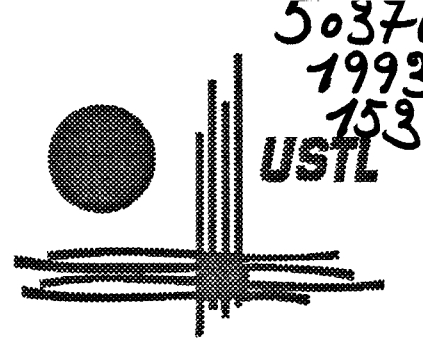


N° d'ordre : 1149

50376
1993
153



présentée à

**L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES
DE LILLE " U.S.T.L "**

*pour l'obtention
du*

DIPLÔME DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Spécialité Electronique

par



LACHGAR ABDENBI



**MODELISATION ET OPTIMISATION DE CAPTEURS
A EFFET PELTIER. APPLICATION A LA REALISATION D'UN
NOUVEAU DEBITMETRE MASSIQUE**

Soutenu le 13 Juillet 1993

devant la commission d'examen composée des membres du jury MM.

J. LESAGE

Président

B. DUTHOIT

Rapporteur

I. SHAHROUR

Rapporteur

P. THERY

Directeur de thèse

D. LECLERCQ

Examineur

E. GAVIOT

Examineur

AVANT-PROPOS

Ce travail a été effectué au sein du Laboratoire "Capteurs thermoélectroniques" de l'institut d'électronique et de microélectronique du nord I.E.M.N, UMR – CNRS 9929.

Monsieur le Professeur P. Théry m'a accueilli dans son équipe et m'a confié le thème de cette recherche. Je tiens à lui exprimer ma profonde gratitude pour l'aide qu'il m'a prodiguée tout au long de ce travail et pour la part active qu'il a eue dans son aboutissement.

Je suis particulièrement reconnaissant à Monsieur le Professeur J. Lesage de l'IUT A de Lille, pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury de cette thèse.

Je remercie Monsieur le Professeur B. Duthoit, de l'Université d'Artois, directeur du Laboratoire "Capteurs et Instrumentation" qui s'est intéressé à mes travaux et a accepté d'en rédiger un rapport.

Monsieur le Professeur I. Shahrour, de Centrale de Lille, a montré beaucoup d'intérêt pour ces recherches et a accepté d'en être rapporteur. Je l'en remercie vivement et suis très honoré de sa présence parmi ce jury.

Je remercie vivement Monsieur D. Leclercq, docteur d'Etat, de l'Université des sciences et technologies de Lille, Maître de conférence à l'IUT A de Lille qui me fait l'honneur de faire partie de ce jury. Je le remercie également pour son aimable collaboration, ses conseils précieux et la part active qu'il a eue dans l'aboutissement de ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur E. Gaviot, Maître de conférence de l'Université du Littoral, qui a accepté d'examiner mon travail et pour l'aide qu'il m'a apportée et l'intérêt qu'il a témoigné à mes recherches.

Monsieur Dehorter a assuré avec beaucoup de soin et de compétence la confection et l'impression de ce document. Je l'en remercie.

Mes remerciements vont enfin à tous mes collègues chercheurs du Laboratoire pour leur gentillesse et leur disponibilité.

SOMMAIRE

INTRODUCTION	1
--------------------	---

Chapitre 1

CARACTERISATION DU COUPLAGE THERMOELECTRIQUE DANS LES STRUCTURES LAMINAIRES BIMETALLIQUES

1.1 Principe de thermoélectricité	14
1.2 Chaînes thermoélectriques classiques	15
1.3 Effet Seebeck dans un circuit imprimé	15
1.3.1 Description des circuits thermoélectriques et procédé de fabrication	15
1.3.2 Calcul de la force électromotrice induite par effet Peltier	16
1.3.2.1 <i>Expression du champ électrique dans les sections homogènes</i>	18
1.3.2.2 <i>Expression du champ électrique dans la section bimétallique</i>	19
1.3.2.3 <i>Expression de la différence de potentiel dans le cas général d'un circuit d'épaisseur variable échangeant de la chaleur avec le milieu ambiant</i>	22
1.3.2.4 <i>Expression de la différence de potentiel dans un circuit thermiquement isolé</i>	23
1.3.2.5 <i>Expression de la d.d.p dans un circuit d'épaisseur uniforme échangeant de la chaleur avec le milieu ambiant</i>	24
1.4 Echanges par effet Peltier dans une structure bimétallique	25
1.4.1 Modélisation de l'effet Peltier au niveau d'une jonction bimétallique	25
1.4.2 Calcul de la force électromotrice induite par effet Peltier	28

1.5	Modélisation du champ de température dans un circuit bimétallique périodique	31
1.5.1	Variation spatiale du flux d'énergie dans le circuit imprimé	31
1.5.2	Approximation monodimensionnelle	33
1.6	Modélisation du couplage énergétique entre le circuit et le fluide environnant	34.
1.6.1	Transferts convectifs	34
1.6.2	Introduction des échanges entre le circuit et le milieu environnant	
	Principe, Constitution, Loi d'échange	36
1.7	Modélisation du champ de température dans un circuit thermoélectrique parcouru par un courant électrique	40
1.7.1	Représentation matricielle des couplages thermoélectriques	40
1.7.2	Association d'une succession d'électrodes plaquées sur un support continu	43
1.7.3	Calcul de la f.e.m délivrée par le circuit thermoélectrique	45

Chapitre 2

SIMULATION DU CHAMP DE TEMPERATURE PAR LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

2.1	Principes et mise en oeuvre de la méthode des éléments finis	52
2.2	Formulation du problème	56
2.3	Modélisation d'un circuit bimétallique périodique	60

2.4	Observations de la distribution de température induite par le passage du courant dans le capteur	62
2.5	Mesure des gradients thermiques distribués sur la paroi du capteur quand il est traversé par un courant	64
2.6	Analyse des résultats de simulation en comparaison avec les résultats expérimentaux	67
2.6.1	Cas d'un débit nul	68
2.6.2	Résultats de calcul pour un environnement composé de fluides à pression atmosphérique	69
2.6.3	Influence du courant de mesure traversant le capteur	71
2.6.4	Influence de la largeur du circuit thermoélectrique	72
2.6.5	Dérive causée par une variation de la température du fluide environnant	75
2.6.6	Variation de la f.e.m détectée par le capteur en fonction de la vitesse de l'écoulement	79

Chapitre 3

APPLICATION A LA REALISATION D'UN NOUVEAU DEBITMETRE MASSIQUE

INTRODUCTION	81
3.1 Portrait du débitmètre massique en forme de circuit imprimé	81
3.2 Description de l'élément sensible	84
3.3 Sources réversibles d'énergies entretenues par effet Peltier entre deux points de jonction thermoélectrique	84
3.4 Relation entre résistances de transduction et thermique relatives au circuit thermoélectrique	89

3.5	Principe de la méthode de mesure des vitesses d'écoulement du fluide par effet Peltier	91
3.6	Résultats de simulations et comparaison avec l'expérience	94
3.6.1	Cas de débits nuls	94
3.6.2	Mesure des débits massiques	95
3.7	Optimisation de la sensibilité	95
3.8	Compensation en température	100
3.9	Constante de temps du capteur	100
	CONCLUSION	111
	BIBLIOGRAPHIE	113
	ANNEXES	118
	Liste des Figures	120

Introduction

La connaissance , avec précision , de la conductivité thermique des fluides est particulièrement importante dans le domaine industriel. Cette grandeur, à partir de laquelle, on calcule la diffusivité thermique, le nombre de Knudsen et le nombre de Nusselt, se manifeste dans tous les transferts de chaleur. Une connaissance parfaite du comportement statique et dynamique des capteurs thermiques utilisés est nécessaire pour la mesure et le contrôle de la température instantanée et locale d'un écoulement de fluide, laminaire ou turbulent, chauffé autour du capteur. Afin de mener à bien toute étude et réalisation d'un dispositif de mesure de la conductivité thermique des fluides, de leur température et de leur vitesse, il est recommandé de se lancer dans cette tâche difficile avec prudence et rigueur.

Le domaine du capteur suscite actuellement un intérêt croissant dans le domaine de l'instrumentation où l'électronique et l'informatique étant très au point pour le traitement du signal, c'est la mesure qui définit les difficultés et le coût des systèmes. D'une manière générale, le capteur est un objet très innovant, capable de réaliser de difficiles compromis pour atteindre les performances ainsi que la simplicité de réalisation et de mise en oeuvre.

Parmi les travaux entrepris par le laboratoire "Capteurs et Instrumentation" de Lille, depuis plusieurs années, on cite en premier, les capteurs de transfert thermique mettant en oeuvre une technique de jonction bimétallique analogue à celle utilisée dans les circuits imprimés souples

Lorsqu'un élément conducteur est parcouru par un courant électrique, deux phénomènes, électrique et thermique, apparaissent :

- un phénomène irréversible : l'effet Joule
- un phénomène réversible : l'effet Thomson

Introduction

L'effet Thomson est un phénomène qui apparait lorsqu'un courant électrique traverse un conducteur homogène où existe un gradient de température.

Dans le cas où le conducteur est constitué de deux métaux de nature différente, un effet supplémentaire intervient à leur jonction : l'effet Peltier ou l'effet inverse Seebeck.

L'effet Seebeck concerne la mesure des différences de température à l'aide de thermocouples de surface ou de capteurs dont l'élément de base est une pile thermoélectrique.^{(1) (3)}

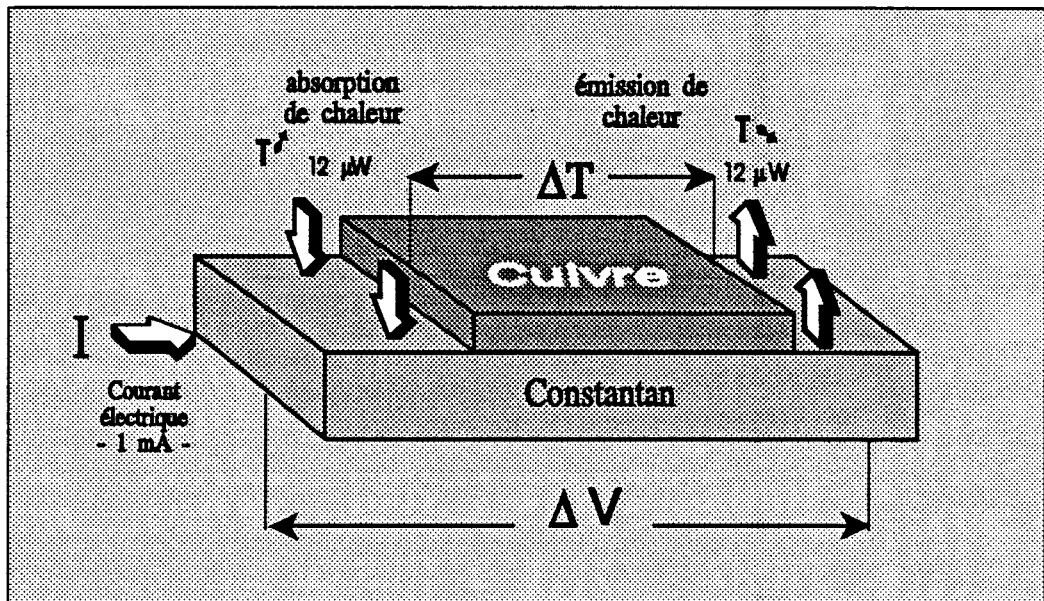


figure 1 Création de gradients de température par effet Peltier

Le passage d'un courant électrique dans une chaîne thermoélectrique donne lieu à l'apparition de l'effet Peltier au niveau de la jonction. Celle-ci peut alors absorber ou libérer de la chaleur selon le sens du courant électrique et la nature du couple thermoélectrique considéré (figure 1).

Un courant électrique circulant dans une structure bimétallique formée de deux conducteurs différents, maintenus à la même température, provoque le dégagement d'une quantité de chaleur sur l'une des jonctions et l'absorption d'une quantité rigoureusement égale à l'autre jonction. Ainsi la température de l'une des jonctions doit s'élever et celle de l'autre jonction doit diminuer (figure 1).

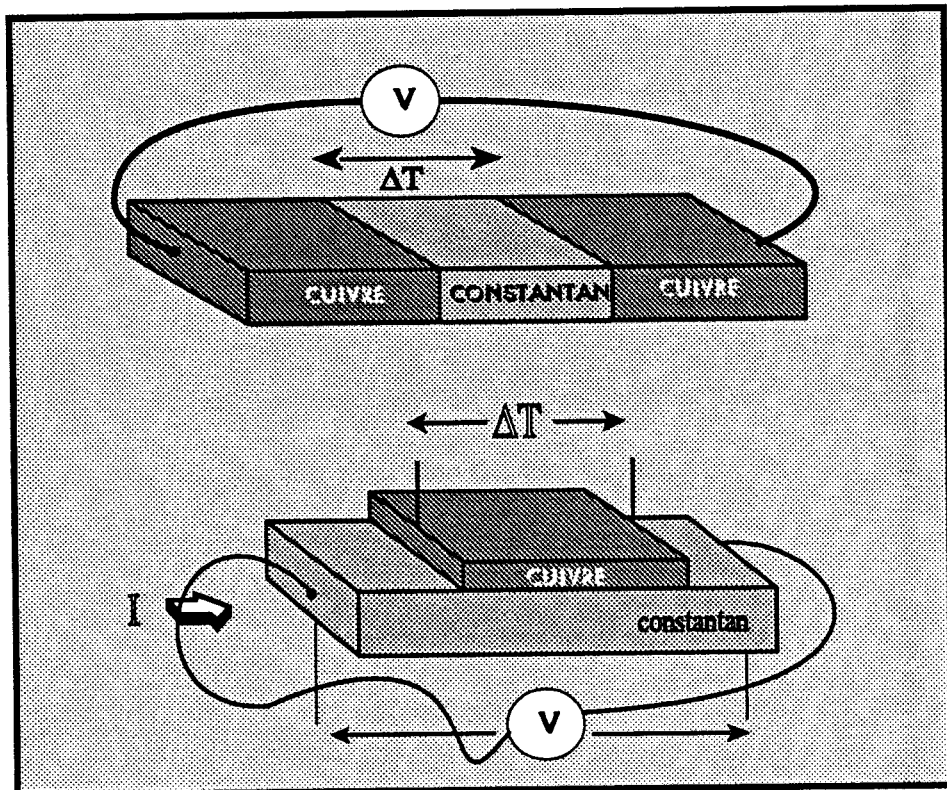


figure 2 Détection des écarts de température par effet Seebeck

La mesure de la différence de température entre ces deux jonctions consécutives peut se faire aux bornes de la chaîne thermoélectrique par effet Seebeck (figure 2). Or cette différence de température est généralement reliée à la f.e.m qu'elle génère grâce à la différence des pouvoirs thermoélectriques des conducteurs, par une relation quasi-linéaire et ce, par plages de valeurs de températures. Il convient de rappeler que l'effet Seebeck résulte de la superposition de l'effet Thomson et de l'effet Peltier. Il se manifeste par la présence d'une différence de température entre jonctions thermoélectriques. Son application concerne la mesure des écarts de température générés par le passage du courant dans une chaîne thermoélectrique.

Les quantités de chaleur échangées de façon réversible au niveau des jonctions sont très faibles et cela constitue, avec les difficultés liées aux mesures expérimentales des différences de température, un handicap pour les applications industrielles basées sur l'effet Peltier. Par exemple pour le couple thermoélectrique (cuivre; constantan), la puissance échangée par effet Peltier au niveau de la jonction à la température de 300 K et quand elle

Introduction

est traversée par un courant de 1 mA n'est que de 12 μ W (figure 1). Il faudra donc multiplier le nombre de jonctions thermoélectriques mises en place dans un circuit afin de pouvoir amplifier l'effet des écarts de température induits par effet Peltier sur le milieu environnant. On sait d'autre part qu'une jonction bout à bout cause des problèmes de type technologique au niveau de la soudure. Il faut veiller à ce que le couple ait une moindre capacité thermique pour obtenir une grande sensibilité aux fluctuations du transfert convectif. D'où la nécessité de simplifier le mode de fabrication des circuits thermoélectriques. En l'occurrence, le procédé de réalisation des circuits imprimés répond à ce besoin et permet de simplifier le processus de fabrication. Citons également le savoir-faire de la micro-électronique en matière de fabrication de capteurs très sensibles et discrets.^{(2) (3)}

Les circuits imprimés réalisés au laboratoire, de façon industrielle, se présentent sous la forme d'une succession de tronçons métalliques, formés d'un ruban continu, faiblement conducteur (constantan), recouvert d'un autre matériau (cuivre), de forte conductivité électrique, déposé par voie électrolytique, à intervalles réguliers (figure 3). Ce dernier impose alors au niveau de la jonction ses propriétés électriques et, de par ses dépôts électrolytiques, joue un rôle de "court-circuit". Les interactions thermoélectriques sont réparties dans toute la jonction ou il y a contact électrique entre couches métalliques. Pour provoquer une dissymétrie thermique dans le carré de cuivre, on place un plot isolant électrique, mais bon

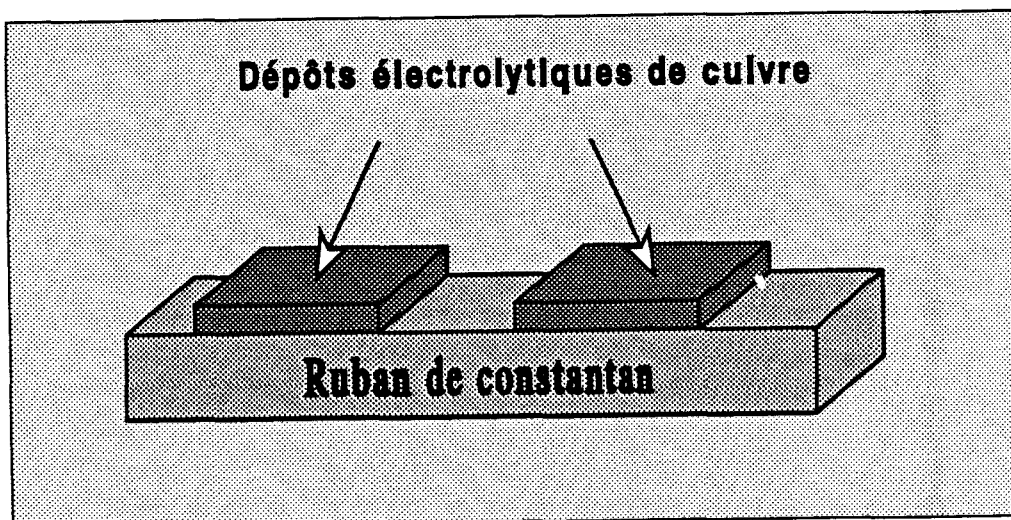


figure 3 Circuit imprimé à électrodes plaquées

Introduction

conducteur thermique sur un côté du carré de cuivre. On forme de cette manière un grand nombre de thermocouples, thermiquement en parallèle, mais électriquement en série. La taille du capteur, dépendant de la finesse de la gravure, est de l'ordre de quelques dm^2 ($5 \times 5 \text{ cm}^2$, $15 \times 15 \text{ cm}^2$).

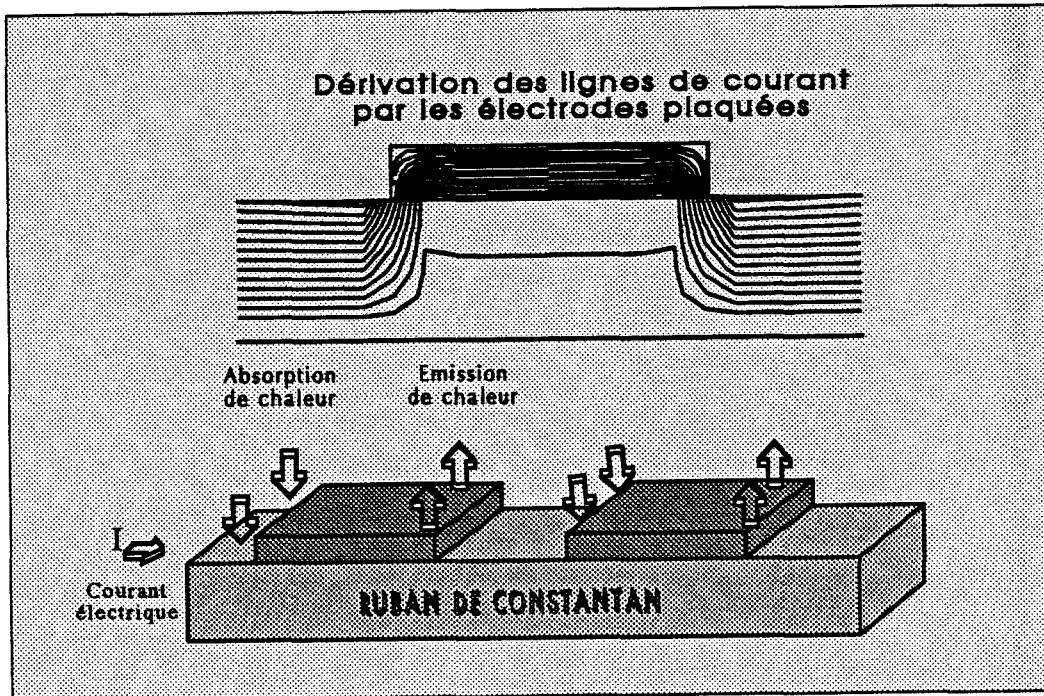


figure 4 Sources énergétiques entretenues par effet Peltier

Dans ce travail, on s'intéresse au passage du courant électrique suivant la direction axiale d'une couche bimétallique mettant ainsi en évidence l'effet thermoélectrique Peltier. Une grande partie du courant injecté dans le support du circuit de faible conductivité est déviée par les électrodes de grande conductivité. Des sources réversibles d'énergie entretenues par effet peltier sont localisées aux endroits de passage du courant électrique d'un métal à l'autre (figure 4).

Quand on place le capteur en condition d'échange thermique avec le milieu environnant, les écarts de température distribués sur la surface du circuit dépendent non

Introduction

seulement des propriétés thermiques et thermoélectriques du circuit bimétallique mais aussi des échanges thermiques avec le fluide qui l'entoure. Ces échanges provoquent une diminution de ces écarts de température.

Les techniques de réalisation des circuits imprimés permettent d'obtenir des dispositifs de mesure très sensibles au milieu environnant, grâce d'une part à leur faible épaisseur qui limite les échanges par conduction suivant la direction axiale du circuit, et d'autre part à leurs surfaces d'échange latérales suffisamment importantes pour offrir une plus grande sensibilité aux fluctuations du transfert convectif et à toute perturbation provenant de l'extérieur.

Grâce à la connaissance des phénomènes fondamentaux, apportée par la physique, les systèmes thermiques peuvent être décrits de manière aussi fidèle que nécessaire par des modèles mathématiques. Ces modèles mathématiques peuvent ensuite être transformés en modèles numériques grâce à la connaissance apportée par l'analyse mathématique numérique. Le traitement des problèmes de transfert de chaleur et la maîtrise des systèmes thermiques nécessitent des modèles discrétisés de grande taille. Leur dimension peut être réduite à l'aide de diverses techniques d'approximation (différences finies, éléments finis). Les systèmes thermiques constituent donc un domaine privilégié où la simulation peut être développée et exploitée intensivement.⁽⁷⁾

Dans la plus part des cas, le modèle mathématique n'admet pas de solution analytique, et force est de recourir à des techniques numériques afin d'obtenir les résultats désirés. L'application de la méthode des éléments finis nécessite une formulation intégrale des équations aux dérivées partielles, basée sur les principes de calcul variationnel⁽⁴⁾. Ainsi, à toute équation différentielle est associée une équation intégrale. Suivant ces considérations, résoudre une équation aux dérivées partielles dans un domaine D , compte tenu des conditions aux limites imposées, revient à minimiser une fonctionnelle représentative de l'énergie du champ considéré. Compte tenu de cela, la modélisation d'un milieu continu consiste à substituer au système réel un ensemble d'éléments formant un système discret équivalent au milieu continu à modéliser

La mise en oeuvre d'un code de calcul, basé sur la méthode des éléments finis, consiste à

Introduction

générer le modèle par un préprocesseur opérant en plusieurs étapes:

- # générer les noeuds du modèle.
- # définir les éléments du modèle.
- # affecter à chaque élément ses caractéristiques physiques.
- # appliquer les conditions aux limites au modèle.
- # établir un fichier des calculs.

Cette construction s'effectue en mode interactif, d'où la possibilité d'une modélisation progressive permettant des modifications en cas d'erreurs. Une modélisation correcte et de bonne qualité dépend en grande partie de la finesse du maillage effectué et du type d'élément utilisé.

L'objectif de cette partie est le calcul de la tension aux extrémités d'un circuit thermoélectrique plongé dans un milieu fluide à l'aide de cette t

Les résultats présentés sont relatifs aux modélisations 2D et 3D des échanges par effet Peltier dans un circuit thermoélectrique immergé dans un milieu gazeux ou liquide. En principe, le circuit thermoélectrique en forme de ruban, chauffé par un courant électrique, est souvent inséré dans une enveloppe cylindrique dont l'extérieur se trouve au contact de l'atmosphère ambiante. Le capteur est placé de telle manière que son ruban soit horizontal et disposé axialement à l'intérieur de la conduite (figure 5)

La nature du fluide et sa vitesse interviennent dans la détermination de la f.e.m du capteur qui dépend à la fois de la puissance dissipée par effet Joule dans le circuit et de la température du milieu environnant.

Il convient de remarquer que l'exploitation de cette dépendance pour la mesure de la f.e.m est fortement conditionnée lors des calculs de transferts de chaleur par les conditions aux limites, c'est à dire, par la géométrie du capteur et également par les échanges thermiques du fluide avec les surfaces des matériaux formant le capteur.

Les résultats de calcul numérique montrent que le champ de température suivant la direction axiale du circuit est influencé par la nature du fluide en écoulement ou au repos de part et d'autre du capteur et la température d'équilibre du circuit thermoélectrique dépend fortement de la conductivité apparente du milieu fluide.

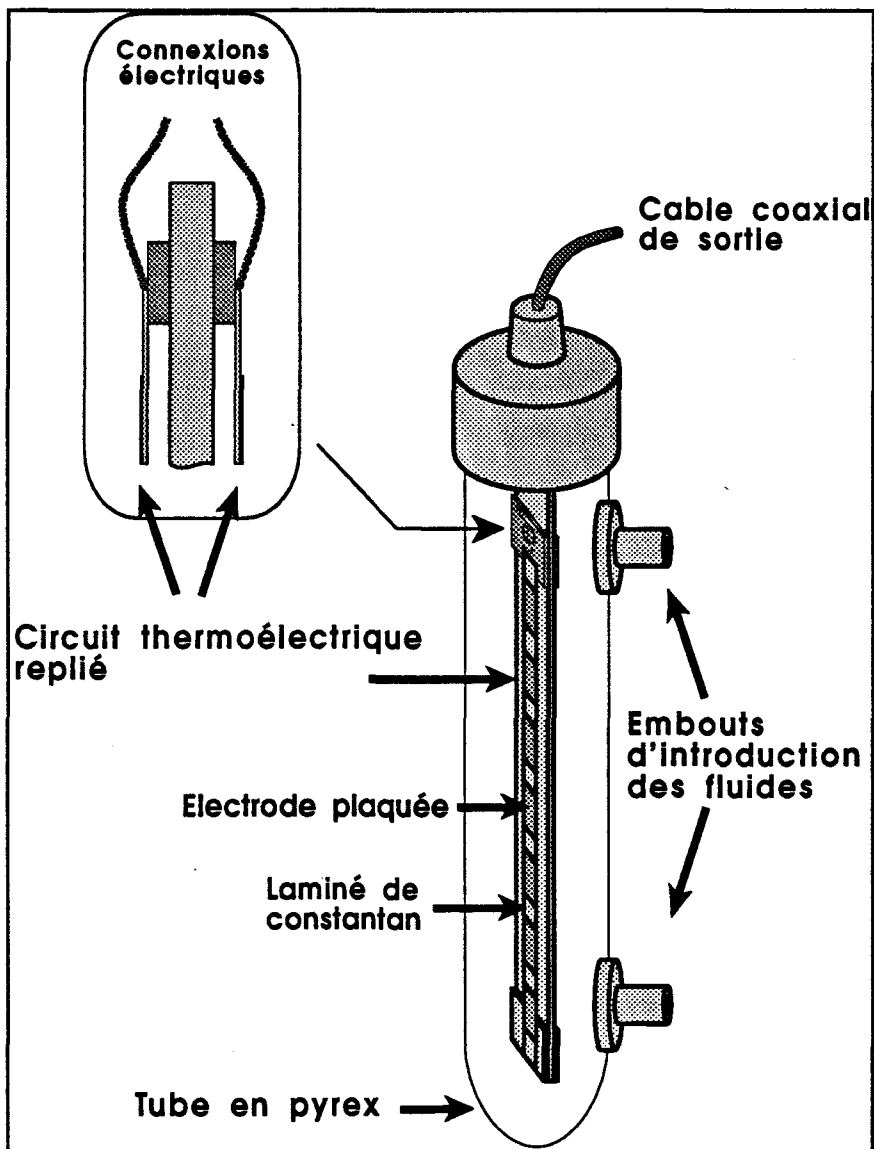


figure 5 L'élément sensible est inséré dans un tube en présence d'un fluide

Le débit, tout comme la température, la vitesse ou la pression, intervient en tant que variable dans les phénomènes liés aux fluides liquides ou gazeux. D'une façon générale, la mesure du débit d'un fluide a une importance capitale dans les réseaux de transport de fluides et dans toute installation industrielle où doit être contrôlée la quantité de fluide intervenant dans un processus: réacteurs chimiques, centrales de production d'énergie, moteur à combustion interne...etc.

Introduction

S'agissant d'un écoulement dans une conduite de direction fixe, la masse du fluide qui y circule est définie indépendamment des conditions de température et de pression. La mesure du débit massique s'avère donc fondamentale. Diverses méthodes de mesure de débit massique sont proposées⁽⁵⁾ : certaines sont applicables au cas des faibles débits, notamment celles qui utilisent des débitmètres thermiques dont le principe est simple : lorsque le débit est nul, l'échauffement provoqué par un élément chauffant est symétrique. Lorsqu'il y a débit, la quantité de chaleur fournie provoque une élévation de température, l'écart de température ΔT est donc proportionnel au débit massique Q_m du fluide. Il existe également des dispositifs de mesure à " fil chaud " comme l'anémomètre à fil chaud qui est utilisé depuis longtemps pour les mesures sur les fluides en mouvement⁽⁶⁾. Le principe de mesure de ce type de capteurs consiste à placer un fil chauffé dans un milieu fluide en vue de déterminer les propriétés physiques de ce milieu à partir des variations de la température du fil. La vitesse du fluide est, dans la majorité des cas, la grandeur à mesurer. Cette mesure étant basée sur le transfert de chaleur entre le fil et le milieu ambiant, toute variation de température ou de composition du fluide environnant peut donc être détectée. En fait, le principe de mesure repose sur la possibilité de maintenir constante la température de l'élément chauffant. Cette température dépend principalement des pertes thermiques par conduction dans le fluide. L'utilisation de ce procédé par la mesure du débit massique du fluide n'est possible que lorsque l'écart entre la température de l'élément chauffant et celle du fluide est très grand. L'indication fournie en pratiquant ces différentes méthodes basées sur le refroidissement d'un élément chauffant dépend de la différence de température entre le capteur et le fluide. De plus, dans le cas de faibles débits, les pertes thermiques dans le fluide sont minimales. On en déduit donc que, dans ce cas, la température du fluide entourant le capteur intervient dans la mesure du débit massique et la sensibilité de ce type de capteurs aux propriétés du milieu environnant est soit faible soit bonne mais limitée par la résistance du circuit entre jonctions thermoélectriques.

