

50376
1993
203

50376
1993
203

THÈSE

Présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

Pour obtenir le titre de

DOCTEUR

Spécialité: SCIENCES DES MATERIAUX

PAR



ABDELKADER SFAOUI

Maître es-sciences



MESURE DES PARAMETRES VISCOELASTIQUES
DE LA MOUSSE DE POLYURETHANE DANS LE CADRE DE
L'ETUDE DE LA PROPAGATION ACOUSTIQUE

Soutenue le 4 Février 1993 devant la commission d'Examen:

Messieurs:

J.LEFEBVRE
G.DEPREZ
J.F.ALLARD
J.L.IZBICKI
R.HAZEBROUCK

Président du jury
Directeur de thèse
Rapporteur
Rapporteur
Invité

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au laboratoire d'acoustique physique de l'Université des Sciences et Techniques de Lille Flandres Artois, dirigé par Monsieur le Professeur DEPREZ.

Je remercie Monsieur le Professeur J.LEFEBVRE, directeur du laboratoire de physique des solides de LILLE-I, de m'avoir fait l'honneur de juger ce travail et de présider le jury. Qu'il veuille bien trouver l'expression de mon plus profond respect.

Cette thèse a été élaborée sous la direction de monsieur le Professeur G. DEPREZ. Ses conseils éclairés et ses encouragements permanents ont été déterminants à l'aboutissement de ce travail. Je tiens à lui exprimer toute ma gratitude pour cette aide efficace.

J'adresse mes plus sincères remerciements à messieurs les professeurs J.F.ALLARD, de l'université du Maine, et J.L.IZBICKI, de l'université du Havre, qui ont assuré la tâche de rapporteurs de cette thèse. Qu'ils sachent que leurs critiques constructives, fondées sur leur connaissance du domaine, m'ont été d'une aide précieuse.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur L.Bassery, professeur à l'université de LILLE-I, de m'avoir fait profiter de ses travaux qui m'ont guidé dans mes recherches.

Je remercie Monsieur R.Hazebrouck, maître de conférences à l'université d'Artois, pour son aide dans le calcul numérique tout au long de l'élaboration de ce travail.

Enfin je remercie l'ensemble du personnel de l'institut universitaire de Technologie (Mesures Physiques) de Lille I pour sa disponibilité et sa collaboration .

PLAN GENERAL

Introduction.....	P4
Chapitre I Caractéristiques physico-chimiques de la mousse de polyuréthane.....	P6.
1) Formation de la mousse	
1-Préparation de la résine	
2-Expansion du produit	
2) Caractéristiques physico-chimiques de la mousse	
1-Structure des chaînes moléculaires	
2-Origine de la viscoélasticité	
3-Comportement thermique de la viscoélasticité	
4-Loi des états correspondants	
5-Equation de Williams-Landel-Ferry	
Chapitre II Application de la théorie de Biot A la mousse de polyuréthane.....	P19
1) Propriétés mécaniques	
1-Relations contraintes-déformations	
2-Equations d'ondes	
2) Influence de la microstructure du matériau	
1-Approximations sur P, R et Q	
2-Force de friction oscillatoire, viscosité dynamique	
3-Module de compressibilité de l'air	
4-Caractères des ondes de dilatation de Biot	
3) Conclusion	

**Chapitre III Propagation dans une tige cylindrique
Mesure des modules d'Young et de cisaillement.. P28**

- 1) Propagation dans une tige infinie:
caractères des modes étudiés expérimentalement
 - 1-Modes longitudinaux
 - 2-Modes de torsion
- 2) Dispositifs expérimentaux
 - 1-Mesure du module d'Young
 - 2-Mesure du module de cisaillement
 - 3-Résultats expérimentaux
- 3) Extension du domaine de fréquence par utilisation
de la méthode de W.L.F
- 4) Conclusion

**Chapitre IV Etude de la transmission d'une onde sphérique par
la mousse de polyuréthane..... P79**

- 1) Etude expérimentale
 - 1-Dispositif expérimental
 - 2-Méthode de mesure
 - 3-Résultats expérimentaux
 - 2) Etude quantitative
 - 1-Mise en équation
 - 2-Conditions aux limites
 - 3-Résultats
 - 3) Analyse numérique
- CONCLUSION GENERALE..... P100**
- BIBLIOGRAPHIE..... P102**

ANNEXES

- I) Equation d'état d'une chaîne moléculaire flexible..... P106
- II) Résolution des équations différentielles couplées..... P108
- III) Calcul de la force de friction oscillatoire et du module de compressibilité de l'air..... P110
- IV) Organigramme de l'acquisition et du traitement des signaux relatifs à la mesure du module d'Young..... P117 .

INTRODUCTION

De nos jours pour l'absorption phonique comme pour l'atténuation des chocs et vibrations, on utilise souvent des matériaux tels que la mousse de polyuréthane. L'intérêt de ce milieu réside dans sa structure diphasique: un solide viscoélastique et l'air contenu dans les pores. En effet lorsque le matériau subit une perturbation acoustique ou mécanique, il se produit deux phénomènes: l'écoulement du fluide interstitiel et la vibration de la matrice. Le premier donne lieu à des dissipations d'énergie liées à la friction de l'air. En ce qui concerne le second, la déformation du polymère s'accompagne d'un dégagement de chaleur. Ce qui a pour effet, grâce aux compressions et dilatations du fluide interne, de provoquer des échanges thermiques entre les deux constituants de la mousse, et donc d'augmenter les pertes d'énergie.

Ainsi l'interaction fluide/structure, l'élasticité de l'air et la viscoélasticité de la matrice sont à l'origine de l'absorption. En assimilant la mousse à un milieu diphasique idéal on peut, par l'étude de la propagation acoustique selon la théorie de Biot, caractériser l'absorption puisque l'interaction fluide/structure, la viscoélasticité de la matrice et l'élasticité de l'air sont globalement prises en compte par les paramètres viscoélastiques. Notre objectif consiste à déterminer ces paramètres viscoélastiques. Lorsque le matériau possède une grande porosité, une souplesse et une matrice géométriquement modélisable, le problème devient plus simple. Il suffit de déterminer d'une part les paramètres de la matrice et d'autre part les coefficients liés à l'air. Pour ce faire nous proposons deux étapes complémentaires: la première mécanique et la seconde acoustique

Dans la première étape nous ferons l'étude théorique de la propagation des ondes longitudinale et de torsion dans une tige cylindrique afin de connaître les différents modes susceptibles de se propager dans une telle éprouvette. Les courbes de dispersion

des vitesses obtenues pour ces modes permettent de définir les meilleures conditions expérimentales (géométrie de l'échantillon, gamme de fréquence), pour mesurer les modules de Young et de cisaillement. Enfin, étant donné l'influence de la température sur le comportement de la matrice, nous exploiterons la théorie de Williams-Landel-Ferry pour extrapoler le module de Young vers des domaines de fréquence plus étendus.

La seconde étape consiste à faire l'étude expérimentale et quantitative de la transmission d'une onde impulsive par une sphère taillée dans la mousse de polyuréthane et cela pour deux conditions aux limites afin d'ajuster les coefficients liés au fluide tels que le couplage massique et la résistivité à l'écoulement. Pour conclure nous ferons un récapitulatif des différentes étapes et nous nous efforçons de justifier les hypothèses émises.

Chapitre I- CARACTERISTIQUES PHYSICO-CHIMIQUES

DE LA MOUSSE DE POLYURETHANE

Introduction :

le comportement dynamique de la mousse de polyuréthane est certainement conditionné par sa structure physico-chimique. Une description des méthodes de fabrication permet au moins d'identifier les facteurs qui gouvernent ce comportement.

1) Formation des mousses de polyuréthane:

Dans la préparation des mousses, on peut distinguer [1,2]:

-la préparation de la résine,

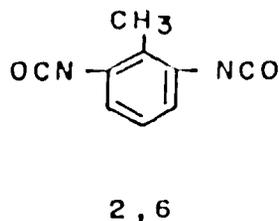
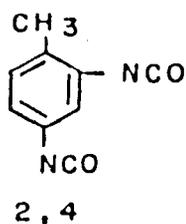
-son expansion;

les deux phénomènes sont presque simultanés.

1-1) Préparation de la résine

La résine est obtenue par polyaddition de diisocyanate sur des polyols:

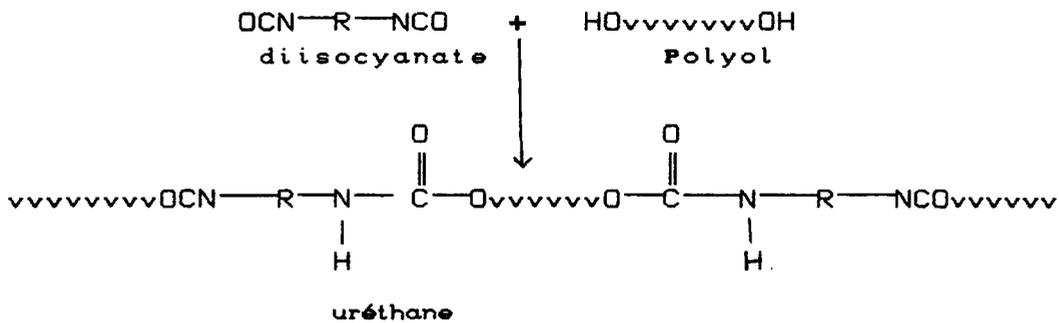
-le diisocyanate le plus souvent utilisé est un mélange de deux isomères de toluène diisocyanate [2-4(80%),2-6(20%)]



-les polyols nécessaires à la préparation de la mousse varient selon la nature des constituants, la fonctionnalité et le poids moléculaire moyen. Il y en a deux types : un polyester et un polyether; il peuvent se présenter soit sous forme de diols soit sous forme de triols.

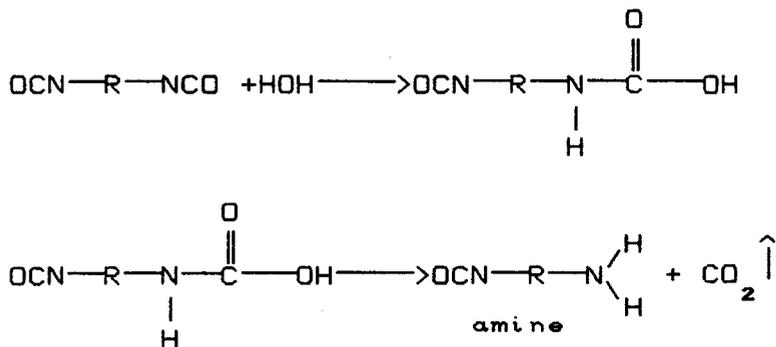


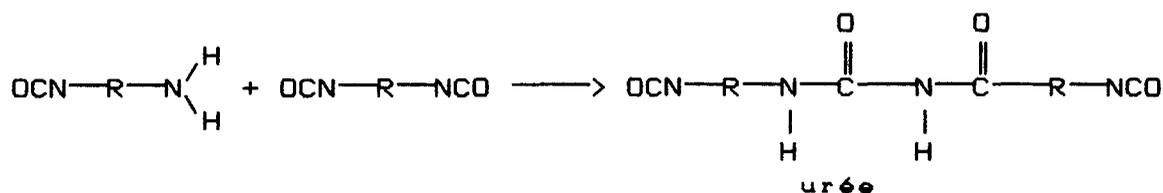
L'action d'un diisocyanate sur un polyol donne un polymère uréthane :



1-2) Expansion du produit

La réaction du diisocyanate avec de l'eau produit une molécule d'urée plus du dioxyde de carbone via une amine intermédiaire :





Pour préparer le polyuréthane cellulaire, il faut donc un mélange stoechiométrique des différents ingrédients à l'état liquide: le polyol, le diisocyanate et l'eau. Des réactions secondaires ont lieu presque en même temps. Elles ont pour origine la réactivité du diisocyanate en excès avec les produits des réactions initiales à savoir l'isocyanate, l'amine, l'urée ou l'uréthane. Cela augmente la viscosité du mélange et affecte donc le caractère cellulaire du produit. Pour coordonner le dégagement du dioxyde de carbone, responsable de la formation des cellules, et les réactions secondaires, on fait appel à des catalyseurs. Des bases pour soutenir la réaction de l'eau avec les diisocyanates et des composés organo-métalliques (sels d'étain par exemple) pour les autres réactions. Le contrôle de la morphologie et de la quantité des cellules ouvertes est assuré par addition d'huile de silicone. Les produits obtenus sont des matériaux diphasiques: une partie solide qui constitue la matrice et l'air contenu dans les cellules. Ces cellules peuvent être ouvertes, fermées ou réticulées. Les mousses à cellules fermées sont composées de filaments reliés entre eux de façon à former des dodécaèdres. Une membrane d'épaisseur variable couvre chaque face. Dans les mousses à cellules ouvertes ces membranes sont en majorité percées. Pour les mousses réticulées, les membranes n'existent pas.

2) Caractéristiques physico-chimiques de la mousse

Le degré de la souplesse du matériau (ou de sa rigidité) est lié d'une part à l'apport des réactions secondaires précédemment évoquées et d'autre part au poids moléculaire du polyol. En général plus le poids moléculaire est élevé plus les chaînes moléculaires sont longues. Les mouvements micro-browniens de

celles-ci, dûs à l'agitation thermique, se font facilement. Par conséquent le produit est plus souple.

1-2) Structure des chaînes moléculaires des mousses souples

Contrairement aux matériaux qui ont une structure cristalline, les mousses souples ont de longues chaînes moléculaires. Elles peuvent être totalement indépendantes ou liées entre elles par un agent de pontage au niveau des groupes C=C. Dans le premier cas les chaînes peuvent être linéaires avec quelquefois des ramifications comme le montre la figure-1

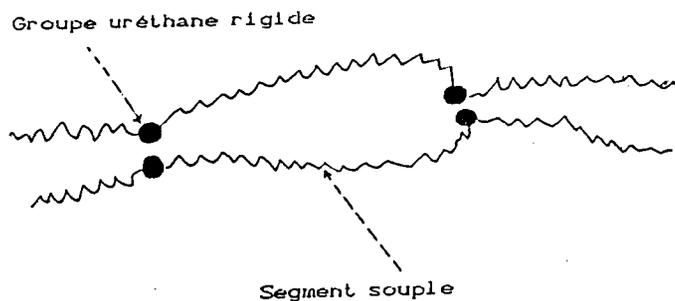


Figure N°1

Ces chaînes sont formées d'une alternance de groupes uréthanes avec des polyols. Dans le second cas, la seule différence se situe dans le pontage entre les chaînes (voir figure 2). Ce qui a pour effet de rendre les mouvements microbrowniens des segments du polyol plus difficiles.

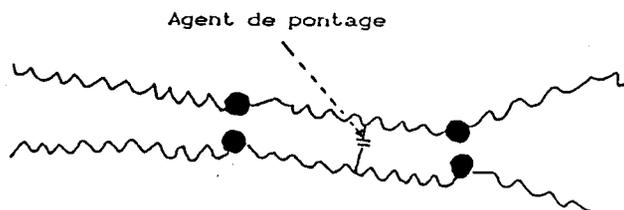
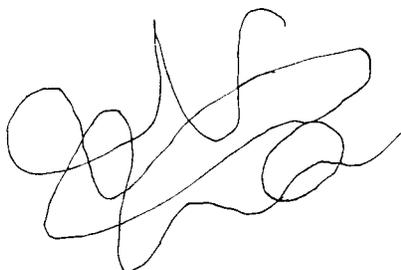


Figure N°2

2-2) Modèle mécanique de la mousse

En l'absence de contrainte les chaînes moléculaires de la mousse ont une structure repliée:



pour les chaînes flexibles et une isotropie d'orientation pour les chaînes rigides.

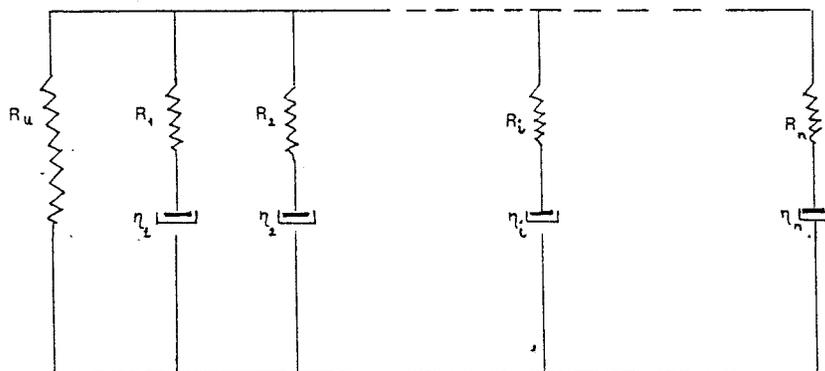
Lorsque le matériau est soumis à une contrainte l'énergie interne U reste pratiquement constante. De ce fait chaque chaîne moléculaire flexible se comporte comme un ressort de raideur R (voir annexe I):

$$R = (3KT/nl^2)$$

où

K est la constante de Boltzmann.

Si le matériau comporte un nombre N de ces chaînes moléculaires tout se passe comme si on avait affaire à un ensemble de N ressorts reliés entre eux par des sphères sur les quelles sont concentrés la masse et le volume de chaque chaîne [3]. Etant donné la proportion des chaînes rigides, le comportement mécanique du polymère est qualitativement équivalent à N modèles de Maxwell en parallèle avec un ressort R_u :



avec

R_i : la raideur de la chaîne flexible i (ressort),

η_i : le coefficient d'amortissement liés à l'action des chaînes voisines.

Si on applique une déformation d'amplitude unité à un instant $t=0$, alors la fonction de relaxation $\phi_u(t)$ est de la forme:

$$\phi_u(t) = \sum_1^N g_u(\tau_i) (1 - e^{-t/\tau_i}) \quad (I-1)$$

avec

$g_u(\tau_i) = R_i/R_u$ et $\tau_i = \eta_i/R_i$ respectivement le spectre et le temps de relaxation.

Lorsque N est très grand tout se passe comme si $g_u(\tau_i)$ était une fonction continue. Dans ce cas $\phi_u(t)$ devient :

$$\phi_u(t) = \int_0^{\infty} g_u(\tau) (1 - e^{-t/\tau}) d\tau \quad (I-2)$$

D'après Hunter [4], lorsqu'on soumet ce matériau à une déformation harmonique ($e^{-i\omega t}$), le module d'Young $E(i\omega)$ est complexe, et admet comme composantes $E''(\omega)$ et $E'(\omega)$:

$$E'(\omega) = E_u \left[1 - \int_0^{\infty} \frac{g_u(\tau)}{1 + \omega^2 \tau^2} d\tau \right],$$

$$E''(\omega) = \omega E_u \int_0^{\infty} \frac{\tau g_u(\tau)}{1 + \omega^2 \tau^2} d\tau \quad (I-3)$$

R_u est alors considérée comme étant la réponse instantanée.

Selon Gross [5], les composantes de E sont liées entre elles par une relation du type:

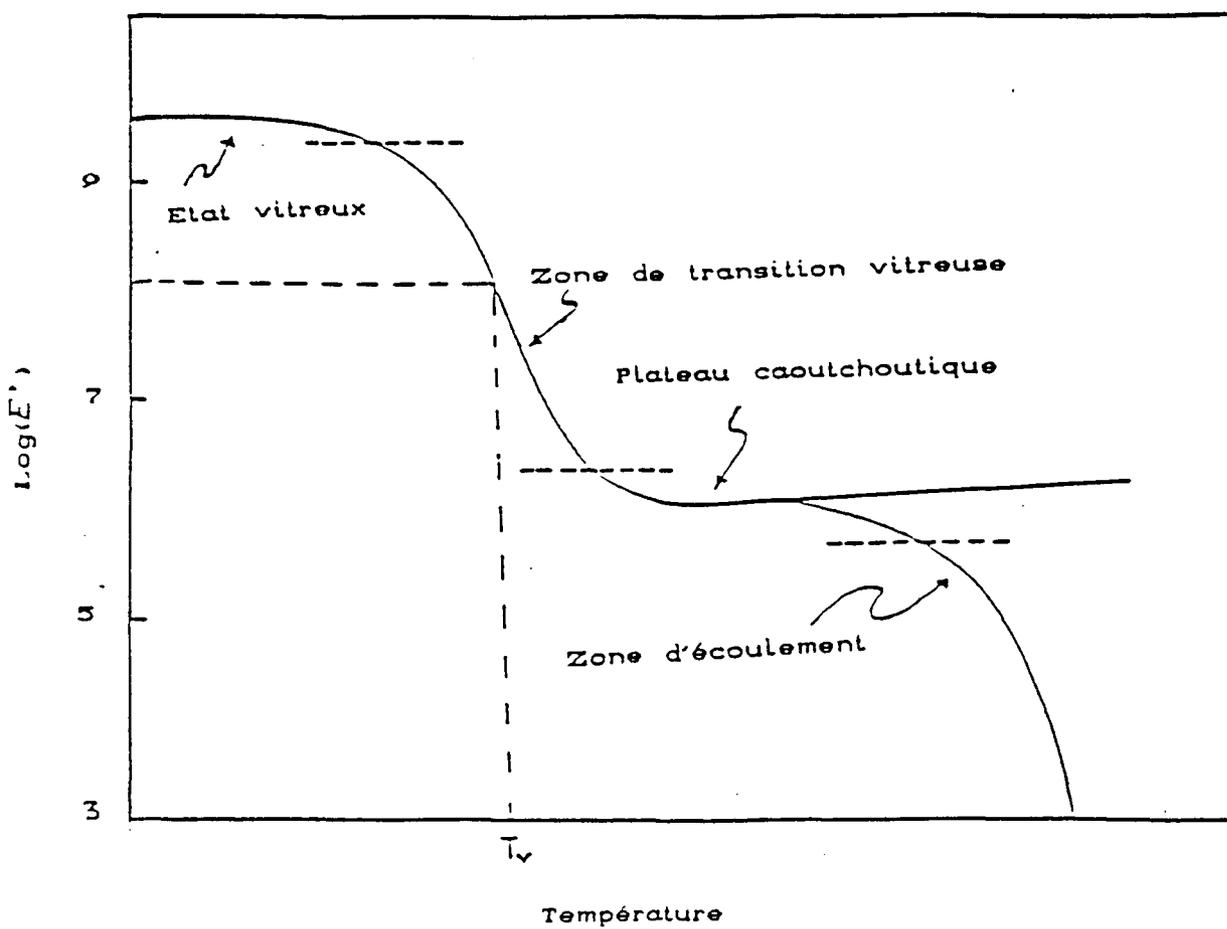


Figure N°3 Variation du module d'Young d'un polymère en fonction de la température

$$\frac{\partial (\text{Log}(E'))}{\partial (\text{Log}(\omega))} = \frac{2}{\pi} \frac{E''}{E'} \quad (\text{I-4})$$

3-2) Comportement thermique de la viscoélasticité

Etant donné l'origine du phénomène de la relaxation, les différents paramètres viscoélastiques du polymère dépendent également de la température. Par exemple dans le comportement thermique du module de Young E' à une fréquence donnée on peut distinguer quatre régions[6,7](figure-3):

-à des températures très faibles , des liaisons stables entre chaînes peuvent être créées par l'association de leurs groupes uréthanes. Les mouvements micro-browniens des segments des chaînes moléculaires ne peuvent pas franchir les barrières de potentiel. C'est l'état vitreux (ou rigide). E' est presque constant, supérieur à 10^9Pa ;

- lorsque l'énergie thermique est supérieure aux barrières de potentiel, autrement dit pour des températures supérieures à T_v , les segments sont libres de se mouvoir entre deux sites d'énergie libre différente. E' décroît rapidement. C'est la zone de transition vitreuse;

-si on augmente davantage la température, E' atteint la région du plateau caoutchoutique. Cette zone est caractérisée par des mouvements micro-browniens des segments très rapides et une forte énergie d'interaction entre les chaînes moléculaires voisines.

-à un niveau plus élevé de température, l'agitation thermique des segments peut vaincre les effets d'attraction intermoléculaires. C'est la région d'écoulement. E' diminue plus ou moins rapidement selon que les chaînes moléculaires du matériau sont linéaires ou ramifiées.

2-4) Loi des états correspondants -principe de superposition fréquence-température

Lorsque l'énergie thermique n'est pas très faible on peut

modéliser la relaxation par un double puits de potentiel [7]. Les segments des chaînes moléculaires, à cause de l'agitation thermique, sont susceptibles de se mouvoir entre des sites d'énergies libres différentes. Par conséquent le temps de relaxation τ est multiplié par un coefficient a_T lorsque la température passe de T_0 à T tel que:

$$\tau(T) = a_T \tau(T_0).$$

Dans ce cas la réponse $E(i\omega)$ devient:

$$E'(\omega, T) = E_u(T) \left[1 - \int_0^{\infty} \frac{g_u(\tau(T))}{1 + \omega^2 a_T^2 \tau^2(T_0)} d\tau \right], \quad (I-5)$$

$$E''(\omega, T) = a_T \omega E_u(T) \int_0^{\infty} \frac{\tau(T_0) g_u(\tau(T))}{1 + \omega^2 a_T^2 \tau^2(T_0)} d\tau.$$

Compte tenu de l'origine de la relaxation, on peut émettre les deux hypothèses suivantes:

$$g_u(\tau(T)) = g_u(\tau(T_0)), \quad (I-6)$$

autrement dit le spectre de relaxation est indépendant de la température,

et

$$\frac{E_u(T)}{E_u(T_0)} = \frac{\rho T}{\rho_0 T_0}. \quad (I-7)$$

Dans ces conditions nous avons:

$$E'(\omega a_T, T_0) = \frac{\rho_0 T_0}{\rho T} E'(\omega, T),$$

$$E''(\omega a_T, T_0) = \frac{\rho_0 T_0}{\rho T} E''(\omega, T) \quad (I-8)$$

On constate que, si on admet les hypothèses émises auparavant, on peut mettre en correspondance l'état " (ω, T) " et l'état " $(\omega a_T, T_0)$ ". Le comportement de $E(\omega a_T)$ à la température T_0 est alors équivalent à celui de $(\rho_0 T_0 / \rho T) E(\omega)$ à T . Ainsi pour des températures $T < T_0$, comme le temps de relaxation augmente, nous avons $\omega a_T > \omega$. Ce qui correspond au comportement hautes fréquences de E . Par contre pour $T > T_0$ on a affaire au domaine basses fréquences de E puisque $a_T < 1$. En translatant chaque isotherme $\text{Log}(E) = h(\text{Log}(\omega))$ de $\text{Log}(\rho_0 T_0 / \rho T)$ suivant l'axe des ordonnées, et de $\text{Log}(a_T)$ selon l'axe des fréquences on décrit le comportement de E dans une gamme de fréquence très large à la température ambiante T_0 . La courbe de E obtenue est appelée courbe maîtresse (figure 4). Celle-ci n'est totalement définie que si on connaît la valeur du facteur de déplacement a_T à chaque température.

2-5) Expression de a_T : équation de W.L.F

En associant les volumes occupé V_o et libre V_f des chaînes moléculaires respectivement au rayon de Van der Waals et aux mouvements de vibrations, Williams, Landel et Ferry [8,9] ont adapté la théorie de Doolittle[10], relative aux liquides de petites masses moléculaires, aux polymères de grandes masses moléculaires:

$$\ln(\eta) = \ln(A) + B \left(\frac{1}{f} - 1 \right) \quad (I-9)$$

où

η est la viscosité du milieu,

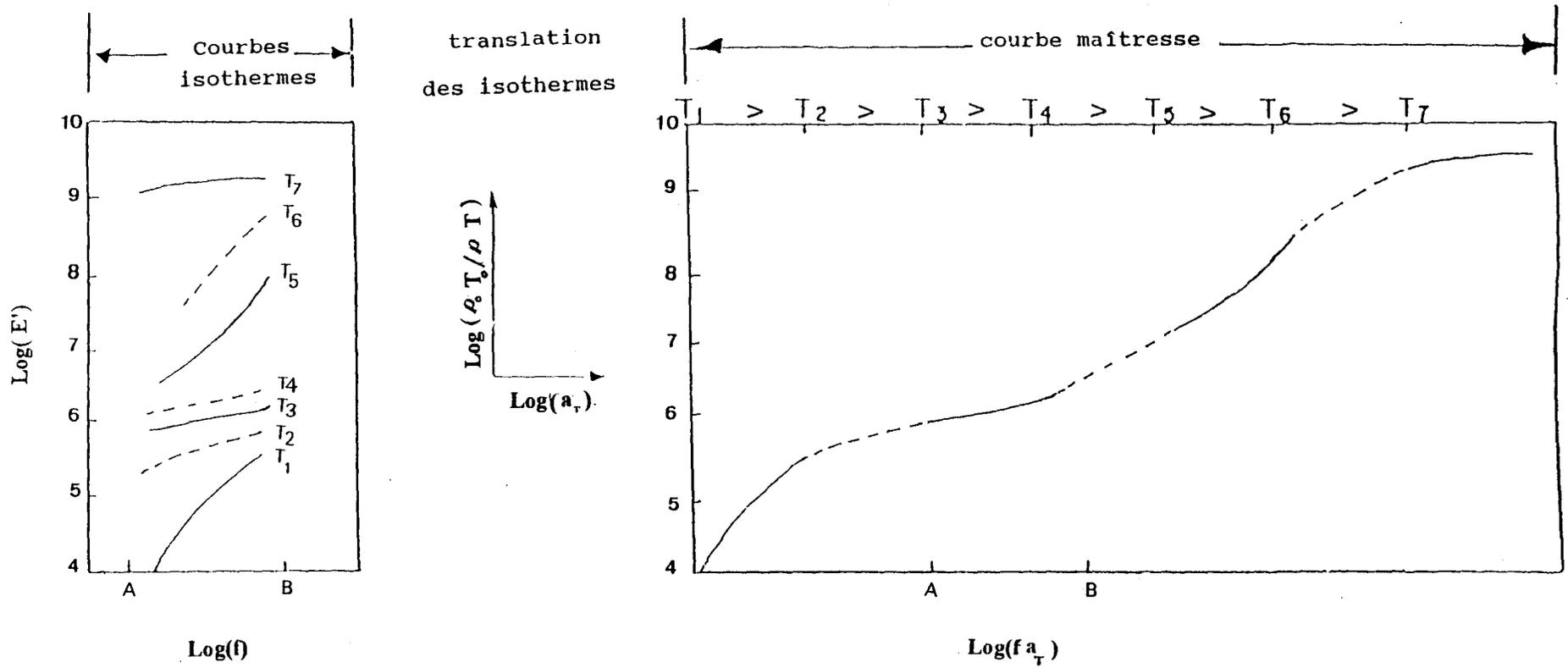
f est la fraction du volume libre,

B est l'énergie d'activation d'écoulement, et

A est une constante.

En prenant comme hypothèse que l'expansion thermique du volume libre est plus grande que celle du volume occupé au dessus de

Figure N°4 Exemple de construction de la courbe maîtresse à partir des isothermes dans un intervalle de fréquence donné ; température de référence $T_0 = T_3$



la température de transition vitreuse T_v , ce qui se traduit par:

$$f = f_0 + \alpha_f (T - T_0) \quad (I-10)$$

où α_f est le coefficient d'expansion thermique de f , ces auteurs [8,9] ont établi la relation suivante:

$$\ln(a_T) = - \frac{C_1 (T - T_0)}{C_2 + T - T_0} \quad (I-11)$$

avec

$$C_1 = \frac{B}{f_0} \quad \text{et} \quad C_2 = \frac{f_0}{\alpha_f} .$$

Ils ont ensuite montré expérimentalement que, pour tous les polymères amorphes, il existe une expression unique de a_T , à la température de référence T_s , définie par:

$$\text{Log}(a_T) = - \frac{C_{s1} (T - T_s)}{C_{s2} + T - T_s} \quad \text{pour } T_s - 50 < T < T_s + 50, \quad (I-12)$$

avec $C_{s1} = 8.86$ et $C_{s2} = 101.6$,

où T_s est la température de la première transition; elle se situe à environ 50°C au dessus de la température de transition vitreuse T_v . Lorsqu'on prend T_0 comme température de référence, l'expression (I-10) s'écrit:

$$\text{Log}(a_T) = - \frac{C_{o1} (T - T_0)}{C_{o2} + T - T_0} \quad (I-13)$$

Les constantes C_{o1} et C_{o2} sont données par:

$$C_{o1} = \frac{C_{s1} C_{s2}}{C_{s2} + T_0 - T_s}, \quad (I-14)$$

$$C_{o2} = C_{s2} + T_0 - T_s .$$

3) Conclusion:

Finalement, compte tenu de l'origine entropique, des phénomènes tels que le fluage ou la relaxation, d'ûe à la structure des chaînes moléculaires du matériau, les paramètres viscoélastiques dépendent aussi bien de la fréquence (ou le temps) que de la température. De ce fait pour extrapoler ces derniers dans des domaines de fréquences non explorés, il suffit d'exploiter la théorie de Williams-Landel-Ferry.

Introduction:

Lorsqu'on soumet la mousse à des déformations plusieurs phénomènes sont mis en jeu: la viscoélasticité de la matrice, l'élasticité de l'air et la force visqueuse due à l'interaction fluide/structure. Ces phénomènes sont pris en compte dans la théorie de Biot. Après avoir fait un rappel de celle-ci, nous l'adapterons au matériau étudié.

1) Propriétés mécaniques:**1-1) Relations contraintes-déformations**

Si on suppose que le milieu étudié est isotrope alors le tenseur des contraintes est symétrique et admet deux composantes: la pression de l'air et la contrainte effective dans le solide.

A une déformation infinitésimale correspond les contraintes σ_{ij} et s_{ij} relatives à la matrice et au fluide; elles sont définies par [11]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= 2N\varepsilon_{ij} + (Ae + Q\varepsilon)\delta_{ij} \\ s_{ij} &= (Qe + R\varepsilon)\delta_{ij}, \end{aligned} \quad (\text{II-1})$$

où δ_{ij} est le symbole de Kronecker qui a pour valeurs :

$$\delta_{ii} = 1 \quad \text{et} \quad \delta_{ij} = 0, \quad \text{pour } i \neq j$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right),$$

$e = \text{div } \vec{u}$; \vec{u} vecteur déplacement moyen du solide,

$\varepsilon = \text{div } \vec{\bar{u}}$; $\vec{\bar{u}}$ vecteur déplacement moyen de l'air.

Les paramètres A et N correspondent au coefficient de Lamé et au module d'élasticité transversale. R et Q sont des coefficients qui caractérisent l'interaction fluide /structure. Ces quatre paramètres sont définis, selon Willis [12], par:

$$P=A+2N= \frac{4}{3} N + [(1-\beta)(1-\beta-k_M/k_s) + \beta k_M/k_f] D^{-1}$$

$$R = \beta^2 D^{-1} ; Q = \beta(1-\beta-k_M/k_s) D^{-1} \quad (\text{II-2})$$

$$\text{avec } D = \frac{(1-\beta)}{k_s} - \frac{k_M}{k_s^2} + \frac{\beta}{k_f}$$

β : la porosité du milieu,

k_s : le module de compressibilité du solide,

k_M : le module de compressibilité de la matrice,

k_f : le module de compressibilité du fluide.

Dans le cas d'une matrice viscoélastique, en régime dynamique, P, R et Q sont complexes.

1-2) Equations d'ondes

Pour décrire la propagation d'onde dans ce milieu diphasique on doit prendre en considération la force dissipative due au mouvement relatif du fluide par rapport à la matrice et l'inertie d'entraînement. On obtient alors, à partir des relations de Lagrange, les deux équations couplées :

$$P \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) + Q \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) - N \nabla \wedge (\nabla \wedge \vec{u}) = \rho_1 \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} + \rho_a \frac{\partial^2 (\vec{u} - \vec{u})}{\partial t^2} + bF(\omega) \frac{\partial (\vec{u} - \vec{u})}{\partial t}$$

$$Q \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) + R \nabla (\nabla \cdot \vec{u}) = \rho_2 \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} + \rho_a \frac{\partial^2 (\vec{u} - \vec{u})}{\partial t^2} + bF(\omega) \frac{\partial (\vec{u} - \vec{u})}{\partial t} \quad (\text{II-3})$$

$$\text{avec } \rho_1 = (1-\beta)\rho_s \text{ et } \rho_2 = \beta\rho_f,$$

où

ρ_s et ρ_f sont respectivement les masses volumiques du solide composant la matrice et du fluide, ρ_a est la masse volumique de la quantité de fluide entraînée par la vibration de la matrice, et

$bF(\omega)$ est la résistivité à l'écoulement b corrigée par la fonction $F(\omega)$ introduite par Biot pour tenir compte de la friction oscillatoire que nous expliciterons par la suite.

En considérant que les déplacements de la matrice et du fluide résultent de la superposition d'ondes de dilatation, dont les potentiels sont ϕ et Φ , et d'ondes de rotation de potentiels $\vec{\gamma}$ et $\vec{\Gamma}$:

$$\vec{u} = \vec{\nabla}\phi + \vec{\nabla} \wedge \vec{\gamma} \quad (\text{II-4})$$

$$\vec{u} = \vec{\nabla}\Phi + \vec{\nabla} \wedge \vec{\Gamma},$$

dans le cas d'une onde harmonique $e^{-i\omega t}$ les équations (II-3) deviennent :

-ondes de cisaillement

$$N \Delta \vec{\gamma} + \omega^2 (\rho_1 + \rho^*) \vec{\gamma} - \omega^2 \rho^* \vec{\Gamma} = 0 \quad (\text{II-5})$$

$$(\rho_2 + \rho^*) \vec{\Gamma} = \rho^* \vec{\gamma}$$

-ondes de dilatation

$$P \Delta \phi + Q \Delta \Phi + \omega^2 (\rho_1 + \rho^*) \phi - \omega^2 \rho^* \Phi = 0$$

$$Q \Delta \phi + R \Delta \Phi + \omega^2 \rho^* \phi - \omega^2 (\rho_2 + \rho^*) \Phi = 0, \quad (\text{II-6})$$

où $\rho^* = \rho_a + i F(\omega) \frac{\omega_c}{\omega}$ avec $\omega_c = \frac{b}{\rho_2}$.

Le premier système d'équations se ramène à:

$$\Delta \vec{\gamma} + K_s \vec{\gamma} = 0 \quad (\text{II-7})$$

$$\vec{\Gamma} = \frac{\rho^*}{\rho_2 + \rho^*} \vec{\gamma},$$

$$\text{avec } K_s = \frac{\omega^2}{N} \left(\rho_1 + \frac{\rho_2 \rho^*}{\rho_2 + \rho^*} \right).$$

Cela montre que l'onde de cisaillement (ou de rotation) est unique et, se propage simultanément dans les deux phases.

Par factorisation de la seconde paire d'équation (II-6), on obtient des équations de Helmholtz découplées (Annexe-II [13])

$$\begin{aligned} \Delta \psi_+ + K_+^2 \psi_+ &= 0 \\ \Delta \psi_- + K_-^2 \psi_- &= 0, \end{aligned} \quad (\text{II-8})$$

où K_+ et K_- sont les racines de l'équation bicarrée:

$$K^4 - \left[K_f^{02} \left(1 + \frac{\rho^*}{\rho_2} \right) + K_M^{02} \left(1 + \frac{\rho^*}{\rho_1} \right) \right] K^2 + K_f^{02} K_M^{02} \left(1 + \frac{\rho^*}{\rho_2} + \frac{\rho^*}{\rho_1} \right) \approx 0 \quad (\text{II-9})$$

écrite avec l'approximation $PR \gg Q^2$,

on pose:

$K_f^{02} = \frac{\omega^2}{R} \rho_2$: la constante de propagation du mode fluide découplé

$K_M^{02} = \frac{\omega^2}{P} \rho_1$: la constante de propagation du mode matrice découplé.

