

50376
1993
101

N° d'ordre : 1061

50376
1993
101

THESE

Présentée à

l'Université des Sciences et Technologies de LILLE

en vue de l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Spécialité

Productique : Automatique et Informatique Industrielle

par

VINCENT COCQUEMPOT

Maître E.E.A



SURVEILLANCE DES PROCESSUS INDUSTRIELS
COMPLEXES

GENERATION ET OPTIMISATION DES RELATIONS DE
REDONDANCE ANALYTIQUES

Soutenu le 18 février 1993 devant la commission d'examen

Membres du jury :

Président : B.DUBUISSON

Rapporteurs : J.RAGOT

M.VERGE

Examineurs : M.LABARRERE

J.P. CASSAR (Co-directeur de Thèse)

M.STAROSWIECKI (Co-directeur de Thèse)

AVANT PROPOS

Cette étude a été menée au Laboratoire d'Automatique et d'Informatique Industrielle de LILLE (LAIL - URA 1440) sous la direction scientifique de Monsieur Marcel STAROSWIECKI, professeur à l'Ecole Universitaire d'Ingénieurs de LILLE, avec la collaboration de Monsieur Jean-Philippe Cassar, Maître de Conférences à l'IUT de Génie Electrique de LILLE. Je tiens à leur témoigner toute ma reconnaissance pour l'aide tant scientifique que morale qu'ils ont su m'apporter tout au long de ce travail.

Je tiens également à remercier les membres du jury qui me font l'honneur de participer à l'examen de ce travail :

Monsieur le Professeur B. DUBUISSON, Directeur du Laboratoire d'Heuristique et Diagnostic des Systèmes Complexes de l'Université de COMPIEGNE, qui me fait l'honneur de présider ce jury.

Monsieur le Professeur J.RAGOT, de l'Université de NANCY I et Monsieur M.VERGE, Maître de Conférence à l'Ecole Nationale Supérieur des Arts et Métiers qui ont accepté de juger ce travail.

Monsieur M.LABARRERE, Chef du Département Automatique à l'ONERA-CERT de TOULOUSE, pour l'intérêt qu'il porte à ce travail en acceptant de participer au jury.

Mes remerciements vont également à tous les membres de l'équipe Analyse et Surveillance des Processus Industriels Complexes du Laboratoire d'Automatique et d'Informatique Industrielle de LILLE URA 1440 pour leurs conseils précieux ainsi que la bonne ambiance de travail.

Enfin je tiens à remercier tous ceux qui, de par leur compétence ou de par leur amitié m'ont permis de mener à bien ce travail : le personnel de l'Atelier Régional de Micro-Informatique, les enseignants et chercheurs du Centre d'Automatique de LILLE ainsi que les enseignants du département IMA de l'Ecole Universitaire d'Ingénieurs de LILLE.

A Delphine, Clément et Bastien

A mes parents, à mes amis ...

TABLE DES MATIERES

<u>INTRODUCTION GENERALE</u>	1
<u>CHAPITRE 1 : PRINCIPES GENERAUX D'UN SYSTEME DE SURVEILLANCE</u>	4
1 LE SYSTEME DE SURVEILLANCE : UN ELEMENT DU SYSTEME D'INFORMATION.....	4
1.1 Le système automatisé de production.	
1.1.1 Le processus physique	
1.1.2 Les opérateurs humains	
1.1.3 Le système d'automatisation	
1.1.3.1 Configuration multi bases de données	
1.1.3.2 Configuration base de données unique	
1.2 Les fonctions d'un système de surveillance au sein du système d'automatisation	
1.2.1 L'aide à la conduite	
1.2.2 L'aide à la maintenance	
1.3 Conclusion	
2 CONCEPTION D'UN SYSTEME DE SURVEILLANCE.....	9
2.1 Définitions	
2.2 Principe général de conception d'un système de surveillance	
2.3 Fonctionnement d'un système de surveillance	
2.3.1 La détection	

2.3.2 La localisation	
2.3.3 Le diagnostic	
2.4 Conclusion	
3 LES DIFFERENTES METHODES DE SURVEILLANCE	15
3.1 Redondance matérielle	
3.2 Redondance analytique	
3.2.1 Estimation paramétrique	
3.2.2 Estimation d'état	
3.2.3 Modèles d'entrée sortie	
4 CONCLUSION.....	19
CHAPITRE 2 : COMPARAISON DE DEUX METHODES DE GENERATION D'INDICATEURS DE DEFAUTS	20
1 MODELISATION.....	20
2 GENERATION DES RESIDUS PAR PROJECTION.....	23
DANS L'ESPACE DE PARITE	
2.1 Redondance statique	
2.1.1 Espace de parité statique	
2.1.2 Exemple : Redondance physique	
2.2 Redondance dynamique	
2.2.1 Espace de parité d'ordre s	
2.2.1.1 Définition	
2.2.1.2 Génération des résidus	
2.2.2 Espace de parité généralisé	
2.2.2.1 Définition	

2.2.2.2 L'auto-redondance	
2.2.2.3 L'inter-redondance	
2.3 Approche unifiée de l'espace de parité	
2.4 Comparaison des résidus de parité et des résidus obtenus par estimation de l'état au sens des moindres carrés	
2.5 Exemple	
3 GENERATION DES INDICATEURS DE DEFAUTS A L'AIDE DES OBSERVATEURS	42
3.1 Observateur de Luenberger généralisé	
3.2 Observateur d'ordre plein	
3.3 Exemple de génération des résidus à l'aide d'observateurs	
4 COMPARAISON DES RESIDUS GENERES A L'AIDE DES OBSERVATEURS ET DE CEUX OBTENUS PAR PROJECTION DANS L'ESPACE DE PARITE	49
4.1 Comparaison analytique des résidus	
4.2 Comparaison du résidu de parité et du résidu d'observateur à l'aide de la transformée en z	
4.2.1 Calcul de la transformée en z des résidus de parité	
4.2.2 Calcul de la transformée en z des résidus obtenus à l'aide des observateurs	
4.3 Interprétation dans le cas où l'observateur n'est pas à réponse pile	
5 EXEMPLE	58
6 CONCLUSION	61
<u>CHAPITRE 3</u> : GENERATION DES RELATIONS DE REDONDANCE PAR L'APPROCHE STRUCTURELLE	62
1 LES LIMITATIONS D'UNE MODELISATION DANS L'ESPACE D'ETAT	62

2 LA MODELISATION STRUCTURELLE	63
2.1 Décomposition hiérarchique	
2.2 Modélisation structurelle	
3 APPROCHE STRUCTURELLE - DECOMPOSITION CANONIQUE.....	70
3.1 Caractérisation structurelle d'un sous-système	
3.2 Interprétation des notions de sous-systèmes sous, juste et surdéterminés	
3.3 La décomposition canonique	
3.4 Génération des RRA	
3.5 Exemple	
4 MODELISATION STRUCTURELLE D'UN SYSTEME LINEAIRE.....	78
5 GENERATION DES RELATIONS DE REDONDANCE	83
DANS LE CAS LINEAIRE	
5.1 Approche par substitution	
5.2 Approche par projection	
5.2.1 Principe de la méthode	
5.2.2 Conditions d'existence et interprétation de $W(z)$	
5.2.3 Préliminaires mathématiques	
5.2.4 Recherche de $W(z)$	
5.2.4.1 Principe	
5.2.4.2 Algorithme de détermination de W^*	
5.3 Comparaison des approches par substitution et par projection	
5.4 Exemple	
6 CONCLUSION.....	91

CHAPITRE 4 : OPTIMISATION DES RELATIONS DE REDONDANCE ANALYTIQUES	93
1 RESIDUS STRUCTURES - SIGNATURES BINAIRES	94
1.1 Définitions	
1.2 Principe de reconnaissance des défaillances	
1.3 Recherche des signatures	
2 GENERATION DE RESIDUS STRICTEMENT ROBUSTES PAR L'APPROCHE STRUCTURELLE	99
2.1 Génération de résidus robustes vis à vis des entrées inconnues	
2.2 Génération de résidus de structure donnée	
2.2.1 Génération de résidus robustes vis à vis de certains paramètres	
2.2.2 Génération de résidus robustes vis à vis de certaines variables connues	
2.3 Conclusion	
3 CONDITIONS ANALYTIQUES DE ROBUSTESSE STRICTE	101
3.1 Robustesse vis à vis des entrées inconnues	
3.1.1 Générations de résidus robustes à partir d'une base quelconque	
3.1.2 Génération directe de résidus robustes par la méthode de l'espace de parité	
3.1.3 Génération directe de résidus robustes par la méthode d'estimation à l'aide d'observateurs	
3.2 Génération de résidus de structure donnée	
3.2.1 Générations dans l'espace de parité de résidus de structure donnée à partir d'une base quelconque	
3.2.2 Génération directe de résidus de structure donnée par la méthode de l'espace de parité	
3.2.3 Génération directe de résidus de structure donnée par la méthode d'estimation à l'aide d'observateurs	

3.3 Conclusion	
4 OPTIMISATION DES RESIDUS DE PARITE	106
4.1 Position du problème	
4.2 Optimisation à l'aide d'un critère global	
4.3 Optimisation multi-critères	
4.4 Généralisation du problème d'optimisation	
5 CONCLUSION.....	110
<u>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES.....</u>	<u>111</u>

ANNEXES

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

INTRODUCTION GENERALE

Au cours des deux dernières décennies, les performances des équipements industriels ont considérablement été augmentées. Le gain en productivité et en qualité de production s'est tout naturellement accompagné d'un accroissement de la complexité des installations. L'intégration de calculateurs très performants dans les systèmes automatisés, a permis de développer des algorithmes sophistiqués tant au niveau de la commande qu'au niveau du traitement des données.

Cependant, ces algorithmes deviennent complètement inefficaces si les informations qu'ils utilisent sont erronées. Dans ce cas, les performances du système s'en trouvent dégradées, mais pire encore, les conséquences au niveau des installations, de l'environnement et de la sécurité des personnes peuvent être dramatiques. C'est pourquoi, au dessus de la couche logicielle d'automatisation au sens classique, il convient d'implanter un système permettant de surveiller le bon fonctionnement de l'installation.

Un tel système de surveillance doit permettre de valider les données utilisées par les algorithmes du système automatisé mais aussi de fournir des informations sur le fonctionnement de l'unité aux opérateurs qui l'exploitent. Il doit être capable d'agir directement sur le système automatisé, c'est à dire de provoquer dans les cas graves un arrêt de l'unité (pannes catastrophiques) ou de permettre au système de production de continuer à fonctionner en cas de panne ne nécessitant pas un arrêt immédiat (à l'aide d'estimations, de reconfigurations).

Un système de surveillance doit enfin posséder un certain nombre de qualités : il doit pouvoir s'intégrer facilement au reste de l'installation et le sur-coût doit être faible. De plus, les décisions doivent être fiables et précises tout en étant prises rapidement.

Suivant le niveau de connaissance de l'installation à surveiller, on distingue deux grands types de méthodes de surveillance : les méthodes de reconnaissance des formes et les méthodes utilisant un modèle comportemental du système.

- Les méthodes de reconnaissance des formes

Elles reposent sur la détermination d'un certain nombre de classes, au moyen d'une procédure d'apprentissage. A chacune de ces classes est associé un mode de fonctionnement (fonctionnement normal, défaillance n°i).

Chaque donnée prélevée en ligne sur le processus est ensuite affectée à l'une de ces classes ce qui permet de déterminer le mode de fonctionnement du système.

Ce type de méthode est utilisé dans le cas de systèmes dont aucun modèle comportemental ne peut être obtenu. Le diagnostic médical en est un exemple.

A partir d'une connaissance acquise au fil du temps, une correspondance a été établie entre l'observation d'un certain nombre de caractéristiques du corps humain (les symptômes) et le type de maladie. Cette correspondance définit le modèle en terme de mode de fonctionnement. En fonction des symptômes observés, la maladie peut être déterminée.

- Les méthodes utilisant un modèle comportemental

Dans ce cas, on compare le comportement réel du processus (caractérisé par les données prélevées en ligne) au comportement temporel théorique fourni par les équations d'un modèle (relations entrées sorties). Le résultat de cette comparaison est contenu dans un ensemble de caractères appelés " indicateurs de défauts ". L'analyse de ces indicateurs et de leur évolution temporelle doit permettre de détecter et d'interpréter tout comportement inattendu donc anormal du système réel.

Nous nous sommes intéressés dans ce mémoire aux méthodes de surveillance fondées sur l'utilisation d'un modèle décrivant le comportement du système. Les méthodes de la reconnaissance des formes dépassent donc le cadre de notre étude. Pour de plus amples précisions, le lecteur pourra se référer aux travaux suivants : [DIDA 72], [DUBU 91], [POMO 91]

L'objectif de cette thèse est triple :

- * établir une comparaison entre deux types de méthodes très souvent utilisées pour la génération des indicateurs de défauts dans le cas des systèmes linéaires modélisés sous forme d'équations d'état.
- * développer une méthode de génération des indicateurs de défauts pour des systèmes modélisés par l'interconnexion de blocs fonctionnels.
- * optimiser les indicateurs de défauts pour satisfaire un certain nombre de critères de qualité des systèmes de surveillance.

L'articulation du mémoire découle de ces trois objectifs.

Le premier chapitre est destiné à introduire les notions principales relatives à la surveillance des processus industriels complexes.

Nous y définirons le système de surveillance comme un élément du système d'information puis nous aborderons la conception même d'un tel système en précisant les qualités spécifiques à chacune de ses fonctions.

Nous donnerons ensuite un bref aperçu des différentes méthodes de génération des indicateurs de défauts.

Dans le deuxième chapitre, deux méthodes de génération des indicateurs (encore appelés résidus), à partir d'une modélisation dans l'espace d'état, seront étudiées puis comparées. La première se fonde sur une projection des équations du modèle dans l'espace de parité et la deuxième repose sur l'estimation des variables du processus à l'aide d'observateurs.

Dans le troisième chapitre, nous nous intéressons à la génération des résidus à partir d'une modélisation structurelle. Ce type de modèle est particulièrement adapté aux systèmes de grandes dimensions (pouvant comporter un grand nombre de fonctions linéaires, non-linéaires, qualitatives ou numériques, statiques ou dynamiques). On montrera en particulier que l'étude des propriétés structurelles peut considérablement simplifier la recherche des résidus et alléger ainsi le traitement numérique. Dans le cas des systèmes linéaires, le modèle structurel peut être enrichi par la connaissance des fonctions de transfert. Nous obtenons ainsi une modélisation structurelle polynomiale sur laquelle la recherche des résidus peut être effectuée.

Le quatrième chapitre est consacré à l'optimisation des résidus vis à vis des critères de qualité des modules de détection et de localisation des défaillances. Pour chacune des méthodes exposées dans les deux chapitres précédents, les propriétés de robustesse vis à vis des erreurs de modélisation et des perturbations, de sensibilité vis à vis des défaillances et d'isolabilité de l'élément défaillant seront étudiées. L'intérêt des méthodes structurelles sera dégagé.

CHAPITRE 1

PRINCIPES GENERAUX D'UN SYSTEME DE SURVEILLANCE

PRINCIPES GENERAUX D'UN SYSTEME DE SURVEILLANCE

Ce premier chapitre est destiné à introduire les notions fondamentales concernant la surveillance des processus industriels complexes.

Après avoir dégagé l'intérêt d'un système de surveillance au sein d'un système automatisé de production, les trois modules (détection, localisation et diagnostic) qui le constituent, seront développés. L'accent sera mis sur les qualités spécifiques à chacun de ces modules. Nous présenterons ensuite, de manière générale, les différentes méthodes de surveillance utilisant un modèle de fonctionnement du système.

1 LE SYSTEME DE SURVEILLANCE : UN ELEMENT DU SYSTEME D'INFORMATION [STAR 92]

1.1 Le système automatisé de production

Un système automatisé de production (S.A.P) est constitué de trois composantes en interaction (figure 1) : un processus physique, un ensemble d'opérateurs humains et un système d'automatisation.

1.1.1 Le processus physique

Sa fonction est de transformer des produits bruts (matières premières) en produits finis. Le processus physique comprend trois types d'équipements qui interagissent étroitement entre eux :

* équipements de transformation :

mélangeurs, réacteurs, séparateurs, machines, centres d'usinage...

* équipements de transfert et de stockage de matière ou d'énergie :

tuyaux, rails, câbles, convoyeurs, cuves, ascenseur ...

* équipements de commande (actionneurs) et de mesure (capteurs)

1.1.2 Les opérateurs humains

Quel que soit le degré d'automatisation d'une unité de production, la place de l'homme reste essentielle. Celui-ci assure le pilotage, la gestion, l'entretien, l'évolution, ... du système.

Les opérateurs peuvent obtenir des informations sur le fonctionnement du processus grâce aux capteurs implantés sur le processus physique et à un système de visualisation. Ils peuvent à tout moment agir sur certaines parties du système physique (fermeture de vannes, consignation ou déconsignation d'équipements ...).

Les opérateurs seront aidés dans leur tâche (conduite, contrôle, surveillance, maintenance) par la troisième composante du SAP : le système d'automatisation.

1.1.3 Le système d'automatisation

Son rôle est de fournir un ensemble de services aux deux autres entités que sont le processus physique et les opérateurs. Il communique avec la première par l'intermédiaire de capteurs, d'actionneurs et d'un interface processus, et avec la seconde par l'intermédiaire d'un interface homme/machine (figure 1).

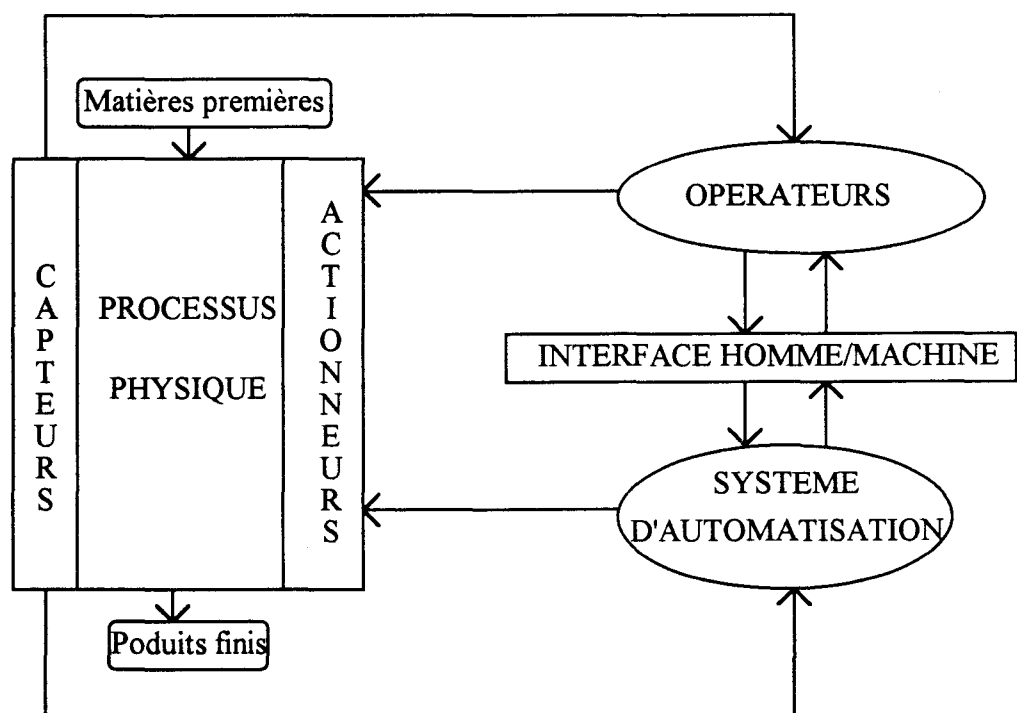


figure 1

Le système d'automatisation permet d'élaborer une commande automatique du processus et aide son exploitation. Il a pour mission de gérer le flux de produits (gestion de production et gestion de qualité) et de gérer l'outil de production (maintenance, surveillance, gestion technique).

Pour effectuer sa tâche, le système d'automatisation traite un certain nombre de données prélevées sur le système par l'intermédiaire des capteurs et/ou fournies par les opérateurs. Deux configurations sont alors envisageables.

1.1.3.1 Configuration multi bases de données

Chaque service du système d'automatisation dispose d'une base de données qui lui est propre. Pour chacune des fonctions, des capteurs spécifiques, des interfaces, des gestionnaires, des modèles et des algorithmes seront implantés et utilisés.

Un nombre considérable de capteurs est donc utilisé et une place mémoire importante est nécessaire pour stocker les données.

De plus cette configuration accroît les risques d'incohérences des données : des images différentes d'un même objet pourront être utilisées par plusieurs services.

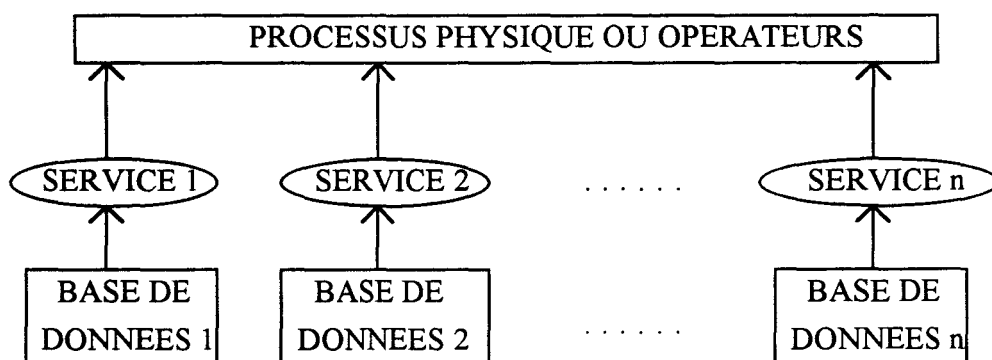


Figure 2

1.1.3.2 Configuration base de données unique

Les services utilisent une base de donnée commune.

Cette configuration a pour premier effet d'éviter une redondance inutile de capteurs, d'organes de transfert et de stockage de données. Elle a pour deuxième effet de supprimer les risques d'incohérence. En effet une seule image d'un objet sera utilisée par les différents services.

L'implantation d'une telle base de données peut être centralisée ou répartie suivant la complexité du système de production.

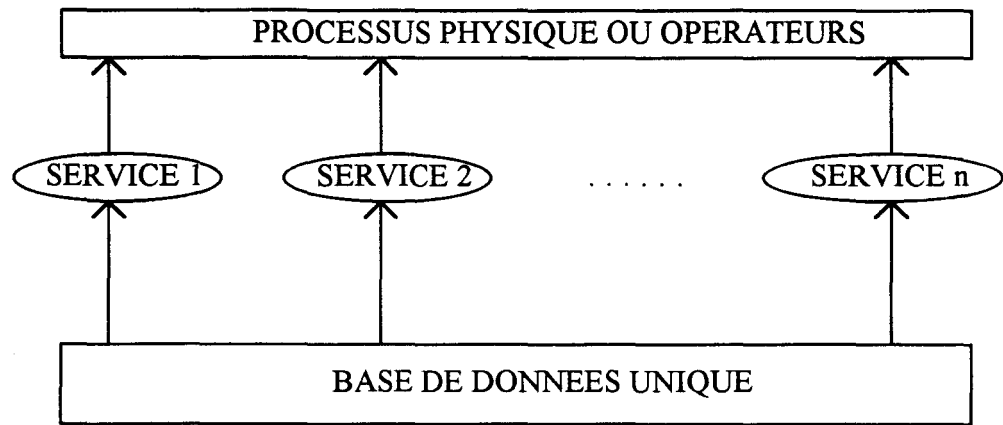


figure 3

Les données provenant des capteurs et des opérateurs par l'intermédiaire des interfaces ou provenant des algorithmes de commande forment une base de données brute qui sera utilisée par le système d'automatisation.

La qualité et la fiabilité des services dépend donc entièrement de la qualité et de la fiabilité de celle-ci.

1.2 Les fonctions d'un système de surveillance au sein du système d'automatisation

Les deux principaux services rendus par le système d'automatisation concernent les activités de conduite et de maintenance. En détaillant ces deux services, nous ferons apparaître les fonctions du système de surveillance.

1.2.1 L'aide à la conduite

Le système d'automatisation aide les opérateurs de pilotage à atteindre les objectifs de production qui ont été fixés. Ce pilotage ne peut se faire sans deux étapes préalables :

L'identification du mode de marche (c'est à dire de l'état) du système constitue la première étape.

Le mode de marche est la combinaison d'un mode prévu, souhaité en vue d'atteindre des objectifs et d'un mode imprévu résultant de dégradations, de défaillances ou de perturbation extérieures.

La deuxième étape consiste, en fonction du mode de marche identifié, à évaluer la possibilité d'atteindre les objectifs de production fixés tout en garantissant la sécurité des opérateurs humains, de l'unité de production et de l'environnement. Le cas échéant, le passage à un autre mode de marche et/ou le changement des objectifs devront être envisagés.

Le système d'automatisation doit donc posséder un module dit de surveillance, capable de détecter, localiser et diagnostiquer les défauts apparaissant au niveau des capteurs, des actionneurs et du processus. Ce module fournira une image réelle de l'état du processus et permettra de prendre un certain nombre de décisions en vue d'atteindre les objectifs.

1.2.2 L'aide à la maintenance

Le but des opérations de maintenance est de reconstituer, restaurer les capacités du système de production.

Les prestations de maintenance concernent chaque objet du système de production.

Certaines d'entre-elles sont parfaitement identifiées et prévues dans le temps (maintenance systématique) tandis que d'autres peuvent être aléatoires (maintenance conditionnelle, préventive et/ou curative).

Par des algorithmes d'optimisation et d'ordonnement des opérations, le système d'automatisation fournit une aide aux opérateurs de maintenance.

Les algorithmes de détection, de localisation et de diagnostic des défaillances vont permettre d'établir une liste de prestations à fournir qui complètera la liste des prestations systématiques. En fonction de la nature de la défaillance et des répercussions qu'elle peut avoir sur l'ensemble de l'unité de production, sur son environnement et sur les opérateurs, des priorités sur les interventions pourront être établies.

1.3 Conclusion

Le système de surveillance est une composante fondamentale du système d'automatisation.

Un tel système doit permettre de valider les données cohérentes (si aucune défaillance n'a été détectée). Ces données pourront être ensuite utilisées par les algorithmes de contrôle, de gestion de production et de gestion technique.

En détectant, en localisant et en diagnostiquant les défaillances qui interviennent lors du fonctionnement de l'unité de production le système de surveillance permet d'enrichir la base de donnée brute d'un certain nombre d'informations relatives à l'état réel du système.

En fonction de la nature et de l'importance de la défaillance, les données incohérentes pourront être remplacées par une estimation : ainsi le système d'automatisation peut continuer à remplir ses missions, fût ce d'une manière dégradée.

Le système de surveillance constitue donc un élément du système d'information. Il transforme la base de données brute en une base de données validée et enrichie (figure 4).

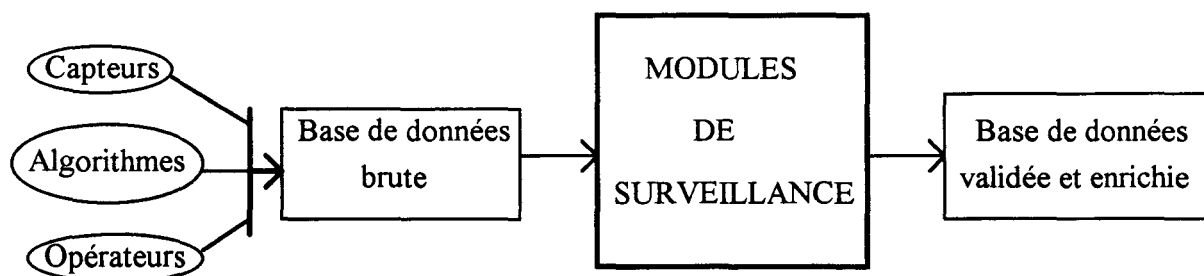


Figure 4

Ce schéma sera repris et complété dans le paragraphe suivant en détaillant les fonctions de détection, de localisation et diagnostic des modules de surveillance (figure 6).

2 CONCEPTION D'UN SYSTEME DE SURVEILLANCE

2.1 Définitions [BRUN 91]

Un système est dit en fonctionnement normal si son comportement appartient à un ensemble de comportements nominaux pour lesquels il a été conçu.

Nous appellerons défaillance toute modification des caractéristiques d'un élément du système (anomalie) entraînant un fonctionnement anormal de celui-ci.

Les défaillances peuvent apparaître de manière purement aléatoires (défaillances cataleptiques) ou de manière progressive (défaillances dues aux phénomènes d'usure et de vieillissement). Elles peuvent être répertoriées suivant leur nature. On distingue par ordre croissant d'importance :

- Les défaillances naissantes.
- les défaillances ayant un caractère passager.
- les défaillances constantes
- les défaillances évoluant dans le temps.
- Les défaillances catastrophiques

Les défaillances peuvent être aussi répertoriées suivant leur origine. Le fonctionnement anormal peut provenir :

- de l'observation que l'on a du système physique (défaillance capteur)
- des organes de commande (défaillance actionneur)
- du processus lui-même
- de l'unité de traitement ou de commande
- des opérateurs

2.2 Principe général de conception d'un système de surveillance

Un système de surveillance est élaboré à partir de trois composantes :

- Le modèle du processus qui fournit une connaissance comportementale, structurelle et fonctionnelle théorique de l'unité de production.
- Un ensemble de données accessibles en ligne :
mesures, consignes, commandes
- Un ensemble de spécifications (ou cahier des charges de la surveillance) qui fixe les objectifs que doit atteindre le système de surveillance.

Les spécifications que l'on se fixe peuvent être incohérentes avec les données accessibles sur le processus et le modèle dont on dispose. Il faut alors acquérir une connaissance plus approfondie sur le processus (modélisation plus fine), effectuer des mesures supplémentaires (implantation de capteurs) ou éventuellement changer les spécifications.

L'élaboration d'un système de surveillance peut être schématisée de la façon suivante :

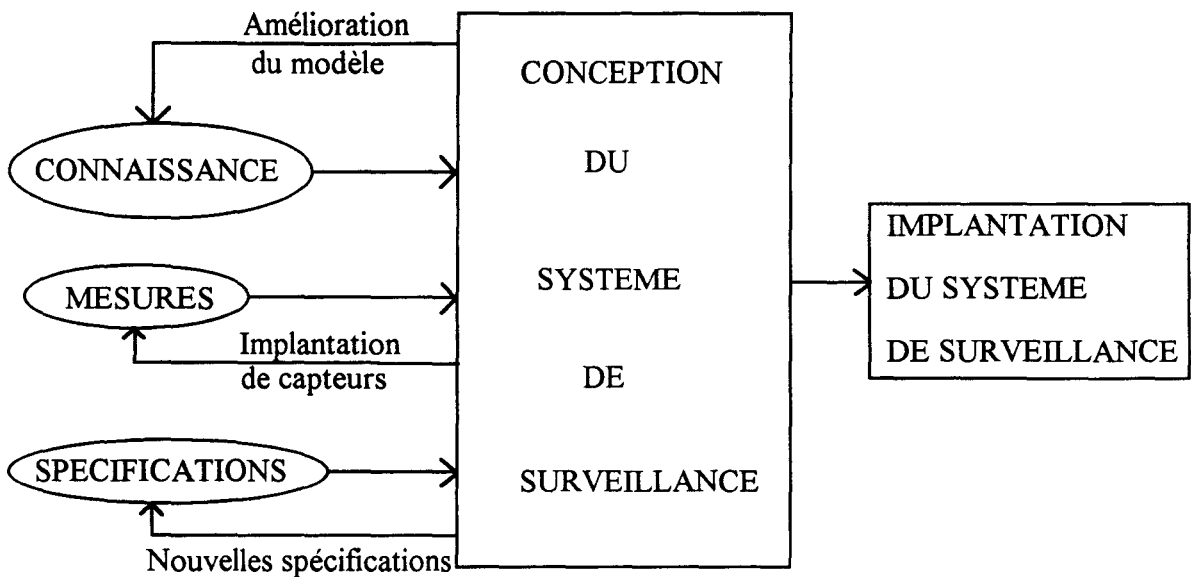


Figure 5

La qualité, la quantité et la fiabilité des informations pouvant être utilisées par le système de surveillance induisent la qualité de cette surveillance. Pour des raisons architecturales et économiques, il n'est cependant pas possible de tout mesurer. Il faut se contenter d'un minimum de capteurs.

2.3 Fonctionnement d'un système de surveillance

Les systèmes de surveillance d'installations industrielles sont constitués de trois modules principaux : la détection, la localisation et le diagnostic.

Chacun de ces modules repose sur l'analyse d'indicateurs de défaillance encore appelés résidus. Dans le cas où le processus fonctionne normalement c'est à dire lorsque les variables qui le décrivent sont au voisinage d'un point de fonctionnement attendu et cohérent avec les caractéristiques théoriques du système, les indicateurs sont au voisinage de zéro. Dans le cas contraire, leur valeur et leur évolution temporelle seront caractéristiques de l'amplitude, de la nature et de l'origine de la défaillance.

Nous détaillerons dans le paragraphe 3 de ce chapitre les différentes méthodes de génération des résidus.

Dans les trois paragraphes qui suivent, nous détaillons chacun des modules du système de surveillance et nous dégageons de manière générale les critères de qualité spécifiques qui les caractérisent.

2.3.1 La détection

La phase de détection est une opération logique : oui ou non prend on le risque de déclarer le système défaillant ?

Une non détection ou une détection trop tardive peuvent avoir des conséquences catastrophiques sur le processus physique, son environnement ainsi que sur les opérateurs. On associe à chaque élément du système automatisé de production (processus physique, capteurs, actionneurs, opérateurs, unité de traitement) un indice de détectabilité. Celui-ci indique la possibilité ou non de détecter le fonctionnement anormal de cet élément. Cet indice est fonction des caractéristiques physiques du système.

Les fausses alarmes intempestives auront pour conséquence des arrêts inutiles de l'unité de production ce qui entraînera une baisse de la productivité. De plus, un système qui déclenche inutilement n'a plus la confiance de l'opérateur. Celui-ci ne tiendra plus compte des alarmes même lorsqu'elles seront justifiées.

Le système physique, de par son environnement et ses conditions de fonctionnement est soumis à un certain nombre de perturbations aléatoires. De plus, la connaissance du processus physique, sur laquelle se fonde la détection comporte un certain nombre d'imprécisions. Les indicateurs issus de la phase de génération sont donc des variables aléatoires. La détection des défaillances se ramène à un test d'hypothèse sur ces variables qui peut être résumé sous la forme suivante :

Soit \underline{r} le vecteur des indicateurs de défauts
Soit H_0 l'hypothèse du fonctionnement normal
et H_1 l'hypothèse du fonctionnement défaillant.

