

N° d'ordre :

THESE

Présentée à l'Université des Sciences et Technologies de Lille

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Spécialité : Conception des systèmes mécaniques

Par

François NUNIO

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE
DE COMPRESSEURS A PISTONS ALTERNATIFS**

Soutenue le 06 juillet 1993 devant la commission d'examen

Membres du jury :	M ^r LALANNE	Professeur à l'INSA - Lyon
	M ^r BONIS	Professeur à l'UTC - Compiègne
	M ^r CARTINI	Directeur technique de la S ^{té} THOME-CREPELLE
	M ^r MICHEAU	Professeur - Président du LML - Lille
	M ^r POVY	Professeur à l'EUDIL - Lille
	M ^r WEICHERT	Professeur à l'EUDIL - Lille

à Florence

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur WEICHERT, pour l'encadrement scientifique qu'il m'a apporté au cours de ce travail. Sa disponibilité, ses nombreux conseils et ses encouragements m'ont permis de mener à bien cette thèse.

Je remercie également Monsieur le Professeur MICHEAU, qui est à l'origine de cette collaboration entre la Société Thomé-Crépelle et le Laboratoire de Mécanique de Lille.

Je remercie vivement Monsieur le Professeur LALANNE qui me fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Je remercie Messieurs les Professeurs BONIS et POVY, qui ont accepté de juger ce travail.

Je remercie Monsieur CARTINI, Directeur Technique de la Société Thomé-Crépelle, pour m'avoir permis de mener cette action de recherche au sein du Service Technique.

Je remercie particulièrement Monsieur SALMON, Ingénieur au Service Recherche et Développement de la Société Thomé-Crépelle, pour son aide approfondie et pour les fructueuses discussions que nous avons pu échanger.

Je remercie Monsieur CHARLEY, Ingénieur à la Société d'Etudes et de Recherches de l'Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers, pour l'aide qu'il m'a apportée lors de la mise en place de la phase expérimentale de cette étude.

Je remercie enfin tous les membres du personnel de la Société Thomé-Crépelle, ainsi que toute l'équipe du Laboratoire de Conception de Systèmes Mécaniques du LML-EUDIL.

RESUME

Lors de la conception de compresseurs industriels de gaz ou d'air, il est nécessaire de déterminer les sollicitations appliquées aux différents éléments du compresseur et de la machine afin de vérifier le respect des coefficients de sécurité. Aujourd'hui, les méthodes de calcul de ces sollicitations restent basées sur des hypothèses simplificatrices, et la modélisation du mécanisme du compresseur est abordée de façon quasi-statique ; de plus, la cinématique du mécanisme se trouve limitée au système bielle-manivelle seul.

Un modèle moins restrictif a donc été développé lors de cette étude. La chaîne cinématique est modélisée dans son ensemble (moteur, accouplement et compresseur) et son comportement est abordé de façon dynamique, sans linéarisation des équations du mouvement ; la géométrie des éléments n'est pas simplifiée. Ce modèle à deux degrés de liberté permet de déterminer les sollicitations instantanées appliquées à chaque élément de la chaîne cinématique du compresseur et de la transmission. La formulation dynamique du problème permet de quantifier les variations des sollicitations induites par le comportement dynamique en torsion de la ligne d'arbre, tant lors des phases de fonctionnement stationnaire (irrégularité cyclique) qu'instationnaire (démarrage, arrêt...). La prise en compte des frottements secs et visqueux permet de dresser le bilan énergétique des pertes mécaniques dans le compresseur. Une analyse de sensibilité aux paramètres du calcul a permis de cerner les limites du modèle.

Les résultats obtenus par ce calcul ont été validés lors d'une campagne de mesures. L'aptitude du modèle à pouvoir simuler des phénomènes dynamiques a pu être vérifiée lors de la confrontation des résultats.

Ce travail a été effectué dans le cadre d'un contrat CIFRE (Convention Industrielle de Formation par la REcherche) ayant été établi entre la société THOME-CREPELLE et le laboratoire de Conception des Systèmes Mécaniques (Laboratoire de Mécanique de Lille - URA CNRS 1441) de l'EUDIL (Ecole Universitaire d'Ingénieurs de Lille).

SOMMAIRE

NOTATIONS 3

INTRODUCTION 6

1. PRESENTATION DU COMPRESSEUR A PISTONS ALTERNATIFS..... 8

 1.1 PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT..... 8

 1.2 STRUCTURE ETUDIEE..... 8

2. ETUDE DU FONCTIONNEMENT DU COMPRESSEUR..... 11

 2.1 PHENOMENES DYNAMIQUES ENGENDRES PAR LE FONCTIONNEMENT DU COMPRESSEUR..... 11

 2.2 DESCRIPTION DU MODELE DE CALCUL..... 14

 2.3 HYPOTHESES DE BASE..... 15

3. MISE EN EQUATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU COMPRESSEUR..... 16

 3.1 DECOMPOSITION DU PROBLEME..... 16

 3.2 ETUDE DU MECANISME BIELLE-MANIVELLE..... 17

 3.2.1 Etude du mécanisme - Test statiquement admissible..... 17

 3.2.2 Définition d'un mécanisme isostatique équivalent..... 20

 3.2.3 Etude cinématique du système bielle-manivelle..... 23

 3.2.3.1 Paramétrage du système bielle-manivelle..... 23

 3.2.3.2 Expression de l'angle d'inclinaison de la bielle..... 24

 3.2.3.3 Vitesse et accélération du centre de gravité de la bielle..... 26

 3.2.3.4 Vitesse et accélération des masses alternatives..... 28

 3.2.4 Etude dynamique du système bielle-manivelle..... 29

 3.2.4.1 Etude restreinte - Cas général 29

 3.2.4.2 Dynamique de la bielle..... 31

 3.2.4.3 Dynamique de la crosse..... 33

 3.2.4.4 Dynamique de la tige..... 35

 3.2.4.5 Dynamique du piston..... 38

 3.3 ETUDE DE LA LIGNE D'ARBRE..... 40

 3.3.1 Paramétrage de la géométrie des compresseurs..... 40

 3.3.2 Etude dynamique de la ligne d'arbre..... 42

 3.4 BILAN DES EQUATIONS 45

 3.5 MISE EN EQUATIONS 48

 3.5.1 Grandeurs cinématiques..... 48

 3.5.2 Forces de pression 49

 3.5.3 Couple moteur..... 49

 3.5.4 Transmission du mouvement entre le moteur et le compresseur..... 50

 3.5.5. Frottements..... 52

 3.5.5.1 Frottements visqueux..... 52

 3.5.5.2 Frottements secs..... 54

 3.5.6 Effort en tête de bielle 59

 3.5.7 Couple résistant..... 60

 3.5.8 Ecriture des équations du mouvement..... 61

4. SIMULATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU COMPRESSEUR.....	63
4.1 PROGRAMME DE CALCUL.....	63
4.2 SIMULATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU COMPRESSEUR.....	67
4.2.1 Résultats de calcul.....	67
4.2.2 Influence de la prise en compte de la fluctuation de vitesse.....	71
4.2.3 Influence de la décomposition de l'inertie de la bielle.....	71
4.2.4 Influence de la prise en compte des frottements.....	71
4.2.5 Influence de l'inertie du volant.....	73
4.2.6 Influence de la caractéristique du couple moteur.....	75
4.2.7 Influence de la rigidité de la transmission.....	76
4.3 LIMITES DU MODELE DE CALCUL.....	77
4.4 CONCLUSIONS.....	78
5. VERIFICATION EXPERIMENTALE DU MODELE DE CALCUL.....	79
5.1 LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL.....	79
5.1.1 Les grandeurs mesurées.....	79
5.1.2 Machine testée.....	80
5.1.3 Dispositif expérimental.....	81
5.1.4 Plan de mesure.....	83
5.2 MESURE DES PRESSIONS.....	84
5.2.1 Implantation des capteurs.....	84
5.2.2 Mesures brutes.....	85
5.2.3 Diagramme de pression.....	86
5.3 MESURE DES VITESSES.....	88
5.3.1 Principe de mesure de vitesse.....	88
5.3.1.1 Implantation des capteurs.....	88
5.3.1.2 Calcul de la vitesse de rotation instantanée.....	90
5.3.2 Mesure de la vitesse instantanée du moteur.....	92
5.3.3 Mesure de la vitesse instantanée du compresseur.....	95
5.3.3.1 Interprétation du phénomène mis en jeu.....	97
5.3.3.2 Modélisation de l'interface vilebrequin-volant.....	100
5.3.3.3 Incidence des phénomènes observés sur le fonctionnement du compresseur.....	104
5.3.3.4 Lissage des résultats.....	107
5.3.4 Mesure des vitesses en fonctionnement transitoire.....	109
5.4 COMPARAISON DES RESULTATS DE MESURE ET DES RESULTATS DE CALCUL.....	111
5.4.1 Mesures et calculs en fonctionnement stationnaire du compresseur.....	111
5.4.1.1 Paramètres de calcul.....	111
5.4.1.2 Résultats de calcul.....	114
5.4.1.3 Comparaison des résultats.....	121
5.4.2 Mesures et calculs en fonctionnement transitoire du compresseur.....	125
5.5 CONCLUSIONS.....	127
CONCLUSION.....	128
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	130
ANNEXE A: RESULTATS DU MODELE DE CALCUL.....	A1
ANNEXE B: MODELISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES PALIERS DE BIELLE DE COMPRESSEUR.....	B1
ANNEXE C: ETUDE DE L'INFLUENCE DES JEUX FONCTIONNELS SUR LE COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU COMPRESSEUR.....	C1
ANNEXE D: MODELE DE CALCUL ETENDU AUX DEFORMATIONS DE TORSION.....	D1

NOTATIONS

N	Nombre de solides constituant un mécanisme
K	Nombre de liaisons au sein du mécanisme
ν	Nombre cyclomatique ($\nu = K - N + 1$) <i>Nombre de chaînes simples constituant un mécanisme</i>
E_c^*	Nombre d'équations de cinématique indépendantes dans le mécanisme
m_s	Degré d'hyperstaticité du mécanisme
\mathcal{L}_{ab}	Liaison entre le solide "a" et le solide "b"
$\left\{ \mathcal{J}_c^{a/b} \right\}_M = \begin{Bmatrix} u_{ab} \vec{x} + v_{ab} \vec{y} + w_{ab} \vec{z} \\ p_{ab} \vec{x} + q_{ab} \vec{y} + r_{ab} \vec{z} \end{Bmatrix}$	Torseur cinématique en M ou Torseur réducteur en M des vitesses du solide "a" dans son mouvement relativement au solide "b"
u_{ab}, v_{ab}, w_{ab}	Composantes suivant les axes \vec{x}, \vec{y} et \vec{z} du vecteur vitesse
p_{ab}, q_{ab}, r_{ab}	Composantes autour des axes \vec{x}, \vec{y} et \vec{z} du vecteur taux de rotation
$\overline{AB}_x, \overline{AB}_y, \overline{AB}_z$	Composantes suivant les axes \vec{x}, \vec{y} et \vec{z} du vecteur \overline{AB}
$m_{s_{yz}}$	Degré d'hyperstaticité dans le plan (\vec{y}, \vec{z}) du mécanisme
$E_{c_{yz}}^*$	Nombre d'équation de cinématique indépendantes dans le plan (\vec{y}, \vec{z}) dans le mécanisme
$\mathcal{R} (O, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$	Repère global du compresseur et de la machine
$\mathcal{R}_i (O_i, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$	Repère local lié au système bielle - manivelle n° i
$\mathcal{R}_{vi} (O_i, \vec{x}_i, \vec{y}_{v_i}, \vec{z}_{v_i})$	Repère lié au maneton de vilebrequin n° i
$\mathcal{R}_{bi} (B_i, \vec{x}_i, \vec{y}_{b_i}, \vec{z}_{b_i})$	Repère lié à la bielle rattachée au maneton n° i
R_i	Rayon de manivelle du maneton n° i
L_i	Longueur de la bielle rattachée au maneton n° i
$\lambda_i = \frac{R_i}{L_i}$	Rapport du rayon de manivelle à la longueur de bielle
L_{l_i}	Distance du pied de bielle au CdG de la bielle
L_{t_i}	Longueur de la tige rattachée au maneton n° i
θ_i	Position angulaire du maneton n° i
β_i	Position angulaire de la bielle rattachée au maneton n° i

$\vec{V}(M, \mathcal{R}_1 / \mathcal{R}_2)$	Vitesse du point M dans le mouvement du repère 1 relativement au repère 2
$\vec{\Gamma}(M, \mathcal{R}_1 / \mathcal{R}_2)$	Accélération du point M dans le mouvement du repère 1 relativement au repère 2
$\begin{Bmatrix} u_y \\ u_z \\ \varphi_x \end{Bmatrix}$	Degrés de liberté dans le mouvement restreint au plan $(O_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ des éléments de la chaîne cinématique (u_y et u_z : Déplacements suivant \vec{y}_i et \vec{z}_i / φ_x : Rotation autour de \vec{x}_i)
$\begin{Bmatrix} Y \\ Z \\ L \end{Bmatrix}$	Composantes du torseur des actions extérieures dans le mouvement restreint au plan $(O_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ des éléments de la chaîne cinématique (X et Y : Efforts suivant \vec{y}_i et \vec{z}_i / L : Couple autour de \vec{x}_i)
T	Energie cinétique
U	Energie potentielle
$\vec{g} \begin{Bmatrix} - \\ g_{y_i} \cdot \vec{y}_i \\ g_{z_i} \cdot \vec{z}_i \end{Bmatrix}$	Accélération de la pesanteur exprimée dans le repère local
$Q_{u_y}, Q_{u_z}, Q_{\varphi_x}$	Efforts généralisés relatifs aux degrés de liberté u_y, u_z et φ_x
${}_M \left\{ \mathcal{J}_d^{A/B} \right\} = \begin{Bmatrix} X_{AB} \vec{x} + Y_{AB} \vec{y} + Z_{AB} \vec{z} \\ L_{AB} \vec{x} + M_{AB} \vec{y} + N_{AB} \vec{z} \end{Bmatrix}$	Torseur dynamique en M ou Torseur des actions de liaisons en M des actions extérieures appliquées par le solide "A" sur le solide "B"
X_{AB}, Y_{AB}, Z_{AB}	Efforts suivant les axes \vec{x}, \vec{y} et \vec{z}
L_{AB}, M_{AB}, N_{AB}	Couples autour des axes \vec{x}, \vec{y} et \vec{z}
δu_y	Accroissement de la coordonnée généralisée u_y
δu_z	Accroissement de la coordonnée généralisée u_z
$\delta \varphi_x$	Accroissement de la coordonnée généralisée φ_x
δW	Travail virtuel des actions extérieures associé aux accroissements $\delta u_y, \delta u_z$ et $\delta \varphi_x$
q_i	Coordonnée généralisée
I_{b_i}	Inertie de la bielle rattachée au maneton n° i
m_{b_i}	Masse de la bielle rattachée au maneton n° i
m_{c_i}	Masse de la crosse rattachée au maneton n° i
m_{t_i}	Masse de la tige rattachée au maneton n° i
m_{p_i}	Masse du piston rattaché au maneton n° i
θ	Position angulaire du vilebrequin (coordonnée généralisée)
ψ	Position angulaire du rotor moteur (coordonnée généralisée)

α_i	Calage angulaire de la ligne de compression n° i
δ_i	Calage angulaire du maneton n° i du vilebrequin
I_v	Inertie du vilebrequin
I_r	Inertie du rotor moteur
K_t	Rigidité torsionnelle de l'accouplement
c	Ammortissement viscoélastique de l'accouplement
D	Energie de dissipation
Q_θ, Q_ψ	Efforts généralisés relatifs aux coordonnées généralisées θ et ψ
$\delta\theta$	Accroissement de la coordonnée généralisée θ
$\delta\psi$	Accroissement de la coordonnée généralisée ψ
δW_B	Travail virtuel des actions de la bielle sur le vilebrequin associé aux accroissements $\delta\theta$ et $\delta\psi$
δW_P	Travail virtuel des actions des paliers sur le vilebrequin associé aux accroissements $\delta\theta$ et $\delta\psi$
l_{a_i}	Longueur du palier de tête de bielle rattaché au maneton n° i
r_{a_i}	Rayon du palier de tête de bielle rattaché au maneton n° i
e_{a_i}	Epaisseur du film au palier de tête de bielle rattaché au maneton n° i
l_{b_i}	Longueur du palier de pied de bielle rattaché au maneton n° i
r_{b_i}	Rayon du palier de pied de bielle rattaché au maneton n° i
e_{b_i}	Epaisseur du film au palier de pied de bielle rattaché au maneton n° i
l_{p_j}	Longueur du palier de ligne d'arbre n° j
r_{p_j}	Rayon du palier de ligne d'arbre n° j
e_{p_j}	Epaisseur du film d'huile au palier de ligne d'arbre n° j
D_{int}	Diamètre intérieur d'un segment ou d'un anneau de garniture
b	Largeur d'un segment ou d'un anneau de garniture
P_k	Pression agissant sur la face intérieure du segment n° k ou sur la face intérieure de l'anneau de garniture n° k
P_{ENT}	Pression régnant dans le compartiment entretoise du cylindre
L_M	Couple moteur
L_R	Couple résistant

INTRODUCTION

La société THOME-CREPELLE construit et vend des compresseurs à pistons alternatifs. Pour répondre à la demande de la clientèle, dans le cadre du marché des compresseurs de "process" destinés principalement à l'industrie pétrochimique, le service technique est amené à concevoir des machines à partir d'une famille de compresseurs et d'une importante gamme de cylindres. Le compresseur est composé à partir d'un bâti, choisi de façon à pouvoir supporter la puissance nécessaire à la compression du gaz, et de différents cylindres, dont le nombre et les dimensions varient en fonction du rapport de compression et du débit à obtenir.

Si l'aspect thermodynamique est maîtrisé lors de la conception du compresseur, il est parfois plus difficile d'analyser son comportement d'un point de vue mécanique. Le critère de la puissance admissible n'intervient pas seul pour le choix du bâti ; il convient de vérifier aussi que l'effort maximal appliqué sur l'élément de liaison du piston au système bielle manivelle ne dépasse pas une valeur limite (critère de l'effort sur tige maximum admissible). Si ce critère est suffisant pour estimer le degré de sollicitation du compresseur, il peut dans certains cas "limite" être nécessaire d'affiner l'analyse de son comportement mécanique par vérification des coefficients de sécurité des éléments du mécanisme.

Dans tous les cas, il apparaît nécessaire d'avoir une bonne connaissance des sollicitations appliquées aux éléments principaux du mécanisme, ainsi que de leur résistance mécanique vis à vis de ces sollicitations.

Le calcul des sollicitations reste aujourd'hui basé sur plusieurs hypothèses simplificatrices : analyse "quasi-statique", simplification de la géométrie, mécanisme à un seul degré de liberté, frottements non pris en compte... D'autre part, la valeur des sollicitations peut être modifiée si différents phénomènes mécanique, tels que des vibrations de torsion ou des fluctuations de vitesse de rotation (due à l'irrégularité du couple résistant), apparaissent lors du fonctionnement du compresseur.

Nous nous proposons donc de concevoir un modèle du comportement mécanique du compresseur. Celui ci revêt un caractère dynamique, la vitesse n'étant plus supposée constante ; la géométrie des éléments du mécanisme n'est pas simplifiée et les frottements sont pris en compte. La chaîne cinématique complète de la machine est modélisée (moteur, accouplement et compresseur), de façon à pouvoir étudier l'influence du comportement torsionnel de la ligne d'arbres. Les sollicitations appliquées à chaque élément du mécanisme sont déterminées par le calcul.

Au delà d'une meilleure approche des sollicitations dans le mécanisme, le modèle de calcul pourra permettre de mener d'autres études relatives au comportement mécanique du compresseur et de la machine. Les résultats constitueront des données plus précises pour vérifier le dimensionnement des éléments, et ainsi mieux cerner les limites réelles des machines, ou pour mener des études locales du mécanisme et globales de la machine. La modélisation, étendue à la chaîne cinématique de la machine complète, pourra permettre de mener l'analyse d'avaries ayant trouvé leurs origines dans des phénomènes dynamiques. Le paramétrage de toutes les données de calcul permettra d'étudier de nouvelles technologies (paliers secs, nouveaux matériaux...).

Les phénomènes liés à la thermodynamique ne sont pas abordés lors de ce travail ; les paramètres liés à la compression sont déterminés au travers d'un modèle du comportement thermodynamique de la cellule de compression précédemment développé au sein de la société.

La présentation de notre travail se décompose en quatre parties. Après avoir décrit le compresseur et son fonctionnement, nous menons l'étude du mécanisme et définissons les paramètres déterminants et les hypothèses retenues pour l'établissement du modèle mathématique. Nous menons ensuite la mise en équations du problème. Après avoir présenté les résultats obtenus lors de la simulation du comportement dynamique du compresseur, nous analysons les résultats obtenus lors d'une campagne de mesure expérimentale, afin de valider les résultats issus du calcul.

1. PRESENTATION DU COMPRESSEUR A PISTONS ALTERNATIFS

Les différentes technologies de compresseurs volumétriques sont variées [1] (compresseur rotatif à vis, à palettes ou à lobes et compresseur alternatif à membrane ou à piston). Nous nous limiterons ici à la description des machines rencontrées lors de cette étude, soit la technologie des compresseurs à pistons alternatifs.

1.1 PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

La variation de volume et la compression du gaz sont obtenues par le mouvement alternatif d'un piston à l'intérieur d'un cylindre, ce mouvement étant créé par un système bielle-manivelle. Le cycle comprend successivement la compression et le refoulement pendant la course aller, la détente et l'aspiration pendant la course retour.

1.2 STRUCTURE ETUDIEE

Nous rencontrons principalement des architectures "Flat-Twin" (cylindres horizontaux opposés deux à deux), mais le compresseur peut aussi être "Vertical", en "Equerre" ou en "Vé". La compression est généralement multi-étagée avec refroidissement intermédiaire. Les cylindres ont une structure à double-effet (le piston travaille sur ses deux faces, délimitant ainsi deux cellules de compression). Il est dans ce cas nécessaire d'utiliser une tige de piston et d'articuler la bielle sur une crosse couissant dans une glissière (figure 1.1). La compression à double-effet nécessite la présence d'une garniture d'étanchéité au niveau de la tige de piston, pour assurer le fonctionnement de l'effet avant.

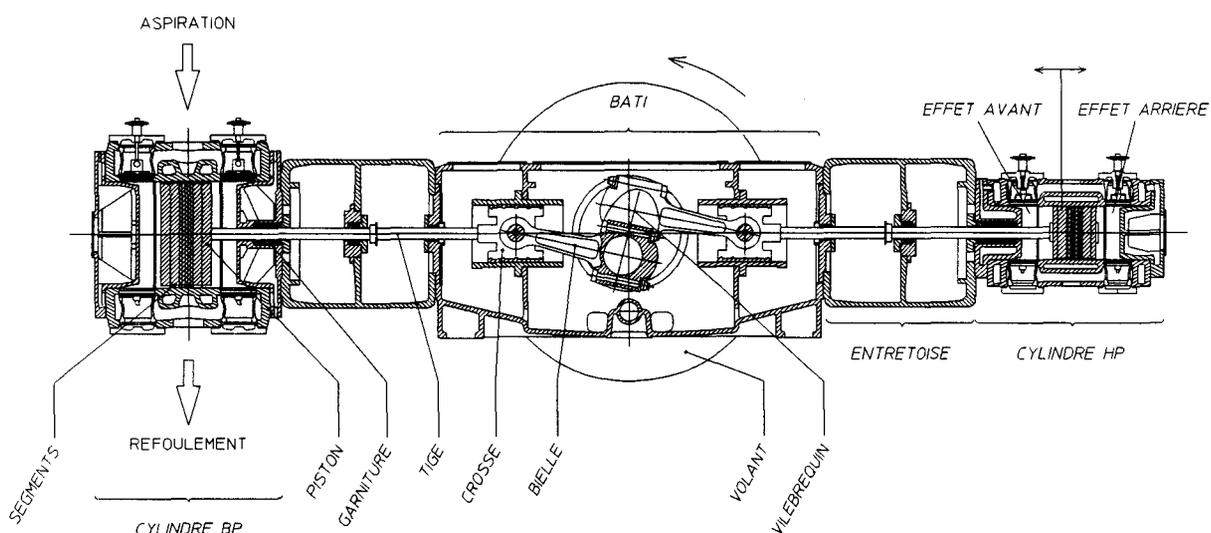


figure 1.1

La fonction étanchéité doit aussi être assurée par des segments au niveau du piston. Les bielles sont reliées au vilebrequin par l'intermédiaire de paliers lubrifiés, afin de constituer le système de transformation du mouvement rotatif en mouvement alternatif. Ce mécanisme est logé dans un bâti sur lequel sont fixés les cylindres par l'intermédiaire des entretoises (le vilebrequin est supporté par des paliers dans le bâti).

Il est nécessaire d'augmenter l'inertie du vilebrequin à l'aide d'un volant massif afin de vaincre l'irrégularité cyclique provoquée par le mouvement alternatif de pièces massives* et par le cycle de compression.

Le mécanisme constitué des pistons, tiges de pistons, crosses, bielles, vilebrequin et du volant est appelé équipage mobile du compresseur (figure 1.2).

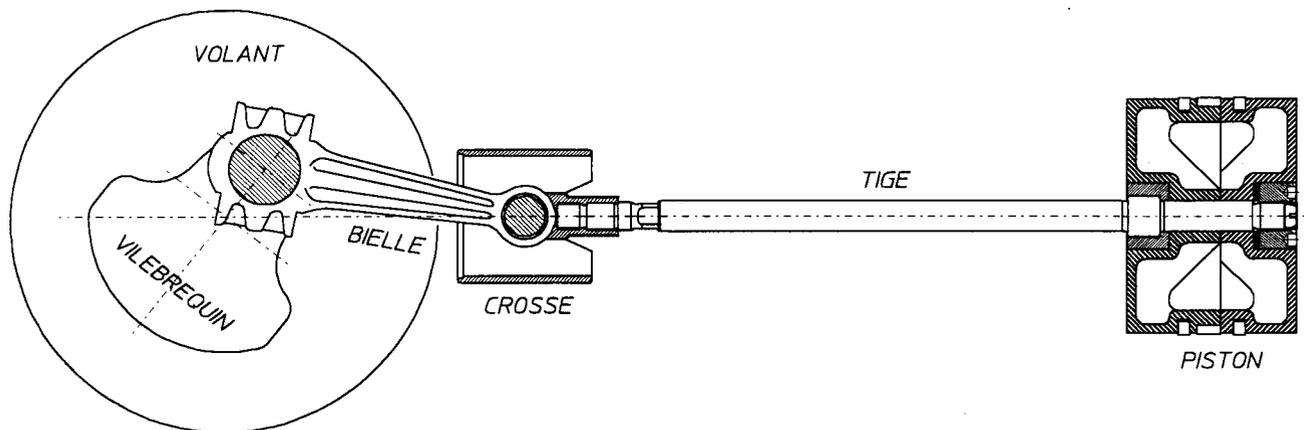


figure 1.2

L'équipage mobile, les cylindres, les entretoises et le bâti constituent le compresseur; celui-ci est relié au moteur d'entraînement par l'intermédiaire d'un accouplement élastique ou d'un système poulies-courroies.

La chaîne cinématique de la machine est constituée du rotor du moteur, de la transmission moteur-compresseur et de l'équipage mobile du compresseur.

* Les éléments animés d'un mouvement alternatif (crosses, tiges et pistons) sont regroupés sous le terme "MASSES ALTERNATIVES"

La machine est constituée du compresseur, du moteur, de l'accouplement ainsi que de toute la chaudronnerie nécessaire au "process" (échangeurs thermiques, tuyauterie, ballons antipulsatoires... (figure 1.3)).

L'ensemble est monté sur un châssis qui peut être soit boulonné sur un massif en béton, soit posé sur des plots élastiques s'il s'agit d'une machine de taille réduite.

*Compresseur d'air - 3HA4-230/185/115 - Vitesse 750 tr/mn -
Puissance 140 Kw - Pression 16 bars - Débit 700 Nm³/h*

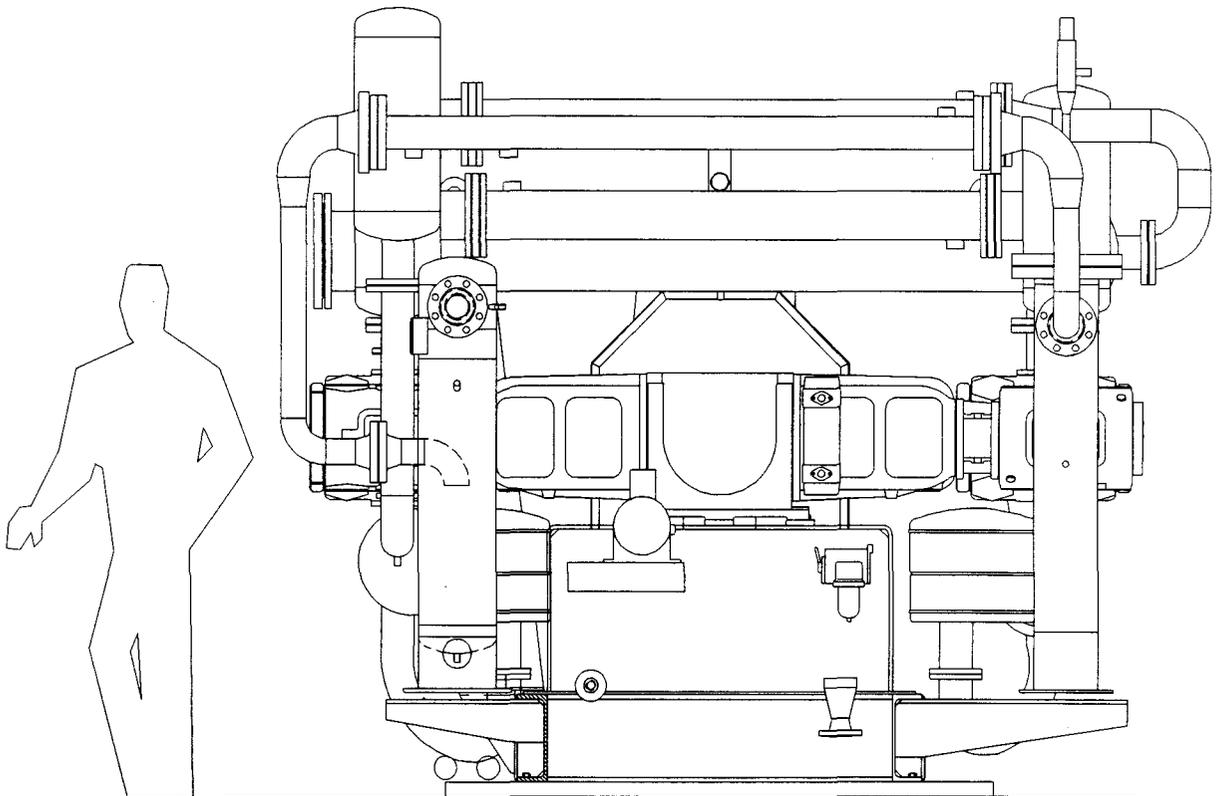


figure 1.3

Les machines étudiées lors de ce travail ont une puissance qui varie de 50 à plus de 1000 Kw pour des vitesses qui varient de 1000 tr/mn à 400 tr/mn respectivement.

2. ETUDE DU FONCTIONNEMENT DU COMPRESSEUR

Sous le terme "dynamique", il est usuellement entendu l'étude et la détermination des sollicitations appliquées aux éléments constituant un mécanisme, ainsi que l'étude de la variation au cours du temps de ces sollicitations.

Toutefois, l'étude "dynamique" d'un mécanisme ou d'un solide peut, sous cette définition générale, viser différents objectifs : étude des sollicitations, recherche de fréquences propres, réponse à une excitation (transitoires, chocs, phénomènes sismiques...) ou étude des vibrations locales ou globales d'une structure. En fonction de l'objectif fixé, il convient donc de définir le domaine de la structure qui sera couvert par le modèle, ainsi que les caractéristiques des éléments constituant le modèle de façon à approcher au mieux les phénomènes étudiés.

2.1 PHENOMENES DYNAMIQUE ENGENDRES PAR LE FONCTIONNEMENT DU COMPRESSEUR

Lors de la compression, la tige de piston est soumise à la composition des efforts de pression et des efforts inertiels dus au mouvement des masses alternatives. Les différentes sollicitations en présence dans le mécanisme bielle-manivelle sont généralement estimées sur la base de calculs développés dans la littérature faisant office de référence dans l'industrie des compresseurs volumétriques [2][3][4][5]. Ces méthodes de calcul sont basées sur des hypothèses simplificatrices (définition de géométrie équivalente, calcul en vitesse constante ...). Ces calculs permettent de dimensionner les différents éléments du mécanisme, selon des critères de résistance et de fatigue des matériaux.

Les efforts alternatifs, transmis au vilebrequin par l'intermédiaire de la bielle, créent le couple résistant. Son évolution n'est pas régulière, et dépend de la géométrie du vilebrequin et du compresseur. L'irrégularité du couple engendre des fluctuations de vitesse sur l'arbre vilebrequin, qui sont transmises à l'arbre moteur, et qui engendrent des sollicitations importantes dans l'organe de transmission.

Il est donc nécessaire d'inclure dans le mécanisme un élément présentant une inertie élevée de façon à diminuer l'irrégularité cyclique, définie comme le rapport de la valeur absolue de la fluctuation de vitesse à la vitesse moyenne. L'inertie du volant est généralement calculée par formulation du théorème de l'énergie cinétique, à partir de l'évolution du couple résistant. La valeur de l'inertie du volant doit permettre de limiter l'irrégularité cyclique à 1% dans le cas d'une transmission par courroies, et jusqu'à 0.6% dans le cas d'une transmission par réducteur.

La présence d'une inertie importante au sein de la chaîne cinématique de la machine nécessite de prendre en compte certaines précautions lors du démarrage (démarrateur de type "étoile-triangle", démarrage à résistance statorique...) et plus particulièrement dans le cas où celui-ci s'effectue "en charge de pression" [6] (cas des compresseurs frigorifiques domestiques).

La déformabilité de la ligne d'arbre* de la machine, tant au niveau du vilebrequin qu'au niveau de la transmission, peut dans certains cas mener à une augmentation des sollicitations en torsion. La théorie de la mécanique vibratoire permet d'aborder ces phénomènes par analyse des fréquences propres de torsion. L'étude est menée par résolution du problème aux valeurs propres résultant de la formulation des équations du mouvement en oscillations libres de la ligne d'arbre [7]. Différents algorithmes de résolution propres à l'analyse torsionnelle [8][9] permettent une obtention rapide des fréquences critiques de fonctionnement. D'autre part, le calcul de la réponse sous excitation, permet d'estimer les contraintes auxquelles est soumise la ligne d'arbre lorsqu'elle subit des sollicitations extérieures. Les résultats sont obtenus par résolution des équations du mouvement exprimées sous forme matricielle [10]. Cette formulation, présentant un grand intérêt dans le cas des structures complexes, nécessite de linéariser les équations du mouvement.

La discrétisation du vilebrequin par éléments finis permet une analyse plus fine des phénomènes qui lui sont liés, notamment pour l'étude de la suspension du vilebrequin par paliers fluides [11][12], ou pour l'étude de ses vibrations de flexion [13].

Les phénomènes développés au sein du mécanisme ne se limitent pas aux aspects précédemment exposés. Dans le but d'affiner le dimensionnement d'éléments particuliers du mécanisme, ou d'analyser leur comportement, différents modèles ont été développés afin d'étudier localement le mécanisme. La vérification du dimensionnement des paliers peut être menée par observation de la trajectoire du tourillon dans le coussinet [14] (voir annexe B). La prise en compte de la flexibilité de la tige de piston permet de vérifier le dimensionnement de la crosse, de la tige et du piston dans le cas de compresseurs non lubrifiés à pistons labyrinthe [15][16], ou d'étudier le phénomène de battement de piston [17].

Le récent essor des techniques liées à la maintenance prédictive a mené à la mise au point d'une méthode permettant la localisation en temps réel d'un mauvais fonctionnement dans un ou plusieurs cylindres de compresseurs industriels entraînés par moteur diesel. Le principe consiste à analyser en permanence la fluctuation de vitesse des arbres pour en déduire l'état de fonctionnement de la machine, à partir d'un modèle de calcul [18].

* Le terme "ligne d'arbre" désigne l'ensemble Vilebrequin + Accouplement + Rotor Moteur.

Les différents phénomènes précédemment énoncés sont relatifs au comportement dynamique "interne" du compresseur. D'autres phénomènes se développent dans l'environnement "externe" au compresseur.

Les efforts alternatifs résultant de la compression peuvent être considérés comme des efforts internes au compresseur. Si l'on considère la structure comme infiniment rigide, les forces de pression et les réactions y correspondant s'équilibrent au sein du compresseur. Par contre, la transmission des efforts alternatifs inertiels au bâti du compresseur, par l'intermédiaire des bielles et du vilebrequin, est à l'origine d'un torseur d'efforts résiduels (ou non équilibrés).

De façon à réduire les vibrations induites par l'excitation de la structure par ces efforts et couples, il est nécessaire de tenter d'équilibrer ces derniers au mieux par la mise en place de contrepoids sur le vilebrequin [19]. La particularité du système bielle-manivelle est à l'origine de la présence des premiers harmoniques d'ordre pair (2, 4, 6 et 8 principalement) dans l'évolutions des forces et couples résiduels. Un équilibrage complet au premier ordre peut donc se faire au détriment du second et des autres ordres. La disposition, la position angulaire et la valeur des masses des contrepoids sont donc déterminées de façon à aboutir au meilleur compromis. Les lois d'équilibrage varient donc selon le type d'architecture du compresseur ("V", "flat twin", "vertical" ...) et selon le rapport de rigidité de structure suivant les différentes directions [20]. Certains moteurs à combustion interne sont équipés de masselottes entraînées au double de la vitesse de rotation pour améliorer l'équilibrage [21].

L'équilibrage étant en général incomplet, la structure de la machine est soumise à des vibrations, pouvant dans certains cas se révéler néfastes pour la machine elle même ou pour son environnement [22][23]. La complexité de la structure de ce type de machine (réservoirs et réseaux de tuyauterie, aux liaisons plus ou moins complètes), rend difficile une modélisation globale pour étudier ces phénomènes vibratoires [24]. Des machines d'architecture semblable, mais dont la mise en groupe diffère, peuvent mener à des comportements vibratoires différents [25].

De façon à limiter la transmission de vibrations à l'environnement de la machine, celle ci peut être installée sur un massif en béton, ou être montée sur plots antivibratoires [26]. Il convient dans ce cas de choisir la rigidité et la disposition des plots de façon à adapter la suspension à la géométrie et au fonctionnement de la machine.

2.2 DESCRIPTION DU MODELE DE CALCUL

Les différents phénomènes dynamiques susceptible d'être mis en jeu au sein de la machine et dans son environnement sont donc nombreux et variés. Pour pouvoir aborder leur étude, il convient d'avoir une bonne connaissance des caractéristiques des éléments constituant la machine, mais aussi et surtout des sollicitations auxquelles celle ci est soumise, donc des sollicitations engendrées par le fonctionnement du compresseur.

Différentes études du mécanisme de compression des machines alternatives ont déjà été menées. A titre d'exemple, nous pouvons citer le travaux suivants, qui sont représentatifs des différentes perspectives de calcul (calcul détaillé des sollicitations, analyse dynamique globale et analyse dynamique des sollicitations). Une étude des forces internes développées dans un moto-compresseur en "V" permet de décrire les différentes sollicitations en jeu dans le mécanisme de compression seul [27]. L'aspect dynamique global est abordé dans le cas d'un compresseur frigorifique rapide "mono-rotor" (prise directe entre moteur et vilebrequin) [28]. Enfin, un modèle de compresseur industriel "auto-équilibré" (à bielle "fourche"), permet de mener une analyse du contenu fréquentiel des sollicitations inertielles en présence dans le compresseur [29]. Nous nous proposons de bâtir un modèle permettant d'aborder simultanément ces différents aspects de la dynamique des solides.

Nous nous attachons donc lors de cette étude à construire un modèle de calcul des sollicitations internes au compresseur, l'objet du calcul étant d'aboutir à la description de l'évolution des sollicitations appliquées à chaque élément de la chaîne cinématique du compresseur. Ces différents résultats sont principalement voués à la vérification du dimensionnement du mécanisme, mais ils constituent aussi des données permettant des mener des études locales. La transmission de ces sollicitations à la structure externe du compresseur n'est pas abordée lors de cette étude, la particularité de la liaison hyperstatique entre vilebrequin et bâti nécessitant la prise en compte de nombreux paramètres ainsi que la mise en place de modèles issus de la théorie de l'élasticité.

La chaîne cinématique complète de la machine est prise en compte (moteur, transmission et compresseur). Les hypothèses de base du modèle sont moins restrictives que celles usuellement retenues ; la géométrie réelle des éléments est prise en compte et la vitesse n'est pas supposée constante.

Les équations du mouvement sont bâties suivant le formalisme LAGRANGIEN, de façon à pouvoir prendre en compte la fluctuation de vitesse et à pouvoir mener des calculs en fonctionnement instationnaire du compresseur (démarrage, arrêt). Les mécanisme liés aux phénomènes de frottement sont directement intégrés dans le modèle de calcul.

2.3 HYPOTHESES DE BASE

Il existe des sollicitations importantes dans l'environnement direct de la chaîne cinématique et du compresseur, mais celles-ci sont liées à des phénomènes difficiles à approcher dans un modèle global au vu de la complexité de la structure. Les sollicitations présentes au sein de la chaîne cinématique peuvent être modifiées par le comportement dynamique de l'ensemble de la machine (jeux fonctionnels ou déformation élastique de la structure) ; il est donc nécessaire d'énoncer des hypothèses restrictives relatives à ces phénomènes.

Les effets liés aux jeux fonctionnels ne sont pas pris en compte (H^1).

H^1 : Les jeux fonctionnels ne sont pas pris en compte dans le modèle de calcul.

Les effets liés aux déformations élastiques ne sont pas pris en compte (H^2).

H^2 : La structure extérieure à la chaîne cinématique de la machine est supposée infiniment rigide et sans mouvements. Les éléments de la chaîne cinématique sont supposés infiniment rigides.

Le domaine étudié est donc limité à la chaîne cinématique de la machine en tenant compte des hypothèses H^1 et H^2 .

Les limites du modèle de calcul relativement à ces phénomènes sont discutées au chapitre 4.

3. MISE EN EQUATIONS DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU COMPRESSEUR

3.1. DECOMPOSITION DU PROBLEME

Le mécanisme étudié est la chaîne cinématique de la machine; celle-ci est constituée du rotor moteur, de l'accouplement et de la partie mécanique du compresseur (volant d'inertie, vilebrequin, bielles, crosses, tiges et pistons).

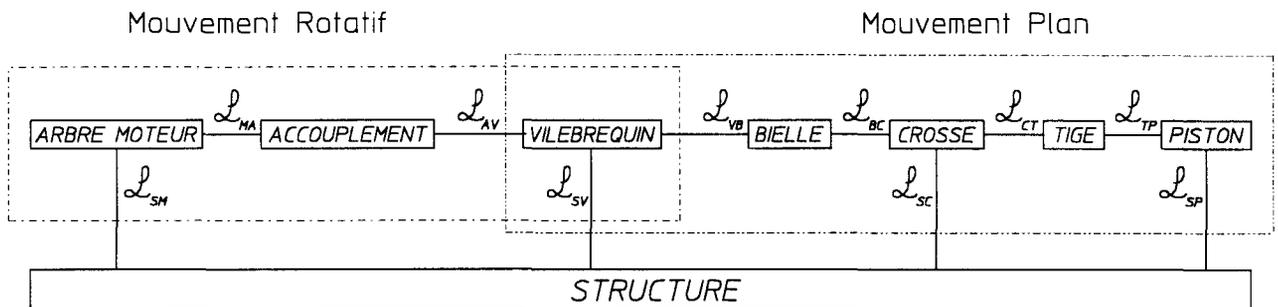


figure 3.1

La chaîne cinématique comporte 8 solides principaux et 10 liaisons mécaniques (figure 3.1). Il s'agit d'un mécanisme à fermeture de chaîne composée; nous analysons ce système de solides à l'aide d'une méthode issue de la théorie des mécanismes [30]. Suivant le graphe représenté sur la figure 3.1, le mécanisme peut se décomposer en deux parties; d'une part la ligne d'arbre animée d'un mouvement rotatif et d'autre part, suivant l'hypothèse H^3 , le système bielle-manivelle animé d'un mouvement plan.

H^3 : Les éléments du système bielle-manivelle présentent une symétrie par rapport au plan perpendiculaire à l'axe du vilebrequin et sont animés d'un mouvement limité à ce plan.

Le vilebrequin constitue le lien entre ces deux parties du mécanisme. Il est à l'origine de la transformation du mouvement rotatif en mouvement alternatif.

Nous menons donc dans un premier temps l'étude dynamique du système bielle-manivelle pour ensuite aborder l'étude dynamique de la ligne d'arbre; c'est au niveau du vilebrequin que les résultats de ces deux études sont regroupés par transformation d'un ensemble de forces en couple.

3.2. ETUDE DU MECANISME BIELLE-MANIVELLE

3.2.1. Etude du mécanisme - Test statiquement admissible

Lors de ce premier stade de l'étude, nous cherchons à répondre au test statiquement admissible. Celui-ci peut être formulé comme suit: pouvons nous déterminer toutes les composantes des torseurs d'actions de liaisons ?

Nous nous intéressons au système bielle-manivelle seul, animé d'un mouvement plan. Ce mécanisme à $N=6$ solides fait l'objet de $K=7$ liaisons (figure 3.2). Le nombre minimal de chaînes simples à analyser est défini par le nombre cyclomatique $\nu = 2$ ($\nu = K-N+1$).

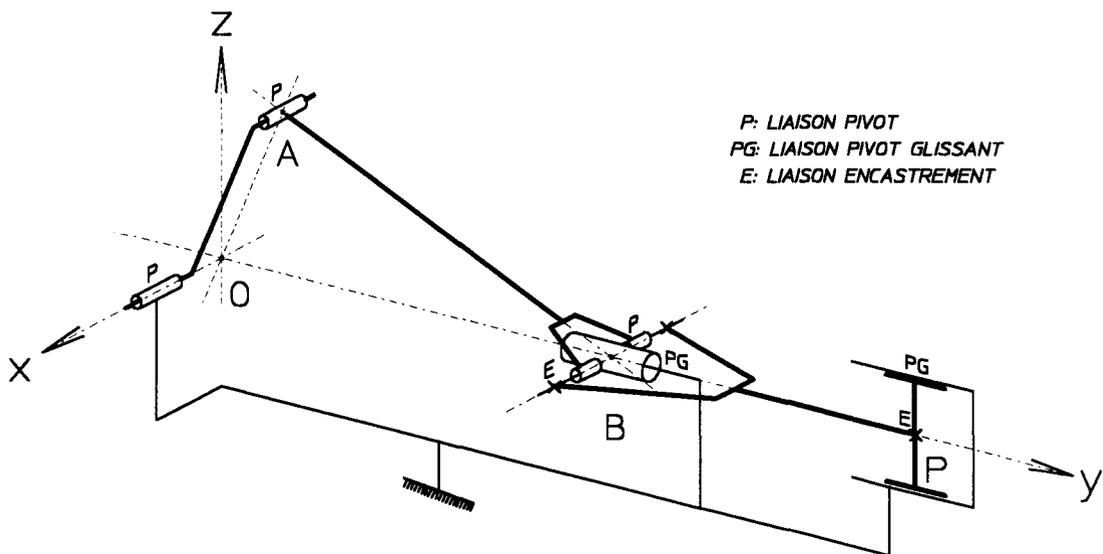


figure 3.2

L'application de la théorie des mécanismes nécessite la détermination du nombre d'équations de cinématique indépendantes; ce nombre mène directement à la connaissance du degré d'hyperstaticité par la relation:

$$m_s = E_c^* - 6\nu \quad \text{avec} \quad \begin{cases} E_c^*: \text{Nombre d'équations de cinématique indépendantes} \\ m_s: \text{Degré d'hyperstaticité} \end{cases}$$

Pour déterminer ce nombre d'équations indépendantes, il nous faut écrire les équations de fermeture cinématique liées à chaque chaîne simple composant le mécanisme. Le système bielle manivelle est composé des deux chaînes simples suivantes:

- { Chaîne 1: Structure - Vilebrequin - Bielle - Crosse
- { Chaîne 2: Structure - Crosse - Tige - Piston

Le tableau présenté figure 3.3 définit les torseurs cinématiques des liaisons présentes dans le mécanisme (il faut exprimer ces différents torseurs en un même point pour pouvoir écrire les équations de fermeture cinématique).

	Liaisons	Torseur Cinématique	Torseur Cinématique ramené en O
L_{sv}	Bâti-Vilebrequin <i>PIVOT / x</i>	${}_O \{ \mathcal{J}_C \} / v = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ p_{sv} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_C \} / v = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ p_{sv} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$
L_{sc}	Patin-Crosse <i>PIVOT GLISSANT / y</i>	${}_B \{ \mathcal{J}_C \} / c = \begin{Bmatrix} v_{sc} \cdot \vec{y} \\ q_{sc} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_C \} / c = \begin{Bmatrix} v_{sc} \cdot \vec{y} \\ q_{sc} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}$
L_{sp}	Cylindre-Piston <i>PIVOT GLISSANT / y</i>	${}_P \{ \mathcal{J}_C \} / p = \begin{Bmatrix} v_{sp} \cdot \vec{y} \\ q_{sp} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_C \} / p = \begin{Bmatrix} v_{sp} \cdot \vec{y} \\ q_{sp} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}$
L_{vb}	Vilebrequin-Bielle <i>PIVOT / x</i>	${}_A \{ \mathcal{J}_C \} / b = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ p_{vb} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_C \} / b = \begin{Bmatrix} p_{vb} \cdot \overline{OA}_z \cdot \vec{y} - p_{vb} \cdot \overline{OA}_y \cdot \vec{z} \\ p_{vb} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$
L_{bc}	Bielle-Crosse <i>PIVOT / x</i>	${}_A \{ \mathcal{J}_C \} / c = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ p_{bc} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_C \} / c = \begin{Bmatrix} -p_{bc} \cdot \overline{OB}_y \cdot \vec{z} \\ p_{bc} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$
L_{ct}	Crosse-Tige <i>ENCASTREMENT</i>	${}_B \{ \mathcal{J}_C \} / t = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_C \} / t = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$
L_{tp}	Tige-Piston <i>ENCASTREMENT</i>	${}_P \{ \mathcal{J}_C \} / p = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_C \} / p = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

Figure 3.3

Pour la chaîne 1, l'équation de fermeture cinématique s'écrit:

$${}_o\{J_c^{s/v}\} + {}_o\{J_c^{v/b}\} + {}_o\{J_c^{b/c}\} + {}_o\{J_c^{c/s}\} = \{0\}$$

Elle fournit 4 équations indépendantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} -v_{sc} - p_{vb} \cdot \overline{OA}_z = 0. \quad (\text{suivant } \vec{y}.)^* \\ -p_{vb} \cdot \overline{OA}_y - p_{bc} \cdot \overline{OB}_y = 0. \quad (\text{suivant } \vec{z}.)^* \\ p_{sv} + p_{vb} + p_{bc} = 0. \quad (\text{autour de } \vec{x}.)^* \\ -q_{sc} = 0. \quad (\text{autour de } \vec{y}.)^* \end{array} \right.$$

Pour la chaîne 2, l'équation de fermeture cinématique s'écrit:

$${}_o\{J_c^{s/c}\} + {}_o\{J_c^{c/t}\} + {}_o\{J_c^{t/p}\} + {}_o\{J_c^{p/s}\} = \{0\}$$

Elle fournit 2 équations indépendantes:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{sc} + v_{ps} = 0. \quad (\text{suivant } \vec{y}.)^* \\ q_{sc} + q_{ps} = 0. \quad (\text{autour de } \vec{y}.)^* \end{array} \right.$$

Pour ce mécanisme, le nombre d'équations de cinématique indépendantes est de 6. Nous avons donc:

$$m_s = E_c^* - 6v = 6 - 12 = -6$$

le système bielle-manivelle défini sur la figure 5 est hyperstatique d'ordre 6.

Il est toutefois possible de limiter notre étude au plan perpendiculaire à la ligne d'arbre. En effet, suivant l'hypothèse H², il n'existe pas d'efforts suivant \vec{x} ou de couple autour de \vec{y} et \vec{z} au sein du système bielle-manivelle. Nous pouvons donc considérer 3 degrés de liberté et restreindre les équations précédentes aux vitesses suivant \vec{y} et \vec{z} et autour de \vec{x} .

Dans ce cas, la première chaîne simple fournit 3 équations de cinématique indépendantes (notées*) et la seconde chaîne simple en fournit 1 indépendante des 3 autres. Le nombre d'équations de cinématique indépendantes devient 4 et nous avons:

$$m_{s_{yz}} = E_{c_{yz}}^* - 3v = -2$$

le mécanisme est dans ce cas hyperstatique d'ordre 2.

Deux composantes des torseurs réduits d'actions de liaisons resteront indéterminées. Pour pouvoir mener l'écriture des équations de la dynamique, il nous faut définir un mécanisme isostatique équivalent au système bielle-manivelle défini sur la figure 3.2.

3.2.2. Définition d'un mécanisme isostatique équivalent

Pour définir le système isostatique associé au précédent, il faut modifier certaines liaisons du mécanisme en introduisant des nouveaux degrés de liberté, sans pour autant modifier la transformation de mouvement.

Lors de la démonstration précédente, il est mis en évidence que la chaîne fermée 1 constitue à elle seule un système isostatique dans le plan $(0, \vec{y}, \vec{z})$. Il nous faut donc nous intéresser à la modification d'une ou plusieurs liaisons appartenant à la chaîne fermée 2. Parmi celles-ci, la liaison \mathcal{L}_{sp} entre le cylindre et le piston est considérée comme étant de type "pivot glissant" suivant \vec{y} . Cette liaison se fait par l'intermédiaire d'une segmentation dont la rigidité relativement aux axes \vec{x} et \vec{z} peut être comptée négligeable; nous pouvons donc considérer une liaison de type "linéaire annulaire" plutôt que "pivot glissant". Nous ajoutons ainsi un degré de liberté autour de \vec{x} sans modifier le mécanisme.

Pour préserver le fonctionnement du compresseur, les liaisons \mathcal{L}_{tp} et \mathcal{L}_{sc} doivent rester inchangées. Par contre, \mathcal{L}_{ct} entre la tige et la crosse n'a qu'un but de transmission d'effort et peut, sous l'hypothèse H^4 , être considérée comme de type "pivot" autour de \vec{x} .

H^4 : La liaison crosse-tige \mathcal{L}_{ct} est supposée de type "pivot" et son axe confondu avec celui de la liaison bielle-crosse \mathcal{L}_{bc} .

Le mécanisme possède ainsi un deuxième degré de liberté supplémentaire. Le schéma représenté figure 3.4 définit le système isostatique équivalent au système bielle-manivelle.

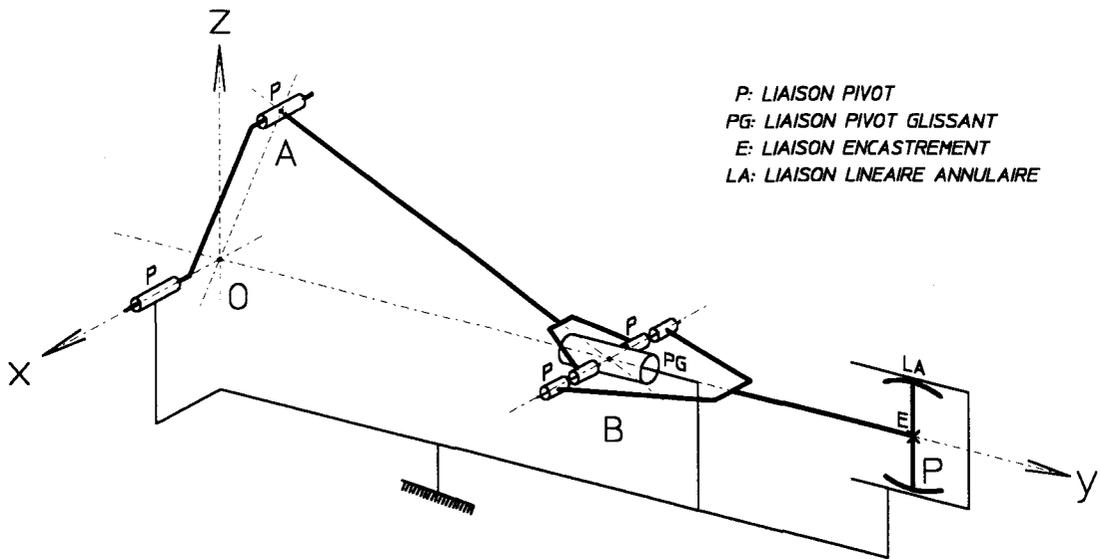


figure 3.4

Si nous reprenons la démonstration précédente, à partir du tableau (figure 3.5) définissant les nouvelles liaisons L_{ct} et L_{sp} , les équations de cinématiques obtenues pour la chaîne 1 restent inchangées et nous obtenons les équations suivantes pour la chaîne 2;

$${}_o \{J_C^{s/c}\} + {}_o \{J_C^{c/t}\} + {}_o \{J_C^{t/p}\} + {}_o \{J_C^{p/s}\} = \{0\}$$

soit:

$$\left\{ \begin{array}{ll} r_{ps} \cdot \overline{OP}_y = 0. & (\text{suivant } \bar{x}.) \\ v_{sc} + v_{ps} = 0. & (\text{suivant } \bar{y}.)^* \\ -p_{ps} \cdot \overline{OP}_y - p_{ct} \cdot \overline{OB}_y = 0. & (\text{suivant } \bar{z}.)^* \\ p_{ps} + p_{ct} = 0. & (\text{autour de } \bar{x}.)^* \\ q_{sc} + q_{ps} = 0. & (\text{autour de } \bar{y}.) \\ r_{ps} = 0. & (\text{autour de } \bar{z}.) \end{array} \right.$$

Cet ensemble constitue 5 équations indépendantes si le point B diffère du point P (existence d'une tige de piston). Globalement, ce système est hyperstatique d'ordre 3 dans l'espace. Si nous retenons les équations relatives au mouvement dans le plan $(0, \vec{y}, \vec{z})$, nous avons 6 équations de cinématique indépendantes et donc le mécanisme décrit précédemment est isostatique dans le plan $(0, \vec{y}, \vec{z})$.

Ce nouveau mécanisme, défini par le tableau présenté figure 3.5 et schématisé figure 3.4, constitue le système isostatique associé au système bielle-manivelle étudié. Nous pouvons ainsi déterminer toutes les composantes des torseurs réduits d'actions de liaisons dans le plan $(0, \vec{y}, \vec{z})$.

	Liaisons	Torseur Cinématique	Torseur Cinématique ramené en O
L_{sv}	Bâti-Vilebrequin <i>PIVOT / x</i>	${}_O \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ p_{sv} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ p_{sv} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$
L_{sc}	Patin-Crosse <i>PIVOT GLISSANT / y</i>	${}_B \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} v_{sc} \cdot \vec{y} \\ q_{sc} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} v_{sc} \cdot \vec{y} \\ q_{sc} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}$
L_{sp}	Cylindre-Piston <i>LINEAIRE ANNULAIRE / y</i>	${}_P \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} v_{sp} \cdot \vec{y} \\ p_{sp} \cdot \vec{x} + q_{sp} \cdot \vec{y} + r_{sp} \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} r_{sp} \cdot \overline{OP}_y \cdot \vec{x} + v_{sp} \cdot \vec{y} - p_{sp} \cdot \overline{OP}_z \cdot \vec{z} \\ p_{sp} \cdot \vec{x} + q_{sp} \cdot \vec{y} + r_{sp} \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}$
L_{vb}	Vilebrequin-Bielle <i>PIVOT / x</i>	${}_A \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ p_{vb} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} p_{vb} \cdot \overline{OA}_z \cdot \vec{y} - p_{vb} \cdot \overline{OA}_y \cdot \vec{z} \\ p_{vb} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$
L_{bc}	Bielle-Crosse <i>PIVOT / x</i>	${}_A \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ p_{bc} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} -p_{bc} \cdot \overline{OB}_y \cdot \vec{z} \\ p_{bc} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$
L_{ct}	Crosse-Tige <i>PIVOT / x</i>	${}_B \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ p_{ct} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} -p_{ct} \cdot \overline{OB}_y \cdot \vec{z} \\ p_{ct} \cdot \vec{x} \end{Bmatrix}$
L_{tp}	Tige-Piston <i>ENCASTREMENT</i>	${}_P \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$	${}_O \{ \mathcal{J}_c \} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

Figure 3.5

3.2.3 Etude cinématique du système bielle-manivelle

Les liaisons du mécanisme étudié étant complètement définies, nous déterminons les différents paramètres cinématiques du système bielle-manivelle.

3.2.3.1 Paramétrage du système bielle-manivelle

Le système bielle-manivelle (figure 3.6) est défini dans un repère local $\mathcal{R}_i (O_i, \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ lié au cylindre n°i, la direction \vec{y}_i étant suivant l'axe de la ligne de compression. La position angulaire du maneton du vilebrequin est définie par l'angle θ_i compté entre l'axe \vec{y}_i et l'axe \vec{y}_{v_i} du repère $\mathcal{R}_{vi} (O_i, \vec{x}_i, \vec{y}_{v_i}, \vec{z}_{v_i})$ rattaché au maneton i du vilebrequin. La position angulaire de la bielle est définie par l'angle β_i compté entre l'axe \vec{y}_i et l'axe \vec{y}_{b_i} du repère $\mathcal{R}_{bi} (B_i, \vec{x}_i, \vec{y}_{b_i}, \vec{z}_{b_i})$. L'axe \vec{y}_{b_i} est orienté du palier de tête de bielle (A_i) vers le palier de pied de bielle (B_i). Les angles θ_i et β_i sont définis dans le sens positif des repères. Le point G_i définit le centre de gravité de la bielle et le point Gt_i définit le centre de gravité de la tige.

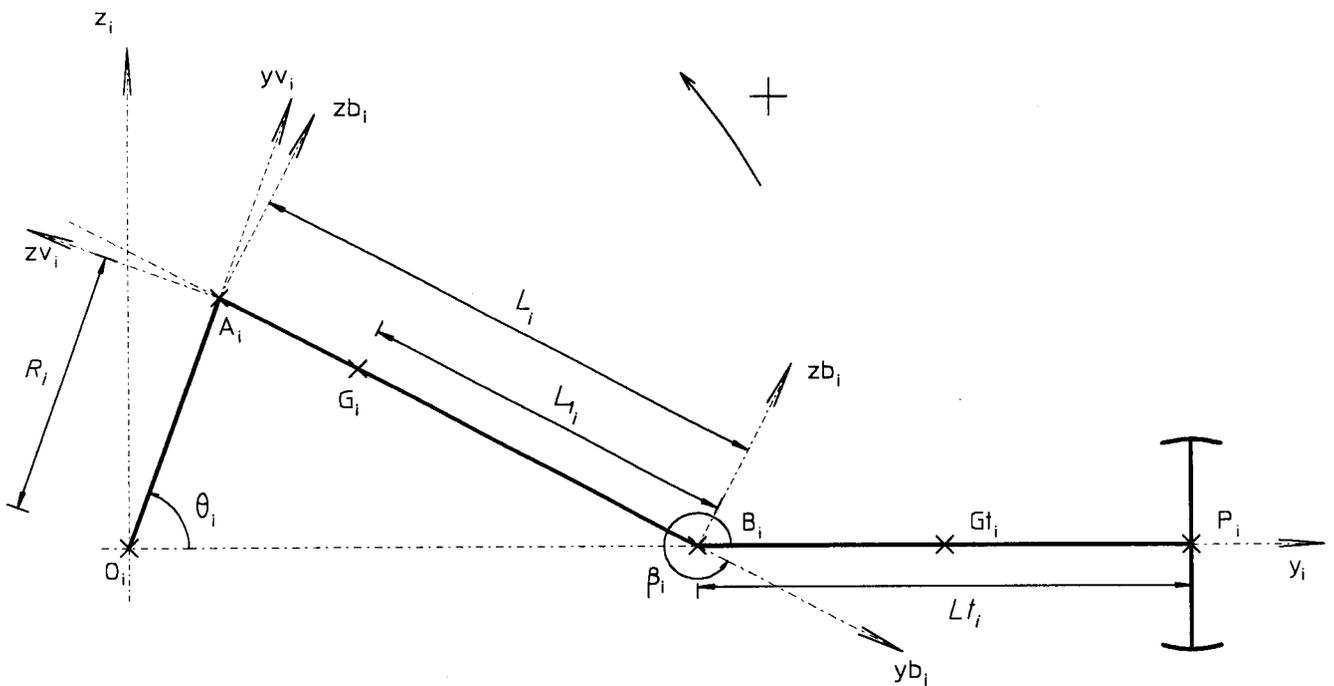


figure 3.6

3.2.3.2. Expression de l'angle d'inclinaison de la bielle

L'angle β_i est déterminé en exprimant la condition de contact à la crosse, soit:

Le point B_i est animé d'un mouvement en translation suivant \vec{y}_i uniquement $\Rightarrow \overrightarrow{O_i B_i} \cdot \vec{z}_i = 0$.

Exprimons de vecteur $\overrightarrow{O_i B_i}$ dans le repère local \mathcal{R}_i :

$$\overrightarrow{O_i B_i} = \overrightarrow{O_i A_i} + \overrightarrow{A_i B_i}.$$

Sachant que:

$$\begin{cases} \overrightarrow{O_i A_i} = R_i \cdot \vec{y}_{v_i} \\ \overrightarrow{A_i B_i} = L_i \cdot \vec{y}_{b_i} \end{cases}$$

et en développant avec:

$$\begin{cases} \vec{y}_{v_i} \cdot \vec{z}_i = \sin \theta_i \\ \vec{y}_{b_i} \cdot \vec{z}_i = \sin \beta_i \end{cases}$$

nous obtenons l'équation de liaison:

$$\overrightarrow{O_i B_i} \cdot \vec{z}_i = R_i \cdot \sin \theta_i + L_i \cdot \sin \beta_i = 0.$$

Si nous définissons le rapport du rayon de manivelle à la longueur de bielle comme:

$$\lambda_i = \frac{R_i}{L_i}$$

nous obtenons:

$$\sin \beta_i = -\lambda_i \cdot \sin \theta_i.$$

D'autre part, sachant que:

$$\cos^2 \beta_i = 1 - \sin^2 \beta_i$$

et en exprimant la condition cinématique $R_i < L_i$;

$$R_i < L_i \Rightarrow \beta_i \in \left] -\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2} \right[$$

nous avons:

$$\cos \beta_i = +\sqrt{1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2 \theta_i}.$$

Par dérivation de l'expression de $\sin \beta_i$, nous obtenons l'expression de $\dot{\beta}_i$:

$$\dot{\beta}_i = -\lambda_i \cdot \frac{\cos \theta_i}{\cos \beta_i} \cdot \dot{\theta}_i = -\lambda_i \cdot \frac{\cos \theta_i}{\sqrt{1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2 \theta_i}} \cdot \dot{\theta}_i.$$

Par dérivation de l'expression de $\dot{\beta}_i$, nous obtenons l'expression de $\ddot{\beta}_i$:

$$\ddot{\beta}_i = -\lambda_i \cdot \frac{\cos \theta_i}{\cos \beta_i} \cdot \ddot{\theta}_i + (\dot{\beta}_i^2 - \dot{\theta}_i^2) \cdot \operatorname{tg} \beta_i$$

ou:

$$\ddot{\beta}_i = -\lambda_i \cdot \frac{\cos \theta_i}{\cos \beta_i} \cdot \ddot{\theta}_i + \frac{(\lambda_i^2 - 1)}{\cos^2 \beta_i} \cdot \operatorname{tg} \beta_i \cdot \dot{\theta}_i^2$$

soit en fonction de θ_i uniquement:

$$\ddot{\beta}_i = -\lambda_i \cdot \frac{\cos \theta_i}{\sqrt{1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2 \theta_i}} \cdot \ddot{\theta}_i - \left[\frac{(\lambda_i^2 - 1) \cdot \lambda_i \cdot \sin \theta_i}{(1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2 \theta_i)^{3/2}} \right] \cdot \dot{\theta}_i^2.$$

3.2.3.3. Vitesse et accélération du centre de gravité de la bielle

Exprimons de vecteur $\overline{O_1G_i}$ dans le repère local \mathcal{R}_i :

$$\overline{O_1G_i} = \overline{O_1B_i} + \overline{B_iG_i} = \overline{O_1A_i} + \overline{A_iB_i} + \overline{B_iG_i}.$$

Sachant que:

$$\begin{cases} \overline{O_1A_i} = R_i \cdot \vec{y}_{v_i} \\ \overline{A_iB_i} = L_i \cdot \vec{y}_{b_i} \\ \overline{B_iG_i} = -L_i \cdot \vec{y}_{b_i} \end{cases}$$

nous avons:

$$\overline{O_1G_i} = R_i \cdot \vec{y}_{v_i} + (L_i - L_i) \cdot \vec{y}_{b_i}.$$

En développant avec:

$$\begin{cases} \vec{y}_{v_i} = \cos\theta_i \cdot \vec{y}_i + \sin\theta_i \cdot \vec{z}_i \\ \vec{y}_{b_i} = \cos\beta_i \cdot \vec{y}_i + \sin\beta_i \cdot \vec{z}_i \end{cases}$$

nous obtenons:

$$\overline{O_1G_i} = \begin{Bmatrix} 0 & \vec{x}_i \\ R_i \cdot \cos\theta_i + (L_i - L_i) \cdot \cos\beta_i & \vec{y}_i \\ -L_i \cdot \sin\beta_i & \vec{z}_i \end{Bmatrix}$$

soit en fonction de θ_i uniquement:

$$\overline{O_1G_i} = \begin{Bmatrix} 0 & \vec{x}_i \\ R_i \cdot \cos\theta_i + (L_i - L_i) \cdot \sqrt{1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2\theta_i} & \vec{y}_i \\ \lambda_i \cdot L_i \cdot \sin\theta_i & \vec{z}_i \end{Bmatrix}.$$

La vitesse du point G_i s'écrit:

$$\vec{V}(G_i, \mathcal{R}_{bi} / \mathcal{R}_i) = \frac{d^{\mathcal{R}_i}}{dt} [\vec{O}_i G_i]$$

soit:

$$\vec{V}(G_i, \mathcal{R}_{bi} / \mathcal{R}_i) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \text{VGY}_i = -R_i \cdot \dot{\theta}_i \left[\sin \theta_i + \frac{\lambda_i^2 \cdot (L_i - Ll_i) \cdot \sin 2\theta_i}{2 \cdot R_i \cdot \sqrt{1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2 \theta_i}} \right] \\ \text{VGZ}_i = \lambda_i \cdot Ll_i \cdot \dot{\theta}_i \cdot \cos \theta_i \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \vec{x}_i \\ \vec{y}_i \\ \vec{z}_i \end{Bmatrix}$$

L'accélération du point G_i s'écrit:

$$\vec{\Gamma}(G_i, \mathcal{R}_{bi} / \mathcal{R}_i) = \frac{d^{\mathcal{R}_i}}{dt} [\vec{V}(G_i, \mathcal{R}_{bi} / \mathcal{R}_i)]$$

soit:

$$\vec{\Gamma}(G_i, \mathcal{R}_{bi} / \mathcal{R}_i) = \begin{Bmatrix} 0 & \vec{x}_i \\ \text{GGY}_i & \vec{y}_i \\ \text{GGZ}_i & \vec{z}_i \end{Bmatrix}$$

$$\text{avec } \text{GGY}_i = -R_i \cdot \ddot{\theta}_i \left[\sin \theta_i + \frac{\lambda_i^2 \cdot (L_i - Ll_i) \cdot \sin 2\theta_i}{2 \cdot R_i \cdot \sqrt{1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2 \theta_i}} \right] \dots$$

$$\dots - R_i \cdot \dot{\theta}_i^2 \left[\cos \theta_i + \frac{\lambda_i^2 \cdot (L_i - Ll_i) \cdot \cos 2\theta_i}{R_i \cdot \sqrt{1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2 \theta_i}} + \frac{\lambda_i^4 \cdot (L_i - Ll_i) \cdot \sin^2 2\theta_i}{4 \cdot R_i \cdot (1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2 \theta_i)^{3/2}} \right]$$

$$\text{et } \text{GGZ}_i = \lambda_i \cdot Ll_i \cdot (\ddot{\theta}_i \cdot \cos \theta_i - \dot{\theta}_i^2 \cdot \sin \theta_i)$$

3.2.3.4. Vitesse et accélération des masses alternatives

Le point B_i appartient au repère \mathcal{R}_{b_i} ; sa vitesse et son accélération se déduisent des résultats obtenus pour le point G_i . Il suffit donc, dans les expressions de la vitesse et de l'accélération du point G_i de substituer la valeur 0 à la variable L_i .

La vitesse* du point B_i s'écrit donc:

$$\vec{V}(B_i, \mathcal{R}_{b_i} / \mathcal{R}_i) = \begin{Bmatrix} 0 \\ \text{VBY}_i = -R_i \cdot \dot{\theta}_i \cdot \sin\theta_i \left[1 + \frac{\lambda_i \cdot \cos\theta_i}{\sqrt{1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2\theta_i}} \right] \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{matrix} \vec{x}_i \\ \vec{y}_i \\ \vec{z}_i \end{matrix}$$

et l'accélération du point B_i s'écrit:

$$\vec{\Gamma}(B_i, \mathcal{R}_{b_i} / \mathcal{R}_i) = \begin{Bmatrix} 0 & \vec{x}_i \\ \text{GBY}_i & \vec{y}_i \\ 0 & \vec{z}_i \end{Bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{avec } \text{GBY}_i &= -R_i \cdot \ddot{\theta}_i \cdot \sin\theta_i \left[1 + \frac{\lambda_i \cdot \cos\theta_i}{\sqrt{1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2\theta_i}} \right] \dots \\ &\dots - R_i \cdot \dot{\theta}_i^2 \left[\cos\theta_i + \frac{\lambda_i \cdot \cos 2\theta_i}{\sqrt{1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2\theta_i}} + \frac{\lambda_i^3 \cdot \sin^2 2\theta_i}{4 \cdot (1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2\theta_i)^{3/2}} \right] \end{aligned}$$

* La condition de contact exprimée en 3.3.3.2. se trouve vérifiée par l'expression de la vitesse de B_i .

3.2.4 Etude dynamique du système bielle-manivelle

L'étude dynamique consiste à appliquer les équations de LAGRANGE à chaque élément du système bielle-manivelle.

Nous supposons lors de cette étude que ces éléments sont géométriquement parfaits (H^5). Pour rester en accord avec la définition du mécanisme isostatique associé à la chaîne cinématique, nous supposons que le centre de gravité de la crosse et du piston sont confondus avec les points d'applications des liaisons définies figure 3.5 (H^6, H^7 et H^8).

H^5 : Les éléments de la chaîne cinématique sont géométriquement parfaits et sans balourd.

H^6 : Les axes des liaisons bielle-crosse et tige-crosse passent par le C.d.G. de la crosse.

H^7 : L'axe de la liaison tige-piston passe par le C.d.G. du piston.

H^8 : Le C.d.G. de la tige est situé au milieu des C.d.G. définis en H^6 et H^7 .

Tout comme les efforts inertiels, les efforts de pesanteur sont pris en compte dans le modèle.

3.2.4.1. Etude restreinte - Cas général

Le mouvement du système bielle-manivelle est restreint au plan $(O_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$ suivant l'hypothèse H^3 . L'écriture des équations peut donc être restreinte au plan $(O_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$.

Dans ce cas, les 3 degrés de liberté du centre de gravité des éléments sont: $\left\{ \begin{matrix} u_y \\ u_z \\ \varphi_x \end{matrix} \right\}$

et les 3 composantes du torseur des actions extérieures sont: $\left\{ \begin{matrix} Y \\ Z \\ L \end{matrix} \right\}$.

L'énergie cinétique d'un élément s'exprime comme:

$$T = \frac{1}{2} m \cdot \dot{u}_y^2 + \frac{1}{2} m \cdot \dot{u}_z^2 + \frac{1}{2} I \cdot \dot{\phi}_x^2.$$

Dans le repère \mathcal{R}_v , l'accélération de pesanteur* s'écrit:

$$\vec{g} = g_{y_i} \cdot \vec{y}_i + g_{z_i} \cdot \vec{z}_i$$

et donc l'énergie potentielle s'exprime comme:

$$U = m [g_{y_i} \cdot u_y + g_{z_i} \cdot u_z].$$

Enfin, les effort généralisés s'écrivent:

$$Q_{u_y}, Q_{u_z} \text{ et } Q_{\phi_x}.$$

Soit, par application des équations de LAGRANGE:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_{q_i}$$

avec:

$$\begin{array}{lll} \frac{\partial T}{\partial \dot{u}_y} = m \cdot \dot{u}_y & \frac{\partial T}{\partial \dot{u}_z} = m \cdot \dot{u}_z & \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_x} = I \cdot \dot{\phi}_x \\ \frac{\partial U}{\partial u_y} = m \cdot g_{y_i} & \frac{\partial U}{\partial u_z} = m \cdot g_{z_i} & \frac{\partial U}{\partial \phi_x} = 0 \end{array}$$

nous obtenons les équations du mouvement de l'élément:

$$\begin{cases} m \cdot \ddot{u}_y = Q_{u_y} - m \cdot g_{y_i} \\ m \cdot \ddot{u}_z = Q_{u_z} - m \cdot g_{z_i} \\ I \cdot \ddot{\phi}_x = Q_{\phi_x} \end{cases}$$

* La ligne de compression n'étant pas systématiquement orientée suivant la direction horizontale, l'expression de l'accélération de pesanteur revêt deux composantes dans le repère local lié au système bielle-manivelle.

