

50376
1993
10

50376
1993
10

N° d'ordre: 1044

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ EN GÉOSCIENCES

Spécialité:

HYDROGÉOLOGIE QUANTITATIVE

**STRUCTURE
ET MODÉLISATION QUANTITATIVE
DE L'AQUIFERE DE BERRECHID (MAROC).
VALIDATION PAR L'APPROCHE GÉOSTATISTIQUE**



Par:

Bouâbid EL MANSOURI



Soutenue le 13 Janvier 1993

devant la commission d'examen:

Président : N. CRAMPON, Professeur d'Hydrogéologie, Univ. Lille I

Rapporteurs : J. MANIA, Professeur d'Hydrogéologie, Univ. Franche-comté
J. ANDRIEUX, Professeur de Géologie Structurale, Univ. Paris XI.

Examineurs: C. LAMOUREUX, MdC, Doc. d'État, Laboratoire de Géologie Physique, Lille I.
E. CARLIER, MdC, Laboratoire d'Hydrogéologie, Univ. Lille I.
F. DELAY, MdC, Laboratoire de Géologie Appliquée, Univ. Paris VI.

" ... Nous avons fait descendre du ciel une eau en quantité définie et Nous l'avons maintenue dans la terre, alors que Nous aurions été capable de la faire disparaître. Par elle Nous avons fait croître des jardins de palmiers et des vignes où sont pour vous des fruits abondants que vous manger ".

Coran, Sourate 23, versets 18 & 19

AVANT - PROPOS

A l'issue de ce travail, il m'est agréable de remercier tous ceux qui, directement ou indirectement, ont contribué à son élaboration.

Monsieur **E. CARLIER**, qui est à l'origine de ce sujet, a dirigé mes recherches en me prodiguant de nombreux conseils et en me faisant profiter de son expérience professionnelle. Je le remercie vivement pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et pour son profond sens humain et sa sympathie.

Monsieur **N. CRAMPON**, directeur du laboratoire d'Hydrogéologie, m'a toujours réservé un temps de discussions des problèmes du sujet, en plus il a accepté de présider le jury, je le remercie vivement.

Monsieur le Professeur **J. MANIA**, m'a fait l'honneur d'assurer la lourde tâche de rapporter ce mémoire, je le remercie très sincèrement.

Je remercie Monsieur le Professeur **J. ANDRIEUX** d'avoir bien voulu me faire l'honneur de rapporter également ce travail.

Monsieur **C. LAMOUREUX**, m'a fait profiter de son expérience dans le domaine de la géologie structurale, en plus il a accepté de participer dans le jury de cette thèse, je le remercie très sincèrement.

Monsieur **F. DELAY**, avec qui j'ai pu mener à bien quelques problèmes d'informatique, je lui suis très reconnaissant d'avoir accepté de participer à ce jury.

Je remercie vivement Monsieur **H.Q. WANG** avec qui j'ai pu élaborer le logiciel WEEF. lors de son séjour au Laboratoire d'Hydrogéologie de Lille I.

H. SMAOUI, chercheur au Laboratoire d'Analyse numérique et d'optimisation, m'a beaucoup aidé dans la réalisation de ce travail, surtout pour la résolution des problèmes numériques. Je lui en suis très reconnaissant.

Monsieur **BICHARA**, chef de la division des ressources en eau à l'ADH, m'a fourni les données nécessaires pour accomplir ce travail, je le remercie vivement.

Je remercie très sincèrement Monsieur **J. P. COLBEAUX**, pour ses conseils et suggestions.

Pour l'ambiance agréable dans laquelle s'est déroulé ce travail, les discussions scientifiques ou non, leur sympathie, les moments de détente, leur aide, je remercie tous mes collègues du Laboratoire : **A. MAQSUD, K. ANOUAR, P. BRACQ , M. DZIKOWSKI, L. HANICH, S. HIRECH, A. LAKHRISSI, A. KHATIR, A. AL ALBANI.**

Enfin en achevant cet agréable tour d'horizon, il me faut terminer par mes proches, envers lesquels je me sens débiteur, pour diverses aides ou encouragements:

- **ma mère**
- **mes soeurs: Khaddouj, Fattoma & Zohra.**
- La famille **LAARACHE** & la famille **KHOMSI (Mohammed, ses frères et Fatima)**
- mes frères: **Mustapha (CHOUIREF & sa famille), El Hadj, Khacem, Lemfadel, Bouchaïb, et Mohamed (Charquaoul)** je n'oublie par leurs aides. Qu'ils voient en ce travail l'aboutissement de tous leurs efforts.

Je ne voudrais pas clore ces remerciements sans oublier tous les amis que j'ai connus à Lille pour ces quelques années passées ensemble.

C'est à la mémoire de **mon père** que je dédie ces quelques pages.

Enfin, je remercie **Zineb**, ma femme que j'ai connue vers la fin de ce travail, pour ses aides et encouragements.

A Villeneuve d'Ascq le 13 Janvier 1993

Bouabid EL MANSOURI.



SOMMAIRE

	Pages
Résumé	
Introduction	001

Chap. I: Géologie du secteur:	005
--------------------------------------	------------

Aperçu du contexte général de la plaine de Berrechid	006
A- Contexte géographique	006
B- Contexte géologique	009
B-1- Historique géologique régionale	009
B-1-1- Formations stratigraphiques	009
a- Le Paléozoïque	011
b- Le Mésozoïque	011
* Le Permo-Trias	011
* L'Infra-Cénomanién	012
* Le Cénomanién	012
c- Le Cénozoïque	012
* Le Miocène	012
* Le Pliocène	012
d- Le Quaternaire	013
B-1-2- Evolution paléogéographique	014
B-1-3- Evolution tectonique régionale	018
B-2- Géologie de la plaine de Berrechid	022
B-2-1- Formations stratigraphiques	024
a- Le Paléozoïque	024
b- Le Mésozoïque	024
* Le Permo-Trias	024
* L'Infra-Cénomanién	024
* Le Cénomanién	025
c- Le Cénozoïque (Pliocène)	025
d- Le Quaternaire	025
B-2-2- Structures tectoniques	026
B-2-3- Analyse structurale	039
C- Conclusion	042
<i>Bibliographie chap.I</i>	<i>043</i>

I- Climatologie - bilan de la nappe	048
I-1- Quelques réflexions sur les éléments climatiques au Maroc	048
I-2- Climatologie de la région	048
II- Bilan de la nappe	049
a- Analyse et traitement des données climatologiques et hydrologiques	049
a- 1- Lacunes et estimation des données	049
a- 2- Test du coefficient de corrélation	053
a- 3- Vérification de l'homogénéité des données	053
b- Les apports à la nappe	057
b-1- Apports par infiltration de surplus hydrologique sur la plaine	057
b-2- Apports par infiltration de l'excédent pluviométrique sur les bassins versants du Plateau de Settat	066
b-2-1- Evaluation de la quantité infiltrée	068
b-3- Alimentation par abouchement souterrain du Plateau de Phosphates	070
c- Tendance des apports à la nappe	071
<i>conclusion</i>	071
d- Les sorties	072
d-1- L'irrigation.....	072
d-2- Les prélèvements pour l'Alimentation en Eau Potable (AEP) et l'industrie	076
d-2-1- Les prélèvements pour l'AEP	076
d-2-2- Les prélèvements pour l'industrie	077
d-3- Drainage souterrain de la nappe	077
<i>Conclusion</i>	079
<i>Bibliographie chap. II</i>	080

I- Géométrie du réservoir	082
a- Nature et conditions aux limites de l'aquifère	082
b- Le mur de la nappe	083
c- Profondeur de la nappe	083
d- Epaisseur de l'aquifère gréseux	084
II- Analyse de la piézométrie	084
a- Piézométrie de 1956	084
b- Piézométrie de 1984	085
III- Application de la méthode des éléments finis à l'Hydrogéologie	086
III-1- Modèle mathématique	087
III-2- Les fonctions de poids	087
III-3- Discrétisation de l'équation par la méthode des éléments finis	089
III-4- Solution du système discrétisé	092
III-4-1- Structure de la matrice	092
III-4-2- Méthode de résolution du système linéaire	
Méthode itérative sous/sur - relaxation	093
IV- Elaboration et calage du modèle	095
IV-1- Caractéristiques du modèle	096
IV-2- Discrétisation du domaine	098
IV-3- Calage du modèle en régime permanent	101
IV-3-1- Discussion	106
IV-4- La perméabilité des terrains aquifères	108
IV-5- Calage du modèle en transitoire	112
IV-5-1- Discussion	114
IV-6- Calcul du coefficient de Diffusivité	118
IV-7- Simulation d'un scénario d'exploitation de la nappe	118
V- Qualité des eaux de la nappe, facteurs de pollution	121
V-1- Activités industrielles	121
V-2- Rejets divers	121
V-3- Pollution par les nitrates	121
IV-4- Salinité	122
VI- Conclusion	124
VII- Critique des résultats du modèle	125
Bibliographie chap. III	126

Introduction	130
I- Analyse variographique	130
I-1- Comportement des variogrammes au voisinage de l'origine	130
I-2- Forme des variogrammes à grandes distances	131
I-3- Rappel des formules des variogrammes	131
II- Interpolation des données	138
II-1- Validation croisée	138
II-2- Elaboration des cartes de krigeage	140
a- deux cartes krigées des transmissivités	140
b- carte krigée du mur de la nappe	146
c- cartes krigées des épaisseurs aquifères	146
c-1- carte krigée de l'épaisseur pliocène	146
c-2- carte de l'épaisseur cénomano-pliocène	146
d- carte krigée des résistivité électriques	146
<i>Conclusion</i>	151
<i>Bibliographie chap. IV & de son annexe</i>	152
CONCLUSION GENERALE	154
Liste des figures	157
Liste des tableaux	160
Liste des symboles	161
ANNEXE DU CHAP. I (Données des forages, cartes & coupes géologiques).....	162
ANNEXE DU CHAP. II (tableau du bilan hydrologique).....	173
ANNEXE DU CHAP. III (Utilisation du modèle WEEF & Résolution des équations aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis).....	178
ANNEXE DU CHAP. IV (Géostatistique linéaire et paramètres krigés)	211

Résumé

Titre: Structure et modélisation quantitative de l'aquifère de Berrechid (Maroc). Validation par l'approche géostatistique

Dans l'Ouest du Maroc, au Sud de Casablanca, s'étend la plaine de Berrechid; elle connaît une exploitation agricole très importante dont les produits alimentent les agglomérations de la région, notamment celle de Casablanca. Cette plaine est munie d'un potentiel hydraulique souterrain qui représente la seule ressource en eau de la région, d'où l'intérêt de cette étude considérée comme un pas vers une gestion rationnelle des ressources en eau dans la région. Cette étude a permis principalement:

- l'identification de la géométrie et de la structure du réservoir en mettant en évidence:
 - ° une structure en horsts et grabens suivant deux directions majeures du bassin.
 - ° deux sous bassins constituant le bassin de Berrechid, séparés par une ride d'orientation NW-SE, formé par des terrains paléozoïques

- l'élaboration d'un modèle mathématique en éléments finis, adéquat à la structure du bassin. Calé sur deux états hydrodynamiques en régimes permanent et transitoire, ce modèle nous a permis d'identifier les paramètres hydrodynamiques de l'aquifère: transmissivité, emmagasinement et coefficient de diffusivité. Il s'est avéré que ces coefficients sont très hétérogènes, et que le coefficient de diffusivité est très élevé dans le SW de la nappe.

- une approche géostatistique de certains paramètres hydrogéologiques de la nappe. Cette deuxième approche d'identification a fourni des informations complémentaires à celles obtenues par la méthode numérique:
 - ° la validation du modèle hydrodynamique, les résultats du modèle numérique et ceux de la méthode géostatistique sont concordants
 - ° l'estimation de certains paramètres hydrogéologiques sur la totalité du domaine d'investigation.

Mots-clés: Maroc - Plaine de Berrechid - Ressource en eau - Géométrie - Structure- Modèle mathématique en éléments finis - Calé- Permanent et transitoire - Géostatistique - validation.

* * * * *

Abstract

Title: Structure and quantitative modelling of the Berrechid aquifer (Morocco). Validation with geostatistical approach.

The plain of Berrechid spread at the south of Casablanca, in the West of Morocco. It is familiar with a very important farming with products supply the agglomerations of that district, mainly of Casablanca. This plain is provided with subsurface hydraulic potential that represents the unique water resource of the area. This emphasizes the interest of the present study considered as a step towards a rational management of water resources in the area. This study allowed mainly:

- The identification of the geometry and the structure of the reservoir by pointing out:
 - ° a horsts and grabens structure following two major directions of the basin.
 - ° two subbasins composing the basin of the Berrechid, separated by a NW-SE ridge, formed by paleozoic grounds

- The elaboration of a mathematic model in finite elements, that is adequate to the structure of the basin. Being adjusted over two hydrodynamic states, steady and transitory flowings, this model allowed us to identify the hydrodynamic parameters of aquifer: transmissivity, storage and diffusivity coefficient. It was proved that these coefficients are very heterogeneous and that the diffusivity coefficient is very high at the SW of the aquifer.

- A geostatistical approach of some hydrogeological parameters of the aquifer. This second approach of identification provided information completing those obtained by numeric method:
 - ° the validation of hydrodynamic model, the results of numeric model and those of the geostatistical method are concordant.
 - ° The estimation of hydrogeological parameters concerning the whole of investigation area

Key-words: Morocco, Plain of Berrechid, water resources, Geometry, Structure, Mathematical model in finite elements, adjusted, steady and transitory, Geostatistic, validation.

INTRODUCTION

Il y a une quarantaine d'années la plaine de Berrechid devenait l'objet de nombreuses études pour sa mise en valeur. Ceci grâce à plusieurs facteurs: la richesse de son sol, les dimensions de la plaine, la situation géographique et le potentiel hydraulique souterrain d'importance unique dans la région. Il s'en est suivi un développement de recherches géologiques et hydrogéologiques. Les études actuelles sont supervisées par l'Administration de l'Hydraulique (ADH) Rabat-Maroc, qui gère les ressources en eau du Maroc. L'ADH est un organisme d'instance d'arbitrage supérieur doté de pouvoirs de décisions nécessaires et dépendant du Ministère de l'Équipement et des Travaux Publics. Les études effectuées sur la nappe et la plaine sus-jacente ont été amorcées par Boleli & Lesguisé en 1950 (in Robaux, 1952), puis ont été suivies par Moullard en 1956, Hazan et Moullard en 1960, par Monition et Nerat De Lesguise (1960), et par Bonnet en 1974 qui a tenté de caler un modèle en régime permanent. Dans le cadre d'un DEA, (El Mansouri; 1990), nous avons calé un modèle mathématique de différences finies en régime permanent en utilisant un nombre réduit de mailles (par rapport aux dimensions de la nappe).

La plaine de Berrechid, dont les produits alimentent principalement l'agglomération de Casablanca, connaît une exploitation agricole intensive. Les prélèvements d'eau nécessaires destinés à cette activité ont augmenté dernièrement par l'installation d'un système d'irrigation dépitaire (centres pivots). L'industrie, concentrée jusqu'à présent à Casablanca se décentralise et se développe de façon importante dans la région de Berrechid. Ces activités industrielles et agricoles auxquelles s'ajoute la croissance démographique en plein essor, impliquent une exploitation intensive de la ressource en eau de la région, qu'il conviendrait de gérer au mieux afin de préserver le milieu naturel, tout en répondant aux besoins des populations dans une mesure raisonnable. C'est pour cela que nous avons poursuivi ce sujet dans le cadre de la présente thèse qui est une contribution à l'identification de la structure du réservoir, de sa géométrie, des paramètres hydrogéologiques qui gèrent ses comportements hydrodynamiques, lesquels n'ont fait jusqu'à présent l'objet d'aucune recherche sur l'intégralité de la nappe. Pour atteindre cet objectif, nous avons:

- *réalisé dans un premier temps une étude géologique à partir de l'interprétation des données de forages

- *établi un modèle mathématique d'identification de la nappe.

- *mené une étude géostatistique de certains paramètres hydrogéologiques: transmissivités, épaisseurs aquifères, mur et résistivité électrique de la nappe, afin de valider le modèle et d'acquérir des informations complémentaires

Au terme de sa récente étude de 1985, l'ADH a terminé son rapport (ADH, 1985) par des recommandations et des questions auxquelles elle souhaiterait avoir des réponses:

1- la nécessité de concevoir un modèle du fonctionnement d'ensemble de la nappe, en l'occurrence mathématique en transitoire, pour mieux cerner les règles de gestion appropriées à cette nappe. Selon l'ADH, c'est une première recommandation pour la suite à donner à l'étude de 1985.

2- une étude particulière sur les formations du réservoir principal gréseux pliocène et sur les formations sous jacentes.

3- l'alimentation de la nappe s'avère provenir essentiellement du Plateau de Settat au Sud de la plaine. Il est souhaitable de cerner de près l'ampleur de ces apports et leur variabilité dans le temps

4- une enquête sur les crues, les zones d'épandage et les problèmes d'assainissement dans la plaine, serait d'une grande importance pour mieux appréhender l'infiltration. Elle permettrait de déterminer les paramètres des crues, les risques d'inondation et d'entrevoir les possibilités de recharge artificielle en période fortement humide.

5- les paramètres hydrodynamiques sont encore mal connus, surtout dans la zone Est de la nappe. Une campagne de pompage d'essais complémentaire est recommandée pour combler cette lacune.

6- il existe une large zone de bonne transmissivité qui peut favoriser l'implantation et le développement des pompages; encore faut-il optimiser ses débits en fonction des contraintes.

7- l'étude plus approfondie des mécanismes de salinisation des eaux de la nappe est d'une importance primordiale. En effet, toute amélioration de la qualité de l'eau a un impact favorable sur les potentialités mobilisables en eau et sur la qualité de vie des populations. La connaissance du mécanisme de salinité de l'aquifère est donc recommandée. Une attention particulière est également à accorder à la vulnérabilité de la nappe vis-à-vis de la pollution par les nitrates.


Tout au long de notre étude nous avons pu répondre à certaines de ces questions. D'autres sont restées sans réponse, elles constituent l'objectif d'une étude postérieure. Les chapitres de ce travail ont donc été organisés comme suit:

Tout d'abord nous procédons à une étude géologique: analyse de faciès, état et structure du réservoir, identification des conditions aux limites; ce chapitre apporte au moins partiellement, la réponse aux recommandations 2, 3 et 7 de l'ADH .

Ensuite, une étude de Bilan de la nappe (entrées-sorties) et analyse de la tendance des apports à la nappe, c'est la réponse à la recommandation 3.

Après, une modélisation mathématique en calant un modèle en éléments finis en permanent et en transitoire, c'est la réponse aux recommandations 1, 5 et 6 .

Enfin une étude géostatistique de certains paramètres hydrogéologiques permettant de comparer ces résultats à ceux du modèle mathématique et l'acquisition, par cet outil, de nouvelles informations complémentaires à celles données par le modèle.

 *Chapitre I:*
Géologie du secteur

La plaine de Berrechid, l'une des grandes plaines du Maroc, se trouve dans la basse Chaouia, en aval du grand Plateau des Phosphates et en amont du grand Sahel côtier qui borde l'océan Atlantique. Les formations géologiques étant masquées par des dépôts subactuels à actuels, nous présentons d'abord la géologie régionale puis celle de la plaine.

Aperçu du contexte général de la plaine de Berrechid

A-Contexte géographique

La plaine de Berrechid se trouve au Sud de Casablanca, a une forme quasi-elliptique, dont le grand axe est orienté sensiblement SW-NE, d'une longueur d'environ 60 Km . Sa surface est de 1600 km², ses limites sont constituées:

-au N par le Sahel côtier constitué de dunes parallèles au rivage.

-au NE par la vallée de l'Oued Mellah

-au SE par les escarpements de la bordure du vaste Plateau des Phosphates. Le Plateau de Settât, la limite de la plaine dans sa partie SW, se raccorde au N à la pénélaine d'Ouled Abbou (fig.I-1).

Topographiquement, la plaine présente les caractères généraux suivants :

- un glacis à faible pente sur l'ensemble du secteur.

- une altitude moyenne qui varie du SSE vers le NNW de 400 à 180 m avec des pentes qui deviennent de plus en plus faibles au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la bordure du Plateau de Settât. Comme le montre la carte des variations des pentes (fig.I.2), nous pouvons ainsi noter des différences importantes entre les secteurs respectivement SW et NE:

dans le secteur SW, les pentes sont très fortes sur les contreforts du Plateau de Settât, deviennent ensuite plus faibles et tendent vers l'horizontale au centre de ce secteur.

dans le secteur NE, la pente est variable en allant du Plateau des Phosphates à l'aval de la plaine.

De nombreux oueds (Oueds Tamdrost, Mazer, Ahmeur et Aïda), prennent naissance sur le Plateau des Phosphates et se perdent dans la plaine. Les Oueds d'Aïda et d'Ahmeur, les plus au NE, atteignent les abords de Berrechid au centre de la plaine.

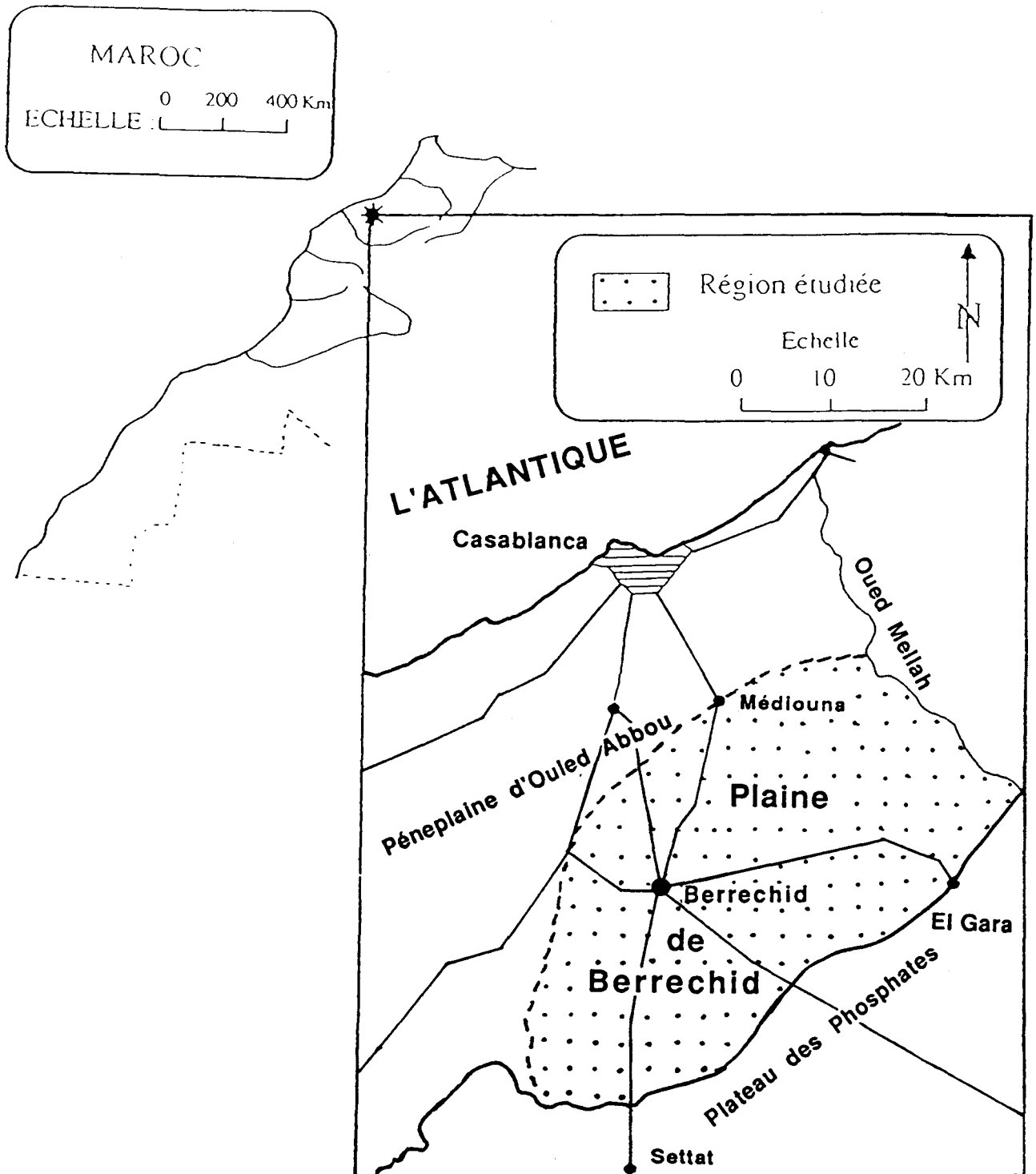


Fig.I.1-Carte de Situation

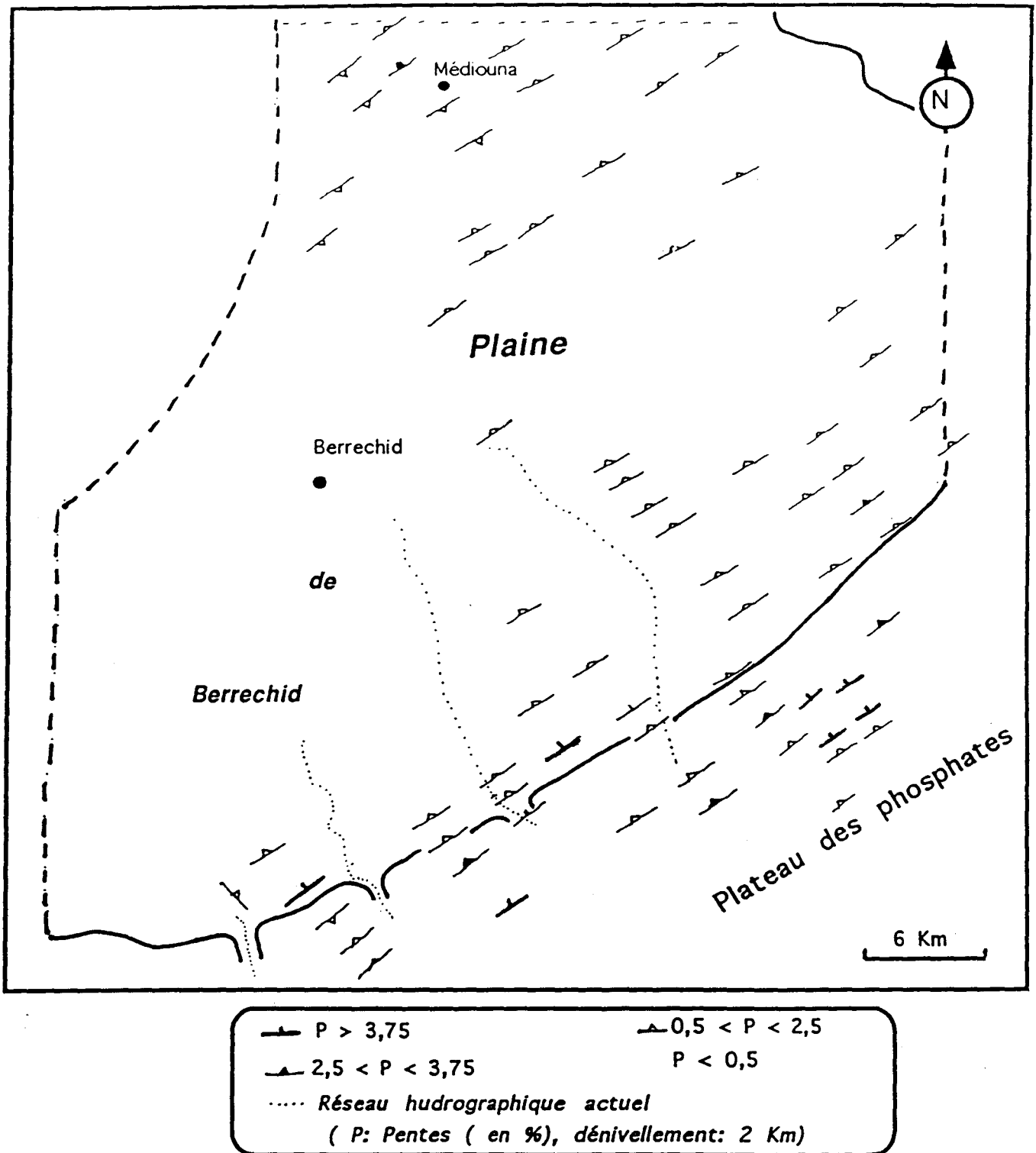


Fig.1.2- carte des pentes de la topographie de la plaine de Berrechid effectuée suivant les traits des coupes géologiques (cf. p.31)

B-Contexte géologique

B-1-Historique géologique régionale

Tel que nous le connaissons, le Maroc a été façonné par au moins trois cycles orogéniques:

- le cycle précambrien dont les structures majeures, souvent mal identifiées, sont surtout observables dans les boutonnières de l'Anti-Atlas.
- le cycle hercynien s'est manifesté dans l'ensemble du pays; il est ainsi habituel de considérer plusieurs grandes unités géologiques qui sont elles mêmes subdivisées en sous-unités, sur la base de critères structuraux.
- le cycle alpin a surtout affecté le Rif et l'Atlas.

Ainsi nous pouvons rendre l'étude géologique du Maroc plus facile en le subdivisant en zones structurales:

- * Zone précambrienne dans l'Anti-Atlas.
- * Zone hercynienne, représenté par le domaine de la Meseta-marocaine et le domaine atlasique, c'est à dire le moyen Maroc.
- * Zone alpine, qui est le domaine du Rif ou encore le Maroc septentrional.

Le secteur de notre étude, la plaine de Berrechid, s'inscrit dans la Meseta (Meseta = table, en espagnol) (fig.1.3) appartenant au domaine hercynien. La Meseta est divisée en plusieurs sous-domaines structuraux en fonction du type de déformation, cassante à l'Ouest et ductile à l'Est. C'est ainsi que l'on rencontre de l'Ouest en Est: môle côtier, Meseta moyenne, centrale et orientale. La plaine de Berrechid est située entre le môle côtier et la Meseta moyenne.

B-1-1-Formations stratigraphiques

Les traits majeurs de la géologie de la région sont décrits par Gigout (1951). Des études ultérieures (Nerat De Lesguisé,1952,1956,1960; Destombes & Jeannette,1966) ont surtout apporté des précisions sur divers aspects plus ponctuels de la région lors de l'établissement des cartes géotechnique et hydrogéologique de la région de Casablanca.

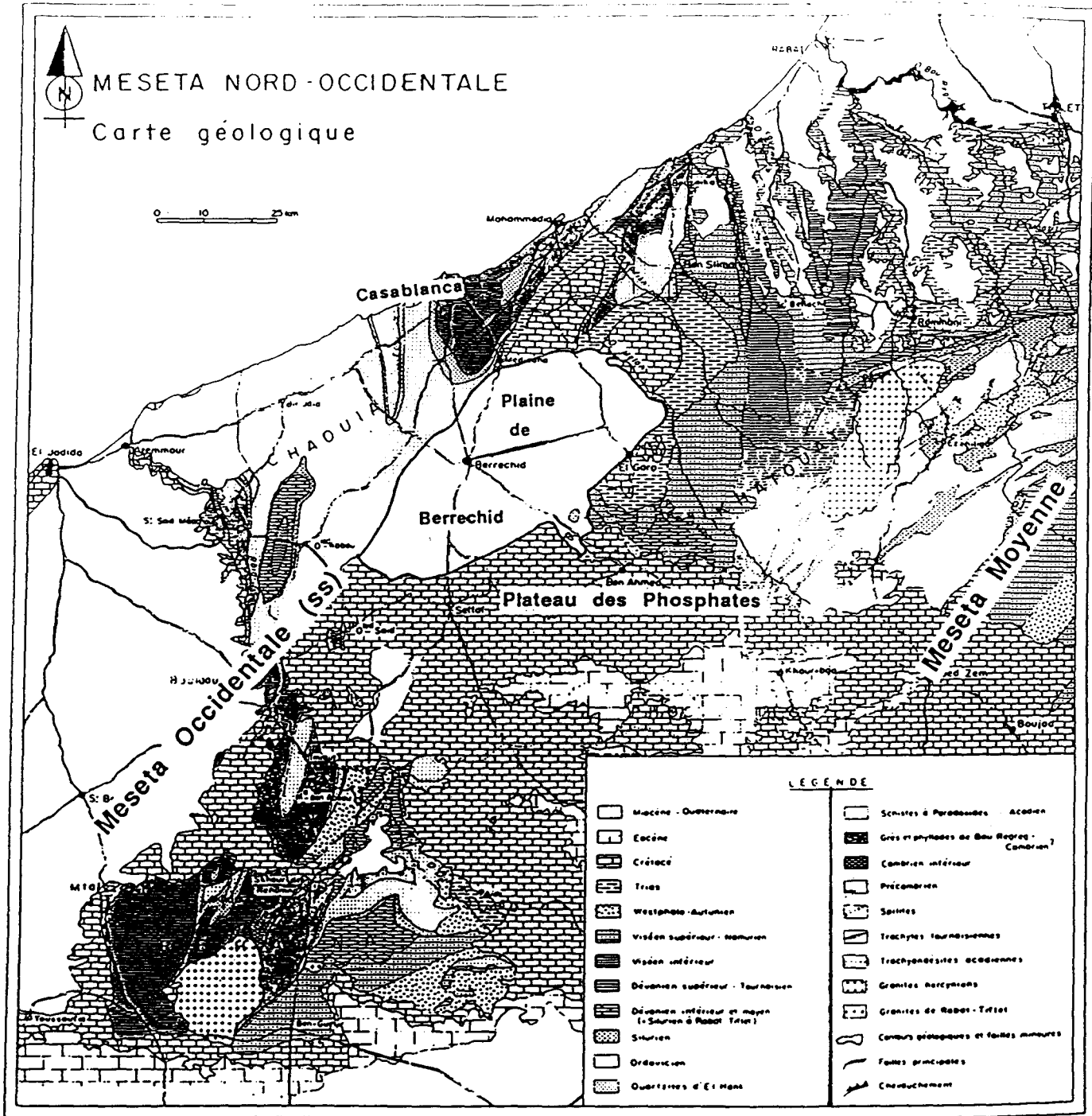


Fig.I-3: Situation de la plaine de Berrechid dans le contexte géologique régional (Piqué,1979)

a- Le Paléozoïque

Il affleure en divers points: dans la région de Casablanca à l'W et en bordure, à l'E de la plaine de Berrechid. De la base au sommet, la série est constituée par: des schistes verts acadiens entre Médiouna et Bouskoura, cette formation quelques fois micacée est surmontée de quartzites d'El-Hank (Ruhard, 1975) et des schistes ordoviciens. Le Silurien et le Dévonien sont représentés par des schistes intercalés de niveaux plus gréseux (quartzites) qui apparaissent sous l'aspect de rochers très caractéristiques dans le paysage, appelés "les Sokhrates" (Bolelli & Nérat De Lesguisé, 1952; Destombes & Jeannette, 1966). La série renferme quelques passées de calcaires dolimitiques.

b- Le Mésozoïque

Les terrains recouvrant en discordance les séries paléozoïques sont considérées du Permien et du Trias, la similitude entre les dépôts rend généralement leur distinction délicate sinon impossible, c'est pourquoi, nous les avons regroupés.

*** Le Permo-Trias**

Les formations du Permo-Trias sont conservées dans des dépressions assimilées à des synclinaux (Lecointre, 1935, in Destombes & Jeannette, 1966): synclinal de Berrechid- Elgara, de Médiouna- Sidi Larbi et de Mohammedia. La série est surtout évaporitique, très puissante (plus de 200 m) (Salvan, 1974) et constituée de bas en haut par :

- un terme pélitique inférieur de puissance d'environ 400 m et un terme salifère inférieur à niveaux potassiques de 450 m à 470 m d'épaisseur.
- une intercalation basaltique de 135 m à 140 m.
- un terme pélitique supérieur de 145 m à 170 m et un terme salifère supérieur de 35 m à 250 m (Destombes & Jeannette, 1966).

Cette série peut contenir un conglomérat de base attribué au Permien (Destombes & Jeannette, 1966).

La formation triasique affleure en bordure de la plaine, surtout dans le NE (bassin triasique d'Elgara), dans la vallée d'Oued Mellah. Les meilleurs affleurements étant sur la rive gauche d'Oued Nefifikh.

Ces formations rouges salifères ont été signalées dès le début du siècle par Gentil (Salvan, 1974) qui, par analogie avec les niveaux salifères des Pyrénées et d'Algérie, les avait attribuées au Permo-Trias. La limite entre le Permien et le Trias n'a pas été clairement définie, mais les découvertes paléontologiques dans les faciès les plus divers indiquent que ces formations sont essentiellement du Trias (Muschelkalk supérieur ou Keuper) Owodenko (1946); Dutuit (1964).

* L'Infra-Cénomanién

Au dessus des formations précédemment décrites, celles de l'Infra-Cénomanién sont ainsi constituées par des formations rougeâtres, riches en gypse, avec quelques niveaux conglomératiques; par conséquent, il est difficile de les séparer rigoureusement de celles du Trias autrement que par des méthodes très lourdes (Analyse minéralogique au rayons X) (Ruhard, 1975).

* Le Cénomanién

Les formations cénomaniennes comprennent des sables, des grès tendres et des argiles sableuses surmontées par des calcaires dolomitiques finement interstratifiés, des marnes jaunâtres ou des argiles marneuses vertes ou bariolées (Ruhard, 1975). Cette dernière constitue l'essentiel du Plateau des Phosphates.

c- Le Cénozoïque

* Le Miocène.

Dans la Meseta côtière, à l'E de Casablanca, les dépôts miocènes ne sont conservés que sous forme de minces placages que l'érosion a conservés dans des zones très réduites, les lignes de rivage du Miocène sont difficiles à reconstituer. Cet étage a été reconnu en divers points:

sur la rive gauche de l'Oued Cherrat, (près du pont suspendu de la route principale de Casablanca -Rabat) avec des calcaires fins à empreintes de lamellibranches.

aux environs de Mohammedia, avec des grès calcaires décalcifiés, des grès quartzeux à coquilles décalcifiées et à écailles de poissons et des sables fins molassiques.

à Aïn Taleb, à l'E de Mohammadia, la coupe réalisée dans un puits à eau a montré une faune miocène caractéristique associée à des argiles rouges rapportées au Trias, un niveau conglomératique cimenté, surmonté d'environ 12 m de calcaire dunaire pliocène (Destombes & Jeannette (1966). Le niveau conglomératique est constitué de galets quartzitiques, de schistes verts paléozoïques associés à de nombreux ossements de reptiles très roulés et repris en galets, le tout cimenté par un carbonate jaunâtre tendre.

* Le Pliocène.

Les formations pliocènes marines sont transgressives sur une surface pénéplanée (transgression d'origine atlantique d'âge Moghrébién (Destombes & Jeannette, 1966)). Dans la mer, se sont déposés des calcaires bioclastiques et lumachelliques peu épais qu'on rencontre dans la région de Ben Slimane. La mer y a déposé également une mince dalle calcaire discontinue. De nombreuses dépressions appelées daya sont installées dans la dalle calcaire et rappellent les dolines souvent associées à des formes karstiques. Les calcaires moghrébiens développés à Ben Slimane constituent des corniches

au dessus de l'Oued Sefrou et où ils sont légèrement déformés, cassés voire isolés dans un graben hercynien ayant rejoué récemment (Destombes & Jeannette (1966).

La régression de la mer pliocène est marquée par l'édification de cordons dunaires parallèles au rivage.

d-Le Quaternaire

Durant le Quaternaire, la région a été le siège de pulsations marines (régressions et transgressions). Chacune de ces transgressions a élaboré une plage de galets et de lumachelles (Destombes & Jeannette, 1966), envahie lors de la régression par des dunes. Les dépôts quaternaires sont sous la dépendance étroite de ses conditions de genèse. La région est marquée différemment suivant chaque cycle transgression - régression, suivant le lieu et selon l'intensité des phénomènes climatiques ou tectoniques locaux. Les dépôts diffèrent donc suivant chaque cycle. C'est ce qui permet d'expliquer la présence de faciès variés:

- dépôts marins observés le long de l'Oued Mellah avec des calcaires dunaires et des conglomérats consolidés où on a identifié deux cycles sédimentaires. Plus au S, ces dépôts n'apparaissent plus et seul le calcaire dunaire moghrébien constitue le plateau d'Aïn Taleb (Lecoindre 1952, in Destombes & Jeannette, 1966).

- sur la rive droite de l'Oued Mellah, des calcaires dunaires gris, attribués au Quaternaire moyen ont été reconnus. Dans d'autres région (au N de l'autoroute Casablanca-Rabat) on a reconnu des galets fluviatiles emballés dans des limons rouges sableux. D'autres observations ponctuelles du Quaternaire moyen ont été faites à Aïn Harrouda, Oued Nefifikh....

Les dépôts récents sont identifiés surtout à l'embouchure de l'Oued Mellah (Destombes & Jeannette, 1966) avec: des limons fluviatiles, gris et plastiques, des vases plastiques parfois sableuses, des sables marins, des limons rouges. Ces limons, reconnus dans le Maroc atlantique, sont habituellement attribués au Soltanien (étage du Quaternaire marocain) (Destombes & Jeannette, 1966).

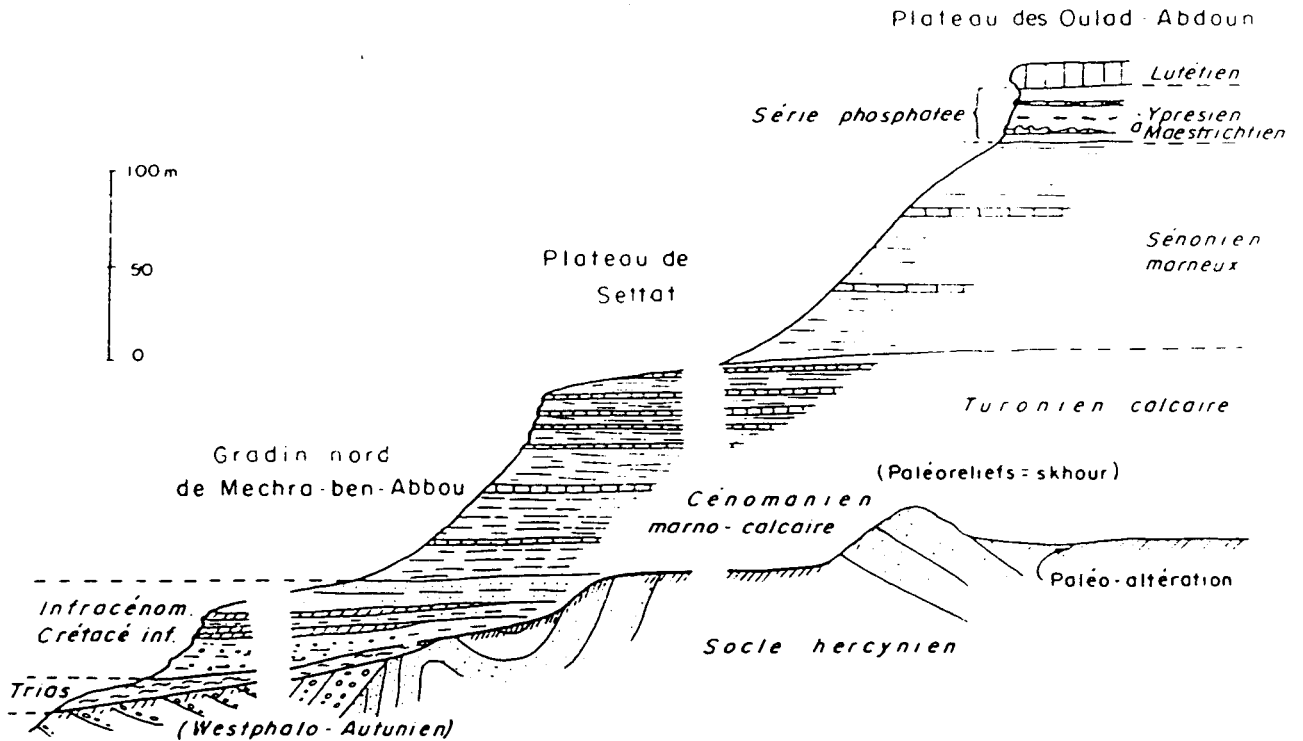


Fig.1.4-Série stratigraphique régionale dans le domaine mesetien (D'après Gigout 1951, 1952 (in Michard, 1976))

B-1-2-Evolution paléogéographique

Cette évolution est décrite en utilisant principalement les travaux synthétiques de Choubert & Faure-Muret (1962), de Michard (1976), de Saidi (1978) et de Piqué (1979). En conséquence, seuls les auteurs ayant réalisé des études plus ponctuelles seront cités dans le paragraphe.

Au début des temps paléozoïques, à la base du Cambrien, l'ensemble de la Meseta constituait une plateforme sur laquelle se sont déposés des sédiments carbonatés et détritiques dans une mer peu profonde. La zone d'apport principale correspondait aux immenses territoires du bouclier africain, mais il est possible que des sédiments aient une origine occidentale. Puis, les carbonates ont fait place à la formation des schistes à Paradoxides avec des intercalations de quartzites (quartzites d'El-Hank). De Rabat (au Nord du bassin de Berrechid) à Rehamna (au Sud), l'épaisseur des quartzites, moins importante

qu'ailleurs, pourrait témoigner de l'existence possible d'un haut-fond d'orientation majeure NE-SW. La disposition des lignes isopiques en bandes allongées des sédiments ordoviciens suivant la direction N-S témoigne comme pour les quartzites d'El-Hank, de l'existence de reliefs sous-marins ou de fossés plus subsidents allongés suivant cette direction. Les couches attribuées à l'Ordovicien contiennent à Rabat des spilites en coussins que l'on ne retrouve nulle part dans la Meseta. Au Silurien, des argiles à Graptolites se sont déposées et le faciès très uniforme sur l'ensemble de la Meseta est caractéristique d'un milieu calme et confiné. Le Dévonien inférieur prolonge la sédimentation calme du Silurien et la plateforme de la Meseta occidentale va connaître un climat chaud permettant l'établissement des récifs. Une surrection d'inégale ampleur selon les secteurs se traduit par l'émersion de zones étroites entre lesquelles s'individualisent des bassins. En effet, la tendance à l'organisation de la plateforme en rides et bassins de direction mesetienne (N-S à NE-SW) déjà perceptible au Paléozoïque inférieur s'affirme pendant cette période (Gédinnien-Emsien), alors que la région Rabat-Tiflet montre une direction E-W. La Meseta Occidentale demeure émergée jusqu'au Fammenien supérieur où se produit une transgression généralisée. L'arrivée de la mer dans des bassins tel que celui de Sidi Bettache (Maroc central) a été possible grâce à l'enfoncement relatif du fond de celui-ci par le jeu de flexures ou de failles bordières. Tout se passe comme si, à la fin d'un long processus de surélévations, les tensions au sein de cette plateforme aboutissent à sa fragmentation en blocs (Révolution Fammenienne de Piqué). Sur les marges des bassins, marqués par les escarpements des failles normales vivantes, les faciès sont conglomératiques et chaotiques jusqu'au Tournaisien supérieur; en même temps ces failles servent de voies d'accès à des magmas basaltiques. Les bassins, tout en restant fortement subsidents, vont se combler au Viséen inférieur. A la limite du Viséen inférieur et du Viséen supérieur, la paléogéographie est à nouveau bouleversée par une transgression généralisée, la mer dépasse largement ses limites antérieures. Au maximum de son extension, la mer viséenne s'étend sur ce qui deviendra la Meseta.

Après l'orogénèse hercynienne, les dépôts permo-triasiques s'effectuent dans des secteurs bien définis qui sont généralement assimilés à des bassins toujours allongés suivant la direction mesetienne (NS à NE-SW) souvent limités par des failles normales. Il en est ainsi en particulier pour ceux de Berrechid, Boufekrane, Khemisset,.... Ces bassins subsidents, se remplissent de matériaux détritiques rouges arrachés à la chaîne hercynienne, de dépôts salifères souvent associés et des épanchements basaltiques.

Au cours du Jurassique une grande partie du domaine mesetien est envahie par la Mésogée, c'est une transgression rapide venue du NE, cependant la Meseta occidentale restait émergée dans sa totalité.

Lors du Crétacé, les modifications paléogéographiques sont importantes (fig.1.5): les terres qui étaient émergées, comme la Meseta occidentale, vont être recouvertes par une mer transgressive atlantique et inversement, les terres situées dans le NE du Maroc seront émergées. La mer atteint son maximum d'extension au Cénomaniens et on parle de transgression cénomaniens. Vers la fin du Crétacé supérieur, la paléogéographie a peu changé et il y avait seulement, une sédimentation locale subsidente avec individualisation de golfes de direction sensiblement E-W à WNW-ESE.

La paléogéographie de l'Eocène est voisine de celle du Crétacé supérieur. On remarque dans le domaine mesetien le vaste golfe des Phosphates à orientation E-W à WNW-ESE, avec émergence de quelques îles paléozoïques comme celle de Rehamna, au Sud du bassin de Berrechid.

Le Pliocène (Moghrébien), a été transgressif de l'Atlantique vers l'Est. Les dépôts marins dans la région sont des formations qui ont été déposées pendant le Pliocène supérieur. Le retrait de la mer a permis la formation des dunes qui se sont installées dans la zone côtière et constituent des cordons disposés parallèlement au rivage de la côte atlantique (zone du Sahel côtier).

Le Quaternaire a été caractérisé par des variations climatiques et des alternances de transgressions et de régressions.

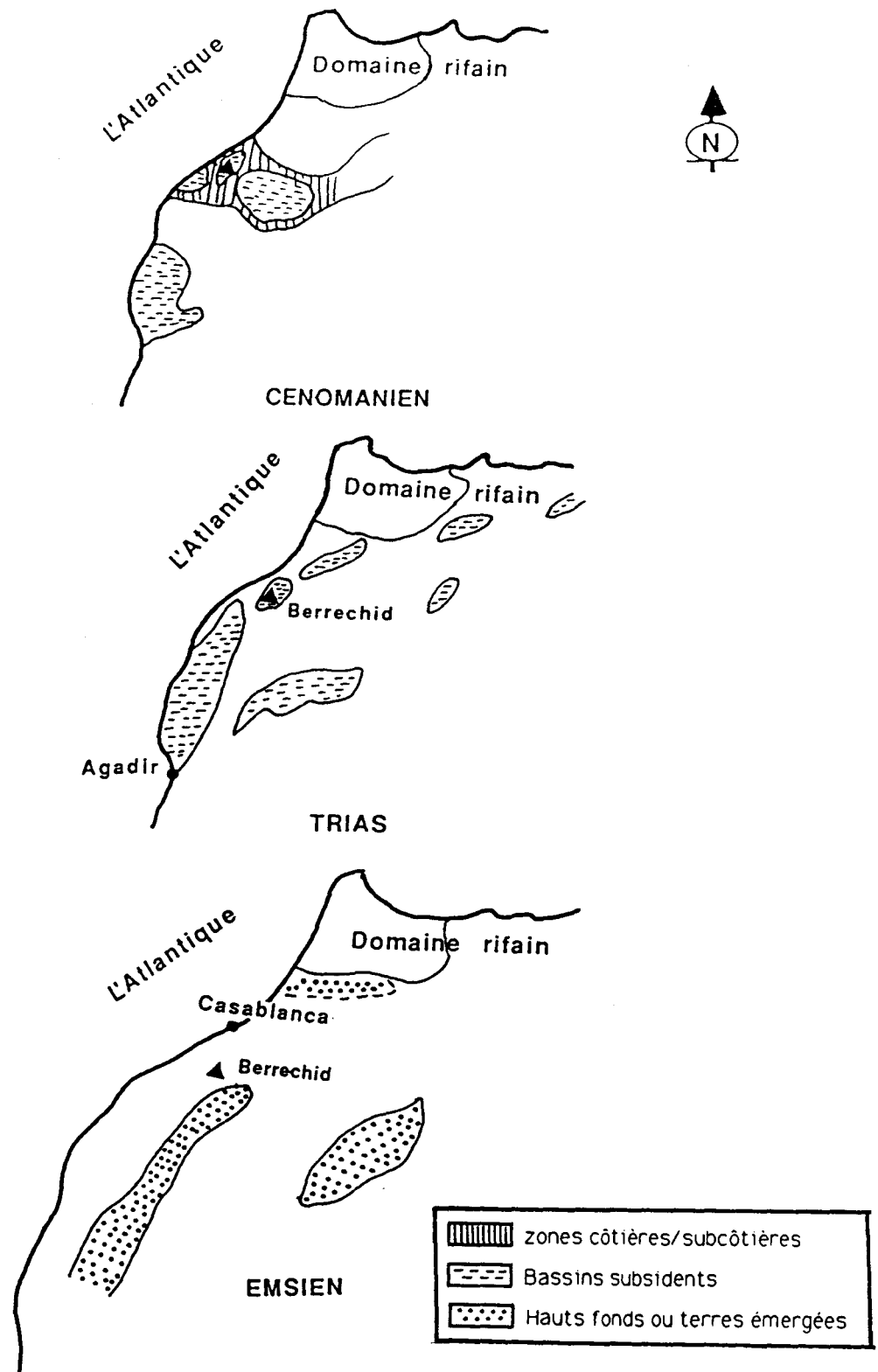


Fig.1.5- Schémas paléogéographiques de la Meseta avant et après le Trias (d'après Choubert & Faure-Muret, 1962)

B-1-3-Evolution tectonique régionale

Les déformations reconnus dans le Paléozoïque mesetien sont essentiellement le fait de l'orogénèse hercynienne. La description des éléments tectoniques et structuraux dans la Meseta marocaine a permis de saisir sa tectonique. Les éléments structuraux du substratum hercynien ont une direction N-S à NE-SW dans les unités les plus occidentales. Plus à l'E, cette direction est associée à celle E-W. La partie la moins déformée de la Meseta est située dans le môle côtier, la déformation s'y traduit par un plissement de grand rayon de courbure (anticlinorium de Casablanca, anticlinorium d'El Jadida, ...) (fig.I.6) dont les directions mesetiennes sont submeridiens (N-S à N20). Plus à l'E, à la marge ESE du môle, une schistosité verticale affecte le horst de Bouznika (Destombes & Jeannette (1966). Les limites avec les zones tectoniques de la Meseta moyenne septentrionale sont en général marquées par des failles. Dans cette dernière zone de la Meseta, la tectonique s'est manifestée par des plissements de rayons plurikilométriques avec des directions combinées N-S, NE-SW et E-W, associées à des décrochements dextres NNW-SSE.

A l'intérieur de chaque zone de la Meseta, la structure NW-SE orthogonale à la direction principale NE-SW est également décelable (elle affecte l'Ordovicien à Ouled Bahloul et le Carbonifère à la forêt de Ben Slimane, aux abords de Sokhra-Nemra) .

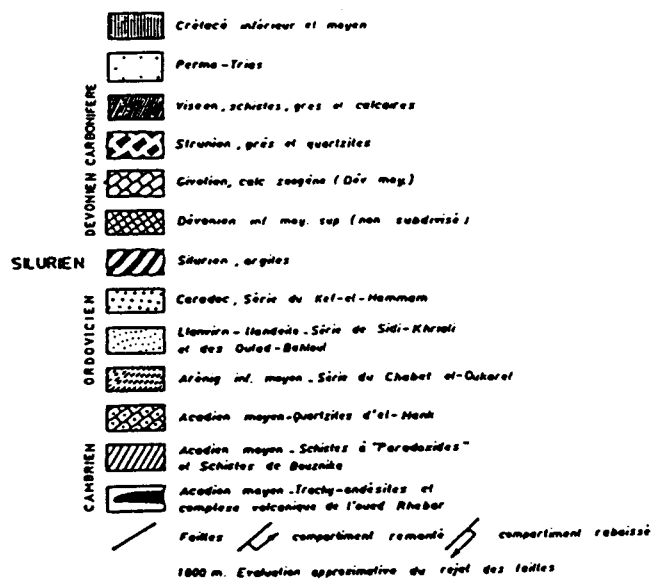
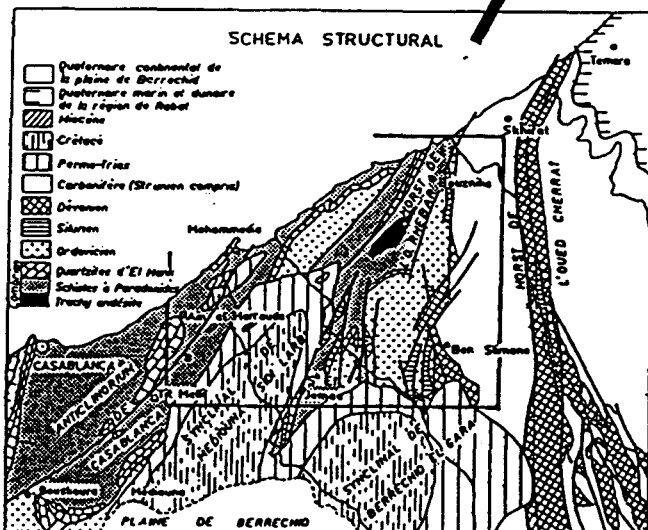
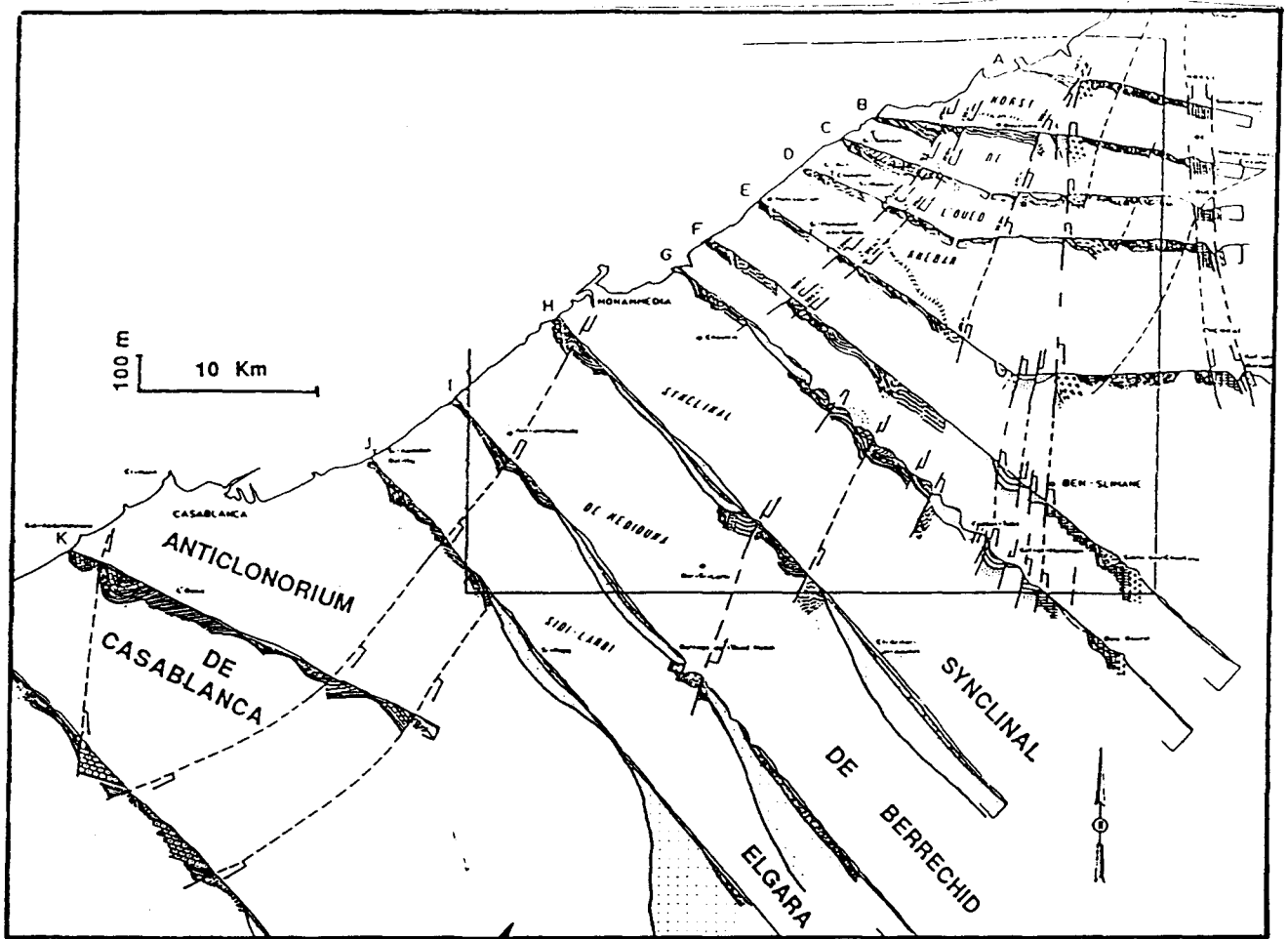


Fig. I.6 - Coupes structurales régionales dans le domaine mesétien
(D'après Destombes & Jeannette, 1966)

Structure et modélisation quantitative de l'aquifère de Berrechid (Maroc). Validation par l'approche géostatistique.
- B. EL MANSOURI (1993)

Au cours du Trias plusieurs bassins fortement subsidents (Bassins de Berrechid, de Doukkala, de Boufekrane, d'Essaouira et de Khemisset) (fig.I.7) s'individualisent. Dans ces bassins, la tectonique s'est manifestée par la formation de structures en horsts et grabens mis en évidence dans quelques bassins notamment dans le bassin de Sidi Bettache au Maroc central.

Au Maroc, les bassins triasiques étaient remarquables par leurs séries salifères, ils ont été l'objet de plusieurs travaux afin de les caractériser et de comprendre le mécanisme de leur formation. Les caractéristiques principales de ces bassins (Bassins de Berrechid, d'Abda-Doukkala, Essaouira...) sont les suivantes (Salvan, 1974):

- étendue très variable
- contours paléogéographiques complexes
- répartition assez régulière des faciès
- présence d'une importante intercalation basaltique
- évolution complexe des niveaux salifères
- morphologies très variées et différentes ce qui amène à des conceptions génétiques très distinctes.

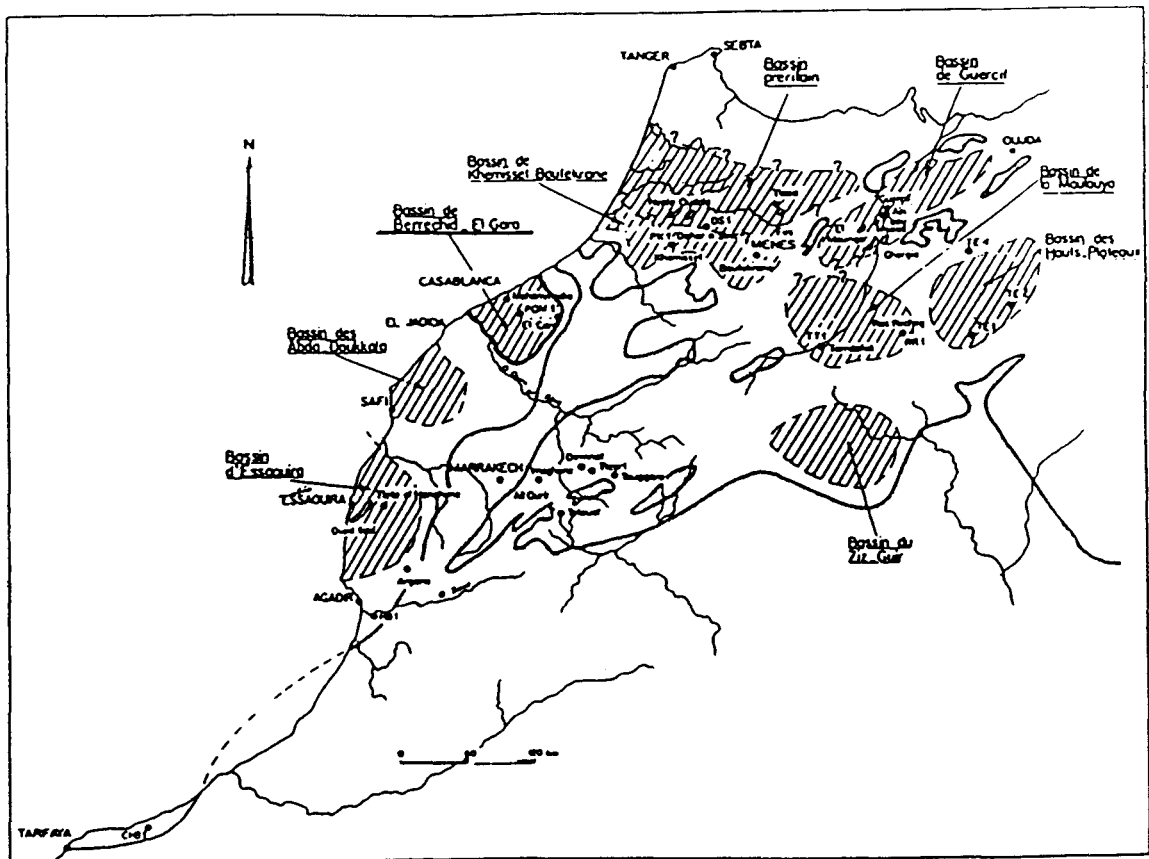


Fig.I.7-Les bassins triasiques (Salvan, 1974)

<i>Auteurs</i>	<i>Arguments</i>	<i>Mode et âge de genèse des bassins</i>
<i>Richter-Bernburg (1953) (1)</i>	dépôts sur une surface irrégulière et dans des dépressions préexistantes liées à un système de failles.	ouverture avant le Trias.
<i>Lucas (1962) (2)</i>	Géophysique et sondage dans l'Atlantique. Existence de Bassins analogues à celui de Berrechid comportant des sédiments marins.	Bassins liés à l'ouverture de l'Atlantique.
<i>Choubert & al (1971) Ryan & al (1973) (3)</i>	Ouverture de l'Atlantique à partir du Jurassique	
<i>Busson (1974) (4)</i>	Dépôts sur une topographie analogue à la plateforme saharienne	
<i>Salvan (1974) (5)</i>	dépôts sur une surface irrégulière et dans des dépressions préexistantes liées à un système de failles.	ouverture avant le Trias.
<i>Manspeizer (1982) (6)</i>	Corrélation des séries marocaines et américaines	Bassins liés à la tectonique des plaques et à la naissance du protoatlantique.
<i>Salvan (1984) (7)</i>	Des bassins à ouverture vers l'Atlantiques, d'autres en rapport avec la Mésogée	mode de formation diffère d'un bassin à un autre. Ouverture d'âge carnien
<i>Laville & Piqué (1991) (8)</i>	Zone de cisaillement	Ouverture post triasique, liée à un champ de failles à composante normale d'un cisaillement senestre.
<i>Brede & al (1992) (9)</i>	Zone de décrochement transformante Terre Neuve-Gibraltar	taphrogenèse associée à des décrochements Ouverture dès le Trias.

Tab.I.1- Les différents arguments et hypothèses de formation des bassins triasiques.

Ainsi, plusieurs auteurs ((1...9, tab.I-1)) ont avancé des hypothèses et des arguments qui ne sont pas toujours concordants:

Pour presque l'ensemble des auteurs, la formation de ces bassins est liée à l'ouverture de l'Atlantique, mais l'âge de cette ouverture est très discutée (avant le Trias, syntriasique ou après le Trias). Le mécanisme de formation de ces bassins est également un point de désaccord de ces auteurs (failles, cisaillement, taphrogenèse associée à des décrochements, ...).

Pendant le Jurassique, le soulèvement quasi-général de la Meseta intervient et s'accroît à la fin du Dogger. Seules ses marges méditerranéennes et atlantiques restent immergées. De très importants mouvements post-triasiques et anté-kimméridgiens se sont surtout traduits par la formation de horsts et grabens.

Le Crétacé inférieur est une époque de calme tectonique qui précède des mouvements postérieurs du Tertiaire.

Au cours du Tertiaire, la Meseta n'est affectée que d'amples mouvements épigéniques, l'exondant entièrement à partir de l'Eocène moyen et effondrant ses marges Nord et Ouest durant le Miocène supérieur. La tectonique ponto-plio-quaternaire paraît plus vive. Elle s'assortit de failles importantes qui délimitent les unités géomorphologiques actuelles (exemple la limite Plateau de Settat - plaine de Berrechid).

Durant cette ultime période, coïncée entre le Rif et l'Atlas, la Meseta est découpée par des failles en une mosaïque de zones basses et zones hautes, inégalement surélevées et coulissantes plus ou moins les unes contre les autres. Des failles de rejets modestes échappent sans doute à l'observation ou sont confondues avec des failles hercyniennes faute de dépôts repères.

Lors du Quaternaire, l'ensemble du socle devient très rigide et ne peut être plissé. La Meseta marocaine est constituée de blocs plurikilométriques soulevés (Meseta côtière, centrale et orientale) par morceaux distants les uns des autres. Inversement, certains zones plus locales, ont montré une tendance à l'affaissement.

B-2-Géologie de la plaine de Berrechid

La plaine est recouverte dans son intégralité de limons récents ou actuels qui masquent toutes les formations plus anciennes. Ainsi l'observation directe des diverses formations et de leurs caractéristiques est impossible. Les seules méthodes alors utilisables, sont surtout basées sur l'analyse des données de forages, tout en prenant en compte les caractéristiques des formations régionales alentour. C'est ainsi que, ayant obtenu auprès de l'Administration de l'Hydraulique (ADH, 1985) les données d'environ 200 forages répartis sur toute la plaine (fig.I.8), nous avons pu établir une base de données sur la nature des terrains, leurs épaisseurs ...(cf. annexe I.).

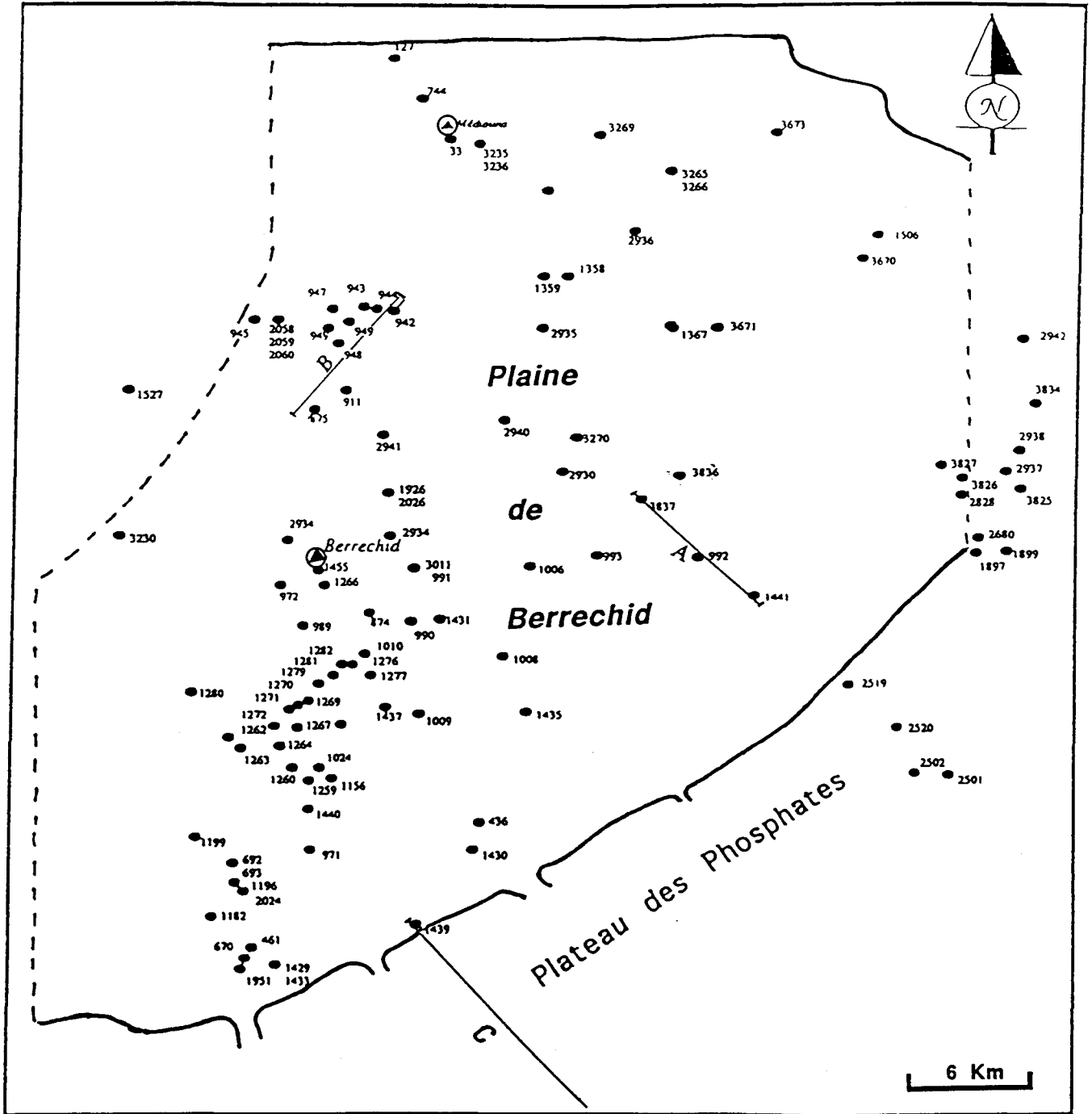


Fig.1.8- Les forages de reconnaissance de la plaine.

(A, B et C: tracés des coupes effectuées à l'échelle réelle (cf. P. 32))

B-2-1-Formations stratigraphiques

La succession des formations sera examinée des plus anciennes aux plus récentes.

a- Le Paléozoïque

Il affleure en bordure de la plaine de Berrechid dans le SE à J'mâ Riyah (X=315, y=285) à proximité de la route Casablanca-Oued Zem et dans le NW (l'Ouest de Médiouna). Cette série paléozoïque est la même que celle connue régionalement (cf. B-1-1). La série dévonienne peut contenir quelques fois des passées calcaires dolimitiques (forages: 2519, 2520). L'épaisseur de ces formations paléozoïques dépasse un millier de mètres et la profondeur du substratum primaire est très variable sous la plaine, elle est le plus souvent supérieure à plusieurs centaines de mètres (Delarue & al, 1956).

b- Le Mésozoïque

*** Le Permo-Trias**

Cette formation affleure en bordure, au SE de la plaine (région d'Elgara) au NE, dans la vallée d'Oued Mellah et aussi dans diverses vallées descendant du Plateau de Settat. Bien qu'il soit souvent masqué par des formations postérieures, le Trias constitue la base des formations post-paléozoïques d'une partie très étendue de la plaine puisque il a été repéré dans la presque totalité des forages. La série comparée à celle décrite dans la stratigraphie régionale, est en général incomplète. La présence des basaltes altérés a été décelée essentiellement dans le NE de la plaine (forages 1897, 2937, 3827, 3828) (fig.1.8 & annexe I.) et dans le NW (forage 1527). Les faciès salifères sont surtout abondants d'après les descriptions dans le NE (forages: 2938, 2942, 3825, 3827...). L'épaisseur de la formation est très variable dans tout le secteur (jusqu'à plusieurs centaines de mètres), mais elle doit être très importante dans le centre de celui-ci (forage 3270).

*** L'Infra-Cénomancien**

Dans la plaine de Berrechid, les données de forages signalent l'existence de l'Infra-Cénomancien surtout dans le SW du bassin (forages: 461, 670, 1429, 1464, 1466...), dans le NW à proximité de Nouacer (forage: 875) et dans le NE de la plaine. L'épaisseur de cette formation est très variable dans les forages (cf. annexe. I). Cette formation est conservée dans des unités structurales (synclinal de Berrechid, de Médiouna-Sidi Larbi) et est bien observable le long d'Oued Mellah (Destombes & Jeannette (1966)).

* Le Cénomanién

Le faciès de cette formation est le même que celui décrit dans la stratigraphie régionale, alors que l'épaisseur de ce terrain est très variable dans le secteur. Elle est en moyenne de 50 m, mais peut dépasser localement une centaine de mètres surtout dans le SW, dans les régions de SidElaydi (forages: 875, 1437, 1439, 1440, 1771). Les divers niveaux reconnus de ces terrains sont analogues aux couches tabulaires qui constituent à une altitude supérieure au S de la plaine, le grand Plateau des Phosphates.

c- Le Cénozoïque (Pliocène).

Ce niveau est également caractérisé par des variations importantes de faciès et d'épaisseur (cf. annexe I.). La formation, essentiellement gréseuse est constituée par une succession de conglomérats, de sables calcaires, de calcaires détritiques, renfermant des débris de coquilles avec quelques fois un ciment dolomitique (ADH, 1985) à l'amont de la plaine. La limite S de la mer pliocène peut être située à la base de la falaise du Plateau de Settât-Ben Ahmed (Ruhard, 1975). L'épaisseur du Pliocène varie généralement de 0 à 30 m avec des surépaisseurs locales (forages: 670, 992, 1182). Les cordons dunaires liées à la régression marine de cette période ferment la plaine à son aval, et la raccorde ainsi au Sahel côtier.

d- Le Quaternaire

Les formations anté-quaternaires sont généralement couvertes dans la plaine de Berrechid par des limons subactuels à actuels. La base de la série de cette époque est formée par un niveau plus ou moins conglomératique surmonté par des argiles rouges limoneuses à galets et graviers. La richesse des limons en galets diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne de la bordure du Plateau de Settât.

Les forages analysés par l'ADH (1985), montre qu'il existe souvent au sommet de cette série une pellicule de tufs de 4 m d'épaisseur moyenne. Quant à l'épaisseur des limons dans la plaine, elle est extrêmement variable (0-50 m).

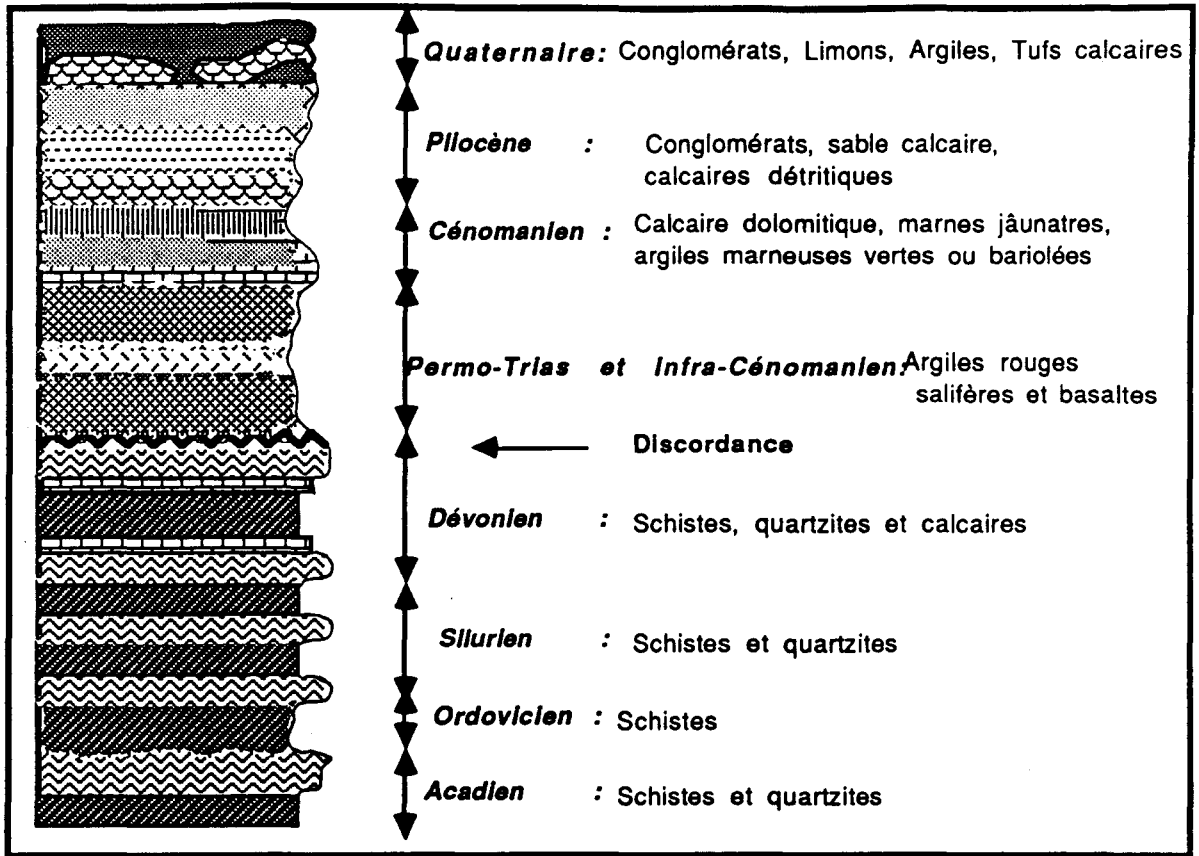


Fig.I.9- Colonne stratigraphique simplifiée des formations géologiques de la plaine de Berrechid
(ne tenant compte que des principaux faciès, l'échelle des épaisseurs n'est pas respectée)

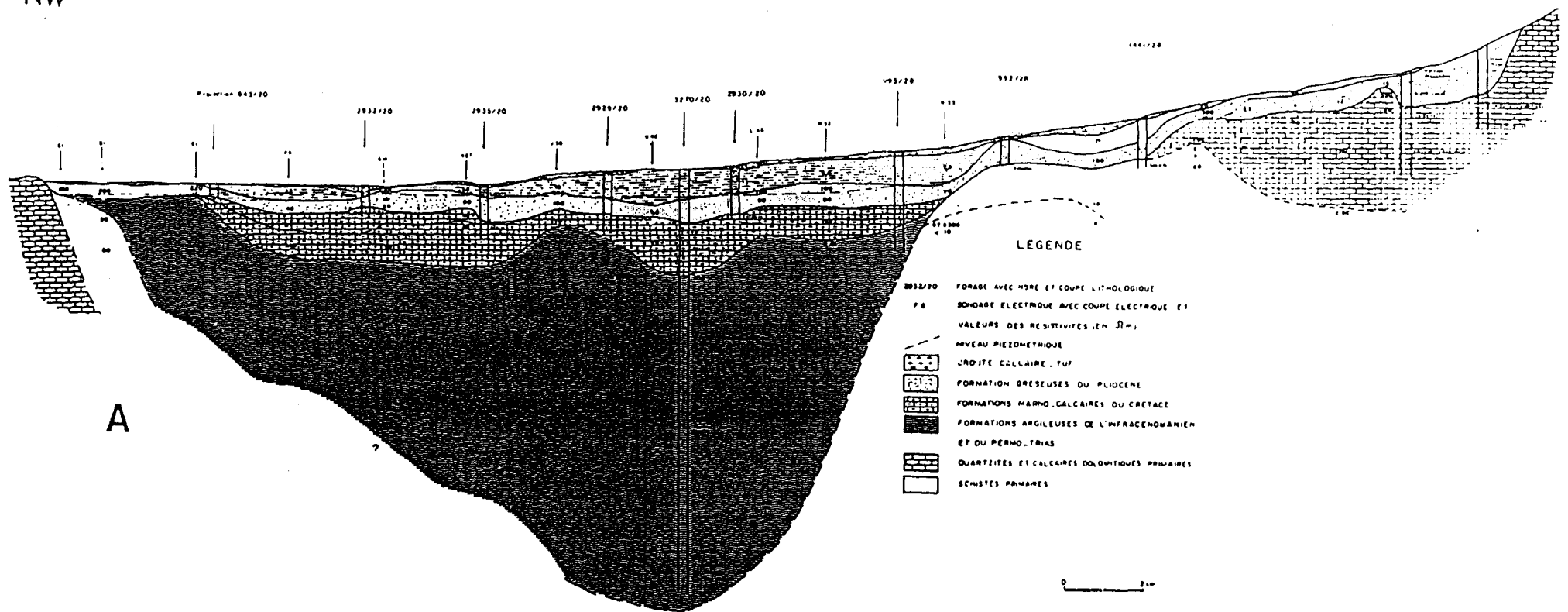
Généralement, les formations géologiques de la plaine sont caractérisées par de grandes variations d'épaisseurs. Le faciès d'une période donnée se rencontre au niveau de tout le bassin avec des surépaisseurs importantes dans certains secteurs plus locaux.

