

**UNIVERSITE  
DES SCIENCES ET TECHNIQUES  
DE LILLE FLANDRES ARTOIS**

**CONFIDENTIEL  
INDUSTRIE**

**THESE**

présentée par

**Fabrice OTUSZEWSKI**

pour obtenir le titre de **DOCTEUR**

en spécialité: **Génie électrique**

*18 novembre 1973*



**MODELISATION THERMIQUE  
DES TRANSFORMATEURS DE PUISSANCE  
DE TYPE CUIRASSE**

**JURY**

Michel BARRAULT

Robert BAUSIERE

Michel MAILHOT

Gérard MEUNIER

Christian ROMBAUT

Henry SCHOORENS

Jean-Paul VELLY

Thèse préparée dans le cadre d'une convention CIFRE  
à l'Ecole Centrale de Lille et Jeumont-Schneider Transformateurs (Lyon)



## **RESUME**

Les travaux de cette étude concernent les transformateurs de puissance de type cuirassé. L'objectif est de caractériser thermiquement l'appareil afin d'optimiser son dimensionnement.

Dans un premier temps, le comportement thermique du transformateur est analysé, en particulier les phénomènes de conduction et de convection, dans une géométrie qui est complexe en raison des contraintes électromécaniques.

Puis, un modèle analytique de calcul des températures moyennes et maximales des éléments caractéristiques de l'appareil est proposé. Les équations du modèle sont basées sur les lois de la thermique et de la mécanique des fluides. Les paramètres sont calculés par des méthodes analytiques, ou par le recours à l'analyse dimensionnelle, comme dans le cas du transfert thermique entre les galettes constituant les enroulements, et l'huile de refroidissement.

Ensuite, une maquette expérimentale, mise au point dans le cadre de l'étude, est exploitée. Ceci conduit, en particulier, à l'amélioration de la précision du calcul de l'échange convectif entre les galettes et l'huile, et rend fiable le calcul d'un des principaux paramètres du modèle.

La dernière étape utilise des méthodes de résolution numérique des équations de la thermique et de la mécanique des fluides, pour calculer les températures des points chauds des galettes, dans différentes configurations géométriques. Le paramétrage de la géométrie permet d'intégrer les résultats numériques au modèle analytique.

L'ensemble des résultats analytiques, expérimentaux et numériques aboutissent à une caractérisation thermique précise du transformateur.

## **MOTS-CLES**

Transformateur Cuirassé - Galette - Température - Convection - Point chaud

# **THERMAL MODELLING OF SHELL TYPE POWER TRANSFORMERS**

## **ABSTRACT**

This study deals with shell type power transformer. The purpose is optimizing its design by a better thermal characterization.

In a first step, the thermal behaviour of the transformer is analysed, especially conduction and convection phenomena, in a complex geometry imposed by the electromechanical stresses.

Then, an analytical model is proposed, for the calculation of the average temperatures and maximal temperatures, inside the meant components of the transformer. The equations of this model are based on the laws of thermics and fluid dynamics. The model parameters are calculated by analytical methods, or by using dimensional analysis, as in the case of thermal transfer between the coils and the cooling oil.

Then, an experimental scale model, built as part of this study, is exploited. This makes more accurate the calculation of one of the most important model parameters: the convective thermal transfer between the coils and the oil.

In the final step, numerical solutions of thermics and fluid dynamics equations are used for the calculation of the hot spot temperature inside the coils, for various geometric configurations. Thanks to the use of geometric parameters, the results of numerical solution are integrated into the analytical calculation.

The combination of the analytical, experimental and numerical results, leads to an accurate thermal characterization of the transformer.

# SOMMAIRE

|            |   |
|------------|---|
| <b>1</b>   | <b>MODELISATION THERMIQUE<br/>DES TRANSFORMATEURS DE PUISSANCE<br/>DE TYPE CUIRASSE</b> |
| <b>2</b>   | <b>INTRODUCTION</b>   |
| <b>4</b>   | <b>1. COMPORTEMENT THERMIQUE DU TRANSFORMATEUR</b>                                      |
| <b>4</b>   | 1.1. LE TRANSFORMATEUR CUIRASSE   |
| <b>10</b>  | 1.2. LES PHENOMENES THERMIQUES DANS LE<br>TRANSFORMATEUR                                |
| <b>28</b>  | 1.3. CONNAISSANCES ACTUELLES  |
| <b>44</b>  | <b>2. MODELISATION THERMIQUE ANALYTIQUE</b>   |
| <b>44</b>  | 2.1. EQUATIONS DU MODELE  |
| <b>58</b>  | 2.2. CALCUL DES PARAMETRES  |
| <b>10</b>  | 2.3. RESOLUTION DES EQUATIONS   |
| <b>108</b> | <b>3. EXPERIMENTATION</b>   |
| <b>108</b> | 3.1. MAQUETTE EXPERIMENTALE   |
| <b>116</b> | 3.2. ESSAIS ET RESULTATS  |
| <b>124</b> | 3.3. APPLICATION AU CALCUL CONVECTIF  |
| <b>131</b> | 3.4. APPLICATION AU CALCUL DU POINT CHAUD   |
| <b>136</b> | <b>4. CALCUL NUMERIQUE</b>  |
| <b>137</b> | 4.1. APPROCHE NUMERIQUE   |
| <b>143</b> | 4.2. METHODE DE RESOLUTION  |
| <b>154</b> | 4.3. LE LOGICIEL NASTHER  |
| <b>161</b> | 4.4. APPLICATION AU CALCUL DU POINT CHAUD   |
| <b>178</b> | <b>CONCLUSION</b>   |

## Plan du chapitre 1

|    |   |
|----|---|
| 4  | <b><u>1. COMPORTEMENT THERMIQUE DU TRANSFORMATEUR</u></b>                                   |
| 4  | <b>1.1. LE TRANSFORMATEUR CUIRASSE</b>  |
| 5  | 1.1.1. LE TRANSFORMATEUR  |
| 6  | 1.1.2. LE TRANSFORMATEUR CUIRASSE A CUVE EN CLOCHE ET BOBINAGES RECTANGULAIRES ALTERNES     |
| 10 | <b>1.2. LES PHENOMENES THERMIQUES DANS LE TRANSFORMATEUR</b>                                |
| 11 | 1.2.1. LES PERTES ELECTROMAGNETIQUES: SOURCES D'ECHAUFFEMENTS                               |
| 16 | 1.2.2. LE CIRCUIT D'HUILE: SYSTEME DE REFROIDISSEMENT                                       |
| 17 | 1.2.2.1. L'ASPECT DIELECTRIQUE DU TRANSFORMATEUR  |
| 19 | 1.2.2.2. LE CIRCUIT DE REFROIDISSEMENT PAR HUILE  |
| 21 | 1.2.2.3. LE ROLE DES CALES  |
| 23 | 1.2.2.4. LES TRANSFERTS THERMIQUES DANS LE TRANSFORMATEUR                                   |
| 26 | 1.2.3. LE VIEILLISSEMENT THERMIQUE DES ISOLANTS: DEGRADATION DIELECTRIQUE DU TRANSFORMATEUR |
| 28 | <b>1.3. CONNAISSANCES ACTUELLES</b>   |
| 29 | 1.3.1. LES NORMES DE REFERENCE  |
| 33 | 1.3.2. LES AMELIORATIONS PROPOSEES PAR LES CONSTRUCTEURS                                    |
| 33 | 1.3.2.1. LES METHODES COURANTES   |
| 36 | 1.3.2.2. LES DEVELOPPEMENTS DANS LE DOMAINE THERMIQUE                                       |
| 39 | 1.3.3. MESURES OPTIQUES DES TEMPERATURES  |
| 41 | 1.3.4. BILAN DES CONNAISSANCES ACTUELLES ET DES AXES DE DEVELOPPEMENT                       |

## Plan du chapitre 2

|            |  |
|------------|--|
| <b>44</b>  | <b><u>2. MODELISATION THERMIQUE ANALYTIQUE</u></b>                         |
| <b>44</b>  | <b>2.1. EQUATIONS DU MODELE</b>  |
| 45         | 2.1.1. CHOIX DES VARIABLES   |
| 47         | 2.1.2. BILANS ENERGETIQUES   |
| 47         | 2.1.2.1. CONSERVATION DE L'ENERGIE   |
| 48         | 2.1.2.2. INTEGRATION DE LA CONSERVATION DE<br>L'ENERGIE: BILAN ENERGETIQUE |
| 51         | 2.1.2.3. APPLICATION AU TRANSFORMATEUR                                     |
| 53         | 2.1.3. POINTS CHAUDS   |
| 53         | 2.1.3.1. HYPOTHESE DE BASE   |
| 54         | 2.1.3.2. CAS DE L'HUILE  |
| 56         | 2.1.3.3. CAS DE LA PARTIE ACTIVE   |
| 57         | 2.1.3.4. EQUATIONS DES POINTS CHAUDS                                       |
| <b>58</b>  | <b>2.2. CALCUL DES PARAMETRES</b>  |
| 58         | 2.2.1. CAPACITES CALORIFIQUES  |
| 59         | 2.2.1.1. CAS DU CIRCUIT MAGNETIQUE   |
| 59         | 2.2.1.2. CAS DES GALETTES  |
| 60         | 2.2.1.3. CAS DE L'HUILE  |
| 63         | 2.2.2. CONDUCTANCES THERMIQUES   |
| 64         | 2.2.2.1. CAS DE L'ECHANGE HUILE/AIR OU HUILE/EAU                           |
| 70         | 2.2.2.2. CAS DE L'ECHANGE FER/HUILE  |
| 74         | 2.2.2.3. CAS DE L'ECHANGE CUIVRE/HUILE                                     |
| 85         | 2.2.3. FACTEURS GEOMETRIQUES   |
| 86         | 2.2.3.1. CAS DE L'HUILE  |
| 87         | 2.2.3.2. CAS DU FER  |
| 88         | 2.2.3.3. CAS DU CUIVRE   |
| <b>101</b> | <b>2.3. RESOLUTION DES EQUATIONS</b>                                       |
| 101        | 2.3.1. FORME GENERALE DES EQUATIONS  |
| 102        | 2.3.2. CAS LINEAIRE  |
| 102        | 2.3.2.1. APPROXIMATION LINEAIRE  |
| 103        | 2.3.2.2. DISCRETISATION TEMPORELLE   |
| 104        | 2.3.2.3. SCHEMA D'INTEGRATION  |
| 105        | 2.3.2.4. VALIDITE DE L'APPROXIMATION LINEAIRE                              |
| 106        | 2.3.3. CAS NON LINEAIRE  |

## Plan du chapitre 3

|            |   |
|------------|---|
| <b>108</b> | <b><u>3. EXPERIMENTATION</u></b>  |
| <b>108</b> | <b>3.1. MAQUETTE EXPERIMENTALE</b>  |
| 109        | 3.1.1. DESCRIPTION  |
| 111        | 3.1.2. INSTRUMENTATION  |
| 115        | 3.1.3. VUE GLOBALE  |
| <b>116</b> | <b>3.2. ESSAIS ET RESULTATS</b>   |
| 117        | 3.2.1. REPARTITION SPATIALE DES TEMPERATURES  |
| 122        | 3.2.2. EVOLUTION TEMPORELLE DES TEMPERATURES  |
| <b>124</b> | <b>3.3. APPLICATION AU CALCUL CONVECTIF</b>   |
| 125        | 3.3.1. EXPLOITATION DES REGIMES STABILISES  |
| 126        | 3.3.2. NOMBRES ADIMENSIONNELS ISSUS DES MESURES                                     |
| 127        | 3.3.3. REGRESSION LINEAIRE  |
| 129        | 3.3.4. RELATION CARACTERISTIQUE DE L'ECHANGE<br>CONVECTIF DES GALETTES VERS L'HUILE |
| <b>131</b> | <b>3.4. APPLICATION AU CALCUL DU POINT CHAUD</b>                                    |
| 132        | 3.4.1. MESURES DU POINT CHAUD   |
| 134        | 3.4.2. CORRECTION DES TAUX D'INFLUENCE  |

## Plan du chapitre 4

|     |   |
|-----|---|
| 136 | <b><u>4. CALCUL NUMERIQUE</u></b>                               |
| 137 | <b>4.1. APPROCHE NUMERIQUE</b>                                  |
| 138 | 4.1.1 CONSERVATION DE LA MASSE                                  |
| 139 | 4.1.2. CONSERVATION DE LA QUANTITE DE MOUVEMENT                 |
| 140 | 4.1.3. CONSERVATION DE L'ENERGIE                                |
| 141 | 4.1.4. SYSTEME DE NAVIER-STOKES                                 |
| 142 | 4.1.5. EQUATION DE LA CHALEUR                                   |
| 143 | <b>4.2. METHODE DE RESOLUTION</b>                               |
| 144 | 4.2.1. EQUATION D'ADVECTION-DIFFUSION                           |
| 145 | 4.2.2. DISCRETISATION SPATIALE PAR LA METHODE DES VOLUMES FINIS |
| 147 | 4.2.3. DISCRETISATION TEMPORELLE IMPLICITE                      |
| 149 | 4.2.4. RESOLUTION ITERATIVE                                     |
| 151 | 4.2.5. ALGORITHME SIMPLE  |
| 154 | <b>4.3. LE LOGICIEL NASTHER</b>                                 |
| 155 | 4.3.1. CHOIX DU LOGICIEL  |
| 156 | 4.3.2. DOMAINE DE CALCUL ET MAILLAGE                            |
| 157 | 4.3.3. CONFRONTATION A L'EXPERIMENTATION                        |
| 159 | 4.3.4. COMPARAISON AVEC LA MODELISATION ANALYTIQUE              |
| 161 | <b>4.4. APPLICATION AU CALCUL DU POINT CHAUD</b>                |
| 162 | 4.4.1. INFLUENCE DU GUIPAGE ENTRE BRINS                         |
| 164 | 4.4.2. INFLUENCE DU GUIPAGE ENTRE SPIRES                        |
| 166 | 4.4.3. INFLUENCE DE L'HABILLAGE                                 |
| 169 | 4.4.4. INFLUENCE DES PARTIES CALORIFUGEES                       |
| 176 | 4.4.5. SYNTHESE DES TRAVAUX SUR LE POINT CHAUD DES GALETTES     |

# **FIGURES ET TABLEAUX**

## **Figures du chapitre 1: COMPORTEMENT THERMIQUE DU TRANSFORMATEUR**

### **1.1. LE TRANSFORMATEUR CUIRASSE**

- 5 Fig.1: Schéma de principe d'un transformateur  
6 Fig.2: Transformateur à colonnes  
6 Fig.3: Transformateur cuirassé  
7 Figures 4 et 5: Vues en coupe verticale d'un transformateur cuirassé monophasé  
8 Fig.6: Position respective du circuit magnétique et des phases (vue de dessus)  
9 Fig.7: Vue d'une galette  
9 Fig.8: Coupe d'une galette montrant les spires  
9 Fig.9: Coupe d'un conducteur à trois brins  
9 Fig.10: Permutation des brins

### **1.2. LES PHENOMENES THERMIQUES DANS LE TRANSFORMATEUR**

- 12 Fig.11: Cycle d'hystérésis pour deux matériaux  
13 Fig.12: Courants de FOUCAULT dans une coupe du circuit magnétique  
14 Fig.13: Flux principal dans le circuit magnétique et flux de fuite  
17 Fig.14: Répartition du champ électrostatique et des lignes équipotentielles autour des galettes d'un groupe haute tension  
18 Figures 15 et 16: Coupe schématique et perspective cavalière d'un groupe haute tension à six bobines à isolement gradué et comportant un écran statique  
19 Fig.17: Schéma de principe du circuit de refroidissement  
20 Figures 18 et 19: Refroidissement par circulation forcée de l'huile dans des radiateurs ventilés ou dans des aéroréfrigérants  
22 Fig.20: Disposition des cales inclinées à 45° et de l'habillage

### **1.3. CONNAISSANCES ACTUELLES**

- 31 Fig.21: Diagramme thermique supposé de l'enroulement  
34 Fig.22: Flux thermiques entre le cuivre et l'huile  
37 Fig.23: Modélisation thermique d'une bobine par un réseau de résistances  
37 Fig.24: Modélisation thermique d'un canal d'huile par la méthode nodale  
38 Fig.25: Modélisation thermique par analogie électrique

## **Figures du chapitre 2: MODELISATION THERMIQUE ANALYTIQUE**

### **2.1. EQUATIONS DU MODELE**

51 Fig.26: Diagramme des flux dans le transformateur

### **2.2. CALCUL DES PARAMETRES**

60 Fig.27: Diagramme des flux thermiques complet

64 Fig.28: Echange entre deux fluides séparés par une paroi plane

70 Fig.29: Culasses du circuit magnétique

70 Fig.30: Elément parallélépipédique et modèle bidimensionnel

74 Fig.31: Modèle thermique unidirectionnel

75 Fig.32: Grandeurs géométriques caractéristiques de la galette

76 Fig.33: Evacuation des pertes dans un conducteur à 1 seul brin

77 Fig.34: Evacuation des pertes dans un conducteur à 4 brins

79 Fig.35: Géométrie du canal d'huile et des cales instrumentée à l'INSA.

93 Fig.36: Modélisation thermique de la galette par un réseau de résistances

99 Fig.37: Températures dans une spire sous les cales et entre les cales

### **2.3. RESOLUTION DES EQUATIONS**

105 Fig.38: Températures moyennes des enroulements et de l'huile: comparaison entre les mesures et le modèle linéaire

## **Figures et tableaux du chapitre 3: EXPERIMENTATION**

### **3.1. MAQUETTE EXPERIMENTALE**

- 109 Fig.39: Coupe verticale schématique de la maquette  
110 Fig.40: Schéma du circuit de refroidissement de la maquette  
112 Fig.41: Emplacements des thermocouples entre les spires  
112 Fig.42: Position des thermocouples sur un quart de galette  
113 Fig.43: Position des thermocouples dans le canal d'huile  
115 Fig.44: Vue globale de la maquette

### **3.2. ESSAIS ET RESULTATS**

- 117 Fig.45: Températures dans la galette mesurées lors de l'essai n° 1  
117 Fig.46: Températures dans le canal d'huile mesurées lors de l'essai n° 1  
118 Tab.1: Températures dans les 8 groupes de la galette mesurées lors de l'essai n° 1  
119 Tab.2: Températures dans les 4 zones de la galette et moyenne mesurées lors de l'essai n° 1  
120 Tab.3: Températures dans les 4 zones du canal d'huile et moyenne mesurées lors de l'essai n° 1  
121 Tab.4: Les différents régimes stabilisés mesurés  
122 Fig.47: Evolution temporelle des 4 températures caractéristiques pour l'essai n° 1  
123 Fig.48: Evolution temporelle des 4 températures caractéristiques pour l'essai n° 16

### **3.3. APPLICATION AU CALCUL CONVECTIF**

- 125 Tab.5: Gradient moyen, résistances thermiques et coefficient d'échange convectif issu des mesures  
126 Tab.6: Nombres adimensionnels issus des mesures  
129 Fig.49: Relation entre les nombres de REYNOLDS, PRANDTL et NUSSELT

### **3.4. APPLICATION AU CALCUL DU POINT CHAUD**

- 132 Fig.50: Températures de cuivre dans la zone d'ombre, dans l'arrondi supérieur, et dans la partie droite, mesurées lors de l'essai n° 25  
133 Tab.7: Températures du point chaud, gradients, et facteurs géométriques, mesurés pendant les régimes stabilisés

## **Figures et tableaux du chapitre 4: CALCUL NUMERIQUE**

### **4.1. APPROCHE NUMERIQUE**

### **4.2. METHODE DE RESOLUTION**

145 Fig.51: Volume de contrôle

### **4.3. LE LOGICIEL NASTHER**

157 Fig.52: Partie droite du canal d'huile de la maquette: Vitesses calculées par NASTHER

158 Fig.53: Partie droite de la maquette: Isothermes calculés par NASTHER

159 Fig.54: Températures de cuivre dans le cas n°0

160 Tab.8: Comparaison des résultats de NASTHER avec ceux de la modélisation

### **4.4. APPLICATION AU CALCUL DU POINT CHAUD**

162 Fig.55: Températures dans le brin extérieur

163 Fig.56: Températures dans le brin intérieur

164 Fig.57: Températures dans la partie droite de la galette divisée en 10 spires

165 Tab.9: Point chaud, majoration due aux spires et taux d'influence pour les 3 cas de 10, 20 et 40 spires

166 Fig.58: Exemple d'habillage d'une galette et habillage symétrique équivalent

167 Fig.59: Vitesses d'huile dans le canal en présence de l'habillage

168 Fig.60: Températures de la partie droite de la galette habillée

170 Fig.61: Vitesses d'huile dans le haut du canal

171 Fig.62: Températures dans le haut de la galette

172 Fig.63: Vitesses d'huile dans le haut du canal quand la galette est habillée

173 Fig.64: Températures dans le haut de la galette lorsque l'habillage est représenté

174 Fig.65: Vitesses d'huile dans le haut du canal lorsque la galette est habillée et calorifugée autour de la connexion remontée

175 Fig.66: Températures dans le haut de la galette lorsque l'habillage et la partie calorifugée sont représentés

# NOMENCLATURE

## REMARQUES

Les nombres décimaux sont notés avec un point.

Lorsque des variables sont notées par des majuscules suivies de chiffres ou minuscules, les majuscules sont des symboles, et les minuscules et chiffres sont des indices.

## FONCTIONS MATHÉMATIQUES

|          |                     |
|----------|---------------------|
| $\Delta$ | Laplacien           |
| d        | Dérivée totale      |
| $\delta$ | Dérivée partielle   |
| div      | Divergence          |
| exp      | Exponentielle       |
| grad     | Gradient            |
| ln       | Logarithme Néperien |
| $\int$   | Intégrale           |

## SYMBOLES FRANÇAIS

|          |  |
|----------|--|
| A        | Logarithme du coefficient a (ch.3)   |
| A        | Coefficients de l'équation des volumes finis (ch.4)                                      |
| A        | Aire des faces extérieures à la cellule (ch.4)   |
| a        | Constante multiplicative reliant les nombres de REYNOLDS et PRANDTL au nombre de NUSSELT |
| $\alpha$ | Constante utilisée dans la loi d'ARRHENIUS (ch.1)  |
| $\beta$  | Induction magnétique (ch.1)  |
| b        | Exposant du nombre de REYNOLDS   |
| b        | Constante utilisée dans la loi d'ARRHENIUS (ch.1)  |

|               |  |
|---------------|--|
| C             | Capacité calorifique   |
| C             | Coefficient de convection (ch.4)   |
| $c$           | Consommation relative de vie (ch.1)  |
| c             | Exposant du nombre de PRANDTL  |
| CP            | Chaleur massique   |
|               |  |
| D             | Distance caractéristique   |
| D             | Coefficient de diffusion (ch.4)  |
| DCA           | Distance entre Cales   |
| DH            | Diamètre Hydraulique   |
| DM            | Débit Massique   |
| DMC           | Débit Massique de l'huile dans le Canal  |
| DV            | Débit Volumique  |
|               |  |
| E             | Epaisseur  |
| $\varepsilon$ | Energie interne massique (ch.4)  |
| EC            | Nombre d'ECKERT  |
| EP            | Epaisseur de la galette  |
| EPCAN         | Epaisseur du Canal   |
| EPP           | Epaisseur du Papier  |
| EPPE          | Epaisseur du Papier Externe  |
| EPPI          | Epaisseur du Papier Interne  |
| EPSS          | Epaisseur du Papier entre Spires   |
|               |  |
| F             | Facteur géométrique  |
| $f$           | Forces massiques (ch.4)  |
| F1            | Facteur d'influence de la zone d'ombre   |
| F2            | Facteur d'influence des pertes locales   |
| F3            | Facteur d'influence des cales  |
| F4            | Facteur d'influence du guipage entre brins   |
| F5            | Facteur d'influence du guipage entre spires  |
| F6            | Facteur d'influence de l'habillage   |
| F7            | Facteur d'influence de la partie calorifugée   |
|               |  |
| g             | Accélération de la pesanteur (ch.4)  |
| GL            | Gradient Local (différence entre la température locale d'un conducteur et la température moyenne de l'huile) |

|     |  |
|-----|--|
| GM  | Gradient Moyen (différence de température moyenne entre un conducteur et l'huile)                                |
| GP  | Gradient Papier (chute de température dans le papier isolant d'une galette)                                      |
| GPL | Gradient Papier Local  |
| GS  | Gradient Surfaccique (chute de température entre la paroi de la galette et l'huile)                              |
| GSL | Gradient Surfaccique Local   |
| GSX | Gradient Surfaccique Maximal   |
| GX  | Gradient Maximal (différence entre la température maximale d'un conducteur et la température moyenne de l'huile) |

|               |   |
|---------------|---|
| H             | Coefficient d'échange convectif                   |
| $\mathcal{H}$ | Champ magnétique (ch.1)                           |
| $\mathcal{H}$ | Enthalpie massique (ch.4)                         |
| HA            | Hauteur de la galette                             |
| HAM           | Hauteur du Circuit magnétique                     |
| HASP          | Hauteur d'une Spire                               |
| HB            | Echauffement de l'huile au Bas de la cuve         |
| HCA           | Hauteur Calée (dans le sens d'une spire)          |
| HENC          | Coefficient d'Encrassement                        |
| HL            | Coefficient d'échange convectif Local             |
| HM            | Echauffement Moyen de l'huile par rapport à l'air |
| HRAD          | Hauteur Radiale de la galette                     |

I Courant

J Ecart logarithmique cumulé (ch.3)

K Conductance thermique

$\mathcal{K}$  Charge (rapport du courant par le courant nominal au ch.1)

L Longueur entre les centres de deux zones voisines d'une galette

l Distance entre deux cellules (ch.4)

LA Largeur de la galette

LACAN Largeur du Canal

LACLR Largeur Calorifugée

LAE Largeur de l'Entrefer

LAF Largeur de la Fenêtre

LAHE Largeur de l'Habillage Externe

|           |   |
|-----------|---|
| LAHI      | Largeur de l'Habillage Interne  |
| LAM       | Largeur du Circuit magnétique   |
| LAT       | Largeur de la Tôle  |
| LAZ       | Largeur de la Zone d'ombre de la galette                                      |
| LOF       | Longueur de la Fenêtre  |
| LOM       | Longueur du Circuit magnétique  |
| LSP       | Longueur d'une Spire dans une galette   |
|           |   |
| M         | Masse   |
|           |   |
| N         | Nombre de galettes  |
| $n$       | Nombre d'itérations (ch.4)  |
| $n$       | Nombre de mesures (ch.3)  |
| $\hat{n}$ | Vecteur unitaire normal à la surface élémentaire ds                           |
| N1        | Somme logarithmique des Nusselt mesurés (ch.3)                                |
| NBR       | Nombre de Brins d'un conducteur   |
| NGI       | Nombre de couches de Guipage Interne entre le brin central et le brin externe |
| NPH       | Nombre de Phases  |
| NU        | Nombre de NUSSELT   |
| NV        | Nombre de Ventilateurs en fonctionnement                                      |
|           |   |
| P         | Pertes électromagnétiques   |
| $p$       | Pression (ch.4)   |
| P1        | Somme logarithmique des Prandtl mesurés (ch.3)                                |
| P2        | Somme logarithmique des carrés des Prandtl mesurés (ch.3)                     |
| PCA       | Proportion de surface Calée de la galette                                     |
| PERI      | Périmètre   |
| PF        | Pertes par courant de Foucault dans le circuit magnétique                     |
| PH        | Pertes par Hystérésis dans le circuit magnétique                              |
| PI        | Pertes par courants Induits dans un bobinage                                  |
| PJ        | Pertes par effet Joule  |
| PN        | Somme logarithmique des produits des Prandtl et Nusselt mesurés (ch.3)        |
| PR        | Nombre de PRANDTL   |
| PS        | Pertes Supplémentaires dans la cuve et le blindage                            |
| PT        | Pertes Totales du transformateur  |
|           |   |
| $q$       | Densité de puissance calorifique  |
| $q_A$     | Densité de puissance calorifique dans la partie arrondie                      |

|               |   |
|---------------|---|
| R             | Résistance (électrique)   |
| R             | Résidu de l'équation des volumes finis (ch.4)                           |
| $\rho$        | Rapport des pertes cuivre nominales aux pertes fer nominales (ch.1)     |
| R1            | Somme logarithmique des Reynolds mesurés (ch.3)                         |
| R2            | Somme logarithmique des carrés des Reynolds mesurés (ch.3)              |
| RAY           | Rayon interne des parties arrondies des galettes                        |
| RCD           | Résistance thermique Conductive dans la galette                         |
| RCDE          | Résistance thermique Conductive du guipage Externe                      |
| RCDI          | Résistance thermique Conductive du guipage Interne                      |
| RCV           | Résistance thermique Convective à la paroi de la galette                |
| RCVX          | Résistance thermique Convective à la paroi de la galette Maximale       |
| RE            | Nombre de REYNOLDS  |
| REL           | Résistivité Electrique  |
| RN            | Somme logarithmique des produits des Reynolds et Nusselt mesurés (ch.3) |
| RN            | Résidu Normalisé (ch.4)   |
| RP            | Somme logarithmique des produits des Reynolds et Prandtl mesurés (ch.4) |
| RTH           | Résistance Thermique  |
| RV            | Rapport des Viscosités  |
|               |   |
| S             | Surface d'échange   |
| S             | Terme Source de l'équation d'advection-diffusion (ch.4)                 |
| s             | Surface élémentaire   |
| SAR           | Surface d'une partie Arrondie d'une galette                             |
| SBA           | Surface de la partie droite Basse de la galette                         |
| SC            | Surface de cuivre en Contact entre deux zones voisines d'une galette    |
| SDR           | Surface d'une partie Droite latérale de la galette                      |
| SE            | Section d'Entrée  |
| SG            | Surface de la Galette   |
| SHA           | Surface de la partie droite Haute de la galette                         |
| SPAS          | Section de Passage  |
| SV            | Intégrale du terme Source (ch.4)  |
| SV'           | Intégrale du terme Source sans le gradient de pression (ch.4)           |
|               |   |
| T             | Température ou Température moyenne                                      |
| $\mathcal{J}$ | Force surfacique (ch.4)   |
| t             | Temps   |
| TB            | Température de la partie Basse du transformateur                        |

|      |   |
|------|---|
| TE   | Température d'Entrée  |
| TH   | Température de la partie Haute du transformateur  |
| THS  | Température d'Huile au Sommet (valeur maximale des températures de sortie de chaque canal)  |
| TL   | Température Locale  |
| TLP  | Température Locale de Paroi   |
| TP   | Température de Paroi  |
| TS   | Température de Sortie   |
| TSC  | Température de l'huile au Sommet d'un Canal   |
| TSP  | Température moyenne d'une Spire   |
| TSE  | Température de l'huile au Sommet d'un Enroulement   |
| TX   | Température maximale (ou du point chaud)  |
| U    | Composante de la vitesse sur l'axe X (ch.4)   |
| $u$  | Vecteur vitesse   |
| V    | Vitesse caractéristique   |
| V    | Composante de la vitesse sur l'axe Y (ch.4)   |
| $v$  | Vitesse de dégradation chimique d'un corps (ch.1)   |
| $v$  | Volume élémentaire  |
| VB   | Vitesse moyenne de l'huile dans la partie Basse du canal  |
| VD   | Vitesse moyenne de l'huile dans la partie Droite latérale du canal  |
| VE   | Vitesse d'Entrée  |
| VG   | Volume de la Galette  |
| VH   | Vitesse moyenne de l'huile dans la partie Haute du canal  |
| VM   | Vitesse Moyenne de l'huile dans le canal  |
| VMAX | Vitesse locale Maximale de l'huile dans un canal  |
| VMIN | Vitesse Minimale de l'huile dans les canaux entourant les galettes (vitesse dans la partie droite latérale en l'absence de cales) |
| VO   | Volume  |
| VS   | Vitesse de Sortie   |
| W    | Composante de la vitesse sur l'axe Z (ch.4)   |
| X    | Axe de la longueur du transformateur (axe des principaux transferts thermiques)   |
| X    | Variable de l'équation d'advection-diffusion (ch.4)   |
| $x$  | Exposant reliant les pertes à l'échauffement d'huile (ch.1)   |

|        |  |
|--------|--|
| x      | Composante selon l'axe X   |
| XL     | Rapport du gradient Local par le gradient moyen  |
| Y      | Axe de la largeur du transformateur (axe de la hauteur radiale dans la partie droite latérale) |
| $\psi$ | Exposant reliant les pertes au gradient (ch.1)   |
| y      | Composante selon l'axe Y   |
| Z      | Axe de la hauteur du transformateur (axe de la pesanteur)                                      |
| z      | Composante selon l'axe Z   |

### SYMBOLES GRECS (symbole, unité et signification)

|  |  |
|--|--|
| $\alpha$   | Coefficient du terme de diffusion dans l'équation d'advection-diffusion (ch.4) |
| $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \alpha_6, \alpha_7$ | Taux d'influences des facteurs F1, F2, F3, F4, F5, F6, F7                      |
| $\beta$  | Coefficient de dilatation (ch.4)   |
| $\gamma$   | Facteur de sous-relaxation (ch.4)  |
| $\delta_{ij}$  | Symbole de KRONECKER (ch.4)  |
| $\Delta t$   | Période de temps ou Pas de temps   |
| $\varepsilon$  | Critère de précision utilisé dans l'algorithme de RUNGE-KUTTA                  |
| $\varepsilon$  | Ecart entre la mesure et la relation théorique (ch.3)                          |
| $\varepsilon'$   | Ecart logarithmique (ch.3)   |
| $\varepsilon_{ij}$   | Terme du tenseur des contraintes (ch.4)  |
| $\lambda$  | Conductivité thermique   |
| $\mu$  | Viscosité dynamique  |
| $\nu$  | Viscosité cinématique  |
| $\rho$   | Masse volumique  |

|          |                         |
|----------|-------------------------|
| $\sigma$ | Tenseur des contraintes |
| $\tau$   | Constante de temps      |
| $\Phi$   | Dissipation (ch.4)      |
| $\phi$   | Flux thermique          |

## INDICES

|               |   |
|---------------|---|
| 0             | à l'instant initial                                     |
| 1,2           | numérotation des enroulements                           |
| 1,2,3,4       | numérotation des brins (de l'extérieur jusqu'au centre) |
| 1,2,3,4,5,6,7 | numérotation des 7 zones de la galette                  |
| a             | de l'Air ambiant  |
| ar            | de l'Air dans le réfrigérant                            |
| b             | du Brin   |
| bc            | du Brin Central   |
| c             | du Cuivre   |
| ci            | du Cuivre de la galette numéro i                        |
| E             | de la cellule Est (ch.4)                                |
| e             | de la face Est (ch.4)                                   |
| e             | de l'Eau  |
| é             | des Ecrans et isolants autres que le guipage            |
| éh            | des Ecrans et isolants vers l'Huile                     |
| f             | du Fer  |
| fh            | du Fer vers l'Huile                                     |
| film          | du film (couche limite proche de la paroi)              |
| h             | de l'Huile  |
| ha            | de l'Huile vers l'Air                                   |
| he            | de l'Huile vers l'Eau                                   |

|          |  |
|----------|--|
| hi       | de l'Huile dans les canaux entourant la Galette numéro i |
| hr       | de l'Huile vers le Réfrigérant                           |
| hv       | de l'Huile vers la Cuve                                  |
| i        | du numéro de la Galette                                  |
| ié       | de la Galette numéro i vers les Ecrans et isolants       |
| ih       | de la Galette numéro i vers l'Huile                      |
| int      | intermédiaires (dans l'algorithme SIMPLE ch.4)           |
| j        | de la zone j d'une galette                               |
| j,k      | désignation d'un corps                                   |
| jk       | du corps j vers le corps k                               |
| m        | Mesurée  |
| N        | de la cellule Nord (ch.4)                                |
| n        | de la face Nord (ch.4)                                   |
| n        | au régime Nominal  |
| P        | du centre de la cellule (ch.4)                           |
| p        | du Papier  |
| pi       | du Papier de la galette numéro i                         |
| PR       | de la cellule P à l'instant Précédent (ch.4)             |
| r        | du Réfrigérant et des conduites                          |
| ra       | du Réfrigérant vers l'Air                                |
| S        | de la cellule Sud (ch.4)                                 |
| s        | de la face Sud (ch.4)                                    |
| V        | des cellules Voisines (ch.4)                             |
| v        | de la Cuve et des dispositifs de blindage                |
| va       | de la Cuve vers l'Air                                    |
| W        | de la cellule Ouest (ch.4)                               |
| $\omega$ | de la face Ouest (ch.4)                                  |
| WW       | de la cellule située deux cases à l'Ouest (ch.4)         |

## FORMULES

### Equations du modèle analytique

$$(1) \quad C_i (\delta T_i / \delta t) = P_i(t) - K_{ih} (T_i - T_h) \quad \text{pour } i = 1 \text{ à } N$$

$$(2) \quad C_f (\delta T_f / \delta t) = P_f(t) - K_{fh} (T_f - T_h)$$

$$(3) \quad C_h (\delta T_h / \delta t) = \sum_{i=1 \text{ à } N} [K_{ih} (T_i - T_h)] + K_{fh} (T_f - T_h) - K_{ha} (T_h - T_a(t))$$

$$(4) \quad TX_i = T_h + F_i (T_i - T_h) \quad \text{pour } i = 1 \text{ à } N$$

$$(5) \quad TX_f = T_h + F_f (T_f - T_h)$$

$$(6) \quad TX_h = T_{HS} + F_h (TX_c - T_{HS})$$

### Calcul des capacités calorifiques

$$(7) \quad C_f = M_f C_{Pf}$$

$$(8) \quad C_i = M_{ci} C_{Pc} + M_{pi} C_{Pp}$$

$$(9) \quad C_h = M_h C_{Ph} + M_e C_{Pé} + M_v C_{Pv} + M_r C_{Pr}$$

### Calcul des conductances thermiques

$$(10) \quad \frac{1}{K_{ha}} = \frac{1}{(H_h S_h)} + \frac{1}{(H_{ENC} S)} + \frac{1}{(H_a S_a)} + \frac{1}{(2 D_{Ma} C_{Pa})}$$

$$(11) \quad \frac{1}{K_{fh}} = \frac{1}{(H_{fh} S_{fh})} + \frac{LAT}{(6 \lambda_f S_{fh})}$$

$$(12) \quad \frac{1}{K_{ih}} = RCD + RCV$$

$$/ \quad RCD(1) = RCDE / 2$$

$$| \quad RCD(2) = RCDE / 2$$

$$| \quad RCD(3) = RCDE / 2 + RCDI / 18$$

$$(12a) \quad RCD(4) = RCDE / 2 + RCDI / 8$$

$$| \quad RCD(5) = RCDE / 2 + RCDI / 5$$

$$| \quad RCD(6) = RCDE / 2 + 5 RCDI / 18$$

$$| \quad RCD(7) = RCDE / 2 + 5 RCDI / 14$$

$$\backslash \quad RCD(8) = RCDE / 2 + 7 RCDI / 16$$

$$(12b) \quad RCV = \frac{1}{2 H S}$$

$$(12c) \quad NU = a RE^b PR^c$$

$$(12d) \quad NU = 0.01 (RE PR)^{0.8}$$

$$(12e) \quad Nu = 0.036 Re^{0.81} Pr^{0.48}$$

### Calcul des facteurs géométriques

$$(13) \quad \frac{1}{F_h} = 1 + \text{RCD} \frac{10 \lambda S}{D}$$

$$(14) \quad F_f = 1 + K_{fh} \frac{\text{LAT}}{12 \lambda f S_{fh}}$$

$$(15) \quad F = F_1^{\alpha_1} F_2^{\alpha_2} F_3^{\alpha_3} F_4^{\alpha_4} F_5^{\alpha_5} F_6^{\alpha_6} F_7^{\alpha_7}$$

$$(15a) \quad F = F_1^{0.43} F_2^{0.36} F_3^{0.04} F_4^{0.12} F_5^{\alpha_5} F_6^{\alpha_6} F_7^{\alpha_7}$$

$$(15b) \quad F = F_1^{0.43} F_2^{0.37} F_3^{0.04} F_4^{0.12} F_5^{\alpha_5} F_6^{\alpha_6} F_7^{\alpha_7}$$

$$(15c) \quad F = F_1^{0.43} F_2^{0.37} F_3^{0.04} F_4^{0.12} F_5^1 F_6^{0.7} F_7^{0.65}$$

### Résolution du modèle analytique

$$(16) \quad C \frac{dT(t)}{dt} = P(t) - K(t) [T(t) - T_0(t)]$$

$$(17) \quad TX(t) = T_0(t) + F [T(t) - T_0(t)]$$

$$(18) \quad C \frac{dT(t)}{dt} = P(t) - K [T(t) - T_0(t)]$$

$$(19) \quad \frac{dT(n)}{dt} = \frac{P(n) - K (T(n) - T_0(n))}{C}$$

$$(20) \quad \frac{dT(n)}{dt} = \frac{P(n) - K(n) (T(n) - T_0(n))}{C}$$

## Modélisation numérique

$$(21) \quad \text{div}(u) = 0$$

$$(22) \quad \rho (d\mathcal{U}/dt) = \rho g - \text{grad}(\rho) + \mu \Delta \mathcal{U}$$

$$(22a) \quad \rho [\delta U/\delta t + u \cdot \text{grad}(U)] = - \delta \rho / \delta x + \mu \Delta U$$

$$(22b) \quad \rho [\delta V/\delta t + u \cdot \text{grad}(V)] = - \delta \rho / \delta y + \mu \Delta V$$

$$(22c) \quad \rho [\delta W/\delta t + u \cdot \text{grad}(W)] = \rho g - \delta \rho / \delta z + \mu \Delta W$$

$$(23) \quad \rho CP (dT/dt) = \lambda \Delta T + \mathcal{Q}$$

$$(23) \quad \rho CP [\delta T/\delta t + u \cdot \text{grad}(T)] = \lambda \Delta T + \mathcal{Q}$$

$$(24) \quad \rho CP (\delta T/\delta t) = \lambda \Delta T + \mathcal{Q}$$

$$(25) \quad \rho \delta X/\delta t + \rho u \cdot \text{grad}(X) - \alpha \Delta X = S$$

$$(26) \quad \iiint_V \rho \delta X/\delta t dV + \iint_A \rho X u_n dA - \iint_A \alpha \text{grad}(X) \cdot n dA = \iiint_V S dV$$

$$(27) \quad A_P X_P = A_n X_n + A_e X_e + A_s X_s + A_\omega X_\omega + A_{PR} X_{PR} + SV$$

$$(28) \quad A_P(u) u_{\text{int}} = \sum_V A_V(u) u_{Vj} + A_{PR}(u) u_{PR} - \text{grad}(\rho_j) + SV'(u)$$

$$(29) \quad A_P(u) \text{div}(u_{\text{int}}) = \Delta(\rho_{j+1} - \rho_j)$$

$$(30) \quad A_P(u) u_{j+1} = A_P(u) u_{\text{int}} - \text{grad}(\rho_{j+1} - \rho_j)$$

$$(31) \quad A_P(T) CP T_{j+1} = \sum_V A_V(T) CP T_{Vj} + A_{PR}(T) CP T_{PR} + SV(T)$$

**MODELISATION THERMIQUE**  
**DES TRANSFORMATEURS DE PUISSANCE**  
**DE TYPE CUIRASSE**

## INTRODUCTION

Le transformateur est un élément important du réseau électrique car il permet d'en modifier la tension en certains points, favorisant le transport de l'énergie électrique. Ainsi, le transformateur élévateur, à la sortie des centrales électriques, élève la tension de 20kV à la tension de transport de 400kV ou 800kV. L'autotransformateur d'interconnexion abaisse la tension de transport successivement de 400kV à 220kV. Le transformateur de distribution ou transformateur terminal permet de procurer l'énergie aux consommateurs finaux: ménages, industries ou services publics.

Les transformateurs de puissance sont les appareils destinés aux centrales et aux postes d'interconnexion. Ils sont conçus selon deux techniques différentes: la construction "à colonnes" et la construction "cuirassée". L'objet de cette étude porte sur les **transformateurs de puissance de type cuirassé** fabriqués à **Jeumont-Schneider-Transformateurs** (Lyon).

L'accroissement des puissances en exploitation (de 50MVA maximum en 1945 jusqu'à 1500MVA pour certains turbo-alternateurs aujourd'hui) et l'amélioration des performances des appareils (tenue au choc de foudre, réduction des pertes en fonctionnement, possibilité de surcharger temporairement...) imposent d'affiner régulièrement le dimensionnement dans tous les domaines: électrique, magnétique, diélectrique, mécanique, acoustique et thermique.

Ainsi, dans le domaine thermique, l'exploitant est intéressé de savoir si le transformateur, dimensionné pour un régime nominal, peut subir, dans certains cas, des conditions dynamiques de surcharge sans nuire à la durée de vie de son appareil.

Le système de refroidissement du transformateur actuellement utilisé donne satisfaction et n'est pas remis en cause par ces nouveaux besoins, mais ses limites ne sont pas suffisamment connues pour permettre une utilisation optimale de l'appareil.

En effet, il est encore délicat, à l'état des connaissances actuelles, d'appréhender les phénomènes thermiques de **conduction** et de **convection** couplés dans une **géométrie complexe**. Il est, en particulier, encore difficile de localiser les **points chauds** et d'estimer précisément leur température, qui a pourtant un rôle déterminant sur la durée de vie de l'appareil.

**L'objectif des travaux, présentés dans cette étude, est d'obtenir une caractérisation thermique fiable du transformateur de puissance de type cuirassé, améliorant la précision du calcul des températures moyennes et des points chauds de ses éléments, et adaptée aux différentes conditions de charge, de refroidissement, et d'environnement qu'il peut rencontrer.**

Pour cela, il apparaît indispensable de décrire au préalable la constitution du transformateur cuirassé, les phénomènes thermiques qui s'y produisent, et de faire le point sur l'état des connaissances actuelles. Ceci fait l'objet du premier chapitre intitulé: **comportement thermique du transformateur.**

Dans le second est proposée une **modélisation thermique analytique** basée sur une étude approfondie des phénomènes de conduction et de convection dans le transformateur. On a, en particulier, recours à l'analyse dimensionnelle pour caractériser l'échange thermique entre les enroulements et l'huile, et l'on propose une méthodologie de calcul de la température du point chaud des enroulements.

Une **maquette expérimentale**, mise au point dans le but d'étudier l'influence de l'écoulement de l'huile sur le transfert thermique des enroulements vers l'huile, fait ensuite l'objet du troisième chapitre.

Le **calcul numérique** est utilisé dans le dernier chapitre, pour calculer la température du point chaud des enroulements en fonction de la construction géométrique de l'appareil.

La synthèse montrera dans quelle mesure les résultats analytiques, expérimentaux et numériques se complètent et permettent de répondre aux objectifs.

# **1. COMPORTEMENT THERMIQUE DU TRANSFORMATEUR**

Ce premier chapitre commence par une description générale du **transformateur cuirassé**.

On étudie ensuite les **phénomènes thermiques** intervenant dans le transformateur: les échauffements causés par les pertes électromagnétiques, le système de refroidissement par la circulation de l'huile, le vieillissement thermique des isolants.

La dernière partie de ce chapitre fait le point sur les **connaissances actuelles** et montre les limitations du calcul des températures caractéristiques, ainsi que les difficultés de mesure thermique dans la partie active.

## **1.1. LE TRANSFORMATEUR CUIRASSE**

Dans la première partie de ce chapitre, quelques généralités sur le transformateur précèdent la description du transformateur cuirassé.

### 1.1.1. LE TRANSFORMATEUR

Un **transformateur** électrique est essentiellement formé de deux bobinages, ou enroulements, indépendants et d'un circuit magnétique (fig. 1).

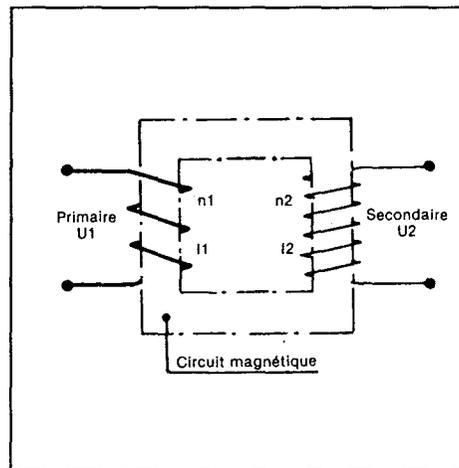


Fig. 1: Schéma de principe d'un transformateur

MAXWELL a montré que les phénomènes électriques et magnétiques sont indissociables. Il a relié les grandeurs suivantes: champ et induction magnétique, champ électrique et densité de courant, par une série d'équations qui portent son nom. Les équations de MAXWELL, décrites en détail dans le chapitre 10 de l'ouvrage de LORRAIN et CORSON [1], sont depuis reconnues comme régissant tout système électromagnétique.

Dans le cas du transformateur, la mise sous tension alternative de l'enroulement primaire fait circuler entre ses bornes un courant qui crée un champ magnétique lui-même alternatif dans l'espace environnant. En raison des propriétés magnétiques des tôles, ce champ est canalisé dans le circuit magnétique. En traversant le secondaire, le flux magnétique engendre à son tour une force électro-motrice qui fait circuler un courant dans l'enroulement secondaire et restitue une tension alternative à ses bornes. L'énergie électrique ainsi transmise du primaire au secondaire apparaît "transformée" en fonction de la constitution des enroulements. En effet, le rapport du nombre de spires entre ces deux bobinages donne le rapport entre les tensions.

Comme il est la base du fonctionnement, l'ensemble des bobinages et du circuit magnétique est appelé: "**partie active du transformateur**".

Les **transformateurs de puissance** sont regroupés en deux grandes familles:

- les **transformateurs à colonnes** dont les bobinages sont cylindriques et entourent le circuit magnétique (fig.2);
- les **transformateurs cuirassés** dont les enroulements sont formés de bobines plates rectangulaires et sont ceinturés par le circuit magnétique (fig.3).

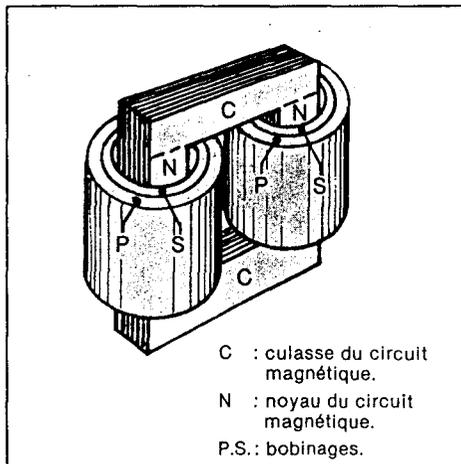


Fig.2: Transformateur à colonnes

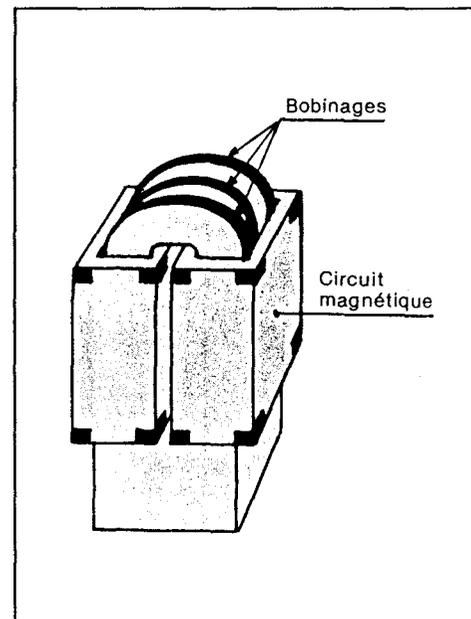


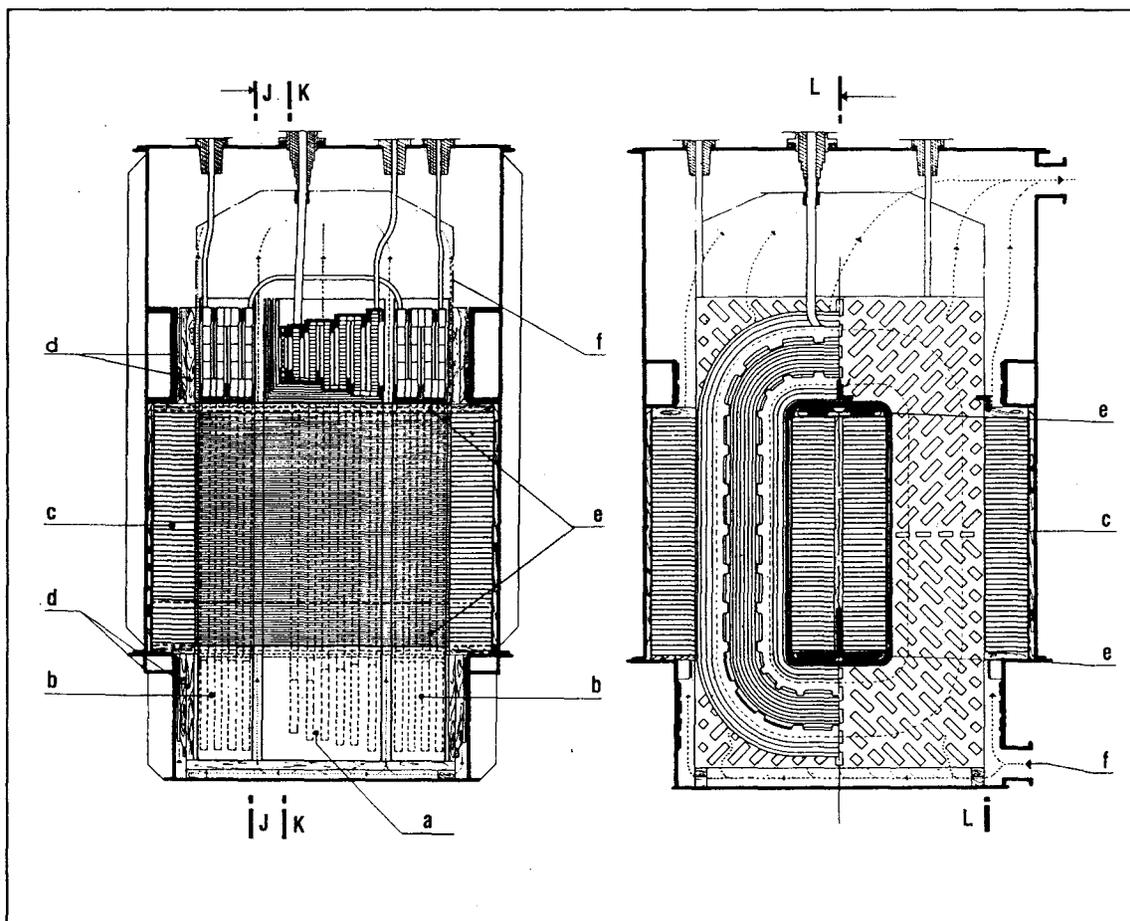
Fig.3: Transformateur cuirassé

### 1.1.2. LE TRANSFORMATEUR CUIRASSE A CUVE EN CLOCHE ET BOBINAGES RECTANGULAIRES ALTERNES

Les transformateurs cuirassés fabriqués à JST-Lyon ont des bobinages rectangulaires à position alternée et la partie active placée dans une cuve dite "en cloche". Ces deux particularités sont à l'origine de leur appellation: "**transformateurs cuirassés à cuve en cloche et bobinages rectangulaires alternés**".

On décrit successivement dans ce paragraphe la cuve, le circuit magnétique, et les enroulements. La documentation "Transformateurs de grande puissance" [2] fournit des informations plus complètes sur le transformateur cuirassé fabriqué à JST.

La cuve en cloche sert à la fois de récipient pour l'huile de refroidissement, et de support où sont montés les accessoires nécessaires au fonctionnement du transformateur: les traversées pour le raccordement aux lignes extérieures, les radiateurs et les pompes pour le refroidissement de l'huile... Elle assure, de plus, le serrage du circuit magnétique et des bobinages, supprimant les systèmes de serrage des noyaux et culasses utilisés normalement dans la construction classique à colonnes. Les figures 4 et 5 montrent le rôle mécanique joué par la cuve.



Figures 4 et 5: Vues en coupe verticale d'un transformateur cuirassé monophasé.

- a) Groupe de bobines HT.
- b) Groupe de bobines BT.
- c) Circuit magnétique.
- d) Renforts horizontaux de cuve et plaques d'appui, calages contre les efforts horizontaux développés lors des courts-circuits.
- e) Poutre support et cales du circuit magnétique, calages contre les efforts verticaux développés lors des courts-circuits.
- f) Circulation dirigée de l'huile.

Le **circuit magnétique** est constitué de tôles magnétiques, posées à plat, découpées obliquement et enchevêtrées de manière à réduire au maximum les pertes et courants à vide. La forme rectangulaire du circuit et des bobinages rend très compacte la partie active du transformateur cuirassé (figures 4, 5 et 6).

Les **phases** du transformateur cuirassé se composent de plusieurs groupes de bobines haute tension et basse tension (et moyenne tension dans le cas d'un transformateur à trois enroulements), placés les uns à côté des autres. Chaque groupe est formé d'un petit nombre de bobines reliées en série. La figure 6 montre la disposition schématique des bobines dans le groupe et des groupes dans la phase, pour un transformateur à deux enroulements: le groupe haute tension est intercalé entre deux groupes basse tension, d'où le nom d'alterné donné à ce type de bobinage.

