UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

Faculté des Sciences Economiques et Sociales

LES FLUCTUATIONS SAISONNIERES DE DEMANDE UNE APPROCHE MICROECONOMIQUE DU COMPORTEMENT DE LA FIRME

THESE
DE
DOCTORAT EN SCIENCES ECONOMIQUES

Présentée et soutenue par

Laurence LAMMENS

Décembre 1994

Directeur de la recherche : Nicolas VANEECLOO

Composition du jury :

Francis CALCOEN, directeur de recherche au CNRS, Labores, Faculté Libre de Sciences Economiques de Lille

Hubert JAYET, administrateur de l'INSEE, Professeur associé à l'Université de Lille I

André KELLER, Professeur à l'Université de Valenciennes

François STANKIEWICZ, Professeur à l'Université de Lille I

Nicolas VANEECLOO, Professeur à l'Université de Lille I

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à Nicolas VANEECLOO pour l'aide éclairée qu'il m'a apportée et pour la confiance qu'il a bien voulu me témoigner tout au long de cette recherche. Son sens critique, ses conseils et encouragements me furent trés précieux, ainsi que la disponibilité et la patience qu'il a toujours su manifester à mon égard.

J'adresse également de vifs remerciements à toutes les personnes qui ont contribué, par leur aide dans divers domaines, à l'achèvement de cette thèse.

INTRODUCTION GENERALE

La notion de fluctuation d'activité désigne l'ensemble des mouvements de hausse ou de baisse dans l'exercice d'une entreprise ou, d'une manière plus générale, d'un secteur de l'économie, mesurés par la variation d'indicateurs appropriés (chiffre d'affaires, volume de la production si elle est homogène...) sans précisions sur l'origine, le rythme, l'intensité des mouvements ascendants ou descendants. Elles se traduisent, pour les entreprises qui y sont soumises, par des variations sensibles du volume de la totalité ou d'une partie de leurs ventes, de leur production, et nécessitent, lorsque leur intensité est conséquente, la mise en place de stratégies d'adaptation fonction de l'organisation interne (en matière de production et d'emploi en particulier) et externe de la firme (indépendante ou appartenant à un groupe, existence ou non de filiales etc), ainsi que des caractéristiques des fluctuations auxquelles elles font face. La notion de fluctuation d'activité revêt donc de multiples aspects qu'il convient dans un premier temps de distinguer, ce qui nous permettra de situer la thèse dans le cadre de la littérature existante.

1. Les fluctuations d'activité dans la littérature.

Si le thème des fluctuations d'activité au sens large est abondamment présent dans la littérature, il faut cependant préciser qu'il peut être abordé de différentes manières suivant l'aspect conjoncturel ou saisonnier que l'on en privilégie. Cette distinction amènera une constatation : la richesse des développements est particulièrement inégale suivant l'approche adoptée dans l'analyse du phénomène. Nous mettrons, dans un premier temps, en évidence l'existence de différents types de fluctuation d'activité et examinerons ensuite l'importance relative de chacune d'elle dans la littérature.

1.1. La nature des fluctuations d'activité : les critères de différenciation.

Nous distinguerons et classerons les fluctuations d'activité suivant quatre critères déterminants : leur origine, leur degré de prévisibilité, leur degré de récurrence et leur amplitude.

L'origine des fluctuations d'activité.

D'une manière générale, il est possible de distinguer deux catégories de fluctuations d'activité selon qu'elles trouvent leur origine dans les conditions spécifiques de la demande, ou, au contraire, dans les conditions de l'offre.

- Les conditions de l'offre.

Pour les raisons que nous évoquerons, l'offre d'un bien ou d'un service peut varier sensiblement et se répercuter sur l'activité productive des firmes en conditionnant la disponibilité et l'utilisation de leurs facteurs de production, notamment les matières premières, les consommations intermédiaires et la main d'oeuvre.

- Les facteurs climatiques : le climat influence directement les possibilités d'utilisation de la main d'oeuvre et représente une lourde contrainte dans le fonctionnement des entreprises de bâtiment et travaux publics qui se voient contraintes à réduire sensiblement leur activité durant la période hivernale.

- Les facteurs liés à la nature des matières premières ou des consommations intermédiaires : les entreprises agro alimentaires sont particulièrement touchées par ces problèmes d'approvisionnement car tributaires des variations dans la production agricole. L'illustration la plus probante de ce phénomène nous vient des raffineries sucrières qui ne débutent leur activité qu'en septembre (avec la récolte des betteraves) pour y mettre fin dés le mois de janvier. En dehors de cette période, elles ne fonctionnent pratiquement pas. Il faut cependant nuancer l'importance réelle de ce phénomène dans les autres industries agro alimentaires par l'évolution constante des techniques de conservation et de transport des marchandises périssables.

- Les facteurs directement liés au travail : la période des congés (juillet-aout) induit d'importantes chutes d'activité dans la plupart des entreprises industrielles; soulignons également le rôle que peut jouer l'absentéisme dans la régularité et la constance du fonctionnement de l'entreprise.

- Les facteurs conjoncturels ou accidentels (grèves, catastrophes naturelles...) : leur caractère aléatoire et imprévisible rend difficile leur prise en compte dans l'organisation et les décisions de l'entreprise.

- Les conditions de la demande.

De nombreux facteurs ont pour effet de faire varier sensiblement la demande globale ou particulière à certains biens, nous nous contenterons ici d'en citer les plus évidents et influents :

- La conjoncture économique générale ;

- les accidents ou événements exceptionnels qui occasionnent des mouvements brusques généralement descendants de la demande mais là encore, de par leur nature, difficiles à gérer.

- La saisonnalité sociale : les fêtes, coutumes, instituent une sorte de cycle dans les achats des consommateurs ; les effets sont soit généraux (hausse globale d'activité en fin d'année), soit sectoriels et propres à certains produits (le chocolat à l'occasion des fêtes de fin d'année). Notons également un relâchement général de la demande durant la période des congés (d'été), notamment en ce qui concerne les produits textiles et la vente par correspondance.

- Le cycle des saisons. En sont, entre autres, fortement dépendants : les secteurs de l'habillement, de l'industrie de la chaussure, la vente d'articles de plage, de matériel de ski, etc.

- L'effet de mode qui oriente la consommation vers un type, une catégorie d'articles relativement précis avec pour conséquence immédiate le désintérêt pour les autres catégories existantes. Ce phénomène impose aux entreprises une adaptation précise de leur production (de biens ou de services (agences de voyage)), mais généralement prévisible. Cependant, ce changement est durable et il se produit rarement, à court terme, un retour à l'état antérieur, c'est pourquoi nous parlerons avec réserve de fluctuation dans ce cas.

- Les contraintes institutionnelles : elles sont en particulier à l'origine des fluctuations d'activité dans la branche des travaux publics. En effet, la majeure partie de l'activité est réalisée sur des marchés d'Etat, impliquant des contraintes importantes (les travaux doivent en général être terminés pour le 31 décembre) et un profil saisonnier caractéristique avec une charge de travail minimale pendant le premier semestre et maximale entre juin et décembre.

Le degré de prévisibilité.

C'est une caractéristique particulièrement variable et néanmoins déterminante des fluctuations d'activité, allant d'une prévisibilité nulle (aléas climatiques particulièrement soudains et importants par exemple) à une connaissance quasi parfaite de l'évolution ou de l'apparition du phénomène (produits saisonniers...), en passant par toutes les situations d'incertitude intermédiaires.

Le degré de récurrence et l'amplitude.

Une variation d'activité peut n'être qu'occasionnelle et d'amplitude variable ; cependant, sa prise en compte, en tant que fluctuation, de manière déterminante dans la gestion et les décisions de l'entreprise nécessite que la variation du niveau d'activité d'une période à une autre ait une amplitude suffisante et qu'elle soit de nature à se répéter avec plus ou moins de régularité.

La considération de ces critères nous amène à distinguer trois types de fluctuations d'activité :

- les fluctuations imprévisibles dont l'étude relève du thème de la firme en environnement incertain,

- les fluctuations prévisibles mais non récurrentes, dans ce cas on ne peut parler qu'avec réserve de fluctuation au sens où elle sous entend le côté répétitif du phénomène.

- les fluctuations prévisibles et récurrentes dont l'étude relève de l'adaptation de la firme à des phénomènes anticipés.

La distinction primordiale s'opère donc par rapport au degré de prévisibilité. Nous considérerons ainsi deux optiques différentes dans la prise en compte du phénomène dans la littérature : la fluctuation conjoncturelle et aléatoire et la fluctuation saisonnière d'activité.

1.2. Les fluctuations aléatoires d'activité : l'analyse conjoncturelle.

Abordées de ce point de vue, elles se ramènent à l'analyse des modalités d'adaptation de la firme à l'imprévu. Celle-ci dispose d'une large gamme d'outil pour faire face à ces mouvements de court terme ; nous en examinerons les principes et les fondements théoriques de base.

1.2.1. Le thème de la flexibilité

En matière d'organisation de la production, de gestion du personnel, une des priorités de l'entreprise est de "coller" à un marché aléatoire ou fluctuant. Plusieurs problèmes se posent alors simultanément : la nécessité de rentabiliser les équipements, de réguler la production en quantité et en qualité, d'adapter les temps de travail des hommes et des machines en fonction des besoins, d'optimiser l'effectif en place, etc ...

Qu'il s'agisse de production ou d'emploi, le maître mot est aujourd'hui la flexibilité : l'adaptation, au moindre coût aux variations plus ou moins erratiques du niveau de l'activité, quelles qu'en soient les origines*.

En matière d'emploi, la flexibilité revêt deux aspects principaux :

- la flexibilité externe qui consiste à moduler les effectifs selon les besoins de l'entreprise en ayant recours à une main d'oeuvre additionnelle, externe et temporaire (intérim, contrats à durée déterminée...).

- La flexibilité interne qui consiste à faire varier la charge individuelle de travail de l'effectif en place. On a pour cela recours à la modulation de la durée du travail sur toute ou partie de l'année suivant diverses formules : modulation des horaires mensuels assortie de compensations au bénéfice des salariés (augmentation, libre choix de la cinquième semaine de congés payés...), échange d'un surcroît de travail pendant les pointes d'activité contre un certain nombre de jours de congés supplémentaires etc.

La polyvalence est une pratique de gestion de la main d'oeuvre qui se développe également avec la recherche de souplesse de l'outil de production, elle permet notamment un changement dans le contenu des tâches et un remodelage des emplois.*

Les mesures adoptées vont dépendre du niveau d'effectif permanent en place; deux schémas de décision sont possibles :

- l'entreprise peut décider de disposer d'un excédent structurel durable de main d'oeuvre et éviter ainsi le recours à une main d'oeuvre additionnelle pendant les pointes d'activité. Elle dispose alors de facteurs de production inutilisés relativement coûteux mais qui, par le biais d'une utilisation plus intensive permettent l'ajustement à la hausse souhaité de l'activité.

---

* Pour une évocation générale des pratiques de flexibilité, on peut se reporter à J.M. Bedin (1986) en précisant qu'il considère à la fois les fluctuations conjoncturelles et saisonnières.

* Se reporter, à ce sujet à F. Rerat (1986).

- Elle peut décider, au contraire, de disposer d'un effectif permanent ne permettant de faire face qu'aux creux de l'activité et qui se révélera insuffisant quand elle augmentera de manière significative. Dans ce cas, la combinaison d'une flexibilité externe et interne permettra d'ajuster exactement l'emploi à la production et donc de supprimer le sous emploi des périodes creuses.*

En matière de production, la flexibilité doit permettre un ajustement quantitatif et qualitatif des produits vendus sur le marché; et par ce biais, de gérer l'incertitude et la précarité de la demande. Elle peut prendre diverses formes :

- le lissage de l'activité par stockage. S'il parait évident que toutes les entreprises dont la nature du produit l'autorise utilisent ce mode de flexibilité, l'importance de ce recours dépend toutefois des frais financiers qu'elles sont prêtes à engager .

- la politique de diversification des produits : l'entreprise peut élargir sa gamme de fabrication en introduisant des produits dont la demande est stable par rapport au produit de base et dont la commercialisation permet de réguler l'activité et d'atténuer l'effet global de la fluctuation. Pour rendre le lissage de la production efficace, cette politique doit être combinée avec un certain degré de polyvalence des salariés et des équipements.

- la sous traitance d'une partie de la production de pointe et le rapatriement de celle ci en période creuse d'adapte assez peu à la gestion de l'incertitude et concerne surtout la saisonnalité.

Le thème de la flexibilité au sens de la gestion de l'imprévu a depuis longtemps, particulièrement retenu l'attention des économistes Dans cette optique, le problème qui se pose généralement est de déterminer la nature de la relation qui existe entre l'emploi et le niveau d'activité.

---

* Pour l'étude des coûts d'ajustement de la main d'oeuvre des entreprises soumises aux fluctuations saisonnières d'activité, voir : M.Agnès, B.Cart, B. Delmas, F. Stankiewicz (1987).

1.2.2. La notion de vitesse d'ajustement de l'emploi et ses déterminants

Depuis les années soixante, le thème a été amplement développé par les économistes. Le point de départ fut une série d'études empiriques qui mirent en évidence l'existence d'un cycle conjoncturel de la productivité. La productivité du travail chute en période de basse conjoncture et se redresse ensuite durant la phase de reprise. Les économistes se sont ainsi interrogés sur la corrélation qui pouvait exister entre l'évolution de la productivité du travail et celle de la production industrielle ; Hultgren (1960) et Okun (1962) qui menèrent ces études parvinrent à attribuer à l'élasticité de court terme de la production par rapport au travail une valeur significativement supérieure à 1.

Par la suite, de nombreux auteurs ont cherché à construire des modèles théoriques explicatifs de ce phénomène et plus généralement des relations existant entre l'emploi et le niveau de la production à court terme.

Le modèle de référence dans le domaine des fonctions d'emploi à court terme est celui de Brechling (1965) qui introduit un concept fondamental : celui de la vitesse d'ajustement de l'emploi.

Le modèle présente la particularité d'être dichotomique au sens où le processus d'optimisation se déroule en deux étapes :

- détermination du niveau d'emploi désiré dans le cadre d'une fonction de coût statique (qui ne tient pas compte des coûts d'ajustement),

- détermination de l'emploi effectif qui résulte d'un processus d'ajustement spécifique.

Ainsi sera déterminée la vitesse d'ajustement dont les valeurs varient de zéro, si la rigidité de l'emploi est totale, à un si l'emploi s'ajuste instantanément.

En fait, l'entreprise n'ajustera pas instantanément l'emploi effectif à l'emploi désiré notamment en raison des coûts liés à cet ajustement : coûts d'entrée, coûts de sortie, coûts de transformation de la main d'oeuvre. L'existence de coûts d'ajustement de la main d'oeuvre a été largement soulignée par la théorie économique, particulièrement par W.I. Oï (1962) qui montre comment ces coûts peuvent constituer le travail en facteur de production "quasi fixe" (alors qu'il est traditionnellement considéré comme variable), G.S. Becker (1964) qui fait jouer à la formation spécifique de la main d'oeuvre un rôle capital dans la réduction du turnover et des coûts qui y sont liés, P.D. Doëringer et M. Piore (1971) qui se basent sur le niveau de ces coûts pour rendre compte de l'existence d'un Marché Interne à l'entreprise, déconnecté des lois du marché, opposé au Marché Externe qui reste soumis à l'influence des variables économiques[1]. Ces travaux seront largement développés, en privilégiant certains aspect et certaines applications, dans la littérature française, notamment par N. Vaneecloo (1982) qui, dans la théorie de la transformation de la main d'oeuvre accorde une place importante à l'analyse des coûts liés à la rotation du personnel en distinguant, outre les coûts d'embauche, deux composantes du coût de transformation : l'une implicite (relative à l'enseignement formalisé), l'autre explicite (relative à l'apprentissage sur le tas); et par F. Stankiewicz (1987, 1990) en introduisant le concept de main d'oeuvre infrastructurelle[2] comme source de la remise en cause de l'existence de coûts d'ajustement à la hausse.

Le modèle de Brechling fut repris de manière un peu plus précise par Ball et Saint Cyr (1966) qui l'appliquèrent à une analyse sectorielle de l'industrie anglaise. Plus généralement, le thème des fonctions d'emploi à court terme a depuis vivement intéressé les économistes et la littérature est extrêmement riche en ce domaine :

- application des fonctions d'emploi à court terme à différents secteurs industriels (Rosen (1968), Nissim (1984)) ou à différents pays (Brechling et O'Brien (1967); Hazledine (1974); Ireland et Smith (1967)).

- étude des coûts d'ajustement de l'emploi, problème du choix entre approche dichotomique et approche dynamique (Nadiri Rosen (1979), Hazledine (1978), Hamermesh (1989), Mortensen (1973), Rotschild 1971)).

---

[1]On peut consulter Blosseville. Clemenceau. Grando (1982)-Grando (1983)-Delmas (1986) : une analyse des modes sectoriels de gestion de la main d'oeuvre. a conforté cette hypothèse d'existence de marchés interne.

[2]La main d'oeuvre infrastructurelle est définie par "l'ensemble des emplois qui ne sont pas affectés par les variations de la production courante alors même qu'ils sont nécessaires à sa réalisation". F Stankiewicz (1987)

- A. Zylberberg (1981) propose une formalisation du comportement d'une entreprise face à une demande partiellement anticipée par une distribution de probabilité, lorsqu'on suppose l'existence de deux types d'emploi :

- une main d'oeuvre fixe dont le niveau est déterminé ex ante,

- une main d'oeuvre flexible dont le niveau est déterminé ex post (intérimaires, heures supplémentaires).

Il s'agit d'une approche fondée sur l'aptitude pour la firme de prendre des décisions en présence d'incertitude qui tiennent compte de la possibilité d'ajustement de ces décisions lorsque l'incertitude a disparu. L'entreprise se voit donc confrontée au problème du choix entre une main d'oeuvre fixe et/ou flexible, qui dépendra du coût d'utilisation de chaque catégorie de main d'oeuvre. Le mécanisme en deux étapes de la décision de la firme n'est pas sans rappeler la notion de processus de décision flexible introduit par Stigler (1962) ; d'autre part, sa description dualiste du marché du travail se rapproche par certains aspects de celle de Doeringer et Piore ((1971).

Cependant, si la littérature est trés riche lorsqu'il s'agit de traiter le problème des fluctuations d'activité essentiellement sur le plan de l'analyse conjoncturelle, elle s'appauvrit considérablement lorsque l'on considère les fluctuations comme un phénomène saisonnier dans la théorie économique. Seule l'analyse statistique les apprécie comme un phénomène majeur à prendre en compte de manière systématique dans le diagnostic des situations économiques de court et de long terme.

1.3. Les fluctuations d'activité prévues et répétées : l'analyse de la saisonnalité.

1.3.1. Les fluctuations d'activité : une approche statistique.

C'est certainement en matière statistique que le phénomène des fluctuations d'activité est le plus largement développé. Il fait l'objet d'une abondante littérature et est représenté autant dans les ouvrages théoriques que dans les manuels de statistique descriptive à vocation pédagogique*. Mais, paradoxalement, aussi sophistiquées que soient les méthodes de détermination du mouvement saisonnier, leur finalité est de l'éliminer, d'en supprimer les effets.

* Cf. par exemple G. Yule et M. Kendall 1947, G Callot 1965 (réédité), B. Grais 1972 (réédité).

Le problème qui se pose aux statisticiens est de distinguer ce qui, dans l'évolution d'un phénomène (représentée par une suite d'observations chiffrées et ordonnées dans le temps), est imputable à une variation importante de la conjoncture, de ce qui est dû à la "saison", c'est à dire à des événements qui se renouvèlent plus ou moins régulièrement (tels que nous les avons précédemment décris). Les techniques de désaisonnalisation sont multiples, nous nous contenterons ici d'en évoquer les plus couramment utilisées.

L'évolution d'une série temporelle se décompose en plusieurs mouvements:

- un mouvement de longue durée constitué :

  - d'un trend qui exprime la tendance générale du phénomène,

  - d'un mouvement cyclique qui fait apparaitre de larges oscillations autour du trend ; il est d'usage actuellement de confondre son évolution avec celle du trend et de ne pas l'exprimer analytiquement.

- Un mouvement de courte durée constitué :

  - des variations saisonnières qui résultent d'événement réguliers, fluctuants, de même nature et répétitifs.

  - des variations accidentelles ou résiduelles qui proviennent de circonstances non prévisibles et irrégulières (gel, grèves...).

Il s'agit alors de déterminer le rôle de ces différentes composantes dans l'évolution de la série. Là encore la méthode est loin d'être unique. Le principal clivage est constitué par l'hypothèse faite sur la manière dont les différents mouvements se combinent entre eux :

- composition de type "additif" (on considère alors que le phénomène étudié en fonction du temps se décompose en éléments indépendants les uns des autres).

- composition de type "multiplicatif" (dans ce cas, le phénomène étudié se décompose en éléments dépendants les uns des autres : la composante saisonnière et, éventuellement, accidentelle sont proportionnelles au trend).

Les modalités, variées,de détermination des composantes de la série seront fonction du type d'hypothèse retenu. Cependant la décomposition du mouvement suit en général une logique de progression :

- 1. détermination du trend par diverses méthodes (moyennes échelonnées, moyennes mobiles,ajustement linéaire...).

- 2. En négligeant provisoirement les variations accidentelles, on détermine les coefficients saisonniers* dont l'ensemble forme le profil saisonnier et résume le comportement habituel de la série, abstraction faite de la tendance.

- 3. L'influence de la saison est alors supprimée (désaisonnalisation) pour faire apparaitre la série "corrigée des variations saisonnières" qui rend compte de l'évolution du phénomène épuré de ses variations périodiques.

- 4. En otant à ces données la valeur du trend, on fait apparaitre les influences accidentelles seules.

Cette démarche est notamment celle utilisée par l'I.N.S.E.E. pour la correction des indices de la production industrielle*. Cet indice joue un rôle essentiel dans l'information économique et représente l'un des principaux instruments statistiques utilisés tant par les pouvoirs publics que par les économistes pour dresser le diagnostic de la situation économique à des fins d'analyse globale ou sectorielle. Les indices bruts de la production industrielle sont peu commodes pour apprécier correctement l'évolution à court terme de la conjoncture, les variations saisonnières qu'ils enregistrent n'ont pas de signification sur son évolution. Il est donc nécessaire d'opérer une désaisonnalisation dont le principe retenu par l'INSEE est le suivant : il consiste à affecter à chaque mois ou trimestre un "coefficient saisonnier" résumant le rapport habituellement observé entre la donnée brute et la tendance conjoncturelle. L'estimation de ces 12 ou 4 coefficients saisonniers se fait par l'étude approfondie du comportement de la série brute au cours des année précédentes. On estime qu'il faut au minimum trois ou quatre ans de recul pour avoir une estimation satisfaisante de ces coefficients saisonniers dont l'ensemble est appelé "profil saisonnier" et résume le comportement habituel de la série, abstraction faite des tendances conjoncturelles. la formule fondamentale à la base du procédé de correction est donc :

donnée corrigée des variations saisonnières = donnée brute/coefficient saisonnier.

---

* L'estimation des coefficients saisonniers fait parfois appel à des méthodes sophistiquées. cf. C Gourieroux et F Le Gallot "constuction d'une moyenne mobile par minimisation sous contrainte d'une forme quadratique des coefficients." Annales de l'INSEE avril juin 1981.

* Pour un exposé de la méthode de correction des variations saisonnières utilisée par l'INSEE. cf. Etude et conjoncture n° 4 avril 1960.

La place importante accordée à l'étude des fluctuations saisonnières en matière statistique contraste fortement avec la faible représentativité dont fait preuve le phénomène dans la littérature économique proprement dite.

1.3.2. La littérature économique

Le phénomène des fluctuations saisonnières revêt, dans ce domaine une importance tout à fait limitée. En effet, aucune référence n'y est faite, ni dans les ouvrages classiques de microéconomie à vocation pédagogique (Henderson et Quandt (1972) , Lipsey Steiner (1975)) , ni dans les ouvrages de la théorie économique, que ce soit dans un contexte d'équilibre général (de Walras (1952) à Debreu (1966)) où de concurrence imparfaite (aussi bien J. Robinson (1969) que Chamberlin (1953)).

Cependant, le sujet, pour n'être que rarement traité en lui même, n'en est pas moins évoqué et abordé de différentes manières. Le thème de la flexibilité en tant que moyen de gestion des phénomènes prévisibles étant là aussi largement évoqué.

L'ouvrage fondamental est ici celui de Holt, Modigliani, Muth et Simon (1964). Le modèle élaboré étudie les réponses à une variation sinusoïdale de la demande lorsque celle ci est parfaitement anticipée.

Il existe, pour l'entreprise, une possibilité de stockage d'une part, et d'autre part, la possibilité de faire varier la quantité de travail utilisé selon diverses modalités (heures supplémentaires, embauches, licenciements). Le modèle tente déjà de déterminer dans quelle mesure les fluctuations seront amorties par stockage ou au contraire absorbées par variation du niveau de la production donc de la quantité de travail utilisé, compte tenu des coûts de stockage, d'emploi et des coûts d'ajustement.

Par opposition au problème des fonctions d'emploi dans le cadre de la conjoncture, ce type d'interrogation a suscité très peu de travaux.

Citons S.J. Nickell (1978) qui a analysé les décisions en terme d'emploi et de durée du travail d'une firme ayant à faire face à une évolution cyclique parfaitement anticipée de sa demande dans l'hypothèse où l'entreprise ne constitue pas de stock.

Les variations de la quantité de travail utilisé s'effectueront selon le cycle suivant :

- en période de chute d'activité :

  - première phase : la firme diminue le nombre d'heures de travail,
  - deuxième phase : elle diminue le niveau de l'emploi.

- En période de reprise d'activité :

  - première phase : la firme augmente le nombre d'heures de travail,
  - deuxième phase : elle augmente le niveau de l'emploi.

Le phénomène particulier des fluctuations saisonnières d'activité est donc loin d'avoir été traité dans son intégralité et la voie de la recherche est ouverte dans ce domaine. C'est précisément dans ce but qu'une étude sur les stratégies d'adaptation des entreprises soumises à de fortes fluctuations d'activité a été menée par une équipe du LAST*. L'enquête était centrée sur l'analyse de la flexibilité des entreprises face aux fluctuations et sur une étude de leurs stratégies d'ajustement en privilégiant l'examen des différentes politiques de main d'oeuvre.

Une place importante a été réservée à la collecte d'informations sur les coûts d'ajustement; les résultats de l'enquête ont mis en évidence l'absence de coûts d'ajustement à la hausse pour de telles firmes et deux conclusions ont été avancées :

* Laboratoire d'Analyse des Systèmes et du Travail. cf. M. Agnés, B. Cart, B. Delmas, F. Stankiewicz, 1987.

- dans les conditions actuelles d'échange et d'usage de la main d'oeuvre temporaire, la mobilisation d'un "volant de main d'oeuvre" lors des pics d'activité, loin d'être coûteuse pour l'entreprise, constitue au contraire une source supplémentaire de rentabilité.

- de plus, l'existence et la croissance d'une "main d'oeuvre infrastructurelle" chargée d'administrer ou d'organiser la production, la commercialisation ou l'activité générale de l'entreprise joue également dans le sens de la baisse du coût moyen lorsque la production s'accroit.*

Les résultats obtenus confirment la relation inverse entre coùt moyen et quantité produite.

Il apparait donc que le phénomène des fluctuations d'activité est presque exclusivement traité d'un point de vue conjoncturiste par les économistes. S'agissant des fluctuations saisonnières, on s'aperçoit qu'un traitement systématique du problème fait défaut.

2. Le cadre d'analyse et les objectifs de la thèse.

Notre étude veut contribuer à résorber en partie ce déficit. Elle portera sur les fluctuations répétitives, prévues de la demande dont l'amplitude est suffisante pour agir de manière déterminante sur le comportement de la firme dont nous étudierons les réactions dans un contexte particulier et en partie modifiable suivant les hypothèses retenues quant aux possibilités d'adaptation qui lui sont offertes. Les fluctuations saisonnières des conditions de l'offre sont, par contre, hors de notre champ.

* Cf. F. Stankiewicz : "Les stratégies d'entreprise face aux ressources humaines L'aprés taylorisme". Economica 1988. Ainsi que, du même auteur : "Surcoût, quasi fixité et fixité du travail". Revue Economique 100^{e} année n°1 1990.

2.1. Les questions et les hypothèses à la base de l'étude.

Si la réalité du phénomène des fluctuations saisonnières de demande parait manifeste, la question des différentes modalités de réaction des firmes qui y sont confrontées, et notamment des circonstances qui les motivent, reste entière.

Il est courant de considérer que les possibilités d'adaptation ouvertes à l'entreprise sont de trois ordres : faire varier le niveau de production (ou de prestation), modifier le niveau de prix pratiqué, agir sur le montant des stocks réalisés. Cependant, sachant que ces trois moyens d'action sont compatibles entre eux, mais que la faculté d'y recourir n'est pas uniformément accordée à toutes les entreprises, diverses questions se posent : vers quel type de réaction s'orientera la firme ? Quels sont les facteurs déterminants de cette orientation ? Pourquoi la fluctuation de demande se traduira-t-elle plutôt par une fluctuation de prix que par une fluctuation de production, de commercialisation ?

Pourquoi, par exemple, outre le facteur purement climatique, dans certaines stations balnéaires ou touristiques des hôtels ferment-ils dés la fin de la pleine saison alors que, au contraire, d'autres préfèrent moduler les prix et appliquer un tarif "hors saison" sans modifier la nature des prestations offertes (Center Parc) ? Pourquoi certains parcs d'attractions n'agissent pas sur la quantité, le volume des divertissements proposés, mais uniquement sur la modulation des droits d'entrée (Eurodisney), alors que d'autres, au contraire, trouvent avantage à fermer leurs portes en basse période (Parc Asterix) ?

Certains clubs de vacances usent également d'une action combinée sur les prix et les quantités, en proposant une tarification différente suivant les époques, mais en fermant les stations à la fin de la saison.

On peut également s'intéresser au cas des compagnies aériennes qui proposent une modulation préétablie des tarifs suivant les périodes de l'année, cette mesure s'assortit parfois d'une action sur la quantité des vols proposés mais peut également être exclusive, notamment pour les vols intérieurs.

Dans un domaine différent, on peut remarquer que le prix des articles dont la demande est fortement saisonnière (articles de plage, de ski...) est pratiquement identique durant toute l'année (sauf périodes de soldes), seule l'offre qui en est faite varie en fonction de la demande.

Les marchandises non stockables ou d'une stockabilité limitée tels par exemple les produits alimentaires de prédilection de fin d'année (foie gras, dinde, chapon...) connaissent également des variations, certes relatives, mais parfois importantes de prix et surtout de production.

Il existe donc une grande diversité dans les modes d'adaptation des firmes à la saisonnalité de la demande. Le but de la thèse est précisément de formaliser ces différents comportements, c'est à dire d'en déterminer les conditions et les limites d'optimalité. Il s'agit donc d'une étude théorique qui nécessite la détermination d'un cadre particulier d'analyse que nous nous contenterons ici de présenter afin de situer le problème posé, la formulation mathématique et le développement des hypothèses seront effectués dans un chapitre préliminaire.

Le modèle proposé est basé sur deux restrictions majeures :

- la nature de la fluctuation d'activité : nous avons déjà précisé à ce sujet que seules les fluctuations saisonnières de demande entraient dans le cadre de l'étude. Elles seront représentées par la prise en compte de deux courbes de demande distinctes correspondant à deux périodes (de basse et de haute saison).

- La structure du marché sur lequel évolue la firme : Nous considèrerons, dans nos développements, que la firme est, en haute comme en basse saison, en présence d'une demande fonction du prix qu'elle pratique et indépendante, en quelque sorte, des actions et réactions des concurrents. Cette hypothèse est classique lorsque l'on étudie une situation où n'existe qu'un producteur unique (monopole) ou, au contraire, de nombreuses entreprises ayant des productions différenciées (concurrence monopolistique).

Dans ce contexte, nous étudierons le comportement d'adaptation optimal de la firme aux fluctuations de demande en tenant compte des contraintes particulières qui peuvent peser sur l'exploitation ou la commercialisation du produit.

Ainsi, le produit peut être ou ne pas être stockable (et s'il l'est, le coût de ce stockage peut être plus ou moins important par rapport au coût de production).

Par ailleurs, le prix lui même peut être ou ne pas être modulable en fonction des saisons, pour des raisons qui peuvent tenir à la loi, à la coutume, au comportement des consommateurs ou aux coûts d'un changement de prix.

2.2. La démarche.

Nous étudierons l'évolution du comportement de la firme selon ces différentes hypothèses sur les contraintes actives. Ceci nous amènera à distinguer quatre situations dont il sera mené une étude de court terme (où l'équipement installé est considéré comme fixe) et une étude de long terme (où la firme a la possibilité de faire varier son niveau d'équipement).

La première phase de l'analyse concernera une firme disposant d'une totale flexibilité en matière de fixation des prix de basse et haute saison d'une part, et de ses différents niveaux de production d'autre part. La possibilité de stocker lui est par contre interdite. Nous déterminerons alors les situations optimales de courte période, en terme d'équilibre prix / quantité produite. Trois régimes d'absorption des fluctuations de demande seront alors mis en évidence, suivant la valeur des paramètres du modèle. L'étude de long terme permettra d'éliminer un de ces régimes comme situation typique de tels marchés.

La deuxième phase consistera à introduire la possibilité de stocker dans la structure précédente. Nous distinguerons trois modalités d'utilisation de cette faculté et ses conséquences directes sur les fluctuations de production, de prix et de commercialisation ; nous préciserons notamment le rôle fondamental du coût de stockage dans l'usage effectif de ce mode d'absorption des variations de demande et dans l'importance des écarts de prix entre la basse et la haute saison.

La troisième phase nous amènera à considérer le cas où la rigidité du prix entre la basse et la haute saison est associée à une impossibilité de stocker. Il s'agira alors de déterminer le niveau de prix optimal pratiqué par l'entreprise, et d'étudier l'incidence de cette rigidité sur la fluctuation de la production, le degré de satisfaction de la demande (qui pourra se trouver rationnée), et le degré d'utilisation de l'équipement en place. Trois situations seront ainsi générées à court terme suivant la présence ou l'absence de rationnement et/ou de capacité excédentaire de production. Seule l'une d'entre elles représentera une situation durable de long terme.

La quatrième phase situera l'entreprise dans un contexte de rigidité du prix assorti de la faculté de stocker. Cette partie de l'étude sera la plus délicate à mener compte tenu, d'une part, de la nécessité pour la firme d'effectuer simultanément un double choix (en matière de fixation du prix et en matière de stockage), et, d'autre part de la prise en compte de nombreux paramètres eux même interdépendants.

Ceci suscitera de multiples interrogations : à quelles conditions la firme trouvera-t-elle intérêt à stocker une partie de sa production ? à quel niveau le prix rigide doit-il être fixé ? Comment évoluent le rationnement de la demande et la capacité excédentaire ? La faculté de stocker permet-elle de les supprimer simultanément ? La complexité du problème nous amènera à le traiter en deux temps : en considérant d'abord la possibilité d'un stockage à coût nul, puis en lui accordant ensuite un coût proportionnel à la quantité stockée. L'étude de court terme aboutira à la détermination de cinq régimes d'absorption des fluctuations de demande, dont deux resteront envisageables en longue période, chacun caractérisé par un niveau de prix, par l'utilisation ou non de la faculté de stocker, par l'existence ou non d'une demande rationnée, par le degré d'utilisation de l'équipement, et par l'importance des fluctuations de production et de commercialisation.

L'étude de chacune de ces situations fera l'objet d'un chapitre distinct, lui même scindé en deux parties, la première étant consacrée à l'étude de courte période, la seconde à l'étude de longue période. Préalablement à l'analyse détaillée de ces différentes phases, on s'attachera à préciser, dans un chapitre préliminaire, les hypothèses à la base du modèle.

CHAPITRE PRELIMINAIRE

LES HYPOTHESES

1. Structure de marché et nature de la demande à l'entreprise.

La firme évolue sur un marché à composante monopolistique, un marché sur lequel elle est suffisamment indépendante pour que les effets des actions ou réactions de ses concurrents puissent être considérés comme négligeables.

Elle est donc en présence, en haute comme en basse saison, d'une demande, fonction décroissante du prix qu'elle pratique et indépendante des agissements de ses concurrents pour le produit qu'elle commercialise (dont nous supposons l'absence de substituts étroits).

La quantité demandée s'exprime donc en fonction du prix :

$$D = f(p) \text{ avec } dq/dp < 0$$

Cette fonction traduit la quantité maximale qui peut être écoulée à un prix p déterminé.

De la même manière, on peut exprimer le prix en fonction de la quantité :

$$p = f(q) \text{ avec } dp/dq < 0$$

Cette fonction traduit le prix maximum auquel peut être écoulée une quantité q déterminée.

Nous supposons que cette courbe de demande à l'entreprise est linéaire.

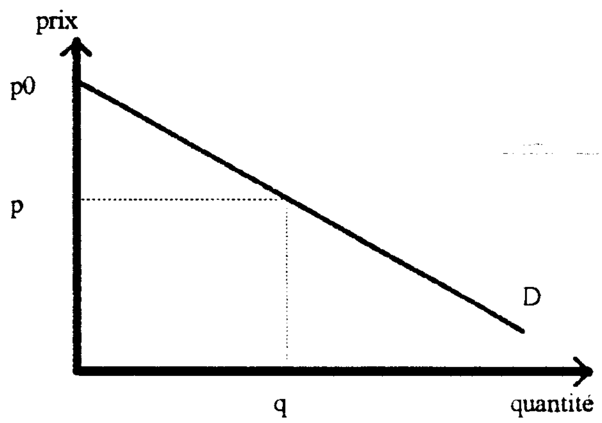
On a donc:

$$q = a(p - p_0) \quad \text{avec} \quad a < 0$$

$$\text{et} \quad p = \frac{q}{a} + p_0$$

p_0 étant le prix d'annulation de la demande.

La courbe de demande sera donc représentée ainsi pour chacune des périodes :



2. La nature de la fluctuation de demande.

L'entreprise fait face à des fluctuations parfaitement prévisibles et répétitives. Pour la clarté de l'exposé, nous considérerons que seules existent deux périodes : une période de forte activité et une période de faible activité.

Ces deux périodes sont de même durée, la première est la période de faible demande, la seconde celle de forte demande.

On a donc :

$$D_1 = f_1(p) < f_2(p)$$

Nous supposerons de plus que le déplacement de la courbe de demande d'une période à l'autre s'opère par simple homothétie de rapport k (avec k>1).

Ainsi :

$$D_2 = k.D_1 = k.f_1(p)$$

Il s'ensuit que :

- à tout niveau de prix p, les courbes de demande de haute et de basse saison ont la même élasticité.

En effet :

soient $\varepsilon_{(D1/p)}$ et $\varepsilon_{(D2/p)}$, les élasticités respectives de la demande de basse et de haute saison, et f'(p) la dériveé de la demande par rapport au prix :

$$\varepsilon(D_1 / p) = \frac{\delta D_1}{\delta p} \times \frac{p}{D_1} = \frac{p.f_1'(p)}{f_1(p)}$$

$$\varepsilon(D_2 / p) = \frac{\delta D_2}{\delta p} \times \frac{p}{D_2} = \frac{p.f_2'(p)}{f_2(p)}$$

Or : $f_2(p) = k.f_1(p)$: la demande de haute saison est k fois supérieure à la demande de basse saison.

ce qui implique : $f_2'(p) = k.f_1'(p)$

donc :

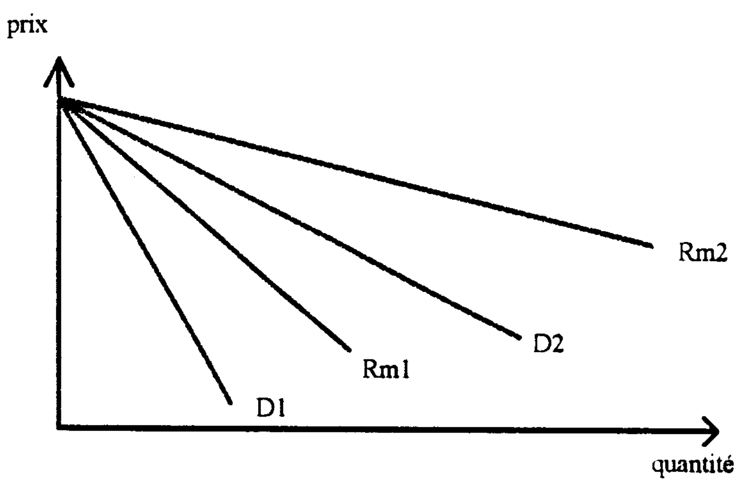
$$\varepsilon_{(D2/p)} = \frac{pf_2'(p)}{f_2(p)} = p\frac{kf_1'(p)}{kf_1(p)}$$
$$= \frac{pf_1'(p)}{f_1(p)} = \varepsilon_{(D1/p)}$$

- sous l'hypothèse de linéarité de la fonction de demande, D_1 et D_2 peuvent s'écrire sous la forme :

$D_1 = a_1(p\text{-}p_0)$

$D_2 = a_2(p\text{-}p_0)$ ou plus simplement $D_2 = k.a(p\text{-}p_0)$.

Les deux saisons seront donc représentées de la manière suivante :



Rm représente la recette marginale, elle est définie par la dérivée de la recette totale (RT) par rapport au niveau de production:

$$RT = pq$$
$$\Rightarrow Rm = \frac{\delta RT}{\delta q} = p + q\frac{\delta p}{\delta q}$$

$\frac{\delta p}{\delta q}$ étant négatif, la recette marginale est inférieure au prix : pour vendre une unité supplémentaire, la firme doit abaisser le prix qu'elle recoit pour chaque unité.

3. La forme de la courbe de coût.

Précisons, en premier lieu, que la courbe de coût est la même pour les deux périodes (ce qui est en étroit rapport avec notre hypothèse d'égalité de durée des deux périodes).

Concernant sa forme,on suppose classiquement que :

- l'efficacité technique de la production est très amoindrie lorsque l'on fait fonctionner l'entreprise à un niveau de production nettement inférieur à celui pour lequel elle est conçue de sorte que les coûts marginaux décroissent jusqu'au niveau de production normal;

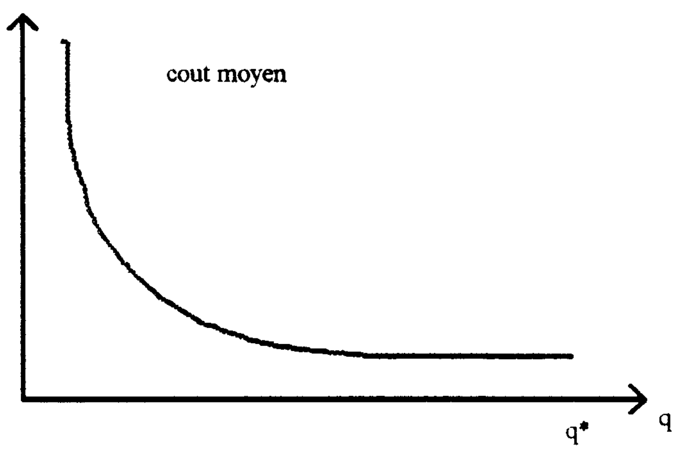
- que les coûts marginaux croissent progressivement à partir de ce niveau qui ne constitue pas un maximum de production absolu.

Notre position sera quelque peu différente :

- nous supposerons que le niveau de production maximal est absolu, que l'utilisation maximale de l'équipement est fixée et ne peut être utilement dépassée.

- par contre, en deça de ce niveau de production permis par l'équipement en place, les charges liées aux facteurs fixes sont en relation inverse avec le niveau de production et, de cette manière, la présence d'un élément fixe dans le coût total entraîne la décroissance du coût moyen sur une large plage de production lorsque celle ci augmente jusqu'au point de pleine capacité q*.

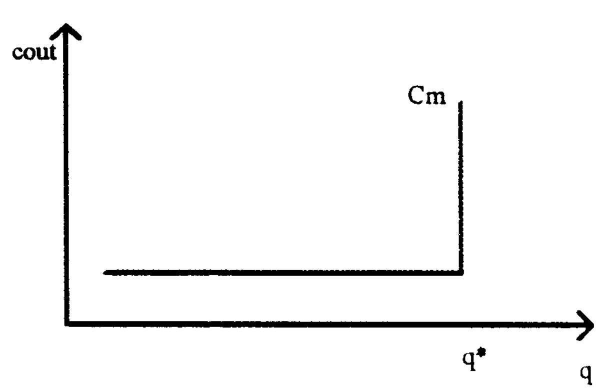
La courbe de coût moyen aura donc la forme suivante pour un niveau de production inférieur à q* :



Nous considérerons que sur cette plage les coûts marginaux sont constants.

Au delà du niveau de production q*, l'utilisation maximale de l'équipement est fixée et ne peut être dépassée. Le schéma que nous adopterons durant l'étude sera donc une représentation caricaturale de la courbe de coût marginal classique : en deça de q*, le coût moyen est décroissant et le coût marginal constant; au delà de ce point, il est impossible de produire d'avantage et la courbe de coût marginal est verticale.

Graphiquement, la courbe de coût marginal sera représentée de la manière suivante :



En fait, la caricature utilisée est moins éloignée de la réalité qu'il n'y parait. En effet, il est probable que dans les firmes actuelles, le poids des coûts fixes soit extrêmement important, la zone de décroissance du coût moyen est alors très étendue par rapport à la zone de croissance. Il est probable également que la montée des coûts marginaux soit assez brutale lorsque l'on dépasse le niveau de production pour lequel l'équipement a été conçu.

4. Les coûts d'ajustement.

Les coûts d'ajustement (notamment de l'emploi) sont considérés comme nuls. Cette hypothèse est en fait implicite à l'hypothèse 3 où nous avons considéré que les courbes de coûts des deux périodes étaient indépendantes, et donc tracées indépendamment de la quantité produite et de la quantité de facteurs utilisée au cours de la période précédente.