Le problème se ramène à déterminer si chaque résidu r_i du vecteur \underline{r} appartient à la distribution correspondant à H_0 ou à H_1 .

Deux domaines de décisions sont alors définis : D_0 (correspondant à H_0) et D_1 (correspondant à H_1).

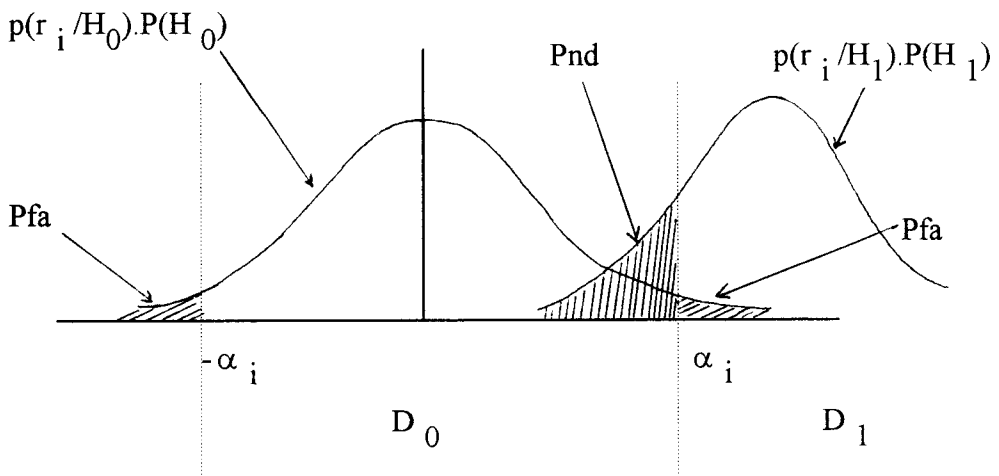
Certains auteurs définissent un troisième domaine D_x qui correspond à un domaine de non décision [BASS 88].

A titre d'exemple, l'une des procédures les plus simples consiste à tester chacune des composantes du vecteur des résidus de la façon suivante :

$$r_i \in [-\alpha_i, \alpha_i] \quad \Leftrightarrow \quad r_i \in D_0^i$$

$$r_i \in]-\infty, -\alpha_i[\cup]\alpha_i, +\infty[\quad \Leftrightarrow \quad r_i \in D_1^i$$

Supposons connues les densités de probabilité $p(r_i/H_0).P(H_0)$ et $p(r_i/H_1).P(H_1)$ représentant les probabilités que r_i appartienne aux hypothèses H_0 et H_1 .



Le choix du seuil α_i fait apparaître la probabilité de fausse alarme (P_{fa}) : r_i est déclaré appartenir à H_1 (défaillant) alors qu'il appartient à H_0 (normal) et la probabilité de non-détection (P_{nd}) : r_i est déclaré appartenir à H_0 (normal) alors qu'il appartient à H_1 (défaillant).

Ces probabilités s'expriment en fonction de α_i et des densités de probabilité $p(r_i/H_0).P(H_0)$ et $p(r_i/H_1).P(H_1)$

$$P_{fa} = 1 - \int_{-\alpha_i}^{\alpha_i} p(r_i/H_0).P(H_0)dr_i$$

$$P_{nd} = \int_{-\alpha_i}^{\alpha_i} p(r_i/H_1).P(H_1)dr_i$$

Le choix du seuil α_i est réalisé de façon à assurer un compromis acceptable entre :

- une probabilité de fausse alarme minimale
- une probabilité de non détection minimale

En pratique, α_i peut être fixé de manière à ne pas dépasser une probabilité de fausse alarme limite, fixée par le cahier des charges (spécifications) de la surveillance.

2.3.2 La localisation

Après avoir détecté un fonctionnement anormal, il faut être capable de localiser de façon précise le ou les éléments défaillants (capteur, actionneur, processus, unité de traitement). Tout comme une non détection, une localisation incorrecte peut porter un grave préjudice au système automatisé de production.

Dans le cas de systèmes physiques complexes ou peu instrumentés, il ne sera pas toujours possible de localiser précisément chaque élément défaillant et l'on se contentera de localiser le sous-système dans lequel se manifeste la défaillance.

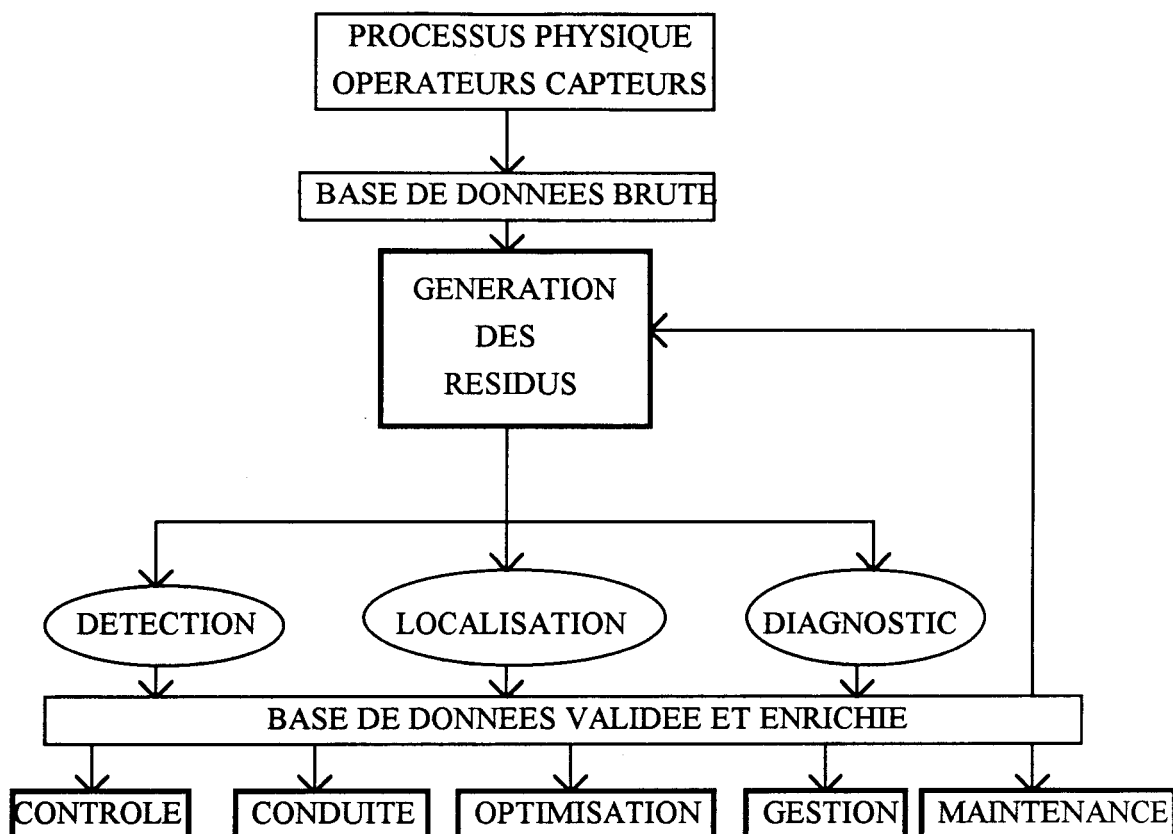
Pour un système donné, on définit un degré d'isolabilité relativement à chaque élément du système automatisé de production à surveiller. Ce paramètre exprime la capacité d'isoler un élément défaillant par rapport aux autres causes de pannes. Il est fonction de la conception même du système (nature, structure), du nombre et de l'emplacement des points de mesures.

2.3.3 Le diagnostic

Le diagnostic de la défaillance est une opération de classification qui caractérise le défaut par type et degré de sévérité. En fonction de règles préétablies, les symptômes de la défaillance (valeur et évolution des indicateurs de défaillance, localisation de l'élément défaillant), vont permettre de trouver le type et la cause de la panne.

2.4 Conclusion

Finalement, le principe général du système de surveillance, qui transforme la base de données brute (issue du processus physique) en base de donnée validée et enrichie (utilisée par les algorithmes du système d'automatisation, et par les opérateurs) peut être synthétisé par la figure 6 :



L'intégration des modules de surveillance au sein du système d'automatisation doit pénaliser le moins possible la productivité et la disponibilité du processus. Chacun de ces modules doit donc fournir grâce à des traitements simples et rapides, des résultats précis et fiables.

3 LES DIFFERENTES METHODES DE SURVEILLANCE

Nous considérons dans ce mémoire les méthodes utilisant un modèle de fonctionnement temporel constitué de relations d'entrée sortie. Ces équations représentent un ensemble de contraintes appliquées aux trajectoires du système.

Les nombreuses méthodes utilisant cette approche sont fondées sur la redondance existant entre les mesures issues des capteurs et la connaissance du modèle. Les méthodes se différencient par le choix du modèle ou par le traitement de la redondance. De nombreux articles de synthèses ont été publiés : [WILL 76b], [ISER 84], [FRAN 90], [FRAN 91], [GERT 88], [GERT 91], [BASS 88], [MASS 89] ainsi que plusieurs ouvrages : [PATT 89], [RAGO 90] et [BRUN 90].

L'utilisation de la redondance permet de générer un ensemble d'indicateurs appelés résidus. La valeur du résidu quantifie la différence existant entre le comportement du processus et celui de son modèle.

On distingue deux types de redondance : la redondance matérielle et la redondance analytique.

3.1 Redondance matérielle

[POTT 77], [CHOW 80], [EVAN 70].

Il s'agit d'une méthode de surveillance des instruments de mesure. Le principe est de mesurer une même grandeur caractéristique du processus à l'aide de plusieurs capteurs identiques.

En fonctionnement normal, les capteurs indiquent, aux bruits et imprécisions de mesure près, la même valeur. Par contre en cas de défaillance de l'un d'entre eux, les valeurs indiquées seront différentes.

La détection de pannes simples nécessite une duplication des capteurs. Par contre si l'on désire localiser la défaillance, on procédera à un vote majoritaire et un minimum de trois capteurs sera alors nécessaire.

Cette méthode (fiable tout en étant très simple) a été (et est toujours) largement utilisée dans l'industrie. Elle se révèle cependant très coûteuse et alourdit considérablement les installations déjà très complexes. De plus pour des raisons architecturales et matérielles, la redondance de capteurs n'est pas toujours possible.

Mais l'inconvénient majeur de ce type de méthode réside dans son champ d'application limité aux seules défaillances capteurs. De plus, les pannes de mode commun (panne d'alimentation électrique, panne de masse ...) ne pourront pas être détectées.

3.2 Redondance analytique

A partir des équations d'un modèle du système physique, exprimant des relations de liaison entre les variables internes, il est possible de mettre en évidence une redondance dite analytique.

En effet, la connaissance des valeurs de certaines variables (grâce aux mesures effectuées sur le processus), peut donner naissance à une redondance informationnelle et la vérification de la cohérence de cette redondance permet de générer les résidus qui seront utilisés pour détecter un fonctionnement anormal du processus.

Classiquement, le modèle du système physique est constitué de deux parties :

- Le modèle de la partie opérative décrivant le fonctionnement du processus. Les équations qui la caractérisent peuvent être statiques (équations algébriques) ou dynamiques (équations intégro-différentielles dans le cas continu, équations aux différences pour un modèle discret), linéaires ou non linéaires.

Ces équations s'expriment dans le domaine temporel (équations d'état) ou dans le domaine fréquentiel (à l'aide de la transformée de Laplace ou de la transformée en z). Elles mettent en relation les variables de contrôle (variables d'entrée du système : vecteur \underline{u}), les variables internes (vecteur \underline{x}) et un ensemble de paramètres caractéristiques (vecteur \underline{p}).

- Le modèle de la partie informative décrivant les mesures effectuées sur le système. Ces équations mettent en relation les variables internes (vecteur \underline{x}), les variables de sortie mesurées (vecteur \underline{y}) et un ensemble de paramètres inhérents aux capteurs \underline{m} . Les dynamiques respectives des capteurs et du processus sont en général telles que le modèle de la mesure est représenté par des équations statiques.

En résumé, le modèle d'un système s'exprime de façon générale par deux équations vectorielles statiques ou dynamiques :

Soit par des équations différentielles dans le cas continu :

$$f(\underline{u}(t), \underline{x}(t), d\underline{x}/dt, \underline{p}(t)) = 0$$

$$g(\underline{y}(t), \underline{x}(t), \underline{m}(t)) = 0$$

Soit par des équations aux différences dans le cas discret :

$$f(\underline{u}(k), \underline{x}(k), \underline{x}(k+1), \underline{p}(k)) = 0$$

$$g(\underline{y}(k), \underline{x}(k), \underline{m}(k)) = 0$$

Trois approches principales ont été développées pour générer les résidus :

3.2.1 Estimation paramétrique

[ISER 84], [RAUL 85], [GERT 88], [CECC 91], [SPRO 92]

En utilisant des techniques d'identification, les vecteurs de paramètres \underline{p} et \underline{m} sont estimés à partir des signaux d'entrée et de sortie du système.

Paramètres estimés et paramètres du modèle sont ensuite comparés pour fournir les résidus.

Le vecteur des résidus s'exprime donc de la façon suivante :

$$\text{Résidu} = \begin{pmatrix} \underline{p} \\ \underline{m} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \underline{p}_{\text{estimé}} \\ \underline{m}_{\text{estimé}} \end{pmatrix}$$

Dans le cas des systèmes stationnaires, une autre façon de procéder est de vérifier la stationnarité des paramètres en analysant l'évolution des estimations successives.

Il existe un certain nombre de méthodes permettant l'estimation des paramètres. On peut citer l'estimation par projection orthogonale, l'estimation Bayésienne, l'estimation au sens du maximum de vraisemblance et l'estimation au sens des moindres carrés (méthodes des moindres carrés ordinaires, pondérés ou généralisés) [LARM 77][HOMS 92].

3.2.2 Estimation d'état

A l'aide de filtres de Kalman [WILL 76b], [CLAR 78], [CLAR 82], d'observateurs de Luenberger [LUEN 71], [CECC 90], [FRAN 87] [FRAN 88], [WUNN 90] ou de filtres détecteurs de défauts [BEAR 71], [JONE 73], [MASS 86], le vecteur des variables de sortie du système est estimé puis comparé au vecteur des sorties théoriques fourni par le modèle.

Le vecteur de résidus \underline{r} s'exprime donc par :

$$\underline{r} = \underline{Y}_{\text{réel}} - \underline{Y}_{\text{estimé}}$$

3.2.3 Modèles d'entrée sortie - Espace de parité

[CHOW 80], [CHOW 84], [HAMA 86], [MASS 88], [PATT 91a,b,c], [LOU 86], [FRAN 90], [FRANK 91].

Les équations du modèle sont projetées dans un espace particulier (appelé espace de parité) permettant d'éliminer les variables inconnues (composantes du vecteur \underline{x}). Les équations projetées ne font intervenir que des variables mesurées (vecteurs \underline{y} et \underline{u}) sur une fenêtre d'observation. Ces équations représentant un modèle d'entrée sortie seront appelées Relations de Redondance Analytique (RRA).

Soient $\underline{u}(k-s,k)$ et $\underline{y}(k-s,k)$ les vecteurs des variables d'entrée connues et de sortie mesurées sur une fenêtre temporelle de longueur s :

$$\underline{h}[\underline{u}(k-s,k), \underline{y}(k-s,k)] = 0$$

constitue un ensemble de RRA.

En remplaçant les composantes de $\underline{u}(k-s,k)$ et $\underline{y}(k-s,k)$ par leurs valeurs prélevées sur le processus, l'égalité de la RRA à zéro ne sera vérifiée qu'en

l'absence de bruits, d'erreurs de modélisation et de défaillances. Le résidu (ou vecteur de parité) sera égal à la valeur de h lorsque l'on prend les valeurs réelles de u et y .

$$\text{résidu} = \underline{h} [\underline{u}(k-s,k)_{\text{réel}}, \underline{y}(k-s,k)_{\text{réel}}]$$

4 CONCLUSION

Le système de surveillance est une composante essentielle du système d'information d'un processus automatisé. Grâce aux modules de détection, de localisation et de diagnostic des défaillances, la base de données brute est transformée en base de données validée et enrichie.

Chacun des modules constituant le système de surveillance, utilise les indicateurs de défauts (ou résidus) générés dans une phase préalable. De nombreuses méthodes de génération de résidus ont été développées.

Récemment, des propriétés d'équivalence entre les différentes approches ont été démontrées [MASS 86], [WUNN 90], [FRANK 91], [PATT 91a,b], [MAGN 91], [STAR 89], [STAR 91a,b], [KRATZ 92]. Nous nous intéressons dans le deuxième chapitre à la comparaison entre les méthodes utilisant une projection dans l'espace de parité et les méthodes fondées sur l'estimation d'état.

CHAPITRE 2

COMPARAISON DE DEUX METHODES DE GENERATION D'INDICATEURS DE DEFAUTS

COMPARAISON DE DEUX METHODES DE GENERATION D'INDICATEURS DE DEFAUTS

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la phase de génération des indicateurs de défauts est primordiale puisqu'elle conditionne la qualité de la détection, de la localisation et du diagnostic des défaillances. Parmi les méthodes présentées au paragraphe 3 du premier chapitre, deux d'entre-elles ont été particulièrement développées ces dernières années : les méthodes fondées sur l'estimation d'état à l'aide d'observateurs ou de filtres et les méthodes fondées sur la génération de relations de redondance analytique par projection des équations du modèle dans l'espace de parité. (voir les références bibliographiques citées dans le chapitre 1)

Après avoir rappelé le principe général de génération des indicateurs de défauts par ces deux méthodes, nous nous proposons dans ce chapitre d'établir une comparaison entre les deux types d'indicateurs obtenus. Le lien existant entre ces deux approches sera tout d'abord démontré de manière analytique puis nous établirons la correspondance à l'aide de la transformée en z. Nous illustrerons ensuite les résultats obtenus par un exemple.

1 MODELISATION

Le système que nous considérons est supposé dynamique, linéaire (ou linéarisable autour d'un point de fonctionnement) et stationnaire. Classiquement, un tel système peut être modélisé dans l'espace d'état par le système d'équations suivant :

forme continue (1):

$$\dot{\underline{x}}(t) = A.\underline{x}(t) + B.\underline{u}(t)$$

$$\underline{y}(t) = C.\underline{x}(t) + D.\underline{u}(t)$$

forme discrétisée (2):

$$\underline{x}(k+1) = A.\underline{x}(k) + B.\underline{u}(k)$$

$$\underline{y}(k) = C.\underline{x}(k) + D.\underline{u}(k)$$

Où

$\underline{x}(t)$ (respectivement $\underline{x}(k)$) représente le vecteur des variables d'état à l'instant t (resp. à l'instant k), de dimension n.

$\underline{u}(t)$ (resp. $\underline{u}(k)$) représente le vecteur des entrées connues (commandes) à l'instant t (resp. à l'instant k) de dimension q.

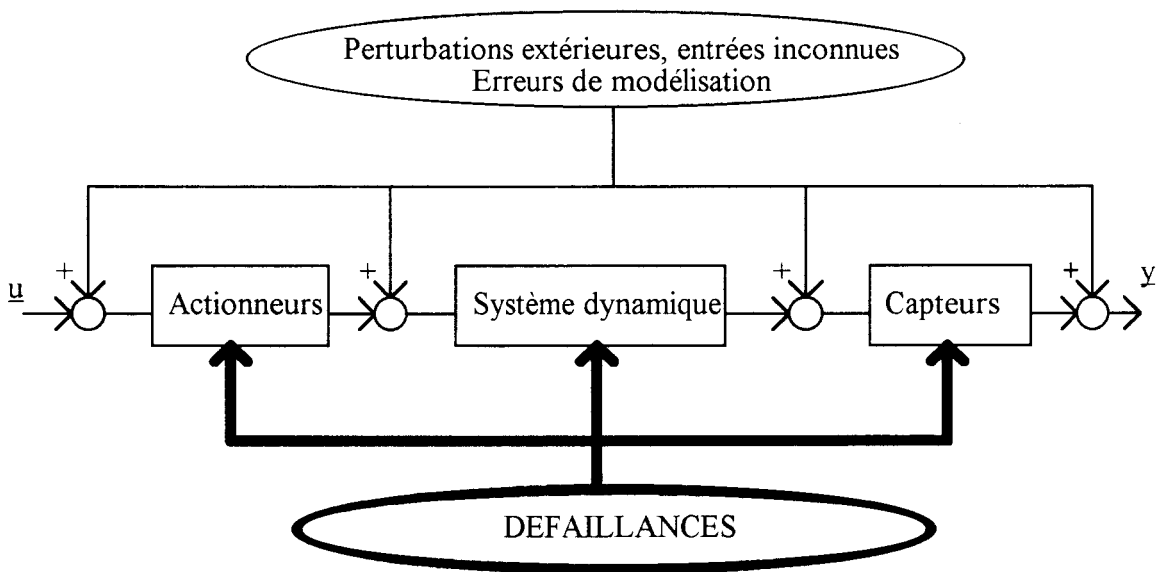
$y(t)$ (resp $y(k)$) représente le vecteur des mesures à l'instant t (resp. à l'instant k) de dimension m .

A , B , C et D sont des matrices réelles à coefficients constants de dimensions appropriées. A est la matrice d'état, B est la matrice de commande et C est la matrice de mesure, D est la matrice d'influence directe de l'entrée sur la sortie.

Pour des raisons de notation, dans la suite de ce mémoire nous considérerons les équations d'état discrétisées. Tous les résultats pourront être obtenus de manière identique, dans le cas continu.

Le modèle que nous avons considéré est un modèle nominal correspondant au cas idéal où le système réel est parfaitement linéaire, sans incertitudes de modèle, sans perturbations extérieures et sans défaillance.

Considérant le schéma suivant, une représentation plus complète et réaliste d'un système physique peut être donnée.(voir Frank et Patton dans [PATT 89], [WUNN 90], [FRAN 90], [CECC 90], [STAR 91c])



La forme mathématique complète correspondant à ce schéma est la suivante (3):

$$\begin{aligned} \underline{x}(k+1) &= (A+dA(k)).\underline{x}(k)+(B+dB(k)).\underline{u}(k)+L.\underline{u}^*(k)+F.\underline{f}(k) \\ \underline{y}(k) &= (C+dC(k)).\underline{x}(k)+(D+dD(k)).\underline{u}(k)+M.\underline{u}^*(k)+G.\underline{f}(k) \end{aligned} \quad (3)$$

où

$dA(k)$, $dB(k)$, $dC(k)$, $dD(k)$ représentent les incertitudes de modèle,

$\underline{u}^*(k)$ représente le vecteur des entrées inconnues et des perturbations à l'instant k ,

$\underline{f}(k)$ représente le vecteur des défaillances dont l'évolution est inconnue mais dont la distribution est connue et modélisée par les matrices F et G . Les composantes de $\underline{f}(k)$ représentent les défaillances des capteurs, des actionneurs ou des paramètres du système.

En réarrangeant les équations (3) de manière à faire apparaître le modèle nominal (2), on obtient (4) :

$$\underline{x}(k+1) = A.\underline{x}(k) + B.\underline{u}(k) + E.\underline{d}(k) + F.\underline{f}(k) \quad (4a)$$

$$\underline{y}(k) = C.\underline{x}(k) + D.\underline{u}(k) + H.\underline{d}(k) + G.\underline{f}(k) \quad (4b)$$

avec :

$$E.\underline{d}(k) = dA(k).\underline{x}(k) + dB(k).\underline{u}(k) + L.\underline{u}^*(k)$$

$$\text{et } H.\underline{d}(k) = dC(k).\underline{x}(k) + dD(k).\underline{u}(k) + M.\underline{u}^*(k)$$

$E.\underline{d}(k)$ et $H.\underline{d}(k)$ représentent les entrées inconnues et les erreurs de modélisation relativement aux équations d'état et de mesure. E et H sont des matrices de répartition à coefficients constants (supposées connues). \underline{d} représente le vecteur des entrées inconnues au sens large. L'évolution temporelle de ce vecteur est inconnue.

Remarque : Cas des systèmes singuliers [KRAT 92]

Considérons le système décrit par les équations :

$$A_1.\underline{x}(k+1) = A_2.\underline{x}(k) + B.\underline{u}(k)$$

$$\underline{y}(k) = C.\underline{x}(k)$$

où A_1 est une matrice singulière (non inversible).

On montre qu'en effectuant des changements de variables, ce système d'équations peut se ramener à un système à entrées inconnues de la forme (4) :

$$\underline{x}'(k+1) = A'.\underline{x}'(k) + B'.\underline{u}(k) + E.\underline{d}(k)$$

$$\underline{y}'(k) = C'.\underline{x}'(k) + D'.\underline{u}(k) + H.\underline{d}(k)$$

Le système d'équations (4) est donc très général puisqu'il permet de modéliser non seulement les systèmes réguliers mais aussi les systèmes singuliers en prenant en compte les perturbations, les erreurs de modélisation et les défaillances éventuelles. L'application des méthodes de génération des indicateurs de défauts à partir de ce modèle complet permettra d'en donner une expression analytique.

2 GENERATION DES RESIDUS PAR PROJECTION DANS L'ESPACE DE PARITE

Une relation de redondance analytique est par définition une relation ne liant que les variables connues du système physique. Pour introduire la méthode générale de génération de telles relations à partir d'un modèle linéaire dynamique, considérons dans un premier temps le cas statique qui consiste à rechercher les relations algébriques liant les valeurs instantanées des mesures.

2.1 Redondance statique

2.1.1 Espace de parité statique [POTT 77], [CHOW 80], [HAMA 86]

Considérons un système dont l'équation de mesure s'écrit sous la forme (4b):

$$y(k) = C \cdot x(k) + D \cdot u(k) + H \cdot d(k) + G \cdot f(k) \quad (4b)$$

avec $\dim(y(k)) = (m, 1)$

$$\dim(x(k)) = (n, 1)$$

$$\dim(C) = (m, n)$$

$$\text{Rang}(C) = R(C) < m$$

Les colonnes de C définissent un sous espace vectoriel de dimension $R(C) : C^{R(C)}$, de l'espace vectoriel réel de dimension $m : R^m$.

Le sous espace vectoriel supplémentaire à $C^{R(C)}$:

$W^{m-R(C)}$ est appelé espace de parité statique et l'on a :

$$C^{R(C)} \oplus W^{m-R(C)} = R^m$$

où \oplus représente la somme directe d'espaces vectoriels.

L'espace de parité statique est défini formellement par les vecteurs lignes de la

matrice W de dimension $(m-R(C),m)$ et de rang $m-R(C)$ telle que $W.C = 0$. Une condition d'orthonormalité peut être ajoutée :

$$W.W^t = I$$

En projetant l'équation de mesure dans l'espace de parité, c'est à dire en multipliant les deux membres de l'équation (4b) par la matrice W , on obtient l'équation suivante :

$$W.(y(k) - D.u(k)) = W.(H.d(k) + G.f(k)) \quad (5)$$

En l'absence de défaillances et de perturbations, c'est à dire lorsque $\underline{d}(k)$ et $\underline{f}(k)$ sont nuls, la relation (5) s'écrit $W.(y(k) - D.u(k)) = 0$. Cette relation est appelée Relation de Redondance Analytique. Elle ne fait intervenir que des variables accessibles sur le processus réel et peut donc être calculée à chaque instant.

La relation de redondance ne sera vérifiée que dans le cas idéal où aucune perturbation ou défaillance n'intervient lors de la mesure. La différence entre le cas idéal et le cas réel constitue le vecteur d'indicateurs de défauts encore appelé résidu de la relation de redondance analytique (ou vecteur de parité), noté $\underline{r}(k)$, de dimension $m-R(C)$.

$$\underline{r}(k) = W.(y_{\text{mesuré}}(k) - D.u_{\text{mesuré}}(k))$$

La matrice W étant de rang $m-R(C)$, les $m-R(C)$ résidus sont linéairement indépendants.

Cette forme du vecteur de parité, constitue la forme de calcul.

Le second membre de l'équation (5) nous fournit l'expression de $\underline{r}(k)$ en fonction de $\underline{d}(k)$ (entrées inconnues) et $\underline{f}(k)$ (défaillances) soit :

$$\underline{r}(k) = W.H.d(k) + W.G.f(k)$$

On obtient ainsi la forme d'évaluation du vecteur de parité.

2.1.2 Exemple : Redondance physique

La redondance physique est un cas particulier de la redondance statique.

Cette méthode consiste à mesurer la même caractéristique du système, c'est à dire une variable interne x , à l'aide de plusieurs capteurs identiques. Soit y_i et y_j deux capteurs mesurant la même caractéristique. Dans le cas non défaillant y_i et y_j indiquent la même valeur au bruit de mesure près. Dans le cas défaillant, les mesures des deux capteurs seront différentes.

La relation de redondance s'exprime simplement par :

$$y_i(\text{théorique}) - y_j(\text{théorique}) = 0$$

Le résidu r aura pour expression :

$$r = y_{\text{mesuré}} - y_{\text{jmesuré}}$$

Ce résidu appartient à l'espace de parité. En effet considérons l'équation de mesure pour un système possédant une redondance triple (système triplex) :

$$y(k) = C \cdot \underline{x}(k) + G \cdot \underline{f}(k)$$

soit

$$\begin{pmatrix} y_1(k) \\ y_2(k) \\ y_3(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot x(k) + \begin{pmatrix} f_1(k) \\ f_2(k) \\ f_3(k) \end{pmatrix}$$

L'espace de parité est de dimension 2. Une base W peut être choisie en cherchant deux vecteurs orthogonaux à C .

Parmi toutes les solutions, choisissons :

$$W = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

En projetant l'équation de mesure dans l'espace de parité ainsi défini, on obtient les deux résidus indépendants :

$$r_1(k) = y_1(k) - y_2(k) = f_1(k) - f_2(k)$$

$$r_2(k) = y_2(k) - y_3(k) = f_2(k) - f_3(k)$$

Le vecteur des résidus $r(k)$ peut s'exprimer de la manière suivante :

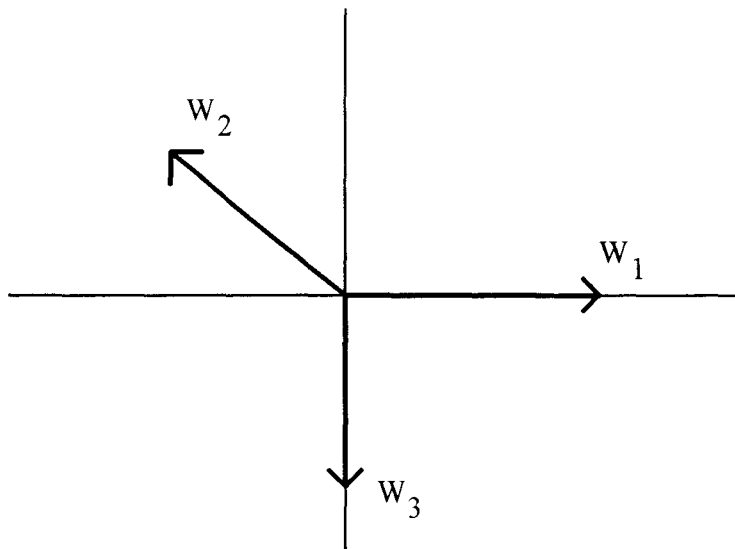
$$r(k) = \begin{pmatrix} r_1(k) \\ r_2(k) \end{pmatrix} = [W_1 \ W_2 \ W_3] \cdot \begin{pmatrix} f_1(k) \\ f_2(k) \\ f_3(k) \end{pmatrix}$$

avec $[W] = [W_1 \ W_2 \ W_3]$, c'est à dire :

$$W_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad W_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad W_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{soit } \underline{r}(k) = W_1 \cdot f_1(k) + W_2 \cdot f_2(k) + W_3 \cdot f_3(k)$$

L'espace de parité est un espace de dimension 2. Le vecteur des résidus \underline{r} se déplacera suivant une direction spécifique à chacune des pannes.



2.2 Redondance dynamique

La méthode de l'espace de parité a été généralisée par Chow et Willsky [CHOW 80], [CHOW 84] de manière à exploiter la redondance analytique existante dans les équations d'état lorsque celles-ci sont écrites sur un certain horizon d'observation.

2.2.1 Espace de parité d'ordre s

2.2.1.1 Définition

Le système que nous considérons est modélisé par les équations (4) :

$$\underline{x}(k+1) = A \cdot \underline{x}(k) + B \cdot \underline{u}(k) + E \cdot \underline{d}(k) + F \cdot \underline{f}(k)$$

$$\underline{y}(k) = C \cdot \underline{x}(k) + D \cdot \underline{u}(k) + H \cdot \underline{d}(k) + G \cdot \underline{f}(k)$$

En écrivant ces équations sur une fenêtre temporelle $[k-s, k]$, nous obtenons l'expression du vecteur des mesures sur cette fenêtre, en fonction du vecteur d'état à l'instant $k-s$, des variables d'entrée connues, des erreurs de modélisation et des défaillances éventuelles sur l'horizon $[k-s, k]$:

$$y(k-s, k) = O_s \cdot x(k-s) + COM_s(B, D) \cdot u(k-s, k) + COM_s(E, H) \cdot d(k-s, k) + COM_s(F, G) \cdot f(k-s, k) \quad (6)$$

où

$$y(k-s, k) = \begin{bmatrix} y(k-s) \\ y(k-s+1) \\ \vdots \\ y(k) \end{bmatrix}$$

O_s est la matrice d'observabilité sur s périodes de dimensions $(m \cdot (s+1), n)$

$$O_s^t = [C^t \quad (CA)^t \quad \dots \quad (CA^s)^t]^t$$

$COM_s(\Phi, \Gamma)$ ($\Phi \in \{B, E, F\}$ et $\Gamma \in \{D, G, H\}$) est la matrice définie par :

$$COM_s(\Phi, \Gamma) = \begin{bmatrix} \Gamma \\ C\Phi \quad \Gamma \\ \vdots \\ CA^{s-1}\Phi \quad \dots \quad C\Phi \quad \Gamma \end{bmatrix}$$

L'espace de parité d'ordre s est l'espace engendré par les vecteurs lignes de la matrice W définie par :

$$W = \{ w^t \text{ indépendants} / w^t \cdot \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^s \end{bmatrix} = w^t \cdot O_s = 0 \}$$

$$\text{avec } \dim W = (m \cdot (s+1) - \text{rang}(O_s), m \cdot (s+1)) \\ \text{rang } W = m \cdot (s+1) - \text{rang}(O_s)$$

L'espace de parité d'ordre s est donc le sous-espace supplémentaire à celui engendré par les colonnes de O_s .

rem1 : La démarche est identique à celle appliquée dans le cas statique. Les méthodes seront unifiées par la suite sous le même formalisme.

rem2 : L'existence de W est conditionnée par le choix de l'horizon d'observation s . En effet, dans le cas où $m.(s+1)$ -rang(O_s) est inférieur ou égal à zéro, on ne peut pas trouver de matrice W orthogonale à O_s .

rem3 : Comme dans le cas statique, une condition d'orthonormalité des vecteurs lignes de W peut être ajoutée :

$$W.W^t = I$$

2.2.1.2 Génération des résidus

En projetant l'équation (6) dans cet espace (c'est à dire en multipliant par la matrice W), on obtient l'équation :

$$\begin{aligned} W.(y(k-s,k) - COM_s(B,D).\underline{u}(k-s,k)) \\ = W.(COM_s(E,H).\underline{d}(k-s,k) + COM_s(F,G).\underline{f}(k-s,k)) \end{aligned} \quad (7)$$

En l'absence de perturbations (entrées inconnues) et de défaillances, l'équation (7) est un ensemble de Relations de Redondances Analytiques Dynamiques, c'est à dire un ensemble de relations ne faisant intervenir que les variables mesurées sur le système, sur l'horizon $[k-s,k]$.

$$W.(y(k-s,k) - COM_s(B,D).\underline{u}(k-s,k)) = 0 \quad (8)$$

Cette relation n'est plus vérifiée en présence de perturbations et de défaillances. On définit le vecteur de résidus à l'instant k , noté $\underline{r}(k)$, de la manière suivante :

$$\underline{r}(k) = W.(y(k-s,k)_{\text{mesuré}} - COM_s(B,D).\underline{u}(k-s,k)_{\text{mesuré}}) \quad (9)$$

Cette expression constitue la forme de calcul du vecteur de résidus.