B-2-2-Structures tectoniques

La plaine de Berrechid a été l'objet de nombreux travaux géologiques et hydrogéologiques dont les plus importants sont ceux de Gigout (1951); Boelli & Nérat De Lesguisé (1952); Delarue, Destombes & Jeannette, (1956); Moullard & Hazan (1960); Hazan & Moullard (1962), Hazan & Ferre (1964); Destombes & Jeannette (1966); Ruhard (1975), Michard (1976); ADH (1985); Mouhdi (1988). Ils ont surtout porté sur une présentation globale des formations sédimentaires marquées par une disposition d'ensemble assimilée à un synclinal (fig.I.10).

NW

SE



A

B

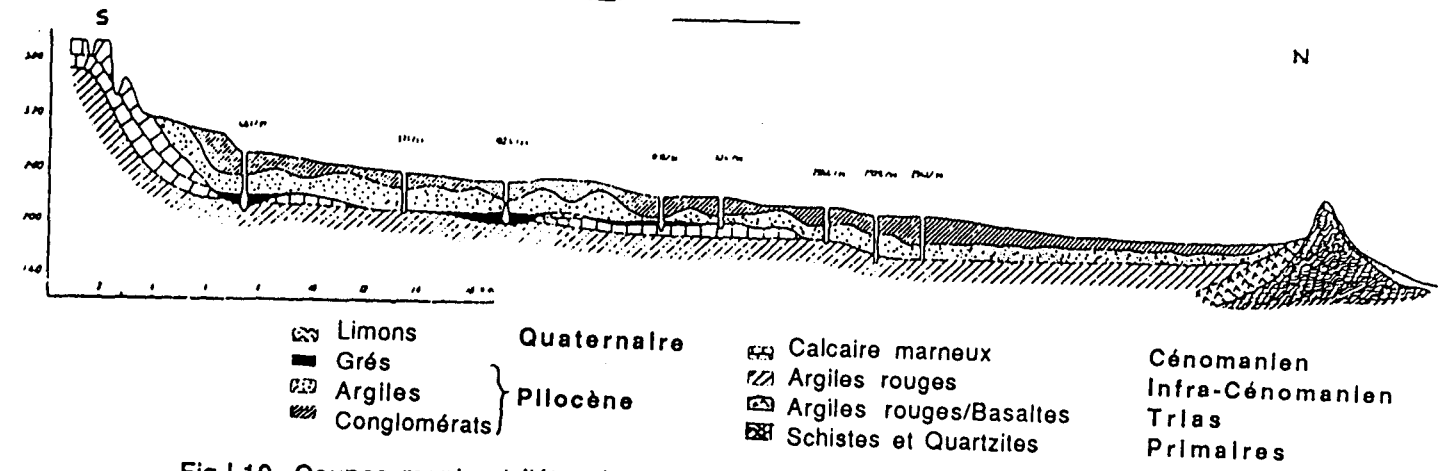


Fig.1.10- Coupes montrant l'état de structure adopté par les travaux antérieurs

Nous avons établi une esquisse structurale de cette région en utilisant des données de nature et d'origine variées (forages, répartition d'eaux salées, izopièzes, affleurements de la bordure de la plaine, morphologie...). Cette diversité nous a conduit à utiliser diverses méthodes habituelles ou plus originales en géologie. C'est ainsi que nous avons procédé à:

- l'analyse des forages tout en les corrélant entre eux.

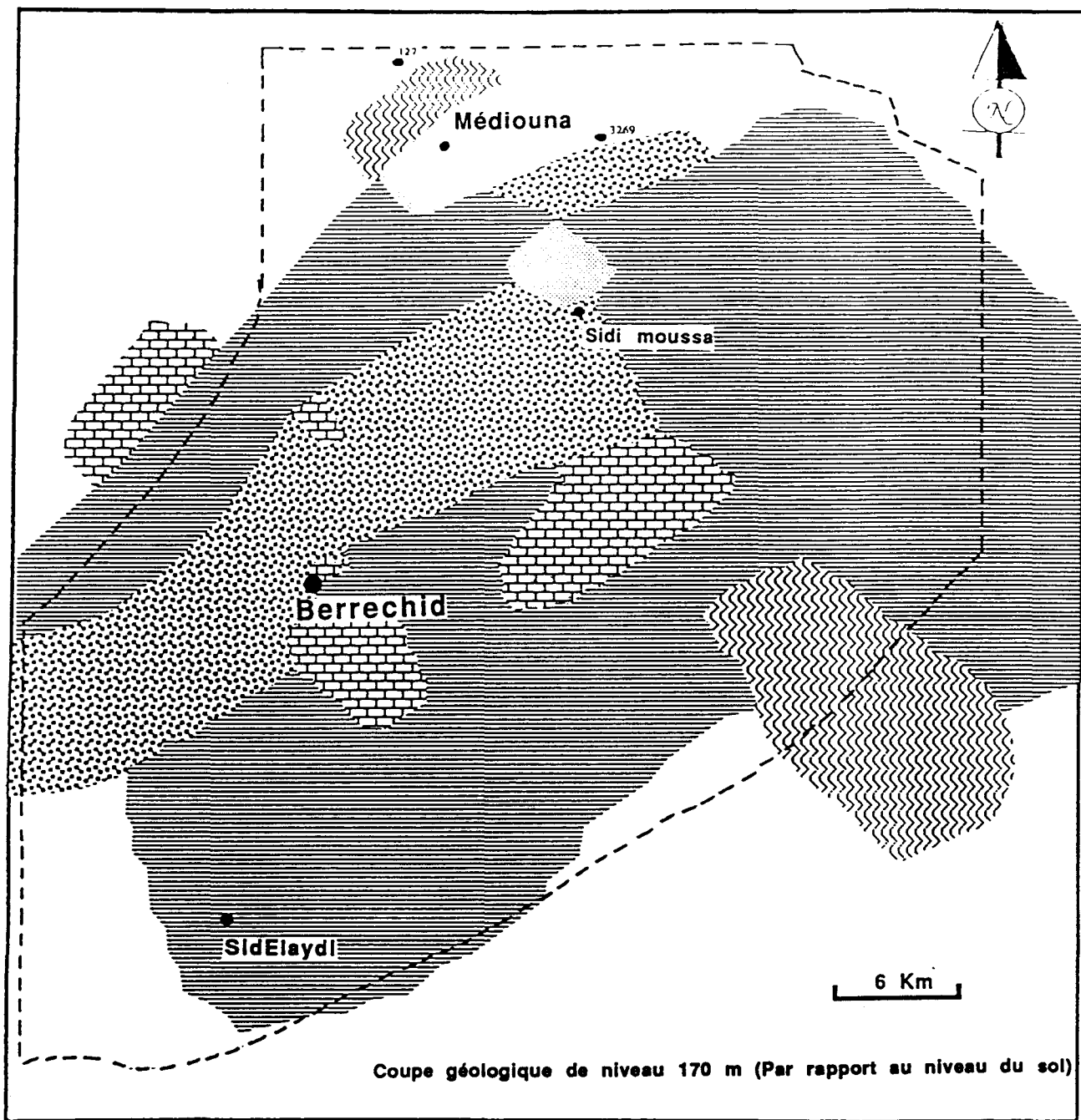
- L'analyse fine des descriptions de forages réalisées par les sondeurs et fournies par l'ADH, nous a permis de réaliser des cartes géologiques schématiques à des profondeurs différentes (fig.I.11 & annexe I). Les terrains post paléozoïques étant subhorizontaux (fig.I.4, contours géologiques du Crétacé étant parallèles aux courbes de niveau (Hazan & Moullard, 1962)), nous avons représenté autour de chaque forage le terrain trouvé à la profondeur considérée. Ces cartes montrent ainsi des secteurs constitués par des formations différentes. La corrélation entre ces diverses cartes indique l'existence de failles suivant deux directions majeures NE-SW et NW-SE, mais dont la localisation précise est souvent difficile à déterminer. Afin de réduire les incertitudes, nous avons réalisé de nombreuses coupes (17 coupes : 12 coupes NE-SW et 5 coupes NW-SE (figs.I.12, 15 & annexe.I)) et pris en compte les caractéristiques géométriques des terrains et de relief sur la bordure orientale de la plaine (bordure du Plateau des Phosphates). La subhorizontalité des terrains nous a permis de déterminer s'il existait une bonne ou une mauvaise corrélation entre les terrains à une profondeur donnée et par là, de préciser la position de failles.

D'autres indices et méthodes nous ont permis de détecter ces failles.

- l'existence de quelques directions structurales cartographiées antérieurement ("flexure" NE-SW du plateau de Settat et la faille NW-SE d'Elgara).

- la disposition du réseau hydrographique fossile (fig.I.14), présente des changements brutaux et des modifications de direction. La répartition de ce réseau nous a permis également de tracer plus précisément les failles qui lui en sont superposables

- l'application de la méthode de morphostructure, fréquemment utilisée comme indicatrice de structures dans des formations récentes et qui consiste à analyser la topographie et à tracer des failles sur les escarpements ou sur des éventuelles ruptures de pentes. En effet, les vallées qui parcourent le plateau, débouchent dans la plaine, en particulier les vallées des Oueds de Tamdrost, Ahmeur, Mazer, Aïda et la vallée d'Oued Mellah au NE de la plaine, ces vallées sont d'orientation NW-SE. En outre, Dans le Plateau des Phosphates, les formations particulièrement cénomaniennes montrent des escarpements importants de pentes suivant la direction NE-SW (fig.I-15 (a,b)). Les variations des épaisseurs sont engendrées par le jeu de la famille des failles NE-SW, cet indice montre que ces failles ont des rejets verticaux très importants (supérieurs à 20 m). Alors que les failles NW-SE ont rejoué en décrochements puisque la base d'une formation est presque à la même altitude (différence de 20 m) de part et d'autre d'une faille de cette famille(fig.I-16).



- | | | | |
|--|-------------|--|---------------------------|
| | Quaternaire | | Trias et Infra-Cénomanien |
| | Pliocène | | Paléozoïque |
| | Cénomanien | | |

NB: Les forages qui apparaissent ont une Altitude inférieure à celle de la coupe

Fig.I.11- Exemples de cartes géologiques (planche 1 et 2)
(cf. annexe I. pour les autres coupes à d'autres profondeurs)

(planche 1)

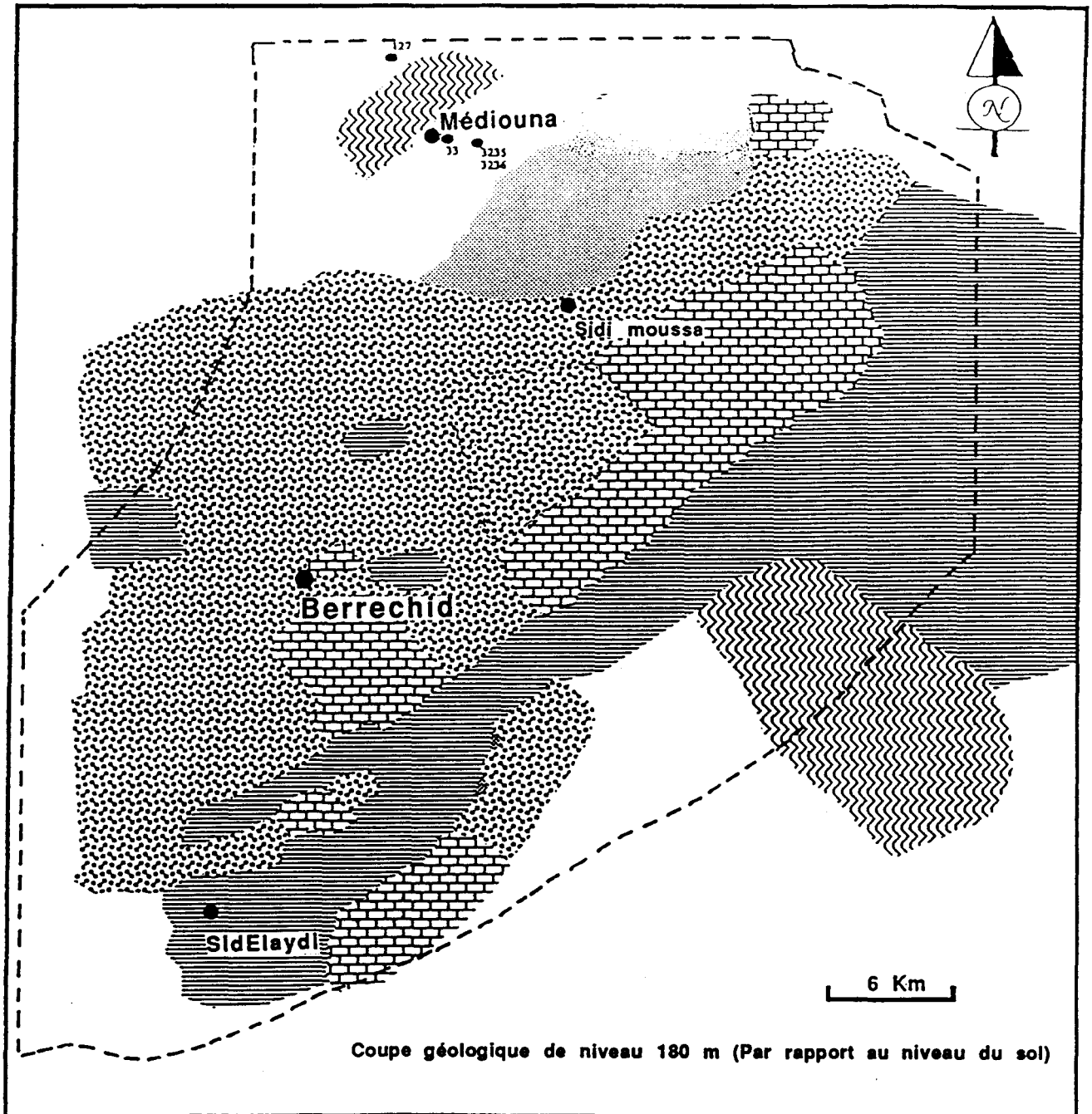


Planche (2)

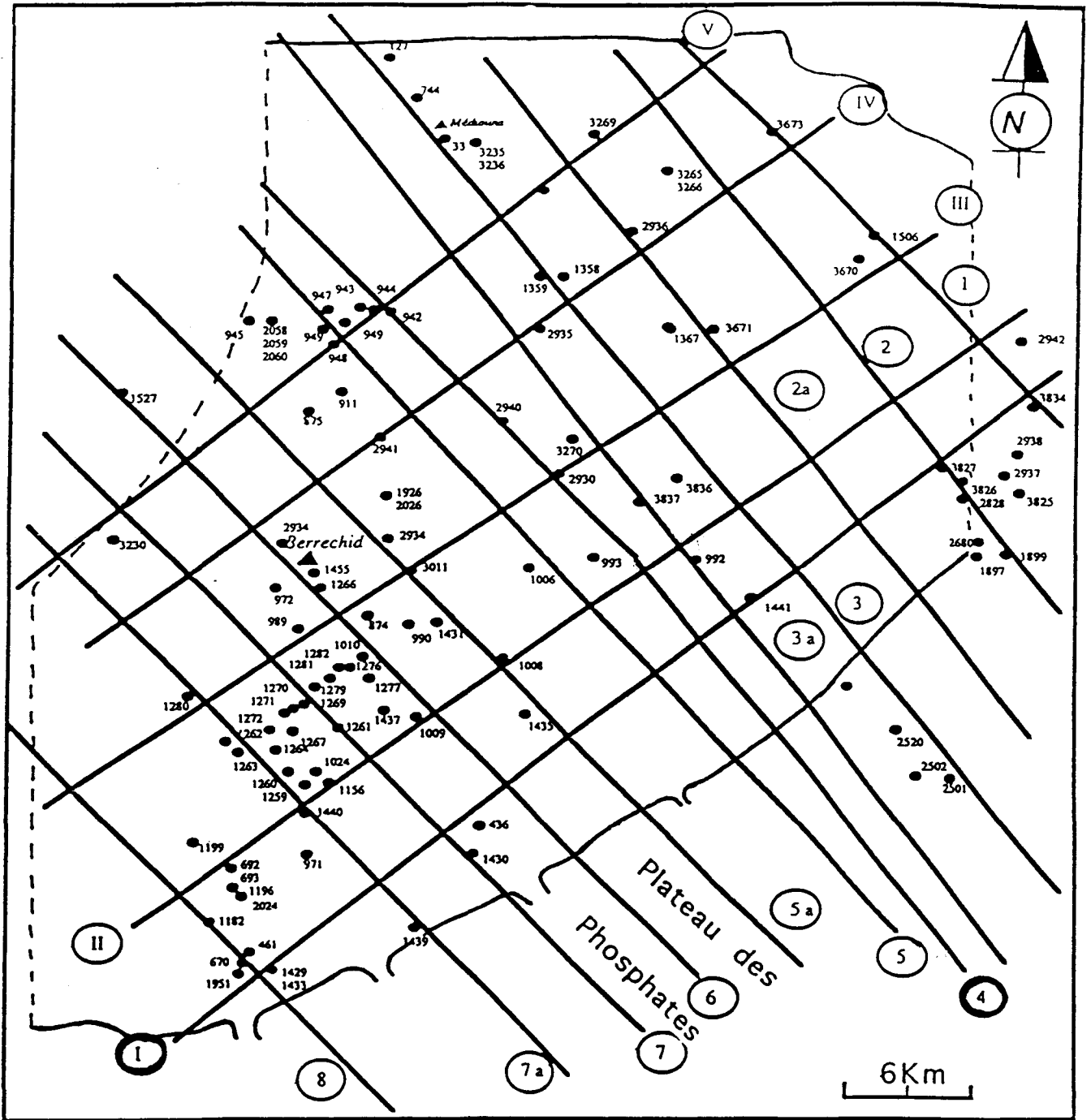
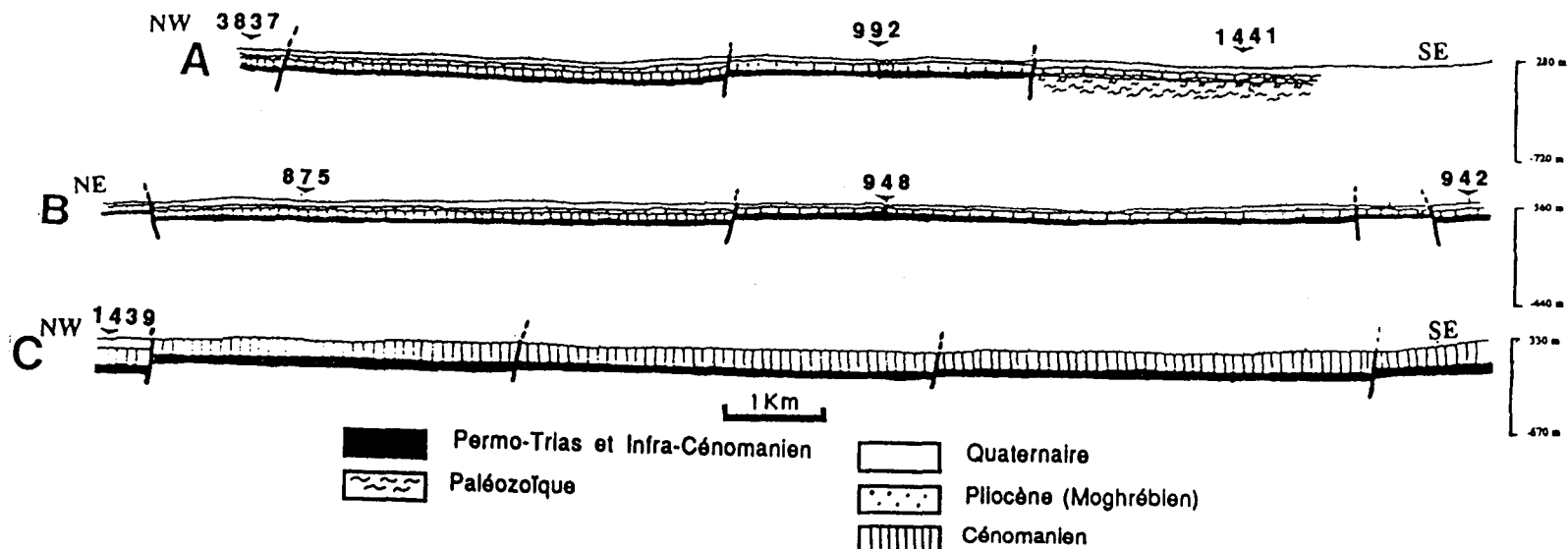


Fig.I.12-Localisation des coupes géologiques verticales
(la position des forages de reconnaissance de la plaine de Berrechid est indiquée)



NW Fig.I.13.a- Coupes géologiques dans quelques secteurs de la plaine de Berrechid, (coupes effectuées à l'échelle réelle).

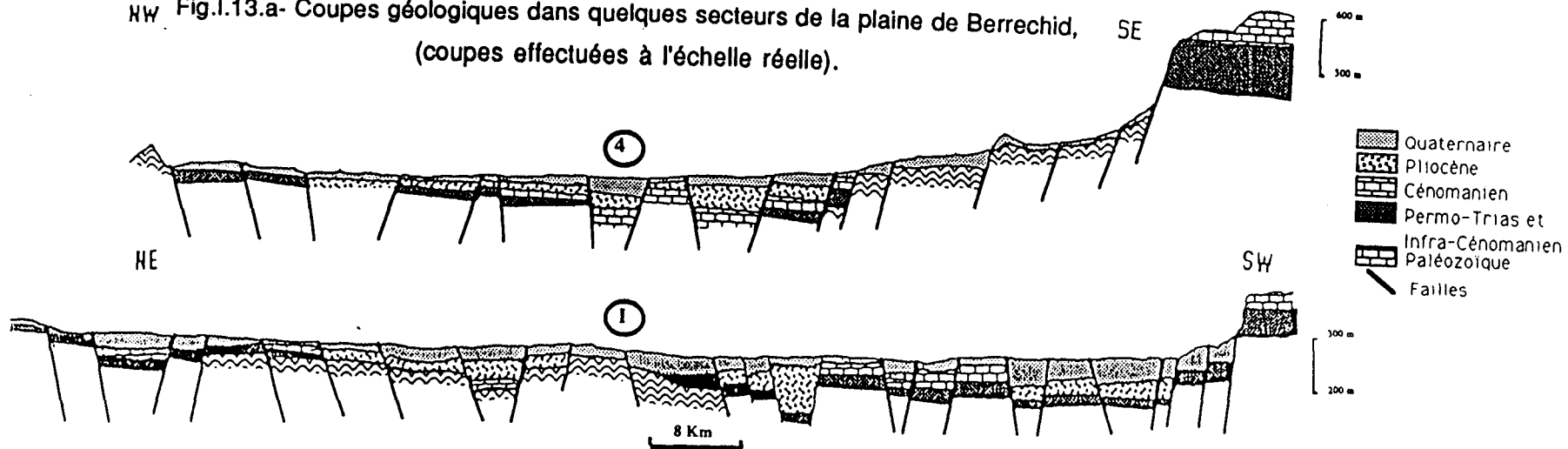


Fig.I.13.b- Coupes géologiques schématisques à travers la plaine de Berrechid, mettant en évidence la structure affectant ses formations.

(NB. Les pendages des failles sont réduits afin de mettre en évidence les compartiments soulevés et ceux affaissés).

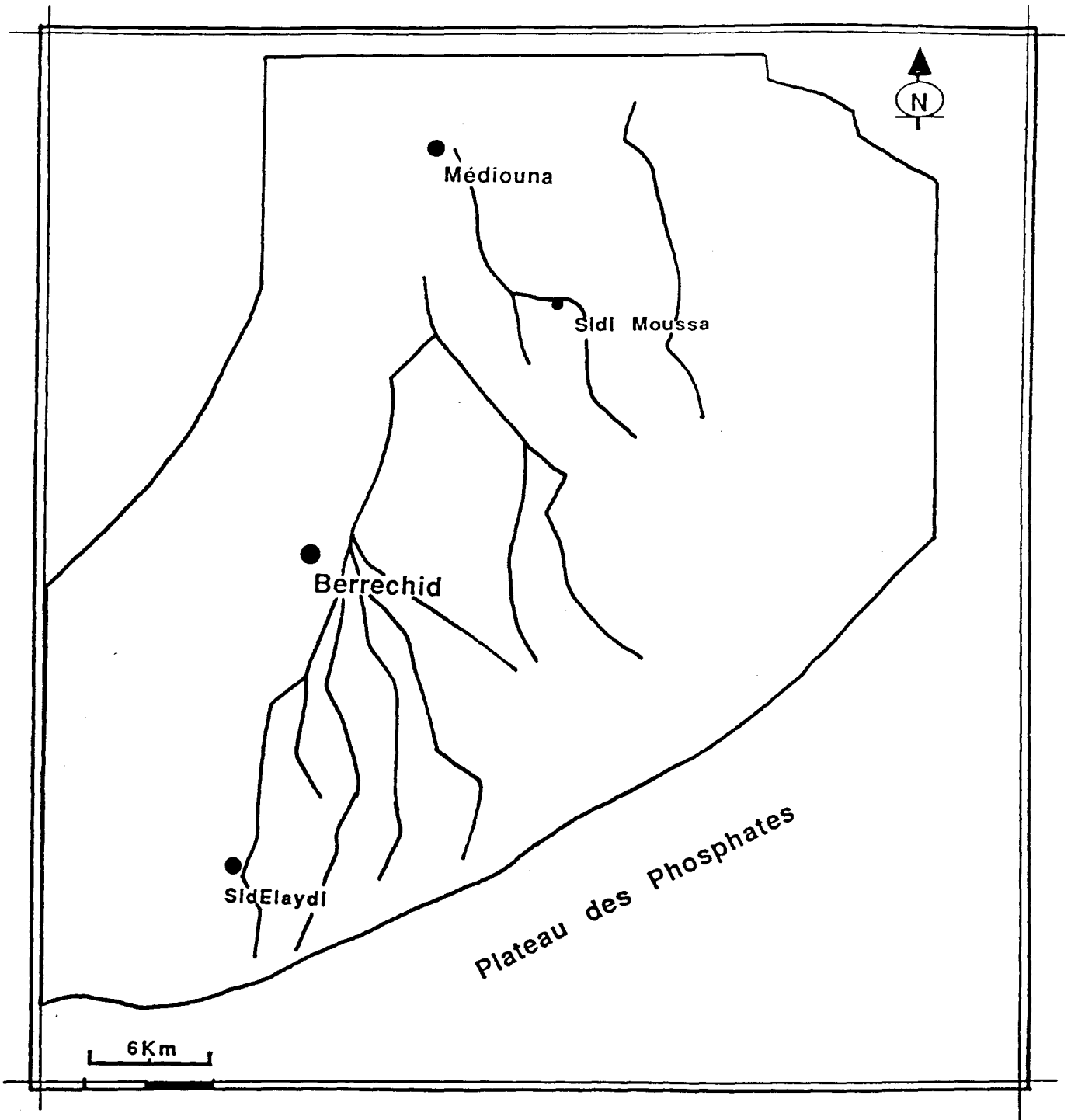


Fig.I.14-Le réseau hydrographique fossile.

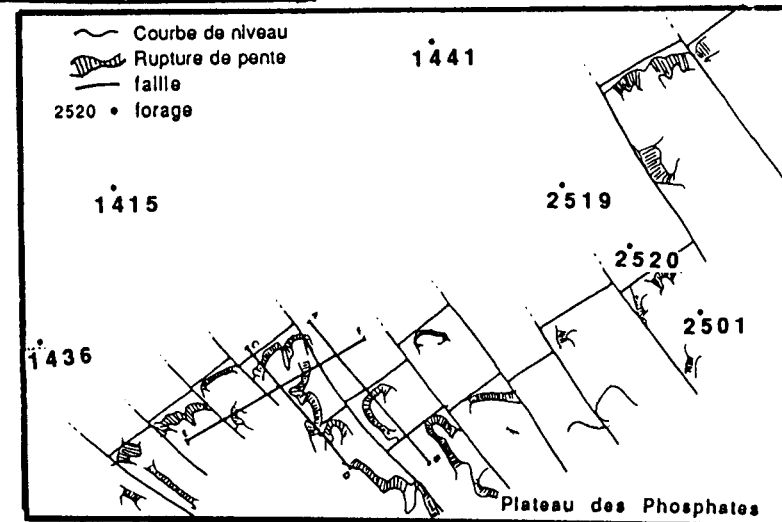
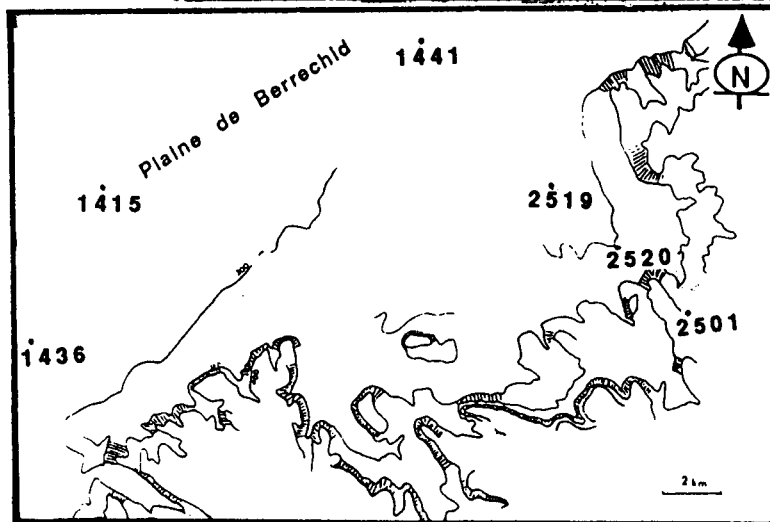
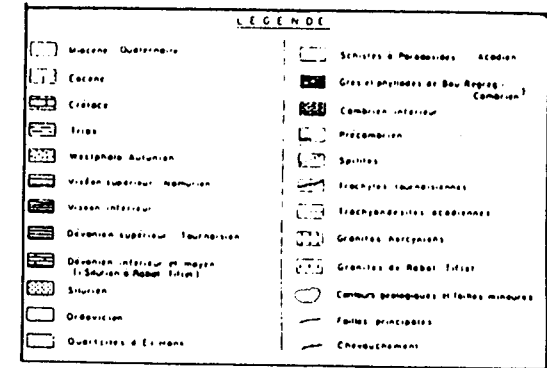
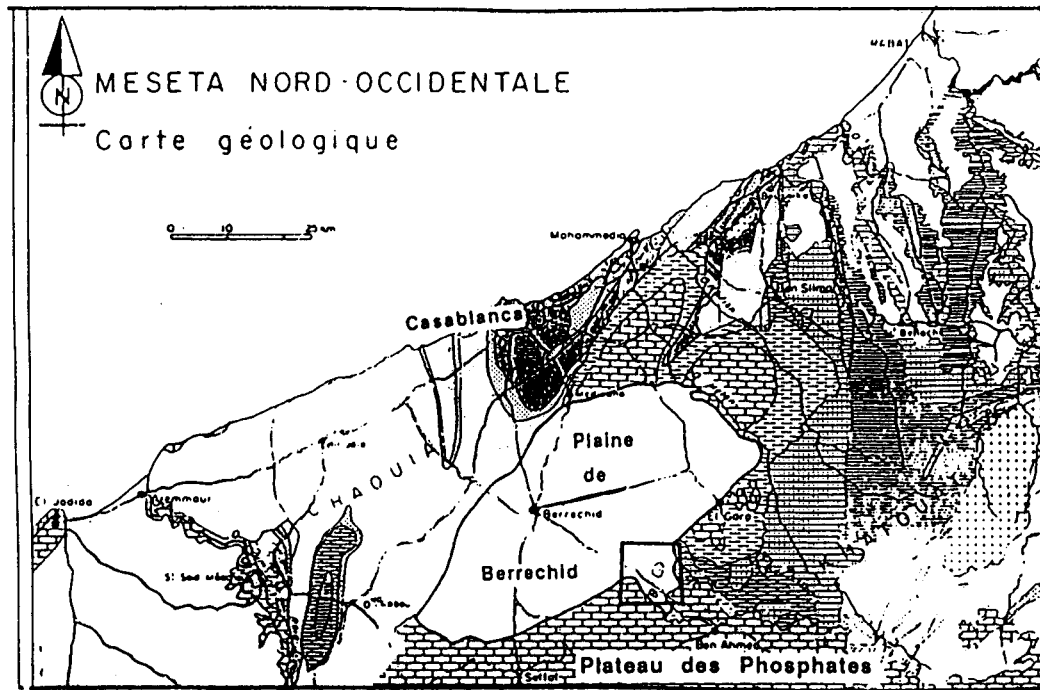


Fig.I.15.a- Morphologie à l'amont de la plaine de Berrechid

Fig.I.15.b- Relation morphologie et structure

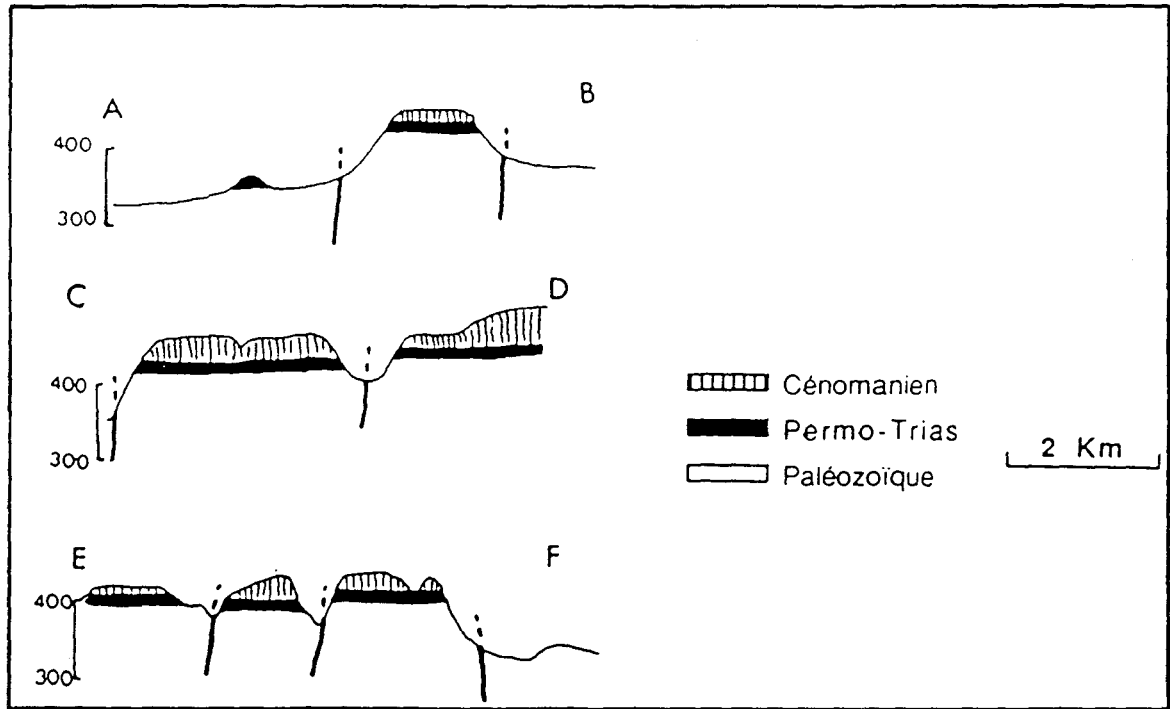


Fig.I.16- Coupes géologiques mettant en évidence la relation et le rejet des deux familles de failles (cf. p 34 pour la localisation des coupes)

Ainsi, la synthèse de tous les résultats fournis par les divers éléments cités antérieurement, nous a permis de tracer deux familles de failles affectant le secteur:

- la première famille de failles, orientée NE-SW. Il est difficile de connaître sa direction avec une grande précision (à quelques degrés près) par manque de données, excepté au niveau des zones où la densité des forages est importante. Cette direction NE-SW est classique dans la Meseta occidentale marocaine, à la périphérie de la plaine de Berrechid.

- la deuxième famille de failles d'orientation NW-SE et donc subperpendiculaire à la précédente, ces failles sont surtout caractérisées par une grande continuité sans décalage apparent; par contre leur rejeu ou rejeu s'est marqué par un déplacement à forte composante horizontale des failles de la première de la famille.

Les résultats ainsi obtenus lors de cette étude nous ont permis d'établir une carte structurale de la plaine de Berrechid pour les formations anté-quaternaires (fig.I.17) et une représentation de la surface du toit des formations permo-triasiques et infra-cénomaniennes (fig.I-18).

Il convient alors de replacer la plaine, ainsi découpée, par ces deux familles de failles dans le contexte géologique régional: les failles de la première famille de direction NE-SW sont analogues aux failles majeures qui affectent les régions voisines, citons à cet effet la faille régionale Rabat-Agadir (Piqué & al, 1979; Piqué, 1981; Piqué & Michard, 1981; 1989; Hinz & al 1982; Michard et al 1982; Piqué & Kharbouch, 1983; Laville & Piqué, 1991). Cette direction est cartographiée également dans les vallées de quelques oueds au NE de la plaine de Berrechid telles que la vallée d'Oued Mellah (Gouram & Hmimi, 1982) et celle d'Oued Nefifikh plus au N (Zidani & Sidqi, 1983). Dans ce cas, les failles que nous avons déterminées pourraient être d'âge hercynien et avoir eu des rejeux multiples voire au Quaternaire.

D'autres études sur des régions voisines notamment aux environs de Casablanca, ont mis en évidence l'orientation NW-SE à l'amont (Hazan & Moullard, 1962) et à l'aval de la plaine de Berrechid (région de Casablanca) (Lemqadem & Khattab, 1983). Des zones de cisaillement N130 à N140 présentent des fentes de tension sigmoïdes qui indiquent une composante subhorizontale dextre à Dar Bouazza (région de Casablanca) (Benkhelifa & Boubekry, 1984). La deuxième structure que nous avons déterminée et qui affecte le secteur de Berrechid est en accord avec ces études. Cette famille NW-SE apparaît ainsi avoir eu au moins un rejeu postérieur au fonctionnement des failles NE-SW. Le fonctionnement de ces dernières ne doit toutefois pas être négligé puisqu'il s'est bien marqué dans la morphologie du paysage actuel. Les escarpements du Plateau des Phosphates pourraient correspondre à la limite du rivage de la mer pliocène, indiquant un fonctionnement récent des failles NE-SW.

Dans le cadre d'un recensement des failles à jeu récent (néotectonique) sur l'ensemble du Maroc, l'application d'autres méthodes, comme les images satellitaires et les méthodes de la morphométrie, sur les ensembles morphostructuraux du Maroc (Atlas, Rif, et la Meseta (plaine de Berrechid exclue)) (Deffontaines & al, 1992) a mis en évidence les deux principales familles de failles: NE-SW et NW-SE et un nouvel ensemble de failles d'orientation N-S et E-W. Pour ces dernières, nous n'exclurons pas leur présence dans notre domaine.

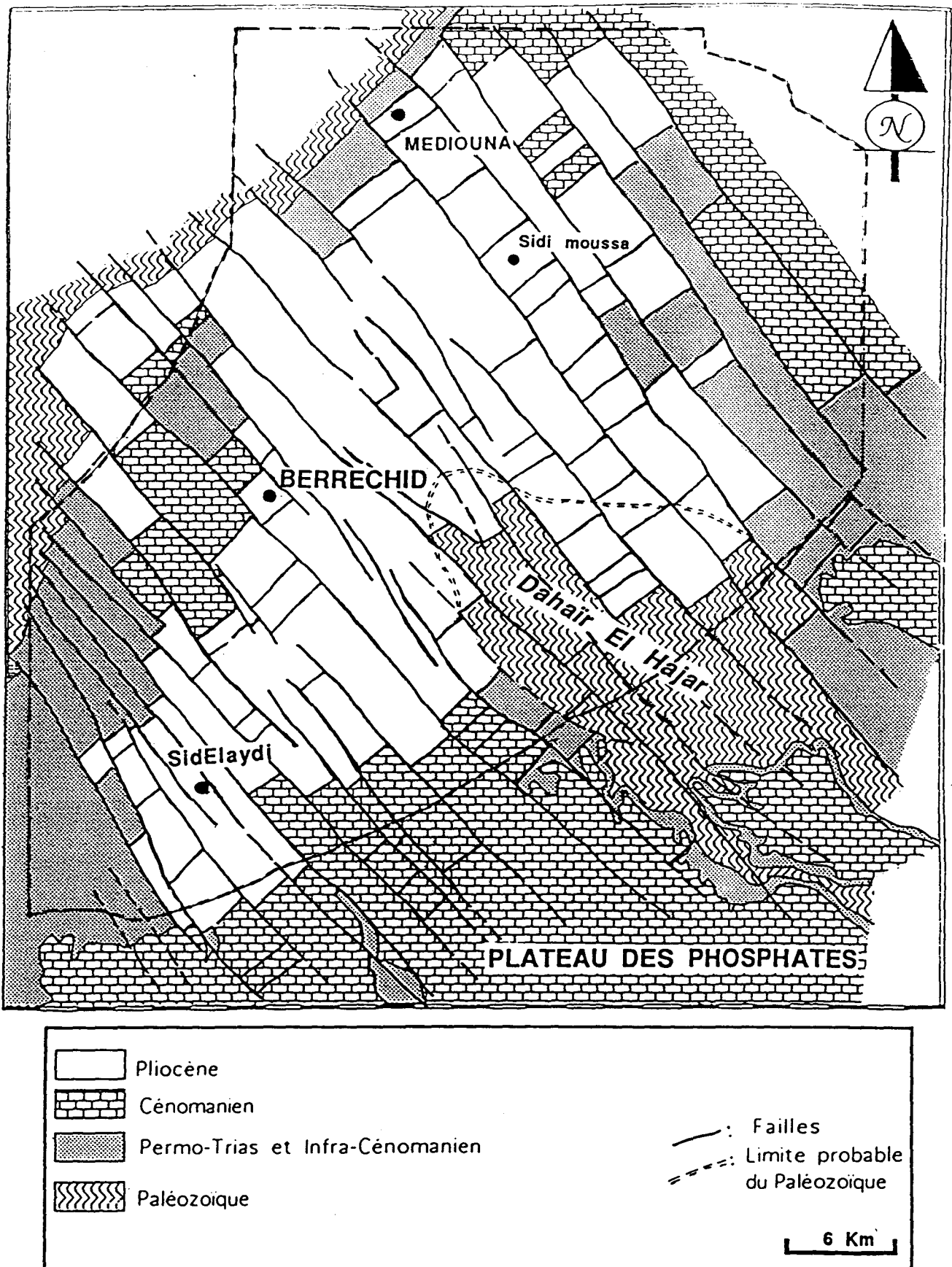


Fig.I-17: Carte structurale des formations anté-quaternaires

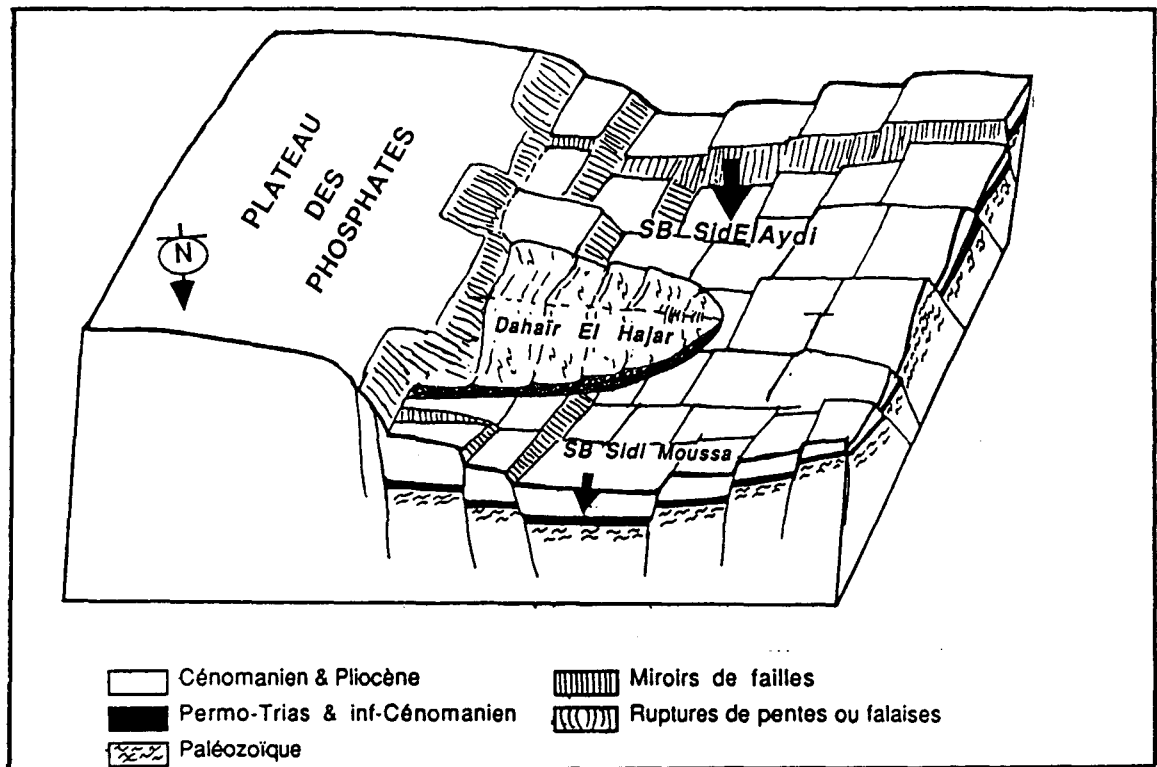


Fig.I-18: représentation schématique du bassin de Berrechid en 3 dimensions, mettant en évidence sa structure et sa géométrie

B-2-3-Analyse structurale

La synthèse de tous les documents (cartes, coupes) établis lors de cette étude, nous a permis donc de préciser les caractères structuraux et morphologiques majeurs du secteur:

- Structure en marches d'escalier dans deux directions principales: NE-SW et NW-SE, les mosaïques de blocs ainsi formés par ces failles ont des surfaces rectangulaires, au sein d'une surface surélevée ou affaissée, nous trouvons des failles qui l'affecte formant ainsi des sous structures (micro-blocs). Les blocs sont déplacés les uns par rapport aux autres verticalement et horizontalement. Cette structure est générée par le système de failles qui a joué sans doute un rôle important le long de l'histoire géologique qu'a subi la région, ce qui montre que le mode de formation de cet ensemble est particulier et relativement compliqué. Le secteur est limité par des failles normales qui ont permis son extension dans les deux directions. Ces failles sont normales, à pendage généralement verticale, sauf en bordure, où elles peuvent être légèrement inclinées, ce qui contribue à l'extension. Le rejet de ces failles est variable et change de direction: verticale et horizontale et peut localement se traduire par des basculements des blocs (fig.I.19).

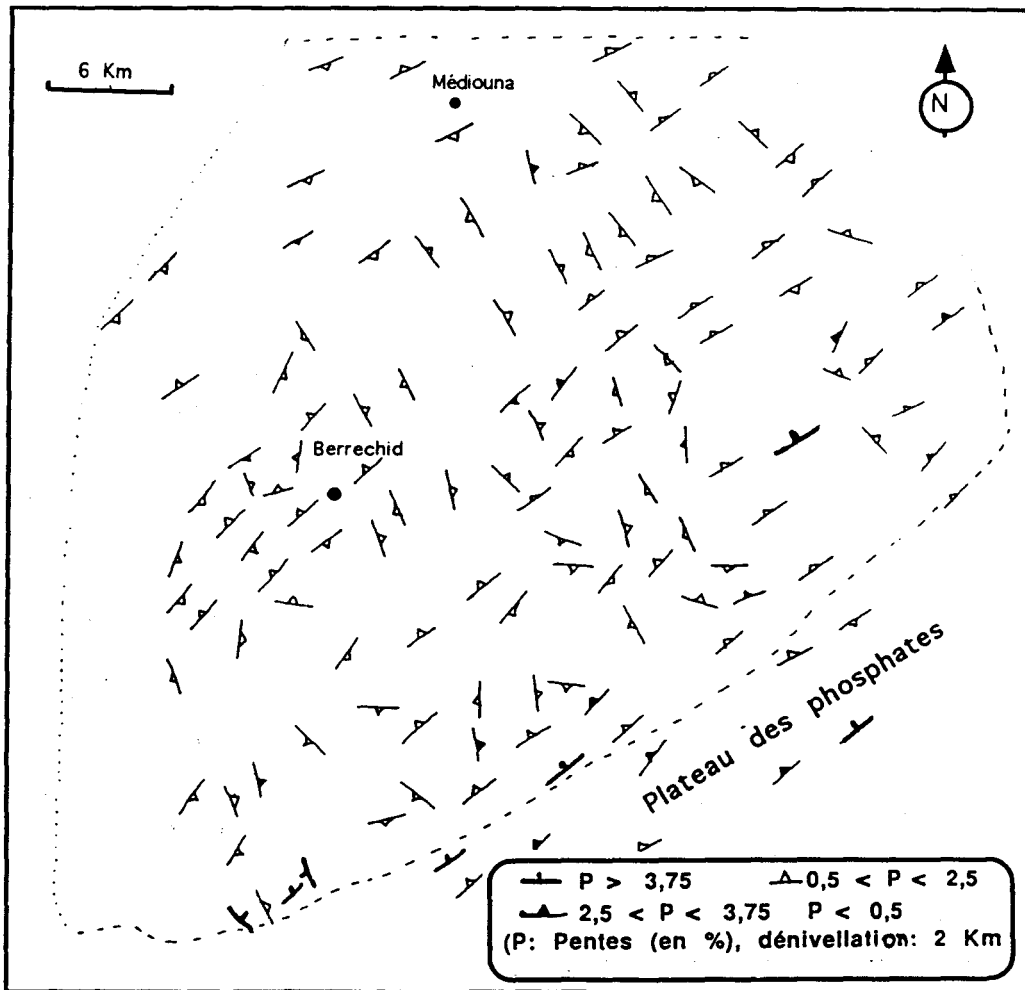


Fig.I.19- Carte des pentes du substratum permo-triasique et infra-cénomaniien

L'allure générale des isopaques des formations cénomaniennes et pliocènes (fig.1.20) met en évidence l'existence de ces deux sous-bassins où l'épaisseur des formations sédimentaires sont importantes de part et d'autre d'une ride. Cette carte superposée à celle de la répartition du réseau hydrographique fossile, montre des épaisseurs importantes du Cénomaniens correspondent à la répartition de ce réseau. D'où le rôle fondamental que jouait ce dernier dans les accumulations de sédiments.

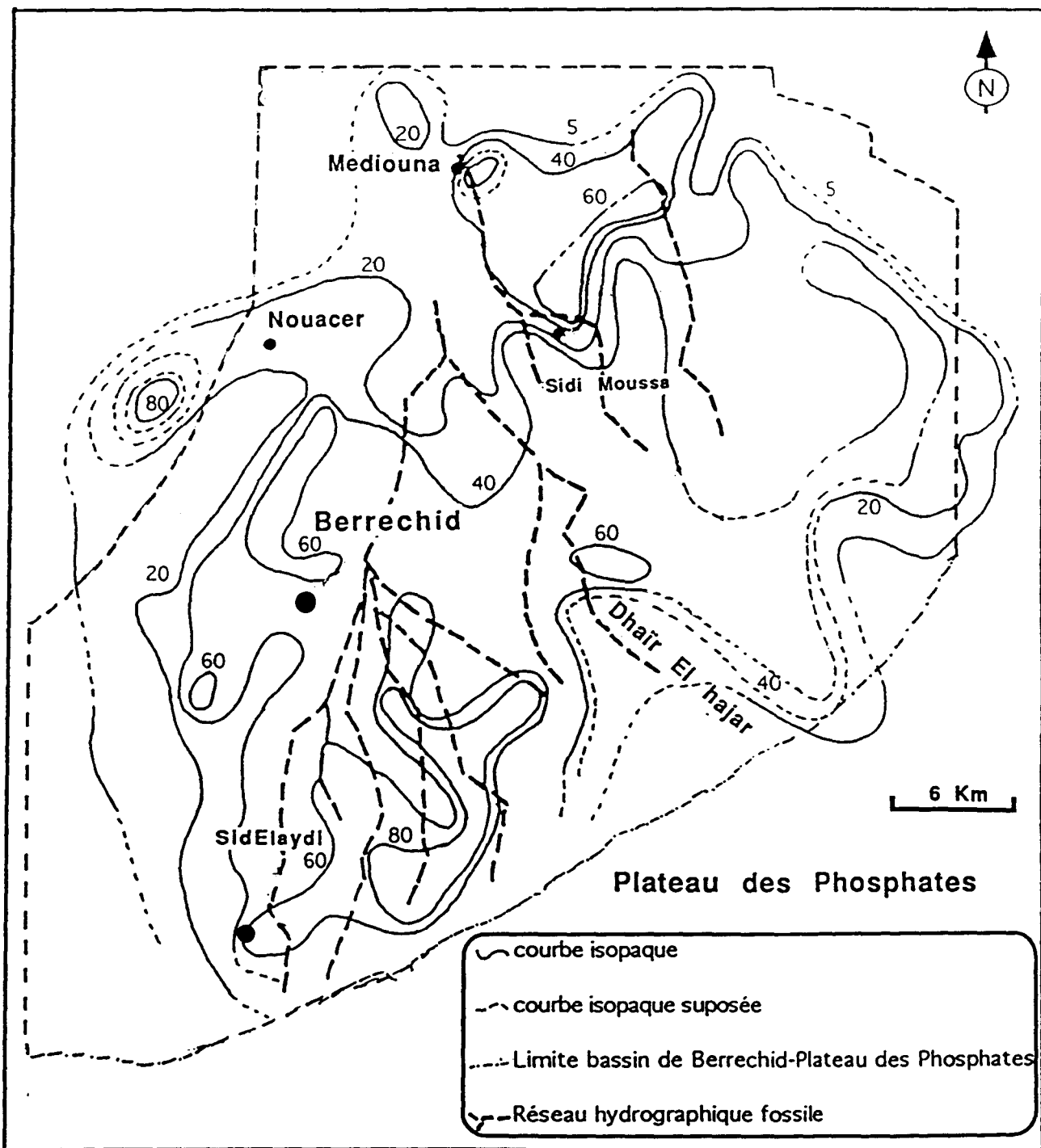


Fig.1.20- Isopaques des formations cénomano-pliocènes et la répartition du réseau hydrographique fossile.

En ce qui concerne la morphologie, "le bassin" de Berrechid a une forme elliptique de grand d'orientation NE-SW d'une longueur d'environ 60 km, et de petit axe SE-NW d'environ 42 Km. Sa géométrie globale apparaît être celle d'un bassin, elle est marquée par une ride séparant deux sous-bassins(fig.I.21):

- la ride de "Dahaïr AL Hajar" (X=321, Y=290): formée de terrains paléozoïques (grès et schistes dévoniens avec quelques passées de calcaires dolomitiques) suivant une direction NW-SE et masqués par des formations récentes aux environs du Plateau des Phosphates. Dans le centre de la plaine, la ride est plus profonde et recouverte par les formations cénomaniennes, pliocènes et quaternaires. La région de Nouacer au SE, constitue le seuil de cette ride qui y est moins profonde et plonge sous des formations triasiques.

- Au S de la ride, nous avons un ensemble, sous-bassin de SidElaydi (X=292, Y=383,5), limité au Sud par le Plateau de Settat et dont le substratum triasique présente des pentes orientées vers le centre de ce sous bassin, ces pentes sont généralement très fortes surtout à la limite plateau -plaine . Dans ce sous-bassin, nous avons cartographié des surépaisseurs cénomaniennes (forages: 1437, 1439, 1440) et pliocènes (forages: 990, 1436, 2024) qui indiquent l'existence de microbassins profonds, formés par l'effondrement de blocs lié aux jeux de failles.

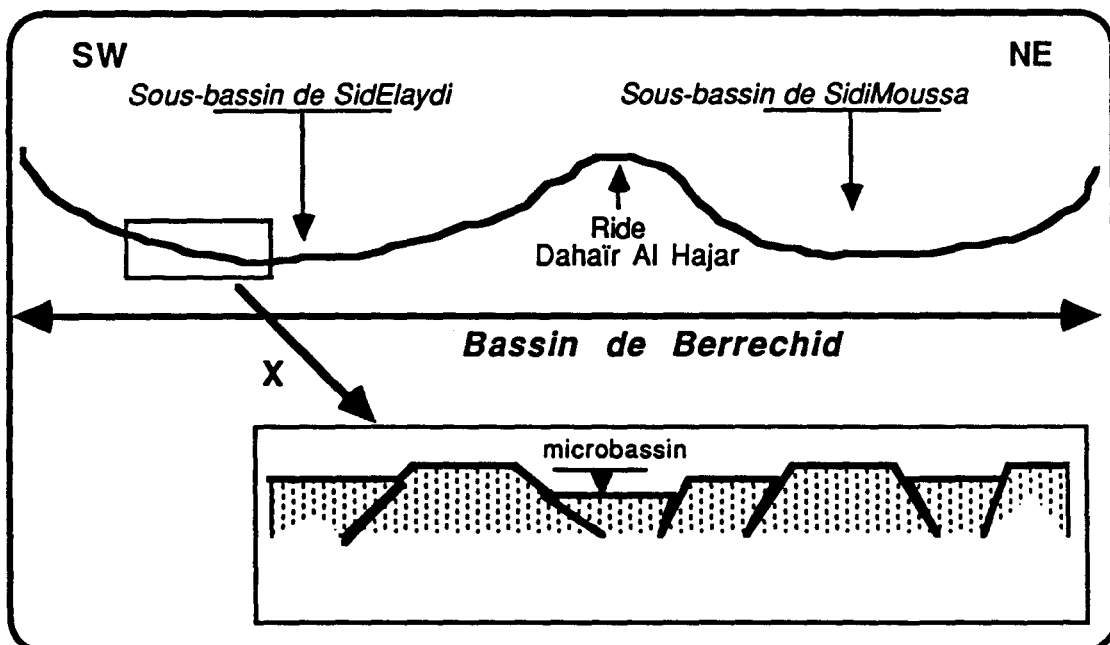


Fig.I-21: figure schématique mettant en évidence les deux sous unités formant le bassin de Berrechid (le pendage des failles est très modifié pour bien distinguer les compartiments affaissées et surélevées)

- Au nord de la ride, un second ensemble, le sous-bassin de Sidi Moussa Ce sous bassin est moins profond que le précédent, sa pente globale est très faible. Les deux sous-bassins se raccordent dans le NW de la plaine, au SE de la région de Nouacer.

C- Conclusion

L'étude que nous avons menée a apporté de nouveaux éléments majeurs caractérisant en particulier les ensembles sédimentaires de la plaine de Berrechid. En effet, ce secteur n'est pas une cuvette synclinale mais un ensemble sédimentaire de structure compliquée par deux familles de failles NE-SW et NW-SE, . A l'échelle globale, il s'est avéré que cette ensemble est constitué de deux sous-bassins, l'un au N, l'autre au S, séparés par une ride paléozoïque d'orientation NW-SE, mais se raccordent à l'aval par le seuil de Nouacer. Plus localement, le secteur est caractérisé par une structure en marche d'escalier, celle-ci a vraisemblablement beaucoup contribué à l'existence de fortes variations des épaisseurs des formations géologiques.

Le schéma structural que nous proposons pour ce secteur, est une correction de celui longtemps adopté surtout par l'ensemble des études hydrogéologiques antérieures. Ce nouveau schéma est basé sur des données essentiellement indirectes et doit être considéré comme une première esquisse à modifier avec des données fournies par d'autres méthodes (géophysiques, analyse des affleurements à la périphérie de la plaine, ...).

La présente étude ouvre la voie vers des études postérieures afin de bien identifier l'histoire géologique de la plaine, notamment, l'origine et le mode de genèse de ces structures à Berrechid et la comparaison de celles-ci avec celle d'autres bassins triasiques et la détermination de leur contexte dynamique.

Les formations sédimentaires examinées sont munies de réserves aquifères qui semblent importantes, ce qui explique les travaux hydrogéologiques cités antérieurement et la présente thèse, c'est ainsi que dans ce qui suit, nous allons aborder le thème de l'hydraulique de ce bassin.

★ ★ ★ ★ ★

BIBLIOGRAPHIE CHAP. I:

(* références non citées dans le texte)

Administration de l'Hydraulique (ADH), Rabat, Maroc. (1985).- Etude du plan directeur intégré d'aménagement des eaux des Bassins Sebou, Bouregrag, et Oum errabia. *Sous mission IB3-IB4. Etude hydrogéologique de la nappe de Berrechid.* unité 12: a.

BEAUDET G. , MAURER G. & RUELLAN A. (1967).- Le Quaternaire marocain: observations et hypothèses nouvelles. *Rev. Géog. Phys. Géol. Dyn. Vol. IX, Fasc. 4, pp. 269-310. Paris.*

BEAUCHAMP J. (1984)*.- Le Carbonifère inférieur des Jbilet et de l'Atlas de Marrakech (Maroc): migration et comblement d'un bassin. *Bull. Soc. Géol. France , (7) , t. XXVI 162. n°6, pp. 1025 - 1032.*

BENKHLIFA M. & BOUBEKRY S. (1984).- Les fracturations de Casablanca: secteur Dar Bouazza. *Mémoire de maîtrise, 58 p. Ecole Normale Supérieure, Casablanca.*

BOUCHOUTA A. & CANEROT J. (1992)*.- Rifting, dynamique de blocs et halocinèse dans l'Atlas marocain: exemple de la ride de Talmest (Haut Atlas central). *14^{ème} réunion des sciences de la terre, Toulouse, Soc. Géol. Fr. édit. Paris.*

BOLELLI Ed. & NERAT DE LESGUISE M. (1951).- Etude hydrogéologique de la région de Bouskoura - Médiouana - Berrechid. Rapport inéd. Centre Et. Hydrogéol., Rabat

BOLELLI Ed. & NERAT DE LESGUISE M. (1952).- Chaouia. In Hydrogéologie du Maroc, Monographies régionales. XIX Congrès Géologique internationale d'Alger.

BREDE R., HAUPTAMANN M. & HERBIGE H.G. (1992).- Plate tectonics and intracratonic mountain ranges in Morocco - The Mesozoic-Cenozoic development of the Central High Atlas and Middle Atlas. *Geologische Rundschau 81/1, pp. 127-141.*

BUSSON G. (1974).- Le Trias évaporitique d'Afrique du Nord et d'Europe occidentale. Données sur la paléogéographie et les conditions de dépôt. *Bull. Soc. Géol. Fr., (7), XVI, n°6, pp. 659-665.*

CHARRIERE A. (1984)*.- Evolution néogène de bassins continentaux et marins dans le moyen Atlas (Maroc). *Bull. Soc. Géol. France , (7) , t. XXVI 162. n°6, pp. 1127-1136.*

CHOUBERT G. & FAURE-MURET A. (1962).- L'évolution du domaine atlasique marocain depuis les temps paléozoïques. In *Livre Mém. P. Fallot. Mém. H. sér. Soc. Géol. Fr., t. 1. pp. 447-527.*

CHOUBERT G., FAURE-MURET A. & HOTTINGER L. (1971).- La série stratigraphique de Tarfaya et les problèmes de l'ouverture de l'Atlantique. *Notes Serv. Géol. Maroc, t. 31, n°237, pp. 29-40.*

CYAMAZ (groupe). (1984)*.- Résultats préliminaires de la campagne de plongées "CYAMAZ" sur l'escarpement de Mazagan (El Jadida, Ouest du Maroc). *Bull. Soc. Géol. France , (7) , t. XXVI 162. n°6, pp. 1069- 1075.*

DEFFONTAINES B., CHOTIN P., AIT BRAHIM L. & ROZANOV M. (1992).- Investigation of active faults in Morocco using morphometric methods and drainage pattern analysis. *Geologische Rundschau 81/1, pp. 199-210.*

Structure et modélisation quantitative de l'aquifère de Berrechid (Maroc). Validation par l'approche géostatistique.
- B. EL MANSOURI (1993)

DELARUE J., DESTOMBES J. & JEANNETTE A. (1956).- Etude géotechnique de la région de Casablanca. *Notes & Mém. Serv. Géol. Maroc, n°130.*

DESTOMBES J. & JEANNETTE A. (1966).- Mémoire explicatif de la carte géotechnique de la Meseta côtière à l'Est de Casablanca au 1/50.000. Régions de Mohammedia, Bouznika et Ben-Slimane. *Notes et mémoires du service géologique n° 180 bis. Editions du service géologique du Maroc. Rabat.*

DUTUIT J. M. (1964).- Découvertes de gisements fossilifères dans le Trias du couloir d'Argana. *C. R. Ac. Sc., Paris, t. 258, n° 4, pp. 1258-1287.*

EL MANSOURI B.(1990).- Modélisation mathématique des écoulements souterrains de la nappe de Berrechid, (Maroc) - *Rapport DEA , Univ. Sc. Tech. Lille I, 83 p.*

GIGOUT M. (1951).- Etudes géologiques sur la Meseta marocaine occidentale (Arrière-pays de Casablanca, Mazagan et Safi). *Travaux de l'Institut scientifique Chérifien n°3. Rabat , Maroc.*

GOURAM B. & HMIMI M. (1982).- Les fracturations dans la vallée de l'Oued Mellah. *Mémoire de maîtrise, Ecole Normale Supérieure Casablanca. Maroc.*

GUIEU G. & ROUSSEL J. (1984).- Une interprétation des bassins côtiers ouest-africains à partir de l'histoire des dépôts salifères dans le cadre de l'ouverture de l'Atlantique. *Bull. Soc. Géol. France , (7) , t. XXVI 162. n°6, pp. 1149-1164.*

HAZAN R., MOULLARD. (1962).- Notice explicative de la carte hydrogéologique de la plaine de Berrechid. *Office national des irrigations. Service des ressources en eau , Rabat, 23p.*

HAZAN R. & FERRE M. (1964).- Notice explicative de la carte hydrogéologique de la plaine de Berrechid. Office national des irrigations, Serv. Ress. eau, Rabat, 23 p, Carte hors texte.

HINZ K., DOSTMANN H., & FRITSCH J. (1982).- The continental Margin of Morocco. Seismic Sequences, Structural Elements and Geological Development. Geology of Northwest African Continental Margin. *Edit. U. Von Rad., Hinz K., Sarthein M. and Seibold E., Springer-Verlag. Berlin Heidelberg New York.*

KHARBOUCH F., JUTEAU T., TREUIL M., JORON J.L., PIQUE A. & HOEPFFNER C. (1985).- Le volcanisme dinantien de la Méséta marocaine Nord-occidentale et orientale. Caractères pétrographiques et géochimiques et implications géodynamiques. *Sci. Géol. Bull., 38, 2, p. 155-163. Strasbourg.*

LAVILLE A. & PIQUE A. (1991).- La distension crustale atlantique et atlasique au Maroc au début du Mésozoïque: le rejeu des structures hercyniennes. *Bull. Soc. Géol. France, t. 162. n°6, pp. 1161 - 1171.*

LECOINTRE G. (1952)*.- Recherches sur le Néogène et le Quaternaire marins de la côte atlantique du Maroc. *Notes et mémoires du service géologique n° 99. Editions du service géologique du Maroc. Rabat.*

LEMQADEM M. & KHATTAB A. (1983).- Etude des fracturations de la côte urbaine de Casablanca. *Mémoire de maîtrise., 48 p, Ecole Normale Supérieure de Casablanca. Maroc*

LUCAS J. (1962).- La transformation des minéraux argileux dans la sédimentation. Etude sur les argiles du Trias. *Mém. Serv. Carte géol. Alsace-Lorr. n° 23. Strasbourg.*

MANSPEIZER W.(1982).- Triassic-Liassic of Morocco and North America: similarities and differences between formerly contiguous basins of the pangea landmass. Résum. Comm. Colloque Trias marocain (Groupe français Trias) Marrakech, oct. 1982.

MANSPEIZER W.(1982).- Proto-Atlantic pull-apart basins along the souths Atlas -4°N fracture zone, Morocco and North America. *Bull. Fac. Sci. Marrakech, sér. sci. terre, n° 1.*

MARGAT J. (1961).- Les eaux salées au Maroc. Hydrogéologie et Hydrchimie. *Notes et mémoires du service géologique n° 151. Editions du service géologique du Maroc. Rabat.*

MATTAUER M., TAPPONNIER P. & PROUST F. (1977)*.- Sur les mécanismes de formation des chaînes intracontinentales. L'exemple des chaînes atlasiques du Maroc. *Bull. Soc. Géol. France (7), t , XIX, n° 3, pp 521-526.*

MICHARD A. (1976).- Eléments de géologie marocaine. *Notes et Mém. Serv. Géol. Maroc. n° 252, 408p.*

MICHARD A., YAZIDI A., BENZIANE F., HOLLARD H. & WILLEFERT S. (1982).- Foreland thrusts and olistromes on the pre-Sahara margin of the Variscan orogen, Morocco. *Geology, v. 10, pp 253-256.*

MONITON L. & NERAT DE LESGUISE. (1960).- Notice explicative de la carte hydrogéologique de la région de Casablanca. *Notes et mémoires du service géologique n° 131, Rabat, Maroc.*

MOUHDI A. (1988).- Ressources en eau de la plaine de Berrechid. *Rapport de DEA, Univ. Sc. Tech. Lille. 123 p.*

MOULLARD L. & HAZAN R. (1960).- Nappe phréatique de la plaine de Berrechid. *Assoc. Inter. Hydrol. Sc. Helsinki, Pub. n° 52, pp. 105-142.*

NERAT DE LESGUISE M. (1952).- Etude hydrogéologique de la région comprise entre Bouskoura et le Sud de Berrechid. Rapport C.E.H ., n° 137-2-2/ca du 29 Février 1952.

NERAT DE LESGUISE M. (1956). Problème des salures des débits dans les zones côtières comprises entre Casablanca et Rabat. *Notes Serv. géol. Maroc, t.12, n° 125, pp 109-118*

OWODENKO B. (1946).- Mémoire explicatif de la carte géologique du bassin houiller de Djerada et de la région au Sud d'Oujda. *Mém. Soc. géol. Belgique, Liège, t. 70, fasc. h. série.*

PIQUE A. (1979).- Evolution structurale d'un segment de la chaîne hercynienne: la Meseta marocaine nord-occidentale. *Thèse Sci., Strasbourg et Sci. Géol. Mém., 56, 243p.*

PIQUE A., JEANNETTE D. & MICHARD A. (1979).- The Western Meseta Shear Zone, a major and permanent feature of the Hercynian belt in Morocco. *Journal of Structural Geology, Vol. 2, N° 1/2, pp. 55-61.*

PIQUE A. (1981).- Développement de la schistosité dans les grauwackes cambriennes de la méséta côtière. *Sci. Géol., Bull., 34, 2, pp. 107 - 116, Strasbourg.*

Structure et modélisation quantitative de l'aquifère de Berrechid (Maroc). Validation par l'approche géostatistique.
- B. EL MANSOURI (1993)

PIQUE A. & MICHARD A. (1981).- Les zones structurales du Maroc hercynien. *Sci. Géol., Bull.*, 34, 2, pp. 135 - 146, *Strasbourg*.

PIQUE A. & KHARBOUCH F. (1983).- Distension intra-continentale et volcanisme associé. La Meseta marocaine Nord-Occidentale au Dévono-Dinantien. *Soc. Nat. Elf Aquitaine*. pp. 377 -387.

PIQUE A. & MICHARD A. (1989).- Moroccan Hercynides: A synopsis. The Paleozoic sedimentary and tectonic evolution at the northern margin of west africa. *American Journal of Science*, Vol. 289, pp. 286-230.

RICHTER-BERNBURG G. (1953). - Uber salinar sedimentation. *Z. disch. geol. Ges.*, 105, pp. 593-645.

RAYNAL J.P., TEXIER J.P., LEFEVRE D. (1986)*.- Essai de corrélation de l'océan au continent pour le Quaternaire du Maroc. *Rev. Géol. Dyn. Géog. Phys.* Vol. 27, Fasc. 2. pp. 141-147. *Paris*.

ROBAUX A. (1952).- Hydrogéologie du Maroc, introduction et notions générales - descriptions régionales. *Notes et mémoires*, n° 97. *Rabat*.

RUHARD J.P. (1975).- Chaouia et plaine de Berrechid. In "Ressources en eau du Maroc". T. II, n° 231, notes et mém. Serv. Géol. Rabat, Maroc.

RYAN W., WARME J.E., AGER D., & MANSPEIZER. W. (1973).- Cinematics of early opening of North Atlantic and Atlas seaways. *AAPG ann. meeting San Antonio*, fasc. 1.

SAIDI M. (1978).- Histoire géologique du Maroc. *Ed. Rabat-Maroc* .

SALVAN H.M. (1974). - Les séries salifères du Trias marocain; caractères généraux et possibilités d'interprétation. *Bull. Soc. géol. Fr.*,(7), vol. XVI, n° 6, p. 724-731.

SALVAN H.M. (1984).- Les formations évaporitiques du Trias marocain. Problèmes stratigraphiques, paléogéographiques et paléoclimatiques. Quelques réflexions. - *Rev. Géol. Dyn. Géog. Phys.*, 25, 3, pp. 187-203.

SCRUTON P. C. (1953)*.- Deposition of evaporite. *Bull. Amer. Ass. Petrol. Geol.*, Vol. 11, pp. 2498-2512.

ZIDANI A. & SIDQI M. (1983).- Les fracturations dans la vallée de l'Oued Nefifikh. *Mémoire de maîtrise, Ecole Normale Supérieure de Casablanca. Maroc*.

 *Chapitre II:*

Hydrologie et essai de bilan

I- CLIMATOLOGIE - BILAN DE LA NAPPE

I-1- Quelques réflexions sur les éléments climatiques au Maroc

La position géographique du Maroc fait que ce pays est à la fois méditerranéen et atlantique, tempéré et saharien, maritime et continental. Il présente la forme d'un trapèze qui a pour côtés la mer Méditerranée, l'océan Atlantique, le Sahara et la frontière algérienne. Les quatre régions bordant les côtés du trapèze ont des caractères propres qui les opposent violemment et qui constituent le trait dominant de son climat.

Le Maroc, pays de hautes montagnes, de grands plateaux et de vastes plaines, présente des caractères climatiques différents suivant chaque zone (altitude, latitude, influence maritime et relief ...). Un caractère reste cependant constant, c'est la remarquable période de sécheresse qui s'installe dans le pays en été et qui lui donne son caractère aride. La végétation doit s'adapter aux transitions du climat. Ces différentes zones climatiques font du pays un domaine riche et harmonieux où s'étagent des forêts variées; on passe brusquement, presque à la même latitude, de sommets glacés à de riches vallées où prospèrent amandiers et dattiers. Sur ses vastes plateaux circulent de longues rivières qui bénéficient des pluies venant essentiellement de la façade atlantique avec des crues très violentes en hiver et un maigre débit en été. Certaines d'entre elles cependant puisent ou déversent leurs eaux dans de vastes réservoirs souterrains.

I- 2- Climatologie de la région

Le climat de la région est de type atlantique méridional, la pluviométrie est de l'ordre de 400 mm /an et la température est modérée (20° C en moyenne). La région s'intègre dans la catégorie des régions arides à semi-arides du globe. Ce caractère est toutefois atténué par la proximité de l'océan, le total annuel des précipitations est peu élevé et le nombre de jours de pluie est faible. Si l'hiver est doux, l'été par contre est sec et chaud. Il est nécessaire de procéder à l'irrigation des cultures. Plusieurs auteurs ont en effet exprimé quantitativement l'aridité climatique de la région:

Les indices de De Mertonne et de Thornthwaite (Moullard & Hazan, 1960) ont été appliqués dans la région étudiée et les régions environnantes telle que Casablanca. La considération des indices xerothermiques (jours biologiquement secs dans l'année) de Gaussen permet une définition précise des saisons sèches et humides. L'indice de Gaussen et Bagnouls (1952) (in Robaux, 1952) met en relief l'importance de la saison sèche d'une région donnée. Cette méthode appliquée à la région de Casablanca (à quelques dizaines de kilomètres de la plaine Berrechid) a montré que la saison sèche s'étend du mois de mai à la fin du mois de septembre. D'autres méthodes d'étude des milieux arides ont été définies par

Joly (1957) (in Robaux, 1952) qui, d'ailleurs, a introduit au Maroc l'utilisation des indices de Thornthwaite.

II- Bilan de la nappe

L'établissement d'un bilan d'eau d'une nappe est une tâche très délicate. Il se base sur l'identification des entrées et des sorties sur le bassin versant et leurs effets sur la variation de la réserve du système aquifère. Selon Roche (1986), le bilan d'eau décompte les entrées et les sorties de tout système aquifère. Leur différence dans un intervalle de temps donné, doit être égale au volume stocké dans le système.

a- Analyse et traitement des données climatologiques et hydrologiques.

L'évolution des débits d'écoulement souterrain dépend de celle de l'alimentation verticale dont les données relèvent des données climatologiques, de l'infiltration et de l'hydrométrie. L'évapotranspiration qui allie la transpiration des plantes et l'évaporation physique constitue un facteur perturbateur minorant la quantité d'eau efficace issue des précipitations.

a-1- Lacunes et estimation des données.

La plaine de Berrechid ne dispose que de peu de stations d'observation et d'analyse des éléments climatologiques et hydrologiques. Ces stations ne mesurent pas tous les paramètres climatologiques (vitesse et direction du vent, durée d'insolation, précipitation, températures,...), notre étude hydrologique va se baser sur les données climatologiques des stations Casablanca, Nouacer, Berrechid, Settat, Elgara et Khouribga (fig.II-10). Ces stations présentent seulement des séries de précipitations et des températures, seule la station de Casablanca présente une série complète de ces paramètres, résultat de l'histoire de la ville et de sa situation géographique dans le pays.

Les données dont nous disposons ont été obtenues auprès du service météorologique national de Casablanca. Les petites stations (Elgara, Nouacer, ...) privées d'activités particulières et loin des grandes villes présentent des lacunes de mesures des précipitations, ces dernières peuvent avoir plusieurs origines, entre autres:

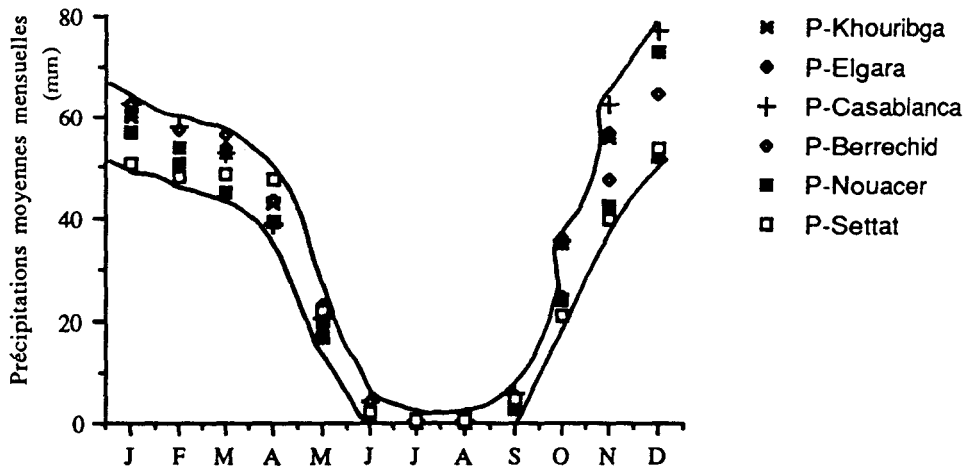
- l'installation ou la réparation d'un appareil de mesure demande du temps surtout si la station de mesure est loin des grandes villes.
- le manque de moyens et des outils de mesures
- les circonstances politiques du Maroc: pendant la colonisation et après l'indépendance.
- le jour de vacances du seul agent responsable du poste météorologique.

