

50376
1992
43

61599

50376
1992
43

THESE

N° d'ordre 869

présentée à

**L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE
LILLE FLANDRES ARTOIS**

pour obtenir le titre de

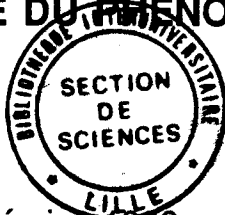
DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Spécialité : Electronique

par

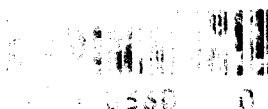
Abdeslam MAMOUNE

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DE L'ASSOCIATION
GRADATEUR - TRANSFORMATEUR - CHARGE RESISTIVE
PRISE EN COMPTE DU PHENOMENE DE SATURATION**



Soutenue le 14 Février 1992 devant la commission d'examen

Président : G. SEGUIER
Rapporteurs : C. ROMBAUT - G. DEVELEY
Examineurs : J-L. COCQUERELLE - B. DURAND
Invité : M. FLACHER



AVANT - PROPOS

Les recherches présentées dans ce mémoire ont été conduites au "L.R.2.E.P." - (Laboratoire de Recherche en Electrotechnique et Electronique de Puissance de Nantes, IRESTE, I.U.T).

La Direction du travail a été effectuée par Monsieur Le Professeur COCQUERELLE, avec la collaboration, pour les aspects informatiques, de Monsieur B.DURAND, Maître de Conférence.

Nous tenons à remercier tout particulièrement Monsieur COCQUERELLE pour toute l'attention qu'il nous a témoignée au cours de cette étude.

Nous remercions Monsieur B. DURAND pour l'aide efficace qu'il nous a apportée.

Nous sommes heureux et honorés que Monsieur Le Professeur SEGUIER de l'Université de Lille accepte de présider notre Jury.

Nous remercions très vivement Monsieur Le Professeur ROMBAUT de l'Ecole Centrale de Lille, spécialiste des gradateurs, d'avoir accepté de rapporter notre mémoire.

Nous exprimons toute notre gratitude à Monsieur Le Professeur DEVELEY de l'Université de Nantes pour avoir également accepté de juger et rapporter notre travail.

Nous remercions enfin Monsieur FLACHER de la Société "Coreci" à Lyon pour sa participation à notre jury, et la "caution de l'industriel" qu'il nous apporte ainsi.

La frappe de ce manuscrit a été assurée par Mademoiselle NAVARRO. Nous lui exprimons toute notre gratitude pour le dévouement dont elle a fait preuve.

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	9
CHAPITRE I : DEVELOPPEMENT ANALYTIQUE	
INTRODUCTION.....	14
I ASSOCIATION MONOPHASEE.....	15
I.1 - ETUDE COMPARATIVE AVEC ET SANS LA PRISE EN COMPTE DES PERTES JOULE ET DES PERTES REACTIVES DANS L'AIR.....	17
I.1.1 Résolution simplifiée.....	17
I.1.1.1 Relations générales.....	18
I.1.1.2 Etude du fonctionnement.....	18
I.1.1.2.1 L'étude du mode de fonctionnement.....	19
I.1.1.2.1.1 Premier régime.....	19
I.1.1.2.1.2 Deuxième régime.....	20
I.1.1.2.1.3 Détermination des constantes d'intégration.....	22
I.1.1.2.1.4 Calcul des limites de fonctionnement.....	24
I.1.2 Résolution avec prise en compte des pertes "en court-circuit".....	25
I.1.2.1 Etude du fonctionnement.....	26
I.1.3 Conclusion partielle.....	35
I.2 - ETUDE COMPARATIVE AVEC ET SANS LE PHENOMENE DE LA SATURATION.....	36
I.2.1 Modalités de prise en compte de la saturation.....	36
I.2.2 Résolution dans le cas où la saturation intervient.....	44
I.2.2.1 Etude du fonctionnement.....	45
I.2.2.1.1 Etude du fonctionnement : représentation par segments.....	45
I.2.2.1.2 Etude du fonctionnement : représentation par un polynôme d'ordre 3....	50
II ASSOCIATION TRIPHASEE.....	53
II.1 - REMARQUE PREALABLE.....	53
II.2 - HYPOTHESE D'ETUDE ET EQUATIONS GENERALES.....	54
II.2.1 Relations générales de la structure étudiée.....	56
II.2.2 Relations et équations qui régissent le fonctionnement du montage.....	56
II.2.2.1 Cas où trois thyristors sont passants.....	57
II.2.2.2 Cas où deux thyristors sont passants.....	60
II.2.2.3 Cas où aucun thyristor n'est passant.....	63
II.3 - ETUDE SANS PRISE EN COMPTE DE LA SATURATION.....	64

II.4 - ETUDE AVEC PRISE EN COMPTE DE LA SATURATION.....	72
II.4.1 Equations du système en régime de saturation possible.....	72
II.4.2 Essai de résolution simplifiée.....	72
II.4.2.1 Relations générales.....	72
II.4.2.2 Etude du fonctionnement.....	73
II.4.2.2.1 Premier mode de fonctionnement : 3 ou 2 thyristors passants.....	73
II.4.2.2.1.1 Etude du fonctionnement dans le premier régime du 1er mode.....	73
II.4.2.2.1.2 Etude du fonctionnement dans le second régime du 1er mode.....	74
II.4.2.2.1.2.1 Résolution en régime non saturé.....	77
II.4.2.2.1.2.2 Résolution en régime saturé.....	83
II.4.2.2.2 Deuxième mode de fonctionnement.....	88
II.4.3.2.2.1 Résolution en régime non saturé.....	89
II.4.2.2.2.2 Résolution en régime saturé.....	91
III CONCLUSION.....	104

CHAPITRE II : ETUDE DES ASSOCIATIONS PAR SIMULATION NUMERIQUE GLOBALE

I INTRODUCTION.....	107
II SIMULATION DE L'ASSOCIATION MONOPHASEE AVEC PRISE EN COMPTE DES PERTES ET DE LA SATURATION.....	110
II.1 - MISE EN EQUATION DU SYSTEME EN VUE DE LA SIMULATION.....	110
II.1.1 Premier régime de fonctionnement.....	110
II.1.2 Deuxième régime de fonctionnement.....	111
II.2 - ORGANIGRAMME ET ALGORITHMES DE PROCEDURES.....	113
II.3 - EXPLOITATION DES RESULTATS.....	115
III SIMULATION DE L'ASSOCIATION "Y-Y-Y" AVEC PRISE EN COMPTE POSSIBLE DE LA SATURATION.....	119
INTRODUCTION.....	119
III.1 - MISE EN EQUATIONS DU SYSTEME EN VUE DE LA SIMULATION.....	119
III.1.1 Cas où les trois thyristors sont passants.....	119
III.1.2 Cas où les deux thyristors sont passants.....	120
III.1.3 Cas où tous les thyristors sont bloqués.....	121
III.2 - ORGANIGRAMMES ET ALGORITHMES DES PROCEDURES.....	122
III.2.1 Algorithme général.....	122
III.2.2 Ecriture des équations pour le nième pas de calcul.....	126
III.2.2.1 Alimentation en triphasé du transformateur.....	126
III.2.2.2 Alimentation en monophasé du transformateur.....	127
III.2.2.3 Cas où aucun thyristor n'est passant.....	128
III.2.3 Définition des variables utilisées dans le programme.....	129

III.3 - EXPLOITATION DES RESULTATS.....	133
- Ondes temporelles.....	133
- Les caractéristiques.....	133
- Développement en série de Fourier.....	133
- Les caractéristiques de réglage.....	134
- La puissance absorbée par la charge.....	135
- les caractéristiques relatives au courant absorbé.....	136
- La puissance active en entrée.....	136
- La puissance réactive.....	138
- La puissance déformante.....	138
- Le facteur de puissance.....	139
- Le facteur de déplacement.....	140
III.4 - COMPARAISON DES RESULTATS ACQUIS PAR LA SIMULATION.....	140
III.4.1 Etude de l'Association monophasée.....	141
III.4.1.1 Ondes temporelles.....	141
III.4.1.2 Caractéristiques.....	141
III.4.1.2.1 Puissances active P/S_0	141
III.4.1.2.2 Facteur de puissance $f = P/S$	142
III.4.1.2.3 Puissance réactive Q/S_0	142
III.4.1.2.4 Puissance déformante D/S_0	142
III.4.2 Conclusion sur l'étude en monophasé.....	143
III.4.3 Etude de l'association triphasée.....	147
III.4.3.1 Ondes temporelles.....	147
III.4.3.1.1 Etude avec faible saturation.....	147
III.4.3.1.2 Etude avec saturation forte.....	147
III.4.3.2 Caractéristiques.....	148
III.4.3.2.1 Facteur de puissance f	148
III.4.3.2.2 Puissances active P/S_0	148
III.4.3.2.3 Puissance réactive Q/S_0	148
III.4.3.2.4 Puissance déformante D/S_0	149
III.4.3.3 Conclusion sur la simulation en triphasé.....	149

CHAPITRE III : REALISATION D'UN PROTOTYPE AVEC OPTIMISATION DE LA CARTE DE COMMANDE

I LE PROTOTYPE - REALISATION TECHNIQUE.....	158
I.1 - CONTRAINTES DU SYSTEME.....	158
I.1.1 Précision angulaire.....	159
I.1.2 Fonctionnement lors de la survenue d'incidents.....	160
I.1.2.1 Court-circuit d'un interrupteur bidirectionnel.....	160
I.1.2.2 Disparition d'une phase secteur.....	161
I.1.2.3 Rupture partielle de la charge au secondaire.....	161
I.1.2.4 Fonctionnement en mode dégradé.....	162

I.2 - LE PROTOTYPE.....	163
I.2.1 Principe de fonctionnement.....	163
I.2.2 Carte de commande.....	164
I.2.3 Carte à microprocesseur.....	168
I.2.4 Structure de puissance.....	170
II COMPARAISON DES RESULTATS.....	171
EXPERIMENTATION.....	171
II.1 - ESSAIS SANS PRISE EN COMPTE DE LA SATURATION.....	172
II.1.1 Essais à pleine charge.....	172
II.1.2 Essais à vide.....	173
II.2 - ESSAIS AVEC PRISE EN COMPTE DE LA SATURATION.....	174
II.3 - FONCTIONNEMENTS DESEQUILIBRES.....	177
II.3.1 Rupture d'une phase d'alimentation.....	177
II.3.2 Rupture d'une résistance de charge (sans saturation).....	178
III CONCLUSION.....	205
CONCLUSION GENERALE.....	207
BIBLIOGRAPHIE.....	209
ANNEXE	

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Pour contrôler une puissance de chauffe élevée, entre un réseau électrique moyenne tension et des résistances, le dispositif le plus économique résulte en l'association d'un gradateur triphasé et d'un transformateur qui alimente ces résistances.

Les thyristors du gradateur sont dimensionnés pour les courants primaires, beaucoup moins élevés, et sont donc d'un coût de revient particulièrement réduit.

La commande peut se faire en trains d'ondes entières avec synchronisation au zéro de tension, mais également en "angle de phase". Cette deuxième méthode conduit à des fonctionnements dont l'analyse est particulièrement difficile.

En effet, les commutations à l'ouverture des thyristors sont libres, et les instants correspondants ne dépendent donc pas d'une consigne donnée. D'autre part, le transformateur, par le couplage magnétique de ses phases a une influence déterminante sur l'ensemble des grandeurs électriques. Les calculs sont alors beaucoup plus complexes que pour les gradateurs non associés aux transformateurs.

* Si l'on exclue les associations "gradateur-moteur" dont l'intérêt, hormis en tant que démarreurs, va en décroissant devant les onduleurs à M.L.I., les travaux antérieurs qui méritent d'être retenus sur les gradateurs en général sont dus essentiellement à C. ROMBAUT et G. SEQUIER [1], [2], [3], [4], et plus anciennement à SHEPHERD [5] et YAIR [6].

* Concernant les associations avec un transformateur triphasé, supposé sans pertes, mais en prenant en compte le couplage magnétique par l'introduction d'un courant magnétisant limité à sa composante réactive, les principales études analytiques sont dues à J-L. COCQUERELLE [7] à [15], C. ROMBAUT [17], [15], M. BEN FREDJ [15], [16], [19] et FEOKTISTOV [20].

* L'étude des associations gradateur-transformateur, peut également être conduite par modélisation et simulation. Il est alors plus aisé d'observer les phénomènes transitoires et appériodiques, comme la rupture de charge au secondaire, et la mise sous tension à consigne donnée.

* Beaucoup de chercheurs et de scientifiques ont étudié la modélisation et la simulation des circuits et composants magnétiques, citons : G. MANESSE et F. LEPLUS, qui se sont attaché à la modélisation numérique de transformateurs, pouvant être associés à des redresseurs et gradateurs [21], B. DAVAT qui a travaillé sur la modélisation des dispositifs électromagnétiques [22]. Citons également pour certaines études sur l'hystérésis : ZIMER et SHOBEIN [23], SAROSH, TALUKD et BAILEY [25], PRUSTY et RAO [26], JILES et ATHERTON [27], SAITO, SAOTOME, SAYOND et YAMAMURA [30].

Concernant plus particulièrement les courants, notons les travaux de YACAMINI et ABU-NASSER [24], THUOHY et PANEK [29], et enfin concernant le calcul par les éléments finis des champs magnétiques : J-L. COULOMB [28].

* Des travaux de simulation globale sur les associations "gradateur-transformateur", ce dernier étant supposé sans pertes, ni saturation et hystérésis ont été effectués directement ou avec l'aide de logiciels spécifiques, on peut citer : J-L. COCQUERELLE [31], [32], [34], C. ROMBAUT [31] et [34], C. MARRON [33] et T. SCHUFFENECKER [34].

* Les structures "gradateur à thyristors" associées à des ensembles "transformateurs, résistances", nécessitent une commande parfaitement synchronisée sur le secteur, et suffisamment précise pour éviter toute composante continue au primaire du transformateur. B. DURAND et J-L. COCQUERELLE sont parmi les scientifiques ayant travaillé sur ce problème [35], [36], [37], [38].

De l'examen de tous ces travaux il survient une réflexion intéressante, à savoir :

- Les études analytiques présentent un **avantage** et un **inconvenient**, l'avantage est d'être accessibles à tout scientifique, et surtout de dégager des notions tout particulièrement explicites que sont les modes et régimes de fonctionnement des gradateurs, et un **inconvenient** lié, à la simplification obligatoire des calculs par le biais d'hypothèses trop brutales, comme l'élimination des pertes, la non prise en compte de la saturation etc... .

- La simulation numérique directe permet de prendre d'avantage en compte les différents éléments particuliers tels que saturation, hystérésis, réactances de fuite etc..., mais le transfert du savoir correspondant et des études ne peut se faire qu'entre scientifiques disposant des connaissances et du matériel informatiques adaptés. Par ailleurs, les notions de modes et régimes, n'apparaissent plus explicitement.

Le travail présenté dans ce mémoire vient en continuation des études analytiques sur les associations "gradateur-transformateur YY charge résistive", conduites avec les hypothèses importantes que sont :

- pertes Fer, Joule et réactives dans l'air négligeables.
- circuit magnétique non saturable.

L'auteur propose dans un premier chapitre de conduire au maximum possible les développements analytiques concernant les structures monophasée et triphasée, **avec et sans pertes, avec et sans saturation**. Il rappelle certains résultats obtenus par les chercheurs précédents à des fins comparatives.

La simplification des diverses relations et équations poussées au maximum jusqu'à une forme autorisant leur résolution par le calcul informatique.

L'auteur montre alors la limite raisonnable de cette démarche typiquement analytique, en démontrant la quasi impossibilité de résoudre facilement le cas le plus complexe où à la fois la saturation du circuit magnétique et la prise en compte des pertes, ceci en triphasé, sont envisagées. Il conclut donc à ce stade à l'intérêt de la simulation numérique, qu'il présente dans un deuxième chapitre, où il met à profit la méthode simple d'EULER, après une classification réfléchie des grandeurs électriques selon leur vitesse relative d'évolution.

Dans ce deuxième chapitre sont traités l'ensemble des cas possibles obtenus selon les niveaux de simplification correspondant à une prise en compte d'une partie ou de tous les problèmes envisageables (Pertes, saturation, coupure de phase côté source ou côté charge). Une comparaison est alors possible avec les résultats connus par la bibliographie et dans la mesure ou une **reconnaissance à postériori** des modes et des régimes est prévue dans la simulation.

Le troisième chapitre présente une réalisation avec une commande à microcontrôleur quasi-universelle pour les structures à 2, 4 ou 6 interrupteurs commandés séquentiellement développée au sein de l'équipe de recherche à laquelle appartient l'auteur et configurée pour le cas du gradateur triphasé concerné.

De nombreux essais avec ou sans saturation sont présentés et commentés à travers l'examen des ondes temporelles et des spectres des courants d'entrée.

L'auteur conclut ensuite sur l'incidence de la saturation et sur les limites de l'intérêt respectif du calcul analytique et de la simulation numérique.

CHAPITRE I

CHAPITRE I

DEVELOPPEMENT ANALYTIQUE

INTRODUCTION

- I - ASSOCIATION MONOPHASEE**
- II - ASSOCIATION TRIPHASEE**
- III - CONCLUSION**

DEVELOPPEMENT ANALYTIQUE

INTRODUCTION

Ce chapitre est dédié à la recherche des expressions littérales des grandeurs électriques et magnétiques de l'association gradateur - transformateur - résistances que nous noterons par la suite en abrégé : "G.T.R".

L'étude se fera en monophasé et triphasé, avec prise en compte ou non, du phénomène de saturation des circuits magnétiques.

En introduisant, les pertes Joule et les pertes réactives dans l'air du transformateur, la résolution présente une complexité considérable, même si le circuit magnétique est supposé non saturable.

Dans la réalité, ces pertes sont toujours quasiment négligeables. Par suite, nous proposons d'effectuer un développement analytique en régime saturé sans en tenir compte.

Pour l'association monophasé, un seul mode de fonctionnement est possible. La commande des thyristors se fait entre deux consignes limites appelées "butées".

L'étude du fonctionnement de l'association triphasée sera effectuée en supposant le régime permanent établi.

Selon la valeur de l'angle de retard à l'enclenchement des thyristors, trois modes de fonctionnement peuvent exister. Chacun est caractérisé par un certain nombre de régimes, observés sur un intervalle d'étude, et caractérisés par le nombre de thyristors simultanément conducteurs. La notion d'intervalle d'étude est liée aux symétries de glissement et à la nature polyphasée des sources (en triphasé, sa valeur est d'un sixième de période).

I ASSOCIATION MONOPHASEE

L'association étudiée est constituée d'un gradateur et d'un transformateur branchés entre la source de tension v_A et la résistance de charge R (Fig 1.1).

La source de tension v_A présente une impédance interne supposée négligeable.

Le gradateur est formé de deux thyristors th_A et th_A' montés en anti-parallèle. Il est disposé en série au primaire du transformateur.

Présentation retenue du transformateur monophasé

Le transformateur monophasé utilisé est constitué d'un enroulement primaire de résistance r_1 et d'inductance de fuite l_1 et d'un enroulement secondaire de résistance r_2 et d'inductance de fuite l_2 . Le circuit magnétique est composé de n_1 spires au primaire et n_2 spires au secondaire.

Le fonctionnement du transformateur est régi par deux types de lois :

- * celles qui unissent les grandeurs électriques,
- * celles liées à l'état magnétique.

Les sens d'enroulements des deux bobinages primaire et secondaire sont tels que les conventions suivantes puissent être adoptées :

- Un sens positif des courants engendre un flux positif (le sens positif du flux est arbitrairement choisi dans le circuit magnétique). (Fig. a)

- La force électromotrice induite dans l'enroulement primaire est positive si elle tend à y faire circuler un courant dans le sens positif.

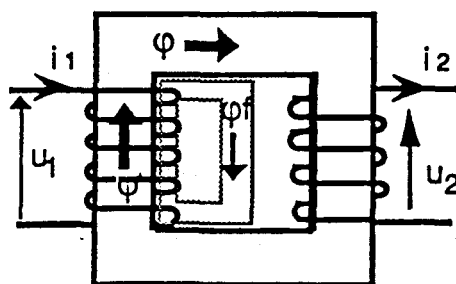


Fig. a

"L'état" électrique est régi par le système (1) :

$$(1) \quad \begin{aligned} v_A - n_1 \frac{d\varphi_T}{dt} &= r_1 i_1 \\ - n_2 \frac{d\varphi_T}{dt} &= r_2 i_2 + v_R \end{aligned}$$

L'état magnétique est traduit par les relations d'A.T :

$$n_1 i_1 - n_2 i_2 = \mathcal{R} \varphi_T$$

avec $\mathcal{R} = l / (S \cdot \mu)$ \mathcal{R} : réluctance du circuit magnétique

μ : perméabilité

Les fuites sont caractérisées par deux flux de fuite φ_{f1} et φ_{f2} primaire et secondaire tels que :

$$\varphi_T = \varphi + \varphi_{f1} \quad \text{au primaire}$$

$$\varphi = \varphi_T + \varphi_{f2} \quad \text{au secondaire}$$

En supposant les réluctances de fuite constantes, les inductances l_1 et l_2 correspondantes sont définies par les relations :

$$n_1 \varphi_{f1} = l_1 i_1 \quad \text{et} \quad n_2 \varphi_{f2} = l_2 i_2$$

Les équations deviennent alors :

$$(2) \quad \begin{cases} (2.a) & v_A = r_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + n_1 \frac{d\varphi}{dt} + v_{th} \\ (2.b) & r_2 i_2 + l_2 \frac{di_2}{dt} - n_2 \frac{d\varphi}{dt} = -v_R = -Ri_2 \\ (2.c) & n_1 i_1 - n_2 i_2 = \mathcal{R} \varphi \end{cases}$$

La tension d'alimentation v_A s'écrit :

$$v_A = V_m \sin \theta \quad \text{avec } \theta = \omega t \quad \text{et } \omega = 2\pi f$$

$$V_m = V \sqrt{2}, \quad V \text{ étant la valeur efficace de } v_A$$

La figure 1.1 schématise l'association étudiée.

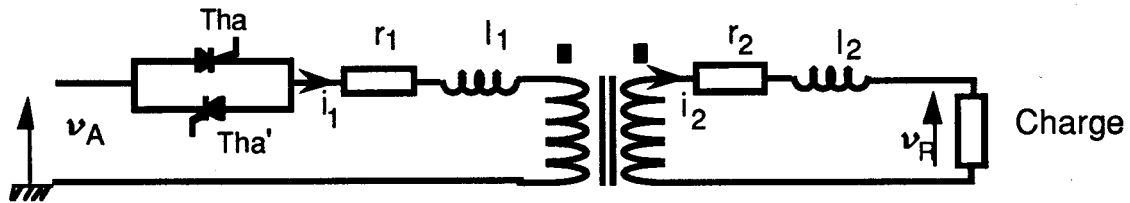


Fig. 1.1

I.1 ETUDE COMPARATIVE AVEC ET SANS LA PRISE EN COMPTE DES PERTES JOULE ET DES PERTES REACTIVES DANS L'AIR

Dans ce paragraphe, le développement analytique de l'association monophasée est effectué avec et sans la prise en compte des pertes Joule et des pertes réactives dans l'air.

I.1.1 Résolution simplifiée

Dans un premier temps, l'étude analytique sera menée, en émettant des hypothèses simplificatrices :

- Les pertes Joule et les pertes réactives sont supposées négligeables (les résistances et les inductances de fuite du transformateurs sont nulles).

- Le circuit magnétique est supposé non saturable. Ceci est traduit en écrivant que la réluctance \mathcal{R} du circuit est constante.

1.1.1.1- Relations générales

Quel que soit l'état des semi-conducteurs, les relations suivantes sont toujours valables :

* En appliquant la loi des mailles électriques, on peut écrire :

- au primaire du transformateur:

$$(3) \quad v_A - v_{thA} - v_1 = 0$$

- au secondaire du transformateur:

$$(4) \quad v_2 = v_R = R i_2$$

* Les résistances et inductances de fuite des enroulements étant nulles :

$$(5) \quad v_1 = n_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad (\varphi : \text{flux magnétique})$$

* Le transformateur est considéré parfait, la tension aux bornes de l'enroulement secondaire est proportionnelle à celle aux bornes de l'enroulement primaire :

$$(6) \quad v_2 = v_1 \frac{n_1}{n_2} = n_2 \frac{d\varphi}{dt}$$

* L'équation des "A.T" est la suivante :

$$(7) \quad n_1 i_1 - n_2 i_2 = \mathcal{R} \varphi$$

1.1.1.2 Etude du fonctionnement

Les thyristors sont débloqués à des intervalles de temps égaux et symétriques par rapport à la demi-période de la tension d'alimentation : thA à $\theta = \psi$ et thA' à $\theta = \psi + \pi$.

Dans ces conditions il y a une symétrie d'alternance des grandeurs électriques et magnétiques. Il suffit donc de faire l'étude du fonctionnement du montage pendant une demi-période. C'est-à-dire pour θ variant de ψ à $\psi + \pi$.

Suivant la valeur de ψ , le nombre de thyristors passants est variable. Un seul mode de fonctionnement est possible (pour un fonctionnement normal) .

1.1.1.2.1 L'étude du mode de fonctionnement

En faisant croître le retard angulaire à l'amorçage ψ , deux régimes de fonctionnement se succèdent : le premier est caractérisé par un thyristor passant, le second par "zéro" thyristor passant.

1.1.1.2.1.1 Premier régime

Le premier régime commence à $\theta = \psi$, avec le déblocage du thyristor "A" et cesse à $\theta = \theta_c$, lorsque le courant dans th_A s'annule ce qui entraîne son blocage. Dans cet intervalle angulaire ($\psi < \theta < \theta_c$), la tension de la source est directement appliquée aux bornes de l'enroulement primaire du transformateur. Les équations suivantes s'appliquent :

* La tension aux bornes du thyristor A est nulle ($v_{thA} = 0$), la relation (1) devient alors :

$$v_A = v_1$$

Ce qui peut s'écrire :

$$V_m \sin(\theta) = n_1 \omega \frac{d\varphi(\theta)}{d\theta}$$

En intégrant une fois cette équation, on obtient :

$$\varphi(\theta) = -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\theta + K$$

K étant une constante d'intégration, qui sera calculée par la suite.

La relation (4) s'écrit :

$$v_2 = \frac{v_A}{m} = \frac{V_m}{m} \sin(\theta)$$

Et la relation (2) devient :

$$(9) \quad i_2(\theta) = \frac{V_m}{R m} \sin(\theta)$$

En combinant, les équations (5), (6) et (7), on aboutit à la relation qui suit :

$$i_1(\theta) = \frac{V_m}{R m^2} \sin(\theta) + \frac{R \varphi(\theta)}{n_1}$$

Cette dernière relation s'écrit :

$$(10) \quad i_1(\theta) = \frac{V_m}{R m^2} \sin(\theta) - \frac{R V_m}{\omega n_1^2} \cos(\theta) + \frac{R K}{n_1}$$

1.1.1.2.1.2 Deuxième régime

θ appartient à l'intervalle $[\theta_c, \psi + \pi]$.

Le thyristor qui conduisait pendant le premier régime s'éteint, ce qui annule le courant primaire du transformateur : $i_1 = 0$.

L'équation des "A.T" devient :

$$R \varphi(\theta) + n_2 i_2(\theta) = 0$$

ce qui permet d'avoir directement l'expression du courant secondaire en fonction du flux :

$$i_2(\theta) = - R \varphi(\theta) / n_2$$

En remplaçant, dans la relation (2), i_2 par la nouvelle expression et v_2 par $n_2 \omega d\varphi(\theta)/dt$, il vient :

$$n_2 \omega \frac{d\varphi(\theta)}{d\theta} = \frac{R \mathcal{R} \varphi(\theta)}{n_2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{d\varphi(\theta)}{d\theta} = - \frac{R}{n_2^2 \omega} \mathcal{R} \varphi(\theta)$$

En posant : $\tau = \frac{n_2^2}{R \mathcal{R}}$

une constante caractérisant la charge du transformateur, l'équation précédente prend la forme :

$$(9) \quad \frac{d\varphi(\theta)}{d\theta} + \frac{1}{\omega \tau} \varphi(\theta) = 0$$

Cette équation différentielle d'ordre 1, a comme solution :

$$\varphi(\theta) = C e^{-\frac{\theta}{\omega \tau}} \quad \text{avec } C : \text{ constante d'intégration}$$

L'obtention de la variable d'état (ici le flux), nous permet d'avoir les autres grandeurs électriques. Pour obtenir l'expression du flux dans chaque régime, il suffit de déterminer les constantes d'intégration.

1.1.1.2.1.3 Détermination des constantes d'intégration

Les constantes d'intégration K et C sont déterminées, en utilisant les propriétés suivantes :

- La propriété de symétrie d'alternance du montage : Les thyristors sont déclenchés à des intervalles de temps égaux à une demi-période de la tension d'alimentation, donc la demi-onde positive est identique au signe près à la demi-onde négative :

$$\begin{array}{ccc} [\varphi]_{\psi + \pi - \varepsilon} & = & - [\varphi]_{\psi + \varepsilon} \\ \text{2ème régime} & & \text{1er régime} \end{array}$$

- La relation de continuité du flux à θ_c : les valeurs du flux à la fin du premier régime sont égales à celles du début du deuxième régime :

$$\begin{array}{ccc} [\varphi]_{\theta_c} & = & [\varphi]_{\theta_c} \\ \text{1er régime} & & \text{2ème régime} \end{array}$$

De la première propriété, on tire l'équation (10) :

$$(10) \quad C e^{-\frac{(\psi + \pi)}{\omega \tau}} = \frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \psi - K$$

De même à partir de la deuxième propriété, l'équation (11) ci-dessous est obtenue :

$$(11) \quad -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \theta_c + K = C e^{-\frac{\theta_c}{\omega \tau}}$$

Le système (12) suivant est un système d'équations à deux inconnues qui dépendent forcément de θ_c qu'on peut déterminer en exploitant une troisième relation : celle qui traduit l'annulation du courant primaire à l'instant $t_c = \theta_c / \omega$.

θ_c est une fonction de $\omega \tau$ et de ψ .

Soit :

$$(12) \quad \begin{cases} (a) & C e^{-\frac{(\psi + \pi)}{\omega\tau}} + K = \frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\psi \\ (b) & -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\theta_c + K = C e^{-\frac{\theta_c}{\omega\tau}} \end{cases}$$

Tout d'abord, de l'équation (12)a, l'expression de C en fonction de K s'écrit :

$$(13) \quad C = \left(\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\psi - K \right) e^{\frac{(\psi + \pi)}{\omega\tau}}$$

Ensuite, dans l'équation (12)b, la constante C est remplacée par la nouvelle valeur (13), ce qui conduit à :

$$(14) \quad -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\theta_c + K = \left(\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\psi - K \right) e^{\frac{(\psi - \theta_c + \pi)}{\omega\tau}}$$

Par suite :

$$(15) \quad K = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{\cos\theta_c + \cos\psi e^{\frac{(\psi - \theta_c + \pi)}{\omega\tau}}}{1 + e^{\frac{(\psi - \theta_c + \pi)}{\omega\tau}}}$$

- Calcul de la constante θ_c

L'annulation du courant i_1 à θ_c se traduit par : $i_1(\theta_c) = 0$ ce qui donne :

$$(16) \quad -\frac{\mathcal{R}}{n_1^2 \omega} V_m \cos\theta_c + K \frac{\mathcal{R}}{n_1} + \left(\frac{V_m}{n_2^2 \mathcal{R}} \right) \sin\theta_c = 0$$

L'expression de la constante K se déduit de l'équation (16) :

$$\Leftrightarrow \frac{V_m}{n_1 \omega} \left(\cos\theta_c - \frac{n_2^2}{\mathcal{R} R} \omega \sin\theta_c \right) = K$$

$$(17) \quad \frac{V_m}{n_1 \omega} (\cos\theta_c - \omega\tau \sin\theta_c) = K$$

En remplaçant dans l'équation (17), K par l'expression (15) nous arrivons, après simplification, à l'équation (18) :

$$(18) \quad (\cos\psi - \cos\theta_c + \omega\tau \sin\theta_c) e^{\frac{(\psi - \theta_c + \pi)}{\omega\tau}} + \omega\tau \sin\theta_c = 0$$

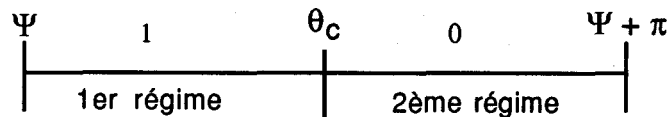
La résolution de l'équation (18) par l'outil informatique, permet d'obtenir θ_c pour un $\omega\tau$ et un ψ donnés. La valeur de la constante K est calculée à l'aide de l'équation (17). De même, la valeur de C est donnée par l'équation (13).

1.1.1.2.1.4 Calcul des limites de fonctionnement

Ce mode de fonctionnement existe pour des valeurs de ψ comprises entre deux "butées" dépendant de l'état de charge du transformateur.

ψ_{1b} et ψ_{1h} sont respectivement la butée basse et la butée haute.

ψ_{1b} correspond à un fonctionnement en interrupteur fermé tout le temps. Pour cette valeur de ψ le régime avec "zéro" thyristor passant, c'est à dire, le second régime, disparaît. θ_c est alors égale à $\psi_{1b} + \pi$.



En remplaçant θ par $\psi_{1b} + \pi$ et ψ par ψ_{1b} dans l'équation d'annulation du courant primaire (18), cette dernière devient :

$$\cos\psi_{1b} - \cos(\psi_{1b} + \pi) + \omega\tau \sin(\psi_{1b} + \pi) e^{\frac{(\psi_{1b} - \psi_{1b} - \pi + \pi)}{\omega\tau}} + \omega\tau \sin(\psi_{1b} + \pi) = 0$$

⇔

$$2 \cos\psi_{1b} - 2 \omega\tau \sin\psi_{1b} = 0$$

Soit :

$$\psi_{1b} = \text{Arctg} \frac{1}{\omega\tau}$$

Pour calculer ψ_{1h} , il suffit de se placer dans le cas d'un fonctionnement en interrupteur ouvert tout le temps, c'est à dire, qu'à $\psi = \psi_{1h}$, θ_c prend la valeur ψ_{1h} . De la même manière, dans l'équation (18) ψ est remplacée par ψ_{1h} et θ_c par ψ_{1h} . Ce qui donne d'abord :

$$(\cos\psi_{1h} - \cos\psi_{1h} + \omega\tau \sin\psi_{1h}) e^{\frac{(\psi_{1h} - \psi_{1h} - \pi)}{\omega\tau}} + \omega\tau \sin\psi_{1h} = 0$$

Et en simplifiant :

$$(19) \quad \sin\psi_{1h} e^{\frac{\pi}{\omega\tau}} + \sin\psi_{1h} = 0 \Leftrightarrow \sin\psi_{1h} = 0$$

L'équation (19) a deux solutions : $\psi_{1n} = 0$ et $\psi_{1n} = \pi$, $\psi_{1n} = 0$ est une solution à rejeter.

La butée haute ψ_{1n} est égale à π .

1.1.2 Résolution avec la prise en compte des pertes "en court-circuit"

Dans ce paragraphe, le développement analytique s'effectue en prenant en compte les pertes Joule et les pertes réactives dans l'air. Seul le phénomène de saturation du circuit magnétique est supposé négligeable.

Les équations traduisant l'état électrique et magnétique de l'association "G.T.R" et liant les grandeurs électriques et magnétiques entre elles, sont données par le système (2) suivant :

$$(2) \quad \begin{cases} (2.a) & v_A = r_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + n_1 \frac{d\phi}{dt} + v_{th} \\ (2.b) & r_2 i_2 + l_2 \frac{di_2}{dt} - n_2 \frac{d\phi}{dt} = -v_R = -Ri_2 \\ (2.c) & n_1 i_1 - n_2 i_2 = \mathcal{R} \phi \end{cases}$$

1.1.2.1 Etude du fonctionnement

Compte tenu de la symétrie d'alternance des grandeurs du système, l'étude du fonctionnement ne se fait que pendant une demi-période.

Selon la valeur de ψ , deux régimes de fonctionnement existent. Ils sont caractérisés respectivement par un seul puis zéro thyristor à l'état passant.

- Premier régime

($\psi < \theta < \theta_c$), le primaire du transformateur est directement relié à la source d'alimentation, v_{th} est alors nulle. L'équation (2.a) devient :

$$(20) \quad v_A = r_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + \frac{d\phi}{dt}$$

De l'équation (2.c), il vient :

$$(21) \quad i_2 = \frac{1}{n_2} (n_1 i_1 + \mathcal{R}\phi)$$

La dérivée première de l'équation (21) s'écrit :

$$(22) \quad \frac{di_2}{dt} = \frac{1}{n_2} \left(n_1 \frac{di_1}{dt} - \mathcal{R} \frac{d\phi}{dt} \right)$$

Reportons dans l'équation (2.b), les expressions de i_2 et di_2 / dt issues des relations (21) et (22). il vient :

$$(23) \quad \frac{R+r_2}{n_2} n_1 i_1 + \frac{l_2 n_1}{n_2} \frac{di_1}{dt} - \left(\frac{R+r_2}{n_2} \right) \mathcal{R}\phi - \left(\frac{l_2 \mathcal{R}}{n_2} + n_2 \right) \frac{d\phi}{dt} = 0$$

Si l'on pose $\alpha = \frac{R+r_2}{n_2} n_1$, $\beta = \frac{l_2 n_1}{n_2}$, $\gamma = - \frac{R+r_2}{n_2} \mathcal{R}$

et $\Gamma = - \left(\frac{l_2 \mathcal{R}}{n_2} + n_2 \right)$

Les équations (20) et (23) forment le système (24) suivant :

$$(24) \quad \begin{cases} r_1 i_1 + l_1 \frac{di_1}{dt} + n_1 \frac{d\varphi}{dt} = \vartheta_A \\ \alpha i_1 + \beta \frac{di_1}{dt} + \gamma \varphi + \Gamma \frac{d\varphi}{dt} = 0 \end{cases}$$

La résolution du système précédent impose une série de transformations. A savoir :

Le système (24) peut encore s'écrire :

$$(25) \quad \begin{cases} l_1 \frac{di_1}{dt} + n_1 \frac{d\varphi}{dt} = \vartheta_A - r_1 i_1 \\ \beta \frac{di_1}{dt} + \Gamma \frac{d\varphi}{dt} = -\alpha i_1 - \gamma \varphi \end{cases}$$

Ecrivons di_1 / dt et $d\varphi / dt$ en fonction des variables i_1 et φ .

$$\text{et } \begin{cases} \det = \begin{vmatrix} l_1 & n_1 \\ \beta & \Gamma \end{vmatrix} = l_1 \Gamma - \beta n_1 \\ \det \left(\frac{di_1}{dt} \right) = \begin{vmatrix} \vartheta_A - r_1 i_1 & n_1 \\ -\alpha i_1 - \gamma \varphi & \Gamma \end{vmatrix} = |\Gamma(\vartheta_A - r_1 i_1) + n_1(\alpha i_1 + \gamma \varphi)| \end{cases}$$

Par suite :

$$(26) \quad \frac{di_1}{dt} = \frac{1}{\det} (\Gamma(\vartheta_A - r_1 i_1) + n_1(\alpha i_1 + \gamma \varphi))$$

Le déterminant de la variable $d\varphi / dt$ est donné par :

$$\det \left(\frac{d\varphi}{dt} \right) = \begin{vmatrix} l_1 & \vartheta_A - r_1 i_1 \\ \beta & -\alpha i_1 - \gamma \varphi \end{vmatrix} = -l_1(\alpha i_1 + \gamma \varphi) - \beta(\vartheta_A - r_1 i_1)$$

Donc :

$$(27) \quad \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{1}{\det} (l_1(\alpha i_1 + \gamma \varphi) + \beta(\vartheta_A - r_1 i_1))$$

Les relations (26) et (27) permettent d'écrire le système (28) suivant :

$$(28) \quad \begin{cases} \frac{di_1}{dt} - \frac{n_1 \alpha - r_1 \gamma}{\det} i_1 - \frac{n_1 \gamma}{\det} \varphi = + \frac{\Gamma}{\Delta} \vartheta_A \\ \frac{d\varphi}{dt} + \frac{l_1 \gamma}{\det} \varphi - \frac{r_1 \beta - l_1 \alpha}{\det} i_1 = - \frac{\beta}{\Delta} \vartheta_A \end{cases}$$

\Leftrightarrow

$$(29) \quad \begin{cases} (a) \quad \frac{di_1}{dt} + A' i_1 + B \varphi = f(t) \\ (b) \quad \frac{d\varphi}{dt} + C \varphi + D i_1 = g(t) \end{cases}$$

Avec

$$A' = \frac{r_1 \Gamma - n_1 \alpha}{\det} ; B = \frac{n_1 \gamma}{\det} ; f(t) = \frac{\Gamma}{\det} \vartheta_A$$

$$C = \frac{\gamma l_1}{\det} ; D = \frac{l_1 \gamma - r_1 \beta}{\det} \text{ et } g(t) = - \frac{\beta}{\det} \vartheta_A$$

La dérivée première par rapport à t, de l'équation (29.b) conduit à :

$$(30) \quad \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + C \frac{d\varphi}{dt} + D \frac{di_1}{dt} = g'(t)$$

Le résultat de la somme des égalités (30), (29.a) multipliée par -D et (29.b) multipliée par A est le suivant :

$$(31) \quad \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + (A' + C) \frac{d\varphi}{dt} + (A' C - DB) \varphi = -D f(t) + g'(t) + A' g(t)$$

On arrive à une équation différentielle du second degré à une inconnue qui peut s'écrire :

$$(32) \quad \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \chi_1 \frac{d\varphi}{dt} + \chi_2 \varphi = h(t)$$

$$\text{Avec } \chi_1 = C + A' \quad ; \quad \chi_2 = A' C - DB$$

$$\begin{aligned} \text{Et } h(t) &= -D f(t) + g'(t) + A' g(t) \\ h(t) &= \frac{\beta V_m}{D} [(D + A') \sin \omega t + \omega \cos \omega t] \end{aligned}$$

La solution de l'équation (32) est la somme de deux termes :

- Le terme correspondant au régime libre (solution de l'équation sans le second membre φ_l).
- La solution particulière de l'équation avec second membre (régime forcé φ_f).
- La solution $\varphi_f(t)$ s'écrit :

$$\varphi_l(t) = A_1 e^{r_1 t} + A_2 e^{r_2 t}$$

A_1 et A_2 deux constantes dépendant des conditions initiales.

- La solution particulière a la forme suivante :

$$\varphi_f(t) = A \sin(\omega t - \delta)$$

Puisque $\varphi_f(t)$ vérifie l'égalité (32), il vient :

$$A = \frac{V_m \beta}{\det} \sqrt{\frac{(D + A')^2 + \omega^2}{(\chi_2 - \omega^2)^2 + \chi_1^2 \omega^2}}$$

$$\text{et } \delta = \text{Arctg} \frac{\chi_1 \omega}{\chi_2 - \omega^2}$$

r'_1 et r'_2 sont racines de l'équation caractéristique $r^2 + \alpha_1 r + \alpha_2 = 0$.

$$r'_{1,2} = -\frac{\alpha_1}{2} \pm \sqrt{\frac{\alpha_1^2}{4} - \alpha_2}$$

Le terme $\alpha_1/2$ correspond au coefficient d'amortissement.

$\sqrt{\alpha_2}$ est la pseudo-pulsation du système pour une valeur de α_1 nulle.

Le terme en $d\varphi/dt$ étant important, l'amortissement est donc supérieur à la pseudo-pulsation et par suite les racines r'_1 et r'_2 sont réelles, le fonctionnement est en régime libre aperiodique amorti.

On déduit les constantes du fait que, si $f(t)$ a une valeur finie, ni φ , ni $d\varphi/dt$ ne peuvent subir de discontinuité dans l'intervalle $(\psi, \psi + \pi)$.

La solution générale a la forme ci-dessous :

$$(33) \quad \varphi(t) = \varphi_f(t) + A_1 e^{r'_1 t} + A_2 e^{r'_2 t}$$

$$\text{Avec} \quad r'_1 = -\frac{\alpha_1}{2} + \sqrt{\frac{\alpha_1^2}{4} - \alpha_2}$$

$$r'_2 = -\frac{\alpha_1}{2} - \sqrt{\frac{\alpha_1^2}{4} - \alpha_2}$$

$$A_1 = \frac{r'_2 (\varphi_0 - \varphi_{f0}) - (\varphi'_0 - \varphi'_{f0})}{r'_2 - r'_1}$$

$$A_2 = \frac{r'_1 (\varphi_0 - \varphi_{f0}) - (\varphi'_0 - \varphi'_{f0})}{r'_1 - r'_2}$$

$$\varphi_0 = [\varphi(t)]_{t=\psi}$$

$$\varphi'_0 = \left[\frac{d\varphi(t)}{dt} \right]_{t=\frac{\psi}{\omega}}$$

$$\varphi_{f0} = [\varphi_f(t)]_{t=\frac{\psi}{\omega}} = A \sin(\psi - \delta)$$

$$\varphi'_{f0} = \left[\frac{d\varphi_f(t)}{dt} \right]_{t=\frac{\psi}{\omega}} = A\omega \cos(\psi - \delta)$$

Les constantes φ_0 et φ'_0 sont déterminées par la suite.

- Deuxième régime

A l'instant angulaire θ_c , le courant dans le thyristor qui conduisait s'annule. Le primaire est disconnecté du réseau d'alimentation. Le courant i_1 est par conséquent nul.

L'équation (2.c) devient :

$$\mathcal{R}\varphi + n_2 i_2 = 0$$

donc :

$$i_2 = -\frac{\mathcal{R}\varphi}{n_2}$$

Et par suite, l'équation (2.b) conduit à :

$$(34) \quad \frac{\mathcal{R}}{n_2} (R + r_2) \varphi + \left(\frac{l_2 \mathcal{R}}{n_2} + n_2 \right) \frac{d\varphi}{dt} = 0$$

L'équation (34) s'écrit encore :

$$(35) \quad \frac{d\varphi}{dt} + \frac{1}{\beta} \varphi = 0$$

$$\text{avec } \beta = \frac{1}{(R + r_2)} \left(\frac{n_2^2}{\mathcal{R}} + l_2 \right)$$

La solution de l'équation précédente est de la forme :

$$\varphi(t) = C_1 e^{-\frac{t}{\beta}} \quad C_1 : \text{constante d'intégration}$$

- Détermination des constantes d'intégration

Seule la propriété de continuité des flux permet le calcul des constantes C_1 , φ_0 et φ'_0

L'expression du flux au voisinage de ψ est donnée par :

$$\varphi(t) = C_1 e^{-\frac{t}{\beta}}$$

Si l'on pose $\varphi_0 = K$, φ'_0 est donc égale à $-\frac{K}{\beta}$

La continuité du flux aux instants ψ/ω et θ_c/ω est traduite par :

$$(36) \quad \begin{cases} \varphi\left(\frac{\psi}{\omega} + \varepsilon\right) = \varphi_f\left(\frac{\psi}{\omega}\right) + A_1 e^{\frac{r'1\psi}{\omega}} + A_2 e^{\frac{r'2\psi}{\omega}} \\ \varphi\left(\frac{\psi}{\omega} - \varepsilon\right) = C_1 e^{-\frac{\psi}{\beta\omega}} \end{cases}$$

et

$$(37) \quad \begin{cases} \varphi\left(\frac{\theta_c}{\omega} + \varepsilon\right) = C_1 e^{-\frac{\theta_c}{\beta\omega}} \\ \varphi\left(\frac{\theta_c}{\omega} - \varepsilon\right) = \varphi_f\left(\frac{\theta_c}{\omega}\right) + A_1 e^{\frac{r'1\theta_c}{\omega}} + A_2 e^{\frac{r'2\theta_c}{\omega}} \end{cases}$$

avec

$$\begin{aligned} \varphi_f\left(\frac{\theta_c}{\omega}\right) &= A \sin(\theta_c - \delta) ; \quad \varphi_f\left(\frac{\psi}{\omega}\right) = A \sin(\psi - \delta) \\ A_1 &= \frac{r'2 (K - A \sin(\psi - \delta)) - \left(-\frac{K}{\beta} - A \omega \cos(\psi - \delta)\right)}{r'2 - r'1} \\ A_2 &= \frac{r'1 (K - A \sin(\psi - \delta)) - \left(-\frac{K}{\beta} - A \omega \cos(\psi - \delta)\right)}{r'1 - r'2} \end{aligned}$$

Les relations (36) et (37) conduisent au système (38) de deux équations à deux inconnues C_1 et K .

$$(38) \quad \begin{cases} C_1 e^{-\frac{\Psi}{\beta\omega}} = \varphi_f\left(\frac{\Psi}{\omega}\right) + A_1 e^{\frac{r'_1\Psi}{\omega}} \\ C_1 e^{-\frac{\theta_c}{\omega}} = \varphi_f\left(\frac{\theta_c}{\omega}\right) + A_1 e^{\frac{r'_1\theta_c}{\omega}} + A_2 e^{\frac{r'_2\theta_c}{\omega}} \end{cases}$$

En remplaçant A_1 et A_2 par leurs valeurs, il vient :

(39)

$$C_1 = \varphi_{f0} e^{\frac{\Psi}{\omega\beta}} + \frac{1}{r_2 - r_1} \left[K \left(\left(r_2 + \frac{1}{\beta}\right) e^{\left(r'_1 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{\Psi}{\omega}} - \left(r_1 + \frac{1}{\beta}\right) e^{\left(r'_2 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{\Psi}{\omega}} \right) + \varphi_{f0} (1 - r_2) e^{\left(r'_1 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{\Psi}{\omega}} + \varphi'_{f0} \left(r_1 + \frac{1}{\beta}\right) e^{\left(r'_2 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{\Psi}{\omega}} \right]$$

(40)

$$C_1 = \varphi_f\left(\frac{\theta_c}{\omega}\right) e^{\frac{\theta_c}{\omega\beta}} + \frac{1}{r_2 - r_1} \left[K \left(\left(r_2 + \frac{1}{\beta}\right) e^{\left(r'_1 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{\theta_c}{\omega}} - \left(r_1 + \frac{1}{\beta}\right) e^{\left(r'_2 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{\theta_c}{\omega}} \right) + \varphi_{f0} (1 - r_2) e^{\left(r'_1 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{\theta_c}{\omega}} + \varphi'_{f0} (r_1 + 1) e^{\left(r'_2 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{\theta_c}{\omega}} \right]$$

L'égalité des deuxièmes membres des relations (39) et (40) conduit après transformations, à l'expression de la constante K :

(41)

$$K = \frac{(r'_1 - r'_2) \varphi_{f0} e^{\frac{\Psi}{\beta\omega}} - (\varphi_{f0} D_1 + \varphi'_{f0} D_2) + (r'_2 - r'_1) e^{\frac{\theta_c}{\omega\beta}} \varphi_{f0} e^{\frac{\theta_c}{\omega}} + \varphi_{f0} (1 - r'_2) E_1 + \varphi'_{f0} (r_1 - 1) E_2}{\left(r_2 + \frac{1}{\beta}\right) (D_1 - E_1) - \left(r_1 + \frac{1}{\beta}\right) (D_2 - E_2)}$$

avec :

$$D_1 = e^{\left(r'_1 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{\Psi}{\omega}} \quad ; \quad D_2 = e^{\left(r'_2 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{\Psi}{\omega}} \quad ; \quad E_1 = e^{\left(r'_1 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{\theta_c}{\omega}} \quad \text{et} \quad E_2 = e^{\left(r'_2 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{\theta_c}{\omega}}$$

La constante C_1 est déterminée par la relation (40), en fonction de la constante K .

Les constantes d'intégration étant calculées, l'expression du flux est définie dans chaque intervalle de fonctionnement. Les autres grandeurs du système étant fonctions du flux, leurs expressions sont alors déduites :

- Pendant le premier régime : ($\psi < \theta < \theta_c$)

* Le flux

$$\varphi(t) = A \sin(\omega t - \delta) + A_1 e^{r'1t} + A_2 e^{r'2t}$$

* Le courant secondaire

$$(r_2 + R) i_2 + l_2 \frac{di_2}{dt} - \frac{d\varphi}{dt} = 0$$

La substitution de l'expression du flux dans l'équation (2.b) conduit à une équation différentielle du premier ordre (42). i_2 est solution de cette dernière.

$$(42) (R + r_2) i_2 + l_2 \frac{di_2}{dt} = n_2 \left(A \omega \cos(\omega t - \delta) + r'1 A_1 e^{r'1t} + r'2 A_2 e^{r'2t} \right)$$

Solution : (Le détail de la résolution est donné en Annexe).

$$i_2(t) = n_2 \left(\frac{R + r_2}{Z^2} \cos(\omega t - \delta) + \frac{\omega l_2}{Z^2} \sin(\omega t - \delta) + A_1 \frac{e^{r'1t}}{\left(l_2 + \frac{R + r_2}{r'1} \right)} + \frac{A_2 e^{r'2t}}{\left(l_2 + \frac{R + r_2}{r'2} \right)} \right) + k_1 e^{-\frac{(R + r_2)}{l_2} t}$$

* Le courant primaire

$$i_1(t) = \frac{1}{n_1} (\mathcal{R}\varphi(t) + n_2 i_2(t))$$

* la tension v_{th} est nulle.

- Pendant le second régime : ($\theta_c < \theta < \Psi + \Pi$)

* le flux

$$\varphi(t) = C_1 e^{-\frac{t}{\beta}}$$

* le courant secondaire

$$i_2(t) = - \frac{\mathcal{R} \varphi(t)}{n_2}$$

* le courant primaire

$$i_1(t) = 0$$

* La tension aux bornes des thyristors

$$v_{th}(t) = v_A(t) + \frac{n_1 C_1}{\beta} e^{-\frac{t}{\beta}}$$

I.1.3 Conclusion partielle

Les expressions des courants, tensions et flux par régime, données ci-dessus, permettent d'obtenir pour t variant de 0 à T, les valeurs de ces grandeurs.

Nous nous limitons dans cette étude à donner uniquement les expressions littérales des grandeurs. Les tracés des formes d'ondes ne seront pas réalisés.

Les systèmes d'équations obtenus, en tenant compte des pertes en court-circuit font apparaître une difficulté considérable dans la résolution.

L'introduction de la saturation, même sous une forme très simplifiée, rendrait le développement analytique très complexe.

1.2 ETUDE COMPARATIVE AVEC ET SANS LE PHENOMENE DE LA SATURATION

1.2.1 Modalités de prise en compte de la saturation

Les travaux récents sur les associations gradateur transformateur, ne prenaient pas en compte la saturation des circuits magnétiques, pour les développements analytiques [7].

Sans saturation la réluctance \mathcal{R} des circuits magnétiques est considérée comme constante. Si le phénomène de saturation est pris en compte, la modélisation du système doit s'effectuer en établissant une relation entre l'induction magnétique B et le champ H ; par suite \mathcal{R} varie et dépend de la saturation, donc du flux instantané.

De nombreux travaux proposent une loi mathématique approchée pour la relation $B(H)$. En effet, la mise sous forme d'expressions simples est difficile à établir.

Pour approcher le plus possible la caractéristique magnétique réelle du circuit, la résolution des équations est confiée à l'ordinateur. Des méthodes de simulation analogiques [23], basées sur une approche par des expressions mathématiques, ont été développées durant ces dernières années, ainsi que d'autres méthodes de simulation numériques [24] [25] [26]. La plus performante [22] [28] est celle utilisant la méthode des éléments finis qui découle des équations de Maxwell et suit de très près la réalité physique. Elle donne des résultats satisfaisants mais demande une parfaite connaissance de la géométrie du circuit magnétique et nécessite des moyens de calcul puissants.

Parmi les modèles du circuit magnétique utilisés par plusieurs chercheurs se trouve celui de Fröhlich [29] [30], le modèle de Rougé et des formulations sous forme de polynômes [21].

Commentons ces modèles.

- Modèles de Fröhlich et Rougé

Les équations de Fröhlich donnent la variation du champ H en fonction de l'induction B sous forme d'une équation différentielle du premier ordre à coefficients non constants. Elles permettent de connaître l'expression de la perméabilité du circuit magnétique donc de la réluctance. Ces équations s'écrivent :

$$a \frac{dB}{dt} + \frac{B}{\mu} = H$$

$$\text{avec } \mu = \frac{(1 - b|B|)^d}{c}$$

Les constantes a, b, c et d sont déterminées par l'expérimentation.

Lorsque le phénomène de saturation est important (à la mise sous tension), la méthode de Fröhlich ne donne pas de résultats corrects. Pour remédier à cela, le champ H est exprimé en fonction de l'induction B par la formule de Rougé. Cette dernière s'écrit comme suit :

$$H = C_1 B + C_2 B^{2n+1}$$

Les constantes C_1 , C_2 et n sont données par les relevés expérimentaux.

Dans le cas d'une saturation prépondérante la formule de Rougé peut se limiter à l'expression :

$$H = C_2 B^{2n+1}$$

Ainsi, lorsque l'hystérésis est importante par rapport à la saturation, les équations de Fröhlich modélisent le système alors que le modèle de Rougé est utilisé lorsque la saturation l'emporte.

- Modélisation par polynômes

Des méthodes de simulation basées sur l'observation des grandeurs électriques primaires et secondaires ont été développées, approchant la caractéristique magnétique non linéaire par des formulations mathématiques, en particulier par des polynômes à coefficient constant [21].

Le champ H est une fonction impaire de l'induction B qui peut être représentée par la forme ci-dessous, si l'on tenait compte à la fois des phénomènes d'hystérésis et de la saturation :

$$H = a(B - B_0) + b(B - B_0)^3 + c(B - B_0)^7$$

Dans le cas d'une hypothèse de saturation prépondérante, H peut s'écrire :

$$H = aB + bB^3 + cB^7$$

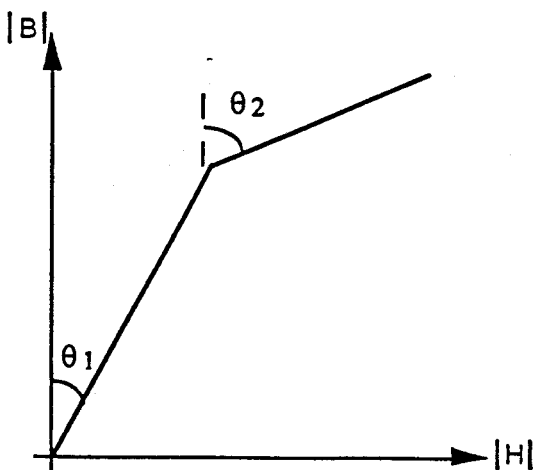
a , b , c sont des constantes propres à chaque circuit magnétique et se déterminent par le cycle $B=f(H)$ (on prend trois points représentatifs du cycle).

- Pour notre programme de simulation, nous avons opté pour cette dernière expression, étant donné, que notre étude concerne essentiellement le phénomène de saturation.

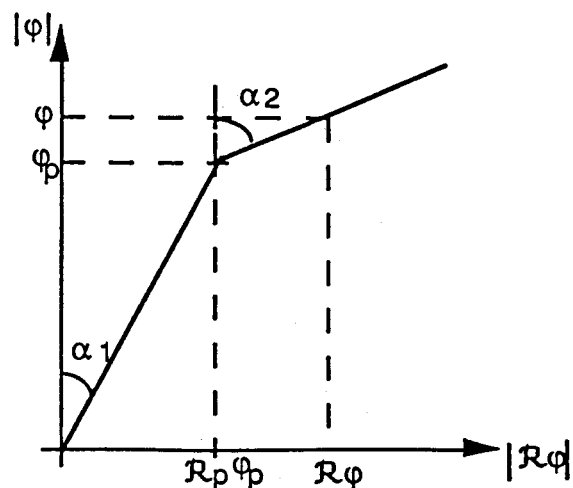
En ce qui concerne le développement analytique, les deux caractéristiques magnétiques retenues sont :

a - Représentation par segments

La saturation du circuit magnétique est introduite par le choix d'une caractéristique magnétique $B(H)$ à deux segments (fig. a.a). La connaissance de la section S d'un noyau magnétique et de sa longueur L (y compris celle des réluctances de liaison vers les deux autres noyaux, dans le cas du transformateur triphasé), permet de déduire la courbe représentative du flux en fonction du produit réluctance par flux : $\mathcal{R}\varphi$ (fig. a.a). Avec $\varphi = B.S$ et $\mathcal{R}\varphi = Hl$ (formules simplifiées à partir des hypothèses usuelles concernant l'homogénéité du matériau, l'invariance de la section du noyau, etc...).



(fig a.a)



(fig a.b)

- Les angles α_1 et α_2 sont donnés par les angles θ_1 et θ_2 .

- φ_p et $\mathcal{R}_p \varphi_p$ sont les coordonnées du coude supposé fixe.

On peut écrire :

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \mathcal{R}_p$$

$$\text{et } \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\mathcal{R} \varphi - \mathcal{R}_p \varphi_p}{(\varphi - \varphi_p)}$$

En posant $K = \operatorname{tg} \alpha_2 / \operatorname{tg} \alpha_1$, il vient :

$$(43) \quad \mathcal{R} = K \mathcal{R}_p + \varphi_p \mathcal{R}_p \frac{(1-K)}{\varphi} = \mathcal{R}_p \left(K + \frac{(1-K)}{\varphi} \varphi_p \right)$$

L'expression (43) est valable pour $|\varphi| > |\varphi_p|$. Pour des valeurs du flux telles que $|\varphi| < |\varphi_p|$, le transformateur n'étant pas saturé, la réductance est constante et égale à \mathcal{R}_p .

