

N° d'ordre : 1039

50376
1993
77

THESE

50376
1993
77

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

en

SCIENCES PHYSIQUES

par

Catherine LEPERS-SPELEERS



DYNAMIQUE NON LINEAIRE

DANS LES LASERS CO₂

MONOMODE ET FAIBLEMENT MULTIMODE

BIFURCATIONS, BRUIT

ET DYNAMIQUE SPATIO-TEMPORELLE

Soutenue le 18 janvier 1993 devant la Commission d'Examen

Membres du jury :

M. OUDAR,	Docteur d'Etat, CNET Bagneux	Président et Rapporteur
M. TREDICCE,	Professeur, Institut Non Linéaire, Nice	Rapporteur
M. TACHE,	Professeur, Université de Rennes	Examineur
M. DANGOISSE,	Professeur, Université de Lille I	Examineur
M. DESCAMPS,	Professeur, Université de Lille I	Examineur
M. GLORIEUX,	Professeur, Université de Lille I	Examineur

Cette thèse a été réalisée à l'U.F.R. de Physique de l'Université des Sciences et Technologies de Lille dans le Laboratoire de Spectroscopie Hertzienne. Je remercie Monsieur le Professeur Macke de m'y avoir accueillie, ainsi que Monsieur le Professeur Glorieux qui a accepté de diriger mes recherches.

J'exprime toute ma reconnaissance à Monsieur Oudar, Chef du Département "Optique Physique et Microstructures" au CNET Bagneux, de me faire l'honneur de présider le jury de la thèse et d'en rapporter le contenu.

J'y associe Monsieur Tredicce, Professeur à l'Institut Non Linéaire de Nice, qui accepte de juger ce travail.

Je remercie Messieurs Taché, Professeur à l'Université de Rennes, Descamps, Dangoisse et Glorieux, Professeurs à l'Université de Lille, qui me font l'honneur de se joindre au jury.

J'exprime toute ma reconnaissance à Messieurs Dangoisse, Legrand et Glorieux, pour m'avoir guidée tout au long de cette thèse. Je leur suis extrêmement reconnaissante de m'avoir fait découvrir tant d'aspects du travail scientifique.

J'associe à ces remerciements toute l'équipe du LSH et tous les membres des services de mécanique dirigé par M. Viry et d'électronique dirigé par M. Lapauw. Je remercie Laurent Paccou pour son aide technique.

Enfin, je remercie ceux qui m'ont aidée avec gentillesse et efficacité, à la réalisation matérielle de ce mémoire : le secrétariat, Christian Ghestem, Serge Fauquemberg et Jean-Maxime Raffaud.

*A Bernard,
A Marie-Noëlle,
A mes Parents.*

SOMMAIRE

INTRODUCTION	3
CHAPITRE 1	
COLLISION DE CASCADES DE DOUBLEMENTS DE PERIODE	9
INTRODUCTION	9
I - LE SYSTEME ETUDIE	12
I.1 - Le laser CO₂ à pertes modulées	12
I.1.1. - Caractéristiques du laser et du modulateur	12
I.1.2. - Modulation interne du faisceau laser	15
a) Rappels sur la modulation électro-optique intracavité	15
b) Influence conjuguée de V_{ac} et de V_{dc}	16
I.2 - Chaîne de détection	21
II - ETUDE DYNAMIQUE DU LASER CO₂ A PERTES MODULEES	22
III - RESULTATS EXPERIMENTAUX	26
III.1 - Diagrammes de bifurcation expérimentaux	26
III.2 - Exploitation des diagrammes de bifurcation	26
III.3 - Analyse des résultats obtenus	30
III.3.1. - Analyse de Oppo et Politi	30
III.3.2. - Etude des résultats expérimentaux	33
III.3.3. - Phénomène de bifurcations retardées	33
III.3.4. - Exploitation de la zone non-linéaire de la caractéristique du modulateur	34
CONCLUSION	35

CHAPITRE 2

AMPLIFICATION SELECTIVE ET COMPRESSION DU SIGNAL AU VOISINAGE D'UNE BIFURCATION DE DOUBLEMENT

DE PERIODE	39
INTRODUCTION	39
I - EXPERIENCE	42
I.1 - Système étudié	42
I.1.1. - Détermination du taux de pertes κ	44
I.1.2. - Détermination de la puissance couplée P_c	46
I.1.3. - Détermination des signaux $v_0(t)$ et $v_{\pi/2}(t)$ issus de la chaîne de détection	47
II - AMPLIFICATION SELECTIVE SUR LA COMPOSANTE EN PHASE	48
II.1 - Etude expérimentale	48
II.1.1. - Transition T-2T	48
II.1.2. - Transition 2T-4T	50
II.2 - Lois d'échelle	51
II.2.1. - Exposants critiques	51
II.2.2. - Variation des exposants critiques en fonction de la tension de bifurcation	52
III - DESAMPLIFICATION DU SIGNAL EN QUADRATURE	54
III.1 - Transitions T-2T et 2T-4T	54
III.1.1. - Transition T-2T	54
III.1.2. - Transition 2T-4T	55
III.2 - Réglage de la phase	56
CONCLUSION	58

CHAPITRE 3

COMPRESSION ET MONTEE DU BRUIT AU VOISINAGE D'UNE

BIFURCATION DE DOUBLEMENT DE PERIODE..... 61

INTRODUCTION 61

I - OBSERVATION EXPERIMENTALE 63

I.1 - Système étudié 63

I.2 - Séquence observée 67

II - DESAMPLIFICATION DU BRUIT 68

II.1 - Etude bibliographique 68

II.2 - Performances de (dés)amplification du laser CO₂ à pertes modulées..... 69

II.3 - Comparaison avec la théorie de Wiesenfeld 74

CONCLUSION 77

CHAPITRE 4

DYNAMIQUE SPATIO-TEMPORELLE 81

INTRODUCTION 81

I - STRUCTURES TRANSVERSES D'UN LASER EN ANNEAU 83

I.1 - Modes transverses..... 83

I.1.1. - Modes $A_{p,l}$ et $B_{p,l}$ 83

I.1.2. - Equations de Bloch-Maxwell 90

I.2 - Solutions stationnaires monomodes et multimodes des équations de Bloch-Maxwell 92

I.2.1. - Famille $q=0$ 93

I.2.2. - Famille $q=1$ 95

I.2.3. - Famille $q=2$ 95

I.2.4. - Famille $q=3$ 98

I.3 - Dynamique d'alternance périodique de la famille $q=1$	99
I.3.1. - Dynamique d'alternance de l'anneau non verrouillé.....	99
I.3.2. - Verrouillage en phase des modes de la famille $q=1$	102
I.4 - Singularités de phase	102
I.4.1. - Famille $q=1$	105
I.4.2. - Famille $q=2$	105
I.4.3. - Famille $q=3$	105
II - CLASSIFICATION EXPERIMENTALE DES STRUCTURES.....	106
II.1 - Dispositif expérimental	106
II.1.1. - Résonateur	107
II.1.1.1. - Rappel sur les paramètres d'un résonateur.....	107
II.1.1.2. - Calcul des paramètres du résonateur à lentille	108
II.1.2. - Fréquences de résonance d'un résonateur asymétrique	109
II.1.3. - Chaîne de détection	111
II.2 - Classification des structures à symétrie cylindrique	112
II.2.1. - Paramètres du résonateur et évolutions en fonction de d_1	113
II.2.2. - Description des structures	115
II.2.3. - Etude des spectres	116
II.2.3.1. - Classification à l'aide des battements BF enregistrés à faible courant ($I = 5 \text{ mA}$).....	116
II.2.3.2. - Classification à l'aide des battements HF enregistrés à $I = 10 \text{ mA}$	121
II.3 - Observation de structures asymétriques	123
II.3.1. - Paramètres du résonateur	124
II.3.2. - Classification des structures	126
III - ETUDE EXPERIMENTALE DE LA DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE ANNULAIRE DE LA FAMILLE $Q=1$	135
III.1 - Dynamique d'alternance périodique.....	135
III.1.1. - Enregistrements des signaux temporels	135
III.1.2. - Exploitation des enregistrements	137
III.2 - Verrouillage en fréquence	137
IV - STRUCTURES COMPLEXES ORDONNEES	140
IV.1 - Principaux paramètres de la cavité	141
IV.1.1. - Nombre de Fresnel "effectif" \mathcal{N}	141

IV.1.2. - Condition de stabilité	141
IV.1.3. - Intervalle spectral entre familles de modes transverses	143
IV.2 - Structures observées	143
CONCLUSION	145
CONCLUSION	149
ANNEXES	153
ANNEXE A : CALCUL DES PARAMETRES GEOMETRIQUES DE LA CAVITE	153
ANNEXE B : CALCUL DU NOMBRE DE FRESNEL "EFFECTIF" \mathcal{N} ...	155
ANNEXE C : CAMERA ET LOGICIEL.....	159
ANNEXE D : CONDITION DE STABILITE DE LA CAVITE QUASI- DEGENEREE	161
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	167
BIBLIOGRAPHIE	173

Introduction

A l'état d'équilibre, un système ouvert soumis localement à une perturbation, répond différemment suivant l'importance de celle-ci :

- si la perturbation est faible par rapport aux interactions microscopiques, le système reste dans un état proche de l'équilibre. Dans les équations d'évolution, le terme représentant les non-linéarités peut être négligé. La solution des équations linéarisées est unique pour des conditions initiales données et possède les mêmes symétries spatio-temporelles que les perturbations appliquées, stationnaires ou périodiques en temps, uniformes ou périodiques en espace, etc...

- si la perturbation augmente, le système s'éloigne de l'équilibre : les non-linéarités ne peuvent plus être négligées. Pour une valeur critique de la perturbation, le système "bifurque" vers d'autres états. L'état du système se décompose sur une base de modes propres. Suivant l'augmentation de l'amplitude de la perturbation, l'état qui résulte d'une première instabilité peut devenir instable lors de l'apparition de nouveaux modes, et donner naissance à une seconde instabilité, puis une troisième... L'apparition de nouveaux modes se caractérise par des ruptures successives de symétrie. Ainsi par exemple, des systèmes uniformes au départ, soumis à une perturbation indépendante du temps, peuvent répondre de façon périodique en temps ou/et en espace [Manneville 1991]. Cette réponse s'accompagne d'une augmentation du nombre de degrés spatiaux et donc d'une diminution du degré de confinement spatial du système. Lorsque le nombre de degrés spatiaux devient très important, la réponse du système peut devenir turbulente. Elle peut devenir chaotique lorsque la structure spatiale des modes instables reste figée et que le système comporte au moins trois degrés de liberté.

Trois routes "classiques" vers le chaos temporel ont été mises en évidence par Ruelle et Takens [Ruelle et Takens 1971] :

- la cascade sous-harmonique
- l'intermittence
- la quasi-périodicité

Les effets spatio-temporels ont été étudiés dans des domaines comme l'hydrodynamique, les réactions chimiques non linéaires et la biologie et sont actuellement à l'étude en optique.

Dans cette thèse, nous avons étudié en fonction du degré de confinement spatial quelques aspects de la dynamique non linéaire de deux systèmes optiques non linéaires : le laser CO₂ à pertes modulées monomode transverse et le laser CO₂ multimode transverse.

Le laser CO₂ à pertes modulées est constitué d'un laser CO₂ et d'un modulateur électro-optique intracavité, il est monomode transverse donc fortement confiné spatialement. Suivant l'amplitude du signal sinusoïdal appliqué au modulateur, il présente une cascade de bifurcations sous-harmoniques c'est-à-dire une succession d'états périodiques caractérisée par des périodes augmentant comme $2^n T$ où T est la période du signal de modulation. La loi géométrique des écarts $\mu_n - \mu_{n+1}$ où μ_n est la valeur du paramètre critique du n ème point de bifurcation, converge asymptotiquement vers $\delta = 4.6692\dots$ où δ est la constante universelle de Feigenbaum [Feigenbaum 1978].

Le laser CO₂ multimode transverse est un laser dont on peut faire varier le degré de confinement spatial en modifiant la configuration de la cavité du laser suivant la position d'une lentille intracavité. En augmentant le nombre de degrés spatiaux du système, des structures à symétrie cylindrique vont apparaître puis nous allons observer des structures asymétriques résultant des brisures successives de la symétrie cylindrique du système.

Dans le chapitre 1, nous présentons l'étude expérimentale du comportement d'échelle de la "collision de cascades de Feigenbaum" du laser CO₂ à pertes modulées. Le diagramme de bifurcation présente une cascade de doublements et une cascade de dédoublements de période lors de l'application d'un deuxième paramètre de contrôle sur le modulateur électro-optique. Le premier paramètre contrôle le déroulement du diagramme de bifurcation et le deuxième la largeur de la zone chaotique. Lorsque la largeur est quasi nulle, les deux cascades entrent en collision. Nous avons mesuré les taux de convergence expérimentaux des cascades et les avons comparés à leur expression théorique énoncée par Oppo et Politi [Oppo et Politi 1984].

Dans le chapitre 2, nous analysons le comportement du laser CO₂ à pertes modulées au voisinage d'un point de bifurcation de la cascade de Feigenbaum. Cette étude effectuée sur les composantes en phase et en quadrature avec le signal de contrôle est menée au voisinage des *bifurcations* T-2T et 2T-4T. Nous appliquons sur le modulateur électro-optique intracavité du laser une tension sinusoïdale de contrôle de la cascade de Feigenbaum et une tension sinusoïdale qui fait office de perturbation cohérente. Nous observons simultanément un

comportement d'amplification sélective sur une phase et de désamplification sur la phase en quadrature.

Dans le chapitre 3, nous analysons la réponse en phase et en quadrature du laser CO₂ à pertes modulées soumis à une modulation sinusoïdale de contrôle de la cascade de Feigenbaum, à une tension sinusoïdale cohérente de fréquence presque moitié et à une perturbation aléatoire. La séquence de situations expérimentales observées en fonction de la tension de contrôle met en évidence une situation particulière, de (dés)amplification du *bruit* classique du laser sur les composantes en phase et en quadrature dans une zone étroite de variation du paramètre.

Le chapitre 4 est consacré à l'étude des différentes structures *spatio-temporelles* du faisceau de sortie d'un laser CO₂, qui naissent de la compétition entre les modes transverses présents dans la cavité du laser. Les solutions monomodes et multimodes les plus simples sont présentées ainsi que la dynamique d'une structure particulière : la structure en anneau. Les structures observées deviennent de plus en plus complexes lorsque des modes transverses d'ordre plus élevé entrent en compétition. La dynamique d'"antiphase" et de verrouillage en fréquence de la structure en anneau fait l'objet d'une analyse expérimentale particulière.

Chapitre 1
*Collision de cascades de
doublements de période*

INTRODUCTION

Cascade de doublements de période

La cascade de doublements de période est l'une des "routes" classiques vers le chaos [Feigenbaum 1978], [Coullet et Tresser 1978], [Coullet et Tresser 1984], [Bergé et al. 1984]. Elle est facilement identifiable et apparaît dans de nombreux systèmes non linéaires. Par variation monotone d'un paramètre de contrôle μ , l'état de ces systèmes évolue, d'abord de façon périodique à la période T , puis à une valeur donnée critique de μ , de façon périodique à la période $2T$: le système a "bifurqué" vers un autre comportement. Ce doublement de période peut se répéter quand le paramètre de contrôle continue à évoluer. On observe alors une succession de solutions périodiques dont le domaine d'existence est de plus en plus faible. La séquence infinie de bifurcations correspondante est appelée cascade sous-harmonique.

La cascade de doublements de période a été particulièrement étudiée dans le laser CO_2 à pertes modulées. Le laser CO_2 monomode est habituellement bien décrit par un modèle à deux variables, l'inversion de population et l'intensité du champ laser. La modulation d'un paramètre introduit un degré de liberté supplémentaire autorisant l'observation du chaos.

La cascade de doublements de période, le comportement chaotique et la multistabilité généralisée ont été observés expérimentalement par *Arecchi et al.*, sur un laser CO_2 à pertes modulées [Arecchi et al. 1982]. La multistabilité généralisée également observée par *Brun et al.* [Brun et al. 1985], *Tredicce et al.* [Tredicce et al. 1986], est définie comme la coexistence de plusieurs attracteurs pour les mêmes valeurs du paramètre de contrôle de la cascade. Un autre phénomène qui est celui des crises intérieures, des crises de frontières et des crises externes [Grebogi et al. 1983], [Grebogi et al. 1986], [Solari et al. 1987] résulte des collisions entre orbites instables et attracteurs chaotiques. *Hennequin et al.* [Hennequin et al. 1986], *Meucci et al.* [Meucci et al. 1988] ont mis en évidence expérimentalement ces phénomènes de crises sur un laser à pertes modulées.

La cascade de doublements de période est caractérisée par le fait que les points de bifurcation, correspondant aux bifurcations successives, suivent de

façon asymptotique une loi universelle. Soit μ_n la valeur du paramètre de contrôle au point de bifurcation du régime de période $2^n T$ au régime de période $2^{n+1} T$, Feigenbaum [Feigenbaum 1978] a montré que la largeur $\mu_n - \mu_{n-1}$ de chaque zone périodique de la cascade sous-harmonique décroît, en progression géométrique, dans un rapport égal à la constante $\delta = 4.66920\dots$ quelque soit le système concerné.

Des mesures du taux de convergence $\delta_n = \frac{\mu_n - \mu_{n-1}}{\mu_{n+1} - \mu_n}$ des paramètres des cascades de doublements de périodes ont été effectuées sur de nombreux systèmes. Ainsi, Testa et al. [Testa et al. 1982] ont étudié la cascade de doublements de période d'un circuit électronique RLC, où l'élément non linéaire est une diode "varicap" C. Ils ont trouvé que les taux de convergence δ_n pour $n = 1$ et $n = 2$ valaient respectivement $\delta_1 = 4.257$ et $\delta_2 = 4.275$. Tredicce et al. [Tredicce et al. 1986] ont obtenu, sur un laser CO₂ à pertes modulées, une valeur $\delta_2 = 3.7$, relativement différente de $\delta = 4.6692\dots$, ce qui s'explique par le fait qu'expérimentalement, la valeur asymptotique ne peut être atteinte. Nous allons utiliser la grande stabilité de notre système pour effectuer des mesures de taux de convergence δ_1 et δ_2 , dans le cas de la collision de cascades de Feigenbaum.

Collision de cascades de doublements de période

Dans certains systèmes dynamiques, la zone chaotique est limitée d'un côté par une cascade de doublements de période et de l'autre par une cascade de dédoublements de période. Quand le paramètre de contrôle μ augmente, on passe successivement par des régimes périodiques $T, 2T, 4T\dots$ chaotique... $4T, 2T$ et enfin T périodiques. Un second paramètre v permet de contrôler la largeur de la zone de comportement chaotique. Lorsqu'à une valeur critique donnée du paramètre, soit $v = v_c$, la zone est de largeur quasi nulle, on dit que les deux cascades entrent en collision.

Cascais et al. [Cascais et al. 1983] ont observé ce phénomène de collision de cascade sur un circuit électronique RLC où la diode "varicap" C est l'élément non linéaire du circuit. La mesure des taux de convergence a donné, dans le cas de la cascade de doublements de période, $\delta_1 = 2.50 \pm 0.1$ et $\delta_2 = 3.08 \pm 0.1$ et dans le cas de la cascade de dédoublements de période, $\delta_1 = 9.71 \pm 0.1$ et $\delta_2 = 3.25 \pm 0.1$. Il apparaissait alors que ces résultats expérimentaux étaient très éloignés de la valeur asymptotique de Feigenbaum $\delta = 4.6692\dots$

En fait, Oppo et Politi [Oppo et Politi 1984] ont montré que, dans le cas d'un problème à deux paramètres de contrôle, la convergence de δ_n est liée à la valeur du deuxième paramètre v . En le faisant varier, jusqu'à ce que la largeur de la zone chaotique soit quasi nulle, les premiers taux de convergence sont proches

de $\delta^{1/2}$ tandis qu'à des valeurs de n plus importantes ils tendent asymptotiquement vers δ et au moment où la zone chaotique disparaît, à $v = v_c$, le nombre de bifurcations montrant un taux $\delta^{1/2}$ diverge vers l'infini. Oppo et Politi ont donné une forme analytique de δ_n décrivant la croissance du taux de convergence de $\delta^{1/2}$ à δ en fonction de n et de $\bar{v} = v - v_c$.

Cette expression est donnée par :

$$\delta_n(\bar{v}) = \frac{\delta^{1/2} F(\bar{v}\delta^{n-1}) - F(\bar{v}\delta^n)}{F(\bar{v}\delta^n) - \delta^{-1/2} F(\bar{v}\delta^{n+1})}$$

où $F(x) = \sqrt{1+x}$

Nous avons vérifié expérimentalement cette loi sur un laser CO₂ contenant un modulateur électro-optique. Le laser, sous la variation de deux paramètres de modulation (tension sinusoïdale et tension triangulaire appliquées sur le modulateur), présente le phénomène de collision de cascades et se prête donc bien à l'étude que nous avons menée, et dont nous donnons le plan ci-dessous.

Dans une première partie, nous décrivons le système étudié, constitué du laser CO₂ et de la chaîne de détection.

Dans une deuxième partie, nous explicitons la démarche qui nous a permis de choisir les paramètres expérimentaux.

Enfin, dans une troisième partie, nous présentons nos résultats et leur analyse critique, par rapport à la loi théorique énoncée par Oppo et Politi.

I - LE SYSTEME ETUDIE

Le système étudié est essentiellement constitué d'un laser CO₂ contenant un cristal électro-optique, ce qui permet de moduler les pertes de la cavité du laser. Dans une première partie, nous donnons les caractéristiques du laser CO₂ et du modulateur électro-optique. Puis, dans une deuxième partie, nous décrivons le processus de modulation de l'onde laser. La troisième partie est consacrée à la présentation de la chaîne de détection.

I.1 - Le laser CO₂ à pertes modulées

I.1.1. - Caractéristiques du laser et du modulateur

Laser CO₂

Le milieu actif est composé de CO, CO₂, Xe et He. Il est contenu dans un guide d'onde en alumine, de section circulaire de diamètre 2 mm et de longueur 0.235 m, fermé par deux fenêtres traitées anti-reflet. Il repose sur un support métallique, plan de masse du laser. Le guide d'onde a été construit pour fonctionner dans une cavité du type Fabry-Pérot sur le mode hybride EH₁₁. Toutefois, étant donné le bon recouvrement entre le mode EH₁₁ et le mode TEM₀₀ en propagation libre, nous pouvons admettre que le faisceau, issu du laser, a l'allure du mode gaussien TEM₀₀. *La cavité* est de longueur L = 0.32 m, elle est fermée par un miroir plan M₁ supposé parfaitement réfléchissant et un miroir sphérique M₂ de coefficient de réflexion R₂ = 95 % et de rayon de courbure 0.25 m.

Le mode d'excitation du mélange gazeux est une décharge radio-fréquence de 80 MHz, qui est appliquée entre la masse et une électrode rapportée à même le guide.

La puissance moyenne, issue du laser, est P₀ = 340 mW.

Une *lame de Brewster*, placée entre le modulateur et le guide d'onde, est utilisée pour réfléchir l'intensité du champ dont la polarisation est perpendiculaire au plan d'incidence. Pour une interface air-lame, l'angle d'incidence de Brewster i_B est défini par : $\text{tg } i_B = n = \frac{n_2}{n_1}$, où n₂ est l'indice de réfraction de la lame et n₁ celui de l'air.

Le coefficient de réflexion de l'onde polarisée dans le plan perpendiculaire au plan d'incidence, est donné par : $R_{\perp} = \left(\frac{1-n^2}{1+n^2} \right)^2$

La lame ZnSe utilisée a les caractéristiques suivantes résumées dans le tableau 1 ci-dessous :

indice de réfraction :	$n_2 = 2.39$
angle d'incidence :	$i_B = 67^\circ$
coefficients de réflexion par aller interface air-lame :	$R_{//} = 0$ $R_{\perp} \cong 50 \%$
coefficient d'absorption :	$\beta = 0.005 \text{ cm}^{-1}$
épaisseur :	$e = 2 \text{ mm}$

Tableau 1 : Caractéristiques de la lame de Brewster insérée dans le laser

Elle permet de polariser le champ optique dans le plan d'incidence sur cette lame. En effet, lorsqu'une lumière non polarisée tombe sous incidence de Brewster sur la lame, la composante du champ électrique dans le plan d'incidence $E_{//}$ n'est pas réfléchi. La lumière réfléchi est donc totalement polarisée rectilignement suivant la direction normale au plan d'incidence.

Nous donnons ici les caractéristiques du modulateur.

Modulateur électro-optique CdTe

Le semi-conducteur CdTe est un matériau électro-optique très utile pour la modulation intracavité à $10.6 \mu\text{m}$ à cause de sa faible absorption optique et de son grand coefficient électro-optique.

Quelques-unes des caractéristiques du cristal CdTe utilisé sont résumées dans le tableau 2 ci-dessous :

indice de réfraction optique :	$n_0 = 2.674$
coefficient d'absorption :	$\alpha = 0.002 \text{ cm}^{-1}$
coefficient électro-optique :	$r_{41} = 6.8 \cdot 10^{-12} \text{ m/V}$
constante diélectrique :	$\epsilon_r = 10$
tension d'ouverture du barreau (obtenue à $\Gamma = \pi$) :	$V_{\pi} \# 2.5 \text{ kV}$
transparence CdTe :	$1\text{-}30 \mu\text{m}$
coefficient de réflexion des lames traitées anti-reflet à $10.6 \mu\text{m}$:	$R \# 0.1 \%$
longueur du cristal :	$\ell = 5 \text{ cm}$
section du cristal :	$3 \times 3 \text{ mm}^2$

Tableau 2 : Caractéristiques du modulateur électro-optique CdTe

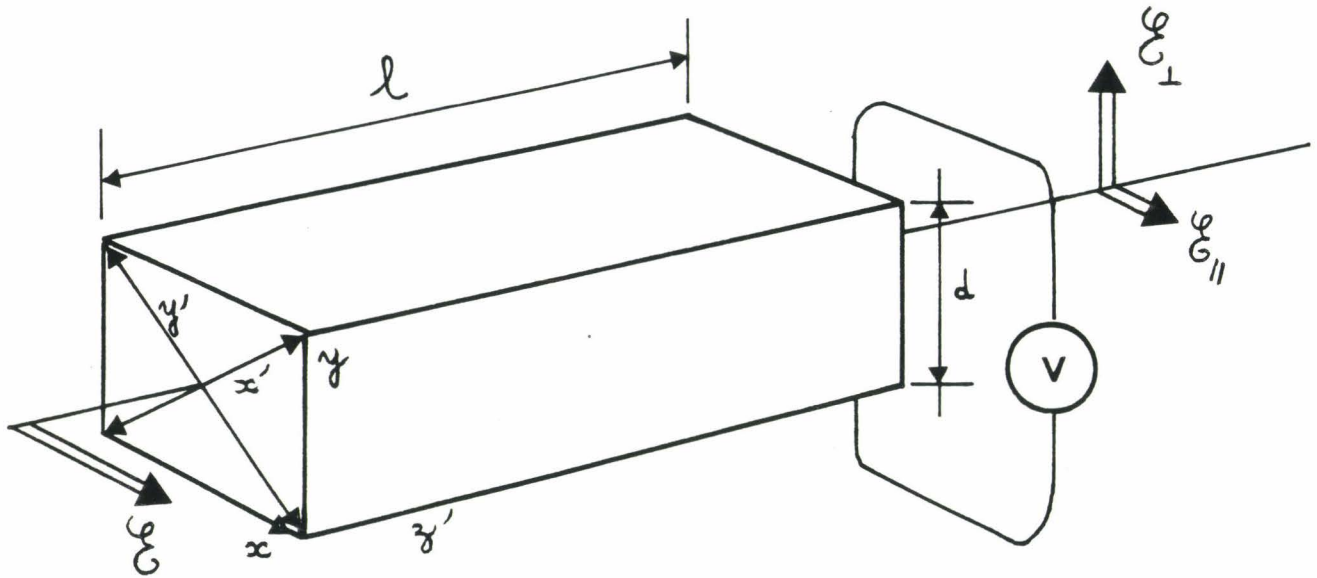


Figure 1.1 : Configuration du modulateur électro-optique

Pour la modulation, les paramètres les plus importants sont la tension d'ouverture et le coefficient optique d'absorption du matériau.

Un modulateur CdTe, adapté au fonctionnement intracavité, a été développé au laboratoire [Lizoret 1989]. Il a des performances proches de l'optimum théorique.

I.1.2 - Modulation interne du faisceau laser

a) Rappels sur la modulation électro-optique intracavité [Nash et Smith 1968]

En présence d'un champ électrique, le CdTe devient optiquement anisotrope (effet Pockels). Dans la configuration que nous avons choisie, les lignes neutres du *modulateur électro-optique*, en présence de champ, sont placées à 45° de la direction de polarisation incidente x qui définit la polarisation //, suivant la configuration représentée figure 1.1. Ainsi, le faisceau laser est modulé en amplitude. On peut établir simplement la relation entre la tension appliquée au cristal et le déphasage entre les composantes rapide et lente de polarisation. Le champ optique \mathcal{E} , suivant les axes x' et y' , se décompose suivant :

$$\mathcal{E}_{x'} = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{2}} \exp i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} n_{x'} z')$$

$$\mathcal{E}_{y'} = \frac{\mathcal{E}}{\sqrt{2}} \exp i(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} n_{y'} z')$$

où les axes x' , y' , z' correspondent respectivement aux lignes neutres et à la direction de propagation (cf figure 1.1).

Le champ électrique "statique" E est appliqué transversalement à la direction de propagation Oz de l'onde soit : $E = \frac{V}{d}$ où d est la dimension transverse du barreau.

Compte-tenu de la coupe du cristal, les indices principaux $n_{x'}, n_{y'}, n_{z'}$ du matériau, en présence de champ [Yariv 1975], sont :

$$n_{x'} \equiv n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 r_{41} E$$

$$n_{y'} \equiv n_0 + \frac{1}{2} n_0^3 r_{41} E$$

$$n_{z'} \equiv n_0$$

Après un simple passage dans le modulateur, le déphasage $\Gamma(t)$ introduit entre les composantes \mathcal{E}_x' et \mathcal{E}_y' s'écrit donc :

$$\Gamma(t) = \frac{2\pi n_o^3 r_{41} \ell}{\lambda d} V$$

$$= \pi \frac{V}{V_\pi}$$

où $V_\pi = \frac{\lambda d}{2n_o^3 r_{41} \ell}$ est la tension d'ouverture du modulateur et dont la valeur pour notre cristal est rapportée au tableau 2

Si le champ optique incident \mathcal{E} est donné par $\mathcal{E}_0 \sin \omega_0 t$, où ω_0 est la fréquence angulaire optique, les champs optiques $\mathcal{E}_//$ et \mathcal{E}_\perp (cf figure 1.1), transmis après un simple passage à travers le modulateur, s'écrivent :

$$\mathcal{E}_// = \mathcal{E}_0 \cos \frac{\Gamma(t)}{2} \sin \omega_0 t$$

$$\mathcal{E}_\perp = \mathcal{E}_0 \sin \frac{\Gamma(t)}{2} \cos \omega_0 t$$

où $\mathcal{E}_//$ est le champ dans la polarisation incidente x et \mathcal{E}_\perp est le champ suivant y et donc perpendiculaire à $\mathcal{E}_//$.

Si on place un polariseur en sortie dans la direction x (ou dans le plan d'incidence), l'intensité transmise est atténuée dans le rapport $\cos^2 \Gamma(t)$, après un aller-retour dans la cavité.

Le modulateur est soumis simultanément à V_{dc} et V_{ac} . Il en résulte que d'une part l'efficacité de la modulation V_{ac} dépend du point de polarisation par V_{dc} et que d'autre part on observe des effets du type modulation de fréquence que nous détaillons ci-dessous.

C'est la lame de Brewster qui joue le rôle de polariseur partiel de l'onde laser [Waksberg 1973] [Kiefer 1972]. Elle sert aussi de coupleur de sortie pour le champ \mathcal{E}_\perp .

b) Influence conjuguée de V_{ac} et de V_{dc}

Si la tension appliquée sur le modulateur est de la forme $v(t) = V_{dc} + V_{ac} \sin \omega_m t$, où V_{dc} est la tension de polarisation du cristal et V_{ac}

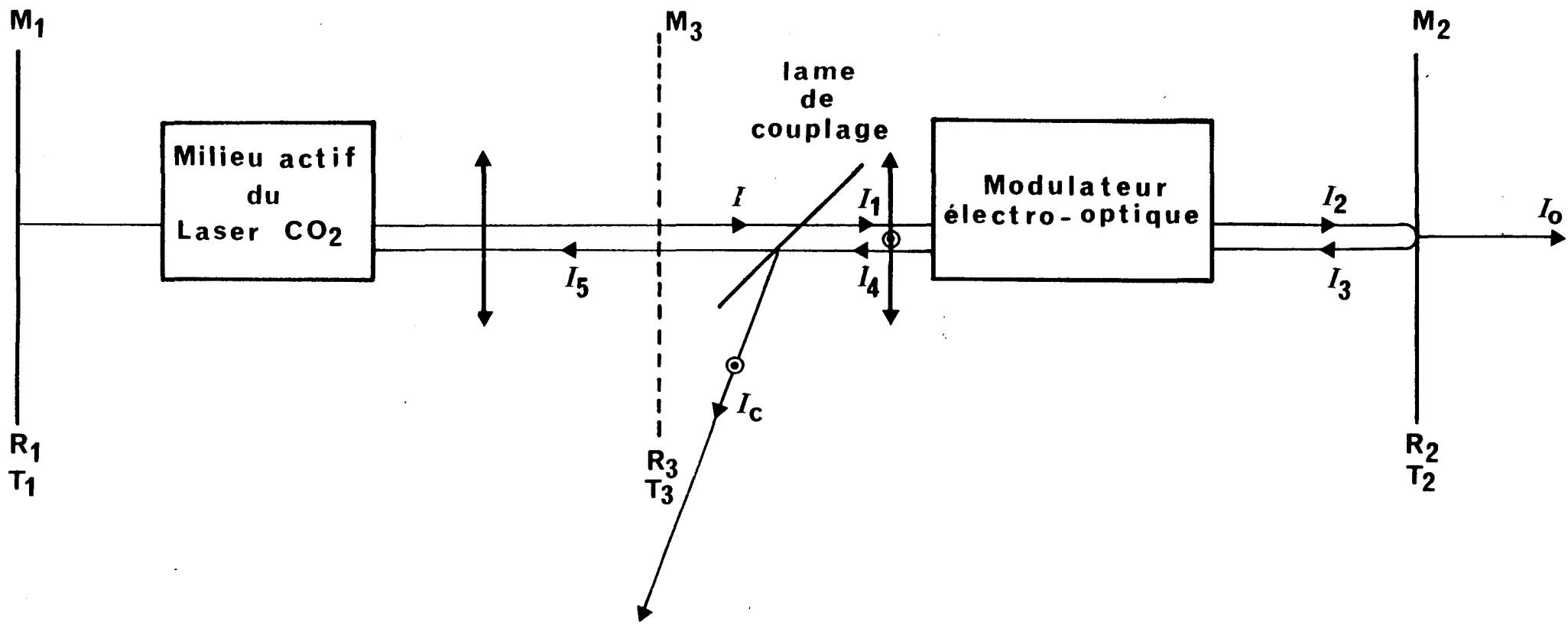


Figure 1.2 : Configuration du laser CO₂ à pertes modulées.
Représentation de la cavité équivalente

l'amplitude maximale de la tension sinusoïdale de fréquence angulaire ω_m . A la sortie du modulateur, c'est-à-dire après un aller-retour dans le modulateur, il y a production d'une composante perpendiculaire du champ de la forme $\mathcal{E}_\perp = \mathcal{E}_0 \sin \Gamma(t) \sin \omega_0 t$ où le déphasage $\Gamma(t)$ s'écrit :

$$\begin{aligned} \Gamma(t) &= \frac{\pi V_{dc}}{V_\pi} \left(1 + \frac{V_{ac}}{V_{dc}} \sin \omega_m t \right) \\ &= \Gamma_{dc} + \Gamma_{ac} \sin \omega_m t \end{aligned}$$

où $\Gamma_{dc} = \frac{\pi V_{dc}}{V_\pi}$ et $\Gamma_{ac} = \frac{\pi V_{ac}}{V_\pi}$

Le faisceau laser traverse la lame de Brewster de coefficient de réflexion R_ℓ pour la composante perpendiculaire et de coefficient d'absorption β puis le cristal électro-optique de longueur ℓ et enfin atteint le miroir M_2 de coefficient de réflexion R_2 et de coefficient de transmission T_2 . Après réflexion sur le miroir, l'onde laser effectue un second passage à travers le modulateur et la composante perpendiculaire du champ est couplée vers l'extérieur par la lame de Brewster.

Pour tenir compte des pertes de l'ensemble (miroir M_2 , modulateur, lame de Brewster), nous construisons la cavité laser constituée du miroir M_1 et du miroir équivalent M_3 (figure 1.2), de coefficient de réflexion R_3 et de coefficient de transmission T_3 . Dans ce laser équivalent, le coefficient de réflexion R_3 représente le pourcentage de la puissance laser qui revient dans le milieu actif après passage dans l'ensemble (lame, modulateur, miroir M_2). Le coefficient $(1-R_3)$ est le pourcentage de la puissance couplée vers l'extérieur par rapport à celle qui sort du milieu actif. Pour obtenir une estimation correcte de R_3 et de T_3 , nous tenons compte des pertes des différents éléments optiques de la cavité.

En adoptant les notations de la figure 1.2 :

$$\begin{aligned} R_3 &= \frac{I_5}{I} = \frac{(I_{4//} a + I_{4\perp} (1-R_\ell) a)}{I} \\ &= a^2 (1-R)^4 \exp(-2\alpha\ell) R_2 \cos^2 \Gamma + a^2 (1-R_\ell) (1-R)^4 \exp(-2\alpha\ell) R_2 \sin^2 \Gamma \\ &= a^2 (1-R)^4 \exp(-2\alpha\ell) R_2 - a^2 R_\ell (1-R)^4 \exp(-2\alpha\ell) R_2 \sin^2 \Gamma \\ T_3 &= \frac{I_c}{I} = a R_\ell (1-R)^4 \exp(-2\alpha\ell) R_2 \sin^2 \Gamma \end{aligned}$$

où $a = \exp(-\beta\ell)$ est lié aux pertes de la lame ($a = 99\%$) et R est le coefficient de réflexion des faces anti-reflet du barreau du modulateur.

Si la lame de couplage est sans pertes ($a = 1$), alors $R_3 + T_3 = 1$.

Si le coefficient de réflexion de la lame de couplage R_ℓ est nul alors $R_3 = a^2 (1-R)^4 \exp(-2\alpha\ell) R_2$ et $T_3 = 0$.

Si aucune tension n'est appliquée sur le modulateur ($\Gamma=0$), alors $R_3 = a^2 R_\ell (1-R)^4 \exp(-2\alpha\ell) R_2$ et $T_3 = 0$.

En posant $R' = a^2 (1-R)^4 \exp(-2\alpha\ell) R_2$, les pertes κ de la cavité équivalente sont données par :

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{c(1-R_3)}{2L} \\ &= \frac{c}{2L} [1 - R' (1 - R_\ell \sin^2(\Gamma_{dc} + \Gamma_{ac} \sin \omega_{mt}))] \\ &= \frac{c}{2L} [1 - R' (1 - R_\ell ((\frac{1 - \cos 2\Gamma_{dc} J_0(2\Gamma_{ac})}{2}) + \sin 2\Gamma_{dc} J_1(2\Gamma_{ac}) \sin \omega_{mt} - \dots))] \\ &= \kappa_0 [1 + m \sin \omega_{mt} \dots] \end{aligned}$$

où κ_0 et m sont respectivement le taux de pertes et le taux de modulation des pertes.

$$\begin{aligned} \kappa_0 &= \frac{c}{2L} (1 - R' (1 - R_\ell (\frac{1 - \cos 2\Gamma_{dc} J_0(2\Gamma_{ac})}{2}))) \\ m &= \frac{c}{2L\kappa_0} R_\ell R' J_1(2\Gamma_{ac}) \sin 2\Gamma_{dc} \end{aligned}$$

Pour de faibles valeurs de x , les fonctions de Bessel $J_0(x)$ et $J_1(x)$ peuvent être approximées par : $J_0(x) \approx 1 - \frac{x^2}{4}$ et $J_1(x) \approx \frac{x}{2}$ d'où :

$$\begin{aligned} \kappa_0 &= \frac{c}{2L} (1 - R' (1 - R_\ell (\frac{1 - \cos 2\Gamma_{dc} (1 - \Gamma_{ac}^2)}{2}))) \\ m &= \frac{c}{2L\kappa_0} R_\ell R' \Gamma_{ac} \sin 2\Gamma_{dc} \end{aligned}$$

En l'absence de modulation ($\Gamma = 0$), avec une fenêtre en ZnSe, et compte-tenu des paramètres de la cavité (longueur du modulateur $\ell = 5$ cm, longueur de la cavité $L = 0.32$ m), le coefficient de réflexion de la cavité équivalente est $R_3 = 0.909$, d'où un taux de pertes $\kappa_0 = 4.3 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$. Pour obtenir une modulation de pertes de l'ordre de 0.13 %, on peut choisir, par exemple, $V_{dc} = 300$ V et $V_{ac} = 0.5$ V, ce qui correspond à une valeur de κ_0 égale à $7.1 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$. Ces valeurs de κ_0 et de m correspondent à celles couramment utilisées [Hennequin 1986] dans les simulations numériques et les expériences.

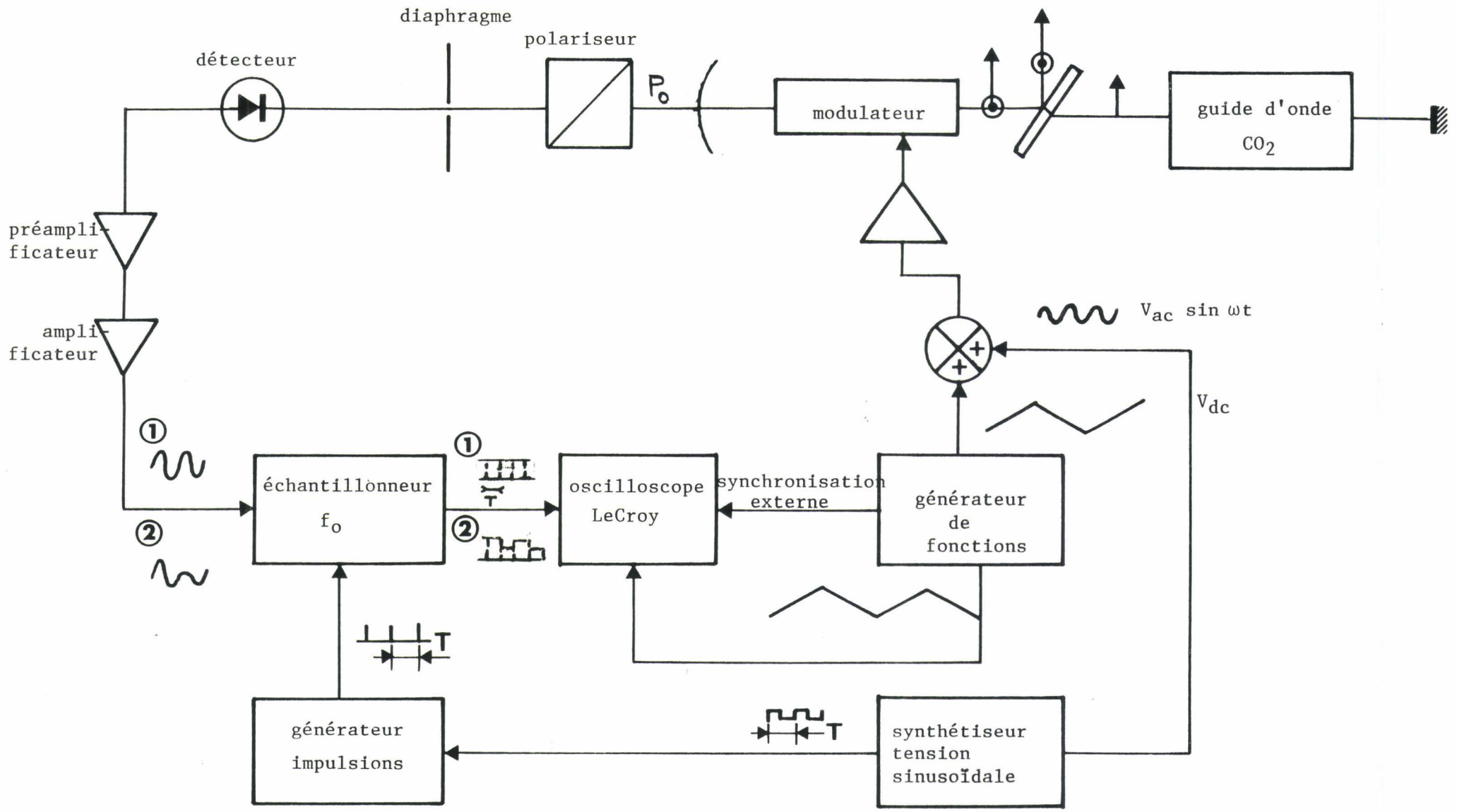


Figure 1.3 : Banc expérimental

I.2 - Chaîne de détection

La puissance optique P_0 (figure 1.3), issue du laser, est reçue par un détecteur HgCdTe, de surface active 1 mm^2 , de bande passante 1 GHz, refroidi à l'azote liquide [Galus et Perry 1984]. Un diaphragme, placé entre la sortie du laser et le détecteur, permet d'atténuer la puissance P_0 pour l'amener dans la zone de linéarité du détecteur. Cette puissance est convertie en un signal électrique analogique qui est appliqué aux bornes d'un échantillonneur bloqueur. Celui-ci nous donne les informations sur le régime dynamique utiles pour l'expérience entreprise ici. Le principe de fonctionnement de l'échantillonneur est le suivant : si on le synchronise sur un signal de période T , quand il reçoit un signal de période T , il délivre une tension de valeur unique; à un signal de période $2T$, il répond par 2 valeurs, ..., à un signal de période nT , par n valeurs et sa réponse à un signal chaotique est une suite irrégulière de valeurs. Notons ici que l'échantillonneur n'est pas synchronisé sur une valeur précise de la tension de sortie, seul un réglage grossier est effectué afin que les valeurs de la tension de sortie ne s'étendent pas sur une gamme trop faible.

Dans notre expérience, les 2 paramètres de contrôle utilisés sont une tension triangulaire d'amplitude V_{dc} et une tension sinusoïdale d'amplitude V_{ac} de période T , appliquées sur le modulateur électro-optique. Sous l'augmentation de l'amplitude V_{dc} , le comportement dynamique du laser décrit, par exemple, une séquence du type régimes périodiques de période T , $2T$, $4T$... $2^n T$...puis un régime chaotique...puis inversement des régimes périodiques de période $2^n T$... $4T, 2T, T$. La nature de la séquence effectivement observée dépend de V_{ac} , ainsi nous pouvons observer, par exemple :

séquence 1 :	$T, 2T, T$	à $V_{ac}^{(1)}$
séquence 2 :	$T, 2T, 4T, 2T, T$	à $V_{ac}^{(2)}$
séquence 3 :	$T, 2T, 4T, \dots, \text{chaos}, \dots, 4T, 2T, T$	à $V_{ac}^{(3)}$

avec $V_{ac}^{(1)} < V_{ac}^{(2)} < V_{ac}^{(3)}$

Dans de telles expériences, l'amplitude V_{ac} contrôle l'apparition du chaos et la largeur de la zone chaotique. Ceci est surveillé par l'échantillonneur bloqueur, qui synchronisé sur le signal sinusoïdal par l'intermédiaire d'un générateur d'impulsions, délivre, par exemple, dans le cas de la 2ème séquence, 1, puis 2, puis 4 valeurs, puis 2, 1 valeurs d'amplitude du signal reçu en fonction de la tension triangulaire V_{dc} . La sortie de l'échantillonneur et la tension triangulaire sont appliquées aux bornes d'un oscilloscope numérique LeCroy 9400 relié à un ordinateur Hewlett Packard 9310, assurant le stockage des signaux sous forme de fichiers 32 000 points. L'évolution de la sortie de l'échantillonneur en fonction de la tension triangulaire constitue le diagramme de bifurcation du système.

II - ETUDE DYNAMIQUE DU LASER CO₂ A PERTES MODULEES

Cette étude permet de déterminer la fréquence propre du laser en absence de modulation et ainsi d'en déduire la période la plus efficace de la tension sinusoïdale appliquée sur le modulateur.

Le comportement dynamique du laser CO₂ à pertes modulées est décrit à partir des équations de Bloch-Maxwell liant le champ électrique E, la polarisation P et l'inversion de population D. Le temps de relaxation de la polarisation γ_{\perp}^{-1} (10⁻⁸s) étant largement inférieur à celui de l'inversion de population γ_{\parallel}^{-1} (10⁻⁴s), la polarisation est éliminée adiabatiquement [Haken 1975], [Haken 1977], [Haken 1983], [Lugiato et al. 1984], [Oppo et Politi 1986].