3.2.4.2. Dynamique de la bielle

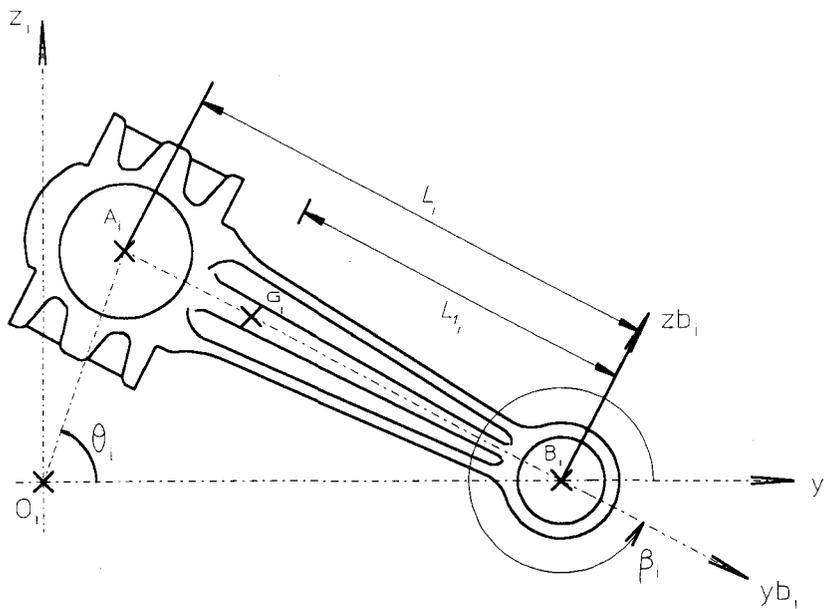


figure 3.7

Les torseurs des actions de liaisons s'écrivent:

Action du vilebrequin sur la bielle

Liaison pivot autour de \vec{x}_i avec couple de frottement $-L_{BV_i}$

$$\left\{ \mathcal{J}_d^{V/B} \right\}_{A_i} = \begin{Bmatrix} -Y_{BV_i} \cdot \vec{y}_i - Z_{BV_i} \cdot \vec{z}_i \\ -L_{BV_i} \cdot \vec{x}_i \end{Bmatrix}$$

Action de la crosse sur la bielle

Liaison pivot autour de \vec{x}_i avec couple de frottement L_{CB_i}

$$\left\{ \mathcal{J}_d^{C/B} \right\}_{B_i} = \begin{Bmatrix} Y_{CB_i} \cdot \vec{y}_i + Z_{CB_i} \cdot \vec{z}_i \\ L_{CB_i} \cdot \vec{x}_i \end{Bmatrix}$$

Lors d'un accroissement δu_y de la coordonnée généralisée u_y , le point A_i se déplace de la quantité $\delta u_y \cdot \vec{y}_i$ et le point B_i se déplace de la quantité $\delta u_y \cdot \vec{y}_i$. Le travail des actions extérieures dans ce déplacement sera:

$$\delta W = -Y_{BV_i} \cdot \delta u_y + Y_{CB_i} \cdot \delta u_y$$

soit:

$$Q_{u_y} = Y_{CB_i} - Y_{BV_i}.$$

Pour un accroissement de la coordonnée généralisée u_z , un raisonnement similaire conduit à:

$$Q_{u_z} = Z_{CB_i} - Z_{BV_i}.$$

Enfin, lors d'un accroissement $\delta \varphi_x$ de la coordonnée généralisée φ_x , le point A_i se déplace de la quantité:

$$\delta \left(-(L_i - L_{l_i}) \cdot \cos \varphi_x \cdot \vec{y}_i - (L_i - L_{l_i}) \cdot \sin \varphi_x \cdot \vec{z}_i + \varphi_x \cdot \vec{x}_i \right)$$

et le point B_i se déplace de la quantité:

$$\delta (L_i \cdot \cos \varphi_x \cdot \vec{y}_i + L_i \cdot \sin \varphi_x \cdot \vec{z}_i + \varphi_x \cdot \vec{x}_i).$$

Le travail virtuel des actions extérieures dans ce déplacement sera:

$$\begin{aligned} \delta W = & \left[-Y_{BV_i} \cdot (L_i - L_{l_i}) \cdot \sin \varphi_x + Z_{BV_i} \cdot (L_i - L_{l_i}) \cdot \cos \varphi_x - L_{BV_i} \right] \cdot \delta \varphi_x \dots \\ & \dots + \left[-Y_{CB_i} \cdot L_i \cdot \sin \varphi_x + Z_{CB_i} \cdot L_i \cdot \cos \varphi_x + L_{CB_i} \right] \cdot \delta \varphi_x. \end{aligned}$$

soit, sachant que dans le cas de la bielle $\varphi_x \equiv \beta_i$:

$$Q_{\varphi_x} = (L_i - L_{l_i}) \left(-Y_{BV_i} \cdot \sin \beta_i + Z_{BV_i} \cdot \cos \beta_i \right) + L_i \left(-Y_{CB_i} \cdot \sin \beta_i + Z_{CB_i} \cdot \cos \beta_i \right) - L_{BV_i} + L_{CB_i}.$$

L'équation du mouvement de la bielle s'écrit donc:

$$\begin{cases} m_{b_i} \cdot GGY_i = Y_{CB_i} - Y_{BV_i} - m_{b_i} \cdot g_{y_i} \\ m_{b_i} \cdot GGZ_i = Z_{CB_i} - Z_{BV_i} - m_{b_i} \cdot g_{z_i} \\ I_{b_i} \cdot \ddot{\beta}_i = (L_i - L_{l_i}) \left(Y_{BV_i} \cdot \sin \beta_i - Z_{BV_i} \cdot \cos \beta_i \right) - L_i \left(Y_{CB_i} \cdot \sin \beta_i - Z_{CB_i} \cdot \cos \beta_i \right) - L_{BV_i} + L_{CB_i} \end{cases}$$

3.2.4.3. Dynamique de la crosse

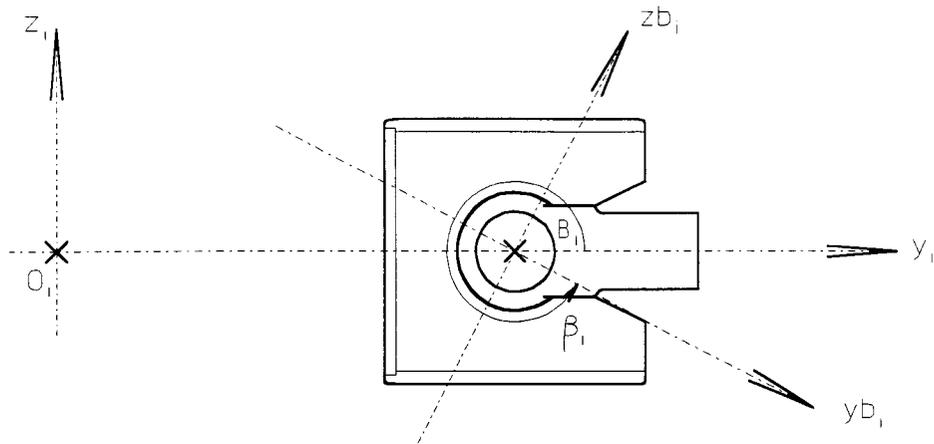


figure 3.8

Les torseurs des actions de liaisons s'écrivent:

Action de la bielle sur la crosse

Liaison pivot autour de \vec{x}_i avec couple de frottement $-L_{CB_i}$

$${}_{B_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{B/C} \right\} = \begin{Bmatrix} -Y_{CB_i} \cdot \vec{y}_i - Z_{CB_i} \cdot \vec{z}_i \\ -L_{CB_i} \cdot \vec{x}_i \end{Bmatrix}$$

Action de la glissière sur la crosse

Liaison pivot autour de \vec{y}_i avec force de frottement Y_{GC_i}

$${}_{B_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{G/C} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{GC_i} \cdot \vec{y}_i + Z_{GC_i} \cdot \vec{z}_i \\ L_{GC_i} \cdot \vec{x}_i \end{Bmatrix}$$

Action de la tige sur la crosse

Liaison pivot autour de \vec{x}_i

$${}_{B_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{T/C} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{TC_i} \cdot \vec{y}_i + Z_{TC_i} \cdot \vec{z}_i \\ L_{TC_i} \cdot \vec{x}_i \end{Bmatrix}$$

Lors d'un accroissement δu_y de la coordonnée généralisée u_y , le point B_i se déplace de la quantité $\delta u_y \cdot \vec{y}_i$. Le travail virtuel des actions extérieures dans ce déplacement sera:

$$\delta W = -Y_{CB_i} \cdot \delta u_y + Y_{GC_i} \cdot \delta u_y + Y_{TC_i} \cdot \delta u_y$$

soit:

$$Q_{u_y} = Y_{TC_i} + Y_{GC_i} - Y_{CB_i}$$

Un raisonnement similaire conduit à:

$$Q_{u_z} = Z_{TC_i} + Z_{GC_i} - Z_{CB_i}$$

et

$$Q_{\varphi_x} = L_{GC_i} - L_{CB_i}$$

La liaison \mathcal{L}_{sc} supprime les degrés de liberté u_z et φ_x de la crosse.

L'équation du mouvement de la crosse s'écrit donc:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{c_i} \cdot GBY_i = Y_{TC_i} + Y_{GC_i} - Y_{CB_i} - m_{c_i} \cdot g_{y_i} \\ 0 = Z_{TC_i} + Z_{GC_i} - Z_{CB_i} - m_{c_i} \cdot g_{z_i} \\ 0 = L_{GC_i} - L_{CB_i} \end{array} \right.$$

3.2.4.3. Dynamique de la tige

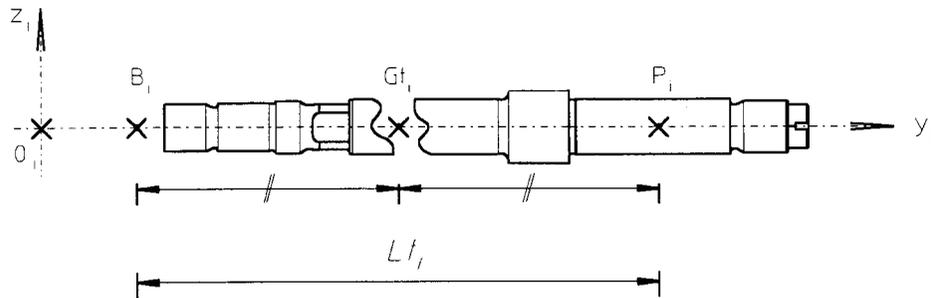


figure 3.9

Les torseurs des actions de liaisons s'écrivent:

Action de la crosse sur la tige

Liaison pivot autour de \vec{x}_i

$${}_{B_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{C/T} \right\} = \begin{Bmatrix} -Y_{TC_i} \cdot \vec{y}_i - Z_{TC_i} \cdot \vec{z}_i \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Action du piston sur la tige

Liaison encastrement

$${}_{P_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{P/T} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{PT_i} \cdot \vec{y}_i + Z_{PT_i} \cdot \vec{z}_i \\ L_{PT_i} \cdot \vec{x}_i \end{Bmatrix}$$

Action du frottement sur la tige

Action du frottement seul ramenée en G_t ,

$${}_{G_t} \left\{ \mathcal{J}_d^{S/T} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{ST_i} \cdot \vec{y}_i \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Lors d'un accroissement δu_y de la coordonnée généralisée u_y , les points B_i , P_i et Gt_i se déplacent de la quantité $\delta u_y \cdot \vec{y}_i$. Le travail des actions extérieures dans ce déplacement sera:

$$\delta W = -Y_{TC_i} \cdot \delta u_y + Y_{PT_i} \cdot \delta u_y + Y_{ST_i} \cdot \delta u_y$$

soit:

$$Q_{u_y} = Y_{PT_i} - Y_{TC_i} + Y_{ST_i}$$

Un raisonnement similaire pour la coordonnée généralisée u_z mène à:

$$Q_{u_z} = Z_{PT_i} - Z_{TC_i}$$

Lors d'un accroissement $\delta \varphi_x$ de la coordonnée généralisée φ_x , le point B_i se déplace de la quantité:

$$\delta \left(-\frac{Lt_i}{2} \cdot \cos \varphi_x \cdot \vec{y}_i - \frac{Lt_i}{2} \cdot \sin \varphi_x \cdot \vec{z}_i + \varphi_x \cdot \vec{x}_i \right)$$

et le point P_i se déplace de la quantité:

$$\delta \left(\frac{Lt_i}{2} \cdot \cos \varphi_x \cdot \vec{y}_i + \frac{Lt_i}{2} \cdot \sin \varphi_x \cdot \vec{z}_i + \varphi_x \cdot \vec{x}_i \right)$$

Le travail virtuel des actions extérieures dans ce déplacement sera:

$$\begin{aligned} \delta W = & -Y_{TC_i} \cdot \frac{Lt_i}{2} \cdot \delta \varphi_x \cdot \sin \varphi_x + Z_{TC_i} \cdot \frac{Lt_i}{2} \cdot \delta \varphi_x \cdot \cos \varphi_x \dots \\ & \dots - Y_{PT_i} \cdot \frac{Lt_i}{2} \cdot \delta \varphi_x \cdot \sin \varphi_x + Z_{PT_i} \cdot \frac{Lt_i}{2} \cdot \delta \varphi_x \cdot \cos \varphi_x + L_{PT_i} \cdot \delta \varphi_x \end{aligned}$$

soit:

$$Q_{\varphi_x} = \frac{Lt_i}{2} \left[-Y_{TC_i} \cdot \sin \varphi_x + Z_{TC_i} \cdot \cos \varphi_x - Y_{PT_i} \cdot \sin \varphi_x + Z_{PT_i} \cdot \cos \varphi_x \right] + L_{PT_i}$$

Equation du mouvement de la tige.

La liaison \mathcal{L}_{ct} associée à la liaison \mathcal{L}_{sc} empêche tout déplacement du point B_i suivant \bar{z}_i , soit:

$$u_z - \frac{Lt_i}{2} \sin \varphi_x = 0.$$

La liaison \mathcal{L}_{sp} par l'intermédiaire de la liaison \mathcal{L}_{ip} empêche tout déplacement du point P_i suivant \bar{z}_i , soit:

$$u_z + \frac{Lt_i}{2} \sin \varphi_x = 0.$$

Nous avons donc pour la tige:

$$\begin{cases} \varphi_x = 0 \\ u_z = 0 \end{cases}$$

L'équation du mouvement de la tige s'écrit donc:

$$\begin{cases} m_{t_i} \cdot GBY_i = Y_{PT_i} - Y_{TC_i} + Y_{ST_i} & -m_{t_i} \cdot g_{y_i} \\ 0 = Z_{PT_i} - Z_{TC_i} & -m_{t_i} \cdot g_{z_i} \\ 0 = L_{PT_i} + \frac{Lt_i}{2} (Z_{PT_i} + Z_{TC_i}) \end{cases}$$

3.2.4.5. Dynamique du piston

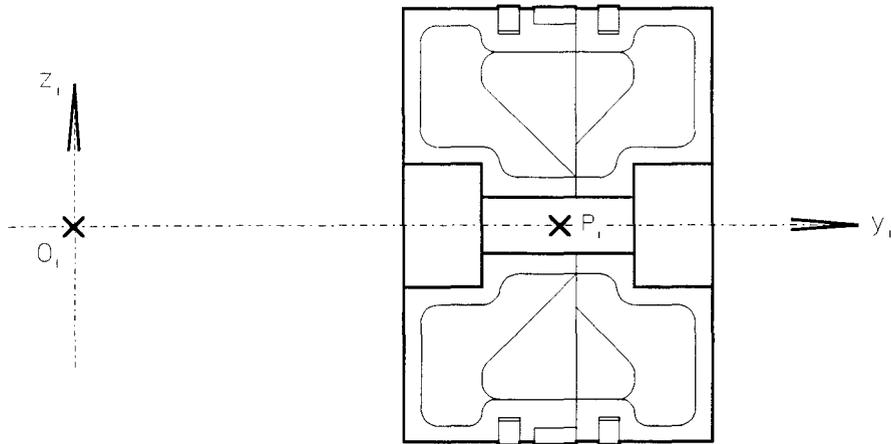


figure 3.10

Les torseurs des actions de liaisons s'écrivent:

Action de la tige sur le piston

Liaison encastrement

$${}_{P_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{T/P} \right\} = \begin{Bmatrix} -Y_{PT_i} \cdot \vec{y}_i - Z_{PT_i} \cdot \vec{z}_i \\ -L_{PT_i} \cdot \vec{x}_i \end{Bmatrix}$$

Action du cylindre sur le piston

Liaison linéique annulaire autour de \vec{y}_i , avec force de frottement Y_{CP_i}

$${}_{P_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{C/P} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{CP_i} \cdot \vec{y}_i + Z_{CP_i} \cdot \vec{z}_i \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Action du gaz sur le piston

Action du gaz ramenée en P_i

$${}_{P_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{G/P} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{P_i} \cdot \vec{y}_i \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

Lors d'un accroissement δu_y de la coordonnée généralisée u_y , le point P_i se déplace de la quantité $\delta u_y \cdot \vec{y}_i$. Le travail des actions extérieures dans ce déplacement sera:

$$\delta W = -Y_{PT_i} \cdot \delta u_y + Y_{CP_i} \cdot \delta u_y + Y_{pfi} \cdot \delta u_y$$

soit:

$$Q_{u_y} = Y_{CP_i} + Y_{pfi} - Y_{PT_i}$$

Un raisonnement similaire conduit à:

$$Q_{u_z} = Z_{CP_i} - Z_{PT_i}$$

et

$$Q_{\phi_x} = -L_{PT_i}$$

La liaison \mathcal{L}_{sp} supprime le degré de liberté u_z et la liaison \mathcal{L}_{tp} supprime le degré de liberté ϕ_x du piston.

L'équation du mouvement du piston s'écrit donc:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_{p_i} \cdot G B Y_i = Y_{CP_i} - Y_{PT_i} + Y_{pfi} - m_{p_i} \cdot g y_i \\ 0 = Z_{CP_i} - Z_{PT_i} - m_{p_i} \cdot g z_i \\ 0 = -L_{PT_i} \end{array} \right.$$

3.3. ETUDE DE LA LIGNE D'ARBRE

3.3.1. Paramétrage de la géométrie des compresseurs

Afin de pouvoir étudier différentes structures de compresseurs, nous paramétrons la géométrie du compresseur de la façon suivante (figure 3.11).

La machine est liée à un repère global \mathcal{R} ($O, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z}$) avec le point O situé au centre de gravité du volant d'inertie, la direction \vec{X} suivant l'axe du vilebrequin et la direction \vec{Z} suivant la verticale ascendante. Chaque ligne de compression est liée à un repère local \mathcal{R}_i ($O_i, \vec{x}_i \equiv \vec{X}, \vec{y}_i, \vec{z}_i$) avec le point O_i situé à l'intersection de l'axe de la ligne n°i et de l'axe \vec{X} , la direction \vec{y}_i étant suivant l'axe de la ligne de compression.

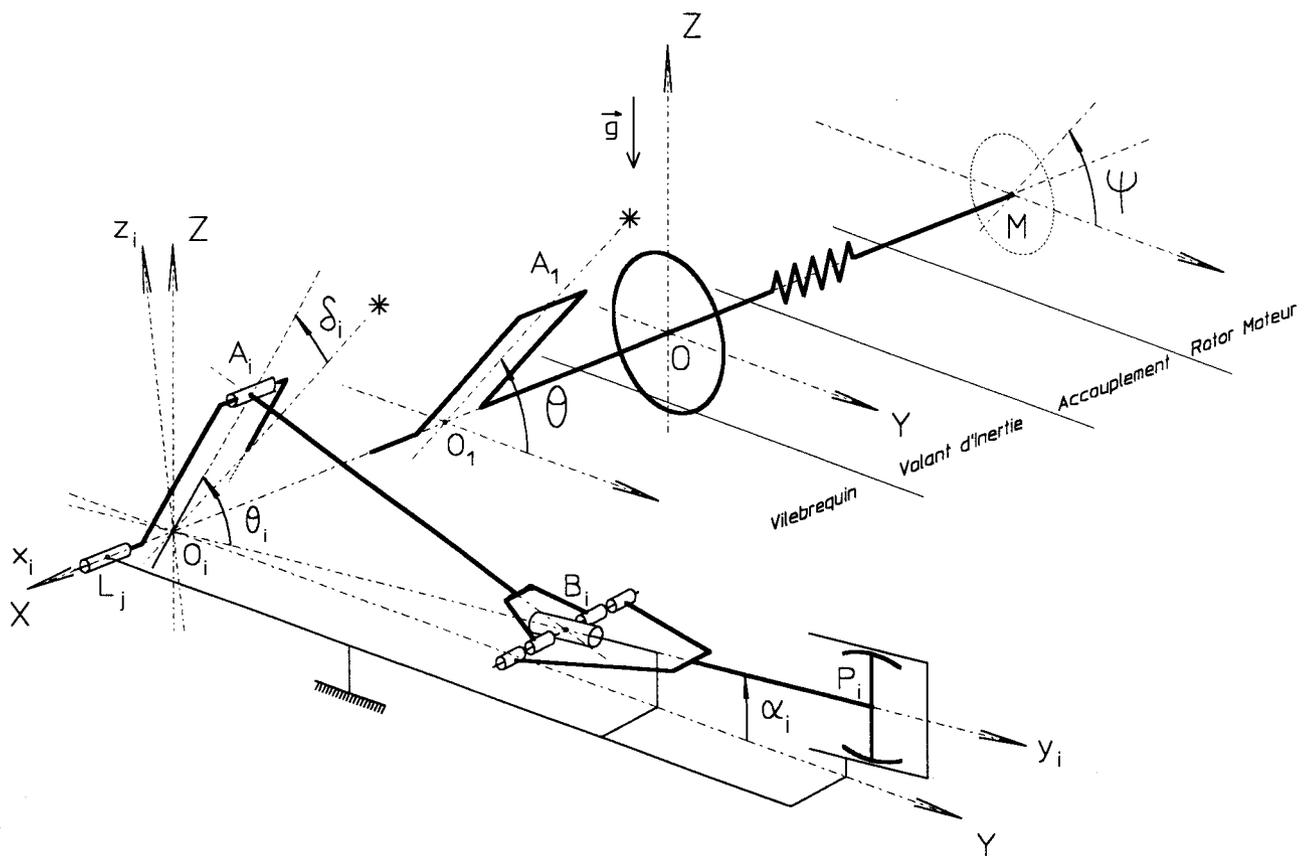


figure 3.11

Pour permettre l'étude d'architectures différentes, nous définissons l'angle de calage de chaque ligne de compression α_i . De la même façon, nous définissons l'angle de calage δ_i des manetons liés à chaque ligne de compression, celui-ci étant compté à partir du maneton le plus proche du volant d'inertie (voir * sur figure 12). Si θ est la position angulaire du vilebrequin (comptée entre l'horizontale et le maneton le plus proche du volant d'inertie) et si θ_i est la position angulaire de chaque maneton du vilebrequin dans le repère \mathcal{R}_i (comptée entre l'axe local \vec{y}_i et le maneton n°i), nous aurons:

$$\theta_i = \theta + \delta_i - \alpha_i.$$

L'angle θ permet de définir à tout instant la configuration de chaque ligne de compression; il constitue donc un degré de liberté principal du mécanisme**. les autres paramètres liés à la géométrie sont le rayon de manivelle R_i et la longueur de bielle L_i .

Lors de l'établissement des équations de la cinématique du système bielle-manivelle, les vitesses et les accélérations sont exprimées en fonctions de $\dot{\theta}_i$ et $\ddot{\theta}_i$. D'après la définition précédente de θ_i , nous avons $\dot{\theta}_i = \dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}_i = \ddot{\theta}$ (α_i et δ_i ne dépendent pas du temps).

D'autre part, lors de l'établissement des équations de la dynamique, l'accélération de la pesanteur \vec{g} est décomposée suivant les axes \vec{y}_i et \vec{z}_i . Ces deux composantes de la pesanteur peuvent s'exprimer en fonction de l'angle α_i :

$$\begin{cases} g_{y_i} = g \cdot \sin \alpha_i \\ g_{z_i} = g \cdot \cos \alpha_i \end{cases}$$

La transmission élastique présente dans la chaîne cinématique est à l'origine de certains phénomènes dynamiques que nous cherchons à modéliser (phénomènes transitoires, irrégularité cyclique...). Celle-ci est donc modélisée en tant que rigidité en torsion associée à un amortissement; sa prise en compte induit l'existence d'un degré de liberté qui est la position angulaire du rotor moteur ψ .

Le mécanisme étudié comporte donc deux degrés de libertés principaux qui sont la position angulaire du vilebrequin θ et la position angulaire du rotor moteur ψ .

** Remarque: la structure réelle du vilebrequin n'est pas prise en compte dans le modèle. Le vilebrequin est supposé équilibré statiquement (c'est pratiquement toujours le cas excepté pour les compresseurs à une ligne de compression). Dans le cas contraire, l'action de la pesanteur modifie le couple résistant (action résistante sur la montée du contrepoids et action motrice sur la descente); ce phénomène n'est pas représenté par le modèle développé lors de ce travail.

3.3.2. Etude dynamique de la ligne d'arbre

Le système étudié est constitué d'un rotor moteur et d'un vilebrequin tous deux reliés par un accouplement de type élastique. Cet ensemble est relié au bâti par l'intermédiaire de paliers.

Le comportement dynamique du système ainsi constitué est complètement défini par les angles ψ et θ , respectivement position angulaire du rotor moteur et du vilebrequin. Ces deux grandeurs constituent donc les coordonnées généralisées du système étudié, pour lequel l'établissement des équations de mouvement se fait par application des équations de LAGRANGE.

L'inertie coté rotor moteur est notée I_r et l'inertie totale coté vilebrequin est notée I_v ; l'énergie cinétique s'écrit donc:

$$T = \frac{1}{2} I_r \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} I_v \cdot \dot{\theta}^2.$$

L'énergie potentielle de la ligne d'arbre résidera essentiellement dans la torsion de l'accouplement de rigidité K_t , soit:

$$U = \frac{1}{2} K_t (\psi - \theta)^2.$$

Enfin, l'énergie dissipée par frottement viscoélastique dans l'accouplement ayant pour caractéristique d'amortissement c s'exprime comme:

$$D = \frac{1}{2} c (\dot{\psi} - \dot{\theta})^2.$$

Il nous reste, pour pouvoir développer les équations de LAGRANGE, à déterminer l'expression des forces généralisées Q_θ et Q_ψ associées aux coordonnées généralisées θ et ψ .

Les torseurs des actions extérieures au système étudié sont:

Actions des bielles sur le vilebrequin (aux manetons i)

$${}_{A_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{B/V} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{BV_i} \cdot \vec{y}_i + Z_{BV_i} \cdot \vec{z}_i \\ L_{BV_i} \cdot \vec{x}_i \end{Bmatrix}$$

soit, dans le repère global:

$${}_{A_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{B/V} \right\} = \begin{Bmatrix} (Y_{BV_i} \cdot \cos \alpha_i - Z_{BV_i} \cdot \sin \alpha_i) \cdot \vec{Y} + (Y_{BV_i} \cdot \sin \alpha_i + Z_{BV_i} \cdot \cos \alpha_i) \cdot \vec{Z} \\ L_{BV_i} \cdot \vec{X} \end{Bmatrix}$$

Actions des paliers de ligne d'arbre sur le vilebrequin (aux paliers j)

$${}_{L_j} \left\{ \mathcal{J}_d^{S/V} \right\} = \begin{Bmatrix} (\vec{R}) \\ L_{SV_j} \cdot \vec{X} \end{Bmatrix}$$

Action du moteur sur le rotor (au point M)

$${}_M \left\{ \mathcal{J}_d^{M/R} \right\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ L_M \cdot \vec{X} \end{Bmatrix}$$

Lors d'un accroissement $\delta\theta$ de la coordonnée généralisée θ , les points A_i se déplacent de la quantité $\delta(R_i \cdot \cos(\theta + \delta_i))$ suivant \vec{Y} , de la quantité $\delta(R_i \cdot \sin(\theta + \delta_i))$ suivant \vec{Z} , et de la quantité $\delta\theta$ autour de \vec{X} . Les bielles effectuent alors le travail virtuel :

$$\begin{aligned} \delta W_B = & \sum_i \left[- (R_i \cdot \delta\theta \cdot \sin(\theta + \delta_i)) (Y_{BV_i} \cdot \cos \alpha_i - Z_{BV_i} \cdot \sin \alpha_i) \dots \right. \\ & \left. \dots + (R_i \cdot \delta\theta \cdot \cos(\theta + \delta_i)) (Y_{BV_i} \cdot \sin \alpha_i + Z_{BV_i} \cdot \cos \alpha_i) + (\delta\theta \cdot L_{BV_i}) \right]. \end{aligned}$$

Pour ce même accroissement $\delta\theta$, les couples de frottement aux paliers de ligne d'arbre effectuent le travail virtuel :

$$\delta W_P = \sum_j [\delta\theta \cdot L_{SV_j}]$$

Nous avons donc:

$$\begin{aligned} \delta\theta \cdot Q_\theta = \delta W_B + \delta W_P = \sum_i \left[-\left(R_i \cdot \delta\theta \cdot \sin(\theta + \delta_i) \right) \left(Y_{BV_i} \cdot \cos\alpha_i - Z_{BV_i} \cdot \sin\alpha_i \right) \right] \dots \\ \dots + \left(R_i \cdot \delta\theta \cdot \cos(\theta + \delta_i) \right) \left(Y_{BV_i} \cdot \sin\alpha_i + Z_{BV_i} \cdot \cos\alpha_i \right) + \left(\delta\theta \cdot L_{BV_i} \right) \Big] + \sum_j \left[\delta\theta \cdot L_{SV_j} \right] \end{aligned}$$

et la force généralisée Q_θ s'écrit:

$$Q_\theta = \sum_i \left[R_i \left(Z_{BV_i} \cdot \cos\theta_i - Y_{BV_i} \cdot \sin\theta_i \right) + L_{BV_i} \right] + \sum_j \left[L_{SV_j} \right]$$

$$\text{avec } \theta_i = \theta + \delta_i - \alpha_i.$$

De la même façon, lors d'un accroissement $\delta\psi$ de la coordonnée généralisée ψ , le couple moteur effectue le travail virtuel $\delta\psi \cdot L_M$ soit:

$$Q_\psi = L_M.$$

Nous pouvons maintenant appliquer les équations de LAGRANGE, dont nous rappelons ici la forme:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial q_i} = Q_{q_i}.$$

L'application de ces équations pour nos deux coordonnées généralisées nous mène aux deux intégrales premières du mouvement de la ligne d'arbre:

$$\begin{cases} I_r \cdot \ddot{\psi} = K_t (\theta - \psi) + c(\dot{\theta} - \dot{\psi}) + L_M \\ I_v \cdot \ddot{\theta} = K_t (\psi - \theta) + c(\dot{\psi} - \dot{\theta}) + L_R \end{cases}$$

avec $L_R = \sum_i \left[R_i \left(Z_{BV_i} \cdot \cos\theta_i - Y_{BV_i} \cdot \sin\theta_i \right) + L_{BV_i} \right] + \sum_j \left[L_{SV_j} \right]$.

3.4. BILAN DES EQUATIONS

Système n°1: mouvement en rotation autour de \vec{X}

$$\begin{aligned}
 I_r \cdot \ddot{\psi} &= K_t (\theta - \psi) + c (\dot{\theta} - \dot{\psi}) + L_M \\
 I_v \cdot \ddot{\theta} &= K_t (\psi - \theta) + c (\dot{\psi} - \dot{\theta}) + \sum_i [R_i (Z_{BV_i} \cdot \cos \theta_i - Y_{BV_i} \cdot \sin \theta_i) + L_{BV_i}] + \sum_j [L_{SV_j}]
 \end{aligned}$$

Système n°2: mouvement plan dans $(O_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i)$

$$m_{b_i} \cdot GGY_i = Y_{CB_i} - Y_{BV_i} - m_{b_i} \cdot g \cdot \sin \alpha_i \quad [1]$$

$$m_{b_i} \cdot GGZ_i = Z_{CB_i} - Z_{BV_i} - m_{b_i} \cdot g \cdot \cos \alpha_i \quad [2]$$

$$I_{b_i} \cdot \ddot{\beta}_i = (L_i - L_{l_i}) (Z_{BV_i} \cdot \cos \beta_i - Y_{BV_i} \cdot \sin \beta_i) + L_{l_i} (Z_{CB_i} \cdot \cos \beta_i - Y_{CB_i} \cdot \sin \beta_i) - L_{BV_i} + L_{CB_i} \quad [3]$$

$$m_{c_i} \cdot GBY_i = Y_{TC_i} + Y_{GC_i} - Y_{CB_i} - m_{c_i} \cdot g \cdot \sin \alpha_i \quad [4]$$

$$0 = Z_{TC_i} + Z_{GC_i} - Z_{CB_i} - m_{c_i} \cdot g \cdot \cos \alpha_i \quad [5]$$

$$0 = L_{GC_i} - L_{CB_i} \quad [6]$$

$$m_{t_i} \cdot GBY_i = Y_{PT_i} - Y_{TC_i} + Y_{ST_i} - m_{t_i} \cdot g \cdot \sin \alpha_i \quad [7]$$

$$0 = Z_{PT_i} - Z_{TC_i} - m_{t_i} \cdot g \cdot \cos \alpha_i \quad [8]$$

$$0 = L_{PT_i} + \frac{L_{t_i}}{2} (Z_{PT_i} + Z_{TC_i}) \quad [9]$$

$$m_{p_i} \cdot GBY_i = Y_{CP_i} + Y_{PT_i} - Y_{PT_i} - m_{p_i} \cdot g \cdot \sin \alpha_i \quad [10]$$

$$0 = Z_{CP_i} - Z_{PT_i} - m_{p_i} \cdot g \cdot \cos \alpha_i \quad [11]$$

$$0 = -L_{PT_i} \quad [12]$$

Le deuxième système d'équations est un système de 12 équations à 12 inconnues. La résolution de ce système nous permet d'exprimer les composantes indéterminées des différents torseurs, et en particulier les efforts Y_{BV_i} et Z_{BV_i} appliqués en tête de bielle (voir pages suivantes). Ces composantes sont exprimées en fonction de $\theta(t)$, des forces extérieures et des forces de frottements. En réinjectant ces valeurs de Y_{BV_i} et Z_{BV_i} dans le système n°1, nous obtenons un système de deux équations différentielles dont la résolution nous permet de déterminer $\theta(t)$ et $\psi(t)$.

BILAN DES EQUATIONS DE LA DYNAMIQUE DU SYSTEME BIELLE-MANIVELLE*

La totalité de la masse en mouvement alternatif est notée $m_{alt_i} = m_{p_i} + m_{t_i} + m_{c_i}$ et l'on considère que l'accélération des masses alternatives (points , B_i, G_{t_i} et P_i) est GBY_i.

ACTION DU GAZ SUR LE PISTON

$${}_{P_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{G/P} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{P_i} \cdot \vec{y}_i \\ \vec{0} \end{Bmatrix}.$$

ACTION DU CYLINDRE SUR LE PISTON [11]

$${}_{P_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{C/P} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{CP_i} \cdot \vec{y}_i + Z_{CP_i} \cdot \vec{z}_i \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

$$\text{avec } Z_{CP_i} = \left(\frac{1}{2} \cdot m_{t_i} + m_{p_i} \right) \cdot g \cdot \cos \alpha_i.$$

ACTION DE LA TIGE SUR LE PISTON [10] et [9+12]

$${}_{P_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{T/P} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{TP_i} \cdot \vec{y}_i + Z_{TP_i} \cdot \vec{z}_i \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

$$\text{avec } Y_{TP_i} = -Y_{P_i} - Y_{CP_i} + m_{p_i} (GBY_i + g \cdot \sin \alpha_i) \quad \text{et} \quad Z_{TP_i} = -\frac{1}{2} \cdot m_{t_i} \cdot g \cdot \cos \alpha_i.$$

ACTION DE LA CROSSE SUR LA TIGE [7] et [9+12]

$${}_{B_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{C/T} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{CT_i} \cdot \vec{y}_i + Z_{CT_i} \cdot \vec{z}_i \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

$$\text{avec } Y_{CT_i} = -Y_{P_i} - Y_{CP_i} - Y_{ST_i} + (m_{t_i} + m_{p_i}) \cdot (GBY_i + g \cdot \sin \alpha_i) \quad \text{et} \quad Z_{CT_i} = \frac{1}{2} \cdot m_{t_i} \cdot g \cdot \cos \alpha_i.$$

ACTION DE LA GARNITURE SUR LA TIGE

$${}_{G_{t_i}} \left\{ \mathcal{J}_d^{S/T} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{ST_i} \cdot \vec{y}_i \\ \vec{0} \end{Bmatrix}.$$

* Les équations prennent en compte les remarques faites en 3.3.1. concernant les dérivées de la position angulaire du maneton et les composantes de la pesanteur.

ACTION DE LA GLISSIERE SUR LA CROSSE [5] et [6]

$${}_{B_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{G/C} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{GC_i} \cdot \vec{y}_i + Z_{GC_i} \cdot \vec{z}_i \\ L_{GC_i} \cdot \vec{x}_i \end{Bmatrix}$$

avec $Z_{GC_i} = \frac{I_{b_i} \cdot \ddot{\beta}_i - L_{CB_i} + L_{BV_i}}{L_i \cdot \cos \beta_i} + \left(\frac{Ll_i}{L_i} - 1 \right) \cdot m_{b_i} \cdot \operatorname{tg} \beta_i \cdot GGY_i + \left(1 - \frac{Ll_i}{L_i} \right) \cdot m_{b_i} \cdot GGZ_i \dots$

$\dots + \left(\frac{Ll_i}{L_i} - 1 \right) \cdot m_{b_i} \cdot g \cdot \sin \alpha_i \cdot \operatorname{tg} \beta_i + \left[\left(1 - \frac{Ll_i}{L_i} \right) \cdot m_{b_i} + \frac{1}{2} \cdot m_{t_i} + m_{c_i} \right] \cdot g \cdot \cos \alpha_i \dots$

$\dots + \left[Y_{pr_i} + Y_{CP_i} + Y_{ST_i} + Y_{GC_i} - m_{alt_i} \cdot (GBY_i + g \cdot \sin \alpha_i) \right] \cdot \operatorname{tg} \beta_i$ et $L_{GC_i} = L_{CB_i}$.

ACTION DE LA CROSSE SUR LA BIELLE [4] et [2]

$${}_{B_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{C/B} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{CB_i} \cdot \vec{y}_i + Z_{CB_i} \cdot \vec{z}_i \\ L_{CB_i} \cdot \vec{x}_i \end{Bmatrix}$$

avec $Y_{CB_i} = Y_{pr_i} + Y_{CP_i} + Y_{GC_i} + Y_{ST_i} - m_{alt_i} \cdot (GBY_i + g \cdot \sin \alpha_i)$

et $Z_{CB_i} = \frac{I_{b_i} \cdot \ddot{\beta}_i - L_{CB_i} + L_{BV_i}}{L_i \cdot \cos \beta_i} + \left(\frac{Ll_i}{L_i} - 1 \right) \cdot m_{b_i} \cdot \operatorname{tg} \beta_i \cdot GGY_i + \left(1 - \frac{Ll_i}{L_i} \right) \cdot m_{b_i} \cdot GGZ_i \dots$

$\dots + \left(\frac{Ll_i}{L_i} - 1 \right) \cdot m_{b_i} \cdot g \cdot \sin \alpha_i \cdot \operatorname{tg} \beta_i + \left(1 - \frac{Ll_i}{L_i} \right) \cdot m_{b_i} \cdot g \cdot \cos \alpha_i \dots$

$\dots + \left[Y_{pr_i} + Y_{CP_i} + Y_{GC_i} + Y_{ST_i} - m_{alt_i} \cdot (GBY_i + g \cdot \sin \alpha_i) \right] \cdot \operatorname{tg} \beta_i$.

ACTION DE LA BIELLE SUR LE VILEBREQUIN [1] et [3]*

$${}_{A_i} \left\{ \mathcal{J}_d^{B/V} \right\} = \begin{Bmatrix} Y_{BV_i} \cdot \vec{y}_i + Z_{BV_i} \cdot \vec{z}_i \\ L_{BV_i} \cdot \vec{x}_i \end{Bmatrix}$$

avec $Y_{BV_i} = Y_{pr_i} + Y_{CP_i} + Y_{GC_i} + Y_{ST_i} - (m_{alt_i} + m_{b_i}) \cdot g \cdot \sin \alpha_i - m_{alt_i} \cdot GBY_i - m_{b_i} \cdot GGY_i$

et $Z_{BV_i} = \frac{I_{b_i} \cdot \ddot{\beta}_i - L_{CB_i} + L_{BV_i}}{L_i \cdot \cos \beta_i} + \frac{Ll_i}{L_i} \cdot m_{b_i} \cdot \left[\operatorname{tg} \beta_i \cdot GGY_i - GGZ_i + g \cdot (\sin \alpha_i \cdot \operatorname{tg} \beta_i - \cos \alpha_i) \right] + Y_{BV_i} \cdot \operatorname{tg} \beta_i$

* Ces différentes équations sont obtenues en développant successivement [12],[9],[8],[11],[6],[10],[7],[4],[1],[2],[3] et [5].

3.5. MISE EN EQUATIONS

Les équations* décrivant le comportement dynamique de la chaîne cinématique du compresseur étant définies, il nous reste à exprimer les forces de frottement, le couple moteur et les forces dues à la compression en fonction des deux degrés de liberté principaux θ et ψ .

D'autre part, pour résoudre le système d'équations du second ordre obtenu en 3.4., il nous faut le décomposer en un système du premier ordre et donc exprimer les différents termes de ces équations en fonction de $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, \psi, \dot{\psi},$ et $\ddot{\psi}$ seuls.

3.5.1. Grandeurs cinématiques

Les résultats obtenus en 3.2.3. sont regroupés et exprimés en fonction des degrés de liberté principaux et de leurs dérivées premières et secondes par rapport au temps.

$$\theta_i = \theta + \delta_i - \alpha_i \quad \text{et} \quad \lambda_i = \frac{R_i}{L_i}.$$

$$\sin\beta_i = -\lambda_i \cdot \sin\theta_i \quad \text{et} \quad \cos\beta_i = +\sqrt{1 - \lambda_i^2 \cdot \sin^2\theta_i}.$$

$$\begin{cases} \text{VBY}_i = \text{vby}_i \cdot \dot{\theta}. \\ \text{GBY}_i = \text{gby}_{i1} \cdot \ddot{\theta} + \text{gby}_{i2} \cdot \dot{\theta}^2. \\ \text{GGY}_i = \text{ggy}_{i1} \cdot \ddot{\theta} + \text{ggy}_{i2} \cdot \dot{\theta}^2. \\ \text{GGZ}_i = \text{ggz}_{i1} \cdot \ddot{\theta} + \text{ggz}_{i2} \cdot \dot{\theta}^2. \end{cases}$$

avec:

$$\begin{cases} \text{vby}_i = -R_i \cdot \sin\theta_i \cdot \left[1 + \frac{\lambda_i \cdot \cos\theta_i}{\cos\beta_i} \right]. \\ \text{gby}_{i1} = \text{vby}_i. \\ \text{gby}_{i2} = -R_i \cdot \left[\cos\theta_i + \frac{\lambda_i \cdot \cos 2\theta_i}{\cos\beta_i} + \frac{\lambda_i^3 \cdot \sin^2 2\theta_i}{4 \cdot \cos^3 \beta_i} \right]. \\ \text{ggy}_{i1} = -R_i \cdot \sin\theta_i \cdot \left[1 + \frac{\lambda_i^2 \cdot (L_i - Ll_i) \cdot \cos\theta_i}{R_i \cdot \cos\beta_i} \right]. \\ \text{ggy}_{i2} = -R_i \cdot \left[\cos\theta_i + \frac{\lambda_i^2 \cdot (L_i - Ll_i) \cdot \cos 2\theta_i}{R_i \cdot \cos\beta_i} + \frac{\lambda_i^4 \cdot (L_i - Ll_i) \cdot \sin^2 2\theta_i}{4 \cdot R_i \cdot \cos^3 \beta_i} \right]. \\ \text{ggz}_{i1} = \lambda_i \cdot Ll_i \cdot \cos\theta_i. \\ \text{ggz}_{i2} = -\lambda_i \cdot Ll_i \cdot \sin\theta_i. \end{cases}$$

* Les différentes équations présentées lors de la mise en équations ont été vérifiées à l'aide d'un logiciel de calcul formel.

3.5.2. Forces de pression

La pression dans le cylindre ne peut s'exprimer en fonction de la seule variable θ_1 . Les efforts dus à la compression du gaz sont déterminés par un modèle thermodynamique de la fonction compression [31], à partir de la connaissance de la pression instantanée dans les différentes cellules de compression. Ce modèle thermodynamique prends en compte l'évolution de la pression et de la température du gaz dans la cellule de compression, les échanges thermiques, les fuites, la dynamique des clapets et les pulsations de gaz dans les tuyauteries. Ce calcul présente une bonne corrélation avec l'expérience, ainsi les effets liés à la compression sont correctement intégrés dans le modèle dynamique du compresseur* .

La pression dans le cylindre est ainsi connue pour chaque effet de compression sur un champs de valeurs discrètes de la position angulaire θ_1 . Il nous faut donc mener à une interpolation linéaire entre ces valeurs pour chaque pas de calcul. L'influence de la fluctuation de vitesse sur la caractéristique de pression est comptée négligeable devant les incertitudes commises sur les paramètres du calcul thermodynamique (H^9).

H^9 : L'influence de la fluctuation de vitesse sur la caractéristique de pression n'est pas prise en compte dans le modèle de calcul.

3.5.3. Couple moteur

Le régime de fonctionnement du moteur est fonction du couple résistant qui lui est opposé. Les moteurs sont généralement fournis avec une courbe caractéristique du couple évoluant en fonction de la vitesse du rotor (évolution obtenue point par point pour différents régimes de fonctionnement de la machine). Si cette caractéristique présente l'évolution du couple pour la globalité de la plage de vitesse (évolution lors du démarrage), elle ne permet pas de représenter l'évolution du couple lors de variation rapide de la vitesse (fluctuation de vitesse lors du fonctionnement).

Il apparait donc nécessaire de différencier l'évolution du couple en fonction du type d'approche du problème. Dans le cas où l'on étudie les cas de fonctionnement stationnaire du compresseur (fluctuation de vitesse), la caractéristique du couple est représentée par une évolution linéaire en fonction de la vitesse du rotor (équation de droite passant par le point de fonctionnement). L'évolution "dynamique" du couple est moins rapide que l'évolution "quasi-statique" (figure 3.12).

* Le modèle thermodynamique est utilisé de façon extérieure au modèle dynamique.

H^{10} : Le couple moteur est supposé fonction linéaire de la vitesse de rotation du moteur.

Dans le cas où l'on étudie le fonctionnement instationnaire du compresseur (démarrage), la globalité de l'évolution du couple en fonction de la vitesse doit être modélisée. Les courbes caractéristiques sont donc modélisées dans leur ensemble par une succession d'équations du 3^e degré dont la continuité est assurée par l'interpolation (cubic-splines). De plus, le démarrage étant effectué en câblage "étoile", de façon à réduire la "pointe d'intensité", cette caractéristique du couple est elle aussi modélisée. La temporisation de démarrage, ainsi que le temps de transition dû à la réaction des relais sont paramétrés dans le modèle de calcul (figure 3.12).

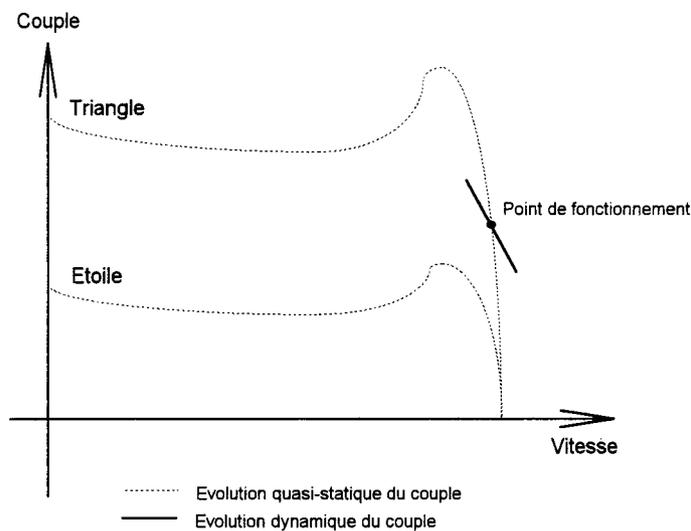


Figure 3.12

3.5.4. Transmission du mouvement entre le moteur et le compresseur

Les caractéristiques des accouplements de type "semi-élastique", reliant l'arbre moteur au vilebrequin, sont directement liées aux paramètres choisis pour modéliser le comportement de la transmission. Les données issues des catalogues des fournisseurs permettent d'obtenir la valeur de la rigidité dynamique en torsion et de l'amortissement, et de connaître la tendance de leur évolution en fonction de différents paramètres (fréquence, température...). La recherche des caractéristiques d'un accouplement "direct" ne pose donc en général pas de problème.

Dans le cas d'un accouplement par courroies, la démarche est plus délicate. Tout d'abord, la caractéristique torsionnelle de l'accouplement réside dans la rigidité longitudinale des courroies. La prise en compte du comportement en torsion de ce type de transmission nécessite donc une formulation différente, faisant intervenir les dimensions de la poulie et du volant [32].

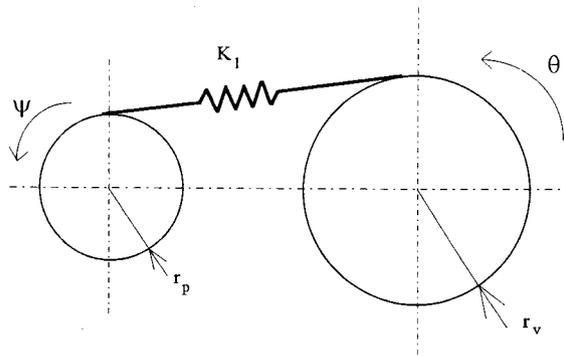


Figure 3.13

L'énergie cinétique mise en jeu dans le mécanisme s'exprime dans ce cas comme (voir 3.2.2) :

$$U = \frac{1}{2} K_l (r_p \psi - r_v \theta)^2$$

ce qui mène à la nouvelle équation de la ligne d'arbre, dans le cas d'une transmission par courroies :

$$\begin{cases} I_r \ddot{\psi} = K_l r_p (r_v \theta - r_p \psi) - c r_p (r_v \dot{\theta} - r_p \dot{\psi}) + L_M \\ I_v \ddot{\theta} = K_l r_v (r_p \psi - r_v \theta) - c r_v (r_p \dot{\psi} - r_v \dot{\theta}) + L_R \end{cases}$$

La particularité de la structure d'une courroie, ainsi que la diversité de ses matériaux constitutifs rendent difficile la détermination de ses caractéristiques de rigidité et d'amortissement, même auprès des fabricants. De plus, la valeur de la rigidité de la courroie augmente en fonction de la précontrainte statique et diminue en fonction de l'amplitude des oscillations auxquelles celle ci est soumise ; cette valeur reste constante en fonction de la fréquence mais décroît si la température augmente [33][34].

D'autre part, l'allongement longitudinal n'intervient pas seul dans la caractérisation torsionnelle de la transmission. Les diamètres d'enroulement varient en fonction de la sollicitation de la transmission. La prise en compte de ces phénomènes revêt une formulation plus complexe, nécessitant l'introduction de la géométrie des gorges et de la rigidité radiale de la courroie dans les équations [34].

Nous limitons donc la formulation de la rigidité torsionnelle de ce type de transmission à l'équation précédente, la rigidité longitudinale étant estimée expérimentalement si nécessaire.

D'autres phénomènes sont mis en jeu dans la transmission par courroies. La variation des diamètres d'enroulement et le rampement des courroies dans les gorges (glissement) modifie à tout instant le rapport de transmission. Celui ci doit donc être paramétré dans le modèle de calcul.

Enfin, les pertes mécaniques, non négligeables dans le cas d'une transmission par courroies, peuvent s'exprimer comme la somme de 1% de la puissance transmise et de 2% de la puissance transmissible maximum [35].

3.5.5. Frottements

Les frottements aux contacts entre les différents organes du mécanisme sont de deux natures; il peut s'agir de frottements visqueux (paliers ou glissières) ou de frottements secs (segmentation et garniture) si l'on est en compression non lubrifiée.

3.5.5.1. Frottements visqueux

Les paliers (vilebrequin et bielle) ainsi que la crosse-glissière sont lubrifiés. Les efforts dûs aux frottements visqueux sont calculé à partir d'une formulation simplifiée. En effet, dans le cadre de cette étude, les frottements sont introduits à seule fin d'analyse de leur influence sur les efforts internes ou pour pouvoir estimer leurs effets sur les pertes mécaniques.

Pour une liaison donnée, nous supposons l'épaisseur du film lubrifiant constante et nous admettons également que le gradient de vitesse est constant dans l'épaisseur du film. L'application de la loi de NEWTON-NAVIER [10] nous mène à l'équation suivante:

$$\vec{F}_{1/2} = \frac{\mu \cdot S_{1/2} \cdot \vec{V}_{1/2}}{e_{1/2}} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{F}_{1/2} = \text{Force de frottement de 1 sur 2} \\ \mu = \text{Viscosité dynamique de l'huile} \\ S_{1/2} = \text{Surface de l'interface 1-2} \\ \vec{V}_{1/2} = \text{Vitesse de déplacement de 1 relativement à 2} \\ e_{1/2} = \text{Epaisseur du film} \end{array} \right.$$

L'application de cette formule aux différentes liaisons permet de remonter aux couples de frottement agissants aux paliers (équation de PETROFF).

H¹¹: Les frottements visqueux sont modélisés par la loi de NEWTON-NAVIER en supposant l'épaisseur du film constante et le gradient de vitesse constant dans l'épaisseur du film.

Dans le cas de la **liaison Crosse/Glissière**, $\|\vec{V}\| = -VBY_i$ et nous avons:

$$Y_{GC_i} = \frac{-\mu \cdot s_{G_i} \cdot VBY_i}{e_{G_i}}$$

Dans le cas d'un palier fluide, nous pouvons exprimer la surface de l'interface en fonction du rayon du palier et de sa longueur; de la même façon, la vitesse à l'interface s'exprime en fonction du rayon du palier et de la vitesse de rotation. Enfin, le couple peut s'exprimer comme fonction du rayon du palier et de la force de frottement. En substituant ces valeurs dans l'équation précédente, nous obtenons l'équation de PETROFF qui permet le calcul du couple de frottement visqueux.

$$\bar{L}_{1/2} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot l_{1/2} \cdot r_{1/2}^3 \cdot \vec{\omega}_{1/2}}{e_{1/2}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \bar{L}_{1/2} = \text{Couple de frottement de 1 sur 2} \\ \mu = \text{Viscosité dynamique de l'huile} \\ l_{1/2} = \text{Longueur de l'interface 1-2} \\ r_{1/2} = \text{Rayon de l'interface 1-2} \\ \vec{\omega}_{1/2} = \text{Vitesse de rotation de 1 relativement à 2} \\ e_{1/2} = \text{Epaisseur du film} \end{cases}$$

Dans le cas de la **liaison Maneton/Tête de Bielle**, $\|\vec{\omega}\| = \omega_{\rho_{wi}/\rho_{bi}} = \dot{\theta} - \dot{\beta}_i$ et nous avons:

$$L_{BV_i} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot l_{a_i} \cdot r_{a_i}^3 \cdot (\dot{\beta}_i - \dot{\theta})}{e_{a_i}}$$

Dans le cas de la **liaison Axe de Crosse/Tête de Bielle**, $\|\vec{\omega}\| = \omega_{\rho_{ci}/\rho_{bi}} = -\dot{\beta}_i$ et nous avons:

$$L_{CB_i} = \frac{-2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot l_{b_i} \cdot r_{b_i}^3 \cdot \dot{\beta}_i}{e_{b_i}}$$

Dans le cas de la **liaison Bâti/Vilebrequin**, $\|\vec{\omega}\| = \omega_{\rho_{wi}/\rho_{pi}} = -\dot{\theta}$ et nous avons:

$$L_{SV_j} = \frac{-2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot l_{p_j} \cdot r_{p_j}^3 \cdot \dot{\theta}}{e_{p_j}}$$

Comme précédemment, nous pouvons exprimer ces valeurs en fonction de $\dot{\theta}$:

$$L_{BV_i} = -\frac{2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot l_{a_i} \cdot r_{a_i}^3}{e_{a_i}} \cdot \left(1 + \lambda_i \cdot \frac{\cos \theta_i}{\cos \beta_i} \right) \cdot \dot{\theta} \equiv l_{BV_i} \cdot \dot{\theta}$$

$$L_{CB_i} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot l_{b_i} \cdot r_{b_i}^3}{e_{b_i}} \cdot \lambda_i \cdot \frac{\cos \theta_i}{\cos \beta_i} \cdot \dot{\theta} \equiv l_{CB_i} \cdot \dot{\theta}$$

$$L_{SV_j} = -\frac{2 \cdot \pi \cdot \mu \cdot l_{p_j} \cdot r_{p_j}^3}{e_{p_j}} \cdot \dot{\theta} \equiv l_{SV_j} \cdot \dot{\theta}$$

$$Y_{GC_i} = \frac{-\mu \cdot s_{G_i} \cdot v_{by_i} \cdot \dot{\theta}}{e_{G_i}} \equiv y_{GC_i} \cdot \dot{\theta}$$

3.5.5.2. Frottements secs

Une compression exempte d'huile nécessite l'emploi de cylindres non lubrifiés. Cette technologie induit l'existence de frottement sec dans la segmentation et dans la garniture d'étanchéité (figure 3.14).

Dans le cas d'une compression "sèche", les segments sont en PTFE (polytétrafluoréthylène). Ce matériau synthétique ne possède pas de propriétés intrinsèques de frottement; celles-ci dépendent étroitement des conditions d'utilisation (pression de contact, vitesse à l'interface, température, géométrie, type de mouvement...). Toutefois, plusieurs travaux ont permis de mettre en évidence la dépendance du coefficient de frottement relativement à certains de ces paramètres [36][37][38]. Il apparait ainsi que le coefficient de frottement augmente avec la vitesse relative des deux éléments du contact et qu'il diminue lorsque la pression de contact augmente ou lorsque la température augmente.

Pour rester homogène avec la modélisation des frottements visqueux, les efforts de frottement sec sont calculés à partir d'une formulation simplifiée, basée sur la loi de COULOMB :

$$\vec{F}_{1/2} = f_{1/2} \cdot \|\vec{N}_{1/2}\| \cdot \frac{\vec{V}_{1/2}}{\|\vec{V}_{1/2}\|} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \vec{F}_{1/2} = \text{Force de frottement de 1 sur 2} \\ f_{1/2} = \text{Coefficient de frottement à l'interface 1-2} \\ \vec{N}_{1/2} = \text{Effort normal à l'interface 1-2} \\ \vec{V}_{1/2} = \text{Vitesse de 1 relativement à 2} \end{cases}$$

H¹²: Les frottements secs sont modélisés par la loi de Coulomb.

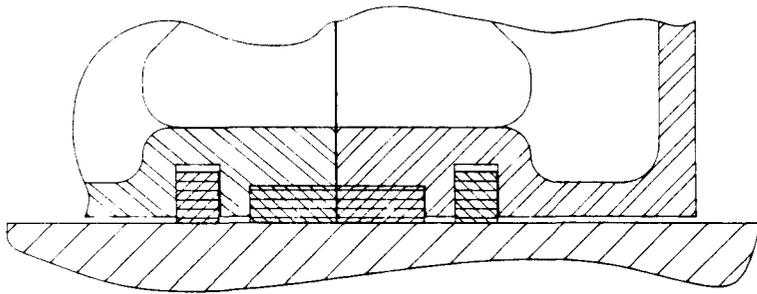
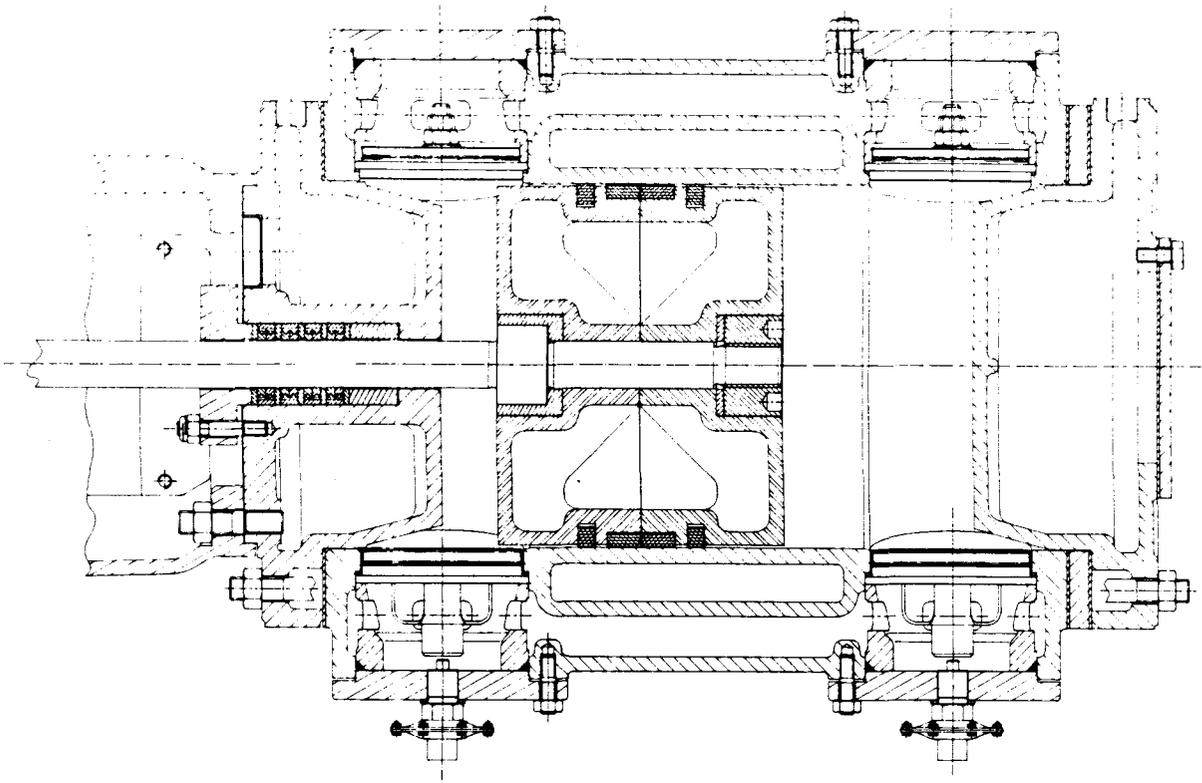
Ainsi, la force de frottement ne dépend que de l'effort normal et d'un coefficient de frottement donné; ce coefficient est considéré relativement à des conditions de fonctionnement "moyennes" de pression de contact, de vitesse et de température.

Dans le cas des **segments porteurs**, l'effort normal à l'interface est la composante suivant Z_i du torseur d'action du cylindre sur le piston.

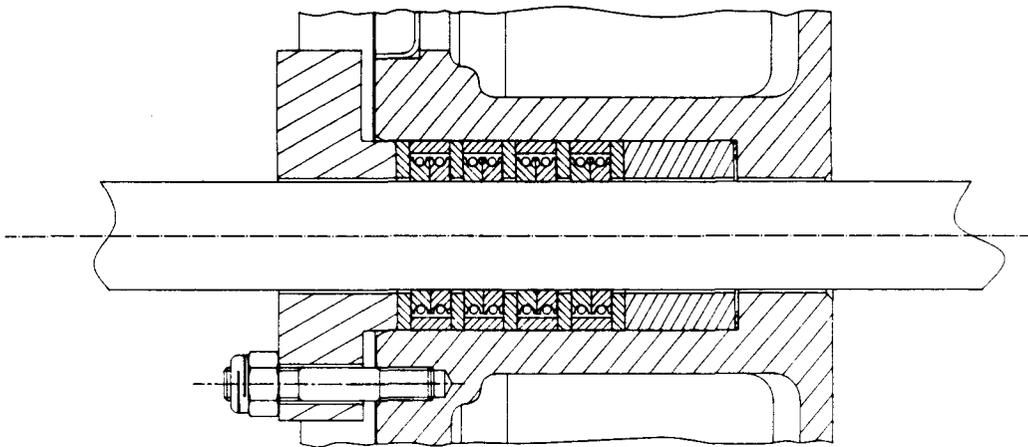
La composante du torseur d'action du cylindre sur le piston due aux frottements secs sur les segments porteurs s'écrit donc:

$$Y_{CP_i}^P = -f_i^P \cdot \left(\frac{1}{2} m t_i + m p_i \right) \cdot g \cdot |\cos \alpha_i|$$

avec $f_i^P =$ coefficient de frottement Segments porteurs / Cylindre.



SEGMENTATION



GARNITURE

figure 3.14

Dans le cas des **segments d'étanchéité**, deux mécanismes mènent à des efforts agissant perpendiculairement au contact ; d'une part par serrage élastique du segment sur le cylindre et d'autre part par action de la contre-pression sur la face intérieure du segment [39].

La formulation du serrage élastique, par expression du théorème de CASTIGLIANO, permet d'établir que la valeur de la pression de contact due au serrage élastique reste très négligeable devant la valeur due à l'action de la contre-pression. Nous ne prenons donc pas en compte ce phénomène dans le modèle de calcul.

H¹³: l'élasticité du segment est négligée.

L'étude du mécanisme d'application du segment sur le cylindre par action de la contre-pression est largement abordé par différents travaux relatifs à l'étude des segments lubrifiés de moteur à combustion interne [40][41]. L'équilibre du segment y est décrit en prenant en compte l'existence d'un champs de pression au niveau de l'interface entre segment et cylindre. Cette hypothèse est tout à fait valide dans le cas d'un segment lubrifié, pour lequel l'existence d'un film d'huile à l'interface permet aux champs de pression de s'établir (évolution du champs entre les valeurs de pression en présence de part et d'autre du segment). Dans le cas de la compression sèche, l'absence de fluide entre segment et cylindre ne permet pas à un tel champs de pression de s'établir. Nous considérons donc qu'il n'existe pas de fuite au contact segment-cylindre* .

H¹⁴: il n'existe pas de fuite au niveau du contact segment - cylindre.

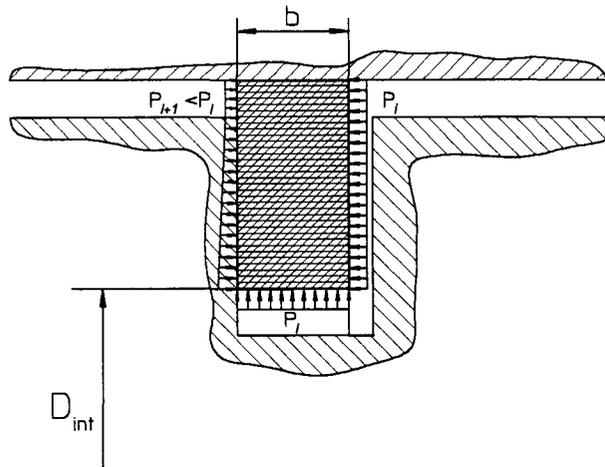


figure 3.15

Sous cette hypothèses, l'équilibre du segment est donc régi par la seule action de la pression P_k sur sa paroi intérieure (fig. 3.15) et nous aurons, pour un segment:

$$\|\vec{N}\| = \pi \cdot D_{int} \cdot b \cdot P_k$$

* Dans le cas de la compression sèche, seule une imperfection du contact segment/cylindre mène à l'existence d'un champs de pression à l'interface. Toutefois, celui ci, agissant à l'encontre de la contre-pression, tend à diminuer l'effort normal résultant. Dans tous les cas, le calcul mènera donc à la valeur maximum de la force de frottement sec dans la segmentation.

La détermination de l'effort normal agissant sur les segments d'étanchéité nécessite la détermination de la répartition des pressions dans la segmentation (fig. 3.16). Dans le cadre d'études approfondies du comportement de la segmentation [42][43], la valeur de la contre-pression agissant sur chaque segment est déterminée à partir d'un calcul d'écoulement à travers la segmentation. Les segments sont généralement "fendus" pour faciliter le montage, un écoulement de type "écoulement labyrinthe" existe donc à travers les fentes des segments. La mise en place d'un tel calcul n'entre pas dans le cadre de cette étude ; nous supposons donc une décroissance linéaire de la pression au sein du jeu de segments d'étanchéité, de façon à approcher au mieux les résultats obtenus lors de ces différentes études.

H¹⁵: l'évolution de la pression dans la segmentation est linéaire.

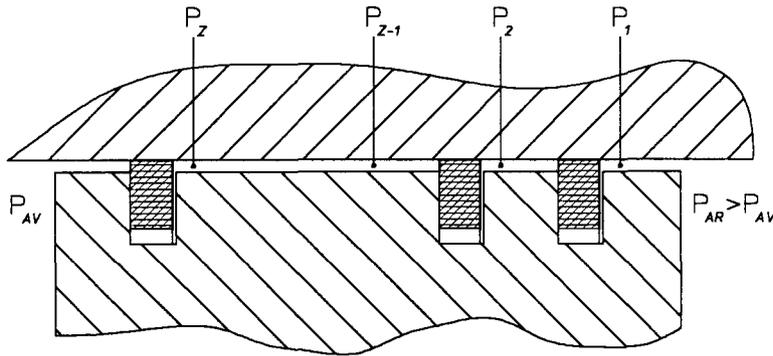


figure 3.16

Sachant que:

$$\begin{cases} P_{AR} = \text{pression dans l'effet arrière} \\ P_{AV} = \text{pression dans l'effet avant} \\ z_e = \text{nombre de segments d'étanchéité} \end{cases}$$

nous aurons:

$$\begin{cases} P_k = P_{AR} - \frac{(P_{AR} - P_{AV}) \cdot (k-1)}{z_e} & \text{si } P_{AR} > P_{AV} \\ P_k = P_{AV} - \frac{(P_{AV} - P_{AR}) \cdot (k-1)}{z_e} & \text{si } P_{AR} < P_{AV} \end{cases}$$

(k est compté dans le sens de la pression décroissante de façon à ce que $p_k > p_{k+1}$)

L'expression de l'effort normal à l'interface s'écrit donc:

$$\|\vec{N}\| = \sum_{k=1}^{z_e} S_e \cdot P_k \quad \text{avec } S_e = \pi \cdot D_{int} \cdot b$$

soit:

$$\begin{aligned} \|\vec{N}\| &= S_e \cdot \sum_{k=1}^{Z_e} \left[P_{AR} - \frac{(P_{AR} - P_{AV}) \cdot (k-1)}{Z_e} \right] = S_e \cdot \left[\frac{P_{AR} \cdot (Z_e - 1) + P_{AV} \cdot (Z_e + 1)}{2} \right] \quad \text{si } P_{AR} > P_{AV} \\ \|\vec{N}\| &= S_e \cdot \sum_{k=1}^{Z_e} \left[P_{AV} - \frac{(P_{AV} - P_{AR}) \cdot (k-1)}{Z_e} \right] = S_e \cdot \left[\frac{P_{AV} \cdot (Z_e + 1) + P_{AR} \cdot (Z_e - 1)}{2} \right] \quad \text{si } P_{AR} < P_{AV} \end{aligned}$$

L'effort normal à l'interface Segment d'étanchéité/Cylindre s'écrit donc:

$$\begin{cases} \|\vec{N}\| = \frac{S_e}{2} \cdot [(P_{AR} + P_{AV}) \cdot z_e + (P_{AR} - P_{AV})] & \text{si } P_{AR} > P_{AV} \\ \|\vec{N}\| = \frac{S_e}{2} \cdot [(P_{AV} + P_{AR}) \cdot z_e + (P_{AV} - P_{AR})] & \text{si } P_{AR} < P_{AV} \end{cases}$$

En posant $\Delta P_e = P_{AR} - P_{AV}$, nous avons globalement:

$$\|\vec{N}\| = \frac{S_e}{2} \cdot [(P_{AR} + P_{AV}) \cdot z_e + |\Delta P_e|]$$

et la composante du torseur d'action du cylindre sur le piston due aux frottements secs sur les segments d'étanchéité s'écrit:

$$Y_{CP_i}^e = -f_i^e \cdot \frac{S_e}{2} \cdot [(P_{AR} + P_{AV}) \cdot z_e + |\Delta P_e|]$$

avec f_i^e = coefficient de frottement Segments d'étanchéité / Cylindre.

La composante du torseur d'action du cylindre sur le piston globale est donc:

$$Y_{CP_i} = -\left\{ f_i^p \cdot \left(\frac{1}{2} m t_i + m p_i \right) \cdot g \cdot |\cos \alpha_i| \right\} - \left\{ f_i^e \cdot \frac{S_e}{2} \cdot [(P_{AR} + P_{AV}) \cdot z_e + |\Delta P_e|] \right\}$$

Les mécanismes de frottement sec dans la **garniture d'étanchéité** sont identiques aux mécanismes décrits précédemment. Le serrage élastique, ici réalisé par l'action d'un ressort périphérique, est d'influence négligeable relativement au serrage dû à l'action de la pression. Seule une notation de "nombre d'anneaux actifs" apparaît dans ce cas. Différentes études ayant permis de mettre en évidence que seuls 2 ou 3 anneaux de garniture "travaillent" lors du fonctionnement de la machine, et ceci quelque soit le nombre total d'anneaux constituant la garniture [44]. Nous avons donc la composante due au frottement du torseur d'action sur la tige qui s'écrit:

$$Y_{ST_i} = -f_i^g \cdot \frac{S_g}{2} \cdot [(P_{ENT} + P_{AV}) \cdot z_g + |\Delta P_g|]$$

avec f_i^g = coefficient de frottement Garniture d'étanchéité / Tige.

3.5.6. Effort en tête de bielle.

L'effort en tête de bielle constitue le couple résistant appliqué sur le vilebrequin.

$$A_i \left\{ \mathcal{J}_d^{B/V} \right\} = \begin{cases} Y_{BV_i} \cdot \vec{y}_i + Z_{BV_i} \cdot \vec{z}_i \\ L_{BV_i} \cdot \vec{x}_i \end{cases}$$

avec:

$$\begin{cases} Y_{BV_i} = Y_{pr_i} + Y_{CP_i} + Y_{ST_i} + Y_{GC_i} - (m_{alt_i} + m_{b_i}) \cdot g \cdot \sin \alpha_i - m_{alt_i} \cdot GBY_i - m_{b_i} \cdot GGY_i \\ Z_{BV_i} = \frac{I_{b_i} \cdot \ddot{\beta}_i - L_{CB_i} + L_{BV_i}}{L_i \cdot \cos \beta_i} + \frac{Ll_i}{L_i} \cdot m_{b_i} \cdot [\operatorname{tg} \beta_i \cdot GGY_i - GGZ_i + g \cdot (\sin \alpha_i \cdot \operatorname{tg} \beta_i - \cos \alpha_i)] \dots \\ \dots + Y_{BV_i} \cdot \operatorname{tg} \beta_i \end{cases}$$

Il faut exprimer ces composantes du torseur réduit d'action de la bielle sur le vilebrequin en fonction de la variable θ ; la composante suivant \vec{y}_i s'écrit:

$$\begin{aligned} Y_{BV_i} &= Y_{pr_i} + Y_{CP_i} + Y_{ST_i} + y_{GC_i} \cdot \dot{\theta} - (m_{alt_i} + m_{b_i}) \cdot g \cdot \sin \alpha_i \dots \\ &\dots - m_{alt_i} \cdot (gby_{i1} \cdot \ddot{\theta} + gby_{i2} \cdot \dot{\theta}^2) - m_{b_i} \cdot (ggy_{i1} \cdot \ddot{\theta} + ggy_{i2} \cdot \dot{\theta}^2) \end{aligned}$$

soit:

$$Y_{BV_i} = y_{BV_{i1}} \cdot \ddot{\theta} + y_{BV_{i2}} \cdot \dot{\theta}^2 + y_{BV_{i3}} \cdot \dot{\theta} + y_{BV_{i4}}$$

avec:

$$\begin{cases} y_{BV_{i1}} = -m_{alt_i} \cdot gby_{i1} - m_{b_i} \cdot ggy_{i1} \\ y_{BV_{i2}} = -m_{alt_i} \cdot gby_{i2} - m_{b_i} \cdot ggy_{i2} \\ y_{BV_{i3}} = y_{GC_i} \\ y_{BV_{i4}} = Y_{pr_i} + Y_{CP_i} + Y_{ST_i} - (m_{alt_i} + m_{b_i}) \cdot g \cdot \sin \alpha_i \end{cases}$$

De la même façon, la composante suivant \bar{z}_i s'écrit:

$$\begin{aligned} Z_{BV_i} = & -\frac{\lambda_i \cdot I_{b_i} \cdot \cos\theta_i}{L_i \cdot \cos^2\beta_i} \cdot \ddot{\theta} + \frac{I_{b_i} \cdot (\lambda_i^2 - 1) \cdot \operatorname{tg}\beta_i}{L_i \cdot \cos^3\beta_i} \cdot \dot{\theta}^2 - \frac{l_{CB_i}}{L_i \cdot \cos\beta_i} \cdot \dot{\theta} + \frac{l_{BV_i}}{L_i \cdot \cos\beta_i} \cdot \dot{\theta} \dots \\ & \dots + \frac{Ll_i}{L_i} \cdot m_{b_i} \cdot \left[\operatorname{tg}\beta_i \cdot (\operatorname{ggy}_{i1} \cdot \ddot{\theta} + \operatorname{ggy}_{i2} \cdot \dot{\theta}^2) - (\operatorname{ggz}_{i1} \cdot \ddot{\theta} + \operatorname{ggz}_{i2} \cdot \dot{\theta}^2) + g \cdot (\sin\alpha_i \cdot \operatorname{tg}\beta_i - \cos\alpha_i) \right] \dots \\ & \dots + (y_{BV_{i1}} \cdot \ddot{\theta} + y_{BV_{i2}} \cdot \dot{\theta}^2 + y_{BV_{i3}} \cdot \dot{\theta} + y_{BV_{i4}}) \cdot \operatorname{tg}\beta_i \end{aligned}$$

soit:

$$Z_{BV_i} = z_{BV_{i1}} \cdot \ddot{\theta} + z_{BV_{i2}} \cdot \dot{\theta}^2 + z_{BV_{i3}} \cdot \dot{\theta} + z_{BV_{i4}}$$

avec:

$$\begin{cases} z_{BV_{i1}} = -\frac{\lambda_i \cdot I_{b_i} \cdot \cos\theta_i}{L_i \cdot \cos^2\beta_i} + \frac{Ll_i}{L_i} \cdot m_{b_i} \cdot (\operatorname{tg}\beta_i \cdot \operatorname{ggy}_{i1} - \operatorname{ggz}_{i1}) + y_{BV_{i1}} \cdot \operatorname{tg}\beta_i \\ z_{BV_{i2}} = \frac{I_{b_i} \cdot (\lambda_i^2 - 1) \cdot \operatorname{tg}\beta_i}{L_i \cdot \cos^3\beta_i} + \frac{Ll_i}{L_i} \cdot m_{b_i} \cdot (\operatorname{tg}\beta_i \cdot \operatorname{ggy}_{i2} - \operatorname{ggz}_{i2}) + y_{BV_{i2}} \cdot \operatorname{tg}\beta_i \\ z_{BV_{i3}} = \frac{l_{BV_i} - l_{CB_i}}{L_i \cdot \cos\beta_i} + y_{BV_{i3}} \cdot \operatorname{tg}\beta_i \\ z_{BV_{i4}} = \frac{Ll_i}{L_i} \cdot m_{b_i} \cdot g \cdot (\sin\alpha_i \cdot \operatorname{tg}\beta_i - \cos\alpha_i) + y_{BV_{i4}} \cdot \operatorname{tg}\beta_i \end{cases}$$

3.5.7. Couple résistant.

$$L_R = \sum_i \left[R_i (Z_{BV_i} \cdot \cos\theta_i - Y_{BV_i} \cdot \sin\theta_i) + L_{BV_i} \right] + \sum_j \left[L_{SV_j} \right]$$

soit:

$$\begin{aligned} L_R = & \sum_i \left[R_i \left(z_{BV_{i1}} \cdot \ddot{\theta} + z_{BV_{i2}} \cdot \dot{\theta}^2 + z_{BV_{i3}} \cdot \dot{\theta} + z_{BV_{i4}} \right) \cdot \cos\theta_i \dots \right. \\ & \left. \dots - \left(y_{BV_{i1}} \cdot \ddot{\theta} + y_{BV_{i2}} \cdot \dot{\theta}^2 + y_{BV_{i3}} \cdot \dot{\theta} + y_{BV_{i4}} \right) \cdot \sin\theta_i \right] + l_{BV_i} \cdot \dot{\theta} + \sum_j \left[l_{SV_j} \cdot \dot{\theta} \right]. \end{aligned}$$

Le couple résistant s'écrit:

$$L_R = l_{R_1} \cdot \ddot{\theta} + l_{R_2} \cdot \dot{\theta}^2 + l_{R_3} \cdot \dot{\theta} + l_{R_4}$$

avec:

$$\begin{cases} l_{R_1} = \sum_i \left[R_i (z_{BV_{i1}} \cdot \cos\theta_i - y_{BV_{i1}} \cdot \sin\theta_i) \right] \\ l_{R_2} = \sum_i \left[R_i (z_{BV_{i2}} \cdot \cos\theta_i - y_{BV_{i2}} \cdot \sin\theta_i) \right] \\ l_{R_3} = \sum_i \left[R_i (z_{BV_{i3}} \cdot \cos\theta_i - y_{BV_{i3}} \cdot \sin\theta_i) + l_{BV_i} \right] + \sum_j \left[l_{SV_j} \right] \\ l_{R_4} = \sum_i \left[R_i (z_{BV_{i4}} \cdot \cos\theta_i - y_{BV_{i4}} \cdot \sin\theta_i) \right] \end{cases}$$

3.5.8. Ecriture des équations du mouvement

Le système d'équations régissant le comportement dynamique du compresseur s'écrit:

$$\begin{cases} I_r \cdot \ddot{\psi} = K_t(\theta - \psi) + c(\dot{\theta} - \dot{\psi}) + L_M \\ I_v \cdot \ddot{\theta} = K_t(\psi - \theta) + c(\dot{\psi} - \dot{\theta}) + l_{R_1} \cdot \ddot{\theta} + l_{R_2} \cdot \dot{\theta}^2 + l_{R_3} \cdot \dot{\theta} + l_{R_4} \end{cases}$$

avec $L_M = L_M(\dot{\psi})$, $l_{R_1} = l_{R_1}(\theta)$, $l_{R_2} = l_{R_2}(\theta)$, $l_{R_3} = l_{R_3}(\theta)$ et $l_{R_4} = l_{R_4}(\theta)$.