A partir de l'équation (7), on obtient la forme d'évaluation du résidu en fonction des vecteurs d'entrées inconnues et de défaillances :

$$\underline{r}(k) = W.COM_s(E,H).\underline{d}(k-s,k) + W.COM_s(F,G).\underline{f}(k-s,k)$$

2.2.2 Espace de parité généralisé

2.2.2.1 Définition [CHOW 80], [HAMA 86]

La matrice O_s est la matrice d'observabilité d'ordre s du système. Par une permutation des lignes, on peut faire apparaître les matrices d'observabilité O_s^j

d'ordre s relatives à chacun des capteurs j :

$$(O_j^s)^t = [C_j^t \ (C_j A)^t \ \dots \ (C_j A^s)^t]^t$$

où C_j est la $j^{\text{ème}}$ ligne de la matrice C , correspondant au capteur j .

La matrice O_s s'exprime en fonction de O_j^s (pour j variant de 1 à m).

$$O_s^t = [(O_1^s)^t \ (O_2^s)^t \ \dots \ (O_m^s)^t]^t$$

L'espace d'observabilité d'ordre s est donc la somme des espaces d'observabilité d'ordre s associés à chacun des capteurs.

Chacune des matrices O_j^s est de dimension $(s+1, n)$ et de rang $R(O_j^s)$

Le théorème de Cayley-Hamilton affirme par ailleurs l'existence, pour tout j ($j = 1..m$), d'un ordre s_j tel que l'on ait :

$$R(O_j^s) = \begin{cases} 1+s & \text{pour } s < s_j \\ s_j & \text{pour } s \geq s_j \end{cases}$$

La matrice O_{j, s_j-1}^s , de dimension (s_j, n) et de rang s_j est la matrice d'observabilité relative au $j^{\text{ème}}$ capteur. Les colonnes de cette matrice définissent l'espace d'observabilité du capteur j . La somme des espaces d'observabilité associés à chacun des capteurs définit l'espace d'observabilité du système. Cet espace contient l'espace d'observabilité d'ordre s . Le système est observable si la somme des espaces d'observabilité des m capteurs est de dimension n .

Soit la matrice O^* définie par

$$O^* = \begin{pmatrix} O_{s_1}^1 \\ O_{s_2}^2 \\ \vdots \\ O_{s_j}^j \\ \vdots \\ O_{s_m}^m \end{pmatrix}$$

Chacune des matrices $O_{s_j}^j$ est de dimension (s_j+1, n) et de rang s_j . La matrice O^* , de dimension (s^*, n) , avec $s^* = \sum(s_j+1)$ est de rang inférieur ou égal à n .

On définit l'espace de parité généralisé comme l'espace supplémentaire à l'espace engendré par les colonnes de O^* . Cet espace est défini par les vecteurs lignes de

la matrice W^* telle que :

$$W^* \cdot O^* = 0$$

W^* est de dimension $(s^* - \text{rang}(O^*), s^*)$ et de rang égal à $s^* - \text{rang}(O^*)$.

En écrivant les équations d'état et de mesure sur un horizon spécifique à chaque capteur, on obtient (9):

$$\begin{pmatrix} y_1(k-s_1, k) \\ \vdots \\ y_j(k-s_j, k) \\ \vdots \\ y_m(k-s_m, k) \end{pmatrix} = O^* \cdot x(k-s^+) - \text{COM}^*(B, D) \cdot u(k-s^+, k)$$

$$= \text{COM}^*(E, H) \cdot d(k-s^+, k) + \text{COM}^*(F, G) \cdot f(k-s^+, k)$$

où $s^+ = \max(s_1, s_2, \dots, s_m)$

La projection dans l'espace de parité généralisé fournira $s^* - \text{rang}(O^*)$ résidus linéairement indépendants dont la forme de calcul est :

$$\underline{r}(k) = W^* \cdot \begin{pmatrix} y_1(k-s_1, k) \\ \vdots \\ y_j(k-s_j, k) \\ \vdots \\ y_m(k-s_m, k) \end{pmatrix} = W^* \cdot \text{COM}^*(B, D) \cdot \underline{u}(k-s^+, k)$$

On distingue deux types de résidus correspondant chacun à une redondance analytique particulière : l'auto-redondance et l'inter-redondance.

2.2.2.2 L'auto-redondance

Quel que soit j , il existe une matrice ligne W_j , telle que :

$$W_j \cdot O_{s_j}^j = 0$$

Posons

$$W^* = \begin{pmatrix} W_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & W_2 & & & \\ \vdots & \dots & & & \\ \vdots & & W_j & & \\ 0 & & & & 0 \\ 0 & & & 0 & W_m \end{pmatrix}$$

Cette matrice W^* est orthogonale à O^*

En projetant l'équation (9) à l'aide de W^* , on obtient un ensemble de m résidus indépendants. Chacune des formes de calcul de ces résidus ne fait intervenir que les mesures issues d'un seul capteur j sur un horizon minimum qui lui est spécifique : s_j .

Ces résidus sont appelés résidus d'auto-redondance.

2.2.2.3 L'inter-redondance

La forme de calcul des résidus fait intervenir les informations provenant de plusieurs capteurs. Les combinaisons linéaires des résidus d'auto-redondance sont donc des résidus d'inter-redondance particuliers faisant intervenir les valeurs des capteurs sur un horizon maximum qui leur est propre.

D'autres résidus d'inter-redondance peuvent être obtenus sur un horizon plus court, lorsque les espaces d'observabilité relatifs aux capteurs considérés sont non disjoints. [CHOW 80], [HAMA 86]

2.3 Approche unifiée de l'espace de parité

Qu'il s'agisse de l'espace de parité statique, de l'espace de parité d'ordre donné ou de l'espace de parité généralisé, le principe général de génération de résidus par projection peut être résumé sous la forme suivante :

Le modèle du système considéré est donné par les équations (4) :

$$\underline{x}(k+1) = A.\underline{x}(k) + B.\underline{u}(k) + E.\underline{d}(k) + F.\underline{f}(k)$$

$$\underline{y}(k) = C.\underline{x}(k) + D.\underline{u}(k) + H.\underline{d}(k) + G.\underline{f}(k)$$

En écrivant ces équations sur un horizon d'observation, on obtient l'équation générale (10) :

$$M(C,D,A,B).\underline{Y} - \text{Obs}.\underline{x} = P(E,H).\underline{d} + Q(F,G).\underline{f} \quad (10)$$

où

\underline{Y} est le vecteur des variables mesurées sur le système (entrées ou sorties) sur l'intervalle considéré.

$M(C,D,A,B)$ est une matrice réelle dépendante des matrices C , D , A et B .

\underline{x} est le vecteur des variables inconnues à l'instant d'observation initial.

Obs est la matrice d'observation. Elle est de dimension (α, n) et de rang $R(\text{Obs})$.

$P(E,H)$ et $Q(F,G)$ sont des matrices connues.

Le résidu \underline{r} est obtenu par projection de l'équation (10) dans l'espace supplémentaire à celui engendré par Obs. Cet espace est défini par la matrice W , orthogonale à Obs, de dimension $(\alpha - R(\text{Obs}), \alpha)$ et de rang $\alpha - R(\text{Obs})$. Il est appelé Espace de Parité.

La forme de calcul du vecteur de résidus est donnée par :

$$\underline{r} = W.M.\underline{Y}$$

Le vecteur de résidus est donc la sortie d'un système dynamique dont les entrées sont les variables connues, prélevées sur le système réel.

La forme d'évaluation du résidu est donnée par :

$$\underline{r} = W.(P(E,H).\underline{d} + Q(F,G).\underline{f})$$

Rem1 : Les relations de redondance analytique peuvent être obtenues de manière équivalente par une méthode dite de substitution.

L'équation du modèle est la suivante :

$$M(C,D,A,B).\underline{Y} - \text{Obs}.\underline{x} = P(E,H).\underline{d} + Q(F,G).\underline{f} \quad (10)$$

La matrice Obs est de dimension (α, n) et de rang $R(\text{Obs})$.

Posons

$$\underline{x}' = N.\underline{x}$$

où N est une matrice carrée inversible .

Multiplions les deux membres de l'équation (10) par une matrice L carrée et inversible.

On obtient alors :

$$L.M.\underline{Y} - L.\text{Obs}.N^{-1}\underline{x}' = L.P(E,H).\underline{d} + L.Q(F,G).\underline{f} \quad (10')$$

Cherchons les matrices de transformation L et N de manière à avoir :

$$L.\text{Obs}.N^{-1} = \begin{pmatrix} \text{Obs}_1 & 0 \\ \text{Obs}_2 & 0 \\ \text{Obs}_3 & \text{Obs} \end{pmatrix}$$

avec Obs_1 carrée de dimension $R(\text{Obs})$ et de rang plein, donc inversible d'inverse $(\text{Obs}_1)^{-1}$.

$$\text{En partitionnant } \underline{x}' = \begin{pmatrix} \underline{x}'_1 \\ \underline{x}'_2 \end{pmatrix}$$

et en notant :

$$L.M = \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{pmatrix} \quad L.P = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} \quad L.Q = \begin{pmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \end{pmatrix}$$

on obtient :

$$M_1 \cdot \underline{Y} - \text{Obs}_1 \cdot \underline{x}'_1 = P_1 \cdot \underline{d} + Q_1 \cdot \underline{f} \quad (11a)$$

$$M_2 \cdot \underline{Y} - \text{Obs}_2 \cdot \underline{x}'_1 = P_2 \cdot \underline{d} + Q_2 \cdot \underline{f} \quad (11b)$$

$$M_3 \cdot \underline{Y} - \text{Obs}_3 \cdot \underline{x}'_1 - \text{Obs}_4 \cdot \underline{x}'_2 = P_3 \cdot \underline{d} + Q_3 \cdot \underline{f} \quad (11c)$$

$\underline{x}'_1(k)$ est le vecteur des variables inconnues calculables.

$\underline{x}'_2(k)$ est le vecteur des variables inconnues non calculables.

Le vecteur $\underline{x}'_1(k)$ peut être déduit de l'équation (11a)

$$\underline{x}'_1 = -(\text{Obs}_1)^{-1} \cdot [M_1 \cdot \underline{Y} + P_1 \cdot \underline{d} + Q_1 \cdot \underline{f}]$$

En substituant $\underline{x}'_1(k)$ dans l'équation (11b), on obtient :

$$\begin{aligned} & M_2 \cdot \underline{Y} - \text{Obs}_2 \cdot (\text{Obs}_1)^{-1} \cdot M_1 \cdot \underline{Y} \\ &= [P_2 - \text{Obs}_2 \cdot (\text{Obs}_1)^{-1} \cdot P_1] \cdot \underline{d} + [Q_2 - \text{Obs}_2 \cdot (\text{Obs}_1)^{-1} \cdot Q_1] \cdot \underline{f} \\ &= \underline{r}' \end{aligned}$$

Comparaison de \underline{r}' et de \underline{r}

$$\underline{r}' = [-\text{Obs}_2 \cdot (\text{Obs}_1)^{-1} \quad I \quad 0] \cdot \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{pmatrix} \underline{Y}$$

soit :

$$\underline{r}' = [-\text{Obs}_2 \cdot (\text{Obs}_1)^{-1} \quad \text{I} \quad 0] \cdot \text{L} \cdot \text{M} \cdot \underline{\text{Y}}$$

Le résidu de parité est donné par l'expression :

$$\underline{r} = \text{W} \cdot \text{M} \cdot \underline{\text{Y}} \text{ avec } \text{W} \cdot \text{Obs} = 0$$

Il faut donc comparer W et $[-\text{Obs}_2 \cdot (\text{Obs}_1)^{-1} \quad \text{I} \quad 0] \cdot \text{L}$

Or, on a :

$$\begin{aligned} & [-\text{Obs}_2 \cdot (\text{Obs}_1)^{-1} \quad \text{I} \quad 0] \cdot \text{L} \cdot \text{Obs} \cdot \underline{x}(k) \\ &= [-\text{Obs}_2 \cdot (\text{Obs}_1)^{-1} \quad \text{I} \quad 0] \cdot \begin{pmatrix} \text{Obs}_1 & 0 \\ \text{Obs}_2 & 0 \\ \text{Obs}_3 & \text{Obs}_4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{x}'_1(k) \\ \underline{x}'_2(k) \end{pmatrix} = 0 \end{aligned}$$

quels que soient $\underline{x}'_1(k)$ et $\underline{x}'_2(k)$

Les vecteurs lignes de la matrice $[-\text{Obs}_2 \cdot (\text{Obs}_1)^{-1} \quad \text{I} \quad 0] \cdot \text{L}$ appartiennent donc à l'espace de parité. La méthode par substitution fournit des résidus de parité.

2.4 Comparaison des résidus de parité et des résidus obtenus par estimation de l'état au sens des moindres carrés

Une méthode de génération du vecteur de résidus consiste à estimer par la méthode des moindres carrés le vecteur des variables connues et de comparer cette estimation à la valeur réelle, prélevée sur le système.

Soit \underline{x}^* l'estimation de \underline{x} par la méthode des moindres carrés. Le problème consiste donc à trouver \underline{x}^* tel que :

$$h = 1/2 \quad || \text{M} \cdot \underline{\text{Y}} - \text{Obs} \cdot \underline{x}^* ||^2 \text{ soit minimum}$$

Le minimum est atteint lorsque la dérivée de h s'annule.

$$\frac{dh}{d\underline{x}^*} = -\text{Obs}^t \cdot [\text{M} \cdot \underline{\text{Y}} - \text{Obs} \cdot \underline{x}^*] = 0$$

En supposant $R(\text{Obs}) = n$ (Obs est de rang plein colonne), $\text{Obs}^t \cdot \text{Obs}$ est inversible.

On obtient alors l'expression de \underline{x}^* :

$$\underline{x}^* = (\text{Obs}^t \cdot \text{Obs})^{-1} \cdot \text{Obs}^t \cdot \text{M} \cdot \underline{\text{Y}}$$

L'expression du vecteur des résidus \underline{r} est :

$$\begin{aligned}\underline{r} &= \underline{M.Y} - \underline{M.Y}^* = \underline{M.Y} - \text{Obs}.\underline{x}^* \\ &= [\text{I} - \text{Obs}.\text{(Obs}^t.\text{Obs)}^{-1}.\text{Obs}^t] . \underline{M.Y}\end{aligned}$$

$[\text{I} - \text{Obs}.\text{(Obs}^t.\text{Obs)}^{-1}.\text{Obs}^t]$ est orthogonal à Obs. Le résidu \underline{r} appartient donc à l'espace de parité :

$$[\text{I} - \text{Obs}.\text{(Obs}^t.\text{Obs)}^{-1}.\text{Obs}^t] = \text{J.W}$$

Cherchons l'expression de J.

Les espaces définis par les vecteurs colonnes de Obs et par les lignes de W étant supplémentaires dans l'espace E^α de dimension α , les matrices Obs et W^t forment une base de cet espace.

$\underline{M.Y}$ de dimension α s'exprime donc de la manière suivante :

$$\underline{M.Y} = \text{Obs}.a + W^t.b$$

En multipliant à gauche les deux membres de cette équation par Obs^t et par W, et en imposant la condition d'orthonormalité sur W, on obtient les expressions de a et b.

$$\begin{aligned}a &= \text{(Obs}^t.\text{Obs)}^{-1}.\text{Obs}^t.\underline{M.Y} \\ b &= \text{W}.\underline{M.Y}\end{aligned}$$

En remplaçant a et b dans l'expression de $\underline{M.Y}$, on obtient quel que soit \underline{Y} :

$$\underline{M.Y} = \text{Obs}.\text{(Obs}^t.\text{Obs)}^{-1}.\text{Obs}^t.\underline{M.Y} + W^t.\text{W}.\underline{M.Y}$$

qui implique $W^t.W = \text{I} - \text{Obs}.\text{(Obs}^t.\text{Obs)}^{-1}.\text{Obs}^t$

d'où $\text{J} = W^t$

Finalement, le résidu obtenu par l'estimation d'état nous donne :

$$\underline{r} = \underline{M.Y} - \underline{M.Y}^* = W^t.\text{W}.\underline{M.Y} = W^t.p$$

où p est un résidu de l'espace de parité.

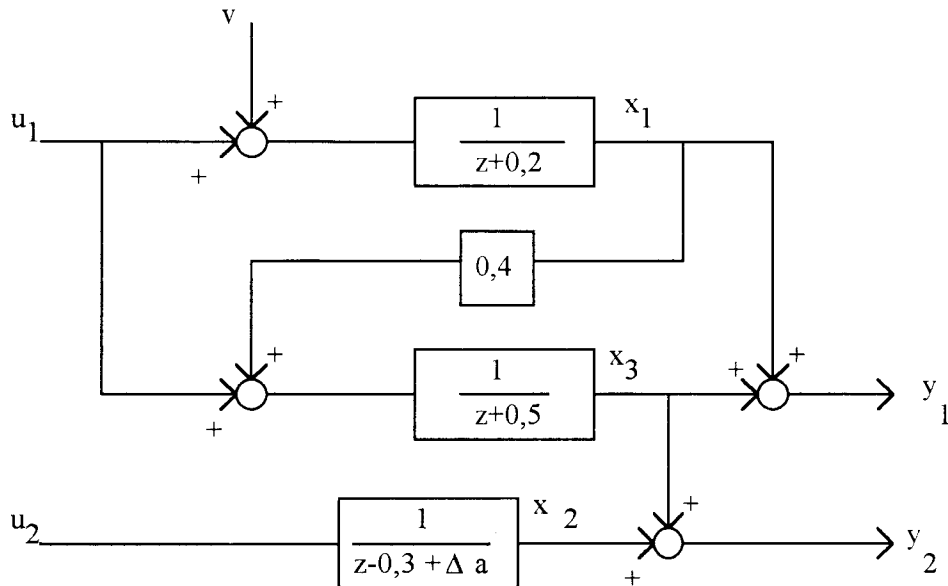
En imposant à la matrice de projection dans l'espace de parité les deux conditions :

$$\begin{aligned}W.W^t &= \text{I} \\ W^t.W &= \text{I} - \text{Obs}.\text{(Obs}^t.\text{Obs)}^{-1}.\text{Obs}^t\end{aligned}$$

on choisit parmi tous les vecteurs de résidus possibles, ceux permettant une estimation de x au sens des moindres carrés. On verra dans le chapitre 4 que ce choix n'est pas forcément optimal.

2.5 Exemple de calcul des résidus de parité

Soit le système S défini par le schéma bloc :



On désire détecter les défaillances Δy_1 et Δy_2 des capteurs y_1 et y_2 .

Δa modélise l'incertitude sur le paramètre 0,3.

Les équations d'état correspondantes à ce schéma sont sous la forme générale :

$$\underline{x}(k+1) = A \cdot \underline{x}(k) + B \cdot \underline{u}(k) + E \cdot \underline{d}(k) + F \cdot \underline{f}(k)$$

$$\underline{y}(k) = C \cdot \underline{x}(k) + D \cdot \underline{u}(k) + H \cdot \underline{d}(k) + G \cdot \underline{f}(k)$$

avec :

$$\underline{x}^t = [x_1 \ x_2 \ x_3]^t, \quad \underline{u}^t = [u_1 \ u_2]^t, \quad \underline{y}^t = [y_1 \ y_2]^t$$

$$\underline{d}(k)^t = [\Delta a(k) \ v(k)]^t \quad \text{avec } \Delta a(k) = x_2(k) \Delta a$$

$$\underline{f}^t = [\Delta y_1 \ \Delta y_2]^t$$

$$A = \begin{pmatrix} -0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,3 & 0 \\ 0,4 & 0 & -0,5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad D = 0$$

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad H = 0 \quad G = I_{2 \times 2}$$

La matrice C de dimension (2,3) est de rang 2. On ne peut donc pas trouver de relations de redondance analytiques d'ordre 0.

Recherche des solutions d'ordre 1

L'expression de $\underline{y}(k-1,k)$ est donnée par (1):

$$\underline{y}(k-1,k) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0,2 & 0 & -0,5 \\ 0,4 & 0,3 & -0,5 \end{pmatrix} \underline{x}(k-1) + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \underline{u}(k-1) + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \underline{d}(k-1) + \underline{f}(k-1,k)$$

La matrice $\begin{pmatrix} C \\ C.A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0,2 & 0 & -0,5 \\ 0,4 & 0,3 & -0,5 \end{pmatrix}$ est de dimension (4,3) et de rang 3.

On peut donc lui trouver une matrice ligne W (définissant l'espace de parité d'ordre 1) orthogonale.

On obtient :

$$W = [-0,4w_4 \quad -2,1w_4 \quad -12w_4 \quad 7w_4]$$

w_4 est un paramètre indéterminé. Sa valeur peut être fixée arbitrairement. Nous prendrons $w_4 = 1$.

En multipliant l'équation (1), à gauche par W, on obtient la forme de calcul et la forme d'évaluation du résidu :

Forme de calcul

$$r_1(k) = -0,4y_1(k-1) - 2,1y_2(k-1) - 12y_1(k) + 7y_2(k) + 17u_1(k-1) - 7u_2(k-1)$$

Forme d'évaluation

$$r_1(k) = 7\Delta a(k-1) - 12v(k-1) - 0,4\Delta y_1(k-1) - 2,1\Delta y_2(k-1) - 12\Delta y_1(k) + 7\Delta y_2(k)$$

Le résidu de parité d'ordre 1 dépend des deux entrées inconnues et des deux défaillances capteurs.

Recherche des solutions d'ordre 2

L'expression de $y(k-2,k)$ est donné par (2):

$$y(k-2,k) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0,2 & 0 & -0,5 \\ 0,4 & 0,3 & -0,5 \\ -0,24 & 0 & 0,25 \\ -0,28 & 0,09 & 0,25 \end{pmatrix} \underline{x}(k-2) + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -0,3 & 0 & 2 & 0 \\ -0,1 & 0,3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \underline{u}(k-2,k-1)$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 & 1 \\ 0,3 & 0,4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \underline{d}(k-2,k-1) + \underline{f}(k-2,k)$$

Cette équation fait apparaître la matrice d'observabilité d'ordre 2 du système : O_2

$$O_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0,2 & 0 & -0,5 \\ 0,4 & 0,3 & -0,5 \\ -0,24 & 0 & 0,25 \\ -0,28 & 0,09 & 0,25 \end{pmatrix}$$

Cette matrice est de dimension (6,3) et de rang 3.

L'espace de parité d'ordre 2 défini par les vecteurs lignes de la matrice W telle que $W.O_2 = 0$, est donc de dimension 3.

Notons $W = \begin{pmatrix} W_1^t \\ W_2^t \\ W_3^t \end{pmatrix}$

Cette matrice est obtenue par résolution d'un système linéaire de 3 équations à 6 inconnues.

Une base de solutions peut être :

$$W_1^t = [-0,4 \quad -2,1 \quad -12 \quad 7 \quad 0 \quad 0]$$

$$W_2^t = [0 \quad 0 \quad -0,4 \quad -2,1 \quad -12 \quad 7]$$

$$W_3^t = [0,6 \quad -1,35 \quad -2 \quad 3 \quad 0 \quad 5]$$

En multipliant l'équation (2) à gauche par W, on obtient un vecteur de résidus de parité d'ordre 2 : $r(k) = [r_{12}(k)]$.

$r_{12}(k)$ est identique au résidu de parité d'ordre 1 : $r_1(k)$.

$r_{22}(k)$ est identique au résidu de parité d'ordre 1 décalé d'une période d'échantillonnage.

On a donc :

$$r_{22}(z) = z^{-1} \cdot r_1(z)$$

Les formes de calcul et d'évaluation du résidu $r_{32}(k)$ sont :

Forme de calcul

$$r_{32}(k) = [0,6 \quad -1,35 \quad -2 \quad 3 \quad 0 \quad 5] y(k-2,k) + [1,5 \quad -4,5 \quad -5 \quad -5] u(k-2,k-1)$$

Forme d'évaluation

$$r_{32}(k) = [4,5 \quad 0 \quad 5 \quad 0] d(k-2,k-1) + [0,6 \quad -1,35 \quad -2 \quad 3 \quad 0 \quad 5] f(k-2,k)$$

Le résidu $r_{32}(k)$ dépend de $\Delta a(k-1)$, de $\Delta a(k)$ et des deux défaillances capteur. Ce résidu est indépendant de l'entrée inconnue v .

Toute combinaison linéaire des résidus $r_{12}(k)$ ou de ces résidus décalés d'un certain nombre de périodes d'échantillonnage, fournit des nouveaux résidus de parité.

Ainsi, un nouveau résidu ρ peut être donné par :

$$\rho(z) = P(z^{-1}) \begin{pmatrix} r_{12}(z) \\ r_{22}(z) \\ r_{32}(z) \end{pmatrix}$$

où $P(z^{-1})$ est une matrice ligne polynomiale en z^{-1} .

Simulation des résidus

La figure 1 représente une simulation du système sans entrées inconnues ($v=0$ et $\Delta a=0$) et sans défaillances.

Nous donnons ensuite une simulation des sorties en présence de défaillances sur les capteurs (figure 2) :

- * sur y_1 : un biais d'amplitude 0,1
- * sur y_2 : une dérive de pente 0,2

La figure 3 représente une simulation des sorties bruitées et présentant les défaillances précédentes.

les rapports signal/bruit sont :

* sur y_1 : 5

* sur y_2 : 10

La figure 4 représente une simulation des trois résidus de parité d'ordre 2 que nous avons déterminé.

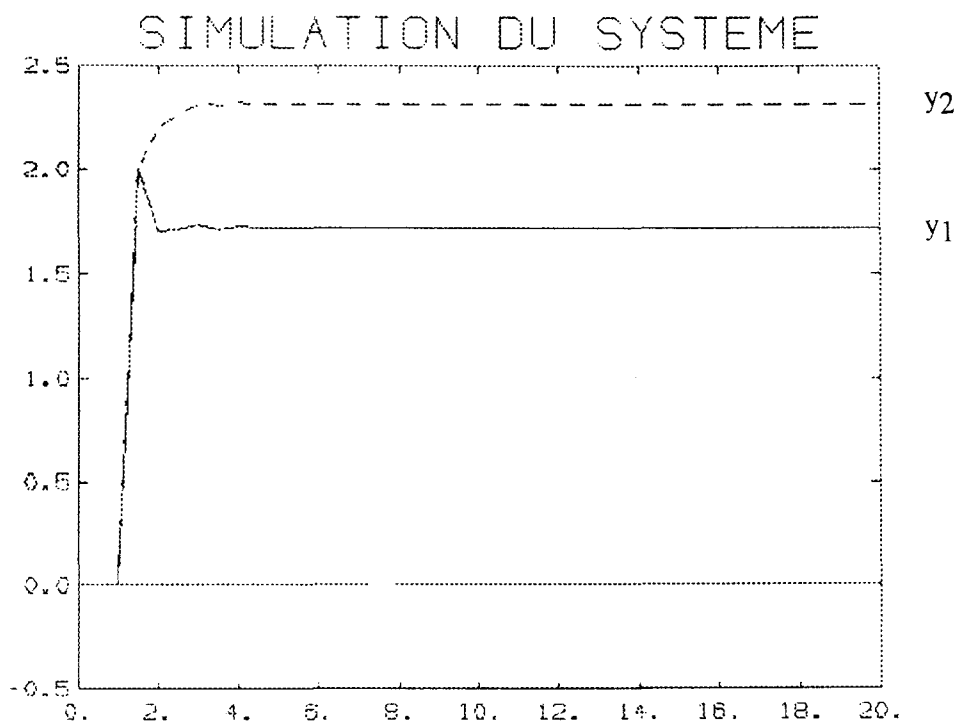


figure 1

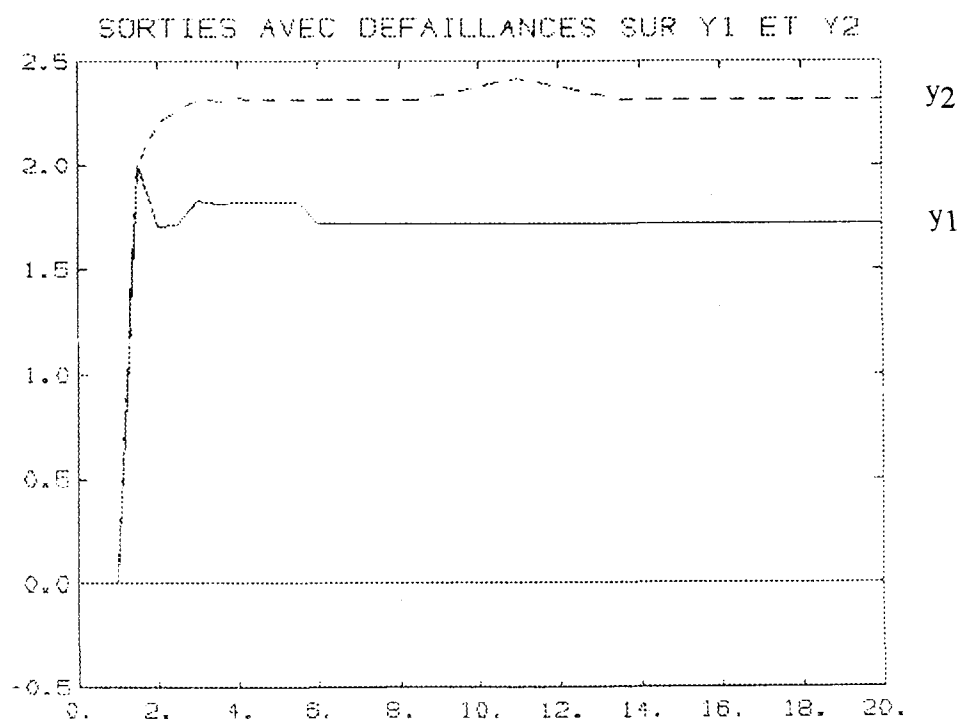


figure 2

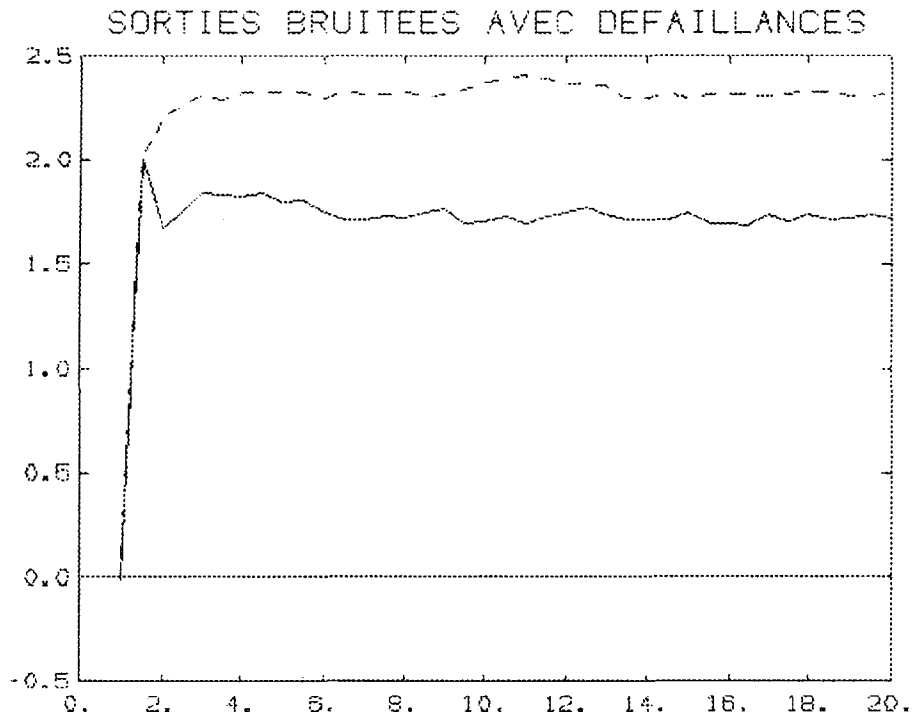


figure 3

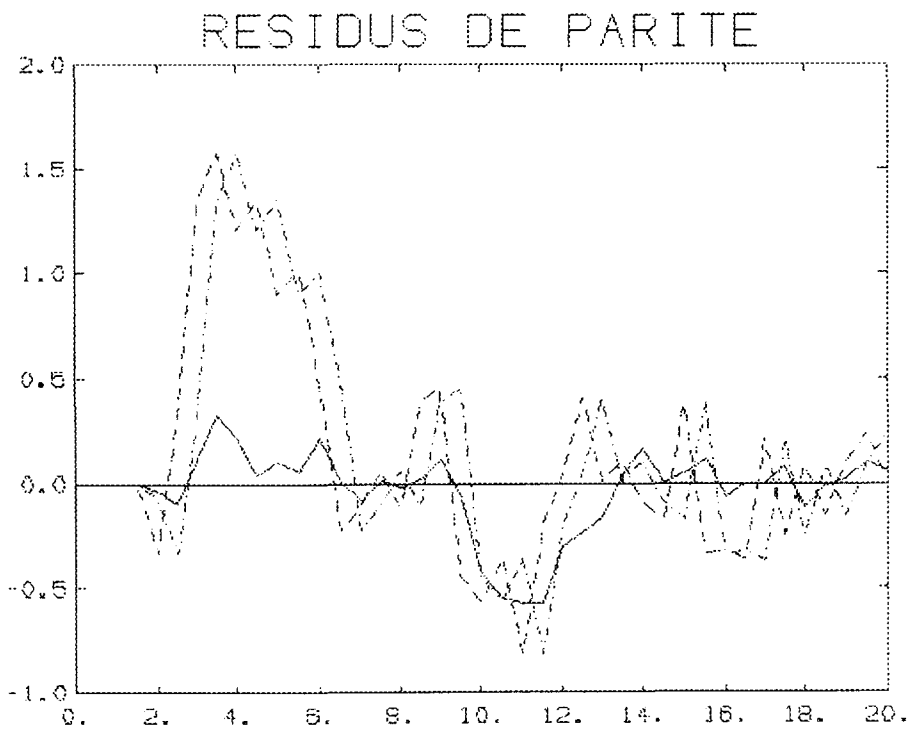


figure 4

3 GENERATION DES INDICATEURS DE DEFAUTS A L'AIDE DES OBSERVATEURS.

Le principe général des méthodes de détection et de localisation des défaillances à l'aide d'observateurs ou de filtres de Kalman est de reconstruire la sortie du système à partir des données accessibles sur le processus puis de comparer cette estimation à la valeur réelle de cette sortie. La théorie des observateurs est à l'heure actuelle bien connue. Suivant la configuration et la nature du système, l'estimation de l'état peut être effectuée dans le cas déterministe à l'aide d'observateurs de Luenberger linéaires ou non linéaires, d'ordre réduit ou d'ordre plein et dans le cas stochastique à l'aide de filtres de Kalman. Nous considérons dans la suite de ce mémoire les méthodes de détection et de localisation des défaillances à l'aide d'observateurs de Luenberger.