Avec un temps en unités de γ_{\perp}^{-1} , les équations s'écrivent :

$$\dot{I} = -2\kappa_0 I + I \frac{GD}{1+\delta^2}$$

$$\dot{D} = \gamma(1 - D - ID)$$

où : I est l'intensité du laser, en unités de l'intensité de saturation I_s

$\delta = \frac{\omega - \omega_0}{\gamma_{\perp}}$ est l'écart entre la fréquence d'émission laser ω et la fréquence

de résonance de la cavité ω_0 en unité de γ_{\perp} ,

$\kappa_0 = \frac{\omega}{2Q \gamma_{\perp}}$ est l'inverse du temps de vie des photons dans la cavité, où Q

est le coefficient de qualité de la cavité,

$\gamma = \frac{\gamma_{\parallel}}{\gamma_{\perp}}$ est le rapport des temps de relaxation de la polarisation γ_{\perp}^{-1} et de

l'inversion de population γ_{\parallel}^{-1}

G est le gain à vide

Le changement de variable $\Delta = AD$, où $A = \frac{G}{2\kappa_0}$ est le paramètre de pompe

en unités de pertes dans la cavité, permet d'obtenir le système d'équations suivant:

$$\dot{I} = 2\kappa_0 I \left(\frac{\Delta}{1+\delta^2} - 1 \right)$$

$$\dot{\Delta} = \gamma(A - \Delta - I\Delta)$$

Les solutions stationnaires de ce système différentiel sont :

$$I_{\text{stat}} = 0 \qquad \Delta_{\text{stat}} = A$$

et
$$I_{\text{stat}} = \frac{A-1-\delta^2}{1+\delta^2} \qquad \Delta_{\text{stat}} = 1+\delta^2$$

La condition $I_{\text{stat}} \geq 0$ de la deuxième solution donne le seuil d'oscillation du laser : $A \geq 1 + \delta^2$.

Une analyse de stabilité linéaire autour de cette solution $I \rightarrow I_{\text{stat}} + \varepsilon$ et $\Delta \rightarrow \Delta_{\text{stat}} + \eta$, où ε et η sont de petites perturbations, permet de déterminer l'amortissement propre λ_0 et la fréquence angulaire propre Ω_0 du système.

Au premier ordre de perturbation, on obtient :

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{\eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{2\kappa_0}{1+\delta^2} \left(\frac{A}{1+\delta^2} - 1 \right) \\ -\gamma(1+\delta^2) & -\gamma \frac{A}{1+\delta^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \eta \end{bmatrix}$$

Le système est stable si toutes les valeurs propres λ de la matrice M ci-dessus ont une partie réelle négative. Celles-ci sont solutions de l'équation caractéristique définie par le déterminant $|M - \lambda I|$ égal à 0.

soit :
$$\lambda^2 + \lambda \frac{\gamma A}{1+\delta^2} + 2\kappa_0 \gamma \left(\frac{A}{1+\delta^2} - 1 \right) = 0$$

Dans le domaine d'existence ($A \geq 1 + \delta^2$), ces racines sont de la forme : $\lambda_0 \pm i\Omega_0$ où λ_0 s'écrit :

$$\lambda_0 = - \frac{\gamma A}{2(1+\delta^2)} < 0$$

La fréquence angulaire propre Ω_0 du système est :

$$\Omega_0 = \sqrt{2\kappa_0 \gamma \left(\frac{A}{1+\delta^2} - 1 \right) - \frac{\gamma^2 A^2}{4(1+\delta^2)^2}}$$

En considérant $\delta = 0$ et un laser de classe B ($\kappa_0 \gg \gamma$), $\Omega_0 \cong \sqrt{2\kappa_0 \gamma (A-1)}$

Typiquement, dans le cas de notre laser, κ_0 est de l'ordre $5 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ et $\gamma = 10^4 \text{ s}^{-1}$. La fréquence propre $f_0 = \frac{\Omega_0}{2\pi}$ est donc de l'ordre de 500 kHz. Cette fréquence va fixer les ordres de grandeur des différentes fréquences utilisées dans notre expérience, en particulier, la fréquence de la modulation sinusoïdale et la vitesse de balayage du paramètre de contrôle V_{dc} , qui définit le point de fonctionnement du modulateur.

La fréquence du signal sinusoïdal est choisie de l'ordre de la fréquence propre du système. Elle est accordée sur une résonance mécanique de l'ensemble (cristal, support) soit 560 kHz. L'amplitude V_{ac} de cette tension, issue d'un synthétiseur HP, est fixée et de l'ordre de 0.5 Volt. Elle correspond à un taux de modulation des pertes de l'ordre de 0.1 %, si on exclut les phénomènes de résonance mécanique.

La fréquence du signal triangulaire V_{dc} est fixée à 10 Hz. Ce choix résulte d'un compromis entre les instabilités mécaniques de la cavité, la dérive des paramètres du laser et le phénomène des bifurcations retardées, que nous expliciterons par la suite. L'amplitude V_{dc} de cette tension, issue d'un générateur de fonctions, est comprise typiquement entre 60 et 480 V, après amplification.

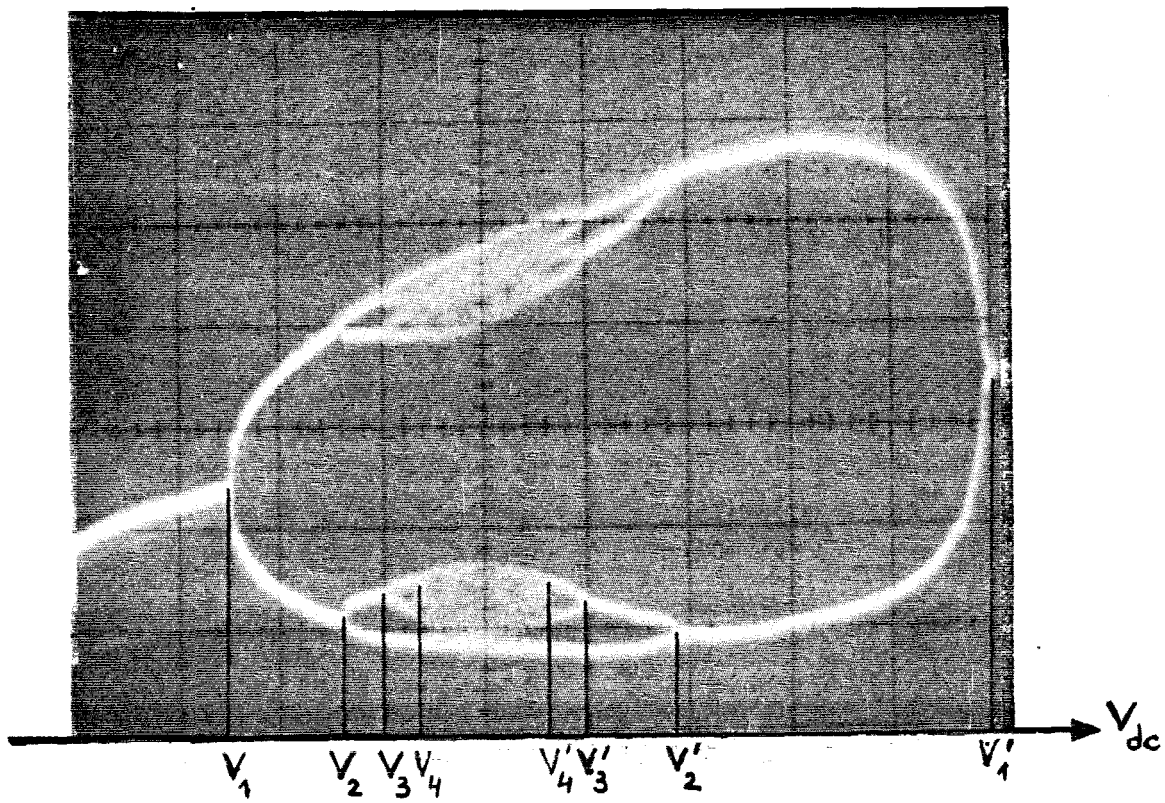


Figure 1.4 : Diagramme de bifurcation

III - RESULTATS EXPERIMENTAUX

III.1 - Diagrammes de bifurcation expérimentaux

Rassemblant l'ensemble des données sur le régime dynamique, le diagramme de bifurcation est l'outil le mieux adapté pour effectuer des mesures quantitatives sur les taux de convergence des cascades de Feigenbaum.

Il importe pour cela de situer les différentes bifurcations. Elles sont repérées par la valeur du paramètre de contrôle V_{dc} (figure 1.4). A de faibles valeurs de V_{dc} , la réponse du système est approximativement linéaire et la période de celle-ci est $T = \frac{1}{f_0}$. A $V_{dc} = V_1$ et au-delà, la réponse est également périodique mais de période $2T$. Une nouvelle bifurcation est observée à $V_{dc} = V_2$ et le diagramme de bifurcation est alors constitué de quatre branches. On observe une réponse périodique de période $8T$ à $V_{dc} = V_3$. Ensuite, le système entre dans un régime chaotique à $V_{dc} = V_4$. A $V_{dc} = V'_4$, le système a de nouveau une réponse périodique de période $8T$, à $V_{dc} = V'_3$ une réponse périodique de période $4T$, à $V_{dc} = V'_2$ la réponse est de période $2T$ et elle est de période T à $V_{dc} = V'_1$. Le diagramme de bifurcation s'est refermé et présente une cascade de doublements de période de V_1 à V_4 , une zone chaotique dont la largeur est contrôlée par V_{ac} , et une cascade de dédoublements de période de V'_4 à V'_1 . Ce sont les grandeurs V_{dc} qui vont servir pour calculer les taux de convergence.

III.2 - Exploitation des diagrammes de bifurcation

Afin de faire les expériences dans de bonnes conditions de stabilité, nous avons choisi d'automatiser une partie de l'expérience. Ainsi, le synthétiseur qui délivre les signaux sinusoïdaux V_{ac} est piloté par l'ordinateur HP qui sert au stockage des données. Au début de l'expérience, nous choisissons une valeur de tension sinusoïdale initiale V_{init} , qui correspond à une certaine séquence de régimes périodiques, par exemple, la séquence $T, 2T, T$ et une valeur de tension finale V_{fin} , qui donne une séquence contenant le régime chaotique. Nous nous fixons un pas d'évolution de la tension V_{ac} , que nous entrons au clavier de l'ordinateur. Ainsi, divers diagrammes de bifurcation correspondant, par exemple, à des valeurs de l'amplitude de la tension sinusoïdale V_{ac} de $V_{init} = 1.2 \text{ V}$ et $V_{fin} = 1.8 \text{ V}$ par pas de 0.04 V environ, ont été analysés (pour la correspondance entre V_{ac} , m et V_{dc} , voir les caractéristiques de la figure 1.5).

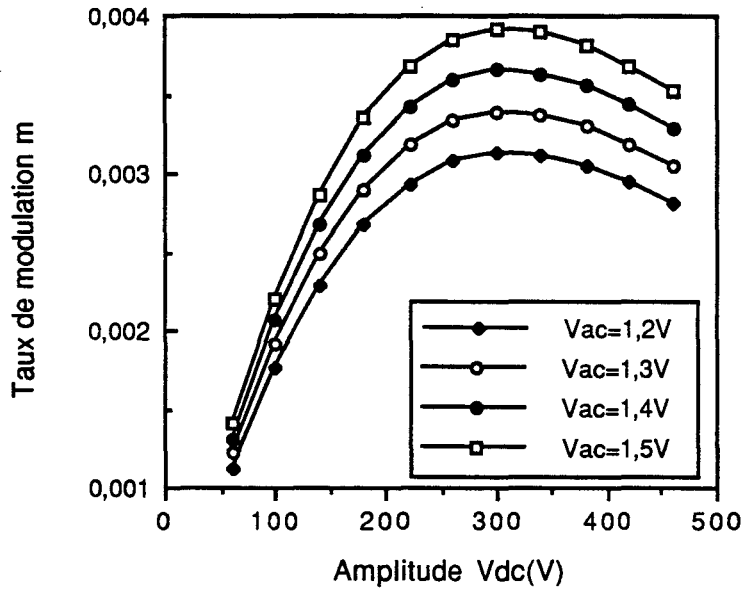


Figure 1.5 : Evolution du taux de modulation m en fonction de V_{dc} pour diverses valeurs de V_{ac}

L'analyse des diagrammes de bifurcation consiste en la mesure des tensions V_{dc} , correspondant aux différents points de bifurcation, V_1, V_2, V_3 pour la cascade de doublements de période et V'_3, V'_2, V'_1 pour la cascade de dédoublements de période. Nous calculons ensuite les taux de convergence δ_2 et δ'_2 , respectivement pour ces deux cascades suivant la formule :

$$\delta_2 = \frac{V_1 - V_2}{V_2 - V_3}$$

et

$$\delta'_2 = \frac{V'_1 - V'_2}{V'_2 - V'_3}$$

Les valeurs du paramètre aux points de bifurcation doivent être rapportées à la valeur critique V_c de la tension V_{ac} , correspondant à une zone chaotique de largeur quasi nulle. Pour évaluer V_c de façon précise, nous avons relevé le diagramme de l'amplitude de la tension sinusoïdale V_{ac} en fonction de l'amplitude de la tension triangulaire V_{dc} , dans l'espace des paramètres à deux dimensions (figure 1.6). Pour une amplitude crête à crête de modulation plus grande que la valeur critique $V_c = 2.94 V$, le chaos peut être observé et au delà de cette valeur, les deux cascades sont découplées. Il est intéressant de noter que les expériences dans lesquelles les diagrammes de bifurcation seraient enregistrés en fonction de la tension sinusoïdale V_{ac} comme principal paramètre de contrôle

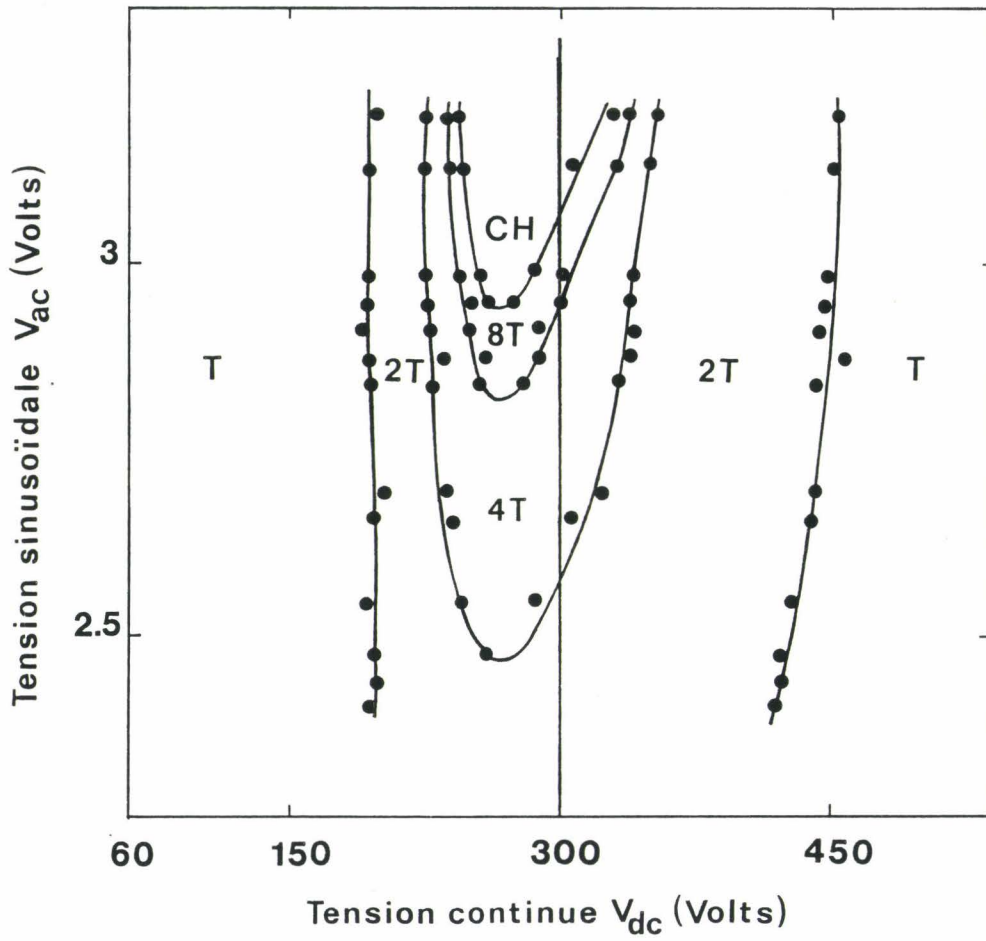


Figure 1.6 : Dynamique du laser en fonction des deux paramètres de contrôle V_{dc} et V_{ac}

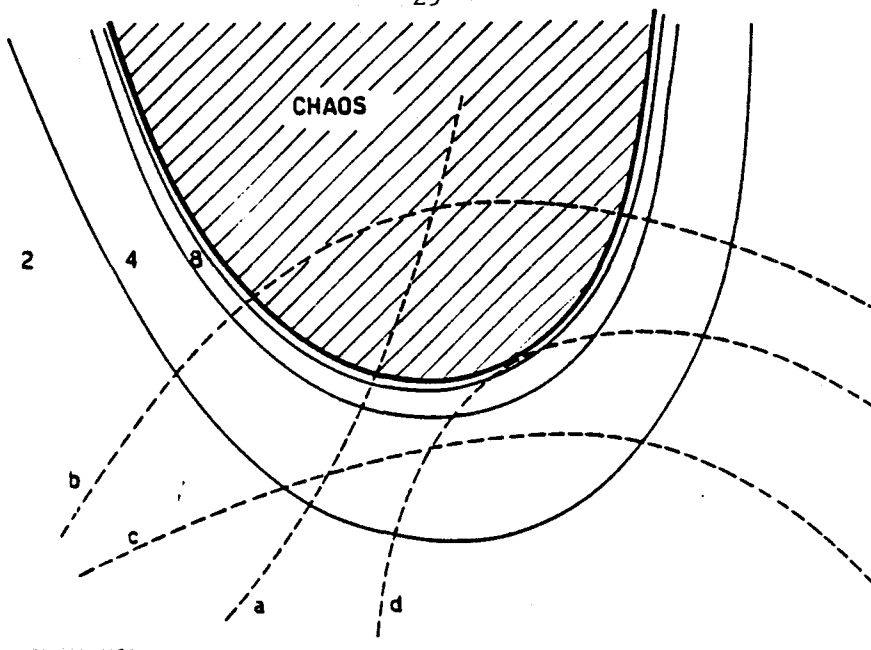


Figure 1.8 : Diagramme des phases à deux paramètres d'un système générique montrant une transition vers le chaos au travers de bifurcations de doublements de période.

- Les nombres indiquent la périodicité de la solution
- (a) transition ordre-chaos
 - (b) transition ordre-chaos-ordre
 - (c) pas de transition vers le chaos
 - (d) cascade de doublements de période infinie immédiatement suivie d'une cascade de dédoublements de période

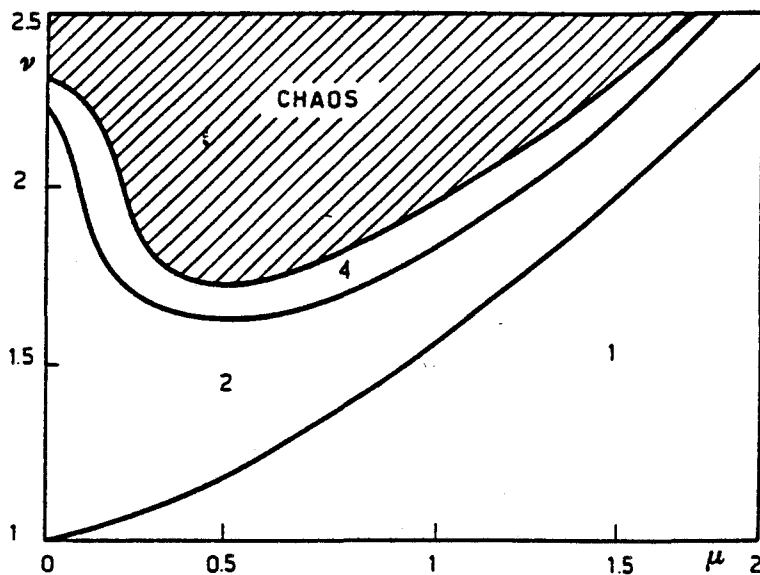


Figure 1.9 : Diagramme de phase de l'application cubique

(droite verticale sur la figure 1.6) ne conduiraient pas à la collision des cascades mais à une cascade de doubléments de période éventuellement suivie par du chaos.

Nous avons ensuite, tracé les valeurs de δ_2 et δ'_2 des cascades de doubléments et de dédoublements de période en fonction de la tension de modulation normalisée $\frac{V_{ac}-V_c}{V_c}$. Elles se répartissent suivant les deux courbes expérimentales de la figure 1.7.

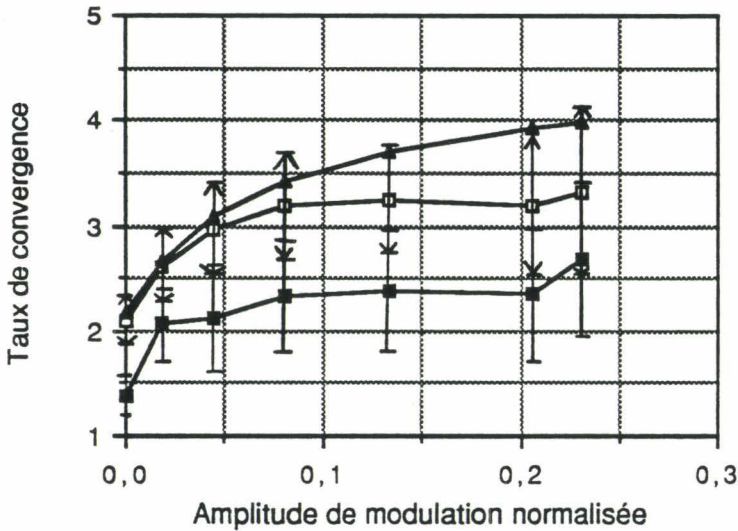


Figure 1.7 : Courbe théorique δ_2 (\blacktriangle) et courbes expérimentales δ_2 (\blacksquare) et δ'_2 (\bullet) des cascades de doubléments et de dédoublements de période en fonction de l'amplitude de modulation normalisée $\frac{V_{ac}-V_c}{V_c}$.

III.3 - Analyse des résultats obtenus

III.3.1.- Analyse de Oppo et Politi

L'introduction d'un seul paramètre de contrôle dans l'étude de la cascade de doubléments de période conduit à la découverte du point d'accumulation de la cascade de Feigenbaum μ_∞ . En considérant un deuxième paramètre de contrôle v , on met en évidence toute une ligne de points d'accumulation $\mu_\infty(v)$ séparant la phase ordonnée de la phase chaotique du système. Dans le diagramme des phases à deux paramètres (figure 1.8), différentes séquences peuvent ainsi être observées suivant l'évolution des paramètres : une simple transition ordre - chaos, une transition ordre - chaos - ordre, un nombre fini de bifurcations ou une configuration tangente à la ligne critique $\mu_\infty(v)$. Cette dernière séquence correspond à la collision des cascades.

n	μ_n	δ_n
1	1.241 622	
2	0.817 487	2.275 928
3	0.631 130	2.302 572
4	0.550 196	2.251 018
5	0.514 241	2.207 695
6	0.497 955	2.183 574
7	0.490 497	2.171 556
8	0.487 062	2.165 838
9	0.485 477	2.163 158
10	0.484 743	2.161 911
11	0.484 404	2.161 333
12	0.484 247	2.161 068
13	0.484 175	2.160 958
14	0.484 141	
14	0.484 083	
13	0.484 050	2.160 744
12	0.483 977	2.160 606
11	0.483 820	2.160 334
10	0.483 482	2.159 753
9	0.482 750	2.158 494
8	0.481 170	2.155 762
7	0.477 765	2.149 794
6	0.470 446	2.136 673
5	0.454 805	2.107 412
4	0.421 845	2.057 962
3	0.354 014	2.304 570
2	0.197 693	

Tableau 3 : Valeurs des points de bifurcation μ_n et taux de convergence δ_n des cascades de doublements et de dédoublements de période.

Oppo et Politi ont étudié ce comportement critique sur l'équation différentielle non-autonome de Duffing de la forme :

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = -\gamma \frac{dx(t)}{dt} + x(t) - 4x^3(t) + A \cos \omega_1 t + B \cos \omega_2 t$$

où A et B sont les deux paramètres de contrôle, avec $\gamma = 0.154$ et $\omega_1 = 1.17$. Si on choisit $A = 0.09$ et $B = 0$, la solution asymptotique de l'équation est périodique de fréquence ω_1 et en augmentant faiblement A, elle est proche de la première bifurcation de doublements de période. En augmentant B à partir de 0, on peut observer une cascade de doublements de période immédiatement suivie par une cascade de dédoublements de période, suivant les différentes valeurs du rapport $W = \frac{\omega_1}{\omega_2}$. Dans le cas particulier où $W = \frac{2}{5}$, on note que les taux de convergence obtenus sont très différents de δ (Tableau 3).

Une application du troisième ordre présentant de nombreuses caractéristiques communes avec l'oscillateur de Duffing a alors été introduite. Elle est définie par :

$$x_{n+1} = x_n^3 - v x_n - \mu$$

Les paramètres de contrôle de l'application sont μ et v . En faisant décroître le paramètre μ à partir de 2, on peut observer une cascade entière de doublements de période si v est suffisamment grand, ou seulement un nombre fini de bifurcations si v est faible. Pour des valeurs de v comprises entre 1.74... et 2.3..., on retrouve après une zone chaotique un régime ordonné autour de $\mu = 0$ (figure 1.9). Ce régime ordonné est une cascade de dédoublements de période : la zone chaotique est délimitée des deux côtés par des cascades de Feigenbaum.

Une explication qualitative de ce phénomène peut être trouvée en considérant l'existence d'un point d'inflexion de l'application cubique définie ci-dessus : en augmentant le paramètre de contrôle, la solution, au lieu de visiter des régions moins stables, peut tomber dans une section plus stable à droite du point d'inflexion.

L'étude des taux de convergence lorsque les deux cascades entrent en collision a montré que ceux-ci sont proches de $\delta^{1/2}$.

L'universalité de la théorie a été montrée par la méthode du Groupe de Renormalisation de Feigenbaum [Feigenbaum 1978] modifiée par Daido [Daido 1981].

Cette théorie a permis d'établir la loi évoquée dans l'introduction :

$$\delta_n(\bar{v}) = \frac{\delta^{1/2} F(\bar{v}\delta^{n-1}) - F(\bar{v}\delta^n)}{F(\bar{v}\delta^n) - \delta^{-1/2} F(\bar{v}\delta^{n+1})}$$

où : $F(x) = \sqrt{1+x}$

III.3.2.- Etude des résultats expérimentaux

Afin de comparer les résultats de notre expérience à cette loi théorique, nous avons tracé, sur la figure 1.7, la fonction résultant de la loi donnée ci-dessus pour $n = 2$. On peut remarquer, qu'au point critique $V_{ac} = V_c$, les valeurs expérimentales de $\delta_2 = 2.17$ et de $\delta_2' = 1.43$ sont proches de la valeur $\delta^{1/2} = 2.16...$ De la même façon, lorsque les deux cascades sont bien séparées, δ_2 et δ_2' tendent vers la constante de Feigenbaum δ . Il existe, cependant, des différences entre la courbe théorique et les courbes expérimentales dues à deux facteurs :

- La loi d'évolution de δ_n est valable asymptotiquement. Or, il est très difficile d'explorer plus de trois ou quatre valeurs de V_{dc} , de telle sorte que, seules, δ_1 et δ_2 peuvent être mesurées.
- L'influence combinée du phénomène de bifurcations retardées [Dangoisse et al. 1987] et la présence de bruit dans le système limite le nombre de bifurcations effectivement observables .

III.3.3.- Phénomène de bifurcations retardées

Kapral et Mandel [Kapral et Mandel 1985] ont étudié théoriquement le phénomène de bifurcations retardées. Ils ont considéré la fonction logistique non autonome suivante :

$$\begin{aligned}x_{n+1} &= \lambda_n x_n (1-x_n) \\ \lambda_{n+1} &= \lambda_n + v \quad 0 < |v| \ll 1\end{aligned}$$

où v est une vitesse de balayage constante

et ont montré que le balayage des paramètres induit des déplacements dynamiques des points de bifurcation: la bifurcation résultante est appelée "bifurcation dynamique". Il apparaît que le balayage, dans des directions opposées, conduit à des résultats dynamiques qualitatifs différents, qui se caractérisent par une hystérésis au voisinage des points de bifurcation. Ils ont établi que pour une vitesse de balayage $v > 0$:

1) Le retard $\Delta\lambda$ d'une bifurcation de doublement de période varie comme \sqrt{v} (indépendamment des conditions initiales (λ_0, x_0)).

2) A v fixée, les retards $\Delta\lambda_n$ par rapport aux bifurcations successives suivent une loi d'échelle :

$$\Delta\lambda_{n+1} \cong \left(\frac{\delta}{2}\right)^{-1/2} \Delta\lambda_n \text{ où } \delta = 4.6692\dots$$

3) Comme conséquence, pour distinguer un doublement de période de plus, v doit être divisée par $\sqrt{2\delta}$. Ainsi la vitesse de balayage devrait être divisée d'un facteur 81 environ pour la quatrième bifurcation.

Le phénomène de bifurcations retardées réduit le nombre de doublements de période observables car on ne peut réduire indéfiniment la vitesse de balayage à cause du bruit technique (bruit électronique de détection, ...). D'autre part, une vitesse de balayage trop lente nuit à la stabilité du laser.

Tenant compte de ces effets de bifurcations retardées, nous avons choisi une période de balayage aussi lente que possible. En pratique, elle est de l'ordre de 0.1 s, c'est-à-dire, 10^5 T. Cette vitesse de balayage résulte du compromis bifurcations retardées-stabilité du laser. En effet des balayages plus lents ne donnent pas de meilleurs résultats car dans ces conditions, la dérive du laser pendant la durée de l'expérience, augmente avec la durée de balayage et le bruit du laser devient prépondérant.

III.3.4.- Exploitation de la zone non-linéaire de la caractéristique du modulateur

On note également une différence de comportement entre la cascade de doublements de période et la cascade de dédoublements de période. Ceci s'explique notamment par le fait que la correspondance entre les pertes du laser et la tension V_{dc} appliquée sur le modulateur n'est pas linéaire car le modulateur est polarisé à 300 V ($\ll V_{\pi/2}$) (cf figure 1.5).

CONCLUSION

Quand on augmente la tension continue appliquée au modulateur d'un laser CO₂ à pertes modulées, celui-ci a la particularité de présenter :

- une cascade de doublements de période
- une zone chaotique
- une cascade de dédoublements de période

En faisant varier un deuxième paramètre de contrôle comme l'amplitude de la modulation alternative, on parvient à annuler la largeur de la zone chaotique, les deux cascades entrent alors en collision.

L'étude expérimentale, décrite dans ce chapitre, a permis de confirmer expérimentalement la loi d'évolution théorique des taux de convergence des deux cascades.

- Lorsque la largeur de la zone chaotique tend vers zéro, le taux de convergence de la cascade de doublements de période est de l'ordre de $\delta^{1/2}$ et lorsque cette zone s'élargit, il tend vers δ , en accord avec les prévisions quantitatives d'Oppo et Politi.

- Le taux de convergence de la cascade de dédoublements de période présente un bon accord qualitatif avec la loi δ_n d'Oppo et Politi.

Ces résultats sont remarquables car ils s'appliquent aux premières bifurcations de doublements de période alors que la théorie prévoit qu'ils ne sont rigoureux qu'asymptotiquement.

Chapitre 2
Amplification sélective et
compression du signal
au voisinage d'une bifurcation de
doublement de période

INTRODUCTION

Amplification sélective du signal

De nombreux systèmes dynamiques présentant une cascade de doublements de période, peuvent être utilisés pour amplifier au voisinage proche du doublement de période, des signaux de faible amplitude. Cette amplification est sélective car elle ne s'applique qu'aux signaux dont la période est celle de la réponse du système après bifurcation. Elle est maximale lorsque l'on s'approche du point de bifurcation.

Wiesenfeld et McNamara [Wiesenfeld et McNamara 1985] ont étudié ce phénomène sur l'oscillateur de Duffing non autonome forcé aux fréquences ω et $\omega/2 + \Delta\omega$. La réponse de ce système en fonction de l'écart fréquentiel angulaire $\Delta\omega$ est maximale au voisinage du premier point de bifurcation quand $\Delta\omega$ tend vers zéro (figure 2.1).

Ce phénomène d'amplification sélective a été étudié expérimentalement par Derighetti et al. [Derighetti et al. 1985] sur un laser à Résonance Magnétique Nucléaire. Celui-ci présente une cascade de doublements de période quand le coefficient de qualité Q de sa cavité est modulé de façon externe à une fréquence ω proche de la fréquence de relaxation ω_0 du laser. En appliquant deux fréquences de modulation ω et $\omega/2$, ils ont observé que le diagramme de bifurcation du laser présente un battement Basse Fréquence à 1.35 Hz, qui provient de la différence entre la fréquence de la ligne 50 Hz et la fréquence moitié $\omega/2$ égale à 51.35 Hz (figure 2.2). A cause de l'amplification sélective du signal de fréquence moitié, ce battement est amplifié et est donc observable.

Le laser R.M.N. détecte des signaux d'entrée de faible amplitude et la sensibilité du "laser détecteur" augmente en $(A_c - A)^{1.5}$ lorsque l'amplitude A de modulation du facteur de qualité Q se rapproche de A_c , valeur de l'amplitude de modulation de Q correspondant au doublement de période.

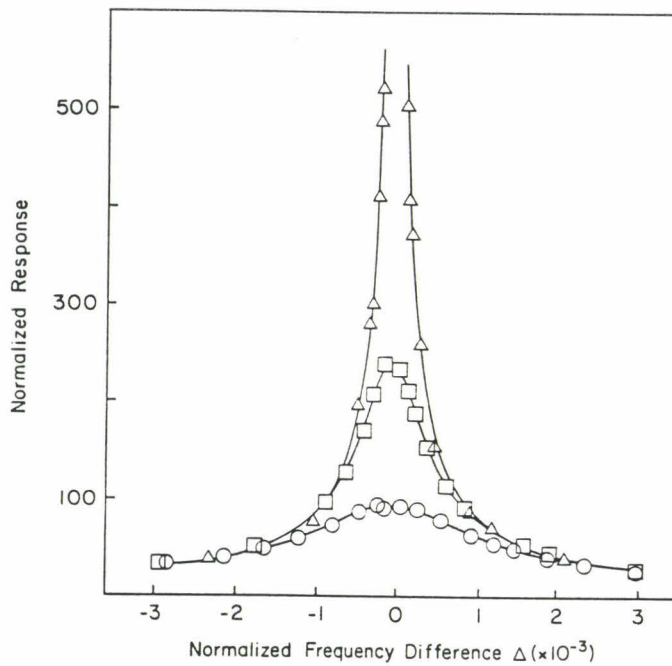


Figure 2.1. : Réponse de l'oscillateur de Duffing, forcé aux fréquences ω et $\frac{\omega}{2} + \Delta\omega$, en fonction de l'écart $\Delta\omega$ [Wiesenfeld et McNamara 1985]

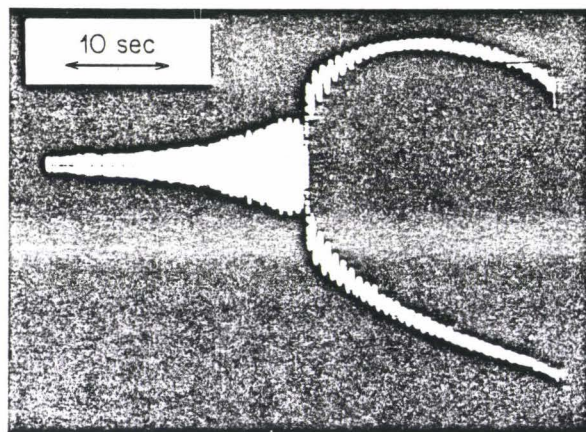


Figure 2.2 : Diagramme de bifurcation du laser R.M.N. [Derighetti et al. 1985]

Désamplification du signal

Bocko et Battiato [Bocko et Battiato 1988] ont élargi cette étude en considérant la phase de la réponse. Ils ont analysé le comportement d'une diode à jonction PN, élément non linéaire d'un circuit résonant RLC. Les mesures sensibles à la phase de la réponse du système ont mis en évidence un comportement d'amplification sélective sur une phase et de désamplification sur la phase en quadrature.

Un taux d'amplification de la puissance du signal de 33 dB et un taux de désamplification de 10 dB, à 90% de la tension de bifurcation ont ainsi été mis en évidence en appliquant aux bornes de leur circuit un signal de "pompe" de forte amplitude de fréquence f_p et un signal de "sonde" de faible amplitude de fréquence $\frac{f_p}{2} + \Delta f$ où Δf est très faible devant $\frac{f_p}{2}$.

Nous avons mené des expériences de ce type au voisinage des points de bifurcation T-2T et 2T-4T de la cascade de Feigenbaum, présentée par le laser CO₂ à pertes modulées.

Dans une première partie, nous décrivons le dispositif utilisé pour l'analyse en phase de la réponse du laser.

Dans une deuxième partie, nous présentons les résultats expérimentaux relatifs à l'amplification sélective, obtenue sur la composante en phase et déterminons expérimentalement les exposants critiques.

La troisième partie est consacrée à l'étude de la désamplification obtenue sur la composante en quadrature de phase et à l'exposé de la sensibilité des mesures au réglage de la phase.

I - EXPERIENCE

I.1 - Système étudié

Le laser CO₂ à pertes modulées (cf paragraphe I du chapitre 1) est associé à une chaîne de détection conçue pour l'analyse en phase que nous nous proposons de mener dans ce chapitre.

Trois signaux sont simultanément appliqués aux bornes du modulateur électro-optique (figure 2.3), un signal de "pompe" sinusoïdal $v_p(t)$, de forte amplitude V_p et de fréquence f_p , et un signal de "sonde" sinusoïdal $v_s(t)$, de faible amplitude V_s et de fréquence $f_s = \frac{f_p}{2} + \Delta f$, où Δf est un écart fréquentiel faible par rapport à $\frac{f_p}{2}$ qui est la fréquence des oscillations présentées par le système après bifurcation. Ces deux signaux sont additionnés à une tension continue V_{dc} , qui fixe le point de fonctionnement du modulateur.

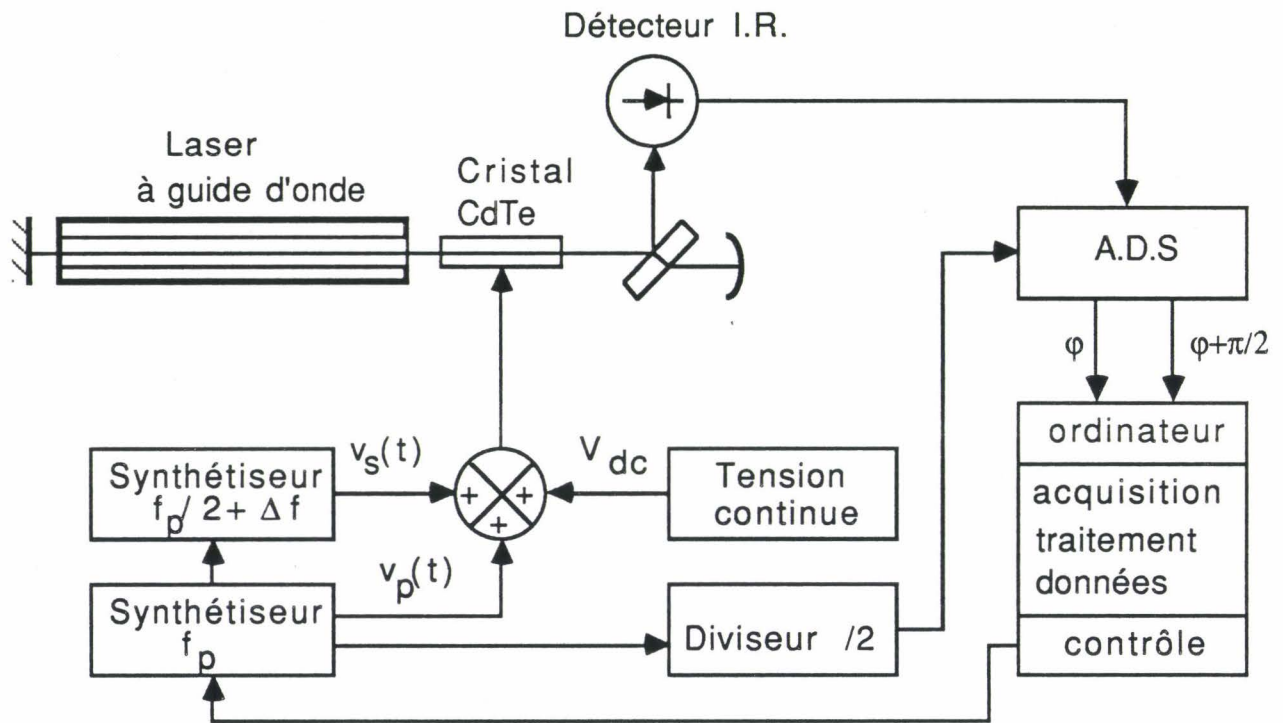
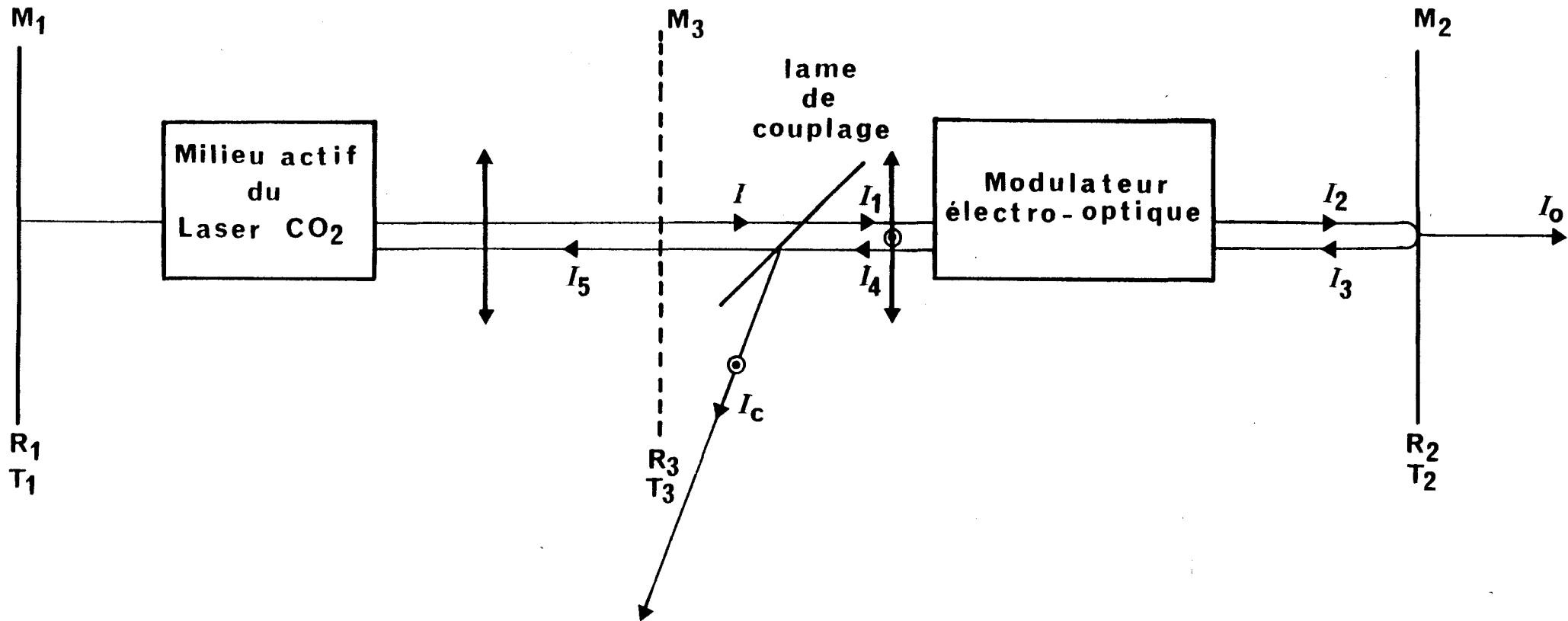


Figure 2.3 : Banc expérimental

La tension totale $v(t)$ appliquée sur le modulateur est donc :

$$v(t) = V_{dc} + v_p(t) + v_s(t)$$

avec $v_p(t) = V_p \sin \omega_p t$ et $v_s(t) = V_s \sin \omega_s t$, où $\omega_p = 2\pi f_p$ et $\omega_s = 2\pi f_s$



*Figure 2.4: Configuration du laser CO₂ à pertes modulées.
Représentation de la cavité équivalente*

Le déphasage $\Gamma(t)$ du champ optique incident résulte de la superposition des trois tensions, soit :

$$\Gamma(t) = \Gamma_{dc} + \Gamma_p \sin \omega_p t + \Gamma_s \sin \omega_s t$$

$$\text{où } \Gamma_{dc} = \frac{\pi V_{dc}}{V_\pi}, \Gamma_p = \frac{\pi V_p}{V_\pi} \text{ et } \Gamma_s = \frac{\pi V_s}{V_\pi}$$

I.1.1. - Détermination du taux de pertes κ

Comme dans le chapitre 1, nous considérons la cavité équivalente du laser CO₂ composée des miroirs M₁ de coefficient de réflexion 100% et M₃ de coefficients de réflexion R₃ et de transmission T₃ (figure 2.4).

En tenant compte des coefficients de réflexion R_ℓ et de transmission a de la lame, des coefficients de réflexion R et d'absorption α du modulateur ainsi que du coefficient de réflexion R₂ du miroir M₂, R₃ et T₃ s'écrivent :

$$\begin{aligned} R_3 &= a^2 (1-R)^4 \exp(-2\alpha\ell) R_2 (1 - R_\ell \sin^2\Gamma(t)) \\ &= R' (1 - R_\ell \sin^2\Gamma(t)) \end{aligned}$$

$$T_3 = a R_\ell (1-R)^4 \exp(-2\alpha\ell) R_2 \sin^2\Gamma(t)$$

Le développement en série de $\sin^2 \Gamma(t)$ donne :

$$\begin{aligned} \sin^2 \Gamma(t) &\approx 1 - \cos 2\Gamma_{dc} J_0(2\Gamma_p) J_0(2\Gamma_s) \\ &+ \sin 2\Gamma_{dc} [J_1(2\Gamma_p) J_0(2\Gamma_s) \sin \omega_p t + J_0(2\Gamma_p) J_1(2\Gamma_s) \sin \omega_s t] \\ &+ \cos 2\Gamma_{dc} J_1(2\Gamma_p) J_1(2\Gamma_s) [\cos(\omega_p + \omega_s)t + \cos(\omega_p - \omega_s)t] + \dots \end{aligned}$$

Les pertes κ du laser sont modulées suivant la relation :

$$\kappa = \kappa_0 (1 + m \sin \omega_p t + \ell \sin \omega_s t + \dots)$$

où κ_0 est le taux de pertes en absence de modulation, m et ℓ sont les taux de modulation des pertes dûs respectivement aux signaux de fréquences f_p et f_s .

En tenant compte des pertes des différents éléments de la cavité (cf chapitre 1) :

$$\kappa = \frac{c}{2L} \left[1 - R' \left(1 - R\ell \sin^2(\Gamma_{dc} + \Gamma_{ac} \sin \omega_{mt} + \ell \sin \omega_{st}) \right) \right]$$

Les déphasages Γ_p et Γ_s étant très faibles devant 1, on en déduit que :

$$\kappa_0 = \frac{c}{2L} \left[1 - R' \left(1 - R\ell \frac{1 - \cos 2\Gamma_{dc} (1 - \Gamma_p^2)(1 - \Gamma_s^2)}{2} \right) \right]$$

$$m = R\ell R' \frac{c}{2L\kappa_0} \Gamma_p (1 - \Gamma_s^2) \sin 2\Gamma_{dc}$$

et

$$\ell = R\ell R' \frac{c}{2L\kappa_0} \Gamma_s (1 - \Gamma_p^2) \sin 2\Gamma_{dc}$$

L'évolution de m en fonction de la tension de "pompe" $V_p = V_{ac}$ est représentée sur la figure 2.5.