Pour résoudre ce système de deux équations non linéaires du second ordre, nous pouvons le transformer en un système de quatre équations non linéaires du premier ordre.

En effet, si nous posons:

$$\begin{cases} \theta = \xi \\ \dot{\theta} = \chi \\ \psi = \vartheta \\ \dot{\psi} = \varsigma \end{cases}$$

nous aurons:

$$\begin{cases} \chi = \dot{\xi} \\ \varsigma = \dot{\vartheta} \end{cases}$$

Le système d'équation s'écrit donc:

$$\begin{cases} I_r \cdot \dot{\varsigma} = K_t(\xi - \vartheta) + c(\chi - \dot{\vartheta}) + L_M \\ I_v \cdot \dot{\chi} = K_t(\vartheta - \xi) + c(\dot{\vartheta} - \chi) + l_{R_1} \cdot \dot{\chi} + l_{R_2} \cdot \chi^2 + l_{R_3} \cdot \chi + l_{R_4} \end{cases}$$

soit globalement:

$$\begin{cases} \dot{\xi} = \chi \\ I_r \cdot \dot{\varsigma} = K_t(\xi - \vartheta) + c(\chi - \dot{\vartheta}) + L_M \\ \dot{\vartheta} = \varsigma \\ I_v \cdot \dot{\chi} = K_t(\vartheta - \xi) + c(\dot{\vartheta} - \chi) + l_{R_1} \cdot \dot{\chi} + l_{R_2} \cdot \chi^2 + l_{R_3} \cdot \chi + l_{R_4} \end{cases}$$

Le système d'équations non linéaires du premier ordre est résolu par une méthode numérique de type RUNGE-KUTTA et mène à la détermination de ξ, χ, ϑ et ς soit de $\theta, \dot{\theta}, \psi$ et $\dot{\psi}$. Les composantes des torseurs d'actions sur les éléments de la chaîne cinématique sont alors recalculées en fonction de ces quatre paramètres.

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\xi} = \chi \\ \dot{\chi} = -\frac{K_t}{I_v - I_{R_1}} \cdot \xi + \frac{l_{R_3} - c}{I_v - I_{R_1}} \cdot \chi + \frac{l_{R_2}}{I_v - I_{R_1}} \cdot \chi^2 + \frac{K_t}{I_v - I_{R_1}} \cdot \vartheta + \frac{c}{I_v - I_{R_1}} \cdot \varsigma + \frac{l_{R_4}}{I_v - I_{R_1}} \\ \dot{\vartheta} = \varsigma \\ \dot{\varsigma} = \frac{K_t}{I_r} \cdot \xi + \frac{c}{I_r} \cdot \chi - \frac{K_t}{I_r} \cdot \vartheta - \frac{c}{I_r} \cdot \varsigma + \frac{L_M}{I_r} \end{array} \right.$$

Après avoir exposé les bases théoriques du modèle de calcul, nous présentons le programme de calcul et les résultats obtenus lors de la simulation du comportement dynamique du compresseur. Une analyse de sensibilité aux différents paramètres de calcul est ensuite effectuée.

4. SIMULATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU COMPRESSEUR

4.1 PROGRAMME DE CALCUL

Le programme est développé en langage FORTRAN sur ordinateur HP9000 sous système d'exploitation UNIX. Les calculs sont effectués en double précision.

Toutes les données sont entrées en tant que variables et sont saisies sur un fichier de données directement exploité par le programme de calcul (figure 4.1).

```

.....
NOM DU FICHIER DE DONNEES      :2hx2t
COMMENTAIRES                   :HX bi etage ref=7be fonct. normal
***** DONNEES -> VILEBREQUIN *****
VITESSE DU VILEBREQUIN (tr/mm): 1000.
INERTIE DU VILEBREQUIN (Kg.m2): 0.19
NOMBRE DE PALIERS LIGNE D'ARBRE :3
NOMBRE DE MANETONS VILEBREQUIN :2
----- Palier de L.A. -----
LONGUEUR DU PALIER (mm): 44. | 44. | 44. | 0. | 0. |
DIAMETRE DU PALIER (mm): 70. | 70. | 70. | 0. | 0. |
EPAISSEUR FILM HUILE (mm): .01 | .01 | .018 | 0. | 0. |
----- Maneton -----
ANGLE DE CALAGE DU MANETON (deg): 0. | 180. | 0. | 0. |
RAYON DE MANIVELLE MANETON (mm): 60. | 60. | 0. | 0. |
***** DONNEES -> COMPRESSEUR *****
ANGLE CALAGE EQUIPAGE MOBILE(deg): 0. | 180. | 0. | 0. |
NOM DU FICHIER *THERMO* :185lx_7b | 310lx_2b |
***** DONNEES -> BIELLES *****
LONGUEUR DE LA BIELLE (mm): 275. | 275. | 0. | 0. |
DISTANCE AXE DU PdB / C.D.G (mm): 172. | 172. | 0. | 0. |
INERTIE DE LA BIELLE (Kg.m2): .054 | .054 | 0. | 0. |
MASSE DE LA BIELLE (Kg): 4.45 | 4.45 | 0. | 0. |
LONGUEUR DU PALIER T.d.B. (mm): 38. | 38. | 0. | 0. |
DIAMETRE DU PALIER T.d.B. (mm): 70. | 70. | 0. | 0. |
EPAISSEUR FILM HUILE T.d.B. (mm): .032 | .032 | 0. | 0. |
LONGUEUR DU PALIER P.d.B. (mm): 45. | 45. | 0. | 0. |
DIAMETRE DU PALIER P.d.B. (mm): 48. | 48. | 0. | 0. |
EPAISSEUR FILM HUILE P.d.B. (mm): .02 | .02 | 0. | 0. |
***** DONNEES -> CROSSES *****
MASSE DE LA CROSSE (Kg): 4.94 | 4.94 | 0. | 0. |
SURFACE CROSSE/GLISSIERE (cm2): 178. | 178. | 0. | 0. |
EPAISSEUR FILM HUILE CROSSE (mm): .01 | .01 | 0. | 0. |
***** DONNEES -> TIGES *****
MASSE DE LA TIGE (Kg): 3.55 | 3.55 | 0. | 0. |
NOMBRE D'ANNEAUX ACTIFS _____:2
SURFACE EXT. D'UN ANNEAU (cm2): 16. | 16. | 0. | 0. |
COEFF FROTTEMENT TIGE/GARNITURE : .14 | .18 | 0. | 0. |
***** DONNEES -> PISTONS *****
MASSE DU PISTON (kg): 10.91 | 19.25 | 0. | 0. |
***** DONNEES -> SEGMENTS *****
COEFF FROTTEMENT CILINDRE/PORTEUR: .18 | .18 | 0. | 0. |
NOMBRE DE SEGMENTS D'ETANCHEITE :2 | 2 | 0 | 0 |
SURFACE INT. DU SEGMENT (cm2): 50. | 88. | 0. | 0. |
COEFF FROTTEMENT CILINDRE/SEGMENT: .14 | .18 | 0. | 0. |
***** DONNEES -> ACCOUPLEMENT *****
TYPE (0:DIRECT/1:COURROIES) _____:0
RIGIDITE TORSIONNELLE (N.m/rd): 33000.
AMORTISSEMENT (N.m/rd/s): 75.
INERTIE ACC. COTE MOTEUR (Kg.m2): .1
INERTIE ACC. COTE VILEBR (Kg.m2): .1
RIGIDITE COURROIE (N/mm): 0.
NOMBRE DE COURROIES _____:0
GLISSEMENT COURROIES _____: 1.
PERTES MECANIQUES (Kw): 0.
***** DONNEES -> VOLANT D'INERTIE *****
RAYON PRIMITIF VOLANT INERTIE(mm): 0.
INERTIE DU VOLANT INERTIE (Kg.m2): 12.7
***** DONNEES -> POULIE MOTRICE *****
RAYON PRIMITIF POULIE MOTRICE(mm): 0.
INERTIE POULIE MOTRICE (Kg.m2): 0.
***** DONNEES -> MOTEUR *****
NOM DU FICHIER *MOTEUR* (Demm.) :_kn5_280m_c
PENTE CARACTERISTIQUE *MOTEUR* _____: -430.
ORDO. CARACTERISTIQUE *MOTEUR* _____: 105.
RENDEMENT DU MOTEUR _____: 0.92
***** DONNEES -> DIVERS *****
VISCOSITE DYNAMIQUE HUILE (N/m2/s): .012
ACCELERATION DE PESANTEUR (m/s2): 9.81
.....

```

Figure 4.1

La procédure de calcul consiste à mener la résolution du système d'équations afin d'obtenir les valeurs des positions et vitesses angulaires θ , ψ , $\dot{\theta}$ et $\dot{\psi}$. Les valeurs des accélérations angulaires $\ddot{\theta}$ et $\ddot{\psi}$ sont ensuite calculées par dérivation numérique et les sollicitations sont calculées selon les équations présentées en 3.4. Les résultats sont stockés sur fichier pour exploitation graphique (voir figure 4.2).

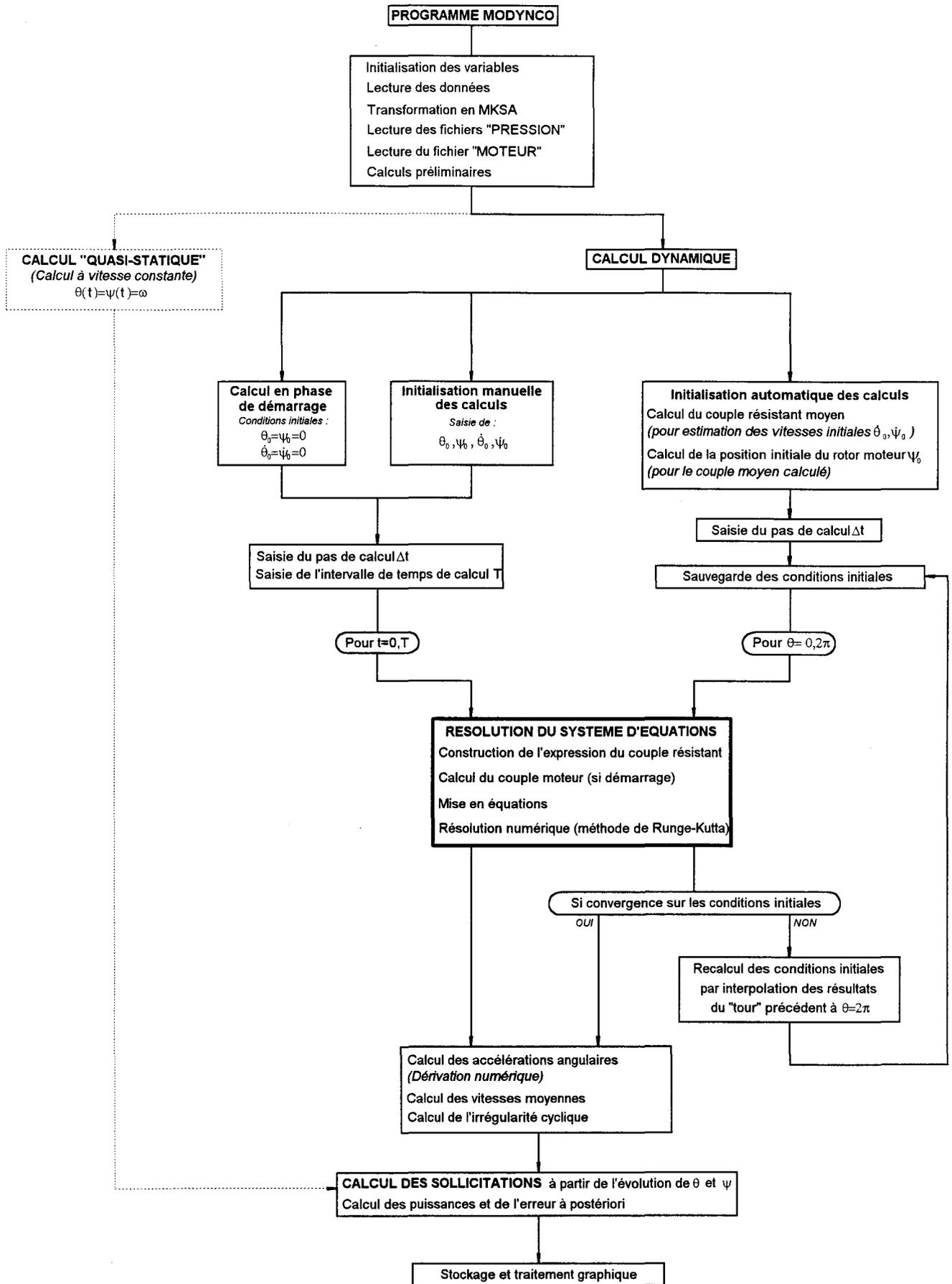


Figure 4.2

La résolution du système d'équations nécessite de fournir des conditions initiales aux grandeurs calculées. Trois procédés d'initialisation du calcul ont été mis en place.

Les positions et vitesses angulaires initiales du vilebrequin et du rotor moteur peuvent être saisies "manuellement". Le choix de ce procédé mène à l'évolution des grandeurs calculées sur l'intervalle de temps donné, pour le pas de calcul choisi. En fonction des valeurs initiales, les résultats progressent vers une évolution stationnaire dont la période correspond à la vitesse moyenne de rotation du compresseur ; les résultats convergent après quelques tours du vilebrequin (figure 4.3).

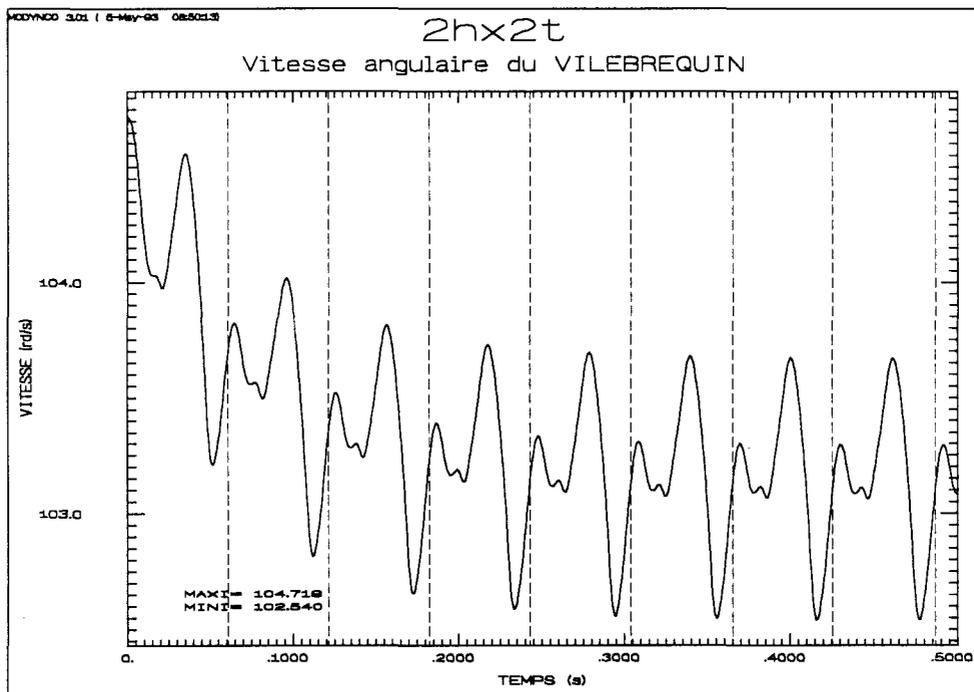


figure 4.3

Une procédure identique est utilisée pour le calcul en phase de démarrage, les conditions initiales étant dans ce cas fixées à une valeur nulle.

D'autre part, une procédure de calcul "automatique" permet d'obtenir directement l'évolution des grandeurs calculées en fonctionnement stationnaire. Dans ce cas, les vitesses sont initialisées par calcul à la valeur de la vitesse du moteur correspondant au couple résistant moyen (calculé pour une vitesse constante) ; la position angulaire du vilebrequin est fixée à une valeur nulle et la position angulaire du rotor moteur est initialisée à la valeur introduisant un couple, par déformation de la transmission, égal au couple résistant moyen. Le calcul est effectué pour un tour complet du vilebrequin. La convergence des résultats est alors vérifiée par comparaison des valeurs obtenues à 0° et 360° ; si la différence dépasse la valeur du critère de convergence, un nouveau calcul est effectué.

L'évolution de la pression dans les différents étages du compresseur est déterminée à l'aide du modèle thermodynamique (figure 4.4).

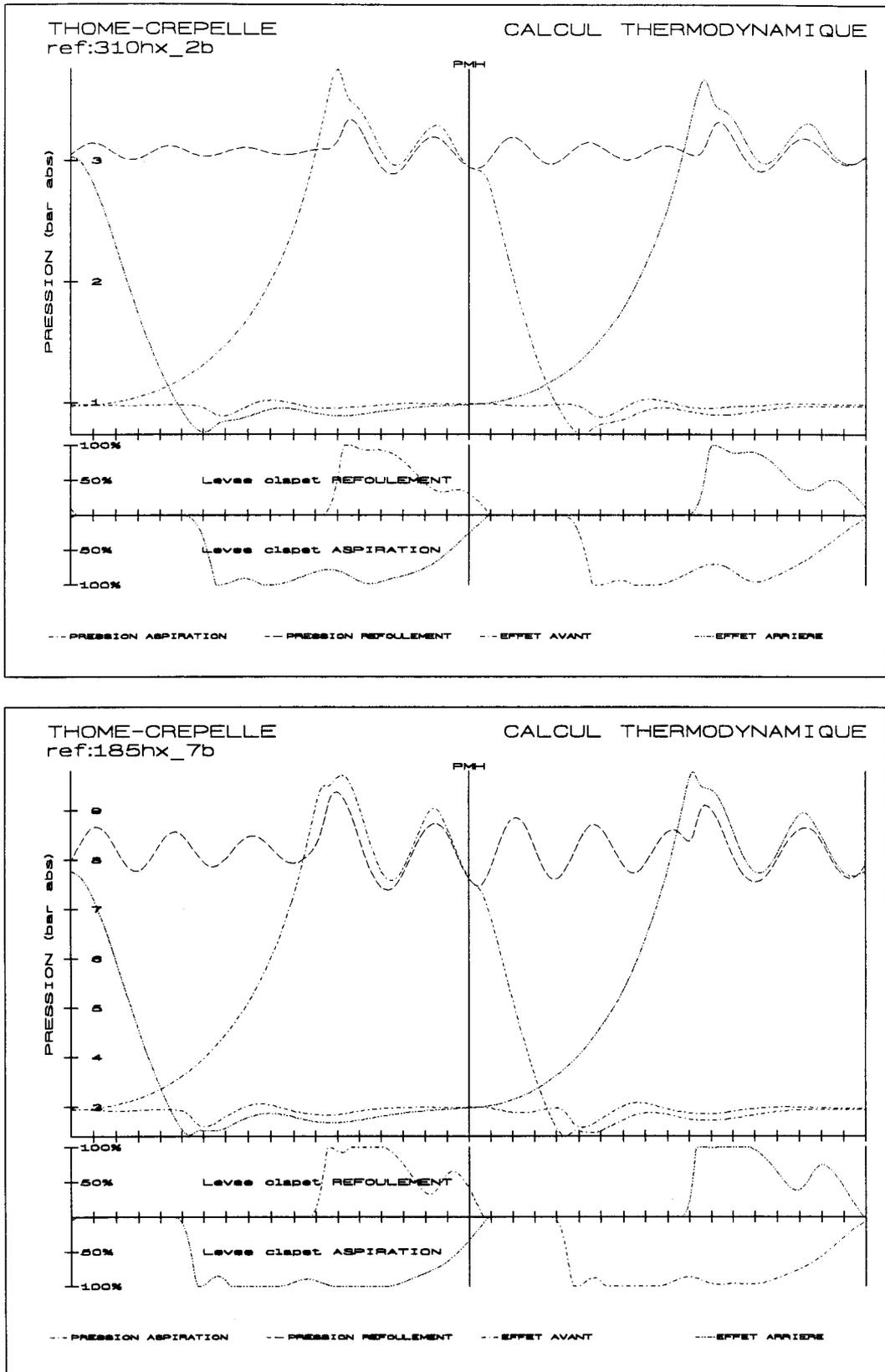


figure 4.4

4.2 SIMULATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU COMPRESSEUR

4.2.1 Résultats du calcul

Le tableau présenté figure 4.5 présente les différents résultats calculés par le programme. L'ensemble des tracés relatifs à un calcul complet est présenté en annexe A. Les principaux résultats permettant d'analyser le comportement dynamique du compresseur (vitesses du vilebrequin et du rotor moteur - couple résistant et effort sur tige) sont présentés sur les figures 4.7 et 4.8.

Résultats CINEMATIQUES	Résultats DYNAMIQUES
Vitesse du VILEBREQUIN	Couple RESISTANT
Vitesse du ROTOR MOTEUR	Couple MOTEUR
Accélération du VILEBREQUIN	Force de PRESSION
Accélération du ROTOR MOTEUR	Force de frottement du CYLINDRE sur le PISTON
Vitesses Moyennes	Force du PISTON sur la TIGE
Vitesse du PISTON	Force de la TIGE sur la CROSSE
Accélération du PISTON	Force frottement de la GLISSIERE sur la CROSSE
Vitesse du CdG de la bielle Y	Force de la CROSSE sur la GLISSIERE
Vitesse du CdG de la bielle Z	Force de la CROSSE sur la BIELLE (suivant Y)
Accélération du CdG de la bielle Y	Force de la CROSSE sur la BIELLE (suivant Z)
Accélération du CdG de la bielle Z	Force de la BIELLE sur le VILEBREQUIN (suivant Y)
Position angulaire de la BIELLE	Force de la BIELLE sur le VILEBREQUIN (suivant Z)
Vitesse angulaire de la BIELLE	Couple de frottement de la BIELLE sur le VILEBREQUIN.
Accélération angulaire de la BIELLE	Couple de frottement de la CROSSE sur la BIELLE
Déformation de la transmission (statique)	Force de la CROSSE sur la BIELLE (suivant Y - Rep. Bielle)
Déformation de la transmission (dynamique)	Force de la CROSSE sur la BIELLE (suivant Z - Rep. Bielle)
Erreur Globale	Force du VILEBREQUIN sur la BIELLE (suivant Y - Rep. Bielle)
	Force du VILEBREQUIN sur la BIELLE (suivant Z - Rep. Bielle)
	Couple de frottement du BATI sur le VILEBREQUIN
	Effort sur Tige CALCULE
	Effort sur Bielle CALCULE
	Effort sur Tige Calcule MAXI

Figure 4.5

Pour un pas de calcul de 10^{-5} seconde, l'erreur globale commise reste inférieure à 0.3%. Sur le calculateur utilisé (HP9000-425), le temps de calcul pour 7 itérations est d'environ 90 secondes. Les différents calculs complémentaires effectués (irrégularité cyclique - puissances) sont présentés sur la figure 4.6.

TEMPS DE CALCUL (s) = 83.12

RESULTATS

```

-----
Erreur globale MAXI (%) _____ .346
Vitesse moyenne du VILEBREQUIN (rd/s) _____ 103.187
Vitesse moyenne du ROTOR MOTEUR (rd/s) _____ 103.187
Ecart angulaire MAXI de l'accouplement _____ 1.564
Irregularite cyclique VILEBREQUIN _____ 1.145E-02
Irregularite cyclique ROTOR MOTEUR _____ 5.222E-03
    
```

... PUISSANCE PERDUE PAR FROTTEMENTS

```

Palliers de L.A. (Kw) | .1515 | .1515 | .0841 |
Palliers de TdB (Kw) | .0419 | .0419 |
Palliers de PdB (Kw) | .0006 | .0006 |
Crosse-Glissiere (Kw) | .4135 | .4135 |
Segments+Garnitures (Kw) | 13.8632 | .6395 |
    
```

... PUISSANCE CONSOMMEE

```

Compression (Kw) | 36.534 | 37.988 |
TOTALE Compression (Kw) | 74.522 |
TOTALE Frottements (Kw) | 5.802 |
TOTALE Vilebrequin (Kw) | 80.324 |
TOTALE Arbre Moteur (Kw) | 81.128 |
TOTALE MOTEUR (Kw) | 88.182 |
    
```

Figure 4.6

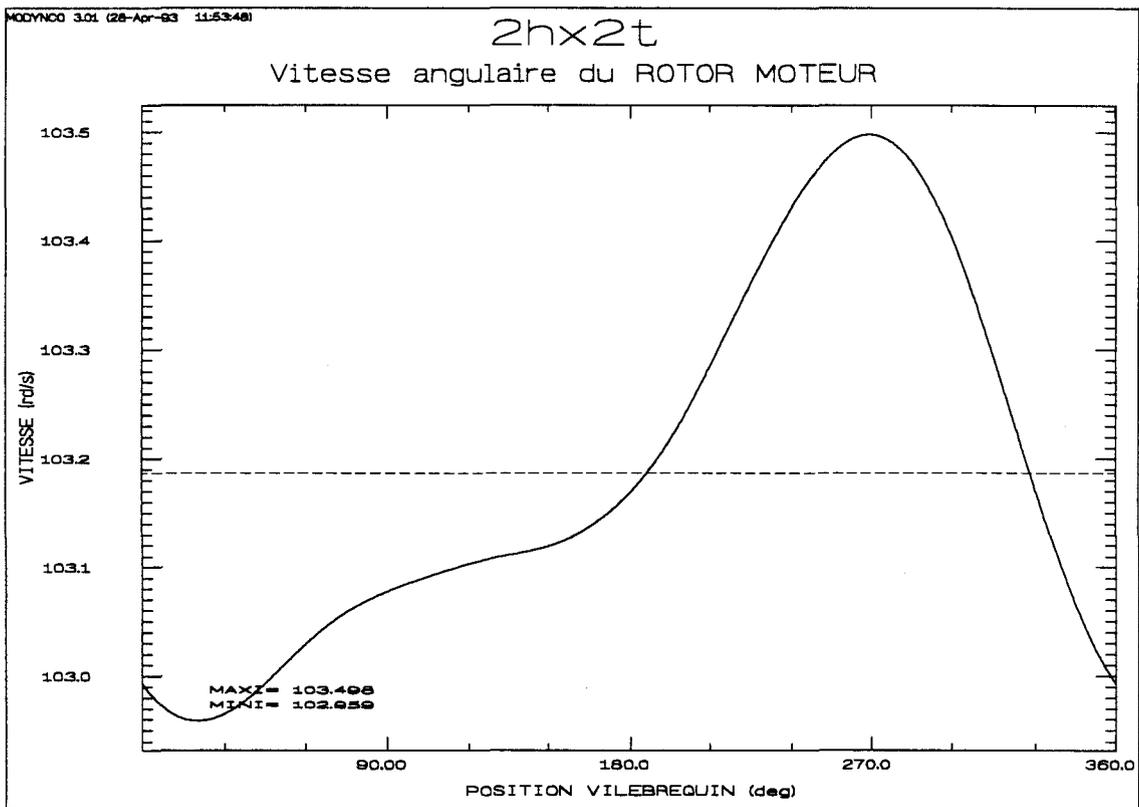
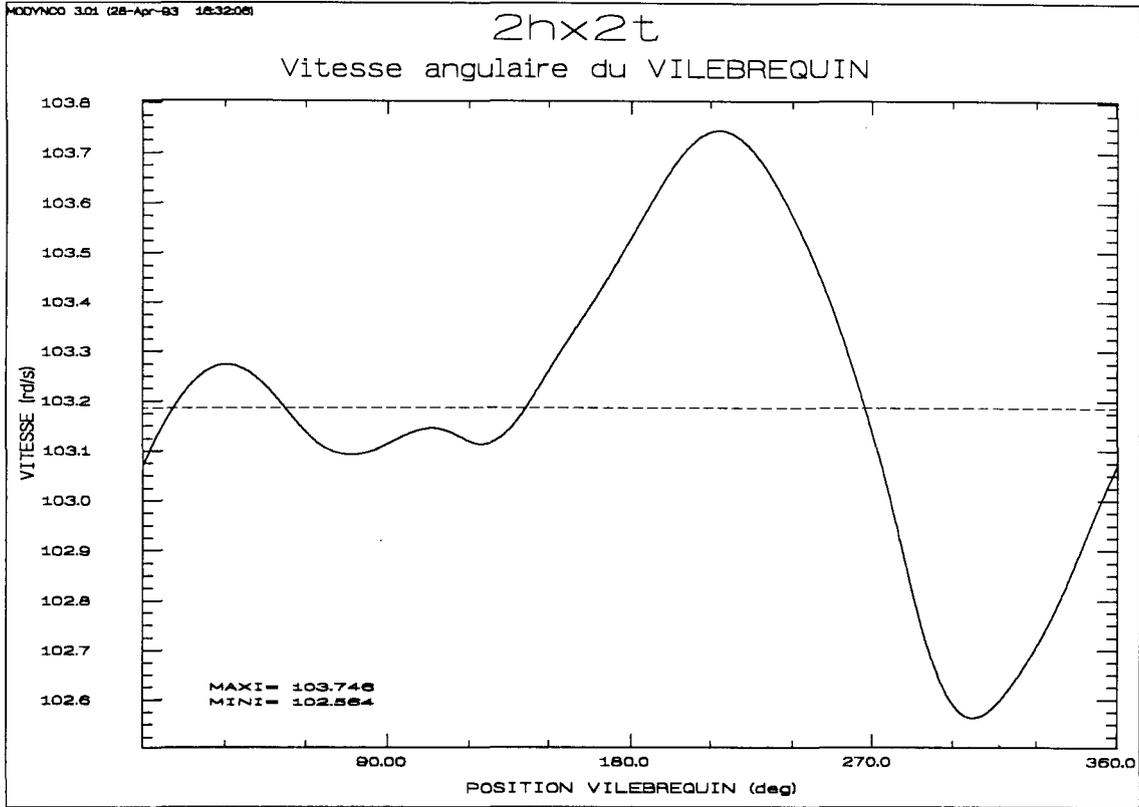


Figure 4.7

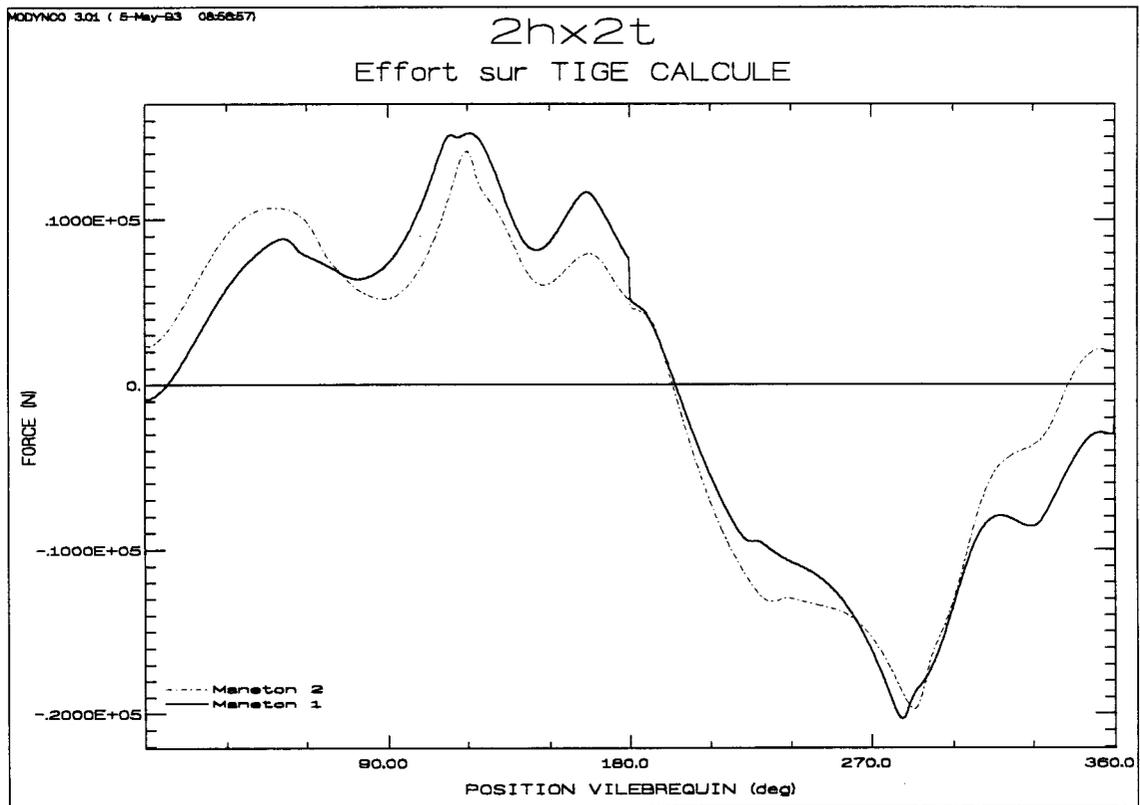
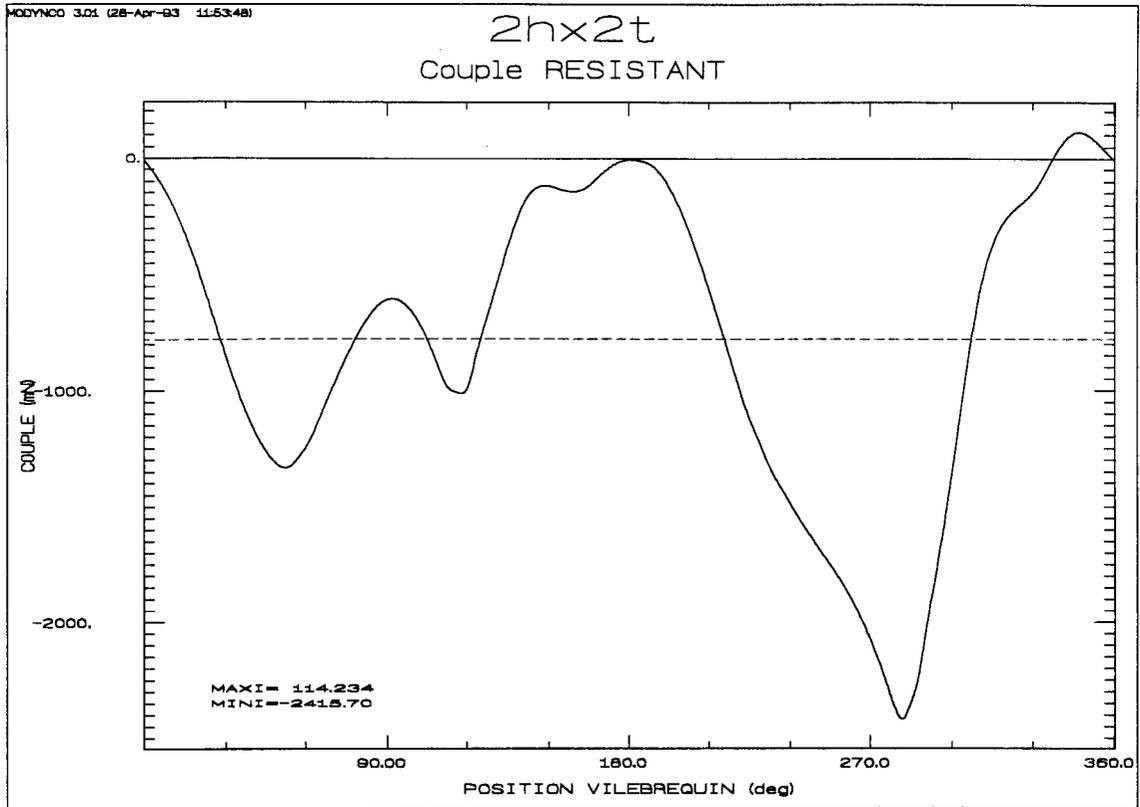


Figure 4.8*

* Remarque : Les résultats relatifs aux sollicitations sont représentés dans le repère local (sauf spécification contraire).

L'étude de l'évolution instationnaire des vitesses lors de la phase de démarrage nécessite de prendre en compte l'évolution quasi-statique du couple moteur (figure 4.9).

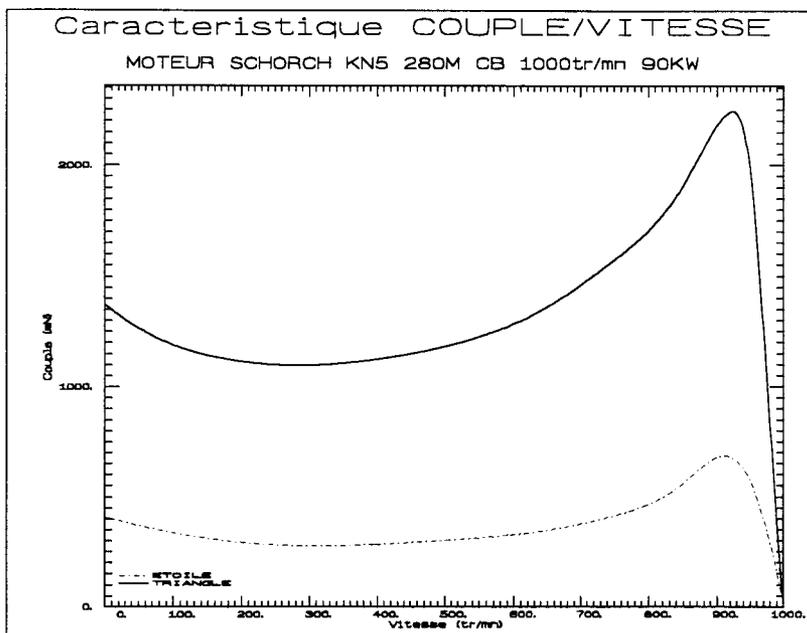


Figure 4.9

L'évolution de vitesse obtenue permet de connaître le temps de démarrage du compresseur, et de vérifier que le réglage de la temporisation du passage du câblage "étoile" au câblage "triangle" est correct (figure 4.10).

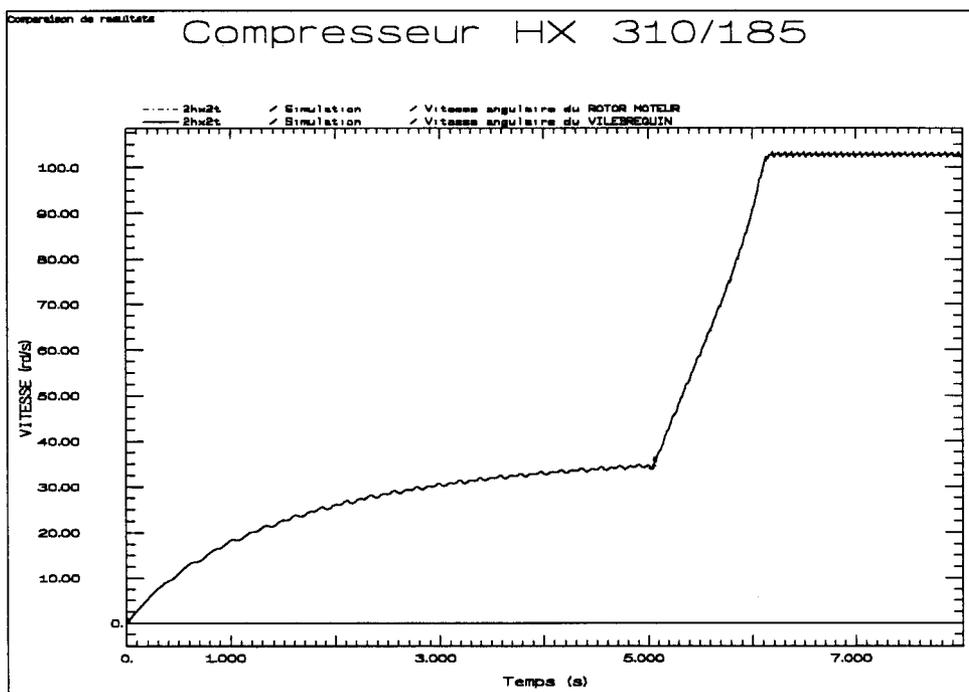


Figure 4.10

4.2.2 Influence de la prise en compte de la fluctuation de vitesse

Dans le cas d'un fonctionnement normal du compresseur (irrégularité cyclique proche de 1%), les résultats obtenus en considérant une vitesse constante (calcul "quasi-statique") sont très proches des résultats obtenus par le modèle dynamique. Seule une diminution locale, de l'ordre de 1.5%, est observée par rapport au couple résistant et à l'effort sur tige calculés en prenant en compte les fluctuations de vitesse.

Cette diminution d'amplitude est localisée au maximum de l'évolution de l'effort sur tige et du couple résistant. En effet, lorsque le couple résistant atteint son amplitude maximale, la vitesse du vilebrequin atteint sa valeur minimale, diminuant ainsi l'accélération angulaire et donc l'effort alternatif inertiel.

4.2.3 Influence de la décomposition de l'inertie de la bielle

Les calculs de sollicitations généralement pratiqués dans l'industrie sont basés sur une hypothèse simplificatrice pour le calcul des forces d'inertie de la bielle (décomposition de la bielle en une masse en mouvement alternatif et une masse en mouvement rotatif [2]). Le modèle de calcul dynamique est basé sur la prise en compte de l'inertie réelle de la bielle. Toutefois, les bielles des compresseurs étudiés sont conçues de façon à constituer au mieux des pendules réversibles ; la décomposition effectuée conduit donc à une bielle dynamiquement équivalente. La comparaison des deux types de résultats mène effectivement à un écart négligeable. Différents calculs menés avec une modifications de la position du centre de gravité montrent que l'on atteint des écarts non négligeables, mais ceux ci n'affectent pas la valeur du maximum de l'évolution du couple résistant.

4.2.4 Influence de la prise en compte des frottements

La prise en compte des phénomènes de frottement au sein du compresseur mène à une augmentation globale non négligeable de l'effort sur tige, et donc du couple résistant. Pour des caractéristiques de frottement correspondant à des matériaux couramment utilisés, les valeurs calculées augmentent localement jusqu'à 9% ; pour le cas étudié, l'amplitude maximale des sollicitations augmente de près de 4% (figure 4.11).

Les frottements peuvent donc mener à des variations non négligeables des sollicitations internes du compresseur.

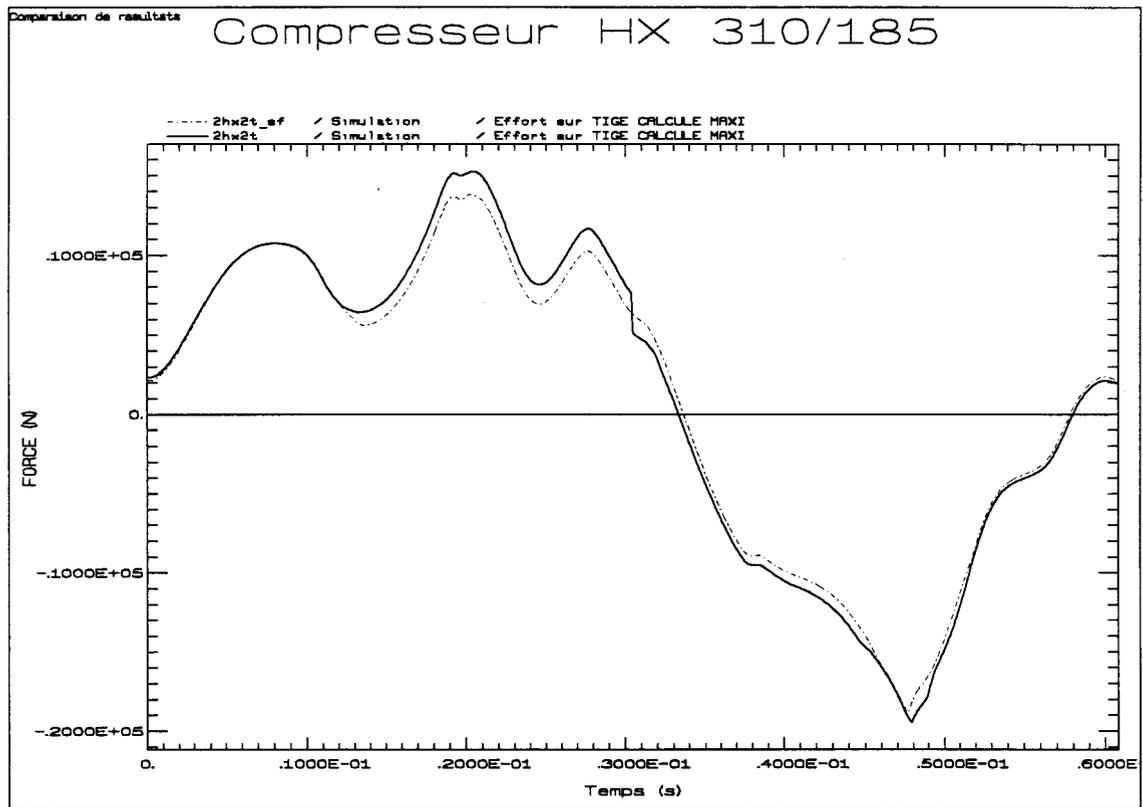
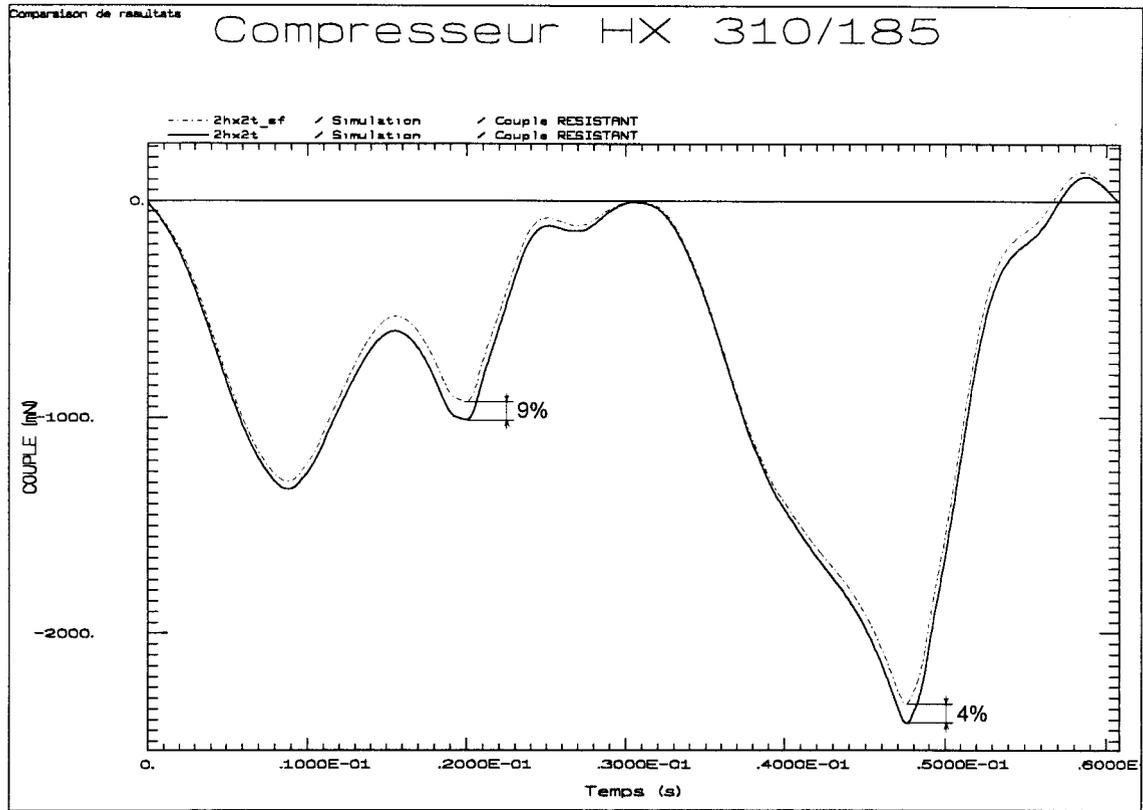


Figure 4.11*

* Remarque : La variation brusque observée sur le tracé de l'effort sur tige correspond à l'inversion du sens de déplacement du piston lors du passage aux points morts du cycle.

4.2.5 Influence de l'inertie du volant

Le volant d'inertie a pour rôle de limiter la fluctuation de vitesse induite par l'irrégularité du couple résistant propre au mécanisme de compression. Le modèle de calcul permet de simuler le comportement du compresseur pour différentes valeurs du moment d'inertie du volant. La figure 4.12 présente la fluctuation de vitesse pour des inerties égales à la valeur optimale, au tiers de la valeur optimale et au dixième de la valeur optimale.

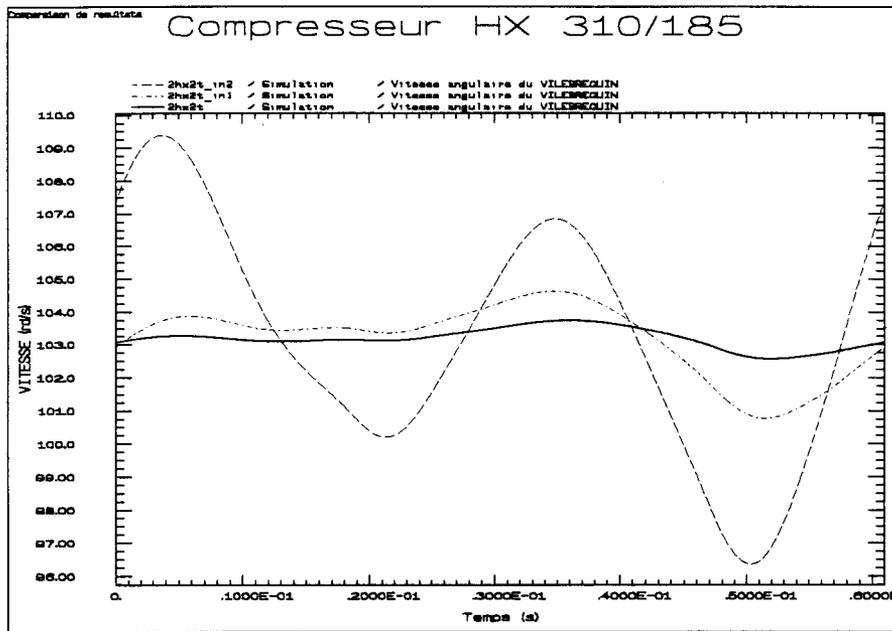


figure 4.12

Le tableau présenté figure 4.13 donne les valeurs des irrégularités cycliques du moteur et du vilebrequin obtenues pour les trois cas de calcul.

	Irrégularité vilebrequin	Irrégularité Moteur	Ecart relatif à un calcul quasi-statique
$I = 12.7 \text{ kg.m}^2$	1.14 %	.52 %	-
$I/3$	3.74 %	1.88 %	+ 1 %
$I/10$	12.62 %	4.54 %	+ 10 %

Figure 4.13

La diminution du moment d'inertie du volant mène à une augmentation de l'irrégularité cyclique du vilebrequin et de celle du rotor moteur par l'intermédiaire de la transmission. Le modèle dynamique permet de traduire directement la valeur de ces irrégularités, par observation de l'évolution des vitesses.

La valeur de l'irrégularité cyclique peut aussi être calculée à partir de l'évolution du couple résistant, en exprimant le théorème de l'énergie cinétique [2]. Le calcul du couple résistant basé sur une formulation "quasi-statique" permet donc d'obtenir une valeur de l'irrégularité cyclique. Toutefois, la valeur obtenue n'est correcte que si l'irrégularité calculée reste suffisamment faible pour ne pas modifier l'évolution de l'accélération des masses alternatives. Dans le cas contraire, le couple résistant calculé sans prendre en compte la fluctuation de vitesse n'est pas correct et l'irrégularité calculée est sous estimée (figure 4.13). Dans l'industrie, cette valeur est généralement déterminée à partir d'un calcul "quasi-statique" ; la valeur obtenue ne peut donc être considérée comme correcte que si elle reste faible (de l'ordre de 1 à 2 %).

La figure 4.14 présente l'évolution de l'accélération des masses alternatives résultant des calculs menés pour les différentes valeurs d'inerties, ainsi que l'évolution du couple résistant.

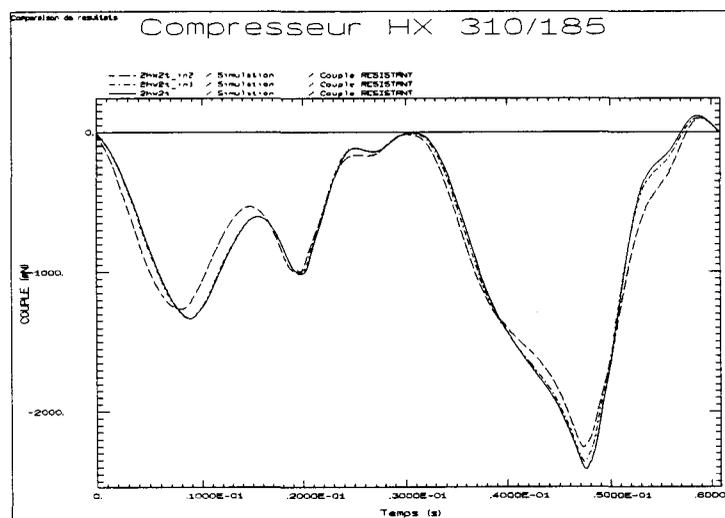
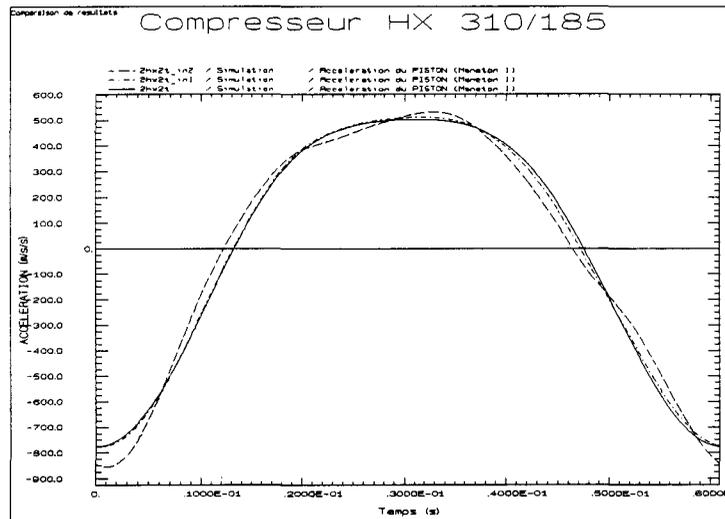


Figure 4.14

4.2.6 Influence de la caractéristique du couple moteur

Le couple moteur est caractérisé par une évolution linéaire fonction de la vitesse du rotor. Pour un cas de fonctionnement du compresseur tel que la fréquence d'excitation de la ligne d'arbre soit suffisamment éloignée de sa fréquence propre, la pente de l'évolution du couple moteur n'a que peu d'influence sur le fonctionnement du compresseur ; seule la fluctuation de vitesse du moteur est influencée par ce paramètre.

Toutefois, lorsque la pente diminue fortement, de façon à ce que le couple moteur atteigne une évolution constante, le comportement global du modèle de calcul est modifié. En effet, le fait de considérer l'évolution du couple comme fonction linéaire de la vitesse du moteur équivaut à introduire un amortissement dans l'équation du mouvement du rotor moteur (considérant ici l'amortissement de la transmission comme négligeable) :

$$I_r \ddot{\psi} + K_t (\psi - \theta) = C_m = C_{m0} + C_{m1} \dot{\psi}.$$

La pente de l'évolution du couple étant négative, l'équation du mouvement du rotor n'est pas conservative. Les oscillations libres du mécanisme sont donc amorties et la solution est constituée des seules oscillations forcées. Les grandeurs calculées sont constituées de la superposition des réponses aux différents harmoniques et leurs évolutions sont donc stationnaires. Dans le cas où le couple est constant, les oscillations libres du mécanisme viennent se superposer aux oscillations forcées. La présence d'une composante de fréquence non accordée à la fréquence de rotation du compresseur dans la solution de l'équation mène à une évolution instationnaire des grandeurs calculées, d'autant plus que la fréquence propre du mécanisme est proche des fréquences d'excitation. La figure 4.15 présente l'évolution des vitesses du vilebrequin et du moteur pour une fréquence propre de la ligne d'arbre de 23Hz, la fréquence principale composant le couple résistant étant de 32 Hz (harmonique 2).

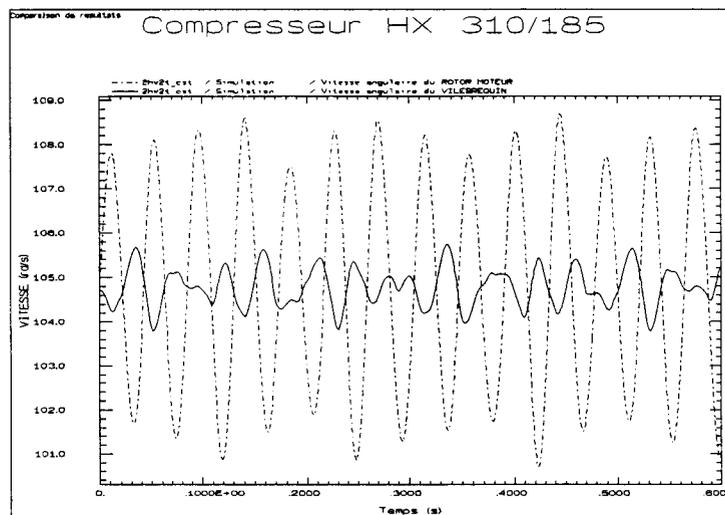


Figure 4.15

4.2.7 Influence de la rigidité de la transmission

Lors de la conception des machines, l'élément de transmission de mouvement entre moteur et compresseur est choisi de façon à ne pas engendrer de phénomène de résonance dans le mécanisme. Une analyse torsionnelle linéarisée de la ligne d'arbre est menée à cette fin, et permet de vérifier que la fréquence propre est suffisamment éloignée des fréquences d'excitation.

Dans le cas où le couple moteur est considéré comme fonction linéaire de la vitesse du rotor, le modèle de calcul permet de quantifier l'augmentation de l'amplitude des oscillations de vitesse pour différentes valeurs de rigidité. Quatre calculs sont menés pour des rigidités conduisant à des fréquences propres correspondant à l'harmonique 1 (16 Hz), à l'harmonique 2 (composante majeure du couple résistant), à l'harmonique 8 ainsi qu'à une fréquence de 23 Hz (figure 4.16).

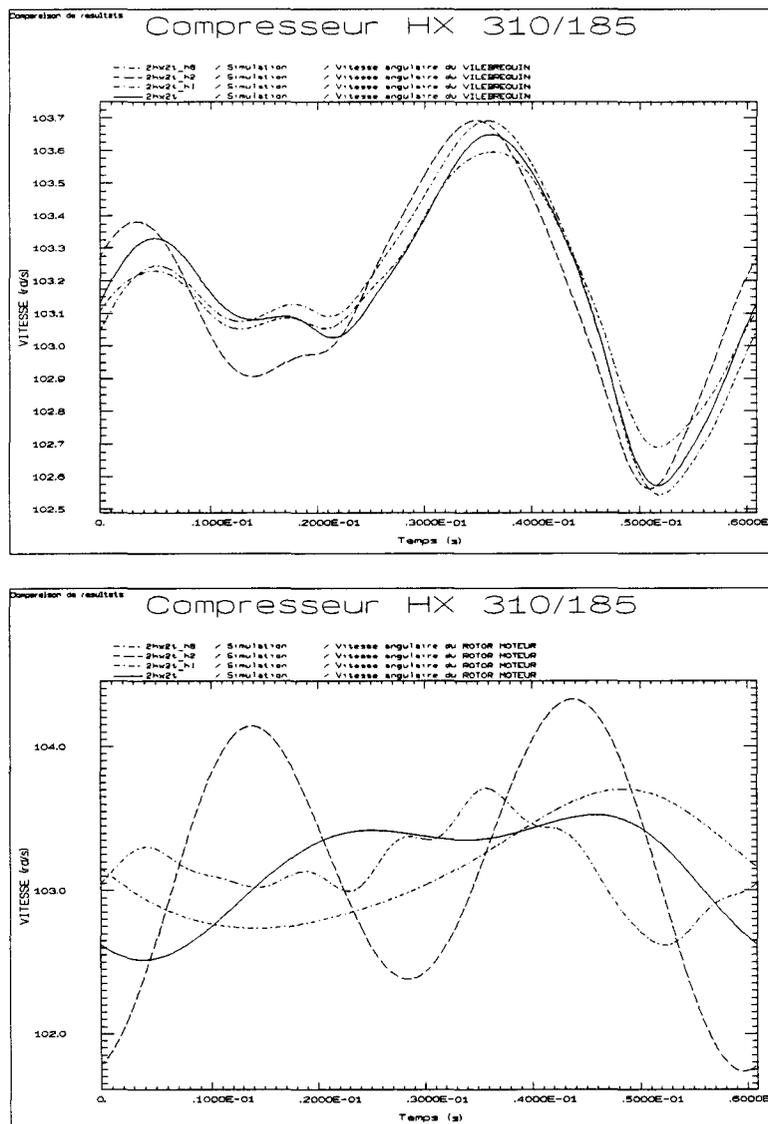


Figure 4.16

Dans ces conditions, il apparait que la vitesse du vilebrequin reste globalement inchangée (fluctuation proche de 1%). La vitesse du moteur voit son allure modifiée en fonction des différentes fréquences sur lesquelles les réponses viennent s'accorder. Pour un fonctionnement en résonance sur l'harmonique 2, la fluctuation de vitesse du moteur voit son amplitude passer de 1 % à 2.5 %, cet harmonique correspondant à la composante principale du couple résistant. Cette augmentation d'amplitude diminue lorsque l'amortissement introduit augmente, soit lorsque la pente de la caractéristique du couple moteur augmente. L'amortissement propre à la transmission n'a dans ce cas d'influence que s'il revêt des valeurs importantes relativement à la pente de la caractéristique du couple.

Les mêmes calculs effectués en considérant le couple moteur comme constant mènent à des résultats différents. Dans ce cas, seul l'amortissement propre à la transmission permet d'atténuer les oscillations de vitesse. Cet amortissement étant localisé différemment dans le mécanisme, les vitesses du vilebrequin et du rotor moteur seront toutes deux affectées par les phénomènes de résonance. Pour un fonctionnement en résonance sur l'harmonique 2, la fluctuation de vitesse du moteur voit son amplitude passer de 1 % à plus de 8 % et la fluctuation de vitesse du vilebrequin voit son amplitude passer de 1 % à près de 2 % (pour un amortissement de 50 Nm/rd/s).

4.3 LIMITES DU MODELE DE CALCUL

Lors de la mise en équations du problème, l'influence de la fluctuation de vitesse sur le calcul thermodynamique n'a pas été prise en compte (H^9). Lorsque les oscillations de vitesse du vilebrequin sont importantes, la vitesse linéaire du piston ainsi que les forces de pressions voient leurs évolutions modifiées. Lorsque l'on atteint des valeurs d'irrégularité cyclique importantes, les modifications subies par le couple résistant se reportent sur l'irrégularité cyclique ; l'allure de cette modification n'est pas prévisible car la composition des forces de pression et des forces d'inertie est fonction de nombreux paramètres liés à la géométrie, à la thermodynamique et au type de processus de compression. Toutefois, la variation de vitesse reste très peu sensible pour des valeurs d'irrégularité cyclique restant inférieures à 5%.

Au delà des différent paramètres du calcul, deux phénomènes peuvent avoir une influence sur le comportement dynamique du compresseur. D'une part, les jeux fonctionnels aux liaisons mécaniques peuvent engendrer des modifications de la cinématique du mécanisme. D'autre part, les sollicitations internes peuvent générer des déformations élastiques de la structure interne et externe au compresseur.

L'étude de l'influence des jeux fonctionnels sur le comportement dynamique du compresseur nécessite de prendre en compte des degrés de liberté supplémentaires au niveau des principales liaisons mécaniques. Une telle modification du modèle de calcul mène à un processus itératif de calcul très lourd, mettant en jeu différents modèles de calcul du comportement dynamique des liaisons, et dont la convergence risque d'être délicate à obtenir. Nous nous sommes donc limités à l'étude des ordres de grandeurs auxquels ces phénomènes peuvent mener. L'annexe B présente un modèle de calcul du comportement dynamique des paliers et l'annexe C présente un modèle de calcul de la cinématique du compresseur prenant en compte les jeux de fonctionnement aux paliers de bielle. Les résultats obtenus montrent que les jeux fonctionnels ne modifient pas le comportement dynamique du compresseur.

Les déformations élastiques peuvent mener à des modifications du comportement du compresseur à deux niveaux. Les sollicitations internes mènent à des déformations dont les ordres de grandeur sont très faibles devant la valeur des jeux fonctionnels ; la cinématique du mécanisme reste donc peu sensible à ce phénomène. Les sollicitations internes résiduelles (non équilibrées par les forces de compression) se reportent au niveau de la structure du compresseur par l'intermédiaire du vilebrequin et du bâti. Ces sollicitations engendrent des vibrations ; la cinématique d'ensemble de la machine vient donc se superposer à la cinématique interne. Les valeurs en jeu restent toutefois bien inférieures à celles mises en jeu par le système bielle manivelle (pour une vibration axiale de 20mm/s à 16Hz, l'accélération des masses alternatives peut voir sa valeur augmenter de 200mm/s², soit de 0.25%). Pour un fonctionnement normal de la machine, les phénomènes liés aux déformations élastiques ne modifient pas le comportement dynamique du compresseur.

4.4 CONCLUSIONS

Le modèle de calcul développé lors de cette étude permet de quantifier l'influence des différents paramètres qui régissent le comportement de la machine.

La formulation dynamique du problème permet de mettre en évidence les effets de l'influence de l'inertie, de la caractéristique du moteur et de la rigidité de la transmission sur la fluctuation de vitesse et sur les sollicitations. Le modèle de calcul mène à une approche plus précise et plus complète que lors d'une formulation "quasi-statique" du problème pour laquelle les équations du mouvement sont linéarisées.

Indépendamment des aspects dynamiques, la prise en compte des phénomènes de frottement est nécessaire pour obtenir une estimation plus précise des sollicitations.

Les phénomènes liés aux jeux fonctionnels et aux déformations élastiques, écartés lors de cette étude, ne mènent qu'à des variations peu sensibles des résultats.

L'objectif de cette dernière phase de l'étude consiste à valider expérimentalement les résultats obtenus par calcul, et parallèlement à valider les différents modèles utilisés pour caractériser les éléments de la chaîne cinématique.

5. VERIFICATION EXPERIMENTALE DU MODELE DE CALCUL

5.1 LE DISPOSITIF EXPERIMENTAL

5.1.1 Les grandeurs mesurées

Les différents termes mis en jeu dans le système d'équations décrivant le comportement dynamique de la machine peuvent être regroupés suivant la classification suivante :

- les termes liés aux caractéristiques géométriques, cinétiques et mécaniques
- les termes liés aux caractéristiques cinématiques
- les termes liés aux sollicitations extérieures.

Les termes liés aux caractéristiques géométriques et cinétiques sont essentiellement les dimensions, masses et inerties des éléments de la chaîne cinématique ainsi que la rigidité de l'accouplement et les coefficients de frottement. Ces paramètres sont déterminés par lecture des plans de conception ou par consultation de documentations techniques. Dans le cadre de cette étude, ces paramètres sont considérés comme constants.

Les termes liés aux caractéristiques cinématiques sont les positions angulaires du moteur et du vilebrequin, ainsi que leur évolution dans le temps (vitesse et accélération). Ces deux degrés de liberté régissent l'ensemble du comportement du mécanisme (sollicitations inertielles et sollicitations internes, évolution du mouvement...). Ces termes ne sont pas des paramètres ; ils constituent les inconnues du modèle de calcul.

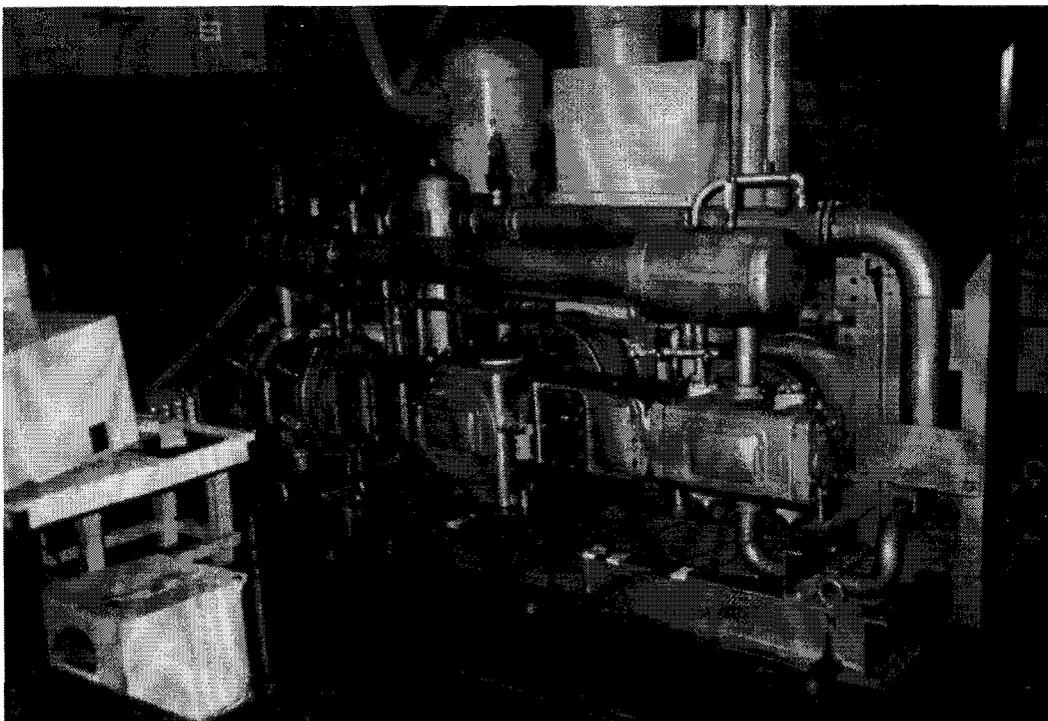
Les termes liés aux sollicitations extérieures sont les forces de pression et le couple moteur. L'évolution de la pression peut être décrite à partir de la vitesse du vilebrequin (modèle thermodynamique de la cellule de compression) mais, le procédé de calcul étant itératif, ces termes sont évalués de façon extérieure au modèle de calcul, selon l'hypothèse H⁹ du paragraphe 3.5.2. L'évolution du couple moteur peut être directement décrite à partir de la vitesse du moteur, selon l'hypothèse H¹⁰ du paragraphe 3.5.3.

En conséquence, il apparaît que seule une vérification expérimentale des deux degrés de liberté principaux du mécanisme, en tant que seules inconnues du modèle de calcul, suffit pour valider les résultats. Toutefois, certains phénomènes liés à la compression, tels que les pulsations de pression ou les vibrations des clapets, ne peuvent être rigoureusement modélisés par le calcul thermodynamique. Afin d'éviter d'introduire une erreur sur les valeurs de pression, la mesure de l'évolution des pressions dans les différentes cellules de compression de la machine est effectuée lors de l'expérimentation.

Deux type de mesures sont donc effectuées lors de cette manipulation ; la mesure des vitesses instantanées sur l'arbre moteur et sur le vilebrequin et la mesure des pressions sur les différents effets de compression. D'autre part, la puissance consommée par la machine est mesurée de façon à pouvoir vérifier les résultats liés aux pertes mécaniques.

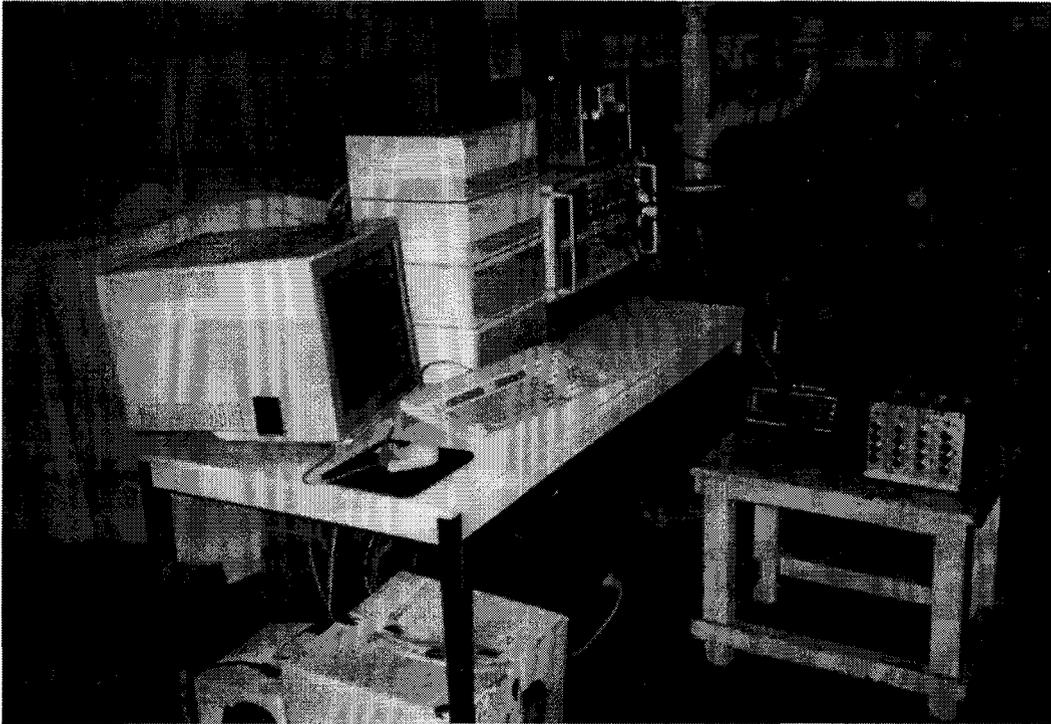
5.1.2 Machine testée

Le compresseur sur lequel la manipulation est menée est du type 2HX2T-310/185. Il s'agit d'un compresseur bi-étagé comportant deux lignes de compression disposées à plat (flat-twin). Sa puissance est de 90 kW pour une vitesse de 1000 tr/mn , pour une pression de refoulement de 7 bars effectifs et un débit de 780 Nm³/h. Il est entraîné par un moteur tournant à 1500 tr/mn par l'intermédiaire d'une transmission par courroies.