L'onde de dilatation qui se propage dans chaque phase a une structure composite; elle s'écrit:

$$\phi = \frac{\psi_+ - \psi_-}{r_- - r_+} \quad \text{pour la phase solide,} \quad (\text{II-10a})$$

$$\phi = \frac{r_- \psi_+ - r_+ \psi_-}{r_- - r_+} \quad \text{pour le fluide,}$$

$$\text{avec } r_{\pm} = \frac{K_+^2 - K_f^{02}}{K_+^2 - K_M^{02}}. \quad (\text{II-10b})$$

2) Influence de la microstructure sur la propagation acoustique

Lors de la propagation acoustique dans la mousse il y a deux types de dissipation d'énergie[14]. L'un est lié à l'action visqueuse. L'autre a pour origine le dégagement de chaleur qui accompagne la déformation du solide polymérique. En assimilant chaque pore soit à une fente soit à un tube capillaire on peut caractériser le comportement de la force de friction oscillatoire ainsi que celui du module de compressibilité de l'air. Et lorsque le matériau possède une porosité élevée on peut estimer R et Q. On simplifie ainsi le problème de détermination des paramètres viscoélastiques nécessaires à l'étude numérique de la propagation des ondes selon la théorie de Biot.

2-1) Approximations sur P ,Q et R

D'après les relations (II-2) P,R et Q dépendent en plus de la porosité β , de k_s , k_M et k_f . Dans le cas où la porosité du matériau est suffisamment élevée ($\beta > 0.95$) on a $k_M/k_s \ll 1-\beta$. Nous pouvons ainsi faire les approximations suivantes:

$$\begin{aligned} P &\approx \frac{4}{3} N + k_M + Q ; \\ R &\approx \beta k_f ; \\ Q &\approx (1-\beta) k_f . \end{aligned} \quad (\text{II-11})$$

2-2) Force de friction oscillatoire

Suivant Biot, on modélise les pores soit par un conduit à faces parallèles soit par un tube cylindrique. Dans ces conditions les contraintes de friction du fluide τ , sont liées aux vitesses relatives moyennes par (Annexe III-1),[11]:

$$\tau = b \frac{\partial(u-u)}{\partial t} F_1(k_1) \quad \text{avec } b = \beta \frac{3 \mu}{a_1^2} \quad (\text{II-12})$$

pour les pores à faces parallèles d'espacement $2a$, et par

$$\tau = b \frac{\partial(u-u)}{\partial t} F(k) \quad \text{avec } b = \beta \frac{8 \mu}{a^2}. \quad (\text{II-13})$$

pour les pores circulaires de rayon a ,
 où $F_1(k_1)$ et $F(k)$ sont les fonctions explicitées en Annexe-III-1.
 Celles-ci ont des comportements asymptotiques similaires. En
 effet, nous avons:

$$F_1(k_1) \simeq 1 ; F(k) \simeq 1 \quad (\text{II-14})$$

pour les très basses fréquences, et

$$F_1(k_1) \simeq \frac{k_1}{3\sqrt{2}} (1-i) ; F(k) \simeq \frac{k}{4\sqrt{2}} (1-i) \quad (\text{II-15})$$

pour les très hautes fréquences.

Il en résulte qu'on peut assimiler les fentes (pores à faces
 parallèles) à des pores cylindriques à condition que :

$$a = \frac{4}{3} a_1. \quad (\text{II-16})$$

Par conséquent pour englober les deux cas il suffit de définir un
 paramètre a qui désignera à la fois la taille et la géométrie des
 pores et adopter pour la force de friction oscillatoire l'une des
 deux fonctions par exemple $F(\omega)$. Dans la réalité les pores n'ont
 pas une forme régulière mais ils présentent une certaine
 tortuosité. Compte tenu de cet effet la fonction $F(\omega)$ devient:

$$F(\omega) = - \frac{1}{4} \frac{\xi \sqrt{i} T(\xi)}{1 - \frac{2}{\xi \sqrt{i}} T(\xi)}. \quad (\text{II-17})$$

où

$$\xi = \frac{\omega \delta}{\omega_c} \quad \text{avec } \delta \text{ le facteur de forme et de tortuosité,}$$

2-3) Calcul de k_f compte tenu des échanges thermiques

De l'équation de conservation de l'énergie provenant du

transfert de chaleur, dans le fluide, créé par la vibration de la matrice on déduit dans le cas des pores cylindriques, le module de compressibilité k_f (voir Annexe III-2) [15]:

$$k_f = \frac{\gamma P_0}{1 - \frac{2(\gamma-1)}{k\lambda\sqrt{i}} T(k\lambda)} \quad (\text{II-18})$$

où γP_0 est le module de compressibilité isentropique, et λ le coefficient apparent de conductivité thermique de l'air.

Dans le cas où les pores ne sont pas réguliers on introduit le terme de tortuosité ξ , comme en 2-2), le module de compressibilité du fluide k_f a alors pour expression :

$$k_f = \frac{\gamma P_0}{1 - \frac{2(\gamma-1)}{\xi\lambda\sqrt{i}} T(\xi\lambda)} \quad (\text{II-19}).$$

Il est intéressant maintenant de voir comment interviennent les échanges thermiques.

Dans le domaine basses fréquences ($\omega \ll \omega_c$) les compressions et raréfactions de l'air se font tellement lentement que la capacité thermique du solide domine. k_f , dans ce cas, a pour valeur approchée:

$$k_f \approx P_0. \quad (\text{II-20})$$

Pour des fréquences élevées ($\omega \gg \omega_c$), l'action visqueuse de l'air est confinée à une couche limite mince. Le processus thermodynamique de l'air est adiabatique. Dans ces conditions l'expression simplifiée de k_f est :

$$k_f \approx \gamma P_0. \quad (\text{II-21})$$

Par conséquent les échanges thermiques n'interviennent de façon significative dans la propagation acoustique que dans le domaine

de fréquence intermédiaire.

2-4) Caractères des ondes de dilatation de Biot

La microstructure a aussi une influence sur la nature des ondes de dilatation ψ_+ et ψ_- . En effet comme la souplesse et la grand porosité du matériau entraînent respectivement :

$$K_f^{O^2} \ll K_M^{O^2} \quad \text{et} \quad \rho_1 \gg \rho_2,$$

les solutions approchées de l'équation (II-7) s'écrivent :

$$\begin{aligned} K_-^2 &\simeq K_M^{O^2} \left[1 - \rho^* \frac{K_M^{O^2} - K_f^{O^2}}{\rho_1 z} \right], \\ K_+^2 &\simeq K_f^{O^2} \left[1 - \frac{\rho^*}{\rho_2} \left(1 + \frac{\rho^*}{\rho_1} \frac{K_M^{O^2}}{z} \right) \right] \quad (\text{II-22}) \\ \text{avec } z &= K_f^{O^2} \frac{\rho^*}{\rho_2} - K_M^{O^2}, \end{aligned}$$

Ces approximations montrent que les ondes de dilatation prévues par la théorie de Biot sont couplées. Le terme de couplage, entre elles, dépend essentiellement de ρ^* .

Dans le domaine très basses fréquences où nous avons :

$$\frac{\rho^*}{\rho_2} \simeq i \frac{\omega_c}{\omega},$$

les expressions (II-27) et (II-9b) deviennent :

$$K_+^2 \simeq i K_f^{O^2} \frac{\omega_c}{\omega} ; \quad K_-^2 \simeq K_M^{O^2}, \quad c_-^2 \simeq \frac{P+R}{\rho_1 + \rho_2} \simeq \frac{P}{\rho_1} \quad (\text{II-23})$$

$$\text{avec } r_+ \simeq 1 \quad \text{et} \quad r_- \simeq -\frac{P}{R}.$$

Ainsi pour des fréquences $\omega \ll \omega_c$ seule l'onde "-" se propage avec la constante de propagation du mode matrice découplé. L'autre onde "+", a un caractère diffusif.

3) Conclusion :

En assimilant la mousse à un milieu poreux isotrope; et en prenant en considération les caractéristiques de sa structure physique (porosité élevée, modèle géométrique approprié de la matrice) on peut caractériser globalement la propagation acoustique si on connaît le comportement dynamique du paramètre viscoélastique P d'une part et d'autre part le paramètre de couplage massique et la résistivité de l'écoulement de l'air.

Chapitre III PROPAGATION DANS UNE TIGE CYLINDRIQUE MESURE DES MODULES D'YOUNG ET DE CISAILLEMENT

Intoduction:

Dans l'étape précédente, nous avons montré qu'il est possible d'estimer R , Q et P à partir des modules de compressibilité k_f et k_M , respectivement du fluide et de la matrice, et de la porosité β lorsque celle-ci est élevée ($\beta \geq 0.95$). De plus nous avons mis en évidence le caractère diffusif de l'onde lente dans la gamme basses fréquences.

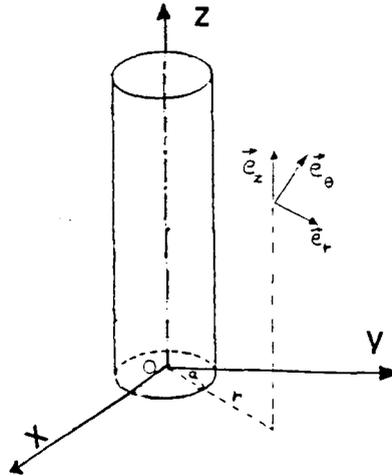
Si on admet que les pores sont cylindriques alors, pour évaluer le paramètre P , il suffit de connaître k_M . Pour cela il faut mesurer par exemple les modules d'Young et de cisaillement N (ou le coefficient de Poisson ν) de la matrice dans le domaine basses fréquences [16]. C'est nous sommes amenés à faire dans ce chapitre.

Dans un premier temps nous recherchons les conditions expérimentales de mesure de E et de N . Pour cela nous ferons l'étude théorique de la propagation d'une onde longitudinale et de torsion dans une tige cylindrique infinie. Ensuite nous mesurons les modules d'Young et de cisaillement. Finalement nous exposerons la théorie de W.L.F, dont nous avons fait un bref rappel dans le premier chapitre, afin de décrire le comportement du module d'Young de larges domaines de fréquences.

1) Propagation dans une tige cylindrique infinie: caratères des modes étudiés expérimentalement:

On considère la propagation des ondes harmoniques ($e^{-i\omega t}$) dans une tige cylindrique infinie de mousse, d'axe de vibration Oz

et de rayon a :



Dans ce système de coordonnées les équations de Helmholtz découplées relatives aux ondes de dilatation et de cisaillement, s'écrivent :

$$\frac{\partial^2 \psi_+}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_+}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi_+}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \psi_+}{\partial z^2} + K_+^2 \psi_+ = 0 \quad (\text{III-1})$$

et

$$(\Delta \gamma_r - \frac{\gamma_r}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \gamma_\theta}{\partial \theta}) \vec{e}_r + (\Delta \gamma_\theta - \frac{\gamma_\theta}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \gamma_r}{\partial \theta}) \vec{e}_\theta + \Delta \gamma_z \vec{e}_z + K_s^2 \vec{\gamma} = 0.$$

où

Δ est le Laplacien, et γ_r , γ_θ et γ_z sont les coordonnées cylindriques de $\vec{\gamma}$.

Compte tenu de la symétrie axiale de l'éprouvette et pour simplifier on s'intéresse aux solutions indépendantes de θ :

$$\psi_+ = \alpha_+ J_0(k_{+r} r) e^{i(kz - \omega t)} \quad \text{et} \quad \vec{\gamma} = \beta_1 \vec{e}_z + \nabla \wedge (\beta_2 \vec{e}_z)$$

avec

(III-2)

$$\beta_1 = \gamma_s J_0(k_{sr} r) e^{i(kz - \omega t)}, \beta_2 = \frac{\alpha_s}{iK} J_0(k_{sr} r) e^{i(kz - \omega t)}$$

$$\text{et } k_{ir}^2 = K_i^2 - k^2; i = s, +, -, ,$$

où

J_0 est la fonction de Bessel d'ordre 0,

k est la constante de propagation

et

α_+ , α_- , α_s et γ_s sont des constantes qu'on détermine à partir des conditions aux limites qu'on définira par la suite.

Parmi ces ondes, on se limite dans notre étude aux ondes longitudinales et de torsion.

1) Modes longitudinaux

On a affaire aux ondes longitudinales lorsque la composante selon \vec{e}_θ des vecteurs de déplacement du fluide et du solide sont nuls:

$$u_\theta = u_{\theta} = 0 \quad (\text{III-3}).$$

Par conséquent d'après (II-1), les contraintes $\sigma_{r\theta}$ et $\sigma_{\theta\theta}$ sont nulles:

$$\sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta\theta} = 0.$$

Comme la longueur de la tige est infinie, seules les contraintes σ_{rr} , σ_{rz} et S_{ii} gouvernent la propagation de telles ondes. D'après (II-1), (II-4) et (II-10a) et (III-2) nous avons:

$$\sigma_{rr} = \left\{ \frac{\alpha_+}{r_- - r_+} \left[(-K_+^2(A + Q_{r_-}) - 2Nk_{+r}^2) J_0(k_{+r} r) + 2N \frac{k_{+r}}{r} J_1(k_{+r} r) \right] \right. \\ \left. + \frac{\alpha_-}{r_- - r_+} \left[(K_-^2(A + Q_{r_+}) + 2Nk_{-r}^2) J_0(k_{-r} r) - 2N \frac{k_{-r}}{r} J_1(k_{-r} r) \right] \right\}$$

$$+\alpha_s \left[-K_{sr}^2 J_0(K_{sr} r) + \frac{K_{sr}}{r} J_1(K_{sr} r) \right] \Bigg\} e^{i(kz - \omega t)}$$

(III-4)

$$\sigma_{rz} = \left\{ -2i \frac{\alpha_+}{r_- - r_+} N K_+ K_{+r} J_1(K_{+r} r) + 2i \frac{\alpha_-}{r_- - r_+} N K_- K_{-r} J_1(K_{-r} r) \right. \\ \left. - N (2K_{sr}^2 - K_s^2) K_{sr} \frac{\alpha_s}{iK} J_1(K_{sr} r) \right\} e^{i(kz - \omega t)}$$

$$S_{ii} = \left\{ -\frac{\alpha_+}{r_- - r_+} K_+^2 (Q + R_{r_-}) J_0(K_{+r} r) + \frac{\alpha_-}{r_- - r_+} K_-^2 (Q + R_{r_+}) J_0(K_{-r} r) \right\} e^{i(kz - \omega t)}$$

où les constantes α_+ , α_- et α_s peuvent être déterminées à partir des conditions aux limites de ces contraintes et des déplacements radiaux.

a) Conditions aux limites:

Contrairement aux travaux de G.H.f Gardner [17] et J.Berryman [18] où l'air extérieur n'est pris en compte, les vibrations longitudinales de la tige génèrent dans le fluide extérieur une onde de pression P_f qui satisfait les conditions de radiation à l'infini [19]:

$$P_f = \alpha \rho \omega^2 H_0^{(1)}(K_r r) e^{i(kz - \omega t)}, \\ U_{rf} = -\alpha K H_1^{(1)}(K_r r) e^{i(kz - \omega t)} \quad (III-5)$$

où

U_{rf} est la composante radiale de déplacement du fluide, et

$$K_r^2 = \omega^2 / c_0^2 - k^2$$

avec

H_0 et H_1 sont les fonctions de Hankel du premier et second ordre, et c_0 est la vitesse du son.

De ce fait nous avons à l'interface tige-air extérieur autrement dit en $r=a$ [19]:

$$\sigma_{rr} = -(1-\beta)P_f \\ S = -\beta P_f \\ \sigma_{rz} = 0. \quad (III-6)$$

et

$$\beta u_r + (1-\beta)u_r = U_{rf}$$

Par élimination de α , on obtient ainsi le système linéaire sans second membre:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{X_+^2}{N} \left[P + Qr_- - (1-\beta) \frac{(Rr_- + Q)}{\beta} \right] + 2X_z^2 \right\} \frac{\alpha_+}{r_- - r_+} J_0(X_{+r}) \\ & + \left\{ \frac{X_-^2}{N} \left[P + Qr_+ - (1-\beta) \frac{(Rr_+ + Q)}{\beta} \right] + 2X_z^2 \right\} \frac{\alpha_-}{r_- - r_+} J_0(X_{-r}) \\ & + \left[-2 + \frac{X_s^2}{2X_z^2} \Theta(X_{rs}) \right] (X_s^2 - X_z^2) \alpha_s J_0(X_{sr}) = 0 \quad (\text{III-7}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left\{ X_+^2 (Rr_- + Q) - \beta \rho c_0^2 \frac{X H_0(X_r)}{X_r H_1(X_r)} (\beta r_- + 1 - \beta) (X_+^2 - X_z^2) \frac{\Theta(X_{+r})}{2} \right\} \frac{\alpha_+}{r_- - r_+} J_0(X_{+r}) \\ & + \left\{ -X_-^2 (Rr_+ + Q) + \beta \rho c_0^2 \frac{X H_0(X_r)}{X_r H_1(X_r)} (\beta r_+ + 1 - \beta) (X_-^2 - X_z^2) \frac{\Theta(X_{-r})}{2} \right\} \frac{\alpha_-}{r_- - r_+} J_0(X_{-r}) \\ & - \beta \rho c_0^2 \frac{X H_0(X_r)}{X_r H_1(X_r)} \left\{ \beta \frac{\rho^*}{\rho_2 + \rho^*} + 1 - \beta \right\} \frac{\Theta(X_{sr})}{2} (X_s^2 - X_z^2) \alpha_s J_0(X_{sr}) = 0 \end{aligned}$$

$$\Theta(X_{+r}) (X_+^2 - X_z^2) \frac{\alpha_+}{r_- - r_+} J_0(X_{+r}) + \Theta(X_{-r}) (X_-^2 - X_z^2) \frac{\alpha_-}{r_- - r_+} J_0(X_{-r})$$

$$-\left(\frac{X_s^2}{X_z^2} - 2\right) \frac{\Theta(X_{sr})}{2} (X_s^2 - X_z^2) \alpha_s J_0(X_{sr}) = 0$$

on a posé : $X_i^2 = K_i a_i^2$, ($i=r, +, -, r, s, r, sr, z$)

où $\Theta(z)$ est la fonction de Gardner [17] définie par:

$$\Theta(z) = \frac{2J_1(z)}{zJ_0(z)} \quad \text{et qui possède les propriétés suivantes:}$$

$$\Theta(z) = \Theta(-z),$$

$$\lim_{y \rightarrow \infty} \Theta(iy) = \frac{2}{y}.$$

Pour que α_+ , α_- et α_s soient non tous nuls il faut que le déterminant de la matrice $[a_{ij}]$ soit nul:

$$|a_{ij}| = 0 \quad (\text{III-8})$$

où $[a_{ij}]$ est la matrice telle que:

$$[a_{ij}] \begin{bmatrix} \alpha_+ \\ \alpha_- \\ \alpha_s \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{III-9})$$

b) Caractères des modes longitudinaux

De la relation (III-8), on obtient une équation dont les solutions permettent d'évaluer la vitesse des modes longitudinaux, à une fréquence donnée, lorsque les paramètres viscoélastiques soient bien définis. Pour ce faire, nous adoptons les valeurs suivantes:

$$c_0 = 342 \text{ m/s}; \quad \rho_f = 1.29 \text{ Kg/m}^3$$

pour l'air extérieur,

$$\beta = 0.95; \quad \rho_2 = \beta \rho_f = 1.23 \text{ Kg/m}^3; \quad \rho_a = 9\rho_2;$$

$b = 110000 \text{ Pa.s/m}^2$; $f_c = 15200 \text{ Hz}$
pour l'air interne,

et

$$\rho_1 = 59.5 \text{ Kg/m}^3;$$

$$\nu = 0.43;$$

$E = E' - iE''$ tel que:

$$\forall f \text{ (la fréquence) : } E' = E_0 + \frac{\omega^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} (E_\infty - E_0) ,$$

$$f \leq f_M : E'' = \frac{\omega \tau}{1 + \omega^2 \tau^2} (E_\infty - E_0)$$

$$f > f_M : \eta = \eta(f_M) \left[1 + \alpha \frac{f - f_M}{f} \right]$$

avec $E_0 = 10^5 \text{ Pa}$, $E_\infty = 1.9 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $f_M = 1200 \text{ Hz}$ et $\alpha = 1/7$
pour la matrice.

En négligeant l'air extérieur et en remplaçant X_z par $\omega a / c_T$, on obtient l'équation bicarrée suivante:

$$c_T^4 \left\{ \frac{P}{N} (r_+ - r_-) \Theta_s - (\Theta_{+r_+ - r_-} \Theta_s) \right\} +$$

$$c_T^2 \left\{ c_{-r_-}^2 \Theta_s (2 - \Theta_-) - c_{+r_+}^2 \Theta_s (2 - \Theta_+) \right\} +$$

$$c_s^2 \left[4 (\Theta_{+r_+ - r_-} \Theta_s) - 2 \frac{P}{N} (r_+ - r_-) \Theta_s \right] \right\} +$$

$$4 c_+^2 c_s^2 r_+ (\Theta_s - \Theta_+) - 4 c_-^2 c_s^2 r_- (\Theta_s - \Theta_-) = 0,$$

(III-9)

analogue à celle de Pochhammer relative à la propagation des ondes longitudinales dans une tige cylindrique solide [20]:

$$(X_z^2 - X_{sr}^2)^2 \Theta_s + 4 \alpha^2 a^2 X_z^2 \Theta(\alpha a) - \alpha^2 a^2 (X_z^2 + X_z^2) \Theta_{sr} \Theta(\alpha a) = 0$$

$$\text{où } \alpha^2 = \omega^2 / c_1^2 - k^2 \quad \text{(III-10)}$$

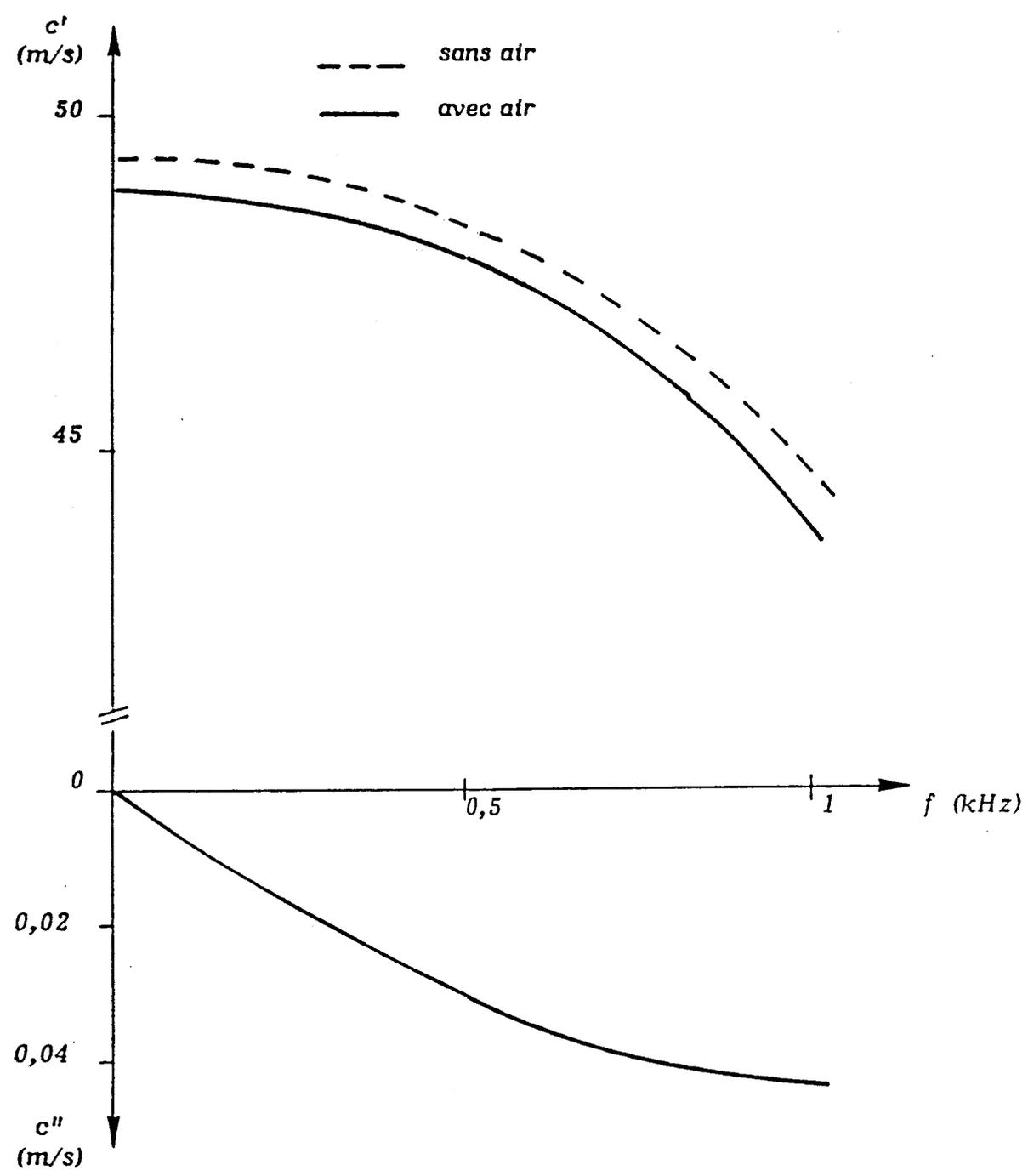


Figure N°5 Courbe de dispersion de la vitesse c - matrice sans dispersion ; $a=2\text{cm}$

avec c_1 : la vitesse de propagation de l'onde de dilatation.
 Examinons les solutions de cette équation dans le domaine basses fréquences. Pour $f \ll f_c$,

$$|X_{-r}| \ll 1, |X_{ar}| \ll 1 \text{ et } |X_{+r}| \ll 1$$

ce qui implique[17]

$$\Theta(X_{ar}) = \Theta(X_{-r}) = \Theta(X_{+r}) \simeq 1.$$

De ce fait et compte tenu des relations (II-23) du chapitre II, la solution non nulle de (III-9) est:

$$c_{OT}^2 = \frac{E}{\rho_1 + \rho_2} \quad (\text{III-11}),$$

Pour des fréquences plus élevées, les approximations initiales sur les fonctions Θ_i ne sont plus valables. En faisant le développement de Θ_i :

$$\Theta_i \simeq 1 + \frac{X}{B} \left(\frac{c_T^2}{c_i^2} - 1 \right) \dots; X = K_T a^2 \quad (\text{III-12})$$

et en se limitant aux deux premiers termes, nous avons [21]:

$$c_T^2 = c_{OT}^2 \left[1 - \frac{\nu^2}{2} X - \frac{(1-2\nu)^2}{8(\rho_1 + \rho_2)} \rho^* X \right] \quad (\text{III-13})$$

Lors de la propagation du premier mode longitudinal, le domaine de fréquence, précédant celui où le caractère superficiel de l'onde longitudinale (onde de rayleigh) se manifeste, est a priori, le plus intéressant pour estimer l'influence de l'air extérieur sur la propagation. Dans cet intervalle la courbe c_T est peu différente de celle obtenue à partir de la relation (III-13) par exemple dans le cas où la matrice est sans dispersion ($E = (E_0 + E_\infty)/2$) et pour $a=2\text{cm}$ (figure 5). On peut y observer d'une part que la correction de Rayleigh n'est pas applicable pour des fréquences ≤ 1 kHz et d'autre part que l'atténuation est croissante tout en

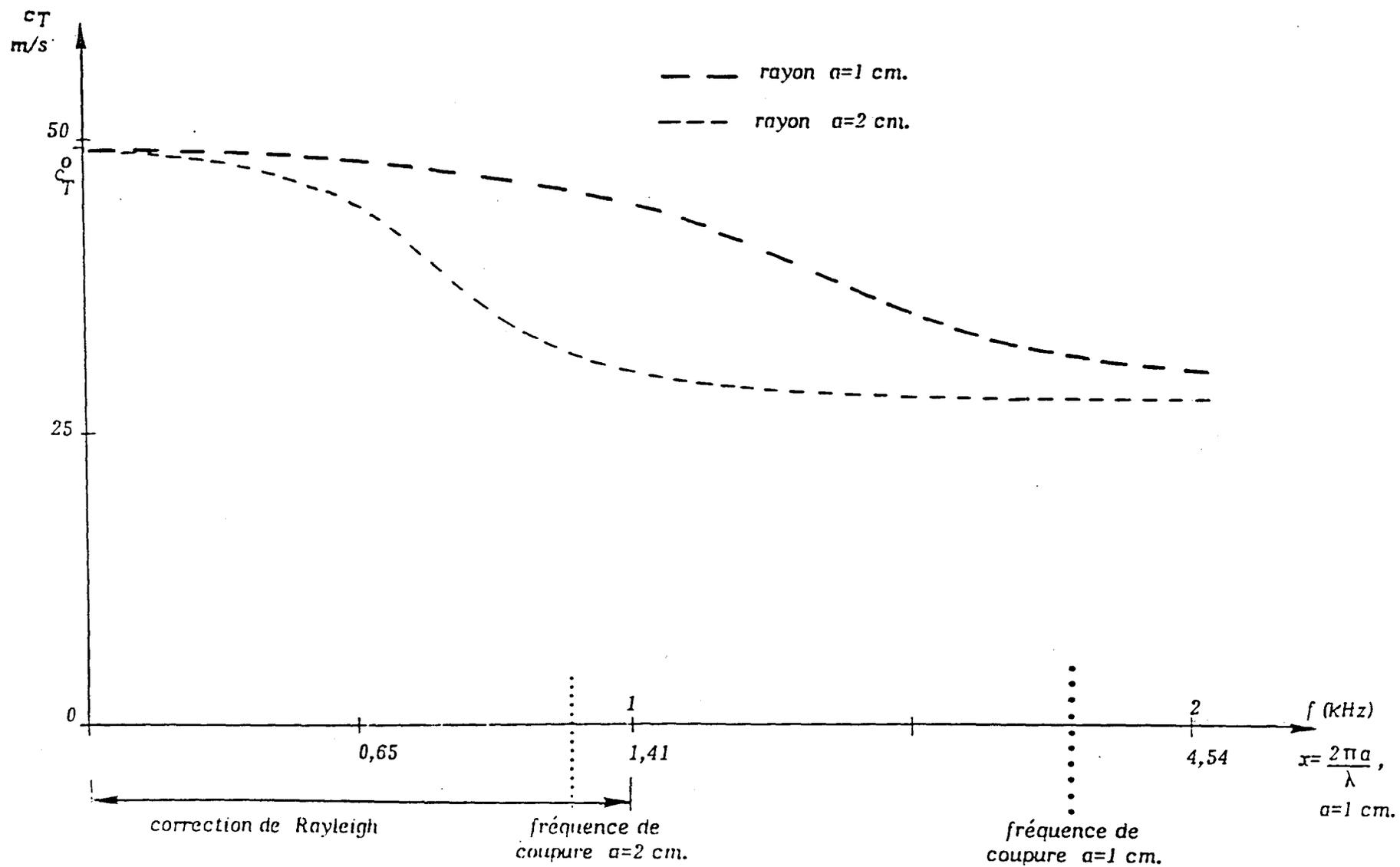


Figure N°6 Courbe de dispersion de la vitesse c_T - matrice seule sans dispersion

restant très faible. En diminuant le rayon de la tige ($a = 1\text{cm}$) la zone de fréquence explorée s'étend aussi bien dans le cas où le module d'Young est constant que dans le cas où la matrice est dispersive. Dans ce dernier cas, on peut remarquer que la courbe c_T rend compte de l'effet dispersif de la matrice pour $a = 1\text{cm}$ alors que pour $a = 2\text{cm}$ cet effet est complètement occulté par la dispersion géométrique (figures 6 et 7).

Dans le domaine hautes fréquences, autrement dit lors de la propagation du deuxième mode longitudinal, le comportement de c_T est conditionné par l'existence de la fréquence de coupure analogue à celle définie, dans l'équation de Pochhammer[20], par $\Theta(\alpha a) = c_1^2/c_s^2$.

Lorsque le rayon choisi de la tige est de 1cm, cette fréquence est localisée vers 1780 Hz dans le cas où le milieu est sans dispersion (figure 8-a). La présence de l'air décale cette fréquence faisant ainsi apparaître un second mode plus atténué (figure 8-b). Dans le cas où le milieu est dispersif on observe une continuité de la vitesse et de l'atténuation (figure 8-c).

Pour un rayon plus grand (par exemple 2cm) cette fréquence de coupure se situerait dans le domaine basses voire très basses fréquences.

En conséquence, dans le cadre de la mesure du module d'Young il apparaît que le premier mode est le plus intéressant à exciter pour un échantillon de grand élancement (pour $a=1\text{cm}$) car dans un domaine de fréquence $\leq 1.2\text{ kHz}$ la correction de Rayleigh est applicable et la viscoélasticité du matériau transparaît.

2-1) Modes de torsion

Pour l'onde de torsion les composantes selon les axes \vec{e}_z et \vec{e}_r des vecteurs déplacements des deux phases du matériau doivent être nuls :

$$u_r = u_z = u_r = u_z = 0 \quad .$$

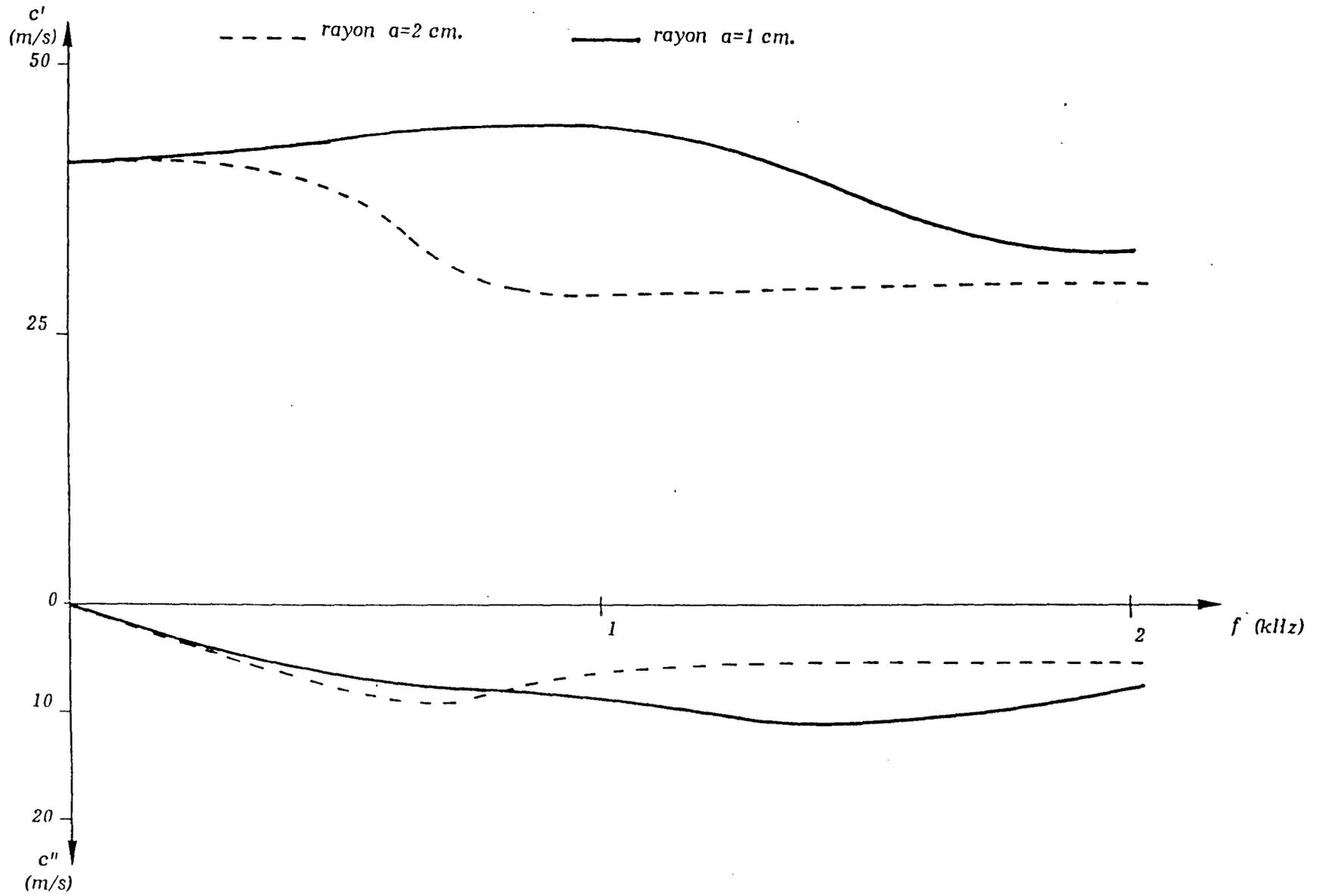


Figure N°7 Courbe de dispersion de la vitesse $c = c' - i c''$

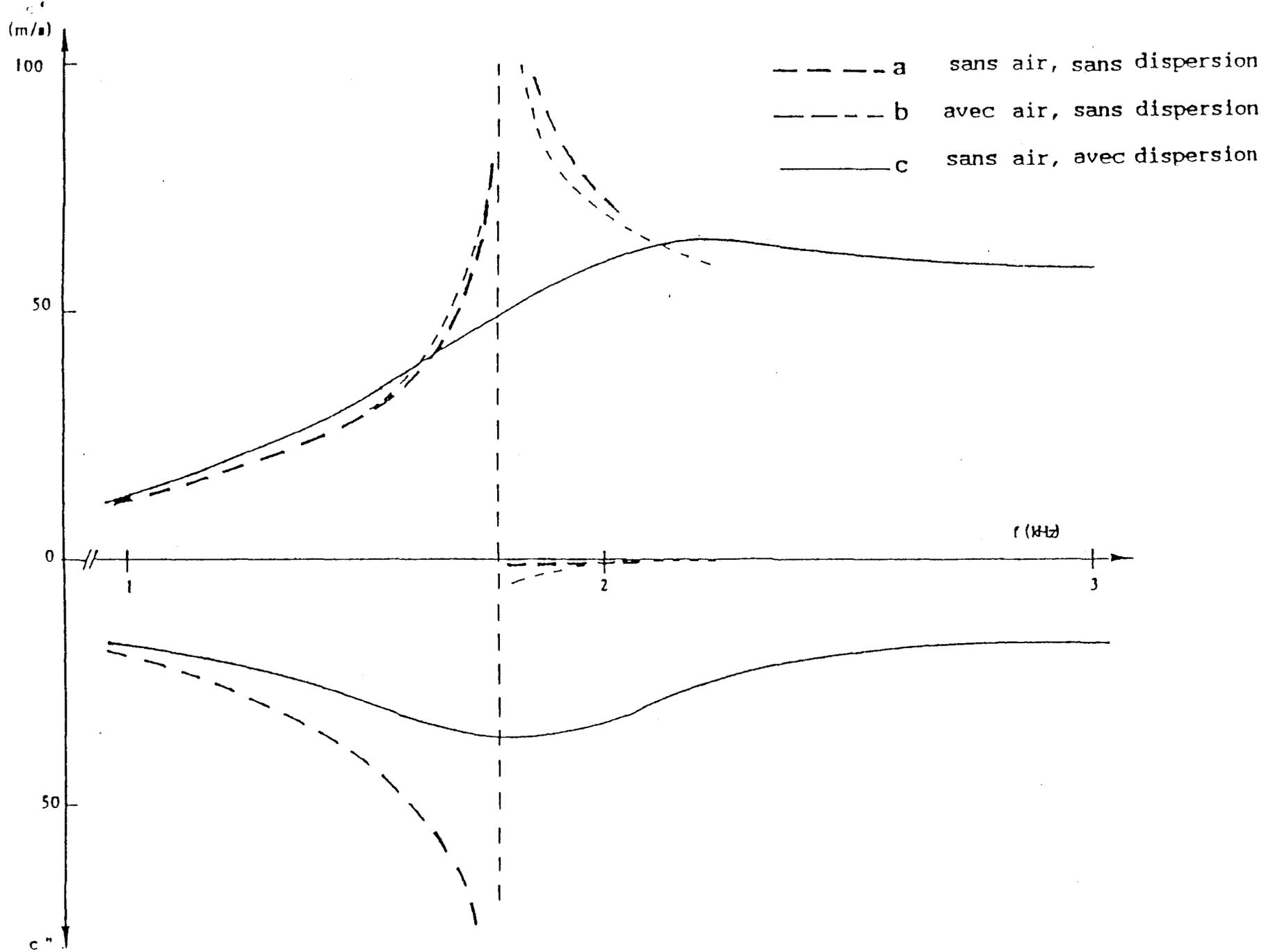


Figure N°8 Courbe de dispersion - second mode longitudinal

De ce fait et compte tenu des relations (II-1) seule la contrainte de cisaillement $\sigma_{r\theta}$ est non nulle:

$$\sigma_{r\theta} = -\gamma_s k_{sr} N \left(k_{sr} J_0(k_{sr} r) - \frac{2}{r} J_1(k_{sr} r) \right) e^{i(kz - \omega t)} \quad (\text{III-14}) .$$

Comme l'air extérieur n'a aucune influence sur la propagation d'une telle onde on a en $r=a$:

$$\sigma_{r\theta} = 0 .$$

Ce ci conduit à la relation suivante:

$$X_{sr} J_0(X_{sr}) = 2J_1(X_{sr}) \quad (\text{III-15}).$$

Les solutions de cette équation correspondent aux différents modes de propagation dont les quatre premiers sont donnés par

$$X_{sr} = 0 ; X_{sr} = 5.136 ; X_{sr} = 8.417 ; X_{sr} = 11.62 \quad [22] \quad (\text{III-16}).$$

On peut noter que la vitesse de propagation du premier mode de torsion est indépendante de la géométrie de l'éprouvette. Alors que les autres modes se propagent avec une dispersion géométrique.