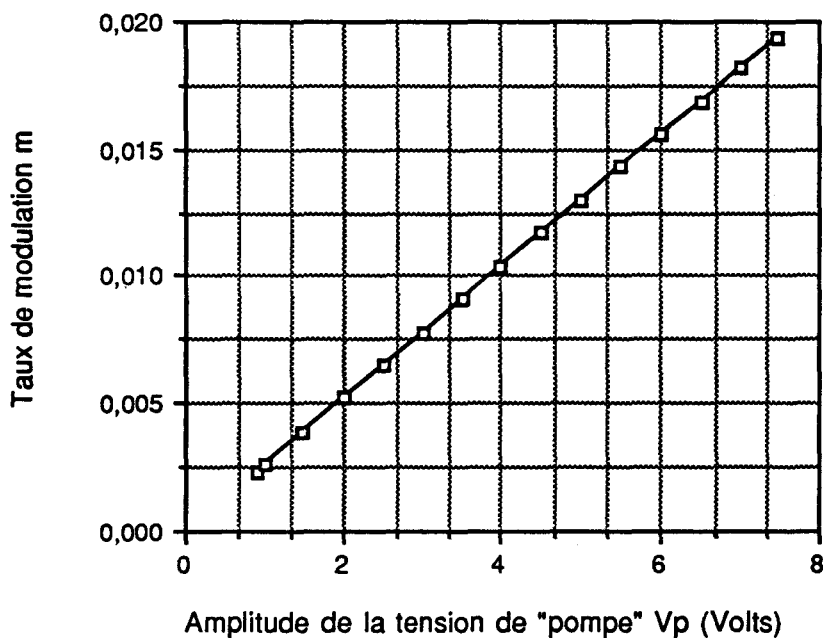


Figure 2.5 : Evolution du taux de modulation m en fonction de l'amplitude de la tension de "pompe" V_p (Volts)

I.1.2. - Détermination de la puissance couplée P_c

Dans le cas d'un laser CO_2 , la puissance P_c de sortie du laser est donnée par [Rigrod 1965] :

$$P_c = \frac{A I_s T_2 \sqrt{R_1} (g_0 L + 1/2 \ln(R_1 R_2))}{(\sqrt{R_1} + \sqrt{R_2}) (1 - \sqrt{R_1 R_2})}$$

où R_1, R_2, T_1, T_2 sont respectivement les coefficients de réflexion et de transmission des miroirs M_1 et M_2

L est la longueur du laser

g_0 est le coefficient de gain non saturé du laser

I_s est le paramètre de saturation du milieu laser

En considérant la cavité équivalente composée des miroirs M_1 de coefficient de réflexion 100% et M_3 de coefficients de réflexion R_3 et de transmission T_3 , l'expression de la puissance P_c couplée à l'extérieur par la lame de Brewster se simplifie suivant :

$$P_c = \frac{A I_s T_3 (g_0 L + 1/2 \ln(R_3))}{(1 - R_3)}$$

Dans cette expression R_3 est la valeur moyenne $R_{3\text{moy}}$ qui est le coefficient de réflexion, "vu" par le laser. $R_{3\text{moy}}$ s'écrit :

$$R_{3\text{moy}} = R' [1 - R_\ell (1 - \cos 2\Gamma_{dc}) J_0(2\Gamma_p) J_0(2\Gamma_s)]$$

La valeur de T_3 qui est fonction de la fréquence va donner les valeurs de la puissance couplée moyenne $P_{c\text{moy}}$ et des puissances $P_c(\omega_p)$, $P_c(\omega_s)$, $P_c(\omega_p + \omega_s)$ et $P_c(\omega_p - \omega_s)$ aux fréquences respectives ω_p , ω_s , $\omega_p + \omega_s$ et $\omega_p - \omega_s$.

$$P_c(\omega_p) = m \frac{A I_s}{a} (g_0 L + \frac{1}{2} \ln(1 - \frac{2L\kappa_0}{c})) = m P_1$$

$$P_c(\omega_s) = \ell P_1$$

$$P_c(\omega_p + \omega_s) = P_c(\omega_p - \omega_s)$$

$$= R_\ell R' \cos 2\Gamma_{dc} J_1(2\Gamma_p) J_1(2\Gamma_s) P_1$$

I.1.3. - Détermination des signaux $v_0(t)$ et $v_{\pi/2}(t)$ issus de la chaîne de détection

Les signaux de "pompe" et de "sonde" sont verrouillés en phase. La puissance optique couplée P_c est reçue par un détecteur HgCdTe, qui filtre la fréquence optique et convertit la puissance reçue en un signal électrique $v_d(t)$:

$$v_d(t) = \eta (P_{cmoy} + P_c(\omega_p) \sin(\omega_p t + \varphi) + P_c(\omega_s) \sin(\omega_s t + \varphi) + P_c(\omega_p + \omega_s) \sin((\omega_p + \omega_s)t + 2\varphi) + P_c(\omega_p - \omega_s) \sin(\omega_p - \omega_s)t + \dots)$$

où η est la sensibilité du détecteur.

Le signal $v_d(t)$ et un signal de référence carré $v_r(t)$ de fréquence fondamentale $f_r = \frac{f_p}{2}$ sont appliqués aux bornes d'un Amplificateur à Détection Synchrones (ADS) ce qui permet d'extraire la réponse du système, du bruit de la chaîne de détection.

Le détecteur synchrone double effectue une détection en phase et en quadrature du signal par la modulation de $v_d(t)$ avec le signal de référence $v_r(t)$ et avec ce dernier déphasé de $\pi/2$.

Les deux signaux résultant passent ensuite dans un filtre passe-bas de bande passante 250Hz fixée par la constante de temps de l'ADS. Les signaux filtrés $v_0(t)$ et $v_{\pi/2}(t)$ s'écrivent alors :

$$v_0(t) \approx P_{cmoy} + P_c(\omega_s) \sin(2\pi\Delta f t + \varphi) + P_c(\omega_p - \omega_s) \sin(2\pi\Delta f t) + \dots$$

$$v_{\pi/2}(t) \approx P_{cmoy} + P_c(\omega_s) \cos(2\pi\Delta f t + \varphi) + P_c(\omega_p - \omega_s) \cos(2\pi\Delta f t) + \dots$$

Les signaux $v_0(t)$ et $v_{\pi/2}(t)$ sont en quadrature de phase. Le signal $v_0(t)$ est appelé composante en phase avec le signal de "pompe" et $v_{\pi/2}(t)$ composante en quadrature de phase.

Ils sont envoyés aux bornes d'un oscilloscope numérique LeCroy 9400 et enregistrés dans l'ordinateur Hewlett Packard 9310 sous forme de fichiers 32000 points.

Ils sont ensuite transférés sur PC Compaq et traités par Transformée de Fourier Rapide. Nous étudierons le spectre de puissance de ces signaux, représenté en échelle logarithmique ($10 \log_{10} |S|^2$).

II-AMPLIFICATION SELECTIVE SUR LA COMPOSANTE EN PHASE

Dans ce paragraphe, nous souhaitons analyser le comportement de la réponse du système $v_0(t)$ à l'approche des points de doublements de période T-2T et 2T-4T. Pour atteindre cet objectif, un signal de "sonde" de faible amplitude est appliqué sur le modulateur électro-optique de manière à tester la réponse linéaire du système lorsqu'il est amené dans des conditions non-linéaires c'est-à-dire au voisinage des bifurcations, par l'intermédiaire d'un signal de "pompe".

II.1 - Etude expérimentale

II.1.1. - Transition T-2T

Nous amenons le système d'un régime linéaire à la fréquence f_p à un régime non linéaire à la fréquence $\frac{f_p}{2}$ en faisant varier l'amplitude du signal de "pompe" V_p d'une amplitude initiale V_{pinit} à une amplitude finale V_{pfin} . Afin de se placer dans de bonnes conditions de stabilité du laser, nous choisissons de piloter en mode rafale le synthétiseur qui délivre V_p , par l'ordinateur HP 9310.

V_{pfin} est peu différente de la tension V_{bif} , correspondant à l'amplitude de la tension de "pompe" au point de bifurcation du laser vers le régime 2T périodique. Il est donc nécessaire de mesurer, préalablement à l'expérience, la valeur de V_{bif} . Elle est évaluée à 15.3 V dans les conditions des expériences rapportées ci-après.

Nous donnons à l'amplitude V_s du signal de "sonde" une faible valeur par rapport à V_p de façon à minimiser la perturbation apportée au système. Elle est choisie égale à 5.3% de V_{bif} . La réponse du système est alors quasi linéaire par rapport à V_s ($1 - \Gamma_s^2$ est de l'ordre de 1 dans l'expression de m) et non linéaire par rapport à V_p .

Les fréquences de "pompe" et de "sonde" sont respectivement $f_p = 190$ kHz et $f_s = \frac{f_p}{2} + \Delta f$ où $\Delta f = 100$ Hz. Le choix de l'écart en fréquence de 100Hz résulte du fait que plus l'écart est faible plus les effets observés sont importants [Wiesenfeld et Mc Namara 1985]. Cependant nous ne pouvons pas choisir une fréquence trop basse pour des questions de sensibilité de l'ADS. De plus, l'écart Δf doit être dans la bande passante de l'ADS fixée à 250Hz (constante de temps choisie à 1ms). (L'ADS est introduit ici car nous effectuons les acquisitions de données simultanément sur les composantes en phase et en quadrature de phase avec le signal de pompe).

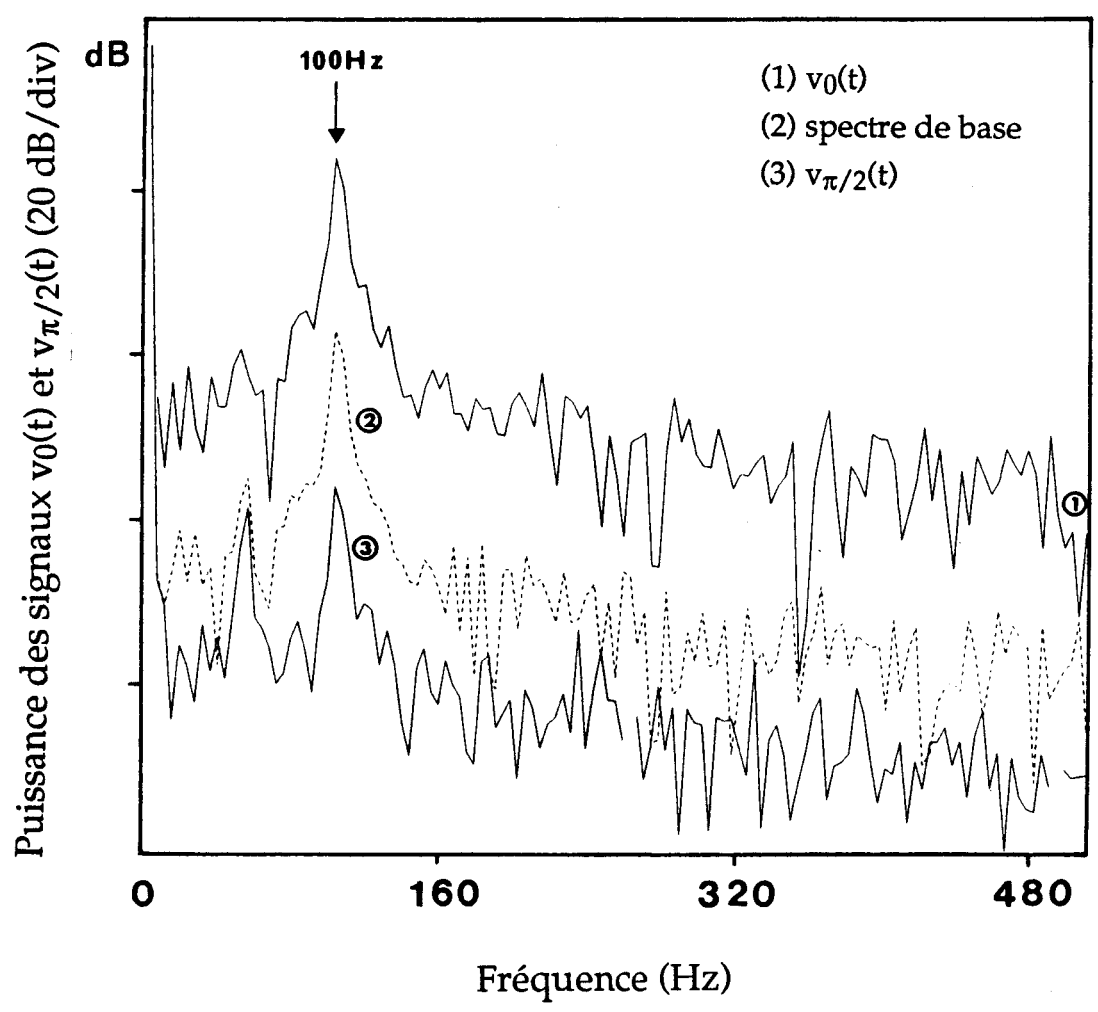
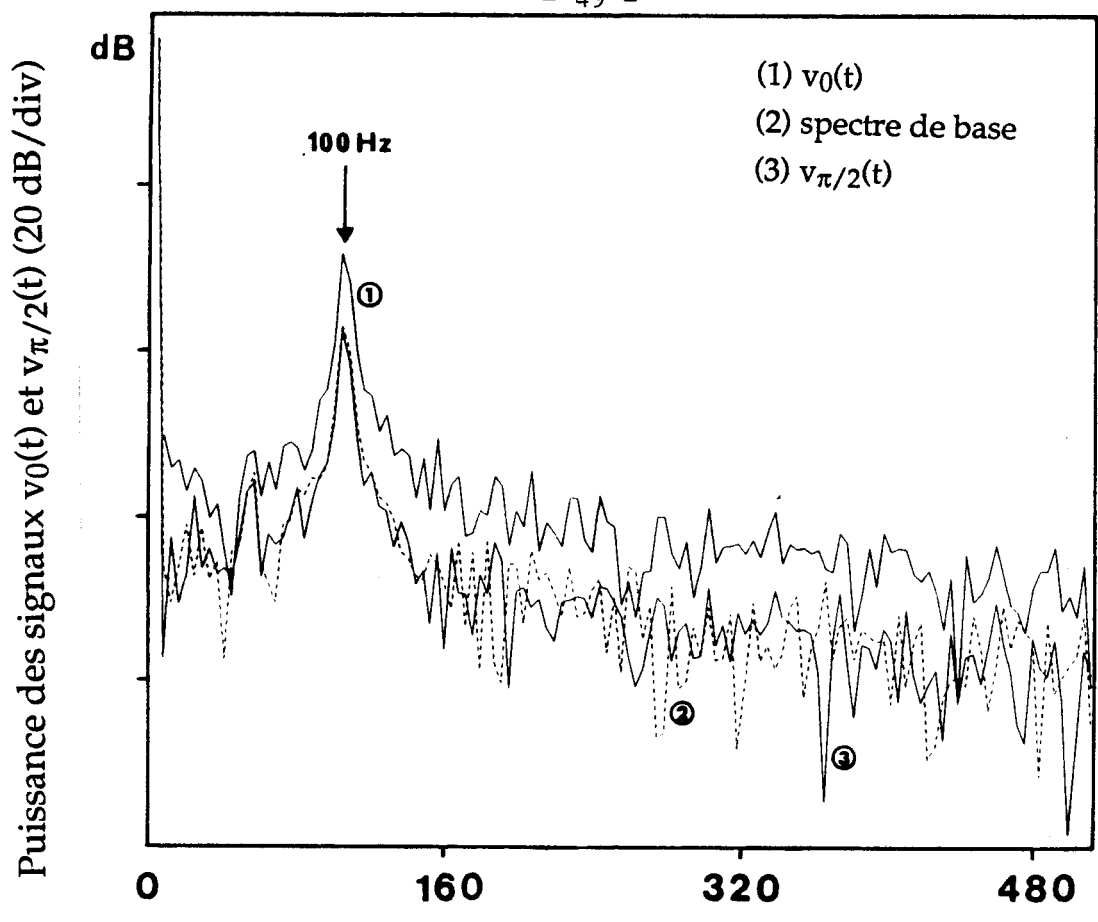


Figure 2.6 : Spectres en puissance des signaux $v_0(t)$ et $v_{\pi/2}(t)$

(a) Loin de la bifurcation

(b) Au voisinage proche de la bifurcation

Nous faisons varier V_p de $V_{pinit} = 11.8\%$ à $V_{pfin} = 97.5\%$ de la tension de bifurcation V_{bif} et stockons les signaux dans une mémoire tampon transférée à la fin de l'expérience dans la mémoire vive de l'ordinateur HP.

A $V_p = 12\%$ de la tension de bifurcation, c'est-à-dire *loin de la bifurcation*, les spectres en puissance des deux signaux $v_0(t)$ et $v_{\pi/2}(t)$ sont confondus (figure 2.6). Nous prenons ce spectre comme base pour évaluer la variation du signal en phase $v_0(t)$ lorsque l'on se rapproche du point de bifurcation.

Nous observons que, dans ce cas, la puissance du signal en phase $v_0(t)$ augmente de façon très importante en fonction de la tension de "pompe" (figure 2.7).

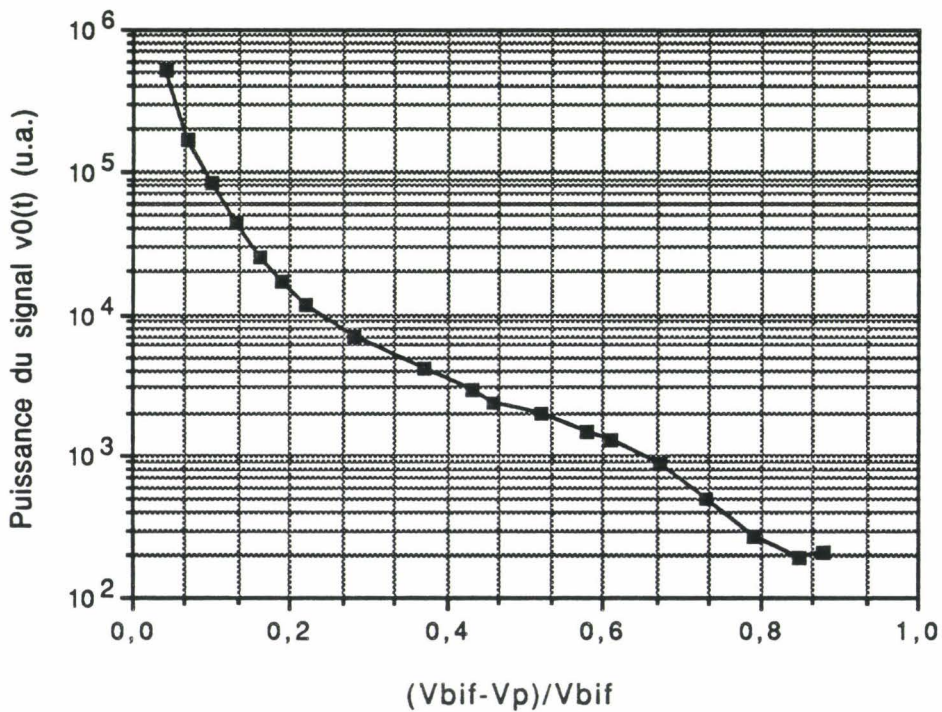


Figure 2.7. : Evolution du signal $v_0(t)$ en fonction de la distance au point de bifurcation

Cette composante présente un comportement d'amplification sélective semblable à celui décrit par Derighetti et al. sur le laser R.M.N. [Derighetti et al. 1985].

Nous allons comparer ces résultats expérimentaux par rapport à ceux issus de l'étude de la transition suivante de doublements de période.

II.1.2. - Transition 2T-4T

Nous amenons le système au voisinage de la transition du régime non linéaire à la fréquence $\frac{f_p}{2}$ au régime non linéaire à la fréquence $\frac{f_p}{4}$, en faisant varier l'amplitude du signal de "pompe" de 5% à 99% de la tension de bifurcation qui vaut ici $V_{bif} = 108$ mV. La valeur très différente de l'amplitude de V_{bif} s'explique par le fait que le barreau présente une résonance mécanique autour de 380 kHz de telle sorte que l'amplitude de la tension de "pompe" est très amplifiée contrairement à celle de la tension de "sonde". C'est pourquoi nous fixons l'amplitude de la tension de "sonde" à 400mV.

La fréquence de "pompe" est choisie égale à $f_p = 4 f_s = 382,4$ kHz où f_s est la fréquence de sonde utilisée dans l'étude du cas de la transition T-2T et $\Delta f = 100$ Hz.

A $V_p = 5\%$ de l'amplitude de la tension de bifurcation, l'enregistrement des spectres en puissance des signaux $v_0(t)$ et $v_{\pi/2}(t)$ fournit le spectre de "base". L'observation du spectre du signal $v_0(t)$ montre un signal dont la puissance augmente très fortement en se rapprochant du point de bifurcation : à $V_p = 83\%$ de la tension de bifurcation, l'amplification est de 11dB par rapport au signal de base.

Le système présente donc également un comportement d'amplification sélective sur la composante en phase au voisinage de la bifurcation 2T-4T.

Dans le paragraphe suivant, nous présentons les lois d'échelle et notamment les exposants critiques régissant la divergence de ce phénomène d'amplification sélective au voisinage de la bifurcation.

II.2 - Lois d'échelle

II.2.1 - Exposants critiques

Afin de mettre en évidence des lois d'échelle de l'augmentation de la puissance du signal en phase au voisinage des bifurcations de doublements de période, nous avons tracé les courbes en coordonnées log-log de la puissance du signal en phase en fonction de $\alpha = \left(\frac{V_{bif} - V_p}{V_{bif}} \right)$ (figure 2.8).

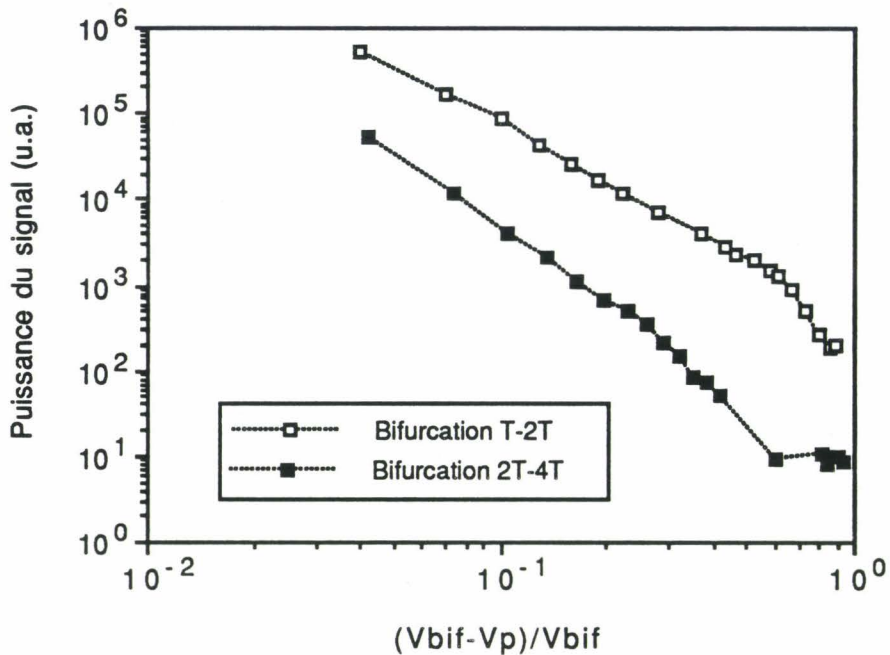


Figure 2.8 : Puissance du signal en phase $v_0(t)$ en fonction de la distance normalisée par rapport à l'amplitude de la tension de bifurcation V_{bif}

Les "fits" des droites ont donné des exposants critiques égaux à $2,7 \pm 0,1$, dans le cas de la transition T-2T et $2,93 \pm 0,08$, dans le cas de la transition 2T-4T. L'erreur de 5% sur les exposants critiques est une valeur donnée par les "fits" des droites.

Ces exposants sont voisins de l'exposant critique pour le gain en puissance égal à 3 trouvé sur le laser R.M.N, par Derighetti et al. .

II.2.2 - Variation des exposants critiques en fonction de la tension de bifurcation

Il est important de tester la robustesse de ces résultats par rapport au choix de la valeur de V_{bif} . En effet, dans la détermination des lois d'échelle, il faut connaître avec certitude la valeur de l'origine qui est ici le point de bifurcation. Or, nous avons déterminé, de façon expérimentale, V_{bif} avant de procéder aux enregistrements des signaux. La valeur réelle de la tension de bifurcation peut évoluer pendant la mesure par suite de la dérive lente des paramètres expérimentaux.

Nous faisons varier la valeur choisie pour V_{bif} entre la valeur déterminée expérimentalement au début de l'expérience et l'amplitude de la

tension de "pompe" V_{pfin} . Pour cela, nous traçons pour chaque valeur possible de V_{bif} les courbes de la puissance du signal en phase $v_0(t)$ en fonction de α .

Dans les tableaux 1 et 2, sont notés la valeur de l'exposant critique et le coefficient de corrélation calculés pour différentes valeurs de V_{bif} dans le cas des transitions T-2T et 2T-4T.

Les coefficients de corrélations peu différents de l'unité attestent de la qualité de la loi d'échelle trouvée.

V_{bif}	Exposant critique	Coefficient de corrélation
15.3 V (expérience)	-2.711	0.990
15.2 V	-2.517	0.988
15.1 V	-2.415	0.987

Tableau 1 : Valeurs des exposants critiques en fonction de la tension de bifurcation dans le cas de la transition T-2T

V_{bif}	Exposant critique	Coefficient de corrélation
0.108 V (expérience)	-2.934	0.994
0.107 V	-2.774	0.994
0.106 V	-2.589	0.992

Tableau 2 : Valeurs des exposants critiques en fonction de la tension de bifurcation dans le cas de la transition 2T-4T

Dans les deux cas, les coefficients les plus proches de 1 correspondent aux valeurs expérimentales de V_{bif} qui apparaissent donc comme les meilleures.

Nous exposons maintenant les résultats obtenus sur la composante en quadrature $v_{\pi/2}(t)$ de la réponse du système.

III - DESAMPLIFICATION DU SIGNAL EN QUADRATURE

III.1 - Transitions T-2T et 2T-4T

III.1.1.- Transition T-2T

Le spectre de "base" est celui que nous avons enregistré pour une amplitude de "pompe" très faible (12%) par rapport à celle de bifurcation. Dans un voisinage proche de la bifurcation, on observe un phénomène de désamplification du signal en quadrature $v_{\pi/2}(t)$. Le taux de compression peut être important et atteint un maximum évalué à -19 dB par rapport au spectre de "base", pour $V_p = 83\%$ de V_{bif} (figure 2.9).

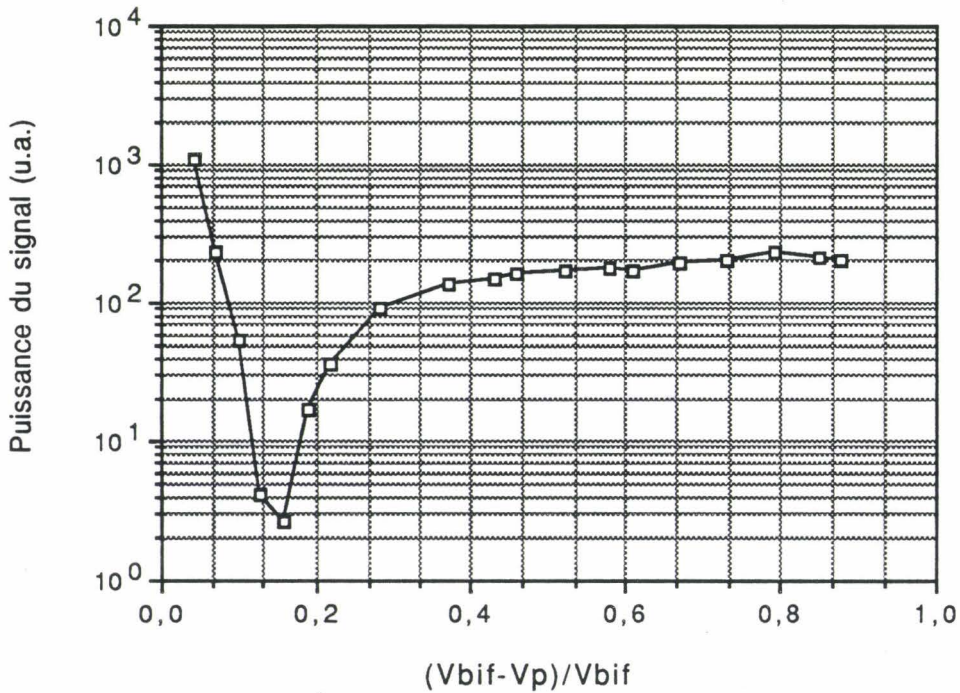


Figure 2.9 : Evolution de la puissance du signal en quadrature $v_{\pi/2}(t)$ de la transition T-2T en fonction de la distance normalisée par rapport à l'amplitude de la tension de bifurcation V_{bif} .

Comme le montre la figure 2.9, il existe au voisinage de la bifurcation une zone relativement étroite de paramètre où la réponse en quadrature est sévèrement atténuée. Au voisinage immédiat de la bifurcation, la compression est suivie par une amplification très importante du signal, atteignant +19dB.

Des mesures similaires ont été entreprises au voisinage de la bifurcation suivante et un comportement semblable a été observé lorsque celle-ci est approchée.

III.1.2.- Transition 2T-4T

Dans un voisinage proche de la bifurcation 2T-4T, à $V_p = 83\%$ de l'amplitude de la tension de bifurcation, le spectre du signal en quadrature est maintenant atténué de 8 dB par rapport au spectre de "base" défini figure 2.10. Le taux de désamplification est nettement moins important que dans le cas de la transition T-2T. Ensuite, le signal $v_{\pi/2}(t)$ est amplifié au voisinage immédiat de la bifurcation.

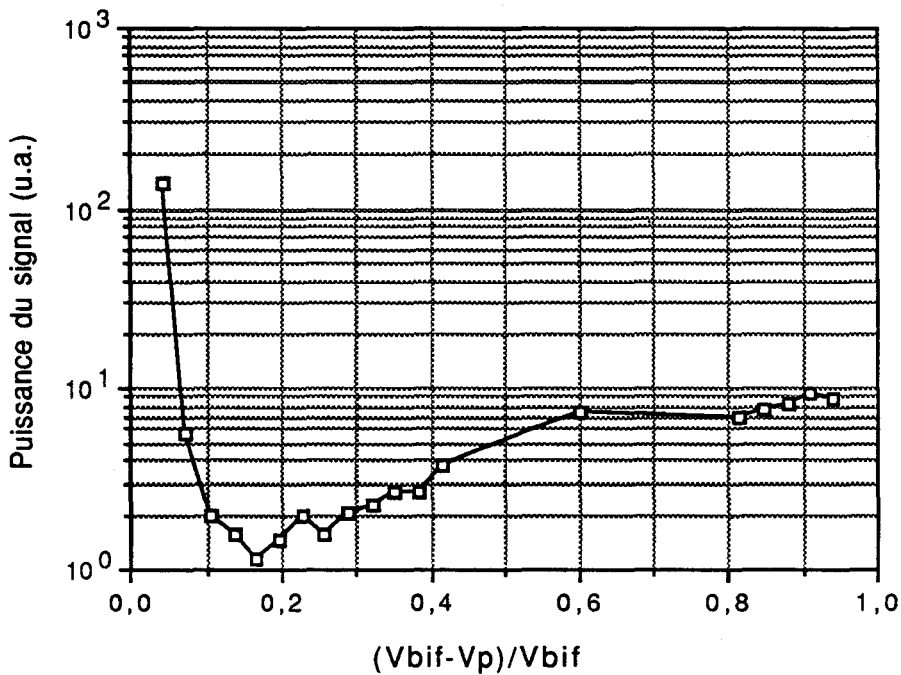


Figure 2.10: Evolution de la puissance du signal en quadrature $v_{\pi/2}(t)$ de la transition 2T-4T en fonction de la distance normalisée par rapport à l'amplitude de la tension de bifurcation V_{bif} .

Au voisinage de la bifurcation 2T-4T, on observe donc qualitativement les mêmes effets qu'au voisinage de la bifurcation précédente. Ceux-ci sont cependant moins marqués dans le dernier cas, ce qui peut s'interpréter par l'effet des fluctuations techniques des paramètres. En effet, compte-tenu de l'étroitesse du domaine où la désamplification est observée, on s'attend à ce que cet effet soit

plus faible lorsque par suite des fluctuations inévitables pratiquement des paramètres de contrôle, le point de bifurcation se déplace. Les effets sont alors en quelque sorte moyennés ce qui se traduit par une réduction de leur amplitude.

III.2 - Réglage de la phase

A cette étape de l'expérience, nous avons voulu vérifier le rôle joué par le réglage de la mise en phase du signal de référence avec le signal de "pompe". Nous avons, numériquement, fait "tourner" la phase en appliquant la matrice de rotation aux signaux temporels en phase $v_0(t)$ et en quadrature $v_{\pi/2}(t)$ soit :

$$\begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_0(t) \\ v_{\pi/2}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v'_0(t) \\ v'_{\pi/2}(t) \end{bmatrix}$$

Les courbes de la puissance du signal en quadrature en fonction de α pour diverses valeurs de φ , dans le cas de la transition T-2T, sont présentés figure 2.11.

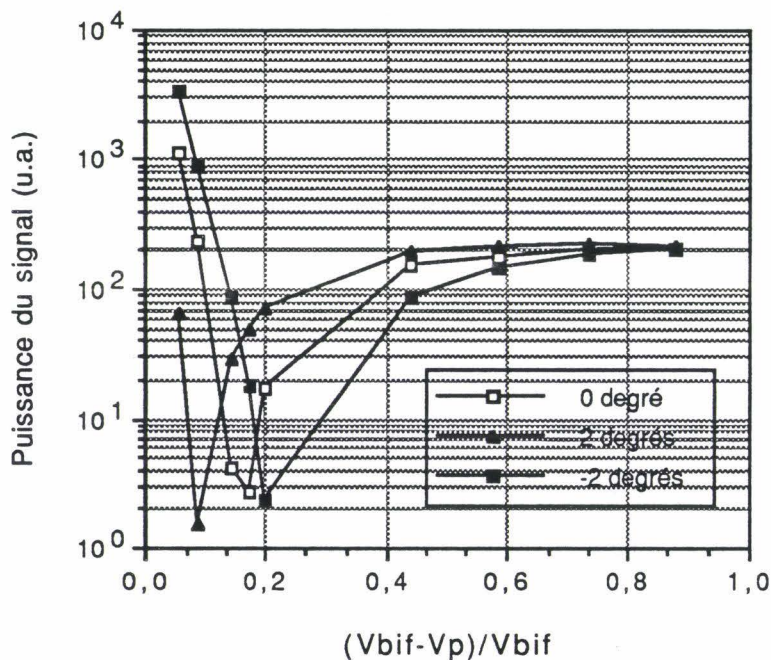


Figure 2.11 : Rotation φ de la phase par rapport au réglage original ($\varphi = 0^\circ, 2^\circ$ et -2°)

L'exploitation de ces courbes a montré que le taux de désamplification du signal est supérieur si la phase est tournée de 2° par rapport à celle fixée expérimentalement. Le taux maximum de désamplification, obtenu pour une valeur de $\varphi = +2^\circ$, est de -21.5 dB à 92% de l'amplitude de la tension de bifurcation.

Lorsqu'on augmente φ , le taux de compression diminue et apparaît un comportement d'amplification sélective semblable à celui observé sur l'autre phase (figure 2.12). Ceci montre que le réglage de la phase doit être fait très soigneusement pour éviter que le comportement d'une composante de phase n'influe sur l'autre.

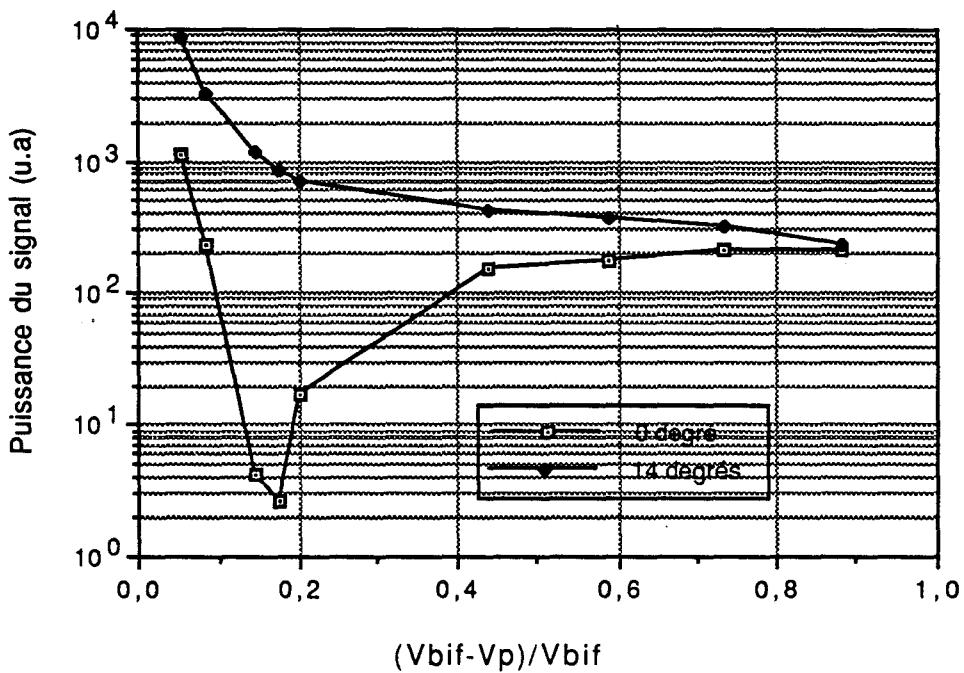


Figure 2.12. : Influence de l'augmentation de la phase φ

CONCLUSION

L'effet d'une perturbation cohérente sur le laser CO₂ à pertes modulées, se traduit par un effet d'amplification sélective du signal en phase et de désamplification du signal en quadrature avec un maximum de désamplification, à 83% de l'amplitude de la tension de bifurcation. Au voisinage immédiat du point de bifurcation, les deux signaux sont fortement amplifiés.

La désamplification du signal en quadrature suivie par une forte amplification a été observée par Bocko et Battiato [Bocko et Battiato 1988] sur un circuit résonant RLC mais n'avait jamais été montrée sur un laser. Nos résultats ont les mêmes ordres de grandeur que ceux de Bocko et Battiato et on peut conjecturer que le comportement observé possède un caractère de généralité important.

De même l'existence d'exposants critiques rappelle ce qui est maintenant classique pour les transitions de phase [Wilson 1989]. Ainsi par exemple dans les corps ferromagnétiques, on a pu mesurer ces exposants critiques associés à la susceptibilité magnétique et à l'aimantation au voisinage du point critique comme nous l'avons fait pour le laser.

Chapitre 3

*Compression et montée du bruit au
voisinage d'une bifurcation de
doublement de période*

INTRODUCTION

L'influence du bruit sur le comportement de *l'ensemble* de la cascade de doublements de période a déjà été étudiée par divers auteurs. En particulier, Crutchfield et al. [Crutchfield et al. 1981] ont montré que le bruit inhérent à un oscillateur amorti, non autonome et anharmonique, tronque la séquence de bifurcations observable après un nombre fini de bifurcations. Pour décrire la façon dont le bruit efface la structure fine du diagramme de bifurcation déterministe, la notion de "fossé de bifurcation" (gap) a été introduite. Le gap suit une loi d'échelle fonction du niveau du bruit d'entrée de la forme :

$$\frac{K_p}{K_{2p}} = \delta^{2/\gamma} = K^2$$

où K_p est le niveau maximum de bruit acceptable pour observer une orbite de période $2p$ au plus, $\delta = 4.6692\dots$ est la constante de Feigenbaum et $\gamma = 0.82 \pm 0.01$ d'où $K = 6.62$. Une augmentation du niveau de bruit de 16.4 dB rend donc inobservable la bifurcation de doublement de période d'ordre $2p$.

Kapral et Mandel [Kapral et Mandel 1985] et Baesens [Baesens 1991] se sont également intéressés à l'influence du bruit sur l'ensemble d'une cascade de doublements de périodes lors de l'étude du phénomène de bifurcations retardées (cf chapitre 1).

Dans ce chapitre, nous allons étudier l'influence du bruit au voisinage d'une seule bifurcation de doublement de période du laser CO₂ à pertes modulées. Nous nous intéressons au comportement du bruit *classique* du laser, qui a pour origine les inhomogénéités thermiques, mécaniques ou optiques présentes dans le système. Nous analysons la réponse en phase et en quadrature du laser avec le signal de "pompe".

Au voisinage d'une bifurcation, nous observons deux étapes successives :
- la première, *au voisinage proche du point de bifurcation*, se traduit par une compression du bruit sur la composante en quadrature et une augmentation du bruit sur la composante en phase,

Ce comportement rappelle celui de la réponse du système à une perturbation cohérente au voisinage du point de bifurcation, mais nous ajoutons maintenant un bruit ayant un spectre large à la sonde périodique et au signal de "pompe" considérés dans le chapitre précédent.

Dans une première partie, nous présentons le système étudié. La modulation appliquée sur le modulateur du laser CO₂ à pertes modulées décrit dans le chapitre 2 est constituée d'un signal de "pompe" de fréquence f_p , d'un signal de "sonde" de fréquence $f_s = f_p + \Delta f$ et d'un signal de bruit blanc. La séquence de situations expérimentales observée en fonction de l'amplitude de la tension de "pompe" est présentée dans ce paragraphe.

Ensuite, dans une deuxième partie, après un rappel des résultats de compression du bruit obtenus dans différents domaines, nous exposons l'étude quantitative de (dés)amplification du bruit que nous avons menée sur le laser CO₂ à pertes modulées.

I - OBSERVATION EXPERIMENTALE

I.1 - Système étudié

Le banc expérimental est celui que nous avons présenté dans le chapitre 2. Cependant, nous souhaitons maintenant étudier le bruit classique du laser au voisinage des bifurcations de doublements de période. Il s'avère que celui-ci est noyé dans le bruit de l'électronique de détection. Pour pallier cet inconvénient expérimental, nous avons ajouté aux signaux cohérents de "pompe" et de "sonde", une source de bruit blanc à l'entrée de notre système (figure 3.1).

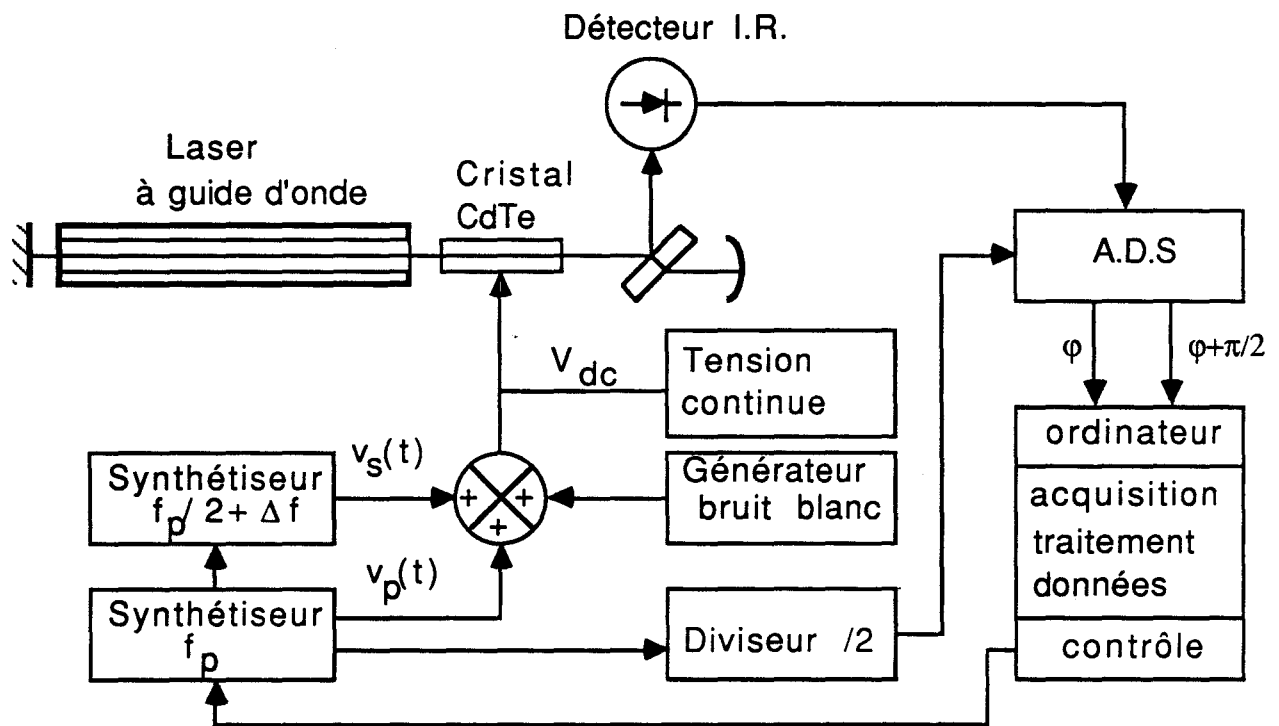


Figure 3.1 : Banc expérimental

La puissance optique issue du laser est reçue par un détecteur HgCdTe, convertie en un signal électrique et appliquée aux bornes de l'Amplificateur à Détection Synchrone, qui délivre deux signaux bruités en phase et en quadrature avec le signal de pompe respectivement appelés $v_0(t)$ et $v_{\pi/2}(t)$.

Afin de visualiser le comportement du bruit de $v_0(t)$ par rapport à $v_{\pi/2}(t)$, nous avons extrait numériquement la porteuse à Δf des signaux temporels $v_0(t)$ et $v_{\pi/2}(t)$ et avons tracé le portrait du bruit de la composante en phase en fonction

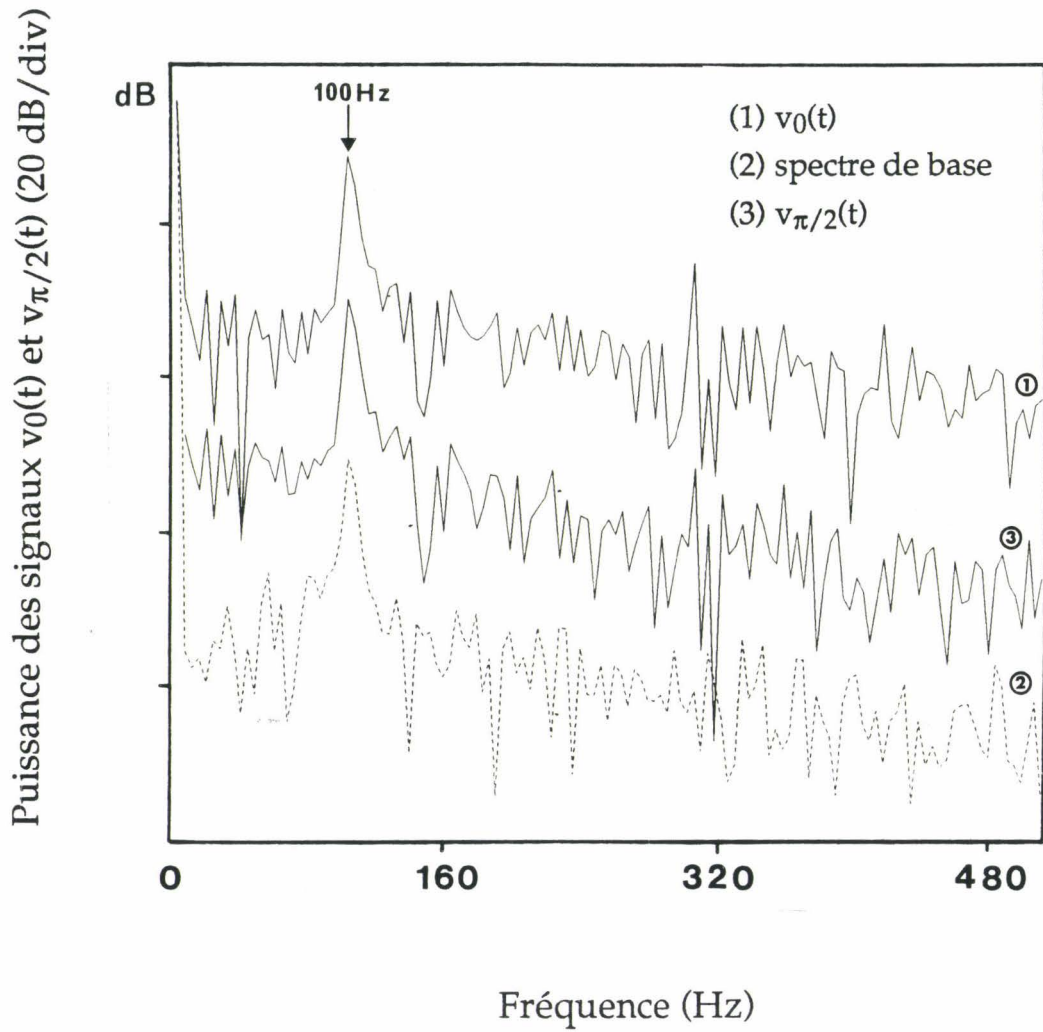


Figure 3.2. : Spectres de puissance des signaux bruités $v_0(t)$ et $v_{\pi/2}(t)$, au voisinage immédiat de la bifurcation

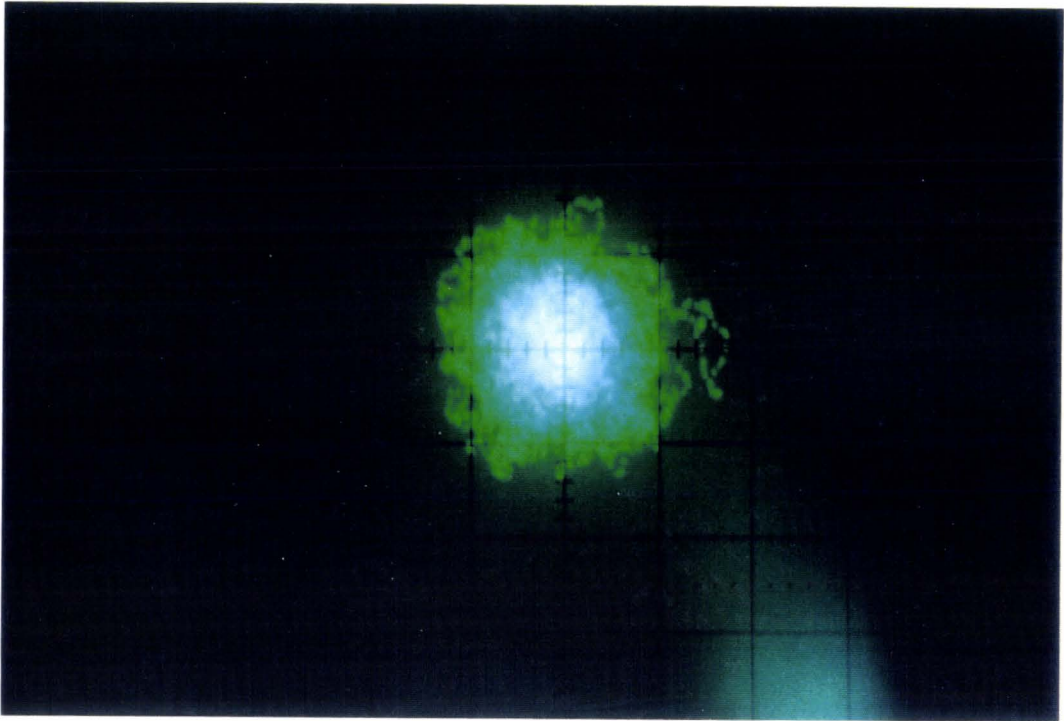


Photo 1: Loin de la bifurcation, le portrait de phase est homogène dans toutes les directions

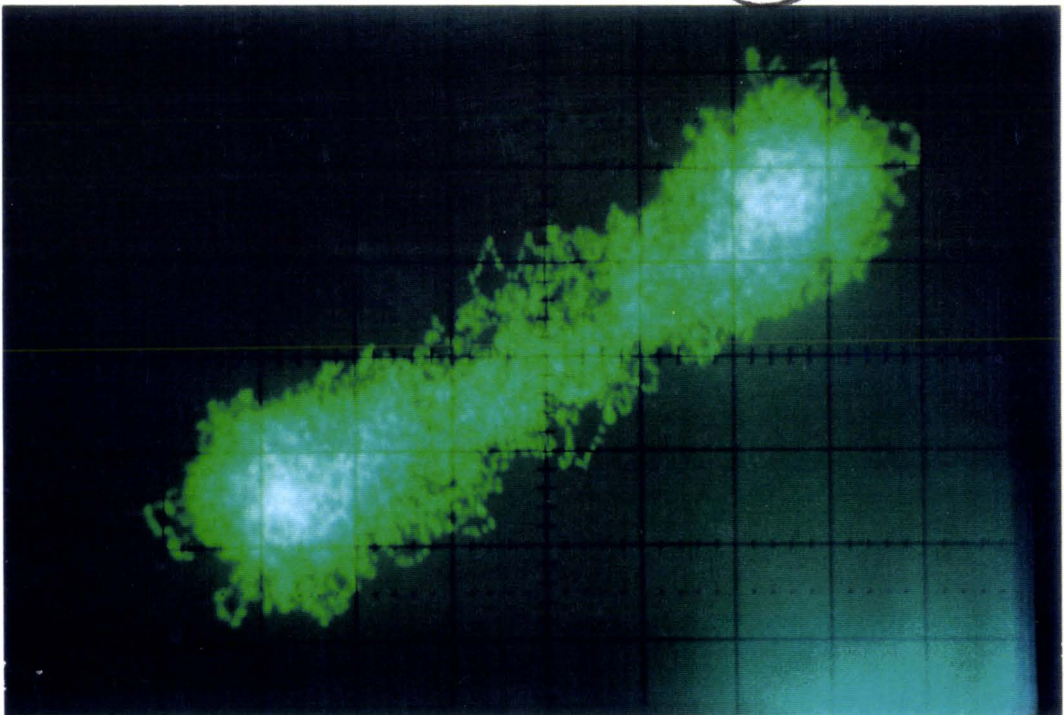


Photo 2 : Dans un voisinage proche de la bifurcation, le bruit est désamplifié sur une phase et amplifié sur la phase en quadrature

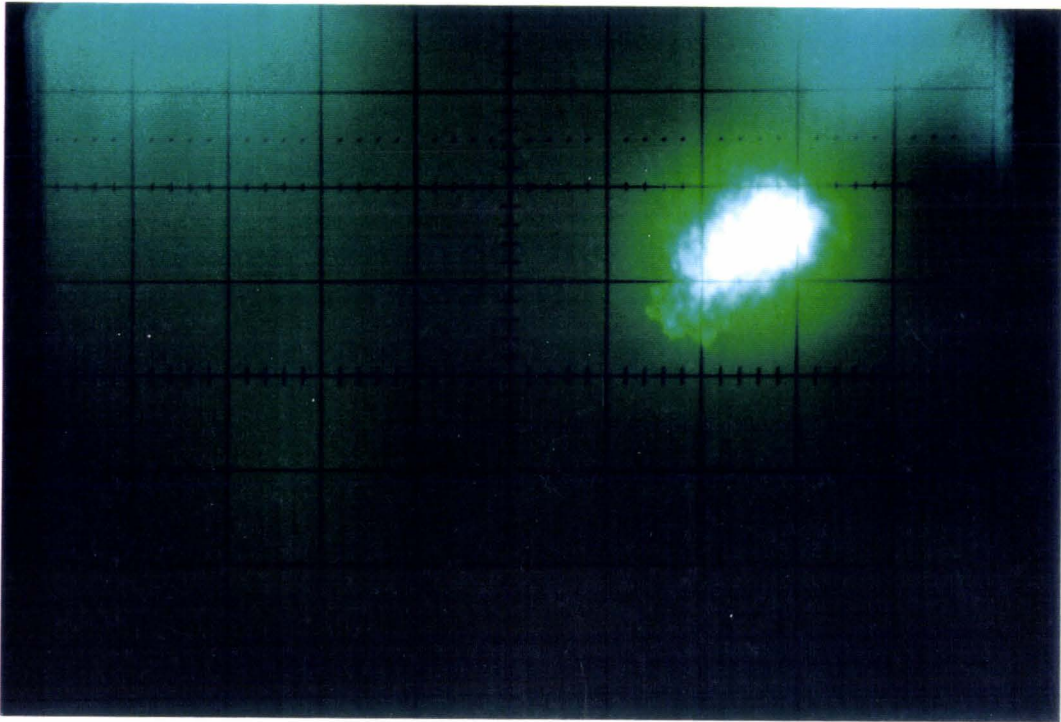


Photo 3 : Dans un voisinage immédiat de la bifurcation, le système évolue entre deux taches.