3.1 Observateur de Luenberger généralisé [LUEN 71]

De façon très générale, un observateur est un système dynamique permettant de reconstituer tout ou une partie du vecteur d'état. Dans le cas linéaire, ce système est régi par les équations (12) :

$$\begin{aligned}\Theta(k+1) &= A_0 \cdot \Theta(k) + K \cdot y(k) + J \cdot u(k) \\ \underline{w}(k) &= C_0 \cdot \Theta(k) + R \cdot y(k) + D_0 \cdot u(k)\end{aligned}\tag{12}$$

Θ est de dimension a_0 , \underline{w} est de dimension c_0 . Les matrices A_0 , K , J , C_0 , R et D_0 sont des matrices réelles, constantes de dimensions appropriées.

La sortie \underline{w} de cet observateur estime $S \cdot \underline{x}$ de manière asymptotique si en l'absence de défaillances et de perturbations :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [\underline{w}(k) - S \cdot \underline{x}(k)] = 0$$

On montre que dans ce cas, $\Theta(k)$ estime $T \cdot \underline{x}(k)$ de manière asymptotique si les conditions suivantes sont vérifiées [O'REIL 83]:

Les valeurs propres de A_0 sont dans le cercle unité

$$T \cdot A - A_0 \cdot T = K \cdot C$$

$$J = T \cdot B - K \cdot D$$

$$R \cdot C + C_0 \cdot T = S$$

$$D_0 + R \cdot D = 0$$

Pour le problème de la surveillance, l'observateur doit estimer la sortie du système.

$$\underline{w}(k) + D.\underline{u}(k) = \underline{y}^*(k)$$

et donc

$$S = C$$

Le résidu qui sera utilisé pour la détection et la localisation des défaillances est égal à la différence entre les valeurs estimées et mesurées de la sortie. Il s'agit donc de l'erreur d'estimation sur la sortie notée $e(k)$.

$$\underline{e}(k) = \underline{y}^*(k) - \underline{y}(k) = L_1.\underline{\Theta}(k) + L_2.\underline{y}(k) + L_3.\underline{u}(k)$$

Ce résidu doit être nul en l'absence de défaillances et de perturbations, et différent de zéro dans le cas où le système est défaillant.

En l'absence de défaillances et de perturbations (entrées inconnues) le comportement du système est régi par les équations d'état nominales :

$$\underline{x}(k+1) = A.\underline{x}(k) + B.\underline{u}(k)$$

$$\underline{y}(k) = C.\underline{x}(k) + D.\underline{u}(k)$$

Le résidu a alors pour expression :

$$\underline{e}(k) = L_1.T.\underline{x}^*(k) + L_2.C.\underline{x}(k) + L_2.D.\underline{u}(k) + L_3.\underline{u}(k)$$

En ajoutant et retranchant $L_1.T.\underline{x}(k)$

$$\underline{e}(k) = L_1.T.\underline{x}^*(k) + L_2.C.\underline{x}(k) - L_1.T.\underline{x}(k) + L_1.T.\underline{x}(k) + (L_2.D + L_3).\underline{u}(k)$$

soit

$$\underline{e}(k) = L_1.T.\underline{\varepsilon}(k) + (L_2.C. + L_1.T).\underline{x}(k) + (L_2.D + L_3).\underline{u}(k)$$

$\underline{\varepsilon}(k) = \underline{x}^*(k) - \underline{x}(k)$ est l'erreur d'estimation sur l'état à l'instant k

L'observateur étant asymptotique :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [L_1.T.\underline{\varepsilon}(k)] = 0$$

Le résidu doit être nul en l'absence de défaillance donc indépendant de $\underline{x}(k)$ et $\underline{u}(k)$.

Il faut donc $L_1.T + L_2.C = 0$

et $L_2.D + L_3 = 0$

Le résidu a pour expression :

$$\underline{e}(k) = L_1 \cdot T \cdot (\underline{x}^*(k) - \underline{x}(k)) = L_1 \cdot T \cdot \underline{\varepsilon}(k)$$

Pour k suffisamment grand, le résidu est donc sensiblement égal à zéro en l'absence de défaillances et de perturbation.

Cherchons l'expression du résidu $\underline{e}(k)$ en fonction du vecteur des défaillances et du vecteur des entrées inconnues sur une fenêtre de longueur s .

Le système est modélisé par les équations (4) :

$$\underline{x}(k+1) = A \cdot \underline{x}(k) + B \cdot \underline{u}(k) + E \cdot \underline{d}(k) + F \cdot \underline{f}(k)$$

$$\underline{y}(k) = C \cdot \underline{x}(k) + D \cdot \underline{u}(k) + H \cdot \underline{d}(k) + G \cdot \underline{f}(k)$$

Le résidu a pour expression générale :

$$\underline{e}(k) = L_1 \cdot \underline{\Theta}(k) + L_2 \cdot \underline{y}(k) + L_3 \cdot \underline{u}(k)$$

Ce qui nous donne la forme d'évaluation du résidu $\underline{e}(k)$:

$$\begin{aligned} \underline{e}(k) = & L_1 \cdot A_0^s \cdot (\underline{\Theta}(k-s) - T \cdot \underline{x}(k-s)) \\ & + A_0^* \cdot \text{Blockdiag}[K \cdot H - T \cdot E] \cdot \underline{d}(k-s, k-1) + L_2 \cdot H \cdot \underline{d}(k) \\ & + A_0^* \cdot \text{Blockdiag}[K \cdot G - T \cdot F] \cdot \underline{f}(k-s, k-1) + L_2 \cdot G \cdot \underline{f}(k) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\text{avec } A_0^* = [L_1 \cdot A_0^{s-1} \quad L_1 \cdot A_0^{s-2} \quad \dots \quad L_1 \cdot A_0 \quad L_1]$$

Pour un horizon s suffisamment grand, le terme $L_1 \cdot A_0^s \cdot (\underline{\Theta}(k-s) - T \cdot \underline{x}(k-s))$ est négligeable. (Les valeurs propres de A_0 sont dans le cercle unité)

Le résidu est donc une fonction des défaillances et des entrées inconnues considérées sur l'horizon d'observation $[k-s, k]$.

3.2 Observateur d'ordre plein

Les observateurs de Luenberger d'ordre plein peuvent être utilisés pour générer le vecteur des résidus. Ils se caractérisent par un choix particulier de la matrice T soit $T = I$. Ces observateurs permettent donc d'estimer l'intégralité du vecteur d'état. Cela suppose que le système est totalement observable.

Les propriétés reliant les matrices T , A_0 , K , J , L_1 , L_2 et L_3 énoncées dans le cas général conduisent aux définitions suivantes :

$$J = B - K \cdot D$$

$$A_0 = A - K \cdot C$$

$$L_2 = -I$$

$$L_1 = C$$

$$L_3 = D$$

Les équations de l'observateur sont donc les suivantes (14) :

$$\underline{x}^*(k+1) = (A-K.C).\underline{x}^*(k) + (B-K.D).\underline{u}(k) + K.y(k) \quad (14a)$$

$$y^*(k) = C.\underline{x}^*(k) + D.\underline{u}(k) \quad (14b)$$

où \underline{x}^* représente l'estimation du vecteur d'état \underline{x}

K est la matrice de contre réaction de l'observateur. Elle est choisie en fonction des performances désirées.

Pour permettre la convergence de l'observateur, sa matrice d'état : $A_0 = A-K.C$, doit avoir ses valeurs propres dans le cercle unité.

Soit $\varepsilon(k)$ représentant l'erreur d'estimation sur l'état l'instant k :

$$\varepsilon(k) = \underline{x}^*(k) - \underline{x}(k)$$

Considérant les équations du modèle (4):

$$\underline{x}(k+1) = A.\underline{x}(k) + B.\underline{u}(k) + E.\underline{d}(k) + F.\underline{f}(k)$$

$$y(k) = C.\underline{x}(k) + D.\underline{u}(k) + H.\underline{d}(k) + G.\underline{f}(k)$$

les évolutions dynamiques des erreurs d'estimation sur l'état et sur la sortie sont régies par les équations:

$$\varepsilon(k+1) = A_0.\varepsilon(k) + (K.H-E).\underline{d}(k) + (K.G-F).\underline{f}(k) \quad (15a)$$

$$e(k) = C.\varepsilon(k) + H.\underline{d}(k) + G.\underline{f}(k) \quad (15b)$$

En écrivant les équations (15) sur une fenêtre temporelle $[k-s, k]$, on obtient l'expression de l'estimation de la sortie à l'instant k :

$$\begin{aligned} e(k) = & C.A_0^s \varepsilon(k-s) \\ & + A_0^{*s} \cdot \text{Blockdiag}[K.H-E].\underline{d}(k-s, k-1) - H.\underline{d}(k) \\ & + A_0^{*s} \cdot \text{Blockdiag}[K.G-F].\underline{f}(k-s, k-1) - G.\underline{f}(k) \end{aligned}$$

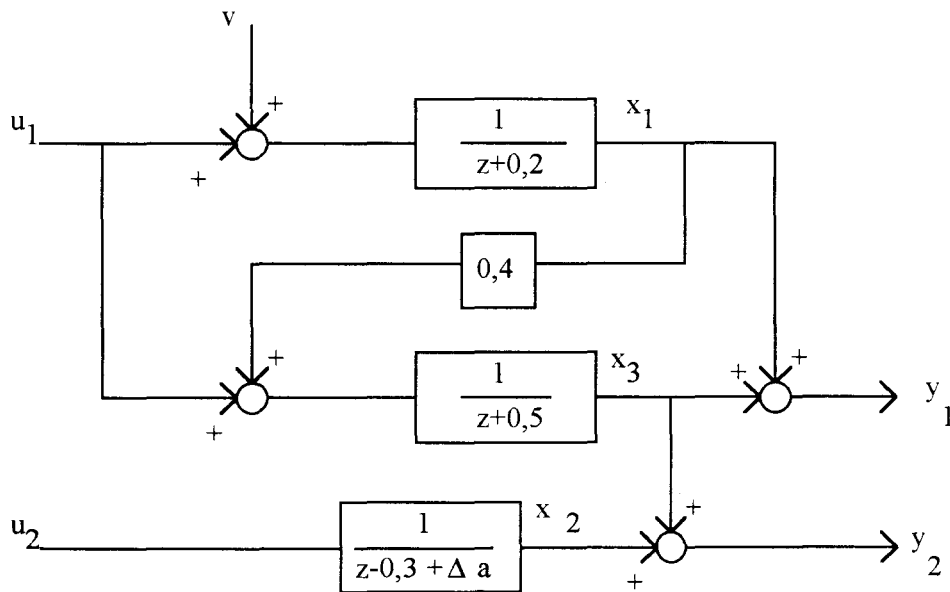
$$\text{avec } A_0^{*s} = [C.A_0^{s-1} \quad \dots \quad C.A_0 \quad C]$$

En supposant que l'horizon s est suffisamment grand pour que A_0^s soit négligeable, $e(k)$ ne dépend que des entrées inconnues et des défaillances sur la fenêtre temporelle $[k-s, k]$ et peut donc être choisi pour servir d'indicateur de défaillances.

La seule limitation sur le choix de la matrice K , se situe au niveau de la convergence de l'observateur : les valeurs propres de $A-K.C$ doivent être situées dans le cercle unité. Il existe cependant une infinité de matrice K répondant à cette condition. Les degrés de liberté laissés sur le choix de cette matrice peuvent être utilisés dans un but spécifique de surveillance. Ainsi, le résidu peut être rendu robuste vis à vis des entrées inconnues [FRAN 87], Frank dans [PATT 89], [WUNN 90], [PATT 88], [WÜNN 88] mais aussi sensible et représentatif des défaillances. Dans cette deuxième optique, Beard et Jones [BEAR 71], [JONE 73] ont cherché une matrice K telle que le résidu ait une direction spécifique à chaque défaillance et donc permettant une localisation aisée des éléments défaillants. Cet observateur particulier est appelé Fault Detection Observer.

3.3 Exemple de génération des résidus à l'aide d'observateurs

Reprenons le système S décrit par le schéma bloc suivant :



La figure 5 représente l'estimation des sorties à l'aide d'un observateur à réponse nulle (dead-beat observer) c'est à dire tel que les pôles de la matrice $A-K.C$ soient nuls.

La figure 6 représente les deux résidus obtenus à l'aide de cet observateur.

La figure 7 représente l'estimation des sorties à l'aide d'un autre observateur tel que les pôles de $A-K.C$ soient $0,1$; $0,2$ et 0 .

La figure 8 représente la simulation des résidus obtenus à l'aide de ce deuxième observateur.

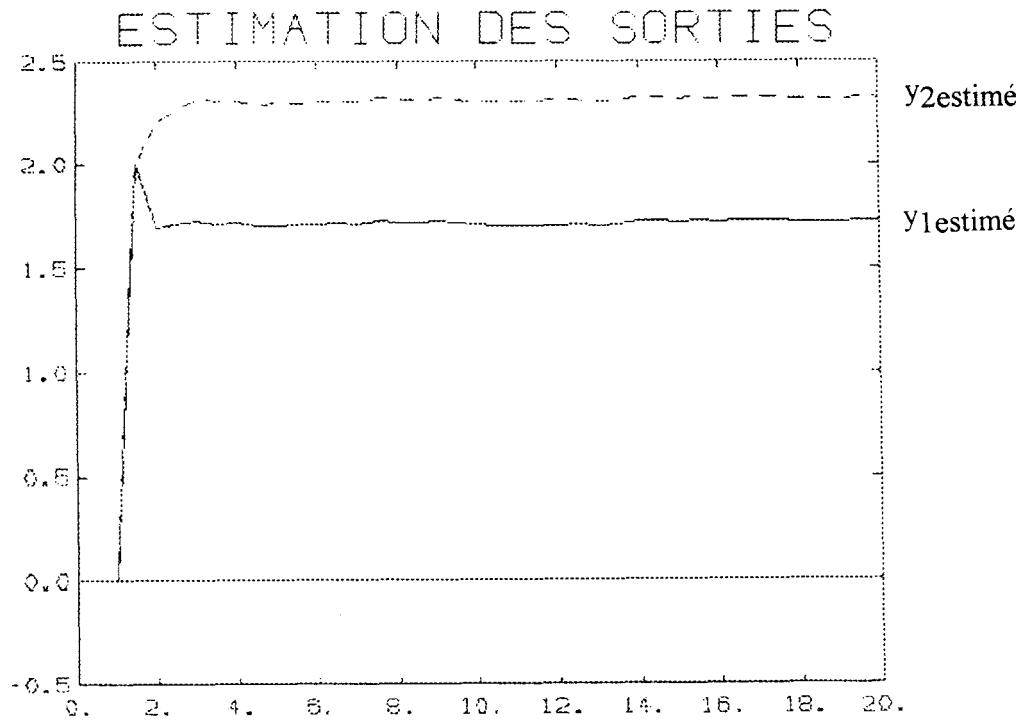


figure 5

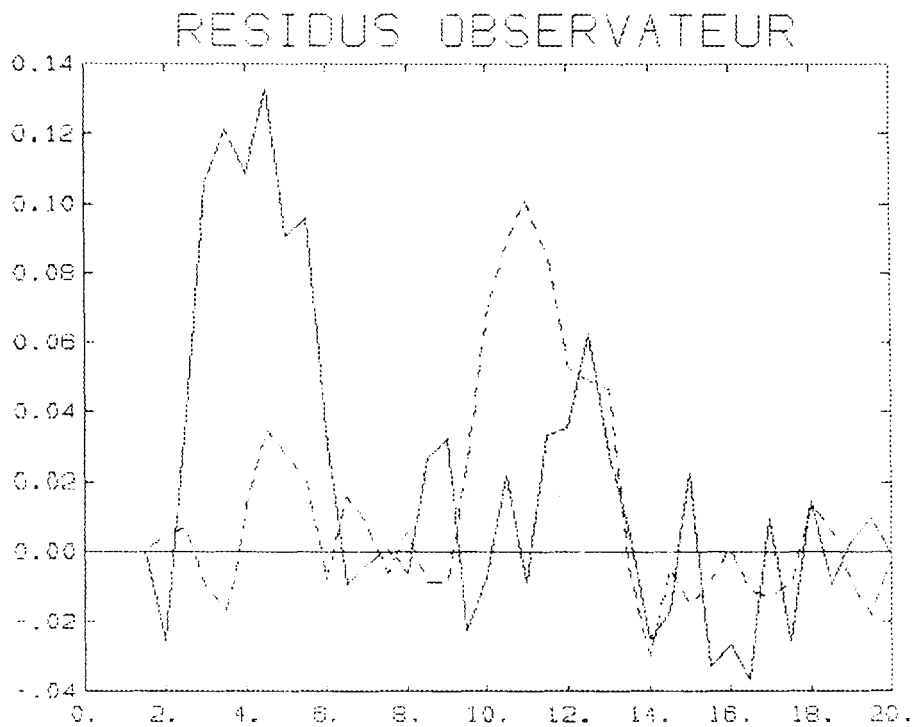


figure 6

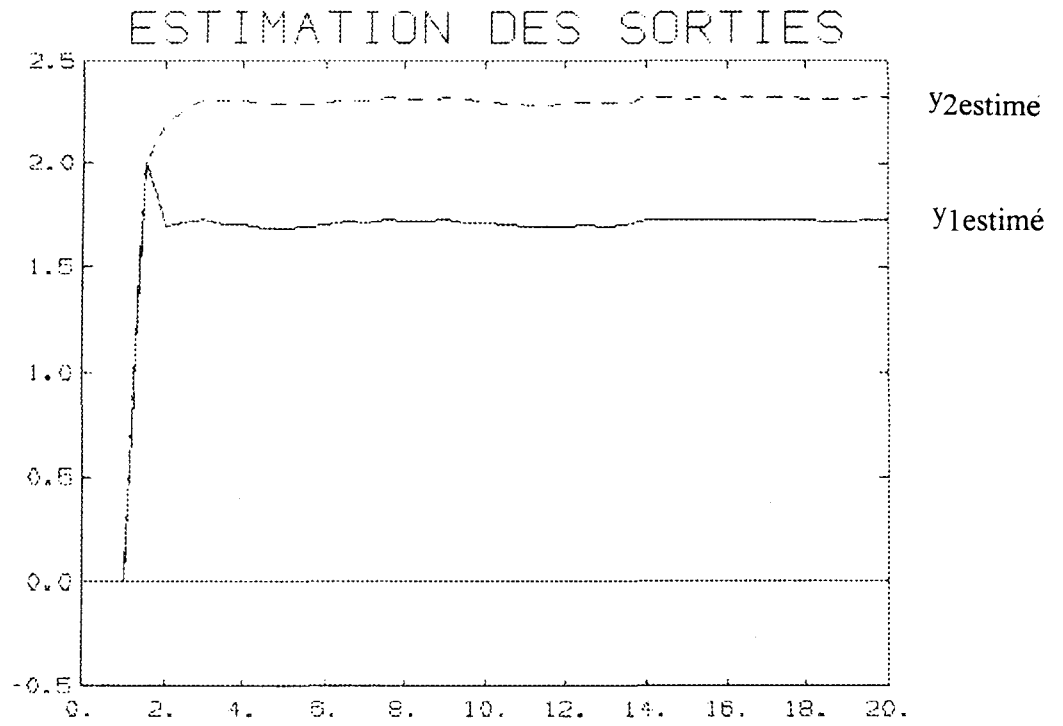


figure 7

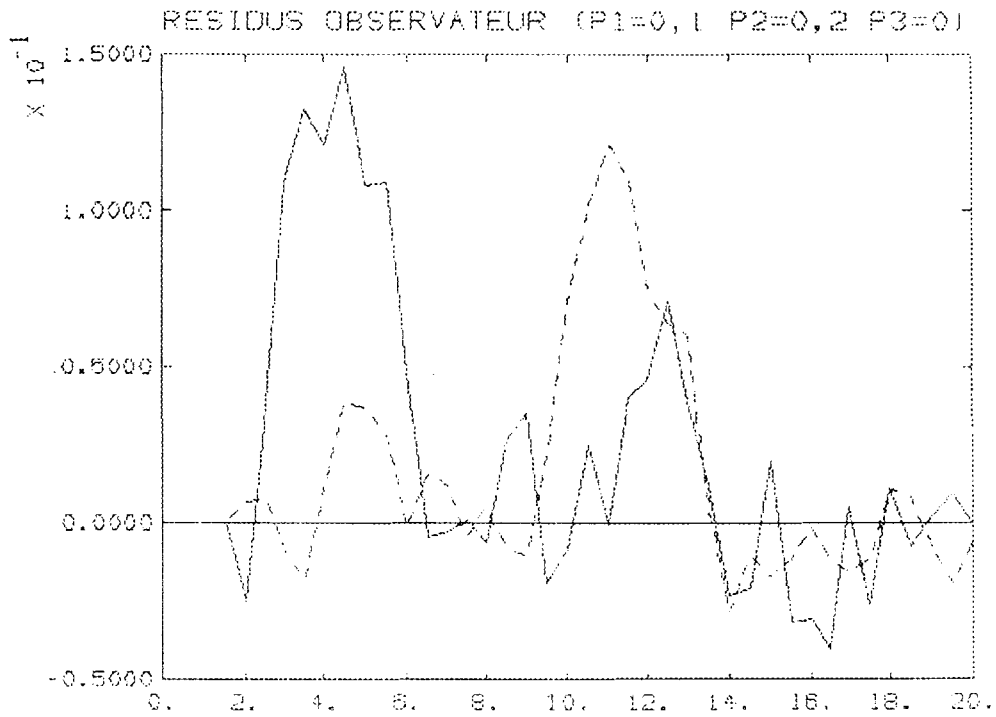


figure 8

4 COMPARAISON DES RESIDUS GENERES A L'AIDE DES OBSERVATEURS ET DE CEUX OBTENUS PAR PROJECTION DANS L'ESPACE DE PARITE

De nombreux auteurs ont cherché à comparer les résidus obtenus par les deux approches que nous avons développées précédemment. Il est maintenant bien établi que le vecteur de résidus obtenu par un observateur d'ordre plein particulier ayant toutes ses valeurs propres nulles (Dead-beat observer) appartient à l'espace de parité. [MASS 86], [PATT 89], [WUNN 90], [FRAN 90].

Dans la suite de ce chapitre, nous proposons une comparaison des résidus de parité et des résidus obtenus par un observateur quelconque (observateur de Luenberger généralisé). Dans un premier temps, nous effectuons cette comparaison de manière analytique à partir des expressions des résidus obtenus sous leur forme classique dans les paragraphes précédents.

Dans un deuxième temps, nous utilisons la transformée en z pour comparer les deux approches de génération. Cette méthode de comparaison a été récemment développée dans [PATT 91a]. Nous faisons le lien avec l'approche analytique. Le traitement d'un exemple illustrera les conclusions obtenues.

4.1 Comparaison analytique des résidus [STAR 91a,b,c], [MAGN 92]

Les équations du modèle du système considéré sont (4) :

$$\underline{x}(k+1) = A.\underline{x}(k) + B.\underline{u}(k) + E.\underline{d}(k) + F.\underline{f}(k)$$

$$\underline{y}(k) = C.\underline{x}(k) + D.\underline{u}(k) + H.\underline{d}(k) + G.\underline{f}(k)$$

L'expression analytique du résidu, obtenu par projection dans l'espace de parité est :

Forme de calcul :

$$\underline{r} = W.M(C,D,A,B).\underline{Y}$$

où \underline{Y} est le vecteur des variables mesurées sur le processus

W est tel que $W.Obs = 0$ (Obs est la matrice d'observabilité du système)

Forme d'évaluation :

$$\underline{r} = W.P(E,H).\underline{d}(k-s,k) + W.Q(F,G).\underline{f}(k-s,k)$$

Le résidu obtenu par un observateur de Luenberger généralisé est défini par :

$$\underline{e}(k) = L_1.\underline{\theta}(k) + L_2.\underline{y}(k) + L_3.\underline{u}(k)$$

Ce qui nous donne l'expression analytique du résidu à l'instant k :

$$\begin{aligned} \underline{e}(k) = & L_1 \cdot A_0^s \cdot (\Theta(k-s) - T \cdot \underline{x}(k-s)) \\ & + A_0^* \cdot \text{Blockdiag}(K \cdot H - T \cdot E) \cdot \underline{d}(k-s, k-1) + L_2 \cdot H \cdot \underline{d}(k) \\ & + A_0^* \cdot \text{Blockdiag}(K \cdot G - T \cdot F) \cdot \underline{f}(k-s, k-1) + L_2 \cdot G \cdot \underline{f}(k) \end{aligned}$$

$$\text{avec } A_0^* = [L_1 \cdot A_0^{s-1} \quad L_1 \cdot A_0^{s-2} \quad \dots \quad L_1 \cdot A_0 \quad L_1]$$

et les propriétés suivantes :

$$\Theta(k) = T \underline{x}^*(k), A_0 \text{ stable,}$$

$$T A - A_0 T = K C, L_1 T + L_2 C = 0, L_2 \cdot D + L_3 = 0$$

On montre (voir annexe) que

- a) $[A_0^* \cdot \text{Blockdiag}[K \cdot H - T \cdot E] \quad L_2 \cdot H]$
 $= [L_1 \cdot A_0^{s-1} \cdot K \quad \dots \quad L_1 \cdot K \quad L_2] \cdot [\text{COM}_s(E, H)]$
- b) $[A_0^* \cdot \text{Blockdiag}[K \cdot G - T \cdot F] \quad L_2 \cdot G]$
 $= [L_1 \cdot A_0^{s-1} \cdot K \quad \dots \quad L_1 \cdot K \quad L_2] \cdot [\text{COM}_s(F, G)]$
- c) $L_1 \cdot A_0^s \cdot T$
 $= -[L_1 \cdot A_0^{s-1} \cdot K \quad \dots \quad L_1 \cdot K \quad L_2] \cdot \text{Obs}$

L'expression du résidu devient alors :

$$\begin{aligned} \underline{e}(k) = & -V \cdot \text{Obs} \cdot (\Theta(k-s) - T \cdot \underline{x}(k-s)) + V \cdot [\text{COM}_s(E, H)] \cdot \underline{d}(k, k-s) \\ & + V \cdot [\text{COM}_s(F, G)] \cdot \underline{f}(k, k-s) \end{aligned}$$

$$\text{avec } V = [L_1 \cdot A_0^{s-1} \cdot K \quad \dots \quad L_1 \cdot K \quad L_2]$$

C'est à dire :

$$\underline{e}(k) = -V \cdot \text{Obs} \cdot \varepsilon(k-s) + V \cdot P(E, H) \cdot \underline{d}(k-s, k) + V \cdot Q(F, G) \cdot \underline{f}(k-s, k)$$

Deux cas peuvent alors être étudiés :

$$1^{er} \text{ cas : } -V \cdot \text{Obs} = L_1 \cdot A_0^s \cdot T = 0$$

Ce cas correspond à un observateur particulier (Dead beat observer) tel que la matrice A_0 ait toutes ses valeurs propres nulles.

Le résidu est alors égal à :

$$\underline{e}(k) = V.P(E,H).\underline{d}(k-s,k) + V.Q(F,G).\underline{f}(k-s,k)$$

de plus, puisque $L_1.A_0^S.T = V.Obs = 0$, V est orthogonal à Obs . Les vecteurs lignes de V appartiennent donc à l'espace de parité. Les résidus obtenus par projection dans l'espace de parité et par l'utilisation d'un "dead-beat observer" sont identiques. Cette propriété a été montrée par différentes approches [MASS 86], [PATT 89], [WUNN 90],[PATT 91a,b].

2^{ème} cas : $V.Obs$ n'est pas nul

La matrice V n'est pas orthogonale à Obs . Les vecteurs lignes de V n'appartiennent donc pas à l'espace de parité.

Le résidu est égal à la projection de $P(E,H).\underline{d}(k-s,k) + Q(F,G).\underline{f}(k-s,k)$ dans un espace (défini par la matrice V) dépendant du choix des matrices L_1 , K , A_0 et L_2 et de l'horizon d'observation s .

Les espaces de parité et d'observabilité étant supplémentaires, V se décompose de la manière suivante :

$$V = V_1 + V_2$$

avec $V_1 \perp Obs$ (c'est à dire que V_1 appartient à l'espace de parité)

et $V_2 \in Obs$

L'expression du résidu devient :

$$\begin{aligned} \underline{e}(k) = & -V.Obs.\varepsilon(k-s) + V_1.P(E,H).\underline{d}(k-s,k) + V_1.Q(F,G).\underline{f}(k-s,k) \\ & + V_2.P(E,H).\underline{d}(k-s,k) + V_2.Q(F,G).\underline{f}(k-s,k) \end{aligned}$$

soit

$$\underline{e}(k) = \underline{r}(k) - V.Obs.\varepsilon(k-s) + \underline{\rho}(k)$$

où \underline{r} est un vecteur de résidus appartenant à l'espace de parité et où $\underline{\rho}$ n'appartient pas à l'espace de parité.

Evolution de $\rho(k,s)$ en fonction de k et de s

a) k est fixé, s varie

L'observateur étant stable, les pôles de A_0 sont dans le cercle unité et l'on a :

$$\lim_{s \rightarrow \infty} A_0^s = 0$$

c'est à dire que $V.Obs$ tend vers zéro quand s tend vers l'infini. (V_2 tend vers 0)

On a donc :

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \underline{e}(k) = r(k)$$

L'espace de projection est d'autant plus proche de l'espace de parité que l'observateur converge rapidement (c'est à dire que les valeurs propres de A_0 sont proches de 0) et que l'horizon d'observation est grand.

b) s est fixé, k varie

Si à l'instant d'observation $k-s$, aucune défaillance n'est intervenue sur le système et si k est suffisamment grand pour que l'observateur ait convergé à l'instant $k-s$, $\underline{e}(k-s)$ est proche de zéro.

$V.Obs.\underline{e}(k-s)$ peut alors être négligé dans l'expression du résidu et l'on a :

$$\underline{e}(k) = r(k) + \rho(k)$$

Le résidu obtenu par les observateurs est dans ce cas la somme d'un résidu de parité et d'un terme appartenant à l'espace d'observabilité du système.

Remarque : Observateurs non-stationnaires

Certains auteurs ont utilisé des observateurs non stationnaires (les matrices de l'observateur dépendent du temps) pour générer les résidus d'estimation. [CECC 90]. On montre [BOER 91], par une démarche analogue à celle que nous avons présentée dans le cas stationnaire, que le vecteur de résidus d'estimation s'exprime par la forme générale :

$$\underline{e}(k) = -V(k).Obs.\underline{e}(k-s) + V(k).P(E,H).\underline{d}(k-s,k) + V(k).Q(F,G).\underline{f}(k-s,k)$$

Où $V(t)$ est une matrice dépendante du temps.

Les résultats de la comparaison dans le cas stationnaire sont donc généralisables au cas non stationnaire.

4.2 Comparaison des résidus de parité et des résidus d'observateurs, à l'aide de la transformée en z [PATT 91a]

4.2.1 Calcul de la transformée en z des résidus de parité

Le modèle du système est donnée par les équations (4) :

$$\underline{x}(k+1) = A.\underline{x}(k) + B.\underline{u}(k) + E.\underline{d}(k) + F.\underline{f}(k)$$

$$\underline{y}(k) = C.\underline{x}(k) + D.\underline{u}(k) + H.\underline{d}(k) + G.\underline{f}(k)$$

La projection dans l'espace de parité nous fournit un vecteur de résidu :

$$\underline{r} = W.M.\underline{Y} = \Psi.\underline{Y}$$

où \underline{Y} est le vecteur des variables mesurées (entrées et sorties) sur une fenêtre temporelle. Dans le cas général cette fenêtre temporelle est propre à chaque variable.

$$\underline{Y} = \begin{pmatrix} y_i(k-s_i, k) \\ \vdots \\ u_j(k-s_j, k) \end{pmatrix} \quad \text{avec } i : 1 \longrightarrow m \text{ et } j : 1 \longrightarrow q$$

La transformée en z du vecteur \underline{Y} est :

$$\underline{Y}(z) = \begin{pmatrix} z^{-s_i}.y_i(z) \\ \vdots \\ z^{-1}.y_i(z) \\ y_i(z) \\ z^{-s_j}.u_j(z) \\ \vdots \\ z^{-1}.u_j(z) \\ u_j(z) \end{pmatrix} \quad \text{avec } i : 1 \longrightarrow m \text{ et } j : 1 \longrightarrow q$$

La transformée en z du résidu de parité est donc :

$$\underline{r}(z) = \Psi(z^{-1}).\underline{Y}(z) = \Psi_1(z^{-1}).\underline{y}(z) + \Psi_2(z^{-1}).\underline{u}(z) \quad (17)$$

avec $\Psi_1(z^{-1})$ et $\Psi_2(z^{-1})$, des matrices polynomiales en z^{-1} . Leur degré correspond à la longueur de la fenêtre de calcul du résidu.