La relation (43) donnant la réductance en fonction du flux, permet de résoudre l'équation différentielle issue du calcul analytique relatif au fonctionnement de l'association "G.T.R." étudiée dans ce chapitre, de la forme :

$$(44) \quad A \omega \frac{d\varphi}{d\theta} = - \mathcal{R} \varphi \quad \text{avec } A \text{ paramètre propre au circuit magnétique défini par la suite.}$$

$$\text{a) Pour } |\varphi| < |\varphi_p| : \mathcal{R} = \mathcal{R}_p$$

$$\text{L'équation (44) devient : } \frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{\mathcal{R}_p \varphi}{A\omega}$$

En posant $\mathcal{R}_p/A = 1/\tau$ et en écrivant qu'à $\theta = \theta_p$, $\varphi = \varphi_p$, la solution de l'équation (44) a la forme suivante :

$$\varphi(\theta) = \varphi_p e^{\frac{(\theta_p - \theta)}{\omega\tau}}$$

b) Pour $|\varphi| > |\varphi_p|$

La réluctance \mathcal{R} est donnée par la relation (43). L'équation (44) s'écrit :

$$\begin{aligned} A\omega \frac{d\varphi}{d\theta} &= -\mathcal{R}_p \left(K + \frac{1-K}{\varphi} \varphi_p \right) \varphi \\ \Leftrightarrow \frac{d\varphi}{d\theta} &= -\frac{K}{\tau\omega} \left(\varphi + \frac{1-K}{K} \varphi_p \right) \end{aligned}$$

Si l'on pose $K' = -\frac{1-K}{K} \varphi_p$, il vient :

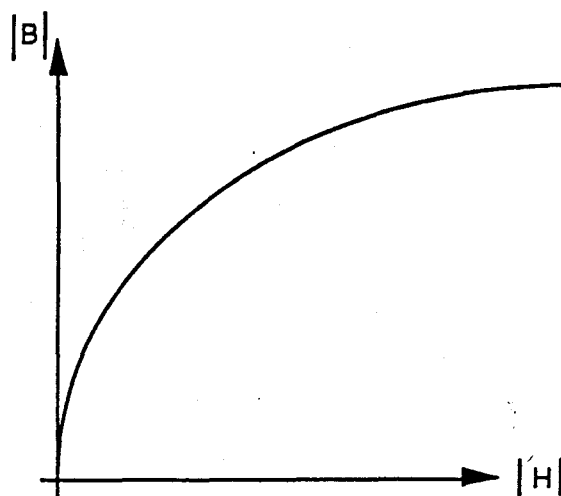
$$(45) \quad \frac{d}{dt} (\varphi - K') = -\frac{K}{\tau\omega} (\varphi - K')$$

L'équation (45) a comme solution :

$$\varphi(\theta) = \frac{\varphi_p}{K} \left(K - 1 + e^{\frac{K(\theta_p - \theta)}{\omega\tau}} \right)$$

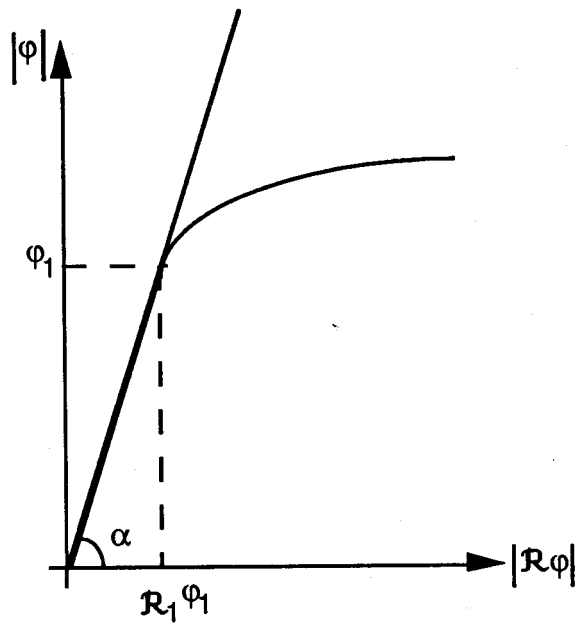
b - Représentation de la caractéristique $B = f(H)$ par un polynôme d'ordre 3

La représentation de la caractéristique magnétique $B = f(H)$, par une formulation mathématique sous forme de polynôme (une fonction impaire) compatible avec l'objectif de conduire une étude analytique de complexité acceptable, tout en respectant un degré d'approximation en rapport avec les hypothèses simplificatrices, conduit à une courbe représentée par la fig (b.a).



(fig b.a)

Connaissant la longueur L et la section S d'un noyau magnétique, on déduit la courbe $\varphi = f(\mathcal{R}\varphi)$ fig.(b.b), de celle de $B = f(H)$.



(fig b.b)

La courbe $\varphi = f(\mathcal{R}\varphi)$ peut être approximée par un polynôme d'ordre 3 de la forme :

$$(b.1) \quad \mathcal{R}\varphi(\varphi) = \mathcal{R}_p\varphi + k\varphi^3$$

Pour $\varphi = \varphi_1$ on a : $\mathcal{R} = \mathcal{R}_1$

$$\text{donc} \quad k = \frac{\mathcal{R}_1 - \mathcal{R}_p}{\varphi_1^2}$$

Pour déterminer la constante k , il suffit de relever B_1 et H_1 directement de la courbe $B = f(H)$.

L'étude analytique de l'association "G.T.R.", conduit à l'équation (44) précédemment explicitée.

Cette dernière équation, dans le cas d'une représentation de la caractéristique magnétique par un polynôme d'ordre 3, peut être résolue de la manière suivante :

En remplaçant \mathcal{R}_φ par son expression donnée par la relation (b.1), l'équation (b.2) devient :

$$\begin{aligned} A\omega \frac{d\varphi}{d\theta} &= -(\mathcal{R}_p \varphi + k \varphi^3) \\ \Leftrightarrow \frac{d\varphi}{\mathcal{R}_p \varphi + k \varphi^3} &= -\frac{1}{A\omega} d\theta \\ \Leftrightarrow \frac{d\varphi}{\varphi(\mathcal{R}_p + k \varphi^2)} &= -\frac{1}{A\omega} d\theta \end{aligned}$$

Si l'on pose $\theta = \sqrt{\frac{k}{\mathcal{R}_p}} \varphi$, il vient :

$$\frac{d\theta}{\theta(1+\theta^2)} = -\frac{\mathcal{R}_p}{A\omega} d\theta$$

$$\text{Or } \frac{1}{\theta(1+\theta^2)} = -\frac{1}{\theta} - \frac{1}{2} \frac{1}{\theta+i} + \frac{1}{2} \frac{1}{i+\theta}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } \int \frac{d\theta}{\theta(1+\theta^2)} &= \ln \theta - \ln(\theta^2 + 1)^{\frac{1}{2}} \\ \Leftrightarrow \int \frac{d\theta}{\theta(1+\theta^2)} &= \ln \frac{\theta}{(\theta^2 + 1)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

$$\ln \frac{\theta}{(\theta^2 + 1)^{\frac{1}{2}}} = - \int \frac{R_p}{A\omega} d\theta, \text{ on pose } \frac{1}{\tau} = \frac{R_p}{A}$$

$$\Leftrightarrow \ln \frac{\theta}{(\theta^2 + 1)^{\frac{1}{2}}} = - \frac{1}{\tau\omega} (\theta - \theta_0)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\theta}{(\theta^2 + 1)^{\frac{1}{2}}} = \varphi_0 e^{-\frac{1}{\tau\omega} \theta}$$

$$\theta^2 = (\theta^2 + 1) \varphi_0^2 e^{-\frac{2}{\tau\omega} \theta}$$

$$\theta^2 = \frac{\varphi_0^2 e^{-\frac{2}{\tau\omega} \theta}}{1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2}{\tau\omega} \theta}}$$

$$\theta = \frac{\varphi_0 e^{-\frac{1}{\tau\omega} \theta}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2}{\tau\omega} \theta}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{d'où } \varphi = \sqrt{\frac{R_p}{k}} \varphi_0 \frac{e^{-\frac{1}{\tau\omega} \theta}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2}{\tau\omega} \theta}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

- Calcul de φ_0

$$\text{à } \theta = \theta_p \quad \varphi(\theta_p) = \theta_p = \sqrt{\frac{R_p}{k}} \varphi_0 \frac{e^{-\frac{\theta_p}{\omega\tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{\theta_p}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\Leftrightarrow \theta_p = \sqrt{\frac{R_p}{k}} \varphi_0 \frac{e^{-\frac{\theta_p}{\omega\tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\theta_p}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$\Leftrightarrow \left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\theta_p}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}} \varphi_p^2 = \frac{R_p}{k} \varphi_0^2 e^{-\frac{2\theta_p}{\omega\tau}}$$

$$\Leftrightarrow \varphi_0^2 = \frac{\varphi_p^2 e^{\frac{2\theta_p}{\omega\tau}}}{\left(\frac{R_p}{k} + \varphi_p^2\right)} \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\varphi_p e^{\frac{\theta_p}{\omega\tau}}}{\left(\frac{R_p}{k} + \varphi_p^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

1.2.2 Résolution dans le cas où la saturation intervient

L'étude comparative avec et sans la prise en compte des pertes Joule et des pertes réactives dans l'air, dans le cas d'un circuit magnétique non saturable, montre une complexité de développement analytique considérable.

Dans ce paragraphe seule l'hypothèse d'une saturation possible du circuit magnétique est retenue.

La résolution analytique sera menée de deux façons différentes selon la modalité de prise en compte de la saturation, à savoir : une représentation de la caractéristique $B = f(H)$ à l'aide de deux segments ou une approximation par un polynôme d'ordre 3.

Les relations générales formulées dans le paragraphe [§ 1.1.1] et traduites par les relations, numérotées de (3) à (7), sont toujours valables.

I. 2. 2. 1 Etude du fonctionnement

L'étude s'effectue pour des valeurs de θ comprises entre ψ et $\psi + \pi$. Selon la valeur de ψ deux régimes de fonctionnement existent.

I. 2. 2. 1. 1 Etude du fonctionnement : représentation par segments

- Premier régime

A $\theta = \psi$, le thyristor th_A devient passant. La tension à ses bornes est nulle et la relation (3) s'écrit :

$$v_A = v_1$$

Par suite :

$$V_m \sin(\theta) = n_1 \omega \frac{d\varphi(\theta)}{d\theta}$$

d'où (β.1) $\varphi(\theta) = -\frac{V_m}{n_1 \omega} = \cos\theta + K'$

On obtient le courant secondaire par la relation (2) :

$$i_2(\theta) = \frac{V_m}{R_m} \sin(\theta)$$

Et l'équation des "A.t" conduit à l'expression du courant primaire :

$$(\beta.2) \quad i_1(\theta) = \frac{V_m}{R_m^2} \sin(\theta) + \frac{\mathcal{R} \varphi(\theta)}{n_1}$$

- Deuxième régime

Pour $\theta > \theta_c$, le thyristor qui conduisait s'éteint naturellement : $i_1 = 0$.

De la relation (7), on écrit :

$$i_2(\theta) = -\frac{\mathcal{R} \varphi(\theta)}{n_2}$$

$$\text{Or } i_2 = \frac{V_2}{R} = \frac{n_2 \omega}{R} \frac{d\varphi(\theta)}{d\theta}$$

$$\text{d'où (}\beta.3\text{)} \quad \frac{d\varphi(\theta)}{d\theta} = -\frac{R}{n_2^2 \omega} \mathcal{R} \varphi(\theta)$$

* Résolution en régime non saturé

Pour des valeurs du flux inférieures à φ_p (fig. a.b), la réluctance \mathcal{R} est égale à \mathcal{R}_p . La résolution de l'équation (β.3) conduit à :

$$\varphi(\theta) = a e^{\frac{(\theta_p - \theta)}{\omega\tau}} \quad \text{avec } \tau = \frac{n_2^2}{R \mathcal{R}_p}$$

(a est une constante d'intégration).

- Calcul des constantes d'intégration

* Application de la propriété de symétrie

$$[\varphi]_{\psi + \pi - \varepsilon} = -[\varphi]_{\psi + \varepsilon}$$

2^{ème} régime 1^{er} régime

$$(\beta.4) \quad a e^{\frac{(\theta_p - \psi - \pi)}{\omega\tau}} = \frac{V_m}{n_1 \omega} \cos(\psi) - K'$$

* Application de la propriété de continuité du flux à θ_c

$$[\varphi]_{\theta_c} = [\varphi]_{\theta_c}$$

1^{er} régime 2^{ème} régime

$$(\beta.5) \quad -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos(\theta_c) + K' = a' e^{\frac{(\theta_p - \theta_c)}{\omega\tau}}$$

Les constantes K' et a sont obtenues par les deux équations (β.4) et (β.5). Leurs expressions sont :

$$(β.6) \quad K' = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{E \cos \psi + \cos \theta_c}{1 + E} \quad \text{avec} \quad E = e^{\frac{(\psi - \theta_c + \pi)}{\omega \tau}}$$

$$(β.7) \quad a = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{\cos \psi - \cos \theta_c}{(1 + E)} e^{\frac{(\psi - \theta_c + \pi)}{\omega \tau}}$$

K' et a dépendent de l'instant d'extinction du thyristor qui conduisait pendant le premier régime (θ_c).

- Calcul de θ_c

Pour calculer θ_c , il suffit d'écrire : $i_1(\theta_c) = 0$. L'équation (β.2) devient :

$$(β.8) \quad \frac{V_m}{R m^2} \sin(\theta_c) + \frac{\mathcal{R} \varphi(\theta_c)}{n_1} = 0$$

avec $\mathcal{R} = \mathcal{R}_p$ et $\varphi(\theta_c) = -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos(\theta_c) + K'$

Après simplification, on arrive à l'équation ci-dessous :

$$(β.9) \quad \omega \tau (1 + E) \sin \theta_c + E (\cos \psi - \cos \theta_c) = 0$$

La résolution de l'équation (β.9) conduit à la valeur de θ_c . θ_c est fonction de la consigne ψ et de la charge.

* Résolution en régime saturé

Les équations régissant le fonctionnement du système, dans le 1^{er} régime, restent inchangées, seules les constantes d'intégration varient.

Pour $\varphi > \varphi_p$, la réluctance \mathcal{R} n'est plus constante, elle est exprimée en fonction du flux par la relation suivante :

$$(\beta.10) \quad \mathcal{R}(\varphi) = \mathcal{R}_p \left(K + \frac{1-K}{\varphi} \varphi_p \right) ; \quad K \text{ une constante déjà définie.}$$

La résolution de l'équation (β.3), pour $\theta > \theta_c$, conduit à l'expression du flux donnée par la relation suivante :

$$(\beta.11) \quad \varphi(\theta) = \frac{a'}{K} \left(K - 1 + e^{\frac{K(\theta_p - \theta)}{\omega\tau}} \right)$$

- Calcul des constantes a' et K'

De la même manière, la propriété de symétrie est traduite par :

$$(\beta.12) \quad \frac{a}{K} \left(K - 1 + e^{\frac{K(\theta_p - \psi - \pi)}{\omega\tau}} \right) = \frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\psi - K'$$

La propriété de continuité du flux est exprimée, comme suit :

$$(\beta.13) \quad -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\theta_c + K' = \frac{a}{K} \left(K - 1 + e^{\frac{K(\theta_p - \psi - \pi)}{\omega\tau}} \right)$$

De (β.11) et (β.12), il vient :

$$(β.14) \quad a' = \frac{V_m K}{n_1 \omega} \frac{(\cos \psi - \cos \theta_c)}{2(K-1) + e^{\frac{K(\theta_p - \psi - \pi)}{\omega \tau}} (1 + E')}$$

$$(β.15) \quad K' = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{\left[(K-1)(\cos \psi + \cos \theta_c) + e^{\frac{K \theta_c}{\omega \tau}} \left(e^{-\frac{K \theta_c}{\omega \tau}} \cos \psi + e^{-\frac{K(\psi + \pi)}{\omega \tau}} \right) \right]}{2(K-1) + e^{\frac{K(\theta_p - \psi - \pi)}{\omega \tau}} (1 + E')}$$

avec $E' = e^{\frac{K(\psi - \theta_p + \pi)}{\omega \tau}}$

- Calcul de la constante θ_c

Si l'on reporte les expressions du flux et de la réductance, données par les relations (β.11) et (β.10), dans l'équation (β.8), on obtient :

$$(β.16) \quad \tau \frac{V_m}{n_1} \sin \theta_c + \frac{(1-K)}{\mathcal{R}_p} \varphi_p + a \left(K-1 + e^{\frac{K(\psi - \theta_p + \pi)}{\omega \tau}} \right) = 0$$

La constante a' dépend de ψ et par conséquent la constante θ_c est fonction de ψ et de la charge.

- Calcul des limites de fonctionnement

La détermination des valeurs de ψ , pour lesquelles le mode de fonctionnement existe, se fait à partir des équations (β.9) et (β.16).

- Pour le régime non saturé, on arrive à :

$$\psi_{1b} = \text{Arctg} \frac{1}{\omega \tau}$$

et

$$\psi_{1h} = \pi$$

- Pour le régime saturé, les équations ci-dessous, permettent de calculer les valeurs des butées ψ_{1b} et ψ_{1h} :

* ψ_{1b} est donnée par :

$$(\beta.17) \quad K \cos \psi_{1b} - \omega \tau \sin \psi_{1b} + \frac{n_1 \omega}{V_m} \frac{(1-K)}{\mathcal{R}_p} \varphi_p = 0$$

* ψ_{1h} par :

$$(\beta.18) \quad \Leftrightarrow \begin{aligned} & \frac{\tau V_m}{n_1} \sin \psi_{1h} + \frac{1-K}{\mathcal{R}_p} \varphi_p = 0 \\ & \psi_{1h} = \text{Arc sin} \left(\frac{K-1}{V_m} \frac{\mathcal{R}_m}{n_2} \varphi_p \right) \end{aligned}$$

1.2.2.1.2 Etude du fonctionnement : représentation par un polynôme d'ordre 3

- Premier régime

($\psi < \theta < \theta_c$). L'expression du flux donnée par la relation (β.1) reste inchangée, seule la constante K' est modifiée. Soit K'' la nouvelle constante :

$$(\beta.19) \quad \varphi(\theta) = -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \theta + K''$$

Les expressions des autres grandeurs se déduisent de celle du flux.

- Deuxième régime

($\theta_c < \theta < \psi + \pi$), l'équation différentielle (β.3) admet comme solution, l'expression du flux, pendant le deuxième régime. Par rapport au cas où la représentation de la courbe $B = f(H)$ s'effectue par deux segments, la résolution de (β.3) n'est plus la même :

$$(\beta.20) \quad \varphi(\theta) = a' \frac{e^{-\frac{\theta}{\omega \tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\theta}{\omega \tau}}\right)^{\frac{1}{2}}}, \quad \begin{aligned} & \varphi_0 : \text{une constante définie.} \\ & a' : \text{une constante d'intégration à définir.} \end{aligned}$$

Pour obtenir les expressions des flux par régime, et par suite les autres grandeurs du système, il faut déterminer les constantes d'intégration.

- Calcul de a' et K''

* Application de la relation de symétrie sur une demi-période :

$$\varphi(\psi + \pi) = -\varphi(\psi)$$

(β.19) et (β.20) impliquent :

$$\begin{aligned} a' \frac{e^{-\frac{(\psi + \pi)}{\omega\tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2(\psi + \pi)}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}}} &= \frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\psi - K'' \\ \Leftrightarrow & \\ (\beta.21) \quad a' F + K'' &= \frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\psi \quad \text{avec } F = \frac{e^{-\frac{(\psi + \pi)}{\omega\tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2(\psi + \pi)}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

* Application de la relation de continuité du flux à $\theta = \theta_c$:

$$\varphi(\theta_c + \varepsilon) = -\varphi(\theta_c - \varepsilon)$$

(β.19) et (β.20) conduisent à :

$$\begin{aligned} -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\psi - K'' &= a' \frac{e^{-\frac{\theta_c}{\omega\tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\theta_c}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}}} \\ \Leftrightarrow & \\ (\beta.22) \quad a' G + K'' &= -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\theta_c \quad \text{avec } G = \frac{e^{-\frac{\theta_c}{\omega\tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\theta_c}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}}} \end{aligned}$$

(b.21) + (b.22) \Rightarrow

$$(\beta.23) \quad a' = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{\cos \psi - \cos \theta_c}{G + F}$$

et par suite :

$$(\beta.24) \quad K'' = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{G \cos \psi - F \cos \theta_c}{G + F}$$

Les constantes a' et K'' dépendent de la valeur de ψ et de θ_c .

- Calcul de θ_c

La relation (β.8) permettant le calcul de θ_c devient :

$$\begin{aligned} (\beta.25) \quad & \frac{V_m}{Rm^2} \sin \theta_c + \frac{(\mathcal{R}_p \varphi(\theta_c) + k \varphi^3(\theta_c))}{n_1} = 0 \\ \Leftrightarrow & \frac{\mathcal{R}_p a' G + k a'^3 G^3}{n_1} + \frac{V_m}{m^2 R} \sin \theta_c = 0 \end{aligned}$$

ou encore :

$$(\cos \psi - \cos \theta_c) (\mathcal{R}_p + k a'^2 G^2) + \left(1 + \frac{E}{G}\right) \omega \frac{n_2^2}{R} \sin \theta_c = 0$$

d'où

(β.28)

$$(\cos \psi - \cos \theta_c) \left(\mathcal{R}_p \left(1 + \frac{E}{G}\right)^2 + k \left(\frac{V_m}{n_1 \omega}\right)^2 (\cos \psi - \cos \theta_c)^2 \right) + \left(1 + \frac{E}{G}\right)^3 \omega \frac{n_2^2}{R} \sin \theta_c = 0$$

La nouvelle équation (β.28) conduit à la valeur de θ_c .

- Limites de fonctionnement

Ce mode étant défini entre deux limites :

* Limite basse : ψ_{lb} telle que :

Dans l'équation (β.28) θ_c prend la valeur $\psi_{lb} + \pi$ quand ψ prend la valeur ψ_{lb} .

Dans ces conditions la constante F est égale à G, d'où :

$$(\beta.29) \quad \cos\psi_{lb} + \frac{k}{R_p} \left(\frac{V_m}{n_1 \omega} \right)^2 \cos^3 \psi_{lb} - \omega \tau \sin\psi_{lb} = 0$$

* Limite Haute : ψ_{lh} telle que : θ_c prend la valeur ψ_{lh} quand ψ prend la valeur ψ_{lh} .

$$(\beta.28) \Rightarrow \left(1 + \frac{E}{G} \right)^3 \omega \frac{n_2^2}{R} \sin\psi_{lh} = 0$$

$$\Leftrightarrow \psi_{lh} = \pi$$

II ASSOCIATION TRIPHASEE

II.1 REMARQUE PRÉALABLE

Nous étudierons l'association "Y-Y-Y" (l'association gradateur - transformateur charge résistive en étoilé), laquelle est représentative de pratiquement tous les montages possibles selon les couplages du transformateur et de la charge.

11.2 HYPOTHESES D'ÉTUDE ET ÉQUATIONS GÉNÉRALES

Le schéma de la figure 1 représente l'association "Gradateur - Transformateur - Charge", étudiée.

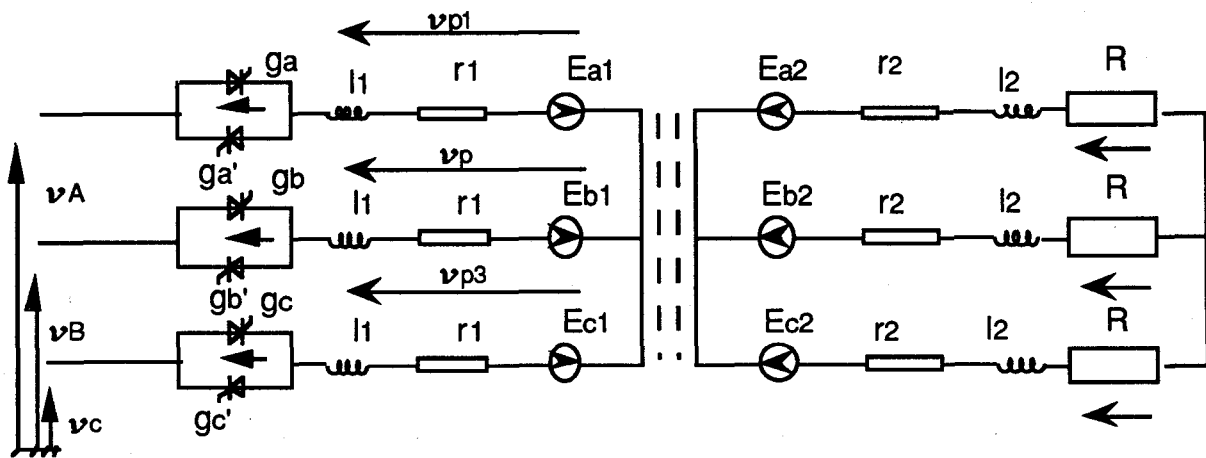


Fig.1

Cette association regroupe un gradateur triphasé, un transformateur également triphasé et une charge formée de trois résistances égales et de valeur R couplées en étoile.

Le gradateur triphasé est composé de six thyristors constituant trois groupements de deux thyristors connectés en parallèle inverse. Il est disposé entre la source d'alimentation et le primaire du transformateur couplé en étoile.

Le secondaire du transformateur est également couplé en étoile.

La carcasse magnétique est constituée de trois noyaux de réluctances \mathcal{R}_a , \mathcal{R}_b et \mathcal{R}_c . Les réluctances de fuite sont supposées non négligeables.

On suppose que les résistances des enroulements primaires sont identiques, de même que les résistances secondaires et les inductances de fuite primaires et secondaires.

Pour la suite de l'étude , nous adopterons les notations suivantes :

r_1 : la résistance d'un enroulement primaire ;

r_2 : la résistance d'un enroulement secondaire ;

l_1 : l'inductance de fuite de l'enroulement primaire ;

l_2 : l'inductance de fuite de l'enroulement secondaire ;

$[i_1] = (i_{1A}, i_{1B}, i_{1C})^t$: le vecteur des courants dans les enroulements primaires;

$[i_2] = (i_{2A}, i_{2B}, i_{2C})^t$: le vecteur des courants dans les enroulements secondaires;

$[\varphi] = (\varphi_A, \varphi_B, \varphi_C)^t$: le vecteur Flux dans les trois noyaux ;

$[v_{th}] = (v_{thA}, v_{thB}, v_{thC})^t$: le vecteur Tensions aux bornes des thyristors ;

$[e_1] = (e_{a1}, e_{b1}, e_{c1})^t$: le vecteur Forces électromotrices "primaires" ;

$[e_2] = (e_{a2}, e_{b2}, e_{c2})^t$: le vecteur Forces électromotrices "secondaire" ;

$[v_p] = (v_{p1}, v_{p2}, v_{p3})^t$: tensions aux bornes des enroulements primaires .

$m = n_1 / n_2$: le rapport de transformation du transformateur .

L'ensemble est alimenté par le réseau qui est constitué de trois tensions simples sinusoïdales référencées par rapport au neutre de la source. Elles forment un réseau équilibré direct:

$$[v] = \begin{bmatrix} v_A \\ v_B \\ v_C \end{bmatrix} = V_m \begin{bmatrix} \sin(\omega t) \\ \sin(\omega t - 2\pi/3) \\ \sin(\omega t - 4\pi/3) \end{bmatrix}$$

avec $\omega = 2\pi f$ et $V_m = V^* \sqrt{2}$;

V étant la valeur efficace de la tension d'alimentation , et f sa fréquence.

Le transformateur est supposé à flux forcés.

La structure et les caractéristiques du montage étudié nous conduisent à un certain nombre de relations, qualifiées de relations générales.

II.2.1 Relations générales de la structure étudiée

Les thyristors sont rendus passants dans un ordre bien défini :

$$Th_A, Th'_C, Th_B, Th'_A, Th_C, \text{ et } Th'_B.$$

Le retard à l'amorçage du thyristor A est noté ψ .

Quelque soit la valeur de ψ et le nombre de thyristors passants, les relations suivantes sont toujours valables :

$$(1) \quad \varphi_A + \varphi_B + \varphi_C = 0 ;$$

(le transformateur est à flux forcés)

$$(2) \quad i_{1A} + i_{1B} + i_{1C} = 0 ;$$

$$(3) \quad i_{2A} + i_{2B} + i_{2C} = 0 ;$$

(Couplage en étoile des enroulements primaires et secondaires).

II.2.2 Relations et équations qui régissent le fonctionnement du montage

Suivant la valeur de ψ et de la charge, le nombre de thyristors passants à un instant donné est variable. Trois cas peuvent se présenter :

* Trois thyristors sont passants

Le gradateur est considéré comme un interrupteur fermé. Les trois enroulements primaires sont directement reliés au réseau.

* Deux thyristors sont passants

Deux thyristors seulement étant à l'état passant, l'un des trois enroulements primaires est disconnecté du réseau. le transformateur peut alors être considéré comme étant alimenté en "monophasé".

* Aucun thyristor n'est passant

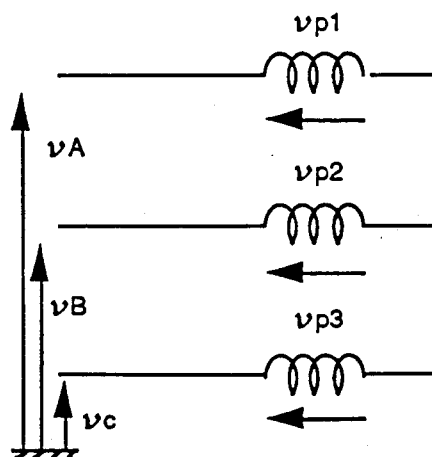
Dans ce cas, on assimile le gradateur à un interrupteur ouvert. Les trois enroulements sont déconnectés du réseau.

Ecrivons pour chaque cas, les équations et systèmes d'équations qui nous permettent par la suite, d'obtenir les grandeurs électriques et magnétiques.

II.2.2.1 Cas où trois thyristors sont passants

Le transformateur étant alimenté en triphasé, le gradateur est équivalent à un interrupteur triphasé fermé.

Le primaire du transformateur peut être schématisé de la façon suivante :



avec
$$[v_p] = r_1 [i_1] + l_1 \frac{d[i_1]}{dt} + n_1 \frac{d[\varphi]}{dt}$$

Le calcul des tensions v_{P1} , v_{P2} et v_{P3} ne peut pas s'obtenir directement mais en posant les relations reliant entre-elles les tensions deux à deux. En effet, les relations suivantes sont toujours valables :

$$v_{P1} - v_{P2} = v_A - v_B ;$$

$$v_{P2} - v_{P3} = v_B - v_C ;$$

$$v_{P3} - v_{P1} = v_C - v_A ;$$

Par suite,

$$(a) \quad n_1 \frac{d\varphi_A}{dt} - n_1 \frac{d\varphi_B}{dt} + r_1 (i_{1A} - i_{1B}) + l_1 \frac{d(i_{1A} - i_{1B})}{dt} = v_A - v_B$$

$$(b) \quad n_1 \frac{d\varphi_B}{dt} - n_1 \frac{d\varphi_C}{dt} + r_1 (i_{1B} - i_{1C}) + l_1 \frac{d(i_{1B} - i_{1C})}{dt} = v_B - v_C$$

$$(c) \quad n_1 \frac{d\varphi_C}{dt} - n_1 \frac{d\varphi_A}{dt} + r_1 (i_{1C} - i_{1A}) + l_1 \frac{d(i_{1C} - i_{1A})}{dt} = v_C - v_A$$

En utilisant les relations (1) et (2), puis en faisant la différence entre les équations (a) et (c), (b) et (c), ainsi que (b) et (a), on obtient le résultat suivant :

$$(4) \quad [v] = r_1 [i_1] + n_1 \frac{d[\varphi]}{dt} + l_1 \frac{d[i_1]}{dt}$$

On utilise également la "loi des mailles" appliquée au secondaire du transformateur pour en déduire le système suivant :

$$(a') \quad n_2 \left(\frac{d\varphi_A}{dt} - \frac{d\varphi_B}{dt} \right) = (r_2 + R) (i_{2A} - i_{2B}) + l_2 \frac{d(i_{2A} - i_{2B})}{dt}$$

$$(b') \quad n_2 \left(\frac{d\varphi_B}{dt} - \frac{d\varphi_C}{dt} \right) = (r_2 + R) (i_{2B} - i_{2C}) + l_2 \frac{d(i_{2B} - i_{2C})}{dt}$$

$$(c') \quad n_2 \left(\frac{d\varphi_C}{dt} - \frac{d\varphi_A}{dt} \right) = (r_2 + R) (i_{2C} - i_{2A}) + l_2 \frac{d(i_{2C} - i_{2A})}{dt}$$

La différence entre les équations (a') et (c') s'écrit alors :

(5)

$$n_2 \left(2 \frac{d\phi_A}{dt} - \left(\frac{d\phi_B}{dt} + \frac{d\phi_C}{dt} \right) \right) = (r_2 + R) (2 i_{2A} - (i_{2B} + i_{2C})) + l_2 \frac{d(2 i_{2A} - (i_{2B} + i_{2C}))}{dt}$$

or $\frac{d\phi_B}{dt} + \frac{d\phi_C}{dt} = -\frac{d\phi_A}{dt}$ et $i_{2B} + i_{2C} = -i_{2A}$

La relation (5) devient :

$$n_2 \frac{d\phi_A}{dt} = (R + r_2) i_{2A} + l_2 \frac{di_{2A}}{dt}$$

De la même façon, deux équations similaires sont obtenues formant ainsi le système (6) posé ci-dessous :

$$(6) \quad n_2 \frac{d[\phi]}{dt} = (R + r_2) [i_2] + l_2 \frac{d[i_2]}{dt}$$

Les équations générales d'Ampère-Tours, valables dans tous les cas, sont exprimées par les relations :

$$(d) \quad n_1 (i_{1A} - i_{1B}) - n_2 (i_{2A} - i_{2B}) = \mathcal{R}_A \phi_A - \mathcal{R}_B \phi_B$$

$$(e) \quad n_1 (i_{1B} - i_{1C}) - n_2 (i_{2B} - i_{2C}) = \mathcal{R}_B \phi_B - \mathcal{R}_C \phi_C$$

$$(f) \quad n_1 (i_{1C} - i_{1A}) - n_2 (i_{2C} - i_{2A}) = \mathcal{R}_C \phi_C - \mathcal{R}_A \phi_A$$

En utilisant les relations (2) et (3), et après transformation, on obtient un nouveau système :

$$(7) \quad 3 n_1 [i_1] = 3 n_2 [i_2] + [\mathcal{R}] [\phi]$$

$$\text{avec } [\mathcal{R}] = \begin{bmatrix} 2 \mathcal{R}_A & -\mathcal{R}_B & -\mathcal{R}_C \\ -\mathcal{R}_A & 2 \mathcal{R}_B & -\mathcal{R}_C \\ -\mathcal{R}_A & -\mathcal{R}_B & 2 \mathcal{R}_C \end{bmatrix}$$

Les trois thyristors étant passants (un thyristor par gradateur), les tensions à leurs bornes sont nulles.

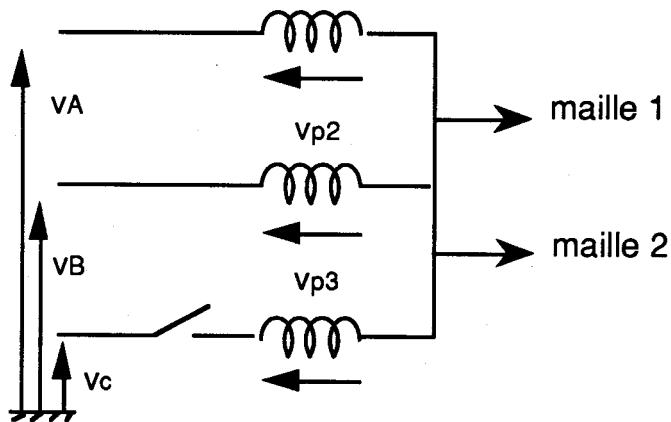
$$[v_{th}] = [0]$$

11.2.2.2 Cas où deux thyristors sont passants

Le transformateur est alimenté en "monophasé". Dans ce cas, les tensions appliquées aux bornes des enroulements sont à priori inconnues.

- Cas où les thyristors C et C' sont bloqués

Le primaire du transformateur est équivalent au schéma suivant :



$$i_{2C} = 0.$$

La maille 1 nous permet de poser la relation suivante :

$$v_A - v_B = 2 r_1 i_{1A} + 2 l_1 \frac{di_{1A}}{dt} + n_1 \left(\frac{d\phi_A}{dt} - \frac{d\phi_B}{dt} \right) \quad \text{car } i_{1A} = -i_{1B}$$

- Cas où les thyristors A et A' sont bloqués

De la même façon, on obtient :

$$v_B - v_C = 2 r_1 i_{1B} + 2 l_1 \frac{di_{1B}}{dt} + n_1 \left(\frac{d\phi_B}{dt} - \frac{d\phi_C}{dt} \right)$$

car $i_{1A} = 0$ et $i_{1B} = -i_{1C}$

- Cas où les thyristors B et B' sont bloqués

$$v_C - v_A = 2 r_1 i_{1A} + 2 l_1 \frac{di_{1A}}{dt} + n_1 \left(\frac{d\phi_C}{dt} - \frac{d\phi_A}{dt} \right)$$

car $i_{1B} = 0$ et $i_{1A} = -i_{1C}$

Effectuons la mise en équations des trois cas précédents :

- Cas où les thyristors C et C' sont bloqués

De la loi des "mailles électriques", appliquée à la maille 1, on tire l'équation :

$$(8) \quad 2 l_1 \frac{di_{1A}}{dt} = v_A - v_B - 2 r_1 i_{1A} - n_1 \left(\frac{d\phi_A}{dt} - \frac{d\phi_B}{dt} \right)$$

La somme des courants primaires étant toujours nulle, la somme des dérivées de ces courants est également nulle ; soit :

$$\sum \frac{di_1}{dt} = 0$$

Or, on a :

$$i_{1c} = 0 \quad \text{d'ou} : \frac{di_{1c}}{dt} = 0$$

Cela nous permet d'écrire :

$$(9) \quad \frac{d[i_1]}{dt} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{1A} \\ -i_{1A} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Le système d'équations (6) obtenu dans le cas de l'alimentation triphasé du transformateur est toujours valable. Il peut être utilisé pour le calcul des grandeurs électriques et magnétiques, dans le cas présent.

Le courant i_{1C} étant nul, le système (7) issu des équations des mailles magnétiques se transforme pour s'écrire :

$$(10) \quad 3n_1 [i_1] = 3n_2 [i_2] + [R] [\varphi]$$

$$\text{avec } [i_1] = \begin{bmatrix} i_{1A} \\ -i_{1A} \\ 0 \end{bmatrix}$$

La tension v_{th} aux bornes des thyristors C ou C' s'obtient par la loi des mailles appliquée à la figure 2 :

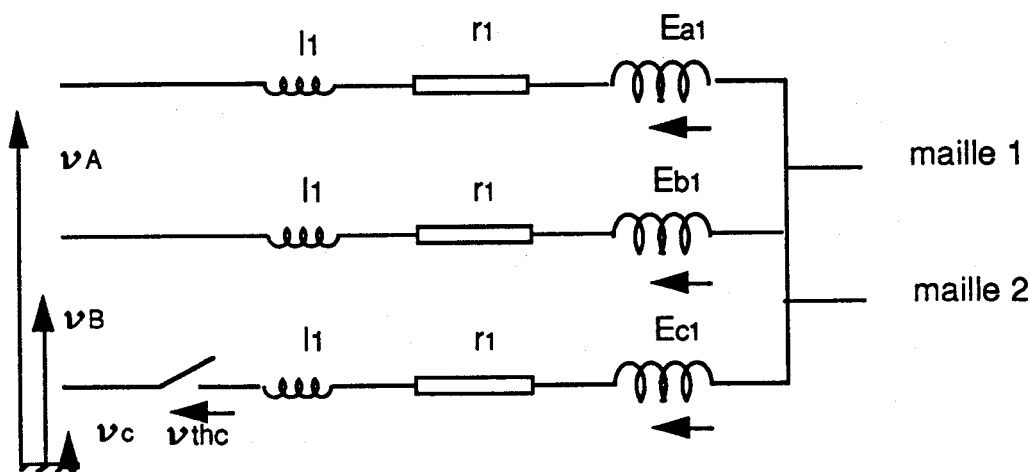


Fig. 2

L'analyse de la maille 2 permet d'écrire :

$$(11) \quad v_{th} = v_C - v_B + r_1 i_{1B} + l_1 \frac{di_{1B}}{dt} - n_1 \left(\frac{d\phi_C}{dt} - \frac{d\phi_B}{dt} \right)$$

De même, pour la maille 1 :

$$(12) \quad v_A - v_B - r_1 i_{1A} - l_1 \frac{di_{1A}}{dt} + r_1 i_{1B} + l_1 \frac{di_{1B}}{dt} - n_1 \left(\frac{d\phi_A}{dt} - \frac{d\phi_B}{dt} \right) = 0$$

Or, $i_{1A} = -i_{1B}$

Par suite :

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \quad & v_A - v_B + 2 r_1 i_{1B} + 2 l_1 \frac{di_{1B}}{dt} - n_1 \left(\frac{d\phi_A}{dt} - \frac{d\phi_B}{dt} \right) = 0 \\ & r_1 i_{1B} + l_1 \frac{di_{1B}}{dt} = \frac{1}{2} \left(v_B - v_A + n_1 \left(\frac{d\phi_A}{dt} - \frac{d\phi_B}{dt} \right) \right) \end{aligned}$$

En remplaçant " $r_1 i_{1B} + l_1 di_{1B}/dt$ " ,dans l'équation (8) , par la valeur calculée , il vient :

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \quad & v_{thC} = v_C - \frac{1}{2}(v_B + v_A) + n_1 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{d\phi_A}{dt} - \frac{d\phi_B}{dt} \right) - \frac{d\phi_C}{dt} \right) \\ & v_{thC} = \frac{3}{2} \left(v_C - n_1 \frac{d\phi_C}{dt} \right) \end{aligned}$$

On retrouve les mêmes types d'équations pour les deux autres cas (thyristors A et A' bloqués et thyristors B et B' bloqués).

II.2.2.3 Cas où aucun thyristor n'est passant

Dans ce cas, le primaire du transformateur est déconnecté du réseau. On ne peut alors utiliser que les équations appliquées au secondaire.

Rappelons la validité du système (6) :

$$(6) \quad n_2 \frac{d[\varphi]}{dt} = (R + r_2) [i_2] + l_2 \frac{d[i_2]}{dt}$$

Les courants primaires étant toujours nuls, les équations magnétiques deviennent :

$$(13) \quad [0] = 3 n_2 [i_2] + [\mathcal{R}] [\varphi]$$

Les équations issues de la loi des mailles appliquée au primaire du transformateur forment le système (14) suivant :

$$(14) \quad \begin{aligned} v_{thB} - v_{thA} - n_1 \frac{d\varphi_A}{dt} + n_1 \frac{d\varphi_B}{dt} + v_A - v_B &= 0 \\ v_{thC} - v_{thB} - n_1 \frac{d\varphi_B}{dt} + n_1 \frac{d\varphi_C}{dt} + v_B - v_C &= 0 \\ v_{thA} - v_{thC} - n_1 \frac{d\varphi_C}{dt} + n_1 \frac{d\varphi_A}{dt} + v_A - v_B &= 0 \end{aligned}$$

Le système (14) peut être transformé en utilisant les relations déjà obtenues, en vue de déterminer certaines variables.

II.3 ETUDE SANS PRISE EN COMPTE DE LA SATURATION

L'étude analytique, dans un premier temps, s'effectue en formulant des hypothèses simplificatrices, telles que :

- la saturation du circuit magnétique est négligée;
- le circuit magnétique est supposé symétrique;
- les résistances et les inductances de fuite des enroulements du transformateur sont considérées nulles;
- les réluctances des noyaux sont constantes et notées \mathcal{R} .

Cette étude a fait l'objet de travaux antérieurs au sein de notre équipe de recherche [7]. Nous rappellerons quelques résultats qui vont servir à la comparaison avec les résultats obtenus, dans le chapitre II, par la simulation.

Les propriétés de symétrie permettent de n'effectuer l'analyse de fonctionnement que pendant l'intervalle $[\psi, \psi + \pi/3]$, qui va de l'enclenchement de Th_A à celui de Th_C .

Il existe trois modes de fonctionnement caractérisés chacun par un nombre de thyristors simultanément passants.

1er mode de fonctionnement

Conduction de 3 ou 2 thyristors, donc il y a deux régimes de conduction.

Pendant le premier régime ($\psi < \theta < \theta_1$), les thyristors th_A , th_B et th_C sont passants.

Seuls th_A et th_B conduisent pendant le 2^{ème} régime.

θ_C/ω correspond à l'instant d'annulation du thyristor th_C .

Pour fonctionner dans le 1^{er} mode, la consigne ψ doit être comprise entre deux valeurs limites basse et haute, notées respectivement ψ_{l0} et ψ_{l1} . Ces dernières dépendent de la charge et de l'état magnétique du transformateur.

2ème mode de fonctionnement

Pour $\theta \in [\psi, \psi + \pi/3]$, les thyristors th_B et th_A sont passants. Les expressions littérales des courants et tensions sont similaires à celles obtenues dans le 2^{ème} régime du 1^{er} mode. Seules les constantes d'intégration du vecteur "flux" sont différentes.

Le deuxième mode commence à une valeur $\psi > \psi_{l1}$ et ne cesse que lorsque th_B et th_A se bloquent à l'instant angulaire $\theta = \psi_{l2} + \pi/3$. ψ_{l2} correspond à la limite supérieure de fonctionnement dans ce mode. Elle est fonction de la charge et de l'état magnétique du transformateur.

3ème mode de fonctionnement

Les thyristors th_A et th'_B rendus conducteurs à $\theta = \psi$, se bloquent à "l'instant" θ_3 .

Deux régimes d'étude existent suivant que la valeur θ est inférieure ou supérieure à θ_3 .

Le troisième mode commence pour une valeur de ψ supérieure à ψ_{12} . La fin du mode est obtenue, quand on ne peut plus enclencher les thyristors th_A et th'_B pour $\theta = \psi$. Le régime à deux thyristors passants disparaît.

Dès que ψ est supérieur à $\psi_{13} = \theta_3 = 5\pi/6$ (limite haute du 3^{ème} mode), le déblocage des thyristors devient impossible. Le gradateur est alors équivalent à un interrupteur tripolaire ouvert.

Résultats de l'étude

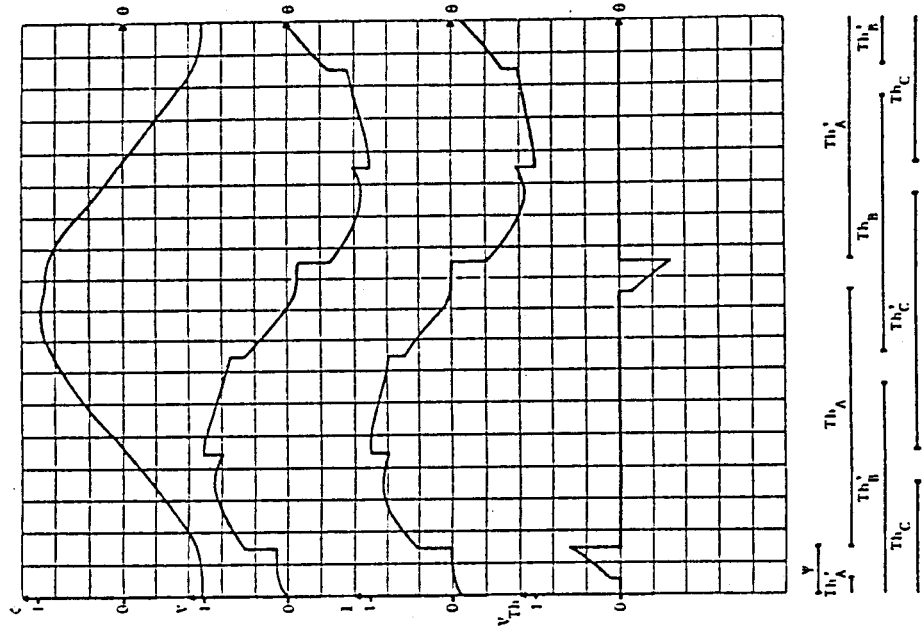
Cette étude montre l'existence de deux problèmes posés par la commande du gradateur. Le premier est que l'on suppose travailler en régime permanent, ce qui nécessite le déblocage du thyristor qui devait être en train de conduire en régime permanent avant l'amorçage d'un thyristor. Le deuxième est rencontré lors du fonctionnement selon le troisième mode, pendant l'intervalle où aucun des thyristors ne conduit. La mise en conduction, pour la première fois, d'un thyristor nécessite le déblocage de celui qui avait conduit pour la première fois, un sixième de période auparavant.

Pour résoudre ces deux problèmes, les thyristors sont commandés par des rafales d'impulsions de largeur supérieure à $\pi/3$ et reçoivent des impulsions de confirmation. (tous les $1/6$ de période des impulsions sur th_A et th'_B ; th'_C et th_A , th_A et th'_C , th'_A et th_B , th_C et th'_A , th'_B et th'_A , sont envoyées).

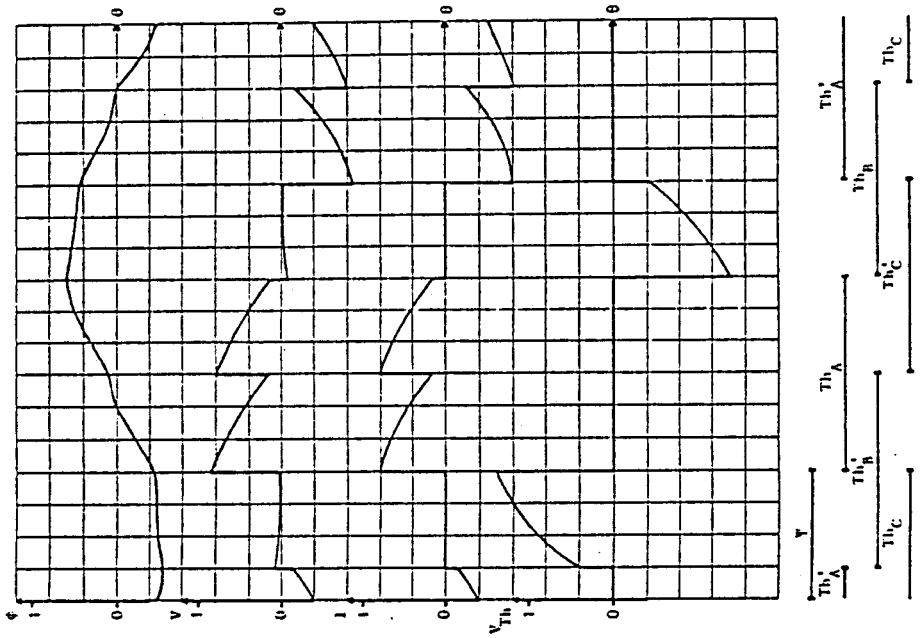
Les formes d'ondes en grandeurs réduites des flux, tensions et courants sont représentées par les 2 planches ci-après.

Les courbes des limites de mode, les angles critiques ainsi que différentes caractéristiques qui servent de comparaison sont également donnés à la suite.

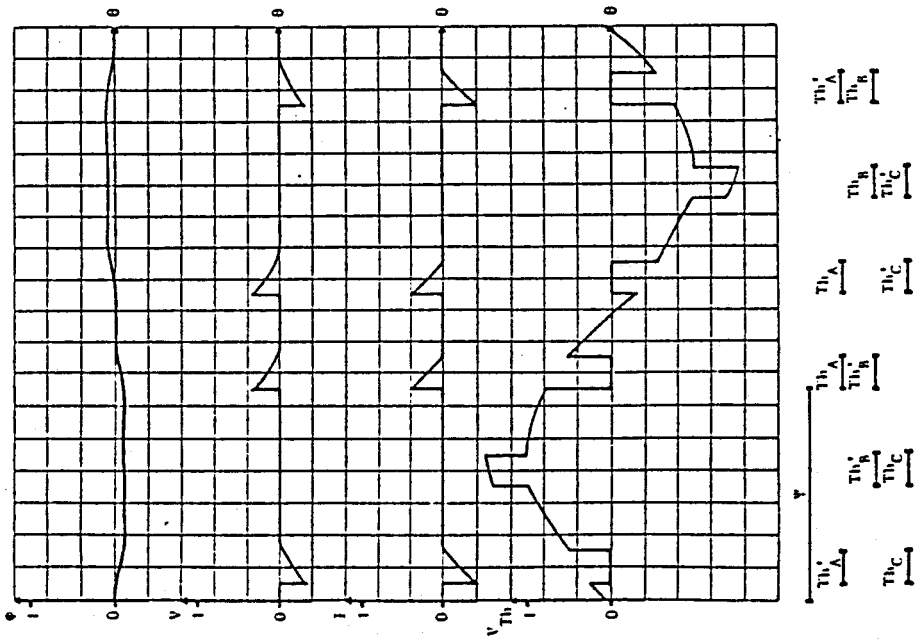
Planches des ondes temporelles pour la charge nominale



$\omega T = 20$ $\Psi = 30^\circ$ $\theta_1 = 62, 16^\circ$ mode 1

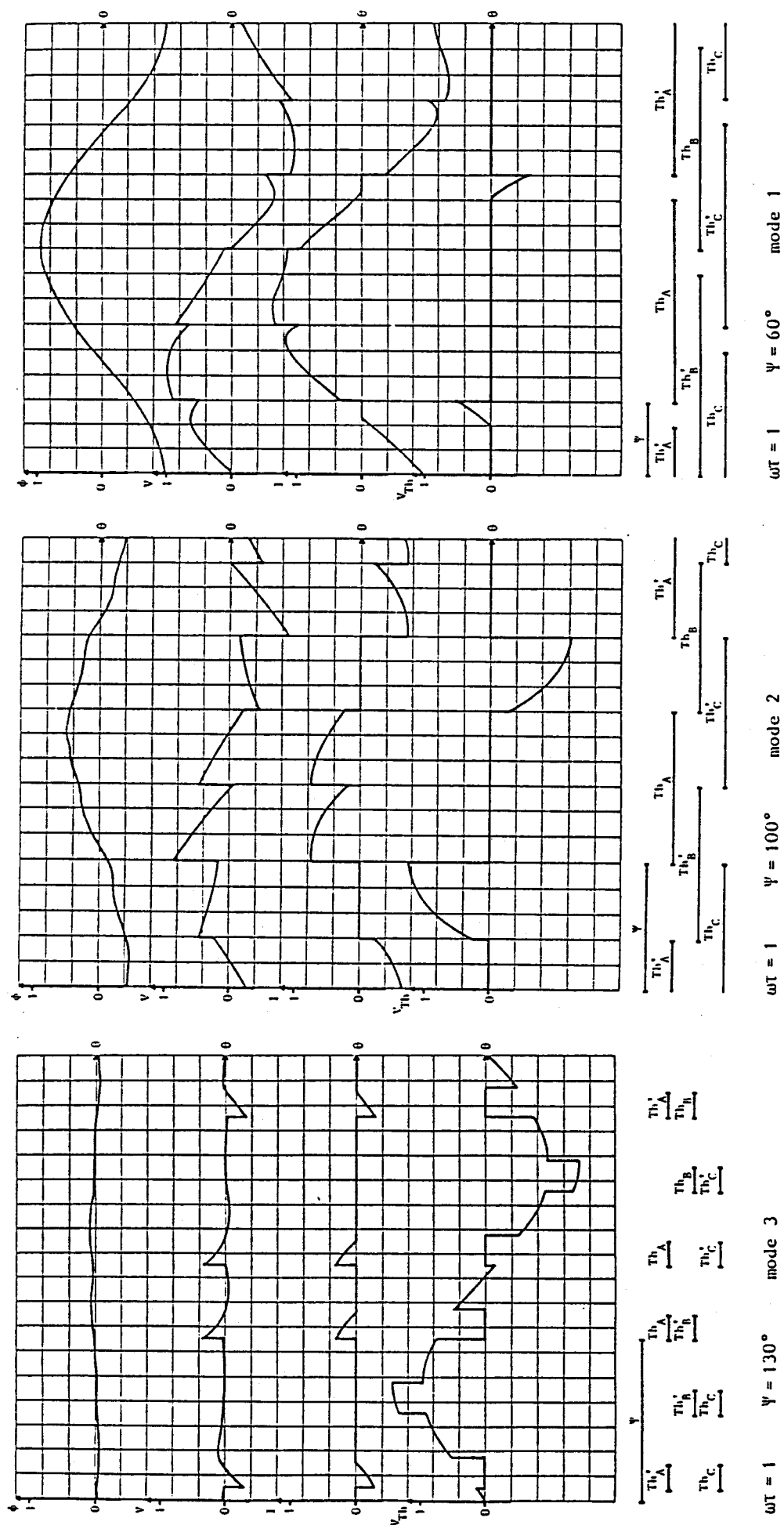


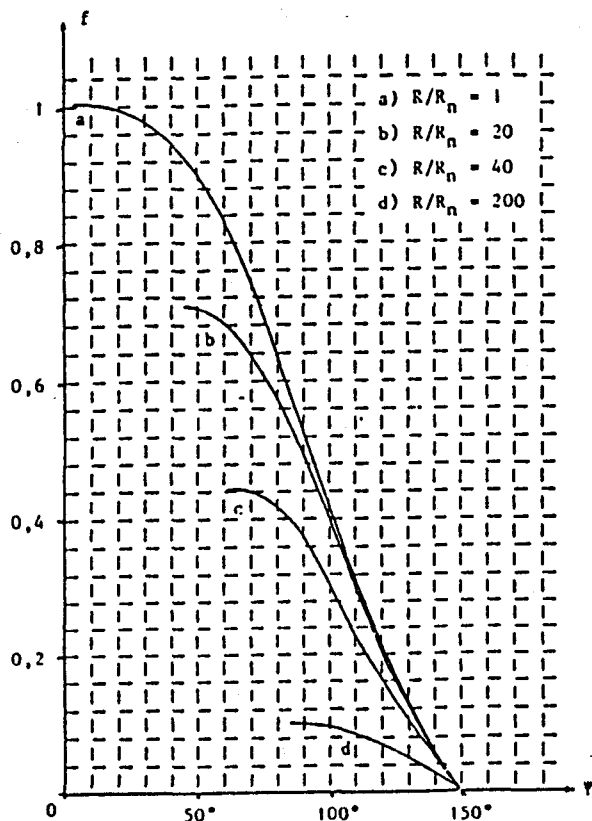
$\omega T = 20$ $\Psi = 80^\circ$ mode 2



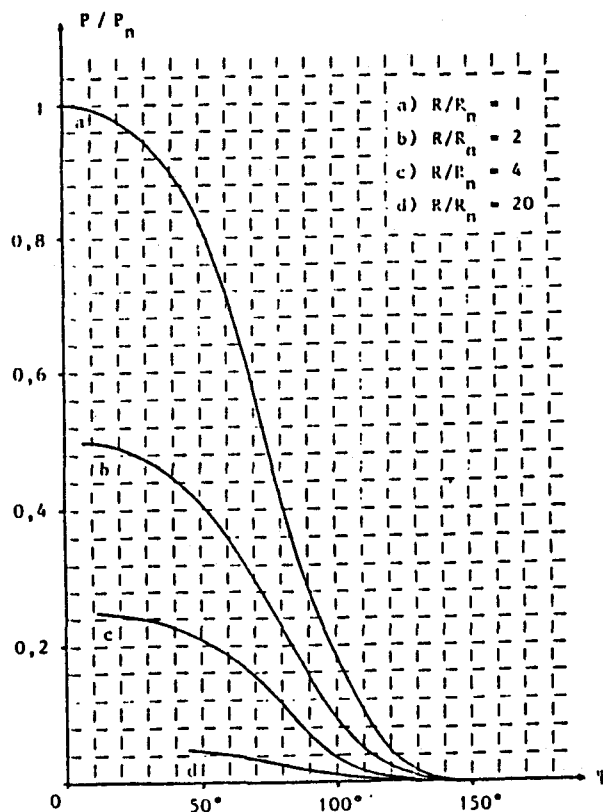
$\omega T = 20$ $\Psi = 130^\circ$ $\theta_2 = 150^\circ$ mode 3