Afin de mener une étude hydrologique pour déterminer la bilan hydrique de la nappe, nous devons combler ces lacunes, pour cela, plusieurs méthodes sont utilisées. Cependant il existe des méthodes plus adéquates que d'autres. Dans le cas du présent travail, après avoir distingué deux bassins versants, celui de la plaine et celui du Plateau (fig. II-10), nous avons adopté la méthode de la régression linéaire pour les raisons suivantes:

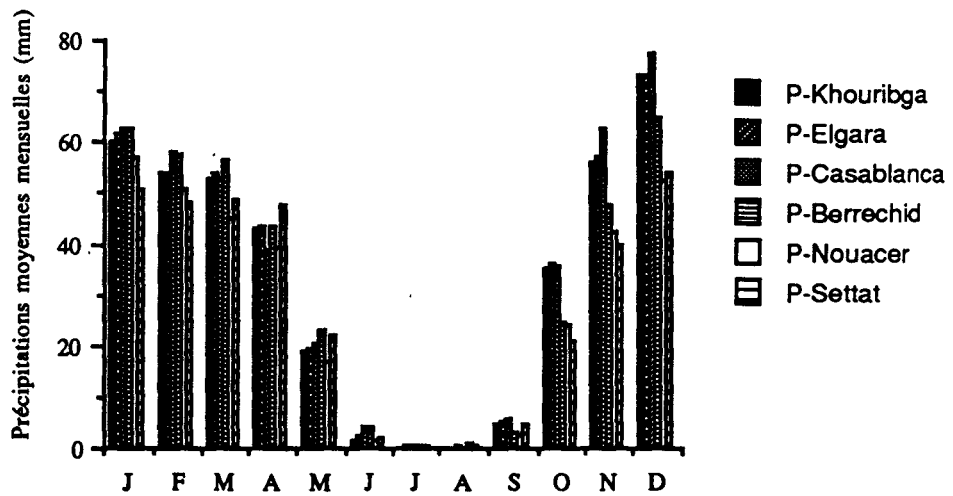
- l'étude est régionale.
- la topographie du terrain n'est pas trop contrastée entre les stations.
- la distance entre deux stations voisines est de l'ordre de 40 km, puisque nous allons travailler sur deux bassins versants ayant chacun ses propres stations (Pour le bassin versant de la plaine de Berrechid, les stations de Casablanca, de Nouacer et celle de Berrechid, pour le bassin versant du Plateau de Settât, les stations de Settât, de Khouribga, et celle d'Elgara).

Pour ces mêmes raisons, toute notre région devait recevoir des influences climatiques communes, autrement dit, si un jour est pluvieux sur une station d'un bassin versant il y a de forte chance pour qu'il pleuve aussi sur les stations voisines du même bassin. De ce fait, une bonne corrélation linéaire était attendue entre les stations de la région pour les éléments climatiques. Tel est le raisonnement qui nous a incité à adopter la méthode de la régression linéaire simple pour estimer les données des précipitations manquantes dans quelques stations. Les résultats ont été visualisés graphiquement pour faciliter la critique des résultats.

Pour l'ensemble des résultats, le coefficient de corrélation est de l'ordre de 0,8 à N-2 degrés de liberté. L'équation de la droite de régression nous a permis d'estimer les valeurs manquantes, ces coefficients de corrélations sont significatifs au seuil de 2%.

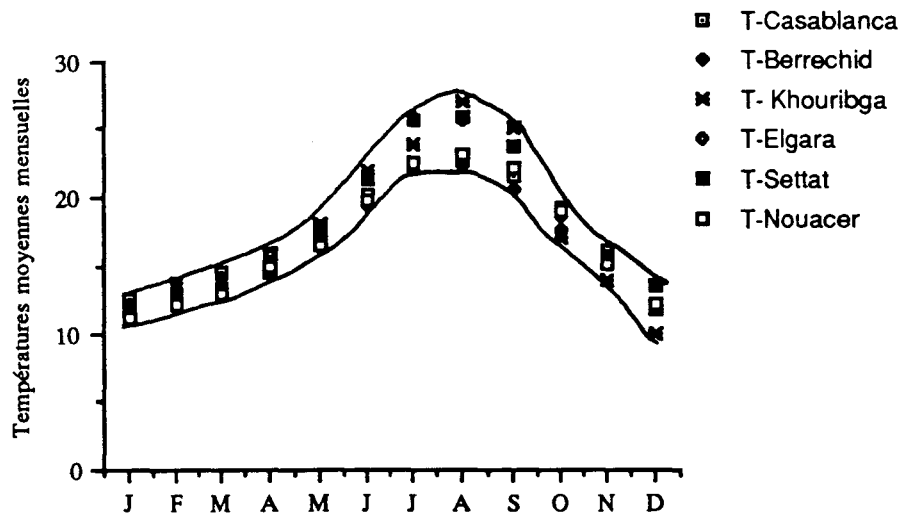


(a)

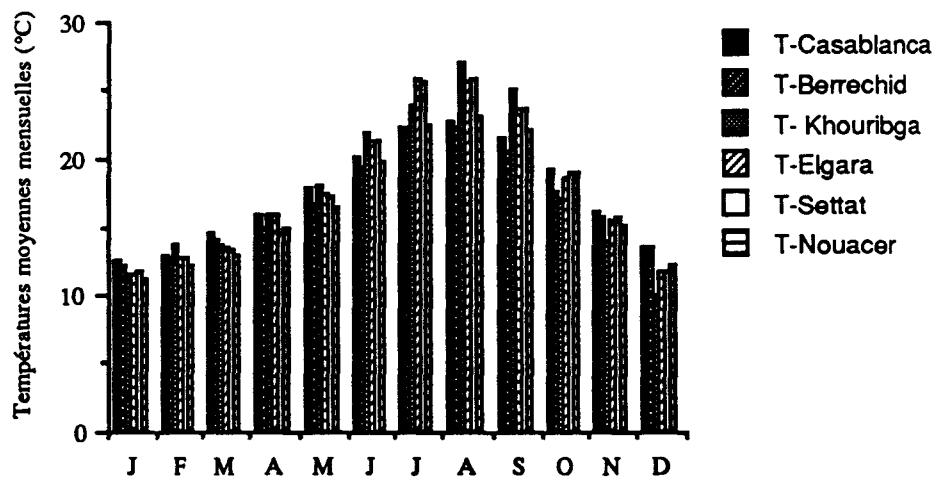


(b)

Fig.II-1(a,b). Variation des précipitations moyennes mensuelles sur les stations d'études (Période 1956-1985).



(a)



(b)

Fig.II-2(a,b). Variation des températures moyennes mensuelles sur les stations d'études (Période 1956-1985).

a-2- Test du coefficient de Corrélation

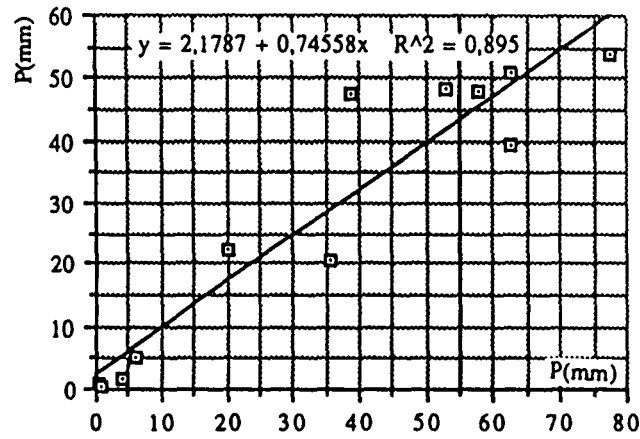
Afin de vérifier le degré d'association des valeurs de la pluviométrie entre la station prise comme référence et les autres stations à critiquer, nous avons procédé au test du coefficient de corrélation. Deux types de tests ont été réalisés: test du coefficient à l'échelle annuelle et à l'échelle mensuelle. Certains coefficients de corrélation sont inférieurs à 0,8, ceci pourrait être causé par l'éloignement de la station concernée par rapport à la station de référence. En appliquant le test de Student au seuil de 1%, pour la corrélation annuelle et à 28 degrés de liberté, nous avons un r (r : coefficient de corrélation) significatif s'il dépasse 0,38. Alors qu'à l'échelle mensuelle r est significatif s'il dépasse 0,6 (annexe II; tab.II.1).

a- 3- Vérification de l'homogénéité des données.

Certaines de nos données contiennent des séries de valeurs estimées par la droite de régression simple, donc on peut se demander si l'introduction de ces dernières ne peut pas entraîner une hétérogénéité dans nos séries. Pour répondre à cette question, il nous faut trouver une méthode pour déterminer si nos séries sont homogènes ou non.

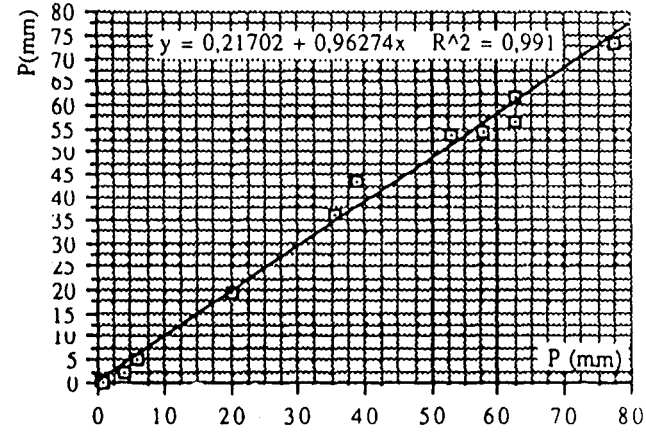
Les méthodes répondant à ces questions sont nombreuses et peuvent être classées en deux groupes: le groupe des méthodes comparatives (graphiques et statistiques) et celui des méthodes mathématiques. Dans le cas où l'application d'un test met en doute l'homogénéité d'une série, il faut chercher la cause de cette hétérogénéité, chercher si l'erreur est humaine ou due simplement à une évolution normale du climat. Dans le second cas on ne cherche pas à homogénéiser la série. Selon la nature de l'élément climatique il existe des tests plus adéquats que d'autres. Pour tester la fiabilité de nos séries, nous avons appliqué la méthode des doubles cumuls (Groupe chadule, 1974; Devred, 1989). En général, l'application de cette méthode aux totaux cumulés des éléments climatiques annuels entre la station de référence et les stations à critiquer du bassin, donne une droite linéaire, alors que dans le cas d'une hétérogénéité cette droite présenterait une rupture de pente à partir de l'année où les relevés perdent leur homogénéité.

En ce qui concerne notre étude, cette méthode a mis en évidence une anomalie dans les séries de Nouacer, d'Elgara et de Settat à partir de l'année 1980. Ceci peut être dû au changement climatique qu'a connu le Maroc et qui s'était fortement accentué à partir de l'année 1981. L'introduction des valeurs estimées n'a vraisemblablement pas entraîné d'hétérogénéité de ces dernières. L'homogénéité de nos séries étant prouvée, elles nous serviront pour étudier le bilan hydrique.



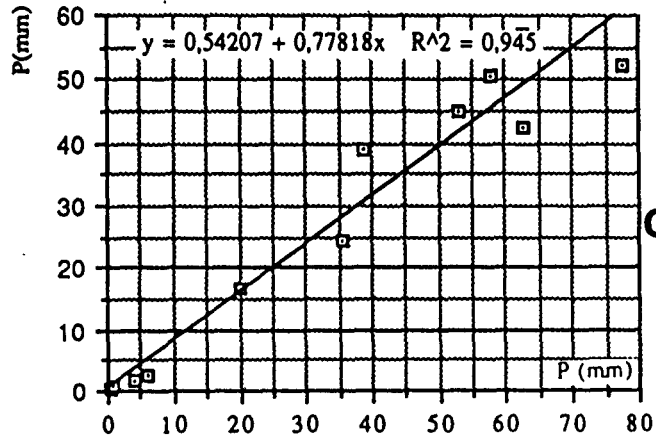
-Corrélation des Précipitations:Casablanca-Settat

a



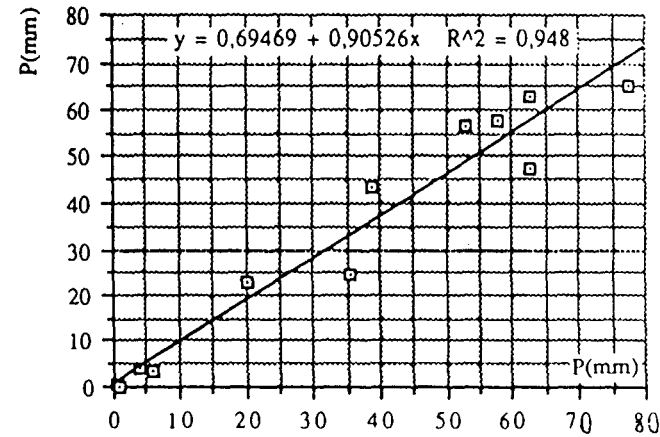
-Corrélation des précipitations: Casablanca Elgara

b



-Corrélation des précipitations Casablanca-Nouacer

c



-Corrélation des précipitations:Casablanca-Berrechid

d

Fig.II-3.(a,b,c,d). Corrélation des précipitations mensuelles moyennes entre la station de référence (station de Casablanca)et les autres stations

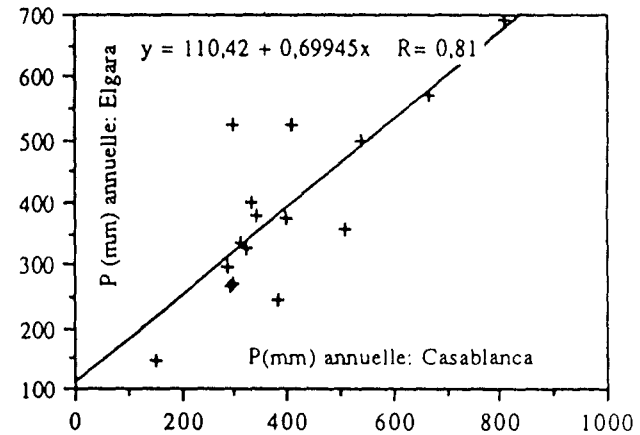
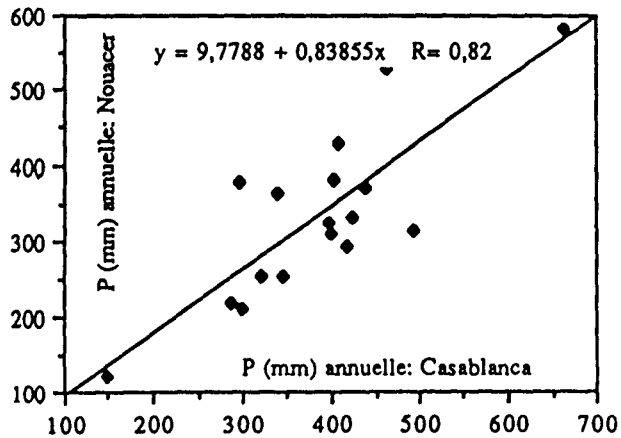
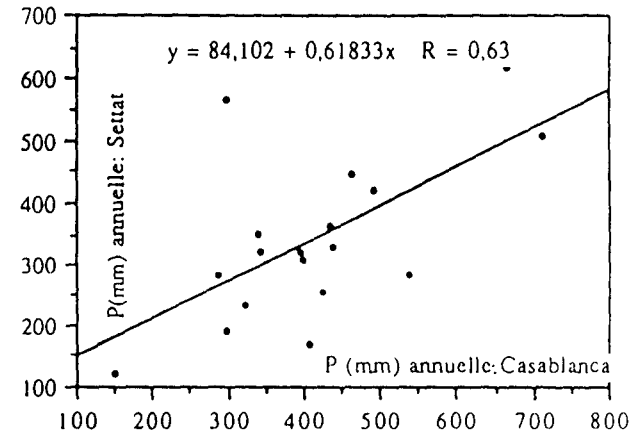
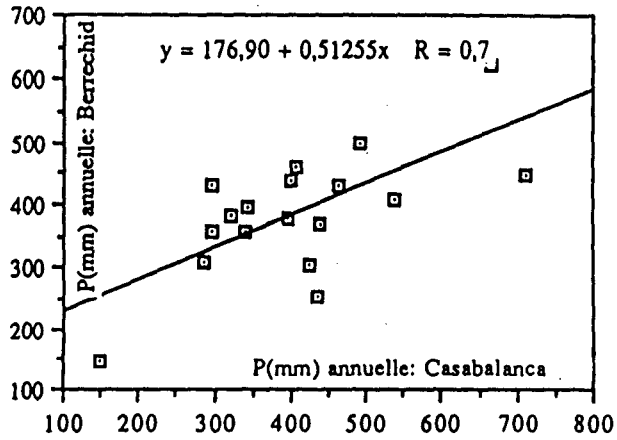


Fig.II-4.(a,b,c,d). Corrélation des précipitations annuelles moyennes entre la station de référence (Casablanca) et les autres stations.

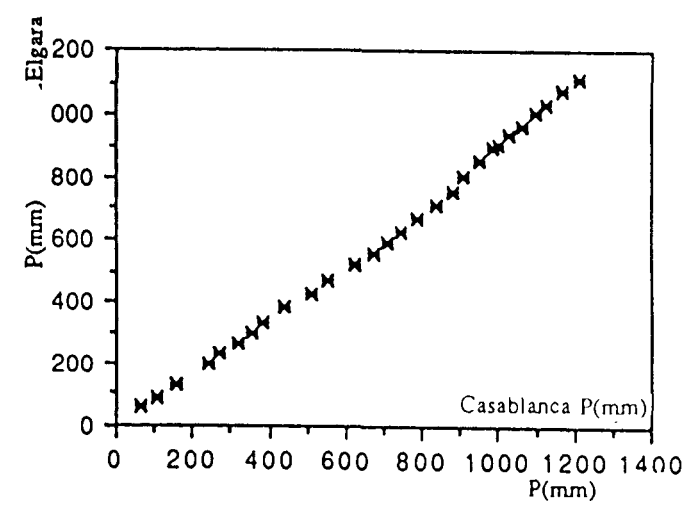
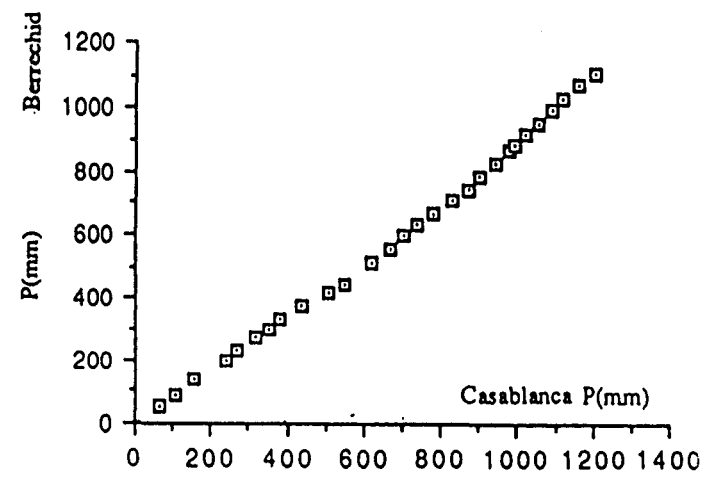
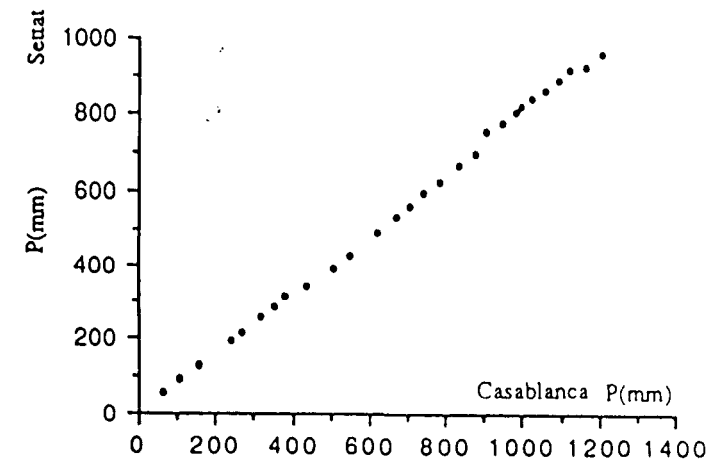
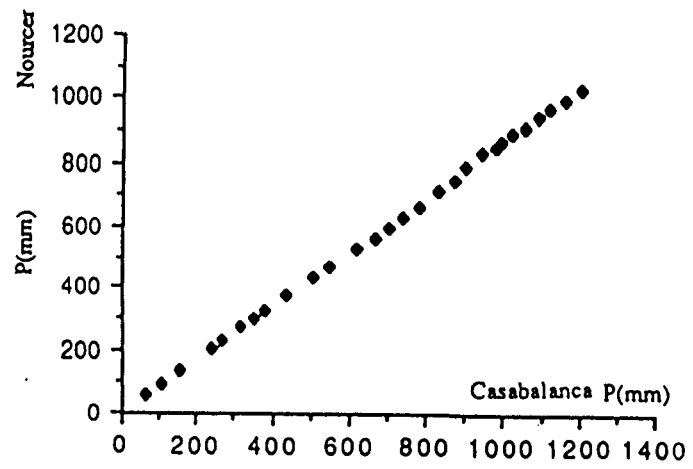


Fig.II-5.(a,b,c,d). Corrélation du module pluviométrique cumulé entre la station de référence (station de Casablanca) et les autres stations.

b- Les apports à la nappe

Le contexte géologique et structural du bassin de Berrechid montre en fait qu'il bénéficie de plusieurs types d'apports:

b- 1 - Apports par infiltration du surplus hydrologique sur la plaine.

En d'autres termes, ce sont les pluies efficaces alimentant la nappe à partir de la surface de la plaine. Pour déterminer ces dernières, on utilise comme outil la méthode classique de la détermination du bilan hydrique d'un bassin versant. Ce bilan se définit comme étant la balance des apports et des sorties pour une période de temps déterminée: journalière, mensuelle ou annuelle. Le bilan sert à calculer la pluie efficace, l'évapotranspiration qui est un élément important caractérisé comme étant le moteur du cycle de l'eau et sert également à déterminer l'écoulement moyen.

Le bilan hydrologique se traduit par l'équation suivante:

$$P = ETR + I + R + \Delta V$$

Où:

P: Lame d'eau moyenne précipitée sur le bassin versant en mm.

ETR: Evapotranspiration réelle en mm..

R: Ruissellement.

I: Infiltrations en mm.

ΔV : Variation de la réserve de la nappe en mm.

L'excédent hydrologique sur un bassin se définit par:

$$EXC = I + R$$

L'ETR est déduite à partir de l'ETP (l'évapotranspiration potentielle), elle même calculée par la formule de Thornthwaite (Brochet & Gerbier, 1974; de Marsily, 1981):

$$ETP = 16 \left(\frac{10T}{I} \right)^a L$$

Où:

T: Température moyenne du mois considéré.

$$a = 6,75 \cdot 10^{-7} I^3 + 7,71 \cdot 10^{-5} I^2 + 1,79 \cdot 10^{-2} I + 0,49239$$

I: Indice thermique annuel, somme des douze indices thermiques mensuels avec

$$i = (T/5)^{1,514}$$

L: Coefficient de correction, fonction de la latitude et du mois. Ce coefficient est lu sur la table de Thornthwaite. La région étudiée est située entre les latitudes 33 et 34 N, nous avons donc attribué à L les valeurs moyennes suivantes qui s'étalent respectivement du mois de janvier au mois de décembre:

0,88 - 0,86 - 1,03 - 0,09 - 1,19 - 1,2 - 1,22 - 1,16 - 1,03 - 0,97 - 0,88 - 0,86

Pour critiquer les résultats obtenus par la formule de Thornthwaite, nous allons la comparer avec la formule annuelle de Turc.

$$ETR = \frac{P}{0,9} + \left(\frac{P}{L}\right)^2 \quad \text{où} \quad L = 300 + 25 T + 0,5 T^3$$

Nous avons réalisé le programme EBIL (fig.II.6(planches 1-4)) qui nous a permis de calculer les pluies efficaces par la méthode de Thornthwaite à l'échelle mensuelle et par la méthode annuelle de Turc. Il procède à une pondération des valeurs des précipitations et des températures par la méthode de Theissen avant de procéder au calcul de L'ETP. Les pluies efficaces ont été déterminées au niveau de la plaine et aussi sur le Plateau des Phosphates .

Région	Sol	Texture	Profondeur (cm)	Eau cessible en mm/ cm	Quantité nécessaire pour remplir la réserve du sol à partir de la fin de l'été (mm)	Eau utile en mm/cm de profondeur	Réserve en mm
Basse Chaouia	* Tirs: Région de Berrechid	Argilo à argilo-limoneux	80	1,9	150	1,4	110
	Région d'Elgara	Argileux	100	1,9	190	1,4	140
Haute Chaouia	Rendzine	Argilo-sableux	20-40	1,8	145	1,3	80
	Brun calcaire	Argilo-limoneux	60-80	1,5	45	1,3	105
	Brun steppeique		30	1,9	40	1,1	35
Rehamna / Benguerir	Brun Méditerranée	Limoneux	20	1,9	40	1,4	30
	Brun isohumique	Argilo-sableux	20	1,7	35	1,2	25

Tab.II-1. Estimation des paramètres hydriques des principaux sols de la région d'après Papy & al(1981) (in Mouhdi, 1988)

(* = nom pédologique local désignant les sols très fertiles)

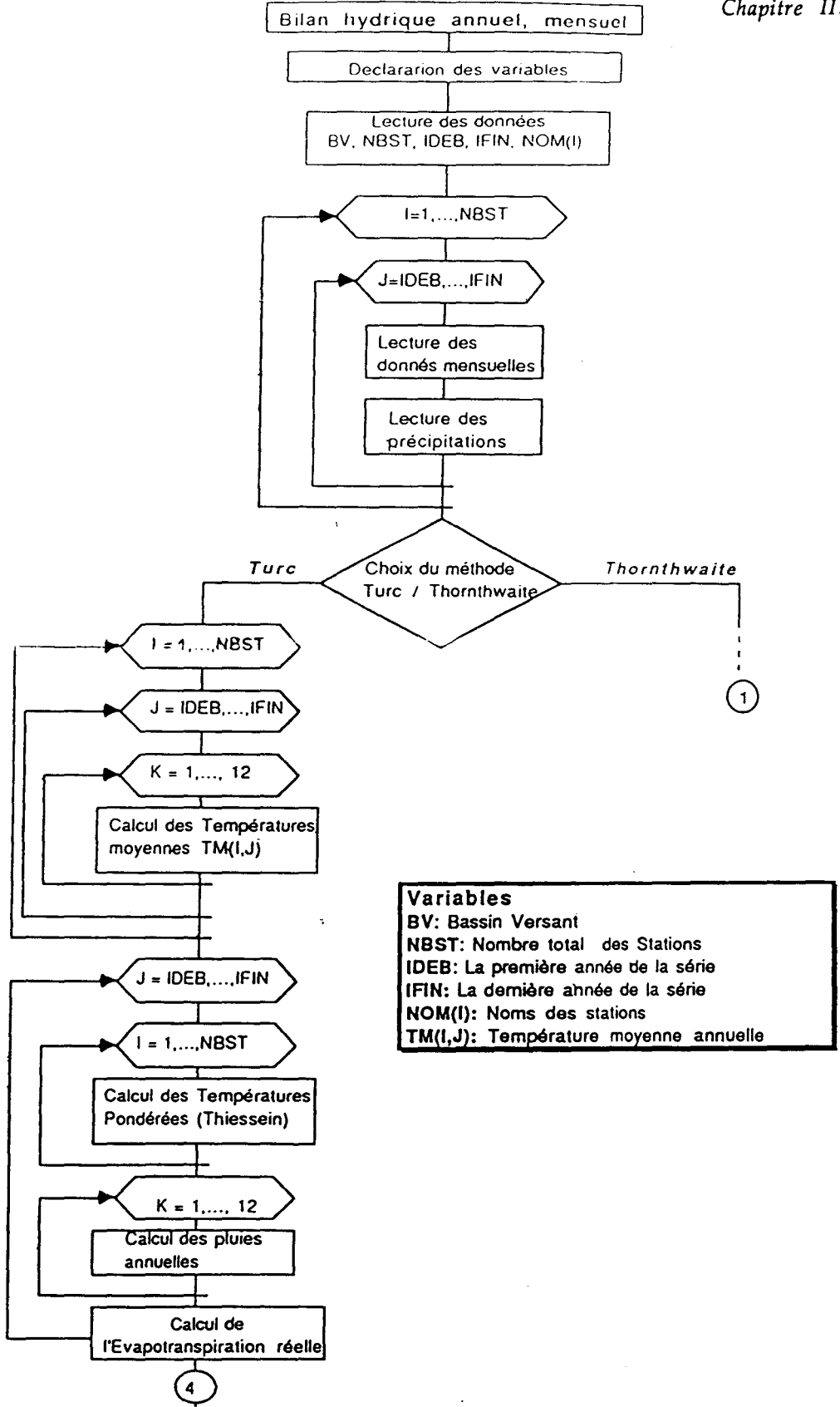


Fig.II.6(planches 1-4)-Organigramme duprogramme EBIL

Planche (1)

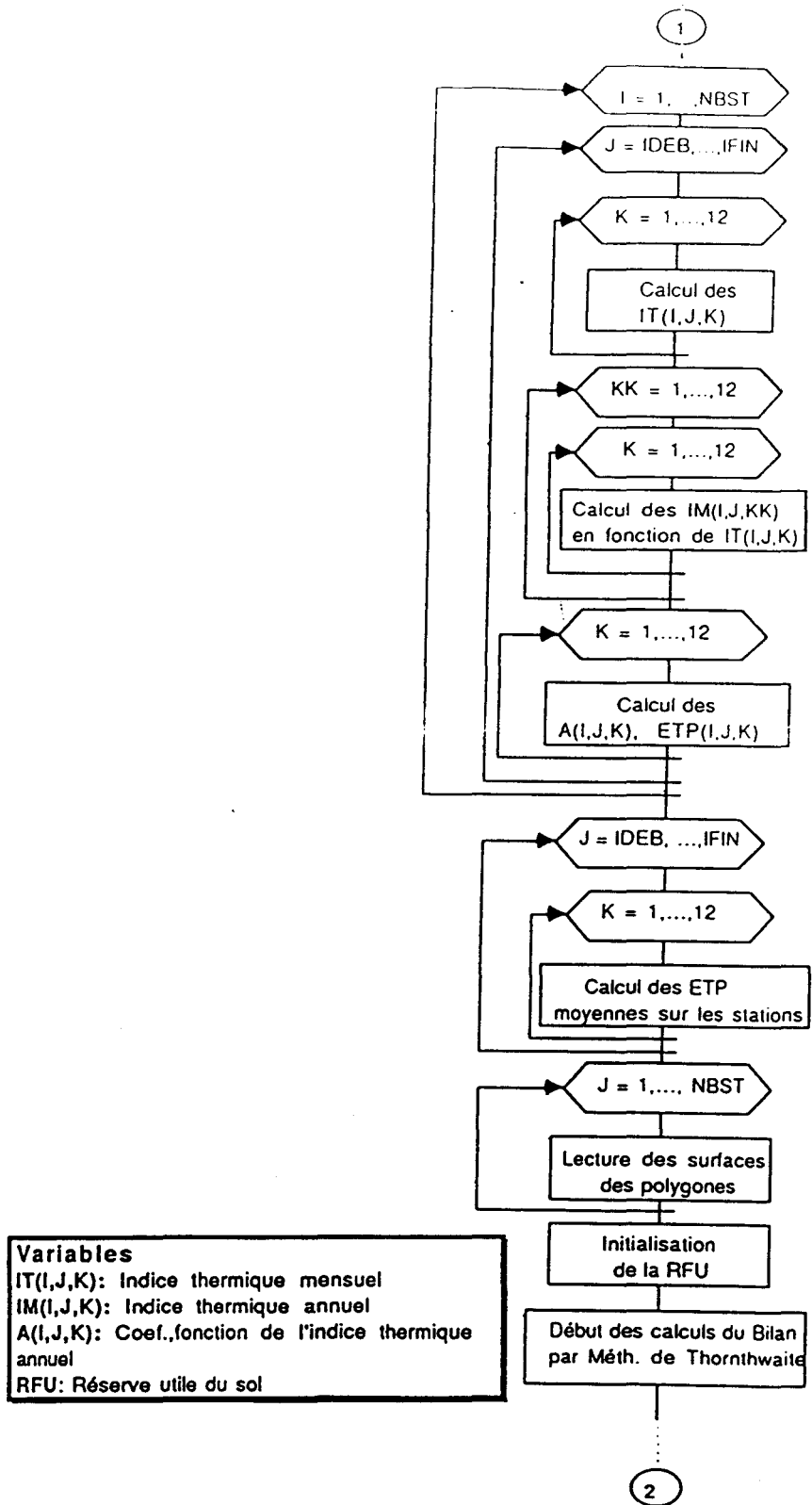


Planche (2)

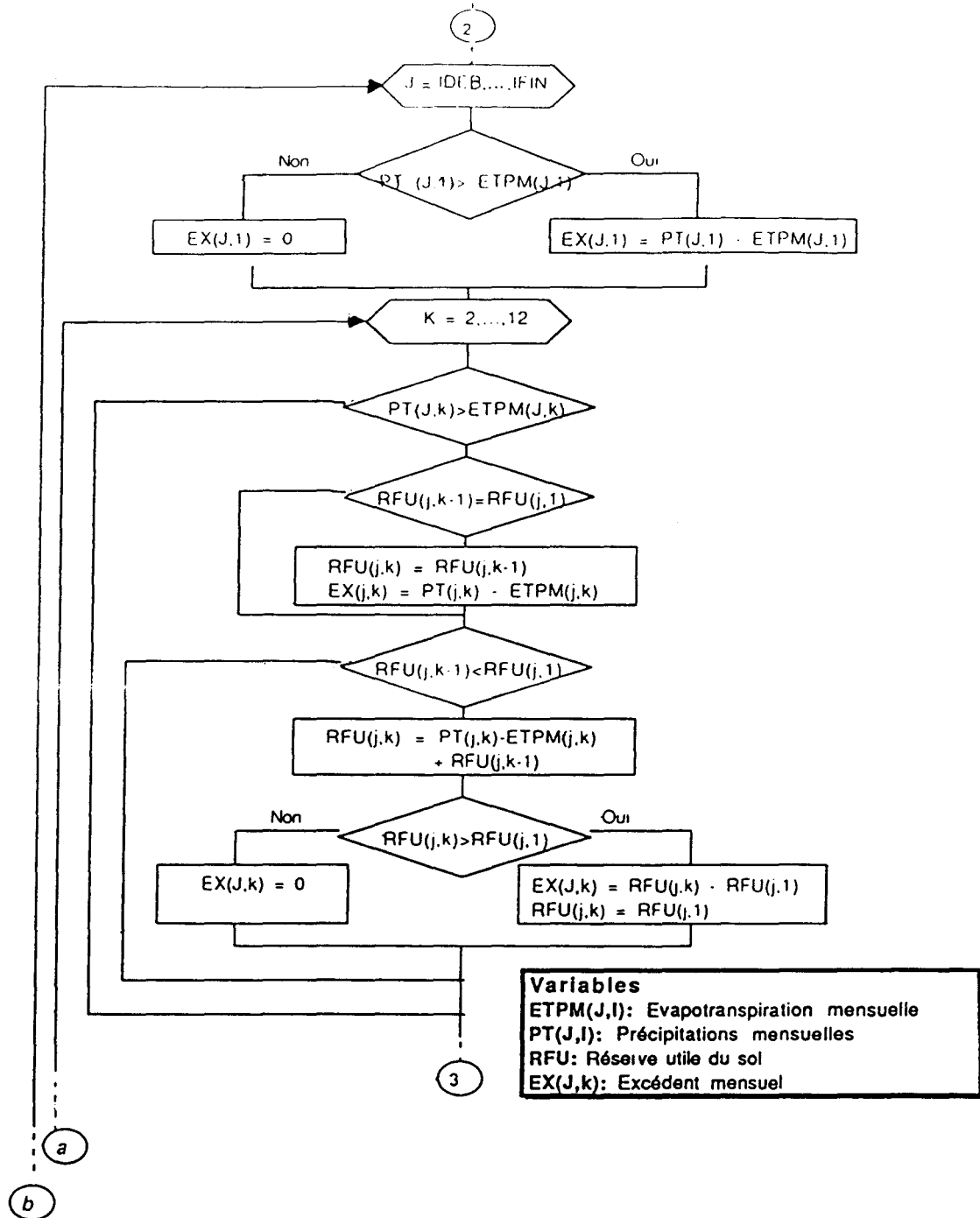


Planche (3)

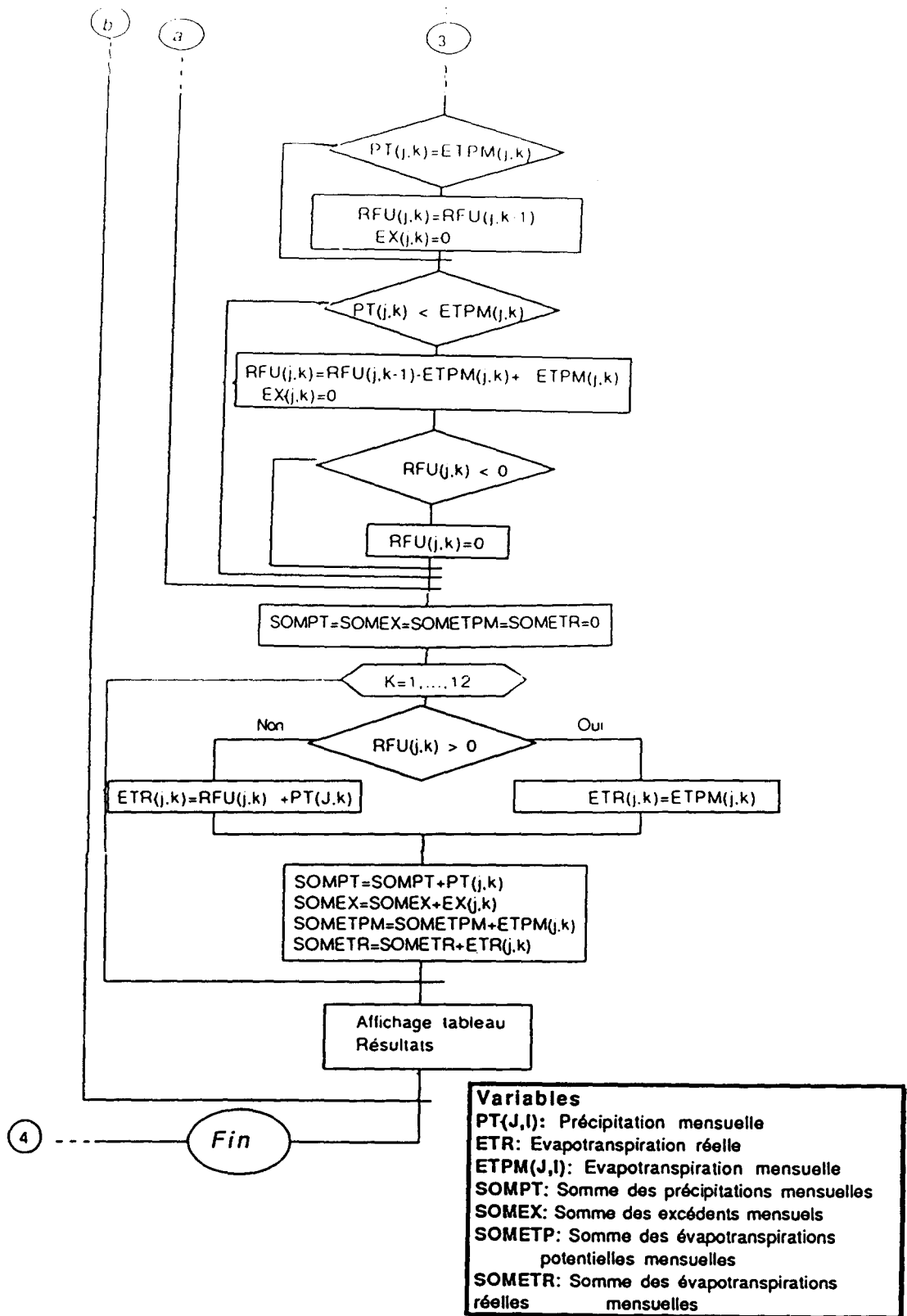


Planche (4)

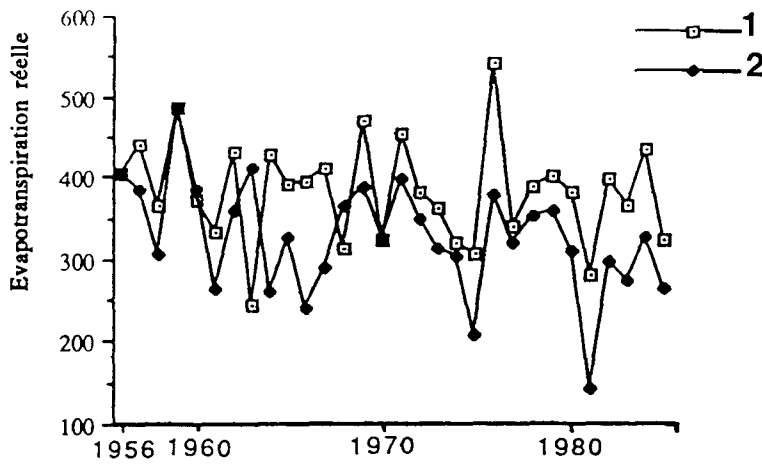


Fig.II-7. Variation annuelle de l'évapotranspiration (en mm) de Thornthwaite (1) et de Turc (2) au niveau de la plaine

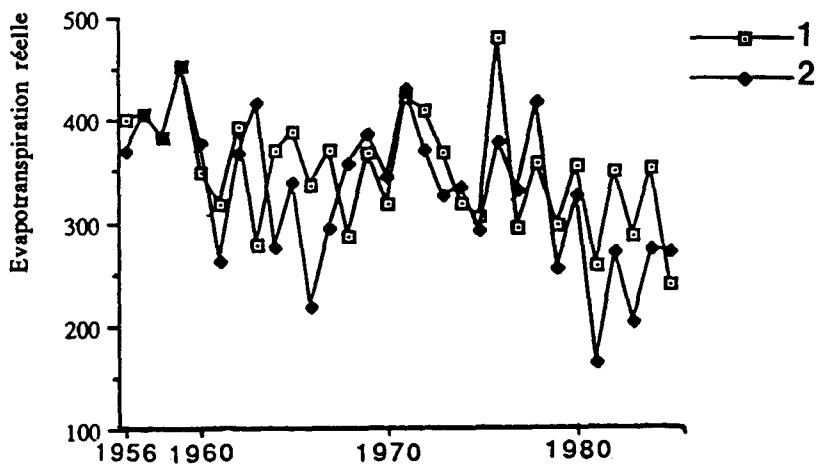


Fig.II-8. Variation annuelle de l'évapotranspiration (en mm) de Thornthwaite (1) et de Turc (2) au niveau du Plateau de Settat.

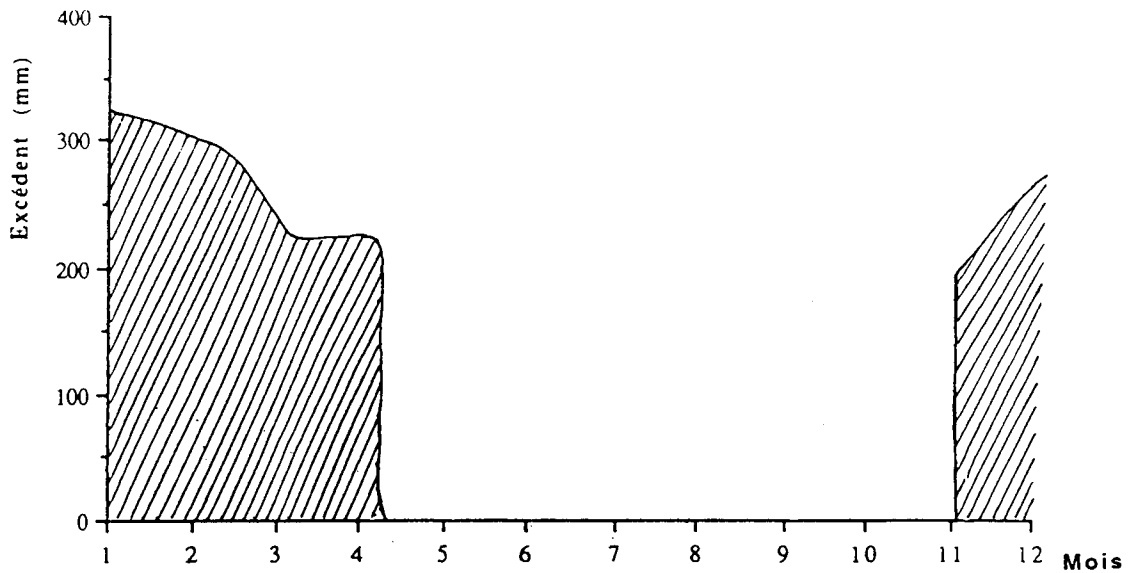


Fig.II-9: Distribution mensuelle de l'excédent au niveau de la plaine et du Plateau

Les apports à la nappe par pluviométrie directe se heurte à l'existence d'une formation de couverture imperméable qui peut avoir des épaisseurs significatives tout en renfermant des horizons aquifères de nature conglomératique et donc une large zone de la nappe se trouve en charge. D'après les études de l'ADH (1985), la surface de la zone libre de la nappe est de 1200 Km² (fig.II-10).

Nom de la station	Superficie du polygone de la station Km ²	Superficie de la zone perméable du polygone (%)
Berrechid	784	6,3
Elgara	448	100
Nouacer	368	68,5
Total	1600	

Tab.II-2. Bassins versants de la plaine de Berrechid, surfaces des polygones.

Bassin versant	Surface	Superficie du bassin couverte par le polygone de chaque station en km ²		
		Elgara	Settat	Khouribga
Tamdrost	563		413,8	149,2
Ahmeur	192	66,24	23,62	102,14
Mazer	187		156,2	30,8
Aïda	118	118		
Total (Km ²)		184,24	593,62	282,14

Tab.II-3. Bassins versants des Oueds du Plateau de Settat, surfaces des polygones.

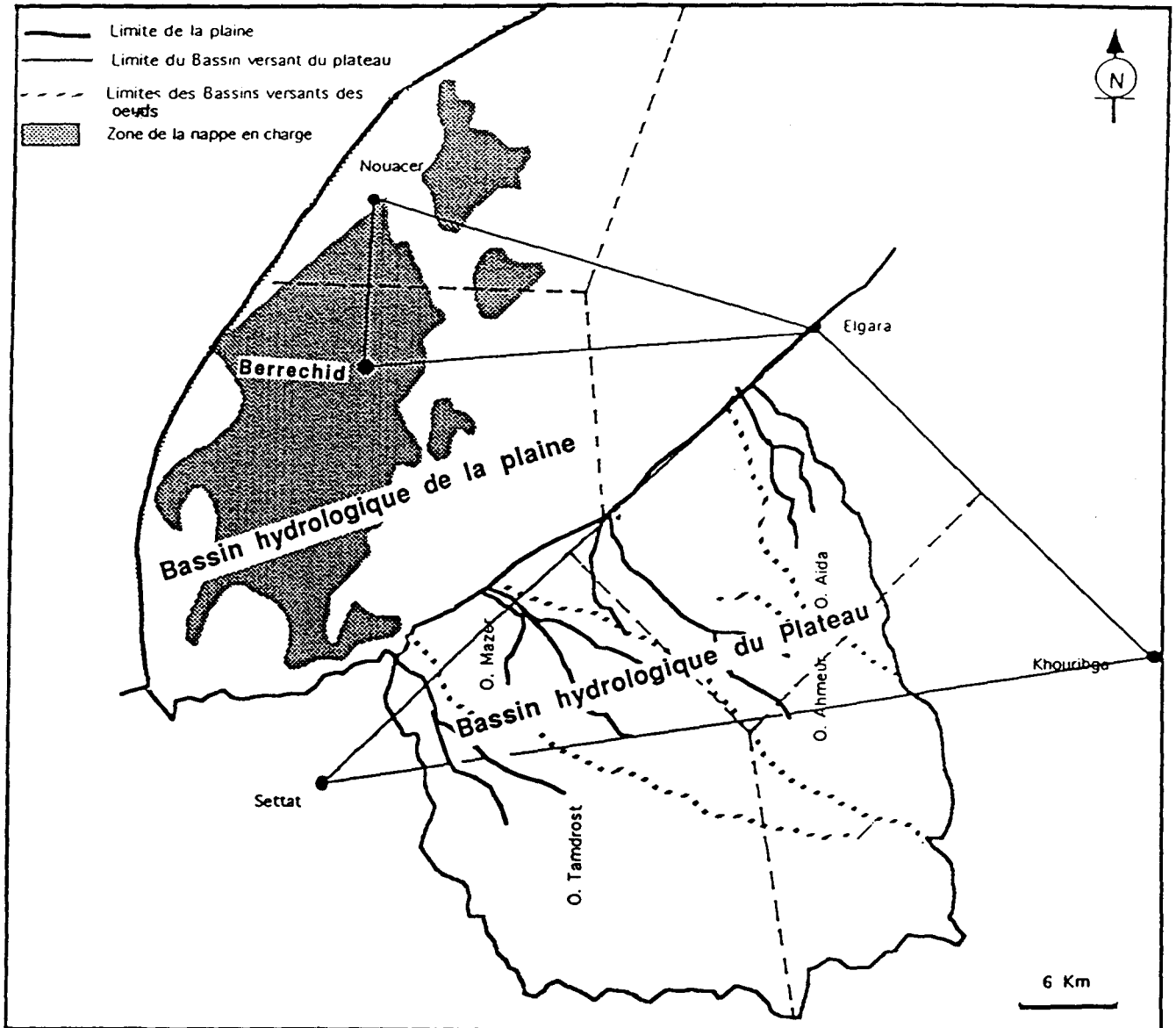


Fig.II-10. Application des polygones de Thiessen aux stations de la plaine et du Plateau

La Plaine de Berrechid présente le caractère d'être endoréique et ne présente pas de zone marécageuse ou de "dayas". Le coefficient d'infiltration moyen estimé varie de 80 à 100 % de la lame d'eau efficace (Moullard & Hazan, 1960; ADH, 1985). Pour notre étude nous adopterons la valeur de 80 % comme coefficient d'infiltration.

Conclusion: la nappe de Berrechid bénéficie des apports qui présentent des variations annuelles et inter-annuelles importantes, ces apports rejoignent la nappe à travers les zones libres de la plaine, les résultats de ce calcul sont représenté dans l'annexe II.

b- 2- Apports par infiltration de l'excédent pluviométrique sur les bassins versants du Plateau de Settat.

L'eau descendant du Plateau des Phosphates par les différents Oueds (Tamdrost, Ahmeur, Mazer et Aïda (fig.II-10), s'infiltré à travers les terrains de surface. Ceci est favorisé par la nature des terrains gréseux qui affleurent largement dans les zones d'épandage des eaux ruisselantes. Les caractéristiques de ces quatre principaux Oueds peuvent se résumer dans le tableau suivant :

	Tamdrost	Ahmeur	Mazer	Aïda
Superficie (A) en Km ²	563	192	187	118
Périmètre (P) du bassin (Km)	134	70	77	47
Longueur (Km) du talweg principal	38	35	39	17,5
Altitude maximale (m)	750	760	740	710
Altitude de l'exutoire (m)	290	320	300	350
Pente moyenne(en %)	1,2	1,25	1,1	2
Coeff. de compacité $0,28 * \frac{P}{A}$	1,6	1,4	1,6	1,2

Tabl.II-4. Caractéristiques physiques des différents Oueds alimentant la nappe de Berrechid (Ruhard, 1975)

Ces Oueds jouent un rôle important dans l'alimentation de la nappe de Berrechid, ils présentent les caractéristiques communes suivantes:

- les superficies sont de tailles moyennes à petites.
- les pentes transversales moyennes sont modérées et variables le long du talweg, faibles en amont elles deviennent fortes en bordure du Plateau.
- La forme générale de ces bassins est plus ou moins étroite et allongée, leur coefficient de compacité varient autour de 1,4.

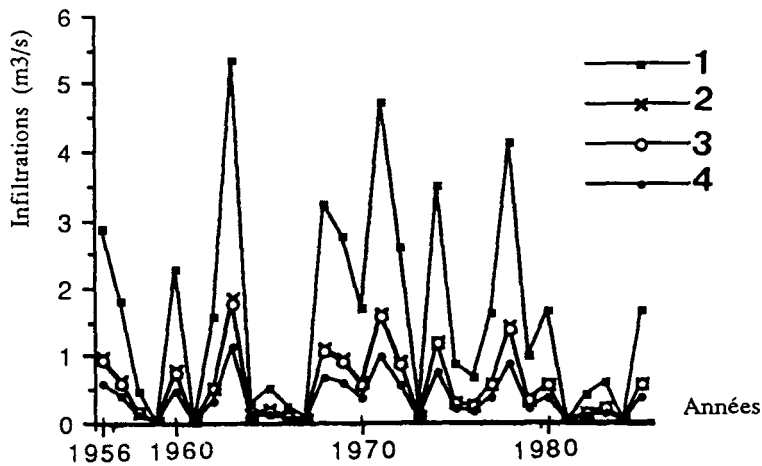


Fig.II-11. Variation annuelle des apports des Oueds du Plateau

[(1): O. Tamdrost, (2): O. Ahmeur, (3): O. Mazer, & (4): O. Aïda]

Par manque de données spécifiques liées à l'absence de suivi régulier (conjugué à l'absence de suivi limnimétrique continu), il nous était impossible de mener une étude de crues. La réaction des bassins versants (temps de concentration, temps de ruissellement) est très faible. Pour avoir une idée sur les grandeurs et les paramètres des crues de ces Oueds nous exposons l'exemple étudié par Ferre (in Ruhard, 1975).

Oueds	Temps de concentration (en h)	Durée de ruissellement en (h)	Crue normale (annuelle)		Crue importante (décennale)	
			Débit (m ³ /s)	Volume (10 ³ m ³)	Débit (m ³ /s)	Volume (10 ³ m ³)
Tamdrost	24	28	3	590	43	6000
Ahmeur	8-9	12	5	350	49	2400
Mazer	8 -9	12	19	310	53	2150
Afada	5-6	10	2	240	19	1650

Tabl.II-5. Caractéristiques hydrologiques des Oueds indigènes du Plateau (d'après Ferre, 1966) (in Ruhard, 1975)

Toutefois, les mesures effectuées ont permis d'avoir des valeurs indicatives et une certaine appréciation qualitative du régime hydrologique de ces Oueds particuliers:

- ils sont secs en été

- Les caractéristiques physiques des bassins devraient enregistrer des débits maximums très supérieurs à ceux enregistrés.

Nous avons procédé à l'évaluation des apports à la nappe par le calcul de bilan par la même méthode que celle utilisée pour le bassin versant de la plaine de Berrechid, cependant nous avons considéré une RFU initiale de 90 mm en nous basant sur la nature du sol dans le Plateau (tabl.II-1) et en utilisant les stations pluviométriques d'Elgara, de Settat et de Khouribga.

Ferre (1966) (in Ruhard, 1975), a estimé que le coefficient de ruissellement des Oueds est en moyenne de 20 à 30 % de la lame d'eau efficace.

b- 2- 1- Evaluation de la quantité infiltrée

La nature des terrains dans les zones d'épandage des eaux ruisselées, la présence du réseau souterrain anté-pliocène, le fait que la plaine soit endoréique, la diminution des débits jaugés dans la section de la plaine par rapport à l'amont nous ont permis d'adopter le coefficient d'infiltration proposé par Hazan & Ferre (1964) en faveur de la nappe qui de l'ordre de 70 à 80 %, de la quantité arrivée à la plaine. La quantité de pluies efficaces apportées par les deux bassins à la nappe est visualisée dans le tableau suivant:

(Bassin Versant) Année	B.V du Plateau en m3/s	Plaine de Berrechid en m3/s
1956	1,11	3,91
1957	0,75	2,25
1958	0,21	0,00
1959	0,00	0,00
1960	0,96	5,97
1961	0,00	0,00
1962	0,65	3,11
1963	2,24	13,6
1964	0,12	0,33
1965	0,22	0,61
1966	0,10	0,92
1967	0,03	0,00
1968	1,35	7,37
1969	1,15	4,95
1970	0,71	2,57
1971	1,97	5,99
1972	1,08	5,00
1973	0,11	0,30
1974	1,46	5,83
1975	0,35	3,26
1976	0,28	0,00
1977	0,68	3,27
1978	1,72	3,38
1979	0,40	5,53
1980	0,68	3,2
1981	0,00	0,00
1982	0,61	1,62
1983	0,25	2,17
1984	0,00	0,00
1985	0,69	2,38

Tab.II-6. Apports à la nappe par la plaine et les bassins versants du Plateau de Settat.

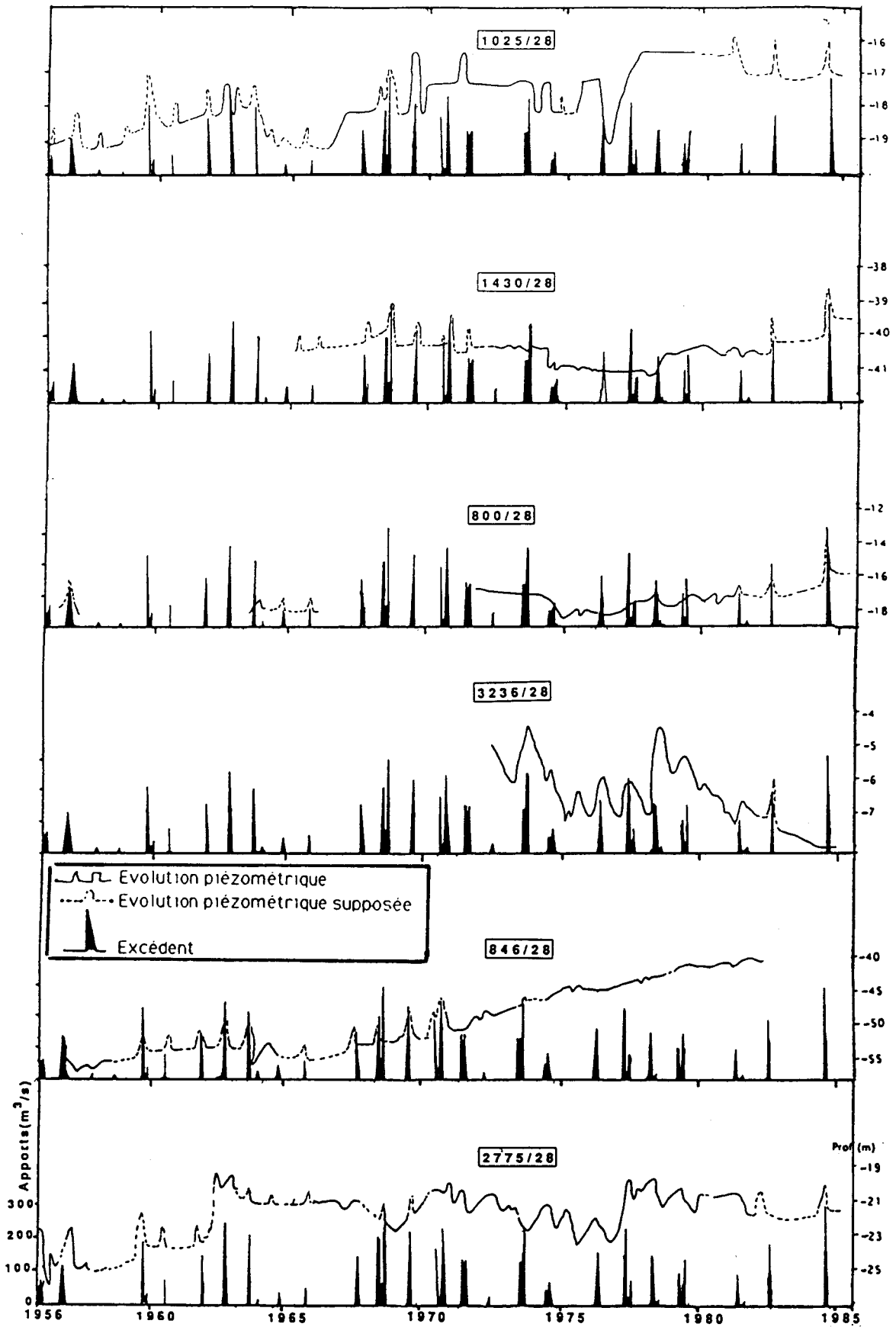


Fig. II-12. Corrélation du niveau de la piézométrie et les excédents calculés par le programme EBIL

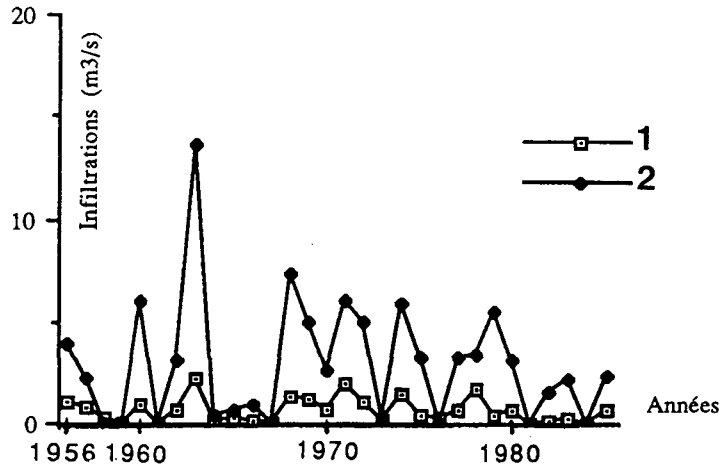


Fig.II-13. Variation des apports annuels des Oueds (1)
et du surplus hydrologique sur la plaine (2)

b-3 - Alimentation par abouchement souterrain du Plateau des Phosphates

Le Cénomaniens affleure largement dans le sud de la plaine, il s'agit de formations marno-calcaires diaclasées et aquifères, elles plongent sous la plaine de Berrechid avec leur assises infra-cénomaniennes et primaires. Vu les conditions géologiques des limites entre la plaine de Berrechid et le Plateau des Phosphates, la nappe bénéficie d'une alimentation souterraine par ce Plateau grâce à l'état physique des terrains: diaclases, fissures, failles et également par le phénomène de karstification (forage: 1428/28) (ADH, 1985). En effet, des tentatives timides ont permis d'avoir une idée sur le débit qui transite, pour cela, l'établissement de trois cartes piézométriques a permis d'évaluer ces apports en appliquant la loi de Darcy : $Q = i K.e.L$.

Où:

i: gradient hydraulique

K: perméabilité du terrain [$L.T^{-1}$].

e : l'épaisseur de l'aquifère [L].

L : longueur de la section traversée [L].

La quantité moyenne d'alimentation a été estimée à $25.10^6 m^3 / an$ ou $0,7 m^3/s$ étalée sur toute l'année.

c- Tendence des apports à la nappe.

Plusieurs méthodes permettent de prévoir la tendance d'un phénomène aléatoire tel que les apports à la nappe. Parmi celles-ci, la méthode des moyennes mobiles qui consiste à calculer la moyenne d'une valeur encadrée par des valeurs dont le nombre varie en fonction du pas de lissage choisi (pas de 3, 5, ou 7). Il existe une deuxième méthode par construction de la droite des moindres carrées ($y = ax + b$). L'application de la méthode des moyennes mobiles (sans tenir compte de la composante du Plateau) fig.II-14) montre bien une tendance de ces apports à une diminution légère d'une année à l'autre.

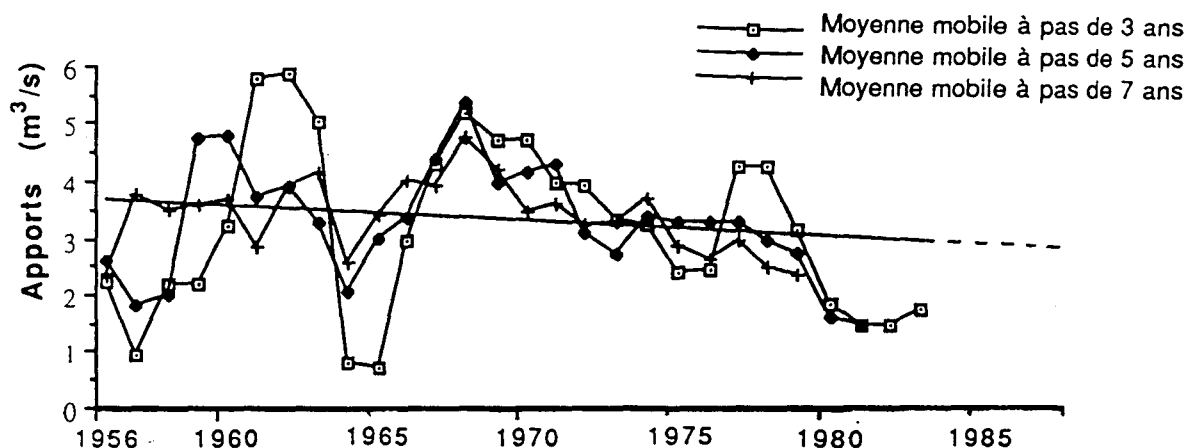


Fig.II-14. Tendence des apports annuels à la nappe (Méthode des moyennes mobiles)

Conclusion

Les apports à la nappe de Berrechid sont diversifiés et relativement importants. Le calcul de ces apports par la méthode décrite précédemment reste très approximatif. De même les précipitations efficaces obtenues en soustrayant l'ETR des précipitations brutes sont des valeurs ne fournissant que des ordres de grandeurs, leur utilisation pour des méthodes de modélisation du calcul du potentiel d'alimentation de la nappe reste difficile. Les incertitudes correspondant au calcul de l'ETR se superposent à celle de la partition de l'excédent en ruissellement ou en infiltration. Ils seront l'objet de changement lors de la modélisation mathématique afin de les caler sur la piézométrie d'un état de référence, c'est le sujet que nous aborderons dans le chapitre suivant.

d- Les sorties.

d- 1- L'irrigation

Grâce à la qualité de son sol et au potentiel hydraulique de son réservoir, la plaine de Berrechid est à vocation agricole. Cette activité se base sur la culture des céréales, mais depuis quelques années, on a remarqué une diversification de la production accompagnée d'un développement de l'irrigation. Cette orientation est due essentiellement à:

- une volonté d'intensification de la production et d'augmentation des rendements.
- un développement de la production des cultures maraîchères afin de répondre aux besoins des marchés de consommation des grandes agglomérations urbaines se trouvant à proximité de la plaine notamment celle de Casablanca qui selon le recensement de 1984 compte plus de deux millions d'habitants. Ces facteurs parmi d'autres, ont stimulé le développement de l'irrigation par pompage à partir de l'aquifère, cette évolution peut être détectée à partir des résultats de trois enquêtes réalisées en 1971, 1982, 1986.

* En 1971, une enquête (Ruhard, 1975) a été menée afin d'établir une carte pédologique, cette carte ne couvrant qu'une partie de la plaine.

	<i>Mediouna</i>	<i>Berrechid</i>	<i>Sidelaydi</i>	<i>Total</i>
<i>Superficie en (ha)</i>	1171,25	2011,28	2715,75	5898,28
<i>Superficie irriguée en saison sèche (en ha)</i>	474,35	113,87	41,12	629,34
<i>Rapport entre surface irriguée en été et en hiver (%)</i>	71,5	137	137	
<i>Débit annuel prélevé par pompage en l/s (continu)</i>	82	12	2	95

Tab.II-7. surfaces irriguées de la plaine de Berrechid (ADH, 1985).

Nous en déduisons que

- dans la partie aval de la plaine, l'irrigation est très développée (importance des débits prélevés et du pourcentage des terres irriguées).
- dans la partie amont et centrale de la plaine, le rapport entre les superficies irriguées en été et celles irriguées en hiver est plus important que celui de la partie aval, ceci peut être expliqué par la nature des cultures dans les deux domaines.
- le débit prélevé est supérieur à 100 l/s

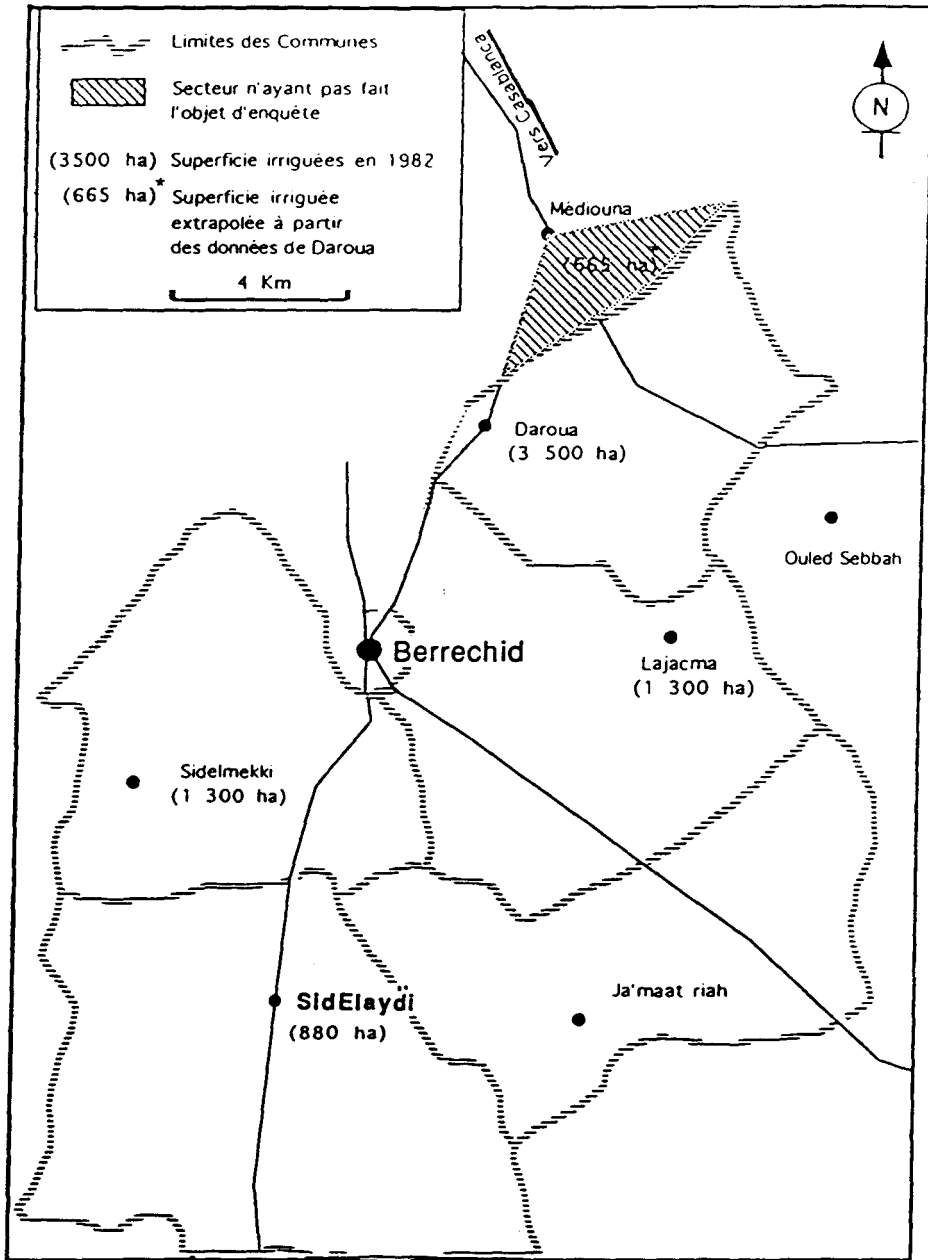


Fig.II-15. Localisation des surfaces irriguées de la plaine (ADH, 1985)

** En 1982, les services de l'Agriculture dans la zone d'action du centre des travaux agricoles de Berrechid ont effectué une enquête dont les résultats peuvent être résumés dans le tableau suivant:

Commune	Surface irriguée (en ha)	% de la surface irriguée /la surface des terres agricoles de la commune.
Sidelaydi	880	3
Daroua	3500	23
Jacma	1300	5,2
Sidelmeki	720	3,1
Total	6400	

Tab.II-8. Résultats de l'enquête de 1982, (ADH, 1985).

Cette enquête n'a pas pris en compte le secteur situé au NW de la commune de Daroua (fig.II-15) du fait qu'il se trouve hors de la zone d'action du centre des travaux agricoles de Berrechid. La surface irriguée de cette zone a été évaluée à 665 ha (Mouhdi, 1988), ce qui donne une surface globale irriguée de la plaine d'environ 7000 ha. D'après une enquête partielle réalisée en 1985 par l'ADH, (Mouhdi, 1988), les prélèvements nets pour l'irrigation ont été estimés à 5740 m^3 /ha/an et en 1985, alors qu'en 1982, ces prélèvements ont été estimés à $40.5.10^6 \text{ m}^3$.

*** En 1986, le service hydrogéologique de l'Administration de l'Hydraulique a couvert toute la plaine en réalisant une enquête dont quelques résultats sont exposés dans le tableau suivant:

Année	Nombre d'ouvrages équipés	Surface irriguée (en ha)
avant 1975	235	1138,3
1975	74	305,2
1976	67	435,5
1977	27	124,8
1978	82	304,2
1979	78	328
1980	207	791,7
1981	212	731,7
1982	223	824,9
1983	264	893,1
1984	300	982,3
1985	295	1001,2
1986	120	417,8
Total	2185	8278,8

tab.II-9. Les ouvrages équipés et surfaces irriguées de la plaine (ADH, 1985)

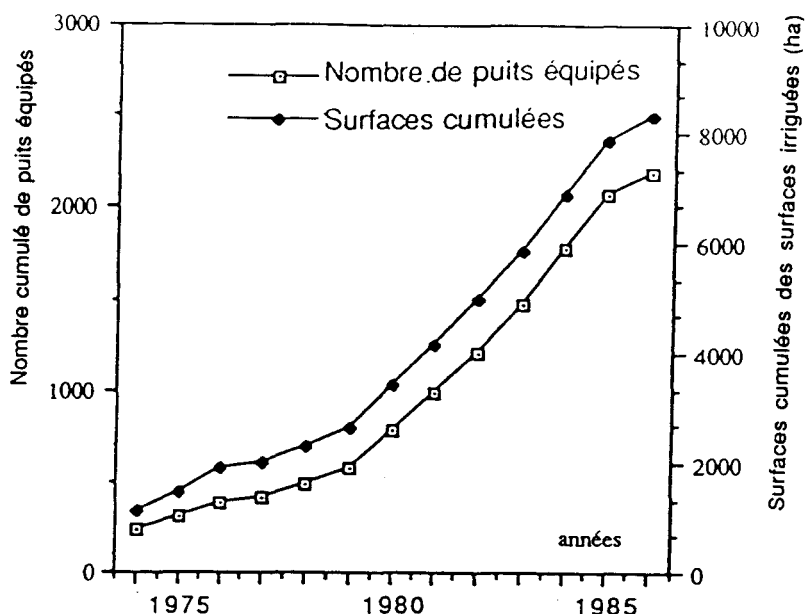


Fig.II-16. Evolution des puits équipés et des surfaces irriguées de la plaine

L'examen du (tabII-9) et de la fig.II-16, nous permet de dire que:

- la surface irriguée est d'environ 8279 ha et donc présente une évolution annuelle de 3,6 % par rapport à 1982.

- le nombre d'ouvrages équipés est de 2185 avec une distribution d'environ un ouvrage / quatre hectares (ha).

- l'évolution du nombre d'ouvrages équipés et de la superficie irriguée avant 1979 était irrégulière, alors que pendant la période ultérieure, le rythme de cette évolution devient plus important et plus régulier avec une baisse pendant la période de 1986.

- la densité des ouvrages équipés par rapport à la superficie irriguée a augmenté de 4-5 ouvrages pour 20 ha.

d-2 - Les prélèvements pour l'Alimentation en Eau Potable (AEP) et pour l'industrie.

d-2- 1- Prélèvements pour l'AEP.

Vu la population des agglomérations des villes de Berrechid et de Settât, les prélèvements pour l'AEP sont modestes mais évoluent parallèlement à la démographie et à l'exode rural.

La ville de Berrechid est alimentée depuis 1922 par un seul ouvrage. Mais face à l'augmentation de la consommation, un deuxième ouvrage a été implanté pour renforcer le premier depuis la fin de 1982. Par contre, l'alimentation de la ville de Settât par les eaux de la nappe de Berrechid est assez récente. elle est assurée par trois forages dont deux ont été mis en service depuis la fin de 1980 et le troisième en 1984.

Année	Prélèvements (m ³) pour		Total
	Berrechid	Settât	
1978	528 867		528 867
1979	624 708		624 708
1980	881 262	74 910	956 172
1981	856 939	534 834	1 391 773
1982	1 133 823	828 064	1 961 887
1983	1 023 250	1 059 745	2 082 995
1984	903 486	970 904	1 874 390
1985	999 057	1 628 220	2 627 277
1986	1 192 174	2 353 058	3 545 232
1987	1 312 682	2 541 750	3 854 432

Tab.II-10. Evolution des prélèvements pour l'AEP.

(D'après la Direction Régionale de l'Office National de l'Eau Potable (in Mouhdi, 1988))

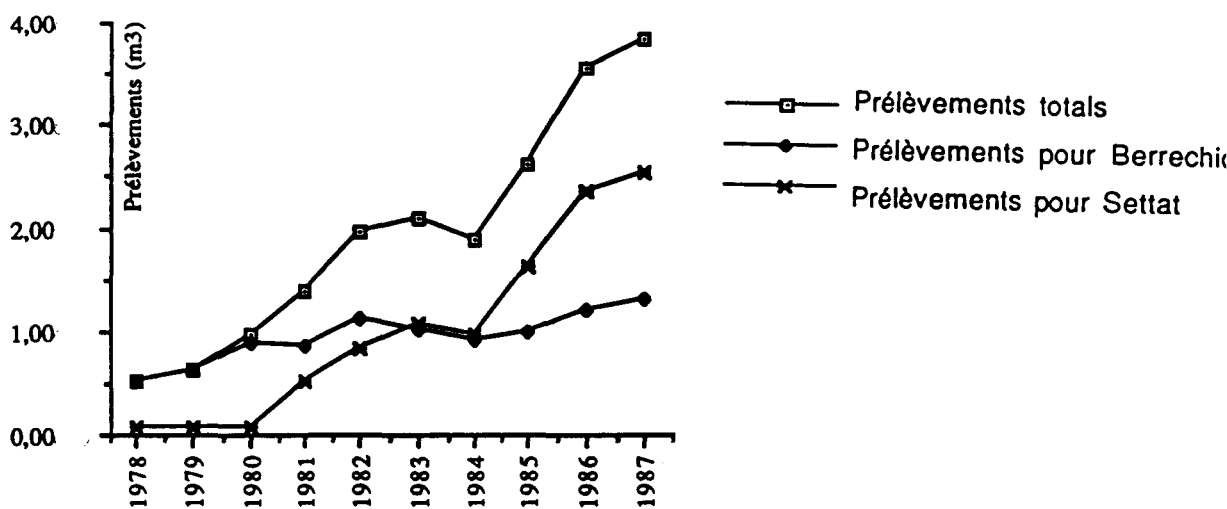


Fig.II-17. Evolution des prélèvements d'AEP (Mouhdi, 1988)(en 10⁶).

L'examen de cette figure montre que:

- le volume annuel des prélèvements pour la ville de Berrechid présente une certaine stabilité, par contre celui de Settat connaît une évolution importante liée au fait que la ville s'appuie de plus en plus sur les eaux de la nappe de Berrechid pour son alimentation.
- la quantité des prélèvements a connu pendant la période 82/84 une baisse liée très probablement à la sécheresse et à la volonté d'éviter l'épuisement de la nappe.
- Après 1984, l'évolution des prélèvements a repris, ils ont été essentiellement destinés à l'alimentation de la ville de Settat.

d- 2- 2- Prélèvements pour l'industrie.

L'activité industrielle est récente dans la région. Elle a été développée dans le cadre de la décentralisation industrielle de la ville de Casablanca. L'essentiel des industries implantées dans la région est installé dans la ville de Berrechid et plus récemment dans la ville de Settat.

Seuls les résultats de l'enquête de Février et Mars 1985 (ADH, 1985) seront pris en compte. Cette enquête a considéré les prélèvements de six unités industrielles supposées grandes consommatrices d'eau vu le type de produit fabriqué: généralement des produits d'alimentation ou de textile. En extrapolant ces résultats au reste des unités industrielles, tout en prenant en compte le type d'activité exercé par chacune, l'ADH a estimé un volume de prélèvement pour l'industrie en 1985 d'environ $1. 10^6 \text{ m}^3$.

d- 3- Drainage souterrain de la nappe.