Remarque :

En l'absence de perturbations et de défaillances, le résidu est nul. Dans le cas où $\Psi_1(z^{-1})$ est inversible, l'équation (17) nous fournit la matrice de transfert $T(z^{-1})$ du système considéré.

$$T(z^{-1}) = -\Psi_2(z^{-1}).(\Psi_1(z^{-1}))^{-1}$$

Ecrivons les équations du modèle (4) à l'aide de la transformée en z :

$$(z.I-A)\underline{x}(z) = B.\underline{u}(z) + E.\underline{d}(z) + F.\underline{f}(z)$$

$$\underline{y}(z) = C.\underline{x}(z) + D.\underline{u}(z) + H.\underline{d}(z) + G.\underline{f}(z)$$

C'est à dire sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} (z.I-A) \\ C \end{pmatrix} \underline{x}(z) = \begin{pmatrix} B \\ -D \end{pmatrix} \underline{u}(z) + \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} \underline{y}(z) + \begin{pmatrix} E \\ -H \end{pmatrix} \underline{d}(z) + \begin{pmatrix} F \\ -G \end{pmatrix} \underline{f}(z) \quad (18)$$

Soit $W(z^{-1})$ une matrice polynomiale en z^{-1} de degré w , telle que :

$$W(z^{-1}) \cdot \begin{pmatrix} (z.I-A) \\ C \end{pmatrix} = 0 \quad (19)$$

En posant :

$$W(z^{-1}) = [W_1(z^{-1}) \quad W_2(z^{-1})]$$

L'équation (19) est équivalente à (20) :

$$W_1(z^{-1}).(z.I-A) + W_2(z^{-1}).C = 0 \quad (20)$$

En multipliant les deux membres de l'équation (18), on obtient le résidu $\underline{r}(z)$ donné par (21) :

$$\begin{aligned} \underline{r}(z) &= W(z^{-1}) \begin{pmatrix} B \\ -D \end{pmatrix} \underline{u}(z) + W(z^{-1}) \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} \underline{y}(z) \\ &= W(z^{-1}) \begin{pmatrix} E \\ -H \end{pmatrix} \underline{d}(z) + W(z^{-1}) \begin{pmatrix} F \\ -G \end{pmatrix} \underline{f}(z) \end{aligned} \quad (21)$$

Ce résidu est un résidu de parité puisqu'il est sous la même forme que (17) avec :

$$\Psi_1(z^{-1}) = W_2(z^{-1}) \quad (22)$$

$$\Psi_2(z^{-1}) = W_1(z^{-1}).B - W_2(z^{-1}).D$$

Le résidu à l'instant k , $\underline{r}(k)$ sera calculé sur une fenêtre de longueur s . Il appartient donc à l'espace de parité d'ordre s .

Lorsque l'on multiplie l'équation (21) par une matrice polynomiale $\Omega(z^{-1})$ de degré μ , on obtient un nouveau résidu de parité $\underline{r}^*(z)$:

$$\underline{r}^*(z) = \Omega(z^{-1}) \cdot W(z^{-1}) \cdot \begin{pmatrix} B \\ -D \end{pmatrix} \underline{u}(z) + \Omega(z^{-1}) \cdot W(z^{-1}) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix} \underline{y}(z) \quad (23a)$$

$$\underline{r}^*(z) = \Omega(z^{-1}) \cdot W(z^{-1}) \cdot \begin{pmatrix} E \\ -H \end{pmatrix} \underline{d}(z) + \Omega(z^{-1}) \cdot W(z^{-1}) \cdot \begin{pmatrix} F \\ -G \end{pmatrix} \underline{f}(z) \quad (23b)$$

Le résidu $\underline{r}^*(z)$ est obtenu par filtrage du résidu $\underline{r}(z)$ à l'aide du filtre $\Omega(z^{-1})$. Dans le domaine temporel, ce filtrage revient à effectuer des combinaisons linéaires du résidu sur une fenêtre mobile.

On a :

$$\underline{r}^*(k) = \sum_{i=0}^{\mu} \Omega_i \underline{r}(k-i)$$

Avec :

$$\Omega(z^{-1}) = \sum_{i=0}^{\mu} \Omega_i z^{-i}$$

Si le résidu $\underline{r}(k)$ appartient à l'espace de parité d'ordre s , le résidu $\underline{r}^*(k)$ filtré à travers $\Omega(z^{-1})$, de degré μ en z^{-1} , appartient à l'espace de parité d'ordre $s+\mu$.

4.2.2 Calcul du résidu des observateurs

L'observateur de Luenberger généralisé est régi par les équations (12) :

$$\underline{\Theta}(k+1) = A_0 \cdot \underline{\Theta}(k) + K \cdot \underline{y}(k) + J \cdot \underline{u}(k) \quad (12a)$$

$$\underline{w}(k) = C_0 \cdot \underline{\Theta}(k) + R \cdot \underline{y}(k) + D_0 \cdot \underline{u}(k) \quad (12b)$$

Le résidu est défini par :

$$\underline{e}(k) = \underline{y}^*(k) - \underline{y}(k) = L_1 \cdot \underline{\Theta}(k) + L_2 \cdot \underline{y}(k) + L_3 \cdot \underline{u}(k)$$

La transformée en z de l'équation (12a) donne (24) :

$$(z \cdot I - A_0) \underline{\Theta}(z) = K \cdot \underline{y}(z) + J \cdot \underline{u}(z) \quad (24)$$

$z.I-A_0$ est une matrice carrée en z inversible. On peut donc exprimer $\Theta(z)$ par :

$$\Theta(z) = (z.I-A_0)^{-1}.K.y(z) + (z.I-A_0)^{-1}.J.u(z) \quad (25)$$

La transformée en z du résidu est :

$$\underline{e}(z) = L_1.\Theta(z) + L_2.y(z) + L_3.u(z)$$

En substituant dans cette équation $\Theta(z)$ par son expression donnée par (25), on obtient (26) :

$$\begin{aligned} \underline{e}(z) &= (L_1.(z.I-A_0)^{-1}.K + L_2).y(z) \\ &+ (L_1.(z.I-A_0)^{-1}.(T.B - K.D) - L_2.D).u(z) \end{aligned} \quad (26)$$

Puisque $L_3 = -L_2.D$ et $J = T.B - K.D$

Le résidu $\underline{r}(z)$ de l'espace de parité est donné par l'équation (17) :

$$\underline{r}(z) = \Psi.\underline{Y}(z) = \Psi_1(z^{-1}).y(z) + \Psi_2(z^{-1}).u(z) \quad (17)$$

avec les conditions (22) et (20) :

$$\Psi_1(z^{-1}) = W_2(z^{-1}) \quad (22)$$

$$\Psi_2(z^{-1}) = W_1(z^{-1}).B - W_2(z^{-1}).D$$

$$W_1(z^{-1}).(z.I-A) + W_2(z^{-1}).C = \Phi(z) = 0 \quad (20)$$

Le résidu d'observateur $\underline{e}(z)$ est de la même forme que $\underline{r}(z)$ en posant :

$$(L_1.(z.I-A_0)^{-1}.K + L_2) = \Psi_1(z^{-1})$$

et

$$(L_1.(z.I-A_0)^{-1}.(T.B - K.D) - L_2.D) = \Psi_2(z^{-1})$$

Dans ce cas, on obtient (en utilisant (22)) :

$$W_1(z^{-1}) = L_1.(z.I-A_0)^{-1}.T$$

et

$$W_2(z^{-1}) = (L_1.(z.I-A_0)^{-1}.K + L_2)$$

En substituant $W_1(z^{-1})$ et $W_2(z^{-1})$ dans l'expression de $\Phi(z)$ (équation 20), on obtient :

$$\begin{aligned}\Phi(z) &= L_1.(z.I-A_0)^{-1}.T.(z.I-A) + (L_1.(z.I-A_0)^{-1}.K+L_2).C \\ &= L_1.(z.I-A_0)^{-1}.T.z.I - L_1.(z.I-A_0)^{-1}.T.A + (L_1.(z.I-A_0)^{-1}.K.C + L_2.C\end{aligned}$$

avec

$$T.A - A_0.T = K.C \text{ et } L_1.T + L_2.C = 0.$$

On montre alors que la condition (20) est vérifiée c'est à dire que $\Phi(z)$ est identiquement nulle quelles que soient les matrices A_0 , T , K , L_1 et L_2 .

Dans le cas général, c'est à dire lorsque l'observateur n'est pas un "dead-beat observer" , $(z.I-A_0)^{-1}$ est un polynôme de degré infini en z^{-1} :

$$(z.I-A_0)^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} (A_0.z^{-1})^i$$

Les polynômes $\Psi_1(z^{-1})$ et $\Psi_2(z^{-1})$ sont donc aussi de degré infini.

Le résidu $\underline{e}(k)$ appartient donc à l'espace de parité d'ordre infini.

4.3 Interprétation dans le cas où l'observateur n'est pas à réponse pile

1ère interprétation

Les valeurs propres de la matrice A_0 sont situées dans le cercle unité. Ceci implique, que pour s assez grand, A_0^s est sensiblement égal à zéro.

La matrice $(z.I-A_0)^{-1}$ peut donc s'exprimer, en première approximation, par un polynôme en z^{-1} de degré s .

En remplaçant $(z.I-A_0)^{-1}$ par ce polynôme dans l'expression (26) puis en repassant dans le domaine temporel, nous obtenons l'expression :

$$\underline{e}(k) \approx V (\underline{y}(k-s,k) - \text{COM}_s(B,D).\underline{u}(k-s,k))$$

$$\text{avec } V = [L_1.A_0^{s-1}.K \dots L_1.K \ L_2]$$

Les vecteurs lignes de la matrice V appartiennent à un espace proche de l'espace de parité d'ordre s . Plus s est grand, plus ces espaces sont proches. Ces espaces ne sont confondus que lorsque l'horizon s est infini.

2^{ème} interprétation [PATT 91a]

La matrice $(z.I-A_0)^{-1}$ s'exprime de la manière suivante :

$$(z.I-A_0)^{-1} = P(z)/q(z)$$

où $q(z)$ est le déterminant de la matrice $(z.I-A_0)$.

La matrice $(z.I-A_0)$ étant de dimensions (a_0, a_0) , $q(z)$ est un polynôme de degré a_0 .

et $P(z) = \text{Adjointe}(z.I-A_0)$.

En remplaçant $(z.I-A_0)^{-1}$ par $P(z)/q(z)$ dans l'expression (26) du résidu $\underline{e}(z)$, on obtient (27):

$$\begin{aligned} \underline{e}(z) = & \frac{z^{a_0}}{q(z)} \cdot [(L_1.P(z).z^{-a_0}.K + L_2.q(z).z^{-a_0}).\underline{y}(z)] \\ & + \frac{z^{a_0}}{q(z)} \cdot [L_1.P(z).z^{-a_0}.(T.B-K.D)-L_2.D.P(z).z^{-a_0}].\underline{u}(z) \end{aligned}$$

Cette expression peut se mettre sous la forme :

$$\underline{e}(z) = \frac{\underline{r}_1(z)}{q(z)} \cdot z^{a_0}$$

où $\underline{r}_1(z)$ est la transformée en z du résidu $\underline{r}_1(k)$ appartenant à l'espace de parité d'ordre a_0 .

Le résidu $\underline{e}(k)$ peut donc être obtenu en filtrant le résidu de parité d'ordre a_0 à travers le filtre $F(z)=z^{a_0}/q(z)$.

Dans le cas général où l'observateur n'est pas à réponse pile, z^{a_0} n'est pas divisible par $q(z)$ et $F(z)$ s'exprime comme un polynôme de degré infini en z^{-1} .

5 EXEMPLE

Reprenons l'exemple du système S.

En effectuant une combinaison linéaire des trois résidus de parité, on obtient un nouvel ensemble de résidus.

En effet, on a :

$$\underline{r} = W.M(C,D,A,B).\underline{Y}$$

où \underline{Y} est le vecteur des variables mesurées sur le processus

$$\underline{r}_1 = P.\underline{r} = P.W.M(C,D,A,B).\underline{Y}$$

où P est une matrice réelle

est un vecteur de résidus de parité.

Par un choix approprié de P, on retrouve les deux résidus obtenus à l'aide de l'observateur à réponse pile.

La figure 9 représente la simulation de la différence entre les résidus de parité ainsi obtenus (composantes de \underline{r}_1) et les résidus générés à l'aide de l'observateur. Compte-tenu de la précision du calcul, cette différence est nulle.

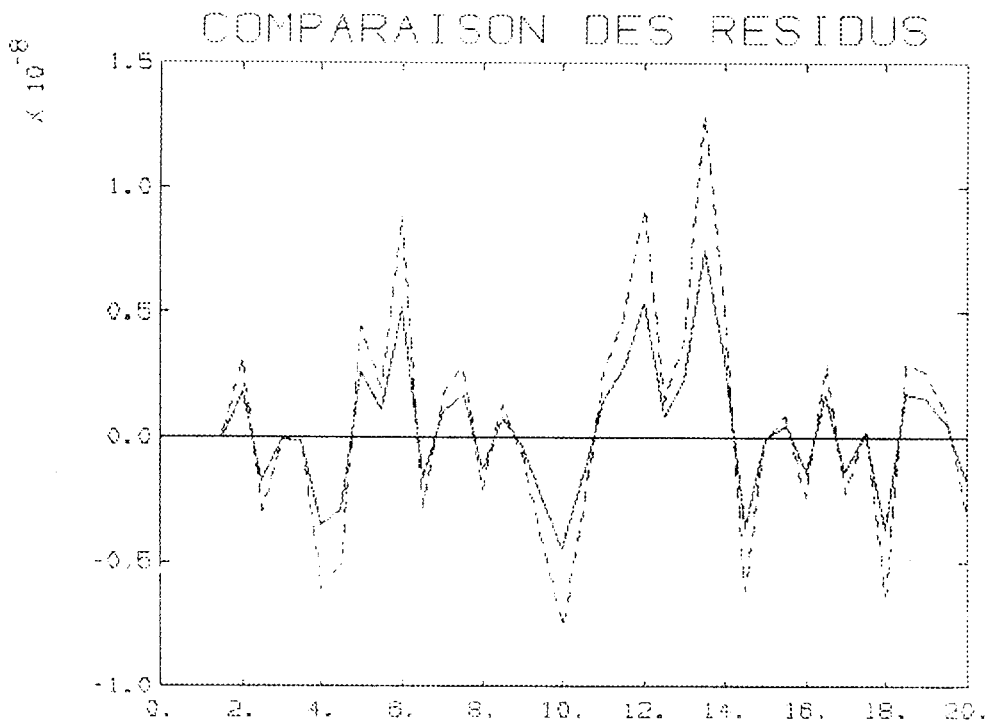


figure 9

Les pôles du deuxième observateur utilisé pour générer les résidus ne sont pas nul.

Le déterminant de la matrice $(zI-(A-K.C))$ est :

$$q(z) = z^3 - 0,3z^2 + 0.02z$$

Soit le filtre $F(z)$ défini par :

$$F(z) = \frac{z^3}{q(z)}$$

En filtrant les résidus de parité d'ordre 3 (résidus d'ordre 2 auxquels on ajoute ces même résidus décalés d'une période d'échantillonnage) puis en effectuant des combinaisons linéaires, on obtient des résidus identiques à ceux obtenus à l'aide de l'observateur.

La figure 10 représente la différence entre les résidus de parité ainsi obtenus et les résidus d'observateur.

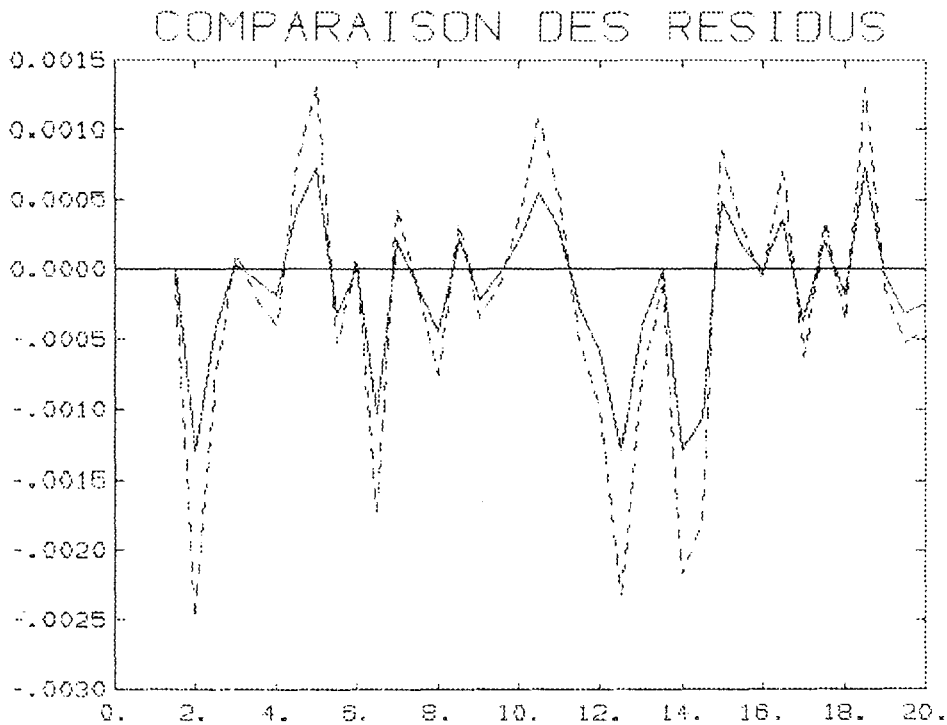
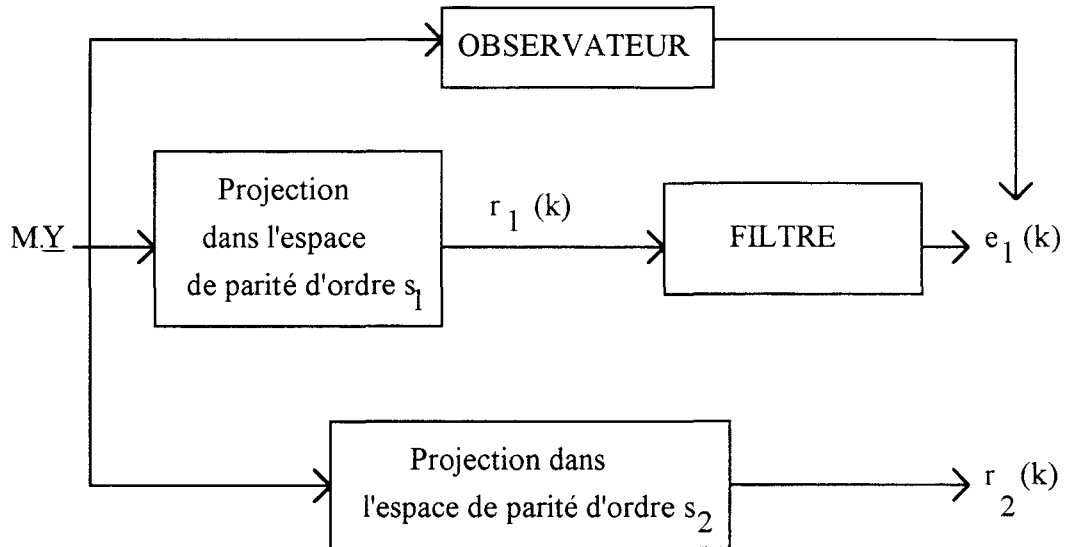


figure 10

6 CONCLUSION

Le résultat de la comparaison des résidus obtenus par projection dans l'espace de parité et obtenus à l'aide d'observateurs de Luenberger peut être résumé par le schéma suivant (où $s_2 \geq s_1$) :



Dans le cas d'un observateur à réponse pile, c'est à dire ayant toutes ses valeurs propres nulles, les résidus $r_2(k)$ et $e_1(k)$ sont identiques.

Dans le cas d'un observateur quelconque. Le résidu $r_2(k)$ sera d'autant plus proche de $e_1(k)$ que l'ordre s_2 sera grand et que les valeurs propres de A_0 seront proches de 0.

CHAPITRE 3

GENERATION DES RELATIONS DE REDONDANCE PAR L'APPROCHE STRUCTURELLE

GENERATION DES RELATIONS DE REDONDANCE PAR L'APPROCHE STRUCTURELLE

Les méthodes classiques de génération de résidus reposent sur une modélisation du système dans l'espace d'état. Cette représentation mathématique d'un système permet d'obtenir une forme de calcul et une forme d'évaluation des résidus.

Cette modélisation présente cependant certains inconvénients lorsque l'on désire surveiller une installation industrielle complexe. Après avoir dégagé les limitations d'un tel modèle nous introduisons une modélisation structurelle qui présente des avantages certains par rapport à la modélisation d'état. Cette modélisation est obtenue en effectuant une décomposition hiérarchique du système considéré.

Puis, nous montrons qu'à partir d'un tel modèle structurel, il est possible d'isoler les sous-systèmes redondants et de déterminer les séquences de calcul qui seront appliquées sur le modèle analytique en vue d'obtenir les relations de redondance analytique.

Pour la classe des systèmes linéaires, le modèle structurel peut être enrichi par la connaissance des fonctions de transfert. Nous obtenons alors une modélisation structurelle polynomiale. Nous retrouvons ainsi la modélisation proposée par Rosenbrock [ROSE 70].

A partir de ce modèle polynomial, nous appliquons la démarche structurelle générale pour générer les relations de redondance analytique. Nous proposons ensuite une méthode par projection permettant de générer ces relations. La matrice de projection (polynomiale) est obtenue par un algorithme récursif.

1 LES LIMITATIONS D'UNE MODELISATION DANS L'ESPACE D'ETAT.

Les méthodes de génération de résidus classiquement développées reposent sur une modélisation du système sous forme d'équations d'état et de mesure (4). Cette représentation mathématique permet d'obtenir une forme de calcul et une forme d'évaluation des résidus. Elle présente cependant des inconvénients majeurs :

- * Elle peut être très éloignée de la structure physique du système considéré. En effet, les coefficients des différentes matrices et les composantes du vecteur d'état intervenant dans la description, sont des fonctions des paramètres physiques et des variables significatives du système. L'interprétation des coefficients et des variables n'est donc pas immédiate. De plus, cette modélisation n'est pas unique puisqu'elle dépend de la base de représentation choisie.

* Elle est bien adaptée pour des systèmes de petite taille mais l'est beaucoup moins pour des processus industriels complexes pouvant mettre en jeu plusieurs centaines de variables.

* Un système complexe est constitué de sous-systèmes de nature différente. Certains de ces sous-systèmes peuvent être modélisés à partir des lois de la physique par des équations linéaires ou non linéaires, statiques ou dynamiques et donner naissance à des variables continues ou à des variables ne prenant qu'un nombre fini d'états. Le comportement d'autres sous-systèmes n'est connu qu'à travers un certain nombre d'expérimentations. Dans ce cas, le modèle est constitué de règles de fonctionnement ou de tables numériques ou qualitatives. La coexistence de ces différentes représentations rend la description dans l'espace d'état difficile voire impossible.

Ces inconvénients nous ont conduit à utiliser une modélisation plus proche du système physique et qui, de plus, est très largement utilisée par les industriels.

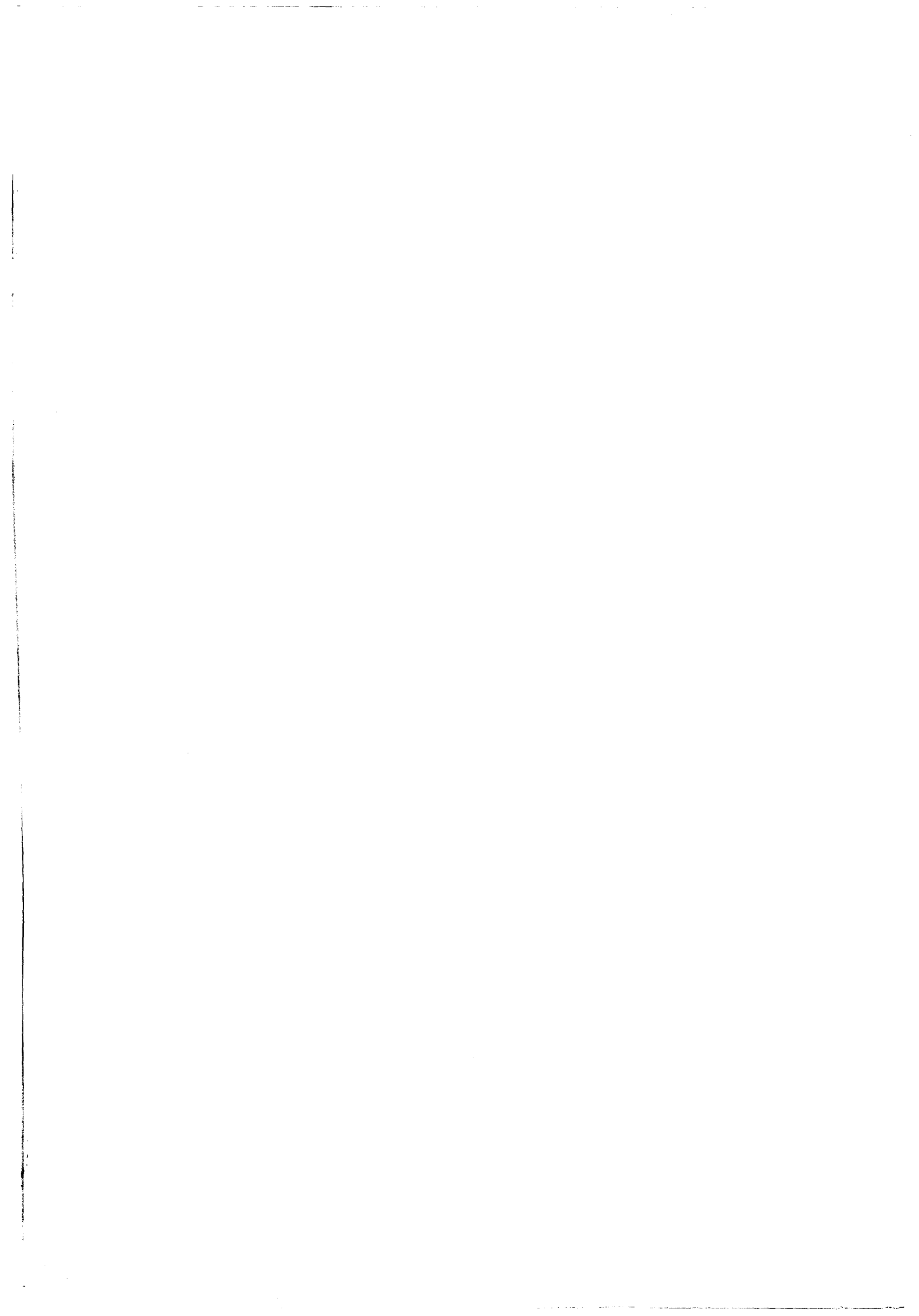
2 LA MODELISATION STRUCTURELLE

2.1 Décomposition hiérarchique

Un système complexe S peut être considéré comme un ensemble d'activités qui interagissent entre-elles. Chaque activité constitue un sous-système S_i du système complet. Si nous plaçons le système S global au niveau hiérarchique 0, chaque sous système S_i est au niveau 1. Cette décomposition peut alors être à nouveau appliquée à chaque sous système S_i à un niveau supérieur. Ainsi, la décomposition peut se poursuivre jusqu'aux composants physiques de base. Le niveau de décomposition est fonction de l'utilisation future du modèle, des informations et propriétés que l'on désire en dégager, mais aussi du niveau de connaissance (modèle) dont on dispose sur chacun des sous systèmes.

Cette décomposition hiérarchique a été largement développée dans le cas des systèmes linéaires, dans les années 1970 par Rosenbrock [ROSE 70]. Elle a ensuite été quelque peu abandonnée au profit de la modélisation dans l'espace d'état.

Pour représenter la décomposition hiérarchique d'un système complexe, une description graphique est très souvent utilisée. Chaque sous-système correspondant à une activité est modélisé par une ou plusieurs relations de contrainte. Une relation de contrainte n'est pas orientée et définit un sous-ensemble de valeurs que les variables caractérisant le sous-système sont autorisées à prendre.



Un processus physique a pour fonction de transformer un vecteur de variables (entrées) en un autre vecteur (sorties). Pour modéliser un sous-système, la relation de contrainte doit donc être orientée. Cette orientation est appelée causalité.

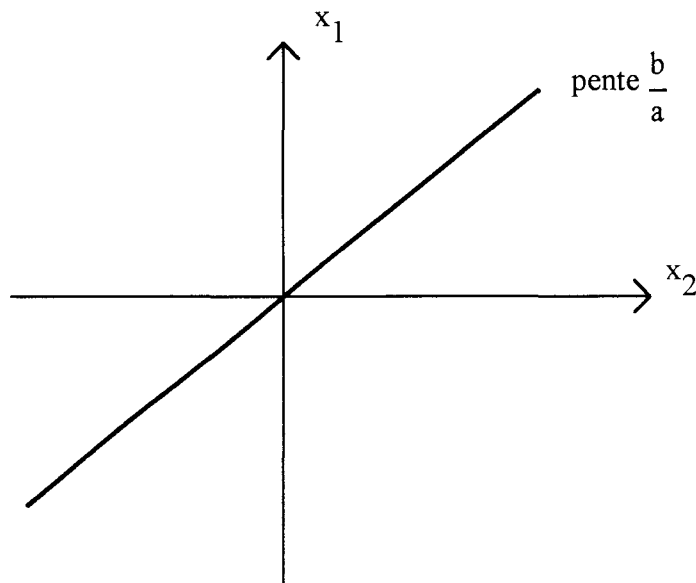
Finalement, un sous-système peut être modélisé par un bloc fonctionnel possédant un vecteur d'entrées et un vecteur de sorties, ainsi que par le modèle des contraintes qui les lient.

Exemple

Soit deux variables x_1 et x_2 et la contrainte :

$$a.x_1 - b.x_2 = 0$$

Le sous-espace des valeurs possibles pour x_1 et x_2 est une droite de pente b/a dans le plan (x_1, x_2) .

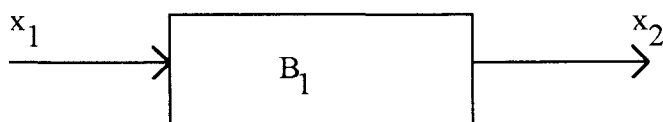


Deux causalités peuvent être fixées.

1) x_2 est une sortie dont la valeur est calculée en fonction de l'entrée x_1 .

$$x_2 = (a/b).x_1$$

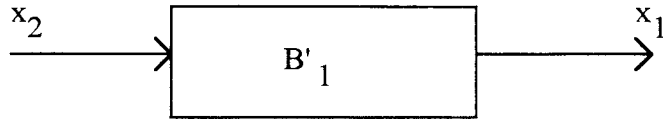
Le système est modélisé par un gain $B_1 = a/b$



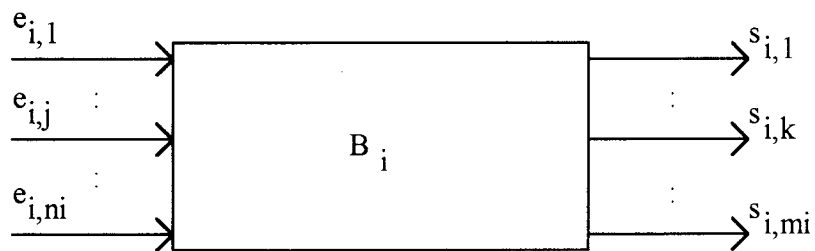
2) x_1 est une sortie dont la valeur est calculée en fonction de l'entrée x_2 .

$$x_1 = (b/a).x_2$$

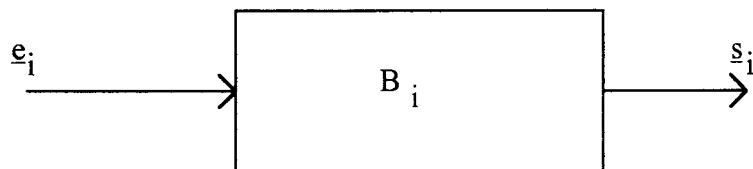
Le système est modélisé par un gain $B_1' = b/a$



Considérons un sous-système i . Celui-ci possède n_i variables d'entrées e_j et m_i variables de sorties s_k . Ce sous-système est représenté par le bloc fonctionnel B_i de la manière suivante :



ou



avec \underline{e}_i et \underline{s}_i les vecteurs des variables d'entrée et de sortie du bloc i .

Le modèle du bloc i est notée $B_i(\underline{e}_i, \underline{s}_i)$.

L'ensemble des n blocs fonctionnels constituant le système est noté $\{B\}$.

La représentation du système complet est obtenue en reliant les différents blocs fonctionnels. Ces liaisons correspondent au niveau physique à des transferts de matière, d'énergie ou de données entre les différents organes physiques qui constituent le système.

Certaines variables de sortie du bloc B_i sont des variables d'entrée d'autres blocs fonctionnels. L'ensemble de toutes les variables d'entrée et de toutes les variables de sortie des n blocs pris séparément peut donc être réduit en un ensemble $\{Z\}$ représentant les variables nécessaires à la description du système. Les variables de $\{Z\}$ sont appelées variables processus. On notera \underline{z} le vecteur des variables processus.

Parmi les variables processus, certaines ont des valeurs connues. Soit $\{U\}$ l'ensemble des variables d'entrée connues. Ces variables constituent les commandes du processus. Leurs valeurs sont fixées par l'utilisateur ou calculées par un système extérieur. On notera \underline{u} le vecteur des entrées connues.

Soit $\{Y\}$ l'ensemble des variables de sortie connues. Ce sont les sorties des capteurs implantés sur le processus physique. On notera \underline{y} le vecteur des variables de sortie connues.

Le sous-ensemble des éléments de $\{Z\}$ dont la valeur est inconnue sera noté $\{X\}$. Le vecteur des variables inconnues sera noté \underline{x} .

Finalement $\{Z\}$ est l'ensemble des variables de description physiquement interprétables et on a :

$$\{Z\} = \{X\} \cup \{U\} \cup \{Y\}$$

Pour différencier les variables connues des variables inconnues, nous pouvons ajouter dans la description, des blocs fonctionnels appelés fonctions de connaissance. L'ensemble des variables inconnues est alors complété par un ensemble (de cardinal égal au cardinal de $\{U\} \cup \{Y\}$) de nouvelles variables inconnues (entrée des blocs de connaissance). Pour que les modélisations soient équivalentes avec et sans ces blocs fonctionnels fictifs, les fonctions qui leur sont associés (relations de contrainte) doivent être des fonctions unité.

Ainsi, toute entrée d'un bloc unité est une entrée connue, toute sortie d'un bloc unité est une sortie connue. Les autres variables de la description sont inconnues.