Planches des ondes temporelles pour 5% de la charge nominale

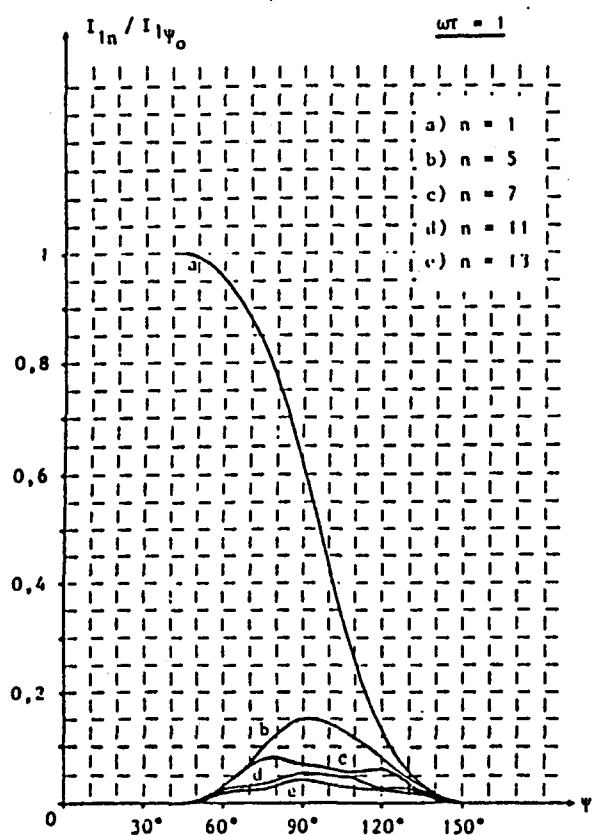




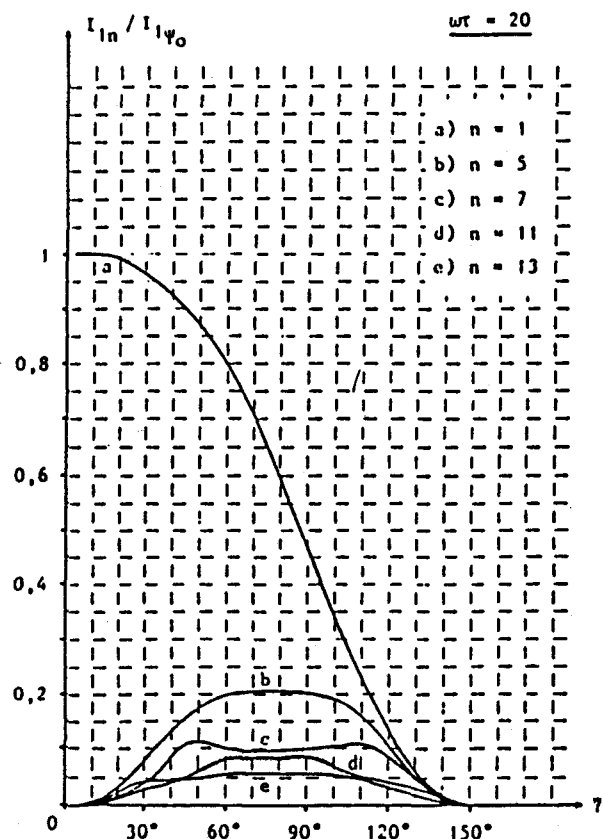
Facteur de puissance



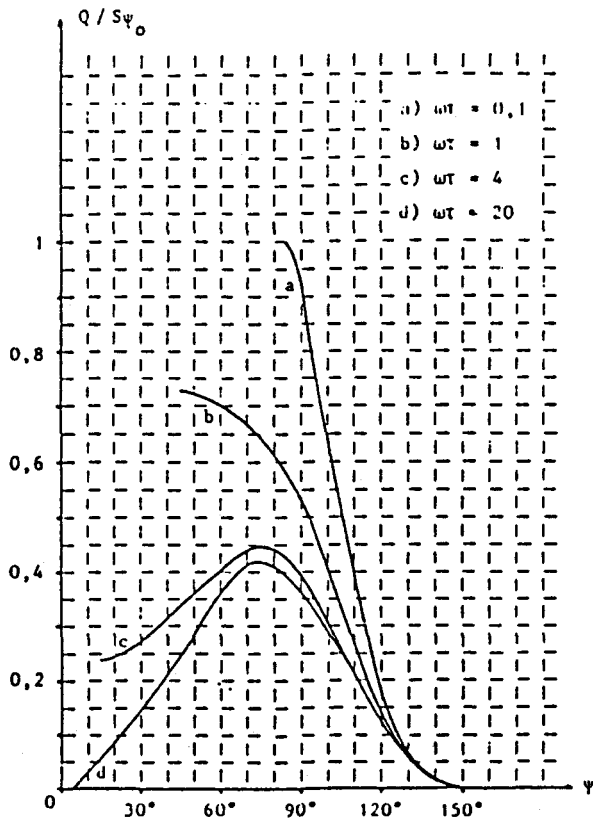
Puissance active



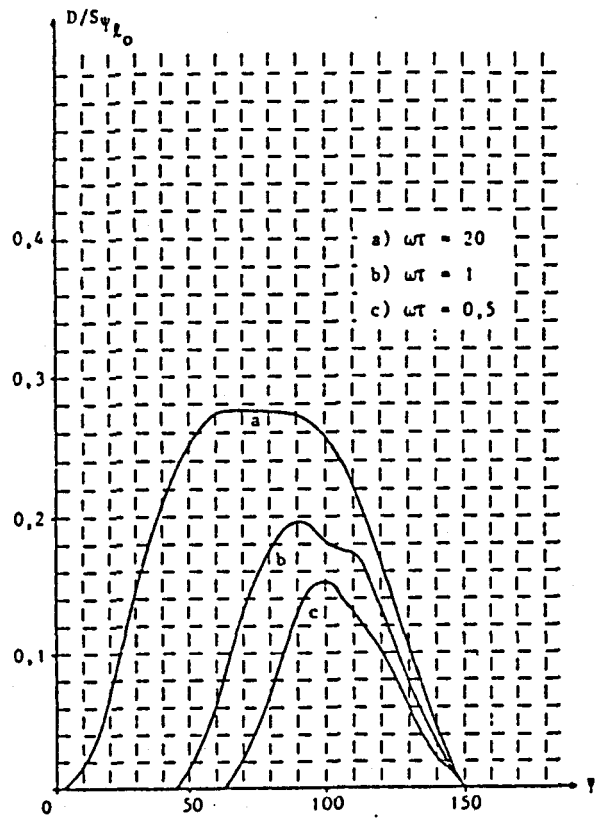
Courants harmoniques en ligne
pour 5% de la charge nominale



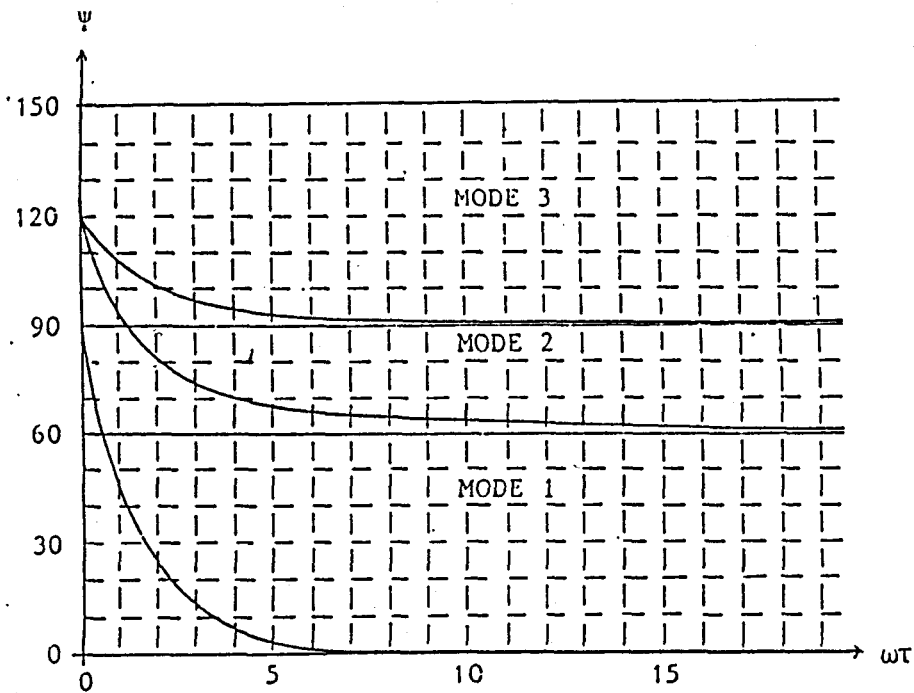
Courants harmoniques en ligne
pour la charge nominale



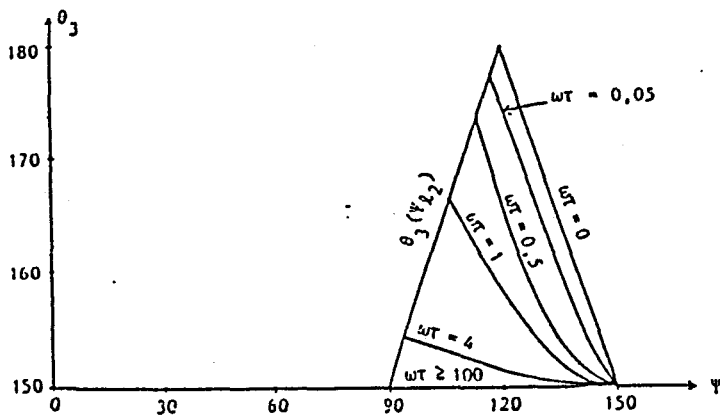
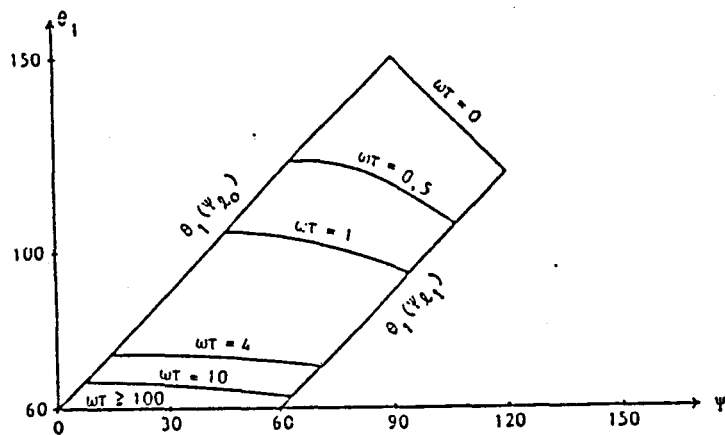
Puissance réactive à 50Hz



Puissance déformante



Limites des modes en fonction du paramètre de charge .



Evolution des angles critiques (pour lesquels un thyristor se bloque) en fonction de la commande, paramétrage par le paramètre de charge.

II.4 ETUDE AVEC PRISE EN COMPTE DE LA SATURATION

Les modalités de prise en compte de la saturation des noyaux magnétiques du transformateur triphasé, sont identiques à celles du transformateur monophasé [§ 1.2.1].

II.4.1 Equations du système en régime de saturation possible

L'étude en régime de saturation ne s'effectue que dans le premier et le deuxième mode. Dans le troisième mode, les courants de travail étant faibles l'effet de la saturation n'est pas pris en compte.

II.4.2 Essai de résolution simplifiée

Pour pouvoir conduire plus aisément un développement analytique de l'association en régime de saturation, les pertes Joule et les pertes réactives dans l'air seront négligées.

Les relations et équations qui régissent le fonctionnement du montage sont transformées et écrites différemment pour faciliter l'étude analytique tout en préservant la notion de "mode de fonctionnement".

II.4.2.1 Relations générales

La relation (4) représentant l'état électrique du primaire du transformateur devient :

$$(16) \quad [v_p] = n_1 \omega \frac{d}{d\theta} [\varphi]$$

Le système (6) formé par les équations au secondaire, s'écrit :

$$(17) \quad n_2 \omega \frac{d}{d\theta} [\varphi] = R [i_2]$$

La compensation des "A.T", le long des circuits magnétiques, est toujours exprimée par le système (7).

11.4.2.2 Etude du fonctionnement

En raison des considérations de symétrie et de périodicité des grandeurs triphasées de même nature, l'analyse du fonctionnement de l'association se fait pour des valeurs de θ comprises entre ψ et $\psi + \pi/3$.

Lorsque l'angle de retard à l'amorçage ψ croît, il existe trois modes de fonctionnement, chacun est caractérisé par un certain nombre de régimes, en fonction du nombre de thyristors passants.

11.4.2.2.1 Premier mode de fonctionnement : 3 ou 2 thyristors passants

Ce mode de fonctionnement est caractérisé par 3 ou 2 thyristors conducteurs. Cela suppose qu'avant l'enclenchement du thyristor th_A , les thyristors (th_C et th'_B) étaient passants. A $\theta = \psi$, le thyristor th_A est rendu conducteur ce qui permet de relier les trois phases de l'alimentation.

Le fonctionnement dans le premier intervalle correspondant à 3 thyristors passants cesse à $\theta = \theta_{1C}$, quand le courant s'annule dans le thyristor th_C entraînant son blocage. Les thyristors th_A et th'_B conduisent seuls jusqu'à l'amorçage du thyristor th'_C pour $\theta = \psi + \pi/3$.

11.4.2.2.1.1 Etude du fonctionnement dans le premier régime du 1er mode

Les trois thyristors th_A , th_C et th'_B sont passants. Le primaire du transformateur est directement relié au réseau de l'alimentation.

Par conséquent :

$$(18) \quad [v_p] = [v]$$

et

$$(19) \quad [v_{th}] = [0]$$

Des relations (16), (17) et (18), l'expression des courants secondaires s'écrit :

$$(20) \quad [i_2] = \frac{1}{mR} [v]$$

Le vecteur flux est donné par la relation (17).

$$(21) \quad [v] = n_1 \omega \frac{d}{d\theta} [\varphi]$$

L'intégration du système (21) conduit au vecteur flux, comme suit :

$$(22) \quad [\varphi] = -\frac{V_m}{n_1 \omega} \begin{bmatrix} \cos\theta \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix}$$

Le vecteur des courants primaires est déduit de la relation (20) et du système (7) on a :

$$(23) \quad [i_1] = \frac{1}{3n_1} [R][\varphi] + \frac{1}{m^2R} [v]$$

La détermination des expressions des courants nécessite celle de l'expression du vecteur $[\varphi]$ considéré comme le vecteur d'état du système.

II.4.2.2.1.2 Etude du fonctionnement dans le second régime du 1er mode

Ce régime de fonctionnement existe pour des valeurs de θ comprises entre θ_{1C} et $\psi + \pi/3$. A θ_{1C} , le thyristor th_C se bloque, on a alors :

$$i_{1C} = 0 \quad \text{et} \quad i_{1B} = -i_{1A}$$

Le vecteur $[i_1]$ s'écrit :

$$[i_1] = \begin{bmatrix} i_{1A} \\ -i_{1A} \\ 0 \end{bmatrix}$$

De la relation (7) de compensation des "AT", il vient :

$$i_{2C} = \frac{1}{3n_1} (-2R_C\phi_C + R_A\phi_A + R_B\phi_B)$$

La somme des courants secondaires étant nulle, on peut écrire :

$$(24) \quad i_{2A} + i_{2B} = \frac{\chi}{3n_1} \quad \text{avec } \chi = -2R_C\phi_C + R_A\phi_A + R_B\phi_B$$

La loi d'Ohm appliquée au primaire du transformateur donne :

$$(25) \quad i_{2A} - i_{2B} = \frac{1}{mR} (v_A - v_B)$$

Le vecteur $[i_2]$ est obtenu en résolvant le système formé par les équations (24) et (25), il s'écrit :

$$(26) \quad [i_2] = \frac{\chi}{6n_1} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2mR} (v_A - v_B) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

De la relation (7) et des expressions des courants secondaires, on déduit le vecteur $[i_1]$ en fonction des flux :

$$(27) \quad [i_1] = \frac{1}{2n_1} (R_B\phi_B - R_A\phi_A) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{2m^2R} (v_A - v_B) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les tensions aux bornes des enroulements primaires ont comme expressions :

$$(28) \quad [v_p] = mR[i_2] = \frac{1}{2} (v_A - v_B) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\chi R}{6n_2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

Le thyristor th_C est bloqué, la tension à ses bornes est égale à :

$$v_{thC} = v_C - v_B + v_{p2} - v_{p3}$$

d'où :

$$(29) \quad [v_{th}] = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_C + \frac{\chi R}{6n_2} \end{bmatrix}$$

La variation du vecteur $[\varphi]$ est déduite des relations (16) et (28) par :

$$(30) \quad \frac{d[\varphi]}{d\theta} = \frac{1}{n_1\omega} \left(\frac{R\chi}{6n_2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} + \frac{1}{2} (v_A - v_B) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} \right)$$

La compensation des A.T se fait par noyaux, ce qui conduit à une nouvelle relation :

$$(31) \quad \Sigma R \varphi = 0$$

donc : $x = -3R_c\varphi_C$

La relation (30) est transformée et devient :

$$(32) \quad \frac{d[\varphi]}{d\theta} = \frac{1}{2n_1\omega} \left((v_A - v_B) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{R R_c \varphi_C}{n_2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right)$$

La détermination du vecteur d'état $[\varphi]$ et par la suite les expressions des grandeurs électriques nécessite la résolution du système différentiel (32). Pour se faire, on doit résoudre en particulier l'équation suivante :

$$(33) \quad \frac{d\varphi_C}{d\theta} = -\frac{R R_c \varphi_C}{n_1 n_2 \omega}$$

A - Représentation de la caractéristique B(H) par deux segments

Au paragraphe II 4.2, nous montrons que le flux φ_c a deux expressions, l'une correspondant au régime saturé, l'autre au régime non saturé du circuit magnétique.

Les expressions du flux sont alors :

- En régime non saturé

$$\mathcal{R}_c = \mathcal{R}_p \quad \text{et} \quad \varphi_c(\theta) = a e^{\frac{(\theta_p - \theta)}{\omega\tau}} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{n_1 n_2}{R \mathcal{R}_p}$$

- En régime saturé

$$\mathcal{R}_c(\varphi_c) = \mathcal{R}_p \left(K + \frac{1-K}{\varphi_c} \varphi_p \right) \quad \text{et} \quad \varphi_c(\theta) = \frac{a}{K} \left(K - 1 + e^{\frac{K(\theta_p - \theta)}{\omega\tau}} \right)$$

II.4.2.2.1.2.1 Résolution en régime non saturé

Pour des valeurs de φ_c inférieures à φ_p , on obtient, en intégrant le système (32) :

$$[\varphi] = \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + a e^{\frac{(\theta_p - \theta)}{\omega\tau}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_2 \\ a_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La détermination du vecteur $[\varphi]$ ne peut se faire qu'en calculant les constantes d'intégration.

- Calcul des constantes d'intégration

Pour déterminer les constantes d'intégration, les trois propriétés suivantes sont utilisées :

- Le transformateur étant à flux forcés, la somme des flux est toujours nulle.

- les flux ne peuvent subir de discontinuité, donc les valeurs des flux à la fin du premier régime et au début du second, à l'instant $\theta = \theta_{1c}$, sont inchangées.

- Les propriétés de symétrie du montage permettent d'écrire la relation suivante :

$$(34) \quad \begin{bmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \\ \varphi_C \end{bmatrix}_{\theta = \psi} = - \begin{bmatrix} \varphi_C \\ \varphi_A \\ \varphi_B \end{bmatrix}_{\theta = \psi + \frac{\pi}{3}}$$

De la première propriété, il vient deux équations unissant les constantes d'intégration :

$$(35) \quad C_1 + C_2 + C_3 = 0$$

$$(36) \quad a_2 + a_3 = 0$$

La deuxième propriété traduisant la continuité du flux à $\theta = \theta_{1c}$ conduit à :

$$-\frac{V_m}{n_1 \omega} \begin{bmatrix} \cos \theta_{1c} \\ \cos \left(\theta_{1c} - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{2n_1 \omega} \sin \left(\theta_{1c} - \frac{\pi}{3} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + a e^{\frac{(\theta_p - \theta_{1c})}{\omega \tau}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_2 \\ -a_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

L'équation (37) est obtenue en égalisant les troisièmes lignes de l'égalité précédente :

$$(37) \quad a = \left(-\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) + C_3 \right) e^{\frac{(\theta_{1c} - \theta_p)}{\omega \tau}}$$

L'égalité des premières et deuxièmes lignes s'écrit :

$$C_1 = \frac{V_m}{2n_1 \omega} \cos \left(\theta_{1c} - \frac{\pi}{3} \right) - \frac{a}{2} e^{\frac{(\theta_p - \theta_{1c})}{\omega \tau}} + a_2$$

$$C_2 = \frac{V_m}{2n_1 \omega} \cos \left(\theta_{1c} - \frac{\pi}{3} \right) - \frac{a}{2} e^{\frac{(\theta_p - \theta_{1c})}{\omega \tau}} - a_2$$

on pose $E = e^{\frac{(\theta_p - \theta_{1c})}{\omega\tau}}$

En effectuant la différence des deux précédentes, on obtient :

$$(38) \quad a_2 = \frac{c_1 - c_2}{2}$$

L'application de la troisième propriété conduit à :

$$-\frac{V_m}{n_1\omega} \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\psi - \frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\psi \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - a e^{\frac{(\theta_p - \psi - \frac{\pi}{3})}{\omega\tau}} \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ a_2 \\ -a_2 \end{bmatrix}$$

Les premières lignes permettent de poser :

$$(39) \quad c_1 + a D = \frac{V_m}{n_1\omega} \cos\psi \quad \text{avec} \quad D = e^{\frac{(\theta_p - \psi - \frac{\pi}{3})}{\omega\tau}}$$

Les équations (40) et (41) suivantes sont données par l'égalité des deuxième et troisième lignes :

$$(40) \quad c_2 - \frac{a}{2} D + a_2 = -\frac{V_m}{2n_1\omega} \cos\psi$$

$$(41) \quad c_3 - \frac{a}{2} D - a_2 = -\frac{V_m}{2n_1\omega} \cos\psi$$

L'écriture du système (42) se fait grâce aux équations issues des trois propriétés précédentes :

$$(42) \quad \left\{ \begin{array}{l} (a) \quad c_1 + c_2 + c_3 = 0 \\ (b) \quad a - c_3 E = -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right) E \\ (c) \quad a_2 - \frac{c_1}{2} + \frac{c_2}{2} = 0 \\ (d) \quad c_1 + a D = \frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\psi \\ (e) \quad c_2 - \frac{a}{2} D + a_2 = -\frac{V_m}{2n_1 \omega} \cos\psi \\ (f) \quad c_3 - \frac{a}{2} D - a_2 = -\frac{V_m}{2n_1 \omega} \cos\psi \end{array} \right.$$

La différence entre les équations (e) et (f) donne :

$$(g) \quad c_2 - c_3 + 2a_2 = 0$$

$$(c) - (g) \text{ conduit à : } (h) \quad c_1 = c_3$$

$$(h) \text{ et (a) impliquent : } c_2 = -2c_1$$

$$(g) \text{ et (h) donnent : } (i) \quad a_2 = \frac{3}{2} c_3$$

Des équations (d), (b) et (h), on déduit le système (43) :

$$(43) \quad \left\{ \begin{array}{l} a - c_3 E = -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right) E \\ c_3 + a D = \frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\psi \end{array} \right.$$

d'où :

$$(44) \quad c_3 = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{\cos \psi + E_1 \cos \left(\theta_c - \frac{4\pi}{3} \right)}{(1 + E_1)}$$

avec $E_1 = E D = e^{\frac{(\theta_{1c} - \psi - \frac{\pi}{3})}{\omega \tau}}$

Les constantes d'intégration, permettant d'obtenir le vecteur d'état $[\varphi]$ et par la suite les grandeurs électriques, sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{\cos \psi + E_1 \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right)}{(1 + E_1)} \\ c_2 = -2c_1 \\ c_3 = c_1 \\ a = \left(-\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) + c_1 \right) D \\ a_2 = \frac{3}{2} c_1 \\ a_3 = -a_2 \end{array} \right.$$

Les valeurs de ces constantes dépendent de l'angle critique θ_{1c} .

- Calcul de l'angle critique θ_{1c}

L'angle critique θ_{1c} séparant les deux régimes de fonctionnement peut être calculé, en remarquant que le thyristor th_c se bloque à cet instant angulaire. Ceci se traduit par :

$$i_{1c}(\theta_{1c}) = 0$$

En annulant l'équation (23) à $\theta = \theta_{1c}$, on a :

$$(45) \quad \frac{R_c \varphi_c}{n_1} + \frac{V_m}{n^2 R} \sin\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

R_c étant égale à R_p et $\varphi_c(\theta_{1c}) = -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right) + c_1$

l'équation (45) devient :

$$(46) \quad \cos\psi - \cos\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right) + \frac{\omega n_1^2}{R_p R} (1 + E_1) \sin\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

La résolution de cette équation par l'outil informatique permet d'obtenir la valeur de la constante θ_{1c} en fonction de l'angle du retard à l'amorçage et de la charge R.

- Les limites de fonctionnement dans le 1er mode

Le premier mode existe pour des valeurs de la consigne ψ comprises entre deux limites ψ_{10} et ψ_{11} respectivement limite inférieure et supérieure.

La limite inférieure ψ_{10} correspond au fonctionnement constant dans le premier régime. Le deuxième régime n'existant pas, pour cette valeur de ψ , θ_{1c} doit être égale alors à $\psi_{10} + \pi/3$.

Le calcul de ψ_{10} se fait donc, en substituant θ_c à $\psi_{10} + \pi/3$ et ψ à ψ_{10} dans l'équation (46) d'annulation du courant i_{1c} . On a alors :

$$\begin{aligned} & \cos \psi_{10} - \cos \left(\psi_{10} + \frac{\pi}{3} - \frac{4\pi}{3} \right) + 2 \omega \tau_1 \sin \left(\psi_{10} + \frac{\pi}{3} - \frac{4\pi}{3} \right) = 0 \\ \Leftrightarrow & \cos \psi_{10} - \omega \tau_1 \sin \psi_{10} = 0 \quad \text{avec} \quad \tau_1 = \frac{n_2^2}{R R_p} \end{aligned}$$

d'où

$$\psi_{10} = \text{Arctg} \frac{1}{\omega \tau_1}$$

La limite supérieure ψ_{11} caractérise le fonctionnement dans le deuxième régime; pour cette valeur le premier régime disparaît. Dans ces conditions, quand ψ prend la valeur ψ_{11} , θ_{1c} prend également la valeur ψ_{11} .

Ceci se traduit dans l'équation (46) par :

$$\begin{aligned} \text{donc :} & \cos \psi_{11} - \cos \left(\psi_{11} - \frac{4\pi}{3} \right) + \omega \tau_1 \left(1 + e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} \right) \sin \left(\psi_{11} - \frac{4\pi}{3} \right) = 0 \\ (47) & -\sqrt{3} \sin \left(\psi_{11} - \frac{2\pi}{3} \right) + \omega \tau_1 \left(1 + e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} \right) \sin \left(\psi_{11} - \frac{4\pi}{3} \right) = 0 \end{aligned}$$

II.4.2.2.1.2.2 Résolution en régime saturé

Dans cette partie, la résolution se fait pour des valeurs de θ correspondant à un flux ϕ_c supérieur à ϕ_p .

L'intégration du système (32) conduit à l'expression suivante du vecteur flux :

$$[\varphi] = \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin \left(\theta - \frac{\pi}{3} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{a}{K} \left(K - 1 + e^{\frac{k(\theta_p - \theta)}{\omega\tau}} \right) \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_2 \\ a_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Calcul des constantes d'intégration

De la même manière que pour le cas précédent, on détermine les constantes d'intégration en utilisant les trois propriétés générales déjà explicitées.

- Première propriété

La somme des flux est nulle, les équations (35) et (36) sont toujours valables.

- Deuxième propriété

Si l'on pose $E' = \frac{1}{K} \left(K - 1 + e^{\frac{k(\theta_p - \theta_{1c})}{\omega\tau}} \right)$, la continuité du flux à $\theta = \theta_{1c}$ s'écrit :

$$(48) \quad -\frac{V_m}{n_1\omega} \begin{bmatrix} \cos \theta_{1c} \\ \cos \left(\theta_{1c} - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin \left(\theta_{1c} - \frac{\pi}{3} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + a E' \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_2 \\ -a_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

L'égalité des 3^{èmes} lignes conduit à :

$$(49) \quad C_3 = \frac{V_m}{n_1\omega} \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) + a E'$$

Des premières et deuxièmes lignes, on obtient :

$$(50) \quad C_1 = \frac{V_m}{2n_1\omega} \cos \left(\theta_{1c} - \frac{\pi}{3} \right) - \frac{a}{2} E' + a_2$$

et

$$(51) \quad C_2 = \frac{V_m}{2n_1\omega} \cos \left(\theta_{1c} - \frac{\pi}{3} \right) - \frac{a}{2} E' - a_2$$

- Troisième propriété

Le système (52) est obtenu, en utilisant les relations de symétrie du montage :

$$(52) \quad -\frac{V_m}{n_1\omega} \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \cos\left(\psi - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\psi - \frac{4\pi}{3}\right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = -\frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\psi \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - a D' \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ a_2 \\ -a_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{avec } D' = \frac{1}{K} \left(K - 1 + e^{\frac{K(\theta_p - \psi - \frac{\pi}{3})}{\omega\tau}} \right)$$

Les équations reliant les constantes d'intégration constituent le système (53) suivant :

$$(53) \quad \left\{ \begin{array}{l} (a) \quad c_1 + c_2 + c_3 = 0 \\ (b) \quad c_3 - a E' = \frac{V_m}{n_1\omega} \cos\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right) \\ (c) \quad a_2 - \frac{c_1 - c_2}{2} = 0 \\ (d) \quad c_1 + a D' = \frac{V_m}{n_1\omega} \cos\psi \\ (e) \quad c_2 - \frac{a D'}{2} + a_2 = -\frac{V_m}{2n_1\omega} \cos\psi \\ (f) \quad c_3 - \frac{a D'}{2} - a_2 = -\frac{V_m}{2n_1\omega} \cos\psi \end{array} \right.$$

La résolution de ce système permet d'obtenir les constantes d'intégration suivantes :

$$(54) \quad \left\{ \begin{array}{l} c_1 = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{E' \cos \psi + D' \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right)}{E' + D'} \\ c_2 = -2c_1 \\ c_3 = c_1 \\ a = \frac{1}{E'} \left(-\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) + c_1 \right) = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{\cos \psi - \cos \left(\theta_c - \frac{4\pi}{3} \right)}{E' + D'} \\ a_2 = \frac{3}{2} c_1 \\ a_3 = -a_2 \end{array} \right.$$

- Calcul de l'angle critique θ_{1c}

L'annulation du courant i_{1c} à $\theta = \theta_{1c}$ permet de calculer la valeur de ce dernier, soit :

$$(55) \quad \frac{\mathcal{R}_c \varphi_c(\theta_{1c})}{n_1} + \frac{V_m}{m^2 R} \sin \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) = 0$$

avec $\mathcal{R}_c(\varphi_c) = \mathcal{R}_p \left(K + \frac{1-K}{\varphi_c} \varphi_p \right)$

et $\varphi_c(\theta_{1c}) = -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) + c_3$

Si l'on remplace c_3 par son expression prise de la relation (54), l'équation (55) devient :

$$\frac{V_m}{m^2 R} \sin \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) + \frac{\mathcal{R}_p (1-K) \varphi_p}{n_1} + \frac{\mathcal{R}_p K V_m}{n_1^2 \omega} \left(-\cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) + \frac{E' \cos \psi + D' \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right)}{E' + D'} \right) = 0$$

L'équation (56) qui permet de déterminer θ_{1c} est obtenue après simplification de l'équation précédente, soit :

$$(56) \quad \omega \tau_1 (E' + D') \sin \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) + \frac{n_1 \omega}{V_m} (1 - K) (E' + D') \phi_p + KE' \left(\cos \psi - \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) \right) = 0$$

- Les limites de fonctionnement dans le premier mode

La détermination des limites se fait selon certaines conditions (déjà explicitées).

La limite inférieure ψ_{10} se calcule en posant, dans l'équation (56)

$$\theta_c = \psi_{10} + \frac{\pi}{3} \quad \text{et} \quad \psi = \psi_{10}$$

Les constantes E' et D' deviennent :

$$E' = \frac{1}{K} \left(K - 1 + e^{\frac{K \left(\theta_p - \psi_{10} - \frac{\pi}{3} \right)}{\omega \tau}} \right)$$

$$\text{et} \quad D' = \frac{1}{K} \left(K - 1 + e^{\frac{K \left(\theta_p - \psi_{10} - \frac{\pi}{3} \right)}{\omega \tau}} \right)$$

On remarque que E' est égale à D' et par suite :

$$E' + D' = 2 E'$$

L'équation (56) s'écrit alors :

$$- 2 \omega \tau_1 E' \sin \psi_{10} + 2 E' \frac{n_1 \omega}{V_m} (1 - K) \phi_p + 2 K E' \cos \psi_{10} = 0$$

La constante E' est toujours positive, d'où :

$$(57) \quad \frac{n_1 \omega}{V_m} (1 - K) \phi_p + K \cos \psi_{10} - \omega \tau_1 \sin \psi_{10} = 0$$

ψ_{10} est déterminée par l'équation (57).

La limite supérieure ψ_{11} est obtenue, en remplaçant, dans l'équation (56), ψ par ψ_{11} et θ_{1c} par ψ_{11} .

Les nouvelles expressions de E' et D' sont :

$$E' = \frac{1}{K} \left(K - 1 + e^{\frac{K(\theta_p - \psi_{11})}{\omega\tau}} \right)$$

$$D' = \frac{1}{K} \left(K - 1 + e^{\frac{K(\theta_p - \psi_{11} - \frac{\pi}{3})}{\omega\tau}} \right)$$

Par suite, l'équation (56) devient :

$$(58) \quad \omega\tau_1 \sin\left(\psi_{11} - \frac{4\pi}{3}\right) - \frac{\sqrt{3} K E'}{E' + D'} \sin\left(\psi_{11} - \frac{2\pi}{3}\right) + \frac{n_1 \omega}{V_m} (1 - K) \phi_p = 0$$

Cette dernière équation permettra de déterminer ψ_{11} .

11.4.2.2.2 Deuxième mode de fonctionnement

Le deuxième mode est caractérisé par un seul régime de fonctionnement, identique au second régime du premier mode. Les thyristors Th_A et Th_B sont simultanément passants. Les équations régissant le fonctionnement du montage durant ce mode sont les mêmes que celles du 2nd régime du 1^{er} mode. Les constantes d'intégration par contre, diffèrent.

Les expressions littérales des vecteurs flux, courants et tensions sont identiques à celles du deuxième régime.

On détermine ces expressions en régime de saturation ou non du circuit magnétique.

11.4.2.2.2.1 Résolution en régime non saturé

ψ_c étant inférieure à ψ_p , l'intégration du système (32) donne :

$$(59) \quad [\varphi] = \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + a' e^{\frac{(\theta_p - \theta)}{\omega\tau}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a'2 \\ a'3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Pour assurer la continuité du flux au cours de la période, les conditions initiales sont différentes et par suite les constantes d'intégration.

- Calcul des constantes d'intégration

Il n'existe qu'un seul régime de fonctionnement donc une expression unique du vecteur flux durant le second mode. La propriété de continuité du flux n'est plus utilisée. La détermination des constantes d'intégration ne peut se faire que par la première et la troisième propriété.

- Première propriété

La somme des flux est nulle donc :

$$(60) \quad a'2 = -a'3$$

- Troisième propriété

Les relations de symétrie sont toujours valables à savoir :

$$\begin{bmatrix} \varphi_A \\ \varphi_B \\ \varphi_C \end{bmatrix}_{\theta = \psi} = - \begin{bmatrix} \varphi_c \\ \varphi_a \\ \varphi_b \end{bmatrix}_{\theta = \psi + \frac{\pi}{3}}$$

Elles permettent d'écrire la relation (61) suivante :

$$\frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + a' e^{\frac{(\theta_p - \psi)}{\omega\tau}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a'2 \\ -a'2 \\ 0 \end{bmatrix} = -\frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\psi \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - a' e^{\frac{(\theta_p - \psi - \frac{\pi}{3})}{\omega\tau}} \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ a'2 \\ -a'2 \end{bmatrix}$$

L'égalité (61) précédente permet l'écriture des équations suivantes :

$$(62) \quad a' \left(\frac{1}{2} - e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} \right) e^{\frac{(\theta_p - \psi)}{\omega\tau}} - a'2 = \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right)$$

Si l'on tient compte de la relation (60) les 2^{èmes} lignes conduisent à :

$$\frac{a'}{2} e^{\frac{(\theta_p - \psi)}{\omega\tau}} \left(1 + e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right)$$

L'expression de a' est obtenue directement de l'équation précédente :

$$a' = \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \frac{\sin\psi + \sqrt{3} \cos\psi}{1 + e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}}} e^{-\frac{(\theta_p - \psi)}{\omega\tau}}$$

De l'équation (62), on déduit l'expression de $a'2$ qui s'écrit en fonction de a' , comme suit:

$$(63) \quad \Leftrightarrow \begin{aligned} a'2 &= a' \left(\frac{1}{2} - e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} \right) e^{\frac{(\theta_p - \psi)}{\omega\tau}} - \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) \\ a'2 &= + \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} \left[\left(\frac{\left(1 - 2e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}} \right) \cos\left(\psi - \frac{\pi}{6}\right)}{1 + e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}}} \right) - \sin\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) \right] \end{aligned}$$

- Limites de fonctionnement dans le 2^{ème} mode

La limite inférieure de ψ est égale à ψ_{11} correspondant à la limite supérieure du premier mode.

Le fonctionnement dans le 2ème mode cesse lorsque les thyristors Th_A' et Th_B' se bloquent à la fin du régime soit, pour $\theta = \psi_{12} + \pi/3$. ψ_{12} étant la limite supérieure de ψ permettant le fonctionnement dans le second mode.

La détermination de l'angle ψ_{12} se fait en annulant l'expression du courant i_{1A} à $\theta = \psi_{12} + \pi/3$.

De l'équation (27), on écrit l'expression du courant i_{1A} donnée par la relation (64) suivante :

$$(64) \quad i_{1A}(\theta) = -\frac{1}{2n_1} \mathcal{R}_p(\varphi_B - \varphi_A) + \frac{1}{2m^2 R} (\nu_A - \nu_B)$$

$$A \quad \theta = \psi_{12} + \frac{\pi}{3} \quad ; \quad i_{1A}\left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3}\right) = 0$$

ce qui se traduit par :

$$-\mathcal{R}_p\left(\varphi_B\left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3}\right) - \varphi_A\left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3}\right)\right) + \frac{n_2^2}{R n_1} (\nu_A - \nu_B) = 0$$

Les expressions des flux φ_A et φ_B sont données par la relation (59). La constante a'_2 est remplacée par son expression donnée par la relation (63).

Après simplification, on arrive à l'équation (65) dont la résolution détermine la valeur de ψ_{12} .

$$(65) \quad \left(2 - e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}}\right) \cos\left(\psi_{12} - \frac{\pi}{6}\right) + \left(1 + e^{-\frac{\pi}{3\omega\tau}}\right) \omega\tau_1 \cos\psi_{12} = 0$$

11.4.2.2.2 Résolution en régime saturé

La valeur du flux φ_c est supérieure à la valeur du coude φ_p .

Le système (32), après une intégration, donne l'équation matricielle (66) :

$$(66) \quad [\varphi] = \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{a'}{K} \left(k - 1 + e^{-\frac{(\theta_p - \theta)}{\omega\tau}}\right) \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a'2 \\ a'3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Détermination des constantes d'intégration

Pour calculer les trois constantes d'intégration, il suffit d'écrire trois équations de ces trois inconnues.

- Première propriété

$$\Sigma \varphi = 0 \Rightarrow a'_2 = - a'_3$$

- Troisième propriété

Les flux dans les colonnes respectent les relations de symétrie définies en (34). Ces relations se traduisent par un système identique au système (61), à des constantes près.

On obtient les équations suivantes :

$$(67) \quad \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{a'}{2K} \left(K - 1 + e^{\left(\frac{\theta_p - \psi}{\omega\tau}\right)} \right) + a'_2 = - \frac{a'}{K} \left(K - 1 + e^{\left(\frac{\theta_p - \psi}{\omega\tau}\right)} \right)$$

$$(68) \quad \frac{a'}{K} \left(K - 1 + e^{\left(\frac{\theta_p - \psi}{\omega\tau}\right)} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin(\psi) + \frac{a'}{2K} \left(K - 1 + e^{\left(\frac{\theta_p - \psi}{\omega\tau}\right)} \right) + a'_2$$

En faisant la somme de (67) et (68) et après simplification, on obtient l'expression de la constante a' donnée par la relation (69) ci-dessous :

$$(69) \quad a' = + \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m K \frac{\cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right)}{e^{K\left(\frac{\theta_p - \psi}{\omega\tau}\right)} \left(1 + e^{-\frac{K\pi}{3\omega\tau}}\right) + 2(k-1)}$$

De la relation (67), on déduit l'expression de la constante a'_2 .

$$(70) \quad a_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \left[\sin\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) \left(1 - K + e^{-\frac{K(\theta_p - \psi)}{\omega\tau}} \left(1 - 2e^{-\frac{K\pi}{3\omega\tau}}\right)\right)}{2(k-1) + e^{-\frac{K(\theta_p - \psi)}{\omega\tau}} \left(1 + e^{-\frac{K\pi}{3\omega\tau}}\right)} \right]$$

- Les limites de fonctionnement dans le second mode

Pour des valeurs de ψ supérieures à ψ_{11} , seuls deux thyristors sont passants. Ce régime cesse lorsque les thyristors Th_A et Th_B se bloquent. ψ_{12} correspond à la "butée" haute autorisant le fonctionnement selon le deuxième mode. La valeur de ψ_{11} est déterminée par l'équation (58).

ψ_{12} est obtenue en annulant l'équation (27), donnant l'expression du courant i_{1a} , pour une valeur de $\theta = \psi_{12} + \pi/3$.

En remplaçant ϕ_A et ϕ_B par leurs expressions données par la relation (66) et a_2 par son expression donnée par la relation (70), il vient :

$$\sin \psi_{12} - \sin\left(\psi_{12} - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{\sqrt{3} \sin\left(\psi_{12} - \frac{\pi}{6}\right)}{2(K-1) + e^{-\frac{K(\theta_p - \psi_{12})}{\omega\tau}} \left(1 + e^{-\frac{K\pi}{3\omega\tau}}\right)} + \frac{n_1 n_2}{\sqrt{3} K R \mathcal{R}_p} \sin \psi_{12} = 0$$

si l'on pose
$$\tau' = \frac{n_2^2}{K \mathcal{R}_p R}$$

Il vient :
$$(71) \quad \sin\left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3}\right) + \omega\tau' \cos\psi_{12} + \cos\left(\psi_{12} - \frac{\pi}{3}\right) \frac{1 - K + e^{-\frac{K(\theta_p - \psi_{12})}{\omega\tau}} \left(1 - 2e^{-\frac{K\pi}{3\omega\tau}}\right)}{2(K-1) + e^{-\frac{K(\theta_p - \psi_{12})}{\omega\tau}} \left(1 + 2e^{-\frac{K\pi}{3\omega\tau}}\right)} = 0$$

La butée haute ψ_{12} dépend de la charge du transformateur caractérisée par $\omega\tau'$.

La prise en compte des deux jeux d'équations (régimes saturé et non saturé) conduit à un problème quasiment insoluble de détermination des conditions initiales avant basculement d'un jeu sur l'autre [39]. Cette démarche doit être abandonnée.

B - Représentation par un polynôme d'ordre 3

De la même manière que pour la représentation de la courbe $B = f(H)$ par deux segments, on montre que l'équation (33) :

$$(33) \quad \frac{d\varphi_c}{d\theta} = -\frac{R}{n_1 n_2 \omega} \mathcal{R}_c \varphi_c$$

a une solution de la forme :

$$\varphi(\theta) = a \frac{e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

avec φ_0 une constante bien définie.

- Fonctionnement dans le 1er mode

Le système (32) devient après une intégration :

$$(72) \quad [\varphi] = \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + a \frac{e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_2 \\ a_3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les vecteurs $[i_1]$, $[i_2]$ et $[v_{th}]$ sont déterminés respectivement par les relations (27), (26) et (29). Ces vecteurs dépendent du vecteur flux dont la détermination ne peut se faire qu'après le calcul des constantes d'intégration.

- Calcul des constantes d'intégration

* Application de la première propriété

$$\varphi_A + \varphi_B + \varphi_C = 0$$

$$C_1 + C_2 + C_3 = 0$$

(73) et

$$a_2 = -a_3$$

* Application de la propriété de continuité du flux

$$\begin{array}{ccc} [\varphi]_{\theta_{1c} + \varepsilon} & = & [\varphi]_{\theta_{1c} + \varepsilon} \\ \text{1}^{\text{er}} \text{ intervalle} & & \text{2}^{\text{ème}} \text{ intervalle} \end{array}$$

(74)

$$-\frac{V_m}{n_1 \omega} \begin{bmatrix} \cos \theta_{1c} \\ \cos \left(\theta_{1c} - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{2n_1 \omega} V_m \sin \psi \left(\theta_{1c} - \frac{\pi}{3} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{a e^{-\frac{\theta_{1c}}{\omega \tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\theta_{1c}}{\omega \tau}} \right)^{\frac{1}{2}}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_2 \\ -a_2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

En égalisant les troisièmes lignes, on peut écrire :

$$(75) \quad -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) + C_3 = a F$$

avec

$$F = \frac{e^{-\frac{\theta_{1c}}{\omega \tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\theta_{1c}}{\omega \tau}} \right)^{\frac{1}{2}}}$$

La différence des premières et deuxièmes lignes donne :

$$(76) \quad a_2 = \frac{C_1 - C_2}{2}$$

* Application de la propriété de symétrie

$$-\frac{V_m}{n_1 \omega} \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \cos \left(\psi - \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\psi - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{bmatrix} = -\frac{\sqrt{3}}{2n_1 \omega} V_m \sin \psi \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - a \frac{e^{-\frac{\psi + \frac{\pi}{3}}{\omega \tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2(\psi + \frac{\pi}{3})}{\omega \tau}} \right)^{\frac{1}{2}}} \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ -a_2 \\ -a_2 \end{bmatrix}$$

L'égalité des premières lignes s'écrit :

$$(77) \quad C_1 + a G = \frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \psi \quad \text{avec} \quad G = \frac{e^{-\frac{(\psi + \frac{\pi}{3})}{\omega \tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2(\psi + \frac{\pi}{3})}{\omega \tau}}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

L'égalité des deuxièmes et troisièmes lignes conduit à :

$$(78) \quad C_2 - \frac{a}{2} G + a_2 = -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \psi$$

$$(79) \quad C_3 - \frac{a}{2} G - a_2 = -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \psi$$

Les relations (72) à (79) forment le système (80) de six équations à six inconnues :

$$(80) \quad \left\{ \begin{array}{l} (a) \quad c_1 + c_2 + c_3 = 0 \\ (b) \quad a F - c_3 = -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos\left(\theta 1_c - \frac{4\pi}{3}\right) \\ (c) \quad a_2 - \frac{c_1}{2} + \frac{c_2}{2} = 0 \\ (d) \quad c_1 + a G = \frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \psi \\ (e) \quad c_2 - \frac{a}{2} G + a_2 = -\frac{V_m}{2 n_1 \omega} \cos \psi \\ (f) \quad c_3 - \frac{a}{2} G - a_2 = -\frac{V_m}{2 n_1 \omega} \cos \psi \end{array} \right.$$

On peut effectuer les opérations suivantes :

$$(e) - (f) \quad \text{implique} \quad C_2 - C_3 + 2a_2 = 0 \quad (g)$$

$$(c) - (g) \quad \text{d'où} \quad C_1 = C_3 \quad (h)$$

$$\text{il vient ensuite :} \quad C_2 = -2C_1$$

$$\text{De (g) et (h), on déduit :} \quad (i) \quad a_2 = \frac{3}{2} C_3$$

En combinant les équations (d), (b) et (h), on obtient le système (81) :

$$(81) \quad \begin{cases} c_3 + a G = \frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \psi \\ -c_3 + a F = -\frac{V_m}{n_1 \omega} \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right) \end{cases}$$

d'où

$$(82) \quad a = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{\cos \psi - \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right)}{G + F}$$

et

$$(83) \quad c_3 = c_1 = \frac{V_m}{n_1 \omega} \frac{F \cos \psi + G \cos \left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3} \right)}{(G + F)}$$

Les autres constantes d'intégration sont :

$$c_2 = -2c_1$$

$$a_2 = -a_3 = \frac{3}{2} c_1$$

- Calcul de l'angle critique θ_{1c}

A l'instant θ_{1c}/ω le courant i_{1c} s'annule. Cela peut s'écrire :

$$(84) \quad \frac{\mathcal{R}_c \varphi_c(\theta_{1c})}{n_1} + \frac{V_m}{m^2 R} \sin\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

$$\text{or } \mathcal{R}_c \varphi_c(\theta_{1c}) = \mathcal{R}_p \varphi_c(\theta_{1c}) + k \varphi_c^3(\theta_{1c})$$

En remplaçant φ_c par son expression donnée par la relation (72), il vient :

$$\frac{\mathcal{R}_p a F + k a^3 F^3}{n_1} + \frac{V_m}{n^2 R} \sin\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

ou encore :

$$\left(\mathcal{R}_p F + k a^3 F^3\right) \left(\cos \psi - \cos\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right)\right) + \frac{n_2^2}{R} \omega \left(1 + \frac{G}{F}\right) \sin\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

or

$$a^2 F^2 = \left(\frac{V_m}{n_1 \omega}\right)^2 \frac{\left(\cos \psi - \cos\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right)\right)^2}{\left(1 + \frac{G}{F}\right)^2}$$

d'où :

(85)

$$\left[\mathcal{R}_p \left(1 + \frac{G}{F}\right)^2 + k \left(\frac{V_m}{n_1 \omega}\right)^2 \left(\cos \psi - \cos\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right)\right)^2\right] \left(\cos \psi - \cos\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right)\right) + \left(1 + \frac{G}{F}\right)^3 \frac{n_2^2}{R} \sin\left(\theta_{1c} - \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

θ_{1c} est solution de l'équation (85).

Remarque : Pour $k = 0$, correspondant à une caractéristique magnétique linéaire ($\mathcal{R} = \mathcal{R}_p$), on retrouve une équation similaire à l'équation (46).



- Les limites de fonctionnement dans le 1er mode

* limite inférieure ψ_{10}

Elle correspond au fonctionnement à trois thyristors passants. θ_{1c} doit être égale à $\psi_{10} + \pi/3$ quand ψ est égale à ψ_{10} .

L'obtention de ψ_{10} se fait, en remplaçant θ_{1c} par $\psi_{10} + \pi/3$ et ψ par ψ_{10} dans l'équation (85). Par suite :

$$\left(R_p \left(1 + \frac{G}{F} \right)^2 + k \left(\frac{V_m}{n_1 \omega} \right)^2 (2 \cos \psi_{10})^2 \right) 2 \cos \psi_{10} - \left(1 + \frac{G}{F} \right)^3 \frac{n_2^2 \omega}{R} \sin \psi_{10} = 0$$

or $G = F$

d'où

$$(86) \quad \cos \psi_{10} + \frac{k}{R_p} \left(\frac{V_m}{n_1 \omega} \right)^2 \cos^3 \psi_{10} - \omega \tau_1 \sin \psi_{10} = 0$$

* Limite haute ψ_{11}

ψ_{10} correspond à la limite de fonctionnement à deux thyristors passants. Dans l'équation (85) ψ prend la valeur ψ_{11} et θ_{1c} la valeur ψ_{11} également. On a :

$$(87) \quad -\sqrt{3} \left(1 + \frac{G}{F} \right)^2 \sin \left(\psi_{11} - \frac{2\pi}{3} \right) - 3\sqrt{3} \frac{k}{R_p} \left(\frac{V_m}{n_1 \omega} \right)^2 \sin^3 \left(\psi_{11} - \frac{2\pi}{3} \right) + \left(1 + \frac{G}{F} \right)^3 \tau_1 \omega \sin \left(\psi_{11} - \frac{2\pi}{3} \right) = 0$$

La résolution de cette équation par l'outil informatique permet d'obtenir la valeur de ψ_{11} .

- Fonctionnement dans le deuxième mode

Pour des valeurs de ψ supérieures à ψ_{11} et pour ($\psi \leq \theta \leq \psi + \pi/3$) deux thyristors th_A et th_B sont conducteurs.

* Equations de fonctionnement

Il n'existe qu'un seul régime de fonctionnement. Les équations sont les mêmes que celles du deuxième régime du premier mode à des constantes près.

* Equation du vecteur flux

$$(88) \quad [\varphi] = \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + a' \frac{e^{-\frac{\theta}{\omega\tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\theta}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}}} \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a'2 \\ a'3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Equation du vecteur courant primaire $[i_1]$:

$$(89) \quad [i_1] = + \frac{1}{2n_1} (\mathcal{R}_A \varphi_A - \mathcal{R}_B \varphi_B) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{2m^2R} (\nu_A - \nu_B) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Equation du vecteur courant secondaire $[i_2]$:

$$(90) \quad [i_2] = \frac{\mathcal{R}_c \varphi_c}{n_1} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{bmatrix} + \frac{1}{2mR} (\nu_A - \nu_B) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Equation du vecteur des tensions aux bornes des primaires du transformateur :

$$(91) \quad [V_p] = \frac{1}{2} (\nu_A - \nu_B) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{\mathcal{R} \mathcal{R}_c \varphi_c}{n_2} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -1 \end{bmatrix}$$

Equation du vecteur $[v_{th}]$:

$$(92) \quad [v_{th}] = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ v_c + \frac{R R_c \phi_c}{2n_2} \end{bmatrix}$$

- Détermination des constantes d'intégration

Puisqu'il n'existe qu'un seul régime de fonctionnement, la deuxième propriété n'étant plus utilisée, la détermination des constantes d'intégration se fera par la première et troisième propriété.

* Première propriété

Le transformateur est à flux forcés, donc :

$$(93) \quad a'_2 = -a'_3$$

* Troisième propriété

Un seul intervalle d'étude :

(94)

$$\frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} \sin\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} + a' \frac{e^{-\frac{\psi}{\omega\tau}}}{\left(1 - \phi_0^2 e^{-\frac{2\psi}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a'_2 \\ -a_2 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$-\frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} \sin\psi \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} - a' \frac{e^{-\frac{\psi + \frac{\pi}{3}}{\omega\tau}}}{\left(1 - \phi_0^2 e^{-\frac{2(\psi - \frac{\pi}{3})}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}}} \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ a_2 \\ -a'_2 \end{bmatrix}$$

De l'équation (94) découle le système (95) dont la résolution permet d'avoir les constantes a' et a'_2 :

$$(95) \quad \begin{cases} a' \left(F' - \frac{1}{2} G' \right) - a'_2 = \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\psi \\ -\frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2} a' F' = -\frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \sin\psi + \frac{1}{2} a' G' \end{cases}$$

d'où
$$a' = \frac{\sqrt{3}}{n_1\omega} V_m \frac{\cos\left(\psi - \frac{\pi}{3}\right)}{G' + F'}$$

et
$$a'_2 = \frac{\sqrt{3}}{2n_1\omega} V_m \left[\frac{\cos\left(\psi - \frac{\pi}{6}\right) (2F' - G')}{F' + G'} - \sin\psi \right]$$

avec
$$F' = \frac{e^{-\frac{\psi}{\omega\tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\psi}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}}} \quad \text{et} \quad G' = \frac{e^{-\frac{2\psi}{\omega\tau}}}{\left(1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\left(\psi + \frac{\pi}{3}\right)}{\omega\tau}}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

- Limites de fonctionnement dans le second mode ($\psi_{11} < \psi < \psi_{12}$)

Quand ψ devient supérieure à ψ_{11} (limite supérieure du 1er mode) le régime à "toujours deux thyristors passants", commence. Il cesse lorsque le courant traversant les thyristors th_A et th_B s'annule à la fin de l'intervalle d'étude soit, pour $\theta = \psi_{12} + \pi/3$.

On obtient ψ_{12} , en annulant l'équation (89) donnant le courant i_{1A} , pour $\theta = \psi_{12} + \pi/3$:

$$(96) \quad 0 = \frac{1}{2m^2 R} \left(\nu_A \left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3} \right) - \nu_B \left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3} \right) \right) + \frac{\mathcal{R}_A \varphi_A \left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3} \right) - \mathcal{R}_B \varphi_B \left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3} \right)}{2n_1}$$

si l'on pose
$$H = \frac{\cos\left(\psi_{12} + \frac{\pi}{6}\right)(2F' - G')}{F' + G'}$$

$$\varphi_A - \varphi_B \left(\varphi_{12} + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{n_1 \omega} V_m H$$

et

$$\varphi_A^2 + \varphi_B^2 + \varphi_A \varphi_B = \left(\frac{\sqrt{3}}{n_1 \omega} V_m \right)^2 \left[(H - \sin \varphi_{12})^2 (1 + 2 \sin \varphi_{12}) + \frac{3H^2}{(2F' - G')^2} \frac{e^{-\frac{2\left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3}\right)}{\omega \tau}}}{1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3}\right)}{\omega \tau}}} \right]$$

donc

$$\frac{\mathcal{R}_A \varphi_A - \mathcal{R}_B \varphi_B}{2n_1} = \frac{\sqrt{3}}{n_1 \omega} V_m H \left[\left(\mathcal{R}_p + k \left(\frac{\sqrt{3}}{n_1 \omega} \right)^2 (H - \sin \varphi_{12})^2 (1 + 2 \sin \varphi_{12}) + \frac{3H^2}{(2F' - G')^2} \frac{e^{-\frac{2\left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3}\right)}{\omega \tau}}}{1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3}\right)}{\omega \tau}}} \right) \right]$$

L'équation (96) devient :

(97)

$$\sqrt{3} H \left[\left(\mathcal{R}_p + k \left(\frac{\sqrt{3}}{n_1 \omega} \right)^2 (H - \sin \varphi_{12})^2 (1 + 2 \sin \varphi_{12}) + \frac{3H^2}{(2F' - G')^2} \frac{e^{-\frac{2\left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3}\right)}{\omega \tau}}}{1 - \varphi_0^2 e^{-\frac{2\left(\psi_{12} + \frac{\pi}{3}\right)}{\omega \tau}}} \right) \right] + n_2^2 \omega \cos\left(\psi_{12} + \frac{\pi}{6}\right) = 0$$

Pour poursuivre les développements, on voit qu'il est indispensable d'appliquer des méthodes de résolution purement numériques, nécessitant des approximations H et par suite guère plus précises qu'une simulation globale directe. On peut constater ici les "limites" raisonnables qu'on peut apporter au développement analytique.

III CONCLUSION

Les différents développements que nous venons de présenter ont le mérite de guider un lecteur soucieux de "rigueur analytique" dans la compréhension du fonctionnement très complexe que présentent les gradateurs. Particularité liée bien évidemment au manque de contrôle des instants d'ouverture des thyristors. Néanmoins si les diverses relations sont parfaitement exploitables (au sens du calcul informatique), pour les cas "monophasé" et "triphase" sans pertes. L'exposé précédent conclut à une grande difficulté de résolution, si à la fois, les pertes et la saturation en triphasé, sont prises en compte.

L'intérêt d'une simulation globale, tant au niveau "facilité de mise en oeuvre", que "prise en compte possible des phénomènes transitoires", et ceci, bien que par principe, ce type de résolution numérique introduise quelques incertitudes, devient primordial.

Cette simulation nous permettra de calculer les grandeurs magnétiques et électriques, à chaque pas de calcul, en utilisant pour le pas n , le calcul de ces grandeurs au pas $(n - 1)$.

CHAPITRE II

CHAPITRE II

ETUDE DES ASSOCIATIONS PAR SIMULATION NUMERIQUE GLOBALE

- I - INTRODUCTION**
- II - SIMULATION DE L'ASSOCIATION MONOPHASEE AVEC PRISE EN COMPTE
DES PERTES ET DE LA SATURATION**
- III - SIMULATION DE L'ASSOCIATION "Y-Y-Y" AVEC PRISE EN COMPTE
POSSIBLE DE LA SATURATION**

ETUDE DES ASSOCIATIONS PAR SIMULATION NUMERIQUE

GLOBALE

I INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous nous proposons de déterminer par simulation numérique, l'évolution temporelle des différentes grandeurs électriques et magnétiques de l'association.

L'exploitation de ces résultats nous donne ensuite des informations sur les modes de fonctionnement, les contenus harmoniques, ainsi que diverses caractéristiques.

Cette simulation s'appuie simplement sur la méthode d'Euler.

Une réflexion conduite sur les vitesses relatives de variation des grandeurs, permet de nous affranchir partiellement des erreurs induites par cette méthode, sans toutefois compliquer exagérément le travail.

* Méthode d'Euler

Elle donne l'évolution d'une grandeur, en fonction du temps, définie par une équation différentielle de type :

$$\frac{dy(t)}{dt} = f(t, y(t), \dots)$$

La linéarisation de cette équation donne, entre les instants t et $t + dt$:

$$dy = f(t, y(t), \dots) dt$$

d'où :

$$y(t + dt) = y(t) + \left(\frac{dy}{dt}\right)_t dt$$

Cette méthode est d'une grande facilité de mise en oeuvre, mais elle introduit certaines erreurs de calcul . En effet , le terme $y(t + dt)$ est calculé à partir de $y(t)$ et de $(dy(t) / dt) \cdot dt$, supposés constants pendant l'intervalle de temps dt .

* Notion de vitesse de variation des grandeurs

Une mauvaise méthode d'ordonnement des calculs consistant par exemple, à calculer les courants en fonction des valeurs des tensions obtenues au pas $(n - 1)$, conduit à des résultats aberrants .

Une réflexion conduite précisément sur ce sujet, permet de s'affranchir des erreurs les plus importantes.

Si l'on observe les équations représentatives du système, on remarque qu'il est aisé de classer la vitesse de variation de certaines grandeurs.