Les conditions géologiques à l'aval du réservoir ont induit des effets hydrodynamiques sur la nappe (fig. III-4), les isopièzes sont très serrées, indiquant donc un fort gradient dans cette zone dû à une faible perméabilité des terrains. La nappe transite alors vers la Chaouia côtière mais avec des difficultés (débits limités qui varient avec la hauteur de la nappe).

L'estimation de ces débits par la méthode de Darcy d'après la carte piézométrique de 1984 a donné la valeur de $16. 10^6 \text{ m}^3/\text{an}$, alors que ceux-ci ont été estimés en 1972, suite à un essai de pompage réalisé sur un profil transversal entre Médiouna et l'Oued Mellah, à $12,6.10^6 \text{ m}^3$ (Mouhdi, 1988). C'est ainsi qu'on adopte une valeur moyenne annuelle d'environ $14,5.10^6 \text{ m}^3$, susceptible de varier lors du calage du modèle mathématique.

Année	Entrées (m ³ /s)			Sorties (m ³ /s)		
	(1) *	(2) *	(3) *	(I) *	(II)	(III)
1956	0,7	1,11	3,91	0,45		0,38
1957	0,7	0,75	2,25	0,45		
1958	0,7	0,21	0,00	0,45		
1959	0,7	0,00	0,00	0,45		
1960	0,7	0,96	5,97	0,45		
1961	0,7	0,00	0,00	0,45		
1962	0,7	0,65	3,11	0,45		
1963	0,7	2,24	13,6	0,45		
1964	0,7	0,12	0,33	0,45		
1965	0,7	0,22	0,61	0,45		
1966	0,7	0,10	0,92	0,45		
1967	0,7	0,03	0,00	0,45		
1968	0,7	1,35	7,37	0,45		
1969	0,7	1,15	4,95	0,45		
1970	0,7	0,71	2,57	0,45		
1971	0,7	1,97	5,99	0,45	0,95	
1972	0,7	1,08	0,5	0,45		
1973	0,7	0,11	0,3	0,45		
1974	0,7	1,46	5,83	0,45		
1975	0,7	0,35	3,26	0,45		
1976	0,7	0,28	0,00	0,45		
1977	0,7	0,68	3,27	0,45		
1978	0,7	1,72	3,38	0,45		0,04
1979	0,7	0,40	5,53	0,45		0,049
1980	0,7	0,68	3,2	0,45		0,060
1981	0,7	0,00	0,00	0,45	1,27	0,076
1982	0,7	0,61	1,62	0,45		0,098
1983	0,7	0,25	2,17	0,45		0,091
1984	0,7	0,00	0,00	0,45	1,28	0,144
1985	0,7	0,69	2,38	0,45	1,28	0,154

(1): Alimentation souterraine par le plateau

(2): Alimentation par les Oueds

(3): Alimentation par la surface de la plaine

(I): Drainage de la nappe

(II): Prélèvements pour l'AEP & l'Industrie

(III): Prélèvements pour l'irrigation

(*: Composante à caler)

Tab. II-11 : tableau récapitulatif des différents composants du bilan de la nappe de Berrechid.

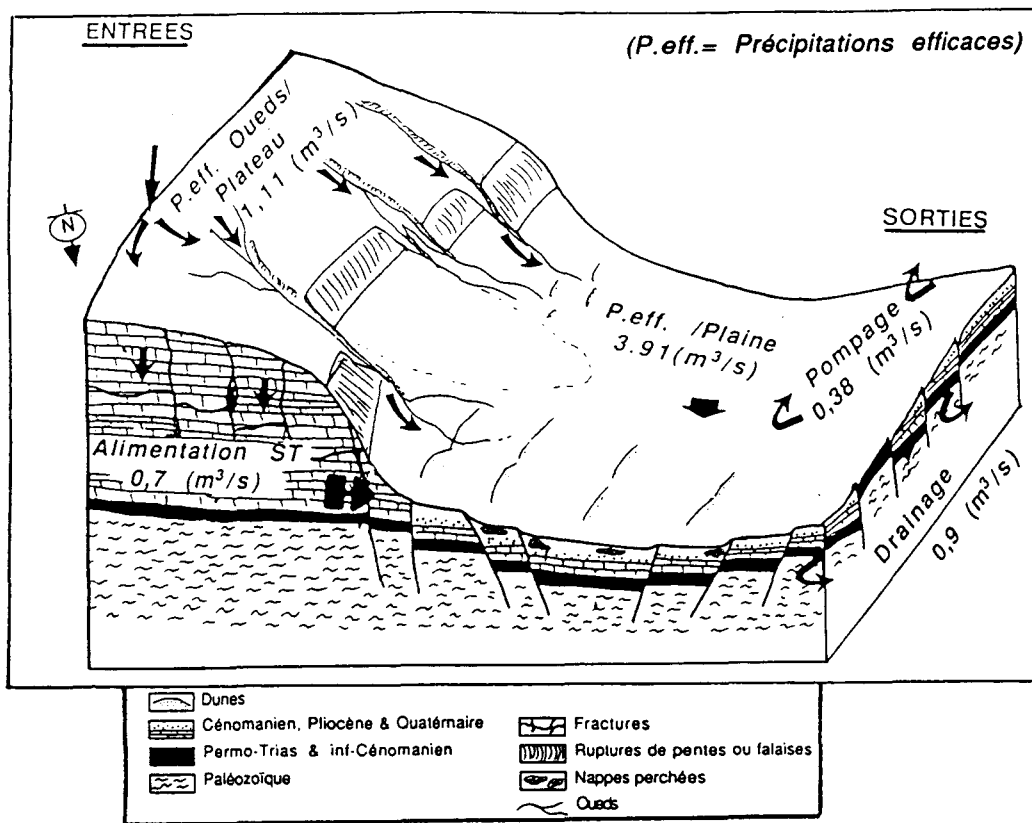


Fig.II.18-Figure schématique mettant en évidence la structure de la nappe et les différentes composantes du bilan (état de l'année 1956).

Conclusion.

La figure ci-dessus et le tableau précédent donnent une idée de l'ensemble des termes constituant le bilan de la nappe, néanmoins on peut faire quelques remarques:

Au niveau des apports: La nappe se charge essentiellement du surplus hydrologique au niveau de la plaine et des Oueds indigènes qui descendent du Plateau.

Le régime des apports est très variable d'une année à l'autre à cause d'une grande variabilité inter-annuelle des précipitations.

La nappe se charge essentiellement du mois de Novembre au mois d'Avril.

Au niveau des sorties: Les sorties sont en grande partie liées aux prélèvements pour l'irrigation

-Les volumes des prélèvements connaissent une grande évolution dans le temps en fonction des apports et de la progression de l'activité humaine.

Les termes du bilan en (*) que nous avons calculé (tab.II.11), ne servent que pour initialiser les calculs. Ils sont relativement imprécis, et seront l'objet de changements lors des simulations hydrodynamiques pour caler les paramètres hydrodynamiques de la nappe, c'est ce qui sera l'objectif du chapitre suivant.

BIBLIOGRAPHIE CHAP II:
(* références non citées dans le texte)

Administration de l'Hydraulique (ADH), Rabat, Maroc. (1985).- Etude du plan directeur intégré d'aménagement des eaux des Bassins Sebou, Bouregrag, et Oum errabia. *Sous mission IB3-IB4. Etude hydrogéologique de la nappe de Berrechid.* unité 12: a.

BROCHET P. & GERBIER N. (1974).- L'évapotranspiration, aspect agrométéorologique, évaluation pratique de l'évapotranspiration potentielle. *Monographie n° 65 de la météorologie nationale. S.M.M. Climatologie -Paris.*

DEVRED D. (1989).- Etude pluviométrique du bassin de la Sambre. Etude hydrologique du sous-bassin de la Solre. *Thèse 3^{ème} cycle. Univ. Sc. Tech. Lille I.*

Groupe chadule. (1974).- Initiation aux méthodes statistiques en géographie. *Masson et Cie, Editeurs, Paris, 192 p.*

HAZAN R. & FERRE M. (1964).- Notice explicative de la carte hydrogéologique de la plaine de Berrechid. *Office national des irrigations. Service des ressources en eau , Rabat, 23p.*

MARSILY G.de. (1981).- *Hydrogéologie quantitative.* Ed.Masson,Paris,215p.

MOUHDI A. (1988). - Ressources en eau de la plaine de Berrechid. *Rapport de DEA, Université des sciences et technique de Lille.123 p.*


MOULLARD L.& HAZAN R. (1960).- Nappe phréatique de la plaine de Berrechid. *Assoc. Inter. Hydrol. Sc. Helsinki, Pub. n° 52, pp. 105-142.*

ROBAUX A. (1952).- Hydrogéologie du Maroc. Introduction et notions générales. Descriptions régionales par MM. Ambroggi R, Bolelli Ed., Bourgin R., Choubert G., Margat J., Nérat de Lesguisé M., Roedrerer H., Stretta E., Taltasse P. et Thuile G. Ed. Félix Moncho, Rabat, Maroc.

ROCHE M. (1963)*.- Hydrologie de surface. *O.R.S.T.O.M., Gauthier-Villars éd., Paris, 430p.*

ROCHE M. (1986)*.- Dictionnaire français d'hydrologie de surface. *Ed. Masson, Paris, 288p.*

RUHARD J.P. (1975).- Chaouia et plaine de Berrechid. Ressources en eau du Maroc. *T. II, n° 231, notes et mém. Serv. Géol. Rabat, Maroc.*

 *Chapitre III:*
Modélisation hydrodynamique

I- Géométrie du réservoir

I-1- Nature et conditions aux limites de l'aquifère

Déterminer la géométrie du réservoir, revient à déterminer, entre autres, la nature des conditions aux limites du bassin. Ces dernières contrôlent les règles d'échanges des flux entre le domaine modélisé et le milieu extérieur. La description des conditions aux limites fait partie de la définition de la structure du modèle et en conditionne par conséquent fortement la validité, car c'est effectivement à travers les limites que s'établit le bilan d'un aquifère; les relations entre les différentes zones de circulation sont d'un intérêt primordial pour cerner le fonctionnement du système en entier (de Marsily, 1972,1978; Sauty & Vandenenbeusch, 1984; Ledoux, 1986).

Le contexte géologique de l'aquifère de Berrechid fait que ce système comprend des interférences complexes. En effet, d'après les résultats de l'étude structurale ,nous pouvons en déduire que l'aquifère bénéficie de plusieurs flux qui arrivent au réservoir:

-le flux qui arrive par la surface et qui est de deux ordres:

° celui recueilli par la plaine et qui s'infiltré dans la nappe

° celui recueilli par les bassins versants et qui est apporté par les

Oueds du Plateau qui débouchent dans la plaine. Ces flux étaient l'objet du chapitre précédent.

-le flux qui arrive par voie souterraine à travers les limites Plateau de Settat-plaine. Cette limite est d'importance capitale pour l'alimentation de l'aquifère. En effet, l'évolution structurale du bassin et du Plateau ainsi que la nature des terrains constituant les deux domaines ont fait qu'une partie des eaux qui peut être récupérée par le Plateau peut arriver au réservoir. La variation de la nature physique de cette limite provoque une variation de flux qui transite le long de cette limite (conditions de Neuman (flux imposé)).

Au SW, le flux est conduit par un seul type de terrain puisque les terrains du Cénomaniens qui constituent le Plateau de Settat se prolongent dans la plaine à travers cette limite. En suivant celle-ci, la nature lithologique de ses terrains change, par conséquent le flux peut changer d'importance suivant cette limite. Dans les deux cas, le flux ne transite qu' à la faveur de la fracturation de ces terrains ou même des failles qui les affectent. Au NE, cette limite est de nature triasique (cf. chap.I. fig.I.17).

La limite NE constituée par des terrains triasiques et crétacés qui affleurent le long de la vallée encaissée d'Oued Mellah, forme un écran imperméable mais quand la nappe se charge, des sources y prennent naissance (conditions de Dirichlet (potentiel imposé)).

Au SW ainsi qu'au NW de la plaine de Berrechid, s'étend la pénéplaine primaire d'Ouled Abbou, cette limite est considérée comme une limite à flux nul, constituée par les

terrains du substratum de l'aquifère (permo-triasiques et infra-cénomaniens). Les isopièzes sont perpendiculaires à ces deux dernières limites (limites à flux nul)(fig.III-4).

Au Nord la nappe se déverse vers la Chaouia côtière à travers les terrains primaires dont la présence crée une perturbation dans l'écoulement, ce qui se traduit au niveau des cartes piézométriques par un très fort gradient dû à une perméabilité médiocre de ces terrains. Dans cette zone, la nappe paraît aussi être drainée par l'Oued Hassar.

b- Le mur de la nappe.

Les formations permo-triasiques et infra-cénomaniennes sont en général imperméables, nous les trouvons sous la majeure partie de l'aquifère sauf dans certaines zones où les formations paléozoïques les remplacent, par conséquent l'épaisseur utile est constituée de terrains quaternaires (quand ils sont perméables), pliocènes (qui constituent la nappe principale) et cénomanien (circulation dans les fractures ou les zones karstifiées). En se basant sur l'étude structurale effectuée au chap.I, nous avons établi une représentation en trois dimensions du mur de la nappe (fig.I-8). Cette représentation tri-dimensionnelle, mettant en évidence la structure en horsts et grabens qui affecte le mur de la nappe, avec une orientation majeure NE-SW, des vallées qui sont probablement les précurseurs du réseau hydrographique anté-pliocène (fig.III-9) et la ride paléozoïque à plongement NW-SE et qui a tendance à limiter deux sous-bassins de part et d'autre, l'un au Nord, l'autre au Sud. Cette structure influence certainement les écoulements de la nappe.

c- Profondeur de la nappe

Une carte de profondeur de la nappe par rapport au sol a été établie par les services de l'ADH, cette carte montre une variation régulière de la profondeur du SE au NW. En amont, au pied de la falaise du Plateau de Settat, la profondeur est de 50 m pour atteindre 20 m au centre de la plaine vers la ville de Berrechid, elle n'atteint que 5 m au NW (à l'Ouest de la ville de Berrechid). Sur le bord septentrional de la plaine, la nappe donne naissance à des sources de débordement le long de l'Oued Hassar et sur la rive gauche de l'Oued Mellah.

Le niveau piézométrique ne correspond pas toujours au toit de la nappe, l'existence des limons quaternaires imperméables a fait qu'une partie de la nappe se trouve en charge sous ces limons. La profondeur de la nappe dans ces zones représente le niveau où se stabilise l'eau dans un ouvrage d'exploitation qui aurait percé le toit. Cette zone couvre en particulier la partie WSW de la plaine.

d- Epaisseur de l'aquifère gréseux.

La formation pliocène est la seule d'importance potentiellement productive de la nappe de Berrechid grâce à la nature de ses terrains qui est essentiellement gréseuse (cf. annexe.I). C'est pour cela qu'il convient de connaître plus précisément sa puissance effective, ses limites et ses paramètres hydrodynamiques. Vu l'histoire géologique qu'a connue la région, cette formation est très hétérogène. L'aquifère gréseux occupe environ 48% de l'ensemble aquifère de la plaine.

Par planimétrie (ADH 1985), les surfaces des zones d'égales épaisseurs ont été établies:

Epaisseur de la nappe (en m)	Superficie en Km ²	Superficie (%)
5	50	6,5
5-10	119,5	15,5
10-15	351	45,5
15-20	193	25
Sup à 20	58,5	7,5
Total	772	100

tab.III-1. Dimension de l'aquifère gréseux

D'après ce tableau, il apparaît que, environ 92% de l'aquifère gréseux a une épaisseur qui varie de 5 à 20 m et dont plus de la moitié (58%) varie entre 10 et 15 m. Le reste de l'aquifère de la plaine constitue 50% de la surface de l'aquifère; bien qu'il soit important, son utilité est modeste, il est constitué de zones où la nappe circule dans les franges gréseuses peu épaisses et dans leurs assises anté-Pliocènes (cénomaniennes parfois paléozoïques).

II- Analyse de la piézométrie:

II-1- Piézométrie (1956):

Cette piézométrie a été établie en 1956 par Hazan & Moullard (1962) (fig.III-4), elle est régulière du S au N avec des zones à gradient très fort: la zone SE (région du bassin d'Elgara), la zone où le Paléozoïque remplace les terrains postérieurs dans la partie Sud et dans la zone aval de l'aquifère. La morphologie de la piézométrie paraît influencée par différents facteurs, principalement la structure faillée du réservoir: les failles paraissent influencer cette piézométrie de différentes façons: soit en la drainant, soit en se comportant comme des lignes de partage des eaux. La direction de l'écoulement paraît influencé par la structure du réservoir, en effet cette direction est principalement N-S qui correspond à la direction du réseau de conjugaison des deux familles de failles NW-SE et NE-SW.

D'autres facteurs influencent la morphologie de la piézométrie, c'est le réseau hydrographique anté-pliocène qui draine la nappe et le réseau actuel de la surface qui alimente celle-ci (fig.III-9)

II-2 - Piézométrie de 1984

La carte piézométrique de 1984 a été établie par l'ADH. Elle présente la même morphologie que celle de 1956, cependant on remarque que le niveau du potentiel a diminué de l'aval jusqu'au centre de la nappe, alors que du centre de celle-ci à son amont, le niveau a légèrement augmenté par rapport à l'état de 1956. Pour expliquer ce scénario nous avançons quelques hypothèses:

- L'existence de deux sous-bassins qui sont séparés. Dans le chap.I., nous avons montré l'existence d'une ride paléozoïque (ride Dahair AL Hajar) qui affecte le mur de la nappe et qui a tendance le séparer en deux sous bassins. Ce seuil paléozoïque plonge dans le bassin vers la direction NW. Le comportement hydrodynamique de la nappe est donc différent de part et d'autre de cette ride, néanmoins les deux sous-bassins communiquent plus particulièrement à l'aval par le seuil de Nouacer (cf. fig.I. 20).

- La profondeur de la nappe peut aussi en être responsable. En effet, si la profondeur est faible, la zone capillaire peut être facilement le siège d'une évaporation intense.

- L'intensification des prélèvements destinés à l'irrigation dans la partie aval.

III-APPLICATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS A L'HYDROGEOLOGIE.

Dans tous les domaines de la science et de la technique, le développement des machines de calcul a ouvert l'ère des modèles mathématiques. Les travaux de modélisation en Hydrogéologie se sont tournés ces dernières années vers l'application d'une méthode numérique de conception relativement récente: la méthode des éléments finis (M.E.F.), élaborée initialement en Aéronautique. Cette méthode offre des avantages par rapport à la méthode des différences finies (M.D.F.) ce qui a amené certains auteurs: Bear (1972); Neuman & Witherspoon (1974); Goue (1983); Razack (1984); Kinzelbach (1986); Bear & Verruijt (1987) ...; à l'appliquer pour la résolution de problèmes hydrogéologiques particuliers: limites complexes des domaines d'études, études de singularités hydrauliques ...

Dans le cadre de ce travail, nous avons présenté en annexe (III), un résumé étendu sur la méthode des éléments finis. Dans ce paragraphe, sera exposé un résumé inspiré des travaux de Sun & Yeh (1983), dans lesquels ils proposent des variantes de la méthode classique des éléments finis. L'originalité de ces variantes est de considérer des fonctions de poids dépendantes du nombre de Peclet local, qui vont être ajoutées aux fonctions de base pour éliminer les oscillations numériques que peut présenter la solution. Le code de calcul utilisé a été développé à partir de ces variantes.

III-1- Modèle mathématique.

L'équation qui gouverne le phénomène de l'écoulement souterrain est une équation aux dérivées partielles (EDP) donnée par l'expression suivante:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \text{div}(T \text{ grad } H) - q \quad (1)$$

Où:

H: potentiel hydraulique [L]

T: tenseur des transmissivités ([L²] [T⁻¹]).

q: terme source (positif ou négatif)

t: temps [T].

Soit Ω le domaine d'écoulement à modéliser et Γ sa frontière. En appliquant le théorème de Green et en intégrant l'équation (1) sur le domaine Ω , on obtient:

$$- \int_{\Gamma} T \overrightarrow{\text{grad } H} \cdot \vec{n} \, d\Gamma = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial H}{\partial t} + q \right) \, d\Omega. \quad (2)$$

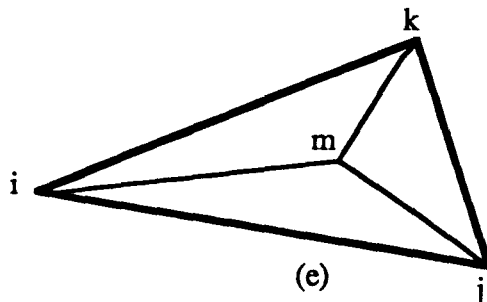
Où \vec{n} est le vecteur unitaire normal à (Γ) dirigé vers l'extérieur du domaine.

Dans le système des coordonnées cartésiennes bidimensionnelles, la relation (2) s'écrit:

$$\int_{\Gamma} \left[T_{xx} \frac{\partial H}{\partial x} + T_{xy} \frac{\partial H}{\partial y} \right] dy - \left[T_{xy} \frac{\partial H}{\partial x} + T_{yy} \frac{\partial H}{\partial y} \right] dx = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial H}{\partial t} + q \right) dx dy \quad (3)$$

III-2- Les fonctions de poids.

On discrétise le domaine d'écoulement Ω en nombres finis d'éléments triangulaires, notons (e) un triangle élémentaire de sommet i, j, k:



Soit m le nœud centre du triangle de coordonnées (x_m, y_m) .

Alors, on a

$$x_m = \frac{1}{3} (x_i + x_j + x_k)$$

$$y_m = \frac{1}{3} (y_i + y_j + y_k).$$

On note H_i, H_j, H_k, H_m , les valeurs du potentiel hydraulique respectivement aux nœuds i, j, k, m. On définit H_m par la moyenne pondérée :

$$H_m = \omega_i H_i + \omega_j H_j + \omega_k H_k \quad (4)$$

$$\omega_i + \omega_j + \omega_k = 1$$

Où $\omega_i, \omega_j, \omega_k$ sont des fonctions poids correspondant aux nœuds i, j, k.

Par une liaison du point m avec les nœuds(i, j, k), l'élément (e) est dévisé en trois sous triangles (cf. figure ci-dessus). H est remplacé *approximativement* par une fonction linéaire sur chaque sous-triangle de l'élément (e). Par exemple sur le sous-triangle Δ_{ijm} , on a:

$$H(x, y, t) = H_i N_{ki} + H_j N_{kj} + H_m N_{km} \quad (x, y) \in \Delta_{ijm} \quad (5)$$

Où $(N_{kl})_{l=i, j, m}$ sont des fonctions de base linéaires pour le sommet k fixé.

$$N_{kl} (x,y) = \frac{3}{2 \Delta_e} (a_{kl} + b_{kl}x + c_{kl}y) \quad l = i, j, m \quad (6)$$

Où Δ_e : surface du triangle (e)

$$\begin{aligned}
 a_{ki} &= x_j y_m - x_m y_j & b_{ki} &= y_j - y_m & c_{ki} &= x_m - x_j \\
 a_{kj} &= x_m y_i - x_i y_m & b_{kj} &= y_m - y_i & c_{kj} &= x_i - x_m \\
 a_{km} &= x_i y_j - x_j y_i & b_{km} &= y_i - y_j & c_{km} &= x_j - x_i
 \end{aligned} \tag{6-1}$$

Ces expressions sont obtenues en considérant $N_{kl} = \delta_{ln}$

$$\begin{aligned}
 \text{avec: } \delta_{ln} &: \text{symbole de Kronecker. } \delta_{ln} = 1 & \text{si } n=l \\
 & & = 0 & \text{si } n \neq l.
 \end{aligned}$$

et $l=i,j,m$ et $n= i,j,m$

Par une substitution de l'expression (4) dans l'expression (5), on aura:

$$H(x, y, t) = H_i \overline{N}_{ki} + H_j \overline{N}_{kj} + H_m \overline{N}_{km} \quad (x, y) \in \Delta_{ijm} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Avec: } \overline{N}_{ki} &= N_{ki} + \omega_i N_{km} \\
 \overline{N}_{kj} &= N_{kj} + \omega_j N_{km} \\
 \overline{N}_{kk} &= N_{kk} + \omega_k N_{km}
 \end{aligned} \tag{8}$$

D'une façon analogue, on aura sur l'élément Δ_{imk} .

$$H(x, y, t) = \overline{N}_{ji} H_i + \overline{N}_{jj} H_j + \overline{N}_{jk} H_k \quad (x, y) \in \Delta_{imk} \tag{9}$$

Avec:

$$\begin{aligned}
 \overline{N}_{ji} &= N_{ji} + \omega_i N_{jm} \\
 \overline{N}_{jj} &= N_{jj} + \omega_j N_{jm} \\
 \overline{N}_{jk} &= N_{jk} + \omega_k N_{jm}
 \end{aligned} \tag{10}$$

et

$$\overline{N}_{jl} = \frac{3}{2\Delta_e} (a_{jl} + b_{jl}x + c_{jl}y) \quad (x, y) \in \Delta_{imk} \quad l = i, m, k \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 a_{ji} &= x_m y_k - x_k y_m & b_{ji} &= y_m - y_k & c_{ji} &= x_k - x_m \\
 a_{jm} &= x_k y_i - x_i y_k & b_{jm} &= y_k - y_i & c_{jm} &= x_i - x_k \\
 a_{jk} &= x_i y_m - x_m y_i & b_{jk} &= y_i - y_m & c_{jk} &= x_m - x_i
 \end{aligned} \tag{11-1}$$

Il est facile maintenant d'exprimer les dérivées partielles $\frac{\partial H}{\partial x}$, $\frac{\partial H}{\partial y}$, $\frac{\partial H}{\partial t}$ sur chaque sous-triangle à partir des relations (7) et (9). A titre d'exemple:

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{3}{2\Delta_e} (H_i \overline{b}_{ki} + H_j \overline{b}_{ki} + H_k \overline{b}_{ki}) \quad (x, y) \in \Delta_{ijm} \tag{12}$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{3}{2\Delta_e} (H_i \overline{c}_{ki} + H_j \overline{c}_{ki} + H_k \overline{c}_{ki}) \quad (x, y) \in \Delta_{ijm} \tag{13}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial H_i}{\partial t} \overline{N}_{ki} + \frac{\partial H_j}{\partial t} \overline{N}_{kj} + \frac{\partial H_k}{\partial t} \overline{N}_{kk} \quad (x, y) \in \Delta_{ijm} \tag{14}$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{3}{2\Delta_e} (H_i \bar{b}_{ji} + H_j \bar{b}_{jj} + H_k \bar{b}_{jk}) \quad (x, y) \in \Delta_{imk} \quad (15)$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} = \frac{3}{2\Delta_e} (H_i \bar{c}_{ji} + H_j \bar{c}_{jj} + H_k \bar{c}_{jk}) \quad (x, y) \in \Delta_{imk} \quad (16)$$

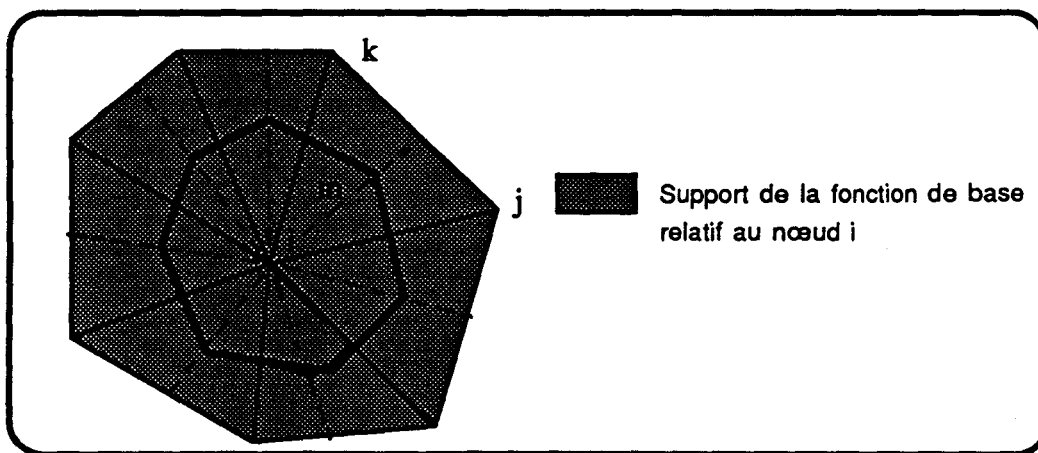
$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial H_i}{\partial t} \bar{N}_{ji} + \frac{\partial H_j}{\partial t} \bar{N}_{jj} + \frac{\partial H_k}{\partial t} \bar{N}_{jk} \quad (x, y) \in \Delta_{imk} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \bar{b}_{ki} &= b_{ki} + \omega_i b_{km} & \bar{b}_{ji} &= b_{ji} + \omega_i b_{jm} \\ \bar{b}_{kj} &= b_{kj} + \omega_j b_{km} & \bar{b}_{jj} &= \omega_j b_{jm} \\ \bar{b}_{kk} &= \omega_k b_{km} & \bar{b}_{jk} &= b_{jk} + \omega_k b_{km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{c}_{ki} &= c_{ki} + \omega_i b_{km} & \bar{c}_{ji} &= c_{ji} + \omega_i b_{jm} \\ \bar{c}_{kj} &= c_{kj} + \omega_j b_{km} & \bar{c}_{jj} &= \omega_j b_{jm} \\ \bar{c}_{kk} &= \omega_k b_{km} & \bar{c}_{jk} &= c_{jk} + \omega_k b_{jm} \end{aligned}$$

III- 3- Discrétisation de l'équation continue (1) par la méthode des éléments finis.

Soit i un nœud de triangulation du domaine Ω , on considère tous les triangles ayant les nœuds i en commun, en liant ce nœud avec les centres de gravité de chaque triangle de nœud i . On obtient alors la géométrie suivante:



Si on substitue les expressions (12), (13) et (15) (16), le premier membre de l'équation (3) devient: (on note que H et $\frac{\partial H}{\partial x}$, $\frac{\partial H}{\partial y}$, $\frac{\partial H}{\partial t}$ ont une représentation différente suivant chaque sous triangle):

$$\int_{\Gamma} (T_{xx} \frac{\partial H}{\partial x} + T_{xy} \frac{\partial H}{\partial y}) dy - (T_{xy} \frac{\partial H}{\partial x} + T_{yy} \frac{\partial H}{\partial y}) dx = \sum_{e_l} \alpha_{ii}^e H_i + \alpha_{ij}^e H_j + \alpha_{ik}^e H_k$$

Où les e_l sont les sous-triangles ayant le nœud i en commun

$$\alpha_{ii}^e = -\frac{1}{4\Delta_e} [(T_{xx} \bar{b}_{kl} + T_{xy} \bar{c}_{kl}) (b_i - b_j) + (T_{xy} \bar{b}_{kl} + T_{yy} \bar{c}_{kl}) (c_i - c_j) + (T_{xx} \bar{b}_{jl} + T_{xy} \bar{c}_{kl}) (b_i - b_k) + (T_{xy} \bar{b}_{jl} + T_{yy} \bar{c}_{jl}) (c_i - c_k)]$$

$l = i, j, k.$ (18)

Avec:

$$\begin{aligned} b_i &= y_j - y_k & c_i &= x_k - y_j \\ b_j &= y_k - y_i & c_j &= x_i - y_k \\ b_k &= y_j - y_i & c_k &= x_j - y_i \end{aligned} \quad (18-1)$$

Le premier terme du second membre de l'équation (3) devient d'une façon approchée:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial H}{\partial t} dx dy = \sum_{e_l} (\beta_{ii}^e \frac{\partial H_i}{\partial t} + \beta_{ij}^e \frac{\partial H_j}{\partial t} + \beta_{ik}^e \frac{\partial H_k}{\partial t})$$

Où:

$$\begin{aligned} \beta_{ii}^e &= \frac{\Delta_e}{3} \left(\frac{1}{2} + \frac{\omega_i}{3} \right) \\ \beta_{ij}^e &= \frac{\Delta_e}{3} \left(\frac{1}{12} + \frac{\omega_j}{3} \right) \\ \beta_{ik}^e &= \frac{\Delta_e}{3} \left(\frac{1}{12} + \frac{\omega_k}{3} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

Le 2^{ème} terme du second membre s'il existe s'écrira:

$$R_i^e = \int_{\Omega} q_i^e dx dy$$

L'équation (3) devient d'une façon approchée:

$$\begin{aligned} &\sum_{e_l} (A_{ii}^e H_i + A_{ij}^e H_j + A_{ik}^e H_k) \\ &+ \sum_{e_l} (B_{ii}^e \frac{\partial H_i}{\partial t} + B_{ij}^e \frac{\partial H_j}{\partial t} + B_{ik}^e \frac{\partial H_k}{\partial t}) + R_i = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

Où

$$A_{ii}^e = \alpha_{ii}^e \quad B_{ii}^e = \beta_{ii}^e \quad l = i, j, k$$

En isolant les termes diagonaux, l'équation (20) devient:

$$A_{ii}^e H_i + \sum_{j \neq i} A_{ij}^e H_j - B_{ii}^e \frac{\partial H_i}{\partial t} - \sum_{j \neq i} B_{ij}^e \frac{\partial H_j}{\partial t} - R_i^e = 0 \quad \text{pour tout } i \quad (21)$$

Où $\sum_{j \neq i}$: sommation qui porte sur tous les nœuds j voisins du nœud i et excepté le nœud i .

$$\begin{aligned} A_{ii} &= \sum_{e_i} A_{ii}^e & B_{ii} &= \sum_{e_i} B_{ii}^e \\ A_{ij} &= \sum_{e_{ij}} A_{ij}^e & B_{ij} &= \sum_{e_{ij}} B_{ij}^e \end{aligned}$$

Où:

$\sum_{e_{ij}}$: sommation qui porte sur tous les éléments ayant les nœuds i, j en commun.

En écrivant l'équation (21) pour chaque nœud où le potentiel est inconnu et en introduisant les conditions aux limites, on obtient un système sous forme matricielle:

$$[A] \{H\} + [B] \left\{ \frac{\partial H}{\partial t} \right\} + \{R\} = 0 \quad (22)$$

Les coefficients de la matrice $[B]$ sont donnés par la relation (19).

* Si: $\omega_j = \omega_j = \omega_k = 1/3$

la méthode est appelée: "Upstream Weighting Multiple Cell Balance (UWMCB)"

Dans ce cas les relations (19) se mettent sous forme simplifiée:

$$B_{ii}^e = \frac{22}{108} \Delta e \quad B_{ij}^e = \frac{7}{108} \Delta e \quad B_{ik}^e = \frac{7}{108} \Delta e. \quad (23 a)$$

Cette méthode sera appelée "Multiple Cell Balance (MCB)" le principe de cette méthode est semblable à celui de "Integral Finite Difference Method (IFDM)".

* Si les relations (19) sont remplacées par :

$$B_{ii}^e = \frac{1}{6} \Delta e \quad B_{ij}^e = \frac{1}{12} \Delta e \quad B_{ik}^e = \frac{1}{12} \Delta e \quad (23 b)$$

Le système (22) devient une variante du système utilisant la méthode de Galerkin FEM avec les fonctions de base linéaires:

* Si les relations (19) sont remplacées par :

$$B_{ii}^e = \frac{1}{6} \Delta_e \quad B_{ij}^e = 0 \quad B_{ik}^e = 0 \quad (23 \text{ c})$$

La méthode est appelée "Lumped Mass Galerkin FEM (LMFEM)".

III-4- Solution du système discrétisé:

Si n est le nombre des nœuds total de la discrétisation, pour résoudre le système linéaire (22), on remplace la dérivée partielle temporelle par une approximation de différences finies du premier ordre:

$$\frac{\partial H_i}{\partial t} = \frac{H_i - H_i^0}{\Delta t} \quad i= 1,2,\dots, n \quad (24)$$

Où

H_i est le potentiel inconnu sur le nœud i à l'instant $t + \Delta t$

H_i^0 est le potentiel connu sur le nœud i à l'instant t

On substitue les relations (24) dans le système (21) on obtient:

$$\left(A_{ii}^e - \frac{B_{ii}^e}{\Delta t}\right) H_i + \sum_{j \neq i} \left(A_{ij}^e - \frac{B_{ij}^e}{\Delta t}\right) H_j = R_i^e - \frac{B_{ii}^e}{\Delta t} H_i - \sum_{j \neq i} \frac{B_{ij}^e}{\Delta t} H_j^0 + \quad i=1,2,\dots,n \quad (25)$$

ou sous forme matricielle:

$$[G] H = S. \quad (26)$$

Où:

[G]: matrice (n,n) de la méthode.

H: vecteur (n) du potentiel inconnu

S: vecteur (n) du second membre faisant intervenir les conditions aux limites et initiales.

III- 4-1- Structure de la matrice [G]

Chaque nœud i admet n_v voisins (nœuds en liaison avec le nœud i), cela se traduit par l'équation i du système (26) contient n_v inconnus, ce qui donne une matrice creuse, une technique a été adoptée pour le stockage des éléments non nuls uniquement, de la matrice [G], ce qui permet un gain considérable en place mémoire et en temps de calcul.

III- 4- 1 - Méthode de Résolution du système linéaire:

Méthode itérative sous/sur-relaxation "SUR" / "SOR"

Après avoir discrétisé le système d'équations, on obtient finalement un système sous la forme discrète suivante:

$$A_{ii} H_i + \sum_{j \neq i} A_{ij} H_j + B_{ii} \frac{\partial H_i}{\partial t} + \sum_{j \neq i} B_{ij} \frac{\partial H_j}{\partial t} + R_i = 0, \text{ avec } i=1, \dots, n \quad (27)$$

$j=1, \dots, n$

La discrétisation de la dérivée temporelle est généralement effectuée par la méthode aux différences finies:

$$\frac{\partial H_i}{\partial t} = \frac{H_i^{k+1} - H_i^k}{\Delta t} \text{ où } k : \text{ indice de temps.}$$

L'équation (27) s'écrit alors en adoptant un schéma implicite:

$$A_{ii} H_i^{k+1} + \sum_{j \neq i} A_{ij} H_j^{k+1} + \frac{B_{ii}}{\Delta t} H_i^{k+1} + \sum_{j \neq i} \frac{B_{ij}}{\Delta t} H_j^{k+1} = \frac{B_{ii}}{\Delta t} H_i^k + \frac{\sum_{j \neq i} B_{ij}}{\Delta t} H_j^k - R_i \quad (28)$$

On réécrit l'équation (28) sous la forme suivante:

$$\left(A_{ii} + \frac{B_{ii}}{\Delta t} \right) H_i^{k+1} = \frac{B_{ii}}{\Delta t} H_i^k + \sum_{j \neq i} \frac{B_{ij}}{\Delta t} H_j^k - \sum_{j \neq i} \left(A_{ij} + \frac{B_{ij}}{\Delta t} \right) H_j^{k+1} - R_i \quad (29)$$

Les méthodes adaptées à la résolution des systèmes issus de la discrétisation par éléments finis sont généralement les méthodes itératives de type Gauss-Seidel, Jacobi, relaxation, ... Dans le présent travail, on utilise une méthode itérative modifiée, dans la mesure où on utilise les nouvelles valeurs de $(H_j^{k+1})^{m+1}$ pour les nœuds où la $(m+1)^{\text{ème}}$ itération est déjà réalisée au lieu de $(H_j^{k+1})^m$ ceci permet d'accélérer la convergence d'un processus itératif.

Dans ce cas, l'équation 29 s'écrit sous la forme récurrente suivante:

$$(H_i^{k+1})^{m+1} = \left[\frac{B_{ii}}{\Delta t} H_i^k + \frac{1}{\Delta t} \sum_{j \neq i} B_{ij} H_j^k - R_i - \sum_{j \neq i} \left(A_{ij} + \frac{B_{ij}}{\Delta t} \right) H_j^{k+1, m} \right] / \left(A_{ii} + \frac{B_{ii}}{\Delta t} \right) \quad (30)$$

où m est le nombre d'itérations déjà effectuées.

En introduisant un facteur de relaxation λ ($0 < \lambda < 2$), on corrige la valeur de $(H_i^{k+1})^{m+1}$ par

la formule suivante:

$$(H_i^{k+1})^{m+1} = (H_i^{k+1})^m + \lambda [(H_i^{k+1})^{m+1} - (H_i^{k+1})^m] \quad (31)$$

Les équations (30) et (31) sont finalement les formules de récurrence des méthodes itératives avec ou sans relaxation:

$0 < \lambda < 1$	sous relaxée (SUR)
$\lambda = 1$	sans relaxation
$1 < \lambda < 2$	sur relaxée (SOR)

Dans notre programme, la méthode utilisée est dite "Méthode itérative modifiée", c'est-à-dire que pour chaque étape d'itération, l'itération ne sera effectuée que pour les nœuds sur lesquels les valeurs cherchées n'ont pas satisfait la condition de précision désirée ou de convergence.

IV- Elaboration et Calage du modèle.

Depuis une vingtaine d'années, les techniques de simulation des écoulements souterrains deviennent très répandues avec production accrue de programmes de calcul ou simulateurs. Cette évolution est due non seulement au développement de moyens de calcul de plus en plus puissants et plus accessibles, mais aussi à la grande diversification des problèmes hydrogéologiques à résoudre. Trouver de l'eau ne suffit plus, la gestion et la protection de l'eau souterraine deviennent tout aussi importantes surtout dans les zones arides à semi-arides (cas du Maroc) où les ressources renouvelables sont rares. Or, gérer ces ressources c'est comprendre le fonctionnement de l'aquifère dans les conditions naturelles et prévoir l'influence de l'intervention anthropique sur la quantité et la qualité de l'eau souterraine disponible. Les modèles mathématiques constituent un des moyens de la gestion de ces systèmes (Levassor ,1978; Mania,1978).

Un modèle mathématique n'est pas la réalité, il n'est que la réalisation d'une représentation schématique et symbolique du système réel. On peut définir les relations entre réalité (système réel), schéma abstrait (système d'équations) et modèle par la figure suivante:

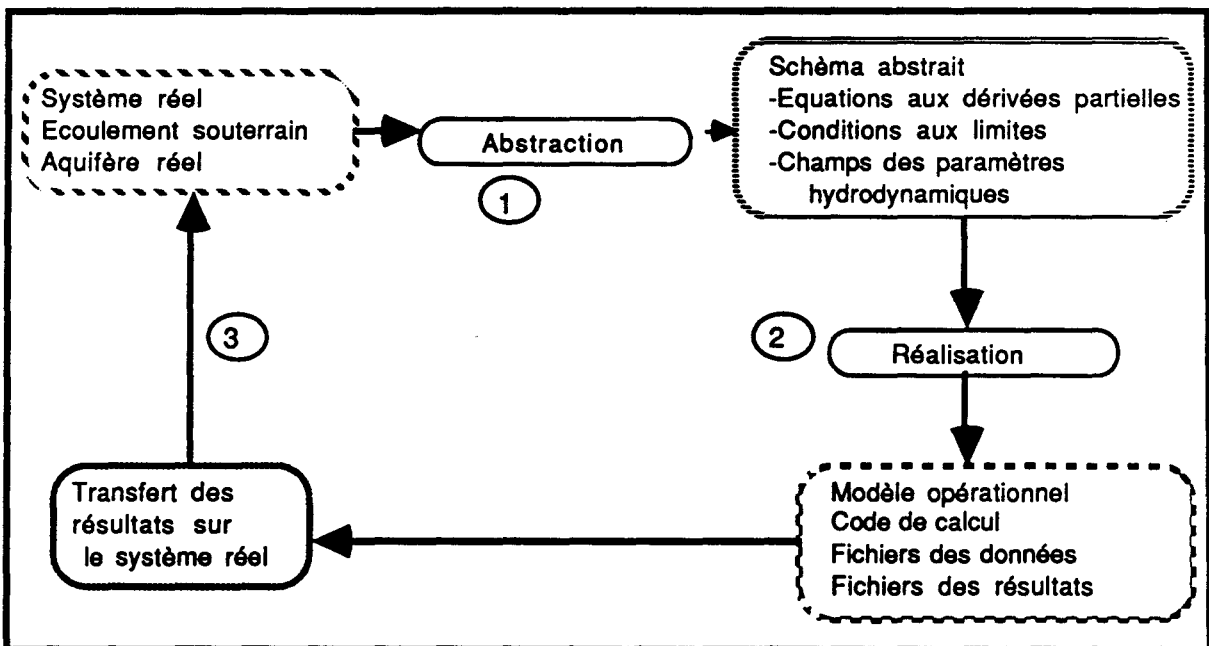


Fig.III.1 Relations entre système réel, schéma conceptuel et modèle
(Király & Zwahlen, 1986).

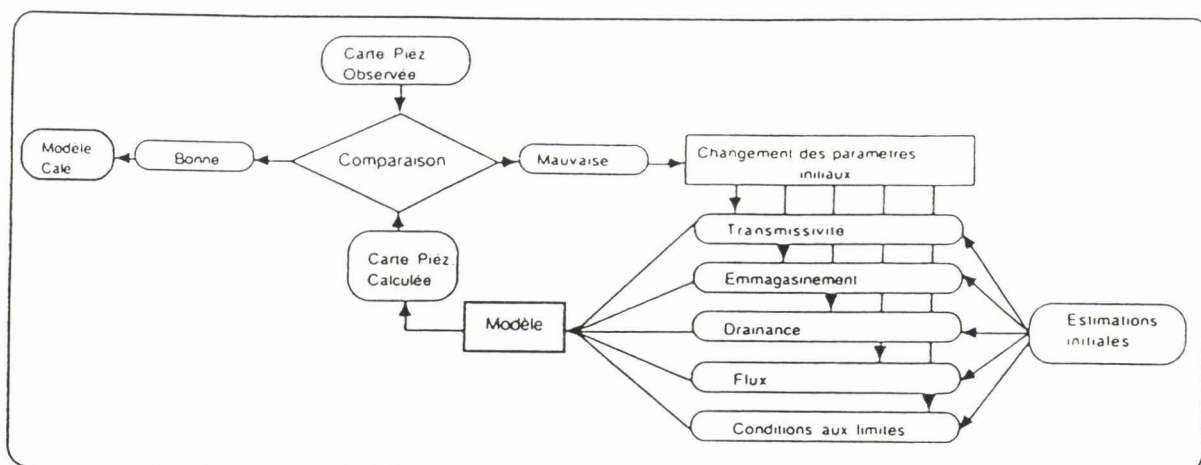


Fig.III-2: Calage par tâtonnement d'un modèle mathématique (De Marsily, 1978)

Pour connaître l'état hydrodynamique de l'aquifère de Berrechid, nous avons utilisé deux modèles, le premier est aux différences finies, appliqué dans une étude antérieure (El Mansouri (1990); El Mansouri & al 1991;1992) ce modèle a permis de prendre connaissance de l'état hydrodynamique à une échelle très petite (utilisation de 200 mailles de surface régulière pour une surface totale de 1600 Km²). Le deuxième modèle utilisé est celui qui a été établi pour cette étude. C'est un modèle couplé à éléments finis, inédit, réalisé en 1991 au Laboratoire d'Hydrogéologie de Lille I par H.Q. Wang avec la collaboration de B. El Mansouri (cf.annexe III: mode de fonctionnement du modèle WEEF)

IV- 1- Caractéristiques du modèle (pour le détail, voir annexe III: mode de fonctionnement du modèle)

Le modèle étant couplé, peut:

- traiter en même temps les phénomènes hydrodynamiques et hydrodispersifs.
- permettre le calage en permanent et en transitoire, en utilisant divers schémas de calcul.

Le maillage peut être quelconque et le nombre des mailles (éléments) dépend de la place mémoire de la machine de calcul.

La méthode de résolution: schéma implicite par Sous/Sur-Relaxation

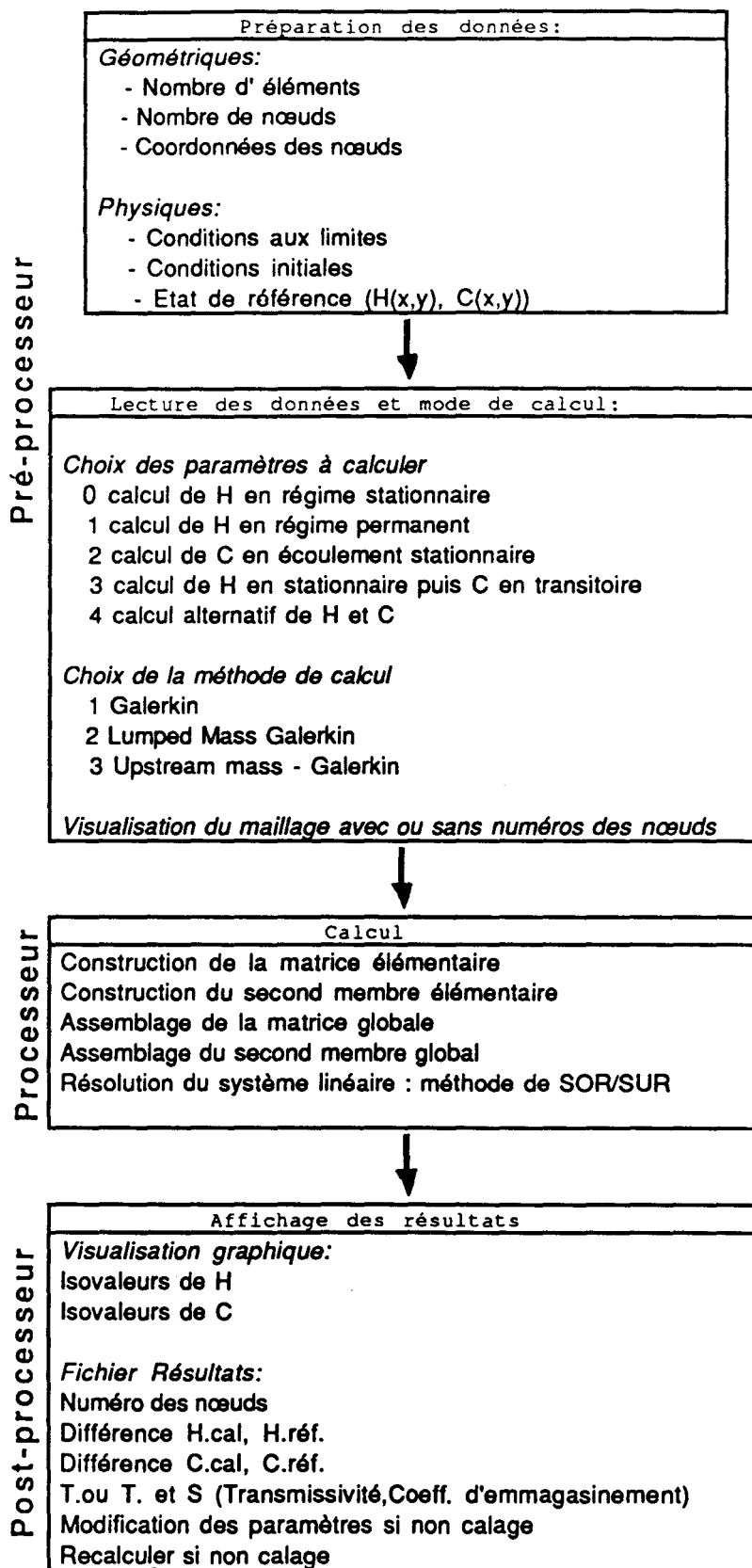


Fig.III-3. Structure générale du modèle global WEEF

IV- 2- Discrétisation du domaine d'étude.

Nous avons considéré l'aquifère de Berrechid comme un système monocouche, la surface modélisée est d'environ 1600 Km². Nous avons discrétisé le modèle en 1220 éléments de 654 nœuds, la plus grande surface d'un élément est de 4,15 Km², alors que la plus petite est de 2,44 Km², ce nombre d'éléments est limité par la capacité de la machine de calcul dont nous disposons.

La méthodologie que nous avons adoptée comme critère de discrétisation du domaine est la suivante:

* un maillage très fin dans les zones où le gradient hydraulique est très fort (cas de la zone SE de la carte (voir fig.III-5) et aussi dans les zones où la nappe est très exploitée (zone de Sidelaydi: SW de la carte), alors que dans les zones où les isopièzes sont très espacées nous avons discrétisé en éléments de surfaces relativement grandes.

* nous avons maillé de telle sorte:

-que les nœuds soient sur les courbes piézométriques de référence afin de simplifier la comparaison des deux cartes piézométriques (calculée et celle de référence) et d'éviter les erreurs d'interpolations des valeurs entre deux équipotentielles.

-que les nœuds coïncident aussi avec les points de mesure des paramètres hydrauliques (Transmissivité et coefficient d'emmagasinement)

- pour tenir compte de l'état structural du réservoir, nous avons maillé de telle sorte que des nœuds coïncident avec les lignes de partage et de drainage de la piézométrie qui sont le résultat du système de failles affectant le réservoir.

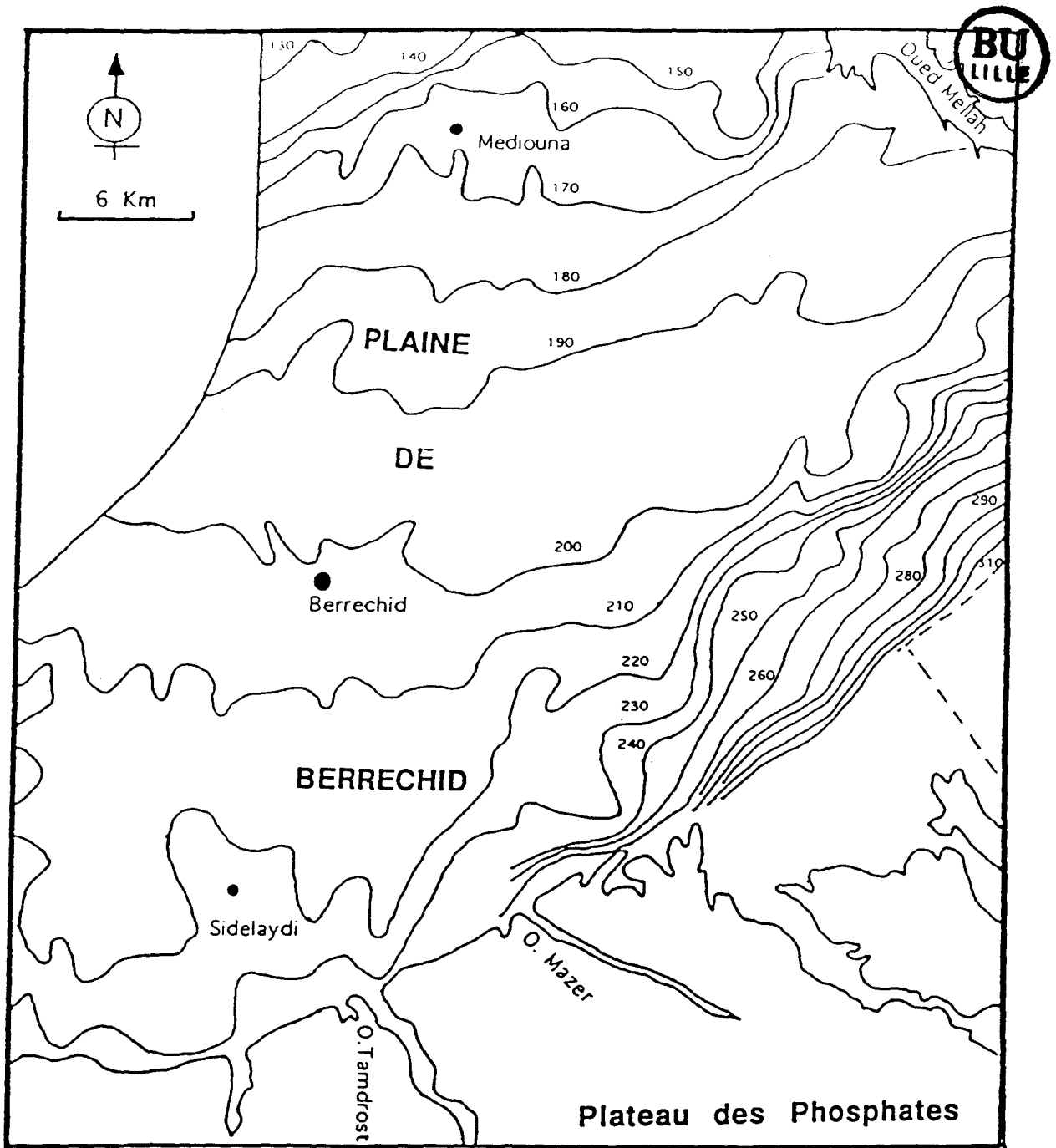


Fig. III-4. Piézométrie de 1956 (Moullard & Hazan, 1962).

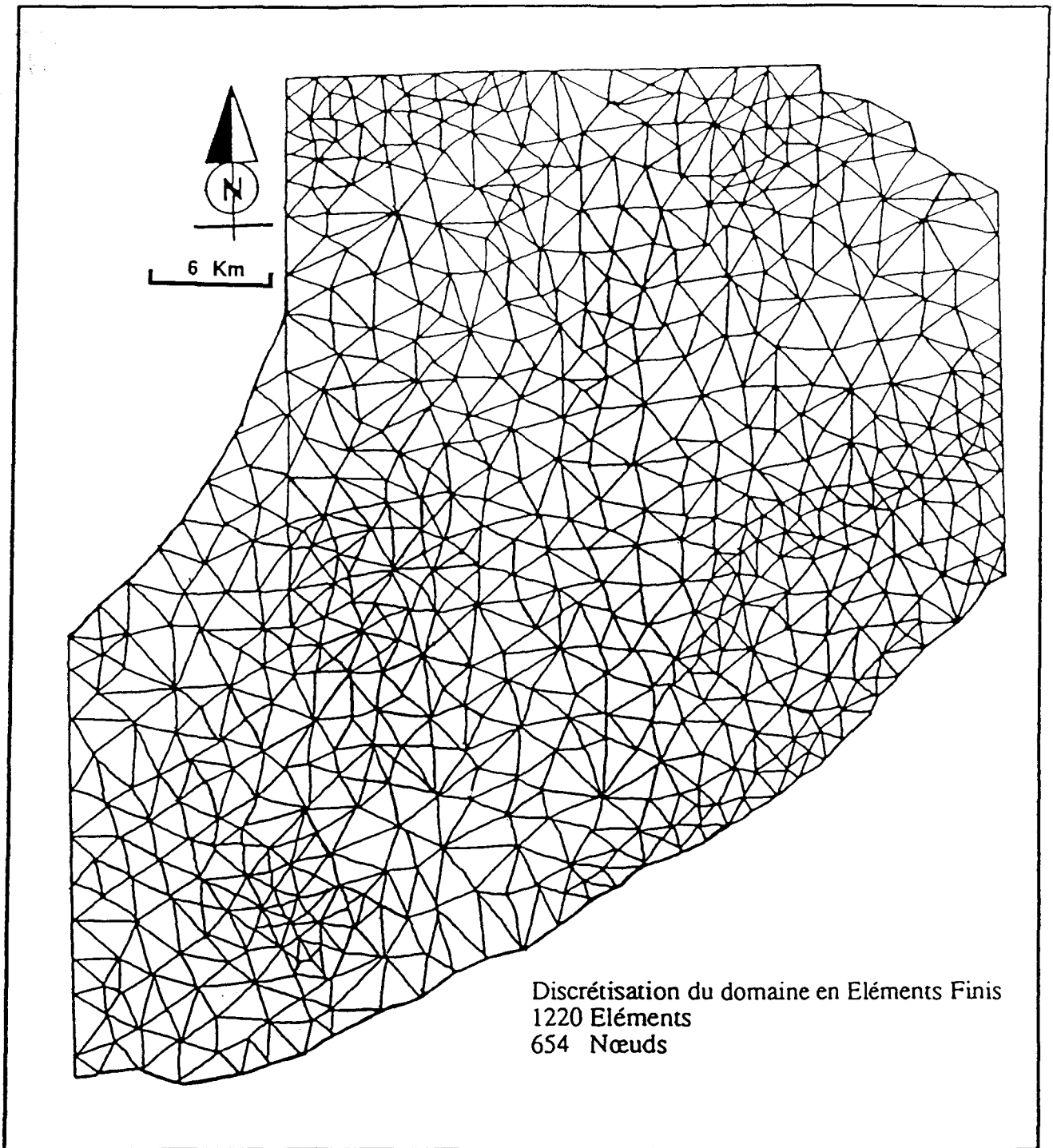


Fig.III-5. Discretisation du domaine d'étude en éléments triangulaires
par la méthode des éléments finis

IV- 3- Calage du modèle en régime permanent:

Le calage d'un modèle mathématique en permanent suppose que pour une période donnée le système est stationnaire (indépendant du temps), dans notre cas on suppose que le niveau de la nappe est constant, par conséquent la variation du potentiel dans le temps est nulle ($\frac{\partial H}{\partial t} = 0$) et donc le modèle va résoudre l'équation suivante:

$$\frac{\partial}{\partial x}(T_{xx} \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(T_{yy} \frac{\partial H}{\partial y}) = q$$

ou simplement si le milieu est considéré comme isotrope:

$$\frac{\partial}{\partial x}(T_{xx} \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(T_{xx} \frac{\partial H}{\partial y}) = q$$

Où:

- T_{xx} : Transmissivité suivant la direction x [$L^2.T^{-1}$]
- T_{yy} : Transmissivité suivant la direction y [$L^2.T^{-1}$]
- H : Potentiel hydraulique [L.]
- q : Débit ou terme source négatif ou positif [$L.T^{-1}$]

Le calcul s'initialise par l'introduction de toutes les données disponibles: les conditions aux limites, prélèvements, paramètres hydrodynamiques... :

Les entrées:

-l'alimentation du système par les pluies efficaces qui gagnent le système par la surface et les limites. Ces valeurs ont été calculées au Chap.II.

Les sorties:

- Le drainage de la nappe en prenant la valeur moyenne donnée au Chap. II.
- les différents prélèvements pour l'année 56 données par Moullard & Hazan

(1960)

puis l'introduction des valeurs connues du paramètre à caler (perméabilité ou transmissivité). Pour les nœuds qui ne disposent pas de valeurs de ce paramètre, nous leur affectons des valeurs par défaut et de même ordre que les valeurs expérimentales des nœuds voisins. Toutes ces données nous permettent d'initialiser le calcul. A l'étape suivante de calcul (deuxième simulation) nous changeons progressivement les paramètres qui sont relativement moins connus, seules les valeurs données par l'essai sur le terrain ne font l'objet d'aucun changement lors du calage (nous avons introduit environ 200 valeurs expérimentales de transmissivité).

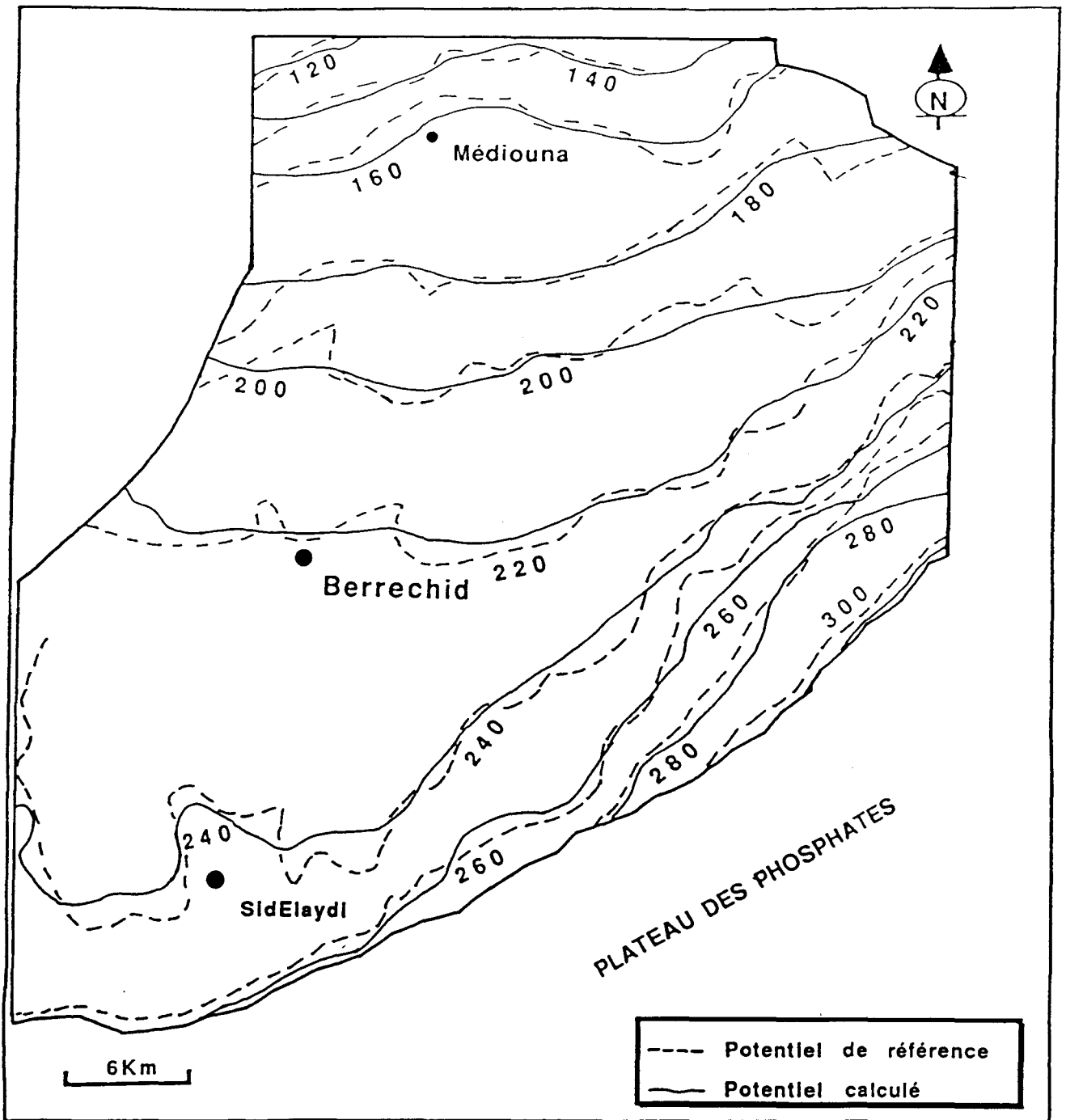


Fig.III-6a. Calage du modèle en régime permanent sur la piézométrie de 1956.

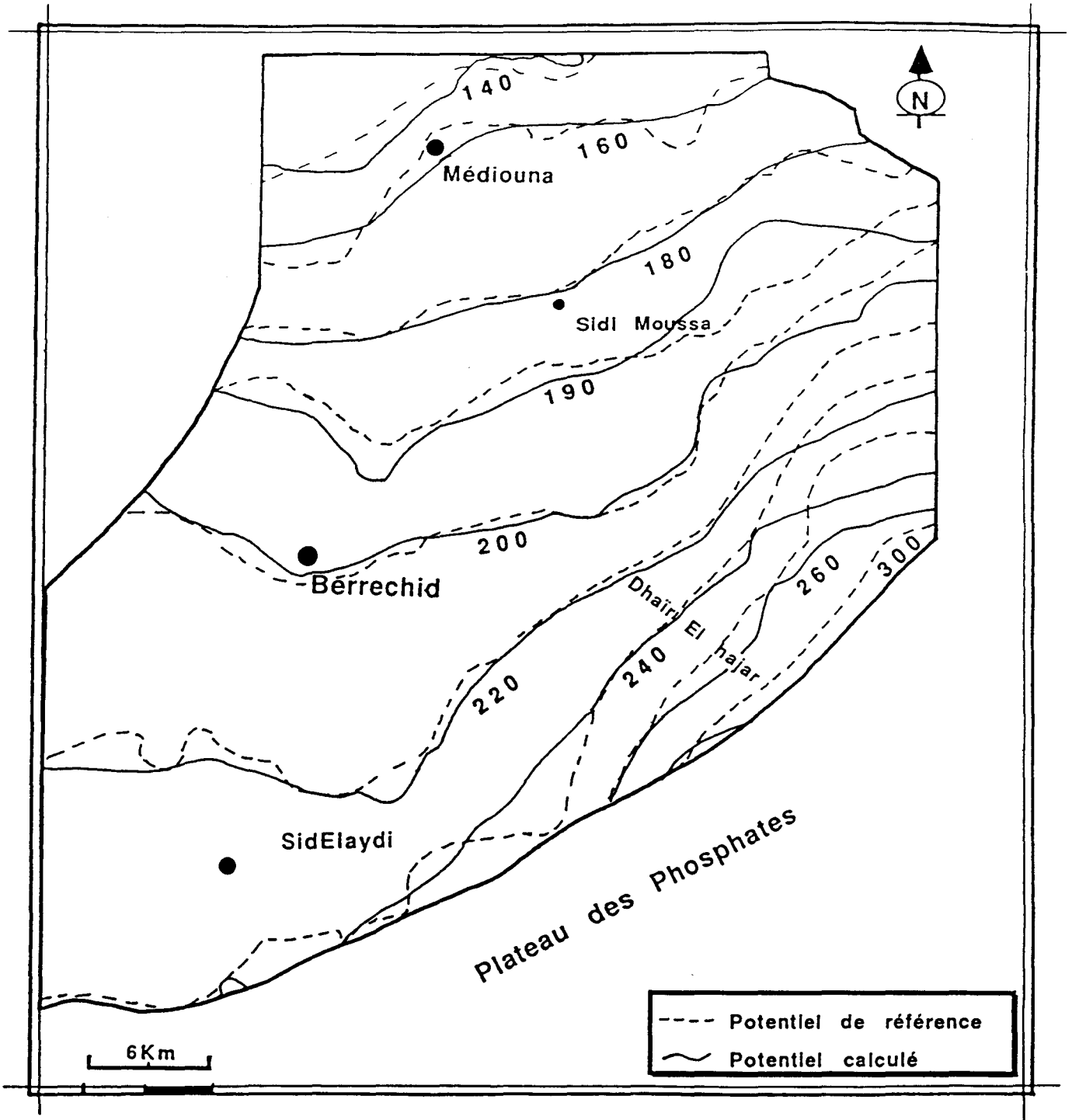


Fig.III-6b. Calage du modèle en régime permanent sur la piézométrie de 1984

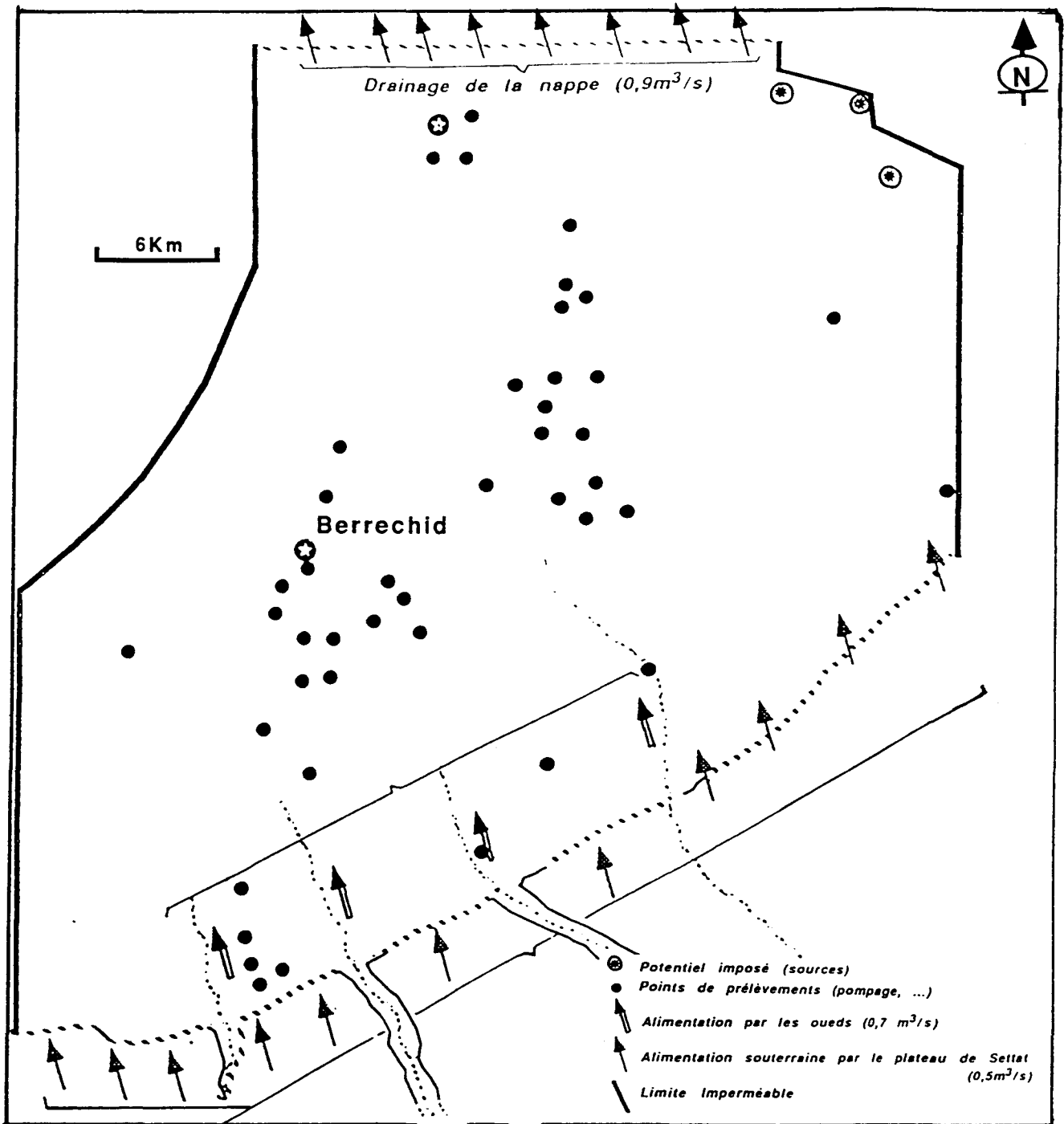


Fig. III-7. Calage en régime permanent des débits aux limites.

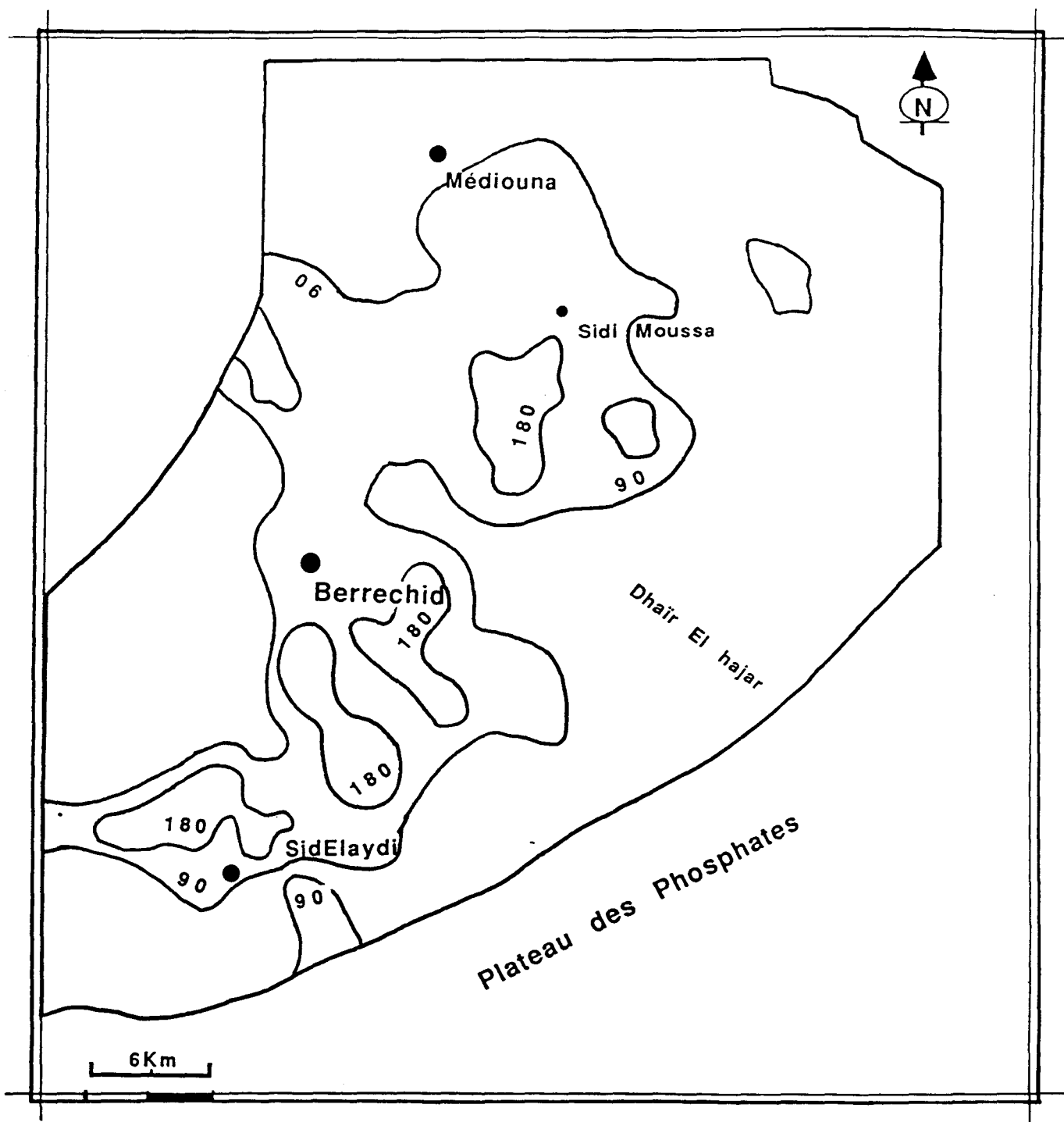


Fig. III-8. Carte des transmissivités (en $10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$)
obtenue par calage du modèle en permanent.

Entrées (en m ³ /s)		Sorties (en m ³ /s)	
B.V. des Oueds	0,51	Drainage	0,9
Plaine de Berrechid	0,48	Prélèvements	0,38
Abouchement	0,5	Sources	?
Total	1,49	Total	1,28
	Différence		0,21

Tab.III-2. Bilan global de la nappe après calage du modèle en permanent sur l'état piézométrique de 1956

IV- 3-1- Discussion

Le calage du modèle a été relativement facile; nous avons obtenu des résultats que nous avons jugé satisfaisants après quelques passages sur ordinateur (fig.III-6a)(une dizaine de simulations) (calage plus rapide que le modèle en Différences Finies (El Mansouri, 1990)). Hormis au niveau de certaines zones pour lesquelles nous n'avons pas pu obtenir un très bon calage surtout dans la zone SE (zone de fort gradient hydraulique) et la zone SW.

Afin de caler le modèle, nous avons été amenés à caler les débits à l'entrée et à la sortie du système . Pour expliquer la différence observée entre les débits d'alimentation calculés au chap.II et ceux du calage, nous pouvons émettre plusieurs hypothèses:

- une surestimation des apports calculés par la méthode utilisée précédemment.

- une sous-estimation du drainage de la nappe vers l'aval

- une surestimation du coefficient d'infiltration donné dans la bibliographie (coefficient proposé par Hazan & Ferre (1960; 1964); Ferre (1960) in Ruhard (1975) & ADH (1985). Par conséquent, il se peut que le taux d'infiltration à travers les formations quaternaires soit nettement inférieur à celui proposé par ces auteurs.

- la non conformation des bassins hydrologique et hydrogéologique. Ce qui veut dire qu'une grande partie des pluies efficaces s'infiltré et prend un chemin préférentiel de type conduits structuraux. Les failles affectant le Plateau peuvent se comporter comme des réservoirs locaux et donc retarder ou empêcher une partie de ces pluies d'atteindre la nappe. Vu la structure géologique du bassin mise en évidence au chap. I, nous pensons que cette dernière hypothèse est la plus probable.

Pour expliquer la différence entrées-sorties (tab.III-2), on peut considérer que la nappe se comportait en régime permanent et nous accordons la différence entrées-sorties aux débits des sources qui prennent naissance le long de la vallée d'Oued Mellah et à l'aval de la nappe le long de la vallée d'Oued Hassar (conditions de potentiel imposé).

Pour valider le modèle, nous l'avons calé sur un état supplémentaire de la nappe (calage sur la piézométrie de 1984,). L'introduction des valeurs de transmissivités calculées sur l'état de 1956 et les entrées-sorties de 1984, a permis l'obtention d'un calage satisfaisant sur la piézométrie de cette année, sans aucun recalage des valeurs de transmissivité (fig. III-6b). Dans ce cas, la différence entrées-sorties est de $-0.3 \text{ m}^3/\text{s}$, ce qui montre que le système est déficitaire en alimentation (moins d'entrées que de sorties), à l'opposé de l'état de 1956.

A l'issue de cette phase nous avons établi la carte des transmissivités sur l'intégralité de l'aquifère de Berrechid (fig.III-8), les valeurs de ces transmissivités sont très hétérogènes, on peut les classer en différentes zones:

- ° zones de faibles transmissivités: ce sont particulièrement les zones de SE, la zone aval de l'aquifère. En général elles correspondent aux limites du bassin. Les valeurs de la transmissivité dans ces zones sont $\leq 90 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.

- ° une zone moyenne qui est entourée par les zones antérieures et englobe les zones centrales, la valeur de la transmissivité dans cette zone est de $90 \text{ à } 180 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.

- ° nous pouvons qualifier les zones les plus centrales de l'aquifère de zones de bonne transmissivité: $\geq 180 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.