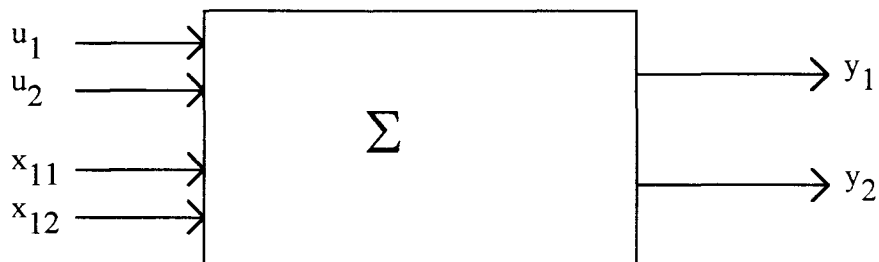
Le vecteur \underline{c} des variables connues est donc relié au vecteur \underline{x} par une matrice binaire K :

$$\underline{c} = \begin{pmatrix} \underline{u} \\ \underline{y} \end{pmatrix} = K \cdot \underline{x}$$

Exemple :

Soit le système Σ possédant 4 entrées et 2 sorties :

Niveau 0

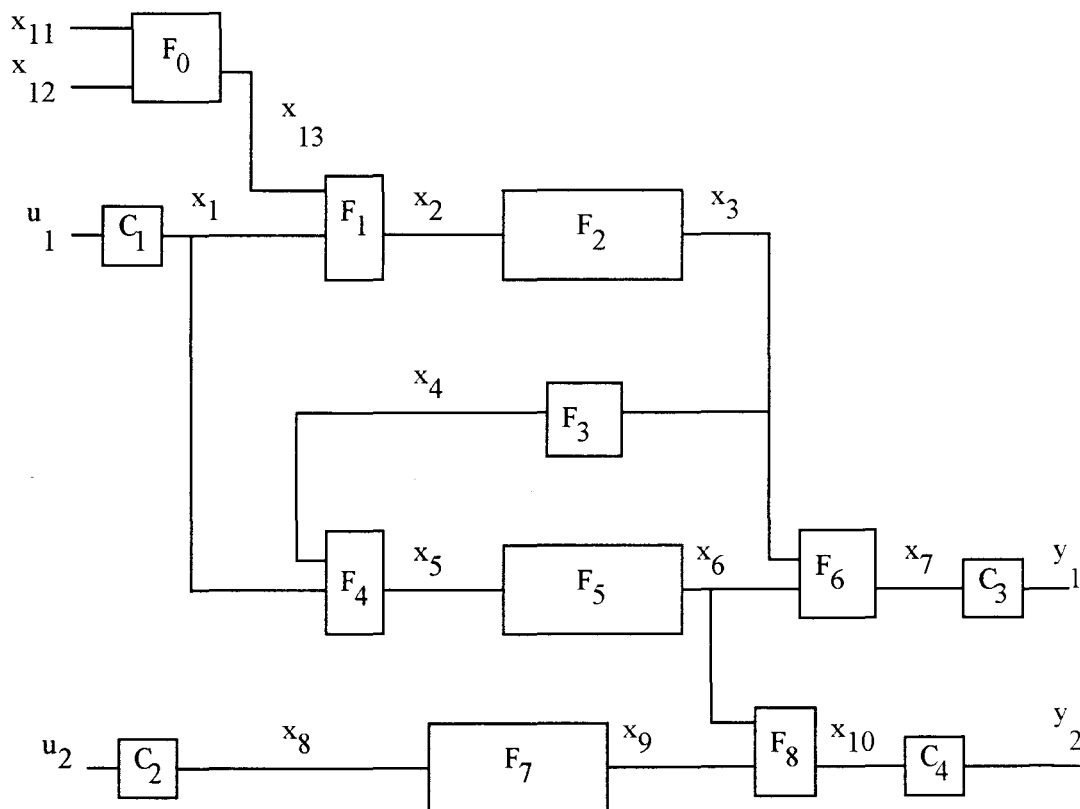


u_1 et u_2 sont des entrées connues. x_{11} et x_{12} sont inconnues.

y_1 et y_2 sont des sorties mesurées.

Niveau de décomposition α

Au niveau α , le système complet est constitué de n_α blocs fonctionnels interconnectés.



2.2 Modélisation structurelle

A partir de la description sous forme de blocs interconnectés, et sans faire d'hypothèse sur la nature des relations de contrainte, un modèle purement structurel du système peut être donné. [RICH 75] [STAR 89a]

La structure d'un système est définie par la relation binaire :

$$S : \{B\} \times \{Z\} \longrightarrow \{0, 1\}$$

$$(B_i, z_j) \longrightarrow \begin{cases} S(B_i, z_j) = 1 \text{ ssi } z_j \text{ intervient dans la} \\ \text{relation } B_i \\ S(B_i, z_j) = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

L'ensemble des couples (B_i, z_j) tels que $S(B_i, z_j) = 1$ est appelé structure du système.

La représentation structurelle du système global est donnée par :

\underline{z} : vecteur de variables de description.

M : matrice binaire qui exprime l'ensemble des liens structurels qui existent entre toutes les variables au sein du système.

Nous avons vu que parmi les composantes du vecteur \underline{z} , certaines sont connues d'autres sont inconnues. En partitionnant la matrice M et le vecteur des variables, la représentation structurelle est donnée par :

$$M = [M_1 \quad M_2] \text{ et } \underline{z} = \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \underline{c} \end{pmatrix}$$

Exemple :

Reprenons l'exemple du système Σ . La représentation structurelle peut être représentée par le tableau suivant :

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	u_1	u_2	y_1	y_2
F_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
F_1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
F_2	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F_3	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F_4	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F_5	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F_6	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
F_7	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
F_8	0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0
c_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
c_2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
c_3	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
c_4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1

La représentation structurelle d'un système complexe est très générale puisqu'elle permet de modéliser un système quelle que soit sa nature (contraintes linéaires ou non linéaires, statiques ou dynamiques, exprimées sous forme de règles ou de tables, mettant en relation des variables quantitatives ou qualitatives). De plus, la matrice M étant binaire, cette représentation est très bien adaptée pour les systèmes de grandes dimensions pour lesquels un traitement numérique nécessiterait une grande puissance de calcul.

Nous avons défini le modèle structurel comme un graphe bi-partie liant les variables du système et un ensemble de contraintes. Ce modèle peut être généralisé si l'on considère les paramètres du système comme des variables. Certains paramètres ont des valeurs connues, d'autres sont inconnus (ou connus avec imprécision). Le modèle peut alors être considéré comme un ensemble de contraintes appliquées à un ensemble de variables étendu aux paramètres.

La structure étendue du système est alors définie de la manière suivante :

Soit $\{Z^*\} = \{Z\} \cup \{P\}$ où $\{P\}$ est l'ensemble des paramètres du système.

$$S^* : \{B\} \times \{Z^*\} \longrightarrow \{0, 1\}$$

$$(B_i, z^*_j) \longrightarrow \begin{cases} S(B_i, z^*_j) = 1 \text{ ssi } z^*_j \text{ intervient dans la} \\ \text{relation } B_i \\ S(B_i, z^*_j) = 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Bien que la modélisation structurelle soit assez pauvre (elle ne concerne que la structure du système), elle contient un grand nombre d'informations permettant de mettre en place un système de détection et d'isolation de défaillances. L'analyse de la structure d'un système constitue un outil d'aide à la configuration et à l'analyse d'un système de surveillance. Elle permet :

- * l'analyse des redondances locales du système, c'est à dire l'isolation de tous les sous-systèmes redondants. Ceci permet de rechercher les résidus sur des sous-systèmes de dimension minimale.
- * la détermination des séquences de calcul permettant de générer ensuite les résidus de manière automatique.
- * la détermination de capteurs supplémentaires permettant d'augmenter les performances du système de surveillance.
- * la recherche de résidus de structure donnée permettant d'obtenir des propriétés de robustesse ainsi que d'améliorer l'isolation des défaillances.

Dans la suite de ce chapitre, nous présentons les méthodes d'analyse structurelle permettant d'isoler les sous-systèmes redondants et permettant de déterminer les séquences de calcul des relations de redondances analytiques.

Les autres apports de l'analyse structurelle mis en évidence ci-dessus concernent l'optimisation des résidus. Ils seront développés dans le quatrième chapitre.

3 APPROCHE STRUCTURELLE - DECOMPOSITION CANONIQUE

A partir du modèle structurel d'un système complexe, il est possible d'isoler les sous-systèmes redondants et de donner les séquences de calcul permettant ensuite de générer les relations de redondances à l'aide du modèle analytique.

3.1 Caractérisation structurelle d'un sous-système

Définitions [DECL 91],[STAR 89a,b]

Soit E un ensemble.

Soit P(E) l'ensemble des parties de E.

Soit B^* un sous-ensemble de $\{B\}$, Z^* un sous-ensemble de $\{Z\}$.

On définit la structure variable et la structure fonction par les applications suivantes :

$$\begin{array}{l} V : P(B) \longrightarrow P(Z) \\ B^* \longrightarrow V(B^*) = \{ z_j / \text{il existe } B_i \in B^* \text{ tel que } S(B_i, z_j)=1 \} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} F : P(Z) \longrightarrow P(B) \\ Z^* \longrightarrow F(Z^*) = \{ B_j / \text{il existe } z_i \in Z^* \text{ tel que } S(B_j, z_i)=1 \} \end{array}$$

Définition

Un sous-système est une paire $(B^*, V(B^*))$ où B^* est un sous-ensemble de $\{B\}$.

Soit $V(B^*) = V_C(B^*) \cup V_X(B^*)$ où $V_C(B^*)$ est le sous ensemble des variables connues de $V(B^*)$ ($V_C(B^*)$ est un sous-ensemble de $\{C\}$) et où $V_X(B^*)$ est le sous-ensemble des variables inconnues de $V(B^*)$ ($V_X(B^*)$ est un sous-ensemble de $\{X\}$).

On peut écrire les relations de contrainte qui définissent le sous-système B^* de la manière suivante :

$$B^*(V_C(B^*), V_X(B^*))$$

Le sous-système B^* sera caractérisé en fonction du nombre de solutions pour $V_X(B^*)$ correspondant aux trajectoires des variables de $V_C(B^*)$.

Définitions

Le sous-système B^* est dit *compatible* si pour n'importe quelle valeur donnée de $V_C(B^*)$, l'ensemble des valeurs de $V_X(B^*)$ respectant les contraintes n'est pas vide.

B^* est dit *sous-déterminé* si pour n'importe quelle valeur donnée de $V_C(B^*)$, le cardinal de l'ensemble des valeurs de $V_X(B^*)$ respectant les contraintes, est

strictement supérieur à un. B^* est déterminé si le cardinal est égal à un.

Un système est dit sur-déterminé s'il est déterminé et si de plus il existe β^* inclus dans B^* et différent de B^* tel que :

$$1- V_X(\beta^*) = V_X(B^*)$$

2- Pour n'importe quelle valeur de $V_C(B^*)$, les valeurs de $V_X(\beta^*)$ qui satisfont les contraintes β^* et les valeurs de $V_X(B^*)$ qui satisfont les contraintes B^* sont les mêmes.

Un sous-système déterminé qui n'est pas surdéterminé est dit juste déterminé.

Définition :

Calculabilité d'une variable à partir d'une relation de contrainte.

Une variable $x_j \in \{X\}$ est calculable à partir d'une relation $B_j \in \{B\}$ si la donnée de toutes les autres variables du système (connues ou inconnues) permet de déduire la valeur de x_j de façon unique à partir de la contrainte B_j .

Cette condition impose que la causalité suivante peut être imposée à B_j :

Variables d'entrée : $\{Z\} \setminus \{x_j\}$

Variables de sortie : $\{x_j\}$

Cette notion de calculabilité permet de prendre en compte dans le traitement structurel le fait que certaines activités ont un comportement non-inversible. En effet, les contraintes associées aux activités peuvent être exprimées sous forme de relations non linéaires (saturations, hystérésis ...), sous forme de tables ou de règles.

Dans la suite de ce chapitre, nous nous plaçons sous l'hypothèse de calculabilité de toutes les variables inconnues du système.

3.2 Interprétation des notions de sous-systèmes sous, juste et sur-déterminés

Sous-détermination

Les valeurs des variables inconnues $V_X(B^*)$ d'un sous-système B^* sous-déterminé ne peuvent être déterminées de manière unique en fonction des valeurs des variables $V_C(B^*)$. Un tel cas se produit soit lorsque les sous-systèmes sont mal ou

insuffisamment modélisés, soit lorsque certaines variables sont inobservables.

juste-détermination

Les valeurs des variables $V_X(B^*)$ d'un sous-système juste-déterminé peuvent être calculée d'une seule façon à partir des valeurs des variables $V_C(B^*)$, en utilisant les contraintes B^* .

sur-détermination

Chaque sous-système β^* d'un système surdéterminé B^* (β^* satisfaisant la définition donnée ci-dessus) permet de calculer les valeurs de $V_X(B^*) = V_X(\beta^*)$ à partir des valeurs des variables $V_C(\beta^*)$ et en utilisant les contraintes β^* . Un sous-système surdéterminé permet donc de calculer $V_X(B^*)$ de plusieurs façons. La comparaison des valeurs de $V_X(B^*)$ fournit des relations de redondances.

3.3 La décomposition canonique [DULM 58]

La représentation structurale du système global est donnée par :

M : matrice binaire et \underline{z} vecteur des variables de description

\underline{z} peut être décomposé en faisant apparaître le vecteur des variables inconnues \underline{x} et le vecteur des variables connues \underline{c} .

Notre but est de générer des relations de redondance c'est à dire des relations ne faisant intervenir que des variables connues. A l'aide d'outils de la théorie des graphes, nous donnons une autre définition des systèmes sous- juste et sur-déterminés et nous montrons que, sous une hypothèse de calculabilité du système, la recherche des RRA est équivalente à la recherche des sous-systèmes sur-déterminés.

Soit le graphe $G(\{B\}, \{Z\}, \{A\})$. Les sommets du graphe sont les éléments de $\{B\}$ et de $\{Z\}$. $\{A\}$ désigne l'ensemble des arcs reliant les éléments de $\{B\}$ et $\{Z\}$. Le graphe $G(\{B\}, \{Z\}, \{A\})$ est équivalent à la représentation structurale (29).

Soit $G_X(\{B\}, \{X\}, \{A_X\})$ la restriction du graphe $G(\{B\}, \{Z\}, \{A\})$ aux ensembles de sommets $\{B\}$ (l'ensemble des contraintes) et $\{X\}$ (l'ensemble des variables inconnues).

Soit a un élément de $\{A_X\}$, on utilisera la notation suivante :

$$a = (B(a), X(a))$$

où $B(a)$ et $X(a)$ sont les extrémités de a ($B(a) \in \{B\}$ et $X(a) \in \{X\}$)

Définition :

$G(\{B\}, \{X\}, \{A1_X\})$ est un couplage sur $G(\{B\}, \{X\}, \{A_X\})$ ssi

1) $\{A1_X\}$ est un sous-ensemble de $\{A_X\}$

2) Quels que soient a_1 et $a_2 \in \{A1_X\}$, tels que $a_1 \neq a_2$

$$B(a_1) \neq B(a_2)$$

$$X(a_1) \neq X(a_2)$$

$G(\{B\}, \{X\}, \{A1_X\})$ est aussi appelé graphe disjoint de $G(\{B\}, \{X\}, \{A_X\})$ [BERG 73].

Définition

Un couplage maximal sur $G(\{B\}, \{X\}, \{A_X\})$ est un couplage $G(\{B\}, \{X\}, \{A1_X\})$ tel que :

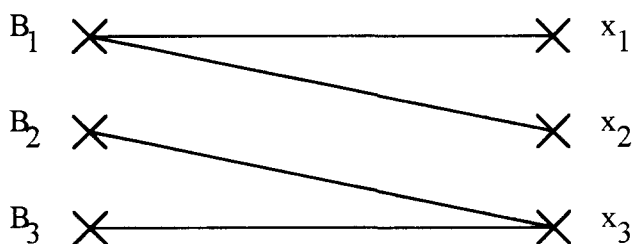
Quel que soit $\{A2_X\}$ contenant $\{A1_X\}$ avec $\text{card}\{A2_X\} > \text{card}\{A1_X\}$, $G(\{B\}, \{X\}, \{A2_X\})$ n'est pas un couplage.

Exemple :

$$\{B\} = \{B_1 B_2 B_3\}$$

$$\{X\} = \{x_1 x_2 x_3\}$$

$$\{A_X\} = \{(B_1, x_1) (B_1, x_2) (B_2, x_3) (B_3, x_3)\}$$



Les couplages maximaux sont définis par :

$$\{A1_X\}_1 = \{(B_1, x_1) (B_2, x_3)\}$$

$$\{A_{1X}\}_2 = \{(B_1, x_2) (B_2, x_3) \}$$

$$\{A_{1X}\}_3 = \{(B_1, x_1) (B_3, x_3) \}$$

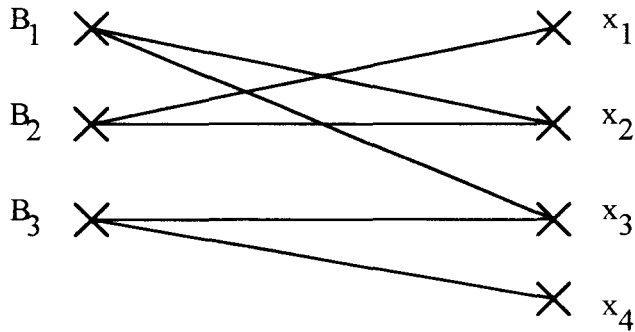
$$\{A_{1X}\}_4 = \{(B_1, x_2) (B_3, x_3) \}$$

Définitions

Un couplage est complet relativement à $\{B\}$ ssi

Quel que soit $B_i \in \{B\}$, il existe $a \in \{A_X\}$ tel que $B(a) = B_i$

Exemple



Les couplages suivants :

$$\{A_X\}_1 = \{(B_1, x_2) (B_2, x_1) (B_3, x_3) \}$$

$$\{A_X\}_2 = \{(B_1, x_2) (B_2, x_1) (B_3, x_4) \}$$

$$\{A_X\}_3 = \{(B_1, x_3) (B_2, x_1) (B_3, x_4) \}$$

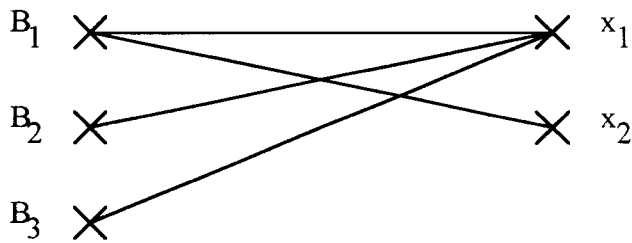
$$\{A_X\}_4 = \{(B_1, x_3) (B_2, x_2) (B_3, x_4) \}$$

sont complets relativement à $\{B\}$.

Un couplage est complet relativement à $\{X\}$ ssi

Quel que soit $x_i \in \{X\}$, il existe $a \in \{A_X\}$ tel que $X(a) = x_i$

exemple :



Les couplages suivants :

$$\{A_X\}_1 = \{(B_1, x_2) (B_2, x_1)\}$$

$$\{A_X\}_2 = \{(B_1, x_2) (B_3, x_1)\}$$

sont complets relativement à {X}.

A partir des définitions données précédemment, nous en déduisons une caractérisation des systèmes en fonction de la nature des couplages relatifs à {B} et à {X}.

L'existence d'un couplage complet relativement à {B} et à {X} caractérise un système juste-déterminé.

L'existence d'un couplage complet relativement à {B} mais pas à {X} caractérise un système sous-déterminé.

L'existence d'un couplage complet relativement à {X} mais pas à {B} caractérise un système surdéterminé.

La décomposition du système en sous-systèmes sous, juste et sur-déterminés est appelée décomposition canonique. On montre que cette décomposition est unique.

3.4 Génération des RRA

Un système sur-déterminé S est par définition une paire (B*, V(B*)) telle qu'il existe B*₁ et B*₂ vérifiant :

$$B^* = B^*_1 \cup B^*_2 \quad \text{et} \quad B^*_1 \cap B^*_2 = \emptyset$$

et

$$V_X(B^*_1) = V_X(B^*)$$

avec (B*₁, V(B*₁)) juste déterminé.

Sous l'hypothèse de calculabilité, les valeurs de toutes les variables inconnues de S peuvent être calculées, à partir de B^*_1 et des valeurs des variables connues.

En substituant les variables inconnues par leur expression dans les relations B^*_2 , on obtient un ensemble de relations ne faisant intervenir que des variables connues. Ces relations définissent donc un ensemble de relations de redondances.

La génération de relations de redondance se ramène donc sous l'hypothèse de calculabilité à la recherche des sous-systèmes surdéterminés inclus dans le système.

Différents algorithmes permettant la décomposition canonique d'un système ont été proposés dans la littérature [ROY 70][BERG 73][BART 78][DECL 91][STAR 89b].

A chaque couplage obtenu correspond des chemins dans le graphe structurel du système. Ces chemins fournissent les séquences ordonnées de calculs à respecter de manière à générer les relations de redondances analytiques à partir du modèle comportemental du système.

3.5 Exemple

Reprenons le système Σ .

La décomposition canonique du système permet de déterminer les sous-systèmes sous, juste et sur déterminés.

	Variables inconnues										Variables connues							
	x_1	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	u_1	u_2	y_1	y_2	x_2	x_{13}	x_{11}	x_{12}	
F_3	0	1	\times	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
F_4	\times	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
F_5	0	0	0	\times	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
F_6	0	\times	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
F_7	0	0	0	0	0	0	1	\times	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
F_8	0	0	0	0	\times	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
C_1	\times	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
C_2	0	0	0	0	0	0	\times	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
C_3	0	0	0	0	0	\times	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	
C_4	0	0	0	0	0	0	0	0	\times	0	0	0	1	0	0	0	0	
F_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	\times	0	0	
F_2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	\times	0	0	0	
F_0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	

Système surdéterminé

Système juste déterminé

Système sous déterminé

Les couplages sont indiqués par des croix pointillées.

Cette décomposition fait apparaître un système surdéterminé. Les couplages qui ont été choisis permettent de donner la séquence de calcul qui, appliquée sur le modèle analytique fournira une relation de redondance.

Pour décrire la séquence de calcul, nous emploierons le formalisme suivant :

$x_i \leftarrow (F_j, z_k)$ qui signifie que la valeur de x_i peut être calculée à l'aide de la fonction F_j en fonction des valeurs des variables z_k .

La séquence de calcul complète pour le système considéré est alors :

$$x_8 \leftarrow (C_2, u_2)$$

$$x_9 \leftarrow (F_7, x_8)$$

$$x_{10} \leftarrow (C_4, y_2)$$

$$x_6 \leftarrow (F_8, x_9, x_{10})$$

$$x_7 \leftarrow (C_3, y_1)$$

$$x_3 \leftarrow (F_6, x_6, x_7)$$

$$x_4 \leftarrow (F_3, x_3)$$

$$x_5 \leftarrow (F_5, x_6)$$

$$x_1 \leftarrow (F_4, x_4, x_5) \quad x_1 \text{ est déterminé de deux manières différentes.}$$

$$x_1 \leftarrow (C_1, u_1) \quad \text{Il y a donc redondance d'informations.}$$

4 MODELISATION STRUCTURELLE D'UN SYSTEME LINEAIRE

Dans le cas des systèmes linéaires, les relations de contraintes peuvent être exprimées à l'aide de la transformée en z.

$B_i(\underline{e}_i, \underline{s}_i)$ s'exprime de la manière suivante :

$$N_i(z) \cdot \underline{e}_i(z) = D_i(z) \cdot \underline{s}_i(z)$$

$$\text{soit : } [N_i(z) \quad -D_i(z)] \cdot \begin{pmatrix} \underline{e}_i(z) \\ \underline{s}_i(z) \end{pmatrix} = 0$$

où

$N_i(z)$ et $D_i(z)$ sont des matrices polynomiales en z .

Les éléments de $N_i(z)$ et de $D_i(z)$ sont respectivement les numérateurs et les dénominateurs de la fonction de transfert du système multivariable.

$\underline{e}_i(z)$ et $\underline{s}_i(z)$ sont les transformées en z des vecteurs des variables d'entrée et de sortie du bloc i .

Le système linéaire peut être modélisé par l'équation :

$$\begin{pmatrix} P(z) \\ K \end{pmatrix} \underline{x}(z) = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}(z) \end{pmatrix} \quad (28)$$

$P(z)$ est une matrice polynomiale en z

K est la matrice binaire de connaissance

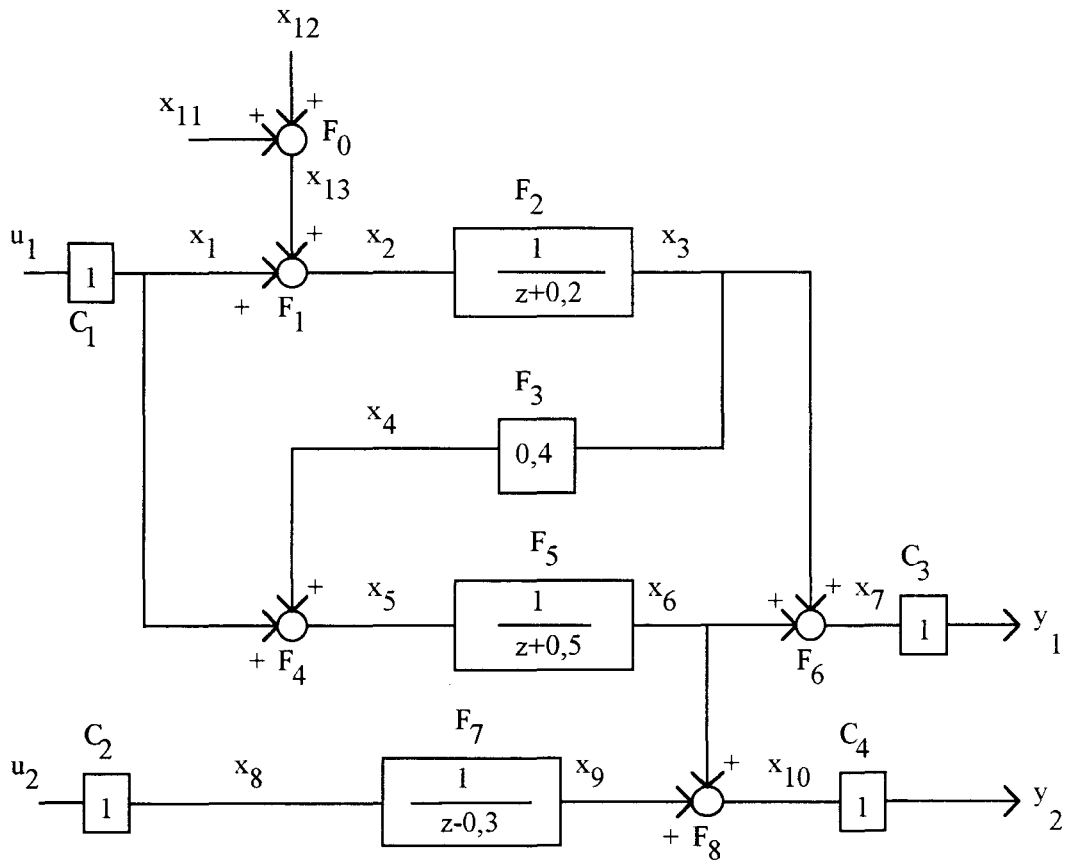
$\underline{x}(z)$ est la transformée en z du vecteur des variables processus (variables inconnues).

$\underline{c}(z)$ est la transformée en z du vecteur des variables connues.

Exemple :

Reprenons le système Σ dans le cas où chacun des blocs (chaque sous-système) est modélisé par une fonction de transfert.

Le schéma complet est le suivant :



La modélisation polynômiale est sous la forme générale :

$$\begin{pmatrix} P(z) \\ K \end{pmatrix} \cdot \underline{x}(z) = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}(z) \end{pmatrix}$$

Pour le système Σ , on a :

$$\underline{x}^t = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12} \ x_{13}]^t$$

$$\underline{c}^t = [u_1 \ u_2 \ y_1 \ y_2]^t$$

$$P(z) = \begin{pmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & -1 \\
 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & -1 & z+0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0,4 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & z+0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & z-0,3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}$$

Remarque

Il est toujours possible d'obtenir une représentation dans l'espace d'état équivalente à cette modélisation par interconnexion de fonctions de transfert.

Réciproquement, toute représentation d'état peut être mise sous la forme de l'équation (28).

En effet :

soit le système décrit par les équations d'état :

$$\Theta(k+1) = A.\Theta(k) + B.\underline{u}(k)$$

$$y(k) = C.\Theta(k) + D.\underline{u}(k)$$

La transformée en z nous donne :

$$\begin{pmatrix} (zI-A) \\ C \end{pmatrix} \cdot \Theta(z) = \begin{pmatrix} B & 0 \\ D & I \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \underline{u}(z) \\ \underline{y}(z) \end{pmatrix}$$

posons

$$\Theta_1 = \underline{u} \text{ et } \Theta_2 = \underline{y}$$

Soit Γ le vecteur des variables inconnues :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \Theta \\ \Theta_1 \\ \Theta_2 \end{pmatrix}$$

On obtient la modélisation suivante :

$$\begin{pmatrix} zI-A & -B & 0 \\ C & -D & -I \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \cdot \Gamma(z) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{u}(z) \\ \underline{y}(z) \end{pmatrix}$$

de la forme :

$$\begin{pmatrix} P(z) \\ K \end{pmatrix} \cdot \Gamma(z) = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}(z) \end{pmatrix}$$

Cette représentation est équivalente à la représentation (28). Cependant, le vecteur Γ contrairement au vecteur \underline{x} ne représente pas obligatoirement des variables directement interprétables physiquement.

La modélisation polynomiale que nous avons définie précédemment dans le cas linéaire est une modélisation structurelle enrichie par la connaissance des relations de contraintes. A ce titre, cette modélisation est très riche, puisqu'elle permet de déterminer non seulement les propriétés structurelles du système mais aussi les propriétés comportementales de celui-ci.

5 GENERATION DES RELATIONS DE REDONDANCE DANS LE CAS LINEAIRE

Deux approches de génération des relations de redondance sont développées dans ce paragraphe à partir du modèle polynomial.

Dans un premier temps, nous appliquons l'approche structurale développée dans le paragraphe précédent. Celle-ci, par un algorithme de couplage permet d'obtenir les sous systèmes surdéterminés. La génération des relations de redondance à partir de ces sous-systèmes peut alors se faire par substitution (pas à pas ou globale).

Nous développons ensuite une approche par projection des équations du modèle, permettant d'éliminer le vecteur des variables inconnues.[COCQ 89], [STAR 90a,b] Nous montrons que l'approche par substitution est un cas particulier de l'approche par projection.

Les méthodes par substitution et par projection seront ensuite appliquées à un exemple.

5.1 Approche par substitution

Le système linéaire peut être modélisé par l'équation :

$$\begin{pmatrix} P(z) \\ K \end{pmatrix} \cdot \underline{x}(z) = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}(z) \end{pmatrix} \quad (28)$$

En appliquant un algorithme de couplage, l'ensemble des sous-systèmes sur-déterminés peut être obtenu. Ces sous-systèmes sont sous la forme Σ_{12} :

$$\begin{pmatrix} P_1(z) \\ P_2(z) \end{pmatrix} \cdot \underline{x}_1(z) = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}_1(z) \\ 0 \\ \underline{c}_2(z) \end{pmatrix} \quad (\Sigma_{12})$$

Σ_{12} peut être décomposé en Σ_1 (système juste déterminé) et Σ_2 (relations supplémentaires).

$$P_1(z) \cdot \underline{x}_1(z) = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}_1(z) \end{pmatrix} \quad (\Sigma_1)$$

$$P_2(z) \cdot \underline{x}_1(z) = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}_2(z) \end{pmatrix} \quad (\Sigma_2)$$

où Σ_1 est un système juste-déterminé, donc $P_1(z)$ est inversible.

Dans ce cas, à partir de Σ_1 , le vecteur des variables inconnues $\underline{x}_1(z)$ peut être exprimé en fonction du vecteur $\underline{c}_1(z)$ des variables connues soit pas à pas en utilisant les couplages soit globalement par inversion de $P_1(z)$:

$$\underline{x}_1(z) = (P_1(z))^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}_1(z) \end{pmatrix}$$

en substituant $\underline{x}_1(z)$ dans Σ_2 , on obtient un ensemble de relations de redondance analytique.

$$P_2(z) \cdot (P_1(z))^{-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}_1(z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}_2(z) \end{pmatrix}$$

5.2 Approche par projection [COCQ 89][STAR 90 a,b]

5.2.1 Principe de la méthode

La modélisation structurale polynomiale que nous avons obtenue est la suivante :

$$\begin{pmatrix} P(z) \\ K \end{pmatrix} \cdot \underline{x}(z) = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}(z) \end{pmatrix} \quad (28)$$

$P(z)$ est une matrice polynomiale en z

K est la matrice binaire de connaissance

$\underline{x}(z)$ est la transformée en z du vecteur des variables processus.

$\underline{c}(z)$ est la transformée en z du vecteur des variables connues.

Notre but est de générer un ensemble de relations de redondance analytiques c'est à dire un ensemble de relations ne faisant intervenir que les composantes du vecteur des variables connues : \underline{c} .

Si l'on peut trouver $W(z)$ une matrice polynomiale en z telle que

$$W(z) \cdot \begin{pmatrix} P(z) \\ K \end{pmatrix} = 0 \quad (30)$$

en multipliant l'équation (28) par cette matrice $W(z)$, on obtient l'ensemble de

relations de redondances :

$$W(z) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}(z) \end{pmatrix} = 0 \quad (31)$$

A ces relations de redondances analytiques, exprimées à l'aide de la transformée en z , correspondent des relations de récurrence dans le domaine temporel. Ces relations seront vérifiées à partir des valeurs prélevées sur le système réel dans le cas non défaillant. Par contre, elles feront apparaître un résidu non nul dans le cas défaillant.

5.2.2 Conditions d'existence et interprétation de $W(z)$

$$\text{Soit } Q(z) = \begin{pmatrix} P(z) \\ K \end{pmatrix}$$

$Q(z)$ est une matrice polynomiale de dimensions (q_1, q_2) .

q_1 est égal au nombre de blocs fonctionnels constituant le système (y compris les blocs fonctionnels de connaissance).

q_2 est égal au nombre de variables inconnues de la description.

Le rang de $Q(z)$ calculé indépendamment des valeurs de z est noté r_Q .

Les r_Q colonnes indépendantes de $Q(z)$ définissent un sous-module du module libre de dimension q_1 sur l'anneau des polynômes à coefficients réels [QUEY 86].