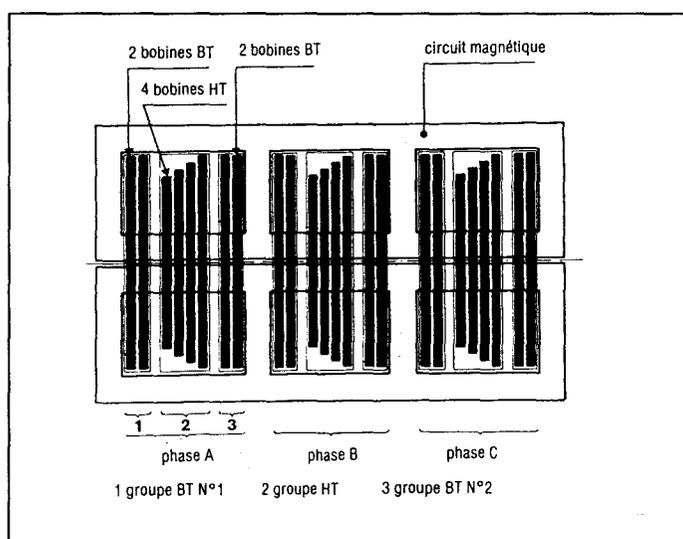


Fig.6: Vue de dessus montrant la position respective du circuit magnétique et des enroulements dans un transformateur triphasé à deux enroulements.

Les **bobines** appelées aussi **galettes** sont des grandes spirales rectangulaires très plates (fig.7) car elles n'ont qu'une seule couche en épaisseur. Le nombre de spires est variable suivant les enroulements. Chaque **spire** est composée de un ou plusieurs conducteurs en parallèle (fig.8).

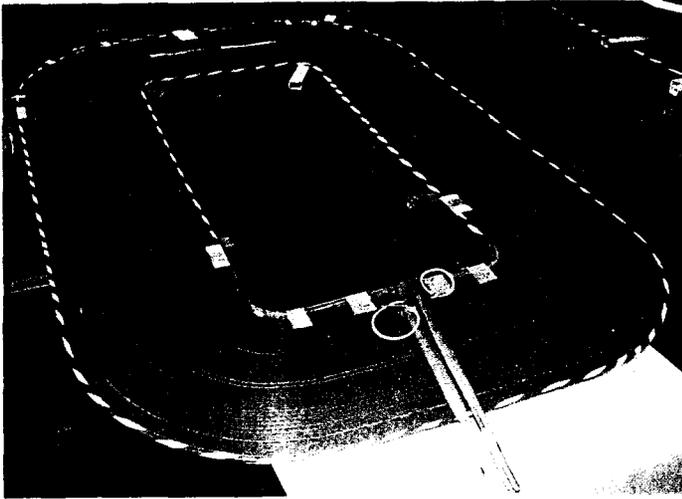


Fig.7: Vue d'une galette

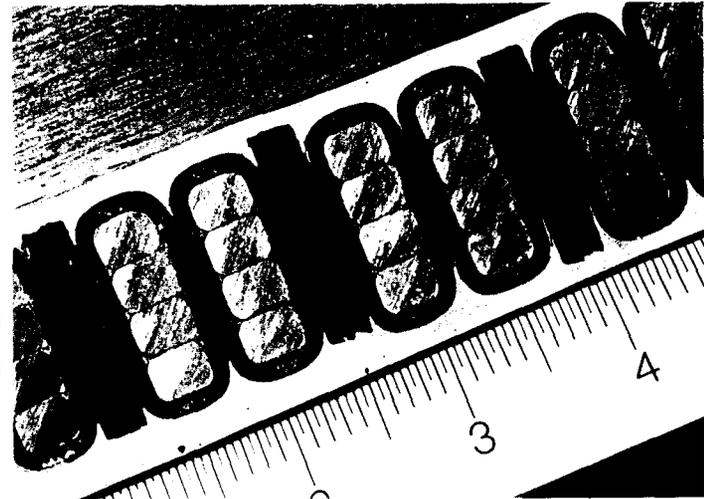


Fig.8: Coupe d'une galette montrant les spires.

Pour réduire les pertes, chaque **conducteur** peut être subdivisé en plusieurs **brins** méplats, isolés entre eux par plusieurs couches de papier (fig.9) et permutés (fig.10).

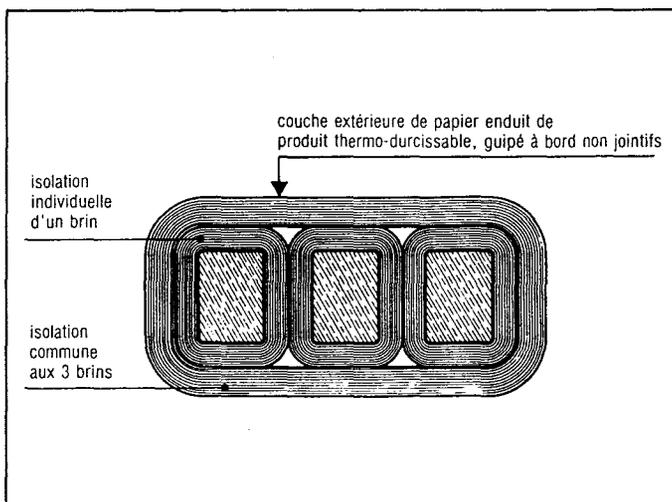


Fig.9: Coupe d'un conducteur à 3 brins

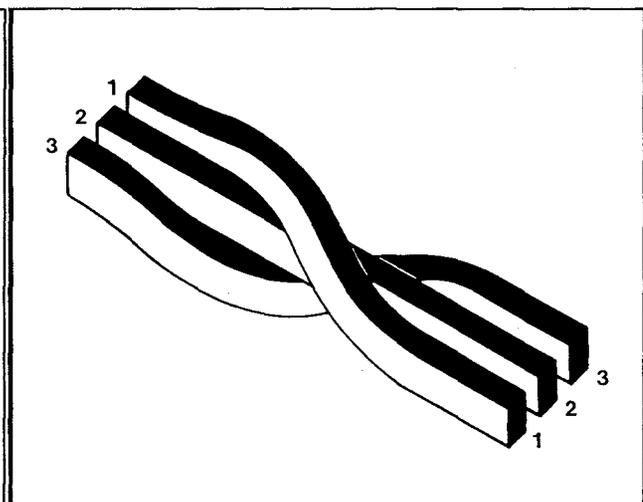


Fig.10: Permutation des brins.

## **1.2. LES PHENOMENES THERMIQUES DANS LE TRANSFORMATEUR**

Après ces quelques éléments importants sur le transformateur cuirassé, on peut maintenant expliciter, dans la seconde partie de ce chapitre, les phénomènes thermiques ayant lieu lors du fonctionnement.

Tout d'abord, on décrit les **pertes électromagnétiques** qui échauffent la partie active.

Ensuite on étudie en détail le **circuit d'huile** qui permet de transporter et d'évacuer la chaleur.

Enfin, on voit les conséquences du **vieillissement thermique des isolants** sur le transformateur.

### 1.2.1. LES PERTES ELECTROMAGNETIQUES: SOURCES D'ECHAUFFEMENTS

Dans le transformateur, l'énergie électrique arrivant à l'enroulement primaire n'est pas entièrement restituée au secondaire. Une partie est, en effet, perdue lors du processus de transfert énergétique. Ces puissances perdues sont désignées sous le nom de "**pertes électromagnétiques**".

Les différentes formes sous lesquelles se manifestent les pertes sont les suivantes:

- les pertes par effet JOULE dans les enroulements notées **PJ**,
- les pertes par hystérésis dans le circuit magnétique notées **PH**,
- les pertes par courants de FOUCAULT dans le circuit magnétique notées **PF**,
- les pertes par courants induits dans les bobinages notées **PI**,
- les pertes par courants induits dans la cuve et les parties métalliques passives, appelées également pertes supplémentaires et notées **PS**.

Les **pertes par effet JOULE** (en W) correspondent au dégagement de chaleur accompagnant le passage du courant dans les enroulements. Elles se calculent pour chaque enroulement (indités 1 et 2) par le produit de sa résistance totale **R** (en  $\Omega$ ) et du carré du courant efficace **I** (en A) le traversant.

$$PJ = R1 I1^2 + R2 I2^2$$

On exprime parfois les pertes par effet JOULE en fonction de la charge  $\mathcal{X}$  définie comme le quotient du courant efficace traversant un enroulement par le courant nominal (indice **n**).

$$\mathcal{X} = I1 / I1n = I2 / I2n$$

La résistance d'un enroulement est égale au produit de la résistivité électrique du conducteur **REL** (en  $\Omega.m$ ) par la longueur bobinée (en m), divisé par la section de la spire (en  $m^2$ ).

La résistivité du conducteur dépend de la nature du matériau le constituant, et augmente avec sa température. Le plus souvent, les bobinages sont en cuivre, dont la résistivité est donnée dans la documentation "Calcul cuirassés" [3] en fonction de la température moyenne du cuivre **Tc** (en °C) et de la résistivité à 75°C ( $21.10^{-9} \Omega.m$ ):

$$REL = 21.10^{-9} [(235 + Tc) / 310]$$

Les pertes par effet JOULE sont donc proportionnelles au carré de la charge et augmentent avec la température. C'est pourquoi on utilise, par la suite, la relation suivante:

$$PJ = PJn \mathcal{X}^2 [(235 + Tc) / 310]$$

Les **pertes par hystérésis** sont dues à la relation particulière entre le champ magnétique  $\mathcal{H}$  et l'induction  $\mathcal{B}$  dans les tôles du circuit magnétique (fig.11). Le champ magnétique, créé par un courant alternatif, est lui-même alternatif. Pour une valeur donnée du champ, l'induction n'est pas la même lorsque le champ augmente ou lorsqu'il diminue. En effet, la courbe  $\mathcal{B}(\mathcal{H})$  est celle de droite sur la figure quand  $\mathcal{H}$  augmente et celle de gauche lorsque  $\mathcal{H}$  diminue: elle décrit alors ce qu'on appelle le **cycle d'hystérésis**.

D'un point de vue énergétique, l'énergie nécessaire à augmenter l'induction n'est pas entièrement restituée lorsque l'induction diminue. C'est la différence qui constitue les pertes par hystérésis.

Celles-ci sont proportionnelles à l'intégrale de l'aire délimitée par le cycle d'hystérésis. La forme du cycle dépend du matériau constituant la tôle, et ses limites (en particulier l'induction maximale) sont proportionnelles à la tension de l'enroulement primaire. Pour un calcul détaillé des pertes par hystérésis, on se reportera à l'ouvrage [4], chapitre V, paragraphe 1.

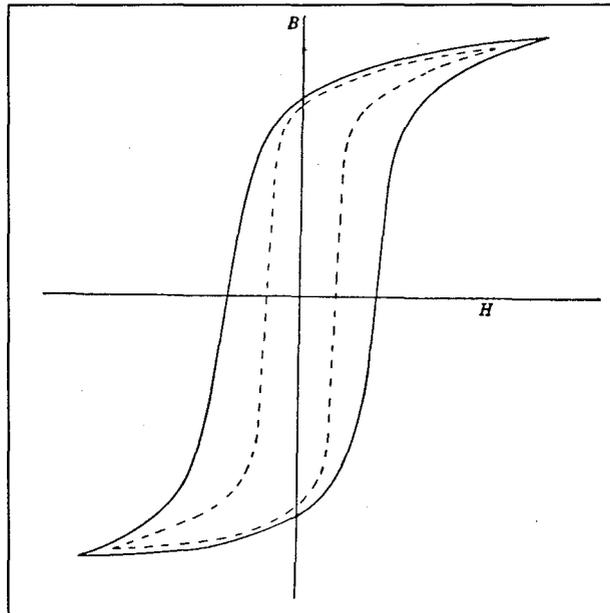


Fig.11: Cycle d'hystérésis pour deux matériaux. Les pertes par hystérésis du matériau désigné par la courbe en trait plein sont plus fortes que celles du matériau désigné en pointillé.

Les autres pertes sont dues à la circulation de courants parasites dans les parties conductrices (c'est-à-dire métalliques) du transformateur. On distingue les **courants de FOUCAULT** se refermant dans le circuit magnétique, et les **courants induits** (qui ne sont pas seulement des courants de FOUCAULT) situés dans les autres conducteurs.

On a vu que la variation du flux magnétique dans le circuit crée une force électromotrice puis un courant dans l'enroulement secondaire. Par le même phénomène, ce flux génère également des courants circulant à l'intérieur même du circuit magnétique, comme le montre la figure 12.

Les **pertes par courants de FOUCAULT** représentent la dissipation thermique accompagnant la circulation de ces courants. Elles sont proportionnelles au carré de l'induction, et à l'inverse de la résistance de la tôle. Leur calcul détaillé est donné dans l'ouvrage [4], chapitre V, paragraphe 2.

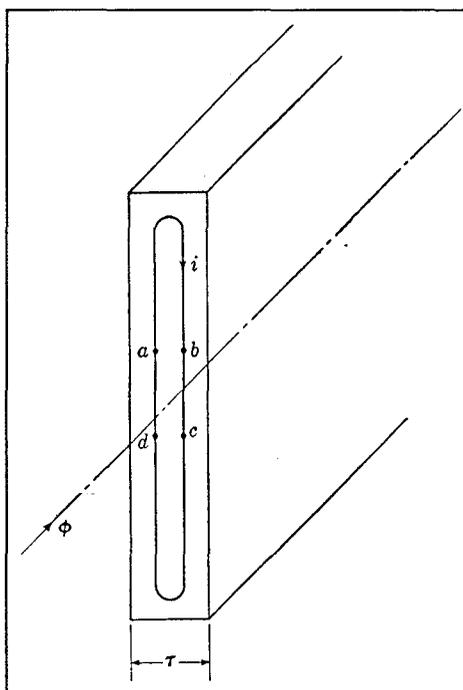


Fig.12: Courants de FOUCAULT dans une coupe du circuit magnétique.

La somme des pertes par hystérésis et des pertes par courants de FOUCAULT représente les pertes totales du circuit magnétique appelées **pertes fer** et notées **Pf**. On retient des calculs du chapitre V de la référence [4], qu'elles sont approximativement indépendantes de la charge. Pour cela, on les assimile aux pertes mesurées lorsque le secondaire est ouvert, appelées pertes à vide et notées **Pfm**.

$$P_f = P_H + P_F = P_{fm}$$

Les **pertes par courants induits** désignent les pertes liées au **flux de fuite**. Le flux magnétique créé par la circulation du courant primaire ne se referme pas toujours dans le circuit magnétique. Une partie du flux appelée flux de fuite se referme dans les enroulements ou à l'extérieur du circuit dans la cuve et les dispositifs de blindage, comme le montre la figure 13.

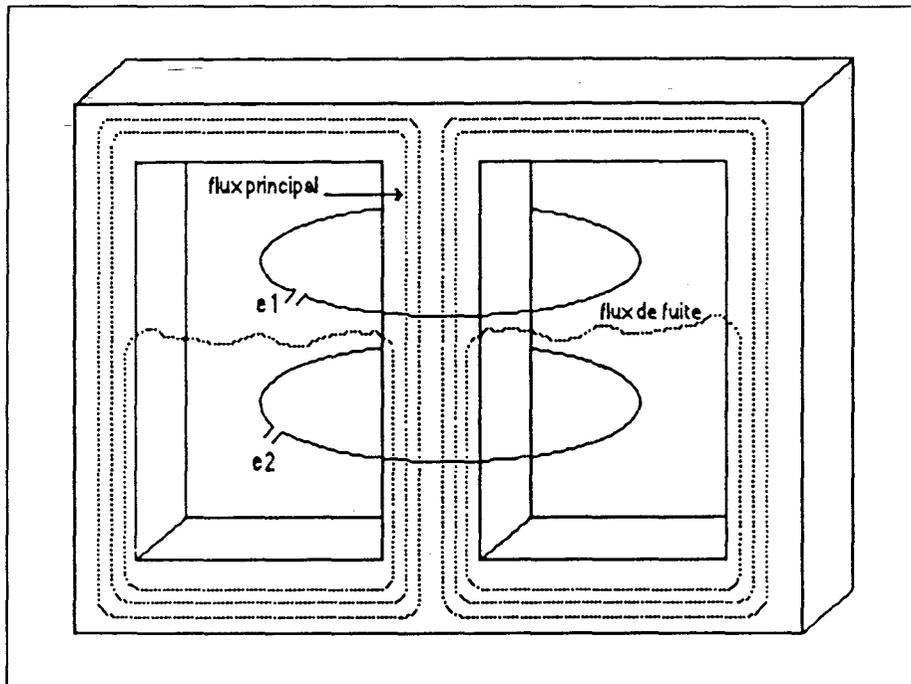


Fig.13: Flux principal dans le circuit magnétique et flux de fuite.

La présence du flux de fuite **dans les enroulements** provoque la circulation de **courants induits** dont le trajet se referme à l'intérieur d'un même conducteur (et qui sont dans ce cas des courants de FOUCAULT). Dans le but de réduire les pertes, les conducteurs sont habituellement subdivisés en brins (fig.9). Les brins sont ensuite brasés ensemble, au moins au niveau des entrées et sorties du courant dans un groupe de bobines. Cette opération a pour effet de créer des boucles dans lesquelles le champ de fuite induit des courants appelés **courants de circulation**. Les transpositions ou permutations (fig.10) habituellement réalisées dans les bobines permettent de réduire l'amplitude de ces courants de circulation.

La thèse de NGNEGUEU [5] fournit le calcul détaillé des pertes par courants induits et circulant dans les enroulements. On retient qu'elles sont proportionnelles au carré de la charge et à l'inverse de la résistance des enroulements, et donc diminuent lorsque la température augmente.

$$PI = PIn \chi^2 [310 / (235 + Tc)]$$

Il reste à évoquer les **pertes par courants induits dans la cuve et les dispositifs de blindage de la cuve** appelées parfois **pertes supplémentaires**. Celles-ci sont calculées à partir du flux de fuite par la méthode des éléments finis dans la thèse de NGNEGUEU [5]. Dans la suite de cette étude, on se limite au cas où le transformateur est dimensionné de façon à ce que les pertes supplémentaires dans les parties métalliques passives soient faibles devant les pertes de la partie active, et donc négligeables.

$$PS = 0$$

En résumé, les pertes sont des **sources d'échauffements** dans les différents éléments conducteurs du transformateur. Pour cela, on les regroupe en trois catégories:

- Les **pertes cuivre** dans les enroulements, notées **Pc**, sont dues à l'effet JOULE, aux courants induits (et circulant) et sont proportionnelles au carré du courant. De plus, une augmentation de la température dans les enroulements augmente les pertes JOULE et diminue les pertes par courants induits.

$$Pc = PJ + PI = PJn \chi^2 [(235 + Tc) / 310] + PIn \chi^2 [310 / (235 + Tc)]$$

- Les **pertes fer** regroupent les pertes par hystérésis et celles par courants de FOUCAULT dans le circuit magnétique. Elles peuvent être estimées constantes et assimilées aux pertes mesurées à vide.

$$Pf = PH + PF = Pfm$$

- Les **pertes supplémentaires**, dans les parties métalliques passives, sont considérées négligeables dans le cadre de cette étude.

$$PS = 0$$

Les **pertes totales** du transformateur, notées **PT**, s'expriment donc par:

$$PT = Pc + Pf$$

Malgré l'excellent rendement des transformateurs actuels (de l'ordre de 99,6 à 99,9%), les pertes sont des sources de chaleur importantes, compte-tenu des puissances mises en jeu. Un transformateur de 600MVA, par exemple, a des pertes totales de l'ordre du MégaWatt.

C'est pourquoi il est nécessaire de concevoir un système de refroidissement du transformateur, que l'on étudie dans le paragraphe suivant.

## **1.2.2. LE CIRCUIT D'HUILE: SYSTEME DE REFROIDISSEMENT**

Après avoir étudié la partie active du transformateur et les phénomènes électromagnétiques, on s'intéresse maintenant aux isolants qui ont un rôle à la fois diélectrique, électromécanique et thermique.

Dans ce paragraphe, on évoque d'abord l'**aspect diélectrique** et on décrit les **pièces isolantes**.

Puis on étudie le **système de refroidissement** par la circulation de l'**huile**.

On voit alors que l'utilisation de **cales** et le choix judicieux de leur emplacement est un **compromis** permettant à la fois une bonne tenue aux efforts électromécaniques et un refroidissement correct de la partie active.

On fait enfin un bilan des **transferts thermiques** intervenant dans le transformateur.

### 1.2.2.1. L'ASPECT DIELECTRIQUE DU TRANSFORMATEUR

Les différents points des enroulements sont à des tensions différentes. Des amorçages électriques (ou courts-circuits) indésirés peuvent alors se produire en plusieurs endroits:

- entre les phases et le circuit magnétique ou la cuve,
- entre les groupes d'une phase,
- entre les galettes d'un groupe,
- et même entre les spires d'une galette.

Pour cela, il est nécessaire d'intercaler des **pièces isolantes** et de respecter certaines **distances dites diélectriques** proportionnelles aux différences de tension. La figure 14 montre que les distances entre groupes sont supérieures à celles entre galettes d'un même groupe. De même, les distances entre les galettes à haute tension et le circuit magnétique sont supérieures à celles entre les galettes à basse tension et le circuit. Ceci permet une répartition homogène du champ électrostatique c'est-à-dire un espacement régulier entre les lignes équipotentielles.

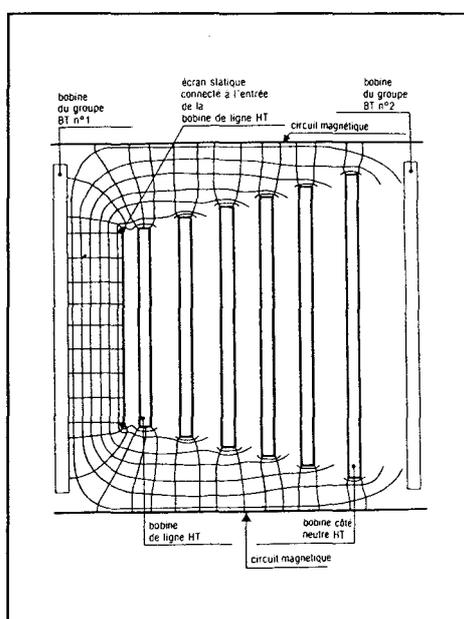
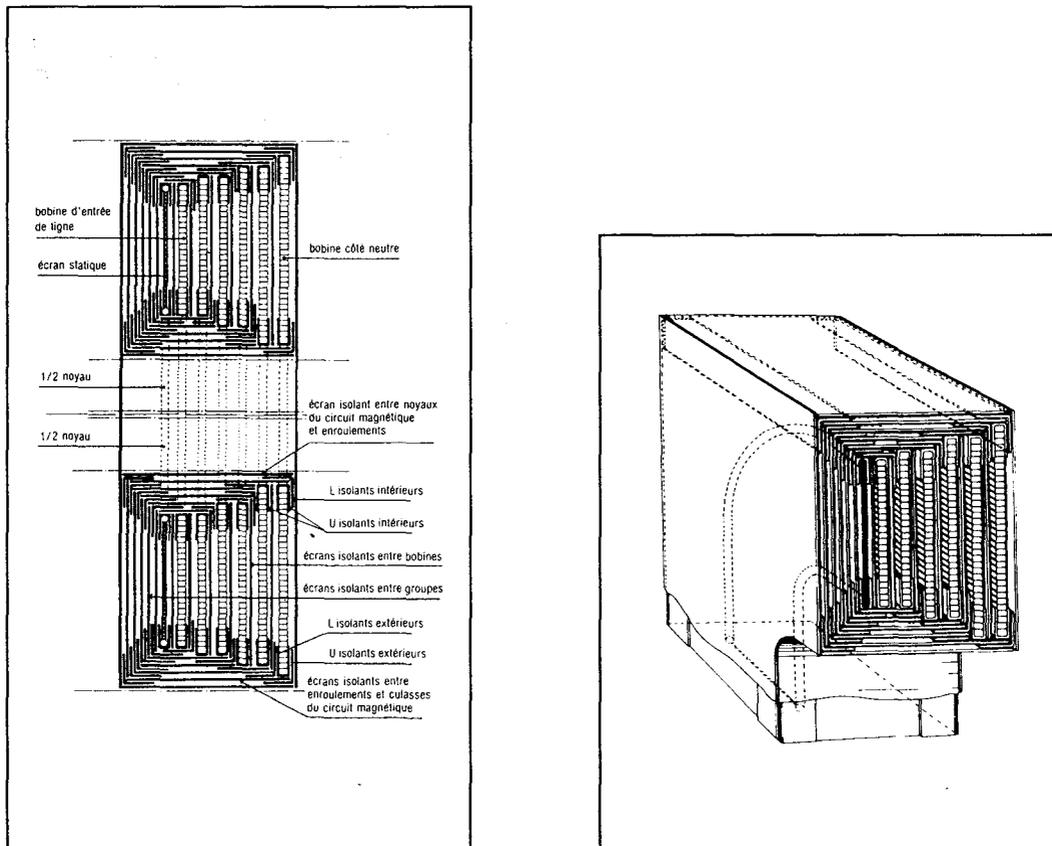


Fig. 14: Répartition du champ électrostatique et des lignes équipotentielles autour des galettes d'un groupe haute tension.

On utilise à JST les **pièces isolantes** suivantes:

- des **écrans** en carton entre les galettes et entre les groupes dont la forme est proche de celle des galettes;
- des cartons en forme de **U** ou de **L** appelés **habillage** épousant le contour des galettes et isolant les groupes du circuit magnétique;
- du **papier** parfois accompagné d'une bande de carton entre les spires (figure 8).

Les figures 15 et 16 montrent l'enchevêtrement des écrans et des habillages en U ou en L dans un groupe haute tension.



Figures 15 et 16: Coupe schématique et perspective cavalière d'un groupe haute tension à 6 bobines à isolement gradué et comportant un écran statique.

On peut terminer la présentation de l'aspect diélectrique en signalant que les pièces isolantes doivent assurer la tenue diélectrique du transformateur non seulement en fonctionnement normal, mais aussi en cas de **choc électrique** (ce qui justifie la présence de l'écran statique des figures 15 et 16). Elles doivent, de plus, supporter les **efforts électromécaniques** qui sont énormes en cas de court-circuit (plusieurs MégaNewtons).

### 1.2.2.2. LE CIRCUIT DE REFROIDISSEMENT PAR HUILE

Le dégagement de chaleur occasionné par les pertes dans le transformateur nécessite d'élaborer un système de refroidissement. Celui-ci consiste en un **circuit de circulation d'un fluide** qui doit être **isolant**. Deux types de fluide sont utilisables: l'air et l'huile. Celle-ci transporte mieux la chaleur et améliore la tenue diélectrique des cartons en les imprégnant. C'est pourquoi on utilise dans les transformateurs de puissance de l'**huile minérale**.

Le **circuit de refroidissement** (fig.17) se compose:

- d'un ensemble de **canaux** ménagés dans la partie active dans lesquels l'huile reçoit les pertes,

- d'un **échangeur** de chaleur à l'extérieur de la cuve où l'huile évacue les calories.

Ainsi, l'**huile transporte la chaleur** de la partie active vers l'extérieur du transformateur.

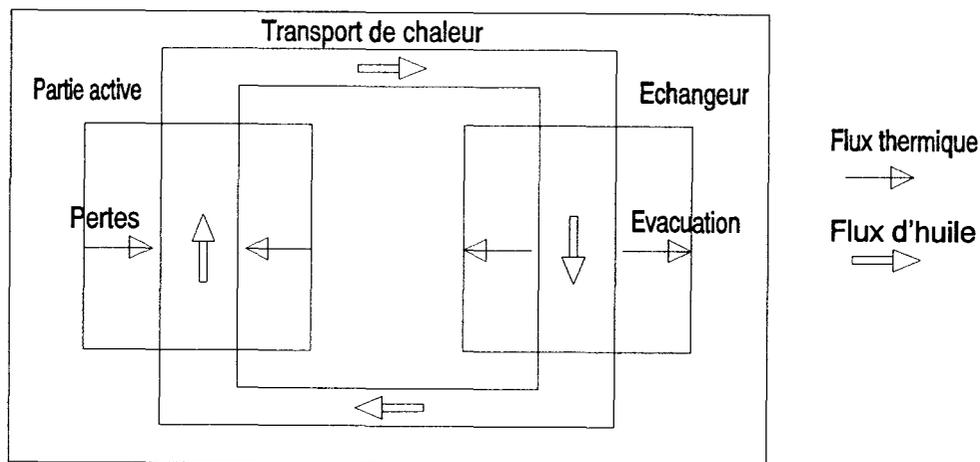


Fig.17: Schéma de principe du circuit de refroidissement

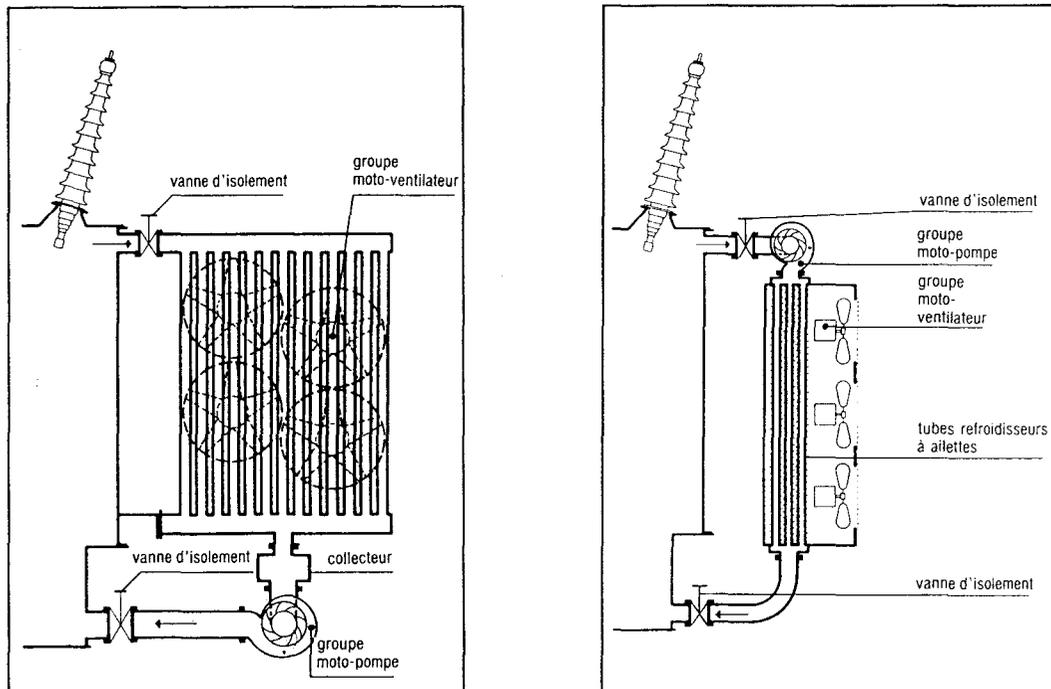
En l'absence de pompe, les différences de température dans l'huile la mettent en mouvement. Ce phénomène se nomme **circulation naturelle** de l'huile.

En général, une pompe force le mouvement de l'huile: on parle alors de **circulation forcée**.

Les **échangeurs de chaleur** permettent l'évacuation énergétique de l'huile vers un autre fluide extérieur au transformateur: le plus souvent l'air, parfois l'eau. On distingue deux types d'échangeurs: les radiateurs et les échangeurs compacts.

Les **radiateurs** sont traversés par l'huile et entourés d'air ambiant. Ils sont souvent accompagnés de **ventilateurs** favorisant le mouvement de l'air et par conséquent l'évacuation énergétique (fig.18).

Les **échangeurs compacts** canalisent chacun des fluides dans des réseaux tubulaires. On distingue les **aéroréfrigérants** (fig.19) des **hydroréfrigérants** plus efficaces car l'eau transporte mieux la chaleur que l'air.



Figures 18 et 19: Refroidissement par circulation forcée de l'huile dans des radiateurs ventilés (à gauche) ou dans des aéroréfrigérants (à droite).

### 1.2.2.3. LE ROLE DES CALES

Dans la partie active, l'huile doit circuler de bas en haut (fig.17) autour du circuit magnétique et le long de chaque galette.

Le passage de l'huile entre les bobines pose toutefois deux problèmes.

- D'un point de vue diélectrique, les distances entre galettes doivent être supérieures à celles que l'on choisirait dans le cas où seul du carton imprégné séparerait les galettes.

- De plus, la présence du fluide diminue la rigidité mécanique des enroulements. Pour supporter les efforts électromécaniques, il faut alors prévoir des appuis réguliers sur la galette. En particulier, les longueurs de spire non soutenue ne doivent pas excéder une certaine valeur (de l'ordre de 100mm).

On voit, par conséquent, que, pour des galettes de plusieurs mètres de haut, on ne peut pas aménager des canaux verticaux, car certaines spires ne seraient pas du tout soutenues sur presque toute la hauteur de la bobine. On se rend compte assez rapidement qu'il est impossible de trouver une géométrie de canaux simple et permettant à la fois de répondre à ce problème et de laisser passer une grande quantité d'huile contre les galettes.

C'est pourquoi on utilise un système de **cales** collées sur les écrans de façon à être placées contre chaque face de chaque galette. L'huile entre dans la phase par des chicanes dans l'habillage, prévus dans la partie basse jusqu'aux axes à 45° des parties arrondies inférieures. Puis elle circule le long des galettes de bas en haut dans les espaces laissés libres entre les cales. Enfin l'huile sort par l'habillage supérieur, également ouvert jusqu'aux axes à 45°.

Parmi les diverses possibilités de positionner les cales, JST a retenu la disposition ou **motif des cales inclinées à 45°** de la figure 20 de la page suivante.

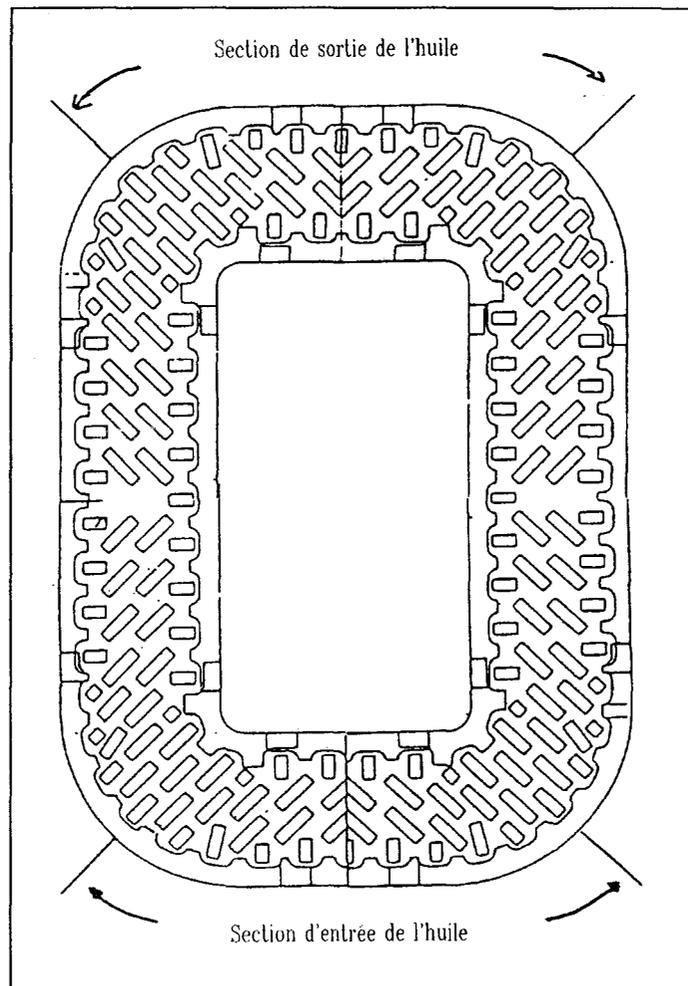


Fig.20: Disposition des cales inclinées à 45° et de l'habillage.

La disposition des cales inclinées à 45° répond à l'imposition de soutenir les spires régulièrement sur tout leur parcours, qu'il soit vertical, horizontal, ou arrondi.

D'un point de vue thermique, elle présente les avantages suivants:

- malgré le nombre important de cales nécessaires à la tenue mécanique, la surface d'occupation des cales sur la galette peut être faible (en général de l'ordre de 30%), ce qui donne une bonne surface d'échange entre les galettes et l'huile;
- le motif de cales présente peu de zones de recirculation comme il y en aurait au-dessus de cales disposées horizontalement;
- l'inclinaison à 45° et la fermeture de l'habillage sur la moitié des arrondis permettent de diriger légèrement l'huile vers les parties hautes et basses du canal, où le flux d'huile est moins important que dans la partie droite en raison de la présence du circuit magnétique.

Le système de cales inclinées représente donc un **bon compromis** entre les aspects diélectrique, électromécanique et thermique, du dimensionnement du transformateur.

#### **1.2.2.4. LES TRANSFERTS THERMIQUES DANS LE TRANSFORMATEUR**

Les différents éléments constituant le transformateur, et les phénomènes électromagnétiques, diélectriques, électromécaniques et thermiques ont désormais tous été décrits. On se propose maintenant d'approfondir quelques notions sur la nature des échanges thermiques. On distingue **trois modes de transfert de la chaleur**: conduction, rayonnement, et convection; dont les définitions précises sont données dans l'ouvrage de SACADURA [G1], chapitre I, paragraphe 2.

L'énergie thermique d'un milieu correspond à l'agitation (ou mouvement désordonné) de ses particules élémentaires (molécules, atomes, électrons...). Celles-ci, ayant une certaine liberté de mouvement, peuvent échanger tout ou une partie de leur énergie thermique. La **température** d'un corps représente le potentiel de l'énergie thermique. La répartition des températures dans le transformateur décrit son état thermique.

La **conduction** correspond à l'interaction directe entre les particules élémentaires voisines. Ce mode d'échange tend à une distribution homogène, au sein du milieu, de l'énergie thermique, par diffusion des zones où la température est élevée vers les zones où elle est plus faible. La conduction se produit dans tous les matériaux du transformateur et aussi dans l'air environnant, dès la mise en route et l'apparition de sources de chaleur dues aux pertes. La direction et l'intensité des échanges thermiques dépendent de la nature des matériaux. On distingue les **milieux homogènes** composés d'un seul matériau des **milieux hétérogènes**. Dans les galettes composées des conducteurs en cuivre et des isolants en papier, la conduction de chaleur est, tout comme celle du courant, plus facile dans le sens des spires.

Des échanges de chaleur peuvent également avoir lieu à distance par l'intermédiaire d'ondes électromagnétiques. En effet, les particules élémentaires d'un corps peuvent émettre des radiations électromagnétiques et perdre de l'énergie thermique, ou peuvent, au contraire, absorber ces radiations en gagnant de l'énergie. Ces phénomènes correspondent au **rayonnement**. Celui-ci peut avoir lieu lorsque les corps sont séparés par un milieu suffisamment transparent pour transmettre les ondes électromagnétiques. Dans le cas du transformateur, il s'agit des échanges entre la cuve ou l'échangeur et l'air extérieur.

Enfin, la **convection** est le mode de transfert thermique résultant du mélange des diverses parties d'un fluide à des températures différentes. A la différence des deux autres, ce phénomène se produit à l'échelle macroscopique, et uniquement dans un fluide, dont les possibilités de déformation confèrent une liberté de mouvement et par là-même une capacité de transporter la chaleur directement. La convection a donc lieu dans l'huile du transformateur, ainsi que dans l'air environnant et l'eau dans le cas d'un hydroréfrigérant.

La convection correspond cependant à deux mécanismes physiques distincts.

- La **convection forcée** a lieu lorsque le mouvement du fluide est produit par une action extérieure. C'est le plus souvent le cas dans le transformateur de puissance puisqu'une pompe fait en général circuler l'huile dans la partie active et l'échangeur, et que l'air est souvent ventilé autour du radiateur ou dans l'aéroréfrigérant.

- La **convection libre ou naturelle** se produit dans le cas où le mouvement du fluide résulte simplement de la différence de densité entre les parties chaudes et froides du fluide. Ce phénomène se produit en particulier dans l'air extérieur à la cuve.

Dans les canaux d'huile du transformateur, la conduction et la convection sont donc **couplées**.

Toutefois on distingue:

- les zones proches des solides ou **couches limites** où la vitesse est faible en raison de l'adhérence du fluide aux parois, et où les phénomènes de conduction et de convection sont d'ampleur comparable;

- les zones éloignées de la paroi (à partir de 1 mm environ) où la conduction est négligeable devant la convection.

On différencie donc le **transfert conducto-convectif à la paroi** des solides chauffants (galettes, circuit magnétique, cuve) et le **transport convectif** dans le fluide. La convection regroupe ces deux phénomènes.

En résumé, le système de refroidissement du transformateur évacue les pertes, sources de chaleur des parties métalliques, par un ensemble de **transferts thermiques** entre chaque partie chauffante et l'huile d'une part, entre l'huile et l'air ou l'eau de l'échangeur d'autre part.

**Entre les galettes et l'huile** se produisent:

- la conduction hétérogène dans les spires composées de cuivre et de papier, ainsi que dans les cales, les écrans et l'habillage en carton;
- le transfert conducto-convectif principalement aux surfaces de la galette non couverte de cales, mais également aux autres parois en contact avec l'huile;
- le transport convectif, le plus souvent forcé, de bas en haut, dans l'huile.

**Entre le circuit magnétique et l'huile** ont lieu:

- la conduction dans le fer,
- la convection aux parois du circuit en contact avec l'huile.

**La cuve** est concernée par:

- la conduction dans la cuve et tous les solides en contact,
- la convection avec l'huile d'un côté et l'air de l'autre,
- le rayonnement dans l'air environnant.

**Dans l'échangeur de chaleur** se produisent:

- la convection dans l'huile,
- la conduction dans le métal constituant l'échangeur,
- la convection dans l'air ou l'eau,
- le rayonnement dans l'air.

### **1.2.3. LE VIEILLISSEMENT THERMIQUE DES ISOLANTS: DEGRADATION DIELECTRIQUE DU TRANSFORMATEUR**

On a précédemment décrit les échauffements causés par les pertes ainsi que le système de refroidissement par le circuit d'huile. On voit, dans ce paragraphe, le rôle joué par les isolants qui subissent une dégradation progressive sous l'effet des sollicitations thermiques, pouvant mettre en cause la tenue diélectrique du transformateur.

Si les métaux conducteurs peuvent supporter des températures importantes sans que leurs propriétés physiques et chimiques soient notablement dégradées, il n'en est pas de même pour les matériaux isolants, qu'ils soient solides comme le papier ou le carton, ou fluides comme l'huile.

Sous l'effet d'une température élevée, les chaînes de molécules complexes formées par la cellulose du papier ou l'huile, se dégradent progressivement, provoquant un dégagement de gaz carbonique (dioxyde ou monoxyde de carbone), d'eau ou d'hydrogène. Ces phénomènes chimiques sont plus précisément décrits dans l'ouvrage de MOSER et DAHINDEN [6], chapitre S, paragraphe 3.1.1.

Ce processus a deux conséquences:

- à court terme, le dégagement de gaz et d'eau réduit la tenue diélectrique du transformateur, favorisant les risques d'amorçages;
- à long terme, la dégradation cumulative des isolants et de l'huile diminue l'espérance de vie du transformateur.

La **diminution de la tenue diélectrique** peut avoir des conséquences directes sur le transformateur. Le risque de claquage est le plus grand là où les sollicitations thermiques sont les plus élevées, c'est-à-dire aux points les plus chauds dans les isolants solides et dans l'huile. Les températures de ces **points chauds** ne doivent donc pas dépasser un certain seuil. Pour les transformateurs de grande puissance, ce risque à court terme est habituellement reconnu lorsque le point chaud de **l'isolation solide** dépasse la valeur de **120°C**, ou lorsque celui de **l'huile** dépasse **105°C**.

En-deçà de la valeur critique du point chaud, l'isolation ne provoque pas de risque diélectrique, mais subit tout de même une **dégradation** de nature **chimique**. Ce **processus** est **cumulatif** et conduit à un point où l'isolation n'est plus suffisante.

La loi thermo-cinétique d'ARRHENIUS, donnée dans l'ouvrage de MOSER et DAHINDEN [6], chapitre S, paragraphe 2, détermine la vitesse  $\nu$  de dégradation chimique d'un corps en fonction de sa température  $T$ :

$$\nu(T) = a \exp(b T)$$

expression dans laquelle  $a$  et  $b$  sont des constantes.

Dans un transformateur, la température à considérer est celle du point le plus chaud de l'isolation, qui est égale à celle du point chaud des enroulements  $TXc$ . Il est intéressant de comparer la vitesse de dégradation à la température  $TXc$  et celle à la température nominale  $TXcn$ :

$$\nu(TXc) = \nu(TXcn) \exp(b (TXc - TXcn))$$

Les travaux de MONTSINGER [7] ont montré que la vitesse de dégradation du papier doublait lorsque la température de fonctionnement augmentait d'environ 6 degrés, ce qui peut se traduire par:

$$\nu(TXc) = \nu(TXcn) 2^{((TXc - TXcn) / 6)}$$

La température des isolants étant reconnue comme le paramètre le plus influent sur le vieillissement du transformateur, on définit le **vieillessement relatif** du transformateur comme le rapport du vieillissement du papier à la température  $TXc$  par celui qu'il subirait à la température nominale  $TXcn$ . Le vieillissement relatif sur une certaine période de temps  $\Delta t$  est chiffrable par la **consommation relative de vie**  $\mathcal{C}$ :

$$\mathcal{C}(\Delta t) = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} \frac{\nu(TXc)}{\nu(TXcn)} dt = \frac{1}{\Delta t} \int_0^{\Delta t} 2^{((TXc(t)-TXcn)/6)} dt$$

**La tenue diélectrique et la durée de vie du transformateur sont donc directement liées aux températures atteintes par les points chauds de l'isolation solide et de l'huile.** Ceci prouve l'importance de connaître précisément la localisation et la température de ces **points chauds**.

### 1.3. CONNAISSANCES ACTUELLES

La seconde partie de ce chapitre a décrit l'ensemble des phénomènes thermiques se déroulant dans le transformateur cuirassé (pertes, transferts, points chauds), et a montré l'importance de bien maîtriser le dimensionnement du système de refroidissement. La troisième et dernière partie fait le point sur l'état des connaissances actuelles permettant de quantifier ces phénomènes.

La résolution des transferts thermiques fait appel à la mécanique des fluides. Or, les équations de la mécanique des fluides sont complexes et ne sont résolues analytiquement ou expérimentalement que dans quelques cas particuliers. De plus, les méthodes informatiques de résolution de ces équations, bien que se développant rapidement en ce moment avec les capacités croissantes des ordinateurs, ne traitent pas encore, sans grandes approximations, les géométries complexes, ce qui est particulièrement le cas dans les canaux de refroidissement des enroulements à cause des cales.

En raison de la complexité de résoudre le problème dans son ensemble, plusieurs méthodes simplifiées ont été développées par les constructeurs au cours des années. Certaines ont été généralisées et ont fait l'objet de **normes** aujourd'hui reconnues comme références. Cette partie commence par expliciter ces méthodes simplifiées.

Plusieurs constructeurs ont proposé quelques compléments et **améliorations** à ces méthodes. Ceux-ci seront évoqués par la suite.

Enfin, depuis l'apparition des fibres optiques, les capteurs thermiques électriquement isolants se sont développés, et plusieurs études ont été mises en oeuvre dans le but d'exploiter ces nouvelles possibilités de **mesures**.

Ce chapitre se termine par un **bilan** des connaissances actuelles et des possibilités de développement.

### 1.3.1. LES NORMES DE REFERENCE

Les **normes** servent de consensus entre les constructeurs et les utilisateurs de transformateurs de puissance. En fixant les critères correspondant à la fois aux exigences des utilisateurs et aux possibilités de réponse des constructeurs, elles servent bien souvent de **référence** dans les cahiers des charges. Les plus courantes, parmi les clients de JST-Lyon, sont celles de la **Commission Electrotechnique Internationale [8]** et de l'**American National Standards Institute [9]**.

Dans le domaine thermique, les normes sont essentiellement des **guides de charge** ayant deux fonctions principales:

- permettre de calculer les températures caractéristiques du transformateur en cas de surcharge,
- définir les risques encourus par le transformateur lorsque ces températures sont importantes.

Ces **risques** sont la réduction de la tenue diélectrique et l'accélération du vieillissement explicités dans le paragraphe 1.2.3. A ce sujet, la norme **ANSI [9]**, par exemple, donne les recommandations suivantes.

- Un transformateur a une durée de vie normale si la température des enroulements ou des conducteurs isolés ne dépasse jamais 120°C, si celle des autres métaux non en contact avec l'isolation ne dépasse pas 140°C, et si celle de l'huile au sommet de la cuve n'excède pas 105°C. Il peut fonctionner en permanence à la limite de ces valeurs sans aucun risque.
- Il peut subir des surcharges régulières de faible amplitude sans aucun risque également si la température du point chaud se situe entre 120°C et 130°C pendant 4 heures maximum par jour.
- Lorsqu'il est utilisé en appareil de secours, des surcharges moyennes amenant le point chaud entre 130°C et 140°C pendant 6 heures maximum par jour, ont des conséquences légères sur le vieillissement des isolants.
- Il peut également subir des surcharges importantes échauffant le point chaud entre 140°C et 180°C pendant 1 heure maximum par jour, mais avec des conséquences plus importantes sur son vieillissement, et des risques diélectriques immédiats.
- Le dépassement de ces valeurs est à proscrire.

Les **méthodes de calcul** des températures de ces deux normes sont sensiblement les mêmes et sont basées sur:

- la mesure des températures caractéristiques en régime nominal,
- l'extrapolation de ces températures en régime de surcharge.

A titre d'exemple, on cite la méthode utilisée dans le guide de charge **CEI [8]**, avec toutefois des notations personnalisées dans un souci de cohérence avec celles du chapitre 2.

Les **grandeurs thermiques mesurées** (indice **m**) lors des essais de chaque transformateur sont:

- les pertes fer **P<sub>fm</sub>** mesurées lors de l'essai à vide (c'est-à-dire avec la tension nominale au primaire et le secondaire ouvert),
- les pertes cuivre **P<sub>cm</sub>** mesurées lors de l'essai en court-circuit (avec le courant nominal au primaire et le secondaire en court-circuit),
- les pertes totales **P<sub>Tm</sub>**, somme des deux précédentes,
- les résistances des enroulements **R<sub>1m</sub>** et **R<sub>2m</sub>** mesurées lors de l'essai d'échauffement (avec la charge nominale et le montage en court-circuit d'un des enroulements), dont la relation avec la température permet de donner les températures moyennes des enroulements **T<sub>1m</sub>** et **T<sub>2m</sub>**,
- les températures mesurées dans les parties hautes et basses du transformateur **T<sub>Hm</sub>** et **T<sub>Bm</sub>**, dont la moyenne fournit la température d'huile moyenne **T<sub>hm</sub>**,
- la température ambiante **T<sub>am</sub>**.

Le **régime nominal** (indice **n**) est défini par la charge et la température ambiante nominales. Si la charge est toujours très proche du nominal lors de l'essai d'échauffement, il n'en est pas de même pour la température ambiante. Les valeurs mesurées sont donc corrigées:

- les températures nominales **T<sub>1n</sub>**, **T<sub>2n</sub>**, **T<sub>Hn</sub>**, **T<sub>Bn</sub>**, **T<sub>hn</sub>** et **T<sub>an</sub>** corrigées en ajoutant aux valeurs mesurées la différence entre l'ambiante nominale et l'ambiante mesurée,
- les pertes fer nominales **P<sub>fn</sub>** égales à celles mesurées,
- les pertes cuivre **P<sub>cn</sub>** corrigées en fonction de la variation de résistance des enroulements avec la température,
- les pertes totales nominales **P<sub>Tn</sub>** données par la somme,
- la différence de la température moyenne d'huile avec celle de l'air ambiant ou **échauffement d'huile moyen nominal**:  $HM_n = T_{hn} - T_{an}$ ,
- les différences de température moyenne entre les enroulements et l'huile appelées "**gradients**" moyens des enroulements:

$$GM_{1n} = T_{1n} - T_{hn} \text{ et } GM_{2n} = T_{2n} - T_{hn}.$$

Ces valeurs nominales permettent de **garantir** les valeurs d'échauffement d'huile et des gradients calculées par les constructeurs.

Le **calcul du point chaud** exposé dans la norme CEI, repose sur la figure 21 et les hypothèses simplificatrices suivantes.

- La température de l'huile à l'intérieur des enroulements est supposée augmenter linéairement depuis le bas jusqu'au sommet des canaux, en fonction des pertes dans l'enroulement. Ainsi, on différencie les températures d'huile au sommet de chaque enroulement  $TSE1$  et  $TSE2$  de la température d'huile haute  $TH$ , tandis que la température d'huile basse  $TB$  est commune. Pour cela, on définit l'échauffement d'huile au bas de la cuve nominal:

$$HBn = TBn - Tan$$

- L'échauffement moyen du conducteur croit linéairement, dans le sens ascendant, et parallèlement à l'échauffement de l'huile: le gradient  $GM$  est donc constant de bas en haut.

- L'échauffement du point chaud est supérieur à l'échauffement moyen du conducteur au sommet de l'enroulement. Pour les transformateurs de grande puissance, on ajoute aux gradients moyens  $GM1n$  et  $GM2n$  une marge de 30% pour obtenir les gradients des points chauds:

$$GX1n = 1.3 GM1n \quad \text{et} \quad GX2n = 1.3 GM2n$$

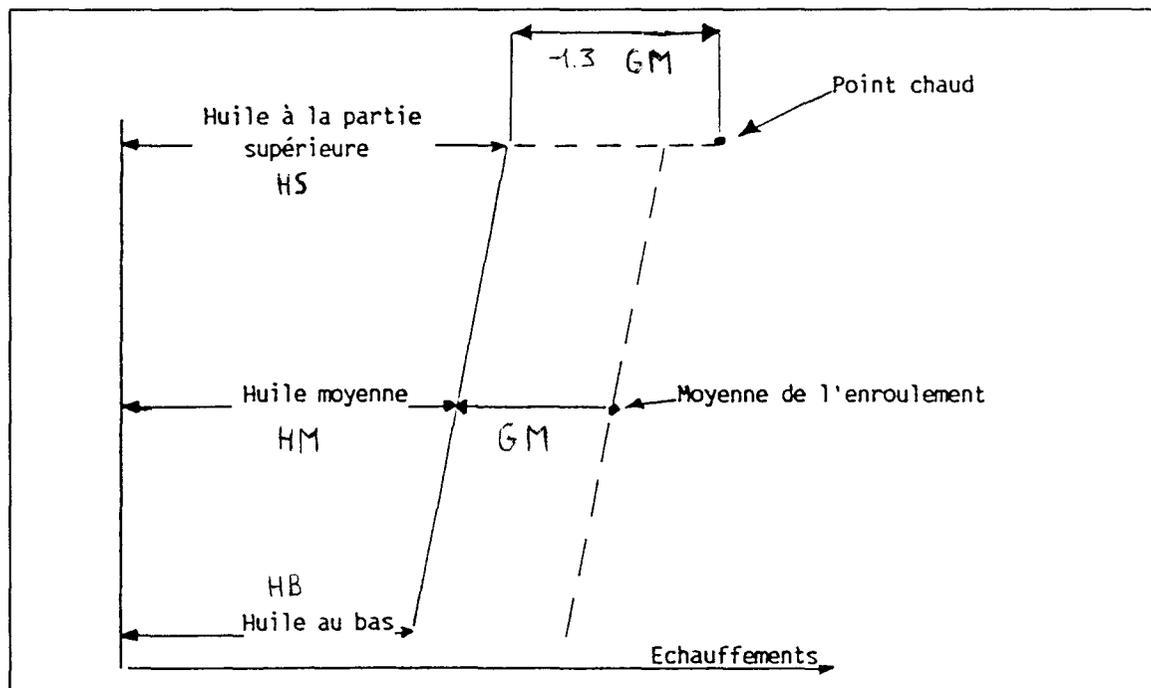


Fig.21: Diagramme thermique supposé de l'enroulement

Ainsi, la **température nominale du point chaud** dans l'enroulement primaire s'écrit:

$$TX1n = Tan + HBn + (TSE1n - TBn) + 1.3 GM1n$$

Dans la norme CEI, les **surcharges** sont supposées être des fonctions en escalier, c'est-à-dire que la charge  $\mathcal{X}$  est une fonction constante par paliers.

Lorsque on applique la charge  $\mathcal{X}$ , les pertes cuivre  $P_c$  varient approximativement avec le carré de la charge, tandis que les pertes fer  $P_f$  restent constantes. Si on appelle  $\rho$  le rapport  $P_{cn}/P_{fn}$ , les pertes totales  $PT$  valent:

$$PT = PT_n (\mathcal{X}^2 P_{cn} + P_{fn}) / (P_{cn} + P_{fn}) = PT_n (\mathcal{X}^2 \rho + 1) / (\rho + 1)$$

L'échauffement de l'huile en bas de la cuve se stabilise à une valeur  $HB$ , proportionnelle aux pertes totales à un exposant  $\mathcal{X}$ , qui vaut **0.9** en circulation naturelle et **1** dans les autres cas:

$$HB = HB_n [(\mathcal{X}^2 \rho + 1) / (\rho + 1)]^{\mathcal{X}}$$

Le gradient des enroulements et l'échauffement de bas en haut de l'huile dans les enroulements, sont proportionnels à la charge élevée à la puissance  $\mathcal{Y}$ , qui vaut **2** en circulation dirigée et **1.6** dans les autres cas:

$$\begin{aligned} GM1 &= GM1_n \mathcal{X}^{\mathcal{Y}} \\ TSE1 - TB &= (TSE1_n - TB_n) \mathcal{X}^{\mathcal{Y}} \end{aligned}$$

Ceci donne la **valeur stabilisée du point chaud**:

$$TX1 = T_a + HB_n [(\mathcal{X}^2 \rho + 1) / (\rho + 1)]^{\mathcal{X}} + (TSE1_n - TB_n) \mathcal{X}^{\mathcal{Y}} + 1.3 GM1_n \mathcal{X}^{\mathcal{Y}}$$

En **régime transitoire thermique**, les paliers de charge sont supposés suffisamment longs (au moins une demi-heure) pour négliger la constante de temps des enroulements. En conséquence, le cuivre atteint son gradient stabilisé  $GM1$  instantanément. Il n'en est pas de même pour l'échauffement d'huile qui est une courbe en exponentielle. Si l'on note  $t$  le temps,  $t_0$  l'instant du changement de charge, et  $\tau$  la constante de temps thermique du transformateur, alors  $HB(t)$  tend vers la valeur  $HB$  suivant:

$$HB(t) = HB(t_0) + (HB - HB(t_0)) (1 - \exp(-(t_0 - t) / \tau))$$

Ces équations constituent la méthode de calcul thermique recommandée par les normes. Les constructeurs l'utilisent avec quelques compléments et parfois certaines améliorations.