Basé sur l'effet peltier, le nouveau débitmètre massique que nous présentons dans ce travail permet de remédier à plusieurs de ces inconvénients. L'élément de base de ce type de capteur est un circuit bimétallique à deux conducteurs connectés en série de façon à réaliser

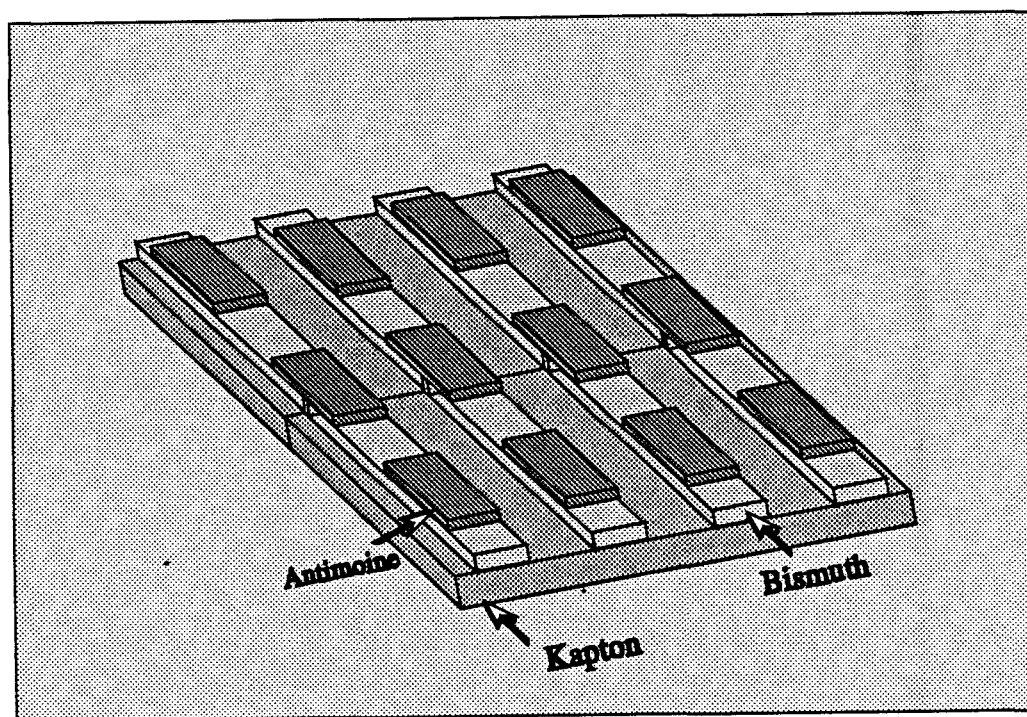


figure 6 Capteur en forme de circuit imprimé formé de plusieurs jonctions " Peltier " bismuth-antimoine disposées sur un support isolant

de nombreuses jonctions. La possibilité de réaliser des circuits thermoélectriques en forme de circuits imprimés bimétalliques sur support isolant (feuille de kapton ou plyamide) permet d'envisager des structures plus complexes comportant de nombreuses sources générant, par effet peltier, des gradients de température bidimensionnels sur la surface d'un circuit imprimé (figure 6).

Dans ce cas, les échanges peuvent être privilégiés suivant la direction transversale du circuit bimétallique. Par conséquent, la sensibilité de tels dispositifs de mesure n'est plus limitée par résistance thermique entre jonctions thermoélectriques.

Le principe de mesure est de créer à l'aide d'un courant électrique des différences de température entre les jonctions du circuit thermoélectrique considéré. Le mouvement relatif du fluide par rapport au circuit active les échanges thermiques et diminue la différence de température ΔT entre jonctions thermoélectriques.

La variation de l'écart de température entre deux jonctions dépend du débit massique du fluide autour du circuit et constitue donc un moyen de mesure appréciable de ce débit.

Introduction

Un nombre suffisant d'électrodes placées en série le long d'un ruban métallique attribue une meilleure sensibilité au circuit thermoélectrique; cette sensibilité peut être optimisée en ajustant la longueur entre jonctions thermoélectriques.

Le domaine d'application n'est pas limité à l'analyse des propriétés physiques du fluide gazeux ou liquide. Le circuit thermoélectrique solidaire d'un support (kapton ou polymide) permet également de servir de paroi à un récipient en l'utilisant pour mesurer la hauteur du liquide dans le récipient.

Plusieurs applications peuvent être développées à partir de cette méthode (congélation, point de rosée...). Néanmoins, toute application nécessite d'abord une modélisation et ensuite une étude particulière dans le but d'optimiser la sensibilité du capteur considéré. Compte tenu des faibles valeurs de tensions à mesurer, le succès de toute expérience repose en fait sur une instrumentation électronique adaptée simple et fiable.

La méthode expérimentale ⁽⁵⁾ choisie consiste donc à:

- 1- injecter un courant d'intensité connue dans le circuit bimétallique de façon à générer une distribution réversible d'écart de température dépendant des propriétés du milieu ambiant.
- 2- interrompre le passage du courant pendant un bref instant (0,3 ms) et mesurer, à l'aide du capteur, la différence de potentiel à vide représentative des écarts de température en utilisant ce même circuit comme détecteur.

Ainsi le courant est périodiquement interrompu pour mesurer la f.e.m induite par effet Seebeck en circuit ouvert. Il en résulte que par la mesure de la tension aux bornes du circuit, on obtient des informations sur le milieu environnant. Une détection des variables dynamiques d'un écoulement autour du capteur devient alors possible en utilisant un dispositif électronique de mesure permettant d'interrompre, pendant un temps très court, le passage du courant électrique et de mesurer au cours de ce laps de temps la différence de potentiel aux bornes du circuit thermoélectrique.

Les résultats de calculs et de simulations ont permis d'interpréter tous les résultats expérimentaux. En l'occurrence, en mesurant par effet Seebeck des différences de température distribuées sur la paroi d'un circuit imprimé plaqué, lors du passage d'un courant électrique d'intensité connue, on arrive aux résultats suivants:

Introduction

- Détection, à partir de sa conductivité thermique apparente, de toute perturbation des propriétés physiques du fluide environnant par identification de sa nature.
- Calcul du débit massique d'un fluide en écoulement, dont on connaît la composition, à l'aide du capteur placé dans la canalisation en présence du fluide.

Chapitre 1

CARACTERISATION DU COUPLAGE THERMOELECTRIQUE DANS LES STRUCTURES LAMINAIRES BIMETALLIQUES

Chap.1

1.1 PRINCIPE DE THERMOELECTRICITE

Dans un conducteur métallique, le passage d'un courant électrique peut être entretenu localement soit par un gradient de potentiel électrique, soit par un gradient de température. Les modes de transfert thermique et électrique sont donc couplés. La loi d'Ohm généralisée décrit ce couplage thermoélectrique dans un conducteur anisotherme sous la forme :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} - \sigma \alpha \nabla T \quad (2)$$

J: vecteur densité de courant(A/m)

σ :conductivité électrique(Siemens/m)

E: vecteur gradient de potentiel électrique(V/m)

α :pouvoir thermoélectrique(V/degré)

∇T :vecteur gradient de température(degré/m)

D'après la loi de Magnus, la densité de courant est partout nulle dans un conducteur homogène soumis uniquement à un gradient de température.

$$\vec{J} = 0 = \sigma(\vec{E} - \alpha \nabla T) \quad (3)$$

En tout point du volume conducteur, le champ électrique E est lié localement au gradient thermique inducteur par la relation :

$$\vec{E} = \alpha \nabla T \quad (4)$$

Ce champ électrique interne ne dépend que de l'amplitude et de la direction du gradient thermique ainsi que du matériau caractérisé par son pouvoir thermoélectrique. Connaissant la valeur du champ électrique local, la f.e.m ΔV induite dans un circuit de forme complexe (égale à la somme algébrique des f.e.m élémentaires générées le long du conducteur) peut être calculée en utilisant la relation de définition:

$$\Delta V = V_2 - V_1 = - \int_1^2 \alpha \nabla T dx = \alpha (T_1 - T_2) \quad (5)$$

La f.e.m ne dépend donc que de l'écart de température $\Delta T = T_2 - T_1$. Dans un conducteur

Chap.1

homogène possédant des propriétés thermoélectriques uniformes sur toute sa longueur, la f.e.m générée le long du conducteur est la même pour différents profils de température. Toutefois, la mesure de cette force électromotrice n'est pas directe.

1.2 CHAINES THERMOELECTRIQUES CLASSIQUES

Les thermocouples classiques représentent des systèmes différentiels formés de deux conducteurs métalliques de natures différentes. Ils permettent de calculer la différence de potentiel présente aux extrémités des deux conducteurs formant le couple thermoélectrique.

$$\Delta V = V_{2A} - V_{1A} = -\int_a^b \alpha_2 \nabla T dx + \int_a^b \alpha_1 \nabla T dx = (\alpha_2 - \alpha_1) \cdot (T_a - T_b) \quad (6)$$

La f.e.m est mesurable si α_2 est différent de α_1 et ne dépend pas du profil de température dans chacun des deux conducteurs dans la mesure où les caractéristiques thermoélectriques sont uniformes sur toute la longueur des fils conducteurs (figure).

Cela étant, la f.e.m générée par un thermocouple est donc dépendante de la différence de température entre les points de jonction thermoélectrique où il y a contact entre conducteurs et s'annule avec la différence de température.

1.3 EFFET SEEBECK DANS UN CIRCUIT IMPRIME

1.3.1 Description des circuits thermoélectriques et procédé de fabrication

On peut fabriquer des circuits thermoélectriques de façon industrielle en recouvrant un ruban métallique continu de plusieurs électrodes plaquées régulièrement espacées, formant ainsi un ensemble de tronçons métalliques disposés périodiquement le long du circuit. Citons une méthode très simple pour réaliser des circuits bimétalliques à l'aide du couple thermoélectrique cuivre, constantan (cu-cn) : on dépose uniformément par voie électrolytique une couche métallique de cuivre d'épaisseur de l'ordre de 3 μm sur une feuille de constantan d'épaisseur mince comprise entre 5 et 25 μm . On attaque ensuite la couche de cuivre grâce à solution sélective (péroxodisulfate d'ammonium) pour faire apparaître la forme des dépôts

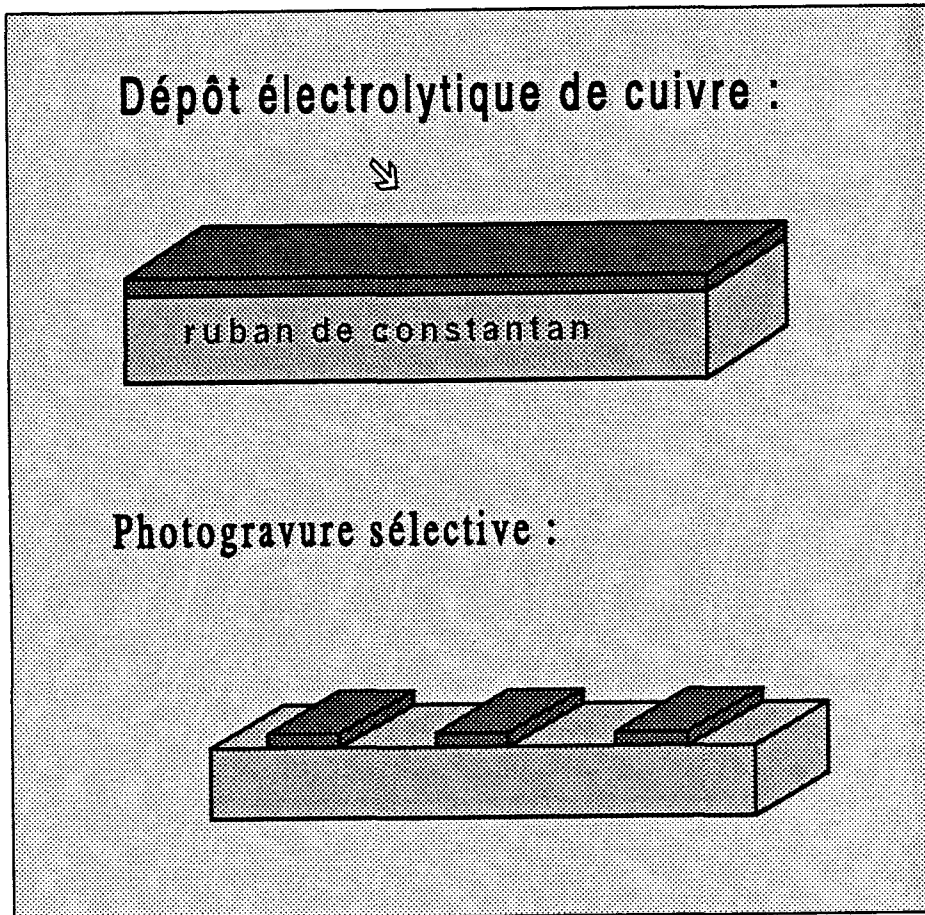


figure 7 Technique de fabrication des circuits thermoélectriques

(ou électrodes) sur le revêtement de cuivre électrolytique. La dernière étape concerne les techniques de photogravure habituellement utilisées pour graver le circuit au perchlorure de fer afin d'obtenir le circuit thermoélectrique souhaité selon les dimensions et la forme désirées.

1.3.2 CALCUL DE LA FORCE ELECTROMOTRICE INDUITE PAR EFFET PELTIER

En pratique, des défauts de non uniformité sont inévitables au niveau des épaisseurs des différentes couches d'un circuit thermoélectrique. Dans un tel dispositif, la feuille de métal servant de support aux électrodes assure la liaison électrique entre les dépôts consécutifs. Il convient donc d'étudier une cellule élémentaire constituée d'un tronçon de premier métal 1

Chap.1

recouvert en partie d'un dépôt de métal 2 (figure 8). Les deux extrémités P_1 et P_4 de thermocouple sont maintenues à la même température T_0 afin d'annuler tout effet thermoélectrique parasite au niveau de l'appareil de mesure.

La longueur de la cellule sera importante par rapport à sa largeur (long.= 300 mm ; larg.= 1mm) de façon à former un ruban bimétallique dont les caractéristiques pourront être comparées à un thermocouple de surface classique.

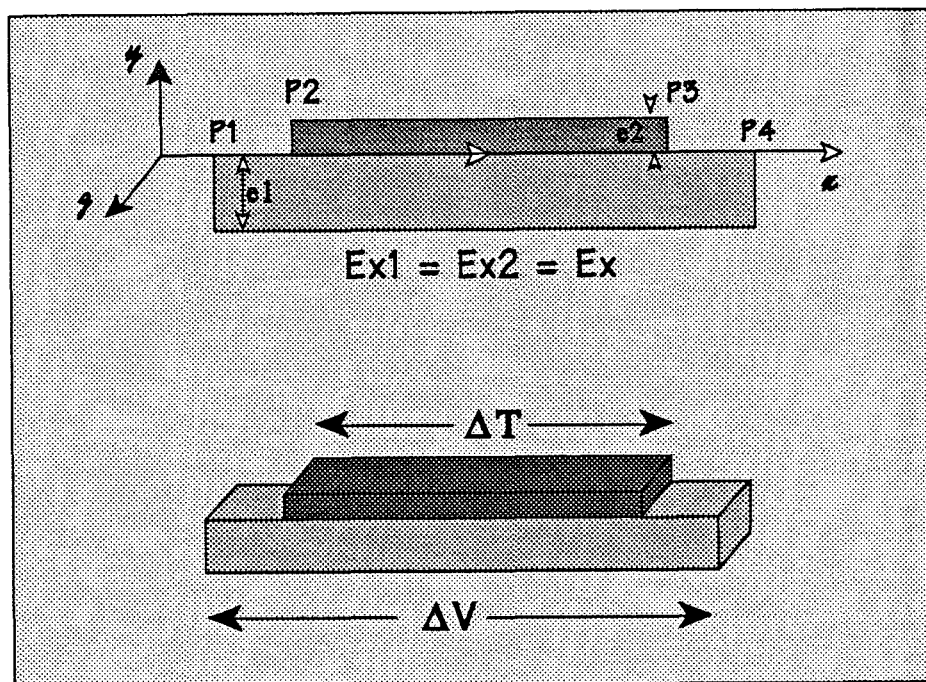


figure 8 Continuité du champ de potentiel électrique dans une couche bimétallique

Nous montrerons notamment que la force électromotrice détectée par un ruban de ce type dépend du gradient de température le long de la section bimétallique dans le cas où l'épaisseur des couches n'est pas uniforme pour des raisons technologiques.

La différence de potentiel entre deux points quelconques P_1 et P_2 d'un conducteur, situés sur un chemin d'intégration quelconque (C) et de positions respectives x et y , est liée au champ électrique par la relation vectorielle bien connue :

Le chemin d'intégration choisi étant un segment de l'axe Ox d'un repère orthonormé (Ox, Oy, Oz) limité par les points P_1 et P_4 , le produit scalaire $E \cdot dl$ se réduit à $E_x \cdot dx$, E_x

Chap.1

au champ électrique par la relation vectorielle bien connue :

$$V_2 - V_1 = - \int_x^y \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad (7)$$

Le chemin d'intégration choisi étant un segment de l'axe Ox d'un repère orthonormé (Ox,Oy,Oz) limité par les points P1 et P4, le produit scalaire $E \cdot dl$ se réduit à $E_x \cdot dx$, E_x représentant la composante suivant Ox du vecteur champ électrique.

Pour calculer la différence de potentiel $\Delta V = V_{P1} - V_{P4}$ apparaissant en circuit ouvert ($I=0$) entre les deux extrémités P1 et P4 du laminé, il suffit donc d'intégrer la composante suivant Ox du champ électrique E sur toute la longueur du ruban constitué des trois parties adjacentes P_1-P_2 , P_2-P_3 , P_3-P_4 (figure 10), soit:

$$\Delta V = -(V_{P1} - V_{P4}) = - \int_x^y E_{P_1-P_2} dx - \int_y^z E_{P_2-P_3} dx - \int_z^t E_{P_3-P_4} dx \quad (8)$$

1.3.2.1 Expression du champ électrique dans les sections homogènes

Le long des sections P_1-P_2 et P_3-P_4 du circuit thermoélectrique, le conducteur est constitué d'un seul métal homogène (constantan) dont le pouvoir thermoélectrique et la conductivité sont constantes. En conséquence, le champ électrique obéit à la relation classique

$$\vec{E}_x = \alpha_1 \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{I}{\sigma_1} \vec{e}_1 \quad (9)$$

Par définition, le courant I étant nul, les températures des extrémités

P_1 et P_4 sont égales et, compte tenu de l'homogénéité du conducteur, l'intégrale du champ électrique sur les chemins $C_{P_1-P_2}$ et $C_{P_3-P_4}$ se réduit à :

$$\int_x^y E_x^y dx + \int_z^t E_x^t dx = \alpha_1 (T_y - T_z) \quad (10)$$

Chap.1

1.3.2.2 Expression du champ électrique dans la section bimétallique

La différence de potentiel ΔV présente entre les points P_2 et P_3 n'est pas une f.e.m. thermoélectrique classique; elle est représentative d'interactions électriques entre couches métalliques.

Dans un système à deux couches en contact électrique, toute différence de température localisée entre deux points de la surface de contact provoque la circulation de courants électriques dans l'épaisseur des couches métalliques des conducteurs 1 et 2 du couple thermoélectrique. La densité de courant électrique dans chacun des conducteurs n'est pas identiquement nulle et la relation classique $E = \alpha \cdot \nabla T$ (conséquence de la condition d'isolation électrique en tout point : densité de courant J nulle) n'est pas applicable.

Dans une couche bimétallique, le potentiel électrique est continu de part et d'autre de la surface de séparation entre conducteurs (figure 8). Il y a donc égalité des gradients de potentiel électriques E_{x1} et E_{x2} tout le long de la jonction des deux matériaux du circuit thermoélectrique.

$$(E_x)_1 = (E_x)_2 = E_x \quad (11)$$

Dans un conducteur non isotherme, le champ électrique est lié à la densité de courant J par la loi d'Ohm généralisée suivant la relation (12) dans chacune des couches métalliques

$$\vec{J} = \sigma(\vec{E} - \alpha \vec{\nabla} T) \quad (12)$$

Cette expression permet de déterminer les composantes suivant l'axe Ox des champs électriques, liées entre elles par la relation de couplage :

$$\begin{aligned} (E_x)_1 &= (E_x)_2 = E_x \\ &\quad \downarrow \\ \frac{(J_x)_1}{\sigma_1} + \alpha_1 \nabla_x T &= \frac{(J_x)_2}{\sigma_2} + \alpha_2 \nabla_x T \end{aligned} \quad (13)$$

Le champ électrique créé par le gradient de température est compensé dans chacune des couches par une circulation locale de courant.

En définissant deux sections droites S_1, S_2 des couches métalliques 1 et 2 constituant le couple thermoélectrique, de hauteurs respectives e_1, e_2 et de largeur unitaire (figure 9), les expressions des courants I_1 et I_2 traversant ces surfaces sont obtenues à l'aide de la relation classique :

$$I = \int_S \vec{j} \cdot d\vec{S} \quad (14)$$

et qui peuvent être réduites sous la forme: $I_1 = e_1 J_{x1}$ et $I_2 = e_2 J_{x2}$, puisque les surfaces S_1 et S_2 sont parallèles au plan (Oy, Oz) .

Le courant traversant la section droite de la couche bimétallique suivant la direction Ox a pour expression:

$$I = (\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2) E_x - (\alpha_1 \sigma_1 e_1 + \alpha_2 \sigma_2 e_2) \nabla_x T$$

En identifiant cette relation à celle relative à la loi d'Ohm généralisée à un conducteur homogène équivalent d'épaisseur $e = (e_1 + e_2)$ et de conductivité électrique globale σ_{eq} , on obtient : $I = \sigma_{eq} e E_x - \sigma_{eq} \alpha_{eq} e \nabla_x T$

On en déduit d'une part l'expression de la conductance linéique équivalente et d'autre part

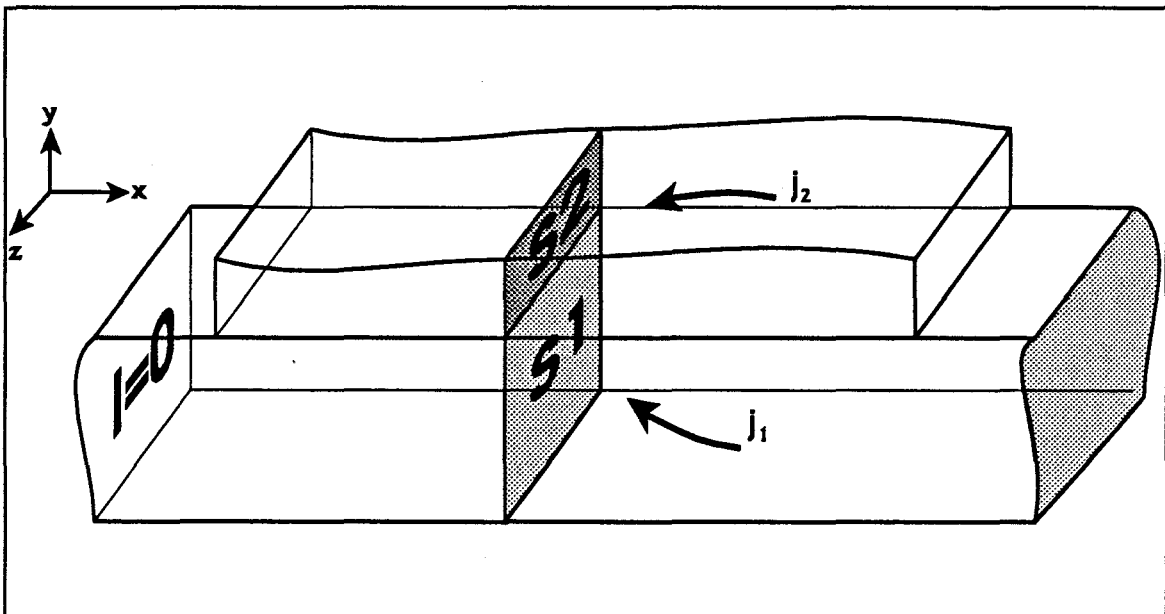


figure 9 Surfaces d'intégration des densités de courant traversant la couche bimétallique

la relation donnant le pouvoir thermoélectrique équivalent:

$$\sigma_{eq} = \frac{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2}{e_1 + e_2}, \quad \alpha_{eq} = \frac{\alpha_1 \sigma_1 e_1 + \alpha_2 \sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \quad (15)$$

Ces deux grandeurs dépendent de l'épaisseur de chaque couche métallique constituant le conducteur bimétallique. Elles varient également suivant l'axe Ox du circuit compte tenu de la dépendance en x, selon Ox, du champ électrique le long de la jonction à l'aide de la relation suivante :

$$E_x(x) = \alpha_{eq}(x) \nabla_x T + \left(\frac{I}{\sigma_{eq}[e_1(x) + e_2(x)]} \right) \quad (16)$$

Soient ϕ_1 et ϕ_2 les vecteurs densité de flux thermique qui traversent chacune des couches métalliques :

$$\vec{\phi}_1 = -\lambda_1 \vec{\nabla} T \quad (17)$$

$$\vec{\phi}_2 = -\lambda_2 \vec{\nabla} T$$

λ_1 et λ_2 représentent les conductivités thermiques des deux métaux 1 et 2 du couple thermoélectrique.

Tout comme pour les courants électriques, les flux purement thermiques $\Phi_1(x)$ et $\Phi_2(x)$, de somme $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2$, circulant respectivement à travers les sections droites S_1 et S_2 , de largeurs unitaires, ont pour expression :

$$\Phi_1(x) = -\lambda_1 e_1(x) \text{grad}_x T, \quad \Phi_2(x) = -\lambda_2 e_2(x) \text{grad}_x T$$

et, le flux total Φ s'écrit : $\Phi(x) = -[\lambda_1 e_1(x) + \lambda_2 e_2(x)] \text{grad}_x T$

La conductivité thermique équivalente λ_{eq} analogue à la conductivité électrique σ_{eq} s'écrit :

$$\lambda_{eq} = \frac{\lambda_1 e_1(x) + \lambda_2 e_2(x)}{e_1(x) + e_2(x)} \quad (18)$$

cela étant, en remplaçant dans la relation 16 le gradient de température par l'expression du flux thermique total exprimé à l'aide des relations 17 et 18, on obtient l'expression du champ électrique généré le long de la surface de séparation des deux couches métalliques

Chap.1

constituant le circuit thermoélectrique :

$$E_x(x) = - \frac{1}{e_1(x) + e_2(x)} \left[\frac{\alpha_{eq}(x)\Phi(x)}{\lambda_{eq}(x)} - \frac{I}{\sigma_{eq}} \right] \quad (19)$$

1.3.2.3 Expression de la différence de potentiel dans le cas général d'un circuit d'épaisseur variable échangeant de la chaleur avec le milieu ambiant

D'après le paragraphe précédent, la différence de potentiel totale ΔV disponible aux extrémités du circuit thermoélectrique est donc égale à la somme algébrique des f.e.m générées dans les sections non plaquées P_1/P_2 et P_3/P_4 de la cellule thermoélectrique (relation 10) et de la f.e.m apparaissant aux extrémités de la région bimétallique du circuit obtenue par intégration du champs de potentiel électrique (relation 19) sur le chemin $C_{P_2P_3}$, à densité de courant nulle ($I=0$), soit:

$$\Delta V = \alpha_1(\bar{T})\Delta T - \int_y^z \frac{\alpha_{eq}(x)\Phi(x)}{(e_1(x) + e_2(x))\lambda_{eq}(x)} dx \quad (20)$$

La détermination exacte de la f.e.m, mesurable dans ce cas, nécessite la connaissance de la loi de variation de l'épaisseur de chacune des couches métalliques, et du flux thermique traversant une section droite de circuit tout le long de la région plaquée. Le flux thermique total $\Phi(x)$ dépend, à la fois des températures T_y et T_z des jonctions thermoélectriques, et du coefficient d'échange du circuit avec le milieu environnant. Compte tenu de cela, la f.e.m délivrée par un tel circuit sera dépendante de la nature des échanges de chaleur (conduction, convection, rayonnement) et de leur importance avec le milieu ambiant.

Ces résultats sont très intéressants en pratique puisqu'ils peuvent donner naissance à une nouvelle génération de capteurs dont la variation d'épaisseur du dépôt métallique est soigneusement contrôlée de façon à optimiser la dépendance de la f.e.m détectée en fonction de la grandeur thermique du milieu ambiant à identifier. Il suffit pour cela d'imposer une différence de température $\Delta T = T_{P_2} - T_{P_3}$ constante aux extrémités de la métallisation et de laisser

Chap.1

celle-ci échanger librement de la chaleur avec l'environnement thermique à étudier.

Pour des raisons technologiques et physiques, la relation précédente (20) devrait toujours être utilisée pour modéliser un circuit bimétallique. En effet les épaisseurs des couches superposées ne peuvent pas être constantes et l'isolation thermique parfaite est pratiquement irréalisable. Toutefois nous pouvons considérer des configurations expérimentales approchées, dans lesquelles le circuit imprimé est supposé quasiment isolé du milieu thermique ambiant. Le cas d'un ruban quasi-idéal caractérisé par la parfaite uniformité des épaisseurs des différentes couches métalliques qui le constituent est également intéressant.

1.3.2.4 Expression de la différence de potentiel dans un circuit thermiquement isolé

Dans le cas où le circuit n'échange pas de chaleur avec le milieu ambiant, le flux total $\Phi(x)$ est conservatif tout le long de la région bimétallique dont la résistance thermique R_{th} , compte tenu des variations d'épaisseurs $e_1(x)$ et $e_2(x)$ des couches métalliques, peut s'écrire:

$$\Delta T = T_z - T_y = R_{th} \Phi(x) \quad (21)$$

$$\text{avec } R_{th} = \int_y^z \frac{dx}{\lambda_{eq}(x) [e_1(x) + e_2(x)]}$$

En remplaçant dans la relation générale de ΔV (20) le flux $\Phi(x)$ par l'expression précédente (relation 21), la f.e.m délivrée par le circuit s'écrit :

$$\Delta V = \Delta T \left(\alpha_1 + \frac{1}{R_{th}} \int_y^z \frac{\alpha_{eq}(x)}{\lambda_{eq}(x) [e_1(x) + e_2(x)]} dx \right) \quad (22)$$

On constate donc que la force électromotrice délivrée par un circuit bimétallique n'échangeant pas de chaleur avec le milieu ambiant est proportionnelle à l'écart de température entre les extrémités du dépôt métallique. Le coefficient de proportionnalité dépend de la géométrie du circuit et de ses caractéristiques physiques ,thermique ,électrique et thermoélectrique.

Chap.1

En réalité, la condition d'isolation thermique parfaite n'est jamais concrétisée, cependant une approche est possible à condition que les couches métalliques utilisées aient une forte conductivité thermique et que le milieu ambiant absorbe très peu la chaleur du circuit. Cette dernière condition est réalisable si le circuit est de section importante pour une faible surface latérale en condition d'échange avec le milieu environnant (par exemple un fil de section circulaire).

1.3.2.5 Expression de la différence de potentiel dans un circuit d'épaisseur uniforme échangeant de la chaleur avec le milieu ambiant

Le cas idéal d'un circuit, dont les couches métalliques sont d'épaisseur constante sur toute la longueur, pourra être approchée en soignant particulièrement la réalisation des dépôts métalliques qui est en pratique la cause essentielle de la variation de l'épaisseur des couches métalliques.

Dans ces conditions, le coefficient de Seebeck équivalent α_{eq} et la conductivité thermique λ_{eq} sont des constantes.

La relation générale (20) donnant la f.e.m délivrée par le circuit prend la forme suivante :

$$\Delta V = \alpha_1 \Delta T - \frac{\alpha_{eq}}{\lambda_{eq}(e_1 + e_2)} \int_y^z \Phi_T(x) dx \quad (23)$$

en utilisant la définition du flux thermique donnée par la relation (22) soit :

$$\Phi(x) = -\lambda_{eq}(e_1 + e_2) \nabla_x T$$

la force électromotrice ΔV s'écrit sous la forme :

$$\Delta V = \alpha_1(\bar{T}) + \alpha_{eq}(\bar{T}) \int_{P_2}^{P_3} dT \quad (24)$$

soit en intégrant sur la section P_2 - P_3 du circuit, on obtient :

$$\Delta V = (T_{P_2} - T_{P_3}) (\alpha_1 - \alpha_{eq}) \quad (25)$$

Chap.1

Il convient de conclure donc que La f.e.m détectée par un thermocouple de surface, réalisé par métallisation partielle d'un fil ou d'un ruban métallique, dépend à la fois de la différence de température existant entre les lignes frontières du dépôt électrolytique et de la température moyenne $\theta_M = (T_{P2} + T_{P3})/2$.

suivant la relation :

$$(V_1 - V_2) = (\alpha_1(\theta_M) - \alpha_2(\theta_M))(T_1 - T_2) \quad (26)$$

1.4 ECHANGES PAR EFFET PELTIER DANS UNE STRUCTURE BIMETALLIQUE

1.4.1 Modélisation de l'effet Peltier au niveau d'une jonction bimétallique

Dans un conducteur métallique homogène, la conduction thermique est couplée à l'électricité et la circulation d'un courant électrique est associée à un transfert énergétique. On représente ce couplage en généralisant la loi de Fourier sous la forme suivante dans laquelle apparaît une composante électrique $\alpha T J$ du flux d'énergie :

$$\vec{\Phi}_e = \alpha T \vec{J} - \lambda \vec{\nabla} T = \alpha T \vec{J} + \vec{\phi}$$

$$\text{avec} \quad \vec{\phi} = -\lambda \vec{\nabla} T$$

- $\vec{\Phi}_e$: vecteur densité de flux d'énergie (W/m²)
- J : vecteur densité de courant électrique (A/m.c)
- T : température absolue (K)
- λ : conductivité thermique (W/mK)
- ∇T : gradient de température (K/m)
- ϕ : vecteur composante thermique du flux d'énergie

Dans une chaîne bimétallique à électrodes plaquées, traversée par un courant électrique (figure 10), il y a continuité de la densité de courant électrique J_n en tout point de la surface de contact entre les deux conducteurs (conservation de la charge). Le principe de conservation de l'énergie entraîne également celle de la composante normale suivant Oy de la densité de flux thermique.

