métallique de conductivité finie. Nous avons par conséquent opté pour la méthode du raccordement de modes modifiée pour permettre d'intégrer dès la mise en oeuvre du problème la présence d'une métallisation d'épaisseur non nulle et de conductivité finie. Ainsi, dans une deuxième partie de ce mémoire nous avons développé les principales phases analytiques relatives à cette méthode qui se démarque du raccordement de modes classique par l'existence d'une étape supplémentaire de calcul. L'accent a donc été placé sur cette phase intermédiaire qui concerne la recherche des modes, dans le plan complexe, d'une structure guide plan parallèle, composée d'une couche d'air et d'une couche de métal de conductivité finie, équivalente aux régions "ruban-fente" de la ligne microruban.

L'évolution fréquentielle de ces modes a constitué l'introduction au troisième volet de ce mémoire. Deux familles bien distinctes caractérisent ce spectre de modes :

- les modes "oscillants dans l'air"

- et ceux beaucoup moins classiques "oscillants dans le métal".

Nous avons montré l'importance que revêt l'injection de ces deux familles de modes tant sur la convergence de la constante de phase et plus spécifiquement sur l'atténuation que sur la continuité des champs aux interfaces adjacentes au ruban métallique de conductivité finie. A l'issue de l'étude de divers cas de figure, un critère heuristique de convergence relative de la constante de propagation a été établi.

En vue de valider les résultats numériques fournis par notre logiciel, la caractérisation expérimentale des lignes microrubans réalisées au laboratoire est entreprise au quatrième chapitre de cet exposé. Ainsi, nous avons pu mettre en exergue, par comparaison avec l'expérience, que seule la méthode du raccordement de modes modifiée est capable de fournir une prédiction fiable de l'atténuation liée à la nature dissipative du ruban d'épaisseur  $1\ \mu\text{m}$ . Ceci a été vérifié quelle que soit la largeur des rubans dans la gamme  $10\ \mu\text{m}$  à  $350\ \mu\text{m}$ . Nous avons en outre mis en évidence les carences des logiciels de conception assistée par ordinateur pour la prédiction de l'atténuation de ces lignes. Enfin, une extension de la méthode du raccordement de modes a été envisagée au cas des rubans supraconducteurs. Dans notre esprit, ce thème abordé très sommairement devait constituer une étude de faisabilité. Bien qu'abordé brièvement, ce travail a permis de dégager quelques axes futurs de recherche.

A l'issue de l'expérience acquise, un bilan peut être effectué sur l'efficacité globale de la méthode numérique retenue et de ses prolongements. Nous pouvons dès à présent considérer que notre objectif est atteint, tant au niveau de la mise en oeuvre et de la définition d'un critère de convergence que de la caractérisation expérimentale de l'atténuation de lignes microrubans de dimensions micrométriques.

En ce qui concerne l'aspect numérique, il faut toutefois signaler l'extrême lourdeur de l'étude effectuée même si une prédiction fiable de l'atténuation a toujours été fournie. La

recherche des modes d'une structure guide plan dont l'une des couches est caractérisée par une conductivité finie nuit sans aucun doute au caractère systématique de la recherche de la solution, comparée à la méthode du raccordement de modes classique beaucoup plus souple. Ceci constitue l'inconvénient majeur rencontré lors de l'exploitation intensive de notre logiciel ; l'emploi de la double précision n'interférant que sur le temps de calcul nécessaire à l'obtention de la constante de propagation complexe.

Les avantages de la méthode sont nombreux bien que seuls des rubans de formes géométriques simples puissent à priori être étudiés.

La méthode du raccordement de modes présente l'intérêt d'être rigoureuse dans la mesure où l'épaisseur et la conductivité du ruban sont prises en compte sans hypothèse préalable. Dès lors, elle peut servir d'élément de référence pour l'élaboration d'autres outils de simulation numérique moins lourds donc moins exigeants en temps calcul aussi bien qu'en taille mémoire. Parmi ces outils, citons l'approche dans le domaine spectral couplée au concept d'impédance de surface, développée dans notre équipe par Didier Kinowski. L'objectif consiste alors à déterminer un coefficient de pondération au niveau de l'impédance de surface. Ce coefficient variable est défini en ajustant les résultats obtenus par A.D.S. à ceux calculés à partir du raccordement de modes.

En ce qui concerne la caractérisation expérimentale effectuée dans le cadre de ce travail, elle trouve son aboutissement dans la mesure de l'atténuation des lignes coplanaires réalisées en technologie monolithique micro-ondes, entreprise dans notre équipe.

Quant aux extensions possibles, elles sont nombreuses et constituent des voies possibles de recherche. Nous avons rapidement abordé le cas des lignes supraconductrices. Signalons que l'étude des caractéristiques électromagnétiques de modulateurs électro-optiques peut tout aussi bien constitué un axe de recherche, tout comme l'étude de métallisations de formes plus complexes que sont celles des grilles "champignons" des transistors à effet de

champ. Cette grille en "Té" serait reconstituée en combinant des métallisations de forme simple. On imagine alors l'ampleur du travail que peut représenter une telle étude.



## **ANNEXE A**

## RAPPEL SUR L'EFFET DE PEAU

### Les courants d'EDDY

Lorsque le flux d'induction magnétique varie à travers une surface englobant un conducteur, il se produit une force électromotrice induisant des courants. Ces courants sont appelés courants d'EDDY.

Bien que faisant partie des connaissances de base de l'électromagnétisme, dans un souci pédagogique, nous rappellerons succinctement les principales manipulations classiquement utilisées, afin d'obtenir l'expression du courant d'EDDY.

Signalons en préambule que le matériau métallique constituant le conducteur est dans le cas présent, homogène, isotrope et linéaire.

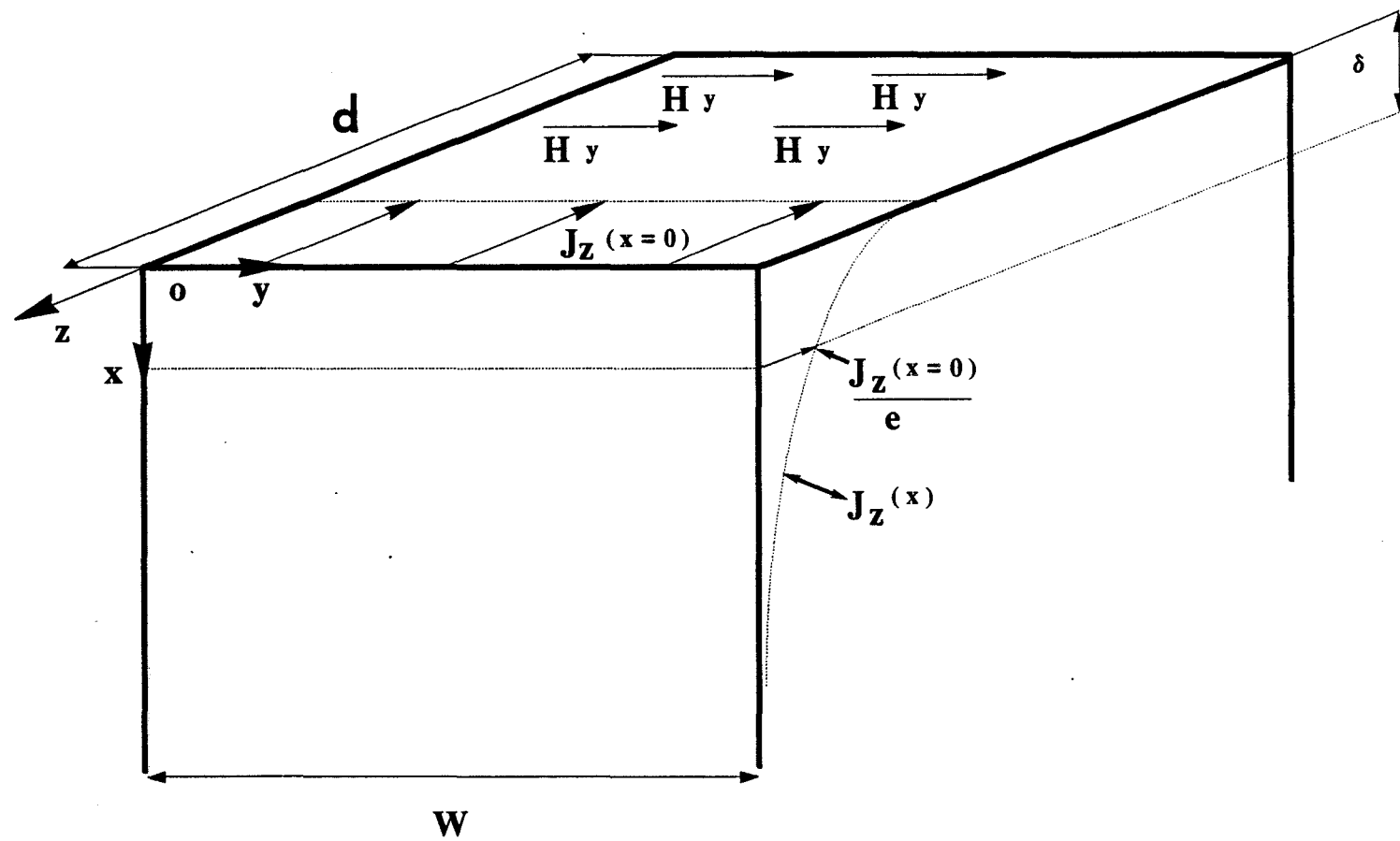
En multipliant chaque membre de l'équation :

$$\text{Rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

par la conductivité  $\sigma$  du matériau et en calculant le rotationnel de l'ensemble, nous obtenons l'équation suivante :

$$(1) \quad \text{Rot Rot } \vec{\sigma E} = - \sigma \mu \frac{\partial}{\partial t} \text{Rot } \vec{H}$$

Si l'on substitue à  $\vec{\sigma E}$ , la densité de courant de conduction  $\vec{J}_c$ , il vient :



**FIGURE 1: conducteur plan soumis à un champ magnétique  $H_y$  uniforme**

$$(2) \quad \text{Rot Rot } \vec{J}_c = -\sigma\mu \frac{\partial}{\partial t} \text{Rot } \vec{H} = \text{grad div } \vec{J}_c - \Delta \vec{J}_c$$

Dans un bon conducteur, il ne peut exister d'accumulation de charges. En vertu de la loi de continuité du courant  $\text{div } \vec{J}_c = -\partial\rho/\partial t = \sigma/\epsilon \text{Div } \rho$  (où  $\rho$  représente la densité volumique de charges), l'équation (2) se présente sous la forme simplifiée (3), puisque  $\text{Div } \vec{J}_c = 0$  :

$$(3) \quad \Delta \vec{J}_c - \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} \vec{J}_c = 0$$

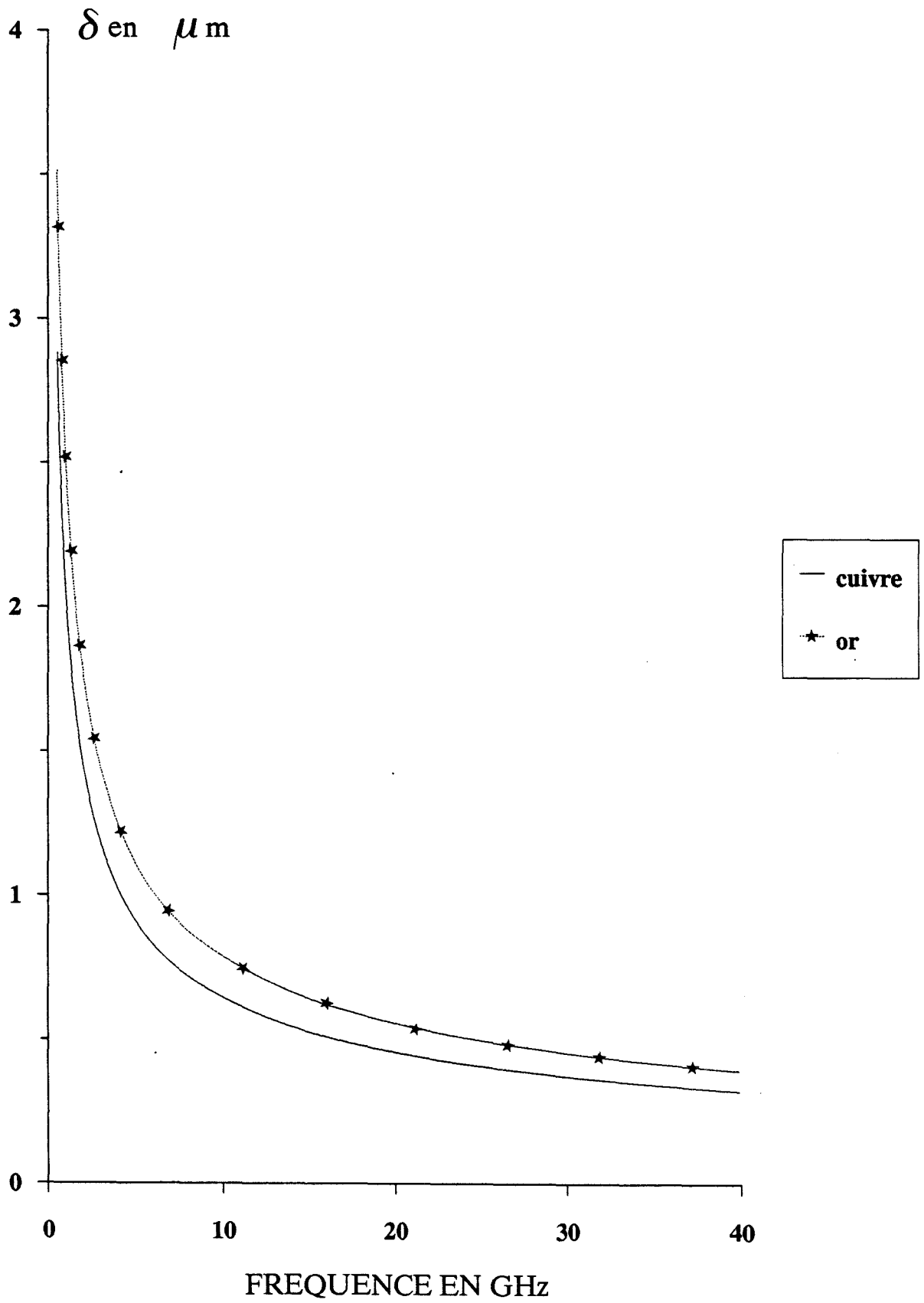
En régime harmonique, cette expression se transforme en :