2) Dispositifs expérimentaux:

Pour les études expérimentales permettant la mesure du module d'Young et du module de cisaillement, nous disposons de six échantillons cylindriques de 12cm de longueur sur 2cm de diamètre et taillé chacun dans une mousse de polyuréthane différente comme le montre le tableau-I.

1-2) Mesure du module d'Young

a-Méthode de mesure

Un échantillon, supporté sur une plate-forme de masse m_B , est entraîné dans un mouvement de vibration vertical à caractère transitoire (figure -9 A).

En supposant que les points de la tige sont animés de mouvements parallèles aux génératrices tels que toute section droite d'abscisse z au repos reste constamment plane au cours

Tableau I: Caractéristiques physiques des mousses étudiées

Echantillon	Identification de la mousse	p.p.cm	% p.f	d(mm)	D(mm)	$\beta_{\text{calculée}}$	β	ρ (kg/cm ³)
N°1	Polyether 24/40	11.46	28	0.0697	0.872	0.989	0.976	26.5
N°2	R.I 3250	19.4	19	0.045	0.515	0.988	0.98	33.3
N°3	Bultex AM 35	18	35	0.055	0.521	0.982	0.98	48
N°4	Polyether 16/40	13.53	43	0.067	0.739	0.987	0.987	19
N°5	L.F.I 60	25.33	50	0.06	0.394	0.963	0.95	57.4
N°6	L.P 14	38.73	74	0.0375	0.258	0.966	0.961	47.3

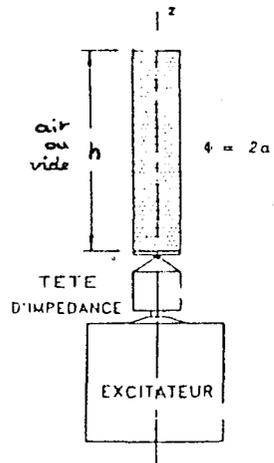
p.p.cm: nombre de pores par cm
 % p.f: pourcentage de pores fermés
 d:diamètre moyen des arêtes
 D:diamètre moyen des cellules
 ρ :masse volumique apparente

$$\beta_{\text{calculée}} = 1 - \frac{\pi}{2} \frac{d^2}{D^2} \text{ selon Lambert [23]}$$

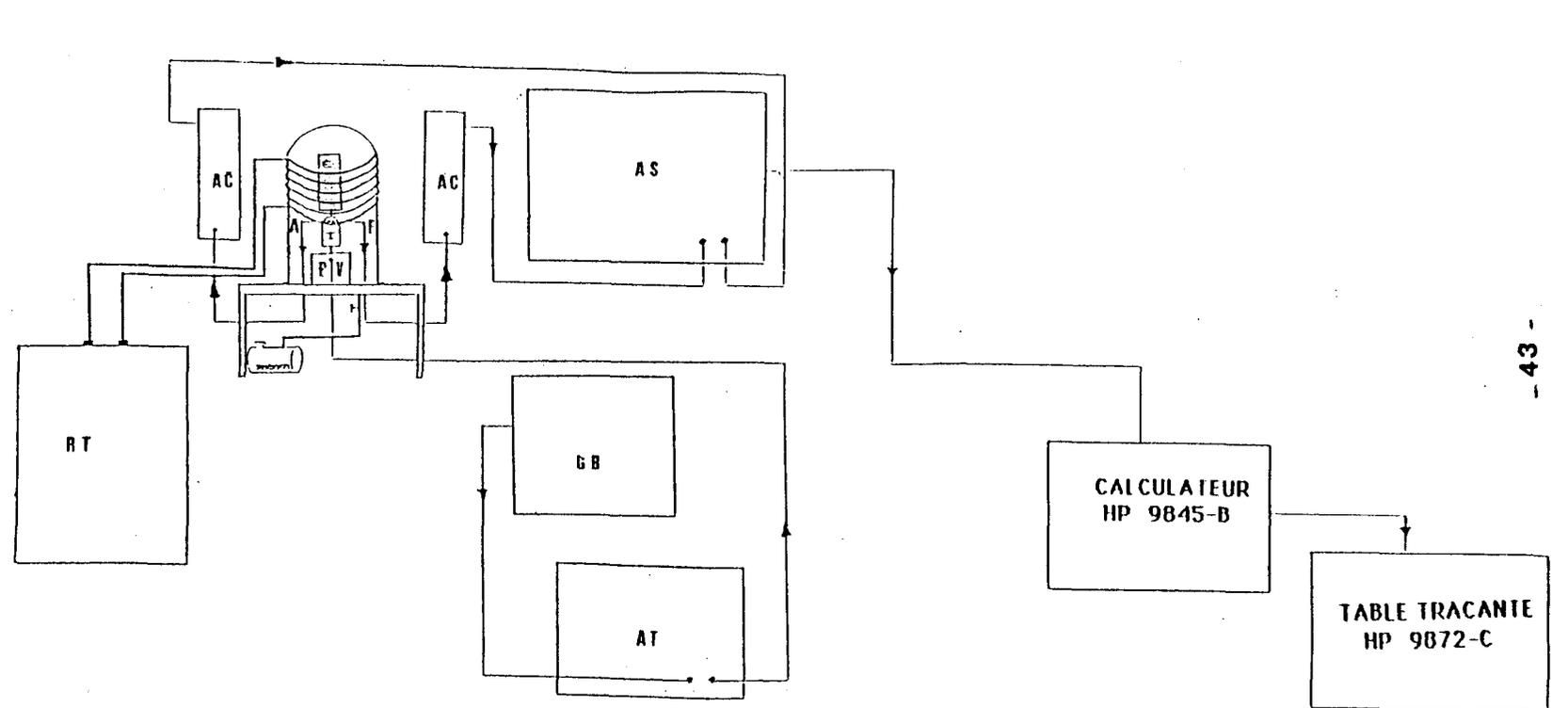
$$\beta = 1 - \frac{\rho}{\rho_m} ; \rho_m: \text{masse volumique du polymère solide.}$$

Figure N°9 Dispositif expérimental de mesure du module d'Young

a)



b)



A: sortie accéléromètre
 F: sortie capteur de Force
 AC: amplificateur de charge
 AS: analyseur de spectre
 RT: cryostat
 E: échantillon de mousse

GB: générateur de bruit blanc
 PV: pot vibrant
 AT: amplificateur de puissance
 T: tête d'impédance

de son déplacement, l'équation qui gouverne son mouvement s'écrit alors :

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (\text{III-17})$$

où $\sigma(z,t)$ est la contrainte normale, $u(z,t)$ est la composante longitudinale de déplacement, et ρ est la masse volumique de l'échantillon.

Compte tenu du caractère de ce mouvement, il est préférable de passer par la transformée de Fourier pour résoudre cette équation. En effet l'intégrale de Fourier permet de considérer une onde transitoire comme une somme d'ondes sinusoïdales élémentaires.

En posant:

$$\bar{u} = u(z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(z,t) e^{i\omega t} dt \quad \text{et} \quad \bar{\sigma} = \sigma(z, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma(z,t) e^{i\omega t} dt,$$

$$\text{on a} \quad \frac{\partial \bar{\sigma}}{\partial z} = -\rho \omega^2 \bar{u} \quad (\text{III-18}).$$

Comme la déformation longitudinale $\bar{\varepsilon} = \partial \bar{u} / \partial z$ entraîne une déformation transversale, cela se traduit par une distribution non uniforme de la contrainte le long de la section de la tige, de sorte qu'une section initialement plane subira une distorsion au cours du mouvement. La relation qui lie la contrainte à la déformation s'écrit en première approximation d'après la relation (III-13):

$$\bar{\sigma} \simeq \bar{\varepsilon} \left[E(i\omega) - \rho \omega^2 \nu^2 a^2 / 2 \right] \quad (\text{III-19})$$

avec:

ν le coefficient de Poisson du matériau.

Pour la matrice homogène on obtient:

$$E_a(i\omega) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} = -\rho\omega^2 \bar{u} \quad (\text{III-20}),$$

avec $E_a(i\omega) = E(i\omega) - \rho\omega^2 \nu^2 a^2 / 2$.

L'onde longitudinale qui se propage dans la tige est donc régie non pas par le module de Young réel $E(i\omega)$ mais par le module apparent $E_a(i\omega)$. Les solutions de (III-20) sont de la forme:

$$\bar{u} = A(\omega)e^{-iKz} + B(\omega)e^{+iKz} \quad ; K^2 = \omega^2 \frac{\rho}{E_a(i\omega)} \quad (\text{III-21}).$$

$A(\omega)$ et $B(\omega)$ sont des constantes qu'on détermine à partir des conditions aux limites.

Si on applique le principe fondamental de la dynamique au support de masse m_B en tenant compte des conditions de continuité du déplacement et la déformation aux limites :

$$\bar{u}(z, \omega) \Big|_{z=0} \quad \text{et} \quad \bar{\varepsilon}(z, \omega) \Big|_{z=h} = 0,$$

alors on peut exprimer la masse dynamique m_d de l'éprouvette par :

$$m_d = \frac{F}{\gamma} - m_B = m \frac{\sin(2\alpha') + i\text{sh}(2\alpha'')}{\alpha(\cos(2\alpha') + \text{ch}(2\alpha''))} \quad (\text{III-22})$$

avec $\alpha = Kh = \alpha' + i\alpha''$

h , m , F et γ sont respectivement la longueur de l'échantillon, la masse statique de ce dernier, la force d'entraînement et l'accélération.

A la résonance nous avons:

$$\alpha' \approx (2p + 1) \frac{\pi}{2} \quad (\text{III-23})$$

$$m_d \approx 2im \frac{\coth(\alpha'')}{(2p+1)\pi} \quad ; p \text{ est un nombre entier.}$$

Ainsi à partir des valeurs de α' et α'' pour chaque

fréquence on évalue les composantes de E selon les relations suivantes:

$$E' = \frac{(\alpha'^2 - \alpha''^2)}{(\alpha'^2 + \alpha''^2)^2} \rho \omega^2 h^2 + \rho \omega^2 v^2 a^2 / 2 \quad (\text{III-24})$$

$$E'' = \frac{2\alpha'\alpha''}{(\alpha'^2 + \alpha''^2)^2} \rho \omega^2 h^2.$$

b) Dispositif expérimental:

La chaîne de mesure du module de Young est représentée sur la figure-9-B. L'excitateur électrodynamique (PV), alimenté par un bruit blanc (G.B), entraîne l'échantillon (E), dans des oscillations longitudinales via une plate-forme de polyéthylène. Les impulsions reçues par les capteurs piézoélectriques de force et d'accélération, incorporés dans la tête d'impédance (T), sont transformées en courants de charge. Ceux-ci sont ensuite convertis proportionnellement en tensions électriques, par les amplificateurs de charges (A.C), aux deux entrées de l'analyseur de spectre (A.S). Le calcul des spectres des deux signaux se fait dans la fenêtre de Hanning, sélectionnée sur le menu de l'analyseur (A.S), afin de voir leurs étendues dans une large gamme de fréquence. Il faut ensuite s'assurer de la linéarité du domaine ($\sigma = E \epsilon$). Pour cela on règle manuellement le niveau de l'excitation de sorte que le diagramme de Nyquist, entre la force et l'accélération (respectivement proportionnelles à la contrainte et la déformation), soit une ellipse. Le rapport des spectres relatifs à la force F et à l'accélération γ , donne la masse dynamique de l'ensemble échantillon + plateforme. Le résultat d'un essai préalable sur la plateforme est alors prélevé pour déterminer la masse dynamique de l'échantillon.

$$\frac{F/\gamma}{\text{échantillon}} = \frac{F/\gamma}{\text{ensemble}} - \frac{F/\gamma}{\text{plateforme}}$$

Afin d'effectuer cette mesure à différentes températures, on dispose d'un cryostat (RT). Ce dernier est relié à l'enceinte, contenant l'ensemble échantillon + excitateur, par un échangeur thermique. La température ambiante de l'éprouvette est relevée par un thermomètre à affichage digital.

Pour mesurer le module d'Young nous avons élaboré un logiciel compatible avec le calculateur HP 9845-B (voir annexe IV). Grâce au bus IEEE 488 ce dernier permet à partir du clavier, la gestion de l'acquisition, le transfert des points expérimentaux vers le calculateur pour le traitement et la sortie, sur la table traçante HP 9872-C, des différentes courbes relatives au module d'Young. Avant le traitement du signal F/γ une pause est prévue dans ce logiciel pour nous permettre de repérer le niveau et la fréquence des perturbations extérieures éventuelles et ainsi limiter la partie du signal dans laquelle la recherche des fréquences de résonances doit se faire.

2-2) Mesure du module de cisaillement :

a- Méthode de mesure

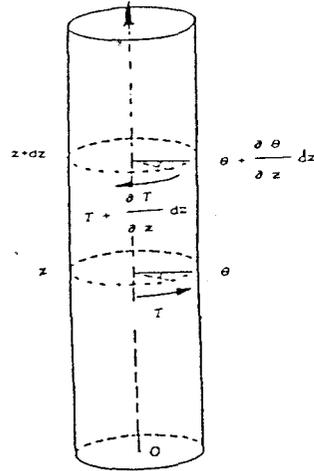
Pour exciter le premier mode de torsion, on entraîne l'échantillon dans des oscillations entretenues (Figure-10-A). On applique le principe fondamental de la dynamique à un élément, de longueur dz , de l'éprouvette :

$$\sum \text{Moments des couples} = \rho j dz \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad (\text{III-25}),$$

$$\text{où } j = \int_{\sigma} r^2 d\sigma.$$

La torsion de cet élément est assurée par deux couples

antagonistes $T(z+dz)$ et $T(z)$:



L'équation (III-25) devient :
$$\frac{\partial T}{\partial z} = \rho j \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}, \quad (\text{III-26}).$$

Soit ϵ_s la déformation de cisaillement, due à la torsion de dz ; elle s'écrit :

$$\epsilon_s = r \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (\text{III-27}).$$

La contrainte de cisaillement σ_s correspondante est donc :

$$\sigma_s = N r \frac{\partial \theta}{\partial z} \quad (\text{III-28}).$$

Compte tenu du fait que $T = \int_s r \sigma_s ds$,

le mouvement de rotation de la tige est décrit par l'équation suivante :

$$N \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}. \quad (\text{III-29}).$$

Par conséquent le déplacement u ($u=r\theta$), lorsque l'extrémité inférieure de l'éprouvette est fixe, est de la forme :

$$u = r \theta_0 (e^{-iK_s z} - e^{iK_s z}) e^{-i\omega t} \quad \text{avec} \quad K_s^2 = \omega^2 \frac{\rho}{N} \quad (\text{III-30}).$$

θ_0 est une constante qu'on détermine à partir des conditions imposées par l'excitateur à l'extrémité supérieure de l'échantillon: c'est à dire en $z=h$ où on a:

$$\mu_0 e^{-i\omega t} = I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \Gamma; \quad (\text{III-31})$$

μ_0 l'amplitude de l'excitation .

I et Γ sont respectivement le moment d'inertie de l'équipage mobile par rapport à l'axe Oz et le moment de couple de torsion. Ce dernier s'exprime par:

$$\Gamma = -iK_s N \theta_0 \frac{\pi}{2} a^4 (e^{-iK_s h} + e^{iK_s h}) e^{-i\omega t} \quad (\text{III-32}).$$

on obtient donc:

$$\theta_0 = -i \frac{\mu_0}{D},$$

où

$$D = \frac{IN}{\rho h^2} (K_s h \operatorname{Tg}(K_s h) - \frac{j_0}{I}) \quad (\text{III-33});$$

avec j_0 le moment d'inertie de l'échantillon par rapport à l'axe Oz .

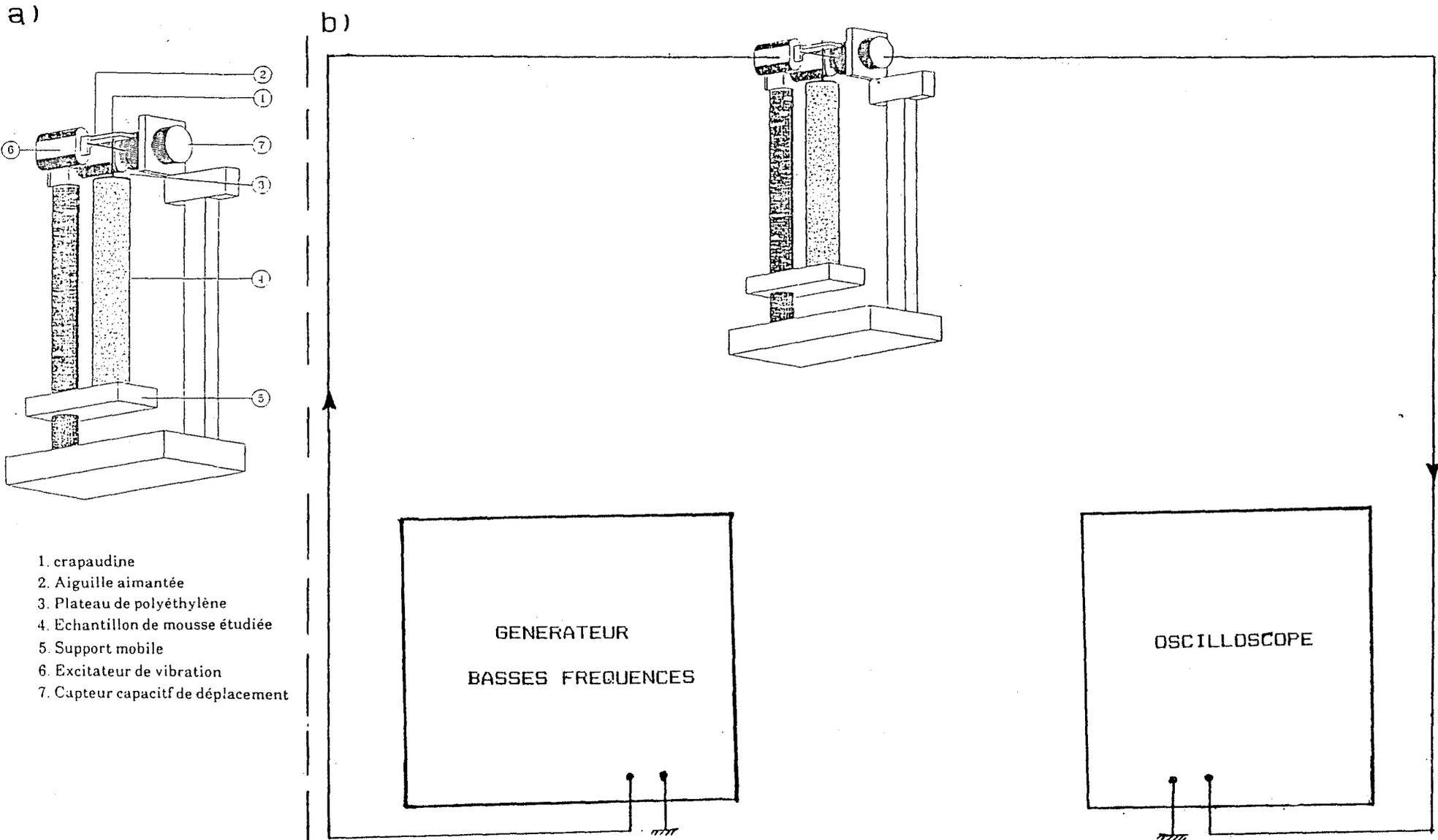
Les résonances sont imposées par les zéros complexes de D tels que :

$$K_s h \operatorname{Tg}(K_s h) = \frac{j_0}{I}. \quad (\text{III-34}).$$

Les solutions de cette équation permettent, à partir de la fréquence de résonance mesurée f_0 et de la bande passante B à -3dB , de déterminer les composantes N' et N'' du module de cisaillement N :

$$c'_s = 2\pi \frac{f_0 h}{\chi_0}, \quad (\text{III-35})$$

Figure N°10 Dispositif expérimental de mesure du module de cisaillement



$$\delta_N = \frac{N''}{N'} = \frac{B}{f_0},$$

où X_0 correspond à la première racine de (III-34).

C'_s et δ_N sont la vitesse de l'onde de torsion et le facteur de perte de N.

b- Dispositif de mesure du module de cisaillement

La figure 10-b montre le dispositif de mesure du module de cisaillement dont le fonctionnement est le suivant :

le courant fourni par le générateur basses fréquences provoque la vibration de l'équipage mobile qui à son tour excite l'onde de torsion. Le signal reçu par le capteur de déplacement (c) est visualisé par l'oscilloscope (O) afin de déterminer la fréquence de résonance. Nous pouvons ainsi, à partir des relations (III-35) évaluer la partie réelle N' et le facteur de perte δ_N .

3-Résultats expérimentaux :

La figure (11) représente les parties réelle et imaginaire de la masse dynamique. A cause des résonances de la plate-forme nous nous sommes limité à [0, 2kHz] pour exploiter la technique de mesure de la masse dynamique. On peut observer qu'en très basses fréquences la masse dynamique est égale à sa valeur statique, et que les maxima de la partie imaginaire coïncident avec les zéros de la partie réelle. C'est en ces points particuliers que nous évaluons le module de Young.

Sur le tableau-II figure le module de cisaillement déduit de la fréquence de résonance du pendule de torsion ainsi que le module de Young obtenus par interpolation sur les points expérimentaux pour chaque échantillon . Compte tenu de l'hétérogénéité des mousses et leur nature physico-thermique,

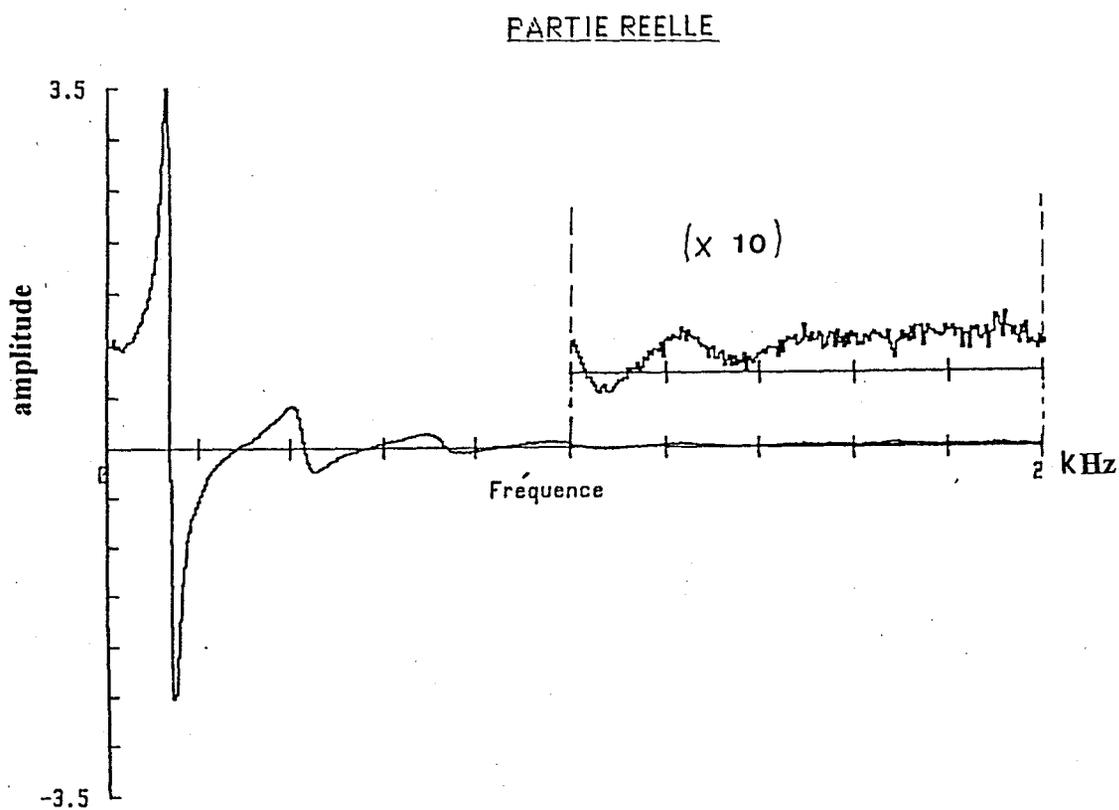
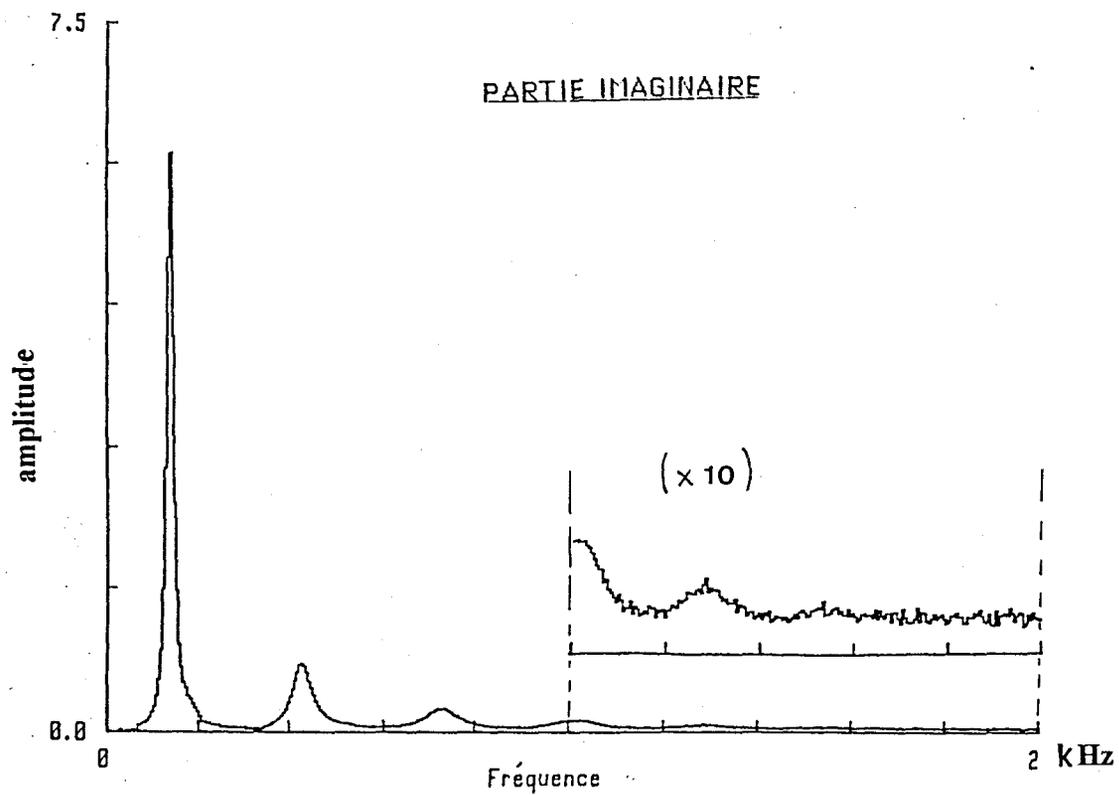


Figure N°11 Composantes de la masse dynamique m_d/m

TABLEAU II Etude comparative des mesures de N et de E

Notation : $N'_A, \eta^N_A, E'_A, \eta^E_A$ sont mesurés dans l'air : $N_A = N'_A(1-i\eta^N_A)$, $E_A = E'_A(1-i\eta^E_A)$
 $N'_v, \eta^N_v, E'_v, \eta^E_v$ sont mesurés dans le vide : $N_v = N'_v(1-i\eta^N_v)$, $E_v = E'_v(1-i\eta^E_v)$

Mousse N°	AIR								VIDE								N'_v/N'_A	E'_v/E'_A	v
	θ (°C)	f_0 Hz	N'_A 105Pa	η^N_A	θ (°C)	E'_A 105Pa	η^E_A	N'_A/E'_A	θ (°C)	f_0 Hz	N'_v 105Pa	η^N_v	θ (°C)	E'_v 105Pa	η^E_v	N'_v/E'_v			
1	21,5	41,1	0,32	0,10	24	1,73	0,08	0,18	22	44,9	0,38	0,009	25	2,0	0,07	0,19	1,178	1,16	X
2	23	49	0,43	0,14	18	2,05	0,11	0,21	23	52,7	0,495	0,11	21	2,45	0,10	0,20	1,142	1,20	X
3	23	31,7	0,206	0,14	18	0,55	0,11	0,37	23	35,2	0,25	0,108	21	0,71	0,10	0,35	1,217	1,30	0,4
4	19	40,9	0,303	0,10	20	0,9	0,10	0,34	19	45	0,36	0,09	20	1,1	0,09	0,33	1,196	1,22	0,49
5	19	60,9	1,0	0,23	16	2,18	0,15	0,46	18	65,4	1,14	0,20	20	2,62	0,16	0,44	1,142	1,20	0,11
6	21	76,2	1,43	0,15	18	3,42	0,15	0,42	21	84,4	1,74	0,14	18	4,54	0,17	0,38	1,214	1,33	0,25
Moyenne								0,36								0,34	1,18	1,23	
Ecart type								0,12								0,11	0,03	0,06	

f_0 : fréquence de résonance du pendule de torsion

f_0 : fréquence d'interpolation relative à la mesure de E

θ : température ambiante

il est nécessaire d'utiliser le même échantillon à la même température dans les deux essais si l'on souhaite déterminer convenablement le coefficient de Poisson ν . L'analyse de ce tableau montre que

- $\eta_{\Delta} > \eta_{\nu}$, c'est un indice de la cohérence des mesures;
- en moyenne $N'_{\nu}/N'_{\Delta} = E'_{\nu}/E'_{\Delta} \simeq 1.2$; pour ramener ce rapport à 1, il faudrait multiplier la masse volumique de l'air par 1.2,
- aux erreurs d'expérience près $\eta_N \simeq \eta_E$, et de ce fait ν peut être considéré comme réel.

Pour conclure on peut remarquer que le coefficient de Poisson calculé sur la moyenne N'/E' vaut 0.43. Ce résultat est proche de la valeur théorique $\nu = 0.4$ [24,25].

4- Extension du domaine de fréquence par utilisation de la méthode de W.L.F

Comme nous l'avons mentionné dans le premier chapitre § 2-4 et § 2-5, la variation de la température peut se substituer à la fréquence pour extrapoler le module de Young dans des domaines de fréquence non explorés par l'expérience.

Dans cette étape complémentaire, sous vide primaire uniquement, on fait baisser la température ambiante d'un pas de 4°C. On observe que l'influence de la température, sur la masse dynamique et principalement la partie imaginaire de celle-ci, se traduit par le glissement des fréquences de résonance et la modification de l'amplitude (figures-12 et 13). Selon l'échantillon et la gamme de température explorée cette évolution de l'amplitude de la masse dynamique se présente sous un ou deux aspects soit seulement une décroissance soit une décroissance suivie d'une augmentation progressive (pour ce dernier aspect voir les figures relatives aux échantillons N°5 et N°6).