Nous aurons donc de façon générale la relation de conservation au niveau des jonctions

Chap.1

thermoélectriques :

$$\begin{aligned} \Phi_n &= \Phi_{n_1} = \Phi_{n_2} = \alpha_1 T j_n - \lambda_1 \nabla_x T \\ &= \alpha_2 T j_n - \lambda_2 \nabla_x T \end{aligned} \quad (28)$$

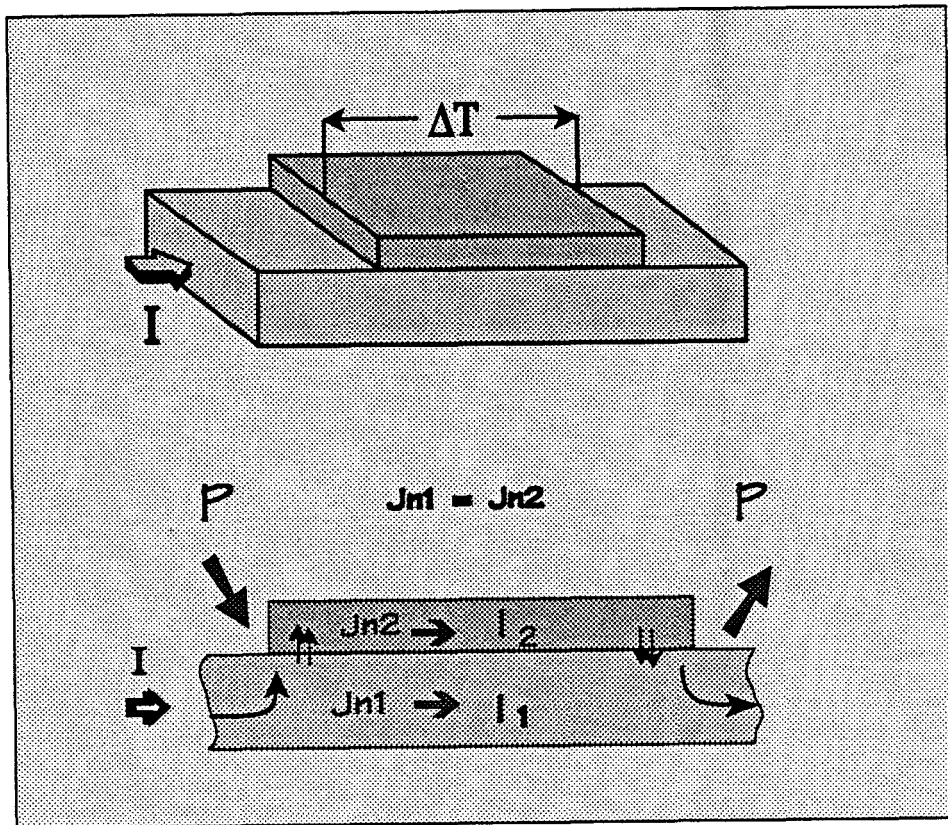


figure 10 Conservation de la densité de courant le long de la jonction

Dans une chaîne thermoélectrique isotherme $\nabla_x T=0$ et le passage d'un courant électrique de densité J est couplé à des flux énergétiques $\alpha_1 T j_n$ et $\alpha_2 T j_n$ qui, du fait que les pouvoirs thermoélectriques sont distincts, ont des valeurs différentes. Compte tenu de cela, le passage du courant électrique d'un conducteur dans un autre de nature différente provoque la libération d'une densité de puissance en chacune des jonctions :

$$P_p = (\alpha_2 - \alpha_1) T j_n$$

Chap.1

- P_p : densité de puissance générée par effet Peltier (W/m^2)
- $(\alpha_2 - \alpha_1)$: pouvoir thermoélectrique du couple utilisé (V/K)
- T : température absolue de la jonction (K)
- J_n : densité locale de courant électrique (A/m^2)

Dans le cas particulier du couple thermoélectrique cuivre constantan, il se produit un dégagement d'énergie lorsque le courant passe du cuivre dans le constantan et inversement il y a absorption quand le courant passe du constantan dans le cuivre

Aux points de passage du courant électrique à travers la surface où il y a contact bimétallique, des sources réversibles d'énergie entretenues par effet Peltier sont localisées.

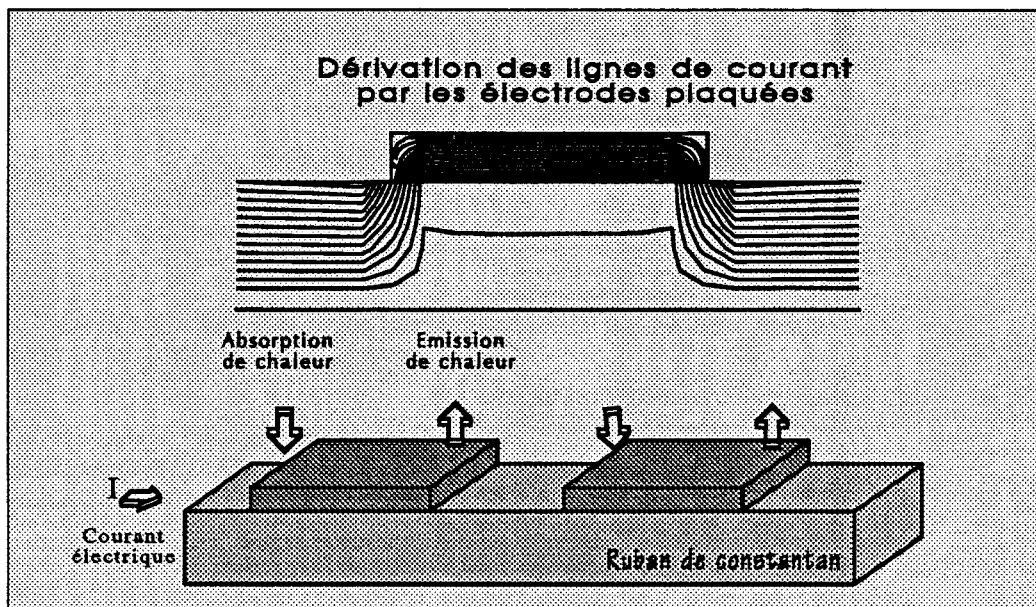


figure 11 Sources énergétiques entretenues par effet Peltier

Pour un dépôt de cuivre électrolytique d'épaisseur supérieure à $1\mu m$ déposé sur un ruban en constantan de quelques dizaines de micromètres, la plus grande partie du courant traversant le circuit passe du support faiblement conducteur dans l'électrode de cuivre de plus forte conductivité. Ainsi sont localisées des sources d'énergie entretenues par effet Peltier aux

Chap.1

La distribution des lignes de courant électrique dans une jonction thermoélectrique permet de localiser les points de passage du courant électrique à travers la surface de contact bimétallique. Ainsi, dans le but de déterminer la forme des lignes de courant et compte tenu des propriétés physiques de chaque matériau, de la répartition des sources énergétiques entretenues par effet Peltier et des conditions aux frontières, la résolution du problème n'est obtenue que par voie numérique. Le code de calcul ANSYS, basé sur la méthode des éléments finis, a été utilisé dans la présente analyse. En se fixant des conditions aux limites appropriées, l'analyse du modèle mathématique à travers la solution numérique a été effectuée.

Sur les surfaces extérieures du circuit, une condition d'isolation est appliquée et un courant électrique est imposé à travers les surfaces de section droite du support continu.

Dans ces conditions, les puissances réversibles générées au niveau de chaque extrémité peuvent être représentées par deux sources d'énergie ponctuelles, dans le plan (O,x,y), délivrant respectivement les puissances, de signes opposés, P_r et $-P_r$ obtenues par intégration de la composante normale de la densité de courant électrique sur chaque élément de surface de séparation des métaux correspondant au courant électrique I_{cu} dérivé par l'électrode de cuivre (figure 11)

1.4.2 Calcul de la force électromotrice induite par effet Peltier

En régime permanent et dans le cas particulier d'un circuit thermoélectrique thermiquement isolé, l'énergie thermoélectrique, résultat de l'effet peltier, se répand par conduction suivant la direction axiale du circuit. Dans les endroits où sont localisés les échanges par effet Peltier se manifeste une différence de température ΔT dépendant de la résistance thermique R_{th} entre points de jonctions thermoélectriques. La relation qui relie ΔT à R_{th} s'écrit:

$$\Delta T = (\alpha_2 - \alpha_1) R_{th} \bar{I}_2 \quad (29)$$

Pour chaque cellule du circuit, cette différence de température ΔT induite par effet Peltier, génère par effet Seebeck une différence de potentiel sous la forme :

Chap.1

$$\Delta V_{th} = (\alpha_2 - \alpha_1) \left[\frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \right] \Delta T \quad (30)$$

Compte tenu de la relation précédente , ΔV_{th} peut s'écrire:

$$\Delta V_{th} = (\alpha_2 - \alpha_1)^2 \left(\frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \right)^2 \bar{T} R_{th} \quad (31)$$

La tension apparaissant aux bornes des connexions de sortie s'exprime en fonction du courant électrique I traversant le circuit et de la différence de température induite par effet Peltier; En effet le passage du courant électrique provoque également une chute ohmique dans le circuit bimétallique pour donner une différence de potentiel de sortie égale à la somme de la chute ohmique $R_e I$ et de la tension générée par effet Seebeck V_{th} :

$$\Delta V_s = R_e I \left[1 + (\alpha_2 - \alpha_1) \left(\frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \right)^2 \frac{\bar{T} R_{th}}{R_e} \right] \quad (32)$$

expression dans laquelle R_e est la résistance électrique du circuit thermoélectrique. Cette résistance est représentative de la résistance des conducteurs ayant une conductivité dépendant de la température. La mesure de la résistance interne permet de déterminer la température moyenne du thermocouple de surface. Lorsque la résistance électrique des connexions ne dépend pas de la température, les variations de résistance interne sont représentatives des variations de température moyenne de la surface d'échange de la cellule thermoélectrique. L'échauffement thermoélectrique du capteur produit par effet Joule provoque évidemment l'augmentation de sa résistance électrique apparente et le conduit à réagir naturellement contre la cause de cette réaction. L'effet principal de cette contre réaction est de diminuer l'intensité du courant inducteur.

En définissant le facteur de mérite z du circuit thermoélectrique correspondant à l'augmentation de la résistance apparente qui lui est proportionnelle: nous obtenons la relation suivante entre la différence de potentiel totale ΔV_s , entre les

$$z = (\alpha_2 - \alpha_1)^2 \left(\frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \right) \frac{R_{th}}{R_{el}} \quad (33)$$

connexions de sortie du circuit et le facteur z :

$$\Delta V_s = R_{el} I (1 + z \bar{T}) \quad (34)$$

Compte tenu des relations précédentes, la f.e.m thermoélectrique pourrait théoriquement être obtenue à partir de la différence : $V_{th} = \Delta V - R_e I$

Dans le cas le plus général où le circuit est placé dans un milieu fluide, l'écart de température entre les points de jonctions est influencé par les propriétés du fluide.

En conséquence la différence de potentiel ΔV_{th} mesurée par effet Seebeck est influencée par les échanges thermiques entre le fluide et le circuit thermoélectrique. Cela provoque également des variations de la température moyenne du capteur qui entraîne à son tour des variations de la résistance électrique du circuit suivant la relation:

$$R_e = R_{e0} (1 + \kappa \theta_m)$$

avec R_{e0} : résistance du circuit à 0°C

κ : coefficient de température équivalent du circuit.

(à titre d'exemple le coefficient κ est de l'ordre de $0.7 \cdot 10^{-3}$ dans le cas de circuits thermoélectriques formés d'une couche de cuivre de 1 micron d'épaisseur et recouvrant 60% d'un ruban de constantan d'épaisseur égale à 10 μm .)

Cette variation en température de la résistance électrique du circuit est à l'origine d'une dérive en température de la chute ohmique $R_e I$.

Dans le cas des circuits réalisés dans ce travail, la résistance électrique varie considérablement en fonction de l'épaisseur du dépôt de cuivre. Le support continu en constantan possède un coefficient de température négligeable. Par conséquent, la détermination de V_{th} , à partir des grandeurs ΔV_{tot} et $R_e I$ influencées par les variations de température moyenne du circuit bimétallique, s'avère très difficile en pratique.

La façon la plus simple de déterminer V_{th} indépendamment des variations de température

Chap.1

moyenne du circuit consiste à annuler brusquement et périodiquement le courant électrique pendant une durée très faible afin d'annuler la chute ohmique $R_c I$ et à l'instant même, mesurer, aux extrémités du circuit thermoélectrique, la différence de potentiel qui n'est autre que la f.e.m thermoélectrique V_{th} qui est proportionnelle à la différence de température suivant la direction axiale en régime permanent, supposé établi juste avant la coupure du courant.

1.5 MODELISATION DU CHAMP DE TEMPERATURE DANS UN CIRCUIT BIMETALLIQUE PERIODIQUE

1.5.1 Variation spatiale du flux d'énergie dans le circuit imprimé

Le flux d'énergie global circulant dans le circuit thermoélectrique a trois composantes:

- Une composante purement thermique : $-\lambda \nabla T$
- Une composante purement électrique : $V J$, V étant le potentiel électrique et J la densité de courant électrique; C'est le flux d'énergie transporté par le courant électrique de densité J circulant sous le potentiel V variable suivant la longueur du circuit thermoélectrique.
- Une composante thermoélectrique : $\alpha T J$

Le flux énergétique total Φ_{tot} a pour expression:

$$\Phi_{tot} = VJ + \alpha T J - \lambda \nabla T \quad (35)$$

En régime permanent et dans le cas d'un circuit thermiquement et électriquement isolé du milieu environnant, il y a conservation du flux énergétique global. On exprime donc la variation spatiale du flux énergétique Φ_{tot} , en tenant compte de la conservation du courant électrique :

$$\nabla \cdot \vec{J} = \vec{0} \quad (36)$$

par l'opération $\nabla \cdot (\Phi_{tot})$:

Chap.1

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \Phi_{tot} &= J\nabla V + J\nabla(\alpha T) - \nabla \cdot \lambda \nabla T \\ &= J\nabla(V + \alpha T) - \nabla \cdot \lambda \nabla T \end{aligned} \quad (37)$$

et compte tenu de la relation 38

$$J\nabla V = -\frac{j^2}{\sigma} - \alpha J \nabla T \quad (38)$$

On obtient finalement:

$$\nabla \cdot \Phi_{tot} = -\frac{J^2}{\sigma} - \nabla \cdot \lambda \nabla T + T \left(\frac{\partial \alpha}{\partial T} \right) J \nabla T \quad (39)$$

Le terme J^2/σ représente la quantité d'énergie fournie par le champ électrique (de signe négatif) pendant l'unité de temps. Cette énergie constitue la dissipation irréversible par effet Joule dans le volume des conducteurs.

La quantité de chaleur dégagée par unité de volume et par unité de temps est décrite par la relation $\nabla \cdot \lambda \nabla T$

Le terme associé à l'effet Thomson est représenté par :

$$T \frac{\partial \alpha}{\partial T} J \nabla T \quad (40)$$

Il est proportionnel à la densité de courant et au gradient de température. C'est un effet directionnel qui s'annule lorsque le vecteur associé à J est normal au vecteur ∇T .

L'effet Thomson est dû à la variation du paramètre α en fonction de la température, dans un conducteur homogène. Son coefficient caractéristique est égal à $T (\partial \alpha / \partial T)$.

Dans les métaux, le paramètre α varie en général d'une façon linéaire en fonction de T et de $T (\partial \alpha / \partial T)$. Il est égal à quelques microvolts à la température ambiante. A noter également que la puissance mise en jeu par effet Thomson est très faible en comparaison de celle obtenue par effet Joule.

Chap.1

1.5.2 Approximation monodimensionnelle

On se restreint dans cette partie à l'étude de circuits thermoélectriques de section droite rectangulaire, d'épaisseur relativement mince, de l'ordre de 10,0 μm . La largeur des circuits est inférieure à 1 mm. Ce choix porté sur des rubans métalliques longs et très minces permet de se limiter, en première approximation, à une modélisation monodimensionnelle du champ de température.

En régime stationnaire et dans le cas particulier d'un circuit thermiquement et électriquement isolé du milieu environnant, il y a conservation du flux énergétique global et la relation (39) peut en première approximation s'écrire

$$\nabla_x \cdot (\Phi_w) = 0 \quad \text{soit} \quad (\partial \Phi_w / \partial x) = 0$$

Cela se traduit par la relation:

$$-\frac{J^2}{\sigma} - \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \left(T \frac{\partial \alpha}{\partial T} \right) J \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (41)$$

Si on remplace α par un développement limité à deux termes valable dans une large plage de températures :

$$\alpha(\theta) = a + b\theta \quad (42)$$

Le paramètre a est exprimé en ($\mu\text{V}/^\circ\text{C}$) et b en ($\mu\text{V}/^\circ\text{C}^2$)

Le coefficient α peut donc s'écrire en fonction de la température absolue T :

$$\alpha(T) = a + b(T - 273.15) \quad , \quad (\partial \alpha / \partial T) = b$$

En reportant cette valeur dans l'équation (42), on obtient l'équation différentielle suivante:

$$\frac{J^2}{\sigma} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - J b T \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad (43)$$

La relation (43) exprime donc la conservation de l'énergie en chaque point de la chaîne thermoélectrique.

Chap.1

1.6 MODELISATION DU COUPLAGE ENERGETIQUE ENTRE LE CIRCUIT ET LE FLUIDE ENVIRONNANT

1.6.1 Transferts convectifs

L'étude du transfert thermique par convection entre un fluide au repos ou en écoulement à une vitesse v et porté à la température T_f et un solide porté à la température T_c , a fait l'objet de nombreuses études. Dans le cas d'un cylindre entouré par un fluide, on peut citer :

COLLIS D.C. et WILLIAMS M.J. (1959). RICHARDSON P. (1965).

HIEBERT C.A. et GEBHART B. (1968)

Il est généralement admis que la quantité de chaleur Q_{cv} échangée entre le fluide et le cylindre peut s'écrire sous la forme :

$$\Phi_{cv} = \lambda_f N_{nu} S_1 (T_f - T_c) \quad (44)$$

Le nombre de Nusselt, dans le cas général, peut se mettre sous la forme:

$$N_u = F(R_e, P_r, G_r, M_a, K_n, T_c, T_f)$$

Notons que dans le cas de faibles nombres de Reynolds et pour des écarts de température ($T_f - T_c$) élevés, la contribution de la convection libre aux transferts de chaleur peut être non négligeable devant la contribution de la convection forcée. La combinaison de ces deux modes de transfert est connue sous le nom de convection mixte.

Plusieurs études et expériences ont été consacrées à ce phénomène (COLLIS et WILLIAMS 1959, WOOD WW 1972) Le paramètre utilisé par ces auteurs pour caractériser la contribution de la convection libre aux transferts par convection est:

$$\zeta = G_r R^{-1} e^{-n} \quad (45)$$

Chap.1

En prenant $n=3$, WW WOOD (1972) a montré d'une façon théorique que lorsque le terme $[\ln(N_u \zeta)]$ devient significatif, la convection mixte peut être assimilée à la convection forcée avec un nombre de N_u calculé à partir d'une vitesse équivalente U_{eq} donnée par la formule :

$$U_{eq} = | U (1 - 2 P_r^{-1} N_u \epsilon \ln(N_u \epsilon)) | \quad (46)$$

Dans le cas où seule la convection forcée participe aux transferts thermiques entre le cylindre et le fluide, pour des écoulements incompressibles, la relation (2) devient :

$$N_{nu} = f(R_o, P_r, a_T) \quad \text{avec} \quad a_T = \frac{T_c - T_f}{T_f}$$

GE ANDREWS et ALL (1972) rassemblent les différentes expressions de N_u utilisées dans la littérature. Ces expressions peuvent s'écrire sous la forme générale suivante :

$$N_{nu} = |A(P_r, a_T) + B(P_r, a_T)R_o^n| \left| 1 + \frac{a_T}{2} \right|^m$$

les valeurs de A, B, n et m données par KRAMER (1946) et par COLLIS et WILLIAMS (1959) pour des écoulements d'air sont représentées dans le tableau ci-dessous :

Fluide:Air	A	B	n	m
KRAMER	0,39	0,51	0,5	0
{ C & W }: 0,02 ≤ R_o ≤ 44	0,24	0,56	0,45	0,17
{ C & W }: 44 ≤ R_o ≤ 140	0	0,48	0,51	0,17

Chap.1

Aux faibles valeurs de R_e ($0,02 < R_e < 0,5$) COLLIS et WILLIAMS proposent une expression du nombre de Nusselt N_u qui prend en compte la valeur du nombre de Knudsen:

$$N_{nu} = | 1,18 + 2K_n - 1,1 \log_{10} R_e |^{-1} \quad (49)$$

1.6.2 Introduction des échanges entre le circuit et le milieu environnant

Principe ; Constitution ; Loi d'échange

Le circuit thermoélectrique en forme de ruban, chauffé par un courant électrique, est souvent inséré dans une enveloppe cylindrique dont l'extérieur se trouve au contact de l'atmosphère ambiante.

Le capteur est placé de telle manière que son ruban soit horizontal et disposé axialement à l'intérieur de l'enveloppe. Cela favoriserait les courants de convection existant au sein du fluide. Il y a donc lieu de tenir compte des pertes thermiques en direction du fluide contenu dans l'enveloppe quand il s'agit de déterminer la température locale du circuit thermoélectrique.

Dans le bilan énergétique, on est donc amené à introduire la puissance P_c dissipée par unité de longueur dans le fluide. Cette puissance dissipée par conduction dans le milieu fluide environnant est fonction de la distribution transversale de température qui dépend du rayon r_0 de l'enveloppe, de sa capacité calorifique et de sa température. Cette dernière dépend en outre de l'environnement extérieur.

En régime stationnaire, la température T_0 du tube et la température T_c du circuit thermoélectrique étant constantes, la puissance P_c peut, en première approximation, s'exprimer par la relation 50

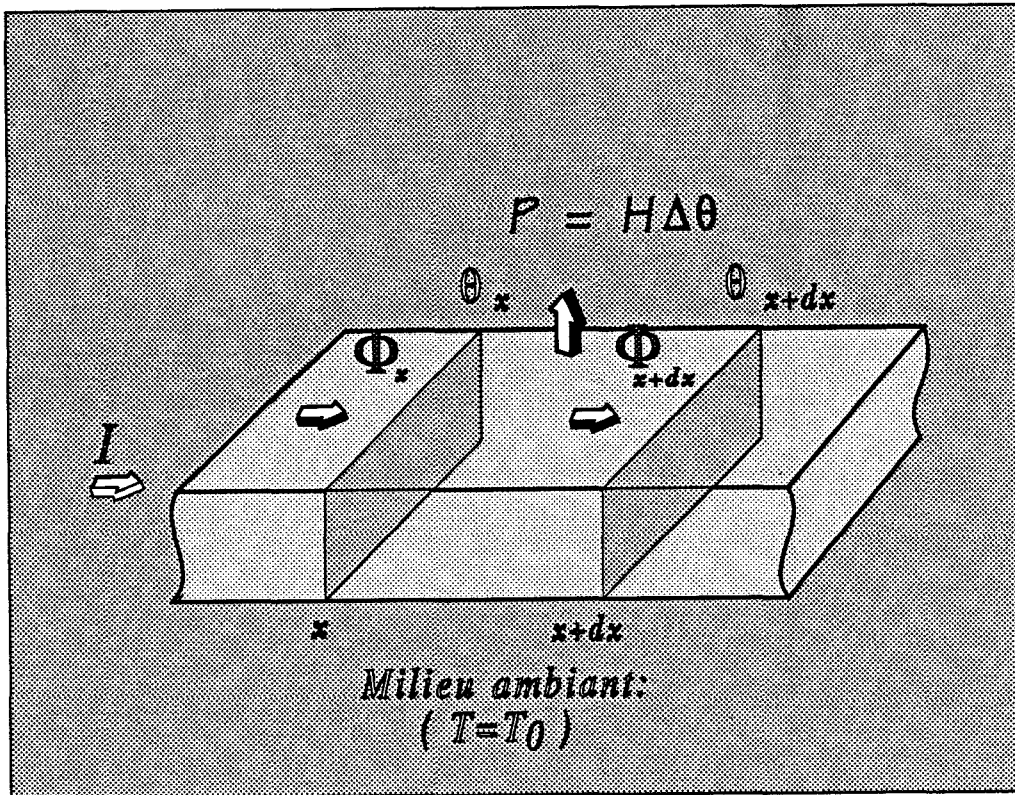


figure 14 BILAN ENERGETIQUE DANS UN TRONCON METALLIQUE PARCOURU PAR UN COURANT ELECTRIQUE

$$P_c = -H (T(x) - T_0) \quad (50)$$

Dans cette relation, le coefficient H représente la conductance thermique entre le capteur et le milieu fluide dans lequel il est plongé. Le signe (-) traduit que la quantité échangée provient du circuit thermoélectrique. En fait, la constante linéique H représente en quelque sorte l'aptitude du capteur à échanger de la chaleur avec le fluide qui l'entoure. Cet échange est fonction des propriétés physiques du fluide, de sa vitesse et de l'écart de température entre l'élément chauffé et le fluide. Dans le bilan des échanges thermiques et énergétiques, il y a donc lieu de tenir compte de la puissance échangée par ce mécanisme (figure 12).

L'équation traduisant l'échauffement par effet Joule d'un circuit thermoélectrique, entouré par un fluide, s'écrit relativement à l'unité de surface :

$$\frac{d\Phi_{tot}(x)}{dx} = \left(-\lambda \frac{d^2T(x)}{dx^2} + J bT \frac{dT(x)}{dx} - \frac{J^2}{\sigma} \right) = \frac{P_c}{S} \quad (51)$$

Le circuit thermoélectrique étant de section droite rectangulaire ($S = e.l_g$), e est l'épaisseur du circuit, l_g sa largeur.

Si l'on désigne respectivement par R_{th} et R_{el} les résistances thermique et électrique du capteur par unité de longueur, on obtient en posant :

$$\frac{I}{S} = \frac{I}{e l_g} = J \quad (52)$$

l'équation suivante :

$$P_c = -\frac{1}{R_{th}} \frac{d^2T(x)}{dx^2} + IbT \frac{dT(x)}{dx} - R_{el} I^2 \quad (53)$$

Ceci étant, si l'on introduit, dans l'équation (53), la variable égale à la différence des températures $T(x)$ et T_0 :

$$\theta(x) = T(x) - T_0 \quad (54)$$

et si l'on suppose que la température de référence T_0 ne dépend pas de la variable de position (x) , l'équation (53) prend la forme suivante:

$$H \theta(x) = \frac{1}{R_{th}} \frac{d^2\theta(x)}{dx^2} - Ib(T_0 + \theta) \frac{d\theta(x)}{dx} + R_{el} I^2 \quad (55)$$

Chap.1

Dans cette équation, le terme représentatif de l'effet Thomson est exprimé par le produit :

$$I b (T_0 + \theta) \frac{d \theta(x)}{d x} \quad (56)$$

Cet effet thermoélectrique de Thomson est très faible vis à vis de l'effet Joule ($R_e I^2$). En effet, dans le tableau ci-dessous, sont indiquées des valeurs numériques ⁽⁷⁾ traduisant le très faible rapport "Thomson/Joule" pour un circuit thermoélectrique soumis aux conditions suivantes :

- $\alpha_{cu} = a_{cu} + b_{cu}\theta$ avec $a_{cu} = 2,7$ ($\mu V/^\circ C$) ; $b_{cu} = 0,0079$ ($\mu V/^\circ C^2$)
- $\alpha_{cn} = a_{cn} + b_{cn}\theta$ avec $a_{cn} = -34,6$ ($\mu V/^\circ C$) ; $b_{cn} = -0,0558$ ($\mu V/^\circ C^2$)
- cour. $I = 200$ mA ; $e = 10$ μm ; larg. = 0,2 mm
- $\nabla_x T$ (gradient de température suivant la direction axiale) = 1 $^\circ C/mm$
- T_M (température moyenne du circuit) = 400K

Métaux	CONSTANTAN	CUIVRE
Cond. élect.	$0,19 \cdot 10^{-7}$	$5,91 \cdot 10^{-7}$
Effet Thomson	$44,6 \cdot 10^{-4}$	$6,62 \cdot 10^{-4}$
Effet Joule	10,52	$33,6 \cdot 10^{-2}$
"thomson/joule"	$4,239 \cdot 10^{-4}$	$1,88 \cdot 10^{-3}$

Dans le bilan des échanges thermoélectriques, l'effet Thomson est donc négligeable par rapport à l'effet joule. Ceci étant, on est ainsi ramené à un problème linéaire que l'on résoudra à l'aide de la Transformée de Laplace. Cette équation à résoudre prend la forme

$$\frac{d^2 \theta(x)}{dx^2} + R_{th} R_{ed} I^2 - H R_{th} \theta(x) = 0 \quad (57)$$

Cette relation traduit l'équation du champ de température relatif à un circuit thermoélectrique immergé dans un milieu fluide chauffé par effet joule et soumis à une déperdition latérale uniforme dont le coefficient linéique H dépend principalement de la conductivité thermique du fluide environnant.

1.7 MODELISATION DU CHAMP DE TEMPERATURE DANS UN CIRCUIT THERMOELECTRIQUE PARCOURU PAR UN COURANT ELECTRIQUE

1.7.1 Représentation matricielle des couplages thermoélectriques

Pour caractériser la solution du problème, nous plaçons dans le cas simplifié d'un thermocouple de longueur L finie et dont les extrémités sont supposées maintenues à température constante.

Le problème met en jeu une seule variable d'espace notée x, décrivant l'intervalle [0,L]. L'axe Ox étant orienté suivant la longueur du circuit thermoélectrique considéré, à géométrie périodique.

A noter également que dans un tel circuit, on distingue deux régions différentes propres à chaque thermocouple de surface:

- une région non cuivrée en amont et en aval du dépôt électrolytique et dont les résistances, thermique et électrique, sont respectivement égales à:

$$\frac{1}{\lambda e l_g} , \frac{1}{\sigma e l_g}$$

- une région plaquée de résistances, thermique et électrique respectivement égales à:

$$R_{th} = \frac{1}{(\lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2) l_g}, \quad R_{el} = \frac{1}{(\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2) l_g} \quad (59)$$

Cela étant, compte tenu des conditions limites imposées aux extrémités du circuit thermoélectrique :

$$(\theta(0) = \theta_0 \quad ; \quad \theta(L) = \theta_L)$$

La solution de ce modèle monodimensionnel s'obtient par résolution de l'équation différentielle :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \omega^2\theta = R_{th} R_{el} I \quad (61)$$

$$\text{avec} \quad \omega^2 = R_{th} H \quad (62)$$

L'utilisation de la transformée de Laplace dans la résolution de l'équation différentielle précédente aboutit à la solution du problème, selon des conditions aux limites données, en supposant connue la valeur de la dérivée par rapport à x , à l'origine, de la fonction température :

$$\frac{\partial\theta}{\partial x}_{(x=0)} = \theta'_0 \quad (63)$$

cela conduit donc à l'expression :

$$\theta(x) = \theta_0 \cosh(\omega x) + \frac{\theta'_0}{\omega} \sinh(\omega x) - I^2 \frac{R_{el}}{H} [\cosh(\omega x) - 1] \quad (64)$$

Si l'on désigne par R_c^2 le carré de la résistance caractéristique, égal au rapport entre la résistance thermique linéique R_{th} du circuit et le coefficient de conductance des déperditions latérales H , on obtient en posant :

$$R_c^2 = \frac{R_{th}}{H}, \quad \theta'_0 = \frac{\partial \theta}{\partial x_{x=0}} = -R_{th} \Phi_0 \quad (\text{par définition}) \quad (65)$$

la composante suivant ox de la fonction température :

$$\theta(x) = \theta_0 \cosh(\omega x) - \Phi_0 R_c \sinh(\omega x) - \frac{I^2 R_{el} R_c}{\omega} [\cosh(\omega x) - 1] \quad (66)$$

Pour déterminer la composante suivant ox du flux thermique circulant dans une section droite du circuit thermoélectrique, on applique la relation de définition:

$$\Phi(x) = -\frac{1}{R_{th}} \frac{\partial \theta}{\partial x}$$

et on obtient pour $\phi(x)$:

$$\Phi(x) = \Phi_0 \times \cosh(\omega x) - \left(\frac{\theta_0}{R_c} \right) \times \sinh(\omega x) + \left(\frac{I^2 R_{el}}{\omega} \right) \times \sinh(\omega x) \quad (68)$$

Aucune difficulté à appliquer le formalisme matriciel pour représenter l'état thermique, solution de ce problème dans les conditions aux limites données; Nous obtenons la relation matricielle :

$$\begin{vmatrix} \theta(x) \\ \Phi(x) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cosh(\omega x) & -R_c \sinh(\omega x) \\ \frac{-\sinh(\omega x)}{R_c} & \cosh(\omega x) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_0 \\ \Phi_0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \frac{R_c}{\omega} (\cosh(\omega x) - 1) \\ \frac{1}{\omega} \sinh(\omega x) \end{vmatrix} R_{el} I^2 \quad (69)$$

La dissipation par effet Joule est représentée par le terme:

$$\begin{vmatrix} \frac{R_c}{\omega}(\cosh(\omega x)-1) \\ \frac{1}{\omega}\sinh(\omega x) \end{vmatrix} R_c I^2$$

Si l'on introduit, dans l'égalité précédente, l'expression de la conductance caractéristique $G_c=R_c^{-1}$ du circuit, il vient donc :

$$\begin{vmatrix} \Phi(0) \\ \Phi(x) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} G_c \coth \omega x & -\frac{G_c}{\sinh \omega x} \\ \frac{G_c}{\sinh \omega x} & -G_c \coth \omega x \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta(0) \\ \theta(x) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -\frac{R_{el} \tanh \frac{\omega x}{2}}{\omega} \\ \frac{R_{el} \tanh \frac{\omega x}{2}}{\omega} \end{vmatrix} I^2 \quad (71)$$

Connaissant les températures $\theta(0)$ et $\theta(x)$ aux points de position respectifs $x=0$ et x quelconque, la relation matricielle (71) nous permet de déterminer les flux thermiques $\Phi(0)$ et $\Phi(x)$ correspondants aux mêmes points.