Le cadre de l'analyse étant défini, il nous reste à préciser que le comportement de la firme ainsi située sera étudié dans quatre situations suivant :

- le fait que l'entreprise puisse agir librement sur le niveau de ses prix sur chacune des deux périodes, et ne doive pas se tenir à une politique de prix constant, ou au contraire que la rigidité du prix est absolue.

- le fait que la nature du produit qu'elle commercialise rende possible le stockage d'une partie de sa production ou non. Dans le cas où elle dispose de cette faculté, nous supposerons l'existence d'un coût de stockage strictement proportionnel à la quantité stockée.

CHAPITRE I

L'EQUILIBRE A PRIX FLEXIBLE

SANS POSSIBILITE DE STOCKAGE

L'objet de ce chapitre est la détermination des différentes modalités d'adaptation de la firme face à une fluctuation de demande alors qu'elle ne dispose pas de la possibilité de stocker le bien produit, mais peut, par contre, faire varier quantitativement sa production et le niveau auquel elle fixe son prix de vente à chaque période. Nous nous attacherons à définir les conditions d'optimalité de chaque politique adoptée en considérant, en premier lieu, que le volume d'équipement productif est donné, fixé. Dans cette optique, la firme ne peut donc obtenir une quantité plus importante de facteur fixe que celle dont elle dispose, toute augmentation de la demande devra être satisfaite avec le stock de capital existant (étude de court terme). Nous examinerons ensuite le comportement de cette même firme lorsqu'elle a la possibilité de déterminer sa capacité de production, et qu'elle peut donc décider de se trouver durablement dans l'une ou l'autre des situations précédemment décrites (étude de long terme).

1. L' ETUDE DE COURT TERME

1.1. Exposé du problème

Sous les hypothèses énoncées dans le chapitre préliminaire, il s'agit, pour la firme, d'optimiser ses quantités produites et commercialisées ainsi que les prix qu'elle pratique (prix de monopole) simultanément sur les deux périodes.

Rappelons que les politiques menées en période de faible et de forte demande sont totalement indépendantes. En effet :

- le prix peut être ou ne pas être le même (hypothèse de flexibilité des prix).

- les coûts de haute période ne dépendent pas des décisions prises au cours de la basse période (hypothèse d'absence de coûts d'ajustement).

- les quantités produites durant une période sont forcément commercialisées pendant cette période (hypothèse d'absence de stockage).

Dans ces conditions, pour chacune des deux périodes, la firme en question adoptera la politique optimale de monopole déterminée par l'égalisation de la recette marginale au coût marginal et correspondant à ses conditions de demande.

Il nous faut alors déterminer, suivant ce principe d'optimisation, le couple (prix / quantité) d'équilibre propre à chaque saison ainsi que les conditions de cette optimalité.

Nous verrons trois cas se présenter suivant le volume d'équipement dont dispose la firme, chacun caractérisé par un régime d'absorption des fluctuations de demande, c'est à dire par :

- le niveau de prix fixé pour chacune des périodes,

- le niveau de production réalisé à chaque période.

Ce qui peut se traduire par :

- l'existence ou non d'une fluctuation de prix,

- l'existence ou non d'une fluctuation de production,

- l'existence simultanée ou non de ces deux types de fluctuation.

1.2. Détermination des régimes de court terme.

Rappelons et précisons, en premier lieu, les termes dans lesquels seront exprimés les différentes composantes et les conditions d'optimalité.

La période 1 représente la période de faible activité.
La période 2 représente la période de forte activité.

Nous utiliserons les formulations suivantes :

D : pour la demande,
p : pour le prix,
p_0 : pour le prix d'annulation de la demande,
q : pour les quantités produites,
q* : pour le maximum de production permis par l'équipement en place,
RT : pour la recette toale,
Rm : pour la recette marginale,
Cm : pour le coût marginal.

Nous pouvons exprimer les quantités produites de chaque période en fonction du prix :

- la quantité produite en basse saison : $q_1 = a(p_1 - p_0)$,

- la quantité produite en haute saison : $q_2 = ka(p_2 - p_0)$

k représentant l'amplitude de la fluctuation de demande.

Nous pouvons en déduire :

- l'expression des prix pratiqués :

- en période de faible demande : $p_1 = p_0 + \frac{q_1}{a}$

- en période de forte demande : $p_2 = p_0 + \frac{q_2}{ka}$

- l'expression des recettes totales et marginales :

- en période de faible demande :

$$
\begin{aligned}
RT_1 &= p_1 q_1 \\
&= \left(\frac{q_1}{a} + p_0 \right) q_1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow Rm_1 &= \frac{\delta RT_1}{\delta q_1} \\
&= \frac{2q_1}{a} + p_0
\end{aligned}
$$

- en période de forte demande :

$$
\begin{aligned}
RT_2 &= p_2 q_2 \\
&= \left(\frac{q_2}{ka} + p_0 \right) q_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow Rm_2 &= \frac{\delta RT_2}{\delta q_2} \\
&= \frac{2q_2}{ka} + p_0
\end{aligned}
$$

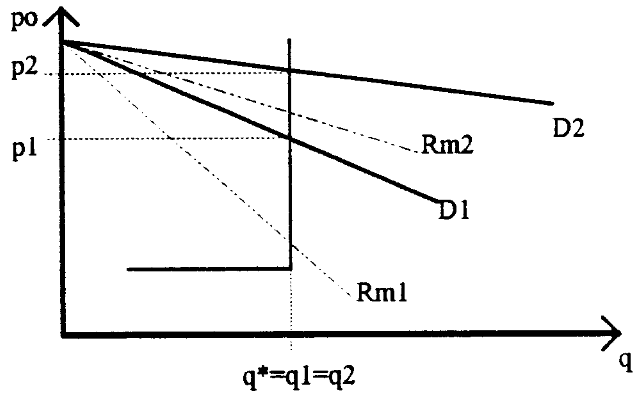
A ce niveau de l'étude, il nous faut distinguer trois cas représentés graphiquement à la page suivante, selon la position relative de la courbe de recette marginale de chaque période par rapport à la courbe de coût marginal :

- dans le premier cas, la courbe de recette marginale de chacune des deux périodes coupe la courbe de coût marginal dans sa portion verticale.

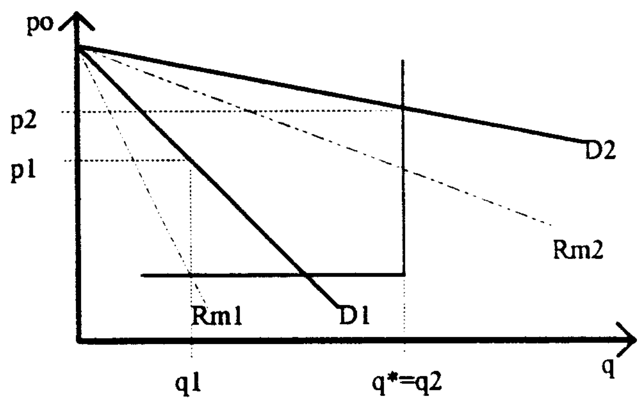
- dans le second cas, la courbe de recette marginale coupe la courbe de coût marginal dans sa portion verticale en haute saison, et en deça du niveau d'équipement défini par q* en basse saison.

- dans le troisième cas, les deux courbes de recette marginale coupent la courbe de coût marginal en deça du niveau d'équipement défini par q*.

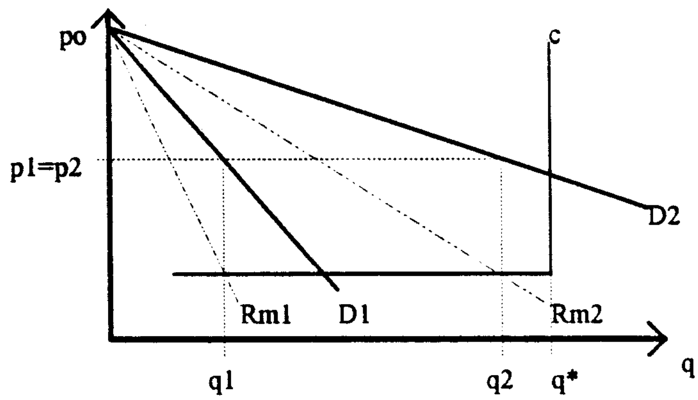
Premier cas.



Deuxième cas



Troisième cas



1.3. Caractérisation des régimes de court terme.

1.3.1 Etude du premier cas

En période de faible comme de forte demande, la courbe de recette marginale coupe la courbe de coût marginal dans sa portion verticale. Le niveau de la demande supérieur en période 2 ne modifie pas l'optimum.

L'égalisation du coût marginal et de la recette marginale conduit directement à la détermination de q* en tant que niveau de production optimal pour les deux périodes.

Nous pouvons donc écrire : $q_1 = q_2 = q^*$.

La firme produit donc la quantité maximum permise par l'équipement en place durant les deux périodes.

Les prix sont définis :

- en période de faible demande par : $p_1 = p_0 + \frac{q^*}{a}$,
- en période de forte demande par : $p_2 = p_0 + \frac{q^*}{ka}$.

avec $p_1 < p_2$

Les quantités produites ne variant pas d'une période à l'autre, la fluctuation de demande se traduit uniquement par une fluctuation de prix directement fonction de l'ampitude de la variation de la demande.

Ceci se produira tant que la production de basse saison (et à fortiori celle de haute saison) sera contrainte par le niveau d'équipement installé (représenté par q*).

Cette condition s'exprime donc : $q^* < \frac{a}{2}(c - p_0)$

1.3.2. Etude du second cas.

En période de forte demande, la production optimale se situe, de la même manière que prédemment au niveau q*.

En période de faible demande cette intersection se situe en deça de q*. La règle d'optimisation nous permet de déterminer le niveau de production optimal :

$$Rm_1 = \frac{2q_1}{a} + p_0 = c$$

$$\Leftrightarrow q_1 = \frac{a}{2}(c - p_0)$$

Les prix d'équilibre sont définis par :

- $p_1 = p_0 + \frac{q_1}{a} = \frac{p_0 + c}{2}$ en basse saison,
- $p_2 = p_0 + \frac{q_2}{ka} = p_0 + \frac{q^*}{ka}$ en haute saison

La fluctuation de demande est donc absorbée de deux manières :

- par une augmentation de l'activité en faisant passer la quantité produite du niveau q_1 au niveau q_2,

- par une augmentation du prix de p_1 à p_2.

Cela se produit tant que seule la production de haute saison est contrainte par le niveau d'équipement installé.

Cette condition s'exprime donc : $\frac{a}{2}(c - p_0) < q^* \leq \frac{ka}{2}(c - p_0)$.

1.3.3. Etude du troisième cas

En période de forte demande, la courbe de coût marginal est coupée par la courbe de recette marginale en deça de q*. Dans ce cas, en période de faible demande, l'intersection entre ces deux courbes est toujours située en deça de q*.

La condition d'équilibre définie par : Cm = Rm nous permet de déterminer les niveau de prix et de quantités optimaux de la période de forte demande (l'optimum de basse saison est identique au cas précédent).

- la quantité optimale est déterminée par :

$$Cm = Rm$$
$$\Leftrightarrow c = \frac{2q_2}{ka} + p_0$$
$$\Leftrightarrow q_2 = \frac{ka}{2}(c - p_0)$$

- le prix optimal est déterminé par :

$$p_2 = p_0 + \frac{q_2}{ka}$$
$$= \frac{\left[p_0 + \frac{ka}{2}(c - p_0)\right]}{ka}$$
$$= \frac{p_0 + c}{2}$$

Rappelons que les prix et les quantités produites de la première période sont respectivement :

$$p_1 = \frac{p_0 + c}{2}$$
$$q_1 = \frac{a}{2}(c - p_0)$$

La fluctuation de demande ne se traduit donc pas par une fluctuation de prix, mais est absorbée intégralement par variation de la production.

ceci se produit si la production n'est pas contrainte par le niveau d'équipement. cette condition s'exprime : $q^* > \frac{ka}{2}(c - p_0)$

La stabilité du prix n'est pas due à l'hypothèse de linéarité de la courbe de demande. Elle est en fait iimpliquée par :

- l'hypothèse de constance du coût marginal

- l'hypothèse d'homothétie du déplacement de la demande (même élasticité des deux courbes de demande à un prix donné).

En effet, dés l'instant où ces deux hypothèses sont réunies, il y a constance du prix puisque le prix optimal est égal à : $p = Cm \times \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}$

L'examen successif de ces trois cas nous a permis de distinguer trois régimes d'absorption des fluctuations de demande : ,

- le premier par variation unique du prix pratiqué,

- le second par variation simultanée des prix et des quantités produites,

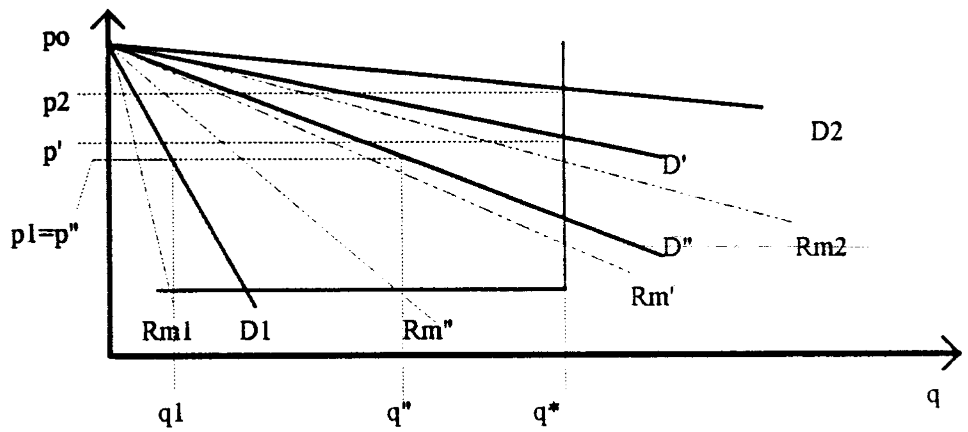
- le troisième par variation unique des quantités produites.

Il est maintenant nécessaire de s'interroger sur les facteurs qui orientent, à court terme, la firme ver l'un ou l'autre de ces trois régimes.

1.4. Les facteurs déterminants des trois régimes de court terme

1.4.1 L'ampleur du déplacement de la demande

Remarquons graphiquement l'évolution de la solution d'équilibre en considérant quatre courbes de demande D_1,D',D",D_2 (le niveau initial étant D_1)



Deux cas sont possibles suivant l'ampleur du déplacement de la demande et son niveau de basse période :

- si le niveau de la demande en période basse est D_1 (équilibre situé dans la zone des coûts constants), alors, en faisant varier l'ampleur de la hausse de la demande, on passe du régime 3 (absorption des fluctuations par les quantités) au régime 2 (absorption par les prix et les quantités).

- si le niveau initial de la demande est tel que l'équilibre se situe dans la zone de croissance du coût marginal, alors, en période de forte demande, l'équilibre se situe forcément également dans cette zone. L'entreprise se trouve alors en régime 1 (absorption par les prix), quelle que soit l'ampleur de la hausse de la demande.

Symétriquement, si on peut considérer une baisse de la demande :

- si le niveau initial de la demande est D_2 (équilibre dans la zone des coûts croissants), on passe d'un régime d'absorption par les prix (régime 1) à un régime d'absorption mixte (régime 2).

- si le niveau initial est D" (équilibre dans la zone des coûts constants), alors, la firme se trouve dans un régime d'absorption par les quantités (régime 3) quelle que soit l'ampleur de la baisse de la demande.

Ainsi, le niveau d'équipement étant donné, des fluctuations de faible amplitude seront absorbées par les seules variations des prix ou par les seules variations des quantités.

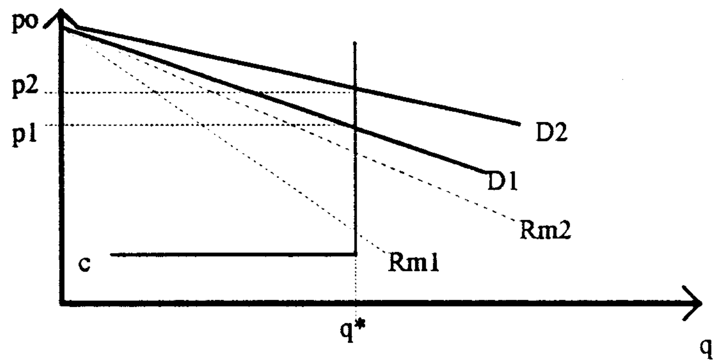
A l'inverse, des fluctuations plus importantes seront absorbées par variation simultanée des prix et des quantités.

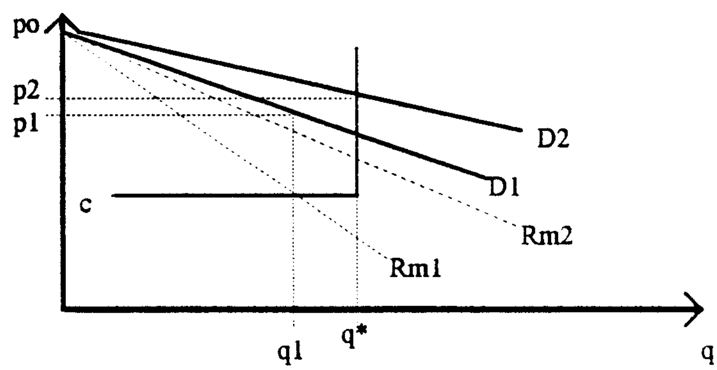
1.4.2. L'importance des coûts marginaux.

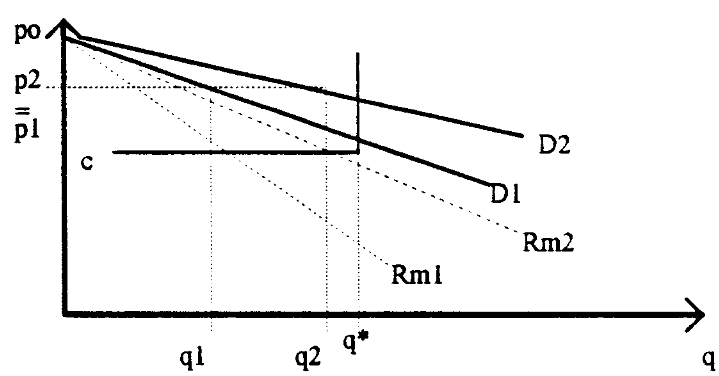
Le niveau des coûts marginaux est déterminant pour la position de la firme par rapport aux trois régimes.

Afin de déterminer son rôle, analysons le schéma suivant :

Supposons un niveau de coûts fixes donné, et reconsidérons le cas étudié précédemment en faisant maintenant varier le niveau des coûts marginaux.







Graphiquement, lorsque l'on considère des coûts marginaux de plus en plus élevés, la firme passe progressivement par les trois régimes (toujours pour un niveau d'équipement donné) : du régime d'absorption par les prix au régime mixte, puis au régime d'absorption par les quantités.

En d'autres termes, elle substitue une absorption par les quantités à une absorption par les prix. En fait, l'entreprise diminue progressivement ses fluctuations de prix qu'elle compense par une variation simultanée de ses quantités produites pour parvenir à une situation où il n'existe plus que des fluctuations de production qui elles mêmes diminuent progressivement lorsque l'on considère un niveau de coût marginal plus élevé.

Il faut noter qu'à l'intérieur du régime intermédiaire, des coûts marginaux plus élevés se traduisent par des fluctuations moindres des prix et plus importante des quantités.

1.5. Synthèse des résultats de court terme

Sous les hypothèses que nous avons retenues, il existe **trois régimes d'absorption des fluctuations saisonnières de demande** dont la ligne de partage est définie essentiellement par le niveau d'équipement, l'ampleur des fluctuations, et le niveau des coûts marginaux.

- le premier, qualifié de **régime des prix**, consiste à absorber les fluctuations de demande par unique variation des prix. Ce régime a d'autant plus de chances de se rencontrer que le niveau d'équipement installé est faible, ou que le niveau des coûts marginaux est bas.

- le deuxième, qualifié de **régime mixte**, consiste à absorber les fluctuations de demande par variation simultanée des prix et des quantités produites. ce régime se rencontre pour un niveau d'équipement et de coût marginal "moyen", ou lorsque lorsque les fluctuations sont de forte amplitude.

- le troisième, qualifié de **régime des quantités**, consiste à absorber les fluctuations de demande par unique variation des quantités produites. Il se rencontre notamment lorsque le niveau de la capacité installée est important, ou que le niveau des coûts marginaux est élevé.

La question qui se pose maintenant est de savoir lequel de ces trois états possibles doit être considéré comme l'état normal, typique de tels marchés.

Répondre à cette question nécessite de s'interroger sur l'équilibre de long terme. Admettons que nous laissions l'entreprise adapter sa capacité de production installée, elle pourra choisir de se placer dans l'un des trois états précédemment décrits. L'état choisi, qui correspond à l'équilibre de longue période représente la situation normale du marché. Seules des raisons conjoncturelles, des causes non durables justifient en effet que l'on s'en écarte.

2. L' ETUDE DE LONG TERME

Rappel des résultats de court terme

Les trois régimes d'absorption des fluctuations déterminés à l'issue de l'étude de court terme sont :

- Le régime d'absorption par les prix : défini pour un niveau d'équipement :

$$q^* < \frac{a}{2}(c - p_0)$$

- Le régime mixte défini pour un niveau d'équipement :

$$\frac{a}{2}(c - p_0) < q^* < \frac{ka}{2}(c - p_0)$$

- Le régime d'absorption par les quantités défini pour un niveau d'équipement :

$$q^* > \frac{ka}{2}(c - p_0)$$

Nous démontrerons dans ce chapitre que :

proposition 1

1) Si les coûts fixes sont importants, la firme ne fera face aux variations saisonnières de demande, en longue période, que par des mouvements de prix.

2) Par contre, si les coûts fixes sont faibles, toutes les variations seront épongées par des fluctuations simultanées de prix et de quantité.

Les coûts fixent intègrent le coût du capital (amortissement + intérêts) et également la part des frais de main d'oeuvre qui correspond à la main d'oeuvre infrastructurelle. L'importance des coûts fixes est donc, en quelque sorte la mesure de la rigidité à court terme de la production; en effet, la capacité installée fixe le montant maximal de la production possible, et donc la marge maximale des fluctuations de quantité.

Un niveau de coûts fixes élevé signifie que le coût d'acquisition d'une flexibilité de court terme est élevé, et il arrive un moment où les coûts sont si importants que l'on renonce à une telle flexibilité au profit d'une régulation par les prix.

A l'inverse, un faible niveau de coûts fixes rend moins couteuses les fluctuations des quantités produites et permet donc de disposer d'une plus grande flexibilité.

proposition 2

1) Si les fluctuations sont de faible amplitude, elles ne seront absorbées que par des mouvements de prix.

2) Si les fluctuations sont importantes, elles seront absorbées par des fluctuations simultanées de prix et de quantités.

La présence de coûts fixes dans le coût total rend, dans un premier temps, plus avantageux de faire varier les prix plutôt que de disposer d'une capacité de production qui serait inutilisée en période de faible demande. Mais au delà d'un certain point (que nous déterminerons), les fluctuations sont telles qu'il devient plus intéressant de disposer d'une capacité de production plus importante procurant d'avantage de recette en haute saison.

2.1. Exposé du problème

L'objet de ce chapitre est l'étude de la relation entre la recette procurée par la vente d'une unité supplémentaire permise par l'augmentation d'une unité du niveau de la capacité installée et le coût de cette augmentation. Cette étude nous permettra de déterminer le niveau d'équipement q* optimal à long terme compte tenu des paramètres précédemment cités.

Pour déterminer cela, il suffit de comparer le coût de l'augmentation d'une unité du volume d'équipement à la recette effectivement procurée par cette augmentation, déduction faite des autres coûts, et compte tenu du fait que la firme optimise son comportement de court terme.

En d'autres termes, il nous faut comparer, en longue période, le coût marginal de l'extension de capacité à la recette marginale nette des coûts variables de court terme.

Définition du coût marginal de long terme

Il sagit du coût engendré par l'augmentation d'une unité de la capacité installée.

Il se compose :

- des coûts variables totaux, produit du coût variable unitaire par le nombre d'unités produites; comme nous avons considéré un coût variable unitaire constant, il représente également un coût marginal.

- Des coûts fixes totaux que nous supposerons strictement proportionnels au niveau d'équipement q^*; ils sont donc exprimés sous la forme $f.q^*$.

Le coût marginal de long terme peut donc se réduire aux coûts fixes unitaires de court terme et sera donc noté : $f(q^*) = f$

Définition de La recette marginale de long terme

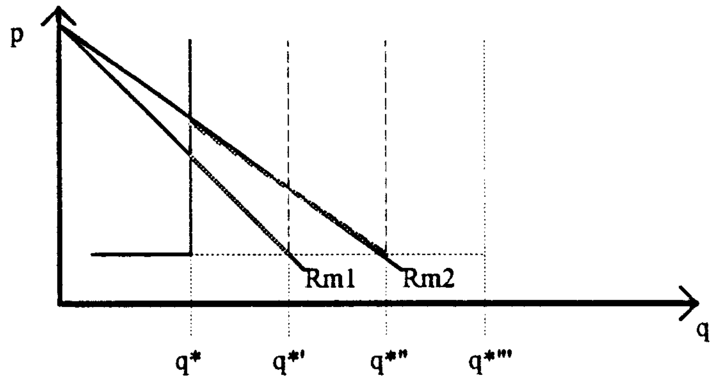
La recette marginale "nette" de long terme se compose :

- du produit de la vente éventuelle d'une unité supplémentaire en période de faible demande (période 1), diminué des coûts variables;

- du produit de la vente éventuelle d'une unité supplémentaire en période de forte demande (période 2), diminué des coûts variables.

En effet, il est possible que l'augmentation de la capacité de production installée ne se traduise pas par une production supplémentaire pour les deux périodes.

Représentons graphiquement la possible extention de la capacité de production du niveau q* aux niveaux successifs q*', q*" et q*''' en positionant à l'origine l'entreprise dans un régime d'absorption par les prix.



- le passage du volume d'équipement du niveau q* au niveau q*'ou au niveau q*" permet d'obtenir une recette supplémentaire en période de faible demande (période 1) et une recette supplémentaire en période de forte demande (période 2).

- à partir du point q*', le fait d'augmenter la capacité de production est sans effet sur la production et la commercialisation de la période de faible demande, en effet, il n'est pas intéressant de produire d'avantage en période de basse demande car le coùt marginal est supérieur à la recette marginale de court terme ; le passage de q*' à q*" ne procure donc que la recette marginale de la période de forte demande.

- à partir du point q*", le fait d'augmenter la capacité de production est sans effet sur la production et la commercialisation des deux périodes. En effet à partir de ce point la présence de surcapacité en haute saison rend inutile tout accroissement de l'équipement.

Il s'agit, dans ces conditions, de déterminer la dimension optimale de l'équipement ainsi que les conditions attachées à cette optimalité. Il nous faut, pour cela définir la fonction de recette marginale de long terme sur l'ensemble des deux périodes.

2.2. Détermination de la fonction de recette marginale de long terme.

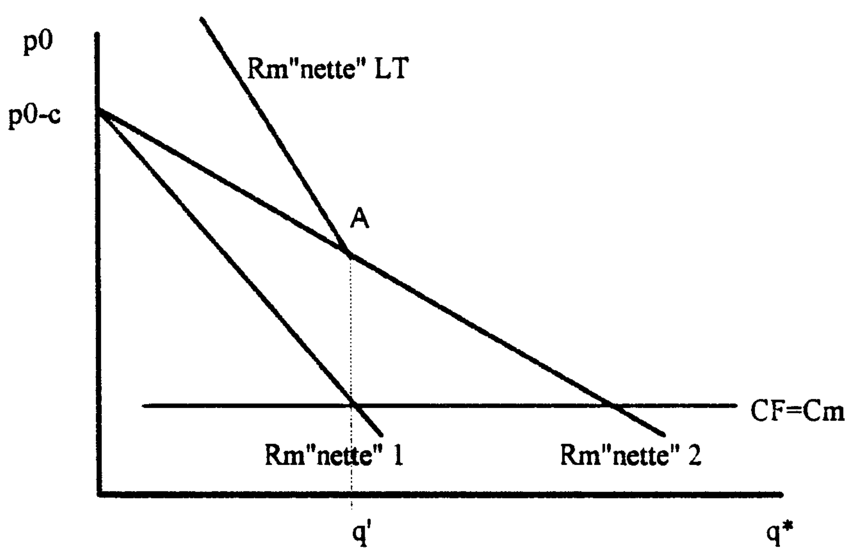
Nous pouvons déduire des considérations précédentes :

a) Le principe d'addition des recettes marginales "nettes" de court terme.

Les courbes de recette marginales "nettes" sont obtenues par translation, en soustrayant les coûts variables. La recette marginale "nette" de long terme sera égale à la somme des recettes marginales de court terme nettes des coûts variables des deux périodes procurées par l'augmentation d'une unité du volume d'équipement.

La courbe de recette marginale "nette" de long terme sera donc obtenue par addition des courbes de recettes marginales nettes de court terme.

Représentation graphique :



La courbe de recette marginale "nette" de long terme présente une discontinuité :

tant que q* est situé en deça de q', la recette marginale de long terme est égale à l'addition des recettes marginales de court terme des deux périodes; au delà de q', la recette marginale de long terme est égale à la recette marginale de la période de forte demande .

b) L'équation de la courbe de recette marginale "nette" de long terme :

Sachant que :

$$Rm1 = \frac{2}{a}q + p_0$$

$$Rm2 = \frac{2}{ka}q + p_0$$

nous pouvons exprimer la recette marginale nette de long terme sur les trois intervalles considérés :

- $\forall q^* \in \left[0; \frac{a}{2}(c - p_0)\right[$,

$$RmLT(q^*) = [Rm1(q^*) - c] + [Rm2(q^*) - c]$$

$$= \frac{2}{a}\frac{(k+1)}{k}q^* + 2(p_0 - c)$$

- $\forall q^* \in \left[\frac{a}{2}(c - p_0); \frac{ka}{2}(c - p_0)\right[$,

$$RmLT(q^*) = Rm2(q^*)$$

$$= \frac{2}{ka}q^* + p_0 - c$$

- $\forall q^* \geq \frac{ka}{2}(c - p_0)$

$$RmLT(q^*) = 0$$

2.3. Optimisation

L'abscisse du point A est la valeur du niveau de production q pour laquelle la recette marginale nette de court terme, en période de faible demande, est égale à c.

Soit :

$$Rm_1(q) = c = \frac{2}{a}q' + p_0$$

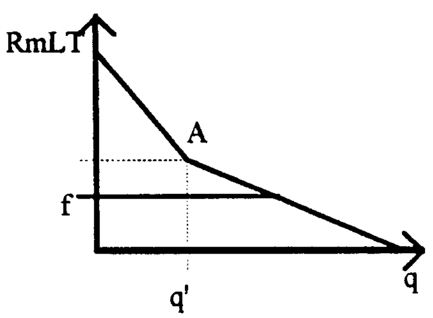
$$\Leftrightarrow q' = \frac{a}{2}(c - p_0)$$

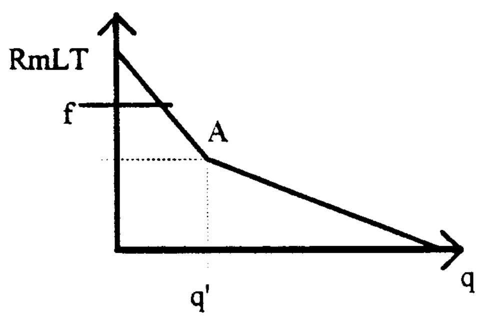
L'ordonnée du point A correspond à la seule recette procurée par la vente en période 2.

Soit :

$$\begin{aligned} Rm_2(q) - c &= Rm_2\left(\frac{a}{2}(c - p_0)\right) - c \\ &= \frac{k-1}{k}(p_0 - c) \end{aligned}$$

Ceci étant, deux situations peuvent se produire, représentées sur les graphiques suivant :





Nous sommes ainsi en mesure de réaliser directement l'optimisation par la régle d'égalisation du coût marginal et de la recette marginale afin de déterminer les niveaux caractéristiques de q* suivant ces deux cas.

1er cas : $f > \frac{k-1}{k}(p_0 - c)$

$$RmLT = CmLT$$

$$\Rightarrow Rm1 - c + Rm2 - c = f$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a}\frac{k+1}{k}q^* + 2(p_0 - c) = f$$

Nous savons que :

$$f > \frac{k-1}{k}(p_0 - c)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a}\frac{(k+1)}{k}q^* + 2(p_0 - c) > \frac{k-1}{k}(p_0 - c)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a}\frac{(k+1)}{k}q^* > \left(\frac{k-1}{k} - 2\right)(p0 - c)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{a}q^* > (c - p_0)$$

$$\Rightarrow q^* < \frac{a}{2}(c - p_0)$$

Ainsi, si le niveau des coûts fixes est élevé, la firme s'orientera vers un régime d'absorption par les seuls prix.

Expression du profit de long terme :

Dans le régime des prix, le profit est égal à :

$$\Pi = (p_1 - c)q_1 + (p_2 - c)q_2 - fq^*$$
$$\Pi = q^*(p_1 + p_2 - 2c) - fq^*$$
$$\Pi = 2(p_0 - c)q^* + \frac{(k+1)}{ka}q^{*2} - fq^*$$

C'est une fonction du second degré de coefficient négatif, qui admet donc un maximum au point d'annulation de la dérivée première :

$$\frac{\delta\Pi}{\delta q^*} = 2(p_0 - c) - f + \frac{2(k+1)}{ka}q^*$$
$$= 0$$
$$\Leftrightarrow q^* = -\frac{ka}{k+1}(p_0 - c - \frac{f}{2})$$

Ainsi, si $f > \frac{k-1}{k}(p_0 - c)$, l'entreprise dimensionera son équipement de manière à absorber la fluctuation de demande par une fluctuation de prix.

le profit maximum est atteint pour :

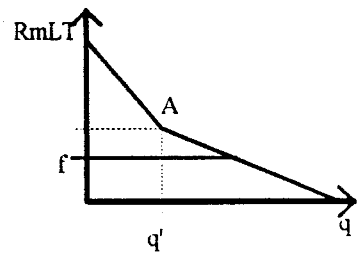
$$q^* = -\frac{ka}{k+1}(p_0 - c - \frac{f}{2})$$

et il est égal à :

$$\Pi = -\frac{ka}{k+1}(p_0 - c - \frac{f}{2})^2$$

2ème cas : $f < \frac{k-1}{k}(p_0 - c)$

Rappel graphique :



Nous savons qu'à droite du point A l'équation de la recette marginale nette de long terme est :

$$RmLT_2 = \frac{2}{ka}q^* + p_0 - c = f$$

L'optimum est donc atteint pour q* tel que :

$$\frac{2}{ka}q^* + p_0 - c = f$$

$$\Rightarrow q^* = -\frac{ka}{2}(p_0 - c - f)$$

Cette situation correspond à un régime d'absorption mixte des fluctuations, en effet q* se situe à droite du point A, et donc : $q^* > \frac{a}{2}(c - p_0)$.

Par ailleurs, q* se situe à gauche du point pour lequel la recette marginale de long terme s'annule. Soit :

$$\frac{2}{ka}q + p_0 - c = 0$$

$$\Leftrightarrow q = -\frac{ka}{2}(p_0 - c)$$

Ce qui constitue la limite entre la zone où l'absorption des fluctuations est mixte et celle où elle ne se fait plusque par les quantités.

Dans cette situation, l'expression du profit est la suivante :

$$\Pi = (p_1 - c)q_1 + (p_2 - c)q_2 - fq^*$$
$$\Pi = -\frac{a}{4}(p_0 - c)^2 + (p_0 - c - f)q^* + \frac{1}{ka}q^{*2}$$

C'est une fonction du second degré de coefficient négatif qui admet donc un maximum au point d'annulation de la dérivée première.

$$\frac{\delta\Pi}{\delta q^*} = p_0 - c - f + \frac{2q^*}{ka}$$
$$= 0$$
$$\Leftrightarrow q^* = -\frac{ka}{2}(p_0 - c - f)$$

Ainsi, si $f < \frac{k-1}{k}(p_0 - c)$, l'entreprise optera pour un niveau d'équipement tel qu'elle pratiquera une absorption mixte des fluctuations saisonnières de demande.

le profit maximum est alors atteint pour :

$$q^* = -\frac{ka}{2}(p_0 - c - f)$$

et il est égal à :

$$\Pi = -\frac{a}{4}(p_0 - c)^2 - \frac{ka}{4}(p_0 - c - f)^2$$

2.4. Synthèse des résultats de long terme.

L'étude de la relation entre la recette marginale de long terme et le coût marginal de long terme liés à l'augmentation d'une unité de la capacité installée nous a permis de démontrer que le niveau d'équipement optimal à long terme est fonction du niveau des coûts fixes et de l'ampleur des fluctuations supportées par la firme :

- si le niveau des coûts fixes est élevé, $(f > \frac{k-1}{k}(p_0 - c))$ et/ou si les fluctuations sont de faible amplitude $(k < \frac{p_0 - c}{p_0 - c - f})$, alors l'entreprise se trouve choisir, à long terme, une situation où les fluctuations de demande ne sont absorbées, à long terme, que par des variations de prix.

- si le niveau des coûts fixes est faible, $(f < \frac{k-1}{k}(p_0 - c))$, et/ou si les fluctuations sont de forte amplitude $(k > \frac{p_0 - c}{p_0 - c - f})$, alors l'entreprise choisira de se trouver en régime mixte et les fluctuations de demande sont absorbées, à long terme, par variation simultanée des prix et des quantités produites.

Il semble alors y avoir une sorte de rupture entre deux types de fluctuations : celles qui produisent des variations de quantités et celles qui n'en produisent pas du tout, ces dernières étant des fluctuations de faible amplitude. Alors que l'on pourrait penser que si les fluctuations sont très importantes, ne pouvant y faire face, l'entreprise sera tentée d'y répondre par des mouvements de prix. Ainsi, une analyse sommaire du problème nous amènerait à proposer un schéma du type : forte fluctuations de demande/fortes fluctuations de prix.

En fait, ce n'est pas ce qui se produit : placée devant des fluctuations importantes de demande, l'entreprise est amenée à dimensionner son équipement de manière à faire face aux pointes d'activité, de sorte qu'elle absorbe en partie les fluctuations par des fluctuations de quantité et en partie seulement par les prix.

De même, on pourrait penser que les fluctuations de faible ampleur seront absorbées par des variations de quantité, sans modification importante du prix. Or, c'est l'inverse qui se produit : devant des fluctuations peu importantes, l'entreprise ne trouve pas d'intérêt à se placer dans une situation ou elle fait face à la demande en période de pointe, au contraire, elle a plutôt tendance à dimensionner son équipement pour faire face aux périodes faible et à réaliser un ajustement par les prix.

L'autre résultat semble moins étonnant. Dire que lorsque les coûts fixes sont élevés, la firme réagit plutôt aux fluctuations de demande par les prix se comprend très bien du fait que le coût d'installation d'un équipement qui travaillera en sous capacité pendant la morte saison se révèle trop important par rapport aux bénéfices que l'on en tire en période de forte activité. Par contre, lorsque les coûts fixes sont faibles, il coûte peu de dimensioner un équipement suffisant pour faire face aux périodes de pointe. Moins ce coût est fort et plus l'entreprise substitue l'ajustement par les quantités à l'ajustement par les prix. A la limite, si le coût fixe est nul, l'absorption se fera uniquement par les quantités et le prix ne variera pas lorsque l'on passe de la basse à la haute saison.

Remarquons qu'il n'est pas besoin d'invoquer des coûts d'ajustement importants pour expliquer l'absence de variation des quantités produites. Il serait légitime de penser que la présence de coûts d'ajustement élevés soit la cause de l'inertie des quantités produites, or, dans la structure que nous avons étudié, ces coûts sont considérés comme nuls. Il n'existe donc pas de coûts de variation de la quantité, mais la quantité ne varie pas.

Ceci étant, quand il y a coût d'ajustement, il est intuitivement évident que si l'équilibre de longue période était de réagir par des variations de prix et de quantités, il sera déplacé dans le sens d'une plus grande rigidité des quantités et d'une plus grande variabilité des prix.

3. CONCLUSION DU CHAPITRE I

Les investigations menées afin de déterminer le comportement optimal de l'entreprise soumise à de fortes fluctuations saisonnières de demande sous certaines hypothèses ont permis de montrer que :

- à court terme, sans possibilité de stockage, il existe trois régimes concevables suivant la valeur de la capacité de production installée:

- à une capacité de production réduite, correspond un régime qui consiste en une absorption des fluctuations de demande par unique variation des prix

- à une capacité de production importante, correspond un régime qui consiste en une absorption des fluctuations de demande par unique variation des quantités produites

- à une capacité de production intermédiaire correspond un régime mixte qui consiste en une absorption des fluctuations de demande par variation simultanée des prix et des quantités.

- Nous avons également montré que la position de l'entreprise par rapport à ces trois régimes était fonction de la valeur des paramètres k (ampleur du déplacement de la demande) et c (niveau des coûts variables).

- A long terme, sans possibilité de stockage, seuls deux régimes restent envisageables : le régime des prix et le régime mixte. Il en résulte deux résultats importants :

- A long terme, l'état naturel du marché n'est jamais l'absorption des fluctuations de demande par unique variation des quantités produites.

- Il existe des fluctuations de demande qui ne produisent absolument pas de variations de production, et cela sans stockage. Il apparait que ce sont des fluctuations de faible amplitude.

La question qui se pose maintenant est de savoir dans quelle mesure sont modifiées ces conclusions lorsque l'on sort du schéma tel qu'il a été défini dans ce chapitre. La première modification que nous apporterons concernera le stockage; En effet, le prochain chapitre sera consacré à l'étude d'un schéma dans lequel l'entreprise aura la possibilité de stocker une partie de sa production d'une période sur l'autre. Nous pourrons ainsi examiner les changements apportés par la levée de l'hypothèse d'absence de stockage.

CHAPITRE II

L'EQUILIBRE A PRIX FLEXIBLE

AVEC POSSIBILITE DE STOCKER

Introduisons à présent la possibilité pour l'entreprise de stocker une partie de sa production et remarquons les effets d'une telle possibilité sur la politique optimale.

De la même manière que précédemment, l'étude débutera dans le cadre de la courte période. Nous étudierons en premier lieu le problème qui se pose à l'entreprise, les choix qu'elle est en mesure d'effectuer, ainsi que les conditions d'optimalité de chaque solution. En second lieu, nous utiliserons les résultats obtenus au chapitre I afin de déterminer le comportement optimal de l'entreprise. La deuxième partie de ce chapitre sera consacrée à l'étude de long terme.

1. L'ETUDE DE COURT TERME.

1.1. Exposé du problème.

Rappelons que les prix et quantités des deux périodes ne sont plus obtenues indépendamment. Dés l'instant qu'il y a stockage, les deux périodes sont liées et on ne peut plus obtenir séparément les couples prix/quantité de chaque période.

Dans le cas présent, il nous faut distinguer les quantités commercialisées, que l'on appelera **d** des quantités produites, que l'on appelera **q**.

(q-d) représente la partie stockée,

si (q-d) < 0 cela signifie que l'on déstocke.

Le problème sera alors de déterminer les prix (p_1,p_2), les quantités produites (q_1,q_2) et les quantités commercialisées (d_1,d_2) qui rendent le profit maximum.

Sachant que la période 1 est la période de faible demande et que la période 2 est celle de forte demande, il est évident que si un stock est constitué, il le sera au cours de la période 1 pour être écoulé en période 2. Le problème peut donc s'exprimer ainsi :

Déterminer $\mathbf{d_1, d_2, p_1, p_2, q_1, q_2}$ qui maximisent le profit :

$$\Pi = p_1 d_1 + p_2 d_2 - c(q_1 + q_2) - s(q_1 - d_1)$$

où $s(q_1 - d_1)$ représente le coût de stockage supposé strictement proportionnel à la quantité stockée.

Sous les contraintes :- de demande :

$$d_1 = f_1(p_1) = a(p_1 - p_0)$$
$$d_2 = f_2(p_2) = ka(p_2 - p_0)$$

- et de production :

$$q_1 + q_2 = d_1 + d_2$$

(Les quantités produites des deux périodes égalent les quantités commercialisées de ces deux périodes. On pourrait introduire ici une inégalité au sens large $(q_1 + q_2 \geq d_1 + d_2)$, mais cela serait inutile : le caractère coûteux de la production implique l'égalité de ces deux quantités à l'optimum.)

$$q_1 \leq q^* \text{ et } q_2 \leq q^*$$

Les quantités produites n'excèdent pas la capacité installée q*.

Pour déterminer graphiquement la solution optimale de ce problème, il est extrêmement commode de partir des caractéristiques de la solution sans stockage.

Par rapport à cette solution sans stockage, la faculté de stocker ouvre deux possibilités à l'entreprise :

- produire d'avantage en période 1 de façon à écouler cette quantité en période 2;

- renoncer à vendre une partie de la production en période 1 de manière à commercialiser cette quantité en période 2.

La solution optimale sera donc caractérisée par :

1) Le fait qu'il n'est pas intéressant de soustraire une unité supplémentaire de la période 1 vers la période 2.

Sachant que ce que l'on perd en renoncant à commercialiser une unité en période 1 est $Rm_1(d_1)$, et ce que l'on gagne à la commercialiser en période 2 est $Rm_2(d_2)$ diminuée du coût de stockage s, la solution optimale est donc telle que :

$$Rm(d_1) \geq Rm(d_2) - s$$

2) Le fait qu'il n'est pas intéressant de produire une unité supplémentaire en période 1 pour la commercialiser en période 2.

Sachant que ce que cela coûte est $Cm(q_1)$ augmenté du coût de stockage s, et que ce que cela rapporte est $Rm(d_2)$, il faut donc que l'on ait à l'équilibre :

$$Cm(q_1) \geq Rm(d_2) - s$$

A contrario, l'entreprise aura donc intérêt à stocker tant que la recette marginale d'une unité supplémentaire vendue en période 2 sera supérieure à la recette marginale de cette unité vendue en période 1 augmentée du coût de stockage.