Afin d'analyser ce résultat faisons l'approximation suivante :

$$\coth(\alpha'') \simeq \frac{1}{\alpha''} \quad (\text{III-36}),$$

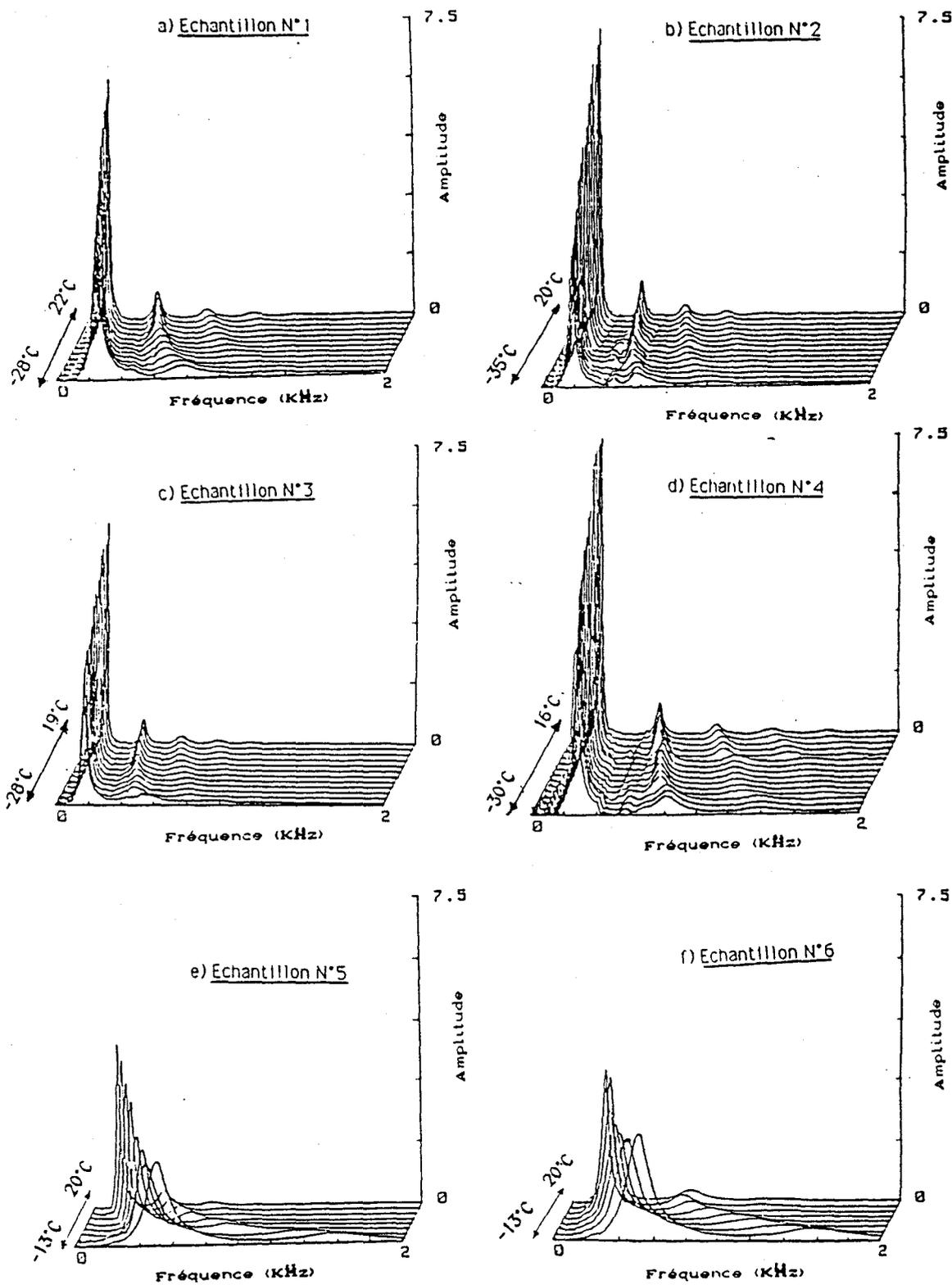


Figure N°12 Evolution du spectre de la partie imaginaire de m/m
en fonction de la température

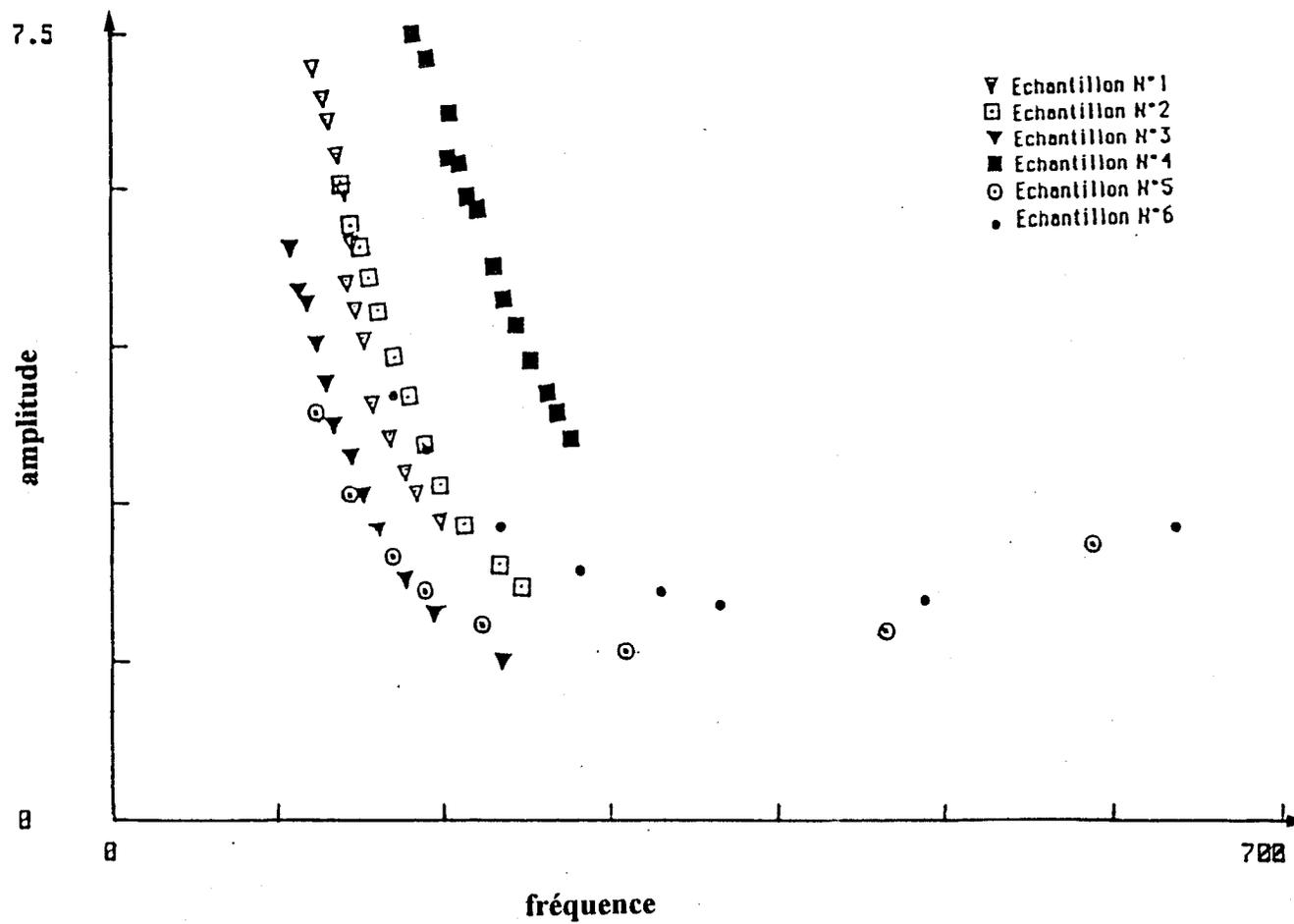


Figure N°13 Influence de variation de la température sur la première résonance
 -modification de l'amplitude
 -glissement de la fréquence de résonance

Figure N°14 - a : Courbes isothermes $\text{Log}(E') = h(\text{Log}(f))$ de l'échantillon N°1

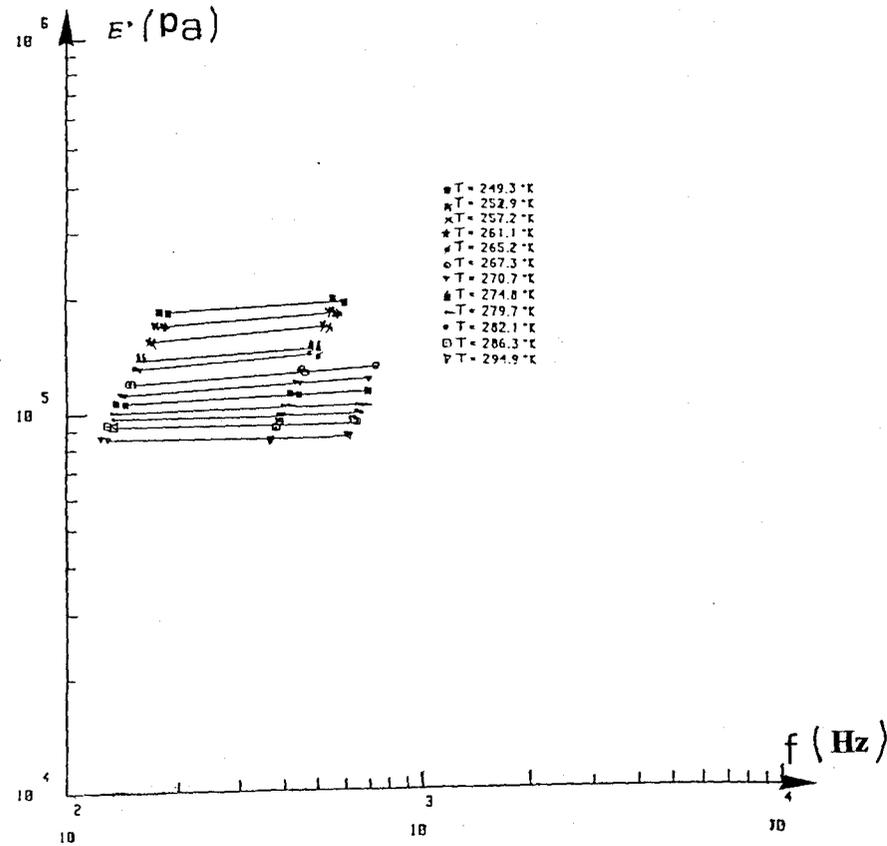


Figure N° 14 - b : Courbes isothermes $\text{Log}(E') = h(\text{Log}(f))$ de l'échantillon N°2

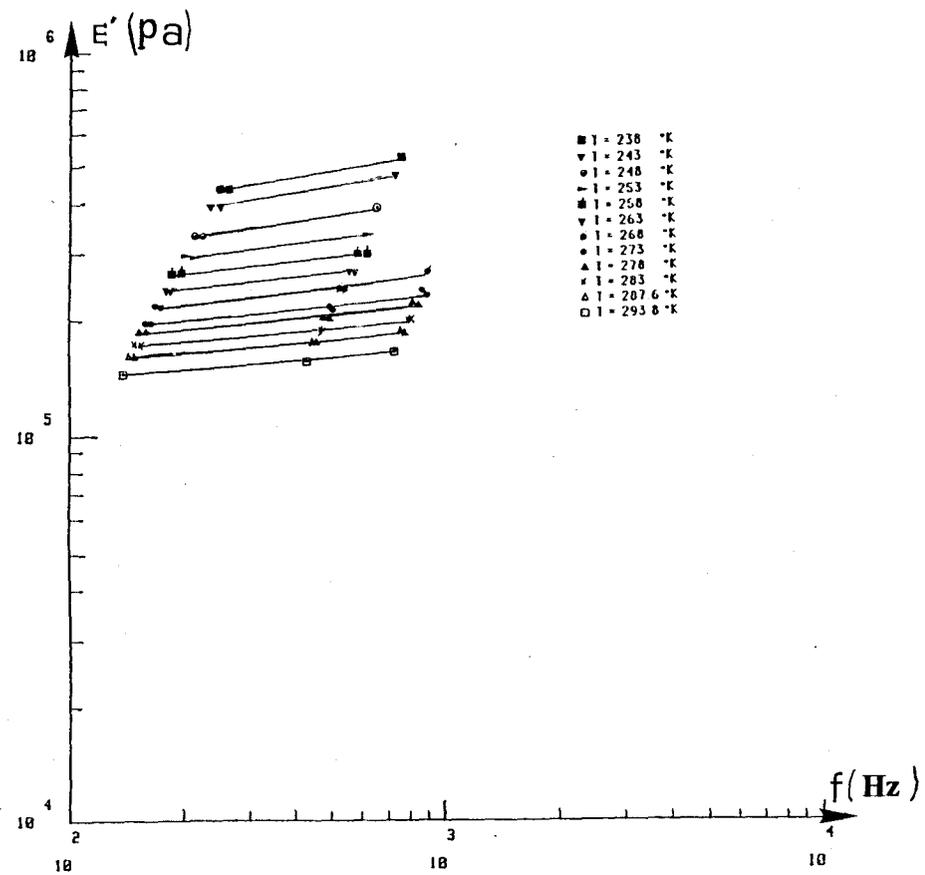


Figure N° 14 - c : Courbes isothermes $\text{Log}(E') = h(\text{Log}(f))$ de l'échantillon N°3

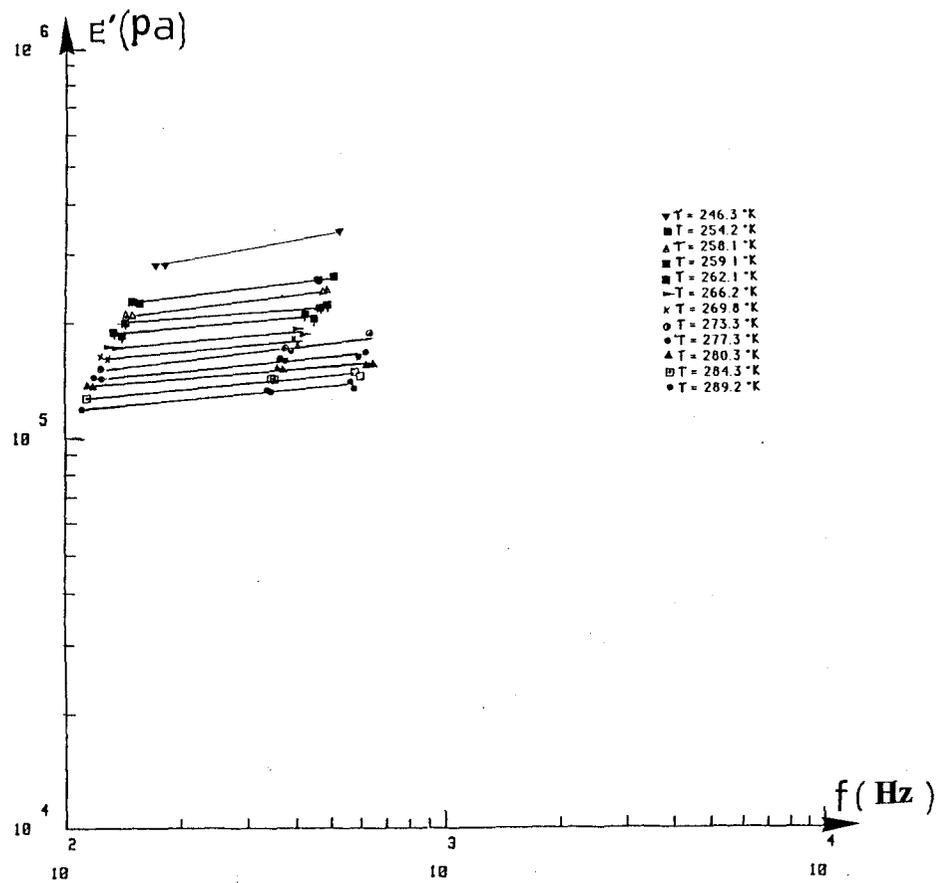


Figure N° 14 - d : Courbes isothermes $\text{Log}(E') = h(\text{Log}(f))$ de l'échantillon N°4

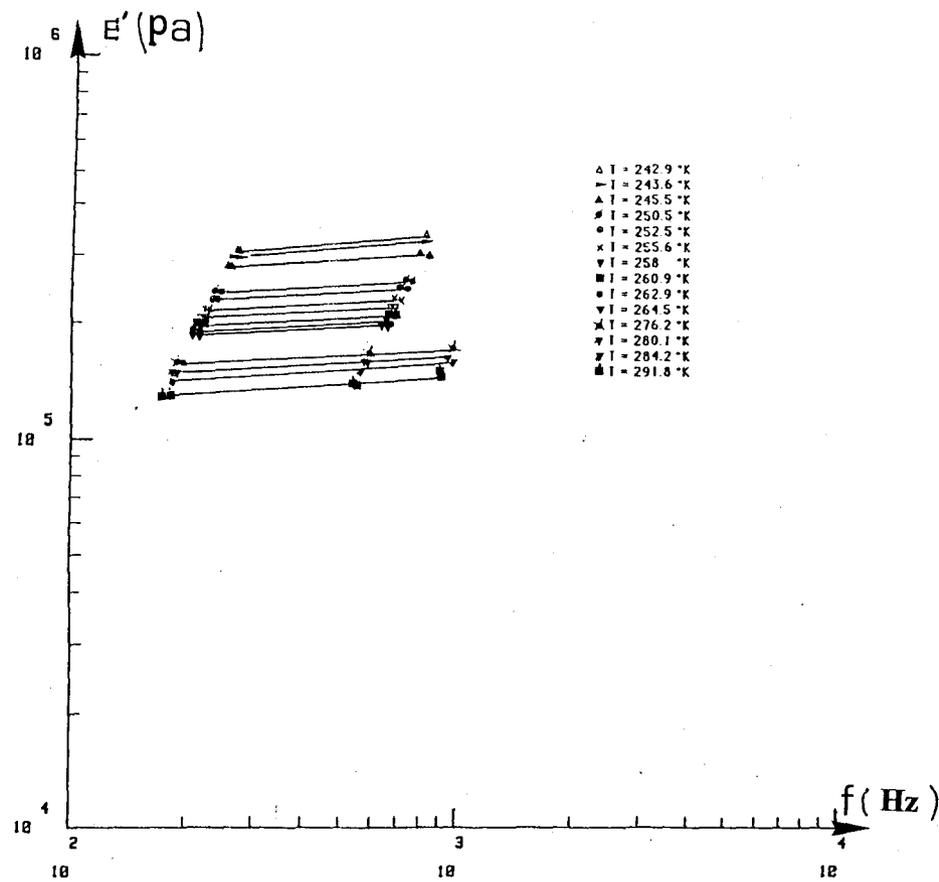


Figure N° 14 - e : Courbes isothermes $\text{Log}(E') = h (\text{Log}(f))$ de l'échantillon N°5

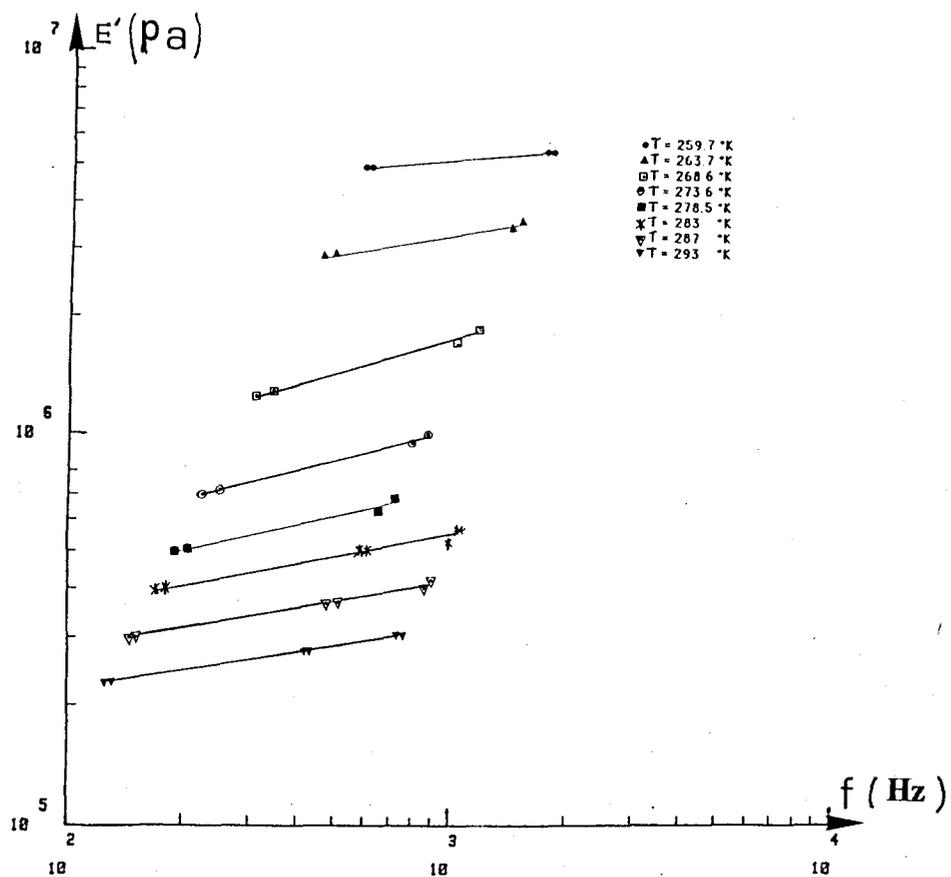
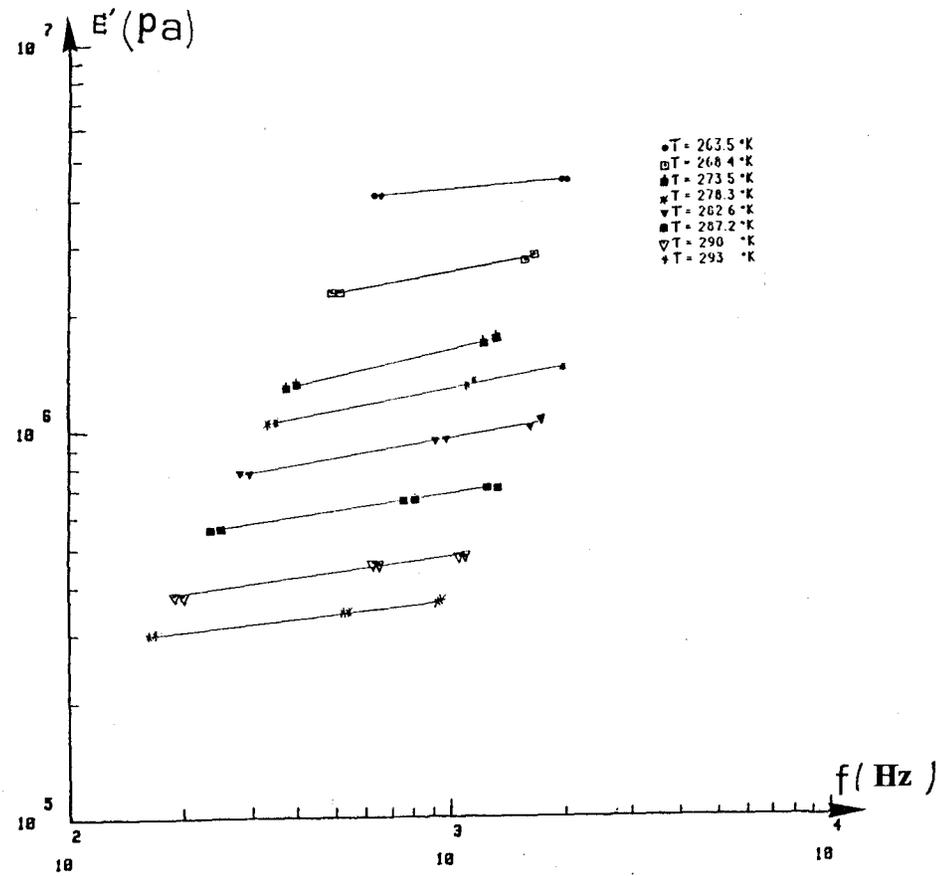


Figure N° 14-f : Courbes isothermes $\text{Log}(E') = h(\text{Log}(f))$ de l'échantillon N° 6



puisque $\alpha'' \ll 1$.

En exprimant d'abord η , à partir des relations (III-24), en fonction de α' et α'' et en remplaçant α' par son expression à la résonance, on obtient:

$$m_d \simeq 4mi \frac{\chi + 1}{\eta} \frac{1}{(2p+1)^2 \pi^2} \quad (\text{III-37}).$$

On a donc :

$$m_{1d} \simeq 4mi [(\chi_1 + 1)/\eta_1] \frac{1}{\pi^2} \quad \text{pour la première résonance,}$$

$$m_{2d} \simeq 4mi [(\chi_2 + 1)/\eta_2] \frac{1}{9 \pi^2} \quad \text{pour la seconde résonance,}$$

$$m_{3d} \simeq 4mi [(\chi_3 + 1)/\eta_3] \frac{1}{25 \pi^2} \quad \text{pour la troisième résonance.}$$

Ainsi des rapports de masses dynamiques d'environ 9 et 25/9, respectivement entre la première et la deuxième résonance et entre la deuxième et la troisième résonance, nous amènent à considérer η pratiquement constant dans le domaine fréquentiel exploré (voir tableau III).

De ce fait les isothermes $\text{Log}(E') = h(\text{Log}(f))$ d'après la relation (I-4) de Gross [4], peuvent être assimilés à des segments de droites (figure-14). En traçant la verticale issue de certaines fréquences nous déduisons les courbes thermiques de $\text{Log}(E')$ (figure-15). Nous pouvons noter que parmi celles-ci seules relatives aux éprouvettes N°5 et N°6 ont une évolution significative en fonction de la température. La courbe de simulation numérique du comportement de la partie imaginaire m_d'' de m_d montre que lorsque m_d'' diminue η augmente et vice-versa (figure-16). η passe donc par un maximum pour les échantillons cités précédemment. Cet extrémum, compte tenu de l'état initial des matériaux étudiés, correspond à la

Tableau III: Amplitudes de la partie imaginaire de m_d à 20°C

Echantillon	Première résonance	deuxième résonance	Troisième résonance
N°1	$4.62 \cdot 10^{-2}$	$5.12 \cdot 10^{-3}$	$1.86 \cdot 10^{-3}$
N°2	$8.10 \cdot 10^{-1}$	$8.96 \cdot 10^{-2}$	$3.18 \cdot 10^{-2}$
N°3	$7.44 \cdot 10^{-1}$	$8.29 \cdot 10^{-2}$	$2.97 \cdot 10^{-2}$
N°4	$5.23 \cdot 10^{-2}$	$5.8 \cdot 10^{-3}$	$2.09 \cdot 10^{-3}$
N°5	$8.26 \cdot 10^{-1}$	$8.87 \cdot 10^{-2}$	$3.31 \cdot 10^{-2}$
N°6	$5.57 \cdot 10^{-1}$	$6.08 \cdot 10^{-2}$	$2.21 \cdot 10^{-2}$

Figure N° 15-a Courbe $\text{Log}(E') = g(\theta)$ de l'échantillon N°1 à $f = 300 \text{ Hz}$

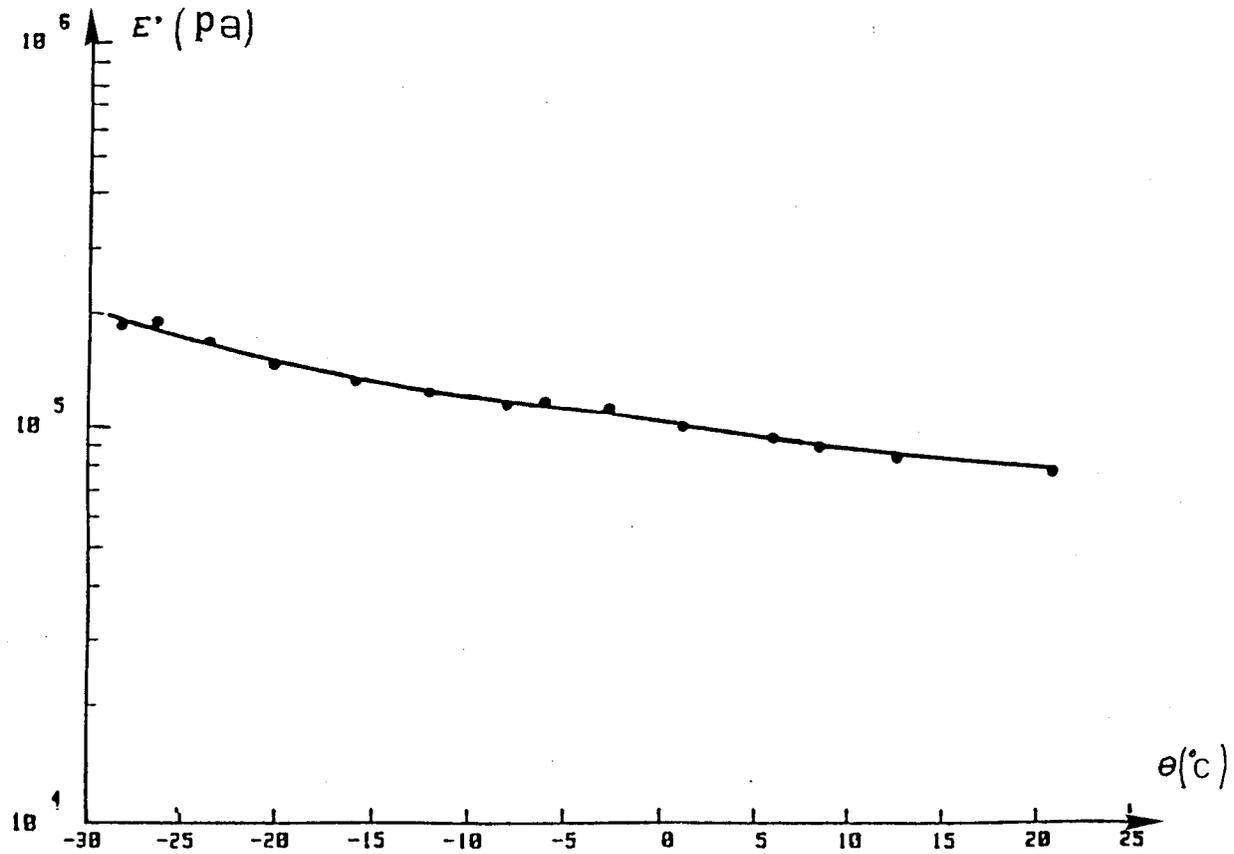


Figure N° 15- b Courbe $\text{Log}(E') = g(\theta)$ de l'échantillon N°2 à $f = 300 \text{ Hz}$

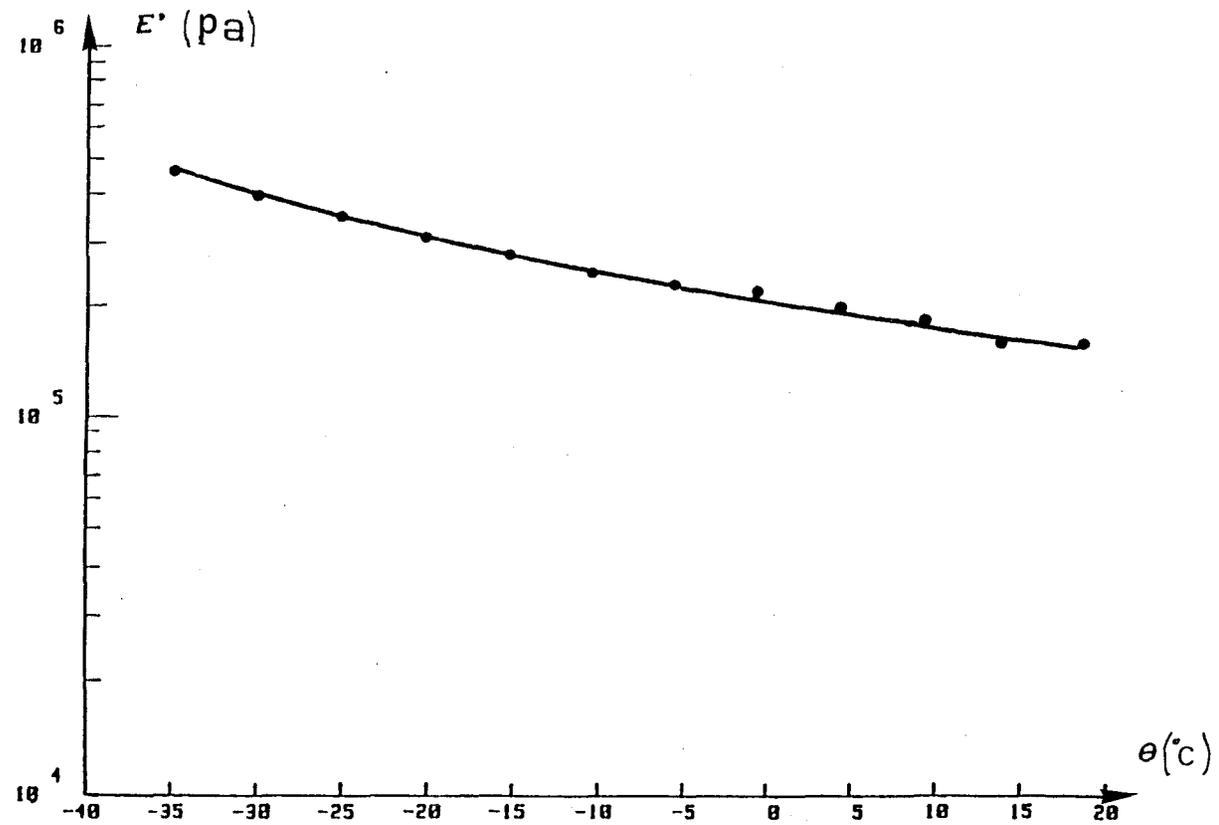


Figure N° 15-c Courbe Log(E') = g(θ) de l'échantillon N°3 à f = 300 Hz

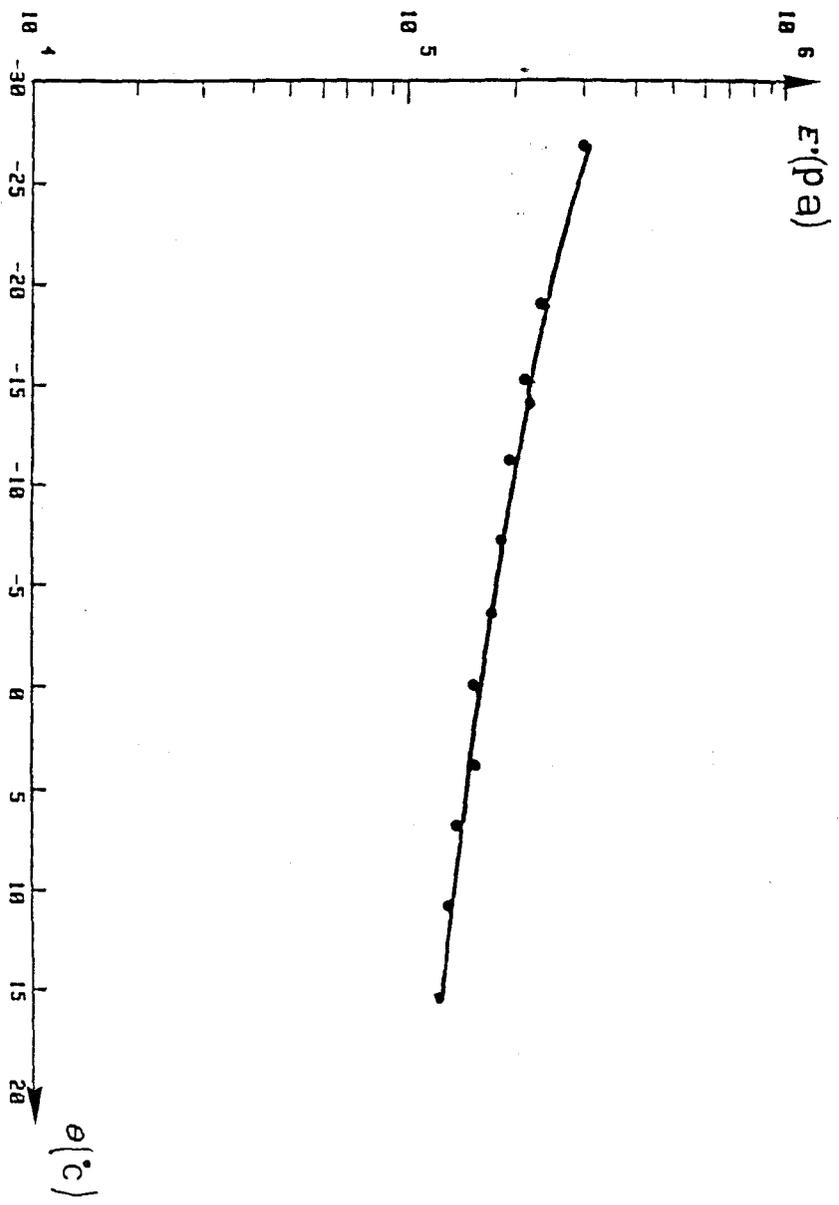


Figure N°15-d Courbe $\text{Log}(E') = g(\theta)$ de l'échantillon N°4 à $f = 300 \text{ Hz}$

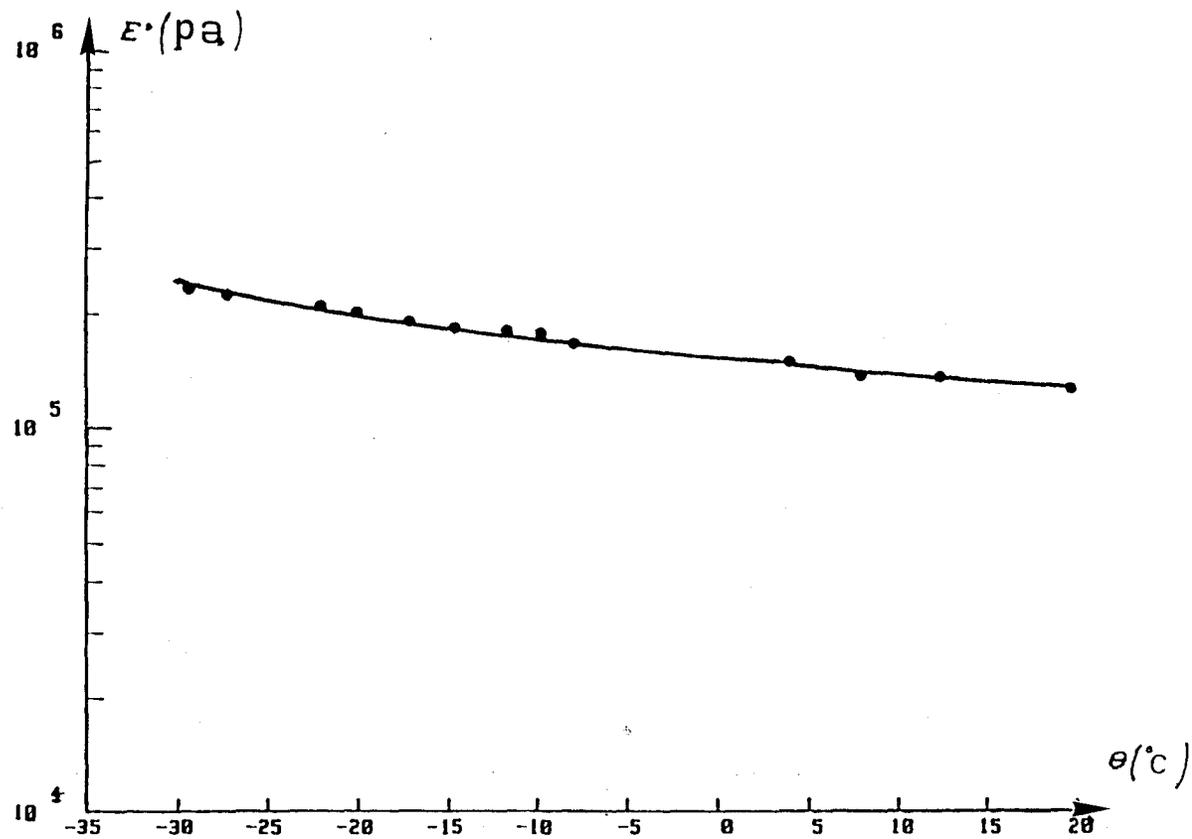


Figure N°15- e Courbe $\text{Log}(E') = g(\theta)$ de l'échantillon N°5 à $f = 600 \text{ Hz}$

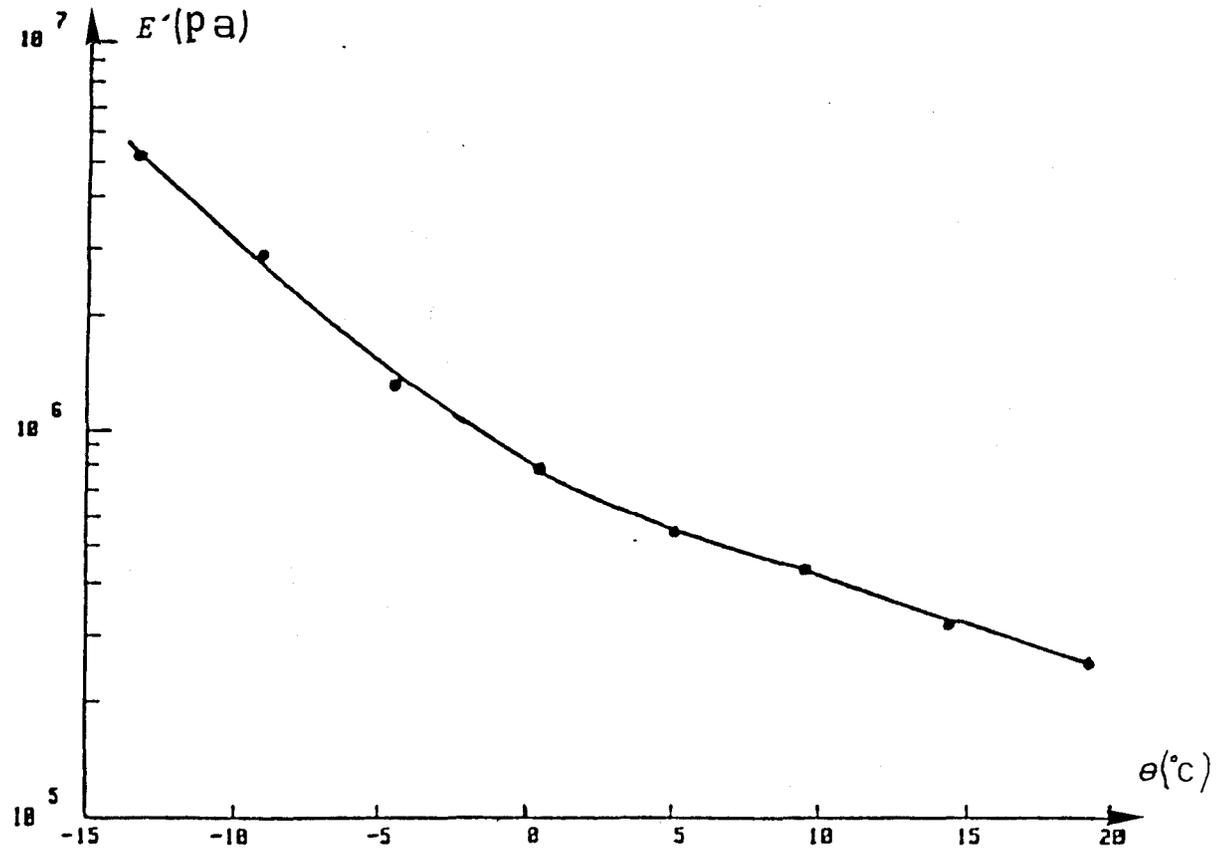
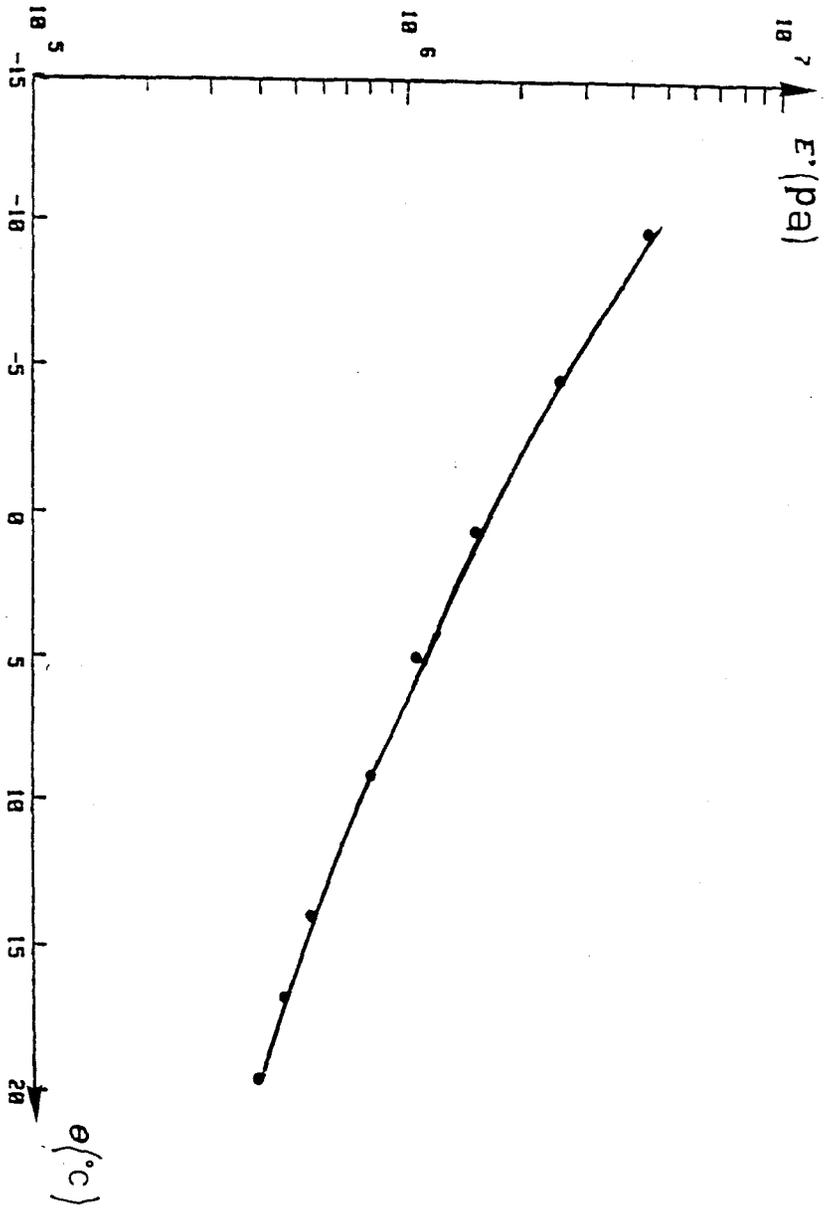