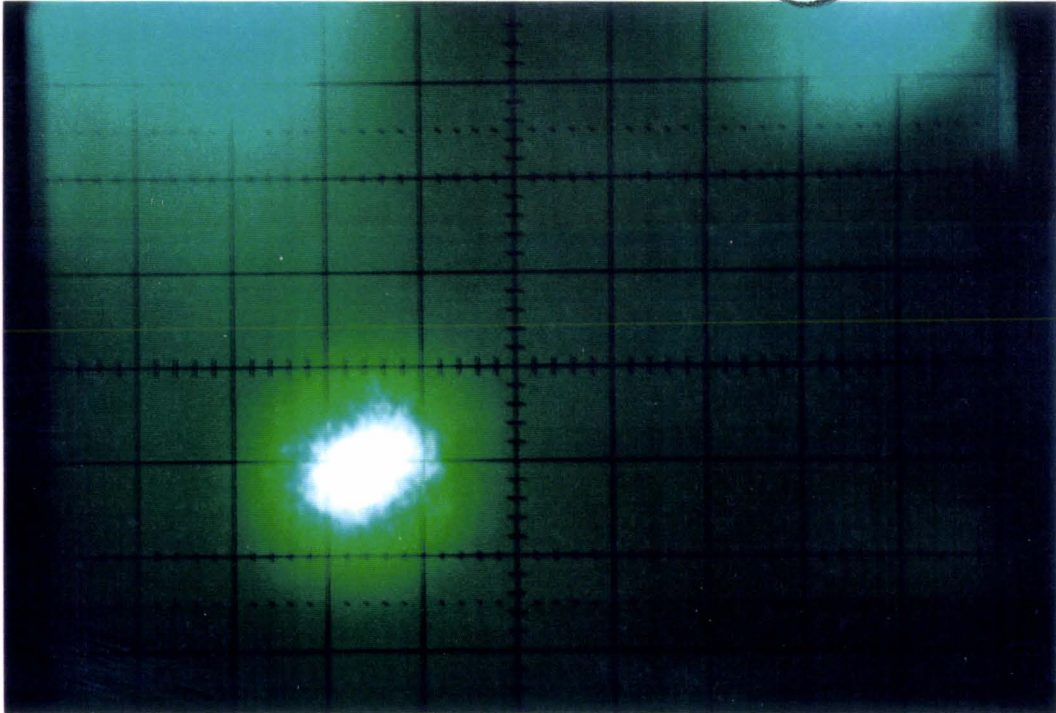


Photo 4: Après la bifurcation, le système se fixe sur une des deux taches. La dispersion due au bruit diminue.

du bruit de la composante en quadrature. Nous avons, de plus, enlevé la composante continue de la porteuse afin d'obtenir des portraits du bruit centrés en 0.

L'étude expérimentale a été menée dans le cas des transitions T-2T et 2T-4T . Nous avons fait varier l'amplitude du signal de "pompe" et avons observé trois situations caractéristiques, *loin de la bifurcation* où le comportement du système est linéaire, *au voisinage proche de la bifurcation*, où la composante du bruit en phase est fortement amplifiée tandis que celle en quadrature est comprimée et enfin *au voisinage immédiat de la bifurcation* où le bruit augmente de façon très importante sur les deux phases.

Nous avons d'abord analysé à l'oscilloscope, le signal en phase bruité en fonction du signal en quadrature bruité afin d'ajuster au mieux la phase des deux signaux avec celle du signal de "pompe". Nous avons alors enregistré une des séquences observées dans le cas de la transition T-2T qui est décrite dans le paragraphe suivant.

I.2 - Séquence observée

Loin de la bifurcation, à une tension de "pompe" de l'ordre de 12% de la tension de bifurcation, les spectres des deux signaux sont quasiment confondus. Le portrait de phase est homogène dans toutes les directions (photo 1).

Dans *un voisinage proche de la bifurcation*, à $V_p = 83\%$, on observe une compression du bruit sur une phase et une amplification sur la phase en quadrature. Ceci se traduit par un allongement du diagramme (photo 2). Cette (dés)amplification du bruit fait l'objet d'une étude quantitative décrite dans le paragraphe suivant.

Dans *un voisinage immédiat de la bifurcation*, à $V_p = 97\%$ de la tension de bifurcation, les niveaux de bruit des deux phases sont bien au dessus du niveau de base (en pointillés sur la figure 3.2). Deux taches qui représentent les attracteurs de l'après-bifurcation, apparaissent. En continuant à se rapprocher du point de bifurcation par l'intermédiaire de l'amplitude du signal de "pompe", le système évolue entre les deux taches (photo 3) et saute de façon aléatoire d'une tâche à l'autre, restant la plupart du temps au voisinage de l'une d'entr'elles. A ce moment, le bruit n'est plus comprimé et augmente sur les deux phases.

Après la bifurcation, le système se fixe sur une des tâches (photo 4) et la dispersion due au bruit diminue.

II - (DES)AMPLIFICATION DU BRUIT

II.1 - Etude bibliographique

Le phénomène de compression du bruit a été observé dans de nombreux domaines, optique, électronique et thermique. Richardson et al. [Richardson et al. 1991] ont observé une compression du bruit quantique sur un laser à semi-conducteur, Mertz et al. [Mertz et al. 1991] sur un oscillateur paramétrique. Une compression du bruit électronique a été observée sur un circuit résonant RLC par Bocko et Battiato [Bocko et Battiato 1988] et une désamplification du bruit thermique sur un capteur de force mécanique par Rugar et Grütter [Rugar et Grütter 1991].

Compression du bruit quantique d'un laser à semi-conducteur et d'un oscillateur paramétrique

Lorsque toutes les sources de bruit classique sont neutralisées et que le laser devient stable en amplitude et en fréquence, subsistent les bruits d'origine quantique : les fluctuations de phase dues à l'émission spontanée (bruit Schawlow-Townes) et le bruit dû à l'incertitude quantique (bruit de grenaille).

La compression du bruit en deçà de la limite du bruit de grenaille a été démontrée pour la première fois en 1985 aux laboratoires ATT Bell (USA) avec une compression du bruit de 7% (0.3 dB) par rapport au bruit de grenaille sur une composante en quadrature de phase [Slusher et al. 1985].

Depuis, dans le cadre de systèmes exploitables d'un point de vue technologique, les chercheurs des laboratoires NTT (Japon) ont réussi à comprimer de 85% (-8.3 dB) le bruit d'amplitude d'un laser à semi-conducteur en dessous du bruit de grenaille [Richardson et al. 1991].

Mertz et al. rapportent également une réduction du bruit quantique de 86% (-8.5 dB) autour de 3MHz dans la différence d'intensité entre les faisceaux jumeaux générés par un oscillateur paramétrique optique non dégénéré de type II fonctionnant en dessous du seuil.

Compression du bruit électronique d'un circuit résonant RLC

Bocko et Battiato [Bocko et Battiato 1988] ont étudié la tension aux bornes d'une diode PN, élément non linéaire d'un circuit résonant RLC. Lors de mesures sensibles à la phase de cette réponse, une désamplification du bruit de 10 dB environ sur le signal en quadrature a été mise en évidence pour un écart de

10% par rapport à l'amplitude de la tension de bifurcation. La compression est suivie par une montée du bruit, au voisinage immédiat de la bifurcation. Le bruit du signal en phase est, quant à lui, fortement amplifié.

Compression du bruit thermique d'un amplificateur mécanique

Un capteur de force mécanique est constitué d'une masse-test, sur laquelle agit la force à mesurer et d'un convertisseur du mouvement de la masse-test en un signal électrique. Le bruit électronique du convertisseur est le facteur qui limite le plus souvent la sensibilité du capteur de force. Afin de dépasser cette limitation, Rugar et Grütter [Rugar et Grütter 1991] ont trouvé une nouvelle méthode qui consiste à amplifier mécaniquement le mouvement de la masse-test avant de le convertir en un signal électrique. En plus de son utilité pour amplifier des signaux mécaniques inférieurs à l'angström, cet amplificateur peut être utilisé pour produire des états mécaniques comprimés. En particulier, il a été utilisé pour produire un état comprimé classique où la vibration thermique du système a été réduite sur une phase d'une amplitude beaucoup plus petite que la valeur thermique habituelle : un facteur de désamplification du bruit thermique Brownien, de l'ordre de 2 a ainsi été mesuré.

Les deux derniers exemples montrent une dépendance générale du facteur de compression/amplification du bruit par rapport à la phase. Nous avons vérifié que, dans le cas du laser CO₂ à pertes modulées, un tel comportement existe aussi et avons évalué les taux de (dés)amplification sur les phases respectives.

II.2 - Performances de (dés)amplification du laser CO₂ à pertes modulées

Nous supposons le processus stationnaire ou invariant par déplacement de l'origine des temps et ergodique c'est-à-dire que globalement les moyennes temporelles ont la même signification que celles obtenues à partir d'un ensemble de mesures.

Rappelons d'abord quelques définitions qui nous ont permis de calculer les taux de (dés)amplification du bruit classique du système :

Soit $x(t)$ une fonction aléatoire de la variable t . La moyenne d'ensemble de $x(t)$ est, par définition, obtenue en considérant un nombre n infini de réalisations de $x_k(t)$ soit : $E \{ x(t_0) \} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k(t_0)$

Si $x(t)$ est ergodique et stationnaire on remplace la moyenne d'ensemble qu'est l'espérance mathématique par la moyenne temporelle : $\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt = m_x$

La véritable valeur de la moyenne ne peut être obtenue qu'à partir d'un nombre infini d'échantillons ou au bout d'une observation de durée infinie de telle sorte que lorsque l'on fait des mesures de traitement du signal, on est confronté aux erreurs d'estimation dues au fait que l'on ne peut jamais calculer de véritables moyennes mais des moyennes estimées sur une durée limitée de la forme :

$$\hat{m}_x = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

La moyenne estimée présente un biais que l'on calcule ci-dessous :

$$\begin{aligned} E \{ \hat{m}_x \} &= E \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \right\} \\ &= m_x \end{aligned}$$

Le signal expérimental est un signal échantillonné d'étendue spectrale $-B, B$ et de durée d'intégration T . L'erreur d'estimation est en écart type de l'ordre de $\frac{1}{\sqrt{BT}}$ ou en variance de l'ordre de $\frac{1}{BT}$.

Dans notre cas, nous analysons des signaux numérisés (c'est-à-dire échantillonnés et quantifiés). La variable aléatoire $x(t)$ devient une variable discontinue x_k dont on connaît N réalisations (N est le nombre d'échantillons du signal).

Le signal numérisé s'écrit alors : $x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_N = \{ x_N \}$

sa moyenne vaut : $m_x = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k$

la moyenne d'échantillon est égale à : $\hat{m}_x = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k$

la variance du signal échantillonné est : $\sigma_x^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |x_k - m_x|^2$

la variance estimée s'écrit :

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |x_k - m_x|^2$$

le calcul du biais de la variance estimée donne : $\hat{\sigma}_x^2 \rightarrow E \{ \hat{\sigma}_x^2 \} \neq \sigma_x^2$

pour faire disparaître le biais, il suffit de prendre : $\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N |x_k - \hat{m}_x|^2$ au lieu

de $\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |x_k - m_x|^2$

Le taux de (dés)amplification est le rapport de la variance du bruit calculée au maximum de compression par rapport à la variance du bruit évaluée loin de la bifurcation soit en décibels :

$$10 \log_{10} (\sigma_b^2 \text{ 83\% de } V_{bif} / \sigma_b^2 \text{ 12\% de } V_{bif}).$$

Les taux de (dés)amplification évalués dans le cas des transitions T-2T et 2T-4T sont résumés dans le tableau ci-dessous :

	Taux de compression du bruit	Taux d'amplification du bruit
Transition T-2T	-8 dB	+19 dB
Transition 2T-4T	+0.8 dB	+ 20 dB

Tableau 1 : Taux de (dés)amplification du bruit dans le cas des transitions T-2T et 2T-4T évalués à l'optimum de désamplification

Le taux de compression du bruit sur la composante en quadrature est maximum pour une valeur de la tension "pompe" égale à 83% de la tension de bifurcation : le taux d'amplification du bruit sur la composante en phase, est donc évalué pour cette valeur de la tension de "pompe".

Dans le cas de la transition T-2T, le taux de compression du bruit de -8dB obtenu est très élevé (figure 3.3). Il est voisin de celui de Bocko et Battiato qui ont mesuré sur une jonction PN un taux de désamplification du bruit de -10dB environ. Ce résultat est cependant très différent du taux de compression du signal en quadrature égal à - 19dB.

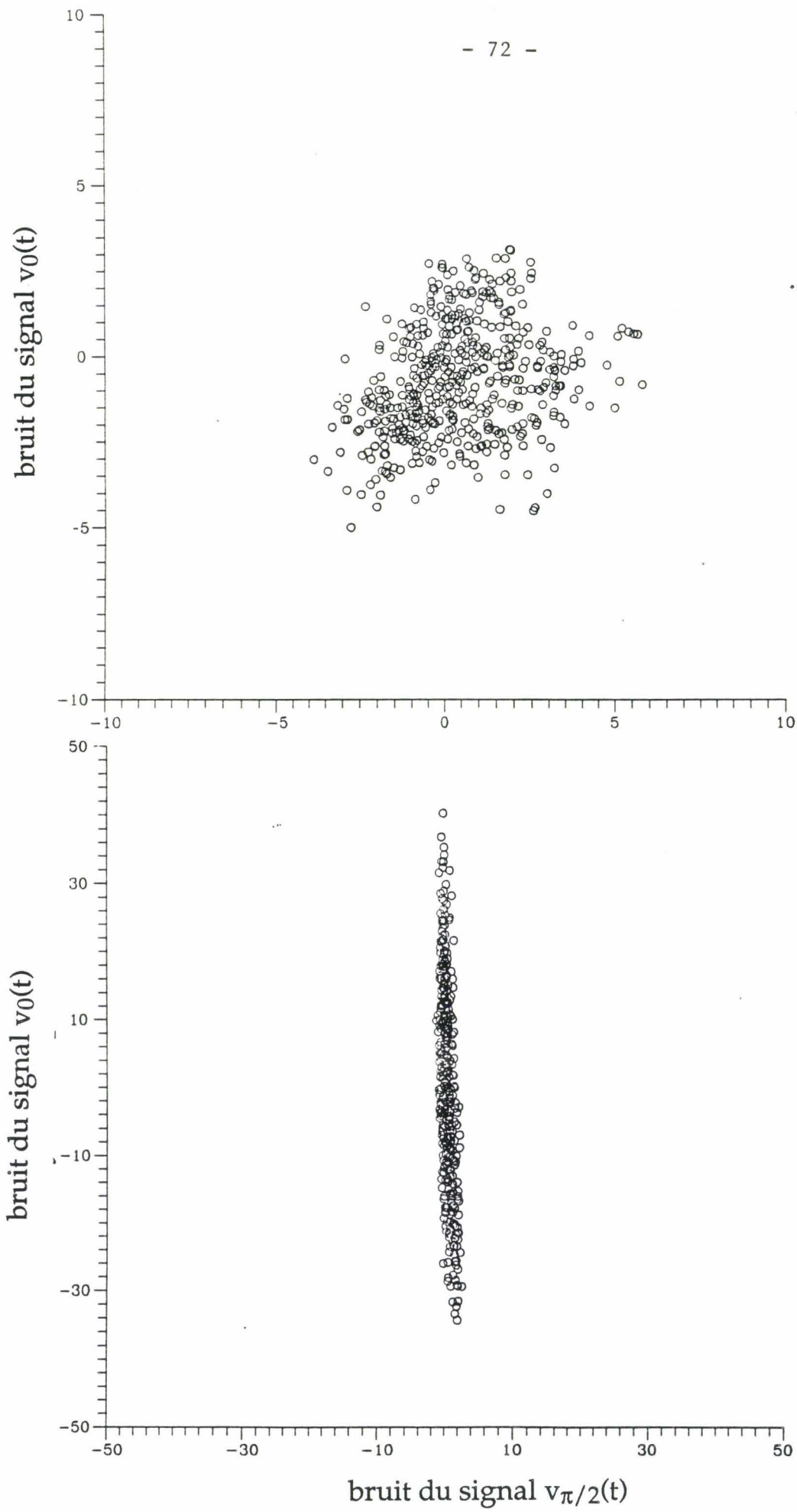
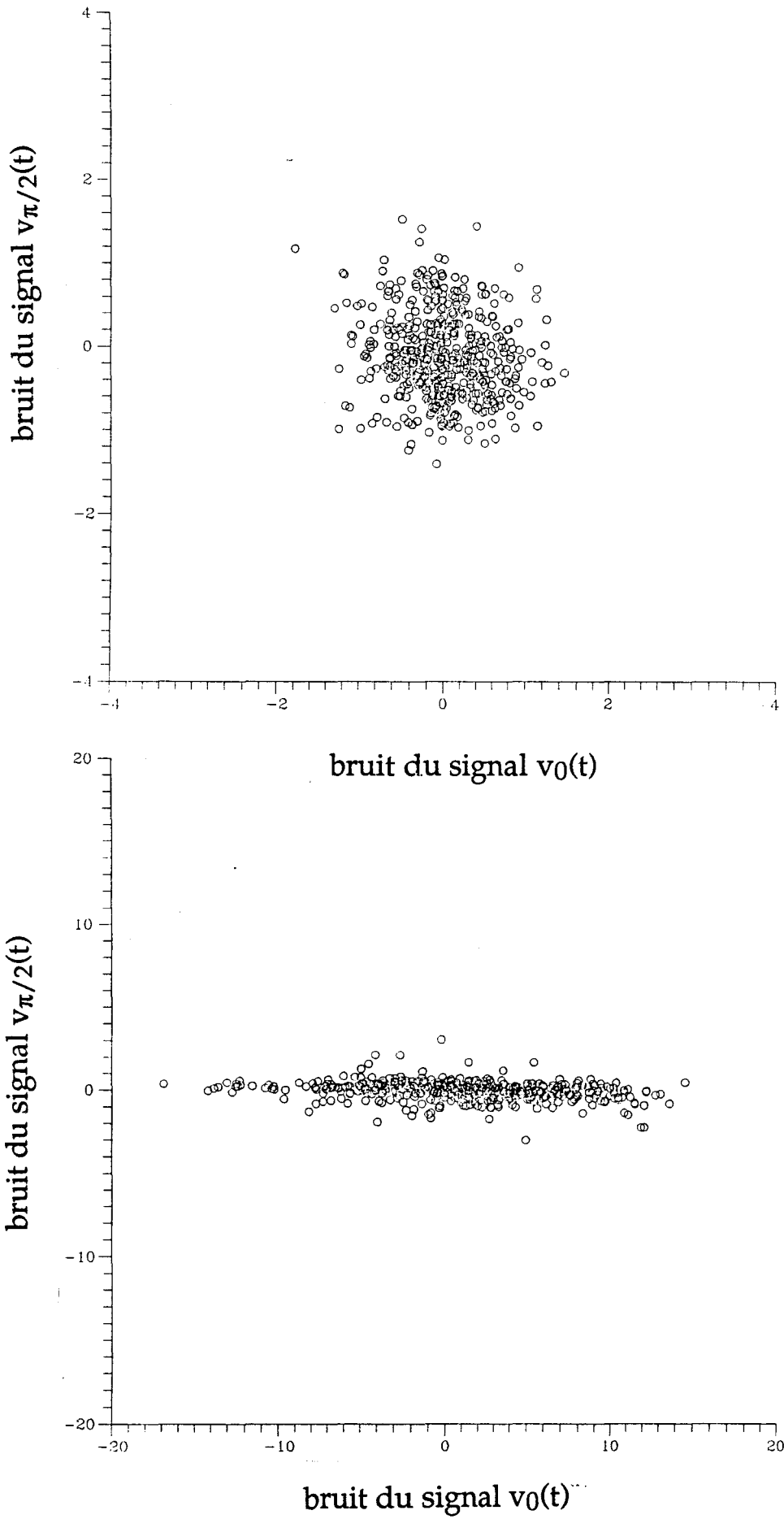


Figure 3.3 : Portrait du bruit
(a) loin de la bifurcation T-2T
(b) proche de la bifurcation T-2T



*Figure 3.4 : Portrait du bruit
(a) loin de la bifurcation 2T-4T
(b) proche de la bifurcation 2T-4T*

Dans le cas de la transition 2T-4T, la perte d'efficacité du processus de compression, peut être attribuée à une moins bonne définition du point de bifurcation (figure 3.4). Il est en effet de plus en plus difficile de conserver une certaine stabilité des paramètres quand on augmente l'ordre de la bifurcation [Crutchfield et al. 1981].

Nous avons vérifié que la perte d'efficacité ne provenait pas du réglage de la phase en l'optimisant (cf paragraphe IV du chapitre 2) : le taux optimum de +0.4dB est obtenu pour une valeur de $\varphi_0 = 1.5^\circ$ à une valeur de la tension de "pompe" V_p égale à 86% de V_{bif} . Ce taux n'est pas fondamentalement différent et n'est toujours pas négatif.

II.3 - Comparaison avec la théorie de Wiesenfeld

Wiesenfeld et Mc Carley [Wiesenfeld et Mc Carley 1990] se sont intéressés théoriquement au lien sous-jacent entre les bifurcations de doublements de période et les fluctuations atténuées lors de mesures sensibles à la phase. Ils ont développé un modèle de la dynamique des systèmes non linéaires dissipatifs dans l'espace des phases et ont montré qu'un choix approprié de la quantité sensible à la phase conduit à une compression du bruit.

Pour cela, ils procèdent en deux étapes :

- dans un premier temps, ils considèrent les fonctions logistiques du plan, avec bruit additif et montrent que le point où se produit la diminution maximale des fluctuations est le point de bifurcation. Expérimentalement, on peut montrer que le bruit déplace le point de bifurcation d'une grandeur proportionnelle à $\epsilon^{2/3}$ où ϵ est l'amplitude de la perturbation cohérente appliquée au système [Bryant et Wiesenfeld 1986].
- dans un deuxième temps, ils prennent en compte des systèmes réels régis par un ensemble d'équations différentielles et, en particulier, ils considèrent un oscillateur amorti non autonome à une dimension. Ce système est supposé à dissipation constante. Il présente une solution stable x_0 qui "subit" un doublement de période à $A = A_0$. Une analyse de stabilité linéaire autour de x_0 permet de déterminer :
 - l'atténuation des fluctuations pour la composante en phase,
 - l'amplification des fluctuations pour la composante en quadrature de phase,
 - une analyse quantitative de l'amplitude de l'atténuation des

fluctuations donne un taux de compression égal à $\langle \sigma_2 \rangle_{\max} / \langle \sigma_2 \rangle_{\text{réf}} = \frac{1}{2}$ où $\langle \sigma_2 \rangle_{\text{réf}}$ est la valeur du bruit loin de la bifurcation et $\langle \sigma_2 \rangle_{\max}$ la valeur du bruit à la bifurcation (là où la compression du bruit est maximale).

La principale contrainte de cette théorie est que les systèmes dynamiques étudiés sont à dissipation constante or le laser CO₂ à pertes modulées n'est pas à dissipation constante, nous le démontrons ici :

Notre système est décrit par le système d'équations différentielles, décrit au chapitre 1, suivant :

$$\begin{cases} \dot{I} = -2\kappa I + I \frac{GD}{1+\delta^2} \\ \dot{D} = \gamma(1 - D - ID) \end{cases}$$

Dans notre expérience, les pertes sont modulées par deux signaux sinusoïdaux et un signal de bruit blanc soit :

$$\kappa = \kappa_0 (1 + m \sin(2\pi f_p t + \varphi_0) + \ell \sin(2\pi f_s t + \varphi_0) + \eta(t))$$

Le système répond de façon linéaire à la perturbation "sonde" de taux de modulation ℓ et non linéaire à la tension sinusoïdale de "pompe" de taux de modulation m (cf chapitre 2).

$$\kappa = \kappa_0 (1 + f(t))$$

En posant $A = \frac{G}{2K_0}$, $\delta = 0$ et $\Delta = AD$, nous obtenons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{I} = -2\kappa_0 I (1 + f(t) - \Delta) \\ \dot{\Delta} = \gamma(A - \Delta - I\Delta) \end{cases}$$

Nous supposons que le système possède une solution périodique stable ($I_0(t)$, $\Delta_0(t)$), qui se déstabilise à une valeur donnée de m . Nous allons effectuer une analyse de stabilité linéaire autour de cette solution.

Pour de petites perturbations ε , nous obtenons :

$$\begin{cases} \dot{I}_0 + \varepsilon \dot{I}_1 + \dots = -2K_0 (I_0 + \varepsilon I_1 + \dots) (1 + f(t) - \Delta_0 - \varepsilon \Delta_1 - \dots) \\ \dot{\Delta}_0 + \varepsilon \dot{\Delta}_1 + \dots = \gamma(A - \Delta_0 - \varepsilon \Delta_1 - \dots - I_0 \Delta_0 - \varepsilon (I_0 \Delta_1 + I_1 \Delta_0 + \dots)) \end{cases}$$

En se limitant au premier ordre,

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{\Delta}_1 \end{bmatrix} = \underline{\underline{M}} \begin{bmatrix} I_1 \\ \Delta_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2\kappa_0 I_0 f(t) \\ 0 \end{bmatrix}$$

avec :

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} -(1-\Delta_0) & 2\kappa_0 I_0 \\ -\gamma\Delta_0 & -\gamma(I_0+1) \end{bmatrix}$$

La dissipation est donnée par la trace de $\underline{\underline{M}}$ soit :

$$\text{Tr } \underline{\underline{M}} = -(1-\Delta_0(t)) - \gamma(I_0(t) + 1)$$

La trace de $\underline{\underline{M}}$ dépend du temps. La dissipation de notre système n'est donc pas constante.

Ceci peut expliquer que le taux de compression que nous trouvons tout comme celui de Bocko et Battiato est très différent de la valeur $\frac{1}{2}$.

CONCLUSION

Dans la première partie de cette thèse, nous avons étudié quelques aspects de la dynamique temporelle de la cascade de doublements de période du laser CO₂ à pertes modulées.

Nous avons présenté l'étude sur le comportement d'échelle des cascades de doublements de période entrant en collision et montré que la loi de convergence suivie tend vers $\delta^{1/2}$.

Nous avons ensuite étudié l'influence d'une perturbation cohérente sur la réponse du système : au voisinage d'un point de bifurcation, elle se concrétise par une amplification sélective de la réponse sur une phase et une désamplification sur la phase en quadrature.

L'effet d'une perturbation aléatoire se traduit par une désamplification du bruit sur la phase en quadrature et une augmentation de bruit sur la composante en phase. Des mesures au voisinage de la bifurcation T-2T ont montré une réduction du bruit atteignant 8 dB sur la composante en quadrature. Nous avons également observé une montée du bruit au voisinage immédiat de la bifurcation.

Dans le chapitre suivant, nous allons étudier quelques aspects de la dynamique spatio-temporelle d'un laser CO₂ mutimode transverse. En faisant varier le degré de confinement spatial du laser, nous allons observer comment évolue la structure transverse du faisceau à la sortie du laser. Nous allons tenter de classer les structures observées par leur comportement dynamique et étudier plus particulièrement la dynamique de la structure en anneau.

Chapitre 4
Dynamique spatio-temporelle

INTRODUCTION

Dans la première partie de cette thèse, la dynamique du laser à pertes modulées a été décrite par des variables dépendant exclusivement du temps.

Nous allons maintenant étudier la dynamique d'un laser CO₂ à décharge continue dont les variables dépendent non seulement du temps mais aussi des coordonnées spatiales.

Les effets spatio-temporels ont fait l'objet de nombreuses études dans différents domaines : les plus connues sont les expériences de Rayleigh Bénard et de Taylor-Couette en hydrodynamique [Bergé 1989] et de Belousov-Zhabotinsky en cinétique chimique [Prigogine 1989].

Nous procéderons par analogie avec ces expériences et en particulier avec celle de Rayleigh Bénard (R.B.) : l'instabilité de R.B. prend place dans une couche mince de fluide situé entre deux plaques horizontales, rigides, soumises à un gradient de température ΔT . L'effet combiné du champ de pesanteur, dans lequel est placé le fluide, et de ΔT donne naissance à un mouvement du fluide appelé convection thermique.

Dans cette expérience, le paramètre de contrôle est le nombre adimensionnel de Rayleigh Ra proportionnel à l'écart en température. Par augmentation de Ra , on passe de structures ordonnées composées de rouleaux convectifs à une structure désordonnée turbulente.

Dans notre expérience, nous faisons varier les dimensions du système laser CO₂, initialement monomode transverse. Le paramètre de contrôle est le nombre de Fresnel \mathcal{N}° proportionnel au nombre de modes transverses susceptibles d'osciller dans la cavité. L'augmentation de \mathcal{N}° fait naître des structures de plus en plus complexes du champ électrique dans la cavité.

Lorsque \mathcal{N}° est petit, nous observons des structures spatiales à symétrie cylindrique dans le faisceau de sortie du laser. Quand \mathcal{N}° augmente, les structures symétriques observées se transforment en structures asymétriques mais toutefois ordonnées. La classification de ces structures et l'étude de la dynamique de l'une d'entr'elles font l'objet de ce chapitre.

Dans le premier paragraphe, nous analysons théoriquement le comportement du laser à l'aide des équations de Bloch-Maxwell, dans la limite du champ uniforme et par décomposition modale du champ électrique en suivant l'approche de Brambilla [Brambilla et al. 1991]. Ceci nous permet de classifier les structures transverses à partir de leur décomposition modale et du nombre de leurs singularités de phase, et d'analyser les solutions stationnaires monomodes et multimodes des premières familles de modes. Nous discutons également la dynamique d'une structure particulière : celle de l'anneau.

Le deuxième paragraphe est consacré à l'étude expérimentale de ces structures et à la comparaison théorie-expérience. Après une description du résonateur, nous classifions les structures observées suivant l'augmentation du paramètre \mathcal{N} .

Dans un troisième paragraphe, nous analysons la dynamique temporelle d'antiphase et de verrouillage en fréquence induite par l'astigmatisme des éléments optiques de la cavité sur la structure annulaire.

Enfin, dans un dernier paragraphe, nous présentons les structures plus complexes mais particulièrement bien ordonnées que nous avons obtenues en considérant une configuration quasi-dégénérée de la cavité du laser.

I - STRUCTURES TRANSVERSES D'UN LASER EN ANNEAU

Une méthode d'analyse des structures consiste à projeter les modes de la cavité active sur la base des modes propres de la cavité vide.

Dans un premier paragraphe, nous rappelons les équations dans le plan transverse du champ électrique et de ses modes associés :

- en tenant compte du laplacien transverse, les solutions de l'équation de propagation du champ électrique \mathcal{E} dans la cavité vide à symétrie cylindrique sont les modes de Gauss-Laguerre.

- elles forment une base orthonormée dans le plan transverse, sur laquelle on projette l'enveloppe F du champ électrique \mathcal{E} . On obtient alors une équation pour l'amplitude complexe de chaque mode transverse en plus des deux équations de Bloch pour les variables atomiques.

Dans un deuxième paragraphe, nous résolvons ces équations de Bloch-Maxwell en régime stationnaire et analysons les structures obtenues pour quelques familles de modes transverses.

Ensuite, nous analysons la dynamique d'une structure particulière : celle de l'anneau.

Dans un dernier paragraphe, nous nous intéressons aux singularités de phase présentées par les premières familles de modes transverses.

I.1 - Modes transverses

I.1.1. - Modes $A_{p,l}$ et $B_{p,l}$

La cavité de notre laser est du type Fabry-Pérot. Ce résonateur est le siège d'ondes stationnaires, dont le comportement est plus difficile à modéliser que celui des ondes progressives. C'est pourquoi nous considérons le modèle de la cavité en anneau, où l'onde progressive se propage dans un seul sens. Cette simplification sera justifiée à posteriori par l'analyse de nos résultats expérimentaux.

La cavité (figure 4.1) est formée de deux miroirs sphériques identiques de rayon de courbure R_0 et de coefficient de transmission T , et de deux miroirs plans totalement réfléchissants. L est la longueur totale de la cavité, ℓ est la distance entre les deux miroirs sphériques, et l_a la longueur du milieu actif.

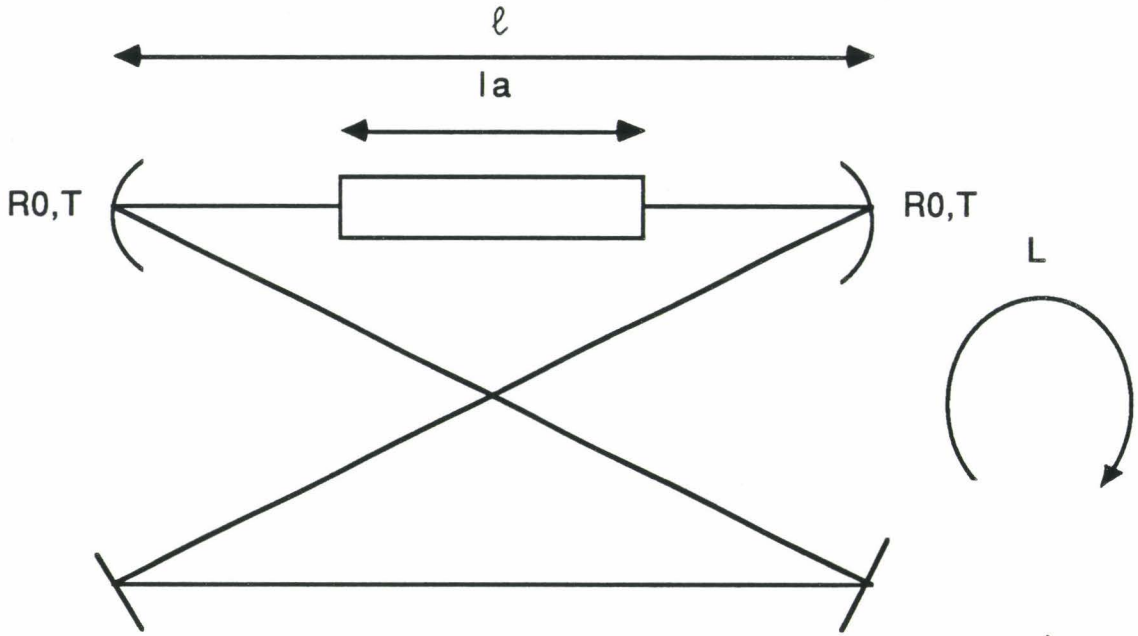


Figure 4.1. : Modèle de la cavité en anneau

Nous supposons que le système étudié possède la symétrie cylindrique. L'axe Oz est l'axe optique de la cavité, son origine O est placée dans le milieu amplificateur, à égale distance des deux miroirs sphériques. La coordonnée radiale est mesurée à partir de l'axe du système.

Le champ électrique $\mathcal{E}(r, \varphi, z, t)$ d'une onde électromagnétique injectée dans un résonateur vide, obéit à l'équation de propagation suivante :

$$\Delta \mathcal{E}(r, \varphi, z, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathcal{E}(r, \varphi, z, t) = 0 \quad (1)$$

où $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ est le laplacien transverse défini en coordonnées cylindriques et c la vitesse de la lumière.

Si l'amplitude du champ dans le résonateur est indépendante du temps, en posant $\mathcal{E}(r, \varphi, z, t) = E(r, \varphi, z) \exp(-i\omega_0 t) + c.c.$, nous obtenons l'équation de Helmholtz :

$$\Delta E(r, \varphi, z) + k^2 E(r, \varphi, z) = 0 \quad (2)$$

où $k = \frac{\omega_0}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ est le module du vecteur d'onde et ω_0 est la fréquence optique du champ dans la cavité vide.

Les solutions élémentaires de cette équation ont la forme suivante :

$$E(r,\varphi,z) = A(r,\varphi,z) \exp(-ikz) \quad (3)$$

Le terme de phase $\exp(-ikz)$ correspond à la propagation d'une onde plane dans la direction Oz. La variation rapide du champ $E(r,\varphi,z)$ avec z est contenue dans ce terme.

L'approximation paraxiale, c'est-à-dire le fait de considérer que le profil d'un faisceau peu divergent varie peu avec z , et que par conséquent, $A(r,\varphi,z)$ est une fonction complexe supposée lentement variable avec z , permet de négliger le terme $\frac{\partial^2 A(r,\varphi,z)}{\partial z^2}$.

L'équation du champ E devient alors :

$$\frac{\partial}{\partial z} A(r,\varphi,z) = \frac{-i}{2k} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right) A(r,\varphi,z) \quad (4)$$

Cette équation possède des solutions de la forme [Kogelnik et Li 1966] :

$$A(r,\varphi,z) = g\left(\frac{r}{w(z)}\right) \exp\left(-i\left(P(z) + \frac{k}{2q(z)} r^2 - l\varphi\right)\right) \quad (5)$$

où $g\left(\frac{r}{w(z)}\right)$ est une fonction de Gauss-Laguerre qui dépend des indices radial p et angulaire l des modes, $q(z)$ et $P(z)$ sont, respectivement, les rayon de courbure et déphasage complexes.

Le rayon de courbure complexe $q(z)$ est défini par :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - \frac{i\lambda}{\pi w^2(z)}$$

où $R(z)$ est le rayon de courbure du front d'onde et $w(z)$ le rayon du faisceau ("spot size"). Dans le cas du faisceau gaussien, $w(z)$ est la distance à laquelle l'amplitude du champ est atténuée de $\frac{1}{e}$ par rapport à l'amplitude sur l'axe. Les paramètres du faisceau $w(z)$ et $R(z)$ sont les mêmes pour l'ensemble des modes gaussiens de la cavité.

On vérifie que les solutions $A_{p,l}(\rho,\varphi,z)$, où ρ est la coordonnée radiale r normalisée par rapport au rayon du faisceau $w(z)$, sont de la forme :

$$A_{p,l}(\rho,\varphi,z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{p!}{(p+|l|)!}^{1/2} (2\rho^2)^{|l|/2} L_p^{|l|} (2\rho^2) \exp(-\rho^2) \exp(il\varphi) \exp(-i \frac{kw(z)^2}{2R(z)} \rho^2) \exp(-i\Phi(z)) \quad (6)$$

où $p = 0, 1, 2, 3, \dots$ et $l = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ sont respectivement les indices radial et angulaire des modes.

Les fonctions propres $A_{p,l}$ vérifient, quelque soit z , la relation d'orthonormalité :

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty d\rho \rho A_{p,l}(\rho,\varphi,z) A_{p',l'}(\rho,\varphi,z) = \delta_{pp'} \delta_{ll} \quad (7)$$

et forment une base orthonormée dans le plan transverse.

Le déphasage axial additionnel $\Phi(z)$ associé à la propagation d'un mode gaussien dépend aussi des indices p et l , suivant la relation :

$$\Phi(z) = (2p + |l| + 1) \arctan\left(\frac{z}{Z_R}\right)$$

où Z_R est la longueur de Rayleigh définie telle qu'à la distance $z = Z_R$, $w(z) = \sqrt{2} w_0$ avec w_0 rayon de ceinture du faisceau gaussien ("beam waist").

$L_p^{|l|}$ est le polynôme de Laguerre généralisé. Il est défini par :

$$L_p^{|l|}(x) = \frac{e^x x^{-|l|}}{p!} \frac{d^p}{dx^p} (e^{-x} x^{p+|l|})$$

$$= \sum_{n=0}^p C_{p+|l|}^{p-n} \frac{(-x)^n}{n!}$$

où $C_{p+|l|}^{p-n} = \frac{(p+|l|)!}{(p-n)! (|l|+n)!}$

Les premiers polynômes sont : $L_0^{|l|}(x) = 1$

$$L_1^{|l|}(x) = 1 + 1 - x$$

$$L_2^{|l|}(x) = \frac{1}{2} (|l|+1) (|l|+2) - (|l|+2)x + \frac{1}{2} x^2$$

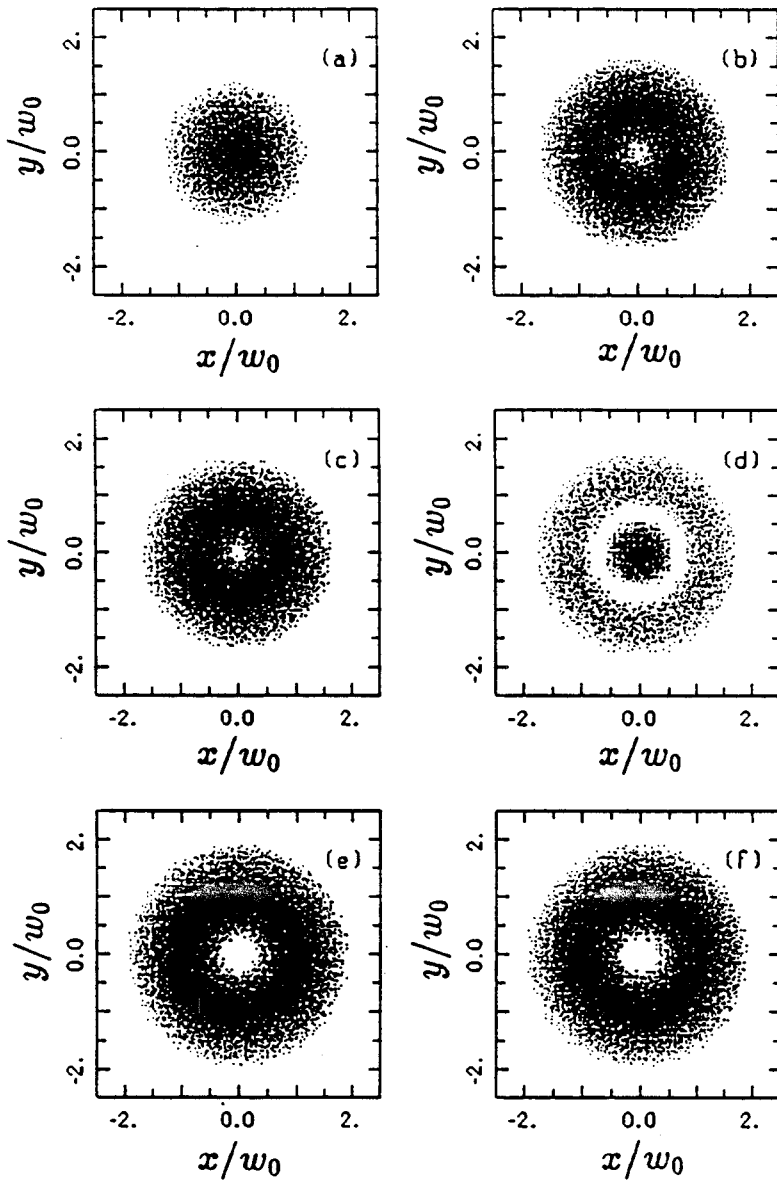


Planche 1 : Distributions d'intensité dans le plan transverse des six premiers modes de la base $A_{p,1}$

(a) $A_{0,0}$, (b) $A_{0,1}$, (c) $A_{0,-1}$, (d) $A_{1,0}$, (e) $A_{0,2}$, (f) $A_{0,-2}$

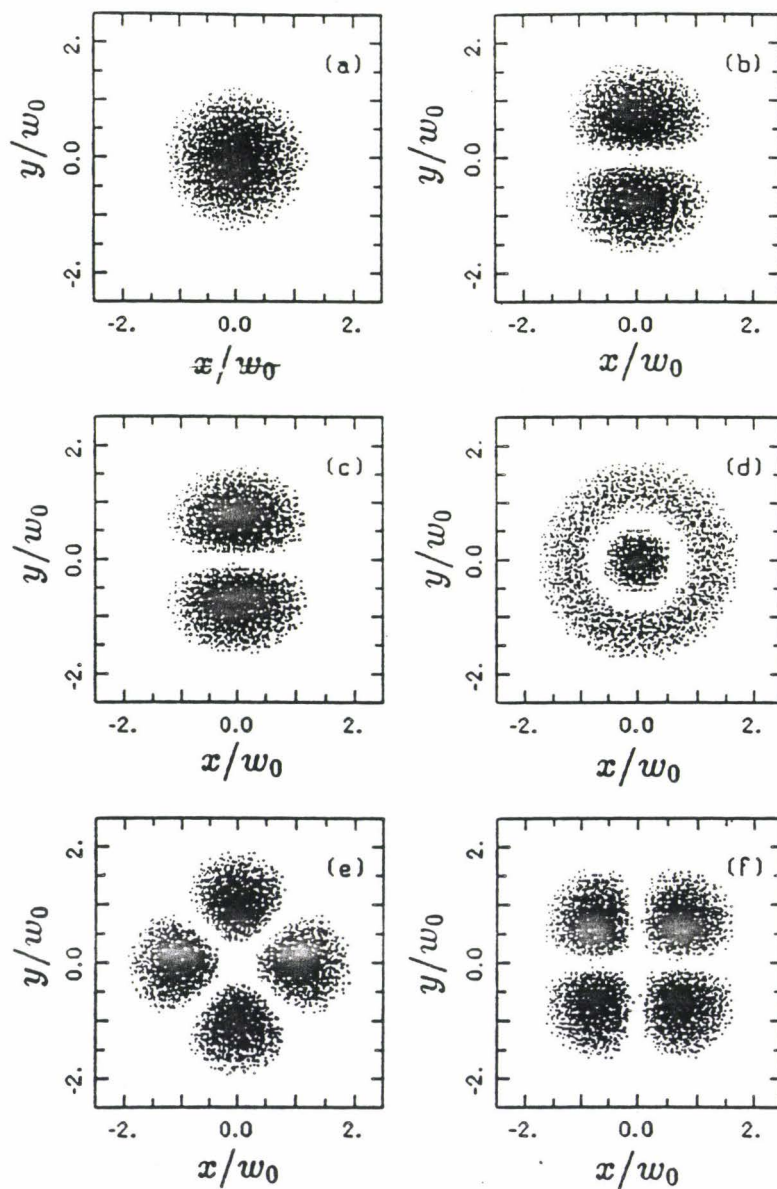


Planche 2 : Distributions d'intensité dans le plan transverse des six premiers modes de la base $B_{p,l}$

(a) $B_{0,0}$, (b) $B_{0,11}$, (c) $B_{0,12}$, (d) $B_{1,0}$, (e) $B_{0,21}$, (f) $B_{0,22}$

Dans certains cas, il est plus aisé de développer le champ électrique sur la base d'un autre ensemble de modes $B_{p,l}$, qui sont une combinaison linéaire des fonctions $A_{p,l}(\rho, \varphi)$. Les profils d'intensité des modes $B_{p,l}$ sont à symétrie axiale contrairement à ceux des modes $A_{p,l}$ qui sont à symétrie cylindrique.

$$B_{p0}(\rho, \varphi) = A_{p,0}(\rho, \varphi) \quad (8)$$

$$\begin{aligned} B_{p1}(\rho, \varphi) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [A_{p,1}(\rho, \varphi) + A_{p,-1}(\rho, \varphi)] \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} (2\rho^2)^{1/2} \left[\frac{p!}{(p+1)!} \right]^{1/2} \times L_p^1(2\rho^2) e^{-\rho^2} \cos l\varphi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_{p2}(\rho, \varphi) &= \frac{1}{\sqrt{2i}} [A_{p,1}(\rho, \varphi) - A_{p,-1}(\rho, \varphi)] \\ &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} (2\rho^2)^{1/2} \left[\frac{p!}{(p+1)!} \right]^{1/2} \times L_p^1(2\rho^2) e^{-\rho^2} \sin l\varphi \end{aligned}$$

Contrairement aux fonctions $A_{p,l}$, l'indice angulaire l ne prend pas de valeurs négatives ($l = 0, 1, 2, \dots$) et les fonctions $B_{p,l}$ sont des fonctions réelles.