Compresseur 2HX2T-310/185

5.1.3 Dispositif expérimental



Dispositif expérimental

Huit voies de mesure sont installées sur la machine; quatre pour les mesures de vitesse :

- vitesse instantanée vilebrequin
- vitesse instantanée moteur
- top-tour vilebrequin (pour synchronisation et pour calcul de la vitesse moyenne par tour)
- top-tour moteur (pour calcul de la vitesse moyenne par tour)

et quatre pour les mesures de pression :

- pression 1^{er} étage (BP) effet avant (AV)
- pression 1^{er} étage (BP) effet arrière (AR)
- pression 2^{ième} étage (HP) effet avant (AV)
- pression 2^{ième} étage (HP) effet arrière (AR).

Les mesures de vitesse et top-tour sont effectuées à partir de codeurs incrémentaux reliés à l'arbre moteur et au vilebrequin. Ces capteurs sont alimentés par une tension stabilisée ; ils génèrent un signal de type "carré" représentatif de la vitesse de passage d'un faisceau de raies opaques devant un rayon lumineux. Ce signal est ensuite traité par un programme de calcul numérique pour obtenir la valeur de la vitesse instantanée du rotor.

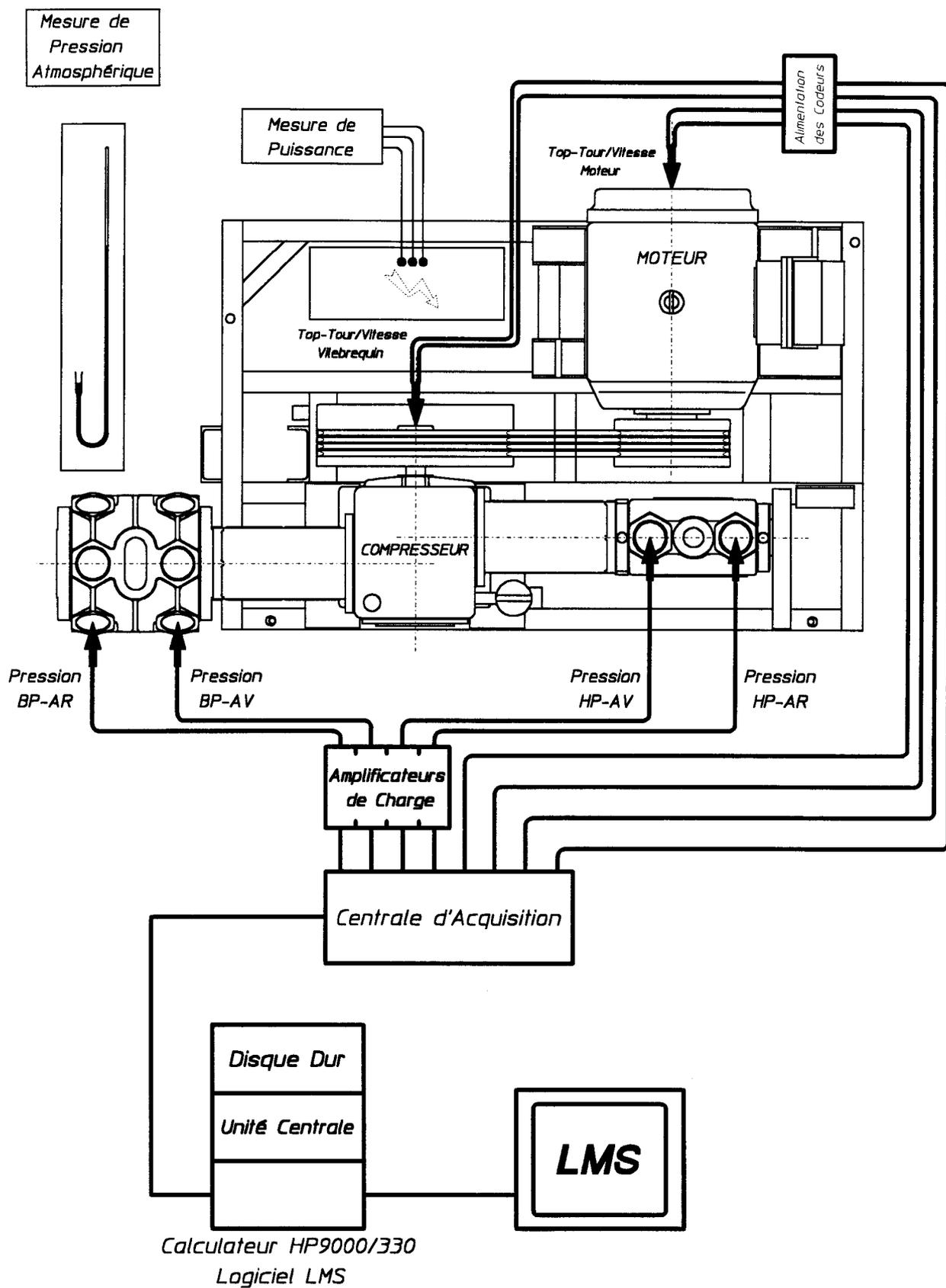


Figure 5.1

Les mesures de pression sont effectuées à partir de capteurs à jauge de contrainte installés sur les différents cylindres. Ces capteurs sont connectés à une électronique permettant l'alimentation du pont de mesure ainsi que la calibration et l'amplification du signal directement représentatif de l'évolution de la pression.

Les signaux issus des 8 voies de mesure sont digitalisés par une centrale d'acquisition (à une cadence maximum de 460 Kech/s) pilotée par un ordinateur HP9000/330, l'ensemble étant géré par le logiciel de mesure LMS (voir figure 5.1).

Lors de l'acquisition, chacune des 8 voies est échantillonnée successivement et les résultats sont stockés sur fichier pour traitement ultérieur.

Parallèlement, la puissance consommée par le moteur est mesurée à l'aide d'un analyseur de puissance électrique et la pression atmosphérique est relevée afin de pouvoir déterminer la pression absolue régnant dans les différents étages de compression.

5.1.4 Plan de mesure

Différents cas de fonctionnement sont étudiés afin de vérifier la fiabilité du modèle vis à vis de plusieurs cas de charge du compresseur.

Pr=7be	Fonctionnement normal (100%) - Refoulement à 7 bars effectifs
Pr=6be	Fonctionnement normal (100%) - Refoulement à 6 bars effectifs
Pr=5be	Fonctionnement normal (100%) - Refoulement à 5 bars effectifs
50% Pr=7be AV/AV	Fonctionnement 50% - Clapets BP_AR et HP_AR ouverts - Refoulement à 7 bars effectifs
50% Pr=7be AV/AR	Fonctionnement 50% - Clapets BP_AV et HP_AR ouverts - Refoulement à 7 bars effectifs
Pr=0be	Fonctionnement normal (100%) - Refoulement à 0 bars effectifs (vanne de refoulement ouverte)
* Régulation Pr=7be	Fonctionnement 0% - Tous clapets ouverts
* Sans Clapets	Fonctionnement sans clapets - Cylindres à l'atmosphère

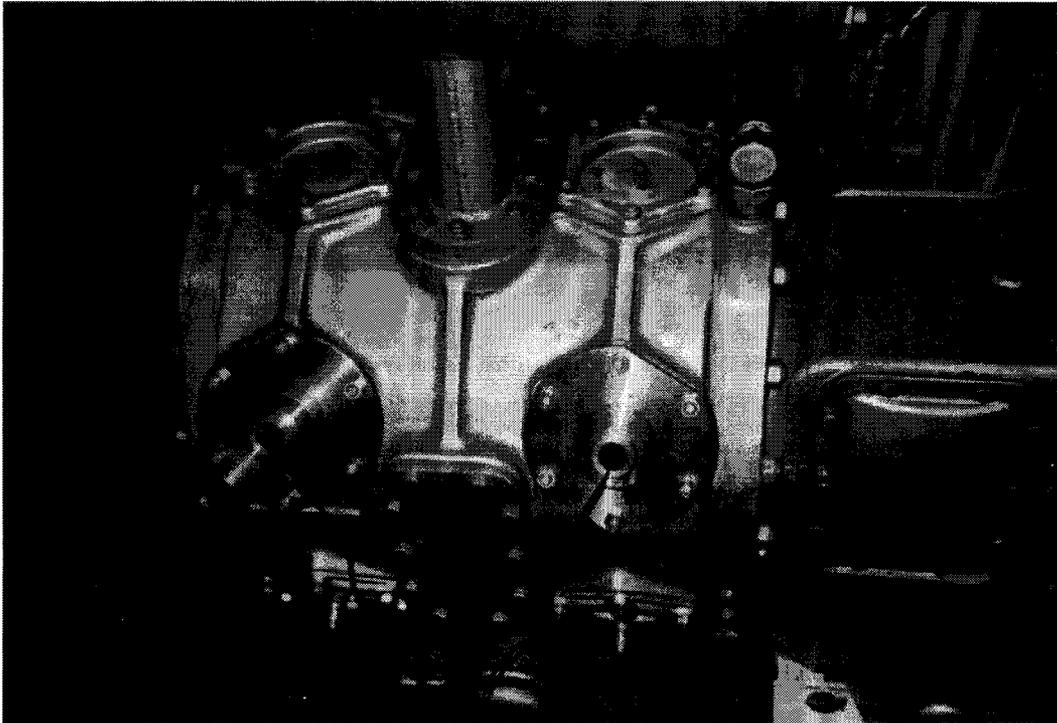
Pour étudier les cas de fonctionnement transitoire de la machine :

Démarrage	Démarrage en fonctionnement normal - Tempo à 4 s
Démarrage_Δt=10s	Démarrage en fonctionnement normal - Tempo à 8 s
Démarrage_SC	Démarrage en fonctionnement sans clapets - Tempo à 4 s

* Ces mesures ont été invalidées suite à une détérioration du codeur vilebrequin.

5.2 MESURE DES PRESSIONS

5.2.1 Implantation des capteurs



Implantation des capteurs sur cylindre BP

Les capteurs utilisés sont des capteurs ENTRAN type EPXM-M5HT haute température ayant une étendue de mesure de 10 bars pour le cylindre basse pression et de 15 bars pour le cylindre haute pression. La membrane du capteur est reliée à la chambre de compression par l'intermédiaire d'un trou percé au travers d'un des clapets de refoulement de chaque effet de compression. Le corps du capteur est relié à l'extérieur par l'intermédiaire d'un tube entretoise traversant le couvercle de clapet et serré par un contre-écrou (figure 5.2).

Afin de compenser la montée en température du capteur lors du fonctionnement du compresseur, il est nécessaire d'étalonner le capteur pour chaque cas de fonctionnement. Pour cela, le capteur est amené à température, puis la machine étant arrêtée, le cylindre est mis à la pression ambiante et le zéro du pont de mesure est réajusté.

La fréquence de résonance de la colonne d'air dans le conduit reliant le capteur au cylindre reste suffisamment élevée relativement à la fréquence du phénomène mesuré. Les calculs montrent que l'erreur commise reste inférieure à 1% pour les fréquences supérieures à 180 Hz, soit une fréquence proche de l'harmonique 12 de la fréquence de rotation du compresseur.

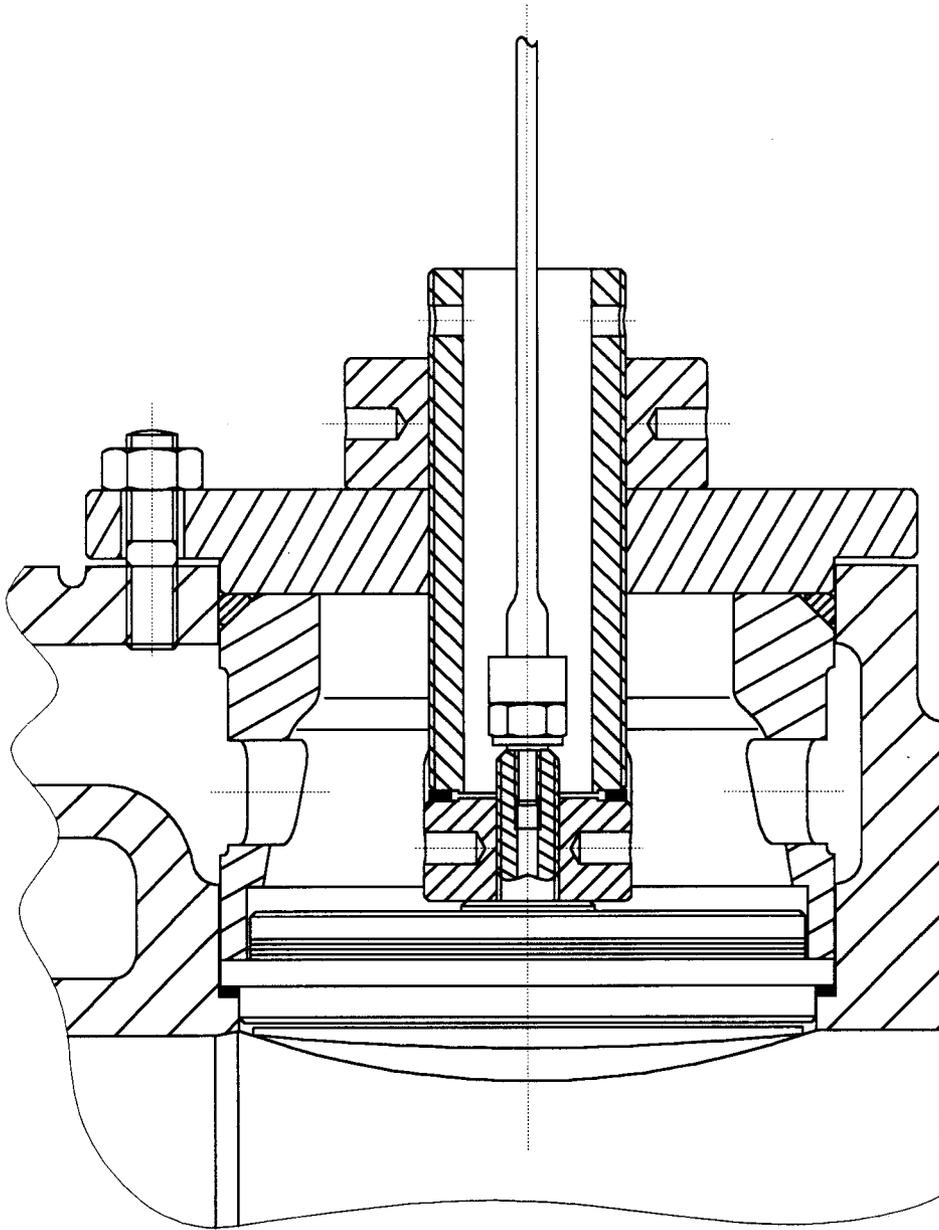


Figure 5.2

5.2.2 Mesures brutes

Les signaux issus des quatre voies de pression sont mémorisés sur fichiers. Chaque acquisition comporte les informations mesurées sur une période de 1.27 secondes, soit environ 20 tours du vilebrequin (figure 5.3). Le déclenchement fourni par le codeur monté sur le vilebrequin permet de "caler" les mesures relativement à la position angulaire du vilebrequin.

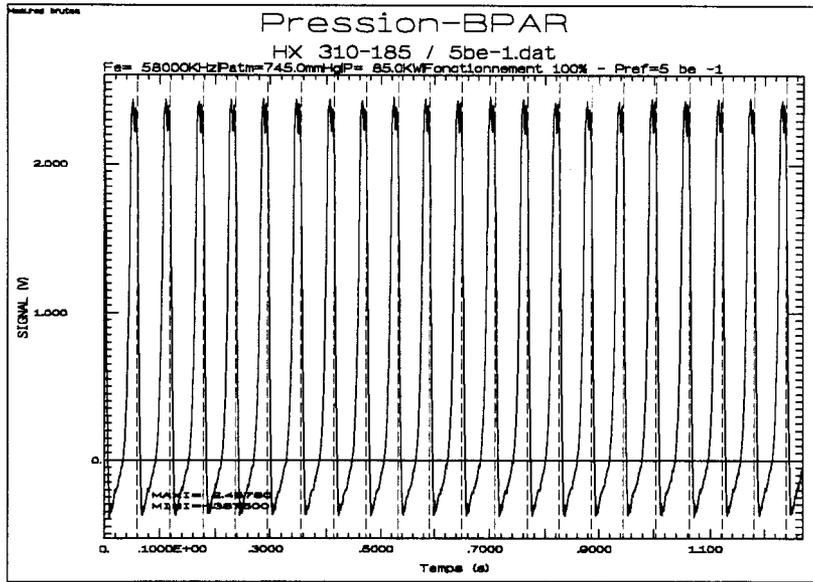


Figure 5.3

5.2.3 Diagrammes de pression

Le traitement de ces signaux consiste à transformer le signal électrique mesuré en valeur de pression absolue, à partir de la valeur de la sensibilité réglée sur le conditionneur et de la valeur de la pression atmosphérique mesurée lors de l'essai (figure 5.4). Les résultats sont ensuite moyennés sur chaque tour et stockés sur fichiers de façon à pouvoir être injectés dans le modèle de calcul.

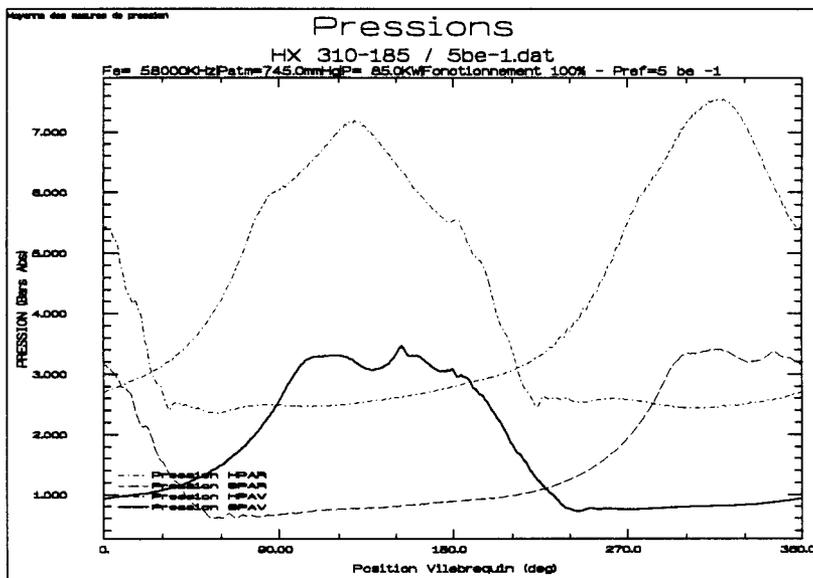
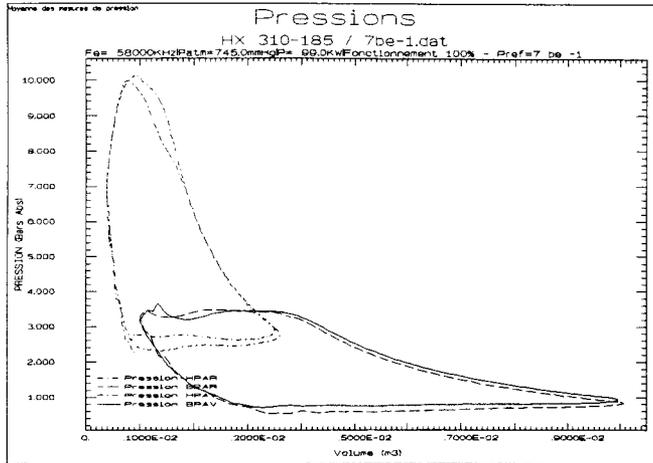
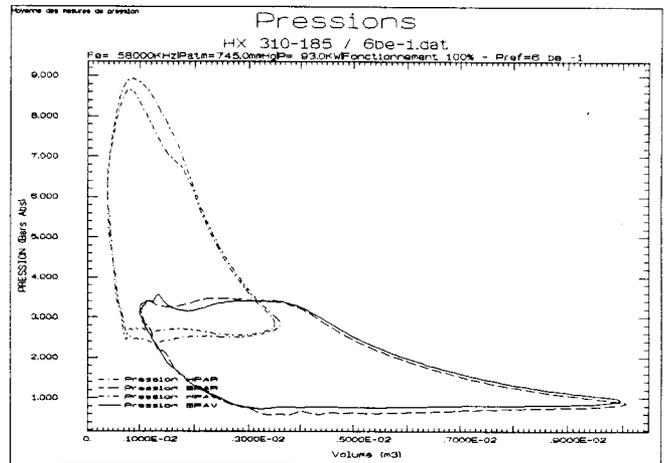


Figure 5.4

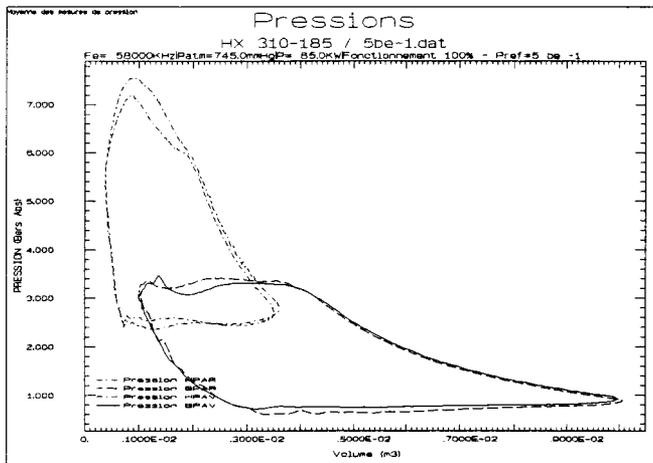
Ces résultats peuvent être exploités sous forme de diagramme pression-volume (figure 5.5), connaissant la géométrie du cylindre où la pression est mesurée (course, diamètre et espace mort).



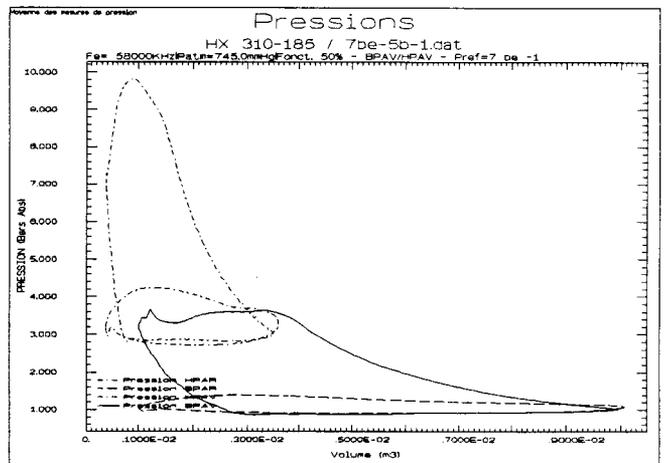
Fonctionnement à Pr =7 be



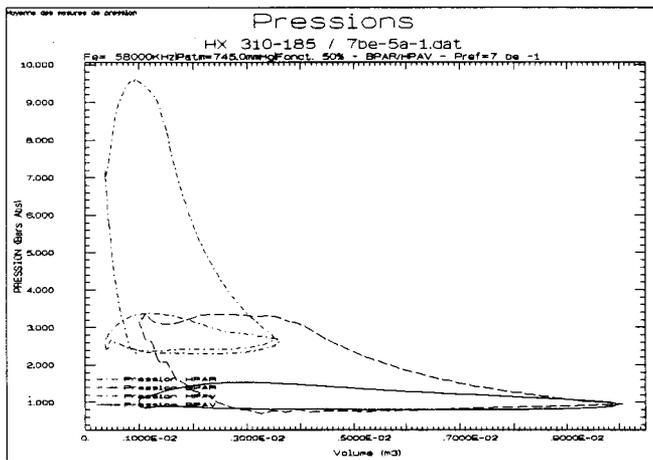
Fonctionnement à Pr =6 be



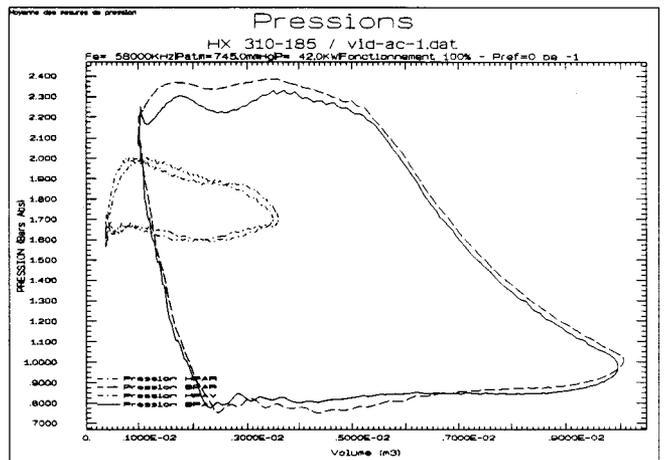
Fonctionnement à Pr =5 be



Fonctionnement 50% AV/AV à Pr =7 be



Fonctionnement 50% AR/AV à Pr =7 be



Fonctionnement à Pr =0 be

Figure 5.5

5.3 MESURE DES VITESSES

5.3.1 Principe de mesure de vitesse

5.3.1.1 Implantation des capteurs

Les capteurs utilisés sont des codeurs optique SICOD type E8H. Le codeur relié à l'arbre moteur génère 250 impulsions par tour (résolution $1,44^\circ$). Il est relié à l'extrémité de l'arbre moteur par l'intermédiaire d'un accouplement flexible permettant un léger désalignement. Le corps du codeur est monté sur un flasque rapporté sur le carter du moteur (figure 5.6).

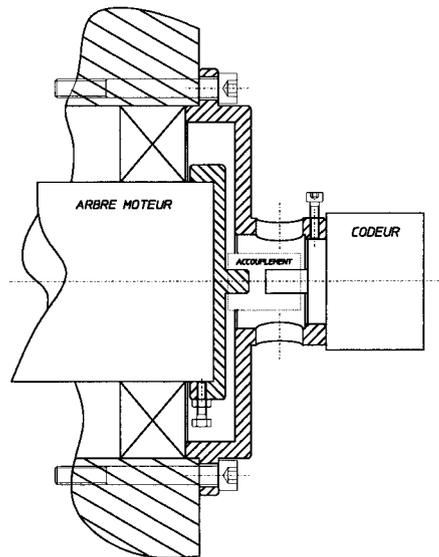
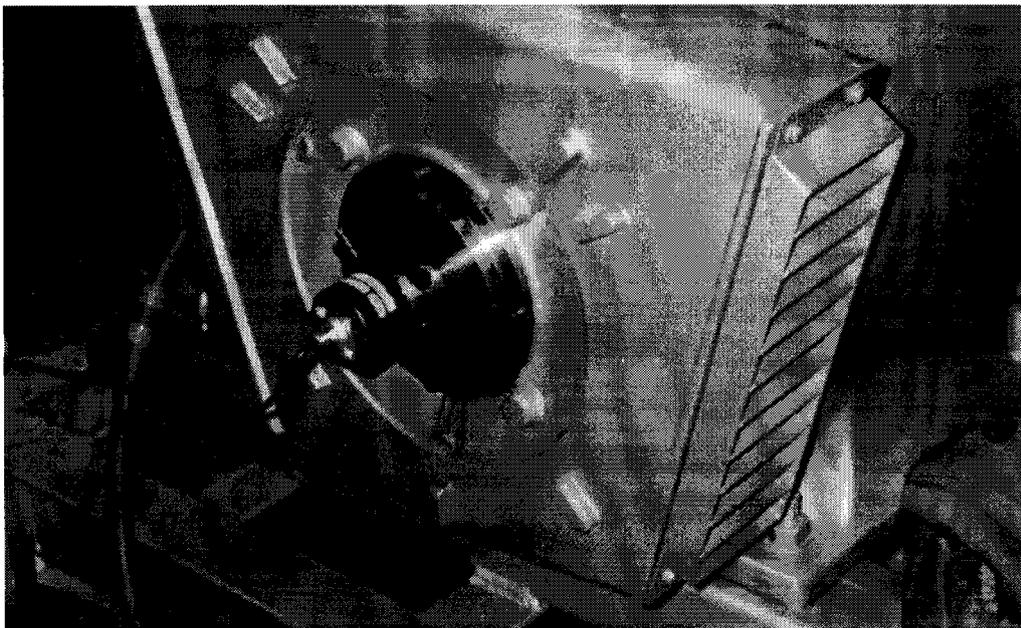


Figure 5.6



Montage du codeur sur l'arbre moteur

Le codeur relié au vilebrequin génère 360 impulsions par tour (résolution 1°). Il est relié au vilebrequin par l'intermédiaire d'un axe rapporté sur l'extrémité du vilebrequin et d'un accouplement flexible. Le corps du codeur est monté sur une plaque dont la position peut être réglée par rapport au fer support soudé sur le châssis (figure 5.7). La position angulaire du codeur est "calée" de façon à ce que le signal top-tour généré corresponde au point mort haut du piston (position 0° du vilebrequin).

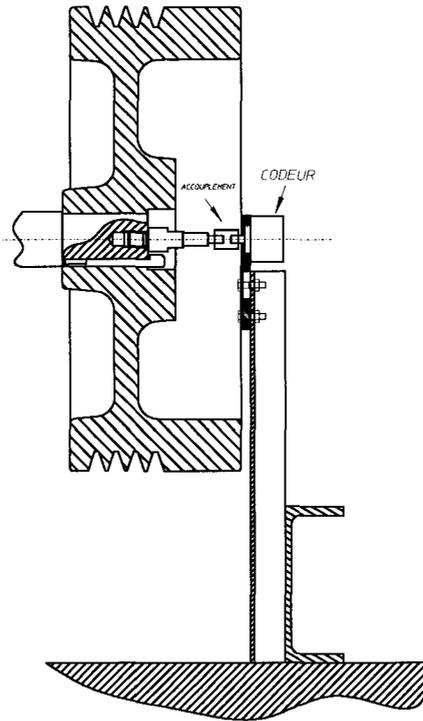
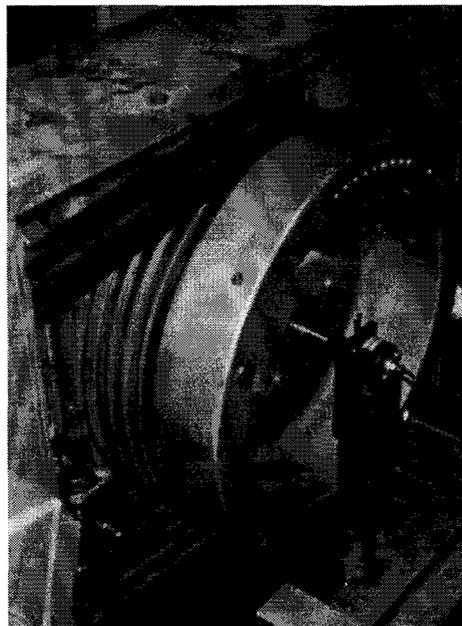


Figure 5.7



Implantation du codeur sur le vilebrequin

5.3.1.2 Calcul de la vitesse de rotation instantanée

Une source de lumière dirigée vers une cellule photoélectrique génère un signal électrique. Ce signal fluctue car la source de lumière est interrompue par un faisceau de raies opaques disposées sur un disque relié à l'arbre en rotation. Le nombre de raies fixe la résolution du capteur.

Le signal généré est théoriquement un signal carré, mais dans la pratique, il revêt une allure sinusoïdale. Sur une période de rotation de l'arbre, chaque raie génère une impulsion dont la période est fonction de la vitesse de son passage, donc de la vitesse de rotation à cet instant. Ce signal ne reflète pas directement l'évolution de la vitesse de rotation de l'arbre, il est donc nécessaire de le soumettre à un traitement numérique.

L'information liée à la vitesse réside dans la période de chaque impulsion contenue dans le signal. Le traitement consiste donc à mesurer la valeur de ces périodes successives. Pour cela, les différents échantillons de l'acquisition sont scrutés pour distinguer les limites des différentes impulsions. La fréquence d'échantillonnage n'étant pas infinie, les échantillons ne peuvent pas coïncider avec les bornes de l'impulsion. Il faut donc mener une interpolation linéaire entre deux échantillons situés de part et d'autre d'un franchissement de la valeur moyenne du signal, afin d'approcher au mieux la valeur de la durée de l'impulsion.

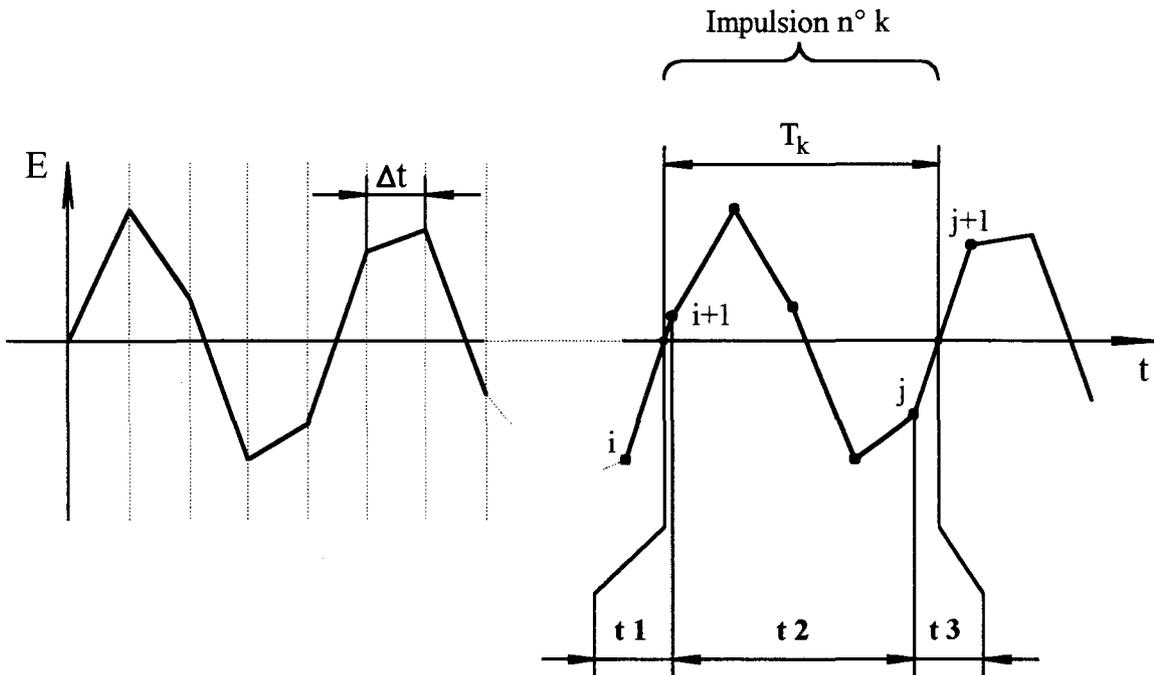


Figure 5.8

Sur la figure 5.8, le calcul de la période d'une impulsion est basé sur un franchissement entre une valeur "plus basse" et une valeur "plus haute" que la valeur moyenne (franchissement bas-haut). Connaissant la valeur $E(i)$ correspondant à chaque échantillon i , la valeur de la période T_k s'exprime comme :

$$T_k = t_1 + t_2 + t_3 = \left[\frac{E(i+1)}{E(i+1) - E(i)} + (j-i-1) + \frac{E(j+1)}{E(j) - E(j+1)} \right] \cdot \Delta t.$$

La valeur de la vitesse moyenne correspondant à l'impulsion k s'exprime alors en fonction de la résolution d'une raie $\Delta\theta_r$:

$$\omega_k = \frac{\Delta\theta_r}{T_k} \quad \text{avec} \quad \Delta\theta_r = \frac{2\pi}{\text{Nombre de raies}}.$$

La même méthode peut être appliquée en basant le calcul des périodes des impulsion sur un franchissement de la valeur moyenne dans le sens "haut-bas". Il devient alors possible d'affiner le résultat en faisant une moyenne des résultats des deux types de méthode, ce qui équivaut en quelque sorte à augmenter fictivement la résolution du codeur.

Pour obtenir des résultats corrects, la fréquence d'échantillonnage doit être supérieure à 4 fois la fréquence maximum du signal brut, afin d'acquérir au moins quatre échantillons par impulsion et de pouvoir ainsi décrire correctement le signal de type sinus. Dans notre cas, pour un codeur qui génère 250 impulsions par tour et pour une vitesse maxi de 1500 tr/mn du moteur, la fréquence mini d'échantillonnage doit être au minimum de :

$$f_e \geq 4 \cdot 250 \cdot \frac{1500}{60} = 25 \text{ KHz}$$

Au vu de la capacité de la centrale d'acquisition, nous avons choisi une fréquence d'échantillonnage de 58 KHz, ce qui correspond à une moyenne de 10 acquisitions par impulsion. Les mesures étant effectuées sur une durée correspondant à plusieurs tours du vilebrequin, cette cadence d'échantillonnage élevée nécessite une grande capacité de stockage (dans notre cas, 80000 échantillons par acquisition pour 20 tours du vilebrequin).

La même méthode sera appliquée pour le calcul de la vitesse moyenne par tour dans le cas du démarrage du compresseur. Dans ce cas le signal brut de départ est issu des voies de type "top-tour" et ne comporte donc qu'une "impulsion" par tour (la phase de démarrage dure approximativement 8s ; la mesure de la vitesse instantanée, nécessitant une fréquence d'échantillonnage élevée, mène à un dépassement des capacités de la centrale d'acquisition).

5.3.2 Mesure de la vitesse instantanée du moteur

Le signal issu du codeur relié à l'arbre moteur fluctue entre les valeurs 0 et 5 Volts (figure 5.9). Comme pour les mesures de pression, les signaux sont calés relativement à la position angulaire du vilebrequin (sur la figure 5.9, le trait vertical pointillé représente le passage au point mort haut du compresseur).

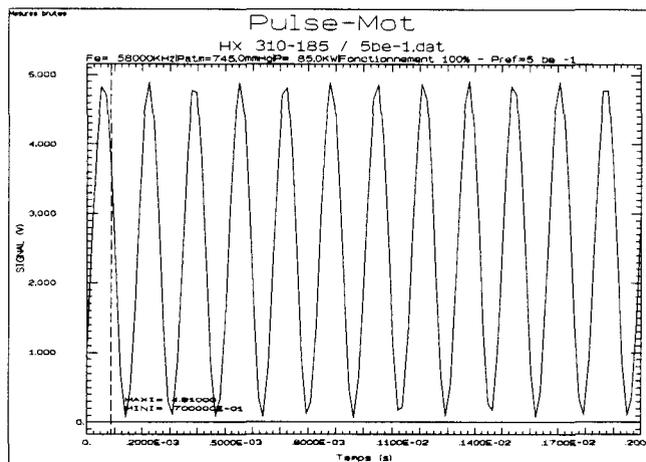


Figure 5.9

Après traitement, nous obtenons un signal d'allure sinusoïdale, dont la période correspond à la fréquence de rotation du compresseur. La figure 5.10 représente l'évolution du signal traité avec utilisation de la résolution maximale du codeur (250 raies et moyenne des deux méthodes de traitement, soit une résolution de 0.72°).

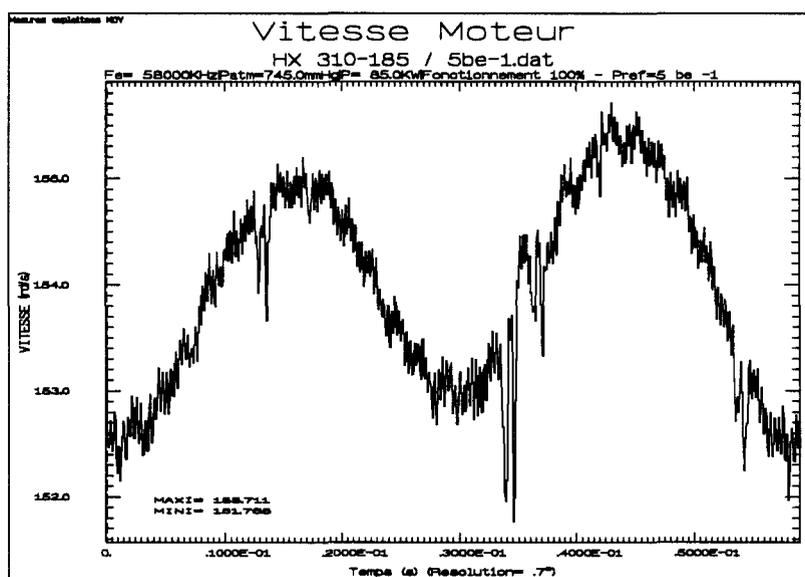


Figure 5.10

Le signal comporte certaines discontinuités dues aux parasites (proximité du moteur). toutefois, le signal est parfaitement répétitif ; la figure 5.11 représente la superposition des résultats pour 5 tours successifs du vilebrequin.

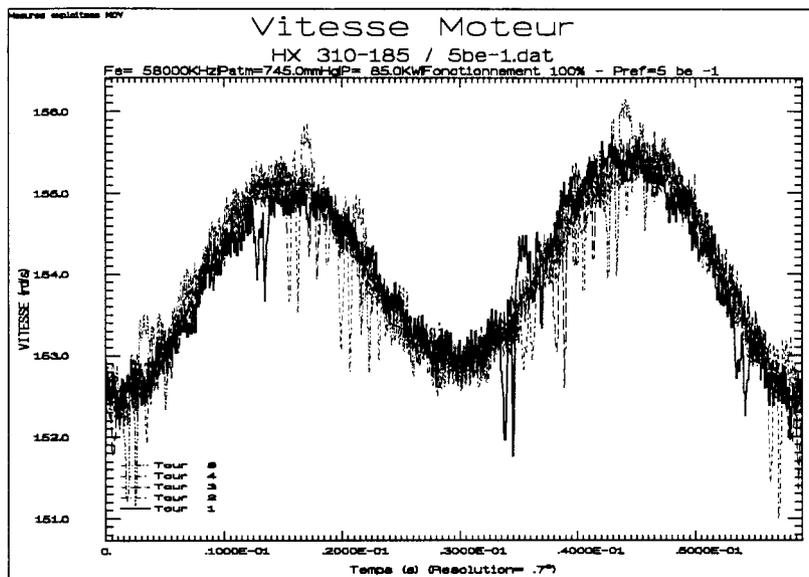


Figure 5.11

Pour comparaison avec le calcul, il est nécessaire de lisser ces résultats. Deux méthodes sont possibles pour extraire les différents bruits de la mesure. En effectuant une moyenne synchrone des résultats sur 20 tours successifs d'une même acquisition (tracé "Sans lissage" sur la figure 5.12), le bruit de mesure est fortement atténué. Le résultat peut encore être amélioré en diminuant fictivement la résolution du codeur (soit en calculant la période sur plusieurs impulsions successives) et en effectuant une moyenne synchrone (figures 5.13 et 5.14).

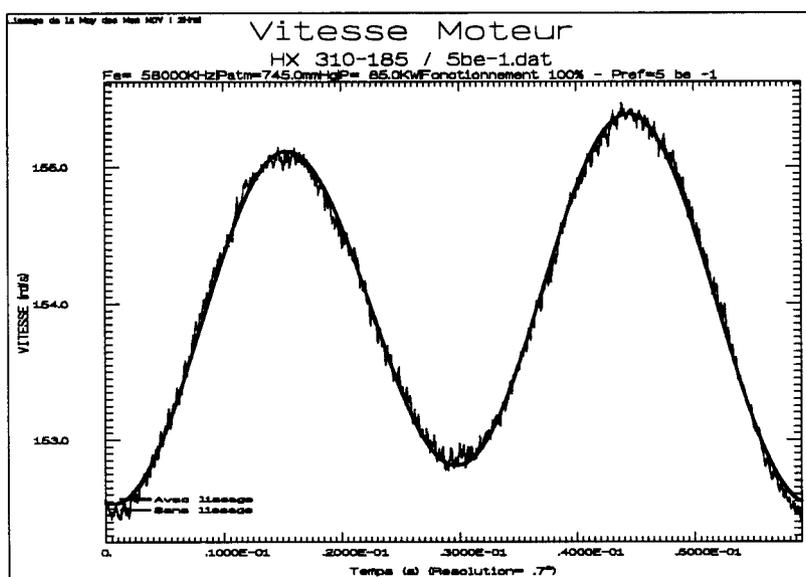


Figure 5.12

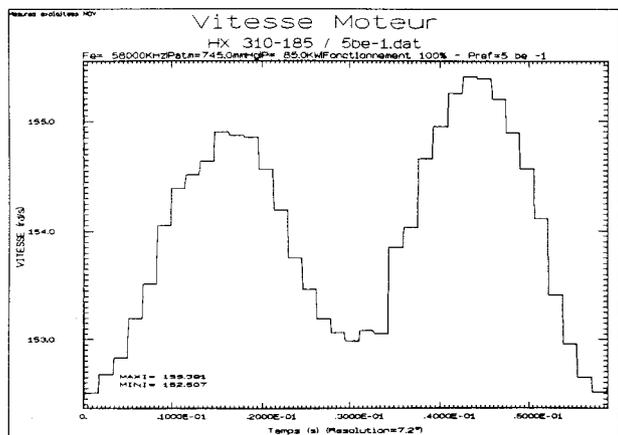


Figure 5.13

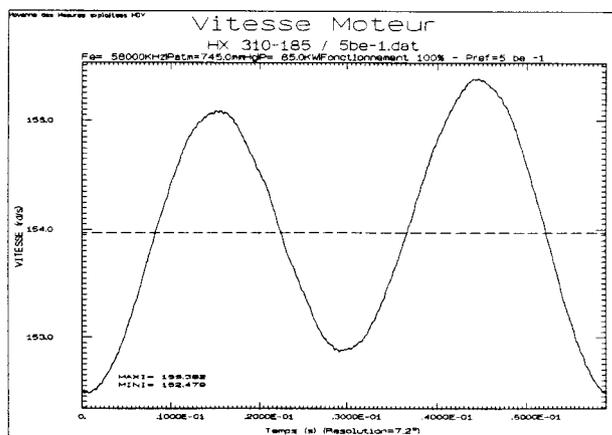


Figure 5.14

Une autre méthode permet d'extraire les bruits de la mesure par filtrage fréquentiel, en pratiquant une transformée de FOURRIER sur la totalité de l'acquisition, et en recomposant le signal temporel en ne retenant que les harmoniques les plus basses (tracé "Avec lissage" sur figure 5.12). Les deux premières harmoniques suffisent pour reconstituer l'évolution de la vitesse instantanée du moteur.

Nous avons retenu cette méthode pour constituer l'évolution de la vitesse instantanée du moteur pour les différents cas de charge étudiés. Les résultats obtenus (figure 5.15) traduisent correctement l'augmentation de vitesse due à la diminution de la puissance. Pour les différents cas de fonctionnement, l'allure de la vitesse est similaire. Il faut toutefois noter la différence entre les deux cas de fonctionnement à 50% de charge, due au déséquilibre introduit lors du fonctionnement avec les seuls effets avant du compresseur (BPAV-HPAV), celui-ci ne "travaillant" que sur la moitié du cycle de rotation.

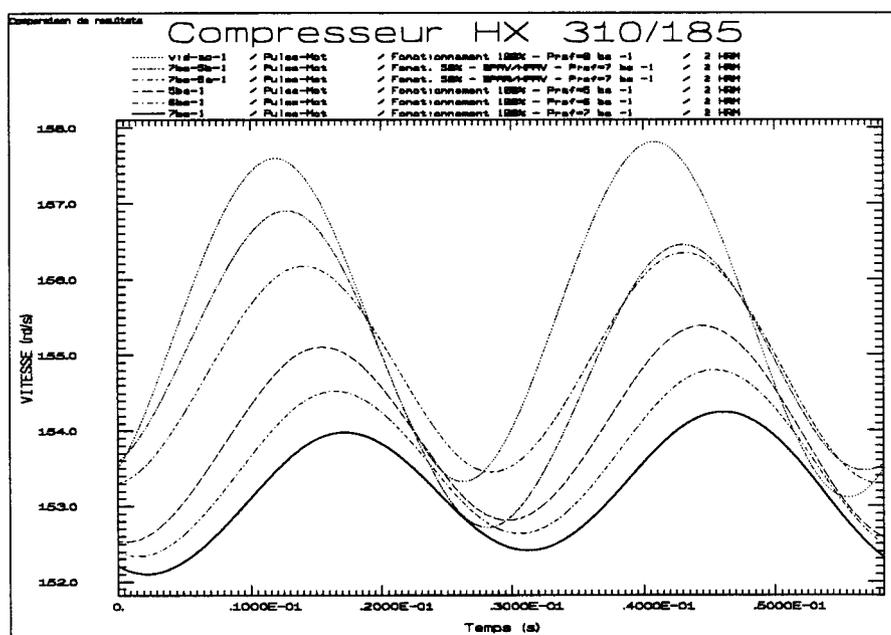


Figure 5.15

5.3.3 Mesure de la vitesse instantanée du compresseur

Le signal brut mesuré présente les mêmes caractéristiques que le signal issu du codeur incrémental relié à l'arbre moteur. Après traitement, nous obtenons un signal d'allure sinusoïdale, mais ici, l'information est composée principalement de deux fréquences. La fréquence la plus basse, correspondant à l'harmonique 2 de la vitesse de rotation du compresseur, traduit la flexibilité de la transmission par courroie ; la deuxième composante principale du signal est d'un ordre beaucoup plus élevé (≈ 500 Hz) et est apparaît dans les mesures effectuées pour chaque cas de fonctionnement. La figure 5.16 présente l'évolution du signal traité avec l'utilisation de la résolution maximale du codeur monté sur le vilebrequin (360 raies et moyenne des méthodes de calcul, soit une résolution de $\frac{1}{2}^\circ$).

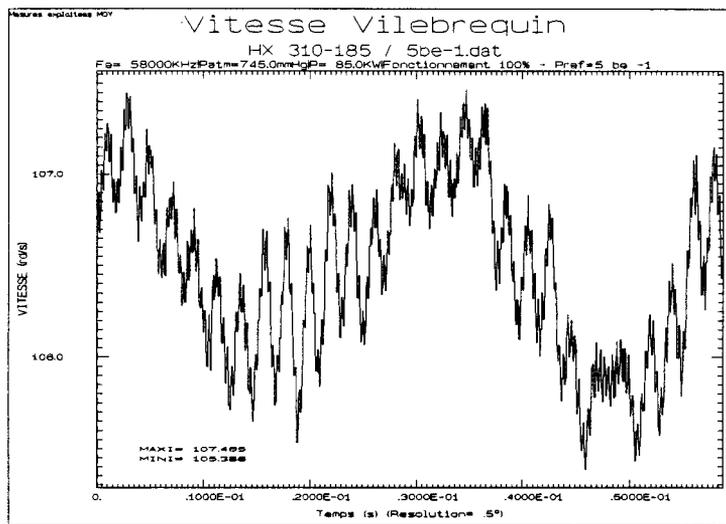


Figure 5.16

La résolution maximale du codeur doit être utilisée, une diminution de la résolution ne permettant plus de traduire correctement la fluctuation d'ordre élevé (figure 5.17).

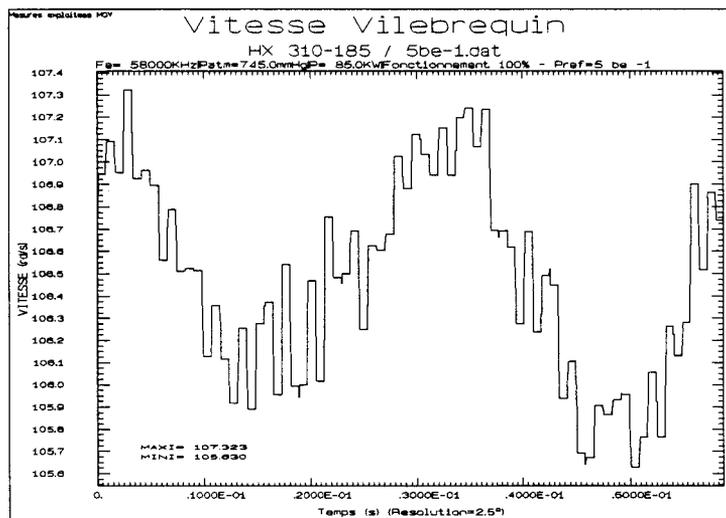


Figure 5.17

La composante d'ordre élevé ne peut être apparentée à un bruit de mesure, l'observation de la superposition des résultats sur plusieurs tours mettant en évidence la répétitivité du signal (figure 5.18).

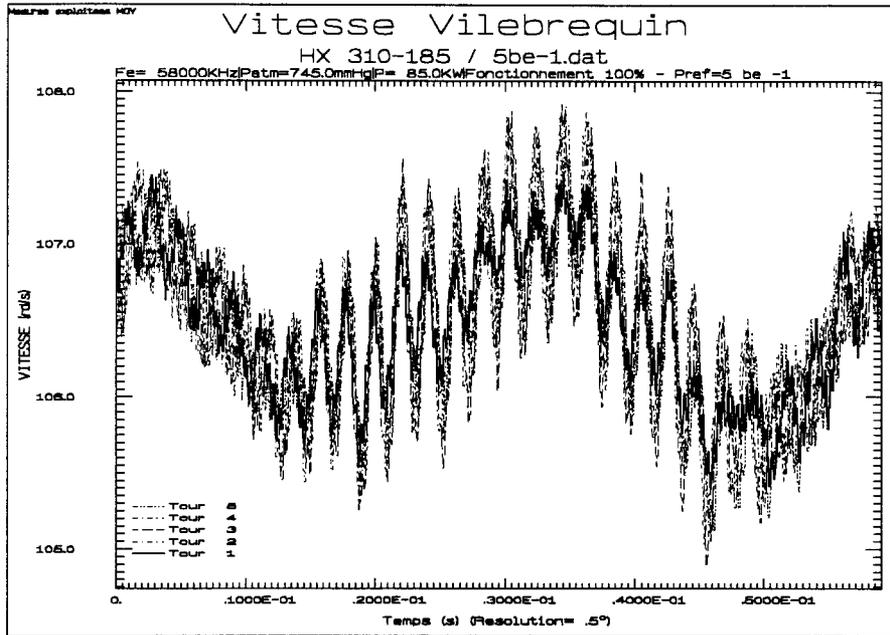


Figure 5.18

La répétitivité de la mesure n'est toutefois pas complète ; il peut être observé sur le tracé une zone où la composante d'ordre élevé ne coïncide pas d'un tour à l'autre. Ce fait est directement reflété par l'allure de l'évolution de la vitesse obtenue par moyenne synchrone (figure 5.19). Le phénomène lié à cette fluctuation de vitesse évolue donc lors du cycle de rotation du compresseur.

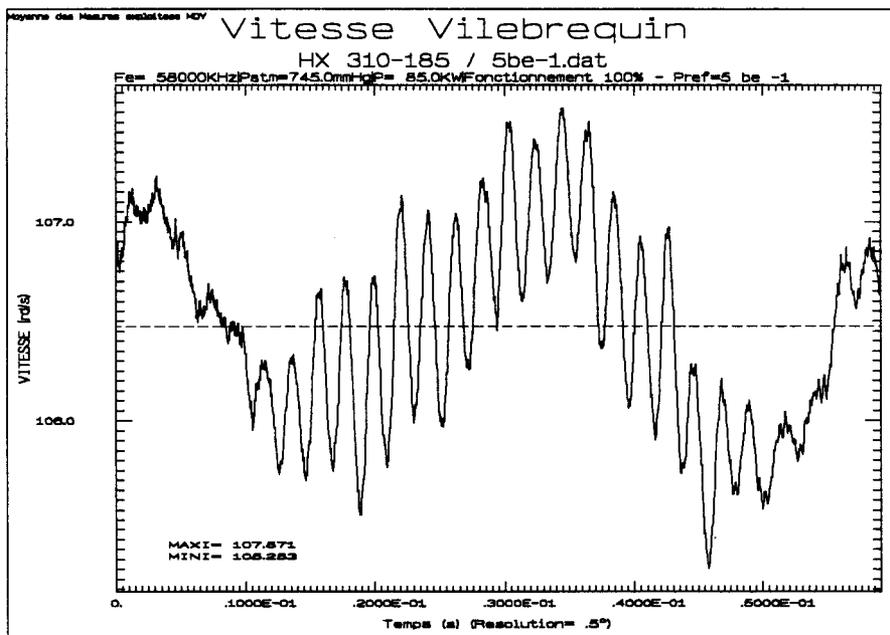


Figure 5.19

Le modèle de calcul est basé sur une hypothèse d'identité des vitesses de la périphérie du volant d'inertie (lieu géométrique de transmission de la puissance) et du vilebrequin. La vitesse mesurée présente une irrégularité cyclique dont la fréquence est incompatible avec l'inertie élevée de la jante (figure 5.20). Cette mesure ne correspond donc pas à la vitesse périphérique du volant. Il apparaît donc qu'un phénomène imprévu entre en jeu dans le mécanisme, introduisant ainsi cette composante dans l'évolution de la vitesse.

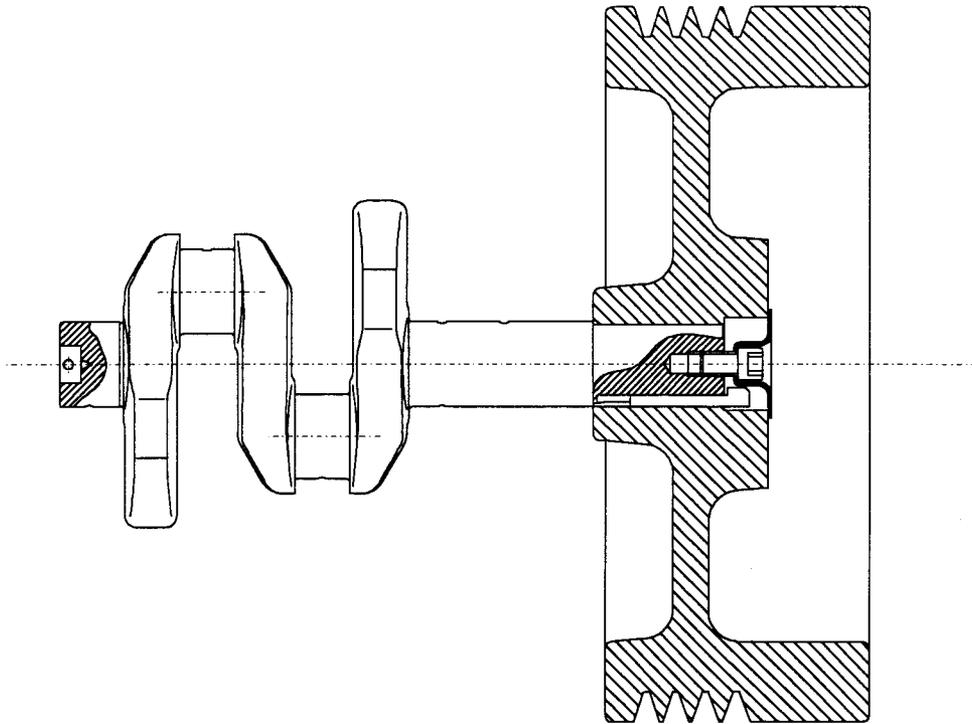


Figure 5.20

L'allure de la fluctuation observée traduit l'existence d'une flexibilité non négligeable entre la périphérie du volant et l'extrémité de l'arbre vilebrequin. Différents calculs menés sur le code de calcul par éléments finis ANSYS montrent que la rigidité propre de l'ensemble toile+moyeu du volant est très importante et n'est donc ainsi pas à l'origine de ce résultat. Par contre, deux mécanismes mis en jeu à l'interface entre le moyeu du volant et le vilebrequin sont à l'origine de ce phénomène.

5.3.3.1 Interprétation du phénomène mis en jeu

La transmission de mouvement entre le volant et le vilebrequin est réalisée conjointement par l'intermédiaire d'une clavette et d'un assemblage fretté (figure 5.21). Le frettage a pour rôle de solidariser les deux éléments et la clavette joue le rôle d'élément de sécurité. Deux mécanismes peuvent donc être mis en jeu dans cette liaison.

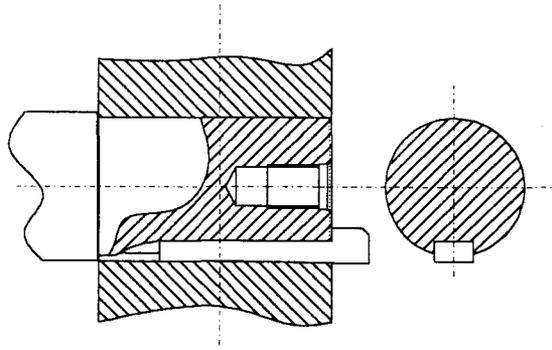


Figure 5.21

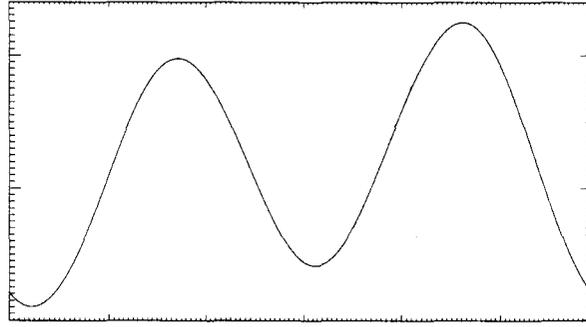
D'une part, l'ajustement réalisé lors de l'assemblage à la presse hydraulique des deux éléments engendre une pression de contact plus ou moins importante à l'interface. Cette pression de contact entre vilebrequin et moyeu permet de transmettre un effort par l'action du frottement. Le couple ainsi transmissible varie en fonction des diamètres effectifs de la portée du vilebrequin et du moyeu (dans notre cas, pour un assemblage H7n6, le couple transmissible peut varier de 0 à 8000 mN*). Il apparaît donc possible, lorsque le couple résistant dépasse le couple transmissible par frottement, que les deux surfaces se déplacent l'une par rapport à l'autre; le volant tourne alors autour du vilebrequin.

Le mouvement ainsi enclenché a tendance à se maintenir du fait de la diminution du coefficient de frottement (le coefficient de frottement dynamique est inférieur au coefficient de frottement statique). C'est alors la clavette qui entre en fonction, reprenant en partie l'effort transmis. Les deux éléments se trouvent donc à cet instant désolidarisés et la rigidité torsionnelle de la liaison voit sa valeur diminuer. En effet l'interface passe d'un état où les deux éléments sont solidaires (pièce massive) à un état où les deux éléments ont une certaine mobilité limitée par l'action de la clavette (élément déformable). Des vibrations de torsion viennent donc se superposer au mouvement de rotation du vilebrequin. Le déclenchement de ce mécanisme peut être assimilé à l'apparition d'un degré de liberté supplémentaire au sein de la chaîne cinématique.

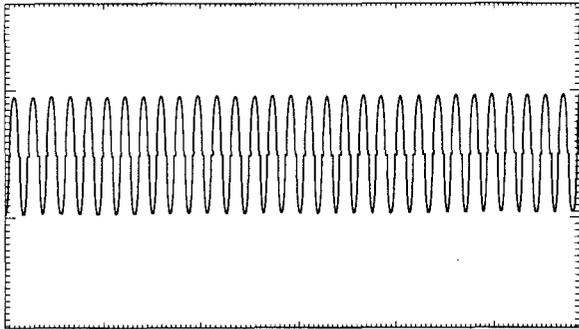
Le couple résistant évolue constamment lors du cycle de compression et lorsque sa valeur diminue suffisamment, le frottement tend à resolidariser les deux éléments et l'amplitude des fluctuations de vitesse s'en trouve ainsi diminuée.

Deux mécanismes entrent donc en jeu pour transmettre le couple entre le vilebrequin et le volant ; un mécanisme de clavetage et un mécanisme de frottement. Tous deux coexistent et interagissent en permanence et à aucun moment l'un ne prédomine nettement par rapport à l'autre. Dans la pratique, la liaison se trouve à tout moment dans un état intermédiaire (figure 5.22).

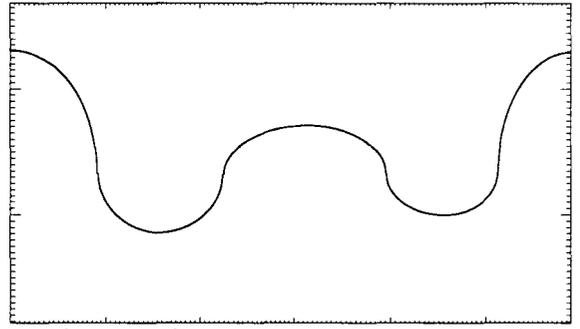
* Un serrage supplémentaire est toutefois introduit lors du montage forcé de la clavette à talon (en forme de coin). Mais le montage étant effectué "à la main", il est difficile de quantifier la valeur de l'augmentation de serrage ainsi introduite. La pression de contact est aussi affectée par l'effort variable dû à la tension de courroie, agissant sur le vilebrequin par l'intermédiaire du volant.



Fluctuation de vitesse +

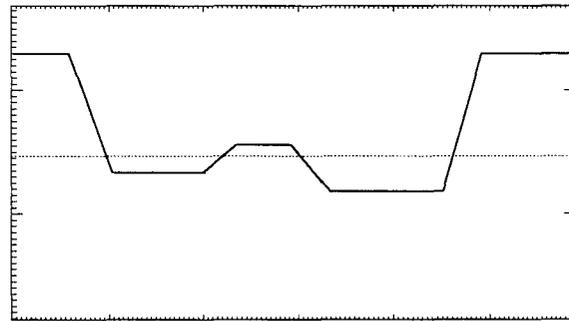


Vibration de torsion

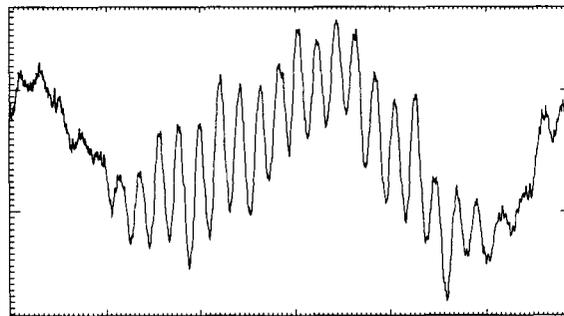


Atténuation due au frottement (frottement variable)

X



+ Rotation relative due au frottement (serrage variable) =



Résultat mesuré

Figure 5.22

5.3.3.2 Modélisation de l'interface vilebrequin-volant

Plusieurs résultats de calcul permettent de justifier les hypothèses précédemment émises. Tout d'abord, le mécanisme de clavetage a été modélisé de façon à estimer la rigidité torsionnelle de la liaison vilebrequin-volant sans prise en compte du mécanisme de frettage. Pour cela, la géométrie de l'assemblage a été maillée, à l'aide d'éléments 2D, sous le code de calcul par éléments finis ANSYS. Les éléments représentant l'axe du vilebrequin ont été bloqués en rotation et un déplacement unitaire a été imposé aux éléments représentant la périphérie du volant (figure 5.23).

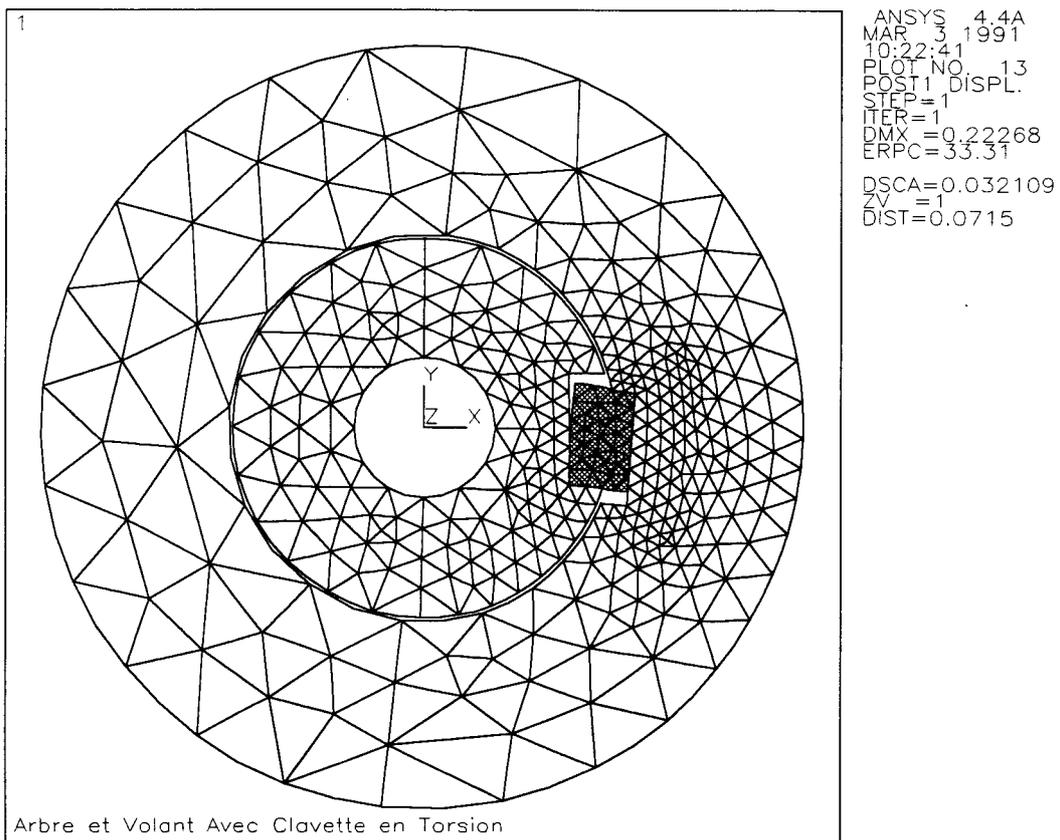


Figure 5.23

Le couple constitué par les réactions d'appui en ces éléments, combiné à la valeur du déplacement imposé a permis d'estimer la rigidité de l'assemblage à $2.7 \cdot 10^6$ Nm/rd, soit une valeur 20 fois plus faible que celle de l'assemblage considéré comme une seule et même pièce (fretage complet). Il a ainsi été mis en évidence que le mécanisme de clavetage ne permet pas de considérer l'assemblage vilebrequin-volant comme indéformable et qu'un degré de liberté supplémentaire est effectivement introduit dans la chaîne cinématique.

Afin de reconstituer l'allure des résultats expérimentaux, un modèle de calcul permettant de prendre en compte les déformations de torsions des différents éléments de la chaîne cinématique a été construit (voir annexe D).

Ce modèle permet d'introduire des degrés de liberté supplémentaires au niveau de la liaison vilebrequin-volant, mais aussi au niveau de la déformation de torsion de l'arbre moteur et de l'arbre vilebrequin. La valeur de la rigidité torsionnelle de l'arbre moteur découle directement d'une formulation analytique. La valeur de la rigidité torsionnelle de l'arbre vilebrequin, dont la géométrie s'apparente à celle d'un arbre coudé, est calculée à partir d'abaques mises au point par le B.I.C.E.R.A (British Internal Combustion Engine Research Association). Cette méthode permet de calculer la rigidité en torsion d'un vilebrequin par définition d'un arbre de diamètre et de longueur équivalente à celle de l'arbre coudé. Les abaques sont construites pour des coudes dont la géométrie est propre aux vilebrequins de moteurs à combustion interne. Toutefois, l'application de cette méthode de calcul aux vilebrequins de compresseurs de type "flat-twin" reste correcte, les calculs ayant été validés par un calcul de type éléments finis.

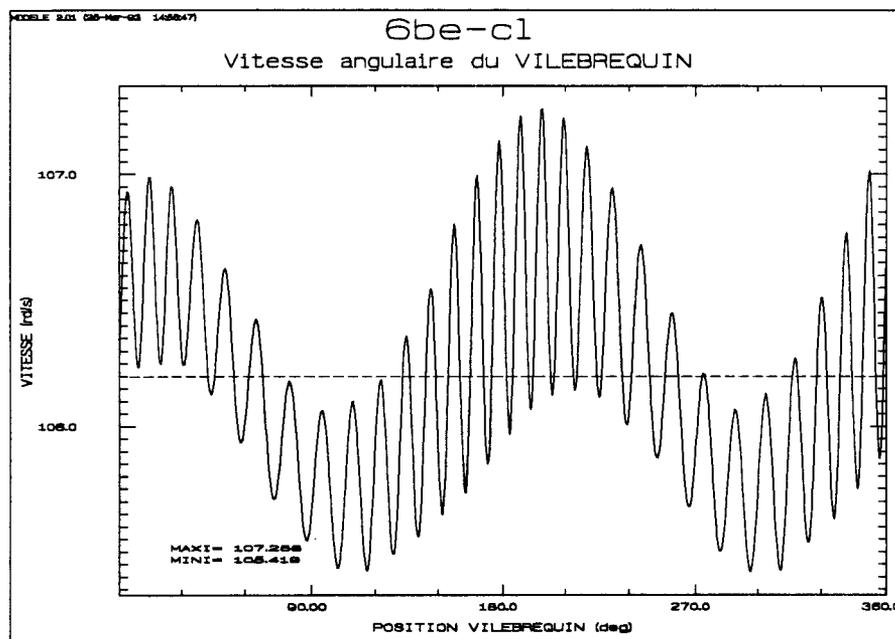


Figure 5.24

La vitesse instantanée en extrémité de vilebrequin ainsi calculée (figure 5.24) met en évidence l'existence d'une vibration de torsion à une fréquence proche de 500 Hz. La prise en compte du mécanisme de clavetage dans le modèle permet donc d'interpréter les résultats obtenus expérimentalement*.

Ce phénomène n'existe pas au niveau de l'arbre moteur. Les résultats ont permis de vérifier ce fait ; en effet, les vitesses de l'arbre moteur et de la poulie motrice sont similaires, la liaison entre les deux éléments pouvant être considérée comme indéformable (arbre moteur de forte section et liaison poulie-arbre moteur réalisée par un cône intermédiaire auto serrant de type VECOBLOC).

* Il a été vérifié, lors du démontage du volant sur la machine testée, que le mécanisme de clavetage a effectivement pu se mettre en place. En effet, le démontage du volant ayant pu s'effectuer sans difficultés, il est apparu que le serrage entre les deux éléments n'était pas important lors des mesures.

D'autre part, la comparaison de la fluctuation de vitesse au couple résistant permet d'interpréter l'atténuation des vibrations de torsion observées localement lors des mesures. Pour un fonctionnement du compresseur à une pression de refoulement de 7 bars effectifs, le couple agissant sur le vilebrequin reste majoritairement résistant et sa valeur moyenne est de 580 mN (figure 5.25). Dans ce cas, aucune atténuation de la vibration de torsion n'est observée lors de la mesure de vitesse (figure 5.26A), l'évolution du couple résistant ne permettant pas au mécanisme de frettage de s'établir.

Par contre, pour une pression de refoulement du compresseur moins élevée (5 be), le couple résistant moyen diminue (500 mN) et l'importance de la composante motrice du couple agissant sur le vilebrequin augmente (figure 5.25). Le couple de frettage peu donc redevenir prépondérant et tendre à resolidariser les deux éléments, affectant ainsi l'établissement du mouvement vibratoire (figure 5.26B).

Ce phénomène s'installe et tend à s'amplifier au fur et à mesure de la diminution du couple résistant moyen (figure 5.26C).

Les deux constatations présentées dans ce paragraphe justifient donc les hypothèses émises au paragraphe 5.3.3.1. La particularité des résultats expérimentaux obtenus lors de la mesure de la vitesse instantanée du vilebrequin semble donc directement liée au mécanisme de frettage. Lorsque le serrage est insuffisant, le mécanisme de clavetage se déclenche et l'on observe des vibrations de torsion. Par contre, un "serrage/couple transmis" plus important tend à rigidifier la liaison mécanique et a diminuer ainsi la fluctuation de vitesse liée à ces vibrations.