Figure N°15-f Courbe Log(E') = g(θ) de l'échantillon N°6 à f = 600 Hz



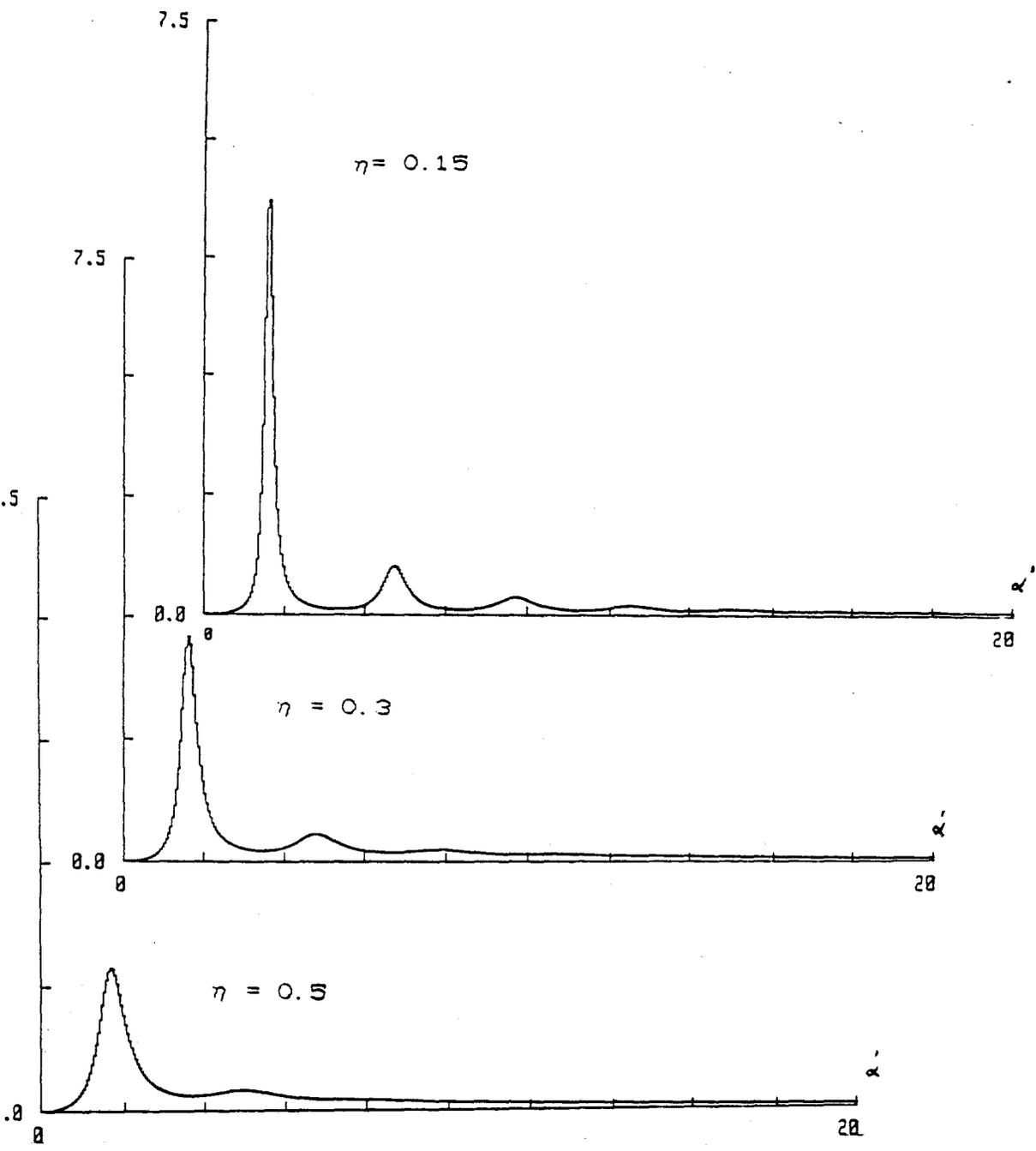


Figure N° 16 simulation numérique de l'influence de la variation de la température sur la partie imaginaire de m_d

Figure N°17-a

Courbe maîtresse de E' et η relative à l'échantillon N°1

température de référence $T_0 = 295^\circ\text{K}$; $T_s = 291^\circ\text{K}$

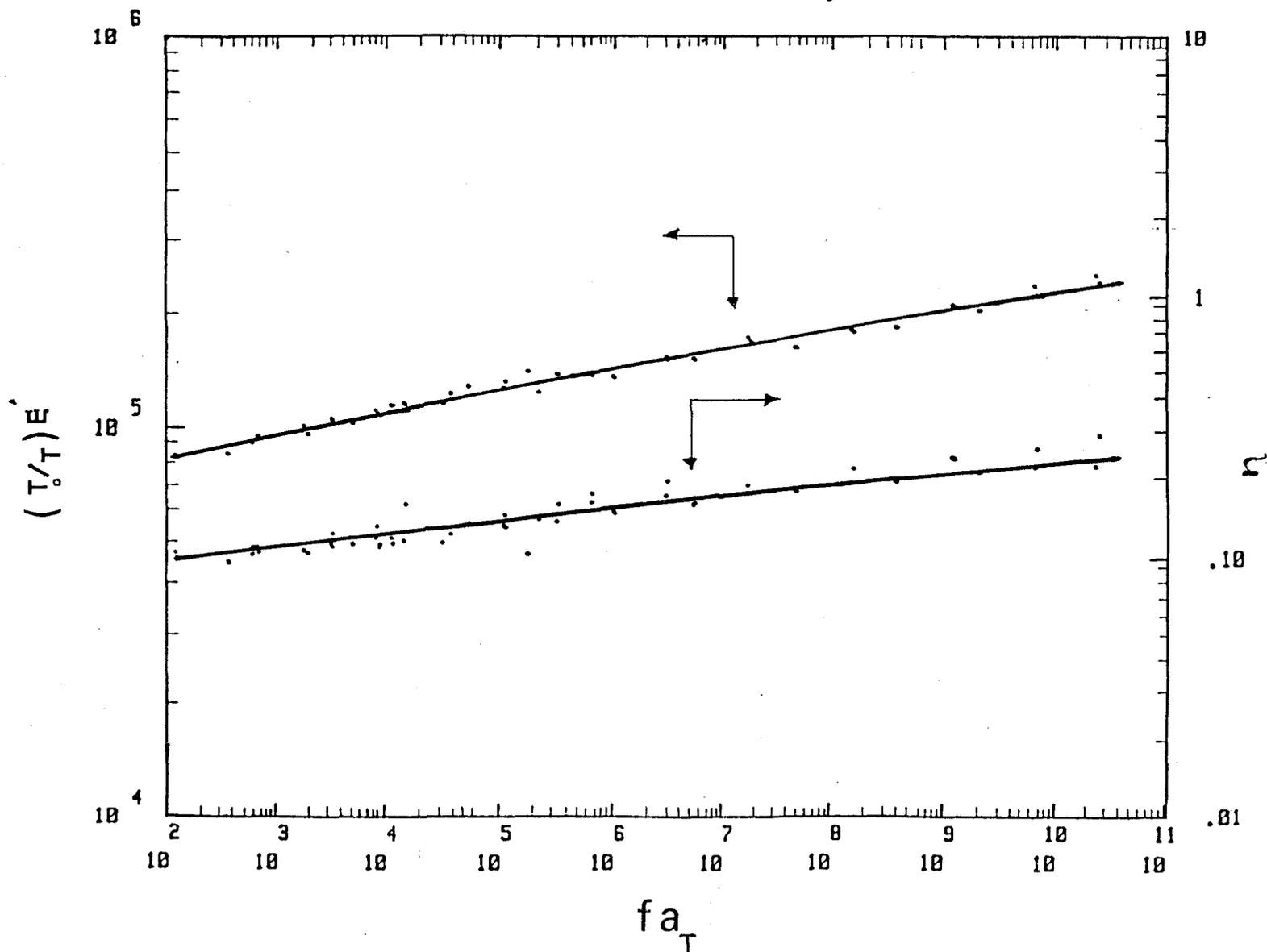


Figure N°17-b Courbe maîtresse de E' et η relative à l'échantillon N°2
température de référence $T_0 = 293^\circ\text{K}$; $T_5 = 288^\circ\text{K}$

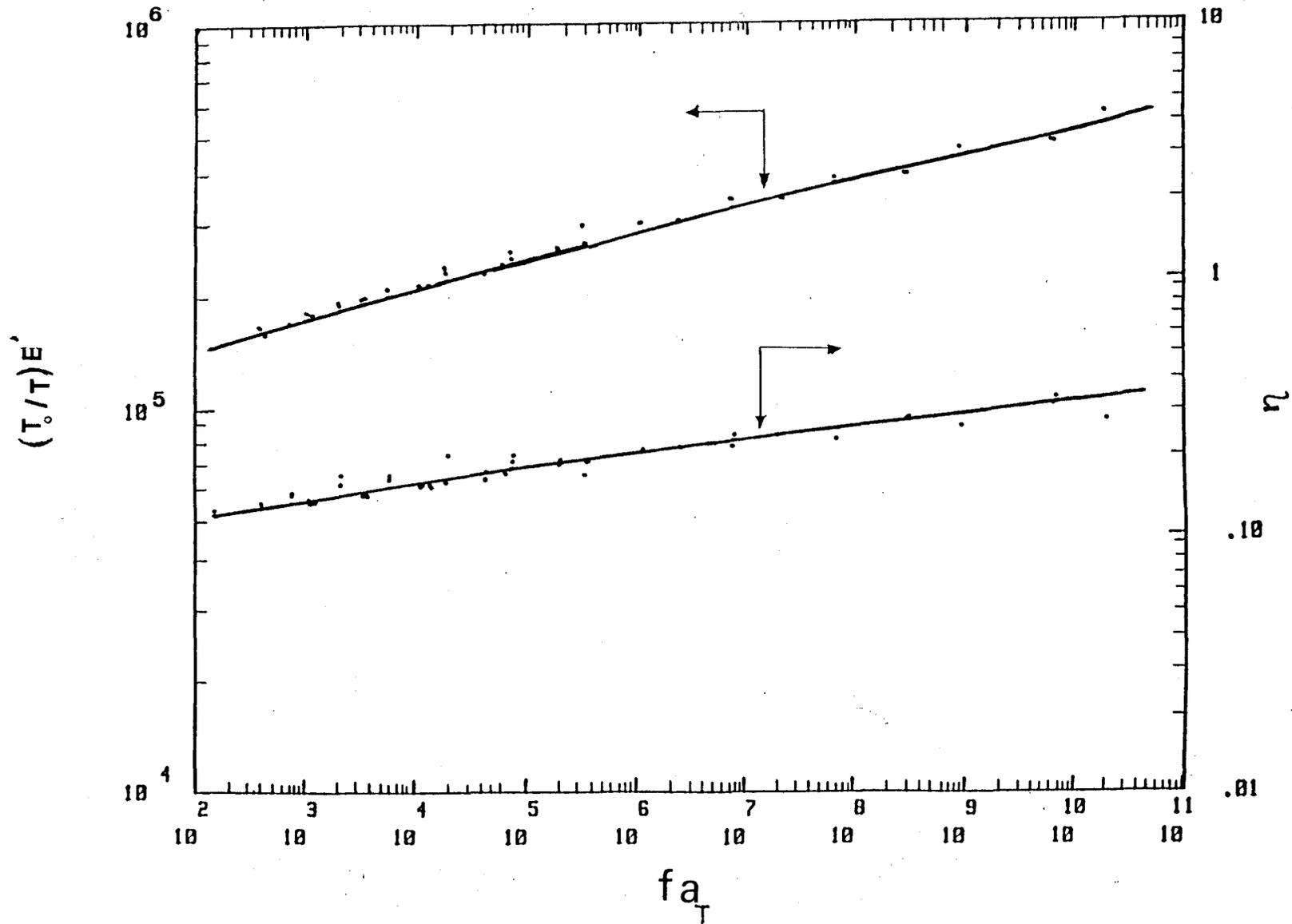


Figure N°17-c

Courbe maîtresse de E' et η relative à l'échantillon N°3

température de référence $T_0 = 292^\circ\text{K}$; $T_s = 295^\circ\text{K}$

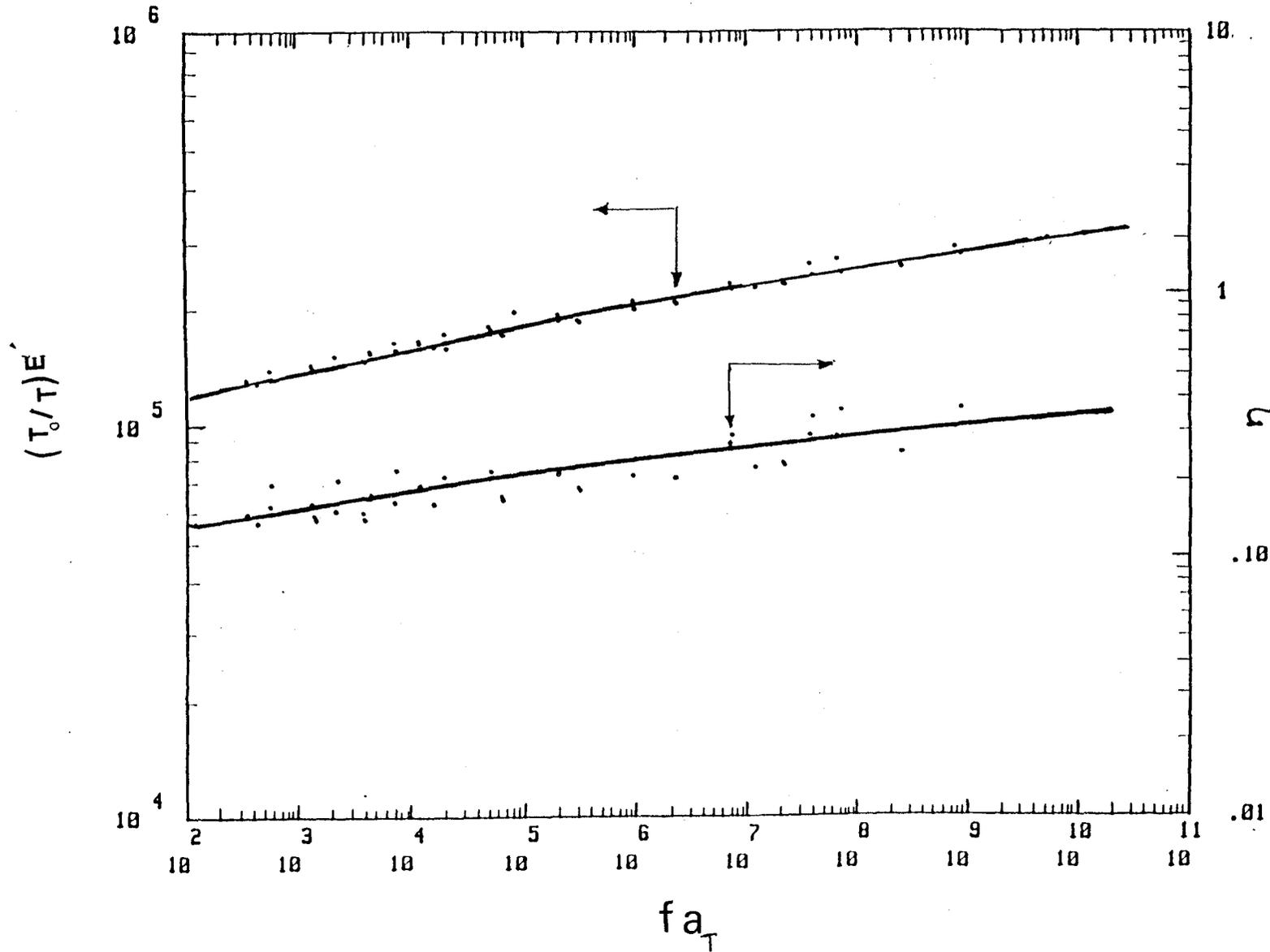


Figure N°17-d Courbe maîtresse de E' et η relative à l'échantillon N°4
 température de référence $T_0 = 289^\circ\text{K}$; $T_5 = 285^\circ\text{K}$

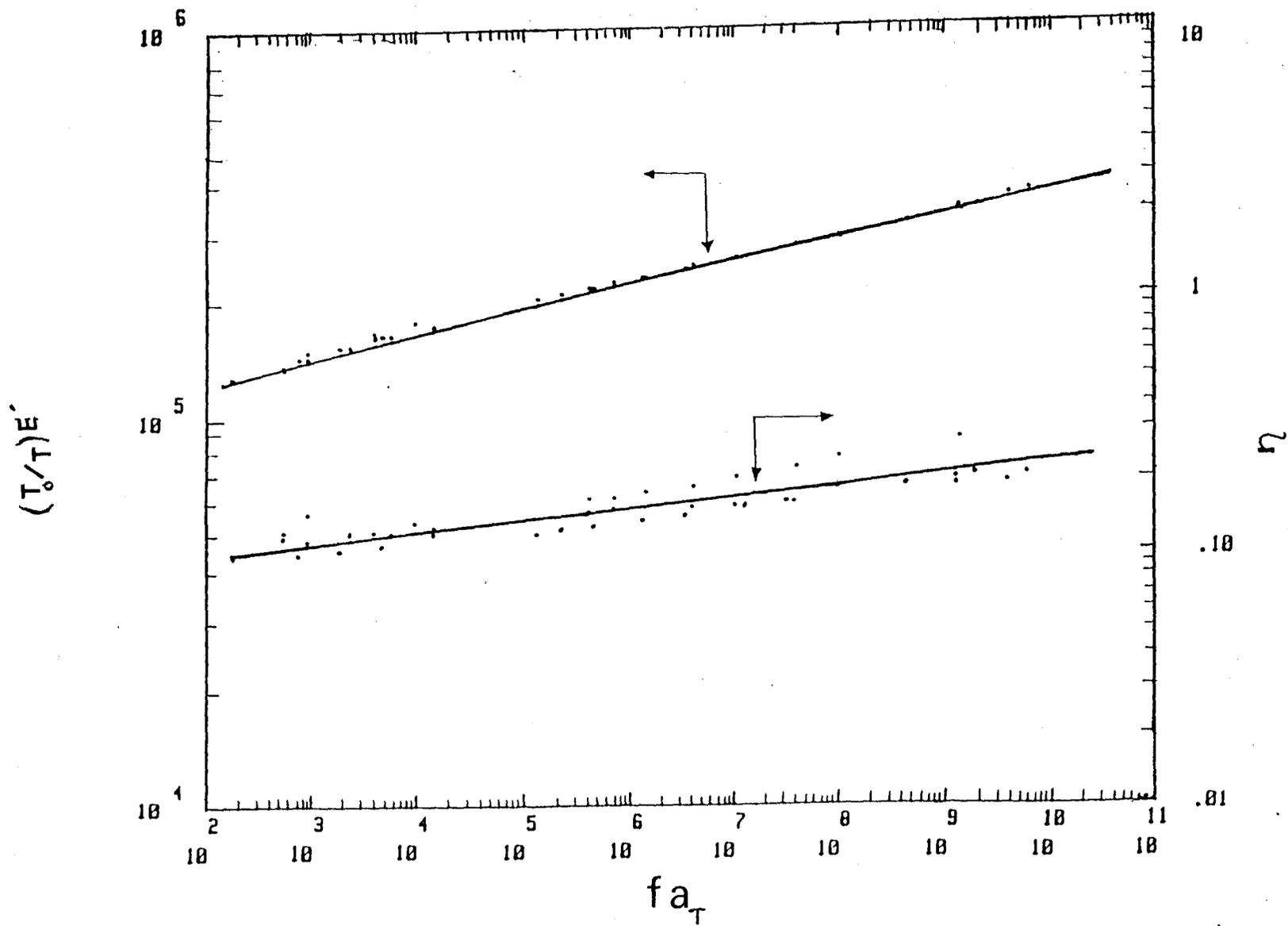


Figure N°17 -e

Courbe maîtresse de E' et η relative à l'échantillon N°5

température de référence $T_0 = 293^\circ\text{K}$; $T_5 = 313^\circ\text{K}$

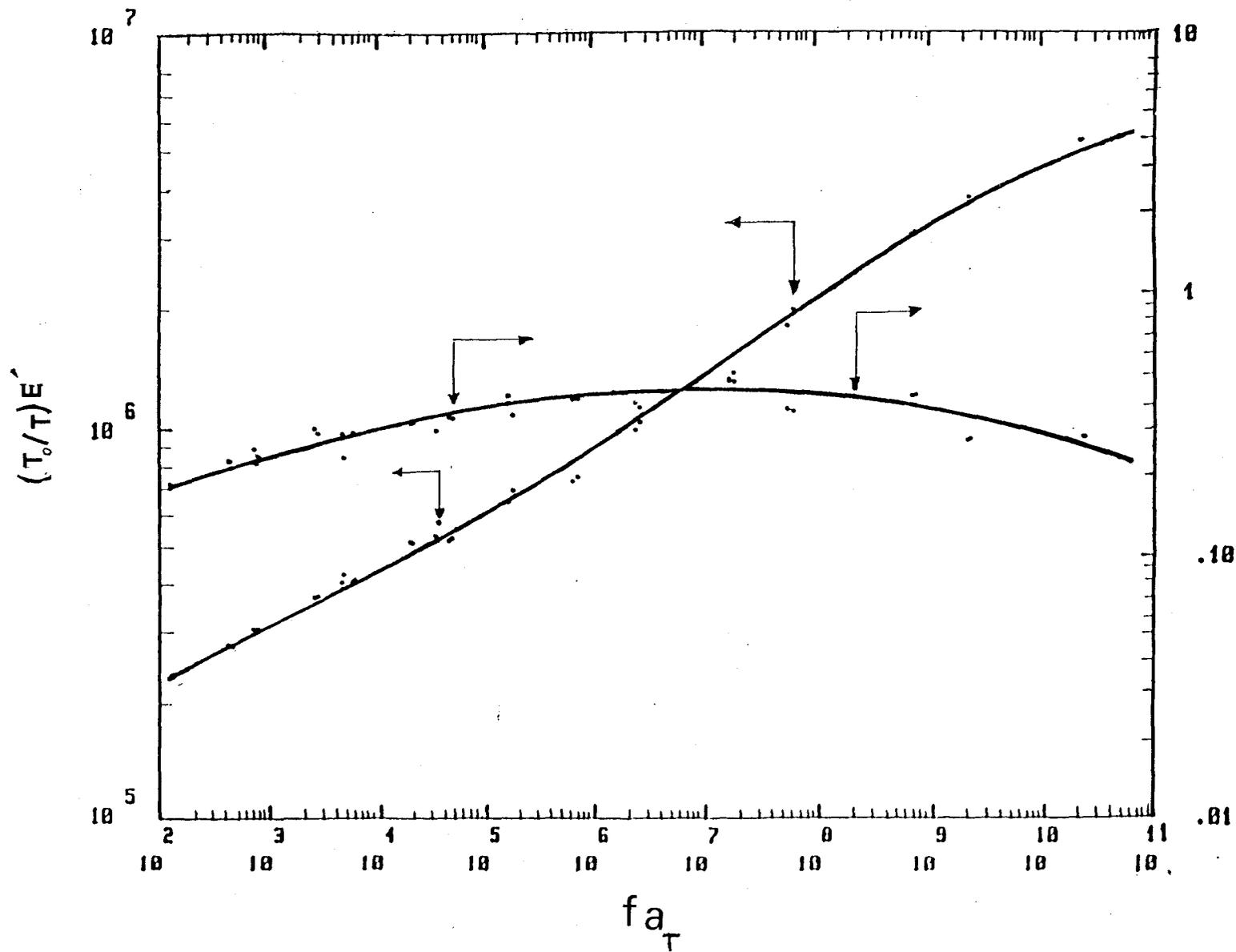
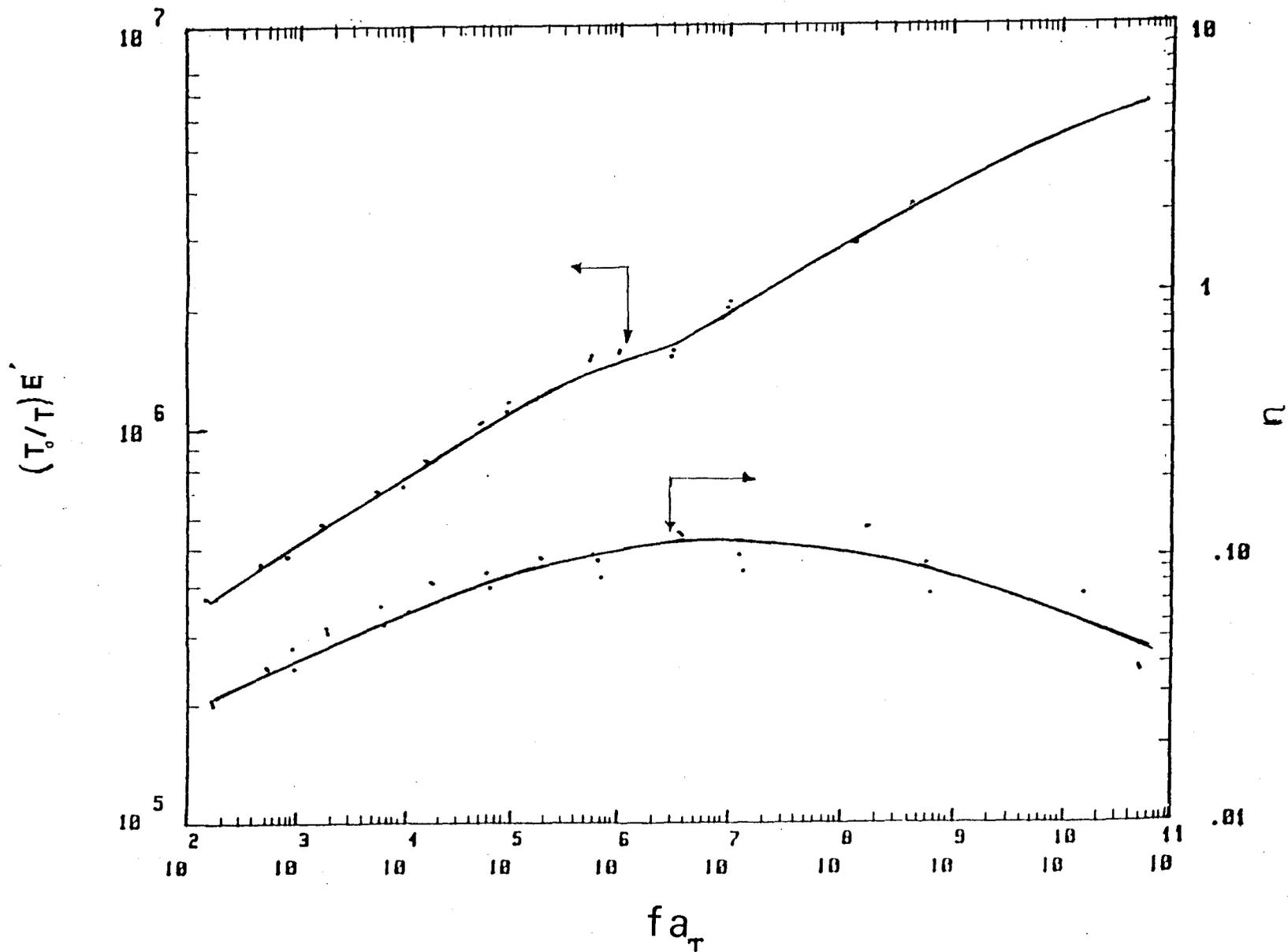


Figure N°17-f

Courbe maîtresse de E' et η relative à l'échantillon N°6

température de référence $T_0 = 293^\circ\text{K}$; $T_5 = 318^\circ\text{K}$



relaxation principale. Ce qui nous permet donc de localiser la température de transition vitreuse T_v . Elle se situe au voisinage de ce maximum. Grâce à l'estimation de ($T_g \simeq T_v + 50^\circ\text{C}$) nous évaluons $\text{Log}(a_T)$ à partir des relations de W.L.F (I-12), (I-13) et (I-14) données dans le premier chapitre. En translatant chaque isotherme $\text{Log}(E) = g(\text{Log}(f))$ pour chacun de ces deux éprouvettes, de la quantité $\text{Log}(a_T)$ selon l'axe des fréquences et de $\text{Log}(T_0/T)$ selon l'axe des ordonnées, nous obtenons la courbe maîtresse du module de Young à la température T_0 (figures 17-e, 17-f). Les courbes composites de E relatives aux autres échantillons sont construites de la même façon. Toutefois le choix de T_0 est arbitraire. Des précautions doivent donc être prises concernant l'interprétation de ces courbes dans le domaine de fréquence exploré (figures 17-a, 17-b, 17-c, 17-d). Il est encore possible de projeter les points expérimentaux sur quelques dizaines de KHz de plus ou de moins et avoir un tracé convenable. Pour cerner cette difficulté il est nécessaire de déterminer la température de la relaxation principale. Pour les échantillons N°5 et N°6 une erreur de 4°C sur la température de transition vitreuse T_v entraîne une incertitude de 5% sur l'intervalle de fréquence d'extrapolation. On remarque tout de même que les courbes maîtresses relatives à ces deux mousses se composent de trois parties. La première est caractérisée par un variation très légère de E' et par une faible valeur de η . C'est l'état caoutchoutique. La seconde se distingue, de la première, par une évolution progressive de E' et par un passage de η par un maximum. Ce qui doit correspondre à la zone de transition vitreuse. Au delà E' est très élevé, et η est de plus en plus faible. C'est l'état vitreux.

4) Conclusion:

Dans ce chapitre nous avons évalué le module de Young et le coefficient de Poisson ν de la matrice. En couplant la technique de mesure du module de Young E avec la théorie de

W.L.F et grâce à la localisation de la température de la transition vitreuse nous avons extrapolé E vers de gammes de fréquence élevées. Les incertitudes concernant la largeur de ces gammes sont d'autant plus grandes que la température de relaxation principale n'est pas précisément déterminée. Ce qui a pour effet de modifier le domaine apparent utile en acoustique.

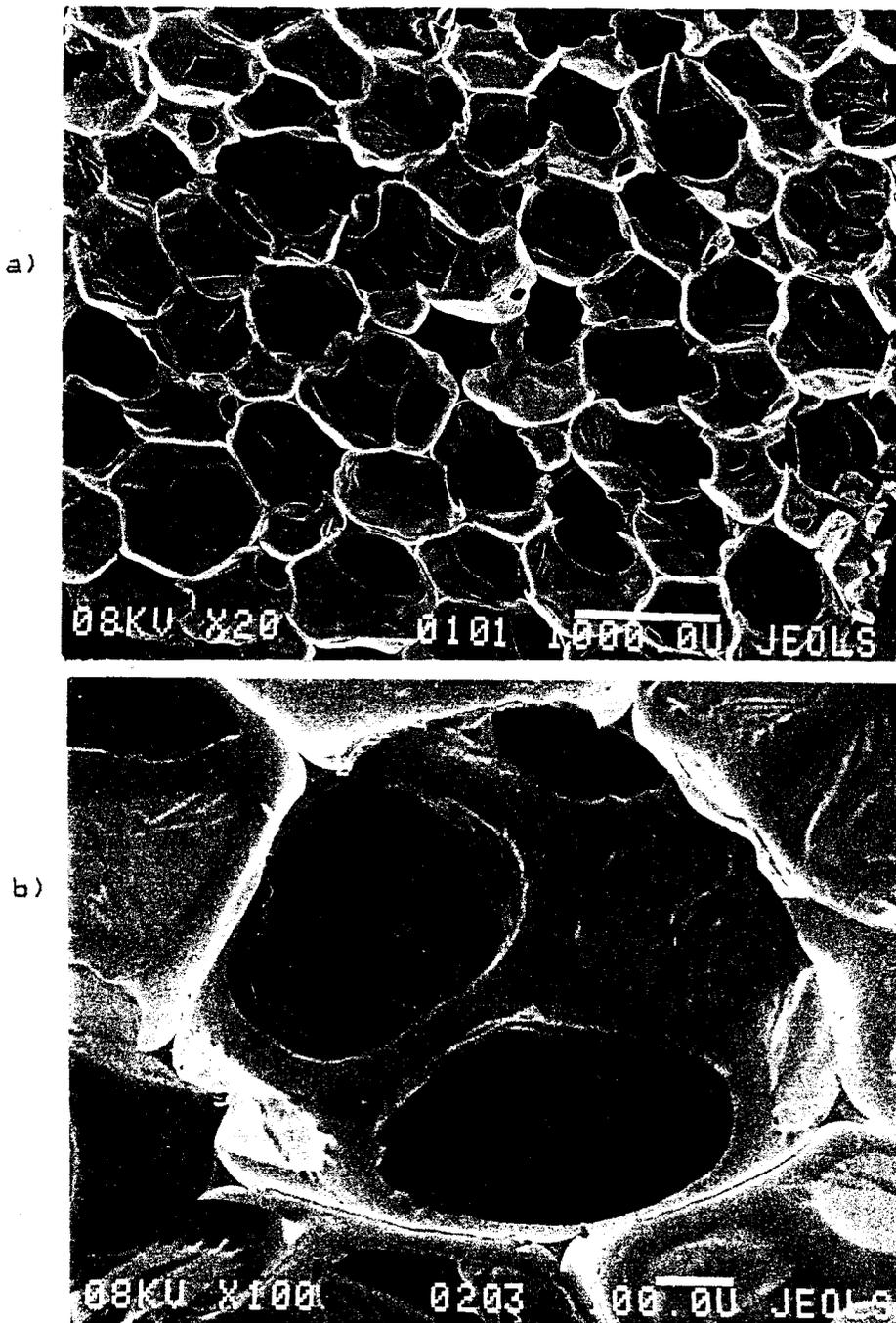


Figure N°18

Photographie de la mousse N°5

a) vue globale

b) morphologie d'une cellule

Chapitre IV- TRANSMISSION D'UNE ONDE SPHERIQUE PAR LA MOUSSE DE POLYURETHANE

POSITION DU PROBLEME:

Grâce aux mesures du module d'Young et du coefficient de Poisson de la matrice, effectuées dans le chapitre précédent, et au choix du modèle unique pour tous les pores (modèle cylindrique) nous pouvons décrire de façon convenable le comportement de P, R et Q. Il reste à déterminer les paramètres ρ_a et b pour faire l'étude numérique de la propagation acoustique dans la mousse de polyuréthane.

Dans cette partie nous ferons l'étude expérimentale de la transmission d'une onde impulsive par une sphère taillée dans la mousse. L'étude quantitative appropriée permet certainement de résoudre le problème lié aux deux paramètres à déterminer. Compte tenu des incertitudes, relatives au domaine de fréquence utile en acoustique, mentionnées dans le chapitre précédent on se limitera à la gamme [0, 20 kHz] et on prendra comme matériau la mousse N°5 (figure 18).

1) Etude expérimentale

1-1) Dispositif expérimental

Dans cette étude, nous disposons d'une source impulsive et d'une chaîne de mesure. La source impulsive est constituée d'un éclateur branché aux bornes d'un condensateur sans inductance, chargé sous une différence de potentiel de 6 Kilovolts et pilotée par un générateur d'étincelles qui assure l'allumage de la décharge, elle a un fonctionnement récurrent, de fréquence réglable, régulier en temps et en amplitude. Après mis en forme le courant électrique est utilisé comme signal de déclenchement pour l'horloge; il définit l'instant d'émission de l'impulsion acoustique, avec une incertitude inférieure à la microseconde.