Les configurations en intensité des modes $A_{p,l}$ et $B_{p,l}$ sont représentées sur les planches 1 et 2.

Les paramètres géométriques de la cavité G_1 et G_2 , qui valent respectivement $1 - \frac{\ell}{R_0}$ et $1 - \frac{L-\ell}{R_0}$, déterminent les fréquences propres ν_{sq} du résonateur. Elles dépendent à la fois des indices transverses p et l par la combinaison $q = 2p + |l|$ et de l'indice longitudinal $s = 0, 1, 2, \dots$

$$\nu_{sq} = \frac{c}{L} \left(s + \frac{1}{\pi} (q+1) \arccos \sqrt{G_1 G_2} \right) \quad (9)$$

L'ensemble des modes transverses d'indice q , forme une famille de $q + 1$ modes transverses dégénérés en fréquence.

L'écart fréquentiel $\Delta\nu_T$ entre deux familles adjacentes de modes transverses est :

$$\Delta\nu_T = \frac{\Delta\nu_L}{\pi} \arccos \sqrt{G_1 G_2} \quad (10)$$

où $\Delta\nu_L = \frac{c}{L}$ est l'écart fréquentiel entre deux modes longitudinaux adjacents.

Lorsque G_1G_2 tend vers 1, l'écart $\Delta\nu_T$ tend vers 0. La configuration de la cavité est alors dégénérée c'est-à-dire que toutes les familles de modes transverses de même indice longitudinal s ont la même fréquence.

I.1.2. - Equations de Bloch-Maxwell

En plus de l'approximation paraxiale, on introduit un certain nombre d'hypothèses aux limites afin de simplifier les équations de Bloch-Maxwell.

On suppose :

- que la cavité oscille sur le mode longitudinal dont la fréquence est la plus proche de la fréquence ω_a de la transition laser et que tous les autres modes longitudinaux sont situés hors de la bande passante du milieu actif soit :

$$\gamma_{\perp} \Delta\nu_L^{-1} \ll 1$$

où γ_{\perp} est la largeur à mi-hauteur de la transition laser.

- que les paramètres géométriques de la cavité sont tels que seule la famille de modes transverses d'indice q située au voisinage de la transition laser participe à la dynamique du système. Les autres familles situées hors de la courbe de gain, ont une contribution négligeable.

- que Z_R est beaucoup plus grande que l_a et que le gain αl_a sur la longueur du milieu actif ainsi que le coefficient de transmission T du miroir de sortie sont très inférieurs à 1, de sorte que l'enveloppe $F(\rho, \varphi, z, t)$ du champ électrique varie peu le long de l'axe Oz . Cette hypothèse de la limite du champ uniforme permet de supprimer la coordonnée z dans la fonction F . Elle est souvent utilisée bien qu'en toute rigueur il faille tenir compte du rayon de courbure du front d'onde.

Les enveloppes $F(\rho, \varphi, z, t)$ et $P(\rho, \varphi, z, t)$ du champ électrique et de la polarisation sont reliées respectivement au champ \mathcal{E} et \mathcal{P} de Maxwell par :

$$\mathcal{E}(\rho, \varphi, z, t) = \frac{\hbar \sqrt{\gamma_{\perp} \gamma_{\parallel}}}{2\mu} F(\rho, \varphi, z, t) \exp(i(kz - \omega_0 t) + c.c. \quad (11)$$

$$\mathcal{P}(\rho, \varphi, z, t) = i \frac{\mu}{2} \frac{N}{V} \sqrt{\frac{\gamma_{\parallel}}{\gamma_{\perp}}} P(\rho, \varphi, z, t) \exp(i(kz - \omega_0 t) + c.c. \quad (12)$$

où μ est le module du moment dipolaire de la transition atomique, ω_0 est une fréquence optique de référence, elle représente la fréquence du mode longitudinal $\omega_{s,0} = 2\pi\nu_{s,0}$ la plus proche de la bande spectrale d'émission du laser.

En tenant compte de la propriété d'orthonormalité, on peut développer l'enveloppe du champ électrique lentement variable $F(\rho,\varphi,t)$ soit sur la base des fonctions de Gauss-Laguerre à hélicité positive ou négative $A_{p,l}$:

$$F(\rho,\varphi,t) = \sum_{p,l} f_{p,l}(t) A_{p,l}(\rho,\varphi) \quad (13)$$

soit sur la base des modes à symétrie axiale $B_{p,l}$:

$$F(\rho,\varphi,t) = \sum_{p,l} g_{p,l}(t) B_{p,l}(\rho,\varphi) \quad (14)$$

où les amplitudes des modes $f_{p,l}$, $g_{p,l}$ sont des fonctions complexes du temps. On introduit alors ces expressions dans l'équation de Maxwell du champ électrique interagissant avec le milieu actif. En utilisant les approximations mentionnées ci-dessus, on projette sur les fonctions propres des modes et on obtient enfin un ensemble d'équations intégral-différentielles qui décrivent l'évolution temporelle des amplitudes modales :

$$\frac{df_{p,l}}{d\tau} = -\ell \left[(1 + ia_{p,l}) f_{p,l} - 2C \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty d\rho \rho A_{p,l}^*(\rho,\varphi) P(\rho,\varphi,t) \right] \quad (15)$$

où $\tau = \gamma_{\perp} t$ est le temps en unités de γ_{\perp}

$\kappa = cT/L$ et $\ell = \kappa/\gamma_{\perp}$ est la largeur de la courbe de résonance de la cavité

$a_{p,l} = 2\pi (2p + |l|) \Delta\nu_T/\kappa$ est l'écart normalisé par rapport à κ entre la fréquence du mode d'indices p,l et ω_0 .

Les équations des amplitudes complexes $f_{p,l}$ sont complétées par les équations de Bloch de la polarisation P et de l'inversion de population D [Ru et al. 1987], [Lugiato et al. 1988], [Brambilla et al. 1991] :

$$\frac{\partial P}{\partial t} = F(\rho,\varphi,t) D(\rho,\varphi,t) - (1 + i\delta) P(\rho,\varphi,t) \quad (16)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t} = -\gamma \left[\text{Re} (F^*(\rho,\varphi,t) P(\rho,\varphi,t)) + D(\rho,\varphi,t) - \chi(\rho) \right] \quad (17)$$

où $\gamma = \frac{\gamma_{//}}{\gamma_{\perp}}$, taux de relaxation de l'inversion de population et $\delta = \frac{\omega_a - \omega_0}{\gamma_{\perp}}$ écart entre fréquence centrale de transition et fréquence d'oscillation sont normalisés par rapport à γ_{\perp}

La fonction $\chi(\rho)$ décrit le profil de pompe. Si ce dernier est gaussien et de demi-largeur r_p à $1/e$, il s'écrit :

$$\chi(\rho) = \exp\left(\frac{-2\rho^2}{\Psi^2}\right) \text{ avec } \Psi = \frac{2r_p}{w_0}$$

Cette fonction est bien adaptée à la description du pompage optique du milieu laser par un faisceau gaussien. Elle ne convient probablement pas au pompage par décharge du laser CO₂. Cependant, suivant l'exemple de Brambilla et al. [Brambilla et al. 1991], nous discuterons de certaines solutions en présence d'une pompe à profil gaussien.

Dans les dispositifs expérimentaux, les modes transverses à fortes valeurs de p et de l , subissent souvent des pertes par diffraction importantes dues aux dimensions finies des miroirs, au diamètre limité du milieu actif, et à la présence d'éléments intracavité tels que les lentilles, les diaphragmes, les modulateurs ...

La sélection modale de tels dispositifs introduit une simplification du modèle discuté ci-dessus en limitant le nombre d'équations du type (15) aux modes qui subissent de faibles pertes. De plus, nous considérons la situation particulièrement simple où seule, une famille de modes dégénérée en fréquence est à l'intérieur de la courbe de gain : dans ces conditions, tous les modes ont une fréquence commune d'oscillation et l'intensité de sortie a une configuration transverse stationnaire exactement comme dans le régime monomode.

I.2 - Solutions stationnaires monomodes et multimodes des équations de Bloch-Maxwell

On recherche successivement des solutions stationnaires pour les familles $q = 0, 1, 2, 3$.

On adopte ici comme fréquence optique de référence ω_L , la fréquence du laser qui dépend des effets de dispersion induits par le milieu actif :

$$\omega_L = \frac{\omega_0 \gamma_{\perp} + \omega_a \kappa}{\gamma_{\perp} + \kappa}$$

L'équation de l'amplitude modale devient :

$$\frac{df_{p,l}}{d\tau} = -\ell \left[\left(1 - i\frac{\delta\omega}{\ell}\right) f_{p,l} - C \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} d\rho \rho A_{p,l}(\rho, \varphi) P(\rho, \varphi, t) \right] \quad (18)$$

$$\text{où } \delta\omega = \frac{\omega_L - \omega_0}{\gamma_L}$$

Les solutions stationnaires des équations de Bloch-Maxwell sont :

$$D_{st} = \frac{(1 + \Delta^2) \chi(\rho)}{1 + |F(\rho, \varphi)|^2 + \Delta^2} \quad (19)$$

$$P_{st} = \frac{(1 - i\Delta) F(\rho, \varphi) \chi(\rho)}{1 + |F(\rho, \varphi)|^2 + \Delta^2} \quad (20)$$

avec $\Delta = \delta - \delta\omega = \frac{\omega_a - \omega_L}{\gamma_L}$ introduit pour tenir compte du changement d'origine.

I.2.1. - Famille q = 0

L'enveloppe lentement variable du champ électrique s'écrit : $F = A_{0,0} f_{0,0}$ et à l'état stationnaire l'amplitude $f_{0,0}$ vérifie :

$$1 = C \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} d\rho \rho \frac{A_{0,0}^2(\rho, \varphi) \chi(\rho)}{1 + \Delta^2 + A_{0,0}^2(\rho, \varphi) |f_{0,0}|^2} \quad (21)$$

$$\text{avec } \Delta = \frac{\omega_a - \omega_L}{\gamma_L} = \frac{\omega_a - \omega_0}{\gamma_L + \kappa}$$

Cette équation, qui dépend également du profil de pompe $\chi(\rho)$, détermine l'évolution du carré du module de l'amplitude en fonction du paramètre de pompe C. Le seuil d'oscillation de ce mode ($f_{p,l} = 0$) est atteint lorsque le paramètre de pompe prend la valeur :

$$C_{seuil} = (1 + \Delta^2) \times \left[\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\infty} d\rho \rho A_{0,0}^2(\rho, \varphi) \chi(\rho) \right]^{-1} \quad (22)$$

Dans le cas particulier du profil de pompe gaussien, la valeur au seuil du paramètre de pompe est :

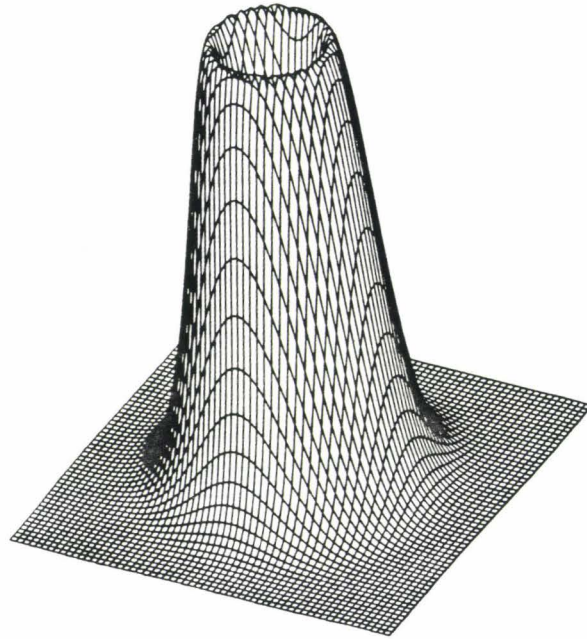


Figure 4.2 : Distribution transverse en intensité de la structure en anneau de la famille $q=1$

$$C_{\text{seuil}} = (1 + \Delta^2) \frac{(1 + \psi^2)}{\psi^2}$$

C_{seuil} est une fonction décroissante de la largeur du profil de pompe ψ qui se réduit dans la limite d'un profil plat, à l'expression du paramètre de pompe dans lequel le champ a un profil d'onde plane : $C_{\text{seuil}} = (1 + \Delta^2)$

I.2.2. - Famille $q = 1$

La structure en anneau de la famille $q = 1$ est le résultat soit de la combinaison linéaire des modes à symétrie cylindrique $A_{0,1}$ et $A_{0,-1}$ respectivement à hélicité positive et négative ou encore de celle des modes à symétrie axiale B_{011} et B_{012} de même intensité et en quadrature de phase.

L'enveloppe du champ électrique lentement variable développée sur la base des modes $A_{p,1}$ est :

$$F = A_{0,1} f_{0,1} + A_{0,-1} f_{0,-1} \quad (23)$$

et, sur la base des modes $B_{p,1}$:

$$F = B_{0,11} g_{0,11} + B_{0,12} g_{0,12} \quad (24)$$

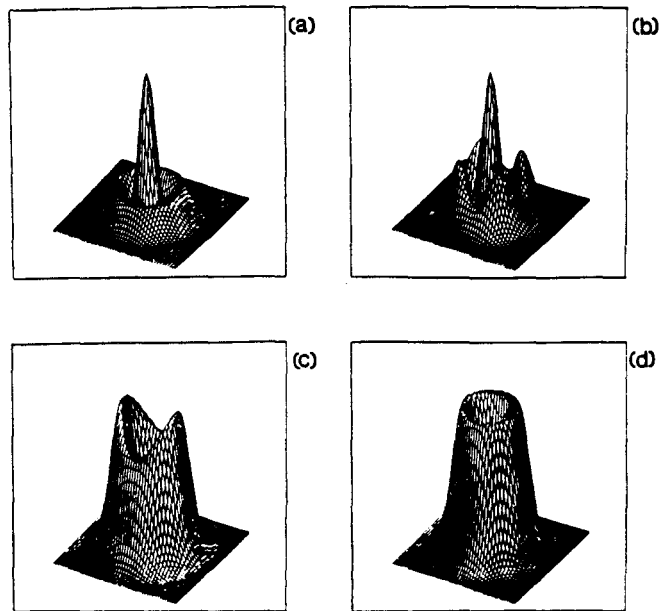
La distribution en intensité de F est un anneau si les modes $A_{0,1}$ et $A_{0,-1}$ ont la même amplitude (figure 4.2).

I.2.3. - Famille $q = 2$

Cette famille comporte trois modes de Gauss-Laguerre : le mode $A_{1,0}$ et les deux modes $A_{0,2}$ et $A_{0,-2}$.

$$A_{1,0} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} (1 - 2\rho^2) e^{-\rho^2} \quad (25)$$

$$A_{0,2} = \sqrt{\frac{1}{\pi}} (2\rho^2) e^{-\rho^2} e^{+2i\varphi} \quad (26)$$



*Figure 4.3 : Distribution transverse en intensité des structures stables
de la famille $q=2$*

(a) mode de Gauss-Laguerre à symétrie cylindrique $p=1, l=0$

(b) configuration 4 trous ou "léopard"

(c) configuration "ovale"

(d) configuration en anneau

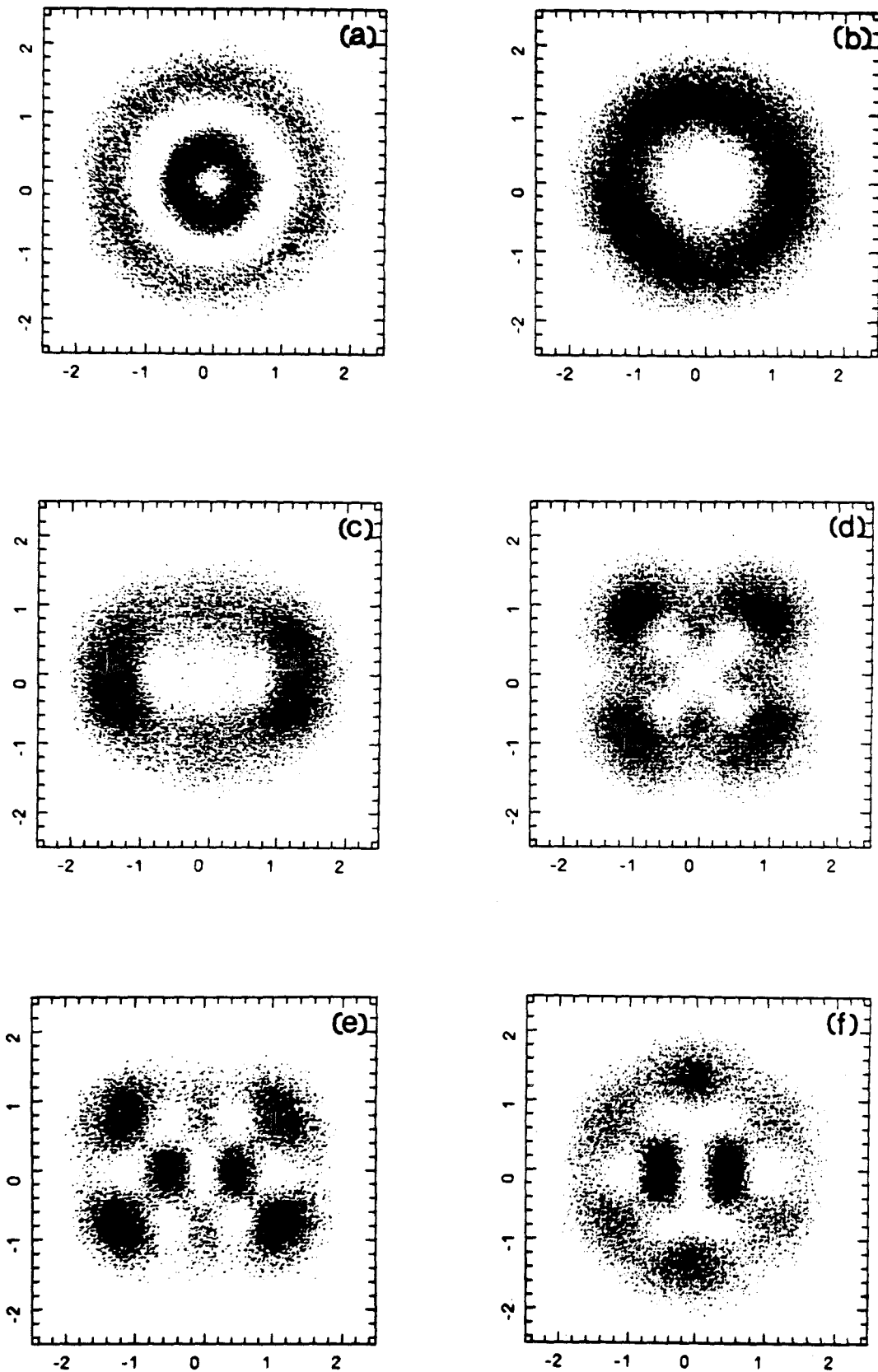


Figure 4.4 : Structures de la famille $q=3$

(a) structure en anneau $p=1, l=1$

(b) structure en anneau $p=0, l=3$

(c), (d), (e), (f) sont les structures à 3,5,7,9 singularités de phase respectivement

$$A_{0,-2} = \sqrt{\frac{1}{\pi}} (2\rho^2) e^{-\rho^2} e^{-2i\varphi} \quad (27)$$

Les distributions en intensité sont d'une part une structure en anneau avec un point central $A_{1,0}$, et d'autre part deux structures annulaires $A_{0,2}$ et $A_{0,-2}$ identiques. En plus de ces trois modes, par combinaison linéaire de ceux-ci, on obtient les structures "ovale" et "léopard". La structure "ovale" apparaît quand l'amplitude d'un mode en anneau est supérieure à celle de l'autre mode annulaire. La solution stationnaire "léopard" est obtenue quand les amplitudes des modes en anneau sont égales (figure 4.3).

I.2.4. - Famille $q = 3$

Cette famille est constituée des quatre modes $A_{1,1}$, $A_{1,-1}$, $A_{0,3}$ et $A_{0,-3}$:

$$A_{1,1} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} 4\rho (1 - \rho^2) e^{-\rho^2} e^{+i\varphi} \quad (28)$$

$$A_{1,-1} = \sqrt{\frac{1}{2\pi}} 4\rho (1 - \rho^2) e^{-\rho^2} e^{-i\varphi} \quad (29)$$

$$A_{0,3} = \sqrt{\frac{1}{3\pi}} (2\rho^2)^{3/2} e^{-\rho^2} e^{+3i\varphi} \quad (30)$$

$$A_{0,-3} = \sqrt{\frac{1}{3\pi}} (2\rho^2)^{3/2} e^{-\rho^2} e^{-3i\varphi} \quad (31)$$

La distribution en intensité des modes $A_{1,1}$ et $A_{1,-1}$ a la forme d'un double anneau et celle des modes $A_{0,3}$ et $A_{0,-3}$ d'un anneau simple. En plus des 4 modes en anneau, quatre autres états stationnaires stables, combinaisons linéaires des modes en anneau, sont mis en évidence (cf figures 4.4 c) d) e) et f)).

Dans le modèle décrit plus haut, tous les modes de la même famille oscillent à une fréquence commune. Cependant, il arrive fréquemment que la dégénérescence en fréquence des modes qui la composent soit levée par une asymétrie de la cavité. Il en résulte que les structures du faisceau perdent leur caractère stationnaire. Nous n'allons pas étudier cet effet dans le cas général mais nous nous contenterons d'examiner l'exemple de la famille $q = 1$ qui a par ailleurs fait l'objet d'une investigation sur le plan expérimental.

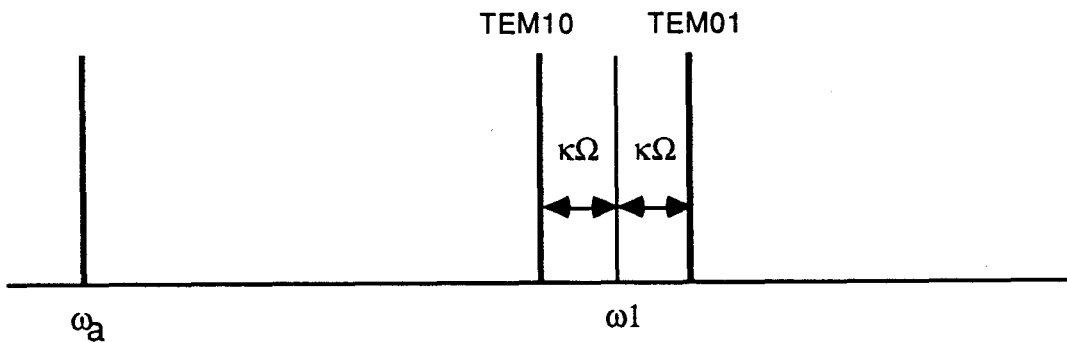
I.3 - Dynamique de la structure en anneau de la famille $q = 1$

Une légère brisure de symétrie introduite par les éléments optiques du système, se traduit par des chemins optiques différents pour les deux modes TEM₀₁ et TEM₁₀ : il en résulte une levée de dégénérescence en fréquence entre ces modes et une phase relative dépendante du temps. Les modes TEM₀₁ et TEM₁₀ de la famille $q = 1$ ont une distribution d'intensité différente dans le plan transverse (cf la description des modes exposée ci-dessus). Le régime dynamique atteint est appelé "structure en anneau non verrouillé" (en fréquence).

L'anneau non verrouillé présente une dynamique d'antiphase, dont nous présentons l'étude théorique ci-dessous.

I.3.1. - Dynamique d'antiphase de l'anneau non verrouillé

A cause de l'astigmatisme des éléments optiques de la cavité du laser, les fréquences des deux modes TEM₀₁ et TEM₁₀ sont symétriquement déplacées d'une quantité Ω exprimée en unités de κ par rapport à leur fréquence commune d'oscillation $\omega_1 = \omega_0 + 2\pi\Delta\nu_T$ suivant le schéma :



Si on prend ω_1 au lieu de ω_L comme fréquence de référence (ω_L étant la fréquence d'oscillation de chaque mode en tenant compte du tirage de fréquence). Les équations dynamiques des amplitudes modales g_{011} et g_{012} des modes TEM₀₁ et TEM₁₀ deviennent :

$$\frac{dg_{0,11}}{d\tau} = -\ell \left[\left(1 - i\frac{\delta\omega_1}{\ell} - i\Omega\right) g_{0,11} - C \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty d\rho \rho B_{0,11}(\rho, \varphi) P(\rho, \varphi, t) \right] \quad (32)$$

$$\frac{dg_{0,12}}{d\tau} = -\ell \left[\left(1 - i\frac{\delta\omega_1}{\ell} + i\Omega\right) g_{0,12} - C \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty d\rho \rho B_{0,12}(\rho, \varphi) P(\rho, \varphi, t) \right] \quad (33)$$

$$\text{où } \delta\omega_1 = \frac{\omega_L - \omega_1}{\gamma_L}$$

Les amplitudes modales $f_{0,1}$ et $f_{0,-1}$ sont reliées aux amplitudes $g_{0,11}$ et $g_{0,12}$ par :

$$f_{0,1} = \frac{g_{0,11} - ig_{0,12}}{\sqrt{2}} \quad (34)$$

$$f_{0,-1} = \frac{g_{0,11} + ig_{0,12}}{\sqrt{2}} \quad (35)$$

Les équations des amplitudes modales $f_{0,1}$ et $f_{0,-1}$ sont alors :

$$\frac{df_{0,1}}{d\tau} = -\ell \left[\left(1 - i\frac{\delta\omega_1}{\ell}\right) f_{0,1} - i\Omega f_{0,-1} - C \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty d\rho \rho A_{0,1}(\rho, \varphi) P(\rho, \varphi, t) \right] \quad (36)$$

$$\frac{df_{0,-1}}{d\tau} = -\ell \left[\left(1 - i\frac{\delta\omega_1}{\ell}\right) f_{0,-1} - i\Omega f_{0,1} - C \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty d\rho \rho A_{0,-1}(\rho, \varphi) P(\rho, \varphi, t) \right] \quad (37)$$

L'évolution des variables atomiques est régie par les équations (16) et (17) dans lesquelles on a toutefois remplacé δ par $\delta_1 = \frac{\omega_a - \omega_1}{\gamma_L}$ d'où $\Delta = \delta_1 - \delta\omega_1 = \frac{\omega_a - \omega_L}{\gamma_L}$.

Nous avons déjà montré que la solution stationnaire monomode en anneau est stable si $\Omega = 0$, c'est-à-dire lorsque les deux modes de la famille $q = 1$ sont dégénérés en fréquence.

Si $\Omega \neq 0$, la présence des termes de couplage $-i\Omega f_{0,-1}$ et $-i\Omega f_{0,1}$ exclut l'existence de solutions stationnaires monomodes et impose un régime dynamique. Les simulations numériques [Prati 1992] montrent que les modes TEM_{01} et TEM_{10} sont tous les deux présents et que leurs intensités $|g_{011}|^2$ et $|g_{012}|^2$, qui ont une composante continue G_{011}^2 et G_{012}^2 de grande amplitude, montrent respectivement de petites oscillations ε_1 et ε_2 à une fréquence égale à l'écart en fréquence $\nu = \frac{2\ell\Omega}{1+\ell}$ de ces modes dans la cavité active. On en déduit que

le comportement temporel des amplitudes modales g_{011} et g_{012} peut être décrit de la façon suivante :

$$g_{0,11} = G_{011} (1 + \varepsilon_1 \sin(2\nu\tau))^{1/2} \exp(-i\nu_1\tau) \quad (38)$$

$$g_{0,12} = G_{012} (1 + \varepsilon_2 \sin(2\nu\tau))^{1/2} \exp(-i\nu_2\tau) \quad (39)$$

où ν_1 et ν_2 sont les écarts en fréquence entre les fréquences laser des modes et la fréquence de référence ω_1 .

L'intensité du champ total s'écrit alors :

$$\begin{aligned} |F(\rho, \varphi, t)|^2 &= A(\rho) |G_{011}(1+\varepsilon_1\sin(2\nu\tau))^{1/2}\cos\varphi + G_{012}(1+\varepsilon_1\sin(2\nu\tau))^{1/2}\sin\varphi \exp-ivt|^2 \\ &= A(\rho)(G_{011}^2(1+\varepsilon_1\sin(2\nu\tau))\cos^2\varphi + G_{012}^2(1+\varepsilon_2\sin(2\nu\tau))\sin^2\varphi \\ &\quad + G_{011}G_{012}(1+\varepsilon_1\sin(2\nu\tau))^{1/2}(1+\varepsilon_2\sin(2\nu\tau))^{1/2}\sin 2\varphi \sin vt) \quad (40) \end{aligned}$$

avec $A(\rho) = \frac{4}{\pi} \rho^2 \exp(-2\rho^2)$

En définissant le déphasage φ_0 tel que $\varphi_0 = \arctan (G_{012}/G_{011})$, on trouve que les valeurs de $|F|^2$ sont :

$$|F|^2 = \frac{4}{\pi} \rho^2 \exp(-2\rho^2) \cos^2 (\varphi - \varphi_0) \quad \text{à } t = 0$$

$$|F|^2 = \frac{4}{\pi} \rho^2 \exp(-2\rho^2) (G_{011}\cos\varphi^2 + G_{012}\sin\varphi^2) \quad \text{à } t = \frac{T}{4}$$

$$|F|^2 = \frac{4}{\pi} \rho^2 \exp(-2\rho^2) \cos^2 (\varphi + \varphi_0) \quad \text{à } t = \frac{T}{2}$$

$$|F|^2 = \frac{4}{\pi} \rho^2 \exp(-2\rho^2) (G_{011}\cos\varphi^2 + G_{012}\sin\varphi^2) \quad \text{à } t = \frac{3T}{4}$$

A $t = 0$ et à $t = \frac{T}{2}$, la distribution d'intensité est celle d'un mode pur TEM₀₁ tourné d'un angle φ_0 dans le premier cas et de $-\varphi_0$ dans le second cas.

Les structures à $t = \frac{T}{4}$ et à $t = \frac{3T}{4}$ sont identiques, elles sont données par la somme de deux modes purs TEM₀₁ et TEM₁₀.

Lorsque $G_{011} = G_{012}$ et $\varphi_0 = \pi/4$, la structure à deux maxima d'intensité est alternativement sur les droites d'équation $y = x$ et $y = -x$. La structure réalisée aux instants $t = \frac{T}{4}$ et à $t = \frac{3T}{4}$ est un mode en anneau pur dont l'hélicité est alternativement positive et négative.

Si on néglige les petites oscillations ε_1 et ε_2 , l'intensité totale moyennée dans le temps s'écrit :

$$\langle |F(\rho, \varphi, t)|^2 \rangle = \frac{4}{\pi} \rho^2 \exp(-2\rho^2) (G_{011}^2 \cos^2 \varphi + G_{012}^2 \sin^2 \varphi) \quad (41)$$

Quand $G_{011} > G_{012}$, $\langle |F(\rho, \varphi, t)|^2 \rangle$ présente deux maxima sur l'axe des x et deux minima sur l'axe des y.

La phase de l'intensité change de π radians lorsqu'on franchit la limite entre deux quadrants. Les deux quadrants symétriques par rapport au centre de la structure ont la même phase et la variation de phase sur un parcours fermé autour de l'origine est donc de 4π radians.

I.3.2. - Verrouillage en phase des modes de la famille $q = 1$

La simulation numérique des équations modales [Prati 1992] montre que lorsque l'écart en fréquence $\ell\Omega$ entre les modes TEM_{01} et TEM_{10} décroît, ces modes se verrouillent brutalement en phase avant que l'écart en fréquence qui les sépare ne soit exactement nul. En d'autres termes, les modes TEM_{01} et TEM_{10} oscillent à la même fréquence avec une phase relative proche de $\frac{\pi}{2}$. La structure résultante est stationnaire et a la forme d'un anneau. Toutefois, la configuration en anneau parfaite n'est atteinte que lorsque $\Omega = 0$. Nous avons étudié expérimentalement cette dynamique de l'anneau (cf II).

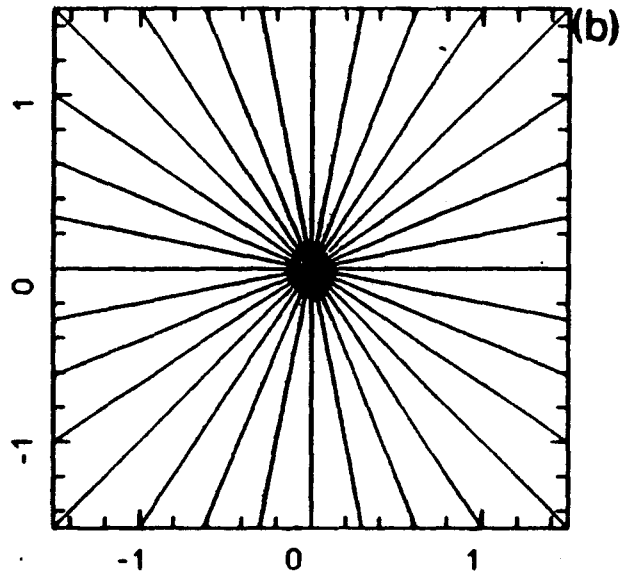
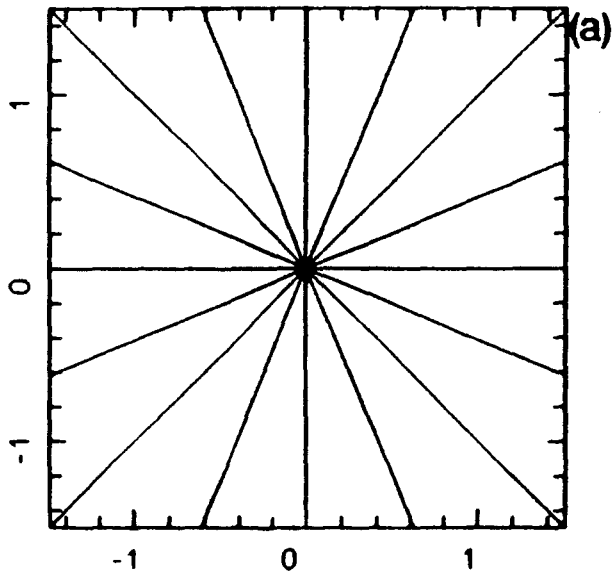
L'anneau ainsi que beaucoup de structures plus complexes présentent une (des) singularité(s) de phase que nous allons décrire maintenant.

I.4 - Singularités de phase

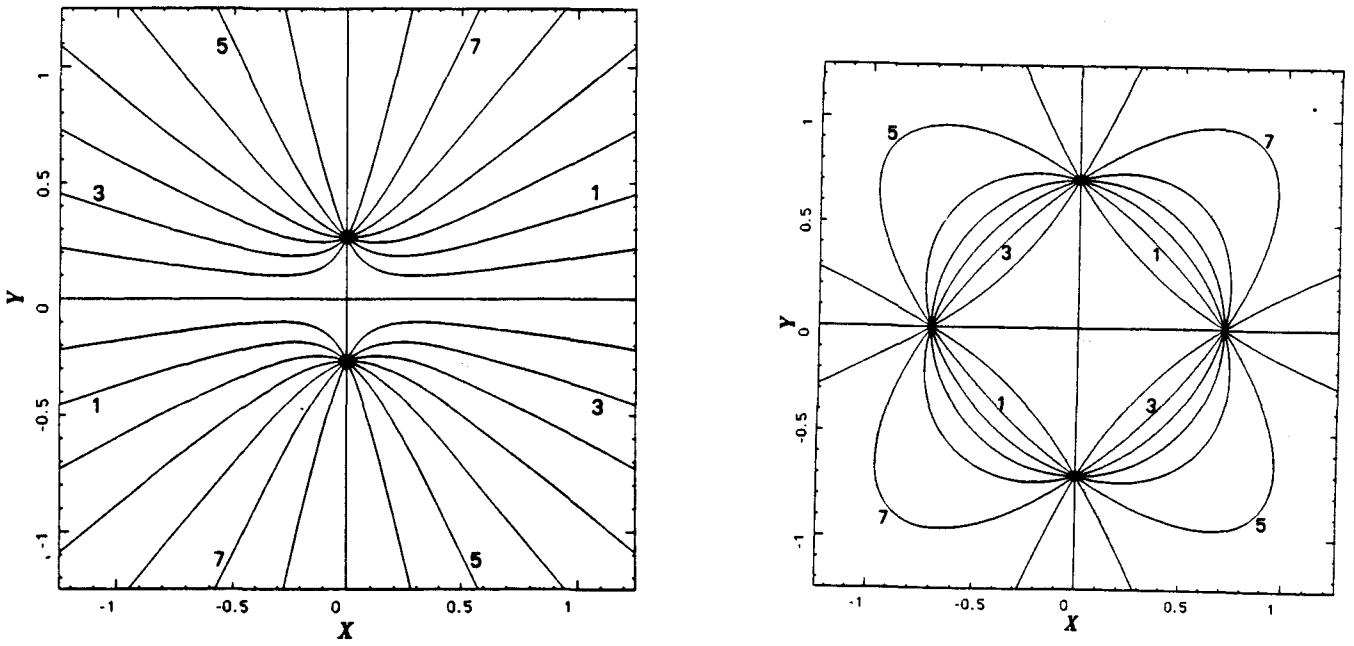
A l'exception des solutions stationnaires monomodes symétriques, toutes les solutions stationnaires stables montrent des points isolés, où l'intensité s'annule dans le plan transverse. En ces points S appelés singularités de phase, les parties réelle et imaginaire de l'enveloppe du champ électrique F s'annulent simultanément. En écrivant F sous la forme :

$$F = |F| e^{i\Phi}$$

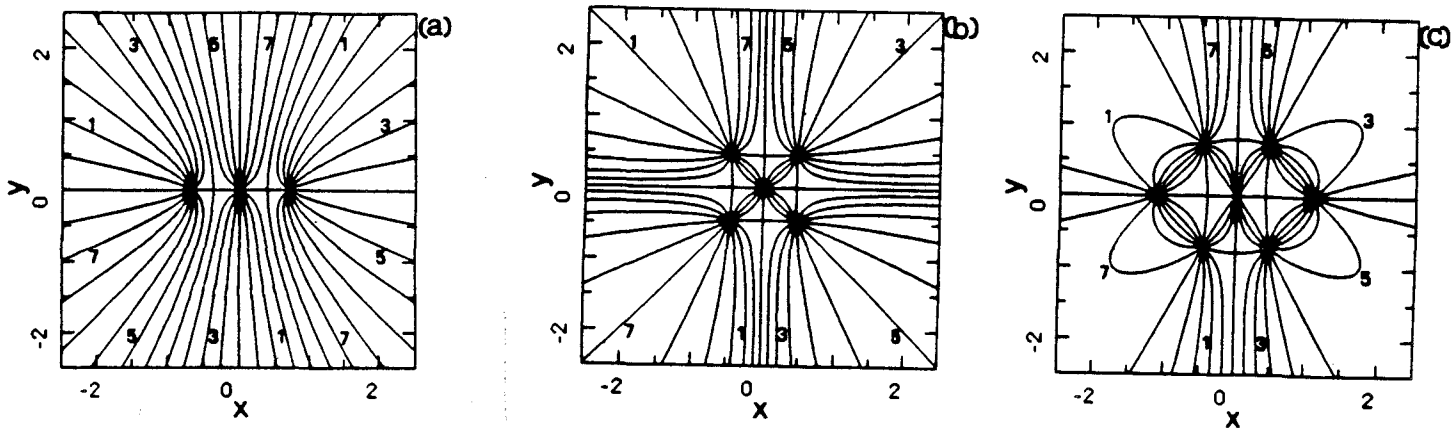
$$\text{on a : } \operatorname{Re} F(S) = 0 \text{ et } \operatorname{Im} F(S) = 0$$



Figures 4.5 et 4.6: Lignes équi-phases des structures en anneau
(a) cas de l'anneau de la famille $q = 1$
(b) cas de l'anneau de la famille $q = 2$



*Figure 4.7 : Lignes équiphases
(a) de la structure "ovale"
(b) de la structure "léopard"*



*Figure 4.8 : Lignes équiphases des 3 structures à 3,5,7 singularités de phase
de la famille $q=3$*

De plus, la circulation le long d'une courbe fermée de la phase de l'enveloppe du champ électrique est égale à $2\pi m$, où m est un entier relatif, appelé "charge topologique", soit :

$$\Delta\Phi = \int_1 \nabla\Phi \cdot dl = 2\pi m \quad (42)$$

I.4.1. - Famille $q = 1$

Les structures en anneau ont une singularité de phase à l'origine de charge +1 et -1 respectivement (figure 4.5).

I.4.2. - Famille $q = 2$

Les structures en anneau ont une charge topologique +2 (structure $A_{0,2}$) ou -2 (structure $A_{0,-2}$). Rappelons que les modes en anneau sont les seuls modes symétriques en intensité et non en champ, de telle sorte qu'ils présentent des singularités de phase (figure 4.6). Le mode $A_{1,0}$ ne possède aucune singularité car la phase du champ est indépendante de Φ . Les quatre singularités de la structure "léopard" se situent aux sommets d'un carré et chacune d'entre elles a une charge égale à +1 ou -1; les charges situées sur la même diagonale sont de même signe (figure 4.7). L'"ovale" possède deux singularités de phase de charge égale à +1 ou -1, l'anneau qui domine dans la structure "impose" sa charge.

I.4.3. - Famille $q = 3$

Les structures en double anneau $A_{1,1}$ et $A_{1,-1}$ ont une singularité de phase à l'origine, de charges respectives +1 et -1 de même les structures en anneau simple $A_{0,3}$ et $A_{0,-3}$ ont une singularité de phase à l'origine de charges respectives +3 et -3. Les structures des figures 4.8 c), d), e) et f) montrent respectivement 3, 5, 7, 9 singularités de phase, chacune de charge unitaire, arrangées sous forme de cristaux (figure 4.4).

II - CLASSIFICATION EXPERIMENTALE DES STRUCTURES

II.1 - Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est constitué d'un laser à CO₂ à décharge continue et d'une chaîne de détection.

Le résonateur du laser est formé d'un miroir plan et d'un coupleur sphérique de rayon de courbure $R = 5$ m et de coefficient de transmission $T = 5\%$. Cette cavité contient une lentille convergente en ZnSe de focale $f = 0.10$ m. Le milieu actif du laser est composé de CO₂, de N₂ et de He, dans la proportion 1: 1: 1. La pression totale est égale à 60 Torr. Cette dernière étant supérieure à 50 Torr, ce sont les processus de collisions qui fixent la largeur de raie. Cette largeur à mi-hauteur γ_L est donnée par [Witteman 1987] :

$$\Delta\nu_p = 7.58 (\psi_{\text{CO}_2} + 0.73 \psi_{\text{N}_2} + 0.64 \psi_{\text{He}}) \times p \sqrt{\frac{300}{T}} \text{ MHz} \quad (43)$$

où ψ_x est la fraction de la composante x du gaz et p la pression en Torr.

L'application numérique à la température $T = 298$ K donne :

$$\gamma_L = 2\pi \Delta\nu_p = 2.3 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

Le taux de pertes κ est défini par :

$$\kappa = \frac{c(1-R)}{2L} \quad (44)$$

en prenant $L = 1.87$ m et un taux de pertes de l'ordre de 10% (miroirs, fenêtres et lentille intracavité), on trouve : $\kappa = 8.0 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$.

Le tube, contenant le milieu amplificateur, est fermé par deux fenêtres à angle de Brewster en ZnSe d'épaisseur 3 mm (figure 4.9).

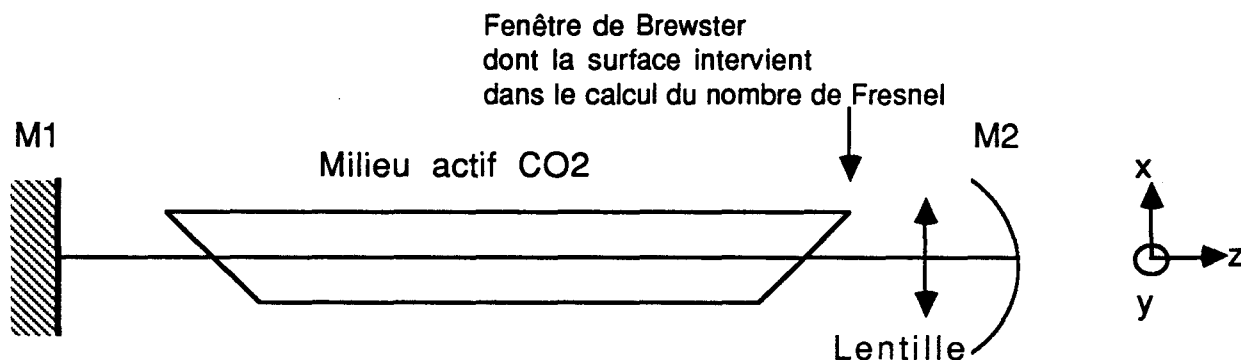


Figure 4.9 : Schéma du laser CO₂ dont la cavité constituée d'un miroir plan M₁ et d'un coupleur sphérique M₂ contient une lentille.

Le tube amplificateur est fermé par deux fenêtrés de Brewster

L'ensemble des mesures est réalisé sur la transition P20 dans la branche à 10.6 μm du laser à CO₂.

II.1.1.- Résonateur

II.1.1.1- Rappel sur les paramètres d'un résonateur

Pertes par diffraction- Nombre de Fresnel

Les pertes par diffraction d'un résonateur dépendent non seulement de l'ouverture finie des miroirs, de leurs rayons de courbure et de leur degré d'alignement, de la présence d'éléments dans la cavité, mais aussi de la longueur L du résonateur. De plus, elles augmentent, en même temps, que les indices transverses des modes.

La détermination du nombre du Fresnel N_F , qui caractérise les pertes par diffraction du résonateur, est directement reliée au calcul de la diffraction.

Dans le cas d'une cavité cylindrique constituée de 2 miroirs plans réfléchissants M₁ et M₂, de rayons d'ouverture respectifs r₁ et r₂, et parfaitement alignés, on définit le nombre de Fresnel par : $N_F = \frac{r_1 r_2}{\lambda L}$. Pour que les pertes par diffraction soient faibles, il faut que soit remplie la condition suivante : $\frac{r_1 r_2}{\lambda L} \gg 1$

Paramètres géométriques G₁ et G₂

Deux résonateurs, ayant même nombre de Fresnel peuvent avoir, à cause de leur géométrie, pour un même mode transverse, des pertes par diffraction

différentes, en particulier parce qu'elles dépendent des rayons de courbure des miroirs.