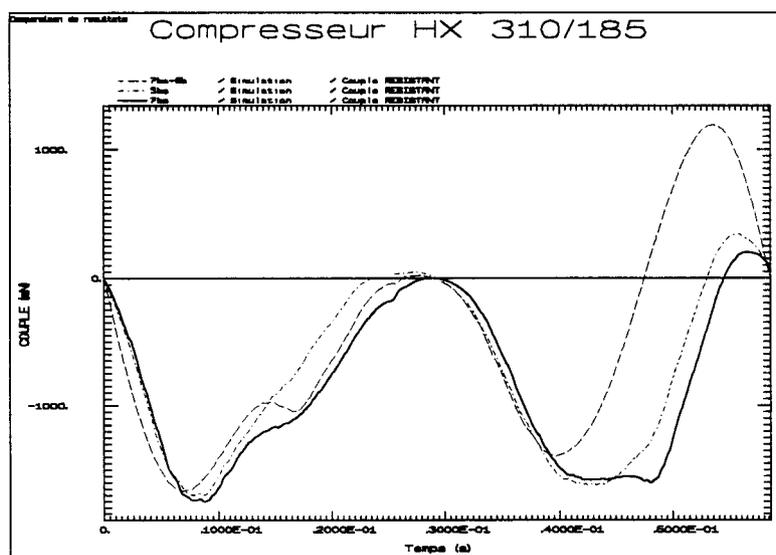


Figure 5.25

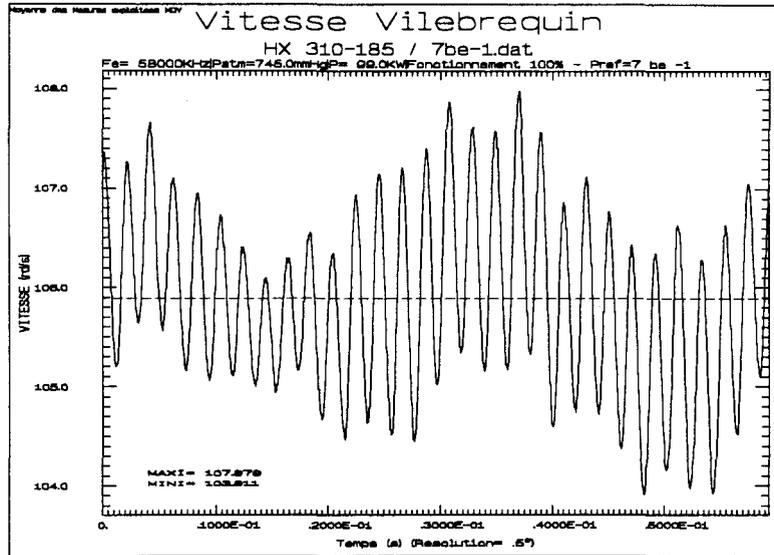


Figure 5.26A

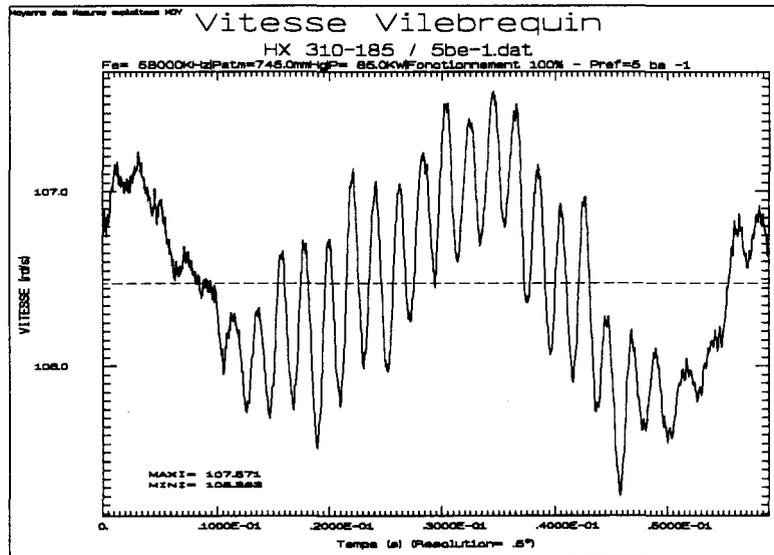


Figure 5.26B

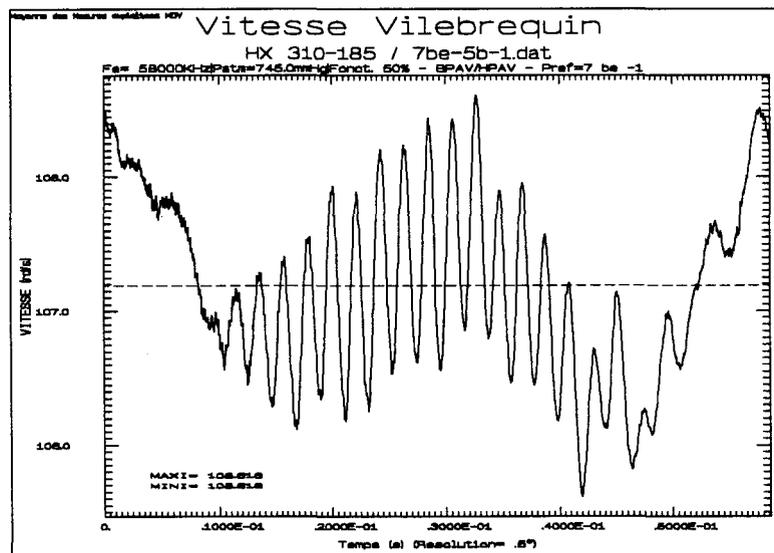


Figure 5.26C

5.3.3.3 Incidence des phénomènes observés sur le fonctionnement du compresseur

L'analyse précédente n'aurait pas eu d'objet si le point de mesure de la fluctuation de vitesse du vilebrequin eut été localisé différemment (sur le volant directement) ou si le frottement du volant sur le vilebrequin eut été plus important. Toutefois les mesures effectuées dans ces conditions n'auraient pas permis de dévoiler l'incidence des ces phénomènes sur le comportement dynamique de la machine.

En effet, des vibrations de torsion telles que celles observées lors des mesures se reportent au niveau du système bielle-manivelle et modifient l'évolution de l'accélération des masses en mouvement alternatif. Les efforts inertiels alternatifs vont donc évoluer différemment. Ceci peut être mis en évidence en comparant plusieurs résultats.

Tout d'abord, la figure 5.27 représente les vitesses instantanées du vilebrequin et du volant d'inertie obtenues avec le modèle de calcul prenant en compte la déformation de la liaison vilebrequin-volant. Si l'on calcule l'évolution de l'effort sur tige correspondante et qu'on la compare avec l'évolution de l'effort sur tige obtenue sans prendre en compte les phénomènes de torsion d'arbre (figure 5.28), il apparait localement une majoration de 8% de cet effort. Chaque sollicitation en présence au sein du mécanisme du compresseur et ainsi affectée par la vibration de torsion et le couple appliqué au vilebrequin voit localement sa valeur majorée de 15%.

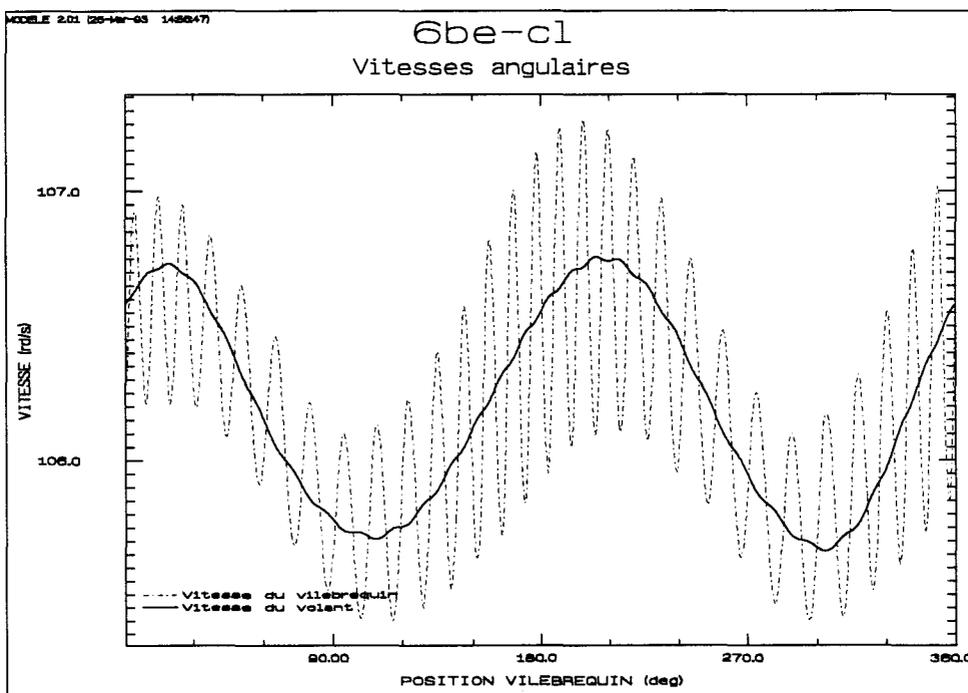


Figure 5.27

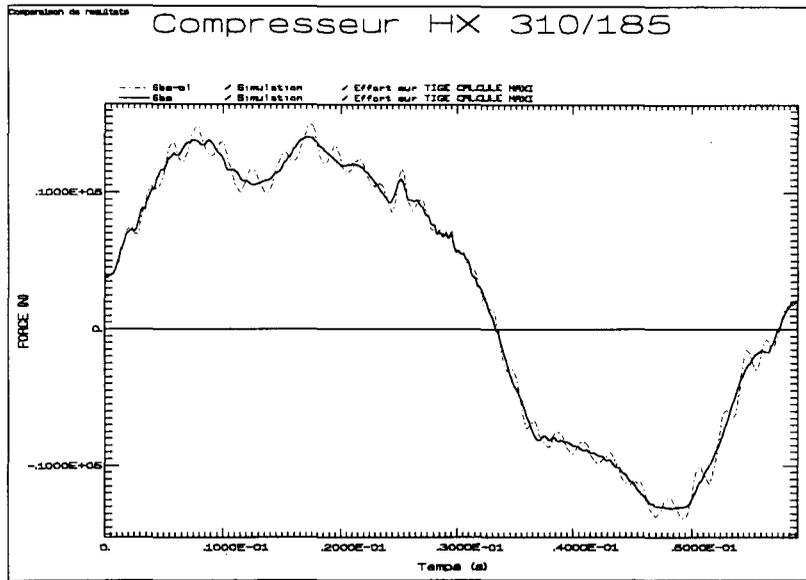


Figure 5.28

Un serrage insuffisant au niveau de la liaison entre le volant et le vilebrequin peut donc engendrer une majoration non négligeable des sollicitations. Dans certains cas extrêmes, le comportement de la machine peut en être affecté, débouchant sur une augmentation du niveau vibratoire ou à une détérioration de certains éléments de la chaîne cinématique, notamment de la liaison vilebrequin-volant (matage de la clavette).

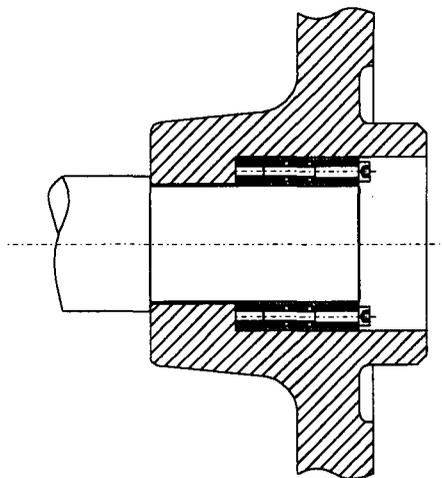


Figure 5.29

Ces phénomènes ne peuvent être mis en évidence lors de l'analyse torsionnelle menée par le bureau d'étude lors de la conception des compresseur. La flexibilité de l'assemblage vilebrequin-volant n'est généralement pas prise en compte lors de l'introduction des paramètres dans le programme de calcul. Toutefois, il apparaît peu probable aujourd'hui de rencontrer ce type de problème sur les machines sortant de l'atelier. L'abandon de la solution "assemblage claveté", systématiquement remplacée depuis maintenant deux ans par un élément d'assemblage conique auto serrant de type RINGSPANN permet de garantir le frettage du vilebrequin sur le volant (figure 5.29).

Il peut être vérifié, à l'aide du modèle prenant en compte la flexibilité des ligne d'arbre, qu'un assemblage rigide n'engendre pas de majoration des sollicitations. En comparant les résultats issus du modèle à deux degrés de liberté et les résultats issus de celui prenant en compte la flexibilité propre au vilebrequin , il apparaît peu de différences entre les résultats obtenus lors du calcul des l'effort sur tige. Dans ce cas, la fluctuation de vitesse du vilebrequin est beaucoup plus faible et n'engendre donc pas de modifications des sollicitations inertielles (figures 5.30 et 5.31).

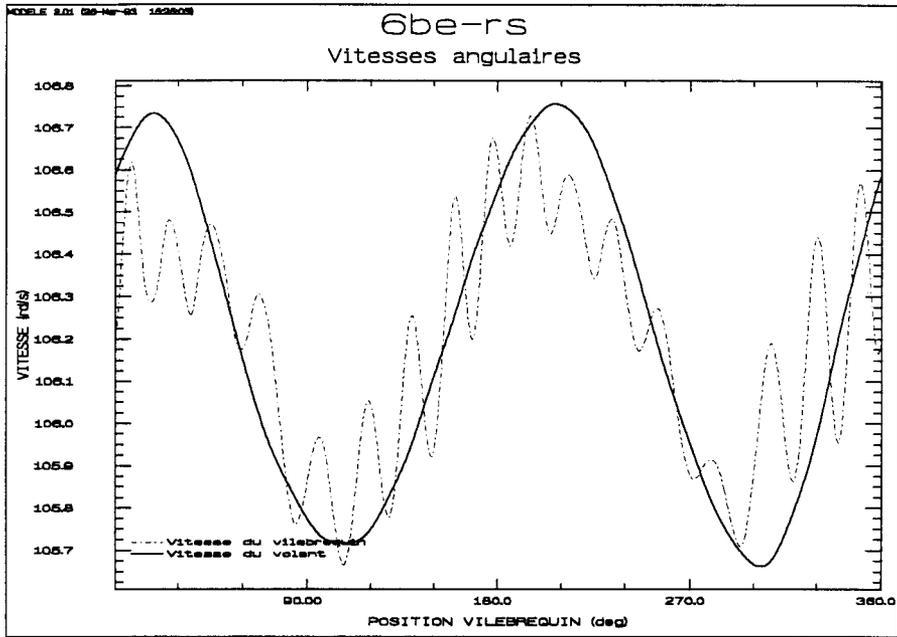


Figure 5.30

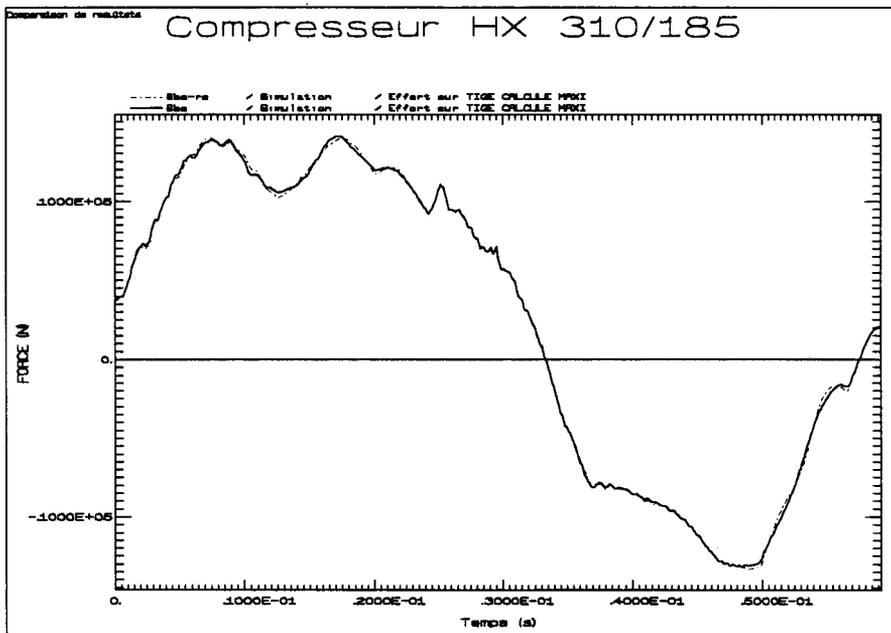


Figure 5.31

Sur les résultats précédents (figures 5.27 et 5.30), il apparaît que la vitesse instantanée du volant d'inertie n'est globalement pas affectée par la caractéristique de la liaison vilebrequin-volant. Le volant joue donc bien son rôle d'atténuation de l'irrégularité cyclique.

Le modèle à deux degrés de liberté, même s'il ne permet pas de dissocier la vitesse du volant de celle du vilebrequin et donc suffisant dans la majorité des cas. Toutefois, il peut dans certains cas être nécessaire de dissocier ces deux éléments afin de pouvoir mener l'interprétation de phénomènes ayant pu entraîner une avarie.

Le modèle permettant une décomposition complète de la ligne d'arbre permet une analyse plus fine que l'analyse torsionnelle couramment menée au bureau d'étude, car elle permet de quantifier l'évolution des sollicitations induites par l'introduction d'un élément de flexibilité donnée dans la chaîne cinématique.

5.3.3.4 Lissage des résultats

L'existence des phénomènes précédemment décrits va rendre difficile la comparaison des résultats obtenus par calcul et des résultats mesurés. La modélisation du comportement de l'assemblage reste difficile au vu de la complexité des interactions entre les deux mécanismes, et n'entre pas dans le cadre de cette étude.

Les deux modèles ne permettent donc pas de refléter les comportements réels de la cinématique de la machine testée. Il convient donc de traiter les résultats de la mesure de vitesse afin de n'en conserver que la composante liée à la fluctuation de vitesse du volant seul.

Les vibrations de torsion dues au mécanisme de clavetage peuvent être aisément extraites des résultats par filtrage fréquentiel (voir 5.3.2) car la fréquence de ce phénomène est beaucoup plus élevée que la fréquence de la fluctuation propre au volant d'inertie.

Par contre, le mécanisme de frottement ne peut être écarté des résultats par filtrage fréquentiel, ce phénomène (rotation relative du vilebrequin par rapport au volant) ayant la même périodicité que la fluctuation de vitesse propre au volant d'inertie.

La comparaison des résultats liés à la vitesse instantanée du vilebrequin sera donc plus qualitative que quantitative, un écart étant introduit à priori entre la mesure et le modèle de calcul.

La figure 5.32 regroupe l'évolution des vitesse instantanées du vilebrequin pour les six cas de fonctionnement étudiés. Les résultats présentés ne sont constitués que des deux premières harmoniques de la vitesse de rotation du compresseur.

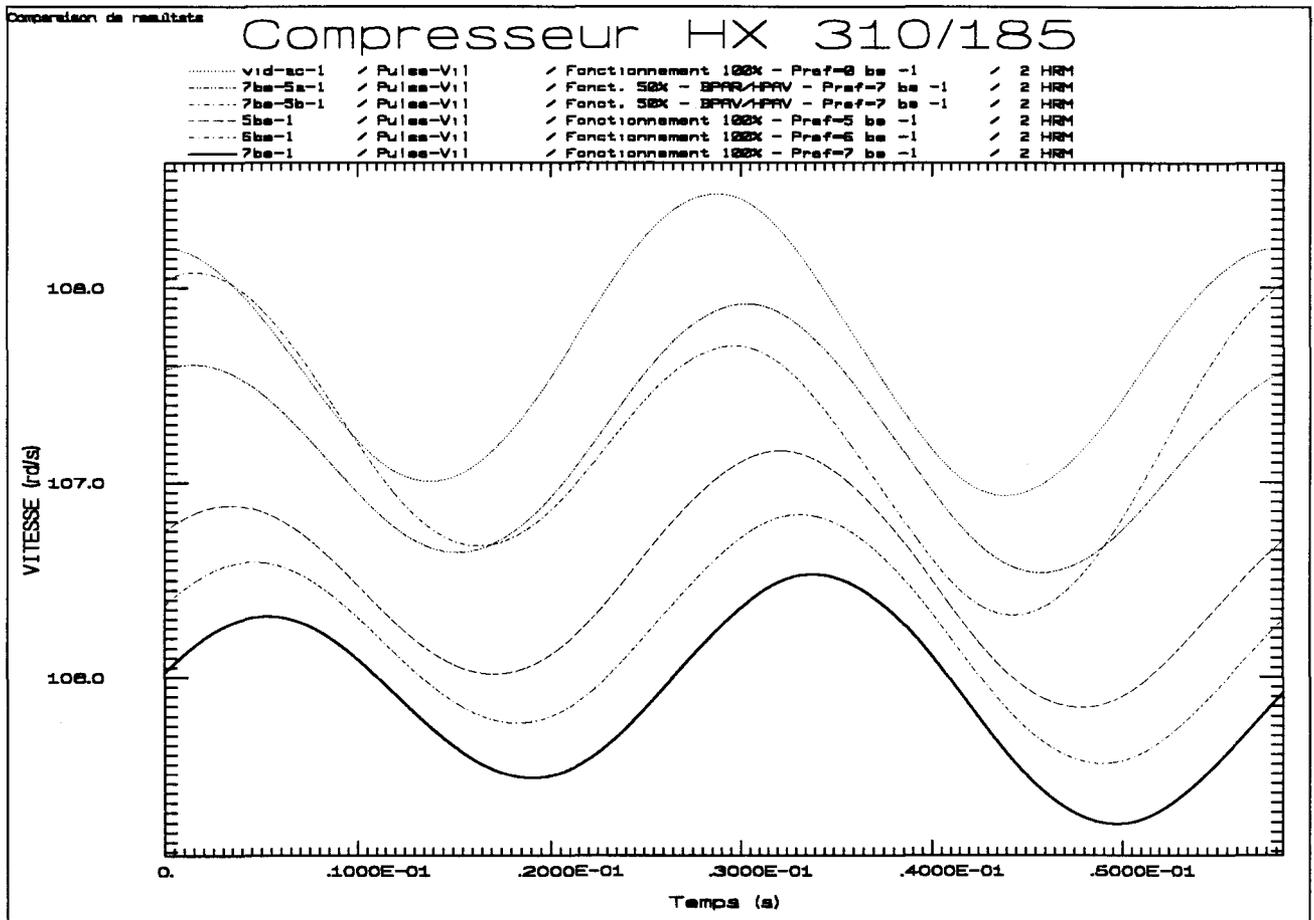


Figure 5.32

Comme lors de la mesure de la vitesse instantanée du rotor moteur, les résultats obtenus traduisent correctement l'augmentation de vitesse due à la diminution de la puissance. Pour les différents cas de fonctionnement, l'allure de la vitesse est similaire. Il faut toutefois noter la différence entre les deux cas de fonctionnement à 50% de charge, due au déséquilibre introduit lors du fonctionnement avec les seuls effets avant du compresseur (BPAV-HPAV), celui-ci ne "travaillant" que sur la moitié du cycle de rotation.

5.3.4 Mesure des vitesses en fonctionnement transitoire

Dans ce cas, il s'agit de mesurer la vitesse sur un intervalle de temps beaucoup plus long (jusqu'à 8 secondes). L'échantillonnage ne peut donc plus se faire à une cadence élevée (58 KHz pour les mesures de vitesses instantanées) ; il convient donc de baisser la fréquence d'échantillonnage (12 KHz). Lorsque la vitesse atteint un certain seuil, le nombre d'échantillons par impulsion n'est plus suffisant pour pouvoir calculer la vitesse à partir du signal "pulse" (voir 5.3.1.2). La mesure de l'évolution de la vitesse, lors d'un état transitoire du fonctionnement de la machine (démarrage), sera donc faite à partir du signal "top-tour" délivré par les codeurs incrémentaux. Le calcul de l'évolution de vitesse fournira donc un résultat basé sur la vitesse moyenne par tour.

L'allure de l'évolution de la vitesse lors du démarrage revêtira donc la forme d'une fonction "en escalier". Les résultats peuvent être lissés en reliant chaque point de calcul au suivant par un segment de droite (figure 5.33).

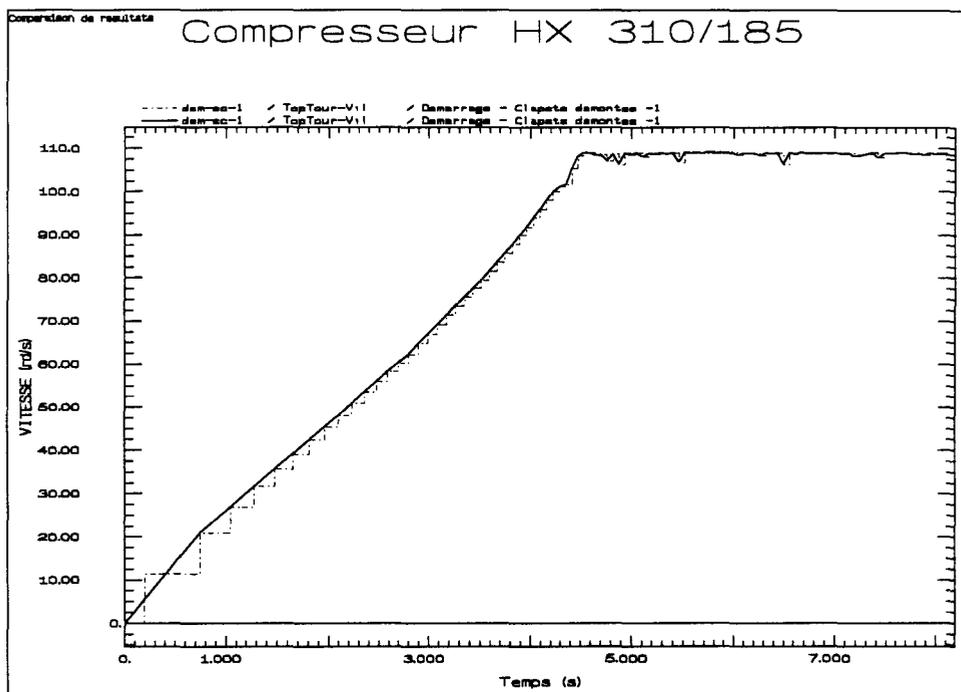


Figure 5.33

Trois cas de fonctionnement sont étudiés ; deux cas de démarrage en configuration normale de la machine, avec des réglages de temporisation du démarrage étoile-triangle différents (4 secondes et 10 secondes, la machine effectuant dans ce dernier cas le démarrage complet en câblage étoile). Un cas de fonctionnement en configuration de montage du compresseur sans clapets est aussi étudié.

Les figures 5.34 et 5.35 présentent les résultats obtenus pour les vitesses de démarrage du moteur et du vilebrequin.

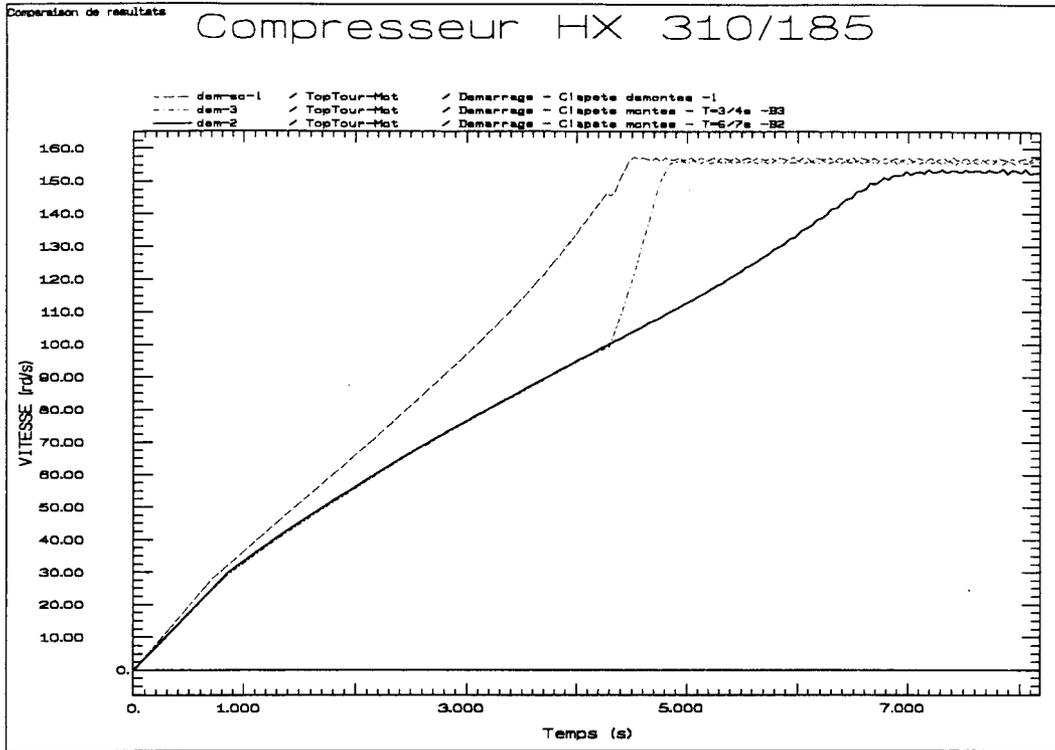


Figure 5.34

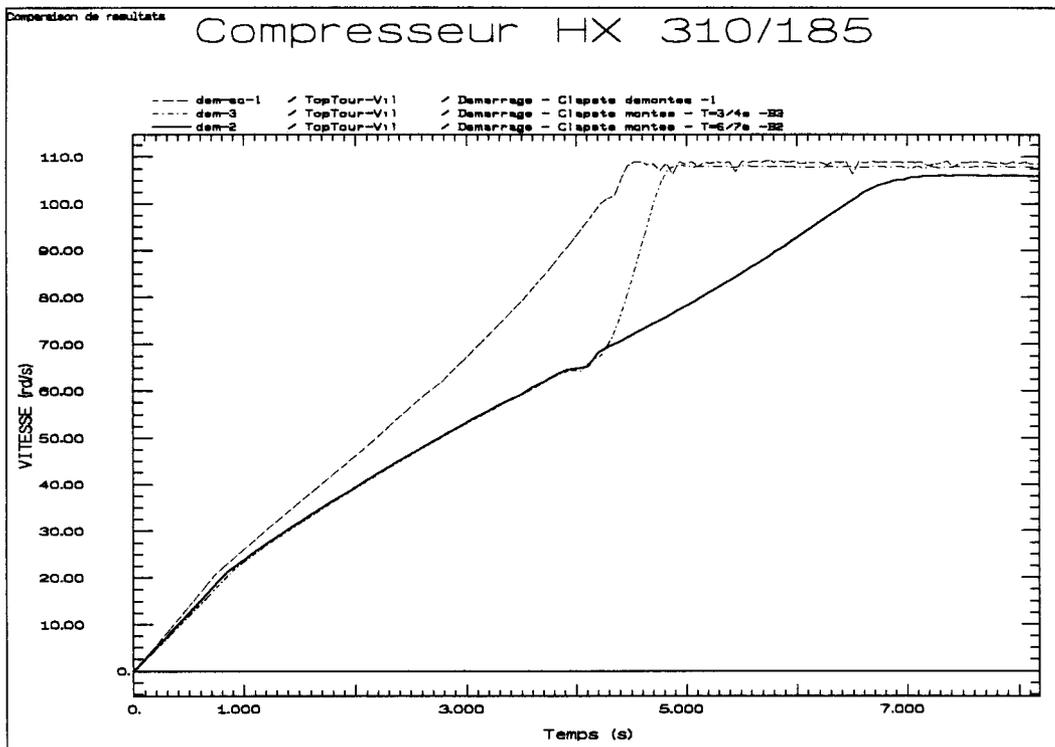


Figure 5.35

5.4 COMPARAISON DES RESULTATS DE MESURE ET DE RESULTATS DE CALCUL

5.4.1 Mesures et calculs en fonctionnement stationnaire du compresseur

5.4.1.1 Paramètres de calcul

Les principaux paramètres de calcul découlent de la géométrie de la machine testée et sont déterminés par lecture des plans de conception. Les paramètres liés au fonctionnement thermodynamique de la machine sont ici fournis par les mesures expérimentales.

D'autres paramètres sont plus délicats à déterminer ; il s'agit des caractéristiques liées aux frottements et à la transmission par courroie, ainsi que la caractéristique du couple fourni par le moteur.

Les paramètres liés aux frottements résident principalement dans la valeur de l'épaisseur du film lubrifiant pour les frottements visqueux et dans la valeur des coefficients de frottements pour les frottements secs.

Un programme de simulation du comportement dynamique de palier lisse permet de calculer l'épaisseur du film d'huile des paliers de bielle et des paliers de ligne d'arbre. L'épaisseur moyenne du film ne variant que de façon peu sensible en fonction des différents cas de charge du compresseur, une seule et même valeur sera retenue pour chaque palier.

La valeur du coefficient de frottement relatif à chaque type d'élément en frottement sec (segments BP et HP et garnitures d'étanchéité BP et HP) est considéré comme constante, quel que soit le cas de fonctionnement. Le coefficient choisi correspond à la valeur couramment rencontrée dans les différentes documentations relatives au PTFE.

Toutefois, le coefficient de frottement de ce matériau variant avec la charge qui lui est appliquée à l'interface de contact, une valeur minorée de 15% sera choisie pour les frottements liés à l'étage HP, où les efforts appliqués aux segments et garnitures sont plus importants qu'à l'étage BP.

Deux paramètres importants régissent le comportement de la transmission par courroies. Il s'agit de la rigidité longitudinale des courroies et du facteur de transmission.

Aucune donnée issue des constructeurs n'a pu être obtenue, ces paramètres variant en fonction du moyen d'élaboration, des dimensions, de la mise en service de la transmission et du régime de fonctionnement de la machine. Nous avons pu toutefois estimer la valeur de la rigidité statique des courroies installées sur le compresseur, à partir de la mesure de la déflexion résultant d'un effort appliqué perpendiculairement aux brins lorsque la machine est à l'arrêt (utilisation d'un "crayon testeur GATES"). La valeur obtenue (315 N/mm) est directement liée à la tension de pose des courroies.

La rigidité étant proportionnelle à la tension des courroies, sa valeur moyenne va donc augmenter lors du fonctionnement de la machine car la tension des brins augmente fortement lorsqu'un couple est transmis par l'accouplement. Le choix d'une valeur constante (400 N/mm), quel que soit le cas de fonctionnement, permet d'aboutir à des résultats corrects, mais plus ou moins déphasés par rapport aux résultats mesurés.

La valeur de la rigidité longitudinale des courroies augmentant en fonction de la vitesse d'allongement de la courroie, il apparaît qu'une évolution linéaire décroissante de la rigidité en fonction de la puissance transmise (figure 5.36) mène à de meilleurs résultats, cette fois ci en phase avec les résultats obtenus par calcul. Cette constatation concorde avec la pratique car pour un fonctionnement à $Pr=0be$, la puissance transmise est d'environ 40Kw et la vitesse de déformation longitudinale de la courroie est de 0.7m/s, alors que pour un fonctionnement à $Pr=7be$, la puissance transmise est de l'ordre de 90Kw et la vitesse de déformation longitudinale de la courroie est de 0.4m/s.

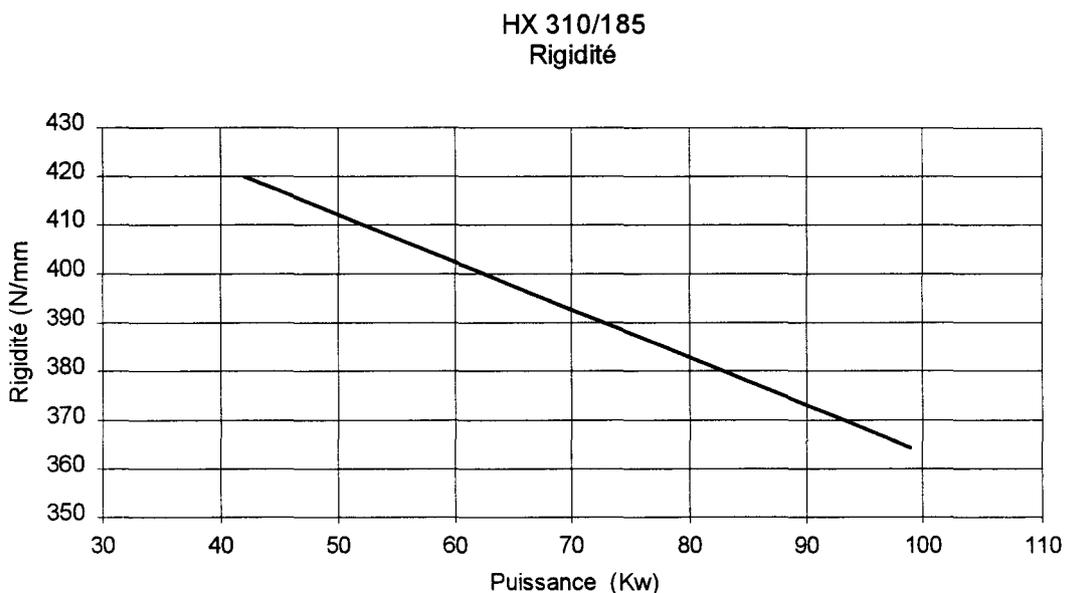


Figure 5.36

Il a fallu opérer de la même façon pour déterminer le facteur de transmission. Pour les différents cas de charge de la machine, plusieurs paramètres affectent le rapport des vitesses.

Tout d'abord, en fonctionnement, les vitesses périphériques aux gorges modifient les rayons d'enroulement des courroies sur la poulie et sur le volant par action de la force centrifuge. Les vitesses de rotation étant différentes, et la force centrifuge agissant au carré de la vitesse, le rayon d'enroulement va augmenter de façon plus sensible sur la poulie que sur le volant (dans un rapport 1.5 pour la machine testée). Le rapport de transmission, ici défini comme le rapport de la vitesse du volant à la vitesse de la poulie (ou le rapport du rayon de poulie au rayon du volant), va voir sa valeur augmenter.

En fonctionnement, le phénomène de glissement, dont l'action augmente avec la puissance transmise par l'accouplement, tend à diminuer le rapport de transmission.

La définition d'un facteur de transmission (rapport i/i_0 , i étant le rapport de transmission "géométrique et i_0 étant le rapport de transmission "effectif" lors du fonctionnement) permet de traduire globalement ces deux phénomènes. Celui-ci a pu être estimé à partir de la mesure des vitesses moyennes pour différents cas de fonctionnement (figure 5.37) ; sa valeur est globalement supérieure à l'unité (action de la force centrifuge) et son évolution décroît avec la puissance (action du glissement).

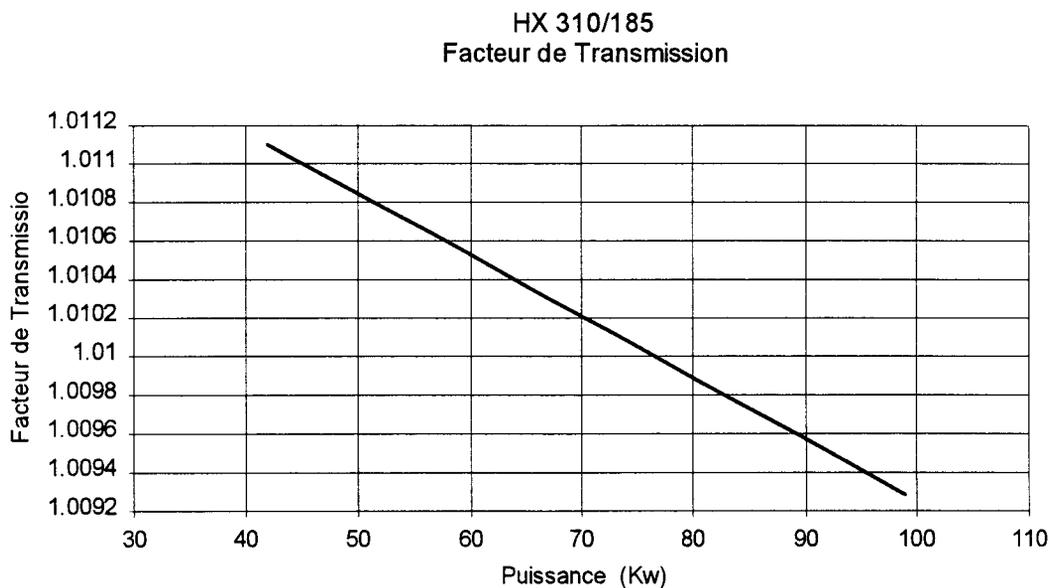


Figure 5.37

La caractéristique du couple moteur en fonction de sa vitesse est une donnée difficilement accessible auprès des fournisseurs. Seule l'évolution quasi-statique du couple est généralement fournie dans les catalogues (utilisation pour la simulation du démarrage).

L'évolution du couple est décrite par une fonction linéaire de la vitesse du rotor moteur. La valeur de la pente reste globalement constante ; seule l'ordonnée à l'origine de l'équation varie en fonction des différents cas de fonctionnement du compresseur.

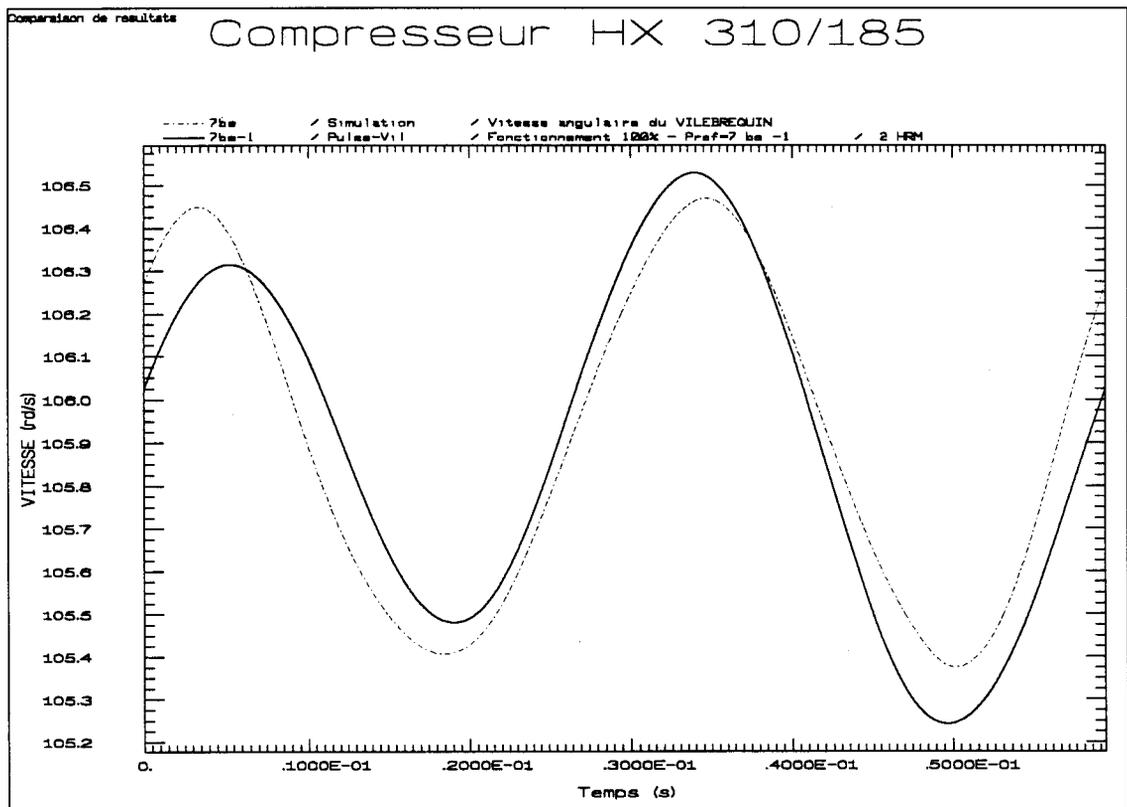
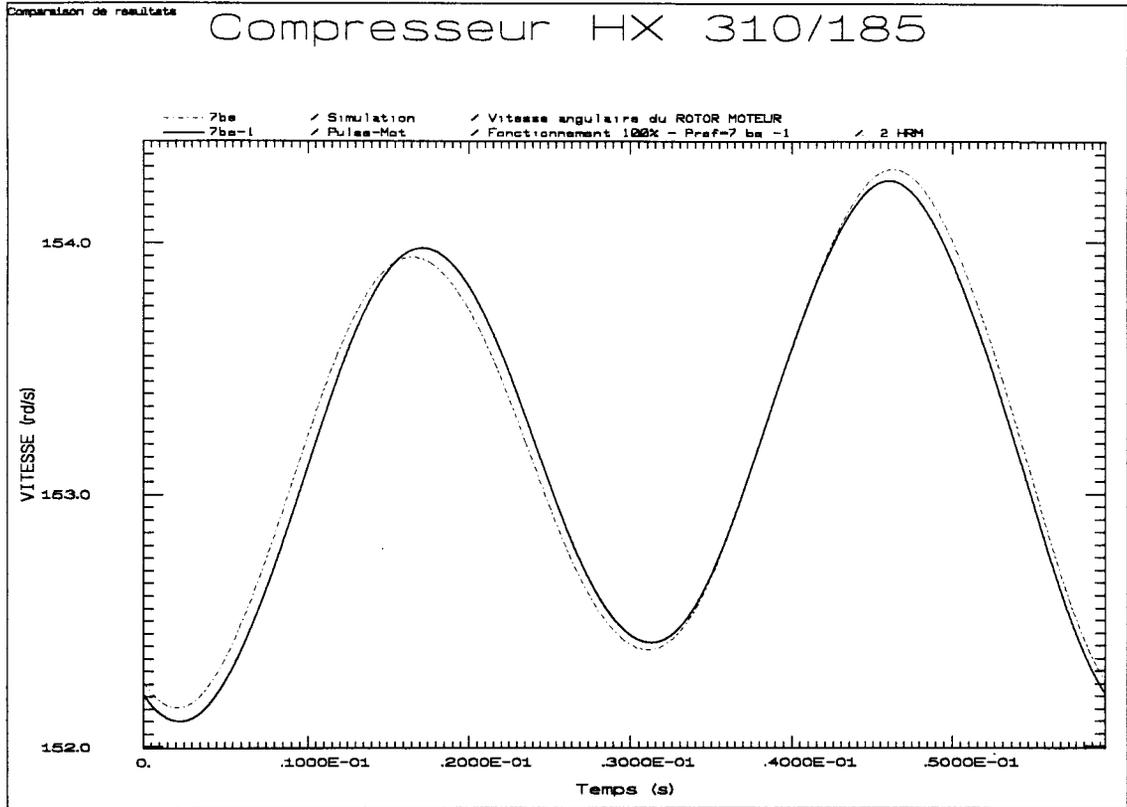
L'hypothèse consistant à considérer le couple moteur comme fonction linéaire de la vitesse est justifiée au vu des résultats de mesure obtenus. En effet la fréquence propre du premier mode de déformation de la transmission par courroie (sur la machine testée) se révèle proche de l'harmonique 2 de la vitesse du compresseur. Seule une valeur importante d'amortissement, introduite par l'évolution linéaire du couple moteur en fonction de la vitesse, permet de mener à la stationnarité des résultats.

5.4.1.2 Résultats des calculs

Les figures 5.38 à 5.43 représentent la comparaison mesure/calcul des vitesses instantanées du moteur et du vilebrequin pour les différents cas de charge étudiés.

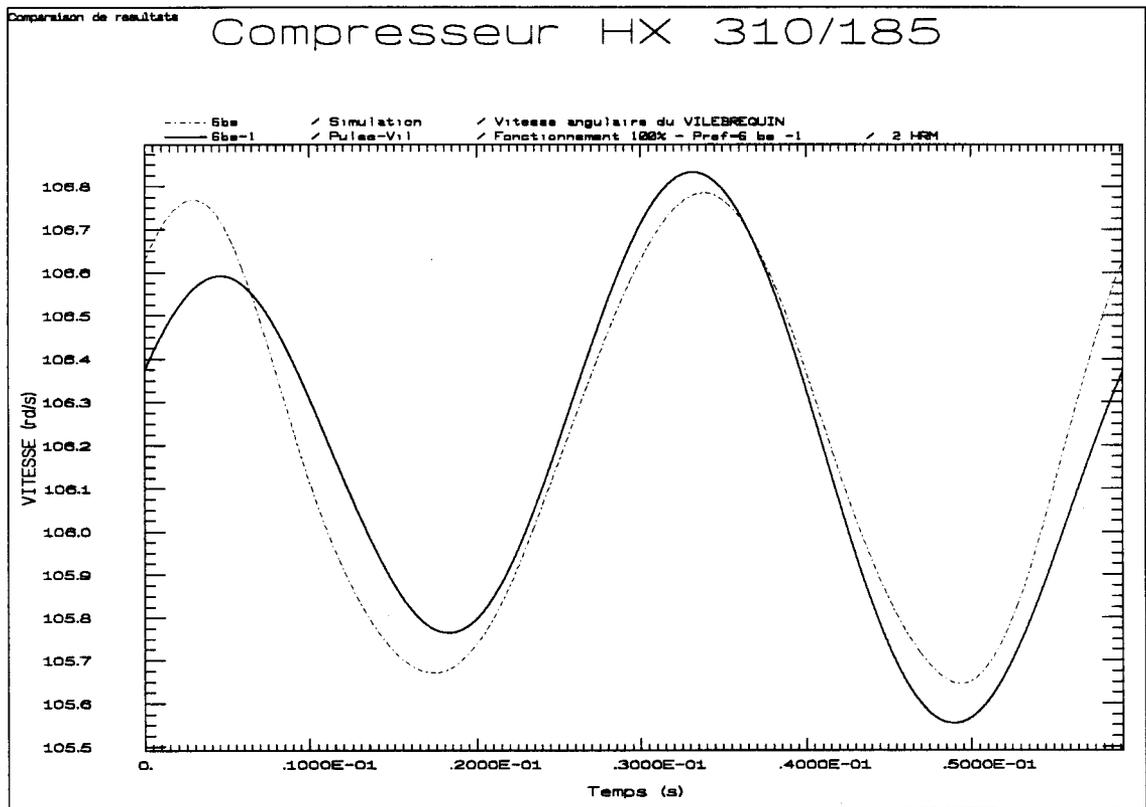
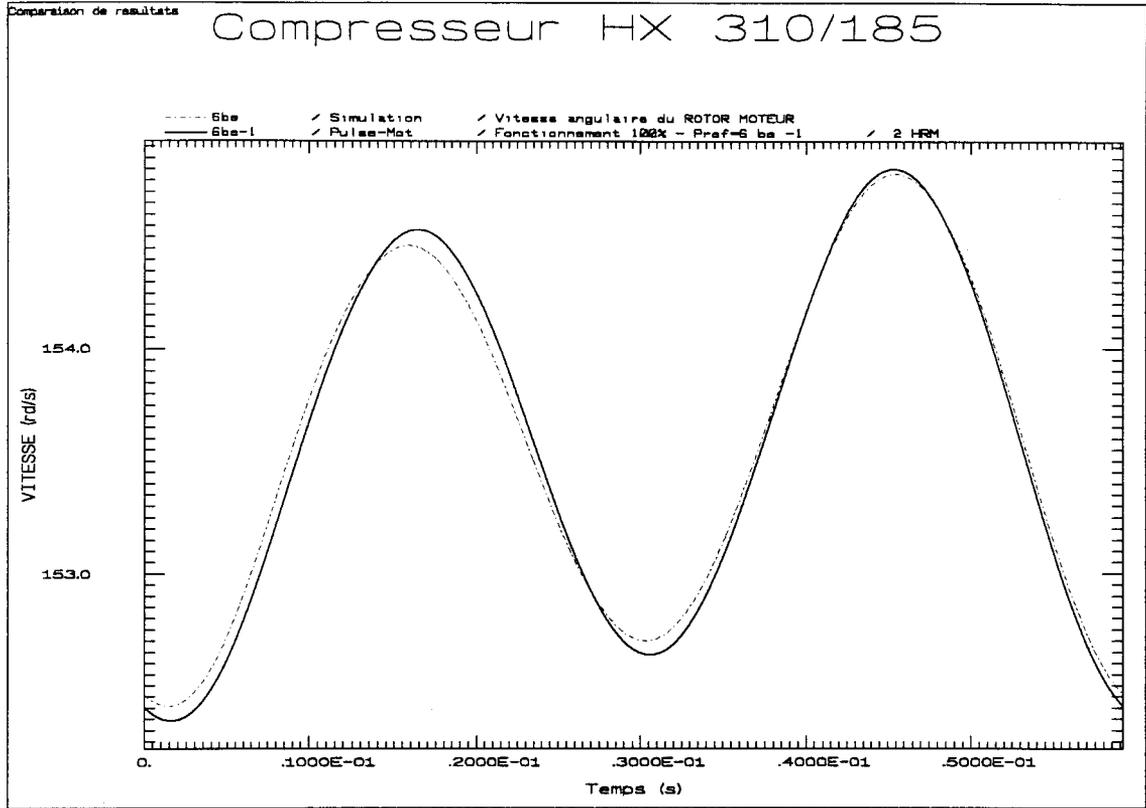
Les tracés en trait plein représentent les résultats mesurés ; les tracés en trait interrompu représentent les résultats calculés.

Il apparaît que la corrélation est satisfaisante pour l'évolution de la vitesse du moteur. La corrélation est moins bonne pour l'évolution de la vitesse du vilebrequin, mais il faut tenir compte des phénomènes mis en jeu au niveau de la liaison vilebrequin-volant, qui ont perturbé les mesures. L'allure de l'évolution de la vitesse est toutefois correcte ; les écarts d'amplitude observés étant dûs à l'introduction d'une rotation relative du vilebrequin par rapport au volant dans les résultats de mesure.



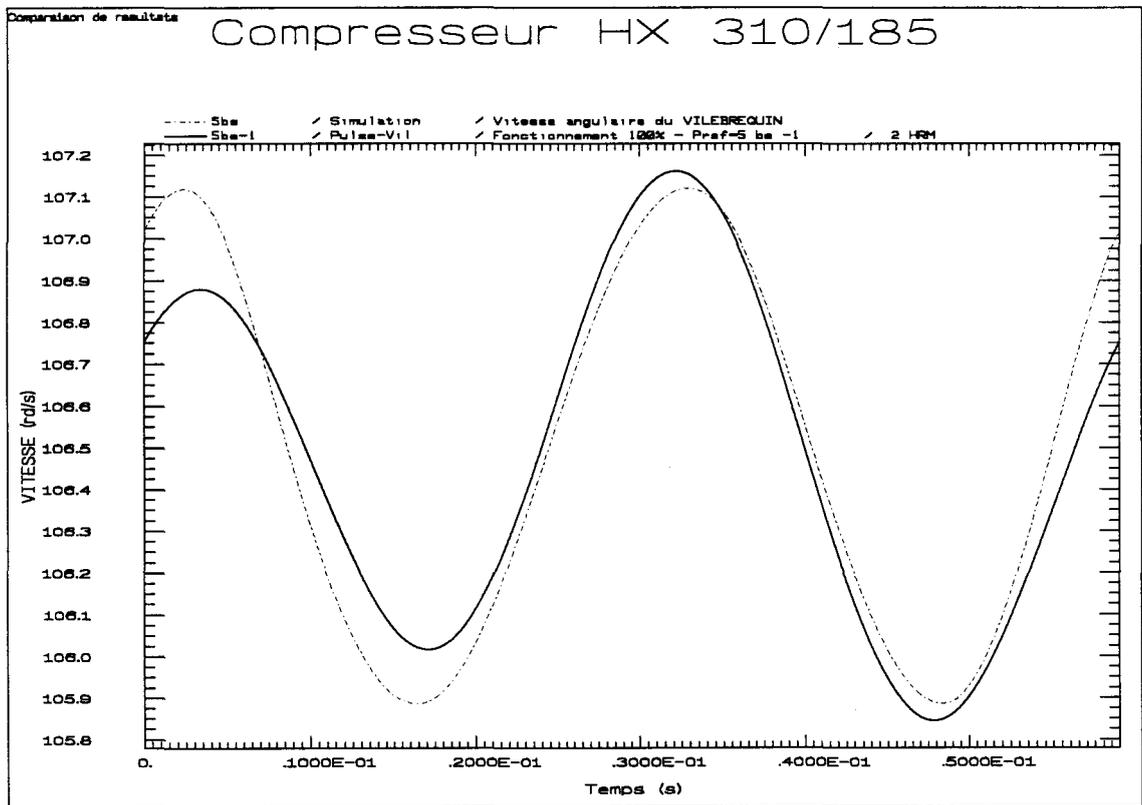
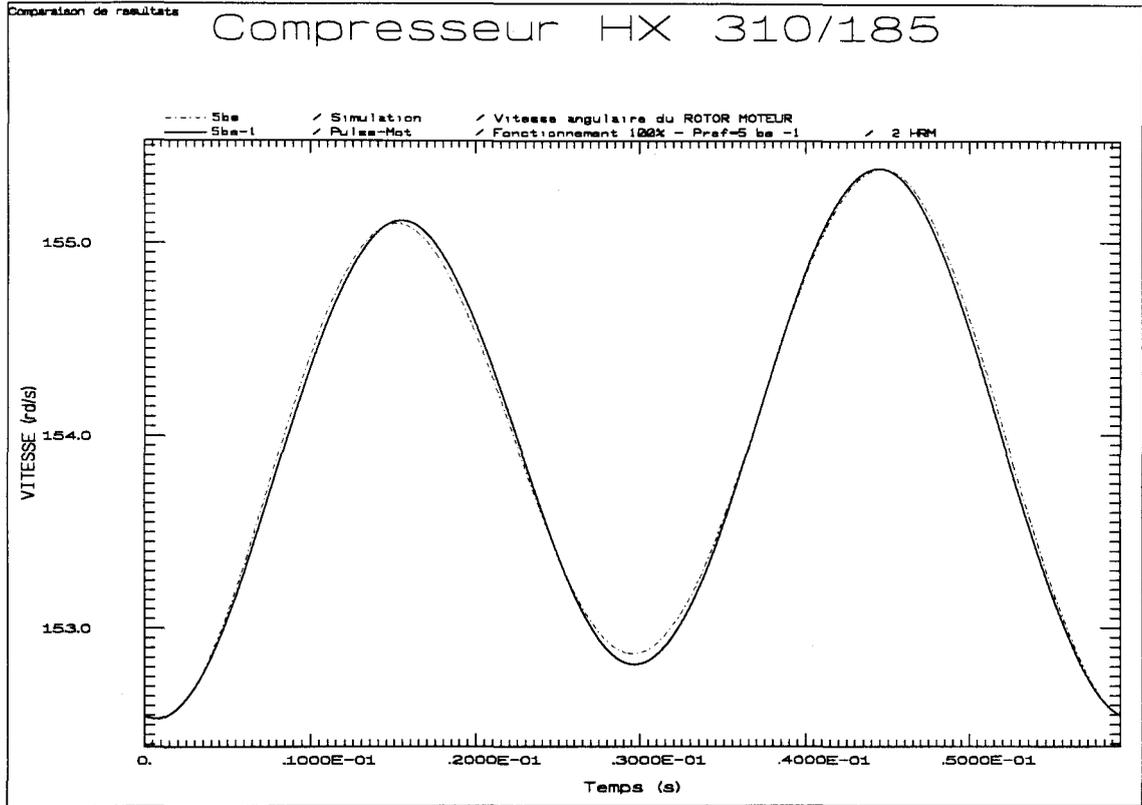
Fonctionnement à Pr=7be

Figure 5.38



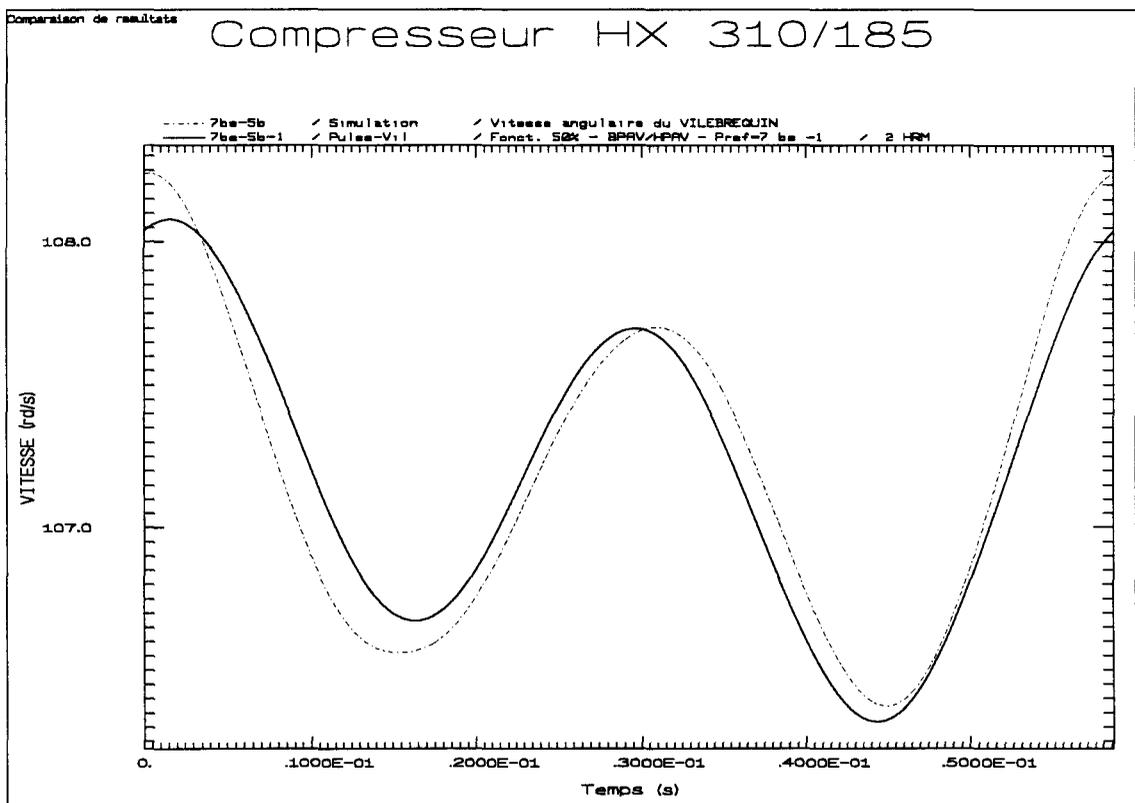
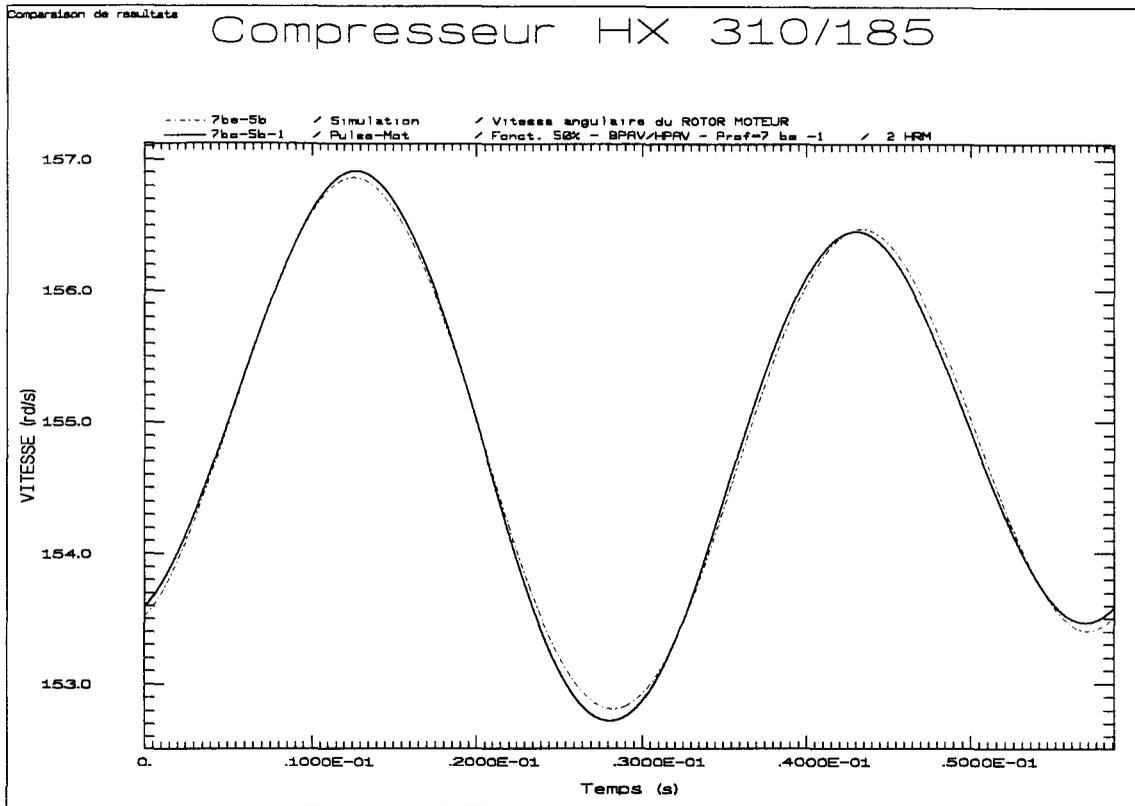
Fonctionnement à Pr=6be

Figure 5.39



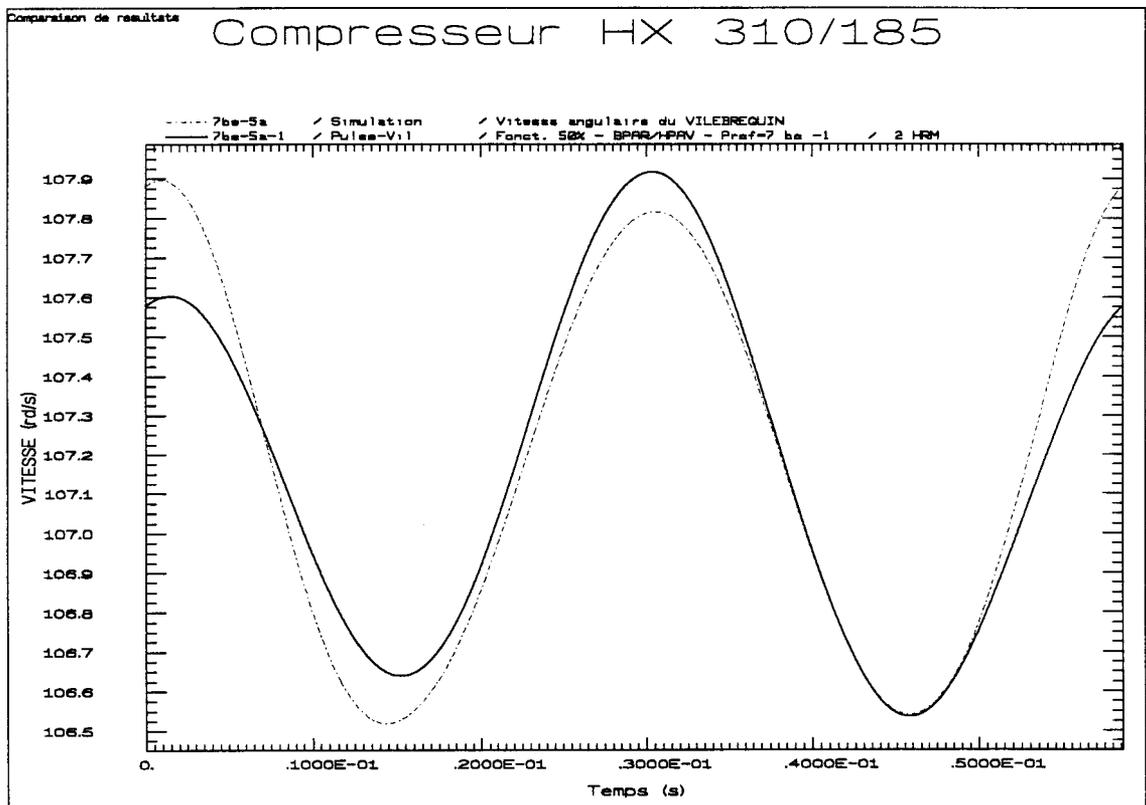
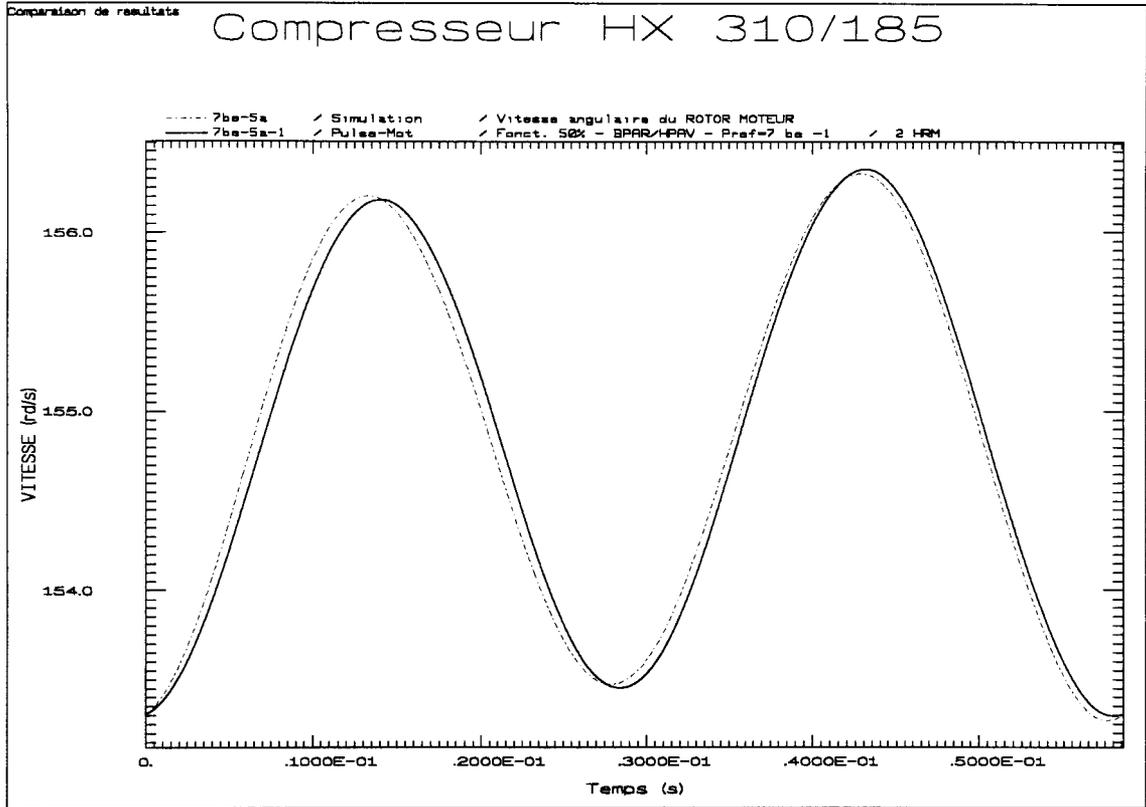
Fonctionnement à Pr=5be

Figure 5.40



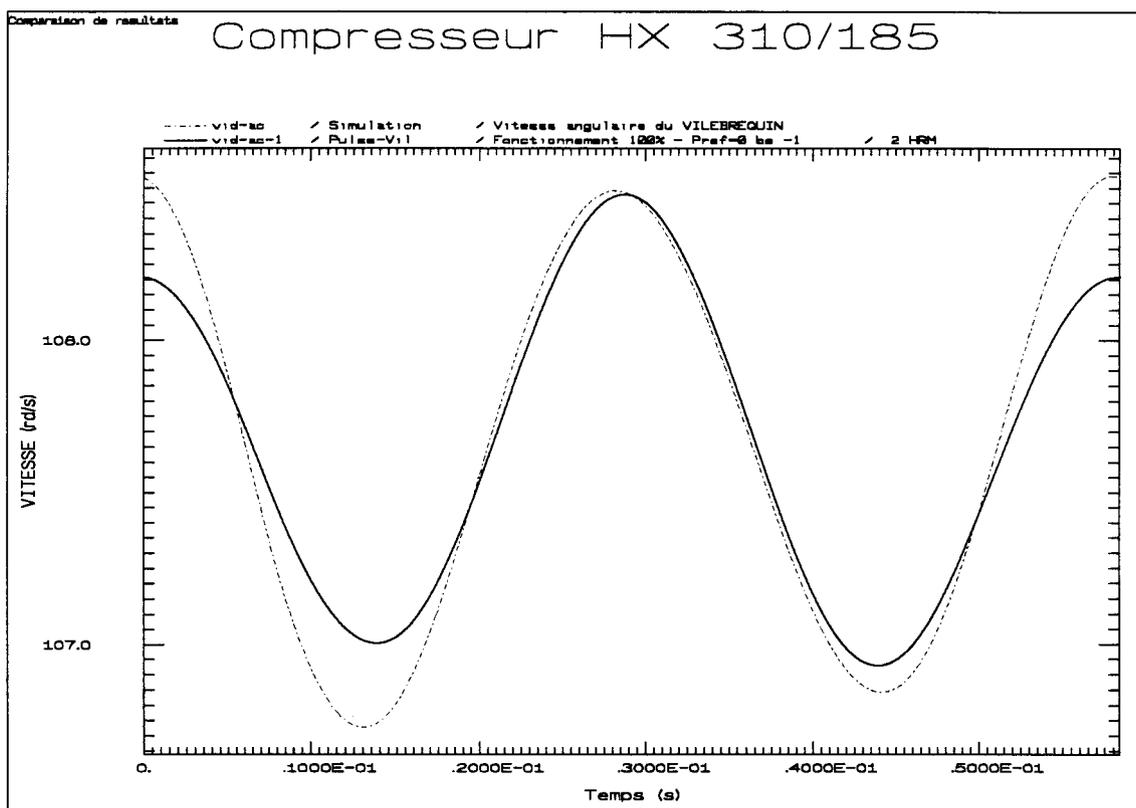
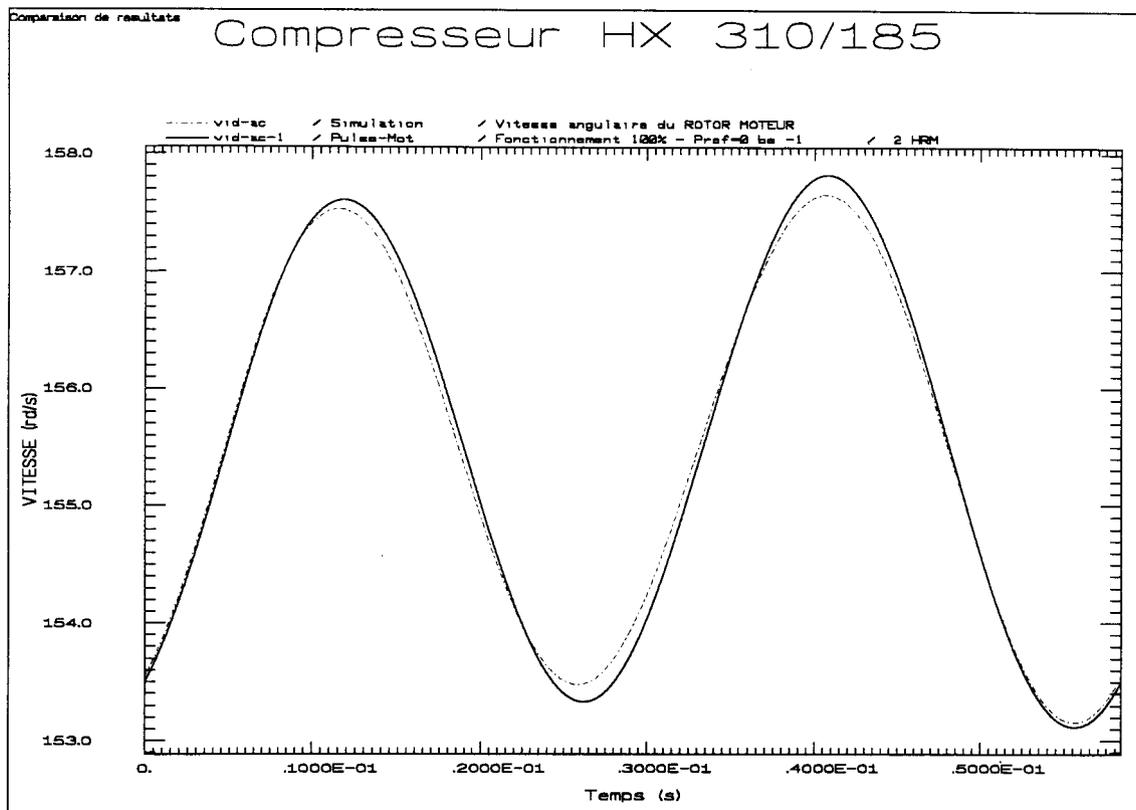
Fonctionnement à 50% BPAV/HPAV - Pr=7be

Figure 5.41



Fonctionnement à 50% BPAR/HPAV - Pr=7be

Figure 5.42



Fonctionnement à $Pr=0be$

Figure 5.43

5.4.1.3 Comparaison des résultats

La figure 5.44 présente la comparaison de l'évolution des vitesses moyennes en fonction de la puissance consommée. Les vitesses moyennes calculées traduisent correctement l'évolution du régime de rotation de la machine, ceci pour chaque cas de fonctionnement.

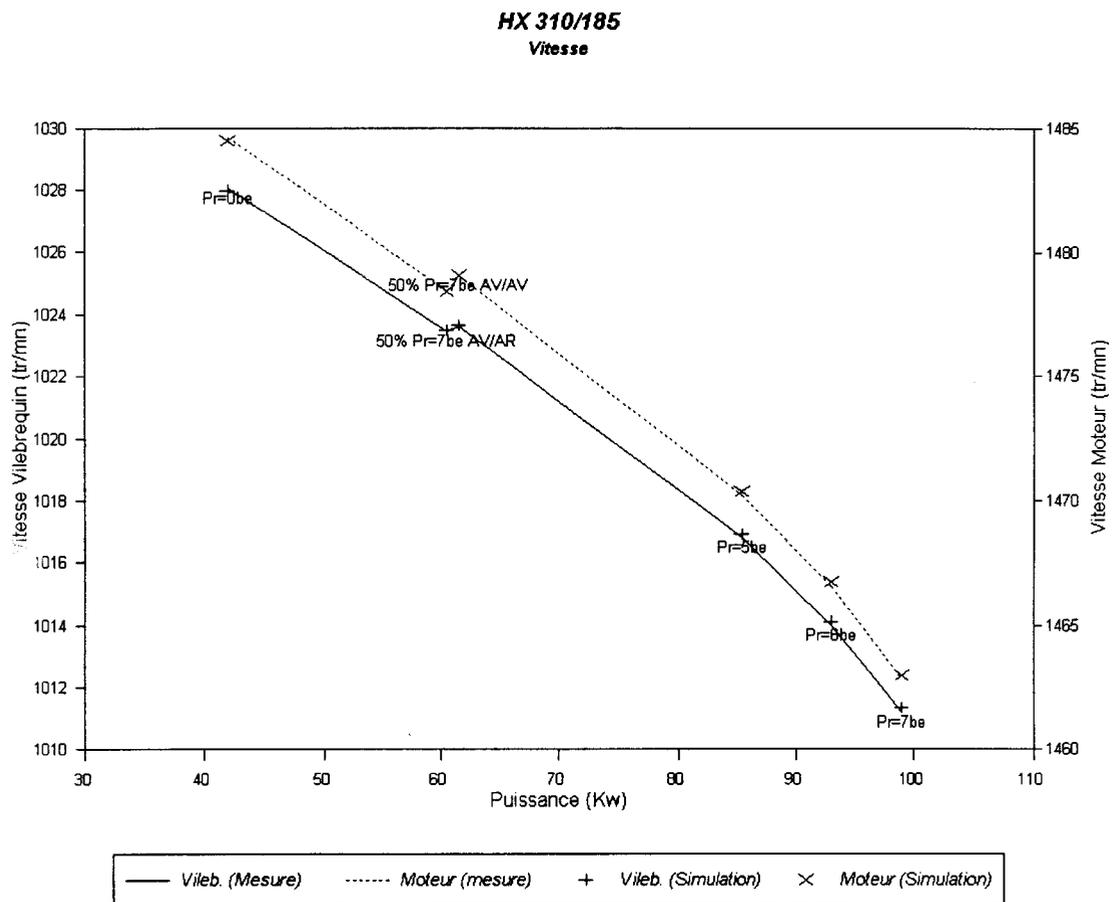


Figure 5.44

Il en est de même pour l'irrégularité cyclique du moteur, dont l'évolution est fidèlement décrite par les calculs (figure 5.45) ; les résultats sont approchés à 5% près.

La figure 5.46 présente la comparaison mesure/calcul des 2 premières harmoniques de la fluctuation de vitesse du moteur.