LA chaîne de mesure comprend (figure 19):

- un microphone (B&K: 1/2", 1/4" ou 1/8" avec préamplificateur et amplificateur de mesure.
- un oscilloscpe digital (Nicolet 4094) qui assure la numérisation

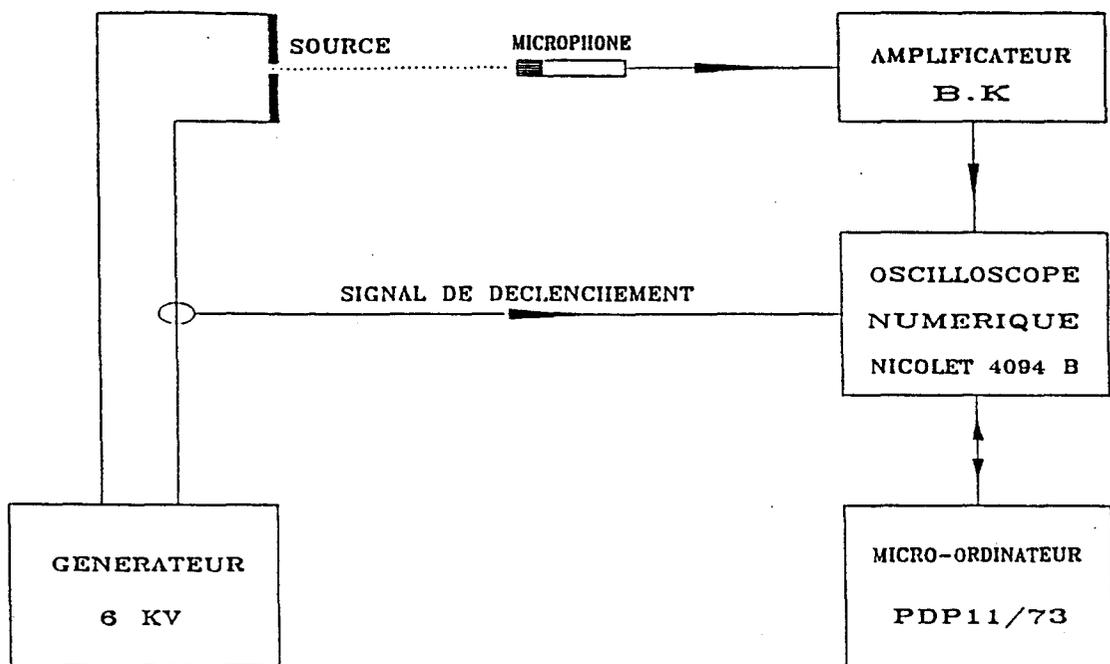


Figure N°19

Chaîne d'acquisition et de traitement numérique

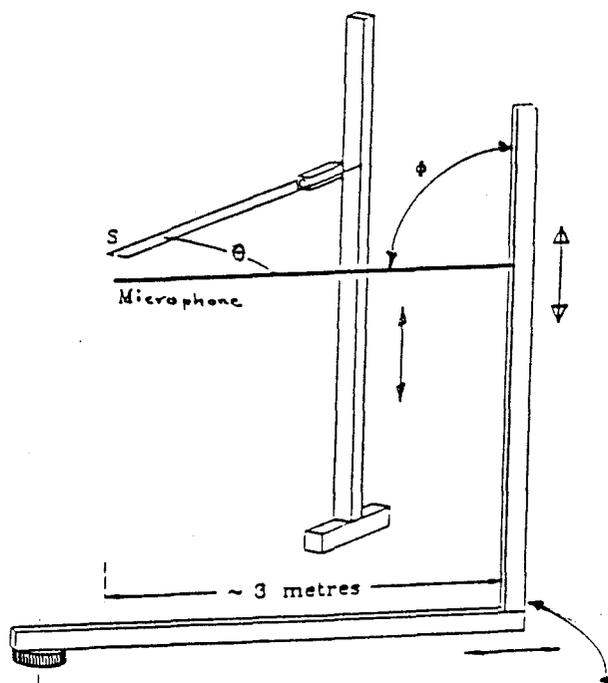


Figure N°21

Goniomètre

des signaux, l'échantillonnage se fait sur 12 bits avec au choix, une période de 0.5;1;2;5;.... μ s. On peut échantillonner par bloc de 4, 8 ou 16 Kilopoints.

Un micro-ordinateur permet grâce a un logiciel de gérer: l'acquisition des signaux, le transfert des points expérimentaux de et vers l'oscilloscope pour le traitement.

2-1) Méthode de mesure :

La cible sphérique, représentée figure-20, reçoit l'onde aérienne impulsive émise par la source ponctuelle S

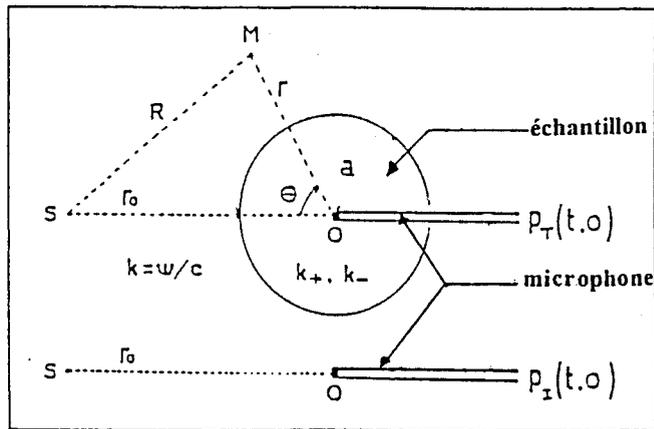


Figure N°20 Représentation schématique de l'acquisition de l'onde incidente et de l'onde transmise

on règle d'abord le temps de retard Δt pour localiser la fenêtre temporelle de durée $n\tau$ sur la partie intéressante du signal. Pour éliminer les échos parasites le choix de la fenêtre est important [26]:

$$H'(\omega) = H(\omega) \cdot T(\omega) ;$$

$$|T(\omega)| \text{ proportionnel à } \left| \frac{\sin(\pi\nu n\tau)}{\pi\nu n\tau} \right| ,$$

Cet effet est négligeable à condition que le spectre soit large devant $1/n\tau$.

Un microphone porté par le bras du goniomètre à axe vertical et

placé en $M(r, \theta)$ mesure les ondes de pression (figure 21).

Sur la figure 20 sont schématisées les acquisitions des ondes incidente et transmise. $p_I(t, 0)$ est mesurée en l'absence de la cible. $p_T(t, 0)$ est l'onde transmise au centre de la sphère dont le centrage sur l'axe du micro est assuré par un faisceau laser. Celui-ci définit la direction de référence (pour ce cas $\theta=0$) [27,28].

Les signaux incident et transmis sont moyennés sur 32 acquisitions. Pour se prémunir contre une éventuelle chute de niveau ou un déclenchement anormal de l'horloge on enregistre les signaux moyens sur 4 fois le 1/4 de la mémoire totale de l'oscilloscope digital.

3-1) Résultats expérimentaux

Les mesures sont faites sur un échantillon de 3.6 cm de rayon pour deux états de l'interface air extérieur-sphère: libre et occultée par un film de masse surfacique $m_s = 0.01 \text{ Kg/m}^2$, et dans les conditions expérimentales suivantes:

-température = 18°C

-distance source-cible: OS = 1m

Sur la figure 22 sont représentés les signaux incident et transmis. L'onde incidente $p_I(0, t)$ (figure 22a) est sphérique de courte durée avec un front abrupt et une traînée de faible niveau. Les ondes transmises (figures 22b et 22c) diffèrent du signal incident par une amplitude plus faible et par la présence de deux pics dont l'écart dépend du type de conditions aux limites (figures 23a et 23b). Lorsque la surface externe de l'échantillon est couverte, cet écart paraît plus important. Après avoir isolé la partie intéressante des signaux incident et transmis, et complété le restant par des éléments nuls, on calcule leur spectre par la transformée de Fourier T.D.F. Le rapport du spectre du signal transmis et du spectre du signal incident nous donne la transmittance $H(f)$ (figures 24a et 24b) pour les deux types de conditions aux limites. Les deux transmittances ont chacune une

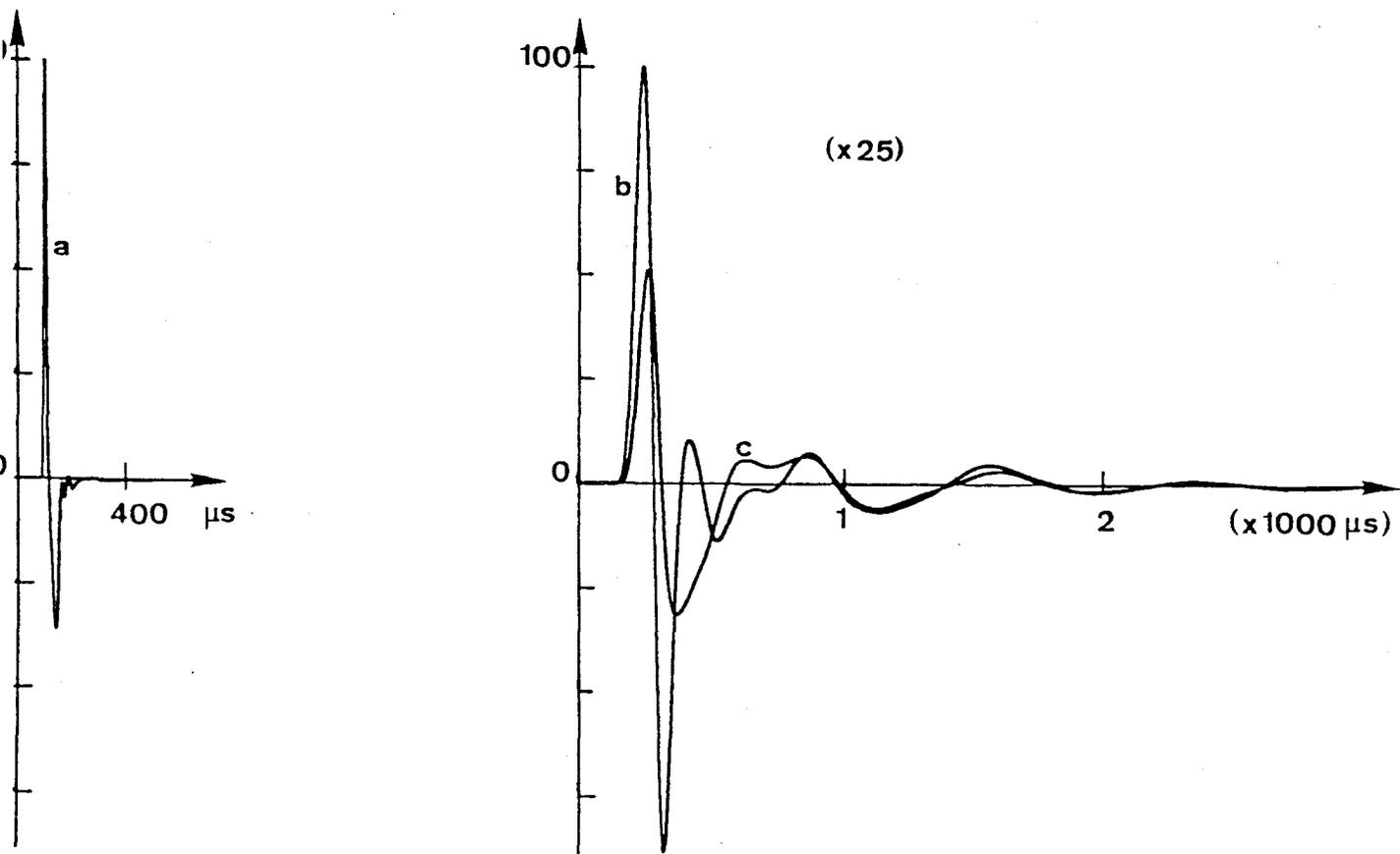


Figure N°22

- a) signal incident
- b) signal transmis - interface libre
- c) signal transmis -interface occultée

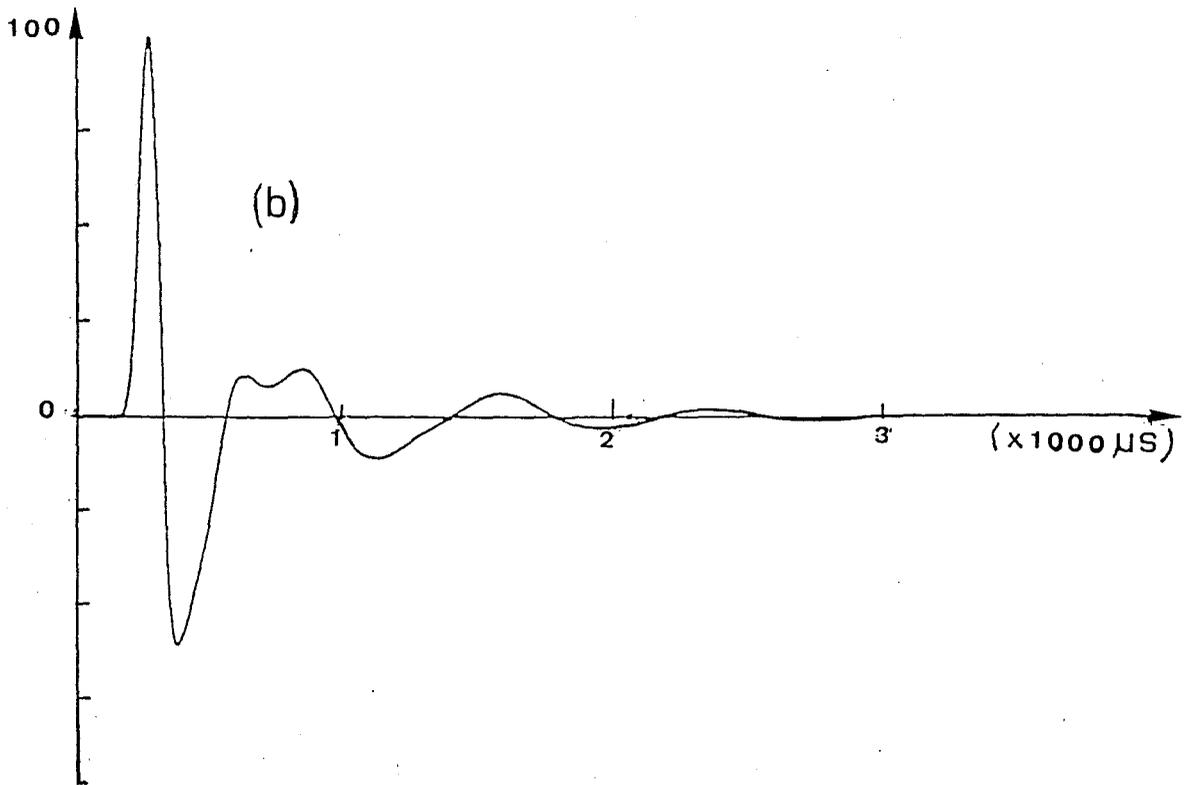
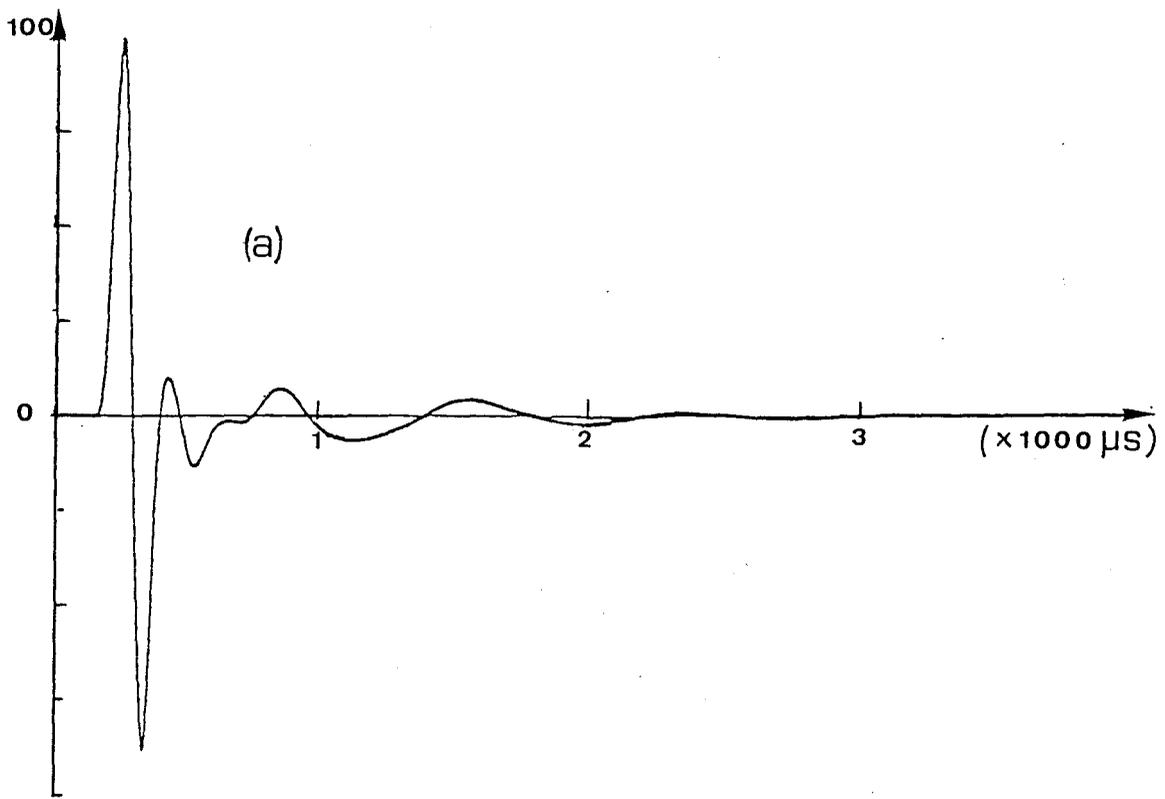


Figure N°23

- a) signal transmis - interface libre
- b) signal transmis - interface occultée

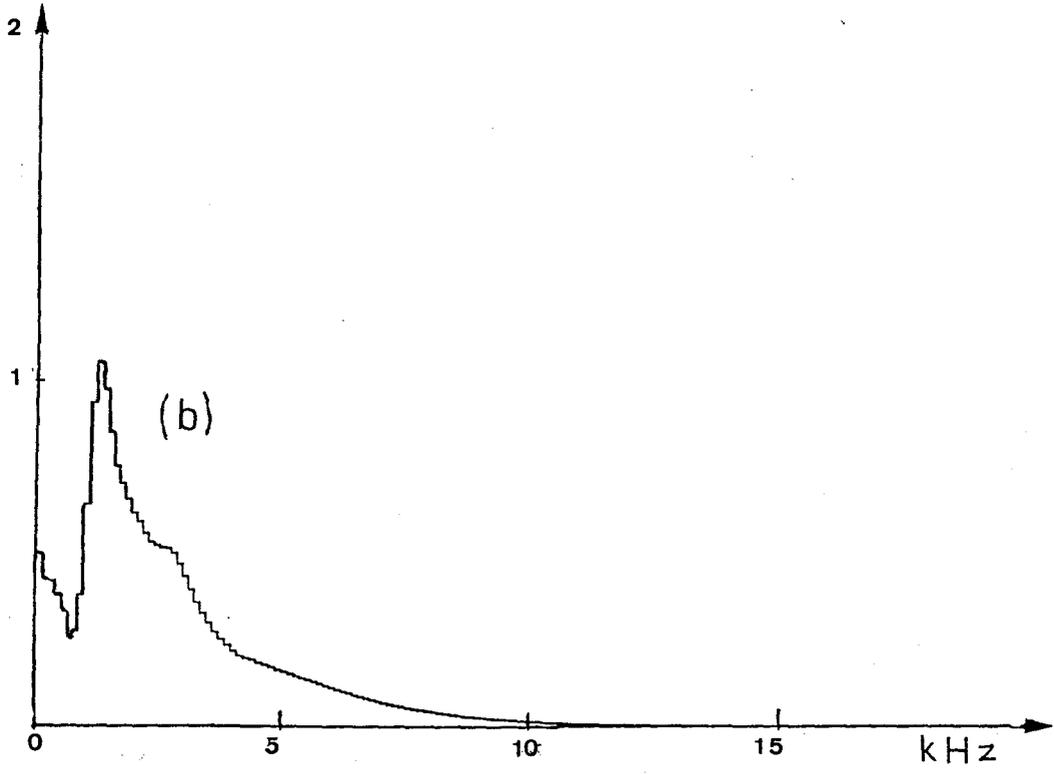
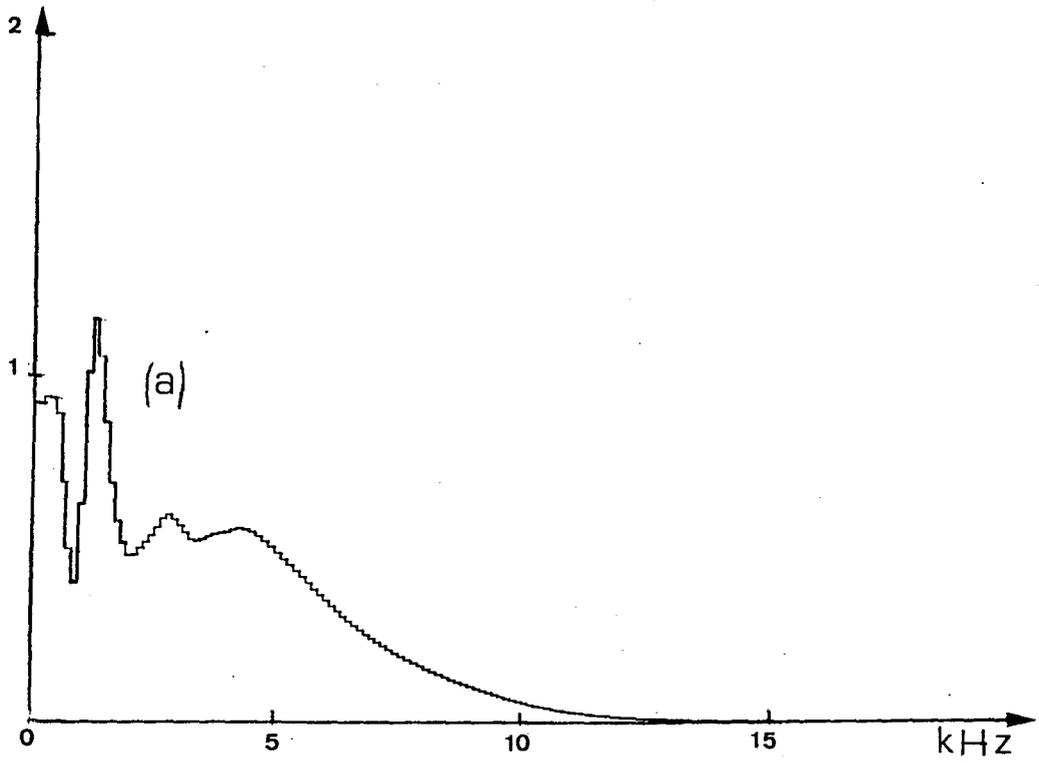


Figure N°24 **Transmittances mesurés**
a) interface libre
b) interface occultée

forme différente. Pour l'interface occultée, l'absorption est plus forte dans le domaine basses fréquences. Nous pouvons noter toutefois, deux points communs, entre les deux transmittances à savoir la même fréquence de résonance de la matrice et la même l'absorption du polymère au delà de 13 kHz.

2) Etude quantitative

1-2) Décomposition en séries modales des potentiels en $M(r, \theta)$

On introduit une décomposition en harmoniques sphériques pour exprimer les potentiels en $M(r, \theta)$ [27].

En milieu extérieur, la source ponctuelle placée en $S(r_0, \theta)$ émet une onde de pression $p_I = e^{iKR}/R$, il lui correspond:

$$\psi_i = \frac{iK}{\rho\omega^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) h_n^{(1)}(Kr_0) j_n(Kr) P_n(\cos\theta), \quad r < r_0;$$

l'onde diffractée satisfaisant la condition de radiation à l'infini, dérive du potentiel ψ_s :

$$\psi_s = \frac{iK}{\rho\omega^2} \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) h_n^{(1)}(Kr_0) h_n^{(1)}(Kr) P_n(\cos\theta),$$

soit pour l'onde totale:

$$P_0 = \rho\omega^2 (\psi_i + \psi_s)$$

$$\vec{U}_0 = \vec{\nabla} (\psi_i + \psi_s).$$

A l'intérieur du matériau, il existe:

- deux ondes de dilatation ϕ et Φ qui dépendent des potentiels scalaires ψ_+ et ψ_- solutions des équations de Helmholtz, nous avons:

$$\psi_{\pm} = \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{n\pm} j_n(K_{\pm} r) P_n(\cos\theta) \quad (IV-5)$$

-une onde de cisaillement $\vec{\gamma}$ (ou $\vec{\Gamma}$), qui, dans un problème à symétrie axiale, s'expriment à partir de la fonction scalaire:

$$Y = \sum_{n=0}^{\infty} Y_n j_n(K_s r) P_n(\cos\theta) \quad (\text{IV-6})$$

$j_n(z)$, $h_n^{(1)}(z)$ sont les fonctions de Bessel de première et troisième espèce d'ordre n , et P_n est le polynôme de Legendre.

2-2) Conditions aux limites

a) Interface libre

Dans ce cas à la limite entre le matériau et l'air extérieur, c'est à dire en $r=a$, il y a continuité:

- de la contrainte normale relative à chaque phase,
- de la contrainte tangentielle nulle,
- de la composante radiale de déplacement.

Ces conditions peuvent être formulées analytiquement par:

$$\begin{aligned} -(1-\beta)P_0 &= 2N \frac{\partial u_r}{\partial r} + A\nabla \cdot \vec{u} + Q\nabla \cdot \vec{u} \\ -\beta P_0 &= Q\nabla \cdot \vec{u} + R\nabla \cdot \vec{u} \end{aligned} \quad (\text{IV-7})$$

$$\sigma_{r\theta} = 0$$

$$U_{or} = (1-\beta)u_r + \beta u_r$$

b) Interface occultée

Lorsque la surface extérieure de la sphère est couverte par un film imperméable et sans raideur, tout se passe comme si la porosité superficielle était nulle. Par conséquent les conditions aux limites deviennent:

$$\begin{aligned} -P_0 + m_s \omega^2 U_{or} &= 2N \frac{\partial u_r}{\partial r} + (A+Q)\nabla \cdot \vec{u} + (R+Q)\nabla \cdot \vec{u} \\ U_{or} &= u_r \end{aligned} \quad (\text{IV-8})$$

$$U_{or} = u_r$$

$$0 = \sigma_{r\theta}$$

3-2) Ecriture de la transmittance

Le signal transmis au centre de la sphère est le produit de convolution du signal incident et de la réponse impulsionnelle $h(t)$:

$$p_T(0,t) = p_I(0,t) * h(t) \quad (\text{IV-9})$$

En représentation spectrale (IV-9) devient :

$$P_T(0,\omega) = P_I(0,\omega) H(\omega) \quad (\text{IV-10})$$

et comme l'onde incidente est sphérique nous avons:

$$P_I(0,\omega) = P_I(\omega) \frac{e^{iKr_0}}{r_0} \quad (\text{IV-11})$$

où r_0 est la distance OS.

La transmittance $H(\omega)$ s'écrit alors:

$$H(\omega) = \frac{P_T(0,\omega)}{P_I(\omega)} r_0 e^{-iKr_0} \quad (\text{IV-12}).$$

D'après les relations (II-1) du chapitre II, la pression moyenne dans le matériau est :

$$p = -Q \nabla \cdot \vec{u} - R \nabla \cdot \vec{v} \quad (\text{IV-13}).$$

Comme on a affaire à une onde de pression, seules les ondes de dilatation ψ_+ et ψ_- sont prises en compte. $H(\omega)$ devient :

$$H(\omega) = \frac{-1}{r_- - r_+} \left[Q (\Delta \psi_+ - \Delta \psi_-) + R (r_- \Delta \psi_+ - r_+ \Delta \psi_-) \right] r_0 e^{-iKr_0} \quad (\text{IV-14})$$

Au centre de la sphère ($r=0$), dans la décomposition de ψ_+ et ψ_- en

harmoniques sphériques seul le terme d'ordre 0 est non nul. Ainsi nous avons:

$$H(\omega) = \frac{-1}{r_- - r_+} \left[(Q+Rr_-)K_+^2 \psi_{o+} - (Q+Rr_+)K_-^2 \psi_{o-} \right] r_o e^{-iKr_o} \quad (IV-15)$$

4-2) Résultats

Compte tenu de la mesure $E(f)$ et de ν , l'ajustement des paramètres b et ρ_a permet de restituer l'essentiel du comportement de $H(\omega)$ pour les deux cas de conditions aux limites (figures 25a et 25b). Les signaux transmis calculés sont obtenus par la transformée inverse du produit de $H(\omega)$ par le spectre de l'onde incidente $p_I(0, \omega)$ (figures 26a et 26b).

3) Analyse numérique

Comme la charge supportée par la partie solide du matériau est négligeable dans le cas où l'interface est libre nous avons:

$$A \nabla \vec{u} \simeq 0, \Delta \psi_+ \simeq \Delta \psi_-, K_+^2 \psi_+ \simeq K_-^2 \psi_- \quad (IV-16).$$

Ce qui nous amène à faire l'approximation suivante:

$$K_+^2 \psi_{o+} J_0(K_+ a) \simeq K_-^2 \psi_{o-} J_0(K_- a).$$

De ce fait $H(\omega)$ nous écrivons:

$$H(\omega) \simeq \frac{R}{r_- - r_+} K_+^2 \psi_{o+} j_0(K_+ a) J_r \quad (IV-17)$$

$$\text{avec } J_r = \left[\frac{r_-}{j_0(K_+ a)} - \frac{r_+}{j_0(K_- a)} \right].$$

Dans le domaine basses fréquences, les ondes "+" et "-" contribuent, dans $H(\omega)$, de façon additive selon le rapport $-r_-/r_+ = P/R$. Ainsi l'effet de l'onde "+", onde diffusive, est prédominant (figure 27).

Lorsqu'on se déplace dans le spectre les deux contributions relatives aux ondes "+" et "-" sont fortement conditionnées par

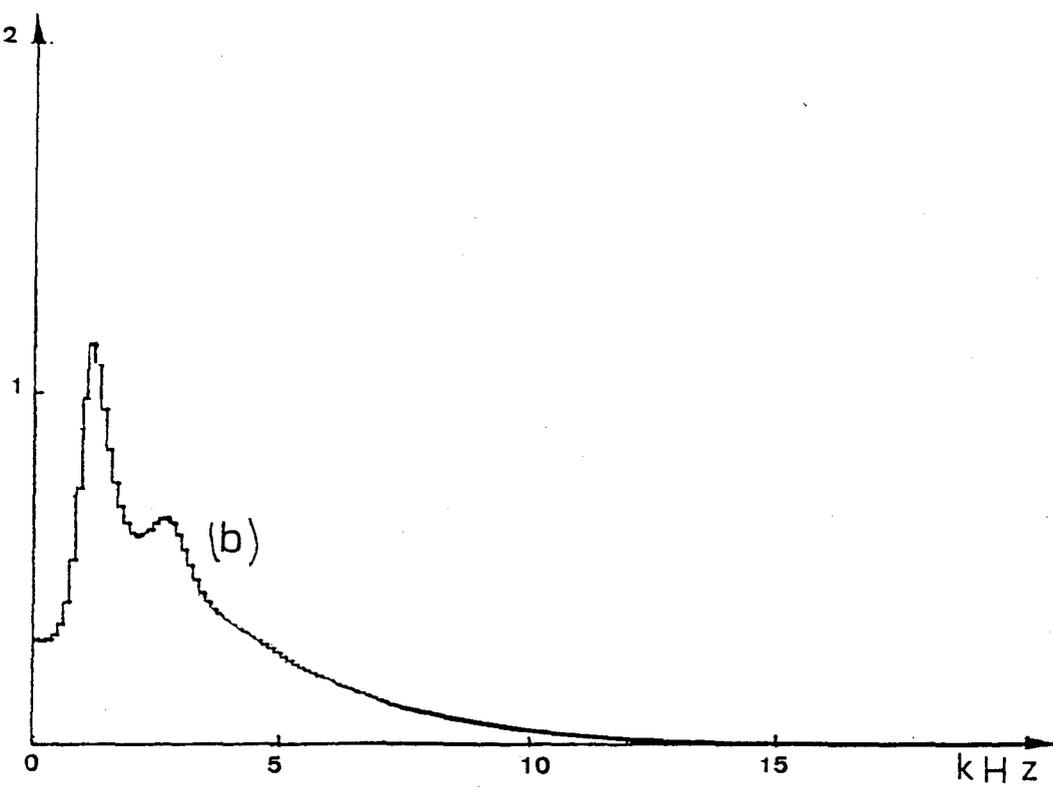
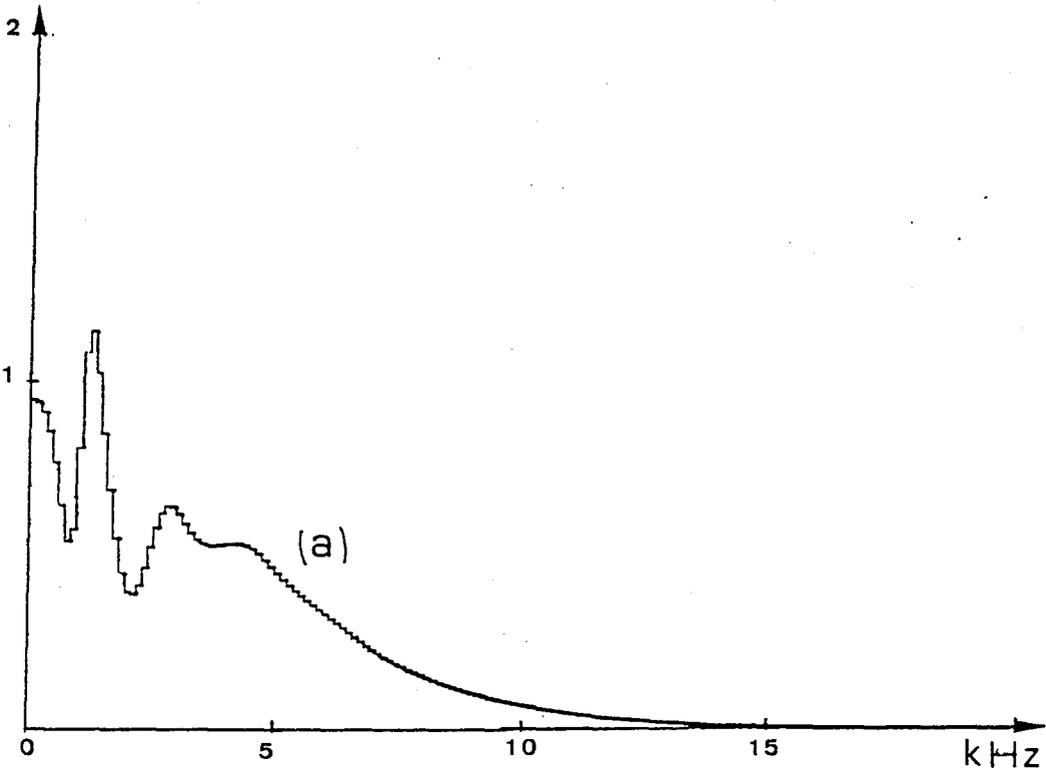


Figure N°25

Transmittances calculées ; $110000 < b < 115000$
 a) interface libre
 b) interface occultée
 $\rho_a \approx \rho_2$

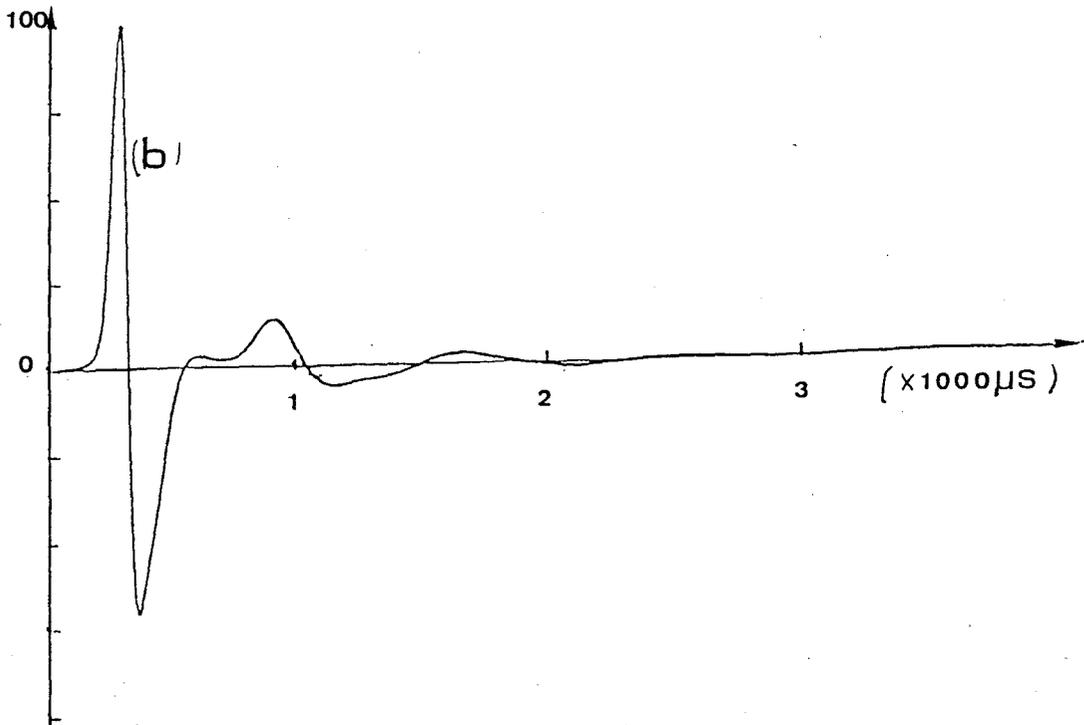
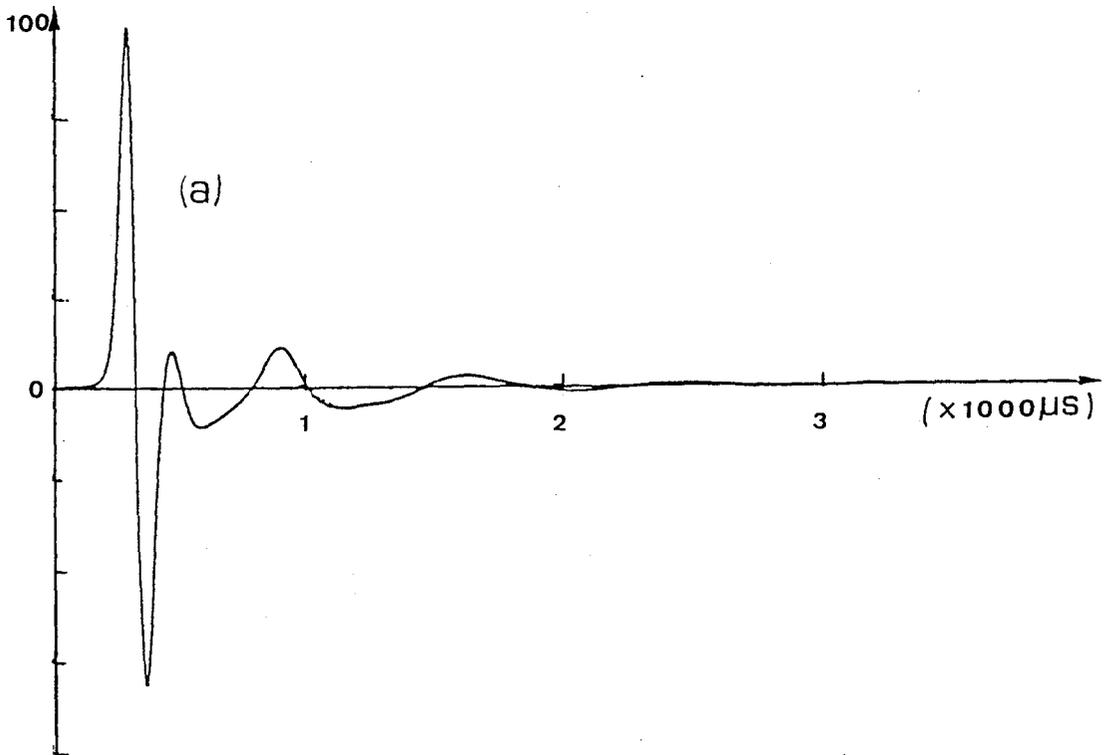


Figure N°26

signaux transmis calculés
 a) interface libre
 b) interface occultée

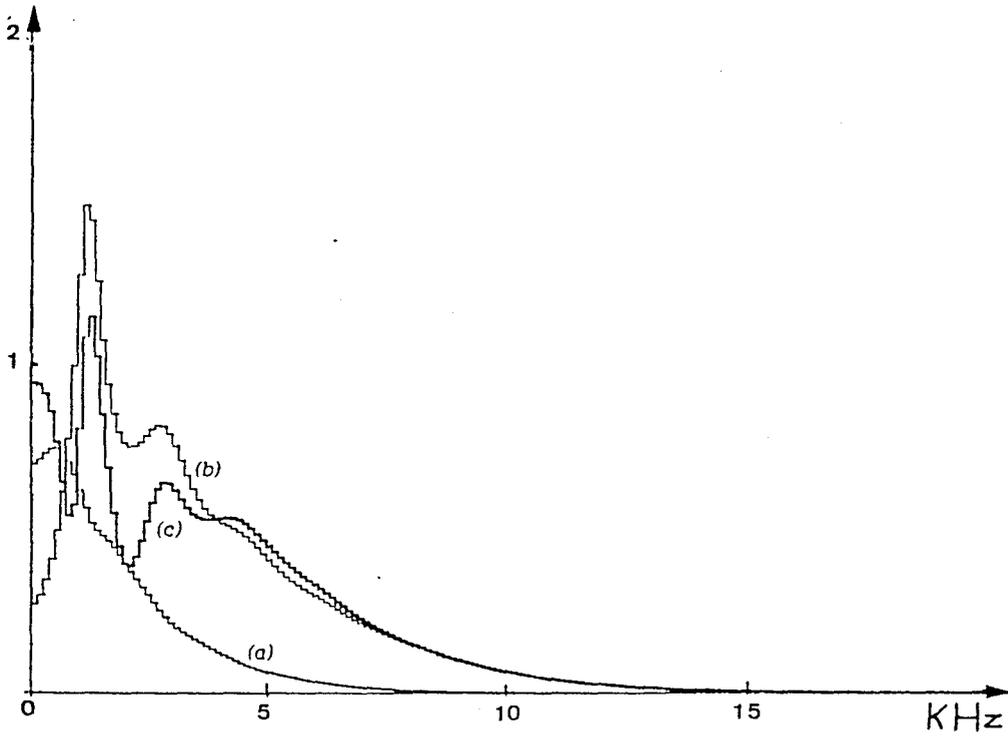


Figure N°27 Transmittances -interface libre
 a) onde "+"
 b) onde "-"
 c) onde totale

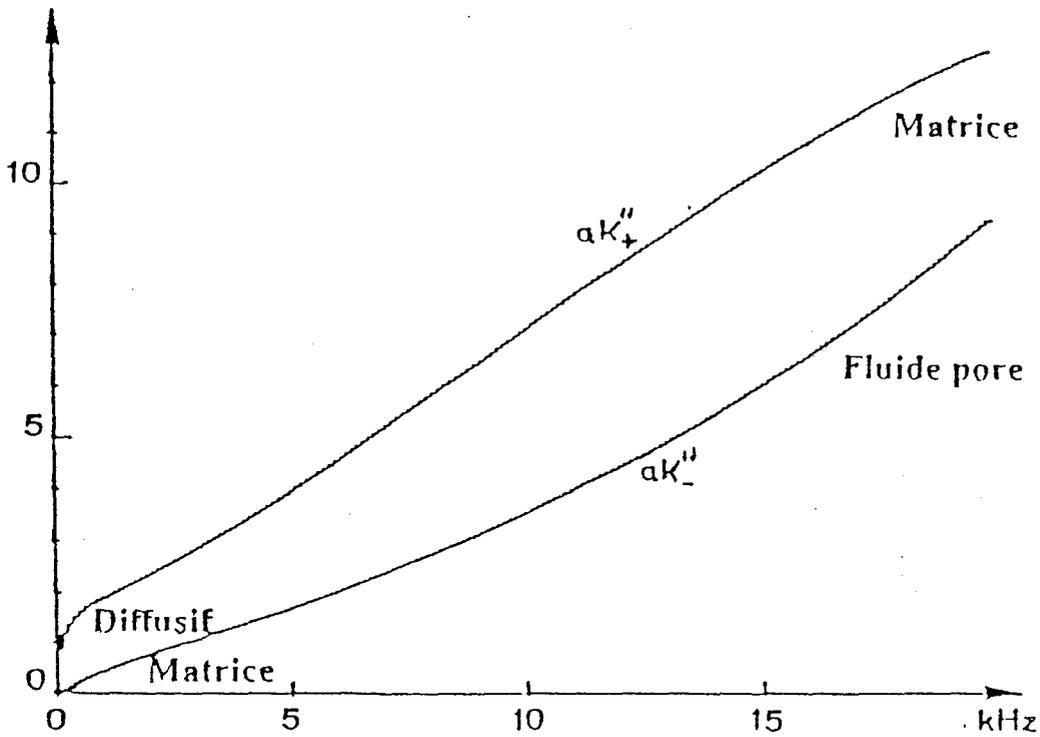


Figure N°28 Courbes de dispersion des atténuations des ondes "+" et "-"

l'évolution de la partie imaginaire de K_+a et K_-a (figure 28).
 Au delà de 5 kHz, $H_+(\omega)$ disparaît à cause de la forte absorption du polymère.