Elle aura également intérêt à produire plus en période 1 tant que la recette procurée par la vente d'une unité supplémentaire en période 2 excède le coût marginal de la production en période 1 augmenté du coût de stockage.

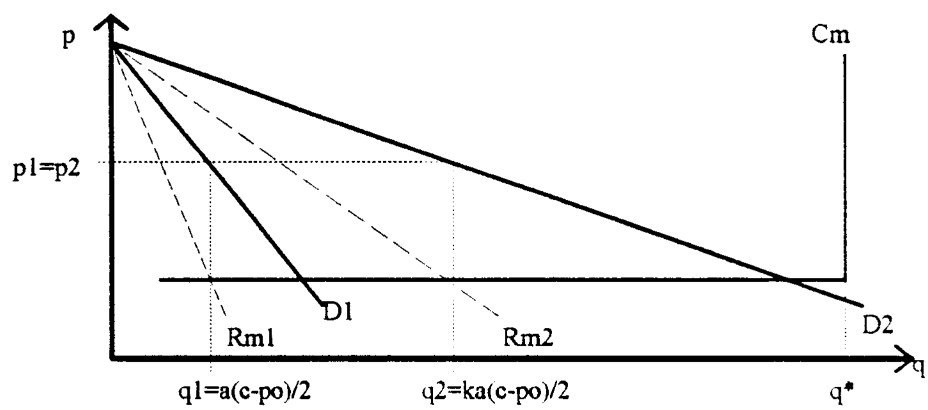
Ces remarques préalables faciliteront notre étude.

Nous avons déterminé au chapitre I trois cas possibles à court terme. Considérons successivement ces trois cas en introduisant la possibilité de stocker et examinons les modifications conséquentes de la solution optimale.

1.2. Etude du régime de capacité excédentaire.

En basse comme en haute saison, l'équilibre sans stockage se situe en deça de q* :

$$q^* > \frac{ka}{2}(c - p_0)$$



Dans ce cas, la possibilité de stocker ne se traduit pas par un stockage. En effet, il n'y a intérêt à soustraire de la commercialisation pour stocker en période 1 que si la recette marginale de la seconde période diminuée du coût de stockage est supérieure ou égale à la recette marginale de la première période.

Or, dans ce cas 1 : $Rm(d_1) = Rm(d_2)$

De la même manière, il n'y a aucun intérêt à produire une unité supplémentaire en période 1 pour la stocker et la vendre en période 2. En effet, cette faculté n'est intéressante qu'à la condition que la recette procurée par la vente de cette unité supplémentaire en période 2 diminuée des frais de stockage soit supérieure au coût qu'implique cette production.

Or, ici : $Cm(q_1) = Rm(d_1) = Rm(d_2)$

Le profit associé à cette situation peut être exprimé de la même manière que dans la situation initialement examinée (sans possibilité de stockage).

$$\Pi = p_1 q_1 + p_2 q_2 - c(q_1 + q_2)$$

avec si l'on note d'un " le nouvel équilibre :

$$\boxed{\begin{aligned} p_1'' &= p_1 = \frac{p_0 + c}{2} \\ p_2'' &= p_2 = \frac{p_0 + c}{2} \\ q_1'' &= q_1 = d_1'' = \frac{a}{2}(c - p_0) \\ q_2'' &= kq_1'' = q_2 = d_2'' = \frac{ka}{2}(c - p_0) \end{aligned}}$$

et le profit associé à cette situation s'écrit :

$$\Pi = -\frac{a}{4}(k+1)(c - p_0)^2$$

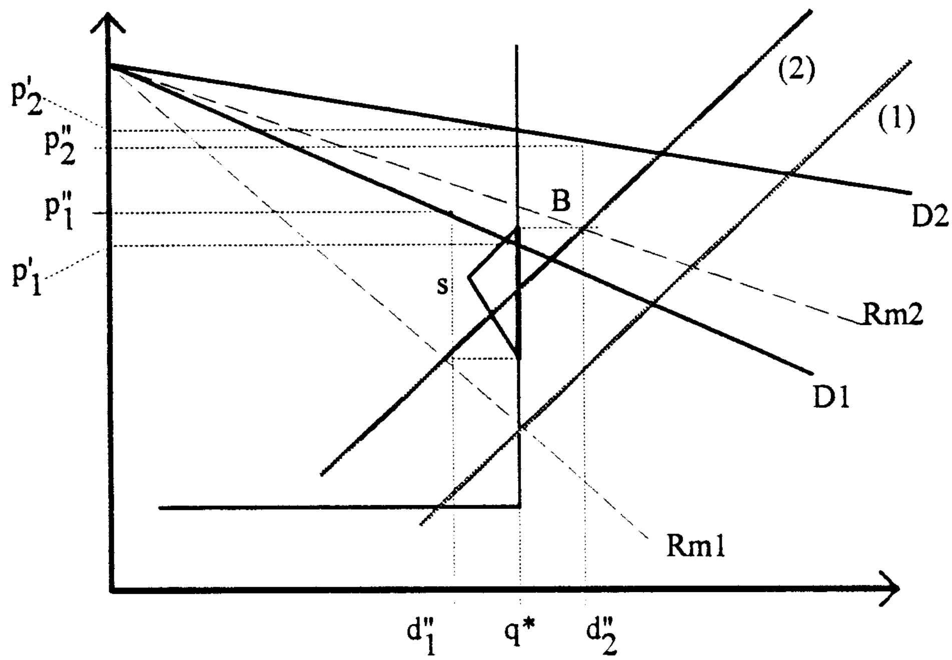
1.3. Etude du régime de faible capacité.

En haute comme en basse saison, l'équilibre sans stockage se situe en q*

$$q^* \leq \frac{a}{2}(c - p_0)$$

Comme il n'est pas possible de produire d'avantage en période 1, la seule question qui se pose ici est de savoir si l'entreprise a intérêt à renoncer à commercialiser une partie de sa production en période 1 pour l'écouler en période 2.

Un raisonnement graphique nous permettra de déterminer la solution d'équilibre compte tenu des pertes et recettes marginales :



La droite (1) représente la symétrique de la droite de Rm_1 par rapport à la partie verticale de la courbe de coût marginal. Elle exprime le manque à gagner que subit l'entreprise à chaque fois qu'elle retire une unité du marché en période 1, c'est à dire la recette marginale que procurerait la vente de cette unité.

La droite (2) représente la droite (1) à laquelle on a ajouté par translation le coût de stockage s. Elle exprime le coût total supporté par l'entreprise qui retire de la période 1 une unité supplémentaire (recette marginale + coût de stockage).

La droite Rm_2 exprime le gain supplémentaire de l'entreprise lorsqu'elle met sur le marché une unité supplémentaire en période 2.

L'optimum est déterminé au point de rencontre de la droite (2) et de Rm_2 s'il existe, sinon la politique sans stockage antérieure doit être maintenue. Sachant que Rm_2 est décroissante, et que la droite (2) est croissante, cette intersection existera si et seulement si : $Rm_2(q^*) > Rm_1(q^*) + s$

Si cela se produit, l'optimum est atteint lorsque le gain supplémentaire est égal au coût supplémentaire, c'est à dire sur notre graphique au point B

Ce point B détermine la quantité qui sera effectivement écoulée en période 2 (d_2") et, par symétrie, la quantité effectivement écoulée en période 1 (d_1").

Les prix seront déterminés par les courbes de demande :

La quantité d_1" sera vendue au prix p_1",

la quantité d_2" sera vendue au prix p_2"

Ainsi, dans ce cas, la possibilité de stocker se traduit par un stockage effectif.

En utilisant la condition précédemment énoncée :

$$Rm_2(q^*) > Rm_1(q^*) + s$$

soit : $\dfrac{2q^*}{ka} + p_0 > \dfrac{2q^*}{a} + p_0 + s$, nous pouvons préciser que :

- $k > \dfrac{q^*}{q^* + \frac{as}{2}}$: pour que la possibilité de stocker soit saisie, il faut que la fluctuation soit d'assez forte amplitude (au moins supérieure à 1),

- $s < -\dfrac{2(k-1)}{ka} q^*$: pour que la possibilité de stockage soit saisie, il faut que le coût de stockage ne soit pas trop élevé.

Caractérisation de l'optimum

L'optimum noté d'un " est caractérisé par rapport à l'ancien optimum sans possibilité de stockage par :

$$q_1'' = q_2'' = q_1 = q_2 = q^* \quad \text{avec} \quad q^* \leq \frac{a}{2}(c - p_0)$$

et :

$$d_1'' < d_1$$
$$d_2'' > d_2$$
$$p_1'' > p_1$$
$$p_2'' < p_2$$

Il apparait donc que, dans ce cas :

$p_1 < p_1'' < p_2'' < p_2$: le stockage atténue la fluctuation de prix.

$d_1'' < (d_1 = d_2) < d_2''$: le stockage accentue la fluctuation des quantités commercialisées.

Détermination des quantités et prix optimaux

- détermination des quantités d_1" et d_2" : nous savons que la solution optimale est caractérisée par le fait qu'il n'est pas intéressant de soustraire la commercialisation d'une unité supplémentaire de la période 1 vers la période 2.

Ainsi :

$$Rm_1(d_1) = Rm_2(d_2) - s,$$

$$or,\ Rm_1(d_1) = \frac{2d_1}{a} + p_0$$

$$et\ \ Rm_2(d_2) = \frac{2d_2}{ka} + p_0$$

$$\Rightarrow \frac{2d_1}{a} + p_0 = \frac{2d_2}{ka} + p_0 - s$$

On en déduit :

$$d_1 = \frac{d_2}{k} - \frac{as}{2} \qquad \text{et} \qquad d_2 = kd_1 + \frac{kas}{2}$$

on sait par ailleurs que sur l'ensemble des deux périodes, les quantités produites et commercialisées sont égales :

$$d_1 + d_2 = q_1 + q_2 = 2q^*$$

Nous pouvons donc écrire :

$$d_1 + kd_1 + \frac{kas}{2} = 2q^*$$

$$\Rightarrow d_1 = \frac{2q^*}{k+1} - \frac{kas}{2(k+1)}$$

$$d_1^{"} = \frac{1}{k+1}(2q^* - \frac{kas}{2})$$

et encore :

$$d_2 + \frac{d_2}{k} - \frac{as}{2} = 2q^*$$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{2kq^*}{k+1} + \frac{kas}{2(k+1)}$$

$$\boxed{d_2^{"} = \frac{1}{k+1}(2kq^* + \frac{kas}{2})}$$

- détermination des prix p_1" et p_2"

$$p_1 = \frac{d_1}{a} + p_0$$

$$= \frac{1}{a}\frac{1}{k+1}(2q^* - \frac{kas}{2}) + p_0$$

$$= \frac{2q^*}{a(k+1)} - \frac{sk}{2(k+1)} + p_0$$

$$\boxed{p_1^" = \frac{1}{k+1}(\frac{2q^*}{a} - \frac{ks}{2}) + p_0}$$

$$p_2 = \frac{d_2}{ka} + p_0$$

$$= \frac{1}{ka}\frac{1}{k+1}(2kq^* + \frac{kas}{2})$$

$$= \frac{2q^*}{a(k+1)} + \frac{s}{2(k+1)} + p_0$$

$$\boxed{p_2^" = \frac{1}{k+1}(\frac{2q^*}{a} + \frac{s}{2}) + p_0}$$

Le profit associé à cette situation s'écrit :

$$\Pi = p_1 d_1 + p_2 d_2 - c(q_1 + q_2) - s(q_1 - d_1)$$

$$= \left[\left(\frac{1}{k+1}\right)\left(\frac{2q^*}{a} - \frac{ks}{2}\right) + p_0\right]\left[\left(\frac{1}{k+1}\right)\left(2q^* - \frac{kas}{2}\right)\right]$$

$$+ \left[\left(\frac{1}{k+1}\right)\left(\frac{2q^*}{a} + \frac{s}{2}\right) + p_0\right]\left[\left(\frac{1}{k+1}\right)\left(2kq^* + \frac{kas}{2}\right)\right]$$

$$- 2cq^* - s\left(q^* - \frac{1}{k+1}(2q^* - \frac{kas}{2})\right)$$

$$\boxed{\Pi = \frac{4q^{*2}}{a(k+1)} + 2q^*(p_0 - c) - \frac{k-1}{k+1}sq^* - \frac{s^2 ka}{2(k+1)}}$$

La quantité stockée est déterminée par :

$$\begin{aligned} q^* - d_1 &= q^* - \frac{1}{k+1}(2q^* - \frac{kas}{2}) \\ &= \frac{1}{k+1}\left[(k+1)q^* - 2q^* + \frac{kas}{2}\right] \\ &= \frac{k-1}{k+1}q^* + \frac{kas}{2(k+1)} \end{aligned}$$

La fluctuation de prix est égale à :

$$\begin{aligned} p_2^{*} - p_1^{*} &= \left[\frac{1}{k+1}(\frac{2q^*}{a} + \frac{s}{2}) + p_0\right] - \left[\frac{1}{k+1}(\frac{2q^*}{a} - \frac{ks}{2}) + p_0\right] \\ &= \frac{s}{2} \end{aligned}$$

soit la moitié du coût de stockage.

1.4. Etude du régime de capacité intermédiaire.

Rappelons que dans ce régime, en période de faible demande, l'équilibre se situe en deçà de q* et qu'en période de forte demande, l'équilibre est en q*.

L'entreprise a alors deux possibilités :

1) réduire la quantité commercialisée en période 1 et la transférer à la période 2, sans changer le niveau de production en période 1 ;

2) augmenter la quantité produite en période 1, ce supplément de produit étant commercialisé en période 2.

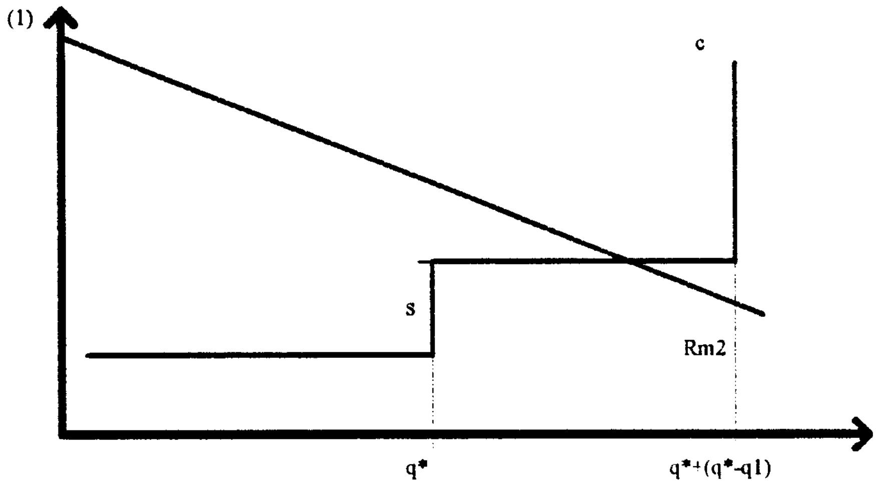
Le choix 2, dans un premier temps, s'impose, car il est moins coûteux de produire d'avantage que de renoncer à commercialiser en période 1. En effet, si l'entreprise produit une unité de plus, il ne lui en coûte que le coût marginal. Par contre, si elle renonce à commercialiser une unité, cela lui occasionne un manque à gagner égal à la recette marginale, et celle-ci est supérieure au coût marginal (à gauche de l'abscisse q_1, cf graphique).

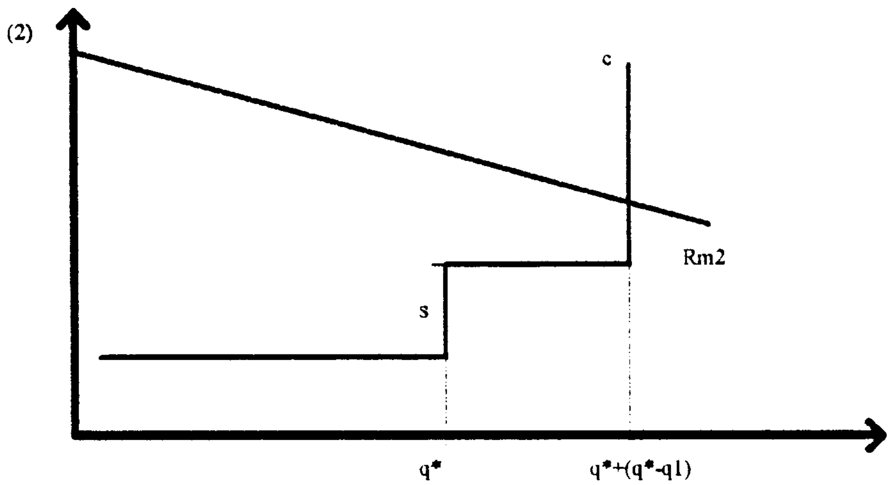
L'entreprise est donc d'abord incitée à produire d'avantage en période 1 pour commercialiser cette quantité en période 2.

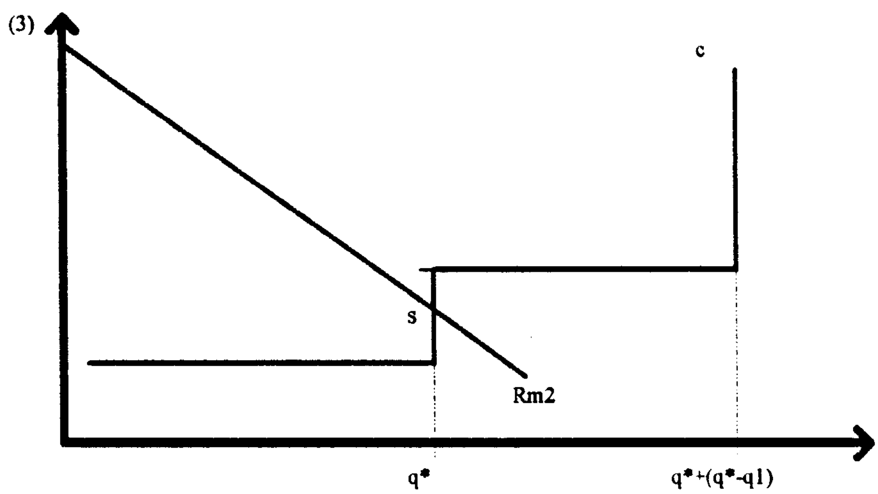
Raisonnement graphique

Graphiquement, on peut considérer, à partir de la solution initiale, le stockage comme un coût variable s'ajoutant au coût variable initial pour repousser la contrainte de production q* en période 2; cette contrainte est exactement repoussée de $(q^* - q_1)$, la production supplémentaire maximale réalisable en période 1.

Compte tenu de ce déplacement de la contrainte de production en période 2, trois cas seulement peuvent se produire, illustrés par les figures ci-après.


(1)
c
s
Rm2
q*
q*+(q*-q1)


(2)
c
Rm2
s
q*
q*+(q*-q1)


(3)
c
s
Rm2
q*
q*+(q*-q1)

Dans les cas (1) et (2), la recette procurée par la vente d'une unité supplémentaire (par rapport à q*), est supérieure au coût engendré (coût de production et coût de stockage). Ainsi : $Rm_2(q^*) \geq c+s$, ce qui s'écrit : $\frac{2q^*}{ka}+p_0 \geq c+s$.

L'entreprise trouvera donc intérêt à stocker si : $s \leq \frac{2q^*}{ka}+p_0-c$.

Quand elle accroit sa production de basse saison en vue de stocker l'excédent par rapport à la demande, la limite de production totale (sur les deux périodes) est repoussée à : ($2q^*-q_1$), où q_1 représente la production de basse saison juste nécessaire à la satisfaction de la faible demande. La distinction des cas (1) et (2) s'effectue en considérant la recette procurée par la vente d'une unité supplémentaire au delà de cette limite par rapport au coût supporté (ce supplément ne pouvant être obtenu qu'au prix d'un rationnement de la demande de basse saison) :

- dans le cas (1) :

$$Rm_2(2q^*-q_1) \leq c+s$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(2q^*-\frac{a}{2}(c-p_0))}{ka}+p_0 \leq c+s$$

$$\Leftrightarrow q^* \geq \frac{a}{4}\left[(k+1)(c-p_0)+sk\right], \quad \text{ou :}$$

$$\Leftrightarrow s \geq \frac{4q^*}{ka}-\frac{k+1}{k}(c-p_0)$$

l'équilibre se situera alors en deçà de la limite ($2q^*-q_1$) et le stockage par production supplémentaire s'avérera suffisant.

- dans le cas (2) :

$$Rm_2(2q^*-q_1) > c+s$$

$$\Leftrightarrow q^* < \frac{a}{4}\left[(k+1)(c-p_0)+sk\right], \quad \text{ou :}$$

$$\Leftrightarrow s < \frac{4q^*}{ka}-\frac{k+1}{k}(c-p_0)$$

la firme trouvera donc intérêt à dépasser la limite ($2q^*-q_1$) en renonçant à satisfaire une partie de la demande de basse saison.

- dans le cas (3), la recette procurée par la vente d'une unité supplémentaire par rapport à q* est toujours inférieure au coût engendré.
Ainsi :

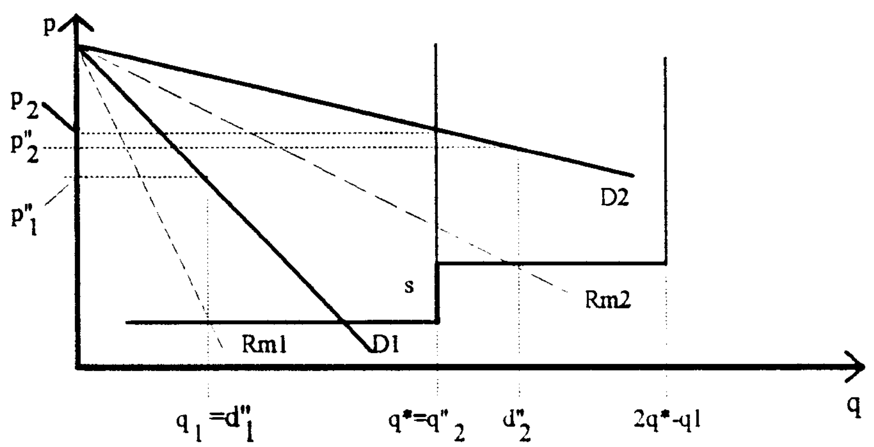
$$Rm_2(q^*) < c + s$$

$$\Leftrightarrow q^* > \frac{ka}{2}(c - p_0 + s), \quad \text{ou :}$$

$$\Leftrightarrow s > \frac{2q^*}{ka} + p_0 - c$$

aucun stock ne sera alors constitué .

Etude du premier cas.



Le premier cas est celui ou la courbe de recette marginale coupe la courbe de coût marginal dans sa portion horizontale. Dans ce cas, puisqu'on ne soustrait pas à la commercialisation, l'équilibre de basse saison n'est pas modifié :

$$\boxed{p_1^" = p_1 = \frac{p_0 + c}{2}}$$

$$\boxed{\begin{aligned} d_1^" &= d_1 = q_1 \\ &= \frac{a}{2}(c - p_0) \end{aligned}}$$

Seul le niveau de production est modifié suivant les besoins de la haute saison. Il est déterminé par la quantité nécessaire à la satisfaction de la demande de basse période (d_1) et par la satisfaction de l'excédent de demande de haute période par rapport à q* (d_2-q*).

Ainsi : $q_1^{"} = d_1 + d_2 - q^*$, il nous faut donc déterminer d_2.

Nous savons qu'à l'équilibre :

$$Cm(q_1) = Rm_2(d_2) - s$$
$$\Rightarrow c = \frac{2d_2}{ka} + p_0 - s$$

on en déduit : $\boxed{d_2^{"} = \frac{ka}{2}(c - p_0 + s)}$

et : $\boxed{q_1^{"} = \frac{a}{2}\left[(k+1)(c-p_0) + ks\right] - q^*}$

le prix de haute période est défini par :

$$p_2^{"} = \frac{d_2^{"}}{ka} + p_0$$

$$\boxed{p_2^{"} = \frac{1}{2}(p_0 + c + s)}.$$

La variation de prix est égale à : $p_2^{"} - p_1^{"} = \frac{s}{2}$,

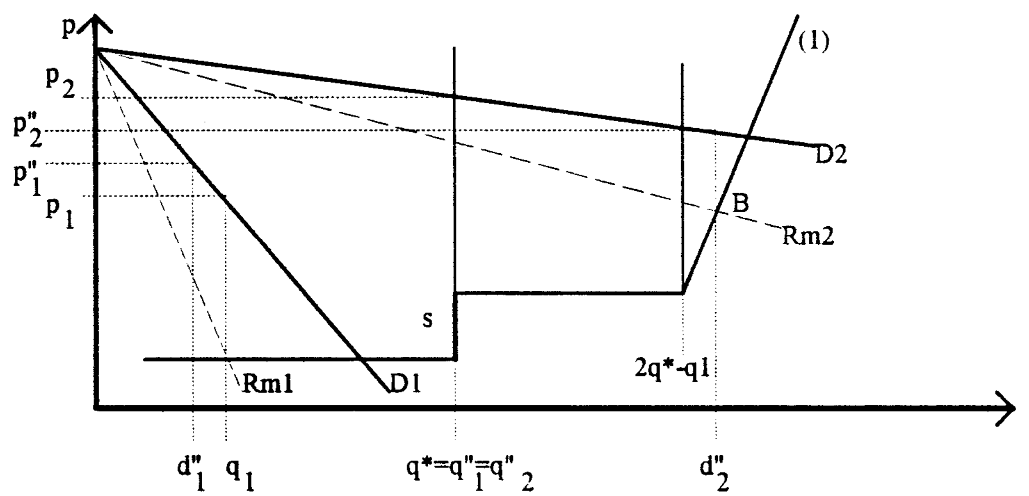
et la quantité stockée à : $d_2^{"} - q^* = \frac{ka}{2}(c - p_0 + s) - q^*$.

Le profit associé à cettte situation s'écrit :

$$\Pi = p_1 d_1 + p_2 d_2 - c(q_1 + q_2) - s(d_2 - q^*)$$

$$= -\frac{a}{4}\left[(k+1)(p_0 - c)^2 - ks\left(2(p_0 - c) - s\right)\right] + q^*$$

Etude du second cas



Le second cas est celui où la courbe de recette marginale coupe la courbe de coût marginal dans sa portion verticale. Outre le fait qu'elle utilise pleinement son équipement, la firme a alors intérêt à rationner la demande de basse saison afin de stocker cette quantité et la commercialiser en haute période. Elle renoncera à commercialiser en période 1 tant que la recette qui résulte de la vente d'une unité supplémentaire en période 2 excède le coût de la renonciation à la commercialisation en période 1 : c'est à dire tant que Rm2 > Rm1 + s

De la même manière que précédemment, un raisonnement graphique nous permet de déterminer la solution optimale :

- la commercialisation d'une unité de moins que d_1 en période 1 constitue un manque à gagner égal à la recette marginale.

- la droite (1) est la symétrique de la droite de recette marginale (Rm_1) par rapport à l'axe vertical représenté par la courbe de coût marginal, à laquelle on a ajouté, par translation, le coût de stockage s. La droite obtenue représente alors la totalité du coût supporté par l'entreprise lorsqu'elle renonce à commercialiser une unité de produit en période 1.

L'optimum est atteint lorsque la recette marginale de la vente de cette unité en période 2 est égale à la totalité du coût de la renonciation à la commercialisation, cet équilibre est réalisé sur notre graphique au point B.

Le nouvel optimum est caractérisé par :

$$p_1'' > p_1$$
$$d_1'' < d_1$$
$$q_1'' > q_1$$

avec : $\boxed{q_1'' = q^*}$

$$p_2'' < p_2$$
$$d_2'' > d_2$$
$$q_2'' = q_2$$

avec : $\boxed{q_2'' = q^*}$

Nous savons qu'à l'optimum, $Rm(d_1) = Rm(d_2)$ -s, la firme se trouve ainsi, quant à la condition d'optimalité, dans une situation identique à celle décrite dans le régime de faible capacité. Les prix pratiqués ainsi que les quantités vendues sont donc déterminées de la même manière et sont égales à :

$$\boxed{d_1'' = \frac{1}{k+1}\left(2q^* - \frac{sak}{2}\right)}$$

$$\boxed{d_2'' = \frac{1}{k+1}\left(2kq^* + \frac{ska}{2}\right)}$$

$$\boxed{p_1'' = \frac{1}{k+1}\left(\frac{2q^*}{a} - \frac{sk}{2}\right) + p_0}$$

$$\boxed{p_2'' = \frac{1}{k+1}\left(\frac{2q^*}{a} + \frac{s}{2}\right) + p_0}$$

La variation du prix est égale à : $p_2'' - p_1'' = \frac{s}{2}$,

la quantité stockée est : $q^* - d_1'' = \frac{k-1}{k+1}q^* + \frac{ska}{2(k+1)}$

1.5. Synthèse des résultats de court terme.

Les modifications de comportement auquels conduisent la possibilité de stocker dépendent tout d'abord de la capacité installée :

- le cas est trivial si la capacité est déja excédentaire ; en effet, elle lui permet de satisfaire la demande de haute saison par le biais d'une augmentation conséquente de la production, la firme ne trouve donc aucun intérêt à recourir au stockage.

- si la capacité est excédentaire en basse période, mais insuffisante en haute période, alors, à moins que le coût de stockage ne soit prohibitif, elle sera utilisée à des fins de stockage, ce qui aura pour effet de réduire la fluctuation de quantités produites et de prix pratiqué, mais accentuera la fluctuation de quantités commercialisées qui se rapprochera de la fluctuation de demande observée. A la limite, si le coût de stockage est nul, la fluctuation est purement absorbée par les quantités (la fluctuation de prix est en effet égale à la moitié du coût de stockage). On rejoint alors l'équilibre sans stockage avec capacité excédentaire.

- si la capacité excédentaire de basse saison est faible de sorte que l'insuffisance de capacité en période haute est grande, alors, toujours sous condition sur le coût de stockage, la modification de comportement sera plus profonde. Non seulement la firme va augmenter sa production de basse saison, mais encore, elle va rationner la demande en pratiquant des prix plus élevés de manière à pouvoir alimenter la demande de haute saison. Ceci aura pour effet : - d'accentuer la fluctuation des quantités commercialisées,
- de réduire la fluctuation de prix par une augmentation du prix de basse saison et une baisse du prix de haute saison.

- si la capacité installée est insuffisante en haute et basse saison, en l'absence de stockage la firme s'adapte uniquement par les prix. Le stockage, par le biais d'un rationnement de la demande de basse saison, va :

- lisser la fluctuation de prix : l'écart entre le prix de haute et de basse saison sera uniquement fonction du coût de stockage et exactement égal à la moitié de celui-ci;
- majorer les fluctuations de commercialisation.

Le comportement de la firme est également fortement dépendant du coût de stockage. Son rôle est, en effet, fondamental d'un double point de vue :

- comme déterminant du recours ou non au stockage, quelles qu'en soient les modalités d'utilisation adoptées. Dans chaque cas étudié, la condition pour que le stockage s'effectue a été précisée, elle est définie en fonction notamment de la capacité installée et de l'amplitude de la fluctuation de demande. Plus la fluctuation est importante, plus il est probable que la condition sur le coût de stockage soit satisfaite .

- comme déterminant des écarts de prix entre la haute et la basse saison, cet écart étant égal dans tous les cas à la moitié du coût de stockage.

L'étude de court terme met en évidence deux situations contrastées :

- dans la première, la capacité de production est pleinement utilisée durant les deux périodes, mais la demande de basse saison est rationnée; c'est le cas lorsque la fluctuation de demande est absorbée par variation des prix et de la commercialisation, sans mouvement dans la production.

- dans la seconde, la capacité de production n'est que partiellement utilisée, et la demande est totalement satisfaite. La capacité excédentaire de basse période, est alors supérieure à la capacité permettant d'ajuster la production suivant la hausse de la demande. L'absence simultanée de rationnement et de surcapacité constitue un cas limite.

L'étude de long terme nous dira vers quelle type de situation la firme s'orientera de manière durable.

2 ETUDE DE LONG TERME

2.1 Exposé du problème

Rappel des résultats de court terme

L'étude de court terme avec possibilité de stocker nous a permis de déterminer trois régimes d'absorption des fluctuations de demande :

- **l'absorption des fluctuations par variation des prix et des quantités commercialisées** ; les quantités produites ne varient pas d'une période à l'autre, elles sont égales au maximum de production possible.

Ce régime correspond aux niveaux d'équipement q* définis par :

. $q^* \leq \frac{a}{2}(c-p_0)$, dans ce cas, le stockage s'effectue par le biais d'une renonciation à la commercialisation en période de faible demande.

. $\frac{a}{2}(c-p_0) \leq q^* \leq \frac{a}{4}[(c-p_0)(k+1)+sk]$, dans ce cas, le stockage s'effectue à la fois par le biais d'une production supplémentaire et d'une renonciation à la commercialisation en période de faible demande.

- **L'absorption des fluctuations par variation simultanée des quantités produites et commercialisées accompagnée d'une variation des prix.**

Ce régime correspond au niveau d'équipement q* défini par :

. $\frac{a}{4}[(c-p_0)(k+1)+sk] \leq q^* \leq \frac{ka}{2}(c-p_0)$, dans ce cas, le stockage s'effectue par le biais d'une production supplémentaire en période de faible demande.

- L'absorption des fluctuations par unique variation des quantités produites. .

Ce régime correspond au niveau d'équipement q* défini par :

. $q^* \geq \frac{ka}{2}(c - p0)$, dans ce cas, la possibilité de stocker ne se traduit pas par un stockage effectif.

Le problème qui se pose maintenant est de déterminer l'état naturel du marché lorsque l'entreprise a la possibilité de stocker; c'est à dire sa dimension optimale à long terme compte tenu des paramètres en question, et notamment du cout de stockage.

Nous considérerons donc d'une part, la recette supplèmentaire que procure l'augmentation d'une unité de la capacité installée, et, d'autre part, le coût occasioné par cette augmentation. La comparaison de ces deux éléments nous permettra de déterminer le niveau d'équipement optimal dans une situation de long terme.

Le coût marginal de long terme

il sagit du coût engendré par l'augmentation d'une unité de la capacité installée, sachant que cette augmentation peut générer ou non un stockage supplémentaire. Il se compose donc :

- du coût variable unitaire constant,
- des coûts fixes strictement proportionnels au niveau d'équipement q*,
- du coût de stockage s, si l'augmentation de la capacité de production se traduit par une augmentation de la quantité stockée.

La recette marginale de long terme

Il sagit de la recette supplémentaire procurée par l'augmentation d'une unité de la capacité installée. Comme précédemment, le raisonnement s'effectuera en terme de recette marginale "nette" des coûts variables; notre but étant de comparer le coût de l'augmentation d'une unité du volume d'équipement à la recette effectivement procurée par cette augmentation, déduction faite des autres coûts (coûts de court terme).

Trois éléments peuvent entrer dans la composition de cette recette marginale suivant le régime adopté, à court terme, par l'entreprise :

- La recette procurée par la commercialisation d'une unité supplémentaire en période de faible demande,

- la recette procurée par la commercialisation d'une unité supplémentaire en période de forte demande,

- le coût de stockage, lorsque l'augmentation de la capacité installée permet d'éviter le stockage d'une unité.

2.2. La relation recette marginale / coût marginal de long terme.

2.2.1. Détermination de la recette marginale "nette".

Examinons la composition et l'expression de la recette marginale "nette" suivant le régime dans lequel se trouve l'entreprise à court terme.

- Premier cas : l'entreprise se trouve, à court terme, dans un régime d'absorption des fluctuations par variation des prix et des quantités commercialisées; cette situation correspond au niveau d'équipement q* défini par :

$$q^* \leq \frac{a}{4}\left[(c-p_0)(k+1)+ks\right]$$

L'équation de la recette totale est donnée par l'expression du profit de court terme correspondant à ce régime :

$$RT = \frac{4q^{*2}}{a(k+1)} + 2q^*(p_0 - c) - sq^*\frac{(k-1)}{(k+1)} - \frac{s^2ka}{2(k+1)}$$

La recette marginale nette des coûts variables est donc égale à :

$$Rm_{nette} = \frac{\delta RT}{\delta q^*} = \frac{8q^*}{a(k+1)} + 2(p_0 - c) - s\frac{(k-1)}{(k+1)}$$

Dans ce cas, le stockage s'effectue par le biais d'une renonciation à la commercialisation, accompagnée ou non d'une production supplémentaire en période de faible demande.

Dans ce régime, ajouter une unité de capacité de production permet :

- la production d'une unité supplémentaire en période faible, commercialisée en période de forte demande,

- la production et la commercialisation d'une unité supplémentaire en période forte.

L'augmentation d'une unité du volume d'équipement se traduit donc par une augmentation du stockage. Ceci se démontre aisément en exprimant la quantité stockée en fonction de q* :

La quantité stockée étant égale à la différence entre le maximum de production possible et la quantité vendue en période faible, on peut l'exprimer ainsi :

$$\begin{aligned} q^* - d_1 &= q^* - \frac{2q^*}{k+1} + \frac{kas}{2(k+1)} \\ &= q^* \frac{(k-1)}{(k+1)} + \frac{kas}{2(k+1)} \end{aligned}$$

La quantité stockée est donc une fonction croissante de q*.

-Deuxième cas : l'entreprise se trouve, à court terme, dans un régime d'absorption des fluctuations de demande par variation des quantités produites et commercialisées accompagnée d'une variation des prix. Cette situation correspond au niveau d'équipement q* défini par :

$$\frac{a}{4}\left[(k+1)(c-p_0)+ks\right] \leq q^* \leq \frac{ka}{2}(c-p_0)$$

Dans ce cas, le stockage s'effectue par le biais d'une production supplémentaire en basse période. Ajouter une unité de capacité de production permet de diminuer le stockage nécessaire à la satisfaction de la demande de haute saison ; l'augmentation du volume d'équipement permet en effet de produire d'avantage en haute période et de cette manière, de diminuer la production stockée en basse saison. En d'autres termes, ceci permet de substituer à une quantité stockée, une quantité produite et vendue en période de forte demande.

La recette procurée par l'augmentation d'une unité du volume d'équipement est alors égale au coût de stockage d'une unité de production.

La recette marginale "nette" des coûts variables s'écrit donc, pour ce régime :

$$RM_{nette} = s$$

- **Troisième cas** : l'entreprise se trouve, dans un régime d'absorption des fluctuations par unique variation des quantités produites. Cette situation correspond au niveau d'équipement q* défini par :

$$q^* \geq \frac{ka}{2}(c - p_0)$$

Dans ce cas, l'augmentation d'une unité de la capacité de production ne permet pas de produire ni de commercialiser d'unité supplémentaire, toute la demande étant satisfaite sans stockage.

La recette marginale est donc nulle à partir du point : $q^* = \frac{ka}{2}(c - p_0)$

2.2.2. L'équation de la recette marginale de long terme.

Nous pouvons donc écrire l'équation de la recette marginale "nette" de long terme en fonction du niveau d'équipement q* :

- $\forall q^* \leq \frac{a}{4}\left[(k+1)(c-p_0)+ks\right]$:

$$RmLT = \frac{8q^*}{a(k+1)} + 2(p_0 - c) - s\frac{(k-1)}{(k+1)}$$

- $\frac{a}{4}\left[(k+1)(c-p_0)+sk\right] \leq q^* \leq \frac{ka}{2}(c-p_0)$:

$$Rm_{LT} = s$$

- $\forall q^* \geq \frac{ka}{2}(c - p_0)$:

$$Rm_{LT} = 0$$

Vérifions à présent la continuité de la fonction de recette marginale au point $q^* = \frac{a}{4}\left[(k+1)(c-p_0)+ks\right]$

La continuité s'établit en ce point si :

$$\frac{8q^*}{a(k+1)}+2(p_0-c)-s\frac{(k-1)}{(k+1)}=s$$

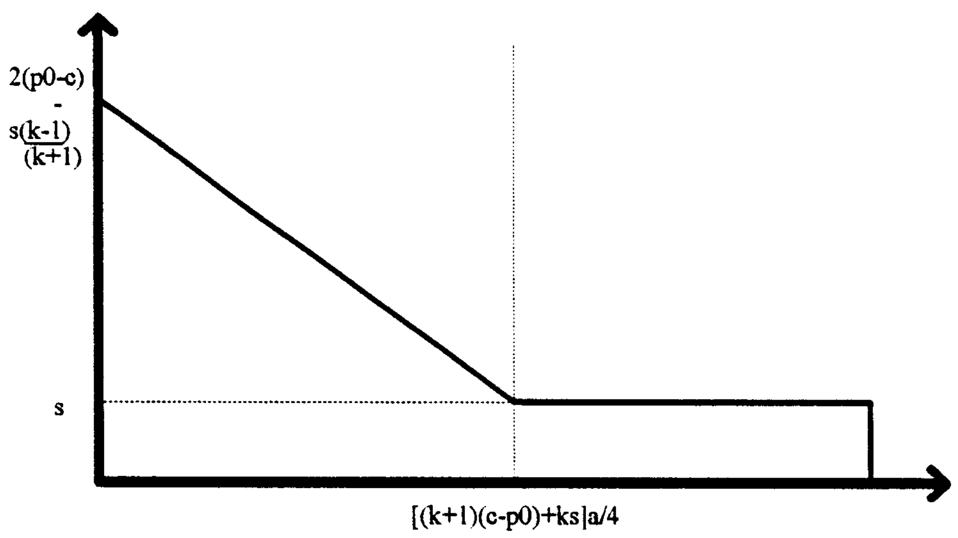
$$\Leftrightarrow \frac{2}{(k+1)}\left[(k+1)(c-p)+ks\right]+2(p_0-c)-s\frac{(k-1)}{(k+1)}=s$$

$$\Leftrightarrow s\frac{2k}{(k+1)}-s\frac{(k-1)}{(k+1)}=s$$

$$\Leftrightarrow s=s \quad \text{c.q.f.d.}$$

La fonction de recette marginale de long terme est continue.

La courbe de recette marginale "nette" de long terme aura donc la forme suivante :



2.2.3. Optimisation

Nous sommes ainsi en mesure de réaliser directement l'optimisation par la régle d'égalisation du cout marginal et de la recette marginale afin de déterminer les niveaux caractéristiques de q* suivant ces trois cas :

premier cas : $f < s$

Dans ce cas, la recette marginale de long terme avec stock est nulle. Le régime qui s'instaurera sera un régime sans stockage

deuxième cas : $f = s$

dans ce cas :

$RM_{LT} = 0$ pour $q^* \leq \frac{a}{4}\left[(k+1)(c-p_0)+ks\right]$

$RM_{LT} = s$ pour $\frac{a}{4}\left[(k+1)(c-p_0)+ks\right] \leq q^* \leq \frac{ka}{2}(c-p_0)$

Le régime qui s'instaurera sera donc un régime d'absorption des fluctuations par variation simultanée des prix et des quantités produites et commercialisées.

troisième cas : $f > s$

Dans ce cas :

$$RM_{LT} = \frac{8q^*}{a(k+1)} + 2(p_0 - c) - s\frac{(k-1)}{(k+1)}$$

l'optimisation est réalisée par l'équation :

$$\frac{8q^*}{a(k+1)} + 2(p_0 - c) - s\frac{(k-1)}{(k+1)} = f$$

on sait que $f > s$

$$\Rightarrow \frac{8q^*}{a(k+1)} + 2(p_0 - c) - s\frac{(k-1)}{(k+1)} > s$$

$$\Rightarrow q^* < \frac{a}{4}\left[(k+1)(c - p_0) + ks\right]$$

Le régime qui s'instaure est un régime d'absorption des fluctuations par variation des prix et des quantités commercialisées.

A ce niveau de l'étude nous savons donc que l'entreprise optera à, long terme, pour un régime avec stockage si le coût de stockage est inférieur ou égal au coût fixe unitaire. Les fluctuations de demande seront absorbées par variation des prix et des quantités commercialisées, associée à une variation de production en cas d'égalité de ces deux coûts. L'entreprise n'utilisera donc pas la faculté de stocker si le coût de stockage excède le coût fixe unitaire. Rappelons que le coût de stockage joue un rôle déterminant sur le comportement de la firme même considéré indépendamment du niveau de coûts fixe.

L'étude de court terme nous a en effet appris qu'en deçà d'un niveau d'équipement q* déterminé par : $q^* < -\frac{kas}{2(k-1)}$, il n'y avait aucun intérêt à stocker, de même au delà d'un niveau : $q^* > \frac{ka}{2}(c - p_0 + s)$, pourtant inférieur au niveau pour lequel le stockage devient inutile du fait de l'existence de surcapacité en haute période.

Expression du profit de long terme

Nous pouvons, à présent exprimer le profit associé à chaque situation.

Si f = s

$$\Pi = -\frac{a}{4}\left[(k+1)(p_0-c)^2 - ks\left[2(p_0-c)-s\right]\right] + sq^* - fq^*$$

Le profit est constant et est égal à :

$$\Pi = -\frac{a}{4}\left[(k+1)(p_0-c)^2 - ks\left[2(p_0-c)-s\right]\right]$$

Si f > s

$$\Pi = \frac{4q^{*2}}{a(k+1)} + 2q^*(p_0-c) - sq^*\frac{(k-1)}{(k+1)} - \frac{s^2ka}{2(k+1)} - fq^*$$

C'est une fonction du second degré de coéfficient négatif qui admet donc un maximum au point d'annulation de la dérivée première.

$$\frac{\delta\pi}{\delta q^*} = \frac{8q^*}{a(k+1)} + 2(p_0-c) - s\frac{(k-1)}{(k+1)} - f$$

$$\Rightarrow q^* = \frac{a}{8}\left[\left[2(c-p_0)+f\right](k+1) + s(k-1)\right]$$

Ce maximum se situe-t-il à gauche de la borne $q^* = \frac{a}{4}\left[(k+1)(c-p_0)+ks\right]$?

$$\Rightarrow \frac{a}{8}\left[\left[2(c-p_0)+f\right](k+1)+s(k-1)\right] \leq \frac{a}{4}\left[(k+1)(c-p0)+ks\right]$$

$$\Rightarrow f\frac{(k+1)}{2} \geq s(k-\frac{k-1}{2})$$

$$\Rightarrow f \geq s$$

toujours vrai dans ce cas.