HX 310/185
 Irrégularité cyclique Moteur

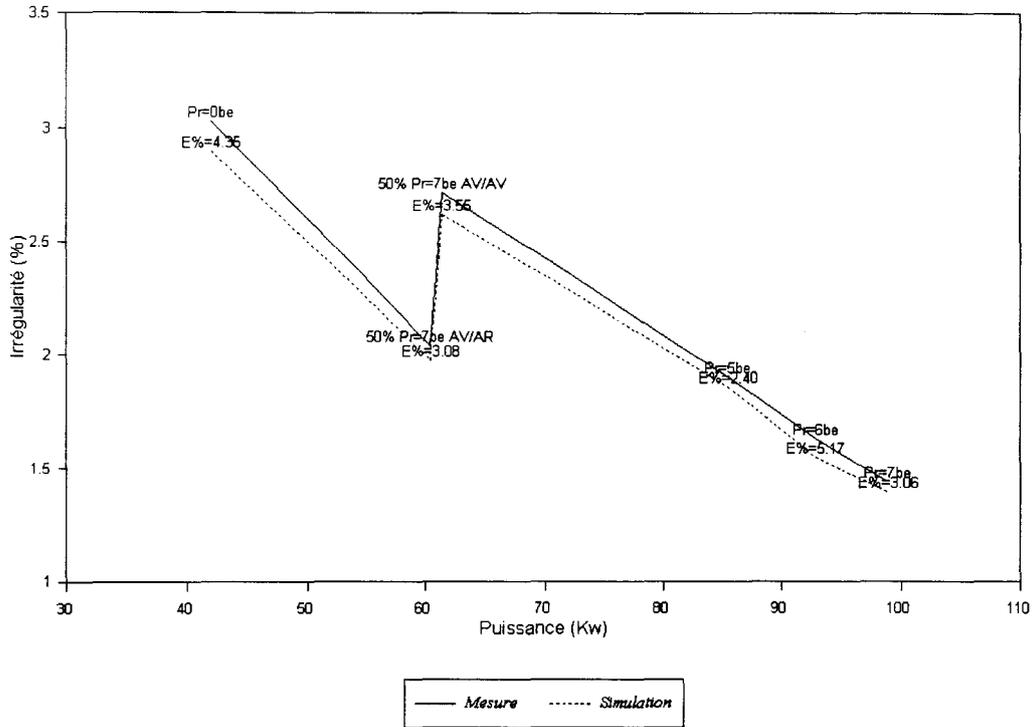


Figure 5.45

HX 310/185
 Fluctuation vitesse Moteur

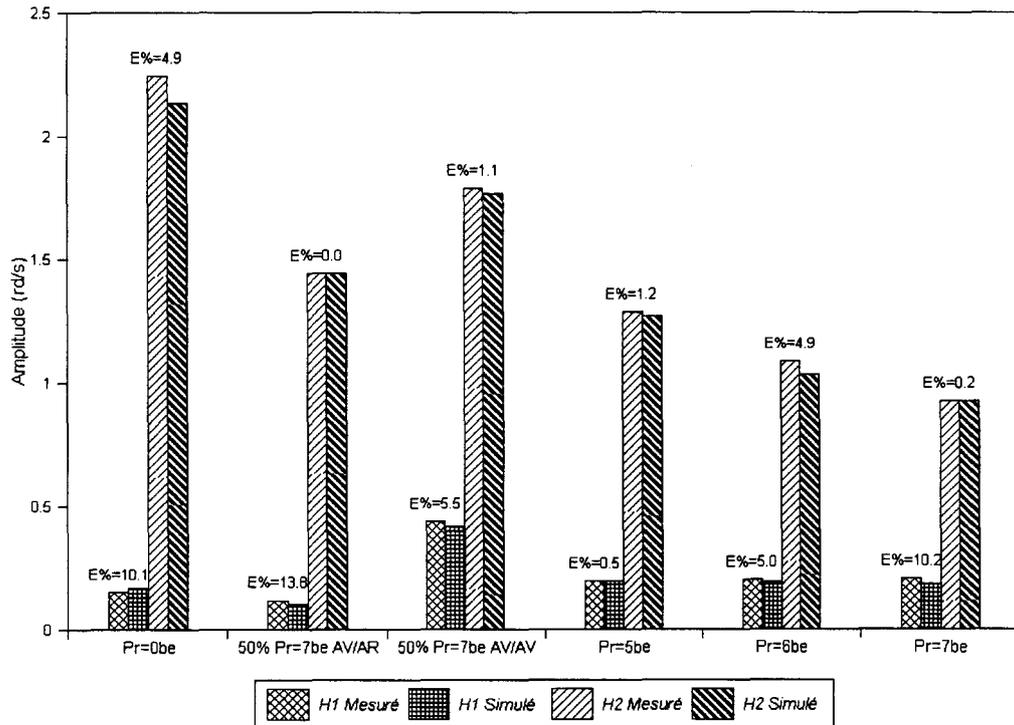


Figure 5.46

Par contre, le phénomène de frettage n'ayant pu être extrait des résultats de mesure, l'irrégularité cyclique du vilebrequin calculée est moins proche des résultats mesurés (figure 5.47). L'évolution de la valeur de cette irrégularité en fonction des différents cas de charge reste toutefois correcte.

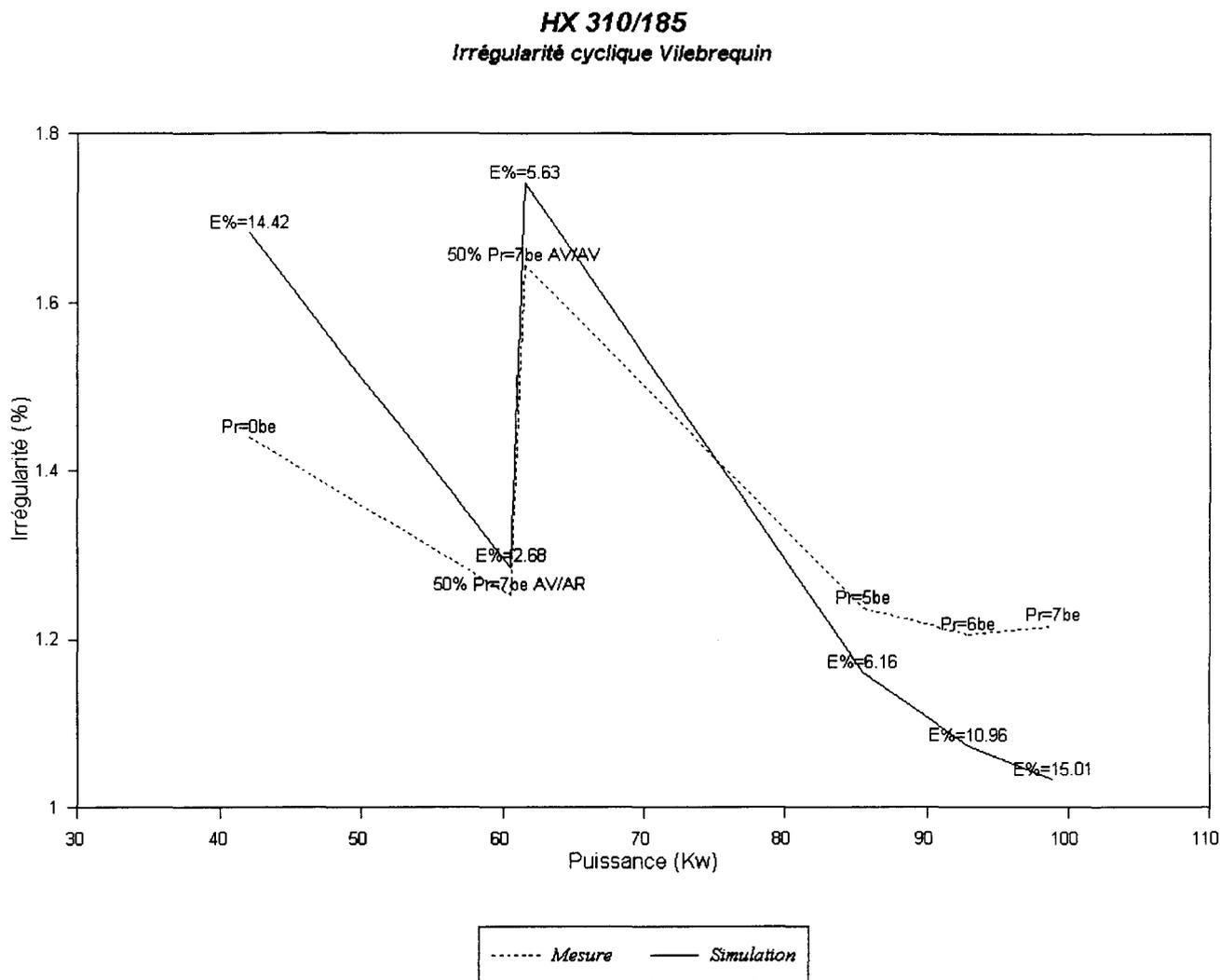


Figure 5.47

Les pertes mécaniques mesurées sont évaluées à partir de la valeur de la puissance consommée, corrigée par le rendement du moteur et à laquelle la valeur de la puissance de compression est retranchée. Les pertes mécaniques calculées représentent les pertes par frottements secs et visqueux ainsi que les pertes par frottement/glisserment au niveau de la transmission par courroie. La figure 5.48 présente la comparaison mesure/calcul de la perte mécanique totale, et montre que les résultats sont approchés à moins de 10%.

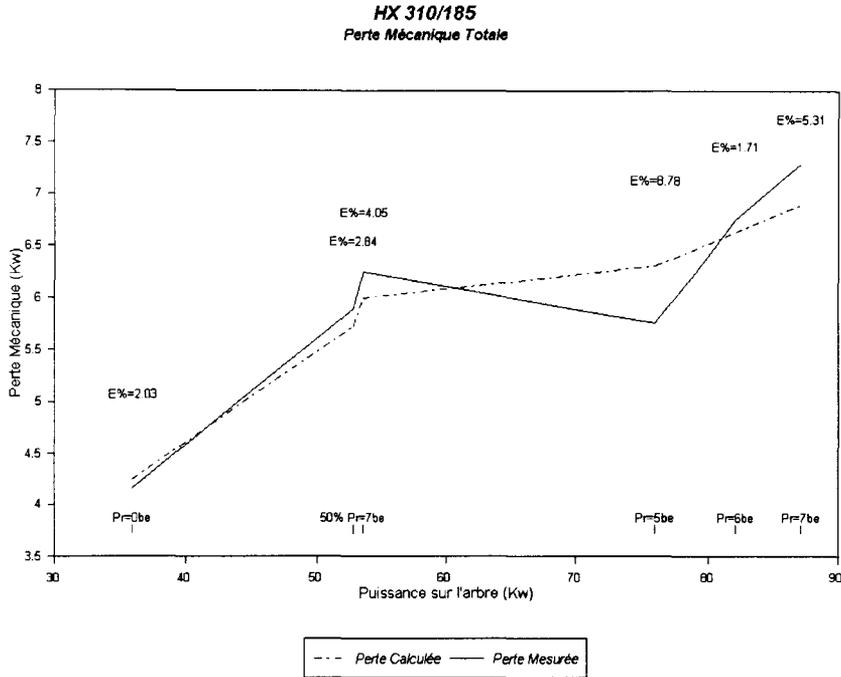


Figure 5.48

La répartition des différents termes de frottement sec et visqueux dans le calcul est présentée sur la figure 5.49. Le terme de frottement visqueux est globalement constant, car le régime du compresseur est globalement constant (1011 à 1028 tr/mn). Le terme de frottement sec à l'étage BP n'évolue pas de façon importante car la pression du BP n'évolue pratiquement pas lorsque la pression de refoulement augmente. Par contre, le terme de frottement sec à l'étage HP augmente avec la pression de refoulement.

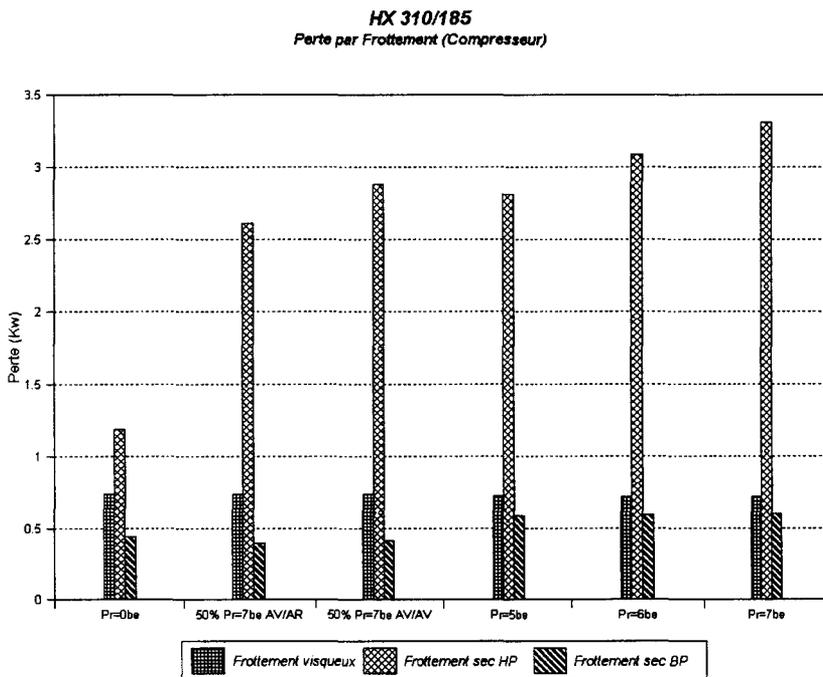


Figure 5.49

5.4.2 Mesures et calculs en fonctionnement transitoire du compresseur

Lors de l'étude de la phase de démarrage du compresseur, les paramètres de calcul restent globalement inchangés. Seul le couple moteur voit sa représentation modifiée, la caractéristique étant modélisée sous forme de "cubic-spline".

La figure 5.50 présente les résultats pour une phase de démarrage avec une temporisation de passage étoile-triangle réglée sur 4 secondes (configuration normale de la machine).

La figure 5.51 présente les mêmes résultats pour une temporisation réglée sur 8 secondes.

La figure 5.52 présente les résultats pour une machine fonctionnant sans clapets, la temporisation ayant été ramenée à 4 secondes.

Ces différents résultats montrent que le fonctionnement dynamique global de la machine est correctement traduit par le modèle de calcul.

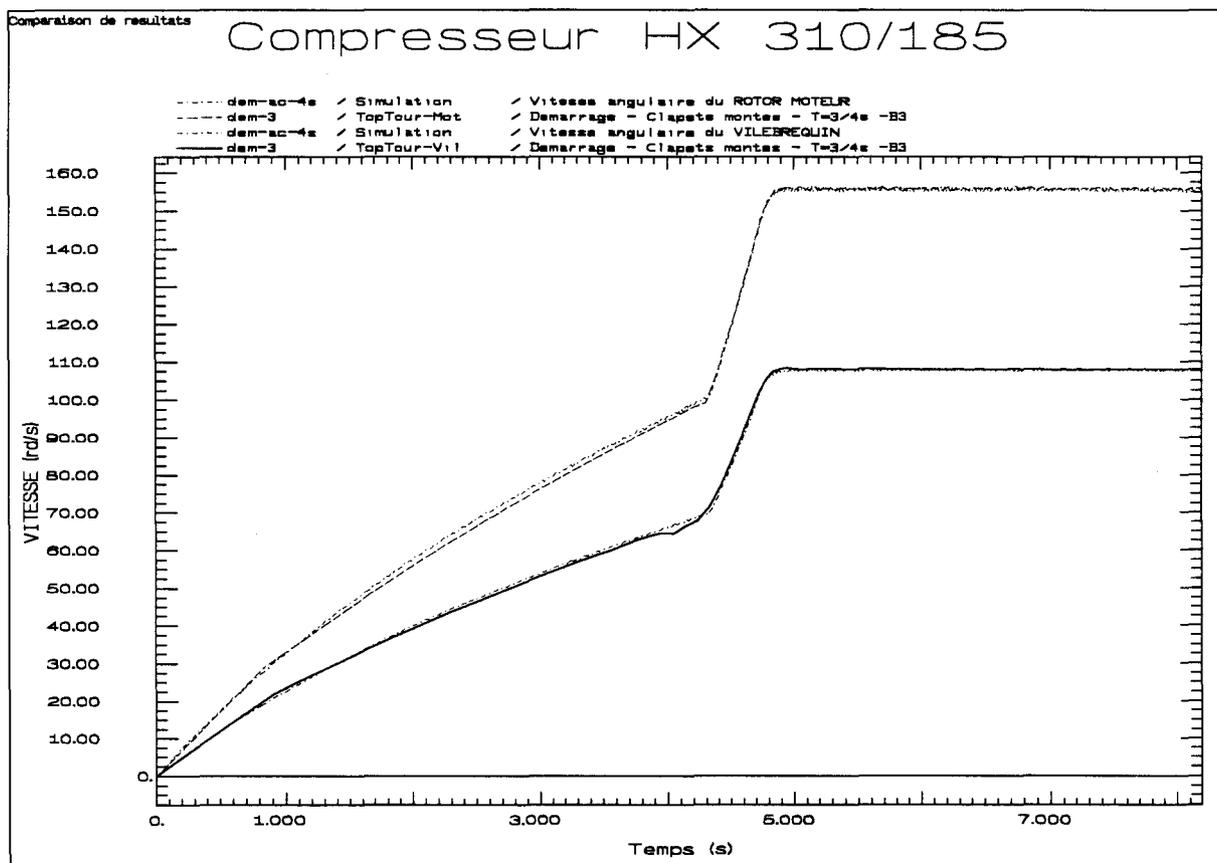


Figure 5.50

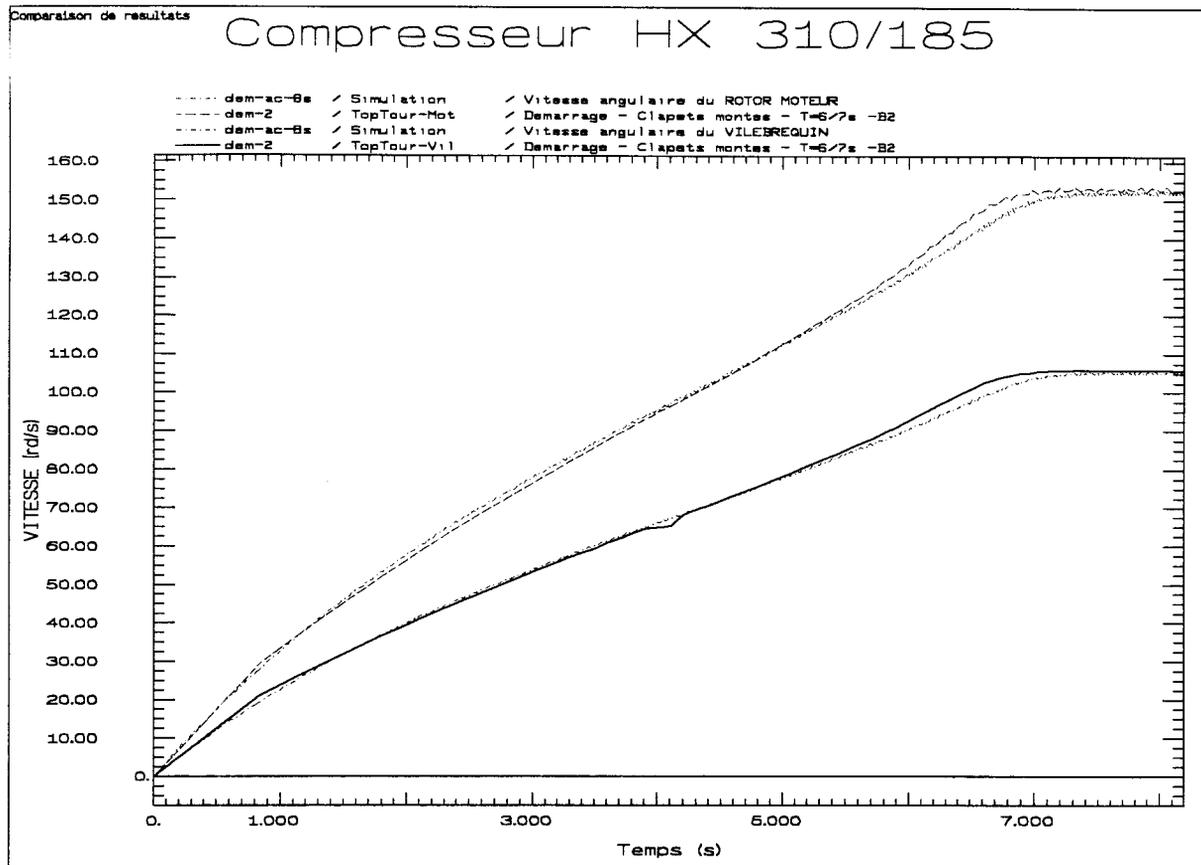


Figure 5.51

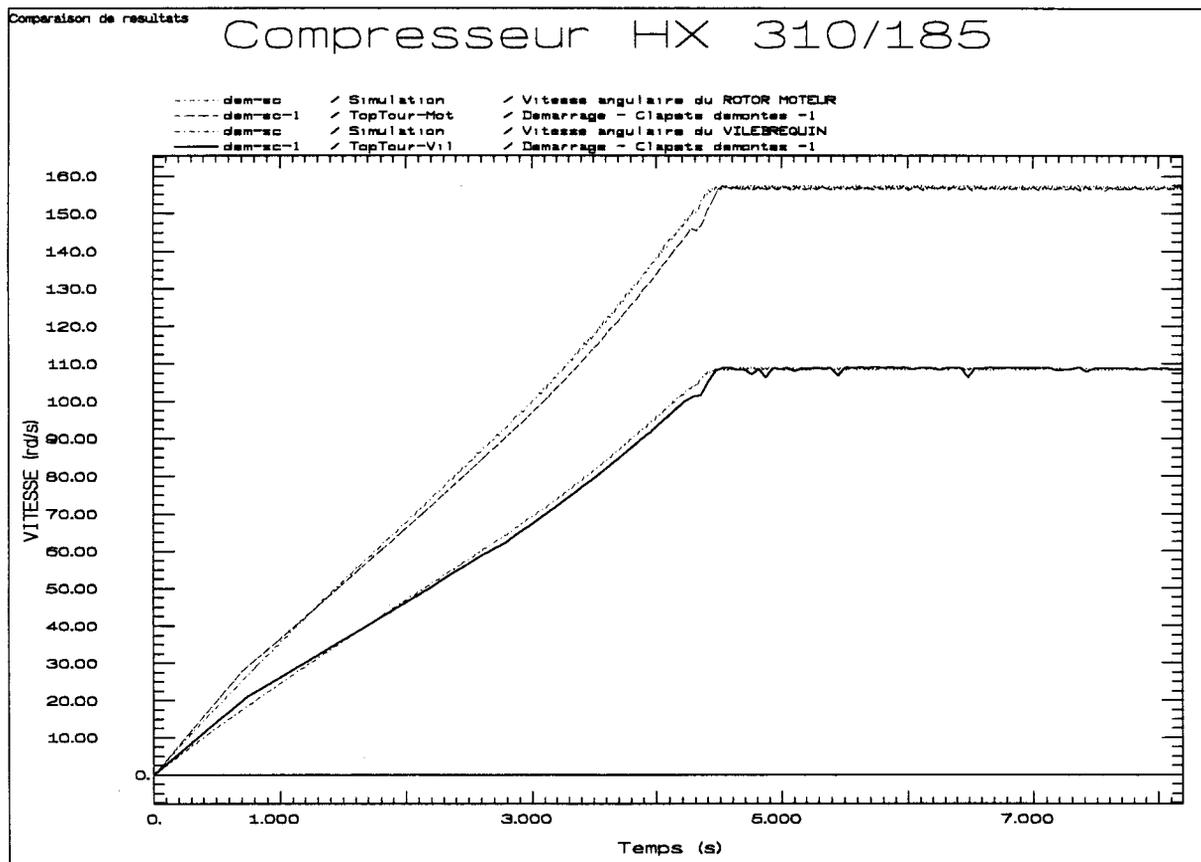


Figure 5.52

5.5 CONCLUSIONS

Le modèle de calcul présente globalement une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux, tant au niveau quantitatif que qualitatif.

Le fonctionnement dynamique global de la machine (vitesse moyenne, démarrage) est correctement décrit par le modèle.

La description du comportement dynamique cyclique du compresseur (irrégularité) nécessite une bonne approche de certains paramètres liés au moteur et à la transmission par courroies. Dans le cas d'une machine en entraînement "direct", la détermination de ces caractéristiques sera plus aisée car le comportement dynamique des accouplements de type semi-élastique est mieux connu (pas de glissement, rigidité torsionnelle donnée sur catalogue ...).

Les pertes mécaniques sont correctement approchées par le modèle de calcul.

D'autre part, cette campagne de mesure a permis de révéler l'importance du serrage réalisé au niveau de la liaison entre le volant d'inertie et le vilebrequin. L'influence de la rigidité de cette liaison a pu être étudiée quantitativement et qualitativement à l'aide d'un modèle permettant de prendre en compte les phénomènes de torsion de lignes d'arbres.

CONCLUSION

Un modèle du comportement dynamique d'un compresseur à pistons alternatifs a été construit lors de cette étude. Celui-ci a pour objectif principal de déterminer les sollicitations internes agissant sur le mécanisme de compression, ceci en basant les calculs sur des hypothèses moins restrictives que celles usuellement retenues dans l'industrie. Ce modèle permet de mieux cerner les limites du calcul des sollicitations et d'analyser l'influence des phénomènes dynamiques que celles ci engendrent.

Le paramétrage du calcul permet d'étudier des machines d'architecture variées ; le cas de la transmission "directe" et le cas de la transmission par courroies ont tous deux été traités.

Le calcul détaillé des sollicitations appliquées à chaque élément du mécanisme est principalement voué à l'étude du dimensionnement à la rupture de l'équipage mobile du compresseur (par exemple par utilisation de méthode des type "éléments finis") ; il peut permettre ainsi de mener à une meilleure connaissance des limites mécaniques des machines.

L'irrégularité cyclique est calculée de façon plus précise que dans le cadre d'une analyse "quasi-statique", parce que la chaîne cinématique est modélisée dans son ensemble et parce que la formulation des équations permet de lier le calcul des sollicitation à la fluctuation de vitesse.

Dans le cas d'un fonctionnement optimal du compresseur, le calcul des sollicitations est peu sensible à la prise en compte de la fluctuation de vitesse. Par contre, la modélisation des phénomènes de frottement mène à une augmentation non négligeable des forces en présence dans le mécanisme.

La formulation dynamique des équations permet de quantifier la variation de la valeur des sollicitations résultant d'une modification de l'inertie du volant, de l'allure du couple résistant ou de la rigidité de la transmission. D'autre part, cet aspect dynamique du modèle de calcul permet de vérifier que le déroulement de la phase de démarrage est correct, par observation de l'évolution des vitesses du moteur et du compresseur lorsque ceux ci sont initialement à l'arrêt.

Les résultats de calcul présentent une bonne corrélation avec les résultats expérimentaux obtenus lors d'une campagne de mesure mise en place lors de cette étude. La simulation du comportement dynamique du compresseur, et le calcul des pertes mécaniques correspondent aux résultats mesurés.

Il a pu être vérifié, lors de la confrontation des résultats, que le modèle de calcul permet d'analyser qualitativement et quantitativement le fonctionnement d'une machine présentant une imperfection dans son mécanisme (ici une insuffisance de serrage dans la liaison vilebrequin-volant).

Différentes améliorations et extensions peuvent être envisagées dans le but d'affiner les calculs et d'élargir le domaine couvert par le modèle de calcul.

Le développement d'une méthode de calcul du facteur de transmission et de la rigidité de l'accouplement par courroies pourra éviter d'avoir à se baser sur des considérations expérimentales ou sur des valeurs empiriques pour estimer ces paramètres.

L'ajout d'un modèle de calcul d'une transmission par réducteur à engrenages permettra d'étendre le domaine couvert par le modèle de calcul aux machines de forte puissance.

La construction d'un outil global de modélisation, en fusionnant le modèle mécanique et le modèle thermodynamique, présente plusieurs intérêts. Le calcul des forces de pression, directement relié à l'évolution de la vitesse du piston, limitera l'erreur commise lors d'un calcul séparé, ceci d'autant plus que la fluctuation de vitesse sera élevée. D'autre part, le calcul des performances thermodynamiques sera amélioré car la vitesse effective du compresseur sera directement prise en compte. Enfin l'utilisation d'une seule procédure de calcul permettra d'automatiser les différentes phases du calcul.

L'extension du modèle au calcul des sollicitations transmises au bâti du compresseur est envisagée. La formulation de l'interaction du mécanisme de suspension par paliers lisses et du mécanisme de déformation du vilebrequin pourra permettre d'estimer la répartition des efforts transmis au bâti, et ainsi élargir le domaine d'analyse couvert par le modèle.

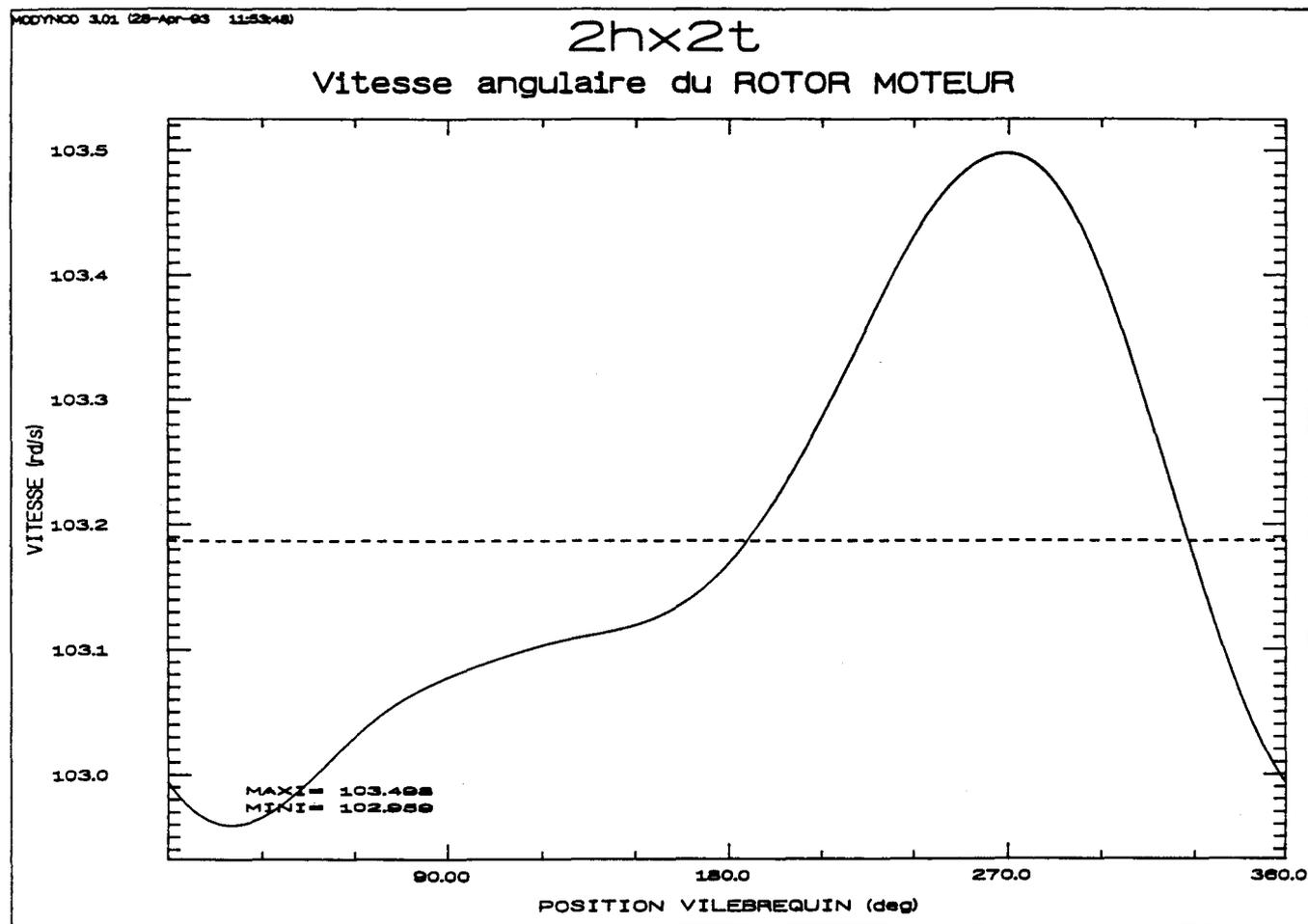
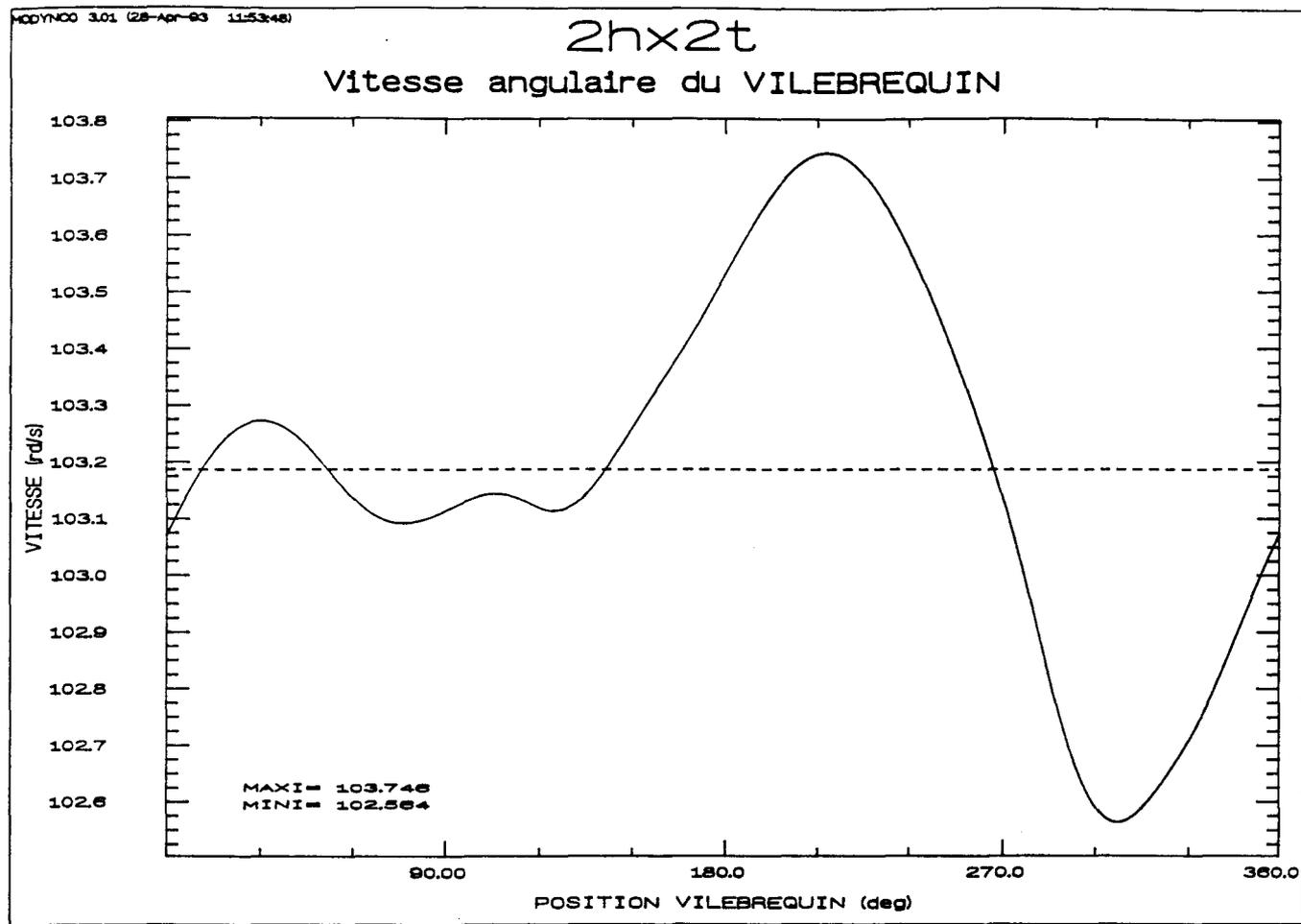
Dans l'immédiat, il est prévu de développer un programme de calcul des coefficients de sécurité des différents éléments du compresseur, à partir des résultats fournis par le modèle dynamique et sur la base de critères de résistance et de fatigue des matériaux. Il sera ainsi possible de connaître les limites mécaniques d'un compresseur dans un cas précis de fonctionnement ; l'automatisation de l'enchaînement des différents calculs permettra de dresser rapidement un bilan du degré de sollicitation de différents éléments du compresseur. Ce programme constituera une aide lors du développement de nouvelles gammes de compresseur, en permettant d'homogénéiser le dimensionnement du compresseur.

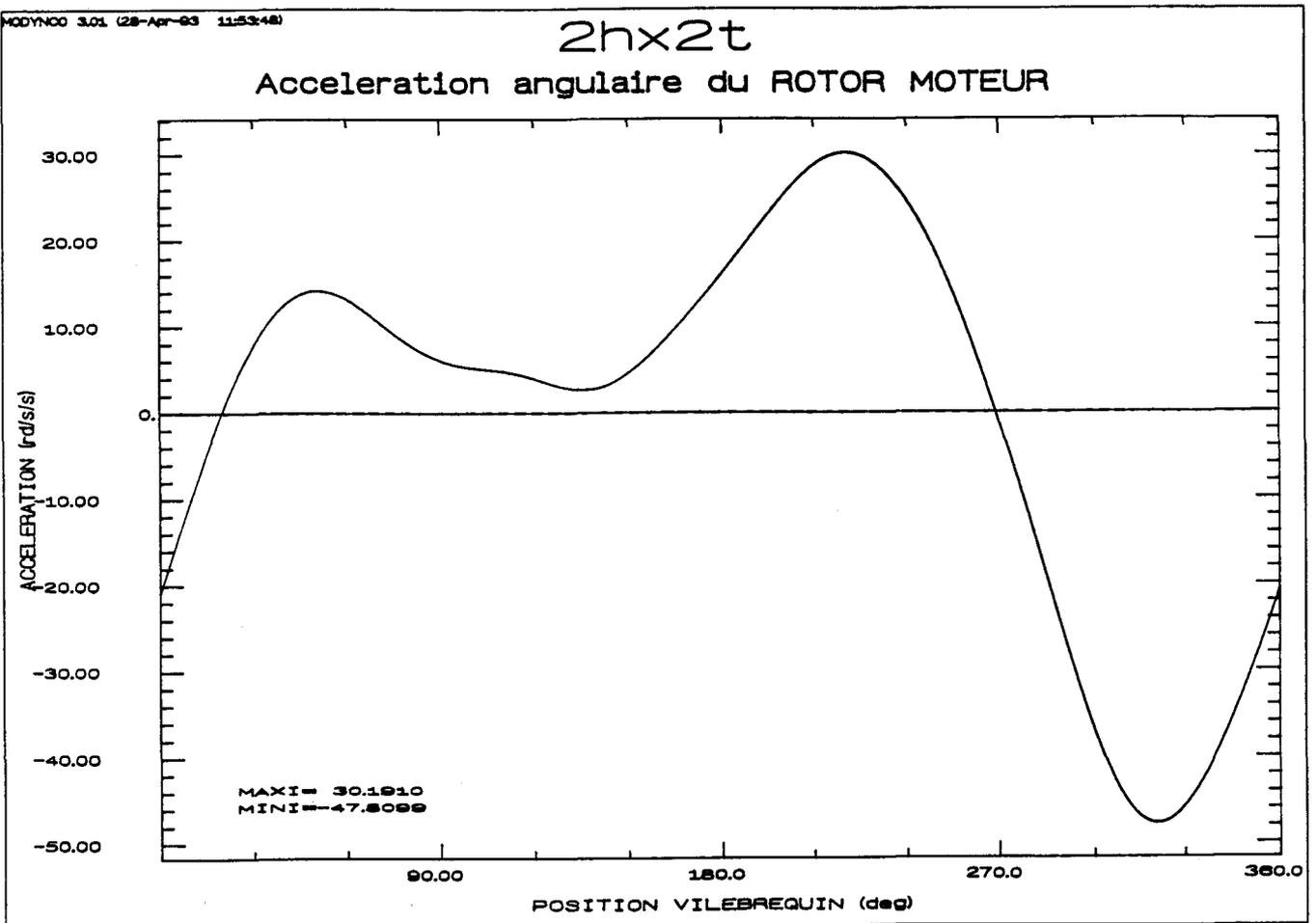
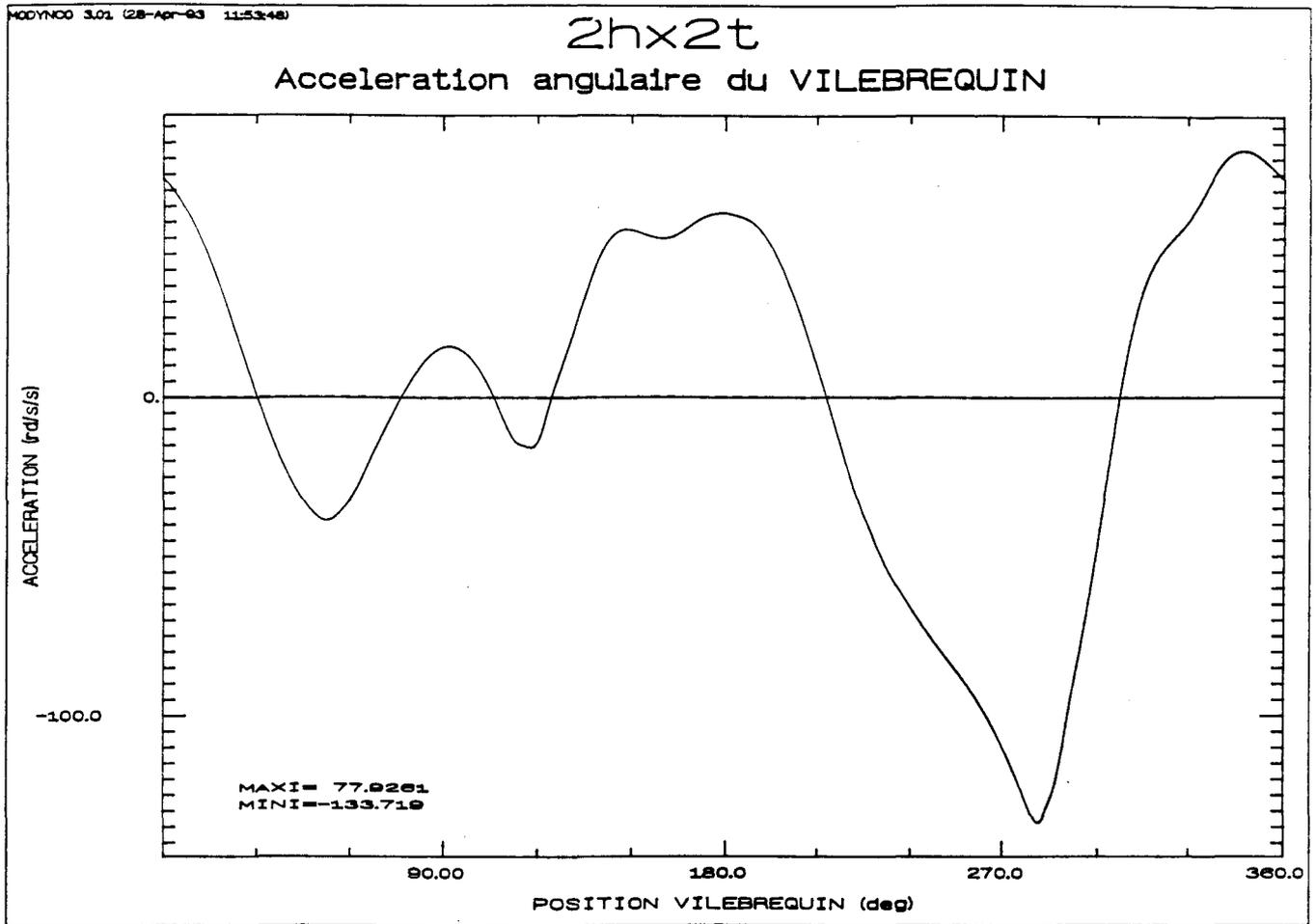
- [1] T. DESTOOP
Compresseurs volumétriques
Techniques de l'ingénieur - B 4 220 - 1989
- [2] R. OUZIAUX
Mécanique appliquée - Dynamique des machines alternatives - Pompes et compresseurs volumétriques
Editions Dunod - Tome 3 - 1962
- [3] J. LEFEVRE
L'air comprimé - Production
Editions Baillières - Tome 1 - 1978
- [4] G. LEMASSON
Les machines transformatrices d'énergie - Turbomachines / Machines alternatives
Libairies delagrave - Tome 2 - 1978
- [5] J.F. HAMILTON
Extension of mathematical modeling of positive displacement type compressors
School of Mechanical Engineering - Purdue University- 1982
- [6] G.W. GATECLIFF - T.O. PIHL - R.R. WISNER
Analytic prediction of the startability of reciprocating refrigeration compressors including comparison with experiment
Proceedings of the 1976 international compressors technology conference - Purdue University
- [7] B. FOUCHER
Cours de mécanique des vibrations
Ecole Universitaire D'Ingénieurs de Lille
- [8] T.C. SCOTT - G.L. DAVIS
A computer algorithm for the natural frequencies of shafts
Proceedings of the 1976 international compressors technology conference - Purdue University
- [9] D.K. RAO
Torsionnal vibrations of crankshafts in reciprocating machines
Shock and Vibration Digest - Vol. 16 - 1984
- [10] B. GIRONNET - G. LOURADOUR
Vibrations et vitesses dangereuses de torsion des lignes d'arbre
Techniques de l'ingénieur - B 5 770
- [11] H. HATTORY - N. KAWASHIMA
Dynamic analysis of a rotor-journal bearing system for twin rotary compressor
Proceedings of the 1990 international compressors technology conference - Purdue University
- [12] A.R. HEATH - P.M. McNAMARA
Crankshaft stress analysis - Combination of finite element and classical analysis techniques
Transactions of the ASME - Vol. 112 - 1990
- [13] K. NISHIOKA - T. INAGAKI - T. KANNON
Vibration analysis of refrigerant compressor shaft
Proceedings of the 1984 international compressors technology conference - Purdue University
- [14] G. TANNEAU
Contribution à l'étude des paliers de bielle, effet des rugosités
Thèse de docteur de 3^e cycle - Université de Poitier - 1984
- [15] K. GRAUNKE - J. RÖNNERT
Dynamic behavior of labyrinth seals in oilfree labyrinth-piston compressors
Proceedings of the 1984 international compressors technology conference - Purdue University
- [16] Z.P. MOURELATOS
Trajectory of a ringless piston within the cylinder of an internal combustion engine with a crosshead design
SAE transactions - Vol. 97 - N°6 - 1989

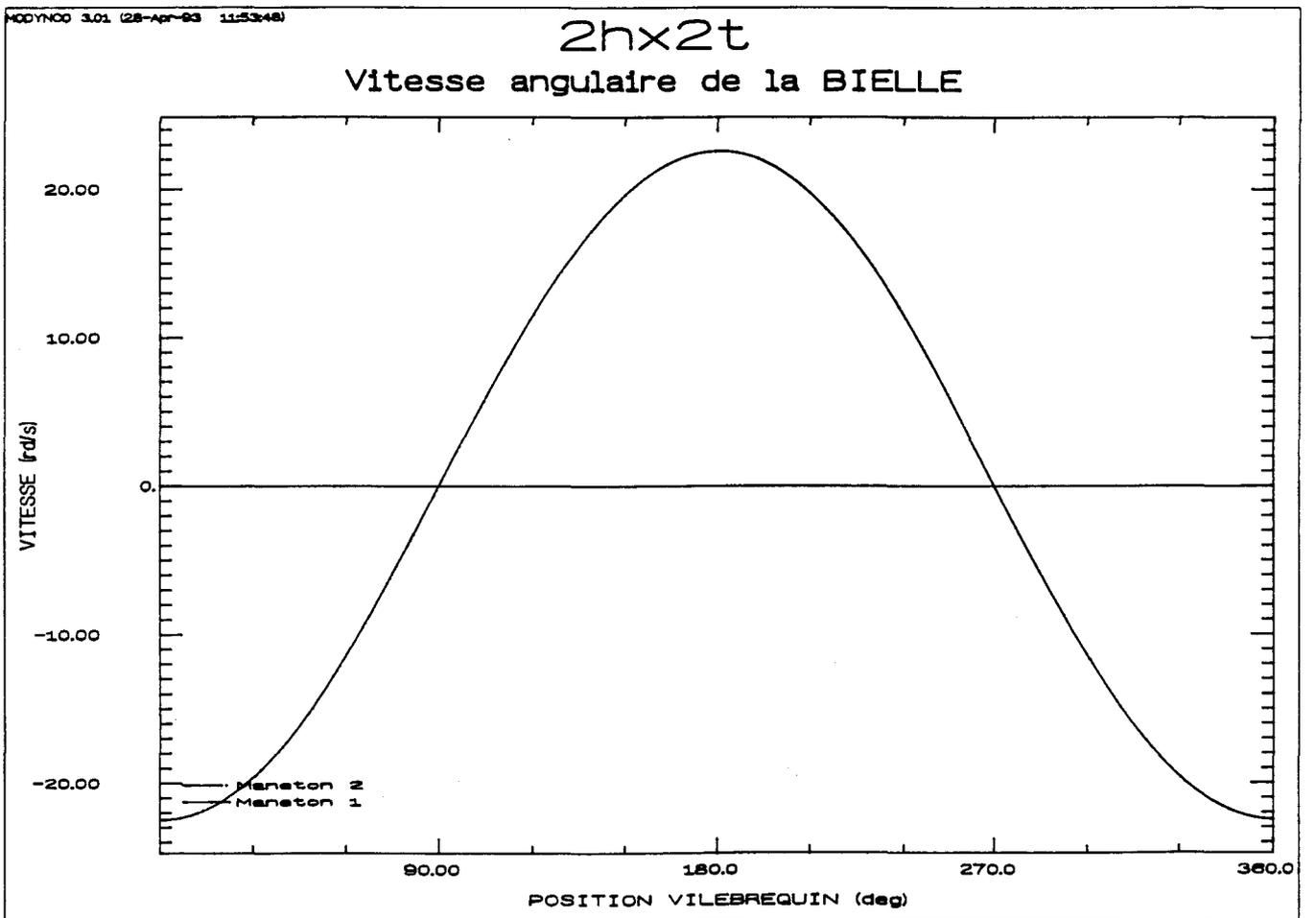
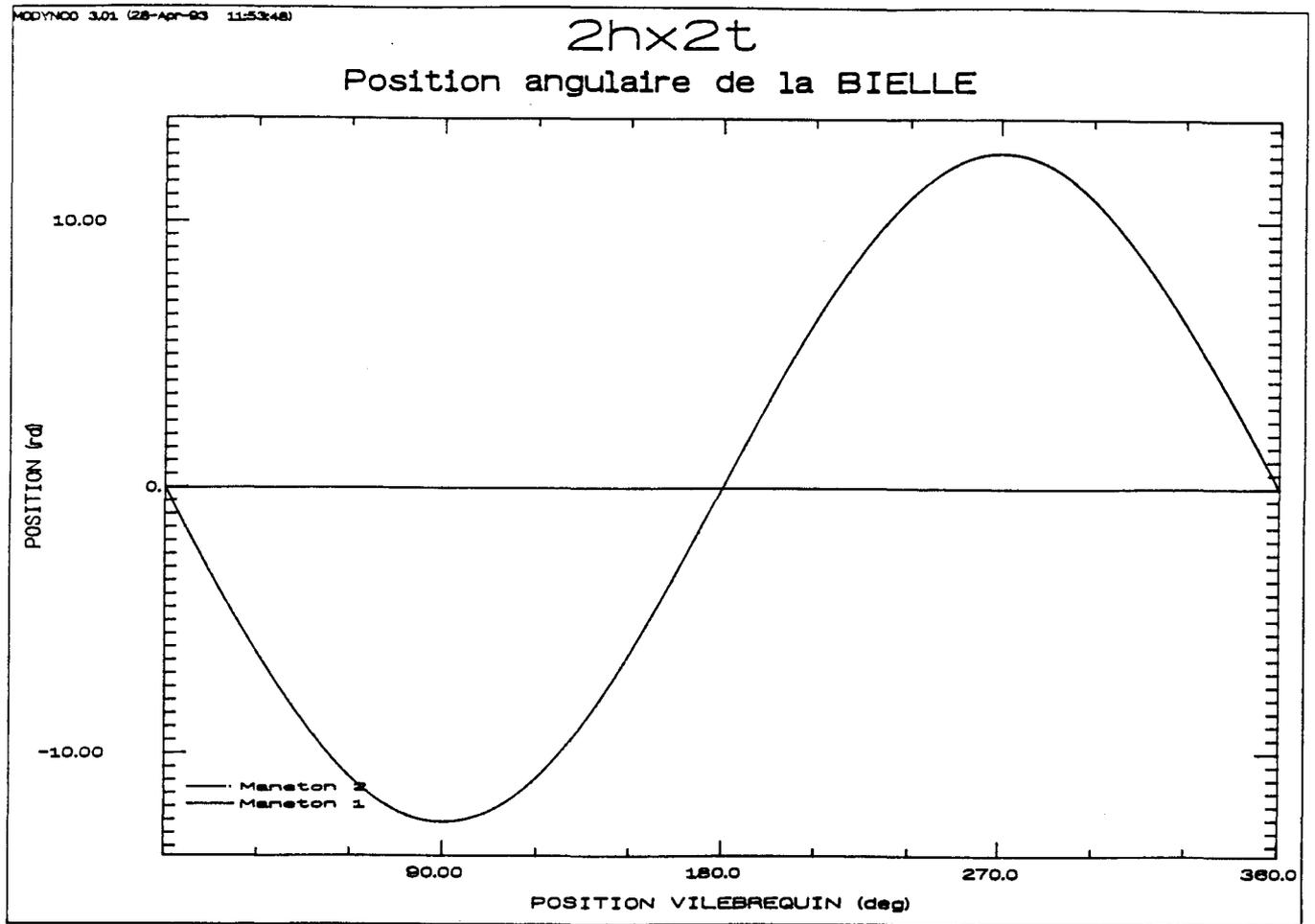
- [17] Y. FUJIMOTO - T. SUZUKI - Y. OCHIAI
On piston slap in reciprocating machinery
IMechE - C215/76 - 1976
- [18] R. WINTJES - H. MALM - J. WILES
Instantaneous rotational velocity measurement for detection and diagnosis of reciprocating engine and compressor faults
1992 P.C.R.C. Reciprocating Machinery Conference Proceedings
- [19] B. SWOBODA
Mécanique des moteurs alternatifs
Editions Technip - 1984
- [20] F.A. WYCZALEK
Generalized balance of inline, vee and opposed piston engines
SAE Transactions - Vol. 97 - N°4 - 1989
- [21] S. TIMOSHENKO - D.H. YOUNG
Dynamique supérieure
Librairies Polytechniques Béranger - 1950
- [22] M. BOBILLON - M. DAURAT - M. LEJAY - M. VINARD
Evaluation des vibrations transmises à une plate-forme pétrolière par des machines tournantes et alternatives
Proceedings of StuCoMe - 1988
- [23] J.C. CROMER - J. ROUMAGOUX - J.M. DAURAT
Détermination expérimentale d'efforts vibratoires générés par une machine
Matériaux Mécanique Electricité - N°404/405/406 - 1984
- [24] A. LIFSON - A.J. SMALLEY
Bending flexibility of bolted flanges and its effect on dynamical behavior of structures
Transactions of the ASME - Vol. 111 - 1989
- [25] F. LAMBERT - B. GALTIE
Analyse du comportement vibratoire de deux bâtis de compresseurs alternatifs
Pétroles et techniques - N°356 - 1990
- [26] J.F. HAMILTON
Modeling and simulation of compressor suspension system vibrations
School of Mechanical Engineering - Purdue University - 1982
- [27] S. DOUGHTY - A.J. SMALLEY - B.F. EVANS
Internal dynamic force analysis for V-type engine/compressor with articulated power cylinder connecting rod mechanism
Transactions of the ASME - Vol. 111 - 1989
- [28] J. HAFNER - B. GASPERSIC
Dynamic modeling of reciprocating compressor
Proceedings of the 1990 international compressors technology conference - Purdue University
- [29] C. THIRARD
Modélisation de système articulés réels en dynamique - Application aux compresseurs Etude théorique
METRAVIB - RDS - 1988
- [30] R. BOUDET - C. BORTOLUSSI
Présentation des mécanismes
Techniques de l'ingénieur - B 600/B600,1 - 1980
- [31] T. DESTOOP
Contribution à la conception assistée par ordinateur de compresseurs à pistons alternatifs
Thèse de doctorat de 3° cycle - Université de Lille Flandre Artois - 1988
- [32] S. ABRATE
Vibrations of belts and belt drives
Mech. Mach. Theory Vol. 27 - n°6 - 1992

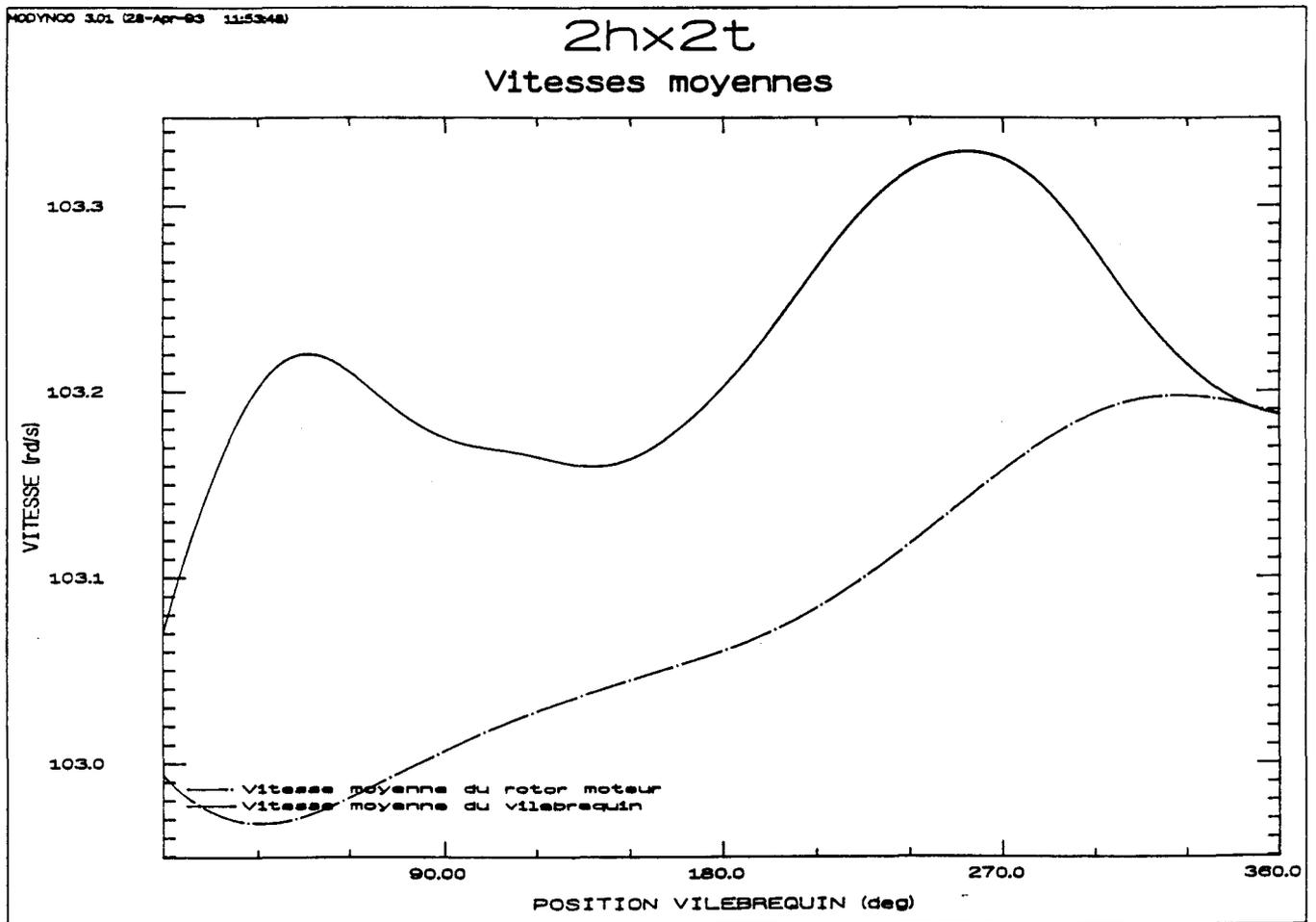
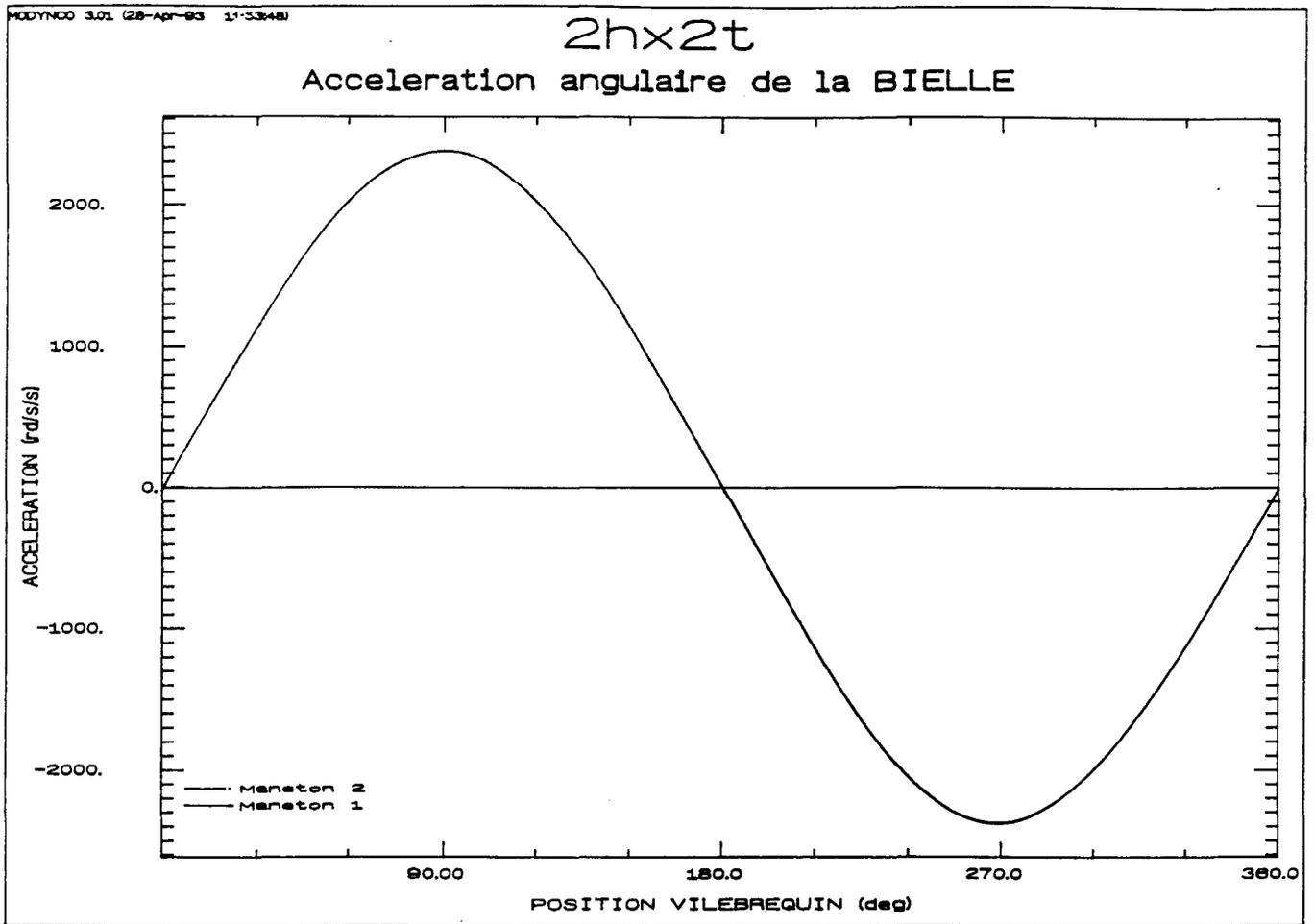
- [33] B.G. GERBER
Force and slip behavior in V-belt drives
Acta Polytechnica Scandinavica - Mechanical Engineering Series - N°67
- [34] H. PEEKEN - S. ERXLEBEN - F. FISHER
Verdrehsteifigkeitskennlinien von Riemengetrieben
VDI-Z Bd. 127 - N° 22 - 1985
- [35] Société FENNER
Document de calcul
Ref : VR/4
- [36] D. PLAY - A. FLOQUET
Frottement et usure des paliers secs utilisés en régime alterné
Matériaux et Techniques - juin/juillet 1981
- [37] H. CZICHOS - P. FEINLE
Etude sur le frottement et l'usure des matières thermoplastiques
Institut fédéral d'essais des matériaux (Berlin)
- [38] R. FOSARO
Friction, wear, transfer and wear surface morphology of ultralight-molecular-weight polyethylene
ASLE Transactions - Vol. 28 - N°1
- [39] -
Etude de la dynamique de la variation de la force de friction sur un piston de consolidation, sans lubrifiant, de type "compacto-labyrinthe"
Article Russe (Traduction)
- [40] KOPPERS Engineered Products
Engineer's handbook of piston rings seal rings mechanical shaft seals
Koppers Company, Inc.
- [41] D. P. HOULT
Lubrication and support of a single piston ring
ASLE Transactions - Vol. 28 - N°2
- [42] V.S DAVILOV - B.S. FOTIN - S.M. MEDVELOV - I.S. PROSTOROV - L.A. CHTEINGORT
Influence de la pression variable sur l'usure et la destruction des segments de pistons non métalliques
Article Russe (traduction)
- [43] I.I. NOVIKOV - V.P. ZAKHARENKO - A.N. ZUEV - I.I. ISHCHEKOV - V.N. KOZACHEK N.M. MOROZOV
A solution of the problem of compressing synthesis gas without oil contamination in piston compressors
Article Russe (Traduction)
- [44] DST RAUBENHEIMER
The behavior of reciprocating compressor piston rod packing
Proceedings of the IMechE 1990 - Fluid machinery for the oil, petrochemical and related industries
- [45] D. MOES - H. MOES
The behavior of dynamically loaded bearings under variable operating conditions in reciprocating compressors
Proceedings of the IMechE 1990 - Fluid machinery for the oil, petrochemical and related industries
- [46] B. FANTINO - J. DU PARQUET - J. FRENE
Elastic connecting-rod bearing with piezoviscous lubricant: analysis of the steady state characteristics
Journal of Lubrication Technology - Vol. 101 - N°2 - 1979
- [47] T. NOMURA - M. OHTA - K. TAKESHITA - Y. OZAWA
Efficiency improvement in rotary compressor
Proceedings of the 1984 international compressors technology conference - Purdue University

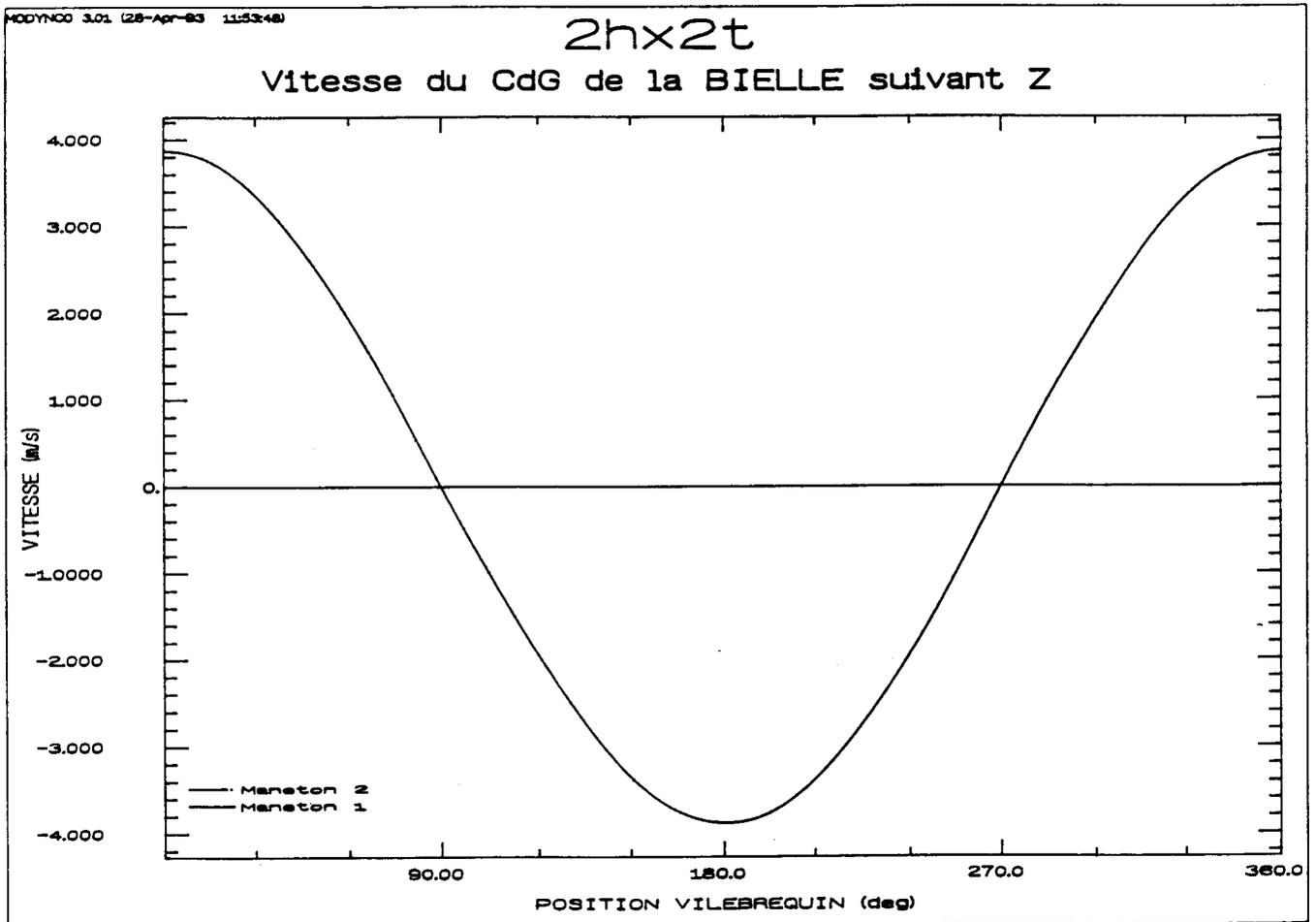
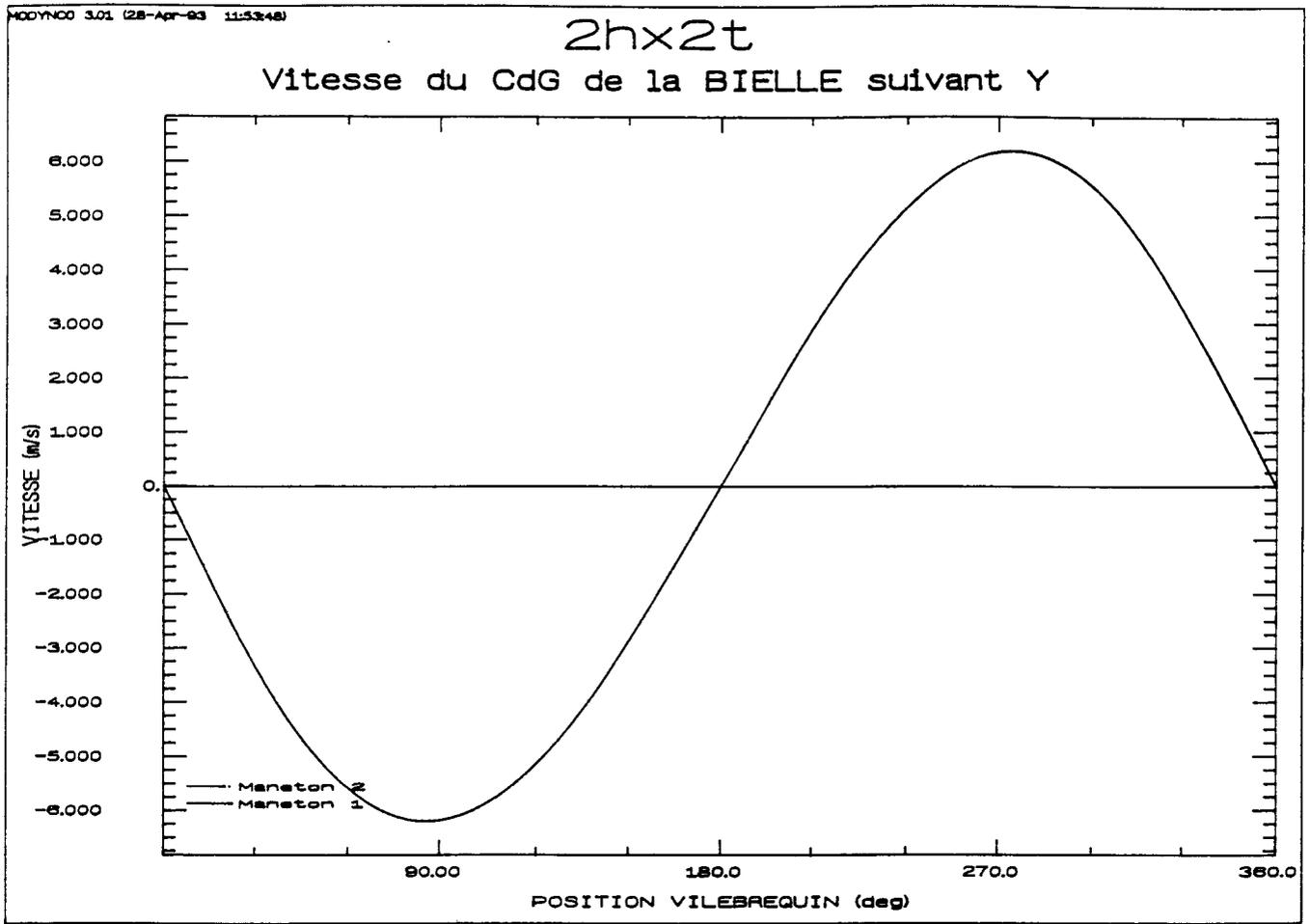
RESULTATS DU MODELE DE CALCUL

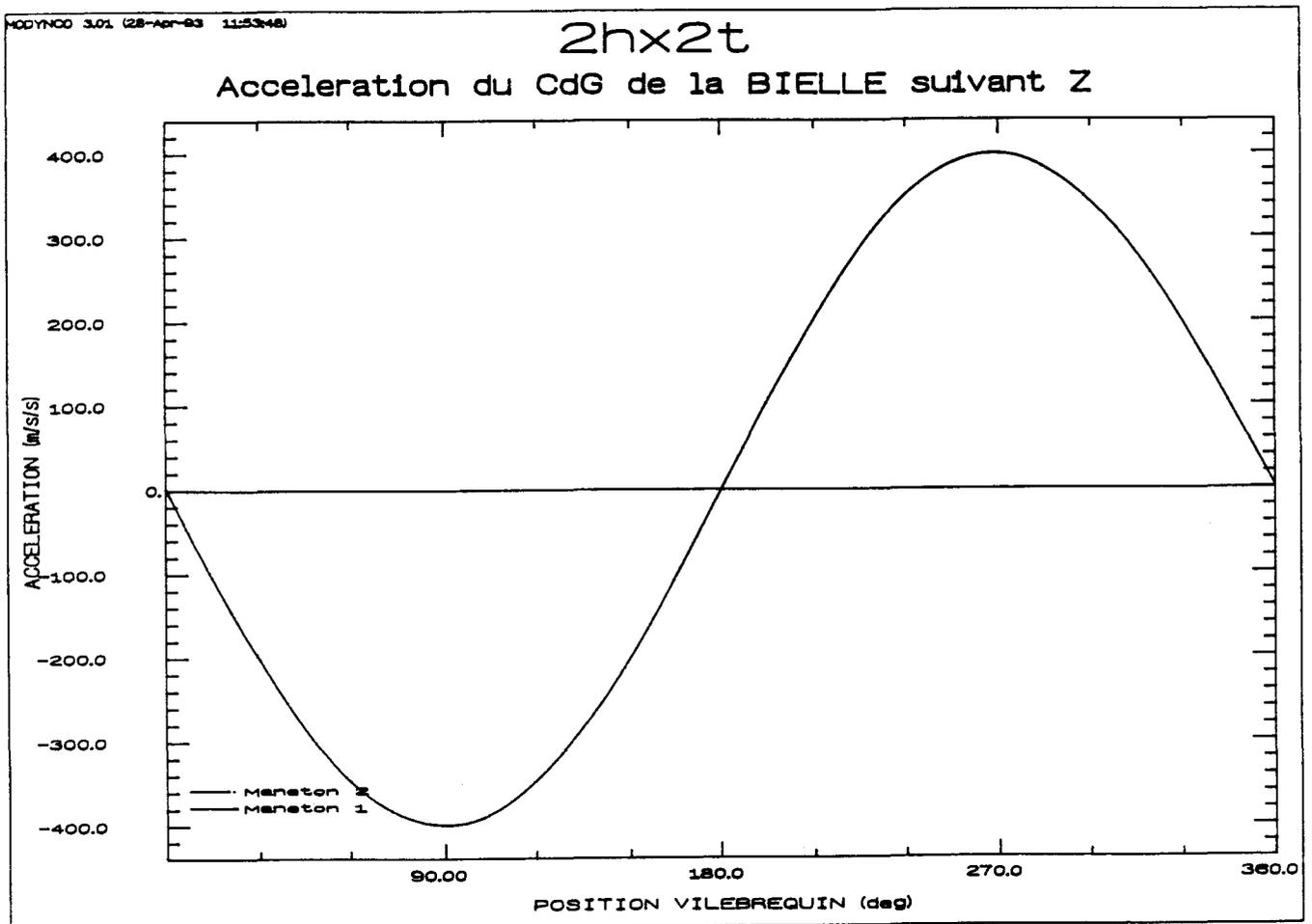
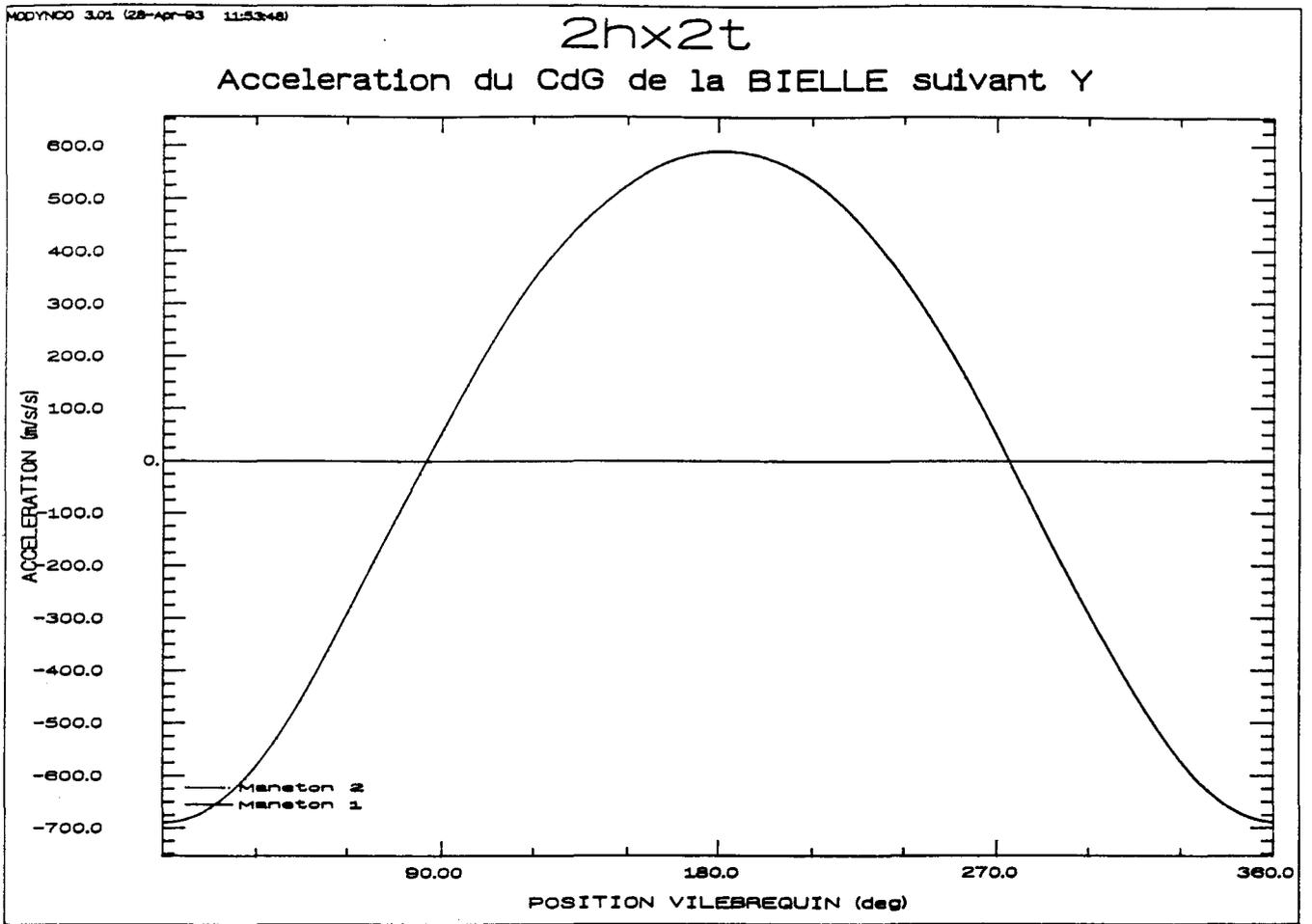