## 1.3.2. LES AMELIORATIONS PROPOSEES PAR LES CONSTRUCTEURS

En général, les constructeurs dimensionnent thermiquement leurs transformateurs pour un régime nominal, et utilisent, pour cela, un certain nombre de méthodes courantes. Cependant, pour répondre à quelques besoins particuliers, certains ont développé et proposé de nouvelles méthodes.

### 1.3.2.1. LES METHODES COURANTES

Les méthodes dites courantes sont celles qui permettent de prédéterminer les températures nominales des enroulements et de l'huile en fonction des pertes et de la température ambiante.

Pour le calcul de l'échauffement d'huile nominal  $HM_n$ , on utilise les théories des échangeurs de chaleur. On calcule la conductance thermique  $K_{ha}$  (en W/K) en fonction des débits et des propriétés thermo-physiques de l'huile et de l'air (ou de l'eau dans le cas d'un hydroréfrigérant) en négligeant le plus souvent la conduction dans l'échangeur et le rayonnement dans l'air. Ces méthodes seront reprises dans le modèle thermique analytique et explicitées à ce moment dans le chapitre 2. On retient pour l'instant la relation:

$$HM_n = PT_n / K_{ha}$$

La différence entre les températures d'huile dans les conduites hautes et basses s'obtient par le bilan énergétique des canaux d'huile de l'échangeur qui exprime les pertes totales évacuées en fonction du débit massique d'huile  $DM_h$  et de sa chaleur massique  $C_{ph}$  selon:

$$PT_n = DM_h C_{ph} (TH_n - TB_n)$$

On déduit de ces relations les températures d'huile nominales:

$$Th_n = Tan + HM_n$$

$$TH_n = Th_n + PT_n / (2 DM_h C_{ph})$$

$$TB_n = Th_n - PT_n / (2 DM_h C_{ph})$$

Les températures d'huile au sommet des enroulements s'obtiennent également par le bilan énergétique des canaux. Ainsi, pour l'enroulement primaire soumis aux pertes nominales  $P_{1n}$ , et dont les canaux sont traversés par le débit massique d'huile  $DM_{h1}$ , on trouve:

$$TSE_{1n} = TB_n + P_{1n} / (DM_{h1} C_{ph})$$

Les **gradients des enroulements en régime nominal** sont calculés selon un modèle thermique unidirectionnel du transfert entre les galettes et l'huile, et l'expérience des constructeurs.

Le **modèle thermique unidirectionnel** repose sur la figure 22 et sur la considération suivante: le **transfert thermique entre le cuivre et l'huile se produit par le chemin le plus conducteur**. Le cuivre et l'huile en mouvement conduisant la chaleur mieux que le papier isolant et les cales en carton, le chemin le plus conducteur est celui qui traverse la plus faible épaisseur d'isolant. Le flux généré dans le cuivre sous une cale passe donc successivement par le cuivre face à l'huile, et par le papier isolant entre le cuivre et l'huile, avant d'atteindre l'huile.

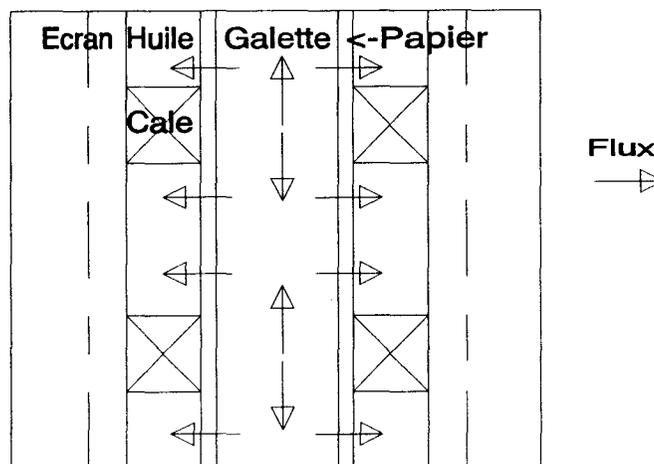


Fig.22: Flux thermiques entre le cuivre et l'huile.

Les différences de températures dans le cuivre et dans l'huile en mouvement sont négligées en raison de la bonne conductivité. En conséquence le gradient moyen se décompose en deux termes appelés "**gradient papier**" et "**gradient surface**".

$$GM = GP + GS$$

Le premier correspond à la conduction dans le papier isolant, et s'exprime en fonction de l'épaisseur **EPP** et la conductivité  $\lambda_p$  (en W/m/K) du guilage en papier, de la surface d'échange **S** correspondant à la surface de galette non couverte de cales, et des pertes nominales de l'enroulement **Pn** selon:

$$GPn = (Pn EPP) / (\lambda_p S)$$

Le second terme correspond au transfert conducto-convectif entre la paroi de la galette et l'huile, et est inversement proportionnel au coefficient d'échange convectif  $H$  (en  $W/m^2/K$ ) suivant:

$$GS_n = P_n / (H S)$$

L'expérience de JST [3] fournit les valeurs numériques de la conductivité du papier imprégné d'huile:

$$\lambda_p = 0.17 \text{ W/m/K}$$

De même, on sait que le coefficient d'échange convectif varie avec la vitesse et la viscosité de l'huile, ainsi que l'épaisseur des canaux de refroidissement entre les galettes. Cependant, dans la plupart des cas, la vitesse minimale de l'huile (celle qui correspond à l'absence de cales) varie de 0.1 à 0.3 m/s, la température nominale de l'ordre de 50 à 70°C fixe la plage de variation de la viscosité, l'épaisseur des canaux d'huile varie entre 4 et 8 mm. Les mesures faites dans ces plages ont montré qu'on pouvait, en première approximation, négliger l'influence de la viscosité et celle de l'épaisseur des canaux, et quantifier celle de la vitesse par un exposant 0.8. Enfin, la valeur du coefficient convectif est d'environ 500  $W/m^2/K$  pour une vitesse minimale  $V_{MIN}$  de 0.25 m/s. C'est pourquoi on utilise couramment la relation suivante [3]:

$$H = 1500 V_{MIN}^{0.8}$$

En résumé, les constructeurs utilisent:

- les méthodes de calcul de l'échauffement de l'huile et des gradients énoncées ci-dessus,
- les normes pour le calcul du point chaud et des transitoires dus aux surcharges.

A cela peuvent s'ajouter différentes améliorations présentées ci-après.

### 1.3.2.2. LES DEVELOPPEMENTS DANS LE DOMAINE THERMIQUE

Pour répondre aux besoins de certains utilisateurs, de nouvelles méthodes de calcul thermique du transformateur ont été développées, et des améliorations ont été proposées pour le calcul en régime stabilisé des températures moyennes caractéristiques et des points chauds, ainsi que pour le calcul en régime variable des surcharges.

Afin d'améliorer le **calcul des gradients**, certains ont proposé d'étudier en détail la conduction dans les enroulements, en particulier lorsque les conducteurs sont séparés en plusieurs brins. C'est le cas de VENKATESWARLU et PRASAD en 1984 [10] qui utilisent la méthode des éléments finis pour obtenir la répartition des températures dans une coupe d'un conducteur.

L'autre possibilité d'améliorer la précision du calcul des gradients, est de mieux appréhender le coefficient d'échange convectif. Le paramètre le plus influent sur la convection étant la répartition des vitesses, certains ont proposé une étude hydraulique (calcul des vitesses et des pressions) du transformateur préalable au calcul thermique. YAMAGUCHI, KUMASAKA, INUI, ONO en 1981 [11] ont étudié le phénomène de thermo-siphon, base de la convection naturelle, dans un transformateur. PIVRNEC, ALLEN, HAVLICEK en 1987 [12] tiennent compte des fluctuations de température pour corriger les pertes de charge et les débits dans le cas de la convection forcée par une pompe.

Les effets des autres paramètres de l'écoulement ont également été étudiés. AUBIN et LANGHAME en 1992 [13] étudient l'effet de la viscosité de l'huile sur le refroidissement en circulation naturelle des transformateurs, afin de déterminer les risques de fonctionnement à très basse température ambiante lorsque l'huile est figée. GRUBB, HUDIS, TRAUT en 1981 [14] ont montré, à travers l'étude comparative du refroidissement par six huiles différentes, que le choix de l'huile pouvait permettre de changer le dimensionnement du transformateur.

Pour déterminer l'effet cumulé des différents paramètres de l'écoulement, WALLNIG en 1982 [15] utilise des résultats de l'analyse dimensionnelle dans le calcul du coefficient d'échange convectif global entre les enroulements et l'huile.

KUZE, MITSUI, TAKEDA, SUZUKI en 1970 [16] utilisent également l'analyse dimensionnelle et un dispositif expérimental reproduisant les conditions d'échange thermique du transformateur, pour déterminer le coefficient d'échange convectif local. Ceci leur permet ensuite de modéliser la bobine par un réseau de résistances thermiques conductives et convectives, ces dernières étant liées aux vitesses locales. Ce réseau a l'avantage de tenir compte de l'inhomogénéité des pertes et de permettre un calcul numérique des températures dans différents points de l'enroulement, et donc d'avoir une estimation de la température du **point chaud** (fig.23).

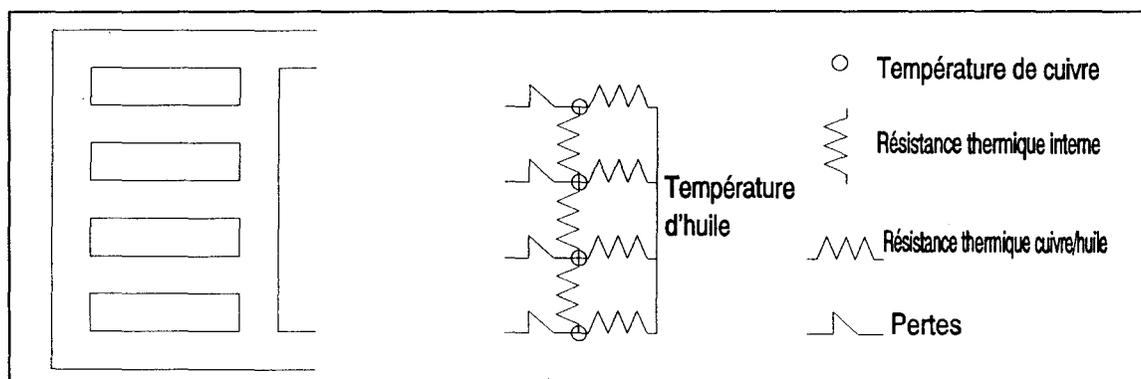


Fig.23: Modélisation thermique d'une bobine par un réseau de résistances.

OLIVER en 1980 [17] a testé une autre méthode de discrétisation, non pas dans la bobine mais dans le canal d'huile l'entourant. Il s'agit de la méthode nodale représentant le fluide comme un réseau de noeuds et de mailles. Les températures et pressions sont calculées à chaque noeud par les lois de conservation de la masse et de l'énergie. Sur les mailles entre les noeuds sont calculés les vitesses supposées unidirectionnelles, ainsi que les flux thermiques provenant de la bobine et se propageant dans l'huile. Ce modèle aboutit également à une estimation de la température du point chaud (fig.24).

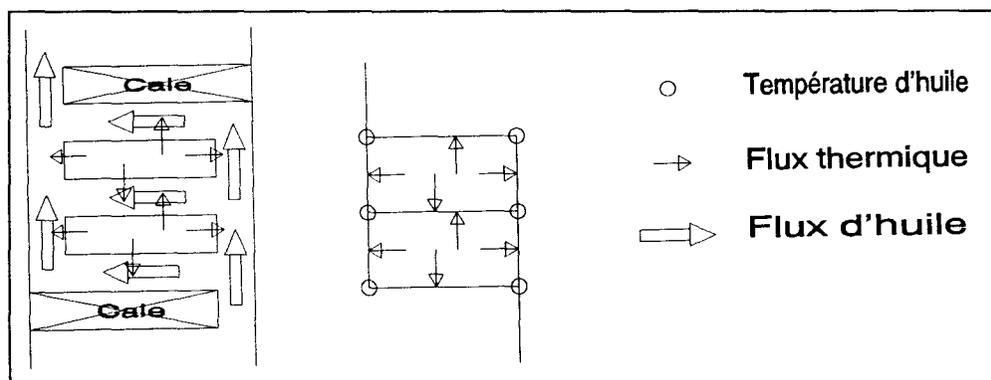


Fig.24: Modélisation thermique d'un canal d'huile par la méthode nodale.

A ces travaux visant à connaître la répartition spatiale des températures dans le transformateur, s'ajoutent ceux cherchant à déterminer l'évolution temporelle de ces températures lorsque la charge est variable.

DeKUIJPER en 1984 [18] a proposé d'ajouter aux équations des normes, une équation transitoire des gradients analogue à celle de l'échauffement d'huile. Il a montré que l'utilisation de la constante de temps des enroulements a des effets non négligeables sur les valeurs des températures pendant 30 minutes après un changement de charge.

LINDSAY en 1984 [19] utilise l'analogie entre les domaines électriques et thermiques pour modéliser le transformateur par un réseau de résistances et de capacités, dans lequel les pertes jouent le rôle d'une source de courant électrique. Les résistances utilisées sont identifiées par un essai du transformateur en surcharge. Ce modèle calcule les températures moyennes des enroulements, du circuit magnétique, de l'huile et de la cuve en régime variable pour une charge pouvant être différente d'une fonction constante par paliers.

WALLNIG en 1982 [15] utilise également l'analogie électrique (fig.25) mais en calculant les résistances thermiques d'après des résultats de l'analyse dimensionnelle.

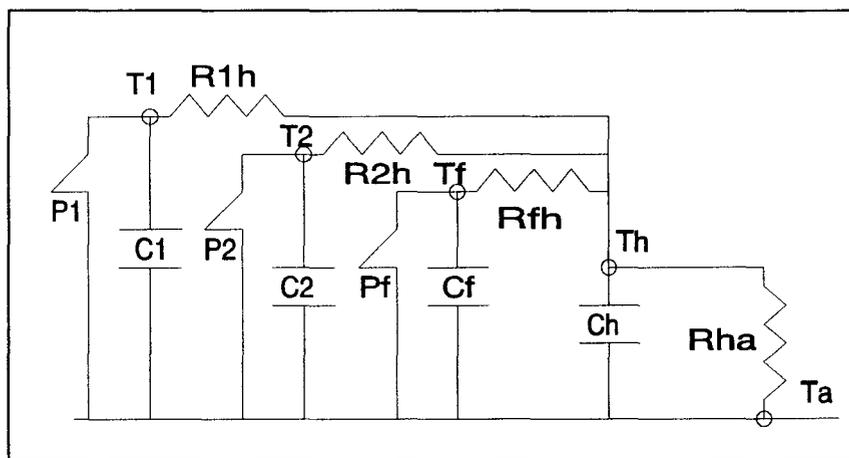


Fig.25: Modélisation thermique par analogie électrique.

Enfin, ALEGI et BLACK en 1990 [20] calculent les températures moyennes de la partie active, de l'huile, et de la cuve par les bilans énergétiques de chacun des trois ensembles, en se basant sur les lois de la mécanique des fluides, et en tenant compte du rayonnement solaire.

Ceci fait le tour des principales idées développées pour améliorer le calcul des températures dans le transformateur. D'autres recherches ont pour but d'améliorer la mesure de ces grandeurs.

### 1.3.3. MESURES OPTIQUES DES TEMPERATURES

Les **grandeurs thermiques mesurables** dans un transformateur sont les températures moyennes de l'huile et des enroulements. Celles-ci sont mesurées en régime nominal lors de l'essai d'échauffement par des méthodes imposées par les normes.

- La température moyenne d'huile est obtenue à partir de la température de l'huile au sommet de la cuve mesurée par thermocouple ou par sonde platine, à laquelle on enlève la moitié de la différence entre les températures mesurées par thermocouples sur les conduites situées au-dessus et en-dessous de l'échangeur. La valeur obtenue lors de l'essai d'échauffement effectué avec les pertes totales nominales, fournit la valeur de l'**échauffement d'huile nominal**.

- Les températures moyennes des enroulements s'obtiennent par la méthode de coupure. Après une heure de fonctionnement nominal, le courant alternatif circulant dans les enroulements est coupé, ainsi que la réfrigération externe (ventilateurs ou pompes à eau). La température des enroulements diminue et tend exponentiellement vers la température d'huile. La mesure des résistances des enroulements à plusieurs reprises pendant leur refroidissement, permet de tracer les courbes de températures. L'extrapolation à l'instant de la coupure permet de trouver les températures et **gradients** des enroulements au régime nominal.

Toutefois, afin de vérifier le dimensionnement thermique du transformateur, et aussi pour répondre aux souhaits de surcharge des utilisateurs, il est intéressant de pouvoir mesurer directement la température atteinte par le **point chaud** des enroulements, dont on a vu l'influence primordiale sur la durée de vie de l'appareil. Cependant, la complexité géométrique et les exigences de tenue diélectrique permettent difficilement de placer des capteurs au coeur de la partie active. Quelques travaux ont été effectués afin de répondre à ce problème.

HAMPTON, MEDHURST, ROGERS, WOOLLARD, STINTON en 1982 [21] proposent l'utilisation dans les enroulements du transformateur de deux types de capteurs.

- Le premier se nomme le **Vapotherm**. C'est une capsule remplie d'acétone, liquide volatile, dont on mesure la pression de vapeur qui varie avec la température.

- Le second système est une **fibre optique** terminée par un **bloc de quartz**. La lumière polarisée transmise dans la fibre de verre, subit une rotation de sa direction de polarisation en traversant le bloc de quartz, dépendant de la température. L'analyse du spectre de la lumière réfléchie fournit la température.

NORTON, WICKERSHEIM, SUN en 1986 [22] utilisent un autre type de **fibre optique**, avec un capteur constitué cette fois de **phosphore fluorescent**. On mesure le temps d'extinction de la fluorescence de la lumière réfléchie, qui dépend de la température.

Si le Vapotherm a été peu utilisé, les **sondes à fibre optique**, en revanche, ont fait l'objet d'essais d'implantation dans les transformateurs. La fragilité des fibres, la complexité géométrique de la partie active, et l'exigence de maintenir la rigidité mécanique et diélectrique des isolants, nécessitent l'emploi d'un grand nombre de précautions, dont certaines sont décrites par NORTON, WICKERSHEIM, SUN [22], lors de l'installation.

Lorsque ces difficultés sont maîtrisées, il est alors possible d'**exploiter** les mesures optiques des températures. La comparaison des mesures avec les méthodes de calcul a déjà fourni des résultats intéressants.

LAMPE, PETTERSON, OVREN, WAHLSTROM en 1984 [23] ont installé des fibres optiques dans les zones estimées les plus chaudes des enroulements de cinq transformateurs différents, correspondant à leur gamme de production courante. La comparaison de la mesure avec les méthodes de calcul du point chaud des normes, a donné des résultats décourageants. En particulier, il est illusoire d'utiliser un facteur de point chaud (rapport du gradient local maximal au gradient moyen qui vaut 1.3 dans la norme CEI) identique pour des appareils différents.

McNUTT, McIVER, SNOW, FALLON en 1984 [24] ont utilisé les mesures optiques pour corriger les exposants  $\alpha$  et  $\beta$  des normes, qui déterminent l'influence des pertes dissipées sur l'échauffement d'huile et les gradients, pour différents modes de réfrigération.

COSAERT, GOOSSENS, PLATTEAU, LEEMANS, MOULAERT en 1992 [25] utilisent également les mesures optiques, pour ajuster cette fois les constantes de temps du transformateur et des enroulements, afin d'utiliser au mieux le calcul des surcharges proposé par les normes.

POITTEVIN, SAMAT, HENNEBIQUE, TANGUY en 1990 [26] ont montré que le modèle issu des normes avec des constantes de temps pour le transformateur et les enroulements, ne convient pas pour les surcharges de forte intensité et de courte durée (moins de 20 minutes).

Ceci donne un aperçu de l'utilisation des fibres optiques, et termine la description des possibilités de calcul et de mesure. Le paragraphe suivant fait le point sur les connaissances actuelles et les axes de développement.

### **1.3.4. BILAN DES CONNAISSANCES ACTUELLES ET DES AXES DE DEVELOPPEMENT**

Les méthodes approchées de calcul des températures actuellement utilisées par les constructeurs, conviennent au dimensionnement du transformateur selon un régime nominal. Cependant, leur précision ne semble pas permettre une extrapolation au fonctionnement en surcharge. En particulier, la localisation et l'estimation de la température du point chaud ne sont pas suffisamment fiables pour permettre une appréciation des risques réels encourus par le transformateur surchargé.

A ce jour apparaissent deux possibilités d'amélioration:

- la mise au point d'une méthode de calcul thermique plus élaborée,
- le développement de la mesure dans la partie active à l'aide de sondes à fibres optiques.

La **mesure directe du point chaud des enroulements par fibre optique** peut présenter un grand intérêt d'investigation, mais elle présente cependant quelques inconvénients.

- Elle est encore difficile à mettre en oeuvre, et par conséquent coûteuse, en raison de la complexité géométrique du transformateur, de la fragilité des capteurs, et aussi parce que leur installation risque de remettre en cause la rigidité mécanique et la tenue diélectrique des isolants.
- Leur apparition étant relativement récente, on ne connaît pas les risques de leur utilisation à long terme.
- En raison de l'inhomogénéité des phénomènes physiques, la localisation du point chaud où mettre la fibre n'est pas facile. On pourrait réduire ce problème en multipliant les capteurs, mais ceci multiplierait également le coût et les risques évoqués ci-dessus.
- Enfin, il n'est pas toujours facile d'atteindre le point que l'on veut mesurer, en s'assurant que le capteur a la même température que ce point, et sans perturber l'écoulement et les conditions thermiques locales.

Pour ces deux dernières raisons, **la mesure optique donne la température approchée aux environs du point chaud**, et est inférieure à la température réelle du point chaud. Il est très probable que l'écart entre ces deux températures se réduira dans les prochaines années avec l'amélioration des techniques d'installation.

C'est pourquoi la mesure optique peut être utilisée pour **compléter ou valider un modèle thermique** de calcul du point chaud, comme dans le cas des applications de surveillance thermique des transformateurs [27].

Dans le domaine du **calcul thermique** du transformateur, les différents axes de développement décrits dans le paragraphe 1.3.2.2 ont été étudiés ou envisagés.

Les premiers travaux de cette étude [28] ont été consacrés au comportement des températures moyennes de l'huile et des enroulements en **régime de charge dynamique**. Le modèle des courbes d'échauffements d'huile et de gradients en exponentielle a été étudié. Une fonction analytique supplémentaire tenant compte de la dérivée de la courbe de température d'huile au moment du changement de charge, a permis de tenir compte de l'inertie de l'huile et d'améliorer sa précision. Toutefois, ce modèle n'est applicable qu'aux courbes de charge en escalier.

On a alors utilisé l'**analogie électrique** qui associe à chaque élément une capacité calorifique, et à chaque transfert thermique une résistance thermique. Ce modèle, applicable aux régimes de charge quelconques, a donné d'assez bons résultats [28]. Cependant, on s'est aperçu que les résistances thermiques calculées par les méthodes habituelles différaient de celles identifiées à partir des courbes de mesure. Cette différence conduisait à des erreurs importantes lorsqu'on s'éloignait des conditions du régime nominal (par exemple en cas de forte surcharge ou de faible température ambiante).

C'est pourquoi, dans le **modèle thermique analytique** présenté dans le chapitre 2, on abandonne l'analogie électrique (qui ne peut pas en particulier représenter le phénomène de transport convectif) au profit des **bilans énergétiques** des différents éléments. La démarche est la même que celle utilisée par ALEGI et BLACK [20], mais le modèle retenu comporte plus d'équations afin de différencier les éléments conducteurs dans la partie active (circuit magnétique et chaque enroulement).

On s'efforce également d'étudier en détail les transferts thermiques afin de calculer au mieux les **paramètres** du modèle. On résout analytiquement l'équation de la chaleur dans le cas de la conduction. En ce qui concerne la convection, on utilise à la manière de WALLNIG [15] les résultats de l'analyse dimensionnelle, pour déterminer les coefficients d'échange convectif en fonction des vitesses et propriétés thermo-physiques des fluides. Cependant, pour le cas particulier de l'échange thermique entre les galettes et l'huile dans le transformateur cuirassé, on instrumente une **maquette expérimentale** décrite au chapitre 3.

Les bilans énergétiques des différents éléments du transformateur permettent de calculer leurs températures moyennes. Pour connaître la valeur des **points chauds**, on a essayé de développer dans cette étude deux méthodes: l'une analytique, l'autre numérique.

La **méthode analytique** consiste à utiliser l'analyse dimensionnelle pour quantifier le taux d'influence des différents paramètres pouvant provoquer une majoration locale des températures. Ceci permet d'ajouter aux bilans énergétiques des éléments du transformateur, des relations entre les températures moyennes de ces éléments et les points chauds. Cette méthode est développée dans le chapitre 2.

Les **méthodes numériques** discrétisent un domaine en différents volumes élémentaires appelés noeuds ou centres de mailles, étudient les transferts thermiques au niveau local entre ces volumes, et donnent la répartition spatiale des températures dans le domaine. Leur efficacité dépend, en partie, de l'exactitude des conditions qu'on leur impose aux limites du domaine. Le réseau de résistances thermiques représentant la bobine proposé par KUZE, MITSUI, TAKEDA, SUZUKI [16], bien qu'utilisant des relations locales pour déterminer les échanges convectifs aux parois, nécessite la prédétermination des vitesses d'huile dans le canal. De même, la méthode nodale modélisant le canal d'huile proposée par OLIVER [17] n'est pas applicable au cuirassé, non seulement parce que l'écoulement n'est pas unidirectionnel, mais aussi parce qu'il faut connaître la répartition des flux thermiques aux parois de la galette.

C'est pourquoi il est nécessaire de **résoudre à la fois les équations hydrauliques et thermiques** dans un domaine réunissant la galette et le canal d'huile. On a envisagé dans cette étude de coupler la résolution bidimensionnelle de l'écoulement et du transport convectif dans le canal, et celle également bidirectionnelle (dans le sens des spires et du cuivre vers l'huile comme le montre la figure 22) de la conduction dans la galette. Mais pour cela, il faut connaître parfaitement le transfert conducto-convectif à la paroi au niveau local, ce qui est très difficile en raison des recirculations de fluide causées par la présence des cales qui rendent les conditions de transfert à la paroi très inhomogènes.

Les seules méthodes numériques utilisables dans le domaine regroupant la galette et le canal d'huile, sont donc celles qui effectuent la **résolution numérique tridimensionnelle des équations de la thermique et de la mécanique des fluides**. Le chapitre 4 fait le point sur ces méthodes. La complexité géométrique impose pour une résolution correcte un maillage énorme, qui pose encore à l'heure actuelle des problèmes aux logiciels fonctionnant sur station de travail, malgré l'évolution très rapide du matériel informatique. Cette méthode est prometteuse pour l'avenir, mais n'est pas encore en mesure de traiter le problème thermique du transformateur dans son ensemble.

Cependant, l'utilisation de cette méthode sur un domaine à dimensions réduites, donne de nombreux renseignements, comme le montre le chapitre 4. Elle permet, en particulier, d'étudier l'influence de la géométrie du transformateur sur le point chaud.

**C'est pourquoi, dans cette étude, on effectue l'analyse dimensionnelle des résultats numériques afin d'obtenir un modèle de calcul du point chaud.**

## 2. MODELISATION THERMIQUE ANALYTIQUE

Après avoir décrit le transformateur et son comportement thermique, on propose, dans ce second chapitre, d'expliciter, en trois parties, le **modèle thermique analytique** développé dans le cadre de cette étude.

Le modèle est basé sur un ensemble d'**équations**, issues de l'étude du comportement thermique du premier chapitre et de la loi de conservation de l'énergie, et qui font l'objet de la première partie.

Ces équations font intervenir un certain nombre de **paramètres**, dont le calcul, dans la seconde partie, nécessite une étude approfondie des phénomènes de conduction et de convection dans le transformateur.

La dernière partie de ce chapitre est, tout naturellement, consacrée à la **résolution** mathématique du modèle.

### 2.1. EQUATIONS DU MODELE

Avant de poser les équations, il est nécessaire d'effectuer un **choix des variables** qui sont jugées représentatives de l'état thermique du transformateur. On distingue les températures moyennes des différents constituants, et les températures maximales appelées points chauds. Le premier paragraphe de cette partie discute du choix des températures du modèle.

Une fois ce choix effectué, on voit que les températures moyennes peuvent être calculées par quelques **bilans énergétiques**, issus de la loi de conservation de l'énergie, et objets du second paragraphe.

Les températures maximales ou **points chauds** sont obtenues à partir de considérations sur la géométrie même du transformateur, et sont calculées dans le dernier paragraphe de cette partie, en introduisant les paramètres appelés facteurs géométriques.

### 2.1.1. CHOIX DES VARIABLES

Les enroulements et le circuit magnétique, constituant la partie active du transformateur, sont le foyer des pertes électromagnétiques, et de ce fait sont directement sollicités thermiquement. L'huile, qui transporte ces pertes de la partie active vers l'échangeur, a un rôle thermique tout aussi important. **Les températures moyennes de chacun des enroulements, du circuit magnétique, et de l'huile** sont donc les éléments de base de toute modélisation thermique du transformateur.

Dans le cas du transformateur cuirassé, les enroulements sont divisés en galettes pouvant être considérées thermiquement indépendantes, et dans lesquelles les conditions d'échange thermique, en particulier les dimensions des canaux de refroidissement, peuvent être différentes. De plus, l'inhomogénéité du champ de fuite conduit à des pertes par courants induits différentes dans chaque galette. C'est pourquoi on préfère utiliser les **températures moyennes de chaque galette** plutôt que les températures moyennes de chaque enroulement.

Les autres parties métalliques interviennent aussi thermiquement. La cuve et les dispositifs de blindage sont soumis à des pertes dites supplémentaires. De plus, l'échangeur de chaleur et la cuve évacuent les pertes dans l'air ambiant. Toutefois, dans des conditions normales d'utilisation, le transformateur de puissance a, en proportion, un faible flux de fuite à l'extérieur de la partie active, et donc des pertes supplémentaires faibles devant les pertes de la partie active. En outre, la réfrigération de l'huile par convection forcée d'air ou d'eau rend les pertes évacuées par la cuve très inférieures aux pertes évacuées dans l'échangeur. Voilà pourquoi **on néglige dans cette étude les pertes supplémentaires et l'évacuation calorifique par la cuve.**

Si le transformateur comporte  $N$  galettes, on le modélise donc par  $N+2$  corps différents, dont on calcule les températures moyennes:

- les  $N$  galettes,
- le circuit magnétique,
- l'huile.

Les isolants solides, en raison de leur conductivité thermique très faible, ont des températures très différentes. Leur température moyenne n'a donc pas de grande signification physique. Cependant, les températures maximales atteintes par ces corps, ont un rôle fondamental vis à vis du vieillissement du transformateur (voir paragraphe 1.3), et ne doivent pas dépasser certaines valeurs appelées températures critiques. C'est le cas, en particulier, de la température maximale du papier guipant les spires, qui est égale à la température maximale du cuivre. La **température maximale des enroulements** est donc une grandeur fondamentale de l'état thermique du transformateur, et doit apparaître dans le modèle.

La température de l'huile est également soumise à des limitations. Celles-ci sont toutefois différentes (d'après les recommandations des normes) pour l'huile dans les canaux autour des galettes et du circuit, et pour l'huile infiltrée entre les tôles du circuit magnétique dont la température maximale est égale à celle du fer. C'est pourquoi **la température maximale du circuit magnétique et celle de l'huile** dans les canaux sont également nécessaires au modèle.

Enfin, dans un souci de cohérence avec les **N+2** corps choisis pour calculer les températures moyennes, on préfère calculer la **température maximale de chaque galette** pour obtenir le **point chaud du cuivre**.

**Les variables du problème choisies sont donc les températures moyennes et maximales des N+2 corps suivants: le cuivre des N galettes, le fer du circuit magnétique, et l'huile.**

## 2.1.2. BILANS ENERGETIQUES

Dans ce paragraphe, on introduit d'abord la formulation mathématique de la loi de conservation de l'énergie. L'intégration de cette loi à un corps matériel fournit son bilan énergétique. On utilise ces bilans pour déterminer les températures moyennes des  $N+2$  constituants du transformateur retenus dans le modèle.

### 2.1.2.1. CONSERVATION DE L'ENERGIE

Les équations introduites dans ce paragraphe sont expliquées en détail dans l'ouvrage de SACADURA [G1], au chapitre II, paragraphe 1.2 pour un solide, et au chapitre IV, paragraphe 1.2 pour un fluide.

On se place dans le cas d'un matériau **solide** homogène, c'est-à-dire dont les propriétés thermophysiques (conductivité thermique  $\lambda$  en W/m/K, masse volumique  $\rho$  en kg/m<sup>3</sup>, chaleur massique  $CP$  en J/kg/K) sont uniformes. On considère un volume de ce matériau suffisamment petit pour que la température  $T$  (en °C), le flux thermique  $\phi$  (en W/m<sup>2</sup>), et la densité volumique de puissance calorifique dissipée  $\varrho$  (en W/m<sup>3</sup>), soient également uniformes dans le volume. Dans ce cas, la loi de conservation de l'énergie s'écrit sous la forme suivante:

$$\rho \text{ CP } (dT/dt) + \text{div}(\phi) - \varrho = 0$$

Dans cette équation, le terme  $(dT/dt)$  représente la dérivée totale de la température par rapport au temps  $t$  (en s), et se réduit à la dérivée partielle  $(\delta T/\delta t)$ .

Pour un **fluide** incompressible (c'est-à-dire à masse volumique constante) dont la dissipation est négligeable (la dissipation représente la perte d'énergie cinétique en chaleur, du fait des frottements visqueux au sein du fluide), la loi de conservation de l'énergie se ramène à la même équation.

Cependant la dérivée totale de la température s'écrit sous une forme différente en fonction du temps et du vecteur vitesse  $u$ , ce qui donne l'équation:

$$\rho \text{ CP } [(\delta T/\delta t) + u \text{ grad}(T)] + \text{div}(\phi) - \varrho = 0$$

### 2.1.2.2. INTEGRATION DE LA CONSERVATION DE L'ENERGIE: BILAN ENERGETIQUE

L'équation de conservation de l'énergie est définie autour de chaque point. Pour l'utiliser sur un volume donné, on peut soit diviser ce volume en petits éléments entourant des points et résoudre le système d'équations par une méthode informatique numérique (voir chapitre 4), soit intégrer mathématiquement cette équation comme on se propose de le faire maintenant.

On considère le cas général d'un fluide (dont l'équation de conservation de l'énergie comporte un terme de plus que celle d'un solide) occupant un volume  $V_O$  délimité par une surface  $S$ . L'intégrale au volume  $V_O$  de l'équation de l'énergie comporte quatre termes additifs:

$$\iiint_{V_O} [\rho C_P ((\delta T/\delta t) + \nu \text{grad}(T)) + \text{div}(\phi) - \rho] dv = 0$$

Le premier terme représente l'échauffement au cours du temps du volume, et est intégrable lorsque la température moyenne  $T$  du volume est uniformément répartie:

$$\iiint_{V_O} [\rho C_P (\delta T/\delta t)] dv = (\delta T/\delta t) \iiint_{V_O} \rho C_P dv$$

On introduit alors la **capacité calorifique**  $C$  (en J/K) du volume comme étant l'intégrale:

$$C = \iiint_{V_O} \rho C_P dv$$

Le premier terme se réduit donc à l'expression:

$$\iiint_{V_O} [\rho C_P (\delta T/\delta t)] dv = C (\delta T/\delta t)$$

Le second terme est lié au **transport convectif de la chaleur**, et peut s'exprimer sous une forme différente. En effet, considérons tout d'abord le développement suivant:

$$\text{div}(\mathbf{T} \mathbf{u}) = \mathbf{T} \text{div}(\mathbf{u}) + \mathbf{u} \text{grad}(\mathbf{T})$$

Dans le cas d'un fluide incompressible, on a  $\text{div}(\mathbf{u}) = 0$  et donc:

$$\text{div}(\mathbf{T} \mathbf{u}) = \mathbf{u} \text{grad}(\mathbf{T})$$

L'intégrale de volume peut alors être transformée, grâce au théorème de GREEN-OSTROGRADSKI, en intégrale de surface, et le second terme de l'intégrale de l'équation de conservation de l'énergie devient, si  $\mathbf{n}$  est le vecteur unitaire normal à la surface  $\mathbf{ds}$ :

$$\iiint_{V_O} \rho \text{CP} \mathbf{u} \text{grad}(\mathbf{T}) \, dv = \iiint_{V_O} \rho \text{CP} \text{div}(\mathbf{T} \mathbf{u}) \, dv = \iint_S \rho \text{CP} \mathbf{T} \mathbf{u}_n \, ds$$

Dans le cas d'un **fluide dont le domaine est délimité par des frontières solides**, la condition d'adhérence à la paroi fait que les vecteurs vitesses sont tous nuls à la frontière  $S$ , et par conséquent l'intégrale surfacique ci-dessus est nulle, et on revient au cas d'un solide:

$$\iiint_{V_O} \rho \text{CP} \mathbf{u} \text{grad}(\mathbf{T}) \, dv = 0$$

Dans le cas d'un **fluide entrant dans le volume et sortant par une même section de passage SE**, l'intégrale s'exprime en fonction des températures du fluide  $\mathbf{TE}$  et  $\mathbf{TS}$  à l'entrée et à la sortie (en °C) et des vitesses  $\mathbf{VE}$  et  $\mathbf{VS}$  (en m/s):

$$\iint_S \rho \text{CP} \mathbf{T} \mathbf{u}_n \, ds = \rho \text{CP} \iint_S \mathbf{T} \mathbf{u}_n \, ds = \rho \text{CP} (\mathbf{TS} \mathbf{VS} \mathbf{SE} - \mathbf{TE} \mathbf{VE} \mathbf{SE})$$

Si, de plus, ce fluide est incompressible, la loi de conservation de la masse  $\text{div}(\mathbf{u}) = 0$  impose l'égalité des vitesses à l'entrée et à la sortie:  $\mathbf{VS} = \mathbf{VE}$ . On utilise alors le débit massique  $\mathbf{DM}$  (en kg/s) du fluide dans le volume:

$$\mathbf{DM} = \rho \mathbf{VE} \mathbf{SE}$$

Le second terme de l'équation de conservation de l'énergie s'intègre donc sous la forme:

$$\iiint_{V_O} \rho \text{CP} \mathbf{u} \text{grad}(\mathbf{T}) \, dv = \rho \text{CP} \mathbf{VE} \mathbf{SE} (\mathbf{TS} - \mathbf{TE}) = \mathbf{DM} \text{CP} (\mathbf{TS} - \mathbf{TE})$$

Le troisième terme correspond à la **diffusion de la chaleur par conduction**, et peut, grâce au même théorème, se ramener à une intégrale surfacique:

$$\iiint_{VO} \text{div}(\phi) \, dv = \iint_S \phi_n \, ds$$

En général, on peut ramener les flux sur la surface  $S$  à un nombre fini de valeurs  $\phi_j$ , correspondant chacune à une surface d'échange  $S_j$ , et discrétiser l'intégrale:

$$\iint_S \phi_n \, ds = \sum \phi_j S_j$$

On peut alors utiliser la notion de **conductance thermique** définie de la manière suivante. Lorsque deux corps repérés par les indices  $j$  et  $k$ , de températures  $T_j$  et  $T_k$ , échangent un flux  $\phi_{jk}$  (en  $W/m^2$ ) de  $j$  vers  $k$ , à travers une surface  $S_{jk}$ , alors la conductance thermique  $K_{jk}$  (en  $W/K$ ) est la grandeur suivante:

$$K_{jk} = \phi_{jk} S_{jk} / (T_j - T_k)$$

Le troisième terme de l'intégrale se ramène donc à:

$$\iiint_{VO} \text{div}(\phi) \, dv = \sum K_j (T - T_j)$$

Le quatrième terme représente les **pertes dissipées** à l'intérieur du volume  $VO$ , et sont les données du problème. On ramène les pertes volumiques  $\varrho$  (en  $W/m^3$ ) aux pertes totales du volume  $P$  (en  $W$ ) par:

$$\iiint_{VO} \varrho \, dv = P$$

L'intégration de l'équation de conservation de l'énergie à un volume, fournit donc sa température moyenne  $T$  en fonction des pertes dissipées dans le volume  $P$ , et des températures des volumes environnants  $T_j$ , par le **bilan énergétique** du volume, qui s'exprime par l'une des deux relations suivantes.

**Pour un solide ou un volume de fluide délimité par des frontières solides:**

$$C (\delta T / \delta t) = P - \sum K_j (T - T_j)$$

**Pour un fluide entrant dans le volume et sortant par la même section:**

$$C (\delta T / \delta t) + DM C_P (T_S - T_E) = P - \sum K_j (T - T_j)$$

### 2.1.2.3. APPLICATION AU TRANSFORMATEUR

On a divisé le transformateur en  $N+2$  corps: les  $N$  galettes, le circuit magnétique, et l'huile. Les galettes et le circuit magnétique sont des solides, l'huile est un fluide dont le volume est délimité par des surfaces solides: la partie active, le haut et le bas de la cuve, les conduites, l'intérieur de l'échangeur. On peut donc appliquer à chacun de ces corps le bilan énergétique sous la première des deux formes établies ci-dessus, pour obtenir leurs **températures moyennes**  $T_i$ ,  $T_f$ ,  $T_h$  (en °C). L'indice  $i$  désigne le numéro de la galette tandis que les indices  $f$  et  $h$  représentent respectivement le fer du circuit magnétique et l'huile.

Chacun de ces corps a sa propre **capacité calorifique** (en J/K) que l'on note avec les mêmes indices:  $C_i$ ,  $C_f$  et  $C_h$ .

Les **flux thermiques** (en  $W/m^2$ ) à considérer sont les suivants:

$\phi_{ih}$ : flux de la galette numéro  $i$  vers l'huile;

$\phi_{fh}$ : flux du circuit magnétique vers l'huile;

$\phi_{ha}$ : flux de l'huile vers l'air à travers l'échangeur. (Dans le cas d'un hydroréfrigérant, on le remplace par le flux de l'huile vers l'eau  $\phi_{he}$ ).

Ces flux, représentés sur la figure 26, sont liés respectivement aux **conductances thermiques**  $K_{ih}$ ,  $K_{fh}$  et  $K_{ha}$  (ou  $K_{he}$ ), dont les valeurs sont en  $W/K$ .

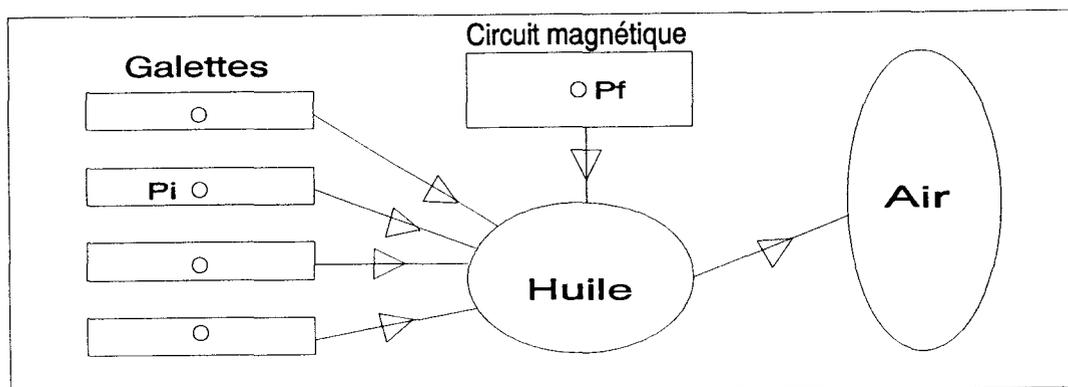


Fig.26: Diagramme des flux dans le transformateur.

Les capacités calorifiques et les conductances thermiques sont les paramètres du modèle, et sont calculés dans la seconde partie de ce chapitre. Les données du modèle, variables dans le temps en fonction des conditions de fonctionnement qui sont la charge et l'environnement du transformateur, sont:

- les pertes (en W) dans chaque galette  $P_i(t)$ ;
- les pertes (en W) dans le circuit magnétique  $P_f(t)$ ;

(on a vu dans le paragraphe précédent que l'on néglige les pertes supplémentaires dans la cuve et les dispositifs de blindage)

- la température ambiante (en °C)  $T_a(t)$  (qui est remplacée par la température de l'eau  $T_e(t)$  dans le cas d'un hydroréfrigérant).

Avec ces notations, le bilan énergétique des  $N+2$  corps fournit les trois premières équations du modèle.

$$(1) \quad C_i (\delta T_i / \delta t) = P_i(t) - K_{ih} (T_i - T_h) \quad \text{pour } i = 1 \text{ à } N$$

$$(2) \quad C_f (\delta T_f / \delta t) = P_f(t) - K_{fh} (T_f - T_h)$$

$$(3) \quad C_h (\delta T_h / \delta t) = \sum_{i=1 \text{ à } N} [K_{ih} (T_i - T_h)] + K_{fh} (T_f - T_h) - K_{ha} (T_h - T_a(t))$$

### 2.1.3. POINTS CHAUDS

Les bilans énergétiques du paragraphe précédent fournissent les températures moyennes des N+2 corps du modèle. Les températures maximales de ces corps s'obtiennent à partir d'une hypothèse de base qui permet l'introduction des paramètres appelés facteurs géométriques.

#### 2.1.3.1. HYPOTHESE DE BASE

La modélisation des points chauds est basée sur la considération suivante: **deux points d'un même corps** (galette, circuit magnétique ou huile) **ont des inerties thermiques sensiblement égales**. Ceci s'explique par les raisons suivantes:

- les points d'un même matériau ont la même chaleur massique;
- les N+2 corps sont isolés thermiquement entre eux par les isolants et les couches limites de l'huile: les résistances thermiques cuivre/huile, fer/huile et huile/air sont donc importantes;
- les résistances thermiques entre deux points d'un même corps sont faibles, car le cuivre et le fer sont très conducteurs, de même que l'huile à cause de son mouvement.

Pour ces deux raisons les résistances thermiques entre deux points d'une même galette (ou du circuit magnétique) et un point d'huile sont proches. Il en est de même entre deux points d'huile et l'air ambiant. Les **constantes de temps thermiques** en deux points d'un même corps, produits des résistances thermiques par les capacités calorifiques, sont donc également proches. Ceci conduit à l'hypothèse: **deux points d'un même corps ont la même constante de temps thermique**.

On note dans la suite:

- **T** la température moyenne d'un corps métallique (d'une galette ou du circuit magnétique);
- **TL** la température locale en un point de ce corps;
- **Th** la température moyenne de l'huile;
- **GM** le gradient moyen ou différence entre la température moyenne du corps et celle de

l'huile: 
$$GM = T - Th$$

- **GL** le gradient local ou différence entre la température locale du corps et la température moyenne de l'huile:

$$GL = TL - Th$$

- **XL** le rapport en un point entre le gradient local et le gradient moyen:

$$XL = GL / GM = (TL - Th) / (T - Th)$$

En conséquence de l'hypothèse, **le rapport entre le gradient local en un point d'un corps et le gradient moyen de ce corps est indépendant du temps**. Ceci revient à dire que la grandeur **XL** ne varie pas avec les conditions de fonctionnement. **La valeur de XL, calculée en régime permanent, sera donc considérée valable en régime transitoire**.

### 2.1.3.2. CAS DE L'HUILE

On a vu, dans le paragraphe 2.1.1, que la température maximale de l'huile pouvait se trouver dans un canal d'huile ou infiltrée entre les tôles du circuit magnétique. Dans ce dernier cas, sa valeur est égale à celle du point chaud du fer. Pour distinguer ces deux valeurs, on appelle **point chaud de l'huile** la température maximale dans les canaux entourant les galettes.

On se propose de calculer sa valeur à partir du bilan énergétique de chaque canal d'huile. On est dans le cas d'un fluide entrant et sortant par une même section de passage, et on peut appliquer la dernière formule du paragraphe 2.1.2.2. Les pertes dissipées à l'intérieur du canal d'huile sont nulles, le flux thermique à considérer est celui provenant de la galette  $\phi_{ih}$ . En indiquant  $i$  pour la galette,  $h$  pour l'huile,  $hi$  pour l'huile des canaux entourant la galette,  $ih$  pour le flux de la galette vers l'huile, le **bilan énergétique** du canal s'écrit:

$$Chi (\delta T_{hi}/\delta t) + DM_{hi} C_{Ph} (T_{Shi} - T_{Ehi}) = K_{ih} (T_i - T_{hi})$$

On remarque que la température à l'entrée est égale à la température de l'huile dans la partie basse du transformateur  $T_B$ , mais que la température à la sortie du canal est différente de la température dans la partie haute du transformateur  $T_H$ , moyenne des températures à la sortie de chaque canal. En régime permanent, le bilan ci-dessus s'écrit donc:

$$DM_{hi} C_{Ph} (T_{Shi} - T_B) = K_{ih} (T_i - T_{hi})$$

Le bilan énergétique de la galette, en régime permanent, présenté dans le paragraphe 2.1.2.3, est:

$$0 = P_i - K_{ih} (T_i - T_{hi})$$

La somme des deux bilans donne:

$$DM_{hi} C_{Ph} (T_{Shi} - T_B) = P_i$$

On obtient alors la température au sommet de chaque canal  $T_{Shi}$ . On appelle **température d'huile au sommet** et on note  $T_{HS}$  la valeur maximale de ces températures:

$$T_{HS} = \underset{i=1 \text{ à } N}{\text{Max}}(T_{Shi}) = \underset{i=1 \text{ à } N}{\text{Max}}[T_B + P_i / (DM_{hi} C_{Ph})]$$

Pour obtenir la température du point chaud de l'huile, il faut, de plus, tenir compte du phénomène local de **couche limite**, zone d'huile proche de la paroi de la galette où la température est supérieure à celle de l'huile loin de la paroi.

La **température maximale de la couche limite** est assimilable à la température de paroi maximale.

Pour la calculer, on utilise les grandeurs locales suivantes:

$$\text{- le gradient surfacique local:} \quad \mathbf{GSL} = \mathbf{TLP} - \mathbf{TLh}$$

$$\text{- le gradient papier local:} \quad \mathbf{GPL} = \mathbf{TLc} - \mathbf{TLP}$$

où **TLh**, **TLc** et **TLP** sont les températures locales dans l'huile, dans le cuivre, et sur la paroi galette/huile.

Le **point chaud de l'huile** se situe là où le gradient surfacique est maximal. On introduit donc le facteur **Fh** comme étant la valeur maximale du quotient du gradient surfacique local par le gradient local total.

$$\mathbf{Fh} = \mathbf{max[GSL / (GSL + GPL)]}$$

L'hypothèse du paragraphe 2.1.3.1 conduit à considérer **Fh**, rapport de deux gradients, comme indépendant du temps, et donc lié uniquement à la géométrie du transformateur. On l'appelle pour cela **facteur géométrique**.

Ce coefficient **Fh** permet alors de calculer la **valeur maximale du gradient surfacique GSX** en fonction du gradient total maximal **GX**, que l'on considère atteint à la température du point chaud du cuivre **TXc**, où la température locale d'huile est proche de la température de l'huile au sommet **THS**:

$$\mathbf{GSX} = \mathbf{Fh GX} = \mathbf{Fh (TXc - THS)}$$

La **température du point chaud de l'huile TXh** est donc la somme de la température de l'huile au sommet et du gradient surfacique maximal, et est **reliée à la température du point chaud du cuivre** par:

$$\mathbf{TXh} = \mathbf{THS} + \mathbf{Fh (TXc - THS)}$$

### 2.1.3.3. CAS DE LA PARTIE ACTIVE

Pour les  $N+1$  corps de la partie active, on utilise la grandeur caractéristique  $XL$ , et on définit le facteur  $F$  (avec l'indice  $i$  pour la galette n°  $i$  et l'indice  $f$  pour le circuit magnétique) comme la valeur maximale de cette grandeur. En notant les températures locales  $TL$  avec ces indices, les coefficients  $F$  s'écrivent:

$$F_i = \text{Max}[(TL_i - Th) / (Ti - Th)]$$

$$F_f = \text{Max}[(TL_f - Th) / (Tf - Th)]$$

L'hypothèse du paragraphe 2.1.3.1 implique que les coefficients  $F_i$  et  $F_f$  sont des **facteurs géométriques** indépendant du temps. La valeur de  $XL$  est maximale lorsque la température locale est celle du point chaud. D'où l'expression des températures maximales de chaque galette  $TX_i$ , et du point chaud du fer  $TX_f$ :

$$TX_i = Th + F_i (Ti - Th)$$

$$TX_f = Th + F_f (Tf - Th)$$

La température du **point chaud du cuivre**  $TX_c$  est la plus grande des valeurs  $TX_i$ :

$$TX_c = \text{Max}(TX_i)_{i=1 \text{ à } N}$$

### 2.1.3.4. EQUATIONS DES POINTS CHAUDS

Aux bilans énergétiques (1) à (3) qui donnent les températures moyennes des  $N+2$  corps s'ajoutent au modèle les équations suivantes, reliant ces températures moyennes aux points chauds de chaque corps:

$$(4) \quad TX_i = T_h + F_i (T_i - T_h) \quad \text{pour } i = 1 \text{ à } N$$

$$(5) \quad TX_f = T_h + F_f (T_f - T_h)$$

$$(6) \quad TX_h = T_{HS} + F_h (TX_c - T_{HS})$$

$$\text{avec } TX_c = \underset{i=1 \text{ à } N}{\text{Max}}(TX_i)$$

$$\text{et } T_{HS} = \underset{i=1 \text{ à } N}{\text{Max}}[T_B + P_i(t) / (DM_{hi} C_{Ph})]$$

Les équations (1) à (6) constituent le modèle. Les capacités calorifiques, conductances thermiques, et facteurs géométriques, en sont les paramètres.

## 2.2. CALCUL DES PARAMETRES

Le calcul des paramètres fait l'objet de la seconde partie de ce chapitre, divisée en trois paragraphes consacrés successivement aux capacités calorifiques, aux conductances thermiques, et aux facteurs géométriques.

### 2.2.1. CAPACITES CALORIFIQUES

La **capacité calorifique**  $C$  (en J/K) d'un volume  $VO$  a été définie au paragraphe 2.1.2.2 en fonction de la masse volumique  $\rho$  (en kg/m<sup>3</sup>) et de la chaleur massique  $CP$  (en J/kg/K) par l'intégrale suivante:

$$C = \iiint_{VO} \rho CP \, dv$$

Pour un **volume homogène**, c'est-à-dire constitué d'un seul corps dont les propriétés thermophysiques sont uniformes, la masse volumique et la chaleur massique peuvent être sortis de l'intégrale. Si on note  $M$  la masse (en kg) du volume, alors il vient:

$$C = \rho CP \iiint_{VO} dv = \rho CP VO = M CP$$

### 2.2.1.1. CAS DU CIRCUIT MAGNETIQUE

Le circuit magnétique est constitué d'un seul corps homogène: le fer, et sa capacité calorifique s'exprime avec les indices **f**, par:

$$(7) \quad C_f = M_f C_{Pf}$$

### 2.2.1.2. CAS DES GAULETTES

La galette n°i est composée des spires de cuivre (indice **ci**), et du papier isolant (indice **pi**). Pour calculer sa capacité calorifique, on la divise en deux volumes. Le premier **V<sub>Oci</sub>** regroupe les spires de cuivre, le second **V<sub>Opi</sub>** correspond au guipage en papier:

$$C_i = \iiint_{V_{Oci}+V_{Opi}} \rho_{CP} dv = \iiint_{V_{Oci}} \rho_{CP} dv + \iiint_{V_{Opi}} \rho_{CP} dv$$

Ces deux volumes sont alors homogènes, et la capacité calorifique de la galette vaut:

$$(8) \quad C_i = M_{ci} C_{Pc} + M_{pi} C_{Pp}$$

### 2.2.1.3. CAS DE L'HUILE

Avant de calculer la capacité calorifique de l'huile, il est temps de voir les conséquences de l'absence dans le modèle des éléments dont le rôle thermique n'a pas été considéré important dans le paragraphe 2.1.1. Il s'agit des parties métalliques passives (cuve, dispositifs de blindage, conduites, échangeur) et des isolants autres que le guipage (écrans, cales, habillages). Le modèle thermique complet du transformateur devrait ajouter aux équations (1) à (3) les bilans énergétiques de ces éléments regroupés en trois ensembles:

- la **cuve** et les dispositifs de blindage (indice  $v$ ) de température moyenne  $T_v$ , foyer des pertes supplémentaires  $PS(t)$ ;
  - le **réfrigérant** et les conduites (indice  $r$ ) à la température  $T_r$ ;
  - les **écrans** en carton et les isolants autres que le guipage (indice  $\epsilon$ ), à la température  $T_\epsilon$ .
- Les capacités calorifiques de ces trois éléments sont respectivement notées:  $C_v$ ,  $C_r$ ,  $C_\epsilon$ .

Les flux concernant ces corps sont les suivants:

- $\phi_{hv}$  : flux de l'huile vers la cuve;
- $\phi_{va}$  : flux de la cuve vers l'air;
- $\phi_{hr}$  : flux de l'huile vers le réfrigérant;
- $\phi_{ra}$  : flux du réfrigérant vers l'air;
- $\phi_{i\epsilon}$  : flux de la galette  $i$  vers les isolants en carton;
- $\phi_{\epsilon h}$  : flux des isolants vers l'huile.