Le calcul de la transformée inverse du produit du spectre de l'onde incidente et de l'apport, dans $H(\omega)$, des deux ondes montre que le signal transmis est la résultante de l'onde rapide et l'onde lente. Cela explique donc l'origine des deux pics du signal expérimental (figure 29).

Les temps d'arrivée des deux ondes correspond au domaine hautes fréquences où celles-ci ont toutes les deux un caractère propagatif. L'onde rapide se propage avec la vitesse du mode fluide découplé alors que l'onde lente a une vitesse de propagation égale à celle du mode matrice découplé. Dans le domaine basses fréquences, l'onde lente a un caractère diffusif à cause de la friction du fluide. Par contre l'onde rapide se propage toujours mais avec la vitesse du mode matrice (Figure 30)

En faisant explicitant les termes $j_0(z)$:

$$j_0(z) = \frac{\sin(z)}{z} = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2iz}$$

dans l'expression J_r de la relation (IV-17), on obtient:

$$J_r \simeq -2ia \left\{ K_{r-} e^{-iKa} + (1 + e^{-2iKa} + \dots) - K_{r+} e^{-iKa} (1 + e^{-2iKa} + \dots) \right\}$$

Il en découle que la traînée du signal transmis correspond à la superposition de deux ondes transmises et d'ondes multiples réfléchies dont l'effet, à cause de l'atténuation, est négligeable en dehors des très basses fréquences.

Lorsque l'interface est occultée, en écrivant l'égalité:

$$u_r = U_r \text{ en } r=a,$$

nous avons , en basses fréquences:

$$(1 - r_-) K_{+0+}^2 \simeq (1 - r_+) K_{-0-}^2$$

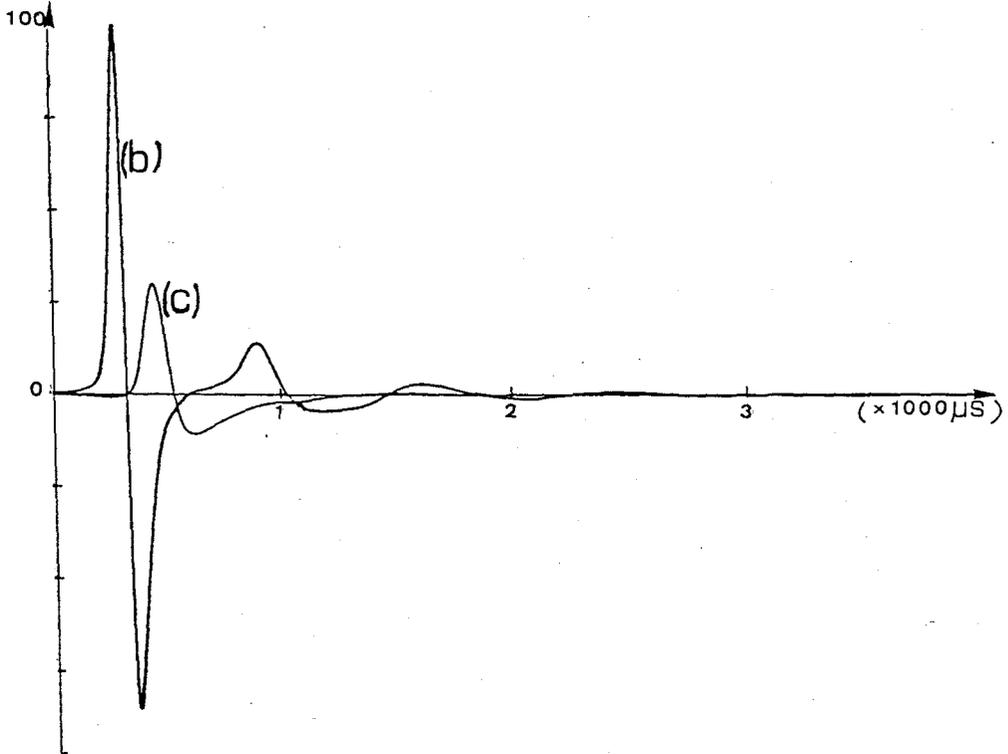
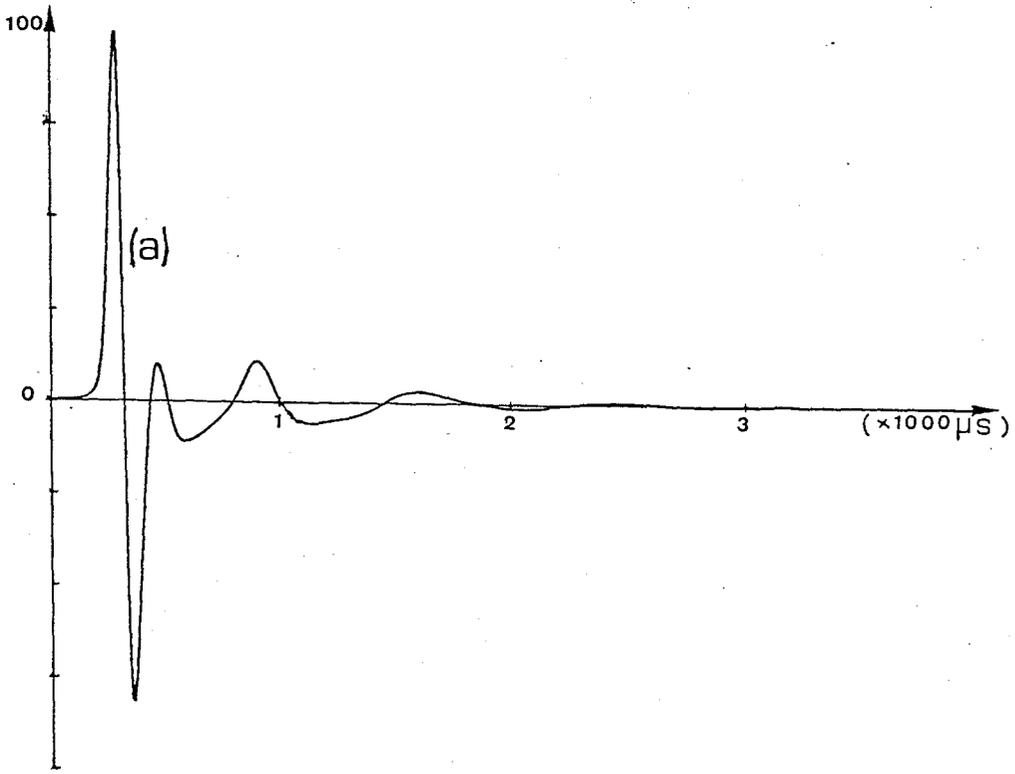


Figure N° 29

Signaux - interface libre

a) onde totale

b) onde "+"

c) onde "-"

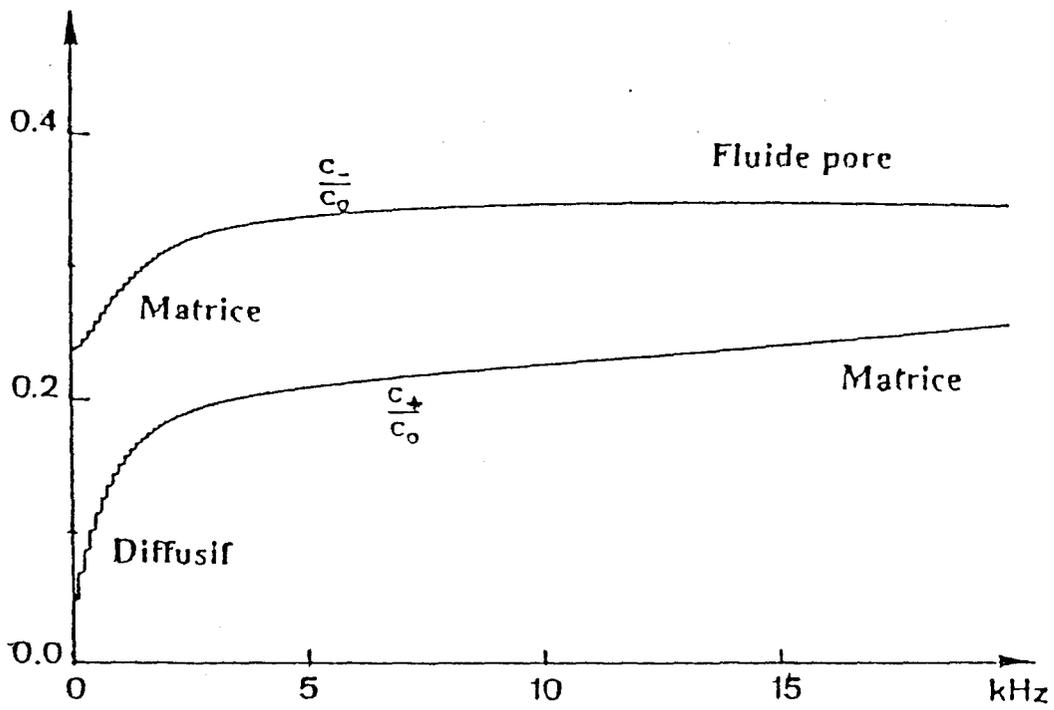


Figure N°30 Courbes de dispersion des vitesses de propagation des ondes "+" et "-"

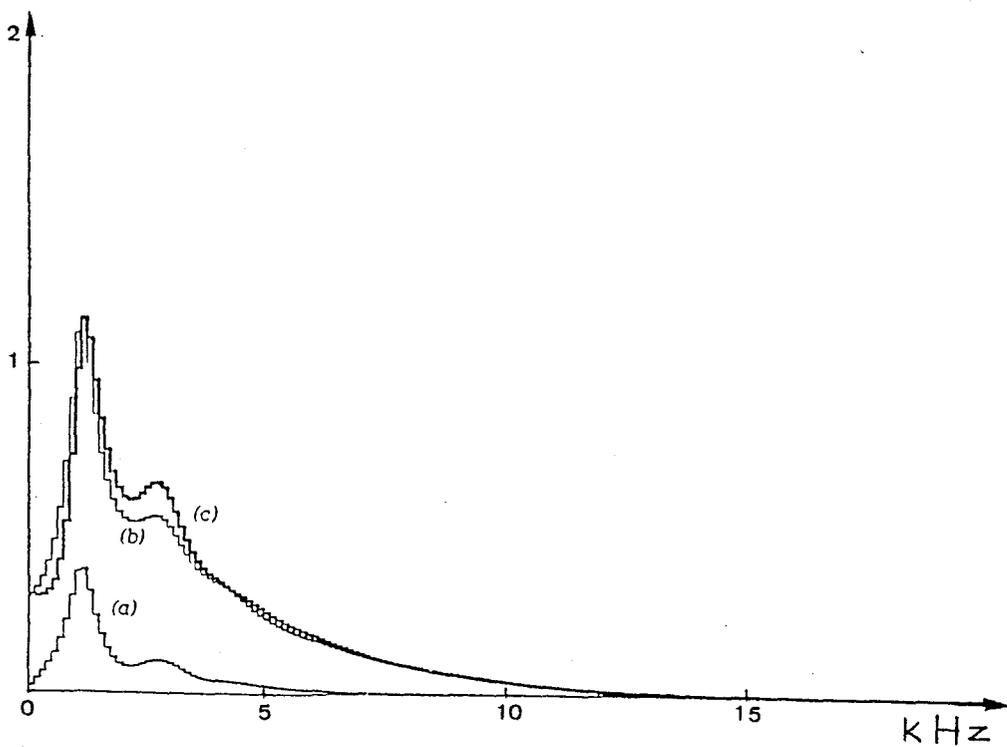


Figure N°31 Transmittances - interface occultée
 a) onde "+"
 b) onde "-"
 c) onde totale

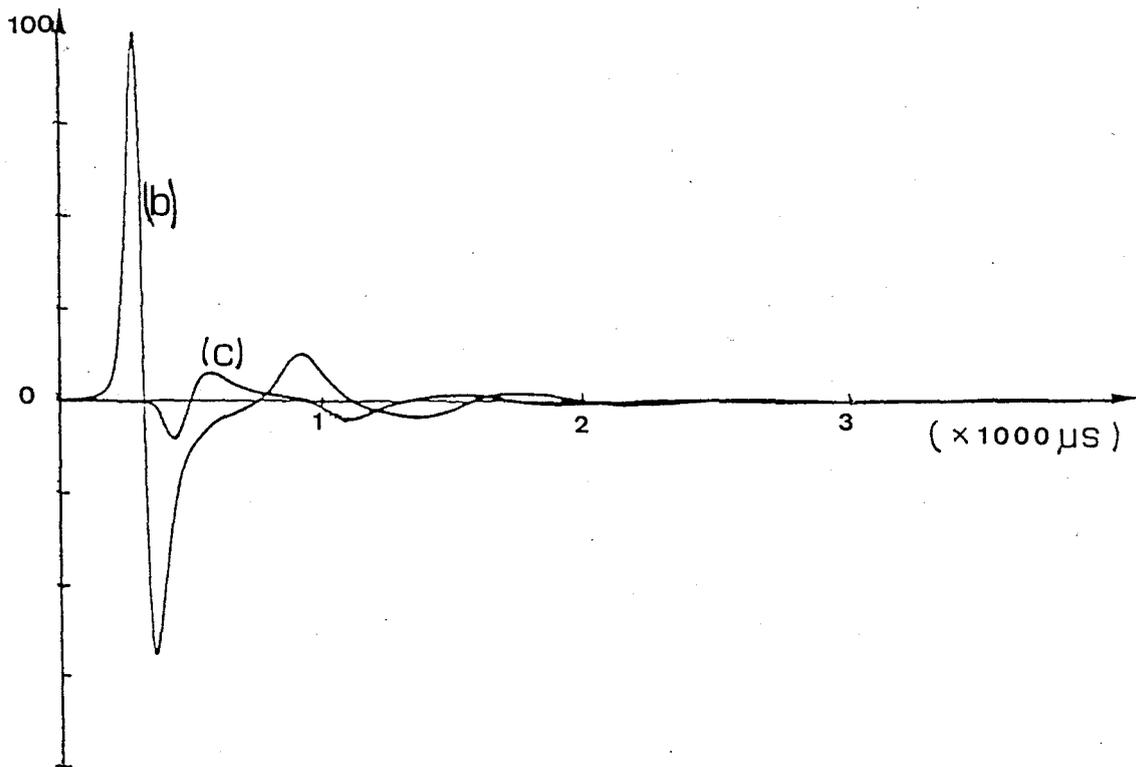
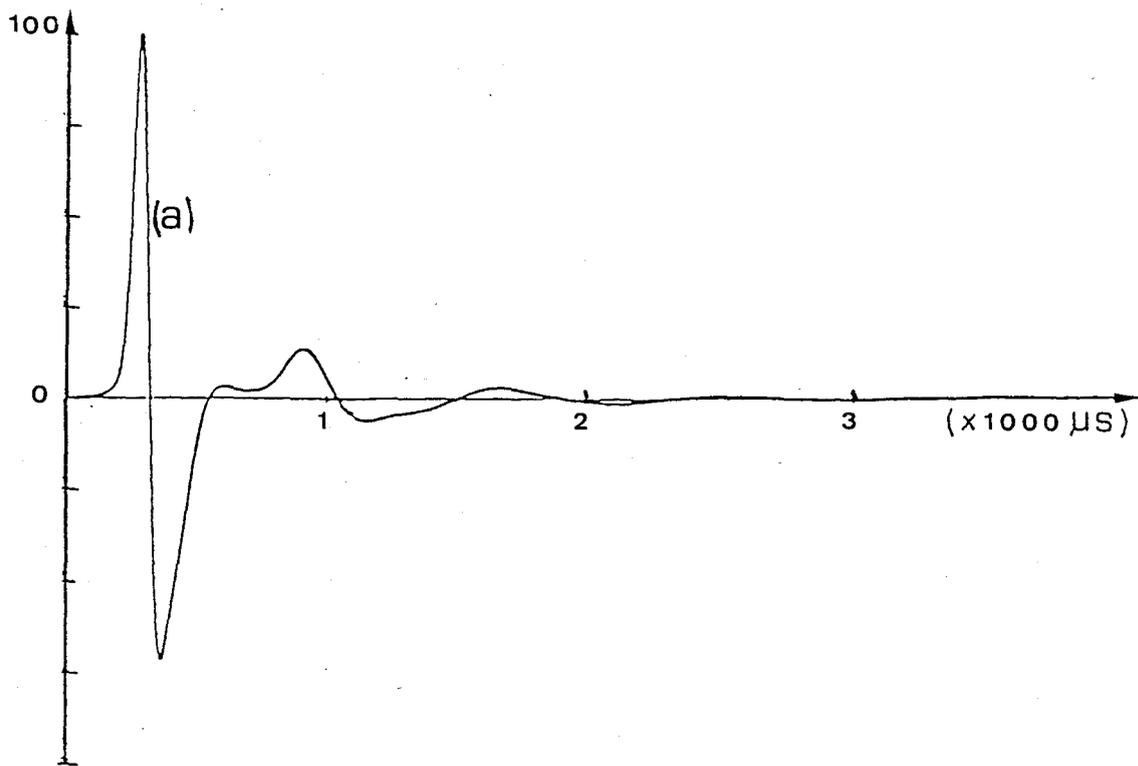


Figure N°32

signaux -interface occultée

a) onde totale

b) onde "+"

c) onde "-"

Ainsi en séparant les contributions , dans $H(\omega)$, des ondes "+" et "-" nous remarquons que, contrairement au cas où l'interface est libre, l'effet basses fréquences de l'onde "+" disparaît (figure 31).

La décomposition du signal transmis (figure 32) montre que les deux ondes, en plus de leur faible amplitude sont en opposition de phase. Le film appliqué à la surface externe de l'échantillon, au lieu de bloquer l'onde lente [29] et donc augmenter l'amplitude de l'onde rapide a considérablement atténué l'ensemble.

En imposant un film à l'interface, on réduit la perméabilité du milieu. Et comme celle-ci est inversement proportionnelle à la résistivité de l'air, il en résulte une forte dissipation due à la friction du fluide interstitiel. Ce qui pour effet d'empêcher l'onde lente de se propager [30,31]. L'existence de cette onde, dans ces cas de conditions aux limites, est probablement liée à la raideur du film.

4) Conclusion

L'ajustement des paramètres relatifs à l'interaction fluide/structure, nous a permis de décrire convenablement la transmission, par une sphère de mousse, d'une onde impulsive large bande. L'analyse numérique complémentaire a révélé que les deux pics du signal transmis, pour chaque état de l'interface, ont pour origine les deux ondes de dilatation de Biot. De ce fait, compte tenu de la faible valeur du couplage les vitesses de propagation de ces deux ondes peuvent être déduites directement du signal transmis. Il suffit pour cela de faire le rapport du rayon de la sphère sur le temps d'arrivée de chaque onde.



V) CONCLUSION GENERALE

En prenant la mousse de polyuréthane comme un milieu poreux idéal, les paramètres P , N , Q , R , ρ_a et b de la théorie de Biot permettent de rendre compte globalement de tous les phénomènes mis en jeu lors de la propagation acoustique à savoir l'interaction fluide/structure, l'élasticité de l'air et la viscoélasticité de la matrice. Dans notre travail nous avons cherché à évaluer ces paramètres.

Grâce aux caractéristiques de la structure physico-chimique de la mousse à savoir la grande porosité, la souplesse et le modèle géométrique de la matrice, la détermination de ces paramètres se ramène à celle des constantes ρ_a et b et, du module d'Young E et du coefficient de Poisson ν de la matrice.

La première étape consistait à faire la mesure de E et ν . Pour cela il fallait d'abord connaître dans quelles conditions expérimentales (géométrie de l'échantillon, gamme de fréquence) ces mesures sont possibles. Dans ce but nous avons fait l'étude de la propagation d'une onde longitudinale et d'une onde de torsion dans une tige cylindrique infinie. Nous avons constaté que si le rayon choisi de l'éprouvette est de 1 cm, la correction de Rayleigh est faible dans la gamme de fréquence [0,1.2 KHz]. Ensuite, en tenant compte des limitations pour des échantillons de grand élanement ($h/a > 10$), nous avons effectué la mesure du module d'Young grâce à une technique de résonance qui repose sur le comportement de la masse dynamique. Le coefficient de Poisson est déduit des valeurs mesurées du module de cisaillement, à l'aide d'un pendule de torsion, et du module d'Young précédemment déterminé.

Etant donné le principe de correspondance fréquence-température relatif aux matériaux polymériques nous avons fait varier la température afin d'extrapoler E vers des gammes de fréquences élevées.

Dans la seconde étape nous avons fait l'étude de la transmission

d'une onde impulsive large bande. Grâce à l'étude quantitative appropriée nous avons mis en évidence le caractère propagatif des deux ondes de dilatation de Biot dans le domaine de fréquence [0,20 kHz]. Cela présente un intérêt considérable dans la mesure où, compte tenu du couplage faible, nous pouvons évaluer la vitesse de propagation chaque onde à partir du signal transmis expérimental. Ainsi à l'aide des mesures de E et ν , de l'expression analytique de k_f et, de c_+ et c_- , on connaît les valeurs de ρ_a et b .

Si on excepte les erreurs dues à la méthode d'évaluation du module de Young, on peut quand même émettre quelques réserves concernant le domaine de fréquence exploré. En effet comme la valeur de facteur a_T dépend de la température de transition vitreuse T_v (voisine de celle de la relaxation principale), l'incertitude sur la gamme de fréquence explorée est d'autant plus grande que T_v n'est pas précisément déterminée.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.M.Charrier -"les polyuréthanes"
L'ingénieur Jan/Fév 81,pp.23-29.
- [2] M.C.Hilyard -"Mechanics of cellular plastics"
Applied Science Publishers LTD London (1982).
- [3] J.L.Couarraze et G.Grossiard
"Initiation à la rhéologie"
Technique et documentation Lavoisier Paris (1983).
- [4] S.C.Hunter
" Progress in solid mechanics"
I.N Sneddon and R.Hill, North holland Publishing company,
Amsterdam (1964).
- [5] B.Gross
" The mathematical structure of the theories of
viscoelasticity" Hermann et Cie Paris (1953).
- [6] R.G.C Arridge
" An introduction to polymer mechanics "
Taylor & Francis ,london and Philadephia (1985).
- [7] John.D.Ferry -"Viscoelastic properties of polymers"
New York ,London,John Wiley& sons,Inc.(1961).
- [8] Williams, Landel and Ferry
" the temperature dependence of relaxation mechanisms of
amorphous polymers and other glass-forming liquids"
J.Amer.Chem.Soc.77,1955,pp 3701-3706
- [9] Rodger.N.Capps
"Dynamic Young's moduli of some commercially available
polyurethanes"
J.Acoust.Soc.Amer.73(6)June1983,pp2000-2005.
- [10] A.K.Doolittle and D.B.Doolittle
"Free space equation for viscosity"
J.App.Phys.22 1951 pp 1471-1482.

- [11] M.A.Biot -"Theory of elastic waves in fluid saturated porous solid"
J.Acoust.Soc.Amer.28(2) 1956,pp 168-191.
- [12] M.A.Biot et D.G.Willis
"The elastic coefficients of the theory of consolidation"
J.Appl.Mech.Vol 24 1957,pp 594-601.
- [13] Frankel S.
" Multiconductor transmission line analysis"
Artech House
- [14] D.J.Sides and K.Attenborough
"Application of a generalized acoustic propagation theory to fibrous absorbants"
J.Soun.vibr.19(1) 1971, pp 49-64.
- [15] C.Zwikker and C.W.Kosten "Sound absorbing materials"
Elsevier New York 1949.
- [16] A.Sfaoui
"Contribution à l'étude de la propagation acoustique dans la mousse de Polyuréthane"
A paraître dans le journal de physique appliquée
- [17] G.H.F.Gardner
"extensionnal waves in fluid saturated porous cylinders"
J.Acoust.Soc.Amer.34(1)1961,pp 36-40.
- [18] J.G.Berryman
"Dispersion of extensionnal waves in fluid saturated porous cylinders at ultrasonic frequencies"
J.Acoust.Soc.Amer.74(6)1983,pp 1305-1312.
- [19] G.Deprez, R.Hazebrouck et A.Sfaoui
"Diffraction acoustique par des sphères placées dans l'air "
Rapport DRET 1989.
- [20] M.Onoe
"Dispersion of axially symmetric waves in elastic rods"
J.App.Mech.1962,pp 729-734.

- [21] G.Deprez, R.Hazebrouck et A.Sfaoui
 "Etude de la propagation dans une tige de mousse de polyuréthane "
 Sup.J.Physique C3,1990,pp 43-52.
- [22] K.F.Graff
 "wave motion in elastic solids"
 Clarendon press, Oxford, pp 465-467.
- [23] R.F.Lambert and J.S.Tesar
 "Acoustic structure and propagation in highly porous layered fibrous materials"
 J.Acoust.Soc.Amer.76(4)1984,pp 1231-1237.
- [24] L.J.Gibson & M.F.Ashby
 "the mechanics of two dimensional cellular materials"
 Proc.R.Soc.Lond A382 1982, pp 25-42
- [25] L.J.Gibson & M.F.Ashby
 "the mechanics of three dimensional cellular materials"
 Proc.R.Soc.Lond A382 1982, pp 43-59.
- [26] G.Deprez et R.Hazebrouck
 " Mesure d'une réponse impulsionnelle en acoustique.
 Application à la diffraction d'une onde sonore par une sphère"
 Acustica 45(2) 1980,pp 96-102.
- [27] G.Deprez, L.Bassery et R.Hazebrouck
 "Propagation des ondes de dilatation de Biot dans les mousses de polyuréthane"
 Rev.Acoust N°78 (1986) pp 49-53.
- [28] G.Deprez, R.Hazebrouck et A.Sfaoui
 "Etude de la transmission d'une sphère de mousse de polyuréthane en régime impulsionnel"
 Sup.J.Physique C2,1990,pp 411-414.
- [29] P.N.J.Rasolofosoan
 "Importance of interface hydraulic condition on the generation of second bulk compressional wave in porous media"
 App.Phy.Lett 52(10) 1988.

[30] T.Plona

"Experimental study of the two bulk compressional modes in
water-saturated porous structure "

Ultrasonics. Symp. IEEE.1980 pp 886-872.

[31] T.Plona

"Observation of the second bulk compressional wave in porous
medium at ultrasonic frequencies"

App.phy.Lett.36, 1980,pp 259-261.

Annexe I

Equation d'état d'une chaîne moléculaire flexible [3]

Soit une chaîne flexible comprenant un nombre n élevé de segments, de longueur l , de telle sorte qu'on puisse la considérer comme un système macroscopique et appliquer les résultats de la thermodynamique statistique. Supposons maintenant que par l'application d'une force F on maintient ses extrémités à une distance r . On rappelle de la première loi de la thermodynamique que :

$$dU = -dW + T dS \quad (\text{AI-1})$$

où U est l'énergie interne, T la température, S l'entropie, et W le travail fourni par le système. Par définition, l'énergie libre, à température constante est :

$$dA = dU - T dS \quad (\text{AI-2})$$

De (AI-1) et (AI-2) nous avons

$$dA = -dW \quad (\text{AI-3})$$

avec

$$dW = -Fdr$$

La force F est donc :

$$F = -\left(\frac{\partial W}{\partial r}\right)_T = \left(\frac{\partial A}{\partial r}\right)_T = \left(\frac{\partial U}{\partial r}\right)_T - T \left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)_T \quad (\text{AI-4})$$

Comme il n'y a pas de variation de distance entre les liaisons (liaisons libres entre segments) l'énergie interne reste constante. Par conséquent la force F est :

$$F = -T \left(\frac{\partial S}{\partial r}\right)_T \quad (\text{AI-5})$$

Pour calculer l'entropie S de la chaîne, on utilise la relation de Boltzmann de la mécanique statistique :

$$S = K \text{Log}[\Omega(r)] \quad (\text{AI-6})$$

où K est la constante de Boltzman et $\Omega(r)$ le nombre de configurations possibles, de la chaîne, dûes au mouvement Brownien. Selon l'hypothèse émise (n élevé) on montre que

$$\Omega(r) = \text{Cte } e^{-3r^2/2nl^2} \quad (\text{AI-7})$$

Par conséquent $S = \text{Cte } -3Kr^2/2nl^2$

De (AI-5) et (AI-6) on déduit l'expression de la force F de rappel:

$$F = (3KT/nl^2)r \quad (\text{AI-8}).$$

Ainsi la chaîne lorsqu'elle soumise à une force se comporte comme un ressort de raideur $(3KT/nl^2)$.

Annexe-II

Méthode de résolution des équations relatives aux ondes de dilatation [13]

On écrit les deux équations différentielles couplées sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{bmatrix} \Delta \phi \\ \Delta \Phi \end{bmatrix} + [B] \begin{bmatrix} \phi \\ \Phi \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{AII-1})$$

La résolution d'une telle équation se fait par la méthode classique de recherche des valeurs propres:

$$\det([B'] - \lambda I_E) = 0, \text{ on pose } [B'] = -[B] \quad (\text{AII-2})$$

où I_E est la matrice identité.

Soient λ_+ et λ_- les racines du polynôme caractéristique, les ondes propres à chaque phase sont solutions des équations de Helmholtz:

$$\begin{bmatrix} \Delta \psi_+ \\ \Delta \psi_- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_+ & 0 \\ 0 & \lambda_- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{AII-3})$$

On cherche ensuite la matrice $[t_{ij}]$ qui diagonalise $[B']$

$$\begin{bmatrix} \lambda_+ & 0 \\ 0 & \lambda_- \end{bmatrix} = [t_{ij}]^{-1} [B'] [t_{ij}] \quad (\text{AII-4})$$

Les composantes de la matrice $[t_{ij}]$ sont obtenues de la façon suivante:

$[B'] (t_{i1}) = \lambda_+ (t_{i1})$ où (t_{i1}) est la première matrice unicolonne de $[t_{ij}]$,

$[B'] (t_{i2}) = \lambda_- (t_{i2})$ avec (t_{i2}) est la seconde matrice unicolonne de $[t_{ij}]$.

En remplaçant l'expression (A-4) dans (A-3) on obtient les potentiels des ondes de dilatation qui se propagent réellement dans les deux phases:

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \bar{\phi} \end{bmatrix} = [t_{ij}] \begin{bmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{bmatrix} \quad (\text{AII-5}).$$

Annexe III

Calcul de la force de friction oscillatoire et du module de compressibilité du fluide

1) Calcul de la force de friction [11]

Lorsque les pores possèdent une forme idéale, et que le mouvement des parois se fait essentiellement dans une direction, la force de friction du fluide est déterminée de façon simple.

a) Pores à faces parallèles

On s'intéresse au mouvement du fluide entre deux surfaces parallèles lorsque celles-ci sont animées d'un mouvement oscillatoire et lorsqu'un gradient de pression s'exerce en même temps sur le fluide.

On considère seulement le mouvement à deux dimensions et on néglige toutes les composantes normales, de gradient de pression et de la vitesse, à ces parois.

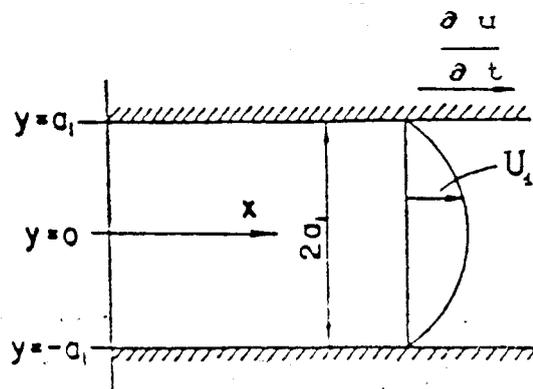
Le mouvement du fluide dans la direction du pore est décrit par l'équation:

$$\rho_f \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right) \quad (\text{AIII-1})$$

où P est la pression, μ la viscosité dynamique et U le déplacement du fluide.

On introduit la vitesse relative du fluide:

$$U_1 = \frac{\partial U}{\partial t} - \frac{\partial u}{\partial t} \quad (\text{AIII-2})$$



De l'expression (AII-1) on obtient:

$$\rho_f \frac{\partial U_1}{\partial t} = - \frac{\partial P}{\partial x} - \rho_f \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} \quad (\text{AIII-3})$$

En posant

$$X = \frac{\partial P}{\partial x} - \rho_f \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (\text{AIII-4})$$

L'équation (AII-3) devient :

$$\frac{\partial U_1}{\partial t} = X + \nu \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} \quad (\text{AIII-5})$$

avec $\nu = \frac{\mu}{\rho_f}$ la viscosité cinématique.

Dans le cas d'une onde harmonique ($e^{-i\omega t}$) on a:

$$\frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} + i\omega U_1 = -X \quad (\text{AIII-6}).$$

La solution d'une telle équation, avec la condition aux limites:

$U_1 = 0$ en $y = \pm a_1$,
est de la forme:

$$U_1 = - \frac{X}{i\omega} \left\{ 1 - \frac{\text{ch} [(-i\omega/\nu)^{1/2} y]}{\text{ch} [(-i\omega/\nu)^{1/2} a_1]} \right\} \quad (\text{AIII-7})$$

La vitesse relative moyenne U_{1m} sur la section est donnée par

$$2a_1 U_{1m} = - \frac{X}{i\omega} \int_{-a_1}^{+a_1} \left\{ 1 - \frac{\text{ch} [(-i\omega/\nu)^{1/2} y]}{\text{ch} [(-i\omega/\nu)^{1/2} a_1]} \right\} dy \quad (\text{AIII-8}).$$

U_{1m} a donc pour expression:

$$U_{1m} = - \frac{X}{i\omega} \left\{ 1 - \frac{1}{a_1} (-\nu/i\omega)^{1/2} \text{Th} [(-i\omega/\nu)^{1/2} a_1] \right\}. \quad (\text{AIII-9}).$$

La contrainte de friction à la surface du pore, par exemple en $y = a_1$, s'écrit:

En introduisant la vitesse relative U_1 , on a:

$$\nu \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) U_1 - \frac{\partial U_1}{\partial t} = -X, \quad (\text{AIII-14})$$

où X est défini de la même façon que a).