Le profit associé à ce niveau de q* est égal à :

$$\Pi = -\frac{a}{16(k+1)}\left[\left[2(c-p_0)+f\right](k+1)+s(k-1)\right]^2 - \frac{s^2ka}{2(k+1)}$$

2.3. Synthèse des résultats de long terme.

Le régime adopté à long terme par la firme dépend de la position relative du coût de stockage et du coût fixe. Deux situations sont théoriquement envisageables :

- le coût de stockage est faible devant les coûts fixes.

Dans ce cas, deux des régimes définis à court terme peuvent s'appliquer :

- l'utilisation de la capacité excédentaire de basse saison accompagnée d'un rationnement de la demande,

- le recours unique au rationnement de la demande lorsqu'il n'est pas possible d'agir sur le niveau de la production (absence de surcapacité).

La capacité installée est alors toujours pleinement utilisée. La firme absorbe les fluctuations de demande en ne faisant varier que les quantités commercialisées, et dans une moindre mesure, les prix (la variation du prix ne dépend cette fois que du coût de stockage) ; le niveau de production d'une période à l'autre étant constant.

- le coût de stockage est élevé devant les coûts fixes (à la limite les deux coûts sont égaux).

Dans ce cas, le recours au stockage ne présente pas d'intérêt économique, la capacité est installée de manière à pouvoir absorber les fluctuation de demande par les prix, mais surtout par la production. Dans le cas limite où les deux coûts sont égaux, la capacité excédentaire de basse saison est partiellement utilisée pour le stockage.

CHAPITRE III

L'EQUILIBRE A PRIX RIGIDES

SANS POSSIBILITE DE STOCKAGE

Nous avons jusqu'à présent étudié le cas où l'entreprise fixait librement ses prix en fonction du niveau de la demande, en le faisant varier d'une période à l'autre. Nous allons maintenant aborder le problème sous un autre angle, celui de la rigidité des prix, en supposant que la firme se trouve dans une situation telle qu'elle ne puisse pas modifier le prix pratiqué entre la période de faible demande et la période de forte demande.

La rigidité des prix peut avoir diverses origines et revêtir différents aspects. Nous dresserons, dans un premier temps, une liste synthéthisant ces causes de rigidité avant d'évoquer, dans un deuxième temps, la manière dont ce thème est abordé dans la théorie économique, pour enfin aboutir à l'identification des types de rigidité compatibles avec notre propre modèle. Nous pourrons alors préciser les hypothèses retenues dans notre étude ainsi que les interrogations engendrées par cette nouvelle situation.

Dans une économie concrète, la flexibilité parfaite des prix est loin d'être systématique sur tous les marchés ; examinons les principales origines de cette rigidité :

- il est fréquent que les prix soient soumis à diverses contraintes institutionnelles. Il peut en effet exister des maxima imposés, ou au contraire des minima garantis, ou encore des procédures d'indexation et de contrôle interdisant toute action sur les prix.

- Il peut exister des rigidités liées aux contraintes de compétitivité qu'impose l'internationalisation des échanges. En effet, les prix pratiqués par les producteurs nationaux sont influencés de manière plus ou moins directe par les tarifs des concurents étrangers.

- Certains prix sont fixés dans un cadre de compétition imparfaite où la sensibilité aux variations de l'offre et de la demande est affaiblie ; l'évolution des prix semble alors autant déterminée par la répercussion systématique des hausses de coût et l'application de taux de marges constants que par les fluctuations de la demande et l'état des marchés.

- Le prix de nombreux services est fixé par des organisations professionnelles ou par le gouvernement ; c'est pourquoi certaines activités ne peuvent, par convention, adopter le principe de la flexibilité des prix comme moyen d'absorption des fluctuations de demande; quel que soit le niveau de la demande et l'ampleur des fluctuations, le prix demeurera inchangé. C'est le cas par exemple des activités médicales tenues de respecter un tarif établi et fixé exogènement. Il est en effet inconcevable qu'un médecin, installé dans une station touristique, module ses honoraires en fonction de l'affluence de ses patients.

- D'autres activités se voient imposer la rigidité des prix du fait de leur organisation; il en est ainsi par exemple de la vente par correspondance qui s'appuie sur la publication de catalogues où les articles sont présentés à des prix déterminés. Même si cette rigidité n'est pas absolue du fait des différentes offres promotionnelles judicieusement proposées, il reste qu'il est impossible pour la firme de modifier ses prix suivant le niveau de la demande pendant toute la durée de validité du catalogue. Certaines entreprises garantissent ainsi leurs prix pour une année entière (Ikea, Castorama, Colis Bleu ...)

- La rigité des prix peut également tenir à la résistance des consommateurs qui acceptent que des variations, accidentelles ou non, de production se traduisent par des mouvements de prix (pour les produits maraîchers par exemple), mais qui préfèreraient se rationner devant une situation où l'évolution du prix ne serait due qu'à une fluctuation prévisible de la demande. Il serait alors possible qu'ils se tournent vers un produit de substitution, remplissant les mêmes fonctions, si le prix du produit initial s'élevait de manière conséquente en fonction de la consommation qui en est faite.

- la rigidité des prix peut être due à l'existence d'un coût de la flexibilité. En effet, Pour certaines activités, il existe un coût du changement de prix directement chiffrable, engendré par différents facteurs, qui rend rationnel le choix de ne pas modifier les prix. Il peut sagir du réetiquetage de tous les articles qui serait trop coûteux, ou encore du coût de l'édition et de la diffusion de nouveaux tarifs qui contraindrait un fournisseur à ne pas modifier ses prix.

Ces quelques exemples nous montrent que la rigidité des prix est un phénomène réel qui revêt différents profils. Cet aspect de la réalité économique n'a d'ailleurs pas laissé indifférents de nombreux théoriciens qui, soucieux de présenter une description réaliste d'une économie concrète se sont attachés à démontrer le caractère apparemment inadéquat de la théorie walrasienne qui ne décrit que des situations d'équilibre au sens où la loi de l'offre et de la demande règne sur les marchés et assure une fixation du prix à un niveau qui garantit l'égalité des quantités offertes et demandées sur chacun des marchés, aucune transaction n'ayant lieu tant que ce prix n'a pas été déterminé.

Les théoriciens qui se sont interrogés sur le réalisme de cette hypothèse, en examinant le fonctionnement réel de divers marchés, en ont conclu que si, dans certains cas où les prix sont trés flexibles et sensibles aux variations de l'offre et de la demande, l'hypothèse d'un équilibre walrasien peut être retenue, il n'en est pas de même pour la grande majorité des marchés actuels sur lesquels, pour les raisons citées plus haut, les prix n'assurent pas nécessairement l'équilibre entre l'offre et la demande. Il apparait que, dans le court terme, les ajustements se feront par les quantités aussi bien que par les prix. Cette idée fondamentale de l'oeuvre de Keynes sera reprise et développée dans les travaux des économistes qui formeront l'école de "l'économie non walrasienne". C'est ainsi que sont nés des modèle connus sous le nom de "modèles à prix fixes", "théorie du déséquilibre", ou "théorie des équilibres non walrasiens".

A l'origine du développement de la théorie des "équilibres non walrassiens" se trouve un article de Clower (1965), "The keynesian counter-révolution : a theoretical appraisal", qui propose une reconstitution de l'oeuvre de Keynes en introduisant un nouveau type d'information portant sur les quantités échangeables, et non plus sur les prix : les prix ne s'ajustant plus immédiatement pour équilibrer les marchés, certains agents subissent des rationnements dont ils doivent tenir compte dans la formulation de leurs plans.

Ce thème sera peu aprés repris et développé par Leijonhufvud (1968) : "On keynesian economics and the economics of Keynes". Par la suite, les travaux de Benassy (1975), Drèze (1975), Malinvaud et Younès (1977), mettront en évidence une définition nouvelle du mot "équilibre" : il ne sera plus défini en terme d'égalité entre offre et demande ; il s'agira d'un équilibre en ce sens qu'il repose sur une coordination des actions des agents,mais où peuvent subsister des déséquilibres entre offre et demande (d'où le terme "d'équilibre non walrasien").

Trois principaux types de modèles d'équilibres non walrasiens ont été proposés de façon plus ou moins simultanée et indépendante :

une première notion due à Drèze, celle de D-Equilibre, est la base des travaux de Grandmont et Laroque (1976) ; elle repose sur l'existence d'un commissaire priseur dont le rôle est d'envoyer des signaux en quantité aux agents, c'est à dire des contraintes fixant les quantités maximales de chaque bien non monétaire pouvant être achetées ou vendues par l'agent. Chaque agent détermine ses offres et demandes en fonction de ces contraintes et de son budget. Le commissaire priseur peut alors constater la présence d'une offre ou d'une demande excédentaire de certains biens et opérer dans ce cas un resserement des contraintes à l'achat ou à la vente : on suppose qu'il définit, pour chaque bien, un prix fictif qu'il fera varier au cours du tâtonnement en fonction de l'excés de demande observé, ainsi qu'un jeu de contraintes associées à ce prix qui agira sur l'offre. Il conduit ainsi l'économie à une situation où, pour chacun des biens physiques, l'offre et la demande s'équilibrent.

Barro et Grossman (1971) et surtout Benassy (1975-1976) ont, quant à eux, développé la notion de K-Equilibre, le K indiquant que l'analyse entend constituer, à la suite des travaux de Clower et Leijonhufvud, une réinterprétation de la théorie keynesienne. Dans ce modèle, chaque marché a une organisation particulière, représentée par un shéma de rationnement, qui permet de transformer des offres et demandes incompatibles en un ensemble de transactions qui, elles, s'équilibrent. Sachant que, dans le schéma de rationnement, l'échange est volontaire (on ne peut forcer un agent à échanger plus qu'il ne le désire), et que la propriété d'efficacité est respectée (un offreur et un demandeur ne peuvent être rationnés simultanément sur le même marché), le niveau de transaction sur un marché se fixe au minimum de l'offre et de la demande globale, et la somme des transactions est nulle.

Une troisième voie, empruntée par Malinvaud et Younes (1977), s'inspire d'une conception plus décentralisée des échanges et aboutit à la notion "d'équilibre non coopératif fort" où chaque agent maximise son utilité en considérant les stratégies des autres agents commes données.

A. d'Autume (1985) présente une synthèse et un approfondissement de la littérature développée sur le sujet. Il s'attache notamment à expliciter les fondements de cette nouvelle méthode d'analyse des déséquilibres et à évaluer le rôle qu'y joue la monnaie, avant d'en développer les implications macroéconomiques et de présenter une analyse originale de la croissance en déséquilibre.

Ainsi, lorsque les prix sont fixés d'une manière exogène, la théorie des équilibres non walrasiens veut que l'agent soit confronté à ce vecteur de prix, et à des contraintes d'offre et de demande définies par des schémas de rationnement non manipulables ; il choisira alors un vecteur de demande effective qui le conduira à la meilleure transaction possible. En revanche, en situation de concurrence monopolistique, l'agent qui fixe le prix sur un marché perçoit une relation entre ses transactions maximales et le prix qu'il fixe. Il modifiera son prix de façon à manipuler les contraintes en quantité, et un équilibre sera atteint lorsqu'il sera satisfait de la combinaison prix-quantité obtenue. L'agent déterminera donc un vecteur de prix de façon à maximiser son utilité ou son profit, compte tenu des échanges qu'il perçoit comme possibles. Il s'établira alors un équilibre où aucun agent n'a intérêt à modifier les prix qu'il contrôle.

Replaçons nous à présent dans le contexte de notre étude : nous sommes en présence d'une entreprise en situation de concurrence monopolistique qui fait face à un cycle de deux périodes opposées du point de vue de la demande, et qui se voit privée de la faculté de faire varier le prix qu'elle pratique d'une période à l'autre. La contrainte de rigidité ne joue donc pas sur la fixation du prix, mais uniquement sur la possibilité de le modifier.

Vue sous cet angle, la rigidité du prix ne peut s'expliquer que par :

- le refus des consommateurs qui se rationneraient devant une hausse de prix consécutive à une variation prévisible de la demande,

- l'existence de coûts de changement de prix,

- l'organisation de l'activité de l'entreprise qui s'appuie sur des publications annuelles de tarifs.

Le problème qui se pose alors au monopoliste, est de déterminer le prix absolument fixe qui sera pratiqué sur l'ensemble des deux périodes de faible et de forte demande.

Nous étudierons donc un aspect particulier du phénomène de rigidité des prix : celui de la détermination du prix fixe optimal en cas de fluctuation de la demande, et l'incidence de cette rigidité sur les niveaux de production et de commercialisation.

A la base de notre raisonnement, nous considérons que, d'une manière générale, il existe un coût du changement de prix qui peut revêtir deux aspects :

- un coût mesurable directement (édition de nouveaux tarifs, de nouveaux catalogues, etc)
- un coût indirectement ou non mesurable (perte potentielle de clients, réorganisation de l'activité liée par exemple au passage d'une à deux publications de catalogues annuels...)

Nous partons de l'hypothèse que ce coût du changement de prix est supérieur à ce que la firme peut y consacrer; en d'autres termes, que le fait de modifier les prix serait trop couteux par rapport à ce que cela rapporterait.

La mesure de ce coût peut se faire en comparant la situation optimale avec rigidité des prix et la situation optimale sans rigidité des prix, on obtient alors la marge maximale que la firme est prête à consacrer au changement de prix :

En effet, soit Π_1 le profit réalisé sans rigidité des prix,

soit Π_2 le profit réalisé avec rigidité des prix;

la différence $(\Pi_1 - \Pi_2)$ indique ce que peut consacrer la firme pour passer de l'un à l'autre, en sachant que Π_1 est forcément supérieur à Π_2 puisque la solution de rigidité des prix est elle même une solution admissible quand on pose le problème sans imposer la rigidité des prix. (Donc $\Pi_1 > \Pi_2$ et $(\Pi_1 - \Pi_2)$ représente le coût maximum que la firme est prête à consacrer à l'achat de la flexibilité).

Notre étude consistera donc à déterminer le niveau de prix qui maximise le profit sur l'ensemble des deux périodes. Nous étudierons, dans ce chapitre, le cas où l'entreprise n'a pas la possibilité de stocker; ceci nous permettra notamment de mettre au jour des résultats indispensables à la poursuite de l'étude quant aux conséquences directes de la rigidité des prix sur l'organisation de la production. En effet, nous avons établi, au cours du chapitre précédent, qu'en situation de flexibilité des prix (et d'impossibilité de stockage), la firme, logiquement, usait abondamment de la liberté d'agir ainsi donnée : l'absorption des fluctuations de demande par les seules quantités produites ne peut se concevoir qu'à court terme, lorsqu'elle n'a pas encore ajusté son niveau d'équipement. Dans tous les cas où l'activité nécessite des équipements fixes, l'entreprise choisira une capacité de production telle qu'elle permette toujours l'absorption des fluctuations de demande par variation du prix (cette variation étant d'autant plus forte que le coût fixe unitaire est élevé).

Ne plus pouvoir bénéficier de cette source de flexibilité conduit-il à court terme à une perte importante de profit ? A des fluctuations accrues des quantités produites ? A un rationnement inévitable de la demande ? modifie-t-il substantiellement le niveau d'équipement choisi à long terme ? Tels sont les différents aspects du phénomène de rigidité du prix que nous développerons dans ce chapitre.

1. L'EQUILIBRE A PRIX RIGIDE SANS STOCKAGE : ETUDE DE COURT TERME.

1.1. Plan d'exposition.

Nous examinerons successivement deux cas suivant le niveau d'équipement installé à court terme :

- premier cas : l'entreprise se trouve en régime de faible capacité. Rappelons qu'alors, lorsqu'elle n'est pas contrainte à la rigidité, et qu'il lui est impossible de stocker, elle absorbe la fluctuation de demande par unique variation du prix.

- second cas :l'entreprise se trouve en régime de capacité intermédiaire. Dans ce cas, sans possibilité de stockage, lorsque le prix est flexible, sa variation d'une période à l'autre est associée à une fluctuation de la production.

Pour chacune de ces situations, nous délimiterons, dans un premier temps, l'intervalle de variation du prix ; nous examinerons ainsi les différentes politiques à priori possibles par rapport aux prix minimums et maximums définis avec flexibilité. Nous déterminerons ensuite, par maximisation du profit de court terme associé à chaque situation, le prix fixe optimal dans cet intervalle.

Nous montrerons ainsi qu'à court terme, suivant le niveau d'équipement dont elle dispose et l'ampleur de la fluctuation de demande, l'entreprise adoptera soit le niveau de prix le plus élevé possible sans induire de rationnement, soit le prix le plus faible possible, soit encore un prix intermédiaire entre ces deux extrêmes.

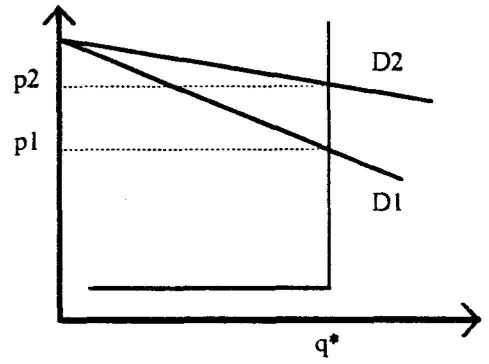
1.2. Le régime de faible capacité.

1.2.1. Présentation de la situation

En partant de la situation avec flexibilité des prix, examinons les conséquences de la rigidité sur les niveaux de production et de commercialisation.

Représentons graphiquement la situation :

$$q^* \leq \frac{a}{2}(c - p_0)$$



Trois possibilités sont ouvertes pour la nouvelle politique de prix fixe optimale, que nous noterons p_f. Ce prix peut en effet :

- être supérieur au prix p_2 ; dans ce cas la demande à ce prix est inférieure au maximum de production possible (q^*) pour les deux périodes,

- être compris entre p_1 et p_2 ; dans ce cas, la demande à ce prix est supérieure à q^* en haute période mais lui est inférieure en basse période,

- être inférieur au prix p_1 ; dans ce cas, la demande à ce prix est supérieure à q^* pour les deux périodes.

Nous démontrerons que :

- p_f ne peut pas être supérieur à p_2,

- pf ne peut pas être inférieur à p_1,

- et que donc pf fait partie de l'intervalle $[p_1, p_2]$.

Sa position dans cet intervalle dépendra du niveau d'équipement q^* et de l'ampleur des fluctuations.

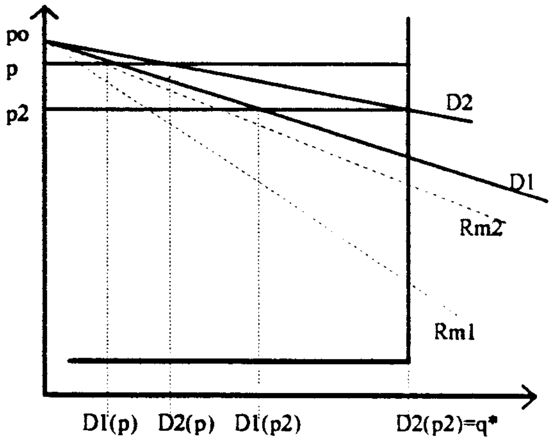
1.2.2. Détermination de l'intervalle de variation du prix.

- pf ne peut pas être supérieur à p_2

Démonstration :

Dans cet intervalle $[p_0, p_2]$, rien ne s'oppose à ce que le monopoliste produise, chaque saison, les quantités pouvant être vendues à ce prix p_f, puisque elles sont inférieures au maximum de production possible.

Cependant, quel que soit p supérieur à p_2, toute politique de prix (p, p) sur les deux périodes est inférieure à la politique de prix (p_2, p_2). Cela s'obtient clairement à partir du graphique ci-aprés :



La recette nette procurée par la vente au prix p, pour chacune des deux périodes, est forcément inférieure à celle procurée par la vente au prix p_2. En effet, sur l'intervalle $[p_0, p_2]$ la recette marginale est supérieure au coût marginal, ainsi, lorsque les quantités produites et commercialisées croissent, la recette nette augmente :

$$\forall p > p_2,$$
$$[D_1(p) + D_2(p)](p-c) < [D_1(p_2) + D_2(p_2)](p_2 - c)$$

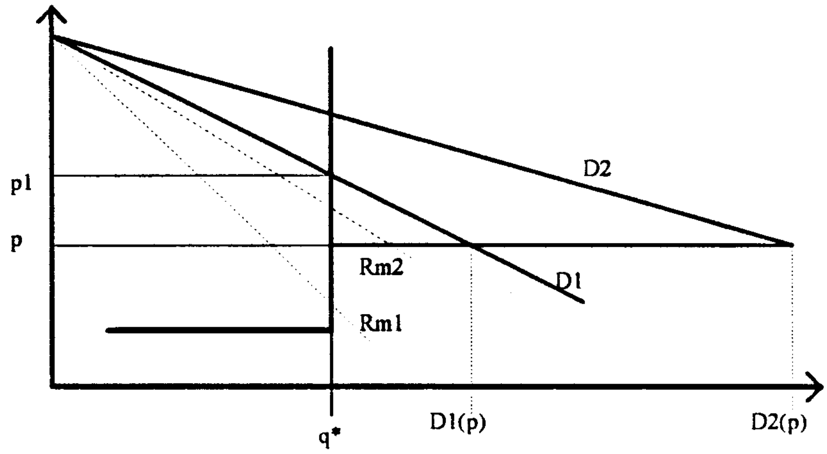
en effet :

a) $D_1(p)(p-c) < D_1(p_2)(p_2-c)$

b) $D_2(p)(p-c) < D_2(p_2)(p_2-c)$

- pf ne peut pas être inférieur à p_1

Démonstration :



a) Dans cette zone, en haute comme en basse période, la demande dépasse l'offre possible; les quantités produites et vendues ne peuvent donc être augmentées, elles sont bornées, chaque saison, par la capacité de production installée :

$$\forall p < p_1$$
$$D_2(p) > D_1(p) > q^*$$

Les quantités produites et commercialisées sont donc égales, à chaque saison, au maximum de production possible (q*) ; et la production totale réalisée est 2q*.

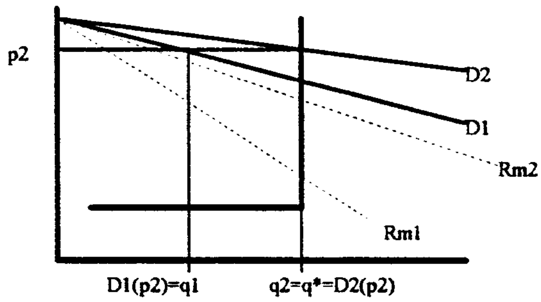
b) La recette nette procurée par la vente au prix p_1 est toujours supérieure à celle procurée à un prix inférieur :

$$\forall p < p_1$$
$$2q^*(p-c) < 2q^*(p_1-c)$$

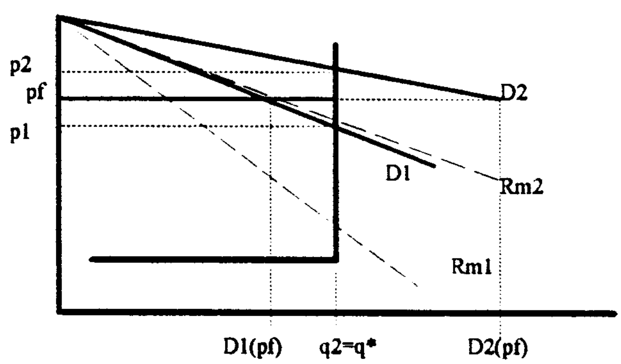
- pf fait donc partie de l'intervalle $[p_1, p_2]$

Dans cet intervalle, trois possibilités sont ouvertes pour le prix p_f :

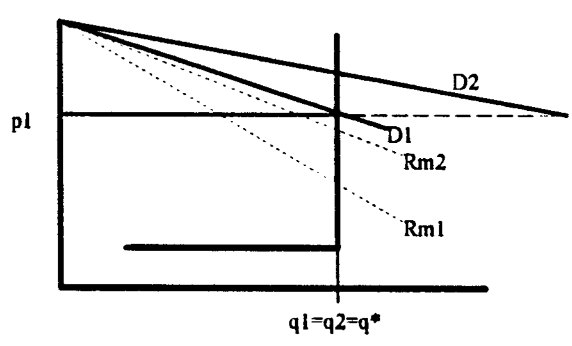
- soit $p_f = p_2$, dans ce cas, la demande au prix fixé n'excède pas le maximum de production possible; les quantités produites et commercialisées correspondront aux quantités demandées, c'est à dire $D_1(p_2)$ en période basse et $D_2(p_2) = q^*$ en période haute.



- Soit $p_1 < p_f < p_2$, dans ce cas, la demande au prix fixé excède le maximum de production possible en période de forte demande ; il se produira donc un rationnement de la demande, la quantité vendue pour cett période (q*) sera inférieure à la quantité demandée. En période de faible demande, la quantité commercialisée sera inférieure à q* et conforme à la demande ($D_1(p_f) < q^*$).



- Soit $p_f = p_1$, dans ce cas, le rationnement sera maximal, les quantités vendues, à chaque saison, seront égales au maximum de production possible (q*).



Il nous faut à présent déterminer la situation optimale parmi ces trois possibilités, ainsi que les conditions de cette optimalité.

1.2.3. Détermination du prix optimal

1) Exposé du problème.

Il sagit de déterminer le prix p_f qui maximise le profit total.

Le problème à résoudre est donc le suivant :

$$\max \Pi = (p_f - c)q_1 + (p_f - c)q_2$$

sous les contraintes :

$$q_1 \leq q^* \qquad q_2 \leq q^*$$

$$q_1 \leq D_1(p_f) \qquad q_2 \leq D_2(p_f)$$

Comme nous savons que l'optimum se trouve dans l'intervalle $[p_1, p_2]$, nous pouvons identifier les contraintes qui sont satisfaites en égalités;

en effet, dans cet intervalle :

$$D_1(p_f) \leq q^*$$
$$D_2(p_f) \geq q^*$$

Or, q^* est le maximum de production possible; on est donc assuré que si le prix fixé se trouve dans cet intervalle $[p_1, p_2]$, la quantité qui sera vendue sera la quantité maximale que l'on puisse vendre, c'est à dire $D_1(p_f)$ en période de faible demande, et q^*en période de forte demande.

On remplacera donc la production de haute saison (q_2) par q^* dans l'expression du profit. En revanche, en basse saison la contrainte active étant la contrainte de demande, on remplacera q_1 par $D_1(p_f)$

Le problème à résoudre deviendra donc :

$$\max \Pi = (p_f - c)\left[D_1(p_f) + q^*\right]$$

avec : $p_f \in [p_1, p_2]$

et :
$$p_1 = p_0 + \frac{q^*}{a}$$
$$p_2 = p_0 + \frac{q^*}{ka}$$

sachant que : $q^* \leq \frac{a}{2}(c - p_0)$

Il suffit, dans ces conditions, d'étudier, sur cet intervalle, la dérivée de Π par rapport au prix. Trois cas se présenteront pour le prix déterminé par l'annulation de la dérivée première de l'expression du profit, suivant le niveau de l'équipement en place (q^*) et l'ampleur de la fluctuation de la demande (k) :

- le prix optimal déterminé est inférieur à p_1; dans ce cas, la politique optimale est en réalité le prix p_1.

- Le prix optimal déterminé est supérieur a p_2; dans ce cas, la politique optimale est en réalité le prix p_2.

- Le prix optimal déterminé fait partie de l'intervalle $[p_1, p_2]$; dans ce cas, la politique optimale est ce prix p.

<u>2) résolution du problème</u>

$$\Pi = (p_f - c)\left[D_1(p_f) + q^*\right]$$
$$\Pi = (p_f - c)\left[a(p_f - p_0) + q^*\right]$$

$$\frac{\delta\pi}{\delta p_f} = a(p_f - p_0) + q^* + a(p_f - c)$$
$$= 2ap_f - ap_0 + q^* - ac$$

On remarque que la dérivée $\frac{\delta\Pi}{\delta p_f}$ est une fonction décroissante de p_f et que le prix p qui annule la dérivée est : $p = \frac{(p_0 + c)}{2} - \frac{q^*}{2a}$

Ce nouveau prix sera noté p_3; remarquons que, contrairement à p_1 et p_2, il croit en fonction de q*.

Examinons à présent sa position par rapport au bornes de l'intervalle $[p_1, p_2]$:

- si p_3 est inférieur à p_1, cela impliquera que la dérivée est constamment négative sur l'intervalle $[p_1, p_2]$, de sorte que la politique optimale sera p_1 ($p_f = p_1$)

- Si p_3 est supérieur à p_2, la dérivée sera, au contraire, constamment positive sur $[p_1, p_2]$, de sorte que la politique optimale sera p_2 ($p_f = p_2$).

- Si p_3 est compris entre p_1 et p_2, cela impliquera que la dérivée est positive puis négative sur $[p_1, p_2]$, et que l'optimum sera donc le prix p_3 ($p_f = p_3$).

Nous montrerons que la position de p_3 par rapport à p_1 et p_2 dépend de deux facteurs :

- la capacité de production installée q*,
- l'ampleur de la fluctuation de demande k.

Nous établirons ainsi deux propositions :

Proposition 1 : une condition nécessaire et suffisante pour que p_3 soit supérieur à p_1 est que q* soit supérieur à $\frac{a}{3}(c - p_0)$. $\left(p_3 > p_1 \Leftrightarrow q^* > \frac{a}{3}(c - p_0)\right)$.

Proposition 2 : une condition nécessaire et suffisante pour que p_3 soit inférieur à p_2 est que q* soit inférieur à $\frac{ka}{k+2}(c - p_0)$. $\left(p_3 < p_2 \Leftrightarrow q^* < \frac{ka}{k+2}(c - p_0)\right)$. Dans le régime de faible capacité que nous étudions actuellement, cette condition est toujours vérifiée pour $k > 2$, mais pas forcément lorsque $1 \leq k \leq 2$.

- Démonstration de la proposition 1 :

$$
\begin{aligned}
& p_3 \geq p1 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{p_0+c}{2} - \frac{q^*}{2a} \geq p_0 + \frac{q^*}{a} \\
\Leftrightarrow\ & -\frac{3q^*}{2a} \geq \frac{(p_0-c)}{2} \\
\Leftrightarrow\ & q^* \geq \frac{a}{3}(c-p_0)
\end{aligned}
$$

cq.f.d.

- Démonstration de la proposition 2 :

$$
\begin{aligned}
& p_3 \leq p_2 \\
\Leftrightarrow\ & \frac{p_0+c}{2} - \frac{q^*}{2a} \leq p_0 + \frac{q^*}{ka} \\
\Leftrightarrow\ & -\frac{q^*}{2a} - \frac{q^*}{ka} \leq \frac{p_0-c}{2} \\
\Leftrightarrow\ & -\frac{q^*}{a} \leq \frac{k(p_0-c)}{k+2} \\
\Leftrightarrow\ & q^* \leq \frac{ka(c-p_0)}{(k+2)}
\end{aligned}
$$

dans ce cas, $p_3 \leq p_2$, examinons à présent la position de cette borne par rapport à la limite du régime de faible capacité ($q^* \leq \frac{a}{2}(c-p_0)$.

$$
\begin{aligned}
& \frac{ka(c-p_0)}{k+2} \leq \frac{a}{2}(c-p_0) \\
\Leftrightarrow\ & \frac{k}{k+2} \leq \frac{1}{2} \\
\Leftrightarrow\ & k \leq 2
\end{aligned}
$$

cq.f.d.

Ainsi :

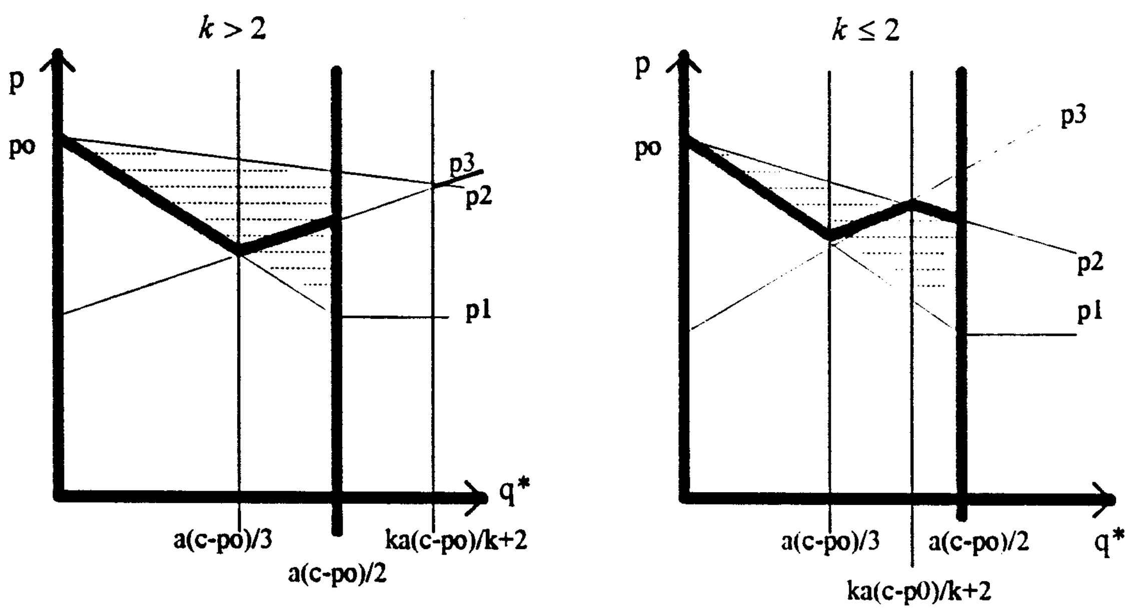
- si $k \leq 2$, deux cas peuvent se produire :

  - $q^* \leq \frac{ka}{k+2}(c-p_0) \leq \frac{a}{2}(c-p_0)$, alors $p_3 \leq p_2$, ce qui signifie que la politique de prix fixe adoptée sera le prix p_3.

  - $\frac{ka}{k+2}(c-p_0) \leq q^* \leq \frac{a}{2}(c-p_0)$, alors $p_3 \geq p_2$, ce qui signifie que la politique de prix optimale est de pratiquer le prix p_2.

- Si $k > 2$, la borne $\frac{ka}{k+2}(c-p_0)$ est supérieure au régime étudié. On a donc forcément $q^* \leq \frac{ka}{k+2}(c-p_0)$, et dans ce cas on sait que la politique optimale est p_3.

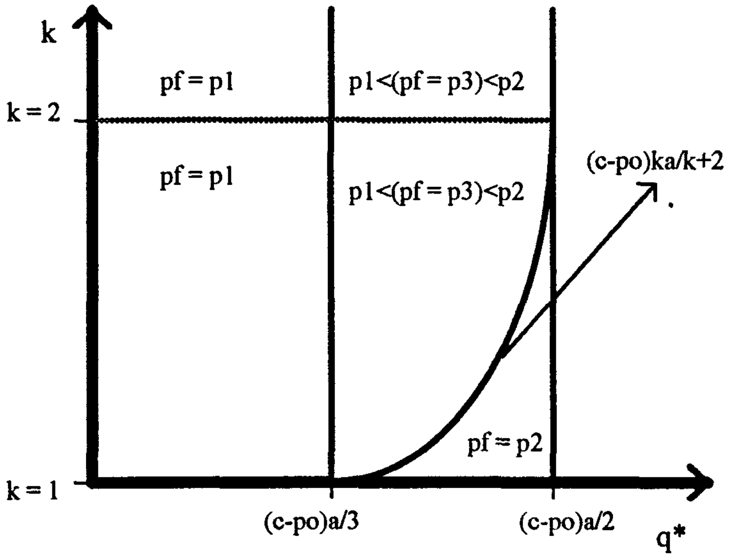
Nous pouvons à présent représenter graphiquement l'évolution des prix p_1, p_2, p_3, et des politiques choisies, en fonction de q^* :



: politique de prix suivie

: intervalle de variation du prix

L'ensemble des propositions établies conduit donc au graphique suivant qui indique, selon le niveau de l'équipement installé (q*) et l'ampleur de la fluctuation (k), la politique de prix choisie :



1.2.4. Synthèse des résultats

- si $q^* \leq \frac{a}{3}(c - p_0)$, c'est à dire si le niveau d'équipement est trés faible, quelle que soit l'ampleur des fluctuations de demande, l'entreprise pratiquera une politique de prix faible $p_f = p_1$. Il se produira alors un rationnement maximal de la demande en haute saison, mais le faible équipement en place sera utilisé au maximum de sa capacité pendant les deux périodes.

- si $q^* > \frac{a}{3}(c - p_0)$, deux cas sont à distinguer suivant l'ampleur des fluctuations de demande (valeur de k) :

- si $k > 2$, l'entreprise pratiquera une politique de prix p_3 , intermédiaire entre p_1 et p_2 ($p_1<p_3<p_2$); la fluctuation de demande sera partiellement absorbée par un rationnement en période de forte demande.

- si $k \leq 2$, l'entreprise pratiquera suivant le niveau de l'équipement :

- une politique de prix intermédiaire $p_f = p_3$ si $q^* \leq \frac{ka(c-p_0)}{k+2}$, (avec un rationnement partiel de la demande).

- une politique de prix élevé $p_f = p_2$ si $q^* > \frac{ka(c-p_0)}{k+2}$, dans ce cas il n'y aura pas de rationnement mais la fluctuation sera complètement absorbée par une variation des quantités produites.

Ainsi, si l'entreprise se trouve dans un régime de faible capacité tel que nous l'avons défini, c'est à dire un régime dans lequel elle absorbe la fluctuation de demande par unique variation du prix lorqu'il est flexible, l'introduction de la rigidité se traduit différemment suivant la capacité de production et l'ampleur de la fluctuation :

- si le niveau d'équipement est trés faible : la fluctuation de demande, quelle que soit son amplitude, est absorbée uniquement par un rationnement maximal de la demande en haute saison en pratiquant le prix qui lui permet d'écouler la totalité de la production réalisable, même en basse saison. L'entreprise parvient, de cette manière, à utiliser au maximum de sa capacité le faible équipement en place.

- lorsque le niveau d'équipement s'accroit :

- si la fluctuation est de forte amplitude, elle sera absorbée par un rationnement moindre de la demande, accompagné d'une variation dans la production d'une période à l'autre. Il sera appliqué un prix intermédiaire qui s'élèvera avec le niveau d'équipement, générant ainsi progressivement une diminution du rationnement et une augmentation de la fluctuation de production, sans toutefois, dans ce régime, parvenir à une situation où la fluctuation de demande ne soit plus absorbée que par les quantités produites.

- si la fluctuation est de faible amplitude, l'entreprise appliquera également cette politique de prix intermédiaire, mais pour un temps seulement : le rationnement diminue au fur et à mesure que l'équipement s'accroit au point qu'à partir d'une certaine taille, inférieure à la limite du régime, il disparaisse complètement. Parallèlement, la fluctuation de production augmente jusqu'à devenir maximale. le prix pratiqué est alors le plus élevé possible.

En conséquence, le rationnement, saturé pour de trés faibles niveaux d'équipements, tend à diminuer avec l'augmentation de la capacité de production installée. A l'inverse, la fluctuation de production s'accroit : d'absolument nulle, elle finit par épouser complètement la fluctuation de demande lorsqu'elle est de faible amplitude dans ce cas, le rationnement disparait complètement..

Examinons à présent les effets de la rigidité lorsque l'entreprise dispose d'un équipement plus important et peut, de ce fait, lorsque le prix est flexible, faire face aux fluctuations de la demande par variation simultanée des prix et des quantités produites. Si il apparait probable, à l'issue des conclusions précédentes, que la tendance à la disparition du rationnement engendré par la rigidité se maintiendra, et qu'à l'inverse, une fluctuation de la production s'y substituera progressivement, il reste cependant à en fixer les conditions.

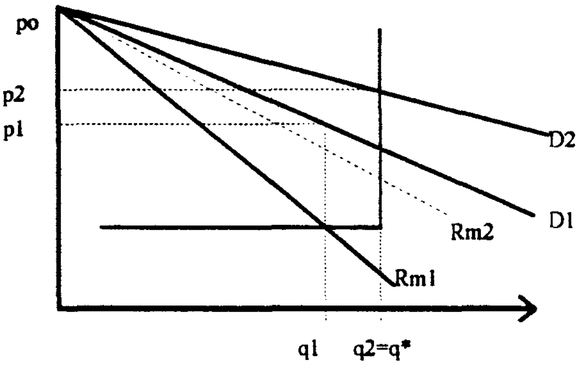
1.3. Le régime de capacité intermediaire.

1.3.1. Présentation de la situation

En partant de la situation avec flexibilité des prix, examinons les conséquences de la rigidité des prix sur les niveaux produits et commercialisés.

Représentons graphiquement la situation :

$$\frac{a}{2}(c-p_0) < q^* \le \frac{ka}{2}(c-p_0)$$



Il existe, comme dans le cas précédent, à priori trois possibilités pour le prix optimal pf. il peut :

- être supérieur au prix p_2 ; dans ce cas la demande à ce prix est inférieure au maximum de production possible (q*) pour les deux périodes,

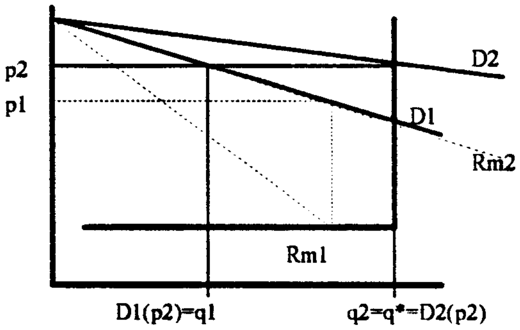
- être compris entre p_1 et p_2 ; dans ce cas, la demande à ce prix est supérieure à q* en haute période mais lui est inférieure en basse période,

- être inférieur au prix p_1 ; dans ce cas, en deçà du prix $p = p_0 + \frac{q^*}{a}$, la demande est supérieure à q* pour les deux périodes.

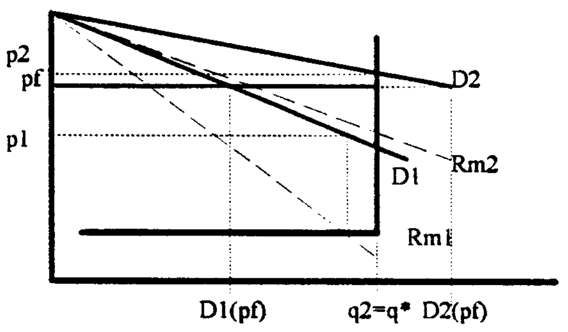
1.3.2. Détermination de l'intervalle de variation du prix.

De la même manière que précédemment, les deux solutions extrêmes sont exclues. Le prix optimal fait donc partie de l'intervalle $[p_1, p_2]$. Il sagit maintenant de déterminer sa position qui dépendra du niveau d'équipement q* et de l'ampleur des fluctuations. Trois possibilités lui sont ouvertes :

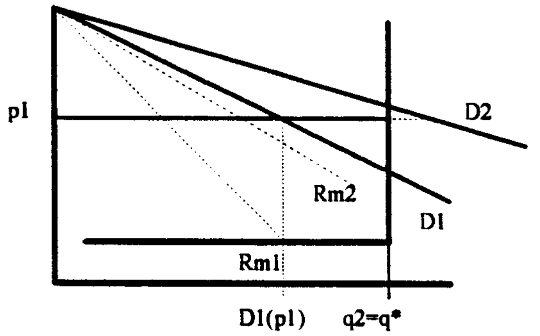
- soit $p_f = p_2$, dans ce cas, la demande au prix fixé n'excède pas le maximum de production possible; les quantités produites et commercialisées correspondront aux quantités demandées, c'est à dire $D_1(p_2)$ en période basse et $D_2(p_2)$ = q* en période haute.



- Soit $p_1 < p_f < p_2$, dans ce cas, la demande au prix fixé excède le maximum de production possible en période de forte demande ; il se produira donc un rationnement de la demande, la quantité vendue pour cett période (q*) sera inférieure à la quantité demandée. En période de faible demande, la quantité commercialisée sera inférieure à q* et conforme à la demande ($D_1(p_f) <$ q*).



- Soit $p_f = p_1$, la situation est alors identique au cas précédent :



1.3.3. Détermination du prix optimal

1) Exposé du problème.

Il sagit de déterminer le prix p_f qui maximise le profit total.

Le problème à résoudre est donc le suivant :

$$\max \Pi = (pf - c)(q_1 + q_2)$$

sous les contraintes :

$$q_1 \leq q^* \qquad q_2 \leq q^*$$

$$q_1 \leq D_1(p_f) \qquad q_2 \leq D_2(p_f)$$

Sachant que sur l'intervalle [p1, p2], $D_1(p_f) < q^* \leq D_2(p_f)$, nous pouvons identifier les contraintes qui sont satisfaites en égalité. Le problème est alors exactement le même que celui que nous avons traité. Il devient :

$$\max \Pi = (p_f - c)[D_1(p_f) + q^*]$$
$$\text{avec : } p_f \in [p_1, p_2]$$

$$\text{et : } \quad \frac{a}{2}(c - p_0) < q^* \leq \frac{ka}{2}(c - p_0)$$

Il suffit, dans ces conditions, d'étudier, sur cet intervalle, la dérivée de Π par rapport au prix.

Nous savons qu'elle est égale à : $\dfrac{\delta\pi}{\delta p_f} = 2ap_f - ap_0 + q^* - ac,$

et qu'elle s'annule pour : $p_3 = \dfrac{p_0 + c}{2} - \dfrac{q^*}{2a}$.