Nous remarquons, d'après la carte établie, que la transmissivité de l'aquifère de Berrechid se présente en zones concentriques: plus on se dirige vers le centre de l'aquifère et de part et d'autre d'une zone de faible transmissivité qui se superpose à la ride paléozoïque de Dahiř Al Hajar (fig.I.20), plus la transmissivité augmente. L'allure de la zone moyenne nous fait penser à la disposition des limites des terrains pliocènes (cf. fig.I-17). Nous pouvons en conclure que la transmissivité de ces terrains correspond aux valeurs de cette zone. Pour les zones de très forte transmissivité, elles se localisent au centre du bassin où l'épaisseur des formations aquifères (pliocènes et cénomaniennes) est importante, particulièrement au niveau du réseau hydrographique fossile dans le sous-bassin de SidElaydi. Cette importance de l'épaisseur est due à la profondeur du substratum et du réseau fossile anté-pliocène. Les deux sous-bassins communiquent par une zone transmissive, en aval de la ride, au SE de la région de Nouacer "Seuil de Nouacer".

Dans les deux sous unités, on retrouve des transmissivités de même ordre, des épaisseurs aquifères qui ne sont pas équivalentes, c'est donc la perméabilité des terrains qui peut intervenir pour expliquer ce cas de figure.

Nous pouvons donc dire que la disposition de ces zones nous rappelle l'état et la configuration structurale du réservoir (fig.I.17). En effet, nous avons signalé dans le chap.I l'idée de l'existence de deux sous-bassins: celui de SidElaydi et Sidi Moussa, ces deux derniers sont séparés par la ride de Dahair Al Hajar formés de terrains paléozoïques. C'est la disposition que nous retrouvons dans la répartition des zones de transmissivités.

Le modèle met en évidence la zone de bonnes valeurs de transmissivités de l'aquifère de Berrechid(dans le sous bassin de Sidelaydi), En effet, on remarque que les régions de Sidelaydi sont localisées en projection verticale sur une cuvette qui a donc permis la mise en place d'une épaisseur très importante. Cette cuvette se rétrécit vers le sud en gardant une profondeur importante, ce qui nous permet de dire que cette disposition a contribué à la mise en place du réseau hydrographique fossile.

IV-4-La perméabilité des terrains aquifères.

La carte des épaisseurs ainsi que ce celle des transmissivités nous permettent d'établir celle de la perméabilité équivalente des terrains aquifères (fig.III.9). Cette carte met en évidence trois zones:

1° Une zone à perméabilité faible; inférieure à $1. 10^{-4}$ m/s, qui correspond à la périphérie du bassin sauf en aval de la limite sud du plateau de Settat. Cette perméabilité correspond à la perméabilité équivalente des terrains paléozoïques et permo-triasiques à la périphérie du bassin.

2° Une deuxième zone dont la perméabilité moyenne est d'environ 1 à $4,5.10^{-4}$ m/s. C'est la perméabilité moyenne de l'aquifère, puisque cette classe couvre environ la totalité du bassin. Les limites de cette classe suivent souvent celle des terrains pliocènes (cf fig.I.17). C'est donc la perméabilité équivalente des terrains cénomaniens, pliocènes et quaternaires (quand ils sont perméables)

3° La dernière zone est très réduite, mais avec des perméabilités très élevées; supérieures à $4,5 .10^{-4}$ m/s. Les plages constituant cette dernière classe, sont dispersées dans la zone précédente. Pour expliquer le scénario antérieur exposé lors de l'étude des transmissivités, c'est-à-dire, dans les deux sous-bassins, nous trouvons des valeurs de transmissivités qui sont analogues malgré l'existence d'une différence d'épaisseur entre les deux sous-bassins. En effet, les zones à forte perméabilité rencontrées dans le sous-bassin de Sidi Moussa permettent de compenser l'épaisseur (fig.I.20), par conséquent, nous trouvons dans ce sous bassin des valeurs de transmissivités comparables à celles du sous-bassin de SidElaydi.

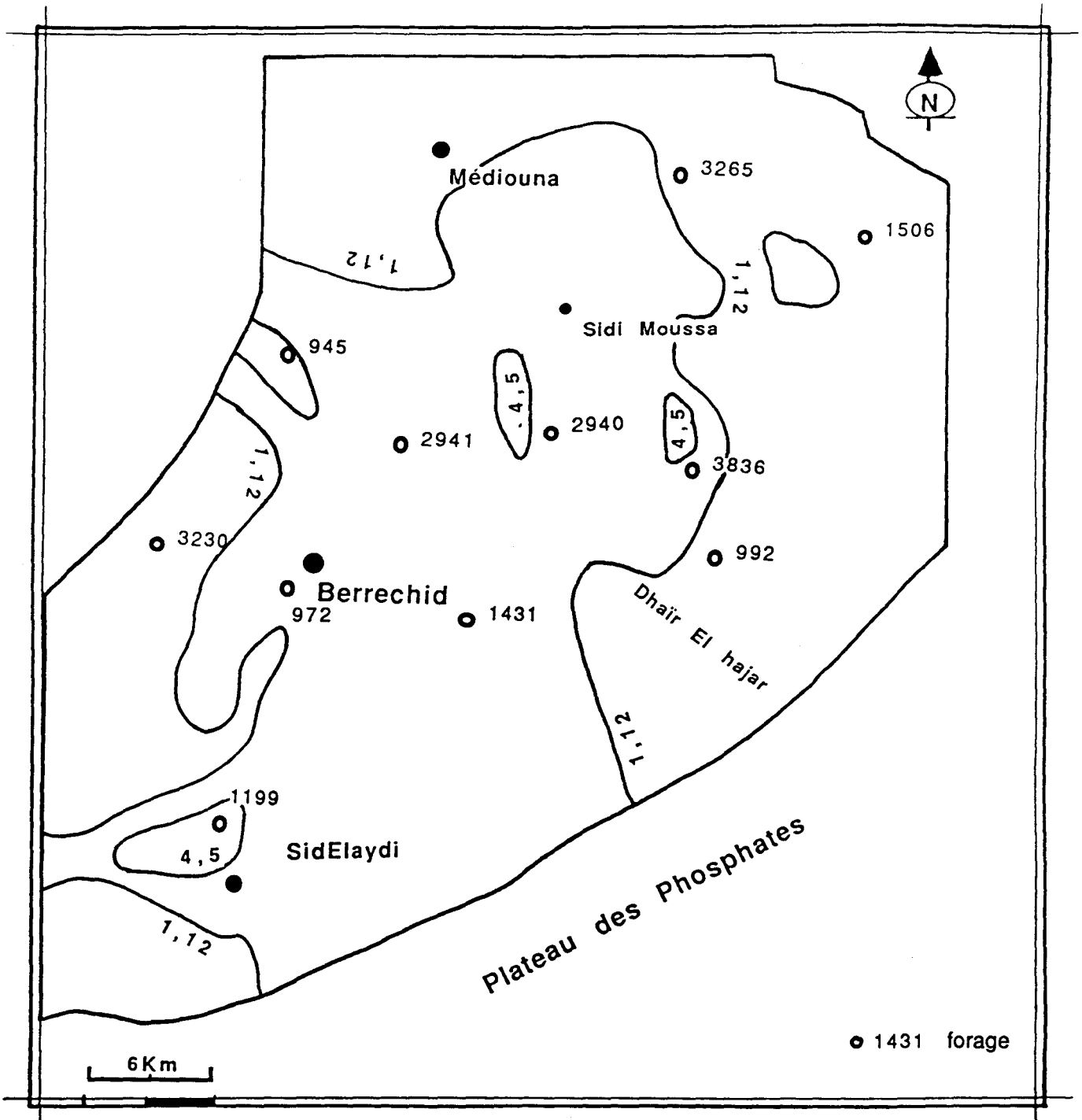


Fig. III. 9- Carte des perméabilités des terrains aquifères de la nappe de Berrechid
(Carte calculée à partir des cartes des Transmissivités (fig. III-8) et des épaisseurs (fig.I-20)

Forages	Faciès	Epais. (m)	Age	Perméabilité (10^{-4} m/s)
945	- Tufs - Limons - Grès - Argiles	3 5 13,6 0,1 ?	Quaternaire Pliocène P-Trias et Inf-C.	> 4,5
1199	- Tufs - Limons - Grès et conglomérats - Argiles sableuses - Argiles rouges	2 8 11 6 8 ?	Quaternaire Pliocène P-Trias et Inf-C.	
2940	- Ensemble limoneux - Grès et sable gréseux - Argiles rouges avec passées gréseuses	9 15 2 4 ?	Quaternaire Pliocène P-Trias et Inf-C.	
3836	- Limons - Grès - pertes totales	36,5 8,5 ???	Quaternaire Pliocène ?	1,125 - 4,5
972	- Tufs - Limons - Grès - Calcaires jaunes - Marnes jaunes	4 16 25 1 1,5 ?	Quaternaire Pliocène Cénomanién	
1431	- Ensemble limoneux - Grès et sable gréseux - Argiles rouges avec passées gréseuses	32 23 47 ?	Quaternaire Pliocène P-Trias et Inf-C.	
2941	- Tufs - Limons - Grès marins - Argiles rouges	6 28 16 2,5 ?	Quaternaire Pliocène P-Trias et Inf-C.	
992	-Tufs - Grès dunaire - Grès coquiller -Grès conglomératique. - Schistes	4 12 13 5 6?	Quaternaire Pliocène Primaire	
1506	- Tufs calcaires - Grès tendre arg. - Sables grises et galets - Marnes bariolées	1 38 3 2 ?	Quaternaire Pliocène Cénomanién	< 1,125
3265	- Limons - Grès - Calcaires blancs - Marno-calcaires -Argiles rouges et galets	23 17 2 19 1 ?	Quaternaire Pliocène Cénomanién P-Trias et Inf-C.	
3230	- Limons - Grès - Argiles rouges	7 8 54 ?	Quaternaires Pliocène P-Trias et Inf-C	

Tab.III-3. Analyse des faciès et de leurs perméabilités calculées de quelques forages
(faciès décrit par l'ADH (1985))

La carte des perméabilités superposée à celle de la structure du bassin (fig.I.17) nous a permis de détecter certaines portions de terrains qui appartiennent à la zone à perméabilité moyenne, ces terrains se trouvent également dans la zone à faible perméabilité, ce qui nous a amené à étudier le faciès des terrains à partir de quelques forages (tab.III.3).

L'examen des faciès lithologique (tab.III.3), montre que ceux -ci sont relativement homogènes sur l'ensemble du bassin de Berrechid. Donc la perméabilité intrinsèque des terrains devrait être homogène et se corrèlerait relativement bien avec la répartition des terrains. Lorsque ce n'est pas réalisé, ceci nous amène à introduire la part des failles affectant le bassin. En effet, lors du fonctionnement de ces failles, il se développe un système de micro ou macrofissures secondaires. Ces dernières peuvent jouer un rôle important dans l'hydrodynamisme de la nappe. En effet le forage (3836) (fig.III.9), situé aux environs d'une zone de forte perméabilité indique qu'il y a une perte de fluides qui pourrait correspondre à des conduits karstiques ou à une zone à forte fracturations liées à ces failles. Le phénomène de karstification est mentionné aussi par les travaux de l'ADH (1985) (forage 1428/28 (sans coordonnées)). Il est donc intéressant d'examiner plus précisément le rôle de ces failles et leur cinématique, en réalisant par exemple une étude de la fracturation à plus grande échelle et sa relation avec l'hydrodynamisme de la nappe.

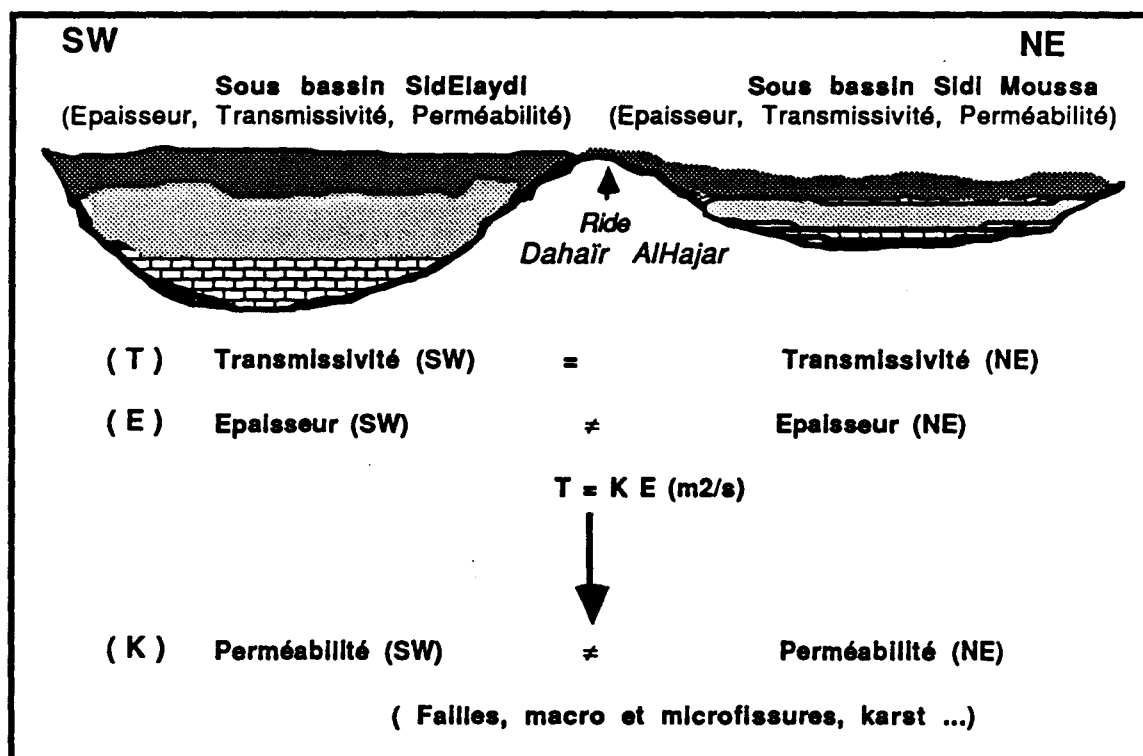


Fig.III-10 : Schéma conceptuel des deux sous-bassins de Berrechid mettant en évidence leur relation lithologique et hydrodynamique.

VI- 5 - Calage en régime transitoire.

Le calage du modèle en transitoire prend en compte la variation de la piézométrie dans le temps, l'équation à résoudre est:

$$\frac{\partial}{\partial x}(T_{xx} \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(T_{yy} \frac{\partial H}{\partial y}) = S \frac{\partial H}{\partial t} + q$$

ou si le milieu est considéré comme isotrope:

$$\frac{\partial}{\partial x}(T_{xx} \frac{\partial H}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(T_{xx} \frac{\partial H}{\partial y}) = S \frac{\partial H}{\partial t} + q \quad \text{Où:}$$

T_{xx}	: Transmissivité suivant la direction x [$L^2.T^{-1}$]
T_{yy}	: Transmissivité suivant la direction y [$L^2.T^{-1}$]
S	: Coefficient d'emménagement
H	: Potentiel hydraulique [L]
q	: Débit ou terme source négatif ou positif [$L.T^{-1}$]

L'objectif de cette étape est le calage dans un second temps du deuxième paramètre hydrodynamique qui gouverne le fonctionnement du système hydraulique en transitoire. Pour ceci, on garde les valeurs de transmissivité déterminées en permanent pour caler le modèle et seules les valeurs du coefficient d'emménagement changent au fur et à mesure, jusqu'à l'obtention d'un calage satisfaisant sur un état de référence. Le calcul est initialisé par:

-l'introduction des transmissivités obtenues en permanent

-l'introduction des coefficients d'emménagement expérimentaux (qui ne font pas l'objet de correction lors du calage: seulement une dizaine de valeurs sont connues) et l'introduction d'une valeur bibliographique moyenne au niveau des nœuds qui ne disposent pas de valeurs expérimentales, cette valeur est de l'ordre de $5. 10^{-2}$ (Moullard & Hazan, 1960); (Hazan & Ferre, 1964), (ADH, 1985); (Mouhdi, 1988).

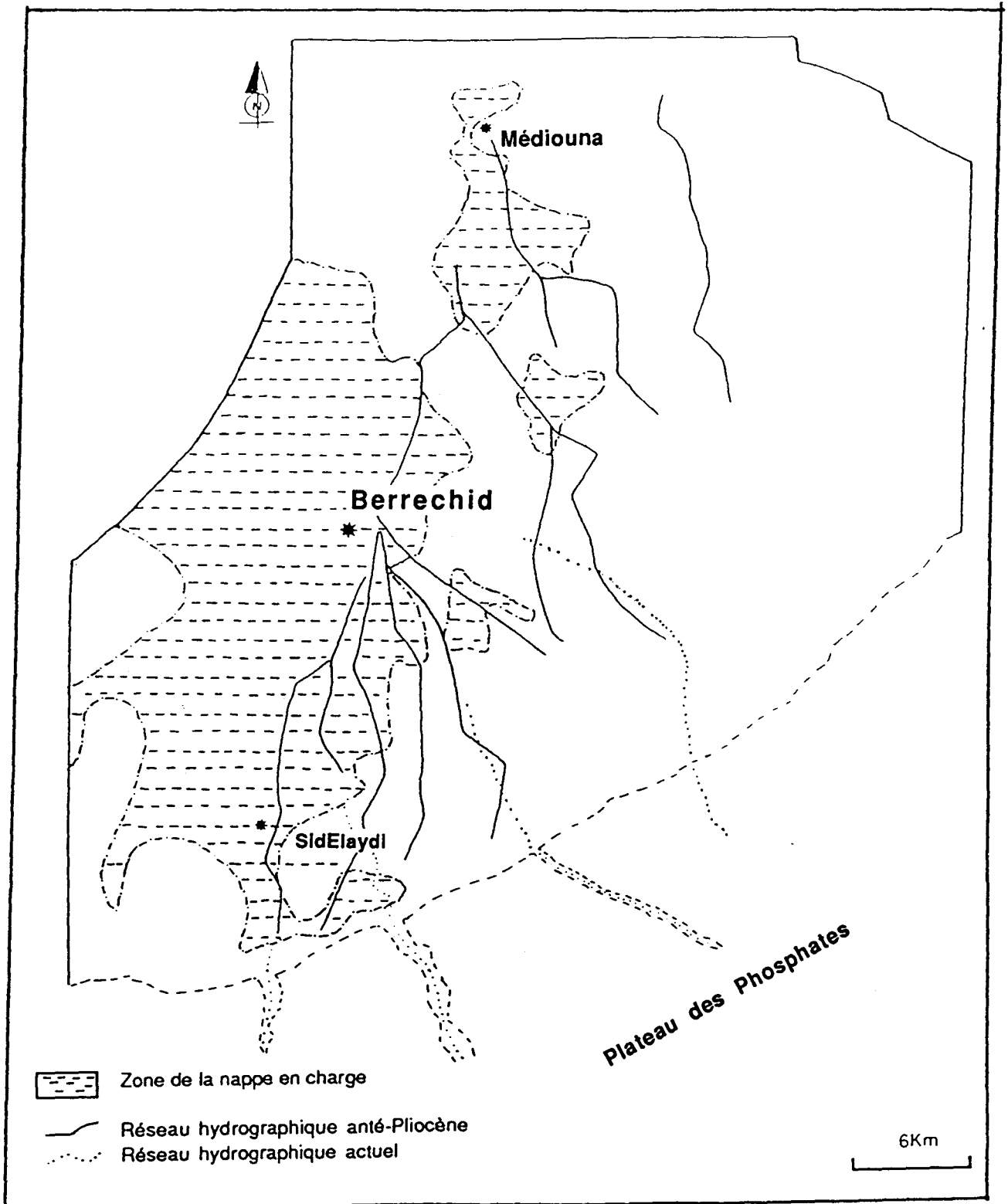


Fig.III-11. Le réseau hydrographique anté-pliocène et la zone de captivité de la nappe.

Comme nous ne disposons que de deux cartes piézométriques précises: celle de 1956 et celle de 1984, nous avons pris cette période pour le calage (28 ans, avec un pas de temps annuel) en introduisant pour chaque année les débits d'entrées et de sorties calculées précédemment.

Nous avons procédé à un "double calage" du coefficient d'emmagasinement: dans l'espace et dans le temps:

1- Dans le temps en comparant l'évolution piézométrique calculée et réelle dans des piézomètres (figs.III-12(planches 1 & 2)), cette procédure est utile surtout pour caler les débits d'entrées et de sorties, mais malheureusement nous ne disposons pas d'un nombre assez élevé de ce type de données (environ onze piézomètres).

2- Dans l'espace, en comparant la piézométrie calculée et celle de référence (1984) en partant de celle de 1956 sur laquelle le modèle est ajusté en permanent (fig.III-13). Cette fois-ci, le calage du modèle a été relativement délicat et plus long par rapport au calage en permanent.

IV-5-1- Discussion

Après plusieurs simulations, nous avons obtenu un état piézométrique calculé, que nous avons considéré comme satisfaisant pour le calage du modèle en transitoire. Le résultat de cette étape est l'établissement d'une carte du coefficient d'emmagasinement (fig.III-14). L'analyse de cette carte permet de distinguer 3 grandes zones:

° Une zone de faible coefficient d'emmagasinement qui correspond à la zone WSW de la plaine. Cette zone correspond à celle où la nappe est en charge (fig.III-11). Cette correspondance n'est pas parfaite car, dans cette zone, la nappe pourrait changer de régime en évoluant en nappe libre par chute de pression à cause d'une surexploitation. On retrouve également ces valeurs dans des zones dispersées de la carte surtout à l'Est. Le coefficient d'emmagasinement (S) dans cette zone est de l'ordre de $25 \cdot 10^{-4}$.

° Une zone de 25 à $75 \cdot 10^{-4}$ qui sépare la carte en deux grandes zones. Cette zone prend une orientation NW-SE à l'amont de la nappe et se prolonge jusqu'au seuil de Nouacer.

° Enfin, les grandes valeurs de ce coefficient: supérieures à $75 \cdot 10^{-4}$, sont retrouvées au Sud, au Sud-Ouest et au NE.

Il faut remarquer également que la zone moyenne sépare les deux autres zones par une bande qui s'oriente suivant une direction NW-SE et s'allonge sur la même position que la ride paléozoïque qui sépare les deux sous-bassins. Là encore, on retrouve le schéma imposé par la structure géologique du réservoir.

— Potentiel calculé
..... Potentiel de référence

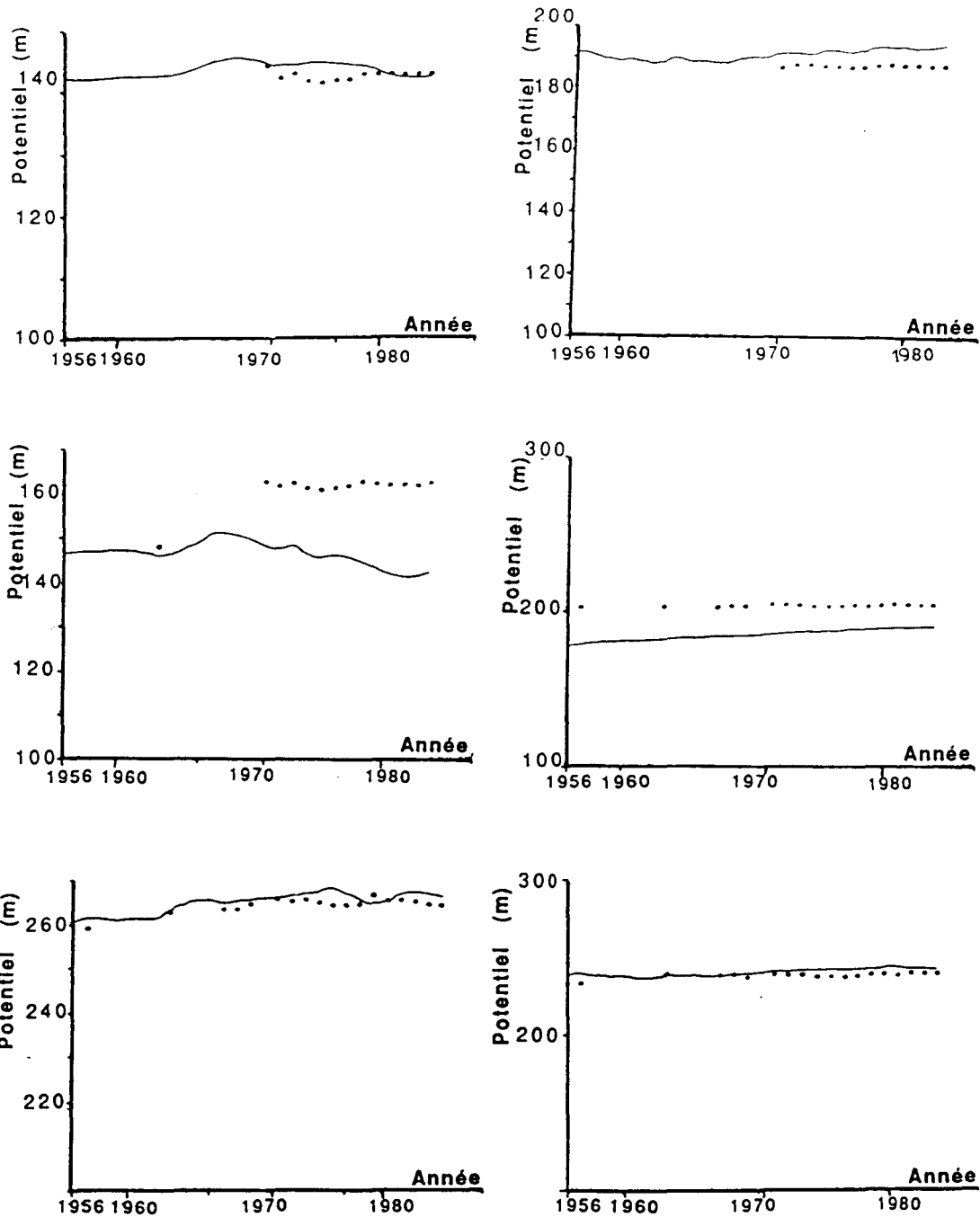


Fig.III-12 Calage du modèle en transitoire

(Calage du niveau piézométrique sur quelques piézomètres de contrôle de la nappe)

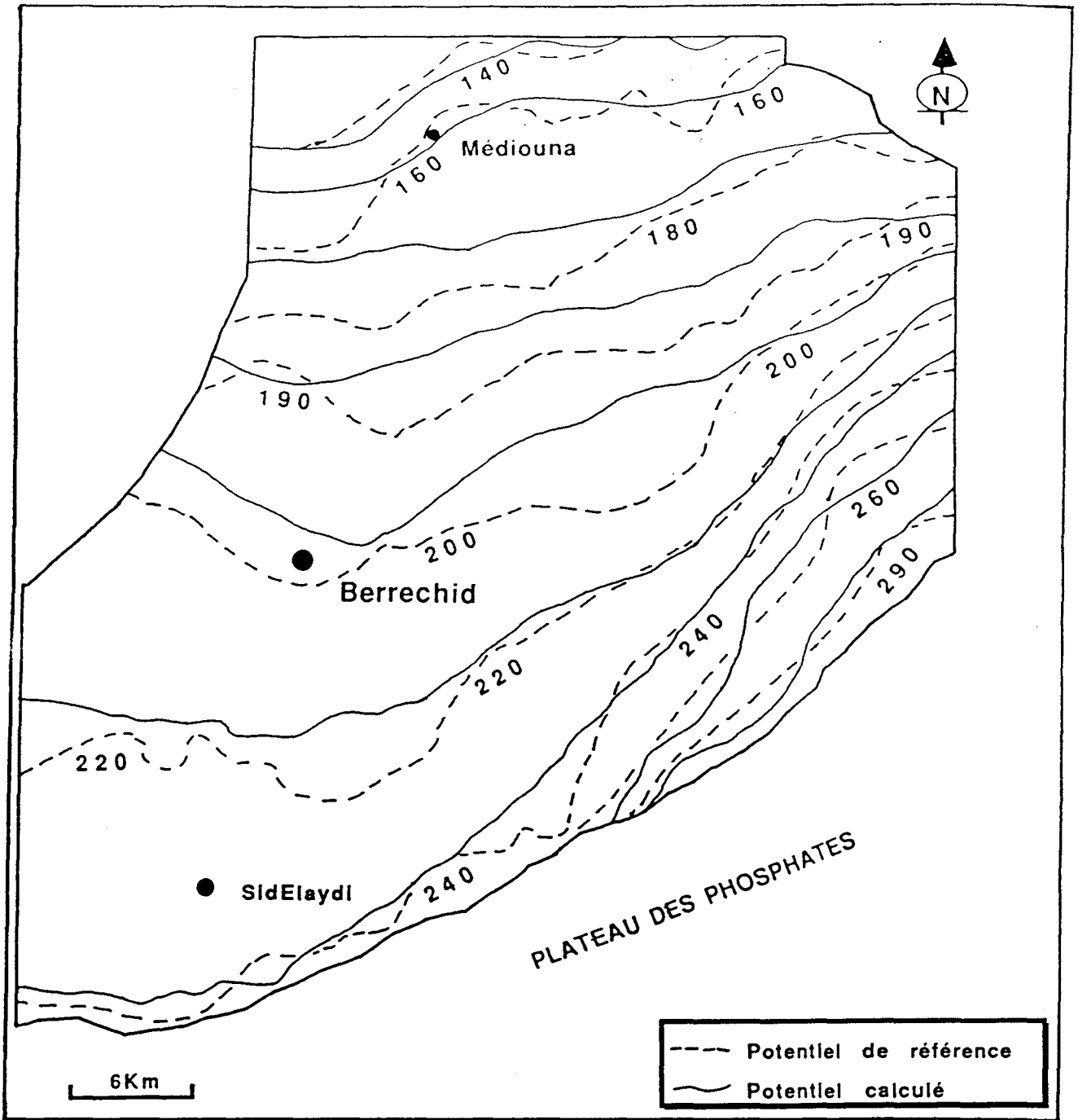


Fig.III-13. Calage du modèle en transitoire sur l'état piézométrique de 1984
(calage annuel avec état initiale de 1956)

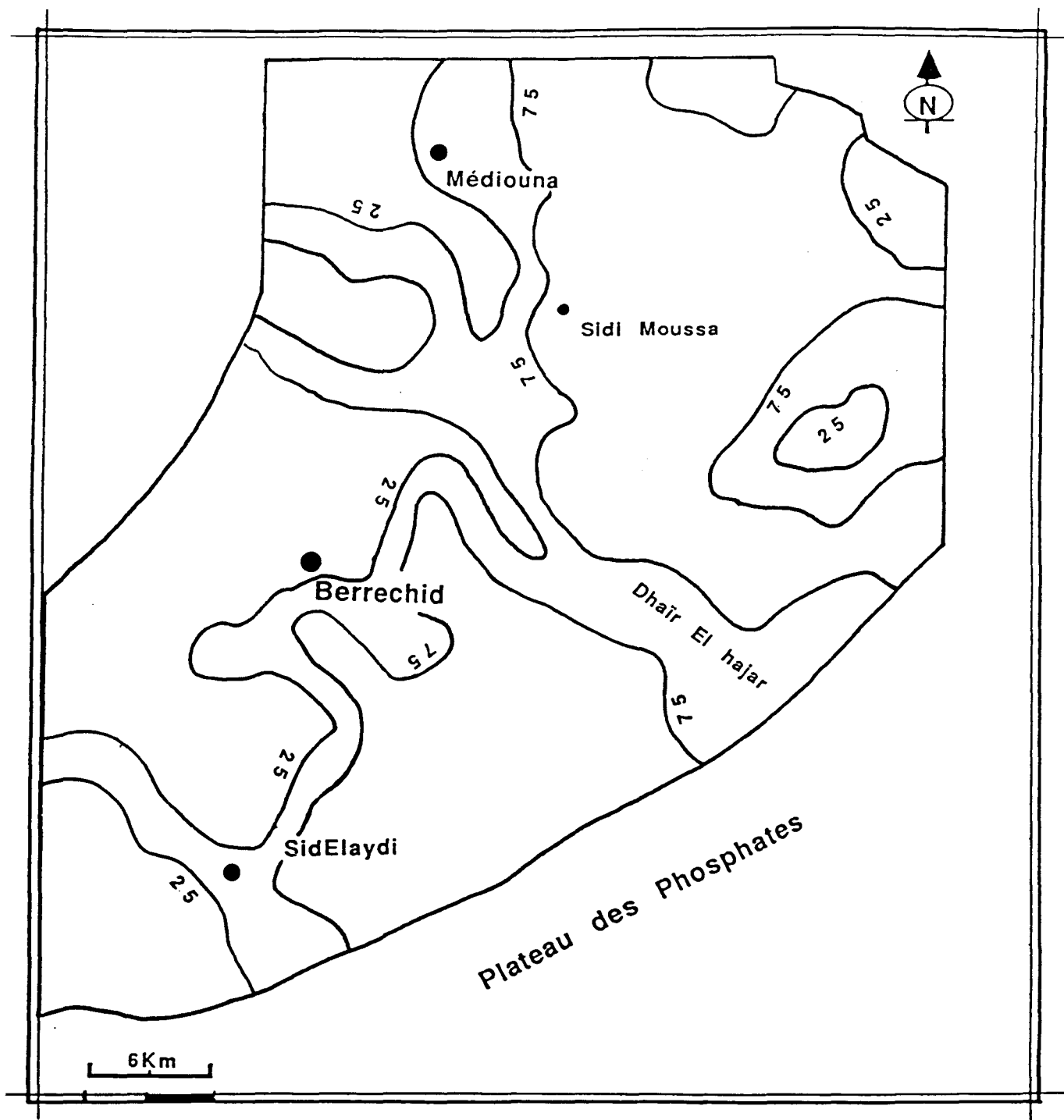


Fig.III-14. Carte du coefficient d'emmagasinement (en 10^{-4})
après du calage du modèle en transitoire

IV-6- Calcul du coefficient de diffusivité.

Pour localiser plus facilement les zones les plus productives de l'aquifère de Berrechid, nous avons calculé le coefficient de diffusivité (D_f) de la nappe ($D_f = T/S$). L'établissement de la carte de ce paramètre (fig.III-15) montre que les zones les plus productives de l'aquifère sont localisées dans la partie WSW de l'aquifère, notamment dans le sous-bassin de Sidelaydi.

IV-7- Simulation d'un scénario d'exploitation de la nappe.

Afin d'avoir une idée sur la réaction de la nappe face à certaines situations anormales (prélèvement intensifs), nous avons simulé un scénario d'exploitation en extrapolant les données de 1984.

Nous avons supposé que la nappe connaissait les conditions hydrodynamiques: évoluerait en régime permanent et recevrait les mêmes quantités d'alimentation que celles de l'année 1984. Nous avons doublé les prélèvements destinés à l'AEP et à l'industrie ce qui donne une sortie du système d'environ $85 \cdot 10^6 \text{ m}^3$ en gardant le même nombre de puits, nous avons alors obtenu l'état piézométrique de la figure (fig.III-16):

la nappe paraît avoir une grande inertie dans les deux sous-bassins, les isopièzes dans ces zones ne sont pas décalées sauf au niveau du seuil de Nouacer, la nappe réagit en présentant une dépression piézométrique peu importante. Cet état est obtenu avec un déficit entrées-sortie de $-50 \cdot 10^6 \text{ m}^3$.

Ce test nous permet de dire que sous les conditions climatiques actuelles, plus défavorables à la nappe, si les prélèvements augmentaient, la nappe en régime transitoire serait très déficitaire; il y aurait alors exploitation de la réserve ce qui provoquerait un dénoyage du système.

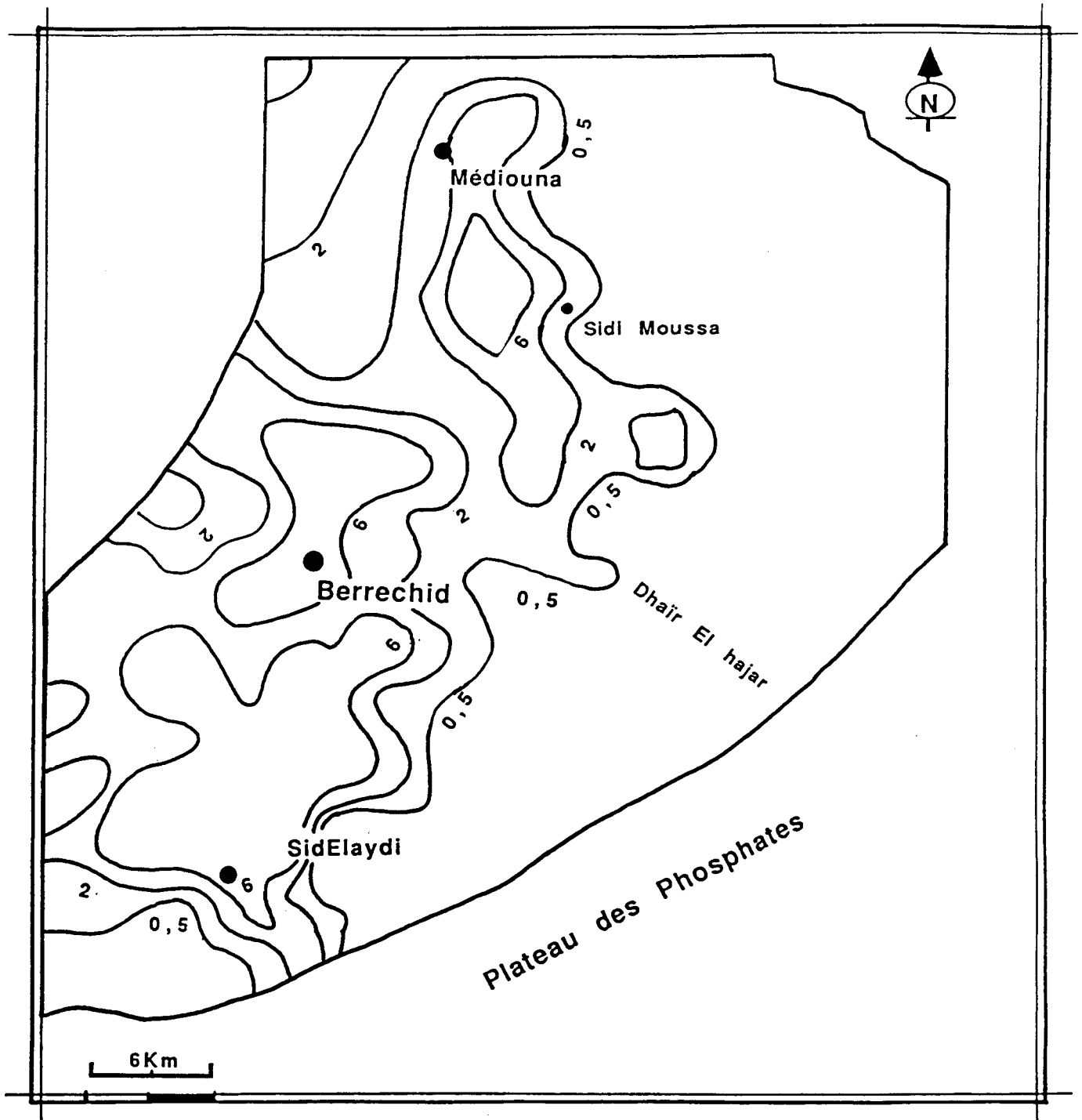


Fig.III-15. Carte du coefficient de diffusivité de la nappe (en m^2/s).

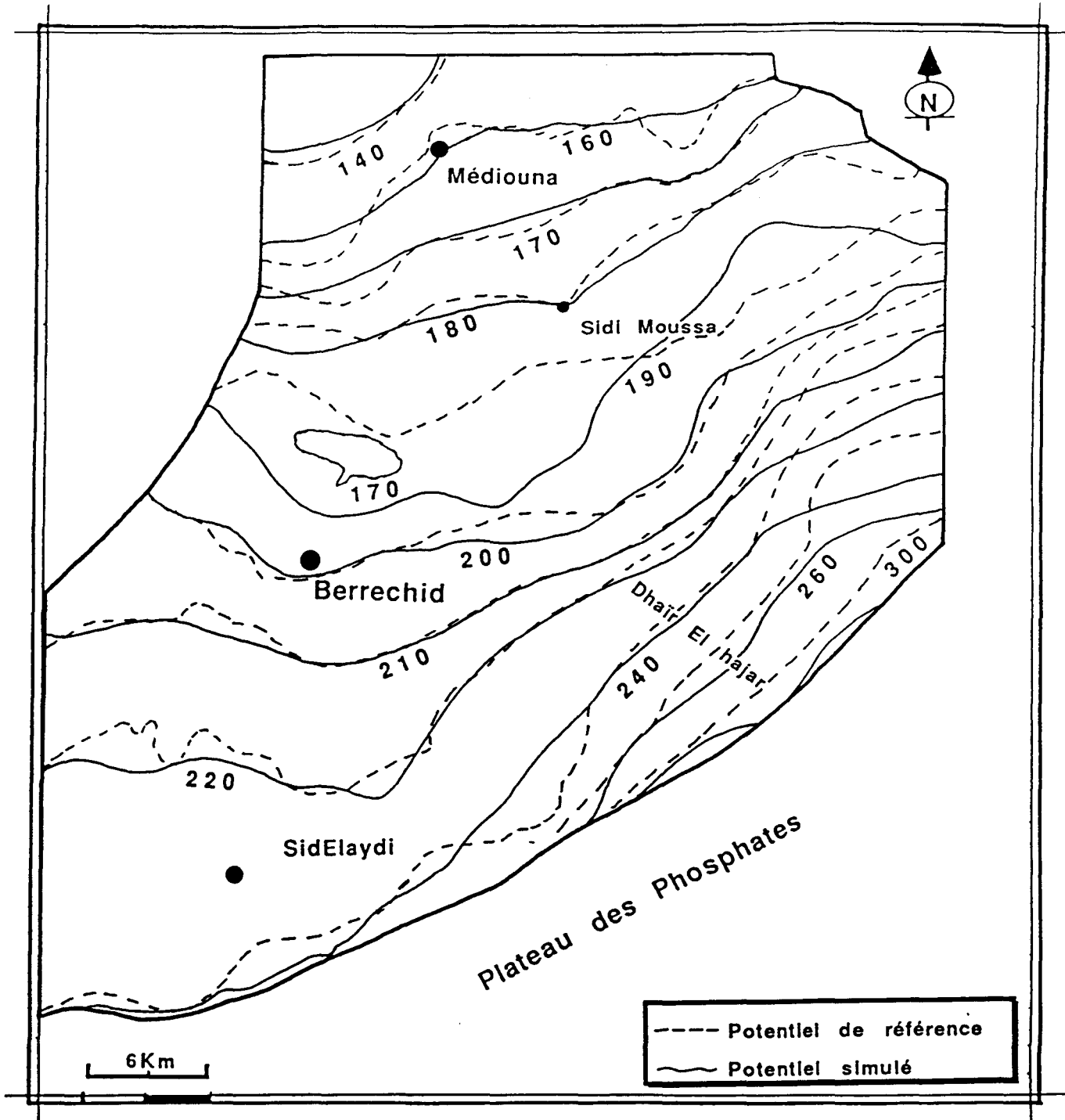


Fig.III-16. Simulation d'un scénario d'exploitation de la nappe

V- Qualité des eaux de la nappe, facteurs de pollution

La nappe de Berrechid est munie d'une protection naturelle contre les facteurs extérieurs de pollution. En effet l'épaisseur limoneuse qui la recouvre presque entièrement toute la nappe constitue un écran de protection. La nappe est menacée par plusieurs types de pollutions (El Yamine, 1977), nous citerons ci-après, celles à risques majeurs:

V-1- Activités Industrielles:

Un ensemble d'usines est installé dans la région de Berrechid dans le cadre de la décentralisation de l'activité industrielle de Casablanca. Il comprend entre autres:

Usine d'engrais: il existe plusieurs variétés d'engrais: NH_4NO_3 - $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$, KCl, K_2SO_4 ...

Usine de teinturerie qui utilise des produits tels que H_2SO_4 - CO_3Na_2 -NaOH et des colorants chimiques. L'usine rejette un débit journalier variant de 100 à 300 m³.

...

V- 2- Rejets divers:

Les eaux usées sont rejetées dans la partie aval de la nappe.

La décharge publique: L'épaisseur de la couche de limons peut protéger la nappe du point de vue bactérien, mais du point de vue protection chimique cela pose des problèmes variables suivant la nature des rejets.

Le rejet des marchés peut engendrer une pollution bactérienne due aux déchets des abattoirs.

Cette pollution bactérienne bien que chronique se manifeste durant la période des hautes-eaux, réduisant la tranche de la zone non saturée surtout aux environs de Berrechid où le niveau de la nappe est proche du sol (10 m).

Les facteurs de pollution cités ci-dessus sont localisés seulement aux environs des zones urbaines notamment de la ville de Berrechid, alors que les facteurs que nous allons évoquer ci-après sont régionaux c'est-à-dire agissant à l'échelle de toute la nappe:

V- 3- Pollution par les nitrates

Malgré le recouvrement de limons jouant le rôle de protection naturelle, la pollution par les engrais tend à augmenter. La teneur en nitrates évolue dans le temps oscillant entre 20 mg/l en 1969 et 60 mg/l en 1974 (El Yamine, 1977) c'est à dire jusqu'à des teneurs proches du seuil de potabilité toléré par l'OMS (50 mg/l). L'utilisation des engrais se fait dans les zones d'irrigation dispersées (fig.II-15). Une attention particulière est à accorder à ce type de pollution vu le danger qu'elle présente pour la santé, plus particulièrement chez les nourrissons.

V- 4- Salinité

L'étude structurale que nous avons effectuée au chap.I nous permet d'expliquer la concentration en sel des eaux du Pliocène ainsi que la morphologie des différents plages de ces concentrations données par la carte hydrogéologique de Hazan & Moullard (1962) (fig.III-17). Suivant cette carte on distingue des zones à faibles concentrations: de l'ordre de 1g/l, des zones de 1 à 3g/l, puis des zones à concentration supérieure à 3g/l. L'analyse a porté sur 1500 analyses chimiques et les dosages ont porté sur les ions Ca, Mg,Na,SO⁴,NO⁻₃ et sur les résidus secs à 180° (ADH, 1985).

Connaissant la structure du réservoir nous pouvons dire que:

- ° l'augmentation de la concentration en sels dans les zones figurées sur la carte est provoquée par l'assise permo-triasique et infra-cénomaniennne qui constitue le mur principal de la nappe.

- ° au niveau des grabens, la nappe peut se charger d'avantage en sels à cause de la faible circulation des eaux au niveau de ces structures.

- ° En cas de présence des formations cénomaniennes, les failles peuvent jouer un rôle important dans le phénomène de salinisation en établissant une relation directe: Trias-Pliocène. La carte citée ci-dessus, montre que les zones les plus chargées en sels sont situées en bordure de la nappe. Ceci est dû à la remontée du substratum permo-triasique au niveau de ces zones (cf. coupes, chap.I). Au contraire, les zones les moins chargées sont les zones du Sud de l'aquifère, cette dilution est liée à l'alimentation importante de la nappe à travers la limite du Sud-Ouest.

A ce facteur structural que nous considérons comme le facteur principal de la contamination des eaux de la nappe par les sels, on peut ajouter le contexte climatique de la région. En effet, l'évaporation très importante augmente la concentration en sels.

Les conditions humaines et économiques de la région risquent d'accentuer la dégradation de cette qualité. Par conséquent l'étude précise des mécanismes de salinisation de la nappe de Berrechid est d'un intérêt primordial.

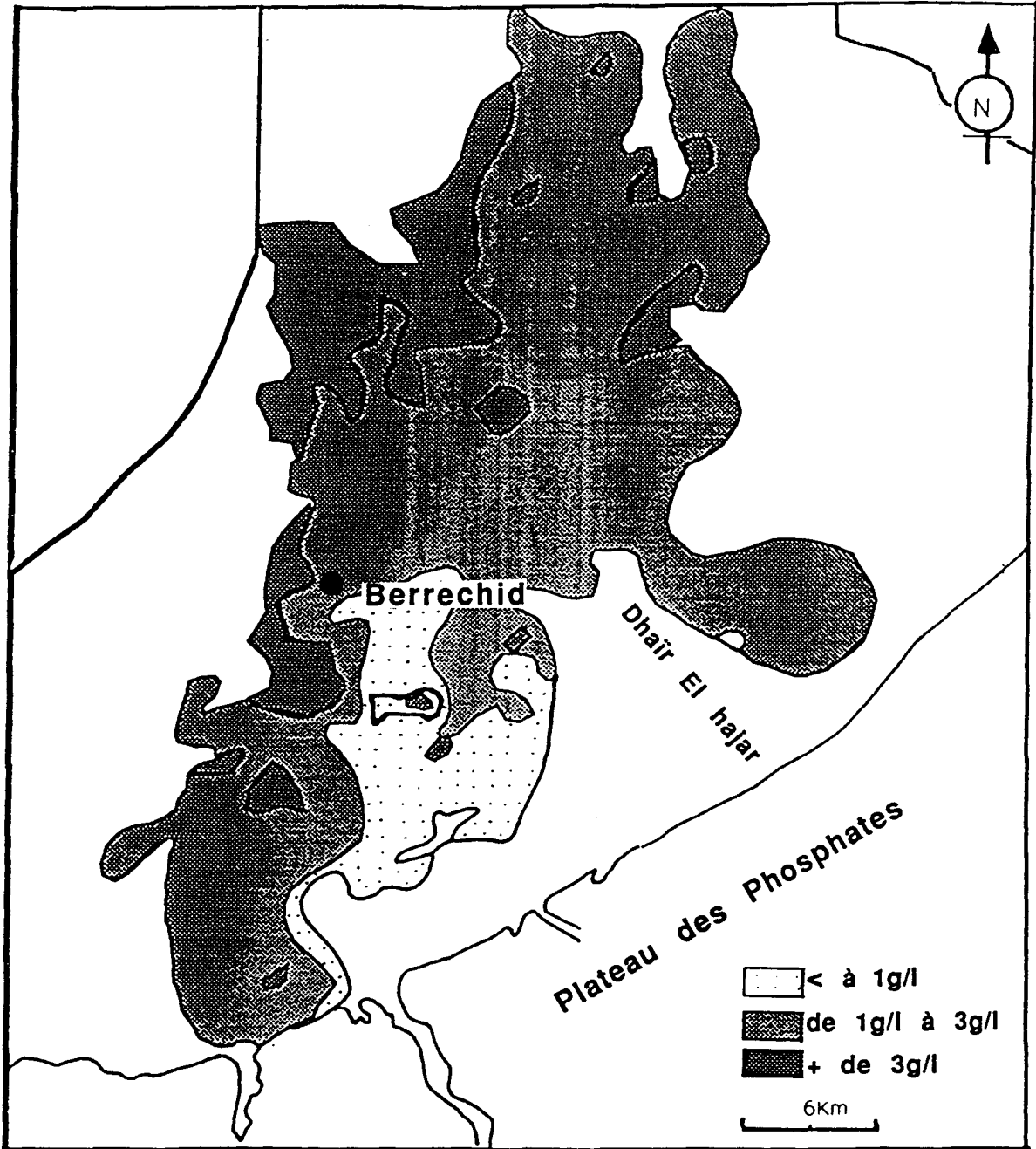


Fig.III-17. Carte de salinité des eaux du Pliocène
(Moullard & Hazan, 1960) modifiée.

VI- Conclusion :

L'application de la méthode des éléments finis à notre étude a montré une capacité remarquable à représenter ce type de milieu très hétérogène.

Nous avons pu discrétiser notre domaine en tenant compte de toutes les géométries ainsi que des structures singulières. C'est ainsi que nous avons identifié les paramètres hydrodynamiques qui gèrent l'écoulement de cette nappe:

- la transmissivité
- le coefficient d'emmagasinement
- le coefficient de diffusivité.

La configuration des cartes de ces trois paramètres montre leur concordance avec celle de la structure géologique du Bassin. Ainsi, l'existence de deux sous-bassins formant l'aquifère général apparaît relativement bien sur ces cartes. Le calcul du coefficient de diffusivité a montré que le sous-bassin du Sud est le plus productif.

A côté des avantages présentés par la méthode utilisée, il existe également des inconvénients:

- préparation de nombreuses données.
- temps de calcul plus long qu'avec la méthode des différences finies.
- très grande matrice à stocker.

En ce qui concerne la qualité de ses eaux, la nappe de Berrechid est menacée par plusieurs facteurs de pollution. Connaissant le contexte économique et social de la région, l'action de ces facteurs ne peut que s'intensifier dans le futur. C'est pour cela que nous recommandons un certain nombre d'études complémentaires et que nous poserons quelques interdictions ou réglementations:

La carte du mur que nous avons établie ainsi que les autres cartes structurales peuvent être utiles pour le choix de l'implantation des futurs captages en évitant le risque de contamination par des eaux à taux de salure élevé.

Les cartes de transmissivités, du coefficient d'emmagasinement que nous avons établies pourront servir en particulier à la définition des périmètres de protection de certaines zones particulières (Berrechid...) en fonction du débit d'exploitation.

Les centres de Berrechid et de Settat tendent à s'orienter vers les activités industrielles. Il convient donc avant toute implantation industrielle d'étudier la nature des activités et les incidences des rejets sur l'aquifère en particulier.

Les nitrates échappent aux échanges en milieux poreux et parviennent à atteindre la nappe. Une mesure efficace de prévention consistera à réglementer l'utilisation des produits à base d'azote surtout pour les riverains placés en amont hydraulique d'alimentation des captages d'eau potable.

VII- Critique des résultats du modèle:

Le modèle n'est pas une fin en soi; il a une durée de vie limitée, il peut être l'objet de recalage après sa validation sur le terrain ou après l'acquisition de nouvelles données. Le modèle que nous avons établi est apte à tout perfectionnement comme l'injection d'autres nœuds afin d'affiner la discrétisation pour plus de précision.

En ce qui concerne les conditions aux limites, elles sont relativement bien identifiées sauf celles du NE et SW, limites apparemment imperméables et dont on ne connaît pas le comportement (possibilité d'alimentation de la nappe ou drainage de celle-ci à travers ces limites quand le niveau de la nappe varie).

La piézométrie de la zone limite Sud (zone paléozoïque sud) aquifère n'a pas pu être prise en compte car nous ne possédons pas d'état de référence à incorporer dans le modèle.

La géologie du bassin comme nous l'avons démontré dans les chap. I et III, conditionne fortement l'état hydrodynamique de la nappe, une étude plus précise avec de nouvelles données obtenues par d'autres méthodes pourrait contribuer à donner au modèle plus de crédibilité.

Le transfert des résultats simulés au système réel représente la troisième opération importante. Les résultats simulés ne sont valables que dans le cadre fortement simplifié du modèle et leur transfert raisonnable au système réel exige que l'on soit conscient de toutes les simplifications effectuées au cours des deux premières opérations (abstraction et réalisation (extrapolation de quelques données (prélèvements AEP))). Plus particulièrement toute marge d'incertitude sur les données (géométrie, conditions aux limites, ...) devrait être traduite en marge d'incertitude sur les résultats simulés. D'où l'utilité de confronter les résultats du modèle à d'autres approches ce qui va être l'objet du chapitre suivant en examinant certains de nos paramètres hydrogéologiques par les méthodes géostatistiques.

BIBLIOGRAPHIE CHAP III:

(* références non citées dans le texte)

Administration de l'Hydraulique (ADH), Rabat, Maroc. (1985).- Etude du plan directeur intégré d'aménagement des eaux des Bassins Sebou, Bouregrag, et Oum errabia. *Sous mission IB3-IB4. Etude hydrogéologique de la nappe de Berrechid.* unité 12: a.

BEAR J. (1972).- Dynamics of Fluids in Porous Media. *Elsevier, Amsterdam, 764 p.*

BEAR J. & VERRUIJT A. (1987).- Modeling Groundwater Flow and Pollution, With Computer Programs for sample Cases. Theory And Application of Transport in Porous media. *Ed. D. Reidel Publishing Company. Dordrecht/ Boston/ Lancaster/ Tokyo. 414 p.*

BECKELYNCK J. (1981)*.- Traitement régionalisé des paramètres contribuant à la gestion des nappes. Application à la modélisation de la nappe de la craie dans le bassin de l'AA et de la moyenne LYS (Région Nord -Pas- de Calais). *Thèse de 3^{ème} cycle, Univ. Sc. Tech. Lille I.*

BODELLE J. & MARGAT J. (1980)*.- L'eau souterraine en France. *Ed. Masson, Collections: les objectifs scientifiques de demain. 208 p.*

BONNET M. (1978)*.- Méthodologie des modèles de simulations en Hydrogéologie. *Thèse Doct. Ing., Institut National polytechnique de Lorraine, Nancy.*

Bulletin du Bureau de Recherches Géologiques et Minières (1974)*.- Travaux récents d'hydrogéologie au Maroc. Hydrogéologie-Géologie de l'ingénieur. (2), N° 1, Section III.

CASTANY G. (1968)*.- Prospection et exploitation des eaux souterraines. *Dunod, Paris, 661 p.*

CASTANY G. (1982)*.- Principes et méthodes de l'hydrogéologie. *Ed. Bordas, Paris, 236 p.*

COOPER, H.H. JR. (1966)* .- The equation of groundwater flow in fixed and deforming coordinates. *Journal of Geophysical Research, n° 20, 71, p. 4785-4790.* In hydrogéologie quantitative, (1981). *Ed. Masson. Paris.*

DASSONVILLE G. & SUZANNE P. (1978).- L'étude par modèles mathématiques de la nappe d'Aubergenville. *Publication T. S. M. de l'eau. Mai., pp. 259 - 267.*

EL MANSOURI B. (1990).- Modélisation mathématique des écoulements souterrains de la nappe de Berrechid, (Maroc). *Rapport DEA , Univ de Lille I, 83p.*

EL MANSOURI B., CARLIER E. & CRAMPON N. (1991).- Les modèles mathématiques: outils de gestion des systèmes aquifères. Application à la nappe de la plaine de Berrechid (Maroc). *VII^{ème} Congrès Mondial des Ressources en eau. Rabat, Maroc.*

EL MANSOURI B., DZIKOWSKI M., DELAY F., CARLIER E. & CRAMPON N. (1992).- Calage d'un modèle mathématique en régime permanent appliqué à la nappe de Berrechid (Maroc). *Ann.Soc. Géol. du Nord. T.1 (2^{ème} série), pp. 189-193.*

EL YAMINE N. (1977).- Contribution à l'étude des eaux potables de certaines villes du Maroc: normes de potabilité et protection des points de prélèvements. *Thèse de 3^{ème} cycle, Univ. Sc. Tech. du Languedoc.*

Structure et modélisation quantitative de l'aquifère de Berrechid (Maroc). Validation par l'approche géostatistique.
- B. EL MANSOURI (1993) .

GOUE B. (1983).- Contribution à l'utilisation de la méthode des éléments finis en hydrogéologie. Essai d'application au milieu fissuré carbonaté. exemple du Bassin de Saugras (Montpellier-France). *Thèse Doct.-Ing. géologie appliquée, 153 p. Univ. de Montpellier.*

HAZAN R. & MOULLARD L.(1962).- Carte hydrogéologique de la plaine de Berrechid (1/100000). Office National des Irrigations. Serv. Ress. Eau

HAZAN R. & FERRE M. (1964).- Notice explicative de la carte hydrogéologique de la plaine de Berrechid. *Office national des irrigations. Service des ressources en eau , Rabat, 23p.*

KINZELBACH W. (1986).- Developpements in water science. Groundwater modelling, an introduction with sample programs in basic. *New-york,Elsevier, 333 p.*

KIRALY L. & ZWAHLEN F. (1986).- L'utilisation des modèles de simulation en hydrogéologie. *T H E M A, n° 8 / novembre, p. 38 - 48.*

LEDOUX E. (1986).- Modèles mathématiques en hydrogéologie. *Ecole Normale Supérieure de Mines de Paris, centre d'informatique géologique, 120 p.*

LEVASSOR A. (1978).- Simulation et gestion des systèmes aquifères, application aux nappes du complexe terminal du bas Sahara. *Thèse de docteur 3^{ème} cycle, Paris 6 - E.N.S.M.P., 173 p.*

MANIA J. (1978).- Gestion des systèmes aquifères. Application au Nord de la France. *S. G.N, mém.15, 230 p.*

MARSILY G.de. (1972).- Calcul en géologie: In traité d'informatique géologique. *Masson, Paris, p 239 - 283.*

MARSILY.G.de. (1976)*.- Cours d'hydrogéologie. *Ecole Normale Supérieure de Mines de Paris, Fontainebleau,LHM/ RD / 75 / 37, 207 p.*

MARSILY G.de. (1978).- De l'identification des systèmes hydrogéologiques. *Thèse de doctorat d'état Es-sciences naturelles, Université Paris 6. 215 p.*

MARSILY G.de. (1981).- Quantitative Hydrogeology. Groundwater Hydrology for Engineers. *Academic Press, Harcourt Brace Jovanovitch, Publishers San Diego, New York, Berkeley, Boston London, Sydney, Tokyo, Toronto; 439 p.*

MOUHDI A. (1988).- Ressources en eau de la plaine de Berrechid. *Rapport de DEA, Université des sciences et technique de Lille.123 p.*

MOULLARD L. & HAZAN R. (1960).- Nappe phréatique de la plaine de Berrechid. *Assoc. Inter. Hydrol. Sc. Helsinki, Pub. n° 52, pp. 105-142.*

NEUMAN S.P. & WITHERSPOON P.A. (1974).- Finite element method in hydrogeology. *Bull. BRGM, 2, III (4), pp. 1-82.*

NOURZAD B. (1971).- Aspects méthodologiques de la simulation d'écoulement en milieu poreux. *Thèse Doct.- Ing., Université de Strasbourg.*

RAZACK M. (1984)*.- Application de méthodes numériques et statistiques à l'identification des réservoirs fissurés carbonatés en hydrogéologie. *Thèse Doct. d'Etat Univ. Sci. Tech. Languedoc, Montpellier.*

RUHARD J.P. (1975).- Chaouia et plaine de Berrechid. Ressources en eau du Maroc, T.II, Notes et Mém. Serv. géol. Maroc, Rabat, n° 231.

SAUTY J.P. & VANDENENBEUSCH, M. (1984).- Quelques réflexions sur les modèles mathématiques en hydrogéologie. *Pub. ann. des mines*, p1-8.Mai-juin.

SUN N.Z. & YEH W.W.G. (1983).- A proposed upstream weight numerical method for simulating pollutant transport in groundwater. *Water Resour. Res.* pp. 1489-1500.

TILLIE B. (1980)*.- Nappe de la craie du bassin minier du Nord - Pas-de Calais (zone médiane et occidentale). *Thèse 3^{ème} cycle géologie appliquée, Univ. Lille*, 130 p.

WEI H.F, LEDOUX E, & MARSILY G. de.(1990)*.- Regional modelling of groundwater flow and salt and environmental tracer transport in deep aquifers in the Paris bassin. *J. Hydrol.*,120: pp 341-358.

 *Chapitre IV:
Géostatistique linéaire*

Introduction

Certaines données relatives à la nappe de Berrechid seront traitées grâce aux méthodes d'estimation apportées par les outils de la géostatistique linéaire. C'est ainsi que nous allons examiner les paramètres hydrogéologiques suivants: les transmissivités, le mur de la nappe, les épaisseurs aquifères de celle-ci et sa résistivité électrique. Ce chapitre ne porte que sur les applications de cette approche de plus en plus utilisée dans le domaine des Sciences de la Terre et plus particulièrement en Hydrogéologie.

La théorie du krigeage nécessite de plus longs développements qui par souci de concision ne peuvent entrer dans le cadre de ce mémoire. C'est pourquoi le lecteur ne trouvera dans l'annexe IV, que quelques généralités résumant les grands principes du krigeage, ainsi que les principales démarches servant à l'élaboration des cartes krigées.

L'étude que nous avons menée a été possible par l'utilisation du logiciel de krigeage développé par F. DELAY (1991) du Laboratoire de Géologie Appliquée de Paris VI.

I- Analyse variographique:

L'application du variogramme suppose la connaissance du phénomène étudié en certains points ou en tout point d'un maillage du domaine en question. Dans notre cas, cette analyse portera sur des valeurs ponctuelles des paramètres hydrogéologiques cités ci-dessus.

Pour tous les variogrammes calculés, nous avons adopté un pas d'échantillonnage de 1,5 Km, c'est-à-dire que l'on a pris en compte tous les $N(h)$ couples de points séparés d'une distance de 1,5 km, 2(1,5), 3(1,5), ..., et une tolérance de Δh au voisinage de 0,25 pour calculer les fonctions $\gamma(h)$ correspondants:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} (Z(x_i+h) - Z(x_i))^2.$$

Afin de déterminer d'éventuelles anisotropies de ces paramètres, nous allons calculer les variogrammes suivant diverses directions (tab.IV-1).

I-1- Comportement des variogrammes au voisinage de l'origine

Dans tous les variogrammes (figs.IV-1, 2, 3, 4, 5 et 6), le comportement au voisinage de l'origine est en h ou en h^λ . L'effet de pépite est notable dans tous les variogrammes, ce qui traduirait un caractère discontinu et irrégulier de ces phénomènes. Ce facteur pose le problème de la représentativité de l'échelle d'échantillonnage adoptée ou de l'incertitude affectant les mesures (Delhomme, 1978; Razack, 1984).

I- 2- Forme des variogrammes à grandes distances.

Certains variogrammes (tab. IV-1) au delà d'une certaine distance h et après une croissance plus ou moins rapide atteignent un palier. Ce genre de variogrammes caractérise les phénomènes de transition (Razack, 1984). Au-delà de la portée, deux points sont pratiquement indépendants l'un de l'autre, leurs variances sont à priori finies et correspondent au palier. La portée des différents paramètres examinés est variable, elle s'échelonne en moyenne entre 7 km et 15 Km.

Pour déceler d'éventuelles anisotropies nous avons calculé les variogrammes suivant trois directions principales: NE-SW, NW-SE, qui correspondent aux directions structurales majeures du bassins et suivant la direction N-S.

Pour la transmissivité, suivant les directions N-S et NW- SE, nous avons calé le variogramme expérimental par le même type de variogramme théorique avec les mêmes valeurs des paramètres (effet de pépite et pente: (modèle linéaire)). Alors que pour la direction NE-SW, nous avons calé le variogramme par un modèle combiné, ce qui pourrait s'expliquer par la présence d'une anisotropie affectant ce paramètre, autrement dit, l'influence d'un point de transmissivité ne s'étend pas de manière identique autour de lui. Cette observation pourrait être mise en relation avec l'existence de la structure majeure faillée du bassin (structures NW-SE et NE-SW).

Le caractère combiné du variogramme suivant cette direction, peut être expliqué par emboîtement d'échelles différentes (structure gigogne) (Razack, 1984).

Pour les autres paramètres, le calcul des variogrammes dans des directions autres que la direction N-S, montre une structure mais elle est moins corrélable avec les modèles analytiques.

I-3- Rappel des formules des Variogrammes:

$$\text{Linéaire: } \gamma(h) = C(1-\delta h) + ah \qquad \text{Sphérique: } \gamma(h) = C(1-\delta h) + w\left(\frac{3}{2} \frac{h}{a} - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a}\right)^3\right)$$

$$\text{Puissance: } \gamma(h) = C(1-\delta h) + wh^a, (a < 2) \qquad \text{Gaussien: } \gamma(h) = C(1-\delta h) + w\left(1 - \exp^{-\left(\frac{h}{a}\right)^2}\right)$$

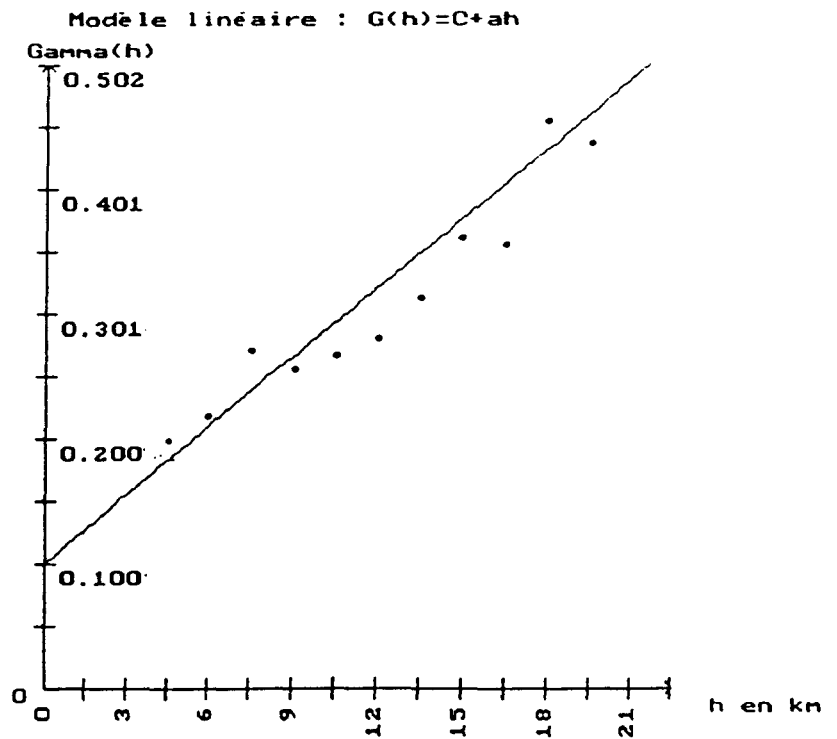
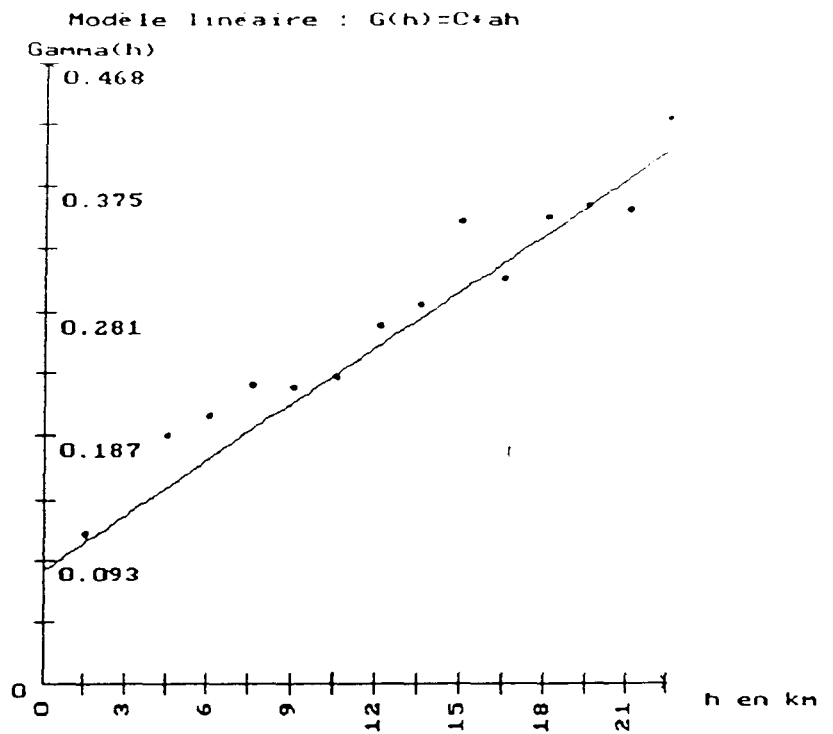


Fig.IV-1. Variogrammes des transmissivités
en (haut): direction N-S; en (bas): direction NW-SE

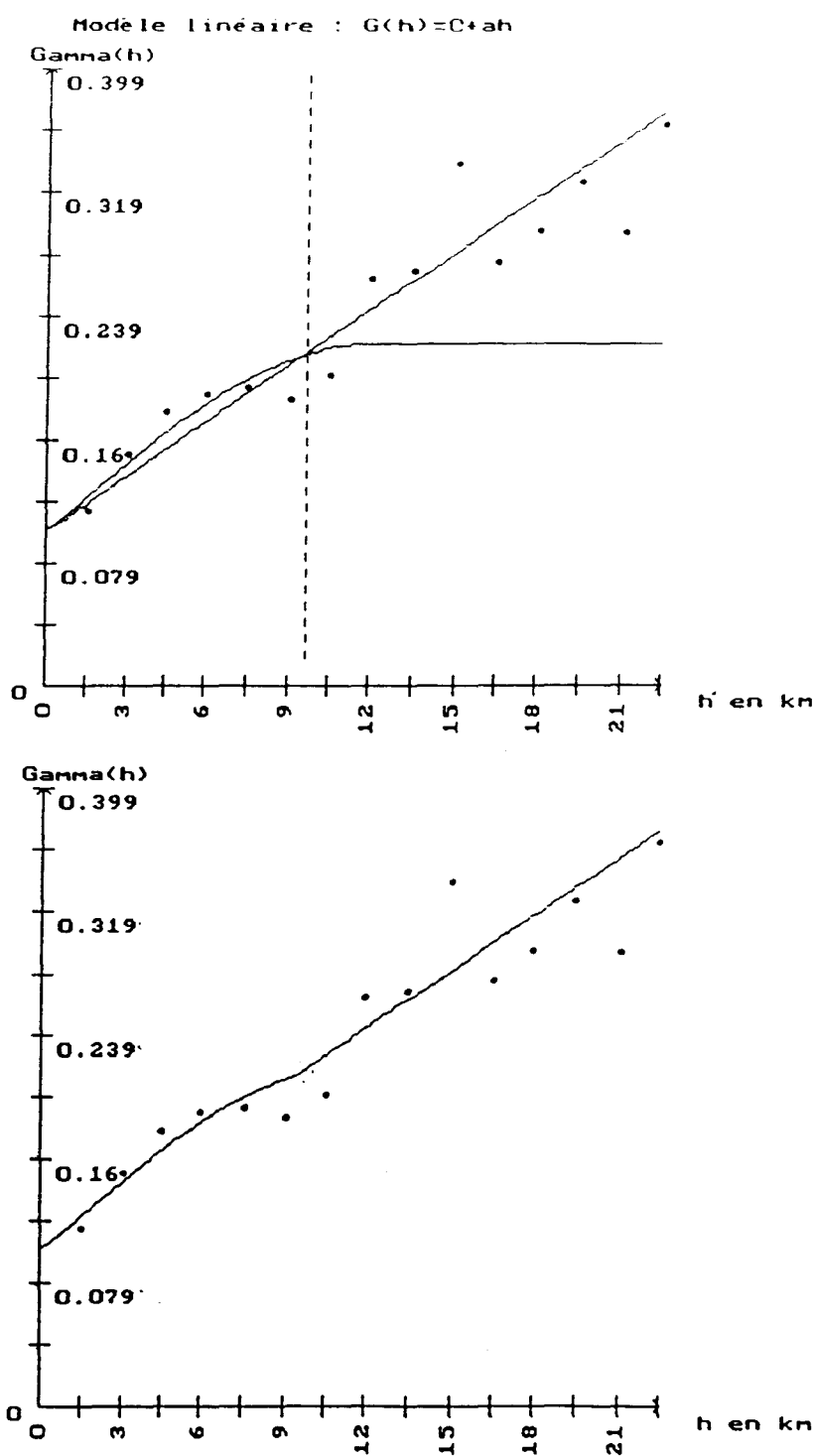


Fig.IV-2. Variogrammes des transmissivités: direction NE-SW

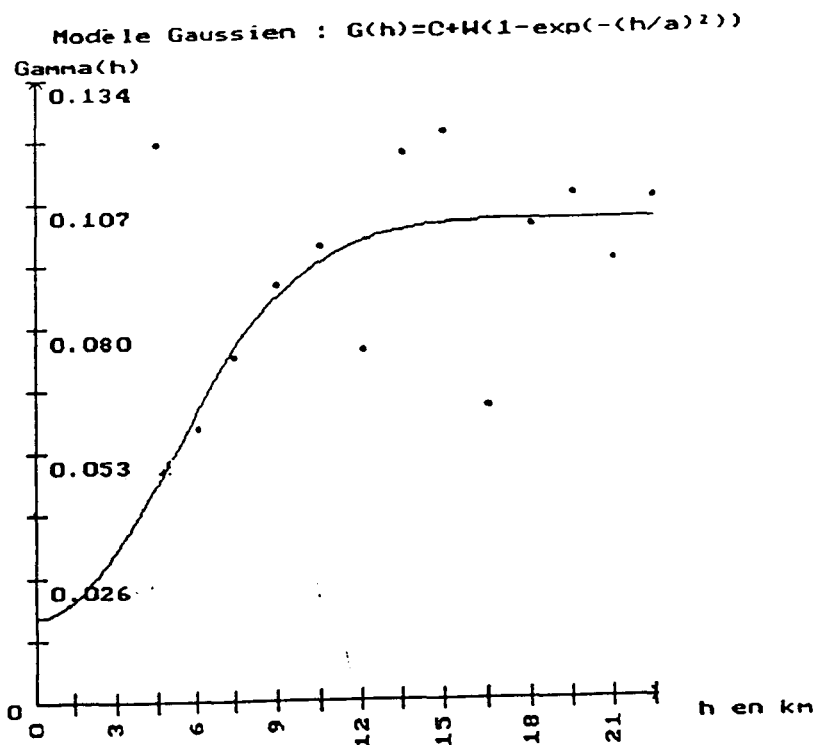
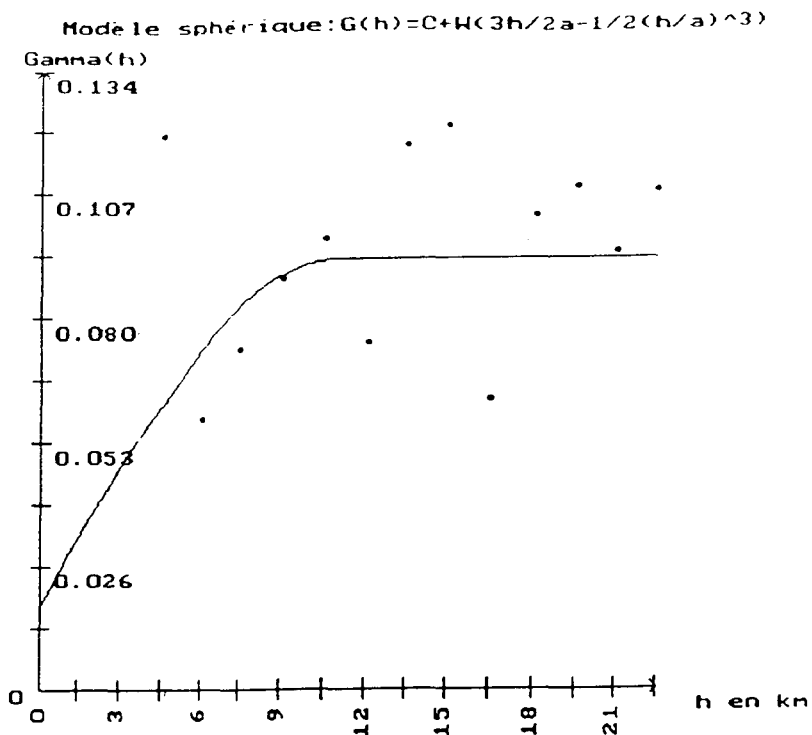


Fig.IV-3. Variogrammes de l'épaisseur du Pliocène et du Cénomanien

Modèle sphérique: $G(h) = C + W(3h/2a - 1/2(h/a)^3)$

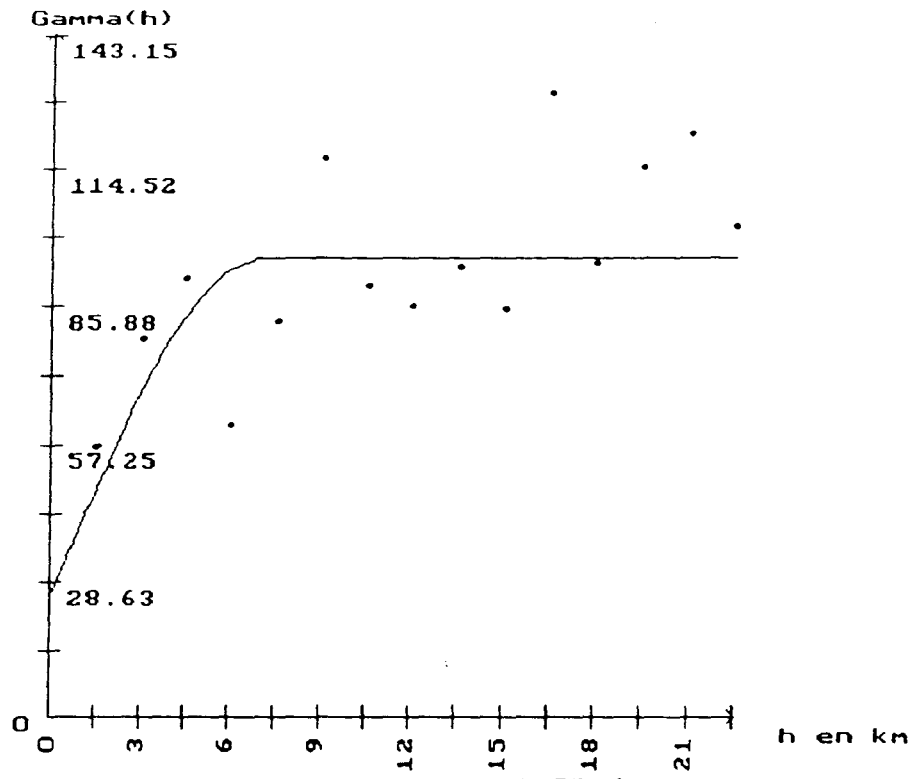


Fig.IV-4. Variogramme de l'épaisseur du Pliocène

Modèle linéaire : $G(h) = C + ah$

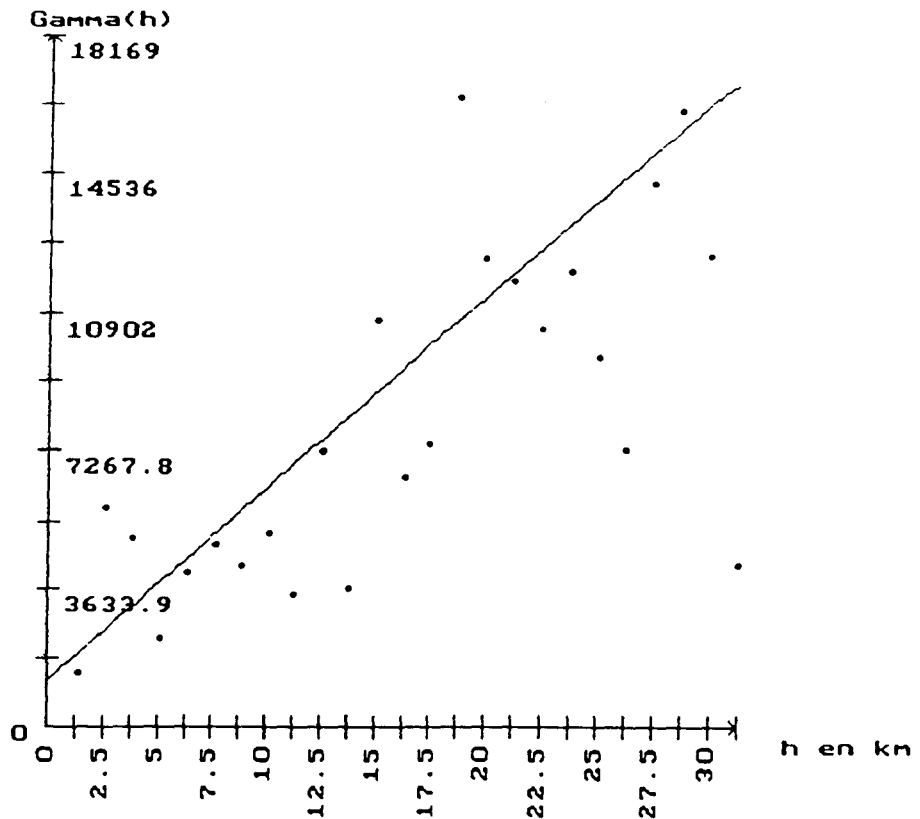


Fig.IV-5. Variogramme de la résistivité électrique.