Par exemple, pour un nombre de Fresnel de l'ordre de 1, un résonateur, constitué de deux miroirs plans et parallèles, présentera des pertes par diffraction par passage de 10 à 20%, pour le mode TEM₀₀, un résonateur confocal aura des pertes inférieures à 1%. Ceci signifie que la prise en compte des pertes par diffraction exige qu'en plus du nombre de Fresnel, soient considérés d'autres paramètres.

Ceux-ci sont appelés paramètres géométriques de la cavité et notés G_1 et G_2 . Ils satisfont à la condition de stabilité du résonateur soit : $0 \leq G_1 G_2 \leq 1$ (voir tableau 1).

Le nombre de Fresnel et les paramètres géométriques G_1 et G_2 caractérisent complètement le résonateur. On peut cependant introduire un nombre de Fresnel "effectif" \mathcal{N} qui tient compte de la géométrie du résonateur et de l'ouverture finie des éléments dans la cavité (lentille, diaphragme).

Nombre de Fresnel "effectif" \mathcal{N}

Le nombre de Fresnel "effectif" \mathcal{N} est une mesure du nombre de modes transverses susceptibles d'osciller dans la cavité, compte tenu de l'ouverture finie des éléments qui la composent.

On compare la surface des ouvertures placées dans la cavité à celle qu'occupe la surface $\pi w^2(z)$ du mode TEM₀₀ dans le plan de ces ouvertures et on affecte au nombre de Fresnel "effectif" la valeur minimale en fonction de z ($0 \leq z \leq L$) du rapport $\frac{a^2(z)}{w^2(z)}$ où a est le rayon de l'ouverture. Dans le cas du résonateur confocal symétrique, il existe une relation simple entre N_F et \mathcal{N} soit : $\mathcal{N} = \pi N_F$.

II.1.1.2- Calcul des paramètres du résonateur à lentille

Les paramètres N_F , G_1 et G_2 du résonateur à lentille sont calculés dans l'annexe A et le nombre de Fresnel "effectif" \mathcal{N} dans l'annexe B. Le tableau 1 suivant indique les résultats de ce calcul.

$N_F = \frac{r_1 r_2}{\lambda(L - d_1(L-d_1)/f)}$
$G_1 = \left[1 - \frac{(L-d_1)}{f} \right]$
$G_2 = \left[1 - \frac{d_1}{f} - \frac{1}{R} \left(L - \frac{d_1(L-d_1)}{f} \right) \right]$
$\mathcal{N}^\circ = \frac{\pi r_B^2}{\pi w_B^2}$

Tableau 1 : Paramètres N_F , G_1 , G_2 et \mathcal{N}° en fonction de d_1 , f , R , L , r_B et w_B .

d_1 est la distance de la lentille au miroir plan. r_B et w_B sont respectivement le rayon d'ouverture du système au niveau de la fenêtre 1 du milieu amplificateur et w_B le rayon du mode fondamental à cet endroit.

II.1.2.- Fréquences de résonance d'un résonateur asymétrique

Dans le cas où les éléments optiques insérés dans la cavité ont la symétrie cylindrique, les modes transverses d'une même famille d'indice q sont dégénérés en fréquence. L'écart fréquentiel entre les familles de modes transverses de la cavité à lentille s'écrit :

$$\Delta\nu_T = \frac{\Delta\nu_L}{\pi} \arccos \left(\left[1 - \frac{(L-d_1)}{f} \right] \left[1 - \frac{d_1}{f} - \frac{1}{R} \left(L - \frac{d_1(L-d_1)}{f} \right) \right] \right)^{1/2} \quad (45)$$

Le résonateur de notre laser contient des fenêtres placées à incidence de Brewster. Ces lames inclinées produisent de l'astigmatisme qui lève la dégénérescence en fréquence entre les modes transverses d'une même famille et donne naissance à un faisceau gaussien dissymétrique, qui présente des rayons de courbure complexes différents suivant les axes x et y du système. Nous utilisons la levée de dégénérescence, qui existe dans notre système pour identifier les familles de modes transverses, qui oscillent dans la cavité.

L'astigmatisme se traduit par une modification de la longueur L du résonateur dans le plan d'incidence xz et dans le plan perpendiculaire yz . L

devient respectivement $L - L_1$ dans le plan xz et $L - L_2$ dans le plan yz (figure 4.12). On montre que [Hanna 1969] :

$$L_1 = L_2 \left(1 + \frac{1}{\sin^2\theta} \right) \quad \text{et} \quad L_2 = -e \frac{\cos\theta \cos 2\theta}{\sin^2\theta}$$

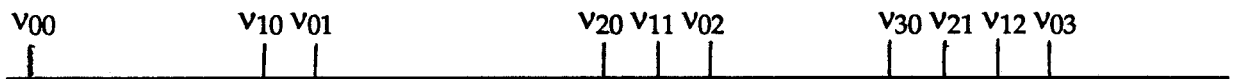
où $\theta = 67^\circ$ est l'angle d'incidence sur la fenêtre de Brewster et $e = 6$ mm l'épaisseur totale des deux fenêtres.

En tenant compte de l'astigmatisme, les fréquences de résonance des modes TEM_{mn} (coordonnées cartésiennes) du résonateur à lentille intracavité deviennent :

$$\begin{aligned} \nu_{mn} = & \frac{\Delta \nu_L}{2} (q+1) \\ & + \frac{\Delta \nu_L}{\pi} (m+1/2) \arccos \left[\left(1 - \frac{L-d_1-L_1}{f} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{d_1}{f} - \frac{1}{R} (L-L_1 - \frac{d_1}{f} (L-L_1-d_1)) \right)^{1/2} \right] \\ & + \frac{\Delta \nu_L}{\pi} (n+1/2) \arccos \left[\left(1 - \frac{L-d_1-L_2}{f} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{d_1}{f} - \frac{1}{R} (L-L_2 - \frac{d_1}{f} (L-L_2-d_1)) \right)^{1/2} \right] \quad (46) \end{aligned}$$

Notons que les calculs sont effectués dans une cavité ne contenant pas de milieu actif: ils peuvent être modifiés à cause des phénomènes de tirage en fréquence voire d'accrochage qui se produisent loin du seuil d'oscillation du laser.

Nous avons calculé les fréquences de quelques modes transverses du premier résonateur dont les caractéristiques sont : $d_1 = 1.767$ m, $R = 5$ m et $L = 1.87$ m.



$$\nu_{00} = 108.692 \text{ MHz}$$

$$\nu_{10} = 137.165 \text{ MHz}, \nu_{01} = 137.605 \text{ MHz}$$

$$\nu_{20} = 165.638 \text{ MHz}, \nu_{11} = 166.078 \text{ MHz}, \nu_{02} = 166.518 \text{ MHz}$$

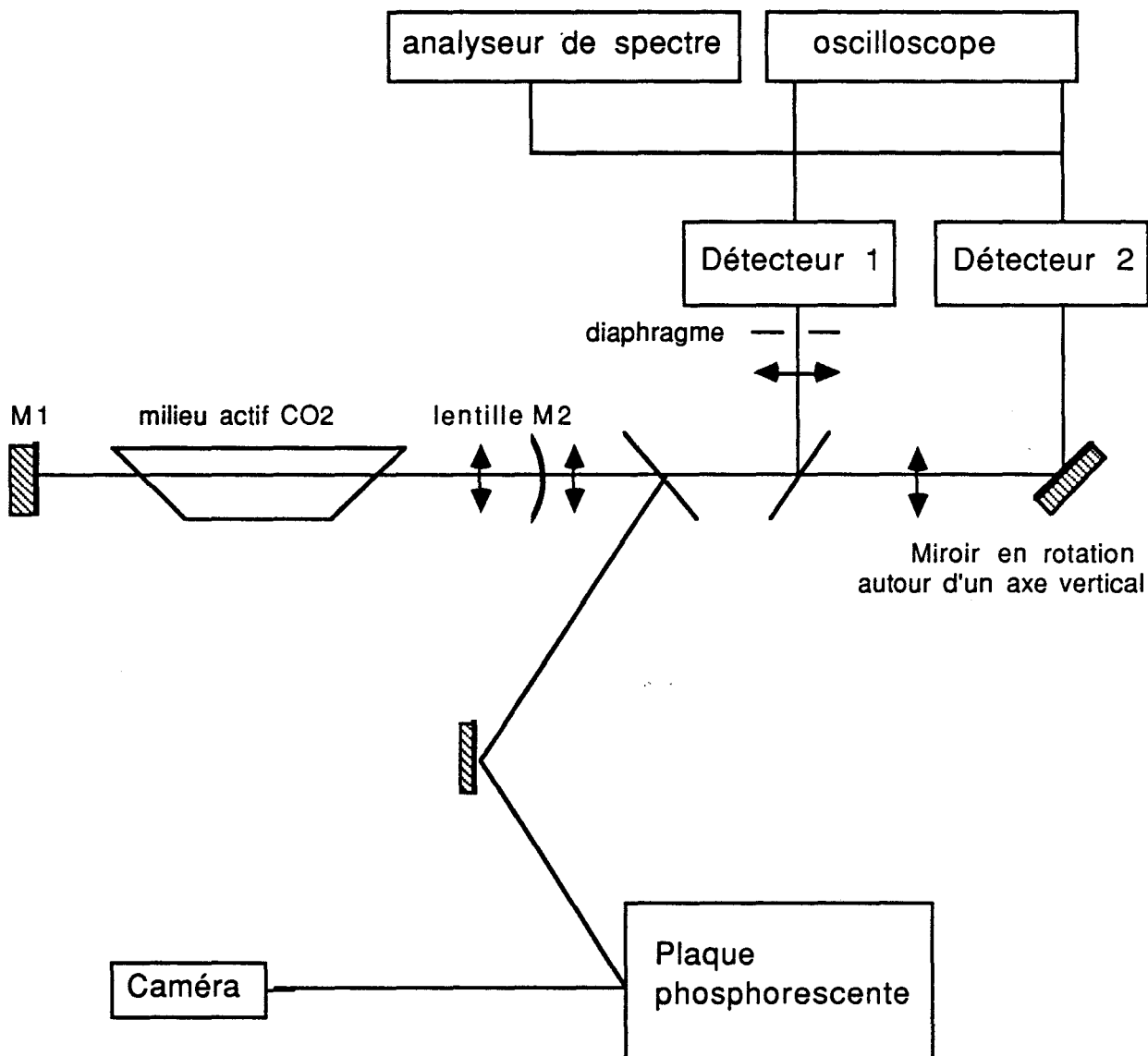
$$\nu_{30} = 194.110 \text{ MHz}, \nu_{21} = 194.550 \text{ MHz}, \nu_{12} = 194.990 \text{ MHz}, \nu_{03} = 195.431 \text{ MHz}$$

La levée de dégénérescence entre les modes TEM_{01} et TEM_{10} est égale à 440 kHz, entre les modes TEM_{02} et TEM_{20} , elle vaut : 880 kHz ... On remarquera

que le mode TEM_{0n} a une fréquence plus élevée que le mode TEM_{n0} , les modes TEM_{0n} et TEM_{n0} appartenant à la même famille.

II.1.3.- Chaîne de détection

Le faisceau laser IR (figure 4.10) est envoyé sur une lame séparatrice de coefficient de réflexion 80%.



*Figure 4.10 : Dispositif expérimental :
Laser CO2 et chaîne de détection*

Le faisceau réfléchi éclaire une *plaque phosphorescente* de constante de temps de l'ordre de 0.5 s, placée dans un plan perpendiculaire à la direction de

propagation. Elle fournit une indication visuelle de la structure transverse du faisceau moyennée dans le temps, qui est enregistrée par une *caméra* (cf annexe C). Le signal issu de cette caméra est stocké dans un ordinateur. Un logiciel de traitement d'images permet de soustraire le bruit dû à la mauvaise qualité de la plaque phosphorescente.

Le faisceau transmis traverse ensuite une deuxième lame semi-réfléchissante puis une lentille. Il est alors réfléchi par un miroir en rotation autour d'un axe fixe vers *un premier détecteur HgCdTe*, large-bande (1 GHz), de surface active 1mm^2 . La rotation du miroir permet une analyse du profil transverse de la structure le long d'une droite perpendiculaire à l'axe fixe. Des platines de translation et de rotation permettent de modifier la pente de la droite et sa distance du centre de la structure.

Le faisceau, réfléchi par la deuxième lame est renvoyé par un miroir vers *un deuxième détecteur HgCdTe* placé derrière un diaphragme de diamètre $\Phi = 1$ mm. Dans le plan du diaphragme, le diamètre du faisceau est de l'ordre de 10 mm. En faisant varier manuellement la position du miroir, nous pouvons effectuer une analyse point par point de l'intensité du faisceau dans le plan transverse en fonction du temps.

Dans nos expériences, nous plaçons des atténuateurs devant les détecteurs afin de ne pas les saturer par une densité de puissance trop importante du faisceau. En effet, les fréquences harmoniques parasites qui résulteraient de la saturation des détecteurs compliqueraient encore davantage l'interprétation des battements des spectres complexes étudiés dans le paragraphe suivant.

Les signaux, issus des détecteurs, sont visualisés à l'aide d'un oscilloscope digital LeCroy 9400 (125 MHz) ou appliqués à l'entrée d'un analyseur de spectre Advantest (2GHz). Ils sont ensuite enregistrés dans un ordinateur Hewlett Packard HP9310.

Nous avons mis en oeuvre cette chaîne de détection pour classer les différentes structures du laser CO_2 et étudier le comportement dynamique de la structure en anneau.

II.2 - Classification des structures à symétrie cylindrique

Ces structures sont étudiées en faisant varier la longueur de la cavité du laser et pour deux valeurs du courant de décharge. En d'autres termes, on choisit d'explorer un intervalle spectral libre au voisinage d'une configuration donnée.

La lentille intracavité reste fixe pour chaque série d'expériences : elle est placée à une distance d_1 du miroir plan. Nous faisons varier la longueur du

résonateur en déplaçant le miroir sphérique à l'aide d'une céramique piézo-électrique.

On distingue donc deux types de situation :

- à faible courant de décharge ($I = 5 \text{ mA}$), la largeur de la courbe de puissance est nettement inférieure à l'intervalle spectral entre deux familles de modes transverses : seule une famille est sélectionnée.

- lorsque l'intensité du courant de décharge est plus élevée ($I = 10 \text{ mA}$), il y a compétition entre les familles de modes : nous pouvons, dans ces conditions, étudier les transitions entre deux familles d'indices respectifs q et $q+1$.

Nous étudions le comportement théorique des paramètres du résonateur en fonction de la distance d_1 . Cette analyse nous permet de trouver la distance d_1 à laquelle doit être positionnée la lentille pour obtenir un laser stable (figure 4.11) et le plus multimode possible (figure 4.12), elle nous donne également la valeur de l'intervalle spectral transverse $\Delta\nu_T$ à cette distance (figure 4.13).

II.2.1.- Paramètres du résonateur et évolutions en fonction de d_1

Les caractéristiques géométriques du résonateur sont résumées dans le tableau 2 :

$L = 1.87 \text{ m}$
$R = 5 \text{ m}$
$f = 0.10 \text{ m}$
$r_B = 6 \text{ mm}$

Tableau 2 : Caractéristiques du laser CO_2

Connaissant la longueur de la cavité, on en déduit que l'intervalle spectral libre est égal à 80 MHz. Cette valeur de l'intervalle $\Delta\nu_L$ intervient dans le calcul théorique de l'intervalle spectral transverse $\Delta\nu_T$ évalué ci-dessous.

La courbe G_1G_2 en fonction de d_1 (figure 4.11) permet de conclure à la stabilité de la cavité pour une position de la lentille dans un intervalle de 6 mm autour d'une valeur moyenne $d_1 = 1,767 \text{ m}$.

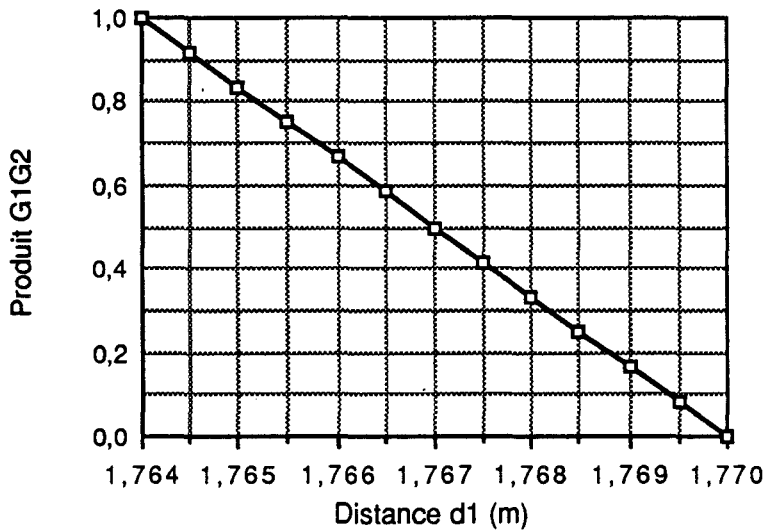


Figure 4.11 : Evolution du produit des paramètres géométriques G_1G_2 en fonction de la distance d_1 entre la lentille et le miroir plan

L'évolution de \mathcal{N} (figure 4.12) permet d'affirmer que la cavité est faiblement multimode puisque \mathcal{N} prend une valeur maximale $\mathcal{N}_{\max} = 3$ à $d_1 = 1.767$ m.

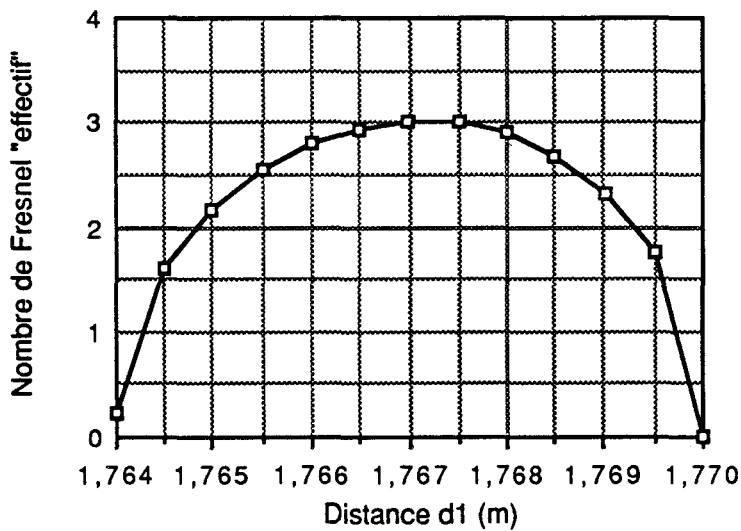


Figure 4.12 : Evolution du nombre de Fresnel "effectif" \mathcal{N} en fonction de la distance d_1

Les courbes des figures 4.11 et 4.12 permettent de conclure que le laser est stable et le plus fortement multimode pour une valeur de d_1 égale à 1.767 m. On choisit donc de placer la lentille à la distance de 1.767 m du miroir plan.

L'écart fréquentiel $\Delta\nu_T$ entre familles de modes transverses en fonction de d_1 est représenté figure 4.13.

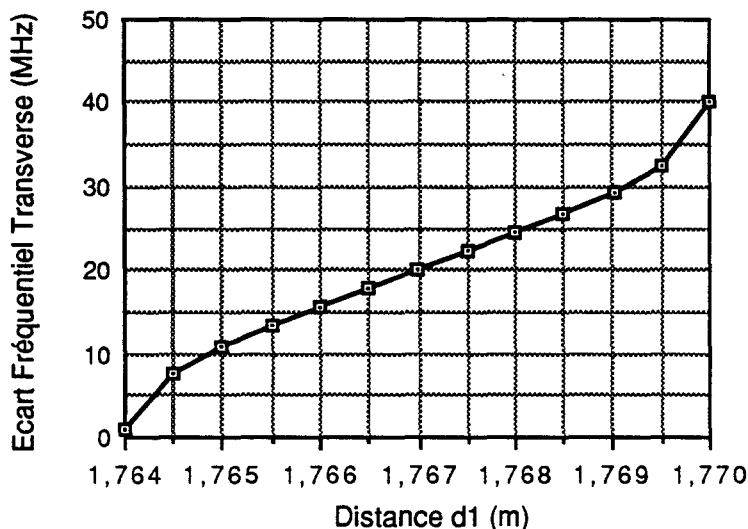


Figure 4.13 : Evolution de l'écart fréquentiel transverse $\Delta\nu_T$ en fonction de la distance d_1

On note que l'intervalle spectral transverse $\Delta\nu_T$ est égal à 20 MHz à $d_1 = 1.767$ m. Au cours de nos expériences, on devrait retrouver cette valeur corrigée des effets de tirage en fréquence.

II.2.2.- Description des structures

Nous observons quatre structures qui, moyennées dans le temps, ont une forme très voisine de celles prédites dans un laser en anneau par la théorie de la décomposition modale [Brambilla et al. 1991].

En augmentant la longueur de la cavité d'une demi-longueur d'onde à partir d'une position choisie arbitrairement, nous observons une structure à maximum central de 0 à 1.23 μm , une structure en anneau de 1.81 à 2.41 μm , une structure en anneau avec un point central de 2.48 à 3.66 μm et une structure en double anneau de 3.95 à 4.84 μm .

Ces structures, moyennées dans le temps, ressemblent aux structures stationnaires à maximum central, en anneau, en anneau avec un point central et en double anneau des familles $q = 0, 1, 2, 3$ décrites théoriquement ci-dessus.

Etant donné qu'elles ne sont pas stationnaires à cause de l'astigmatisme, l'analyse des fréquences de battement du spectre d'émission du laser va nous permettre de confirmer l'appartenance des structures à une famille donnée.

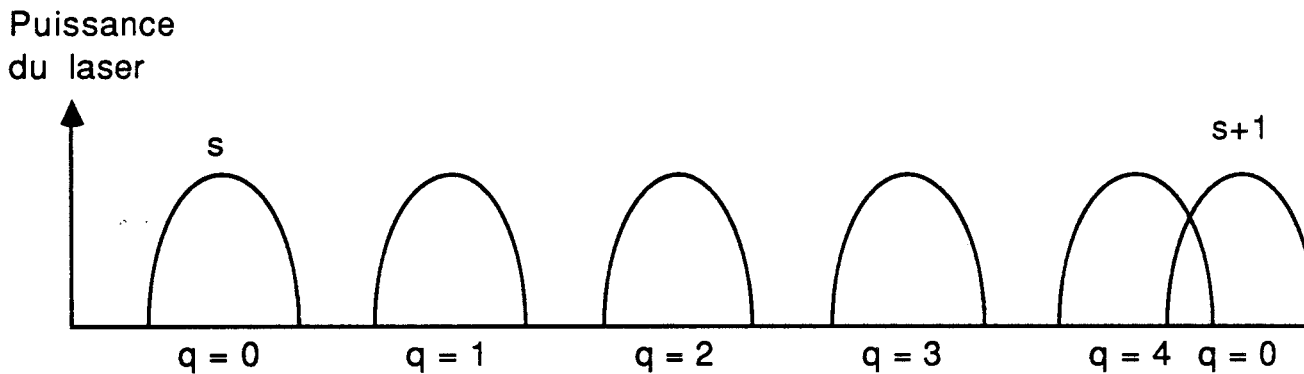
II.2.3.- Etude des spectres

II.2.3.1- Classification à l'aide des battements BF enregistrés à faible courant ($I = 5\text{mA}$) :

Nous exploitons les spectres Basse Fréquence (BF) (quelques centaines de kHz), en nous appuyant sur la levée de dégénérescence qui existe entre les modes transverses d'une même famille.

En effet, si deux modes de fréquences optiques f_1 et f_2 peu différentes interagissent alors nous observerons un battement BF à la différence des deux fréquences. Si q est l'indice de la famille, il existe $\frac{q(q+1)}{2}$ battements BF, pour les structures dont les familles sont complètes.

Les courbes de puissance des familles sont les suivantes où s est l'indice du mode longitudinal et q celui de la famille de modes transverses :



Représentation des courbes de puissance des familles $q = 0, 1, 2, 3$ et 4

Famille $q = 0$

Le spectre BF du mode gaussien TEM_{00} ne présente aucun battement, ce mode étant unique dans la famille $q = 0$.

Famille $q = 1$

Le spectre de la structure en anneau non verrouillé, que nous observons, est constitué d'un battement BF à 900 kHz, résultat de la levée de dégénérescence entre les modes TEM_{01} et de TEM_{10} (figure 4.14a et 4.14b).

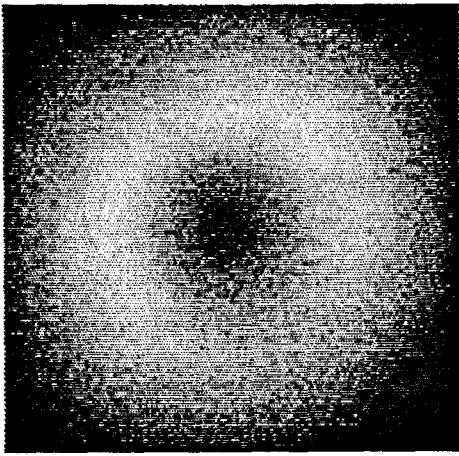


Figure 4.14 a : Famille $q=1$

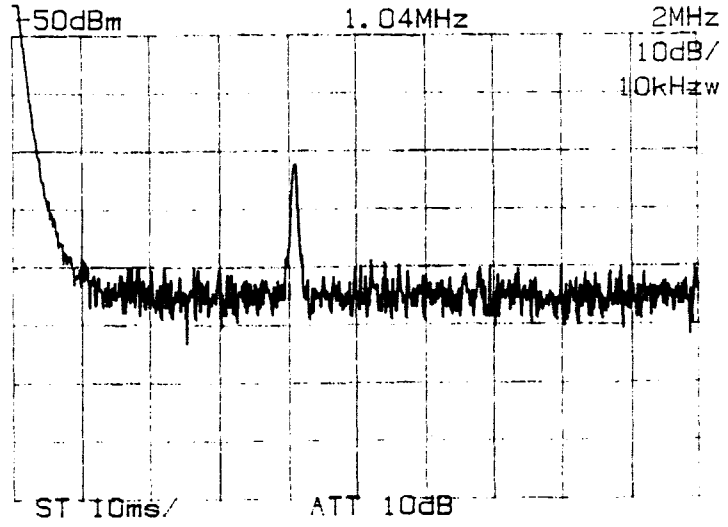


Figure 4.14 b : Spectre Basse Fréquence de la famille $q=1$

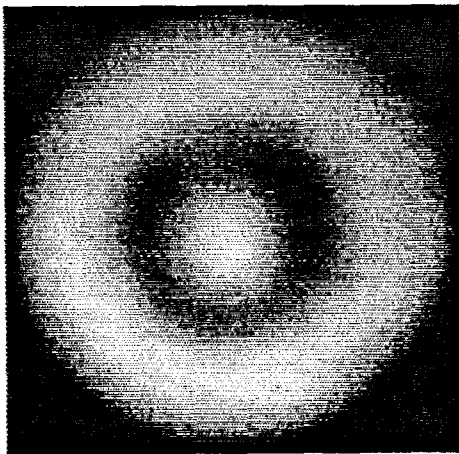


Figure 4.15 a : Famille $q=2$

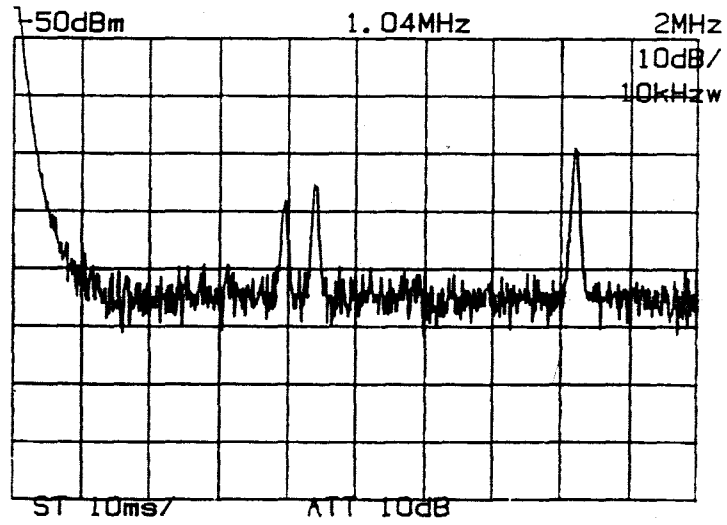


Figure 4.15 b : Spectre Basse Fréquence de la famille $q=2$

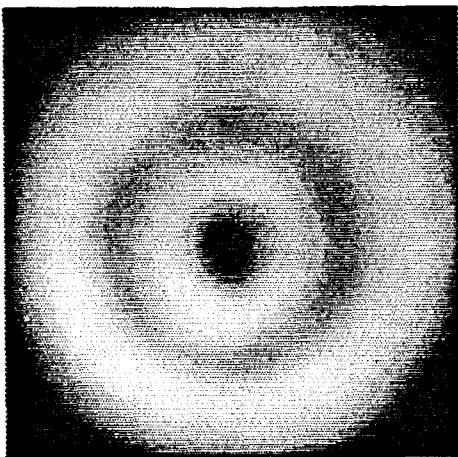


Figure 4.16 a : Famille $q=3$

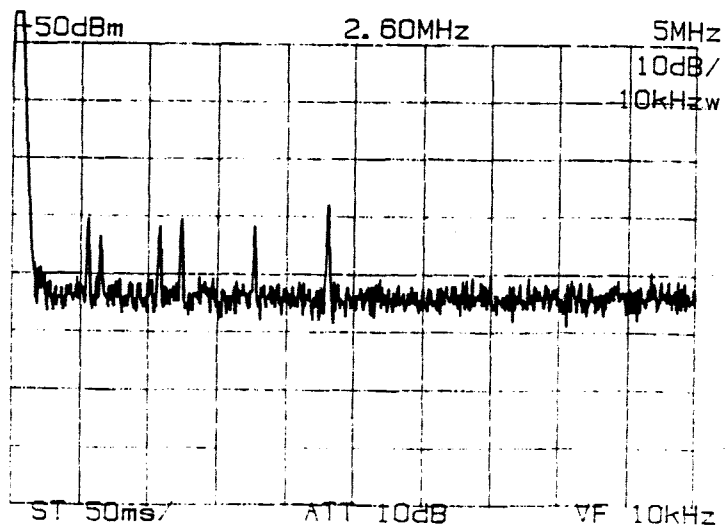


Figure 4.16 b : Spectre Basse Fréquence de la famille $q=3$

Famille $q = 2$

Le spectre du mode en anneau avec un point central, que nous observons, montre *trois* battements BF à $f_1 = 0.79$ MHz, $f_2 = 0.86$ MHz et $f_3 = 1.65$ MHz. Si ν_1 est la fréquence optique du mode TEM₁₁, ν_2 la fréquence du mode TEM₀₂ et ν_3 la fréquence du mode TEM₂₀, nous vérifions que si $f_1 = \nu_2 - \nu_1$, $f_2 = \nu_3 - \nu_2$, $f_3 = \nu_3 - \nu_1$ alors $f_3 = f_1 + f_2 = 0.79$ MHz + 0.86 MHz = 1.65 MHz, en bon accord avec l'enregistrement du spectre. La présence du milieu actif dans la cavité semble impliquer un tirage en fréquence différent suivant la position des modes dans la courbe de gain de telle sorte que les fréquences de battement f_1 et f_2 sont différentes. La structure observée est à symétrie cylindrique et ressemble au mode A_{1,0} de la famille $q=2$. (figures 4.15a et 4.15b). Nous n'observons pas les structures asymétriques "léopard" et "ovale". Ceci confirme l'analyse théorique de stabilité linéaire [Lugiato et al. 1991], qui montre que les modes qui ont le seuil de stabilité le plus bas et qui, par conséquent, oscillent en premier, sont les modes à symétrie cylindrique. Dans notre expérience, le gain disponible ne semble pas suffisant pour atteindre les seuils d'instabilité et permettre aux modes asymétriques d'osciller.

Famille $q = 3$

La structure observée est semblable au double anneau A_{1,1} dont le spectre présente *six* battements (figures 4.16a et 4.16b). Si $\nu_1, \nu_2, \nu_3, \nu_4$ sont respectivement les fréquences optiques des modes TEM₀₃, TEM₃₀, TEM₂₁, TEM₁₂ alors on a six battements aux fréquences $f_1 = \nu_1 - \nu_2 = 0.5$ MHz, $f_2 = \nu_2 - \nu_3 = 0.7$ MHz, $f_3 = \nu_3 - \nu_4 = 1$ MHz, $f_4 = \nu_1 - \nu_3 = 1.2$ MHz, $f_5 = \nu_2 - \nu_4 = 1.7$ MHz et $f_6 = \nu_1 - \nu_4 = 2.2$ MHz. On vérifie sur le spectre les différentes combinaisons possibles de f_1, f_2, f_3, f_4, f_5 et f_6 , ce qui confirme l'appartenance de la structure observée à la famille $q=3$. Comme dans le cas de la famille $q=2$, nous n'observons aucune structure asymétrique.

Famille $q = 4$

Cette famille $q=4$ est représentée par une structure possédant la symétrie axiale constituée d'une tache centrale entourée de huit taches secondaires disposées autour d'un octogone régulier. Les huit taches sont caractéristiques d'un mode de la famille $q=4$ ($p=0$ et $l=8$) et la tache centrale d'un mode TEM₀₀. Elles appartiendraient respectivement aux modes longitudinaux s et $s+1$. Un battement HF à 8MHz confirme cette analyse. Notons que le spectre en fréquence de la famille $q=4$ ne présente qu'un seul battement dû à la brisure de symétrie de la structure $q=4$ introduite par l'astigmatisme. De plus aucun battement HF de ce type n'a été observé pour les autres familles. Ce battement relevant de la

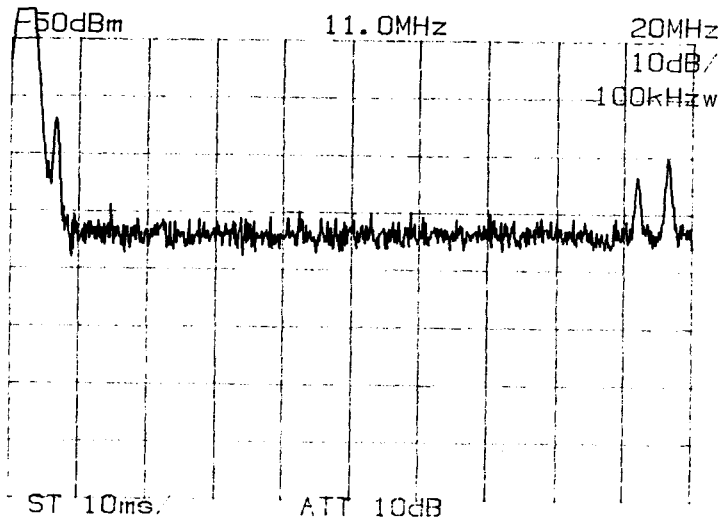


Figure 4.17 : Transition du mode TEM₀₀ vers la structure en anneau

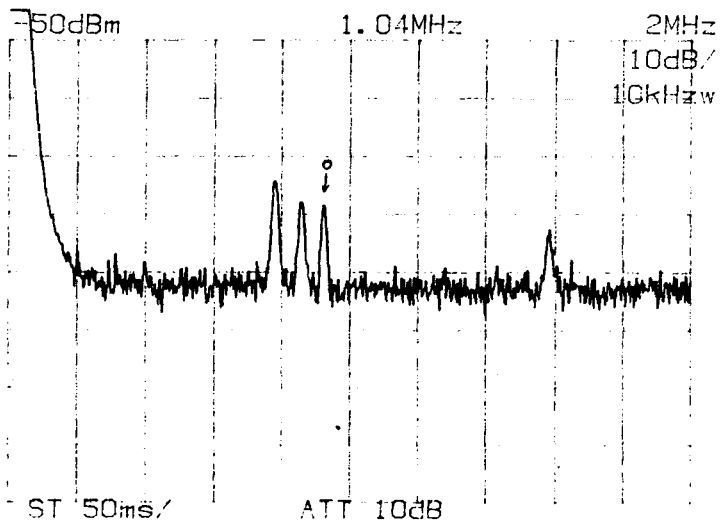


Figure 4.18 : Transition de l'anneau vers l'anneau avec point central

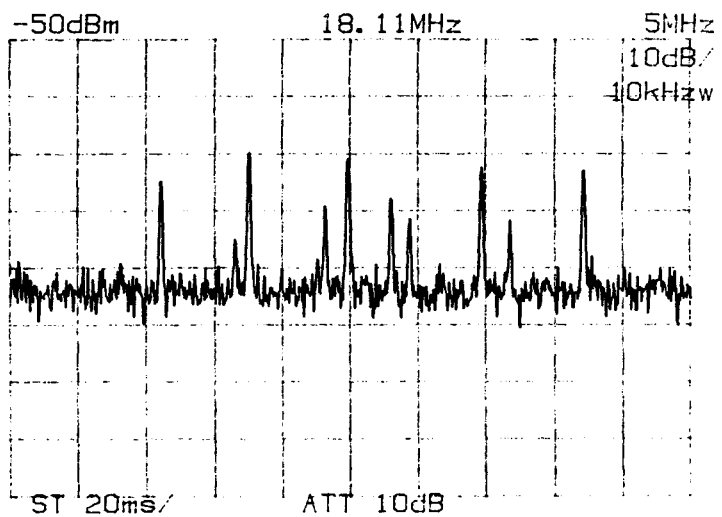


Figure 4.20 : Transition de la structure en anneau avec point central vers celle en double anneau

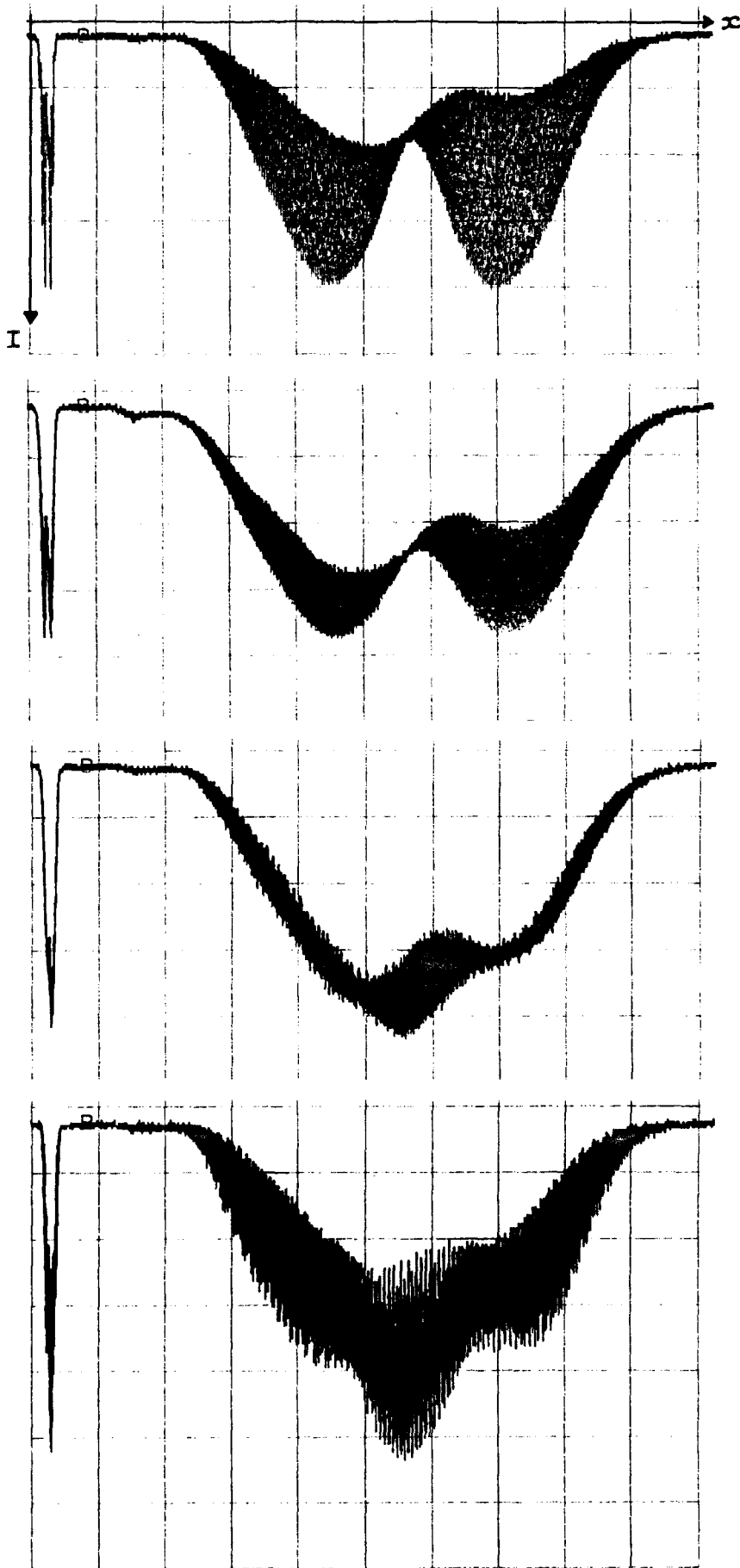
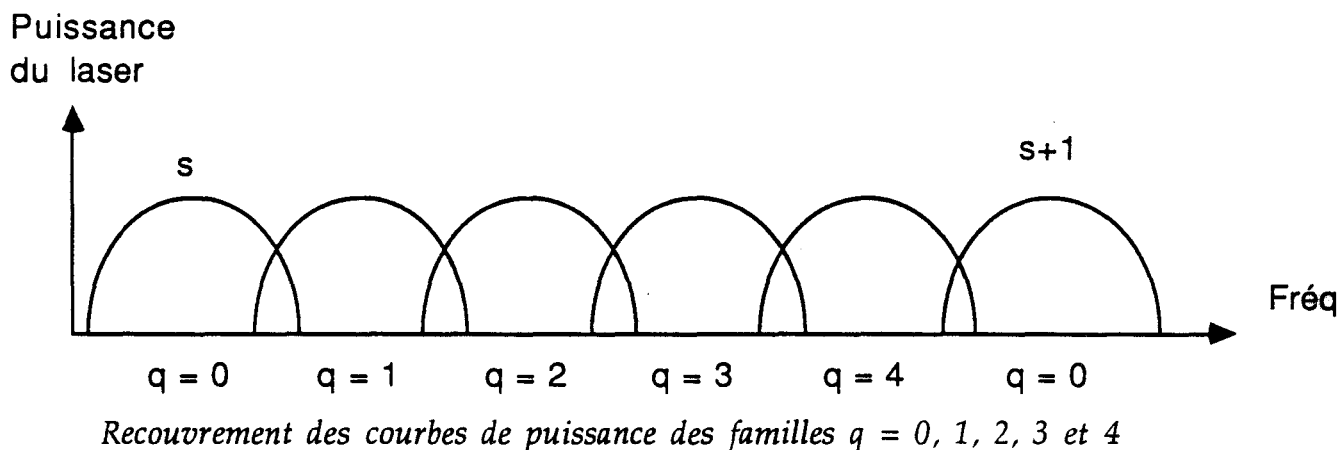


Figure 4.19: Séquence de profils reçus par le premier détecteur montrant la transition de la structure en anneau vers celle en anneau avec un point central

II.2.3.2 - Etude des transitions entre familles à l'aide des battements HF enregistrés à $I = 10 \text{ mA}$:

Les courbes de puissance de chaque famille sont amenées à se recouvrir suivant la configuration :



Autour de $f = \Delta\nu_T$, les différents spectres correspondent à la transition entre deux familles d'indices respectifs $q-1$ et q . Le nombre de composantes est $q(q+1)$, pour les structures dont les familles sont complètes. Nous allons étudier les transitions d'une structure vers une autre afin de confirmer l'attribution des indices des familles étudiées.

Transition du mode TEM_{00} vers la structure en anneau

Nous observons deux battements HF autour de 20 MHz. Les battements HF résultent de la différence entre les fréquences optiques f_0 du mode TEM_{00} et f_1 du mode TEM_{01} d'une part et la différence entre les fréquences optiques f_0 du mode TEM_{00} et f_2 du mode TEM_{10} d'autre part (figure 4.17).

Transition de la structure en anneau vers celle en anneau avec un point central

Six battements HF sont situés autour de 20 MHz (figure 4.18). La séquence de profils reçus par le premier détecteur (figure 4.19) illustre la transition de la structure en anneau à celle en anneau avec un point central. On peut ainsi observer que la déformation de l'anneau vers l'anneau avec un point central est progressive et continue. L'étude des profils d'intensité I en fonction de la position x montre comment se produit la superposition de deux familles conformément aux spectres de transition. Sur un profil donné, on visualise une composante continue et une composante alternative d'amplitude variable

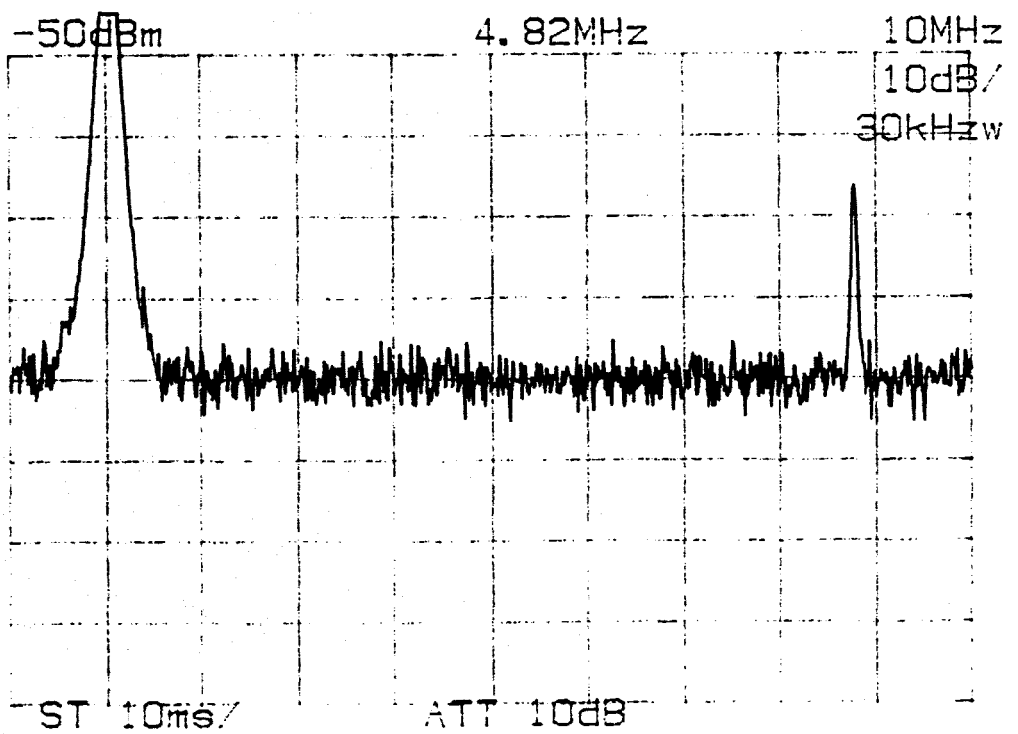
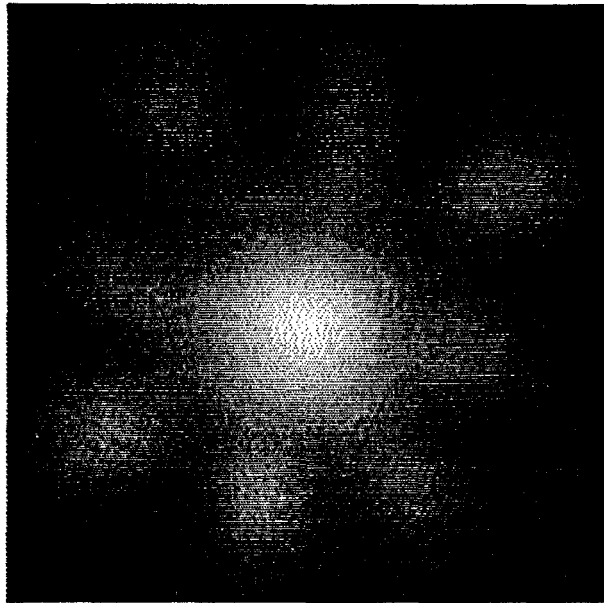


Figure 4.21: Battement HF de la structure "marguerite"

position x montre comment se produit la superposition de deux familles conformément aux spectres de transition. Sur un profil donné, on visualise une composante continue et une composante alternative d'amplitude variable suivant x . L'observation des battements temporels en différents points du profil confirme cette analyse.

Transition de la structure en anneau avec un point central vers celle en double anneau

Douze battements HF sont situés autour de $f = \Delta\nu_T$ (figure 4.20). Ils correspondent à la transition de la structure de la famille $q-1 = 2$ vers la structure de la famille $q = 3$.

Transition de la structure en double anneau vers la structure "marguerite"

Nous observons, sur l'analyseur de spectre, un battement HF à 8MHz. Nous avons vérifié qu'il correspond à la différence de fréquences entre le mode pur $2p+l=4$ et le mode TEM_{00} de la famille longitudinale suivante (figure 4.21).

Pour nous en assurer, nous avons fait varier l'intervalle spectral entre familles de modes transverses en déplaçant la lentille intracavité. Nous constatons que le battement initialement à 8 MHz voit sa fréquence diminuer et enfin disparaître lorsque $\Delta\nu_L = 4 \Delta\nu_T$ où la fréquence du mode transverse de la famille $q = 4$ coïncide avec celle du mode longitudinal suivant. Cette expérience confirme donc notre interprétation de la structure "marguerite" comme étant la superposition de deux modes longitudinaux d'indices respectifs s et $s+1$.