Ces flux correspondent aux conductances thermiques respectives:  $K_{hv}$ ,  $K_{va}$ ,  $K_{hr}$ ,  $K_{ra}$ ,  $K_{i\epsilon}$ ,  $K_{\epsilon h}$ .

La figure 27 représente le diagramme thermique complet des pertes et des flux dans le transformateur.

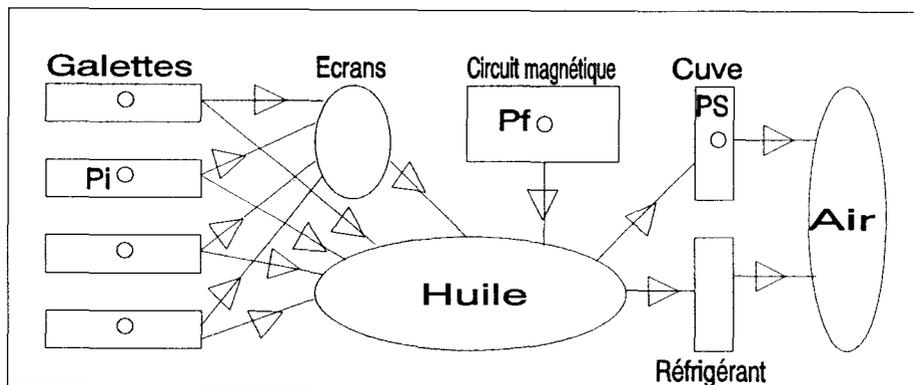


Fig.27: Diagramme thermique complet du transformateur.

Les bilans énergétiques complets de chaque élément (circuit magnétique, galettes, isolants, huile, cuve, réfrigérant) s'écrivent:

$$C_f (\delta T_f / \delta t) = P_f(t) - K_{fh} (T_f - T_h)$$

$$C_i (\delta T_i / \delta t) = P_i(t) - K_{ié} (T_i - T_é) - K_{ih} (T_i - T_h)$$

$$C_é (\delta T_é / \delta t) = \sum [K_{ié} (T_i - T_é)] - K_{éh} (T_é - T_h)$$

$$C_h (\delta T_h / \delta t) = K_{fh} (T_f - T_h) + \sum [K_{ih} (T_i - T_h)] + K_{éh} (T_é - T_h) \\ - K_{hv} (T_h - T_v) - K_{hr} (T_h - T_r)$$

$$C_v (\delta T_v / \delta t) = PS(t) + K_{hv} (T_h - T_v) - K_{va} (T_v - T_a(t))$$

$$C_r (\delta T_r / \delta t) = K_{hr} (T_h - T_r) - K_{ra} (T_r - T_a(t))$$

Dans ce système, les termes pouvant être considérés négligeables sont: les pertes supplémentaires  $PS(t)$ ; le flux évacué par la cuve  $\phi_{va}$ ; les flux transmis des galettes vers les écrans  $\phi_{ié}$ . Ceci transforme les bilans précédents en:

$$C_f (\delta T_f / \delta t) = P_f(t) - K_{fh} (T_f - T_h)$$

$$C_i (\delta T_i / \delta t) = P_i(t) - K_{ih} (T_i - T_h)$$

$$C_é (\delta T_é / \delta t) = - K_{éh} (T_é - T_h)$$

$$C_h (\delta T_h / \delta t) = K_{fh} (T_f - T_h) + \sum [K_{ih} (T_i - T_h)] + K_{éh} (T_é - T_h) \\ - K_{hv} (T_h - T_v) - K_{hr} (T_h - T_r)$$

$$C_v (\delta T_v / \delta t) = K_{hv} (T_h - T_v)$$

$$C_r (\delta T_r / \delta t) = K_{hr} (T_h - T_r) - K_{ra} (T_r - T_a(t))$$

En conservant les deux premières équations, et en ajoutant les quatre dernières, on obtient:

$$C_f (\delta T_f / \delta t) = P_f(t) - K_{fh} (T_f - T_h)$$

$$C_i (\delta T_i / \delta t) = P_i(t) - K_{ih} (T_i - T_h)$$

$$C_é (\delta T_é / \delta t) + C_h (\delta T_h / \delta t) + C_v (\delta T_v / \delta t) + C_r (\delta T_r / \delta t) = \\ K_{fh} (T_f - T_h) + \sum [K_{ih} (T_i - T_h)] - K_{ra} (T_r - T_a(t))$$

Le flux  $\phi_{ra}$  représente le flux total évacué par le transformateur dans l'air à travers le réfrigérant. Il est égal en régime permanent aux pertes totales  $PT$  et au flux de l'huile vers l'air  $\phi_{ha}$ , et reste très proche de ce dernier pour les régimes transitoires étudiés. Ceci rend légitime l'approximation:

$$K_{ra} (T_r - T_a(t)) = K_{ha} (T_h - T_a(t))$$

La température moyenne de la cuve et celle des isolants sont proches de celle de l'huile. De plus, la température du réfrigérant est comprise entre celle de l'huile et l'ambiante, mais est plus proche de celle de l'huile car l'échange convectif est meilleur du côté de l'huile. Ceci conduit à la seconde approximation:

$$T_e = T_v = T_r = T_h$$

Ces deux égalités permettent d'écrire le système sous la forme suivante:

$$C_f (\delta T_f / \delta t) = P_f(t) - K_{fh} (T_f - T_h)$$

$$C_i (\delta T_i / \delta t) = P_i(t) - K_{ih} (T_i - T_h)$$

$$(C_e + C_h + C_v + C_r) (\delta T_h / \delta t) = K_{fh} (T_f - T_h) + \sum [K_{ih} (T_i - T_h)] - K_{ha} (T_h - T_a(t))$$

Ces équations sont les mêmes que celles du modèle si on remplace la capacité  $C_h$  par la somme  $C_h + C_e + C_v + C_r$ .

En résumé, le bilan énergétique des parties métalliques passives ainsi que celui des isolants en carton, n'apparaissent pas dans le modèle. Considérer leurs températures moyennes égales à celle de l'huile, et négliger les pertes générées dans la cuve, ainsi que les puissances évacuées par la cuve et celles transmises de la partie active vers les isolants, revient à ajouter l'inertie thermique de ces corps à celle de l'huile, c'est-à-dire à exprimer la capacité calorifique de l'huile par:

$$(9) \quad C_h = M_h C_{Ph} + M_e C_{Pe} + M_v C_{Pv} + M_r C_{Pr}$$

Les équations (7) à (9) permettent de calculer les capacités calorifiques utilisées dans le modèle. Le calcul des conductances thermiques constitue la suite de cette étude.

### 2.2.2. CONDUCTANCES THERMIQUES

La **conductance thermique** (en W/K) entre deux corps repérés par les indices **j** et **k**, de températures moyennes respectives **T<sub>j</sub>** et **T<sub>k</sub>** (en °C), a été définie au paragraphe 2.1.2.2, en fonction de la surface d'échange **S<sub>jk</sub>** (en m<sup>2</sup>), et du flux thermique **ϕ<sub>jk</sub>** (en W/m<sup>2</sup>) traversant cette surface, par la relation:

$$K_{jk} = \phi_{jk} S_{jk} / (T_j - T_k)$$

Il faut préciser que le flux **ϕ<sub>jk</sub>** (flux de **j** vers **k**) est positif si **T<sub>j</sub> > T<sub>k</sub>**, et négatif dans l'autre cas. Ceci rend toujours positive la quantité **K<sub>jk</sub>**.

Ce paragraphe est consacré au calcul des conductances thermiques du modèle. On s'intéresse successivement au réfrigérant, au circuit magnétique, et aux galettes.

### 2.2.2.1. CAS DE L'ECHANGE HUILE/AIR OU HUILE/EAU

L'huile est refroidie dans un échangeur de chaleur par l'air ou l'eau. On se reporte aux méthodes usuelles de calcul des performances thermiques des échangeurs décrites dans l'ouvrage de SACADURA [G1], chapitre V, paragraphe 5. Ces méthodes utilisent les températures moyennes de chacun des deux fluides et la représentation thermique de la figure 28.

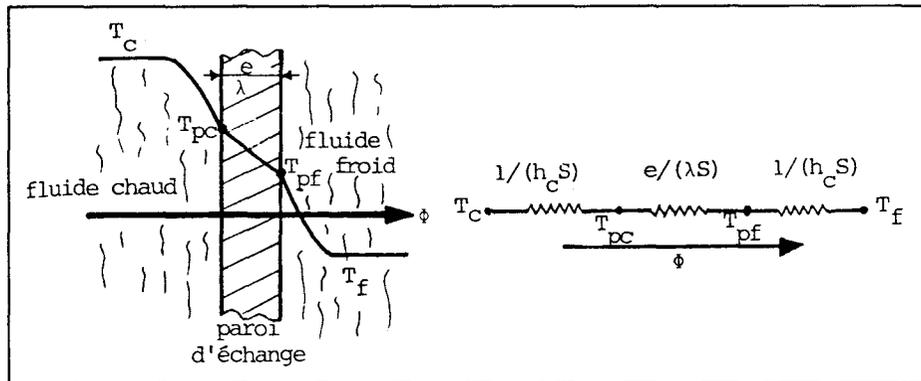


Fig.28: Echange entre deux fluides séparés par une paroi plane:  
distribution des températures et schéma analogique.

Dans le cas d'un échange huile/air, la chute de température entre l'huile, fluide chaud, et l'air, fluide froid, se décompose en trois termes.

- La chute de température **dans l'huile** est due au transfert conducto-convectif aux parois de l'échangeur, et est caractérisée par un coefficient d'échange convectif **Hh**.

- La chute de température **dans le métal** constituant l'échangeur est uniquement conductive, et dépend de l'épaisseur **E** et de la conductivité thermique **lambda** de ce métal.

- La chute de température **dans l'air** est due au couplage des trois modes de transfert thermique: conduction, convection, et rayonnement. Les phénomènes de convection naturelle et de rayonnement sur une plaque plane sont d'ampleur comparable. En revanche, en convection forcée dans des tubes ou autour des radiateurs, le terme convectif est prépondérant. C'est pourquoi on caractérise la différence de température dans l'air par le coefficient d'échange convectif **Ha**.

Chacun de ces phénomènes est relié à une **résistance thermique** (en K/W, inverse d'une conductance thermique) liée directement aux surfaces d'échange: **Sh** entre l'huile et le métal, **Sa** entre le métal et l'air, **S** moyenne de ces deux valeurs. Le flux thermique étant commun aux trois corps, la chute de température globale peut être caractérisée par la résistance thermique **RTHha** qui est la somme des trois résistances du schéma analogique de la figure 28:

$$RTHha = 1 / (Hh Sh) + E / (\lambda S) + 1 / (Ha Sa)$$

Cette résistance thermique permet de calculer la différence entre la température moyenne de l'huile  $T_h$  et celle de l'air dans le réfrigérant  $T_{ar}$ . En régime stabilisé, si on note  $PT$  les pertes totales du transformateur, alors on a :

$$T_h - T_{ar} = R_{THha} PT$$

Cependant, la température moyenne de l'air dans le réfrigérant peut être différente de la température ambiante, car l'air est chauffé en le traversant. Le bilan énergétique de l'air dans l'échangeur s'écrit de la même manière que celui de l'huile dans les canaux puisque l'air entre avec un débit massique  $DMa$  (en kg/s) à la température ambiante  $T_a$ , sort par la même section et avec le même débit à la température  $T_{Sa}$ , et est chauffé par le flux provenant de l'huile correspondant aux pertes totales  $PT$ . En régime permanent, si l'on note  $CPa$  (en J/kg/K) la chaleur massique de l'air, le bilan s'écrit :

$$DMa CPa (T_{Sa} - T_a) = PT$$

La température moyenne de l'air dans le réfrigérant  $T_{ar}$  étant approximativement la moyenne des valeurs d'entrée et de sortie, il vient :

$$T_{ar} - T_a = (T_{Sa} - T_a) / 2 = PT / (2 DMa CPa)$$

La chute de température totale entre l'huile moyenne et l'air ambiant s'écrit donc :

$$T_h - T_a = (T_h - T_{ar}) + (T_{ar} - T_a) = PT R_{THha} + PT / (2 DMa CPa)$$

On en déduit l'expression de la **conductance thermique**  $K_{ha}$  entre l'huile moyenne et l'air ambiant :

$$\frac{1}{K_{ha}} = \frac{(T_h - T_a)}{PT} = \frac{1}{(H_h S_h)} + \frac{E}{(\lambda S)} + \frac{1}{(H_a S_a)} + \frac{1}{(2 DMa CPa)}$$

L'échangeur étant en métal bon conducteur, le terme conductif  $E/(\lambda S)$  est le plus souvent négligeable. Cependant, au bout d'un certain temps de fonctionnement, les parois peuvent être recouvertes d'un film d'encrassement beaucoup plus isolant, dont il est difficile d'évaluer l'épaisseur. Pour ces deux raisons, on remplace l'expression  $\lambda/E$  par le coefficient d'encrassement **HENC** (en W/m<sup>2</sup>/K), et l'on retient l'expression de la **conductance thermique** suivante :

$$(10) \quad \frac{1}{K_{ha}} = \frac{1}{(H_h S_h)} + \frac{1}{(HENC S)} + \frac{1}{(H_a S_a)} + \frac{1}{(2 DMa CPa)}$$

Dans cette expression, les surfaces d'échange  $Sh$ ,  $Sa$ ,  $S$ , et la capacité calorifique de l'air  $CPa$ , sont des constantes dont les valeurs sont connues.

L'ordre de grandeur des coefficients d'encrassement est, d'après SACADURA [G1], chapitre V, paragraphe 5.3.1, de 500 à 10000 W/m<sup>2</sup>/K. La chute de température qu'ils provoquent explique, en partie, la différence entre l'échauffement d'huile garanti par le constructeur (qui tient compte de l'encrassement) et celui mesuré alors que l'échangeur est à l'état neuf. On prend la valeur la plus défavorable:

$$HENC = 500 \text{ W/m}^2/\text{K}$$

Le débit massique  $DMa$  (en kg/s) dépend du nombre de ventilateurs en fonctionnement  $NV$ , du débit volumique d'un ventilateur  $DV$  (en m<sup>3</sup>/s), et de la masse volumique de l'air  $pa$  (en kg/m<sup>3</sup>):

$$DMa = NV DV pa$$

Pour déterminer  $Kha$ , il reste à calculer les coefficients d'échange convectif  $Hh$  et  $Ha$ . Les méthodes usuelles font appel à l'analyse dimensionnelle.

### ANALYSE DIMENSIONNELLE

Tout phénomène physique est fonction d'un certain nombre de grandeurs. Etablir une loi physique consiste à chercher la relation mathématique entre l'une de ces grandeurs et les autres. Lorsque cette loi n'est pas connue, on fait appel à l'analyse dimensionnelle. Celle-ci se décompose en trois étapes.

La première consiste à **faire l'inventaire de toutes les grandeurs physiques** intervenant dans le problème.

La seconde vise à **effectuer des groupements** entre ces grandeurs de façon à rendre les paramètres du problème **adimensionnels** (c'est-à-dire sans unité). Cette étape se base sur le théorème de VASCHY-BUCKINGHAM (énoncé dans l'ouvrage de TAINE et PETIT [G2], partie 2, paragraphe V.4), qui définit les conditions dans lesquelles on peut effectuer ces groupements, et détermine en particulier le nombre de groupements à prendre en considération.

La dernière étape consiste à **utiliser des résultats expérimentaux pour déterminer les coefficients reliant ces nombres adimensionnels**.

## APPLICATION A LA CONVECTION FORCEE

Le problème du **transfert thermique d'une paroi vers un fluide en convection forcée**, illustre parfaitement le principe de l'analyse dimensionnelle.

Les **grandeurs physiques** à considérer sont:

- la géométrie du domaine, que l'on fait intervenir par la distance caractéristique **D** (en m);
- la vitesse caractéristique de l'écoulement **V** (en m/s);
- les propriétés thermo-physiques du fluide concerné qui sont: la conductivité thermique  **$\lambda$**  (en W/m/K), la chaleur massique **CP** (en J/kg/K), la masse volumique  **$\rho$**  (en kg/m<sup>3</sup>), la viscosité cinématique  **$\nu$**  (en m<sup>2</sup>/s), la viscosité dynamique  **$\mu = \rho \nu$**  (en kg/m/s);
- et bien sûr le coefficient d'échange convectif **H** (en W/m<sup>2</sup>/K).

Les groupements les plus couramment utilisés (dont les critères de choix sont explicités dans l'ouvrage de TAINÉ et PETIT [G2], partie 4, paragraphe XII.1) aboutissent aux **nombres adimensionnels** connus sous les noms de REYNOLDS, PRANDTL et NUSSELT.

Le nombre de **REYNOLDS**, rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité, définit les conditions de l'écoulement. En particulier, il précise si l'écoulement est laminaire (en deçà d'une certaine valeur appelée REYNOLDS critique) ou turbulent (au-delà de cette valeur). Le **régime laminaire** correspond à un écoulement par filets fluides parallèles (ou lames). Le **régime turbulent** correspond à un mouvement des particules fluides aléatoire et tridimensionnel, et favorise l'échange thermique.

$$RE = V D / \nu$$

Le nombre de **PRANDTL**, rapport de la diffusivité matière à la diffusivité thermique, est lié uniquement aux propriétés thermiques du fluide. A partir de résultats expérimentaux concernant l'écoulement et le transfert thermique pour un fluide donné, le nombre de PRANDTL permet, en particulier, d'en déduire le transfert thermique pour un autre fluide.

$$PR = \mu CP / \lambda$$

Le nombre de **NUSSELT**, rapport de la quantité de chaleur échangée par convection à une quantité de chaleur échangée par conduction, est directement lié au transfert thermique. Il est donc, parmi les trois nombres, le paramètre à calculer en fonction des deux autres.

$$NU = H D / \lambda$$

**L'analyse dimensionnelle appliquée à la convection forcée consiste à rechercher une relation du type:**

$$NU = f(RE, PR)$$

## CAS DES AEROREFRIGERANTS

Les **aéroréfrigérants** les plus couramment utilisés sont des **échangeurs compacts**, c'est-à-dire ayant un rapport de la surface d'échange par le volume important, dans lesquels chacun des deux fluides circule dans un **faisceau de tubes**.

Lorsque ces tubes sont circulaires, on choisit pour **distance caractéristique D** (utile au calcul des nombres de REYNOLDS et de NUSSELT) le diamètre du tube. Dans le cas général, on utilise la notion de **diamètre hydraulique DH** (défini dans TAINÉ et PETIT [G2], partie 4, Annexe) qui est quatre fois le quotient de la section de passage dans un tube SPAS (en m<sup>2</sup>), par son périmètre intérieur PERI (en m). On ramène ainsi le cas d'un tube de forme quelconque au cas du tube circulaire.

$$D = DH = 4 SPAS / PERI$$

Les aéroréfrigérants sont, en général, dimensionnés pour que chacun des deux fluides s'écoule en **régime turbulent**. Lorsque le nombre de REYNOLDS est insuffisant, des aspérités, chicanes ou des variations de géométrie des tubes sont introduites, de manière à casser la couche limite et à favoriser la turbulence.

Voilà pourquoi on se ramène, pour les aéroréfrigérants, aux travaux de COLBURN (relatés plus en détail dans l'ouvrage de SACADURA [G1], chapitre IV, paragraphes 2.5 et 2.6) sur la **convection forcée turbulente dans un tube circulaire chauffé par la paroi**, et qui ont abouti à l'expression:

$$NU = 0.023 RE^{0.8} PR^{0.333}$$

A faible débit, le nombre de NUSSELT ne peut toutefois pas être inférieur à la valeur en régime laminaire à flux constant aux parois, estimée (dans TAINÉ et PETIT [G2], partie 4, chapitre XV) à **4.36**.

$$NU > 4.36$$

Les valeurs du nombre de NUSSELT de chacun des deux fluides, permettent de calculer les coefficients **Hh** et **Ha**, et d'en déduire la conductance thermique **Kha** de la formule (10).

### CAS DES RADIATEURS VENTILES

Lorsque le transformateur est réfrigéré par une batterie de radiateurs ventilés, l'huile circule dans un faisceau de tubes, tandis que l'air circule autour de ces tubes. En ce qui concerne l'**huile**, les conditions de transfert thermique sont les mêmes que pour un aéroréfrigérant, et on utilise également la relation de COLBURN pour évaluer **Hh**.

Pour calculer **Ha**, on est dans le cas de l'**air ventilé** autour des tubes. On se ramène aux résultats (décrits par TAINÉ et PETIT [G2], partie 5, paragraphe II.2) de la **convection forcée autour d'un cylindre d'axe perpendiculaire à l'écoulement**. Pour un gaz, le nombre de PRANDTL est estimé non influent, et dans les conditions habituelles d'écoulement ( $40 < RE < 4000$ ), le nombre de NUSSELT s'écrit:

$$NU = 0.615 RE^{0.466}$$

### CAS DES HYDROREFRIGERANTS

Depuis le début de ce paragraphe, on s'intéresse au cas de l'échange huile/air. Lorsque l'huile est refroidie dans un **hydroréfrigérant**, la conductance thermique **Khe** reliant la température moyenne de l'huile **Th** à celle d'entrée de l'eau **Te**, s'obtient tout simplement en remplaçant les indices **a** par les indices **e** dans la formule (10).

Suivant le type d'hydroréfrigérant, les deux liquides circulent dans deux faisceaux tubulaires entrecroisés, ou alors un liquide circule dans un faisceau tandis que l'autre s'écoule autour. On se ramène soit à la relation de COLBURN pour la convection forcée dans un tube, soit à celle de la **convection forcée autour d'un tube** (TAINÉ et PETIT [G2], partie 5, paragraphe II.2) qui est, dans le cas d'un liquide à nombre de REYNOLDS compris entre 40 et 4000, la suivante:

$$NU = 0.683 RE^{0.466} PR^{0.333}$$

### AUTRES CAS

Lorsque le radiateur n'est pas ventilé, ou quand le mouvement de l'huile n'est pas forcé par une pompe, il s'agit de la **convection naturelle**, non traitée dans cette étude. Les relations adimensionnelles correspondantes sont décrites dans l'ouvrage de MAC-ADAMS [29].

### 2.2.2.2. CAS DE L'ECHANGE FER/HUILE

Le circuit magnétique est composé de différents éléments parallélépipédiques appelés noyaux et culasses (figure 29) entourant les zones réservées aux emplacements des enroulements appelées fenêtres. Si on note  $NPH$  le nombre de phases du transformateur, ces éléments sont:

- les  $2 NPH$  demis noyaux de longueur égale à celle de la fenêtre notée  $LOF$ ;
- les  $2 NPH$  culasses extérieures de même longueur  $LOF$ ;
- les  $2 NPH + 2$  culasses intermédiaires de longueur égale à la largeur de la fenêtre notée

$LAF$ ;

- les  $4 NPH + 4$  éléments de liaison entre ces culasses de longueur égale à la largeur de la tôle notée  $LAT$ .

Tous ces éléments ont la hauteur du circuit magnétique  $HAM$ , et la largeur de la tôle  $LAT$ .

Toutes les culasses ont les deux faces latérales en contact avec l'huile, hormis les éléments de liaison. Ceux-ci ne représentant qu'une faible part du volume du circuit magnétique, on considère le cas général d'un parallélépipède ayant deux surfaces d'échange latérales avec l'huile.

Le fer a une bonne conductivité thermique, et les éléments ont des surfaces d'échange importantes entre eux. Les températures de ces éléments sont donc très proches. C'est pourquoi on néglige les différences de température moyenne entre les éléments. On ne considère alors que les différences de température de bas en haut relatives à l'échauffement de l'huile (axe  $Z$ ), et celles dans le sens de la tôle vers l'huile (axe  $X$ ). On ramène ainsi le circuit magnétique au cas bidimensionnel de la figure 30.

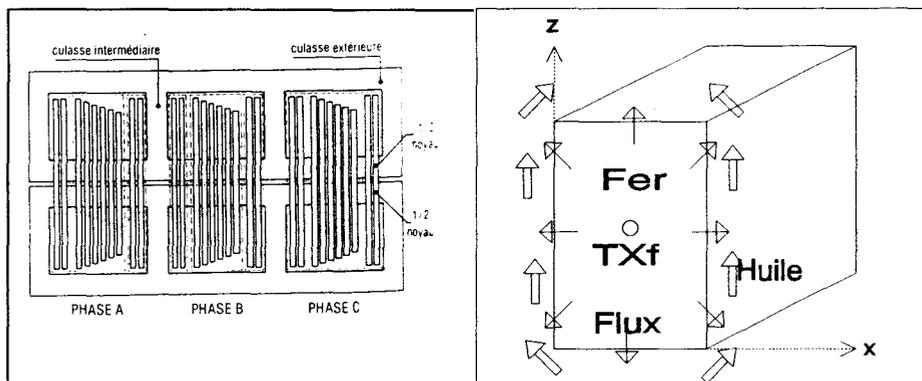


Fig.29: Culasses  
du circuit magnétique.

Fig.30: Élément parallélépipédique  
et modèle bidimensionnel.

Il est devenu inutile de différencier les pertes dans chaque élément. On utilise donc les **pertes volumiques**  $\mathcal{Q}f$  (en  $W/m^3$ ). Le volume de fer  $VO_f$  est le produit de la longueur  $LOM$  par la largeur  $LAM$  et par la hauteur  $HAM$  du circuit magnétique, auquel on enlève le volume des fenêtres, et celui de l'entrefer défini par la largeur  $LAE$ .

$$VO_f = LOM (LAM - LAE) HAM - 2 NPH LOF LAF HAM$$

$$\mathcal{Q}f = Pf / VO_f$$

L'équation de **conservation de l'énergie** s'écrit dans le circuit magnétique:

$$\rho CP (\delta T / \delta t) + \text{div}(\phi) - \mathcal{Q}f = 0$$

Le flux dans le volume est uniquement conductif: notons  $\lambda_f$  la conductivité thermique du fer (en  $W/m/K$ ). Il est supposé bidirectionnel: en un point dont la distance à la paroi est notée  $x$ , et la hauteur par rapport au bas du circuit magnétique est  $z$ , l'équation de conservation de l'énergie s'écrit, **en régime permanent**, sous la forme:

$$\lambda_f [(\delta^2 T / \delta x^2) + (\delta^2 T / \delta z^2)] + \mathcal{Q}f = 0$$

En considérant les flux de la figure 30, il apparaît que:

- la température au centre du volume est approximativement la température maximale de l'élément, et donc le point chaud du fer  $TX_f$ ;
- à mi-hauteur, le flux est unidirectionnel dans la direction  $x$ , et s'annule au centre;
- l'huile s'échauffant dans les mêmes conditions de bas en haut, on considère linéaire la répartition verticale des températures d'huile, et donc la température de paroi à mi-hauteur est égale à la température de paroi moyenne  $TP_f$ .

Ces remarques permettent d'intégrer l'équation de conservation de l'énergie dans le domaine situé à mi-hauteur, entre la paroi et le centre, puisque l'équation ne dépend plus que de  $x$ , et les conditions aux limites sont fixées.

$$\lambda_f (\delta^2 T / \delta x^2) + \mathcal{Q}f = 0$$

$$\Rightarrow (\delta T / \delta x) = - (\mathcal{Q}f / \lambda_f) x + \text{Constante}$$

Le flux nul au centre en  $x = LAT/2$  conduit à:

$$(\delta T / \delta x) = (\mathcal{Q}f / \lambda_f) (LAT / 2 - x)$$

$$\Rightarrow T(x) = (\mathcal{Q}f / \lambda_f) [LAT x / 2 - x^2 / 2] + \text{Constante}$$

La constante est la température en  $x = 0$ , c'est-à-dire à la paroi  $TP_f$ , d'où l'expression:

$$T(x) = (\mathcal{Q}f / 2 \lambda_f) x (LAT - x) + TP_f$$

Cette équation permet de relier la **température du point chaud du circuit magnétique TXf** en  $x=LAT/2$  à la température de paroi TPf:

$$TXf = (2f / 2 \lambda f) (LAT / 2) (LAT - LAT / 2) + TPf = TPf + (2f / 8 \lambda f) LAT^2$$

Si on néglige les flux du circuit magnétique vers l'huile en haut et en bas, l'expression T(x) précédente est alors valable à n'importe quelle hauteur. Le profil des températures est parabolique et s'annule sur l'axe médian. Dans ce cas la **température moyenne du circuit magnétique** est:

$$Tf = (TPf + 2 TXf) / 3 = TPf + (2f / 12 \lambda f) LAT^2$$

Ces résultats décrivent complètement la conduction dans le circuit magnétique modélisé bidimensionnellement. Pour relier la température du fer à celle de l'huile, il faut maintenant étudier la **convection** entre la paroi et l'huile.

Pour cela, on exprime la **surface d'échange entre le fer et l'huile Sfh** d'après la figure 29:

$$Sfh = [4 LOM + 2 (LAM - LAE) + 4 NPH LOF + 4 NPH LAF] HAM$$

En développant le volume VOf et la surface Sfh en fonction des dimensions de la fenêtre et de la largeur de la tôle, on obtient:

$$VOf = 2 HAM LAT [2 NPH LOF + (NPH + 1) LAF + (2 NPH + 2) LAT]$$

et  $Sfh = 4 HAM [2 NPH LOF + (NPH + 1) LAF + (NPH + 3) LAT]$

Le quotient de ces deux grandeurs donne approximativement:

$$VOf / Sfh \approx LAT / 2$$

Ceci relie les pertes à la surface d'échange et à la largeur de la tôle:

$$Pf = 2f Sfh LAT / 2$$

On en déduit une formulation des **températures maximales et moyennes du circuit magnétique en fonction de la température de paroi et des pertes fer:**

$$TXf = TPf + (Pf LAT) / (4 \lambda f Sfh)$$

$$Tf = TPf + (Pf LAT) / (6 \lambda f Sfh)$$

Dans le transformateur cuirassé, l'huile est dirigée vers les canaux des enroulements, c'est-à-dire que l'huile autour du circuit magnétique s'écoule avec un débit faible, et donc avec un faible nombre de REYNOLDS. De plus, l'absence de cales ne permet pas d'avoir un écoulement tridimensionnel favorisant la convection. Pour ces deux raisons, on est dans les conditions d'un **écoulement laminaire**.

Les canaux d'huile sont rectangulaires d'épaisseur **EPCAN** très petite devant leur largeur **LACAN**. Ils sont donc assimilables à deux plaques parallèles. Leur **diamètre hydraulique** (quotient de la section de passage sur le périmètre) s'écrit:

$$DH = 4 \text{ EPCAN LACAN} / (2 \text{ EPCAN} + 2 \text{ LACAN}) \approx 2 \text{ EPCAN}$$

Le cas de la **convection forcée entre deux plaques parallèles dont l'une est adiabatique et l'autre chauffe à flux constant** est traité dans TAINÉ et PETIT [G2], partie 5, paragraphe I.4.1. En **régime laminaire**, le nombre de NUSSELT évalué au diamètre hydraulique est constant et vaut **5.385**. On retient la valeur arrondie:

$$NU = 5$$

On en déduit le **coefficient d'échange convectif du fer vers l'huile Hfh** en fonction de la conductivité de l'huile  $\lambda$ :

$$Hfh = 5 \lambda / DH$$

On obtient ainsi la **chute de température entre la paroi et l'huile**:

$$TPf - Th = Pf / (Hfh Sfh)$$

La **chute de température entre le fer et l'huile** est la somme de la chute conductive dans le fer, et de la chute convective à la paroi:

$$Tf - Th = (Tf - TPf) + (TPf - Th) = \\ Pf \text{ LAT} / (6 \lambda f Sfh) + Pf / (Hfh Sfh)$$

On en déduit l'expression de la **conductance thermique Kfh** (en W/K) entre le fer et l'huile:

$$(11) \quad \frac{1}{Kfh} = \frac{1}{(Hfh Sfh)} + \frac{\text{LAT}}{(6 \lambda f Sfh)}$$

### 2.2.2.3. CAS DE L'ECHANGE CUIVRE/HUILE

Il reste à étudier le transfert thermique entre les galettes et l'huile. Le choix du motif de cales (dans le paragraphe 1.2.2.3 et sur la figure 20) rend complexe la géométrie des canaux d'huile autour des galettes. **L'échange thermique entre le cuivre et l'huile est tridimensionnel**, et il apparaît, à ce jour, deux possibilités de l'étudier:

- le calcul numérique tridimensionnel, qui fait l'objet du chapitre 4,
- la reprise du modèle unidirectionnel du paragraphe 1.3.2.1.

On rappelle que le modèle unidirectionnel est basé sur la considération suivante: le transfert thermique du cuivre à l'huile se produit par le chemin le plus conducteur. Les **flux thermiques** retenus (de la figure 22) sont ceux des quatre transferts suivants:

- la conduction dans le cuivre dans le sens des spires,
- la conduction à travers le guipage situé entre le cuivre et l'huile,
- le transfert conducto-convectif dans la couche limite de l'huile,
- le transport convectif dans l'huile.

Le cuivre étant très bon conducteur, les différences internes de températures sont négligées. Il en est de même pour l'huile en raison de son mouvement. Par conséquent, seuls la conduction dans le guipage et le transfert dans la couche limite sont retenus dans le **modèle unidirectionnel**, constitué de la résistance conductive dans le guipage **RCD** et la résistance convective à la paroi **RCV**. Ces résistances, toutes deux en K/W, sont représentées sur la figure 31, dans laquelle **P** désigne les pertes dissipées dans la galette, **Th**, **TP** et **T** sont les températures respectives de l'huile, sur la paroi de la galette, et dans le cuivre.

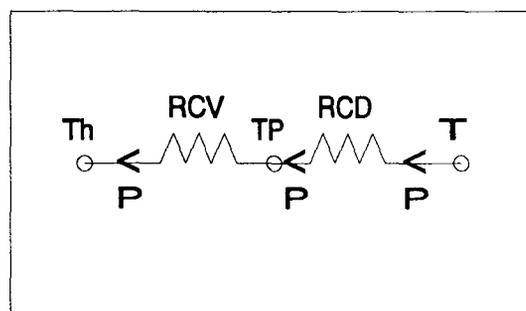


Fig.31: Modèle thermique unidirectionnel.

La **conductance thermique Kih** (en W/K) entre le cuivre de la galette n° i et l'huile s'exprime en fonction de ces deux résistances:

$$(12) \quad \frac{1}{K_{ih}} = R_{CD} + R_{CV}$$

## SURFACE D'ECHANGE

Dans le modèle unidirectionnel, la conduction dans le papier et la convection dans l'huile ont lieu par la même surface d'échange, que l'on calcule d'abord avant d'étudier séparément la conduction puis la convection.

Une galette peut être définie par les **grandeurs géométriques** suivantes (fig.32):

- la hauteur **HA**,
- la largeur **LA**,
- la hauteur radiale **HRAD**,
- le rayon interne des parties arrondies **RAY**,
- l'épaisseur **EP**.

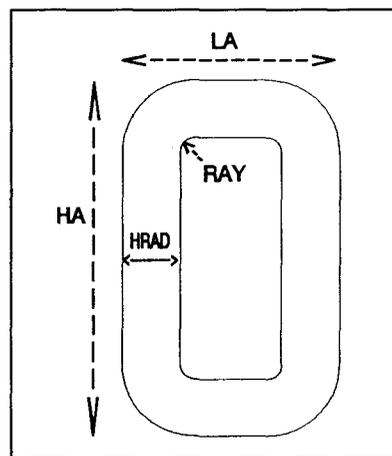


Fig.32: Grandeurs géométriques caractéristiques de la galette.

La **surface de la galette SG** est la somme des surfaces des deux parties droites latérales **SDR**, de la partie droite haute **SHA**, de la partie droite basse **SBA**, et des quatre parties arrondies **SAR**.

$$\text{SDR} = (\text{HA} - 2 \text{HRAD} - 2 \text{RAY}) \text{HRAD}$$

$$\text{SHA} = \text{SBA} = (\text{LA} - 2 \text{HRAD} - 2 \text{RAY}) \text{HRAD}$$

$$\text{SAR} = (\pi / 4) [(\text{HRAD} + \text{RAY})^2 - \text{RAY}^2] = (\pi / 4) (\text{HRAD} + 2 \text{RAY}) \text{HRAD}$$

$$\text{SG} = 2 \text{SDR} + \text{SHA} + \text{SBA} + 4 \text{SAR}$$

La **surface d'échange S** est la surface de la galette non couverte de cales. Si on note **PCA** la proportion de surface calée (de l'ordre de 30 % dans les transformateurs cuirassés de puissance), alors la surface d'échange est:

$$\text{S} = \text{SG} (1 - \text{PCA})$$

## CONDUCTION DANS LE GUIPAGE

La **résistance conductive** dépend du nombre de brins par conducteur, car les flux dans les différentes couches de papier s'expriment de manière différente en fonction du nombre de brins.

Dans le cas d'un **conducteur à un seul brin**, il n'y a qu'une couche de papier que l'on appelle guipage externe. Sa résistance thermique, appelée **résistance conductive externe** et notée **RCDE** (en K/W), s'exprime en fonction de l'épaisseur de papier externe **EPPE**, de la conductivité thermique du papier  $\lambda_p$  (0.17 W/m/K), et de la surface d'échange **S**.

$$RCDE = EPPE / (\lambda_p S)$$

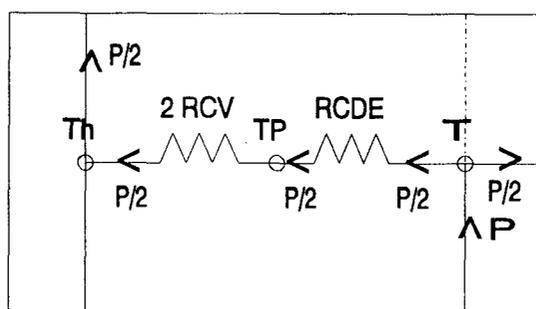


Fig.33: Evacuation des pertes dans un conducteur à 1 seul brin.

Les pertes de la galette **P** s'évacuent sur chacune des deux faces (fig.33). La température du cuivre **T** est donc reliée à la température de paroi **TP** par:

$$T = TP + RCDE (P / 2)$$

La résistance conductive **RCD** correspondant au modèle de la figure 31 vaut alors:

$$RCD(1) = (T - TP) / P = RCDE / 2$$

Dans le **conducteur à deux brins**, la moitié des pertes de la galette sont dissipées dans chaque brin et évacuées vers l'huile à travers le guipage externe. La symétrie du problème fait qu'aucun flux ne traverse la couche de papier entre les deux brins appelée guipage interne. La répartition des flux est la même que pour le conducteur à un seul brin:

$$RCD(2) = RCD(1) = RCDE / 2$$

Lorsque le **conducteur a plus de deux brins**, il faut également tenir compte des flux dans les différentes couches de guipage interne. On note **RCDI** la **résistance conductive interne** (en K/W) du papier situé entre deux brins et d'épaisseur **EPPI** (en m). La surface d'échange à considérer est, cette fois, toute la surface de la galette **SG** (en m<sup>2</sup>).

$$\mathbf{RCDI} = \mathbf{EPPI} / (\lambda_p \mathbf{SG})$$

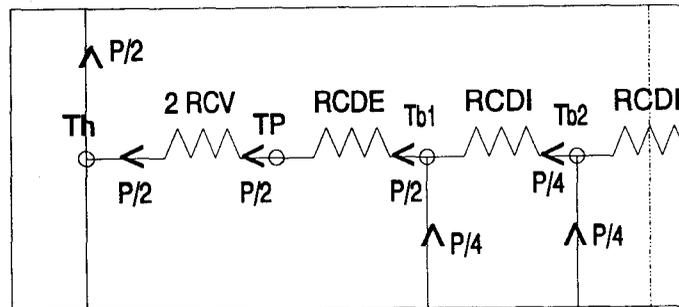


Fig.34: Evacuation des pertes dans un conducteur à 4 brins.

Si on considère le **cas du conducteur à 4 brins** de la figure 34, on s'aperçoit que la moitié des pertes traverse le guipage externe, et que le quart traverse le guipage interne séparant le brin extérieur repéré par l'indice **b1**, du brin intérieur indicé **b2**. Les températures de ces brins sont:

$$\mathbf{T_{b1}} = \mathbf{TP} + \mathbf{RCDE} (\mathbf{P} / 2)$$

$$\mathbf{T_{b2}} = \mathbf{T_{b1}} + \mathbf{RCDI} (\mathbf{P} / 4) = \mathbf{TP} + \mathbf{RCDE} (\mathbf{P} / 2) + \mathbf{RCDI} (\mathbf{P} / 4)$$

La température du cuivre **T** est la moyenne de ces deux températures:

$$\mathbf{T} = (\mathbf{T_{b1}} + \mathbf{T_{b2}}) / 2 = \mathbf{TP} + \mathbf{RCDE} (\mathbf{P} / 2) + \mathbf{RCDI} (\mathbf{P} / 8)$$

On en déduit la résistance conductive globale pour 4 brins:

$$\mathbf{RCD(4)} = \mathbf{RCDE} / 2 + \mathbf{RCDI} / 8$$

Dans la plupart des cas usuels, le conducteur est constitué de 1 à 8 brins .On peut, par le même raisonnement et pour chaque configuration, exprimer les températures de chacun des brins. Par exemple, les températures du brin central s'écrivent:

$$\begin{aligned} \text{Tb1(1)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) \\ \text{Tb1(2)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) \\ \text{Tb2(3)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) + \text{RCDI} (P / 6) \\ \text{Tb2(4)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) + \text{RCDI} (P / 4) \\ \text{Tb3(5)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) + \text{RCDI} (2 P / 5) \\ \text{Tb3(6)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) + \text{RCDI} (P / 2) \\ \text{Tb4(7)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) + \text{RCDI} (9 P / 14) \\ \text{Tb4(8)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) + \text{RCDI} (3 P / 4) \end{aligned}$$

La température moyenne du conducteur est dans chaque cas:

$$\begin{aligned} \text{T(1)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) \\ \text{T(2)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) \\ \text{T(3)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) + \text{RCDI} (P / 18) \\ \text{T(4)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) + \text{RCDI} (P / 8) \\ \text{T(5)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) + \text{RCDI} (P / 5) \\ \text{T(6)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) + \text{RCDI} (5 P / 18) \\ \text{T(7)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) + \text{RCDI} (5 P / 14) \\ \text{T(8)} &= \text{TP} + \text{RCDE} (P / 2) + \text{RCDI} (7 P / 16) \end{aligned}$$

La résistance conductive équivalente vaut, pour chacun des cas:

$$\begin{aligned} / \quad \text{RCD(1)} &= \text{RCDE} / 2 \\ | \quad \text{RCD(2)} &= \text{RCDE} / 2 \\ | \quad \text{RCD(3)} &= \text{RCDE} / 2 + \text{RCDI} / 18 \\ (12a) \quad \text{RCD(4)} &= \text{RCDE} / 2 + \text{RCDI} / 8 \\ | \quad \text{RCD(5)} &= \text{RCDE} / 2 + \text{RCDI} / 5 \\ | \quad \text{RCD(6)} &= \text{RCDE} / 2 + 5 \text{ RCDI} / 18 \\ | \quad \text{RCD(7)} &= \text{RCDE} / 2 + 5 \text{ RCDI} / 14 \\ \backslash \quad \text{RCD(8)} &= \text{RCDE} / 2 + 7 \text{ RCDI} / 16 \end{aligned}$$

## CONVECTION ENTRE LA PAROI DE LA GALETTE ET L'HUILE

L'approche unidirectionnelle du transfert thermique entre la galette et l'huile conduit à exprimer la **résistance convective RCV** (en K/W) directement en fonction du **coefficient d'échange convectif à la paroi H** (en W/m<sup>2</sup>/K) et des deux surfaces d'échange S sur chaque face de la galette:

$$(12b) \quad RCV = \frac{1}{2 H S}$$

On a vu, au paragraphe 2.2.2.1, que, pour calculer le coefficient d'échange convectif, il est nécessaire de recourir à l'**analyse dimensionnelle**. Malheureusement, à la différence des échangeurs de chaleur, la géométrie très particulière du canal d'huile refroidissant la galette n'a pas, par le passé, fait l'objet d'étude expérimentale. On ne peut rapprocher les conditions d'écoulement et de transfert thermique à aucun des cas étudiés dans les références [G1], [G2] et [29].

**Il s'est donc avéré indispensable d'effectuer, dans le cadre de cette étude, notre propre investigation expérimentale.**

**Les premières expérimentations ont été effectuées à l'INSA-Lyon en 1988 [30], 1989 [31], 1990 [32], et 1991 ([33], [34] et [35]).** Elles ont, en particulier, utilisé une maquette représentant une partie du canal d'huile et du motif de cales à 45° de la figure 35. Sur ce motif, des thermocouples étaient placés sur la paroi afin de mesurer les températures de paroi locales. De plus, la température moyenne de la plaque chauffante, et celle de sortie de l'huile étaient également mesurées, pour différentes valeurs des vitesses d'huile, de la température d'entrée de l'huile, et des pertes injectées.

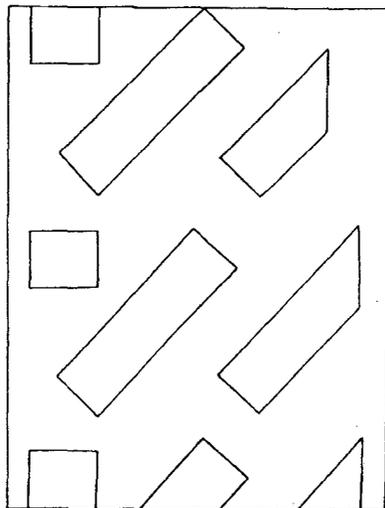


Fig.35: Géométrie du canal d'huile et des cales instrumentée à l'INSA.

**L'approche de l'INSA** considérait influentes sur le transfert thermique les grandeurs suivantes:

- le diamètre hydraulique du canal **DH** (en m);
- la vitesse locale maximale **VMAX** (en m/s);
- les propriétés thermo-physiques de l'huile:
  - la conductivité thermique  $\lambda$  (en W/m/K);
  - la chaleur massique **CP** (en J/kg/K);
  - la masse volumique  $\rho$  (en kg/m<sup>3</sup>);
  - la viscosité cinématique **v** (en m<sup>2</sup>/s) évaluée à trois températures différentes: celle de l'huile **Th**, celle de la paroi **TP**, la température de film moyenne de ces deux valeurs **Tfilm**; et notée respectivement **vh**, **vp**, et **vfilm**;
- la viscosité dynamique  $\mu = \rho v$  (en kg/m/s) notée à ces trois températures: **μh**, **μp**, et **μfilm**.
- l'écart de température paroi/huile: **TP - Th** (en K).

Le **but de ces travaux** était de **caractériser le transfert convectif** dans le canal d'huile par une relation entre les groupements adimensionnels suivants:

- le nombre de REYNOLDS:  $RE = VMAX DH / v_{film}$
- le nombre de PRANDTL évalué à la température de film:  $PR = \mu_{film} CP / \lambda$
- le nombre de NUSSELT:  $NU = H DH / \lambda$
- le nombre d'ECKERT:  $EC = VMAX^2 / (CP (TP - T_{film}))$
- le rapport des viscosités:  $RV = \mu_p / \mu_h$

Les **résultats** ([30] à [35]) ont montré que le nombre d'ECKERT et le rapport des viscosités ont peu d'influence sur l'échange thermique, qui peut donc être caractérisé par une relation classique:

$$NU = a RE^b PR^c$$

De plus, les exposants **b** et **c** sont de l'ordre de ceux de la relation de COLBURN (voir le paragraphe 2.2.2.1), prouvant que l'aspect tridimensionnel de l'écoulement dû aux cales, rend le transfert thermique proche de celui du régime turbulent, bien que le nombre de REYNOLDS soit faible.

La **maquette expérimentale** du chapitre 3, effectue la **continuité de ces travaux**, en instrumentant cette fois un canal d'huile entier. Dans l'**approche retenue dans cette étude**, on néglige également le nombre d'ECKERT et le rapport des viscosités, et on recherche une relation entre les nombres de REYNOLDS, PRANDTL et NUSSELT. Toutefois, on calcule différemment les trois grandeurs caractéristiques principales: la vitesse, la distance et la viscosité.

La vitesse de dimensionnement habituellement utilisée (paragraphe 1.3.2.1) est la vitesse que l'on aurait dans les parties droites latérales des canaux d'huile en l'absence de cales: on peut en fait la considérer comme la vitesse minimale de l'huile **VMIN**. L'exploitation faite à l'INSA était, au contraire, basée sur la vitesse maximale **VMAX** calculée à l'endroit où la section de passage entre les cales est la plus faible. Toutes deux n'ont pas une grande signification physique relative au transfert thermique. C'est pourquoi **on s'efforce, dans cette étude, d'évaluer la vitesse moyenne réelle VM de l'huile dans les canaux.**

A mi-hauteur de la galette existe quatre canaux d'huile, sur chaque face des parties droites latérales. En supposant la **répartition des vitesses homogène** dans le transformateur, la vitesse minimale **VMIN** (en m/s) s'obtient à partir du débit volumique d'huile total du transformateur **DV** (en m<sup>3</sup>/s) et des dimensions des canaux d'huile autour de chaque galette repérée par l'indice *i*.

$$V_{MIN} \sum [4 HRAD_i EPCAN_i] = DV$$

La vitesse moyenne dans les parties droites latérales **VD** s'exprime en fonction de cette vitesse minimale et de la proportion de surface calée **PCA**.

$$VD = V_{MIN} / (1 - PCA)$$

Les vitesses moyennes dans les parties haute et basse (**VH** et **VB**) se calculent à partir de cette vitesse **VD**, en tenant compte de l'élargissement de la section de passage:

$$VH = VB = VD (2 HRAD / LA)$$

La **vitesse moyenne VM** s'obtient par la moyenne des vitesses **VD**, **VH**, et **VB**, pondérée par les surfaces des différentes parties de la galette:

$$VM = [VB (SBA + 2 SAR) + VD (2 SDR) + VH (SHA + 2 SAR)] / SG$$

En l'absence de possibilités de comparaison avec des corrélations issues de la littérature, il n'apparaît pas utile de calculer le diamètre hydraulique réel de l'écoulement. C'est pourquoi on néglige les cales dans le calcul de la **distance caractéristique**, que l'on prend égale au diamètre hydraulique d'un écoulement entre deux plaques planes où la largeur du canal (ici **HRAD**) est très supérieure à l'épaisseur **EPCAN**:

$$D = 4 SPAS / PERI = (4 HRAD EPCAN) / (2 HRAD + 2 EPCAN)$$

$$D \approx 2 EPCAN$$

Le nombre d'ECKERT et le rapport des viscosités étant négligeables, il est inutile de distinguer les températures de l'huile à la paroi, loin de la paroi, et dans le film. On évalue donc à la température moyenne  $T_h$  les **propriétés thermo-physiques** de l'huile. Par exemple, pour un des fluides couramment utilisé, ces propriétés sont:

- la conductivité thermique:  $\lambda = 0.11 \text{ W/m/K}$
- la chaleur massique:  $CP = 1925 \text{ J/kg/K}$
- la masse volumique:  $\rho = 890 \text{ kg/m}^3$
- la viscosité cinématique:  $\nu = [\exp(\exp(26.03 - 4.4019 \ln(T_h+273))) - 0.7] 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
- la viscosité dynamique:  $\mu = \rho \nu$  (en kg/m/s).

A partir de ces grandeurs, on calcule les **trois nombres adimensionnels**:

- le nombre de REYNOLDS:  $RE = VM D / \nu$
- le nombre de PRANDTL:  $PR = \mu CP / \lambda$
- le nombre de NUSSELT:  $NU = H D / \lambda$

**L'objectif du prototype expérimental du chapitre 3 est de trouver les coefficients a, b et c reliant ces trois nombres adimensionnels dans la relation:**

$$(12c) \quad NU = a RE^b PR^c$$

Le calcul du nombre de NUSSELT permet alors de déduire successivement:

- le coefficient d'échange convectif  $H$  (en  $\text{W/m}^2/\text{K}$ );
- la résistance convective  $RCV$  (en  $\text{K/W}$ ) par la relation (12b);
- la conductance thermique  $K_{ih}$  (en  $\text{W/K}$ ) par la relation (12).

## APPLICATION NUMERIQUE

Pour illustrer ce paragraphe consacré au calcul de l'échange thermique entre la galette et l'huile, on considère l'**exemple** fictif d'un transformateur constitué de 10 galettes, dont les pertes cuivre sont de 100kW (10kW par galette), et dont l'huile de refroidissement est à 60°C et circule avec un débit de 100m<sup>3</sup>/h. La **galette** est définie par les grandeurs: HA=2500mm, LA=1500mm, HRAD=400mm, RAY=100mm, EP=16mm, EPCAN=8mm, PCA=30%. Les 65 **spires** par galette, de hauteur HASP=6mm, sont formés de 4 brins de guipage EPPE=0.6mm et EPPI=0.2mm.

Le calcul de la **surface d'échange** donne les résultats suivants: SDR=0.6m<sup>2</sup>, SHA=SBA=0.2m<sup>2</sup>, SAR=0.188m<sup>2</sup>, SG=2.35m<sup>2</sup> et:

$$S = 1.65 \text{ m}^2$$

Le **calcul conductif** donne: RCDE=2.14K/kW, RCDI=0.5K/kW d'où, par la relation (12a):

$$\text{RCD}(4) = 1.13 \text{ K/kW}$$

Le **calcul hydraulique** fournit: VMIN=0.217m/s, VD=0.31m/s, VH=VB=0.165m/s, VM=0.239m/s, puis D=0.016m,  $\nu=4.2\text{mm}^2/\text{s}$ , et  $\mu=0.00374\text{kg/m}\cdot\text{s}$ .

Puisque les coefficients a, b et c de la formule (12c) ne sont pas encore connus, on utilise la **méthode classique** du paragraphe 1.3.2.1 pour le **calcul convectif**. Ceci donne:

$$H = 1500 (\text{VMIN})^{0.8} = 442 \text{ W/m}^2/\text{K}$$

et, par la relation (12b):

$$\text{RCV} = 0.687 \text{ K/kW}$$

La formule (12) donne alors la **conductance thermique** entre la galette et l'huile:

$$\text{Kih} = 1 / (\text{RCD} + \text{RCV}) = 549 \text{ W/K}$$

La résolution de l'équation (1), en régime permanent, donne enfin la température d'équilibre de la galette:

$$T = T_h + P / \text{Kih} = 78.2^\circ\text{C}$$

## EQUIVALENCE ENTRE LA METHODE CLASSIQUE ET LA NOUVELLE

Si le nouveau calcul convectif tient compte du guipage interne, et, de ce fait, diffère du calcul de la méthode classique; en revanche, **le nouveau calcul convectif et le calcul traditionnels peuvent être équivalents** moyennant un certain choix des coefficients **a**, **b** et **c**. Dans les expressions des trois nombres adimensionnels, la distance **D** est constante pour une géométrie donnée, tout comme la conductivité  $\lambda$ , la chaleur massique **CP** et la masse volumique  $\rho$  lorsque l'huile est choisie. Seules la vitesse **VM** et la viscosité **v** sont susceptibles de varier au cours du temps, et de modifier la valeur du coefficient d'échange convectif. Leur influence est abordée de manière différente par chacune des deux méthodes, mais peut conduire à des résultats identiques.

D'après leur définition, le nombre de REYNOLDS est proportionnel à la vitesse, tandis que le NUSSELT est proportionnel au coefficient d'échange convectif. Celui-ci, dans la méthode classique varie avec l'exposant **0.8** de la vitesse. Pour respecter cette variation dans la nouvelle méthode, il suffit de relier le REYNOLDS au NUSSELT par le même exposant, c'est-à-dire de choisir:

$$\mathbf{b} = \mathbf{0.8}$$

La méthode classique ne tient pas compte de la viscosité. Dans la nouvelle méthode, celle-ci apparaît au numérateur du nombre de PRANDTL, et au dénominateur du REYNOLDS. Son influence sur le NUSSELT est nulle si les exposants du REYNOLDS et du PRANDTL sont les mêmes, c'est-à-dire si on choisit:

$$\mathbf{c} = \mathbf{b} = \mathbf{0.8}$$

On poursuit l'application numérique précédente en calculant les **nombres adimensionnels**, dont le nombre de NUSSELT avec le coefficient convectif calculé par la méthode traditionnelle:

$$\mathbf{RE} = \mathbf{911}$$

$$\mathbf{PR} = \mathbf{65.4}$$

$$\mathbf{NU} = \mathbf{64.3}$$

Pour que la relation (12c) soit vérifiée tout en ayant choisi **b=c=0.8**, il faut aussi choisir:

$$\mathbf{a} = \mathbf{NU} / (\mathbf{RE PR})^{0.8} = \mathbf{0.00973}$$

**La méthode classique du calcul convectif est donc équivalente à la formule:**

$$(12d) \quad \mathbf{NU} = \mathbf{0.01 (RE PR)^{0.8}}$$

Les coefficients **a**, **b** et **c** seront vérifiés ou corrigés par la maquette expérimentale du chapitre 3. On utilisera provisoirement la relation (12d) pour les applications numériques du paragraphe suivant consacré au calcul des facteurs géométriques.

### **2.2.3. FACTEURS GEOMETRIQUES**

Les paragraphes précédents ont décrit les méthodes de calcul des capacités calorifiques (équations (7) à (9)) et des conductances thermiques (relations (10) à (12)).

Les **facteurs géométriques** reliant les **points chauds** aux températures moyennes de chaque corps, introduits dans le paragraphe 2.1.3, sont les derniers paramètres du modèle. Ils sont indépendants du temps et des conditions de fonctionnement.