En effet, si l'on néglige les chutes de tensions, les forces électromotrices sont assimilables aux tensions.

Pour d'autres grandeurs, le classement par ordre de rapidité impose une connaissance au moins partielle des paramètres du système.

Ainsi, à partir du système (6) , soit :

$$\frac{d \phi_{2A}}{dt} = \frac{1}{n_2} \left((R + r_2) i_{2A} + l_2 \frac{d i_{2A}}{dt} \right)$$

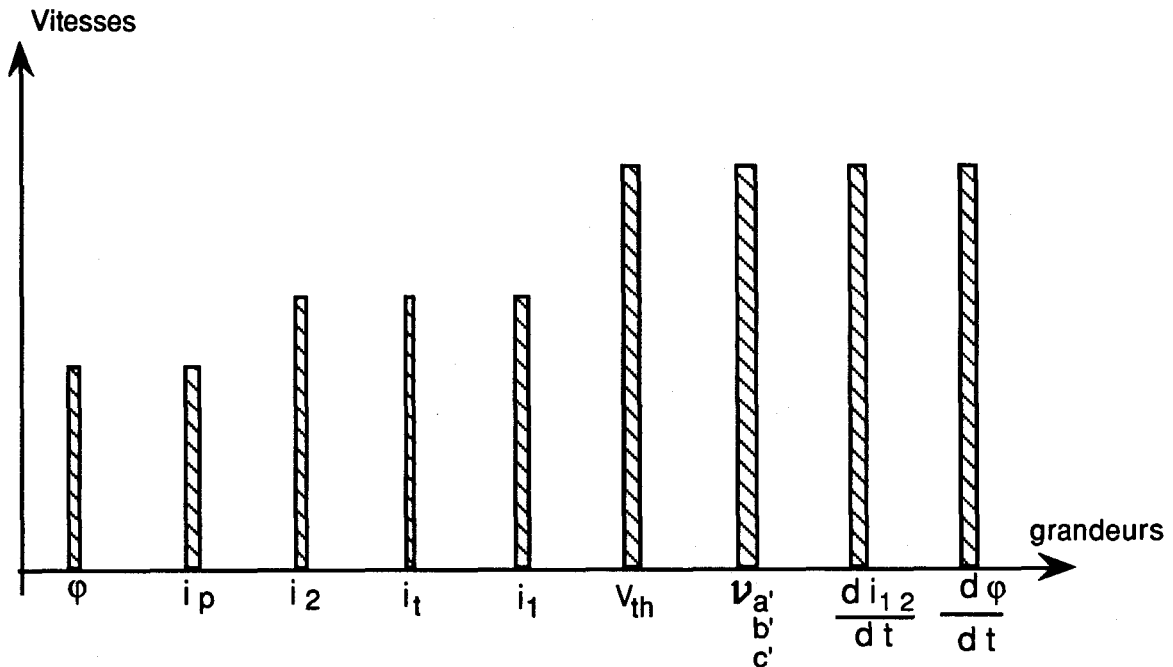
On observe qu'à priori, les grandeurs $d\phi_{2A}/dt$ et di_{2A}/dt ont la même vitesse d'évolution.

Pourtant, le paramètre l_2/n_2 est très faible devant l'unité ($l_2/n_2 \ll 1$) ; dans ce cas, on compare plutôt les vitesses d'évolution des termes $n_2 d\phi_{2A}/dt$ et $l_2 di_{2A}/dt$; ce qui permet de calculer des " $d\phi/dt$ " en utilisant les valeurs des " di_{2A}/dt " calculées au pas précédent . Le contraire serait trop imprécis, voire faux .

Ceci conduit à une modification de la présentation des équations et à une exploitation menée dans un ordre déterminé.

La notion de vitesse d'évolution permet d'utiliser des méthodes algorithmiques de calcul simples contrairement à la méthode de " Runge Kutta " qui apporte des calculs d'une grande précision mais relativement complexes.

On peut donner une classification des variables suivant la vitesse d'évolution .



Il est aisé de tenir compte du phénomène de saturation du transformateur, par la méthode de simulation. L'état magnétique est traduit par la fonction $\mathcal{R}.\varphi(\varphi)$. Cette fonction est représentée par une expression permettant le calcul du produit $\mathcal{R}.\varphi(\varphi)$ à chaque pas de calcul .

II SIMULATION DE L'ASSOCIATION MONOPHASEE AVEC PRISE EN COMPTE DES PERTES ET DE LA SATURATION

II. 1 MISE EN ÉQUATION DU SYSTEME EN VUE DE LA SIMULATION

De l'étude analytique menée au chapitre I émane l'existence de deux régimes de fonctionnement de l'association monophasée "G.T.R.". Chaque régime est caractérisé par un nombre de thyristors passants et conduit à un ensemble d'équations. Dans ce paragraphe, ces dernières sont transformées en vue de les utiliser dans le programme de simulation.

Les relations générales et les équations régissant le fonctionnement de l'association conduisent au système (2). Ce dernier constitue le point de départ de l'étude de l'ensemble par la méthode de simulation numérique.

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} (a) \quad v_A = r_1 i_1 + l_1 \frac{d i_1}{d t} + n_1 \frac{d \phi}{d t} + v_{th} \\ (b) \quad r_2 i_2 + l_2 \frac{d i_2}{d t} - n_2 \frac{d \phi}{d t} = -v_R \\ (c) \quad n_1 i_1 - n_2 i_2 = \mathcal{R} \phi \\ (d) \quad v_R = f(i_2) = R i_2 \end{array} \right.$$

Pour réaliser un programme de simulation clair et bien structuré, les équations composant ce système sont traitées séparément. En effet, une modification de l'état de la charge n'affecte que la dernière équation (d), le traitement des autres demeure inchangé.

II.1.1 Premier régime de fonctionnement

L'un des deux thyristors constituant le gradateur est rendu passant; par conséquent, le primaire du transformateur est directement connecté sur le réseau.

Le système (2) devient donc :

$$(3) \quad \begin{cases} (a') & v_A = r_1 i_1 + l_1 \frac{d i_1}{d t} + n_1 \frac{d \phi}{d t} \\ (b') & (r_2 + R) i_2 + l_2 \frac{d i_2}{d t} - n_2 \frac{d \phi}{d t} = 0 \\ (c') & n_1 i_1 - n_2 i_2 = \mathcal{R} \phi \end{cases}$$

- L'équation (a') permet d'avoir l'accroissement du courant primaire, en écrivant :

$$\frac{d i_1}{d t} = \frac{1}{l_1} \left(v_A - r_1 i_1 - n_1 \frac{d \phi}{d t} \right)$$

Ensuite, le courant primaire est immédiatement déduit.

- La variation du flux est donnée par l'équation (b'), en posant :

$$\frac{d \phi}{d t} = \frac{1}{n_2} \left((R + r_2) i_2 + l_2 \frac{d i_2}{d t} \right)$$

Par suite, la valeur du produit $\mathcal{R} \phi$ est obtenue en fonction du flux.

- L'équation (c') donne le courant secondaire :

$$i_2 = \frac{1}{n_2} (n_1 i_1 - \mathcal{R} \phi)$$

- La tension v_{th} aux bornes des thyristors est nulle.

II.1.2 Deuxième régime de fonctionnement

En fonction du retard à l'amorçage ψ et de l'état de charge du transformateur, le courant qui traverse le thyristor passant s'annule et entraîne le blocage de ce dernier. Le primaire du transformateur est déconnecté du réseau, par conséquent, le calcul des grandeurs du système ne peut s'effectuer que par le secondaire puisque la tension aux bornes de l'enroulement primaire est inconnue.

Le système (2) s'écrit, comme suit :

$$(4) \quad \begin{cases} (d') & v_A = n_1 \frac{d\phi}{dt} + v_{th} \\ (e') & (r_2 + R) i_2 + l_2 \frac{di_2}{dt} - n_2 \frac{d\phi}{dt} = 0 \\ (f') & -n_2 i_2 = \mathcal{R} \phi \end{cases}$$

Le calcul des grandeurs électriques et magnétiques se fait de la façon suivante :

- De l'équation (e'), on tire la variation du flux :

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{n_2} \left((R + r_2) i_2 + l_2 \frac{di_2}{dt} \right)$$

- Pour calculer la valeur du flux, il suffit d'ajouter à la valeur du flux déjà obtenue, la variation calculée par la relation ci-dessus.

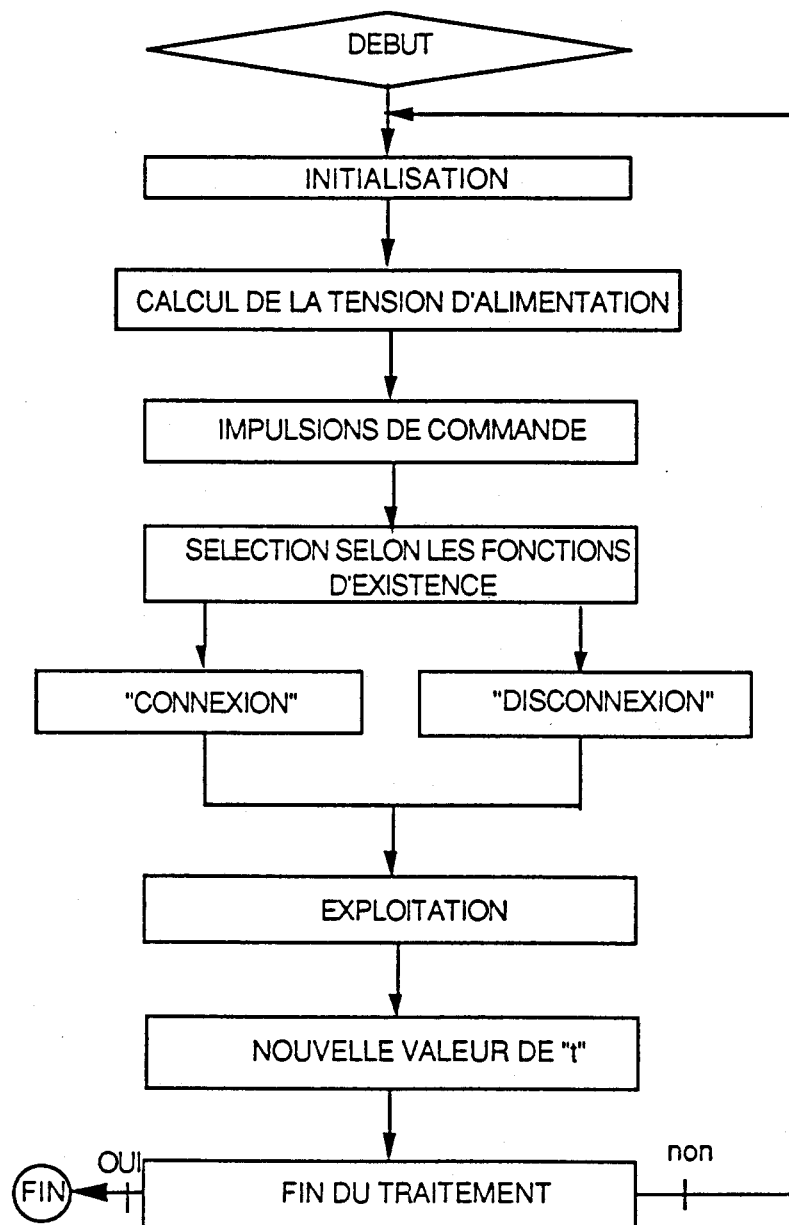
- Ensuite, de l'équation (f') on obtient le courant secondaire.

- La tension aux bornes des thyristors se déduit de l'équation (d') :

$$v_{th} = v_A - n_1 \frac{d\phi}{dt}$$

II.2 ORGANIGRAMME ET ALGORITHMES DES PROCEDURES

Le programme de simulation s'effectue suivant l'organigramme de la fig(1) :



En fonction de l'état des interruptions, le calcul des grandeurs s'effectue de plusieurs manières différentes. Les organigrammes de la fig(2) précisent le déroulement des procédures de calcul.

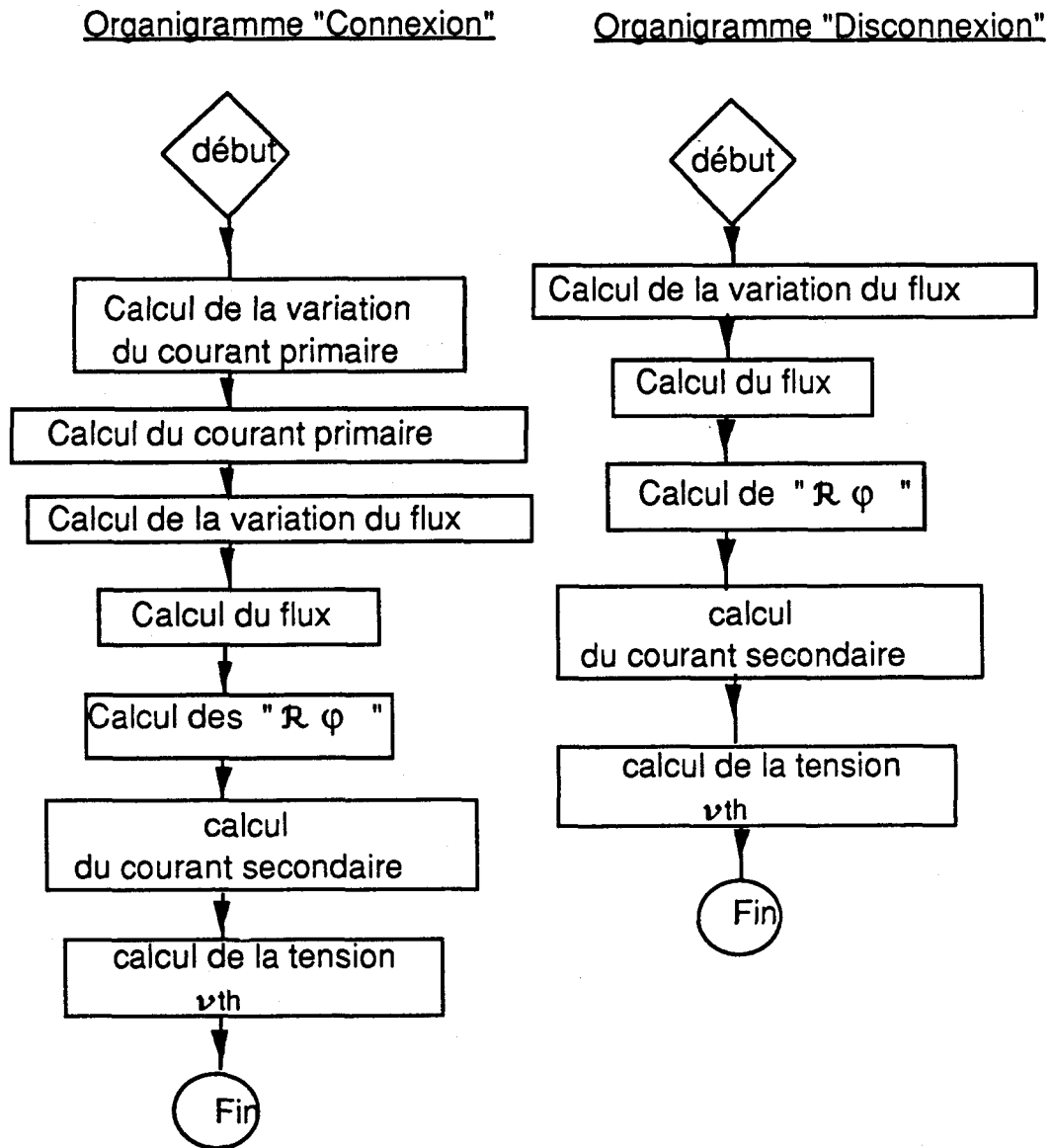


Fig. 2

II.3 EXPLOITATION DES RESULTATS

- Obtention des ondes temporelles

En faisant varier θ de 0 à 2π , on calcule les valeurs instantanées des courants, tensions et flux suivant les algorithmes de la fig. (2).

Puis, grâce à la procédure "Trace", on obtient le tracé des formes d'ondes de ces variables (Planches II.1 ; II.2) et ceci pour différentes valeurs de la charge et du retard à l'amorçage.

Ces relevés sont donnés également, pour un fonctionnement à vide du transformateur, en tenant compte ou non du phénomène de saturation.

- Les caractéristiques

L'étude des principales caractéristiques du montage permettant l'évaluation de ses performances, nécessite le calcul des valeurs efficaces des courants primaire et secondaire, ainsi que le développement en série de Fourier de ces grandeurs.

- Développement en série de Fourier

Les alternances négatives des grandeurs mises en jeu dans le circuit, reproduisant au signe près leurs alternances positives, le développement en série de ces grandeurs ne comprend que des harmoniques impairs.

Les courants sont alors écrits en série de Fourier de la façon suivante :

- Courant primaire

$$i_1(\theta) = I_{10} + \sum_{k=1} i_{1k}(t)$$

avec $i_{1k}(t) = a_{1k} \cos k\omega t + b_{1k} \sin k\omega t$

$$\text{et } a_{1k} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_1(\theta) \sin k\theta \, d\theta$$

$$b_{1k} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_1(\theta) \cos k\theta \, d\theta$$

La valeur efficace de l'harmonique de rang n se calcule par :

$$i_{1n} = \sqrt{a_{1n}^2 + b_{1n}^2}$$

Remarque : La valeur I_1 est normalement nulle.

- Courant secondaire

$$i_2(\theta) = I_{20} + \sum_{k=1} i_{2k}(t)$$

avec $i_{2k}(t) = a_{2k} \cos k\omega t + b_{2k} \sin k\omega t$

$$\text{et } a_{2k} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_2(\theta) \sin k\theta \, d\theta$$

$$b_{2k} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_2(\theta) \cos k\theta \, d\theta$$

- Valeurs efficaces des courants

La valeur efficace I_1 est donnée par la formule :

$$I_1^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i_1^2(t) \, dt = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_1^2 \, d\theta$$

$$\text{donc } I_1^2 = I_{10}^2 + \sum_{k=1} \frac{a_1^2 k + b_1^2 k}{2}$$

On obtient les mêmes expressions pour le courant secondaire.

- La puissance absorbée

Par définition, la puissance absorbée est donnée par :

$$p_2 = R I_2^2$$

Etant donné que, la valeur efficace est fonction de la charge et de l'angle ψ , il en est de même de la puissance P_2 .

- La puissance active en entrée

La puissance active est calculée par :

$$p = \frac{1}{T} \int_0^T v_A(t) i_1(t) dt$$

Elle est transportée par le fondamental du courant primaire.

$$p = \frac{V_m}{T} \left(\int_0^T \frac{a_{11}}{2} \sin 2\omega t dt = \int_0^T b_{11} \sin^2 \omega t dt \right)$$

$$\text{d'où } P = \frac{V_m b_{11}}{2}$$

- La puissance réactive

Par définition, nous avons :

$$S_1^2 = P^2 + Q^2$$

avec S_1 : Puissance apparente correspondant au fondamental

P_1 : Puissance active

$$\text{donc } Q = \sqrt{S_1^2 - P^2} \quad \text{or} \quad S_1^2 = V_{\text{eff}}^2 I_{11}^2$$

$$\text{d'où } Q = \sqrt{V_{\text{eff}}^2 I_{11}^2 - P^2}$$

- La puissance déformante

Elle caractérise la déformation de l'onde de courant. Elle est donnée par :

$$S^2 = S_1^2 + D^2$$

$$\text{donc } D = \sqrt{S^2 - S_1^2}$$

avec S : Puissance apparente totale.

$$S^2 = V_{\text{eff}}^2 I_1^2$$

$$\text{d'où } D = V_{\text{eff}} \sqrt{I_1^2 - I_{11}^2}$$

- Le facteur de puissance

L'expression du facteur de puissance f est comme suit :

$$f = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{\text{eff}} I_1} = \frac{b_{11}}{\sqrt{2} I_1}$$

Les tracés donnés par les figures (fA, fB, fC, fD) représentent les différentes caractéristiques précédemment définies.

III SIMULATION DE L'ASSOCIATION " Y- Y- Y " AVEC PRISE EN COMPTE POSSIBLE DE LA SATURATION

INTRODUCTION

La simulation de l'association triphasée "Gradateur - transformateur - charge ", est basée sur le schéma électrique donné par la figure 1 du chapitre1.

On adopte les mêmes notations ainsi que les hypothèses formulées pour l'étude analytique.

Les équations, les systèmes d'équations et les relations générales explicités dans le paragraphe II du chap I, sont toujours valables. Ils sont néanmoins transformés, dans le but de les utiliser dans les algorithmes de calcul des grandeurs électriques et magnétiques.

III.1 MISE EN ÉQUATIONS DU SYSTEME EN VUE DE LA SIMULATION

Dans ce paragraphe, on transforme les relations générales écrites dans les cas étudiés au chapitre I [§ II.2.2].

III.1.1 Cas où les trois thyristors sont passants

Le système (4) nous permet de déterminer tout d'abord, les variations des courants primaires "di₁/dt". En écrivant :

$$\frac{d[i_1]}{dt} = \frac{1}{l_1} \left([v] - r_1[i_1] - n_1 \frac{d[\varphi]}{dt} \right)$$

Pour calculer les courants primaires, il suffit d'ajouter à la valeur du courant dans une branche, la valeur de la variation correspondante.

Le système (6) nous donne directement les variations des flux, soit :

$$\frac{d[\varphi]}{dt} = \frac{1}{n_2} \left((R + r_2) [i_2] + l_2 \frac{d[i_2]}{dt} \right)$$

Les équations des mailles magnétiques nous permettent d'écrire le système (7). Ce dernier une fois transformé conduit à l'écriture suivante, des courants secondaires :

$$[i_2] = \frac{1}{3 n_2} (3 n_1 [i_1] - [R] [\varphi])$$

III.1.2 Cas où deux thyristors sont passants

Les équations sont décrites pour le cas où les thyristors th_C et $th_{C'}$ sont bloqués.

Les équations (8) et (9) nous permettent de calculer directement les variations des courants primaires, en écrivant le système :

$$\frac{d[i_1]}{dt} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2 i_1} \left(v_A - v_B - 2 r_1 i_{1A} - n_1 \left(\frac{d\varphi_A}{dt} - \frac{d\varphi_B}{dt} \right) \right) \\ - \frac{d i_{1A}}{dt} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les courants primaires s'obtiennent par :

$$[i_1] = \begin{bmatrix} i_{1A} + \frac{d i_{1A}}{dt} dt \\ i_{1B} + \frac{d i_{1B}}{dt} dt \\ 0 \end{bmatrix}$$

Les équations au secondaire conduisent, grâce au système (6), aux variations des flux.

Du système (10), on déduit les courants primaires. Le courant i_{1C} étant nul, le système conduit à la relation suivante :

$$[i_2] = \frac{1}{3 n_2} (3 n_1 [i_1] - [\mathcal{R}] [\varphi])$$

III.1.3 Cas où tous les thyristors sont bloqués

On commence d'abord par calculer les variations des flux, à l'aide du système(6).

On obtient ensuite par le système (13), les courants secondaires, en écrivant :

$$[i_2] = \frac{1}{3 n_2} (- [\mathcal{R}] [\varphi])$$

Les tensions aux bornes des thyristors sont ensuite obtenues par le système (14) transformé .

$$(a) \quad v_{thB} - v_{thA} - n_1 \frac{d\varphi_A}{dt} + n_1 \frac{d\varphi_B}{dt} + v_A - v_B = 0$$

$$(b) \quad v_{thC} - v_{thB} - n_1 \frac{d\varphi_B}{dt} + n_1 \frac{d\varphi_C}{dt} + v_B - v_C = 0$$

$$(c) \quad v_{thA} - v_{thC} - n_1 \frac{d\varphi_C}{dt} + n_1 \frac{d\varphi_A}{dt} + v_A - v_C = 0$$

En multipliant, d'une part, l'équation (a) par 2 et en ajoutant le résultat à l'équation (b), puis d'autre part, en écrivant que la somme des tensions simples du réseau est nulle, ainsi que celle des flux, on obtient :

$$3 v_A - 2 v_{thA} + v_{thB} + v_{thC} - 3 n_1 \frac{d\varphi_A}{dt} = 0$$

De la même manière, on peut établir trois équations analogues constituant le système (15):

$$(15) \quad [v_{th}] = [v] - n_1 \frac{d[\varphi]}{dt}$$

III.2 ORGANIGRAMMES ET ALGORITHMES DES PROCÉDURES

Les nouvelles équations obtenues dans chaque cas, nous permettent d'établir un programme de simulation dont l'organigramme général est donné (figure 3).

III.2.1 Algorithme général

A partir de celui-ci, on peut écrire l'algorithme présenté par la fig (4).

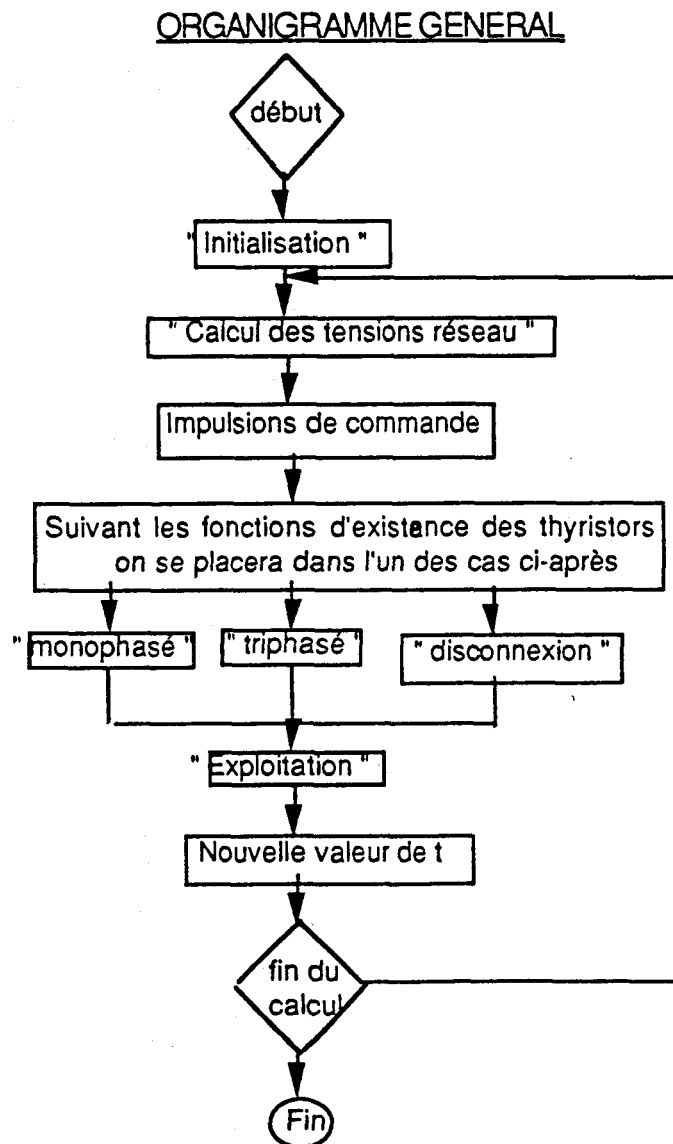


Fig. 3

ALGORITHME GENERAL

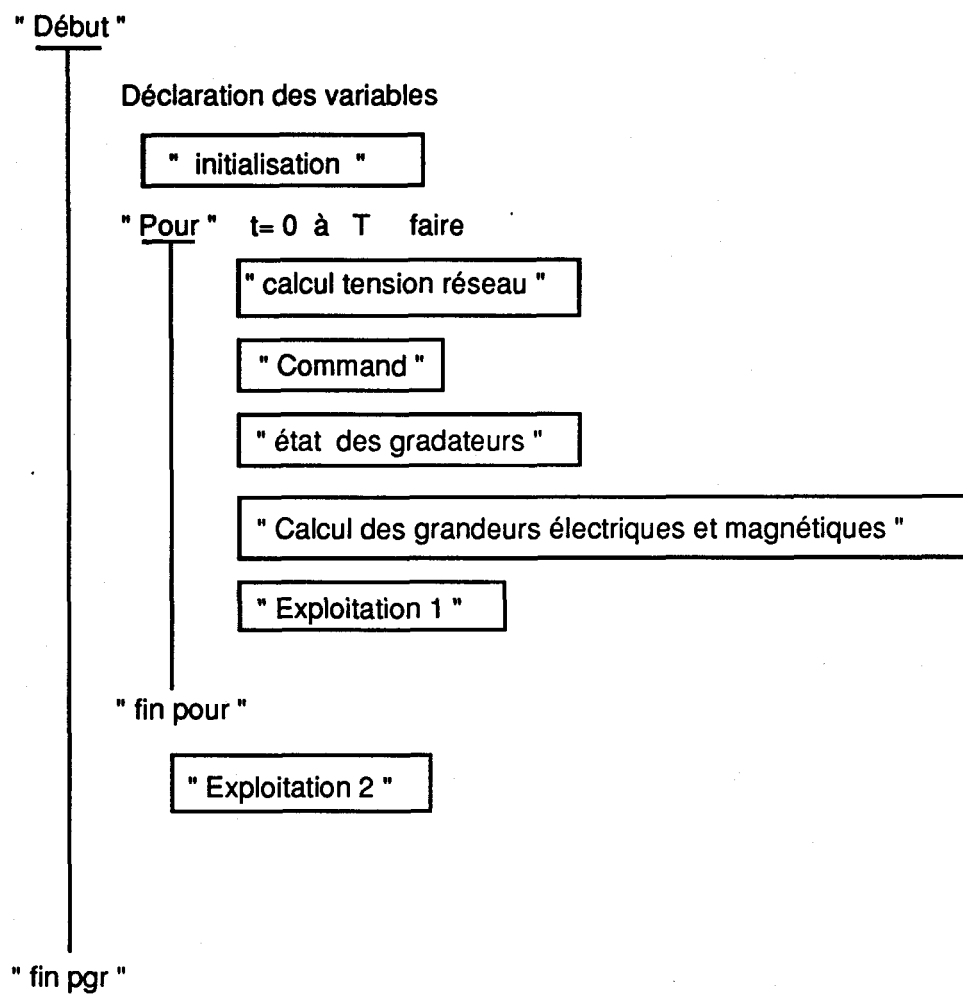


Fig. 4

Le programme de simulation schématisé par l'algorithme précédent comporte plusieurs étapes de calcul. Ces étapes sont écrites sous forme de procédure ou d'ensemble de procédures.

Explicitons brièvement quelques-unes de ces procédures :

- La procédure " Calcul Tension réseau " permet d'obtenir les valeurs des tensions d'alimentation v_A , v_B et v_C à chaque pas de calcul.

- La procédure "Command " indique pour chaque thyristor si des impulsions de commande de gâchettes sont appliquées ou non, en fonction du temps , et de l'angle ψ de retard à l'amorçage.

- La procédure "Etat" donne pour chaque thyristor sa fonction d'existence f_{xy} , selon la présence ou non d'impulsions de gâchette, la tension à ses bornes, et la valeur du courant qui le traverse.

Grâce à ces fonctions logiques d'existence, on se place dans la procédure donnant les équations relatives à chaque cas de figure.

- La procédure "Calcul des grandeurs Electriques et Magnétiques " est un ensemble de procédures permettant de déterminer des variables électriques et magnétiques. Ces procédures utilisent l'un des trois jeux d'équations [§ III.1.1 , § III.1.2, § III.1.3], selon l'état des interrupteurs donné par la procédure "état".

- Les procédures " Exploitation " permettent une fois les variables calculées, d'obtenir certaines informations, telles le tracé des formes d'ondes, la détermination des modes ou les harmoniques des tensions et courants, etc. . .

Pour mieux expliciter le déroulement du programme réalisé pour la simulation , nous donnons quelques schémas d'organigrammes et algorithmes de certaines procédures .

En particulier nous écrivons les organigrammes de procédures permettant le calcul des grandeurs électriques et magnétiques.

Organigramme "Triphasé"

Organigramme "Disconnexion"

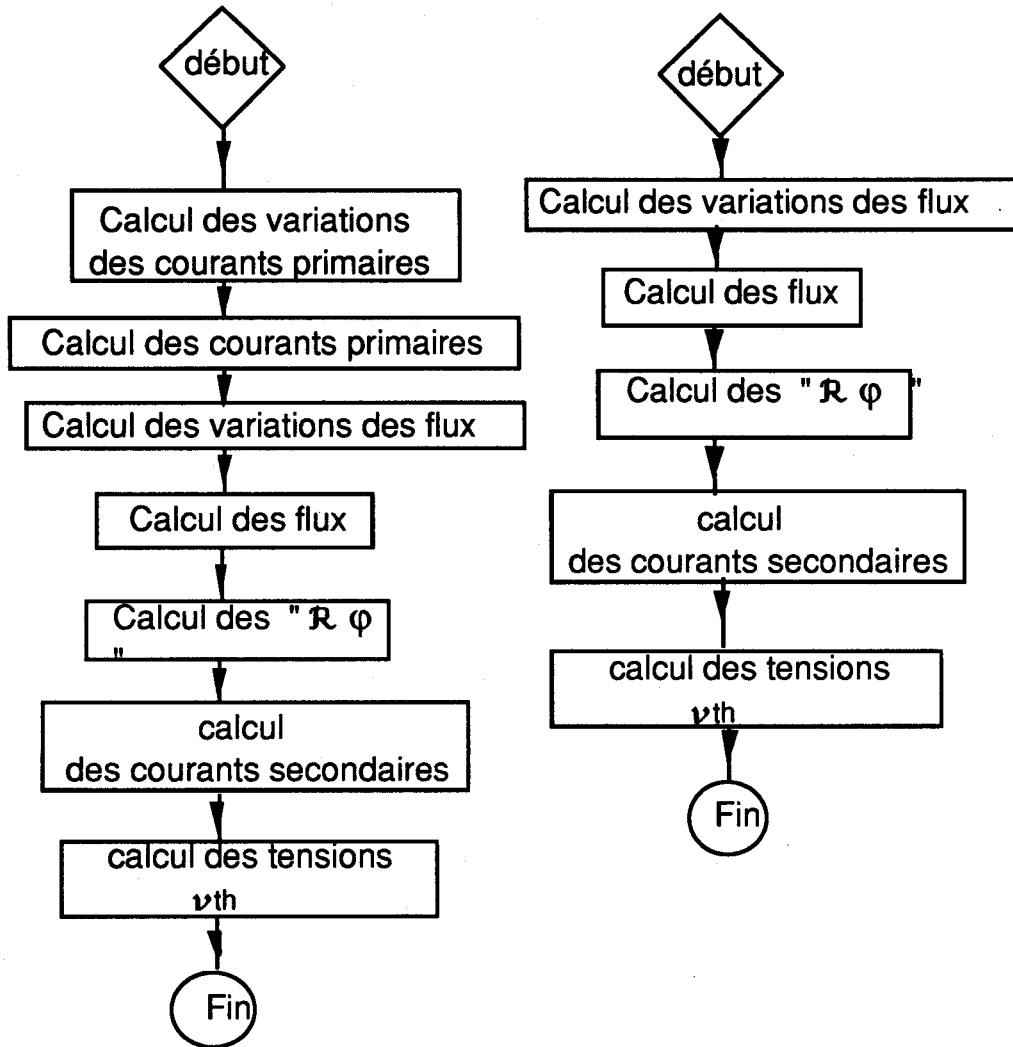


Fig. 5

III.2.2 Ecriture des équations pour le nième pas de calcul

Chaque étape de calcul de ces organigrammes utilise les systèmes d'équations déjà définis.

Les équations obtenues pour chaque cas doivent être écrites de telle sorte qu'on puisse les exploiter, et ceci pendant un pas de calcul.

III.2.2.1 Alimentation en triphasé du transformateur

On commence par calculer les variations des courants primaires, en supposant connus les variations des flux et les courants primaires au pas précédent.

- Au pas de calcul n :

Les " $\Delta \varphi$ " et les courants primaires $[i_1]$ sont connus, ainsi que la valeur de la tension du réseau ; on écrit alors :

$$[\Delta i_1]_n = \frac{1}{l_1} (([v]_{n-1} - r_1 [i_1]_{n-1}) \Delta t - n_1 [\varphi]_{n-1})$$

avec

$$[\Delta i_1]_n = \begin{bmatrix} \Delta i_{1A} \\ \Delta i_{1B} \\ \Delta i_{1C} \end{bmatrix}_n ; \quad [\Delta \varphi]_n = \begin{bmatrix} \Delta \varphi_A \\ \Delta \varphi_B \\ \Delta \varphi_C \end{bmatrix}_n$$

Une fois le vecteur " $[\Delta i_1]$ " obtenu, les courants primaires sont calculés par :

$$[i_1]_n = [i_1]_{n-1} + [\Delta i_1]_n$$

Les variations des flux s'obtiennent par le système suivant :

$$[\varphi]_n = \frac{1}{n_2} ((R + r_2) [i_2]_{n-1} \Delta t + l_2 ([i_2]_{n-1} - [i_2]_{n-2}))$$

Dans ce cas, nous supposons connus les courants secondaires ainsi que leurs variations.

Le vecteur $[\Delta \varphi]_n$ nous permet d'avoir les $[\varphi]_n$, par :

$$[\varphi_1]_n = [\varphi_1]_{n-1} + [\Delta \varphi_1]_n$$

Le $[\varphi]_n$ nous donne les $([\mathcal{R}][\varphi])_n$ et par suite, les courants secondaires :

$$[i_2]_n = \frac{1}{3 n_2} (3 n_1 [i_1]_n - [\mathcal{R}]_n [\varphi]_n)$$

On calcule enfin les tensions aux bornes des thyristors par :

$$[v_{th}]_n = [0]$$

III.2.2.2 Alimentation en monophasé du transformateur

On procède de la même façon, à savoir qu'on commence d'abord par le calcul du vecteur $d[i_1]/dt$, puis des courants primaires. Les équations au secondaire nous permettent d'obtenir ensuite le vecteur $d[\varphi]/dt$, puis les flux. Après cela, on calcule les courants primaires à l'aide des équations magnétiques d' Ampère-Tours, et on obtient enfin les tensions aux bornes des thyristors.

Ecrivons les équations, dans le cas où les thyristors "C" et "C'" sont bloqués.

La loi des mailles au primaire nous donne les variations des courants primaires par :

$$[\Delta i_1]_n = \begin{bmatrix} \frac{1}{2l_1} ((v_A - v_B - 2r_1 i_{1a})_n \Delta t - n_1 (\Delta \varphi A_{n-1} - \Delta \varphi A_{n-2})) \\ - \Delta i_{1A_n} \\ 0 \end{bmatrix}$$

On obtient les courants primaires, en écrivant :

$$[i_1]_n = [i_1]_{n-1} + [\Delta i_1]_n$$

Pour les $d\phi/dt$:

$$[\Delta \phi]_n = ((R + r_2) [i_2]_n \cdot \Delta t + l_2 ([i_2]_{n-1} - [i_2]_{n-2})) / n_2$$

Et enfin, les courants secondaires et les tensions aux bornes des thyristors :

$$[\Delta i_2]_n = \frac{1}{3n_2} \left(3n_1 \begin{bmatrix} \Delta i_{1A} \\ \Delta i_{1B} \\ 0 \end{bmatrix}_n - [\mathcal{R}]_n [\Delta \phi]_n \right)$$

$$\text{et } [v_{th}]_n = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{3}{2} \left(v_c - n_1 \frac{\Delta \phi_c}{\Delta t} \right) \end{bmatrix}_n$$

III.2.2.3 Cas où aucun thyristor n'est passant

Dans ce cas, le vecteur $[\Delta \phi]_n$ est calculé directement, en prenant les valeurs des courants secondaires calculées aux deux pas précédents.

$$[\Delta \phi]_n = ((R + r_2) [i_2]_n \cdot \Delta t + l_2 ([i_2]_{n-1} - [i_2]_{n-2})) / n_2$$

On obtient ensuite les flux :

$$[\phi_1]_n = [\phi_1]_{n-1} + [\Delta \phi_1]_n$$

Les courants secondaires se calculent par :

$$[\Delta i_2]_n = \frac{1}{3n_2} (- [\mathcal{R}]_n [\Delta \phi]_n)$$

Les tensions aux bornes des thyristors s'obtiennent enfin par :

$$[v_{th}]_n = [v]_n - n_1 \frac{[\Delta \phi]_n}{\Delta t}$$

III.2.3 Définition des variables utilisées dans le programme

La compréhension et l'écriture des algorithmes de certaines procédures du programme nécessitent la définition de certaines variables booléennes ou réelles .

Un gradateur peut être schématisé de la façon suivante :

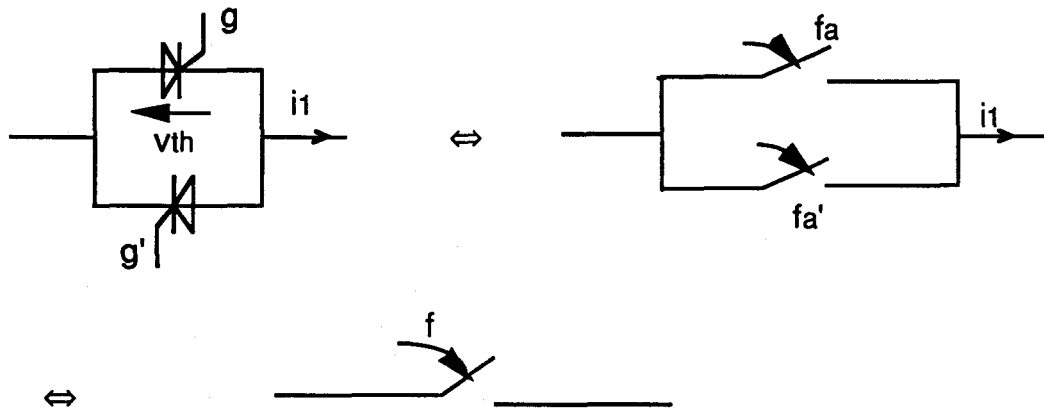


Fig. 6

Les variables booléennes sont : g_{a1} , g_{a2} , f_{a1} , f_{a2} et f_a

Les variables réelles sont : v_{tha} et i_{1a}

Les variables booléennes g_a sont à l'état vrai, lorsqu'on envoie des impulsions sur les gâchettes des thyristors; sinon, elles sont à l'état faux.

f_{a1} et f_{a2} sont à l'état vrai, s'il existe des impulsions sur les gâchettes et les tensions aux bornes des thyristors positives. Elles ne peuvent devenir fausses que si le courant qui traverse les thyristors s'annule.

La variable f_a est vraie si l'une des deux variables f_{a1} et f_{a2} est vraie. Ecrivons ceci sous forme algorithmique :

La procédure " Command " donne les impulsions de gâchettes , en fonction de la variable d'entrée $\theta = \omega t$.

PROCEDURE "COMMAND"

début

```

si   (  $\theta = \psi$  )      alors    $g_{a1} \leftarrow$  vrai
                                      $g_{a2} \leftarrow$  faux
                                     sinon   si   (  $\theta = \psi + \alpha$  )  alors  $g_{a1} \leftarrow$  faux

si   (  $\theta = \psi + \pi$  )  alors    $g_{a2} \leftarrow$  vrai
                                      $g_{a1} \leftarrow$  faux
                                     sinon   si   (  $\theta = \psi + \pi + \alpha$  )  alors  $g_{a2} \leftarrow$  faux

```

On écrit la même chose pour le gradateur b en décalant θ de $2\pi/3$

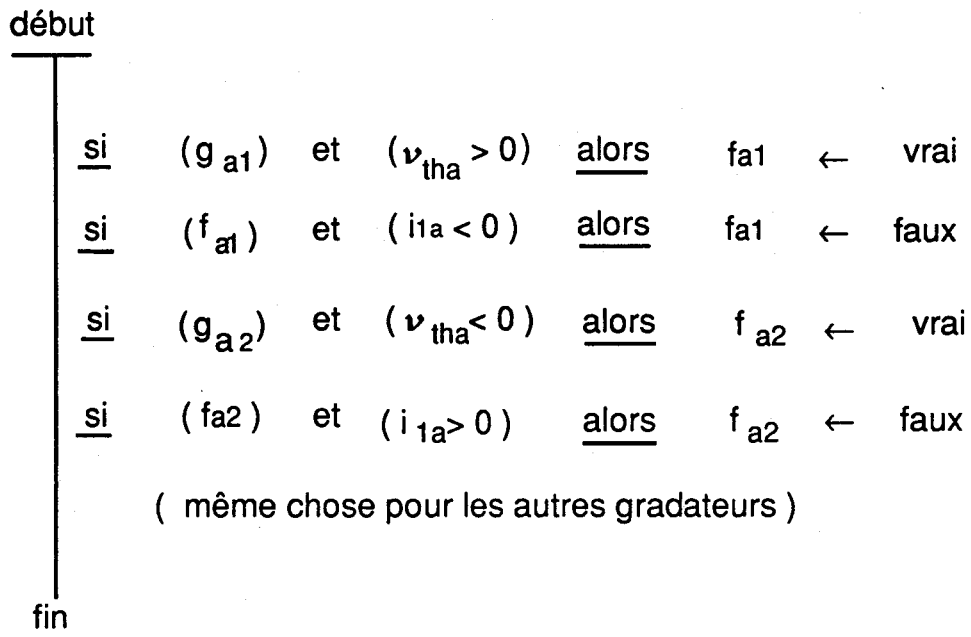
On écrit la même chose pour le gradateur c en décalant θ de $4\pi/3$

fin

avec α : la largeur d'impulsion

On obtient les fonctions d'existence des thyristors par :

PROCEDURE "ETAT "



Dans la proposition $(i_{1a} < 0)$, on tient compte du courant de maintien i_{1aL} qui pourrait être atteint en un dt.

Remarque :

Les variables logiques f_{xy} sont équivalentes aux fonctions d'existence .

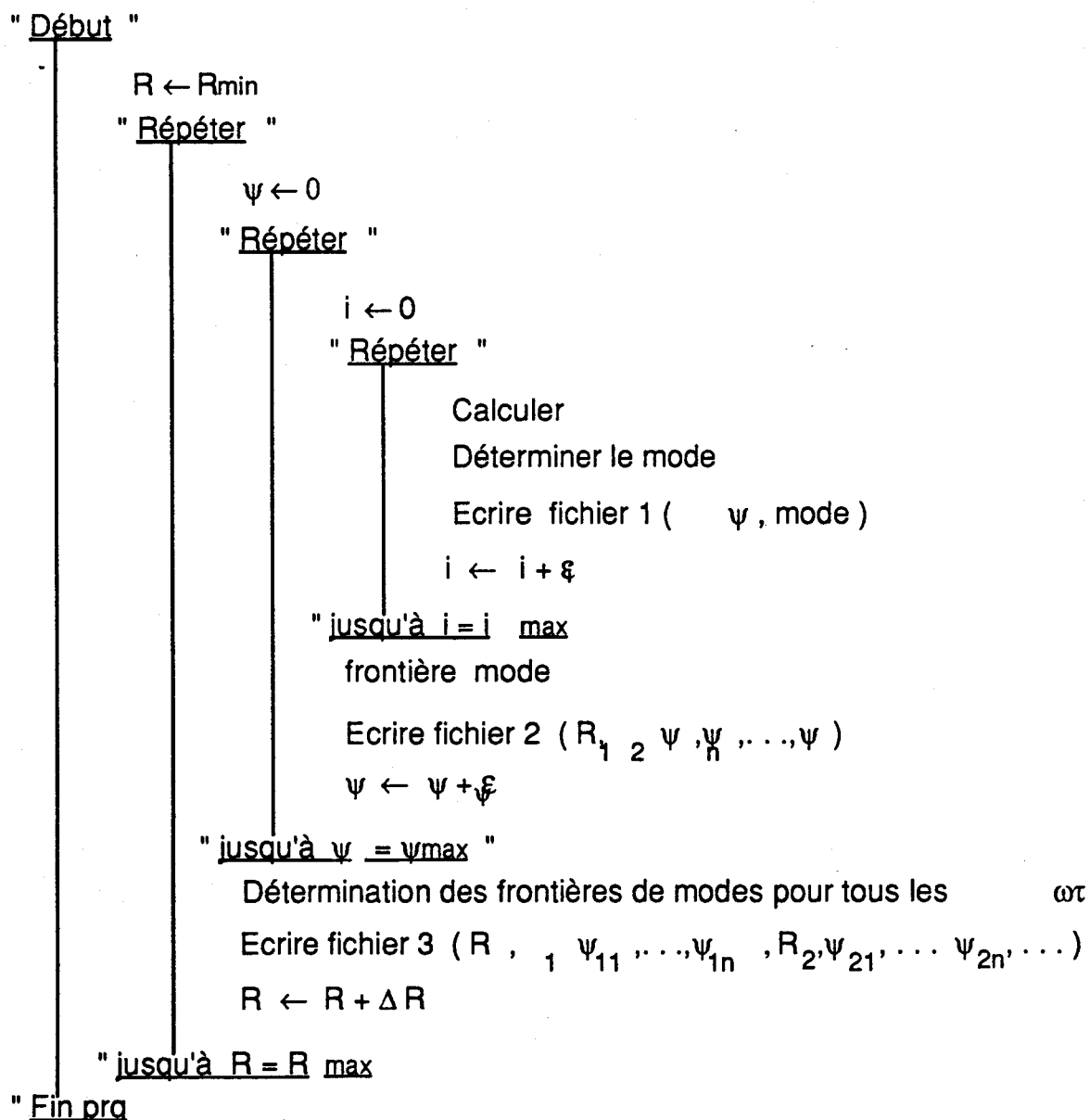
Les variables logiques trois , deuxab , deuxbc, deuxac et zéro dépendent des fonctions d'existence . Elles indiquent la procédure de calcul des grandeurs électriques et magnétiques .

$$\begin{aligned} \text{trois} &\Leftrightarrow f_a \text{ et } f_b \text{ et } f_c \\ \text{deuxab} &\Leftrightarrow f_b \text{ et } f_a \text{ et } \bar{f}_c \\ \text{deuxbc} &\Leftrightarrow f_b \text{ et } f_c \text{ et } \bar{f}_a \\ \text{deuxca} &\Leftrightarrow f_a \text{ et } f_c \text{ et } \bar{f}_b \\ \text{Zero} &\Leftrightarrow \bar{f}_b \text{ et } \bar{f}_a \text{ et } \bar{f}_c \end{aligned}$$

Les variables booléennes précédentes représentent les variables d'entrée de la procédure "Calcul_grand_elec". Les variables de sortie sont les valeurs des grandeurs électriques et magnétiques.

Les procédures "Triphasé", "Disconnexion" et "Monophasé" ont été définies précédemment par leurs organigrammes.

L'algorithme du programme d'exploitation, en particulier pour la détermination des modes pour R variable est le suivant :



III.3 Exploitation des résultats

- Ondes temporelles

Les valeurs instantanées des courants, tensions et flux sont obtenues suivant les algorithmes donnés précédemment. (θ variant 0 à 2π).

Les limites de modes ainsi que les instants d'extinction des thyristors sont déterminés pour diverses valeurs de la charge en fonction de l'angle d'amorçage ψ . Et ceci, en tenant compte ou non de la saturation du circuit magnétique du transformateur.

Les formes d'onde sont données pour différentes valeurs de la charge; en particulier pour une valeur égale à la résistance de charge nominale, et une valeur correspondant à un fonctionnement en charge réduite (10%) du transformateur. Le fonctionnement à charge réduite permet d'étudier l'influence de la saturation.

Les tracés sont donnés pour des valeurs du ψ correspondant à chacun des modes.

- Les caractéristiques

Une fois les ondes des variables électriques et magnétiques obtenues, tout au long d'une période, le calcul des valeurs efficaces des courants et des tensions est aisé à effectuer. Le calcul de la valeur efficace I_2 des courants secondaires, celle I_1 des courants primaires et le développement en série de Fourier de ces courants permet d'étudier les principales caractéristiques du montage.

Les expressions de certaines caractéristiques, telles que la puissance réactive, nécessitent le calcul du développement en série de Fourier des courants, ce qui nous contraint à faire une analyse de Fourier de toutes les variables.

- Développement en série de Fourier

L'écriture en série de Fourier des courants primaires se fait de la façon suivante :

$$i_{1A}(\theta) = I_{1A0} + \sum_{k=1} I_{1Ak}(t)$$

avec $i_{1Ak}(t) = a_{1Ak} \cos \omega t + b_{1Ak} \sin k\omega t$

$$\text{et } a_{1Ak} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_{1A}(\theta) \sin k\theta \, d\theta$$

$$b_{1Ak} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_{1A}(\theta) \cos k\theta \, d\theta$$

La valeur efficace de l'harmonique de rang n se calcule par :

$$I_{1an} = \sqrt{a_{1An}^2 + b_{1An}^2}$$

Le développement en série des autres courants primaires et secondaires conduit à des expressions similaires.

Les alternances négatives étant égales aux alternances positives des courants primaires, le développement en série des ces dernières ne comprend que le fondamental et les harmoniques de rangs impairs. De plus, la somme des courants est constamment nulle; il n'y a pas d'harmonique de rang 3 ou multiple de 3. On n'a donc que des harmoniques de rang $n = 6k \pm 1$.

Le calcul de ces harmoniques se fait par du calcul numérique suivant l'ensemble des algorithmes appelé "Transformée de Fourier rapide" (FFT : Fast Fourier Transformer).

Les expressions de a_n et b_n montrent que ces valeurs sont en fonction de ψ et de l'état magnétique du transformateur pour différentes valeurs de la charge.

La réduction de la puissance se fait au détriment du fondamental puisque les valeurs des harmoniques croissent avec ψ .

- Les caractéristiques de réglage

La puissance absorbée par la charge et la valeur efficace I_2 du courant secondaire sont les caractéristiques de réglage étudiées.

L'étude de ces caractéristiques en fonction de l'angle de retard à l'amorçage ψ , permet de connaître la loi de commande du système (réglage continu ou discontinu de la puissance).

- La puissance absorbée par la charge

La méthode de Simpson permet de déduire numériquement, à partir des valeurs instantanées des courants, la valeur efficace de ces courants.

Soit i_{2A} le courant secondaire correspondant à la phase A. Il est périodique, donc sa décomposition en série de Fourier est :

$$i_{2A} = i_{2A0} + \sum_{k=1} i_{2Ak}(t)$$

avec $i_{2Ak}(t) = a_{2Ak} \cos \omega t + b_{2Ak} \sin \omega t$

La valeur efficace I_{2A} est donnée par la formule :

$$I_{2A}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i_{2A}^2 dt = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} i_{2A}^2 d\theta$$

$$\text{donc } I_{2A}^2 = I_{2A0}^2 + \sum_{k=1} \frac{a_{2Ak}^2 + b_{2Ak}^2}{2}$$

La valeur de la puissance absorbée P_2 , par la charge est donc égale à :

$$P_2 = R (I_{2A}^2 + I_{2B}^2 + I_{2C}^2)$$

La puissance absorbée est fonction de l'angle ψ .

- Les caractéristiques relatives au courant absorbé

L'étude de ces caractéristiques permet dans un premier temps d'avoir un aperçu sur l'aspect polluant du système et, dans un deuxième temps, une idée sur le dimensionnement des composants utilisés pour la conception du montage.

La valeur efficace du courant primaire se calcule de la même manière que pour le courant secondaire, à savoir :

$$I_{1A}^2 = I_{1A0}^2 + \sum_{k=1} \frac{a_{1Ak}^2}{2} = b_{1Ak}^2$$

$$I_{1A}^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\psi}^{\psi+\pi} I_{1A}^2 d\theta$$

Cette valeur dépend de la charge, de la consigne ψ et surtout de l'état magnétique du transformateur (saturé ou non). Cette information nous permet de dimensionner correctement les composants (en particulier les thyristors) du montage.

D'autres caractéristiques sont calculées à partir des valeurs efficaces. (Exemple : le facteur de puissance, les puissances apparentes, etc...).

La variation de l'angle d'amorçage ψ , fait apparaître un déphasage de l'onde fondamentale du courant absorbé, par rapport à la tension d'alimentation, ainsi que la déformation de l'onde de courant, qui peut se traduire par un taux d'harmoniques plus élevé.

- La puissance active en entrée

La puissance active, par définition, est donnée par :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) i(t) dt$$

* $v(t)$: tensions d'alimentation

* $i(t)$: courants primaires.

Vu l'aspect sinusoïdal des tensions $v(t)$, la puissance active est transportée par le fondamental des courants primaires.

L'expression du P pour chaque phase est calculée comme suit :

- Phase A

$$v_A(t) = V_m \sin \omega t$$

$$i(t) = a_{1k1} \cos \omega t + b_{1k1} \sin \omega t$$

$$\text{donc } P_A = \frac{V_m}{T} \left(\int_0^T \frac{a_{1A1}}{2} \sin 2\omega t \, dt + \int_0^T \frac{b_{1A1}}{2} \sin^2 \omega t \, dt \right)$$

$$\text{d'où } P_A = \frac{V_m b_{1A1}}{2}$$

- Phase B

$$v_B(t) = V_m \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$i(t) = a_{1B1} \cos \omega t + b_{1B1} \sin \omega t$$

$$\text{donc } P_B = \frac{V_m}{T} \left(\int_0^T \frac{a_{1B1}}{2} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \cos \omega t \, dt + \int_0^T \frac{b_{1B1}}{2} \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{3} \right) \sin \omega t \, dt \right)$$

$$\text{d'où } p_B = - V_m \frac{\sqrt{3} a_{1B1} + b_{1B1}}{4}$$

- Phase C

$$v_c(t) = V_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$i(t) = a_1 C_1 \cos \omega t + b_1 C_1 \sin \omega t$$

$$\text{donc } P_c = \frac{V_m}{T} \left(\int_0^T a_1 C_1 \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \cos \omega t dt + \int_0^T b_1 C_1 \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) \sin \omega t dt \right)$$

$$\text{d'où } P_c = V_m \frac{\sqrt{3} a_1 C_1 - b_1 C_1}{4}$$

- La puissance réactive

La puissance réactive est également portée par le fondamental, par définition, nous avons :

$$S_1^2 = P^2 + Q^2$$

avec S_1 : Puissance apparente correspondant au fondamentale.

P : Puissance active.

$$\text{donc } Q = \sqrt{S_1^2 - P^2}$$

$$\text{or } S^2 = V_{\text{eff}}^2 I_{1A1}^2$$

$$\text{d'où } Q = \sqrt{V_{\text{eff}}^2 I_{1A1}^2 - P^2}$$

- La puissance déformante

La notion de puissance "déformante" est liée à la déformation de l'onde de courant et par suite au taux d'harmoniques.

Cette affirmation sera montrée une fois l'expression de la puissance déformante obtenue.

La présence d'harmoniques fait que la puissance apparente totale S est supérieure à celle du fondamental "S1". Par définition, la différence peut représenter la déformante.

Ce qui permet d'écrire :

$$S^2 = S_1^2 + D^2$$

$$\text{donc } D = \sqrt{S^2 - S_1^2}$$

$$\text{avec } S^2 = V_{\text{eff}}^2 I_{1\text{eff}}^2$$

$$\text{et } S_1^2 = V_{\text{eff}}^2 I_{11}^2$$

L'expression de D devient alors :

$$D = V_{\text{eff}} \sqrt{I_{1\text{eff}}^2 - I_{11}^2} = V_{\text{eff}} \sqrt{\sum_{k>1}^n (I_{1k})^2}$$

- Le facteur de puissance

Les valeurs efficaces des courants primaires et secondaires permettent le calcul du facteur de puissance primaire f_p .

L'expression de f_p est la suivante :

$$f_p = \frac{P}{S} = \frac{P}{V_{\text{eff}} I_{1\text{eff}}}$$

- phase A

$$f_p = \frac{b_{1A1}}{\sqrt{2} I_{1A\text{eff}}}$$

- phase B

$$f_p = \frac{\sqrt{3} a_{1B1} - b_{1B1}}{2\sqrt{2} I_{1B\text{eff}}}$$

- phase C

$$f_p = \frac{\sqrt{3}a_{1c1} + b_{1c1}}{2\sqrt{2} I_{1c\text{eff}}}$$

- Le facteur de déplacement

Par définition, on a :

$$f_d = \frac{P}{V_{\text{eff}} I_{11}}$$

$$\text{avec } I_{11} = \sqrt{\frac{a_{11}^2 + b_{11}^2}{2}}$$

Le facteur de déplacement rend compte du déphasage entre la tension d'entrée et le courant d'entrée ayant la même fréquence.

III.4 Comparaison des résultats acquis par la simulation

L'objectif est double :

- D'abord, par des essais sans saturation, confirmer par l'examen des ondes temporelles et des caractéristiques, la validité en régime établi des programmes; ceci par comparaison avec les résultats obtenus antérieurement [7] rappelés au 1^{er} chapitre dans le cas de l'association triphasée.

- Ensuite, observer directement à partir des résultats de simulation, l'incidence de la saturation.

III.4.1 Etude de l'Association monophasée

III.4.1.1 Ondes temporelles

Les tracés des planches II.1 et II.2 correspondent respectivement à la pleine charge, transformateur très faiblement saturé et à une charge très réduite avec une forte saturation introduite.

Les grandeurs observées sont : le flux φ , le courant primaire i_1 , la tension de l'enroulement primaire v_p , et la tension gradateur v_{TH} .

Commentaires sur ces relevés :

- On observe en pleine charge l'incidence de la réactance de fuite, par l'amortissement du front de montée du courant i_1 .

- A faible charge, en régime fortement saturé, on observe une forte déformation du courant primaire liée à celle du courant magnétisant, avec des extrêmes correspondant à une saturation du flux. (écrêtage observable sur l'onde $\varphi(t)$).