La recherche de $W(z)$ n'a de sens que si r_Q est strictement inférieur à q_1 c'est à dire lorsque le système est globalement surdéterminé. Dans ce cas, $W(z)$ possède $r_Q - q_1$ lignes indépendantes de dimension q_1 . Celles-ci définissent le module supplémentaire à celui défini par $Q(z)$. $W(z)$ est donc de rang plein égal à $r_Q - q_1$.

Si r_Q est supérieur ou égal à q_1 , on ne peut pas trouver de matrice $W(z)$ telle que $W(z) \cdot Q(z) = 0$. Dans ce cas, le système est soit mal modélisé, soit mal instrumenté (c'est à dire que les capteurs sont trop peu nombreux ou mal positionnés pour permettre de surveiller le système).

Nous supposons dans la suite de ce chapitre que la recherche de $W(z)$ a un sens et donc que $q_1 - r_Q = w > 0$.

5.2.3 Préliminaires mathématiques

Théorème [GANT 59]

Soit $A(z) = [a_{ij}(z)]$ une matrice polynomiale en z de dimension (a_1, a_2) . Le degré a de A est égal au degré maximal de tous les polynômes $a_{ij}(z)$.

$$a = \max_{i,j} (\text{Degré } a_{ij}(z))$$

La matrice polynomiale $A(z)$ peut être exprimée sous la forme d'un polynôme de degré a à coefficients matriciels réels.

$$A(z) = \sum_{i=0}^a A_i \cdot z^i$$

A_i (i variant de 0 à a) est une matrice à coefficients réels de dimension (a_1, a_2) .

Par la suite, nous noterons $A(z)$ pour désigner indifféremment la matrice polynomiale et le polynôme matriciel.

$$\text{Soit } B_a(z) = [1 \quad z \quad z^2 \quad \dots \quad z^a]^t$$

$$\text{et soit } A^* = [A_0 \quad A_1 \quad \dots \quad A_a]$$

A^* est la matrice réelle des coefficients (matriciels) du polynôme $A(z)$. Elle est de dimension $(a_1 \cdot (a+1), a_2)$.

On a :

$$A(z) = A^* \cdot B_a(z)$$

Propriété

Soit $P(z)$ et $Q(z)$ deux matrices polynomiales de degrés respectifs p et q et de dimensions respectives (n_p, m_p) et (n_q, m_q) .

Si $m_p = n_q$, le produit $P(z) \cdot Q(z)$ a un sens. C'est une matrice polynomiale $R(z)$ de degré maximum $p+q$ et de dimension (n_p, m_q) .

La matrice R^* des coefficients du polynôme matriciel $R(z)$ est donnée par l'expression :

$$R^* = P^* \cdot Q_p^*$$

avec Q_p^* la matrice bande diagonale définie de la manière suivante :

$$Q_p^* = \begin{pmatrix} Q_0 & Q_1 & \dots & Q_q & 0 & \dots & 0 \\ 0 & Q_0 & Q_1 & \dots & Q_q & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & Q_0 & Q_1 & \dots & Q_q \end{pmatrix}$$

Cette matrice Q_p^* est de dimension $((p+1).n_q, (p+q+1).m_q)$

5.2.4 Recherche de la matrice $W(z)$

5.2.4.1 Principe

Nous recherchons la matrice polynomiale $W(z)$ de rang plein égal à r_{Q-q_1} telle que :

$$W(z).Q(z) = R(z) = 0$$

or un polynôme matriciel est nul si tous ses coefficients sont nuls.

Les coefficients de $R(z)$ forment la matrice R^* définie de la manière suivante :

$$R^* = W^* . Q_w^*$$

w est le degré de la matrice $W(z)$. Ce degré est a priori inconnu. Les dimensions des différentes matrices intervenant dans cette expression dépendent de w et sont donc inconnues.

La détermination de $W(z)$ revient à trouver la matrice réelle W^* . Cette recherche de W^* peut se faire de manière récursive [COCQ 89], [STAR 90a,b]. Le principe de cet algorithme est de rechercher les lignes de $W(z)$ par degré croissant. La condition d'arrêt est la détermination des r_{Q-q_1} vecteurs lignes indépendants.

5.2.4.2 Algorithme de détermination de W^*

Soit $i(j)$ le degré des lignes de $W(z)$ déterminées à l'étape j .

Initialisation

On suppose que la recherche de $W(z)$ a un sens et donc que $r_{Q-q_1} > 0$.

A l'étape initiale, $j=0$

Soit $Q^0(z) = Q(z)$, $i(0) = 0$

Soit Q^{*0} la matrice réelle des coefficients du polynôme matriciel $Q^0(z)$. On a :

$$Q^{*0} = [Q_0^0 \quad Q_1^0 \quad \dots \quad Q_q^0]$$

a) A partir de Q^{*0} , la matrice $Q^{*0}_{i(0)}$ peut être construite (voir le théorème de multiplication de deux matrices polynomiales ci-dessus). Cette matrice est de dimension $((i(0)+1) \cdot q_1, (i(0)+q+1) \cdot m_q)$.

Soit $d_{i(0)}$ la quantité définie de la manière suivante :

$$d_{i(0)} = ((i(0)+1) \cdot q_1 - \text{Rang}(Q^{*0}_{i(0)}))$$

b) Si $d_{i(0)} = 0$, on ne peut pas trouver de matrice $W^{*i(0)}$ orthogonale à $Q^{*0}_{i(0)}$. $W(z)$ ne possède donc pas de lignes de degré 0. On incrémente $i(0)$ et l'on répète la procédure à partir de a).

c) Si $d_{i(0)} > 0$. On peut déterminer (par résolution d'un système linéaire) $d_{i(0)}$ vecteurs réels linéairement indépendants orthogonaux aux vecteurs colonnes de $Q^{*0}_{i(0)}$. Ces vecteurs constituent la matrice $W^{*i(0)}$. A partir de cette matrice réelle, la matrice polynomiale $W^0(z)$ peut être construite. Cette matrice $W^0(z)$ représente la sous matrice de $W(z)$ de degré $i(0)$ déterminée à l'étape initiale.

d) Si $d_{i(0)} < r_Q - q_1$, on passe à l'étape $j=1$ et l'on recherche les solutions de degré $i(j)$.

Si $d_{i(0)} = r_Q - q_1$, toutes les lignes de $W(z)$ sont déterminées. Chacune de ces lignes est de degré exactement égal à $i(0)$.

Etape j (Pour $j > 0$)

e) Pour permettre l'indépendance entre les lignes de $W(z)$ déterminées à l'étape $j-1$ (c'est à dire formant la matrice $W^{j-1}(z)$) et celles que l'on recherche à l'étape j , on construit :

$$Q^j(z) = [Q^{j-1}(z) \quad (W^{j-1}(z))^t]$$

On recherche ensuite la matrice $W^j(z)$ de degré $i(j)$ orthogonale à $Q^j(z)$.

Initialisons $i(j)$ à la valeur $i(j-1) + 1$. En effet, $W^j(z)$ est obligatoirement de degré strictement supérieur à $i(j-1)$.

A partir de la matrice $Q^{*j} = [Q_0^j \ Q_1^j \ \dots \ Q_q^j]$, on construit $Q^{*j}_{i(j)}$.

Soit $d_{i(j)} = (i(j)+1).q_1 - \text{Rang}(Q^{*j}_{i(j)})$

Tant que cette quantité est inférieure ou égale à 0, on incrémente $i(j)$.

Lorsque $d_{i(j)} > 0$, par résolution d'un système linéaire, on détermine $d_{i(j)}$ vecteurs lignes indépendants orthogonaux à $Q^{*j}_{i(j)}$. Ces vecteurs lignes forment la matrice $W^{*i(j)}$ à partir de laquelle on forme la matrice polynomiale $W^j(z)$: sous-matrice de $W(z)$, de degré $i(j)$ déterminée à l'étape j .

Le nombre total de lignes de $W(z)$ déterminées à l'étape j est n_j :

$$n_j = \sum_{k=0}^j d_{i(k)}$$

Si $n_j < r_Q - q_1$, on passe à l'étape $j+1$ (étape (e)).

Si n_j est égal à $r_Q - q_1$, la matrice $W(z)$ orthogonale à $Q(z)$ est entièrement déterminée par concaténation des lignes déterminées jusqu'à l'étape j incluse.

L'algorithme proposé assure l'indépendance des lignes de $W(z)$. Les lignes de même degré sont linéairement indépendantes par contre les lignes de degré différent sont polynomialement indépendantes.

Cet algorithme nous fournit une matrice $W(z)$ orthogonale à $Q(z)$. En multipliant à gauche cette matrice par n'importe quelle matrice polynomiale, on obtient une nouvelle matrice orthogonale à $Q(z)$.

5.3 Comparaison des approches par substitution et par projection

La méthode par projection peut être appliquée sur le système Σ_{12} . En effet, ce système est surdéterminé donc on peut trouver $W(z)$ telle que :

$$W(z) \begin{pmatrix} P_1(z) \\ P_2(z) \end{pmatrix} = 0$$

On rappelle que $P_1(z)$ est carrée de rang plein donc inversible.

Si on prend $W(z) = [P_2(z).(P_1(z))^{-1} \quad -I]$, la condition d'orthogonalité est respectée. On obtient le même ensemble de relations de redondances que par

substitution :

$$P_2(z) \cdot (P_1(z))^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}_1(z) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}_2(z) \end{pmatrix} = 0$$

Les relations de redondances générées par substitution peuvent être obtenues par projection en imposant un choix particulier de la matrice de projection. La méthode par projection est donc plus générale.

5.4 Exemple

Reprenons l'exemple du système Σ .

Approche structurelle

En appliquant la séquence de calcul déterminée par l'approche structurelle, on obtient :

$$x_8(z) = u_2(z)$$

$$x_9(z) = (z-0,3)^{-1}x_8(z) = (z-0,3)^{-1}u_2(z)$$

$$x_{10}(z) = y_2(z)$$

$$x_6(z) = x_{10}(z) - x_9(z) = y_2(z) - (z-0,3)^{-1}u_2(z)$$

$$x_7(z) = y_1(z)$$

$$x_3(z) = x_7(z) - x_6(z) = y_1(z) - y_2(z) + (z-0,3)^{-1}u_2(z)$$

$$x_4(z) = 0,4 \cdot x_3(z) = 0,4 \cdot (y_1(z) - y_2(z) + (z-0,3)^{-1}u_2(z))$$

$$x_5(z) = (z+0,5)x_6(z) = (z+0,5)(y_2(z) - (z-0,3)^{-1}u_2(z))$$

$$x_1(z) = x_5(z) - x_4(z)$$

$$= (z+0,5)(y_2(z) - (z-0,3)^{-1}u_2(z)) - 0,4 \cdot (y_1(z) - y_2(z) + (z-0,3)^{-1}u_2(z))$$

$$x_1(z) = u_1(z)$$

d'où la relation de redondance analytique :

$$u_1(z) = (z+0,5)(y_2(z) - (z-0,3)^{-1}u_2(z)) - 0,4 \cdot (y_1(z) - y_2(z) + (z-0,3)^{-1}u_2(z))$$

Approche par projection

La modélisation polynômiale est sous la forme générale :

$$\begin{pmatrix} P(z) \\ K \end{pmatrix} \cdot \underline{x}(z) = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}(z) \end{pmatrix}$$

Pour le système Σ , la matrice $\begin{pmatrix} P(z) \\ K \end{pmatrix}$ est de dimension (13,13) et de rang 12.

On peut donc trouver une matrice ligne $W(z)$ qui lui est orthogonale.

En appliquant l'algorithme de détermination de $W(z)$, on obtient :

* Aucune solution d'ordre 0

* Aucune solution d'ordre 1

1 solution d'ordre 2 :

$$W = [0 \ 0 \ 0 \ (z-0,3) \ -(z-0,3) \ (z-0,3) \ 0,4(z-0,3) \ (z+0,9) \ z^2+0,6z-0,27 \ (z-0,3) \ (z+0,9) \ 0,4(z-0,3) \ -(z^2+0,6z-0,27)]$$

En multipliant l'équation du modèle à gauche par W , on obtient une relation de redondance analytique. Cette relation est identique à celle obtenue en utilisant la séquence de calcul.

$$(z-0,3).u_1 + (z+0,9)u_2 + 0,4(z-0,3)y_1 - (z^2+0,6z-0,27)y_2 = 0$$

Nous avons déterminé la relation de redondance analytique à partir du modèle complet. Nous aurions pu déterminer cette relation à partir du système surdéterminé (sous système du système complet) obtenu par la décomposition canonique. Grace à ce traitement préalable, les dimensions du système à traiter se trouvent réduites.

6 CONCLUSION

Dans ce chapitre, après avoir dégagé les limitations d'une modélisation dans l'espace d'état, nous avons défini un modèle structurel obtenu à partir de la décomposition hiérarchique du système considéré.

Nous avons ensuite montré qu'à partir d'un tel modèle il est possible d'isoler les sous systèmes redondants (donc surveillables) ainsi que les séquences de calcul qui, appliquées sur un modèle analytique, permettent de générer les relations de redondances.

L'approche structurelle, par des traitements simples et rapides, apporte donc une aide importante pour la surveillance des systèmes complexes caractérisés par un grand nombre de variables et de fonctions.

CHAPITRE 4

OPTIMISATION DES RELATIONS DE REDONDANCE ANALYTIQUE

OPTIMISATION DES RELATIONS DE REDONDANCE ANALYTIQUES

Dans les deux chapitres précédents, nous avons développé des méthodes de génération des résidus à partir d'une modélisation dans l'espace d'état et à partir d'une modélisation structurelle issue de la décomposition hiérarchique du système.

Les modules de détection et de localisation des défaillances reposent sur le traitement des résidus générés dans la phase précédente.

Le but est de reconnaître dans la valeur du vecteur des résidus la défaillance des éléments que l'on désire surveiller et qui sont fixés par les spécifications du système de surveillance.

Ainsi, l'influence des variables inconnues et des perturbations (bruits sur le système et sur les mesures, erreurs de modélisation) sur la valeur des résidus ne doit pas conduire à la reconnaissance d'une défaillance. De plus, pour permettre une isolation fiable et précise de l'élément défaillant, les influences des différentes causes de panne sur le vecteur de résidu doivent être différentes.

Dans le cas idéal, le vecteur de résidus doit être représentatif d'un type unique de défaillances et doit donc être strictement robuste vis à vis de toutes les variables inconnues.

Pour permettre la localisation de la défaillance on introduit à partir de la structure de chaque résidu (c'est à dire à partir des éléments qui influent sur sa valeur) la notion de signature de panne du vecteur de résidus. Chaque signature doit permettre l'isolation sans ambiguïté d'une défaillance. Dans le cas où le résidu ne peut être rendu strictement robuste, les signatures doivent être les plus différentes possible.

Dans un premier temps, nous définissons les notions de structure de résidus et de signatures binaires. Puis nous montrons que les problèmes d'obtention de signatures données et de robustesse vis à vis des perturbations peuvent être traités de manière identique puisqu'ils se ramènent à un problème de robustesse au sens large entre les termes devant influencer la valeur du résidu et ceux ne devant pas influencer cette valeur.

Dans le cas où la robustesse stricte vis à vis de certains éléments ne peut être obtenue, nous devons chercher à minimiser l'influence de ceux-ci par rapport aux causes de défaillances auxquelles le résidu doit être sensible. Nous proposons deux approches à ce problème dans le cas de la méthode par projection dans l'espace de parité.

1 RESIDUS STRUCTURES - SIGNATURES BINAIRES

Nous définissons dans ce paragraphe les notions de structure d'un résidu et de signatures binaires de défaillances. Nous montrons l'intérêt d'obtenir des signatures les plus distantes possibles. Nous montrons ensuite que l'approche structurale développée dans le troisième chapitre permet de rechercher des résidus de structure donnée.

1.1 Définitions

Chaque résidu est le résultat du calcul d'une relation de redondance analytique. Ces relations font intervenir les variables connues et les paramètres du système. Le résidu est donc sensible à toute défaillance intervenant sur chacun des éléments de la relation de redondance analytique à laquelle il est associé.

Soit $\{F\}$ l'ensemble des défaillances f_j devant être détectées. Cet ensemble est fixé par les spécifications (cahier des charges) de la surveillance.

Définition 1

La structure du résidu r_i relativement aux N causes de pannes f_j est le mot binaire S_{ri} :

$$S_{ri} = S_{i1} S_{i2} \dots S_{ij} \dots S_{iN}$$

avec

$S_{ij} = 0$ si f_j n'intervient pas dans l'expression du résidu r_i .

$S_{ij} = 1$ si f_j intervient dans l'expression du résidu r_i .

A partir de cette définition de la structure d'un résidu, on définit la structure du système de surveillance relativement aux causes de pannes.

Définition 2

La structure du système de surveillance est définie par la matrice binaire $S = [S_{ij}]$ de dimension (σ, N) (où σ est le nombre de résidus et N le nombre de causes de pannes).

La $i^{\text{ème}}$ ligne de S définit la structure S_{ri} du résidu i .

Définition 3

La $k^{\text{ème}}$ colonne de la matrice S est appelée signature théorique de la défaillance f_j .

La signature théorique est le mot binaire S_{fk} :

$$S_{fj} = S_{1j} S_{2j} \dots S_{ij} \dots S_{\sigma j}$$

Dans le premier chapitre, nous avons défini la procédure de détection comme un test d'hypothèse sur la valeur des résidus. Quelle que soit la procédure de décision retenue [BASS 88], chaque résidu sera, à tout instant, classé dans l'une des catégories suivantes :

$$r_i \in D_0^i \implies \text{choix de l'hypothèse } H_0$$

$$r_i \in D_1^i \implies \text{choix de l'hypothèse } H_1$$

$$r_i \in D_X^i \implies \text{décision reportée}$$

On se place dans le cas où une décision (H_0 ou H_1) a été affectée à chaque résidu, soit parce que D_X^i est vide (procédures de décision non séquentielles), soit parce que la procédure (séquentielle) a convergé.

Définition 4

La signature réelle Σ est le mot binaire défini par :

$$\Sigma = \Sigma_1 \Sigma_2 \dots \Sigma_i \dots \Sigma_\sigma$$

où

$$\Sigma_i = 0 \text{ si } r_i \in D_0^i$$

$$\Sigma_i = 1 \text{ si } r_i \in D_1^i$$

Si la signature réelle Σ est le mot binaire nul : c'est à dire $\Sigma = 0$, le système est déclaré en fonctionnement normal.

Si Σ n'est pas la signature de fonctionnement normal, le principe d'identification de la défaillance est de comparer les signatures théoriques et réelles.

1.2 Principe de reconnaissance des défaillances

Dans le cas où les résidus sont strictement robustes vis à vis de toutes les

perturbations (c'est à dire lorsque l'influence de celles-ci est nulle), l'affectation de r_i à D_0^i ou à D_1^i est sans ambiguïté (aucun risque de fausse alarme ou de non détection). A chaque signature réelle correspond alors une signature théorique.

Dans le cas général, les résidus étant sensibles non seulement aux défaillances mais aussi à certaines perturbations et erreurs de modélisation, la procédure de décision peut fournir des résultats erronés : certains résidus sont déclarés appartenir à D_0 alors qu'ils appartiennent à D_1 (non détection) et d'autres résidus sont déclarés appartenir à D_1 alors qu'ils appartiennent à D_0 (fausses alarmes). La signature réelle est donc une signature théorique dégradée. De manière à tolérer un certain nombre de ces dégradations, les signatures théoriques doivent être les plus différentes possibles.

Définitions 5 [GERT 91] [CASS 92a]

Un système de surveillance est non isolable, si deux signatures théoriques sont identiques c'est à dire si la distance de Hamming entre deux signatures est nulle.

Un système de surveillance est isolable d'ordre d si la distance de Hamming minimale entre deux signatures théoriques est égale à d .

Pour permettre une reconnaissance sans ambiguïté de la défaillance en tolérant k dégradations sur la signature réelle, les signatures théoriques doivent être distantes d'au moins $2.k+1$ bits.

En effet, si la distance entre deux signatures théoriques n'est que de $2.k$ bits, k dégradations de l'une d'entre elles amènent la signature réelle à égale distance des deux. La défaillance n'est donc pas isolable.

1.3 Recherche des signatures [CASS 92a]

Soit $d = 2.k+1$ la distance minimale entre deux signatures permettant de tolérer k dégradations, et N le nombre de défaillances à isoler. On cherche à créer $N+1$ signatures (avec la signature de fonctionnement normal) dont les distances deux à deux sont au moins égales à d . Une approche simple consiste à rechercher $N+1$ signatures équidistantes sur le cube $\{0,1\}^N$.

Les signatures sont obtenues en associant des groupes de résidus présentant n_j causes de panne.

Chaque groupe G_j contient m_j résidus :

$$m_j = C \binom{n_j}{N}$$

Ces m_j résidus génèrent des signatures de panne distantes de d_j bits entre-elles :

$$d_j = 2.C \binom{n_j-1}{N-2}$$

et distante de d_{0j} bits de la signature du fonctionnement normal.

$$d_{0j} = C \binom{n_j-1}{N-1}$$

On associe ensuite p groupes de résidus. p est déterminé de manière à réaliser :

$$\sum_{j=1}^p d_j \geq d$$

et

$$\sum_{j=1}^p d_{0j} \geq d$$

La solution n'est en général pas unique. On choisira celle qui utilise le moins de résidus.

Exemple

On désire reconnaître $n = 4$ causes de pannes en tolérant $k=2$ dégradations sur la signature réelle. La distance minimale entre deux signatures doit être $d \geq 5$.

On peut générer 4 groupes G_j :

					fonctionnement normal
G1					
r_1	0	0	0	1	0
r_2	0	0	1	0	0
r_3	0	1	0	0	0
r_4	1	0	0	0	0
G2					
r_5	0	0	1	1	0
r_6	0	1	0	1	0
r_7	0	1	1	0	0

r ₈	1	0	0	1	0
r ₉	1	0	1	0	0
r ₁₀	1	1	0	0	0
G3					
r ₁₁	0	1	1	1	0
r ₁₂	1	0	1	1	0
r ₁₃	1	1	0	1	0
r ₁₄	1	1	1	0	0
G4					
r ₁₅	1	1	1	1	0

Pour pouvoir reconnaître une défaillance en tolérant 2 dégradations sur la signature, on obtient cinq solutions :

Groupes	Nombre de résidus	distance entre signatures
G ₂ G ₃	10	6
G ₂ G ₃ G ₄	11	6
G ₁ G ₂ G ₄	11	5
G ₁ G ₂ G ₃	14	7
G ₁ G ₂ G ₃ G ₄	15	8

La solution qui nécessite le nombre minimum de résidus est le groupement G₂G₃. La distance entre les signatures de panne est égale à six.

En fixant une distance minimale entre les signatures de panne, nous obtenons des contraintes sur la structure des résidus. Or, générer des résidus de structure donnée, revient à générer des résidus sensibles à certaines causes de panne et robustes aux autres.

2 GENERATION DE RESIDUS STRICTEMENT ROBUSTES PAR L'APPROCHE STRUCTURELLE



2.1 Génération de résidus robustes vis à vis des entrées inconnues.

La modélisation polynomiale structurelle est représentée par l'équation (28):

$$Q(z) \cdot \underline{x}(z) = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}(z) \end{pmatrix}$$

où $Q(z)$ est une matrice polynomiale en z .

$\underline{x}(z)$ et $\underline{c}(z)$ sont respectivement les transformées en z des vecteurs des variables inconnues et connues.

Si le rang polynomial de $Q(z)$ est inférieur à son nombre de ligne, on peut trouver $W(z)$ (matrice polynomiale) telle que $W(z) \cdot Q(z) = 0$.

La recherche de $W(z)$ peut se faire sur le système complet ou sur le sous système surdéterminé obtenu par la décomposition canonique du système.

Le vecteur \underline{x} représente l'ensemble de toutes les variables inconnues du système. Certaines composantes sont des variables d'interconnexion entre plusieurs blocs fonctionnels, d'autres représentent des entrées (ou des sorties) inconnues (variable de connexion à un autre système, perturbations). La méthode fournit donc des résidus strictement robustes à ces entrées inconnues.

Dans le cas où une variable x_j n'est pas une variable d'interconnexion entre plusieurs blocs fonctionnels (c'est à dire lorsqu'il s'agit d'une entrée ou d'une sortie inconnue du système), la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $Q(z)$ possède un seul terme non nul : $q_{jj}(z)$. Pour que cette variable n'intervienne pas dans les relations de redondances, la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $W(z)$ doit être nulle. De manière équivalente, le système peut être réduit avant la recherche des relations de redondance en supprimant la $i^{\text{ème}}$ ligne de $Q(z)$ (et la $i^{\text{ème}}$ ligne de $[0 \ \underline{c}^t]^t$) et la $j^{\text{ème}}$ colonne de $Q(z)$ (et la variable x_j) [COCQ 91]. Le système étant constitué de blocs interconnectés, la réduction structurelle du système pourra alors faire apparaître d'autres variables d'entrée ou de sortie inconnues entraînant la possibilité d'une nouvelle réduction.

2.2 Génération de résidus de structure donnée.

2.2.1 Génération de résidus robustes vis à vis de certains paramètres

On sait que :

$$Q(z) = \begin{pmatrix} P(z) \\ K \end{pmatrix}$$

où K est la matrice binaire de connaissance.

En supposant que tous les blocs fonctionnels sont indépendants, un paramètre donné p intervient dans une ligne unique indiquée i de la matrice Q(z).

Pour que la relation de redondance générée par projection soit indépendante de p, la i^{ème} colonne de la matrice W(z) doit être nulle. De manière équivalente, la recherche des relations peut se faire sur le système réduit obtenu en supprimant la i^{ème} ligne du système initial [COCQ 91].

2.2.2 Génération de résidus robustes vis à vis de certaines variables connues

Les relations de redondance analytiques sont obtenues par projection des équations du modèle par l'intermédiaire de la matrice W(z). L'expression générale de ces relations de redondance est :

$$[W_1(z) \ W_2(z)] \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{c}(z) \end{pmatrix} = 0$$

Soit :

$$W_2(z) \cdot \underline{c}(z) = 0$$

Pour générer des relations de redondances indépendantes d'une variable connue c_i (composante de \underline{c}), il faut que la i^{ème} colonne de la matrice W₂(z) soit nulle.

De manière équivalente, la recherche de résidus robustes vis à vis de certaines variables connues, peut être effectuée en supprimant les fonctions de connaissance (c'est à dire en supprimant les lignes de K) relatives à ces variables.

2.3 Conclusion

L'application de ces simplifications structurelles permet d'obtenir des systèmes de taille réduite robustes vis à vis des perturbations, des erreurs de modélisation et de

certaines causes de panne. Ce système réduit peut ensuite être décomposé sous forme canonique. Cette approche structurelle permet donc par un traitement simple de rechercher sur un système complexe, l'existence de ces solutions robustes au sens strict.

Dans le cas où la structure physique du système ne permet pas d'obtenir les relations robustes recherchées, la décomposition canonique du système réduit ne fera apparaître que des systèmes sous ou juste déterminés. La contrainte de robustesse stricte qui a été imposée est donc trop forte. De manière à pouvoir surveiller le système, on peut alors rechercher une solution optimale permettant de minimiser la sensibilité des résidus à certains éléments et maximiser la sensibilité par rapport à d'autres. Ce problème d'optimisation nécessite un modèle analytique. Après avoir donné les conditions analytiques permettant de générer des résidus robustes au sens strict par les méthodes de l'espace de parité et celles utilisant les observateurs, nous apportons un certain nombre de solution concernant le problème d'optimisation dans le cas de l'espace de parité.

3 CONDITIONS ANALYTIQUES DE ROBUSTESSE STRICTE

3.1 Robustesse vis à vis des entrées inconnues

Deux démarches sont envisageables pour générer des résidus strictement robustes vis à vis des perturbations. La première consiste à effectuer une projection du vecteur de résidus issus d'une base quelconque. La seconde consiste à introduire des contraintes dès la phase de génération. Ceci permet d'obtenir directement les résidus optimaux.

3.1.1 Génération de résidus robustes à partir d'une base quelconque.

Quelle que soit la méthode de génération utilisée, le vecteur des résidus à un instant k : $\underline{r}(k)$ (de dimension σ) s'exprime en fonction du vecteur des entrées inconnues et du vecteur des défaillances sur une fenêtre temporelle de longueur $s+1$. Son expression générale est la suivante :

$$\underline{r}(k) = P^*(E,H).\underline{d}(k-s,k) + Q^*(F,G).\underline{f}(k-s,k)$$

où $P^*(E,H)$ et $Q^*(F,G)$ sont des matrices calculées à partir des matrices de répartitions E , F , G et H supposée connues.

$\underline{d}(k-s,k)$ (de dimension δ) et $\underline{f}(k-s,k)$ (de dimension φ) sont respectivement les vecteurs des entrées inconnues (variables d'entrées non mesurées, perturbations, erreurs de modélisation) et des défaillances. L'évolution temporelle de ces vecteurs est inconnue.

Dans le cas où

$$\text{rang}(P^*(E,H)) < \text{nombre de lignes de } P^*(E,H)$$

on peut trouver une matrice Ω telle que :

$$\Omega.P^*(E,H) = 0$$

Les vecteurs ligne de Ω définissent le sous espace des résidus robustes. Ce sous espace est de dimension n_Ω :

$$n_\Omega = \text{nombre de lignes de } P^*(E,H) - \text{rang}(P^*(E,H))$$

En projetant le vecteur $\underline{r}(k)$ dans ce sous espace on obtient un nouveau vecteur de résidus $\underline{r}_1(k)$:

$$\underline{r}_1(k) = \Omega.\underline{r}(k) = \Omega.Q^*(F,G).f(k-s,k)$$

Pour permettre la reconnaissance des défaillances, il faut que $\underline{r}_1(k)$ soit sensible aux défaillances et donc que $\Omega.Q^*(F,G)$ ne soit pas nul. Il faut donc que les vecteurs colonnes de $Q^*(F,G)$ n'appartiennent pas au sous espace engendré par les colonnes de $P^*(E,H)$.

3.1.2 Génération directe de résidus robustes par la méthode de l'espace de parité.

En écrivant les équations du modèle (4), sur un horizon d'observation, nous avons obtenu l'équation générale (10) :

$$M(C,D,A,B).\underline{z} - \text{Obs}.\underline{x} = P(E,H).\underline{d} + Q(F,G).f \quad (10)$$

Le résidu est obtenu par projection de cette équation dans l'espace de parité, espace supplémentaire à celui engendré par les colonnes de Obs et défini par la matrice W. En imposant que les résidus soient strictement robustes vis à vis des entrées inconnues, il faut que la matrice W soit orthogonale aux colonnes de P(E,H) :

La matrice de projection W est donc telle que :

$$W.[\text{Obs } P(E,H)] = 0$$

Pour que le résidu soit sensible aux défaillances, il ne faut pas que les vecteurs colonnes de Q(F,G) appartiennent à l'espace engendré par les vecteurs colonne de [Obs P(E,H)].

3.1.3 Génération directe de résidus robustes par la méthode d'estimation à l'aide d'observateurs.

Le résidu d'estimation a pour expression générale :

$$\begin{aligned} \underline{e}(k) = & L_1 . A_0^s . (\Theta(k-s) - T . \underline{x}(k-s)) \\ & + A_0^* . \text{Blockdiag}[K.H-T.E] . \underline{d}(k-s, k-1) + L_2 . H . \underline{d}(k) \\ & + A_0^* . \text{Blockdiag}[K.G-T.F] . \underline{f}(k-s, k-1) + L_2 . G . \underline{f}(k) \end{aligned}$$

$$\text{avec } A_0^* = [L_1 . A_0^{s-1} \quad L_1 . A_0^{s-2} \quad \dots \quad L_1 . A_0 \quad L_1]$$

De nombreux auteurs ont cherché à déterminer les matrices A_0 , K , T et L_2 optimales dans un but de surveillance c'est à dire telles que le résidu soit robuste aux entrées inconnues tout en étant sensible aux défaillances.

Les résidus seront strictement robustes si les conditions suivantes sont réalisées :

$$A_0^* . \text{Blockdiag}[K.H-T.E] = 0 \quad (C_1)$$

$$L_2 . H = 0 \quad (C_2)$$

A partir de l'expression de A_0^* , on montre que la condition (C_1) est équivalente à

$$K.H-T.E = 0 \quad (C_1')$$

L'observateur idéal ainsi déterminé est appelé Unknown Input Observer (UIO) [WUNN 90]. Les matrices définissant l'observateur peuvent être déterminées par placement des valeurs propres et par utilisation de la forme canonique de Kronecker : Frank dans [PATTON 89].

Pour que le résidu soit sensible à toutes les défaillances, il ne faut pas que ces conditions entraînent :

$$A_0^* . \text{Blockdiag}[K.G-T.F] . \underline{f}(k-s, k-1) + L_2 . G . \underline{f}(k) = 0$$

3.2 Génération de résidus de structure donnée

3.2.1 Générations dans l'espace de parité de résidus de structure donnée à partir d'une base quelconque

Soit \underline{f}^+ le vecteur des défaillances devant intervenir dans la forme d'évaluation du vecteur de résidu. Soit \underline{f}^- le vecteur des défaillances ne devant pas intervenir dans la forme d'évaluation du résidu. Les résidus de structure donnée peuvent être obtenus par projection d'un vecteur de résidus de structure quelconque.

La forme d'évaluation du vecteur de résidus est la suivante :

$$\underline{r}(k) = P^*(E,H) \cdot \underline{d}(k-s,k) + Q^*(F,G) \cdot \underline{f}(k-s,k)$$

En décomposant $\underline{f}(k-s,k)$ en $\underline{f}^+(k-s,k)$ et $\underline{f}^-(k-s,k)$, et $Q^*(F,G)$ en $Q^+(F,G)$ et $Q^-(F,G)$ on obtient :

$$\underline{r}(k) = P^*(E,H) \cdot \underline{d}(k-s,k) + Q^+(F,G) \cdot \underline{f}^+(k-s,k) + Q^-(F,G) \cdot \underline{f}^-(k-s,k)$$

Si $\text{rang } Q^-(F,G) < \text{nombre de lignes de } Q^-(F,G)$, on peut trouver une matrice Ω telle que $\Omega \cdot Q^-(F,G) = 0$.

En projetant le vecteur $\underline{r}(k)$ dans le sous espace défini par Ω , on obtient un nouveau vecteur de résidus insensibles aux défaillances \underline{f}^- . Pour que ces nouveaux résidus soient sensibles à toutes les composantes de \underline{f}^+ , les sous espaces définis par les vecteurs colonne de $Q^+(F,G)$ et de $Q^-(F,G)$ ne doivent pas avoir d'intersection.