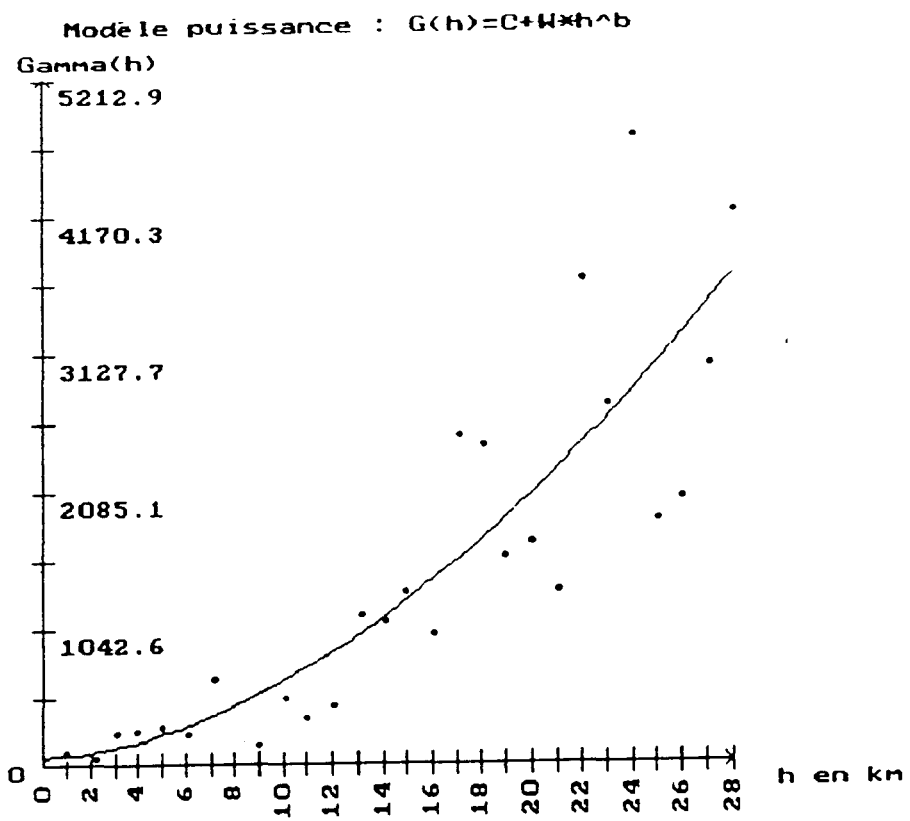


Fig.IV-6. Variogramme de la profondeur du mur de la nappe.

Paramètre Hydrogéologique	Direct. du Variogramme	Modèle ajusté	Paramètres du modèle	type de données
Transmissivité	N-S	Linéaire	C:0,085 a: 0,014	logarithmiques
	NE-SW	Combiné: sphérique (1) + linéaire (2)	(1): C: 0,1 w: 0,121 a: 12 (2): C: 0,1 a:0,012	logarithmiques
	NW-SE	Linéaire	C: 0,1 a: 0,015	logarithmiques
Epaisseur du Pliocène	N-S	Sphérique	C : 25 W : 70 a : 12	naturelles
	Autres Directions	pas de corrélation		
Epaisseur Pliocène + Cénomanién	N-S	Sphérique (1) ou Gaussien (2)	(1):C :0,018 w :0,075 a: 11 (2):C: 0,018 W: 0,085 a: 7	logarithmiques
	Autres Directions	Pas de corrélation		
Mur de la nappe	N-S	Puissance	C : 50 W: 9 a : 1,8	naturelles
	Autres Directions	Pas de corrélation		
Résistivité électrique	N-S	Linéaire	C: 1200 a: 500	naturelles
	Autres Directions	pas de Corrélation		

Tab.IV.1- Identification structurale des paramètres hydrogéologiques de la nappe de Berrechid

(C, a et w: paramètres des modèles théoriques "à ajuster" . cf Chap.IV, 1-3: formules des variogrammes)

II-Interpolation des données.

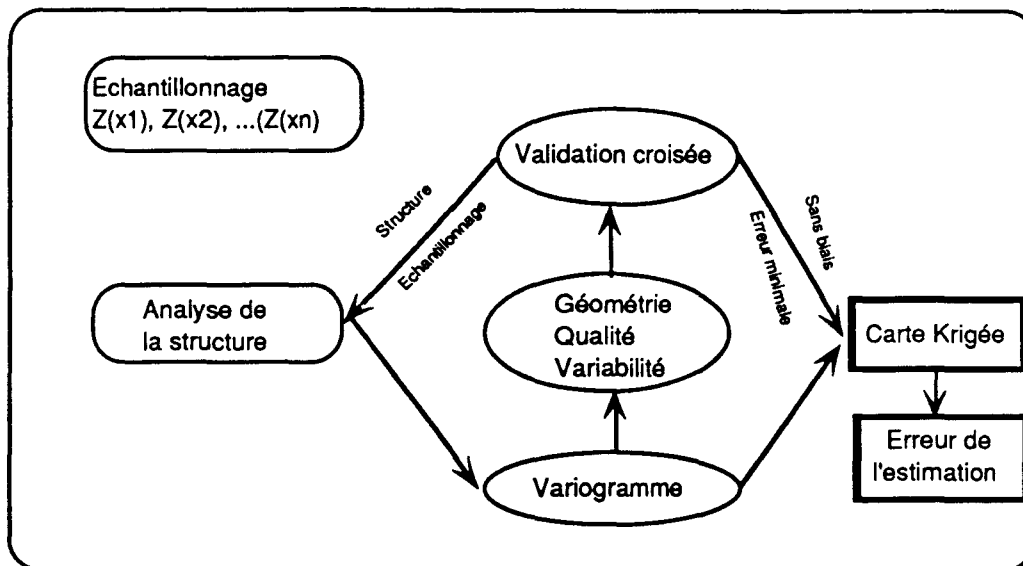


Fig. IV-7. Les différentes phases du krigeage
(D'après Droz, 1985)

La possibilité de calcul du variogramme et son interprétation conduisent à une interprétation qualitative de la régionalisation du phénomène concerné. Ce qui représente le premier objectif de la méthode des variables régionalisées: mettre en évidence quand elle existe la structuration spatiale du phénomène. Cette étape qualitative n'est toutefois qu'un préalable pour pouvoir aborder le second objectif que s'est fixé la théorie des variables régionalisées: l'estimation statistique c'est-à-dire reconstituer le phénomène sur la totalité du domaine d'investigation à partir des données fragmentaires, c'est ce problème que se propose de résoudre la méthode du krigeage qui constitue le dernier paragraphe de cette thèse.

II-1- validation croisée

Après avoir ajusté un modèle de variogramme à partir des données expérimentales, il convient toutefois de s'assurer de la validité de celui-ci puisque l'on cherche à ce que les estimations soient compatibles avec la structure qu'il décrit (estimateur sans biais et optimal). Par ailleurs le krigeage vérifie à l'inverse si la valeur en un point expérimental est représentative ou non de la variation du phénomène au voisinage de ce point. Ce double test appelé *la validation croisée* consiste dans son principe à:

-supprimer fictivement à tour de rôle les n points expérimentaux et à les kriger à partir de leurs voisins en utilisant le modèle adapté.

-puis comparer les erreurs de reconstitution ainsi constatées aux écarts-types calculés en ces points à l'aide du variogramme. Ce test de validité permet de vérifier en fonction du voisinage si:

° la condition de non biais: erreur moyenne:

$$\frac{1}{n} \sum_{n=1}^n [Z_{x_i}^* - Z(x_i)] = 0$$

° les variances théoriques sont bien cohérentes avec les erreurs constatées:

l'erreur quadratique réduite moyenne:
$$\frac{1}{n} \sum_{n=1}^n \left[\frac{(Z_{x_i}^* - Z(x_i))^2}{\sigma^2} \right] \cong 1$$

Où:

$Z_{x_i}^*$: Valeur estimée ou estimateur

Z_{x_i} : valeur réelle

σ^2 : variance de l'estimation ou variance du krigeage

La validation croisée nous a permis de choisir le variogramme qui sera sollicité au moment de l'interpolation, en même temps, cette procédure nous a indiqué l'optimum du voisinage à adopter lors du krigeage par la méthode de voisinage glissant (annexe. IV) .

Points exp / Var. exp	Modèle utilisé	vols. (en Km)	Er. σ .	Vols. (en Km)	Er. σ .	Vols. (en Km)	Er. σ .
Transmissivité	NE-SW	6	0,001 1	8	0,001 2,658	10	0,003 1
	NW-SE	6	0,002 1,14	8	0,001 1,14	10	0,003 1,26
	NS	4	0,01 1,32	5	0,006 1	6	0,004 1
Epais. Pliocène	NS	10	0,293 1,57	11	0,241 1,529		
Epais. PI +Cn	NS	6	- 0,051 2,98	8	0,003 3,177	10	0,006 3,23
Mur	NS	7	0 2,57	15	- 0,001 0,03	20	- 0,191 1,35
Rés. Eléc.	NS	10	0,354 1,19	14	0,248 1,159	17	0,351 1,169

Tab.VI-2. Validation croisée des modèles.

II-2- Elaboration des cartes krigées

Pour tous les cas nous avons considéré que les phénomènes analysés ne présentent pas de dérive c'est-à-dire que l'hypothèse intrinsèque est satisfaite, l'espérance mathématique des accroissements de la Fonction Aléatoire (F.A.) est nulle. Dans un tel cas, le krigeage est qualifié de simple. De plus, les valeurs considérées sont ponctuelles, le problème abordé se ramène à prévoir de façon optimale la valeur de la grandeur régionalisée en un point précis connaissant cette grandeur en un certain nombre de points alentour. On procédera à un krigeage ponctuel simple.

Dans tous les cas, nous avons considéré que l'effet de pépite est plutôt un facteur de structure puisque cette hypothèse satisfait les contraintes du validation croisée ($E_r \rightarrow 0$ et $\sigma \rightarrow 1$). C'est ainsi que nous avons interpolé les paramètres hydrogéologiques cités précédemment, ce qui nous a permis d'obtenir leurs cartes krigées. Ces cartes sont accompagnées respectivement des cartes des variances d'estimation exprimant la qualité de l'interpolation.

a- deux cartes krigées de transmissivités (fig.IV-8) et (fig.IV-9)

- une carte krigée en utilisant le variogramme directionnel NE-SW.
- une carte krigée en utilisant deux variogrammes de directions différentes: N-S et NW-SE qui ont donné la même carte.

En comparant ces deux cartes avec celle obtenue par le modèle mathématique, on s'aperçoit que cette dernière se superpose mieux avec celle obtenue par les variogrammes N-S et NW-SE. Cette carte met en évidence, voire confirme l'existence de deux sous-bassins représentés par les deux champs de transmissivités, séparés par une bande d'orientation NW-SE. Ces deux zones communiquent à l'aval par une zone de bonne transmissivité favorisée peut-être par l'existence du réseau hydrographique anté-pliocène ou d'une zone faillée ou de l'association de ces deux structures.

En général les deux cartes krigées reflètent les caractéristiques générales des transmissivités de l'aquifère de Berrechid, à savoir l'existence de deux sous-bassins séparés par une ride et à l'intérieure de chaque sous-bassin, la transmissivité s'organise en zones concentriques. La valeur de la transmissivité augmente quand on se dirige vers les centres de ces sous-bassins.

Dans une autre étape nous avons introduit dans le modèle hydrodynamique en permanent les valeurs krigées à partir des variogrammes N-S et NW-SE (fig.IV-10) . Nous avons alors obtenu un calage satisfaisant (fig. IV-11). Toutefois, la qualité du calage par les valeurs krigées est médiocre dans le NW de la plaine où le nombre des données expérimentales est faible et au SE de l'aquifère où la variation du gradient est très importante.

Le calcul de la moyenne du carré des écarts entre les valeurs des transmissivités calculées par le modèle et les valeurs krigées, a donné une erreur moyenne de:

$$\frac{1}{455} \sum_{i=1}^{455} (T_{C_i} - T_{K_i})^2 = 6,410^{-4}. \text{ pour une transmissivité moyenne sur la nappe de}$$

$8,5 \cdot 10^{-3}$. (le nombre des nœuds du modèle est de 654 dont 199 points expérimentaux).

L'existence de deux types de variogrammes et deux de cartes de transmissivités krigées suivant deux directions du bassin, nous amène à penser à l'existence d'une légère anisotropie qui affecte ce paramètre.

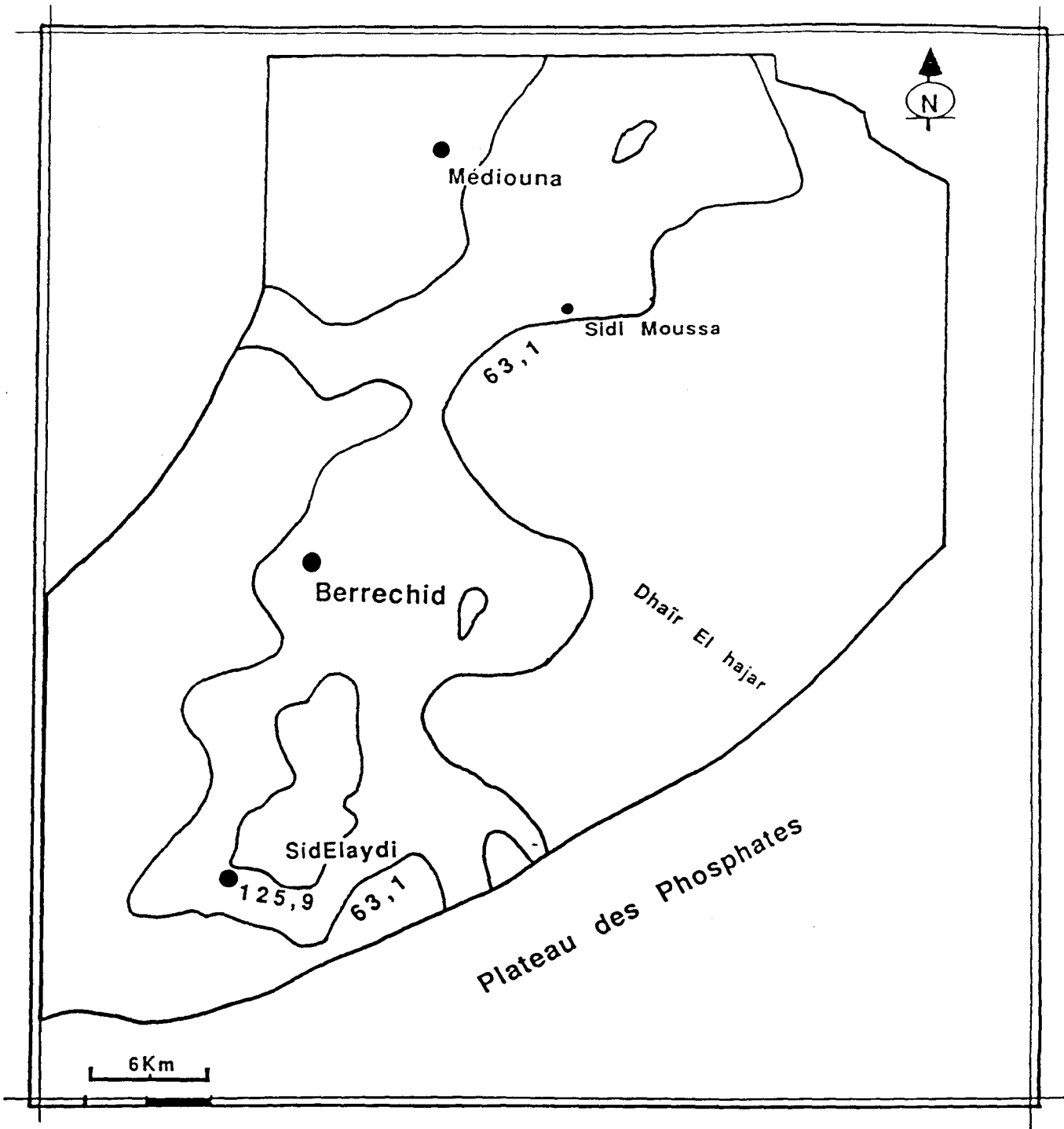


Fig.IV-8. Carte krigée des transmissivités à partir du variogrammes N-S et NW-SE
(en $10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$).

La variance d'erreur moyenne d'estimation est au voisinage de $1,50 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.

Structure et modélisation quantitative de l'aquifère de Berrechid (Maroc). Validation par l'approche géostatistique.
- B. EL MANSOURI (1993) -

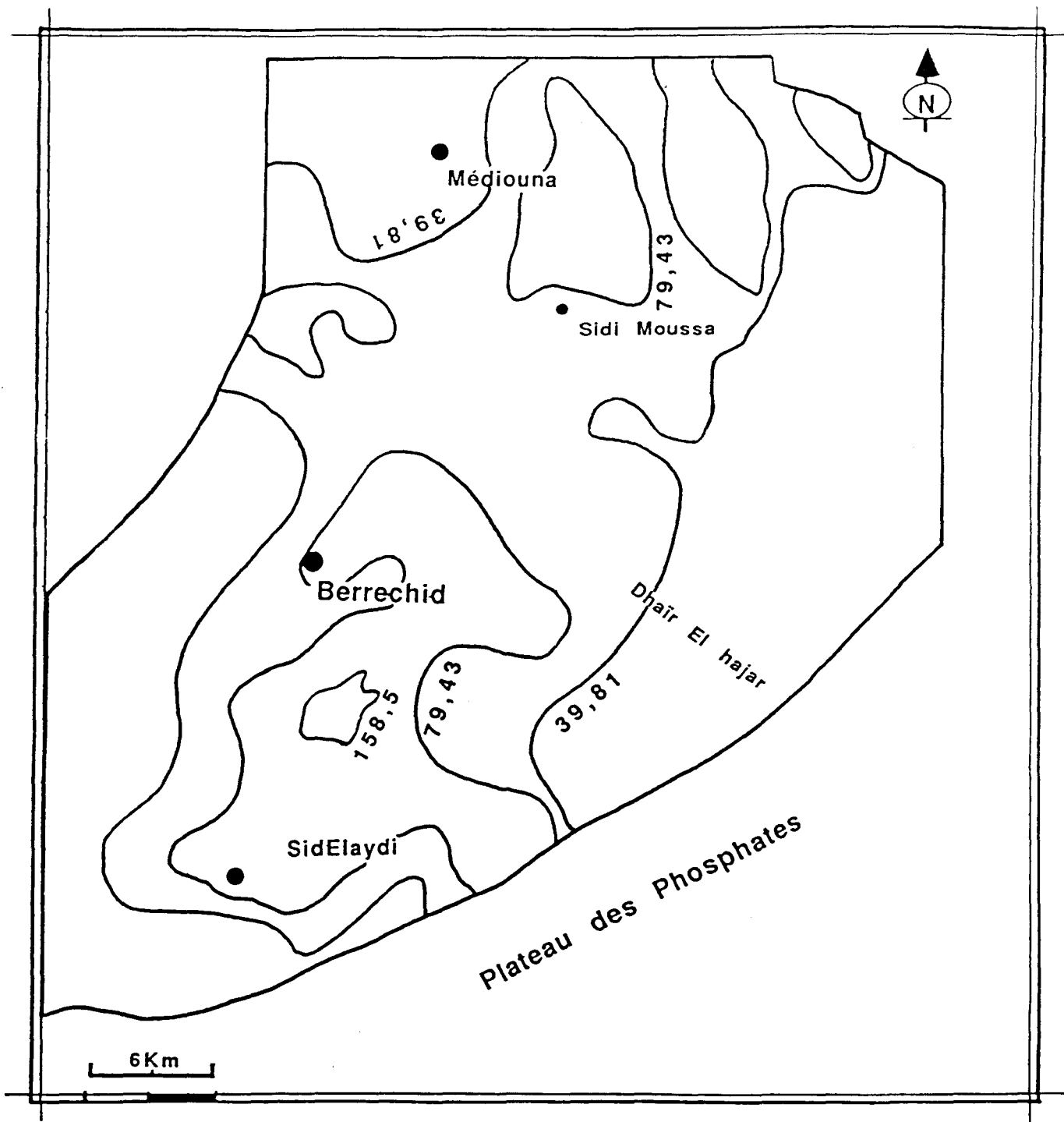


Fig.IV-9. Carte krigée des transmissivités à partir du variogramme NE-SW
(en $10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$).

La variance d'erreur moyenne d'estimation est au voisinage de $1,48 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.

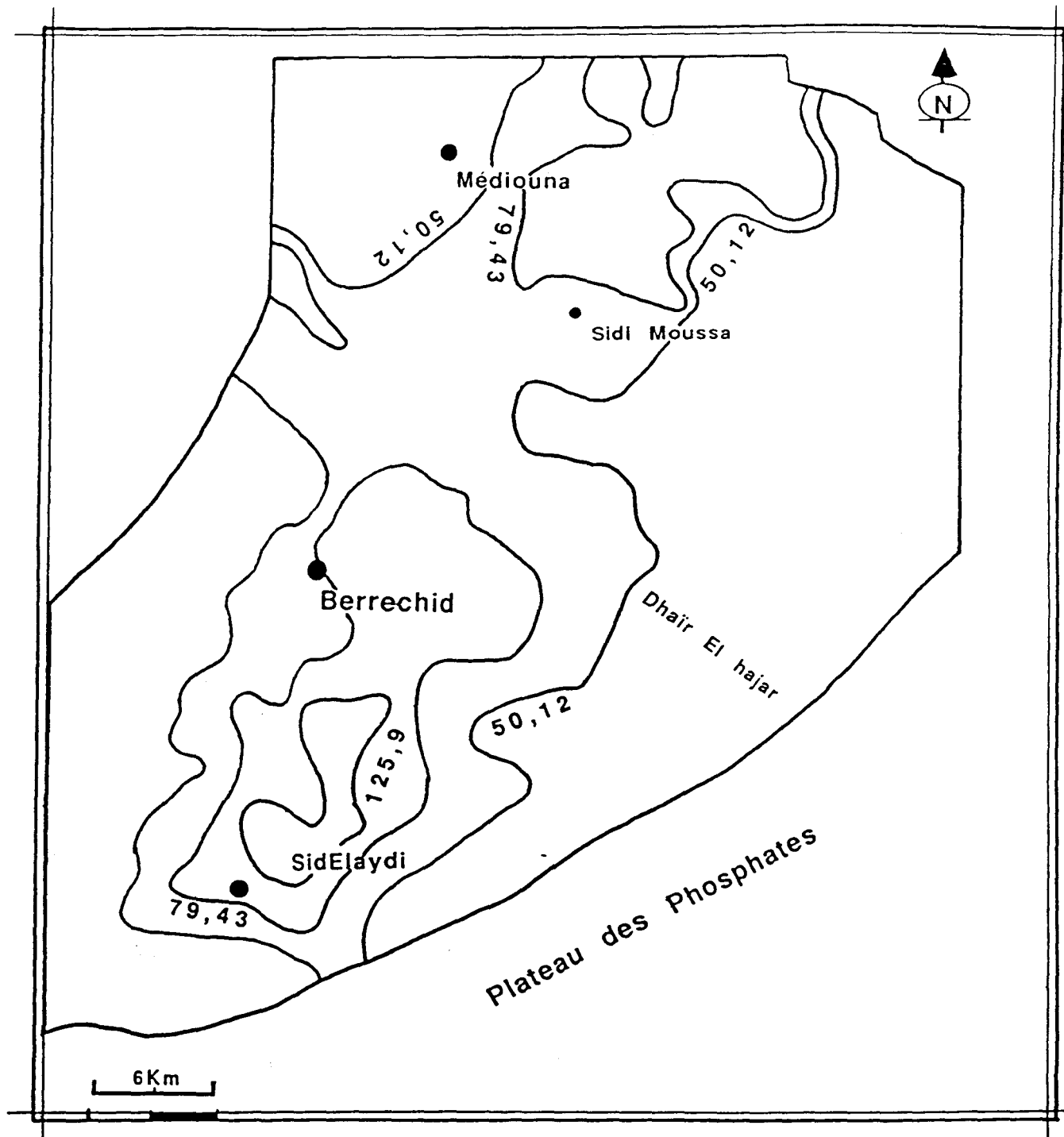


Fig.IV-10. Carte des transmissivités krigées aux nœuds à partir du variogrammes N-S et NW-SE. ((en $10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.)

La variance d'erreur moyenne d'estimation est au voisinage de $1,58 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$.

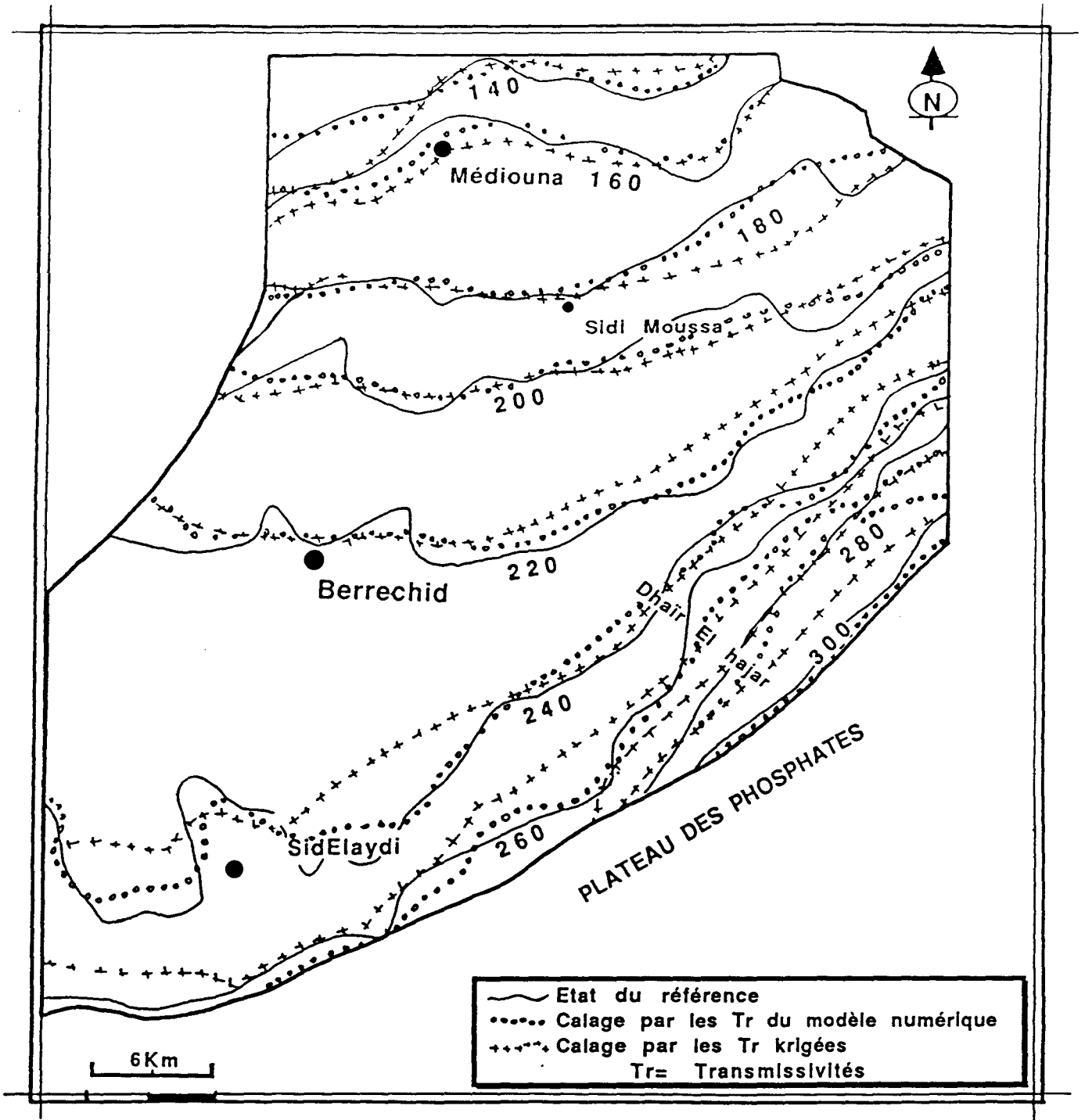


Fig.IV-11. Calage du modèle hydrodynamique en permanent par les transmissivités krigées, et comparaison avec le calage par le modèle numérique.

b- carte krigée du mur de la nappe (fig.IV-12).

Cette carte montre le caractère majeur du bassin: une dépression suivant la direction NE-SW, la topographie du mur qui décroît plus rapidement du SE vers le NW notamment suivant la ride de Dohaïr El Hajar. La structure en horsts et grabens n'est pas très reconstituée, seulement quelques dépressions sont visibles par comparaison à la fig.I-17. La variance de l'erreur est importante et donc la qualité d'estimation de ce paramètres est très médiocre.

c- cartes krigées des épaisseurs aquifères.

c-1- carte de l'épaisseur pliocène (fig.IV-13):

Cette carte montre une variation importante des formations pliocènes et deux grandes zones qui correspondent aux deux sous-bassins. Les épaisseurs les plus importantes se localisent dans le sous-bassin du Sud.

c-2- carte de l'épaisseur cenomanien-pliocène (fig.IV-14):

Deux cartes sont obtenues par les deux modèles de calage (tab. IV-1). La carte krigée par le modèle sphérique a une variance plus faible par rapport à celle krigée par le modèle gaussien, ce qui nous a permis d'adopter la première carte. Cette fois-ci la variation générale de l'épaisseur pliocène-cénomanien est moins importante. Suivant la direction NW-SE, l'épaisseur fluctue plus rapidement que celle du NE-SW. La carte montre que les épaisseurs de même classe s'allongent suivant cette direction. Cette disposition de la puissance des épaisseurs pourrait influencer la transmissivité suivant les deux directions.

Il faut remarquer que les deux cartes présentent la structure de la ride NW-SE: de part et d'autre de cette structure, l'épaisseur des formations post-paléozoïque diminue.

d- carte krigée des résistivités électriques (fig.IV-15).

Deux grandes zones se distinguent et qui correspondent sensiblement aux deux sous-bassins:

- une zone au Nord: où la résistivité électrique est plus forte et très hétérogène, peut-être à cause de la forte salinité des eaux dans cette zone. L'augmentation de la concentration en sels dans ce sous-bassin est déjà évoquée au chap.III, § V-4, elle est due à la baisse du niveau de la nappe dans ce sous-bassin par évaporation et exploitation intensive de la nappe.

- une zone au Sud: c'est une zone à résistivité électrique plus homogène et faible. Les faibles valeurs de ce paramètre traduisent la faible concentration des eaux qui, comme nous l'avons déjà évoqué au Chap.III, est due à l'alimentation particulière de la nappe à travers la limites plaine-Plateau en amont.

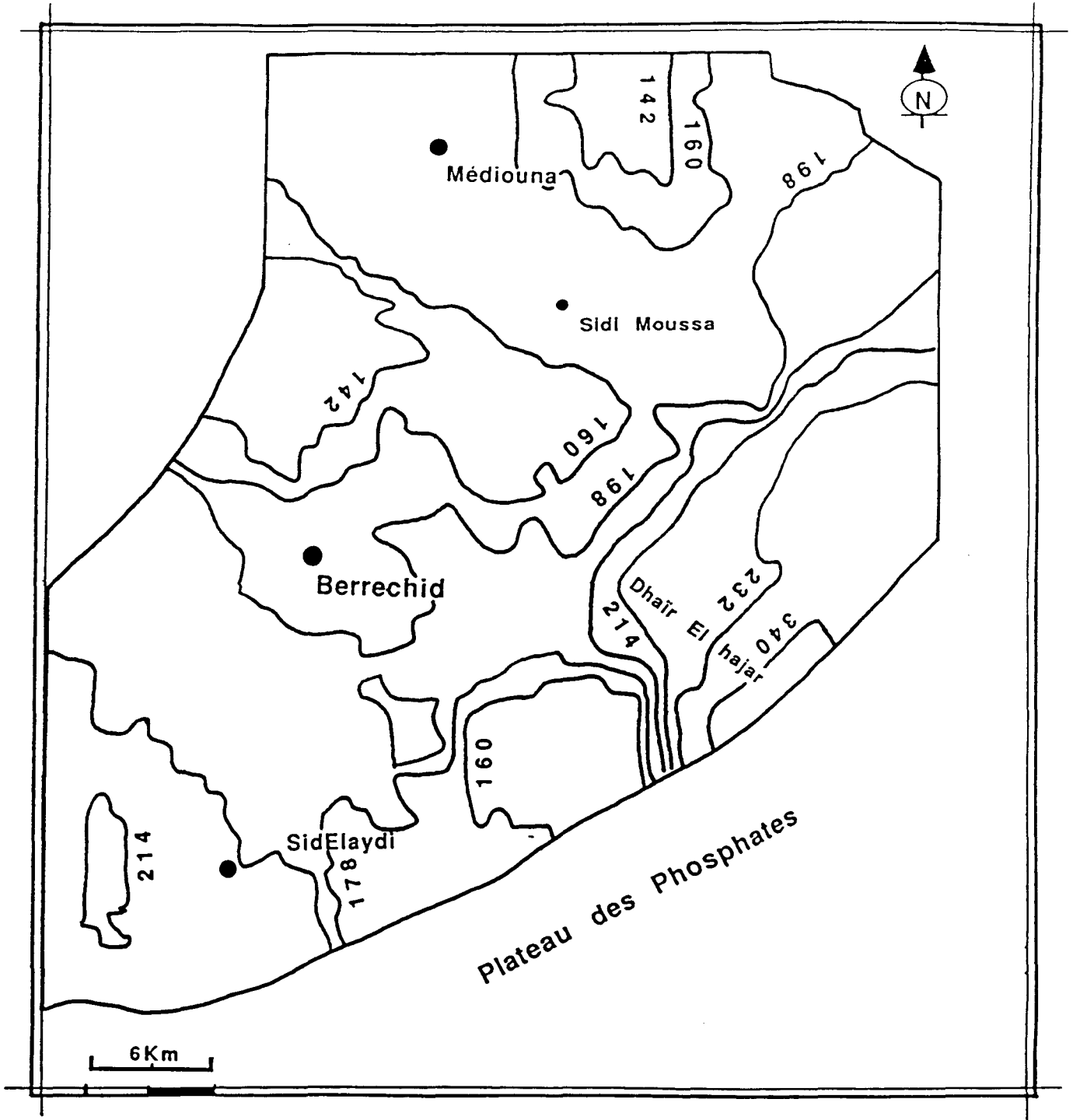


Fig.IV-12. Carte krigée du mur de la nappe (en m par rapport au sol).
La variance d'erreur moyenne d'estimation varie de 0 - 126 m

Structure et modélisation quantitative de l'aquifère de Berrechid (Maroc). Validation par l'approche géostatistique.
- B. EL MANSOURI (1993) -

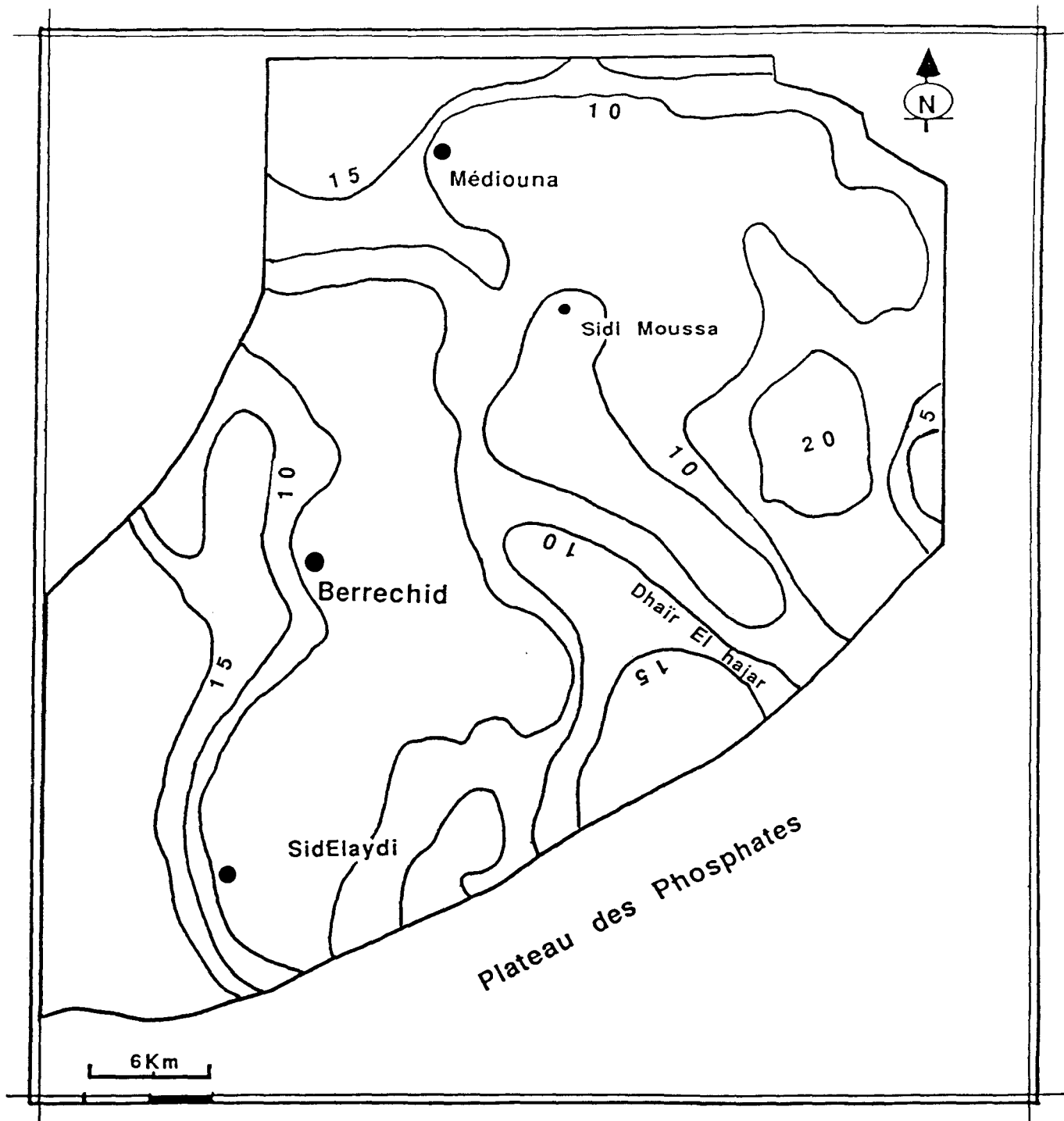


Fig.IV-13.Carte krigée de l'épaisseur pliocène (en m).

La variance d'erreur moyenne d'estimation est au voisinage de 2,66 m.

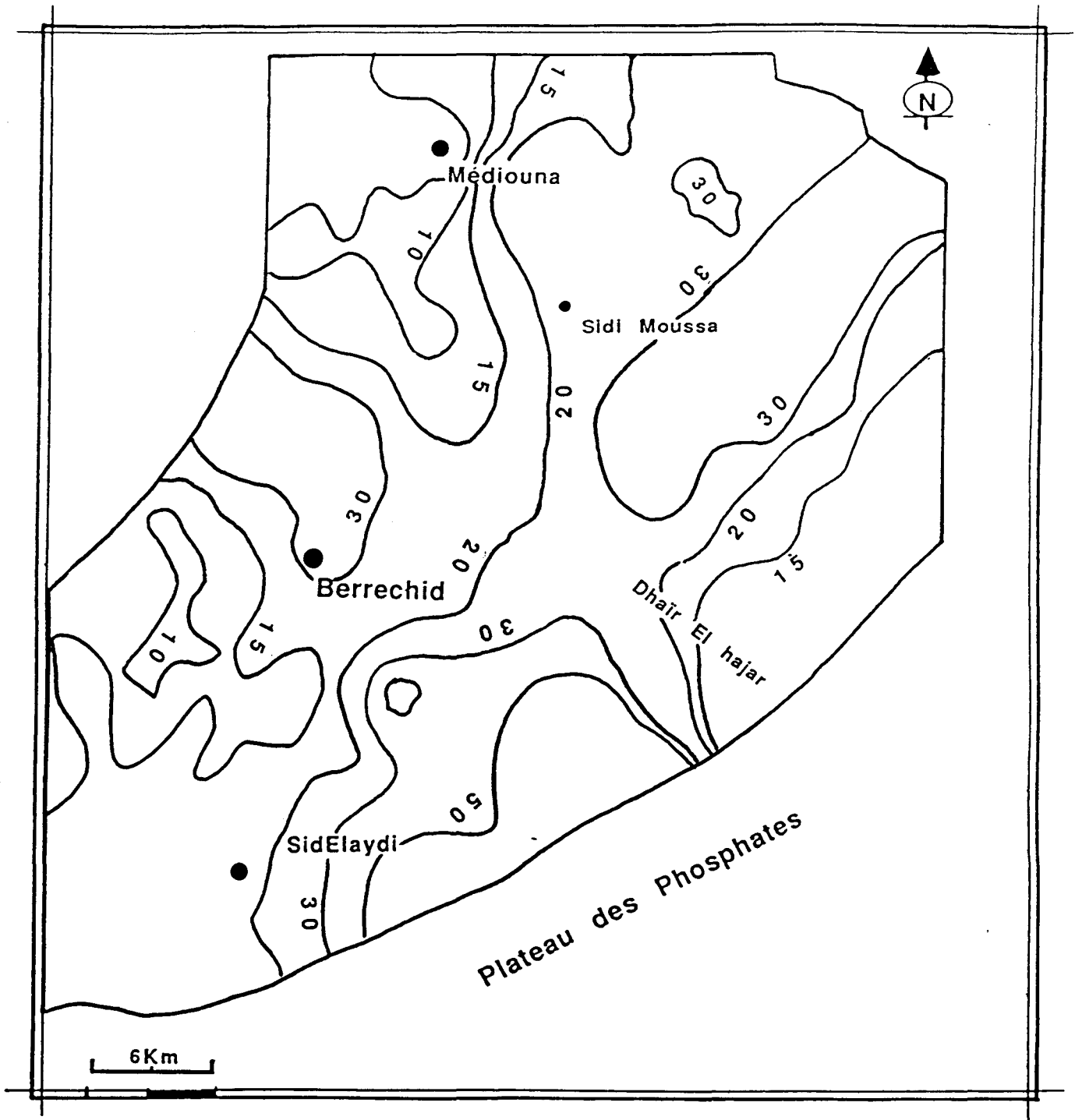


Fig.IV-14. Carte krigée de l'épaisseur pliocène-cénomanien (en m)
La variance d'erreur moyenne d'estimation est au voisinage de 3 m.

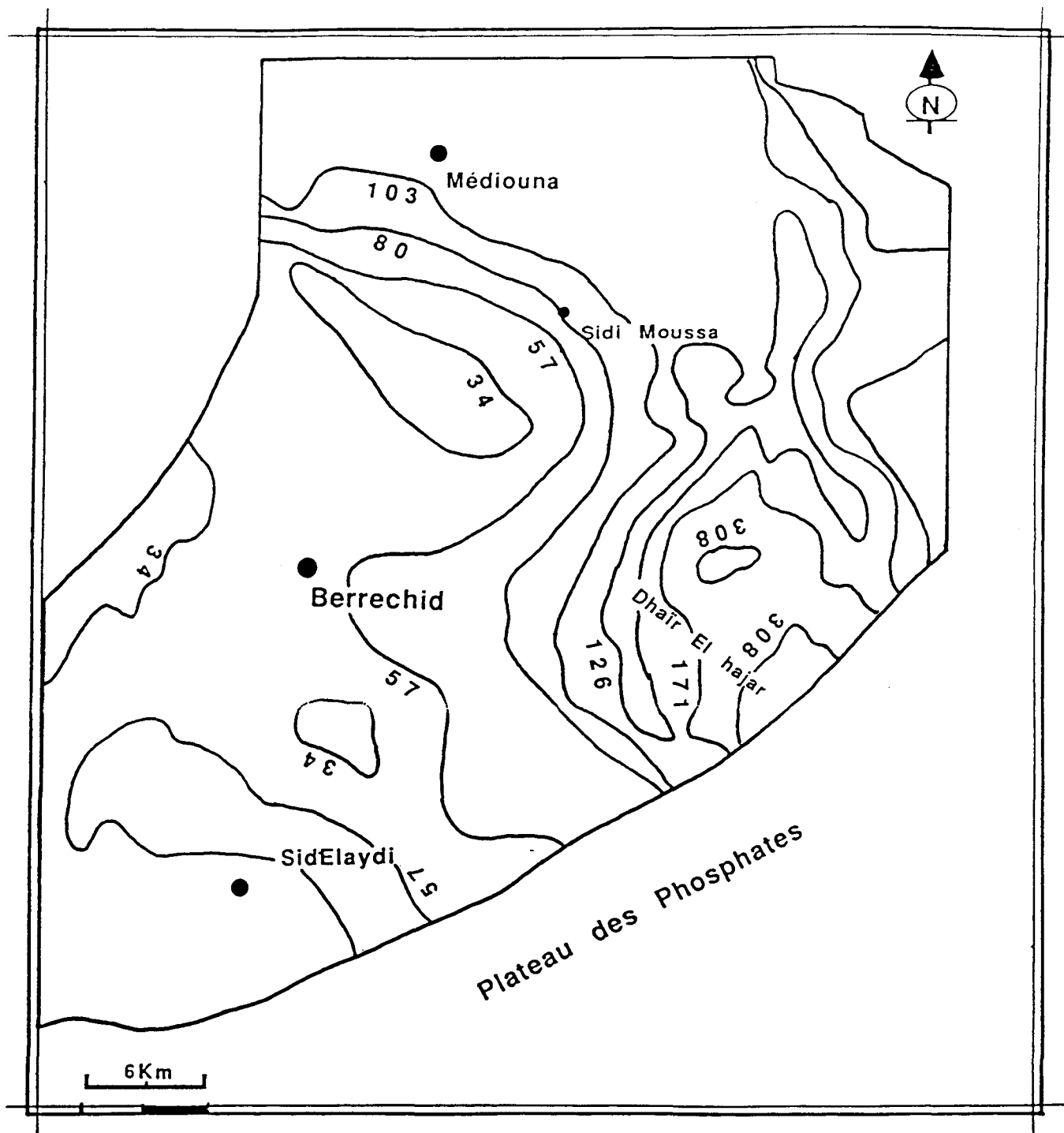


Fig.IV15. Carte krigée de la résistivité électrique. (en Ohm.m)

La variance d'erreur moyenne d'estimation est au voisinage de 48 Ohm.m

Conclusion:

L'étude géostatistique des paramètres hydrogéologiques de la nappe de Berrechid a permis de:

-confirmer certaines hypothèses postulées suivant les deux études antérieures telle que l'existence de deux sous-bassins formant l'aquifère de Berrechid.

-apporter de nouvelles informations hydrogéologiques notamment l'existence d'une légère anisotropie affectant la transmissivité.

-valider le modèle numérique

-acquérir d'autres informations sur l'intégralité de la nappe, notamment la répartition de la puissance des épaisseurs aquifères.

C'est ainsi que la géostatistique est un outil complémentaire aux méthodes de géologie structurale et aux techniques de modèles numériques. Ces approches peuvent donc être considérées comme moyens complémentaires d'identification et de gestion des systèmes aquifères.

BIBLIOGRAPHIE CHAP IV et de son annexe :

(* références non citées dans le texte)

ALLAN R. F., LYNN W. G., MADDOK T. (1978)*.- Geostatistical concepts and stochastic methods in hydrogeology. *Penrose conference report*, pp. 297-298.

ABOUFIRASSI M. & MARINO M.A. (1983)*.- Kriging of water levels in the souss aquifer, Morocco. *Mathematical geology*, Vol. 15, n° 4, pp. 537-551.

BECKELYNCK J. (1981).- Traitement régionalisé des paramètres contribuant à la gestion des nappes. Application à la modélisation de la nappe de la craie dans le bassin de l'AA et de la moyenne LYS (Région Nord -Pas- de Calais). *Thèse de 3^{ème} cycle, Univ. Sc. Tech. Lille I.*

DARRICAU-BEUCHER H. (1981).- Approche géostatistique du passage des données de terrain aux paramètres des modèles en hydrogéologie. *Thèse Doct.-Ing. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.*

DELAY F. (1991).- Cours de Géostatistique. *Univ. Pierre et Marie Curie, Paris.*

DELHOMME J, P. (1976).- Application de la théorie des variables régionalisées dans les sciences de l'eau . *Thèse de Doct. Ing. , Univ. Pierre et Marie Curie.*

DELHOMME J, P. (1978).- Application de la théorie des variables régionalisées dans les sciences de l'eau. *Bulletin du B.R.G.M (deuxième série). Section III, n° 4, pp. 341-375, 26 fig.*

DROZ B. (1985).- Influence de la structure et de la nature des terrains du Valenciennois sur la qualité de la nappe de la craie (Nord de la France). Apport du Krigeage à l'hydrochimie régionale. Gestion qualitative des eaux souterraines. *Thèse Doct. 3^{ème} cycle, géologie appliquée (Hydrogéologie). Univ. Sc Tech. Lille. 205 p.*

GUILLAUME A. (1977).- Analyse des variables régionalisées. Traitement du signal en sciences de la terre. *Doin éditeurs, Paris, 180 p.*

MARSILY G.de. (1972). -Calcul en géologie: *In traité d'informatique géologique. Masson, Paris, pp. 239 - 283.*

MARSILY G. de. (1978).- De l'identification des systèmes hydrogéologiques. Thèse Doctorat d'état Es-sciences naturelles, *Univ. Pierre et Marie Curie, Paris VI.*

MARSILY G.de. (1981).- Quantitative Hydrogeology. Groudwater Hydrology for Engineers. *Academic Press, Harcourt Brace Jovanovitch, Publishers San Diego, New York, Berkeley, Boston London, Sydney, Tokyo, Toronto; 439 p.*

MATHERON G. (1970).- Structure aléatoire et géologie mathématique. Centre de morphologie mathématique de Fontainebleau. *Rev. Inst. Internat. stat.. V. 38: 1,1970.*

RAZACK M. (1984).- Application de méthodes numériques et statistiques à l'identification des réservoirs fissurés carbonatés en hydrogéologie. *Thèse Doct. d'Etat.. Univ. Sci. Tech. Languedoc, Montpellier.*

TILLIE B. (1980).- Nappe de la craie du bassin minier du nord - Pas de Calais (zone médiane et occidentale). *Thèse 3^{ème} cycle. géologie appliquée, Univ Lille I, 130 p.*

Structure et modélisation quantitative de l'aquifère de Berrechid (Maroc). Validation par l'approche géostatistique.
- B. EL MANSOURI (1993) -

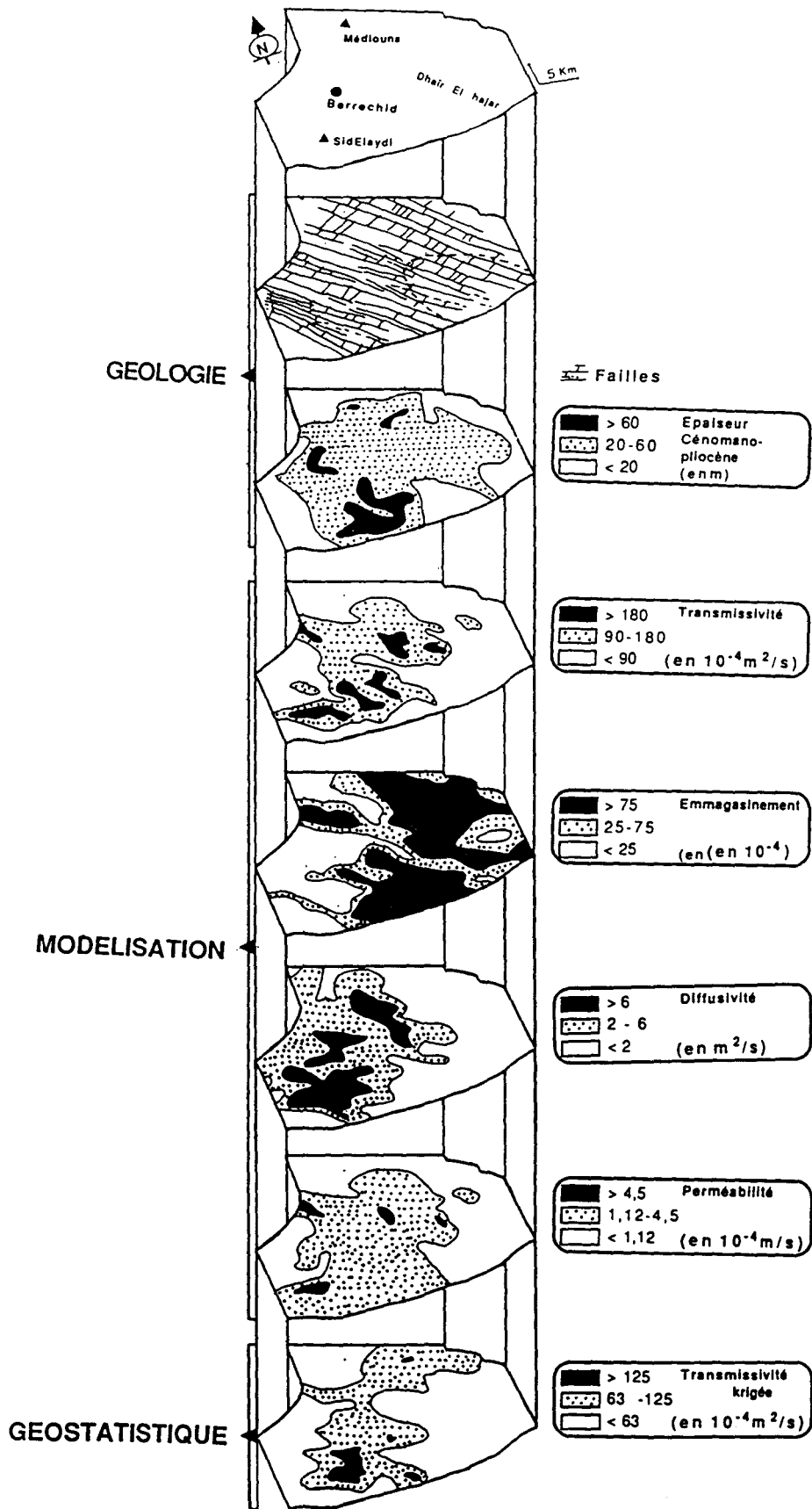


Fig.IV.16- schéma récapitulatif des différents résultats

Structure et modélisation quantitative de l'aquifère de Berrechid (Maroc). Validation par l'approche géostatistique.
- B. EL MANSOURI (1993) -

CONCLUSION GENERALE

L'eau n'est plus un don gratuit de la nature que l'on obtient à volonté et sans effort.

La croissance des besoins, l'inconscience et la négligence de l'Homme venant la souiller, montrent qu'il existe aujourd'hui un véritable problème. Ce dernier est accentué plus particulièrement dans les zones arides et semi-arides, ce qui est le cas de la région étudiée dans cette thèse. Dans ces régions, les ressources renouvelables sont rares ce qui entraîne souvent l'exploitation de la réserve ou des ressources non renouvelables.

En se basant sur les données concernant la nappe de Berrechid et fournies par l'Administration de l'Hydraulique (ADH) à Rabat, le but que nous nous sommes fixé au début de ce travail est atteint. En effet, nous avons répondu aux questions posés par l'ADH (1985), malgré les difficultés liées aux moyens d'accès sur le terrain, soit pour vérifier des données, soit pour acquérir de nouvelles informations hydrogéologiques.

Cette étude a nécessité au début la structuration de l'ensemble des données fournies par l'Administration sur l'aquifère de Berrechid. Cet ensemble d'informations a permis de réaliser:

* Une étude géologique et structurale par laquelle nous avons mis en évidence les caractères originaux du bassin de Berrechid c'est-à-dire:

- une structure en horsts et grabens d'orientation majeure NE-SW et NW-SE, cette structure est mise en évidence par l'application de différentes méthodes de géologie structurale.

-un aquifère constitué de deux sous-bassins qui communiquent sur le plan hydrodynamique, à l'aval d'une structure en dôme formée par les terrains paléozoïques. L'existence de cette structure va être confirmée par d' autres méthodes.

* Un calcul des pluies efficaces sur deux bassins versants: celui du Plateau des Phosphates et de la plaine sur une période de 28 ans par la méthode de Thornthwaite mensuelle et de Turc annuelle.

* Une modélisation mathématique par éléments finis, aboutissant à l'identification des divers paramètres hydrodynamiques de la nappe à l'échelle régionale et la localisation des zones productives en calculant le coefficient de diffusivité de celle-ci. Il s'est avéré que la région de SidElaydi est la zone la plus productive, et la confrontations des résultats de l'étude

structurale à la carte piézométrique a mis en évidence le rôle de la structure sur l'écoulement de la nappe. En effet ce dernier semble guidé par le réseau de conjugaison des deux familles de failles affectant le réservoir.

L'originalité de la méthode numérique appliquée réside dans la prise en compte de certaines particularités hydrodynamiques liées à la structure faillée responsable de l'hétérogénéité du milieu, de l'anisotropie et des conditions aux limites de l'aquifère. Cette méthode a l'avantage aussi de pouvoir perfectionner le modèle par l'introduction facile de nouvelles informations telle que la mise en place de certains forages de reconnaissance pour améliorer le calage dans les zones où sa qualité est médiocre telle que la zone NE de l'aquifère, ce qui ne demande pas une rediscrétisation du domaine, mais simplement le report direct de ses coordonnées dans le fichier de données.

* Une approche géostatistique qui a permis de confirmer l'hypothèse de l'existence de deux bassins: information acquise précédemment. Nous avons pu également obtenir d'autres informations qui peuvent être complémentaires de celles apportées par la méthode numérique telle que l'anisotropie de transmissivité qui a été mise en évidence par le calcul des variogrammes.

Cette méthode a permis également de juger la validité du modèle mathématique. En effet la carte des transmissivités obtenue lors du calage en régime permanent est superposable à celle obtenue par le krigeage.

Cette approche géostatistique pourrait contribuer davantage à un meilleur calage en prévoyant l'installation optimale de nouveaux points de mesure sur le terrain.

La méthodologie que nous avons adoptée et qui consiste à appliquer ces deux approches: méthode numérique et géostatistique a permis une identification plus exhaustive du réservoir.

Lors de cette étude, nous avons dû émettre certaines hypothèses dont nous n'avons pu vérifier la validité avec une grande précision par manque de moyens adéquats, ces hypothèses peuvent être l'objet de recherches plus approfondies:

° la structure particulière du bassin de Berrechid nécessite plus d'attention si l'on veut expliquer le mécanisme de sa formation et connaître plus précisément les principaux facteurs de son évolution, car celle que nous avons mise en évidence est obtenue par des données insuffisantes (nombre limité des forages) vis-à-vis la dimension du bassin.

° En calant le modèle mathématique, le calcul des pluies efficaces alimentant la nappe s'est avéré très supérieur à la quantité réellement mesurée. Par conséquent, il faut identifier avec précision les facteurs responsables, les plus probables sont:

- la nature du sol
- les failles du Plateau des Phosphates et du bassin.

En effet l'étude de la nature de sol aboutirait à une quantification plus précise du taux d'infiltration et de ruissellement. De même une étude plus fine du système de failles qui affecte le bassin de Berrechid et le Plateau, devrait permettre de préciser le rôle de cette structure dans le fonctionnement hydrodynamique de la nappe.

° Le mécanisme d'acquisition de la salinité de l'aquifère est intéressant. Le mur de la nappe subit une dissolution qui entraîne un changement dans sa morphologie et qui peut donc avoir des répercussions sur le fonctionnement hydrodynamique de l'aquifère. Une étude de plus précise de ce phénomène serait originale.

S'il est possible de se prémunir contre les pollutions futures, il est par contre difficile de combattre celle déjà en place, venant contaminer les réserves d'eau sur lesquelles la population de Berrechid et des régions voisines comptaient. C'est pour cela que nous avons envisagé une étude ultérieure qui permettra l'identification des paramètres hydrodispersifs, indispensables pour quantifier, d'une part la pollution par les sels liée à la structure et à la nature de la formation constituant le réservoir, et d'autre part celle des nitrates liée à l'utilisation intensive des engrais, menaçant alors de plus en plus la qualité des eaux de cet aquifère. Le modèle mathématique mis en œuvre, est couplé, d'où la possibilité de pouvoir traiter simultanément les phénomènes hydrodynamiques et hydrodispersifs en vue d'améliorer la gestion de la nappe de Berrechid.



Liste des figures

Chap. I

Pages

Fig.I-1: Carte de situation	7
Fig. I-2: Carte des pentes de la topographie de la plaine de Berrechid effectuée suivant les traits des coupes	8
Fig.I-3: Situation de la plaine de Berrechid dans le contexte géologique régionale (Piqué, 1979)	10
Fig.I-4: Série stratigraphique régionale dans le domaine mesetien (d'après Gigout, 1951, 1952, in Michard, 1976)	14
Fig. I-5: Schémas paléogéographiques de la Meseta avant et après le Trias (d'après Choubert & Faure-Muret, 1962)	17
Fig.I-6: Coupes structurales régionales dans le domaine mesetien (d'après Destombes & Jeannette, 1966)	19
Fig.I-7: Les bassins triasiques (Salvan, 1974)	20
Fig.I-8: Les forages de reconnaissance de la plaine de Berrechid	23
Fig.I-9: Colonne stratigraphique simplifiée des formations géologiques de la plaine de Berrechid	26
Fig. I-10: Coupes montrant l'état de structure adopté par les travaux antérieures	27
Fig.I-11: Exemples de cartes géologiques à des profondeurs différentes (planche 1 & 2).....	29
Fig.I-12: Localisation des coupes géologiques verticales	31
Fig.I-13.a: Coupes géologiques dans quelques secteurs de la plaine de Berrechid (coupes effectuées à l'échelle réelle).....	32
Fig.I-13.b: Coupes géologiques schématisées à travers la plaine de Berrechid mettant en évidence la structure affectant ses formations	32
Fig.I-14: Le réseau hydrographique fossile	33
Fig.I-15.a: Morphologie à l'amont de la plaine de Berrechid	34
Fig.I-15.b: Relation morphologie-structure à l'amont de la plaine de Berrechid	34
Fig.I-16: Coupes géologiques mettant en évidence la relation et le rejet des deux familles de failles	35
Fig.I-17: Carte structurale des formations anté-quaternaire	37
Fig.I-18: Représentation schématisées en trois dimensions du bassin de Berrechid mettant en évidence sa structure et sa géométrie	38
Fig.I-19: Carte des pentes du substratum permotriasique et infra-cénomaniens	39
Fig.I-20: Isopaques des formations poste-infracénomaniennes et la répartition du réseau hydrographique fossile	40
Fig.I-21: Figure schématisée mettant en évidence les deux sous-unités formant le bassin de Berrechid	41

Chap.II

Fig.II-1(a,b): Variation des Précipitations moyennes mensuelles sur les stations d'étude	51
Fig.II-2: Variation des températures moyennes mensuelles sur les stations d'étude	52

Fig.II-3: Corrélation des précipitations mensuelles entre la station de Casablanca et les autres stations	54
Fig.II-4: Corrélation des précipitations annuelles entre la station de Casablanca et les autres stations	55
Fig.II-5: Corrélation du module pluviométrique cumulé	56
Fig.II-6 (planches 1-4): Organigramme du programme EBIL	59
Fig.II-7: Variation annuelle de l'évapotranspiration de Thornthwaite et de Turc sur La plaine	63
Fig.II-8: Variation annuelle de l'évapotranspiration de Thornthwaite et de Turc sur le Plateau de Settat.....	63
Fig.II-9: Distribution mensuelle des apports globaux à la nappe	64
Fig.II-10: Application du polygone de Theissen aux bassins versants de la plaine et du Plateau	65
Fig.II-11: Variation annuelle des apports des Oueds du Plateau	67
Fig.II-12: Corrélation du niveau de la piézométrie et les apports à la nappe.....	69
Fig.II-13: Variation des apports annuels des pluies efficaces des Oueds et du surplus hydrologique sur la plaine	70
Fig.II-14: Tendence des apports annuels à la nappe	71
Fig.II-15: Localisation des surfaces irriguées de la plaine (ADH, 1985)	73
Fig.II-16: Evolution des puits équipés et des surfaces équipées (ADH, 1985)	75
Fig.II-17: Evolution des prélèvements d'AEP (ADH, 1985)	76
Fig.II-18: Figure schématique mettant en évidence la structure de l'aquifère et les différents composants du bilan (état de l'année 1956).....	80

Chap.III

Fig.III-1: Relations système réel, schéma conceptuel et modèle (Király & Zwahlen, 1986)	95
Fig.III-2: Calage d'un modèle par tâtonnement (de Marsily, 1978)	96
Fig.III-3: Structure générale du modèle WEEF	97
Fig.III-4: Carte piézométrique de 1956 (Hazan & Moullard, 1962)	99
Fig.III-5: Discrétisation du domaine d'étude en éléments finis	100
Fig.III-6a: Calage du modèle en régime permanent sur l' état piézométriques de 1956	102
Fig.III-6b: Calage du modèle en régime permanent sur l'état piézométrique 1984	103
Fig.III-7: Calage en permanent des débits aux limites du domaine	104
Fig.III-8: Carte des transmissivités de la nappe de Berrechid	105
Fig.III-9: Carte de perméabilité des terrains aquifères	109
Fig.III-10: Schéma conceptuel des deux sous-bassins de Berrechid mettant en évidence leur relation lithologique et hydrodynamique	111
Fig.III-11: Le réseau hydrographique anté-pliocène et la zone de captivité de la nappe	113
Fig.III-12: Calage du modèle sur quelques piézomètres	115
Fig.III-13: Calage du modèle en régime transitoire (1956 à 1984)	116
Fig.III-14: Carte du coefficient d'emmagasinement de la nappe de Berrechid	117
Fig.III-15: Carte du coefficient de diffusivité de la nappe	119
Fig.III-16: Simulation d'un scénario d'exploitation de la nappe	120
Fig.III-17: Carte de salinité des eaux circulants dans les terrains pliocènes (Hazan & moullard 1956)	123

Chap.IV

Figs.IV-1(haut,bas): Variogrammes directionnels (N-S et NW-SE) des transmissivités	132
Fig.IV-2: Variogramme des transmissivités calculé suivant la direction NE-SW	133
Figs.IV-3(a,b): Variogramme de l'épaisseur du Pliocène et du Cénomanien	134
Fig.IV-4: Variogramme de l'épaisseur du Pliocène	135
Fig.IV-5: Variogramme de la résistivité électrique	135
Fig.IV-6: Variogramme du mur de la nappe	136
Fig.IV-7: Les différentes phases du krigeage (Droz, 1985)	138
Fig.IV-8: Carte krigée des transmissivités (en haut) calculées par les variogrammes N-S et NW-SE	142
Figs.IV-9: Carte krigée des transmissivités (en haut) calculées par les variogrammes NE-SW	143
Fig.IV-10: Transmissivités krigées aux nœuds du modèle hydrodynamique (calculées par le variogramme directionnel N-S et NW-SE).....	144
Fig.IV-11: Calage du modèle hydrodynamique par les transmissivités krigées et comparaison avec le calage par la modèle numérique.....	145
Fig.IV-12: Carte krigée du mur de la nappe	147
Fig.IV-13: Carte krigée de l'épaisseur pliocène	148
Fig.IV-14: carte krigée de l'épaisseur cénomano - pliocène	149
Fig.IV-15: Carte krigée de la résistivité électrique	150
Fig.IV-17: Schéma récapitulatif des différents résultats	153

Liste des tableaux

Tab. I.1- Les bassins triasiques (Salvan, 1974).....	20
Tab.II.1- Estimation des paramètres hydriques des principaux sols de la région (Papy & al,1981, (in Mouhdi, 1988)	58
Tab.II.2- Bassin versant de la plaine de Berrechid, surfaces des polygones des stations	64
Tab.II.3- Bassins versants des Oueds du Plateau de Settat, surfaces des polygones des stations	64
Tab.II.4- Caractéristiques physiques des différents oueds du Plateau alimentant la nappe de Berrechid (Ferre,1966 in Ruhard, 1975)	66
Tab.II.5- Caractéristiques hydrologiques des oueds du Plateau de Settat (Ferre, 1966)	65
Tab.II.6- Apports annuels à la nappe par la plaine et les oueds	68
Tab.II.7- Surfaces irriguées de la plaine de Berrechid	72
Tab.II.8- Résultats de l'enquête 1982 , surfaces irriguées (ADH, 1985)	74
Tab. II.9- Les ouvrages équipés et des surfaces irriguées de la plaine (ADH, 1985)	74
Tab.II.10- Evolution des prélèvements pour l'AEP (ADH, 1985)	76
Tab.II.11- Tableau récapitulatif des différents composants du bilan de la nappe de Berrechid (apports et sorties sur la période 56-85)	78
Tab.III.1- Dimensions de l'aquifère gréseux	84
Tab.III.2- Bilan global de la nappe après calage du modèle en permanent sur l'état piézométrique de 1956	106
Tab.III.3- Analyse des faciès et de leurs perméabilités calculées	110
Tab.IV.1- Identification structurale des différents paramètres hydrogéologiques	137
Tab.IV.2- Validation croisée des variogrammes en fonction du voisinage	139

Liste des symboles

- [A] : Matrice carrée.
- A_{ij} : Coefficients de la matrice [A]
- e : Élément triangulaire du maillage.
- $H(x,y,t)$: fonction scalaire dépend de l'espace et du temps.
- H : Vecteur égale à $[H_1, \dots, H_n]^T$.
- H_i : Valeur de la fonction scalaire au nœud i
- (i, j, k) : Sommet d'un triangle élémentaire.
- q: : Terme source.
- $\frac{n}{n}$: vecteur normal à la frontière.
- $N_i N_j N_k$: Fonctions de base linéaire relatives au triangle de sommet (i, j, k)
- $N_{ki} N_{kj} N_{kk}$: Fonctions de base linéaires relatives aux sous triangle de sommet (i, j, m)
- $\frac{N_{ki}}{N_{ki}} \frac{N_{kj}}{N_{kj}} \frac{N_{kk}}{N_{kk}}$: Fonctions de base linéaires faisant intervenir les fonctions poids.
- T : Tenseur de transmissivité.
- $\begin{Bmatrix} T_{xx} & T_{xy} \\ T_{yx} & T_{yy} \end{Bmatrix}$: Composantes du tenseur T.
- t : Temps
- $\frac{t}{v}$: Vitesse moyenne.
- v_x, v_y : Composante de la vitesse suivant x et suivant y.
- V : Module de la vitesse.
- $\omega_i, \omega_j, \omega_k$: Fonctions poids.
- Δ_e : Surface d'un triangle élémentaire (e).
- (Ω) : Domaine de l'écoulement.
- (Γ) : Frontière du domaine
- $\delta_{(ij)}$: Symbole de Kronecker

Annexe I:
Données de forages, cartes & coupes
de la plaine de Berrechid

	COORDONNEES			PIEZO	Prof	PALEOZOIQUE	P. TRIAS	INF.CENO	CENOMANIEN	PLIOCENE			QUATERNAIRE									
14(33-29)	294,2	278,4	258,1	232	26,1					1	206,1	2	208,1	22	100	Grès dunaire intercalé de marnes	230,1	28 °				
1434	302,2	295,2	231,5	*	#####							47	175,6	23	70	Grès + Inter. marnes	198,6	33				
1435	306,6	290,7	253	224	29							274	149	25	174	43	70	Calcaire gréseux	218	35 °		
1436	304,2	285,7	266	233	33							42			176	81 *	100	Grès	257	9		
1437	299,9	291,1	240	215	25									132		0		Absent	212	28 °		
1439	301,1	280,2	306	240	66					299			172	88 *		0		Sables jaunes gréseux	260	46	Circul* dans les marno-calcaires (Cénom.)	
1440	295,8	286,1	241	216	25					160			175	60 *		0		Absent	235	6		
1441	317,2	296,1	283	251	32		6						244	2	246	6 *	200	Grès ± compactes	252	31		
1455	296,5	297,7	218	202	16							12	155	27	182	13	80	Grès	195	23 *		
1506	323,6	313,8	231	187,5	43,5									2 *		189	41	120	Grès tendre & dur, sable & galets	230	1	
1527	287,15	307,1	200	190	10					222			122	50	172	13 *	70	Grès dunaire et marin	185	15	En dehors du Zone étudiée par Géophysique	
1771	264,5	283,5	235	*	#####								65,5	210,5	10,5	50		Grès + Conglomérats	221	14		
1897	328,6	298,1	350	*	#####					109						0		Absent		0		
1899	329,9	298,1	335	*	#####					48						0		Absent		0	Circulation d'eau dans les basaltes	
1926	299,8	301,5	212	195	17						164	6		170	22	50		Grès	192	20 *		
1950 = 670	292,6	278,9	250	231	19					18				208	19	200		Grès	227	23 *		
1951	292,35	278,7	252	231	21					4				196	26	200		Grès (?) dunaire, marin+conglom.	222	30 *		
20(58-59-60)	294,45	310,4	190	182,5	7,5									175	12 *			Grès	187	3	Zone non étudiée par Géophysique	
2024	292,4	282,5	239	224	15							8		199	27 *	150		Grès + argiles sableuses	226	13		
2501	326,85	287,25	430	*	#####		1,8									0		En dehors de l'aquifère Pliocène	429	1	Circulation d'eau dans le Primaire	
2502	325,2	287,2	420	*	#####		123									0		En dehors de l'aquifère Pliocène	419	1	Circulation d'eau dans le Primaire	
2519	322	291,7	332	*	#####		21							274	27			Calcaire gréseux	301	31	Circulation d'eau dans le Dévonien	
2520	324,4	289,55	361	*	#####		39	318	39							0		Absent	357	4	En dehors du Zone étudiée par Géophysique	
2680	328,8	298,8	335	*	#####				36							0		Absence du pliocène	322	13	Ciriation d'eau dans les basaltes	
2922	308	316,5	188	168	20								19	152	27 *	150		Grès, marne & calcaire gréseux	179	9		
2926	299,8	301,6	212	*	#####								6	170	22	50		Grès	192	20		
2930	308,4	302,65	227	194	33								4	179	19 *	150		Grès	198	29		
2934	300	299,5	221	201	20					2				180	20 *	50		Grès dunaire et marin	200	21		
2935	307,8	309,7	203	187,5	15,5					3				164	28 *			Grès + Conglomérats	192	11		
2936	311,9	314,5	205	174	31							3	171	2	173	24 *	400	Grès conglomératique	197	8		
2937	330	302	330	*	#####					19						0		Grès jaune	313	17		
2938	330,5	303	320	*	#####					22						0		Grès (Pliocène ?)	319	1	Circul* de la frange Inf des gr. de les bas.	
2940	305,85	305	216	192,6	23,4							4	190	2	192	15 *	3,5	Grès dunaire	207	9		
2941	299,7	304,3	208	193	15					2,5				158	16	50		Grès marin	174	34 *		
2942	330,9	308,4	220	*	#####					2				194	7			Grès	201	19	En dehors du Zone étudiée par Géophysique	
2943	295,1	299,4	213	200	13								3	169	20 *	100		Grès	189	24 *		
3011- 991	301,1	297,6	226	201	25					4				185	20	80		Grès dunaire + Grès coquilliers	205	21		
3230	286,8	300	206	200	6					54				191	8	20		Grès	199	7 *		
32(35-36)	304,3	318,6	170,8	165	5,8								60,8	150,8	16 *	400		Grès(?)	166,8	4	Nappe Quaternaire perchée	
32(65-66)	313,64	317,47	194,7	163	31,7					1		134	19	153	19 *	140		Grès + Calcaire blanc	171,7	23	Nappe plioc. à 31,2 m, Cénom. à 31,4	
3269	310,2	319,2	188	163	25									186	18 *			Sable argileux+Grès calcaireux	186	2	Coupe peu précise, perte totale après 20 m	
3270	309	304,2	222	193,5	28,5					344,47	92	63,5	155,5	12,5	168	24	50	Grès calcaire	192	30 *	de 299 à 334 Sel gemme Triasique	
3670	323	312,65	235	188,5	46,5					971	133	49	182	32 *		0		Absent	214	21		
3671	315,8	309,5	229	190,8	38,2					190	133	40	173	33 *		0		Absent	206	23		
3673	318,77	318,9	208	176,5	31,5					272				174	26 *		0		200	8	Limite non franche entre Pliocène-Cénom.	
3824	333,3	301	370	*	#####					72						0		Absent		0	ouvrage sec	
3825	330,8	301,1	310	*	#####					86				306	3			Grès jaunâtres altérés (Pliocène ?)	309	1		
3826	327,7	301,9	310,5	284	26,5					70				280,5	28 *	100		Grès	308,5	2	Venue d'eau à la base du pliocène	
3827	327	302,2	300	275	25					50				260	14			Grès	274	26 *	Zone non étudiée par géophysique	
3828	327,8	300,9	315	295,5	19,5					83				295	19 *	100		Grès	314	1	Circulation d'eau dans les basaltes	
3834	331,4	305,4	324	*	#####					57				298	16			Grès sec	314	10	Ouvrage sec	
3836	313,9	302,4	244	197,5	46,5									199	8,5 *	100		Grès	207,5	36,5	Ouvrage non déterminé (éboulé)	
3837	312,1	301,1	243	200,5	42,5					22			166	20		100		Grès	209	24		