La solution optimale dépendra à nouveau de la position de p par rapport à p_1 et p_2 qui sont maintenant égaux à :

$$p_1 = \frac{(p_0 + c)}{2}$$

$$p_2 = p_0 + \frac{q^*}{ka}$$

Deux cas seulement se présenteront suivant le niveau d'équipement q* et l'ampleur de la fluctuation de demande :

- p_3 est inférieur ou égal à p_2 ; dans ce cas, il est optimal ;
- p_3 est supérieur à p_2 ; dans ce cas, la politique optimale est en réalité le prix p_2.

2) Résolution du problème.

L'étude de la position de p_3 par rapport à p_1 et p_2 nous permettra d'établir deux propositions :

Proposition 1 : p_3 est toujours strictement supérieur à p_1 dans le régime de capacité intermédiaire.

Proposition 2 : une condition nécéssaire et suffisante pour que p_3 soit inférieur ou égal à p_2 est que q* soit inférieur à $\frac{ka}{k+2}(c-p_0)$. Dans le régime de capacité intermédiaire que nous étudions actuellement, cette condition ne peut être vérifiée que pour $k > 2$.

- Démonstration de la proposition 1 :

$$p_3 > p_1$$
$$\Leftrightarrow \frac{(p_0+c)}{2} - \frac{q^*}{2a} \geq \frac{(p_0+c)}{2}$$

Cette condition est toujours vérifiée car $a < 0$.

- Démonstration de la proposition 2 :

$$p_3 \leq p_2$$
$$\Leftrightarrow \frac{(p_0+c)}{2} - \frac{q^*}{2a} \leq p_0 + \frac{q^*}{ka}$$
$$\Rightarrow q^* \leq a(c-p_0)\frac{k}{k+2}$$

Dans ce cas, $p_3 \leq p_2$, examinons à présent la position de cette borne par rapport aux limites du régime de capacité intermédiaire défini par : $\frac{a}{2}(c-p_0) < q^* \leq \frac{ka}{2}(c-p_0)$.

- Vérifions donc : $a(c-p_0)\frac{k}{k+2} \leq \frac{ka}{2}(c-p_0)$

$$\Leftrightarrow \frac{k}{k+2} \leq \frac{k}{2}$$
$$\Leftrightarrow 2 \leq k+2$$
$$\Rightarrow k \geq 0$$

or, k étant défini supérieur à 1, cette condition est toujours vérifiée.

- Vérifions à présent : $a(c-p_0)\frac{k}{k+2} > \frac{a}{2}(c-p_0)$

$$\Leftrightarrow k > 2$$

c.q.f.d.

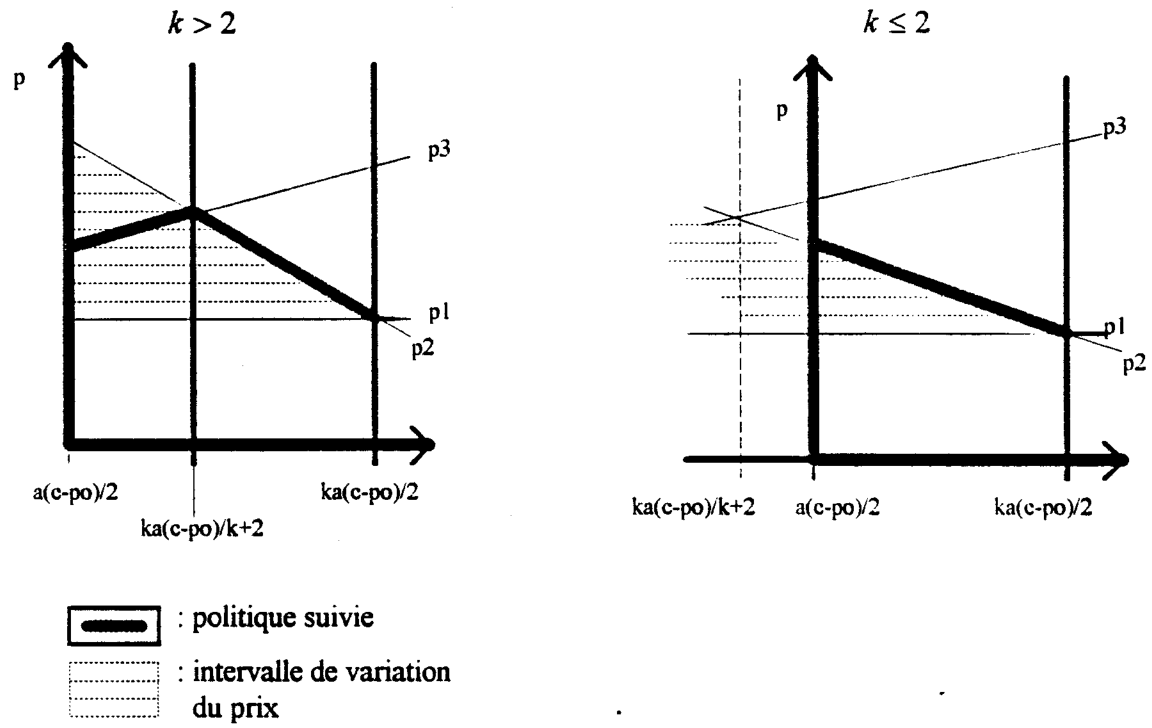
Ainsi :

- si $k > 2$, deux cas peuvent se produire :
    - $\frac{a}{2}(c-p_0) < q^* \leq \frac{ka}{k+2}(c-p_0)$, alors $p_3 \leq p_2$, ce qui signifie que la politique de prix fixe adoptée sera le prix p_3.

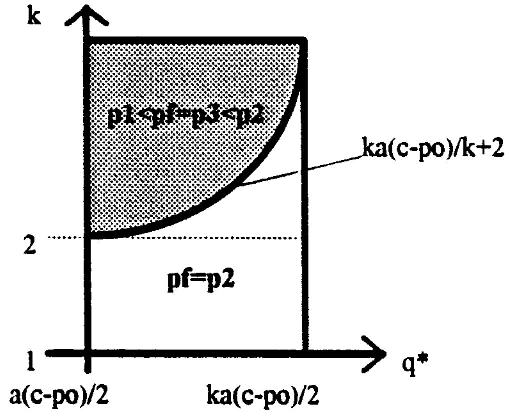
    - $a(c-p_0)\frac{k}{k+2} < q^* \leq \frac{ka}{2}(c-p_0)$, alors $p_3 > p_2$, ce qui signifie quela politique de prix optimale est de pratiquer le prix p_2

- si $k \leq 2$, la borne : $a(c-p_0)\frac{k}{k+2}$ est inférieure au régime étudié, on a donc forcément $q^* > a(c-p_0)\frac{k}{k+2}$, et dans ce cas on sait que le prix optimal est p_2.

Nous pouvons à présent représenter graphiquement l'évolution des prix p_1, p_2, p_3, et des politiques choisies en fonction de q* :



L'ensemble des propositions établies conduit donc au graphique suivant qui indique, selon le niveau d'équipement q* et l'ampleur des fluctuations (k), la politique de prix choisie :



1.3.4. Synthèse des résultats

- L'entreprise ne pratiquera jamais une politique de prix $p_f = p_1$.

- **Si** $q^* > \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$, l'entreprise pratiquera une politique de prix $p_f = p_2$. Dans le régime de capacité intermédiaire, cette condition est toujours vérifiée si $k \leq 2$. Ainsi, si la fluctuation de demande est de faible amplitude, lorsque le prix devient rigide, une politique d'absorption par unique variation des quantités produites (sans rationnement) se substitue à une politique de variation simultanée des prix et des quantités.

- **Si** $q^* \leq \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$, l'entreprise pratiquera une politique de prix $p_f = p_3$. Dans ce régime, cette solution est envisageable uniquement si k>2. Dans ce cas, la fluctuation de demande est absorbée par un rationnement partiel accompagné d'une variation de production. Cette situation évolue, avec l'augmentation de la capacité installée, vers une politique ou seule subsiste l'action sur la production.

1.4. Analyse des résultats de court terme.

Deux types de conclusions apparaissent à l'issue de l'étude du comportement de court terme d'une entreprise n'ayant pas la possibilité de modifier ses prix, ni celle de stocker :

- le premier concerne les facteurs de détermination du prix rigide :

  - indépendamment de l'ampleur des fluctuations de demande, le niveau de prix qui sera fixé dépend du niveau de la capacité de production installlée.

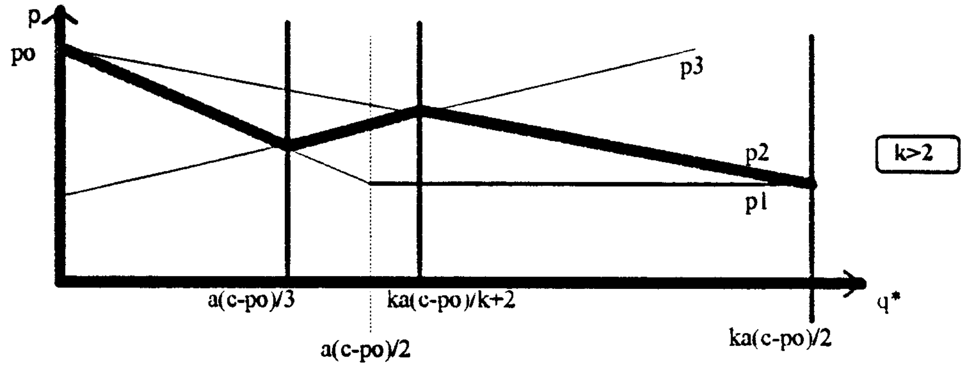
  - indépendammment du niveau d'équipement, le niveau de prix qui sera fixé dépend de l'ampleur des fluctuations.

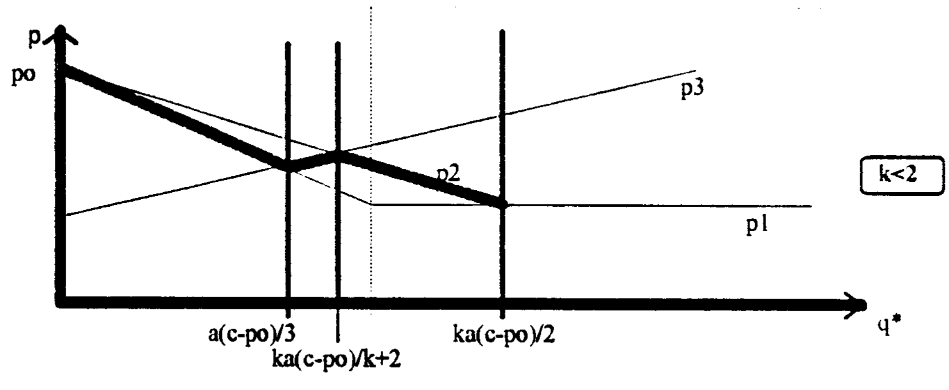
- Le second concerne les politiques d'absorption des fluctuations liées à chaque niveau de prix et leur évolution suivant le niveau d'équipement et l'ampleur du déplacement de la demande. Il apparait que, d'une manière générale, le rationnement tend à disparaitre pour progressivement laisser place à une politique ne faisant intervenir que la fluctuation de la production d'une période à l'autre.

1.4.1. Les facteurs de détermination du prix rigide.

1.4.1.1. La relation existant entre le niveau de prix fixé et le niveau d'équipement

L'étude a permis de montrer que le niveau de prix fixé est en relation directe avec le niveau de capacité installée. Ceci apparait clairement sur les deux graphiques ci aprés :





- si l'entreprise dispose d'une trés faible capacité de production $(q^* \leq \frac{a}{3}(c - p_0))$ elle fixe un niveau de prix p_1, ce qui lui permet d'utiliser au maximum sa capacité de production en vendant, en basse comme en haute saison, la totalité de la production possible, mais ce qui occasionne également un rationnement maximal de la demande en haute période.

- Si elle dispose d'une capacité de production plus importante, mais qui reste inférieure à un seuil déterminé $(\frac{a}{3}(c - p_0) < q^* \leq a(c - p_0)\frac{k}{k+2})$, elle fixe un prix intermédiaire; ceci lui permet de vendre en saison basse la quantité demandée à ce prix; la demande de haute saison reste cependant partiellement rationnée.

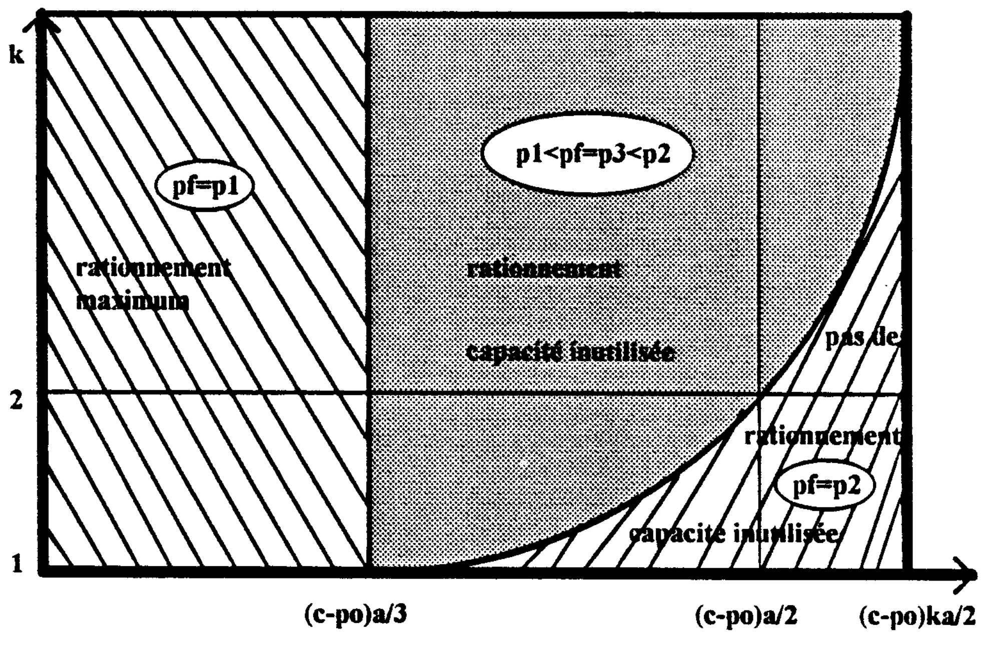
- Si elle dispose d'une capacité de production supérieure à ce seuil ($q^* > a(c-p_0)\frac{k}{k+2}$), alors elle fixe un prix le plus élevé possible (p_2), ce qui n'entraine pas de rationnement ; en haute et basse saison, les quantités vendues sont fonction de ce prix et correspondent aux quantités demandées.

1.4.1.2. La relation existant entre le niveau de prix fixé et l'ampleur des fluctuations

Suivant l'ampleur des fluctuations, le prix fixé sera intermédiaire ou élevé ($p_1 < p_f \leq p_2$), (le choix d'un prix minimum est indépendant de k, il ne dépend que du niveau d'équipement). En effet, si les fluctuations sont de faible amplitude (k<2), le niveau d'équipement à partir duquel on fixe un prix maximum (p_2) est faible; à l'inverse, si les fluctuations sont fortes, le niveau d'équipement à partir duquel on fixe ce prix maximal est élevé.

En d'autres termes, pour un niveau d'équipement donné, le prix fixé lorsque les fluctuations sont fortes est toujours inférieur ou égal à celui fixé lorsque les fluctuations sont faibles. Ainsi, pour un même niveau d'équipement, si les fluctuations sont fortes, il se produira un rationnement égal ou plus important.

Synthétisons ces résultats sur un graphique :



1.4.2. L'évolution des politiques d'absorption des fluctuations.

L'entreprise contrainte à la rigidité du prix dispose de deux possibilités pour faire face aux fluctuations saisonnières de demande. Elle peut, de manière non exclusive :

- rationner une partie plus ou moins importante de la demande de haute saison,

- faire varier le niveau de la production d'une période à l'autre, sachant que sans possibilité de stockage, cette action se traduit inévitablement par l'existence de capacité de production inutilisée.

Précisons que si le rationnement n'est pas porté à son maximum, il s'accompagne toujours d'une variation de production.

Chacun des trois prix que nous avons défini se traduit par une combinaison variable de ces deux moyens d'action :

- au prix p_1 :

- le rationnement, mesuré par la différence entre la demande de haute saison et la production réalisable, est porté à son maximum. En effet, à ce prix la capacité de production est égale à la demande de basse saison, et le rationnement (R) se mesure donc par la différence entre le niveau de la demande (à ce prix) de chacune des périodes :

$$R = D_2(p) - q^*$$
$$\text{or}, p = p_1 \Rightarrow D_1(p_1) = q^*$$
$$\Rightarrow R = D_2(p_1) - D_1(p_1) = q^*(k-1)$$

- L'équipement en place est utilisé à pleine capacité.
- La production est constante sur les deux périodes.

- Au prix p_3 :

- La demande de haute saison est supérieure au maximum de production réalisable, elle est donc rationnée :

$$R = D_2(p_3) - q^*$$
$$= \frac{ka}{2}(c - p_0) - \frac{k+2}{2}q^*$$

- La demande de basse saison est inférieure au maximum de production réalisable, la capacité de production ne sera donc que partiellement utilisée :

$$q^* - D_1(p_3) = \frac{3}{2}q^* - \frac{a(c-p_0)}{2}$$

- Au prix p_2 :

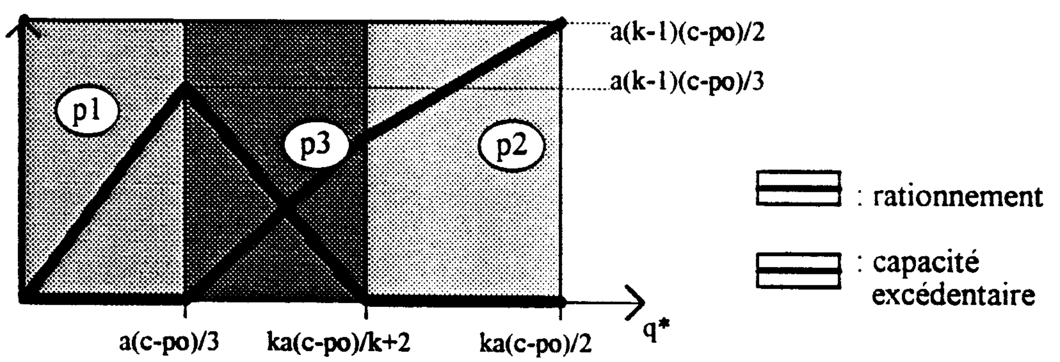
- La demande de basse saison est inférieure à q*, alors qu'en haute saison elle lui est égale, la fluctuation de production (donc la capacité excédentaire) est alors portée à son maximum :

$$D_2(p_2) - D_1(p_2) = \frac{k-1}{k}q^*$$

- Le rationnement est nul :

$$D_2(p_2) = q^*$$

Nous obtenons ainsi le graphique représentant l'évolution du rationnement et de la capacité excédentaire suivant le niveau d'équipement dont dispose l'entreprise :



La fluctuation de production étant définie aux prix p_2 et p_3, nous pouvons la comparer au niveau atteint dans le modèle à prix flexibles où elle est utilisée en situation de capacité intermédiaire. Elle atteint alors un niveau défini par la différence entre la demande de haute saison au prix p_2 (qui correspond au maximum de production possible) et la demande de basse saison au prix p_1; soit : $q^* - D_1(p_1) = q^* - \frac{a(c-p_0)}{2}$.

- Au prix rigide p_3, la fluctuation de production est égale à : $q^*-D_1(p_3)=\frac{3}{2}q^*-\frac{a(c-p_0)}{2}$, ce niveau est donc toujours supérieur à celui atteint dans le régime à prix flexible : $\frac{3}{2}q^*-\frac{a(c-p_0)}{2}>q^*-\frac{a(c-p_0)}{2}$.

- Au prix rigide p_2, elle est égale à : $D_2(p_2)-D_1(p_2)=\frac{k-1}{k}q^*$, elle est donc plus importante qu'à prix flexible pour un niveau d'équipement $q^*<\frac{ka}{2}(c-p_0)$, c'est à dire jusqu'à la limite du régime de capacité intermédiaire :

$$\frac{k-1}{k}q^*>q^*-\frac{a(c-p_0)}{2}\Leftrightarrow q^*<\frac{ka}{2}(c-p_0).$$

Nous pouvons donc en conclure que :

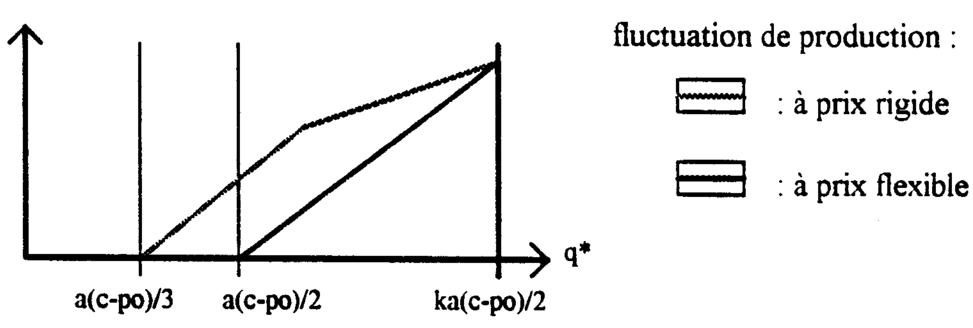
- d'une part, lorsque le prix est rigide, la fluctuation de production apparait pour un niveau d'équipement plus faible que lorsqu'il est flexible. En effet, elle apparait :

- pour $q^*>\frac{a}{2}(c-p_0)$, dans le régime à prix flexibles,

- pour $q^*>\frac{a}{3}(c-p_0)$, dans le régime à prix rigide.

- D'autre part, la rigidité du prix, par rapport à la situation avec flexibilité, conduit à des variations accrues de production entre la basse et la haute saison.

Ceci nous permet de dresser le graphique suivant représentant l'évolution de la fluctuation de production avec et sans rigidité du prix :



Il apparait donc, à l'issue de cette étude que, si l'entreprise dispose d'une trés faible capacité de production, elle va chercher à l'utiliser au maximum pendant les deux périodes en pratiquant le prix le plus faible possible, celui qui lui permet d'écouler la totalité de la production réalisable. Le rationnement de la demande de haute saison est alors porté à son maximum qui croit en fonction de l'équipement en place, jusqu'à ce que celui ci rende optimale une politique de prix différente. A partir de ce niveau d'équipement, l'entreprise agira de manière à diminuer, puis supprimer, le rationnement par le biais d'une politique de prix lui permettant d'adapter progressivement sa production à la demande. Ceci se produira quelle que soit l'ampleur de la fluctuation de demande, cependant, si elle est forte, le rationnement sera supprimé pour un niveau d'équipement plus faible.

La rigidité du prix contraint donc l'entreprise à renoncer à satisfaire une partie de la demande de haute saison et/ou à disposer d'une capacité de production qu'elle n'utilise pas intégralement ; ceci engendre trois régimes d'absorption des fluctuation de demande procurant, compte tenu de ces contraintes, un profit inférieur ou, au plus, équivalent à celui obtenu avec flexibilité. La comparaison de ces profits de court terme permettra d'étudier le coût de la rigidité et de déterminer le régime le plus coûteux des trois. L'étude de long terme nous indiquera, compte tenu de ces facteurs, celui qui représentera l'état naturel de tels marchés.

1.5. Etude du cout de la rigidité

La mesure de ce coût peut se faire directement par comparaison des profits de court terme obtenus avec et sans rigidité. Son étude nous permettra de déterminer dans lequel des trois régimes d'absorption des fluctuations la rigidité des prix est la plus coûteuse : est-ce celui qui rationne au plus haut point la demande ? Ou au contraire celui qui permet de satisfaire l'intégralité de la demande mais occasionne l'existence d'une capacité excédentaire ? Ou encore est-ce celui qui use conjointement du rationnement et de la fluctuation de production ? Nous établirons, en tout cas, que la rigidité du prix est toujours coûteuse, à l'exception évidente du cas où l'entreprise, dans des conditions parfaites de flexibilité de prix n'use pas de cette liberté et absorbe uniquement les fluctuations de demande par des fluctuations de production.

1.5.1. Plan d'exposition.

L'étude portera sur la comparaison directe des profits de court terme obtenus dans chaque régime avec et sans rigidité du prix. Nous noterons $\prod_1(p.p)$ les fonctions de profit obtenues avec flexibilité du prix, et $\prod_2(p)$ les fonctions de profit obtenues avec rigidité du prix. Nous présenterons dans un premier temps les fonctions à confronter et leur domaine d'application défini par un niveau d'équipement. Nous déterminerons ensuite les comparaisons à effectuer en fonction de ces différents domaines d'application où l'amplitude du déplacement de la demande joue un rôle dominant. Nous parviendrons ainsi à définir une fonction de coût de la rigidité qu'il sera dés lors aisé d'étudier par simple examen du signe de la dérivée.

Nous établirons que :

Proposition 1 : les situations où l'entreprise, en régime de prix rigide, doit se résoudre à rationner la demande sont celles où la rigidité est la plus coûteuse pour la firme.
Proposition 2 : ce coût ne s'annulle que pour un niveau ~~d'équipement où~~ la rigidité du prix n'a pas d'influence sur la politique adoptée, puisque les deux prix sont égaux alors qu'ils sont flexibles.

1.5.2. Présentation des fonctions de profit.

a) En régime de prix flexibles, on sait que l'équation du profit prend une forme différente selon la capacité installlée (qui détermine également le régime d'absorption des fluctuations).

- si : $q^* \leq \frac{a}{2}(c - p_0)$, la fluctuation est absorbée uniquement par les prix.

L'équation du profit est : $\prod_1(p_1, p_2) = 2q^*(p_0 - c) + q^{*2}\left(\frac{k+1}{ka}\right)$.

- si : $\frac{a}{2}(c - p_0) < q^* \leq \frac{ka}{2}(c - p_0)$ la fluctuation est absorbée par variation simultanée des prix et des quantités (la fluctuation de prix est d'autant plus faible que l'on est proche de l'extrémité droite de l'intervalle. A la limite, elle est nulle, c'est à dire que l'entreprise ne profite pas de la liberté qu'elle a de faire varier son prix).

L'équation du profit est : $\prod_1'(p_1, p_2) = q^{*2}\frac{1}{ka} + q^*(p_0 - c) - \frac{a}{4}(p_0 - c)^2$

b) En régime de prix rigide, l'équation du profit dépend également du niveau d'équipement qui détermine la manière dont l'entreprise fait face à la flluctuation (fluctuation ou non de production, rationnement ou non).

- Le premier régime est défini pour : $q^* \leq \frac{a}{3}(c - p_0)$. Dans ce cas, la fluctuation de production est nulle et le rationnement important. Le profit est égal à :

$$\Pi_{2(p_1)} = (p_1 - c)q_1 + (p_1 - c)q_2$$
$$= 2(p_1 - c)q^*$$
$$\text{or, } p_1 = p_0 + \frac{q^*}{a}$$
$$\Rightarrow \Pi_{2(p_1)} = 2\left[(p_0 - c) + \frac{q^*}{a}\right]q^*$$

- Le second régime est défini pour : $\frac{a}{3}(c - p_0) < q^* \leq \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$. Dans ce cas, la fluctuation est partiellement absorbée par des fluctuations de production, mais le rationnement reste présent. Le profit est égal à :

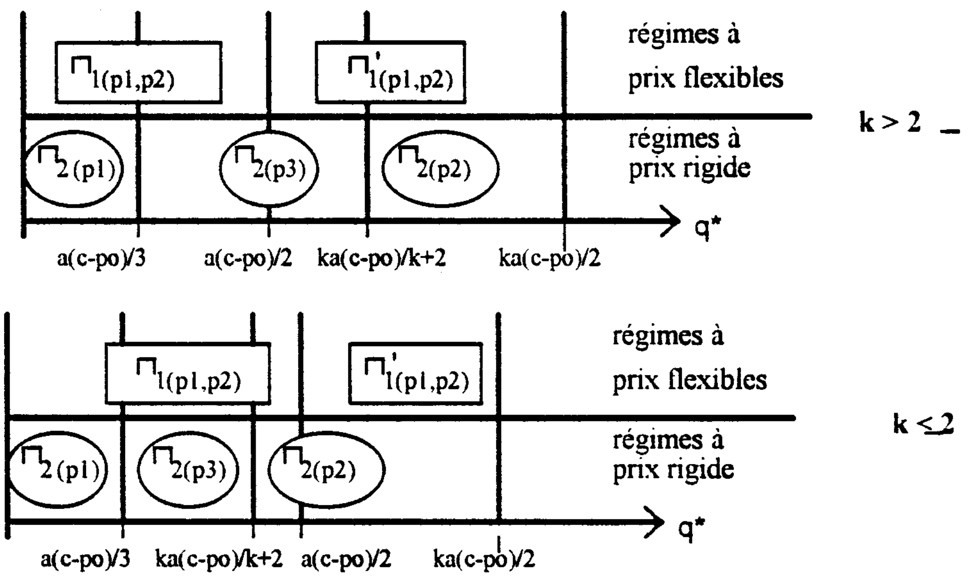
$$\Pi_{2(p_3)} = (p_3 - c)q_1 + (p_3 - c)q^*$$
$$= a(p_3 - c)(p_3 - p_0) + (p_3 - c)q^*$$
$$= (p_3 - c)[(a(p_3 - p_0) + q^*]$$
$$\text{or, } p_3 = \frac{(p_0 + c)}{2} - \frac{q^*}{2a}$$
$$\Rightarrow \Pi_{2(p_3)} = \frac{(p_0 + c)^2}{4} + q^* \frac{(p_0 - c)}{2} - \frac{q^{*2}}{4a}$$
$$\Rightarrow \Pi_{2(p_3)} = -\frac{1}{4a}[q^* - a(p_0 - c)]^2$$

- Le troisième régime est défini pour : $\frac{ka}{k+2}(c - p_0) < q^* \leq \frac{ka}{2}(c - p_0)$. Dans ce cas, la fluctuation est uniquement de production, le rationnement a disparu. Le profit est égal a :

$$\Pi_{2(p_2)} = (p_2 - c)q_1 + (p_2 - c)q^*$$
$$= (p_2 - c)[q^* + a(p_2 - p_0)]$$
$$\text{or, } p_2 = p_0 + \frac{q^*}{ka}$$

$$\Rightarrow \Pi_{2(p2)} = \left[(p_0 - c) + \frac{q^*}{ka}\right]\left[q^* \frac{(k+1)}{k}\right]$$

L'équation de la perte de profit impliquée par la rigidité dépend dés lors de la position relative des intervalles ainsi distingués. Deux cas peuvent se présenter qui sont synthétisés ci-dessous, selon que la fluctuation est importante (k > 2) ou faible (k < 2)



1.5.3. Détermination de la fonction de coût de la rigidité du prix.

Nous noterons $G_{(q^*)} = \prod_1(p,p) - \prod_2(p)$ cette fonction de coût. Nous la déterminerons et l'étudierons sur chacun des intervalles précedemment définis, suivant la valeur de k.

1.5.3.1. Détermination de la fonction de coût si $k \leq 2$

1) Pour un niveau d'équipement : $q^* \leq \frac{a}{3}(c-p_0)$:

$$\begin{aligned} G_{(q^*)} &= \prod_1(p_1,p_2) - \prod_2(p_1) \\ &= 2q^*(p_0-c) + q^{*2}\left(\frac{k+1}{ka}\right) - 2\left[(p_0-c)+\frac{q^*}{a}\right]q^* \\ &= q^{*2}\left[\frac{1-k}{ka}\right] \end{aligned}$$

C'est une fonction croissante de q*, sa valeur maximale sur cet intervalle est donc atteint en : $q^* = \frac{a}{3}(c-p_0)$; et sa valeur en ce point est : $G_{(q^*)} = a(c-p_0)^2\left[\frac{1-k}{9k}\right]$.

2) Pour un niveau d'équipement : $\frac{a}{3}(c-p_0) < q^* \leq \frac{ka}{k+2}(c-p_0)$

$$\begin{aligned} G_{(q^*)} &= \prod_1(p_1,p_2) - \prod_2(p_3) \\ &= 2q^*(p_0-c) + q^{*2}\left(\frac{k+1}{ka}\right) + \frac{1}{4a}\left[q^* - a(p_0-c)\right]^2 \\ &= 2q^*(p_0-c) + q^{*2}\left(\frac{k+1}{ka}\right) + \frac{a}{4}(p_0-c)^2 - q^*\left(\frac{p_0-c}{2}\right) + \frac{q^{*2}}{4a} \\ &= q^{*2}\left[\frac{5k+4}{4ka}\right] + q^*\left[\frac{3(p_0-c)}{2}\right] + \frac{a}{4}(p_0-c)^2 \end{aligned}$$

C'est une fonction quadratique de q*, elle admet donc un maximum au point d'annulation de sa dérivée première :

$$\begin{aligned} \frac{\delta G}{\delta q^*} &= q^*\left[\frac{5k+4}{2ka}\right] + \frac{3(p_0-c)}{2} \\ &= 0 \Leftrightarrow q^* = \frac{3ka}{5k+4}(c-p_0) \end{aligned}$$

- Précisons la position de ce maximum par rapport à l'intervalle étudié :

$$\frac{3ka}{5k+4}(c-p_0) > \frac{a}{3}(c-p0) \quad \text{car } k>1$$

et : $$\frac{3ka}{5k+4}(c-p_0) < \frac{ka}{k+2}(c-p_0) \quad \text{car } k>1$$

Le coût maximal pour $\frac{a}{3}(c-p_0) < q^* \leq \frac{ka}{k+2}(c-p_0)$ est donc atteint à l'intérieur de cet intervalle.

- Vérifions à présent la continuité de la fonction au point $q^* = \frac{a}{3}(c-p_0)$:

en ce point, $G_{(q^*)} = a(c-p_0)^2\left[\frac{1-k}{9k}\right]$, la fonction est donc continue.

- Sa valeur à la borne supérieur de l'intervalle $q^* = \frac{ka}{k+2}(c-p_0)$ est :

$$G_{(q^*)} = \left(\frac{ka}{k+2}(c-p_0)\right)^2\left[\frac{5k+4}{4ka}\right] - \frac{3ka}{2(k+2)}(c-p_0)^2 + \frac{a}{4}(p_0-c)^2$$
$$= a(c-p_0)^2\left[\frac{1-k}{(k+2)^2}\right]$$

3) Pour un niveau d'équipement : $\frac{ka}{k+2}(c-p_0) < q^* \leq \frac{a}{2}(c-p_0)$

$$G_{(q^*)} = \prod_1(p_1,p_2) - \prod_2(p_2)$$
$$= 2q^*(p_0-c) + q^{*2}\left(\frac{k+1}{ka}\right) - \left[(p_0-c)+\frac{q^*}{ka}\right]\left[q^*\frac{(k+1)}{k}\right]$$
$$= q^{*2}\left[\frac{k+1}{ka} - \frac{k+1}{k^2a}\right] + q^*(p_0-c)\left[2-\frac{k+1}{k}\right]$$
$$= q^{*2}\left[\frac{k^2-1}{k^2a}\right] + q^*(p_0-c)\left[\frac{k-1}{k}\right]$$

C'est une fonction quadratique de q* qui admet donc un maximum au point d'annulation de la dérivée première :

$$\frac{\delta G}{\delta q^*} = 2q^*\frac{k^2-1}{k^2a} + (p_0 - c)\frac{k-1}{k}$$
$$= 0 \Leftrightarrow q^* = a(c-p_0)\frac{k}{2(k+1)}$$

- Précisons la position de ce maximum par rapport à l'intervalle étudié :

$$\frac{ka}{2(k+1)}(c-p_0) > \frac{ka}{k+2}(c-p_0) \Leftrightarrow k < 0$$

or, k est défini supérieur à 1 ; le maximum se situe donc à gauche de la borne inférieure de l'intervalle. la fonction de coût est décroissante pour $\frac{ka}{k+2}(c-p_0) < q^* \leq \frac{a}{2}(c-p_0)$.

- Vérifions à présent sa continuité en cette borne :
en $q^* = \frac{ka}{k+2}(c-p_0)$, $G_{(q^*)} = a(c-p_0)^2\left[\frac{k-1}{(k+2)^2}\right]$, la fonction est donc continue.

- Sa valeur à la borne supérieure de l'intervalle $q^* = \frac{a}{2}(c-p_0)$ est :

$$G_{(q^*)} = \frac{a^2}{4}(c-p_0)^2\left[\frac{k^2-1}{k^2a}\right] - \frac{a}{2}(c-p_0)^2\left[\frac{k-1}{k}\right]$$
$$= -a(c-p_0)^2\left[\frac{(k-1)^2}{4k^2}\right]$$

4) Pour un niveau d'équipement : $\frac{a}{2}(c-p_0) < q^* \leq \frac{ka}{2}(c-p_0)$

$$
\begin{aligned}
G_{(q^*)} &= \Pi'_1{}_{(p_1,p_2)} - \Pi_2{}_{(p_2)} \\
&= q^{*2}\frac{1}{ka} + q^*(p_0-c) - \frac{a}{4}(p_0-c)^2 - \left[(p_0-c)+\frac{q^*}{ka}\right]\left[q^*\frac{(k+1)}{k}\right] \\
&= q^{*2}\left[\frac{1}{ka}-\frac{k+1}{k^2a}\right] + q^*(p_0-c)\left[1-\frac{k+1}{k}\right] - \frac{a}{4}(p_0-c)^2 \\
&= -\frac{q^{*2}}{k^2a} - \frac{q^*}{k}(p_0-c) - \frac{a}{4}(p_0-c)^2
\end{aligned}
$$

Cette fonction admet un minimum au point d'annulation de sa dérivée :

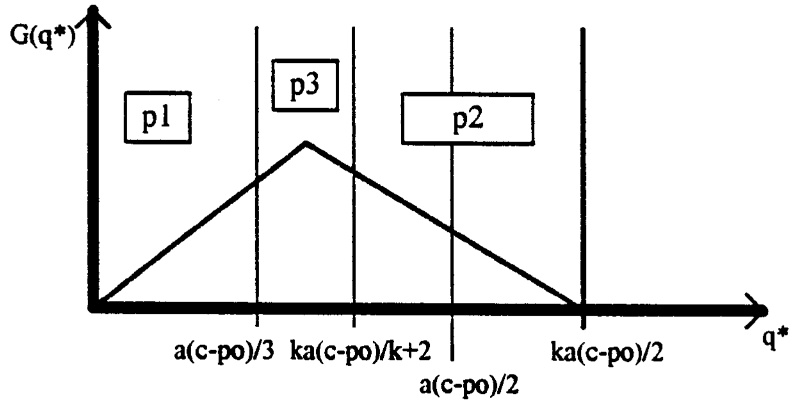
$$
\begin{aligned}
\frac{\delta G}{\delta q^*} &= -\frac{2q^*}{k^2a} - \frac{(p_0-c)}{k} \\
&= 0 \Leftrightarrow q^* = \frac{ka}{2}(c-p_0)
\end{aligned}
$$

- Ce point correspond à la limite de l'intervalle étudié, la fonction de coût est donc décroissante sur $\left]\frac{a}{2}(c-p_0)\ ;\ \frac{ka}{2}(c-p_0)\ \right]$.

- Vérifions sa continuité à la borne inférieure :

en $q^* = \frac{a}{2}(c-p_0)$, $G_{(q^*)} = a(c-p_0)^2\left[\frac{(k-1)^2}{4k^2}\right]$, la fonction est donc continue.

Le graphe de la fonction de coût de la rigidité du prix prend donc la forme suivante pour $k \leq 2$:



1.5.3.2 Détermination de la fonction de coût si k > 2

1) Pour un niveau d'équipement : $q^* \leq \frac{a}{3}(c - p_0)$, la fonction de coût est identique au cas 1) précedent.

2) Pour un niveau d'équipement : $\frac{a}{3}(c - p_0) < q^* \leq \frac{a}{2}(c - p_0)$, la fonction de coût est identique au cas 2) précédent, cependant , son domaine de définition est différent. Il est donc nécéssaire de reconsidérer la position de son maximum par rapport à la borne supérieure de l'intervalle.

Le maximum de la fonction de coût est atteint pour : $q^* = \frac{3ka}{5k+4}(c - p_0)$

- Précisons sa position dans l'intervalle au point : $q^* = \frac{a}{2}(c - p_0)$

$$\frac{3ka}{5k+4}(c - p_0) < \frac{a}{2}(c - p_0) \Leftrightarrow k < 4$$

Ainsi : - si k < 4, la fonction de coût sera croissante puis décroissante sur l'intervalle,
- si k > 4, elle sera continuellement croissante sur l'intervalle.

- La valeur de la fonction au point $q^* = \frac{a}{2}(c - p_0)$ est :

$$\begin{aligned} G_{(q^*)} &= \frac{a^2}{4}(c - p_0)^2\left[\frac{5k+4}{4ka}\right] - \frac{3a}{4}(c - p_0)^2 + \frac{a}{4}(c - p_0)^2 \\ &= a(c - p_0)^2\left[\frac{4-3k}{16k}\right] \end{aligned}$$

3) pour un niveau d'équipement : $\frac{a}{2}(c - p_0) < q^* \leq \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$:

$$G_{(q^*)} = \prod{}'_1(p_1, p_2) - \prod{}_2(p_3)$$

$$= q^{*2}\frac{1}{ka} + q^*(p_0 - c) - \frac{a}{4}(p_0 - c)^2 + \frac{1}{4a}\left[q^* - a(p_0 - c)\right]^2$$

$$= q^{*2}\left[\frac{k+4}{4ka}\right] + q^*\frac{(p_0 - c)}{2}$$

Cette fonction admet un maximum au point d'annulation de la dérivée première :

$$\frac{\delta G}{\delta q^*} = 2q^*\left[\frac{k+4}{4ka}\right] + \frac{p_0 - c}{2}$$

$$= 0 \Leftrightarrow q^* = \frac{ka}{k+4}(c - p_0)$$

- Précisons la position de ce maximum par rapport à l'intervalle étudié :

$$\frac{ka}{k+4}(c - p_0) < \frac{ka}{k+2}(c - p_0), \forall k; \text{ et,}$$

$$\frac{ka}{k+4}(c - p_0) > \frac{a}{2}(c - p_0) \Leftrightarrow k > 4$$

Ainsi : - si k>4, la fonction de cout sera croissante puis décroissante
- si k<4, elle sera continuellement décroissante sur l'intervalle.

- Vérifions à présent sa continuité à la borne inférieure :

en $q^* \leq \frac{a}{2}(c - p_0)$, $G_{(q^*)} = a(c - p_0)^2\left[\frac{4-3k}{16k}\right]$, la fonction est donc continue.

- Sa valeur à la borne supérieure de l'intervalle $q^* = \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$ est :

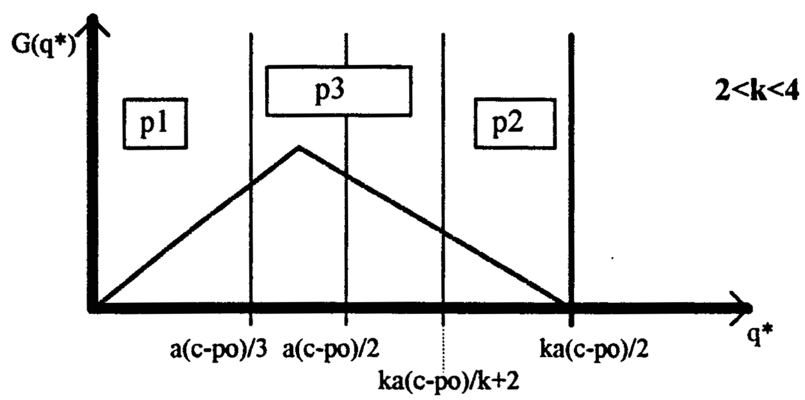
$$G_{(q^*)} = \frac{(ka)^2}{(k+2)^2}(c - p_0)^2\left[\frac{k+4}{4ka}\right] - \frac{ka}{2(k+2)}(c - p_0)^2$$

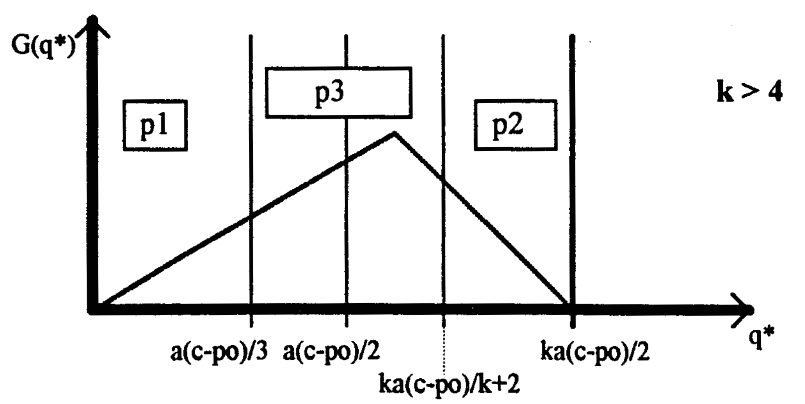
$$= a(c - p_0)^2\left[\frac{k}{2(k+2)}\right]^2$$

4) Pour un niveau d'équipement : $\frac{ka}{k+2}(c-p_0) < q^* \leq \frac{ka}{2}(c-p_0)$, la fonction de coût est identique au cas 4) précédent, il nous suffit de vérifier sa continuité à la borne inférieure de l'intervalle qui cette fois est : $\frac{ka}{k+2}(c-p_0)$. En ce point :

$$G_{(q^*)} = -a(c-p_0)^2\left[\frac{k}{2(k+2)}\right]^2$$, la fonction est donc continue.

Le graphe de la fonction de coût de la rigidité du prix peut donc prendre l'une des deux formes suivantes pour $k > 2$:





1.5.4. Synthèse des résultats.

Il apparait donc que :

- quelle que soit l'ampleur de la fluctuation, le coût de la rigidité du prix atteint son niveau maximal lorsque l'entreprise, pour y faire face, utilise à la fois le rationnement et la fluctuation de production. En effet, suivant le niveau d'équipement en place et la politique de prix correspondante, le coût, dans un premier temps, croit avec le rationnement occasionné (politique de prix p_1); puis poursuit sa croissance, atteint son maximum et enfin décroit, alors que se substitue progressivement au rationnement une variation dans la production d'une période à l'autre (politique de prix p_3). La décroissance se maintient ensuite, alors que seule subsiste la fluctuation de production (politique de prix p_2).