1.7.2 Association d'une succession d'électrodes plaquées sur un support continu

L'objet de cette partie est d'introduire les discontinuités dues à l'effet Peltier dans les matrices conductances afin de décrire l'évolution spatiale du champ de température dans toute une chaîne thermoélectrique.

D'une façon générale, nous aurons entre les noeuds i et $i+1$ limitant une région non cuivrée du circuit thermoélectrique, de longueur l :

$$\begin{vmatrix} \Phi'_i \\ \Phi_{i+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{\coth \omega l}{R_c} & -\frac{1}{R_c \sinh \omega l} \\ \frac{1}{R_c \sinh \omega l} & -\frac{\coth \omega l}{R_c} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_i \\ \theta_{i+1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -\frac{R_e \theta \omega l}{\omega} \\ \frac{R_e \theta \omega l}{\omega} \end{vmatrix} I^2$$

et entre les noeuds $i+1$ et $i+2$ limitant la région cuivrée suivante de longueur l_p :

$$\forall i=1, n \quad \begin{vmatrix} \Phi_i \\ \Phi_{i+1} \end{vmatrix} = (G_c) \begin{vmatrix} \theta_i \\ \theta_{i+1} \end{vmatrix} + (E)$$

(74)

$$(G_c) = \begin{vmatrix} \frac{1}{R_c} \coth \omega l - a'I_2 & -\frac{1}{R_c sh \omega l} \\ \frac{1}{R_c sh \omega l} & -\frac{1}{R_c} \coth \omega l \end{vmatrix} ; \quad (E) = \begin{vmatrix} -aT_0 I_2 - \frac{R_p I^2}{\gamma} th \frac{\omega l}{2} \\ \frac{R_p I^2}{\omega} th \frac{\omega l}{2} \end{vmatrix}$$

$$(75) \quad \begin{vmatrix} \Phi_{i+1} \\ \Phi_{i+2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{R_{c_p}} \coth \omega_p l_p + a'I_2 & -\frac{1}{R_{c_p} sh \omega_p l_p} \\ \frac{1}{R_{c_p} sh \omega_p l_p} & -\frac{1}{R_{c_p}} \coth \omega_p l_p \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_{i+1} \\ \theta_{i+2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} aT_0 I_2 - \frac{R_{c_p} I^2}{\omega_p} th \frac{\omega_p l_p}{2} \\ \frac{R_{c_p} I^2}{\omega_p} th \frac{\omega_p l_p}{2} \end{vmatrix}$$

l'état du circuit thermoélectrique dans son ensemble.

$$\begin{vmatrix} \Phi_{i+1} \\ \Phi_{i+2} \end{vmatrix} = [G'] \begin{vmatrix} \theta_{i+1} \\ \theta_{i+2} \end{vmatrix} + [E']$$

1.7.3 Calcul de la f.e.m délivrée par le circuit thermoélectrique

Dans le cas des fluides à pression atmosphérique avec $\lambda > 0.1$ W/m.K, la variation de la température le long du circuit peut être considérée comme la somme d'une température moyenne constante, induite par effet Joule, suivant toute la longueur du circuit. Alors, dans ces conditions, le champ de température et le flux thermique sont pratiquement périodiques suivant la longueur du circuit.

En négligeant les effets d'extrémités, nous allons établir une relation analytique permettant de calculer la f.e.m délivrée par un circuit thermoélectrique en fonction de ses dimensions

Chap.1

géométriques et de la conductivité du milieu environnant.

Compte tenu de la périodicité de la température et du flux thermique aux frontières de chaque thermoélément, nous avons:

- $\theta_i = \theta_{i+2} = \theta$ aux frontières de chaque thermoélément.
- $\Phi_i = \Phi_{i+2} = \Phi$ flux sortant d'une région plaquée.

En introduisant la température moyenne du circuit T_m dans la variation $\Delta\Phi$ des flux générés par effet Peltier, nous aurons:

$$(77) \quad \begin{aligned} \Phi'_i &= \Phi_i + \alpha_{T_m}(T_m + 273)I_2 = \Phi_i + \alpha_{T_m}(T_m + 273) \frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} I \\ &= \Phi_i + a_1 I \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi'_{i+1} &= \Phi_{i+1} - \alpha_{T_m}(T_m + 273)I_2 = \Phi_{i+1} - \alpha_{T_m}(T_m + 273) \frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} I \\ &= \Phi_{i+1} - a_1 I \end{aligned}$$

avec

- T_m : température moyenne du circuit
- $\alpha_{T_m} = \alpha_{2T_m} - \alpha_{1T_m}$: pouvoir thermoélectrique du couple de métaux cuivre, constantan à la température T_m
- $I_2 = \sigma_2 e_2 / (\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2)$: courant dévié par l'électrode de cuivre

En posant $\Phi = \Phi_i = \Phi_{i+2}$, le flux thermique sortant d'une région plaquée et $\theta = \theta_i = \theta_{i+2}$ la température au niveau de la frontière de cette même région .

En posant $\theta' = \theta_{i+1}$, la température au niveau de la frontière comprise dans chaque cellule et $\Phi' = \Phi_{i+1}$ le flux thermique sortant du constantan. les relations matricielles exprimant la relation entre les flux et les températures aux extrémités d'une cellule élémentaire sont données par :

$$\begin{vmatrix} \Phi'_i \\ \Phi_{i+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{R_c} \coth \omega l & -\frac{1}{R_c sh \omega l} \\ \frac{1}{R_c sh \omega l} & -\frac{1}{R_c} \coth \omega l \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_i \\ \theta_{i+1} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -\frac{R_c th \omega l}{\omega} \\ \frac{R_c th \omega l}{\omega} \end{vmatrix} I^2$$

(M7)

$$\begin{vmatrix} \Phi'_{i+1} \\ \Phi_{i+2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{R_{c_p}} \coth \omega_p l_p & -\frac{1}{R_{c_p} sh \omega_p l_p} \\ \frac{1}{R_{c_p} sh \omega_p l_p} & -\frac{1}{R_{c_p}} \coth \omega_p l_p \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta_{i+1} \\ \theta_{i+2} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -\frac{R_{c_p} th \omega_p l_p}{\omega_p} \\ \frac{R_{c_p} th \omega_p l_p}{\omega_p} \end{vmatrix} I^2$$

Ces relations peuvent s'écrire sous la forme:

$$\begin{vmatrix} \Phi \\ \Phi' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{R_c} \coth \omega l & -\frac{1}{R_c sh \omega l} \\ \frac{1}{R_c sh \omega l} & -\frac{1}{R_c} \coth \omega l \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta \\ \theta' \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -\frac{R_c I^2 th \omega l}{\omega} - a_1 I \\ \frac{R_c I^2 th \omega l}{\omega} \end{vmatrix}$$

(M8)

$$\begin{vmatrix} \Phi' \\ \Phi \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{R_{c_p}} \coth \omega_p l_p & -\frac{1}{R_{c_p} sh \omega_p l_p} \\ \frac{1}{R_{c_p} sh \omega_p l_p} & -\frac{1}{R_{c_p}} \coth \omega_p l_p \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \theta' \\ \theta \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -\frac{R_{c_p} I^2 th \omega_p l_p}{\omega_p} + a_1 I \\ \frac{R_{c_p} I^2 th \omega_p l_p}{\omega_p} \end{vmatrix}$$

Ce système de quatre équations à quatre inconnues conduit à la relation analytique donnant l'expression de la différence de température $\theta - \theta'$ apparaissant entre les limites de chaque cellule:

soit :

$$\Phi + \Phi' = \left(\frac{1}{R_c} \coth \omega l + \frac{1}{R_{cp} \operatorname{sh} \omega l} \right) (\theta - \theta') - a_1 I$$

et

$$\Phi + \Phi' = - \left(\frac{1}{R_{cp}} \coth \omega_p l_p + \frac{1}{R_{cp} \operatorname{sh} \omega_p l_p} \right) (\theta - \theta') + a_1 I$$

d'où :

$$0 = (\theta - \theta') \left(\frac{1}{R_c} \left(\coth \omega l + \frac{1}{\operatorname{sh} \omega l} \right) + \frac{1}{R_{cp}} \left(\coth \omega_p l_p + \frac{1}{\operatorname{sh} \omega_p l_p} \right) \right) - 2a_1 I$$

$$\theta - \theta' = \frac{2a_1 I}{\frac{1}{R_c} \left(\coth \omega l + \frac{1}{\operatorname{sh} \omega l} \right) + \frac{1}{R_{cp}} \left(\coth \omega_p l_p + \frac{1}{\operatorname{sh} \omega_p l_p} \right)}$$

$$\theta - \theta' = \frac{2a_1 I}{\frac{\frac{1}{R_c} \coth \omega l}{2} + \frac{1}{R_{cp}} \coth \frac{\omega_p l_p}{2}}$$

$$\theta - \theta' = \frac{2\alpha_{T_m} (T_m + 273) \frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} I}{\frac{1}{R_c} \coth \frac{\omega l}{2} + \frac{1}{R_{cp}} \coth \frac{\omega_p l_p}{2}}$$

Chap.1

En tenant compte des conditions de périodicités portant sur les températures, la f.e.m apparaissant entre les extrémités d'une cellule est exprimée par la relation

$$\Delta V = V - V' = V_{i+2} - V_i = (\alpha_{1_{T_M}} - \alpha_{eq}) (\theta - \theta')$$

(82)

$$\text{avec } \alpha_{eq} = \frac{\alpha_{1_{T_M}} \sigma_1 e_1 + \alpha_{2_{T_M}} \sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2}$$

$$\Delta V = (\alpha_{21})_{T_m}^2 \left(\frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \right)^2 \frac{2(T_m + 273) I}{\frac{1}{R_c} \coth(\omega l / 2) + \frac{1}{R_{c_p}} \coth(\omega_p l_p / 2)} \quad (83)$$

avec

$$\alpha_{21} = \alpha_2 - \alpha_1$$

$1/R_c^2 = \lambda_1 e_1 l_g K \lambda$: Conductance caractéristique des régions non plaquées

$1/R_{c_p}^2 = (\lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2) l_g K \lambda$: Conductance caractéristique des régions cuivrées.

$K = H/\lambda$: Facteur de forme du circuit.

λ : Conductivité thermique du fluide environnant

l, l_g, l_p : Longueur inter-électrodes, largeur du circuit, longueur des régions plaquées.

α_1, σ_1 : pouvoir thermoélectrique, conductivité électrique

e_1, λ_1 : épaisseur, conductivité thermique du support en constantan

α_2, σ_2 : pouvoir thermoélectrique, conductivité électrique

e_2, λ_2 : épaisseur, conductivité thermique des dépôts électrolytiques de cuivre

Chap.1

La fem totale délivrée par un circuit thermoélectrique constitué de n cellules élémentaires, disposées périodiquement et supposées à la même température moyenne T_m , est égale à la f.e.m ΔV obtenue précédemment, multipliée par le nombre total de cellules élémentaires du circuit :

$$(84) \quad V_{th} = (\Sigma \Delta V)_{i=1, n} = n \Delta V$$

Chapitre 2

**Simulation du champ de température
par la méthode des Eléments Finis**

2.1 PRINCIPES ET MISE EN OEUVRE DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

La méthode des éléments finis repose sur la notion de base de fonctions (appelées classiquement fonctions d'interpolation) associées à un maillage "éléments finis" d'un domaine de l'espace.

Le premier principe, très général et qui est dû à Galerkin, permet de ramener tout problème de la forme:

$$\left| \begin{array}{ll} \Delta\theta = 0 & \text{régime permanent} \\ \Delta\theta = a \frac{\partial\theta}{\partial t} & \text{régime variable} \end{array} \right|$$

à un problème discret dans un domaine D , c'est à dire à un nombre fini d'inconnues. Ce principe s'appuie d'abord sur l'existence d'une base dans l'espace vectoriel de fonctions dites "assez régulières" définies sur \mathbf{R}^m ($m=1,2,\dots$ selon le problème), puis sur une "troncature" de cette base pour aboutir à un problème discret.

Le deuxième principe n'est en fait qu'un choix judicieux de la base utilisée pour appliquer le principe de Galerkin; de la qualité de ce choix dépendent la possibilité d'automatiser les calculs et la précision de la méthode des éléments finis.

Observons par exemple l'intégrale de volume représentative de l'énergie stockée dans le champ de température:

$$\zeta = \frac{\lambda}{2} \int_D (\nabla\theta)^2 dv$$

d'après ce qui précède, cette intégrale doit être minimale lorsque la fonction $\theta(x,y,z,t)$ est solution de l'équation de Fourier. Soit $\bar{\theta}$ la solution exacte de l'équation de Fourier et ϑ une fonction arbitraire représentant une variation virtuelle autour de cette solution:

Chap.2

$$\theta = \bar{\theta} + \vartheta$$

compte tenu de cette relation, nous aurons pour $(\nabla\theta)^2$:

$$(\nabla\theta)^2 = (\nabla\bar{\theta} + \nabla\vartheta)^2 = \nabla\bar{\theta}^2 + 2\nabla\bar{\theta}\nabla\vartheta + \nabla\vartheta^2$$

qui peut s'écrire, au 1^o ordre près, sous la forme:

$$\nabla\theta^2 = \nabla\bar{\theta}^2 + 2\nabla\bar{\theta}\nabla\vartheta$$

en remplaçant dans l'intégrale $(\nabla\theta)^2$ par l'expression précédente, nous obtenons une relation de la forme:

$$\zeta = \bar{\zeta} + \delta\zeta$$

$\delta\zeta$ étant la variation de ζ due à la variation virtuelle de la solution, son expression est donnée par:

$$\delta\zeta = \int_D \lambda \nabla\bar{\theta} \cdot \nabla\vartheta \, dv$$

En utilisant l'identité : $\nabla(\vartheta \nabla \bar{\theta}) = \nabla \bar{\theta} \cdot \nabla \vartheta + \vartheta \Delta \bar{\theta}$, nous obtenons l'intégrale suivante:

$$\int_V \nabla\bar{\theta} \cdot \nabla\vartheta \, dv = \int_S \vartheta \nabla\bar{\theta} \, dv - \int_V \vartheta \Delta \bar{\theta} \, dv$$

S représentant la surface limitant le domaine D.

Lorsque la température est imposée sur la frontière du domaine D (condition de Dirichlet), la variation virtuelle du champ de température y est identiquement nulle. Dans ces conditions nous avons:

$$\int_S \nabla\bar{\theta} \, ds = 0$$

et donc

$$\int_V \nabla\bar{\theta} \cdot \nabla\vartheta \, dv = - \int_V \vartheta \Delta \bar{\theta} \, dv$$

Chap.2

La fonctionnelle représentant l'énergie stockée admet une variation $\delta\zeta$ décrite par l'expression :

$$\delta\zeta = \int_V -\lambda\Delta\bar{\theta} \, dv$$

égale à 0 quelle que soit la valeur de ϑ . Cela est donc vrai lorsque l'équation de Fourier :

$$\Delta\bar{\theta} = 0$$

est vérifiée en chacun des points du domaine d'intégration.

Résoudre l'équation de Fourier dans un système complexe en régime permanent revient donc à minimiser l'énergie stockée dans ce domaine et dont la densité volumique s'écrit :

$$\Psi = \frac{\lambda}{2} (\nabla\theta)^2 = \frac{1}{2\lambda} \Phi^2 = \frac{\nabla\theta \cdot \Phi}{2}$$

La solution $\bar{\theta}(x,y,z)$ de l'équation de Laplace est celle qui vérifie l'équation intégrale précédente pour toute variation arbitraire $\vartheta(x,y,z)$ de la solution. La méthode la plus utilisée pour minimiser la forme intégrale est celle des résidus pondérés. Lorsque la solution exacte $\bar{\theta}$ de l'équation de Laplace est remplacée par une approximation $\hat{\theta}(x,y,z)$, on obtient un résidu:

$$\text{Res}(\hat{\theta}) = \Delta\hat{\theta} = 0$$

si θ vérifie la relation :

$$\delta\zeta = \int_D -\vartheta(x,y,z) \Delta\hat{\theta}(x,y,z) \, dv = \int_D \nabla\vartheta \cdot \nabla\bar{\theta} \, dv$$

pour toute fonction $\vartheta(x,y,z)$ élément d'une base complète de fonctions à trois variables, les formulations différentielles et intégrales sont équivalentes.

La méthode des éléments finis consiste dans ce cas à donner une approximation de la fonction $\hat{\theta}(x,y,z)$, sur un domaine d'intégration déterminé, par des fonctions inconnues,

Chap.2

généralement polynomiales. Pour déterminer les fonctions, on procède à une discrétisation en deux étapes :

On suppose d'abord connues les valeurs de la solution $\hat{\theta}(x,y,z)$ en un certain nombre de points du domaine d'intégration D et, par interpolation entre ces points, on obtient la fonction $\hat{\theta}(x,y,z)$:

$$\hat{\theta}(x,y,z) = \sum_j N_j(x,y,z) \theta_j$$

$N_j(x,y,z)$ fonction d'interpolation, θ_j valeur aux noeuds de la solution.

A noter qu'il est difficile d'approcher $\hat{\theta}(x,y,z)$ par un polynôme dans tout le domaine D. Par contre, cela est beaucoup plus facile dans un ensemble composé de sous domaines. Ainsi, la fonctionnelle énergétique précédente peut être décomposée en fonctionnelles élémentaires $\delta\zeta_e$ telles que:

$$\delta\zeta_e = \sum_e \delta\zeta_e$$

définie sur des éléments finis D_e constituant une partition du domaine d'intégration D.

Ensuite, on remplace la variation $\delta\theta(x,y,z)$ par un ensemble de fonctions indépendantes $\vartheta_1, \vartheta_2, \vartheta_3, \dots, \vartheta_k, \dots, \vartheta_m$; pour chacune de ces fonctions:

$$\delta\zeta_{ke} = \int_{D_e} \vartheta_k(x,y) \Delta\hat{\theta}(x,y) dv$$
$$\forall k = 1, 2, \dots, m$$

les fonctions $\vartheta_k(x,y)$ peuvent être obtenues à l'aide des mêmes fonctions d'interpolation $N_k(x,y)$ en faisant varier de façon arbitraire les valeurs des température θ_k aux noeuds du maillage. Si les variations arbitraires de ces quantités sont représentées par $\delta\hat{\theta}_k$:

$$\vartheta_k(x,y) = N_k \delta\hat{\theta}_k$$

la minimisation de la fonctionnelle intégrale revient alors à déterminer les fonctions d'interpolation $N_k(x,y,z)$ de façon à annuler la somme:

dans le domaine d'intégration lorsque l'on effectue une variation virtuelle des températures

$$\delta \zeta = \sum_{\circ} \delta \zeta_{ho} = \delta \hat{\theta}_k \int_{D_o} N_k(x,y) \Delta(N_l \hat{\theta}_l) dv$$

nodales.

2.2 FORMULATION DU PROBLEME

Nous considérons donc l'ensemble du système fluide, continu, isotrope, en équilibre mécanique, sans réaction chimique ni nucléaire, à l'intérieur d'une enceinte dont les dimensions sont grandes par rapport au libre parcours moyen des molécules constitutives et le capteur chauffé par effet joule et maintenu horizontalement à l'intérieur de la canalisation.

La tension délivrée par le capteur est égale à la différence de température ΔT aux bornes de chaque cellule thermoélectrique, multipliée par le nombre de thermocouples et par leur sensibilité en ($\mu V/^{\circ}C$).

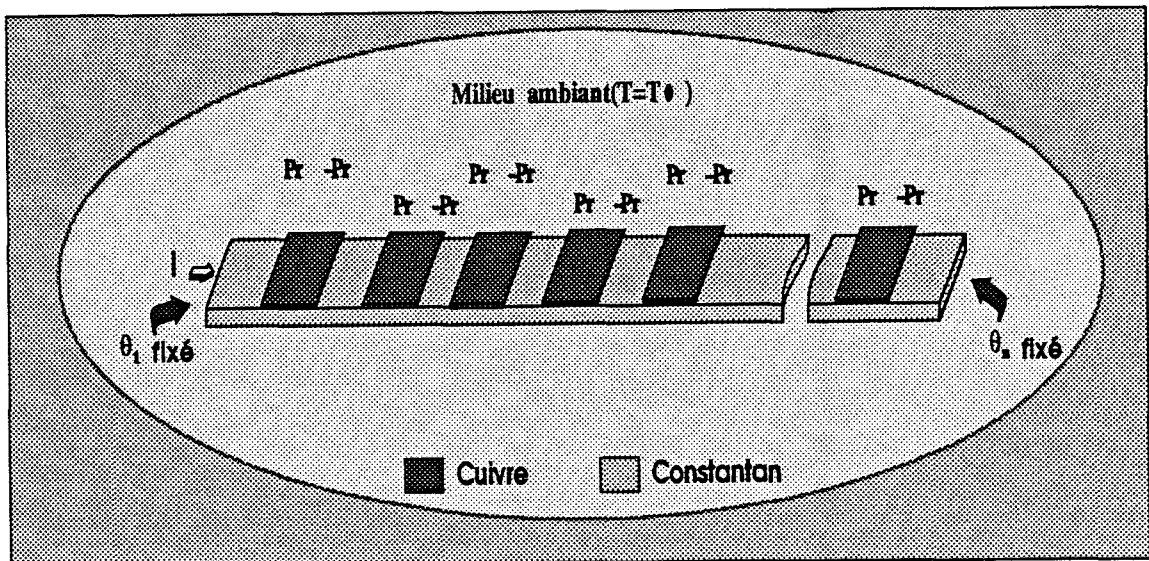


figure 13 Circuit thermoélectrique cuivre - constantan

Dans des conditions aux limites données, la modélisation mathématique du capteur a donc consisté à déterminer la différence de température aux bornes d'un thermocouple. Ce ΔT individuel peut alors être comparé au ΔT expérimental lui même calculé à partir de la tension mesurée aux connexions de sortie du circuit thermoélectrique.

Principe

La modélisation a été effectuée dans la configuration figure 13, la température sur les deux faces, inférieure et supérieure du fluide, étant constante et uniforme.

La différence de température ΔT mesurée pour chaque thermocouple résulte de la superposition d'effets irréversibles dûs à la dissipation d'énergie par effet Joule et d'effets réversibles entretenus par effet Peltier.

Ces effets se superposent et s'influencent mutuellement. La température locale est donc le résultat d'un équilibre entre apports de puissance et les déperditions qui en résultent.

Maillage

On étudie les équations de convection évolutives dans un domaine borné défini par l'ensemble de frontière régulière :

$$\Omega =]0, L[\times]0, e[\in \mathbb{R}^2$$

Nous allons préciser ici l'ensemble des équations correspondantes ainsi que le type de problème que nous proposons de résoudre.

On désigne par:

$u(x,t)$ le vecteur vitesse d'un fluide visqueux incompressible de composantes $u_1(x,t)$ et $u_2(x,t)$ circulant de part et d'autre du capteur

$p(x,t)$ la pression

$\theta(x,t)$ la température.

On considère E , un sous-ensemble compact tel que :

$f(x,t)$ une source de chaleur.

Définitions:

μ représente la viscosité du fluide

β le coefficient de dilatation cubique

g la constante de gravitation

ρ_0 le poids spécifique du fluide

λ le coefficient de conductivité thermique

δ_{ij} le symbole de Kronecker.

Chap.2

Nous rappelons les équations qui gouvernent l'évolution du fluide suivant une trajectoire:

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} - \nu \Delta u_1 + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} - \nu \Delta u_2 + u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_2} + g\beta\theta = 0$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0$$

$$(107) \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} - \chi \Delta \theta + u_1 \frac{\partial \theta}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial \theta}{\partial x_2} = f$$

Cela constitue donc les équations de Navier-Stokes couplées à celle de la chaleur.

Problème:

On considère donc un circuit thermoélectrique, chauffé par effet Joule qui est disposé dans une enveloppe cylindrique coaxiale dont la face externe est en contact avec l'atmosphère externe. La température du capteur dépend principalement des pertes thermiques par conduction dans le fluide entourant le circuit.

Dans cette enveloppe, on considère un fluide visqueux incompressible qui se meut à faible vitesse. La face externe de l'enveloppe est à température constante et uniforme. On note également la présence de sources de chaleur thermique au niveau de chaque thermocouple. Ces sources, entretenues par effet Peltier, sont alternativement positives et négatives.

Conditions initiales

- $u_1(x_1, x_2, 0) = u_2(x_1, x_2, 0) = 0$
- $\theta(x_1, x_2, 0) = 0$

Conditions aux limites

- $H(x) = 0$ si le système est isolé.
- $H(x) > 0$ correspond aux déperditions.

$$u(x_1, x_2, 0) = 0 \quad \text{sur } \Sigma \text{ (frontière de } \Omega \text{)}$$

$$(108) \quad \frac{\partial \theta}{\partial n} + H\theta = 0 \quad \text{sur } \Gamma \text{ (frontière de } E \text{)}$$

où H est une fonction de (x_1, x_2) positive

Formulation variationnelle du problème

On considère :

$$V = \{ \vec{v} / \vec{v} \in (H_0^1(\Omega))^2, \nabla \cdot \vec{v} = 0 \}$$

$$H = \{ \vec{v} / \vec{v} \in (L^2(\Omega))^2, \nabla \cdot \vec{v} = 0 \}$$

$$a(\theta, u, v) = 2 \int_{\Omega} \mu(\theta) D_{ij}(u) D_{ij}(v) \, dx$$

$$b(u, v, w) = \sum_{i,j=1}^2 \int_{\Omega} u_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} w_i \, dx$$

cette forme trilinéaire est continue sur l'espace $V \times V \times V$.

$\mu(\theta)$ étant constant, on pose:

$$b_1(u, \varphi, \theta) = \sum_{i=1}^2 \int_{\Omega} u_i \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \theta \, dx \quad \text{sur } V \times V_{\theta} \times V_{\theta}$$

$$\text{où } V_{\theta} = H^1(\Omega)$$

la forme $b_1(u, \varphi, \theta)$ est continue sur $V \times V_{\theta} \times V_{\theta}$ (en raison des inégalités de Sobolev et de Holder)

Nous définissons la forme bilinéaire $a_1(\theta, \varphi)$:

$$a_1(\theta, \varphi) = \chi \sum_{i=1}^2 \int_{\Omega} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} dx + \int_{\Gamma} H(x) \theta \varphi d\sigma$$

(112)

où σ est égal à $\frac{\mu}{\lambda \rho}$ (nombre de Prandtl)
 χ représente la conductivité thermique du fluide

Les équations de Navier Stokes peuvent alors se mettre sous la forme variationnelle suivante

$$(u'(t), v) + a(u(t), v) + b(u(t), u(t), v) + \beta g(\theta(t)) \delta_{12}, v) = 0 \quad \forall v \in V$$

(113)

$$(\theta'(t), \varphi) + a_1(\theta(t), \varphi) + b_1(u(t), \theta(t), \varphi) = (f(t), \varphi) \quad \forall \varphi \in V_{\theta}$$

(ceci est dû au théorème de Deralim):

2.3 MODELISATION DES ECHANGES PAR EFFET PELTIER

Le problème ayant été correctement posé dans un formalisme mathématique approprié, il importe de procéder à sa résolution. Dans la plus part des cas, le modèle mathématique n'admet pas de solution analytique, et force est de recourir à des techniques numériques pour obtenir les résultats désirés. Nous avons donc effectué les calculs par une méthode d'éléments finis, en imposant des conditions aux limites appropriées.

Dans le but d'obtenir les résultats voulus concernant une structure multicouche 3D, La modélisation a été conduite à l'aide du code Ansys basé sur la méthode des éléments finis. La façon la plus simple de traiter le problème est de faire correspondre à chaque couche métallique constituant le modèle un ensemble d'éléments de même épaisseur que le matériau considéré. L'épaisseur totale de l'ensemble doit être égale à celle des matériaux superposés. Sur chacune des surfaces limites du fluide, des conditions de type Dirichlet sont imposées. Les températures des noeuds situés aux frontières de l'ensemble du modèle numérique sont supposées connues. Il reste donc à déterminer les températures nodales en chacun des points intérieurs au réseau.

Notons en plus que les conditions de périodicité du motif entraînent qu'il suffit de connaître la température en certains noeuds afin de déduire la valeur des températures

Chap.2

nodales en d'autres noeuds. En l'occurrence, le circuit imprimé que nous présentons admet une périodicité suivant la direction axiale, les températures nodales sont également périodiques suivant cette direction, et leur période est égale à la longueur L d'une cellule élémentaire ou thermocouple du circuit thermoélectrique. Nous exprimons donc la condition de périodicité directe au niveau de chaque thermoélément par la relation :

$$\theta(x_0, y, z) = \theta(x_L, y, z)$$

L étant la longueur d'une cellule élémentaire du circuit imprimé

Compte tenu de la géométrie périodique du circuit, nous avons donc tenté de modéliser uniquement une cellule élémentaire en considérant que la distribution des flux et des températures est identique pour chaque cellule thermoélectrique.

Les sollicitations du modèle sont :

- La température ambiante
- La puissance générée par effet Peltier due au passage du courant, créant ainsi un gradient de température entre les extrémités de l'électrode conductrice.
- la condition de périodicité du motif
- l'écoulement est laminaire et axisymétrique
- le fluide est supposé incompressible
- les propriétés thermophysiques du fluide sont considérées uniformes

En fixant les caractéristiques de la cellule thermoélectrique, la nature du fluide environnant, les conditions de flux thermiques, de température et de pression, nous avons discrétisé le modèle en plusieurs éléments finis : Une discrétisation en 1670 éléments d'une cellule thermoélectrique 3D a été retenue.

Dans chaque élément du modèle discrétisé, le bilan thermique fait intervenir :

- la puissance transmise par conduction à travers le circuit
- la puissance échangée par convection entre le circuit et le fluide environnant : cet échange thermique est caractérisé par un coefficient d'échange convectif tel que le flux évacué par le circuit bimétallique est égal à $H.(T_c - T_f)$, T_f représente la température du fluide, T_c celle du circuit et H est le coefficient d'échange convectif surfacique sur la paroi de la thermopile.

2.4 OBSERVATIONS DE LA DISTRIBUTION DE TEMPERATURE INDUITE PAR LE PASSAGE D'UN COURANT ELECTRIQUE DANS LE CAPTEUR

Le flux d'énergie thermoélectrique transporté par le courant électrique subit des variations discontinues au niveau des frontières du dépôt électrolytique. On observe alors l'effet des sources localisé sur les frontières de la thermopile. La génération réversible de chaleur par effet peltier provoque des variations de température sur la surface du circuit. Dans notre mémoire de DEA, nous nous sommes intéressés à la modélisation des échanges par effet Peltier dans une structure bimétallique dans laquelle siégeaient des phénomènes de transfert de chaleur couplés à l'électricité. La loi de fourier généralisée permet de représenter ce couplage thermoélectrique par l'équation :

$$(115) \quad \Phi_e = \alpha T J - \lambda \nabla T$$

La modélisation par éléments finis a été réalisée pour déterminer l'étendue des sources de flux thermique apparaissant dans le circuit thermoélectrique.

Dans le cas particulier du couple (cuivre,constantan), le passage du courant électrique dans le circuit génère des variations périodiques de température sur la surface du circuit. Il y a échauffement de la frontière de chaque cellule thermoélectrique lorsque le courant passe de la région cuivrée dans le constantan. Inversement il y a refroidissement lors du passage du courant du constantan dans la région plaquée. Il résulte donc une forte déviation des lignes de courant due au contraste important des conductivités électriques du couple thermoélectrique.

Le courant électrique passe brutalement du support continu formé de constantan dans la plaquette en cuivre de plus forte conductivité. La section de passage des lignes de courant du support dans les électrodes est située au voisinage des frontières des régions plaquées.

Le flux thermique généré ou absorbé est localisé sur une distance de l'ordre de 50,0 μm à partir de la ligne frontière des électrodes de cuivre. C'est d'ailleurs la distance nécessaire à l'établissement des lignes de courant suivant la direction parallèle au plan de lamination (figure 14)

Les échanges par effet peltier sont localisés aux mêmes endroits où les lignes de courant traversent l'interface bimétallique.