III.4.1.2 Caractéristiques

Les grandeurs sont toutes rapportées à la puissance apparente pleine onde S_0 .

III.4.1.2.1 Puissance active P/S_0 (fig. A)

On observe essentiellement 2 points :

- Une limite basse de fonctionnement qui augmente avec la saturation, et la réduction de charge. Ceci paraît logique puisque ces deux facteurs contribuent à augmenter la nature réactive de l'ensemble.

- Des valeurs nettement moins élevées dans le cas de la faible charge, du fait d'une saturation introduite, très importante, augmentant la valeur de S_0 par la contribution en particulier de la puissance déformante.

III.4.1.2.2 Facteur de puissance $f = P/S$ (fig. B)

Les valeurs "pleine onde" doivent correspondre à celles de la courbe précédente puisque dans ce cas, $S = S_0$. On vérifie qu'il en est ainsi.

Ensuite, étant forcément inférieures à S_0 quand ψ augmente ces courbes se situent "sous" les précédentes.

On peut noter que la saturation conduit à une réduction du facteur de puissance d'autant plus sensible que la charge est faible.

III.4.1.2.3 Puissance réactive Q/S_0 (fig. C)

Celle-ci est due à l'inductance de fuite l_1 (surtout effective en charge), au retard dû à ψ (déphasage du courant), et à l'inductance propre du transformateur, assimilable à vide à une bobine saturable.

On remarque que Q/S_0 est d'autant plus élevée que la saturation est importante. Ceci est particulièrement remarquable à faible charge, la nature globale de l'association étant alors plutôt inductive.

III.4.1.2.4 Puissance déformante D/S_0 (fig. D)

Cette puissance diminue avec la réduction de charge, compte tenu de la nature globalement plus inductive de l'association à faible charge, conduisant à un "amortissement" des fronts de montée du courant, et donc à une réduction des harmoniques de rang élevé. La saturation a le même effet sur ces fronts. Les courbes avec saturation, se situent alors "sous" les courbes sans saturation, dès que ψ est suffisant. Toutefois, le cas de la pleine onde est particulier; il faut distinguer la puissance déformante liée aux commutations de celle qui est ici liée à la déformation du courant magnétisant du fait de la non linéarité de la courbe d'aimantation. C'est ainsi qu'en pleine onde, la puissance déformante est supérieure, en régime saturé.

III.4.2 Conclusion sur l'étude en monophasé

La saturation a pour effets essentiels :

- Une augmentation de la valeur de la butée basse de l'angle de réglage ψ .
- Une augmentation de la puissance réactive.
- Une modification sensible de la puissance déformante.
- Une réduction du facteur de puissance.

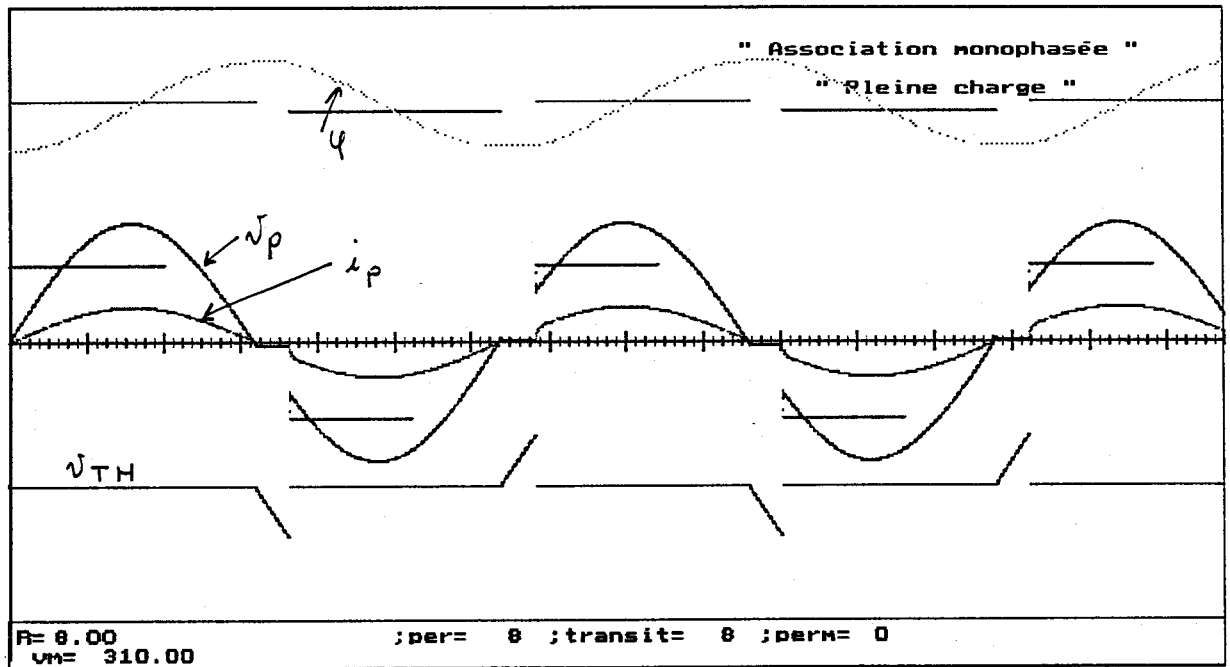


Planche II.1
 100%

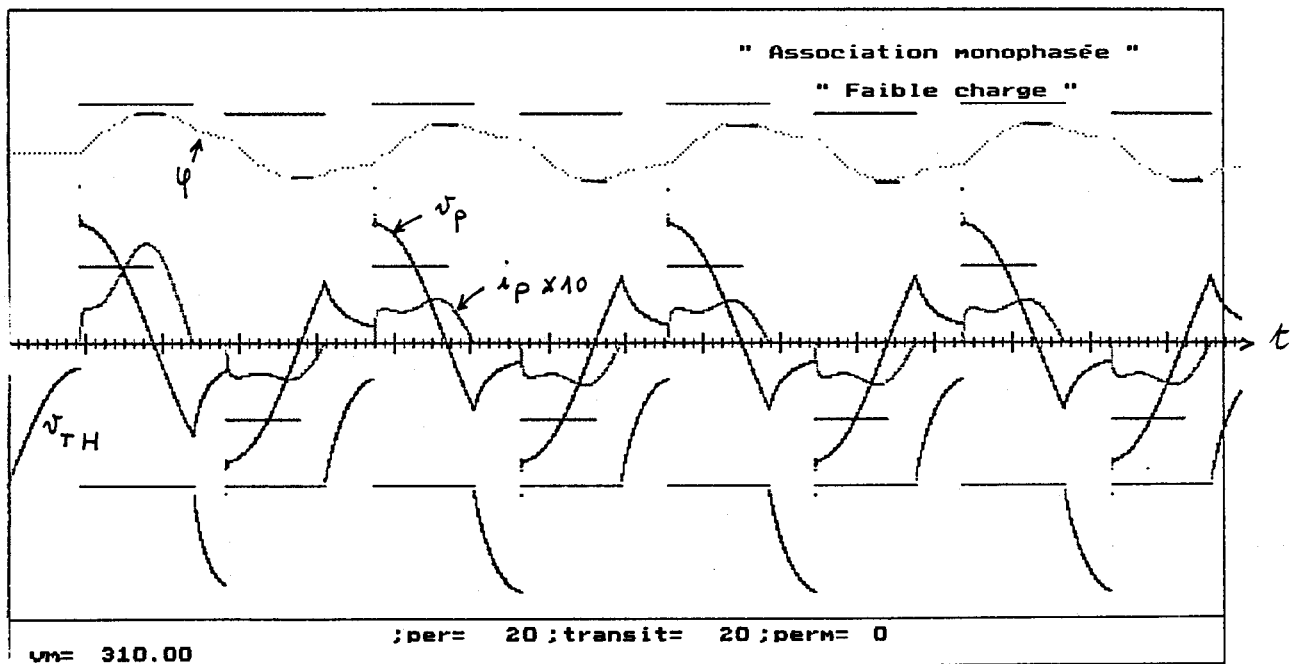
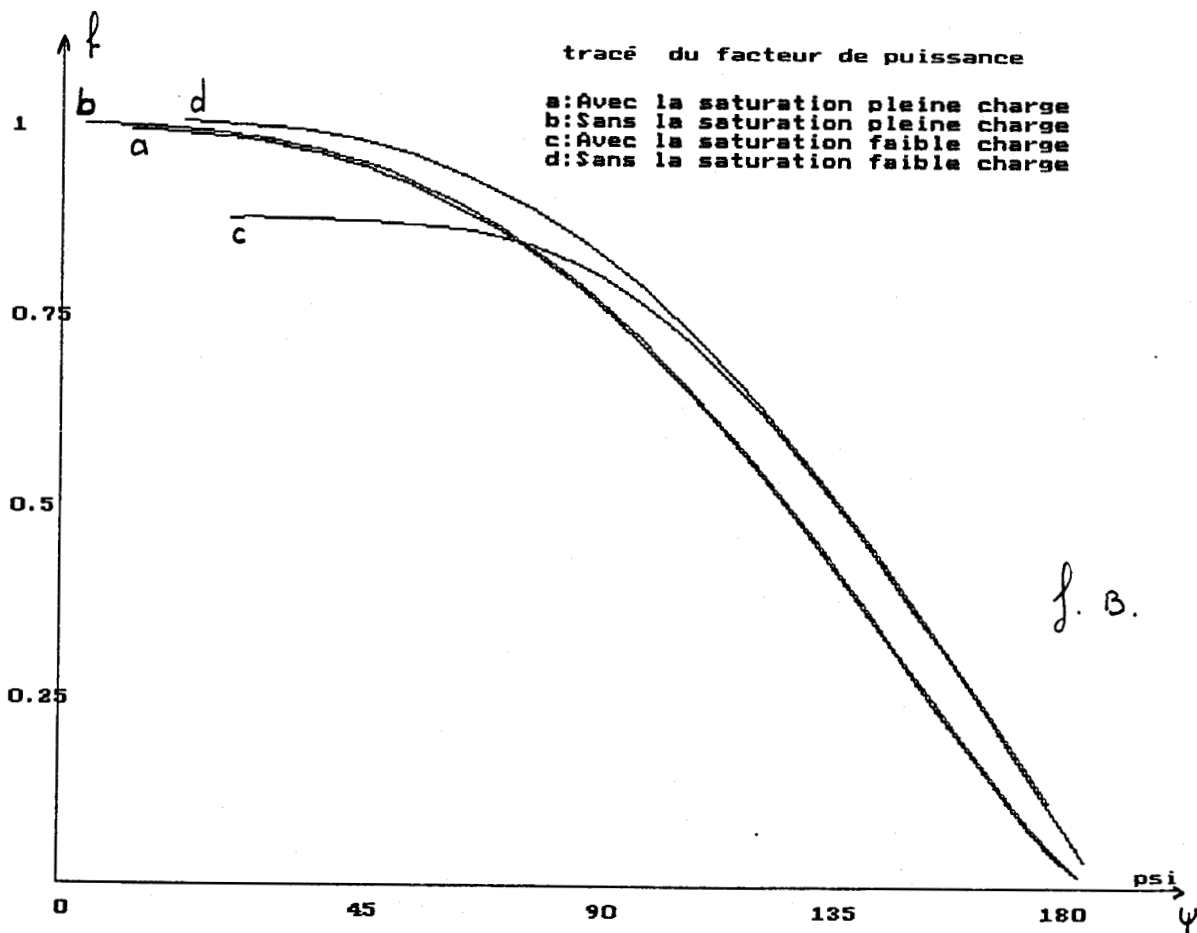
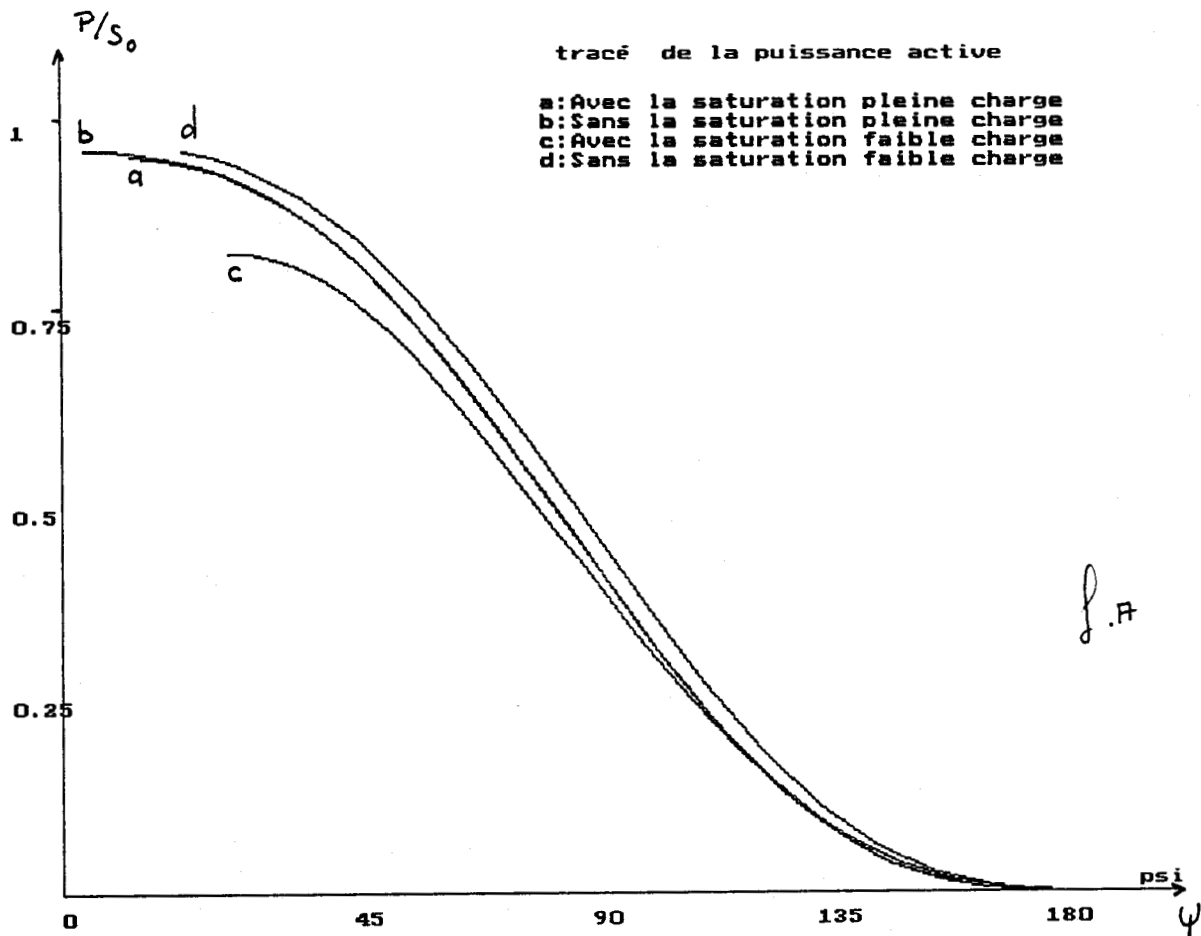
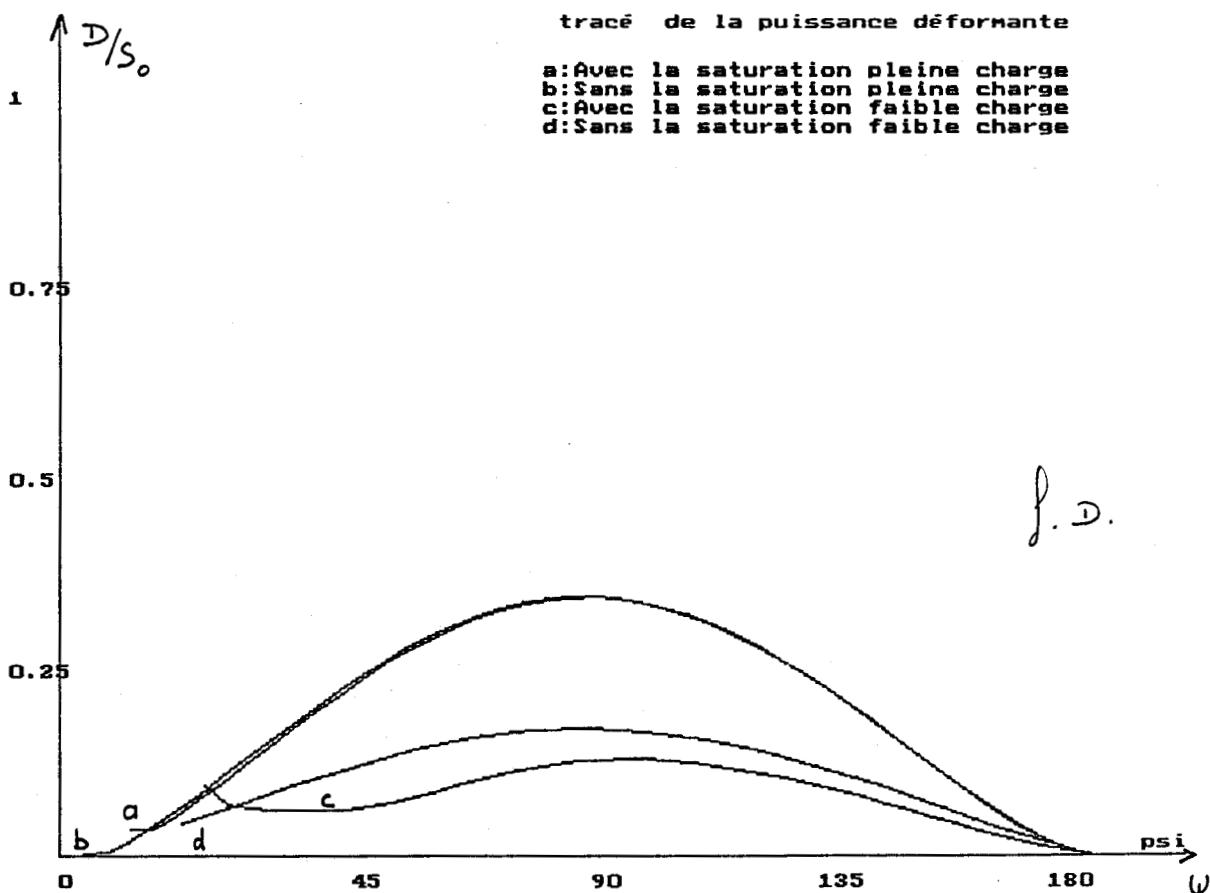
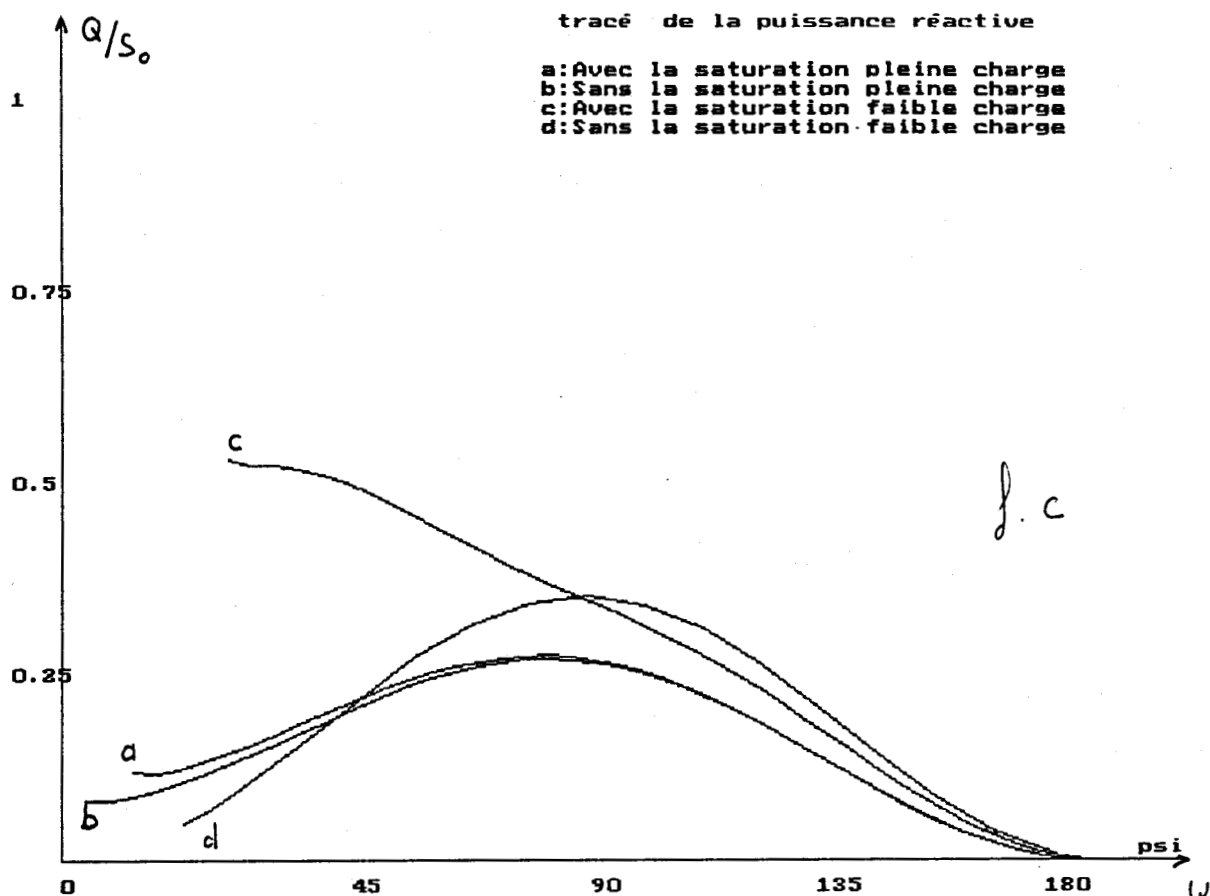


Planche II.2
 10% saturé





III.4.3 Etude de l'Association triphasée

III.4.3.1 Ondes temporelles

Nous nous bornons aux ondes des 1^{er} et 2^{ème} modes, seuls susceptibles d'entraîner une saturation du transformateur.

III.4.3.1.1 Etude avec faible saturation

Les tracés, comparés aux résultats antérieurs, pour la pleine charge et une charge réduite (5%) sont similaires.

On note toutefois l'influence de la réactance de fuite, en observant les fronts de montée des courants, ainsi qu'un léger déplacement vers le haut des limites des modes. (A cet effet, il convient d'observer les **diagrammes de conduction** des composants, reportés sur les tracés).

Les planches correspondantes sont notées :

- II.3 : pour la pleine charge en 1^{er} mode.
- II.4 : pour la pleine charge en 2^{ème} mode.
- II.5 : pour 5% de la pleine charge en 1^{er} mode.
- II.6 : pour 5% de la pleine charge en 2^{ème} mode.

III.4.3.1.2 Etude avec saturation "forte"

Les tracés comparés aux précédents limités aux cas de la faible charge, font apparaître :

- Un glissement des limites de modes vers le haut.
- Une distorsion des courants aussi bien en premier qu'en second mode et une augmentation de leur amplitude.
- Une modification sensible de l'onde de flux.

Ces tracés correspondent aux planches :

- II.7 : pour le 1^{er} mode.
- II.8 : pour le 2^{ème} mode.

III.4.3.2 Caractéristiques

III.4.3.2.1 facteur de puissance f (fig. E)

Globalement, les allures sont celles obtenues dans les études antérieures rappelées au 1^{er} chapitre.

On distingue toutefois :

- Une baisse générale de valeur, liée à l'introduction des pertes réactives dans l'air et de la saturation (ces deux facteurs accentuant la réduction de f). (Prendre en compte le fait, que la saturation n'est jamais totalement annulée dans notre simulation).

- Une augmentation de la limite visible ici en 3^{ème} mode, se traduisant par des valeurs supérieures à 150°.

III.4.3.2.2 Puissance active P/S₀ (fig. F)

Les courbes correspondantes ont les mêmes "pointés" pleine onde que f(ψ). Ceci est vérifié.

Elles sont globalement situées à un niveau inférieur de celles rappelées, pour l'association sans pertes. Ceci est parfaitement justifié par le fait qu'elles sont rapportées à la puissance apparente, laquelle inclue les puissances active et réactive.

III.4.3.2.3 Puissance réactive Q/S₀ (fig. G)

Les travaux antérieurs montrent l'augmentation de la puissance réactive avec le retard ψ.

Dans notre cas, où les pertes et la saturation sont prises en compte, l'augmentation est d'autant plus sensible, de par la présence des pertes réactives dans l'air et de la nature plus réactive du transformateur en régime de saturation, observable en particulier, très nettement à faible charge.

Les caractéristiques tracées corroborent les résultats antérieurs et répondent aux remarques

précédentes.

On notera également une augmentation de la limite basse du 1^{er} mode liée au fait que la saturation n'est jamais complètement annulée, et la prise en compte des pertes réactives dans l'air.

III.4.3.2.4 Puissance déformante D/S_0 (fig. H)

Toujours par comparaison à l'association sans pertes dont les résultats sont rappelés au 1^{er} chapitre, on constate une similitude globale, à savoir, des caractéristiques en "cloche".

Les différences observées sont :

- Valeurs non nulles à "pleine onde" s'expliquant par la saturation faible ou forte, mais jamais nulle, donnant une puissance déformante non pas liée aux commutations, mais à la non linéarité de la caractéristique magnétique.

- En 2^{ème} et 3^{ème} mode : valeurs plus faible de D/S_0 , pouvant s'expliquer, d'une part, par la nature globalement plus inductive de l'association en cas de saturation, occasionnant un amortissement des fronts de montée du courant, et d'autre part par une augmentation de la puissance réactive, laquelle intervient dans " S_0 " placée au dénominateur de la fonction.

On remarque comme précédemment un "glissement" des limites hautes et basses de ψ vers le haut.

III.4.3.3 Conclusion sur la simulation en triphasée

En fonctionnement à faible saturation, les courbes et caractéristiques sont très proches de celles observées en essai direct et de celles correspondant à l'étude simplifiée d'une association sans pertes.

Seule l'influence de l'inductance de fuite est sensible et se traduit par un amortissement à la montée des courants primaires à charge normale.

En régime de forte saturation, on observe un déplacement des limites de modes, à savoir par exemple pour la limite basse du 1^{er} mode, dans notre cas de figure, un décalage de 8°, à pleine charge et 10° à 5% de la pleine charge.

Ceci est corroboré par les résultats des essais réels, pour lesquels une forte saturation est introduite par l'artifice d'une hausse de tension excessive de la source, conduisant à un changement de mode, donc à un déplacement des limites tel que l'angle ψ initialement choisi se retrouve dans la plage de valeur du mode précédent. Ceci était, en fait, exagéré donc "caricatural", mais confirme le phénomène.

Le facteur de puissance est réduit du fait de la saturation, surtout à faible charge, mais cela, n'a pas une grande conséquence, (les courants restant faibles) sur les perturbations apportées au secteur.

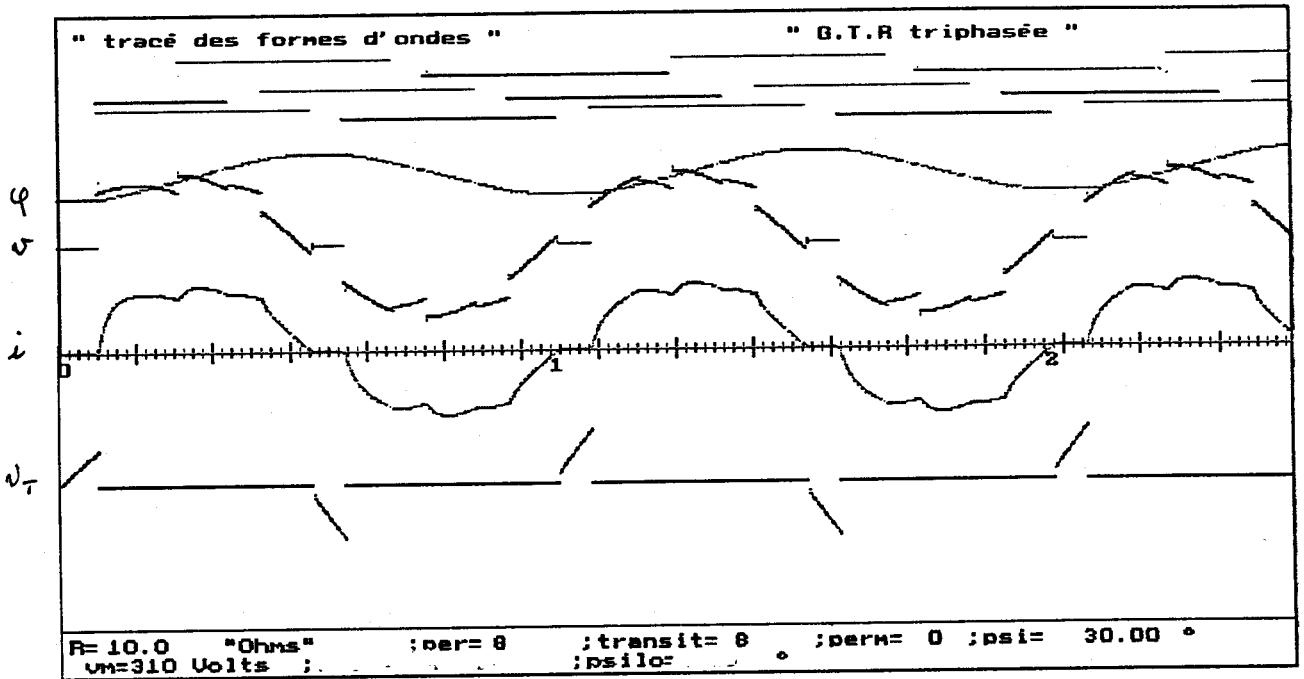


PLanche II.3

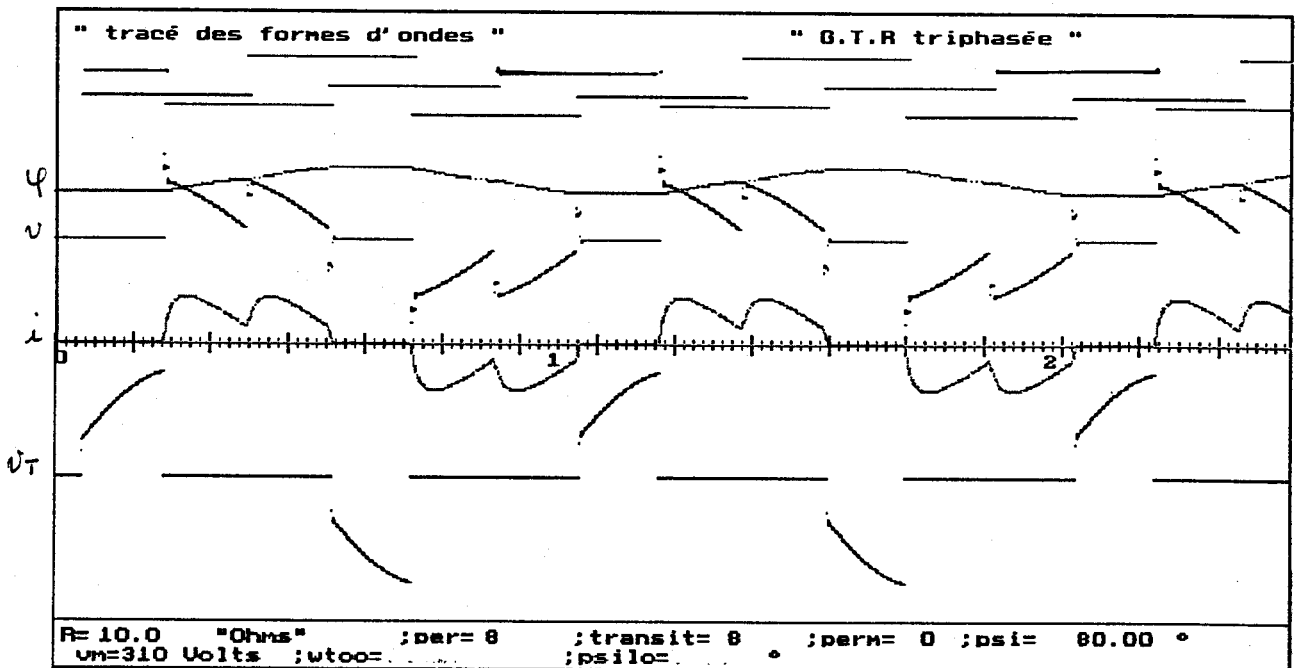


Planche II.4

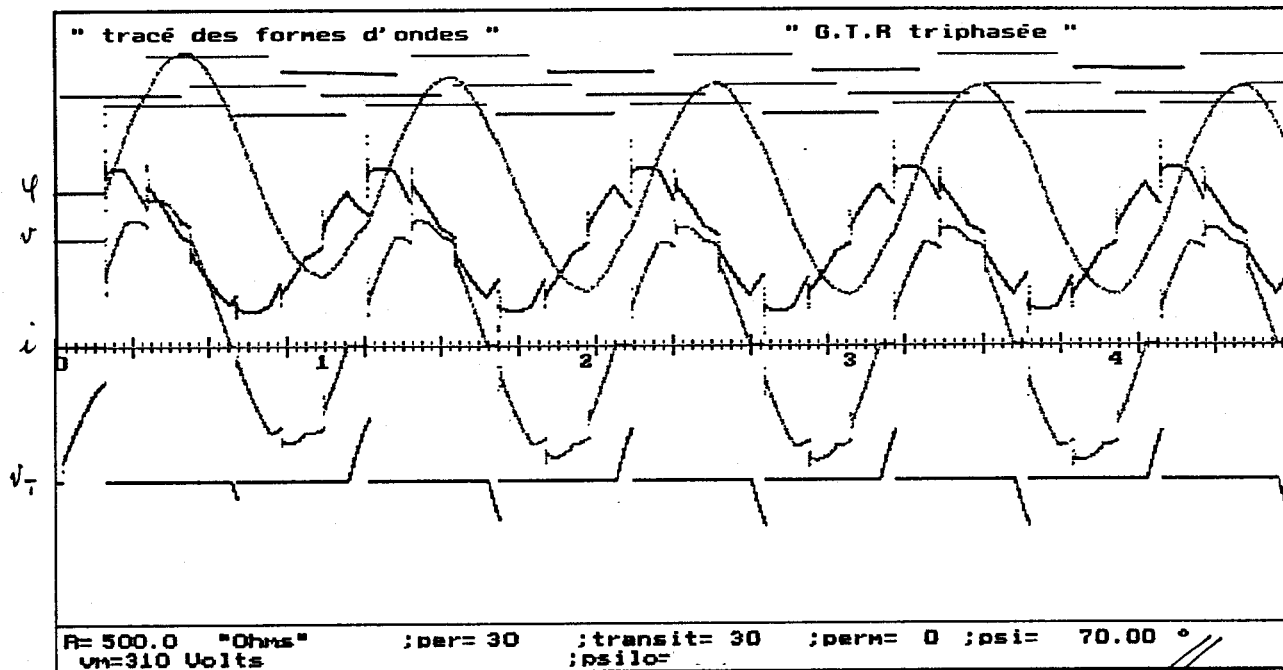


Planche II.5

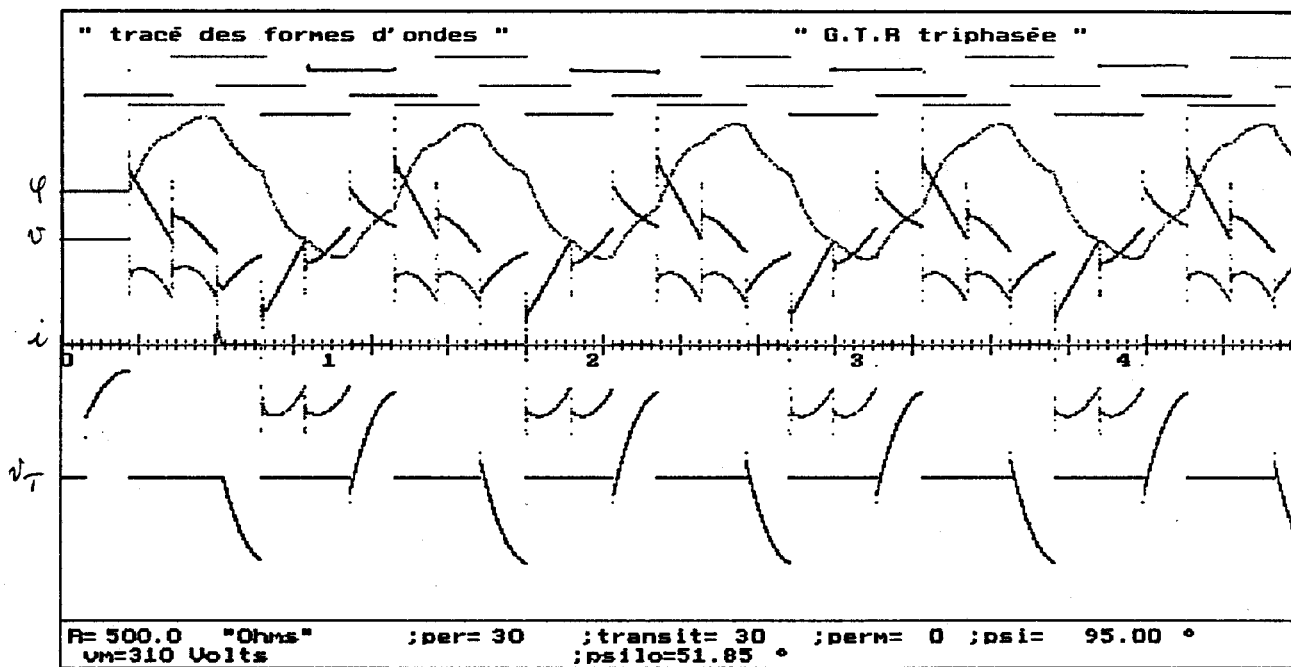


Planche II.6

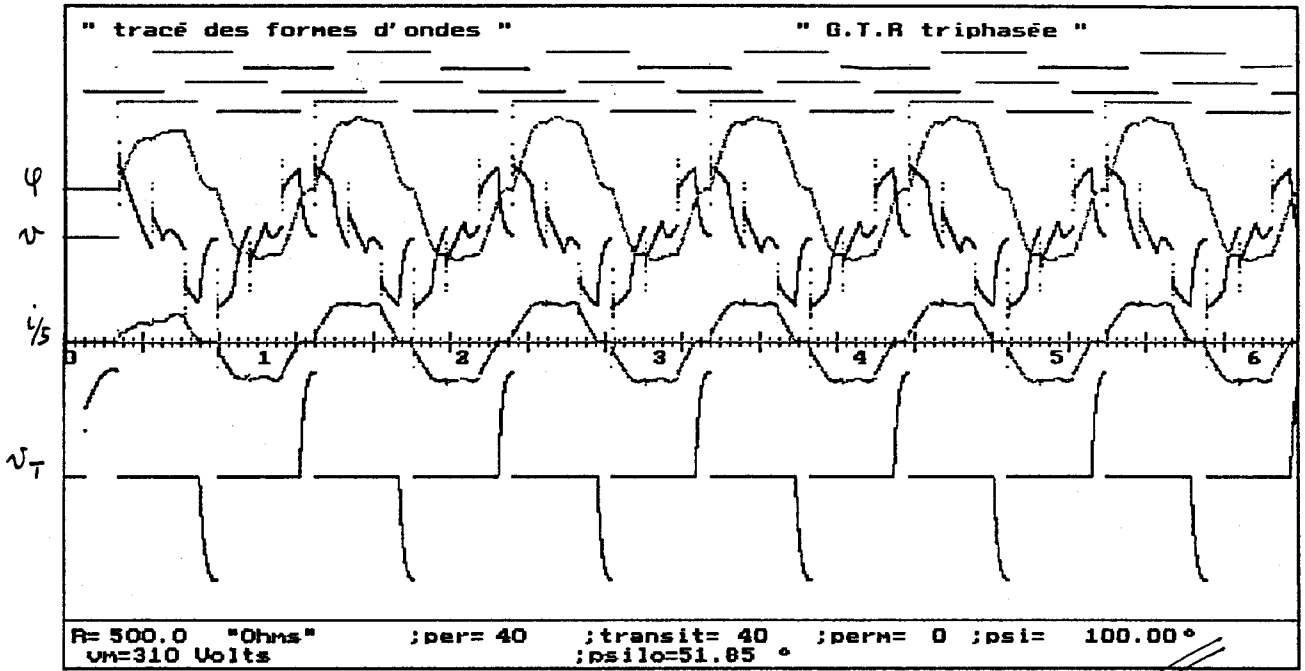


Planche II.7

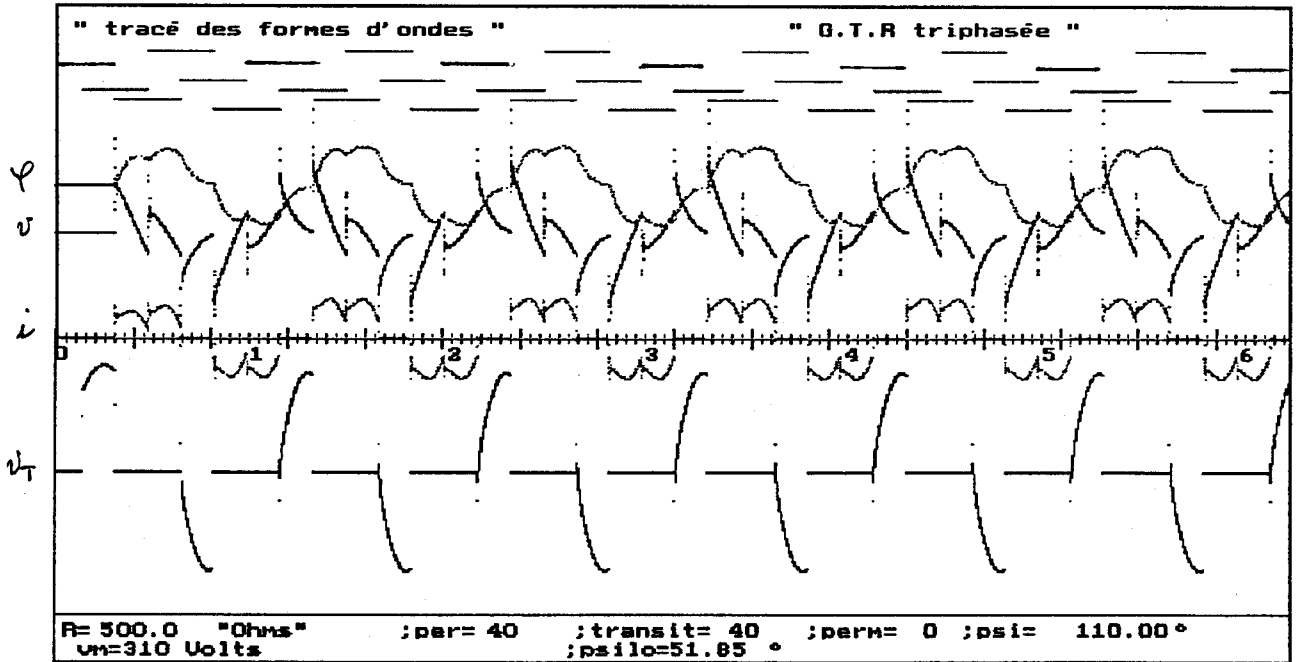
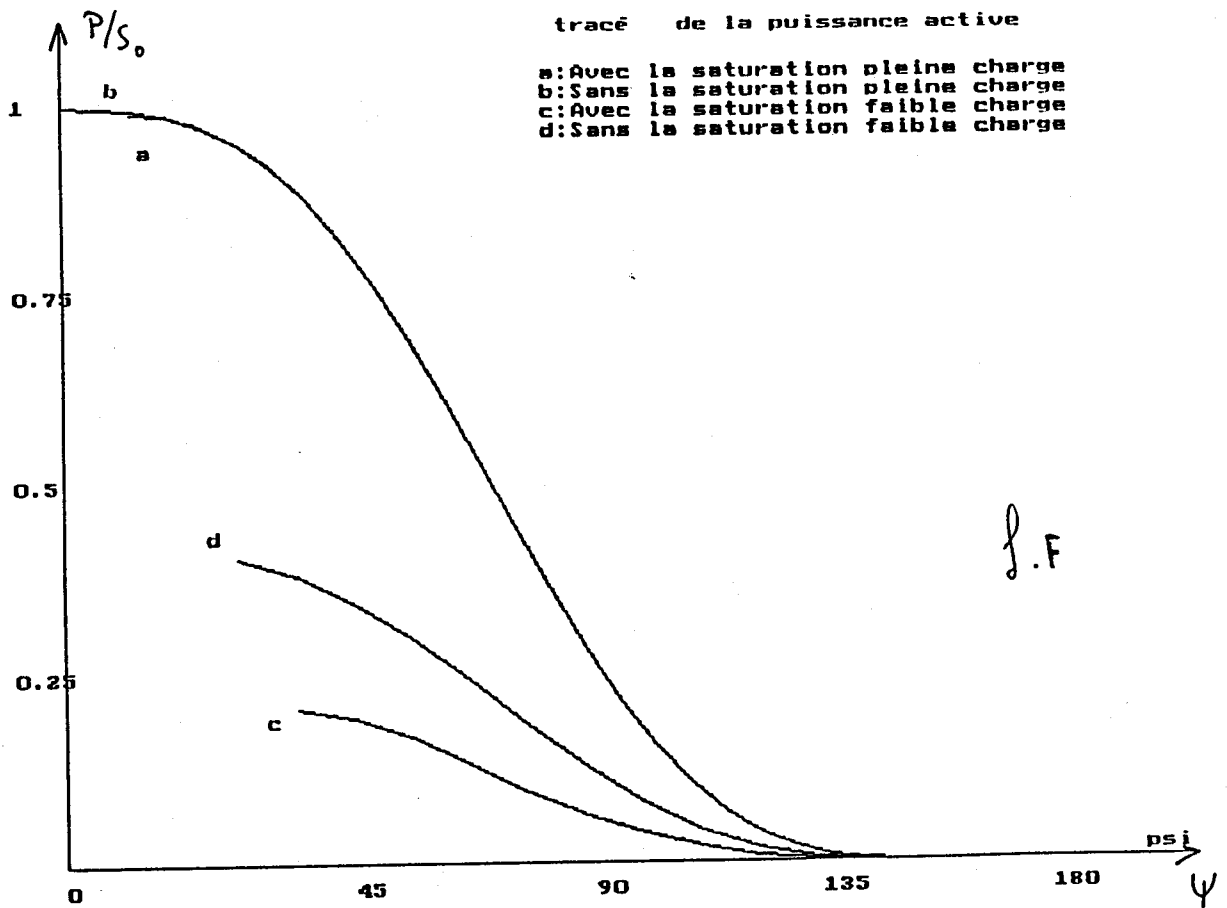
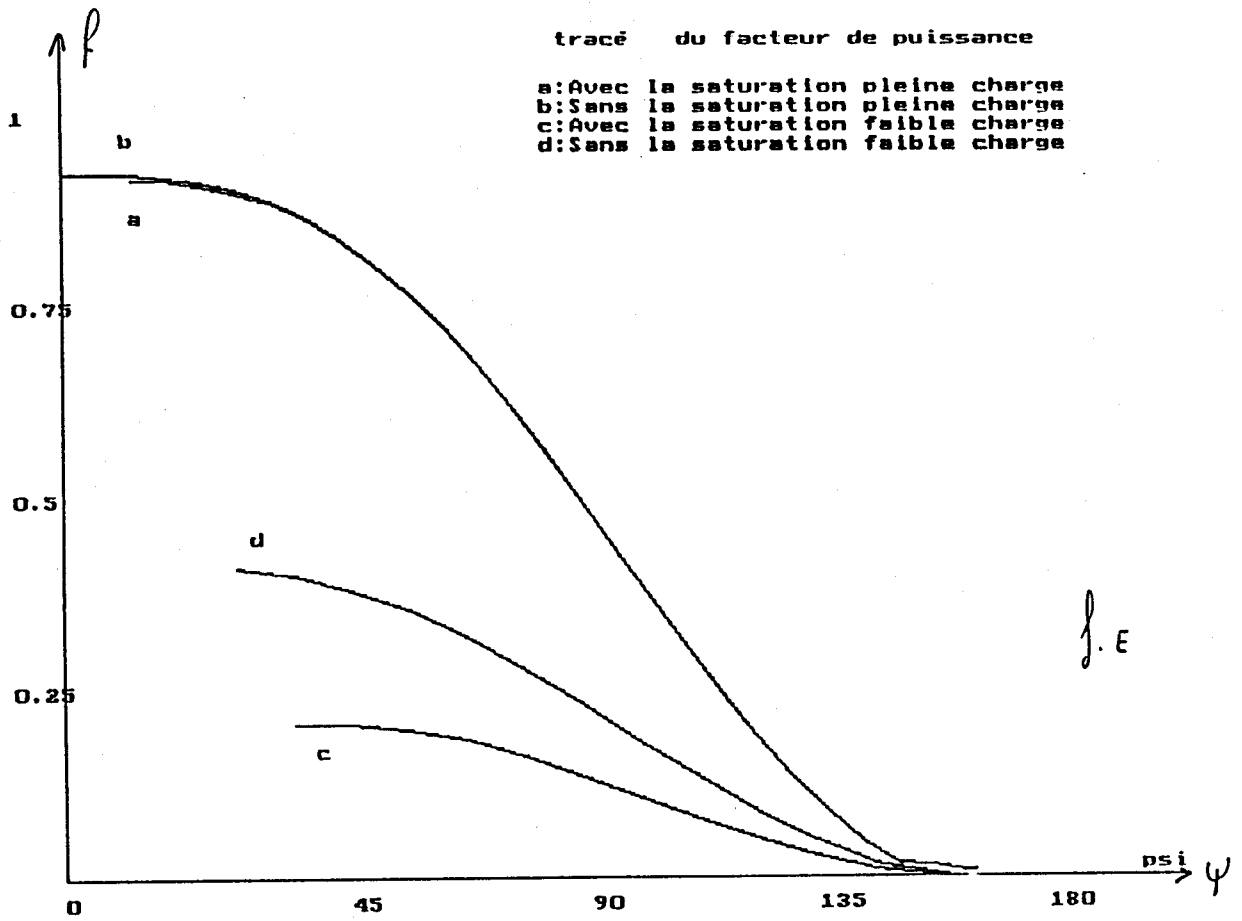
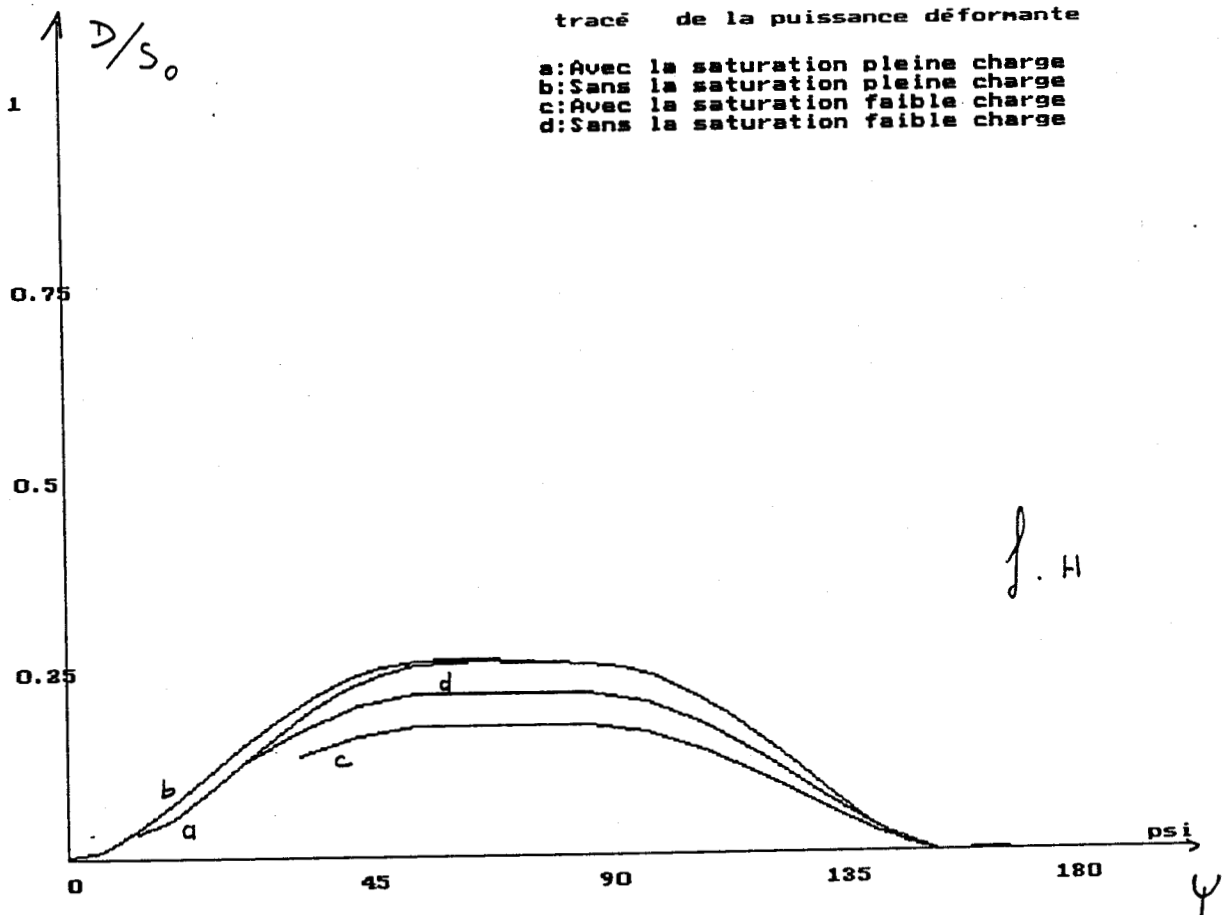
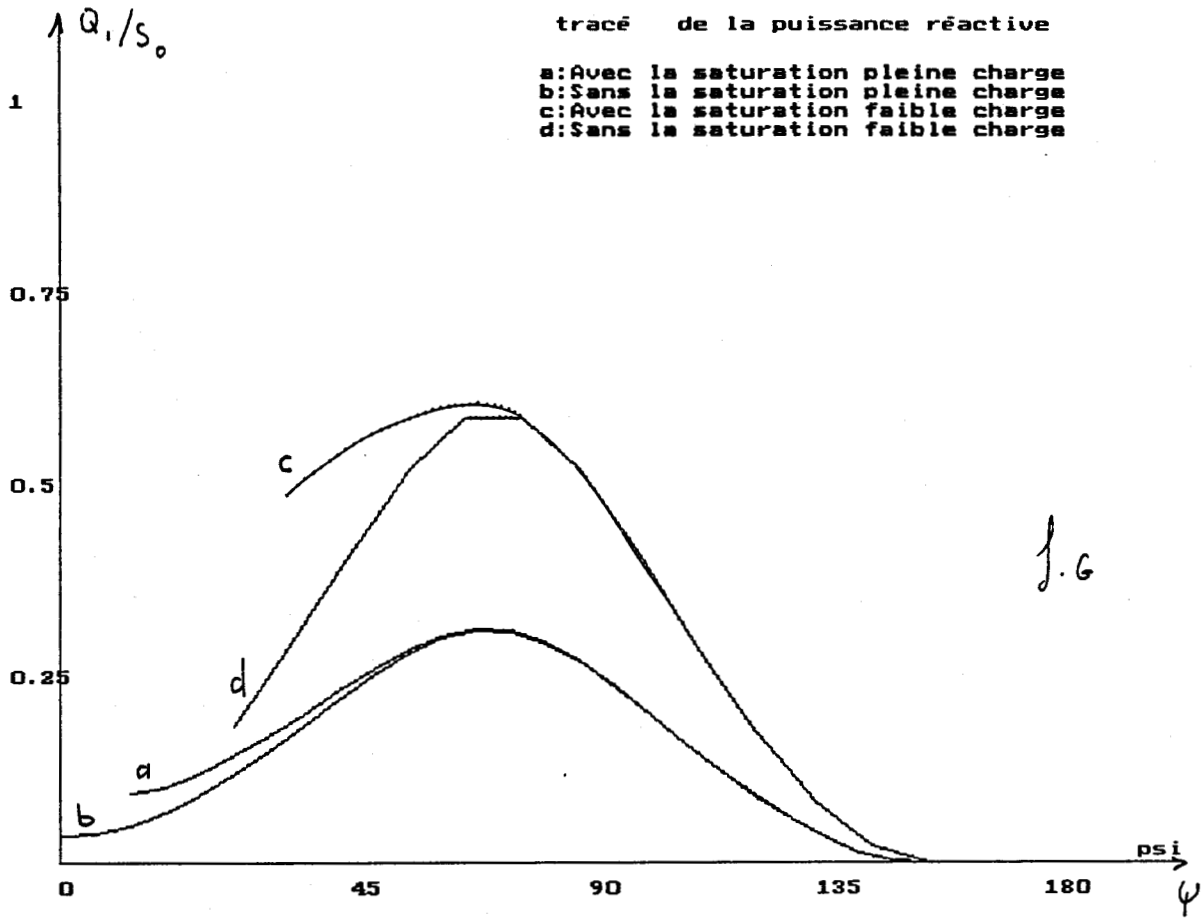


Planche II.8





CHAPITRE III

CHAPITRE III

REALISATION D'UN PROTOTYPE AVEC OPTIMISATION DE LA CARTE DE COMMANDE

- I - LE PROTOTYPE - REALISATION TECHNIQUE**
- II - COMPARAISON DES RESULTATS**
- III - CONCLUSION**

REALISATION D'UN PROTOTYPE AVEC OPTIMISATION LA CARTE DE COMMANDE

I LE PROTOTYPE - REALISATION TECHNIQUE

Ce chapitre concerne la réalisation du prototype utilisé pour les essais. Ce système comporte une partie puissance (Gradateur- Transformateur-Résistance) et une carte de commande originale optimisée pour assurer un fonctionnement satisfaisant de l'ensemble en toutes circonstances.

Le système de commande d'un gradateur triphasé est assez simple et de nombreuses réalisations, utilisant des technologies classiques (analogique, logique cablée ou programmée) fonctionnent de manière satisfaisante. Il nous a paru intéressant de présenter ici une application d'un système "universel" de commande de convertisseurs statiques développé par B. DURAND à l'IUT de Nantes.

Ce système de commande, utilisant une technologie mixte en logique cablée et programmée, peut assurer la commande de convertisseurs statiques de divers types, par simple modification des programmes du microprocesseur qui l'anime. La rapidité de la logique cablée utilisée autorise une grande précision sur les angles de commande des interrupteurs, et l'utilisation d'un microprocesseur permet d'envisager des applications "puissantes", faisant intervenir une régulation des grandeurs physiques du processus commandé et une surveillance de son bon fonctionnement pour modifier la commande en cas d'incident.

I.1 CONTRAINTES DU SYSTEME

Les contraintes pesant sur le système de commande sont de deux ordres: en régime normal de fonctionnement, il doit générer les impulsions d'amorçage des gâchettes des thyristors avec une bonne précision angulaire.

En cas d'incident de fonctionnement (rupture partielle de la charge au secondaire, disparition d'une phase secteur...) il doit gérer la partie puissance de manière à assurer un fonctionnement en mode dégradé aussi convenable que possible. Nous allons présenter ces différents points.

1.1.1 Précision angulaire

Nous avons mené une étude par simulation du fonctionnement du système en supposant que la commande des gâchettes est entachée d'une asymétrie systématique. Le déclenchement s'effectue avec un retard de ψ pour l'alternance positive, et de $\psi + \epsilon$ pour l'alternance négative. La figure 1 présente les formes d'ondes pour un gradateur monophasé avec une charge résistive.