- Le coût de la rigidité ne s'annulle que lorsque la contrainte de pratiquer un prix rigide ne modifie pas la politique de prix adoptée avec flexibilité; c'est à dire, lorsque l'entreprise fixe à un même niveau le prix de haute et de basse saison alors qu'elle n'y est pas astreinte.

- Pour un niveau d'équipement donné, le coût de la rigidité est d'autant plus élevé que la fluctuation de demande est importante.

- Tant que la fluctuation est d'une amplitude modérée (tant que la demande de haute saison reste inférieure à quatre fois la demande de basse saison), le coût de la rigidité est maximal lorsque celle-ci prive l'entreprise de l'unique source d'absorption dont elle dispose. En revanche, lorsque la fluctuation est trés ample, ce coût culmine alors que l'entreprise se trouve en régime intermédiaire, c'est à dire pour un niveau d'équipement auquel correspond, dans l'hypothèse de flexibilité du prix, une variation simultanée de celui-ci et des quantités produites.

L'étude de long terme nous indiquera le régime adopté par l'entreprise lorsqu'elle a la possibilité d'adapter son niveau d'équipement.

2. L'EQUILIBRE A PRIX RIGIDE SANS STOCKAGE : ETUDE DE LONG TERME.

Le problème qui se pose maintenant est de déterminer l'état naturel du marché lorsque l'entreprise, contrainte à la rigidité du prix qu'elle pratique, n'a pas la possibilité de stocker; c'est à dire, déterminer sa dimension optimale à long terme compte tenu des paramètres en question qui s'exprimeront dans la fonction de profit de long terme associée à chaque régime. Ces fonctions ayant été définies précédemment, il nous suffit à présent de les étudier sur leur domaine d'application respectif afin de déterminer le niveau d'équipement qui procure le profit le plus élevé.

2.1. Etude des fonctions de profit de long terme.

- Le premier régime est défini pour : $q^* \leq \frac{a}{3}(c - p_0)$**, dans ce cas :**

$p1 = p_0 + \frac{q^*}{a}$, et : $\Pi_{2(p_1)} = 2q^* \left[(p_0 - c) + \frac{q^*}{a} \right] - fq^*$

C'est une fonction du second degré de coefficient négatif qui admet un maximum au point d'annulation de la dérivée première :

$$\frac{\delta \Pi}{\delta q^*} = \frac{4q^*}{a} + 2(p_0 - c) - f$$
$$= 0 \Leftrightarrow q^* = \frac{a}{2}\left(c - p_0 + \frac{f}{2} \right)$$

Ce maximum est-il atteint à droite ou à gauche de la borne $\frac{a}{3}(c - p_0)$?

$$\frac{a}{2}\left(c - p_0 + \frac{f}{2} \right) > \frac{a}{3}(c - p_0)$$
$$\Leftrightarrow f < \frac{2}{3}(p_0 - c)$$

Or, on sait que $f < \frac{1}{2}(p_0 - c)$, ceci implique : $f < \frac{2}{3}(p_0 - c)$; le maximum se situe donc à droite de la borne supérieure de l'intervalle, la fonction de profit est croissante sur $\left[0, \frac{a}{3}(c - p_0)\right]$.

La politique de prix unique p_1, qui consiste à rationner au maximum la demande en produisant de manière constante pendant les deux périodes, n'est donc pas une politique de long terme.

- Le second régime est défini par : $\frac{a}{3}(c - p_0) < q^* \leq \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$, **dans ce cas :**

$p3 = \frac{p_0 + c}{2} - \frac{q^*}{2a}$, et : $\prod_{2(p_3)} = \left[\frac{(p_0 - c)}{2}\right]^2 + q^* \left[\frac{p_0 - c}{2} - f\right] - \frac{q^{*2}}{4a}$.

Nous savons que $f < \frac{1}{2}(p_0 - c)$, la fonction de profit est donc croissante de q^*.

Examinons sa continuité à la borne inférieure de l'intervalle : $q^* = \frac{a}{3}(c - p_0)$:

$$\begin{aligned}\Pi_{2(p1)} &= \frac{2}{3}a(c - p_0)\left(p_0 - c + \frac{c - p_0}{3}\right) - f\left(\frac{a}{3}(c - p_0)\right) \\ &= -\frac{a}{3}(c - p_0)\left(\frac{4}{3}(c - p_0) + f\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Pi_{2(p3)} &= -\left(\frac{1}{4a}\right)\left[\frac{a}{3}(c - p_0)\right]^2 + \frac{a}{3}(c - p_0)\left(\frac{p_0 - c}{2} - f\right) - a\left(\frac{p_0 - c}{2}\right)^2 \\ &= -\frac{a}{3}(c - p_0)\left(\frac{4}{3}(c - p_0) + f\right)\end{aligned}$$

La fonction est continue en $q^* = \frac{a}{3}(c - p_0)$, et donc croissante sur l'intervalle $\left[0, \frac{ka}{k+2}(c - p_0)\right]$.

La politique de prix p_3 qui consiste à associer au rationnement de la demande une variation dans la production d'une période à l'autre n'est donc pas une politique de long terme.

- Le troisième régime est défini par : $\frac{ka}{k+2}(c-p_0) < q^* \leq \frac{ka}{2}(c-p_0)$**, dans ce cas :**

$p_2 = p_0 + \frac{q^*}{ka}$, et : $\Pi_2(p_2) = \left[(p_0 - c) + \frac{q^*}{ka}\right]\left[q^* \frac{k+1}{k}\right] - fq^*$.

Cette fonction admet un maximum au point d'annulation de la dérivée première :

$$\frac{\delta\Pi}{\delta q^*} = 2q^* \frac{k+1}{ak^2} + \frac{k+1}{k}(p_0 - c) - f$$
$$= 0 \Leftrightarrow q^* = \frac{ka}{2}\left(c - p_0 + f\frac{k}{k+1}\right)$$

Ce maximum est-il atteint à droite de la borne inférieure $\frac{ka}{k+2}(c-p_0)$?

$$\frac{ka}{2}\left((c-p_0) + f\frac{k}{k+1}\right) > \frac{ka}{k+2}(c-p_0)$$
$$\Leftrightarrow f < \frac{k+1}{k+2}(p_0 - c)$$

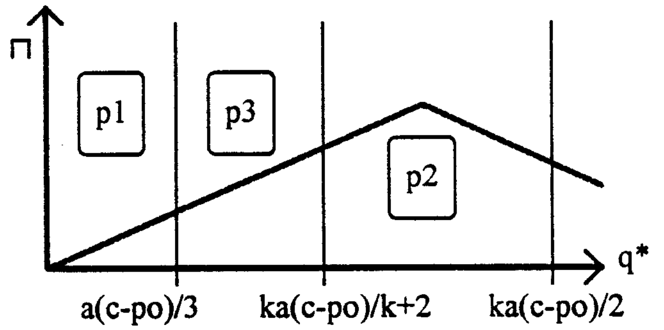
Or, $\frac{k+1}{k+2}(p_0-c) > \frac{p_0-c}{2}$ (car k > 0), et nous savons que $f < \frac{p_0-c}{2}$.

Ceci implique : $f < \frac{k+1}{k+2}(p_0-c)$; le maximum de la fonction de profit est donc atteint dans l'intervalle $\left]\frac{ka}{k+2}(c-p_0); \frac{ka}{2}(c-p_0)\right]$.

La politique de prix unique p_2 qui n'entraine pas de rationnement mais uniquement une variation de production entre basse et haute saison (et donc l'existence de capacité excédentaire) est la seule politique de long terme possible.

2.2. Synthèse des résultats de long terme

La fonction de profit de long terme se représente donc ainsi :



Ainsi, l'entreprise, contrainte à la rigidité du prix , et ne disposant pas de la faculté de stocker, se placera à long terme dans une situation telle qu'elle puisse faire face aux fluctuations saisonières de demande sans occasionner de rationnement en haute saison, mais uniquement en faisant varier les niveaux produits à chaque période, ceci impliquant l'existence de capacité de production excédentaire. Le prix est alors fixé à son niveau le plus élevé (p_2), celui qui permet de satisfaire l'intégralité de la demande de haute saison.

CHAPITRE IV

L'EQUILIBRE A PRIX RIGIDES

AVEC POSSIBILITE DE STOCKAGE

Nous avons établi que la rigidité des prix sans possibilité de stockage pouvait, à court terme, générer trois situations :

- la première qui associe au prix permettant d'écouler, en basse saison, la totalité de la production réalisable (faible taille de l'équipement) l'existence d'un rationnement de la demande mais l'absence de capacité de production inutilisée ;

- la seconde qui, à l'inverse, associe au prix permattant d'écouler, en haute saison, la totalité de la production réalisable (taille importante de l'équipement) l'absence de rationnement mais l'existence d'une capacité de production inutilisée ;

- la troisième qui associe à un prix intermédiaire entre ces deux extrêmes l'existence simultanée d'un rationnement et d'une capacité inutilisée.

Qu'en est-il lorsque l'entreprise a la possibilité de stocker une partie de sa production ? Doit-elle inévitablement faire un choix entre la suppression du rationnement de la demande et la suppression de la capacité de production inutilisée ? ou, au contraire, le stockage permet-il d'éliminer simultanément ces deux aspects particuliers de la rigidité des prix ? Si oui, quel niveau de prix permet d'y parvenir ? Nous devons évidemment tenir compte du coût occasionné par le stockage ; en effet , la faculté de stocker peut ne pas être utilisée si ce coût dépasse un seuil déterminé. Il faut donc constamment se poser la question de savoir si l'entreprise a intérêt à baisser son prix unique pour augmenter sa production afin de vendre d'avantage immédiatement (en basse saison) et éviter ainsi de supporter le coût du stockage, ou si, au contraire, elle a intérêt à stocker pour vendre d'avantage ultérieurement et satisfaire au maximum la demande en haute saison. Autant de questions que nous développerons au cours de l'étude .

Cette étude, compte tenu des nombreuses possibilités offertes à l'entreprise, sera délicate à mener et les raisonnements parfois complexes. En effet, d'une manière générale, trois problèmes se posent :

- le problème de la fixation du prix dans le cas où l'entreprise stocke effectivement une partie de sa production,

- le problème de la fixation du prix dans le cas où elle n'utilise pas sa faculté de stocker (cette situation a été traitée au cours du chapitre précédent),

- le problème du choix entre une politique avec stockage et une politique sans stockage.

Cette dernière question sera la plus délicate à traiter car les frontières (au nombre de trois) entre ces deux domaines se définissent sur des intervalles de prix différents et font intervenir de nombreux paramètres dont le coût de stockage, le prix pratiqué, la capacité de production installée et l'ampleur des fluctuations de demande.

C'est pourquoi nous aborderons cette étude en posant un problème plus simple : celui de la rigidité des prix avec possibilité de stockage à coût nul ; ceci nous permettra à la fois de présenter et d'introduire la démarche utilisée et de tirer les premières conclusions relatives à ce chapitre : **le stockage, lorsqu'il n'est pas coûteux, permet d'éliminer totalement le rationnement de la demande, mais ne conduit pas nécéssairement à la disparition de la capacité excédentaire.**

Nous introduirons ensuite l'hypothèse d'un stockage couteux, proportionnel à la quantité stockée . L'étude de cette situation sera menée, en plusieurs étapes, par le biais de la confrontation des solutions optimales avec et sans stockage effectif, et de l'analyse des conditions d'optimalité de chaque régime.

Cette étude aboutira à la détermination de **cinq régimes, chacun associé à un niveau de prix et caractérisé par l'utilisation ou non de la faculté de stocker, l'existence ou non d'un rationnement de la demande, le degré d'utilisation de la capacité installée, les fluctuations de production et de commercialisation.**

Les régimes d'équilibre à prix rigide avec possibilité de stockage sont donc nombreux et complexes dans une analyse de court terme ; qu'en est-il à long terme ? Cette question fera l'objet de la dernière partie de l' étude qui nous conduira vers une simplification extrême de la situations : en effet, **seuls deux régimes, engendrant tous deux une disparition du rationnement de la demande, restent envisageables a long terme.** Ainsi, suivant le niveau du coût unitaire de stockage par rapport au coût fixe unitaire, l'entreprise adoptera :

- un régime avec stockage qui permet une utilisation complète de la capacité installée et qui limite les fluctuations aux quantités commercialisées;

- un régime sans stockage dans lequel subsiste une capacité excédentaire ; dans ce cas, la fluctuation de demande se traduit par une fluctuation équivalente des quantités produites et commercialisées.

1. LE STOCKAGE A COUT NUL.

1.1. Etude de court terme

1.1.1. Plan d'exposition

Cette partie de l'étude poursuit deux objectifs :

- introduire, de manière simple, de nouveaux outils d'analyse ainsi que la façon dont ils seront utilisés par la suite,

- établir les premières conclusions quant à l'introduction de la possibilité de stocker dans notre modèle à prix rigide.

La démarche sera la suivante :

- déterminer l'intervalle de variation du prix. cet intervalle était noté dans les chapitres précédents : $[p_1; p_2]$; p_1 se déterminant de manière différente suivant le niveau de capacité installée. Il sera à présent noté $[p_a; p_b]$, ces deux prix étant redéfinis.

- Déterminer le prix qui permet, grâce au stockage, de satisfaire toute la demande (donc de supprimer le rationnement) et qui rend possible une utilisation maximale de l'équipement ; ce prix sera noté : p_x

- Déterminer la solution optimale sur chacun des intervalles $[p_a; p_x]$ et $[p_x; p_b]$.

- Montrer que p_x est la solution optimale sur l'ensemble de l'intervalle de variation du prix tant que l'utilisation maximale de la capacité de production se justifie. Au delà d'un niveau d'équipement que nous déterminerons, l'entreprise pratiquera un prix supérieur à p_x et diminuera le stockage.

1.1.2. Résolution du problème

1.1.2.1. Détermination de l'intervalle de variation du prix

Dans les chapitres précédents (où le prix était parfaitement flexible), l'intervalle de variation était défini par $[p_1, p_2]$:

- p_2 étant le prix auquel la quantité q* est demandée en haute saison ;

- p_1 étant le prix optimal qu'applique l'entreprise en période de faible demande, sachant que ce prix s'exprime de deux manières différentes suivant la capacité installée. En effet :

- si $q^* < \frac{a}{2}(c - p_0)$ (faible capacité de production), $p_1 = p_0 + \frac{q^*}{a}$;

- si $\frac{a}{2}(c - p_0) < q^* < \frac{ka}{2}(c - p_0)$ (capacité intermédiaire), $p_1 = \frac{p_0 + c}{2}$

Dans le but de simplifier le raisonnement, nous utiliserons désormais une nouvelle définition de cet intervariation du prix. Il sera noté $[p_a, p_b]$, avec :

- $p_b = p_2 = p_0 + \frac{q^*}{ka}$, la borne supérieure de l'intervalle n'est donc pas modifiée, **p_b est le prix auquel la quantité q* est écoulée en haute saison.**

- $p_a = p_0 + \frac{q^*}{a}$, **p_a est donc le prix auquel la quantité q* peut être écoulée en basse saison.**

Notons que $p_1 \geq p_a$; en effet :

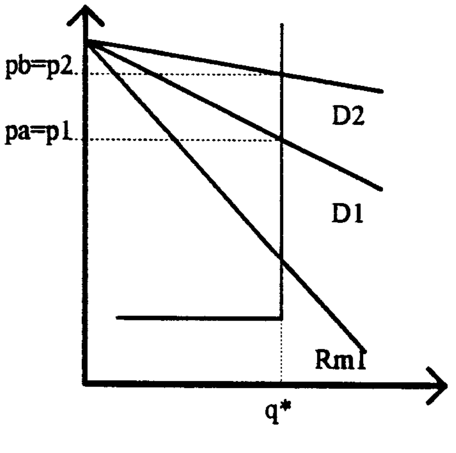
- si $q^* < \frac{a}{2}(c - p_0)$, $p_1 = p_a = p_0 + \frac{q^*}{a}$

- si $\frac{a}{2}(c - p_0) < q^* \leq \frac{ka}{2}(c - p_0)$, $p_1 > p_a$; en effet :

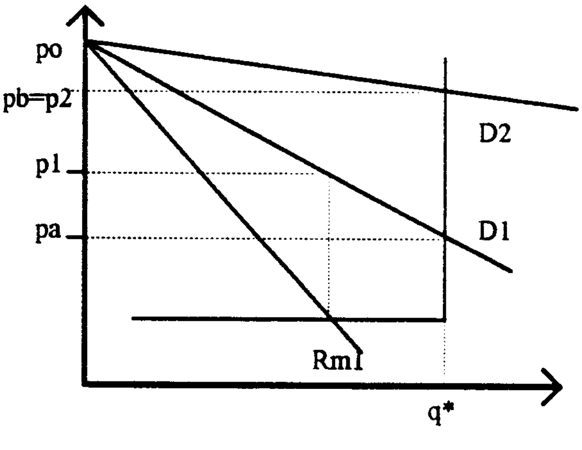
$$\frac{p_0 + c}{2} > p_0 + \frac{q^*}{a}$$
$$\Rightarrow \frac{c - p_0}{2} > \frac{q^*}{a}$$
$$\Rightarrow q^* > \frac{a}{2}(c - p_0)$$

Illustration graphique :

$q^* < \frac{a}{2}(c - p_0)$



$\frac{a}{2}(c - p_0) < q^* \leq \frac{ka}{2}(c - p_0)$



Ainsi, les prix p_a et p_b, définis quelque soit le niveau de capacité installée, sont les deux prix extrêmes que l'entreprise peut pratiquer,sans contrainte de rigidité des prix .

1.1.2.1. Détermination du prix px .

Il sagit de déterminer et de définir le prix px unique, qui, pratiqué durant les deux périodes, permet, grâce au stockage, de supprimer à la fois le rationnement de la demande et la capacité de production inutilisée.

Soit p, le prix constant sur les deux périodes.

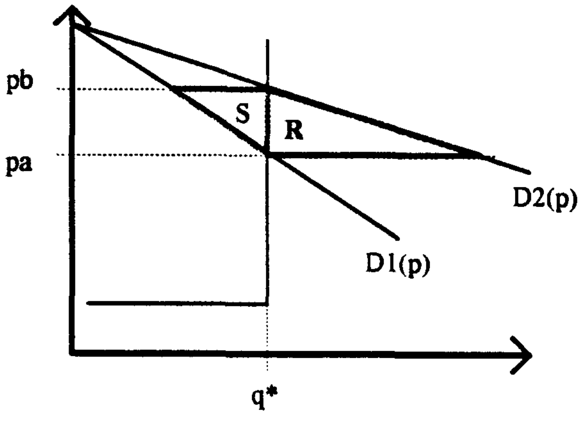
Notons S la partie stockable de la production ; cette quantité est déterminée par la différence entre le maximum de production possible (q*) et la demande de basse saison au prix p.

Ainsi : $S = q^* - D_1(p)$

Notons R la part de la demande qui serait rationnée au prix p en l'absence de stockage ; cette quantité est déterminée par la différence entre la demande de haute saison à ce même prix et le maximum de production possible.

Ainsi : $R = D_2(p) - q^*$

Illustration graphique



La suppression du rationnement nécessite que la quantité effectivement stockée lui soit au moins égale.

Ainsi, si on note $\hat{S}$ la quantité effectivement stockée au prix p, il faut : $\hat{S} \geq R$

Or, l'entreprise ne stockera pas d'avantage que la disparition du rationnement de la demande ne l'exige car, dans ce cas, les possibilités de commercialisation atteintes au prix p excéderaient la demande de haute saison. Ainsi, pour que le rationnement disparaisse, il est nécessaire et suffisant que la quantité stockée lui soit égale.
p_X est donc tel que $\hat{S} = R$

Le stockage effectif ($\hat{S}$) au prix p peut :

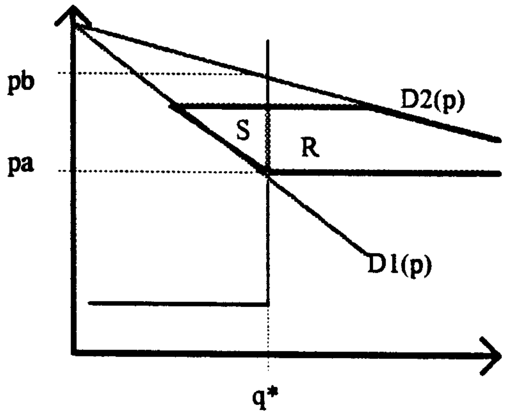
- soit être égal au stockage possible, si la demande de haute saison à ce prix est suffisante pour l'absorber ;
dans ce cas : $\hat{S} = S = q^* - D_1(p)$

- soit être inférieur au stockage possible, si le niveau de la demande de haute saison à ce prix ne permet pas d'écouler toute la production ainsi réalisable ; le stockage sera, dans ce cas, limité à ce qui est nécessaire à la satisfaction de cette demande de haute saison.
Nous aurons alors : $S > \hat{S} = D_2(p) - q^*$

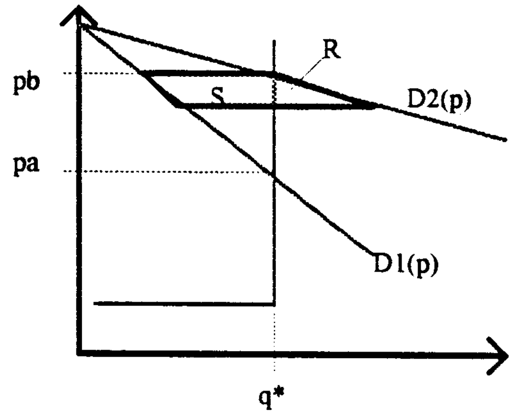
Dans ce cas, la production de basse saison n'atteint pas le maximum possible (q*), et il s'ensuit l'existence d'une capacité de production inutilisée.

Illustration graphique :

$(\hat{S} = S) < R$: la demande est rationnée.



$(\hat{S} = R) < S$: la capacité de production n'est pas complètement utilisée.



Ainsi, le prix p_X qui permet d'éliminer à la fois le rationnement de la demande et la capacité de production inutilisée est déterminé par l'égalisation simultanée :

- de la quantité stockée et du rationnement qui existerait en l'absence de stockage ;

- de la quantité stockée et de la quantité stockable.

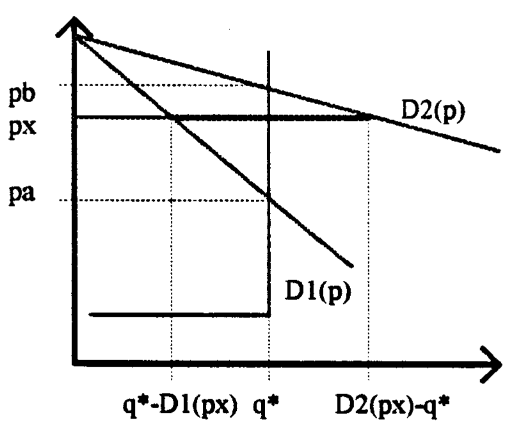
Ainsi :

$\exists p = p_x$ tel que :

$\hat{S} = S = R$, soit :

$$q^* - D1(p_x) = D2(p_x) - q^*$$
$$\Leftrightarrow q^* - a(p_x - p_0) = ka(p_x - p_0) - q^*$$
$$\Leftrightarrow p_x = p_0 + \frac{2q^*}{a(k+1)}$$

Illustration graphique :



Deux possibilités sont donc ouvertes pour le prix optimal :

- soit il fait partie de l'intervalle [pa, px],

- soit il fait partie de l'intervalle]px, pb].

Examinons successivement ces deux intervalles de variation du prix.

1.1.2.3. Détermination des solutions optimales par intervalle de variation du prix

Considérons l'intervalle de variation du prix [p_a, p_b], il se divise en deux zones par rapport au prix p_x ; nous étudierons donc les deux cas de figures pouvant se présenter pour la détermination du prix p optimal :

- soit $p \leq p_x$, l'étude portera alors sur l'intervalle [p_a, p_x] ;

- soit $p > p_x$, l'etude portera alors sur l'intervalle]p_x, p_b].

Premier cas : $p \in [p_a, p_x]$

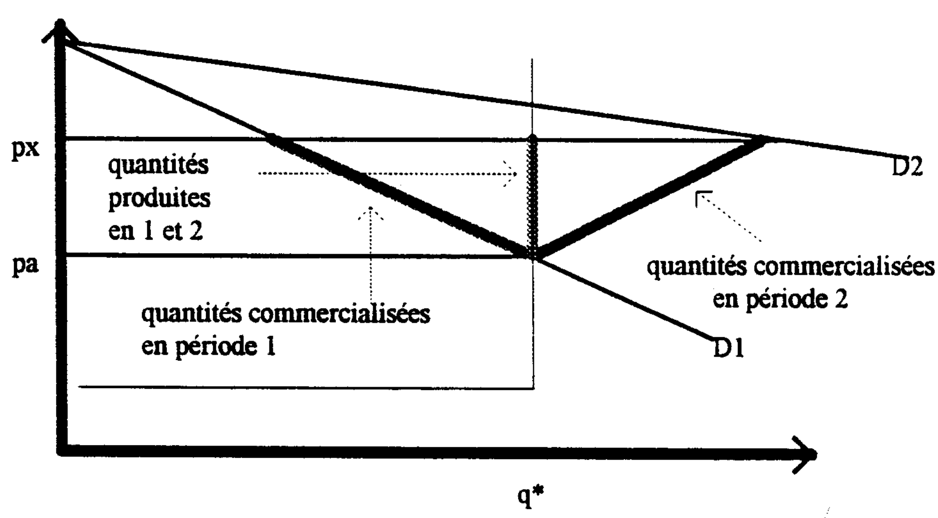
Sur cet intervalle :

- en période de faible demande, la production réalisée est maximale (q*), l'excédent par rapport à la demande étant stocké ; la quantité commercialisée est donc égale à la demande au prix p (D1(p))

- en période de forte demande, l'entreprise ne peut faire face à la demande exprimée au prix unique p, le stockage réalisé ($q^*-D_1(p)$) ne couvrant pas intégralement le rationnement.

Nous avons donc :: $D_2(p) \geq q^* + (q^* - D_1(p))$
la quantité commercialisée est donc égale à : $2q^* - D1(p)$

Illustration graphique :



Sur cette première zone, le profit total s'exprime donc (à condition qu'il soit profitable de vendre, c'est à dire que p > c)* :

$$\begin{aligned}\Pi(p) &= pD_1(p) + p[2q^* - D_1(p)] - 2cq^* \\ &= 2pq^* - 2cq^* \\ &= 2q^*(p-c)\end{aligned}$$

Le profit total est fonction croissante du prix p sur l'intervalle $[p_a, p_x]$, il s'ensuit que le prix optimal, sur cette zone, est le plus élevé possible, soit p_x.

Proposition 1 :
Sur l'intervalle $[p_a, p_b]$, le prix optimal ne saurait être inférieur à px.
Le stockage à coût nul fait donc disparaître le rationnement.

*

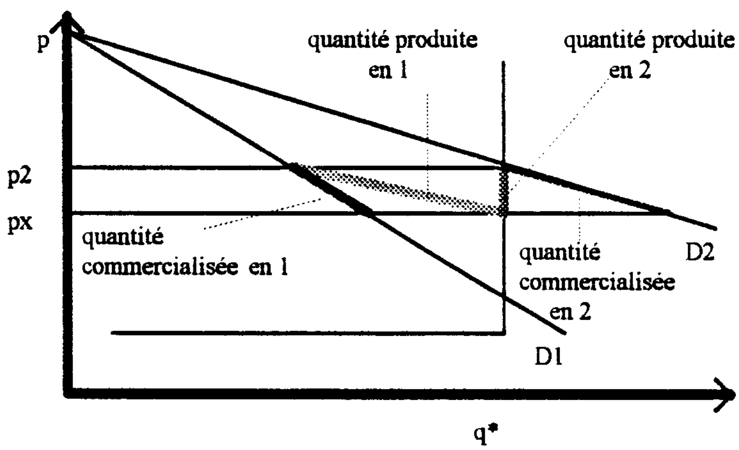
* Une condition implicite sur p_x est : $p_x > c$, soit d'aprés la définition de p_x : $q^* < \frac{a}{2}(k+1)(c-p_0)$. Cependant, cette condition ne joue pas car notre domaine d'étude actuel est borné par : $q^* < \frac{ka}{2}(c-p_0)$ et, par définition : $\frac{a}{2}(k+1)(c-p_0) > \frac{ak}{2}(c-p_0)$.

Deuxième cas : $p \in]p_x, p_b]$

- En haute saison, la totalité de la demande peut être satisfaite ; en effet, elle est inférieure à ce qu'il est possible de commercialiser grâce au stockage.
Ainsi : $D_2(p) < q^* + (q^* - D_1(p))$.
La production est maximale (q*), et la quantité commercialisée égale à $D_2(p)$.

- En basse saison, l'entreprise ne produit pas jusqu'au maximum de production possible (q*); mais uniquement la quantité nécessaire à la satisfaction la demande des deux périodes.
La quantité produite est donc égale à : $D_1(p) + D_2(p) - q^*$ ou $D_2(p) - q^*$ représente la partie stockée.

Illustration graphique :



Sur cette deuxième zone, le profit total s'exprime donc :

$$\Pi(p) = (p-c)[D_1(p) + D_2(p)]$$
$$= (p-c)[a(k+1)(p-p_0)]$$

C'est une fonction quadratique du prix p qui admet donc un maximum au point d'annulation de la dérivée première.

Si on ne fait pas intervenir la contrainte : $D_1(p)+D_2(p)<2q^*$ (c'est à dire $p<p_x$), cette expression est maximale pour :

$$\frac{\delta\Pi}{\delta p}=0$$

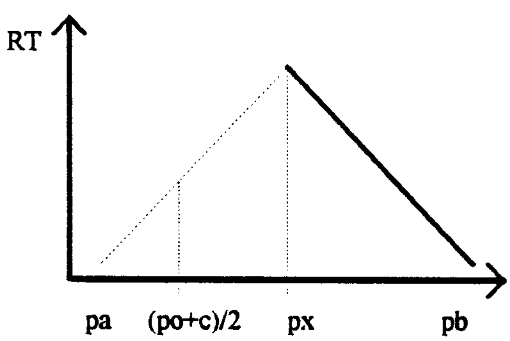
$$\Leftrightarrow a(k+1)(2p-p_0-c)=0$$

$$\Leftrightarrow p=\frac{p_0+c}{2}$$

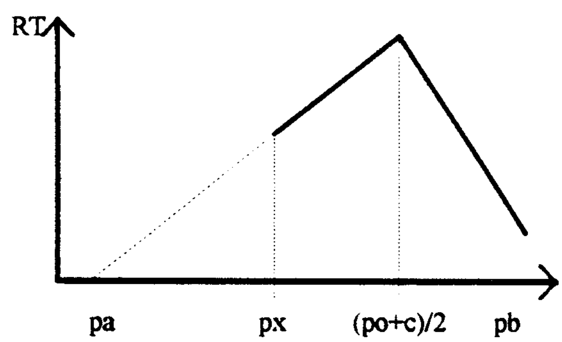
Nous noterons ce prix : p_1', en rappelant que c'est également le prix optimal qu'applique l'entreprise en période de faible demande lorsqu'il y a parfaite flexibilité du prix , et qu'elle se trouve en situation de régime intermédiaire ($\frac{a}{2}(c-p_0)<q^*<\frac{ka}{2}(c-p_0)$.

Ce prix p_1' peut toutefois se situer à gauche ou à droite de p_X, de sorte que, sur l'intervalle $]p_x,p_b]$, le graphe de la fonction de profit prend l'une ou l'autre de ces deux formes :

Premier cas : $px\geq\frac{p_0+c}{2}$



Deuxième cas : $px<\frac{p_0+c}{2}$



Il en résulte que :

- si $p_x\geq\frac{p_0+c}{2}$, la fonction de profit est décroissante de p sur $]p_X, p_b]$, la solution optimale sur cet intervalle est donc p_X;

- si $p_x<\frac{p_0+c}{2}$, la fonction de profit est croissante, puis décroissante de p sur $]p_X, p_b]$, la solution optimale sur cet intervalle est donc $p_1'=\frac{p_0+c}{2}$.

Or, la condition sur le prix $p_x \geq \frac{p_0 + c}{2}$ implique une condition sur la capacité de production q* ; en effet :

$$p_x \geq \frac{p_0 + c}{2}$$

$$\Leftrightarrow p_0 + \frac{2q^*}{a(k+1)} \geq \frac{p_0 + c}{2}$$

$$\Leftrightarrow q^* \leq \frac{a}{4}(k+1)(c - p_0)$$

Il en résulte que :

Proposition 2 :

Sur l'intervalle [p_a, p_b] :

- si $q^* \leq \frac{a}{4}(k+1)(c - p_0)$, px est le prix optimal ; dans ce cas la demande n'est pas rationnée, et la capacité de production est entièrement utilisée ;

-si $q^* > \frac{a}{4}(k+1)(c - p_0)$, le prix $p_1' = \frac{p_0 + c}{2}$ est optimal ; dans ce cas, la demande n'est pas rationnée, mais la capacité de production n'est que partiellement utilisée.

Situons ces résultats par rapport aux trois régimes de court terme précédemment définis par rapport à q*:

- si l'entreprise se trouve en situation de faible capacité de production, c'est à dire :

si $q^* \leq \frac{a}{2}(c - p_0)$, alors la condition $q^* \leq \frac{a}{4}(k+1)(c - p_0)$ est toujours remplie car : $\frac{a}{2}(c - p_0) < \frac{a}{4}(k+1)(c - p_0) \Leftrightarrow k > 1$.

La solution optimale est donc de pratiquer un prix $px = p_0 + \frac{2q^*}{a(k+1)}$.

- si l'entreprise se trouve en situation de capacité intermédiaire, c'est à dire :

si $\frac{a}{2}(c-p_0) < q^* \le \frac{ka}{2}(c-p_0)$, alors, $\frac{a}{4}(k+1)(c-p_0) < \frac{ka}{2}(c-p_0) \Leftrightarrow k > 1$.

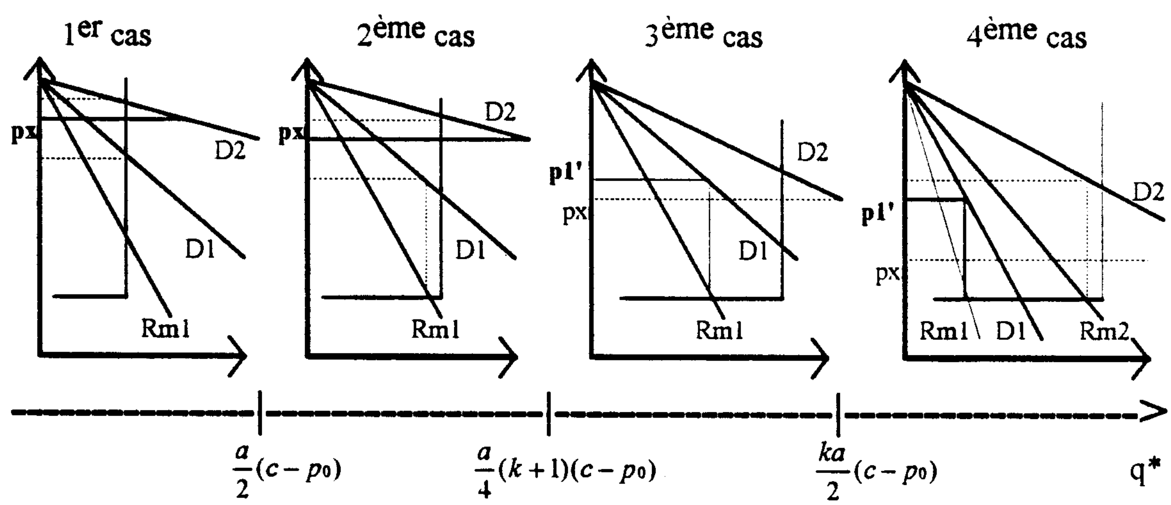
Les deux solutions (p_x ou p_1') sont donc possibles ; la solution optimale sera déterminée par la valeur de q* par rapport à $\frac{a}{4}(k+1)(c-p_0)$

- si l'entreprise se trouve en situation de capacité excédentaire, c'est à dire :

si $q^* > \frac{ka}{2}(c-p_0)$, alors la condition $q^* \ge \frac{a}{4}(k+1)(c-p_0)$ est toujours remplie car : $\frac{ka}{2}(c-p_0) > \frac{a}{4}(k+1)(c-p_0) \Leftrightarrow k > 1$.

La solution optimale est donc de pratiquer un prix $p_1' = \frac{p_0+c}{2}$.

Quatre situations sont donc concevables à court terme, en fonction du prix optimal et du niveau de capacité installée; nous pouvons les shématiser sur le graphique ci-dessous :



1.1.2.4. Caractérisation des solutions optimales

Caractérisons et analysons les situations relatives à ces deux prix p_x et p_1'.

Analyse de la situation relative au prix p_x (1er et 2ème cas).

Rappelons que : $p_x = p_0 + \frac{2q^*}{a(k+1)}$,

et que ce prix est optimal pour : $q^* \leq \frac{a}{4}(k+1)(c-p_0)$.

-Les quantités produites sont, en période de faible et de forte demande, égales au maximum de production possible, soit q*. L'utilisation intégrale de la capacité de production permet ainsi de satisfaire la totalité de la demande : $D_1(p_x) + D_2(p_x) = 2q^*$.

- Les quantités écoulées sont, en haute et basse saison, égales à la demande ; soit :

- en basse saison : $D_1(p_x) = a(p_x - p_0) = \frac{2q^*}{k+1}$, cette quantité est toujours inférieure au maximum de production possible, $\forall k > 1$;

- en haute saison : $D_2(p_x) = ka(p_x - p_0) = \frac{2kq^*}{k+1}$, cette quantité est toujours supérieure au maximum de production possible, $\forall k > 1$.

- La quantité stockée est celle nécessaire pour faire face à la pointe de haute saison, elle est égale à : $\hat{S} = q^* - D_1(p_x) = d_2(p_x) - q^* = q^*\left(\frac{k-1}{k+1}\right)$. Il en résulte que le stock constitué croit avec le niveau d'équipement et qu'il est forcément compris entre zéro et $\frac{a}{4}(k-1)(c-p_0)$ (valeur qu'il atteint au niveau maximum d'équipement compatible avec l'optimalité du prix p_x).

Analyse de la situation relative au prix p_1' (3ème et 4ème cas).

Rappelons que : $p_1' = \frac{p_0 + c}{2}$,

et qu'il est optimal pour : $q^* > \frac{a}{4}(k+1)(c - p_0)$.

-Les quantités produites sont :

- en basse saison : la quantité nécessaire à couvrir la demande et le besoin de stock ; elle est donc égale à : $D_1(p_1') + (D_2(p_1') - q^*) = \frac{a}{2}(k+1)(c - p_0) - q^*$.
On remarque que le niveau de production de basse saison est une fonction linéaire décroissante de q* : au maximum, il atteint la pleine capacité lorsque celle ci est égale à $\frac{a}{4}(k+1)(c - p_0)$; au minimum il est égal à $\frac{a}{2}(c - p_0)$ lorsque la capacité installée suffit à faire face complètement à la pointe de la haute saison (4ème cas : $q^* \geq \frac{ka}{2}(c - p_0)$).

- En haute saison : q*.

Ainsi, les fluctuations de production entre haute et basse saison seront d'autant plus fortes que la capacité installée est importante. D'absolument nulles, elles s'amplifient au fur et à mesure que la capacité croit jusqu'à ce qu'elles finissent par épuser complètement les fluctuations de demande. Dans ce cas, plus aucun stock n'est constitué.

- Les quantitées écoulées sont , en haute et basse saison, égales à la demande ; soit :

- en basse saison : $D_1(p_1') = a(p_1' - p_0) = \frac{a}{2}(c - p_0)$, cette quantité est toujours inférieure à la capacité de production.

- En haute saison : $D_2(p_1') = ka(p_1' - p_0) = \frac{ka}{2}(c - p_0)$, cette quantité excède la capacité de production tant que cette dernière reste inférieure à $\frac{ka}{2}(c - p_0)$; en effet, à partir de ce point, elle se trouve en situation de capacité excédentaire.

- **La quantité stockée** est celle nécessaire pour couvrir la demande de haute saison, elle est égale à : $D_2(p_1') - q^* = \frac{ka}{2}(c - p_0) - q^*$. Il en résulte que le stock constitué diminue face à une croissance du niveau d'équipement, et qu'il est forcément compris entre $\frac{a}{4}(k-1)(c-p_0)$ et zéro (niveau atteint à partir de $q^* = \frac{ka}{2}(c-p_0)$).

1.1.3. Synthèse des résultats de court terme.

Quand l'entreprise, contrainte à la rigidité des prix , a la possibilité de stocker,sans coût supplèmentaire, une partie de sa production, elle utilise cette faculté tant qu'elle lui est utile ; c'est à dire, tant que la capacité de production installée ne permet pas de satisfaire la totalité de la demande sans recourir au stockage. Dans tous les cas, ce stockage permet de faire disparaître intégralement le rationnement de la demande ; en revanche, l'existence de capacité de production inutilisée n'est pas toujours exclue. En effet, le niveau d'équipement en place joue un rôle prépondérant dans la détermination du prix optimal :

- tant que ce niveau d'équipement n'ést pas trés important, ce prix est tout simplement celui qui permet d'écouler, sur l'ensemble des deux périodes, la totalité de la production possible (remarquons qu'il est d'autant plus élevé que la capacité installée est faible). La production est alors totalement lissée ; et le prix étant, par définition, rigide, il ne subsiste de la fluctuation saisonnière qu'une seule manifestation : la fluctuation des quantités absorbées par le marché, fluctuation dont l'ampleur est maximale (égale à la variation du niveau de la demande entre les deux périodes :k).

- Toutefois, lorsque le niveau d'équipement s'élève, son emploi à pleine capacité ne se justifie plus. La firme trouve intérêt à pratiquer un prix supérieur à celui qu'exigerait l'écoulement de toutes les quantités qu'elle a la possibilité de produire. Ce prix, qui fournit le profit maximal, ne dépend plus du niveau d'équipement, mais seulement du montant des coûts variables et du prix d'annulation de la demande. La fluctuation des quantités écoulées est toujours maximale, par contre, la fluctuation des quantités produites augmente avec le niveau d'équipement, si bien qu'à partir d'un certain point la firme absorbe intégralement la fluctuation de la demande par la production, et n'utilise plus sa faculté de stocker.

L'étude de court terme a permis de distinguer deux situations différentes quant au prix pratiqué, et quant à l'utilisation de la capacité installée, chacune étant liée à un niveau d'équipement déterminé. La suite de l'étude nous dira laquelle de ces deux situation est préférable à long terme.

1.2. Etude de long terme.

Plaçons nous à présent dans la situation où l'entreprise a la possibilité de choisir le niveau de production installé. Rappellons que seules deux possibilités lui sont offertes; la comparaison des profits de long terme procurés par chacune d'elle déterminera la situation dans laquelle se plaçera l'entreprise de manière durable.

- ***Etude du profit de long terme pour*** $q^* \leq \frac{a}{4}(k+1)(c-p_0)$

Le prix optimal dans ce cas est : $p_x = p_0 + \frac{2q^*}{a(k+1)}$.

Le profit de long terme associé à cette situation est : $\Pi = 2q^*\left[p_0 - c + \frac{2q^*}{a(k+1)}\right] - fq^*$.

C'est une fonction quadratique de q* qui admet un maximum au point d'annulation de la dérivée première, soit :

$$\frac{\delta \Pi}{\delta q} = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(p_0 - c) + \frac{8q^*}{a(k+1)} - f = 0$$

$$\Leftrightarrow q^* = \frac{a}{4}(k+1)(c - p_0 + \frac{f}{2})$$

Vérifions que ce niveau de capacité se situe bien dans l'intervalle étudié :

$$\frac{a}{4}(k+1)(c - p_0 + \frac{f}{2}) \leq \frac{a}{4}(k+1)(c - p_0)$$

$$\Leftrightarrow \frac{f}{2} \geq 0$$

condition toujours remplie.

- ***Etude du profit de long terme pour :*** $q^* > \frac{a}{4}(k+1)(c-p_0)$

Le prix optimal dans ce cas est : $p_1' = \frac{p_0 + c}{2}$

Le profit de long terme associé à cette situation est : $\Pi = -\frac{a}{4}(k+1)(p_0 - c)^2 - fq^*$.
C'est une fonction décroissante de q*, l'optimum de long terme est donc déterminé par la condition précédente.

La politique optimale de long terme est donc de pratiquer un prix $p_x = p_0 + \frac{2q^*}{a(k+1)}$.

1.3. Conclusion de l'étude de long terme.

Ainsi, l'entreprise se trouvant dans une situation de rigidité des prix avec possibilité de stockage à coût nul pratiquera, à long terme, une politique de prix lui permettant de satisfaire l'intégralité de la demande en utilisant au maximum l'équipement installé. Le profit ainsi obtenu au prix $p_x = p_0 + \frac{2q^*}{a(k+1)}$, sera maximum pour une capacité de production $q^* = \frac{a}{4}(k+1)(c - p_0 + \frac{f}{2})$. Remarquons que ce maximum sera atteint dans le régime de faible capacité ($q^* \leq \frac{a}{2}(c - p_0)$) si le niveau de coût fixe unitaire dépasse un seuil défini par : $f \geq \frac{2(k-1)}{k+1}(p_0 - c)$; dans le cas contraire, il sera atteint en régime intermédiaire.

Comparativement à la situation précédente de long terme, où l'entreprise, tenue à la rigidité du prix, n'avait pas la possibilité de stocker, le stockage à coût nul permet :

- de supprimer la capacité de production inutilisée : en effet, dans le modèle précédent, l'entreprise optait à long terme pour un niveau de prix le plus élevé possible qui la contraignait à sous employer son équipement en période de faible demande. Le stockage à coût nul fait disparaître, à long terme, cette capacité excédentaire de basse saison.