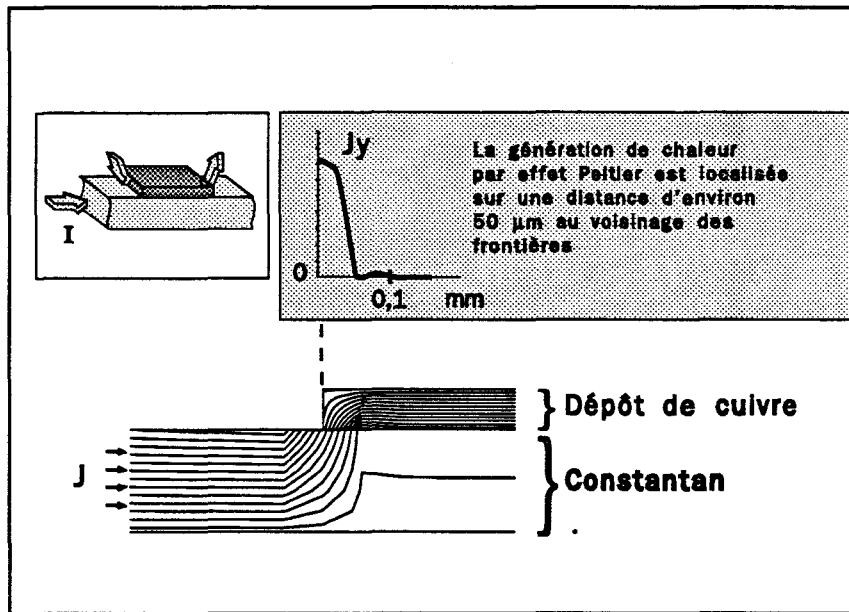


figure 14 Distribution des lignes de courant électrique dans une jonction thermoélectrique

L'épanouissement des lignes de courant s'effectue sur une distance très faible vis à vis de la longueur du dépôt de cuivre. (cette distance est inférieure à 2% de la longueur du dépôt de cuivre). Compte tenu de tout cela, les puissances réversibles générées par effet peltier sur chaque frontière du dépôt électrolytique peuvent être identifiées à des sources d'énergie ponctuelles de valeurs respectives $(\alpha_2 - \alpha_1) T_2$ et $(\alpha_1 - \alpha_2) T_2$.

Ces sources sont donc représentatives (à un signe près) de la composante selon la direction normale de la densité de flux d'origine thermoélectrique. le paramètre I_2 correspond au courant détourné par l'électrode de cuivre:

$$(116) \quad I_2 = \left(\frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \right) I$$

En ce qui concerne notre circuit plongé dans un fluide ,la quantité de chaleur générée par effet thermoélectrique au niveau de chaque frontière s'écoule par conduction dans le circuit et à travers les surfaces d'échange vers le milieu environnant. Cet échange avec le milieu fluide étant uniforme, les isothermes s'épanouissent dans la région non plaquée puisque la présence du cuivre fait croître la conductivité de surface du ruban continu. L'écart entre isothermes correspondantes est plus important dans les régions non cuivrées que dans les parties plaquées du circuit thermoélectrique.

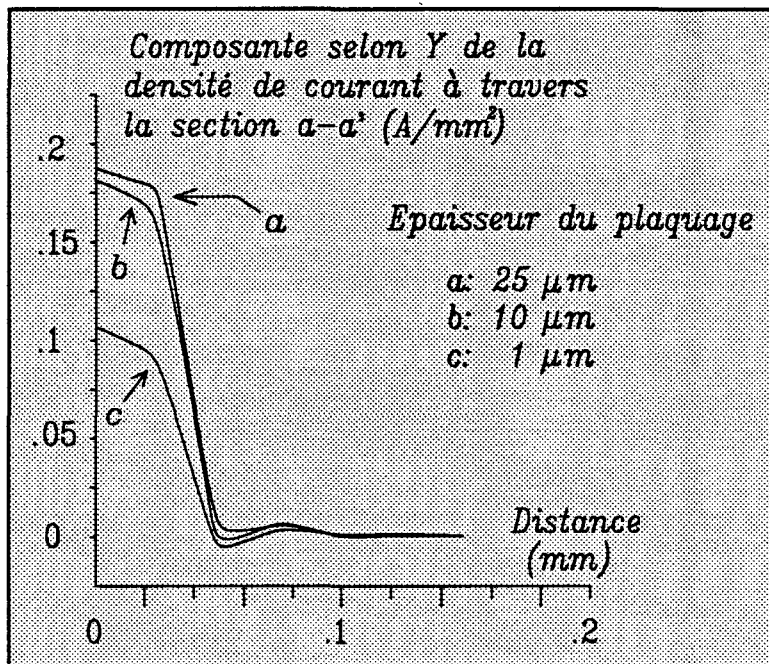


figure 15 Densité de courant à travers l'interface d'une jonction cu-cn

2.5 MESURE DES GRADIENTS THERMIQUES DISTRIBUES SUR LA PAROI DU CAPTEUR QUAND IL EST TRAVERSE PAR UN COURANT

D'après ce qui précède, les circuits thermoélectriques réalisés en forme de circuits imprimés bimétalliques, présentent des jonctions localisées sur les lignes frontières des dépôts électrolytiques de cuivre(jonctions cu-cn) et la f.e.m détectée en circuit ouvert est égale à la somme des écarts de température entre jonctions thermoélectriques consécutives.

La circulation d'un courant électrique à travers ces circuits bimétalliques provoque à la fois un échauffement par effet Joule dans leur volume et des échanges par effet Peltier localisés aux endroits où le courant passe du constantan dans le cuivre ou inversement.

La puissance dissipée par effet Joule pour la gamme de courant utilisé, de l'ordre de quelques Ohms, reste très faible, environ 10 μW. Cette puissance est d'ailleurs évacuée par conduction thermique dans le support du circuit et par convection proportionnellement à la vitesse du fluide environnant.

Si on se limite à l'analyse des interactions purement thermoélectriques(en première approximation), le circuit imprimé bimétallique peut ainsi accomplir les deux tâches suivantes :

Chap.2

- Générer des différences de température distribuées sur la surface du circuit et également détecter des différences de température par effet Seebeck en circuit ouvert.

Dans sa configuration expérimentale, le dispositif de mesure est alternativement relié à une source de courant électrique puis à une chaîne de mesure de tension à faible niveau. La méthode de mesure que nous décrivons dans ce travail est largement développée par Leclercq⁽⁷⁾

Pour des raisons de temps de réponse et de fiabilité, un circuit électronique d'alimentation (figure 16) a été utilisé. Il comprend schématiquement et successivement:

- une source de tension
- en parallèle : deux diodes D_1 et D_2 , deux résistances R et R' , le capteur et une résistance R''
- un amplificateur différentiel.

Ce montage à commutation par diodes est utilisé en pratique de façon à ce que le circuit thermoélectrique soit traversé par un courant électrique uniquement lorsque le pont est alimenté par une tension positive. (R', D_2, R''), disposé parallèlement et symétriquement par rapport à ($R, D_1, \text{capteur}$) permet d'éviter la saturation de l'amplificateur différentiel par affectation d'un signal approximativement identique, à l'entrée négative de l'amplificateur; vient ensuite, l'autre alternance où le capteur délivre une f.e.m thermoélectrique pour charger l'entrée (-) seulement de l'amplificateur, l'entrée (+) étant chargée par une résistance R'' pure. D'où, la tension de sortie de l'amplificateur est proportionnelle à la f.e.m thermoélectrique libérée par le capteur: $V_s(t) = G.V_{th}$, où G est le gain de l'amplificateur, $v(t)$ représente la f.e.m délivrée par le capteur.

La durée de l'alternance négative a été fixée à 300 μ s. La durée de la partie positive de la tension d'alimentation du pont a été fixée à 7 ms

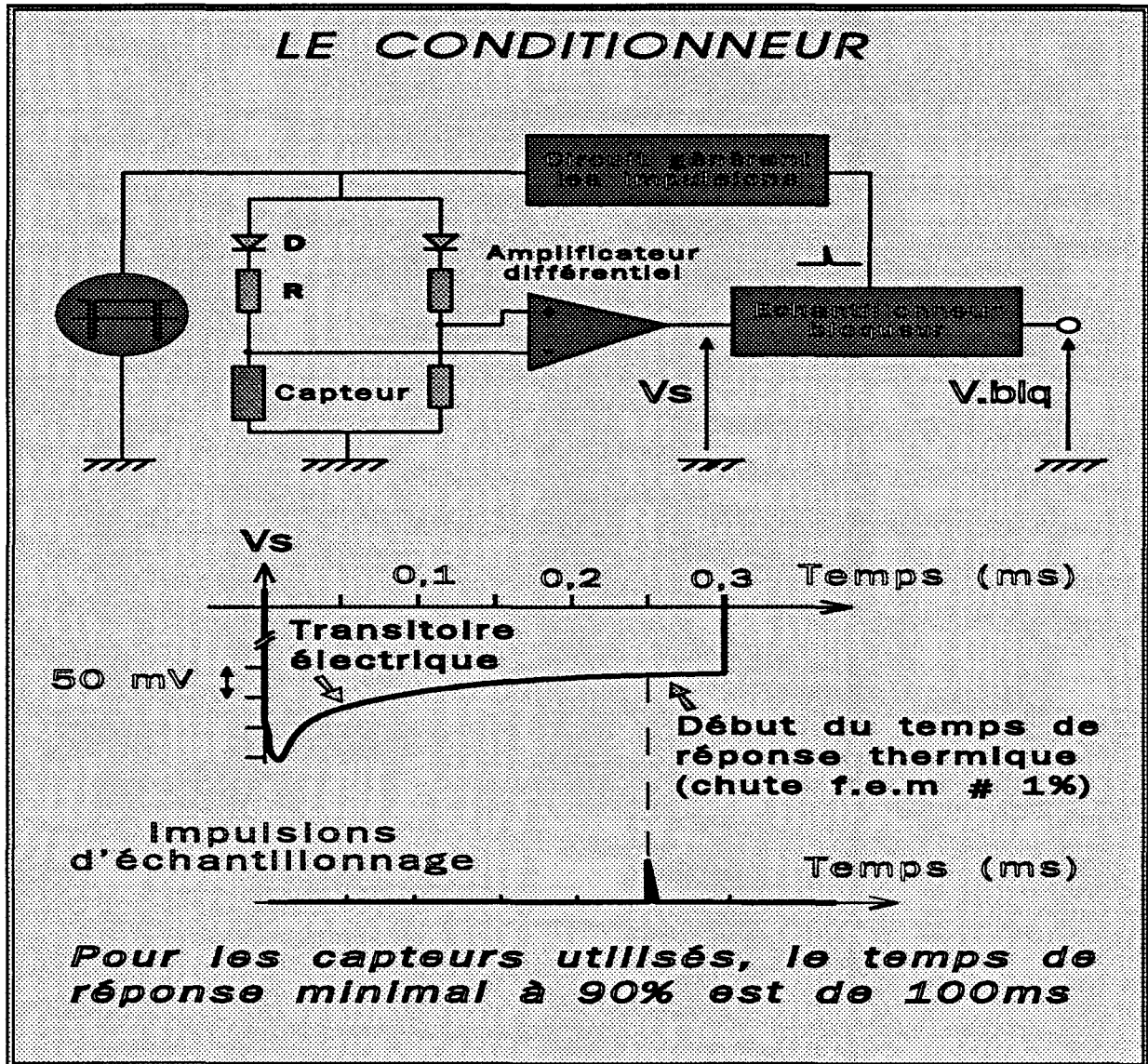


figure 16 Schéma de principe complet du circuit de mesure de la f.e.m Seebeck générée par effet Peltier

Chap.2

2.6 ANALYSE DES RESULTATS DE SIMULATION EN COMPARAISON AVEC LES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Le but de ce travail est la conception puis la réalisation de nouveaux capteurs thermiques sensibles à la conductivité thermique des fluides qui les entourent. Compte tenu des propriétés physiques de chaque métal du circuit, de la répartition des sources et des conditions aux frontières, la résolution est obtenue par voie numérique: le code ANSYS, basé sur la méthode des éléments finis, a été utilisé en prenant soin de modifier le programme suivant contraintes posées.

Pour l'interprétation de ces résultats de simulation, et la caractérisation de l'état du circuit thermoélectrique, nous avons également représenté le champ de température et le flux thermique en chaque point du capteur et de son milieu environnant.

Afin d'estimer l'influence de la géométrie du capteur, ainsi que le nombre de cellules thermoélectriques cu-cn qu'il contient, sur sa sensibilité et son efficacité, plusieurs circuits bimétalliques seront étudiés simultanément.

Les premiers essais ont été effectués sur deux circuits thermoélectriques, notés "ruban1" et "ruban2", dont les caractéristiques physiques et géométriques sont résumées dans le tableau ci dessous:

<i>DIMENSIONS , CARACTERISTIQUES</i>	<i>RUBAN 1</i>	<i>RUBAN 2</i>
<i>Largeur du circuit (mm):</i>	<i>0,63</i>	<i>0,55</i>
<i>Longueur des électrodes (mm):</i>	<i>1,45</i>	<i>2,95</i>
<i>Distance inter-électrodes (mm):</i>	<i>1,05</i>	<i>2,05</i>
<i>Epaisseur des électrodes (μm):</i>	<i>1,25</i>	<i>1,8</i>
<i>Epaisseur du ruban continu (μm):</i>	<i>7,80</i>	<i>10,0</i>
<i>Nombre de cellules:</i>	<i>72,0</i>	<i>40,0</i>
<i>Couple de métaux thermoélectrique</i>	<i>cu\cn</i>	<i>cu\cn</i>
<i>Résistance électrique (ohm):</i>	<i>10,35</i>	<i>9,90</i>

Chap.2

Les conductivités électriques du cuivre et du constantan ont respectivement les valeurs conformes suivantes ⁽¹²⁾

$$\sigma_{\text{cu}} = 5,814 \cdot 10^7 (\Omega^{-1}M^{-1})$$

(117)

$$\sigma_{\text{ca}} = 0,192 \cdot 10^7 (\Omega^{-1}M^{-1})$$

2.6.1 Cas d'un débit nul

Un premier calcul a été réalisé dans le cas d'un circuit thermoélectrique immergé dans plusieurs fluides de nature différente, supposés immobiles (vitesse nulle).

Lorsqu'un régime stationnaire de transfert de chaleur est établi, la puissance fournie par effet Joule au capteur provoque des échanges par effet peltier localisés sur les limites de chaque thermoélément et une distribution de température périodique sur toute la longueur du circuit. La température du capteur dépend principalement des pertes thermiques par conduction dans le fluide qui sont d'autant plus grandes que la conductivité thermique du milieu fluide est plus importante.

Le fonctionnement de ce type de capteur repose d'une part sur l'apparition par le passage d'un courant électrique d'une différence de température de module dépendant de la nature du milieu environnant, d'autre part, cette différence de température est suivie d'une génération, par effet seebeck, inverse d'une fem thermoélectrique s'opposant au courant qui lui a donné naissance. Cette f.e.m, représentative de la distribution des écarts de température suivant la direction axiale du circuit, caractérise toute perturbation en provenance du milieu fluide entourant le capteur .

Compte tenu de ces considérations, le circuit thermoélectrique dont la température d'équilibre dépend principalement de la conductivité du milieu environnant est un moyen appréciable pour mesurer les grandeurs évolutives (conductivité thermique, vitesse du fluide, chaleur massique..) du milieu dans lequel il est immergé.

Chap.2

2.6.2 Résultats de calcul pour un environnement composé de fluides à pression atmosphérique

Les expérimentations ont eu lieu avec les deux types de capteurs (l'un à 72 cellules (ruban1), l'autre à 40 cellules (ruban2)) fréquemment utilisés avec six types différents de fluide. On s'est donc restreint à la modélisation des échanges thermoélectriques s'établissant à la surface d'un capteur en forme de circuit imprimé, dans un environnement liquide ou gazeux, de fluides réels, lors des calculs de simulation. Dans ce cas, la conductivité thermique des différents fluides utilisés varie entre 0.01 et 10 W/mK.

La température mesurée dépend certes des dissipations latérales et de l'ensemble des autres échanges thermiques existant entre le capteur et le milieu environnant.

A noter également que le flux thermoélectrique, qui traverse le circuit bimétallique, n'est pas uniforme car, dans le bilan des échanges thermique et énergétique, il y a dominance du mécanisme de dissipation latérale sur celui de la conduction thermique suivant la direction axiale du capteur.

L'autoéchauffement, par effet Joule, du circuit thermoélectrique conduit à une évacuation de la chaleur vers le milieu environnant. Cette évacuation est quasiment totale pour de faibles courants injectés dans le circuit, ce qui a pour conséquence de réduire considérablement l'écart de température ($T_c - T_f$) entre la température du capteur et celle du fluide environnant.

Le champ de température suivant la direction axiale du circuit n'est donc influencé que par la nature du fluide qui l'entoure et la température d'équilibre du circuit thermoélectrique ne varie essentiellement qu'en fonction de la conductivité apparente du milieu environnant.

Fluides	λ W/m.K (20 ° C)	Force électromotrice (μV)			
		Ruban 1		Ruban 2	
		Exp.	Sim.	Exp.	Sim.
Dioxyde carbone	0.016	1101	1115.6	1036	1025
Azote	0.025	1072	1076	966	949.8
Trichloréthylène	0.116	832	830.5	596	607
Hélium	0.149	767	770.5	535	551.6
Alcool méthylique	0.202	716	705.6	488	482
Glycérol	0.294	610	607.8	402	399.8

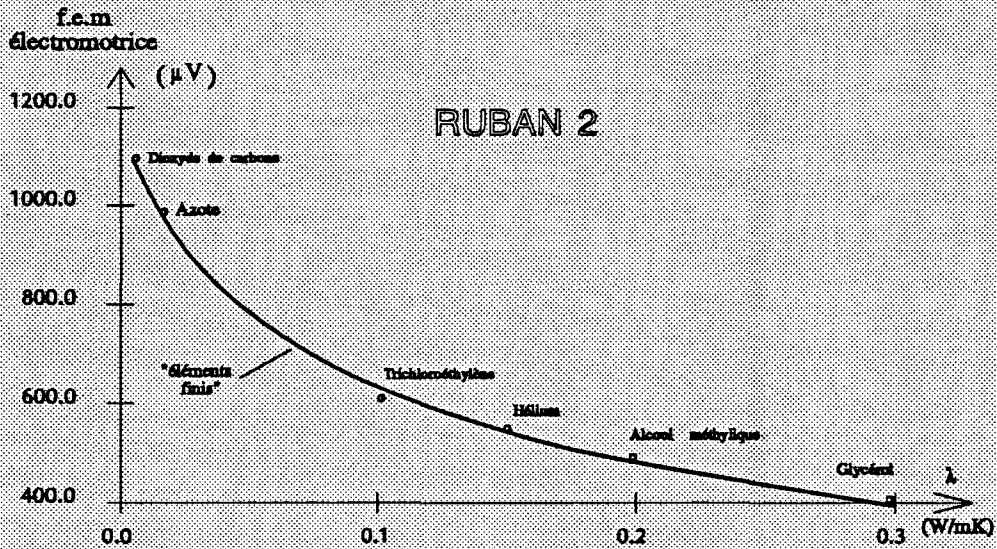
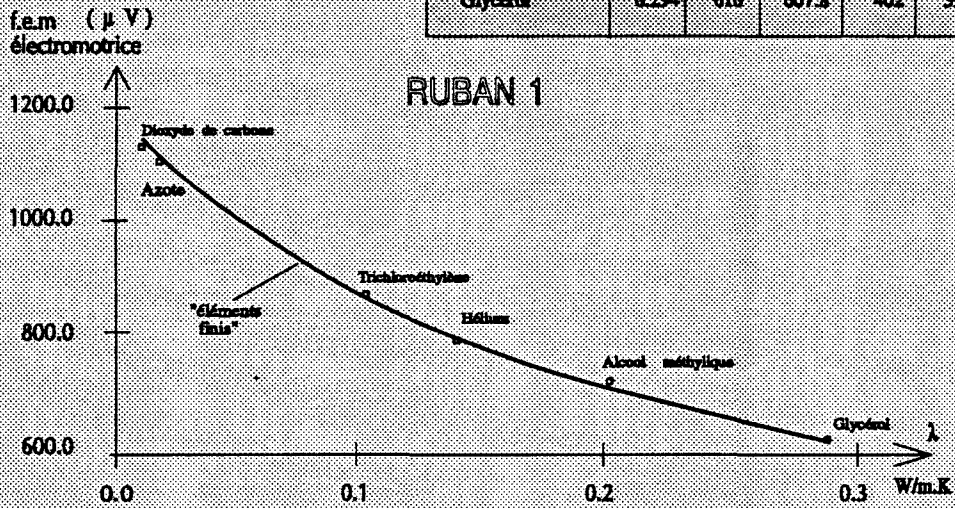


figure 18

Mesure de la conductivité thermique des fluides par effet Peltier

Les courbes, présentées figure 18 traduisent les résultats de calcul concernant différents fluides, utilisés fréquemment dans les expériences effectuées au laboratoire. Tous ces gaz et liquides ont fait l'objet de plusieurs simulations numériques, notamment, le dioxyde de carbone et le glycérol dont les conductivités thermiques encadrent les valeurs utilisées.

Chap.2

Ces courbes montrent l'excellent accord obtenu entre la simulation et la mesure. Cela permet donc de valider les différents résultats de simulations, en particulier, la modélisation des échanges entretenus par effet Peltier dans un fil monodimensionnel soumis à une dissipation par effet Joule.

2.6.3 Influence du courant de mesure traversant le capteur

La recherche d'une bonne sensibilité de mesure nous a conduit à faire traverser le circuit thermoélectrique par un courant relativement important. Cette opération a également pour effet d'augmenter la f.e.m délivrée par le capteur. Cependant, il risque alors de provoquer, par effet Joule, un échauffement du circuit qui en tous cas doit pouvoir être contrôlé et optimisé.

Le passage du courant électrique dans le circuit provoque aussi une chute ohmique qui vient s'ajouter à la différence de potentiel générée par effet Seebeck aux bornes du circuit.

Les fluctuations de température entretenues par effet Peltier le long du capteur thermique étant toujours présentes; elles sont proportionnelles au courant inducteur ($P_{\text{peit}} = \alpha TI$) dans le cas où la puissance dissipée, par effet Joule dans le circuit, reste négligeable et la température moyenne du capteur garde une valeur sensiblement constante. Par suite, la fem délivrée par le circuit imprimé est également proportionnelle au courant de mesure injecté dans le ruban. Les circuits thermoélectriques qui présentent une faible résistance électrique, comme les capteurs "ruban1" et "ruban2", dissipent une faible puissance par effet Joule. La variation de leur température moyenne n'excède pas 1,5°C pour 100 mA de courant injecté. Lorsque l'autoéchauffement du capteur, par effet Joule, devient significatif, les variations de la force électromotrice en fonction du courant injecté dans le circuit sont représentées par une parabole, et cela correspond bien à l'effet Joule dont la puissance dissipée est proportionnelle au carré du courant inducteur. La f.e.m. mesurée présente, dans ce cas, une non linéarité croissante avec le courant électrique.

Les effets de non linéarité dus à l'augmentation du courant injecté et, par la suite, à l'élévation de la température du capteur, sont négligeables pour la gamme de courants injectés. Toutefois, les circuits thermoélectriques de largeur inférieure à 0.25 mm, semblent affectés par ce phénomène à cause de leur forte résistance électrique, supérieure à 24 Ohms.

Ainsi, pour un courant de 50 mA qui traverse un circuit thermoélectrique de résistance

Chap.2

électrique dépassant 24 Ohms, la puissance dissipée par effet Joule dans ce type de capteur est supérieure à 60 mW; ce qui augmente la température moyenne du circuit de plus de 3°C. Les autres circuits de résistance électrique plus faible dissipent moins d'énergie par effet Joule. La température intérieure de ces circuits s'élève au maximum de 1,2°C lorsqu'ils sont traversés par un courant de 100 mA.

Les courbes présentées figures 19 20 rendent bien compte des effets d'un accroissement de courant électrique injecté dans le capteur. Ces résultats montrent une bonne linéarité de la caractéristique $V=f(I)$ des circuits de faible résistance.

2.6.4 Influence de la largeur du circuit thermoélectrique

Pour mettre en évidence la dépendance en fonction des dimensions transversales (largeur et épaisseur) nous allons considérer des circuits référencés de type 1 et 2 ayant des électrodes de même longueur, également espacées, mais de largeur et d'épaisseur différentes.

Type	LgCu (mm)	LgCn (mm)	EpCu (μm)	EpCn (μm)
1	1,45	1,05	1,25	7,8
2	1,45	1,05	1,30	10
3	2,95	2,05	1,30	10

LgCu : Longueur du dépôt de cuivre ; LgCn : Longueur du constantan

EpCu: Epaisseur de la couche de cuivre ; EpCn : Epaisseur de la couche de constantan

Evolution de la f.e.m en fonction du courant électrique

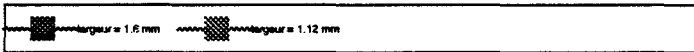
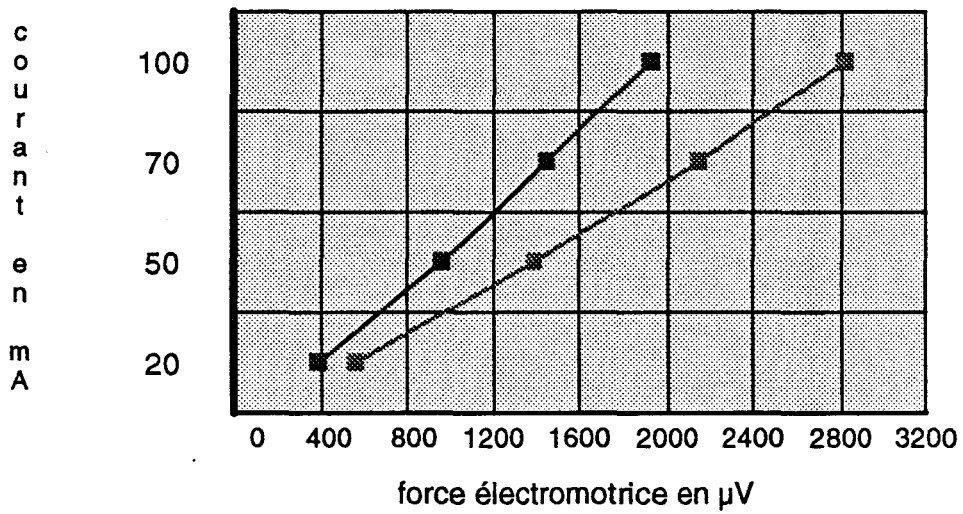
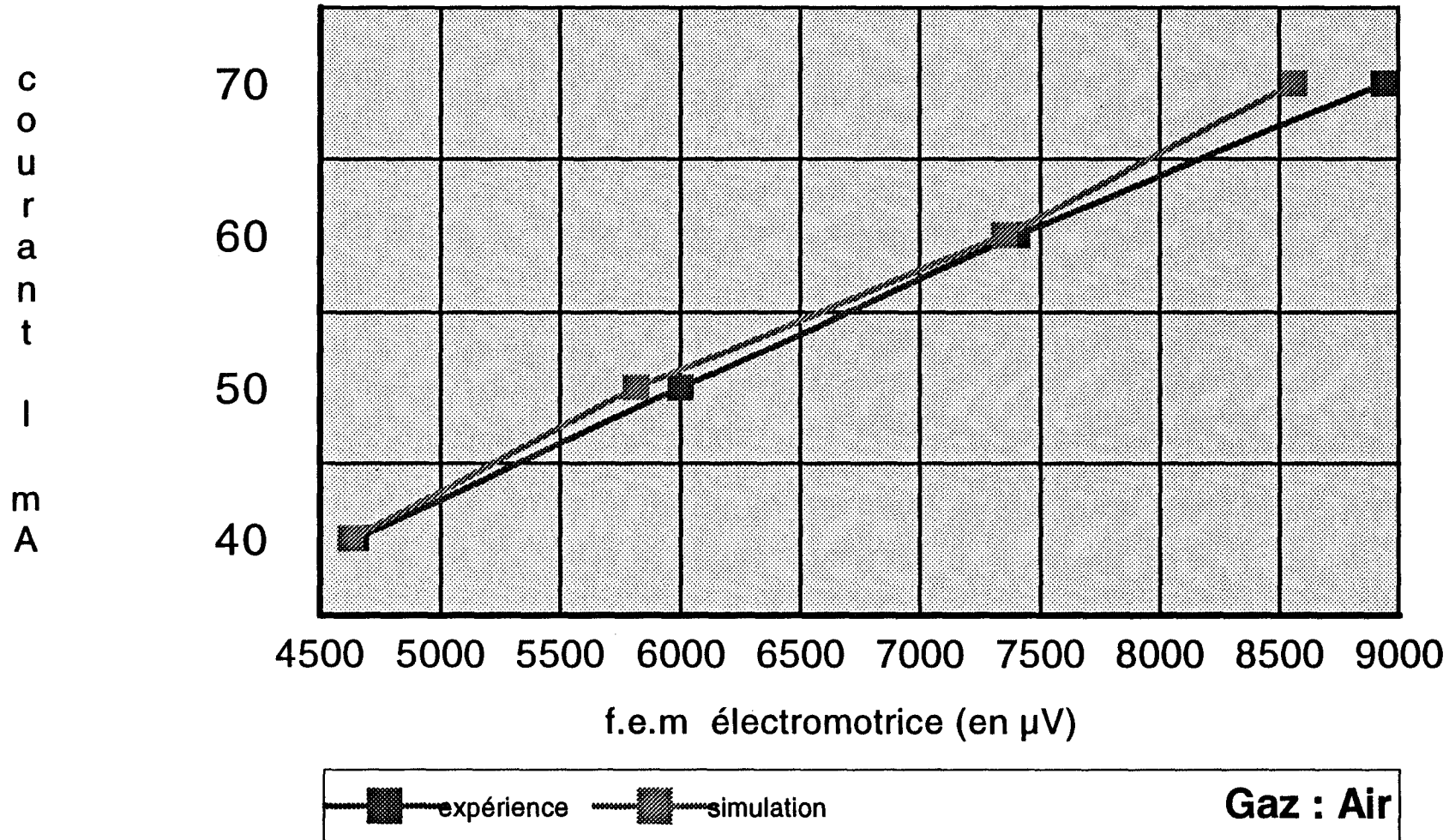


figure 19 Gaz : Air

Evolution de la f.e.m en fonction du courant électrique

largeur du circuit = 0.25 mm



Les courbes de la figure 21 représentent les variations de la f.e.m détectée en fonction de la largeur des circuits utilisés de type 1 et 2 à la température ambiante.

Toutes les simulations numériques ont été effectuées à courant constant, donc à puissance thermoélectrique Peltier constante. On constate que, plus la résistance thermique du capteur entre deux points de jonctions où existent les sources Peltier est importante, plus la f.e.m détectée est élevée. Cela est vrai également dans le cas d'un environnement fluide de faible conductivité thermique. Ces considérations permettent d'interpréter :

- La f.e.m du capteur augmente lorsque la largeur du circuit diminue, puisque la résistance tangentielle du circuit. Cela est valable aussi lorsque la conductivité du milieu fluide diminue; la conduction thermique, dans ce cas, est minimisée dans le fluide.
- Pour les mêmes motifs, les rubans de type 1 génèrent des f.e.m plus importantes à cause des faibles épaisseurs de ces circuits; leur résistance longitudinale est dans ce cas plus faible figure 22.