Ce paragraphe est consacré au calcul de ces facteurs. On s'intéresse successivement aux cas de l'huile, du circuit magnétique, et des galettes.

### 2.2.3.1. CAS DE L'HUILE

Dans le paragraphe 2.1.3.2, on a défini le point chaud de l'huile au lieu où le gradient surfacique est maximal, et le facteur  $F_h$  comme la valeur maximale du quotient du gradient surfacique local  $GSL$  par le gradient local total  $GSL+GPL$ .

$$F_h = \max[GSL / (GSL + GPL)]$$

Le gradient surfacique et le gradient papier sont respectivement proportionnels aux résistances thermiques convectives et conductives qui ont fait l'objet du paragraphe 2.2.2.3. Dans le modèle du transfert thermique unidirectionnel entre la galette et l'huile, la résistance conductive est uniforme et vaut  $RCD$ . En revanche, la résistance convective, liée à la répartition des vitesses, est un paramètre local. Le rapport ci-dessus est donc maximal lorsque la résistance convective est maximale et vaut  $RCVX$ .

$$F_h = RCVX / (RCVX + RCD) = 1 / (1 + RCD / RCVX)$$

Les zones où les conditions d'échange convectif sont les plus mauvaises, sont celles où l'huile tourne sur elle-même: on les appelle **zones de recirculation**. Dans ces zones, la vitesse de transport est faible devant la vitesse recirculante, et le nombre de NUSSELT tend vers sa valeur minimale du régime laminaire. Dans le cas de la **convection forcée laminaire entre deux plaques parallèles dont l'une est adiabatique et l'autre chauffe à flux constant**, cette valeur asymptotique est estimée, dans TAINE et PETIT [G2], partie 5, paragraphe I.4.1, à **5.385**. On prend ici la valeur arrondie:

$$NU = 5$$

La distance caractéristique  $D$  et la surface d'échange  $S$  sont celles du paragraphe 2.2.2.3. On en déduit le **coefficient d'échange convectif local  $HL$**  et la **résistance thermique maximale  $RCVX$** :

$$HL = 5 \lambda / D$$

$$RCVX = 1 / (2 HL S) = D / (10 \lambda S)$$

D'où l'expression finale du **facteur géométrique  $F_h$** :

$$(13) \quad \frac{1}{F_h} = 1 + RCD \frac{10 \lambda S}{D}$$

### 2.2.3.2. CAS DU FER

Dans le paragraphe 2.1.3.3, on a défini le facteur **Ff** en fonction des températures locales de fer **TLf**, et moyennes du fer **Tf** et de l'huile **Th**:

$$\mathbf{Ff} = \mathbf{Max}[(\mathbf{TLf} - \mathbf{Th}) / (\mathbf{Tf} - \mathbf{Th})]$$

Cette relation peut également s'écrire en fonction de la température maximale du fer **TXf**:

$$\mathbf{Ff} = (\mathbf{TXf} - \mathbf{Th}) / (\mathbf{Tf} - \mathbf{Th}) = 1 + (\mathbf{TXf} - \mathbf{Tf}) / (\mathbf{Tf} - \mathbf{Th})$$

Dans le paragraphe 2.2.2.2, on a obtenu une formulation des températures maximales et moyennes du circuit magnétique en fonction de la température de paroi **TPf** et des pertes fer **Pf**, de la largeur des tôles **LAT**, et de la surface d'échange **Sfh**:

$$\mathbf{TXf} = \mathbf{TPf} + (\mathbf{Pf} \mathbf{LAT}) / (4 \lambda_f \mathbf{Sfh})$$

$$\mathbf{Tf} = \mathbf{TPf} + (\mathbf{Pf} \mathbf{LAT}) / (6 \lambda_f \mathbf{Sfh})$$

La différence de ces deux relations donne:

$$\mathbf{TXf} - \mathbf{Tf} = (\mathbf{Pf} \mathbf{LAT}) / (12 \lambda_f \mathbf{Sfh})$$

En régime permanent, l'écart de température entre le fer et l'huile s'exprime directement en fonction de la conductance thermique **Kfh** du paragraphe 2.2.2.2:

$$\mathbf{Tf} - \mathbf{Th} = \mathbf{Pf} / \mathbf{Kfh}$$

Le quotient de ces deux dernières équations donne l'expression de **Ff**:

$$(14) \quad \mathbf{Ff} = 1 + \mathbf{Kfh} \frac{\mathbf{LAT}}{12 \lambda_f \mathbf{Sfh}}$$

### 2.2.3.3. CAS DU CUIVRE

Le dernier paramètre à calculer est le facteur géométrique  $F_i$ .

Le paragraphe 2.1.3.3 a défini, pour chaque galette repérée par l'indice  $i$ , ce facteur  $F_i$  en fonction de la température de l'huile  $T_h$ , de celle du cuivre  $T_i$ , et des températures locales de la galette  $T_{Li}$ :

$$F_i = \text{Max}[(T_{Li} - T_h) / (T_i - T_h)]$$

On voit qu'il s'agit du **quotient du gradient thermique cuivre/huile maximal au gradient moyen**. La méthode de calcul de ce quotient, basée sur le principe de l'analyse dimensionnelle, est exposée dans ce paragraphe.

Ce calcul est effectué pour chaque galette. Afin d'alléger la notation, on enlève l'indice  $i$ , désignant le numéro de la galette, dans toutes les formules de ce paragraphe. En particulier, on note le facteur géométrique  $F$  à la place de  $F_i$ .

La majoration locale de la température du cuivre peut avoir plusieurs causes. Aussi, dans un premier temps, on s'est efforcé de **recenser ces causes**.

**A chacune de ces causes est associée un paramètre** qui doit être **adimensionnel**. Le facteur  $F$  étant supérieur à **1**, on adopte la convention suivante: chacun des paramètres doit être supérieur à **1**.

La dernière étape de l'analyse consiste en la **détermination des taux d'influence** de chaque paramètre.

## INVENTAIRE DES PARAMETRES AYANT UNE INFLUENCE SUR LE POINT CHAUD

On a recensé **sept causes** susceptibles d'augmenter localement les températures de cuivre, que l'on énumère ci-dessous dans l'ordre décroissant, à priori, de l'importance de leur influence.

La première vient de la forme même de la galette et de son positionnement par rapport au circuit magnétique. En effet, la galette est une sorte d'anneau placé autour du noyau. On distingue les parties droites situées contre les quatre faces du noyau (deux latérales, une en haut, et une en bas), des parties arrondies qui les relient. Le parcours de l'huile dans les différentes parties des canaux entourant la galette est décrit ci-dessous.

- L'huile entre en bas de chaque canal dans la partie droite et les deux parties arrondies inférieures.

- Puis elle se partage en deux flux dans les parties droites latérales autour du circuit magnétique. La présence du noyau réduit la section de passage de l'huile, provoquant une accélération globale des vitesses d'écoulement, ce qui améliore l'échange thermique convectif.

- Enfin, l'huile atteint les parties arrondies supérieures, et se diffuse dans la partie droite haute, où l'on voit que les conditions d'échange thermique sont les plus mauvaises: en effet l'huile chauffe au fur et à mesure de son avancement de bas en haut; de plus la section de passage s'élargit en haut diminuant globalement les vitesses; en outre la partie haute, cachée derrière le circuit magnétique, est propice à des phénomènes de recirculation. Pour ces raisons, on appelle cette partie haute **la zone d'ombre de la galette**.

Le gradient dans la zone d'ombre est donc supérieur à celui des autres parties.

Le rapport de sa valeur par celle du gradient moyen augmente avec les dimensions de la zone d'ombre.

- La hauteur de cette zone est identique à la largeur des parties droites latérales, car toutes deux sont le produit du nombre de spires par la hauteur d'une spire. Ce produit, appelé hauteur radiale **HRAD**, est une grandeur fondamentale de la galette.

- La largeur de cette zone **LAZ** est égale à la largeur de la galette **LA** à laquelle on enlève deux fois la hauteur radiale **HRAD** et deux fois le rayon interne des parties arrondies **RAY**.

Le facteur **F** augmente donc avec le rapport **LAZ/LA**. Comme on doit caractériser ce phénomène par un paramètre supérieur à 1, on appelle le facteur **F1** la somme de ce rapport et de la valeur 1:

$$F1 = 1 + LAZ / LA = 1 + (LA - 2 HRAD - 2 RAY) / LA$$

La seconde cause est l'**inhomogénéité des pertes cuivre**. Non seulement les pertes varient localement avec la température, mais, de plus, il peut exister des zones où le flux de fuite est plus important, ce qui majore localement les pertes par courants induits.

Ce phénomène peut être quantifié par le rapport des densités de pertes locales maximales par les densités moyennes. Comme le calcul des pertes locales n'entre pas dans le cadre de cette étude, on prend l'exemple où le flux de fuite est plus important dans les parties arrondies, et on utilise comme donnée le rapport des pertes volumiques dans les parties arrondies  $2A$  aux pertes volumiques moyennes  $2$ . De plus, on ne traite pas le phénomène de saturation locale en régime de surcharge importante, c'est-à-dire qu'on considère ce rapport indépendant du temps.

On définit donc le facteur **F2** comme la valeur de ce rapport en régime nominal (indice **n**).

$$F2 = 2An / 2n$$

La troisième cause fondamentale est la **présence des cales** dans le canal d'huile. On peut considérer que les cales ont un effet globalement positif sur l'échange thermique. Malgré le fait qu'elles diminuent la surface d'échange directe entre le cuivre et l'huile, elles rendent l'écoulement tridimensionnel, et donc thermiquement assimilable au régime turbulent, ce qui compense la perte de surface d'échange. De plus l'inclinaison à **45°** (se référer à la figure 5 du paragraphe 1.2.2.3) favorise l'écoulement dans la zone d'ombre, rendant les recirculations de petite taille. Cependant, la température dans le cuivre situé contre une cale est supérieure au cuivre face à l'huile.

C'est ce seul phénomène que l'on étudie ici, car les autres sont inclus dans l'étude du coefficient d'échange convectif global **H**, et dans celle de l'influence de la zone d'ombre (facteur **F1**). La différence de température entre le cuivre sous une cale et le cuivre face à l'huile augmente avec les dimensions de la cale, et diminue avec la distance entre ces cales. Si on considère une spire de longueur **LSP**, la longueur calée vaut **PCA LSP**. On définit alors le facteur **F3** en ajoutant **1** au quotient de la longueur calée par la longueur non calée:

$$F3 = 1 + (PCA LSP) / ((1 - PCA) LSP) = 1 / (1 - PCA)$$

La quatrième cause est le **guipage**, qui isole thermiquement entre eux les brins de cuivre, et donc augmente l'inhomogénéité des températures dans la galette. On distingue cependant l'isolation dans le sens de l'échange thermique du cuivre vers l'huile, et celle dans le sens de la hauteur radiale. Dans le sens de l'échange cuivre/huile, le guipage externe isole le cuivre de l'huile, ce qui tend à rendre homogène la répartition des températures dans le cuivre. Le guipage interne sépare les brins de cuivre, et rend différentes leurs températures. On définit donc **F4** comme le facteur d'**influence du guipage entre brins** en fonction du nombre de brins **NBR**, du guipage interne d'épaisseur **EPPI**, et du guipage externe d'épaisseur **EPPE**. On appelle **NGI** le nombre de couches de guipage interne entre le brin central et le brin externe. Si **NBR** est impair, alors **NGI** vaut  $(NBR-1)/2$ . Par contre, si **NBR** est pair, alors **NGI** est  $(NBR-2)/2$ . Le facteur géométrique correspondant s'écrit:

$$F4 = 1 + NGI EPPI / EPPE$$

Dans le sens de la hauteur radiale, le guipage sépare les spires entre elles, ce qui tend à rendre différentes leurs températures. Si on appelle **HASP** la hauteur de cuivre d'une spire, et **EPPS** l'épaisseur de papier entre deux spires, alors le facteur d'**influence du guipage entre spires F5** vaut:

$$F5 = 1 + EPPS / HASP$$

Une autre cause est l'**habillage** des galettes (décrit au paragraphe 1.2.2.1). Les pièces en **U** et en **L** constituent une isolation supplémentaire des spires internes et externes de la galette. L'augmentation des températures locales qui en résulte, est proportionnelle à la largeur de chacun des habillages, que l'on note **LAHI** et **LAHE**, respectivement pour l'intérieur et pour l'extérieur.

$$F6 = 1 + (LAHI + LAHE) / HRAD$$

Enfin, il peut arriver qu'une **partie** de la galette soit **calorifugée** autour de certaines connexions. Ceci se fait en haut ou en bas autour de l'axe de symétrie dans la technologie du cuirassé. On utilise la largeur calorifugée **LACLR** pour définir le facteur **F7** par:

$$F7 = 1 + LACLR / LA$$

## APPLICATION DE L'ANALYSE DIMENSIONNELLE AU CALCUL DU POINT CHAUD

Les sept facteurs que l'on vient de définir représentent sept causes différentes de majoration locale des températures du cuivre de la galette.

En l'absence de loi physique existante pouvant exprimer l'influence de ces paramètres, on a recours, comme dans les paragraphes 2.2.2.1 et 2.2.2.3, à l'**analyse dimensionnelle**.

Celle-ci montre que l'effet cumulé des différents facteurs peut se traduire par une relation du type:

$$(15) \quad F = F_1^{\alpha_1} F_2^{\alpha_2} F_3^{\alpha_3} F_4^{\alpha_4} F_5^{\alpha_5} F_6^{\alpha_6} F_7^{\alpha_7}$$

Dans cette équation, les exposants:  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\alpha_3$ ,  $\alpha_4$ ,  $\alpha_5$ ,  $\alpha_6$ ,  $\alpha_7$ , sont ce qu'on peut appeler les **taux d'influence** de chaque paramètre.

Il reste maintenant, pour calculer le dernier paramètre du modèle par la relation (15), à **déterminer les valeurs de ces taux d'influence**.

La plupart de ces taux peuvent être calculés par des **méthodes analytiques**. Celles-ci font l'objet de la suite de ce paragraphe. On utilise, en particulier, un **découpage** de la galette en **sept zones** dans lesquelles les conditions d'échange thermique sont distinctes.

L'autre moyen de calculer ces taux est l'utilisation du **calcul numérique**, qui sera abordée dans le chapitre 4 de cette étude.

## MODELISATION DE LA GALETTE

Pour calculer l'influence de la zone d'ombre et celle des pertes locales, il peut être intéressant de connaître les températures dans la partie droite supérieure et dans les parties arrondies. Ceci conduit à découper la galette en différentes zones, où les conditions d'échange thermique, en particulier les vitesses d'écoulement, sont différentes.

La galette présente deux axes de symétrie: dans le sens de la largeur, et dans le sens de l'épaisseur. On peut donc limiter l'étude à un quart de galette. On divise ce quart de galette en sept zones définies de la façon suivante:

- une zone basse représentant la moitié de la partie basse de température moyenne **T1**;
- une partie arrondie inférieure à la température **T2**;
- trois zones de même taille représentant chacune le tiers d'une partie droite latérale, dont les températures moyennes sont notées de bas en haut: **T3**, **T4** et **T5**;
- une partie arrondie supérieure à la température **T6**;
- la zone d'ombre constituée de la moitié de la partie haute, de température **T7**.

On peut définir alors les pertes dans chacune de ces zones, et les résistances thermiques d'une part entre ces zones, et d'autre part entre chacune des zones et l'huile qui la refroidit. On a ainsi modélisé la galette par le **réseau de résistances** de la figure 36.

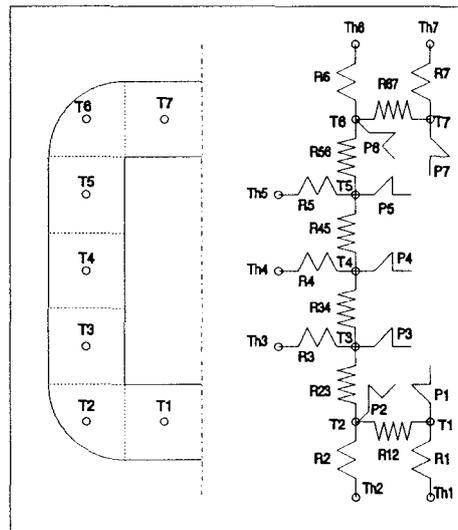


Fig.36: Modélisation thermique de la galette par un réseau de résistances.

La résolution de ce réseau passe par le calcul préliminaire des **conditions aux limites** dans chacune des zones qui sont: les pertes, les températures d'huile et aussi les vitesses utiles au calcul convectif.

La densité volumique  $\rho$  des pertes  $P$  dissipées dans la galette est le quotient de ces pertes par le volume  $VG$ , lui-même produit de la surface  $SG$  par l'épaisseur  $EP$ . Les pertes dans chacune des zones se calculent à partir des surfaces du paragraphe 2.2.2.3:

$$\begin{aligned} VG &= SG EP \\ \rho &= P / VG \\ P1 &= \rho (SBA / 2) (EP / 2) \\ P2 &= P6 = \rho SAR (EP / 2) \\ P3 &= P4 = P5 = \rho (SDR / 3) (EP / 2) \\ P7 &= \rho (SHA / 2) (EP / 2) \end{aligned}$$

Les **températures d'huile** s'obtiennent à partir de la température de l'huile en bas de la cuve  $TB$ , des pertes, du débit massique de l'huile dans le canal  $DMC$  (en kg/s) et de la chaleur massique  $CP$ :

$$\begin{aligned} DMC &= \rho VMIN (2 HRAD) EPCAN \\ Th1 &= Th2 = TB + (P1 + P2) / (DMC CP) \\ Th3 &= TB + (2 P1 + 2 P2 + P3) / (DMC CP) \\ Th4 &= TB + (2 P1 + 2 P2 + 2 P3 + P4) / (DMC CP) \\ Th5 &= TB + (2 P1 + 2 P2 + 2 P3 + 2 P4 + P5) / (DMC CP) \\ Th6 &= Th7 = TB + (2 P1 + 2 P2 + 2 P3 + 2 P4 + 2 P5 + P6 + P7) / (DMC CP) \end{aligned}$$

La température de l'huile au sommet du canal  $TSC$  s'obtient par:

$$TSC = TB + 2 (P1 + P2 + P3 + P4 + P5 + P6 + P7) / (DMC CP)$$

Les **vitesses d'huile** ont été calculées à la fin du paragraphe 2.2.2.3:

$$\begin{aligned} V1 &= V2 = VB \\ V3 &= V4 = V5 = VD \\ V6 &= V7 = VH \end{aligned}$$

On utilise ensuite la température de l'huile basse  $TB$  pour calculer la viscosité de l'huile. On en déduit le nombre de PRANDTL:

$$PR = \mu CP / \lambda$$

Les nombres de REYNOLDS  $REj$  sont calculés pour chaque zone, repérée par l'indice  $j$ , à partir des vitesses ci-dessus et de la distance  $D$  du paragraphe 2.2.2.3:

$$REj = Vj D / \nu$$

Ces nombres permettent de calculer les nombres de NUSSELT  $NUj$  pour chaque zone grâce à la formule (12c), et d'en déduire le **coefficient d'échange convectif**  $Hj$ :

$$\begin{aligned} NUj &= a REj^b PR^c \\ Hj &= \lambda NUj / D \end{aligned}$$

Après ces calculs préliminaires, on est en mesure de calculer les **résistances thermiques**. On distingue celles entre le cuivre et l'huile de celles qui sont internes au cuivre.

Pour calculer la **résistance thermique entre le cuivre et l'huile** de chaque zone **RTHj**, il faut exprimer les surfaces d'échange suivantes:

$$\begin{aligned} S1 &= (SBA / 2) (1 - PCA) \\ S2 &= S6 = SAR (1 - PCA) \\ S3 &= S4 = S5 = (SDR / 3) (1 - PCA) \\ S7 &= (SHA / 2) (1 - PCA) \end{aligned}$$

La résistance conductive a été calculée au paragraphe 2.2.2.3 par l'une des formules (12a). Dans le découpage en zones, la surface d'échange passe de  $2 S$  à l'une des valeurs  $S_j$  ci-dessus, d'où:

$$RCD_j = RCD (2 S / S_j)$$

La résistance convective est donnée par le coefficient d'échange convectif que l'on vient de calculer:

$$RCV_j = 1 / (H_j S_j)$$

La somme fournit la résistance cuivre/huile **RTHj**:

$$RTH_j = RCD_j + RCV_j = (2 S RCD + 1 / H_j) / S_j$$

Pour les **résistances conductives entre les différentes zones**, on utilise les indices  $j$  et  $k=j+1$ , et les longueurs entre les centres des zones **Ljk** qui s'expriment (d'après les figures 32 et 36) par:

$$\begin{aligned} L12 &= L67 = (LA - 2 HRAD - 2 RAY) / 4 + (\pi / 4) (RAY + HRAD / 2) \\ L23 &= L56 = (\pi / 4) (RAY + HRAD / 2) + (HA - 2 HRAD - 2 RAY) / 6 \\ L34 &= L45 = (HA - 2 HRAD - 2 RAY) / 3 \end{aligned}$$

La surface d'échange est commune et vaut:

$$SC = HRAD (EP / 2)$$

D'où les résistances conductives **RTHjk** en fonction de la conductivité du cuivre  $\lambda_c$  (386W/m/K):

$$RTH_{jk} = L_{jk} / (\lambda_c SC)$$

Tous les éléments du réseau sont maintenant définis. Pour la résolution, on préfère utiliser les **conductances thermiques**: **Kj** entre le cuivre et l'huile de la zone  $j$ , et **Kjk** entre le cuivre de la zone  $j$  et celui de la zone  $k$ .

$$\begin{aligned} K_j &= 1 / RTH_j \\ K_{jk} &= 1 / RTH_{jk} \end{aligned}$$

Aux différents points du réseau, on effectue le **bilan énergétique** en régime permanent. Par exemple, dans la partie arrondie inférieure (zone 2):

$$P_2 = K_2 (T_2 - Th_2) + K_{12} (T_2 - T_1) + K_{23} (T_2 - T_3)$$

On peut réécrire cette équation en fonction des températures:

$$(K_{12} + K_2 + K_{23}) T_2 - K_{12} T_1 - K_{23} T_3 = P_2 + K_2 Th_2$$

Cette équation peut être généralisée pour chaque zone  $j = 1 \text{ à } 7$ , en ayant pris la précaution de prédéfinir les valeurs fictives:  $K_{01}=K_{78}=0$  et  $T_0=T_8=0$ .

$$(K_{j-1,j} + K_j + K_{j,j+1}) T_j - K_{j-1,j} T_{j-1} - K_{j,j+1} T_{j+1} = P_j + K_j Th_j$$

Les relations entre les températures, les résistances, et les pertes peuvent donc s'écrire **sous forme matricielle**.

|                |                         |                         |                         |                         |                         |                |     |       |                  |
|----------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|----------------|-----|-------|------------------|
| $K_1 + K_{12}$ | $-K_{12}$               | $0$                     | $0$                     | $0$                     | $0$                     | $0$            | $0$ | $T_1$ | $P_1 + K_1.Th_1$ |
| $-K_{12}$      | $K_{12} + K_2 + K_{23}$ | $-K_{23}$               | $0$                     | $0$                     | $0$                     | $0$            | $0$ | $T_2$ | $P_2 + K_2.Th_2$ |
| $0$            | $-K_{23}$               | $K_{23} + K_3 + K_{34}$ | $-K_{34}$               | $0$                     | $0$                     | $0$            | $0$ | $T_3$ | $P_3 + K_3.Th_3$ |
| $0$            | $0$                     | $-K_{34}$               | $K_{34} + K_4 + K_{45}$ | $-K_{45}$               | $0$                     | $0$            | $0$ | $T_4$ | $P_4 + K_4.Th_4$ |
| $0$            | $0$                     | $0$                     | $-K_{45}$               | $K_{45} + K_5 + K_{56}$ | $-K_{56}$               | $0$            | $0$ | $T_5$ | $P_5 + K_5.Th_5$ |
| $0$            | $0$                     | $0$                     | $0$                     | $-K_{56}$               | $K_{56} + K_6 + K_{67}$ | $-K_{67}$      | $0$ | $T_6$ | $P_6 + K_6.Th_6$ |
| $0$            | $0$                     | $0$                     | $0$                     | $0$                     | $-K_{67}$               | $K_{67} + K_7$ | $0$ | $T_7$ | $P_7 + K_7.Th_7$ |

La **résolution**, par la méthode du pivot de GAUSS par exemple, fournit les **températures  $T_j$** , dont la **moyenne  $T$**  s'écrit:

$$T = \frac{(SBA/2) T_1 + SAR T_2 + (SDR/3) (T_3 + T_4 + T_5) + SAR T_6 + (SHA/2) T_7}{SG / 2}$$

Ceci termine la modélisation de la galette en sept zones, qui a deux intérêts essentiels:

- le calcul de la température moyenne de la galette est plus précis que dans le paragraphe 2.2.2.3 car on calcule les coefficients d'échange convectifs dans chaque zone, au lieu du coefficient moyen obtenu par la moyenne des vitesses;

- cette modélisation permet d'estimer les valeurs des taux d'influence des deux principaux facteurs **F1** et **F2**, qui correspondent respectivement à la zone d'ombre et à la répartition inhomogène des pertes.

## INFLUENCE DE LA ZONE D'OMBRE

L'application de la modélisation de la galette fournit, en particulier, la température moyenne de la galette  $T$ , et celle de la partie haute  $T_7$ . Elle tient compte de la zone d'ombre de la galette et donc du facteur  $F_1$ . De plus, elle ne tient compte d'aucun des six autres facteurs géométriques. Dans ces conditions, la formule (15) devient:

$$F_1^{\alpha_1} = (T_7 - T_h) / (T - T_h)$$

La reprise de l'exemple numérique du paragraphe 2.2.2.3 fixe la valeur du **premier facteur**:

$$F_1 = 1.33$$

Le calcul des **éléments du réseau** donne successivement:

- les pertes:  $P_1=P_7=212\text{W}$ ,  $P_2=P_6=400\text{W}$ ,  $P_3=P_4=P_5=425\text{W}$ ;
- les températures d'huile:  $T_B=60^\circ\text{C}$ ,  $T_{h1}=T_{h2}=60.3^\circ\text{C}$ ,  $T_{h3}=60.7^\circ\text{C}$ ,  $T_{h4}=61.1^\circ\text{C}$ ,  $T_{h5}=61.4^\circ\text{C}$ ,  $T_{h6}=T_{h7}=61.8^\circ\text{C}$ ,  $T_{SC}=62.1^\circ\text{C}$ ;
- les vitesses  $V_1=V_2=V_6=V_7=0.165\text{m/s}$ ,  $V_3=V_4=V_5=0.31\text{m/s}$ ;
- les nombres adimensionnels, en utilisant la relation (12d) pour le calcul du nombre de NUSSELT:  $RE_1=RE_2=RE_6=RE_7=630$ ,  $RE_3=RE_4=RE_5=1181$ ,  $PR=65.4$ ,  $NU_1=NU_2=NU_6=NU_7=47.8$ ,  $NU_3=NU_4=NU_5=79.1$ ;
- les coefficients d'échange convectif:  $H_1=H_2=H_6=H_7=329\text{W/m}^2/\text{K}$ ,  $H_3=H_4=H_5=544\text{W/m}^2/\text{K}$ ;
- les conductances thermiques après le calcul des surfaces, longueurs et résistances:  $K_1=K_7=10.3\text{W/K}$ ,  $K_2=K_6=19.5\text{W/K}$ ,  $K_3=K_4=K_5=25.1\text{W/K}$ ,  $K_{12}=K_{67}=3.43\text{W/K}$ ,  $K_{23}=K_{56}=2.54\text{W/K}$ ,  $K_{34}=K_{45}=2.47\text{W/K}$ .

La **résolution matricielle** fournit les températures dans les sept zones de la galette:  $T_1=80.7^\circ\text{C}$ ,  $T_2=80.5^\circ\text{C}$ ,  $T_3=77.9^\circ\text{C}$ ,  $T_4=78^\circ\text{C}$ ,  $T_5=78.6^\circ\text{C}$ ,  $T_6=82^\circ\text{C}$ ,  $T_7=82.3^\circ\text{C}$ .

On en déduit:

- la température moyenne de la galette:  $T = 79.7^\circ\text{C}$
- le terme  $F_1^{\alpha_1} = 1.131$
- le **taux d'influence de la zone d'ombre**:  $\alpha_1 = 0.427$

## INFLUENCE DES PERTES LOCALES

On a défini  $F2$  comme le rapport de la densité volumique des pertes dissipées dans les parties arrondies, à la densité moyenne des pertes dans toute la galette. Pour calculer  $\alpha2$ , on peut utiliser le modèle thermique de la galette précédent. Il suffit, en effet, de remplacer, dans chaque zone  $j$ , les pertes homogènes  $P_j$ , par les nouvelles pertes  $P'_j$  définies par:

$$P'_1 = P_1$$

$$P'_2 = F2 P_2$$

$$P'_3 = P_3$$

$$P'_4 = P_4$$

$$P'_5 = P_5$$

$$P'_6 = F2 P_6$$

$$P'_7 = P_7$$

Le calcul donne les nouvelles valeurs de températures, et en particulier  $T'_6$  dans l'arrondi supérieur, et  $T'_7$  dans la partie haute. La valeur maximale des températures des sept zones  $T'_X$  est la plus grande de ces deux valeurs. Si on note  $T'$  la moyenne pondérée des sept nouvelles valeurs, alors:

$$F1^{\alpha1} F2^{\alpha2} = (T'_X - Th) / (T' - Th)$$

On choisit, pour l'application numérique, un coefficient de majoration des pertes:

$$F2 = 1.3$$

Le nouveau calcul des éléments du réseau donne:

- les pertes  $P'_1=P'_7=212W$ ,  $P'_2=P'_6=520W$ ,  $P'_3=P'_4=P'_5=425W$ ;

- les températures d'huile:  $TB'=60^\circ C$ ,  $Th'1=Th'2=60.3^\circ C$ ,  $Th'3=60.8^\circ C$ ,  $Th'4=61.2^\circ C$ ,  $Th'5=61.5^\circ C$ ,  $Th'6=Th'7=62^\circ C$ ,  $TSC'=62.3^\circ C$ ;

- les vitesses, nombres adimensionnels, coefficients convectifs et conductances thermiques, ont les mêmes valeurs que celles précédemment calculées.

Les nouvelles températures dans la galette sont:  $T'_1=82^\circ C$ ,  $T'_2=85.5^\circ C$ ,  $T'_3=78.4^\circ C$ ,  $T'_4=78.2^\circ C$ ,  $T'_5=79.1^\circ C$ ,  $T'_6=87.1^\circ C$ ,  $T'_7=83.7^\circ C$ .

On en déduit:

- la température moyenne de la galette:  $T' = 81.8^\circ C$

- la température maximale  $T'_X = T'_6 = 87.1^\circ C$

- le facteur géométrique  $F1^{\alpha1} F2^{\alpha2} = 1.244$

- le terme dû aux pertes  $F2^{\alpha2} = 1.1$

- le taux d'influence des pertes locales:  $\alpha2 = 0.364$

## INFLUENCE DES CALES

Pour calculer l'influence des cales, on utilise le modèle thermique de la figure 37.

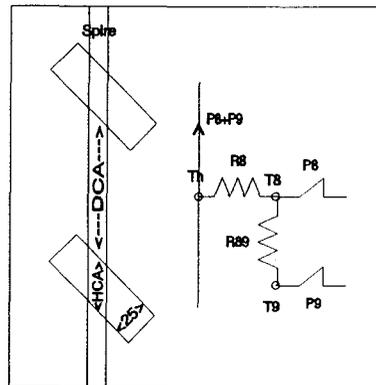


Fig.37: Températures dans une spire sous les cales et entre les cales.

On note **HASP** la hauteur d'une spire (dans le sens de la hauteur radiale), **HCA** la hauteur calée dans le sens d'une spire, **DCA** la distance entre deux cales. En général, les cales utilisées sont de largeur **25mm** et le pourcentage de surfaces calées est de l'ordre de **30%**, donc:

$$\text{HCA} = 25 \sqrt{2} = 35.4 \text{ mm}$$

et 
$$\text{DCA} = \text{HCA} (1 - \text{PCA}) / \text{PCA} = 82.5 \text{ mm}$$

On modélise cette spire sur la longueur  $(\text{HCA} + \text{DCA})/2$  par les températures **T8** et **T9**: l'indice **8** correspond à la moitié de la portion de spire entre cales, l'indice **9** représente la moitié de la partie sous cale de la spire. On calcule alors les pertes **P8** et **P9** dans ces deux zones, la surface d'échange **S8** entre la zone entre cales et l'huile, la surface d'échange **S89** et la longueur **L89** entre les deux portions de spire, et enfin les résistances thermiques de la figure: **RTH8** et **RTH89**.

$$\text{P8} = 2 \text{ HASP} (\text{DCA} / 2) (\text{EP} / 2) \text{ et } \text{P9} = 2 \text{ HASP} (\text{HCA} / 2) (\text{EP} / 2)$$

$$\text{S8} = \text{HASP} (\text{DCA}/2) \text{ et } \text{S89} = \text{HASP} (\text{EP}/2) \text{ et } \text{L89} = (\text{HCA} + \text{DCA}) / 4$$

$$\text{RTH8} = (1 / \text{Kih}) (2 \text{ S} / \text{S8}) \text{ et } \text{RTH89} = \text{L89} / (\lambda c \text{ S89})$$

La résolution donne les températures **T8** et **T9**, la moyenne de la spire **TSP**, et le terme  $\text{F3}^{\alpha 3}$ .

$$\text{T8} = \text{Th} + \text{RTH8} (\text{P8} + \text{P9})$$

$$\text{T9} = \text{T8} + \text{RTH89} \text{ P9}$$

$$\text{TSP} = (\text{DCA} \text{ T8} + \text{HCA} \text{ T9}) / (\text{DCA} + \text{HCA})$$

$$\text{F3}^{\alpha 3} = (\text{T9} - \text{Th}) / (\text{TSP} - \text{Th})$$

L'application numérique donne:  $\text{F3}^{\alpha 3} = 1.423$ ,  $\text{P8} = 0.526 \text{ W}$ ,  $\text{P9} = 0.225 \text{ W}$ ,  $\text{S8} = 247 \text{ mm}^2$ ,  $\text{S89} = 48 \text{ mm}^2$ ,  $\text{L89} = 29.5 \text{ mm}$ ,  $\text{RTH8} = 24.2 \text{ K/W}$ ,  $\text{RTH89} = 1.59 \text{ K/W}$ ,  $\text{T8} = 78.2^\circ \text{ C}$ ,  $\text{T9} = 78.6^\circ \text{ C}$ ,  $\text{TSP} = 78.3^\circ \text{ C}$ ,  $\text{F3}^{\alpha 3} = 1.014$  et le **taux d'influence des cales**:  $\alpha 3 = 0.038$

### INFLUENCE DU GUIPAGE ENTRE BRINS

Dans le paragraphe 2.2.2.3, on a calculé les températures de chaque brin par rapport à la température de paroi, en fonction du nombre de brins, du guipage externe et interne. On a ainsi obtenu la température moyenne des brins **TSP** et la température du brin central **Tbc** en fonction de la température de paroi **TP**. En ajoutant la chute de température convective **TP-Th**, on obtient le gradient moyen et le gradient du brin central. Le quotient de ces deux gradients donne le terme  $F4^{\alpha4}$  et permet d'en déduire le taux d'influence  $\alpha4$ .

$$F4^{\alpha4} = (Tbc - Th) / (TSP - Th)$$

L'application numérique donne  $F4=1.333$ ,  $TP=66.9^{\circ}C$ ,  $TSP=78.2^{\circ}C$ ,  $Tbc=78.8^{\circ}C$ ,  $F4^{\alpha4}=1.034$ , et le **taux d'influence du guipage entre brins**:  $\alpha4 = 0.117$

### INFLUENCE DES AUTRES PARAMETRES

Les **autres facteurs** susceptibles d'augmenter la valeur du point chaud sont:

- le **guipage entre spires** qui défavorise les échanges thermiques internes dans la galette, et donc augmente l'inhomogénéité des températures;
- l'**habillage des galettes** qui dégrade l'échange thermique dans les parties intérieures et extérieures des galettes;
- les **parties calorifugées** autour de certaines connexions.

Le calcul des taux d'influence de ces facteurs, qui sont respectivement  $\alpha5$ ,  $\alpha6$  et  $\alpha7$ , nécessite une étude tridimensionnelle. On utilisera donc, pour cela, le calcul numérique dans le chapitre 4.

### SYNTHESE DU CALCUL DU FACTEUR DE POINT CHAUD DES GALETTES

Les calculs analytiques faits dans ce paragraphe se regroupent sous l'expression du facteur de point chaud ci-dessous:

$$(15a) \quad F = F1^{0.43} F2^{0.36} F3^{0.04} F4^{0.12} F5^{\alpha5} F6^{\alpha6} F7^{\alpha7}$$

## 2.3. RESOLUTION DES EQUATIONS

Dans la première partie de ce chapitre, on a présenté le modèle thermique du transformateur, composé de six équations. La seconde partie a été consacrée au calcul des neuf paramètres. Cette dernière partie traite des **méthodes de résolution du modèle**.

Dans un premier paragraphe, on ramène les équations à leur forme générale. On présente ensuite les méthodes de résolution. Le second paragraphe traite du cas où les équations peuvent être linéarisées. Le dernier paragraphe est consacré au cas général.

### 2.3.1. FORME GENERALE DES EQUATIONS

Le modèle est composé de six équations: trois bilans énergétiques (relations (1) à (3)) qui sont des équations différentielles du premier ordre; et trois relations linéaires ((4) à (6)) reliant les températures maximales aux moyennes.

Les neuf paramètres sont donnés par les équations (7) à (15). Les capacités calorifiques  $C$  et les facteurs  $F$  sont des constantes ne dépendant que de la géométrie de transformateur. Il n'en est pas de même pour les conductances  $K$  qui dépendent des vitesses et des propriétés thermophysiques des fluides. Celles-ci sont variables avec la température, notamment la viscosité de l'huile.

Les **équations différentielles** sont donc **non linéaires**.

Pour chaque **bilan énergétique**, on note  $T_0$  la température de référence, qui est celle de l'huile dans le cas du fer et du cuivre, et l'ambiante dans le cas de l'huile. La somme des flux des galettes et du circuit magnétique vers l'huile est homogène à des pertes. On peut donc ramener chacune des équations (1) à (3) à la forme suivante:

$$(16) \quad C \frac{dT(t)}{dt} = P(t) - K(t) [T(t) - T_0(t)]$$

Les relations (4) à (6) des **points chauds** sont linéaires et de la forme générale:

$$(17) \quad T_X(t) = T_0(t) + F [T(t) - T_0(t)]$$

## 2.3.2. CAS LINEAIRE

On distingue le cas où l'équation différentielle (16) peut être rendue linéaire, du cas général. On voit dans ce paragraphe les cas d'application et les conséquences de la linéarisation.

### 2.3.2.1. APPROXIMATION LINEAIRE

Lorsque les conditions de fonctionnement varient peu autour du régime nominal, les conductances  $K(t)$  peuvent être assimilées à des constantes. La relation (16) devient alors linéaire et la résolution des équations est plus rapide, ce qui est intéressant pour certaines applications comme la surveillance thermique en temps réel d'un transformateur [27].

Cependant la précision se dégrade lorsqu'on s'éloigne du fonctionnement nominal. Aussi faut-il cerner l'intervalle de température dans lequel l'imprécision causée par l'approximation linéaire est acceptable.

L'approximation linéaire consiste à remplacer, dans le modèle, les conductances  $K_{ih}(t)$ ,  $K_{fh}(t)$ ,  $K_{ha}(t)$  par les constantes  $K_{ih}$ ,  $K_{fh}$  et  $K_{ha}$  qui valent, en notant  $n$  l'indice du régime nominal, et  $PT$  les pertes totales du transformateur:

$$K_{ih} = P_{in} / (T_{in} - T_{hn})$$

$$K_{fh} = P_{fn} / (T_{fn} - T_{hn})$$

$$K_{ha} = PT_n / (T_{hn} - T_{an})$$

Les équations (1) à (3) se mettent alors sous la forme:

$$(18) \quad C \frac{dT(t)}{dt} = P(t) - K [T(t) - T_0(t)]$$

### 2.3.2.2. DISCRETISATION TEMPORELLE

La méthode de résolution utilisée est basée sur une discrétisation temporelle et une résolution itérative des équations.

La **discrétisation temporelle** consiste à remplacer les fonctions continues  $T(t)$  par des fonctions discrètes constantes sur un intervalle de temps  $\Delta t$  appelé pas de temps. Dans la suite de ce paragraphe, on note la température au pas de temps numéro  $n$  par:

$$T(n) = T(n \Delta t)$$

L'**algorithme de résolution** des équations (18) et (17) est le suivant:

1: Etat initial: on connaît les températures et pertes à l'instant  $n$ :  $T(n)$ ,  $TX(n)$ , et  $P(n)$ ;

2: On évalue les dérivées des températures à l'instant  $n$  par la relation:

$$(19) \quad \frac{dT(n)}{dt} = \frac{P(n) - K (T(n) - T_0(n))}{C}$$

3: On évalue  $T(n+1)$  selon l'un des **schémas d'intégration** explicités ci-dessous;

4: On évalue les points chauds  $TX(n+1)$  à l'aide de la relation (17) et de  $T(n+1)$ ;

5: On réitère les étapes 2 à 4 jusqu'à ce que  $n \Delta t$  atteigne le temps de simulation final.

### 2.3.2.3. SCHEMA D'INTEGRATION

Trois schémas d'intégration ont été envisagés.

Le plus naturel des schémas est celui d'EULER:

$T(0)$  est la condition initiale fixée

$$T(n+1) = T(n) + \Delta t (dT(n)/dt)$$

Plus stable et plus précise est la méthode du second ordre d'ADAMS-BASHFORT:

$T(0)$  fixée

$$T(1) = T(0) + \Delta t (dT(0)/dt)$$

$$T(n+1) = T(n) + \Delta t [3 (dT(n)/dt) - (dT(n-1)/dt)] / 2$$

L'algorithme de RUNGE-KUTTA est plus sophistiqué et encore plus précis, et sa stabilité est à toute épreuve puisqu'il optimise le pas de temps:

1: On calcule  $T(n+1)$  par deux méthodes:

$$a) \quad T(n+1)_1 = T(n) + \Delta t (dT(n)/dt)$$

$$b) \quad T(n+1/2) = T(n) + (\Delta t/2) (dT(n)/dt)$$

$$T(n+1)_2 = T(n+1/2) + (\Delta t/2) (dT(n+1/2)/dt)$$

2: Si la différence  $|T(n+1)_1 - T(n+1)_2|$  est supérieure au critère de précision  $\epsilon$  choisi, alors on calcule  $T(n+1)_4$  par l'intermédiaire de  $T(n+1/4)$ ,  $T(n+2/4)$ ,  $T(n+3/4)$  et on compare la différence  $|T(n+1)_2 - T(n+1)_4|$  à  $\epsilon$ .

3: On divise ainsi le pas de temps jusqu'à ce que  $|T(n+1)_x - T(n+1)_{2x}| < \epsilon$

On utilise le plus souvent la **méthode d'ADAMS-BASHFORT** qui est un bon compromis entre précision et rapidité du calcul.

### 2.3.2.4. VALIDITE DE L'APPROXIMATION LINEAIRE

Afin de tester la fiabilité de la prédiction du modèle rendu linéaire, un essai sur un transformateur embarqué a été effectué pour un profil de charge variable. Les températures moyennes des enroulements et de l'huile ont été mesurées et comparées aux températures simulées par la méthode d'ADAMS-BASHFORT à l'aide du logiciel TUTSIM (fig.38).

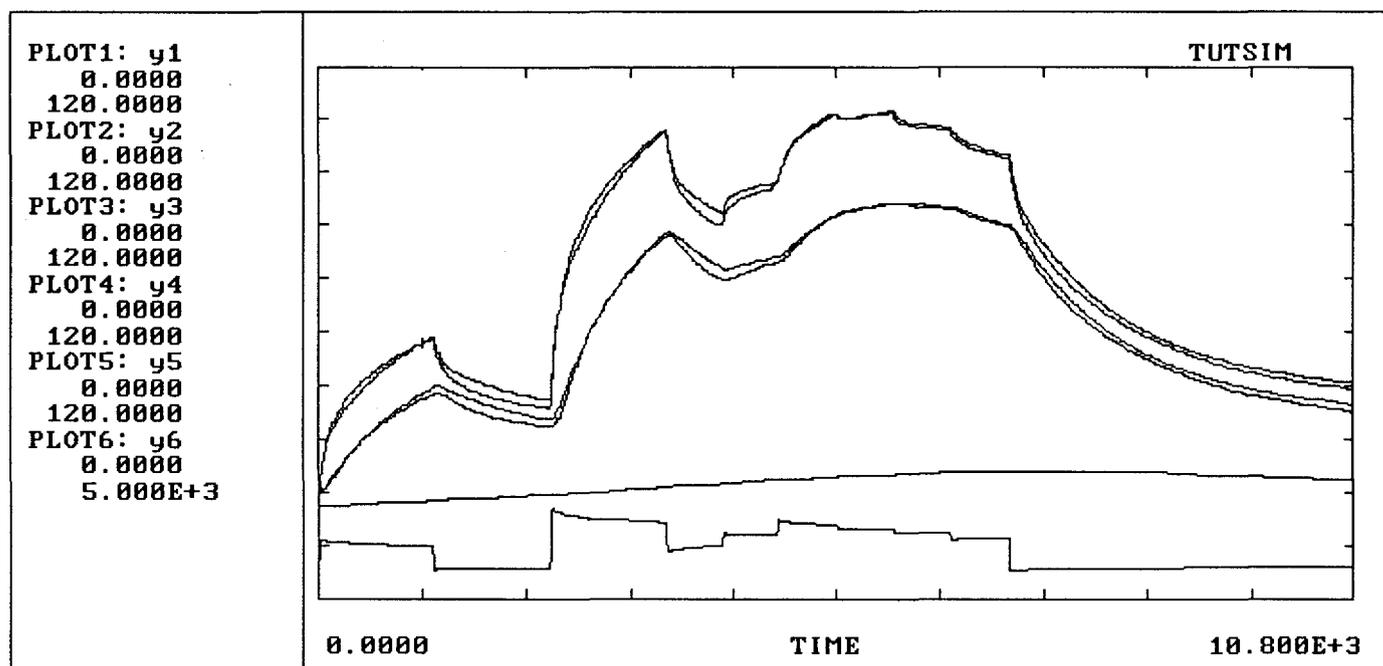


Fig.38: Températures moyennes des enroulements et de l'huile.  
Comparaison entre les mesures et le modèle linéaire.

Sur cette courbe sont tracées de haut en bas:

- y1: Température du cuivre d'un enroulement calculée;
- y2: Température du cuivre du même enroulement mesurée;
- y3: Température de l'huile calculée;
- y4: Température de l'huile mesurée;
- y5: Température ambiante mesurée et utilisée pour le calcul;
- y6: Courant de charge mesuré et utilisé pour le calcul.

L'écart-type entre la mesure et le calcul est de 1.5°C.

**Dans une plage de  $\pm 10$  à 20 °C autour du nominal, on peut considérer le comportement thermique du transformateur linéaire en fonction de la charge.**

### 2.3.3. CAS NON LINEAIRE

Dans le cas général où les équations (1) à (3) ne sont pas linéaires, le principe de la résolution est le même que dans le cas linéaire, et l'**algorithme de résolution** devient:

1: On part de l'état initial à l'instant  $n$  déterminé par:  $T(n)$ ,  $TX(n)$ ,  $K(n)$  et  $P(n)$ ;

2: On évalue les dérivées des températures à l'instant  $n$  par la relation:

$$(20) \quad \frac{dT(n)}{dt} = \frac{P(n) - K(n) (T(n) - T0(n))}{C}$$

3: On évalue  $T(n+1)$  selon l'un des trois schémas d'intégration précédemment définis;

4: On calcule les points chauds  $TX(n+1)$  par les relations (4) à (6);

5: On corrige les conductances  $K(n+1)$  par les relations (10) à (12);

6: On réitère les étapes 2 à 5 jusqu'à l'instant final atteint.

On peut toujours utiliser le schéma d'ADAMS-BASHFORT. La méthode est légèrement moins stable que dans le cas linéaire et nécessite un pas de temps plus faible.

Ce modèle non linéaire est adapté aux cas où la charge varie fortement au cours du temps, ce qui est souvent le cas pour les transformateurs embarqués. La précision du modèle dépend principalement de la précision du calcul des paramètres, en particulier de la correction des conductances avec la température.

## BILAN DE LA MODELISATION ANALYTIQUE

On a développé dans ce chapitre les éléments suivants:

- le modèle thermique du transformateur de puissance proposé est composé de N+2 équations de six formes différentes;
- les neuf types de paramètres sont calculés à partir de l'étude des transferts thermiques conductifs et convectifs;
- on dispose d'une méthode de résolution adaptée à des régimes de fonctionnement variables.

Au cours de cette étude s'est révélée la nécessité d'améliorer deux points:

- la précision du calcul de l'échange convectif des galettes vers l'huile,
- et celle du calcul du point chaud des galettes.

Il s'agit, en particulier, de vérifier ou de préciser les coefficients des deux relations ci-dessous:

$$(12d) \quad NU = 0.01 (RE PR)^{0.8}$$

$$(15a) \quad F = F1^{0.43} F2^{0.36} F3^{0.04} F4^{0.12} F5^{\alpha5} F6^{\alpha6} F7^{\alpha7}$$

On a, pour cela, recours:

- à une **maquette expérimentale**, dans le chapitre 3, pour vérifier ou corriger, en particulier, les coefficients reliant les nombres adimensionnels de la relation (12d) et améliorer la précision du calcul convectif;
- au **calcul numérique** dans le chapitre 4, pour vérifier et compléter la relation (15a) et mieux calculer le facteur de point chaud des galettes.

### **3. EXPERIMENTATION**

La difficulté de caractériser l'échange thermique entre les galettes et l'huile, que ce soit par le coefficient d'échange global ou au niveau local par le calcul des points chauds, a conduit à réaliser et instrumenter une **maquette expérimentale**.

L'exploitation de cette maquette fait l'objet de ce troisième chapitre divisé en quatre parties. La première décrit le dispositif expérimental. La seconde explicite les différents essais effectués et les résultats obtenus. Ceux-ci sont appliqués au calcul du coefficient d'échange convectif dans la troisième partie, et au calcul du point chaud dans la dernière.

#### **3.1. MAQUETTE EXPERIMENTALE**

Ce chapitre commence par la description de la maquette et de son instrumentation, et montre une vue globale du dispositif.

### 3.1.1. DESCRIPTION

La **maquette** expérimentale est essentiellement constituée de **deux galettes**, typiques de celles d'un transformateur d'une puissance de **100MVA** dont la haute tension est **220kV**. Les dimensions caractéristiques sont la hauteur  $HA=2.563m$ , la largeur  $LA=1.567m$ , la hauteur radiale  $HRAD=390mm$ , le rayon interne  $RAY=100mm$ , et l'épaisseur  $EP=16mm$ .

Ces galettes sont habillées par des pièces isolantes en forme de **U** ou de **L**, et sont entourées par des écrans garnis de **cales** inclinées à  $45^\circ$  occupant environ 30% de la surface, et permettant le passage de l'huile sur chaque face de chacune des galettes dans des canaux d'épaisseur  $EPCAN=8mm$ .

Chaque galette est composée de **67.5 spires**, de hauteur  $HASP=5.7mm$ , formées de 4 brins, isolés par du papier d'épaisseur  $EPPE=0.6mm$  à l'extérieur et  $EPPI=0.2mm$  entre deux brins. La spire extérieure de la première bobine et la spire intérieure de la seconde sont connectées aux deux bornes d'alimentation électrique. De plus, la spire intérieure de la première bobine est reliée à la spire extérieure de la seconde par une connexion dite remontée.

Le **groupe** des deux galettes ainsi constitué repose sur un parallélépipède de bois qui occupe la place du circuit magnétique. Deux autres pièces de bois maintiennent le parallélépipède central et entourent l'enroulement. L'ensemble est enfermé dans une **cuve** en acier qui contient l'huile de refroidissement.

La figure 39 montre la disposition schématique des galettes, des écrans et des bois dans la cuve de la maquette. L'habillage et les cales ne sont pas représentés.

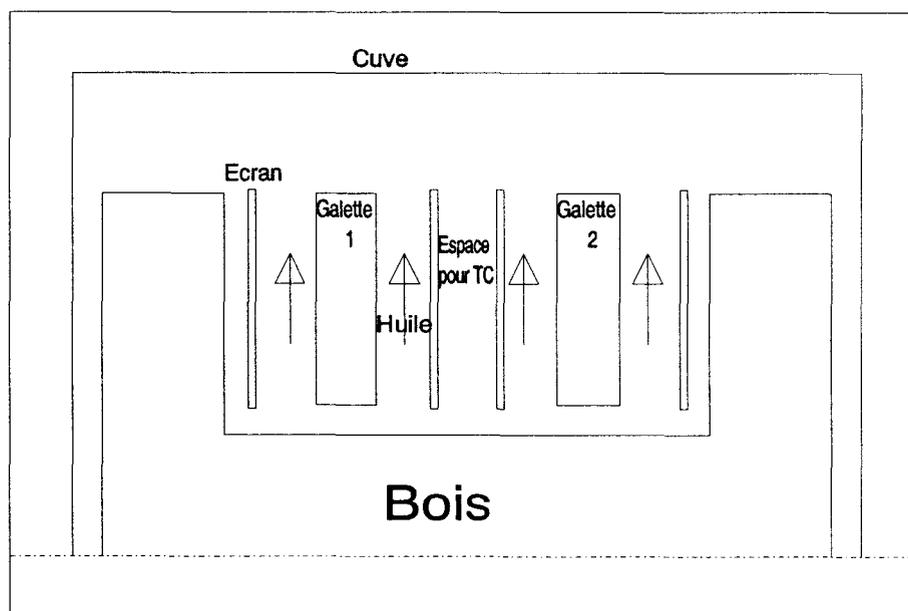


Fig.39: Coupe verticale schématique de la maquette.

Le **circuit de refroidissement** de la figure 40, est constitué d'un réseau de conduites et de **deux hydroréfrigérants ASET** de taille, et donc de capacité à évacuer la chaleur, différentes.

Une **pompe MENABLOC** fait circuler l'huile de bas en haut à travers les canaux entourant les galettes, puis de haut en bas dans les hydroréfrigérants.

Un **réchauffeur de fluide VULCANIC** est également utilisé pour ajouter des pertes indépendantes des enroulements, simulant les pertes du circuit magnétique.

Un système de vannes permet de diriger l'eau dans l'un ou l'autre des deux hydroréfrigérants, et de diriger ou non l'huile vers le réchauffeur, ceci afin de pouvoir faire varier les températures d'huile lors des différents essais.

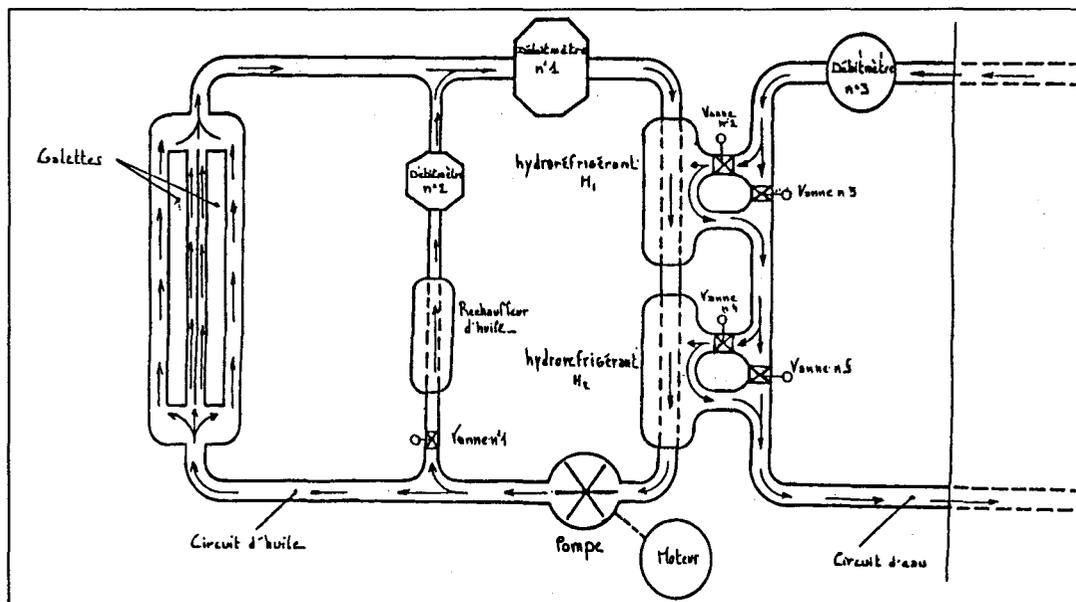


Fig.40: Schéma du circuit de refroidissement de la maquette.

### **3.1.2. INSTRUMENTATION**

L'**instrumentation thermique** de la maquette est faite par la mesure des températures au niveau local.

On utilise pour cela des **thermocouples SPECITEC de type K**, formés de deux fils de Chromel et d'Alumel (alliages de Nickel), dont la soudure à l'extrémité constitue le capteur. La différence de potentiel entre les deux fils à l'autre extrémité est liée à la température du capteur. Les deux fils sont entourés d'une gaine protectrice en acier inoxydable.

Pour pouvoir en placer au coeur des galettes, ainsi que dans l'huile sans perturber l'écoulement, on a choisi des thermocouples gainés de **diamètre 0,5mm**.

La **précision** de ces capteurs est de **1,1K** par rapport à la température absolue, mais la **précision relative** (c'est-à-dire celle de l'écart de température entre deux thermocouples fabriqués à partir des mêmes bobines) est de **0,5K**.