- De supprimer la fluctuation de production. Ceci est la conséquence directe de l'utilisation intégrale de l'équipement. Le stockage à coût nul autorise donc la firme à une production constante et maximale sur les deux périodes.

Les points communs entre les deux situations de long terme sont, d'une part, l'absence de rationnement de la demande; en effet, à long terme, avec et sans stockage (à coût nul), l'intégralité de la demande de chacune des périodes est satisfaite, à un prix intermédiaire entre les deux extrêmes dans le premier cas, au prix le plus élevé possible dans le second. Par conséquent, un autre point commun est l'ampleur maximale de la fluctuation des quantités absorbées par le marché; elle est égale à la différence de niveau de la demande entre haute et basse saison.

En fait, ces résultats apparaissent dés l'étude de l'équilibre à prix flexibles avec possibilité de stockage. En effet, à long terme dans ce modèle, si le coût de stockage est faible, l'entreprise utilise sa faculté de stocker et pratique deux prix différents en haute et basse saison, ce qui lui permet d'utiliser au maximum l'équipement installé et donc d'absorber la fluctuation de demande sans variation de production (uniquement par variation des prix et des quantités commercialisées). Or, si le coût de stockage est nul, il n'existe plus de différence entre ces deux prix, ils égalent le prix p_X que nous avons défini dans le présent chapitre. Ainsi, la contrainte de rigidité des prix est sans effet sur l'équilibre avec stockage lorsque le coût de stockage est nul.

Les résultats obtenus auraient donc pu l'être plus directement, cependant, le fait d'avoir développé cette étude nous a permis d'aborder le chapitre de la rigidité des prix avec possibilité de stockage par la résolution d'un problème simple, et ainsi :

- d'introduire la démarche utilisée (raisonnement par intervalle de prix par rapport à p_X...),
- de caractériser les différentes politiques de prix,
- d'établir les premières conclusions quant à la suppression du rationnement de la demande et de la capacité de production inutilisée en basse saison et quant au rôle essentiel du niveau de l'équipement en place sur la politique de prix retenue à court terme.

Nous pouvons donc à présent, sans transition, généraliser le problème, et fatalement le rendre plus complexe, en introduisant dans ce modèle à prix rigides, l'hypothèse que le stockage est couteux .

2. LE STOCKAGE A COUT NON NUL

2.1. L'étude de court terme.

2.1.1. Plan d'exposition

Le problème est ici encore de déterminer une politique de prix rigide et de stockage en fonction des paramètres que sont :

- le niveau d'équipement dont dispose l'entreprise (q^*),
- du coût de stockage qu'elle doit supporter (s),
- l'ampleur des fluctuations auxquelles elle doit faire face (k),

ainsi que les autres paramètres de l'étude (le coût moyen (c), la pente de la courbe de demande (a), le prix d'annulation de la demande (p_0)).

Nous démontrerons que le prix rigide à déterminer est compris entre les deux prix extrêmes p_a et p_b ($=p_2$) ; nous diviserons l'intervalle $[p_a, p_2]$ par rapport au prix p_x précédemment déterminé (p_x est le prix qui permet de supprimer à la fois le rationnement de la demande et la capacité de production excédentaire).

L'analyse comportera quatre étapes succéssives :

- première étape: l'étude des dérivées des fonctions de recette totale sur chacun des intervalles $[p_a, p_x]$ et $]p_x, p_b]$ nous permettra de poser le problème en fonction du coût de stockage s. Nous pourrons ainsi déterminer, sur chaque intervalle, un niveau de s au delà duquel la solution sans stockage doit être maintenue.
Ce seuil sera :

- fonction de q^* et de a sur $[p_a, p_x]$,
- fonction de p, k, p0 et c sur $]p_x,p_b]$

- Deuxième étape : étude des frontières qui séparent les deux domaines (avec stockage et sans stockage). Nous définirons la fonction S(p) qui représente la frontière entre ces deux domaines sur l'intervalle $]p_x, p_b]$; elle est fonction du prix rigide qui sera fixé, et son étude nous permettra de déterminer, sur cet intervalle, deux niveaux caractéristiques qui seront notés $S(p_x)$ et $S(p_b)$, ces deux nouvelles frontières sont fonctions de q*

Nous avons donc, à ce niveaude l'étude, trois frontières, fonctions de q*, qui séparent chacune deux domaines définis par une politique de prix et de stockage :

- une sur l'intervalle $[p_a, p_x]$ qui est -2q*/a,
- deux sur l'intervalle $]p_x, p_b]$ qui sont $S(p_x)$ et $S(p_b)$.

- Troisième étape : l'examen de la combinaison entre ces trois frontières nous permettra de déterminer, par élimination des situations non optimales connues, suivant la position de s :

- soit un prix optimal, dans ce cas le problème est résolu ;
- soit deux prix qu'il est impossible, à ce niveau de l'étude, de départager ; il faut dans ce cas poursuivre l'analyse.

- Quatrième étape : Résolution du problème du choix entre deux prix.
Il existe trois zones où le problème se pose, définies par un niveau de q* et de s. Pour la première zone, le problème se régle directement à l'aide d'un raisonnement simple ; les deux autres concernent également le choix entre une politique avec stockage et une politique sans stockage, mais ne peuvent être résolus directement. Ils nécéssitent de s'intéresser au seuil à partir duquel la politique sans stock devient préférable, non plus d'une manière générale, mais spécifiquement pour les deux prix considérés.
Dans chaque zone, il s'agit de départager deux prix , à chaque prix est associé une recette totale, l'égalisation de ces deux recettes détermine la frontière qui sépare les deux domaines.

Les deux frontières ainsi déterminées (une dans chaque zone) sont des fonctions de q* , elles seront notées S(q*) et S'(q*) ; leur étude permettra de déterminer le prix optimal de chaque zone.

Ainsi, au terme de cette étude, seront définis cinq niveaux de prix correspondant chacun à un niveau d'équipement et une politique de stockage.

2.1.2. Détermination de l'intervalle de variation du prix optimal

Le prix optimal se situera dans l'intervalle $[p_a, p_b]$, p_a étant le prix auquel peut être écoulée la quantité q* en basse saison et p_b, le prix auquel peut être écoulée la quantité q* en haute saison :.

$$p_a = p_0 + \frac{q^*}{a}$$

$$p_b = p_0 + \frac{q^*}{ka}$$

1) Les politiques de prix p_a et p_b correspondent à des solutions sans stockage. En effet :

- si la firme pratique le prix p_a, la quantité absorbable par le marché en basse saison est q* et celle absorbable en haute saison est k fois plus grande, soit kq*. La production de chaque saison étant la même et égale à q*, la firme pourrait commercialiser (q*-1) unités en basse saison de façon à vendre (q*+1) unités en haute saison. Mais cela serait sans intérêt puisque, en pratiquant ainsi, elle supporte un coût de stockage s et ne reçoit pour cette unité, qu'un prix p_a en haute période alors qu'elle pourrait percevoir ce même prix en basse saison sans supporter le coût de stockage. La politique qui consisterait à commercialiser en basse saison la totalité des unités produites parait donc préférable et, dans ce cas, aucun stock n'est constitué.

- au prix p_b aucun stock n'est constitué car aucun stock n'est nécessaire. En effet, à ce prix, la quantité commercialisable est q* en haute saison, et q*/k en basse saison. Un stock pourrait donc ête constitué, mais ne présenterait aucun intérêt puisqu'il est possible de produire, sans coût de stockage, les quantités demandées en période de forte demande.

Ainsi, l'adoption des politiques de prix p_a et p_b, alors qu'elles sont les extrêmes opposées du point de vue de la satisfaction de la demande (au prix p_a, la demande de haute période est rationnée alors qu'au prix p_b, elle est intégralement satisfaite), ont pour caractère commmun de ne s'assortir d'aucun stock.

2) Ce raisonnement vaut également pour tout prix supérieur à p_b ou inférieur à p_a. Démontrer que les politiques de prix extérieures à cet intervalle seraient non optimales est dès lors aisé, il suffit de se rapporter au chapitre précédent où la rigidité du prix était associée à l'absence de stockage et où il a été démontré que la politique optimale ne pouvait se trouver hors de l'intervalle $[p_a, p_b]$.

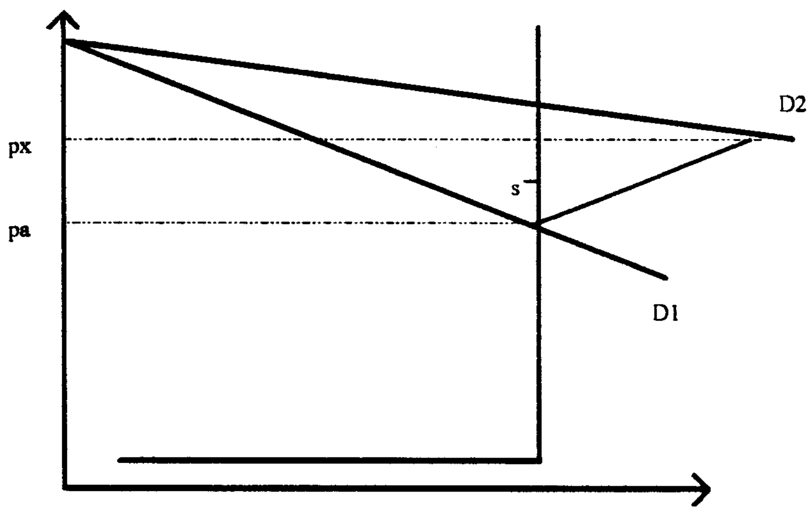
2.1.3. Première étape : étude des fonctions de recette totale sur chacun des intervalles $[p_a, p_x]$ et $]p_x, p_b]$.

L'étude du signe des dérivées des fonctions de recette totale nous permettra de déterminer vers quelles politiques de prix (et de stockage) se dirige l'entreprise suivant le niveau du coût de stockage.

Examinons donc successivement les intervalles $[p_a, p_x]$ et $]p_x, p_b]$.

<u>Rappel</u> : p_x est le prix qui permet de satisfaire la totalité de la demande sans induire l'existence d'une capacité excédentaire ; il est noté : $px = p_0 + \dfrac{2q^*}{a(k+1)}$

- Etude de l'intervalle $[p_a, p_x]$.



Sur cet intervalle :

- la production réalisée est égale au maximum de production possible pour chaque période, la production totale est donc égale à 2q* ;

- la quantité stockée est égale à la différence entre la production et la demande en période faible, elle est donc notée : q*-D1(p).

La fonction de recette totale s'écrit donc :

$$\begin{aligned} RT(p) &= 2q^*(p-c) - s(q^* - D1(p)) \\ &= 2q^*(p-c) - s(q^* - a(p-p_0)) \end{aligned}$$

La dérivée de cette fonction par rapport au prix p est :

$$\frac{\delta RT}{\delta p} = 2q^* + as$$

La dérivée de la fonction de recette totale est donc **positive** sur $[p_a, p_x]$ si $2q^*+as > 0$, donc si :

- $s < -\frac{2q^*}{a}$ ou si
- $q^* > -\frac{as}{2}$

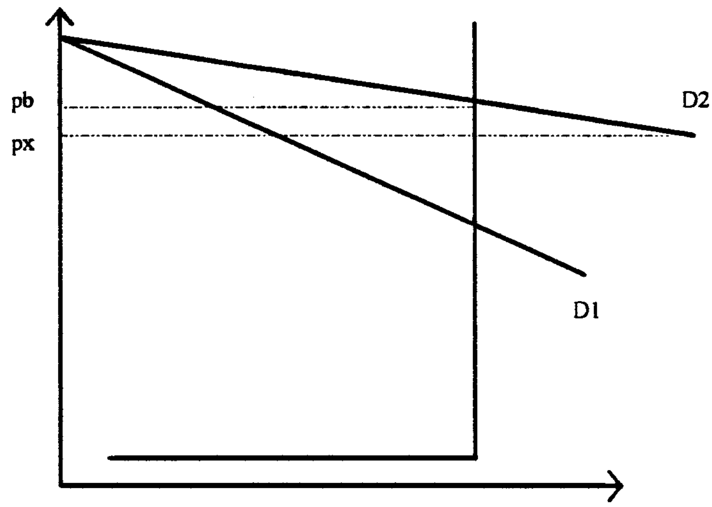
Dans ce cas, l'entreprise se dirige vers la solution $p=p_x$, solution avec stockage.

La fonction de recette totale est donc **négative** sur $[p_a, p_x]$ si $2q^* +as <0$, donc si :

- $s > -\frac{2q^*}{a}$ ou si
- $q^* < -\frac{as}{2}$

Dans ce cas, l'entreprise se dirige vers une situation sans stockage.

- Etude de l'intervalle]p_x, p_b]



Sur cet intervalle :

- La production réalisée est inférieure (en période 1) ou égale (en période 2) au maximum de production possible ;

- la quantité stockée est égale à la différence entre la demande et la production possible en période forte ; elle est donc notée : D2(p)-q*.

La fonction de recette totale s'écrit donc :

$$\begin{aligned} RT &= (p-c)[D1(p)+D2(p)] - s[D2(p)-q^*] \\ &= (p-c)a(k+1)(p-p_0) - s[ak(p-p_0)-q^*] \end{aligned}$$

C'est une fonction quadratique de p qui admet un maximum au point d'annulation de sa dérivée première.

La dérivée de cette fonction par rapport au prix p est :

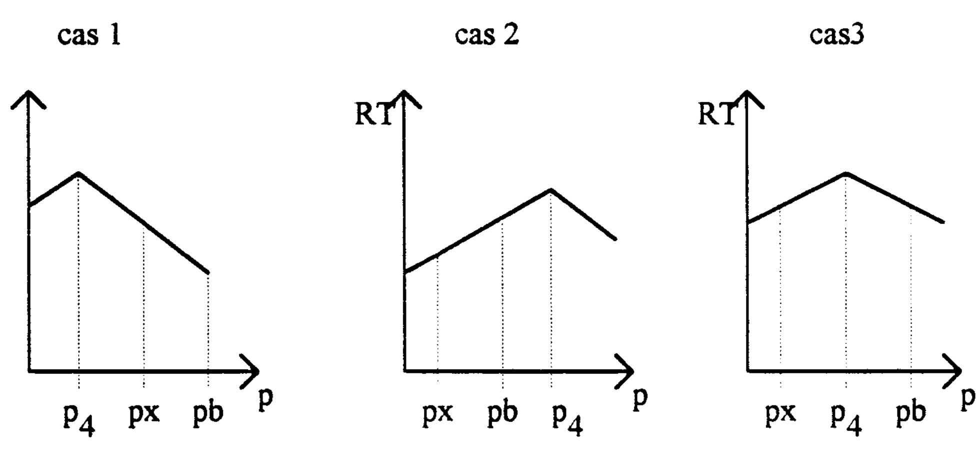
$$\frac{\delta\, RT}{\delta\, p} = a\left[(k+1)(2p - p_0 - c) - sk\right]$$

Soit p_4 le niveau de p qui maximise la fonction :

$$\frac{\delta\, RT}{\delta\, p} = a\left[(k+1)(2p - p_0 - c) - sk\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow\ p_4 = \frac{p_0 + c}{2} + \frac{sk}{2(k+1)}$$

trois cas peuvent alors se produire, illustrés par les graphique ci-dessous :



Sachant que le prix optimal se situe dans l'intervalle $[p_a, p_b]$:

- dans le premier cas : $p_4 < p_x$, la solution optimale est alors p_x,

- dans le second cas : $p_4 > p_b$, la solution optimale est alors p_b

- dans le troisième cas, $p_x > p_4 > p_b$, la solution optimale est alors p_4.

-

Nous pouvons donc écrire les conditions d'optimalité en fonction du coût de stockage s.

En effet :

$$p_4 < p_x$$
$$\Leftrightarrow \frac{p_0+c}{2}+\frac{sk}{2(k+1)} < p_0+\frac{2q^*}{a(k+1)}$$
$$\Leftrightarrow s < \frac{k+1}{k}(p_0-c)+\frac{4q^*}{ka}$$

et :

$$p_4 > p_b$$
$$\Leftrightarrow \frac{p_0+c}{2}+\frac{sk}{2(k+1)} > p_0+\frac{q^*}{ka}$$
$$\Leftrightarrow s > \frac{2(k+1)}{k}(\frac{q^*}{ka}+\frac{p_0-c}{2})$$

Donc, sur l'intervalle $]p_x, p_b]$:

- si $s < \frac{(k+1)}{k}(p_0-c)+\frac{4q^*}{ka}$, la solution optimale sur cet intervalle est une solution avec stockage au prix $px = p_0+\frac{2q^*}{a(k+1)}$;

- si $s > \frac{2(k+1)}{k}(\frac{q^*}{ka}+\frac{p_0-c}{2})$, la solution optimale sur cet intervalle est une solution sans stockage qui dépend de q* et que nous avons déterminée au cours chapitre précédent .

- si $\frac{(k+1)}{k}(p_0-c)+\frac{4q^*}{ka} < s < \frac{2(k+1)}{k}(\frac{q^*}{ka}+\frac{p_0-c}{2})$, la solution optimale est une solution avec stockage au prix $p_4 = \frac{p_0+c}{2}+\frac{sk}{2(k+1)}$.

Rappelons, à ce stade de l'étude, les résultats établis au cours du chapitre précédent traitant de l'équilibre à prix rigide sans stockage :

- si $q^* < \frac{a}{3}(c - p_0)$ la solution optimale est : $p_1 = p_0 + \frac{q^*}{a}$

- si $\frac{a}{3}(c - p_0) \leq q^* < \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$ la solution optimale est : $p_3 = \frac{p_0 + c}{2} - \frac{q^*}{2a}$

- si $\frac{ka}{k+2}(c - p_0) \leq q^* \leq a(c - p_0)$ la solution optimale est : $p_b = p_2 = p_0 + \frac{q^*}{ka}$

2.1.4. Deuxième étape : étude de la frontière séparant les domaines avec et sans stockage sur $]p_x, p_b]$.

Définition de la fonction S(p).

Sur cet intervalle, deux niveaux caractéristiques de s séparent trois domaines (deux avec stockage effectif, et un sans stockage).

Ces deux niveaux caractéristiques de s peuvent s'écrire sous la forme d'une même expression fonction du prix. En effet :

$$\begin{aligned} s &= \frac{4q^*}{ka} + \frac{k+1}{k}(p_0 - c) \\ &= \frac{2(k+1)}{k}\left(\frac{2q^*}{a(k+1)} + p_0 - \frac{p_0 + c}{2}\right) \\ &= \frac{2(k+1)}{k}\left(p_x - \frac{p_0 + c}{2}\right) \end{aligned}$$

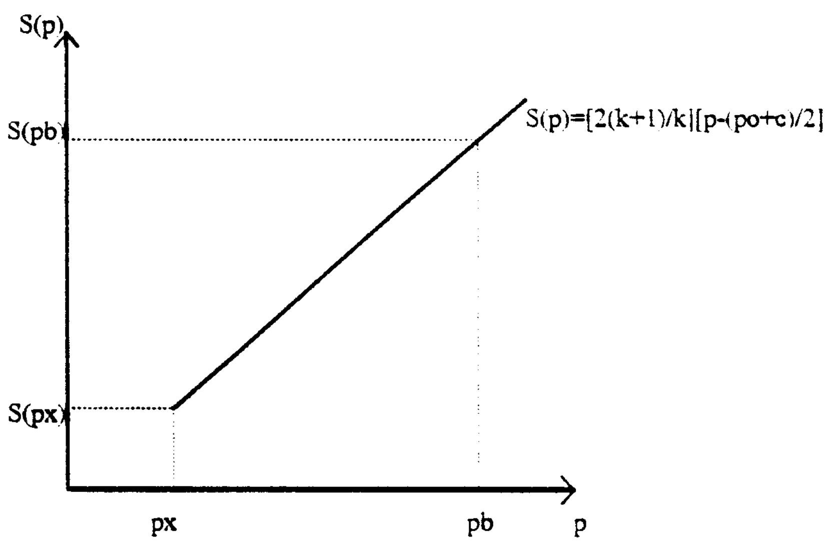
et :

$$
\begin{aligned}
s &= \frac{2(k+1)}{k}\left(\frac{q^*}{ka} + \frac{p_0 - c}{2}\right) \\
&= \frac{2(k+1)}{k}\left(\frac{q^*}{ka} + p_0 - \frac{p_0 + c)}{2}\right) \\
&= \frac{2(k+1)}{k}\left(p_b - \frac{p_0 + c}{2}\right)
\end{aligned}
$$

Appelons S(p) la fonction qui représente la frontière qui séparant les domaines avec et sans stockage sur l'intervalle $]p_x, p_b]$; elle est définie par :

$$
S(p) = \frac{2(k+1)}{k}\left(p - \frac{p_0 + c}{2}\right)
$$

Cest une fonction croissante du prix p dont nous pouvons représenter le graphe de la façon suivante sur $]p_x, p_b]$:



$S(p_x)$ étant la valeur de la fonction S(p) au point p = p_x et $S(p_b)$, la valeur de la fonction S(p) au point p = p_b, nous pouvons :

- définir les deux frontières séparant cet intervalle en trois domaines par :

$$S(px) = \frac{4q^*}{ka} + \frac{k+1}{k}(p_0 - c)$$

$$S(p_b) = \frac{2(k+1)}{k}\left(\frac{q^*}{ak} + \frac{p_0 - c}{2}\right)$$

Remarquons que :

- Si $q^* = 0$: $S(p_x) = S(p_b) = \frac{(k+1)}{k}(p_0 - c)$

- Si $q^* = \frac{a}{4}(k+1)(c - p_0)$: $S(p_x) = 0$

- Si $q^* = \frac{ka}{2}(c - p_0)$: $S(p_b) = 0$

- réécrire les conditions d'optimalité, sur cet intervalle, en fonction du coût de stockage s et du prix p :

- si s < $S(p_x)$, la solution optimale sur cet intervalle est une solution avec stockage au prix p=$p_x = p_0 + \frac{2q^*}{a(k+1)}$

- si s > $S(p_b)$, la solution optimale est alors une solution sans stockage qui dépend de q*.

- si $S(p_x)$ < s < $S(p_b)$, la solution optimale sur cet intervalle est une solution avec stockage au prix p = $p_4 = \frac{p_0 + c}{2} + \frac{sk}{2(k+1)}$

Les recettes totales associées aux politiques de prix avec stockage effectif sont :

- en p_4 :

$$
\begin{aligned}
RT(p_4) &= (p_4 - c)a(k+1)(p_4 - p_0) - s[ka(p_4 - p_0) - q^*] \\
&= a(p_4 - p_0)[(p_4 - c)(k+1) - sk] + sq^* \\
&= a\left[\frac{(c-p_0)}{2} + \frac{sk}{2(k+1)}\right]\left[\frac{(p_0-c)}{2}(k+1) - \frac{sk}{2}\right] + sq^* \\
&= \frac{a}{4}(k+1)\left[(c-p_0) + \frac{sk}{k+1}\right]\left[(p_0-c) - \frac{sk}{k+1}\right] + sq^* \\
&= -\frac{a}{4}(k+1)\left[(p_0-c) - \frac{sk}{k+1}\right]^2 + sq^*
\end{aligned}
$$

- en px :

$$
\begin{aligned}
RT(p_x) &= (p_x - c)a(k+1)(p_x - p_0) - s[ka(p_x - p_0) - q^*] \\
&= a(p_x - p_0)[(p_x - c)(k+1) - sk] + sq^* \\
&= a(p_0 + \frac{2q^*}{a(k+1)} - p_0)\left((p_0 + \frac{2q^*}{a(k+1)} - c)(k+1) - sk\right) + sq^* \\
&= 2q^*\left(p_0 - c + \frac{2q^*}{a(k+1)}\right) - sq^*\left(\frac{k-1}{k+1}\right)
\end{aligned}
$$

Sur l'ensemble de l'intervalle de variation du prix optimal $[p_a, p_b]$, les trois frontières séparant chacune un domaine avec stockage d'un domaine sans stokage sont :

- sur l'intervalle $[p_a, p_x]$:

$$- \frac{2q^*}{a}$$

- sur l'intervalle $]p_x, p_b]$:

$$- S(px) = \frac{4q^*}{ka} + \frac{k+1}{k}(p_0 - c)$$

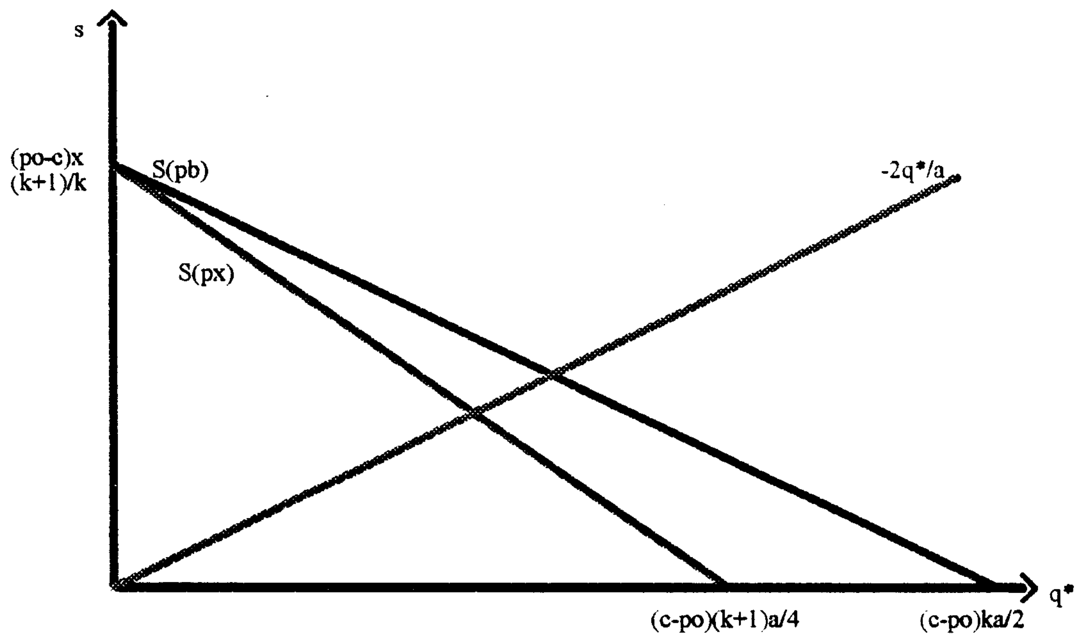
$$- S(p_b) = \frac{2(k+1)}{k}(\frac{q^*}{ak} + \frac{p_0 - c}{2})$$

Représentons le tracé graphique de ces trois frontières avant d'étudier les zones déterminées par leur combinaison sur $[p_a, p_b]$, sachant que :

- l'intersection entre S(px) et $\frac{2q^*}{a}$ se réalise au point $q^* = \frac{a(k+1)}{2(k+2)}(c - p_0)$

- l'intersection entre $S(p_b)$ et $-\frac{2q^*}{a}$ se réalise au point $q^* = \frac{ak(k+1)}{2(k^2+k+1)}(c - p_0)$

Graphique 1



Ces trois frontières $S(p_x)$, $S(p_b)$ et -2q*/a délimitent chacune deux domaines possédant des propriétés quant à la définition des prix optimaux possibles ; il sagit donc de confronter ces propriétés afin de déterminer , quand cela est possible, le prix optimal dans chaque nouvelle zone ainsi formée.

Nous étudierons, dans un premier temps, les relations entre $S(p_x)$, $S(p_2)$ et $-2q^*/a$, suivant la valeur de q^*. Ceci nous conduira à étudier six cas issus de la combinaison de ces trois frontières. Nous déteminerons ensuite le prix optimal (ou les prix optimaux possibles) dans chaque zone en tenant compte de leurs propriétés respectives et des prix optimaux déterminés dans le modèle à prix rigides sans stockage.

2.1.5. Troisième étape : détermination des prix optimaux.

1) Etude des relations entre $S(p_x)$, $S(p_b)$ et $-\frac{2q^*}{a}$

Nous pouvons déterminer six cas, présentés dans le tableau suivant, selon la position de s par rapport à $S(p_x)$, $S(p_b)$ et $-\frac{2q^*}{a}$ sur les intervalles respectifs $[p_a, p_x]$ et $]p_x, p_b]$:

sur $]p_x, p_b]$ sur $[p_a, p_x]$	**$s<S(p_x)$**	**$S(p_x)<s<S(p_b)$**	**$s>S(p_b)$**
$s<-\frac{2q^*}{a}$	cas 1.1.	cas 2.1.	cas 3.1.
$s>-\frac{2q^*}{a}$	cas 1.2.	cas 2.2.	cas 3.2.

- **Cas 1.1.**: $s < S(p_x)$ et $s < -\frac{2q^*}{a}$

Cette situation est toujours possible, quelle que soit la valeur de q*.

- **Cas 1.2.** : $s < S(p_x)$ et $s > -\frac{2q^*}{a}$

Cette situation est envisageable uniquement si :

$$-\frac{2q^*}{a} < s(p_x)$$
$$\Leftrightarrow -\frac{2q^*}{a} < \frac{4q^*}{ka} + \frac{k+1}{k}(p_0 - c)$$
$$\Leftrightarrow q^* < \frac{a(k+1)}{2(k+2)}(c - p_0)$$

- **Cas 2.1.** : $S(p_x) < s < S(p_b)$ et $s < -\frac{2q^*}{a}$

Cette situation est envisageable uniquement si :

$$S(px) < -\frac{2q^*}{a}$$
$$\Leftrightarrow q^* > \frac{a(k+1)}{2(k+2)}(c - p_0)$$

- **Cas 2.2.** : $S(p_x) < s < S(p_b)$ et $s > -\frac{2q^*}{a}$

Cette situation est possible si :

$$-\frac{2q^*}{a} < S(p_b)$$
$$\Leftrightarrow q^* < \frac{ak(k+1)}{2(k^2+k+1)}(c - p_0)$$

- **Cas 3.1.** : s > $S(p_b)$ et $s < -\frac{2q^*}{a}$

Cette situation est possible si :

$$S(p_b) < -\frac{2q^*}{a}$$
$$\Leftrightarrow q^* > \frac{ak(k+1)}{2(k^2+k+1)}(c-p_0)$$

- **Cas 3.2.**: s > $S(p_b)$ et s > $-\frac{2q^*}{a}$

Cette situation est toujours possible quelle que soit la valeur de q*.

Les relations entre $S(p_x)$, $S(p_b)$ et $-\frac{2q^*}{a}$ s'établissent donc ainsi :

- Si $q^* < \frac{a(k+1)}{2(k+2)}(c-p_0)$

alors, $-\frac{2q^*}{a} < S(p_x) < S(p_b)$.

- Si $\frac{a(k+1)}{2(k+2)}(c-p_0) < q^* < \frac{ak(k+1)}{2(k^2+k+1)}(c-p_0)$

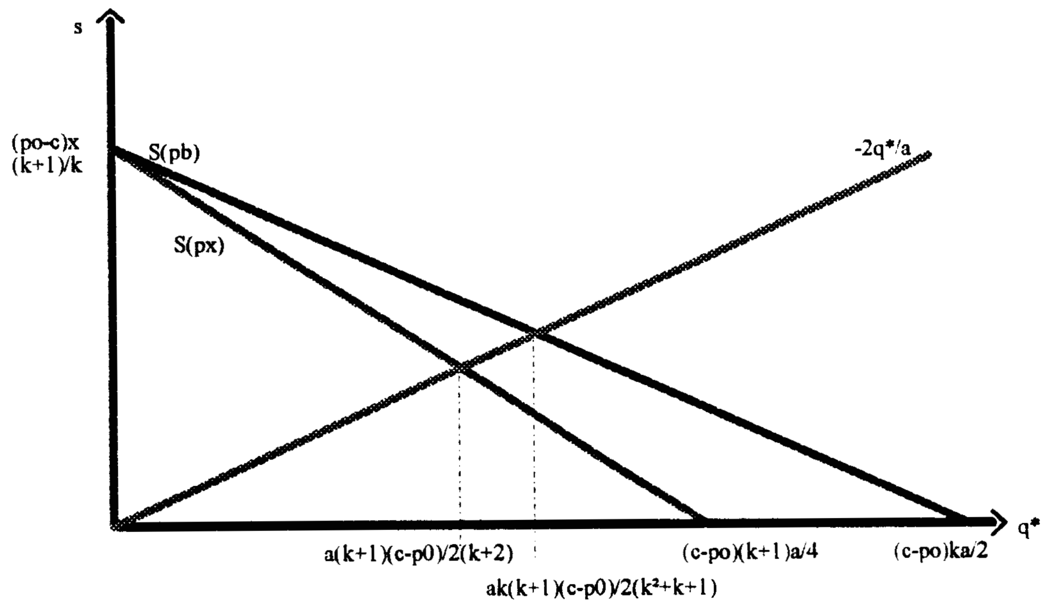
alors, $S(p_x) < -\frac{2q^*}{a} < S(p_b)$.

- Si $q^* > \frac{ak(k+1)}{2(k^2+k+1)}(c-p_0)$

alors, $S(p_x) < S(p_b) < -\frac{2q^*}{a}$.

Nous pouvons reporter ces valeurs de q* sur le graphique 1 précédent :

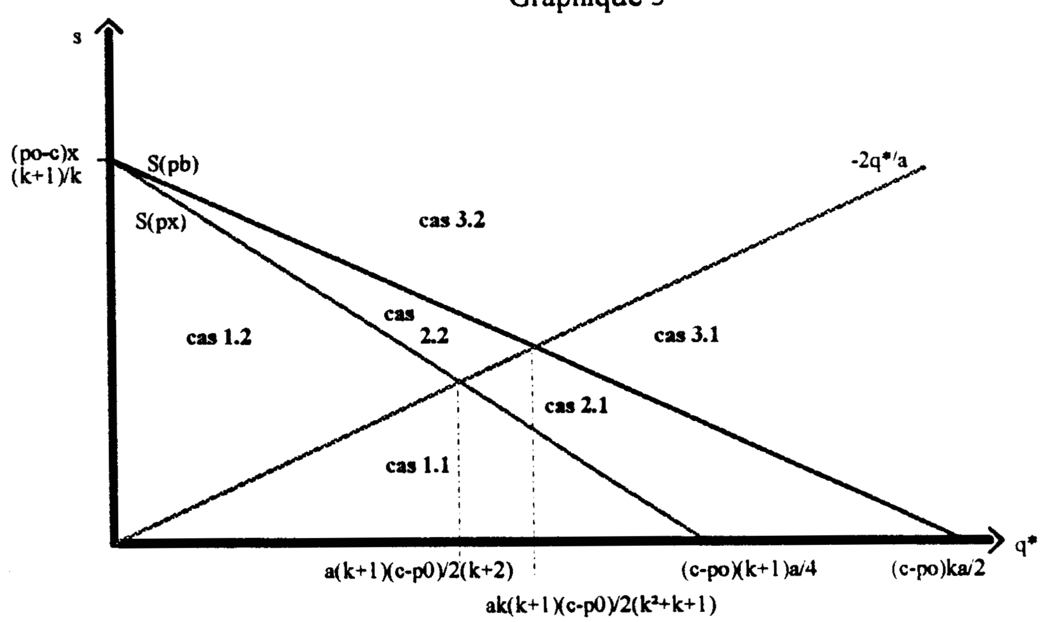
Graphique 2



2) Détermination des solutions optimales possibles.

Nous avons déterminé six situations possibles, chacune définie par la combinaison des propriétés liées aux domaines délimités par les frontières S(p_x), S(p_b) et $-\frac{2q^*}{a}$. Représentons les sur le graphique 2 précédent.

Graphique 3



Rappel des propriétés des frontières :

- si $s < S(p_x)$, on sait qu'une politique de prix p_x est préférable aux politiques de prix p_4 et p_b.

- si $s > S(p_b)$, on sait qu'une politique de prix p_b est préférable aux politiques de prix p_x et p_4.

- si $s < -\frac{2q^*}{a}$, on sait qu'une politique de prix p_x est préférable à une politique de prix p_a.

- si $s > -\frac{2q^*}{a}$, on sait qu'une politique de prix p_a est préférable à une politique de prix p_x.

- si $S(p_x) < s < S(p_b)$, on sait qu'une politique de prix p_4 est préférable aux politiques de prix p_x et p_b.

Nous pouvons donc dresser le tableau suivant :

	$s<S(p_x)$ p_x préf. à p_4 et p_b	$S(p_x)<s<S(p_b)$ p_4 préf. à p_x et p_b	$s>S(p_b)$ p_b préf. à p_x et p_4
$s < -\frac{2q^*}{a}$ p_x préf. à p_a	p_x ou p_3 cas 1.1	p_4 ou p_3 cas 2.1	p_b ou p_3 cas 3.1
$s > -\frac{2q^*}{a}$ p_a préf. à p_x	p_a ou p_3 cas 1.2	p_a ou p_3 ou p_4 cas 2.2	p_a ou p_b ou p_3 cas 3.2

Certaines de ces situations reviennent à un problème de choix entre plusieurs politiques sans stockage; elles se simplifient donc par la prise en compte des résultats obtenus au cours de l'étude à prix rigides sans stockage (chapitre III-1).

Ceci se produit dans les cas : 1.2., 3.1., 3.2..

Rappelons les résultats obtenus à l'issue de cette étude :

- si $q^* < \frac{a}{3}(c - p_0)$, la solution optimale sans stockage est :

$$p_a = p_0 + \frac{q^*}{a},$$

- si $\frac{a}{3}(c - p_0) < q^* < \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$, la solution optimale sans stockage est :

$$p_3 = \frac{p_0 + c}{2} - \frac{q^*}{2a},$$

- si $\frac{ka}{k+2}(c - p_0) < q^* < a(c - p_0)$, la solution optimale sans stockage est :

$$p_b = p_0 + \frac{q^*}{ka}.$$

Nous pouvons donc, dans certains cas, déterminer directement, par élimination, la solution optimale; dans les autres cas plusieurs solutions restent possibles à ce stade de l'étude.

Synthètisons l'ensemble des résultats dans le tableau suivant, qui met en rapport, d'une part, les solutions possibles suivant les six cas déterminés auparavant, et, d'autre part, les solutions optimales sans stockage.

$\frac{a}{3}(c - p_0)$ $\frac{ka}{k+2}(c - p_0)$

Solutions optimales sans stock / Solutions possibles	p_a	p_3	p_b
Cas 1.1.: p_x ou p_3	p_x	p_x ou p_3	p_x
Cas 1.2.: p_a ou p_3	p_a	p_3	//////////////////////////////
Cas 2.1.: p_4 ou p_3	//////////////////////////////	p_4 ou p_3	p_4
Cas 2.2.: p_a ou p_3 ou p_4	p_a ou p_4	p_3 ou p_4	//////////////////////////////
Cas 3.1.: p_b ou p_3	//////////////////////////////	p_3	p_b
Cas 3.2.: p_a ou p_b ou p_3	p_a	p_3	p_b

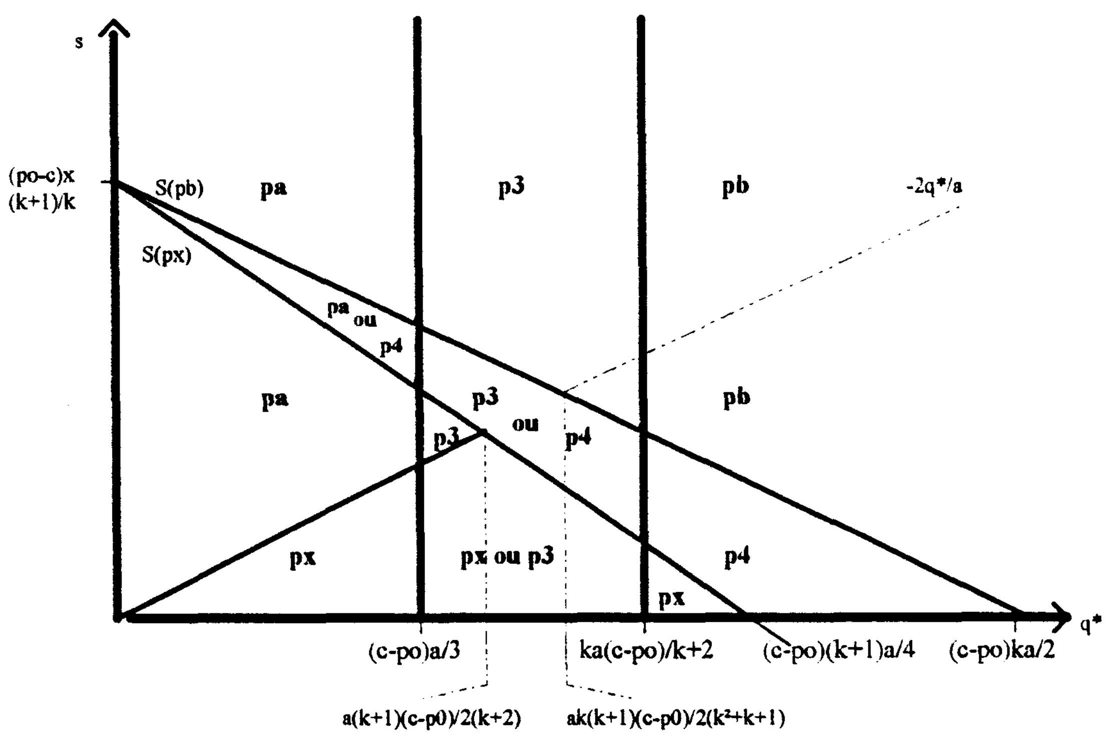
Le raisonnement a été mené de la manière suivante : (le cas 1.1. est utilisé pour l'exemple, la démarche est identique pour les autres cas.)

Cas 1.1. : les prix possibles sont p_x et p_3, or, le prix p_3, équivaut à une solution sans stockage, et ne peut être optimal que pour $\frac{a}{3}(c-p_0)<q^*<\frac{ka}{k+2}(c-p_0)$; ainsi, dans les deux autres zones, seul le prix px peut être optimal.

Les cases vides représentent les situations pour lesquelles les cas 1.2., 2.1., 2.2., 3.1. ne sont pas définis pour les valeurs correspondantes de q*.

Reportons ces résultats dans notre graphique :

Graphique 4.



2.1.6. Quatrième étape : le problème du choix entre deux prix.

Il existe trois cas où se pose le problème du choix entre deux prix :

- le cas 2.2., pour : $q^* < \frac{a}{3}(c - p_0)$, où le problème du choix se pose entre les prix p_a et p_4;

- les cas 2.1. et 2.2., pour : $\frac{a}{3}(c - p_0) < q^* < \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$, où le problème du choix se pose entre les prix p_3 et p_4;

- le cas 1.1., pour : $\frac{a}{3}(c - p_0) < q^* < \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$, où le problème du choix se pose entre les prix p_x et p_3.

Le premier problème se résoudra directement par l'étude des recettes marginales procurées par les ventes à chacun des prix p_a et p_4. Les deux autres problèmes concernent le choix entre une politique avec stockage (aux prix p_x et p_4) et une politique sans stockage (au prix p_3). Il s'agira donc ici de s'intéresser au seuil à partir duquel une politique sans stockage devient préférable. Nous déterminerons donc deux fonctions représentant deux frontières séparant chacune un domaine avec stockage d'un domaine sans stockage. Ces deux fonctions seront définies à partir de l'égalisation des fonctions de recette totale aux prix p_x et p_3 d'une part, et aux prix p_3 et p_4 d'autre part. Leurs études succéssives permettra de déterminer la solution optimales de chaque situation.

2.1.6.1. .Le problème du choix entre p_a et p_4.

Rappelons que :

- $q^* < \frac{a}{3}(c - p_0)$
- $S(p_x) < s < S(p_b)$
- $s > -\frac{2q^*}{a}$
- $p_a = p_0 + \frac{q^*}{a}$
- $p_4 = \frac{p_0 + c}{2} + \frac{sk}{2(k+1)}$

La recette totale obtenue en p_4 est :

$$RT(p_4)=\frac{a}{4}\left[(c-p_0)+\frac{sk}{k+1}\right]\left[(p_0-c)(k+1)-sk\right]+sq^*$$

La dérivée de cette recette par rapport à s est :

$$\begin{aligned}\frac{\delta RT}{\delta s}&=\frac{a}{4}\left[-k(c-p_0)+k(p_0-c)-\frac{2sk}{k+1}\right]+q^*\\&=\frac{a}{4}\left[2k(p_0-c)-\frac{2sk}{k+1}\right]+q^*\\&=\frac{ka}{2}\left[(p_0-c)-\frac{sk}{k+1}\right]+q^*\end{aligned}$$

Cette dérivée est négative pour : $s<\frac{2(k+1)}{k}\left(\frac{q^*}{ka}+\frac{p_0-c}{2}\right)$,

or, on sait que : $s<S(p_b)=\frac{2(k+1)}{k}(\frac{q^*}{ak}+\frac{p_0-c}{2})$,

la recette totale en p4 est donc décroissante de s pour $S(p_x) < s < S(p_b)$.

On sait par ailleurs que la recette obtenue en p_4 est inférieure à la recette obtenue en p_a pour $s > S(p_b)$ et pour $s < S(p_x)$ (p_a est solution optimale dans les cas 1.2. et 3.2. pour $q^* < (c-p0)a/3$); la recette en p_4 étant décroissante de s pour $S(p_x) < s < S(p_b)$, la recette en p_a lui est donc supérieure sur cet intervalle.

La solution optimale dans le cas 2.2., pour $q^*<\frac{a}{3}(c-p_0)$ est donc une politique sans stockage au prix $p = p_a$.

Deux problèmes restent à résoudre :

- le choix entre la politique de prix p_x et la politique de prix p_3 dans le cas 1.1.;

- le choix entre la politique de prix p_3 et la politique de prix p_4 dans les cas 2.1. et 2.2..

Il s'agit de déterminer, dans chaque cas, le niveau de coût de stockage (s) à partir duquel la politique sans stockage est préférable.