2.6.5 Dérive causée par une variation de la température du fluide environnant

Une série de simulations a été effectuée dans le but de contrôler et de compenser l'effet des variations de température sur les propriétés du circuit thermoélectrique. Pour cela nous avons choisi, comme environnement fluide du capteur, le dioxyde de carbone et l'hélium de façon à encadrer ainsi la conductivité thermique de la plus part des gaz fréquemment utilisés en expérimentation. Pour différentes températures du fluide, le capteur délivre une f.e.m thermoélectrique, à température et à pression constantes. Le courant injecté est constamment égal à 20 mA. Les résultats de calcul obtenus sont présentés (figure 23)

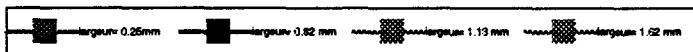
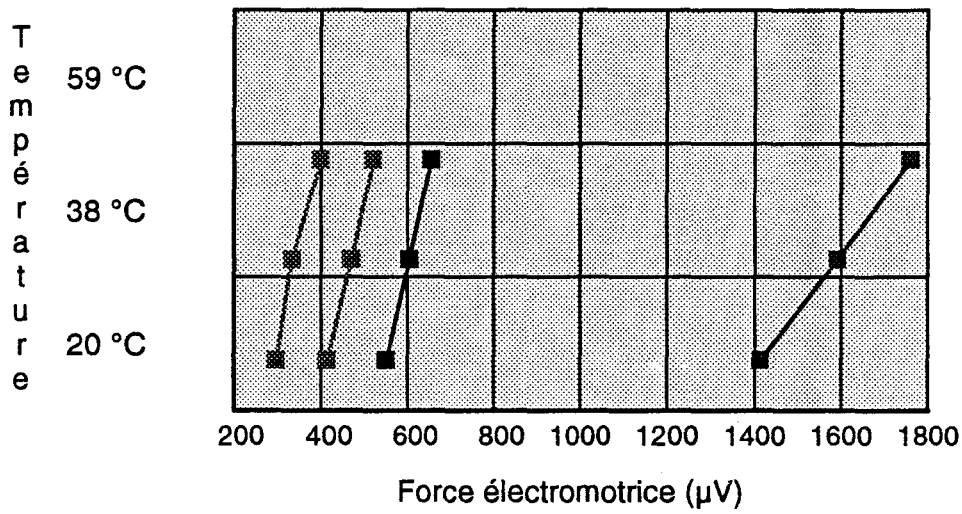
On constate pour cette étude que, pour différents paramètres relatifs au circuit et au fluide, il existe une variation, plus ou moins légère, de la f.e.m détectée en fonction de la température du fluide d'une façon linéaire. Nous pouvons donc, partant de ces résultats, exprimer la f.e.m sous forme polynomiale au premier ordre, en fonction de la température :

$$V(T) = V_0 (1 + C.T), \quad V_0 \text{ représente la f.e.m délivrée par le circuit traversé par un}$$

courant dans un fluide à 0°C

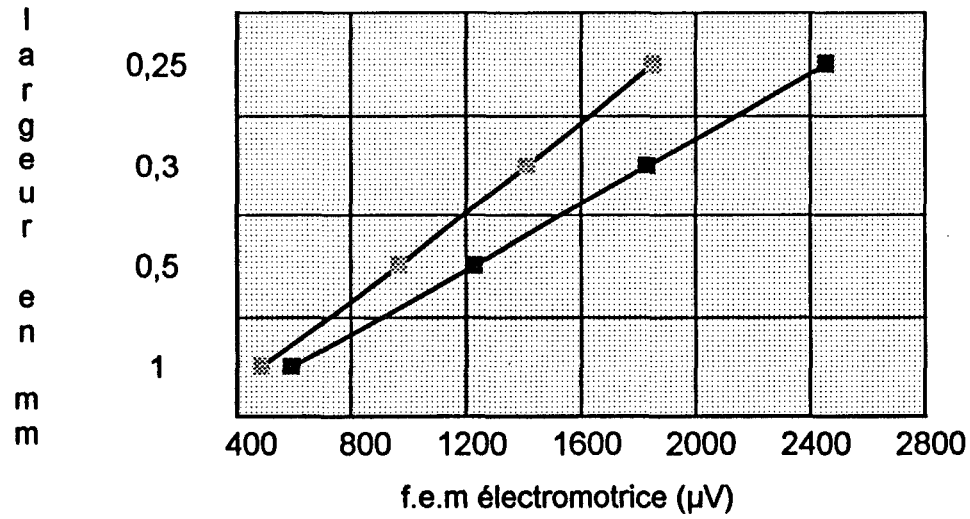
Pour le Dioxyde de carbone, ainsi que pour l'Hélium, les calculs numériques permettent de rendre compte avec précision de la dérive en température de la f.e.m détectée sur plusieurs points de mesure. L'erreur relative entre résultats de simulation et expérimentaux n'excède pas 2% dans le cas du Dioxyde de carbone et 4% pour l'Hélium.

Variation de la f.e.m générée pour différents circuits thermoélectriques de type 1



Gaz : Hélium

Influence des dimensions transversales du circuit
Variation en fonction de la largeur

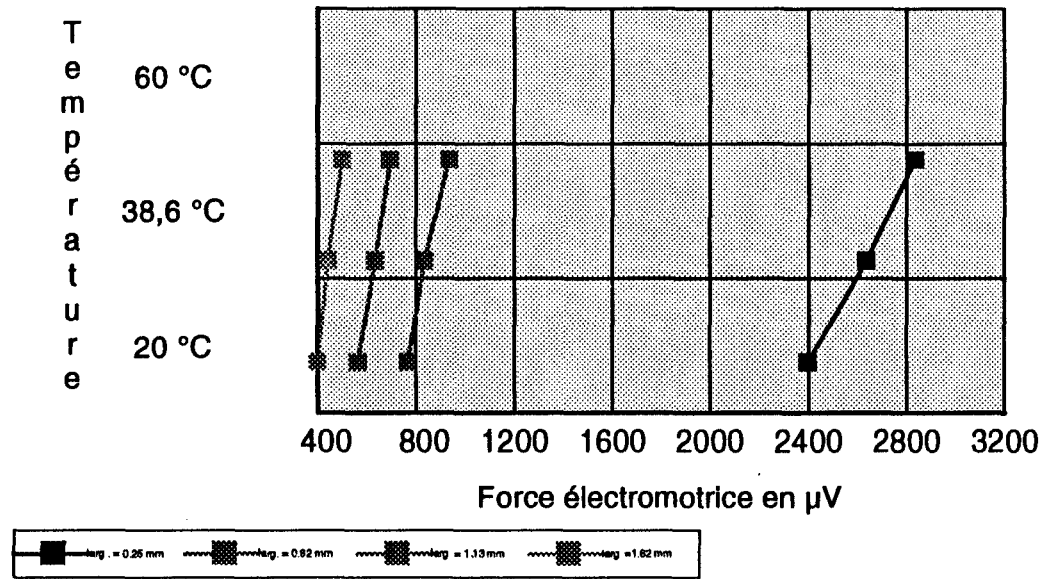


■ Ruben type 1 ⊗ Ruben type 2

Fig.22 Gaz : dioxyde de carbone

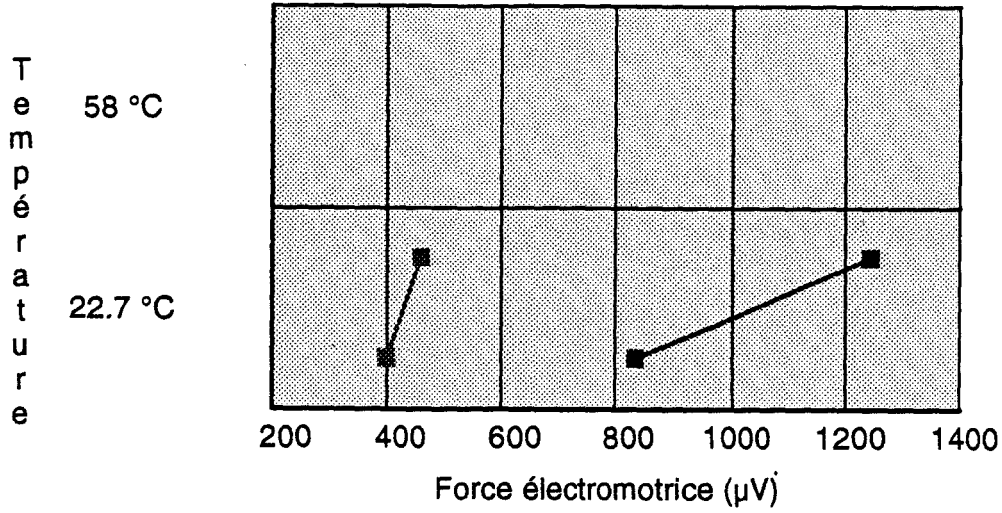
figure 23

Variation de la f.e.m thermoélectrique pour différents circuits de type 1



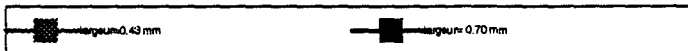
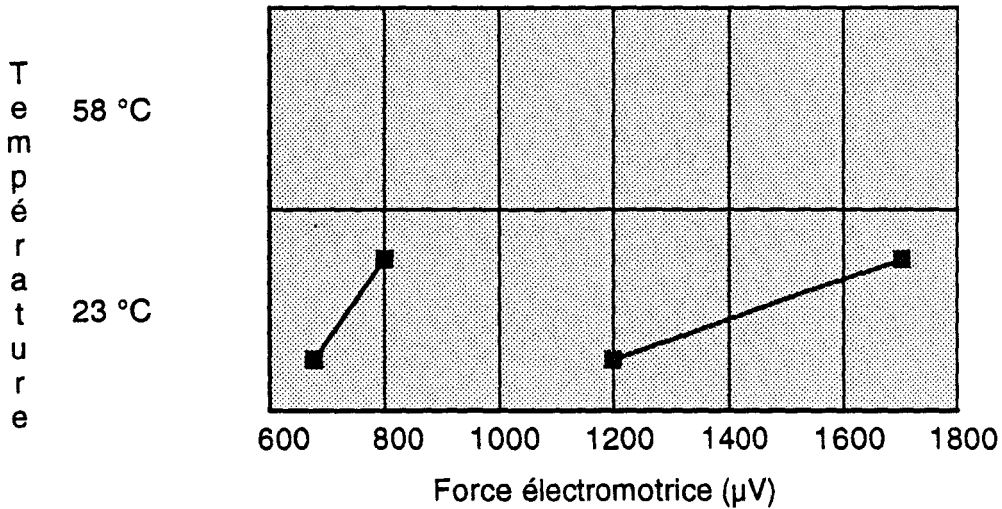
Gaz: Dioxyde de carbone

Variation de la f.e.m générée pour deux circuits thermoélectriques de type 2 et 3



Gaz : Hélium

Variation de la f.e.m générée pour deux circuits thermoélectriques de type 2 et 3



Gaz : Dioxyde de carbone

2.6.6 Variation de la f.e.m détectée par le capteur en fonction de la vitesse de l'écoulement

Les capteurs à effet Peltier ont l'avantage d'être actifs. L'énergie électrique fournie, génère des différences de température sur la paroi du circuit. Ces écarts de température sont perturbés par le déplacement du milieu environnant. Le mouvement du fluide favorise les échanges thermiques avec le capteur en augmentant le coefficient d'échange caractérisant ce type de transfert. La variation de cette quantité, peut être connue par détection de la f.e.m générée par le circuit thermoélectrique.

Ce type de capteur, apportera une faible perturbation énergétique dans le fluide, et de ce point de vue, sera particulièrement bien adapté à la mesure des faibles débits gazeux.

Les courbes obtenues sont présentée figure 23, et donnent la variation de la f.e.m thermoélectrique délivrée par le circuit en fonction de la vitesse de l'écoulement, donc du débit de fluide, à température (21°C) et à pression constante (1018 hPa).

Les caractéristiques du circuit thermoélectrique utilisé étant:

- Longueur totale: 200 mm , largeur: 0.56 mm
- Epaisseur du constantan : 10 μm , épaisseur du cuivrage : 1.3 μm
- Longueur des dépôts de cuivre : 2.95 mm
- Distance entre les dépôts : 2.05 mm

Dans la même figure (fig 23), nous avons regroupé les résultats de calcul effectués à 20°C et 45°C. On constate que l'écart entre les deux courbes augmente avec le débit.

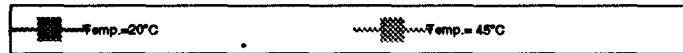
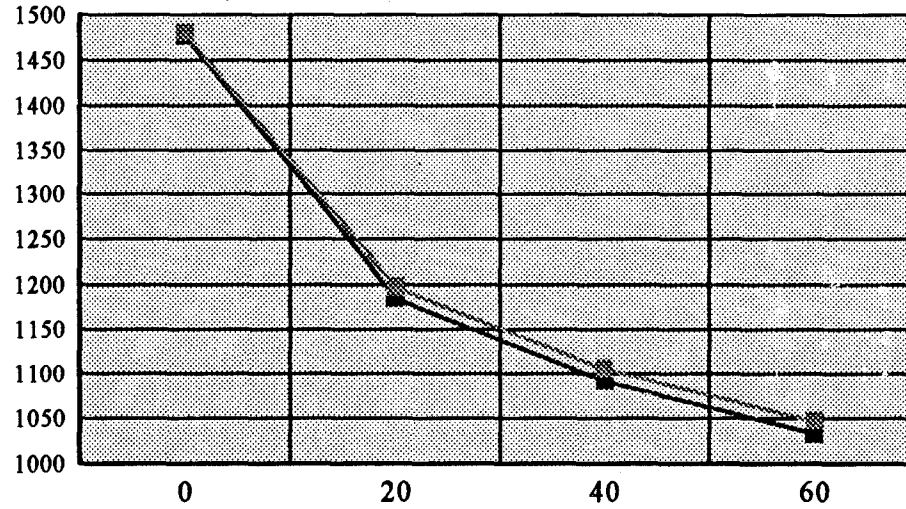
Variation de la f.e.m délivrée par le circuit en fonction du débit volumique à température et à pression constantes

f
o
r
c
e

é
l
e
c
t
r
o
m
o
t
r
i
c
e

f.e.m (μV)

T = 21°C, P = 1018 hPa, I = 30.9 mA



Gaz : Azote

Chapitre 3

APPLICATION A LA REALISATION D'UN NOUVEAU DEBITMETRE MASSIQUE

Introduction

Ce troisième chapitre fait le point de quelques applications d'un nouveau système de détection utilisant des circuits imprimés à électrodes plaquées, chauffés pour la mesure des caractéristiques statique et dynamique d'un écoulement fluide environnant. Le capteur est constitué d'un ruban métallique (bismuth) recouvert périodiquement de dépôts d'un autre métal (antimoine) plus conducteur. La fem délivrée par le circuit bimétallique, de l'ordre de plusieurs millivolts, fonction de la température d'équilibre du couple thermoélectrique, dépend en grande partie de la conductivité thermique apparente du fluide dans lequel baigne le capteur et présente.

L'application à la mesure de la vitesse de l'écoulement, à faible et grand nombre de Reynolds, par le capteur thermique à effet peltier, est notamment proposée. Le capteur possède une faible inertie et l'avantage de délivrer des f.e.m indépendantes de la température du fluide environnant.

3.1 PORTRAIT DU DEBITMETRE MASSIQUE EN FORME DE CIRCUIT IMPRIME

Pour réaliser le circuit thermoélectrique, on utilise un matériau faiblement conducteur en forme de ruban métallique recouvert d'une série de conducteurs de forte conductivité électrique de façon à réaliser de nombreuses jonctions. Pour la mesure des faibles débits, il est nécessaire de favoriser au maximum le contact thermique entre l'élément sensible et le fluide en mouvement. Pour cela, la technologie dite des couches minces, permet d'obtenir des résultats très performants en comparaison avec les technologies classiques. En effet, cette technique de réalisation de circuits permet l'obtention de capteurs minces, de petites dimensions, très sensibles, de grande surface de mesure et d'excellente uniformité. Tout cela contribue à l'optimisation des échanges thermiques entre l'élément sensible et le fluide qui l'entoure.

Le circuit thermoélectrique standard est mis en place sur un support isolant de faible conductivité thermique (kapton), d'épaisseur égale à 12.5 μm (figure 30).

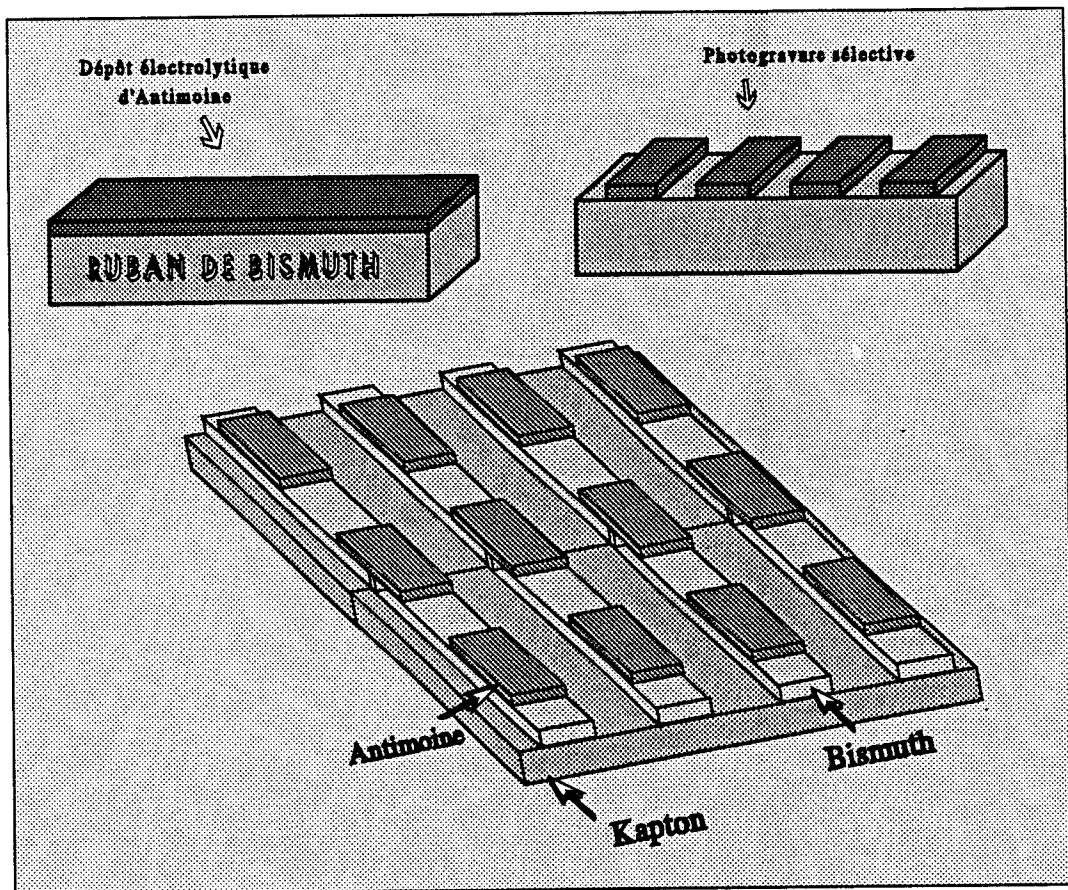


figure 30 Procédé industriel de fabrication des circuits thermoélectriques

Les premiers essais ont été réalisés à l'aide d'un circuit thermoélectrique formé par une série de jonctions du couple de métaux cuivre , constantan dont les principaux résultats ont été donnés au chapitre 2. Compte tenu de l'excellent accord entre résultats de simulation et expérimentaux obtenus, il nous a semblé utile de réaliser d'autres essais avec des circuits composés de matériaux plus performants.

Les seconds essais, que nous allons traiter et analyser dans ce chapitre, ont été effectués à l'aide d'un circuit thermoélectrique dont les cellules élémentaires sont disposées en série sur un support polyamide isolant (feuille de kapton).

Ces thermocouples ont été réalisés à l'aide du couple de matériaux bismuth et antimoine. Dans ce cas, le bismuth qui a la conductivité électrique la plus faible est présenté sous forme de couche très mince, d'épaisseur $0,6\mu\text{m}$. L'antimoine, de conductivité électrique beaucoup plus élevée, est déposé en couche mince d'épaisseur $1,2\mu\text{m}$ sur le bismuth, formant ainsi un ensemble d'électrodes sur toute la longueur du circuit. La distance entre deux électrodes

Chap.3

successives est égale à $1,6\mu\text{m}$. L'antimoine impose donc ses propriétés au niveau de chaque jonction thermoélectrique du circuit. Le capteur a une largeur globale de $1.6\ \mu\text{m}$.

L'ensemble du dispositif de mesure ainsi réalisé est protégé contre toute attaque chimique par une couche de passivation isolante très stable, d'épaisseur voisine de $1\ \mu\text{m}$ et de bonne résistance. Le circuit thermoélectrique ainsi défini est ensuite inséré dans une conduite et placé sur la partie inférieure de la canalisation. Cela permet de favoriser au maximum l'échange thermique entre l'élément sensible et le fluide en mouvement de part et d'autre du capteur. Le débit du fluide, en écoulement dans la canalisation, dépend évidemment des caractéristiques géométriques de l'enveloppe coaxiale. Ainsi, comme le montre l'expérience, la vitesse de circulation du fluide, pour un débit massique donné, est d'autant plus élevée que l'épaisseur et la largeur de la canalisation ont des valeurs plus faibles.

Pour simplifier l'ensemble du capteur, la canalisation a été coupée en deux parties symétriques par rapport à un plan contenant l'axe de la canalisation, le circuit vient donc s'insérer entre les deux pièces mécaniques jouant le rôle d'étanchéité entre les deux parties mécaniques rendues solidaires par un dispositif de serrage.

3.2 DESCRIPTION DE L'ELEMENT SENSIBLE

Le circuit thermoélectrique, sur son support isolé (feuille de kapton), est disposé sous forme d'une succession de tronçons de deux matériaux bismuth et antimoine, suivant l'axe de la canalisation. La différence de température, existant entre le fluide et le corps de la canalisation, provoque un échange de chaleur entre les deux éléments. Dans ce cas, la température qui varie suivant l'axe du capteur tend vers un équilibre thermique traduit par l'égalité entre la température du fluide et celle de l'enceinte où baigne le circuit thermoélectrique.

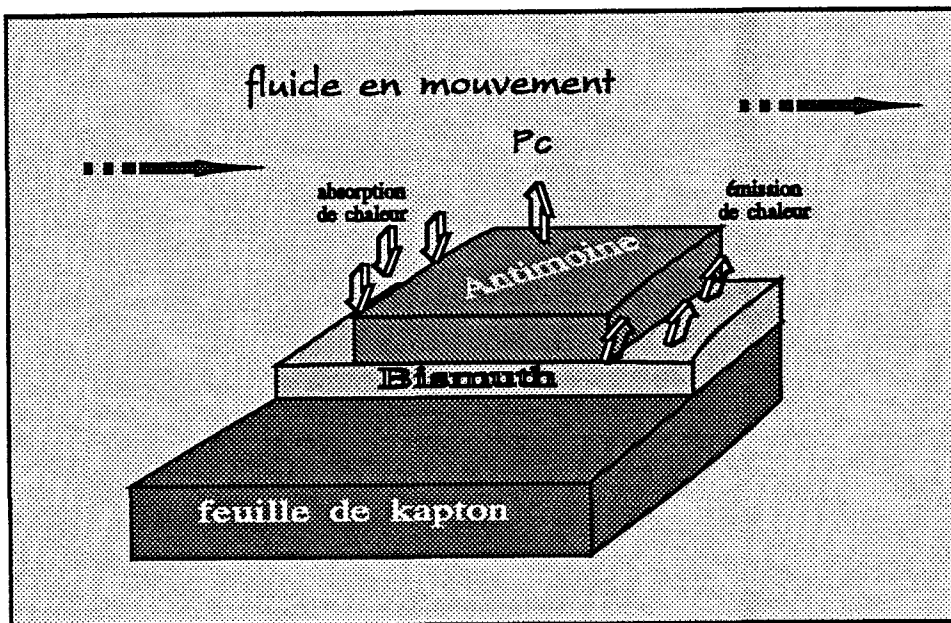


figure 32 Cellule élémentaire du capteur

3.3 SOURCES REVERSIBLES D'ENERGIE ENTRETENUES PAR EFFET PELTIER ENTRE DEUX POINTS DE JONCTION THERMOELECTRIQUE

Lorsqu'un courant électrique circule dans le circuit, les lignes de courant sont déviées et canalisées par les électrodes d'antimoine à cause de l'écart très important entre la conductivité électrique de l'antimoine et celle du bismuth.

Chap.3

La quantité de courant électrique dévié par les électrodes plaquées varie en fonction du rapport des conductances linéiques $(\sigma_i \cdot e_i)_{i=1,2}$ relatives aux deux couches superposées.

Les deux conducteurs étant disposés en parallèle, rappelons que la valeur du courant I_2 qui traverse les électrodes est donnée par la relation:

$$(118) \quad I_2 = \frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} I$$

Le passage du courant électrique entretient par effet peltier, au niveau des jonctions thermoélectriques, des sources réversibles d'énergie thermique alternativement positive et négative. Cette puissance, induite par effet peltier, est proportionnelle au courant I_2 dévié par les électrodes plaquées. Sa valeur est donnée par la relation:

$$(119) \quad P_{\text{pelt}} = \frac{(\alpha_2 - \alpha_1) \sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \cdot T I$$

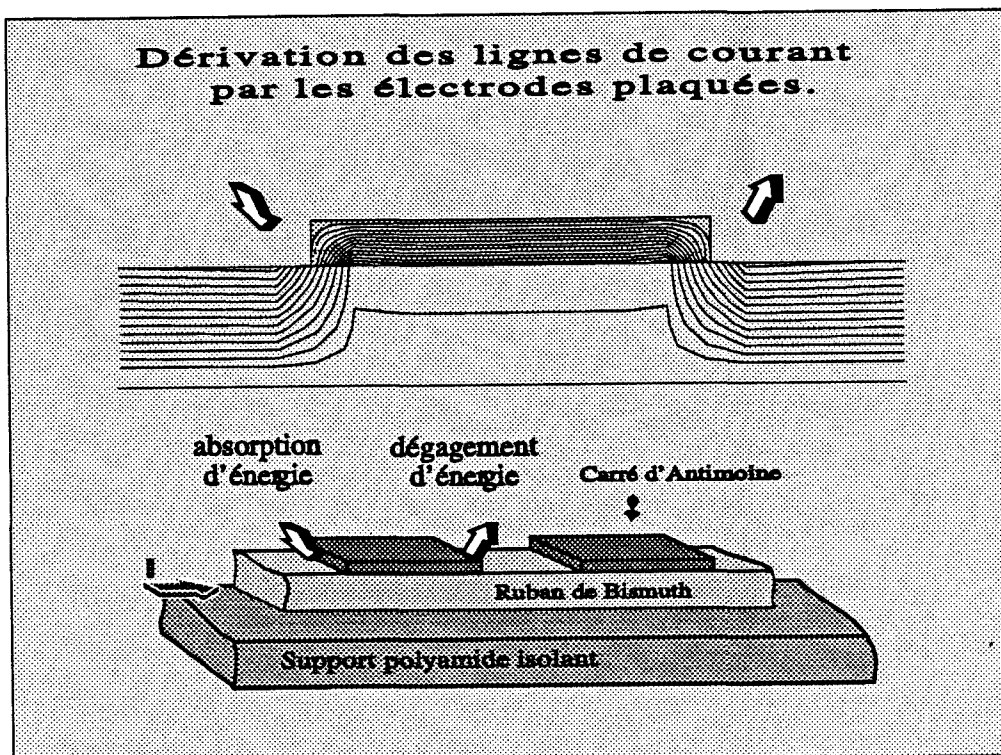


figure 33

SOURCES ENERGETIQUES ENTRETENUES PAR "EFFET PELTIER"

Chap.3

Le bilan énergétique total des échanges est identiquement nul compte tenu des signes opposés des quantités de chaleurs produites par effet peltier au niveau de deux jonctions thermoélectriques consécutives de chaque thermoélément.

Ces puissances, notées $+P$ et $-P$ et générées par effet peltier au niveau de chaque contact entre les deux métaux, donnent naissance à des flux de chaleurs Φ_{chaud} et Φ_{froid} , circulant de la jonction chaude vers la jonction froide, à travers les matériaux dissipés dans le fluide environnant. Ces échanges, par effet peltier, génèrent des fluctuations spatiales autour de la température du circuit qui garde une valeur moyenne constante. Ces fluctuations du champ de température peuvent être caractérisées par l'amplitude de la différence de température entre deux jonctions consécutives du circuit thermoélectrique.

L'effet Joule provoque un échauffement du circuit et la puissance dissipée dans l'élément sensible reste très faible (inférieure à $10^{-1}W$). La variation de la température moyenne en fonction de la vitesse de l'écoulement n'intervient pas dans les mesures, compte tenu de la symétrie du dispositif de mesure.

En pratique, la f.e.m. détectée entre les extrémités du circuit thermoélectrique est fonction de la différence de température ΔT entre deux jonctions thermoélectriques consécutives d'un thermocouple de surface. La détermination de cette différence de température nécessite une modélisation des échanges entre deux ponts de jonctions consécutives.

D'après ce qui précède, l'énergie produite par effet Peltier est égale à la somme des flux thermiques Φ_c et Φ_f :

$$(120) \quad P_{pelt} = \Phi_{chaud} + \Phi_{froid}$$

or La différence de température entre deux jonctions consécutives est proportionnelle au flux de chaleur Φ_c suivant la relation :

$$(121) \quad \Delta T = R_{cir} \Phi_c$$

où R_{cir} représente la résistance du circuit thermoélectrique.

Chap.3

(A titre d'exemple, cette résistance vaut 70 ohms environ, dans le cas du capteur expérimental décrit dans les paragraphes précédents de longueur égale à 40 mm)

La conductivité apparente du milieu fluide environnant intervient également, comme on l'a vu précédemment, dans la mesure de l'écart de température détecté par effet Seebeck aux bornes de chaque cellule thermoélectrique du capteur. En effet le flux dissipé dans le milieu fluide est directement lié à cette différence de température par la relation :

$$(122) \quad \Delta T = R_{ctr} [P_{pelt} - \Phi_f]$$

Pour un fluide au repos, la conductivité thermique apparente est proportionnelle à la conductivité thermique du fluide. Lorsqu'il y a écoulement de part et d'autre du capteur, la conductivité thermique apparente du fluide est fonction de son débit massique entre deux points de jonctions thermoélectriques.

Ce même débit massique intervient également dans la mesure de la fem thermoélectrique entretenue par effet Peltier. Et la différence de température, mesurable par effet Seebeck, est alors représentative du débit massique du fluide, compte tenu de ce qui précède.

La différence de température générée entre deux points de jonctions consécutives est maximale dans le cas d'un écoulement stable. Le flux de chaleur dissipé dans le milieu fluide possède, dans ces conditions, une valeur minimale.

Désignons par Φ_0 le flux de chaleur minimal échangé entre les jonctions thermoélectriques froides et le fluide. ΔT_0 étant la valeur de référence correspondant à la différence de température maximale mesurée entre deux jonctions thermoélectriques consécutives lorsque le fluide est au repos. On obtient la relation suivante :

$$(123) \quad \Delta T_0 = R_{ctr} (P - \Phi_{f_0}) = R_{ctr} \Phi_{c_0}$$

Lorsque le fluide est en écoulement de part et d'autre du circuit thermoélectrique, la conductivité thermique apparente du fluide augmente ainsi que le flux Φ_f échangé avec le milieu fluide. Il en résulte une diminution de la différence de température, mesurable entre

Chap.3

jonctions thermoélectriques, et dont l'expression est donnée par la relation:

$$(124) \quad \Delta T = R_{cr} [P_{pelt} - \Phi_d] = R_{cr} \Phi_c$$

L'augmentation de la conductivité thermique apparente du fluide est due à l'élévation de la quantité de chaleur dissipée dans le milieu fluide. Cette quantité de chaleur échangée avec le fluide en mouvement autour du capteur est donc représentée par:

$$(125) \quad \Delta T_0 - \Delta T = R_{cr} [\phi_f - \phi_{f_0}]$$

Cette différence intervient dans la mesure du débit massique Q_m du fluide. On peut également, pour définir cette différence de température détectable entre deux points de jonctions thermoélectriques, utiliser la résistance thermique correspondante à l'aide de la relation:

$$(126) \quad \Delta T = R_{th} \cdot P$$

D'où la variation de température représentée par l'équation précédente prend la forme suivante :

$$(127) \quad \delta T = [R_{th_0} - R_{th}] P_{pelt}$$

Ainsi, sont représentées les variations de résistance thermique entre jonctions thermoélectriques dans un capteur thermique à effet Peltier mis en place dans un milieu liquide ou gazeux.

3.4 RELATION ENTRE RESISTANCES, DE TRANSDUCTION ET THERMIQUE, RELATIVES AU CIRCUIT THERMOELECTRIQUE

Dans chaque cellule du circuit thermoélectrique, la f.e.m mesurable par effet seebeck entre deux points de jonctions thermoélectriques est proportionnelle à l'écart de température ΔT détecté entre deux jonctions consécutives d'un thermoélément du circuit bimétallique. L'expression de la f.e.m thermoélectrique est donnée par la relation :

$$(128) \quad \Delta V_{th} = \frac{(\alpha_2 - \alpha_1) \sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \Delta T$$

Dans cette expression, le coefficient de proportionnalité:

$$(129) \quad \alpha_{eq} - \alpha_1 = (\alpha_2 - \alpha_1) \left(\frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \right)$$

avec α_{eq} : *Pouvoir thermoélectrique équivalent du thermocouple*

En tenant compte des expressions précédentes de ΔT et de la puissance P générée par effet peltier, la fem induite par effet seebeck dans chaque cellule du circuit, s'écrit:

$$(130) \quad \Delta V_{th} = (\alpha_2 - \alpha_1)^2 \left(\frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \right)^2 R_{th} TI$$

Cette relation montre que la f.e.m, produite par effet seebeck relativement aux différences de température générées par effet peltier au niveau des jonctions de chaque thermoélément du circuit, est proportionnelle au courant inducteur.

Désignons par ξ le coefficient de sensibilité dont la valeur est donnée par le rapport:

$$(131) \quad \xi = \frac{\Delta V_{th}}{I} = \left[\frac{(\alpha_2 - \alpha_1) \sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \right]^2 TR_{th}$$

Ce rapport entre une tension et un courant électrique étant homogène à une résistance électrique; il s'agit de la résistance de transduction R_{tr} du circuit thermoélectrique. On remarque que cette grandeur est directement proportionnelle à la résistance thermique R_{th} entre jonctions thermoélectriques :

Chap.3

$$(132) \quad R_{tr} = (\alpha_2 - \alpha_1)^2 \left(\frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \right)^2 TR_{th} = \kappa R_{th}$$

La sensibilité dépend de la résistance thermique R_{th} entre jonctions thermoélectriques. Compte tenu de ces conditions, le circuit électrique équivalent au capteur thermique à effet peltier comporte la résistance électrique habituelle R_e du circuit montée en série avec la résistance de transduction R_{tr} .