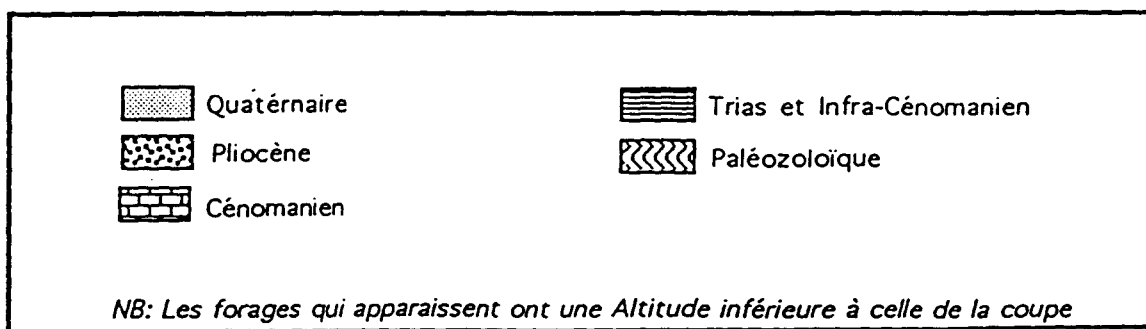
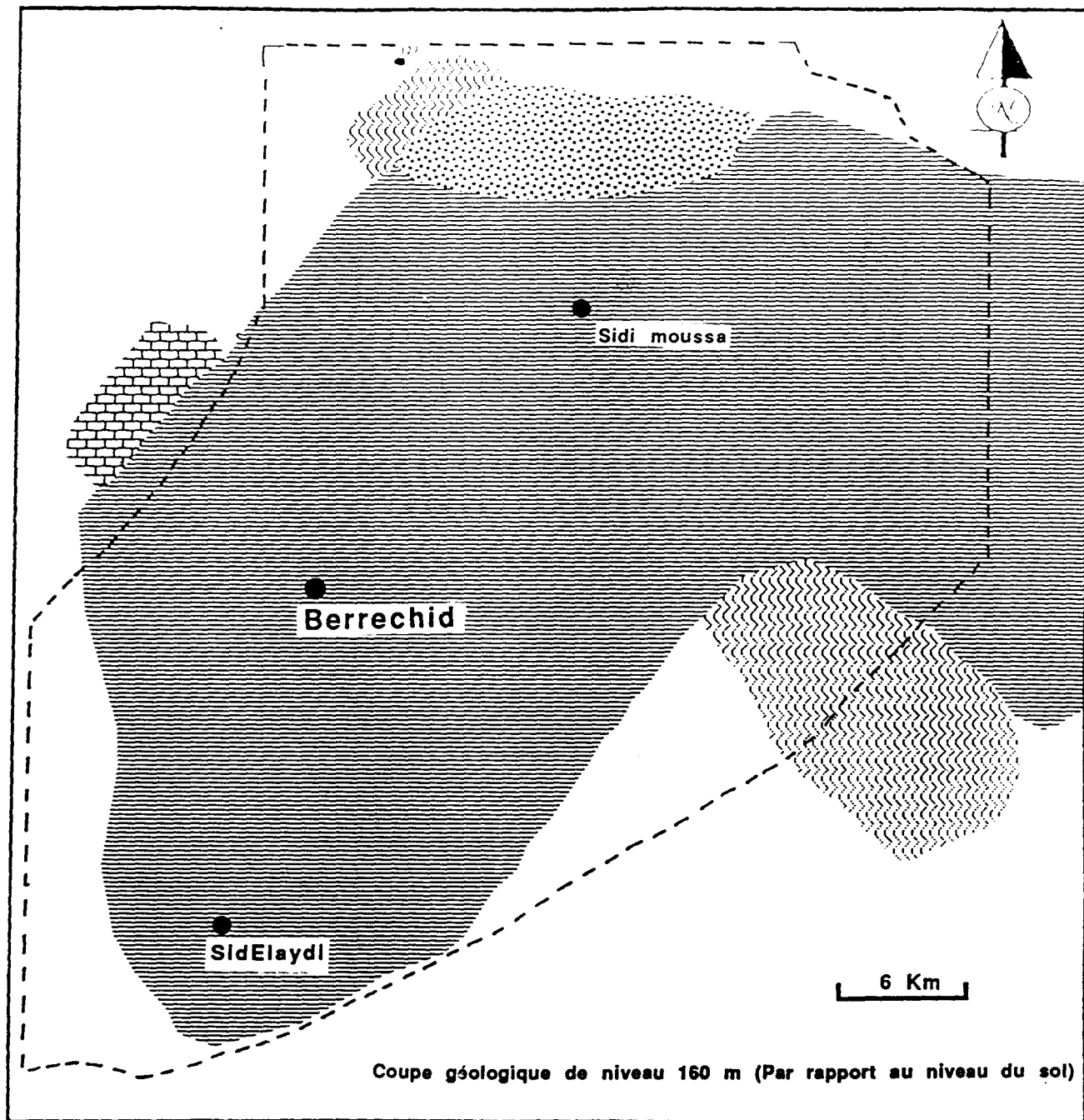
M : Altitude de la base de la formation

E : Epaisseur de la formation

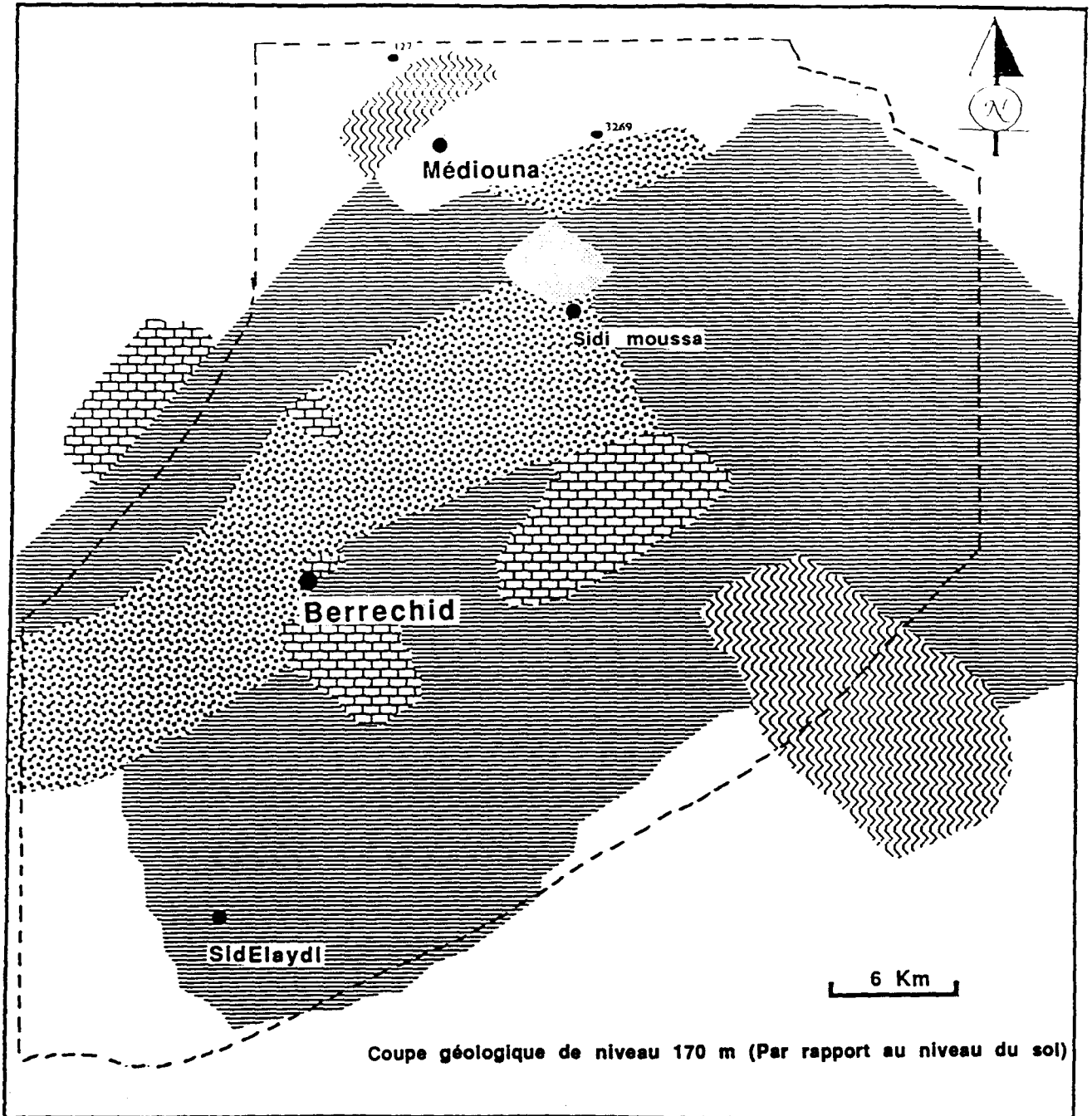
(X,Y): Coordonnées du forage

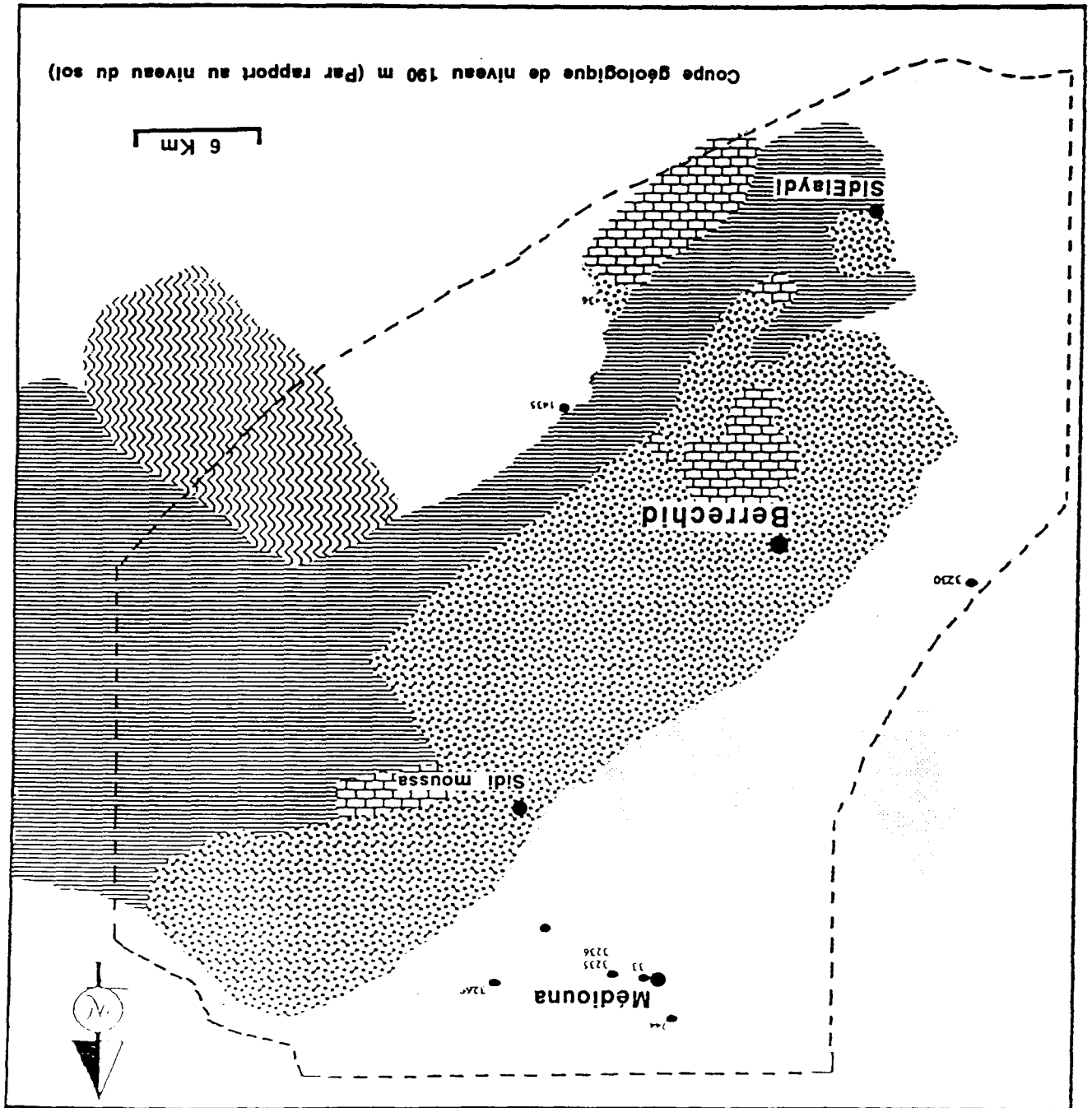
RE: Résistivité électrique

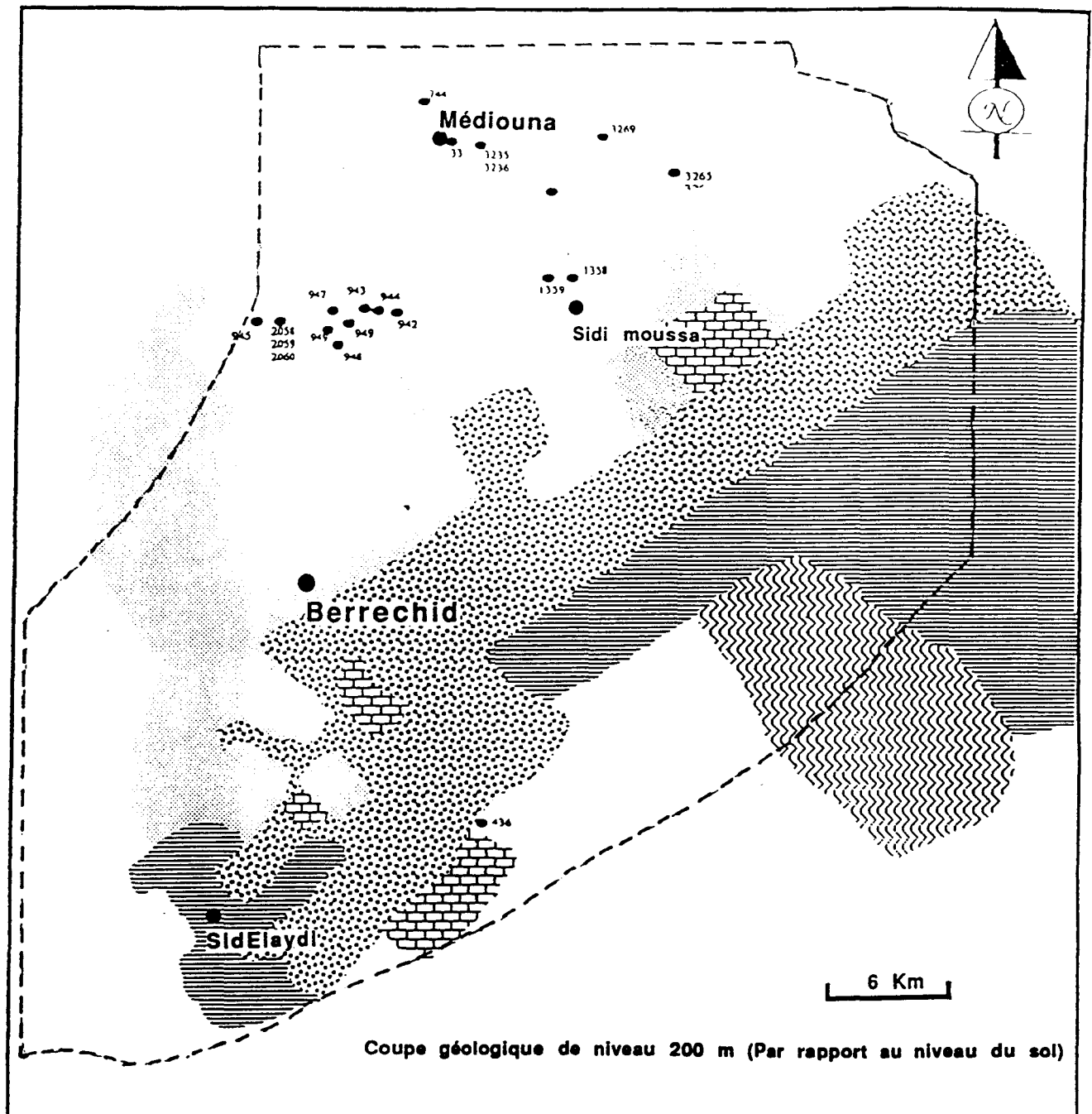
Z. : Altitude du forage

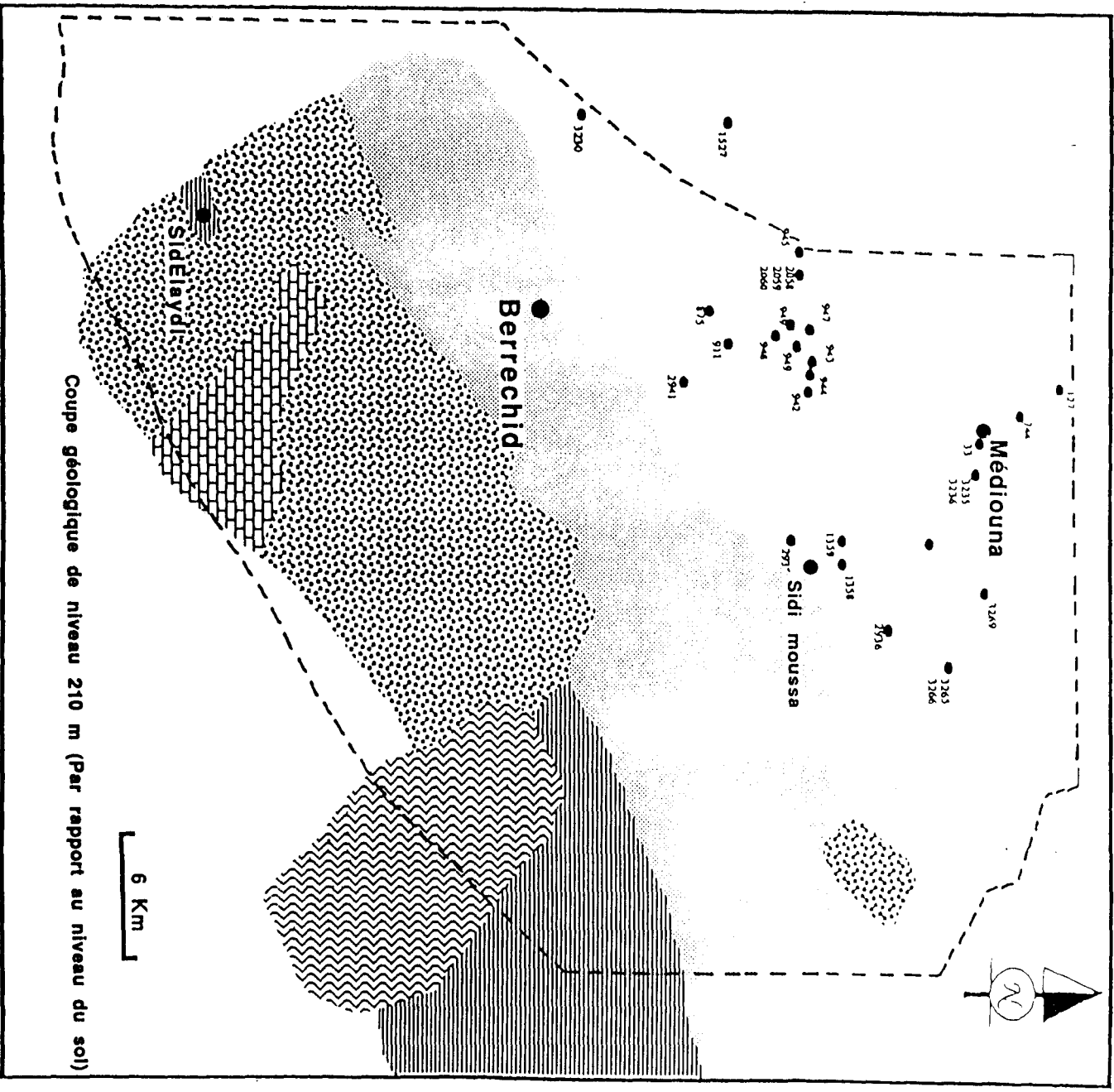


Structure et modélisation quantitative de l'aquifère de Berrechid (Maroc). Validation par l'approche géostatistique.
- B. EL MANSOURI (1993) -

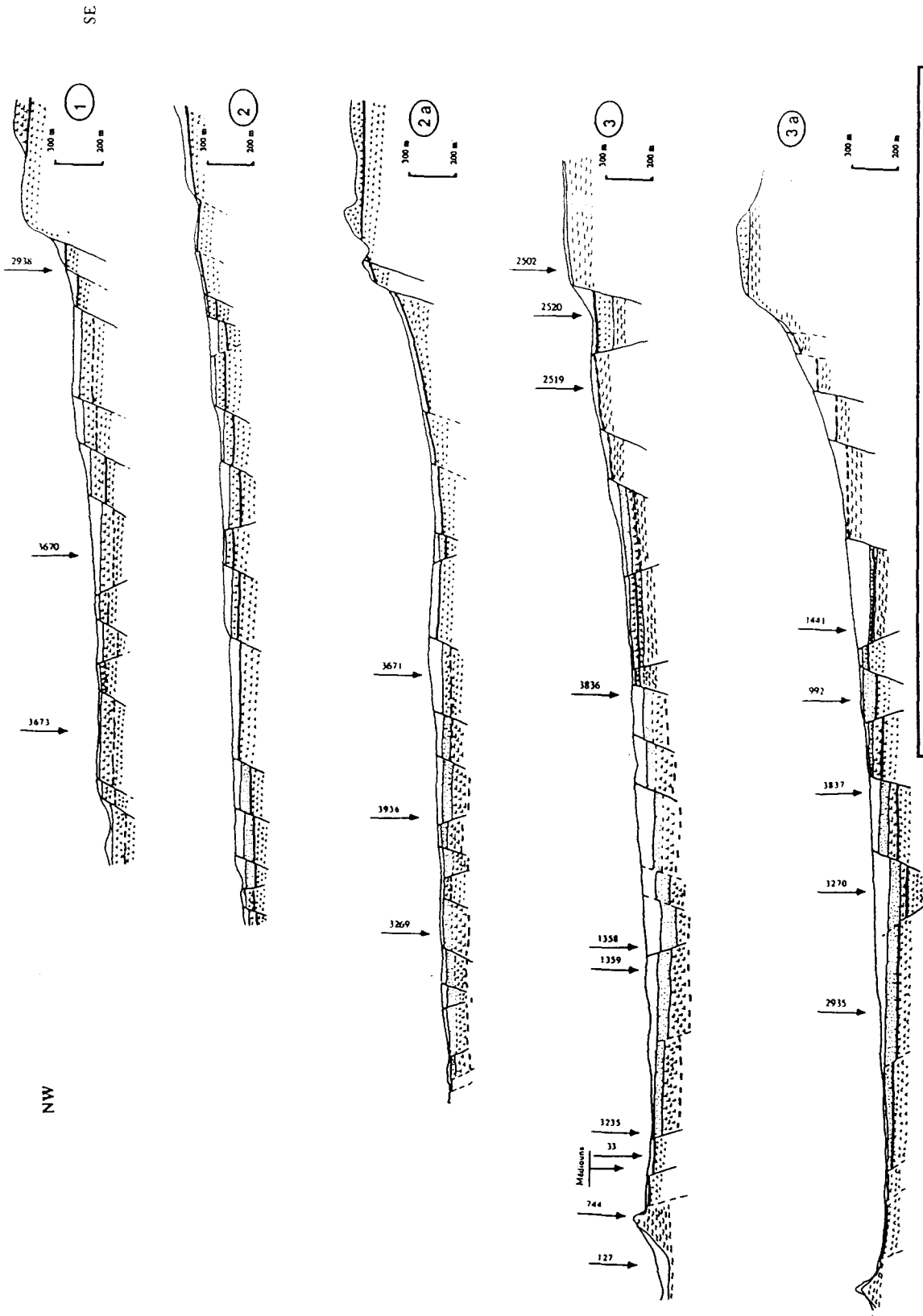








Structure et modélisation quantitative de l'aquifère de Berrechid (Maroc). Validation par l'approche géostatistique.
- B. EL MANSOURI (1993) -

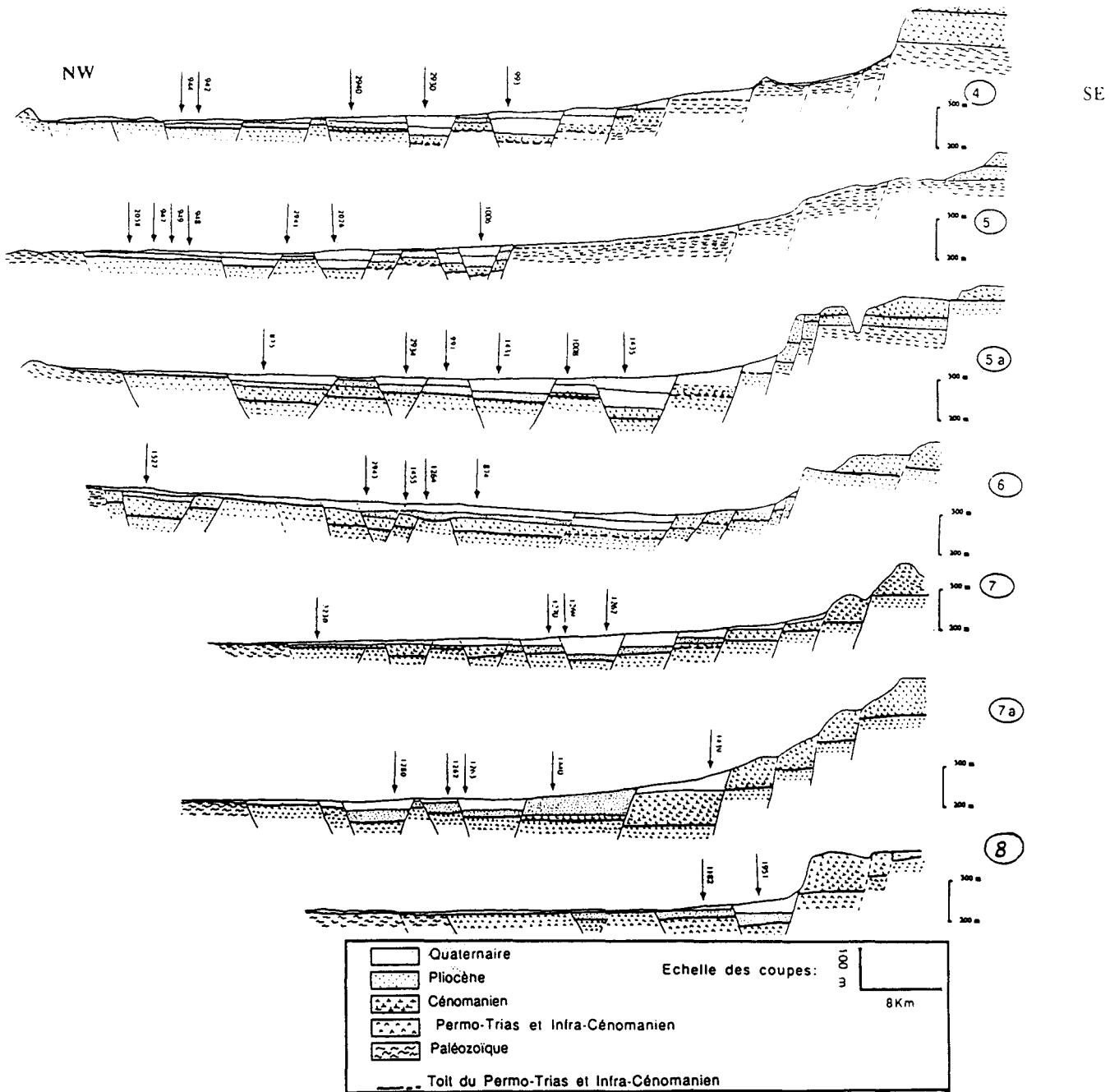


Echelle des coupes:

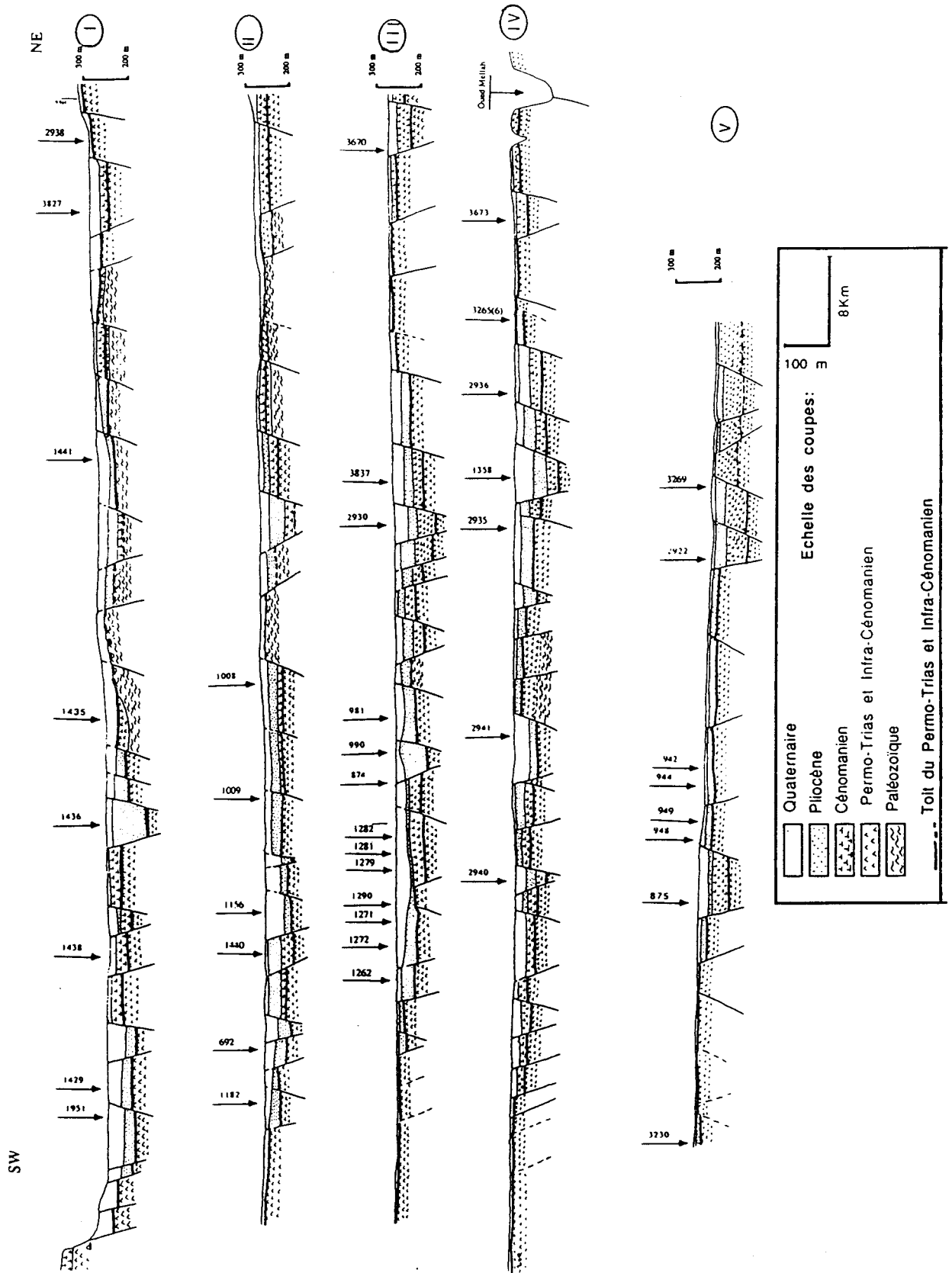
100 m

8 Km

- Quaternaire
- Pliocène
- Cénomanien
- Permo-Trias et Infra-Cénomanien
- Paléozoïque
- Toit du Permo-Trias et Infra-Cénomanien



Structure et modélisation quantitative de l'aquifère de Berrechid (Maroc). Validation par l'approche géostatistique.
- B. EL MANSOURI (1993) -



Annexe II: (Hydrologie)
Tableaux du bilan

$f \backslash a$	0,001	0,05	0,10	0,90	0,95	0,990	0,999
1	0,0001	0,0039	0,0158	2,71	3,84	6,63	10,8
2	0,0201	0,103	0,211	4,61	5,99	9,21	13,8
3	0,115	0,352	0,584	6,25	7,81	11,3	16,3
4	0,297	0,711	1,06	7,78	9,49	13,3	18,5
5	0,554	1,15	1,61	9,24	11,1	15,1	20,5
6	0,872	1,64	2,20	10,6	12,6	16,8	22,5
7	1,24	2,17	2,83	12,0	14,1	18,5	24,3
8	1,65	2,73	3,49	13,4	15,5	20,1	26,1
9	2,09	3,33	4,17	14,7	16,9	21,7	27,9
10	2,56	3,94	4,87	16,0	18,3	23,2	29,6
11	3,05	4,57	5,58	17,3	19,7	24,7	31,3
12	3,57	5,23	6,3	18,5	21,0	26,2	32,9
13	4,11	5,89	7,04	19,8	22,4	27,7	34,5
14	4,66	6,57	7,79	21,1	23,7	29,1	36,1
15	5,23	7,26	8,55	22,3	25,0	30,6	37,7
16	5,81	7,96	9,31	23,5	26,3	32,0	39,3
17	6,41	8,67	10,1	24,8	27,6	33,4	40,8
18	7,01	9,39	10,9	26,0	28,9	34,8	42,3
19	7,63	10,1	11,7	27,2	30,1	36,2	43,8
20	8,26	10,9	12,4	28,4	31,4	37,6	45,3
21	8,90	11,6	13,2	29,6	32,7	38,9	46,8
22	9,54	12,3	14,0	30,8	33,9	40,3	48,3
23	10,2	13,1	14,8	32,0	35,2	41,6	49,7
24	10,9	13,8	15,7	33,2	36,4	43,0	51,2
25	11,5	14,6	16,5	34,4	37,7	44,3	52,6
26	12,2	15,4	17,3	35,6	38,9	45,6	54,1
27	12,9	16,2	18,1	36,7	40,1	47,0	55,5
28	13,6	16,9	18,9	37,9	41,3	48,3	56,9
29	14,3	17,7	19,8	39,1	42,6	49,6	58,3
30	15,0	18,5	20,6	40,3	43,8	50,9	59,7
35	18,5	22,5	24,8	46,1	49,8	57,3	66,6
40	22,2	26,5	29,1	51,8	55,8	63,7	73,4
45	25,9	30,6	33,4	57,5	61,7	70,0	80,1
50	29,7	34,8	37,7	63,2	67,5	76,2	86,7
75	49,5	56,1	59,8	91,1	96,2	106,4	118,6
100	70,1	77,9	82,4	118,5	124,3	135,8	149,4

Table de la loi de χ^2 .

Année	ETP(mm)	P(mm)	ETR(mm)	EX(mm)
1956				31,23
1957				27,07
1958				0,00
1959				0,00
1960	864,10	509,50	348,90	160,50
1961	941,90	281,30	316,20	0,00
1962	896,60	469,20	392,80	108,50
1963	839,60	652,80	278,00	374,70
1964	925,60	300,90	369,20	20,39
1965	893,30	406,80	388,20	36,43
1966	926,80	222,70	334,40	17,34
1967	906,90	326,30	368,50	4,14
1968	885,70	425,90	286,70	225,30
1969	793,80	559,70	367,50	192,20
1970	845,20	428,10	317,70	118,30
1971	861,70	694,60	421,50	329,70
1972	851,60	488,60	408,40	181,20
1973	890,50	385,30	367,70	17,85
1974	893,00	400,90	317,10	244,70
1975	874,90	328,00	305,10	59,23
1976	893,10	505,70	477,90	47,12
1977	885,90	399,00	292,90	113,70
1978	865,60	642,50	355,50	287,00
1979	908,40	273,00	295,60	67,39
1980	930,50	380,90	354,30	114,10
1981	965,50	162,40	255,60	0,00
1982	913,50	292,90	347,10	26,26
1983	923,70	205,00	285,40	41,02
1984	888,20	299,40	349,90	0,00
1985	912,90	294,70	237,50	115,40

RFU dans le plateau: 90 mm

ETP: Evapotranspiration potentielle
P: Précipitations
ETR: Evapotranspiration réelle
EX: Exédents

Cf au dos pour le détail de calcul (calcul automatique par le programme EBIL)

Calcul du Bilan par la méthode de Thornthwaite

Année	ETP(mm)	P(mm)	ETR(mm)	EX(mm)
1956				75,88
1957				41,4
1958				6,90
1959				0,00
1960	813,40	579,70	370,50	209,30
1961	909,50	283,70	333,00	0,00
1962	856,30	467,00	428,70	108,90
1963	842,70	719,50	243,00	476,40
1964	898,50	278,80	427,00	11,62
1965	854,90	394,60	391,90	21,33
1966	929,10	251,40	394,30	32,14
1967	886,70	326,00	410,60	0,00
1968	871,70	489,30	312,40	258,30
1969	750,10	641,50	468,00	173,50
1970	832,80	395,80	323,00	90,16
1971	847,70	592,40	451,80	209,80
1972	827,20	453,80	382,20	175,20
1973	871,20	367,40	360,10	10,34
1974	875,60	353,10	319,90	204,40
1975	1328,00	321,80	314,80	114,30
1976	874,70	515,00	540,70	0,00
1977	846,00	384,60	338,70	114,50
1978	1252,00	444,20	358,50	118,50
1979	836,40	470,30	401,80	193,70
1980	879,00	358,60	382,30	112,20
1981	915,90	139,50	2813,00	0,00
1982	869,60	338,10	396,40	56,59
1983	892,00	299,50	364,70	76,26
1984	840,30	390,40	432,00	0,00
1985	860,50	285,40	322,80	83,32

RFU dans la plaine: 140 mm

Plaine de Berrechid: Bilan: 1985 & Méthode: THORNTHWAITE					
	ETP (mm)	P (mm)	STOCK	ETR (mm)	EX (mm)
Janvier	20.89	94.77	140.00	20.89	73.88
Fevrier	36.21	45.65	140.00	36.21	9.44
Mars	49.99	4.90	94.91	49.99	.00
Avril	66.41	32.99	61.49	66.41	.00
Mai	79.64	14.27	.00	75.77	.00
Juin	104.62	.50	.00	.50	.00
Juillet	118.87	.14	.00	.14	.00
Aout	124.78	.03	.00	.03	.00
Septembre	92.00	1.22	.00	1.22	.00
Octobre	86.51	1.76	.00	1.76	.00
Novembre	48.90	38.20	.00	38.20	.00
Decembre	31.66	50.99	19.33	31.66	.00
Total	= 860.5	285.4	***	322.8	83.32

L'ETR annuelle: 1985 calculée par la méthode de Turc est 262.6

Plaine de Berrechid: Bilan: 1984 & Méthode: THORNTHWAITE					
	ETP (mm)	P (mm)	STOCK	ETR (mm)	EX (mm)
Janvier	35.52	31.40	140.00	35.52	.00
Fevrier	43.32	13.21	109.89	43.32	.00
Mars	40.69	59.77	128.97	40.69	.00
Avril	72.36	28.44	85.05	72.36	.00
Mai	43.09	80.82	122.78	43.09	.00
Juin	104.33	.50	18.95	104.33	.00
Juillet	131.86	.14	.00	19.09	.00
Aout	122.77	.03	.00	.03	.00
Septembre	100.17	.79	.00	.79	.00
Octobre	78.64	5.24	.00	5.24	.00
Novembre	28.08	129.65	101.57	28.08	.00
Decembre	39.44	40.45	102.58	39.44	.00
Total	= 840.3	390.4	***	432.0	.0000

L'ETR annuelle: 1984 calculée par la méthode de Turc est 324.6

Quelques exemples des tableaux de bilan calculé par le programmes EBIL

Plateau des phosphates: Bilan: 1985 & Méthode: THORNTHWAITE					
	ETP (mm)	P (mm)	STOCK	ETR (mm)	EX (mm)
Janvier	19.97	131.24	90.00	19.97	111.27
Fevrier	39.31	43.40	90.00	39.31	4.09
Mars	51.95	4.93	42.99	51.95	.00
Avril	67.15	21.86	.00	64.85	.00
Mai	80.76	10.50	.00	10.50	.00
Juin	115.08	.93	.00	.93	.00
Juillet	144.32	.20	.00	.20	.00
Aout	137.22	1.68	.00	1.68	.00
Septembre	109.17	3.96	.00	3.96	.00
Octobre	79.30	2.11	.00	2.11	.00
Novembre	45.34	18.78	.00	18.78	.00
Decembre	23.30	55.08	31.78	23.30	.00
Total	= 912.9	294.7	***	237.5	115.4

L'ETR annuelle: 1985 calculée par la méthode de Turc est 270.2

Plateau des phosphates: Bilan: 1984 & Méthode: THORNTHWAITE					
	ETP (mm)	P (mm)	STOCK	ETR (mm)	EX (mm)
Janvier	34.66	19.75	90.00	34.66	.00
Fevrier	41.05	20.30	69.25	41.05	.00
Mars	41.56	42.07	69.76	41.56	.00
Avril	78.25	27.72	19.24	78.25	.00
Mai	44.16	64.19	39.26	44.16	.00
Juin	116.30	.31	.00	39.58	.00
Juillet	149.76	.35	.00	.35	.00
Aout	134.63	.55	.00	.55	.00
Septembre	108.18	.17	.00	.17	.00
Octobre	78.52	7.39	.00	7.39	.00
Novembre	23.36	93.76	70.41	23.36	.00
Decembre	38.78	22.77	54.40	38.78	.00
Total	= 889.2	299.4	***	349.9	.00

L'ETR annuelle: 1984 calculée par la méthode de Turc est 272.5

**Annexe III:
Modèle WEEF & Résolution des Equations
aux Dérivées Partielles par la méthode des
Eléments Finis**

Modèle WEEF: Mode de fonctionnement: (Modèle mathématique de simulation hydrodynamique et hydrodispersive)

(Laboratoire d'Hydrogéologie Lille I)

Le modèle WEEF. est un modèle mathématique à éléments finis, réalisé au Laboratoire d'hydrogéologie à Lille I Par H.Q. Wang avec la collaboration de B. El mansouri (1991). Le modèle est couplé , il a été conçu pour traiter les phénomènes hydrodynamiques et hydrodispersifs simultanément ou séparément en permanent ou en transitoire.

Le modèle se compose de deux corps principaux:

1^{ère} partie: c'est le programme principal qui spécifie le mode de calcul:

hydrodynamique en permanent

hydrodynamique en transitoire

hydrodispersif

hydrodynamique en permanent puis hydrodispersif en transitoire

hydrodynamique et hydrodispersif alternativement.

puis l'utilisateur passe au choix de la méthode numérique désirée (§ cf III, Chap.III):

Galerkin Finite Elements Method (G.F.E.M.)

Lumped Mass Galerkin Finit Element Method (L.M.G.F.E.M.)

Upstream Weight Multiple Cell Balance Method (U.W.M.C.B.M.).

Construction du fichier de données.

L'étape suivante est la lecture de fichier d'initialisation des calculs et fichier des sorties; puis la lecture du fichier des données qui doivent être sous le format:.

NP : Nombre total de nœuds (*Total Number of Nodes*)

NE : Nombre Total de éléments (*Total Number of Elements*)

NHB : Nombre de nœuds à potentiel imposé (*Number of prescribed head Nodes*)

NCB : Nombre de nœuds à concentration imposée (*Number of prescribed Cc Nodes*)

NB2E : Nombre de nœuds de limite à flux entrant (*Number of input flux boundary nodes*)

NB2S : Nombre de nœuds de limite à flux sortant (*Number output flux boundary nodes*)

NINF : Nombre de nœuds d'infiltration (*Number of infiltration nodes*)

NEV : Nombre de nœuds de l'évapotranspiration (*Number of Evapotranspiration nodes*)

NEW : Nombre de points de pompage (*Number of pumping wells nodes*)

NOB : Nombre de points d'observation "piézomètres" (*Number of observation "piezometre" nodes*)

NTOB : Nombre d'observation "en transitoire" (*Number observation Times in unsteady state*)

NCC : Nombre de courbes à tracer (*Number of Equi-level curves to draw*)

* Dimensions de temps

à préciser: année/mois/jour/heure/min/sec

* Dimensions de l'espace

à préciser: Km/m.

* Les coordonnées (X , Y)

Pour avoir les coordonnées, on peut procéder par calcul manuel mais cette méthode est imprécise, et le risque d'erreur est très grand, de plus elle demande beaucoup de temps. Il est relativement facile d'obtenir ces coordonnées, si on fait un maillage régulier (exemple: discrétisation en triangles rectangles). Mais lorsqu' on établit un maillage non régulier et quelconque il est conseillé d'utiliser la table à digitaliser: (acquisition automatique des coordonnées des nœuds), c'est ainsi qu' un programme annexe est établie pour pallier à ce problème. L'utilisateur peut travailler en coordonnées absolues en prenant un repère d'origine (0, 0) sur sa carte de maillage, ou encore les coordonnées Lambert de celle-ci.

Avant l'exécution du programme, l'utilisateur peut tester ses données sur les coordonnées, les surfaces des éléments, les coordonnées des nœuds aux limites par un programme annexe (test. exe)

* Sommets des Eléments

L'utilisateur doit établir les sommets des éléments en fonction de la numérotation des nœuds il est conseillé de numéroter les éléments dans le sens des aiguilles d'une montre. En effet un sous-programme est destiné à faire cette opération, avant le calcul, le modèle refait la numérotation pour respecter cet ordre. L'élément est donc repéré par ses trois nœuds, l'ordre des sommets doit suivre celui des coordonnées (X,Y) ci dessus.

* Piézométrie de référence

Pour chaque nœud, l'utilisateur doit faire entrer la valeur correspondante de la piézométrie de référence. Ces valeurs sont obtenues par discrétisation de sa carte piézométrique, c'est cette piézométrie qui sert pour le calage.

* les potentiels imposés

L'utilisateur entre les numéros des nœuds à potentiels imposés qui sont identifiés par leurs coordonnées.

--> Les valeurs de potentiel de ces nœuds

* Flux entrant par les limites

Numéros des nœuds à flux entrant par les limites du domaine

--> Les valeurs de ce flux pour les nœuds correspondant (sans indiquer le signe)

* Flux sortant par les limites du domaine

Numéros des nœuds à flux sortant par les limites du domaine

--> Les valeurs de ce flux pour les nœuds correspondant (sans indiquer le signe)

* L'Evapotranspiration

Nombre des nœuds sur lesquels l'évapotranspiration est appliquée

--> Les valeurs de l'évapotranspiration au niveau des nœuds correspondants

* Le pompage

L'utilisateur doit entrer les nœuds sur lesquels est appliqué le pompage, si le point de pompage ne correspond pas exactement au nœud lors d'un maillage à éléments de surface très grands, l'utilisateur peut construire de nouveaux éléments en ajoutant un nouveau nœud au niveau du point considéré. L'unité de pompage est en m^3/s . (sans spécifier le signe)

* L'infiltration

Si la nappe est libre, elle peut donc bénéficier d'une alimentation de surface. L'utilisateur peut donc spécifier sa zone d'alimentation en indiquant les numéros des nœuds de cette zone, puis il entre la quantité d'alimentation en m^3/s . En général cette quantité est la même pour tous les nœuds de la surface libre, c'est pour cela que l'on mentionne: (NINF * valeur de l'infiltration pour un nœud).

* Les paramètres de calcul

Suivant le schéma de calcul adopté nous avons des paramètres spécifiques:

PT : Paramètre de Peclet:

Alpha : facteur de relaxation

DT : Pas de temps

DTMULT : facteur du pas de temps

DTMAX : Pas de temps maximal

EPS : Erreur de calcul

MAXITER : Le nombre maximum d'itérations

* Les isovaleurs à tracer.

L'utilisateur peut choisir les valeurs des courbes qu'il veut tracer (expérimentales et calculées). En cas d'utilisation de deux modes de calcul (hydrodynamique et hydrodispersif) les deux types de courbes se tracent avec des couleurs différentes et des légendes de couleurs spécifiques.

Le format précédemment défini, peut être l'objet de modifications suivant la qualité et la quantité des données de l'utilisateur, en fonction du mode de calcul utilisé: transitoire, permanent, On trouvera ci-après un exemple de ce fichier (en permanent).

```

c***** CONSTANTS PARAMETERS *****
654   NP   : Total Number of Nodes
1220  NE   : Total Number of Elements
3     NHB  : Number of Given HEADS Boundary
0     NCB  : Number of Given CONC. Boundary
32    NB2E : Number of Given Input-Flux Boundary (Plateau)
14    NB2S : Number of Given Output-Flux Boundary (Drainage)
455   NINF : Number of Given Infiltration Nodes (sur la plaine)
0     NEV  : Number of Given Evapotranspiration Nodes
25    NWE  : Number of Injection-Wells (Rivières)
6     NWS  : Number of Pumping-Wells (Puits de Pompage)
0     NOB  : Number of Observations Nodes
0     NTOB : Number of Observation Times
10    NCC  : Maximun Number of equi-value cvrves to draw
c***** GEOMETRY DATA *****
c*** UTIM*5 : Unity of Time (years/month/days /hours/min. /sec. )
sec.
c*** ULEN*2 : Unity of Length (km/m /cm/mm)
m
C ***** X *****
      .00 1170.00      .00 1830.00 1470.00      .00 1520.00      .00
2120.00 2250.00 2980.00 3140.00 4970.00 5080.00 4470.00 3810.00
2880.00      0.00 1300.00      .00 860.00 2750.00 4790.00 5100.00
6060.00 7090.00 7130.00 8280.00 9570.00 8580.00 9640.00 11300.00
11760.00 11530.00 9000.00 7640.00 6580.00 32680.00 -- -- -- --
c ***** Y *****
1030.00 1360.00 2370.00 2710.00 4130.00 5140.00 5600.00 7000.00
6990.00 5250.00 3550.00 1310.00 730.00 2830.00 4390.00 6180.00
5350.00 4090.00 2130.00 1230.00 1540.00 2760.00 3710.00 2050.00
3590.00 4630.00 5570.00 6440.00 7810.00 45780.00 9290.00 10650.00
11540.00 12570.00 12850.00 14340.00 15170.00 16970.00 15000.00 45440.00
13460.00 12420.00 12230.00 10610.00 9720.00 8860.00 -- -- -- --
c***** ELMSOM *****
  1   2   3   2   3   4   3   4   5   3   5   6
  5   6   7   6   7   8   7   8   9   9  10  16
 10  11  16   5   7  10   5  10  11   4   5  11
  4  11  12   2   4  12  11  12  14  11  14  15
 11  15  16  15  16  25  14  15  25  14  25  26
 12  13  14  13  14  27  14  26  27  13  27  28
 29  31  32  26  30  31  26  31  35  25  26  35
 25  35  36  24  25  36  16  24  25  16  17  24
  9  16  17   9  17  18   8   9  18  17  18  19
 18  19  20  19  20  21  20  21  43  21  42  43
... ..
c***** HEAD DATA *****
c***** H ref. *****
245.00 245.00 235.00 225.00 225.00 224.00 220.00 222.00
220.00 221.00 224.00 245.00 245.00 230.00 224.50 219.00
218.50 221.00 220.00 221.50 219.50 219.00 217.00 219.00
235.00 232.50 222.00 219.00 218.00 144.00 217.00 217.00
216.00 218.00 220.00 219.00 221.00 218.00 217.00 150.00
217.00 215.00 220.00 221.50 221.00 220.00 220.00 221.50

```

222.00	223.50	225.00	230.00	226.00	230.00	235.00	245.00				
245.00	230.00	223.00	222.00	226.00	222.00	222.00	221.50				
221.00	221.50	220.00	220.30	220.00	217.00	216.00	215.00				
214.00	222.00	220.00				

c*** NHBP(HB) N° of first boundary for head
541 538 639

c*** (HBI(N) N= 1, NHB) Boundary values (head)
170. 173. 180.

c*** NB2EP(NB2E) N° of Input-Flux boundary (Plateau)
1 2 12 28 29 32 64 65 113 114 116 147
154 156 206 207 208 212 260 261 262 263 323 324
325 384 385 392 393 398 155 13

c*** (QB2E(N) N= 1, NB2E) Input-Flux Boundary values (!!!Plateau!!!)
.010 .030 .030 .055 .022 .025 .085 .085 .041 .040
.045 .045 .040 .040 .045 .040 .040 .030 .030 .030
.015 .008 .008 .008 .008 .008 .008 .008 .010 .010
.040 .045

c*** NB2SP(NB2S) N° of Output-Flux boundary (Drainage)
546 547 568 569 579 589 590 601 604 612 613 629
630 633

c*** (QB2S(N) N= 1, NB2S) Output-Flux Boundary values (!!!Drainage!!!)
.035 .030 .070 .093 0.088 .048 .019 .029 .045 .050 .055
.100 .095 .090

c*** NWEP(NWE) N° Node of Injection-Wells (Rivières)
106 111 112 150 151 152 157 158 213 215 218 219
224 226 228 253 254 327 369 371 375 376 379 382
441

c*** (QWE(N) N= 1, NWE) Injection-Wells Rates (Rivières)
.065 .065 .065 .080 .080 .080 .080 .080 .015 .005
.005 .005 .005 .005 .005 .005 .005 .005 .003 .003
.003 .005 .005 .005 .005

c*** NWSP(NWS) N° Node of Pumping-Wells
33 34 71 194 226 228

c*** (QWS(N) N= 1, NWS) Pumping-Wells Rates
.070 .070 .120 .010 .010 .020

c*** NINFP(Ninf) N° Node of Infiltration (Plaine)
2 3 4 5 6 8 11 13 14 15 16 18
19 20 21 22 24 25 26 27 36 38 42 44
48 61 62 67 68 69 70 82 83 84 85 86
87 89 94 107 108 109 110 115 116 117 118 119
145 146 148 149 150 153 155 156 158 160 161 162
163 164 165 168 169 170 194 199 200 201 202 203
204 205 207 208 209 210 211 213 214 215 216 217
218 219 220 221 222 223 225 226 227 247 248 249
250 251 252 253 254 255 256 257 258 261 262 263
264 265 266

c*** (QINF(N) N= 1, NINF) Infiltration Rates
455*0.0028

c*** NEVP(NEV) N° Node of Evaporation
0

c*** (QEV(N) N= 1, NEV) Evaporation Rates
0

c*** (NOBP(N) N = 1, NOB) N° Node of observation points
0

c*** (TOB(N), N = 1, NTOB) Observation times
0.

c*** PT, ALF, DT, DTMULT, DTMAX, EPS, MAX d'ITERATION
0.004 0.75 0.50 1.25 0.75 0.5 800

c*** FNIV(I,1), I=1, NCC Equipotentials values

120. 140. 160. 180. 190. 200. 220. 240. 260. 300.
C***** END OF INPUT DATA *****

Exemple d'un fichier résultat:

N° Nœud	** Ho-Hc **	Transmissivité.
1	-1.21	.00120
2	6.13	.00020
3	1.65	.00250
4	-6.37	.00970
5	-1.61	.00420
6	.02	.00340
7	-1.98	.00750
8	.81	.00240
9	.19	.00750
10	-1.42	.00620
11	-3.16	.00280
12	5.65	.00030
.....
.....
.....
189	.32	.01250
.....
290	-.14	.00250
291	-.01	.01100
292	-.52	.00500
293	-6.25	.00450
.....
300	.24	.00300
389	-6.67	.00085
390	-8.79	.00285
.....
411	3.00	.00050
491	.93	.00500
492	.80	.00500
493	2.04	.00500
494	-1.02	.01200
.....
498	3.31	.00150
499	6.16	.00150
500	-1.02	.01250
501	-.96	.01300
580	5.43	.00100
591	2.14	.00045
.....
.....
.....
599	2.60	.00095
608	10.48	.00150
650	.00	.00500
651	.00	.00500
652	.00	.00500
653	.00	.00500
654	.00	.00500

"Format de fichier lors d'un calage en permanent"

A la fin de chaque simulation l'utilisateur peut voir l'état piézométrique calculé et celui de référence, cette visualisation avec le fichier résultat ci-dessus lui permet de juger la qualité de son calage. En cas d'insuffisance il lui suffit de modifier le paramètre à caler (transmissivité si le calage se fait en permanent, coefficient d'emmagasinement s'il s'agit d'un calage en transitoire) et éventuellement les débits d'entrées et de sorties.

N°Nœud	** Ho-Hc **	TE Trans.	SE (Coef. d'emmag.)
1	-3.47	.00120	.20000
2	3.52	.00020	.20000
3	-2.27	.00250	.20000
4	-9.76	.00970	.28888
5	-9.20	.00420	.25000
.....			
10	-8.50	.00620	.00100
11	-10.46	.00280	.29880
12	4.42	.00030	.20000
13	9.03	.00260	.20000
14	-10.23	.00050	.28888
15	-8.17	.00300	.20000
.....			
.....			
.....			
100	-4.74	.00650	.00100
101	-7.99	.01250	.00100
102	-7.67	.01250	.00100
103	-5.91	.00920	.00100
104	-6.00	.01400	.00100
105	-9.13	.01250	.00100
.....			
.....			
.....			
200	-4.56	.01800	.25000
201	-8.74	.01500	.20000
202	-4.65	.02500	.20000
203	-8.92	.00052	.20000
204	-12.28	.00150	.22000
.....			
.....			
.....			
300	-3.94	.00300	.04000
301	-3.11	.00350	.05000
302	-3.24	.02500	.05000
303	-5.20	.03000	.00125
304	-5.92	.01550	.05000
305	-6.32	.00400	.01000
.....			
.....			
.....			
400	-15.76	.00065	.12000
401	-10.70	.00052	.12000
402	-3.16	.00052	.10000
403	-1.67	.00050	.05000
404	-7.63	.00040	.05000
405	-14.51	.00080	.09000
.....			
.....			
.....			
500	-6.53	.02500	.01000
501	-7.00	.01300	.00150
502	-7.74	.00070	.00150
503	-8.15	.01500	.16000
504	-6.44	.01250	.16000
505	-6.55	.01250	.16000
510	1.31	.00400	.16000
.....			
.....			
.....			
600	4.67	.00250	.05000
601	2.46	.00050	.01000
602	3.36	.00075	.01000
608	.54	.00150	.01000
.....			
.....			
.....			
651	-4.58	.00500	.00100
652	.25	.00500	.00100
653	-.48	.00550	.00100
654	-3.74	.00550	.00100

"format du fichier lors d'un calage en transitoire "

La deuxième partie du programme porte le nom "Femsub1. For" se compose des sous-routines suivantes:

geomet (x,y,ijm,ma,mcpn)

---> la lecture des données relatives à la géométrie du domaine et à la discrétisation

ordsom (x, y, ijm, ne)

---> ordonne les sommets dans le sens inverse des aiguilles d'une montre

mcpnma (ijm, ma, mcpn, lw, np, ne, nb, lh)

---> détermination des voisins de chaque nœud

qsourh(nb2e, nb2ep, qb2e, nb2s, nb2sp, qb2s, nwe, nwep, qwe, nws, nwsp, qws, nev, nevp, qev, ninf, ninfp, qinf, qinfp)

---> calcul du terme source en hydrodynamique

qsourc(nb2e, nb2ep, qb2e, cb2e, cb2ep, nwe, nwep, qwe, cwe, nev, nevp, qev, ninf, ninfp, qinf, cinf, tm, c0, qc, np)

---> calcul du terme source en hydrodispersif

femmat (lh, lch, h0, cfa, cfb, ijm, ne, x, y, S, T, at, tdma, mcpn)

---> Construction de la matrice globale et du second membre assemblé

respim (h1,df0,h0,le, lee, cfa, cfb, nhcb, nhcbp, hcb1, ma, mcpn, qhc, np)

---> résolution de la matrice par méthode de relaxation(SOR, SUR)

wrtc (lb, lobp, tsum, c, np, nop)

---> écriture des résultats

La troisième partie du logiciel se compose de la routine graphique. C'est un ensemble de sous-routines que le programme principal appelle simultanément de telle façon que la visualisation de la discrétisation du domaine (la visualisation des numéros des sommets est optionnelle, car si la discrétisation est très fine, c'est-à-dire s'il ya un grand nombre d'éléments, les numéros des sommets risquent de masquer toute la figure), et la visualisation des isopièzes en permanent et en transitoire. L'utilisateur peut sauvegarder ces graphiques.

Résolution des équations aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis

Introduction

Les méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles sont classées en deux grandes familles radicalement différentes dans leurs principes (Fig.AIII-1). La première concerne les algorithmes basés sur les équations continues discrétisées et on parle des méthodes dites: "Approximation des équations" ou encore "différences finies (MDF)". La seconde famille regroupe les méthodes qui abordent le problème non plus par les équations approchées, mais par des modèles de solutions approchées. Ce sont les méthodes dites: "d'approximation de solution" ou encore "éléments finis (MEF)".

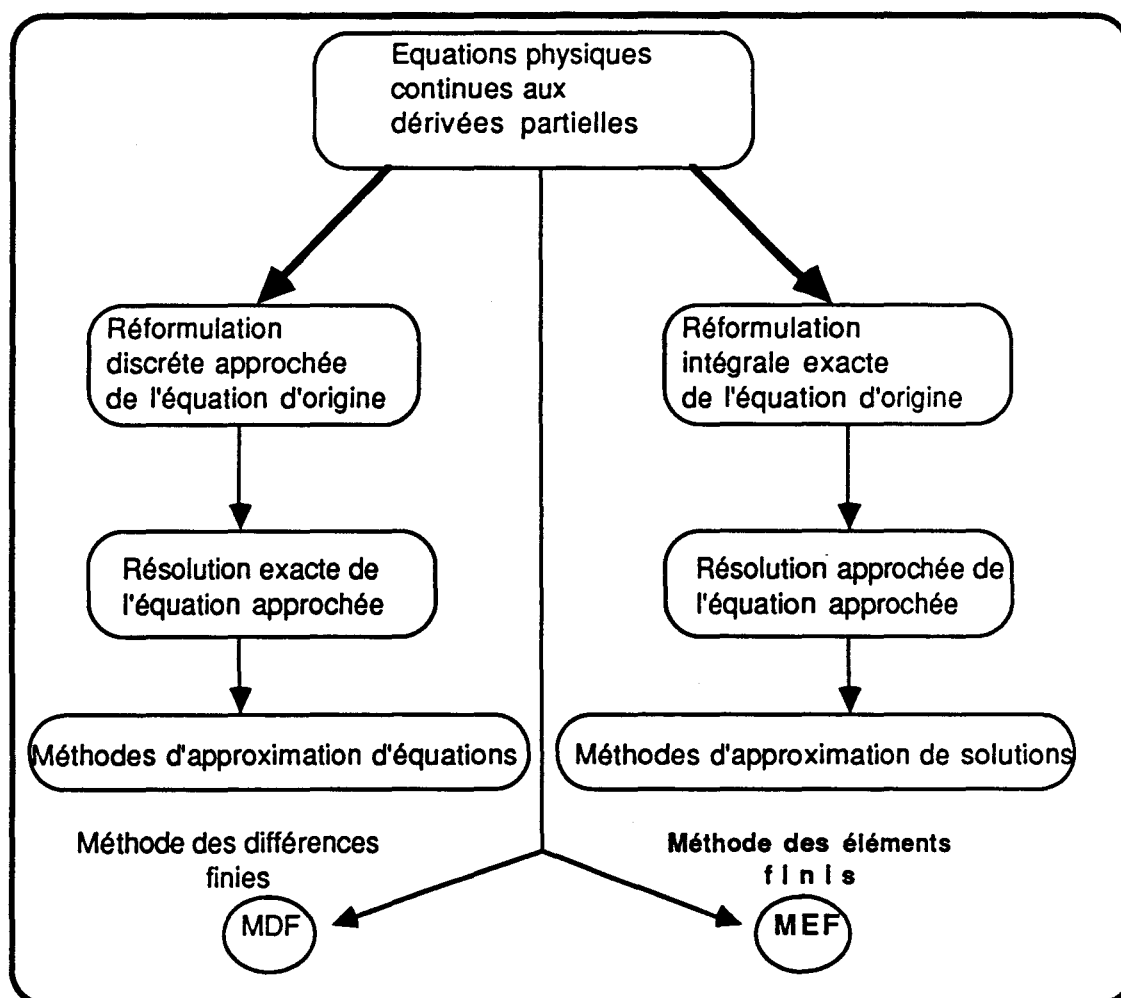


Fig. AIII-1

II- Introduction à la méthode des éléments finis

historique

Au début, la méthode des éléments finis a été utilisée pour résoudre des problèmes des milieux continus déformables. Ces problèmes sont généralement formulés sur des domaines à géométrie complexe et sont de ce fait difficiles à approcher par la méthode des différences finies.

Peu connu jusqu'en 1955, la méthode des éléments finis reçoit ensuite une attention sans cesse croissante de la part des ingénieurs confrontés à des problèmes des milieux continus déformables. Entre 1955 et 1964, la plupart des éléments finis (aujourd'hui classiques) ainsi que les principales extensions de la méthode en vue de traiter l'essentielle des problèmes des milieux continus déformables sont connus.

A compter de 1955, l'audience de la méthode s'accroît largement en particulier avec la publication en 1967 de la première édition du livre de Zeinkiewicz (in A. Lepourhiet), bientôt suivie par la publication de très nombreux ouvrages. A partir de cette date, la méthode est de plus en plus utilisée pour l'approximation numérique des problèmes aux limites très diverses et les sciences de l'ingénieur d'une manière générale.

II-1 - Formulation Normale de la méthode des résidus pondérés.

Avant de commencer la méthode des éléments finis, nous jugeons utile de donner un résumé de la méthode des résidus pondérés sur laquelle la méthode des éléments finis est basée.

1- Définition de la formulation intégrale normale d'une équation différentielle.

Soit l'équation aux dérivées partielle définie sur un domaine Ω de \mathbb{R}^n et associée aux conditions aux limites sur le contour Γ de ce domaine (Fig.AIII. 2):

$$\begin{cases} L(u) - g = 0 & (1) \\ B(u) - h = 0 & (2) \end{cases}$$

Où: L, B: deux opérateurs linéaires ou non.

u: fonction dépendant des variables réelles indépendantes x_1, \dots, x_n

g et h: fonctions données dépendants de x_1, \dots, x_n

On note X: vecteur de composantes x_1, \dots, x_n

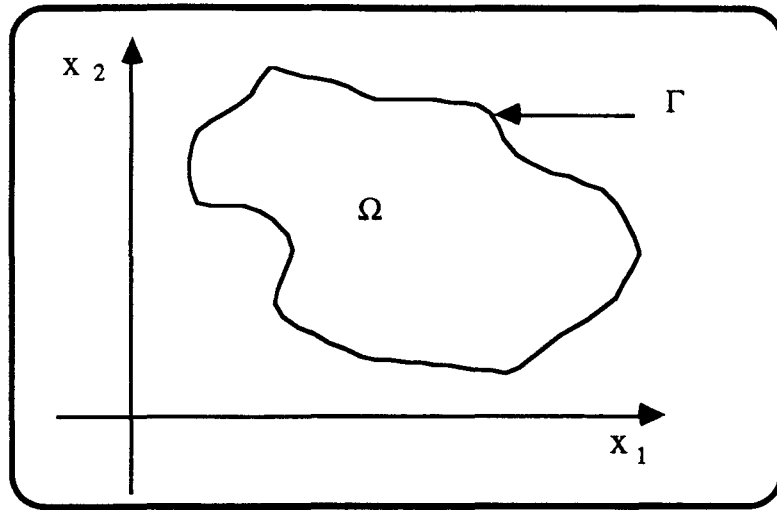


Fig.AIII-2

Exemple:

Soit l'équation aux dérivées partielles définie sur Ω une partie de \mathbb{R}^2 :

$$[P_1]: \begin{cases} \Delta u = f(x_1, x_2) & \text{sur } \Omega & (\Omega \text{ intérieur du } \Omega) \\ u = g(x_1, x_2) & \text{sur } \Gamma_1 \\ \frac{\partial u}{\partial n} = h(x_1, x_2) & \text{sur } \Gamma_2 \end{cases}$$

Δ : opérateur laplacien, avec $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}$ et $\frac{\partial}{\partial n}$: dérivée normale.

Le problème $[P_1]$ peut être formalisé comme suit:

$$\begin{cases} L(u) - f = 0 & \text{Pour tout } x \in \Omega \\ B_1(u) - g = 0 & x \in \Gamma_1 \\ B_2(u) - h = 0 & x \in \Gamma_2 \end{cases}$$

Où

$$L = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}$$

$$B_1 = \text{Id}$$

$$B_2 = \frac{\partial}{\partial n}$$

avec Id: l'application identité Id: $u \rightarrow u$

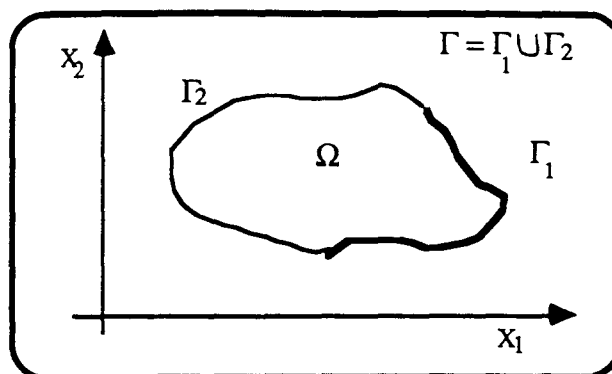


Fig.AIII. 3

L'expression (1) revient à dire que la relation suivante:

$$\int_{\Omega} (L(u) - g) P(x) d\Omega = 0 \quad (3)$$

est vraie à l'intérieur de Ω quelle que soit la fonction P . Le contour Γ n'étant pas concerné par cette affirmation. On peut supposer que les fonctions P sont nulles ou non sur la frontière Γ .

L'écriture de l'expression (1), associée à (2), équivaut à dire que la relation:

$$\int_{\Omega} (L(u) - g) P(x) d\Omega + \int_{\Gamma} (B(u) - h) \overline{P}(x) d\Gamma = 0 \quad (4)$$

est vraie quelles que soient les fonctions P et \overline{P} .

Remarque: Pour avoir cette relation en forme la plus simple, on peut choisir:

$$\overline{P}(x) = P(x)$$

La relation (4) est appelée "Formulation intégrale normale du système différentiel" définie par les relations (1) et (2). On l'appelle aussi "formulation forte".

2- Définition de la méthode des résidus pondérés.

On cherche une solution modale approchée $U(x)$ pour le système constitué des équations (1) et (2) de la forme:

$$U(x) = \sum_{i=1}^N c_i \phi_i(x) \quad (5)$$

Où les ϕ_i sont des fonctions connues et les c_i sont les inconnues. Les ϕ_i sont choisies en fonction de la connaissance qu'on peut avoir "a priori" sur la forme de la surface solution $U(x)$ dans le domaine considéré.

Pour cette raison, les fonctions ϕ_i sont appelées "fonctions de forme", on les appelle aussi "fonctions modales, fonctions-tests ou souvent : fonctions de base". Si on reporte l'expression de $U(x)$ donnée par (5) dans l'équation (1), on obtient un résidu $R(x)$ tel que:

$$R(x) = L(U(x)) - g(x) \quad (6)$$

Les meilleures valeurs des coefficients c_i sont celles qui donnent le résidu le plus faible possible.

La méthode des résidus pondérés consiste à projeter le résidu $R(x)$ sur N fonctions différentes $P_j(x)$ appelées fonctions-poids.

Dans ce cas, la relation (4) devient:

$$\int_{\Omega} R(x) P_j(x) d\Omega + \int_{\Gamma} \overline{R}(x) \overline{P}_j(x) d\Gamma = 0 \quad \text{avec } j= 1,2,\dots,N \quad (7)$$

Où:

$$\overline{R}(x) = B(U(x)) - h(x)$$

Le système à résoudre se met finalement sous la forme:

$$[K] c + f = 0 \quad (8)$$

Où:

[K]: matrice carrée (N,N)

c: vecteur des coefficients inconnus c_i

f: vecteur second membre f_i

Par analogie avec la mécanique des structures, où ces méthodes sont très largement employées, la matrice [K] et le vecteur f sont souvent appelés "Matrice de raideur " et "vecteur de charge". Lorsque les opérateurs L et B sont linéaires, par l'intermédiaire de l'équation (7), on a :

$$K_{ji} = \int_{\Omega} L(\phi_i) P_j d\Omega + \int_{\Gamma} B(\phi_i) \overline{P}_j d\Gamma \quad \text{avec } i,j= 1,\dots,N$$

$$f_j = \int_{\Omega} g P_j d\Omega + \int_{\Gamma} h \overline{P}_j d\Gamma = 0 \quad \text{avec } j= 1,\dots,N$$

Remarques:

i) - Les intégrales du contour disparaissent lorsque les fonctions de forme satisfont aux conditions aux limites.

ii)- Pour résoudre le système (8), on doit avoir un nombre de fonctions de pondérations $P_i(x)$ au moins égal à l'ordre N de l'approximation modale. Si le nombre de fonctions de pondérations est supérieur à N , il y a plus d'équations que d'inconnues et la solution est alors obtenue par les moindres carrés.

$$c = -([K]^T [K])^{-1} [K]^T f , \quad [K]^T: \text{transposée de la matrice } [K].$$

Dans la formulation (5), les coefficients c_i sont constants, mais il est possible de particulariser une variable indépendante, le temps par exemple, et d'écrire:

$$U(x, t) = \sum_{i=1}^N c_i(t) \phi_i(x).$$

Dans ce cas, la méthode des résidus pondérés ne conduit plus à un système algébrique, mais à un système d'équations différentielles ordinaires.

3- Méthodes des moments:

Si les fonctions P_i sont des fonctions orthogonales sur Ω , la méthode des résidus pondérés s'appelle: méthode des moments.

$$(P_i)_{i=1,\dots,N} \text{ familles orthogonales} \Leftrightarrow \int_{\Omega} P_i(x) P_j(x) d\Omega = \begin{cases} \neq 0 & \text{si } i = j \\ = 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

L'orthogonalité des fonctions de pondération assure que les lignes du système algébrique qui donne les coefficients c_i n'en étant que plus indépendantes les unes des autres, ceci est bénéfique évident de la précision de la résolution.

4- Méthode des moindres carrés.

la norme quadratique du résidu pour un opérateur vectoriel est:

$$D = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (L(U) - g)^T (L(U) - g) d\Omega$$

La méthode des moindres carrés consiste à minimiser cette norme en fonction des coefficients c_i de l'approximation.

$$\frac{\partial D}{\partial c_j} = \int_{\Omega} (L(U) - g)^T \frac{\partial}{\partial c_j} (L(U) - g) d\Omega = 0 \quad \forall j = 1, \dots, N$$

Ceci revient en fait à choisir les fonctions de pondération:

$$P_j(x) = \frac{\partial}{\partial c_j} L(U) = \frac{\partial}{\partial c_j} L\left(\sum_{i=1}^N c_i \phi_i(x)\right).$$

Si L est un opérateur linéaire, on a évidemment:

$$P_j(x) = L(\phi_j(x)).$$

5- Méthode de collocation par sous-domaines

Si la fonction P_j a une valeur constante dans un sous-domaine Ω_j de Ω , et vaut zéro partout ailleurs, la méthode des résidus pondérés prend le nom de méthode de collocation par sous domaines (Fig.AIII. 4):

Les relations (7) s'écrivent:

$$\int_{\Omega_j} (L(U) - g) d\Omega_j = 0 \quad \forall j = 1, \dots, N. \quad (9)$$

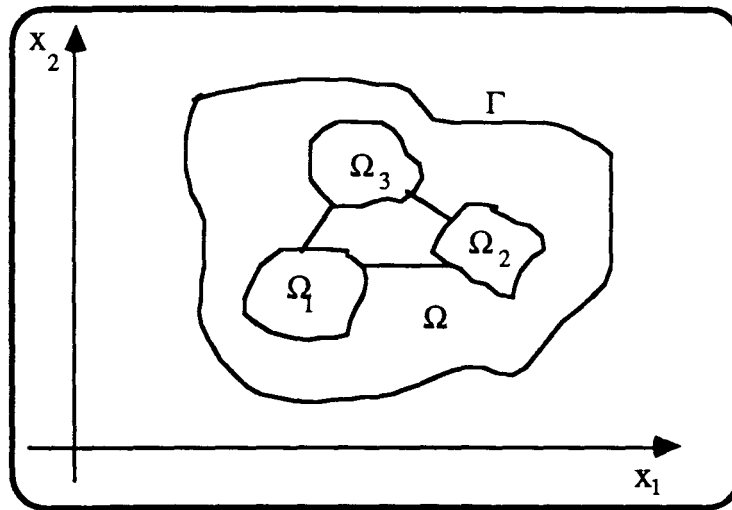


Fig.AIII. 4

Remarques:

- i)- Ces relations sont d'autant plus indépendantes que les sous-domaines Ω_j sont disjoints (i.e. $\Omega_i \cap \Omega_j = \emptyset$ pour $i \neq j$)
- ii)- Si les Ω_j sont des points, la méthode de collocation est un cas particulier de la méthode des moments.
- iii)- Le résidu est d'autant mieux annulé partout que ces sous-domaines sont judicieusement répartis dans le domaine Ω .

6- Méthode de collocation par points

Lorsque les N sous-domaines de la méthode précédente se réduisent à N points, la relation (9) se réduit à:

$$L\left[\sum_{i=1}^N c_i \phi_i(x_k)\right] - g(x_k) = 0 \quad \forall k = 1, \dots, N.$$

Où le vecteur x_k est constitué des coordonnées de $k^{\text{ème}}$ point de collocation.

Remarques:

La mise en œuvre de cette méthode est d'une grande simplicité, mais demande quelques réflexions quant au choix du nombre et de l'emplacement des points de collocation, car la qualité de la résolution approchée y est très sensible.

7- Méthode de Galerkin.

Cette méthode consiste à choisir comme fonction de pondération P_j , les fonctions de forme elles-mêmes. Mis à part l'intérêt de n'avoir à gérer qu'une seule base, cette formulation a souvent le grand avantage de conduire à la résolution des systèmes simplifiés pour la détermination des coefficients c_i .

La formulation générale de la méthode de Galerkin appliquée à la résolution des équations (1) et (2), donne:

$$\int_{\Omega} \left[L \sum_{i=1}^N c_i \phi_i - g \right] \phi_j \, d\Omega + \int_{\Gamma} \left[B \sum_{i=1}^N c_i \phi_i - h \right] \phi_j \, d\Gamma = 0 \quad \forall j = 1, \dots, N \quad (10)$$

Où:

le terme de contour correspond ici au choix particulier: $\overline{P}(x) = P(x)$.

Si l'opérateur L est linéaire, on est conduit à la résolution du système algébrique:

$$[K] \, c + f = 0 \quad (11)$$

$$[K] = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} \phi_1 L(\phi_1) & \dots & \phi_1 L(\phi_N) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_N L(\phi_1) & \dots & \phi_N L(\phi_N) \end{bmatrix} d\Omega + \int_{\Gamma} \begin{bmatrix} \phi_1 B(\phi_1) & \dots & \phi_1 B(\phi_N) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \phi_N B(\phi_1) & \dots & \phi_N B(\phi_N) \end{bmatrix} d\Gamma$$

$$f = \int_{\Omega} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_N \end{bmatrix} g \, d\Omega + \int_{\Gamma} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_N \end{bmatrix} h \, d\Gamma$$

Si L est opérateur linéaire et défini autoadjoint, on a par définition:

$$\int_{\Omega} \phi_i L(\phi_j) \, d\Omega = \int_{\Omega} \phi_j L(\phi_i) \, d\Omega + \text{terme limites.}$$

Remarques importantes:

Si les termes-limites sont égaux à zéro dans la matrice [K] et dans l'expression ci-dessus grâce à des choix convenables des fonctions ϕ_i , alors le système à résoudre est symétrique. C'est un avantage important tant au niveau stockage en mémoire qu'en temps de calcul pour la résolution du système.

Les cas où la méthode de Galerkin conduit ainsi à la résolution des systèmes symétriques sont très nombreux en pratique et ceci constitue une des règles pratiques d'application de la méthode des éléments finis.

8- Méthode des fonctions splines:

Le principe de la méthode de résolution par les fonctions splines est de diviser le domaine complet en un certain nombre de sous-domaines disjoints puis d'utiliser comme solution de l'équation une approximation polynômiale différente dans chacun de ces sous-domaines. Les coefficients de tous ces polynômes sont alors les nouvelles inconnues du problème. Les équations qui permettent de les calculer sont obtenues d'une part en reportant les modèles de solution dans l'équation d'origine et en annulant l'intégrale des résidus dans chacun des sous-domaines et d'autre part en écrivant la continuité de la solution et de certaines de ses dérivées à la frontière des sous-domaines.

9- Notions d'éléments finis:

La méthode des fonctions splines implique un certain découpage spatial dont les sous-domaines sont les supports de solutions élémentaires et la solution approchée complète est formée par la réunion des solutions approchées de chacun des sous-domaines, c'est-à-dire que ceux-ci doivent être disjoints et recouvrir la totalité du domaine de l'équation initiale; ils constituent donc une véritable discrétisation de l'espace et c'est pourquoi on leur donne le nom d' "Eléments Finis". On comprend aisément que plus les éléments sont petits et nombreux, plus on pourra y choisir des solutions approchées de structures mathématiques simples et qu'une discrétisation convenable de l'espace joue donc un rôle important dans le maniement et le succès de la méthode.

La méthode des éléments finis est souhaitable voire obligatoires dès que la géométrie du domaine complet Ω ou l'allure de la solution dans ce domaine est trop compliquée (Fig. AIII. 5). On ne peut plus alors trouver de fonctions de forme non nulles dans tout le domaine Ω et qui permettent de constituer une structure mathématique convenable pour pouvoir représenter la solution.

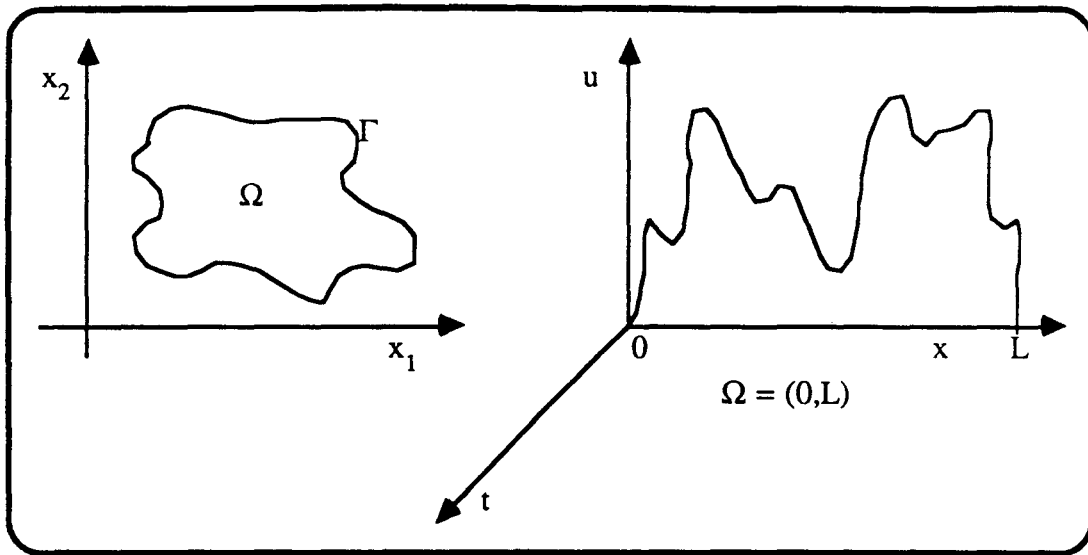


Fig.AIII. 5

II-2- Formulation faible de la méthode des résidus pondérés.