Au total, **171 thermocouples** ont été disposés dans la maquette, répartis de la façon suivante:

- **80** dans la galette n° 1;
- **6** dans les connexions;
- **60** dans le canal d'huile situé à droite de la galette n° 1;
- **10** dans l'huile des parties hautes et basses de la cuve;
- **9** dans les conduites d'huile;
- **4** dans le circuit d'eau;
- **2** dans l'air ambiant.

Dans la galette, les thermocouples ont été fixés sur des bandes de carton de 0,5mm d'épaisseur placées entre les spires lors du bobinage. Les spires étant formées chacune d'un conducteur de quatre brins, on a distingué deux positionnements des capteurs: la lettre **A** désigne les thermocouples placés à côté du centre du conducteur, la lettre **B** désigne ceux placés à côté du premier brin.

La figure 41 montre les deux positions **A** et **B**, tandis que la figure 42 montre la position des thermocouples sur la galette.

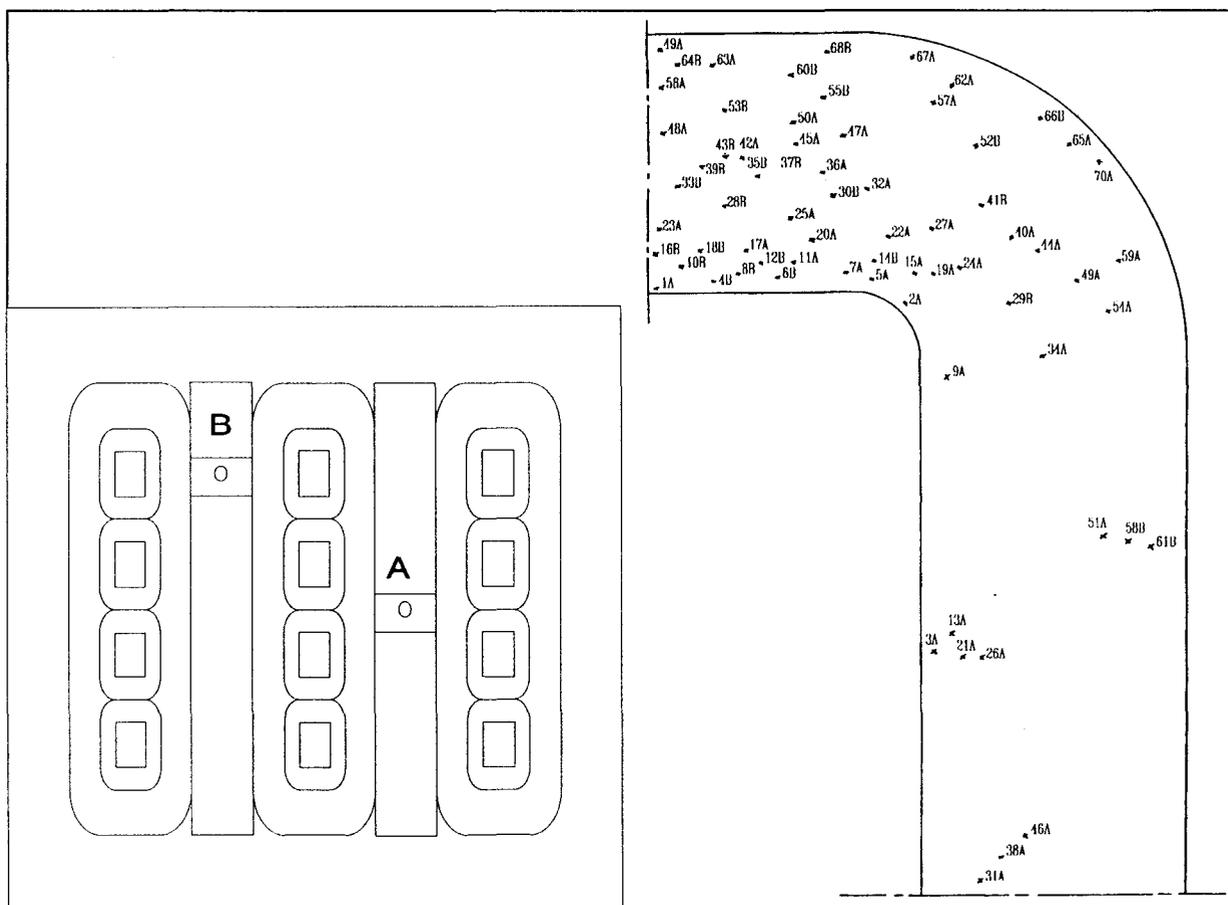


Fig.41: Emplacements des thermocouples entre les spires (vue en coupe).

Fig.42: Position des thermocouples sur un quart de galette (vue de face).

Des thermocouples ont également été placés dans la **connexion remontée** entre les parties basses des deux galettes, et la **connexion de sortie** de la galette n°2, simplement en les posant entre deux bandes de papier isolant.

Dans l'huile, la plupart des thermocouples ont été placés dans un canal de refroidissement de la galette n° 1. La figure 43 montre la position des thermocouples entre les cales. Afin de ne pas perturber l'écoulement, seule l'extrémité du capteur est dans le canal d'huile, le reste est acheminé dans l'espace de 4mm séparant les deux écrans situés entre les deux galettes.

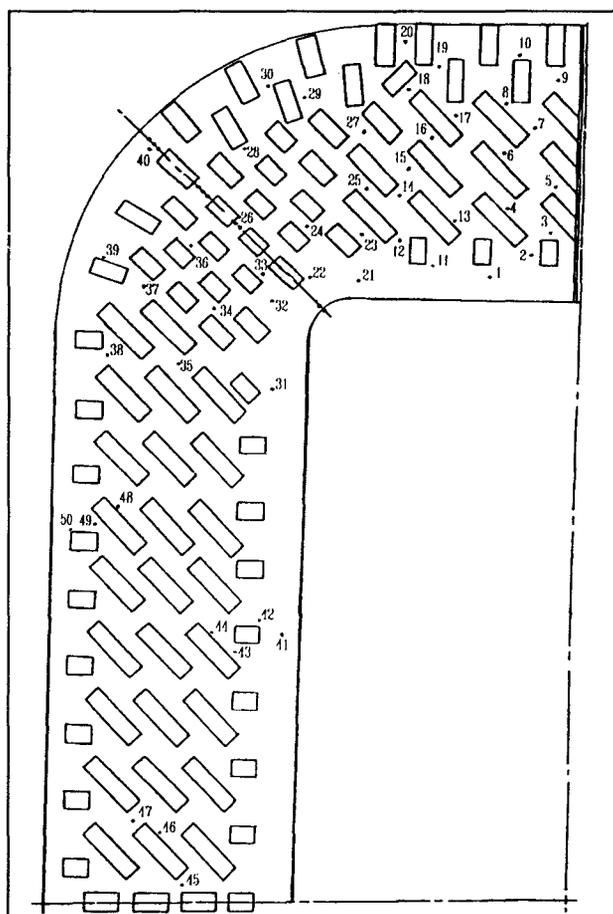


Fig.43: Position des thermocouples dans le canal d'huile.

D'autres thermocouples ont été placés dans les grands volumes d'huile des **parties haute et basse de la cuve**, ainsi que dans les **conduites** du circuit de refroidissement. Afin de s'assurer de leur position au centre des conduites, les thermocouples ont été enfilés et collés dans des vis percées, elles-mêmes placées sur les conduites grâce à des trous filetés prévus à cet effet.

Par le même montage ont été disposés des thermocouples **dans le circuit d'eau**. Les derniers thermocouples ont simplement été suspendus **dans l'air ambiant** de chaque côté de la maquette.

L'alimentation en courant triphasé redressé des galettes permet d'éviter la circulation de courants parasites dans les gaines inox des thermocouples (les courants de circulation issus d'un courant alternatif perturberaient les mesures et pourraient même détruire les thermocouples). Les **mesures de tension et courant** de la source permettent de calculer les pertes évacuées par effet JOULE dans la maquette, et donnent une autre possibilité d'évaluer la température moyenne du cuivre grâce à la résistance de l'enroulement.

Un **variateur de fréquence** alimentant la pompe et des **débitmètres massiques KROHNE**, de type **CORIMASS 300P** et **60P**, de **précision 0.5%**, permettent de faire varier et de mesurer les débits d'huile. Le débit d'eau est également mesuré par un **débitmètre électromagnétique KROHNE**.

Les capteurs thermiques, électriques et hydrauliques sont tous reliés à une **centrale d'acquisition de données Hewlett-Packard 3852A**, pilotée par un **micro-ordinateur HP Vectra 386/25**. Toutes les mesures peuvent être effectuées avec un **pas de temps minimal de 15 secondes**, avec une **précision globale** du système estimée de **1 à 2° C**.

### 3.1.3. VUE GLOBALE

La figure 44 montre une vue globale de la maquette. Les dimensions extérieures de la cuve sont environ: **3m** en hauteur, **1.8m** en largeur et **0.4m** en épaisseur. Sur la vue, on aperçoit également le circuit d'huile extérieur à la cuve et ses principaux éléments, qui sont, de haut en bas: les deux débitmètres massiques, le réchauffeur de fluide, les deux hydroréfrigérants et la pompe.

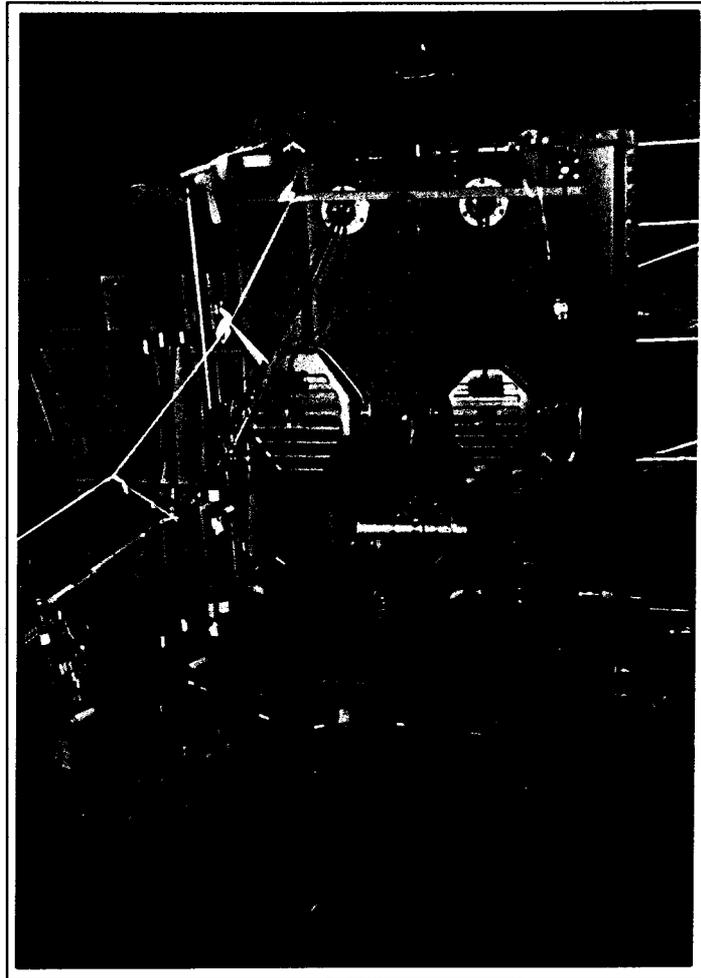


Fig.44: Vue globale de la maquette.

## **3.2. ESSAIS ET RESULTATS**

Au cours de l'étude, **26 essais** ont été effectués.

La plupart ont consisté à appliquer un courant constant et enregistrer les courbes d'échauffement jusqu'à l'**équilibre thermique**, puis celles de refroidissement.

Dans un premier temps, les conditions de fonctionnement étaient celles du régime dit **nominal**.

Puis, on a utilisé l'alimentation à fréquence variable de la pompe pour mesurer l'effet de **différents débits d'huile** sur l'échange thermique entre les galettes et l'huile.

On a ensuite utilisé les vannes pour faire passer l'eau dans un hydroréfrigérant ou dans l'autre ou dans les deux, on a également joué sur la vanne d'arrivée d'eau, et sur l'utilisation ou non du réchauffeur de fluide, dans le but commun d'obtenir **différentes températures d'huile** d'équilibre.

On a ainsi une **étude des températures d'équilibre de la galette en fonction des débits et températures de l'huile** de refroidissement.

A ces essais s'ajoutent d'autres consacrés à des régimes de courant variables dans le temps, et au **comportement thermique des galettes et de l'huile en régime transitoire**.

### 3.2.1. REPARTITION SPATIALE DES TEMPERATURES

Lorsqu'un essai se déroule jusqu'à l'équilibre thermique, on effectue, pour chaque thermocouple, la moyenne des valeurs mesurées pendant l'équilibre. On obtient ainsi la répartition spatiale des températures en régime stabilisé dans le prototype.

La figure 45 montre la répartition des températures dans un quart de galette, tandis que la figure 46 montre celle dans le canal d'huile correspondant, obtenues toutes deux lors de l'essai n° 1.

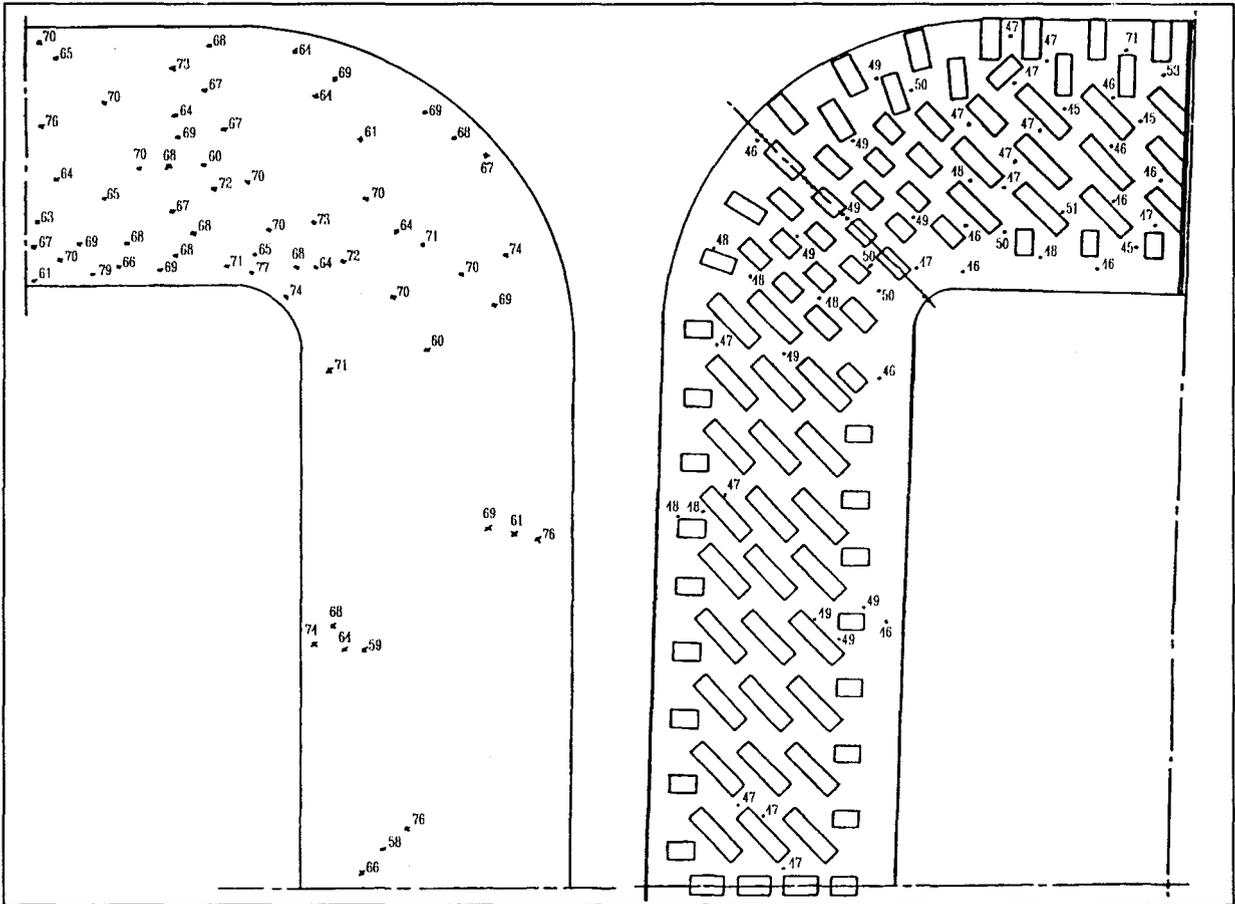


Fig.45: Températures dans la galette

Fig.46: Températures dans le canal d'huile  
mesurées lors de l'essai n° 1.

Pour exploiter ces **températures d'équilibre**, on divise la galette en **quatre zones**:

- la partie droite supérieure ou zone d'ombre (indice 7);
- la partie arrondie supérieure (indice 6);
- le haut de la partie droite latérale (indice 45);
- l'ensemble des parties inférieures (indice 123);

Les indices correspondent à ceux de la modélisation de la galette en sept zones du paragraphe 2.2.3.3.

**Dans la galette**, pour chacune de ces zones, on distingue les thermocouples par leur position **A** ou **B**. On obtient donc **huit groupes** de thermocouples dont on analyse les valeurs minimales, moyennes et maximales. Ces valeurs sont données, dans le cas de l'essai n° 1, dans le tableau 1.

| Essai n° 1<br>GALETTE |      | Températures |         |          |
|-----------------------|------|--------------|---------|----------|
|                       |      | minimale     | moyenne | maximale |
| Zones                 | A7   | 60,33        | 67,07   | 76,10    |
|                       | A6   | 60,14        | 68,76   | 76,71    |
|                       | A45  | 57,80        | 66,67   | 75,54    |
|                       | A123 | 53,93        | 64,62   | 74,15    |
|                       | B7   | 63,53        | 68,74   | 78,54    |
|                       | B6   | 61,44        | 67,20   | 70,46    |
|                       | B45  | 61,30        | 68,67   | 76,04    |
|                       | B123 | 66,37        | 67,16   | 68,63    |

Tableau 1: Températures dans les huit groupes de la galette mesurées lors de l'essai n° 1.

A la vue de ce tableau, on se rend compte que le nombre de thermocouples dans les zones 1 à 6 en position **B** n'est pas suffisant pour donner des valeurs moyennes significatives. De plus la différence de température entre les positions **A** et **B** dans la zone 7 est curieusement légèrement négative. C'est pourquoi, dans la suite de l'exploitation, on ne distingue pas les thermocouples par leur position **A** ou **B**, mais seulement par leurs **quatre zones** d'appartenance.

Le tableau 2 donne les valeurs minimales, moyennes et maximales des quatre zones, ainsi que la **température moyenne de la galette T**, calculée par la moyenne des températures de chaque zone pondérée par les surfaces correspondantes.

La température moyenne **T** varie, dans l'intervalle de temps considéré, de  $\pm 0.3^\circ\text{C}$  autour de la valeur  $66.58^\circ\text{C}$ , et semble plus précise que celle obtenue à partir de la résistance de cuivre qui est  $67.82 \pm 2^\circ\text{C}$ .

| Essai n° 1<br>GALETTE |      | Températures |         |          |
|-----------------------|------|--------------|---------|----------|
|                       |      | minimale     | moyenne | maximale |
| Zones                 | T7   | 60,33        | 67,99   | 78,54    |
|                       | T6   | 60,14        | 68,45   | 76,71    |
|                       | T45  | 57,80        | 67,07   | 76,04    |
|                       | T123 | 53,93        | 65,16   | 74,15    |
|                       | T    | 53,93        | 66,58   | 78,54    |

Tableau 2: Températures dans les quatre zones de la galette et moyenne mesurées lors de l'essai n° 1.

Dans le canal d'huile, on considère de même les températures minimales, moyennes et maximales de chacune des quatre zones, ainsi que la température moyenne pondérée de la même façon, dont les valeurs sont regroupées dans le tableau 3.

La température moyenne de l'huile obtenue  $Th=47.02^{\circ}\text{C}$  est comprise entre les moyennes des mesures en haut ( $47.52^{\circ}\text{C}$ ) et en bas ( $44.81^{\circ}\text{C}$ ) de la cuve.

| Essai n° 1    |       | Températures |         |          |
|---------------|-------|--------------|---------|----------|
| CANAL D'HUILE |       | minimale     | moyenne | maximale |
| Zones         | Th7   | 44,91        | 48,33   | 70,99    |
|               | Th6   | 45,59        | 48,16   | 50,41    |
|               | Th45  | 46,06        | 47,65   | 48,69    |
|               | Th123 | 44,80        | 45,79   | 47,29    |
|               | Th    | 44,80        | 47,02   | 70,99    |

Tableau 3: Températures dans les quatre zones du canal d'huile et moyenne mesurées lors de l'essai n° 1.

Dans le tableau n°4 sont regroupés les différents **régimes stabilisés** repérés par le numéro de l'essai et l'intervalle de temps où l'équilibre thermique est atteint. Pour chacun de ces régimes, sont indiquées les valeurs moyennées du débit d'huile, du courant, des pertes, des températures moyennes de cuivre **T**, d'huile **Th**, d'eau **Te**, et de la température du point chaud **TX**.

| Essai | Temps       | Débit (m3/h) | Courant (A) | Pertes (W) | T (°C) | Th (°C) | Te (°C) | TX (°C) |
|-------|-------------|--------------|-------------|------------|--------|---------|---------|---------|
| 1     | 3h à 5h     | 17,50        | 280,1       | 24272      | 66,58  | 47,02   | 23,69   | 78,54   |
| 2     | 3h à 4h     | 17,31        | 282,1       | 24321      | 62,57  | 43,70   | 22,11   | 75,80   |
| 2     | 6h à 6h30   | 16,30        | 168,3       | 7895       | 38,34  | 31,15   | 20,97   | 43,64   |
| 4     | 2h à 3h     | 17,31        | 279,3       | 23673      | 62,23  | 43,02   | 21,30   | 74,31   |
| 5     | 2h à 3h     | 17,37        | 283,4       | 24639      | 62,45  | 42,41   | 20,88   | 75,13   |
| 6     | 2h à 3h     | 17,44        | 279,6       | 23688      | 61,00  | 41,73   | 20,84   | 73,33   |
| 7     | 2h à 3h     | 15,66        | 286,6       | 25153      | 64,28  | 43,09   | 20,83   | 77,84   |
| 8     | 2h à 3h     | 12,28        | 281,4       | 24254      | 64,47  | 42,01   | 20,36   | 78,40   |
| 9     | 2h à 3h     | 9,43         | 286,8       | 25725      | 70,98  | 45,21   | 20,39   | 86,11   |
| 10    | 2h à 3h     | 6,85         | 279,9       | 24870      | 75,56  | 47,77   | 20,58   | 92,28   |
| 11    | 2h30 à 3h30 | 17,75        | 278,7       | 24477      | 72,39  | 53,80   | 20,47   | 83,83   |
| 12    | 2h à 2h30   | 17,72        | 278,5       | 24419      | 71,91  | 53,25   | 20,12   | 83,27   |
| 13    | 2h à 2h30   | 16,27        | 280,5       | 25035      | 75,23  | 55,59   | 21,11   | 86,99   |
| 14    | 2h à 2h30   | 13,47        | 279,7       | 25188      | 79,18  | 58,06   | 21,24   | 91,68   |
| 15    | 2h à 2h30   | 10,48        | 275,6       | 24756      | 83,21  | 60,48   | 20,91   | 96,34   |
| 16    | 2h à 2h30   | 17,28        | 305,0       | 28420      | 64,59  | 41,64   | 22,34   | 78,51   |
| 17    | 1h à 1h30   | 15,34        | 305,3       | 28590      | 65,83  | 41,52   | 22,12   | 80,12   |
| 18    | 1h à 1h30   | 12,78        | 307,1       | 29213      | 68,88  | 42,35   | 22,12   | 84,06   |
| 19    | 1h à 1h30   | 10,03        | 306,1       | 29433      | 73,46  | 44,31   | 22,26   | 89,32   |
| 20    | 1h15 à 1h45 | 7,07         | 303,3       | 29421      | 77,89  | 45,32   | 21,31   | 95,25   |
| 21    | 0h45 à 1h25 | 16,78        | 273,0       | 22077      | 53,87  | 35,16   | 21,03   | 64,97   |
| 21    | 2h15 à 2h45 | 18,20        | 283,6       | 26423      | 84,58  | 65,58   | 26,97   | 95,70   |
| 23    | 1h45 à 2h15 | 10,93        | 278,0       | 26160      | 95,03  | 72,12   | 26,63   | 107,46  |
| 24    | 1h45 à 2h15 | 11,31        | 300,3       | 32093      | 111,48 | 84,61   | 29,40   | 126,95  |
| 25    | 1h30 à 2h   | 10,03        | 253,5       | 19185      | 56,75  | 36,14   | 20,58   | 67,58   |

Tableau 4: Les différents régimes stabilisés mesurés.

### 3.2.2. EVOLUTION TEMPORELLE DES TEMPERATURES

On obtient également, pour chaque essai, l'évolution temporelle de chacune des températures et des différentes moyennes considérées.

Ceci permet de comparer, en particulier, les **quatre températures caractéristiques** suivantes:

- la température du **point chaud** des galettes **TX**;
- la température moyenne des **galettes T**;
- la température moyenne de l'**huile Th**;
- la température moyenne de l'**eau Te**.

Les courbes obtenues ont permis de déterminer les intervalles de temps où l'on peut considérer l'équilibre thermique atteint, comme c'est le cas entre la troisième et la cinquième heure lors de l'essai n° 1 (fig.47).

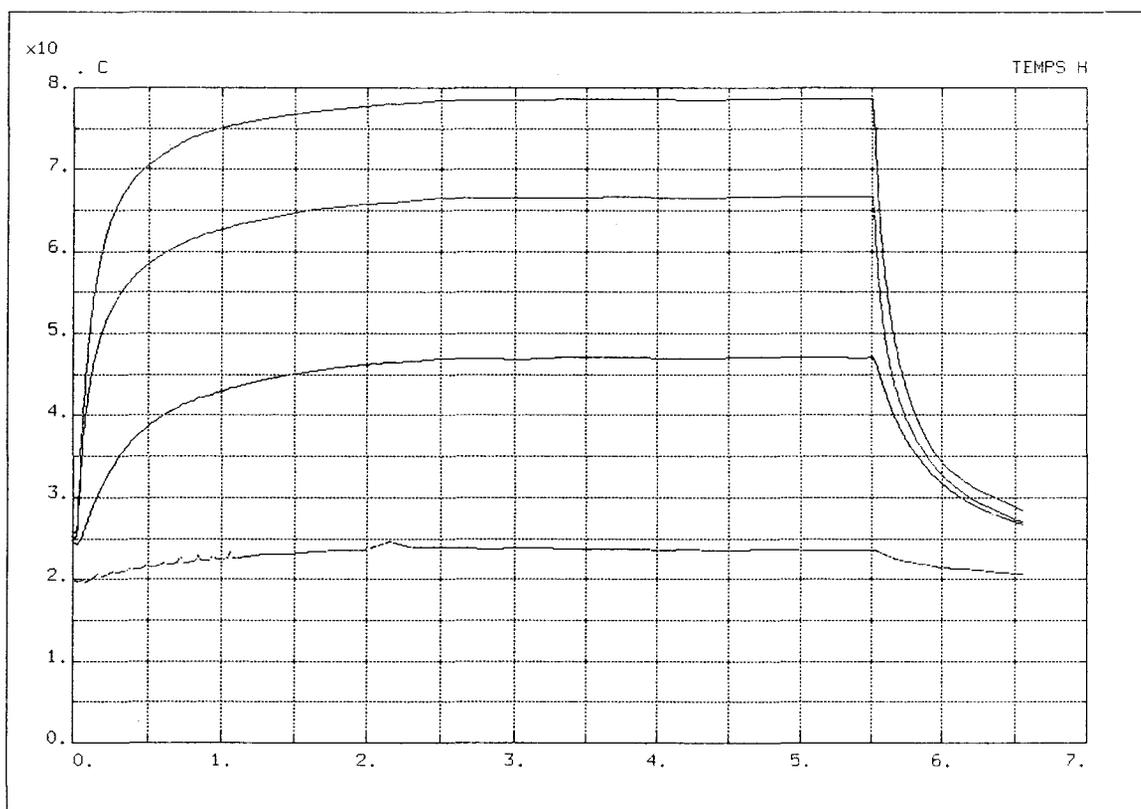


Fig.47: Evolution temporelle des quatre températures caractéristiques pour l'essai n° 1.

De haut en bas: TX, T, Th, Te.

Les courbes des quatre températures caractéristiques permettent également de comparer les **comportements thermiques dynamiques** de la galette et de l'huile pour les essais en régime de charge variable.

La figure 48 représente les valeurs mesurées lors de l'essai n° 16, qui a été le premier essai réalisé en régime variable.

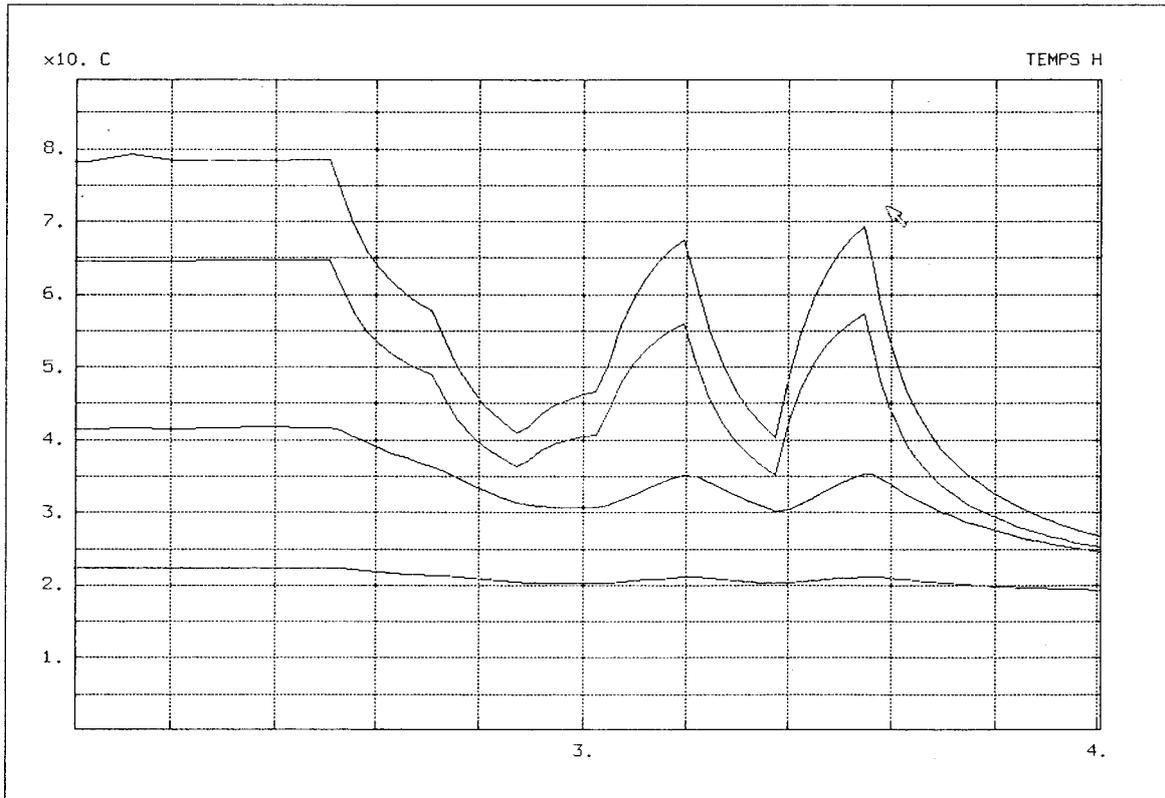


Fig.48: Evolution temporelle des quatre températures caractéristiques pour l'essai n° 16.  
De haut en bas: TX, T, Th, Te.

### **3.3. APPLICATION AU CALCUL CONVECTIF**

L'**exploitation des régimes stabilisés** du paragraphe 3.2.1 permet de calculer successivement, à partir des mesures, le gradient moyen des galettes, les résistances thermiques et le coefficient d'échange convectif.

On en déduit ensuite, par les méthodes de calcul du paragraphe 2.2.2.3, les trois **nombre adimensionnels** caractéristiques de chaque mesure.

Une **régression linéaire** permet alors d'obtenir la **relation caractéristique de l'échange convectif** la plus proche des mesures effectuées.

### 3.3.1. EXPLOITATION DES REGIMES STABILISES

A partir des données des galettes et des régimes stabilisés mesurés du tableau 4 du paragraphe 3.2.1, on calcule successivement:

- le gradient moyen des galettes:  $GM = T - Th$
- la résistance thermique globale:  $RTH = GM / (PT / 2)$
- la surface d'échange par face de galette:  $S = 1.691 \text{ m}^2$
- la résistance conductive conforme au calcul du paragraphe 2.2.2.3:  
 $RCD = 0.000939 \text{ K/W}$
- la résistance convective:  $RCV = RTH - RCD$
- et le coefficient d'échange convectif:  $H = 1 / (2 RCV S)$

Les valeurs numériques sont regroupées dans le tableau 5.

| Essai | GM<br>(K) | RTH<br>(K/W) | RCV<br>(K/W) | H<br>(W/m <sup>2</sup> /K) |
|-------|-----------|--------------|--------------|----------------------------|
| 1     | 19,6      | 0,001611     | 0,000673     | 440                        |
| 2     | 18,9      | 0,001552     | 0,000613     | 483                        |
| 2'    | 7,2       | 0,001818     | 0,000879     | 336                        |
| 4     | 19,2      | 0,001622     | 0,000683     | 433                        |
| 5     | 20,0      | 0,001626     | 0,000687     | 430                        |
| 6     | 19,3      | 0,001627     | 0,000688     | 430                        |
| 7     | 21,2      | 0,001685     | 0,000746     | 396                        |
| 8     | 22,5      | 0,001853     | 0,000914     | 324                        |
| 9     | 25,8      | 0,002004     | 0,001065     | 278                        |
| 10    | 27,8      | 0,002235     | 0,001296     | 228                        |
| 11    | 18,6      | 0,001519     | 0,000580     | 510                        |
| 12    | 18,7      | 0,001529     | 0,000590     | 501                        |
| 13    | 19,6      | 0,001568     | 0,000629     | 470                        |
| 14    | 21,1      | 0,001677     | 0,000738     | 401                        |
| 15    | 22,7      | 0,001837     | 0,000898     | 329                        |
| 16    | 23,0      | 0,001616     | 0,000677     | 437                        |
| 17    | 24,3      | 0,001700     | 0,000762     | 388                        |
| 18    | 26,8      | 0,001835     | 0,000897     | 330                        |
| 19    | 29,2      | 0,001981     | 0,001042     | 284                        |
| 20    | 32,6      | 0,002214     | 0,001275     | 232                        |
| 21    | 18,7      | 0,001695     | 0,000756     | 391                        |
| 21'   | 19,0      | 0,001439     | 0,000500     | 592                        |
| 23    | 22,9      | 0,001752     | 0,000813     | 364                        |
| 24    | 26,9      | 0,001675     | 0,000736     | 402                        |
| 25    | 20,6      | 0,002148     | 0,001210     | 244                        |

Tableau 5: Gradient moyen, résistances thermiques et coefficient d'échange convectif issus des mesures.

### 3.3.2. NOMBRES ADIMENSIONNELS ISSUS DES MESURES

Pour chaque essai, la température d'huile  $T_h$  fixe les viscosités  $\nu$  et  $\mu$  et le nombre de PRANDTL.

On déduit du débit d'huile les vitesses dans les différentes zones de la galette de la même manière qu'au paragraphe 2.2.2.3. Cependant, les mesures ont révélé la présence de fuites d'huile contre la partie droite haute de la galette. Pour cette raison, on considère la vitesse moyenne dans la partie droite  $VD$  caractéristique de l'écoulement, et on l'utilise pour le calcul du nombre de REYNOLDS. Pour le choix de la distance caractéristique de l'écoulement, on conserve le double de l'épaisseur d'un canal:  $D = 0.016$  m.

Le nombre de NUSSELT s'obtient directement à partir du coefficient d'échange convectif calculé dans le paragraphe précédent. Le tableau 6 regroupe les valeurs numériques.

| Essai | VD<br>m/s | REYNOLDS | Nu<br>m <sup>2</sup> /s | Mu<br>kg/m/s | PRANDTL | NUSSELT |
|-------|-----------|----------|-------------------------|--------------|---------|---------|
| 1     | 0,278     | 750      | 0,000005939             | 0,005285     | 92,5    | 63,9    |
| 2     | 0,275     | 671      | 0,000006558             | 0,005836     | 102,1   | 70,2    |
| 2'    | 0,259     | 416      | 0,000009974             | 0,008877     | 155,3   | 48,9    |
| 4     | 0,275     | 658      | 0,000006694             | 0,005958     | 104,3   | 62,9    |
| 5     | 0,276     | 648      | 0,000006820             | 0,006070     | 106,2   | 62,6    |
| 6     | 0,277     | 637      | 0,000006969             | 0,006202     | 108,5   | 62,5    |
| 7     | 0,249     | 596      | 0,000006680             | 0,005945     | 104,0   | 57,7    |
| 8     | 0,195     | 452      | 0,000006908             | 0,006149     | 107,6   | 47,1    |
| 9     | 0,150     | 383      | 0,000006265             | 0,005576     | 97,6    | 40,4    |
| 10    | 0,109     | 300      | 0,000005811             | 0,005172     | 90,5    | 33,2    |
| 11    | 0,282     | 918      | 0,000004919             | 0,004378     | 76,6    | 74,2    |
| 12    | 0,282     | 903      | 0,000004993             | 0,004443     | 77,8    | 72,9    |
| 13    | 0,259     | 882      | 0,000004693             | 0,004176     | 73,1    | 68,3    |
| 14    | 0,214     | 778      | 0,000004406             | 0,003921     | 68,6    | 58,3    |
| 15    | 0,167     | 642      | 0,000004151             | 0,003694     | 64,6    | 47,9    |
| 16    | 0,275     | 629      | 0,000006990             | 0,006221     | 108,9   | 63,5    |
| 17    | 0,244     | 556      | 0,000007014             | 0,006243     | 109,2   | 56,5    |
| 18    | 0,203     | 471      | 0,000006896             | 0,006137     | 107,4   | 48,0    |
| 19    | 0,159     | 396      | 0,000006436             | 0,005728     | 100,2   | 41,3    |
| 20    | 0,112     | 288      | 0,000006244             | 0,005557     | 97,3    | 33,7    |
| 21    | 0,267     | 493      | 0,000008651             | 0,007699     | 134,7   | 56,9    |
| 21'   | 0,289     | 1258     | 0,000003680             | 0,003275     | 57,3    | 86,1    |
| 23    | 0,174     | 872      | 0,000003187             | 0,002837     | 49,6    | 52,9    |
| 24    | 0,180     | 1154     | 0,000002493             | 0,002219     | 38,8    | 58,4    |
| 25    | 0,159     | 305      | 0,000008363             | 0,007443     | 130,3   | 35,6    |

Tableau 6: Nombres adimensionnels issus des mesures.

### 3.3.3. REGRESSION LINEAIRE

La **régression linéaire** est utilisée pour rechercher les coefficients **a**, **b** et **c** les plus proches des mesures dans la relation:

$$(12c) \quad Nu = a Re^b Pr^c$$

Pour chacune des mesures, repérée par l'indice **m**, on peut définir l'**écart** entre la mesure et la relation théorique par:

$$\epsilon_m = a Rem^b Prm^c - Num$$

En raison de la forme multiplicative de la relation (12c), on préfère utiliser l'**écart logarithmique**:

$$\epsilon'_m = \ln(a) + b \ln(Rem) + c \ln(Prm) - \ln(Num)$$

On peut alors choisir, comme **critère** de précision relatif à la série des mesures, l'écart logarithmique quadratique cumulé. Si on note **A = ln(a)**, alors ce critère s'écrit:

$$J = \sum \epsilon'_m{}^2 = \sum [A + b \ln(Rem) + c \ln(Prm) - \ln(Num)]^2$$

On considère le critère comme une fonction des trois paramètres recherchés **J(A,b,c)**. La **méthode des moindres carrés** consiste à dire que les coefficients sont optimisés lorsque le critère est minimal, c'est-à-dire lorsque les dérivées partielles du critère par rapport aux paramètres sont toutes nulles:

$$\delta J / \delta A = \delta J / \delta b = \delta J / \delta c = 0$$

En développant, il vient les trois relations ci-dessous:

$$\sum [A + b \ln(Rem) + c \ln(Prm) - \ln(Num)] = 0$$

$$\sum [A \ln(Rem) + b \ln(Rem)^2 + c \ln(Rem) \ln(Prm) - \ln(Rem) \ln(Num)] = 0$$

$$\sum [A \ln(Prm) + b \ln(Rem) \ln(Prm) + c \ln(Prm)^2 - \ln(Prm) \ln(Num)] = 0$$

Pour calculer les **coefficients a, b et c**, on calcule d'abord, à partir des valeurs du tableau 6, les **sommes** suivantes:

$$\begin{aligned}
 R1 &= \sum \ln(\text{Rem}) \\
 P1 &= \sum \ln(\text{Prm}) \\
 N1 &= \sum \ln(\text{Num}) \\
 R2 &= \sum \ln(\text{Rem})^2 \\
 P2 &= \sum \ln(\text{Prm})^2 \\
 RP &= \sum \ln(\text{Rem}) \ln(\text{Prm}) \\
 RN &= \sum \ln(\text{Rem}) \ln(\text{Num}) \\
 PN &= \sum \ln(\text{Prm}) \ln(\text{Num})
 \end{aligned}$$

Si on note **n** le nombre de mesures, alors les trois relations précédentes se ramènent à la **forme matricielle**:

$$\begin{vmatrix} n & R1 & P1 \\ R1 & R2 & RP \\ P1 & RP & P2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} A \\ b \\ c \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} N1 \\ RN \\ PN \end{vmatrix}$$

La résolution de cette matrice fournit les **coefficients a = exp(A), b et c** correspondant à la relation de la forme (12c) qui restitue le plus fidèlement les mesures.

### 3.3.4. RELATION CARACTERISTIQUE DE L'ECHANGE CONVECTIF DES GALETTES VERS L'HUILE

La régression linéaire fournit les **exposants 0.806** pour le **REYNOLDS**, et **0.478** pour le **PRANDTL**, ainsi que la **constante multiplicative** correspondante **0.0369**.

On choisit comme **relation caractéristique** de l'échange thermique entre la galette et l'huile, la meilleure relation à deux chiffres significatifs:

$$(12e) \quad Nu = 0.036 Re^{0.81} Pr^{0.48}$$

Cette relation est représentée par la droite de la figure 49. Les petits carrés correspondent aux valeurs expérimentales du tableau n°6, et la droite à la relation (12e). L'**écart-type** entre les mesures et la relation est de **4.53%**.

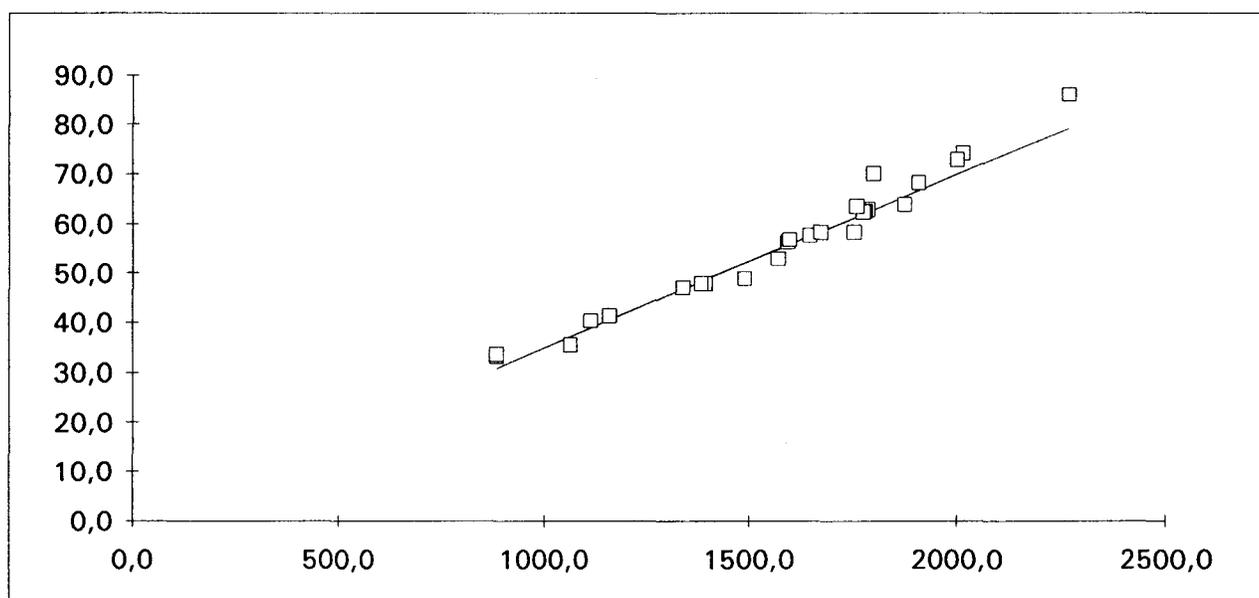


Fig.49: Relation entre les nombres de REYNOLDS, PRANDTL et NUSSELT:

en abscisse: produit Reynolds<sup>0.81</sup> Prandtl<sup>0.48</sup>;

en ordonnée: valeurs mesurées du Nusselt et droite de pente 0.036.

En résumé, le **prototype expérimental** a permis d'obtenir la **relation caractéristique de l'échange convectif des galettes vers l'huile**:

$$(12e) \quad Nu = 0.036 Re^{0.81} Pr^{0.48}$$

La **valeur des coefficients** amène aux **trois constatations** suivantes.

L'**exposant 0.81** du REYNOLDS **confirme** l'exposant 0.8 couramment rencontré en convection forcée turbulente (relation de COLBURN) et l'exposant 0.8 de la vitesse utilisé à JST dans les méthodes classiques de calcul du coefficient d'échange convectif.

L'**exposant 0.48** du PRANDTL **prouve l'influence de la viscosité** sur l'échange thermique. En effet, la viscosité est au numérateur du PRANDTL et au dénominateur du REYNOLDS: elle intervient donc à la puissance  $0.48 - 0.81 = -0.33$ . Elle a toutefois moins d'importance que dans la relation de COLBURN où elle intervient à la puissance  $0.33 - 0.8 = -0.47$ . Le fait de tenir compte de la viscosité dans le calcul de l'échange thermique constitue un **progrès** par rapport à la méthode traditionnelle qui la néglige.

La **constante 0.036** conduit, en reprenant l'application numérique du paragraphe 2.2.2.3 avec un REYNOLDS de 911 et un PRANDTL de 65.4, à un nombre de NUSSELT de 66.8, par rapport à 64.3 obtenu par la méthode classique. Donc, dans des conditions de fonctionnement normales (huile à 60°C, canaux de 8mm), le **coefficient d'échange convectif est légèrement supérieur**, et donc meilleur, à celui de la méthode classique.

Dans la suite de cette étude, **on utilise donc la relation (12e)** pour calculer les différences de température entre les galettes et l'huile, et en particulier pour recalculer les taux d'influence des facteurs géométriques sur le point chaud définis dans le paragraphe 2.2.3.3.

### 3.4. APPLICATION AU CALCUL DU POINT CHAUD

En raison du nombre important de thermocouples placés dans la galette, la valeur maximale des températures mesurées est proche de la **température du point chaud**. Aussi est-il intéressant d'observer cette température pour différents régimes d'équilibre et pour les transitoires.

Dans cette dernière partie de ce chapitre, on exploite cette mesure, et aussi la nouvelle relation (12e) du paragraphe 3.3.4 pour corriger les valeurs des taux d'influence du paragraphe 2.2.3.3.

### 3.4.1. MESURES DU POINT CHAUD

Au cours des essais, on a pu observer les évolutions, en **régime transitoire**, des températures en différents points de la galette.

La figure 50, montre, à titre d'exemple, les températures de cuivre dans la zone d'ombre, dans la partie arrondie supérieure, et dans la partie droite latérale, obtenues lors de l'essai n°25.

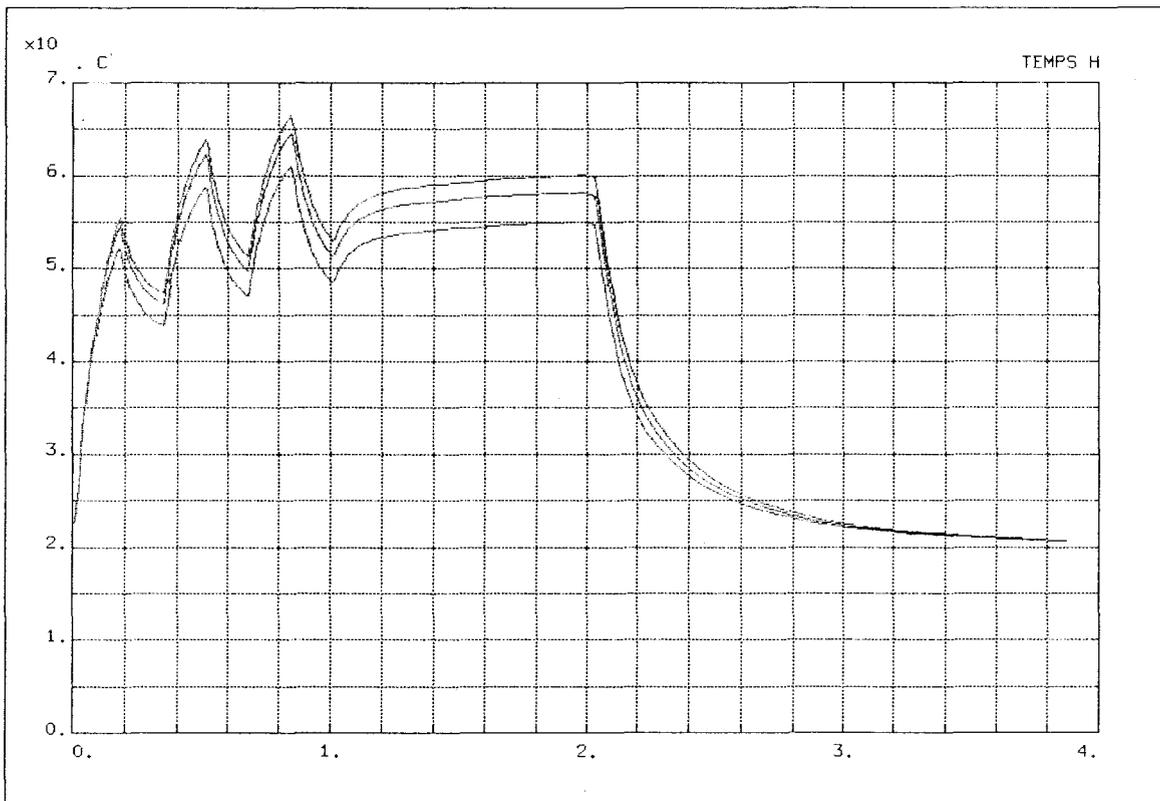


Fig.50: Températures de cuivre dans la zone d'ombre, dans l'arrondi supérieur, et dans la partie droite (de haut en bas) mesurées lors de l'essai n°25.

On constate qu'effectivement les différents points d'un même matériau évoluent thermiquement à des vitesses sensiblement égales, ce qui **vérifie l'hypothèse** du paragraphe 2.1.3.1.

En particulier, le **facteur de point chaud F**, défini au paragraphe 2.1.3.3 comme le quotient du gradient cuivre/huile maximal par le gradient moyen, **reste approximativement constant pendant les régimes transitoires.**

Dans le tableau 7 sont regroupés les valeurs des températures du point chaud **TX**, les températures moyennes du cuivre **T** et de l'huile **Th**, les gradients maximaux **GX** et moyens **GM**, et les facteurs géométriques **F**, obtenus pendant les différents **régimes d'équilibre**.

| Essai | TX<br>(°C) | T<br>(°C) | Th<br>(°C) | GX=TX-Th<br>(K) | GM=T-Th<br>(K) | F=GX/GM         | Ecart Relatif | Ecart Carré          |
|-------|------------|-----------|------------|-----------------|----------------|-----------------|---------------|----------------------|
| 1     | 78,5       | 66,6      | 47,0       | 31,5            | 19,6           | 1,61            | 0,0072        | 0,0001               |
| 2     | 75,8       | 62,6      | 43,7       | 32,1            | 18,9           | 1,70            | 0,0634        | 0,0040               |
| 2'    | 43,6       | 38,3      | 31,2       | 12,5            | 7,2            | 1,74            | 0,0872        | 0,0076               |
| 4     | 74,3       | 62,2      | 43,0       | 31,3            | 19,2           | 1,63            | 0,0184        | 0,0003               |
| 5     | 75,1       | 62,5      | 42,4       | 32,7            | 20,0           | 1,63            | 0,0206        | 0,0004               |
| 6     | 73,3       | 61,0      | 41,7       | 31,6            | 19,3           | 1,64            | 0,0248        | 0,0006               |
| 7     | 77,8       | 64,3      | 43,1       | 34,7            | 21,2           | 1,64            | 0,0250        | 0,0006               |
| 8     | 78,4       | 64,5      | 42,0       | 36,4            | 22,5           | 1,62            | 0,0124        | 0,0002               |
| 9     | 86,1       | 71,0      | 45,2       | 40,9            | 25,8           | 1,59            | -0,0081       | 0,0001               |
| 10    | 92,3       | 75,6      | 47,8       | 44,5            | 27,8           | 1,60            | 0,0009        | 0,0000               |
| 11    | 83,8       | 72,4      | 53,8       | 30,0            | 18,6           | 1,62            | 0,0099        | 0,0001               |
| 12    | 83,3       | 71,9      | 53,2       | 30,0            | 18,7           | 1,61            | 0,0053        | 0,0000               |
| 13    | 87,0       | 75,2      | 55,6       | 31,4            | 19,6           | 1,60            | -0,0003       | 0,0000               |
| 14    | 91,7       | 79,2      | 58,1       | 33,6            | 21,1           | 1,59            | -0,0051       | 0,0000               |
| 15    | 96,3       | 83,2      | 60,5       | 35,9            | 22,7           | 1,58            | -0,0141       | 0,0002               |
| 16    | 78,5       | 64,6      | 41,6       | 36,9            | 23,0           | 1,61            | 0,0038        | 0,0000               |
| 17    | 80,1       | 65,8      | 41,5       | 38,6            | 24,3           | 1,59            | -0,0075       | 0,0001               |
| 18    | 84,1       | 68,9      | 42,1       | 42,0            | 26,8           | 1,57            | -0,0210       | 0,0004               |
| 19    | 89,3       | 73,5      | 44,3       | 45,0            | 29,2           | 1,54            | -0,0349       | 0,0012               |
| 20    | 95,3       | 77,9      | 45,3       | 49,9            | 32,6           | 1,53            | -0,0419       | 0,0018               |
| 21    | 65,0       | 53,9      | 35,2       | 29,8            | 18,7           | 1,59            | -0,0042       | 0,0000               |
| 21'   | 95,7       | 84,6      | 65,6       | 30,1            | 19,0           | 1,58            | -0,0094       | 0,0001               |
| 23    | 107,5      | 95,0      | 72,1       | 35,3            | 22,9           | 1,54            | -0,0360       | 0,0013               |
| 24    | 127,0      | 111,5     | 84,6       | 42,3            | 26,9           | 1,58            | -0,0154       | 0,0002               |
| 25    | 67,6       | 56,8      | 36,1       | 31,4            | 20,6           | 1,53            | -0,0466       | 0,0022               |
|       |            |           |            |                 |                | Moyenne<br>1,60 |               | Ecart-type<br>0,0294 |

Tableau 7: Températures du point chaud, gradients, et facteurs géométriques mesurés pendant les régimes stabilisés.

On s'aperçoit que le **facteur de point chaud F** est approximativement constant, non seulement pendant l'essai, mais aussi d'un essai à l'autre.

Sa valeur oscille en effet autour de 1.6 avec un écart-type de 2.94%.

**Le facteur F est donc bien un paramètre dépendant uniquement de la géométrie.**

### 3.4.2. CORRECTION DES TAUX D'INFLUENCE

Dans le paragraphe 3.3.4, on a établi, à partir des résultats expérimentaux, la **nouvelle relation (12e)** de l'échange convectif entre les galettes et l'huile, qui remplace la relation **(12d)** du paragraphe 2.2.2.3.

Le but de ce paragraphe est de voir si cette modification a des répercussions sur le calcul des **taux d'influence** des facteurs de point chaud, calculés au paragraphe 2.2.3.3 avec l'ancienne relation.

On poursuit donc l'application numérique du paragraphe 2.2.3.3, en utilisant la relation **(12e)**, pour recalculer les valeurs des taux d'influence, données ci-dessous.

- Le taux d'influence de la zone d'ombre  $\alpha_1 = 0.425$  remplace  $0.427$
- Le taux d'influence des pertes locales  $\alpha_2 = 0.367$  remplace  $0.364$
- Le taux d'influence des cales  $\alpha_3 = 0.039$  remplace  $0.038$
- Le taux d'influence du guipage entre brins  $\alpha_4 = 0.119$  remplace  $0.117$

On constate que les changements sont très faibles. La formule **(15a)** est à peine modifiée et devient:

$$(15b) \quad F = F_1^{0.43} F_2^{0.37} F_3^{0.04} F_4^{0.12} F_5^{\alpha_5} F_6^{\alpha_6} F_7^{\alpha_7}$$

## SYNTHESE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

En résumé, le **prototype expérimental** a conduit à la relation caractéristique de l'**échange convectif** entre les galettes et l'huile:

$$(12e) \quad Nu = 0.036 Re^{0.81} Pr^{0.48}$$

Il a, de plus, confirmé les quatre premiers exposants de la relation donnant le **facteur de point chaud** des galettes:

$$(15b) \quad F = F1^{0.43} F2^{0.37} F3^{0.04} F4^{0.12} F5^{\alpha5} F6^{\alpha6} F7^{\alpha7}$$

Dans cette relation, trois exposants restent à déterminer. Ils correspondent successivement à l'influence du **guipage entre spires**, de l'**habillage** et des **parties calorifugées**.