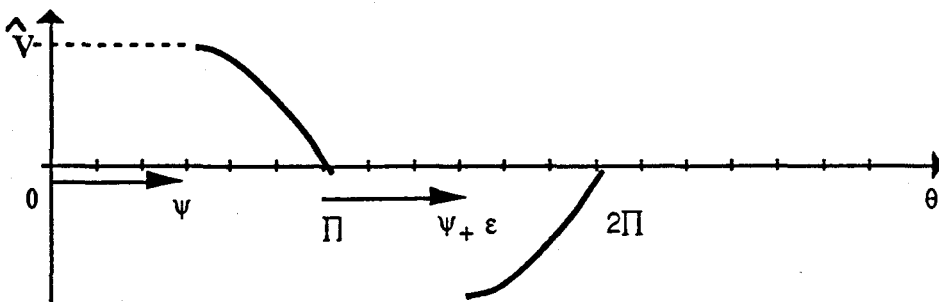
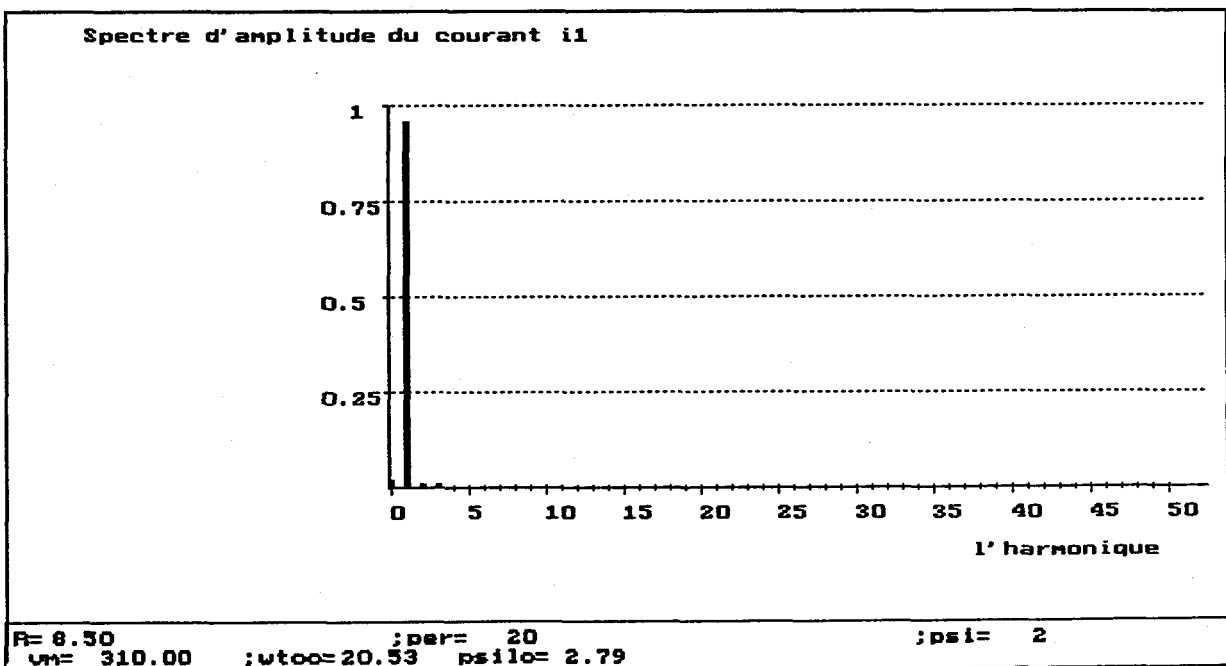


Fig. 1

Dans le cas de l'association Gradateur-Transformateur-Résistances en triphasé, l'analyse spectrale des courants et tensions donne des résultats que l'on pouvait prévoir.

La figure 2 présente le spectre du courant primaire d'une phase. Par suite de l'asymétrie, les courants primaires comportent une composante continue, et des harmoniques de rang 2, 3 et 4 qui n'interviennent pas en régime symétrique.



Ces harmoniques, bien que d'une amplitude modérée, contribuent à la pollution du réseau d'alimentation. La composante continue, pour sa part, ne peut pas franchir le transformateur et augmente les pertes Joule par dissipation dans les résistances primaires.

I.1.2 Fonctionnement lors de la survenue d'incidents

Le système de commande doit assurer un fonctionnement aussi satisfaisant que possible lors d'incidents éventuels. Les défauts à prendre en compte sont de trois types : court-circuit d'un interrupteur bidirectionnel, disparition d'une phase secteur, rupture partielle de la charge. Nous nous intéresserons brièvement aux deux premiers, et développerons plus longuement le troisième.

I.1.2.1 Court-circuit d'un interrupteur bidirectionnel.

La figure 3 montre la configuration du système dans ce cas. Deux interrupteurs fonctionnent normalement; le troisième, détruit, est en court-circuit. Le montage se ramène à celui du "gradateur économique".

Il est assez aisé de détecter cette situation, par une surveillance de la tension aux bornes des semi-conducteurs : cette tension sera, en effet, toujours nulle dans le cas d'un court-circuit, ce qui n'est normalement le cas que lors du fonctionnement en pleine onde du gradateur.

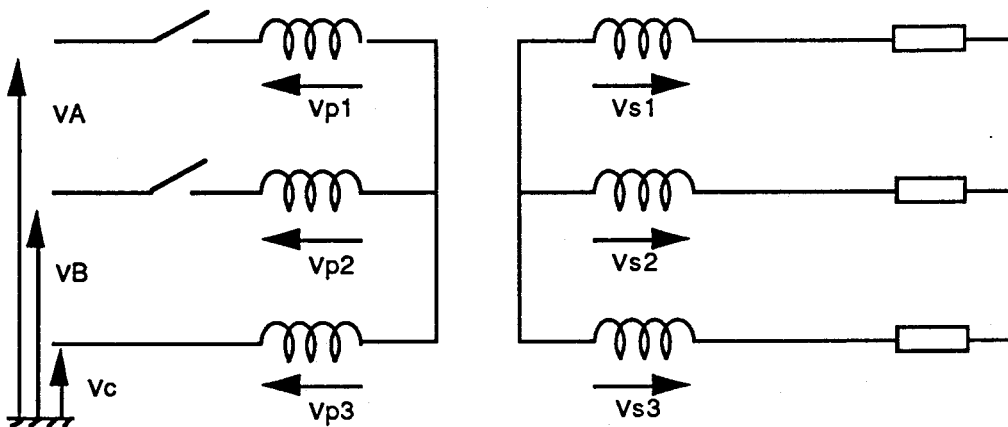


Figure 3 : Court-circuit de l'interrupteur C

1.1.2.2 Disparition d'une phase secteur

La figure 4 présente cette configuration du système. On est ici dans le cas d'un gradateur monophasé. La détection de ce défaut est aisée, par surveillance des tensions secteur.

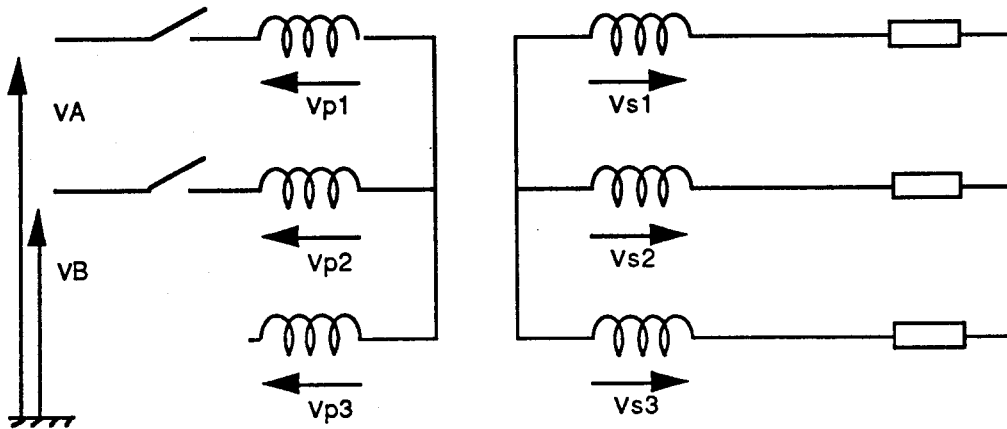


Figure 4 : Disparition d'une phase secteur

1.1.2.3 Rupture partielle de la charge au secondaire

La figure 5 présente cette configuration du système. L'une des trois résistances de charge est détruite (circuit ouvert). Il en résulte un fonctionnement déséquilibré. La détection de ce type de défaut peut s'effectuer par la surveillance des courants secondaires.

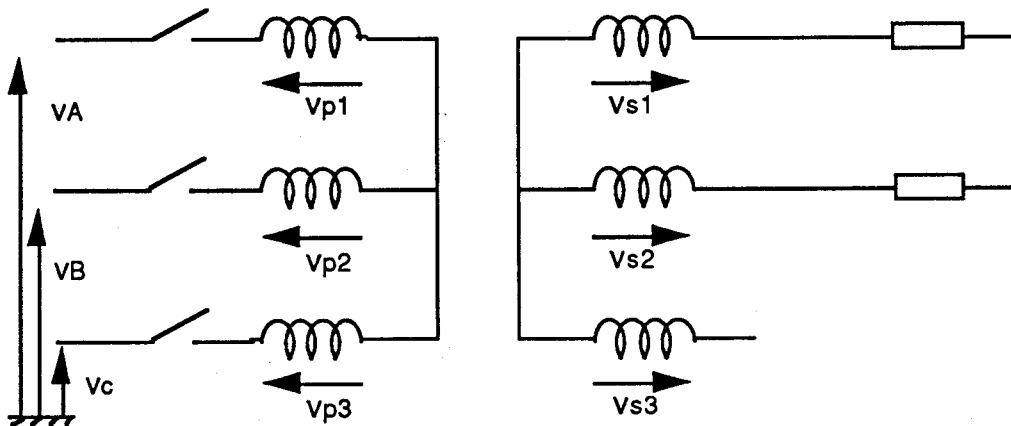


Figure 5 : Rupture partielle de la charge

1.1.2.4 Fonctionnement en mode dégradé

Dans les trois cas de figure présentés, il est possible d'assurer le fonctionnement du système, par une modification des caractéristiques de la commande. Ceci n'est évidemment possible qu'à l'intérieur de certaines limites de la puissance à fournir.

Rupture de la phase c

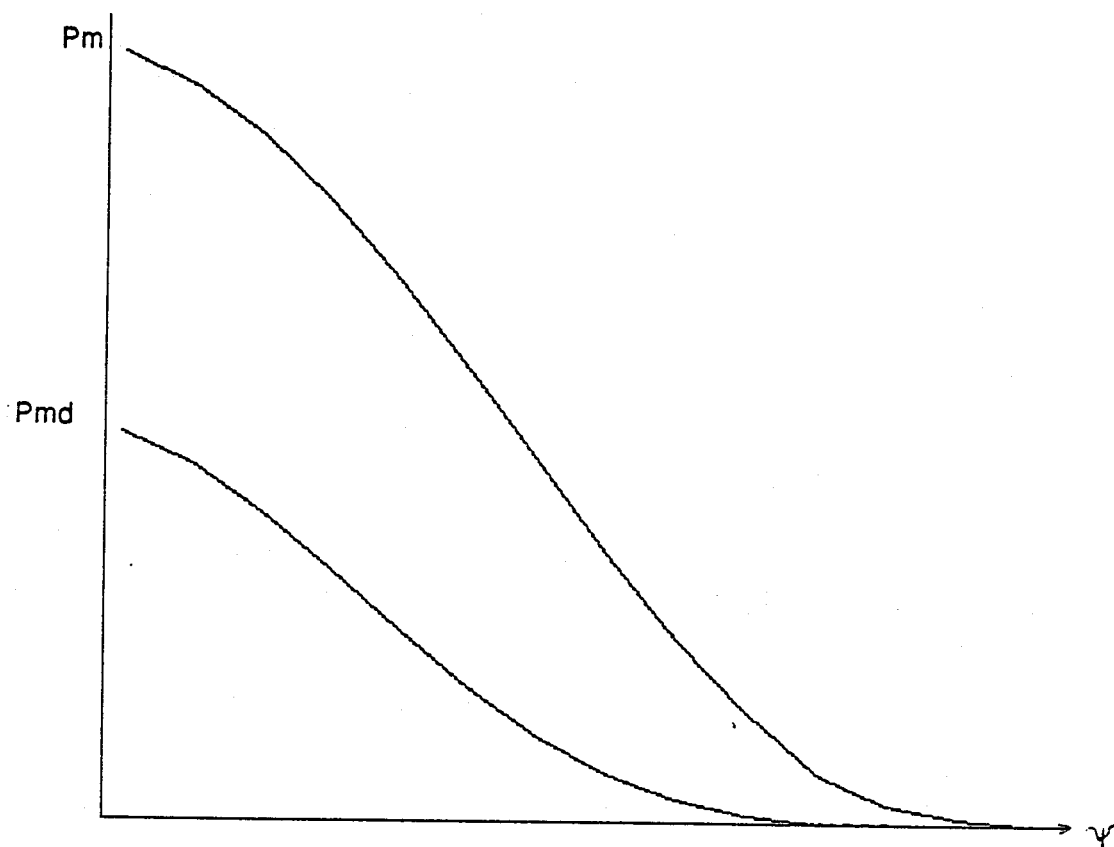


Figure 6

La figure 6 présente pour le cas 1.1.2.2 (disparition d'une phase secteur) la caractéristique donnant, pour une puissance P à fournir à la charge, l'angle ψ de retard à l'amorçage, pour le fonctionnement normal (3 phases) et le fonctionnement dégradé (1 phase manquante).

On voit qu'il est possible d'assurer le fonctionnement jusqu'à 1 puissance P_{md} (= P_{max} en dégradé).

Le fonctionnement en mode dégradé n'est intéressant que provisoirement, en attente d'une intervention de maintenance rétablissant l'intégrité du système. Les inconvénients liés à ce type de fonctionnement (déséquilibre des courants primaires, harmoniques supplémentaires induits, puissance fournie limitée,...) interdisent une utilisation prolongée.

Par le coût des capteurs nécessaires (capteurs de courant et de tension, avec isolement galvanique indispensable) ce système n'est à envisager que dans le cas de systèmes pour lesquels la continuité de fonctionnement est impérative.

1.2 LE PROTOTYPE

1.2.1 Principe de fonctionnement

Nous avons utilisé une carte de commande en logique câblée, utilisée comme un périphérique d'une carte à microprocesseur. Elle génère les impulsions de commande des gâchettes de manière autonome, en fonction des ordres reçus du microprocesseur, selon le schéma-bloc de la figure 7

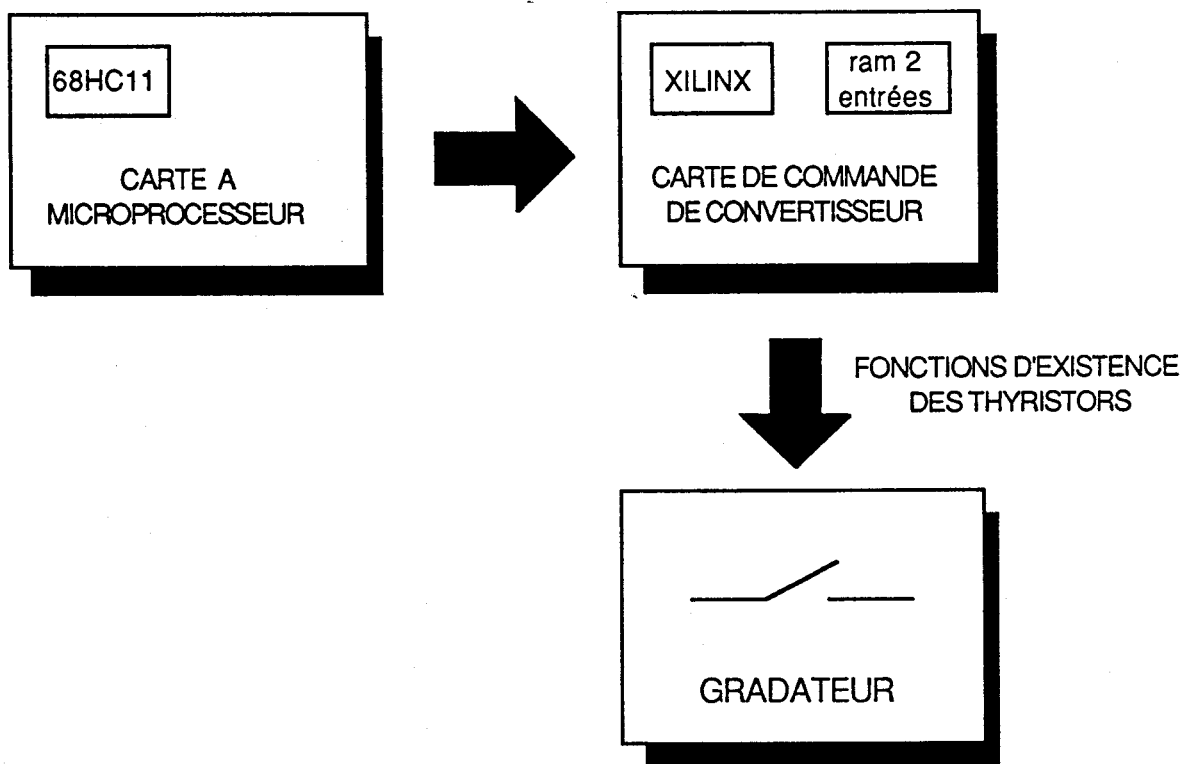


Figure 7 : Schéma-bloc du système de commande

1.2.2 Carte de commande

Les fonctions d'existence sont obtenues par lecture dans un circuit de mémoire d'informations qui y ont été préalablement chargées dans des tables. Les données stockées en mémoire sont des octets dont chaque bit correspond à la fonction d'existence d'un thyristor du gradateur. La résolution angulaire dépend ainsi uniquement de la capacité de la mémoire employée.

La figure 8 présente les chronogrammes des fonctions d'existence pour des angles ψ et α (respectivement angle de retard d'amorçage et largeur du train d'impulsions) tous deux égaux à 30° . Elle illustre la manière de remplir les tables, si le pas angulaire était de 30° .

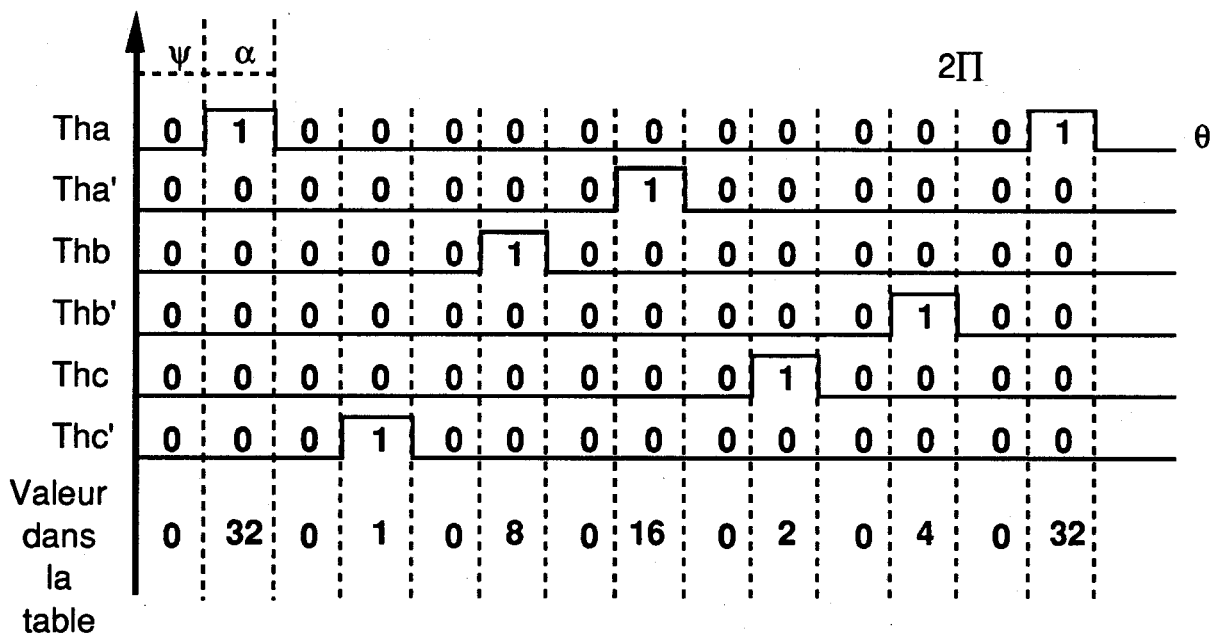


Figure 8 : Valeurs à charger en tables

Le circuit de mémoire utilisé est du type RAM à double accès, c'est à dire que 2 systèmes peuvent accéder simultanément, en lecture ou en écriture, aux emplacements mémoire. Deux tables sont ainsi présentes en mémoire à tout instant: l'une, en lecture, sert à générer les impulsions de gâchettes, l'autre, en écriture, peut recevoir du microprocesseur maître les informations correspondant au prochain régime de fonctionnement.

Le processeur n'intervient donc pas en régime permanent de fonctionnement, et est ainsi libre pour d'autres tâches. Il n'est utilisé que lors d'un fonctionnement en régime variable (angles d'amorçage variables).

Un réseau logique programmable de type XILINX gère les deux tables. Il génère les adresses de lecture de la table qui est en exploitation et accélère l'écriture des informations de la table qui est en train d'être remplie. Ceci diminue la durée d'occupation du processeur lors d'une modification des fonctions d'existence. Ce même circuit gère le basculement d'une table à l'autre après le chargement d'une nouvelle configuration. Les paragraphes suivants détaillent ces différents points.

Génération des adresses de lecture: un compteur à 9 bits est incrémenté à chaque période d'une horloge. Les 512 valeurs sont parcourues en une période du secteur (20 ms). Une entrée Remise à Zéro du compteur permet de le synchroniser sur le secteur à chaque période, lors de la détection du passage par zéro d'une des phases. L'horloge est générée par un oscillateur à quartz et un diviseur de fréquence intégrés dans le circuit Xilinx.

Gestion de l'écriture: la commande du gradateur est une suite d'instantanés pendant lesquels certaines gâchettes sont activées et d'autres non. A chaque configuration correspond en mémoire un segment de données identiques écrites à des adresses consécutives. L'écriture d'une table en mémoire nécessite donc l'écriture des différents segments constituant la période. Le Xilinx reçoit du microprocesseur, pour chaque segment, les indications nécessaires: adresse de début, longueur du segment, donnée à écrire. Il se charge d'effectuer ces écritures, à un rythme bien plus élevé que celui que permettrait le microprocesseur seul, et pour un taux d'occupation du processeur moindre.

Gestion du basculement entre tables : lorsque le LCA reçoit du microprocesseur l'indication que la configuration nouvellement écrite est complète, il attend la première impulsion de synchronisation (passage par zéro du secteur) pour basculer de la lecture de l'ancienne table à la nouvelle.

Le Xilinx se connecte sur le bus du microprocesseur comme un circuit de mémoire. Il reçoit le bus d'adresses et de données multiplexé AD0..7 (8 bits), 3 lignes d'adresse démultiplexées A0..2, un signal de sélection de boîtier `_CS` et l'ordre d'écriture `_WR`. Son modèle de programmation, présenté à la figure 9, comporte 8 registres dont les adresses par rapport à l'adresse de base du circuit vont de 0 à 7.

ADRESSE DE BASE	ADRESSE DE DEBUT DE SEGMENT
+1	LONGUEUR DU SEGMENT
+2	DONNEE DU SEGMENT
+3	ORDRE D'ECRITURE
+4	CHOIX DE LA TABLE A ECRIRE
+5	DIVISEUR DE FREQUENCE, POIDS FAIBLE
+6	DIVISEUR DE FREQUENCE, POIDS FORT
+7	CHANGEMENT DE TABLE

Figure 9 : Modèle de programmation du Xilinx

La figure 10 présente le synoptique de la structure interne du circuit Xilinx.

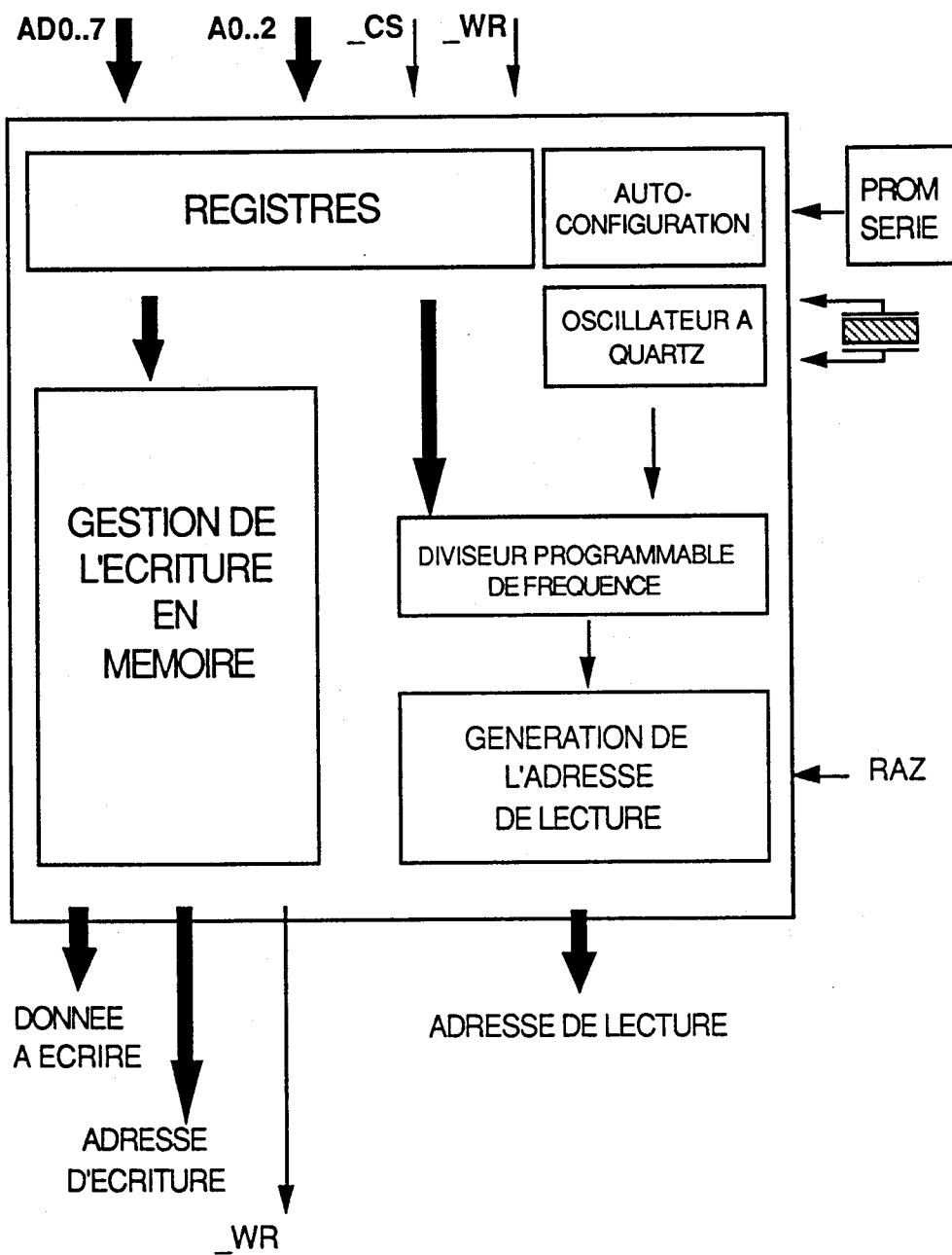


Figure 10 : Synoptique du XILINX

Auto-Configuration du Xilinx : Lors de la mise sous tension, le circuit logique s'auto-initialise en chargeant sa mémoire vive avec les données stockées dans une PROM série.

Le schéma complet de la carte est en annexe.

Moyens de développement utilisés :

Le circuit Xilinx de type XC2018-70PC68, comporte 100 blocs logiques configurables.

Il a été programmé en utilisant la chaîne de développement de l'IUT de Nantes. Cette chaîne, implantée sur des stations APPOLO, utilise les logiciels MENTOR.

Le schéma est saisi en utilisant l'éditeur de schéma LCA-NETED. Après une simulation fonctionnelle, il est placé, routé par APR (Automatic Place and Route). Une 2^o simulation, tenant compte des délais dus au routage, est alors effectuée. Le fichier résultant du routage est téléchargé sur la carte. Lorsque les essais sont satisfaisants, on peut programmer une PROM série XC 1736 pour rendre la carte autonome, indépendante du système de développement.

1.2.3 Carte à microprocesseur

La carte à microprocesseur utilisée a été développée à l'IUT de Nantes. Elle possède un microprocesseur Motorola MC68HC11, un espace mémoire de 16 Kilo-octets de mémoire morte et 8 Kilo-octets de mémoire vive.

Son schéma est donné en annexe.

Le programme d'exploitation est implanté en mémoire EPROM. Dans sa version élémentaire, il exécute une tâche de fond vide (ne rien faire). Lors d'un changement de consigne, il transfère au circuit XILINX la nouvelle table à implanter en mémoire. Il en va de même lors de la survenue d'un incident. Ces événements (changement de consigne, incidents) sont connus par des demandes d'interruptions.

Les données à implanter dans les tables sont rangées dans la mémoire du microprocesseur sous forme condensée. Chacun des segments est représenté par 3 octets : adresse de début, longueur, donnée à inscrire.

La configuration correspondant à un angle ψ est faite d'un nombre de segments variable selon la durée d'excitation des gâchettes. Ce nombre de segments est ainsi mémorisé en tête de la zone mémoire de la configuration

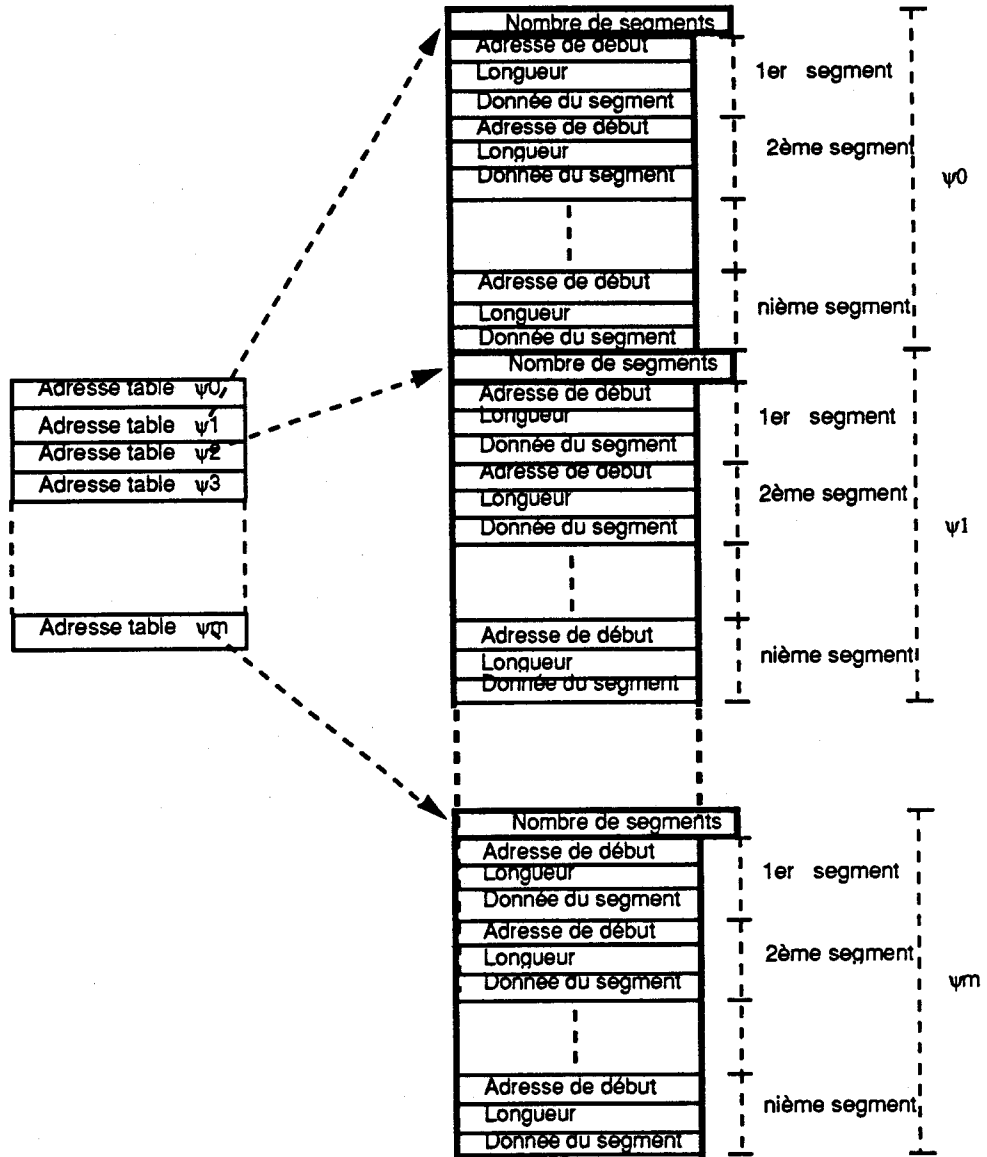


Figure 11

Le chargement d'une table s'effectue selon l'algorithme suivant :

Le processeur lit dans une première table, l'adresse en mémoire où débute la configuration souhaitée. Il va ensuite chercher à cette adresse, successivement : le nombre de segments, puis pour chaque segment, l'adresse de début, la longueur et la donnée du segment.

L'écriture d'un segment nécessite une vingtaine de microsecondes. Le remplissage d'une table comportant 12 segments (cas de la figure 8) nécessitera donc 250 μ s

Fonctionnement en régime dégradé : Ce mode de fonctionnement n'est pas différent du fonctionnement normal pour l'ensemble mémoire-LCA. Seuls sont modifiés les angles d'amorçage des thyristors, selon les indications de la figure 6. Le passage en mode dégradé consiste donc en un simple changement de table en mémoire, qui peut s'effectuer en moins d'une période du secteur : quelques centaines de microsecondes suffisent à modifier la table en mémoire.

La détection de la rupture, pour sa part, nécessitera environ 1 période.

1.2.4 Structure de Puissance

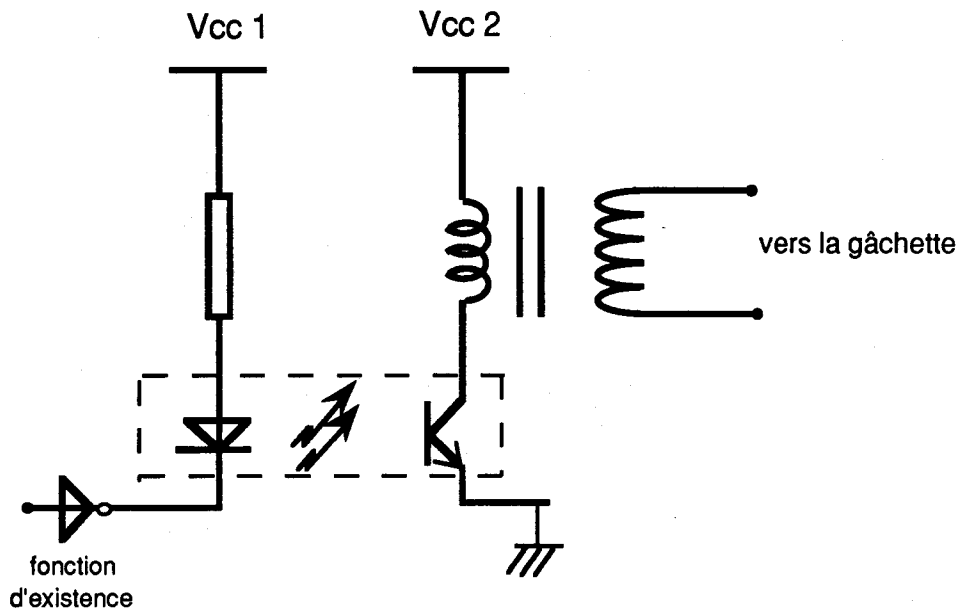
La structure de puissance est conforme à celle qui a été étudiée dans les chapitres précédents. La seule modification apportée consiste en un réseau RC de protection monté en parallèle sur chaque interrupteur.

Les Thyristors utilisés sont de type standard.

Leur interface de commande fait intervenir une double isolation pour éviter toute perturbation conduite de la carte de commande. La figure 12 présente le schéma de l'interface de commande d'un thyristor.

Pour obtenir une commutation rapide de l'optocoupleur, un courant minimum est nécessaire. Ceci justifie l'emploi de l'ULN 2803.

L'optocoupleur réalise une isolation galvanique. L'utilisation de 2 alimentations différentes est imposée par les normes. Par contre, ces 2 alimentations peuvent être fournies par le même transformateur (un transformateur avec 2 secondaires différents pour VCC1 et VCC2).



II COMPARAISON DES RESULTATS

Expérimentation

L'objectif est d'obtenir les ondes réelles afin de vérifier la validité de la simulation, mais également d'apprécier l'incidence d'éléments techniquement indispensables, mais rarement pris en compte théoriquement, tels que les réseaux d'aide à la commutation.

D'autres parts, les fonctionnements particuliers, en régime déséquilibré sont envisagés de manière à montrer les possibilités de rattrapage éventuel de la puissance de consigne.

Concernant plus particulièrement les mesures, nous avons utilisé pour les tensions des adaptateurs METRIX à opto-coupleurs permettant d'obtenir une bande passante de 1 MHz, et ceci avec peu de bruit et de distorsion, et pour les courants, des modules à Effect Hall, dont il s'est avéré malheureusement, pour les très faibles niveaux qu'ils sont sensibles aux rayonnements électromagnétiques, et en particulier aux fréquences élevées correspondant aux commutations. Cette trop grande sensibilité fait apparaître sur les ondes de courant restituées des impulsions, instantanées, parasitées, qu'il convient de ne prendre en compte d'aucune façon, du fait de l'impossibilité de leur apparition compte tenu de la nature inductive des enroulements du transformateur dans lesquels ces courants sont observés.

Il nous a paru intéressant de conduire l'expérimentation avec et sans saturation. Pour ce faire, la méthode rigoureuse consiste à réduire le volume de fer, à tension donnée, de manière à faire apparaître la saturation, mais il est plus aisé et théoriquement équivalent, de travailler à volume de fer constant et tension primaire excessive. Le dispositif expérimental comprend donc un autotransformateur à gain réglable en tête du gradateur.

Il est bien évident qu'en absence de saturation, le fait d'accroître la tension ne peut en aucun cas modifier les instants d'extinction des thyristors, et que provoquer la saturation par excès de tension plutôt que par réduction du "Fer" est équivalent. Les essais sont conduits dans ce sens.

Nous allons maintenant présenter tour à tour les différents essais effectués, en indiquant les remarques qui s'imposent entre les résultats correspondants et ceux obtenus par la simulation, et le calcul analytique [7].

II.1 ESSAIS SANS PRISE EN COMPTE DE LA SATURATION

II.1.1 Essais à pleine charge

Les planches 3.1, 3.2 et 3.3 ci-après montrent les allures de la tension et du courant primaire de la phase A, le courant secondaire correspondant ainsi que la tension aux bornes du SCR Th_A pour les modes 1, 2 et 3.

Les ondes observées sont très proches de celles obtenues par l'étude analytique conduite en négligeant les pertes résistives et réactives dans l'air.

On notera simplement :

- La présence de fronts moins "raides" sur les courants, ceci s'expliquant par la présence d'inductances de fuite.

- Un changement notable de l'allure de la tension V_{thA} aux bornes SCR, en 3^{ème} mode, lié à la présence des circuits "R-C série" de protection, tout particulièrement sollicités dans ce mode.

Quant à l'étude par simulation, elle reflète quasiment directement les résultats des essais à l'exception de l'incidence des "R-C" non simulés.

II.1.2 Essais à vide

En réalité ces essais sont effectués à très faible charge (quelques pour cent). En effet, totalement à vide, le transformateur vu du primaire est équivalent à une inductance de forte impédance n'autorisant pas les thyristors à maintenir leur conduction une fois amorcés. (Courant inférieur au courant de maintien).

Les grandeurs v_{1A} , i_{1A} , i_{2A} et v_{thA} sont relevées, pour les modes 1 et 2. Les planches correspondantes sont numérotées 3.4 et 3.5 (en troisième mode, les courants sont trop faibles pour déduire des conclusions significatives du fait de la présence des réseaux "R-C").

Il faut remarquer la présence des perturbations rayonnées sur les ondes de courant, qu'il convient, comme annoncé précédemment, de ne pas prendre en compte.

Pour ce fonctionnement quasiment à vide, des différences importantes apportées aux allures des diverses ondes temporelles, vont apparaître, du fait de l'incidence forte dans ce cas de la présence des réseaux "R-C" de protection des thyristors.

C'est ainsi que l'on observe essentiellement les points de divergence d'avec les résultats des études analytiques antérieures :

- 1 - à chaque commutation, les courants réels présentent des montées plus rapides du fait de l'accroissement de la vitesse de fermeture des thyristors parcourus par un courant de décharge capacitif (réseau "R-C" correspondant) superposé au courant de charge.

2 - les tensions "anode-cathode" (V_{th}) ne présentent pas de discontinuité à leur apparition, puisque périmées par les "R-C".

3 - les tensions aux bornes des enroulements primaires ne présentent pas, comme les études analytiques le montrent, certains "retours à zéro" lors de l'annulation des courants du fait de la continuité des connexions du réseau via les "R-C".

Malgré tout ceci, les modes se retrouvent et, l'étude par simulation corrobore leur présence.

II.2 ESSAIS AVEC PRISE EN COMPTE DE LA SATURATION

L'incidence de la saturation n'est réellement observable que si la charge est très faible. En effet, le courant primaire résulte de la somme instantanée du courant secondaire ramené (courant de travail) et du courant de magnétisation du fer. En pleine charge, le courant de travail est beaucoup plus important que le courant magnétisant, et par suite, les modifications d'allure des courants primaires, lors de la saturation restent relativement imperceptibles.

Nous nous bornons donc, en partant de l'étude précédente (II.1.2) à examiner indirectement l'incidence de la saturation à très faible charge, par accroissement de la tension d'alimentation largement au-delà de la valeur normale.

L'introduction par cet artifice de la saturation sera effectuée en partant du premier et du deuxième mode.

On observera les effets sur les tensions et courants, puis nous proposerons de "rattraper" le niveau de puissance initial non pas en réduisant la tension source jusqu'à sa valeur normale, mais plutôt en réduisant les temps de conduction des thyristors (action sur ψ).

Cette démarche un peu caricaturale de la prise en compte de la saturation a pour avantage de montrer clairement, que les instants d'extinction des thyristors peuvent changer, et par suite, les régimes, voire les modes de fonctionnement.

Dans la réalité, comme nous l'avons vu lors de l'étude par simulation, ces changements sont plus nuancés et ne modifient guère, dans le cas d'une saturation limitée, que les instants critiques et légèrement les limites de mode. Un changement de mode dans une demi-période de fonctionnement ne pouvant alors être observé que si le " ψ " initial était voisin d'une valeur limite (prise, par exemple, entre 1^{er} et 2^{ème} mode).

Les tracés des ondes de courant primaire sont accompagnés d'une analyse spectrale montrant clairement que si l'on privilégie la réduction des perturbations conduites côté source, il vaut mieux sous-alimenter le transformateur que d'augmenter le retard ψ à l'amorçage des SCR's.

Description des essais avec saturation

Les planches 3.6 et 3.7 présentent respectivement l'incidence de la saturation sur les ondes temporelles, initialement obtenues en premier et deuxième mode.

Commentaires :

* planches 3.6

L'effet de la saturation montre :

D'une part, l'apparition d'une onde de courant primaire essentiellement constituée d'un fondamental et d'un harmonique 5, de fortes amplitudes (environ 5 fois les amplitudes avant saturation, pour un dépassement de 25% de la tension normale primaire). Ceci est corroboré par le spectre n°3.6.

D'autre part, un "glissement" vers un mode préliminaire (0), (fonctionnement à 3 SCR toujours passants) comme en témoigne l'allure sinusoïdale. La tension primaire, et "quasi-sinusoïdale" du courant secondaire. Le mode 0 s'est substitué au mode 1 dans cette expérience poussée aux limites.

* planche 3.7

Dans ce 2^{ème} mode, pour faire apparaître la saturation, de manière radicale, il a été nécessaire d'augmenter la tension source de plus de 50% de sa valeur normale.

On observe à nouveau une modification sensible des amplitudes et des allures, le spectre du courant primaire étant relativement plus intéressant du fait du moindre découpage de l'onde correspondante (augmentation des temps de conduction). Le mode semble toutefois être conservé.

* Rattrapage de consigne

Si l'on souhaite maintenir le niveau de tension efficace en sortie, malgré l'accroissement de tension, on peut agir sur le retard ψ .

Dans ce cas, on va observer qu'un changement de mode peut apparaître.

La planche 3.8 montre les ondes temporelles avec rattrapage de consigne, lesquelles dénotent un mode 2, à la place du mode 0 observé avec saturation et du mode 1 initialement retenu, à tension normale.

La planche 3.9 montre les ondes temporelles avec rattrapage de consigne, dénotant un 3^{ème} mode, à la place du mode 2 des planches 3.7 et 3.5.

* Spectre des courants

Le spectre du courant primaire a été tracé par un progiciel implanté sur un oscilloscope 450 de Nicolet, pour les différentes combinaisons "1^{er} ou 2^{ème} mode", "saturé - non saturé", "rattrapage ou non de consigne".

De l'observation des six tracés correspondants, il découle :

- 1 - que les harmoniques courants de rangs 1, 5 et 7 sont prépondérants.

2 - que des harmoniques courants de rangs multiples de 3 apparaissent, contrairement à ce à quoi on pourrait s'attendre; mais ceci est dû au mauvais calage mécanique des trois noyaux de l'autotransformateur Ferrix utilisé.

3 - l'existence de l'harmonique 5 en mode 2 et 3.

4 - que l'harmonique 7 est surtout présent en mode 3, ce qui est logique, si l'on tient compte d'un découpage plus effectif (formes plus impulsionnelles des courants).

5 - que le rattrapage de consigne, par le réglage de ψ , suite à une surtension source est à l'origine de l'accroissement des harmoniques 5 et 7, ce qui s'explique essentiellement par les changements de mode observés.

En conclusion générale sur cette partie, nous retiendrons deux éléments importants :

a - la saturation peut conduire à des changements de mode observables sur une période, en fonction du taux de saturation.

b - il est préférable si l'on veut réduire la perturbation harmonique des courants lignes, d'augmenter le volume de fer des transformateurs, plutôt que de réduire la butée haute de la plage de réglage de ψ .

II.3 FONCTIONNEMENTS DESEQUILIBRES

Les tracés qui vont suivre, effectués en régime permanent après défaut, concernent successivement la rupture d'une phase côté source et d'une résistance de charge.

II.3.1 Rupture d'une phase d'alimentation

Le fonctionnement est celui d'un gradateur monophasé dont "l'interrupteur bidirectionnel semi-commandé" équivalent est double ("mise en série" des thyristors des phases A et B, lesquels sont commandés à 120° d'écart). Ce convertisseur diffère donc au niveau commande du gradateur monophasé, et ne peut fonctionner que si les trains d'impulsions font plus de 60 degrés.

Nous avons tracé (planches 3.10 et 3.11) :

- les courants i_{1A} , i_{2A} , i_{2C} , i_{2B}
- les tensions v_{1A} , $(-v_{1B})$, v_{thA} , v_{thB} , v_{thC} et v_{1C} .

* Les différences d'allures par rapport à celles d'un gradateur monophasé concernent essentiellement :

- les tension v_{thA} et v_{thB} , qui devraient être identiques, mais qui sont à considérer globalement (interrupteur équivalent) et dont la disparité tient à la différence d'impédance en circuit ouvert (réseaux "R-C" un peu différents).

- le courant i_{2C} et la tension v_{1C} , qui sont pratiquement nuls malgré la dissymétrie de réalisation du transformateur.

* la planche 3.12 montre que la tension primaire de la phase coupée est plus importante (v_{1C}) si la symétrie n'est pas respectée. (celle-ci ne pouvant être obtenue qu'en coupant la phase correspondant au noyau central (B)).

Rattrapage de consigne

Les tracés de la planche 3.13 montrent les ondes temporelles de la phase A, à puissance de sortie identique, avec et sans phase secteur coupée.

On constate que pour la valeur de consigne choisie, le mode 2 est obtenu en triphasé.

Les spectres du courant primaire correspondants (spectres 3.13, 3.13 bis) font apparaître un harmonique 3 en monophasé (ce qui est logique puisque l'on quitte la distribution "3 fils") mais une réduction de l'harmonique 5.

II.3.2 Rupture d'une résistance de charge (sans saturation)

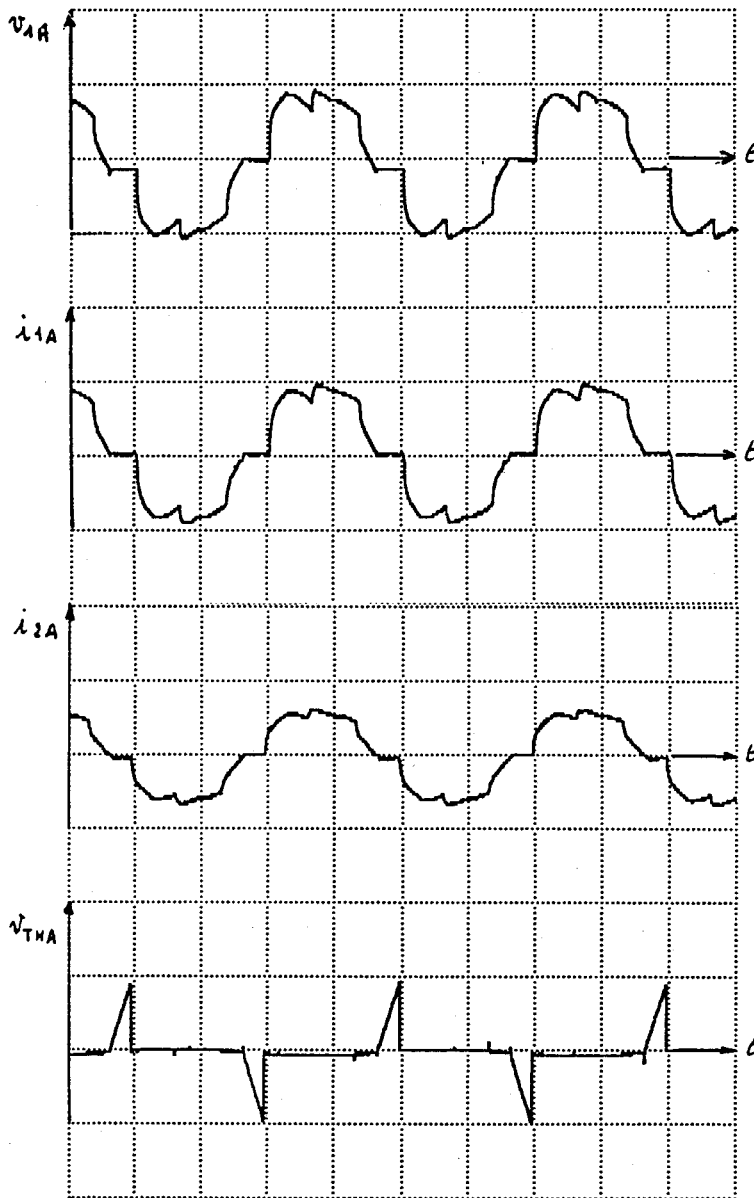
De tels travaux ont été réalisés par Mr Ben Fredj [9]. Ceux-ci ont montré la présence de quatre modes particuliers pour une association avec "triangle ouvert" au primaire.

De la même façon, quatre modes différents apparaissent expérimentalement dans notre cas (couplage étoile).

Les planches 3.14, 3.15, 3.16 et 3.17 correspondant respectivement aux mode 0', 1', 2', 3' indiquent l'allure des ondes temporelles en régime permanent déséquilibré correspondant à une rupture de charge sur la phase C (plus précisément, une charge réduite à quelques pour cent).

Ces modes sont complexes et présentent un nombre de régimes plus élevé que précédemment.

La continuité du réglage de la puissance délivrée ne crée pas de problème, mais l'identification des régimes est particulièrement délicate surtout si l'on veut tenir compte de la saturation. Nous avons différé cette étude.



DATE: 25.02.1990
TIME: 15:21

SIGNALPARAMETER:

CH1 - VOLTS/DIV:
CH2 - VOLTS/DIV:
TIMEBASE-SEC/DIV:

PRINTERPARAMETER:

ZOOMRANGE - CH1:0-9
ZOOMRANGE - CH2:0-9
HARDCOPY SOURCE : HM 205-3

REMARKS:

DATE: 25.02.1990
TIME: 11:59

SIGNALPARAMETER:

CH2 - VOLTS/DIV:
CH1 - VOLTS/DIV:
TIMEBASE-SEC/DIV:

PRINTERPARAMETER:

ZOOMRANGE - CH2:0-9
ZOOMRANGE - CH1:0-9
HARDCOPY SOURCE : HM 205-3

REMARKS:



Planche 3.1

Essai sans saturation
1er mode
Pleine charge

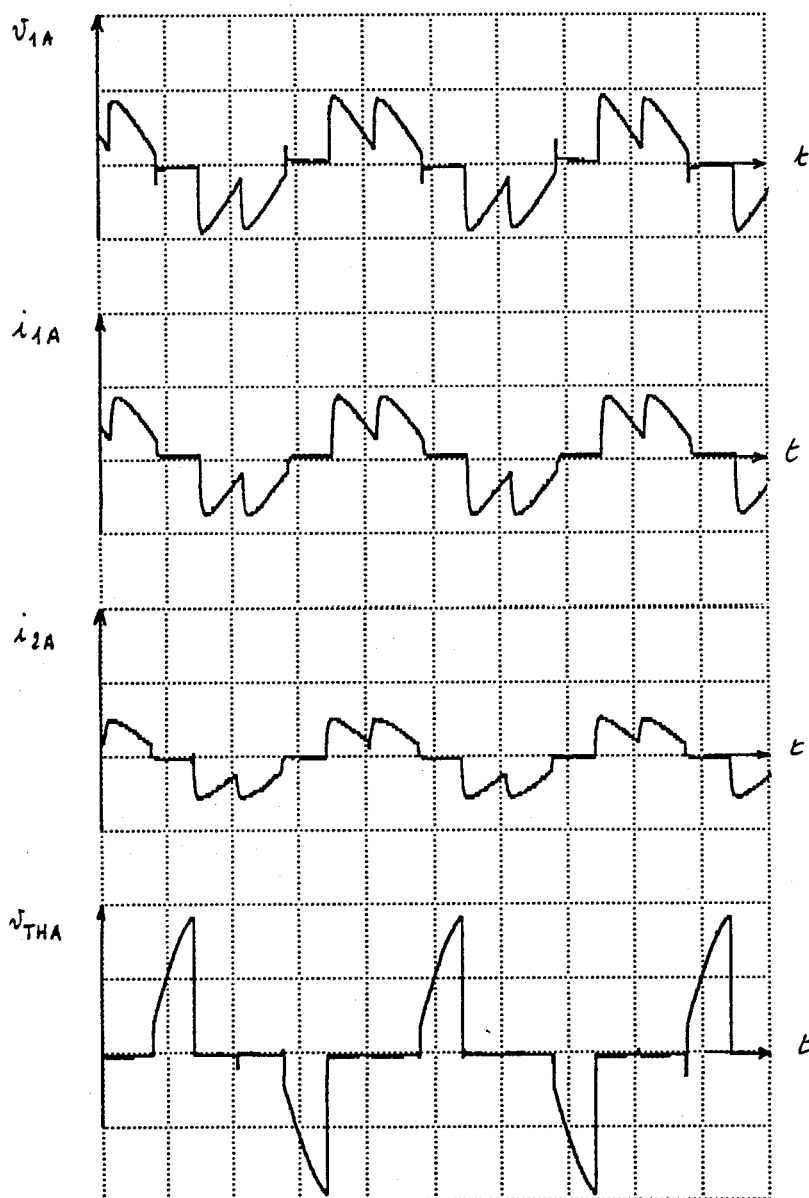


Planche 3.2

Essai sans saturation
2^e mode
Pleine charge

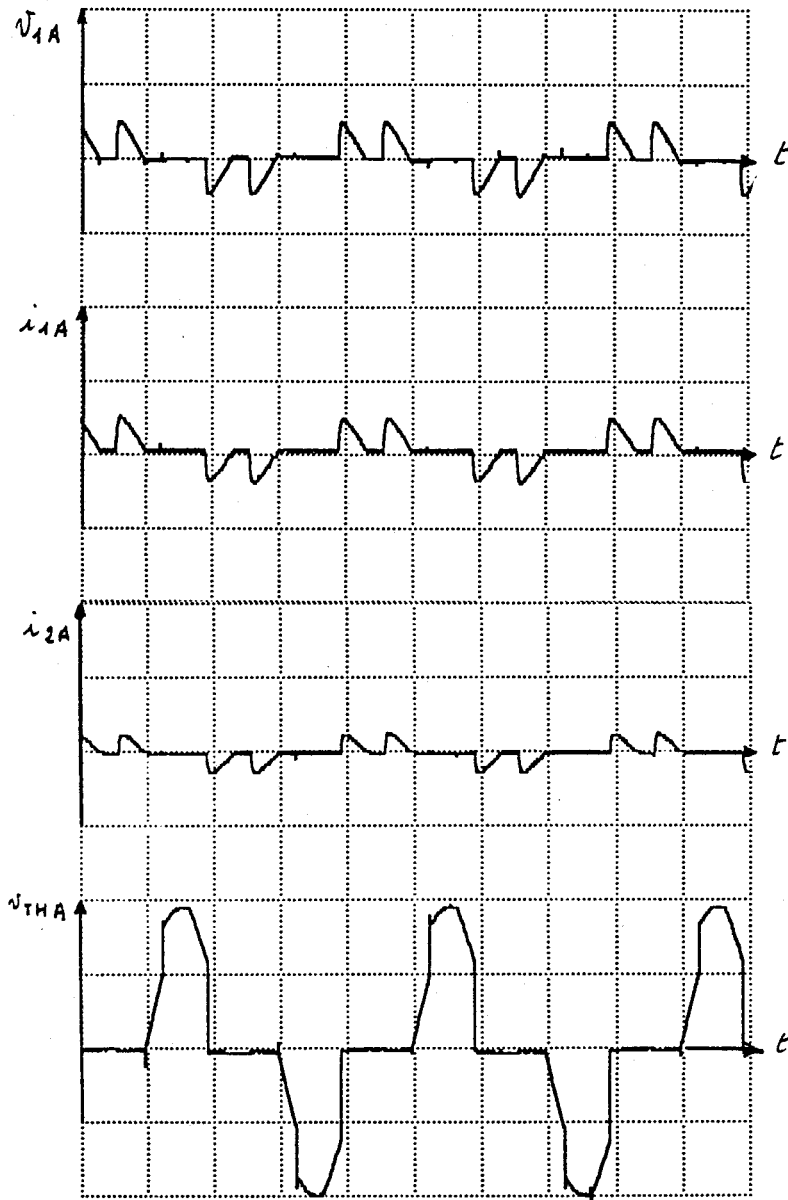


Planche 3.3

Essai sans saturation
3^e mode
Pleine charge

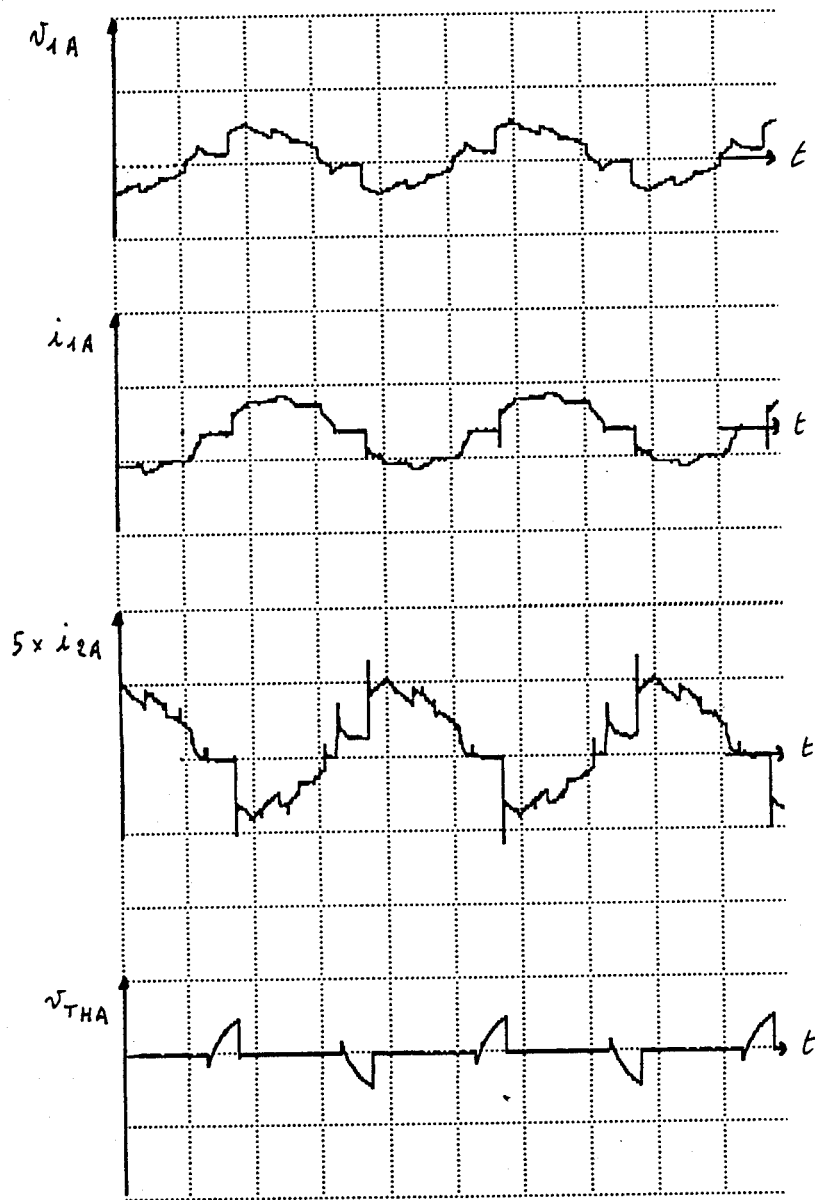
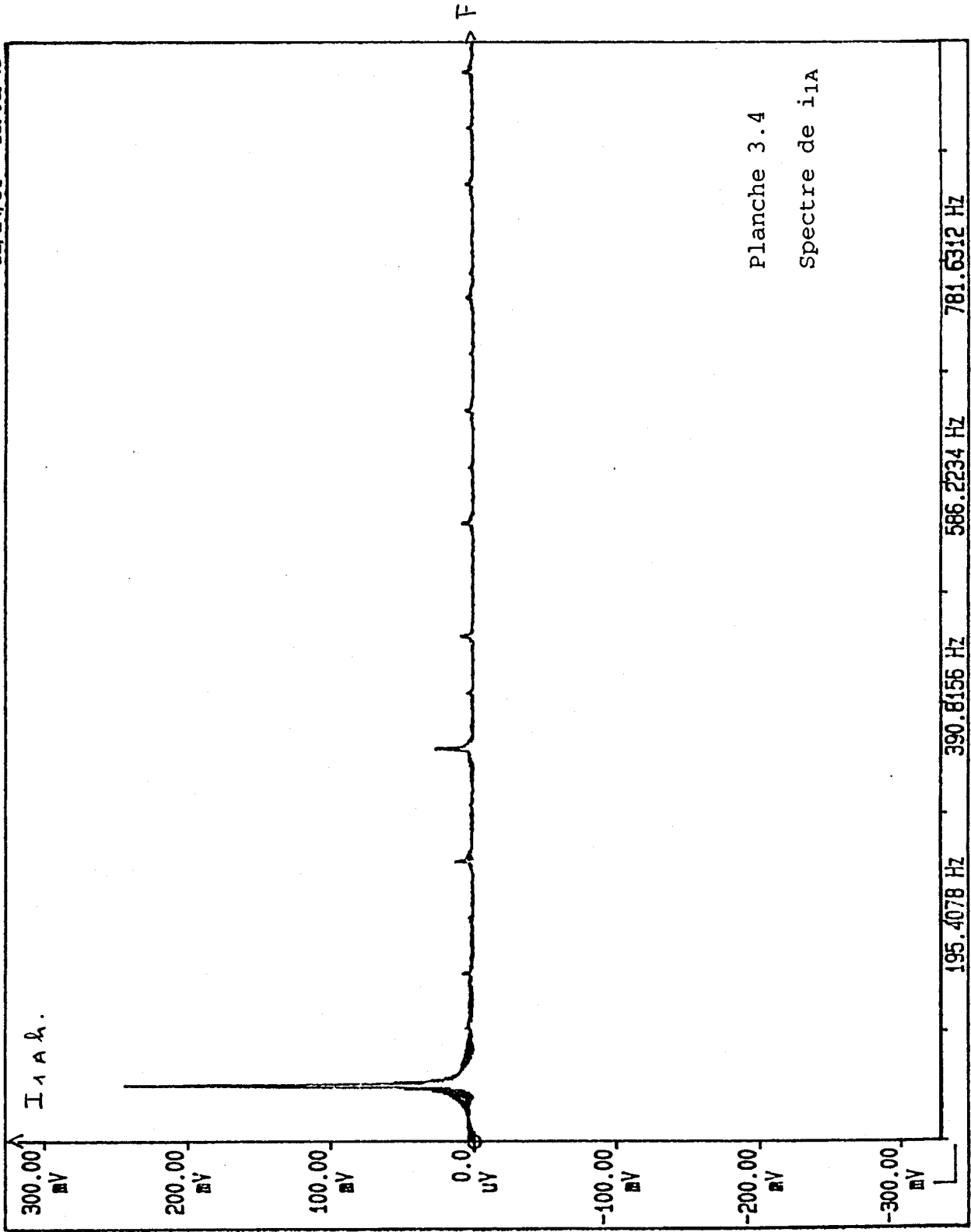