$$(4) \quad \Delta \vec{J}_c - j\omega\mu\sigma \vec{J}_c = 0$$

### L'épaisseur de Peau

Dans un souci de clarté, là aussi, nous rappelons les principales grandeurs connues décrivant le phénomène de l'effet de peau. Nous choisissons figure 1, un conducteur plan homogène de conductivité  $\sigma$ , semi-infini dans la direction Ox. La face supérieure de ce conducteur, baignant dans l'air, est soumise à un champ magnétique alternatif sinusoïdal uniforme  $H_y$ . La circulation de ce champ magnétique tangent à l'interface horizontal air-métal crée une densité de courant  $J_z$ , ne dépendant que de la variable x. Son expression analytique est déduite de l'équation différentielle (4) définie précédemment :

$$(5) \quad J_z(x) = J_z(x=0) e^{-j\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}x} e^{-\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}x}$$



**FIGURE 2:** évolution fréquentielle de l'épaisseur de peau

Le terme  $\sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}}$  dans l'équation (5) met en évidence la pénétration superficielle du courant dans le métal figure 1. Ce phénomène connu correspond à l'effet peau. Cependant, la formulation (5) est davantage utilisée sous la forme suivante :

$$(6) \quad J_z(x) = J_z(x=0) e^{-j \frac{x}{\delta}} e^{-\frac{x}{\delta}}$$

où  $\delta$  s'appelle l'épaisseur de peau. Cette grandeur homogène à une distance traduit l'atténuation du champ ou du courant d'un Neper ou 8,68 dB lorsque l'on situe dans le conducteur métallique de conductivité  $\sigma$  à une profondeur  $x$  égale à l'épaisseur de peau  $\delta$ .

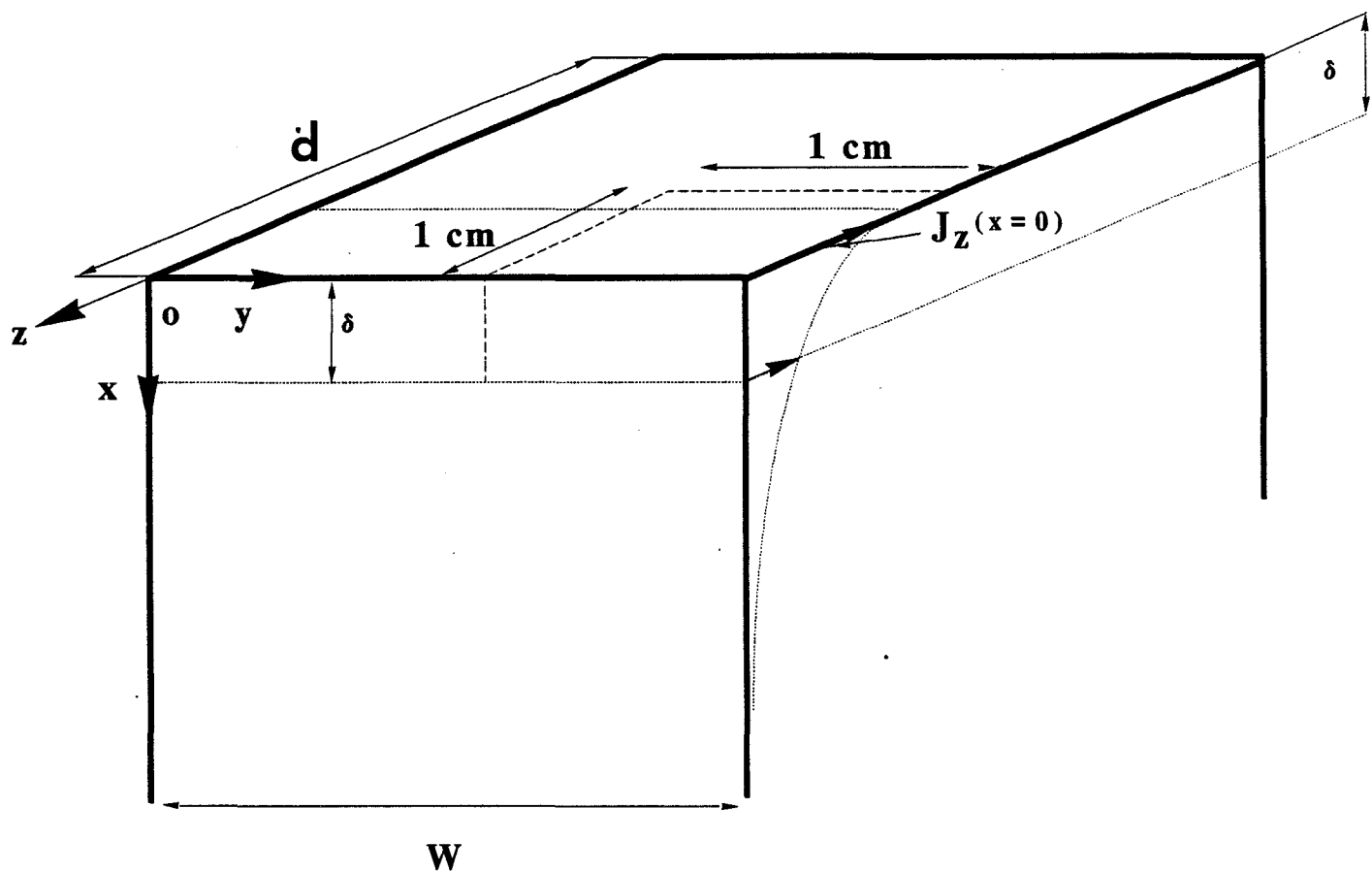
Notons que seules sont mises en jeu la fréquence du champ magnétique induisant le courant et les caractéristiques physiques du matériau métallique, à savoir la perméabilité magnétique  $\mu = \mu_0$  et la conductivité  $\sigma$ . A titre d'exemple, la figure 2 nous permet de nous remémorer, l'évolution de l'épaisseur de peau  $\delta$  en fonction de la fréquence dans la plage 1 à 40 GHz pour deux matériaux conducteurs respectivement utilisés en micro-électronique, hybride et monolithique, le cuivre ( $\sigma = 5,6 \cdot 10^5$  S/cm) et l'or ( $\sigma = 4,1 \cdot 10^5$  S/Cm).

### L'impédance surfacique

Comme nous l'avons signalé précédemment, le conducteur est soumis à une onde plane. A partir du courant  $I_z$  obtenu en intégrant la densité de courant  $J_z(x)$  (5) pour  $0 \leq x < \infty$  et  $0 \leq y \leq w$ , et la différence de potentiel  $V_z$  à la surface du conducteur, nous pouvons définir une impédance  $Z_i$  tel que :

$$(7) \quad Z_i = \frac{V_z}{I_z} = (1 + j) \frac{d}{w} \sqrt{\frac{\omega \mu \rho}{2}}$$

où  $Z_i = R_i + jX_i$



**FIGURE 3:** définition de la résistance de surface

Cette grandeur représente l'impédance du conducteur imparfait de conductivité finie à la pulsation  $\omega$ . Outre l'égalité des parties réelles et imaginaires de cette impédance, H.A. WHEELER fit remarquer que le terme :

$$\sqrt{\frac{\omega\mu\rho}{2}}$$

dans l'expression (7), est homogène à une résistance de surface  $R_s$  dont l'expression est aussi :

$$R_s = \frac{\rho}{\delta} \rightarrow \frac{\Omega\text{m}^3}{\text{m}}$$

$\rho$  représente alors la résistivité volumique du parallélépipède de hauteur  $\delta$  dont la surface contenue dans le plan  $yOz$  est celle d'un carré de largeur et longueur unité (figure3). De ce fait, rappelons que les parties réelles et imaginaires de l'impédance surfacique  $Z_i$  s'écrivent en fonction de la résistance de surface  $R_s$  de la manière suivante :

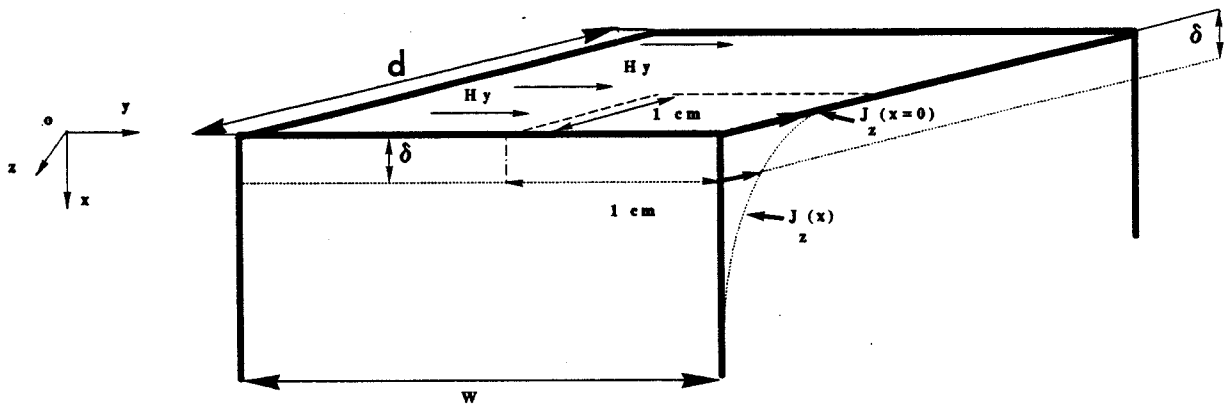
$$(9) \quad X_i = R_i = \frac{d}{w} R_s$$

Avant d'aborder le problème de l'inductance incrémentale, il est important de rappeler la définition de l'inductance interne  $L_i$  liée à la pénétration du champ magnétique dans le matériau métallique. A partir de l'équation (7) et de l'expression de la réactance  $X_i = L_i\omega$ , nous obtenons :