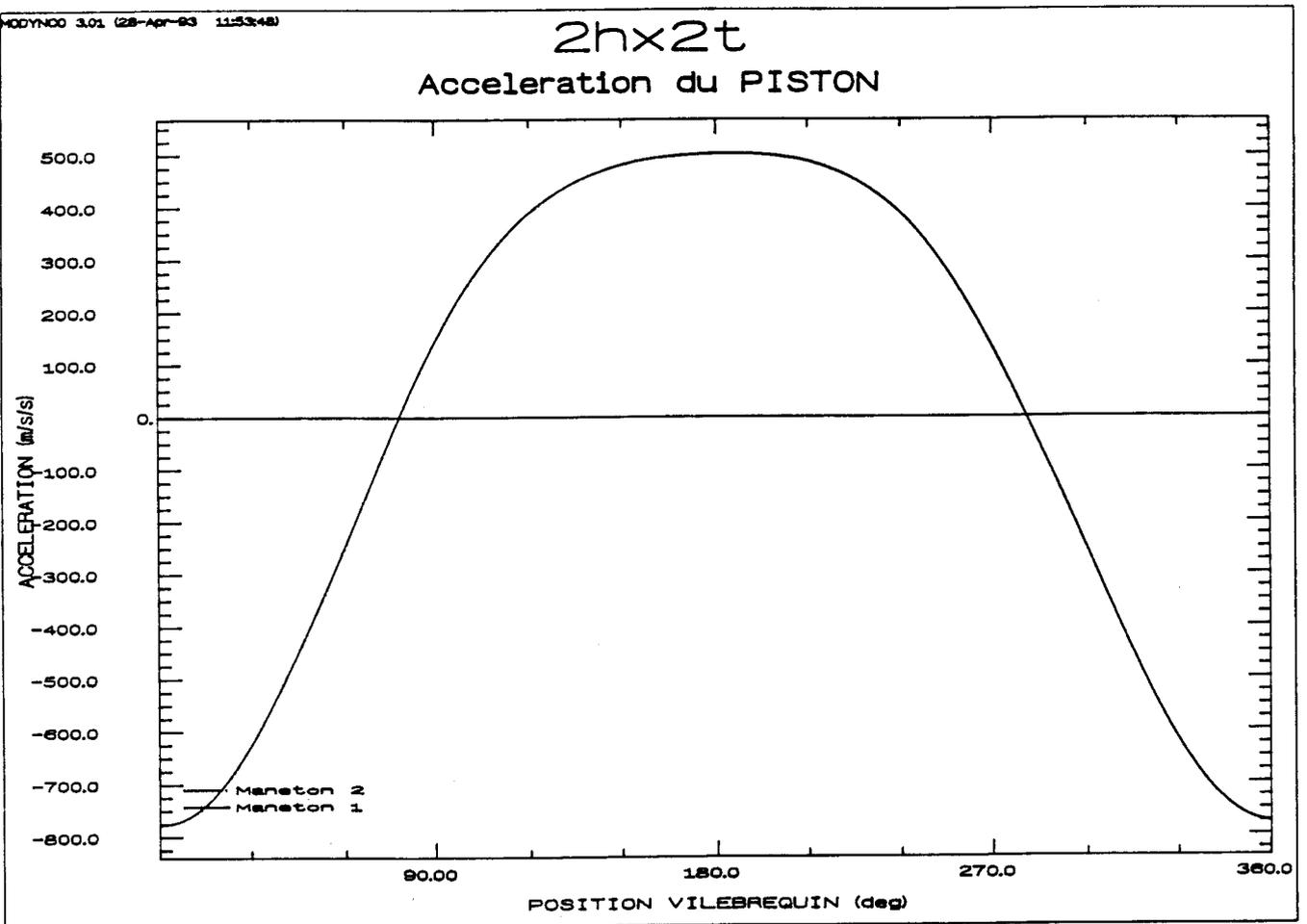
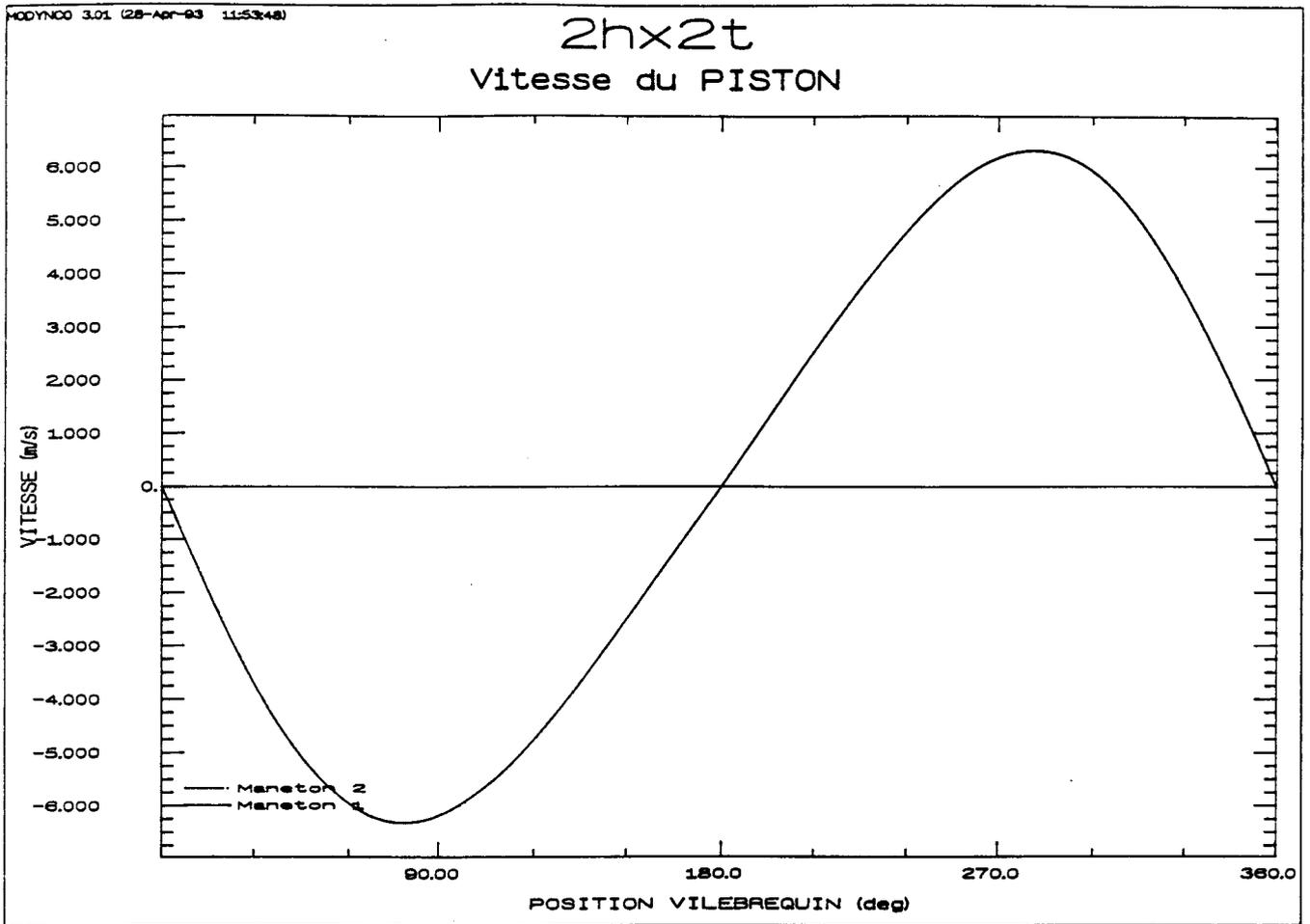


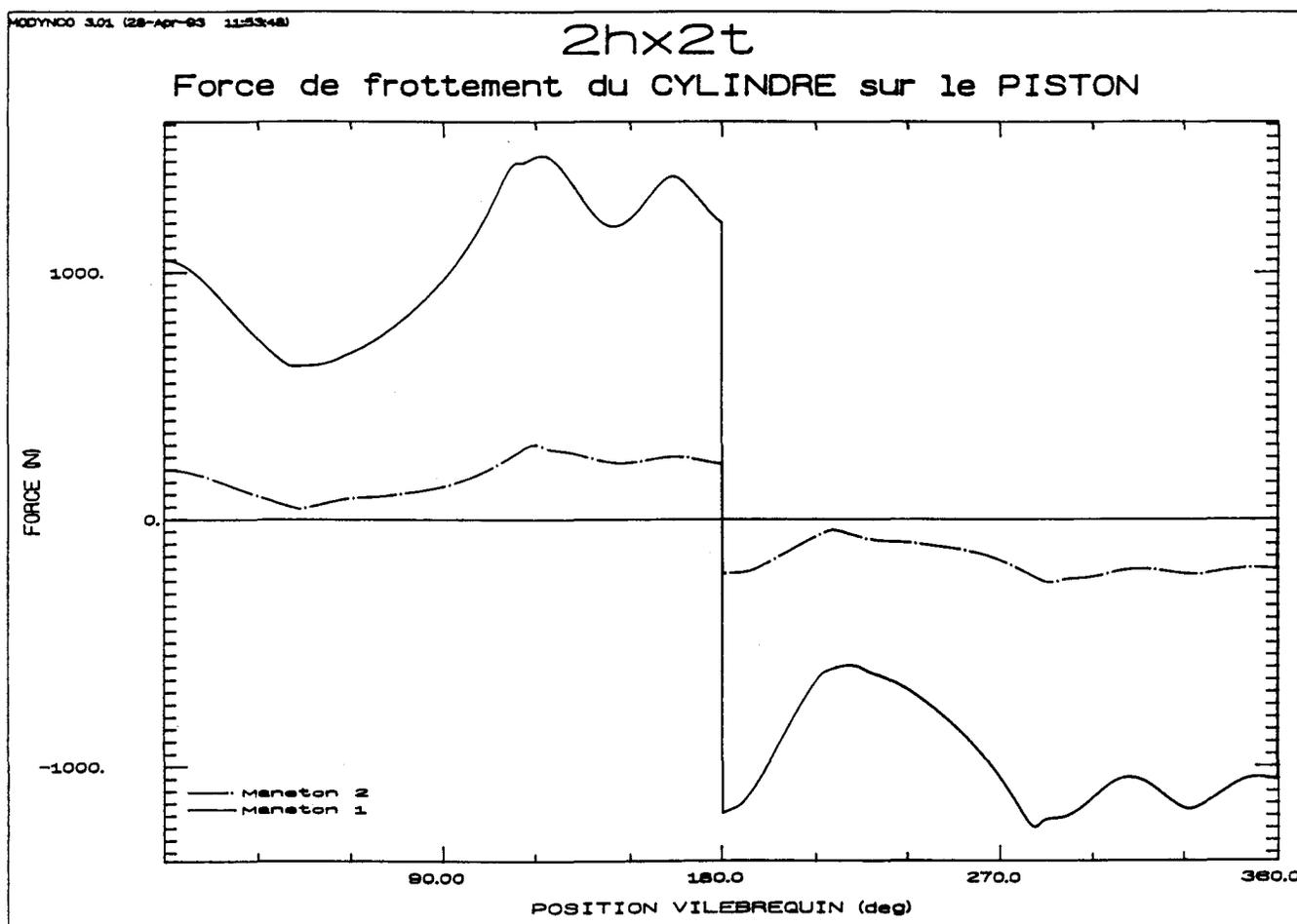
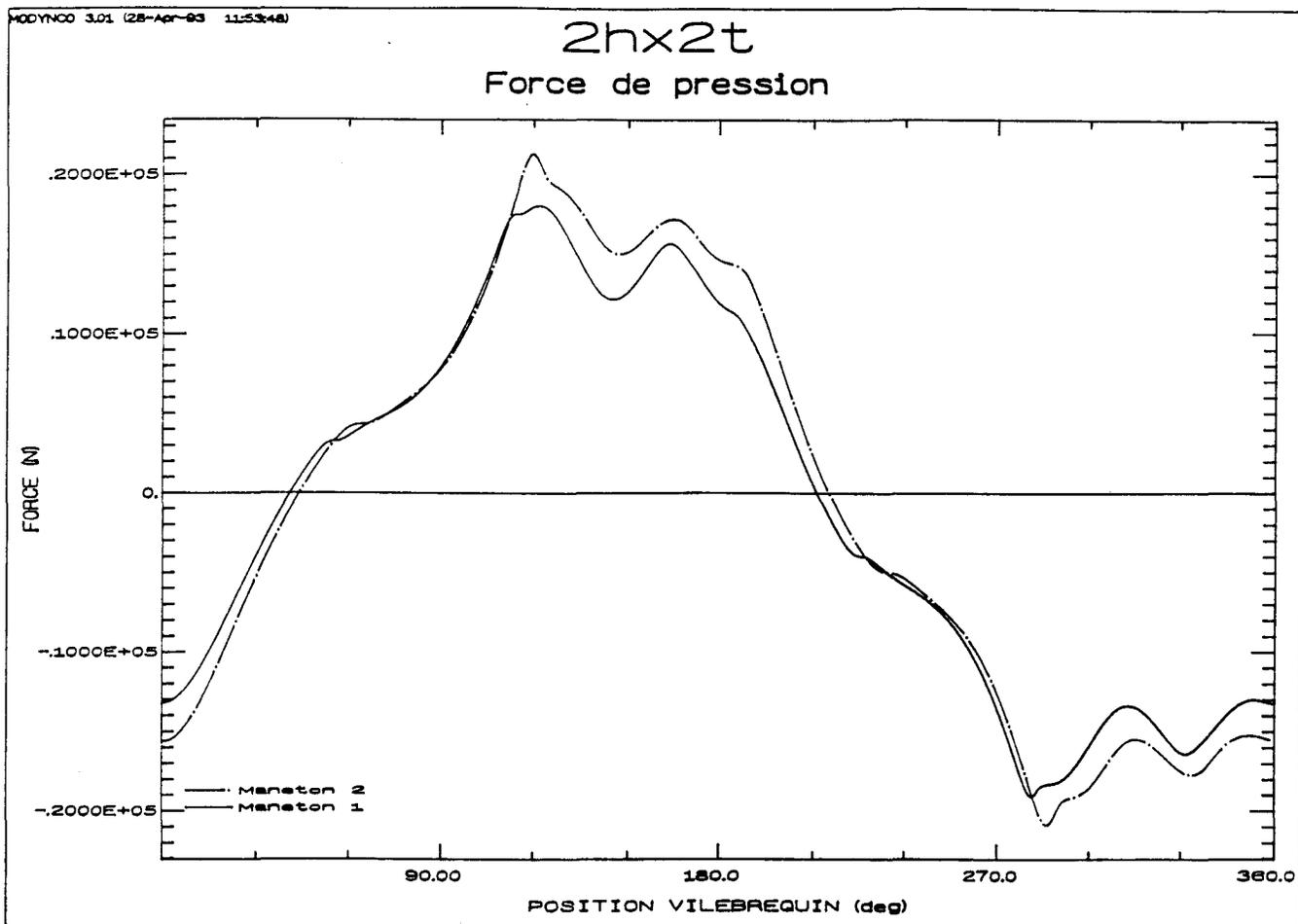


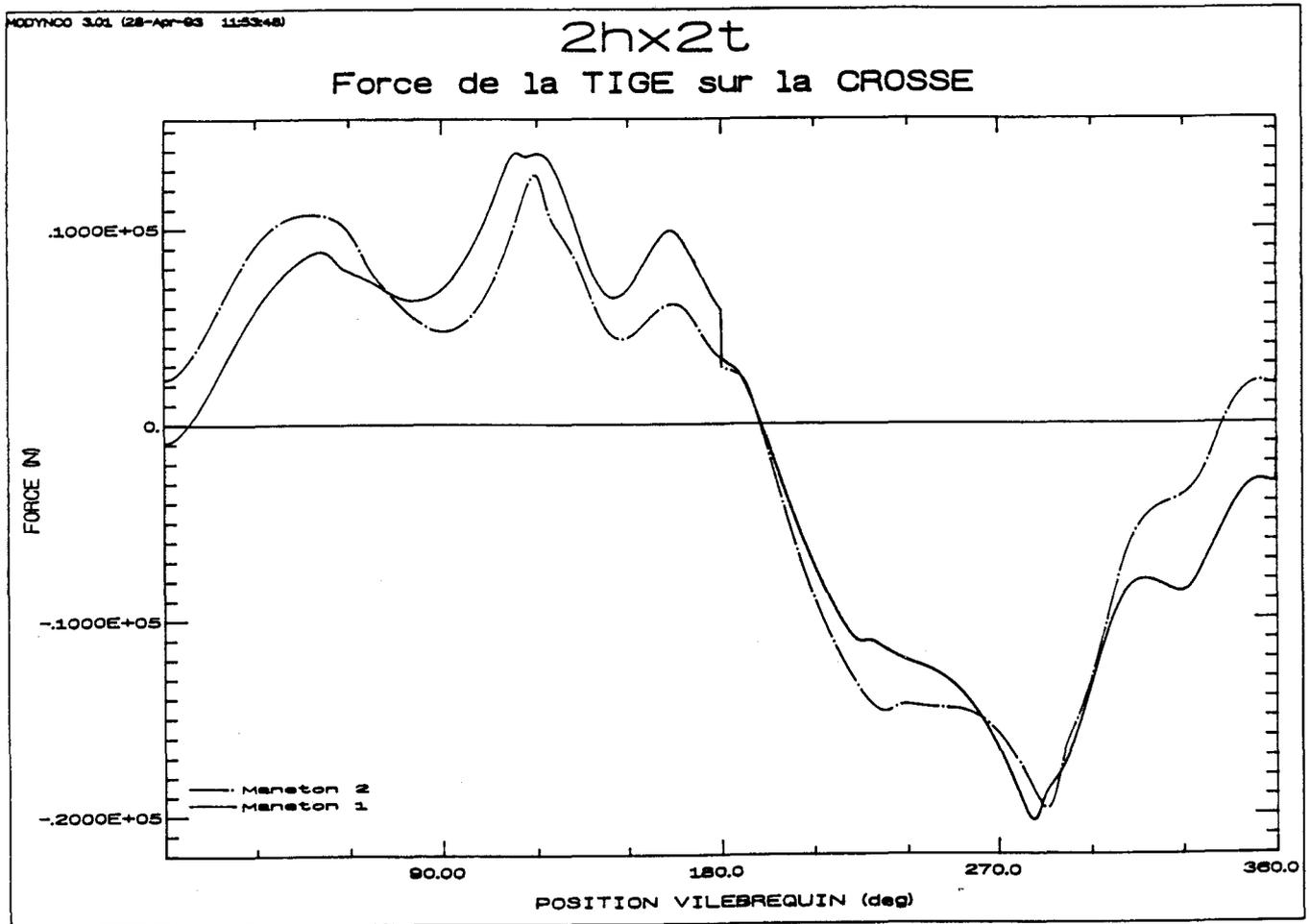
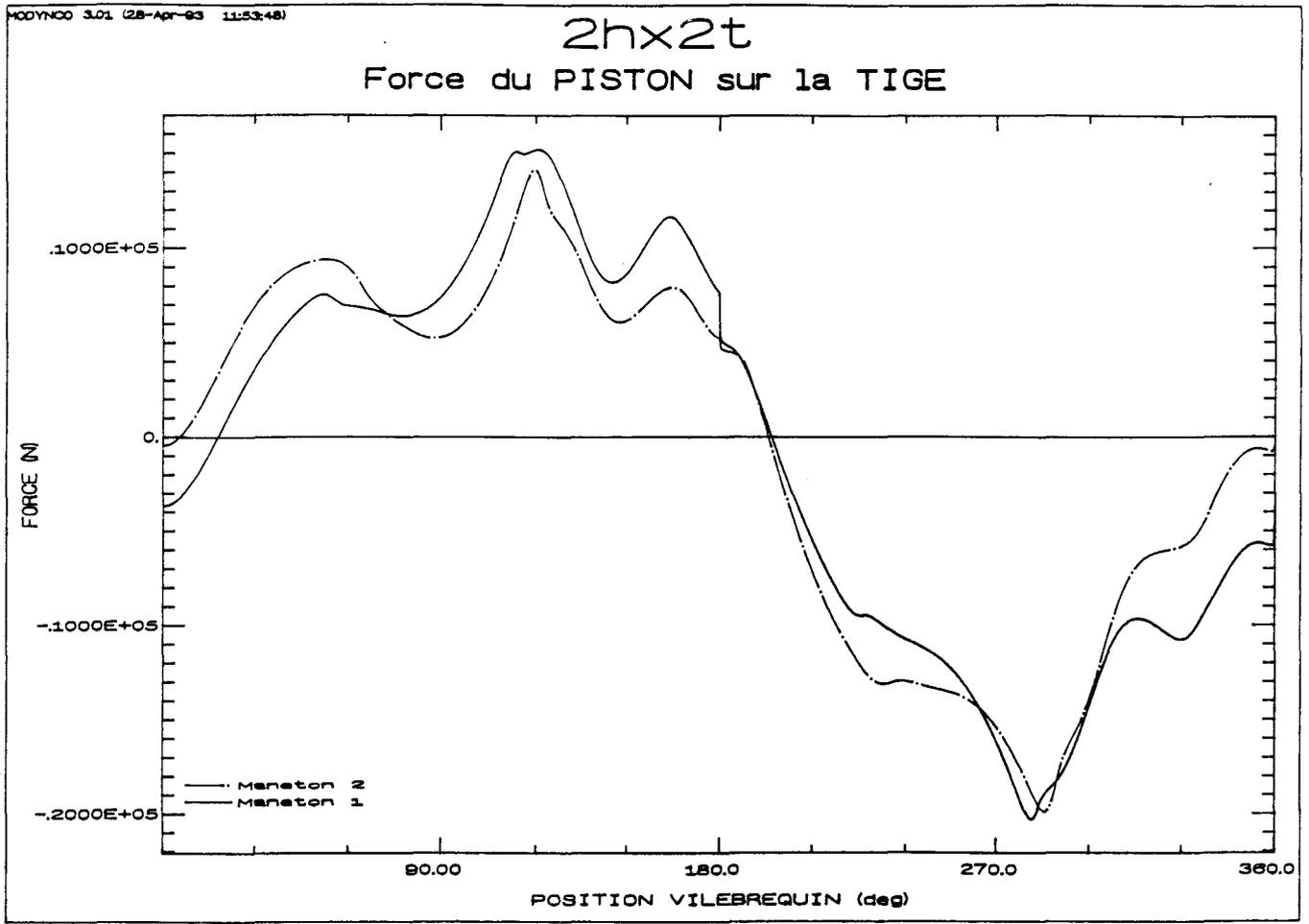


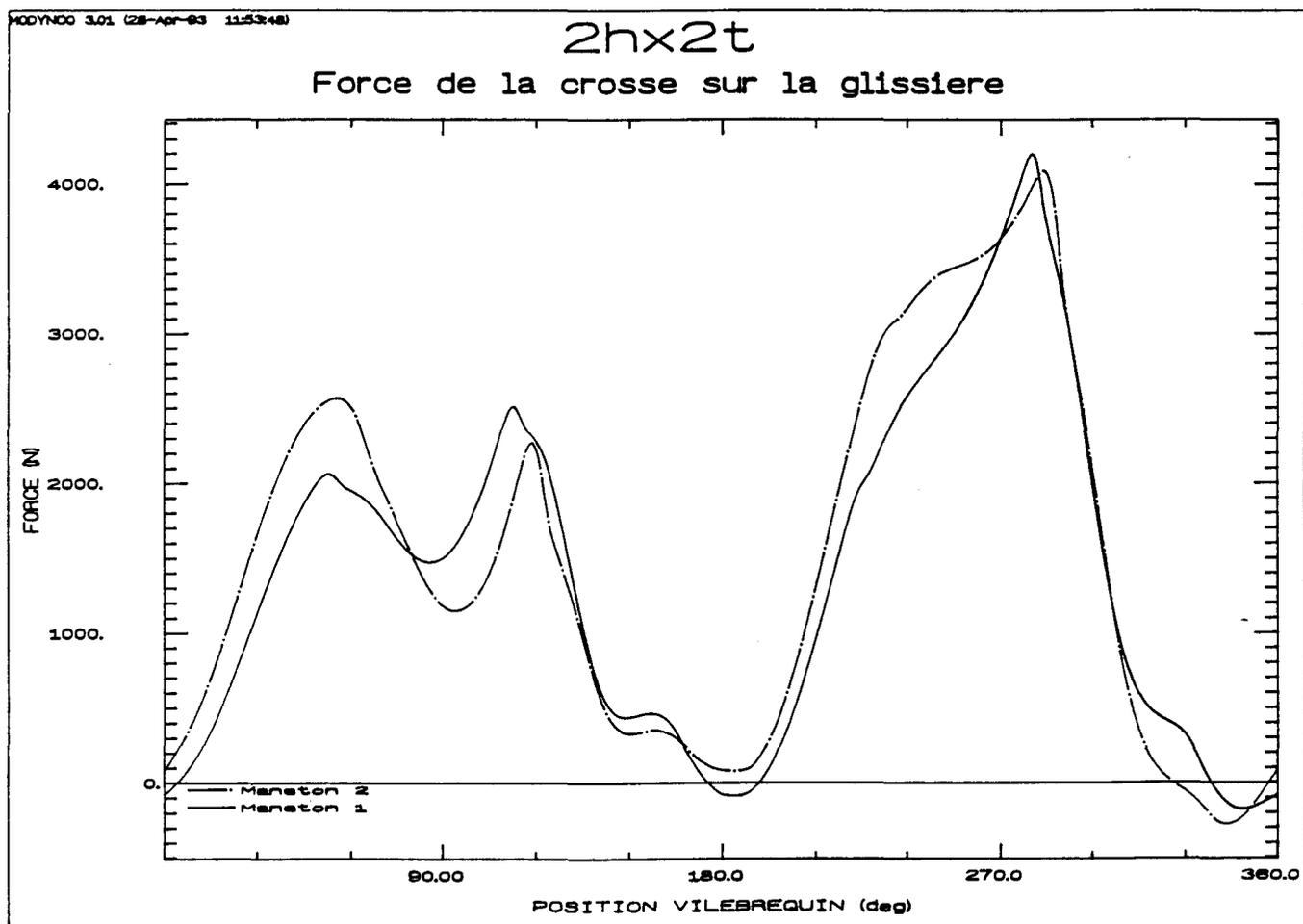
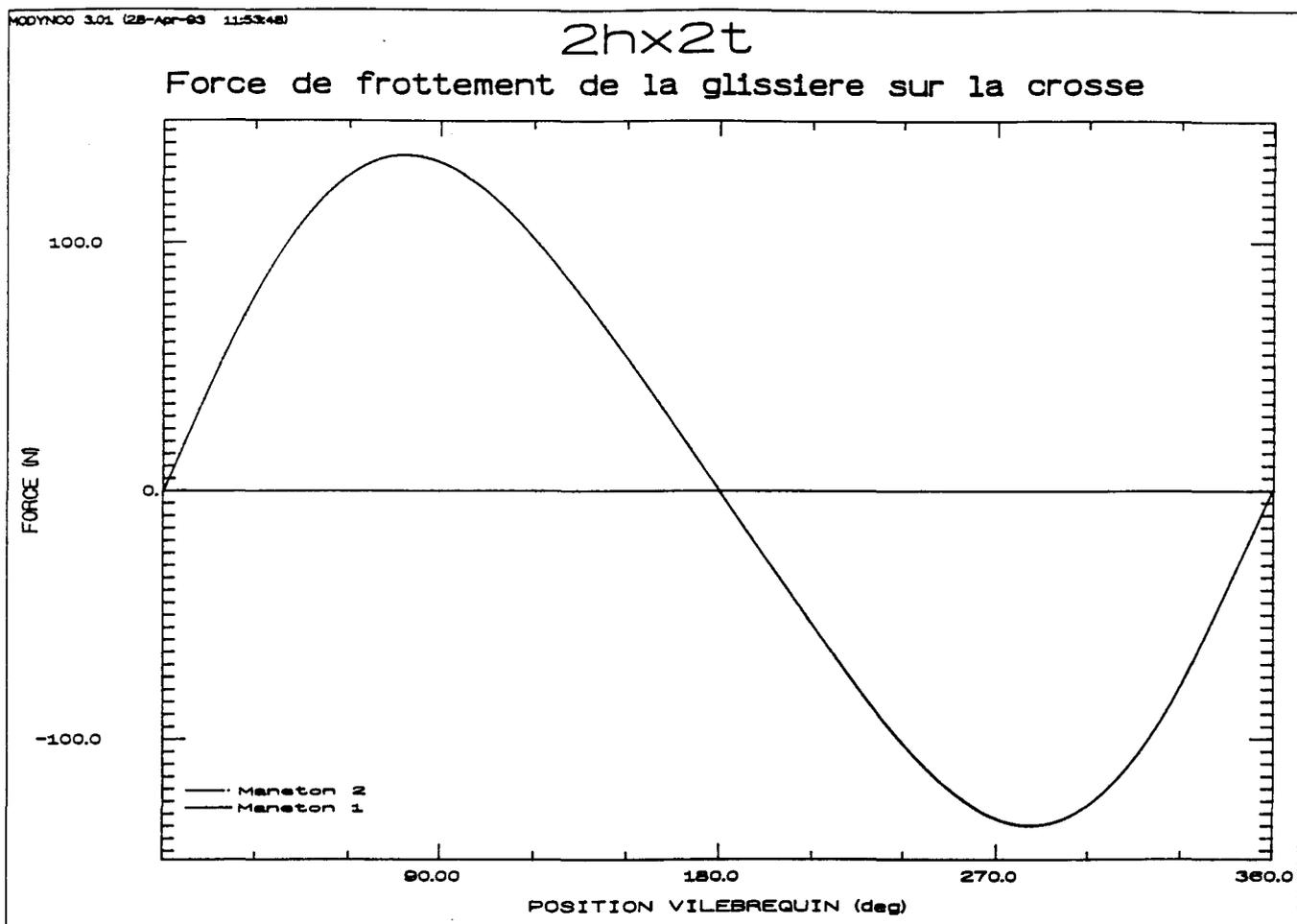


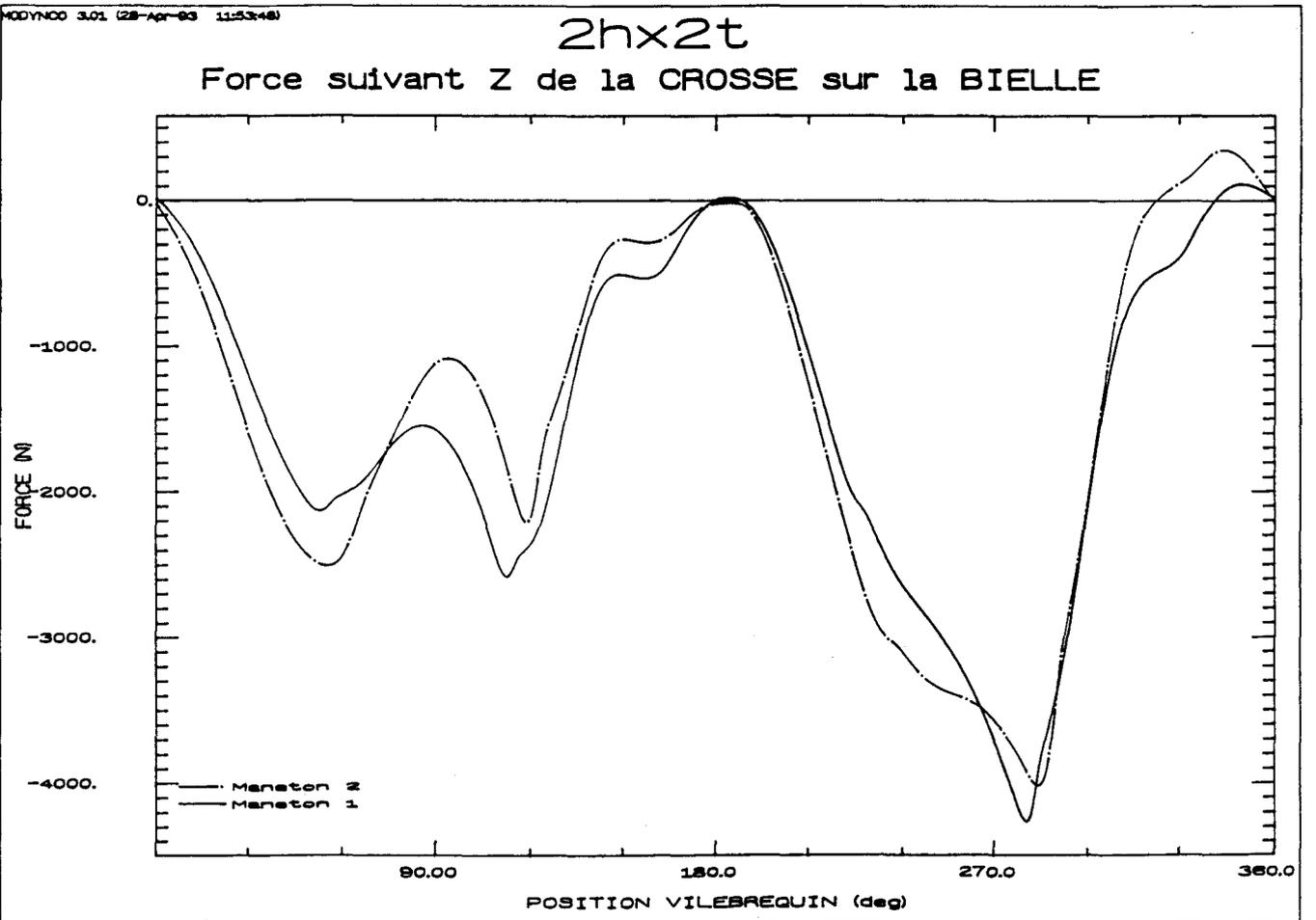
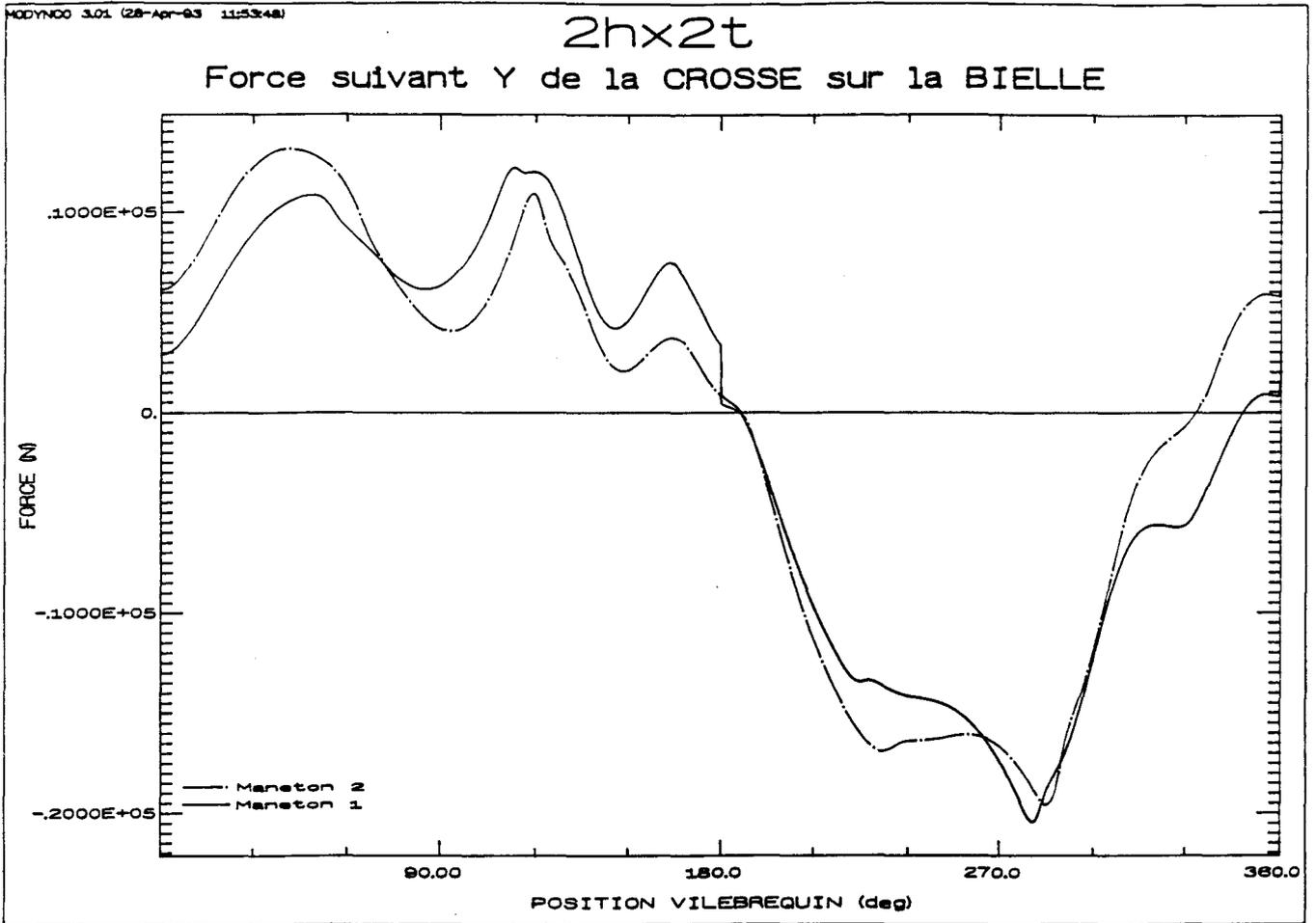


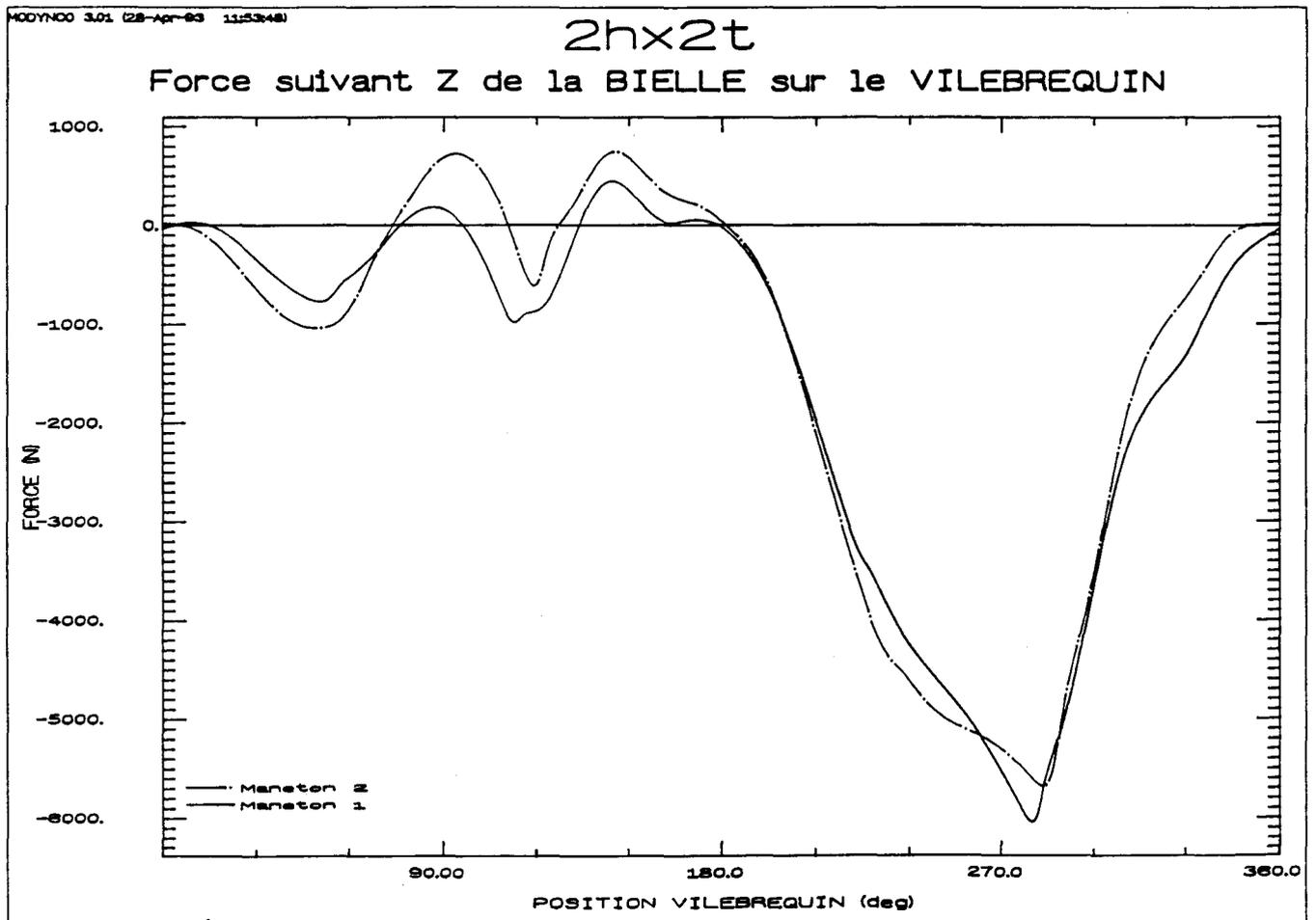
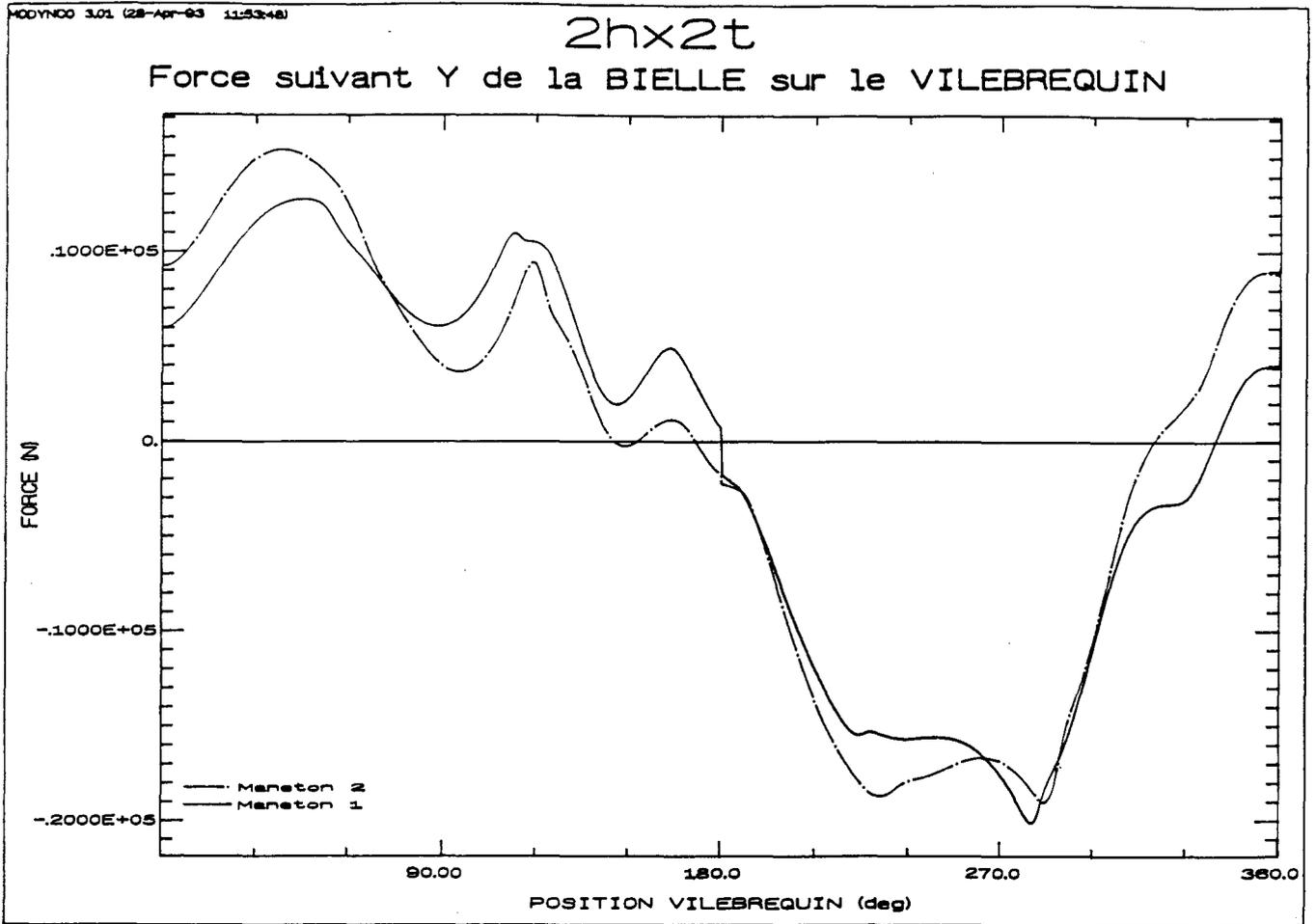


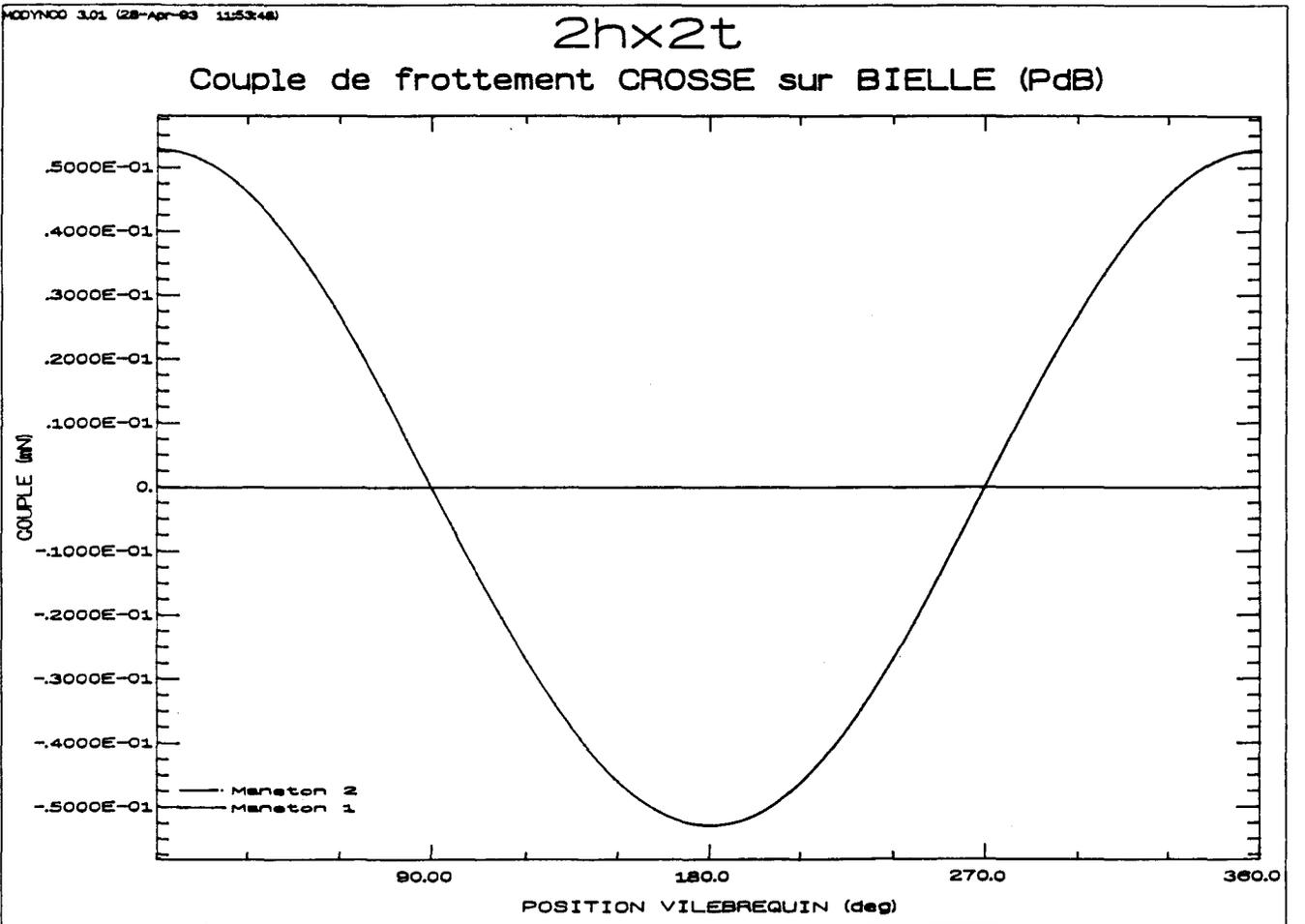
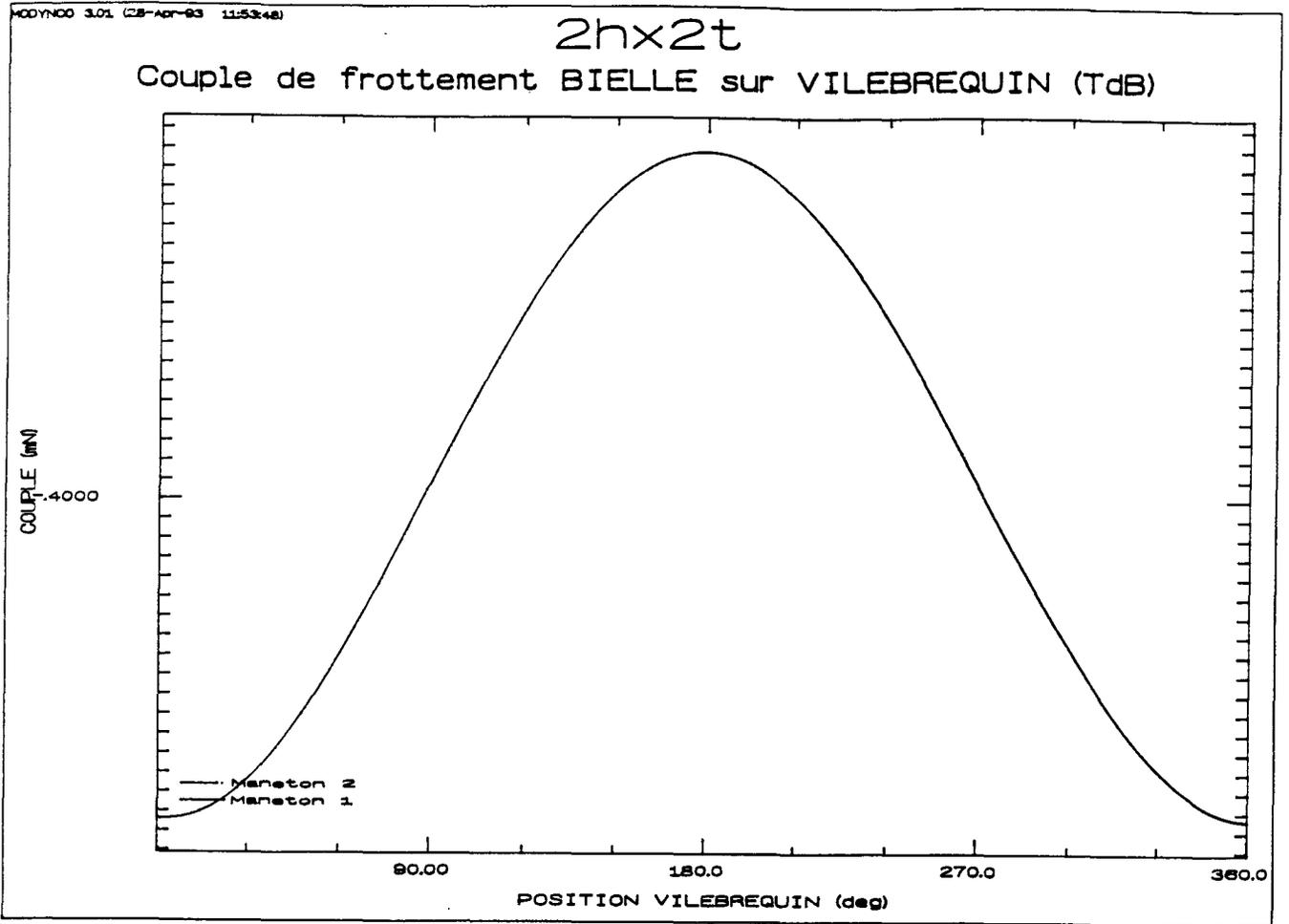


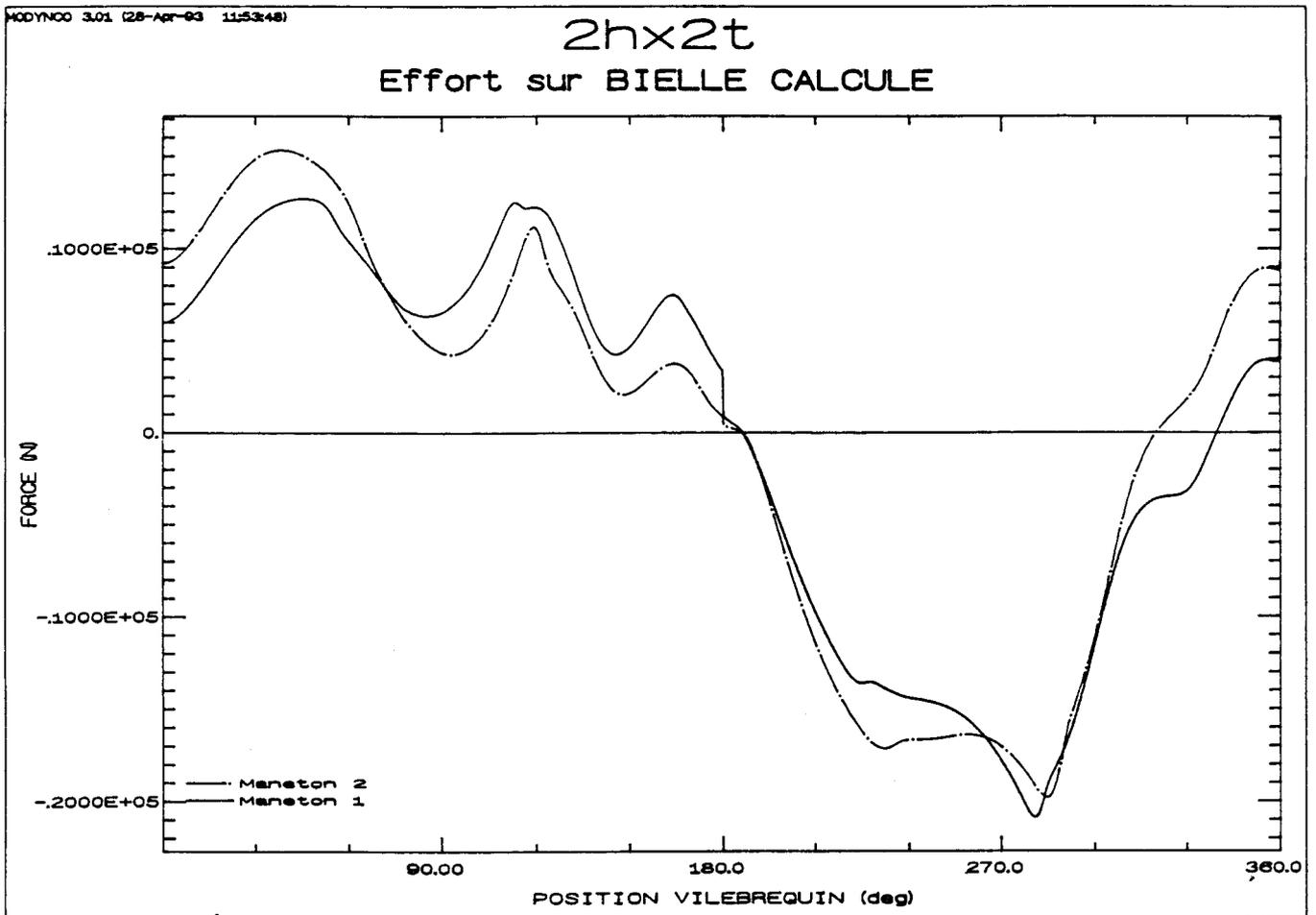
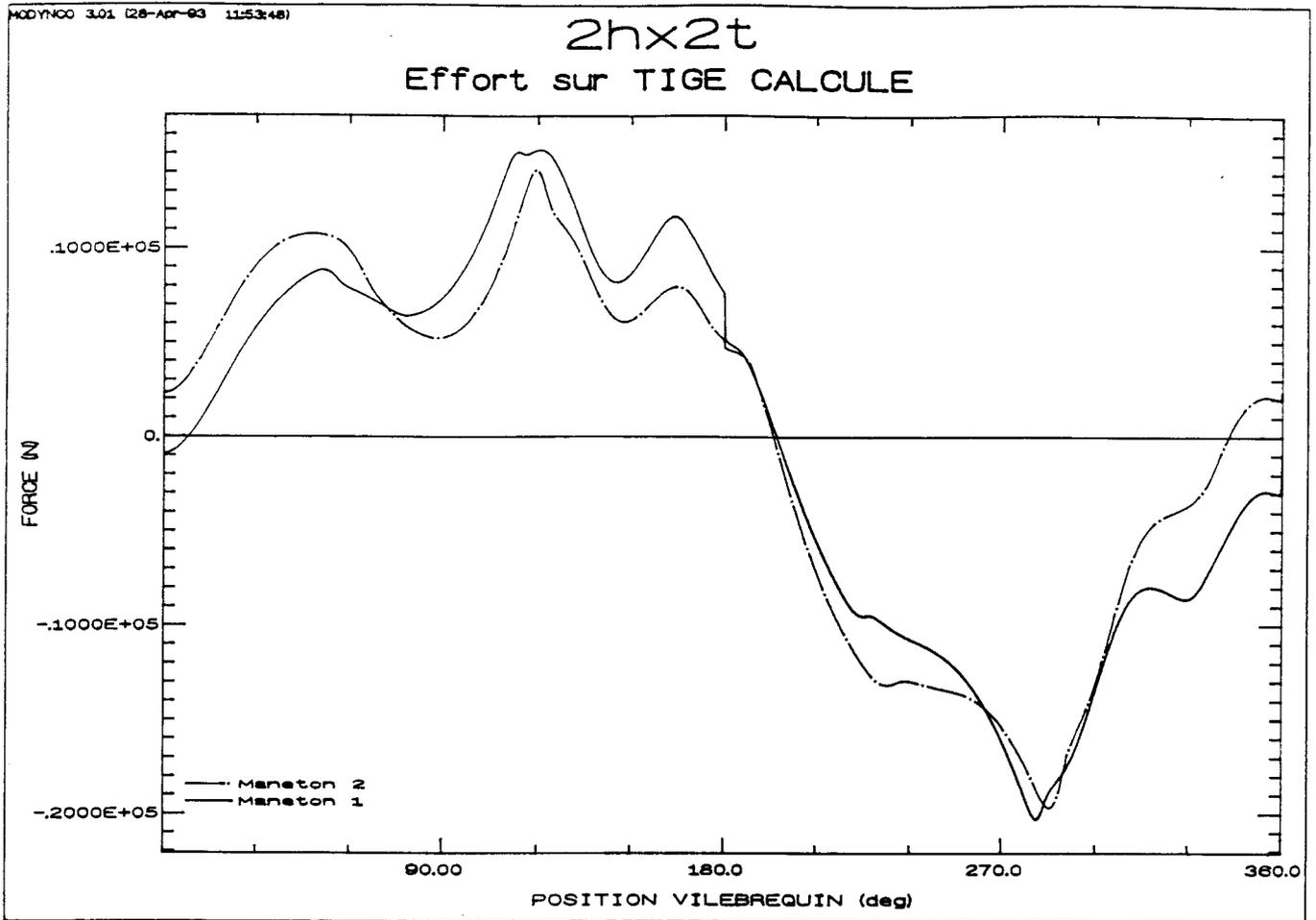


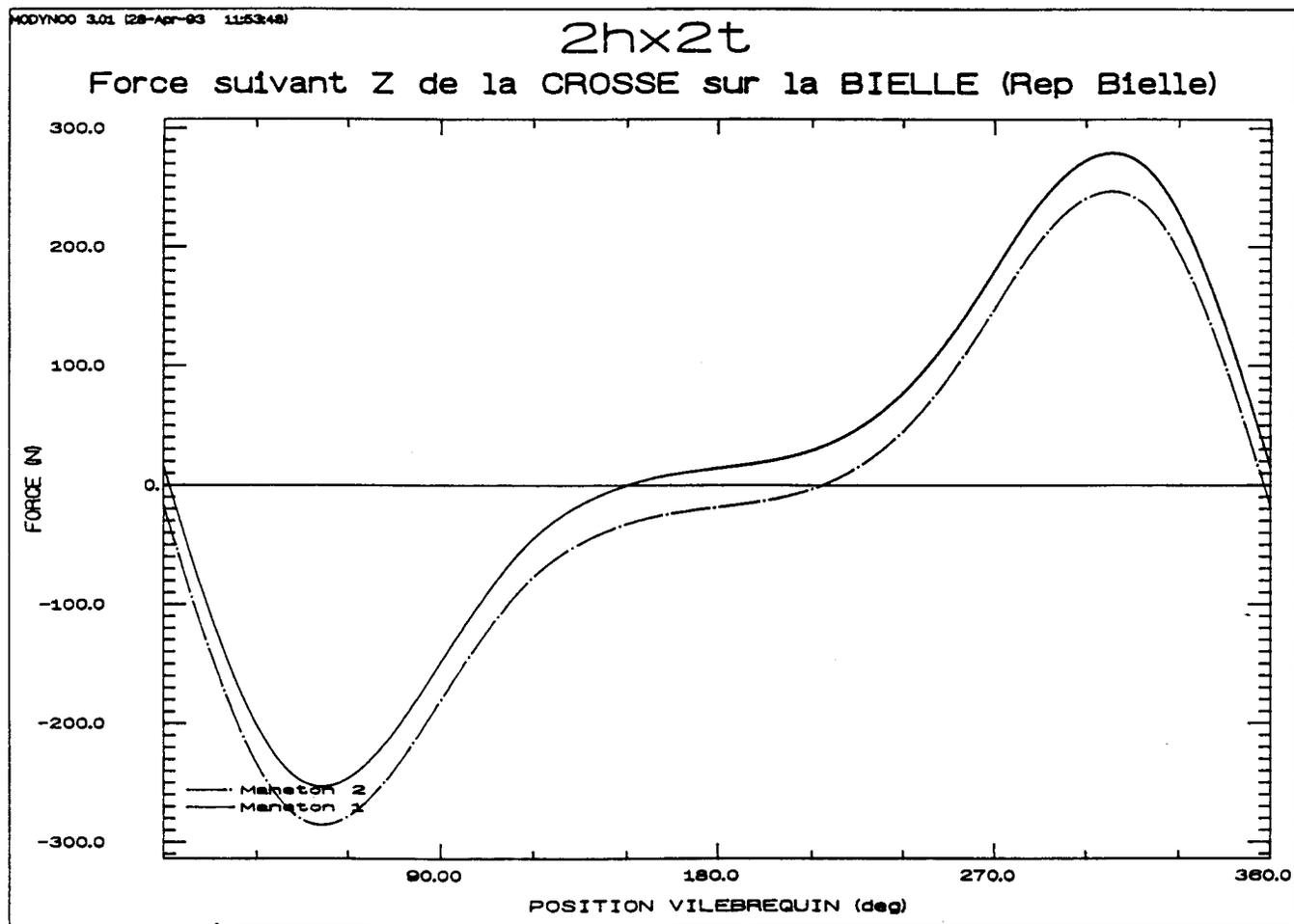
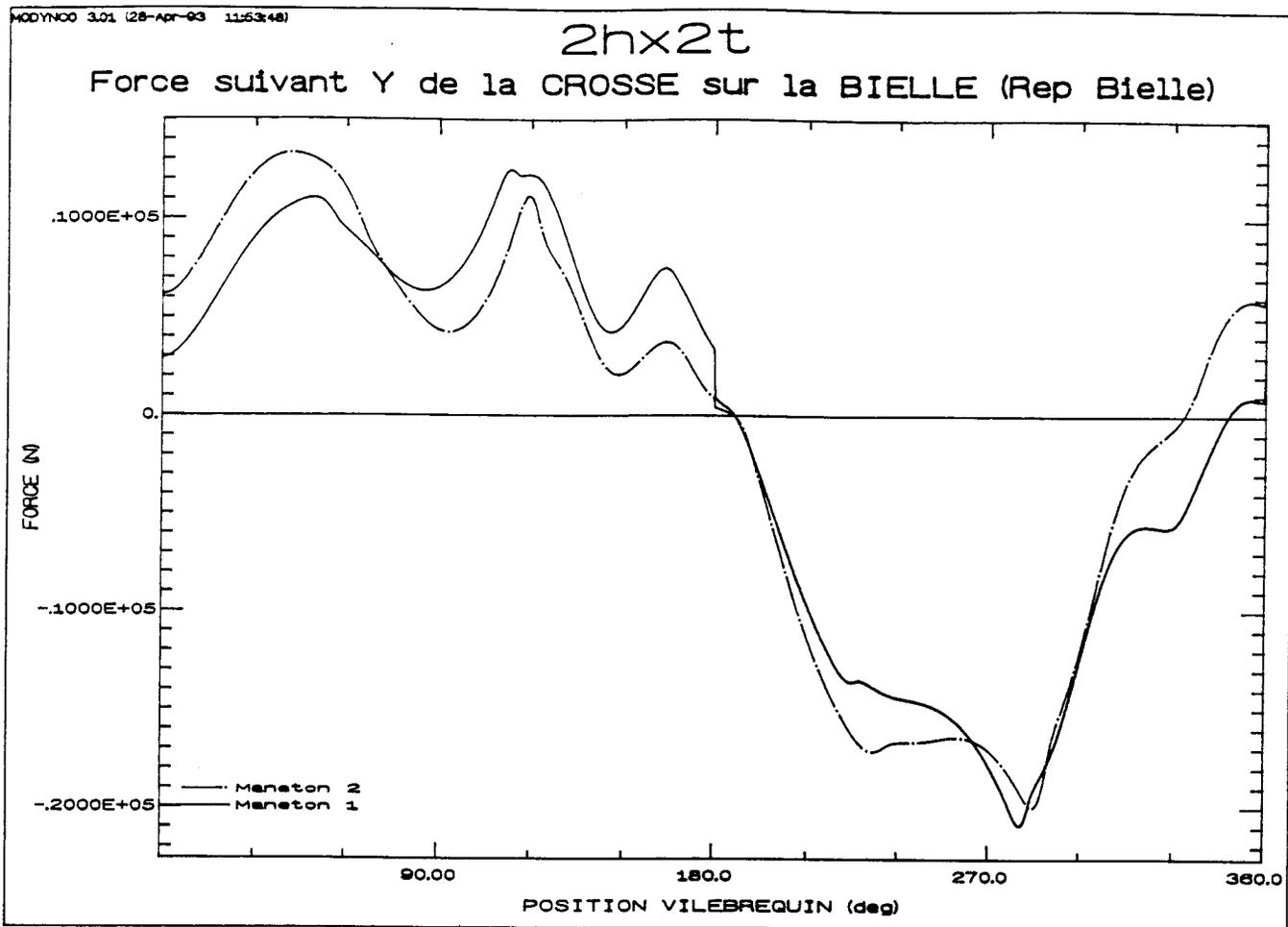


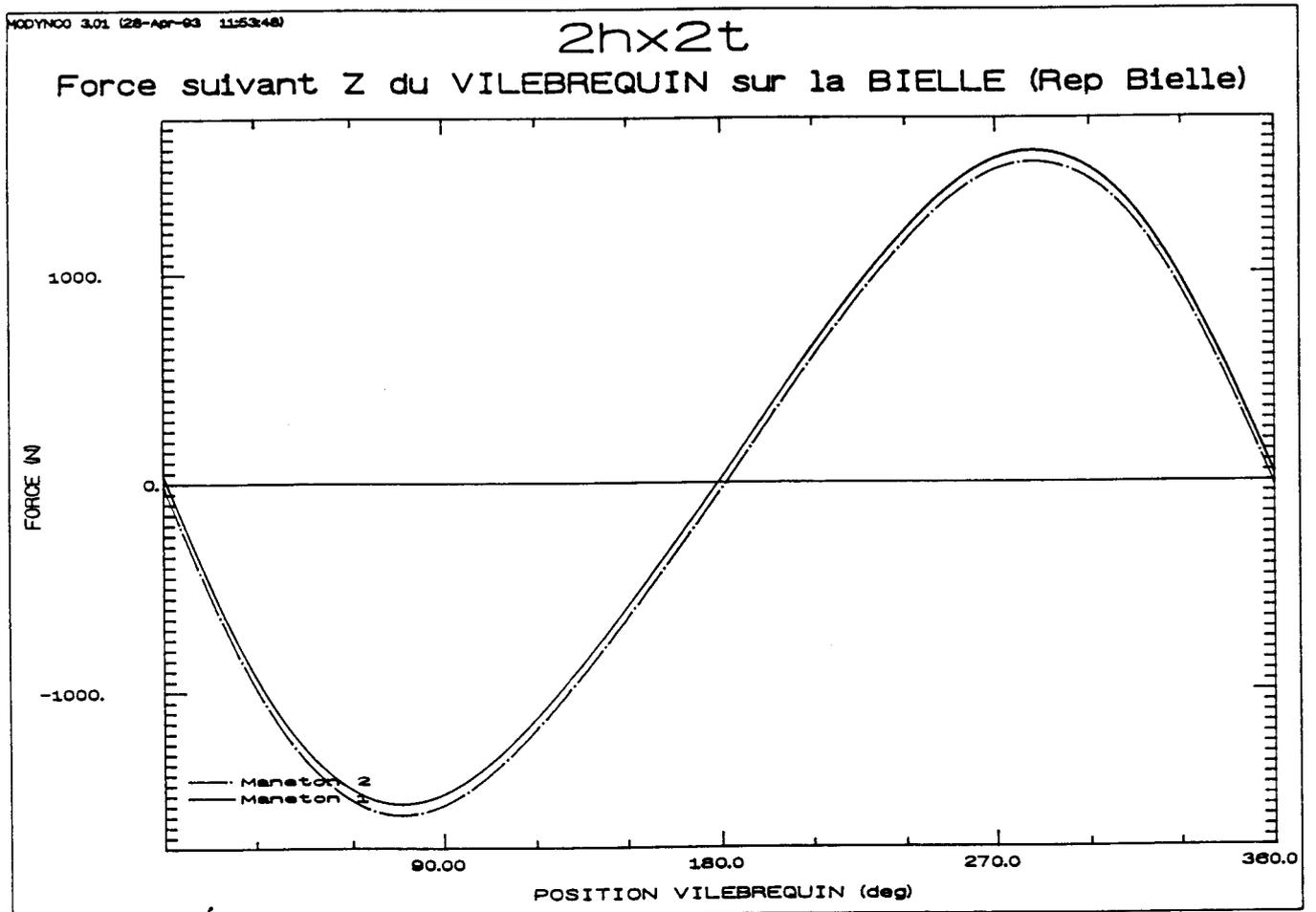
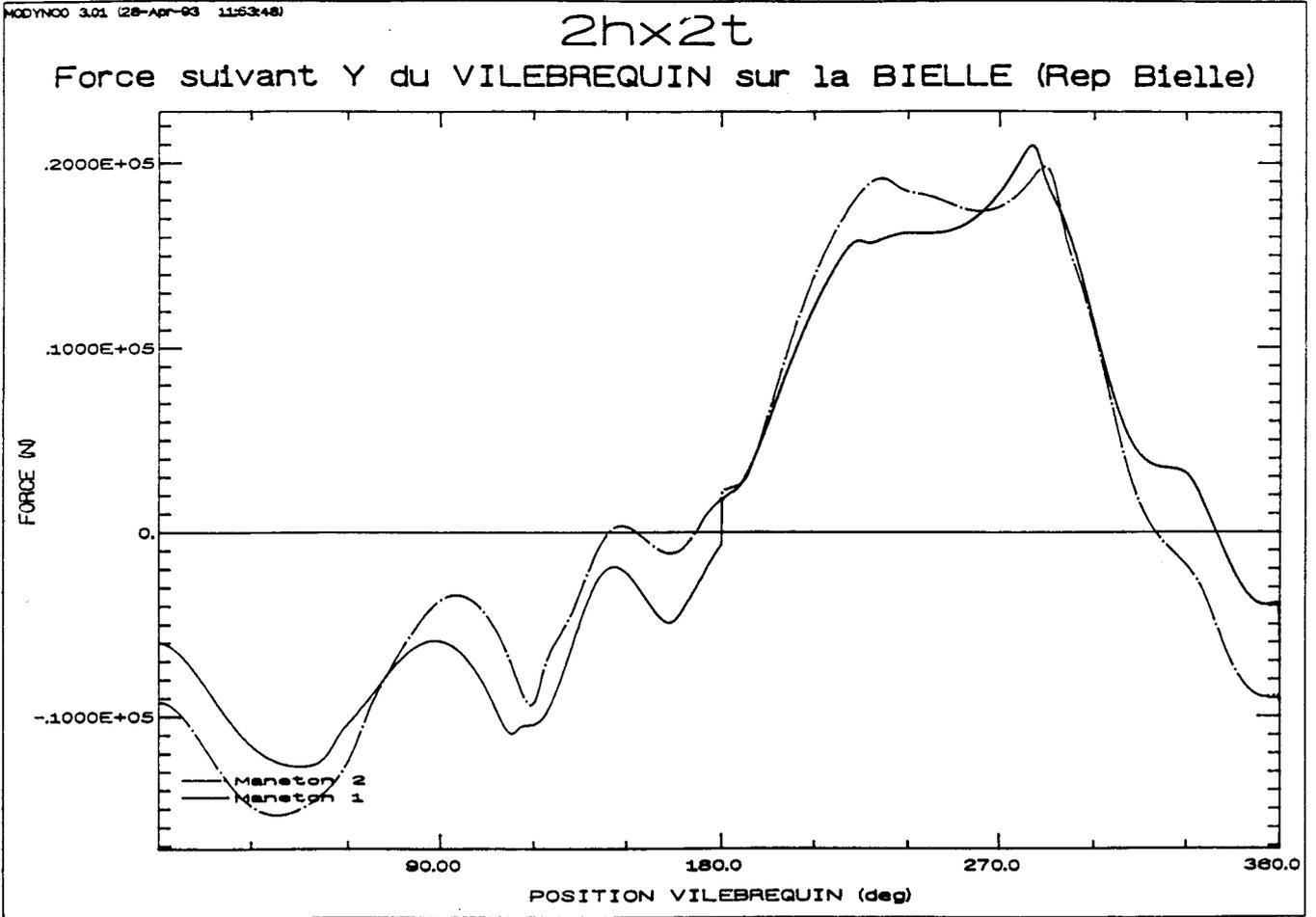