Le coefficient de proportionnalité κ entre ces deux résistances est égal à l'expression:

$$(133) \quad \kappa = \left(\frac{R_{tr}}{R_{th}} \right) = (\alpha_2 - \alpha_1)^2 \left(\frac{\sigma_2 e_2}{(\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2)} \right)^2 T = (\alpha_2 - \alpha_1)^2 T$$

Ce paramètre est proportionnel à la température absolue T et au carré du pouvoir thermoélectrique, du couple de métaux, qui varie en fonction de la température. Il dépend aussi des caractéristiques électriques du circuit qui sont également fonction de la température qui, compte tenu de son influence, peut affecter la réponse du capteur.

Un schéma simplifié valable seulement en régime permanent permet de représenter le capteur dans ces conditions. Il s'agit d'une résistance électrique R_{el} , celle du circuit, montée en série avec la résistance de transduction R_{tr} .

La résistance thermique R_{th} est liée à R_{tr} par la relation:

$$(134) \quad R_{tr} = \kappa R_{th}$$

avec

$$(135) \quad \kappa = (\alpha_2 - \alpha_1)^2 \left(\frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \right)^2 T$$

Cela montre que R_{tr} varie en fonction de la température puisque le coefficient κ en dépend. En effet, κ est fonction de la température absolue T , il dépend du pouvoir thermoélectrique et des caractéristiques électriques du capteur; ces derniers sont eux-mêmes fonctions de la température.

Chap.3

L'énergie électrique délivrée par le générateur est dissipée par effet joule dans la résistance électrique et par conduction thermique dans la résistance de transduction R_{tr} .

Quand on coupe le courant, la chute ohmique aux bornes de la résistance électrique s'annule instantanément alors qu'aux bornes de la résistance de transduction R_{tr} , la chute ohmique s'annule avec une constante de temps.

Effectivement, les phénomènes thermique et électrique sont caractérisés par des constantes de temps très différentes, dépendant des capacités thermiques du circuit et de son environnement.

Immédiatement avant la coupure de courant, à l'instant initial du régime transitoire, la tension électrique aux bornes de la résistance de transduction est égale à :

$$(136) \quad V_{th} = (\alpha_2 - \alpha_1)^2 \left(\frac{\sigma_2 e_2}{\sigma_1 e_1 + \sigma_2 e_2} \right)^2 TR_{th} I = \kappa R_{th} I$$

Dans ces conditions, V_{th} est indépendante de R_{el} . Cela élimine donc les problèmes de mesure liés aux variations parasites de la chute ohmique.

3.5 PRINCIPE DE LA METHODE DE MESURE DES VITESSES D'ÉCOULEMENT DU FLUIDE PAR EFFET PELTIER

Lorsque le capteur est placé dans un écoulement stable, la f.e.m détectée ne dépend que de la conductivité thermique du fluide. Cette f.e.m ,prise comme valeur de référence,est induite par effet Peltier. Par contre, lorsque le fluide présente une vitesse moyenne non nulle les échanges à travers la surface latérale du circuit sont favorisés. Plus la vitesse de déplacement du fluide est élevée, plus les quantités de chaleur fournies ou extraites par le fluide aux sources entretenues par effet Peltier sont importantes.

L'échange d'énergie entre le circuit et le milieu fluide en mouvement peut être décrit à l'aide de la formulation classique donnant le coefficient d'échange. En première approximation, le circuit thermoélectrique est considéré monodimensionnel, Comme le rapport existant entre la longueur et la largeur du circuit est très important, l'échange local de chaleur entre le fluide en mouvement et un point du circuit d'abscisse x pourra être représenté par un coefficient d'échange local $h(x)$.¹¹

Pour établir une relation entre le coefficient d'échange thermique $h(x)$ et le facteur de

Chap.3

géométrie ($K = H/\lambda$), il faut introduire un coefficient d'échange moyen h_{moy} , résultant de l'intégration de $h(x)$ le long du circuit de longueur L :

$$(137) \quad h_m = \frac{1}{L} \int_0^L h(x) dx$$

H étant la conductance linéique d'échange définie au chapitre 1 pour un fluide immobile.

La relation entre h et H devient :

$$(138) \quad H = 2l_g h_m$$

avec l_g : largeur du circuit (mm)

Introduisons la relation existante entre le coefficient h_m et le nombre de Nusselt moyen Nu_m qui caractérise l'échange convectif autour du circuit :

$$(139) \quad h_m = \frac{\lambda Nu_m}{d}$$

où d est la largeur du film.

La relation donnant le coefficient de forme H/λ en fonction du nombre de Nusselt Nu_m devient :

$$(140) \quad \frac{H}{\lambda} = \frac{2l_g Nu_m}{D}$$

Afin de déterminer la relation entre le coefficient H/λ et la vitesse d'écoulement du fluide, on est amené à utiliser la corrélation de KRAMER fréquemment utilisée pour caractériser les anémomètres à fils ou à films chauds.

$$(141) \quad Nu_m = 0.42 Pr^{0.22} + 0.57 Pr^{0.33} \sqrt{Re}$$

où - Re est le nombre de Reynolds:

Chap.3

$$(142) \quad R_s = \frac{u l_g}{\nu}$$

ν : viscosité cinématique

$$(143) \quad \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

μ : viscosité dynamique

ρ : masse volumique

Le nombre de Prandtl (Pr), dépendant uniquement de la nature du fluide, est représentatif du pouvoir d'absorption et de diffusion de la chaleur par le fluide.

$$(144) \quad P_r = \frac{\mu c_p}{\lambda}$$

avec c_p : chaleur massique à pression constante

λ : conductivité thermique du fluide

$$\text{En posant } \delta = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (145)$$

δ : diffusivité thermique

le nombre de Nusselt devient:

$$N_u = 0.42 Pr^{0.22} + 0.57 Pr^{0.33} \sqrt{\frac{l_g u}{\nu}} \quad (146)$$

Quelque soit le régime d'écoulement, le nombre de Nusselt augmente avec la vitesse relative du fluide par conséquent les écarts de températures entretenus par effet Peltier entre les extrémités des électrodes plaquées diminuent selon l'accroissement du facteur de forme $K = (H/\lambda)$.

Chap.3

Une grandeur mesurable $V_0 - V_d$, représentant la différence entre la tension de référence détectée dans un fluide au repos et V_d mesurée dans le cas d'un fluide en mouvement peut donc être utilisée pour caractériser le comportement du capteur dans le cas d'une variation du débit du fluide en écoulement laminaire dans la canalisation.

3.5 RESULTATS DE SIMULATIONS, COMPARAISON AVEC L'EXPERIENCE

D'après les résultats de simulation précédents, les gradients thermiques induits par le passage d'un courant électrique dans le capteur sont influencés par la température et la conductivité thermique du fluide environnant. Il apparaît également que la sensibilité du circuit thermoélectrique aux variations de débit du fluide n'est pas constante.

3.6 RESULTATS DE SIMULATIONS ET COMPARAISON AVEC L'EXPERIENCE

3.6.1 Cas de débits nuls

Une série de simulations a été effectuée en fixant la nature du fluide environnant, les conditions de flux thermiques, de température et de pression.

Les calculs ont été effectués à température ambiante (20°C), et à pression atmosphérique (1010 hPa).

Lorsque le débit est nul, la f.e.m délivrée par le circuit varie sensiblement en fonction de la nature du fluide environnant. Cette f.e.m thermoélectrique dépend uniquement de la conductivité thermique du fluide.

Pour une cellule thermoélectrique où circule un courant électrique d'intensité $I=30$ mA, la fem détectée par le capteur est voisine de 80 μ V dans le cas de l'air, soit 4960 μ V pour un capteur de 62 cellules. La différence de température localisée entre les deux jonctions thermoélectriques est de l'ordre du degré celsius ($\Delta T = 1^\circ\text{C}$). Elle varie en fonction de la conductivité thermique du fluide environnant. La valeur expérimentale de la f.e.m délivrée par le même circuit est égale à 5200 μ V. L'écart relatif entre la simulation et l'expérience est inférieur à 4.6 %.

Lors de tout changement de fluide de vitesse nulle autour du capteur, la valeur de la f.e.m thermoélectrique est effectivement modifiée. Cela représente donc un moyen de reconnaissance de l'identité du fluide autour du capteur à partir de sa conductivité thermique.

3.6.2 MESURE DES DEBITS MASSIQUES

Différents fluides de nature différente ont été utilisés, lors d'essais numériques et expérimentaux, pour mettre en évidence l'influence des caractéristiques physiques de ces liquides et gaz sur la f.e.m thermoélectrique détectée en fonction du débit volumique, mesuré à pression et à température constantes, dans la canalisation.

Dans le cas de l'azote, et pour un débit qui passe de 0 à 3 cm³/s, la f.e.m délivrée par le capteur subit une diminution de 1563 µV. (diminution de 29 % par rapport à la valeur de référence).

On note donc que, pour de petites variations de débit, la f.e.m thermoélectrique varie d'une manière considérable. De plus elle change de signe quand le sens de la vitesse d'écoulement s'inverse. Un tel dispositif peut donc être appliqué à la mesure des faibles débits compte tenu de leur sens.

La détermination du débit d'un fluide est donc possible par utilisation de la courbe d'étalonnage correspondante, supposée connue, lorsqu'on connaît la fem délivrée par le circuit thermoélectrique. Par suite, l'étalonnage du capteur constitue donc un moyen d'identification des écoulements autour du circuit et permet de connaître la nature du fluide en mouvement.

3.7 OPTIMISATION DE LA SENSIBILITE

La résistance thermique entre jonctions thermoélectriques intervient, comme on l'a vu, dans le calcul de la sensibilité du capteur. Dans le modèle numérique choisi, la thermopile est disposée sur un support en kapton qui agit fortement sur le circuit thermoélectrique en limitant considérablement sa sensibilité. Pour minimiser cette influence, il suffit de diminuer au maximum l'épaisseur du support de la thermopile. On réduit ainsi l'influence négative du couplage thermoélectrique entre jonctions thermoélectriques agissant en parallèle sur l'élément fluide.

Pour une diminution de l'épaisseur du support isolant en Kapton de 12.5 µm à 1 µm accompagnée d'une dissipation de puissance constante égale à 100 mW, la f.e.m délivrée par le capteur dans l'air, à vitesse nulle, augmente de 4960 µV à 6060 µV.

Cette élévation de la valeur de la f.e.m est attribuée à l'augmentation de la résistance thermique entre jonctions thermoélectriques due en fait à la diminution de l'épaisseur du

Chap.3

kapton.

D'autres essais numériques ont été réalisés sur une cellule élémentaire appartenant au circuit thermoélectrique, précédemment décrit, recouverte par une feuille de Kapton.

Les résultats de calcul ont permis d'aboutir aux observations suivantes :

Pour une feuille en kapton d'épaisseur égale à $1 \mu\text{m}$, recouvrant le circuit thermoélectrique, la f.e.m mesurée dans le cas d'un débit nul (vitesse nulle de l'air) diminue de $4490 \mu\text{V}$ à $4450 \mu\text{V}$.

On donne quelques résultats concernant le débitmètre plaqué standard Bismuth-Antimoine sur un support en Kapton d'épaisseur $12,5 \mu\text{m}$. La largeur du capteur est égale $1,6 \text{ mm}$. La longueur de l'électrode mesure $1,6 \text{ mm}$ et celle entre électrodes est égale à $1,6 \text{ mm}$. Le courant électrique qui circule dans le capteur est constamment égal à 30mA .

L'azote est supposé immobile à l'intérieur de la canalisation.

Il y a plus de dépendance entre la f.e.m détectée et le débit massique du fluide. Cela se traduit par une forte baisse de la f.e.m détectée, d'environ $7,5 \%$, due à un débit massique de $1 \text{ cm}^3/\text{s}$.

Il paraît donc clair qu'un support d'épaisseur très mince permet d'augmenter la sensibilité de la thermopile.

A noter également que d'autres facteurs géométriques du circuit (longueur des électrodes, distance entre électrodes, largeur du capteur, ...) permettent d'obtenir, à condition d'adapter thermiquement l'élément sensible au milieu fluide, une meilleure sensibilité.

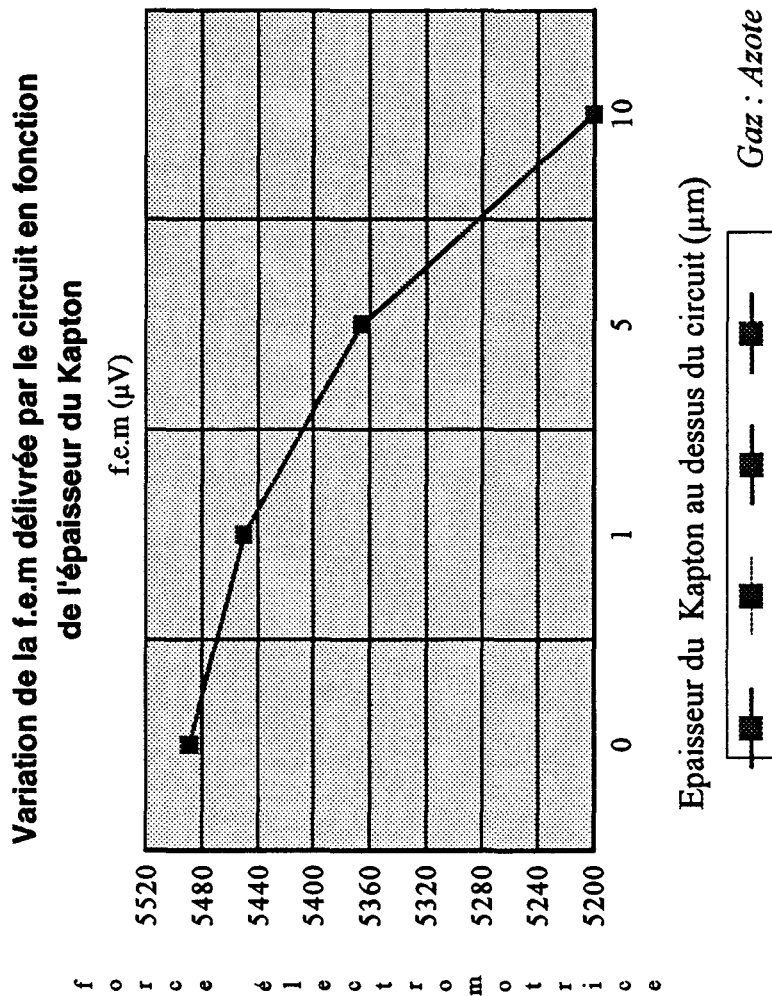
L'adaptation thermique du capteur consiste à respecter le principe suivant :

- Augmenter la conductivité apparente du milieu fluide revient à favoriser la canalisation des lignes de flux thermique entre jonctions thermoélectriques.

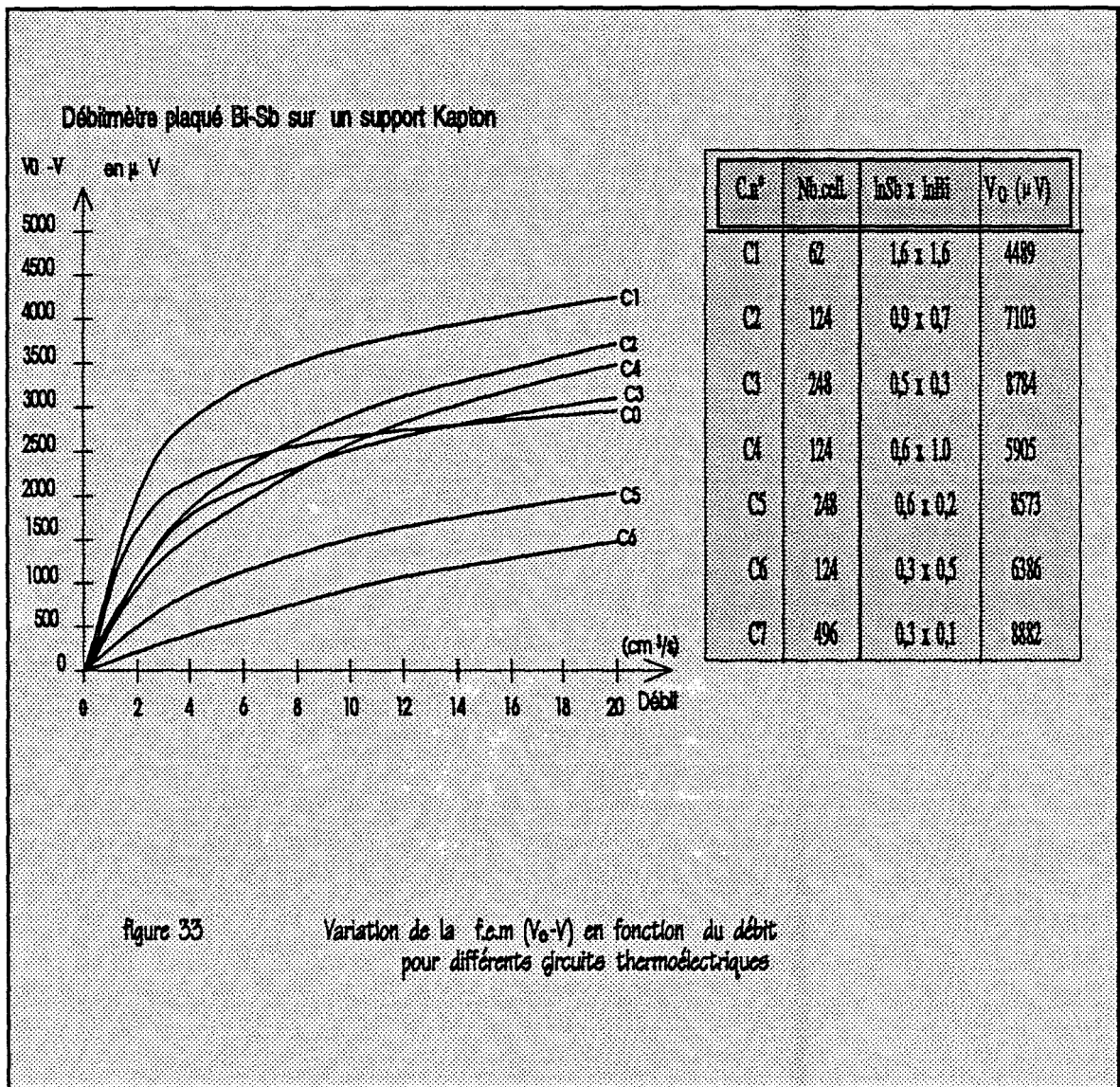
Il faudra donc, quand on remplace l'air par un fluide de conductivité thermique plus importante, l'hélium par exemple, diminuer la longueur de l'électrode plaquée afin de garder la même sensibilité.

En fait, les lignes de flux dans un milieu de forte conductivité sont peu épanouies, et pour remédier à la baisse de la différence de température entre jonctions thermoélectriques du circuit, due à cet effet, il faut multiplier le nombre de cellules. Cela permet aussi de

mesurer ,sur une grande plage de valeurs, le débit massique du fluide en écoulement le long du capteur. Ce même capteur qui est caractérisé par de multiples petites électrodes connectées en série. Mais quand il s'agit, dans le cas de fluides de faible débit, de déterminer sans faute leur débit massique, il est nécessaire d'allonger les électrodes du circuit.



Compte tenu de tout cela, la sensibilité du capteur thermique à effet peltier, a toutes les chances de prendre une valeur optimale adaptée a chacune des parties de la gamme de débit à mesurer.



Débitmètre plaqué (Bismuth-Antimoine)

larg.(mm)=1.6 ; i (mA)=30 ; épais. sup. et inf. du fluide (μ m) = 400

C1 :	40 cell. 2,4 x 2,4
C2 :	30 cell. 3,2 x 3,2
C3 :	62 cell. 1,6 x 1,6

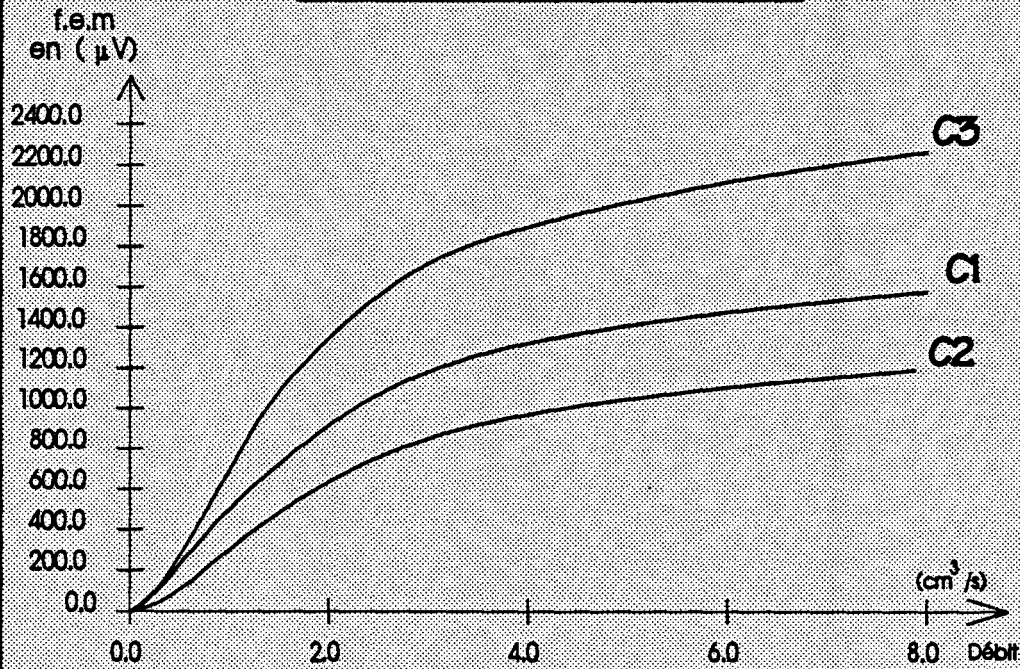


figure 34

Variation de la f.e.m. (V - V) délivrée par le circuit en fonction du débit pour différentes configurations

Chap.3

3.7 INFLUENCE DE LA TEMPERATURE

Quand il s'agit de faire des mesures liées au phénomène thermoélectrique Peltier, La dépendance en température est un fait immanent. En effet, la puissance générée par effet Peltier est directement proportionnelle à la température absolue ($P_{\text{peltier}} = \alpha TI$)

Cette influence importante de la température sur le dispositif de mesure provoque des dérives qui en tout cas doivent être contrôlées et par la suite éliminées. Toutefois, il peut arriver que cette dépendance en température soit très complexe, dans le cas par exemple de capteurs relativement sensibles au fluide qui l'effleure. En fait, il existe une faible dérive en température de la f.e.m détectée à débit massique constant liée à la propriétés thermoélectriques du capteur Cela provient probablement de l'interdépendance en température, entre jonctions thermoélectriques, de la résistance thermique R_{th} .

Cette dérive en température ne concerne que le capteur et n'est pas représentative de la quantité à mesurer

Dans le cas du circuit à petites cellules, la dérive en température de la f.e.m mesurée semble proportionnelle au courant électrique injecté et à la température absolue. Donc, on peut faire varier le courant qui traverse le circuit de façon à éliminer cette dérive en température et s'assurer que le débit massique calculé ne dépend plus de la température du capteur.

On constate que cet accroissement de la température du capteur entraîne une augmentation de la f.e.m de 4960 μV à 5550 μV dans un écoulement stable. En pourcentage, cela fait une élévation de 11,8 % de la f.e.m mesurée initialement.

En plus, cet accroissement de la température du capteur fait varier la résistance électrique du circuit en l'augmentant.

3.8 CONSTANTE DE TEMPS DU CAPTEUR

Le temps de réponse d'un capteur de débit massique prend une place spécifique quand il s'agit de caractériser le comportement en régime transitoire du circuit thermoélectrique.

On représente tout d'abord sur la figure 38 , l'allure de la réponse du couple bismuth-antimoine sur support en kapton, obtenue dans le cas d'une variation brusque de débit dans

Chap.3

la canalisation.

Dans ces essais les gaz choisis sont l'Air et l'Hélium, le courant de chauffage injecté dans le capteur est constamment égal à 30 mA.

Les courbes présentées figure 38 caractérisent le capteur en régime transitoire. les courbes obtenues dans le cas de l'air et de l'hélium montrent que le temps de réponse est d'autant plus faible que la conductivité du fluide est élevée (0.05 s dans l'hélium et 0.1 s dans l'air).

Du fait de la conductibilité thermique faible de l'air comparée à celle de l'hélium, le transfert convectif est plus faible à puissance calorifique constante dans le cas de l'air que dans le cas de l'hélium. L'échange convectif entre le capteur et le milieu environnant, est plus efficace dans le cas de l'Hélium que dans le cas de l'air.

Débitmètre plaqué.

124 Cell. Larg. = 1.6 mm cour. I = 30 mA

LnSb. = 0.9 mm LnBl. = 0.7 mm

Epaisseur f.e.m électromotrice
(mm) (μV)

n°:C	Sb	Bl	V ₀
C0	1.2	0.7	50605
C1	1.0	0.7	60372
C2	0.8	0.7	71702
C3	1.2	0.5	43946
C4	1.2	0.3	32464

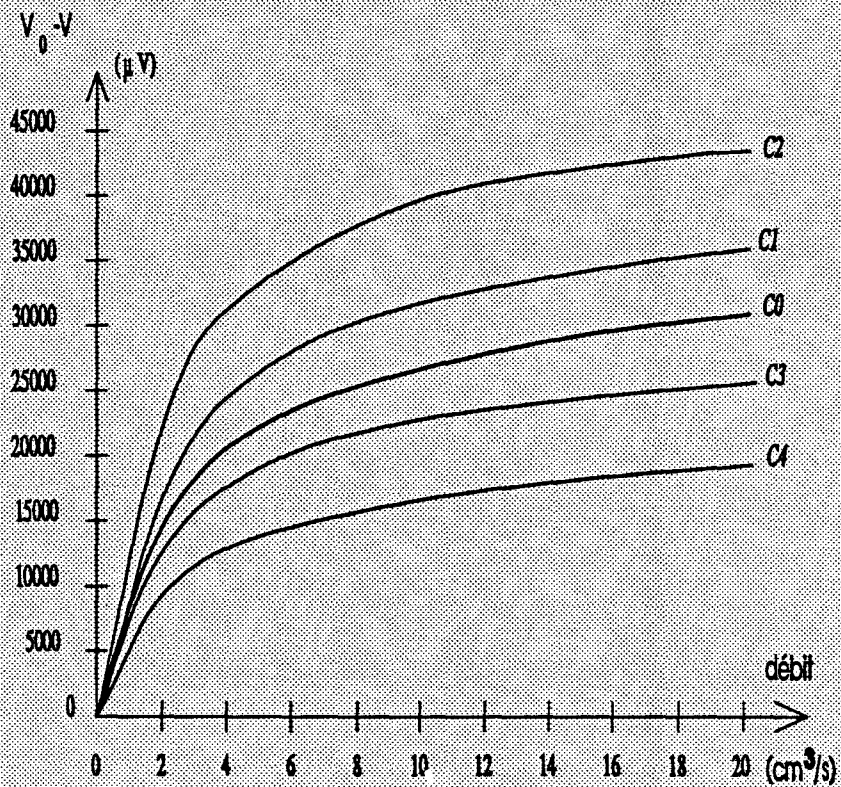


figure 35 Variation de la f.e.m ($V_0 - V$), en fonction du débit massique et de l'épaisseur des matériaux

courbe n°	LaSi(mm)	LaSe(mm)	larg.(mm)	i (mA)	nb.de cell.
C1	1.6	1.6	1.6	30	6
C2	0.8	0.8	0.8	15	124
C3	0.4	1.2	0.8	15	124
C4	1.0	0.8	0.8	15	124

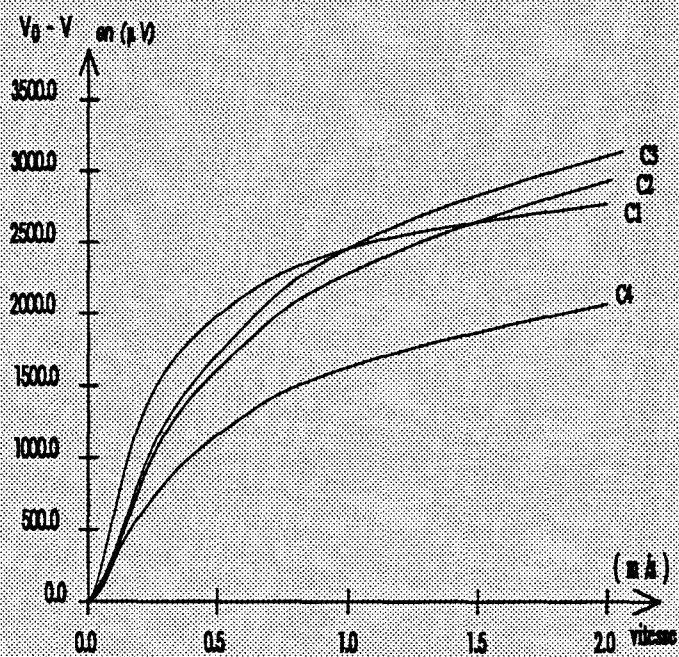


Figure 36 Evolution de la film ($V_0 - V$) en fonction de la vitesse du fluide (Azote) pour différents circuits plaqués

Long. de l'électrode (InSb) = 0.9 mm $I = 30$ mA
 épais. sup et inf du fluide = 400 μ m

Courbe n°	LaBi (mm)	f.e.m. V_0 (μ V)
C1	0.7	7103
C2	0.5	7661
C3	0.3	7788
C4	0.2	7249

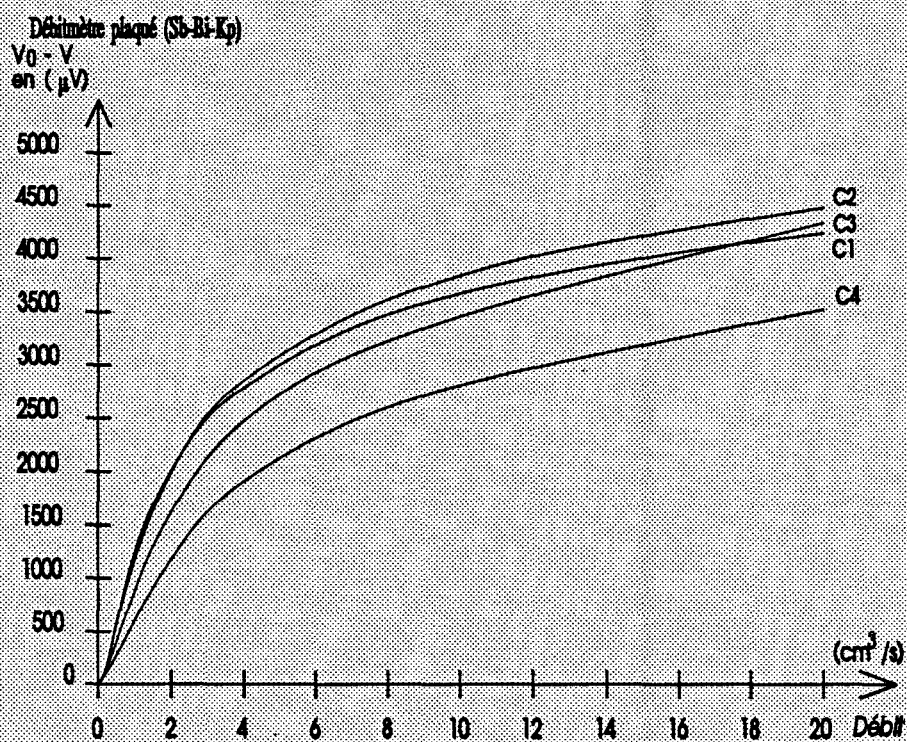
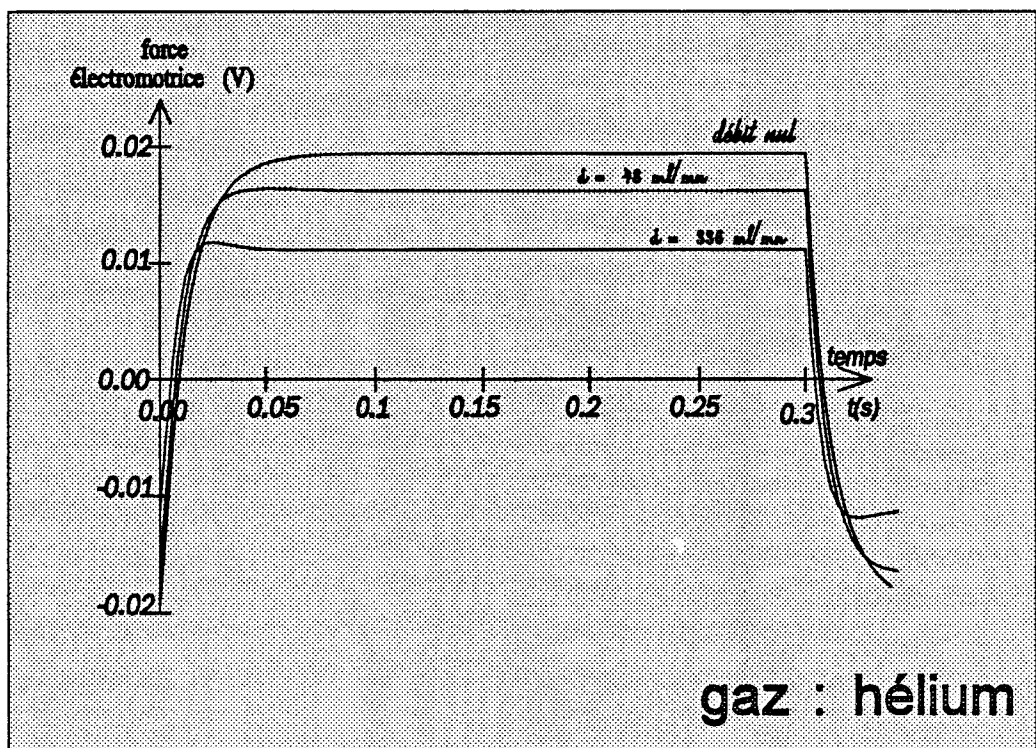
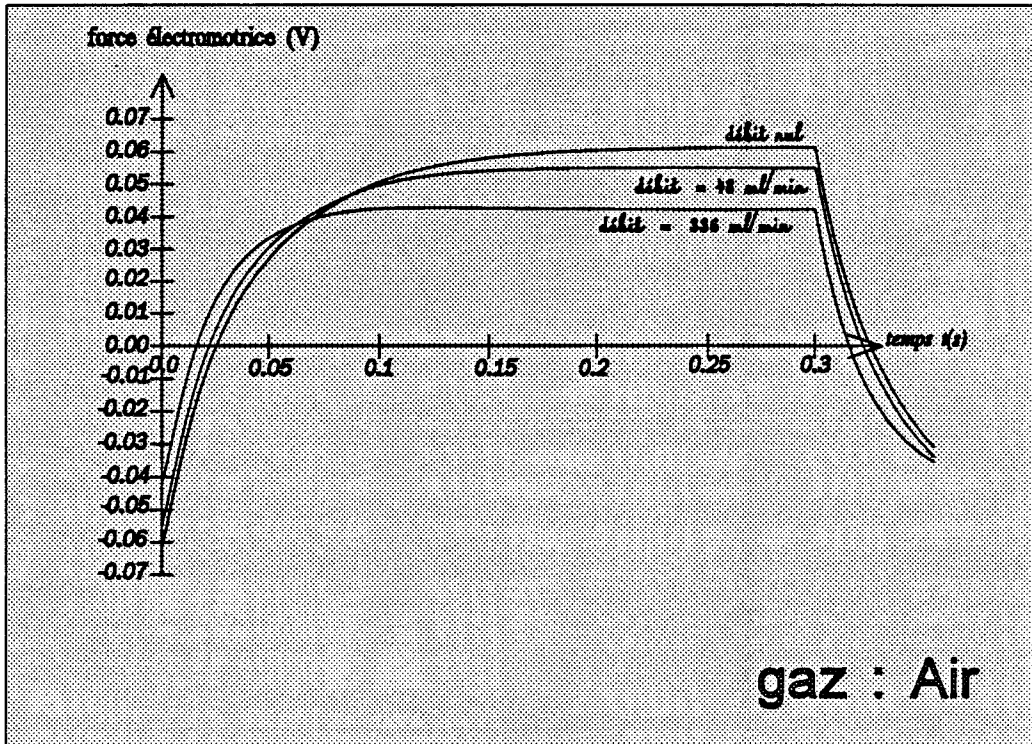


figure 37 Variation de la f.e.m. ($V_0 - V$), en fonction du débit à différentes longueurs du ruban Bismuth

figure 38

Evolution de la f.e.m thermoélectrique délivrée par le circuit plaqué en fonction du temps dans le cas de l'hélium et de l'air pour différents débits.