1- Définition:

Toutes les formulations de la méthode des résidus pondérés qui viennent d'être envisagées, ne sont que les applications particulières de la formulation intégrale normale donnée par l'expression (4), cette formulation est aussi appelée "Formulation forte des résidus pondérés".

La relation (4) transformée à l'aide d'une intégration par parties (ou de plusieurs) s'appelle " la formulation faible " des résidus pondérés, en ce sens que la solution approchée est soumise à moins de restrictions que dans la formulation normale. C'est pourquoi la formulation normale (4) est parfois appelée " Formulation forte".

2- Formule de Green.

Le principe même de la formulation faible est donc l'abaissement du degré de dérivation de la formulation intégrale normale. Cet abaissement est toujours obtenu par l'application de la relation générale connue sous le nom de Formule de Green:

$$\int_{\Omega} u \frac{\partial v}{\partial x_i} d\Omega = - \int_{\Omega} \frac{\partial u}{\partial x_i} v d\Omega + \int_{\Gamma} u v n_{x_i} d\Gamma \quad (12)$$

Où:

u et v sont deux fonctions du vecteur x.

n_{x_i} est composante suivant x_i de la normale unitaire au contour Γ

La Figure suivante donne dans l'espace à deux dimensions une illustration de la dérivée normale. On note souvent:

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial u}{\partial x_i} n_{x_i} = \overrightarrow{\text{grad}} u \cdot \vec{n}, \quad \text{avec } \overrightarrow{\text{grad}} u = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x_1} \\ \frac{\partial u}{\partial x_2} \end{pmatrix}$$

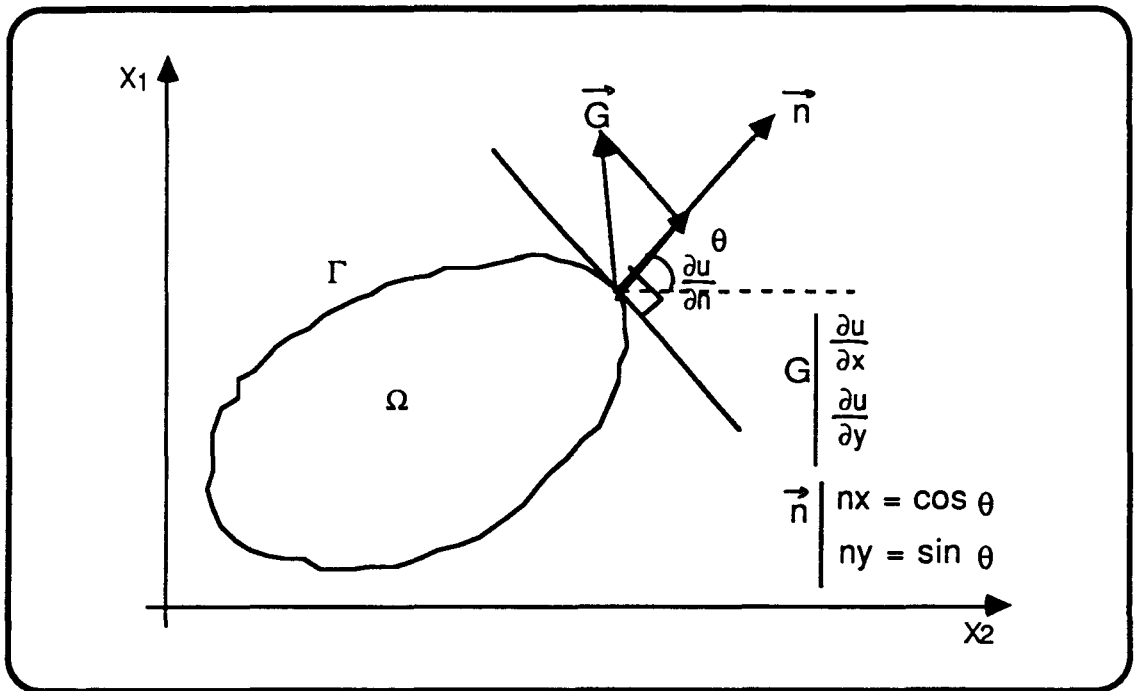


Fig.AIII.5

3- Association de la formulation faible et la notion d'éléments finis.

Le souci d'utilisation des fonctions de forme de structure mathématique la plus simple possible conduit à deux choix méthodologiques:

- * L'utilisation de la formulation faible qui abaisse l'exigence de la classe de continuité de ces fonctions.

- * Le découpage en éléments finis qui rend possible la résolution d'un problème posé dans un domaine à géométrie complexe.

L'utilisation des éléments finis se fait donc toujours à partir de la formulation faible du problème. De plus la simplification opérationnelle apportée par la méthode de Galerkin fait que ce troisième choix est toujours associé aux deux premiers dans la méthode universellement appelée Eléments finis.

Cette méthode est fondamentale pour la résolution des problème complexes.

III- La Méthode des Eléments Finis (MEF)

1- Principes de Base.

La méthode universellement appelée M.E.F. est toujours associée aux règles d'utilisation suivantes:

- Le problème est traité à partir d'une formulation "affaiblie" de façon à pouvoir utiliser les fonctions de forme les plus simples (c'est-à-dire dont la classe de continuité est la plus faible possible).

- Ces fonctions sont choisies de telle sorte que les coefficients inconnus de la solution approchée dans un élément soient précisément les variables d'intérêt en des points appelés "nœuds" choisis par l'utilisateur. De plus la prise en compte des conditions aux limites, imposées, est considérablement simplifiée puisque les nœuds-frontières ont une valeur connue.

La solution approchée est donc:

$$U(x) = \sum_{i=1}^N U_i \phi_i (x)$$

avec:

$$U_i = U(x_i)$$

x_i position dans l'espace du nœud i .

- les fonctions de pondération sont les mêmes que les fonctions de forme. La MEF est donc un cas particulier d'application de la méthode de Galerkin, avec l'avantage déjà mentionné d'avoir à résoudre des systèmes symétriques et simplifiés.

2- Discrétisation:

Pour avoir une idée précise sur la M.E.F., on a décidé d'illustrer un exemple classique (Problème de Laplace):

Soit:

- Ω un domaine ouvert de \mathbb{R}^2
- Γ sa frontière.

Etant donné une fonction g définie sur Γ à valeurs réelles, on désire obtenir les valeurs numériques de la solution du problème P_1 .

$$[P_1] \left\{ \begin{array}{ll} \Delta u = 0 & \text{dans } \Omega \\ u = g & \text{sur } \Gamma \end{array} \right\} \text{ avec } \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

[P₁] est dit Problème de Dirichlet.

Soient:

N un entier destiné à tendre vers l'infini

$$\zeta = \{T \text{ (triangle)} / \forall i, j = 1, \dots, N, i \neq j, T_i \cap T_j = \begin{cases} - \text{un sommet} \\ - \text{un côté} \\ - \emptyset \end{cases} \text{ et } \bigcup_{i=1}^N T_i = \Omega \cup \Gamma\}$$

ζ est appelé triangulation.

2-1- Géométrie des éléments:

La géométrie des éléments du domaine Ω , est définie par n points qui sont les nœuds des triangles (Fig.AIII. 6):

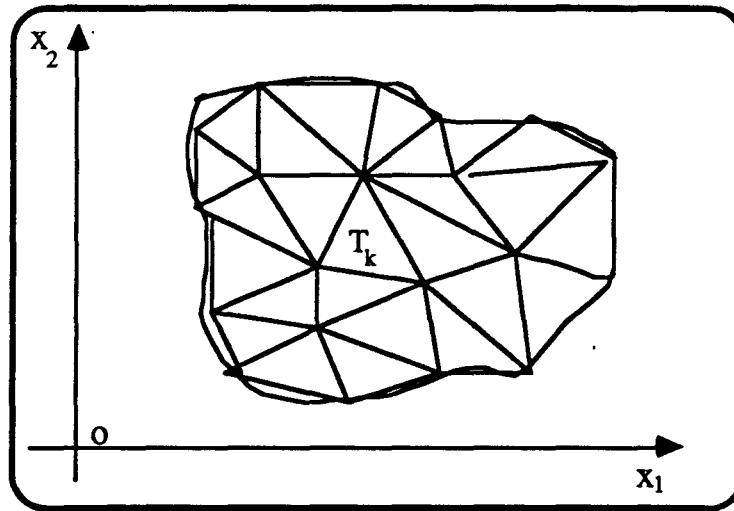


Fig.AIII.6

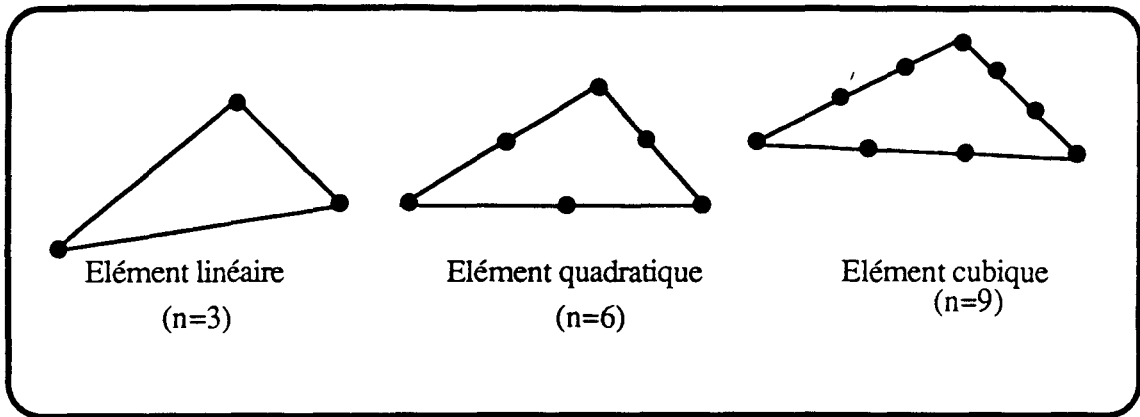


Fig.AIII. 7

* l'élément linéaire correspond à une interpolation linéaire de la solution par des fonctions de la forme linéaire.

* l'élément quadratique correspond à une interpolation quadratique de la solution par des fonctions de la forme quadratique.

* l'élément cubique correspond à une interpolation cubique de la solution par des fonctions de la forme cubique.

2-2- Equation variationnelle associée au P_1

Dans la suite, les fonctions u et v , sont prises définies sur $\Omega \cup \Gamma$ à valeurs dans \mathbb{R} , et

suffisamment dérivables et soit ∇v : le gradient de v , $\nabla v = \begin{pmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{pmatrix}$

Par un changement de variable (en posant $w=g-u$, c'est à dire $u=g-w$), le problème $[P_1]$ devient:

$$[P_1] \left\{ \begin{array}{l} \text{trouver } w \text{ tel que:} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = f(x, y) \quad \text{sur } \Omega \\ w = 0 \quad \text{sur } \Gamma \end{array} \right\}, \text{ avec } f = \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$$

La formulation forte conduit à:

$$\int_{\Omega} (L(w) - f) v \, d\Omega + \int_{\Gamma} (B(w) - h) v \, d\Gamma = 0 \quad \text{pour toute fonction } v \text{ suffisamment}$$

dérivable et nulle sur Γ et où:

$$L = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad B = \text{Id.} \quad \text{où Id est l'application: } u \text{ ---->} u$$

$$\int_{\Omega} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + f \right) v(x,y) \, dx \, dy + \int_{\Gamma} w \, d\Gamma = 0$$

Et comme $w = 0$ sur Γ

$$\Rightarrow \int_{\Omega} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + f \right) v(x,y) \, dx \, dy = \int_{\Gamma} f v \, d\Gamma$$

En appliquant La formule de Green on aura:

$$\int_{\Omega} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) v \, dx \, dy = - \int_{\Gamma} v \frac{\partial w}{\partial n} \, d\Gamma + \int_{\Omega} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \, dx \, dy$$

Or :

$$v = 0 \quad \text{sur } \Gamma, \quad \text{d'où} \quad \int_{\Gamma} v \frac{\partial w}{\partial n} \, d\Gamma = 0$$

$$\int_{\Omega} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) v \, dx \, dy = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \, dx \, dy.$$

Si on pose:

$$a(w,v) = \int_{\Omega} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial y} \right) \, dx \, dy = \int_{\Omega} \nabla w \nabla v \, d\Omega$$

$$(f,v) = \int_{\Omega} f v \, d\Omega$$

La formulation faible sera:

$$P_1 \left\{ \begin{array}{l} \text{trouver } u \text{ définie sur } \Omega \text{ tel que} \\ a(w,v) = (f,v) \\ w = 0 \quad \text{sur } \Gamma \end{array} \right\} \text{ pour tout } v \text{ suffisamment dérivable et nul sur } \Gamma$$

(13)

2-3- Approche de l'équation variationnelle.

Dans ce qui suit, on adoptera les notations suivantes:

NSG: Nombre de sommets dans $\Omega \cup \Gamma$.

NSO: Nombre de sommets dans Ω (à l'intérieur du domaine).

NSF: Nombre de sommets dans Γ (à la frontière du domaine).

NK: Nombre total des triangles

ζ : L'ensembles d'éléments triangulaires constituant le domaine $\Omega \cup \Gamma$.

T_k : Triangle numéroté k

P_n : Position dans l'espace du sommet numéroté (n)

a- Approche des fonction définies sur $\Omega \cup \Gamma$.

Une fonction v définie sur $\Omega \cup \Gamma$, est approchée sur chaque triangle T_k par la fonction v/T_k qui vérifie:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{i- la restriction } v/T_k \text{ à chaque éléments } T_k \text{ est un polynôme à deux} \\ \text{variables de degré 1.} \\ \text{ii- } v/T_k (P_n) = v(P_n) \quad n= 1, \dots, \text{NSG.} \end{array} \right. \quad (14)$$

Soit $(P_i)_{(i=1,2,3)}$ les sommets de T_k de coordonnées (x_i, y_i) , l'expression (14) signifie:

$$v/T_k(x,y) = a_k x + b_k y + c_k \quad (x,y) \in T_k$$

Les coefficients a_k, b_k, c_k sont déterminés par le système:

$$a_k x_i + b_k y_i + c_k = v(P_i), \quad i = \{1,2,3\}, i \text{ sommet de l' élément } T_k.$$

Pour chaque $m \in \{1, \dots, \text{NSG}\}$, introduisons la fonction b_m telle que:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{i) - la restriction de } b_m \text{ à chaque triangle } T_k \text{ est un polynôme de deux} \\ \text{variables de degrés 1.} \\ \text{ii) - } b_m(P_n) = \left\{ \begin{array}{l} 0 \text{ si } n \neq m \\ 1 \text{ si } n = m \end{array} \right\} \end{array} \right. \quad (15)$$

A l'aide des expressions (14) et (15) on obtient:

$$v/T_k = \sum_{m=1}^{\text{NSG}} v_m b_m \quad \text{où} \quad \text{l'on note } v_m = v(P_m) : \text{valeur de } v \text{ au sommet } P_m.$$

b) Approche de l'expression a(u,v):

$$\begin{aligned} a(u/T_k, v/T_k) &= \int_{\bigcup_{T_k \in \mathcal{E}} \Omega} \nabla u/T_k \nabla v/T_k \, d\Omega \\ &= \int_{\bigcup_{T_k \in \mathcal{E}} \Omega} \nabla u/T_k \left(\sum_{m=1}^{NSG} v_m \nabla b_m \right) \, d\Omega. \end{aligned} \quad (16)$$

$$= \sum_{m=1}^{NSG} v_m \int_{\bigcup_{T_k \in \mathcal{E}} \Omega} \nabla u/T_k \nabla b_m \, d\Omega.$$

De même on a: $u/T_k = \sum_{n=1}^{NSG} u_n b_n$

$$\text{d'où } a(u/T_k, v/T_k) = \sum_{m=1}^{NSG} v_m \sum_{n=1}^{NSG} A_{mn} u_n \quad (17)$$

$$\text{Où: } A_{mn} = \int_{\bigcup_{T_k \in \mathcal{E}} \Omega} \nabla b_m \nabla b_n \, d\Omega.$$

Il en résulte que la matrice associée à la forme linéaire est symétrique.

c) Approche de l'expression (f,v).

On approche l'expression (f,v) par

$$\begin{aligned} (f, v/T_k) &= \int_{\bigcup_{T_k \in \mathcal{E}} \Omega} f v/T_k \, d\Omega. \\ &= \int_{\bigcup_{T_k \in \mathcal{E}} \Omega} f \left(\sum_{m=1}^{NSG} v_m b_m \right) \, d\Omega. \\ &= \sum_{m=1}^{NSG} v_m \int_{\bigcup_{T_k \in \mathcal{E}} \Omega} f b_m \, d\Omega \end{aligned} \quad (18)$$

Si l'on note $f = \sum_{n=1}^{NSG} f_n b_n$ Où: $f_n = f(P_n)$

$$(f, v/T_k) = \sum_{m=1}^{NSG} v_m \left(\sum_{n=1}^{NSG} B_{mn} f_n \right).$$

Où:

$$B_{mn} = \int_{\bigcup_{T_k \in \mathcal{E}} \Omega} b_m b_n \, d\Omega \quad (19)$$

d) Système linéaire associé à l'équation variationnelle.

$$\text{Soit P.appr. } \left\{ \begin{array}{l} a(u/T_k, v/T_k) - (f, v/T_k) = 0 \\ v/T_k = 0 \text{ sur } \Gamma \end{array} \right\} \quad \text{pour tout } v/T_k \quad k = 1, \dots, N_k$$

$$a(u/T_k, v/T_k) - (f, v/T_k) = 0 \Leftrightarrow \sum_{m=1}^{NSG} v_m \left[\sum_{n=1}^{NSG} A_{mn} u_n - \sum_{n=1}^{NSG} B_{mn} f_n \right] \\ \text{pour tout } v/T_k$$

Cette égalité étant prise pour tout v/T_k donc pour tout v_m .

D'autre part, $v/T_k = 0$ sur Γ , donc puisque $NSG = NSO + NSF$, la sommation prise de 1 à NSG sera réduite de 1, ..., NSO .

$$\text{D'où: } \sum_{n=1}^{NSO} A_{mn} u_n = c_m \quad m \in \{1, NSO\} \quad (20)$$

$$\text{Où: } c_m = \sum_{n=1}^{NSO} B_{mn} f_n \quad (21)$$

Soit sous forme matricielle $[A] u = c$

$u(u_1, \dots, u_{NSO})$: Valeurs de la solution au nœud.

$c(c_1, \dots, c_{NSO})$: Vecteur faisant intervenir les conditions aux limites.

$[A]$: Matrice du problème (A est une matrice creuse).

d-1- Expression générale des coefficients de A:

On rappelle qu'à chaque élément T_k , on associe une application appelée numérotation globale:

$$s: \{1, 2, 3\} \longrightarrow \{1, \dots, NSG\}$$

$$i \longrightarrow s_i$$

Pour chaque $k \in \{1, \dots, NK\}$, on définit sur l'élément T_k trois fonctions l_i ($i= 1, 2, 3$):

- i) - l_i est un polynôme à deux variables de degré 1
- ii) - $l_i(P_{s_j}) \begin{cases} 0 & \text{si } j \neq i \\ 1 & \text{si } j = i \end{cases} \quad (i,j) \in \{1, 2, 3\}^2.$

Où: $(P_{s_j})_{j=1, 2, 3}$ désigne les sommets de T_k , dans ces conditions

$$v/T_k = \sum_{i=1}^3 v_{s_i} l_i \quad \text{sur } T_k$$

Ceci implique compte tenu de l'expression (16)

$$a(u/T_k, v/T_k) = \sum_{k=1}^{NK} \int_{T_k} \nabla u/T_k \nabla v/T_k \, d\Omega \quad (22)$$

$$= \sum_{k=1}^{NK} \sum_{i,j=1}^3 u_{s_j} v_{s_i} a_{ij}^k \quad (23)$$

Où:

$$a_{ij}^k = \int_{T_k} \nabla l_i \nabla l_j \, d\Omega \quad (24)$$

c'est ce qu'on appelle la matrice élémentaire.

pour $(m,n) \in \{1, \dots, NSG\}$ par identification des relations (14) et (16) on aura:

$$A_{mn} = \sum_{K \in IK_{mn}} \sum_{\{(i,j) \in \{1,2,3\}^2, s_i = m, s_j = n\}} a_{ij}^K \quad (25)$$

$$IK_{mn} = \{K \in \{1, \dots, NK\}, \exists (i, j) \in \{1, 2, 3\}^2 \quad s_i = m \text{ et } s_j = n\}$$

d-2- Expression pratique des coefficients a_{ij}^k

Introduisons le triangle de référence R (Fig.AIII.8).

Soit F l'application affine qui envoie R de sommet A_1, A_2, A_3 sur T_k de sommet $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ et notons $G = F^{-1}$ (l'application réciproque de F)

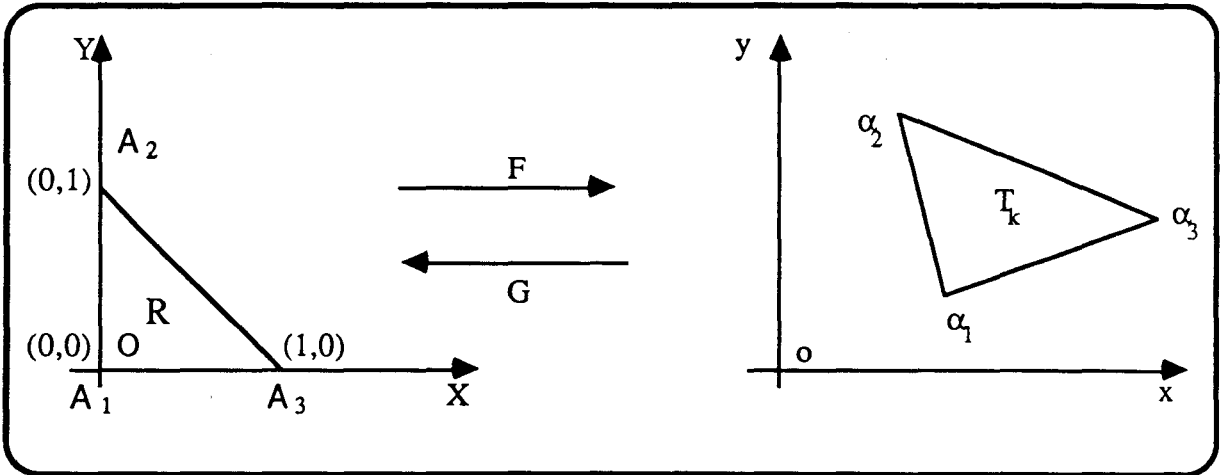


Fig.AIII.8

On a $F(X, Y) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} + C$, F est une application affine

avec

$$B = \begin{pmatrix} x_2 - x_1 & x_3 - x_1 \\ y_2 - y_1 & y_3 - y_1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

Où (x_i, y_i) sont des coordonnées de a_i dans le repère (o, x, y)

et

(X_i, Y_i) sont des coordonnées de A_i dans le repère (O, X, Y) .

l'application G est définie par:

$$G(x, y) = B^{-1} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - B^{-1} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$$

avec

$$B^{-1} = \frac{1}{\det} \begin{pmatrix} y_3 - y_1 & -(x_3 - x_1) \\ -(y_2 - y_1) & x_2 - x_1 \end{pmatrix} \tag{26}$$

Par changement de variable, les fonctions l_i sont transformées en fonction L_i données par:

$$l_i(x,y) = l_i(F(X,Y)) = L_i(X,Y)$$

et on a

$$\nabla l_i = \left(\frac{\partial}{\partial X} L_i \right) \nabla X + \left(\frac{\partial}{\partial Y} L_i \right) \nabla Y$$

d'où:

$$\begin{aligned} \nabla l_i \cdot \nabla l_j &= \frac{\partial}{\partial X} L_i \frac{\partial}{\partial X} L_j |\nabla X|^2 + \frac{\partial}{\partial Y} L_i \frac{\partial}{\partial Y} L_j |\nabla Y|^2 \\ &\quad + \left(\frac{\partial}{\partial X} L_i \frac{\partial}{\partial Y} L_j + \frac{\partial}{\partial Y} L_i \frac{\partial}{\partial X} L_j \right) \nabla X \cdot \nabla Y \end{aligned}$$

Compte tenu de la relation (26), il vient:

$$\begin{aligned} \nabla l_i \cdot \nabla l_j &= \frac{1}{(\det B)^2} \left[\frac{\partial}{\partial X} L_i \frac{\partial}{\partial X} L_j |\alpha_1 \alpha_3|^2 + \frac{\partial}{\partial Y} L_i \frac{\partial}{\partial Y} L_j |\alpha_1 \alpha_2|^2 \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{\partial}{\partial X} L_i \frac{\partial}{\partial Y} L_j + \frac{\partial}{\partial Y} L_i \frac{\partial}{\partial X} L_j \right) \alpha_1 \alpha_3 - \alpha_1 \alpha_2 \right] \end{aligned} \quad (27)$$

Les fonctions l_i et l'application F étant affines, on a

$$L_1(X, Y) = 1 - (X+Y)$$

$$L_2(X, Y) = X$$

$$L_3(X, Y) = Y$$

La relation (27) implique:

$$\nabla l_i \cdot \nabla l_j = \frac{1}{(\det B)^2} a_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3$$

Où:

$$a_{11} = |\alpha_2 \alpha_3|^2$$

$$a_{22} = |\alpha_1 \alpha_3|^2$$

$$a_{12} = (\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_3 \alpha_2)$$

$$a_{23} = (\alpha_2 \alpha_1 - \alpha_1 \alpha_3)$$

$$a_{13} = (\alpha_1 \alpha_2 - \alpha_2 \alpha_3)$$

$$a_{33} = |\alpha_1 \alpha_2|^2$$

(28)

On remarque que $a_{ij} = a_{ji}$

Si on reporte la relation (28) dans (23) on aura:

$$\begin{aligned} a_{ij}^k &= \int_{T_k} \nabla l_i \cdot \nabla l_j \, d\Omega = \int_{T_k} \frac{1}{(\det B)^2} a_{ij} \, d\Omega \\ &= \frac{1}{(\det B)^2} a_{ij} \int_{T_k} d\Omega \\ &= \frac{1}{(\det B)^2} a_{ij} \text{ surface } (T_k) \end{aligned}$$

Or:

la surface $(T_k) = \det. B$, $|T_k| =$ surface de (T_k)

d'où

$$a_{ij}^k = \frac{1}{|T_k|} a_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3, \text{ avec } a_{ij} \text{ données par la relation (28)}$$

d-3- Assemblage de la forme discrétisée globale:

En pratique, la construction de la matrice globale A et le vecteur second membre c, se fait en superposant les participations des différents éléments au nœud i.

Par définition de la triangulation, la relation (20) conduit à:

$$B_{mn} = \sum_{k=1}^{Nk} \int_{T_k} b_m b_n d\Omega = \sum_{k=1}^{Nk} b_{mn}^k$$

$$A_{mn} = \sum_{k=1}^{Nk} \int_{T_k} \nabla b_m \nabla b_n d\Omega = \sum_{k=1}^{Nk} a_{mn}^k$$

Si on introduit cette relation dans (21), on aura:

$$c_m = \sum_{n=1}^{NSO} \left(\sum_{k=1}^{Nk} b_{mn}^k \right) f_n$$

$$= \sum_{k=1}^{Nk} \left(\sum_{n=1}^{NSO} b_{mn}^k f_n \right) = \sum_{k=1}^{Nk} c_m^k \tag{29}$$

Puisque on est sur T_k élémentaire, la sommation ne porte plus de 1 à NSO, mais sur ((i, j) = 1, 2, 3) sommets du triangle T_k .

Les relations (25) et (26) montrent que la matrice globale et le second membre globale peuvent être assemblés à partir des matrices et vecteurs élémentaires. C'est à dire:

$$[A] = \sum_{k=1}^{Nk} [A^k] \quad \text{où les coefficients de } [A^k] \text{ sont les } a_{ij}^k$$

$$c = \sum_{k=1}^{Nk} c^k$$

* * * * *

Bibliographie de l'annexe III

BEAUQUET G. & POGU G.M. (1987).- Programations des éléments finis (P2, 2D) *CEPADUES édition.*

DAUTRY R. & LIONS J. L. (1988).- Analyse mathématique et calcul numérique. Méthodes intégrales et numériques. *Volume 9, Edition Masson*

DROESBEKE M., HALLIN M. & LEFEVRE CL. (1986).- Programmation linéaire par l'exemple. *Ed. Marketing. 192 p.*

LEMEHAUTE A. (1989).- Cours de maîtrise MASF, *Lille I*

LE POURHIET A. (1988).- Résolution numérique des équations aux dérivées partielles. *CEPADUES éditions.*

PELLETIER P. (1971).- Techniques numériques appliquées au calcul scientifique *Ed. Masson & Cie. 366 p.*

**Annexe IV:
Géostatistique linéaire**

LA GEOSTATISTIQUE LINEAIRE

I-Introduction

La géostatistique constitue un ensemble de méthodes dont l'objet est l'analyse de la variabilité et l'estimation de phénomènes régionalisés, c'est-à-dire se déployant de manière structurée dans un espace mono ou pluridimensionnel, dans l'espace complexe ou dans le temps. Ces phénomènes sur un champ S sont décrits par la donnée d'une ou plusieurs fonctions numériques $z(x)$ définies sur S , $z(x)$ est dite variable régionalisée, x point de l'espace. Les fondements de ces méthodes se basent sur la théorie probabiliste des fonctions aléatoires (F.A.). Les méthodes d'interpolation prennent en compte la variabilité spatiale des phénomènes physiques à l'inverse des méthodes purement analytiques. La géostatistique en plus d'être un outil d'estimation est aussi un moyen d'analyse et de critique de données (Darricau-Beucher, 1981) dont l'opérateur doit s'assurer du degré de conformité avant utilisation.

Une fonction aléatoire (F.A.) Z est définie comme suit:

$Z(X, \omega)$, où:

X : point de l'espace Euclidien

ω : événement de l'espace probabilisé.

L'espace probabilisé est le triplet $(\Omega, \mathcal{A}, \mathcal{P})$

Ω : inventaire des états possibles du système.

\mathcal{A} : ensemble des énoncés de chaque état possible

\mathcal{P} : loi de probabilité.

Il n'est pas question dans le cadre de ce travail de développer ces méthodes, mais plutôt d'en effectuer une synthèse succincte et ceci dans le souci de clarté et de compréhension du texte, les ouvrages spécialisés cités en référence apporteront tout autre complément désiré.

La principale difficulté qui se pose dans l'application de ces méthodes pour étudier un phénomène naturel est surtout son existence unique telle que l'épaisseur d'un aquifère, sa perméabilité, fracturation d'un réservoir, ..., cette barrière a été surmontée par Matheron (1970), le concepteur de cette méthode qui a proposé d'assimiler la mesure unique disponible à une réalisation aléatoire du phénomène par tirage au sort dans l'infinité de cas possibles en fonction de sa loi de probabilité, par ce biais la démarche probabiliste est rendue possible.

Un champ de valeurs numériques peut être considéré comme une réalisation particulière de la F.A., il se pose en corollaire les problèmes de l'utilisation pratique des outils et résultats de cette théorie. Le premier est la reconstitution de la loi de probabilité de cette F. A. (c'est ce qu'on appelle l'inférence statistique) à partir de l'unique réalisation du phénomène naturel disponible, ceci n'est envisageable qu'en imposant l'introduction d'hypothèses supplémentaires à l'inférence statistique:

A/ L'hypothèse de stationnarité d'ordre 2

Une F.A est dite stationnaire si la loi de probabilité des valeurs prises par cette fonction en k points est invariante par translation de l'ensemble de ces points, et donc on dit qu'un phénomène est stationnaire s'il possède une homogénéité spatiale de nature statistique. On se limitant à la stationnarité d'ordre 2, on impose aux deux premiers moments (Espérance et covariance de la loi de probabilité de la F. A.) d'être invariants par translation:

1^{ère} ordre: L'espérance mathématique est constante:

$$E[Z(x)] =m(x)=m \text{ indépendante de } x$$

2^{ème} ordre:La covariance entre deux points (x,y) ne dépend que du vecteur x-y

$$E[(Z(x) - m) (Z(y) -m)]= K(x-y)= K(h)$$

La première condition de l'hypothèse exprime que la moyenne est indépendante du point x. Cette condition ne veut pas dire que Z(x) est constante sur tout le domaine, mais que la valeur moyenne de toutes les réalisations de Z en x est égale à la moyenne de toutes les réalisations en y (c'est-à-dire: $E[Z(x,\omega)] = E[Z(y,\omega)]$). Alors que la seconde exprime que la covariance ne dépende que de la distance séparant les points expérimentaux. Il en découle en particulier que la variance au point x ($\text{Var} [Z(x)]$) doit être aussi indépendante du point x.

$$\text{Var} [Z(x)]= E[(Z(x)-m)^2]= K(0)$$

Avec:

E: espérance mathématique

m: moyenne arithmétique (si et seulement si l'érgodicité est vérifiée)

x: point de l'espace défini par ses coordonnées

Z(x): valeur numérique du phénomène au point x

K(x-x'): covariance entre les points x et x'

h: module du vecteur(x-x')

Var[Z(x)]: variance au point x

En stationnarité d'ordre 2, on suppose que la variabilité spatiale du phénomène se reproduit identiquement dans diverses parties de l'espace Euclidien étudié. Par conséquent, on contourne la difficulté posée par l'identification d'une V.R. à réalisation unique en F.A. à réalisation multiples en admettant l'identité des multiples réalisations de la F.A. avec la reproductibilité spatiale de la structure de la Variable régionalisée (V.R.). Tout ceci sous réserve que l'érgodicité permette l'assimilation de l'espérance d'une F.A. avec une moyenne spatiale.

Généralement, le caractère stationnaire suppose une variance a priori finie du phénomène, c'est-à-dire une dispersion statistique limitée des valeurs, ce qui apparaît souvent trop restrictif pour le cas de phénomènes naturels et on fait appel finalement à l'hypothèse intrinsèque.

B/ L'hypothèse intrinsèque

C'est une hypothèse plus faible, elle exige seulement que les accroissements de la F. A. (différence des valeurs en deux points distincts) soient stationnaires à l'ordre 2, c'est-à-dire pour tout vecteur h, l'accroissement $Z(x+h) - Z(x)$ possède une espérance et une variance indépendante de x.

$$E[Z(x+h)-Z(x)] = m(h) = 0 \quad \text{dérive nulle}$$

$$\text{Var}[Z(x+h)-Z(x)] = 2\gamma(h)$$

Moyenne et variance d'accroissement sont indépendantes du point d'appui

La fonction $\gamma(h)$ s'appelle Variogramme de la fonction aléatoire intrinsèque.

Cette hypothèse affaiblit la stationnarité d'ordre 2 à une combinaison linéaire de la F.A. dont la somme des poids est nulle. En terme de combinaison linéaire d'une FA, la stationnarité s'exprime par:

$$E\left[\sum_i \lambda_i Z_i\right] = E\left[\sum_i \lambda_i (Z_i - Z_0)\right] \quad \forall Z_0 \neq Z_i, \text{ et } \sum_i \lambda_i = 0$$

$$= \sum_i \lambda_i \cdot m_{(i0)}$$

$$\text{Var}\left[\sum_i \lambda_i Z_i\right] = - \sum_j \sum_i \lambda_i \lambda_j \gamma_{ij} \quad \text{avec } \gamma_{ij} = \text{Var}[Z_i - Z_j] \text{ et } \sum_i \lambda_i = 0$$

Si la F.A. est à dérive nulle:

$$E\left[\sum_i \lambda_i Z_i\right] = 0$$

II- Le Variogramme: outil de base de la géostatistique linéaire en modèle de F.A. intrinsèque.

Le calcul du variogramme permet de décrire d'une façon synthétique la structure du phénomène étudié et permet de savoir dans quelle mesure "ce qui se passe en un point ressemble ou non, en moyenne, à "ce qui se passe" dans son entourage distant de h. En outre, il fait la liaison entre cette structure et la précision avec laquelle pourront être résolus les différents problèmes d'interpolation et d'estimation. Cette liaison se fait en calant un modèle de fonction analytique qui reflète le mieux les moments de la loi spatiale que l'on peut tirer à partir des données sur la VR.

Par définition, le variogramme d'une F.A. intrinsèque est:

$$\begin{aligned}\gamma(h) &= \frac{1}{2} \text{Var} [Z(x+h)-Z(x)] \\ &= \frac{1}{2} E[(Z(x+h) - Z(x))^2]\end{aligned}$$

$2\gamma(h)$ est l'accroissement quadratique moyen entre deux points distants de h .

Par définition, il s'agit d'une fonction:

-symétrique: $\gamma(h) = \gamma(-h)$

-positive ou nulle.

II-1: Estimation du variogramme:

En supposant qu'une fonction aléatoire satisfait l'hypothèse intrinsèque et que de plus elle soit à dérive nulle, la fonction $\gamma(h)$ peut être estimée à partir des couples expérimentaux recueillis sur l'unique réalisation accessible de la F. A. Si les points sont régulièrement espacés sur le champ bidimensionnel, le variogramme sera construit par des couples de points alignés dans une même direction et distants respectivement de h , $2h$, $3h$..., en appliquant la formule:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [Z(x_i+h) - Z(x_i)]^2$$

Si les points expérimentaux sont irrégulièrement répartis, il faudra les regrouper par classe de distance et d'angle (h , θ : angle polaire).

Le variogramme est une fonction du vecteur h , c'est une fonction symétrique et croissante: $\gamma(h) = \gamma(-h) > 0$, cette croissance traduit intuitivement la manière dont se détériore une information ponctuelle à mesure qu'augmente la distance au point considéré.

Le variogramme peut être borné: $\gamma(\infty) = K(0)$: pour de grandes distances, le variogramme tend vers la variance du phénomène à priori.

L'évolution de la V.R. dans un champ peut être anisotrope (orientation préférentielle dans une direction donnée) ce qui suppose que $\gamma(h)_{\text{direction 1}} \neq \gamma(h)_{\text{direction 2}}$. L'anisotropie peut donc être dévoilée en comparant les variogrammes dans les différentes directions. Le calcul du variogramme suivant une direction donnée peut être pris en compte par deux angles α min et α max entre 0 et 180°. Le calcul de la direction se fait en prenant $\tan \alpha = \frac{y_j - y_i}{x_j - x_i}$ puis convertis en azimuth. Si on ne suppose pas d'anisotropie, on prendra α min = 0 et α max = 180°. Le variogramme donne donc, a priori, une description synthétique de la structure du phénomène, il convient d'étudier son comportement à faible et à grande distances. Il importe de souligner que le variogramme expérimental n'est qu'un *estimateur* du véritable variogramme. Il est admis que cet estimateur, obtenu à partir de l'échantillonnage dont l'opérateur dispose, est un estimateur correct (Guillaume, 1977).

a-Comportement à l'origine.

Ce comportement est en relation avec le degré de continuité et de régularité spatiale du phénomène. Par ordre décroissant, on a (fig.IV.1):

* allure parabolique (tangente nulle à l'origine), ce comportement met en évidence un phénomène à haute continuité et à structuration très régulière (puissance de couche par exemple).

* allure linéaire: (tangente oblique à l'origine): VR. continue en moyenne quadratique, mais non dérivable. Le phénomène présente une structuration moins régulière que la précédente.

* discontinue à l'origine: variable à effet de pépite (C): la VR. est très irrégulière. Cette discontinuité s'interprète par l'existence d'une micro-régionalisation d'échelle inférieure à celle du plus petit vecteur \bar{h} définissable sur les données. Sur le plan pratique, l'effet de pépite pose le problème de la représentativité de l'échelle d'échantillonnage adoptée et / ou de l'incertitude affectant les mesures (Delhomme, 1976). L'effet de pépite a numériquement un rôle parfaitement comparable à une variance d'erreur de mesure constante (C) sur les données, il a été démontré (de Marsily, 1981; Delay, 1991) que l'effet de pépite est un facteur de structure qui augmente la variance de l'erreur d'estimation :

$$(E[(Z_0^* - Z_0)^2]) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{x_1 x_0} + C + \mu.$$

par rapport à une estimation sans pépite ou une estimation bruitée.

* Aspect plat: variable discontinue à effet de pépite pur, c'est le cas aléatoire pur avec absence totale de corrélation (ou structure) quelle que soit la distance h.

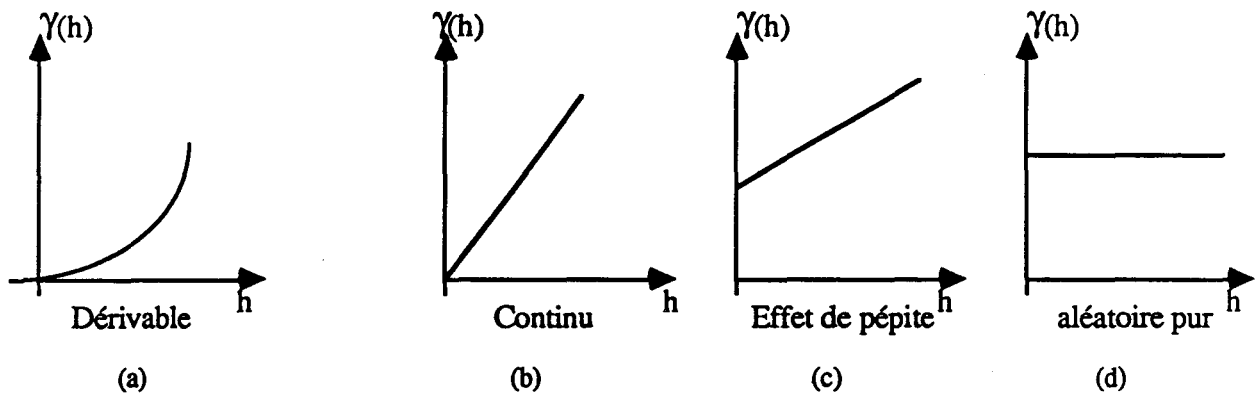


Fig.AIV. 1: Comportement du variogramme à l'origine

b-Comportement aux grandes distances (l'infini)

Pour de grandes valeurs de $|h|$, le variogramme peut atteindre une valeur limite dite palier et s'y stabiliser. La distance au-delà de laquelle $\gamma(h)$ ne varie plus est

appelée portée, celle-ci renseigne sur l'extension de l'influence d'un point expérimental, cette régionalisation est dite de transition (Guillaume, 1977): deux points quelconques de l'espace, éloignés d'une distance h supérieure à la portée sont pratiquement indépendants l'un de l'autre (covariance nulle entre $Z(x+h)$ et $Z(x)$).

A partir des données expérimentales, on pourrait pousser les explications de chacune des fluctuations apparentes du graphe: périodicité, structure gigogne,...., le plus souvent, ces fluctuations sont simplement liées au fait que les différentes valeurs de $\gamma(h)$ calculées ne sont en réalité que des estimations obtenues sur avec un petit nombre de couples. Dès lors, il s'avère indispensable d'ajuster des variogrammes expérimentaux à des modèles théoriques simples (expression analytiques) qui, seuls, garantissent la cohérence mathématique nécessaire pour les calculs ultérieurs (krigeage) (Delhomme, 1976).

c) Variogramme de transition:

Si au-delà de la portée (fig.AIV-2), le variogramme tend vers une limite appelée palier, il existe là un schéma de transition (ou encore variogramme de transition). Pour des distances supérieures à la portée, les valeurs de la variable ne sont plus corrélées d'un point à un autre. En indiquant la zone d'influence d'un point, la portée mesure donc la taille moyenne du phénomène, tandis que le palier caractérise son amplitude moyenne.

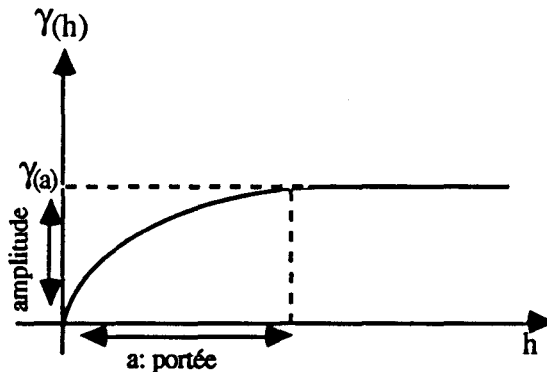


Fig.AIV.2 -Variogramme à palier.

d) dérive:

Lorsqu'il existe une dérive, la portée n'existe pas et pratiquement le comportement du variogramme expérimental est parabolique souvent dès l'origine. Exceptionnellement cependant, ce variogramme peut être borné si la dérive est périodique ou quasi périodique. La dérive est souvent liée à une anisotropie géométrique (*le variogramme a la même allure dans toutes les directions, seule la pente à l'origine change et les portées, si elles existent, sont distribuées sur une ellipse*). Lorsque l'échelle du travail est relativement grande, le variogramme expérimental peut prendre une allure parabolique au-delà d'une certaine distance "seuil". Pour des interpolations faites à des distances inférieures à ce seuil, l'hypothèse de stationnarité au sens large peut être adoptée et l'influence de la dérive est négligée si dans ce voisinage le variogramme est isotrope et ne dépend pas du point d'application.

c-Ajustement du graphe $\gamma(h)$ à un modèle théorique

Après l'étape de la mise en évidence des caractéristiques structurales du phénomène étudié, la géostatistique se propose un second objectif celui de fournir une connaissance optimale du phénomène en tout point du champ d'investigation. C'est l'estimation par extrapolation ou interpolation du phénomène à partir des données disponibles. C'est le but de la méthode du krigeage qui par l'intermédiaire du variogramme, intègre la structuration du phénomène. Les modèles théoriques de variogramme les plus fréquemment utilisés pour lisser la fonction expérimentale sont les modèles de puissances, les modèles sphériques, exponentiels et gaussiens.

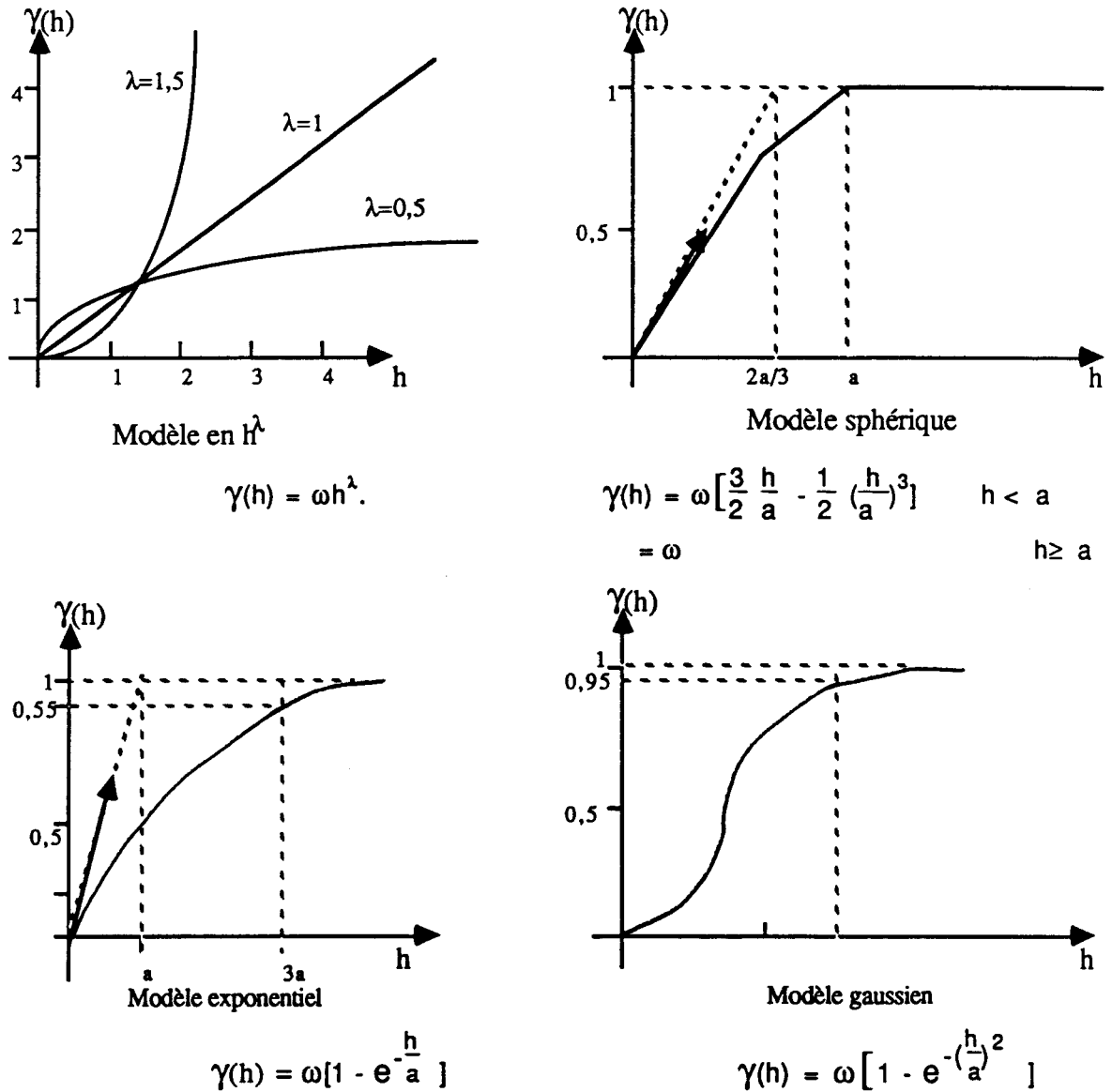


Fig.AIV-3: principaux modèles de variogrammes utilisés.

III- Le Krigeage:

L'originalité de la méthode de krigeage réside dans l'intuition fondamentale suivante: la précision de l'estimation de la valeur que prend un phénomène en un point (ou bien une moyenne sur une zone donnée) dépend de deux facteurs: l'un de nature géométrique, l'autre de nature structural. (De Marsily,1978). La géométrie du problème c'est-à-dire les positions relatives des points de mesure entre eux et par rapport au point (ou à la zone) à estimer est

importante: un point bien entouré de points expérimentaux peut être estimé avec plus de précision qu'un point situé dans une zone mal reconnue. Il tient aussi compte de la structure du phénomène étudié: éventuelle tendance à grande échelle (dérive) et surtout variabilité. L'interpolation est plus aisée dans un phénomène continu que dans un phénomène chaotique. Cette variabilité est caractérisée par une fonction de nature probabiliste: le variogramme qui traduit la façon dont se détériore l'information apportée par une mesure ponctuelle quand on s'éloigne de ce point connu. Pour estimer la valeur en un point non expérimental, le krigeage prend en compte ces différents éléments pour fournir, à l'aide d'une pondération des valeurs expérimentales du voisinage, l'estimation la plus précise possible (optimale) sans "sur" ou "sous"-évaluation systématique (sans biais) ainsi que la précision de cette estimation sous la forme d'une variance d'erreur d'estimation ou de sa racine carrée, l'écart-type de l'erreur d'estimation.

Estimation d'un paramètre en modèle Probabiliste.

Le principe général du krigeage conduit à définir une valeur $Z_{x_0}^*$ estimée en x_0 , comme combinaison linéaire de toutes les valeurs mesurées disponibles, il procède donc par pondération et fait l'articulation entre la structure du phénomène caractérisée par le variogramme et la précision d'une estimation (Delhomme, (1976); (1978) en respectant des conditions de calcul (Linéarité, Autorisation, Universalité, Optimalité ou minimisation (L. A. U. O)).

III-1- Krigeage simple (Absence de dérive)

On a n points expérimentaux connus de la variable Z(x), et on désire estimer une quantité Z_0 fonctionnelle linéaire de la variable. trois cas peuvent être l'objet d'application:

i) $Z_0^* = Z(x_0)$: valeur prise par Z au point $x=x_0$

ii) $Z_0^* = \frac{1}{S} \int_{S_0} Z(x)dx$: valeur moyenne de Z(x) sur la maille s_0 de surface

S centrée au point $x=x_0$.

iii) $Z_0^* = \frac{1}{S} \int_S Z(x)ds$: valeur moyenne de Z(x) sur le domaine S.

Ces trois cas englobent les problèmes rencontrés en hydrogéologie, cartographie, l'initialisation des modèles numériques et du calcul des lames d'eau sur un bassin versant.

a) Estimation ponctuelle

Lors de l'estimation, et si on se place sous l'hypothèse de stationnarité à l'ordre 2, deux cas peuvent se poser: m est connu ou inconnu. Si on considère le premier cas, on peut supposer que $m = 0$ ou ce qui est équivalent, transformer la variable $z(x)$ en $z(x)-m$, afin d'avoir une V.R. et donc une FA $Z(x)$ à moyenne nulle.

En appliquant la démarche L.A.U.O, nous avons:

$$\bullet Z^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i$$

* l'erreur est une combinaison linéaire : $e = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i - Z_0$ et puisque le processus est stationnaire, on peut kriger avec K_{ij}

$$\bullet E \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i - Z_0 \right] = 0, \text{ or } \forall i, E[Z_i] = 0$$

$$\bullet \text{Optimum } \text{var} \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i - Z_0 \right] \text{ minimum.}$$

Or sous l'hypothèse de la stationnarité d'ordre 2, nous avons:

$$\text{var} \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i - Z_0 \right] = + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j K_{ij} - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i K_{i0} + K_0$$

Cette expression est minimale si et seulement si la dérivée aux λ_i est nulle et nous obtenons le système de krigeage dans le cadre de la stationnarité:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j K_{ij} = K_{i0} \quad i=1, \dots, n$$

et la variance de l'erreur est définie par:

$$\text{Var}[Z_0^* - Z_0] = - \sum_{i=1}^n \lambda_i K_{i0} + K_0$$

Dans le cas où la moyenne m est inconnue, on ne plus se ramener à un processus de moyenne nulle. En suivant le principe L.A.U.O, nous aurons:

$$\bullet Z^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i \quad \text{erreur } e = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i - Z_0$$

* Pas de contrainte

$$\bullet E \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i - Z_0 \right] = \sum_i \lambda_i m - m = 0 \Rightarrow \sum_i \lambda_i = 1$$

* Optimalité:

$\text{var}[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i - Z_0]$ est contraint par $\sum_i \lambda_i = 1$, on ajoute alors le terme

de contrainte par la technique classique des multiplicateurs de Lagrange.

$$\text{var} [Z_0^* - Z_0] = \text{var} \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i - Z_0 \right] + 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right) \text{ est minimale si:}$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_i} (\text{var} [Z_0^* - Z_0]) = 0$$

et

$$\frac{\partial}{\partial \mu} (\text{var} [Z_0^* - Z_0]) = 0$$

Si $m \neq 0$, il a été démontré que:

$$(\text{var} [Z_0^* - Z_0]) = + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j K_{ij} - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i K_{i0} + K_0$$

$$Q = \text{var} \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i - Z_0 \right] + 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right) =$$

$$+ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j K_{ij} - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i K_{i0} + K_0 + 2\mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right) \text{ est minimale si}$$

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_i} (Q) = 0, \quad \forall i=1, \dots, n \quad \Rightarrow \quad + 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j K_{ij} + 2\mu = K_{i0}$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu} (Q) = 0 \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

On a donc une équation et une inconnue de plus par rapport au cas précédent (dérivée connue)

La variance de l'erreur est définie par:

$$\text{Var}[Z_0^* - Z_0] = - \sum_{i=1}^n \lambda_i K_{i0} + K_0 - \mu$$

La confiance à accorder à la valeur au point krigé est d'autant plus faible que la variance d'estimation est grande pour ce point.

En modèle de Fonction Aléatoire intrinsèque, la construction du système de krigeage suit le même processus que précédemment, simplement cette fois, c'est l'autorisation qui fixe la

contrainte ($\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$), donc l'optimum est contraint par $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$.

c'est-à-dire on a : $Q' = \text{var} \left[\sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i - Z_0 \right] + \mu \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 \right)$ est minimale si

$$\frac{\partial Q'}{\partial \lambda_i} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial Q'}{\partial \mu} = 0$$

Le formalisme du système du krigeage est comparable à celui du krigeage en F.A. stationnaire en remplaçant les fonctions de covariances (K_{ij}) par les fonctions intrinsèques γ_{ij}

b) Estimation par unité de surface

Le principe est d'estimer Z_0 : valeur moyenne de la F.A. intrinsèque et sur une surface S_0 $Z(x)$ dont on connaît une réalisation ponctuelle sur une surface S_0 .

$$\bar{Z}_0 = \frac{1}{S_0} \int_{S_0} Z(x_0) dx_0$$

Pour estimer Z_0 , on adopte une moyenne pondérée des n données disponibles

Le problème est donc de trouver les poids qui donnent la meilleure estimation possible par l'interprétation probabiliste de la V.R. et la fonction intrinsèque $Z(X)$ dont $z(x)$ est censée d'être une représentation.

En appliquant le même principe que précédemment (c'est-à-dire: *Linéarité, Autorisation, Universalité, Optimum*):

* On estime \bar{Z}_0 par \bar{Z}_0^* estimateur tel que

$$\bar{Z}_0^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i(x_i), \text{ c'est une combinaison linéaire à somme de pondérateurs}$$

égale à un. L'erreur de l'estimation est $e = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z_i - \bar{Z}_0$ à une somme de pondérateurs

égale à $(\frac{1}{S_0} \int_{S_0} dx_0 = 1)$ 1, on aura une combinaison linéaire autorisée si $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$

* $E[\bar{Z}_0^* - \bar{Z}_0] = 0$ ceci est vrai par définition puisque toute C. L. A. de Z F.A

intrinsèque sans dérive est à espérance nulle.

$$\text{var} [\bar{Z}_0^* - \bar{Z}_0] = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma_{ij} + 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{is} - \gamma_{ss}$$

Avec:

$\gamma_{ij} = \gamma(x_i - x_j)$: La valeur du variogramme entre deux points expérimentaux x_i et x_j

$\gamma_{is} = \frac{1}{S} \int_S \gamma(x_i - x) dx$: La valeur moyenne du variogramme entre le point x_i et un

point x décrivant le domaine S .

$\gamma_{ss} = \frac{1}{S^2} \int_S \int_S \gamma(x - x') dx dx'$: la valeur moyenne du variogramme entre deux

points décrivant indépendamment le domaine S

Soit
$$Q = - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma_{ij} + 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{is} - \gamma_{ss}$$

la minimisation de Q sous la contrainte E ($E = \sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 = 0$), se fait en

introduisant un multiplicateur de Lagrange μ et en annulant les dérivées partielles par rapport aux différents λ_i de la quantité: $Q + 2\mu E$, c'est-à-dire:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda_i} [\text{var}[\bar{Z}_0^* - \bar{Z}_0] + 2\mu (\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1)] \Leftrightarrow - \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{ij} + \mu = - \gamma_{is} \quad i=1, \dots, n$$

$$\frac{\partial}{\partial \mu} [\text{var}[\bar{Z}_0^* - \bar{Z}_0] + 2\mu (\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1)] \Leftrightarrow \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

On aboutit à un système linéaire: système de krigeage simple:

$$\left\{ \begin{array}{l} - \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{ij} + \mu = - \gamma_{is} \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{array} \right\} \text{ avec } i = 1, \dots, n$$

C'est un système de n+1 équations à n+1 inconnus (les n poids et le multiplicateur de Lagrange μ) qu'on peut écrire matriciellement:

$$\begin{pmatrix} 0 & -\gamma_{12} & \dots & -\gamma_{1n} & 1 \\ -\gamma_{21} & 0 & \dots & -\gamma_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -\gamma_{n1} & -\gamma_{n2} & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma_{1s} \\ -\gamma_{2s} \\ \vdots \\ -\gamma_{ns} \\ 1 \end{pmatrix}$$

A * B = C

La solution peut être obtenue par l'inversion de la matrice A: ($B = A^{-1} C$). Les poids λ_i trouvés sont reportés dans l'expression $\bar{Z}_0^* = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$ ce qui permet d'obtenir la valeur estimée par krigeage. Sa variance d'estimation est :

$$\sigma^2 = \text{var}[\bar{Z}_0^* - Z_0] = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{is} - \gamma_{ss} - \mu$$

Matriciellement $\sigma^2 = \bar{B} C - \gamma_{ss}$

Pour l'estimation ponctuelle, comme d'ailleurs pour celle de moyenne par maille, il y a autant de systèmes de krigeage que de points (ou de mailles) à estimer. Si l'on prend en compte à chaque fois la totalité des données disponibles (*voisinage unique*), on peut remarquer que seul le second membre du système change. On pourra alors tirer parti de ce fait en inversant une fois pour toute la matrice du système de krigeage.

Mais généralement, le nombre de points expérimentaux est trop important pour pouvoir procéder ainsi sans allonger par trop le temps de calcul et compromettre la précision des résultats, de plus quand le variogramme est à palier on n'a aucun intérêt à utiliser des points expérimentaux plus éloignés que la valeur du palier, on reformera alors chaque fois le système de krigeage en ne retenant que les données inscrites dans un rayon choisi par l'opérateur, on parle de *voisinage glissant*.

III-2- Krigeage universel (krigeage avec dérive)

C'est le cas où l'hypothèse de moyenne constante ne peut être maintenue (piézométrie d'une nappe, précipitation liée à l'orographie...):

Dans ce cas, on supposera que l'espérance mathématique de la F.A. $Z(x)$ est une fonction telle que: $m(x) = E[Z(x)]$ qui varie lentement et régulièrement suivant une échelle donnée et à laquelle on donnera le nom de dérive.

On choisit de représenter $m(x)$ par l'expression suivante:

$$m(x) = \sum_{L=0}^k a_L f^L(x) \text{ avec } a_L: \text{coefficients inconnus et } f^L: \text{monômes donnés}$$

Si on considère que le phénomène se développe dans le plan, l'expression de la dérive en un point de coordonnées (X, Y) est:

$$m(X, Y) = a_0 + a_1 X + a_2 Y \text{ c'est la dérive linéaire.}$$

$m(X, Y) = a_0 + a_1 X + a_2 Y + a_3 X^2 + a_4 XY + a_5 Y^2$ c'est l'expression de la dérive quadratique.

$$\text{On a alors: } E[Z(x_i)] = m(x_i) = \sum_{L=0}^k a_L f^L(x_i)$$

Si on krige des valeurs moyennes ponctuelles, on a:

$$E\left[\sum_{i=0}^n \lambda_i Z_i\right] = \sum_{i=1}^n \lambda_i \sum_{L=0}^k a_L f^L(x_i)$$

et la condition de non biais s'écrit:

$$E[Z_0^* - Z_0] = \sum_{L=1}^k a_L \left(\sum_{i=1}^n \lambda_i f_i^L - f_{x_0}^L \right) = 0, \text{ ceci indépendamment de } a_L, \text{ d'où}$$

$$\text{c'est-à-dire } \sum_{i=1}^n \lambda_i f_i^L - f^L = 0; \quad L = 0, \dots, k$$

si on prend $f_x^0 = 1$, on retrouve: $\sum_{i=1}^n \lambda_i - 1 = 0$

Le calcul est donc identique au cas précédent, simplement la minimisation de la forme quadratique doit se faire maintenant sous les $k + 1$ contraintes exprimant la condition de non biais. $k+1$ multiplicateurs de Lagrange μ_0, \dots, μ_k sont introduits et on aboutit au système suivant à $n+k+1$ équations et $n+k + 1$ inconnues:

$$-\sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{ij} + \sum_{l=0}^k \mu_l f_i^l = -\gamma_{i0} \quad i = 1, \dots, n$$

et

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j f_j^l = f_0^l \quad l = 0, \dots, k$$

Le système de krigeage universel peut alors se mettre par exemple sous la forme matricielle suivant:

$$\begin{matrix} 0 & -\gamma_{12} & \dots & -\gamma_{1n} & 1 & f_1^1 & \dots & f_1^k \\ -\gamma_{21} & 0 & \dots & -\gamma_{2n} & 1 & f_2^1 & \dots & f_2^k \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ -\gamma_{n1} & -\gamma_{n2} & \dots & 0 & 1 & f_n^1 & \dots & f_n^k \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ f_1^1 & f_2^1 & \dots & f_n^1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ f_1^k & f_2^k & \dots & f_n^k & 0 & 0 & \dots & 0 \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_k \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} -\gamma_{12} \\ -\gamma_{12} \\ \vdots \\ \vdots \\ -\gamma_{12} \\ 1 \\ f_0^2 \\ \vdots \\ \vdots \\ f_0^k \end{pmatrix}$$

et la variance du krigeage universel s'écrit:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{i0} - \sum_{L=0}^k \mu_L f_{x_0}^L$$

Dans l'expression de la variance d'estimation, interviennent d'une part le variogramme qui exprime la structure du phénomène et d'autre part les paramètres λ_i liés à la configuration géométrique des données expérimentales, c'est-à-dire que σ^2 ne dépend que de la disposition des points expérimentaux et la structure spatiale du phénomène et non des valeurs de la variable. Cette propriété du krigeage est utilisée pour quantifier le gain d'information découlant par exemple de l'implantation d'un ou de plusieurs nouveaux points de mesure (De Marsily, 1978; Razack, 1984), ce gain est calculé par :

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_1^2 - \sigma_2^2}{s_1^2} \quad \text{avec } \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

Où :

σ_1^2 : Variance d'estimation avant implantation du (ou des) nouveau(x) point (s).

σ_2^2 : Variance d'estimation après implantation du (ou des) nouveau(x) point (s).

III-3- Quelques propriétés du krigeage (Cas général)

Le système du krigeage prend bien en considération les éléments suivants:

- * Position relative du domaine à estimer et des points expérimentaux
- * Position relative des points expérimentaux entre eux
- * Structure du phénomène à travers le variogramme.

Lorsque un point x_0 coïncide avec un point expérimental, la solution du système est $\lambda_i = 1$ et $\lambda_j = 0$ pour $j \neq i$ et donc $Z_0 = Z(x_0)$ et la variance $\sigma^2 = 0$. On peut donc dire que le krigeage est un interpolateur exact.

Le système du krigeage et sa variance, ne font intervenir que la structure et la configuration géométrique des données et du domaine à estimer. Cette variance ne dépend pas des valeurs expérimentales.

Suite de l'annexe IV

Paramètres hydrogéologiques krigés

Transmissivités (10⁻⁴ m²/s)

275.800 274.800 (coordonnées à l'origine)								
(X)	(Y)	Valeur du paramètre)						
278.510	281.560	40.000	289.870	288.100	65.000	303.330	285.560	40.000
278.920	277.010	1.100	290.080	292.010	115.000	303.290	293.270	45.000
279.080	279.910	60.000	290.890	294.760	35.000	303.270	295.690	510.000
280.400	277.860	4.200	291.010	296.330	92.000	303.040	298.520	70.000
279.860	280.400	40.000	290.710	298.080	100.000	303.340	300.140	60.000
280.830	282.910	29.000	292.300	278.560	19.000	305.000	284.350	2300.000
280.650	284.880	9.200	292.070	282.550	50.000	305.010	292.490	74.000
279.970	286.620	16.000	291.850	287.150	105.000	291.440	300.850	16.000
281.450	287.450	25.000	292.780	289.810	120.000	292.980	301.550	10.500
281.910	278.630	34.000	292.370	291.740	270.000	294.460	302.370	24.000
282.500	281.860	24.000	292.860	294.230	27.000	294.580	307.150	110.000
282.590	283.920	43.000	292.270	295.870	95.000	295.520	303.110	160.000
282.140	285.720	2.700	292.450	297.270	68.000	295.180	305.660	55.000
282.280	291.070	92.000	292.370	298.880	75.000	296.320	301.140	120.000
282.920	276.960	11.000	293.610	279.090	306.000	296.700	306.160	25.000
283.420	279.430	42.000	293.520	283.070	1076.000	297.300	307.590	180.000
283.590	286.590	1.600	293.710	285.510	65.000	298.450	303.450	150.000
282.950	288.250	52.000	293.440	292.460	92.000	298.220	307.030	20.000
283.670	291.890	16.000	293.680	296.850	120.000	299.340	301.540	140.000
284.360	277.670	97.000	293.960	299.540	150.000	300.360	301.870	160.000
284.450	282.910	62.000	294.370	278.450	14.000	300.290	303.790	30.000
284.010	284.740	41.000	293.910	284.260	92.000	300.640	308.210	100.000
284.280	289.220	40.000	294.500	288.460	95.000	299.980	317.540	15.000
284.260	297.700	3.500	294.600	290.880	300.000	300.440	319.510	24.000
285.500	278.450	28.000	294.000	292.730	60.000	301.270	306.480	110.000
284.800	280.190	62.000	294.100	295.460	55.000	300.910	310.260	90.000
285.500	283.540	41.000	294.200	298.580	120.000	301.500	312.510	88.000
285.850	283.780	100.000	295.330	278.720	360.000	302.620	302.070	121.000
285.440	285.570	39.000	295.120	280.150	90.000	301.770	303.930	80.000
284.990	287.440	2.800	295.220	283.450	160.000	301.870	314.580	40.000
285.450	289.940	62.000	295.640	291.360	115.000	303.050	317.990	96.000
285.130	292.800	16.000	295.590	293.640	62.000	304.390	307.130	30.000
285.550	298.190	9.000	295.270	296.660	70.000	303.920	308.850	67.000
286.380	281.040	92.000	295.360	297.760	147.000	304.440	309.470	57.000
286.880	286.440	62.000	295.940	299.450	190.000	303.870	310.890	80.000
286.520	288.340	27.000	295.440	300.190	130.000	304.510	313.020	105.000
286.700	293.850	19.000	296.530	287.190	270.000	304.100	317.060	130.000
287.060	279.270	30.000	296.030	290.270	700.000	304.930	304.430	35.000
287.760	281.810	105.000	296.210	291.680	910.000	304.830	315.160	110.000
287.460	284.650	100.000	296.690	295.520	91.000	306.050	287.650	40.000
286.980	290.360	35.000	296.800	297.520	110.000	306.180	289.840	35.000
287.120	298.850	3.500	297.160	279.530	15.000	306.010	295.140	60.000
288.610	280.140	120.000	297.060	284.480	250.000	305.620	297.480	90.000
288.310	287.540	35.000	297.550	288.330	135.000	306.750	294.370	170.000
287.990	289.160	85.000	297.390	290.010	130.000	306.240	299.070	43.000
288.560	291.230	160.000	297.430	297.620	14.000	307.740	294.390	62.000
288.100	294.670	70.000	297.310	298.170	62.000	307.840	298.630	91.000
288.320	296.930	30.000	297.950	281.720	45.000	308.930	289.230	21.000
288.690	299.220	12.000	298.080	284.820	140.000	308.880	296.820	65.000
289.620	276.910	2.000	297.990	286.710	50.000	309.650	286.770	3.200
289.180	282.590	135.000	297.940	287.870	90.000	309.310	292.250	50.000
288.920	285.480	42.000	298.590	293.140	100.000	310.650	296.100	52.000
289.410	290.100	45.000	298.420	295.270	150.000	310.980	297.760	86.000
289.440	293.870	75.000	299.360	289.060	80.000	311.820	291.020	5.500
289.470	295.470	32.000	299.680	298.160	75.000	311.560	294.580	60.000
289.240	297.400	22.000	300.220	281.230	11.000	312.800	299.630	62.000
291.080	277.730	2.200	300.690	283.580	53.000	313.290	289.630	4.200
291.080	281.800	130.000	300.310	291.600	50.000	314.600	292.770	1.600
291.340	285.060	1129.000	300.150	296.250	76.000	314.400	296.160	12.000
291.290	288.900	65.000	301.000	298.240	220.000	317.220	294.750	5.500
290.930	290.750	105.000	300.270	299.550	75.000	318.090	297.230	4.000
291.590	293.090	34.000	300.930	299.830	73.000	317.260	297.850	1.500
290.280	281.260	160.000	301.160	285.800	210.000	316.350	300.250	70.000
290.370	283.600	65.000	301.480	294.780	100.000	317.860	300.540	5.300
290.320	286.240	34.000	301.050	296.810	66.000	319.890	296.850	1.600

275.800 (X)	274.800 (Y)	(coordonnées à l'origine) (Valeur du paramètre)			
303.000	319.000	2.500	327.000	302.200	14.000
292.800	279.100	35.000	327.800	300.900	19.000
292.100	283.500	12.000	331.400	305.400	16.000
299.200	295.700	10.000	312.100	301.100	21.000
296.300	305.800	2.000	300.650	323.140	00.000
297.800	306.700	19.000	299.900	291.100	00.000
300.300	310.500	7.300	301.100	280.200	00.000
299.300	310.900	15.800	295.800	286.100	00.000
293.500	310.300	13.600	328.600	298.100	00.000
297.200	309.800	11.600	329.900	298.100	00.000
297.400	309.100	11.400	326.850	287.250	00.000
298.000	310.200	13.400	324.400	289.550	00.000
296.000	284.000	27.000	328.800	298.800	00.000
294.500	297.100	25.000	330.500	303.000	00.000
290.600	320.000	4.900	323.650	312.650	00.000
295.700	295.100	14.000	315.800	309.500	00.000
315.000	298.400	30.000	318.770	318.900	00.000
310.000	298.400	39.000	333.300	301.000	00.000
306.900	297.800	25.500	313.900	309.500	00.000
305.700	293.400	26.000			
301.300	290.600	28.000			
298.600	293.500	7.000			
296.300	288.100	28.000			
297.000	287.500	12.000			
291.100	281.000	18.000			
290.300	284.900	17.000			
295.900	287.500	11.000			
295.200	288.100	14.500			
292.500	289.200	15.500			
294.500	289.100	16.000			
296.600	297.200	20.000			
295.000	289.900	16.400			
295.300	291.200	11.000			
299.000	292.700	12.700			
296.600	292.300	1.500			
297.600	292.900	1.000			
308.800	312.100	17.000			
294.200	278.400	22.000			
303.900	283.900	14.500			
302.200	295.200	23.000			
306.600	290.700	43.000			
317.200	296.100	6.000			
296.500	297.700	13.000			
323.600	313.800	41.000			
287.200	307.100	13.000			
264.500	283.500	10.500			
299.800	301.500	22.000			
292.600	278.900	19.000			
294.400	310.400	12.000			
292.400	282.500	27.000			
322.000	291.700	27.000			
308.000	316.500	27.000			
308.400	302.700	19.000			
300.000	299.500	20.000			
307.800	309.700	28.000			
311.900	314.500	24.000			
305.900	305.000	15.000			
299.700	304.300	16.000			
330.900	308.400	7.000			
295.100	299.400	20.000			
301.100	297.600	20.000			
286.800	300.000	8.000			
304.300	318.600	16.000			
313.600	317.500	19.000			
310.200	319.200	18.000			
309.000	304.200	24.000			
330.800	301.100	3.000			
327.700	301.900	28.000			

Epaisseur (Pliocène + Cénomanién) (m) :

275.800 (X)	274.800 (Y)	(coordonnées à l'origine) (Valeur du paramètre)			
303.000	319.000	2.500	331.400	305.400	16.000
292.800	279.100	35.000	312.100	301.100	41.000
292.100	283.500	12.000	299.900	291.100	132.000
299.200	295.700	10.000	301.100	280.200	88.000
296.300	305.800	45.000	295.800	286.100	60.000
297.800	306.700	19.000	323.650	312.650	32.000
300.300	310.500	7.300	315.800	309.500	33.000
299.300	310.900	15.800	318.770	318.900	26.000
293.500	310.300	13.600	313.900	309.500	33.000
297.200	309.800	11.600			
297.400	309.100	11.400			
298.000	310.200	13.400			
296.000	284.000	27.000			
290.600	320.000	4.900			
315.000	298.400	30.000			
305.700	293.400	28.000			
301.300	290.600	28.000			
296.300	288.100	28.000			
297.000	287.500	12.000			
291.100	281.000	18.000			
290.300	284.900	17.000			
295.900	287.500	11.000			
295.200	288.100	14.500			
292.500	289.200	15.500			
294.500	289.100	16.000			
296.600	297.200	20.000			
295.000	289.900	16.400			
295.300	291.200	11.000			
294.200	278.400	22.000			
303.900	283.900	42.800			
302.200	295.200	23.000			
306.600	290.700	68.000			
317.200	296.100	8.000			
296.500	297.700	40.000			
323.600	313.800	41.000			
287.200	307.100	63.000			
264.500	283.500	80.500			
299.800	301.500	22.000			
292.600	278.900	19.000			
294.400	310.400	12.000			
292.400	282.500	27.000			
322.000	291.700	27.000			
308.000	316.500	46.000			
308.400	302.700	23.000			
300.000	299.500	20.000			
307.800	309.700	28.000			
311.900	314.500	26.000			
305.900	305.000	17.000			
299.700	304.300	16.000			
330.900	308.400	7.000			
295.100	299.400	23.000			
301.100	297.600	20.000			
286.800	300.000	8.000			
304.300	318.600	71.000			
313.600	317.500	38.000			
310.200	319.200	18.000			
309.000	304.200	37.000			
330.800	301.100	3.000			
327.700	301.900	28.000			
327.000	302.200	14.000			
327.800	300.900	19.000			

Substratum de la nappe(Altitude (m)) :

275.800	274.800	(coordonnées à l'origine)			
(X)	(Y)	(Valeur du paramètre)			
303.000	319.000	165.500	286.800	300.000	191.000
292.800	279.500	192.000	313.640	317.470	134.000
292.500	278.900	194.000	309.000	304.200	155.500
296.300	305.800	137.000	323.000	312.650	182.000
297.800	306.700	169.000	315.800	309.500	173.000
300.300	310.500	177.500	318.700	318.900	174.000
298.800	310.800	169.000	333.300	301.000	370.000
299.300	310.900	174.800	330.800	301.100	306.000
293.500	310.300	170.400	327.700	301.900	280.500
297.200	309.800	174.300	327.000	302.200	260.000
297.200	310.500	175.400	327.800	300.900	295.000
297.400	309.100	177.100	331.400	305.400	224.000
298.000	310.200	171.200	312.100	301.100	166.000
301.300	295.100	154.000			
301.100	297.600	185.000			
315.000	298.400	231.000			
305.700	293.400	204.000			
301.300	290.600	198.000			
296.300	288.100	183.000			
297.000	287.500	180.000			
291.100	281.000	212.000			
292.300	282.600	189.000			
290.300	284.900	205.000			
295.900	287.500	195.000			
295.200	288.100	176.500			
292.500	289.200	178.000			
294.500	289.100	174.000			
296.600	297.200	180.000			
295.000	289.900	172.600			
295.300	291.200	184.000			
295.000	291.000	187.000			
294.400	289.800	189.000			
313.900	309.500	173.000			
294.200	278.400	208.100			
302.200	295.200	176.140			
302.200	295.200	176.500			
306.600	290.700	179.000			
304.200	285.700	176.000			
301.100	280.200	172.000			
295.800	286.100	175.000			
296.500	297.700	155.000			
323.600	313.800	189.000			
287.150	307.100	122.000			
328.600	298.100	350.000			
329.900	298.100	335.000			
299.800	301.500	170.000			
292.600	278.900	208.000			
292.350	278.700	196.000			
292.400	282.500	199.000			
326.850	287.250	429.000			
325.200	287.200	419.000			
322.000	291.700	301.000			
327.400	289.550	357.000			
328.800	298.800	322.000			
300.000	299.500	180.000			
307.800	309.700	164.000			
311.900	314.500	171.000			
330.000	302.000	313.000			
330.500	303.000	319.000			
305.850	305.000	158.000			
299.700	304.300	158.000			
330.900	308.400	194.000			
301.100	297.600	185.000			

Résistivité électrique ($\Omega.m$):

275.800 (X)	274.800 (Y)	(coordonnées à l'origine) (Valeur du paramètre)
303.000	319.000	12.000
292.800	279.100	200.000
292.100	283.500	70.000
299.200	295.700	150.000
296.300	305.800	70.000
297.800	306.700	70.000
300.300	310.500	30.000
296.000	284.000	100.000
294.500	297.100	50.000
295.700	295.100	50.000
301.300	295.100	150.000
315.000	298.400	500.000
310.000	298.400	60.000
306.900	297.800	100.000
305.700	293.400	150.000
301.300	290.600	70.000
298.600	293.500	80.000
296.300	288.100	70.000
297.000	287.500	8.000
291.100	281.000	100.000
297.800	290.100	8.500
292.100	289.600	159.000
292.500	289.200	50.000
294.500	289.100	50.000
296.600	297.200	80.000
295.000	289.900	9.000
295.300	291.200	80.000
299.000	292.700	70.000
296.600	292.300	80.000
290.100	291.900	70.000
297.600	292.900	80.000
308.800	312.100	60.000
307.800	312.100	60.000
294.200	278.400	100.000
303.900	283.900	100.000
302.200	295.200	70.000
306.600	290.700	70.000
304.200	285.700	100.000
301.100	280.200	40.000
317.200	296.100	200.000
296.500	297.700	80.000
323.600	313.800	120.000
287.200	307.100	70.000
264.500	283.500	50.000
299.800	301.500	50.000
292.600	278.900	200.000
292.400	282.500	150.000
308.000	316.500	150.000
308.400	302.700	150.000
300.000	299.500	50.000
311.900	314.500	400.000
330.000	302.000	54.000
305.900	305.000	3.500
299.700	304.300	50.000
295.100	299.400	100.000
301.100	297.600	80.000
286.800	300.000	20.000
304.300	318.600	400.000
313.600	317.500	140.000
309.000	304.200	50.000
323.000	312.600	120.000
318.800	318.900	40.000
327.700	301.900	100.000
327.800	300.900	100.000
313.900	302.400	100.000
312.100	301.100	100.000