II.3 - Observation de structures asymétriques

Pour augmenter le nombre de modes présents dans la cavité, nous augmentons les dimensions transverses du système de façon à diminuer les pertes par diffraction.

Pour observer les nouvelles structures transverses, nous contrôlons l'intervalle spectral $\Delta\nu_T$ et le nombre de Fresnel \mathcal{N} en déplaçant la lentille le long de l'axe du laser et en faisant varier l'ouverture d'un diaphragme placé à l'intérieur de la cavité près du miroir plan. Par le déplacement mécanique de la lentille, nous allons explorer différentes configurations de cavité suivant leur stabilité représentée par le produit G_1G_2 .

II.3.1.- Paramètres du résonateur

Nous remplaçons la lentille par une nouvelle lentille de distance focale $f = 0.30$ m pour respecter la condition de stabilité de la cavité. Les nouvelles caractéristiques du résonateur sont résumées dans le tableau ci-dessous :

$L = 1.87$ m
$R = 5$ m
$f = 0.30$ m
$r_B = 12$ mm

Tableau 3 : Caractéristiques des éléments du résonateur

La cavité est stable pour une position de la lentille à $d_1 = 1.53 \pm 0,04$ m (figure 4.22).

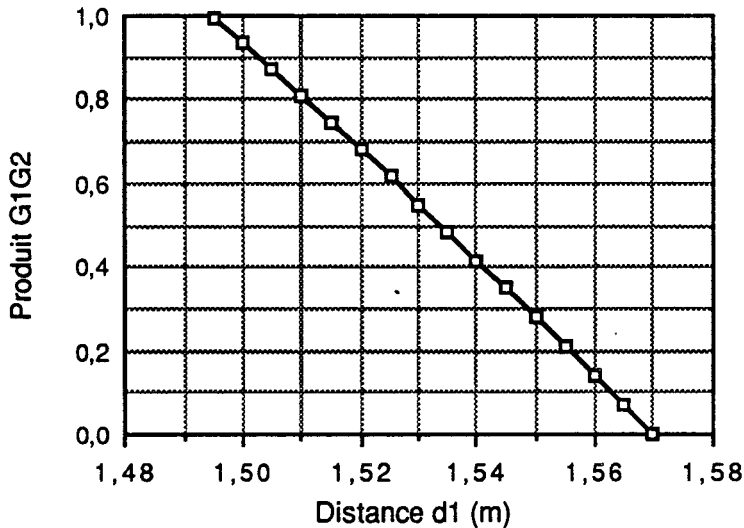


Figure 4.22 : Evolution du produit des paramètres géométriques G_1G_2 en fonction de la distance d_1 entre la lentille et le miroir plan

Elle autorise l'oscillation sur un plus grand nombre de modes transverses car \mathcal{N} varie en fonction de la distance d_1 entre 0 et 14 (figure 4.23), lorsque l'ouverture du diaphragme est fixée à $r_B = 12$ mm.

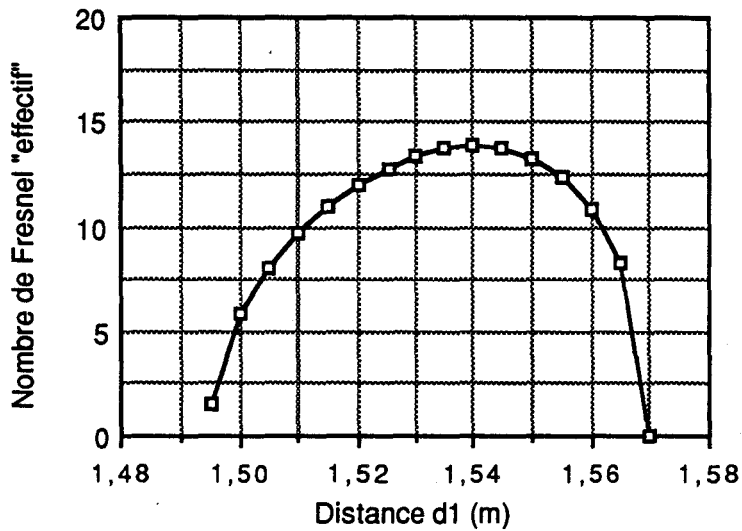


Figure 4.23 : Evolution du nombre de Fresnel "effectif" \mathcal{N} en fonction de la distance d_1

Nous allons déplacer la lentille de $d_1 = 1.49$ m à 1.57 m et analyser pour diverses valeurs du nombre de Fresnel les structures obtenues.

L'évolution de l'écart fréquentiel entre les familles de modes transverses $\Delta\nu_T$ est représentée figure 4.24.

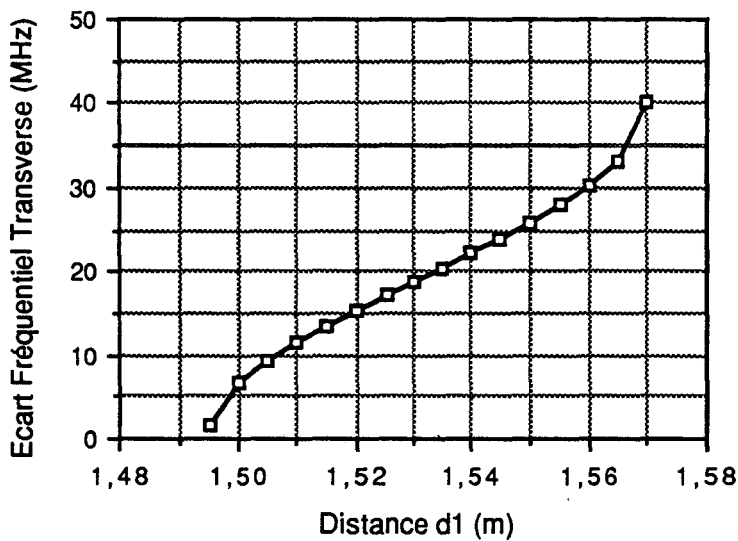


Figure 4.24 : Evolution de l'écart fréquentiel transverse $\Delta\nu_T$ en fonction de la distance d_1

En faisant varier d_1 , l'intervalle spectral $\Delta\nu_T$ évolue de 1 à 40 MHz. La limite inférieure est associée à un nombre de Fresnel égal à 2 correspondant à un laser faiblement multimode, ce qui limite l'intérêt de l'étude en ce point. Dans le dernier paragraphe de ce chapitre, nous présenterons une configuration quasi-dégénérée du laser qui permet d'obtenir un petit intervalle spectral transverse et un grand nombre de Fresnel.

Dans ce paragraphe, nous faisons varier la position de la lentille dans une plage de d_1 comprise entre 1.51 m et 1.57 m ce qui correspond à une variation de \mathcal{N} entre 0 et 14 et de $\Delta\nu_T$ entre 12 et 40 MHz. Nous sommes amené à considérer deux zones de fonctionnement :

- entre $\mathcal{N} = 0$ et 10 (limite supérieure de la courbe), correspondant à un intervalle spectral transverse $\Delta\nu_T$ compris entre 40 et 30 MHz, les familles de modes transverses sont relativement bien espacées et on parvient à les isoler par un diaphragme situé près du miroir sphérique,
- entre $\mathcal{N} = 10$ et 14, correspondant à $\Delta\nu_T$ compris entre 10 et 30 MHz, il devient très difficile d'isoler les familles et les structures résultant du recouvrement entre familles sont plus complexes

II.3.2.- Classification des structures

Nous observons quatre structures, qui moyennées dans le temps, ont une forme semblable aux structures de la famille $q = 2$: l'anneau, l'anneau avec un point central, le "léopard" et l'"ovale" (figure 4.25).

Dans le cas de la famille $q = 3$, nous pouvons classer des structures analogues aux structures cristallines à 5, 7 et 9 singularités de phase (figures 4.26 a), b), c)).

La figure 4.27 représente le bilan récapitulatif des structures des familles $q = 3$ et $q = 4$ qui apparaissent en fonction des paramètres ($\mathcal{N}, \Delta\nu_T$). Ces structures en intensité sont semblables à celles trouvées en sortie d'un laser Na_2 [Klische et al. 1989]. Par ailleurs, il est remarquable de noter qu'elles sont parfaitement décrites par la théorie de la décomposition modale qui est appliquée à une cavité en anneau et non à un résonateur linéaire.

Lorsque \mathcal{N} est compris entre 10 et 14 et $\Delta\nu_T$ entre 10 et 30 MHz, des structures plus complexes où plusieurs taches sont superposées sur les anneaux sont observées (figure 4.28) conformément à l'observation de Green et al. [Green et al. 1990].

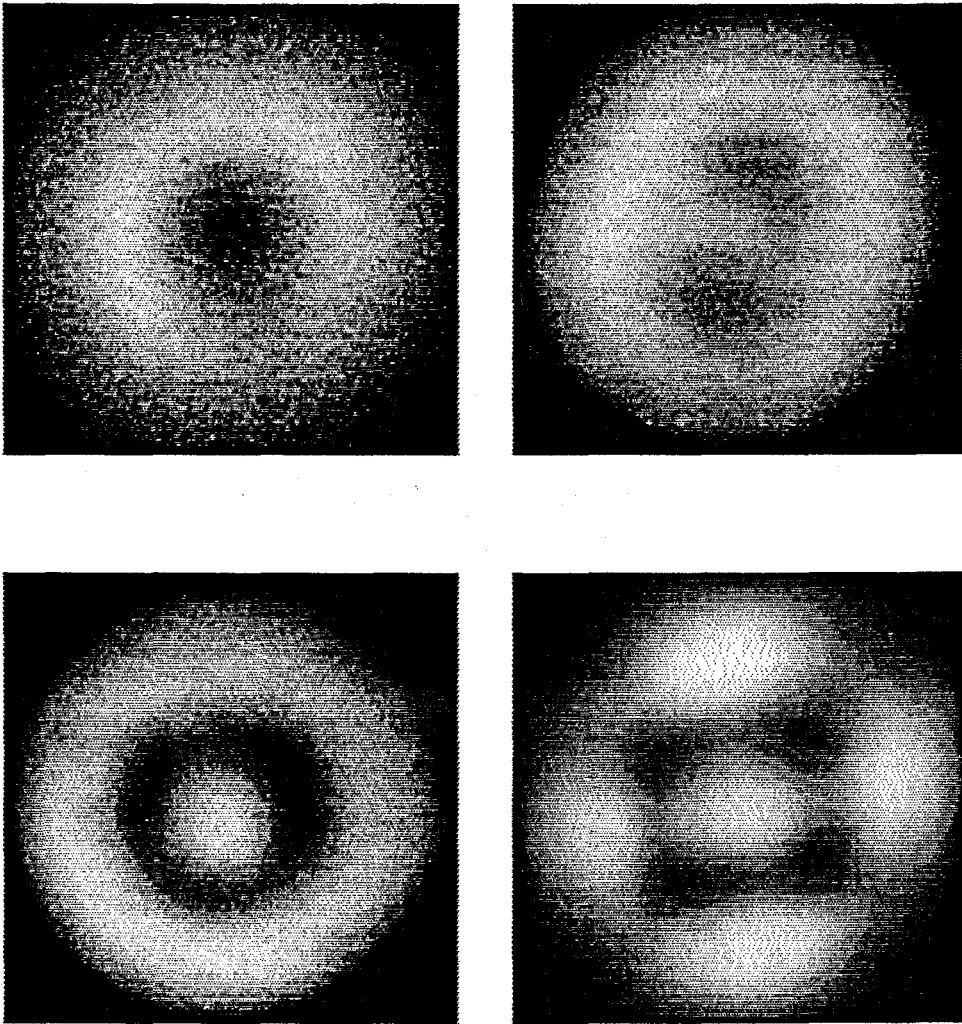


Figure 4.25 : Famille $q=2$

- (a) structure en anneau
- (b) structure "ovale"
- (c) structure anneau point central
- (d) structure "léopard"

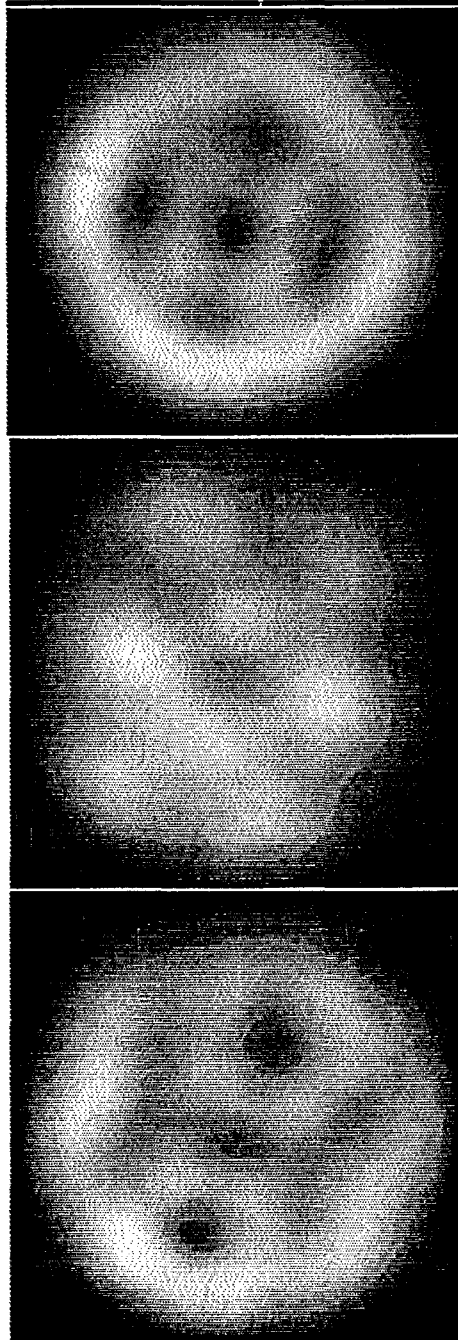


Figure 4.26: Famille $q=3$

(a) structure à 5 singularités de phase

(b) structure à 7 singularités de phase

(c) structure à 9 singularités de phase

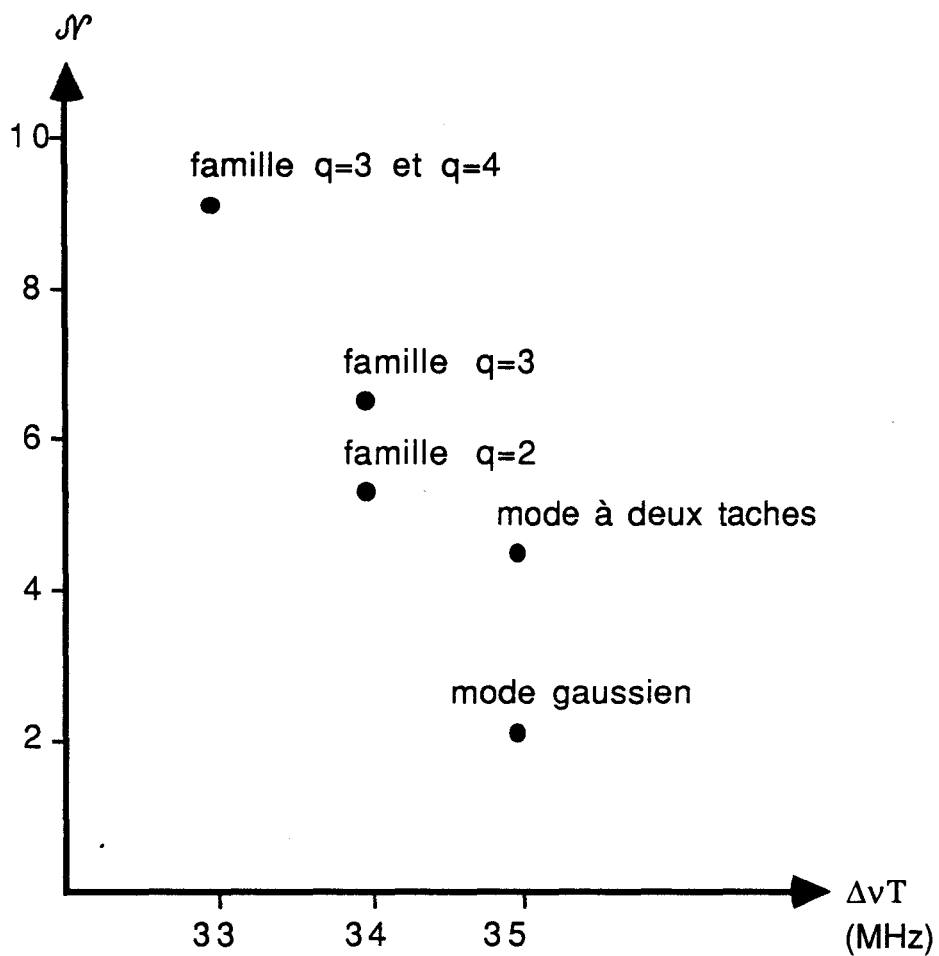
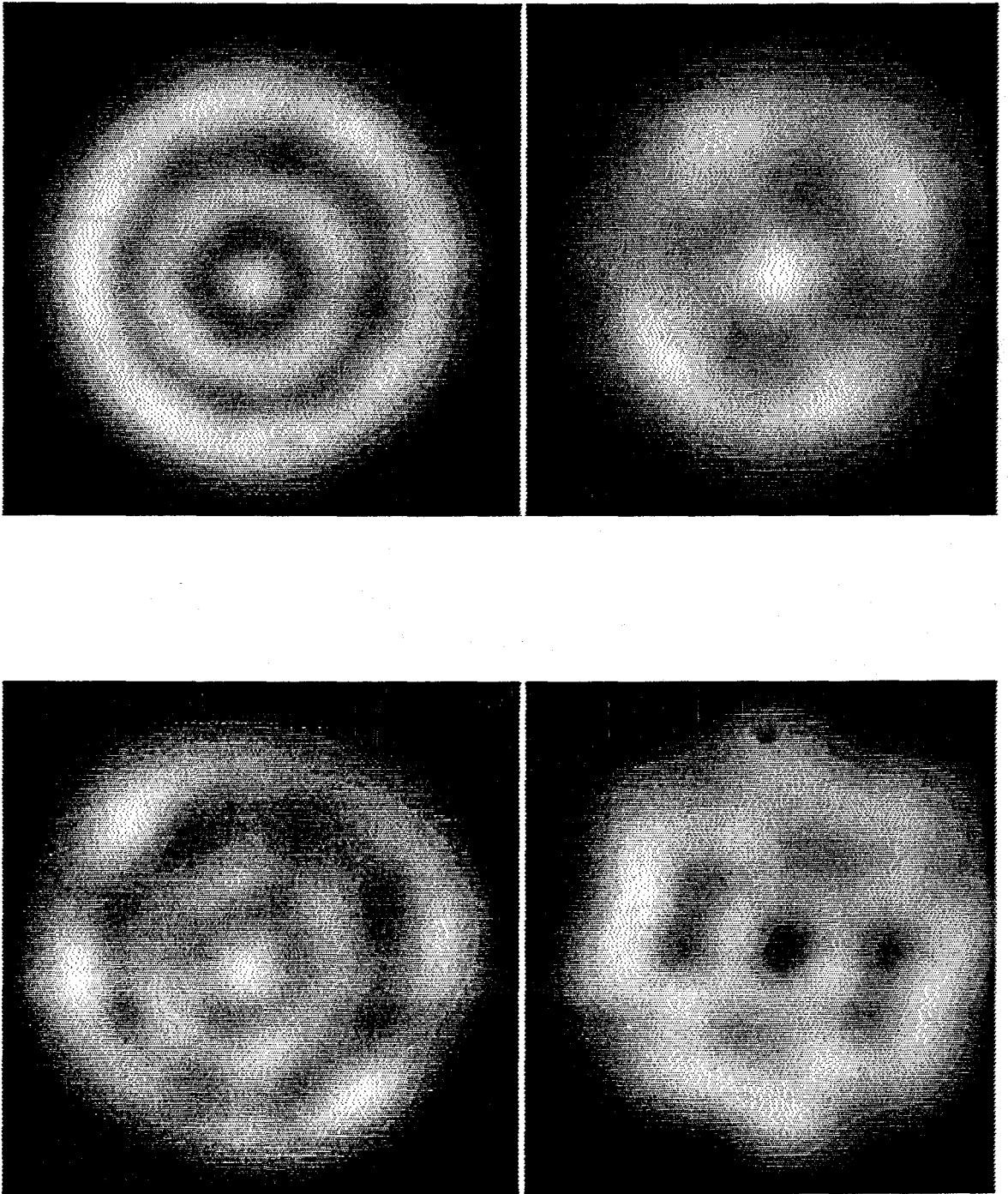


Figure 4.27 : Figure récapitulative des structures obtenues dans le plan $(\mathcal{N}, \Delta\nu_T)$



*Figure 4.28 : Structures plus complexes
où plusieurs taches sont superposées sur les anneaux*

Cas particulier des structures obtenues avec un plot intracavité

Les structures observées sont de plus en plus complexes et on se rend compte qu'il est de plus en plus difficile de les analyser. Lorsque l'on souhaite étudier la transition d'une structure complexe à une autre, il est commode de "simplifier" la structure observée en interposant un filtre passe-haut spatial dans la cavité du laser. Suivant ces dimensions, ce dernier va couper les modes d'ordres les plus bas et ne laisser que quelques modes d'ordres élevés. D'Angelo et al. [D'Angelo et al. 1992] ont utilisé ce moyen pour décrire les bifurcations parmi différentes structures présentant des ondes stationnaires et progressives en présence d'une symétrie imparfaite $O(2)$. Par cette méthode, nous souhaitons analyser le mécanisme de transition d'une structure à une autre :

Un plot de 3 mm de diamètre, placé au centre d'une lame anti-reflet est positionné sur l'axe optique du laser entre le miroir plan et la lentille. A cet endroit de la cavité, la taille du mode TEM_{00} est de l'ordre de 10 mm.

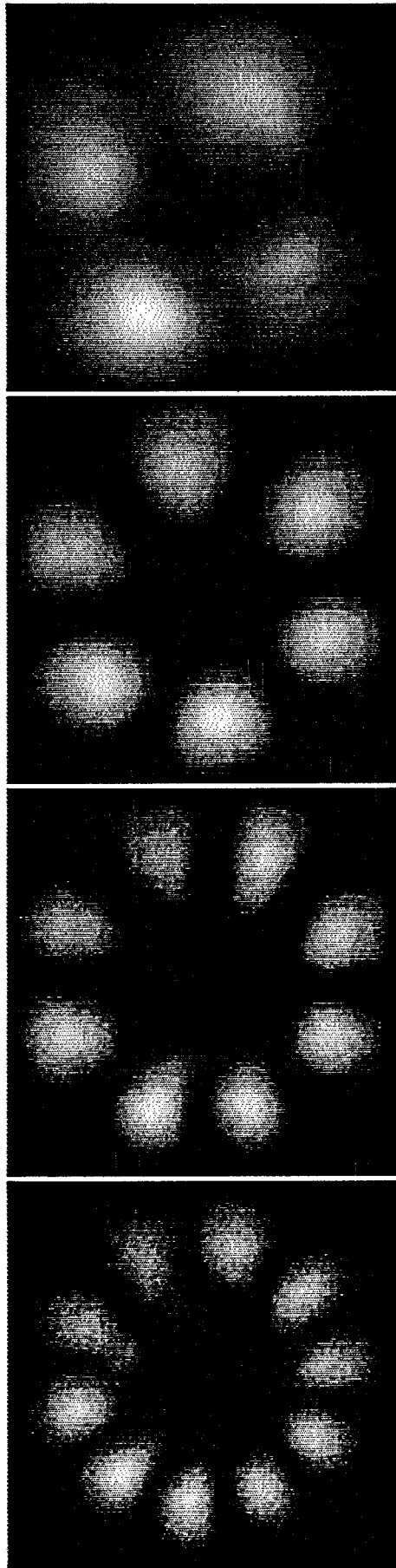
Le faisceau laser dont la structure transverse possède la symétrie axiale, comporte n maxima régulièrement répartis sur un anneau. Un scénario de cascade de bifurcations se produit lorsque la position longitudinale d_1 de la lentille sert de paramètre de contrôle ($1.765 \text{ m} \leq d_1 \leq 1.77 \text{ m}$). Pour une position de $d_1 = 1.77 \text{ m}$, la structure est composée de deux taches puis à $d_1 = 1.769 \text{ m}$, de 4 taches, à $d_1 = 1.768 \text{ m}$ de 6 taches, à $d_1 = 1.766 \text{ m}$ de 8 taches et enfin à $d_1 = 1.765 \text{ m}$ de 10 taches (figure 4.33). Dans d'autres conditions expérimentales, nous observons également une structure comportant 16 taches semblable à celle de la famille $q = 8$ ($p = 0$ et $l = 8$) (figure 4.34).

La transition d'une structure à $2n$ taches à une structure à $2n+2$ taches se fait suivant une direction privilégiée imposée par l'astigmatisme des fenêtres de Brewster. Cette direction est systématiquement représentée sur la figure 4.33.

L'observation du spectre montre un battement à 2 MHz lors de la transition 2 - 4 taches, à 12 MHz lors de la transition 6 - 8 taches et 14 MHz dans le cas de la transition 8 - 10 taches.

Ce cas particulier des structures obtenues avec un plot intracavité permet de mettre en évidence le rôle des fenêtres de Brewster, qui brisent la symétrie cylindrique et de trouver l'axe privilégié du plan transverse selon lequel ont lieu les effets. Elle met en évidence que la transition d'une structure à une autre s'effectue de façon continue : suivant l'axe privilégié, les taches se dédoublent continuellement et une nouvelle structure de diamètre plus important prend forme.

Nous allons retrouver l'axe privilégié de transition sur la structure en anneau dont la dynamique est décrite ci-dessous.



*Figure 4.29 : Scénario de cascade de bifurcations
des structures obtenues avec un plot intracavité*

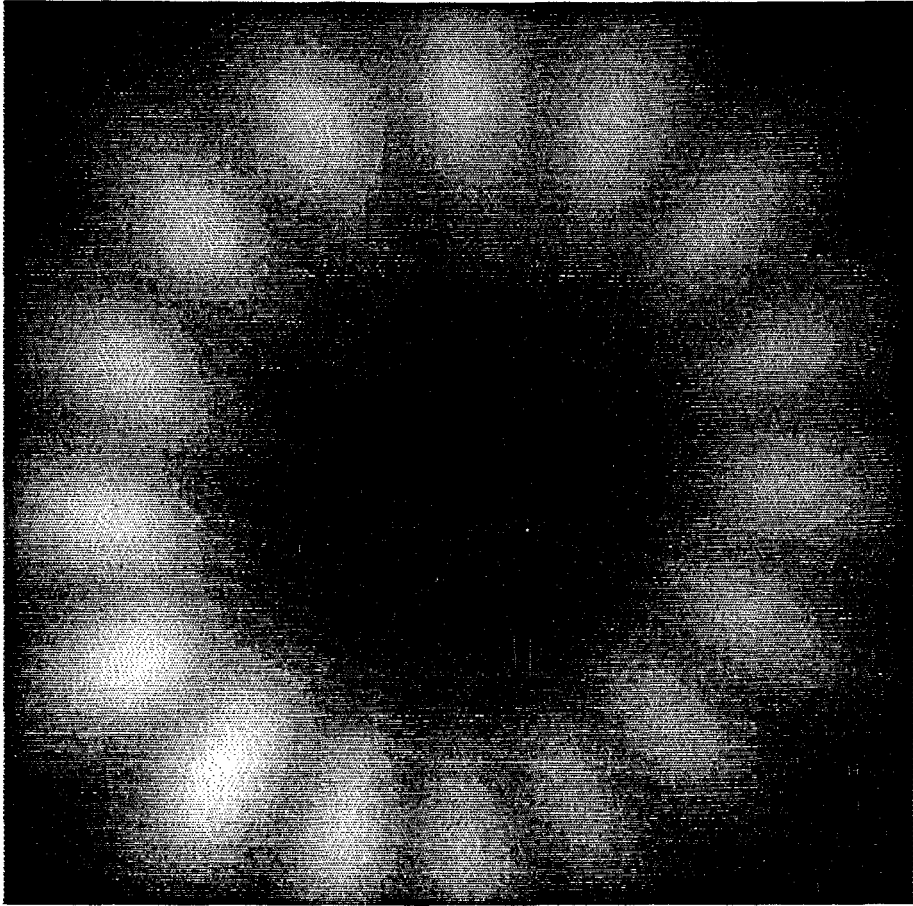


Figure 4.30 : Structure comportant 16 taches

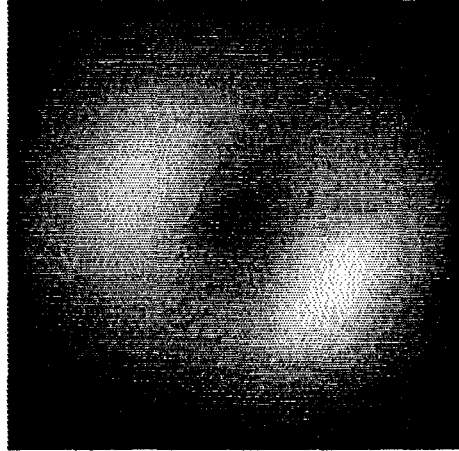


Figure 4.31 : Structure en anneau présentant deux maxima sur un axe et deux minima sur celui qui lui est perpendiculaire

III - ETUDE EXPERIMENTALE DE LA DYNAMIQUE DE LA STRUCTURE ANNULAIRE DE LA FAMILLE $q = 1$

Les modes TEM_{01} et TEM_{10} de la structure en anneau, étant non dégénérés en fréquence, acquièrent une dynamique temporelle. Nous avons observé expérimentalement un comportement d'alternance périodique et de verrouillage en fréquence des modes TEM_{01} et TEM_{10} que nous décrivons ici.

III.1 - Dynamique d'alternance périodique

III.1.1. - Enregistrements des signaux temporels

Nous étudions le comportement dynamique de la structure en anneau. La plaque phosphorescente nous permet d'observer l'intensité totale de l'anneau moyennée dans le temps $\langle |F|^2 \rangle$ telle qu'elle a été définie dans la théorie ci-dessus. Nous sommes précisément dans le cas où l'intensité d'un des deux modes TEM_{01} et TEM_{10} est supérieure à celle de l'autre mode. Ainsi, nous observons deux maxima sur un axe et deux minima sur celui qui lui est perpendiculaire (figure 4.31). Nous avons augmenté le contraste informatiquement entre les différentes parties de la figure afin de le montrer.

La structure est par ailleurs analysée à l'aide de deux détecteurs HgCdTe :

- le signal de référence est le signal délivré par le *premier détecteur HgCdTe*. Il est mesuré en un même point du plan tout au long de l'expérience.
- l'autre signal provient du *deuxième détecteur HgCdTe*. En faisant varier manuellement la position du miroir, nous effectuons l'analyse temporelle de l'intensité du faisceau en 100 points différents du plan transverse (cf chaîne de détection).

Les deux signaux sont visualisés simultanément à l'aide de l'oscilloscope digital LeCroy 9400 puis enregistrés dans l'ordinateur Hewlett Packard 9310.

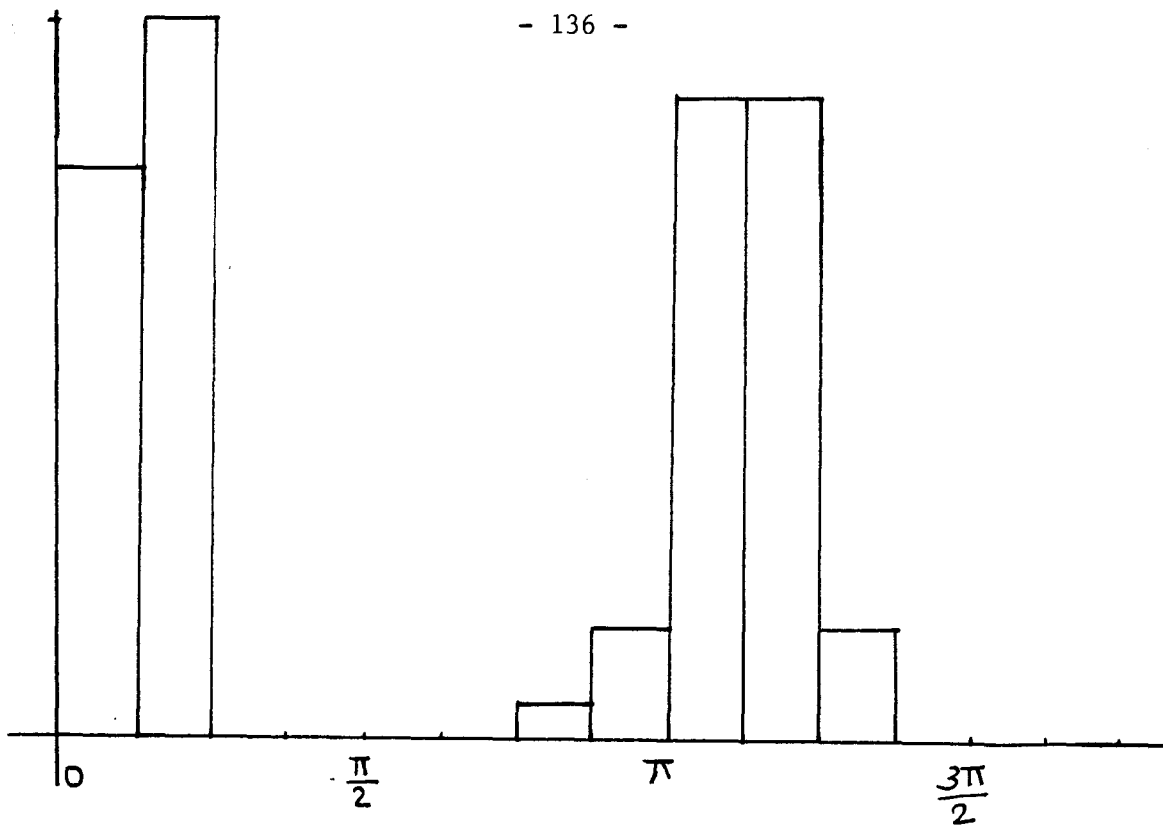


Figure 4.32 : Histogramme des résultats montrant deux groupes de signaux en opposition de phase

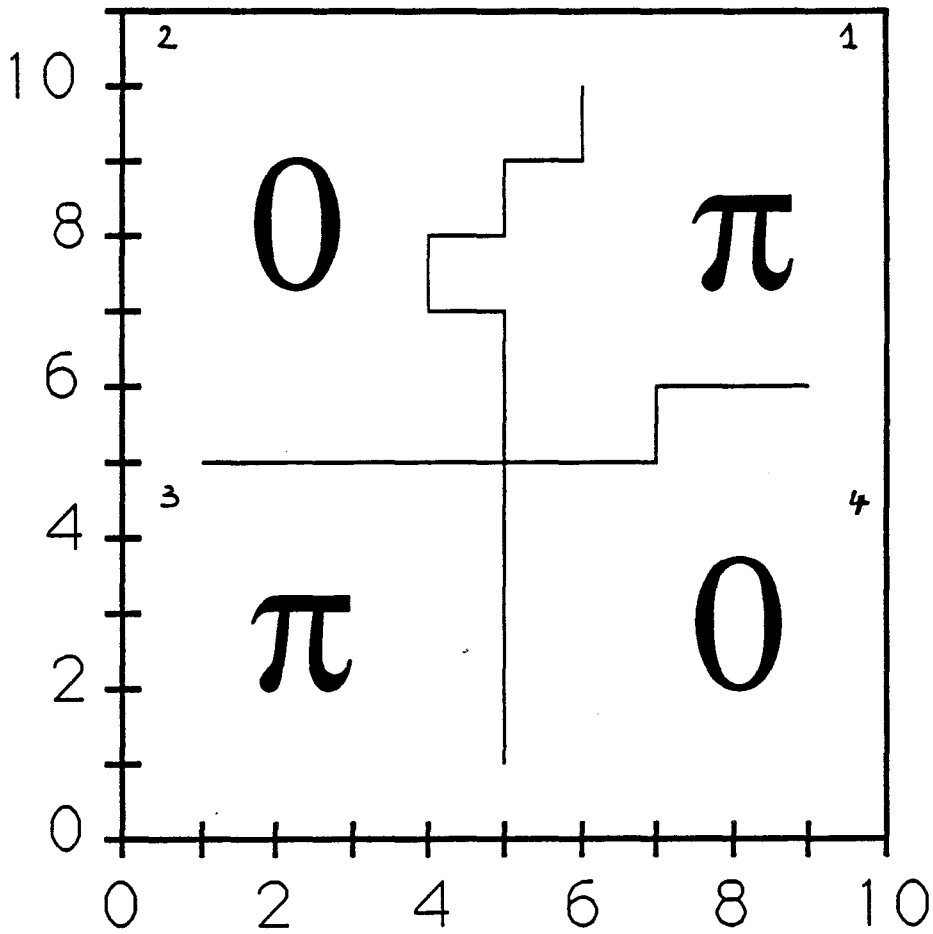


Figure 4.33 : Distribution des phases relatives dans le plan transverse

III.1.2. - Exploitation des enregistrements

La phase du deuxième signal est systématiquement mesurée par rapport à celle du signal de référence : l'histogramme des résultats (figure 4.32) montre deux groupes de signaux en opposition de phase. Leurs intensités présentent une composante continue et une composante sinusoïdale, on n'observe pas d'extinction totale.

En dépit d'une grande dispersion des résultats (déviations standard de l'ordre de $\pi/10$), provenant essentiellement de la difficulté à mesurer de façon précise la phase des signaux de petite amplitude, la distribution des phases relatives dans le plan transverse est composée de quatre quadrants (figure 4.33), elle permet de conclure que les deux modes oscillent en antiphasse c'est-à-dire que lorsque l'un des modes passe par un maximum d'intensité, l'autre est au minimum conformément à l'interprétation théorique suggérée par Prati [Prati 1992] : au cours du temps, dans les quadrants 1 et 3 (figure 4.33), l'intensité d'un des deux modes est maximale tandis que dans les quadrants 2 et 4, l'intensité de l'autre mode est minimale. Puis la situation s'inverse c'est-à-dire que l'intensité du mode dans les quadrants 1 et 3 devient minimale et l'intensité de l'autre mode est maximale dans les quadrants 2 et 4. Entre les deux situations, les deux modes apportent une contribution égale d'intensité qui se traduit par une structure en anneau.

Il s'agit du cas d'alternance périodique le plus simple qui se produit lorsque les deux modes TEM_{01} et TEM_{10} ont des fréquences légèrement différentes.

Ces deux modes adoptent parfois un comportement de verrouillage en fréquence commune d'oscillation : c'est ce que nous analysons maintenant.

III.2 - Verrouillage en fréquence

Tamm [Tamm 1988] ont étudié le phénomène de verrouillage en fréquence entre les modes TEM_{01} et TEM_{10} d'un laser He-Ne. Lorsque la différence en fréquence entre les deux modes décroît, ils observent une modulation presque sinusoïdale de l'intensité du laser à la fréquence de battement, puis des impulsions périodiques et irrégulières et enfin un verrouillage en fréquence sur un mode hybride TEM_{01}^* : combinaison linéaire des modes TEM_{01} et TEM_{10} . Tredicce et al. [Tredicce et al. 1989] ont aussi mis en évidence ce phénomène sur un laser CO_2 . Il se produit également sans ambiguïté dans notre laser.

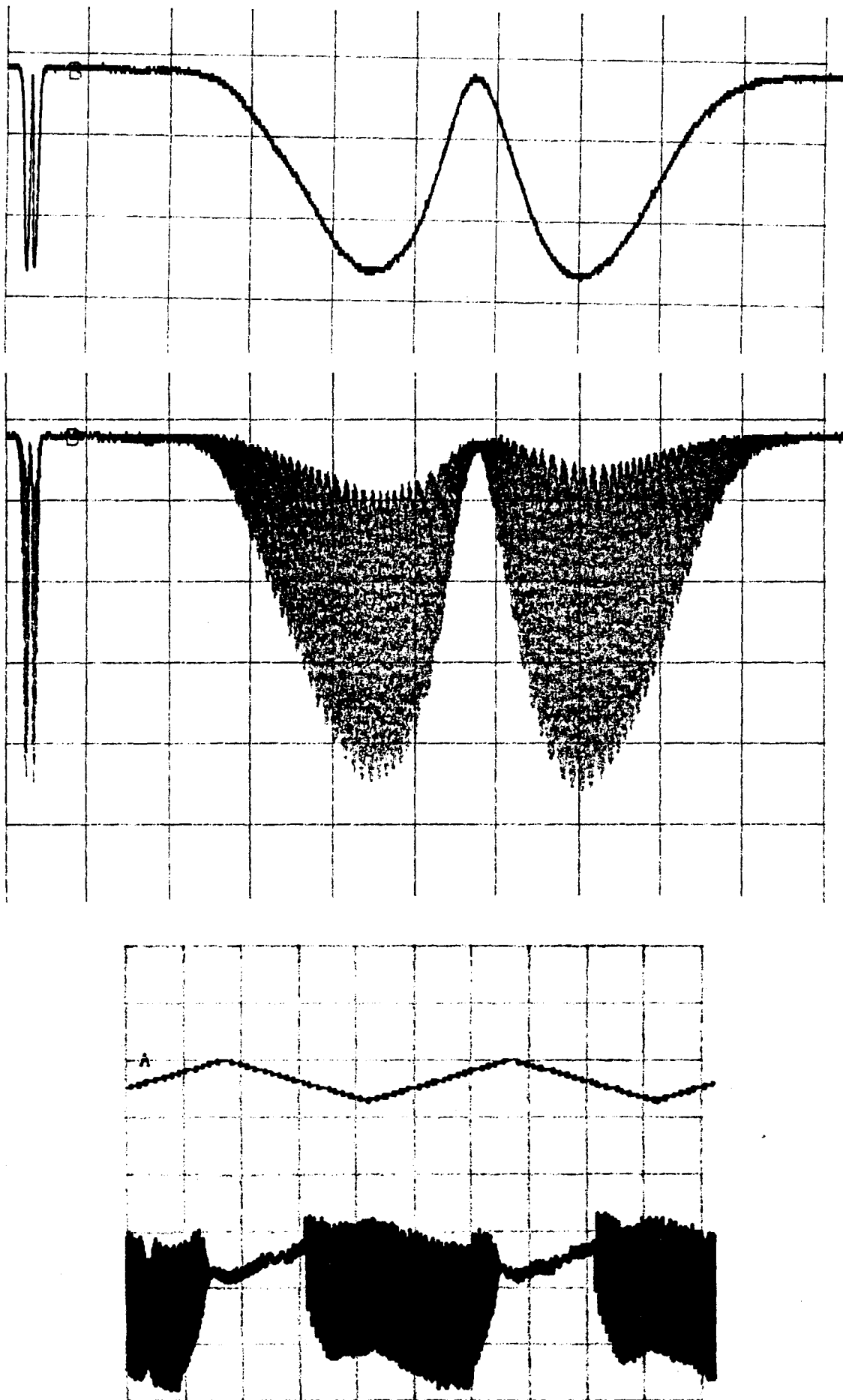


Figure 4.34 : Phénomène de verrouillage en fréquence de l'anneau

Nous modulons le courant de décharge avec un signal triangulaire de fréquence 40 Hz. Notons ici que le verrouillage en fréquence ne dépend pas de la fréquence de balayage car on l'observe également en statique. Le courant moyen dans le laser est égal à 10 mA. Lorsque le courant augmente, les deux modes TEM₀₁ et TEM₁₀ passent brutalement d'un comportement compétitif à un comportement coopératif où ils se verrouillent en fréquence. L'intensité de sortie devient alors indépendante du temps (figures 4.34). Le comportement de verrouillage en fréquence se produit pour un courant de décharge élevé. Ceci indique que le phénomène de verrouillage en fréquence est favorisé par une augmentation du gain du milieu. Typiquement, la fréquence de battement entre les deux modes varie entre 1MHz et 200kHz. Lorsqu'elle atteint 200kHz, l'accrochage en fréquence se produit.

Prati [Prati 1992] a montré que lorsque $\gamma = \frac{\gamma_{||}}{\gamma_{\perp}}$ est de l'ordre de 0.01, on observe une transition discontinue vers le verrouillage en fréquence qui se traduit par le fait que les deux modes TEM₀₁ et TEM₁₀ "se verrouillent" brusquement avant d'atteindre la fréquence nulle. Dans notre cas, γ est de l'ordre de 10^{-3} et le comportement observé est conforme à l'étude de Prati.

IV- STRUCTURES COMPLEXES ORDONNEES

Pour obtenir des structures plus complexes, nous avons choisi de travailler avec une configuration quasi-dégénérée de la cavité du laser. La cavité est dégénérée quand n'importe quel rayon lumineux refait son propre chemin après un aller-retour dans la cavité [Arnaud 1969]. Celle-ci possède un grand nombre de Fresnel \mathcal{N} alors que l'intervalle spectral $\Delta\nu_T$ est petit. Il peut être rendu beaucoup plus petit que la largeur $\Delta\nu_p = \frac{\gamma_{\perp}}{2\pi}$ de la courbe de gain (de l'ordre de 300 MHz) dans laquelle le champ est amplifié permettant un fonctionnement largement multimode.

La configuration de base de la cavité quasi-dégénérée est la même que celle étudiée précédemment : elle est du type Fabry-Pérot, dans laquelle est insérée une lentille, à une distance d_1 d'un miroir sphérique et à une distance d_2 d'un miroir plan. Les caractéristiques du résonateur sont résumées dans le tableau ci-dessous :

$L = 1.69 \text{ m}$
$R = 1 \text{ m}$
$f = 0.30 \text{ m}$
$r_B = 12 \text{ mm}$

Tableau 4 : Caractéristiques de la cavité quasi-dégénérée

L'intervalle spectral libre $\Delta\nu_L$ entre les modes longitudinaux est de l'ordre de 89 MHz.

L'étude matricielle (cf annexe D) montre que d_1 et d_2 prennent des valeurs particulières dans une cavité dégénérée : $d_1 = \frac{f^2}{R} + f$ et $d_2 = f + R$. Nous allons considérer le cas quasi-dégénéré en posant $d_1 = \frac{f^2}{R} + f - \eta$ et $d_2 = f + R - \varepsilon$, où η et ε sont des longueurs petites devant R et f .

IV.1 - Principaux paramètres de la cavité

IV.1.1.- Nombre de Fresnel "effectif" \mathcal{N}

Pour éviter d'endommager le miroir sphérique par une densité de puissance excessive du faisceau sur ce dernier, nous calculons le rapport $\frac{\eta}{\epsilon}$ de telle sorte que les dimensions du faisceau sur la lentille et sur le miroir sphérique soient égales. Suivant l'annexe D, le rapport $\frac{\eta}{\epsilon}$ s'exprime par :

$$\frac{\eta}{\epsilon} = \frac{2f^3}{(R-f) R^2}$$

et

$$w^2 = \frac{\lambda R^2}{\pi} \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{\eta}{\epsilon} \frac{1}{f^2}}$$

D'où, suivant l'annexe B et d'après la définition du nombre de Fresnel :

$$w^2 = \frac{\lambda R}{\pi} \sqrt{\frac{R+f}{R-f}}$$

et

$$\boxed{\mathcal{N} = \frac{\pi R B^2}{\lambda R} \sqrt{\frac{R-f}{R+f}}}$$

Nous faisons varier ce paramètre grâce à un diaphragme placé à l'intérieur de la cavité tout près du miroir sphérique. Près de la configuration dégénérée, \mathcal{N} varie typiquement de 1 à 31 suivant la longueur de la cavité et la position de la lentille intracavité.

IV.1.2.- Condition de stabilité

ϵ et η étant petits, la condition de stabilité s'écrit :

$$-1 < 1 - \frac{2\epsilon^2}{R^2} - \frac{2\epsilon\eta}{f^2} < 1$$

ou

$$-1 < 1 - \frac{2\epsilon^2}{R^2} - \frac{4\epsilon^2 f}{(R-f) R^2} < 1$$

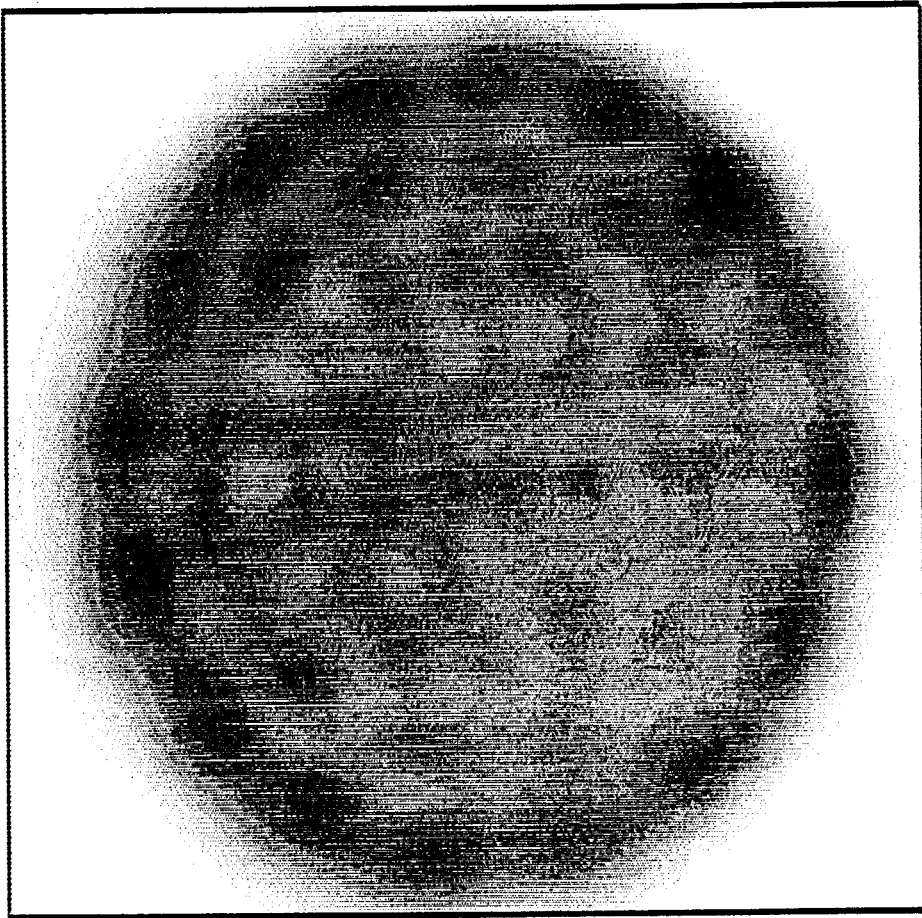


Figure 4.35 : Structure obtenue dans le cas de la cavité quasi-dégénérée

Cette relation nous permet de tracer l'évolution de la condition de stabilité en fonction de ϵ et de trouver l'intervalle de variation de ϵ ou de d_1 correspondant à une cavité stable. La cavité est stable pour une position de la lentille placée à une distance d_1 peu différente de 1.30 m du miroir plan.