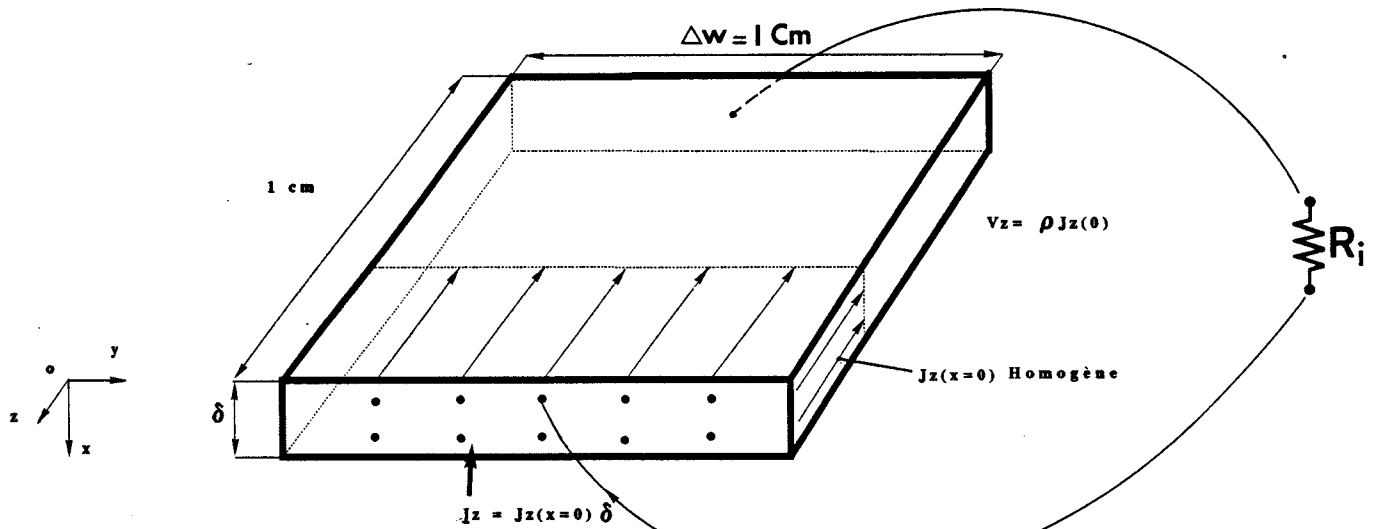
$$(10) \quad L_i = \frac{X_i}{\omega} = \frac{d}{w} \left( \mu \frac{\delta}{2} \right)$$



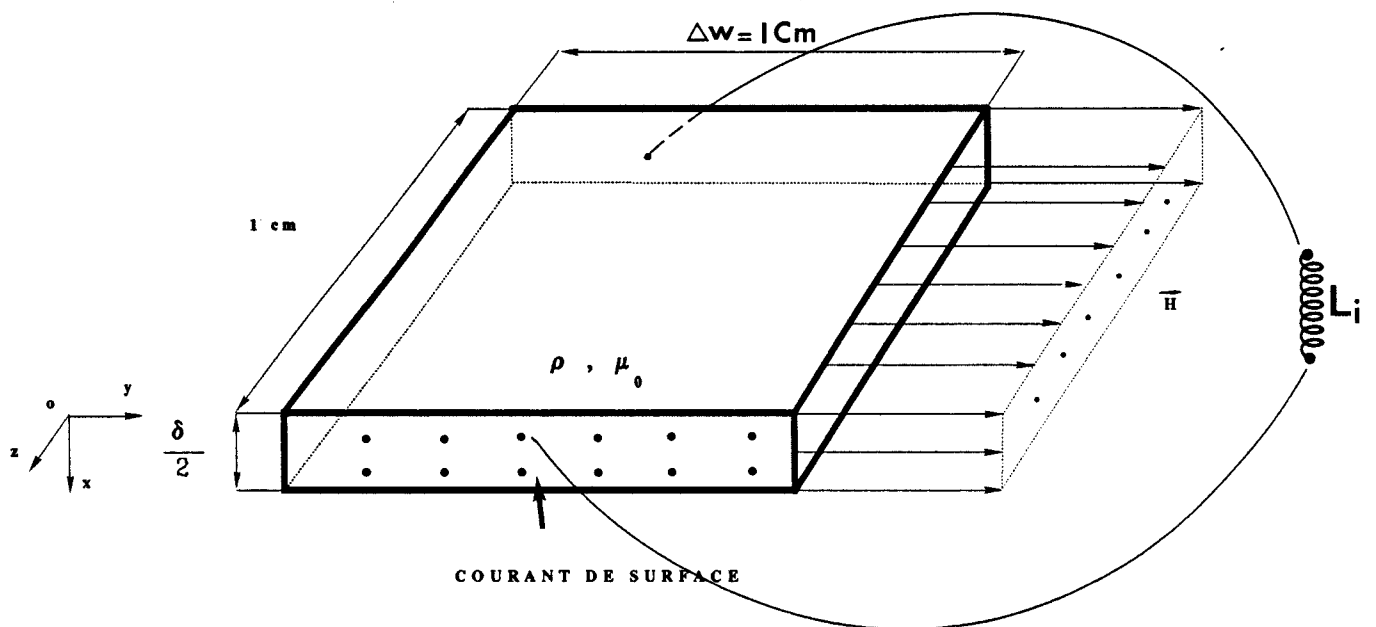
**FIGURE 4.a:** modèle unidimensionnel illustrant le phénomène de l'effet de peau



**FIGURE 4.b:** modèle équivalent établi pour la détermination de la résistance de surface  $R_i$



**FIGURE 4.c:** modèle associé à la définition de l'inductance interne  $L_i$



Comme nous le constatons, cette inductance ne fait intervenir que la moitié de l'épaisseur de peau  $\delta$  contrairement à la résistance interne.



### L'illustration du concept d'impédance surfacique

Pour conclure, nous allons illustrer le concept de l'impédance surfacique  $Z_i = R_i + jX_i$  à partir de deux modèles définis l'un pour la résistance interne et l'autre pour l'inductance.

A ce propos, nous rappelons figure 4a que le conducteur est infini dans la direction Ox. Il s'agit donc, dans le cas présent d'un modèle unidimensionnel de l'effet de peau.

Ainsi, la partie réelle de cette impédance surfacique figure 4b est équivalente à celle déterminée pour un parallélépipède de hauteur égale à l'épaisseur de peau  $\delta$ , et parcouru par une densité de courant homogène dont l'amplitude est définie sur l'interface air-métal en  $x = 0$  à savoir  $J_z(0)$ . Cette résistance traduit naturellement les pertes par effet Joule.

De la même manière, l'inductance  $L$  d'un conducteur parallélépipédique parfait, d'épaisseur  $t$  et de surface  $\Delta d \Delta w$  unité, baignant dans un champ magnétique uniforme  $H$  vaut dans ce cas  $L = \mu t$ . De ce fait, si l'on identifie l'expression de l'inductance  $L = \mu t$  à celle de l'inductance interne  $L_i = \mu \delta/2$  liée à la pénétration du champ dans le conducteur, nous aboutissons par analogie au modèle équivalent figure 4c. Il s'agit donc de l'inductance d'une couche de matière d'épaisseur  $\delta/2$ .

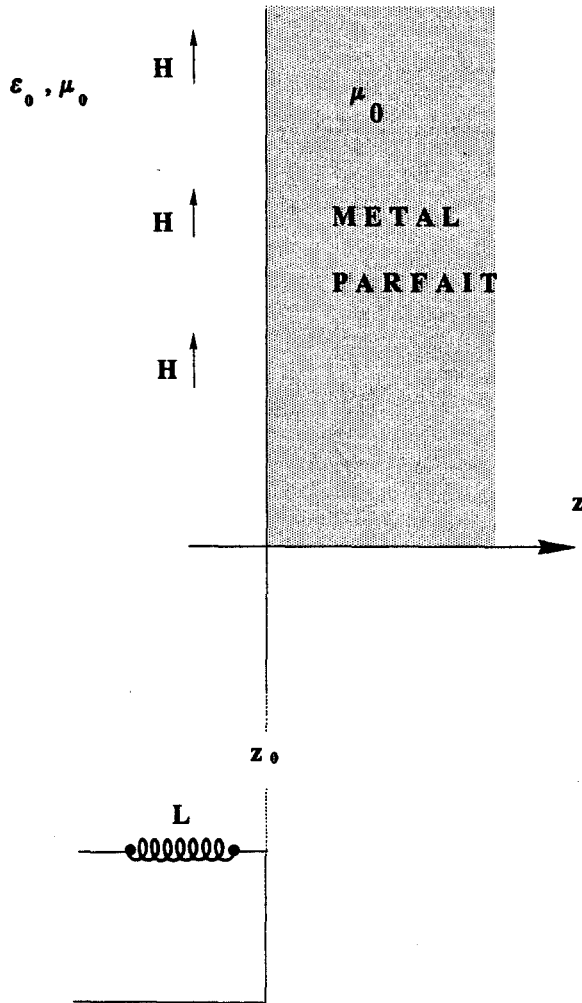
Bien entendu, dans le cas où les dimensions de l'interface plan conducteur sont différentes de l'unité, nous obtenons immédiatement les expressions modifiées de la résistance et de l'inductance interne en pondérant les valeurs définies précédemment figure 4b et 4c par le quotient  $d/w$ ; celui-ci représente le quotient de la longueur sur la largeur de l'interface métallique planaire situé dans le plan  $zOy$  figure 4a.

**FIGURE 5:**

illustration des principales phases liées à la définition de l'inductance incrémentale

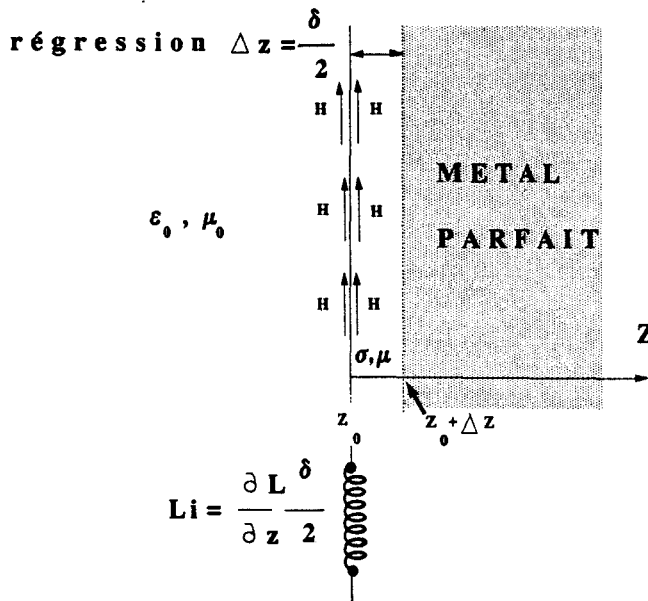
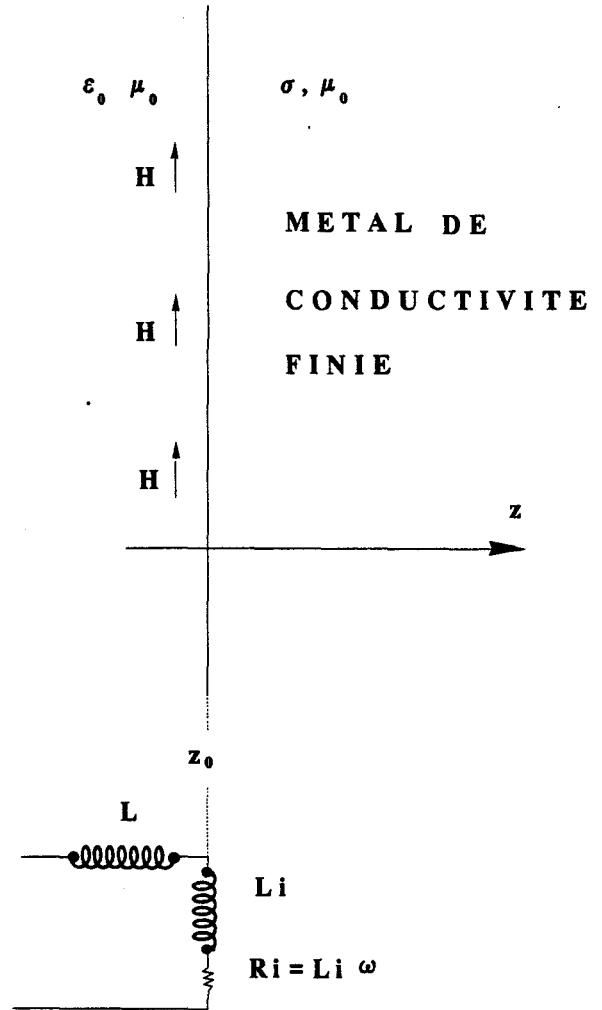
**FIGURE 5.a:**

l'inductance externe de la structure idéale



**FIGURE 5.b:**

modification de l'inductance totale par introduction de l'impédance surfacique



**FIGURE 5.c:**

définition de l'inductance incrémentale  $L_i$  liée à la régression de la paroi métallique de  $\delta / 2$

# RAPPEL DE LA METHODE DE L'INDUCTANCE INCREMENTALE ET SON APPLICATION A LA LIGNE MICRORUBAN

## Principe de la méthode

Cette méthode fournit une formulation des pertes par effet joule dans un conducteur métallique. L'approche présentée est basée sur le calcul d'une inductance. Nous proposons, dans un premier temps, d'illustrer par le biais de la figure 5, de manière simplifiée, les principales phases liées à l'application et au calcul analytique de l'inductance incrémentale.

Dans ce but, nous rappelons figure 5a la caractéristique du modèle unidimensionnel retenu. Ce conducteur métallique plan parfait soumis au champ magnétique alternatif sinusoïdal uniforme d'une onde T.E.M. peut être représenté d'un point de vue électrique par une inductance  $L$ . Il s'agit de l'inductance propre ou externe selon la terminologie employée par H.A. WHEELER.