Planche 3.4

Essai sans saturation
5 % de la pleine charge
1^{er} mode

12/24/91 15:03:48



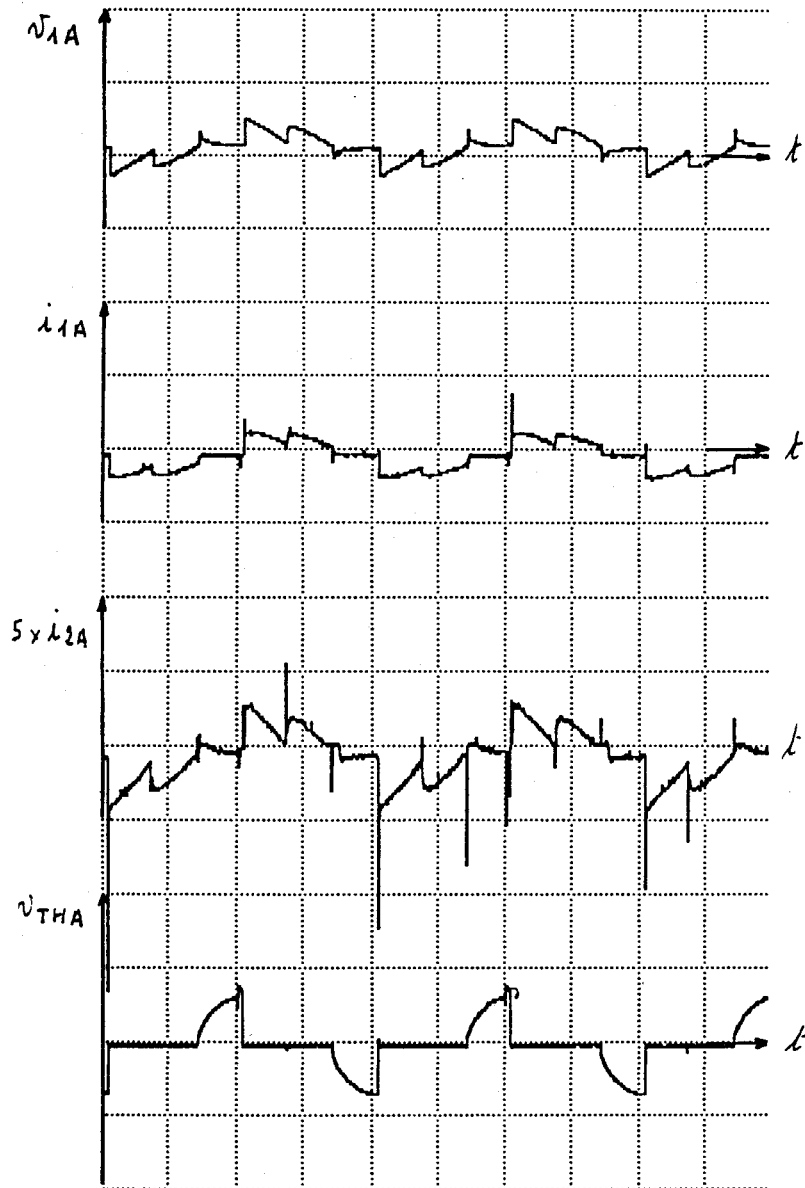


Planche 3.5

Essai sans saturation
5 % de la pleine charge.
2^e mode

12/24/91 15:18:51

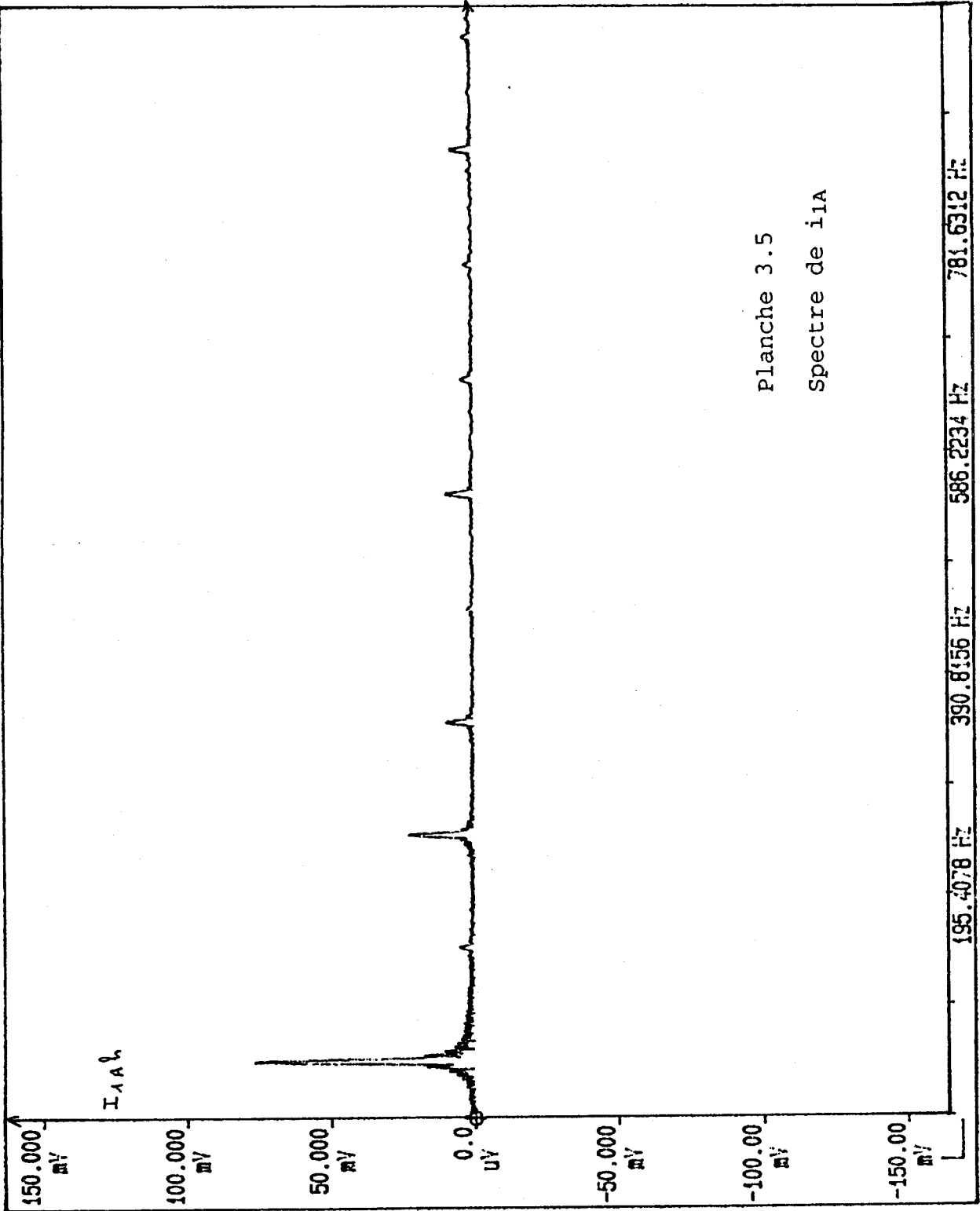


Planche 3.5

Spectre de i1A

195.4078 Hz 390.8156 Hz 586.2234 Hz 781.6312 Hz

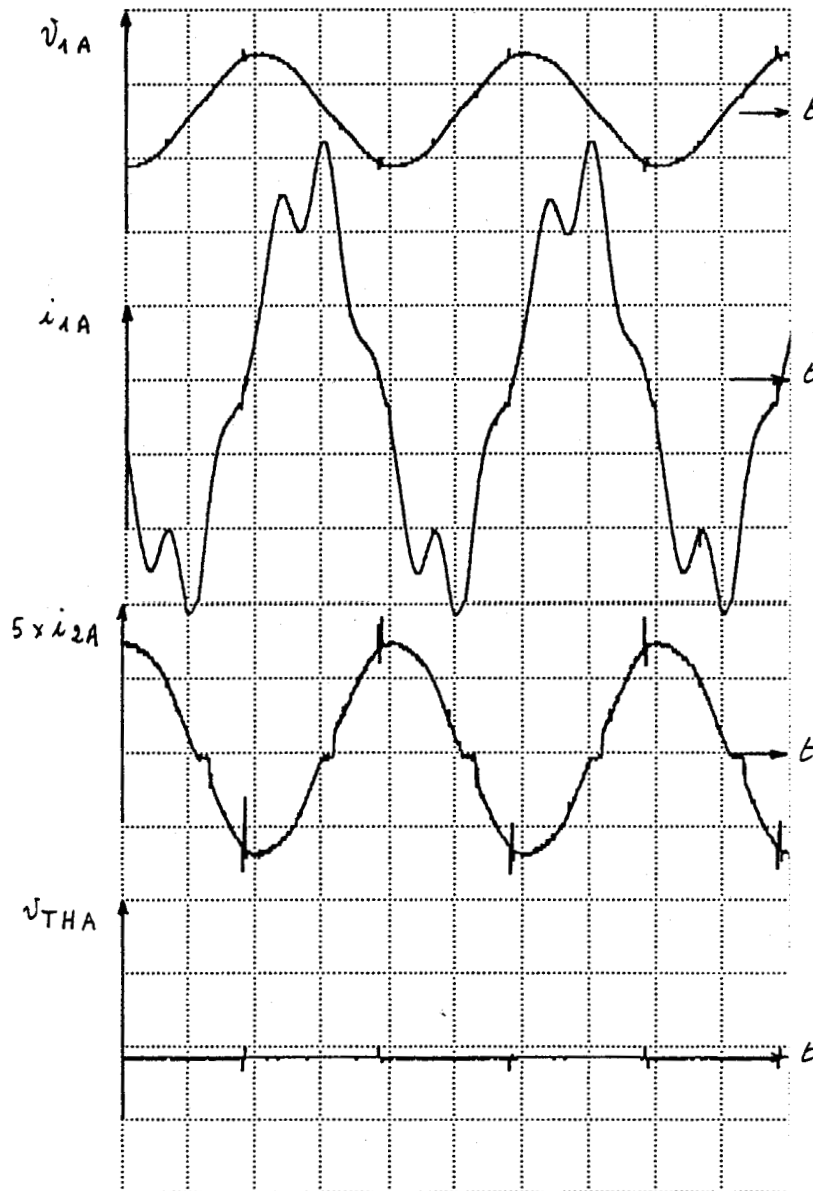


Planche 3.6

Essai avec saturation
 5 % de la pleine charge
 Passage 1er mode
 ⇒ mode préliminaire

12/24/91 15:07:30

I1A & x 5

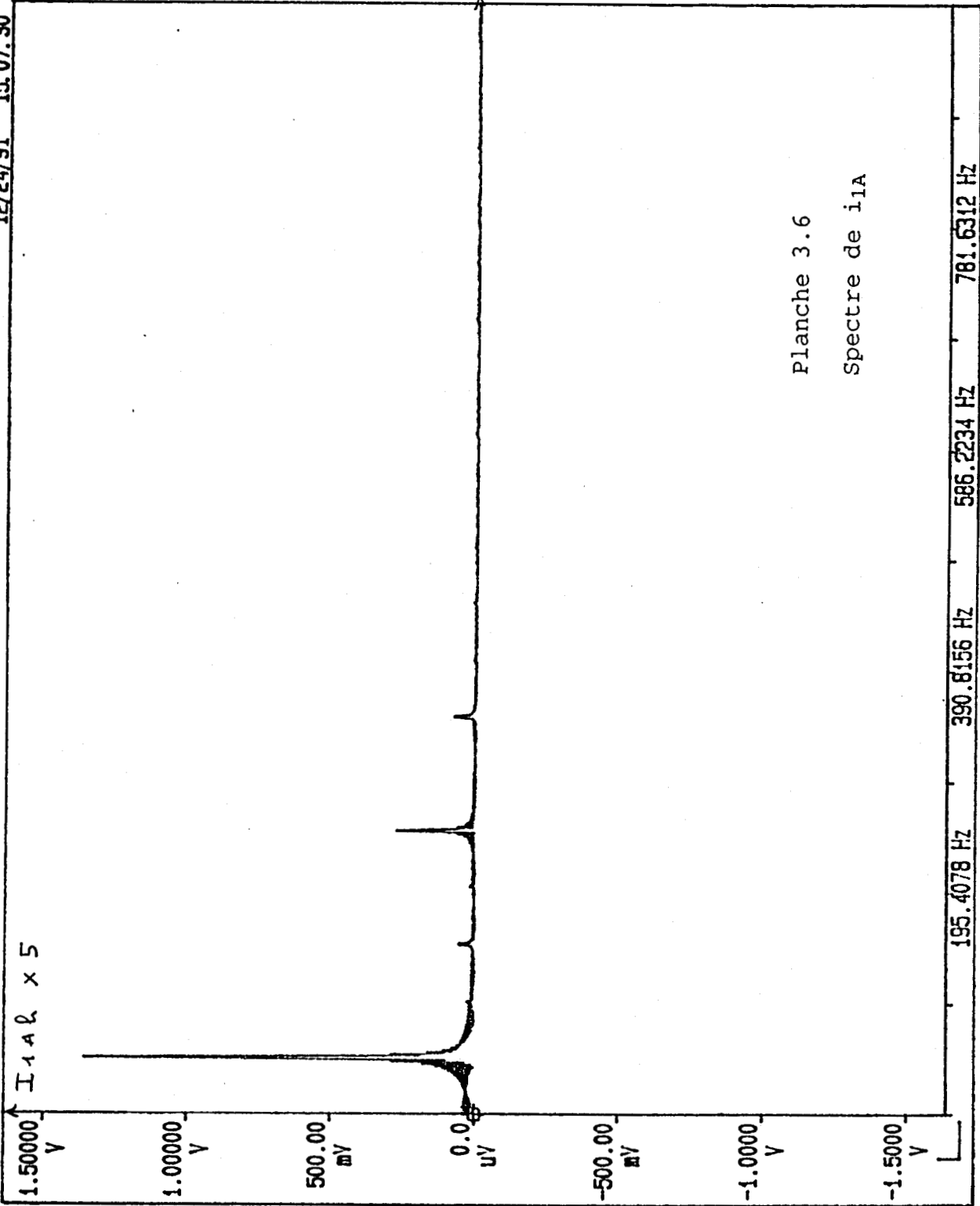


Planche 3.6
Spectre de i1A

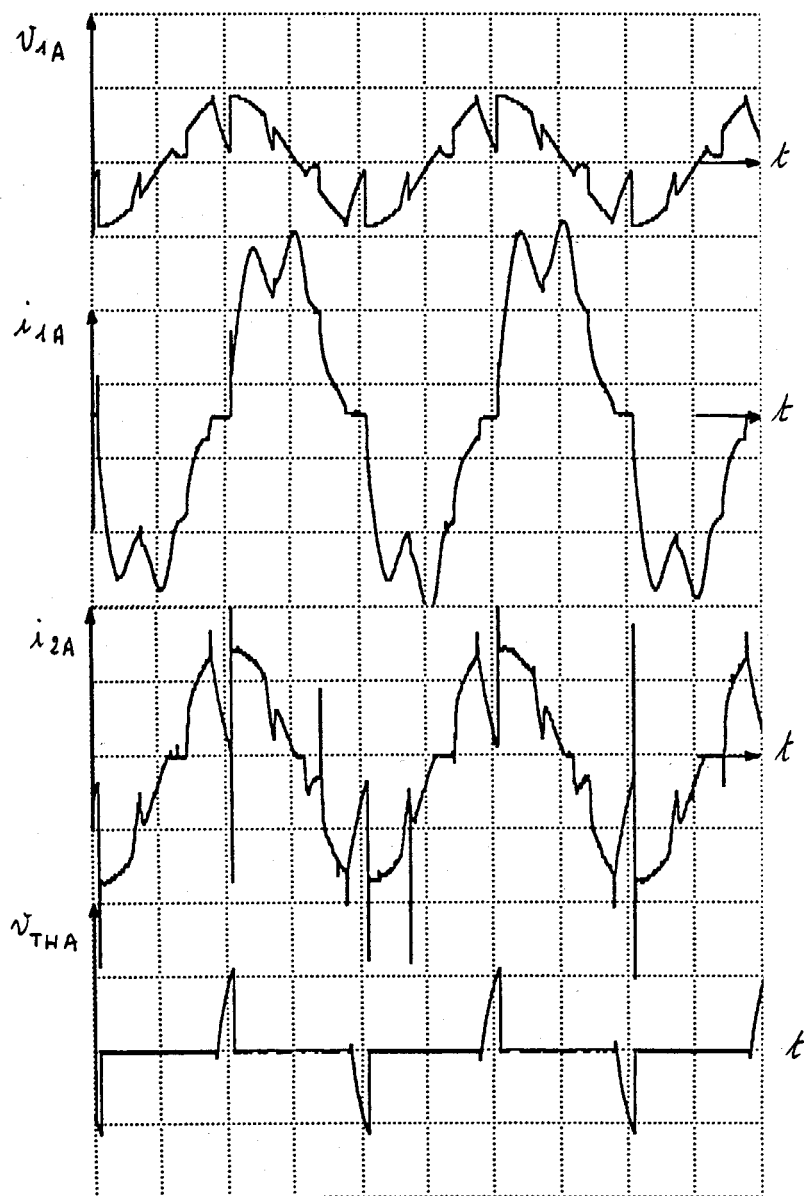
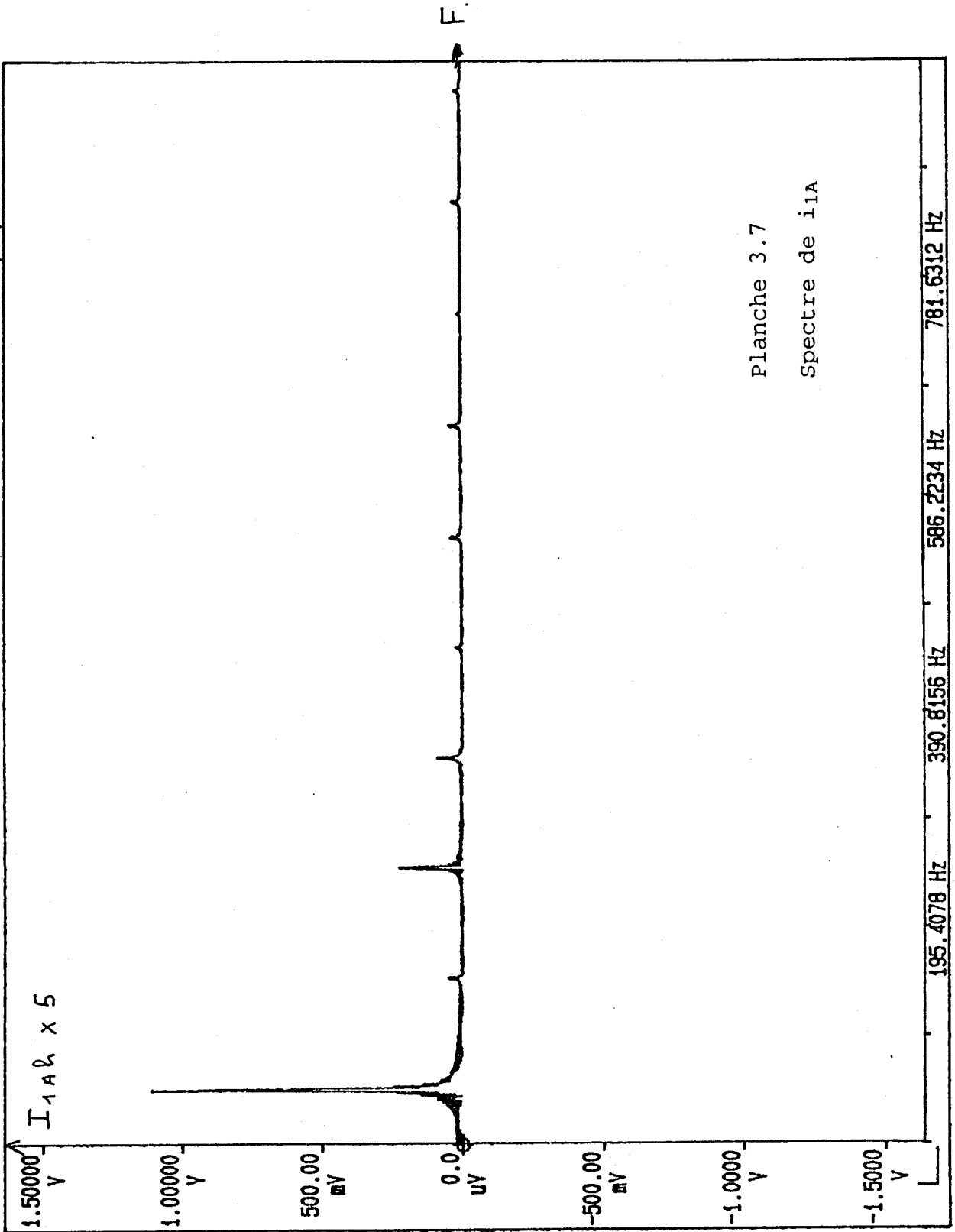


Planche 3.7

Essai avec saturation
5 % de la pleine charge
Passage 2^e mode \Rightarrow 1^{er} mode

12/24/91 15:25:24



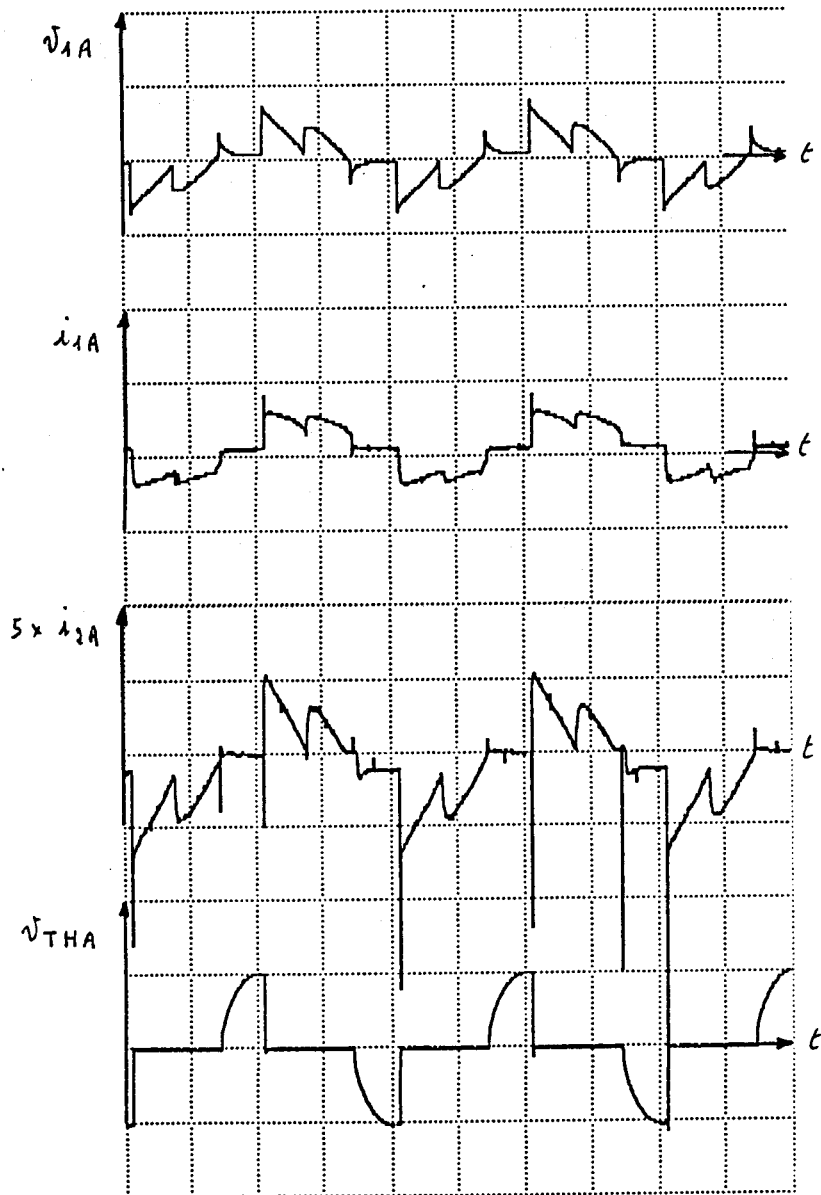


Planche 3.8

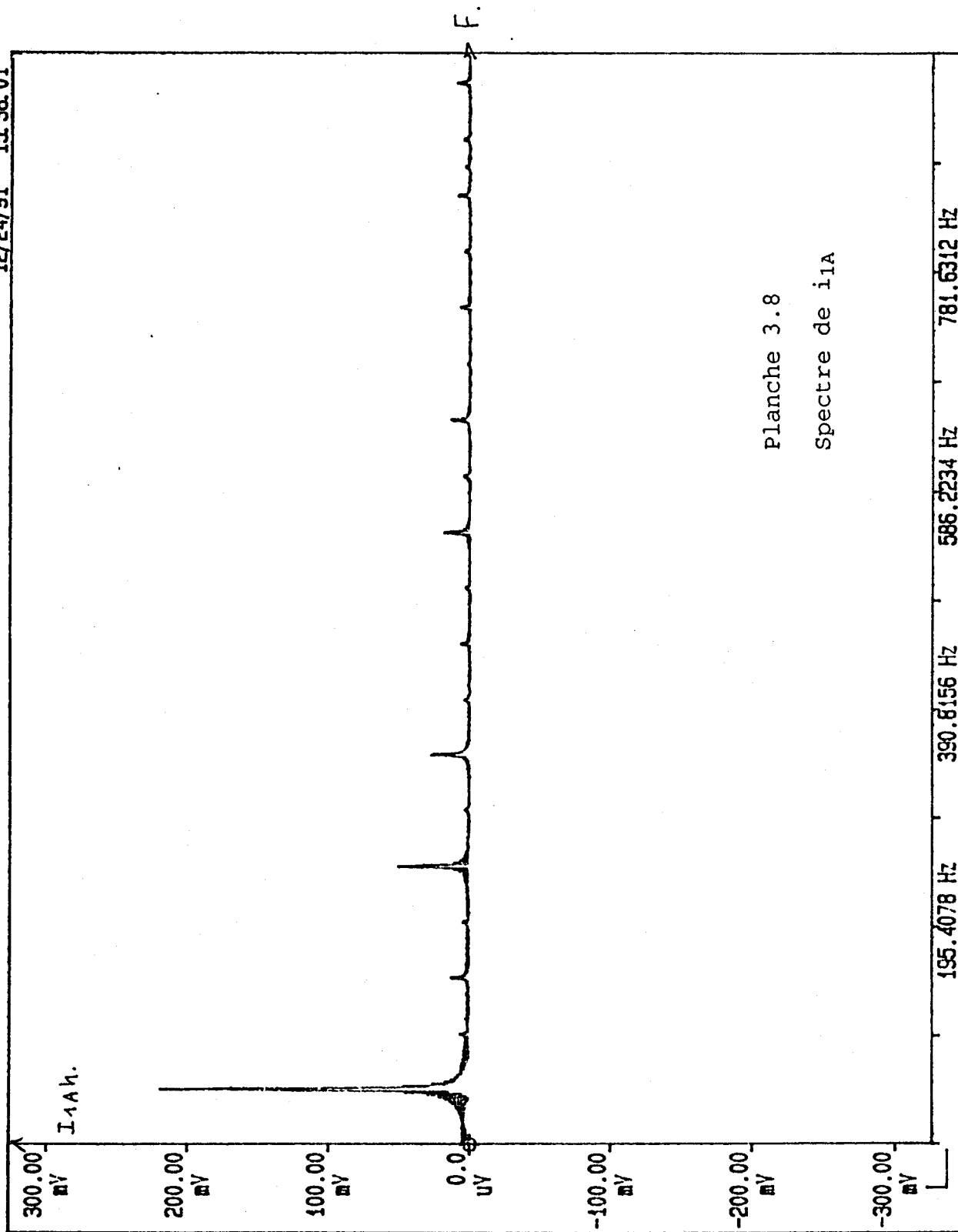
"Rattrapage consigne"

5 % charge nominale

Passages : mode ϕ (S) \rightarrow 2

mode 1 (NS) \rightarrow 2

12/24/91 15:38:01



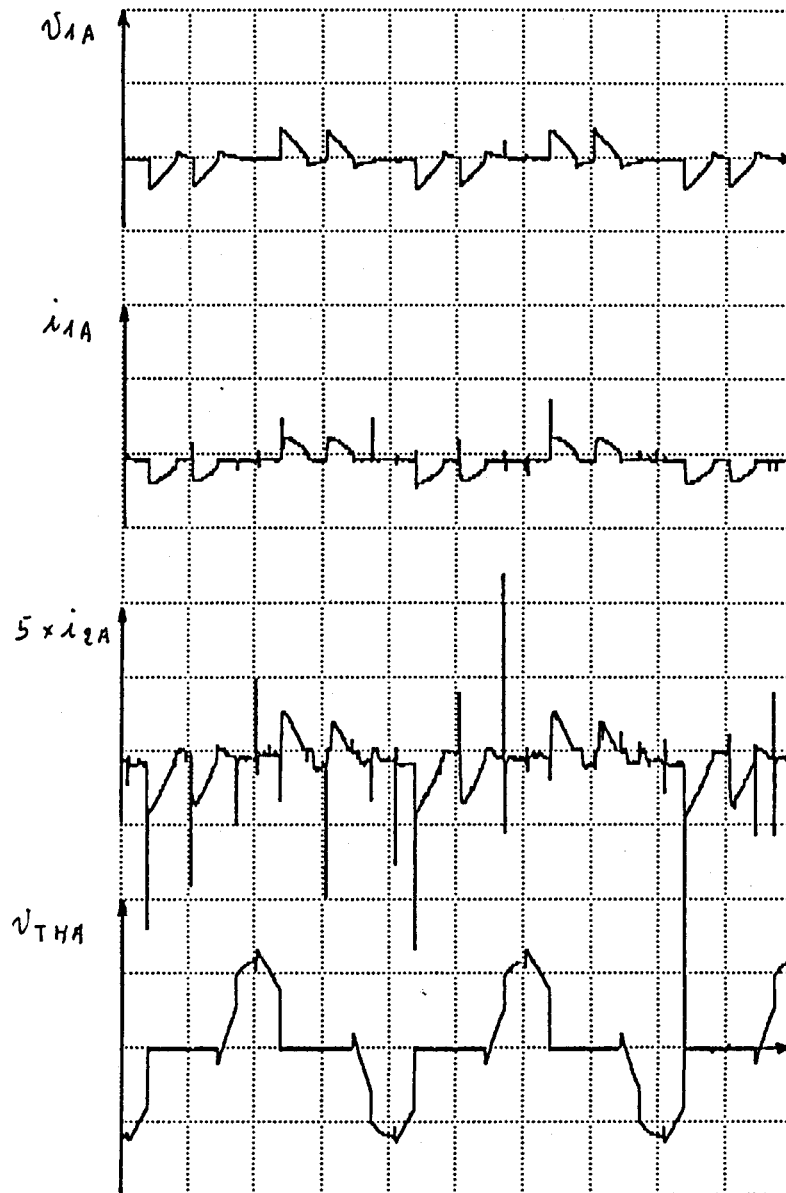
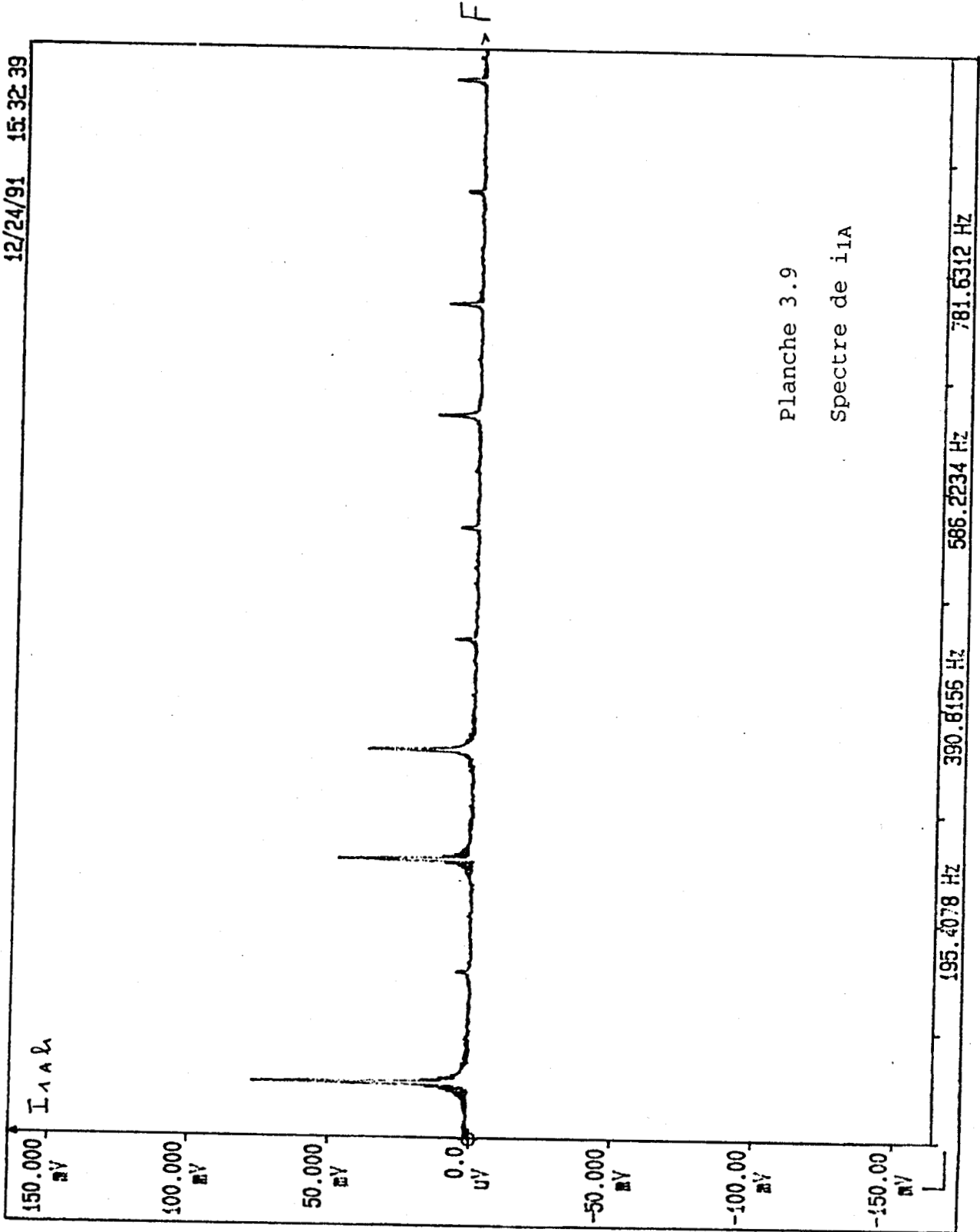


Planche 3.9

Rattrapage consigne
5 % charge nominale
Passage mode 2 \Rightarrow mode 3

12/24/91 15:32:39



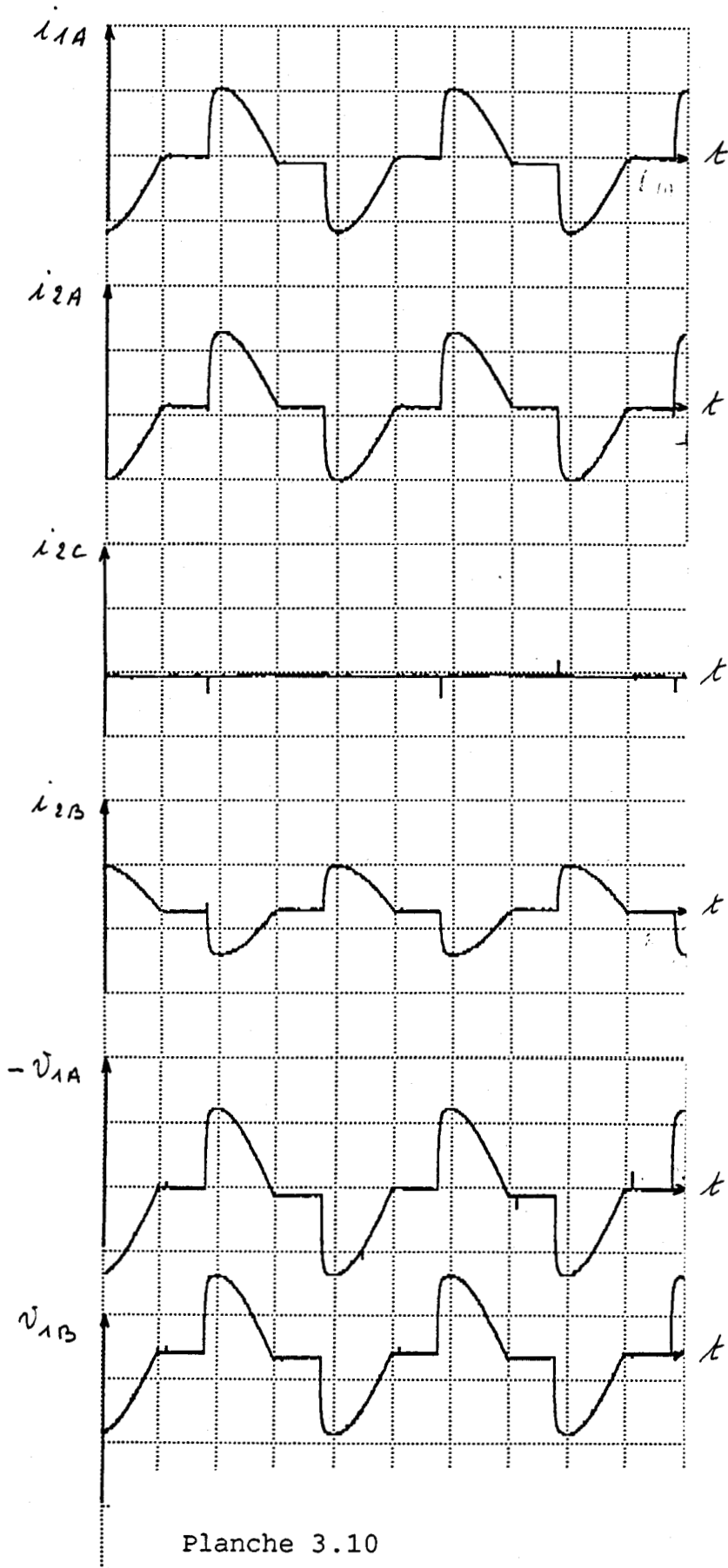


Planche 3.10

Rupture d'1 phase d'alimentation

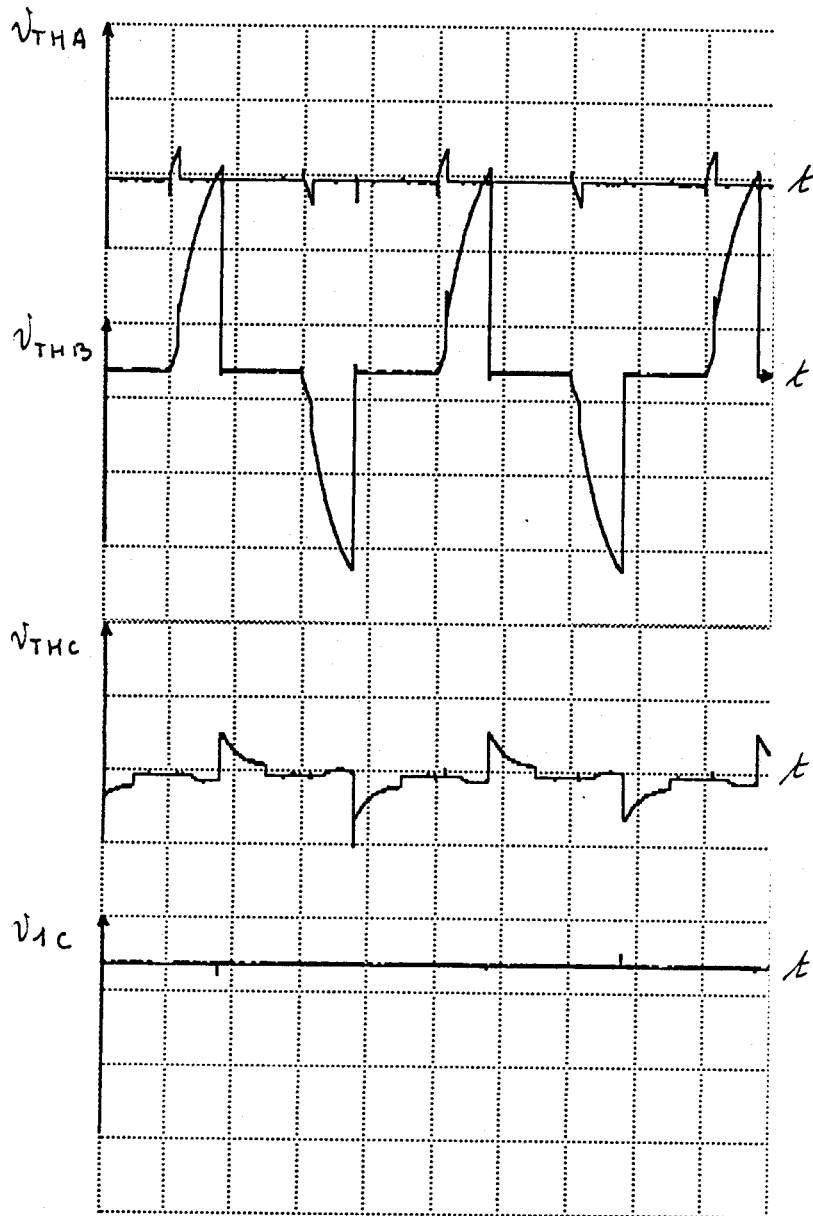


Planche 3.11

Rupture d'une phase d'alimentation

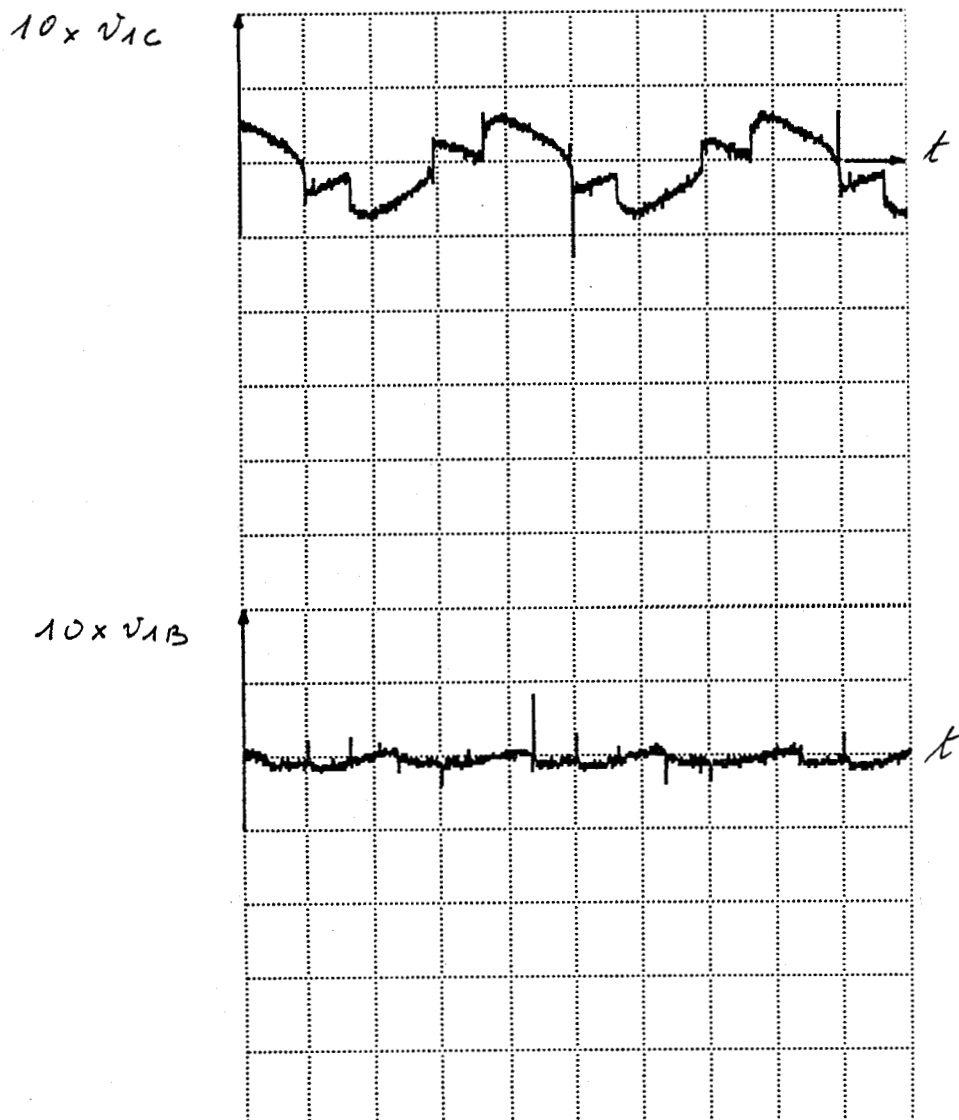


Planche 3.12

Rupture d'une phase d'alimentation

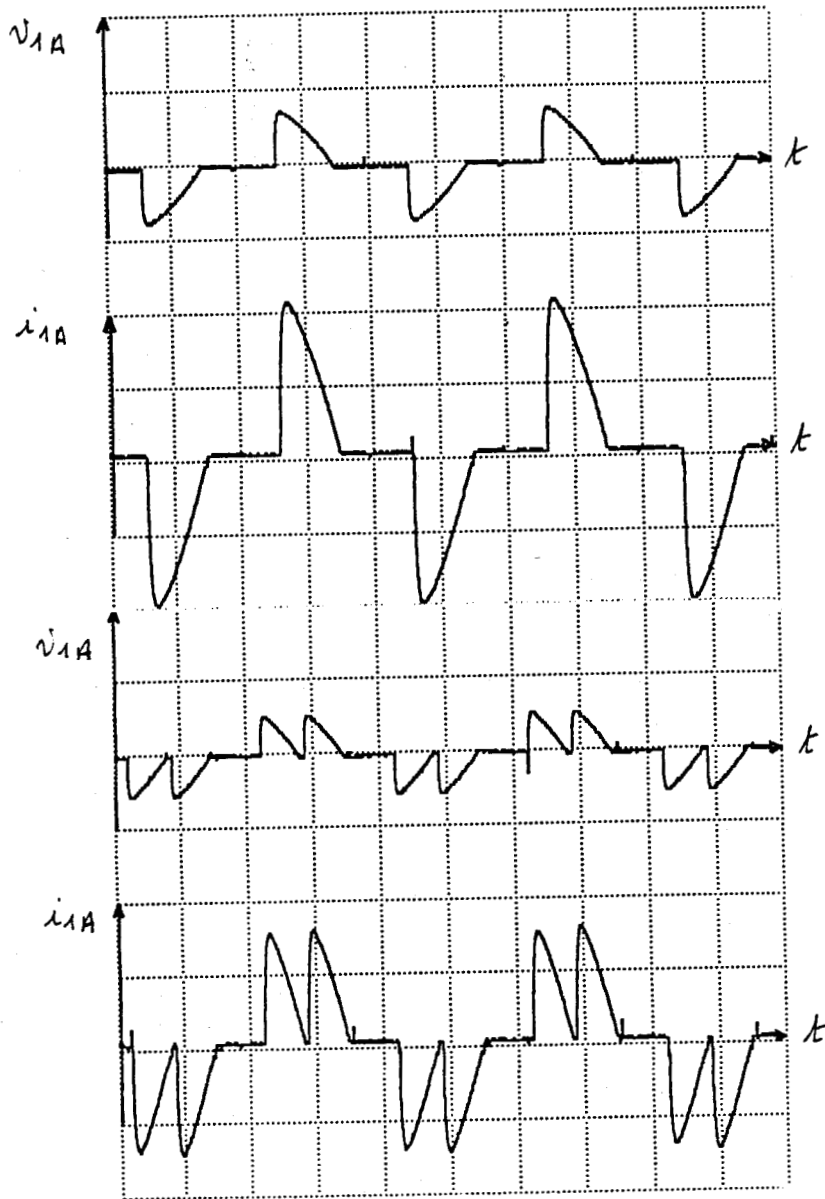


Planche 3.13

Phase d'alimentation coupée
Rattrapage de consigne



12/24/91 15:52:09

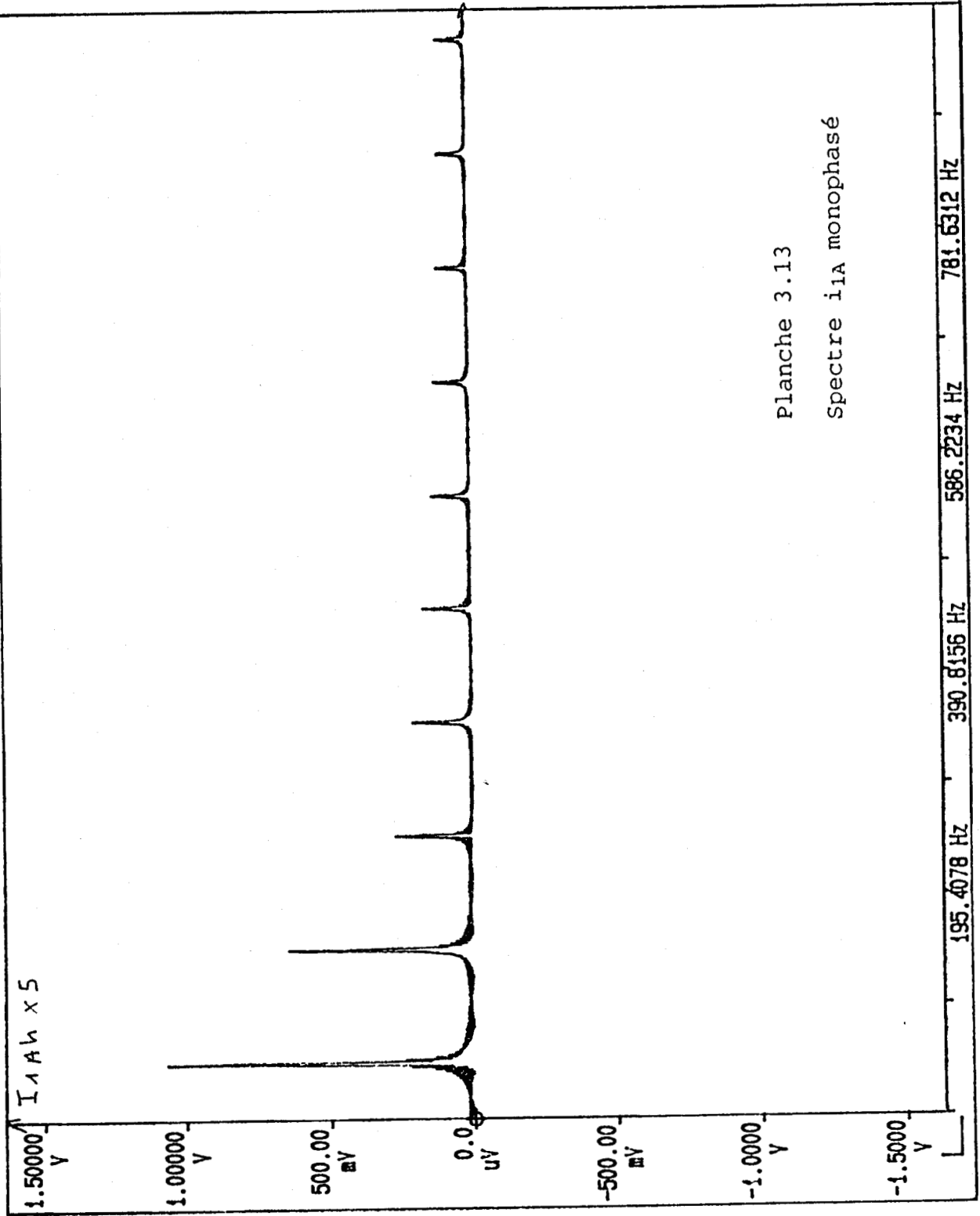


Planche 3.13
Spectre i1A monophasé

F.