On a recours, pour cela, à l'utilisation d'une **méthode numérique** de résolution tridimensionnelle des équations de la thermique et de la mécanique des fluides, dans le quatrième et dernier chapitre de cette étude.

## 4. CALCUL NUMERIQUE

Après avoir décrit le **comportement thermique** du transformateur, et proposé une **modélisation analytique** basée sur les résultats d'une **maquette expérimentale**, on fait le point sur les méthodes de **calcul numérique**, dans ce dernier chapitre divisé en quatre parties.

La première décrit la démarche utilisée dans l'**approche numérique**, et introduit les équations utilisées.

La seconde évoque les **méthodes de résolution** de ces équations.

On décrit dans la troisième les raisons pour lesquelles on a choisi d'utiliser le **logiciel NASTHER**, dont on compare les résultats aux mesures du troisième chapitre.

La dernière partie de cette étude est consacrée à l'**application** de ce logiciel au **calcul du point chaud** des galettes.

## 4.1. APPROCHE NUMERIQUE

Jusqu'à présent, on s'est efforcé de caractériser l'ensemble des phénomènes thermiques et hydrauliques entre les galettes et l'huile par le **coefficient d'échange convectif**.

Une autre approche repose sur les **principes de conservation de la mécanique et de la thermodynamique**.

Ces principes et les équations qui en découlent sont plus précisément décrits et justifiés dans les ouvrages de SACADURA [G1], TAINÉ [G2] et PATANKAR [G3].

Un **fluide** est complètement décrit lorsque l'on connaît, en tous points et à tout instant, les valeurs des six grandeurs caractéristiques suivantes:

- la **vitesse**  $u$  définie par ses trois composantes **U**, **V** et **W** selon les axes **x**, **y** et **z**,
- la **masse volumique**  $\rho$ ,
- la **pression**  $p$ ,
- la **température** **T**.

En général, une **équation d'état** du fluide relie la **masse volumique** à la pression et à la température.

Dans le cas particulier d'un **fluide incompressible**, la masse volumique est constante, et les cinq autres grandeurs s'obtiennent grâce aux cinq équations de conservation suivantes:

- la loi de **conservation de la masse**,
- la loi de **conservation de la quantité de mouvement** (équation vectorielle équivalente à trois équations scalaires),
- la loi de **conservation de l'énergie**.

Dans la plupart des cas usuels, ces équations se ramènent au **système de NAVIER-STOKES**.

Pour un **solide**, la seule inconnue est la **température**, et l'équation utilisée est la loi de conservation de l'énergie, qui se ramène à l'**équation de la chaleur**.

### 4.1.1. CONSERVATION DE LA MASSE

La **masse** du fluide  $M$  est l'intégrale, sur le volume  $v$  occupé par le fluide, de sa masse volumique.

$$M(t) = \iiint_v \rho(x,y,z,t) dv$$

Comme la masse volumique dépend du temps et des coordonnées spatiales, on dit qu'elle est une variable d'EULER. En conséquence, les **dérivées totales** de la masse volumique et de la masse dépendent du temps et du vecteur vitesse  $\mathcal{U}$ .

$$(dp/dt) = (\delta\rho/\delta t) + \mathcal{U}.\text{grad}(\rho)$$

et

$$(dM/dt) = \iiint_v ((\delta\rho/\delta t) + \text{div}(\rho \mathcal{U})) dv = \iiint_v (\delta\rho/\delta t) dv + \iint_s \rho \mathcal{U}_n ds$$

La dernière égalité transforme l'intégrale volumique en intégrale surfacique grâce au théorème de GREEN-OSTROGRADSKI appelé parfois **théorème de la divergence**.

La **loi de conservation de la masse**  $(dM/dt) = 0$  peut donc s'écrire sous la forme:

$$(\delta\rho/\delta t) + \text{div}(\rho \mathcal{U}) = 0$$

En développant  $\text{div}(\rho \mathcal{U}) = \rho \text{div}(\mathcal{U}) + \mathcal{U}.\text{grad}(\rho)$  et en combinant avec l'expression de la dérivée totale de la masse volumique, la loi de conservation de la masse s'écrit:

$$(dp/dt) + \rho \text{div}(\mathcal{U}) = 0$$

Un fluide est dit **incompressible** lorsque  $(dp/dt) = 0$

Dans ce cas, la loi de conservation de la masse devient l'**équation de continuité**:

$$(21) \quad \text{div}(\mathcal{U}) = 0$$

### 4.1.2. CONSERVATION DE LA QUANTITE DE MOUVEMENT

Pour un volume  $v$  d'un fluide délimité par une surface  $s$ , le **Principe Fondamental de la Mécanique** s'écrit en fonction de la résultante vectorielle des forces massiques  $\mathcal{F}$  et de celle des forces de surface  $\mathcal{J}$ , par:

$$\iiint_v \rho (d\mathcal{U}/dt) dv = \iiint_v \rho \mathcal{F} dv + \iint_s \mathcal{J} ds$$

On projette cette équation sur un axe repéré par l'indice  $i$  en notant  $\sigma$  le **tenseur des contraintes**:

$$\rho (d^i\mathcal{U}/dt) = \rho \mathcal{F}_i + \sum_j (\delta\sigma_{ij}/\delta x_j)$$

Dans la plupart des cas, le **fluide est Newtonien** (c'est-à-dire que les relations entre les contraintes et les déformations sont univoques et linéaires). Les contraintes s'écrivent alors en fonction de la viscosité dynamique  $\mu$ :

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} - (2/3) \mu \operatorname{div}(\mathcal{U}) \delta_{ij} + 2 \mu \varepsilon_{ij}$$

avec  $\delta_{ij} = 1$  si  $i=j$  et  $\delta_{ij} = 0$  si  $i \neq j$  (symbole de KRONECKER)

et  $\varepsilon_{ij} = (1/2) ((\delta\mathcal{U}_i/\delta x_j) + (\delta\mathcal{U}_j/\delta x_i))$

En développant la dérivée de  $\varepsilon_{ij}$ , on trouve la **loi de conservation de la quantité de mouvement**:

$$\begin{aligned} \rho (d^i\mathcal{U}/dt) = & \rho \mathcal{F}_i - (\delta\rho/\delta x_i) - (2/3) (\delta(\mu \operatorname{div}(\mathcal{U}))/\delta x_i) \\ & + \mu [\Delta\mathcal{U}_i + \operatorname{div}(\delta\mathcal{U}/\delta x_i)] + \operatorname{grad}(\mu) \cdot [\operatorname{grad}(\mathcal{U}) + (\delta\mathcal{U}/\delta x_i)] \end{aligned}$$

Pour un fluide à **viscosité constante**, cette équation se simplifie considérablement et s'écrit sous forme vectorielle:

$$\rho (d\mathcal{U}/dt) = \rho \mathcal{F} - \operatorname{grad}(p) + (1/3) \mu \operatorname{grad}(\operatorname{div}(\mathcal{U})) + \mu \Delta\mathcal{U}$$

Si, de plus, le fluide est **incompressible**, alors on peut utiliser l'équation de continuité et:

$$\rho (d\mathcal{U}/dt) = \rho \mathcal{F} - \operatorname{grad}(p) + \mu \Delta\mathcal{U}$$

**Lorsque la pesanteur est la seule force volumique agissante** (on note  $g$  le vecteur accélération de la pesanteur), on obtient enfin l'équation de NAVIER-STOKES:

$$(22) \quad \rho (d\mathcal{U}/dt) = \rho g - \operatorname{grad}(p) + \mu \Delta\mathcal{U}$$

### 4.1.3. CONSERVATION DE L'ENERGIE

En utilisant les notations du paragraphe précédent et en notant de plus  $\varepsilon$  l'énergie interne par unité de masse,  $\lambda$  la conductivité thermique du fluide, et  $\mathcal{Q}$  la puissance calorifique volumique dissipée, le **premier principe de la thermodynamique** s'écrit:

$$\iiint_V \rho \, d(\varepsilon + \mathcal{U}^2/2)/dt \, dv = \iint_S (\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nu})_n \, ds + \iiint_V \rho \, \mathcal{F} \cdot \boldsymbol{\nu} \, dv + \iiint_V [\text{div}(\lambda \, \text{grad}(\mathbf{T})) + \mathcal{Q}] \, dv$$

Dans cette relation, le premier membre représente la dérivée totale de l'énergie interne et de l'énergie cinétique, le second membre est la somme de trois termes représentant successivement le travail des forces surfaciques, celui des forces massiques, et la chaleur reçue.

L'utilisation du théorème de la divergence donne uniquement des intégrales volumiques qu'il n'est plus nécessaire d'écrire:

$$\rho \, d(\varepsilon + \mathcal{U}^2/2)/dt = \text{div}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\nu}) + \rho \, \mathcal{F} \cdot \boldsymbol{\nu} + \text{div}(\lambda \, \text{grad}(\mathbf{T})) + \mathcal{Q}$$

Cette équation peut se simplifier en utilisant la loi de conservation de la quantité de mouvement. En effet, si on multiplie la forme projetée sur un axe de cette loi (paragraphe 4.1.2) par  $\nu_i$ , on obtient:

$$\rho \, \nu_i \, (d\nu_i/dt) = \rho \, \nu_i \, \mathcal{F}_i + \sum_j \nu_i \, (\delta\sigma_{ij}/\delta x_j)$$

On obtient, par soustraction des deux équations ci-dessus, la forme générale de la **loi de conservation de l'énergie**:

$$\rho \, (d\varepsilon/dt) = \sum_{i,j} \sigma_{ij} \, (\delta\nu_i/\delta x_j) + \text{div}(\lambda \, \text{grad}(\mathbf{T})) + \mathcal{Q}$$

Dans le cas général d'un **fluide Newtonien**, on connaît l'expression du tenseur des contraintes  $\boldsymbol{\sigma}$  (dans le paragraphe 4.1.2). On introduit alors la **dissipation**  $\Phi$ :

$$\Phi = - (2/3) \, \mu \, (\text{div}(\boldsymbol{\nu}))^2 + 2 \, \mu \, \sum_{i,j} \varepsilon_{ij} \, (\delta\nu_i/\delta x_j)$$

Le développement du tenseur  $\boldsymbol{\sigma}$  dans le loi de conservation de l'énergie et l'utilisation de la dissipation donne l'expression de la loi de conservation de l'énergie d'un fluide Newtonien:

$$\rho \, (d\varepsilon/dt) = \text{div}(\lambda \, \text{grad}(\mathbf{T})) + \mathcal{Q} - \rho \, \text{div}(\boldsymbol{\nu}) + \Phi$$

On relie l'énergie interne à la température en utilisant l'enthalpie massique  $\mathcal{H} = \varepsilon + \rho / \rho$ , la chaleur massique  $CP = (\delta\mathcal{H}/\delta T)$ , le coefficient de dilatation  $\beta = - (1/\rho) (\delta\rho/\delta T)$ , et la relation  $(\delta\mathcal{H}/\delta\rho) = (1/\rho) (1 - T\beta)$ , d'où après manipulation:

$$\rho \, CP \, (dT/dt) = \text{div}(\lambda \, \text{grad}(\mathbf{T})) + \mathcal{Q} + T \, \beta \, (d\rho/dt) + \Phi$$

La **dissipation** est généralement **négligée** (ce qui est très souvent légitime dans le cas de l'huile). Pour un fluide **incompressible** (sans dilatation) et dont la **conductivité thermique** est **uniforme**, on utilise la **forme simplifiée**:

$$(23) \quad \rho \, CP \, (dT/dt) = \lambda \, \Delta T + \mathcal{Q}$$

#### 4.1.4. SYSTEME DE NAVIER-STOKES

En résumé, dans les trois paragraphes précédents, on a utilisé plusieurs simplifications et hypothèses (fluide Newtonien, incompressible, à propriétés thermo-physiques constantes, uniquement soumis à la pesanteur, à dissipation négligeable) pour déduire, des lois de conservation générales du fluide, les équations (21), (22) et (23).

Ces équations constituent le **système de NAVIER-STOKES** que l'on peut écrire sous la forme développée ci-dessous.

$$(21) \quad \text{div}(\mathcal{U}) = 0$$

$$(22a) \quad \rho [\delta U / \delta t + \mathcal{U} \cdot \text{grad}(U)] = - \delta p / \delta x + \mu \Delta U$$

$$(22b) \quad \rho [\delta V / \delta t + \mathcal{U} \cdot \text{grad}(V)] = - \delta p / \delta y + \mu \Delta V$$

$$(22c) \quad \rho [\delta W / \delta t + \mathcal{U} \cdot \text{grad}(W)] = \rho g - \delta p / \delta z + \mu \Delta W$$

$$(23) \quad \rho CP [\delta T / \delta t + \mathcal{U} \cdot \text{grad}(T)] = \lambda \Delta T + \mathcal{Q}$$

On rappelle que, dans ces équations:

- $t$  est le temps,
- $(x, y, z)$  sont les axes des coordonnées parmi lesquels  $z$  représente l'axe vertical,
- la vitesse  $\mathcal{U}$  (de composantes  $U, V$  et  $W$ ), la pression  $p$  et la température  $T$  sont les

inconnues du système déterminant l'état du fluide,

- $\rho, CP, \lambda, \nu$ , et  $\mu$  sont ses propriétés thermophysiques,
- $\mathcal{Q}$  représente la densité volumique de puissance dissipée,
- $g$  est l'accélération de la pesanteur ( $9.81 \text{ m/s}^2$ ).

### 4.1.5. EQUATION DE LA CHALEUR

Dans le cas d'un solide, la seule inconnue est la **température**.

On utilise donc uniquement la loi de **conservation de l'énergie**.

En l'absence de mouvement, celle-ci devient l'**équation de la chaleur**.

$$(24) \quad \rho C_P (\delta T / \delta t) = \lambda \Delta T + \dot{q}$$

## 4.2. METHODE DE RESOLUTION

La complexité des équations du système de NAVIER-STOKES font que les méthodes de résolution analytiques n'ont été mises au point que dans quelques cas particuliers.

Récemment, les progrès rapides de l'informatique ont favorisé le développement de plusieurs **méthodes de résolution numérique tridimensionnelle**.

L'une des méthodes repose sur une discrétisation spatiale par la méthode des volumes finis selon un schéma implicite, et sur une résolution itérative utilisant l'algorithme SIMPLE.

Les principes de cette méthode sont évoqués dans ce paragraphe, et explicités en détail dans l'ouvrage de PATANKAR [G3].

### 4.2.1. EQUATION D'ADVECTION-DIFFUSION

Mise à part l'équation de continuité, les équations du système de NAVIER-STOKES se ramènent à la **forme générale** ci-dessous:

$$(25) \quad \rho \frac{\delta X}{\delta t} + \rho \mathcal{U} \cdot \text{grad}(X) - \alpha \Delta X = S$$

Dans cette équation, la variable **X** remplace **U, V, W** ou le produit **CP T**. Le premier membre est composé, de gauche à droite, d'un terme **transitoire**, d'un terme de convection ou d'**advection**, d'un terme de **diffusion**, tandis que le second membre appelé terme **source**, regroupe les grandeurs indépendantes de la variable **X**.

Dans l'équation de la quantité de mouvement, **S** est la somme de l'effet de la pesanteur et de celui de la pression. Par contre, dans l'équation de l'énergie, **S** représente la puissance calorifique dissipée.

Le coefficient  **$\alpha$**  du terme de diffusion est égal à la viscosité  **$\mu$**  dans l'équation de la quantité de mouvement, et au quotient  **$\lambda / CP$**  dans la loi de conservation de l'énergie.

La relation (25) est appelée **équation d'advection-diffusion** et caractérise le système de NAVIER-STOKES. Sa résolution fait l'objet des paragraphes suivants.

## 4.2.2. DISCRETISATION SPATIALE PAR LA METHODE DES VOLUMES FINIS

Pour intégrer l'équation d'advection-diffusion, on divise le domaine étudié en petits éléments de forme parallélépipédique, appelés **volumes de contrôle** ou **cellules**.

On discrétise alors la variable  $X$  et le vecteur vitesse en les définissant au centre de chaque volume de contrôle. On repère le centre d'une cellule par l'indice  $P$ , et les centres des cellules voisines par les directions Nord ( $N$ ), Est ( $E$ ), Sud ( $S$ ) et Ouest ( $W$ ) dans le cas bidimensionnel de la figure 51. On double l'indice pour une cellule située à deux cases de la cellule centrale: par exemple,  $WW$  désigne la cellule située deux cases à l'Ouest de la cellule  $P$ . Les surfaces de contact entre les cellules sont repérées par les lettres minuscules  $n$ ,  $e$ ,  $s$  et  $w$ .

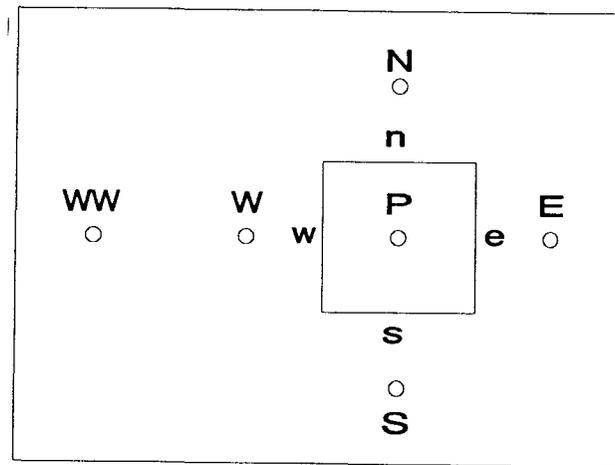


Fig.51: Volume de contrôle.

La **méthode des volumes finis** consiste à **intégrer l'équation d'advection-diffusion sur chaque volume de contrôle** constituant le domaine.

En notant  $V$  le volume de la cellule  $P$  et  $A$  l'aire totale des surfaces extérieures de la cellule, l'application du théorème de la divergence donne:

$$(26) \quad \iiint_V \rho \frac{\delta X}{\delta t} dV + \iint_A \rho X u_n dA - \iint_A \alpha \text{grad}(X) \cdot n dA = \iiint_V S dV$$

On note  $SV$  l'intégrale du terme source. Dans la suite de ce paragraphe, on s'intéresse successivement à l'intégration du terme de diffusion, du terme d'advection et du terme transitoire.

## TERME DE DIFFUSION

Dans le cas bidimensionnel de la figure 51, l'intégrale du terme de diffusion se décompose en quatre intégrations sur chacune des faces  $n$ ,  $e$ ,  $s$  et  $\omega$ .

Pour la face Ouest, par exemple, en notant  $A_\omega$  l'aire de la surface Ouest et  $l_\omega$  la distance entre les points  $P$  et  $W$ , l'intégrale devient le produit du **coefficient de diffusion** Ouest  $D_\omega$  par la différence entre la variable  $X$  au point  $W$  et celle au point  $P$ :

$$\iint_{\omega} \alpha \text{grad}(X) \cdot n \, dA = \alpha A_\omega (X_W - X_P) / l_\omega = D_\omega (X_W - X_P)$$

## TERME D'ADVECTION

Pour intégrer le terme d'advection, on utilise de même le **coefficient de convection**, noté  $C_\omega$  sur la face Ouest, sur laquelle l'intégration s'écrit:

$$\iint_{\omega} \rho X u_n \, dA = \rho U_\omega A_\omega X_\omega = C_\omega X_\omega$$

L'estimation de la variable  $X$  sur la face  $\omega$  peut se faire de différentes manières.

La possibilité la plus simple est l'utilisation de la **méthode Upwind**. Celle-ci consiste en l'approximation:

$$X_\omega = X_W$$

Ce schéma du premier ordre en précision a l'avantage d'être robuste.

Des schémas du second ordre peuvent améliorer la précision. Parmi ceux-ci, la **méthode Central Differencing** utilise:

$$X_\omega = (X_W + X_P) / 2$$

Ce schéma est toutefois rarement utilisé car il n'est pas robuste et peut fournir des solutions non physiques.

Des schémas du troisième ordre ou des schémas mixtes (utilisant de plus  $X_{WW}$ ) sont à la fois robustes et précis, mais ont l'inconvénient d'être coûteux en temps de calcul.

## TERME TRANSITOIRE

Pour calculer le terme transitoire, la discrétisation spatiale ne suffit pas. On doit alors la combiner avec une **discrétisation temporelle**.

### **4.2.3. DISCRETISATION TEMPORELLE IMPLICITE**

En isolant le terme transitoire dans l'équation (25), on obtient:

$$\delta X / \delta t = (S / \rho) + (\alpha / \rho) \Delta X - \nu \cdot \text{grad}(X) = F(X)$$

On discrétise cette équation en posant  $X_n = X(n \Delta t)$  où  $\Delta t$  représente le pas de temps choisi. On dispose alors de deux manières fondamentalement différentes d'écrire la relation ci-dessus en fonction de  $X_n$  et  $X_{n+1}$ : par des méthodes explicites ou implicites.

#### **METHODE EXPLICITE**

Dans la méthode explicite, on part de  $X_n$  connu, et on calcule  $F(X_n)$  puis  $X_{n+1}$  par:

$$(X_{n+1} - X_n) / \Delta t = F(X_n)$$

Cette méthode est la plus simple mais peut présenter des problèmes de stabilité lorsque le pas de temps est trop grand. Elle convient particulièrement aux relations bien stables et non couplées, comme l'équation de la chaleur dans un solide par exemple.

#### **METHODE IMPLICITE**

Dans la méthode implicite, on cherche simultanément les valeurs de la variable  $X_{n+1}$  en chaque point par la relation:

$$(X_{n+1} - X_n) / \Delta t = F(X_{n+1})$$

Cette méthode est plus complexe à mettre en oeuvre, mais a l'avantage d'être stable pour un pas de temps quelconque. Elle convient mieux aux équations de conservation couplées de la mécanique des fluides.

## EQUATION DES VOLUMES FINIS

Dans l'exemple bidimensionnel de la figure 51, l'intégration de l'équation d'avection-diffusion en utilisant le schéma Upwind et la méthode implicite s'écrit sous la forme:

$$\rho (X_P - X_{PR}) / \Delta t + C_n X_N + C_e X_E + C_s X_S + C_\omega X_W = \\ D_n (X_N - X_P) + D_e (X_E - X_P) + D_s (X_S - X_P) + D_\omega (X_W - X_P) + SV$$

Dans cette équation:

- l'indice **P** désigne le point central de la cellule à l'instant **t** où l'on cherche la valeur de la variable **X**,
- l'indice **PR** désigne le même point mais à l'instant précédent: **t - Δt**,
- les indices **N, E, S, W** sont ceux des volumes entourant la cellule **P** et à l'instant **t** (dans la méthode explicite, ils seraient à l'instant **t - Δt**),
- les indices **n, e, s** et **ω** représentent les surfaces de contact entre la cellule centrale et les autres où l'on évalue les coefficients de convection **C** et de diffusion **D**,
- le terme source **SV** regroupe les grandeurs indépendantes de la variable **X**.

Pour plus de commodité, on préfère regrouper dans le premier membre l'ensemble des termes se rapportant à la cellule centrale à l'instant **t**:

$$(\rho / \Delta t + D_n + D_e + D_s + D_\omega) X_P = \rho X_{PR} / \Delta t + (D_n - C_n) X_N \\ + (D_e - C_e) X_E + (D_s - C_s) X_S + (D_\omega - C_\omega) X_W + SV$$

On se ramène ainsi à la relation suivante dite **équation des volumes finis**:

$$(27) \quad A_P X_P = A_n X_N + A_e X_E + A_s X_S + A_\omega X_W + A_{PR} X_{PR} + SV$$

Les coefficients **A** dépendant des variables **X**, le système obtenu est **non linéaire**. Pour le résoudre, on utilise une **méthode itérative**.

#### 4.2.4. RESOLUTION ITERATIVE

Le principe de la **résolution itérative** est de répéter le calcul de la variable **X** en tous points et à l'instant **t** à partir des valeurs de l'instant précédent, jusqu'à atteindre la stabilisation.

Chaque **itération** est divisée en **trois étapes**:

- le **calcul des coefficients A** et du terme source **SV** conformément aux relations des paragraphes 4.2.2 et 4.2.3,
- la **résolution du système** linéarisé (puisque les coefficients sont fixés) des équations des volumes finis (27): cette étape est détaillée dans le paragraphe 4.2.5,
- l'**évaluation de la convergence** ou de la divergence.

#### CRITERES DE CONVERGENCE

Pour estimer si le calcul converge ou non vers la solution, on calcule le **résidu total R** qui est la somme pour toutes les cellules **P** des résidus de l'équation (27):

$$R = \sum | A_n X_n + A_e X_e + A_s X_s + A_\omega X_\omega + A_{PR} X_{PR} + SV - A_P X_P |$$

Pour ramener les problèmes de dimension différentes au même critère, on utilise généralement le **résidu normalisé**:

$$RN = R / \sum | A_P X_P |$$

Ces résidus sont utilisés pour déterminer la convergence des variables **U, V, W** et **T**. On ne peut pas faire de même pour la pression  $\rho$  qui n'apparaît pas dans une équation d'advection-diffusion. C'est pourquoi on utilise comme résidu de la pression celui de l'équation de continuité:

$$R(\rho) = \sum [ | C_s - C_n | + | C_\omega - C_e | ]$$

et  $RN(\rho, \text{itération}^n) = R(\rho, \text{itération}^n) / R(\rho, \text{itération}^2)$

Le calcul est dit **convergé** lorsque les résidus sont inférieurs à une valeur choisie comme référence. Ceci provoque l'arrêt du calcul itératif.

## PROBLEMES DE DIVERGENCE

Dans certains cas, il peut arriver que, d'une itération à la suivante, on s'éloigne de la solution. Ceci peut se produire, par exemple, lorsque les vitesses locales ou les gradients de pression sont importants, ou lorsqu'on initialise le calcul avec des conditions non physiques (par exemple avec l'absence de mouvement en tous points à l'intérieur du volume et des vitesses imposées à l'entrée du domaine). Ceci est accentué par le fait que les équations sont couplées et que les variables sont fortement interdépendantes.

L'éloignement de la solution peut s'amplifier au cours des itérations jusqu'à ce que les variables atteignent des valeurs aberrantes: on parle dans ce cas de **divergence** numérique.

Pour l'éviter, on peut ajouter, entre la résolution des équations et le calcul des résidus, la méthode dite de **sous-relaxation**.

## SOUS-RELAXATION

La résolution du système fournit les variables  $X_P$  en tous points et à l'instant  $t$  en fonction des  $X_{PR}$  à l'instant précédent. La méthode de sous-relaxation consiste à utiliser pour l'itération suivante, non pas la valeur calculée  $X_P$ , mais la moyenne  $X_{P\gamma}$  définie par:

$$X_{P\gamma} = \gamma X_P + (1 - \gamma) X_{PR}$$

Dans cette relation,  $\gamma$  est appelé **facteur de sous-relaxation** et est compris entre 0 et 1 (en évitant toutefois la valeur 0 qui n'a aucun intérêt). Lorsque  $\gamma$  est proche de 1, le calcul est rapide mais les risques de divergence sont grands. Lorsque  $\gamma$  est proche de 0, les risques de divergence sont faibles, mais le calcul nécessite un grand nombre d'itérations.

La sous-relaxation consiste donc à **régler le facteur  $\gamma$**  de façon à ce que le calcul soit le plus rapide possible et ne diverge pas.

Il faut enfin noter que la sous-relaxation est un moyen d'arriver à la solution en régime stabilisé dans des cas difficiles, sans respecter le régime transitoire.

## **4.2.5. ALGORITHME SIMPLE**

A chaque pas de temps, après le calcul des coefficients **A** et **SV**, et avant la sous-relaxation et le calcul des résidus, il faut **résoudre les équations de NAVIER-STOKES linéarisées par la méthode des volumes finis**.

**Deux problèmes**, non traités jusqu'ici, apparaissent alors.

- Les équations des volumes finis (27) permettent de résoudre les équations d'advection-diffusion, ce qui donne les variables **U, V, W** et **T** mais pas la pression  $\rho$ . Celle-ci n'apparaît pas, de plus, dans l'équation restante qui est la conservation de la masse. Il est donc nécessaire de mettre au point et d'ajouter, au calcul des vitesses et des températures à chaque itération, une **équation de correction de la pression**.

- Le système de NAVIER-STOKES est couplé. L'interdépendance des variables **U, V, W,  $\rho$**  et **T** rend la résolution implicite difficile. Il peut être plus avantageux de répéter le calcul explicite et alterné des cinq variables, par une méthode désignée alors comme **semi-implicite**.

Ces deux problèmes et ébauches de solution sont à la base du développement de l'**algorithme SIMPLE** (Semi Implicit Method for Pressure Linked Equation) décrit en détail dans l'ouvrage de PATANKAR [G3]. Le principe de l'algorithme SIMPLE est le suivant:

- **Etat initial**: les variables sont fixées aux valeurs de l'instant précédent:  $\mathbf{X}_0 = \mathbf{X}_{PR}$
- **Répétition** (pour chaque **j**) des quatre sous-étapes:
  - **calcul des vitesses intermédiaires**  $\mathbf{U}_{int}$  en fonction de  $\mathbf{U}_j$  et  $\rho_j$
  - **correction de la pression**  $\rho_{j+1}$  en fonction de  $\mathbf{U}_{int}$  et  $\rho_j$
  - **correction des vitesses**  $\mathbf{U}_{j+1}$  en fonction de  $\mathbf{U}_{int}$ ,  $\rho_{j+1}$  et  $\rho_j$
  - **calcul des températures**  $\mathbf{T}_{j+1}$  en fonction de  $\mathbf{T}_j$

jusqu'à ce que l'évolution de chaque variable entre les itérations **j** et **j+1** soit inférieure à un nouveau critère de précision (qui est aussi un paramètre influent sur la convergence ou la divergence du calcul).

- **Etat final**: on retient les valeurs de la dernière itération.

La suite de ce paragraphe décrit le mécanisme de chacune des quatre sous-étapes.

## CALCUL DES VITESSES

La première sous-étape consiste à calculer la vitesse intermédiaire  $U_{\text{int}}$  en fonction des vitesses et pressions à l'itération  $j$ . Pour cela, on réécrit l'équation des volumes finis (27) en regroupant les termes des cellules voisines (indice  $V$ ), en isolant le terme transitoire (indice  $PR$ ) et en séparant le gradient de pression des autres membres du terme source regroupés dans  $SV'$ .

$$(28) \quad A_P(\omega) u_{\text{int}} = \sum_V A_V(\omega) u_{Vj} + A_{PR}(\omega) u_{PR} - \text{grad}(\rho_j) + SV'(\omega)$$

Les vitesses obtenues ne peuvent être considérées définitives car elles ne vérifient pas l'équation de continuité :

$$\text{div}(u_{\text{int}}) \neq 0$$

## CORRECTION DE LA PRESSION

Les deux sous-étapes suivantes consistent à rechercher les véritables valeurs des vitesses et de la pression à l'itération  $j+1$  vérifiant l'équation de conservation de la quantité de mouvement et celle de conservation de la masse.

$$A_P(\omega) u_{j+1} = \sum_V A_V(\omega) u_{Vj} + A_{PR}(\omega) u_{PR} - \text{grad}(\rho_{j+1}) + SV'(\omega)$$

et

$$\text{div}(u_{j+1}) = 0$$

Par différence avec l'équation (28), on obtient:

$$A_P(\omega) (u_{j+1} - u_{\text{int}}) = - \text{grad}(\rho_{j+1} - \rho_j)$$

L'application de la divergence donne alors:

$$(29) \quad A_P(\omega) \text{div}(u_{\text{int}}) = \Delta(\rho_{j+1} - \rho_j)$$

Cette équation est appelée **équation de correction de la pression** et donne  $\rho_{j+1}$  en fonction de  $u_{\text{int}}$  et  $\rho_j$ .

### CORRECTION DES VITESSES

Une fois la pression obtenue à l'itération  $j+1$ , on peut alors trouver les vitesses  $u_{j+1}$  en fonction des vitesses intermédiaires  $u_{int}$  et des pressions  $p_{j+1}$  et  $p_j$ .

$$(30) \quad A_P(u) u_{j+1} = A_P(u) u_{int} - \text{grad}(p_{j+1} - p_j)$$

### CALCUL DES TEMPERATURES

Pour le calcul des températures, on utilise directement l'équation des volumes finis (27) en remplaçant la grandeur  $X$  par le produit  $CP T$ .

$$(31) \quad A_P(T) CP T_{j+1} = \sum_V A_V(T) CP T_{Vj} + A_{PR}(T) CP T_{PR} + SV(T)$$

### **4.3. LE LOGICIEL NASTHER**

Les méthodes de résolution numérique des équations de la mécanique des fluides ont fait l'objet du développement de plusieurs logiciels, dont les principaux sont recensés et comparés par G.DENEUVILLE [36].

Dans la suite et la fin de ce chapitre, on utilise le logiciel NASTHER, développé au sein de la société Merlin-Gérin (Grenoble), par M.BONNETON [37].

Dans cette partie, on précise d'abord les raisons du choix du logiciel NASTHER, puis on définit un domaine de calcul représentatif d'une partie de la galette et du canal d'huile, où l'on compare ensuite les résultats numériques avec les mesures effectuées sur la maquette, et enfin avec les relations utilisées dans la modélisation analytique du chapitre 2.

### 4.3.1. CHOIX DU LOGICIEL

Le logiciel NASTHER permet la résolution tridimensionnelle des équations:

- de la mécanique des fluides (équations de continuité et de NAVIER-STOKES),
- de la thermique (conservation de l'énergie) aussi bien dans un fluide que dans un solide.

Il a été choisi principalement pour sa méthode de résolution, proche de celle décrite dans la partie 4.2, c'est-à-dire basée sur:

- une discrétisation spatiale par volumes finis,
- une résolution itérative à partir de l'algorithme SIMPLE.

Il offre, de plus, les deux avantages suivants:

- il limite les problèmes de divergence numérique en optimisant le pas de temps en fonction du nombre de courant (qui est le rapport de la distance parcourue par le fluide en un pas de temps par la taille de la maille correspondante),
- il permet de faire varier la viscosité de l'huile en fonction de sa température: bien que la variation de viscosité soit négligée pour aboutir à l'équation de NAVIER-STOKES, le fait de la réintroduire rend un peu plus réaliste le calcul dans les couches limites de fluide proche des parois chauffantes.

Le logiciel NASTHER a été confronté à de nombreux cas théoriques, expérimentaux et industriels. Il peut toutefois être intéressant de compléter ses validations par la comparaison avec les mesures de la maquette concernant le transfert thermique entre une galette et l'huile.

### 4.3.2. DOMAINE DE CALCUL ET MAILLAGE

Pour comparer le calcul numérique aux résultats de la maquette expérimentale, on a défini comme **domaine de calcul** les volumes suivants:

- une zone limitée de la partie droite du canal d'huile de largeur 400mm (axe X), de hauteur 400mm (axe Z) et d'épaisseur 8mm (axe Y) dans laquelle l'huile entre par le bas avec une vitesse et une température uniformes puis sort par le haut,
- les cales correspondantes dont les dimensions et emplacements sont scrupuleusement fidèles à la géométrie de la maquette,
- la partie de la galette en contact avec cette zone définie par un volume de cuivre de 6mm (seule la demi-épaisseur de la galette est représentée en raison de la symétrie du problème),
- une couche de guipage externe de 0.6mm séparant la galette du canal d'huile (le guipage interne et le guipage entre spires ne sont pas représentés),
- l'écran à côté du canal est représenté par une plaque adiabatique sans épaisseur.

Le choix du **maillage** est un compromis entre précision et rapidité du calcul. En effet un maillage très fin correspond à un long calcul (aussi bien pour le temps de calcul par itération, que pour le nombre d'itérations), tandis qu'un maillage grossier peut donner des résultats imprécis ou même inexacts. Pour le calcul du transfert thermique d'une paroi vers un fluide, la méthode numérique interpole la vitesse entre le noeud de la dernière maille fluide et la paroi, ce qui peut conduire à un calcul thermique erroné si la dernière maille est trop grande. En pratique, on retient qu'il faut, en général, au moins une maille dans la couche limite pour obtenir des températures de paroi correctes.

Dans le cas de la galette et du canal d'huile, après le calcul sur différents maillages, on a constaté que l'on pouvait se contenter:

- d'un maillage régulier de 10mm sur les axes X et Z,
- d'un maillage progressif sur l'axe Y (celui du transfert thermique) descendant à 0.2mm pour la couche d'huile en contact avec la galette. Les calculs des paragraphes suivants ont donc été effectués avec:
  - dans l'huile, six mailles successives de 4, 2, 1, 0.5, 0.3 et 0.2mm,
  - dans le guipage, une maille de 0.6mm,
  - dans le cuivre, trois mailles de 1, 2 et 3mm.

Pour la **résolution**, en raison du fait que l'on est dans le cas de la convection forcée, on a séparé et alterné les calculs hydrauliques (pressions et vitesses) et thermiques (températures et viscosités).

### 4.3.3. CONFRONTATION A L'EXPERIMENTATION

Pour le **test de validation**, on s'est mis dans les **conditions de l'essai n°1**, où l'on avait mesuré:

- des pertes ramenées au domaine de 396W soit une densité  $\rho = 0.412 \text{ W/cm}^3$ ,
- la vitesse moyenne à l'entrée du domaine  $V_{MIN} = 0.195 \text{ m/s}$ ,
- la température moyenne de l'huile  $T_h = 47.02 \text{ }^\circ\text{C}$ ,
- et la température moyenne du cuivre  $T = 66.58 \text{ }^\circ\text{C}$ .

La densité de pertes, la vitesse d'entrée et la température d'huile sont les données du calcul par NASTHER, qui fournit la répartition des vitesses dans l'huile, et des températures dans l'huile, les cales, le guipage et le cuivre de la galette.

La figure 52 représente la **répartition des vitesses** obtenue dans la première maille du canal d'huile et montre le contournement des cales par l'huile.

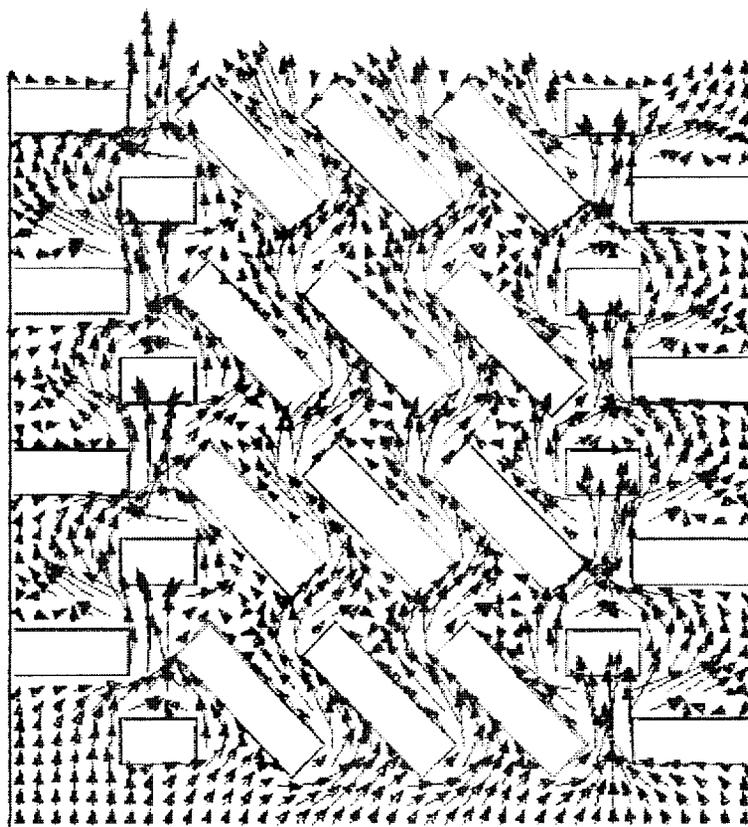


Fig.52: Partie droite du canal d'huile de la maquette:  
Vitesse calculées par NASTHER (échelle: 1cm représente 1m/s)

La figure 53 représente les **températures** obtenues dans la dernière maille du **cuivre**. On remarque que les températures sont plus élevées dans les zones en face des cales.

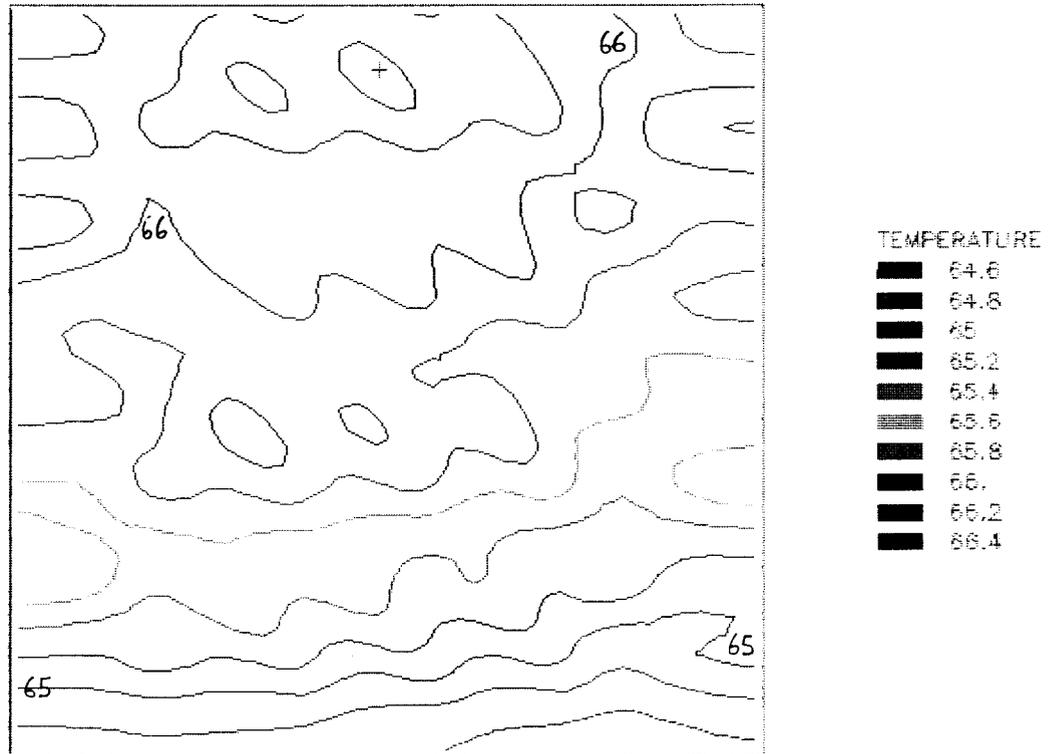


Fig.53: Partie droite de la galette de la maquette:  
Isothermes calculées par NASTHER (espacement 0.2°C)

La **température moyenne du cuivre** calculée par NASTHER est de **65.47°C** contre une mesure de **66.58°C**, soit un écart de **1.11°C**.

Compte-tenu de la précision des mesures et du calcul de la moyenne (estimée de 1°C à 2°C), le calcul peut être considéré **validé**.

#### 4.3.4. COMPARAISON AVEC LA MODELISATION ANALYTIQUE

Après avoir comparé les résultats de NASTHER avec la mesure lors de l'essai n° 1, on s'intéresse, cette fois, à la conformité du calcul numérique avec celui de la modélisation analytique du chapitre 2 utilisant les nombres adimensionnels.

On reprend donc le domaine de calcul du paragraphe 4.3.2 en gardant la densité de pertes ( $Q=0.412W/cm^3$ ) et **en changeant les vitesses et les températures d'huile** à l'entrée du domaine:

- dans le **cas n° 0**, la vitesse est  $V_{MIN}=0.2m/s$  pour une température  $T_h=60^\circ C$ ,
- dans les **cas n° 1 à 4**, on change la vitesse d'entrée de l'huile (de  $0.1$  à  $0.3m/s$ ) ce qui fait varier proportionnellement le nombre de Reynolds de l'écoulement,
- dans les **cas n° 5 à 8**, la température d'huile est changée à son tour (de  $20$  à  $100^\circ C$ ), ce qui fait varier la viscosité, et donc les nombres de Prandtl et de Reynolds.

Dans le **cas n° 0**, par exemple, la répartition des températures dans la galette obtenue par NASTHER est celle de la figure 54. La température moyenne du cuivre est  $T=78.05^\circ C$ , pour un point chaud de  $T_X=79^\circ C$ , soit un **facteur de point chaud**:

$$F_0 = (T_X - T_h) / (T - T_h) = 19 / 18.05 = 1.053$$

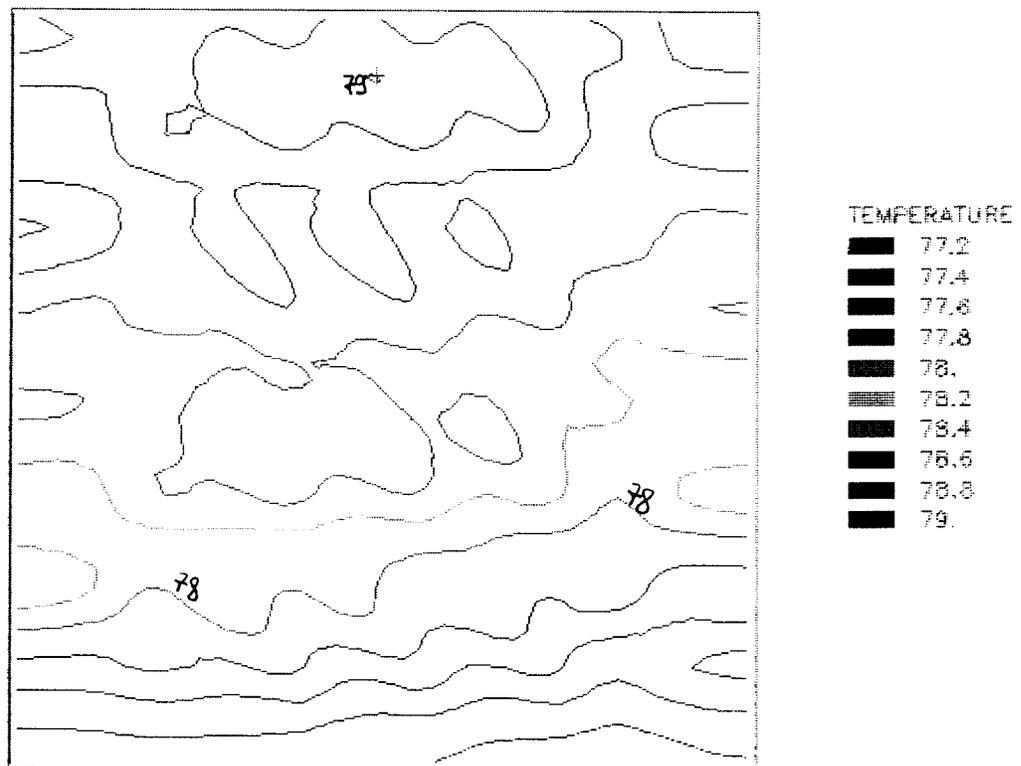


Fig.54: Températures de cuivre dans le cas n°0 (isothermes espacés de  $0.2^\circ C$ )

Pour chacun des cas, on calcule:

- par la modélisation analytique du chapitre 2: les nombres de Reynolds, Prandtl et Nusselt (par la relation (12e)), puis le coefficient d'échange convectif  $H$  (en  $W/m^2/K$ ), duquel on déduit le gradient moyen et la température dans la galette,

- par la résolution numérique de NASTHER, les températures aux différentes mailles de la galette, et la moyenne.

Les valeurs obtenues par les deux méthodes sont regroupées dans le tableau ci-dessous.

| Calcul | VE    | Thu    | Modélisation |         |         |     |        | NASTHER | Ecart |
|--------|-------|--------|--------------|---------|---------|-----|--------|---------|-------|
|        |       |        | Reynolds     | Prandtl | Nusselt | H   | Tcu    | Tcu     |       |
| 0      | 0,200 | 60,00  | 1089         | 65,4    | 77,2    | 531 | 79,12  | 78,05   | -1,07 |
| 1      | 0,100 | 60,00  | 544          | 65,4    | 44,0    | 303 | 84,13  | 80,25   | -3,88 |
| 2      | 0,150 | 60,00  | 817          | 65,4    | 61,2    | 420 | 80,86  | 78,77   | -2,09 |
| 3      | 0,250 | 60,00  | 1361         | 65,4    | 92,5    | 636 | 78,02  | 77,42   | -0,60 |
| 4      | 0,300 | 60,00  | 1633         | 65,4    | 107,2   | 737 | 77,25  | 77,21   | -0,05 |
| 5      | 0,200 | 20,00  | 293          | 243,0   | 50,1    | 344 | 42,72  | 39,45   | -3,27 |
| 6      | 0,200 | 40,00  | 621          | 114,7   | 64,2    | 441 | 60,47  | 58,71   | -1,77 |
| 7      | 0,200 | 80,00  | 1682         | 42,3    | 89,1    | 613 | 98,23  | 97,92   | -0,31 |
| 8      | 0,200 | 100,00 | 2377         | 30,0    | 99,9    | 687 | 117,61 | 117,80  | 0,19  |

Tab.8: Comparaison des résultats de NASTHER avec ceux de la modélisation.

(Partie droite de la maquette)

Mis à part les cas, peu fréquents dans le dimensionnement du transformateur, où la vitesse est  $0.1m/s$  et où la température d'huile est  $20^{\circ}C$ , l'écart entre les deux méthodes ne dépasse pas  $2^{\circ}C$ .

Ceci montre la **bonne corrélation** entre le calcul analytique employant les nombres adimensionnels et le calcul numérique tridimensionnel de NASTHER.

## **4.4. APPLICATION AU CALCUL DU POINT CHAUD**

L'intérêt du calcul numérique par rapport à l'expérimentation est, non seulement de donner une cartographie thermique complète du domaine, mais aussi de pouvoir faire varier les paramètres géométriques par quelques instructions informatiques et non par de nouvelles fabrications même partielles.

On utilise ainsi NASTHER pour faire varier tour à tour les facteurs géométriques définis au paragraphe 2.2.2.3, afin de déterminer leurs influences respectives sur le point chaud. On reprend, pour cela, le cas n°0 du paragraphe 4.3.4, en ajoutant d'abord le guipage entre brins, puis celui entre spires, ensuite l'habillage, et enfin la partie calorifugée.

#### 4.4.1. INFLUENCE DU GUIPAGE ENTRE BRINS

Pour représenter le guipage interne en papier d'épaisseur  $EPPI=0.2\text{mm}$  et de conductivité  $\lambda_p=0.17\text{W/m/K}$ , on définit une **paroi équivalente** sans épaisseur (pour éviter d'ajouter une maille) et de coefficient d'échange:

$$H_p = \lambda_p / EPPI = 0.17 / 0.0002 = 850 \text{ W/m}^2/\text{K}$$

On place cette paroi au milieu du volume de cuivre en séparant les 6mm en deux brins de 3mm. En l'absence de flux à mi-épaisseur, il est inutile d'ajouter le guipage interne au milieu de la galette. La paroi ainsi placée représente donc la division du conducteur en quatre brins. Le **facteur géométrique** correspondant est:

$$F_4 = 1 + NGI EPPI / EPPE = 1 + 0.2 / 0.6 = 1.333$$

La figure 55 montre la répartition des températures obtenue par NASTHER dans le **brin extérieur** (à côté de l'huile). L'influence des cales est plus nette que dans le cas où le guipage interne n'est pas représenté. Cependant la moyenne calculée ici  $T_{b1}=78.17^\circ\text{C}$  reste très proche de la valeur  $78.05^\circ\text{C}$  du calcul n°0.

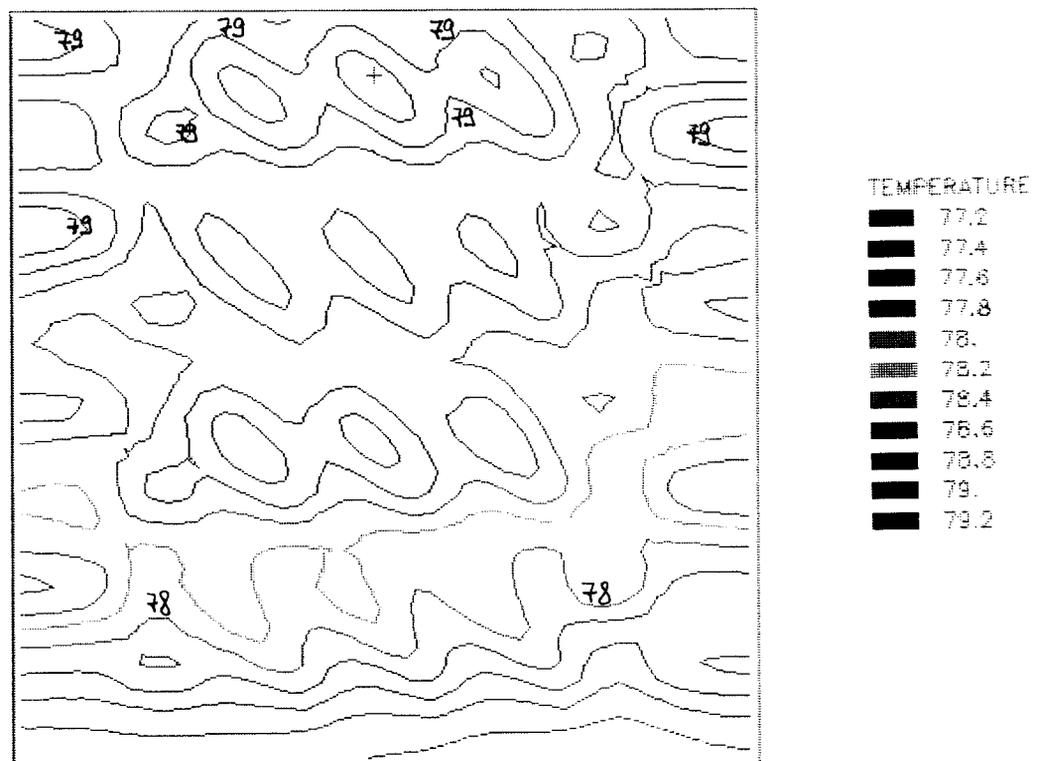


Fig.55: Températures dans le brin extérieur (isothermes espacés de  $0.2^\circ\text{C}$ )

Dans le **brin intérieur**, les températures obtenues sont plus élevées (moyenne  $T_{b2}=79.66^\circ\text{C}$ ), mais la répartition est plus homogène et l'influence des cales est moins importante comme le montre la figure 56.

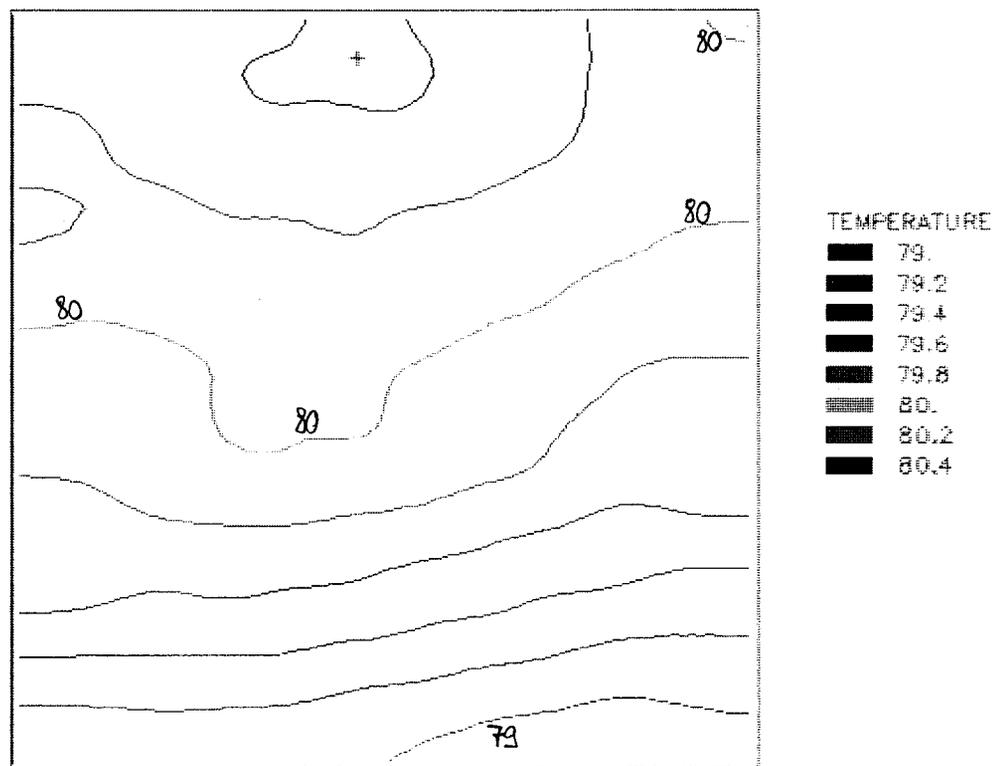


Fig.56: Températures dans le brin intérieur (isothermes espacés de  $0.2^\circ\text{C}$ )

On déduit de ces résultats la température **moyenne des deux brins**  $T=78.92^\circ\text{C}$  pour un **point chaud**  $T_X=80.44^\circ\text{C}$ , soit un **facteur** de point chaud:

$$F = (T_X - T_h) / (T - T_h) = 20.44 / 18.92 = 1.08$$

Par rapport au cas n°0, la majoration due au guipage interne est

$$F4^{\alpha 4} = F / F0 = 1.08 / 1.053 = 1.026$$

On en déduit le taux d'influence:

$$\alpha 4 = \ln(F4^{\alpha 4}) / \ln(F4) = \ln(1.026) / \ln(1.333) = 0.089$$

Cette valeur est légèrement inférieure à celle calculée dans le paragraphe 2.2.3.3 et vérifiée dans le paragraphe 3.4.2 ( $\alpha 4=0.12$  dans la formule (15b)), probablement en raison du fait de la meilleure homogénéité des températures dans le brin intérieur que dans le brin extérieur. Dans la suite, on conserve tout de même la valeur des chapitres 2 et 3 car elle est plus défavorable:

$$\alpha 4 = 0.12$$

#### 4.4.2. INFLUENCE DU GUIPAGE ENTRE SPIRES

On représente le **guipage entre les spires** de la même manière que dans le paragraphe précédent par une **paroi équivalente sans épaisseur**. Le coefficient d'échange équivalent (correspondant à EPPS=1.2mm) est, cette fois:

$$H_p = \lambda_p / \text{EPPS} = 0.17 / 0.0012 = 142 \text{ W/m}^2/\text{K}$$

A partir du cas n°0, on ajoute au domaine 9, 19 puis 39 parois équivalentes pour représenter les **trois cas de 10, 20 et 40 spires**. Ces trois cas correspondent à une hauteur de spire respective HASP=40, 20 et 10mm, soit un **facteur géométrique**:

$$F_5 = 1 + \text{EPPS} / \text{HASP} = \{ 1.03, 1.06, 1.12 \}$$

La figure 57 montre la répartition des températures de cuivre obtenue dans le cas où **10 spires** sont définies dans le domaine. On remarque les grandes différences de température d'une spire à l'autre.