Le schéma électrique équivalent figure 5a se trouve modifié dès que le conducteur métallique possède une conductivité finie  $\sigma$  figure 5b. Cette modification due à l'effet de peau est opérée en ajoutant en série avec l'inductance propre  $L$ , les composantes de l'impédance interne surfacique. En vertu de la relation  $R_i = L_i \omega$  déterminée précédemment, le calcul de l'inductance interne  $L_i$  aboutit donc immédiatement à celui de la résistance interne cause des pertes par effet joule.

A ce niveau, on introduit la règle de l'inductance incrémentale. Celle-ci repose sur l'hypothèse suivante :

- l'inductance interne  $L_i$  est définie à partir du taux de variation d'inductance externe  $L$  par rapport à une régression incrémentale de la paroi métallique. Ce taux est pondéré par le facteur  $\frac{\delta}{2}$  afin de traduire la composante selfique liée à l'effet de peau.

Nous présenterons succinctement les éléments de base du calcul de cette inductance incrémentale, avant d'aborder son application au cas de la ligne microruban. On peut expliciter cette loi de la façon suivante :

- Soit  $z$  la variable associée à l'épaisseur du conducteur et  $z \vec{n}$  la direction normale à l'interface plan en  $z = z_0$  orientée arbitrairement vers l'intérieur du conducteur figure 5c.

Développons, d'une manière générale en série de Taylor, l'expression de l'inductance totale de la structure engendrée par une faible régression  $\Delta z$  de l'interface plan métallique figure 5c :

$$(11) \quad L(z + \Delta z) \approx L(z_0) + \frac{\partial L(z_0)}{\partial z} \Delta z = L(z_0) + \Delta L$$

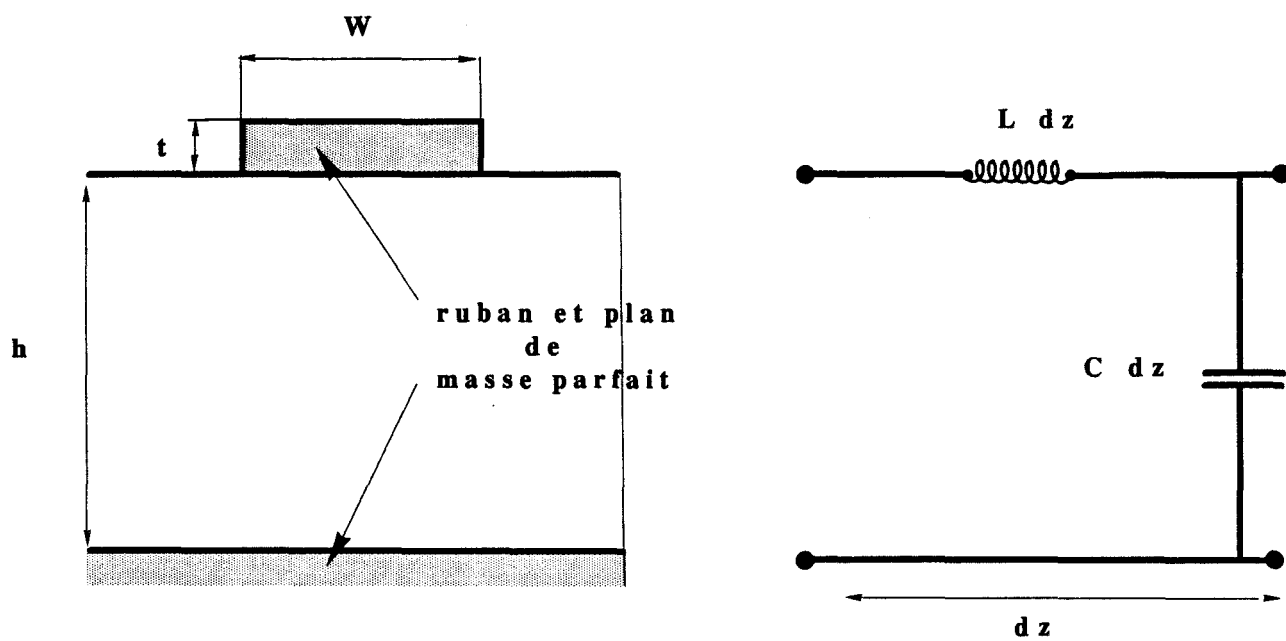
La variation  $\Delta L$  d'inductance dans le développement (11), correspond alors à l'inductance interne  $L_i$  si la régression  $\Delta z$  est égale à  $\delta/2$  en vertu de l'effet de peau. Nous obtenons en définitive pour l'expression de l'inductance interne la relation suivante :

$$(12) \quad L_i = \frac{\partial L}{\partial z} \frac{\delta}{2}$$

Celle-ci mène tout naturellement à l'expression (13) de la résistance interne cause des pertes ohmiques :

$$(13) \quad R_i = L_i \omega = \frac{\delta}{2} \omega \frac{\partial L}{\partial z} = \frac{1}{\mu} \frac{\partial L}{\partial z} R_s$$

où  $R_s$  est la résistance de surface de l'interface métallique exposée au champ magnétique.



**FIGURE 6:** schéma équivalent du type ligne de transmission pour le mode fondamental de la ligne microruban

Cette façon originale (par le biais du calcul de l'inductance) d'aborder le problème des pertes métalliques présente naturellement des limitations. En effet, les conducteurs métalliques soumis à l'effet de peau (établi en champ uniforme), doivent posséder un rayon de courbure et une épaisseur au moins supérieure à trois ou quatre fois l'épaisseur de peau  $\delta$ . De plus, ce calcul des pertes impose la connaissance de l'expression analytique de l'inductance externe de la structure idéale. Ceci implique par conséquent, de limiter l'étude au cas des structures de propagation dont le schéma électrique équivalent est une cellule élémentaire constituée d'éléments L et C.

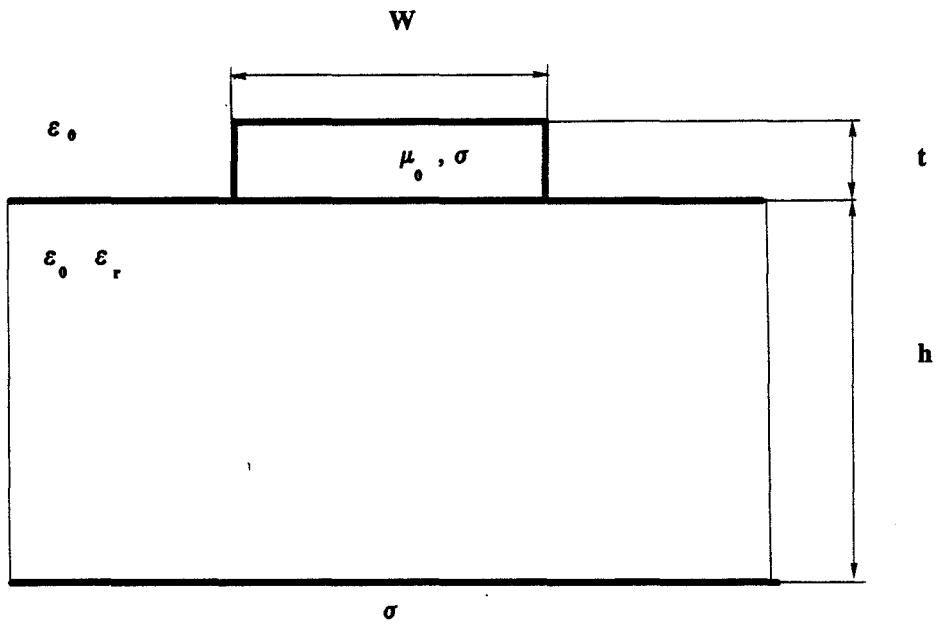
Cependant, cette méthode présente l'intérêt de pouvoir s'appliquer à des conducteurs métalliques de géométrie complexe et variée. Nous allons donc maintenant aborder le cas de la ligne microruban.

### Application à la ligne microruban

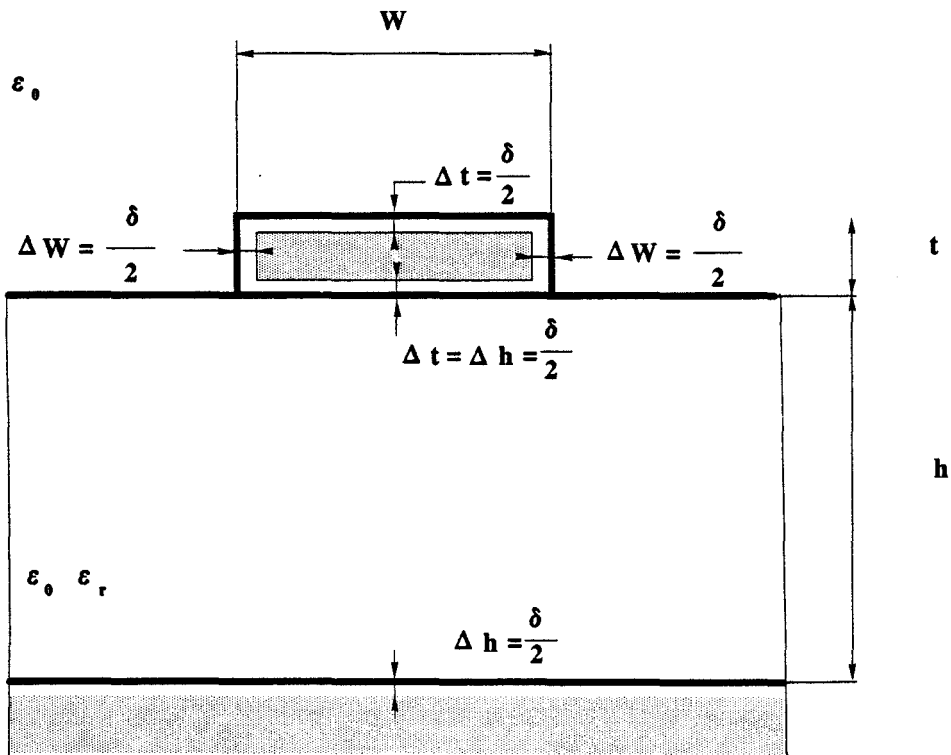
Nous rappelons figure 6a la topologie de la ligne microruban idéale. Un ruban métallique parfait de largeur  $w$  et d'épaisseur  $t$  est déposé sur un substrat diélectrique sans perte dont le plan de masse possède une conductivité infinie. A partir d'une approximation quasi-statique H.A. WHEELER calcula l'inductance et la capacité linéique du schéma équivalent de type ligne de transmission de la cellule élémentaire figure 6b. L'inductance  $L$  représente l'inductance extrême selon la terminologie employée par H.A. WHEELER. Elle est fonction des grandeurs  $w$ ,  $h$  et  $t$ .

Pour calculer les pertes de la ligne microruban réelle figure 7, R.H. PUCCEL, D.J. MASSE et C. HARTWING utilisent la formulation d'inductance  $L$  et l'extension de la règle de l'inductance incrémentale établie par Wheeler à savoir :

$$(14) \quad L_i = \sum_n \Delta L_{i_n} = \frac{\delta}{2} \sum_n \frac{\partial L}{\partial d_n}$$



**FIGURE 7:** la ligne microruban réelle



← métal parfait

**FIGURE 8:** schéma illustrant la régression des interfaces métalliques intervenant dans le calcul de l'inductance incrémentale



où encore

$$(15) \quad R_i = \frac{R_s}{\mu} \sum_n \frac{\partial L}{\partial d_n}$$

$n$  représente l'indice du  $n^{\text{ième}}$  interface conducteur soumis au champ magnétique et  $R_s$  la résistance surfacique.

Nous avons illustré figure 8, l'action du champ magnétique dans le ruban et le plan de masse. Nous indiquons la régression des parois métalliques et les grandeurs (largeur, hauteur, épaisseur) affectées par la pénétration des champs magnétiques de la distance  $\delta/2$ . Ainsi, nous aboutissons finalement à l'expression suivante de la résistance liée aux pertes par effet joule :

$$(16) \quad R_i = \frac{R_s}{2\mu} \left( -2 \frac{\partial L}{\partial t} - 2 \frac{L}{\partial w} + 2 \frac{\partial L}{\partial h} \right)$$

Le signe négatif dans cette expression traduit en fait une réduction de la largeur et de l'épaisseur du ruban, d'où une faible diminution de la section du conducteur parfait équivalent. La dérivée par rapport à la variable  $h$  est comptée positivement, car la pénétration du champ magnétique provoque un accroissement de la hauteur  $h$ .