12/24/91 15:56:39

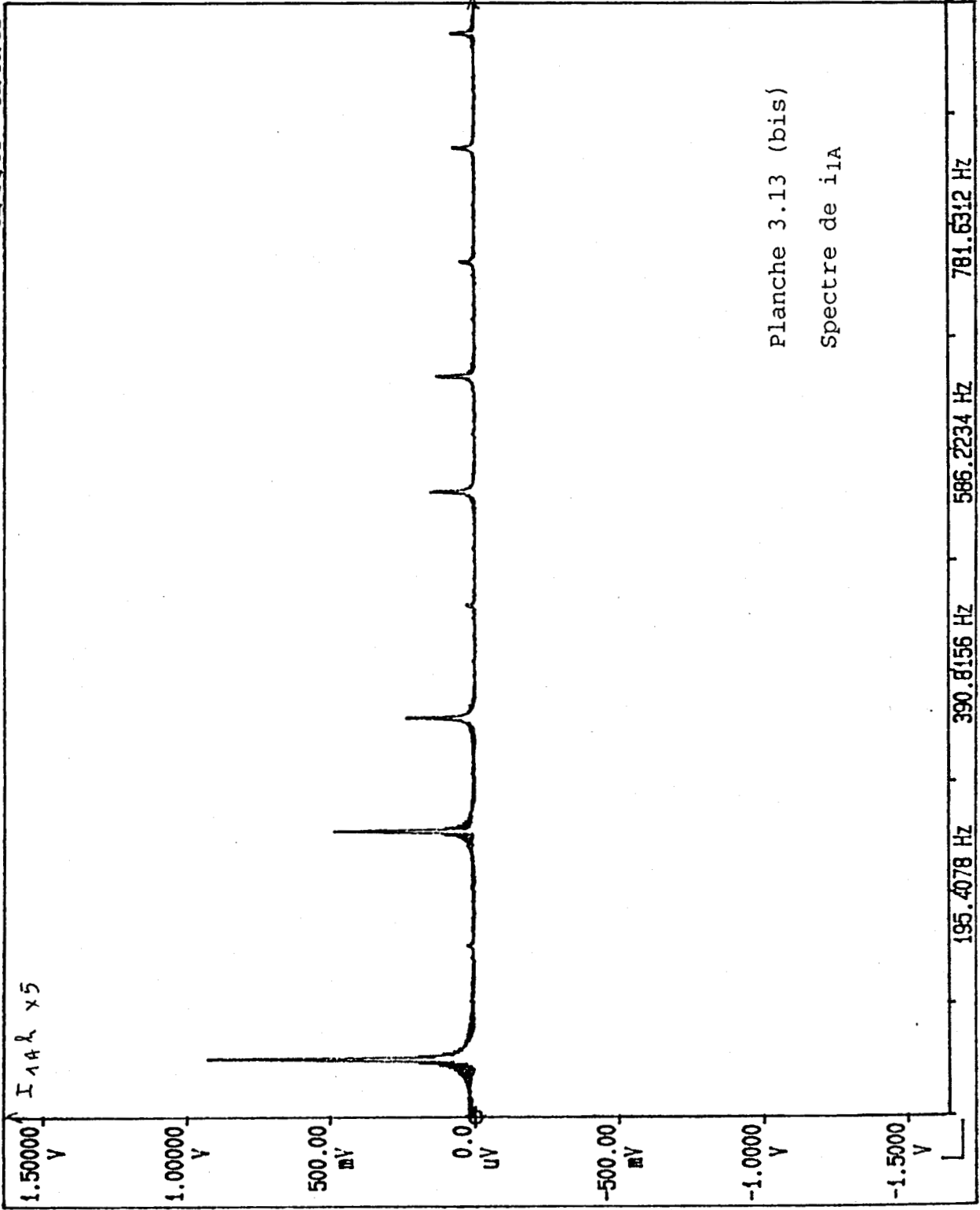


Planche 3.13 (bis)

Spectre de i_{1A}

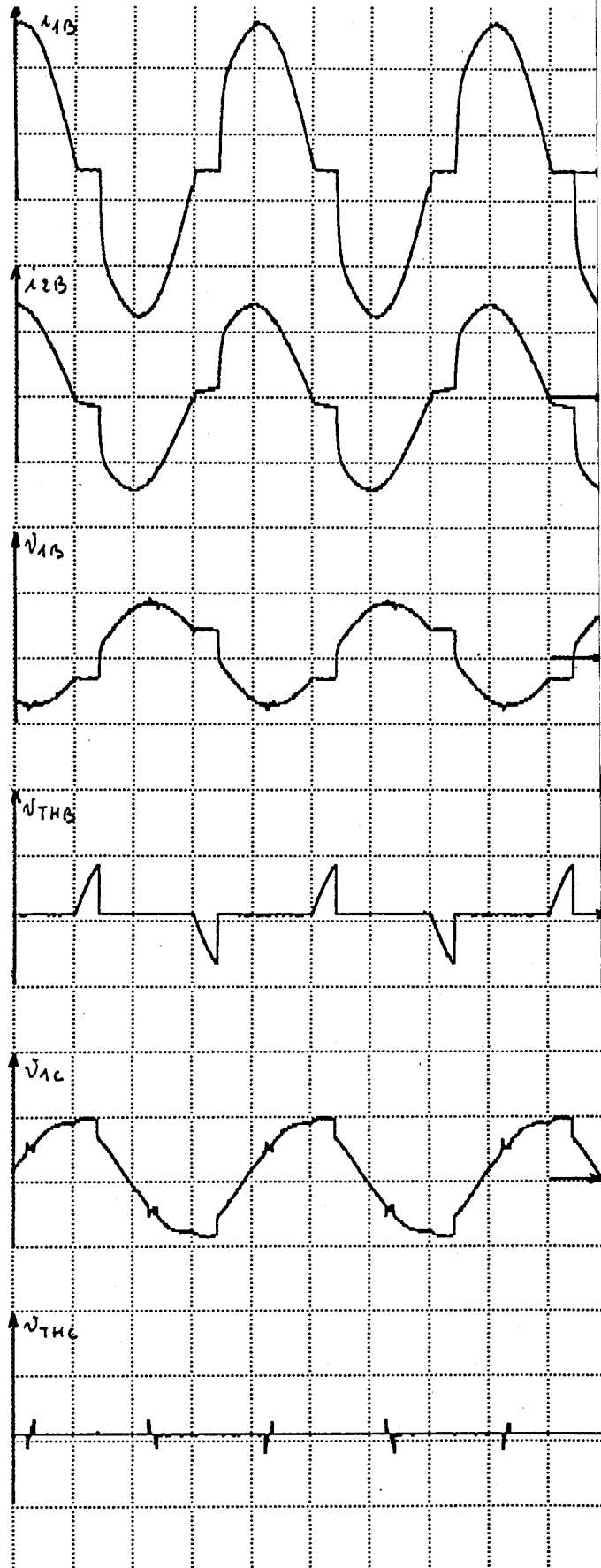
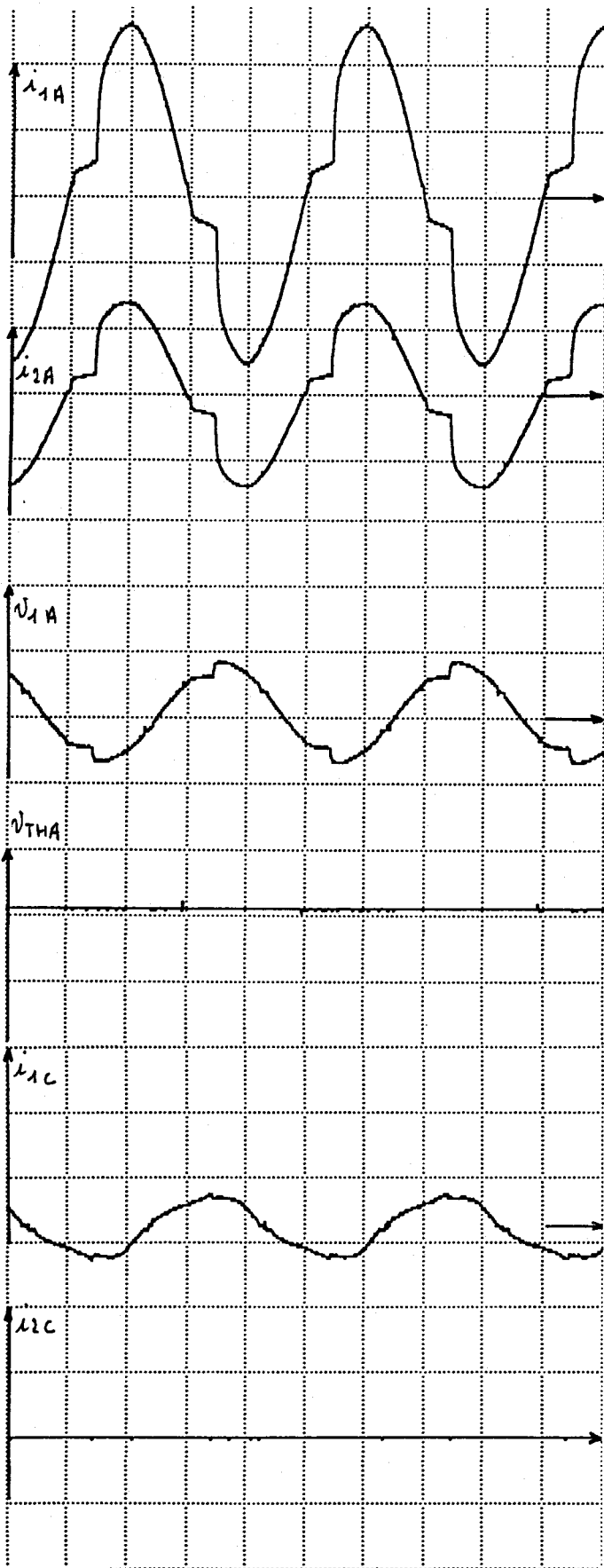


Planche 3.14

Rupture charge - mode

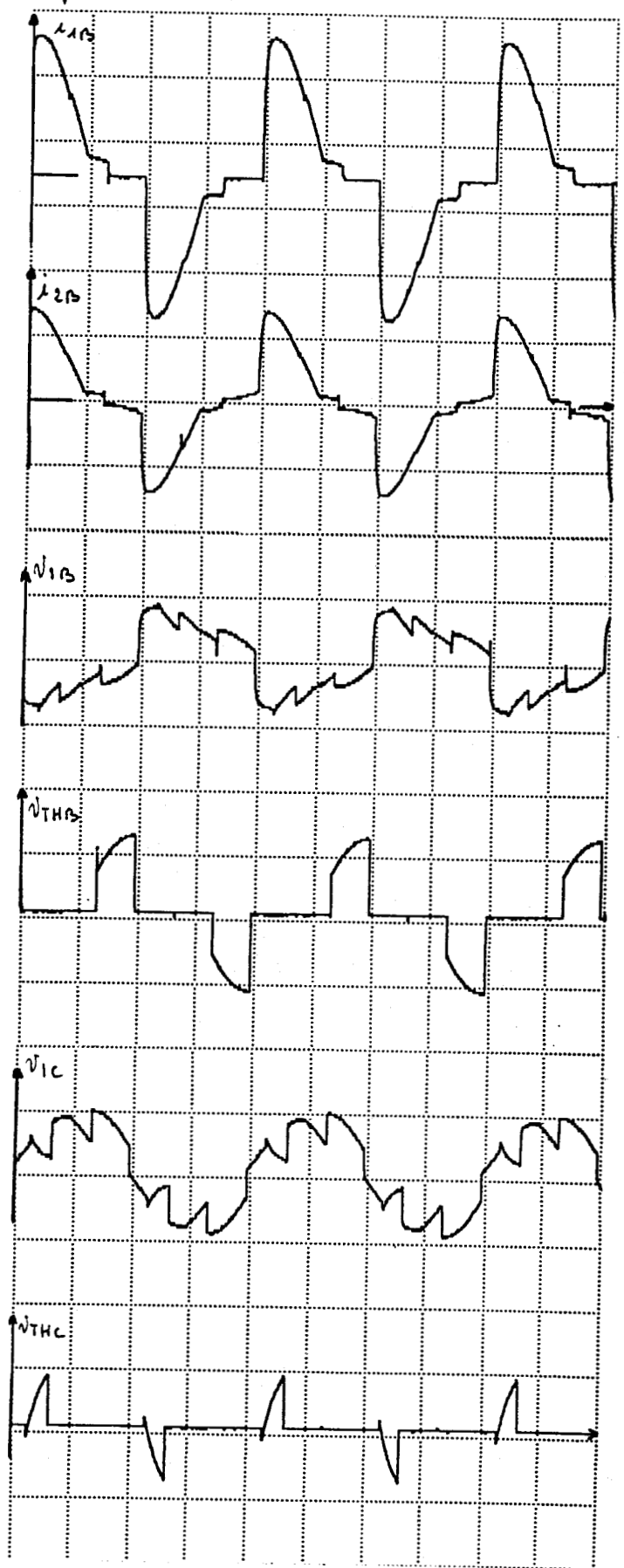
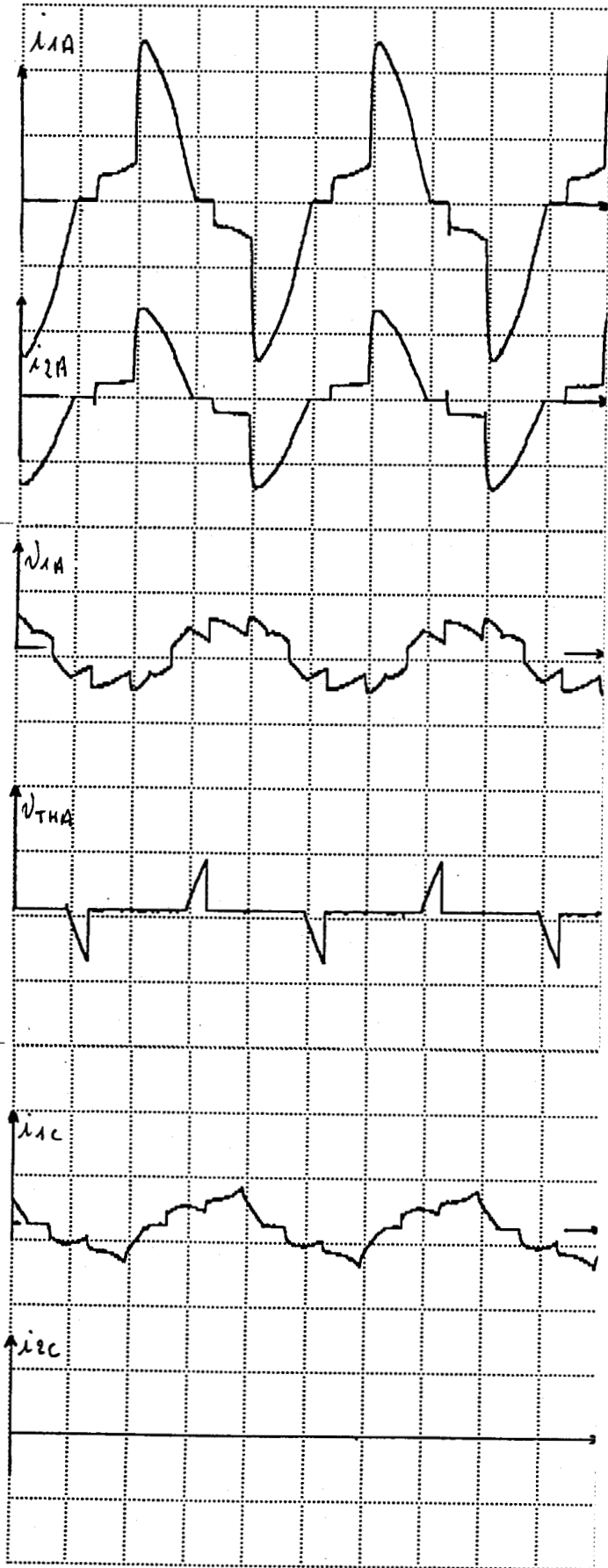


Planche 3.15
Rupture Charge C
1er mode

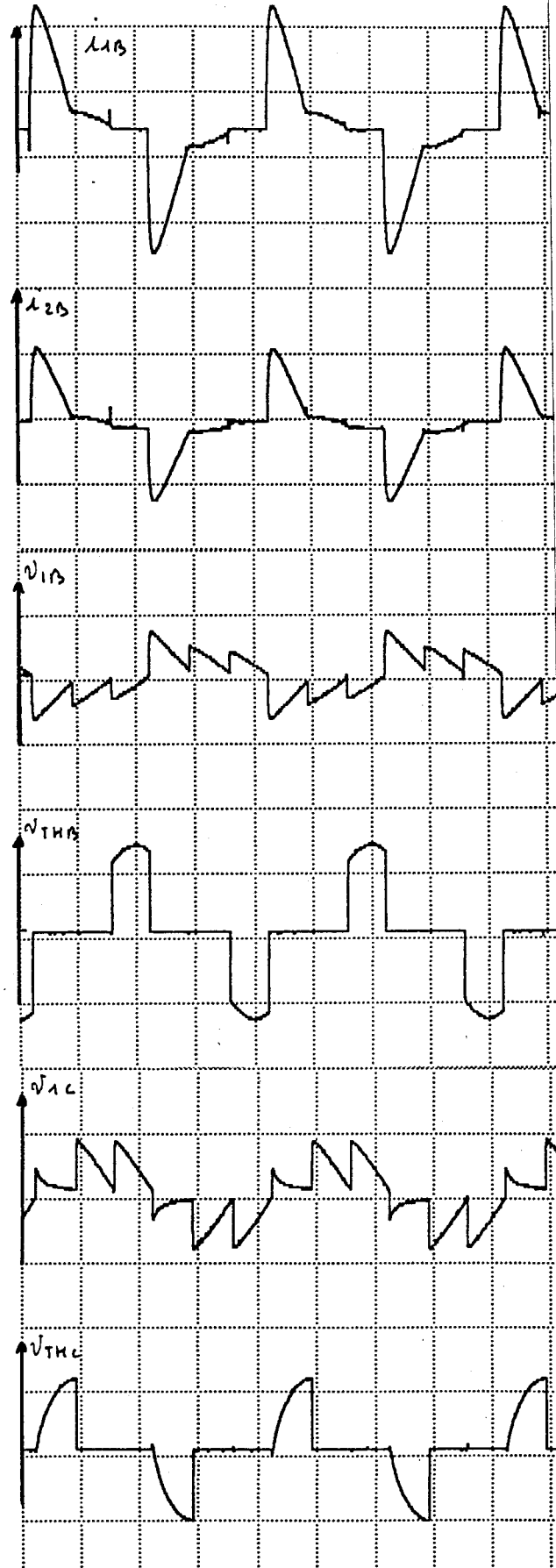
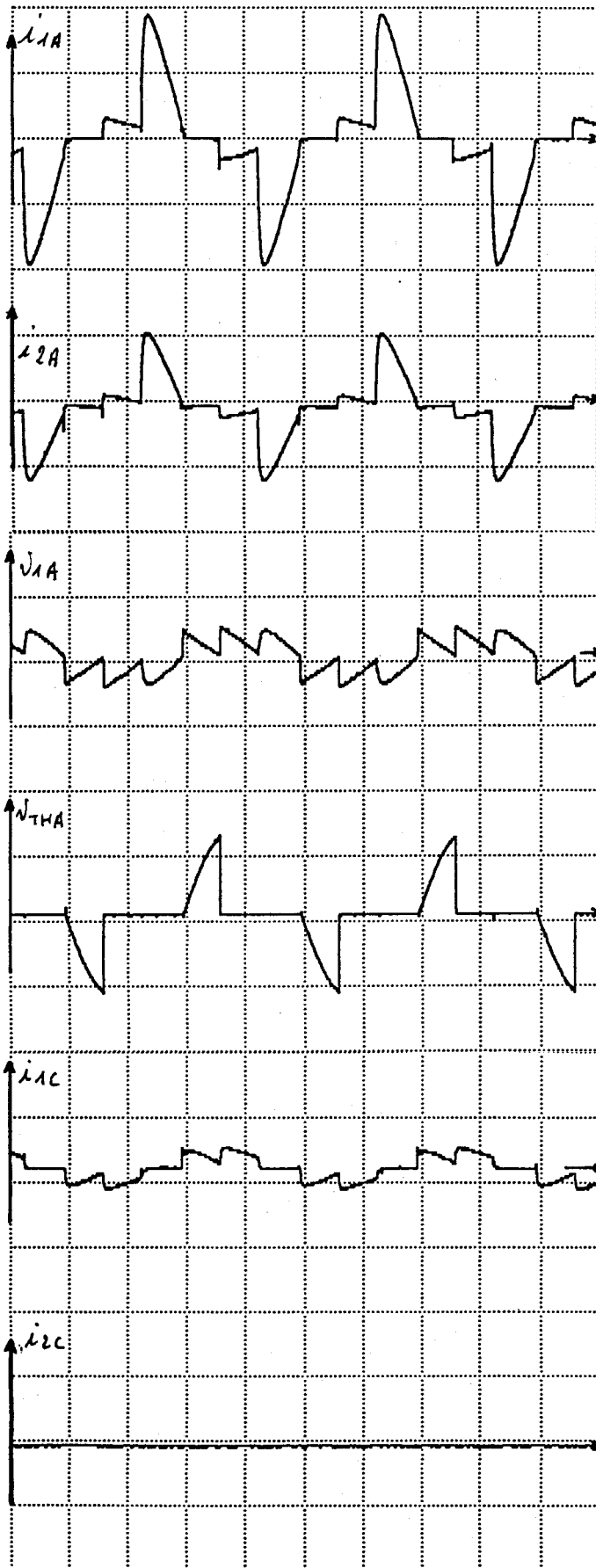


Planche 3.16

Rupture Charge C
2^e mode

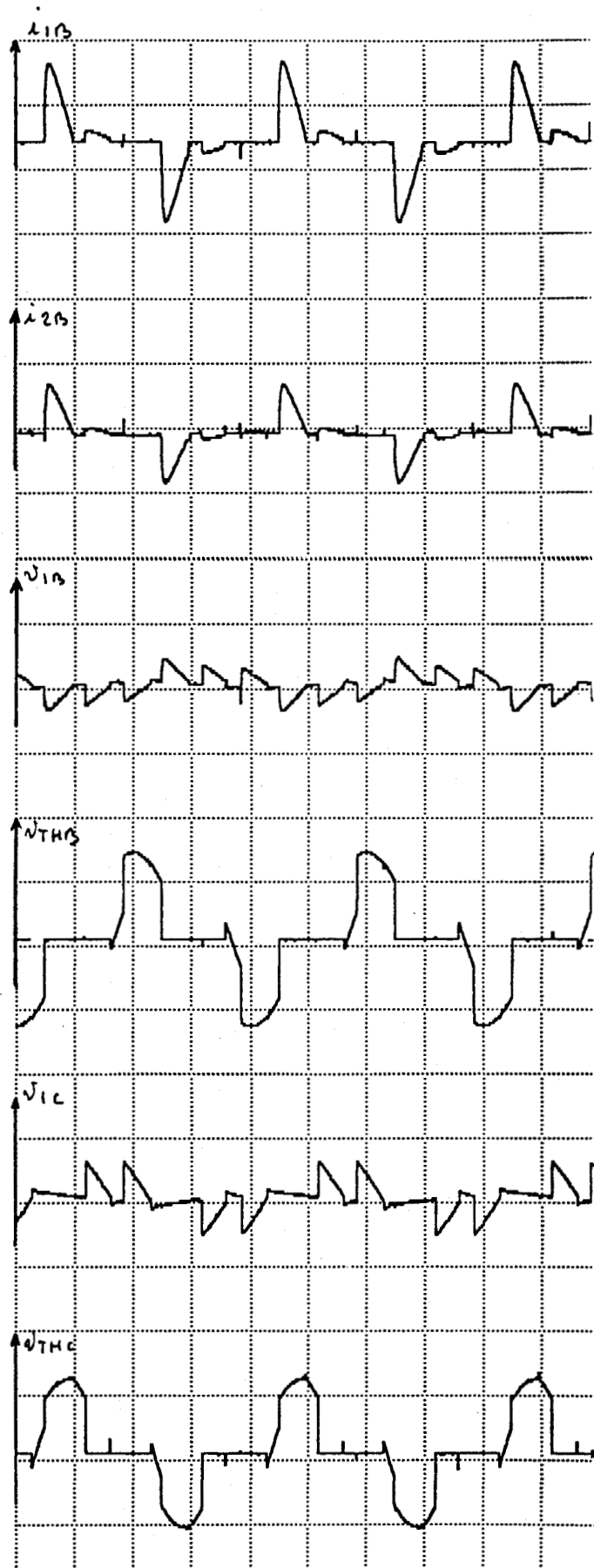
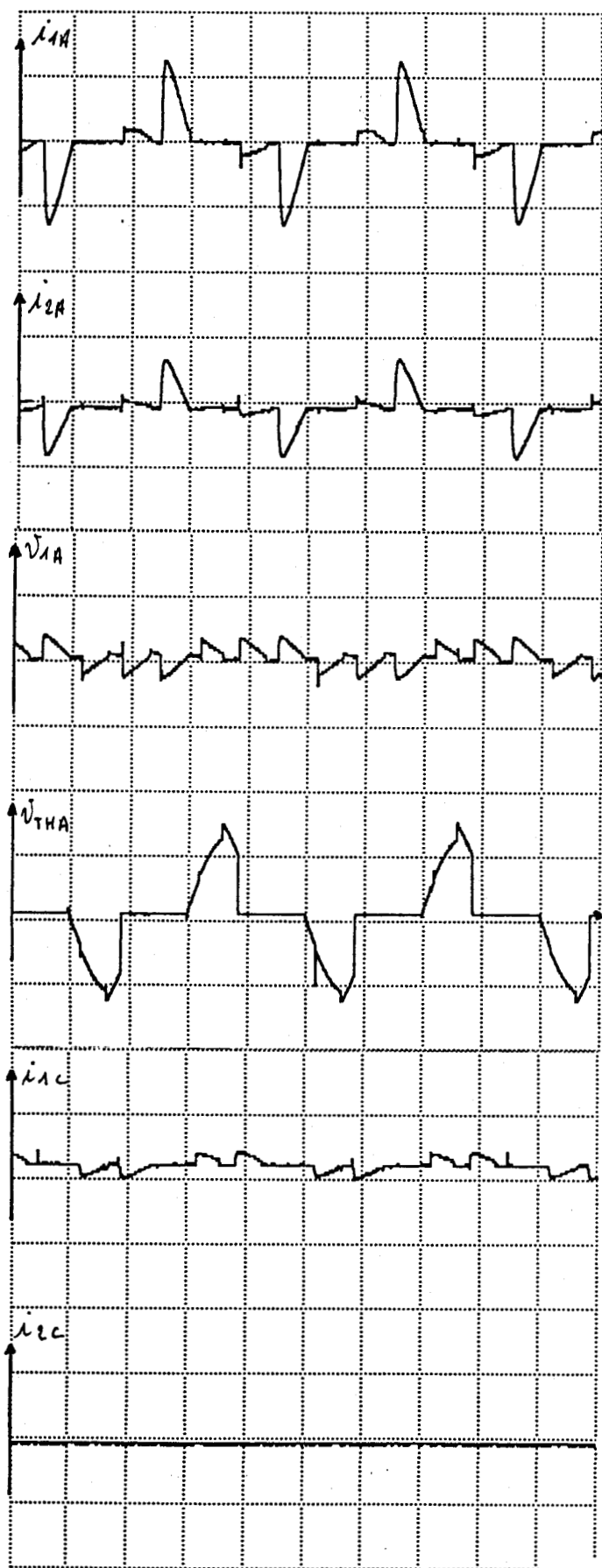


Planche 3.17

Rupture charge C
3^e mode

III CONCLUSION

L'expérimentation que nous venons de présenter, limitée au tracé des ondes temporelles en régime établi, nous a permis de confirmer le résultat de simulation sur les changements éventuels de mode, consécutivement à la saturation du circuit magnétique du transformateur. Elle nous indique également, par le tracé des spectres de courant que la saturation conduit à une augmentation des harmoniques 5 et 7 que la réduction de consigne par action sur Ψ ne permet pas de compenser.

Par ailleurs, il est parfaitement possible si la puissance de consigne est inférieure à 50% du niveau nominal, d'effectuer une régulation convenable même si une phase secteur est absente ou une résistance de charge cassée.

Concernant la comparaison aux résultats acquis par l'étude analytique qui fait souvent abstraction des pertes et suppose les S.C. parfaits et la simulation qui tient compte des pertes et éventuellement de la saturation, mais qui considère également les composants parfaits, il est évident, que des disparités importantes devaient apparaître au niveau expérimental, puisque tout est pris en compte, y compris la présence de circuits "R-C" relativement fortement dimensionnés.

On peut ainsi observer que les développements théoriques les plus sophistiqués soient-ils, sont d'un intérêt limité, voire inutiles dans le cas industriel.

CONCLUSION

CONCLUSION

Le travail que nous avons présenté dans ce mémoire constitue, entre autre, une synthèse des développements analytiques, poussés au maximum "raisonnable" des associations gradateur-transformateur. A ce titre, il répond à la préoccupation des chercheurs qui auparavant s'étaient posé le problème de la poursuite de ces développements dans les cas plus complexes où la prise en compte des pertes et de la saturation est envisagée. Le passage de l'analytique à la simulation numérique est alors pleinement justifié pour la structure triphasée avec saturation du transformateur, les résultats acquis montrant en particulier que ce phénomène a une incidence non négligeable sur les instants d'extinction des thyristors, donc sur les régimes et les modes de fonctionnement dont les limites sont alors déplacées.

Les distorsions observables surtout à très faible charge, des courants sources liées à la saturation peuvent être évaluées au niveau des spectres, de la puissance déformante et du facteur de puissance.

Nous montrons ainsi que l'incidence de la saturation est surtout effective à vide ou à faible charge, mais que l'association à un gradateur d'un transformateur donné doit s'accompagner, à puissance d'entrée donnée, d'un ajustement des butées de réglage de l'angle Ψ de retard à l'amorçage des thyristors, tenant compte de son taux de saturation et non seulement de la valeur des résistances de charge.

Enfin, si la puissance requise est inférieure à 50%, nous avons montré que la rupture d'une phase d'alimentation ou d'une résistance conduisant à des fonctionnements dégradés peuvent temporairement être pris en compte par la régulation qui opère sans problème un réajustement à la valeur de consigne.

BIBLIOGRAPHIE

BIBLIOGRAPHIE

- [1] C. ROMBAUT
"Etude des gradateurs triphasés et d'autres convertisseurs alternatif/alternatif fonctionnant en commutation naturelle".
Thèse d'Etat - LILLE - 1979.
- [2] G.SEGUIER
Electronique de Puissance - DUNOD.
- [3] C. ROMBAUT - G. SEGUIER
"Condition d'application de la transfiguration étoile-triangle aux récepteurs triphasés alimentés par un montage à redresseurs contrôlés".
C.R. Acad. Sc., PARIS t. 277, Nov. 1973, pp. 607.609.
- [4] C. ROMBAUT - G. SEGUIER
"Caractéristiques des gradateurs triphasés".
Revue Jeumont-Schneider, n° 17, Juin 1974, pp.33-46.
Revue Jeumont-Schneider, n° 18, Juin 1974, pp.29-46.
- [5] W. SHEPHERD - P-J. GALLAGHER
"Some properties of thyristor controlled resistive load with integral cycle switching".
I.E.E.E. Conf. Publicatio, n° 110, April 1974, pp. 188-192.
- [6] P-J. GALLACHER - W. SHEPHERD
"Operation of two parallel-connected thyristor controlled resistive loads with integral cycle triggering".
I.E.E.E. Trans. on I.E.C.I., VOL. IECI-22, n°4, Nov. 1975, pp. 510-515.
- [7] J-L COCQUERELLE
"Etude des Associations en triphasé : gradateur en angle de phase - transformateur - résistances".
Doctorat d'Etat - LILLE - 1985.

- [8] J-L. COCQUERELLE - C. ROMBAUT
 "On the equivalence of different assemblies bringing into operation on SCR AC/AC converter, line or D-connected to the primary or secondary winding of a 3-phase transformer with resistive load".
 IMACS 88 : WORLD CONGRESS ON SCIENTIFIC COMPUTATION
 PARIS - FRANCE - 18-22 Juillet 1988.
- [9] J-L. COCQUERELLE - M. BEN FREDJ
 "Détermination analytique des flux instantanés dans le circuit magnétique d'une association "G.T.R." - Incidence d'une rupture partielle de charge".
 3^{ème} COLLOQUE UNIVERSITE - INDUSTRIE
 L'INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE - SAINT NAZAIRE - 9 Juin 1988.
- [10] J-L. COCQUERELLE
 "Association en triphasé" gradateur - transformateur - résistances" (G.T.R.).
 COLLOQUE DE NANTES - ELECTRONIQUE DE PUISSANCE - 28 Avril 1988.
- [11] J-L. COCQUERELLE
 "G.T.R. flux libres".
 JOURNEES ELECTROTECHNIQUES 89 - EEA-SEE - IEG-LEG
 GRENOBLE - 1,2,3 Mars 1989.
- [12] C. MONIER - A. MAMOUNE - B. DURAND - J-L. COCQUERELLE
 "Association G.T.R. pour le chauffage direct par le sol".
 5^{ème} COLLOQUE UNIVERSITE - INDUSTRIE
 CEE-CFE - INSA - LYON - 7 Juin 1990.
- [13] J-L. COCQUERELLE
 "Présentation de l'Association GTR :
 $Y * YY$ (Gradateur en ligne d'un transformateur Y_{γ} chargé par 3 résistances identiques couplées en étoile".
 ELECTRONIQUE DE PUISSANCE N°27 - Juin 1988.
- [14] J-L. COCQUERELLE
 "Equivalence du GTR $Y * YY$ avec d'autres associations".
 ELECTRONIQUE DE PUISSANCE N°28 - Septembre 1988.

- [15] M. BEN FREDJ - J-L. COCQUERELLE - C. ROMBAUT
"Etude du régime permanent de l'association : "gradateur triphasée - transformateurs monophasés - charge résistive déséquilibrée".
I.M.S - IASTED - PARIS - 24 Juin 1987.
- [16] M. BEN FREDJ - J-L. COCQUERELLE
"on the Assembly : AC/AC converter, D Y Free Flux transformer - resistive load".
IMACS TC 1 - IEE - QUEBEC - 24 Août 1987.
- [17] J-L. COCQUERELLE - C. ROMBAUT - M. FLACHER
"Analytical study of an A.C. regulator, transformer, 3-phase resistive load assembly".
E.P.E. - Bruxelles - Octobre 1985.
- [19] M. BEN FREDJ
"contribution à l'étude de l'association : gradateur triphasé - transformateur - résistances, influence du type de transformateur utilisé".
THESE D'UNIVERSITE - LILLE - 1989.
- [20] N-A. FEOKTISTOV - V-V. KONDORSKAYA
"Improvement of the operating conditions of an electric furnace transformer, regulated by thyristors on the primary side".
Prom. Energ., U.S.S.R., N°7, July 1982, pp. 31-3.
- [21] F. LEPLUS
"Sur la modélisation numérique de transformateurs mono et triphasés - Application aux montages redresseurs et gradateurs".
THESE D'UNIVERSITE - LILLE - 1989.
- [22] B. DAVAT
"Modélisation des dispositifs électromagnétiques".
Thèse de Doctorat d'état - TOULOUSE - 1984.

- [23] F-A. ZAHER - A-I. SHOBEIN
"Analog Simulation of the magnetic hysteresis".
IEEE Transaction on Power Apparatus and Systemes, Vol PAS-102, n°5 - May 1983.
- [24] R. YACAMINI and A. ABU-NASSER
"Numerical calculation of inrush current in simple phase transformers".
IEE Proc, VOL 128, Pt B, N°6 - November 1981.
- [25] SAROSH - N. TALUKDAR and JAMES R. BAILEY
"Hysteresis Models for system studies".
IEEE Transaction on Power Apparatus and systems
Vol PAS-95, N°4 - July/August 1976.
- [26] S. PRUSTY and M.V.S. RAO
"A novel Approach for Predetermination of Magnetization characteristics of transformers Including Hysteresis".
IEEE Transactions on magnetics, VOL MAG 20, N°4 - July 1983.
- [27] D-C. JILES and D-L. ATHERTON
"Ferromagnetic Hysteresis".
IEEE Transactions on magnetics, VOL MAG 19, N°5 - September 1983.
- [28] J-L. COULOMB
"Finite elements three dimensional magnetic Field computation".
Intermag - GRENOBLE - 1981.
- [29] E-J. TUONY and J. PANEK
"Chopping of Transformer Magnetizing Currents".
Part I Simple phase Transformer
IEEE Transactions on Power Apparatus and Systemes, VOL PAS-97, N°1
January/February 1978.
- [30] Y. SAITO - H. SAOTOME - S. SAYONO and T. YAMAMURA
"Modelling of non Linear inductor exhibiting hysteresis Loops and its application to the single phase parallel inverters".
IEEE Transactions on Magnetic, VOL MAG 19, N°5 - September 1983.

- [31] J-L. COCQUERELLE - C. ROMBAUT* (* I.D.N. LILLE)
 "The advantages of modelling in the study of overvoltage during load breakdown of an AC/AC converter-transformer-assembly".
 IMACS 88 : WORLD CONGRESS ON SCIENTIFIC COMPUTATION
 PARIS - FRANCE - 18-22 Juillet 1988.
- [32] M. BEN FREDJ - J-L. COCQUERELLE
 "Simulation of the assembly : "AC/AC converter - DY free flux transformer - Resistive load", in case of rupture".
 IASTED 89, APPLIED INFORMATICS - GRINDELWALD, SUISSE - 8-10 Février 1989.
- [33] C. MARRON
 "Sur la simulation des associations transformateur - gradateur".
 D.E.A. - LILLE - Septembre 1985.
- [34] T. SCHUFFENECKER - J-L. COCQUERELLE - C. ROMBAUT
 "Simulation numérique d'un ensemble gradateur à thyristors - transformateur - charge".
 A.I.'s 85 - GRINDELWALD - 22 Février 1985.
- [35] A. CASTELAIN - J-L. COCQUERELLE - P-H. RUSSE
 "On the advantages of an ahead control in an AC/AC Converter - Transformer Assembly, compared with the relative level of Magnetic losses".
 MECO'86 - TAORMINA - 5 September 1986.
- [36] J-L. COCQUERELLE - A. CASTELAIN - C. ROMBAUT
 "Numerical Simulation of a set "AC-Delta-connected-regulator-transformer-load".
 MECO'86 - TAORMINA - 5 September 1986.
- [37] B. DURAND - M. BEN FREDJ - J-L. COCQUERELLE
 "Microprocessor control of a G.T.R. assembly"
 IASTED 89, APPLIED INFORMATICS - GRINDELWALD, SUISSE - 8-10 Février 1989.
- [38] B. DURAND - A. MAMOUNE - J-L. COCQUERELLE
 "Microcontroller control of an AC/AC power converter with minimal working distortion".
 ISMM MIMI 90 : MINI AND MICROCOMPUTERS AND THEIR APPLICATIONS
 LUGANO, SUISSE - 19-21 Juin 1990.

[39] A. MAMOUNE - B. DURAND - J-L. COCQUERELLE

"Numerical simulation of a set : "AC-AC converter - 3 phases transformer - resistive load", Taking into account magnetic saturation".

ISMM MIMI 90 : MINI AND MICROCOMPUTERS AND THEIR APPLICATIONS

LUGANO - SUISSE - 19-21 Juin 1990.

ANNEXE DE LA THESE

Résolution de l'équation (42) - chap I I.1.2

L'équation (42) est une équation différentielle fondamentale qui donnera après résolution i_2 en fonction du temps.

$$(42) \quad (R + r_2) i_2 + l_2 \frac{d i_2}{d t} = n_2 (A \omega \cos(\omega t - \delta) + r'_1 A_1 e^{r'_1 t} + r'_2 A_2 e^{r'_2 t})$$

- Résolution

Appliquons la méthode de variation des constantes, en résolvant d'abord l'équation sans second membre :

$$(R + r_2) i_2 + l_2 \frac{d i_2}{d t} = 0$$

Après séparation des variables et intégration, on obtient :

$$i_2 = C \exp\left(-\frac{R + r_2}{l_2} t\right) = C e^{\left(-\frac{R + r_2}{l_2}\right) t}$$

Considérons maintenant C comme une fonction de t, donc :

$$\frac{d i_2}{d t} = \frac{d C}{d t} e^{-\frac{R + r_2}{l_2} t} + \left(-\frac{R + r_2}{l_2}\right) C e^{\left(-\frac{R + r_2}{l_2}\right) t}$$

Reportons cette expression dans l'équation (42) :

$$(R + r_2) C e^{-\frac{R + r_2}{l_2} t} + l_2 \left[\frac{d C}{d t} e^{-\frac{R + r_2}{l_2} t} - \frac{C}{l_2} (R + r_2) e^{-\frac{R + r_2}{l_2} t} \right] = n_2 (A \omega \cos(\omega t - \delta) + r'_1 A_1 e^{r'_1 t} + r'_2 A_2 e^{r'_2 t})$$

Il vient, après simplification :

$$l_2 \frac{dc}{dt} e^{-\frac{R+r_2}{l_2}t} = n_2 (A\omega \cos(\omega t - \delta) + r'_1 A_1 e^{r'_1 t} + r'_2 A_2 e^{r'_2 t})$$

d'où

$$C = \frac{n_2}{l_2} \left(\int (A\omega \cos(\omega t - \delta) + r'_1 A_1 e^{r'_1 t} + r'_2 A_2 e^{r'_2 t}) e^{\frac{R+r_2}{l_2}t} dt \right)$$

Ce qui est équivalent à :

$$C = \frac{n_2}{l_2} \int A\omega \cos(\omega t - \delta) e^{\frac{(R+r_2)t}{l_2}} dt + \frac{n_2}{l_2} \int r'_1 A_1 e^{r'_1 + \frac{(R+r_2)t}{l_2}} + r'_2 A_2 e^{r'_2 + \frac{(R+r_2)t}{l_2}} dt = C_1 + C_2$$

- Calcul de C_1

$$C_1 = \frac{n_2}{l_2} \int A\omega \cos(\omega t - \delta) e^{\frac{(R+r_2)t}{l_2}} dt$$

Il suffit de considérer $\cos(\omega t - \delta)$ comme la partie réelle de $e^{j(\omega t - \delta)}$. Ainsi :

$$C_1 = \frac{n_2}{l_2} \Re \int A\omega e^{\left(\frac{R+r_2}{l_2} + j(\omega t - \delta)\right)} dt$$

Ce qui donne :

$$C_1 = n_2 \Re \left(\frac{A\omega}{R+r_2 + j\omega l_2} e^{\left(\frac{R+r_2}{l_2} + j\omega\right)t - j\delta} \right) + k$$

$$\text{Or } e^{\left(\frac{R+r_2}{l_2} + j\omega\right)t - j\delta} = e^{\frac{R+r_2}{l_2}t} (\cos(\omega t - \delta) + j \sin(\omega t - \delta))$$

Si l'on sépare la partie réelle et la partie imaginaire, il vient :

$$C_1 = \frac{n_2}{(R + r_2)^2 + (\omega l_2)^2} e^{\frac{R + r_2}{l_2} t} (A\omega (R + r_2) \cos(\omega t - \delta) + \omega l_2 \sin(\omega t - \delta) + k)$$

- Calcul de C_2

$$C_2 = \frac{n_2}{l_2} \int \left(r_1 A_1 e^{\left(r_1 + \frac{R + r_2}{l_2}\right)t} + r_2 A_2 e^{\left(r_2 + \frac{R + r_2}{l_2}\right)t} \right) dt$$

$$\text{d'où } C_2 = n_2 \left(A_1 \frac{e^{\left(r_1 + \frac{R + r_2}{l_2}\right)t}}{\left(l_2 + \frac{R + r_2}{l_2}\right)} + A_2 \frac{e^{\left(r_2 + \frac{R + r_2}{l_2}\right)t}}{\left(l_2 + \frac{R + r_2}{l_2}\right)} \right) + k'$$

La constante C s'écrit alors :

$$C = k_1 + n_2 \left(\frac{A\omega}{Z} e^{\left(r_1 + \frac{R + r_2}{l_2}\right)t} \left((R + r_2) \cos(\omega t - \delta) + \omega l_2 \sin(\omega t - \delta) \right) + A_1 \frac{e^{\left(r_1 + \frac{R + r_2}{l_2}\right)t}}{\left(l_2 + \frac{R + r_2}{r_1}\right)} + A_2 \frac{e^{\left(r_2 + \frac{R + r_2}{l_2}\right)t}}{\left(l_2 + \frac{R + r_2}{r_2}\right)} \right)$$

$$\text{avec } k_1 = k + k' \quad \text{et} \quad Z = \sqrt{(R + r_2)^2 + (\omega l_2)^2}$$

Reportons cette valeur dans l'expression de i_2 :

$$i_2 = C e^{-\frac{R + r_2}{l_2} t}$$

⇔

$$i_2 = n_2 \left(A\omega \left(\frac{(R + r_2)}{Z^2} \cos(\omega t - \delta) + \frac{\omega l_2}{Z^2} \sin(\omega t - \delta) \right) + A_1 \frac{e^{r_1 t}}{\left(l_2 + \frac{R + r_2}{r_1}\right)} + A_2 \frac{e^{r_2 t}}{\left(l_2 + \frac{R + r_2}{r_2}\right)} \right) + k_1 e^{-\frac{(R + r_2)}{l_2} t}$$

REMARQUE

Le terme $k_1 e^{-\frac{(R + r_2)}{l_2} t}$

est un terme transitoire qui est pratiquement négligeable au bout de quelques périodes.

Identification des paramètres du transformateur monophasé

Pour identifier les paramètres du transformateur nécessaires à la simulation, on peut effectuer des essais en régime permanent sinusoïdal.

a - Essai à vide

Au secondaire, aucune charge n'est disposée ($i_2(t) = 0$). Le primaire est alimenté sous tension réduite. Le courant primaire est très faible par rapport au courant nominal en charge (qq% de I_{1a}).

La mesure est effectuée au secondaire ainsi que sur quelques spires rajoutées sur le noyau.

Cet essai nous permet d'obtenir :

- le rapport de transformation (m).
- le nombre de spires au primaire (n_1).
- le nombre de spires au secondaire (n_2).

b - Essai en court-circuit

Le secondaire est mis en court-circuit, le primaire est alimenté sous tension réduite (en général de 5% à 10% de la tension nominale). L'essai s'effectue pour le courant nominal.

L'essai en court-circuit (hypothèse de KAPP) conduit à :

$$R_p = r_1 + \frac{r_2}{m^2}$$

$$R_s = r_2 + m^2 r_1$$

$$L_p = l_1 + \frac{l_2}{m^2}$$

$$L_s = l_2 + l_1 m^2$$

Les grandeurs mesurées R_p , R_s , L_p et L_s

c - Essai en courant continu

Cet essai permet de déterminer les résistances des enroulements (r_1 et r_2).

d - Calcul des inductances de fuite

Pour déterminer la valeur des inductances de fuite (l_1 , l_2), un essai à vide, sous tension nominale permet d'abord de calculer les inductances propres à chaque enroulement (L_1 , L_2) telles que :

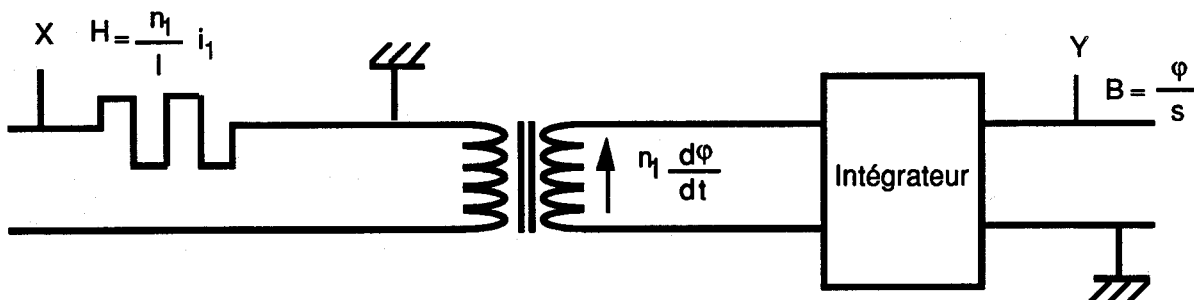
$$L_p = \frac{U_1}{I_1} = L_1 + l_1$$

$$L_s = \frac{U_2}{I_2} = L_2 + l_2$$

L_p et L_s représentent la mesure réelle.

e - Relevé du cycle $B = f(H)$

Le relevé du cycle s'effectue sur un oscilloscope numérique par la méthode de Lissajous.

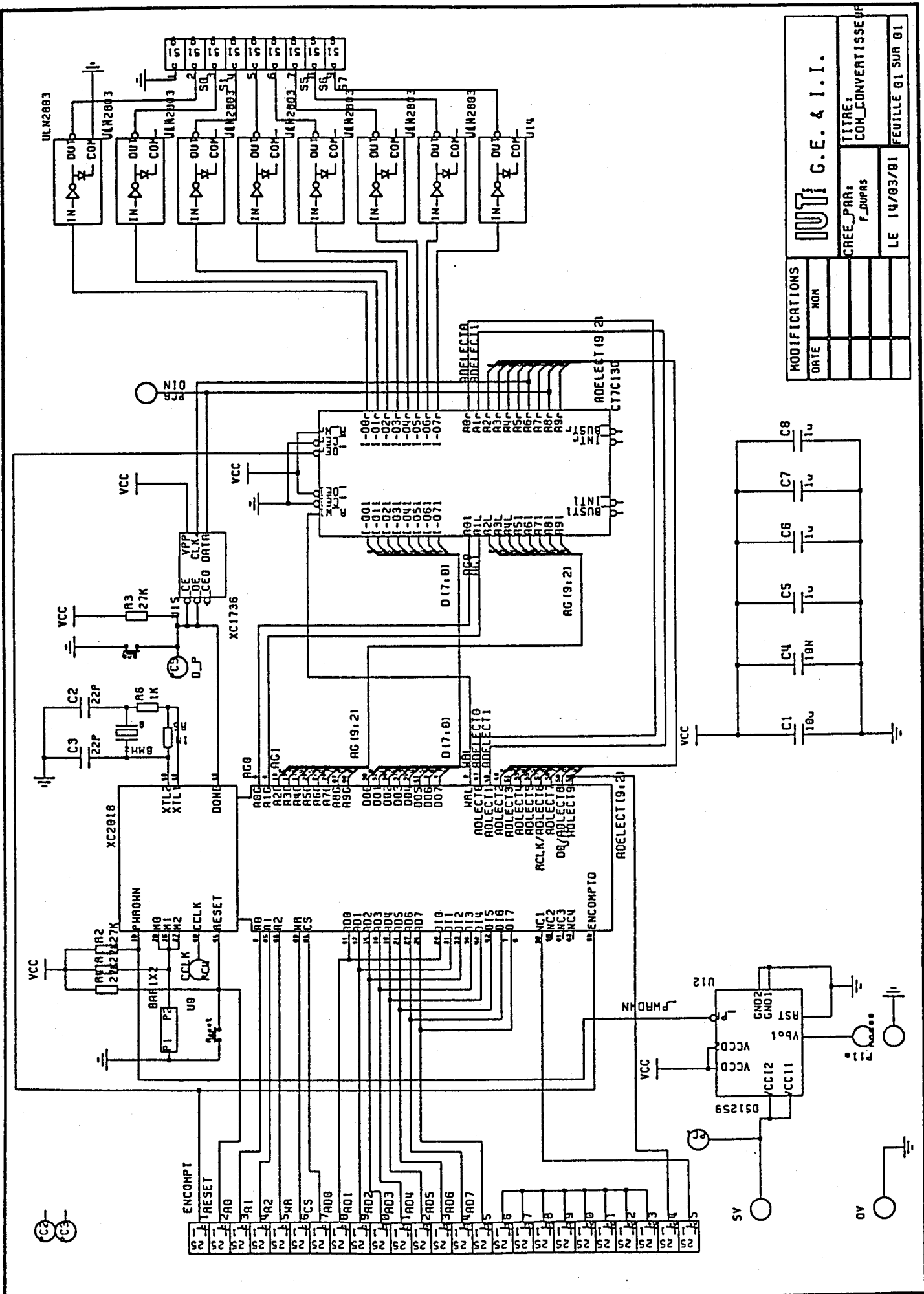


Les constantes utilisées dans la simulation du cycle sont calculées pour des valeurs déterminées de B et de H.

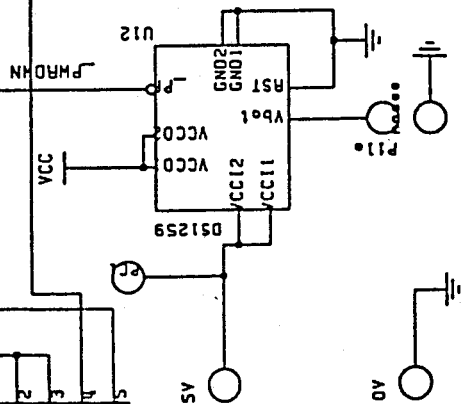
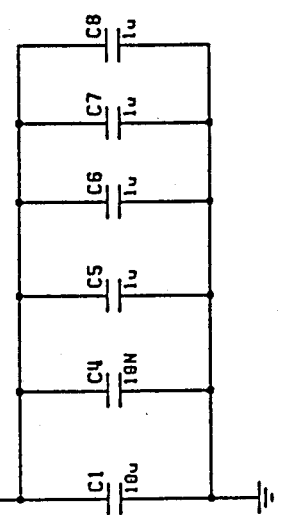
Identification des paramètres du transformateur triphasé

La détermination des paramètres du transformateur triphasé se fait de la même manière que pour le transformateur monophasé. Compte tenu des hypothèses effectuées le relevé du cycle d'hystérésis se fait en monophasé.

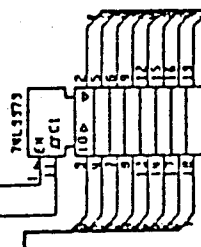
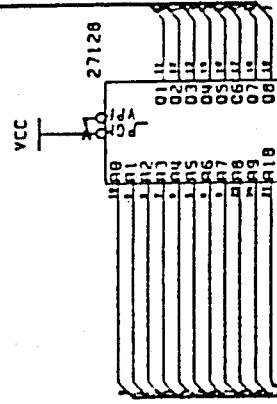
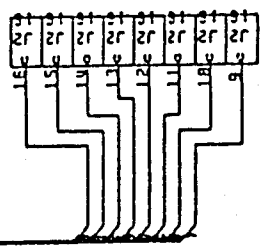
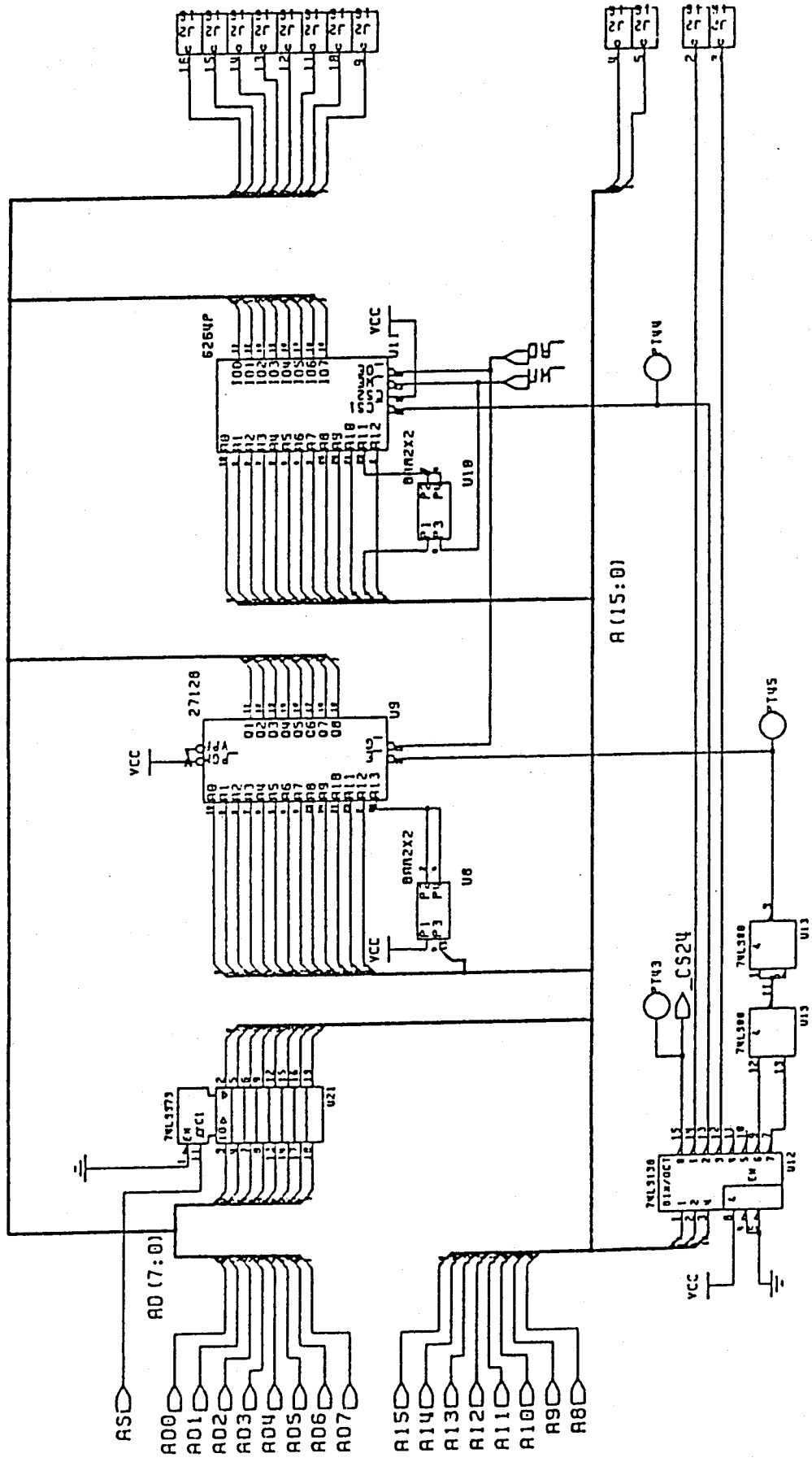
Les différents essais nous ont permis d'obtenir les paramètres utilisés dans le programme de Simulation.



MODIFICATIONS		 G. E. & I. I.
DATE	NOM	
CREE_PAR: F. DUPAS		
LE 14/03/91		
TITRE: CON_CONVERTISSEUR		FEUILLE 01 SUR 01



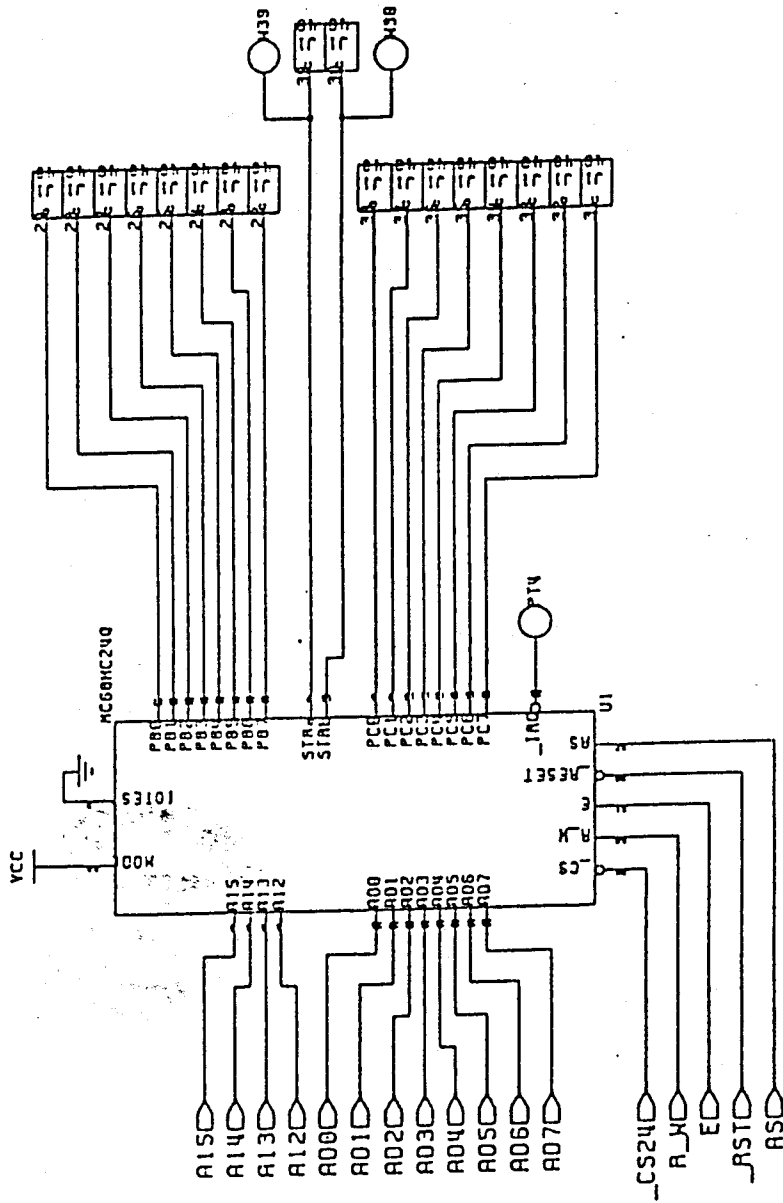
AD (7:0)



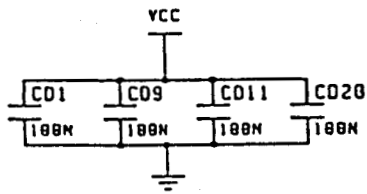
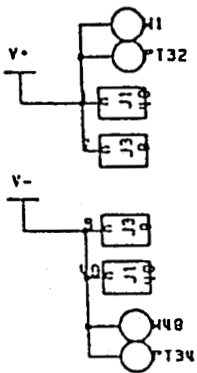
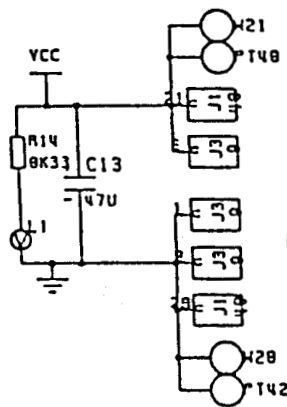
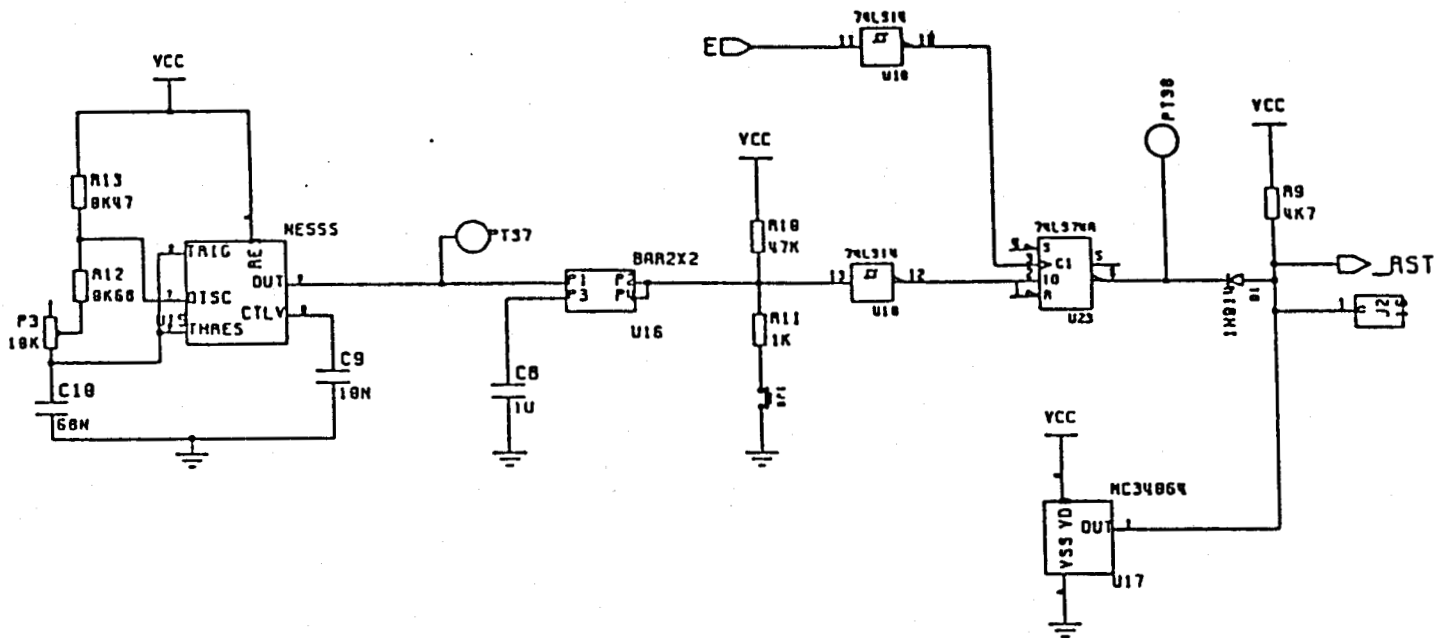
A (15:0)

MODIFICATIONS		IUT G.E. & I.I.	
DATE	NOV	CREE_PAR:	TITRE:
	1	PALUSSIERE	BE_HC11
		LE 28/11/89	FEUILLE 02 SUR 04

IUT
G.E.S.I.S.I.



MODIFICATIONS		IUT: G.E. & I.I.	
DATE	NDM	CREE_PRAI	TITRE: BE_HC11
.	.	PALUSSIERE	
.	.	LE 28/11/89	FEUILLE 01 SUR 04



MODIFICATIONS		IUT: G.E. & I.I.	
DATE	NOM		
•	•		
•	•		
		CREE PAR: PALUSSIÈRE	TITRE: BE_MC11
		LE 28/11/89	FEUILLE 03 SUR 04

RESUME

Les Associations en monophasé et triphasé, d'un gradateur en ligne et d'un transformateur à débit sur résistances permettent de régler de façon continue, la puissance électrique fournie à la charge, avec l'avantage de l'isolation galvanique et de l'abaissement possible des tensions. Les ensembles sont économiques.

L'étude de ces structures peut être conduite par le calcul analytique ou par simulation.

La première partie de ce mémoire est consacrée à la présentation des possibilités de calcul analytique en tenant compte des pertes et de la saturation des circuits magnétiques.

La deuxième partie propose une simulation par la méthode d'Euler permettant de résoudre en particulier, le cas de l'association en triphasé avec pertes et saturation ce qui est difficilement envisageable avec la méthode purement analytique.

Un prototype est présenté. Sa commande, utilise un microcontrôleur associé à des circuits programmables Xilinx autorisant une parfaite maîtrise de la précision de commande ainsi que l'utilisation en "mode dégradé" de l'association triphasée.

Un bilan comparatif des méthodes analytiques et par simulation, ainsi que de l'expérimentation, est présenté tout au long du mémoire.

MOTS-CLEFS :

ELECTROTECHNIQUE
ELECTRONIQUE DE PUISSANCE
GRADATEUR
THYRISTOR
TRANSFORMATEUR