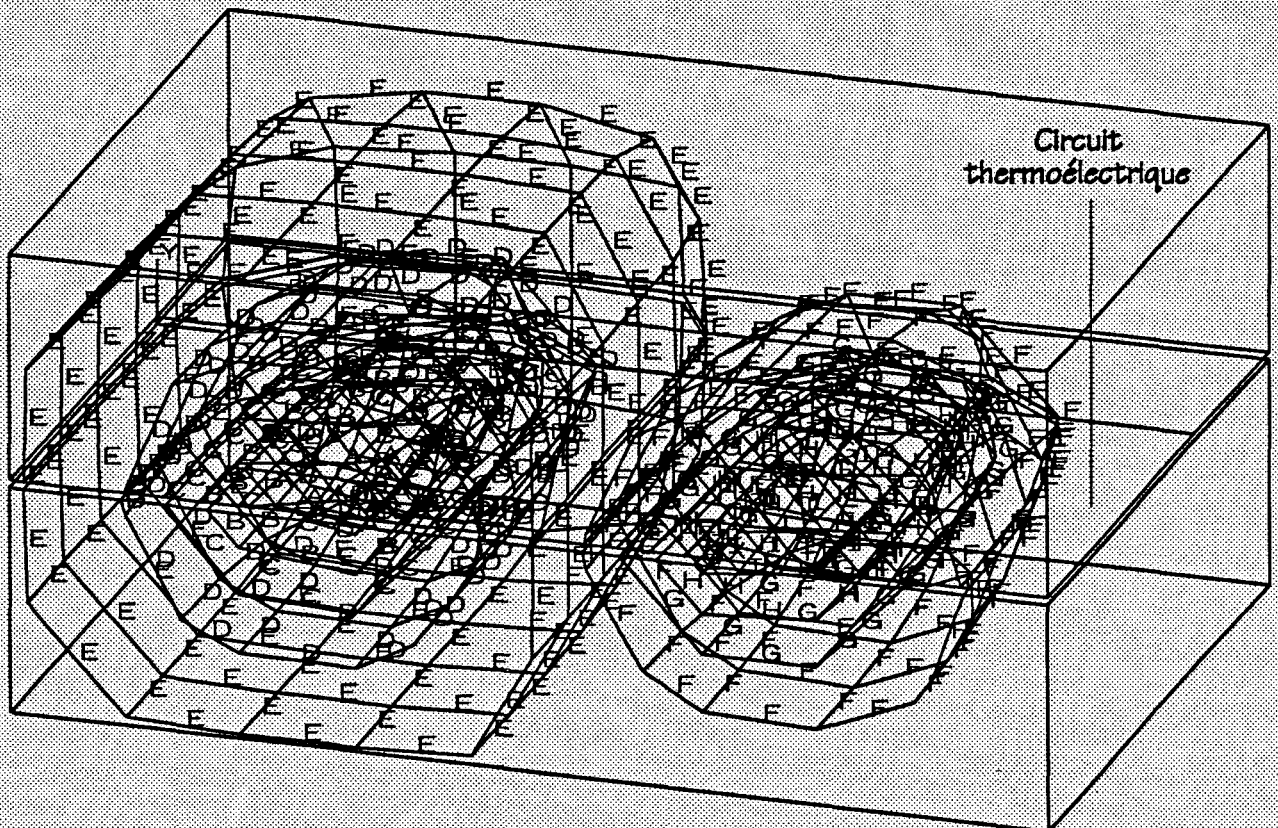


Débitmètre Bi-Sb plongé dans le dioxyde de carbone

```
ANSYS 4.4A
APR 10 1992
13:14:38
PLOT NO. 1
POST1 STRESS
STEP=1
ITER=50
TEMP
SMN --0.590215
SMX --0.576466

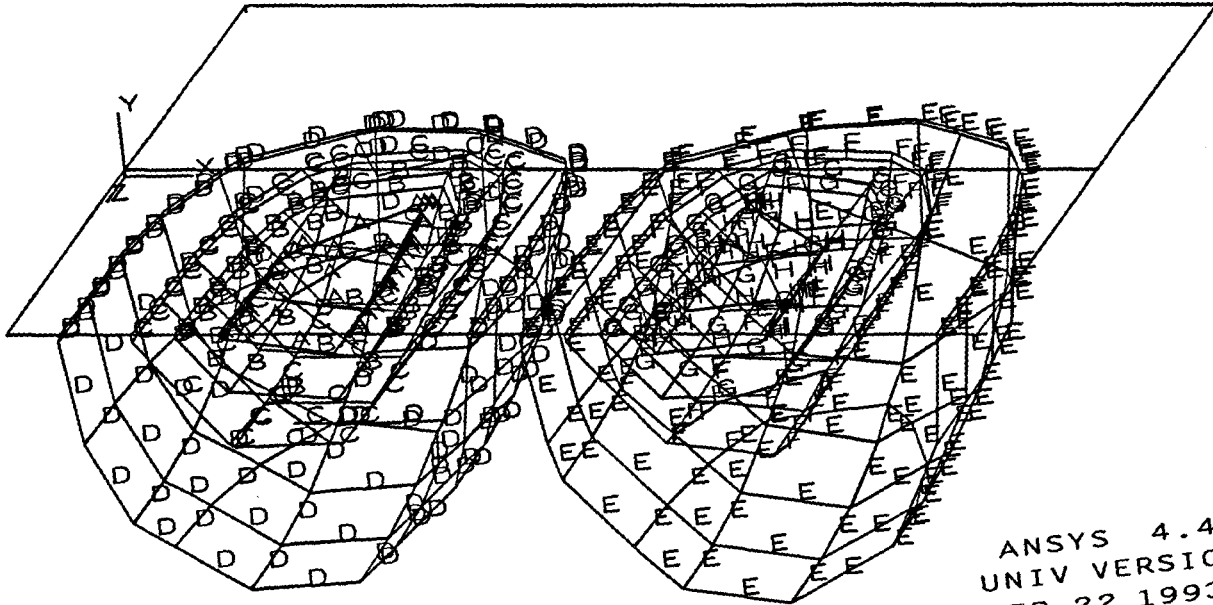
XV --0.400E-03
YV --0.500E-03
ZV --0.00125
DIST=0.001144
XF --0.900E-03
ZF --0.200E-03
EDGE
A --0.5254
B --0.395769
C --0.266137
D --0.136506
E --0.006875
F --0.122756
G --0.252388
H --0.382019
I --0.51165
```

CHAMP DE TEMP.3D

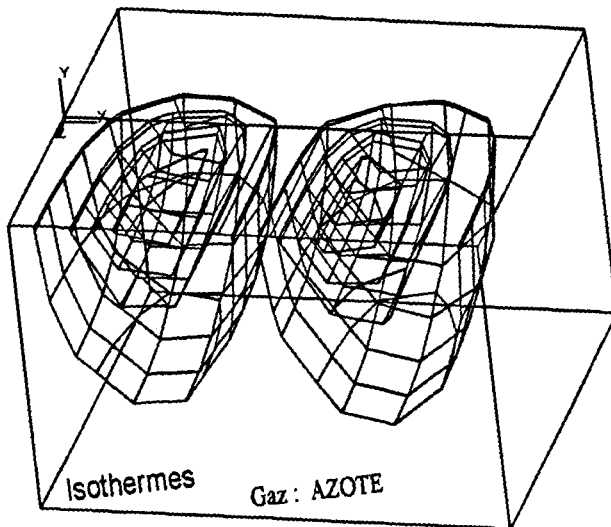


Chap.3

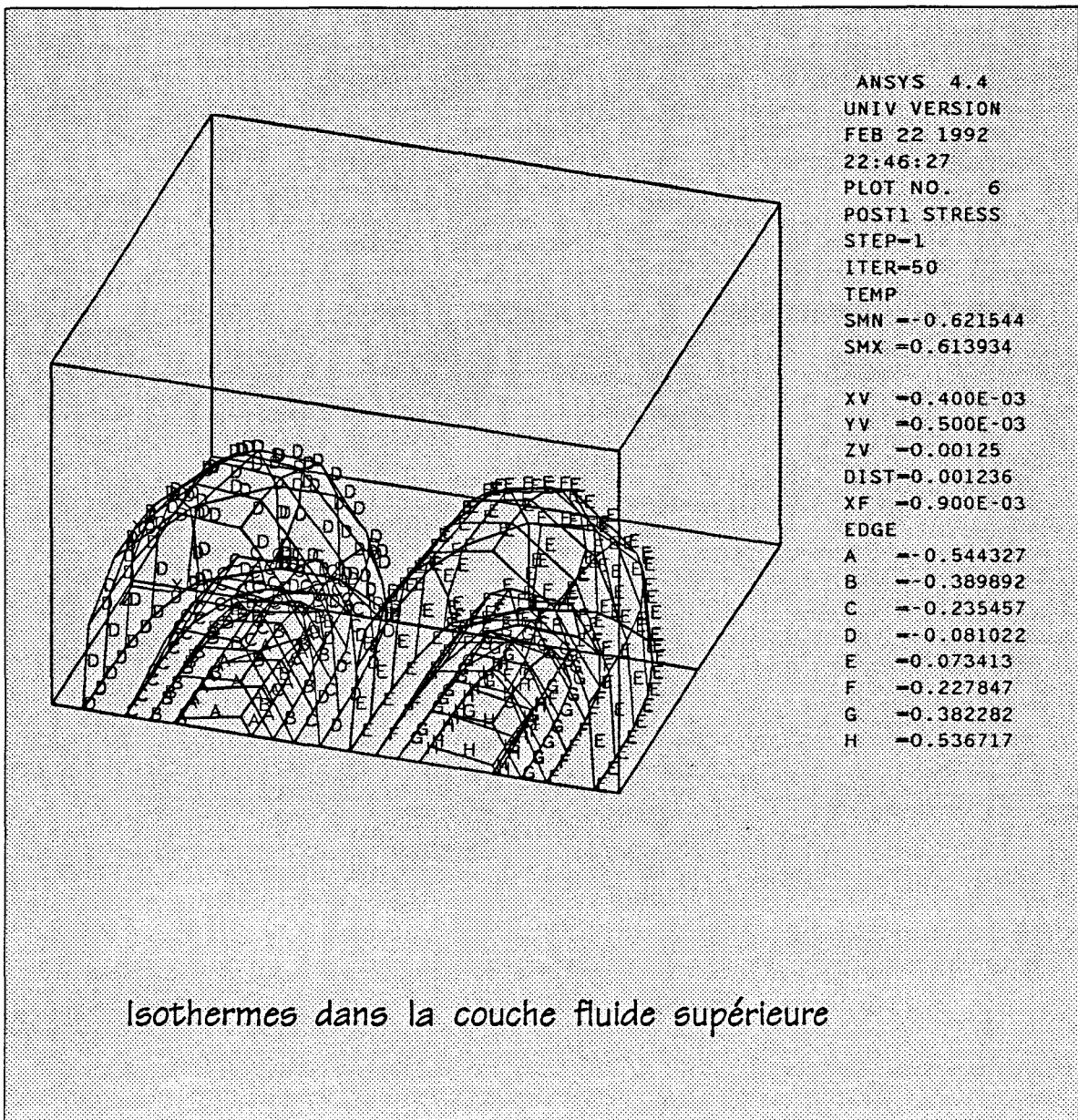
CHAMP DE TEMPERATURE
 Capteur Bi-Sb



ANSYS 4.4A
 UNIV VERSION
 FEB 22 1993
 22:45:14
 PLOT NO. 2
 POST1 STRESS
 STEP=1
 ITER=80
 TEMP
 SMN = -0.621544
 SMX = 0.613934



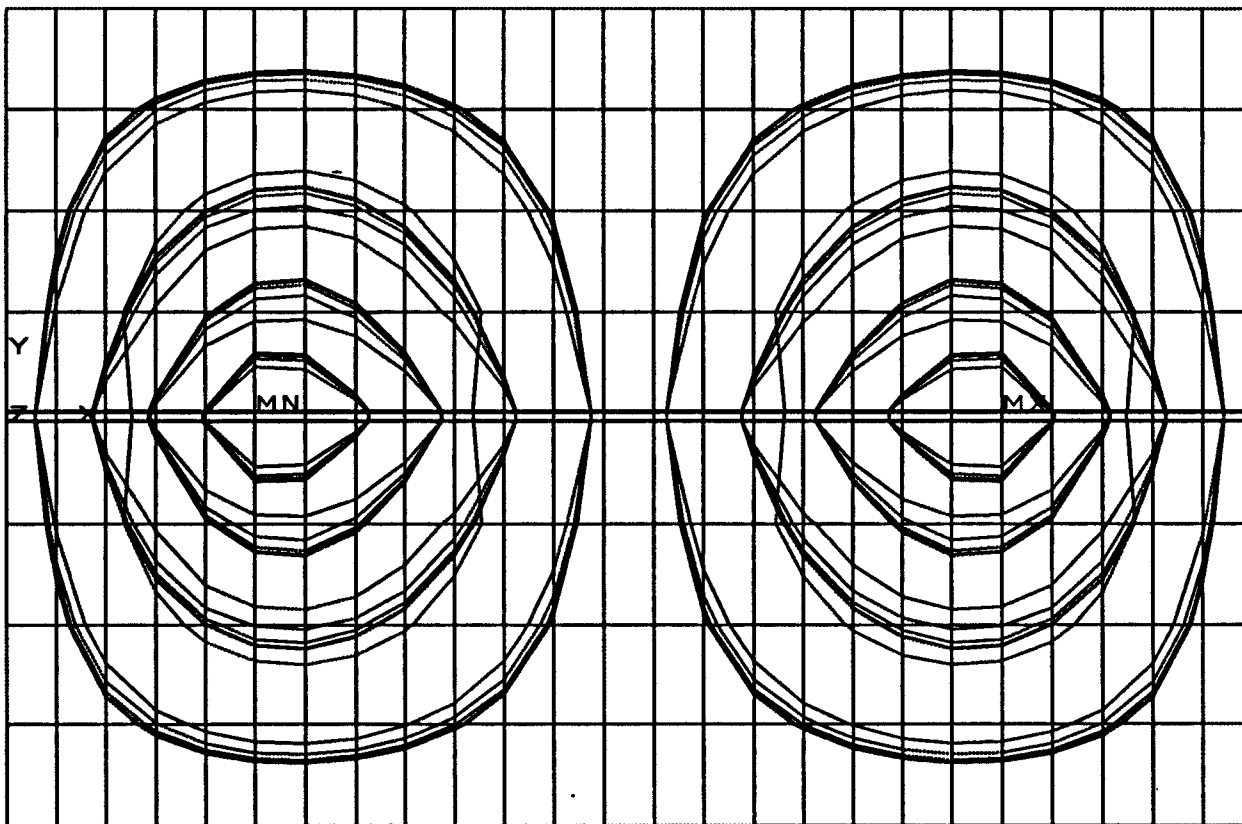
XV = 0.400E-03
 YV = 0.500E-03
 ZV = 0.00125
 DIST = 0.001236
 XF = 0.900E-03
 EDGE
 A = -0.544327
 B = -0.389892
 C = -0.235457
 D = -0.081022
 E = 0.073413
 F = 0.227847
 G = 0.382282
 H = 0.536717



1

Coupe longitudinale du domaine

isothermes



Circuit cu-cn'Ruban 1' plongé dans l'azote

larg.0.25 mm

ANSYS 4.4A
JUN 9 1992
5:03:52
PLOT NO. 1
POST1 STRESS
STEP=1
ITER=50
TEMP
SMN = -0.250612
SMX = 0.250612

ZV = -1
DIST=0.001375
XF = -0.00125
ZF = -0.425E-04
YRTO=2
-0.250612
-0.194921
-0.139229
-0.083537
-0.027846
0.027846
0.083537
0.139229
0.194921
0.250612

CONCLUSION

Conclusion

Ce travail apporte des éléments intéressants portant sur la caractérisation, la modélisation et l'optimisation d'une nouvelle famille de capteurs thermoélectriques basés sur l'effet Peltier et l'effet inverse Seebeck.

Nous avons montré que la f.e.m délivrée par le circuit thermoélectrique était dépendante de la conductivité thermique du milieu fluide en écoulement de part et d'autre du capteur.

Dans cette étude. Nous avons pu constater également que le passage de courant électrique dans le circuit imprimé faisait apparaître une différence de température ΔT aux bornes de chaque électrode plaquée.

Cette différence de température ΔT caractérisée par une amplitude dépendant de la nature physique du milieu fluide environnant, génère, par effet Seebeck inverse, une f.e.m thermoélectrique s'opposant au courant inducteur qui lui a donné naissance.

A noter également que la température du capteur dépend à la fois de la puissance dissipée par effet Joule dans le circuit, de ses caractéristiques géométriques et, dans une moindre mesure, de la température du milieu fluide environnant.

Ce nouveau type de capteur très sensible dont le fonctionnement fondé sur l'effet Peltier, constitue donc un dispositif, d'une grande importance, pour la mesure de la conductivité et l'identification de la nature du milieu environnant. C'est aussi un moyen permettant l'étude de ses propriétés évolutives (vitesse, chaleur massique, diffusivité thermique) représentatives de la dynamique des échanges entre le fluide et le capteur thermique à effet Peltier.

Les résultats de calculs et de simulations sont en parfait accord avec les mesures expérimentales. Les simulations effectuées sur ordinateur peuvent être étendues à tous les milieux ayant une nature physique à caractère fluide.

On note également que la détermination simultanée de la vitesse et de la température au

même point d'un fluide en écoulement de part et d'autre d'un circuit thermoélectrique, de très petites dimensions, a été réalisée par un calcul numérique (méthode des éléments finis) et confirmée expérimentalement. Ce résultat très important doit intéresser les spécialistes de la Mécanique des fluides et donner lieu à de nouveaux développements, notamment, dans le milieu industriel, grâce aux nombreuses applications que nous offre ce nouveau type de capteur thermoélectrique.

Bibliographie

1. **R.L WEBER,**
" Heat and temperature measurement ", Praticce-Hall Englwood cliffs 1950

2. **T. KWIKKERS,** *" Two thick film sensors "*,
Hybrid Circuits, Vol. 16, pp. 39-42, 1988
P. THUREAU, *"Fluxmètres thermiques "*, *Techniques de l'ingénieur, Mesures et*
contrôle., R. 2900

3. **P.THERY, J.PAUQUET,** *"Thermoelectric properties of thin electroplated foils*
application to measurement of heat fluxes", J.Phys.E.Sci.Instr. vol.13, pp. 323-
327,1980

P.THERY, J.C.MARECHAL, *"Etude et caractérisation d'un nouveau fluxmètre*
calorifique", J.Phys.E.Sci.Instr.vol.13, pp. 858-865, 1980

P.THERY, B.DUTHOIT, J.PAUQUET, *"Propriétés thermoélectriques des systèmes*
à deux couches minces superposées", "Application à la mesure des flux thermiques",
Revue de Phys.appliquée, n°15 pp.741-747, 1980

P.RAZLOZNIK, P.THERY, *"Adapting available finite element heat transfer*
programs to solve 3D distributed thermoelectric field problems in large plated
junctions", FEMCAD 88, Paris, pergamon press editor.

D.LECLERCQ, *" Contribution à l'étude de l'effet Peltier dans les circuits*
bimétalliques imprimés à électrodes plaquées. Application à la conception de
nouveaux capteurs " ,Thèse d'Etat es Sc.Phys. 11 oct 1991,Univer.de lille (U.S.T.L)

N.E BERRACHED, "Etude des échanges par effet Peltier dans les thermocouples de surface. Application à la caractérisation de nouveaux circuits thermoélectriques", Thèse de Doc. Ing. Univers. des Sc et Techn. de Lille 1982

H. OIRY, "Etude thermique approfondie d'un fluxmètre à gradient tangentiel", Thèse de 3^e cycle, Université de Nantes, 24 Avril 85.

B.DUTHOIT, E.GAVIOT, P.HERIN, D.LECLERCQ, P.RAZLOZNICK, P.THERY, "Thermopiles à circuit imprimé bimétallique appliquées à la mesure des flux thermiques", Sté française de thermique, 20 janvier 88"

D.LECLERCQ, P.THERY, "Three dimensionnal thermoelectric coupling in bimetallic printed circuit. Application for designing new heat flow sensors", Worksho on heat flow measurement, Budapest, pp.43-76, April 1986

4. **I. SHAHROUR**, " Initiation à la méthode des éléments finis "

DESAI C.S and ABEL J.F, "Introduction to the finite element method "

ZIENKIEWICZ O.C and R.L TAYLOR, "THE FINITE ELEMENT METHOD "

Forth edition. MCGRAW HILL BOOK COMPANY.

Vol.1, " Basic formulation and linear problems "

Vol.2, " Solid and fluid mechanics. Dynamics and non - linearity "

5. **G. ASH et collaborateurs**, "Les capteurs en instrumentation industrielle",

Capteurs et méthodes de mesure : pp.541-554

Débitmétrie : pp.565-566, Dunod 1989

Mesure du vide: pp.615-631, Catharomètres: p.769, Dunod, 1989

P. CALVET, "Mesures thermiques dans les fluides",

Thèse, Faculté des Sciences de Paris, 1967

M. FIEVET, " Mesures de débits "

Journal Mesures, pp.31-36,1990

D. MANSION," Mesures de débits "

Les dossiers du nouvel automatisme, Tome 1

6. **D.LECLERCQ, P.THERY, "Utilization of the Peltier effect for accurate measurement of a fluid property. Application for designing new sensors." , Measurement Science and Technology, 1992**

H.H. BRUN, M.A. KAHN, H.H. AL KAIJIEN and A.A FARDAD,

" Velocity calibration relation ships for hot wire anemometry", J. PHYS. E. Sci. Instrum. 21, 225-32

B.LEGER, P.ANDRE, R.CREFF, "Un nouveau capteur thermique pour l'analyse de gaz", Conf. Soc. Fr. des Thermiciens 1989

R.CREFF, P.ANDRE, G.HOSTACHE, "Description d'un microthermomètre appliqué à la mesure des températures fluides instationnaires", Cong. an. Soc. Fr. des Thermic.Toulouse, Mai 1984

B.LEGER, P.ANDRE, R.CREFF, "A new thermal method for gasanalysis based on the Seebeck effect", Inter. Conf. on Heat Transfer, Jerusalem, Proceeding, pp141 145, Aout 1990

7. **N.B. HANNAY, "Semiconductors Reinhold Publishing Corp" New-York, 1959**

D.LECLERCQ, F.WATTIAU, P.THERY, "Procédé et dispositif utilisant les effets thermoélectriques pour la mesure d'une grandeur physique dont la variation est apte à modifier les propriétés thermophysiques d'un milieu", Brevet n°89168109,1989

8 **Y.SCUDELLER, N.HMINA,** "*Caractérisation de résistances thermiques d'interfaces couche-mince-substrat*"

N.GHAYOUB, Y.BERTIN, JB.SAULNIER, "*Caractérisation des transferts de chaleur dans un espace annulaire avec cylindre intérieur tournant : écoulement de type couette-Taylor*"

B.LIPS, A.LALLEMAND, "*Modélisation du transfert thermique à l'intérieur d'un milieu poreux traversé par un fluide. Application au refroidissement d'une paroi*"

A. OUTTAGARTS, JF. LEONE, A. LALLEMAND,
"*Modélisation bidimensionnelle des transferts couplés conduction-rayonnement dans les milieux semi-transparents. Influence du type de frontières de la position et de la géométrie des parois de l'enceinte*"

V. LEPALUDIER, Y. SCUDELLER, "*Etude du couplage thermoélectrique d'un laser semi-conducteur AsGaAl/AsGa* "
Conf.Soc.Fr.des Thermic.,1992.

9. **P.FLEURY, J.P. MATHIEU,** "*Chaleur thermodynamique, Etat de la matière* "
EYROLLES, 1961

10. **H.S. CARLOW, J.C. JEAGER, 1959 ,**
"*CONDUCTION OF HEAT IN SOLIDS*", *Second edition.Oxford at the Clarendon press*

WILLIAM H. McADAMS,
"*HEAT TRANSMISSION*" *Third Ed, McGRAW-HILL Intern.Ed. 1958*

M.RODOT, "*Les effets thermoélectriques et leurs applications*",
L'onde électrique, 423, pp. 507-22 1962

11. **B.W. VAN OUDHEUSDEN,**

" Silicon thermal flow sensor with a two dimensional direction sensitivity", Measur. Sci. Techn. 1, 565-75 1990

BEJAN A, "Convection Heat Transfert" "Laminar duct flow" pp.67-108,1984

J.HLADIK, "Fils et cylindres chauds" ,"Métrologie des propriétés physiques des matériaux" pp.141-159, Ed Masson,1990

12. **G. HREN,**

*"Thermal properties of several metal and alloy",
Element of physics metallurgy p.583*

*"Thermal conductivity of metals",
Handbook of material science p.355,1979*

*"Thermal conductivity of gases,liquids,metals",
Handbook of chemistry and physics pp.6.148-150,12.108,1991*

Annexes

ANNEXE 1

PROPRIETES DE QUELQUES GAZ					
<u>(Ta=300°K , P=1000 hPa)</u>					
GAZ	Diff.therm. (m ² /s)	M.vol. (kg/m ³)	Visc.cin. (m ² /s)	Visc dyn. (kg/m.s)	Prandlt (Pa)
Azote	0,22 10 ⁻⁴	1,14	15,63 10 ⁻⁶	17,84 10 ⁻⁶	0,713
Dioxyde de carbone	0,105 10 ⁻⁴	1,80	8,32 10 ⁻⁶	14,96 10 ⁻⁶	0,77
Hélium	1,74 10 ⁻⁴	0,17	122,8 10 ⁻⁶	198,6 10 ⁻⁶	0,70

LISTE DES FIGURES

- figure 1 *Création de gradients de température par effet Peltier(2)*
- figure 2 *Détection des écarts de température par effet Seebeck(3)*
- figure 3 *Circuit imprimé à électrodes plaquées(4)*
- figure 4 *Sources énergétiques entretenues par effet Peltier(5)*
- figure 5 *L'élément sensible est inséré dans un tube en présence d'un fluide(8)*
- figure 6 *Capteur en forme de circuit imprimé formé de plusieurs jonctions "Peltier" bismuth-antimoine disposées sur un support isolant(10)*
- figure 7 *Technique de fabrication des circuits thermoélectriques(16)*
- figure 8 *Continuité du champ de potentiel électrique dans une couche bimétallique(17)*
- figure 9 *Surfaces d'intégration des densités de courant traversant la couche bimétallique(20)*
- figure 10 *Conservation de la densité de courant le long de la jonction(26)*
- figure 11 *Sources réversibles d'énergie entretenues par effet Peltier(27)*
- figure 12 *Bilan énergétique dans un tronçon métallique parcouru par un courant électrique(37)*
- figure 13 *Circuit thermoélectrique cuivre-constantan à l'intérieur d'une enceinte(56)*
- figure 14 *Distribution des lignes de courant électrique dans une jonction thermoélectrique cu-cn (63)*
- figure 15 *Densité de courant à travers l'interface d'une jonction cu-cn*
- figure 16 *Schéma de principe complet du circuit de mesure de la f.e.m Seebeck générée par effet Seebeck (66)*
- figure 17 *Signal de sortie de l'amplificateur lors de la phase de mesure et impulsion d'échantillonnage (66)*
- figure 18 *Mesure de la conductivité thermique des fluides par effet Peltier (70)*
- figure 19 *Evolution de la f.e.m détectée en fonction du courant de mesure (73)*
- figure 20 *Evolution de la f.e.m détectée en fonction du courant.Comparaison avec l'expérience dans le cas d'un circuit de largeur 0.25 mm (74)*
- figure 21 *Variation de la f.e.m générée pour différents circuits thermoélectriques de type I (76)*

- figure 22 *Influence des dimensions transversales du circuit.Variation de la f.e.m en fonction de la largeur du circuit (77)*
- figure 23 *Variation de la f.e.m thermoélectrique pour différents circuits de type 1,en fonction de la température du fluide (78)*
- figure 24 *Variation de la f.e.m générée pour deux circuits de type 2 et 3 en fonction de la température du fluide environnant (78)*
- figure 25 *Variation de la f.e.m délivrée par le circuit en fonction du débit volumique à température et à pression constantes (80)*
- figure 26 *Procédé industriel de fabrication des circuits thermoélectriques Bi-Sb (82)*
- figure 27 *Cellule élémentaire du capteur (84)*
- figure 28 *Sources énergétiques entretenues par "effet Peltier"(85)*
- figure 30 *Variation de la f.e.m délivrée par le circuit en fonction de l'épaisseur du Kapton(97)*
- figure 31 *Variation de la f.e.m V0-V en fonction du débit pour différents circuits thermoélectrique (98)*
- figure 32 *Variation de la f.e.m V0-V délivrée par le circuit en fonction du débit pour différentes configurations(99)*
- figure 33 *Variation de la f.e.m V0-V en fonction du débit massique et de l'épaisseur des matériaux (102)*
- figure 34 *Evolution de la f.e.m (V0-V) en fonction de la vitesse du fluide(Azote) pour différents circuits plaqués (103)*
- figure 35 *Variation de la f.e.m (V0-V) en fonction du débit à différentes longueurs du ruban Bismuth (104)*
- figure 36 *Evolution de la f.e.m en fonction du temps dans le cas de l'hélium et de l'air pour différents débits (105)*
- figures 37
38,39,40 *Champs de température du capteur dans différents fluides*