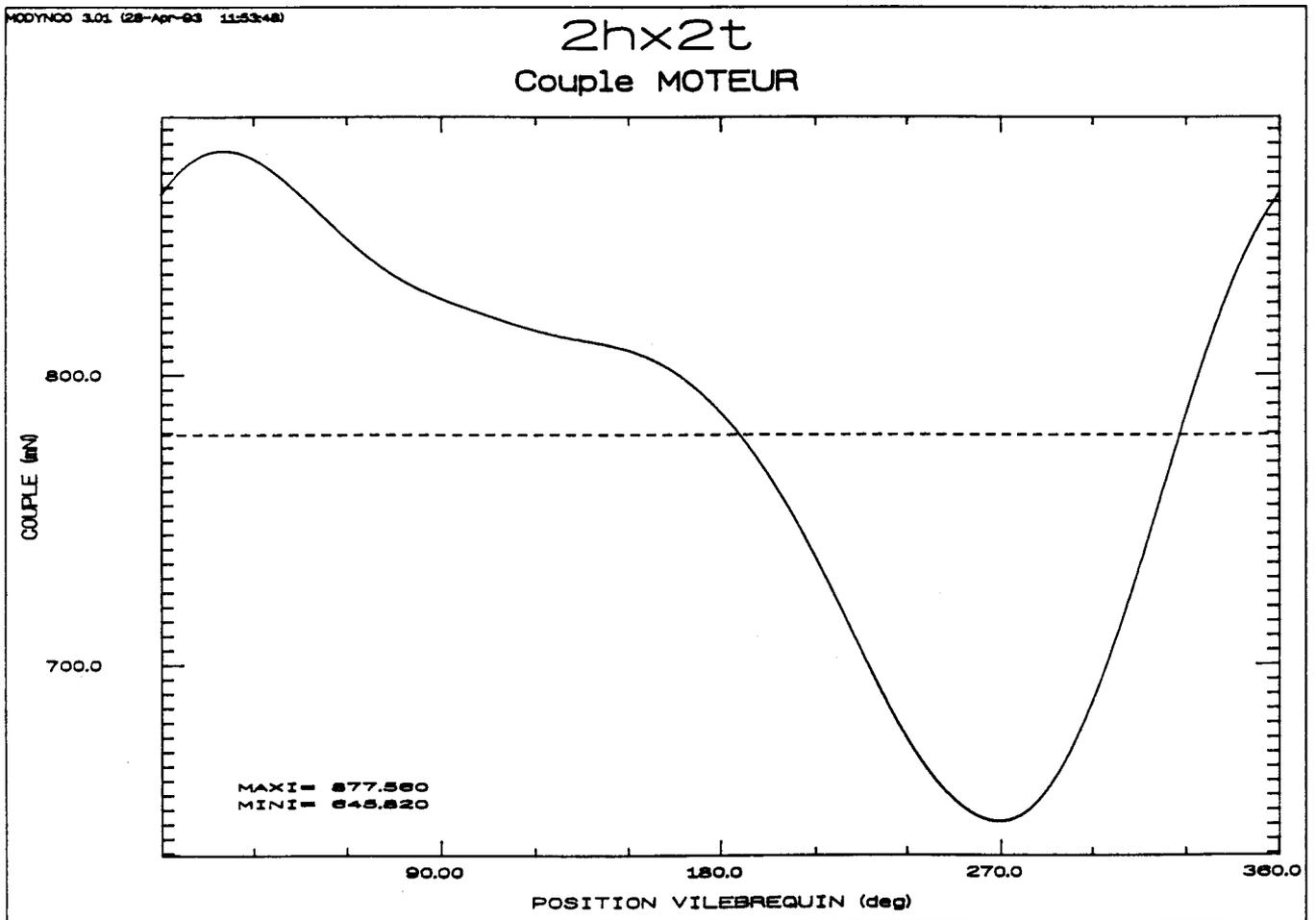
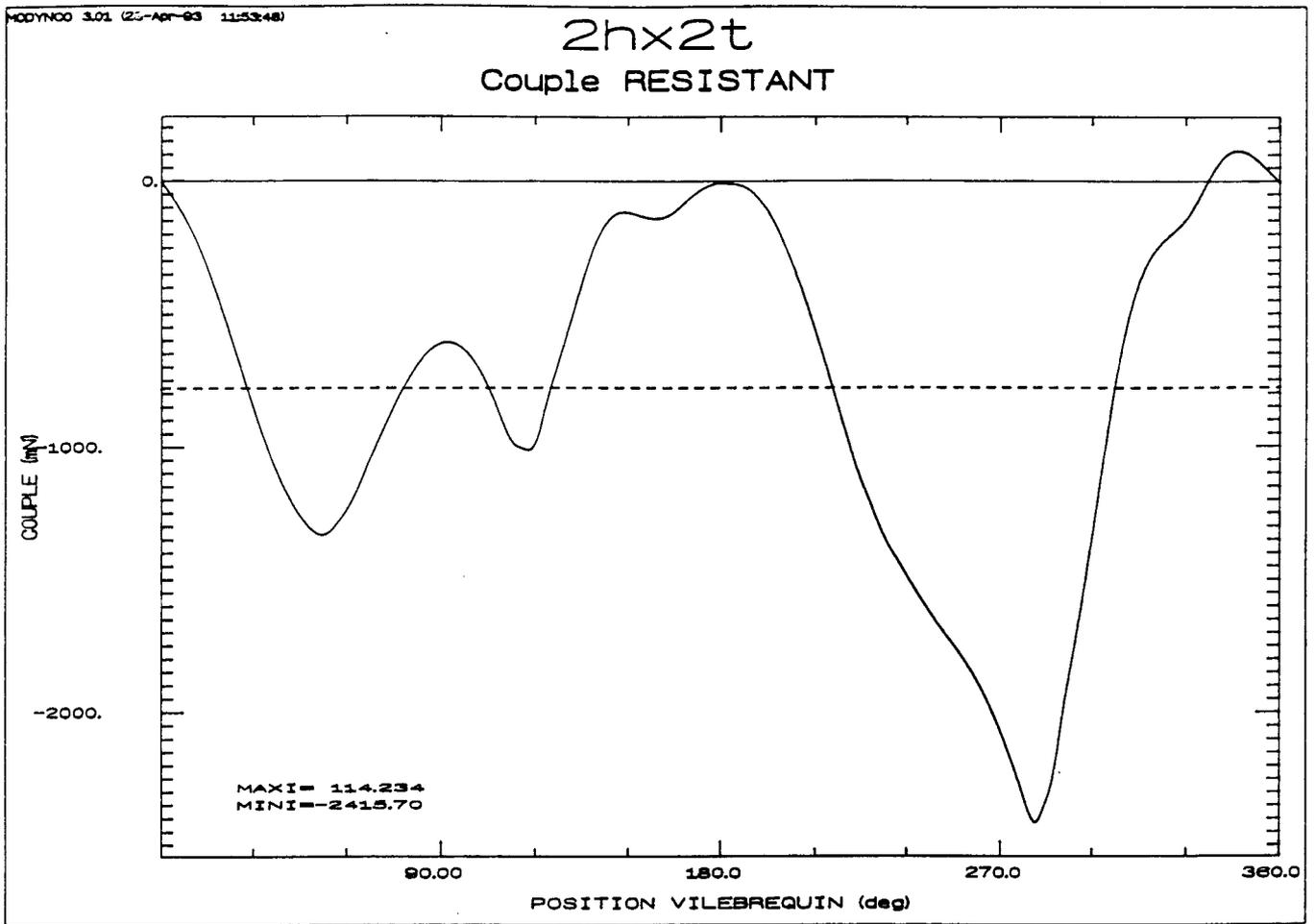


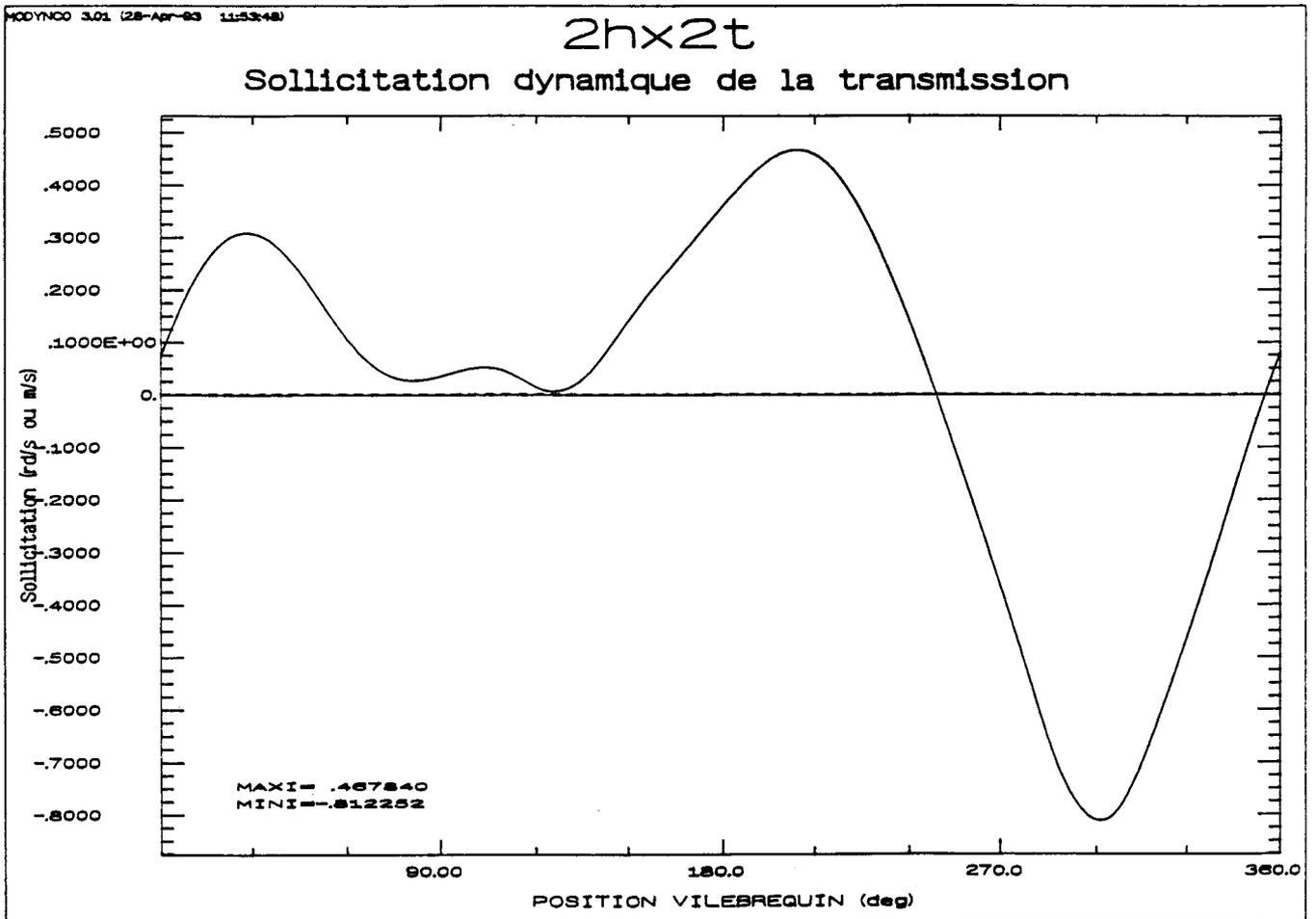
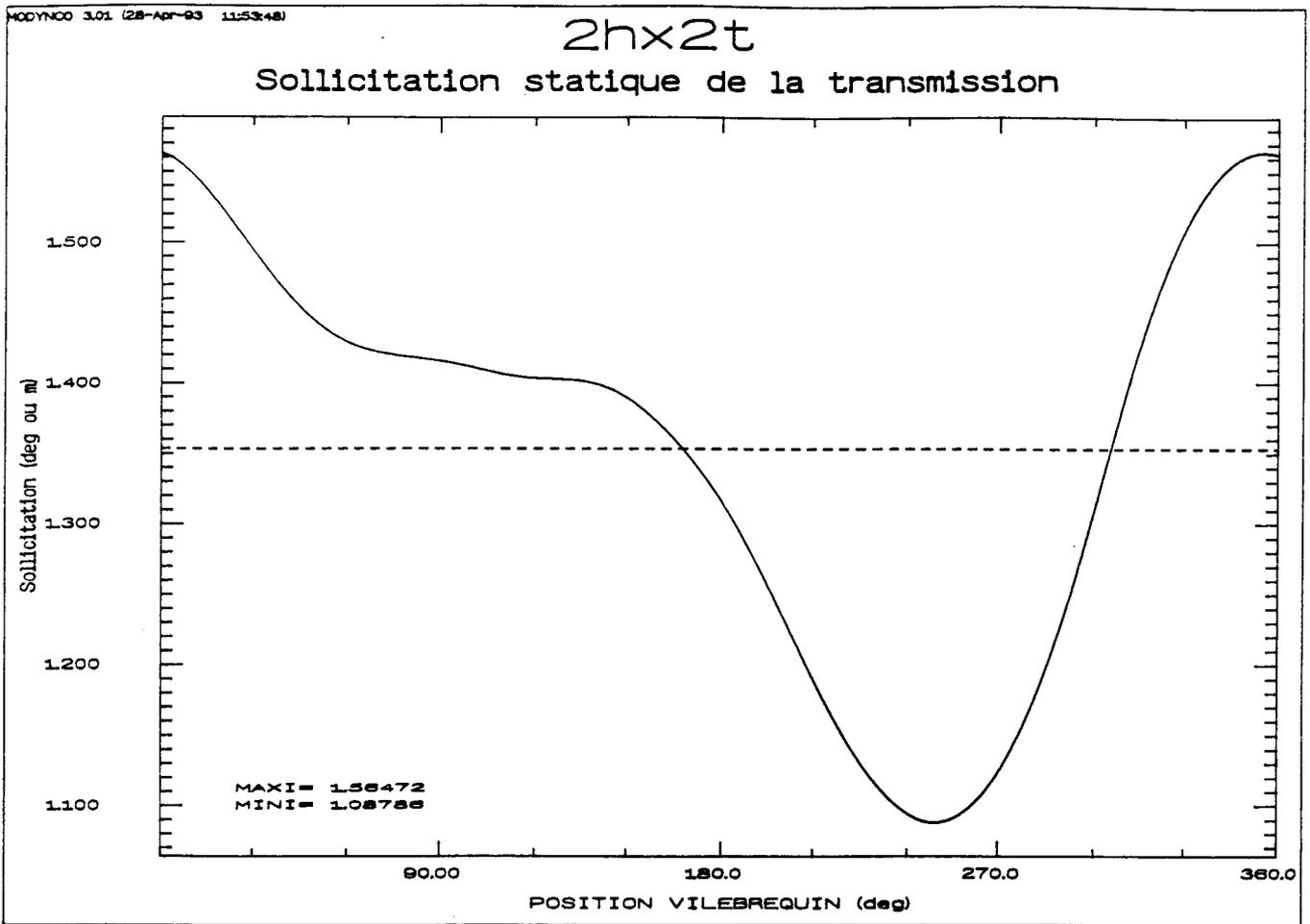


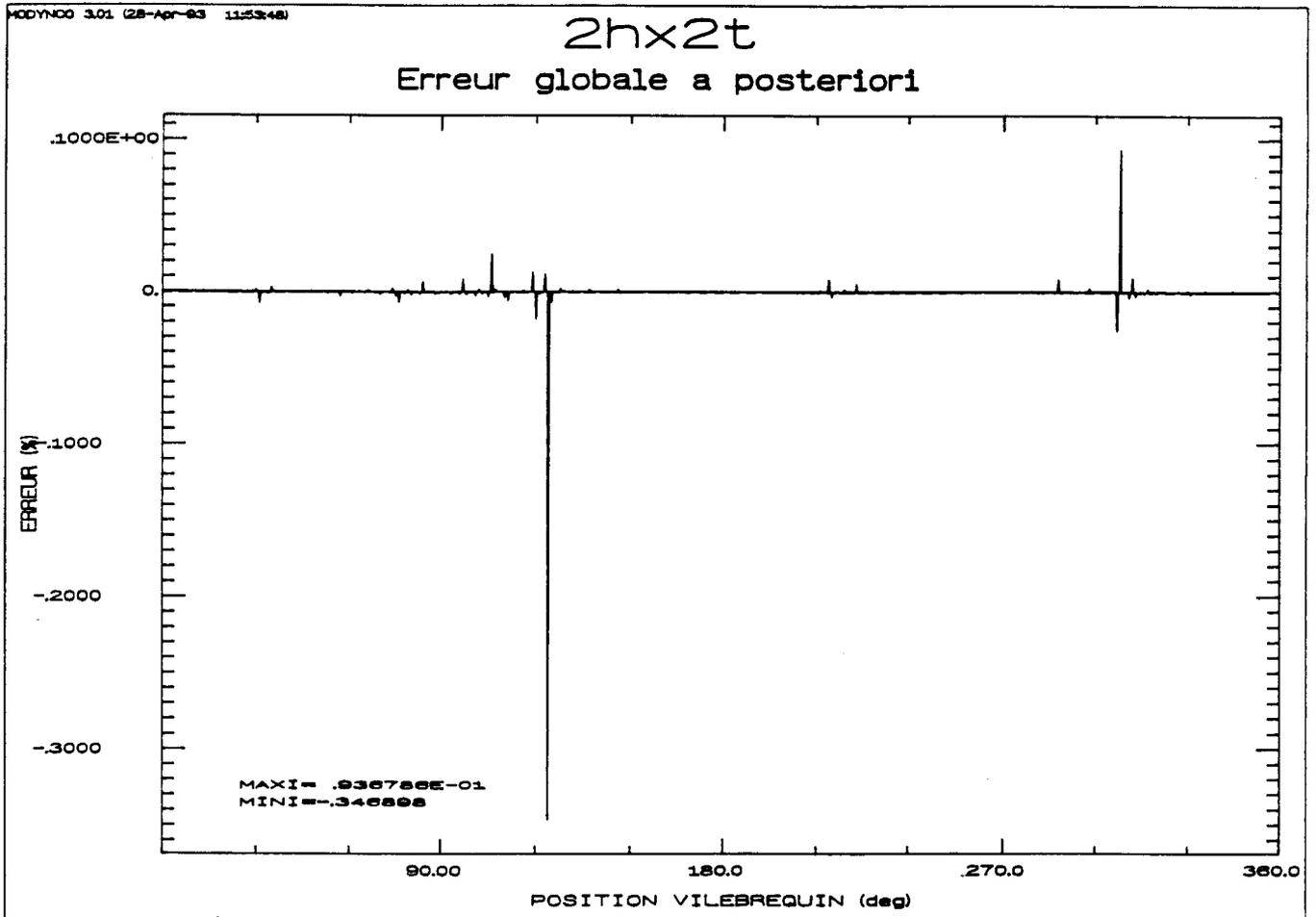
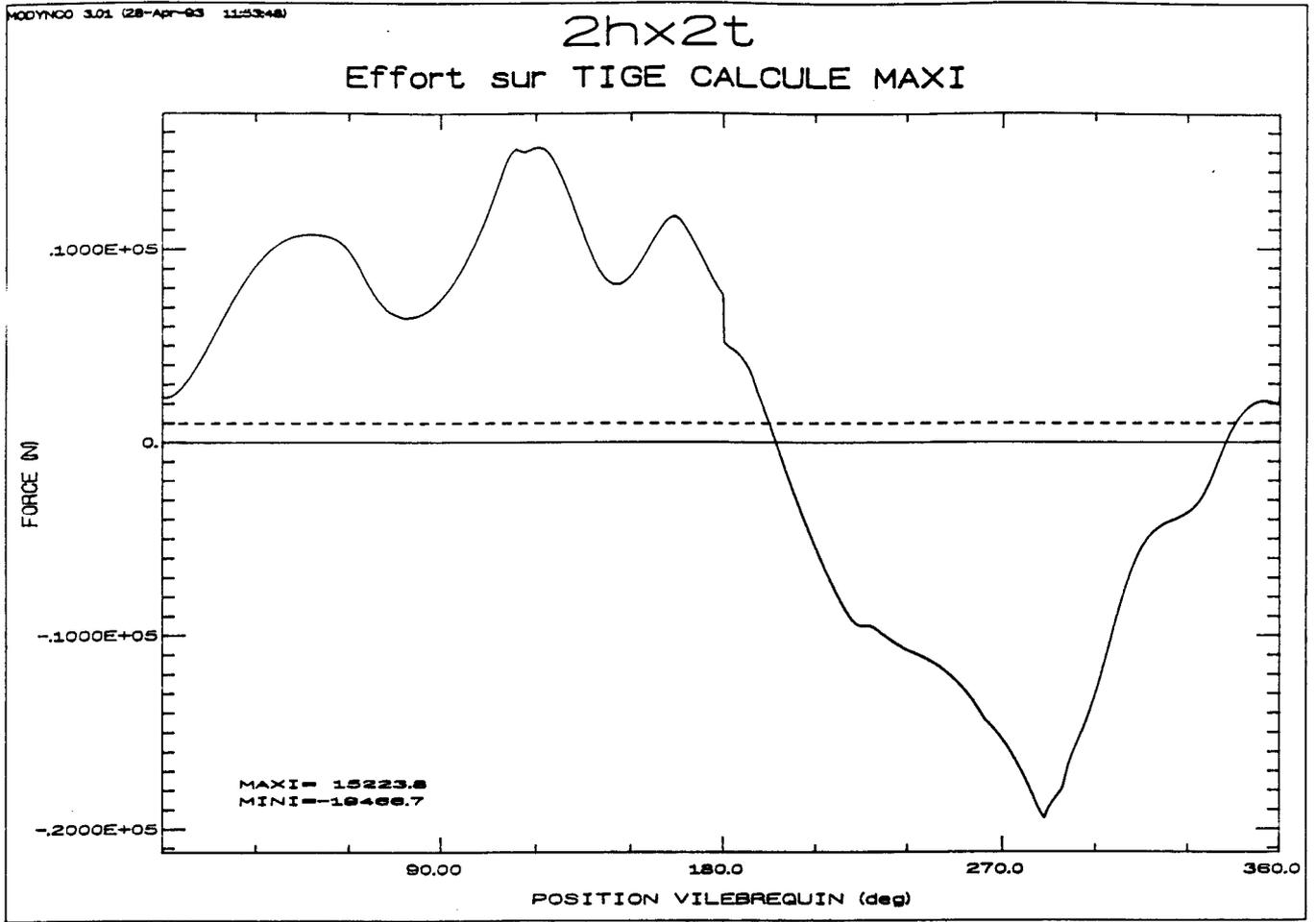












*MODELISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE
DES PALIERS DE BIELLE DE COMPRESSEUR*

Le palier est un mécanisme dont le fonctionnement est régi par les principes de la lubrification hydrodynamique. Lors du fonctionnement, l'arbre et le coussinet sont séparés par un film d'huile, et leur deux axes respectifs sont excentrés. Il en résulte la formation d'un coin d'huile, créant dans le film un champ de pression dont la résultante s'oppose à la charge appliquée et équilibre ainsi le palier.

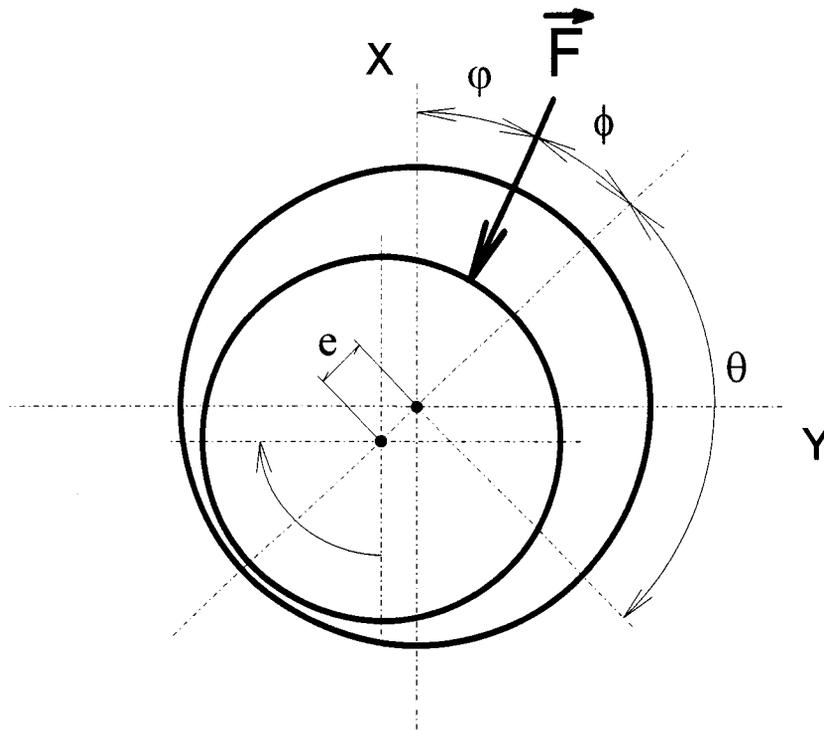


Figure B1

L'étude du comportement dynamique d'un palier de bielle de compresseur consiste à déterminer les conditions instationnaires de fonctionnement sous la charge cyclique appliquée au palier, afin de pouvoir estimer le risque de grippage du palier. L'analyse réside dans le calcul de la trajectoire du centre de l'arbre à l'intérieur du coussinet.

La connaissance de la trajectoire de l'arbre mène à la valeur de l'épaisseur minimum du film d'huile. Le critère général de conception consiste à vérifier que cette valeur reste supérieure à cinq fois la valeur de la rugosité moyenne R_a du coussinet, qui doit elle même être inférieure à $0.4\mu\text{m}$ [45]. D'autres critères liés à la pression du film d'huile peuvent être utilisés.

La position du centre de l'arbre est caractérisée par l'angle de calage ϕ , angle entre la ligne des centres et la direction de la charge, ainsi que par l'excentricité e , distance entre le centre de l'arbre et le centre du coussinet (figure B1).

C'est la résolution de l'équation de REYNOLDS, associée aux hypothèses de la mécanique des films minces visqueux qui mène à la détermination de ces deux grandeurs. L'intégration de l'équation de REYNOLDS écrite sous forme réduite (équation différentielle du second ordre de type elliptique) permet de déterminer le champ de pression dans le palier.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] + K_1 \frac{\partial}{\partial Z} \left[H^3 \frac{\partial P}{\partial Z} \right] = K_2 \cdot f(\varepsilon, \dot{\varepsilon}, \dot{\phi}, \theta)$$

avec:

$$\left\{ \begin{array}{l} H = \text{Epaisseur sans dimension du film d'huile} \\ P = \text{Pression (= } P(Z, \theta)) \\ \varepsilon = \text{Excentricité relative} \\ Z = \text{Coordonnée réduite longitudinale du palier} \\ K_x = \text{Constante} \end{array} \right.$$

La résolution de cette équation permet de calculer la résultante des forces de pression. Les conditions initiales du calcul sont corrigées par comparaison de cette résultante à la force appliquée au palier. Le processus de calcul est donc itératif sur ϕ .

Les paliers de bielle sont soumis à des charges cycliques variables en module et en direction; ils sont animés de vitesses de rotation non constantes. L'effet transitoire introduit complique la résolution de l'équation car un processus itératif supplémentaire apparaît sur $\dot{\varepsilon}$ et $\dot{\phi}$.

Un modèle de calcul basé sur la "méthode de mobilité" se révèle bien adapté au comportement des paliers de bielle [14].

Cette méthode mise au point par BOOKER permet une résolution rapide et précise. Elle consiste à décomposer le mouvement de l'arbre en deux composantes qui sont l'écrasement et la rotation. Ainsi, le calcul devient direct et ne nécessite plus d'itérations sur $\dot{\varepsilon}$ et $\dot{\phi}$.

Deux approches du problème sont généralement appliquées. Une méthode dite du "**palier court**" permet une approche rapide de la trajectoire, mais les résultats tendent à surestimer l'épaisseur minimale du film d'huile ; cette méthode est généralement utilisée lors d'un premier abord de l'analyse. Le palier est dimensionné à partir d'une méthode plus fine, dite du "**palier de longueur finie**", dont les hypothèses de départ sont moins restrictives.

La méthode du palier court est basée sur l'hypothèse consistant à négliger le gradient de pression circonférentiel devant le gradient de pression axial, considérant ainsi que l'écoulement de l'huile est purement axial. La forme simplifiée de l'équation de REYNOLDS obtenue offre l'avantage d'être intégrable analytiquement. La prise en compte des conditions aux limites sur la pression de GÜMBEL permet d'obtenir une trajectoire cohérente et l'erreur introduite est d'autant plus faible que le rapport L/D de la longueur au diamètre du palier est faible.

La méthode du palier de longueur finie est moins restrictive, le gradient de pression circonférentiel n'est plus négligé devant le gradient de pression axial. L'équation de Reynolds est résolue de façon numérique par la méthode des différences finies. La vitesse de résolution est dans ce cas beaucoup plus lente que précédemment ; la durée du calcul est fonction de la taille du maillage du palier réalisée. Dans ce cas, les conditions aux limites sur la pression de REYNOLDS sont prises en compte ; la trajectoire obtenue est plus réaliste et permet un dimensionnement plus précis du palier.

Le calcul du champs de pression par l'une des méthodes précédemment décrite permet d'autre part de déterminer le débit axial et le couple de frottement.

Le calcul du couple de frottement s'effectue par intégration des contraintes de cisaillement à la surface de l'arbre ou du coussinet. Ce calcul nécessite de déterminer les bornes de la zone active du film pour laquelle la répartition de pression est positive (non cavitation). En régime instationnaire, ces bornes évoluent à chaque instant. Pour simplifier les calculs, deux valeurs sont déterminées ; l'une par défaut (calcul ne prenant en compte que la zone active du palier) et l'autre par excès (calcul prenant en compte le palier complet, supposant qu'il existe une contrainte de cisaillement sur toute l'interface). La valeur réelle du couple de frottement est encadrée par ces deux valeurs.

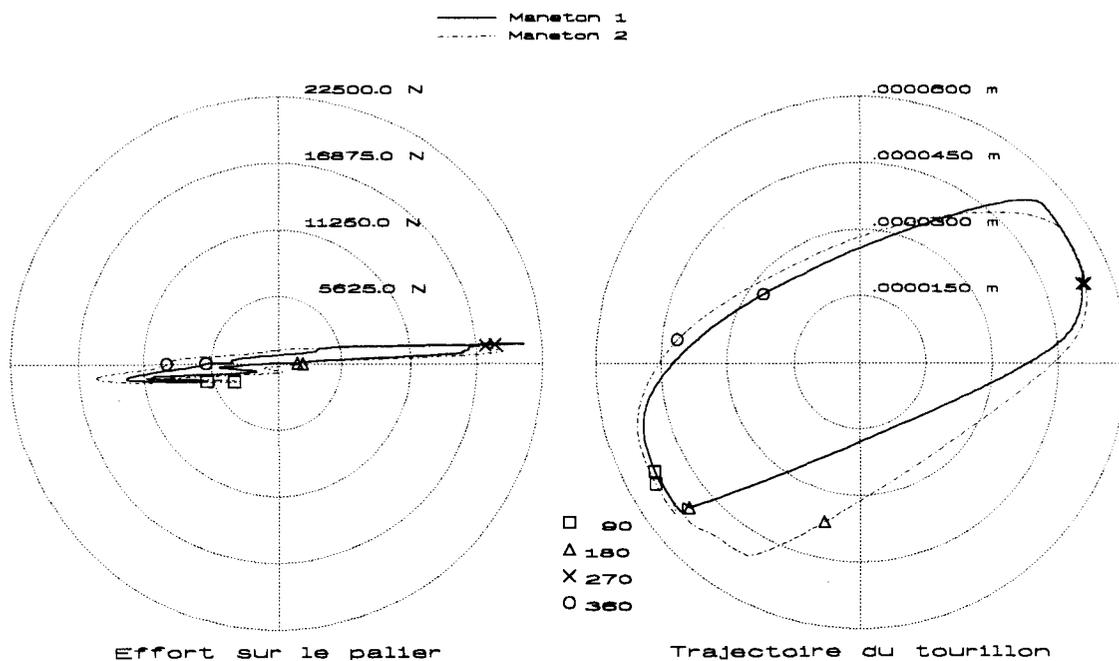
Le programme développé permet d'accéder aux données nécessaires au calcul par lecture d'un fichier issu du modèle dynamique (géométrie, vitesses relatives et moyennes de l'arbre, du coussinet et de l'arbre/coussinet, charge dynamique du palier...).

Lors du lancement du calcul, il est nécessaire de d'initialiser la position du centre de l'arbre. Cette valeur initiale étant choisie arbitrairement, elle peut se trouver loin de la trajectoire que va suivre le tourillon, et le calcul peut diverger. Une procédure automatique a donc été mise en place de façon à relancer le calcul sur la base d'une autre position initiale, jusqu'à ce que l'algorithme converge. Enfin, pour obtenir la trajectoire complète, il est nécessaire d'effectuer le calcul sur deux cycles. Le calcul sur le premier cycle permet de se positionner sur la trajectoire.

La figure B2 présente les résultats obtenus. Les tracés de gauche présentent l'évolution de l'effort appliqué au palier considéré ; la carte des efforts est relative au repère du coussinet du palier, l'axe horizontal correspondant à l'axe de la bielle. Les tracés de droite présentent l'évolution de la trajectoire du tourillon du palier considéré, dans le même repère.

2hx2t

DYNAMIQUE DES PALIERS DE TETE DE BIELLE



DYNAMIQUE DES PALIERS DE PIED DE BIELLE

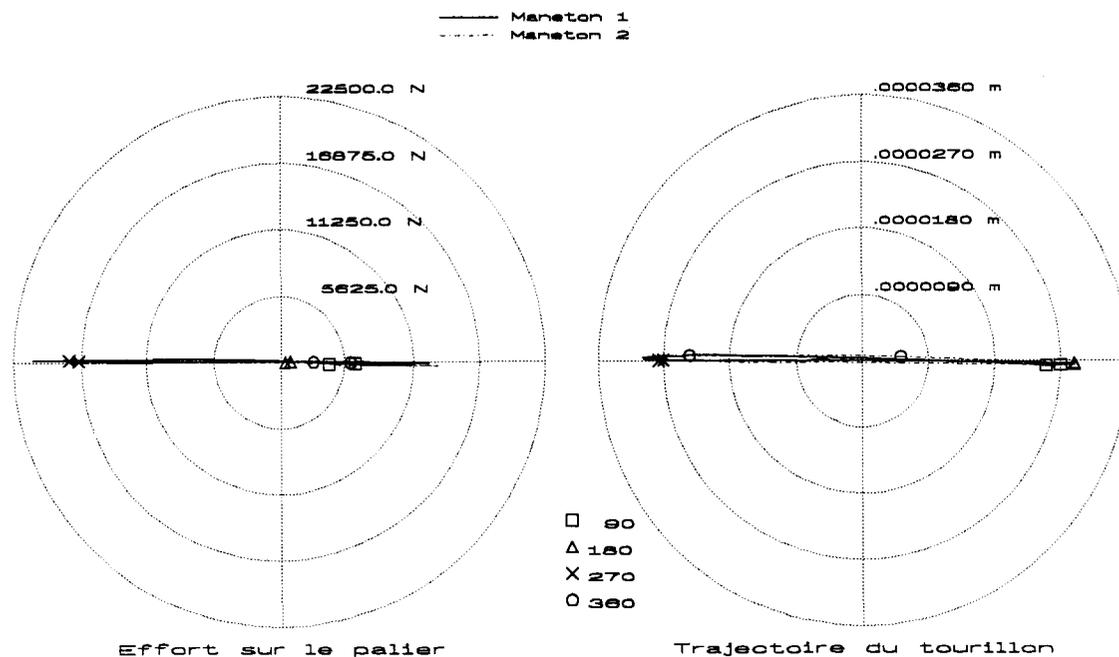


Figure B2

Ce modèle de calcul ne prend pas en compte la déformation du coussinet. Différentes méthodes permettent de prendre en compte les effets de la déformation du palier [46]. Les conclusions apportées lors de ces études montrent principalement que l'épaisseur minimale du film lubrifiant est légèrement diminuée et que l'excentricité relative augmente (sa valeur peut aller jusqu'à doubler dans le cas d'un palier de moteur à combustion interne). Les effets liés à la prise en compte de la piezoviscosité du fluide lubrifiant mènent à une augmentation de l'épaisseur du film, mais uniquement pour des niveaux de charge du palier élevés.

Ce modèle de calcul peut être étendu aux paliers de vilebrequin du compresseur. Toutefois, la détermination de la charge appliquée aux paliers est plus délicate car le vilebrequin sur ses appuis constitue un système hyperstatique. D'autre part, des phénomènes d'inclinaison de palier interagissent avec le supportage de l'arbre [47]. Le couplage du calcul de palier avec un modèle de type "éléments finis" du vilebrequin mène à des trajectoires d'amplitudes beaucoup moins importantes ; le poids du volant et les forces dues à la tension des courroies tendent à stabiliser les mouvements dans les paliers de ligne d'arbre (figure B3).

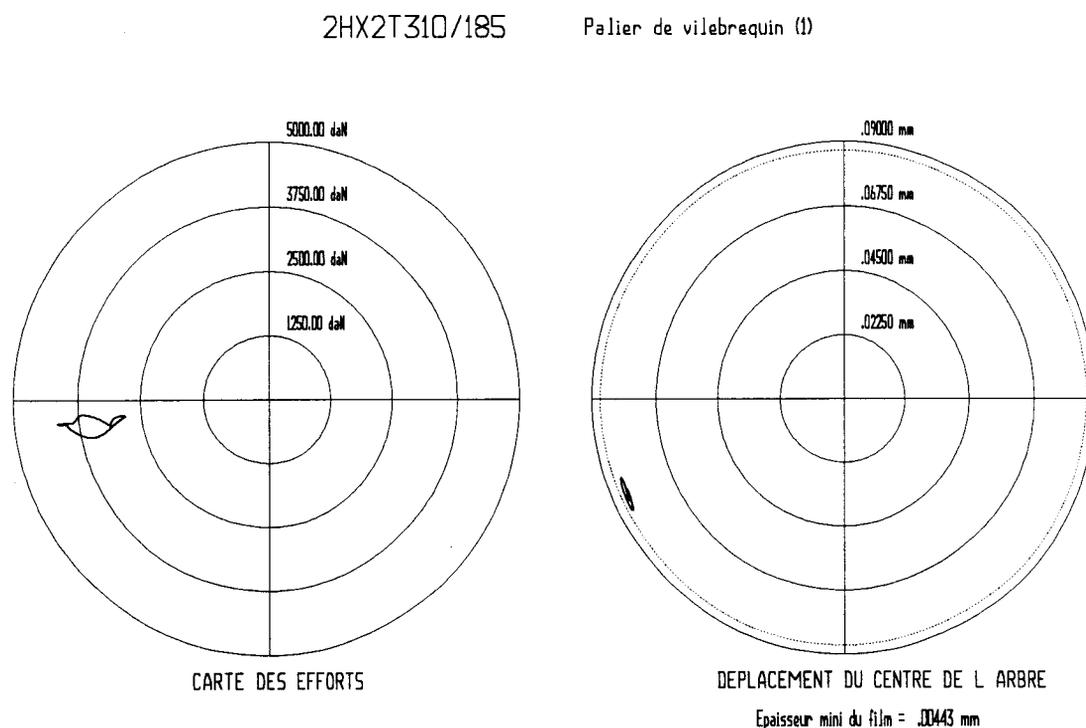


Figure B3

Lors de cette étude, les résultats de ce modèle de calcul sont utilisés pour la recherche de l'épaisseur moyenne du film d'huile dans les paliers, afin de pouvoir mener le calcul des pertes par frottements. D'autre part, le comportement dynamique des paliers peut être injecté dans un calcul permettant de prendre en compte les jeux de fonctionnement dans les paliers ; la particularité de la méthode de mobilité permet d'obtenir directement les valeurs des vitesses de déplacements $\dot{\epsilon}$ et $\dot{\phi}$.

**ETUDE DE L'INFLUENCE DES JEUX FONCTIONNELS SUR LE
COMPORTEMENT DYNAMIQUE DU COMPRESSEUR**

Cette étude consiste à observer et quantifier les modifications des efforts induites par l'existence de jeux fonctionnels au niveau des paliers de bielle d'un compresseur.

Le raisonnement suivi lors de cette étude est basé sur l'hypothèse suivante :

les niveaux d'accélération de la bielle et des masses alternatives ne sont pas affectés par les jeux fonctionnels.

Si cette hypothèse se trouve vérifiée, aucune modification de l'évolution de la pression, de la position angulaire du vilebrequin ou de la cinématique des liaisons ne doit être observée. En effet, si les niveaux d'accélération restent inchangés, les efforts inertiels restent inchangés ; il en est de même pour les vitesses et les déplacements, donc pour l'évolution de la pression. Aucune sollicitation n'étant modifiée, les résultats issus du modèle de calcul sans jeu doivent rester globalement inchangés.

Si cette hypothèse se trouve vérifiée, nous pouvons donc mener le calcul des niveaux d'accélération des différents éléments de l'équipage mobile du compresseur sur la base d'une formulation "quasi-statique" des équations de la cinématique du mécanisme avec jeux fonctionnels.

La procédure de calcul consiste à évaluer l'évolution de la vitesse angulaire du vilebrequin avec le modèle "sans jeux" ; les résultats sont par ailleurs utilisés pour mener le calcul de la trajectoire des tourillons dans les paliers. La composition des résultats obtenus par ces deux modèles permet d'aboutir à la valeur de l'accélération de la bielle et des masses alternatives.

Si les niveaux d'accélération obtenus restent globalement inchangés, l'hypothèse de calcul est vérifiée et le calcul peut être considéré comme correct. Dans ce cas, l'influence de jeux de fonctionnement au paliers de bielle peut être considérée comme négligeable.

Si les niveaux d'accélération obtenus diffèrent des résultats du calcul sans jeux, l'hypothèse de calcul n'est pas validée et il faut considérer le calcul comme incorrect. Si les niveaux d'accélération sont affectés par les jeux fonctionnels, il faut intégrer un processus itératif dans le calcul.

MISE EN EQUATION DE LA CINEMATIQUE DU MECANISME AVEC JEUX

Deux degrés de liberté sont donc ajoutés au niveau des paliers de tête et de pied de bielle. La cinématique de déplacement du tourillon relativement au coussinet sera décrite par les position angulaires φ_{t_i} et φ_{p_i} ainsi que par les excentricités ε_{t_i} et ε_{p_i} (figure C1).

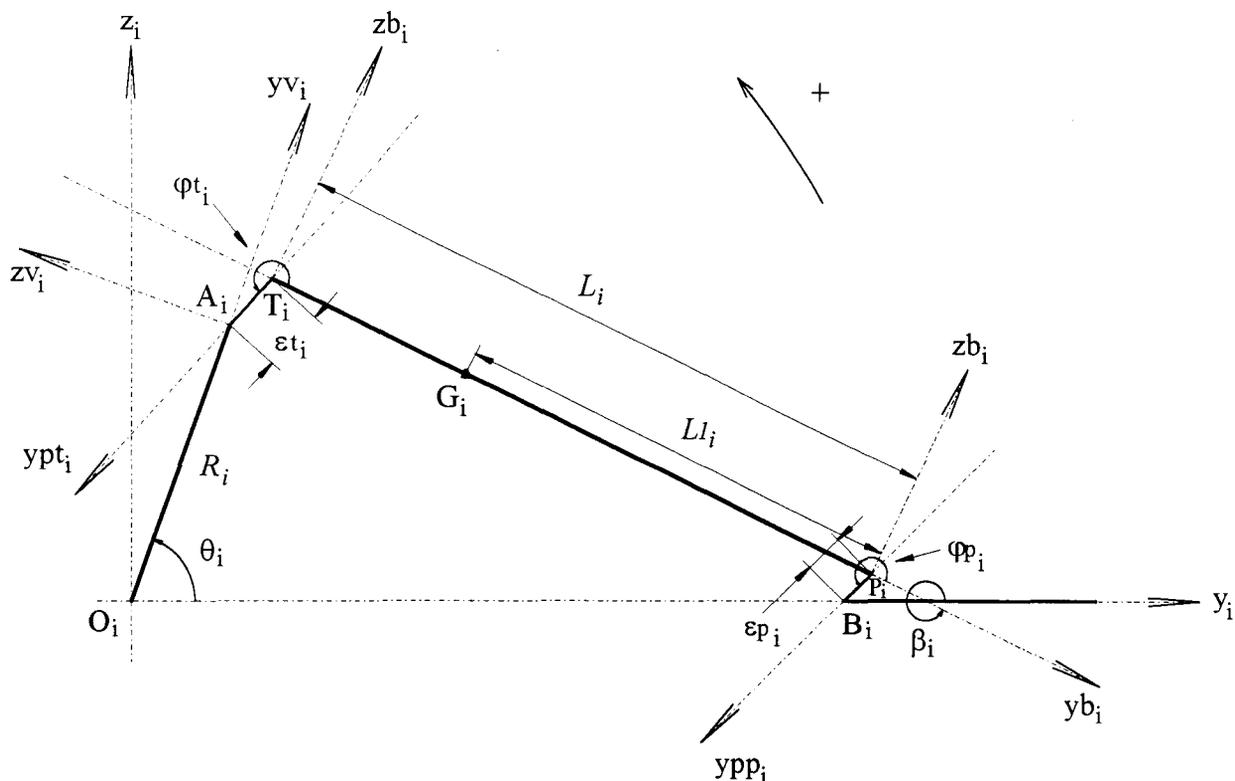


figure C1

La démonstration est similaire à celle développée en 3.2.3.2. L'expression de la condition de contact en B_i mène à la relation :

$$\overline{O_i B_i} \cdot \bar{z}_i = R_i \sin \theta_i - \varepsilon_{t_i} \sin(\varphi_{t_i} + \beta_i) + L_i \sin \beta_i + \varepsilon_{p_i} \sin(\varphi_{p_i} + \beta_i) = 0$$

soit :

$$(R_i \sin \theta_i + \cos \beta_i (\varepsilon_{p_i} \sin \varphi_{p_i} - \varepsilon_{t_i} \sin \varphi_{t_i}))^2 = (1 - \cos^2 \beta_i) (L_i + \varepsilon_{p_i} \cos \varphi_{p_i} - \varepsilon_{t_i} \cos \varphi_{t_i})^2.$$

Par résolution de l'équation en $\cos^2 \beta_i$, l'angle d'inclinaison de la bielle s'exprime comme :

$$\cos \beta_i = \frac{-b \pm \sqrt{ac}}{a} \quad \text{avec:}$$

$$\begin{cases} a = L_i^2 + 2L_i(\varepsilon_{p_i} \cos \varphi_{p_i} - \varepsilon_{t_i} \cos \varphi_{t_i}) + \varepsilon_{p_i}^2 + \varepsilon_{t_i}^2 - 2\varepsilon_{p_i}\varepsilon_{t_i} \cos(\varphi_{p_i} - \varphi_{t_i}) \\ b = 2R_i \sin \theta_i (\varepsilon_{p_i} \sin \varphi_{p_i} - \varepsilon_{t_i} \sin \varphi_{t_i}) \\ c = R_i^2 \sin^2 \theta_i - L_i^2 - 2L_i(\varepsilon_{p_i} \cos \varphi_{p_i} - \varepsilon_{t_i} \cos \varphi_{t_i}) - (\varepsilon_{p_i} \cos \varphi_{p_i} - \varepsilon_{t_i} \cos \varphi_{t_i})^2 \end{cases}$$

La valeur à retenir est la valeur positive de $\cos \beta_i$ (condition cinématique $R_i < L_i$).

La vitesse angulaire de la bielle est obtenue par dérivation directe de la relation exprimant la condition de contact :

$$\dot{\beta}_i = \frac{R_i \dot{\theta}_i \cos \theta_i - \dot{\varepsilon}_i \sin(\varphi_{t_i} + \beta_i) + \dot{\varepsilon}_{p_i} \sin(\varphi_{p_i} + \beta_i) - \varepsilon_i \dot{\varphi}_{t_i} \cos(\varphi_{t_i} + \beta_i) + \varepsilon_{p_i} \dot{\varphi}_{p_i} \cos(\varphi_{p_i} + \beta_i)}{\varepsilon_i \cos(\varphi_{t_i} + \beta_i) - \varepsilon_{p_i} \cos(\varphi_{p_i} + \beta_i) - L_i \cos \beta_i}$$

L'accélération angulaire de la bielle est obtenue par dérivation de l'expression de la vitesse angulaire :

$$\ddot{\beta}_i = \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad \text{avec:}$$

$$\begin{cases} u = R_i \dot{\theta}_i \cos \theta_i - \dot{\varepsilon}_i \sin(\varphi_{t_i} + \beta_i) + \dot{\varepsilon}_{p_i} \sin(\varphi_{p_i} + \beta_i) - \varepsilon_i \dot{\varphi}_{t_i} \cos(\varphi_{t_i} + \beta_i) + \varepsilon_{p_i} \dot{\varphi}_{p_i} \cos(\varphi_{p_i} + \beta_i) \\ v = \varepsilon_i \cos(\varphi_{t_i} + \beta_i) - \varepsilon_{p_i} \cos(\varphi_{p_i} + \beta_i) - L_i \cos \beta_i \\ u' = (\dot{\varepsilon}_{p_i} \dot{\beta}_i + \varepsilon_{p_i} \ddot{\varphi}_{p_i} + 2 \dot{\varepsilon}_{p_i} \dot{\varphi}_{p_i}) \cos(\varphi_{p_i} + \beta_i) - (\varepsilon_{p_i} \dot{\varphi}_{p_i} \dot{\beta}_i + \varepsilon_{p_i} \dot{\varphi}_{p_i}^2 - \ddot{\varepsilon}_{p_i}) \sin(\varphi_{p_i} + \beta_i) - R_i \dot{\theta}_i^2 \sin \theta_i \dots \\ \quad + (\dot{\varepsilon}_i \dot{\beta}_i + \varepsilon_i \ddot{\varphi}_{t_i} + 2 \dot{\varepsilon}_i \dot{\varphi}_{t_i}) \cos(\varphi_{t_i} + \beta_i) + (\varepsilon_i \dot{\varphi}_{t_i} \dot{\beta}_i + \varepsilon_i \dot{\varphi}_{t_i}^2 - \ddot{\varepsilon}_i) \sin(\varphi_{t_i} + \beta_i) + R_i \ddot{\theta}_i \cos \theta_i \\ v' = \dot{\varepsilon}_i \cos(\varphi_{t_i} + \beta_i) - \varepsilon_i (\dot{\varphi}_{t_i} + \dot{\beta}_i) \sin(\varphi_{t_i} + \beta_i) - \dot{\varepsilon}_{p_i} \cos(\varphi_{p_i} + \beta_i) + \varepsilon_{p_i} (\dot{\varphi}_{p_i} + \dot{\beta}_i) \sin(\varphi_{p_i} + \beta_i) + L_i \dot{\beta}_i \sin \beta_i \end{cases}$$

La position du centre de gravité de la bielle s'écrit :

$$\overline{O_i G_i} = R_i \bar{y}_{v_i} - \varepsilon_i \bar{y}_{p_{t_i}} + (L_i - L_l) \bar{y}_{b_i}$$

soit :

$$\overline{O_i G_i} = \begin{cases} 0 & \bar{x}_i \\ R_i \cos \theta_i - \varepsilon_i \cos(\varphi_{t_i} + \beta_i) + (L_i - L_l) \cos \beta_i & \bar{y}_i \\ R_i \sin \theta_i - \varepsilon_i \sin(\varphi_{t_i} + \beta_i) + (L_i - L_l) \sin \beta_i & \bar{z}_i \end{cases}$$

Par dérivations successives, nous obtenons l'expression de la vitesse du centre de gravité de la bielle :

$$\bar{V}(G_i, \mathcal{R}_{b_i} / \mathcal{R}_i) = \begin{cases} 0 & \bar{x}_i \\ -R_i \dot{\theta}_i \sin \theta_i - \dot{\varepsilon}_i \cos(\varphi_{t_i} + \beta_i) + \varepsilon_i (\dot{\varphi}_{t_i} + \dot{\beta}_i) \sin(\varphi_{t_i} + \beta_i) - (L_i - L_l) \dot{\beta}_i \sin \beta_i & \bar{y}_i \\ R_i \dot{\theta}_i \cos \theta_i - \dot{\varepsilon}_i \sin(\varphi_{t_i} + \beta_i) - \varepsilon_i (\dot{\varphi}_{t_i} + \dot{\beta}_i) \cos(\varphi_{t_i} + \beta_i) + (L_i - L_l) \dot{\beta}_i \cos \beta_i & \bar{z}_i \end{cases}$$

et de l'accélération du centre de gravité de la bielle :

$$\bar{\Gamma}\left(\mathbf{G}_i, \mathcal{R}_{bi} / \mathcal{R}_i\right) = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ \left[\begin{array}{l} -R_i \ddot{\theta}_i \sin \theta_i - R_i \dot{\theta}_i^2 \cos \theta_i - (L_i - L_{li}) \ddot{\beta}_i \sin \beta_i - (L_i - L_{li}) \dot{\beta}_i^2 \cos \beta_i + \dots \\ (\varepsilon_{ti} (\ddot{\varphi}_{ti} + \ddot{\beta}_i) + 2\dot{\varepsilon}_{ti} (\dot{\varphi}_{ti} + \dot{\beta}_i)) \sin(\varphi_{ti} + \beta_i) + (\varepsilon_{ti} (\dot{\varphi}_{ti} + \dot{\beta}_i)^2 - \ddot{\varepsilon}_{ti}) \cos(\varphi_{ti} + \beta_i) \end{array} \right] \\ \left[\begin{array}{l} R_i \ddot{\theta}_i \cos \theta_i - R_i \dot{\theta}_i^2 \sin \theta_i + (L_i - L_{li}) \ddot{\beta}_i \cos \beta_i - (L_i - L_{li}) \dot{\beta}_i^2 \sin \beta_i - \dots \\ (\varepsilon_{ti} (\ddot{\varphi}_{ti} + \ddot{\beta}_i) + 2\dot{\varepsilon}_{ti} (\dot{\varphi}_{ti} + \dot{\beta}_i)) \cos(\varphi_{ti} + \beta_i) + (\varepsilon_{ti} (\dot{\varphi}_{ti} + \dot{\beta}_i)^2 - \ddot{\varepsilon}_{ti}) \sin(\varphi_{ti} + \beta_i) \end{array} \right] \end{array} \right\} \begin{array}{l} \bar{x}_i \\ \bar{y}_i \\ \bar{z}_i \end{array}$$

La position du point B_i , animé d'un mouvement purement alternatif, s'écrit :

$$\overline{O_i B_i} = R_i \bar{y}_{v_i} - \varepsilon_{ti} \bar{y}_{p_{ti}} + L_i \bar{y}_{b_i} + \varepsilon_{p_i} \bar{y}_{p_{p_i}}$$

soit :

$$\overline{O_i B_i} = [R_i \cos \theta_i - \varepsilon_{ti} \cos(\varphi_{ti} + \beta_i) + L_i \cos \beta_i + \varepsilon_{p_i} \cos(\varphi_{p_i} + \beta_i)] \bar{y}_i.$$

Par dérivations successives, nous obtenons l'expression de la vitesse des masses alternatives :

$$\bar{V}\left(\mathbf{B}_i, \mathcal{R}_{bi} / \mathcal{R}_i\right) = \left[\begin{array}{l} -R_i \dot{\theta}_i \sin \theta_i - \dot{\varepsilon}_{ti} \cos(\varphi_{ti} + \beta_i) + \varepsilon_{ti} (\dot{\varphi}_{ti} + \dot{\beta}_i) \sin(\varphi_{ti} + \beta_i) - L_i \dot{\beta}_i \sin \beta_i + \dots \\ \dot{\varepsilon}_{p_i} \cos(\varphi_{p_i} + \beta_i) - \varepsilon_{p_i} (\dot{\varphi}_{p_i} + \dot{\beta}_i) \sin(\varphi_{p_i} + \beta_i) \end{array} \right] \bar{y}_i$$

et de l'accélération des masses alternatives :

$$\bar{\Gamma}\left(\mathbf{B}_i, \mathcal{R}_{bi} / \mathcal{R}_i\right) = \left[\begin{array}{l} -R_i \ddot{\theta}_i \sin \theta_i - R_i \dot{\theta}_i^2 \cos \theta_i - L_i \ddot{\beta}_i \sin \beta_i - L_i \dot{\beta}_i^2 \cos \beta_i + \dots \\ (\varepsilon_{ti} (\ddot{\varphi}_{ti} + \ddot{\beta}_i) + 2\dot{\varepsilon}_{ti} (\dot{\varphi}_{ti} + \dot{\beta}_i)) \sin(\varphi_{ti} + \beta_i) + (\varepsilon_{ti} (\dot{\varphi}_{ti} + \dot{\beta}_i)^2 - \ddot{\varepsilon}_{ti}) \cos(\varphi_{ti} + \beta_i) - \dots \\ (\varepsilon_{p_i} (\ddot{\varphi}_{p_i} + \ddot{\beta}_i) + 2\dot{\varepsilon}_{p_i} (\dot{\varphi}_{p_i} + \dot{\beta}_i)) \sin(\varphi_{p_i} + \beta_i) - (\varepsilon_{p_i} (\dot{\varphi}_{p_i} + \dot{\beta}_i)^2 - \ddot{\varepsilon}_{p_i}) \cos(\varphi_{p_i} + \beta_i) \end{array} \right] \bar{y}_i.$$

Dans la pratique, le programme de calcul charge ses données par lecture des fichiers de sauvegarde des résultats issus du modèle de calcul "sans jeux" (tableau $[t_i, \theta_i]$) et du calcul de palier. (valeurs correspondantes de φ_{t_i} , φ_{p_i} , ε_{t_i} et ε_{p_i}). De façon à éviter d'avoir à effectuer des dérivations numérique, ces valeurs sont converties sous forme de transformées de Fourier, de façon à pouvoir obtenir directement les dérivées premières et secondes.

RESULTATS

Plusieurs cas de chargement en pression sont étudiés. Les différences observées entre calcul avec et sans jeux de fonctionnement augmentent avec la charge du compresseur. Les résultats présentés sont donc relatifs au cas de charge le plus important (7 bars effectifs).

Les résultats obtenus montrent que l'influence des jeux fonctionnels sur le comportement dynamique du compresseur est négligeable.

Les calculs des positions et vitesses mènent à des résultats tout à fait similaires.

Le calcul de l'accélération angulaire de la bielle mène à un écart ponctuel dont la valeur ne dépasse pas 5%. Toutefois, Les efforts dûs à l'inertie de la bielle sont d'influence négligeable devant les efforts sur tige ; il ne peut donc pas être considéré que les sollicitations internes du compresseur sont globalement modifiées.

Le calcul de l'accélération angulaire des masses alternatives mène lui aussi à un écart ponctuel dont la valeur ne dépasse pas 5% (figure C2). Toutefois, cette variation de l'accélération des masses en mouvement alternatif ne va pas affecter globalement les sollicitations. En effet, cette variation apparait aux points morts haut et bas du cycle de compression, et l'augmentation de l'effort inertiel ne survient donc pas au moment ou l'effort sur tige est maximum. D'autre part, la valeur de l'écart obtenu est directement liée à la variation brutale de la force de frottement sec lors de l'inversion du mouvement du piston (en effet, la suppression de cette force de frottement ne mène à aucun écart notable). Dans la pratique, cette inversion n'est pas instantanée car il existe un jeu latéral entre le segment et la gorge du piston, l'inversion se fait donc moins brutalement et l'écart entre calculs avec et sans jeux diminue. Sur le maneton 2, lié au cylindre basse pression, l'écart est moins important car la force de frottement est globalement moins élevée, du fait d'une pression de fonctionnement plus faible.

Différents calculs effectués en faisant varier les jeux de fonctionnement aux paliers mènent à des résultats tout à fait similaires.

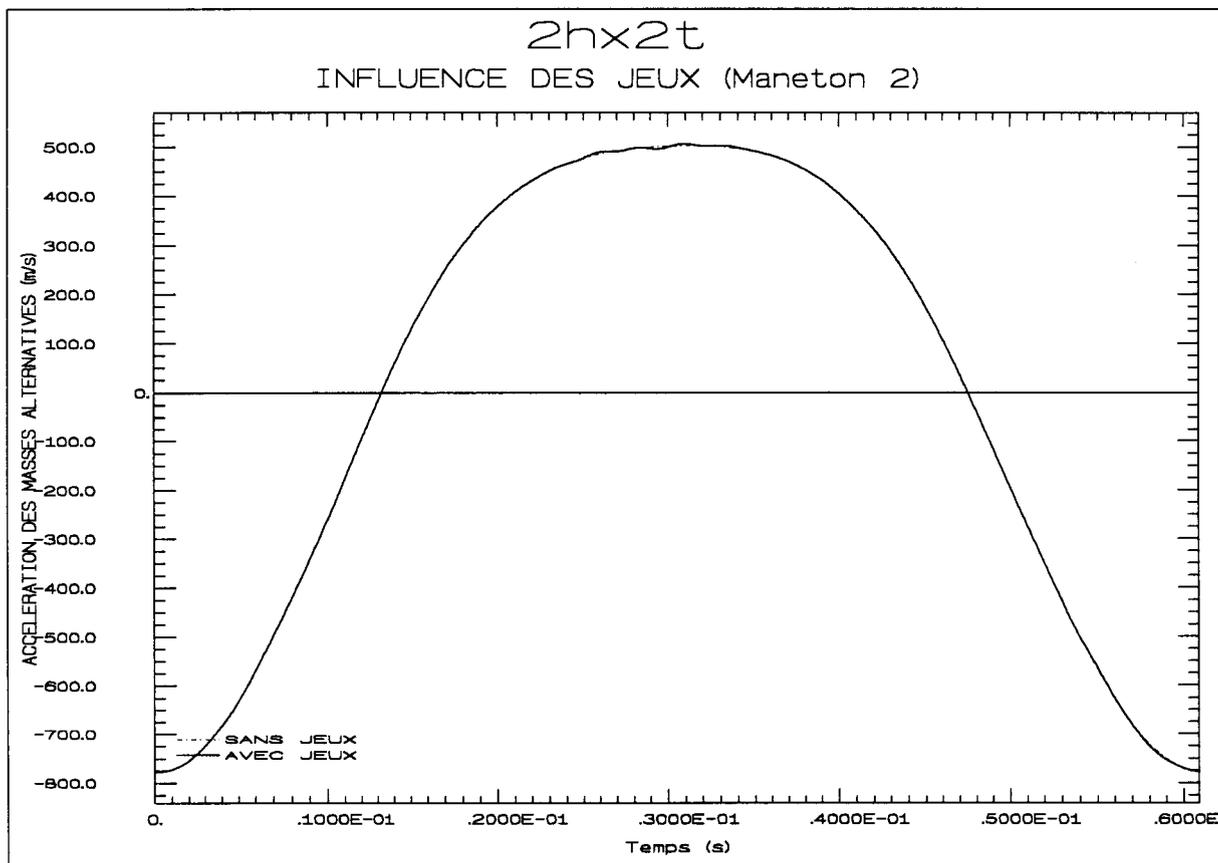
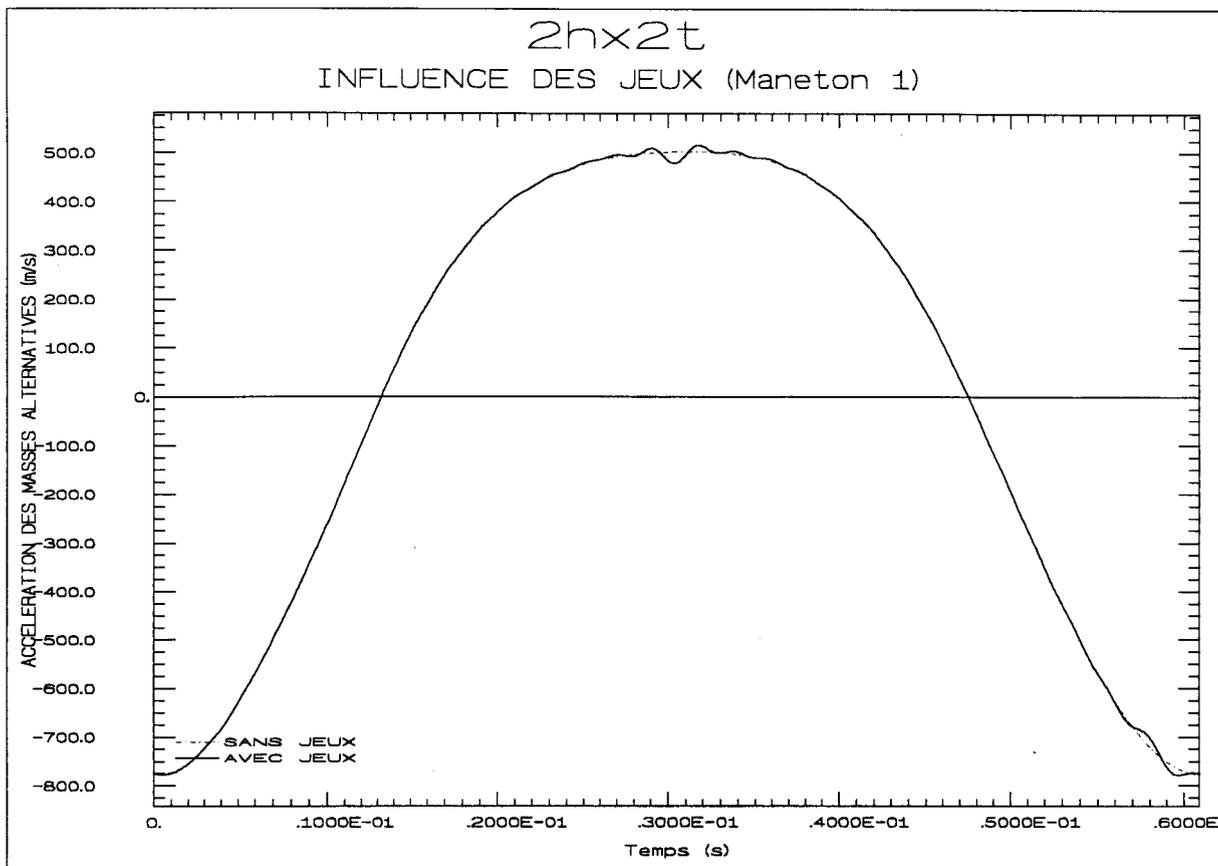


Figure C2

CONCLUSION DE L'ETUDE

Les calculs effectués montrent que l'influence des jeux fonctionnels sur les sollicitations internes du compresseur est négligeable. Seules l'accélération angulaire de la bielle et l'accélération des masses en mouvement alternatif voient leurs évolutions localement modifiées, mais ces variations ne se reportent pas de façon suffisante sur les sollicitations pour modifier le comportement du compresseur.

L'influence des jeux fonctionnels au niveau des paliers de ligne d'arbre n'a pas été abordée lors de cette étude. L'action des jeux de fonctionnement aux paliers de vilebrequin semble négligeable puisque la combinaison des efforts sur tige, de la masse du volant d'inertie et de la tension de courroie tendent à stabiliser les mouvements dans les paliers.

L'influence du jeu fonctionnel au niveau de la crosse n'a pas été abordée lors de cette étude. Le développement des mécanismes liés au fonctionnement de cette liaison nécessite d'y intégrer la déformation en flexion de la tige de piston. Toutefois, l'action du jeu au niveau de la crosse semble être négligeable puisqu'elle agit dans une direction perpendiculaire au mouvement du piston.

MODELE DE CALCUL ETENDU AUX DEFORMATIONS DE TORSION

Ce modèle permet de prendre en compte les déformations de torsion au niveau des lignes d'arbre de la machine, ainsi qu'au niveau de la liaison vilebrequin-volant (clavetage).

La chaîne cinématique est dans ce cas constituée des 2 (ou 4) équipages mobiles (piston, tige, crosse et bielle), du vilebrequin décomposé en une inertie et une rigidité (deux inerties et deux rigidités sur 4 manetons), de la liaison vilebrequin-volant (mettant en jeu une inertie et une rigidité), du volant d'inertie, de la transmission élastique, de la poulie motrice (en tant qu'inertie), de l'arbre moteur (en tant que rigidité) et du bobinage où est appliqué le couple moteur (en tant qu'inertie).

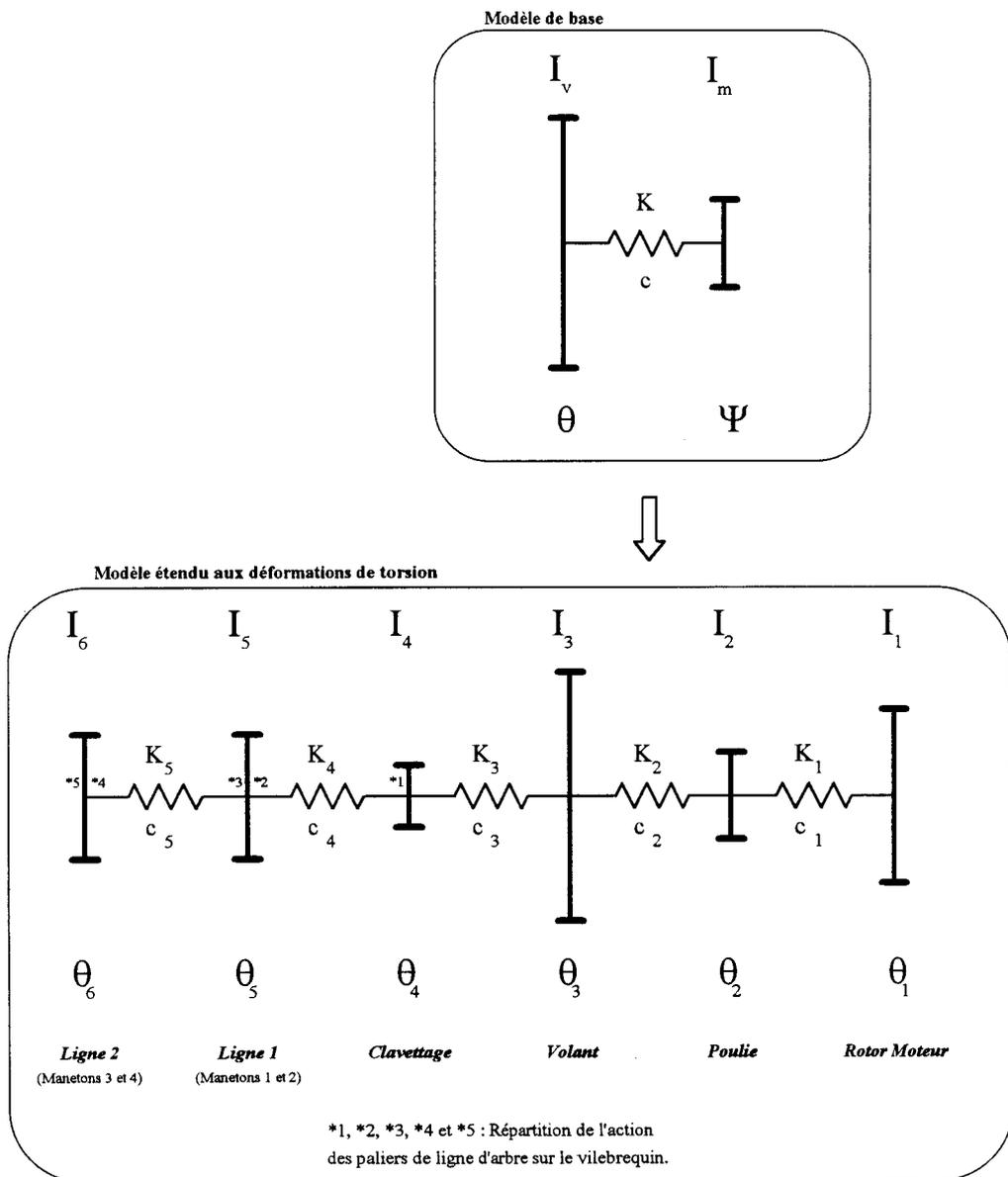


Figure D1

La figure D1 décrit la décomposition associée au modèle étendu. Le raisonnement suivi est le même que celui développé aux chapitres 3.3.2 et 3.5.

Energie cinétique :

$$T = \frac{1}{2}I_1\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}I_2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}I_3\dot{\theta}_3^2 + \frac{1}{2}I_4\dot{\theta}_4^2 + \frac{1}{2}I_5\dot{\theta}_5^2 + \frac{1}{2}I_6\dot{\theta}_6^2$$

Energie potentielle :

$$U = \frac{1}{2}K_1(\theta_2 - \theta_1)^2 + \frac{1}{2}K_2(r_3\theta_3 - r_2\theta_2)^2 + \frac{1}{2}K_3(\theta_4 - \theta_3)^2 + \frac{1}{2}K_4(\theta_5 - \theta_4)^2 + \frac{1}{2}K_5(\theta_6 - \theta_5)^2$$

Energie de dissipation :

$$D = \frac{1}{2}c_1(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1)^2 + \frac{1}{2}c_2(r_3\dot{\theta}_3 - r_2\dot{\theta}_2)^2 + \frac{1}{2}c_3(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3)^2 + \frac{1}{2}c_4(\dot{\theta}_5 - \dot{\theta}_4)^2 + \frac{1}{2}c_5(\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_5)^2$$

Forces généralisées :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{\theta_1} = L_M \\ Q_{\theta_2} = 0 \\ Q_{\theta_3} = 0 \\ Q_{\theta_4} = L_{SV_i} \\ Q_{\theta_5} = \sum_{i=1}^2 R_i \left\{ Z_{BV_i} \cos(\theta_5 + \delta_i - \alpha_i) - Y_{BV_i} \sin(\theta_5 + \delta_i - \alpha_i) + L_{BV_i} + L_{SV_{i+1}} \right\} \\ Q_{\theta_6} = \sum_{i=3}^4 R_i \left\{ Z_{BV_i} \cos(\theta_6 + \delta_i - \alpha_i) - Y_{BV_i} \sin(\theta_6 + \delta_i - \alpha_i) + L_{BV_i} + L_{SV_{i+1}} \right\} \end{array} \right.$$

Equation de LAGRANGE :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} = Q_{q_i}$$

Par application des équations de LAGRANGE :

$$\left\{ \begin{array}{l} I_1\ddot{\theta}_1 = -K_1(\theta_1 - \theta_2) - c_1(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + L_M \\ I_2\ddot{\theta}_2 = -K_1(\theta_2 - \theta_1) - K_2(r_2^2\theta_2 - r_2r_3\theta_3) - c_1(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) - c_2(r_2^2\dot{\theta}_2 - r_2r_3\dot{\theta}_3) \\ I_3\ddot{\theta}_3 = -K_2(r_3^2\theta_3 - r_2r_3\theta_2) - K_3(\theta_3 - \theta_4) - c_2(r_3^2\dot{\theta}_3 - r_2r_3\dot{\theta}_2) - c_3(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}_2) \\ I_4\ddot{\theta}_4 = -K_3(\theta_4 - \theta_3) - K_4(\theta_4 - \theta_5) - c_3(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_3) - c_4(\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_5) + L_{SV_i} \\ I_5\ddot{\theta}_5 = -K_4(\theta_5 - \theta_4) - K_5(\theta_5 - \theta_6) - c_4(\dot{\theta}_5 - \dot{\theta}_4) - c_5(\dot{\theta}_5 - \dot{\theta}_6) + LR(1) \\ I_6\ddot{\theta}_6 = -K_5(\theta_6 - \theta_5) - c_5(\dot{\theta}_6 - \dot{\theta}_5) + LR(2) \end{array} \right.$$

avec (voir 35.6) :

$$\left\{ \begin{array}{l} LR(1) = lR_1(1)\ddot{\theta}_5 + lR_2(1)\dot{\theta}_5^2 + lR_3(1)\dot{\theta}_5 + lR_4(1) \\ LR(2) = lR_1(2)\ddot{\theta}_6 + lR_2(2)\dot{\theta}_6^2 + lR_3(2)\dot{\theta}_6 + lR_4(2) \end{array} \right.$$

En posant :

$$\begin{cases} y_1 = \theta_1 & y_3 = \theta_2 & y_5 = \theta_3 & y_7 = \theta_4 & y_9 = \theta_5 & y_{11} = \theta_6 \\ y_2 = \dot{\theta}_1 & y_4 = \dot{\theta}_2 & y_6 = \dot{\theta}_3 & y_8 = \dot{\theta}_4 & y_{10} = \dot{\theta}_5 & y_{12} = \dot{\theta}_6 \end{cases}$$

les équations du mouvement s'écrivent :

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = \frac{-K_1 y_1 - c_1 y_2 + K_1 y_3 + c_1 y_4 + L_M}{I_1} \\ \dot{y}_3 = y_4 \\ \dot{y}_4 = \frac{K_1 y_1 + c_1 y_2 - (K_1 + K_2 r_2^2) y_3 - (c_1 + c_2 r_2^2) y_4 + K_2 r_2 r_3 y_5 + c_2 r_2 r_3 y_6}{I_2} \\ \dot{y}_5 = y_6 \\ \dot{y}_6 = \frac{K_2 r_2 r_3 y_3 + c_2 r_2 r_3 y_4 - (K_2 r_3^2 + K_3) y_5 - (c_2 r_3^2 + c_3) y_6 + K_3 y_7 + c_3 y_8}{I_3} \\ \dot{y}_7 = y_8 \\ \dot{y}_8 = \frac{K_3 y_5 + c_3 y_6 - (K_3 + K_4) y_7 - (c_3 + c_4 - L_{SV}(1)) y_8 + K_4 y_9 + c_4 y_{10}}{I_4} \\ \dot{y}_9 = y_{10} \\ \dot{y}_{10} = \frac{K_4 y_7 + c_4 y_8 - (K_4 + K_5) y_9 + lR_2(1) y_{10}^2 - (c_4 + c_5 - LR_3(1)) y_{10} + K_5 y_{11} + c_5 y_{12} + LR_4(1)}{I_5 - LR_1(1)} \\ \dot{y}_{11} = y_{12} \\ \dot{y}_{12} = \frac{K_5 y_9 + c_5 y_{10} - K_5 y_{11} + lR_2(2) y_{12}^2 - (c_5 - LR_3(2)) y_{12} + LR_4(2)}{I_5 - LR_1(2)} \end{cases}$$

Le système d'équations ainsi obtenu est résolu de la même façon que le système obtenu pour le modèle de base. La convergence du processus est dans ce cas menée sur les seuls degrés de liberté θ_2 et θ_3 .