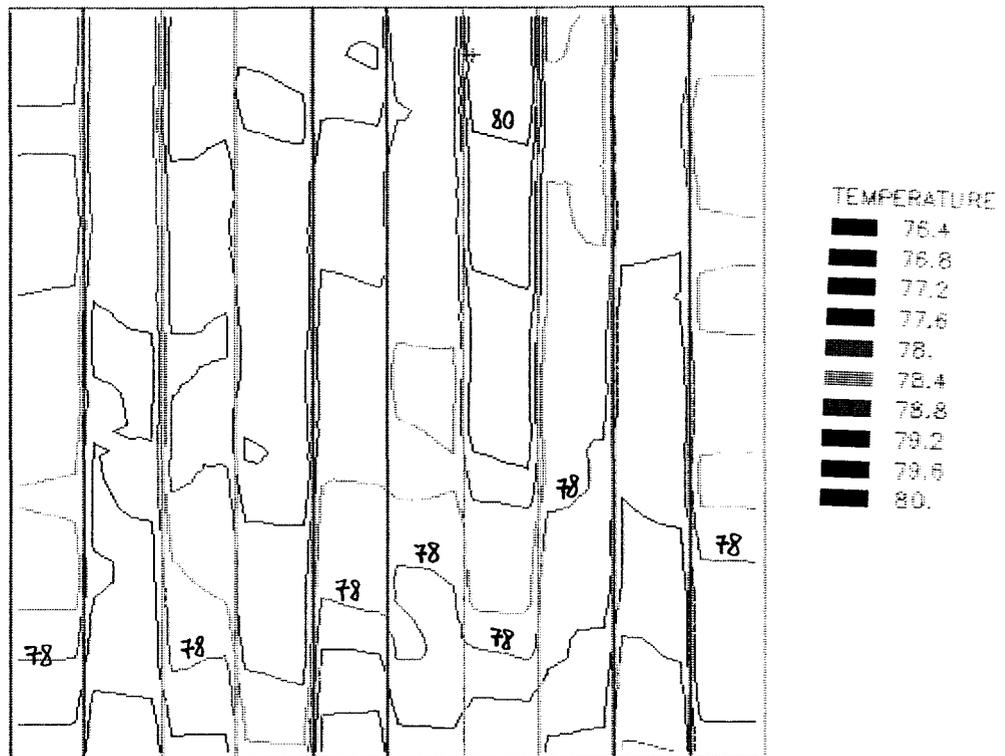


Fig.57: Températures de la partie droite de la galette divisée en 10 spires  
(isothermes espacés de 0.4°C)

Lorsque **20 ou 40 spires** sont représentées, les différences de températures augmentent comme le montrent les valeurs des **points chauds** du tableau 9.

Pour chaque cas, on en déduit la majoration due au guipage entre les spires, et le **cinquième taux d'influence** qui s'expriment par:

$$F5^{\alpha 5} = (TX(n \text{ spires}) - Th) / (TX(0 \text{ spire}) - Th)$$

$$\alpha 5 = \ln(F5^{\alpha 5}) / \ln(F5)$$

Toutes ces valeurs sont rassemblées dans le tableau ci-dessous.

| NSP | F5   | TX    | F5 <sup>α5</sup> | α5    |
|-----|------|-------|------------------|-------|
| 0   | 1,00 | 79,00 |                  |       |
| 10  | 1,03 | 80,52 | 1,080            | 2,604 |
| 20  | 1,06 | 80,90 | 1,100            | 1,636 |
| 40  | 1,12 | 81,82 | 1,148            | 1,221 |

Tab.9: Point chaud, majoration due aux spires et taux d'influence pour les trois cas de 10, 20 et 40 spires.

On remarque que le taux d'influence diminue lorsque le nombre de spires augmente, ce qui signifie que l'inhomogénéité des températures n'augmente pas en relation avec le nombre de spires. Dans la plupart des cas réels, le nombre de spires mécaniques est supérieur à 50, et le taux d'influence est inférieur à 1. On retient donc cette valeur de 1 qui est presque toujours défavorable.

$$\alpha 5 = 1$$

### 4.4.3. INFLUENCE DE L'HABILLAGE

Les pièces en forme de U ou de L formant l'**habillage** des galettes, sont, en général, en contact avec une des deux faces de la galette, et séparées de l'autre face par une couche d'huile, comme dans l'exemple de la figure 58 (dessin de gauche).

Afin de conserver la symétrie du problème, on considère l'**habillage** thermiquement **équivalent** du dessin de droite de la figure 58, dans lequel les deux faces de la galette touchent le carton dont la largeur est deux fois plus petite que dans le cas réel, afin de garder la même surface calorifugée.

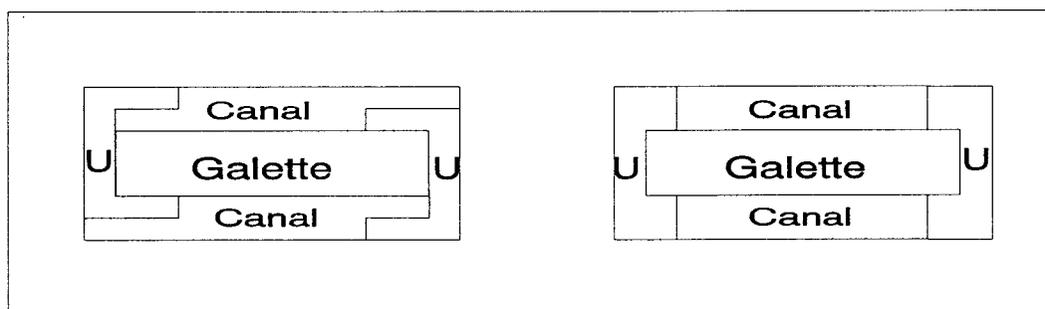


Fig.58: Exemple d'habillage d'une galette et habillage symétrique équivalent.

En reprenant le domaine de calcul du cas n°0 du paragraphe 4.3.4, on représente un habillage de largeur  $LAHI=LAHE=40\text{mm}$  (qui est la largeur d'habillage la plus courante) par l'habillage équivalent constitué de deux bandes de carton de largeur 20mm et d'épaisseur égale à celle du canal. Le **facteur géométrique** correspondant est:

$$F6 = 1 + (LAHI + LAHE) / HRAD = 1 + 80 / 400 = 1.2$$

Afin de conserver le même débit d'huile dans le canal, et pour compenser la réduction de la section de passage en raison de la présence de l'habillage, la vitesse à l'entrée du domaine est augmentée de 20 à 22.2 cm/s. Les autres conditions aux limites (densité de pertes et température d'entrée de l'huile) restent identiques à celles du cas n° 0.

Dans ces conditions, on obtient la répartition des vitesses de la figure ci-dessous, où la présence de l'habillage est légèrement compensée par une meilleure circulation d'huile dans la partie centrale de la galette.

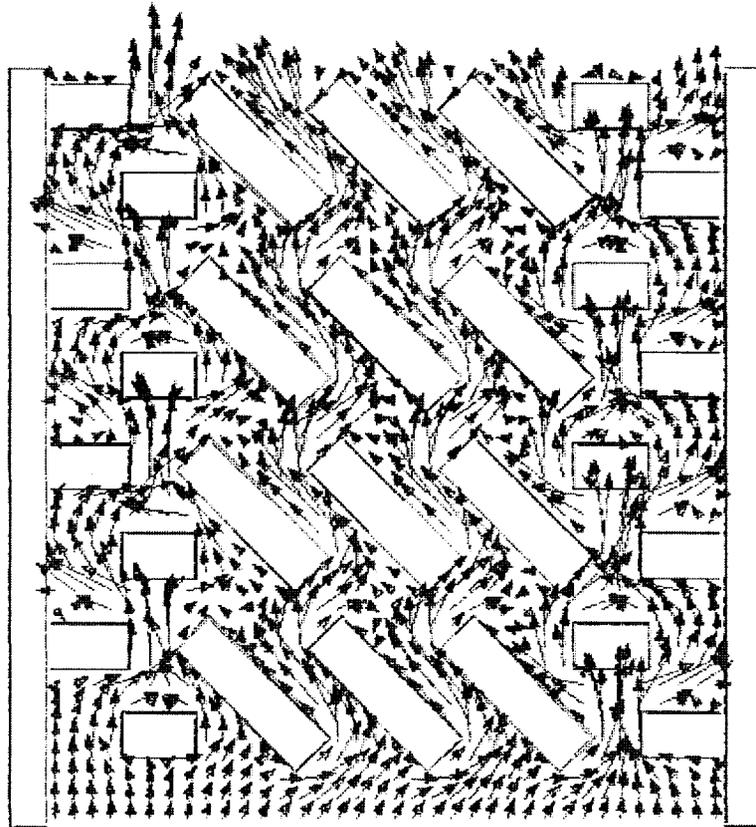


Fig.59: Vitesses d'huile dans le canal en présence de l'habillage  
(échelle: 1cm représente 1m/s)

La répartition des températures obtenue dans la galette (figure 60) montre un déplacement du point chaud vers les parties habillées et une augmentation de sa valeur.

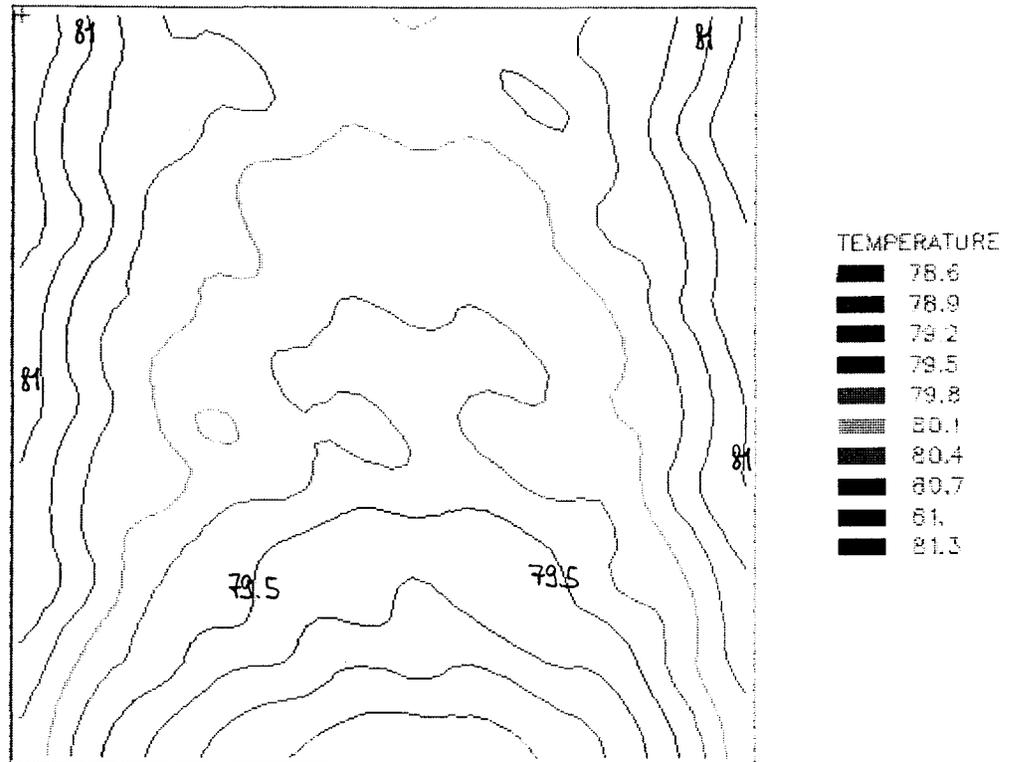


Fig.60: Températures de la partie droite de la galette habillée (isothermes espacés de 0.3°C)

On déduit, de la nouvelle valeur du point chaud  $T_X=81.56^\circ\text{C}$ , la majoration due à l'habillage et le sixième taux d'influence.

$$F6^{\alpha_6} = (T_X - T_h) / (T_X(\text{cas n}^\circ 0) - T_h) = 21.56 / 19 = 1.135$$

$$\alpha_6 = \ln(F6^{\alpha_6}) / \ln(F6) = \ln(1.135) / \ln(1.2) = 0.695$$

D'autres calculs ont été effectués pour différentes largeurs d'habillage. La valeur du taux d'influence est toujours proche de 0.7 et a tendance à diminuer légèrement lorsque le facteur F6 augmente.

C'est pourquoi on retient cette valeur:

$$\alpha_6 = 0.7$$

#### **4.4.4. INFLUENCE DES PARTIES CALORIFUGÉES**

Une partie de la galette peut être calorifugée dans certains cas, par exemple autour d'une connexion. On étudie dans ce paragraphe le cas d'une **partie calorifugée** au milieu de la partie haute de la galette.

On définit, pour cela, un **nouveau domaine** comprenant:

- la moitié de la partie haute de la galette ou zone d'ombre (de hauteur 400mm et de largeur 300mm),
- la partie arrondie supérieure (de hauteur radiale 400mm et de rayon intérieur 100mm),
- l'extrémité de la partie droite latérale (de hauteur 100mm et de largeur 400mm).

Dans ce nouveau domaine sont définis les **volumes** suivants:

- le canal d'épaisseur 8mm dans lequel l'huile entre par la partie droite latérale, et sort par la partie haute et la partie arrondie à partir de l'axe à 45° C,
- les cales dont les emplacements correspondent à la maquette,
- le cuivre de 6mm représentant la demi-épaisseur de la galette,
- une couche de guipage externe de 0.6mm,
- l'écran à côté du canal représenté par une plaque adiabatique sans épaisseur.

Le **maillage** est celui du paragraphe 4.3.2:

- maillage régulier de 10mm sur les axes X (largeur) et Z (hauteur),
- maillage progressif sur l'axe Y (épaisseur):
  - six mailles de 4, 2, 1, 0.5, 0.3 et 0.2mm dans le canal,
  - une maille de 0.6mm dans le guipage,
  - trois mailles de 1, 2 et 3mm dans le cuivre.

Les **conditions aux limites** sont les mêmes que dans le cas n°0 du paragraphe 4.3.4:

- la densité de pertes est  $Q = 0.412 \text{ W/cm}^3$ ,
- la vitesse d'entrée dans la partie droite est  $V_{\text{MIN}} = 0.2 \text{ m/s}$ ,
- la température d'entrée de l'huile est 60°C.

On effectue dans ce paragraphe le **calcul** et l'**analyse** sur le nouveau domaine:

- d'abord tel qu'il est défini ici,
- puis en ajoutant l'habillage,
- enfin en ajoutant en plus la partie calorifugée.

Les conditions aux limites ont été choisies identiques au cas n°0 afin de comparer, dans un premier temps, le calcul dans la partie haute avec celui de la partie droite latérale, et de vérifier si **l'influence de la zone d'ombre** est conforme à celle calculée à partir de la modélisation de la galette en sept zones du paragraphe 2.2.3.3.

En raison de la symétrie, le nouveau domaine correspond à une largeur de la galette  $LA=1600\text{mm}$ , et à une largeur de la zone d'ombre  $LAZ=600\text{mm}$  soit à un **facteur géométrique**:

$$F1 = 1 + LAZ / LA = 1 + 600 / 1600 = 1.375$$

Le calcul du nouveau domaine fournit la **répartition des vitesses** de la figure ci-dessous.

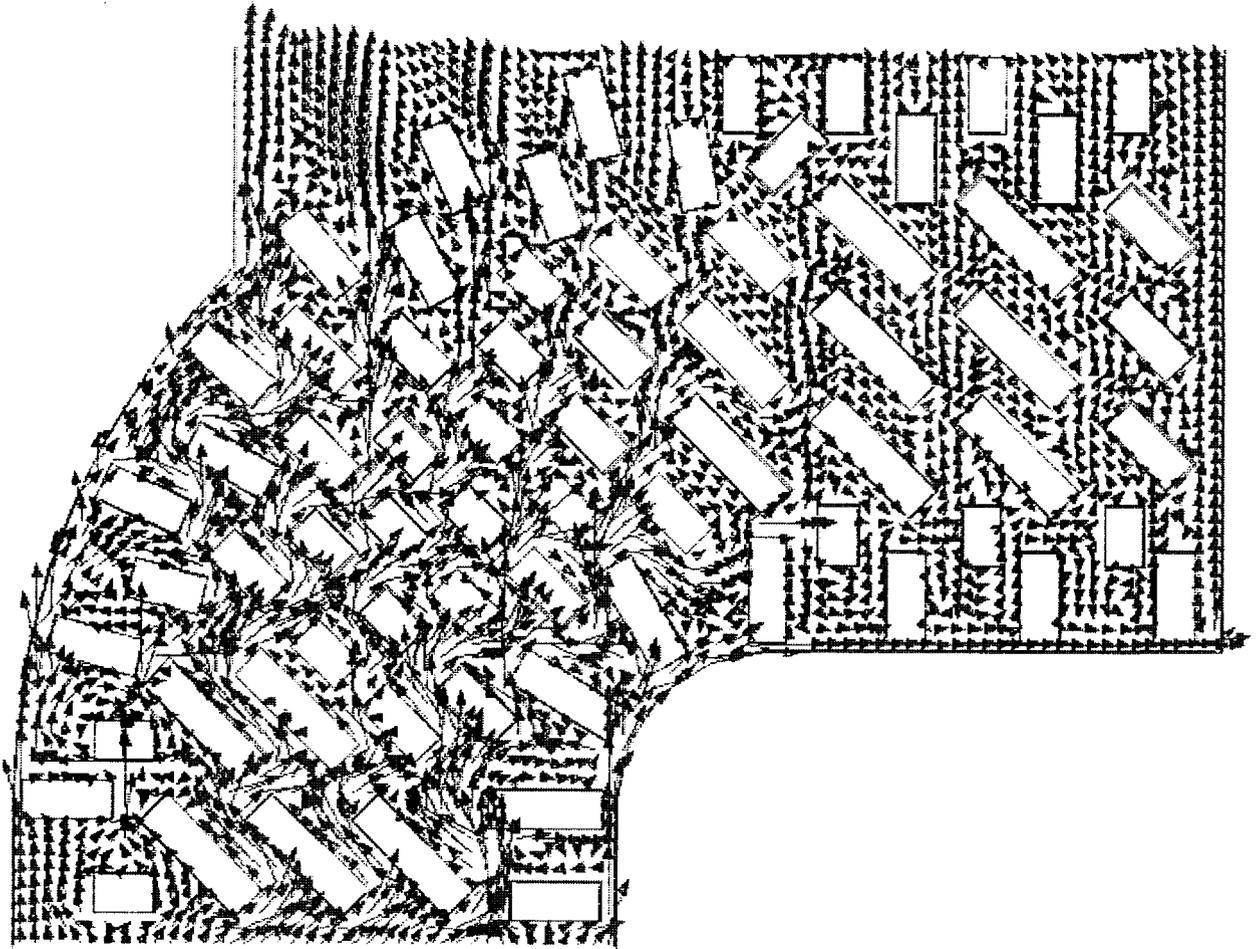


Fig.61: Vitesses d'huile dans le haut du canal (partie droite haute et partie arrondie)  
(échelle: 1cm représente 1m/s)

On voit nettement que la circulation de l'huile est meilleure dans l'arrondi que dans la zone d'ombre.

La figure 62 montre la **répartition des températures** dans le haut de la galette, et la localisation du point chaud en haut de la zone d'ombre sur l'axe de symétrie.

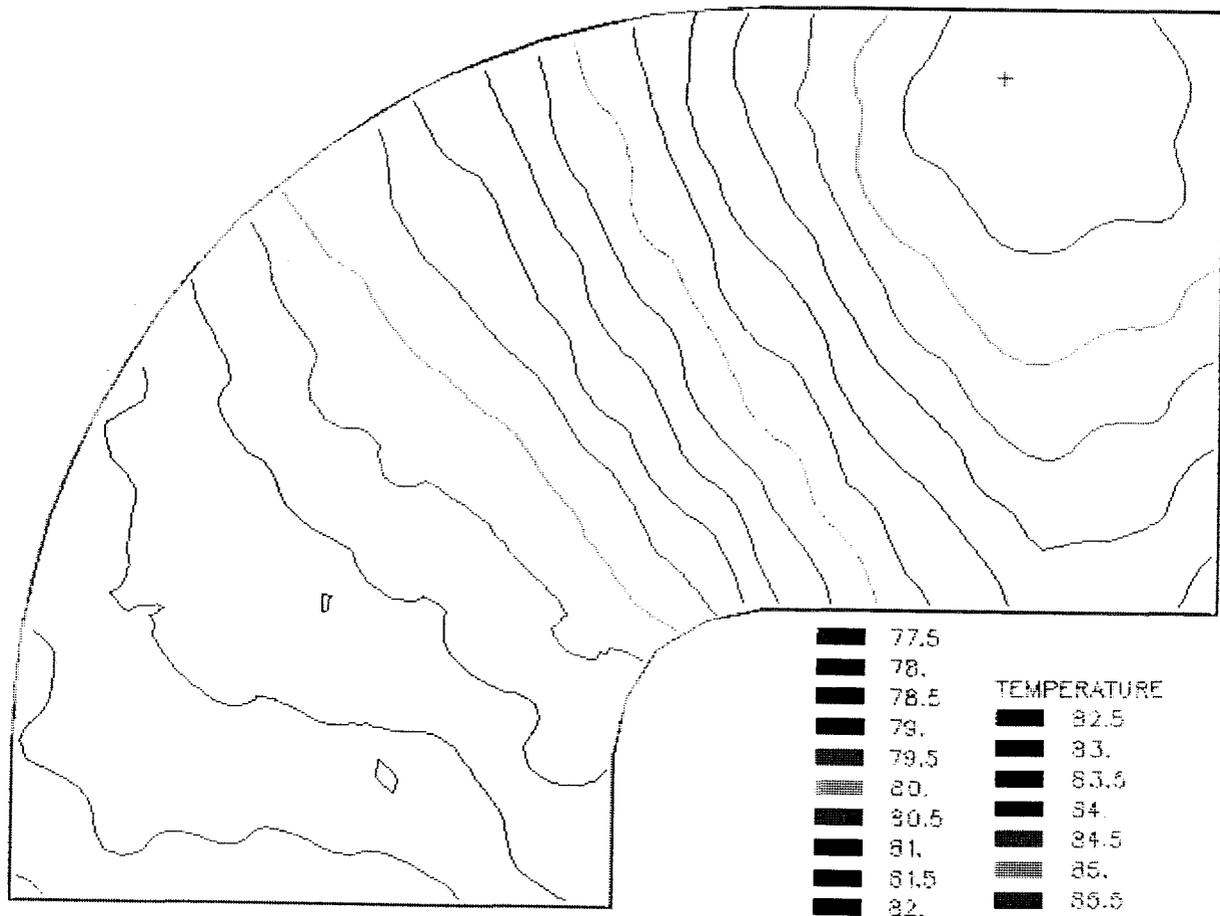


Fig.62: Températures dans le haut de la galette (isothermes espacés de 0.5°C)

Dans la partie droite latérale, la température moyenne de l'ordre de 78.75°C est légèrement supérieure à celle du calcul n°0 ( $T_0=78.05^\circ\text{C}$ ), en raison de l'influence de la **partie haute**. Celle-ci a pour **température moyenne  $T=81.73^\circ\text{C}$** , et pour **point chaud  $T_X = 85.99^\circ\text{C}$** .

Dans la modélisation de la galette en sept zones du paragraphe 2.2.3.3, on a calculé l'**influence de la zone d'ombre** à partir du rapport entre le gradient dans la zone d'ombre et le gradient moyen. D'après le calcul numérique, la majoration vaut:

$$F1^{\alpha 1} = (T - T_h) / (T_0 - T_h) = 21.73 / 18.75 = 1.159$$

On déduit de ces deux valeurs le **taux d'influence** de la zone d'ombre:

$$\alpha 1 = \ln(F1^{\alpha 1}) / \ln(F1) = \ln(1.159) / \ln(1.375) = 0.463$$

Cette valeur est de très peu supérieure à  $\alpha 1=0.43$  calculée dans le chapitre 2 (formule (15b)).

Il est plus réaliste d'ajouter au domaine l'**habillage** qui empêche, en particulier, le passage de l'huile dans l'intérieur de l'arrondi.

On représente l'habillage comme dans le paragraphe 4.4.3, c'est-à-dire par **deux bandes de carton** de largeur 20mm et d'épaisseur 8mm.

On remarque que l'intérieur de la galette est habillé aussi bien dans la partie droite latérale que dans l'arrondi et la partie haute. Il n'en est pas de même pour l'habillage extérieur que l'on ne représente pas à partir de l'axe à 45° afin de permettre la sortie de l'huile. Dans ces conditions, la largeur de l'habillage extérieur LAHE est nulle et le sixième **facteur géométrique** vaut:

$$F_6 = 1 + LAHI / HRAD = 1 + 40 / 400 = 1.1$$

Comme dans le paragraphe 4.4.3, on augmente la valeur de la **vitesse d'entrée** à 22.2m/s.

Le calcul fournit la nouvelle **répartition des vitesses** ci-dessous, qui apparaît encore plus inhomogène, et donc plus défavorable, que dans le cas précédent.

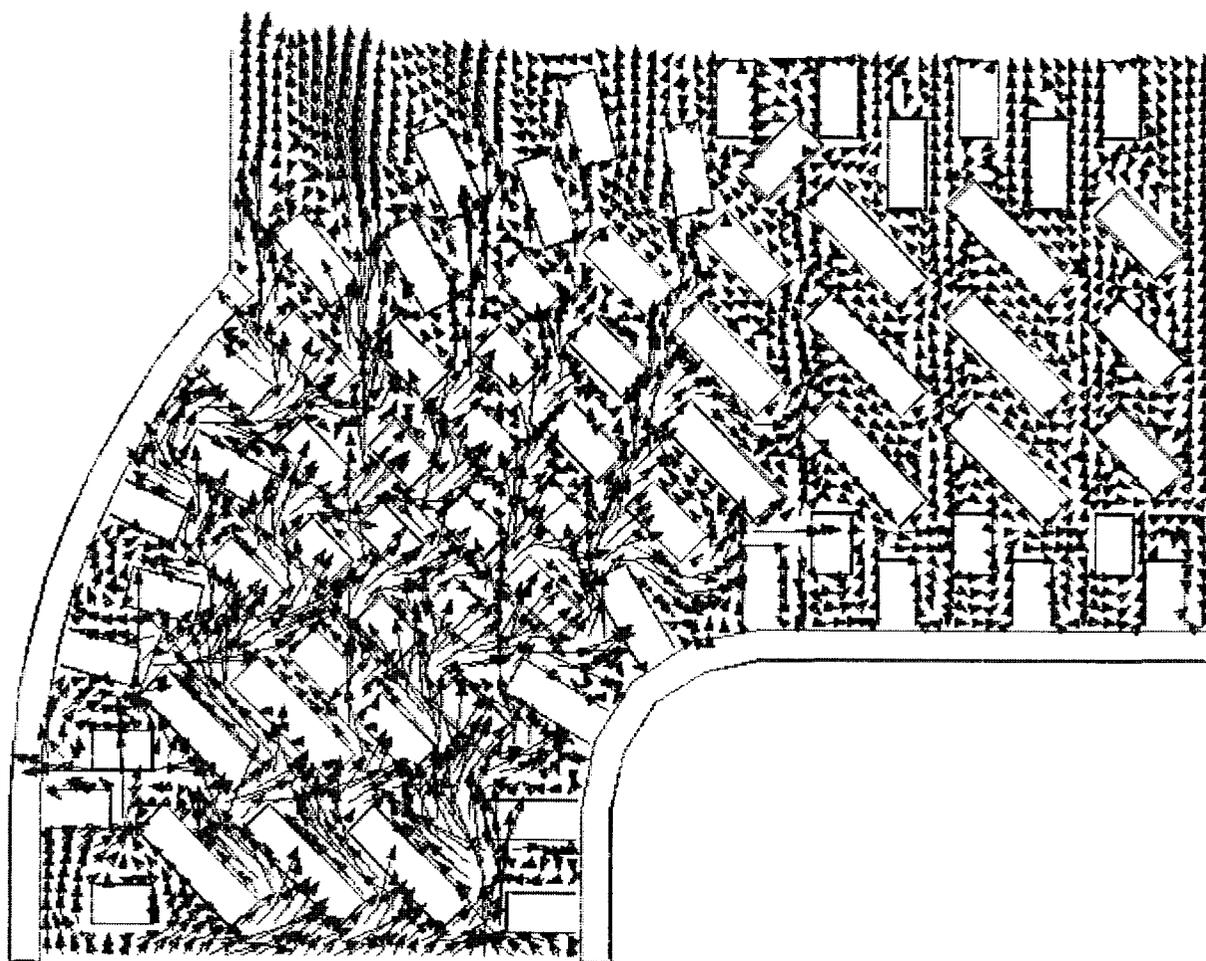


Fig.63: Vitesses d'huile dans le haut du canal quand la galette est habillée.  
(échelle: 1cm représente 1m/s)

La figure 64 montre la **répartition des températures** dans le haut de la galette habillée. On remarque le déplacement du point chaud vers le bas de la zone d'ombre: dans l'habillage intérieur et près de l'axe de symétrie.

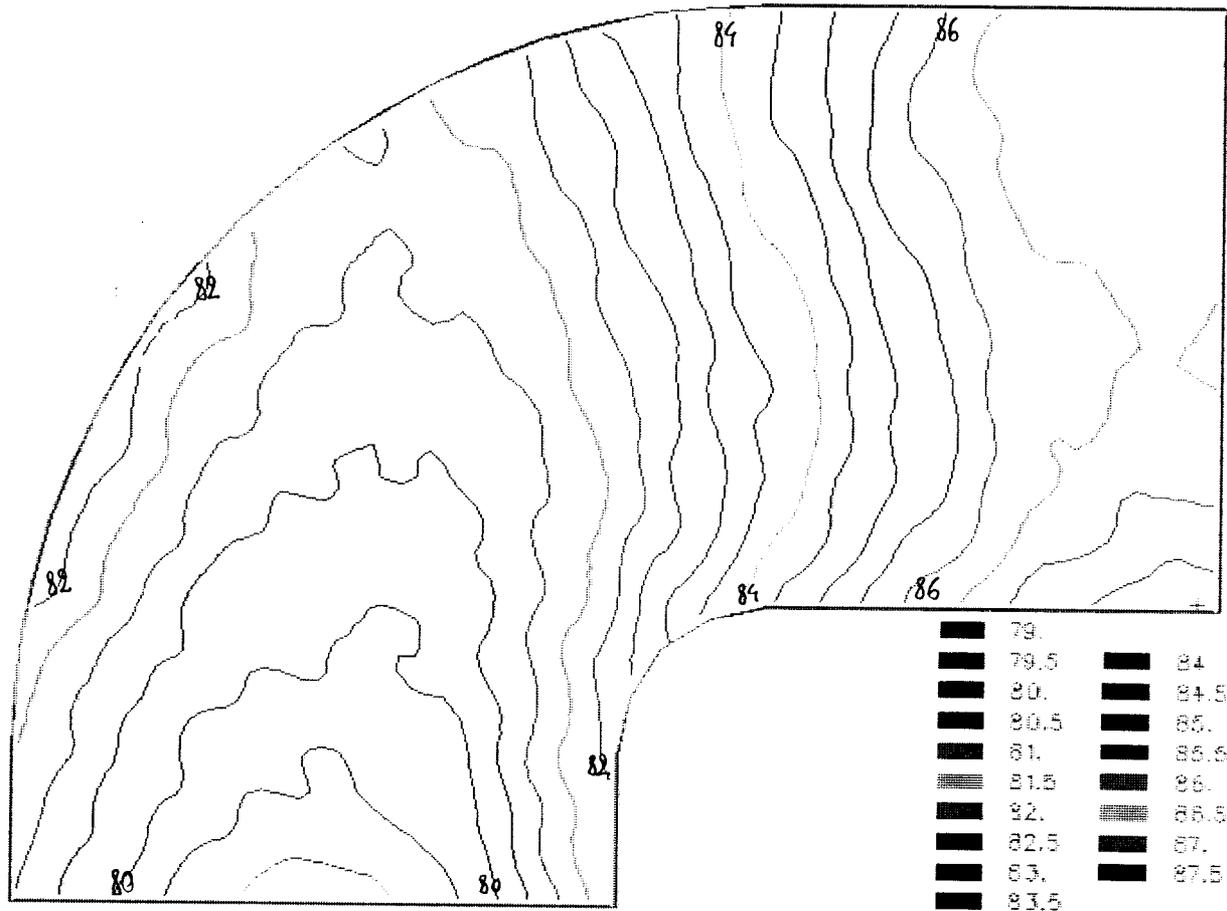


Fig.64: Températures dans le haut de la galette  
lorsque l'habillage est représenté (isothermes espacés de 0.5°C)

La valeur du **point chaud** est cette fois  $TX(\text{hab}) = 87.86^\circ\text{C}$  .

La majoration due à l'habillage est:

$$F6^{\alpha_6} = (TX(\text{hab}) - Th) / (TX - Th) = 27.86 / 25.99 = 1.072$$

Ceci correspond à un **taux d'influence** de l'habillage:

$$\alpha_6 = \ln(F6^{\alpha_6}) / \ln(F6) = \ln(1.072) / \ln(1.1) = 0.729$$

Cette valeur est proche de  $\alpha_6=0.7$  trouvée dans le paragraphe précédent.

Il reste à ajouter au domaine la **partie calorifugée**. On la représente par une bande de carton:

- de largeur 100mm placée à côté de l'axe de symétrie (la largeur totale de la partie calorifugée est donc dans ce cas  $L_{ACLR}=200\text{mm}$ ),
- d'épaisseur 7mm, ce qui laisse un canal de 1mm entre la partie calorifugée et la galette, ceci afin de tenir compte des fuites d'huile qui existent dans la zone calorifugée.

Le septième **facteur géométrique** correspondant au domaine est:

$$F7 = 1 + L_{ACLR} / LA = 1 + 200 / 1600 = 1.125$$

La **répartition des vitesses** obtenue est donnée par la figure 65: on remarque que les vitesses d'huile dans la partie arrondie sont indifférenciables de celles calculées sans partie calorifugée.

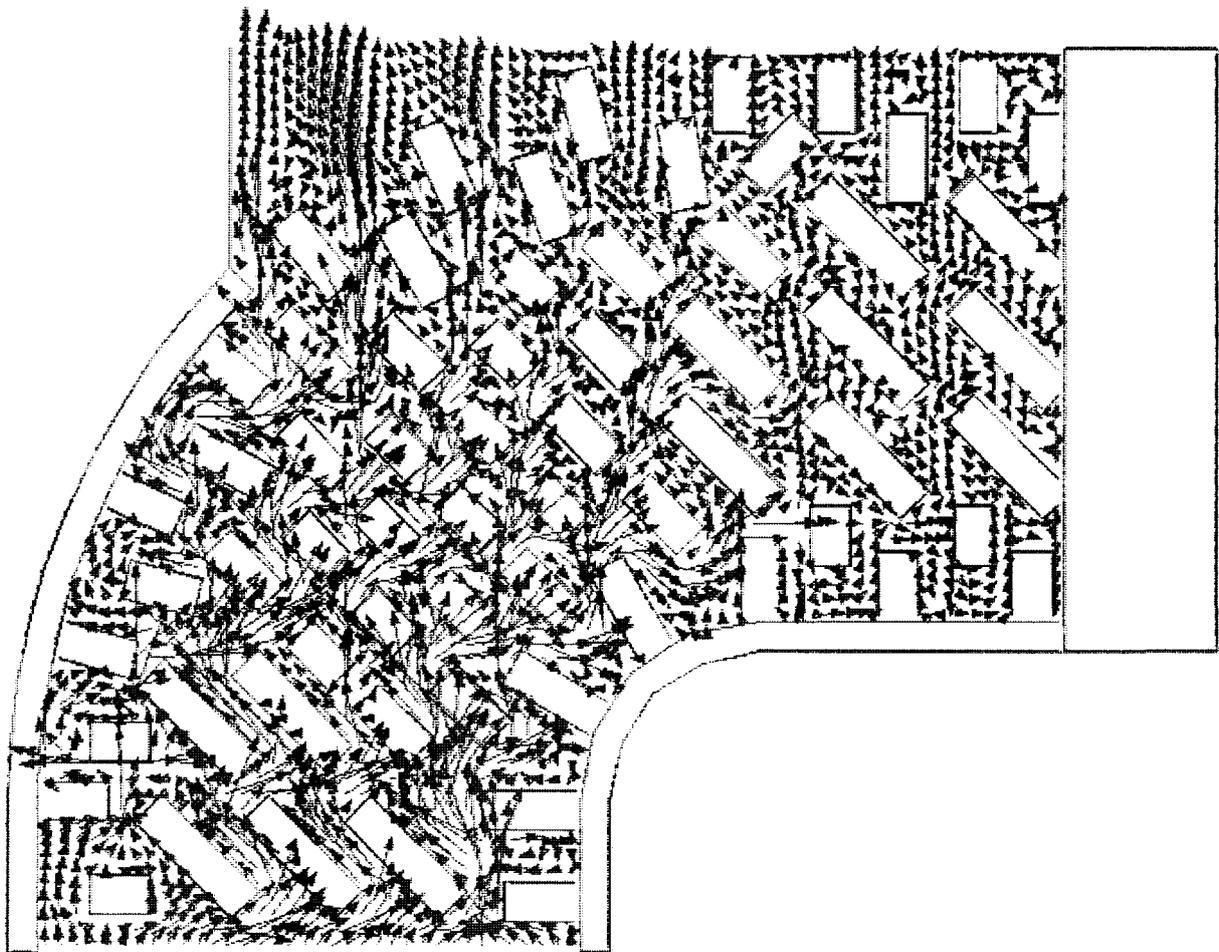


Fig.65: Vitesses d'huile dans le haut du canal  
lorsque la galette est habillée et calorifugée autour de la connexion remontée.  
(échelle: 1cm représente 1m/s)

Le calcul avec la partie calorifugée donne la **répartition des températures** ci-dessous, où l'on voit la majoration dans la zone calorifugée.

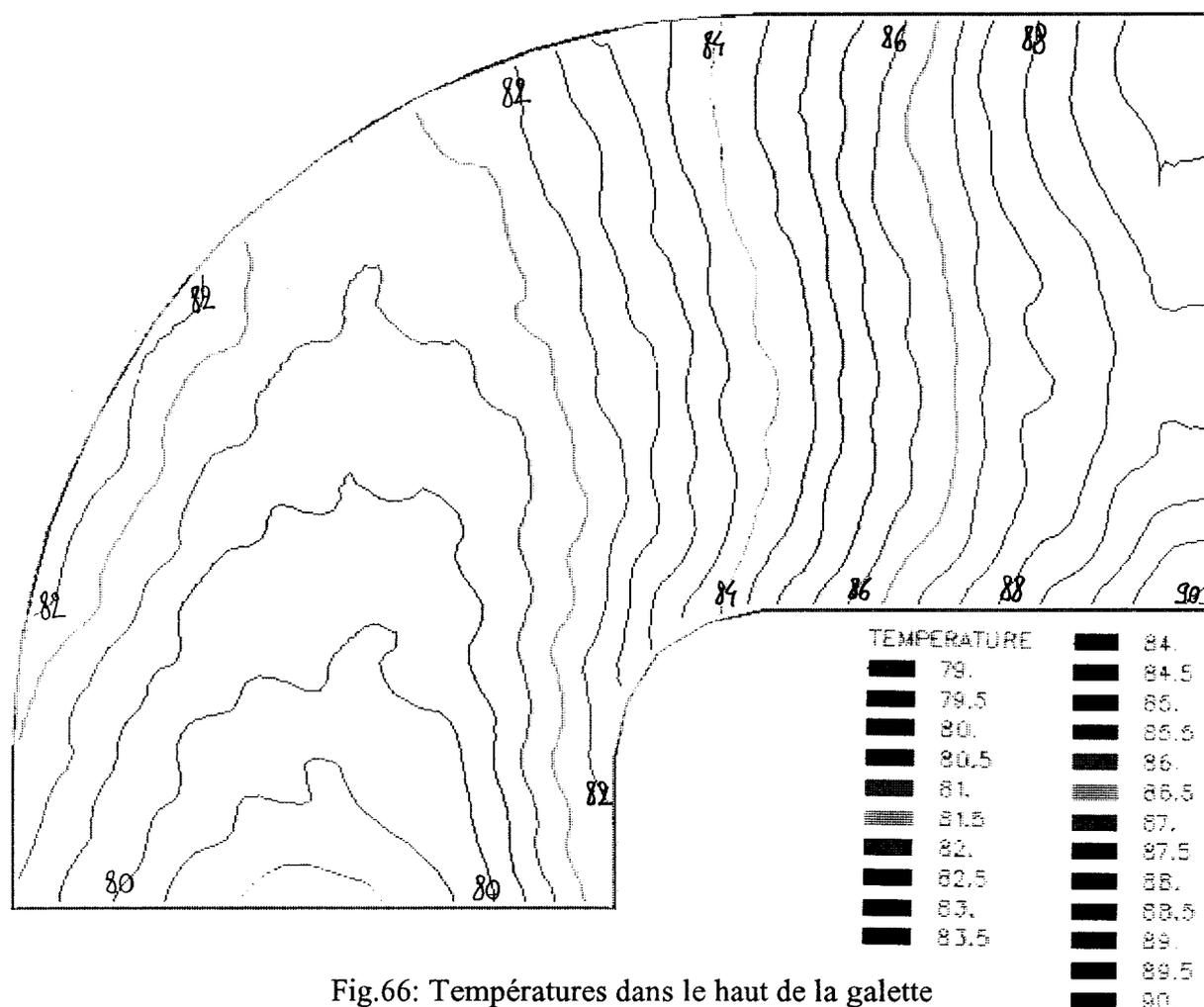


Fig.66: Températures dans le haut de la galette lorsque l'habillage et la partie calorifugée sont représentés (isothermes espacés de 0.5°C)

La nouvelle valeur du **point chaud** est  $TX(\text{hab,calo}) = 90.07^\circ\text{C}$ .

Ceci donne la majoration du point chaud causée par la partie calorifugée:

$$F7^{\alpha 7} = (TX(\text{hab,calo}) - Th) / (TX(\text{hab}) - Th) = 30.07 / 27.86 = 1.079$$

Le **taux d'influence** de la partie calorifugée est donc:

$$\alpha 7 = \ln(F7^{\alpha 7}) / \ln(F7) = \ln(1.079) / \ln(1.125) = 0.646$$

Les autres cas étudiés, en faisant varier la largeur calorifugée, donnent des taux  $\alpha 7$  oscillant autour de cette valeur de **0.65**, sans relation directe avec le facteur **F7**. Ces oscillations semblent dépendre principalement de la façon dont la partie calorifugée recouvre les cales, et du nombre de passages d'huile bouchés par la partie calorifugée. On retient la valeur arrondie:

$$\alpha 7 = 0.65$$

#### **4.4.5. SYNTHÈSE DES TRAVAUX SUR LE POINT CHAUD DES GALETTES**

Dans cette étude, on a proposé, dans le paragraphe 2.1.3.3, de calculer le point chaud d'une galette en fonction de sa température moyenne et d'un coefficient appelé **facteur géométrique** que l'on a supposé indépendant des conditions de fonctionnement, hypothèse vérifiée expérimentalement dans le paragraphe 3.4.1.

Dans le paragraphe 2.2.3.3, on a décomposé ce coefficient en **sept autres facteurs**, liés chacun à une cause de majoration locale de la température dans la galette.

On a alors eu recours à l'**analyse dimensionnelle** pour les relier au facteur de point chaud par l'intermédiaire de leurs **taux d'influence**.

Dans ce même paragraphe, on a ensuite utilisé des **calculs analytiques** pour déterminer les valeurs des **quatre premiers taux**:

- influence de la zone d'ombre:  $\alpha_1 = 0.43$

- influence des pertes locales:  $\alpha_2 = 0.36$

que l'on a remplacé au paragraphe 3.4.2 par  $\alpha_2 = 0.37$

- influence des cales:  $\alpha_3 = 0.04$

- influence du guipage entre brins:  $\alpha_4 = 0.12$

Dans ce chapitre 4, on a enfin utilisé des **méthodes numériques** pour déterminer les valeurs des **trois derniers taux** d'influence:

- le paragraphe 4.4.1 a confirmé la valeur du taux d'influence du guipage entre brins,

- dans le paragraphe 4.4.2, on a fixé l'influence du guipage entre spires au taux:  $\alpha_5 = 1$

- le paragraphe 4.4.3 a fourni le taux d'influence de l'habillage:  $\alpha_6 = 0.7$

- dans le paragraphe 4.4.4, on a confirmé les taux d'influence de la zone d'ombre et de l'habillage, puis déterminé celui de la partie calorifugée:  $\alpha_7 = 0.65$

Les travaux, à la fois analytiques, expérimentaux, et numériques, effectués dans cette étude, aboutissent à l'expression du **facteur de point chaud dans les galettes** suivante:

$$(15c) \quad F = F_1^{0.43} F_2^{0.37} F_3^{0.04} F_4^{0.12} F_5^1 F_6^{0.7} F_7^{0.65}$$

Dans le **cas de la maquette**, les sept facteurs géométriques sont:

$$F1 = 1 + LAZ / LA = 1 + (1567 - 780 - 200) / 1567 = 1.375$$

$$F2 = 1 \text{ (pertes uniformes)}$$

$$F3 = 1 / (1 - PCA) = 1 / 0.7 = 1.429$$

$$F4 = 1 + NGI EPPI / EPPE = 1 + 0.2 / 0.6 = 1.333$$

$$F5 = 1 + EPPS / HASP = 1 + 1.2 / 5.7 = 1.211$$

$$F6 = 1 + (LAHI + LAHE) / HRAD = 1 + 80 / 390 = 1.205$$

F7 = 1 (on ne tient pas compte de la partie calorifugée en bas de la galette car le point chaud a été mesuré en haut)

L'application de la formule (15c) donne:

$$F = 1.375^{0.43} 1^{0.37} 1.429^{0.04} 1.333^{0.12} 1.211^1 1.205^{0.7} 1^{0.65} = 1.66$$

**Le facteur de point chaud calculé F=1.66 est légèrement supérieur à celui mesuré F=1.6 dans le paragraphe 3.4.1.**

**La méthode de calcul du point chaud mise au point dans cette étude est confortée par les mesures sur la maquette.**

## CONCLUSION

La **modélisation thermique des transformateurs de puissance de type cuirassé**, proposée dans cette étude, a été obtenue grâce au **couplage de méthodes analytiques, expérimentales et numériques**.

Pour caractériser thermiquement le transformateur, un **modèle analytique** a été développé. La difficulté de l'étude a résidé dans le calcul des paramètres du modèle, qui a nécessité une étude approfondie des échanges conductifs et convectifs dans le transformateur. En ce qui concerne le transfert thermique entre les galettes et l'huile, la complexité géométrique des canaux refroidissant les galettes a conduit au recours à l'analyse dimensionnelle.

Grâce à celle-ci, l'exploitation d'une **maquette expérimentale**, mise en oeuvre dans le cadre de l'étude, a caractérisé l'échange convectif entre les galettes et l'huile. De même, l'utilisation de méthodes de **résolution numérique** a abouti au calcul du facteur de point chaud des galettes. L'expérimentation et le calcul numérique ont ainsi permis la détermination des derniers paramètres du modèle analytique.

A la fin de cette étude, **on dispose de trois outils de calcul thermique des transformateurs**: un modèle analytique, une modélisation bidimensionnelle de la galette, et une méthode de résolution numérique tridimensionnelle.

Le **modèle analytique** permet le calcul des températures moyennes et maximales des principaux éléments du transformateur qui sont: chacune des galettes, le circuit magnétique et l'huile. Les bilans énergétiques de chaque corps fournissent leur température moyenne. Des relations linéaires donnent les températures maximales ou points chauds en fonction des moyennes.

Ce modèle analytique caractérise le comportement thermique du transformateur soumis à des **régimes de charge variable**.

Une **modélisation bidimensionnelle** de la galette peut également être utilisée. Elle consiste à diviser la galette en plusieurs zones, et à ajouter au modèle les températures moyennes de chaque zone. Ceci réduit le nombre de facteurs géométriques intermédiaires et améliore la précision du calcul du point chaud.

Cette méthode, plus lourde que la précédente, est moins adaptée aux régimes variables. Elle convient cependant parfaitement à l'**étude approfondie du régime nominal**.

Une méthode de **résolution numérique** tridimensionnelle des équations de la thermique et de la mécanique des fluides a aussi été utilisée. Elle fournit les températures en tout point d'un domaine de calcul représentatif d'une partie du transformateur. Cette méthode a été validée par comparaison de ses résultats avec les mesures de la maquette. Son utilisation peut donc éviter d'autres expérimentations. De plus, les résultats numériques sont intégrables dans les modèles analytiques ci-dessus, grâce à l'analyse dimensionnelle, comme cela a été réalisé dans cette étude.

Cette méthode a été utilisée pour caractériser l'influence de certains paramètres géométriques sur le point chaud. Elle pourrait également servir à étudier **d'autres types de transformateurs** (avec des différences de conception, de puissance moins importantes, avec un autre motif de cales,...) aussi bien pour le calcul du transfert thermique global que pour le calcul local des températures et la détermination du point chaud. L'intérêt de la méthode numérique réside donc dans l'**expertise** de cas particuliers.

L'amélioration des méthodes analytiques et celle des méthodes numériques constituent les principales **perspectives** de cette étude.

Il est possible de **sophistiquer le modèle analytique** par un calcul plus précis des paramètres, ou par la prise en compte de phénomènes physiques qui ont été négligés dans cette étude, comme les pertes supplémentaires ou le rayonnement solaire, par exemple.

Les plus grandes possibilités de progrès sont liées à l'**amélioration des méthodes numériques** et des matériels informatiques qui permettront d'étendre les domaines de calcul. A terme, il deviendra probablement possible de tenir compte de la géométrie complète d'une galette avec les spires, le canal, les cales et l'habillage. Ceci donnera directement le facteur de point chaud de la galette sans aucun paramètre intermédiaire.

## **BIBLIOGRAPHIE**

### **Ouvrages généraux**

[G1] Initiation aux transferts thermiques, J.F. SACADURA, Institut National des Sciences Appliquées, Lyon, Ed Technique et Documentation, Paris, 1980

[G2] Transferts thermiques, Mécanique des fluides anisothermes, J.TAINE et J.P.PETIT, Ecole Centrale des Arts et Manufactures, Ed. Dunod Université, Bordas, Paris, 1989

[G3] Numerical method for heat transfer and fluid flow, S.V.PATANKAR, MacGraw-Hill, NewYork, 1980

### **Références du chapitre 1**

[1] Champs et ondes électromagnétiques, P.LORRAIN et D.R.CORSON, Ed. Armand Colin, Collection U, 1979.

[2] Transformateurs de grande puissance, Type cuirassé à enroulements alternés imbriqués avec cuve en cloche, Jeumont-Schneider Transformateurs, Lyon

[3] Documentation calcul des transformateurs cuirassés, Jeumont-Schneider Transformateurs, Lyon

[4] Magnetic circuits and transformers, Department of Electrical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Ed John Wiley, New-York, 1943

[5] Contribution à la modélisation mathématique et informatique des pertes supplémentaires dans les transformateurs de puissance de type cuirassé, Triomphant NGNEGUEU, Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1988

[6] Transformerboard II, H.P.MOSER et V.DAHINDEN, Weidman AG, Rapperswil (Suisse), 1987

- [7] Caractéristiques thermiques des transformateurs, V.M.MONTSINGER, Power Transformer Engineering Division, General Electric Company, General Electric Review, Avril 1946
- [8] Guide de charge pour transformateurs de puissance immergés dans l'huile, Commission Electrotechnique Internationale, Révision de la publication 354, 1986
- [9] Guide for loading mineral oil-immersed power transformers rated in excess of 100MVA, American National Standards Institute, C57.92, 1981
- [10] Prédétermination numérique de la répartition des températures dans les bobines d'un enroulement de transformateur, VENKATESWARLU et PRASAD, CIGRE, 1984, 12-04
- [11] The flow rate in a self-cooled transformer, YAMAGUCHI, KUMASAKA, INUI, ONO, IEEE transactions on power apparatus and systems, Vol PAS-100, No3, March 1981
- [12] Calculation of the forced, directed oil-circulation rate through a transformer cooling system, PIVRNEC, ALLEN, HAVLICEK, IEEE proceedings, Vol 134, Pt C, No4, July 1987
- [13] Effect of oil viscosity on transformer loading capability at low ambient températures, AUBIN et LANGHAME, IEEE transactions on power delivery, Vol7, No2, April 1992
- [14] A transformer thermal duct study of various insulating fluids, GRUBB, HUDIS, TRAUT, IEEE transactions on power apparatus and systems, Vol PAS-100, No2, February 1981
- [15] Latest findings on temperature rise and cooling of oil-immersed transformers, Rainer WALLNIG, SCHORCH Report, 1982, pages 65 à 72
- [16] Hottest spot temperature rise in oil immersed transformers, KUZE, MITSUI, TAKEDA, SUZUKI, Meidensha Review, 1970, No2
- [17] Estimation of transformer winding temperatures and coolant flows using a general network method, AJ OLIVER, IEEE Proc, Vol 127, Pt C, No6, November 1980
- [18] Short time loading of oil immersed transformers, De KUIJPER, Elektrotechniek 62, September 1984

[19] Temperature rise of an oil filled transformer with varying load, J.F. LINDSAY, IEEE 84 WM 161-6, 1984

[20] Real time thermal model for an oil immersed, forced air cooled transformer, ALEGI et BLACK, IEEE transactions on power delivery, Vol 5, No2, April 1990

[21] Mesure de la température des enroulements des transformateurs, HAMPTON, MEDHURST, ROGERS, WOOLLARD, STINTON, CIGRE, Session 1982, 12-02

[22] Improved fiberoptic temperature measurement system for monitoring winding temperatures in medium and large transformers, NORTON, WICKERSHEIM, SUN, IEEE 86 T&D 561-5, 1986

[23] Mesures de point chaud dans les transformateurs de puissance, LAMPE, PETERSON, OVREN, WAHLSTROM, CIGRE, Session 1984, 12-02

[24] Information sur les possibilités de surcharge des transformateurs en partant de mesures de température des points chauds des enroulements, McNUTT, McIVER, SNOW, FALLON, CIGRE, Session 1984, 12-08

[25] Analyse dynamique à l'aide de sondes à fibre optique du comportement thermique des transformateurs, COSAERT, GOOSSENS, PLATTEAU, LEEMANS, MOULAERT, CIGRE, Session 1992, 12-305

[26] Mesure directe par fibre optique de la température du point chaud d'un transformateur en exploitation, POITTEVIN, SAMAT, HENNEBIQUE, TANGUY, CIGRE, Session 1990, 12-106

[27] Surveillance thermique des transformateurs, Eric SAVIO, Jeumont-Schneider Transformateurs, 1990

[28] Etude thermique en régime variable d'un transformateur cuirassé, Fabrice OTUSZEWSKI, Université des Sciences et Techniques de Lille, Institut Industriel de Nord, Rapport de DEA, Octobre 1989



## **Références du chapitre 2**

[29] Transmission de la chaleur, W.H.Mc ADAMS, Massachusetts Institute of Technology, Ed. Dunod, Paris, 1964

[30] Transferts thermiques dans les transformateurs de haute puissance, Thierry JOMARD, Rapport de DEA, Laboratoire d'Energétique et d'Automatique, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Septembre 1988

[31] Transferts thermiques dans les transformateurs de forte puissance, Christophe GUERET, Rapport de DEA, Laboratoire d'Energétique et d'Automatique, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Juillet 1989

[32] Transferts thermiques dans les transformateurs de puissance, BARRAN, LASSUS-DESSUS, MION, SAOUZANET, Département Génie Energétique, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Juin 1990

[33] Etude de la résistance thermique du papier isolant les conducteurs des bobinages d'un transformateur, Salvador SANCHEZ, Département Génie Energétique, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Juin 1991

[34] Transferts thermiques dans un écoulement à obstacles, Michèle MEYER et Nathalie ZERBINI, Département Génie Energétique, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Juin 1991

[35] Transferts thermiques dans un écoulement à obstacles, Michèle MEYER, Rapport de DEA, Département Génie Energétique, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Septembre 1991

## **Références du chapitre 4**

[36] Etat de l'art des logiciels en mécanique des fluides, G.DENEUVILLE, Informatique Pétrolière Scientifique, Janvier 1992

[37] Nasther: présentation et utilisation, M.BONNETON, Merlin-Gérin, ET309, Février 1991