Dès que les pertes dans les lignes sont faibles, elles peuvent être décrites en terme de constante d'atténuation et définies comme :

$$(17) \quad P(z) \approx P_0 e^{-2\alpha_z z}$$

où  $P(z)$  est la puissance transmise à l'abscisse  $z$  le long de la ligne et  $P_0$  la puissance émise par une source située à l'origine  $z = 0$ .

En dérivant l'expression ( 17), la constante d'atténuation  $\alpha$  s'exprime alors :

$$(18) \quad \alpha_z \underset{\text{Neper/cm}}{\approx} - \frac{dP(z)/dz}{2P(z)}$$

Dans le cas présent, seules sont prises en compte les pertes métalliques. Le quotient  $- dP(z)/dz$  représente alors la puissance perdue dans les conducteurs et s'exprime en fonction de la résistance interne  $R_i$ . Connaissant l'impédance caractéristique  $Z_c$  de la ligne microruban, la constante d'atténuation  $\alpha_z$  peut être formulée de façon différente à savoir :

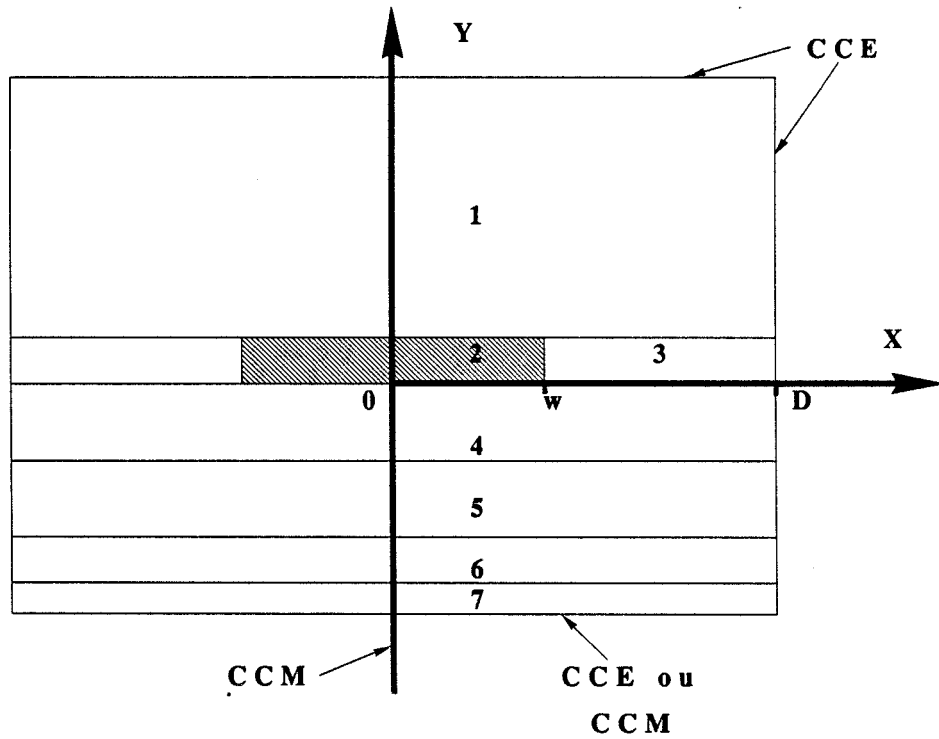
$$(19) \quad \alpha_z \approx \frac{R_i}{2Z_c}$$

où encore si l'on reporte l'expression (16) de la résistance interne

$$(20) \quad \alpha_z \underset{\text{Neper/cm}}{\approx} \frac{R_s}{2\mu Z_c} \left( - 2 \frac{\partial L}{\partial t} - 2 \frac{\partial L}{\partial w} + 2 \frac{\partial L}{\partial h} \right)$$

La relation (20) n'est bien sûr applicable que dans un domaine de validité donné. Les limites de ce domaine sont fixées par l'effet de peau, ce qui implique que les épaisseurs de métallisation sont toujours supérieures au moins à trois épaisseurs de peau  $\delta$ .

## **ANNEXE B**



potentiels suivant  $Ox$  :  $\beta_{yv} = \beta_{yv}^{(2)} = \beta_{yv}^{(3)}$  ,  $\tilde{\beta}_{yr} = \tilde{\beta}_{yr}^{(2)} = \tilde{\beta}_{yr}^{(3)}$

région (2) :  $\Psi_x^{(2)} = \sum_v [ A_v^{(2)} \cos(\beta_{yv} y) + A_v^{(2)'} \sin(\beta_{yv} y) ] \sin(\beta_{xv}^{(2)} x)$

$$\phi_x^{(2)} = \sum_r [ B_r^{(2)} \cos(\tilde{\beta}_{yr} y) + B_r^{(2)'} \sin(\tilde{\beta}_{yr} y) ] \cos(\tilde{\beta}_{xr}^{(2)} x)$$

région (3) :  $\Psi_x^{(3)} = \sum_v [ A_v^{(3)} \cos(\beta_{yv}^{(3)} y) + A_v^{(3)'} \sin(\beta_{yv}^{(3)} y) ] \cos(\beta_{xv}^{(3)} (x-d))$

$$\phi_x^{(3)} = \sum_r [ B_r^{(3)} \cos(\tilde{\beta}_{yr} y) + B_r^{(3)'} \sin(\tilde{\beta}_{yr} y) ] \sin(\tilde{\beta}_{xr}^{(3)} (x-d))$$

relations permettant de relier les potentiels électriques et magnétiques aux champs

$$E_x = \left[ -j\omega\mu_0 + \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_i} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \Psi_x^{(i)}$$

$$H_x = \left[ -j\omega\epsilon_0\epsilon_i + \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \phi_x^{(i)}$$

$$E_y = \left[ -\frac{\partial \phi_x^{(i)}}{\partial z} + \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_i} \frac{\partial^2 \Psi_x^{(i)}}{\partial x \partial y} \right]$$

$$H_y = \left[ \frac{\partial \Psi_x^{(i)}}{\partial z} + \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \phi_x^{(i)}}{\partial x \partial y} \right]$$

$$E_z = \left[ \frac{\partial \Psi_x^{(i)}}{\partial y} + \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_i} \frac{\partial^2 \Psi_x^{(i)}}{\partial x \partial z} \right]$$

$$H_z = \left[ -\frac{\partial \Psi_x^{(i)}}{\partial y} + \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \phi_x^{(i)}}{\partial x \partial z} \right]$$

nous posons pour simplifier l'écriture :

$$\bullet FE_{(y)}^{(i)} = [A_{\nu}^{(i)} \cos(\beta_{y\nu} y) + A_{\nu}'^{(i)} \sin(\beta_{y\nu} y)]$$

$$\bullet F\tilde{\Pi}_{(y)}^{(i)} = [B_{\Gamma}^{(i)} \cos(\tilde{\beta}_{y\Gamma} y) + B_{\Gamma}'^{(i)} \sin(\tilde{\beta}_{y\Gamma} y)]$$

$$\bullet dFE_{(y)}^{(i)} = \frac{\partial FE_{(y)}^{(i)}}{\partial y} = \beta_{y\nu} [-A_{\nu}'^{(i)} \sin(\beta_{y\nu} y) + A_{\nu}^{(i)} \cos(\beta_{y\nu} y)]$$

$$\bullet dF\tilde{\Pi}_{(y)}^{(i)} = \frac{\partial F\tilde{\Pi}_{(y)}^{(i)}}{\partial y} = \tilde{\beta}_{y\Gamma} [-B_{\Gamma}'^{(i)} \sin(\tilde{\beta}_{y\Gamma} y) + B_{\Gamma}^{(i)} \cos(\tilde{\beta}_{y\Gamma} y)]$$

Expressions des champs des régions (2) et (3) :

région (2) :

$$\vec{E}_{(2)} : \left\{ \begin{aligned} E_x &= \sum_{\nu} \left[ -j\omega\mu_0 - \frac{\beta_{x\nu}^2}{j\omega\epsilon_0\epsilon_2} \right] FE_{(y)}^{(2)} \sin(\beta_{x\nu} x) \\ E_y &= \sum_{\Gamma} j\beta_{\Gamma} FM_{(y)}^{(2)} \cos(\tilde{\beta}_{x\Gamma} x) + \sum_{\nu} \frac{\beta_{x\nu}^{(2)}}{j\omega\epsilon_0\epsilon_2} dFE_{(y)}^{(2)} \cos(\beta_{x\nu}^{(2)} x) \\ E_z &= \sum_{\Gamma} dF\tilde{\Pi}_{(y)}^{(2)} \cos(\tilde{\beta}_{x\Gamma} x) + \sum_{\nu} \frac{j\beta_{\Gamma} \beta_{x\nu}^{(2)}}{j\omega\epsilon_0\epsilon_2} FE_{(y)}^{(2)} \cos(\beta_{x\nu}^{(2)} x) \end{aligned} \right.$$

$$\vec{H}_{(2)} : \left\{ \begin{aligned} H_x &= \sum_{\Gamma} \left[ -j\omega\epsilon_0\epsilon_2 - \frac{\tilde{\beta}_{x\Gamma}^2}{j\omega\mu_0} \right] FM_{(y)}^{(2)} \cos(\tilde{\beta}_{x\Gamma} x) \\ H_y &= \sum_{\Gamma} -\frac{\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(2)}}{j\omega\mu_0} dF\tilde{\Pi}_{(y)}^{(2)} \sin(\tilde{\beta}_{x\Gamma} x) + \sum_{\nu} -j\beta_{\Gamma} FE_{(y)}^{(2)} \sin(\beta_{x\nu}^{(2)} x) \\ H_z &= \sum_{\Gamma} \frac{\beta_{\Gamma} \tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(2)}}{\omega\mu_0} FM_{(y)}^{(2)} \sin(\tilde{\beta}_{x\Gamma} x) + \sum_{\nu} -dFE_{(y)}^{(2)} \sin(\beta_{x\nu}^{(2)} x) \end{aligned} \right.$$

région (3)

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(3)} \left\{ \begin{aligned} E_x &= \sum_{\nu} \left( -j\omega\gamma_0 - \frac{\beta_{x\nu}^{(3)2}}{j\omega\epsilon_0\epsilon_3} \right) FE_{(y)}^{(3)} \cos(\beta_{x\nu}^{(3)}(x-d)) \\ E_y &= \sum_{\nu} j\beta_{y\nu}^{(3)} FM_{(y)}^{(3)} \sin(\tilde{\beta}_{x\nu}^{(3)}(x-d)) + \sum_{\nu} \frac{-\beta_{x\nu}^{(3)}}{j\omega\epsilon_0\epsilon_3} dFE_{(y)}^{(3)} \sin(\beta_{x\nu}^{(3)}(x-d)) \\ E_z &= \sum_{\nu} dFM_{(y)}^{(3)} \sin(\tilde{\beta}_{x\nu}^{(3)}(x-d)) + \sum_{\nu} \frac{\beta_{z\nu}^{(3)}\beta_{x\nu}^{(3)}}{\omega\epsilon_0\epsilon_3} FE_{(y)}^{(3)} \sin(\beta_{x\nu}^{(3)}(x-d)) \end{aligned} \right. \\ \vec{H}^{(3)} \left\{ \begin{aligned} H_x &= \sum_{\nu} \left( -j\omega\epsilon_0\epsilon_3 + j\frac{\tilde{\beta}_{x\nu}^{(3)2}}{\omega\gamma_0} \right) FM_{(y)}^{(3)} \sin(\beta_{x\nu}^{(3)}(x-d)) \\ H_y &= \sum_{\nu} \frac{\beta_{x\nu}^{(3)}}{j\omega\gamma_0} dFM_{(y)}^{(3)} \cos(\tilde{\beta}_{x\nu}^{(3)}(x-d)) + \sum_{\nu} -j\beta_{y\nu}^{(3)} FE_{(y)}^{(3)} \cos(\beta_{x\nu}^{(3)}(x-d)) \\ H_z &= \sum_{\nu} \frac{-j\beta_{z\nu}^{(3)}\tilde{\beta}_{x\nu}^{(3)}}{j\omega\gamma_0} dFM_{(y)}^{(3)} \cos(\tilde{\beta}_{x\nu}^{(3)}(x-d)) + \sum_{\nu} -dFE_{(y)}^{(3)} \cos(\beta_{x\nu}^{(3)}(x-d)) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

potentiels suivant  $O_y$  pour les régions (1), (4), (5), (6) et (7) :

région (1) :  $\psi_y^{(1)} = \sum_{\nu} A_{\nu}^{(1)} \cos(\beta_{y\nu}^{(1)}(y-h_1)) \sin(\beta_{x\nu}^{(1)}(x-d))$

$$\phi_y^{(1)} = \sum_{\nu} B_{\nu}^{(1)} \sin(\tilde{\beta}_{y\nu}^{(1)}(y-h_1)) \cos(\beta_{x\nu}^{(1)}(x-d))$$