3.2.2 Génération directe de résidus de structure donnée par la méthode de l'espace de parité

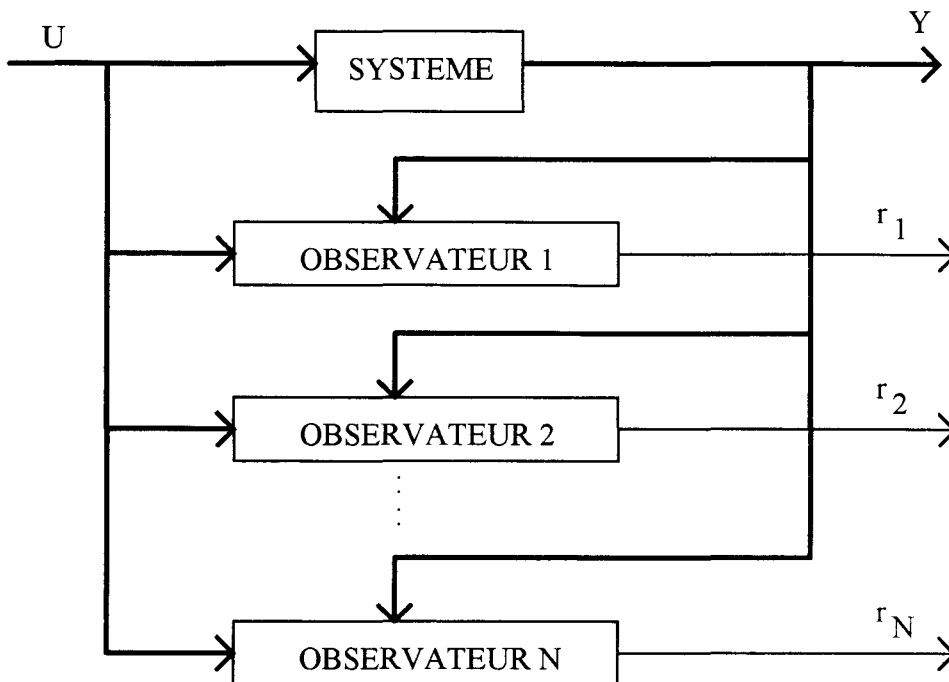
Les résidus de structure donnée peuvent être obtenus directement par la méthode de l'espace de parité en imposant que la matrice de projection W soit orthogonale à Obs et à la matrice de répartition $Q^-(F,G)$ du vecteur des défaillances $\underline{f}^-(k-s,k)$. Ceci impose que le rang de $[\text{Obs } Q^-(F,G)]$ soit inférieur au nombre de ses lignes. Les résidus obtenus doivent être sensibles à toutes les autres défaillances et donc aucun vecteur colonne de la matrice $Q^-(F,G)$ ne doit appartenir à l'espace engendré par $[\text{Obs } Q^-(F,G)]$.

3.2.3 Génération directe de résidus de structure donnée par la méthode d'estimation à l'aide d'observateurs

Un résidu de structure donnée peut être aussi obtenu directement à l'aide d'un observateur par un choix approprié des différentes matrices intervenant dans la définition de celui-ci. Ceci revient à piloter l'observateur par un nombre limité de variables d'entrées et de sortie du système à surveiller.

La signature de panne est obtenue en mettant en parallèle tous les observateurs, chacun d'entre-eux ayant une sensibilité aux défaillances qui lui est propre. Ce schéma est appelé schéma multi-observateurs [FRAN 80], [WUNN 90], Frank dans [PATT 89].

Il est représenté par la figure suivante :



Chaque observateur est déterminé de manière à générer un résidu sensible à une (ou plusieurs) cause(s) de panne et insensible aux autres.

A titre d'exemple, on peut citer deux schémas classiquement utilisés : les schémas GOS (Generalized observer scheme) et les schéma DOS (Dedicated observer scheme).

Nous donnons ci-dessous le principe de ces schémas multi-observateurs relatifs à la surveillance des capteurs. Les schémas permettant la surveillance des défaillances actionneurs et composants sont facilement déductibles en suivant une démarche similaire.

* Schéma GOS (Generalised observer scheme) : Dans ce schéma, autant d'observateurs que de capteurs sont utilisés. Chaque observateur i est piloté par l'ensemble des mesures exceptée celle fournie par le capteur y_i . Chaque résidu est donc sensible à toutes les défaillances capteurs sauf celles intervenant sur le capteur i . Pour l'observateur piloté par y sauf y_i , la signature théorique de y_i a tous ses termes nuls. Pour les autres (y_i intervient dans leur pilotage) leur estimation en cas de défaillance de y_i est fautive. La signature théorique de y_i a tous ses bits égaux à 1.

* Schéma DOS (Dedicated observer scheme) : Ce schéma nécessite autant d'observateurs que de mesures. Chaque observateur est piloté par une et une seule mesure, et permet l'estimation de la totalité du vecteur d'état. (le système doit donc être complètement observable à partir de chaque mesure). Chaque résidu est

donc sensible à une unique cause de panne capteur. Si y_i est défaillant, pour l'observateur piloté par y_i , son estimation est fautive. Tous les bits de la signature valent 1. Pour les autres, leur estimation est juste. Tous les bits valent 0 sauf le $i^{\text{ème}}$.

3.3 Conclusion

Le problème de génération de résidus optimaux dans un but de surveillance est de manière générale un problème de robustesse vis à vis de certains éléments et de sensibilité vis à vis d'autres éléments :

- Robustesse vis à vis des variables d'état inconnues.
- Robustesse vis à vis des perturbations et erreurs de modélisation.
- Robustesse vis à vis de certaines causes de défaillances.
- Sensibilité vis à vis de certaines causes de défaillances.

Que ce soit par l'approche de l'espace de parité ou par l'approche des observateurs, les conditions permettant d'obtenir des résidus respectant chacun de ces critères de robustesse et de sensibilité au sens strict sont très restrictives et ne peuvent être que très rarement vérifiées. Prenons par exemple le cas d'une mesure entachée de bruit. L'élimination de ce bruit provoque automatiquement l'élimination de l'influence de la mesure sur la valeur du résidu. On cherche alors une solution optimale permettant d'obtenir des résidus peu sensibles aux variables qui ne doivent pas influencer la valeur du résidu et très sensibles aux autres.

Dans la troisième partie de ce chapitre, nous abordons ce problème d'optimisation lorsque les résidus sont générés par projection dans l'espace de parité.

4 OPTIMISATION DES RESIDUS DE PARITE

4.1 Position du problème

En projetant les équations du modèle dans l'espace de parité, nous avons obtenu la forme d'évaluation du vecteur des résidus :

$$\underline{r} = W.(P(E,H).\underline{d} + Q(F,G).\underline{f})$$

où $W.Obs = 0$

Soit w_i^t la $i^{\text{ème}}$ ligne de W

Le résidu r_i s'exprime par :

$$r_i = w_i^t \cdot (P(E,H) \cdot \underline{d} + Q(F,G) \cdot \underline{f})$$

Soit \underline{f}^+ le vecteur des défaillances devant être détectées par le résidu r_i et \underline{f}^- le vecteur des défaillances ne devant pas influencer ce résidu.

L'expression du résidu devient :

$$r_i = w_i^t \cdot (P(E,H) \cdot \underline{d} + Q^+(F,G) \cdot \underline{f}^+ + Q^-(F,G) \cdot \underline{f}^-)$$

Le but de la procédure d'optimisation est de rechercher w_i tel que

$$w_i^t \cdot \text{Obs} = 0$$

$$w_i^t \cdot P(E,H) \text{ soit minimum}$$

$$w_i^t \cdot Q^-(F,G) \text{ soit minimum}$$

$$w_i^t \cdot Q^+(F,G) \text{ soit maximum}$$

Ce problème d'optimisation peut être exprimé de différentes manières : Frank dans [PATT 89], [CASS 92b], [STAR 91c,d], [PATT 88]. Nous donnons ici deux solutions utilisant des critères quadratiques. La première utilise un critère global, la seconde utilise une approche multi-critères.

4.2 Optimisation à l'aide d'un critère global

Frank dans [PATT 89] propose un critère global en minimisant l'indice de performance J défini par le rapport entre la norme Euclidienne des effets des entrées inconnues sur la norme Euclidienne des effets des défaillances.

J s'exprime donc sous la forme suivante :

$$J = \frac{\|w_i^t \cdot P(E,H)\|^2}{\|w_i^t \cdot Q(F,G)\|^2}$$

Pour que le résidu soit sensible aux défaillances \underline{f}^+ et le moins sensible possible aux défaillances \underline{f}^- , cet indice de performance peut être généralisé en J' :

$$J' = \frac{\|w_i^t \cdot [P(E,H) \quad Q^-(F,G)]\|^2}{\|w_i^t \cdot Q^+(F,G)\|^2}$$

La détermination de w_1^t se ramène à un problème de valeurs et vecteurs propres qui a été résolu dans [GANT 59] et repris dans [WUNN 90].

4.3 Optimisation multi-critères

a) Nous nous plaçons dans l'espace de parité donc sous la contrainte :

$$w_1^t \cdot \text{Obs} = 0$$

b) Pour minimiser la sensibilité vis à vis des entrées inconnues (c'est à dire maximiser la robustesse), on peut imposer que le critère quadratique suivant :

$$\sum_j w_1^t \cdot (P_j) \cdot (P_j)^t \cdot w_1 = w_1^t \cdot \pi \cdot w_1 \text{ soit minimum}$$

où P_j représente la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $P(E,H)$

c) Pour minimiser la sensibilité aux défaillances f^- , nous choisissons que le critère quadratique suivant :

$$\sum_j w_1^t \cdot (Q_j^-) \cdot (Q_j^-)^t \cdot w_1 = w_1^t \cdot \Gamma \cdot w_1 \text{ soit minimum}$$

où Q_j^- représente la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $Q_j^-(F,G)$

d) Pour imposer que les résidus soient sensibles aux défaillances f^+ , nous imposons la contrainte supplémentaire exprimée sous forme quadratique :

$$\sum_j w_1^t \cdot (Q_j^+) \cdot (Q_j^+)^t \cdot w_1 = w_1^t \cdot \Phi \cdot w_1 = 2$$

Le Lagrangien associé à ce problème s'écrit :

$$L = \frac{1}{2} \cdot (w_1^t \cdot (\Gamma + \pi) \cdot w_1) + w_1^t \cdot \text{Obs} \cdot \mu_1 + \mu_2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot w_1^t \cdot \Phi \cdot w_1 - 1 \right)$$

En dérivant par rapport à w_1 , μ_1 et μ_2 on obtient le système d'équations suivant :

$$\frac{dL}{dw_1} = (\Gamma + \pi) \cdot w_1 + \text{Obs} \cdot \mu_1 + \mu_2 \cdot \Phi \cdot w_1 = 0$$

$$\frac{dL}{d\mu_1} = \text{Obs}^t \cdot w_1 = 0$$

$$\frac{dL}{d\mu_2} = \frac{1}{2} \cdot w_1^t \cdot \Phi \cdot w_1 - 1 = 0$$

Les deux premières équations peuvent être écrites sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} (\Gamma+\pi) + \mu_2 \cdot \Phi & \text{Obs} \\ \text{Obs}^t & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ \mu_1 \end{pmatrix} = A(\mu_2) \cdot \begin{pmatrix} w_1 \\ \mu_1 \end{pmatrix} = 0$$

Pour que le système ait une solution w_1 et μ_1 , il faut que μ_2 soit une valeur caractéristique du faisceau de matrices $A(\mu_2)$, c'est à dire que la valeur prise par μ_2 permet que le rang de $A(\mu_2)$ soit inférieur au nombre de colonnes. Les valeurs de μ_2 admissibles sont appelés zéros du quadruplet $((\Gamma+\pi), \Phi, \text{Obs}, 0)$

En multipliant l'expression de dL/dw_1 à gauche par w_1^t , on obtient :

$$w_1^t \cdot (\Gamma+\pi) \cdot w_1 + w_1^t \cdot \text{Obs} \cdot \mu_1 + \mu_2 \cdot w_1^t \cdot \Phi \cdot w_1 = 0$$

On sait que :

$$w_1^t \cdot \text{Obs} = 0$$

$$w_1^t \cdot \Phi \cdot w_1 = 2$$

ce qui nous donne :

$$w_1^t \cdot (\Gamma+\pi) \cdot w_1 = -2 \cdot \mu_2$$

Pour minimiser $w_1^t \cdot (\Gamma+\pi) \cdot w_1$, il faut donc que μ_2 soit maximum.

μ_2 doit être le zéro maximal du quadruplet $((\Gamma+\pi), \Phi, \text{Obs}, 0)$.

4.4 Généralisation du problème d'optimisation

On ne se place plus dans l'espace de parité mais dans un espace proche. On cherche ainsi w_1^t qui minimise le produit $w_1^t \cdot \text{Obs}$ en conservant les mêmes contraintes de robustesse et de sensibilité que dans le paragraphe précédent.

Le Lagrangien associé à ce problème s'écrit :

$$L = \frac{1}{2} \cdot (w_1^t \cdot (\Gamma+\pi + \text{Obs}) \cdot w) + \mu \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot w_1^t \cdot \Phi \cdot w_1 - 1 \right)$$

En dérivant par rapport à w_i , μ_1 et μ_2 on obtient le système d'équations suivant :

$$\frac{dL}{dw_i} = (\Gamma + \pi + \text{Obs}) \cdot w_i + \mu \cdot \Phi \cdot w_i = 0$$

$$\frac{dL}{d\mu} = \frac{1}{2} \cdot w_i^t \cdot \Phi \cdot w_i - 1 = 0$$

La première équation donne :

$$((\Gamma + \pi + \text{Obs}) + \mu \cdot \Phi) \cdot w_i = 0$$

w_i est un vecteur propre correspondant à μ : valeur caractéristique du faisceau de matrices $(\Gamma + \pi + \text{Obs}) + \mu \cdot \Phi$.

En multipliant à gauche cette équation par w_i^t on obtient :

$$w_i^t \cdot (\Gamma + \pi + \text{Obs}) \cdot w_i + \mu \cdot w_i^t \cdot \Phi \cdot w_i = 0$$

C'est à dire, puisque $w_i^t \cdot \Phi \cdot w_i = 2$:

$$w_i^t \cdot (\Gamma + \pi + \text{Obs}) \cdot w_i = -2 \cdot \mu$$

Pour que $w_i^t \cdot (\Gamma + \pi + \text{Obs}) \cdot w_i$ soit minimum, μ doit être la plus grande valeur caractéristique du faisceau.

5 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons montré que l'obtention de résidus robustes au sens strict vis à vis de certains éléments (entrées inconnues, sous ensemble de défaillances), c'est à dire l'obtention de résidus de structure donnée, conduit à des contraintes très fortes ne pouvant être que très rarement établies.

Lorsque la structure du système à surveiller ne permet pas de générer des résidus dont la structure a été imposée par les spécifications du système de surveillance, une solution optimale doit être envisagée. Nous avons alors posé ce problème d'optimisation de deux manières différentes : à l'aide d'un critère global et à l'aide de plusieurs critères.

Bien que les solutions soient optimales, elles peuvent cependant être de mauvaise qualité. Il faudra dans ce cas envisager des solutions permettant de répondre au mieux aux spécifications : implantation de capteurs supplémentaires, optimisation de l'emplacement des capteurs, identification plus précise des paramètres du modèle, recours à des méthodes de génération de résidus ne nécessitant pas la linéarisation du modèle du système à surveiller.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

CONCLUSION GENERALE

Dans la première partie de ce mémoire, nous avons défini le système de surveillance comme une composante fondamentale du système d'information d'un processus automatisé. Grâce aux modules de détection, de localisation et de diagnostic des défaillances, la base de données brute est transformée en une base de données validée et enrichie.

Les méthodes que nous avons étudiées, sont fondées sur l'exploitation de la redondance existant entre les mesures effectuées sur le système à surveiller et la connaissance d'un modèle de comportement de celui-ci.

La comparaison du comportement réel du système (donné par les mesures) avec son comportement théorique prévu, fournit un ensemble d'indicateurs (appelés résidus). Ces résidus doivent être nuls en l'absence de défaillances et différents de zéro dans le cas contraire.

Dans la deuxième partie, nous avons étudié et comparé deux méthodes classiques de génération de ces indicateurs à partir d'une modélisation du système dans l'espace d'état : la méthode par projection des équations du modèle dans l'espace de parité et la méthode utilisant des observateurs d'état.

Nous avons alors montré que dans le cas général, les résidus d'observateurs peuvent être obtenus par filtrage des résidus de parité.

Dans le cas de processus industriels complexes, la modélisation dans l'espace d'état n'est pas adaptée. Nous avons alors développé une approche de génération de résidus à partir d'un modèle structurel reposant sur une décomposition hiérarchique du système à surveiller, c'est à dire lorsque le système est décomposé en sous systèmes interconnectés.

Pour la classe des systèmes linéaires (ou linéarisables autour d'un point de fonctionnement), le modèle structurel peut être enrichi par la connaissance des fonctions de transfert de chacun des sous systèmes. Nous avons alors décrit une approche de génération des résidus par projection.

Dans le quatrième chapitre, nous avons abordé la robustesse des résidus vis à vis des entrées inconnues du système ainsi que la génération de résidus de structure donnée (c'est à dire de résidus sensibles à certaines défaillances et insensibles à d'autres). Les conditions de robustesse et de sensibilité au sens strict étant rarement établies, une solution optimale doit être envisagée. Nous avons alors posé ce problème d'optimisation de deux manières différentes.

.... ET PERSPECTIVES

Comme nous l'avons fait dans le deuxième chapitre de cette thèse, il serait intéressant de comparer les autres méthodes de génération de résidus (en particulier les méthodes par identification des paramètres du modèle) avec la méthode de l'espace de parité.

Dans le quatrième chapitre, nous avons posé le problème de l'optimisation des résidus en fonction de critères de robustesse et de sensibilité. De nombreux travaux restent à faire dans ce sens.

Le troisième point qui pourra faire l'objet de recherches futures concerne l'optimisation de la surveillance. Ceci concerne en particulier le choix et le placement optimum des capteurs en fonction des spécifications demandées. Les premiers travaux effectués dans cet axe montre que l'approche structurelle devrait fournir des résultats intéressants.

ANNEXE

ANNEXE

Soit à démontrer :

$$a) [A_0^* \text{Blockdiag}[\text{KH-TE} \quad L_2H] = [L_1A_0^{s-1}K \quad \dots \quad L_1K \quad L_2] \text{COM}_s(E,H)$$

$$b) [A_0^* \text{Blockdiag}[\text{KG-TF} \quad L_2G] = [L_1A_0^{s-1}K \quad \dots \quad L_1K \quad L_2] \text{COM}_s(F,G)$$

$$c) -L_1A_0^{sT} = [L_1A_0^{s-1}K \quad \dots \quad L_1K \quad L_2].\text{Obs}$$

$$\text{avec } A_0^* = [L_1A_0^{s-1} \quad L_1A_0^{s-2} \quad \dots \quad L_1A_0 \quad L_1]$$

Démontrons l'égalité c)

Démonstration par récurrence

Pour $s = 0$, on a :

$$-L_1T = L_2C$$

Pour $s = 1$, on a :

$$-L_1A_0T = L_1(KC - TA) = [L_1K \quad L_2] \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix}$$

puisque $L_1T = -L_2C$

Supposons la propriété vraie à l'ordre s et calculons $-L_1A_0^{s+1}T$

$$-L_1A_0^{s+1}T = L_1A_0^s(KC - TA) = L_1A_0^sKC - L_1A_0^sTA$$

$$= L_1A_0^sKC + [L_1A_0^{s-1}K \quad \dots \quad L_1K \quad L_2] \begin{pmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^s \end{pmatrix}$$

$$= [L_1A_0^sK \quad \dots \quad L_1K \quad L_2] \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^s \end{pmatrix}$$

Nous avons donc démontré l'égalité c) :

$$-L_1 A_0^{sT} = [L_1 A_0^{sK} \quad \dots \quad L_1 K \quad L_2] \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{s-1} \end{pmatrix}$$

A partir de cette égalité, on montre que l'on a a) et b)

Egalité a)

$$a) [A_0^* \text{Blockdiag}[KH-TE] \quad L_2 H] = [L_1 A_0^{s-1} K \quad \dots \quad L_1 K \quad L_2] \text{COM}_s(E, H)$$

Développons l'expression $[A_0^* \text{Blockdiag}[KH-TE] \quad L_2 H]$.

$$[A_0^* \text{Blockdiag}[KH-TE] \quad L_2 H] = [L_1 A_0^{s-1}(KH-TE) \quad L_1 A_0^{s-2}(KH-TE) \quad \dots \quad L_2 H]$$

or d'après l'égalité c) :

$$-L_1 A_0^{sTE} = [L_1 A_0^{sK} \quad \dots \quad L_1 K \quad L_2] \begin{pmatrix} CE \\ CAE \\ \vdots \\ CA^{s-1}E \end{pmatrix}$$

donc

$$-L_1 A_0^{s'(KH-TE)} = [L_1 A_0^{s'K} \quad \dots \quad L_1 K \quad L_2] \begin{pmatrix} H \\ CE \\ \vdots \\ CA^{s'-1}E \end{pmatrix}$$

avec $s' = s-1, s-2, \dots, 1, 0$

L'égalité a) est ainsi démontrée.

Par une démarche identique, on montre l'égalité b) :

$$b) [A_0^* \text{Blockdiag}[KG-TF] \quad L_2 G] = [L_1 A_0^{s-1} K \quad \dots \quad L_1 K \quad L_2] \text{COM}_s(F, G)$$

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [BART 78] Bartnik G.W
Algorithmes de couplages dans les graphes.
Thèse de doctorat de troisième cycle.
Université Paris VI, 1978
- [BASS 88] Basseville, M.
Detecting changes in signals and systems. A survey.
Automatica, Vol 24, n°3, 1988.
- [BERG 73] Berge C
Graphes et Hypergraphes
Dunod, Paris, 1973
- [BEAR 71] Beard, R. V.
Failure accommodation in linear systems through self-reorganization.
Ph.D. dissertation, M.I.T., Dep. Aero. Astro. Cambridge, février 1971.
- [BOER 91] Boeraeve L.
Systèmes de Surveillance. Comparaison des résidus générés par l'approche de l'espace de parité généralisé et ceux obtenus par les méthodes basées sur des observateurs et des filtres non stationnaires.
Mémoire de DEA de productique. Centre d'automatique de l'Université des sciences et techniques de LILLE 1991.
- [BRUN 90] Brunet J., D. Jaume, M. Labarrère, A. Rault, M. Vergé.
Détection et diagnostic de pannes. Approche par modélisation
Traité des Nouvelles Technologies, série Diagnostic et Maintenance. Hermes 1990
- [CASS 92a] Cassar J.Ph., M. Staroswiecki
Résidus structurés : intérêt et condition d'existence.
présenté au GRECO Automatique, Groupe diagnostic, CNRS, 21 octobre 1992.
- [CASS 92b] Cassar J.Ph., M. Djeghaba, M. Staroswiecki, V. Cocquempot.
Sensitivity robustness tradeoff via the generation of optimal residuals in the parity space.
IEEE symposium SICICI'92, IFAC, Singapore, 17-21 février 1992.
- [CECC 91] Cecchin, T. D. Sauter, Brie.
Fault Detection in Time Varying Systems via Parameter Estimation.
Proceedings IMACS MCTS 91, pp. 542-451, Lille 1991.
- [CECC 90] Cecchin, T, D. Sauter, J. Ragot, M. Aubrun.
Utilisation des observateurs d'état pour la détection et le diagnostic de défauts de systèmes.
Présenté au GRECO CNRS, Groupe de travail Diagnostic, 1990.

[CHOW 80] Chow, E. Y.

Failure detection system design methodology.

Sc. D. Thesis, Lab. Information and Decision system, M.I.T., Cambridge, M.A., 1980.

[CHOW 84] Chow, E. Y. and A. S. Willsky.

Analytical redundancy and the design of robust failure detection system.

IEEE trans. on Automatic Control, Vol AC-29 n°7, juillet 1984.

[CLAR 78] Clark, R.N.

A Simplified Instrument Failure Detection Scheme.

IEEE Trans. Aerosp. Electro. Syst.

Vol AES, pp 558-563, juillet 78.

[CLAR 82] Clark, R.N, B. Campbell.

Instrument Fault detection in a Pressurized Water Reactor Pressurizer.

Nuclear Technology; Vol 56, janvier 82.

[COCQ 89] Cocquempot, V.

Génération Automatique des Relations de Surveillance dans un Système Linéaire Multivariable.

Mémoire de DEA, Centre d'Automatique de LILLE, juin 1989.

[COCQ 91] Cocquempot, V, M. Staroswiecki and J.Ph. Cassar.

Generation of Robust Analytical Redundancy Relations.

Proceeding of the European Control Conference, ECC'91, Grenoble, France, pp.309-314, 2-5 juillet 1991.

[DECL 91] Declerck P.

Analyse structurale et fonctionnelle des grands systèmes.

Application à une centrale PWR 900 MW.

Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Villeneuve d'Ascq, France, 20 décembre 1991.

[DIDA 72] Diday, E.

Nouvelles méthodes et nouveaux concepts en classification automatique et reconnaissance des formes.

Thèse, Univ. Paris VI, 4 décembre 1972.

[DUBU 91] Dubuisson B.

Diagnostic et reconnaissance des formes

Hermes, Paris, 1990.

[DULM 58] Dulmage A.L., N.S. Mendelshon

Coverings of bipartite graphs.

Canadian Journal of Mathematic, Vol. 10, pp.517-534, 1958.

[EVAN 70] Evans, F.A., J.C Willcox.

Experimental stapdown redundant sensor inertial navigation systems.

Journal of Spacecraft Rockets, Vol 7, n° 9, septembre 1970.

[FRAN 80] Frank, P.M., L.Keller.

Sensitivity Discriminating Observer Design for Instrument Failure Detection.

IEEE Transaction on Aerospace Electronic Systems, Vol. AES-16, n°4, juillet 1980.

[FRAN 87] Frank, P.M.

Advanced Fault Detection and Isolation Schemes Using Nonlinear and Robust Observers.

10th World Congress on Automatic Control, IFAC, RFA, juillet 1987.

[FRAN 88] Frank, P.M.

Fault Diagnosis on the Basis of Dynamic Process Models.

Proceedings IMACS, 12th World Congress on Scientific Computation, Paris, France, 18-22 juillet 1988.

[FRAN 90] Frank, P.M.

Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Analytical and Knowledge-based Redundancy - A Survey and Some New Results.

Automatica, Vol 26, n°3, pp 459-474, 1990.

[FRAN 91] Frank, P.M.

Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Software Redundancy.

Revue Européenne Diagnostic et Sureté de fonctionnement,

Volume 1 - n°2, 1991.

[GANT 59] Gantmacher, F.R.

Theory of matrices, Vol 2

Chelsea, New York, 1959

[GERT 88] Gertler, J.J.

Survey on Model-Based Failure Detection and Isolation in Complex Plants.

IEEE Control System Magazine, 3-11 décembre 1988.

[GERT 91] Gertler, J.J.

Analytical Redundancy Methods in Fault Detection an Isolation.

Proceeding of the Safeprocess'91 IFAC/IMACS symposium, Volume 1, pp. 9-21, 10-13 septembre 1991, Baden-Baden.

[HAMA 86] Hamad, M.

Validation des Mesures et Détection des Capteurs Défaillants dans un Système de Contrôle Commande.

Thèse de Doctorat, Université de Lille 1, 1986.

[HOMS 92] Homssi L.

Outils de modélisation, identification et traitement du signal pour le diagnostic des défauts dans les systèmes continus.

INSA Toulouse, 30 avril 1992.

[ISER 84] Isermann, R.

Process fault detection based on modeling and estimation methods - A survey.

Automatica, Vol. 20, n°4 pp 387-404, 1984.

[JONE 73] Jones H.L.,

Failure detection in linear systems

Ph.D. Thesis. M.I.T. Dept of Aeronautics, Cambridge, 1973.

[KRAT 92] Kratz, F., D.Maquin.

Une Approche Unifiée pour la Génération d'Equations de Redondance.

Présenté au GRECO CNRS, Groupe de travail Diagnostic, 1992.

[LARM 77] Larminat, P., Y. Thomas

Automatique des systèmes linéaires.

Tome 2, Flamarion, 1977.

[LOU 86] Lou, X.C, A.S. Willsky and G.C. Verghese.

Optimally Robust Redundancy Relations for Failure Detection in Uncertain Systems.

Automatica, Vol 22, n°3, pp. 333-344, 1986.

[LUEN 71] Luenberger, D.G.

An Introduction to Observers.

IEEE Transactions on Automatic Control.

Vol AC-16, n°6, décembre 1971.

[MAGN 91] Magni, J.F. and P. Mouyon.

A generalized approach to observers for fault diagnosis.

30th IEEE CDC, Brighton, U.K., 11-13 décembre 1991.

[MASS 86] Massoumnia, M.A.

A Geometric Approach to the Synthesis of Failure Detection Filters.

IEEE Transactions on Automatic Control, Vol AC-31, n°9, septembre 1986.

[MASS 88] Massoumnia, M.A., W.E. Vander Velde.

Generating Parity Relations for Detecting and Identifying Control System Component Failures.

AIAA, Journal of Guidance, vol 11, n°1, pp 60-65, février 1988.

[MASS 89] Massoumnia, M.A., G.C. Verghese, A.S. Willsky.

Failure Detection and Identification.

IEEE Trans. on Automatic Control, Vol A-C 34, n°3, mars 1989.

[O'REIL 83] O'Reilly, J.
Observers for linear systems.
Academic Press, 1983.

[PATT 88] Patton R.J.
Robust Fault Diagnosis in Model-Based Systems Using Eigenstructure Assignment.
Proceedings IMACS, 12th World Congress on Scientific Computation, 18-22 juillet 1988, Paris
France.

[PATT 89] Patton, R.J., Frank, P.M., Clark, R.N.
Fault diagnosis in dynamic systems, theory and application.
Prentice Hall, 1989.

[PATT 91a] Patton R.J. and J.Chen.
A Re-examination of the Relationships between Parity Space and Observer-Based Approaches in
Fault Diagnosis.
Revue Européenne Diagnostic et Sûreté de Fonctionnement.
Volume 1 - n°2, pp 183-200, 1991.

[PATT 91b] Patton R.J. and J.Chen.
A Review of Parity Space Approaches to Fault Diagnosis.
Proc. IFAC/IMACS Symposium SAFEPROCESS'91, Baden-Baden, Vol 1, pp. 238-255, 10-13
septembre 1991.

[PATT 91c] Patton, R.J.
A Parity Space Approach to Robust Fault Detection using Eigenstructure Assignment.
ECC 91, pp 1419-1424, Grenoble, France, juillet 1991.

[POMO 92] Pomorski, D.
Apprentissage Automatique Symbolique et Numérique
Construction et évaluation d'un ensemble de règles à partir des données.
Thèse de doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, 6 décembre 1992.

[POTT 77] Potter, J.E. and M.C.Soman.
Thresholdless redundancy management with array of skewed instrument.
Electronic Flight Control System, Agardograph 224, pp.15-25.1977.

[QUEY 86] Queysanne M.
Algèbre.
Armand Colin - Collection U, 1986.

[RAGO 90] Ragot, Maquin, Darouach, Bloch
Validation de données et diagnostic.
Hermès, Paris 1990.

[RAUL 85] Rault, A., D. Jaume, M. Vergé.
Méthode originale de détection de défauts sur processus industriels.
Revue A.P.I.I, n°19, pp 45-68, 1985.

[RICH 75] Richetin M.
Analyse structurale des systèmes complexes en vue d'une commande hiérarchisée.
Thèse de doctorat d'état, Toulouse, n°674, 1975.

[ROSE 70] Rosenbrock, H.
State space and multivariable theory.
Nelson-Willey, 1970.

[ROY 70] Roy B.
Algèbre moderne et théorie des graphes.
Dunod, Paris, 1970.

[SPRÖS 92] Sprösser, T.
Contribution à l'étude des méthodes de détection de défauts par redondance analytique.
Thèse, Université de Haute Alsace, 16 décembre 1992.

[STAR 89a] Staroswiecki, M. and P. Declerck.
Analytical redundancy in non linear interconnected systems by means of structural analysis.
IFAC AIPAC, Nancy, France, 1989.

[STAR 89b] Staroswiecki, M., J.P. Cassar and P. Declerck.
Redundancy Relationships generation in complex interconnected system based on a structural approach.
4th ICARF, New Delhi (India), décembre 1989.

[STAR 90a] Staroswiecki, M., V. Cocquempot and J.P. Cassar.
Generation of relations for the system supervision using the transfer function representation.
Proceeding of the ninth IASTED International Conference on "Modelisation, Identification and Control" pp 378-381. Innsbrück, Austria, 18-21 février 1990.

[STAR 90b] Staroswiecki, M., V. Cocquempot and J.P. Cassar.
Generation of analytical redundancy relations in a linear interconnected system.
Proceedings of IMACS-IFAC International Symposium. MIN-S²'90, Brussel, 3-7 septembre 1990.
publié dans Mathematical and Intelligent Models in System Simulation.

[STAR 91a] Staroswiecki, M., V. Cocquempot, J.P. Cassar.
Equivalence des résidus générés par la méthode de l'espace de parité et les méthodes utilisant les observateurs.
Présenté au GRECO automatique, groupe diagnostic, CNRS, 5 juin 1991.

[STAR 91b] Staroswiecki, M., V. Cocquempot and J.P. Cassar.
Observer based and parity space approaches for failure detection and identification.
Proceedings of IMACS-IFAC International Symposium, LILLE, 5-11 mai 1991.

[STAR 91c] Staroswiecki, M., V. Cocquempot and J.P. Cassar.
Optimal design of FDI systems via parity space and observer based approaches.
IECON 91, Kobé (Japon), 1991.

[STAR 91d] Staroswiecki, M., J.H. Meng..
Structure design of FDI filters.
Tenth IASTED International Conference on Modelling, Identification and Control, Innsbrück,
Austria, February 18-21, 1991.

[STAR 92] Staroswiecki, M.
Les systèmes et le concept d'instrumentation intelligente.
Ingénieurs et scientifiques de France, le Progrès Technique.
(reprise de la communication aux entretiens de la Technologie,
Paris-CNIT-La Défense, 1992).
pp.35-42, février 1992

[WILL 76b] Willsky A.S.
A survey of Design Methods for Failure Detection in Dynamic Systems
Automatica, Vol 12, pp 601-611, 1976.

[WÜNN 90] Wünnenberg, J.
Observer-Based Fault Detection in Dynamic Systems.
Ph.D. Thesis, University of Duisburg, 1990.

[WÜNN 88] Wünnenberg, J, P.M. Frank.
Model-Based Residual Generation for Dynamic Systems with Unknown Inputs.
Proceedings IMACS, 12th World Congress on Scientific Computation, July 18-22 1988, Paris,
France.