IV.1.3.- Intervalle spectral entre familles de modes transverses

Il permet le contrôle de la force de couplage entre les modes de la cavité active et ainsi l'influence des non-linéarités sur le comportement dynamique du système. Il est défini par :

$$\Delta\nu_T = \frac{\Delta\nu_L}{\pi} \arccos (G_1 G_2)^{1/2}$$

où G_1 et G_2 ont été définis ci-dessus.

$\Delta\nu_T$ dépend de la position de la lentille à l'intérieur de la cavité et de la longueur de la cavité. Il varie entre 0 et 3 MHz. $\Delta\nu_T$ est fonction également de l'astigmatisme des éléments optiques présents dans le système et en particulier des fenêtres de Brewster, comme nous l'avons montré précédemment.

IV.2 - Structures observées

Nous observons une succession de structures transverses spatialement bien ordonnées dont la complexité augmente avec le nombre de Fresnel "effectif" \mathcal{N}^2 . Ces structures sont très différentes des structures précédemment décrites (figure 4.35) et peuvent être comparées aux structures périodiques à deux dimensions, obtenues en hydrodynamique dans l'expérience de Rayleigh Bénard. En effet, le résultat des mouvements de convection se caractérise par une structure hexagonale ressemblant à une structure en nid d'abeille (figure 4.36) [Koschmieder et Biggerstaff 1986]. Suivant des conditions spécifiques, on observe des restructurations variées du fluide et au lieu de structures hexagonales, on peut voir apparaître des structures à cellules carrées (figure 4.37) [Le Gal et al. 1985] et encore bien d'autres configurations plus complexes. Ces structures ont été utilisées comme exemple du phénomène d'auto-organisation dans les milieux continus.

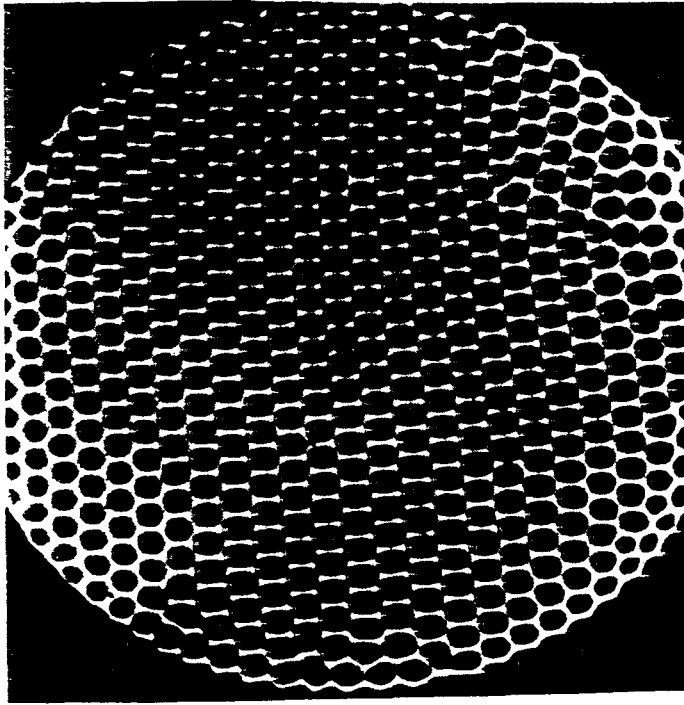


Figure 4.36 : Structure en nid d'abeille dans l'expérience de Rayleigh Bénard
[Koschmieder et Biggerstaff 1986]

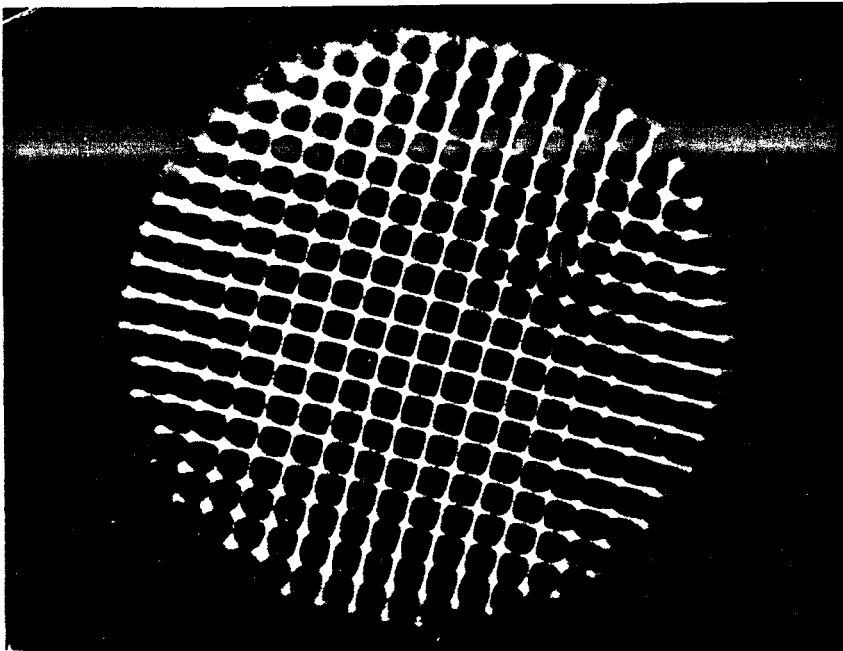


Figure 4.37 : Structure à cellules carrées
[Le Gal et al. 1985]

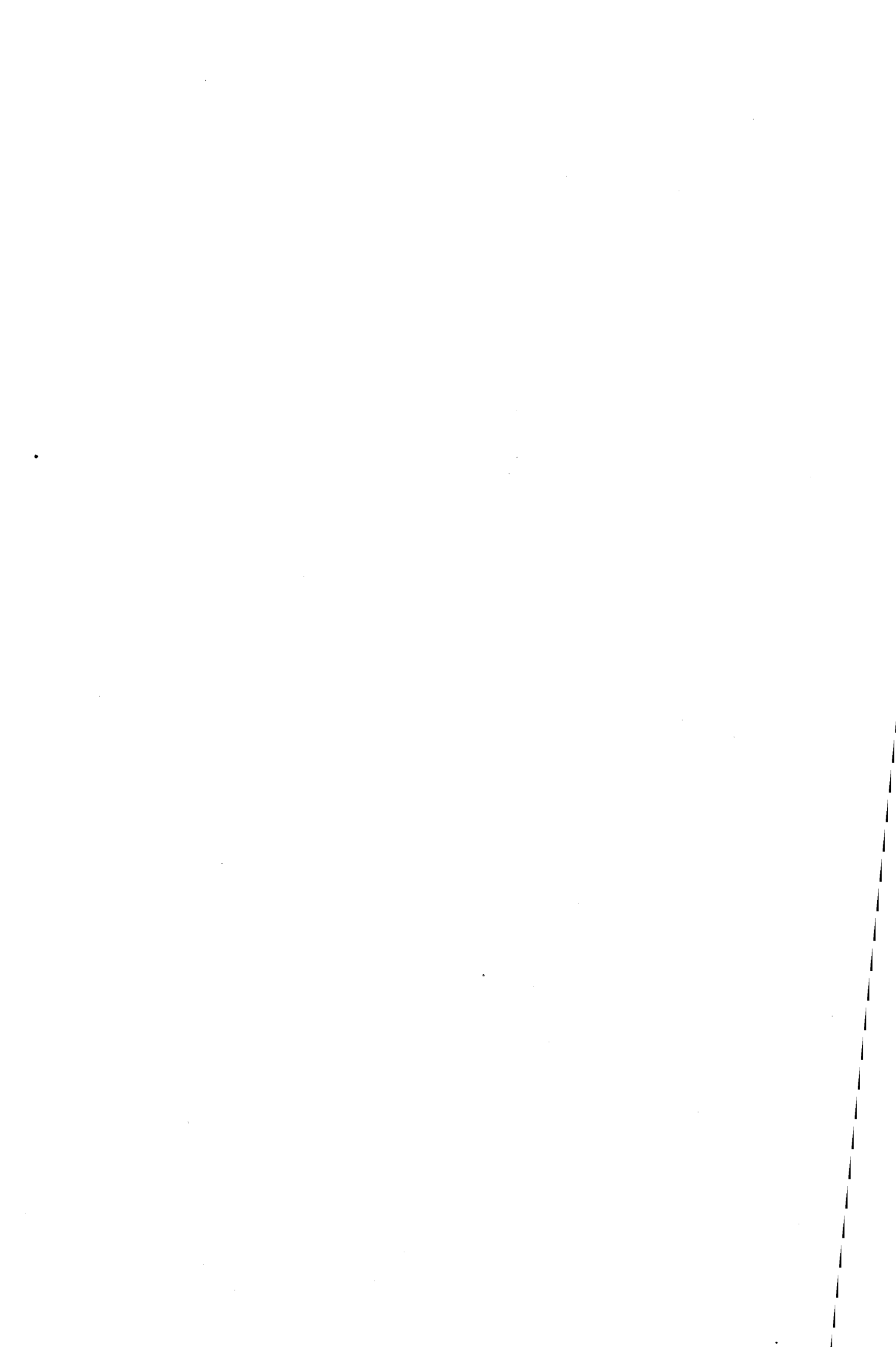
CONCLUSION

Nous avons observé les structures à symétrie cylindrique des quatre premières familles de modes d'un laser CO₂ faiblement multimode. Lorsqu'elles sont moyennées dans le temps, elles sont semblables aux structures stationnaires prédites par la théorie de la décomposition modale.

Cependant, à cause de l'astigmatisme des différents éléments optiques de la cavité, elles acquièrent une dynamique temporelle. En particulier, la structure en anneau de la famille $q = 1$ a un comportement de dynamique d'antiphase et de verrouillage en fréquence que nous avons mis en évidence expérimentalement.

En augmentant le nombre de Fresnel "effectif" \mathcal{N} , des structures plus complexes ont également été observées telles que les structures asymétriques "léopard", "ovale" de la famille $q = 2$, et quelques structures des familles $q = 3$ et $q = 4$.

Le passage à une configuration quasi-dégénérée de la cavité du laser qui possède un grand nombre de Fresnel \mathcal{N} et un faible intervalle spectral libre $\Delta\nu_T$ nous a permis de mettre en évidence des structures très complexes mais toujours ordonnées.



Conclusion

Etant données la bonne qualité des signaux fournis par le laser CO₂ et l'échelle de temps des phénomènes, plusieurs aspects de la dynamique non linéaire ont pu être traités dans cette thèse.

Suivant l'état de confinement spatial du laser, nous avons étudié des problèmes de dynamique temporelle ou de dynamique spatio-temporelle.

Deux aspects de la dynamique temporelle du laser CO₂ à pertes modulées ont été analysés :

- la dynamique de l'ensemble des cascades de Feigenbaum entrant en collision. Nous avons vérifié expérimentalement que la loi de convergence de ces cascades est une loi géométrique de raison $\delta^{1/2}$ quand les cascades entrent en collision et qu'elle est conforme à la loi théorique énoncée par Oppo et Politi.

- la dynamique au voisinage d'un point de bifurcation de la cascade de Feigenbaum. Un phénomène de (dés)amplification du signal et du bruit classique du laser a été mis en évidence sur les composantes en phase et en quadrature de la réponse du système. Ce phénomène présente un caractère d'universalité puisque l'amplification du signal est caractérisée par le même exposant critique que le laser à Résonance Magnétique Nucléaire. Il montre également que le comportement du laser CO₂ à pertes modulées au voisinage des bifurcations de doublement de période est identique à celui des systèmes électronique, mécanique, ...

Enfin, quelques aspects de la dynamique spatio-temporelle ont été étudiés dans un laser CO₂ multimode transverse.

Nous avons observé des structures spatio-temporelles de plus en plus complexes au fur et à mesure que le degré de confinement spatial du laser a diminué. Nous avons ainsi pu analyser des structures faiblement multimodes symétriques puis des brisures de symétrie nous ont permis d'observer des structures asymétriques et enfin des structures très complexes mais toujours ordonnées. Ceci montre que le laser CO₂ est un exemple type de structure dissipative au sens de Prigogine [Prigogine 1991] puisqu'il est apte à s'organiser même loin de l'équilibre.

L'étude de la dynamique de l'anneau a permis de mieux appréhender le phénomène de verrouillage en fréquence des modes transverses TEM₀₁ et TEM₁₀, qui composent la structure, et a montré que ceux-ci oscillent en opposition de phase dans une cavité laser dont les éléments optiques sont astigmatiques.

Les deux études de dynamique temporelle rapportées ici présentent chacune un caractère universel dans leur comportement. Dans le domaine de la dynamique spatio-temporelle, des études sont en cours pour tenter de dégager des lois de caractérisation des routes qui mènent à la turbulence spatiale et aboutir à la caractérisation de l'état turbulent lui-même, afin de voir si dans ce domaine aussi ces lois présentent un caractère d'universalité.

Annexes

ANNEXE A

Calcul des paramètres géométriques de la cavité

Le résonateur, dont nous allons évaluer les paramètres, est une cavité du type Fabry-Perot, de longueur L , constituée d'un miroir plan M_1 et d'un miroir sphérique M_2 , de rayon de courbure R . Le coefficient de réflexion du miroir sphérique, utilisé comme coupleur de sortie, est de 95%. Les rayons d'ouverture des miroirs M_1 et M_2 sont respectivement r_1 et r_2 . Une lentille de distance focale f est placée à l'intérieur de la cavité, à la distance d_1 de M_1 et d_2 de M_2 . Elle est supposée mince et d'ouverture infinie.

L'image de M_2 , produite par la lentille, est représentée par la courbe AA' , située à la distance d_3 de la lentille. Le rayon de courbure de AA' est appelé R' . Son rayon d'ouverture est r'_2 . Le résonateur sans lentille de longueur d_1-d_3 , hachuré sur la figure A1, est équivalent au résonateur à lentille.

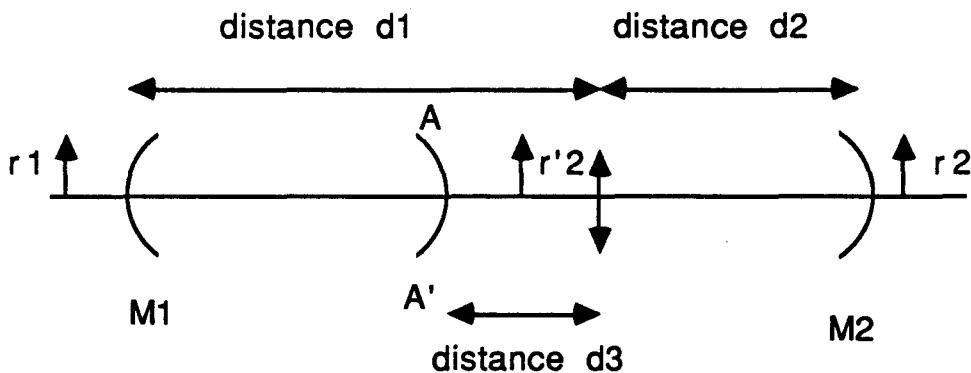


figure A1 : Résonateur sans lentille hachuré de longueur $d_1 - d_3$ équivalent au résonateur à lentille

Suivant les lois de l'optique géométrique :

$$d_3 = \frac{d_2 f}{d_2 - f} \quad \text{et} \quad \frac{r_2}{r'_2} = -\frac{d_2}{d_3} = 1 - \frac{d_2}{f}$$

Les paramètres G_1 , G_2 et N_F de ce résonateur sans lentille sont :

$$\begin{aligned} G_1 &= \frac{r_1}{r'_2} \left(1 - \frac{d_1 - d_3}{R_1} \right) \\ &= \frac{r_1}{r_2} \left(1 - \frac{d_2}{f} - \frac{1}{R_1} \left(d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f} \right) \right) \end{aligned}$$

$$G_2 = \frac{r'_2}{r_1} \left(1 - \frac{d_1 - d_3}{R'_2} \right)$$

$$N_F = \frac{r_1 r'_2}{\lambda (d_1 - d_3)} = \frac{r_1 r_2}{\lambda (d_1 + d_2 - d_1 d_2 / f)}$$

Pour déterminer G_2 , il faudrait trouver la valeur de R'_2 . Au lieu de cela, nous considérons le résonateur équivalent sans lentille de longueur $d_2 - d_4$, hachuré sur la figure A2. Il est constitué du miroir M_2 et de la surface sphérique BB , image du miroir M_1 par la lentille. Le rayon de courbure de BB' est noté r'_1 .

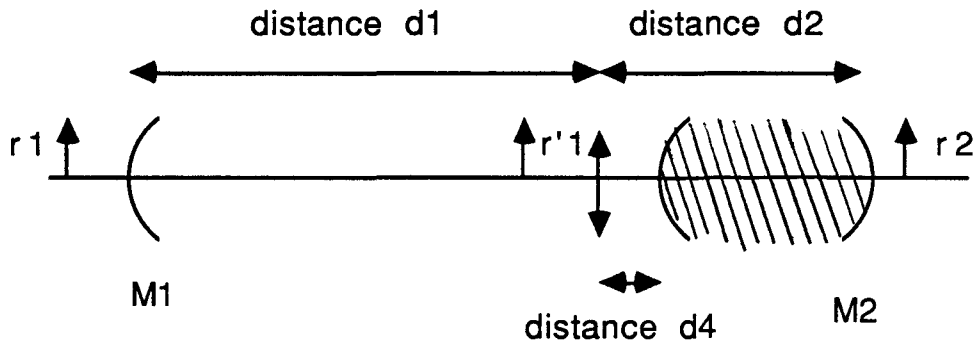


figure A2 : Résonateur sans lentille hachuré de longueur $d_2 - d_4$ équivalent au résonateur à lentille

La longueur d_4 du résonateur équivalent vérifie :

$$d_4 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} \quad \frac{r_1}{r'_1} = -\frac{d_1}{d_4} = 1 - \frac{d_1}{f}$$

Les paramètres G_1 , G_2 et N_F de ce résonateur sans lentille sont :

$$G_1 = \frac{r'_1}{r_2} \left(1 - \frac{d_2 - d_4}{R'_1} \right)$$

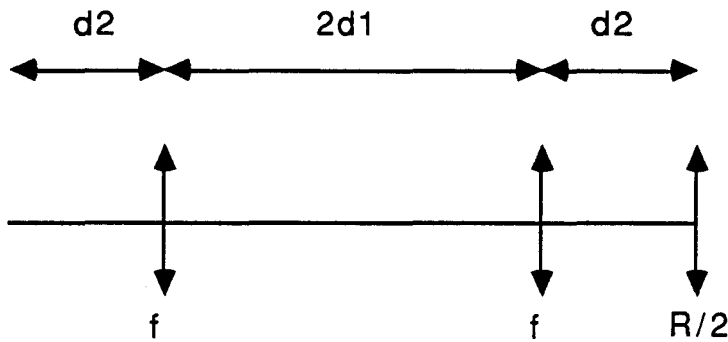
$$\begin{aligned} G_2 &= \frac{r_2}{r'_1} \left(1 - \frac{d_2 - d_4}{R_2} \right) \\ &= \frac{r_2}{r_1} \left(1 - \frac{d_1}{f} - \frac{1}{R_2} \left(d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f} \right) \right) \end{aligned}$$

$$N_F = \frac{r'_1 r_2}{\lambda (d_2 - d_4)} = \frac{r_1 r_2}{\lambda \left(d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f} \right)}$$

ANNEXE B

Calcul du nombre de Fresnel "effectif" \mathcal{N}

Au point P sur le miroir sphérique M_2 , la séquence de lentilles équivalente est :



$$M(d_2 \rightarrow f \rightarrow 2d_1 \rightarrow f \rightarrow d_2 \rightarrow \frac{R}{2})$$

$$= M_1\left(\frac{R}{2}\right) M_2(d_2) M_3(f) M_4(2d_1) M_3(f) M_2(d_2)$$

où M_1, M_2, M_3, M_4 sont respectivement les matrices de passage du miroir sphérique de rayon de courbure R , de la distance d_2 , de la lentille de distance focale f et de la distance $2d_1$.

$$= \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2d_1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$$

où:

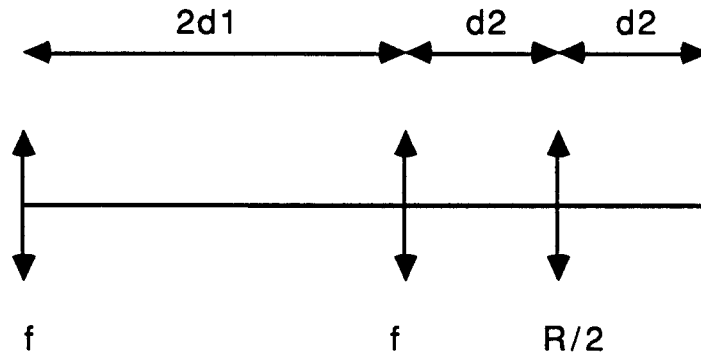
$$A = 1 - \frac{2}{f}(d_1+d_2) + 2 \frac{d_1 d_2}{f^2}$$

$$B = 2 \left(d_1 + d_2 - \frac{d_2^2}{f} - 2 \frac{d_1 d_2}{f} + \frac{d_1 d_2^2}{f^2} \right)$$

$$C = 2 \left(-\frac{1}{R} - \frac{1}{f} + \frac{d_1}{f^2} + 2 \frac{d_2}{fR} + 2 \frac{d_1}{fR} - 2 \frac{d_1 d_2}{f^2 R} \right)$$

$$D = 2 \left(-2 \frac{d_1}{R} - 2 \frac{d_2}{R} + 4 \frac{d_1 d_2}{fR} - \frac{d_2}{f} + 2 \frac{d_2^2}{fR} + \frac{d_1 d_2}{f^2} - 2 \frac{d_1 d_2^2}{f^2 R} - \frac{d_1}{f} \right) + 1$$

Au point I sur la lentille intracavité, la séquence de lentilles équivalente est :



$$M' = M' (f \rightarrow 2d_1 \rightarrow f \rightarrow d_2 \rightarrow \frac{R}{2} \rightarrow d_2)$$

$$= M_1 (d_2) M_2 \left(\frac{R}{2} \right) M_1 (d_2) M_3 (f) M_4 (2d_1) M_3 (f)$$

où M_1, M_2, M_3, M_4 sont respectivement les matrices de passage de la distance d_2 , du miroir sphérique de rayon de courbure R , de la lentille de distance focale f et de la distance $2d_1$.

$$= \begin{vmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 2d_1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{vmatrix}$$

où :

$$A' = 1 - 2 \frac{d_1}{f} - 4 \frac{d_2}{f} + 4 \frac{d_1 d_2}{f^2} - 2 \frac{d_2}{R} + 4 \frac{d_1 d_2}{fR} + 4 \frac{d_2^2}{fR} - 4 \frac{d_1 d_2^2}{f^2 R}$$

$$B' = 2d_1 + 2d_2 - 4 \frac{d_1 d_2}{f} - 4 \frac{d_1 d_2}{R} + 4 \frac{d_2^2 d_1}{fR} - 2 \frac{d_2^2}{R}$$

$$C' = -\frac{2}{R} - \frac{2}{f} + 4 \frac{d_1}{fR} + 4 \frac{d_2}{fR} - 4 \frac{d_1 d_2}{f^2 R} + 2 \frac{d_1}{f^2}$$

$$D' = -4 \frac{d_1}{R} + 4 \frac{d_1 d_2}{fR} - 2 \frac{d_1}{f} - 2 \frac{d_2}{R} + 1$$

Soit q_p le rayon de courbure complexe au point P. Pour que le faisceau conserve sa structure, il faut qu'après un aller-retour dans la cavité, le rayon de courbure soit inchangé. D'après la loi ABCD :

$$\frac{Aq_p + B}{Cq_p + D} = q_p$$

d'où
$$B \left(\frac{1}{q_p}\right)^2 - (D - A) \left(\frac{1}{q_p}\right) - C = 0$$

Sachant que
$$\frac{1}{q_p} = g + ih = \frac{1}{R_p} - i \frac{\lambda}{\pi w_p^2}$$

où R_p et w_p sont respectivement le rayon de courbure du front d'onde et le rayon du faisceau en P.

En séparant les parties réelle et imaginaire, nous obtenons le système de 2 équations suivant :

$$\begin{aligned} B(g^2 - h^2) - (D - A)g - C &= 0 \\ 2Bgh - (D - A)h &= 0 \end{aligned}$$

dont les solutions sont :

$$g = \frac{(D - A)}{2B} \quad \text{et} \quad h = \pm \frac{1}{B} \sqrt{1 - \left(\frac{D + A}{2}\right)^2}$$

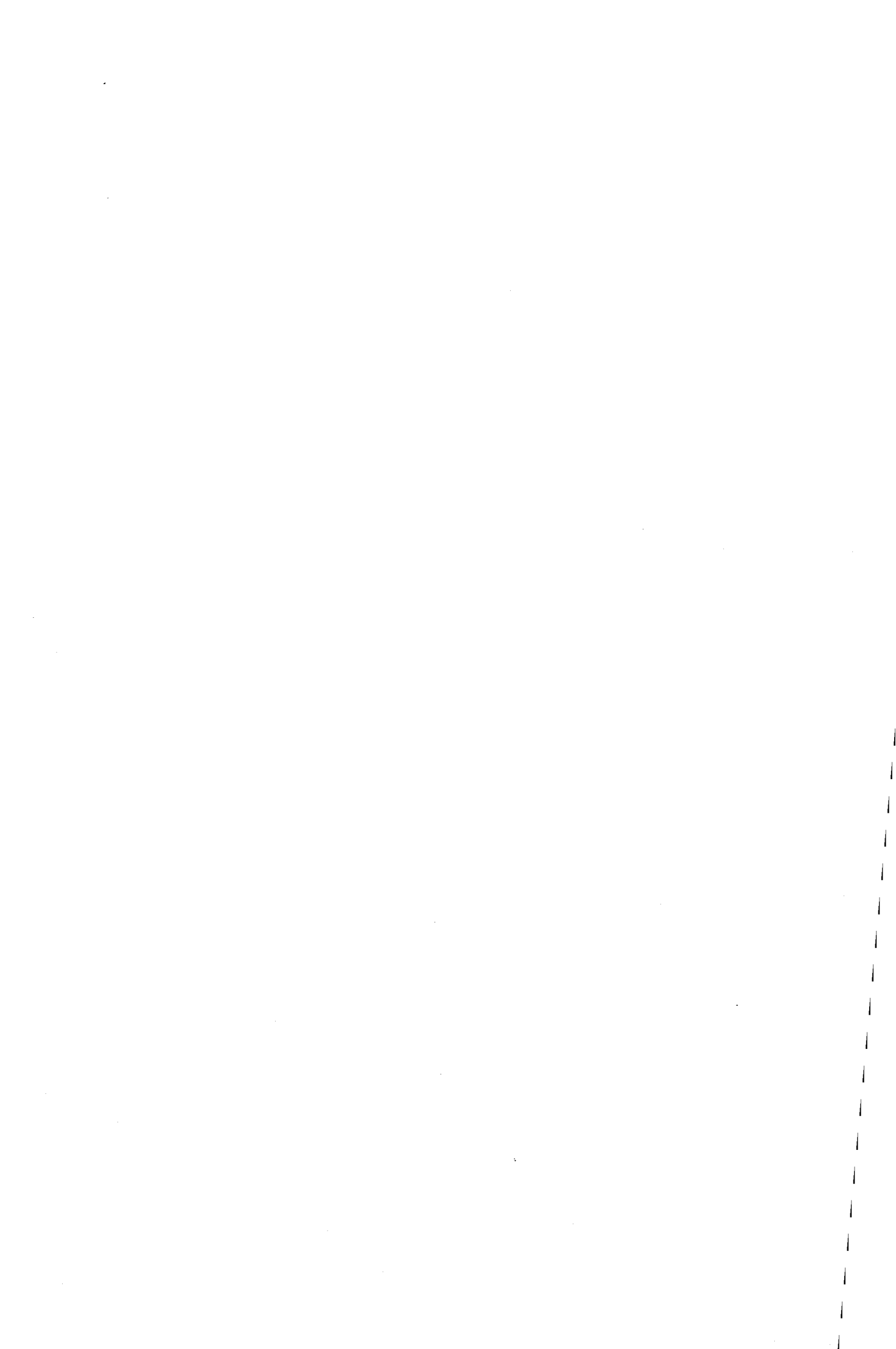
En procédant de la même manière en I, nous trouvons que les surfaces des modes TEM₀₀ en P et en I sont :

$$\pi w_p^2 = \lambda \left[\frac{1}{B} \sqrt{1 - \left(\frac{D + A}{2}\right)^2} \right]^{-1}$$

et

$$\pi w_I^2 = \lambda \left[\frac{1}{B'} \sqrt{1 - \left(\frac{D' + A'}{2}\right)^2} \right]^{-1}$$

De même, on calcule la surface πw_B^2 sur la fenêtre de Brewster et le paramètre \mathcal{N} est le rapport $\mathcal{N} = \frac{\pi r_B^2}{\pi w_B^2}$.



ANNEXE C

Caméra et logiciel

Caméra : Une caméra COHU CCD monochrome capte l'image thermique formée sur la plaque phosphorescente. Les signaux, issus de la caméra, sont numérisés par une carte d'acquisition CYCLOPE-2-I de DIGITAL VISION. La digitalisation se fait sur 256 niveaux de gris (8 bits) en temps réel avec une résolution 256 x 256 ou 512 x 512 pixels. L'image est stockée en temps réel dans un plan mémoire accessible par le calculateur compatible PC DONATEC et est visualisée en noir et blanc sur un moniteur.

L'utilisation interactive de la carte vidéo CYCLOPE-2-I est réalisée par le logiciel ESILAB. Celui-ci permet un accès direct aux sous-programmes de vision présents dans la bibliothèque de la carte CYCLOPE. Parmi les différents menus accessibles dans le logiciel, nous faisons essentiellement appel à : UTIL, ACQUI et TRAITEMENTS

UTIL se charge de la gestion des fichiers sur le disque, de l'impression des images et des fonctions d'automatisation.

ACQUI permet la gestion de l'entrée de la caméra, des paramètres de numérisation et de l'acquisition des images.

TRAITEMENTS effectue le traitement des images.

Le mode MACRO (macrocommandes) permet une utilisation automatique ou semi-automatique du système. Une macrocommande permet de regrouper au choix plusieurs fonctions proposées dans ESILAB.

ANNEXE D

Condition de stabilité de la cavité quasi-dégénérée

Nous considérons que le système est centré et à symétrie axiale (axe optique Oz), ainsi nous pouvons tracer les rayons en projection dans le plan yOz. Dans ce cas, le rayon paraxial est caractérisé dans le plan π perpendiculaire à l'axe optique par $\overline{OM} = x_0$ et par la pente \dot{x}_0 de la droite qui le porte. Après passage dans le système centré, les position et pente du rayon sont x_1 et \dot{x}_1 . Suivant les lois de l'optique géométrique, les relations entre (x_0, \dot{x}_0) et (x_1, \dot{x}_1) sont linéaires et s'écrivent (figure D1) :

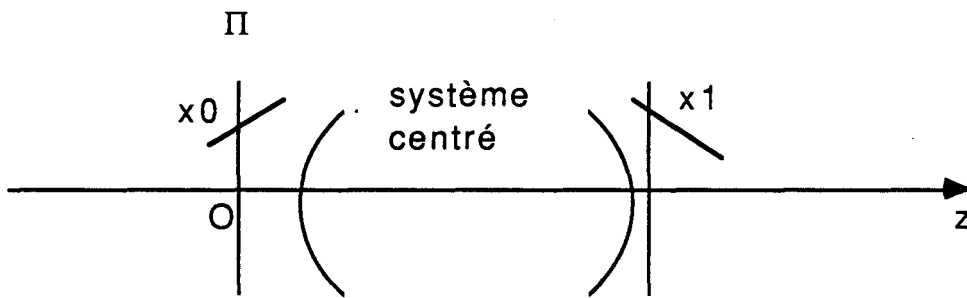


figure D.1 : Définition de la matrice M

$$\begin{vmatrix} x_1 \\ \dot{x}_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \end{vmatrix}$$

où la matrice de transfert $M = \begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$ caractérise complètement le système optique et le déterminant de la matrice M est égal à 1 .

Si M est la matrice correspondant à un tour complet de la cavité en anneau, n'importe quel rayon refait le même chemin si $x_1 = x_0$ et $\dot{x}_1 = \dot{x}_0$ soient:

$$B = C = 0 \quad \text{et} \quad A = D = 1 .$$

La matrice M est alors la matrice unité.

Arnaud [Arnaud 1969] a calculé la matrice de transfert pour un tour complet dans la cavité en anneau à trois lentilles de distances focales f_1 , f_2 et f_3 (figure D2).

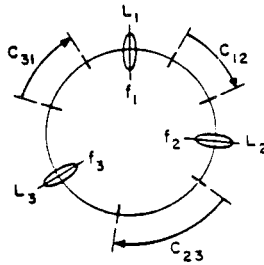


figure D.2 : Cavité en anneau composée de trois lentilles de distances focales f_1 , f_2 et f_3

Cette matrice s'écrit :

$$M = \begin{vmatrix} \frac{c_{12} f_3}{f_1 f_2} & -\frac{f_1 f_3}{f_2} + \frac{c_{12} c_{31} f_3}{f_1 f_2} \\ \frac{f_2}{f_1 f_3} - \frac{c_{23} c_{12}}{f_1 f_2 f_3} & \frac{c_{31} f_2}{f_1 f_3} + \frac{c_{23} f_1}{f_2 f_3} - \frac{c_{12} c_{31} c_{23}}{f_1 f_2 f_3} \end{vmatrix}$$

où c_{12} , c_{23} et c_{31} sont les distances respectives entre les lentilles de distances focales f_1 et f_2 , puis f_2 et f_3 et enfin f_3 et f_1 .

La cavité considérée est dégénérée si la matrice M est la matrice unité, c'est-à-dire si :

$$\begin{vmatrix} c_{12} = \frac{f_1 f_2}{f_3} \\ c_{31} = \frac{f_3 f_1}{f_2} \\ c_{23} = \frac{f_2 f_3}{f_1} \end{vmatrix}$$

La cavité du type Fabry-Pérot dégénérée est obtenue à partir de la cavité en anneau, en posant $f_1 = f_2 = f$ et $c_{31} = c_{23} = f_3 \equiv \frac{R}{2}$ et $c_{12} = f^2 \times \frac{2}{R}$ (figure D3).

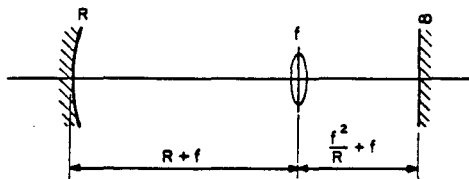


figure D.3 : Cavité Fabry-Perot dégénérée obtenue à partir de la cavité en anneau

Au cours de nos expériences, nous considérons la configuration quasi-dégénérée (figure D4) en posant:

$$d_1 = f^2/R + f - \eta$$

$$d_2 = f + R - \epsilon .$$

où les distances ϵ et η sont telles que $\epsilon \ll R + f$ et $\eta \ll f + \frac{f^2}{R}$.

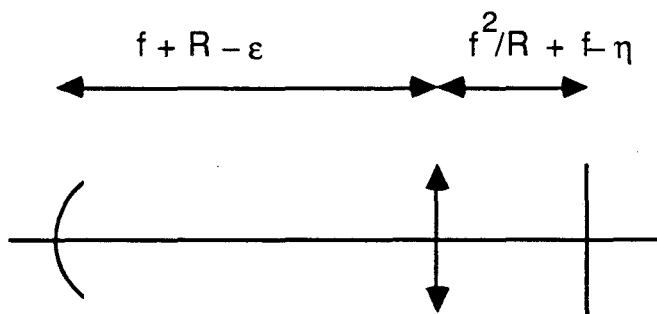


figure D.4 : Cavité Fabry-Pérot quasi-dégénérée

La condition générale de stabilité d'une telle cavité est :

$$-1 < \frac{A+D}{2} < 1$$

soit :
$$\frac{A+D}{2} = \left(\frac{c_{12} f_3}{f_1 f_2} + \frac{c_{31} f_2}{f_1 f_3} + \frac{c_{23} f_1}{f_2 f_3} - \frac{c_{12} c_{31} c_{23}}{f_1 f_2 f_3} \right) \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{A+D}{2} = 1 - \frac{2\epsilon^2}{R^2} + \frac{2\epsilon^2\eta}{f^2 R} - \frac{2\epsilon\eta}{f^2}$$

ϵ et η étant petits, nous considérons l'approximation au premier ordre et obtenons la condition de stabilité suivante :

$$-1 < 1 - \frac{2\epsilon^2}{R^2} - \frac{2\epsilon\eta}{f^2} < 1 .$$

*Références
bibliographiques*

Arecchi F.T., Meucci R., Puccioni G. et Treddice J., Phys. Rev. Lett. 49, 1217 (1982).

Arnaud J.A., Appl. Optics 8, 189 (1969).

Baesens C., Physica D53, 319 (1991).

Bergé P., M²AN 23, 371 (1989).

Bergé P., Pomeau Y. et Vidal C., L'ordre dans le chaos, Hermann, Paris 1984.

Bocko M.F. and Battiato J., Phys. Rev. Lett. 60, 1763 (1988).

Brambilla M., Battipede F., Lugiato L.A., Penna V., Prati F., Tamm C. and Weiss C.O., Phys. Rev. A 43, 5090 (1991).

Brambilla M., Cattaneo M., Lugiato L.A. and Prati F., ECOOSA 90, Quantum Optics, Proceedings of the European Conference on Optics, Optical Systems and Applications, p 133 (Rome, Italy).

Brun E., Derighetti B., Meier D., Holzner R. et Ravani M., J. Opt. Soc. Am. B 2, 156 (1985).

Cascais J., Dilao R. et Noronha Da Costa A., Phys. Lett. 93A (1983).

Coullet P. et Tresser C., Journal de Phys., Colloque C5, suppl. n°8, tome 39, 25 (1978).

Coullet P. et Tresser C., Journal de Méca. théorique et appliquée, Numéro spécial, 217 (1984).

Crutchfield J., Nauenberg M. et Rudnick J., Phys. Rev. Lett. 46, 933 (1981).

Daido H., Phys. Lett. 83A, 246 (1981).

Daido H., Prog. Theor. Phys. 67, 1698 (1982).

Dangoisse D., Glorieux P. et Hennequin D., Phys. Rev. A36, 4775 (1987).

D'Angelo E.J., Izaguire E., Mindlin G.B., Huyet G., Gil L. et Tredicce J.R., Phys. Rev. Lett. 68, 3702 (1992).

Derighetti B., Ravani M., Stoop R., Meier D., Brun E. et Badii R., Phys. Rev. Lett. 55, 1746 (1985).

Feigenbaum M.J., J. Stat. Phys. 19, 25 (1978).

Feigenbaum M.J., J. Stat. Phys. 21, 669 (1979).

Feigenbaum M.J., Kadanoff L.P., Shenker S.J., Physica 5D, 370 (1985).

Galus W. et Perry F.S., Laser Focus/Electro-optics, 76 (1984).

Grebogi C., Ott E. et Yorke J.A., Physica 7D, 181 (1983).

Grebogi C., Ott E. et Yorke J.A., Phys. Rev. Lett. 57, 1284 (1986).

Green C., Mindlin G.B., D'Angelo E.J., Solari H.G. et Tredicce J.R., Phys. Rev. Lett. 65, 3124 (1990).

Hanna D.C., IEEE J. Quantum Electron. QE, 483 (1969).

Haken H., Phys. Lett. 53A, 77 (1975).

Haken H., Phys. Lett. 94A, 77 (1983).

Haken H. , "Advanced Synergetics" , Springer Berlin (1983).

Hennequin D., Glorieux P. et Dangoisse D., Phys. Rev. Lett. 57, 2657 (1986).

Iooss G., Journal de Phys., Colloque C5, suppl. n°8, tome 39, 99 (1978).

Kapral R. et Mandel P., Phys. Rev. A 32, 1076 (1985).

Kiefer J., Nussmeier T.A. et Goodwin F.E., IEEE J. Quantum Electron. QE 8, 173 (1972).

Klische W., Weiss C.O. et Wellegehausen B., Phys. Rev. A39, 919 (1989).

Kogelnik H. et Li T., Appl. Opt. 5, 1150 (1966).

Koschmieder et Biggerstaff, J. Fluid. Mech. 167, 49 (1986).

Le Gal P., Pocheau A. et Croquette V., Phys. Rev. Lett. 54, 2501 (1985).

Lizoret C., Thèse Université de Lille (1989).

Lugiato L.A., Mandel P. et Narducci L.M., Phys. Rev. A29, 1438 (1984).

Lugiato L.A., Oldano C. et Narducci L.M., J. Opt. Soc. Am. B 5, 879 (1988).

Lugiato L.A., Oppo G.L., Pernigo M.A., Tredicce J.R., Narducci L.M. et Bandy D.K., Opt. Commun. 68, 63 (1988).

Lugiato L.A., Oppo G.L., Tredicce J.R., Narducci L.M. et Pernigo M.A., J. Opt. Soc. Am. B 7, 1019 (1990).

Lugiato L.A., Prati F., Narducci L.M. et Oppo G.L., Opt. Commun. 69, 387 (1989).

Lugiato L.A., Prati F., Narducci L.M., Ru P., Tredicce J.R. et Bandy D.K., Phys. Rev. A37, 3847 (1988).

Manneville P., "Structures dissipatives, chaos et turbulence" Aléa Saclay (1991).

Mertz J., Debuisschert T., Heidmann A., Fabre C. et Giacobino E., Optics Letters 16, 1234 (1991).

Meucci R., Poggi A., Arecchi F.T. et Tredicce J.R., Opt. Commun. 65, 151 (1988).

Nash F.R. et Smith P.W., IEEE J. Quantum Electron. QE-4, 26 (1968).

Oppo G.L. et Politi A., Phys. Rev. A 30, 435 (1984).

Oppo G.L. et Politi A., Europhys. Lett. 1, 549 (1986).

Prati F., Thèse Université de Zürich (1992).

Prigogine I., Nicolis G., "A la rencontre du complexe" PUF (1989).

Richardson W.H., Machida S. et Yamamoto Y., Phys. Rev. Lett. 66, 2867 (1991).

Rigrod W.W., J. Appl. Phys. 36, 2487 (1965).

Ru P., Narducci L.M., Tredicce J.R., Bandy D.K. et Lugiato L.A., Opt. Commun. 63, 310 (1987).

Ruelle D. et Takens F., Commun. Math. Phys. 20, 167 (1971).

Rugar D. et Grütter P., Phys. Rev. Lett. 67, 699 (1991).

Siegman, "Lasers", University Science Books, Mill Valley, 1986.

Slusher R.E., Hollberg L.W., Mertz J.C. et Valley J.F., Phys. Rev. Lett. 55, 2409 (1985).

Solari H., Eschenazi E., Gilmore R. et Tredicce J.R., Opt. Commun. 64, 49 (1987).

Tamm C. et Weiss C.O., J. Opt. Soc. Am. B 7, 1034 (1990).

Tamm C. et Weiss C.O., Opt. Commun. 78, 253 (1990).

Tamm C., Phys. Rev. A 38, 5960 (1988).

Testa J., Perez J. et Jeffries C., Phys. Rev. Lett. 48, 714 (1982).

Tredicce J.R., Arecchi F.T., Puccioni G.P., Poggi A. et Gadomski W., Phys. Rev. A34, 2073 (1986).

Tredicce J.R., Quel E.J., Ghazzawi A.M., Green C., Pernigo M.A., Narducci L.M. et Lugiato L.A., Phys. Rev. Lett. 62, 1274 (1989).

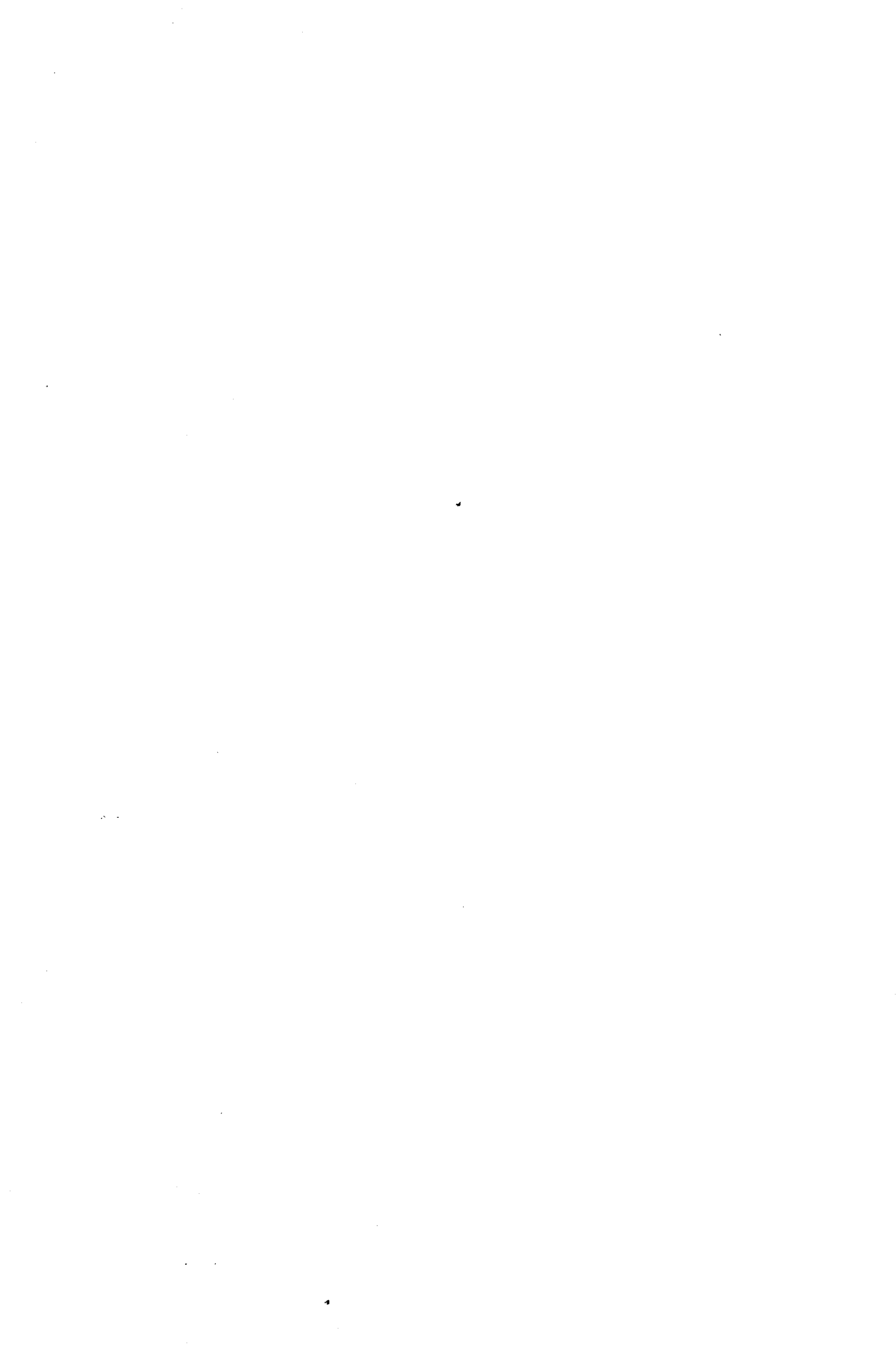
Waksberg A.L., IEEE J. Quantum Electron. QE 9, 1086 (1973).

Wiesenfeld K. et McNamara B., Phys. Rev. Lett. 55, 13 (1985).

Wiesenfeld K. et McCarley J. S., Phys. Rev. A42, 755 (1990).

Yariv A., "Quantum Electronics", 2nd Edition, J. Wiley, New York (1975).

Bibliographie



"Experimental investigation of the collision of Feigenbaum cascades in lasers"

C. Lepers, J. Legrand et P. Glorieux

Phys. Rev. A 43, 2573 (1991).

"Experimental observation of noise deamplification in a period-doubling laser"

C. Lepers, J. Legrand et P. Glorieux

Phys. Lett. A 161, 493 (1992).

"Spatio-temporal dynamics of a weakly multimode CO₂ laser"

D. Hennequin, C. Lepers, E. Louvergneaux, D. Dangoisse et P. Glorieux

Optics Comm. 93, 318 (1992).

"Two-dimensional optical lattices in a CO₂ laser"

D. Dangoisse, D. Hennequin, C. Lepers, E. Louvergneaux et P. Glorieux

Phys. Rev. A 46, 5955 (1992).