région (i)  $i = 4, 5, 6, 7$

$$\psi_y^{(i)} = \sum_{\nu} FE_{(y)}^{(i)} \sin(\beta_{x\nu}^{(i)}(x-d))$$

$$\phi_y^{(i)} = \sum_{\nu} FM_{(y)}^{(i)} \cos(\tilde{\beta}_{x\nu}^{(i)}(x-d))$$

avec  $FE_{(y)}^{(i)} = [A_{\nu}^{(i)} \cos(\beta_{y\nu}^{(i)}(y+h_i)) + A_{\nu}^{(i)'} \sin(\beta_{y\nu}^{(i)}(y+h_i))]$

$$FM_{(y)}^{(i)} = [B_{\nu}^{(i)} \cos(\tilde{\beta}_{y\nu}^{(i)}(y+h_i)) + B_{\nu}^{(i)'} \sin(\tilde{\beta}_{y\nu}^{(i)}(y+h_i))]$$

pour la région (7) :  $A_{\nu}^{(7)'} = B_{\nu}^{(7)} = 0$  si CCE en  $y = -h_7$

$$A_{\nu}^{(7)} = B_{\nu}^{(7)'} = 0$$
 si CCP en  $y = -h_7$

relations permettant de relier les potentiels suivant la direction  $Oy$  aux champs électromagnétiques :

$$E_x = \frac{\partial \phi_y^{(i)}}{\partial z} + \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_i} \frac{\partial^2 \psi_y^{(i)}}{\partial x \partial y}$$

$$H_x = -\frac{\partial \psi_y^{(i)}}{\partial z} + \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \phi_y^{(i)}}{\partial x \partial y}$$

$$E_y = \left[ -j\omega\mu_0 + j \frac{\beta_{yv}^{(i)2}}{\omega\epsilon_0\epsilon_i} \right] \psi_y^{(i)}$$

$$H_y = \left[ -j\omega\epsilon_0\epsilon_i + j \frac{\tilde{\beta}_{yv}^{(i)2}}{\omega\mu_0} \right] \phi_y^{(i)}$$

$$E_z = -\frac{\partial \psi_y^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_i} \frac{\partial^2 \psi_y^{(i)}}{\partial z \partial y}$$

$$H_z = \frac{\partial \psi_y^{(i)}}{\partial x} + \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial^2 \phi_y^{(i)}}{\partial z \partial y}$$

Ecriture des champs des régions  $(i)$   $i = 1, 4, 5, 6, 7$  :

$$\begin{aligned} \vec{E}^{(i)} \left\{ \begin{aligned} E_x &= \sum_m -j\beta_3 FM_{(y)}^{(i)} \cos\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) + \sum_m \frac{m\pi}{2d} \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_i} dFE_{(y)}^{(i)} \cos\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) \\ E_y &= \sum_m \left( -j\omega\mu_0 + j \frac{\left(\frac{m\pi}{2d}\right)^2}{\omega\epsilon_0\epsilon_i} \right) FE_{(y)}^{(i)} \sin\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) \\ E_z &= \sum_m -\frac{m\pi}{2d} FM_{(y)}^{(i)} \sin\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) + \sum_m \frac{-\beta_3}{\omega\epsilon_0\epsilon_i} dFE_{(y)}^{(i)} \sin\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

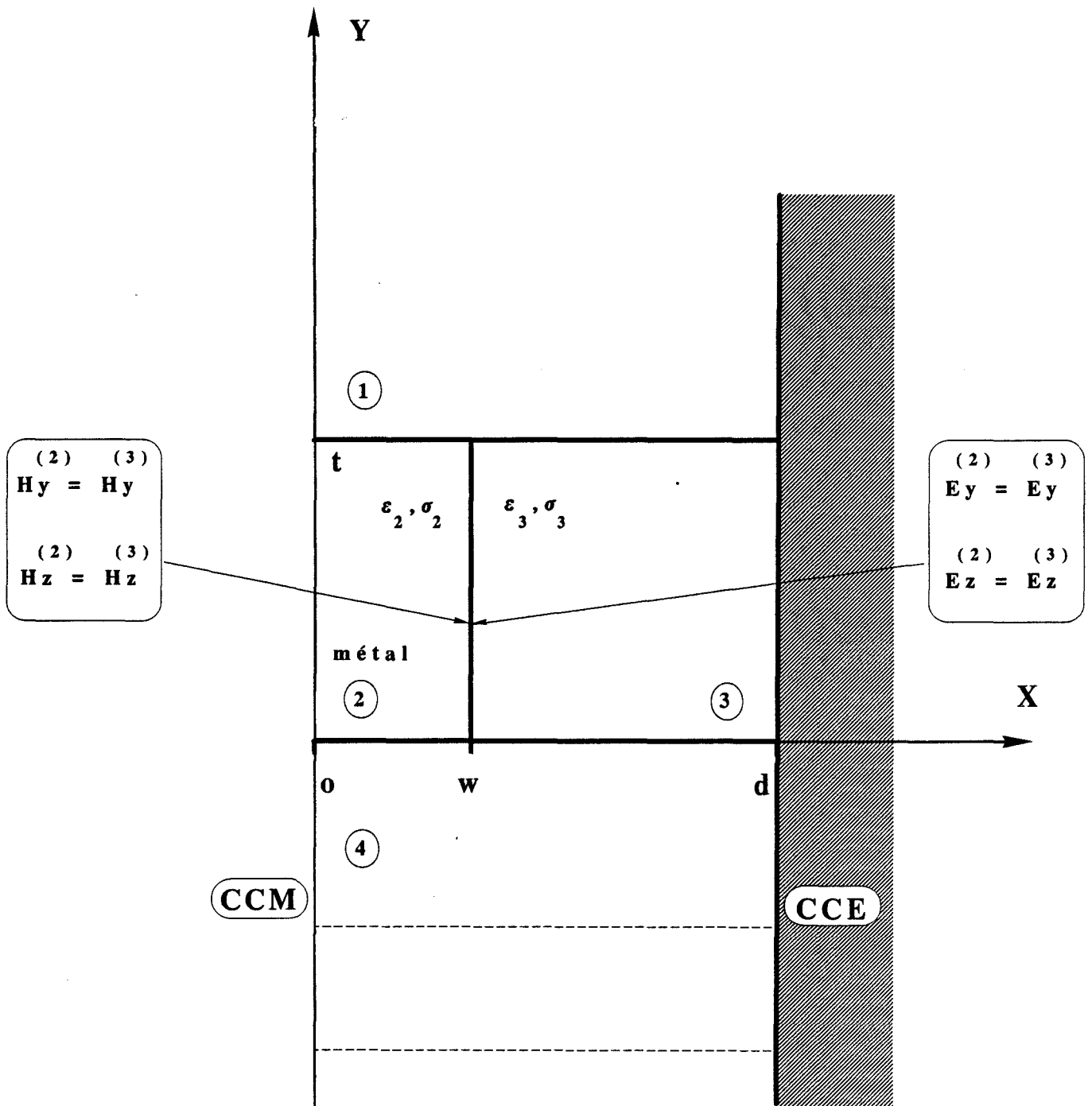
$$\vec{H}^{(i)} \left\{ \begin{aligned} H_x &= \sum_m -\frac{m\pi}{2d} \frac{1}{j\omega\mu_0} dFM_{(y)}^{(i)} \sin\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) + \sum_m j\beta_3 FE_{(y)}^{(i)} \sin\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) \\ H_y &= \sum_m \left( -j\omega\epsilon_0\epsilon_i + j \frac{m\pi}{2d} \right) FM_{(y)}^{(i)} \cos\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) \\ H_z &= \sum_m \left( \frac{-\beta_3}{\omega\mu_0} dFM_{(y)}^{(i)} \cos\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) + \sum_m \frac{m\pi}{2d} FE_{(y)}^{(i)} \cos\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) \right) \end{aligned} \right.$$

avec  $dFM_{(y)}^{(i)} = \frac{\partial}{\partial y} FM_{(y)}^{(i)}$  ,  $dFE_{(y)}^{(i)} = \frac{\partial}{\partial y} FE_{(y)}^{(i)}$

de plus, pour simplifier le problème, nous avons pris pour les régions  $(i)$

$\nu = \psi = m$  ;  $P_e$  CCP en  $x=0$  et  $P_e$  CCP en  $y=d$ , nous impose :

$$\beta_{xm}^{(i)} = \tilde{\beta}_{acm}^{(i)} = \frac{m\pi}{2d} = (2k-1) \frac{\pi}{2d} \quad \text{avec } k = 1, 2, 3, \dots$$





La continuité des champs transverses sur l'interface en  $x = +w$  et  $\forall y \in [0, t]$

nous donne :

• pour les modes  $TE_x$  ( $\phi_x = 0 \Rightarrow H_x = 0$ ) :

$$(1) \quad E_z^{(2)} = E_z^{(3)} \Rightarrow \sum_Y \frac{\beta_z \beta_{xy}^{(2)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_2} FE_{(y)}^{(2)} \cos(\beta_{xy}^{(2)} w) = \sum_Y \frac{-\beta_z \beta_{xy}^{(3)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_3} FE_{(y)}^{(3)} \sin(\beta_{xy}^{(3)} (w-d))$$

$$(2) \quad E_y^{(2)} = E_y^{(3)} \Rightarrow \sum_Y \frac{\beta_{xy}^{(2)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_2} dFE_{(y)}^{(2)} \cos(\beta_{xy}^{(2)} w) = \sum_Y \frac{-\beta_{xy}^{(3)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_3} dFE_{(y)}^{(3)} \sin(\beta_{xy}^{(3)} (w-d))$$

$$(3) \quad H_z^{(2)} = H_z^{(3)} \Rightarrow \sum_Y -dFE_{(y)}^{(2)} \sin(\beta_{xy}^{(2)} w) = -\sum_Y dFE_{(y)}^{(3)} \cos(\beta_{xy}^{(3)} (w-d))$$

$$(4) \quad H_y^{(2)} = H_y^{(3)} \Rightarrow \sum_Y -\beta_{xy}^{(2)} FE_{(y)}^{(2)} \sin(\beta_{xy}^{(2)} w) = \sum_Y -\beta_{xy}^{(3)} FE_{(y)}^{(3)} \cos(\beta_{xy}^{(3)} (w-d))$$

pour ces deux régions (régions (2) et (3)), on a  $\beta_{xy}^{(2)} = \beta_{xy}^{(3)} = \beta_{xy}$

on raccorde mode à mode  $\Rightarrow$  on aboutit à la relation suivante :

$$\frac{(1)}{(4)} \quad \frac{\beta_{xy}^{(2)}}{\epsilon_2} \cotg(\beta_{xy}^{(2)} w) = -\frac{\beta_{xy}^{(3)}}{\epsilon_3} \tg(\beta_{xy}^{(3)} (w-d))$$

de même on obtient des relations reliant les pondérations des régions (2) et (3)

$$dFE_{(y)}^{(2)} = K_{ca} dFE_{(y)}^{(3)}$$

$$FE_{(y)}^{(2)} = K_{ca} FE_{(y)}^{(3)}$$

$$\begin{aligned} \text{avec } K_{ca} &= \frac{\epsilon_2 \beta_{xy}^{(3)} \sin(\beta_{xy}^{(3)} (w-d))}{\epsilon_3 \beta_{xy}^{(2)} \cos(\beta_{xy}^{(2)} w)} \\ &= \frac{\cos(\beta_{xy}^{(3)} (w-d))}{\sin(\beta_{xy}^{(2)} w)} \end{aligned}$$

• pour les modes  $TM_x$  ( $\Psi_x = 0 \Rightarrow \bar{E}_x = 0$ ):

$$(1) \bar{E}_z^{(2)} = \bar{E}_z^{(3)} \Rightarrow \sum_{\Gamma} dF\Gamma_{(y)}^{(2)} \cos(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(2)} w) = \sum_{\Gamma} dF\Gamma_{(y)}^{(3)} \sin(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(3)} (w-d))$$

$$(2) \bar{E}_y^{(2)} = \bar{E}_y^{(3)} \Rightarrow \sum_{\Gamma} \beta_3 F\Gamma_{(y)}^{(2)} \cos(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(2)} w) = \sum_{\Gamma} \beta_3 F\Gamma_{(y)}^{(3)} \sin(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(3)} (w-d))$$

$$(3) H_z^{(2)} = H_z^{(3)} \Rightarrow \sum_{\Gamma} \frac{\beta_3 \tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(2)}}{\omega \mu_0} F\Gamma_{(y)}^{(2)} \sin(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(2)} w) = \sum_{\Gamma} \frac{-\beta_3 \tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(3)}}{\omega \mu_0} F\Gamma_{(y)}^{(3)} \cos(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(3)} (w-d))$$

$$(4) H_y^{(2)} = H_y^{(3)} \Rightarrow \sum_{\Gamma} \frac{-\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(2)}}{\omega \mu_0} dF\Gamma_{(y)}^{(2)} \sin(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(2)} w) = \sum_{\Gamma} \frac{\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(3)}}{\omega \mu_0} dF\Gamma_{(y)}^{(3)} \cos(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(3)} (w-d))$$