Dans le cas d'une onde harmonique ($e^{-i\omega t}$), l'équation (AIII-14) devient:

$$\nu \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) U_1 + i\omega U_1 = -X \quad (\text{AIII-15}).$$

La solution de (AIII-15), compte tenu de la condition à la limite:

$$\text{en } r=a \quad U_1=0,$$

s'écrit:

$$U_1 = -\frac{X}{i\omega} \left\{ 1 - \frac{J_0[(i\omega/\nu)^{1/2} r]}{J_0[(i\omega/\nu)^{1/2} a]} \right\}. \quad (\text{AIII-16})$$

où J_0 est la fonction de Bessel d'ordre zéro.

La vitesse relative moyenne du fluide sur la section est donc:

$$U_{1m} = -\frac{X}{i\omega} \left\{ 1 + \frac{2}{i^{1/2} k} \frac{J_1' [i^{1/2} k]}{J_0 [i^{1/2} k]} \right\} \quad (\text{AIII-17});$$

avec

$$k = a (\omega/\nu)^{1/2} \quad \text{et} \quad J_1(z) = -\frac{d}{dz} [J_0(z)]$$

La contrainte de friction du fluide à un point de la surface s'écrit:

$$\tau = -\mu \left[\frac{dU_1}{dr} \right]_{r=a} = \frac{\mu X}{i\omega} \frac{J_1 [i^{1/2} k]}{J_0 [i^{1/2} k]} (i\omega/\nu)^{1/2} \quad (\text{AIII-18}).$$

Le rapport de la contrainte totale $2\pi a \tau$ sur la vitesse moyenne U_{1m} peut être mis sous la forme:

$$\tau = -\mu \left[\frac{dU}{dy} \right]_{y=a_1} = -\frac{\mu X}{i\omega} (-i\omega/\nu)^{1/2} \text{Th} [(-i\omega/\nu)^{1/2} a_1] \quad (\text{AIII-10}).$$

La contrainte totale 2τ par unité de vitesse relative moyenne peut être mise sous la forme:

$$\frac{2\tau}{U_{1m}} = \frac{6\mu}{a_1} F_1(k_1)$$

où $F_1(k_1)$ est la fonction définie par:

$$F_1(k_1) = \frac{1}{3} \frac{i^{3/2} k_1 \text{th}(i^{3/2} k_1)}{1 - \frac{1}{k_1 i^{3/2}} \text{th}(i^{3/2} k_1)} \quad (\text{AIII-11})$$

avec $k_1 = a_1 (\omega/\nu)^{1/2}$.

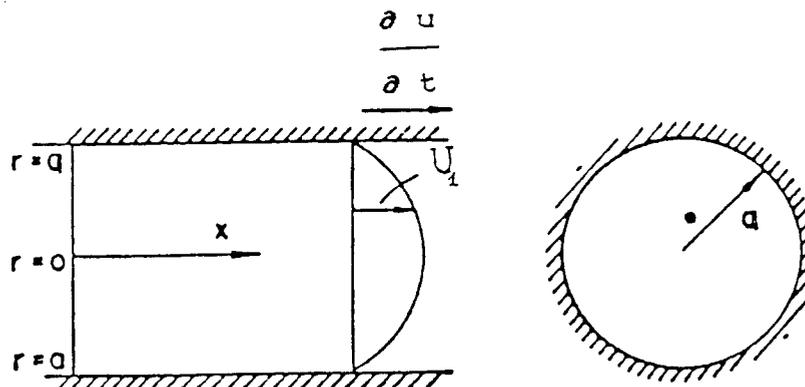
b) Pores circulaires

Dans le cas où les pores sont de section circulaires, selon l'hypothèse faite sur la direction du mouvement du fluide, nous avons:

$$\rho_f \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \Delta \left(\frac{\partial U}{\partial t} \right) \quad (\text{AIII-12})$$

où Δ est le Laplacien qui, dans le cas où l'écoulement du fluide est à symétrie axiale, s'écrit:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \quad (\text{AIII-13})$$



$$\frac{2\pi a \tau}{U_{1m}} = 8\pi \mu F(k) \text{ où } F(k) \text{ est la fonction telle que:}$$

$$F(k) = -\frac{1}{4} \frac{i^{1/2} k T(k)}{1 - \frac{2}{k i^{1/2}} T(k)} \quad (\text{AIII-19})$$

$$\text{avec } T(k) = \frac{J_1(i^{1/2} k)}{J_0(i^{1/2} k)}.$$

2) Module de compressibilité de l'air compte tenu des échanges thermiques [15]

Lors de la vibration de la matrice, l'air interne est en mouvement. Ce qui implique, selon la théorie cinétique, un transfert de quantité de mouvement et de chaleur. En faisant le bilan: la chaleur apportée par l'augmentation nette d'énergie interne et d'énergie mécanique égale à la chaleur transférée par conduction et cela par unité de temps, on obtient:

$$\rho_f T_0 \frac{dS}{dt} = \lambda \Delta T \quad (\text{AIII-20})$$

où λ est le coefficient de conduction thermique, T la température, et S l'entropie.

Comme S est fonction de T et ρ_f nous avons:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{\rho_f} dT + \left(\frac{\partial S}{\partial \rho_f} \right)_T d\rho_f. \quad (\text{AIII-21})$$

Ces dérivées partielles ont pour valeurs:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial \rho_f} \right)_T = -(C_p - C_v) / \rho_f \text{ et } \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{\rho_f} = C_v / T \quad (\text{AIII-22})$$

où C_p et C_v sont les capacités calorifiques respectivement à pression et volume constants.

En prenant $\delta \rho_f$ ($\delta \rho_f = \rho_f - \rho_f^0$) et δT ($\delta T = T - T_0$) à la place de ρ_f et T , l'équation (AIII-20) devient:

$$\frac{\partial \theta'}{\partial t} = \frac{\partial s}{\partial t} + D \Delta \theta' \quad (\text{AIII-23})$$

avec:

$s = (\delta \rho_f / \rho_{of})$: la condensation du fluide,

$D = [\lambda_o / (\rho_f C_v)]$: la diffusivité,

$\theta' = (1/\gamma - 1)(\delta T / T_o)$,

$\gamma = C_p / C_v$.

De la loi des gaz parfaits nous déduisons:

$\delta P = P_o [s + (\gamma - 1)\theta']$, où P_o est la pression ambiante.

En introduisant cette relation dans l'équation (AIII-23) dans le cas d'une onde harmonique ($e^{-i\omega t}$), nous avons:

$$\Delta \theta' - i \frac{\omega}{D} \gamma \theta' = -i \frac{\omega}{D} \frac{p}{P_o} \quad (\text{AIII-24})$$

Les solutions de (AIII-24) dans le cas d'un pore cylindrique, sont de la forme:

$$\theta' = \frac{1}{\gamma} \frac{p}{P_o} + A J_o(\kappa r), \text{ on pose } \kappa = \sqrt{-i \frac{\omega}{D}} \text{ et } \delta P = p \quad (\text{AIII-26})$$

A est une constante qu'on détermine à partir des conditions aux limites :

en $r = a$ $\theta' = 0$.

De (AIII-25) et (AIII-26) on obtient:

$$s = \frac{1}{\gamma} \frac{p}{P_o} \left[1 + (\gamma - 1) \frac{J_o(\kappa r)}{J_o(\kappa a)} \right] \quad (\text{AIII-27})$$

On sait que k_f est lié à p et à la condensation moyenne sur la section \bar{s} par la relation:

$$k_f = \frac{p}{\bar{s}}$$

On en déduit :

$$k_f = \frac{\gamma P_o}{1 + \frac{2(\gamma-1)}{k\xi} \sqrt{i} T(k\lambda)} \quad (\text{AIII-28})$$

avec

$$\lambda = \frac{\eta \gamma C_p}{\lambda_o} = 0.86 : \text{ le coefficient apparent de conductivité thermique de l'air.}$$

Annexe IV

```

10  REM ACQUISITION, TRAITEMENT, REGRESSION ET SORTIE DES COURBES ISOTHERMIQUES ET COMPOSITES DE E'
20  REM POUR DONNER LES SORTIES NUMERIQUES; LE COEFFICIENTS Fp
30  REM PERMET D'APPRECIER LA QUALITE DE LA MESURE.
40  REM LA SORTIE GRAPHIQUE DONNE E' ET E''' CALCULES A PARTIR DES
50  REM MESURES
60  REM POUR ECRIRE UN COMMENTAIRE DEFINIR LES TOUCHES k
70  REM PRINTER IS 7,5 execute
80  REM CSIZE 3,.4 execute
90  REM LETTER execute
100 REM LA SORTIE SE FAIT par PAUSE
110 OPTION BASE 1
120 DIM Bf[4500], Reel(400), Ima(400), Numfreq(9), Id(20), If(20)
130 DIM Gfreq(9), Freqf[50], X0(400), Ep(400), Es(400), Conv(6), T(400)
140 DIM Racx(120), Racx(120), T1(100), F1(100), Lmi(10), Lmx(10), Maxi(10), Fc(
gat(120), Ep1(400), Es1(400), F1(400)
150  PRINTER IS 0
160  DATA 50000, 20000, 10000, 5000, 2000, 1000, 500, 200, 100
170  MAT READ Gfreq
180  MAT Reel=ZER
190  MAT Ima=ZER
200  RAD
210  INPUT "COEFFICIENT DE POISSON ", Nu
220  INPUT "CARACTERISTIQUES DE L'ECHANTILLON", A$
230  INPUT "MASSE ECHANTILLON (g)", M
240  INPUT "MASSE CHARGE EN TETE (g)", Mt
250  Mr=Mt/M      ! utilise dans calcul de tg[b]/a ; b=a+ao
260  INPUT " GEOMETRIE: Hauteur, Rayon(cm)", H, Rayon
270  Rho=M/(PI*Rayon^2*H*1E-3)      ! g/l
280  PRINTER IS 16
290  PRINT "METTRE L'ECHANTILLON EN PLACE"
300  INPUT "PRECOMPTE", N
310  PRINTER IS 0
320  PRINT "PRECOMPTE: "; N
330  PRINT USING 340; Rho, M, H, Rayon, Mt
340  IMAGE "Rho:", DD.DDD, "g/l", 8X, "Masse echant.:", DD.DDDD, "g", 8X, "H:", I
"cm", 8X, "RAYON:", DD.DDD, "cm" Masse surcharge:", DD.DDDD, "g"
350  Coefcapt=3.39/290      ! coefficient des capteurs en Nms-2
360  Ig=0      ! compteur des acquisitions
370  Nn=LGT(N)/LGT(2)
380  INPUT "TEMPERATURE", T
390  MAT Ep1=ZER
400  MAT F1=ZER
410  Ia=Ia+1      ! nombre des essais
420  T(Ia)=T+273
430  OUTPUT 701; "AH"; CHR$(Nn+48) ! introduction du precompte
440  OUTPUT 701; "AC2HA1" ! arret de tout fonctionnement anterieur
450  OUTPUT 701; "FU0IA0IB0DA0DB0" ! fonctions math nulle
460  OUTPUT 701; "Z00" ! zoom nul
470  OUTPUT 701; "A13BI3" ! pas de test
480  OUTPUT 701; "AM0AN0AID0A00AFA0" ! SOMME(N) CROSS+POWER, ALL, NORMAL
490  OUTPUT 701; "DM2VM6VM1DY2" ! conditions de display

```

```

500 OUTPUT 701;"AV0BV0"!entrees A et B en polarites non inverses
510 OUTPUT 701;"BT0" | 1 seul a l'ecran
520 OUTPUT 701;"RFR"! lecture de la gamme de frequence
530 ENTER 701;Freq$
540 Gammefreq=Gfreq(VAL(Freq$[3]))
550 Df=Gammefreq/400
560 PRINT "GAMME:";Gammefreq;"Hz","PAS:";Df;"Hz"
570 Term=0
580 ON INT #7 GOSUB Int!controle par l'interface du nombre d'acquisition
590 CONTROL MASK 7;128
600 CARD ENABLE 7
610 STATUS 701;A2!ancien status de l'interface
620 OUTPUT 701;"RES"!code erreur
630 OUTPUT 701;"SQ0"!fonctionnement avec interruption
640 OUTPUT 701;"AC1"!arret d un fonctionnement anterieur
650 Ig=Ig+1
660 PRINTER IS 16
670 PRINT "PASSAGE : ",Ig
680 Loop: | attente
690 DISP "MOYENNE EN COURS",Term |nombre d'acquisition
700 IF Termine<>1 THEN GOTO Loop
710 Moyenne: |
720 OUTPUT 701;"AC2"!arrete | acquisition
730 BEEP
740 DISP "MOYENNE TERMINEE"
750 IF Ig>1 THEN GOTO 820
760 OUTPUT 701;"MS"!Stockage de la mesure en memoire
770 DISP "CALCUL DE LA MASSE DU DISQUE : OTEZ LA MOUSSE, PAUSE"
780 PAUSE
790 DISP
800 OFF INT #7 |reinitialise | interface
810 GOTO 380
820 OUTPUT 701;"BT1"!mode double ecran
830 OUTPUT 701;"VW:VW:"
840 OUTPUT 701;"VW6"!visualisation de la fonction de transfert
850 DISP " LECTURE CURSEUR , PAUSE "
860 PAUSE
870 DISP
880 OUTPUT 701;"FU3FU1" | difference Haut-bas
890 DISP "DIFFERENCE , PAUSE"
900 PAUSE
910 DISP
920 OUTPUT 701;"MS"! stockage en memoire
930 OUTPUT 701;"VW:"!rappel du contenu de la memoire
940 OUTPUT 701;"VW6"! affichage de la fonction de transfert
950 OUTPUT 701;"BT0"! affichage d'une seule courbe
960 DISP "AFFICHAGE DIFFERENCE SEULE ,PAUSE"
970 PAUSE
980 DISP "TRANSFERT REEL"
990 Iflag=0
1000 OUTPUT 701;"DV0"!affichage de la partie reelle
1010 OUTPUT 701;"SQ3"!Transfert des mesures par bloc ASCII
1020 OUTPUT 701;"ROL"! lecture de tous les points experimentaux
1030 ENTER 701;Prec,Npoint
1040 OUTPUT 701;"SP1"
1050 OUTPUT 701;"ON"&VAL$(Npoint)
1060 ENTER 701;B$
1070 FOR I=1 TO Npoint
1080 F(I)=I*Df
1090 J=6+(I-1)*11
1100 IF Iflag=0 THEN Reel(I)=VAL(B#[J,J+9])
1110 IF Iflag=1 THEN Ima(I)=VAL(B#[J,J+9])

```

```

1120 NEXT I
1130 Iflag=Iflag+1
1140 IF Iflag>1 THEN 1380
1150 DISP "TRANSFERT IMA"
1160 OUTPUT 701;"DY1"| transfert de la partie imaginaire
1170 GOTO 1040
1180 PRINTER IS 16
1190 PRINT " POSITINER LE CURSEUR SUR LA FREQUENCE DE COUPURE BF"
1200 BEEP
1210 WAIT 1E3
1220 BEEP
1230 WAIT 1E3
1240 DISP "FAIRE CONT"
1250 PAUSE
1260 DISP
1270 OUTPUT 701;"SQ2"
1280 ENTER 701;A#
1290 I1=VAL(A#[6])/Df
1300 PRINTER IS 0
1310 PRINT "LIMITE :";I1*Df;"Hz","NUM:";I1,"|IMA|=";ABS(Ima(I1))
1320 Coefcapt=Coefcapt/(M*1E-3)
1330 MAT Reel=Reel*(-Coefcapt)
1340 MAT Ima=Ima*(Coefcapt)
1350 | *****
1360 Int:I
1370 STATUS 701;A1
1380 Term=Term+1
1390 IF (Term=2) AND (BIT(A1,3)=1) THEN Termine=1
1400 IF (Term<2) OR (BIT(A1,3)<>1) THEN Termine=0
1410 CARD ENABLE 7
1420 RETURN
1430 | ****Recherche des maxima de la partie imaginaire****
1440 DEG
1450 PRINT "IMAGINAIRE"
1460 CALL Graphe(Ima(*),F(*),Npoint,0,0)
1470 INPUT "REELLE(OUI=1, NON=0)", Iv
1480 IF Iv=1 THEN CALL Graphe(Reel(*),F(*),Npoint,0,0)
1490 FOR Im=1 TO 10
1500 Lmi(Im)=0
1510 NEXT Im
1520 Seuilima=ABS(Ima(I1))
1530 FOR I=1 TO Npoint
1540 IF (ABS(Ima(I))>Seuilima) AND (I>I1) THEN GOTO 1560
1550 Reel(I)=Ima(I)=0
1560 NEXT I
1570 INPUT "TRACE DE IMA (OUI:1),(NON :0)", Itr
1580 IF Itr=1 THEN GOTO 1640
1590 FOR J=I1+1 TO 400
1600 IF (Ima(J-1)=0) AND (Ima(J)<>0) THEN GOTO 1650
1610 IF (Ima(J-1)<>0) AND (Ima(J)<>0) THEN GOTO 1680
1620 IF (Ima(J-1)=0) AND (Ima(J)=0) THEN GOTO 1690
1630 IF (Ima(J-1)<>0) AND (Ima(J)=0) THEN GOTO 1680
1640 GOTO 1690
1650 Lmi(Ic)=J
1660 ON ERROR GOTO 1683
1670 Ic=Ic+1
1680 NEXT J
1690 Icm=Ic-1
1700 IF Icm>3 THEN Icm=3
1710 FOR J=1 TO Icm
1720 Maxi(J)=Ima(Lmi(J))
1730 FOR I=Lmi(J) TO 400

```

```

1740 IF Maxi(J)<Ima(I) THEN GOTO 1760
1750 GOTO 1780
1760 Imx(J)=I
1770 Maxi(J)=Ima(I)
1780 NEXT I
1790 NEXT J
1800 FOR K=1 TO Icm
1810 PRINT Maxi(K),Imx(K)
1820 NEXT K
1830 I ***Recherche des zeros de la partie reelle***
1840 Ref=SGN(Reel(I1))
1850 Ind=1
1860 FOR I=I1 TO Npoint
1870 IF (SGN(Reel(I))=Ref) OR (Reel(I)=0) THEN GOTO Next
1880 IF Reel(I-1)=0 THEN GOTO 1910
1890 Numfreq(Ind)=I
1900 Ind=Ind+1
1910 Ref=SGN(Reel(I))
1920 Next:NEXT I
1930 Ind=Ind-1
1940 IF Ind>3 THEN Ind=3
1950 FOR In=1 TO Icm
1960 IF In>Ind THEN Numfreq(In)=0
1970 IF (Numfreq(In)<>0) AND (Imx(In)-Numfreq(In))>? THEN GOTO 1683
1980 NEXT In
1990 FOR I=1 TO Icm
2000 PRINT Maxi(I),Numfreq(I),Imx(I)
2010 NEXT I
2020 DISP "PAUSE"
2030 PAUSE
2040 I ***Calcul du module de Young ***
2050 Coef=(2*PI*H)^2*Rho*1E-4
2060 R_h2=.25*(Nu*Rayon/H)^2
2070 FOR J=1 TO Icm
2080 IF J=1 THEN X1=PI/2-.1
2090 Ir=Ir+1
2100 C1=Maxi(J)*(2*(J-1)+1)*PI/2
2110 Y1=.5*LOG((C1+1)/(C1-1))
2120 IF Numfreq(J)=0 THEN Numfreq(J)=Imx(J)
2130 CALL Racines(X1,Y1,Reel(Numfreq(J)),Ima(Numfreq(J)),Mr)
2140 Racx(J)=X1*(1-R_h2*(X1^2-3*Y1^2))
2150 Racy(J)=Y1*(1-R_h2*(3*X1^2-Y1^2))
2160 X2=Racx(J)
2170 Y2=Racy(J)
2180 Den=X2^2-Y2^2
2190 Esr=2*X2*Y2/Den
2200 Ep=Coef*(Df*Numfreq(J))^2/((1+Esr^2)*Den)
2210 Es=Ep*Esr
2220 T1(Ir)=T(Ia)
2230 Ep1(Ir)=LGT(Ep)
2240 Es1(Ir)=LGT(Es)
2250 F1(Ir)=LGT(Numfreq(J)*Df)
2260 Ep(Ir)=Ep1(Ir)
2270 F1(Ir)=F1(Ir)
2280 Es(Ir)=Es1(Ir)
2290 IF Maxi(J)<>Ima(Numfreq(J)) THEN It=0
2300 IF Maxi(J)=Ima(Numfreq(J)) THEN It=It+1
2310 IF Imx(J)=0 THEN GOTO 2820
2320 IF It=0 THEN Numfreq(J)=Imx(J)
2330 IF It<>0 THEN GOTO 2800
2340 GOTO 2800
2350 X1=X1+PI

```

```

2360 NEXT J
2370 CALL Graphe(Ep1(*),F1(*),Icm,0,0) ! trace des isothermes
2380 ! ***Ajustement lineaire des isothermes***
2390 CALL Polysp(F1(*),Ep1(*),Icm,1,A,B,F)
2400 FOR L=1 TO Icm
2410 Epc(L)=A*F1(L)+B ! module de Young corrige'
2420 NEXT L
2430 CALL Graphe(Epc(*),T(*),Imax,0,0)! trace des courbes thermiques
2440 INPUT "ARRET DES ESSAIS(1) CONTINUER (0)",Iar
2450 IF Iar=1 THEN GOTO 2480
2460 PAUSE
2470 GOTO 380
2480 Irmx=Ir
2490 Imax=Ia
2500 FOR K=1 TO Imax
2510 CALL Graphe(Ima(*),F(*),Hpoint,K,Imax)! spectre de ima pour differ
peratures
2520 NEXT K
2530 REDIM Es(Irmx),Ep(Irmx),F1(Irmx),T1(Irmx)
2540 INPUT "TEMPERATURE Ts",Ts
2550 Ts=Ts+273
2560 C2=101.6+T(1)-Ts
2570 C1=8.86*101.6/C2
2580 FOR J=1 TO Irmx
2590 Logat(J)=-C1*(T(J)-T(1))/(C2+T(J)-T(1))
2600 Fc(J)=Logat(J)+F1(J)
2610 Ep(J)=Ep(J)+LGT(T(1)/T(J))
2620 Es(J)=Es(J)-Ep(J)
2630 PRINT "GRAPHE DE EP----->1"
2640 PRINT "GRAPHE DE ES/EP---->2"
2650 PRINT "Changement de Ts---->3"
2651 PRINT "Arret----->4"
2660 INPUT "CHOIX ?",Ich
2670 ON Ich GOTO 2680,2700,2720
2680 CALL Graphe(Ep(*),Fc(*),Irmx,0,0)
2690 GOTO 2630
2700 CALL Graphe(Es(*),Fc(*),Irmx,0,0)
2710 GOTO 2630
2720 GOTO 2540
2730 DISP "FIN"
2740 END
2750 ! *****
2760 REM X1 ET Y1 SONT INITIALEMENT DES SOLUTIONS APPROCHEES
2770 REM EN SORTIE ELLES SONT LES SOLUTIONS
2780 REM Xo Yo SONT LES TERMES DE  $\alpha_0 = X_0 + iY_0$ 
2790 REM  $\beta = \alpha + \alpha_0 = B_p + i B_s$ 
2800 SUB Racines(X1,Y1,Reel,Ima,A)
2810 Flagiter=0
2820 IF A=0 THEN GOTO Iterxy
2830 Reel=Reel*A
2840 Ima=Ima*A
2850 Iterxy:1
2860 Tgx=TAN(X1)
2870 Expy=EXP(2*Y1)
2880 Thy=(Expy-1)/(Expy+1)
2890 Den0=1+Tgx^2*Thy^2
2900 T1=Tgx*(1-Thy^2)/Den0
2910 T2=Thy*(1+Tgx^2)/Den0
2920 Den=X1^2+Y1^2
2930 F1=(T1*X1+T2*Y1)/Den
2940 F2=(T2*X1-T1*Y1)/Den
2950 Fp1=(X1*(1+T1^2-T2^2-F1)+Y1*(2*T1*T2-F2))/Den

```

```

3580 Y2=Y2+Y(I)*Y(I)
3590 Z1=Z1+X(I)*Y(I)
3600 NEXT I
3610 X1=X1/N
3620 Y1=Y1/N
3630 FOR I=1 TO N
3640 Fx(I)=0
3650 FOR L=0 TO Dg
3660 Fx(I)=Fx(I)+X(I)^L*Coef(L)
3670 NEXT L
3680 Regss=Regss+(Fx(I)-Y1)^2
3690 NEXT I
3700 Totalss=Y2-N*Y1*Y1
3710 Resss=Totalss-Regss
3720 Regms=Regss/Dfreq
3730 Resms=Resss/Dfres
3740 F=Regms/Resms
3750 SUBEND
3760 | *****
3770 SUB Crt(Ia)
3780 IF (Ia<>0) AND (Ia<>1) THEN GOTO 3820
3790 PLOTTER IS 13,"GRAPHICS"
3800 GRAPHICS
3810 GCLEAR
3820 LOCATE 15-.5*Ia,110-.5*Ia,5-.5*Ia,80-.5*Ia
3830 CSIZE 3
3840 SUBEND
3850 | *****
3860 SUB Paraxe(R(*),F(*),Conv(*),Maxi,Auto,Iechel,Ie,Imax)
3870 OPTION BASE 1
3880 DIM Ix(4),Iy(4)
3890 Y1=Conv(5)
3900 Y2=Conv(6)
3910 PRINT "AUTO=";Auto
3920 IF (Auto=0) OR (Iechel=0) THEN GOTO 3960
3930 Y1=-100
3940 Y2=100
3950 IF Ix1=0 THEN Y1=0
3960 PRINT USING "2(K,MDDDDDD.DDDD,2X)";"Y1:",Y1,"Y2:",Y2
3970 INPUT " UNITE D'ETALONNAGE:axe X(canaux ou hertz:0(SORTIE),axe y ",Ux,
3980 IF Ux=0 THEN SUBEXIT
3990 Ix(2)=Conv(1)/Ux
4000 Ix(3)=Conv(2)/Ux
4010 Iy(2)=Y1/Uy
4020 Iy(3)=Y2/Uy
4030 IF Ix1=1 THEN Ix(2)=Ix(2)-1
4040 PRINT "CHOIX DE X0,Y0,SPX,SPY "
4050 PRINT USING 4060;Ix(2),Ix(3),Iy(2),Iy(3)
4060 IMAGE "AXE DES X DE",2X,DDDD,2X,"A",2X,DDDD,2X,";AXE DES Y DE"2X,MDDDD
2X,"A",2X,MDDDD.DDD
4070 INPUT "ENTRER X0,Y0,SPX,SPY(XX0X:retour)",Ix(1),Iy(1),Ix(4),Iy(4)
4080 IF Ix(4)=0 THEN GOTO 3960
4090 IF (Iechel=1) OR (Iechel=2) THEN CALL Traxe(R(*),Conv(*),Maxi,Ux,Uy,I
Iy(*),Ie,Imax)
4100 IF (Iechel<>1) AND (Iechel<>2) THEN CALL Traxel(R(*),Conv(*),Maxi,Ux,
(*),Iy(*),Auto,Iechel,Ix1)
4110 SUBEND
4120 | *****
4130 SUB Graspt(R(*),F(*),Conv(*),Nf,Auto,Iechel)
4140 DISP " TRACE D'UN SPECTRE OU D'UNE FONCTION DE TRANSFERT "
4150 IF Iechel=2 THEN GOTO 4170

```

```

2960 Fp2=(-Y1*(1+T1^2-T2^2-F1)+X1*(2*T1*T2-F2))/Den
2970 IF A<>0 THEN GOTO Masse
2980 H1=F1
2990 H2=F2
3000 Hp1=Fp1
3010 Hp2=Fp2
3020 GOTO Commun
3030 Masse: B=1/A
3040 ! CALCUL DE G ET G'
3050 G1=X1*T1-Y1*T2
3060 G2=Y1*T1+X1*T2
3070 Gp1=T1*(1+G1)-T2*G2+X1
3080 Gp2=T2*(1+G1)+T1*G2+Y1
3090 ! CALCUL DDE H ET H'
3100 Denh=(B-G1)^2+G2^2
3110 H1=((A+F1)*(B-G1)-F2*G2)/Denh
3120 H2=(F2*(B-G1)+G2*(A+F1))/Denh
3130 L1=Fp1*(B-G1)-Fp2*G2+Gp1*(A+F1)-F2*Gp2
3140 L2=Fp2*(B-G1)+G2*Fp1+Gp2*(A+F1)+F2*Gp1
3150 Hp1=(L1*((B-G1)^2-G2^2)-2*L2*G2*(B-G1))/Denh^2
3160 Hp2=(2*L1*G2*(B-G1)+L2*((B-G1)^2-G2^2))/Denh^2
3170 Commun: !
3180 Deltax=((Reel-H1)*Hp1+(Ima-H2)*Hp2)/(Hp1^2+Hp2^2)
3190 Deltay=(-(Reel-H1)*Hp2+(Ima-H2)*Hp1)/(Hp1^2+Hp2^2)
3200 X1=X1+.25*Deltax
3210 Y1=Y1+.25*Deltay
3220 ! PRINT "FLAG:";Flagiter,"X1:";X1,"Y1:";Y1
3230 IF SQRT(Deltax^2+Deltay^2)<1E-3 THEN GOTO Sortie
3240 Flagiter=Flagiter+1
3250 GOTO Iterxy
3260 Sortie: !
3270 Flagiter=Flagiter+1
3280 IF Flagiter<2 THEN GOTO Iterxy
3290 X1=X1+.75*Deltax
3300 Y1=Y1+.75*Deltay
3310 SUBEND
3320 ! *****
3330 SUB Polysp(X(*),Y(*),N,Dg,Fx(*),F)
3340 OPTION BASE 0
3350 DIM Mat(Dg,Dg),Inv(Dg,Dg),B(Dg),Coef(Dg)
3360 IF Dg>N-2 THEN SUBEXIT
3370 Dfreg=Dg
3380 Dfres=N-1-Dg
3390 FOR K=0 TO Dg
3400 FOR J=K TO Dg
3410 Mat(K,J)=0
3420 FOR I=1 TO N
3430 Mat(K,J)=Mat(K,J)+X(I)^(K+J)
3440 NEXT I
3450 Mat(J,K)=Mat(K,J)
3460 NEXT J
3470 B(K)=0
3480 FOR I=1 TO N
3490 B(K)=B(K)+Y(I)*X(I)^K
3500 NEXT I
3510 NEXT K
3520 MAT Inv=INV(Mat)
3530 MAT Coef=Inv*B
3540 FOR I=1 TO N
3550 X1=X1+X(I)
3560 X2=X2+X(I)*X(I)
3570 Y1=Y1+Y(I)

```

```

4160 INPUT "CHOIX:Amplitude lineaire(1),Graphe tridimensionnel(2),GRAPHE EN
ONNEES LOGARITHMIQUES (3)) ",Iechel
4170 INPUT " Etendue de Mesure:Y1,Y2-0,0:cadrage auto ",Conv(5),Conv(6)
4180 Auto=0
4190 IF (Conv(5)=0) AND (Conv(6)=0) THEN Auto=1
4200 INPUT " Limites des Abscisses :X1,X2 ",Conv(1),Conv(2)
4210 CALL Cvtb1(R(*),Conv(*),Nf,Iechel,Maxi)
4220 SUBEND
4230 | *****
4240 SUB Cvtb1(R(*),Conv(*),Nf,Iechel,Maxi)
4250 Mini=Conv(5)
4260 Conv(3)=Nf
4270 IF (Conv(5)<>0) OR (Conv(6)<>0) THEN SUBEXIT
4280 Mini=Maxi=R(2)
4290 FOR I=2 TO Nf
4300 Rlocal=R(I)
4310 IF Rlocal>Maxi THEN Maxi=Rlocal
4320 IF Rlocal<Mini THEN Mini=Rlocal
4330 NEXT I
4340 Conv(6)=Maxi
4350 Conv(5)=Mini
4360 SUBEND
4370 | *****
4380 SUB Table(Ia)
4390 IF (Ia<>0) AND (Ia<>1) THEN GOTO 4420
4400 PLOTTER IS 7,5,"9872A"
4410 LIMIT 0,290,0,200
4420 LOCATE 45-.5*Ia,100-.5*Ia,45-Ia,100-Ia
4430 LINE TYPE 1
4440 PEN 1
4450 CSIZE 2,.5
4460 SUBEND
4470 | *****
4480 SUB Traxe1(R(*),F(*),Ic,Npoint,Conv(*),Ux,Uy,Ix(*),Iy(*))
4490 SCALE Ix(2),Ix(3),Iy(2),Iy(3)
4500 AXES Ix(4),Iy(4),Ix(1),Iy(1)
4510 LORG 9
4520 Tx=(Ix(3)-Ix(2))/20
4530 Ty=(Iy(3)-Iy(2))/40
4540 FOR X1=Ix(2) TO Ix(3) STEP Ix(4)
4550 MOVE X1+Tx/4,Iy(1)-Ty/2
4560 IF X1>11 THEN GOTO 4620
4570 P10x=EXP(X1*LOG(10))
4580 Ex=DROUND(P10x,1)
4590 E$=VAL$(Ex)
4600 Px=LEN(E$)-1
4610 GOTO 4690
4620 X1p=X1-11
4630 Ex=DROUND(EXP(X1p*LOG(10)),1)
4640 E$=VAL$(Ex)
4650 L=LEN(E$)
4660 L$=VAL$(L)
4670 P$="1"$.L$
4680 Px=VAL(P$)
4690 LABEL USING "DD";Px
4700 MOVE X1,Iy(1)-2*Ty
4710 LABEL USING "K";"10"
4720 NEXT X1
4730 LORG 8
4740 FOR Y1=Iy(2) TO Iy(3) STEP Iy(4)
4750 Ey=DROUND(EXP(Y1*LOG(10)),1)
4760 Ey$=VAL$(Ey)

```

```

4770 Ye1=VAL(E#[1,1])
4780 Py=LEN(Ey$)-1
4790 MOVE Ix(1)-Tx/2,Y1+Ty
4800 LABEL USING "D";Py
4810 MOVE Ix(1)-Tx,Y1
4820 IF Ye1=1 THEN LABEL USING "K";"10"
4830 IF Ye1<>1 THEN LABEL USING "K";VAL$(Ye1)&". "&"10"
4840 NEXT Y1
4850 LONG 5
4860 CSIZE 3
4870 FOR I=1 TO Npoint
4880 MOVE F(I),R(I)
4890 LABEL USING "K";"."
4900 NEXT I
4910 SUBEND
4920 | *****
4930 SUB Graphe(R(*),F(*),Npoint,Ia,Imax)
4940 OPTION BASE 1
4950 DIM Conu(6)
4960 Ret:INPUT " DISPOSITIF UTILISE:CTR(1),TABLE(2),FIN (3)",Disp
4970 INPUT " TRACE(1),RETOUR(2) ",Iechel
4980 ON Disp GOTO Crt,Table,Sort
4990 ON Iechel GOTO Trace,Ret
5000 ON Disp GOTO Crt_,Table_
5010 GOTO Ret
5020 Crt:CALL Crt(Ia)
5030 GOTO 4990
5040 Table:CALL Table(Ie)
5050 GOTO 4990
5060 Table_:PEN 0
5070 PLOTTER 7,5 IS OFF
5080 GOTO Ret
5090 Crt:GCLEAR
5100 EXIT GRAPHICS
5110 GOTO Ret
5120 Trace:|
5130 CALL Graspt(R(*),F(*),Conu(*),Npoint,Auto,Iechel)
5140 CALL Paraxe(R(*),F(*),Conu(*),Maxi,Auto,Iechel,Ie,Imax)
5150 GOTO Ret
5160 Commentaire: |
5170 SETGU
5180 IF Icom=1 THEN MOVE 30,95
5190 IF Icom=2 THEN MOVE 25,75
5200 CSIZE 3
5210 GOTO Ret
5220 Sort:SUBEND
5230 | *****
5240 SUB Traxe(R(*),Conu(*),Maxi,Ux,Uy,Ix(*),Iy(*),Ie,Imax)
5250 SCALE Ix(2),Ix(3),Iy(2),Iy(3)
5260 IF Ie=0 THEN AXES Ix(4),Iy(4),Ix(1),Iy(1)
5270 IF (Ie<>Imax) AND (Ie<>1) THEN GOTO 5540
5280 IF (Ie=Imax) OR (Ie=0) THEN Iax=1
5290 IF Ie=1 THEN Iax=2
5300 ON Iax GOTO 5310,5390
5310 AXES Ix(4),Iy(4),10*Ix(3),Iy(1)
5320 LONG 9
5330 Tx=(Ix(3)-Ix(2))/20
5340 Ty=(Iy(3)-Iy(2))/40
5350 FOR X1=Ix(2) TO Ix(3) STEP Ix(4)
5360 MOVE X1,Iy(1)-Ty

```

```

5370 LABEL USING "DDDD";X1
5380 NEXT X1
5390 IF Ie<>0 THEN AXES Ix(4),Iy(4),Ix(1),10*Iy(3)
5400 LORG 0
5410 FOR Y1=Iy(2) TO Iy(3) STEP Iy(4)
5420 MOVE Ix(1)-Tx/2,Y1
5430 LABEL USING "MDDDD";Y1
5440 NEXT Y1
5450 LORG 4
5460 MOVE Ix(1),Iy(3)+(Iy(3)-Iy(2))/10
5470 LABEL USING "K,DDDDDDDD.DD,K";"[",Uy,"]"
5480 MOVE Ix(1),Iy(3)+(Iy(3)-Iy(2))/20
5490 IF Ieche1<>0 THEN LABEL USING "2(MD.DDE)";Conv(6),Conv(5)
5500 IF Ieche1=0 THEN LABEL USING "K,MD.DDE";"Db-Max1:",Max1
5510 LORG 3
5520 MOVE Ix(3)+Tx/2,Iy(1)-Ty
5530 LABEL USING "K,DDDD,K";"[",Ux,"]"
5540 Coef=1
5550 IF (Auto=0) OR (Ieche1=0) THEN GOTO 5580
5560 Coef=(Conv(6)-Conv(5))/200
5570 IF Ix1=0 THEN Coef=(Conv(6)-Conv(5))/100
5580 I1=Conv(1)
5590 I2=Conv(2)
5600 IF Ix1=0 THEN I1=I1+1
5610 MOVE I1,Iy(1)
5620 FOR I=I1 TO I2 STEP Conv(4)
5630 J=INT(I/Conv(4))
5640 IF Ix1=0 THEN J=J+1
5650 IF (Ix1=0) AND (J=1) THEN J=2
5660 R=R(J)
5670 IF Ix1=1 THEN GOTO 5690
5680 IF (Auto=1) AND (Ieche1<>0) THEN R=R-Conv(5)
5690 R1=R/(Uy*Coef)
5700 IF I=I1 THEN MOVE I/Ux,R1
5710 DRAW I/Ux,R1
5720 DRAW (I+Conv(4))/Ux,R1
5730 IF I<>I2 THEN GOTO 5750
5740 DRAW (I+Conv(4))/Ux,R1
5750 NEXT I
5760 IF (Ie=0) OR (Ie<Imax) THEN GOTO 5820
5770 SETGU
5780 MOVE 100-.5*Imax,45-Imax
5790 DRAW 99.5,44
5800 MOVE 45-.5*Imax,45-Imax
5810 DRAW 44.5,44
5820 SUBEND

```