• en raccorde mode à mode et on obtient les relations suivantes

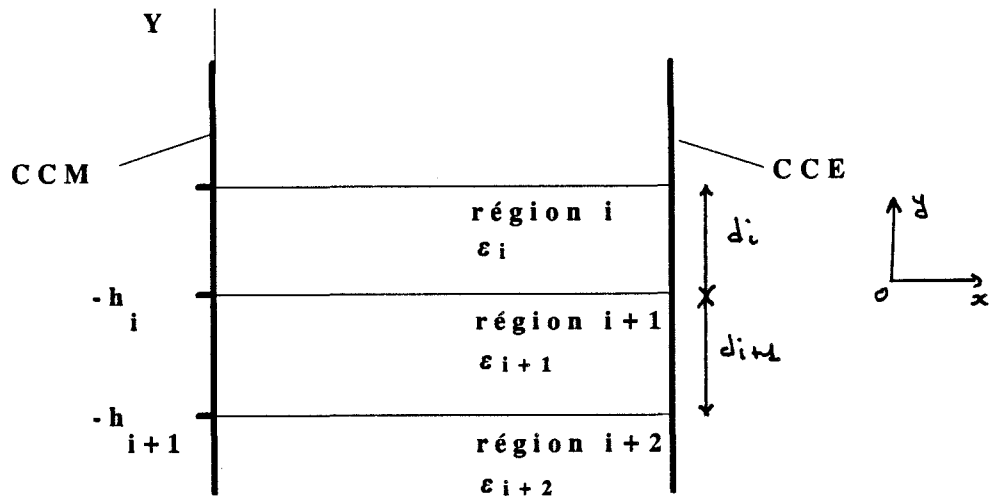
$$\bullet -\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(2)} \operatorname{tg}(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(2)} w) = \beta_{x\Gamma}^{(3)} \operatorname{cotg}(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(3)} (w-d))$$

$$\bullet F\Gamma_{(y)}^{(2)} = K_{DB} F\Gamma_{(y)}^{(3)}$$

$$dF\Gamma_{(y)}^{(2)} = K_{DB} dF\Gamma_{(y)}^{(3)}$$

$$\begin{aligned} \text{avec } K_{DB} &= \frac{\sin(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(3)} (w-d))}{\cos(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(2)} w)} \\ &= -\frac{\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(3)}}{\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(2)}} \frac{\cos(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(3)} (w-d))}{\sin(\tilde{\beta}_{x\Gamma}^{(2)} w)} \end{aligned}$$

Écriture de la continuité des champs tangentiels entre 2 milieux  $(i)$  et  $(i+1)$



relations d'orthogonalité des fonctions sinus et cosinus

$$\int_0^d \cos\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) \cos\left(\frac{n\pi}{2d}(x-d)\right) dx = \int_0^d \sin\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right) \sin\left(\frac{n\pi}{2d}(x-d)\right) dx$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{si } n \neq m \\ \frac{d}{2} & \text{si } n = m \end{cases}$$

relations de continuité des champs tangentiels en  $y = -h_i$  (Les champs électromagnétiques ont été calculés à partir de potentiels suivant  $Oy^2$ )

$$(1) \quad E_x^{(i)} = E_x^{(i+1)} \Rightarrow \left[ -\beta \frac{F\pi_{(-h_i)}^{(i)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_i} - \frac{m\pi}{2d} \frac{dFE_{(-h_i)}^{(i)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_i} \right] = \left[ -\beta \frac{F\pi_{(-h_i)}^{(i+1)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{i+1}} - \frac{m\pi}{2d} \frac{dFE_{(-h_i)}^{(i+1)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{i+1}} \right]$$

$$(2) \quad E_z^{(i)} = E_z^{(i+1)} \Rightarrow \left[ -\frac{m\pi}{2d} \frac{F\pi_{(-h_i)}^{(i)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_i} - \frac{\beta}{2} \frac{dFE_{(-h_i)}^{(i)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_i} \right] = \left[ -\frac{m\pi}{2d} \frac{F\pi_{(-h_i)}^{(i+1)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{i+1}} - \frac{\beta}{2} \frac{dFE_{(-h_i)}^{(i+1)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{i+1}} \right]$$

$$(3) \quad H_x^{(i)} = H_x^{(i+1)} \Rightarrow \left[ \frac{m\pi}{2d} \frac{dF\pi_{(-h_i)}^{(i)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_i} + \beta \frac{FE_{(-h_i)}^{(i)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_i} \right] = \left[ \frac{m\pi}{2d} \frac{dF\pi_{(-h_i)}^{(i+1)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{i+1}} + \beta \frac{FE_{(-h_i)}^{(i+1)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{i+1}} \right]$$

$$(4) \quad H_z^{(i)} = H_z^{(i+1)} \Rightarrow \left[ -\frac{\beta}{2} \frac{dF\pi_{(-h_i)}^{(i)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_i} + \frac{m\pi}{2d} \frac{FE_{(-h_i)}^{(i)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_i} \right] = \left[ -\frac{\beta}{2} \frac{dF\pi_{(-h_i)}^{(i+1)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{i+1}} + \frac{m\pi}{2d} \frac{FE_{(-h_i)}^{(i+1)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{i+1}} \right]$$

à partir de ces 4 relations, on aboutit à:

$$FE_{(-h_i)}^{(i)} = FE_{(-h_i)}^{(i+1)}$$

$$dFE_{(-h_i)}^{(i)} = \frac{\epsilon_i}{\epsilon_{i+1}} dFE_{(-h_i)}^{(i+1)}$$

$$FM_{(-h_i)}^{(i)} = FM_{(-h_i)}^{(i+1)}$$

$$dFM_{(-h_i)}^{(i)} = dFM_{(-h_i)}^{(i+1)}$$

Toutefois, rappelons que:

$$FE_{(y)}^{(i)} = [A_m^{(i)} \cos(\beta_{ym}^{(i)} y) + A_m^{(i)'} \sin(\beta_{ym}^{(i)} y)]$$

$$dFE_{(y)}^{(i)} = \frac{\partial FE_{(y)}^{(i)}}{\partial y} = \beta_{ym}^{(i)} [-A_m^{(i)} \sin(\beta_{ym}^{(i)} y) + A_m^{(i)'} \cos(\beta_{ym}^{(i)} y)]$$

de même:

$$FM_{(y)}^{(i)} = [B_m^{(i)} \cos(\beta_{ym}^{(i)} y) + B_m^{(i)'} \sin(\beta_{ym}^{(i)} y)]$$

$$dFM_{(y)}^{(i)} = \beta_{ym}^{(i)} [-B_m^{(i)} \sin(\beta_{ym}^{(i)} y) + B_m^{(i)'} \cos(\beta_{ym}^{(i)} y)]$$

nous pouvons écrire sous forme matricielle les relations reliant les pondérations des champs entre deux régions:

$$\begin{bmatrix} A_m^{(i)} \\ A_m^{(i)'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) & \sin(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) \\ -\frac{\epsilon_i}{\epsilon_{i+1}} \frac{\beta_{ym}^{(i+1)}}{\beta_{ym}^{(i)}} \sin(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) & \frac{\epsilon_i}{\epsilon_{i+1}} \frac{\beta_{ym}^{(i+1)}}{\beta_{ym}^{(i)}} \cos(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_m^{(i+1)} \\ A_m^{(i+1)'} \end{bmatrix}$$

remarquons que les pondérations  $A_m^{(i)}$  et  $A_m^{(i)'}$  sont vues des potentiels électriques.

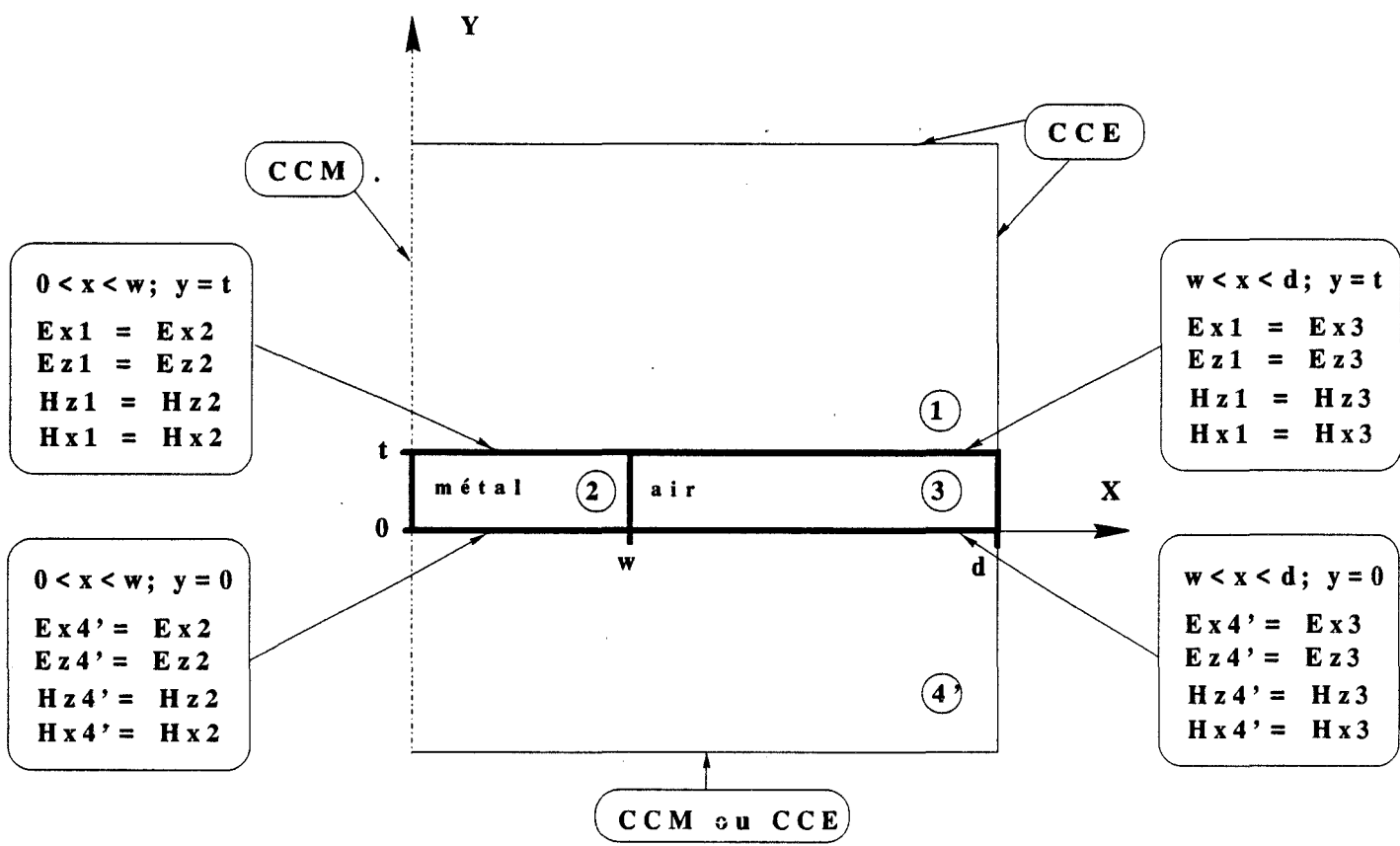
de même, on obtient une relation matricielle permettant de relier les pondérations issues des potentiels de deux couches :

$$\begin{bmatrix} B_m^{(i)} \\ B_m^{(i+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) & \sin(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) \\ -\frac{\beta_{ym}^{(i+1)}}{\beta_{ym}^{(i)}} \sin(\beta_{ym}^{(i+1)} d_i) & \frac{\beta_{ym}^{(i+1)}}{\beta_{ym}^{(i)}} \cos(\beta_{ym}^{(i+1)} d_{i+1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_m^{(i+1)} \\ B_m^{(i+2)} \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } \beta_{ym}^{(i)2} = \epsilon_i k_0^2 - \beta_z^2 - \beta_{xm}^{(i)2},$$

$$\beta_{xm}^{(i)} = \frac{m\pi}{2d} \quad m \text{ impair}$$

ces relations matricielles nous permet de déduire les composantes de champs à partir des pondérations des champs d'une seule couche.



continuités des champs tangentiels sur l'interface (1), (2) et (3),  $[y=t, 0 < x < d]$

a) utilisation des propriétés d'orthogonalité des fonctions  $\sin\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right)$  et  $\cos\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right)$

•  $E_z^{(1)} = E_z^{(2,3)}$

$$(1) \frac{d}{2} \left[ \frac{m\pi}{2d} B_m^{(1)} + \frac{\beta_z \beta_{ym}^{(4)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_1} A_m^{(1)} \right] \sin\left(\frac{\beta_{ym}^{(4)}}{y_m}(t-h_1)\right) \frac{d}{2} = \sum_r dFM_r^{(3)} \cdot R\pi + \sum_v \frac{\beta_z}{\omega \epsilon_0} FE_r^{(3)} Rv$$

•  $H_z^{(1)} = H_z^{(2,3)}$

$$(2) \frac{d}{2} \left[ \frac{m\pi}{2d} A_m^{(1)} - \beta_z \frac{\beta_{ym}^{(4)}}{\omega \mu_0} B_m^{(1)} \right] \cos\left(\frac{\beta_{ym}^{(4)}}{y_m}(t-h_1)\right) = \sum_r -\frac{\beta_z}{\omega \mu_0} FM_r^{(3)} S\pi - \sum_v dFE_r^{(3)} Sv$$

avec  $m = 2k-1$ ,  $k \in \mathbb{R}^+$

b) utilisation des propriétés d'orthogonalité des champs  $E_x^{(2,3)}$  et  $H_x^{(2,3)}$

•  $E_x^{(1)} = E_x^{(2,3)}$

$$(3) FE_r^{(3)} \left[ \frac{\beta_z^2 + \beta_{yz}^2}{\omega \epsilon_0} \right] IE = \sum_m \left[ -\beta_z B_m^{(1)} + \frac{\beta_{ym}^{(4)}}{\omega \epsilon_0 \epsilon_1} \frac{m\pi}{2d} A_m^{(1)} \right] \sin\left(\frac{\beta_{ym}^{(4)}}{y_m}(t-h_1)\right) S\pi, \forall r$$

•  $H_x^{(1)} = H_x^{(2,3)}$

$$(4) FM_r^{(3)} \left[ \frac{\beta_z^2 + \beta_{yz}^2}{\omega \mu_0} \right] IM = \sum_m \left[ \beta_z A_m^{(1)} + \frac{\beta_{ym}^{(4)}}{\omega \mu_0} \frac{m\pi}{d} B_m^{(1)} \right] \cos\left(\frac{\beta_{ym}^{(4)}}{y_m}(t-h_1)\right) R\pi, \forall r$$

Continuité sur l'interface délimitant les régions (2), (3) et (4)  $[y=0, 0 < x < d]$

a) utilisation des propriétés d'orthogonalité des fonctions  $\sin\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right)$  et

$$\cos\left(\frac{m\pi}{2d}(x-d)\right)$$

$$\bullet \underline{E_z^{(4)} = E_z^{(2,3)}}$$

$$(5) \quad \frac{d}{2} \left[ \frac{-m\pi}{2d} F\pi_{(0)}^{(4)} - \frac{\beta_z}{\omega \epsilon_0 \epsilon_4} d F E_{(0)}^{(4)} \right] = \sum_F d F \pi_{(0)}^{(3)} R\pi + \sum_V \frac{\beta_z}{\omega \epsilon_0} F E_{(0)}^{(3)} R\pi, \forall m$$

$$\bullet \underline{H_z^{(4)} = H_z^{(2,3)}}$$

$$(6) \quad \frac{d}{2} \left[ \frac{-\beta_z}{\omega \mu_0} d F \pi_{(0)}^{(4)} + \frac{m\pi}{2d} F E_{(0)}^{(4)} \right] = \sum_F \frac{-\beta_z}{\omega \mu_0} F \pi_{(0)}^{(3)} S\pi + \sum_V -d F E_{(0)}^{(3)} S\pi, \forall m$$

b) utilisation des propriétés d'orthogonalité des champs  $E_x^{(2,3)}$  et  $H_x^{(2,3)}$

$$\bullet \underline{E_x^{(4)} = E_x^{(2,3)}}$$

$$(7) \quad F E_{(0)}^{(3)} \left[ \frac{\beta_z^2 + \beta_{xy}^2}{\omega \epsilon_0} \right] I E = \sum_m \left[ -\frac{\beta_z}{2} F \pi_{(0)}^{(4)} - \frac{m\pi}{2d} d F E_{(0)}^{(4)} \right] S\pi, \forall \gamma$$

$$\bullet \underline{H_x^{(4)} = H_x^{(2,3)}}$$

$$(8) \quad F \pi_{(0)}^{(3)} \left[ \frac{\beta_z^2 + \beta_{xy}^2}{\omega \mu_0} \right] I \pi = \sum_m \left[ \frac{m\pi}{2d} d F \pi_{(0)}^{(4)} + \frac{\beta_z}{2} F E_{(0)}^{(4)} \right] R\pi, \forall \gamma$$



avec 
$$IE = \frac{1}{\epsilon_2} \int_0^w \sin^2(\beta_{xy}^{(2)} x) \cdot K_{CA}^2 + \frac{1}{\epsilon_3} \int_w^d \cos^2(\beta_{xy}^{(3)} (x-d))$$

$$IM = \int_0^w \cos^2(\tilde{\beta}_{xy}^{(2)} x) K_{DB}^2 + \int_w^d \sin^2(\tilde{\beta}_{xy}^{(3)} (x-d))$$

$$RV = \frac{\beta_{xy}^{(3)}}{\epsilon_3} \int_0^d \sin(\beta_{xy}^{(3)} (x-d)) \sin\left(\frac{m\pi}{2d} (x-d)\right) - K_{CA} \int_0^w \frac{\beta_{xy}^{(2)}}{\epsilon_2} \cos(\beta_{xy}^{(2)} x) \sin\left(\frac{m\pi}{2d} (x-d)\right)$$

$$SN = \int_w^d \cos(\beta_{xy}^{(3)} (x-d)) \cos\left(\frac{m\pi}{2d} (x-d)\right) + K_{CA} \int_0^w \sin(\beta_{xy}^{(2)} x) \cos\left(\frac{m\pi}{2d} (x-d)\right)$$

$$RM = \int_w^d \sin(\tilde{\beta}_{xy}^{(3)} (x-d)) \sin\left(\frac{m\pi}{2d} (x-d)\right) + K_{DB} \int_0^w \cos(\beta_{xy}^{(2)} x) \sin\left(\frac{m\pi}{2d} (x-d)\right)$$

$$SM = \tilde{\beta}_{xy}^{(3)} \int_w^d \cos(\beta_{xy}^{(3)} (x-d)) \cos\left(\frac{m\pi}{2d} (x-d)\right) - \beta_{xy}^{(2)} K_{DB} \int_0^w \sin(\beta_{xy}^{(2)} x) \cos\left(\frac{m\pi}{2d} (x-d)\right)$$

avec les huit équations, on forme une matrice carrée

$$[Z][U] = 0$$

où  $[Z]$  est une matrice d'ordre  $2(2m + \nu + \gamma)$

$[U]$  est le vecteur colonne contenant les différentes pondérations intervenant dans l'écriture des potentiels.

la matrice  $[Z]$  peut être réduite à l'ordre  $2(\nu + \gamma)$ : Pour cela,

il faut déterminer les pondérations  $B_m^{(4)}$  et  $A_m^{(4)}$  en fonction de séries en  $\nu$  et  $\gamma$  à partir des équations (1) et (2). Puis remplacer  $A_m^{(4)}$  et  $B_m^{(4)}$  dans les équations (3) et (4).

De même, on peut remplacer  $B_m^{(4)}$  et  $A_m^{(4)}$ ,  $B_m^{(4)'} A_m^{(4)'}$  des (7) et (8) par des expressions déduites des équations (5) et (6)

**BIBLIOGRAPHIE**

**PERSONNELLE**

## **PUBLICATIONS ECRITES DANS DES REVUES AVEC COMITE DE LECTURE**

**E. PALE CZNY, D. KINOWSKI, J.F. LEGIER, P. PRIBETICH, P. KENNIS**

*"Comparison of full waves approaches for determination of microstrip conductor losses for MMIC applications"*

Electronics Letters, Vol. 26, N°25, pp 2076-2077, décembre 1990

**E. PALE CZNY, J.F. LEGIER, P. KENNIS, P. PRIBETICH**

*"Full wave analysis of superconducting microstrip for MMIC"*

Microwave and optical Technological Letters, Vol. 4, N°9, pp 365-369, août 1991

## **COMMUNICATIONS DANS DES COLLOQUES INTERNATIONAUX ET NATIONAUX:**

**E. PALE CZNY., J.F. LEGIER, P. PRIBETICH, P.KENNIS**

*"Analyse du comportement hyperfréquence de modulateurs électrooptiques réalisés sur AsGa"*

Journées Nationales Microélectroniques III-V, OLERON, FRANCE, 1 juin 1988

**E. PALE CZNY., J.F. LEGIER, P. PRIBETICH, P.KENNIS**

*"Influence of losses on propagation characteristics of microwave and optical dielectric rib waveguides"*

Colloque MIOP, WIESBADEN, RFA, mars 1989

**E. PALE CZNY., R. DELRUE, J.F. LEGIER, P. PRIBETICH, P.KENNIS**

*"Analyse du comportement hyperfréquence de modulateurs électrooptiques planaires"*

JNM 89, MONTPELIER, 21-23 juin 1989

**R. DELRUE, E. PALE CZNY, J.F. LEGIER, P. PRIBETICH, P.KENNIS**

*"Microwave problem of planar electrooptic modulator due to semiconductor substrate"*

IEEE MTT Int. Symposium, LONG BEACH, CALIFORNIA, juin 1989

**E. PALE CZNY., J.F. LEGIER, P. PRIBETICH, P.KENNIS**

*"Desktop computer microwave losses modelization for application in electrooptic modulation"*

European Conference on Optical Integrated System Proceeding, AMSTERDAM, septembre 1989

**E. PALECZNY, J.F. LEGIER, P. PRIBETICH, P. KENNIS**

*"Modélisation rigoureuse des guides d'onde à arête pour modulateur électrooptique par la méthode du raccordement de modes"*

OHD 89, RENNES, septembre 1989

**E. PALECZNY, J.F. LEGIER, P. PRIBETICH, P. KENNIS**

*"Modélisation des pertes métalliques par la méthode du raccordement de modes pour les lignes planaires utilisées en technologies MMIC"*

JNM 91, GRENOBLE, mars 1991

**E. PALECZNY, D. KINOWSKI, J.F. LEGIER, P. PRIBETICH, P. KENNIS**

*"On the comparison of full wave approaches to determine microstrip conductor losses for MMIC applications"*

URSI-AP-SIEEE International Symposium, LONDON, CANADA, juin 1991

**E. PALECZNY, P. KENNIS, J.F. LEGIER, P. PRIBETICH**

*"full wave analysis of superconducting microstrip for MMIC"*

Eu. M.C. Conference, Stuttgart, RFA, septembre 1991

**D. KINOWSKI, E. PALECZNY, J.F. LEGIER, P. KENNIS, P. PRIBETICH**

*"Outils de simulation des pertes métalliques de lignes planaires utilisées en technologie monolithique microonde"*

NUMELEC 92, GRENOBLE, mars 1992

L'objectif de ce travail consiste à modéliser et à caractériser expérimentalement l'atténuation consécutive aux pertes métalliques d'une ligne planaire de propagation réalisée en technologie monolithique micro-onde: la ligne microruban.

Dans une première partie, l'auteur retrace la progression des travaux portant sur le thème des pertes métalliques.

A l'issue de cette étude bibliographique, l'auteur a développé un outil de simulation numérique capable de prendre en compte la valeur finie de la conductivité des rubans métalliques ainsi que leurs épaisseurs. L'outil de simulation retenu par l'auteur est la méthode du raccordement de modes modifiée.

Ainsi, dans une deuxième partie, l'auteur présente les principes et la méthodologie utilisés pour la mise en oeuvre de cette méthode.

La troisième partie est consacrée à l'étude numérique et à la recherche d'un critère heuristique de convergence de la constante de propagation complexe du mode fondamental de la ligne microruban.

A l'issue de cette étude numérique, l'auteur compare l'atténuation fournie par la méthode du raccordement de modes à celle mesurée dans le cas des lignes dont l'épaisseur des rubans est de l'ordre de l'épaisseur de peau aux fréquences considérées. Ces résultats sont en outre confrontés à ceux obtenus par les logiciels commerciaux d'aide à la conception assistée par ordinateur couramment utilisés en micro-onde. Ces études ont fait ressortir les carences de ces logiciels et ont montré les potentialités importantes qu'offre la méthode du raccordement de modes modifiée.

L'étude des lignes supraconductrices constitue donc une voie logique d'extension. Ce thème est alors abordé rapidement pour le cas de la ligne microruban grâce à l'introduction d'une conductivité complexe.