Il est défini par l'égalisation des recettes totales obtenues à ces différents prix, soit :

- dans le premier cas par : $RT(p_x) = RT(p_3)$

- dans le deuxième cas par : $RT(p_3) = RT((p_4)$

Ces deux égalisations détermineront chacune un niveau de s fonction de q*; cette fonction sera notée S(q*) dans le premier cas, et S'(q*) dans le second cas ; chaque fonction rend donc équivalentes les deux solutions (avec et sans stockage) à q* donné.

L'étude successive de S(q*) et de S'(q*) nous mènera à la solution optimale de chaque situation.

2.1.6.2. Le problème du choix entre p_x et p_3.

Rappel : S < S(px) et $s < -\dfrac{2q^*}{a}$

La recette totale totale en p_x est :

$$RT(p_x) = 2q^*\left(p_0 - c + \frac{2q^*}{a(k+1)}\right) - sq^*\left(\frac{k-1}{k+1}\right)$$

La recette totale en p_3 est :

$$RT(p_3) = -\frac{1}{4a}\left(q^* - a(p_0 - c)\right)^2$$

Le niveau de s qui rend équivalentes les deux politiques de prix est obtenu par l'égalisation des recettes totales :

$$RT(p_x) = RT(p_3)$$

$$\Rightarrow 2q^*\left(p_0 - c + \frac{2q^*}{a(k+1)}\right) - sq^*\left(\frac{k-1}{k+1}\right) = -\frac{1}{4a}(q^* - a(p_0 - c))^2$$

$$\Rightarrow s = \frac{2(k+1)}{k-1}\left(p_0 - c + \frac{2q^*}{a(k+1)}\right) + \frac{(k+1)}{(k-1)}\frac{1}{4aq^*}(q^* - a(p_0 - c))^2$$

$$= \frac{k+1}{k-1}\left[\frac{3}{2}(p_0 - c) + q^*\left(\frac{4}{a(k+1)} + \frac{1}{4a}\right) + \frac{a}{4q^*}(p_0 - c)^2\right]$$

$$= \frac{k+1}{k-1}\left[\frac{3}{2}(p_0 - c) + q^*\left(\frac{k+17}{4a(k+1)}\right) + \frac{a}{4q^*}(p_0 - c)^2\right]$$

$$\boxed{S(q^*) = \frac{k+1}{k-1}\left[\frac{3}{2}(p_0 - c) + q^*\left(\frac{k+17}{4a(k+1)}\right) + \frac{a}{4q^*}(p_0 - c)^2\right]}$$

Il nous faut donc à présent étudier la fonction S(q*) sur l'intervalle défini par :

$$\frac{a}{3}(c - p_0) < q^* < \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$$

afin de déterminer sa position par rapport à $S(p_x)$ et $-\frac{2q^*}{a}$.

Sur cet intervalle $\left[\frac{a}{3}(c-p_0) \; ; \; \frac{ka}{k+2}(c-p_0)\right]$, Il existe quatre valeurs caractéristiques de q* :

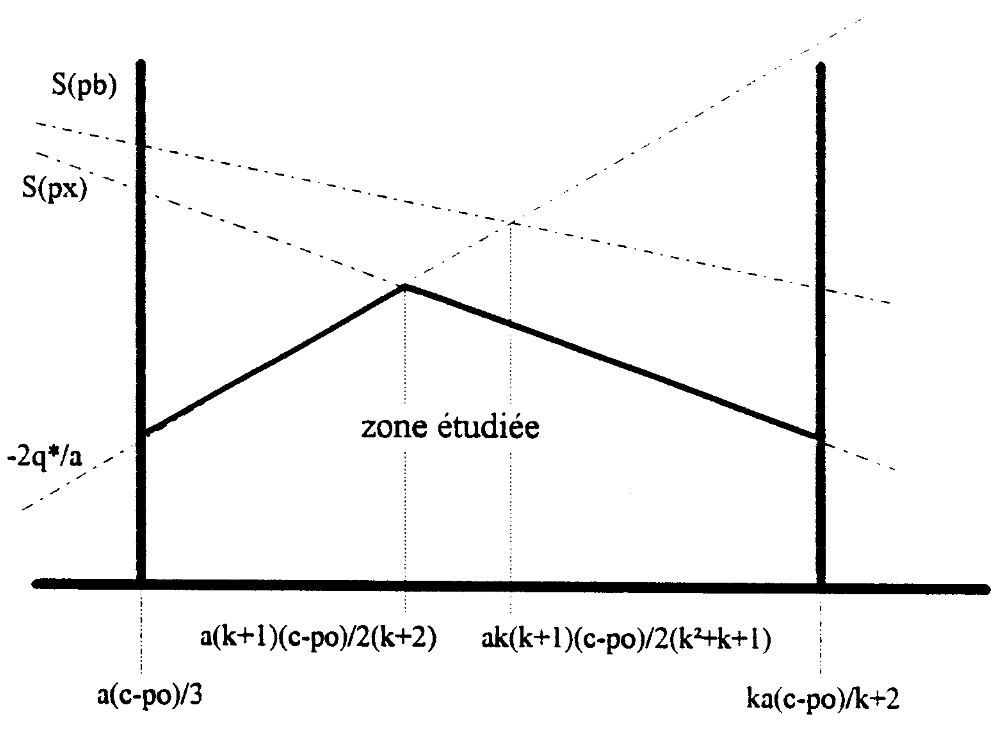
- la borne inférieure de l'intervalle : $q^* = \frac{a}{3}(c-p_0)$

- la valeur de q* correspondant à l'intersection des frontières $S(p_x)$ et $-\frac{2q^*}{a}$; ce point est défini par : $q^* = \frac{a(k+1)}{2(k+2)}(c-p_0)$

- la valeur de q* correspondant à l'intersection des frontières $S(p_b)$ et $-\frac{2q^*}{a}$; ce point est défini par : $q^* = \frac{ka(k+1)}{2(k^2+k+1)}(c-p_0)$

- la borne supérieure de l'intervalle : $q^* = \frac{ka}{k+2}(c-p_0)$.

Représentons graphiquement l'intervalle étudié :



Examinons à présent la fonction S(q*), et notamment sa position par rapport à ces points caractéristiques.

Etude de S(q*).

$$S(q^*) = \frac{k+1}{k-1}\left[\frac{3}{2}(p_0 - c) + q^*\left(\frac{k+17}{4a(k+1)}\right) + \frac{a}{4q^*}(p_0 - c)^2\right]$$

La dérivée de cette fonction par rapport à q* est :

$$\frac{\delta S(q^*)}{\delta q^*} = \frac{k+1}{k-1}\left[\frac{k+17}{4a(k+1)} - \frac{a}{4q^{*2}}(p_0 - c)^2\right]$$

C'est une fonction décroissante de q*; elle s'annule pour :

$$q^{*2} = a^2(p_0 - c)^2\left(\frac{k+1}{k+17}\right)$$

$$q^* = -a(p_0 - c)\sqrt{\frac{k+1}{k+17}}$$

S(q*) est donc d'abord croissante puis décroissante,

elle atteint son maximum en : $q^* = -a(p_0 - c)\sqrt{\frac{k+1}{k+17}}$,

et sa valeur en ce point est : $S(q^*) = \frac{k+1}{2(k-1)}(p_0 - c)\left(\frac{3\sqrt{k+1} - \sqrt{k+17}}{\sqrt{k+1}}\right)$

Etude de S(q*) au point : $q^* = \frac{a}{3}(c - p_0)$

En ce point, $S(q^*) = \frac{2}{3}(p_0 - c) = -\frac{2q^*}{a}$

Etude de S(q*) au point : $q^* = \frac{a(k+1)}{2(k+2)}(c - p_0)$

En ce point, $S(q^*) = \frac{7k^2 + 2k - 9}{8(k-1)(k+2)}(p_0 - c)$

et : $-\frac{2q^*}{a} = \frac{k+1}{k+2}(p_0 - c) = S(px)$.

On sait par ailleurs que $S(q^*) < -\frac{2q^*}{a}$; Ainsi, au point $q^* = \frac{a(k+1)}{2(k+2)}(c - p_0)$, $S(q^*) < S(p_X)$.

Etude de S(q*) au point : $q^* = \frac{ka(k+1)}{2(k^2 + k + 1)}(c - p_0)$

En ce point :

$$S(q^*) = \frac{7k^4 - 2k^3 - 5k^2 + 4k - 4}{8k(k-1)(k^2 + k + 1)}(p_0 - c)$$

et :

$$S(px) = \frac{k^3 + 1}{k(k^2 + k + 1)}(p_0 - c)$$

Déterminons la position relative de ces deux frontières :

$$S(q^*) < S(p_x)$$

$$\Rightarrow \frac{7k^4 - 2k^3 - 5k^2 + 4k - 4}{8(k-1)} < k^3 + 1$$

$$\Rightarrow k^4 - 6k^3 - 5k^2 + 4k - 4 > 0$$

Or, cette condition n'est pas vérifiée $\forall k > 1$.

Ainsi, au point $q^* = \frac{ka(k+1)}{2(k^2+k+1)}(c - p_0)$, $S(q^*) > S(p_x)$.

La fonction $S(q^*)$ coupe donc la fonction $S(p_x)$ entre les points $q^* = \frac{a(k+1)}{2(k+2)}(c - p_0)$ et $q^* = \frac{ka(k+1)}{2(k^2+k+1)}(c - p_0)$; le point d'intersection entre ces deux fonctions sera déterminé ultérieurement.

Etude de S(q*) au point : $q^* = \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$

En ce point :

$$S(q^*) = \frac{k^2+1}{k(k+2)}(p_0 - c)$$

$$S(p_x) = \frac{k^2 - k + 2}{k(k+2)}(p_0 - c)$$

$$S(p_b) = \frac{k+1}{k+2}(p_0 - c)$$

Ainsi, au point $q^* = \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$, $S(p_2) > S(q^*) > S(p_x)$.

Etude du point d'intersection entre S(q*) et S(p_x).

On sait d'aprés l'étude de S(q*) aux points caractéristiques de q* que :

- la fonction S(q*) coupe la fonction S(p_x) entre les points :

$$q^* = \frac{a(k+1)}{2(k+2)}(c-p_0) \text{ et } q^* = \frac{ka(k+1)}{2(k^2+k+1)}(c-p_0),$$

- ce point est unique pour : $\frac{a}{3}(c-p_0) < q^* < \frac{ka}{k+2}(c-p_0)$ car :

  - S(q*) est une fonction croissante puis décroissante de q*,

  - au point $q^* = \frac{ka}{k+2}(c-p_0)$, on a S(q*) > S($p_x$).

Ce point d'intersection est défini par :

$$\frac{k+1}{k-1}\left[\frac{3}{2}(p_0-c)+q^*\left[\frac{k+17}{4a(k+1)}\right]+\frac{a}{4q^*}(p_0-c)^2\right]=\frac{4q^*}{ka}+\frac{k+1}{k}(p_0-c)$$

Posons $(p_0 - c) = x$

$$\Rightarrow \frac{3(k+1)}{2(k-1)}x+\frac{k+17}{4a(k-1)}q^*+\frac{a(k+1)}{4q^*(k-1)}x^2-\frac{4q^*}{ka}-\frac{k+1}{k}x=0$$

$$\Rightarrow x\left[\frac{3(k+1)}{2(k-1)}-\frac{k+1}{k}\right]+\frac{q^*}{a}\left[\frac{k+17}{4(k-1)}-\frac{4}{k}\right]+\frac{a(k+1)}{4q^*(k-1)}x^2=0$$

$$\Rightarrow x\left[\frac{k^2+3k+2}{2k(k-1)}\right]+\frac{q^*}{a}\left[\frac{k2+k+16}{4k(k-1)}\right]+\frac{a(k+1)}{4q^*(k-1)}x^2=0$$

$$2x(k^2+3k+2)+\frac{q^*}{a}(k^2+k+16)+\frac{a}{q^*}k(k+1)x^2=0$$

$$\frac{q^{*2}}{a}(k^2+k+16)+2q^*(k^2+3k+2)x+ka(k+1)x^2=0$$

$$\begin{aligned}\Delta &= 4x^2(k^2+3k+2)^2-ka(k^2+k+16)(k+1)x^2\\ &= 16x^2(k+1)(k-1)^2\end{aligned}$$

$$\sqrt{\Delta}=4x(k-1)\sqrt{k+1}$$

$$q^{*'}=-\frac{ax\left[k^2+3k+2+2(k-1)\sqrt{k+1}\right]}{k2+k+16}$$

$$q^{*''}=-\frac{ax\left[k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1)}\right]}{k^2+k+16}$$

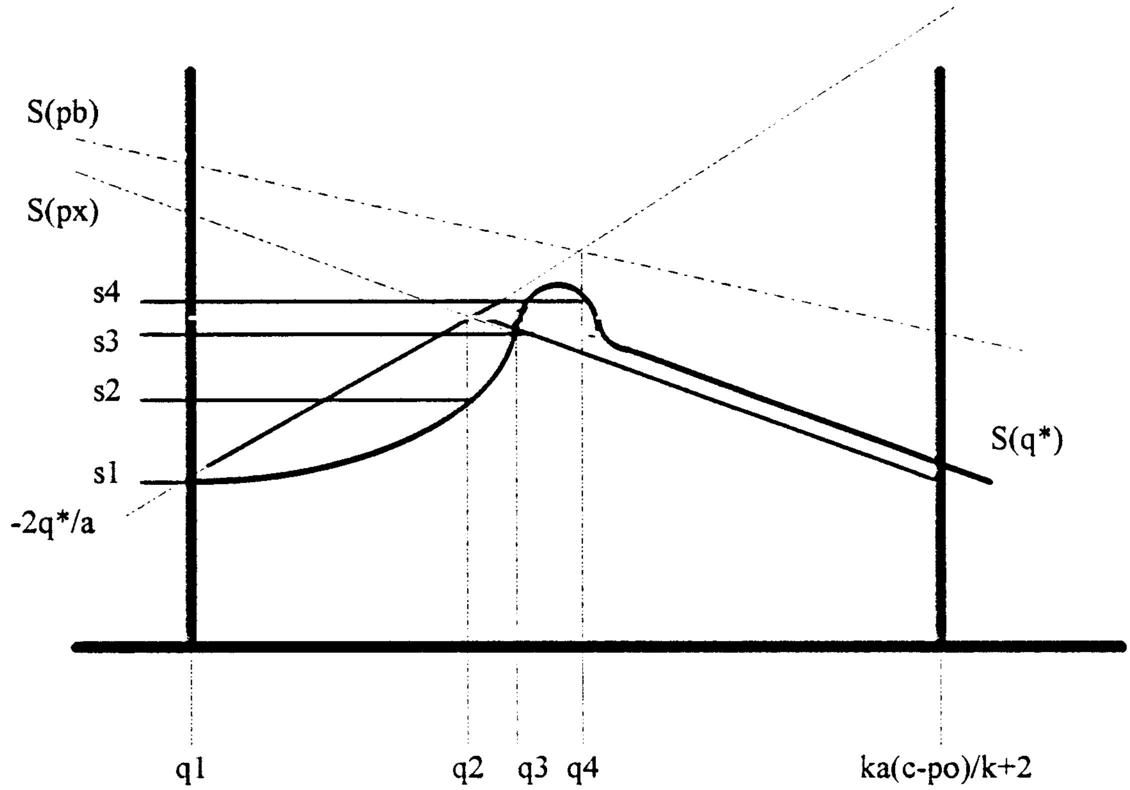
Nous nous intéresserons à la racine inférieure (premier point d'intersection entre S(q*) et S(p_X);

Le point d'intersection entre S(q*) et S(p_X) est défini par :

$$q^*=a\frac{k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16}(c-p_0)$$

La valeur de s en ce point est : $s=\dfrac{k^3-2k^2+5k+8+8(k-1)\sqrt{k+1}}{k(k^2+k+16)}(p_0-c)$

Représentons graphiquement la fonction S(q*).



avec :

$$q1 = \frac{a}{3}(c - p_0)$$

$$s1 = \frac{2}{3}(p_0 - c)$$

$$q2 = \frac{a(k+1)}{2(k+2)}(c - p_0)$$

$$s2 = \frac{7k^2 + 2k - 9}{8(k-1)(k+2)}(p_0 - c)$$

$$q3 = \frac{a(k^2 + 3k + 2 - 2(k-1)\sqrt{k+1})}{k^2 + k + 16}(c - p_0)$$

$$s3 = \frac{k^3 - 2k^2 + 5k + 8 + 8(k-1)\sqrt{k+1}}{k(k^2 + k + 16)}(p_0 - c)$$

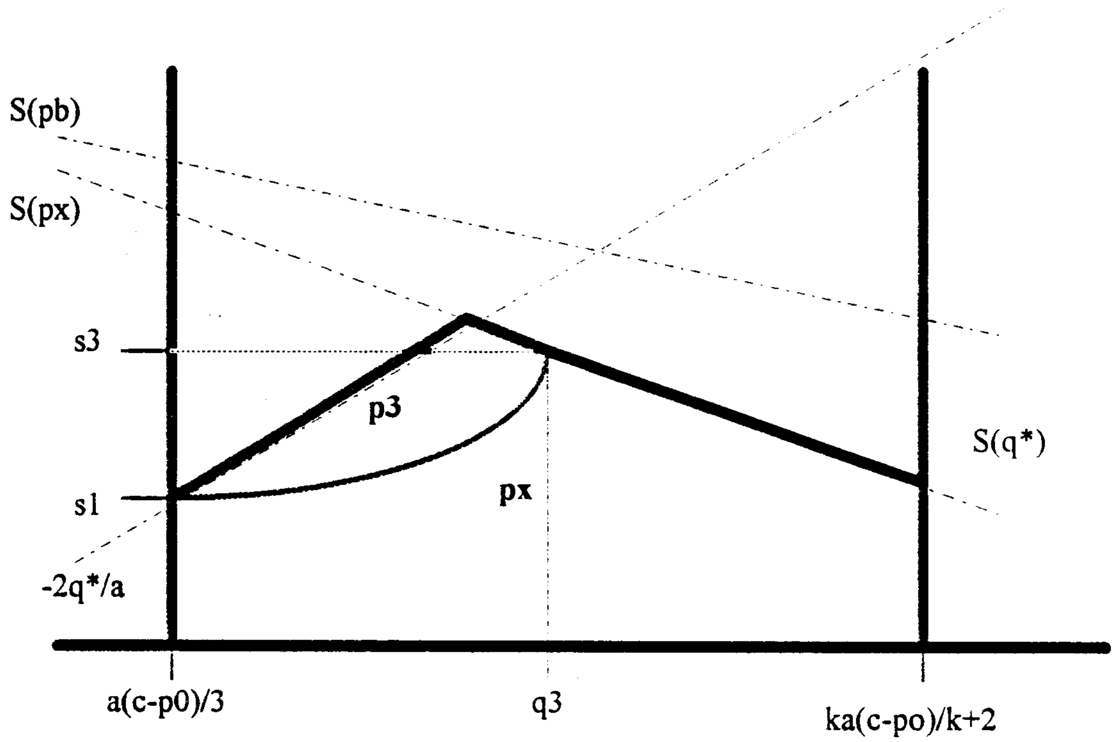
$$q4 = \frac{ka(k+1)}{2(k^2 + k + 1)}(c - p_0)$$

$$s4 = \frac{7k^4 - 2k^3 - 5k^2 + 4k - 4}{8k(k-1)(k^2 + k + 1)}(p_0 - c)$$

S(q*) étant la frontière séparant la politique de prix p_x et la politique de prix p_3, nous pouvons reporter sur le grahique les solutions optimales déterminées par son étude, sachant que :

- si $s > S(q^*)$, la politique de prix p_3 (sans stockage) est préférable à, la politique de prix p_x;

- si $s < S(q^*)$, la politique de prix p_x (avec stockage) est préférable à la politique de prix p_3.



avec :

$$s1 = \frac{2}{3}(p_0 - c)$$

$$s3 = \frac{k^3 - 2k^2 + 5k + 8 + 8(k-1)\sqrt{k+1}}{k(k^2 + k + 16)}(p_0 - c)$$

$$q3 = \frac{a(k^2 + 3k + 2 - 2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2 + k + 16}(c - p_0)$$

2.1.6.3. Le problème du choix entre p_3 et p_4

La recette totale en p_3 est :

$$RT(p_3) = -\frac{1}{4a}(q^* - a(p_0 - c))^2$$

La recette totale en p_4 est :

$$RT(p_4) = \frac{a}{4}\left[c - p_0 + \frac{sk}{k+1}\right]\left[(p_0 - c)(k+1) - sk\right] + sq^*$$

Le niveau de s qui rend équivalentes les deux politiques de prix est obtenu par l'égalisation des recettes totales :

$$RT(p_3) = RT(p_4)$$

$$-\frac{1}{4a}(q^* - a(p_0 - c))^2 = \frac{a}{4}\left[c - p_0 + \frac{sk}{k+1}\right]\left[(p_0 - c)(k+1) - sk\right] + sq^*$$

$$\Rightarrow sq^* = -\frac{1}{4a}(q^* - a(p_0 - c))^2 - \frac{a}{4}\left[c - p_0 + \frac{sk}{k+1}\right]\left[(p_0 - c)(k+1) - sk\right]$$

$$\Rightarrow sq^* = -\frac{q^{*2}}{4a} + \frac{q^*}{2}(p_0 - c) - \frac{a}{4}(p_0 - c)^2 + \frac{a}{4}(k+1)(p_0 - c)^2 - \frac{ask}{2}(p_0 - c) + \frac{a(sk)^2}{4(k+1)}$$

$$\Rightarrow s = \frac{-\frac{q^{*2}}{4a} + \frac{q^*}{2}(p_0 - c) - \frac{ka}{4}(p_0 - c)^2}{q^* + \frac{ka}{2}(p_0 - c) - \frac{k^2 as}{4(k+1)}}$$

$$\boxed{s'(q^*) = \frac{-\frac{q^{*2}}{4a} + \frac{q^*}{2}(p_0 - c) - \frac{ka}{4}(p_0 - c)^2}{q^* + \frac{ka}{2}(p_0 - c) - \frac{k^2 as}{4(k+1)}}}$$

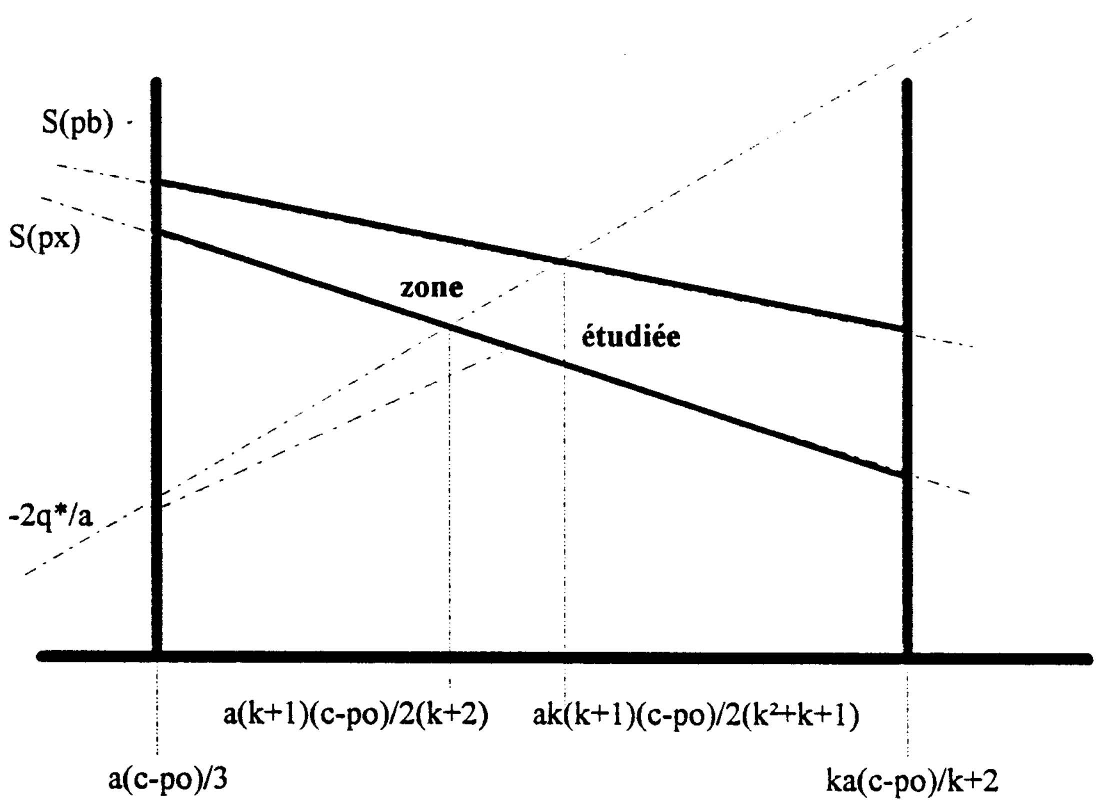
Le tracé de S'(q*) est une élipse; cette fonction délimite la frontière entre la politique de prix p_3 et la politique de prix p_4. Ainsi, à l'intérieur de l'élipse, la politique de prix p_3 sera préférable à la politique de prix p_4; et à l'extérieur de l'élipse, la politique de prix p_4 sera préférable à la politique de prix p_3.

L'étude de S'(q*) comportera deux étapes :

- L'étude de S'(q*) aux points caractérisriques de l'intervalle $\left[\frac{a}{3}(c-p_0);\frac{ka}{k+2}(c-p_0)\right]$,

- la recherche des points d'intersection entre S(q*), S'(q*) et $S(p_x)$. On montrera ainsi que S(q*) et S'(q*) coupent la frontière $S(p_x)$ en un même point que l'on déterminera.

Représentons graphiquement la zone étudiée et ses points caractéristiques:



1) Etude de S(q*) aux points caractéristiques de l'intervalle.

Pour cette étude, nous utiliserons la fonction sous la forme : $RT(p_3)-RT(p_4)=0$, soit :

$$-\frac{a(sk)^2}{4(k+1)}+s\left(\frac{ka}{2}(p_0-c)+q^*\right)+\frac{q^{*2}}{4a}-\frac{q^*}{2}(p_0-c)-\frac{ka}{4}(p_0-c)^2=0$$

Etude de S'(q*) au point : $q^*=\frac{a}{3}(c-p_0)$

$$-\frac{a(sk)^2}{4(k+1)}+s\left(\frac{ka}{2}(p_0-c)-\frac{a}{3}(p_0-c)\right)+\frac{a}{36}(p_0-c)^2+\frac{a}{6}(p_0-c)^2-\frac{ka}{4}(p0-c)^2=0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{(sk)^2}{4(k+1)}+s(p_0-c)\left(\frac{3k-2}{6}\right)+\frac{1}{2}(p_0-c)^2\left(\frac{7-9k}{18}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-9(sk)^2+6s(p_0-c)(3k-2)(k+1)+(p_0-c)^2(7-9k)(k+1)}{18(k+1)}=0$$

$$\Leftrightarrow -9(sk)^2+6s(p_0-c)^2(3k^2+k-2)-(p_0-c)^2(9k^2+2k-7)=0$$

$$\begin{aligned}\Delta &= 36(p_0-c)^2(3k^2+k-2)^2-36k^2(p_0-c)^2(9k^2+2k-7)\\ &= 144(p_0-c)^2(k-1)^2(k+1)\end{aligned}$$

$$s'=\frac{3k^2+k-2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{3k^2}(p_0-c)$$

$$s''=\frac{3k^2+k-2+2(k-1)\sqrt{k+1}}{3k^2}(p_0-c)$$

Il existe donc deux points d'intersection entre la verticale représentée par $q^*=\frac{a}{3}(c-p_0)$, et l'élipse représentative de la fonction S'(q*).

Etude de S'(q*) au point : $q^* = \dfrac{a(k+1)}{2(k+2)}(c - p_0)$

$$-\frac{a(sk)^2}{4(k+1)} + s\left(\frac{ka}{2}(p_0 - c) - \frac{a(k+1)}{2(k+2)}(p_0 - c)\right) +$$
$$+\frac{a(k+1)^2}{16(k+2)^2}(p_0 - c)^2 + \frac{a(k+1)}{4(k+2)}(p_0 - c)^2 - \frac{ka}{4}(p_0 - c)^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow$$
$$-\frac{a(sk)^2}{4(k+1)} + \frac{as(k^2+k-1)}{2(k+2)}(p_0 - c) - \frac{a(4k^3+11k^2+2k-9)}{16(k+2)^2}(p_0 - c)^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow$$
$$-4(sk)^2(k+2)^2 + 8s(p_0 - c)(k^2+k-1)(k+1)(k+2) - (p_0 - c)^2(4k^3+11k^2+2k-9)(k+1) = 0$$

$$\Delta = 16(p_0 - c)^2(k+2)^2(k+1)(k^4 + 10k^3 + 5k^2 - 4k + 4)$$

$$s' = \frac{\left[2(k+1)(k^2+k-1) - \sqrt{(k+1)(k^4+2k^3-3k^2-4k+4}\right]}{2k^2(k+2)}(p_0 - c)$$

$$s'' = \frac{2(k+1)(k^2+k-1) + \sqrt{(k+1)(k^4+2k^3-3k^2-4k+4}}{2k^2(k+2)}(p_0 - c)$$

Il existe donc deux points d'intersection entre la verticale représentée par $q^* = \dfrac{a(k+1)}{2(k+2)}(c - p_0)$ et l'élipse représentative de la fonction S'(q*).

Etude de S'(q*) au point : $q^* = \dfrac{ka(k+1)}{2(k^2+k+1)}(c - p_0)$

$$-\frac{a(sk)^2}{4(k+1)} + s\left[\frac{ka}{2}(p_0 - c) - \frac{ka(k+1)}{2(k^2+k+1)}(p_0 - c)\right] +$$
$$+\frac{ak^2(k+1)^2}{16(k^2+k+1)}(p_0 - c)^2 + \frac{ka(k+1)}{4(k^2+k+1)}(p_0 - c)^2 - \frac{ka}{4}(p_0 - c)^2 = 0$$

$$-\frac{a(sk)^2}{4(k+1)}+s\left[\frac{ka(p_0-c)(k^2+k+1)-ka(k+1)(p_0-c)}{2(k^2+k+1)}\right]+$$
$$+\frac{ka}{4}\left[\frac{k(-4k^3-3k^2-2k+1}{4(k^2+k+1)}\right](p_0-c)^2=0$$

$$-\frac{ks^2}{2(k+1)}+\frac{s}{k^2+k+1}(p_0-c)-\frac{k(4k^3+3k^2+2k-1)}{8(k^2+k+1)}(p_0-c)=0$$

$$-4s^2(k^2+k+1)^2+8ks(k+1)(k^2+k+1)(p_0-c)-(k+1)(4k^3+3k^2+2k-1)(p_0-c)^2=0$$

$$\Delta=64k^2(k+1)^2(k^2+k+1)^2(p0-c)^2-$$
$$-16(k+1)(k^2+k+1)^2(p0-c)^2(4k^3+3k^2+2k-1)(p_0-c)^2$$

$$=16(k+1)(k-1)^2(k^2+k+1)^2(p_0-c)^2$$

$$\sqrt{\Delta}=4(k^2+k+1)(k-1)\sqrt{k+1}(p_0-c)$$

$$s'=\frac{2k(k+1)+(k-1)\sqrt{k+1}}{2(k^2+k+1)}(p_0-c)$$

$$s''=\frac{2k(k+1)-(k-1)\sqrt{k+1}}{2(k^2+k+2)}(p_0-c)$$

Il existe donc deux points d'intersection entre la verticale représentée par $q^*=\frac{ak(k+1)}{2(k^2+k+1)}(c-p_0)$ et l'élipse représentative de la fonction S'(q*).

Etude de S'(q*) au point : $q^* = \dfrac{ka}{k+2}(c - p_0)$

$$-\frac{a(sk)^2}{4(k+1)} + s\left[\frac{ka}{2}(p_0 - c) - \frac{ka}{k+2}(p_0 - c)\right] +$$
$$+\frac{(ka)^2}{4a(k+2)^2}(p_0 - c)^2 + \frac{ka}{2(k+2)}(p_0 - c)^2 - \frac{ka}{4}(p_0 - c)^2 = 0$$

$$-\frac{a(sk)^2}{4(k+1)} + \frac{ask^2}{2(k+2)}(p_0 - c) + ka\left[\frac{k}{4(k+2)^2} + \frac{1}{2(k+2)} - \frac{1}{4}\right](p_0 - c)^2 = 0$$

$$-\frac{ks^2}{4(k+1)} + \frac{ks}{2(k+2)}(p_0 - c) - \frac{k^2+k}{4(k+2)^2}(p_0 - c)^2 = 0$$

$$-s^2(k+2)^2 + 2s(k+1)(k+2)(p_0 - c) - (k+1)^2(p_0 - c)^2 = 0$$

$$\Delta = 4(k+1)^2(k+2)^2(p_0 - c)^2 - 4(k+1)^2(k+2)^2(p_0 - c)^2 = 0$$

$$s = \frac{k+1}{k+2}(p_0 - c)$$
$$= S(p2) \text{ au point } q^* = \frac{ka}{k+2}(c - p_0)$$

Il n'existe donc q'un seul point d'intersection entre l'élipse et la verticale correspondant au niveau $\boldsymbol{q^* = \dfrac{ka}{k+2}(c - p_0)}$; cette intersection se réalise à la valeur de $S(p_2)$ a ce niveau de q*.

2) Etude des points d'intersection entre S(q*), S'(q*) et S(p_x).

Nous montrerons que les fonctions S(q*), S'(q*) et S(p_x) se rencontrent en un point unique.

Nous savons que l'intersection entre S(q*) et S(p_x) se réalise au point

$$q^* = a\frac{k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16}(c-p_0)$$

en ce point, $S(q^*) = S(p_x) = \dfrac{k^3-2k^2+5k+8+8(k-1)\sqrt{k+1}}{k(k^2+k+16)}(p_0-c)$

Nous montrerons donc que :   au point $q^* = a\dfrac{k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16}(c-p_0)$, $S'(q^*) = S(q^*) = S(p_x) = \dfrac{k^3-2k^2+5k+8+8(k-1)\sqrt{k+1}}{k(k^2+k+16)}(p_0-c)$

Nous utiliserons, là encore, la fonction sous sa forme cannonique, soit :

$$-\frac{a(sk)^2}{4(k+1)}+s\left(\frac{ka}{2}(p_0-c)+q^*\right)+\frac{q^{*2}}{4a}-\frac{q^*}{2}(p_0-c)-\frac{ka}{4}(p_0-c)^2=0$$

Valeur de S'(q*) au point : $q^* = a\dfrac{k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16}(c-p0)$

Nous devons donc exprimer la fonction suivante :

$$-\frac{a(sk)^2}{4(k+1)}+s\left(\frac{ka}{2}(p_0-c)+q^*\right)+\frac{q^{*2}}{4a}-\frac{q^*}{2}(p_0-c)-\frac{ka}{4}(p_0-c)^2=0$$

au point $q^* = a\dfrac{k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16}(c-p_0)$

décomposons la fonction en trois expressions :

$$-\frac{\overbrace{a(sk)^2}^{1}}{4(k+1)}$$

$+$

$$\overbrace{s\left(\frac{ka}{2}(p_0-c)-a\frac{k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16}(p_0-c)\right)}^{2}$$

$+$

$$\underbrace{\begin{aligned}&\frac{a\left(k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}\right)^2}{4\left(k^2+k+16\right)^2}(p_0-c)^2+\\&\frac{a\left(k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}\right)}{2\left(k^2+k+16\right)}(p_0-c)^2-\\&-\frac{ka}{4}(p_0-c)^2\end{aligned}}_{3}$$

$=0$

développons à présent les expressions :2 et 3 :

Expression $\langle 2 \rangle$:

$$s\left(\frac{ka}{2}(p_0-c)-a\frac{k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16}(p_0-c)\right)$$

$$=sa\left(\frac{k}{2}-\frac{k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16}\right)(p_0-c)$$

$$=sa\overbrace{\left(\frac{k^3-k^2+10k-4+4(k-1)\sqrt{k+1}}{2(k^2+k+16)}\right)}^{\langle 2' \rangle}(p_0-c)$$

$$=sa(p_0-c)\frac{\langle 2' \rangle}{2(k^2+k+16)}$$

avec $\langle 2' \rangle = k^3-k^2+10k-4+4(k-1)\sqrt{k+1}$

Expression $\langle 3 \rangle$

$$\frac{a}{2}\left[\frac{\left(k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}\right)^2}{2(k^2+k+16)^2}+\frac{k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16}-\frac{k}{2}\right](p_0-c)^2$$

$$=\frac{a}{2}(p_0-c)^2\frac{\langle 3' \rangle}{2(k^2+k+16)^2}$$

avec $\langle 3' \rangle =$

$$\left[\overbrace{\left(k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}\right)^2}^{\langle 3'1 \rangle}+2\overbrace{\left(k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}\right)(k^2+k+16)}^{\langle 3'2 \rangle}-\overbrace{k(k^2+k+16)^2}^{3'3}\right]$$

Développons à présent les expressions $\langle 3'1\rangle, \langle 3'2\rangle, \langle 3'3\rangle$

$$\langle 3'1\rangle = \left(k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}\right)^2$$

$$= k^4+10k^3+9k^2+8k+8-2(k-1)\sqrt{k+1}(2k^2+6k+4)$$

$$\langle 3'2\rangle = 2(k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1})(k^2+k+16)$$

$$= 2k^4+8k^3+42k^2+100k+64-4(k^2+k+16)(k-1)\sqrt{k+1}$$

$$\langle 3'3\rangle = k(k^2+k+16)^2$$

$$= k^5+2k^4+33k^3+32k^2 256k$$

ainsi, l'expression $\langle 3'\rangle = \langle 3'1\rangle + \langle 3'2\rangle - \langle 3'3\rangle$, devient :

$$\langle 3'\rangle = -k^5+k^4-15k^3+19k^2-148k+72-8(k^2+2k+9)(k-1)\sqrt{k+1}$$

réécrivons à présent la valeur de la fonction S'(q*) :

$$-\frac{a(sk)^2}{4(k+1)}+\frac{as}{2}(p_0-c)\left[\frac{\langle 2'\rangle}{k^2+k+16}\right]+\frac{a}{2}(p_0-c)^2\left[\frac{\langle 3'\rangle}{2(k^2+k+16)^2}\right]=0$$

$$-\frac{(sk)^2(k^2+k+16)^2+2s(p_0-c)(k+1)(k^2+k+16)(\langle 2'\rangle)+(p_0-c)^2(k+1)(\langle 3'\rangle)}{2(k+1)(k^2+k+16)^2}=0$$

$$-(sk)^2(k^2+k+16)^2+2s(p_0-c)(k+1)(k^2+k+16)(\langle 2'\rangle)+(p_0-c)^2(k+1)(\langle 3'\rangle)=0$$

Résolvons à présent cette équation ; la valeur de s ainsi obtenue déterminera la valeur de S'(q*) au point $q^* = a\frac{k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16}(c-p_0)$ (point d'intersection entre S(q*) et S(p_x)).

$$\Delta = 4(k+1)^2(p_0-c)^2(k^2+k+16)^2(\langle 2'\rangle^2)+4k^2(k+1)(k^2+k+16)^2(p_0-c)^2(\langle 3'\rangle)$$
$$= 4(k+1)(k^2+k+16)^2(p_0-c)^2\left[(k+1)(\langle 2'\rangle^2)+k^2(\langle 3'\rangle)\right]$$

Développons cette expression par étapes successives :

$$\langle 2'\rangle^2 = \left(k^3-k^2+10k-4+4(k-1)\sqrt{k+1}\right)^2$$

$$= k^6-2k^5+21k^4-12k^3+92k^2-96k+32+8(k^3-k^2+10k-4)(k-1)\sqrt{k+1}$$

$$\langle 2'\rangle^2(k+1) =$$
$$k^7-k^6+19k^5+9k^4+80k^3-4k^2-64k+32+8(k^3-k^2+10k-4)(k+1)(k-1)\sqrt{k+1}$$

$$\langle 3'\rangle k^2 = -k^7+k^6-15k^5+19k^4-148k^3+72k^2-8k^2(k^2+2k+9)(k-1)\sqrt{k+1)}$$

$$\langle 2'\rangle^2(k+1)+\langle 3'\rangle k^2 =$$

$$4k^5+28k^4-68k^3-64k+32+8(k-1)\sqrt{k+1}\left[(k+1)(k^3-k^2+10k-4)-k^2(k^2+2k+9)\right]$$

$$=4(k-1)^2\left[k^3+9k^2+8-4\sqrt{k+1}(k-1)(k+2)\right]$$

$$=4(k-1)^2\left[(k^3+5k^2+8k+4)+(4k^2-8k+4)-4\sqrt{k+1}(k-1)(k+2)\right]$$

$$=4(k-1)^2\left[(k+1)(k+2)^2+4(k-1)^2-4\sqrt{k+1}(k-1)(k+2)\right]$$

$$=4(k-1)^2\left[(k+2)\sqrt{k+1}-2(k-1)\right]^2$$

Nous pouvons à présent réécrire l'expression du déterminant :

$$\Delta = 16(k^2+k+16)^2(k-1)^2(k+1)\left[(k+2)\sqrt{k+1}-2(k-1)\right]^2(p_0-c)^2$$

Une des solutions de l'équation est :

$$s=\frac{\left(k^3-k^2+10k-4+4(k-1)\sqrt{k+1}\right)(k+1)-2(k-1)\sqrt{k+1}\left((k+2)\sqrt{k+1}-2(k-1)\right)}{k^2(k^2+k+16)}(p_0-c)$$

$$=\frac{k^4-2k^3+5k^2+8k+8k(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2(k^2+k+16)}(p_0-c)$$

$$=\frac{k^3-2k^2+5k+8+8(k-1)\sqrt{k+1}}{k(k^2+k+16)}(p_0-c) \qquad \text{c.q.f.d.}$$

Ainsi, nous avons démontré que :

au point $q^* = a\dfrac{k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16}(c-p_0)$,

$$S'(q^*) = S(q^*) = S(px) = \frac{k^3-2k^2+5k+8+8(k-1)\sqrt{k+1}}{k(k^2+k+16)}(p_0-c)$$

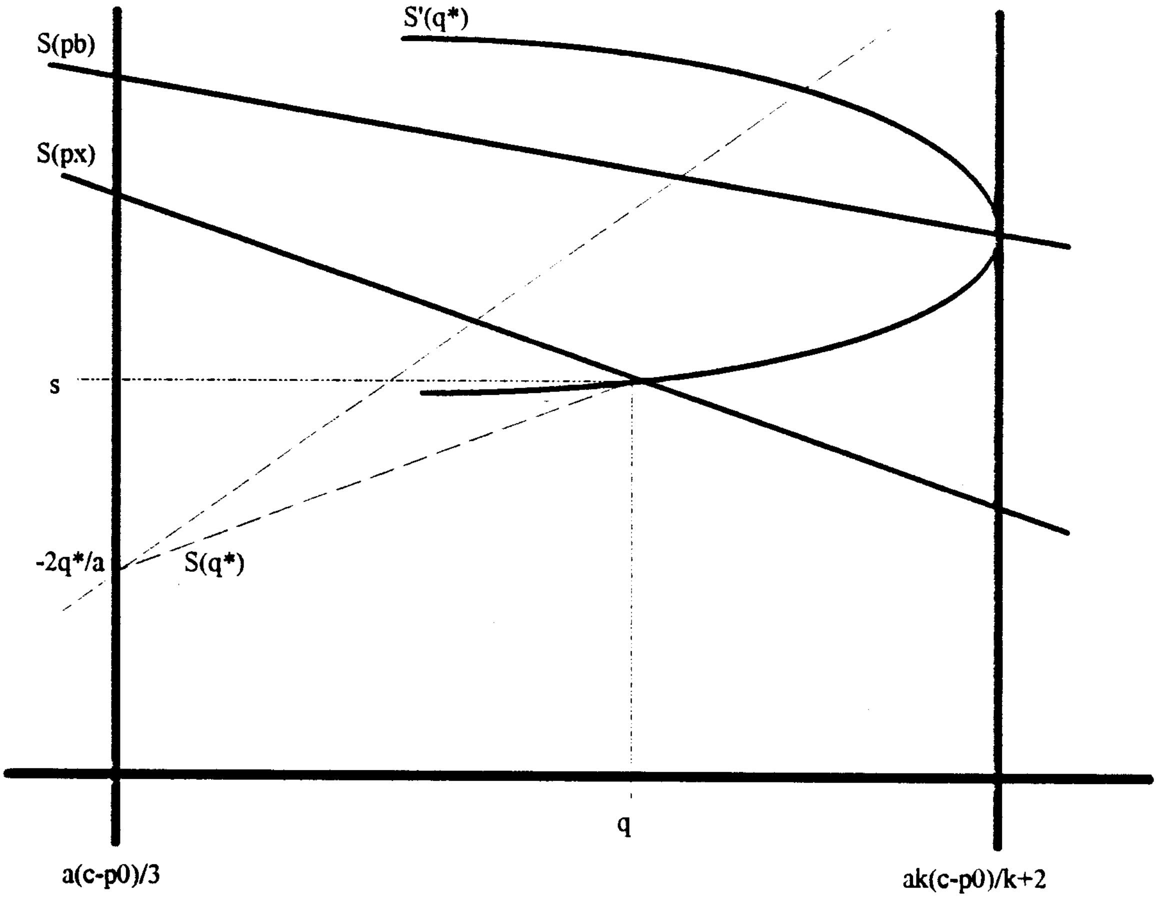
Les frontières S(q*) et S'(q*) coupent donc la frontière $S(p_x)$ en un même point (s, q*) défini par :

$$q^* = a\frac{k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16}(c-p_0),$$

$$s = \frac{k^3-2k^2+5k+8+8(k-1)\sqrt{k+1}}{k(k^2+k+16)}(p_0-c)$$

Nous pouvons à présent représenter la fonction S'(q*), compte tenu de sa position par rapport aux différents points caractéristiques, et par rapport aux frontières S(q*) et $S(p_x)$ (voir page suivante).

Représentation graphique de la fonction S'(q*)



avec :

$$q = a\frac{k^2+3k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16}(c-p_0),$$

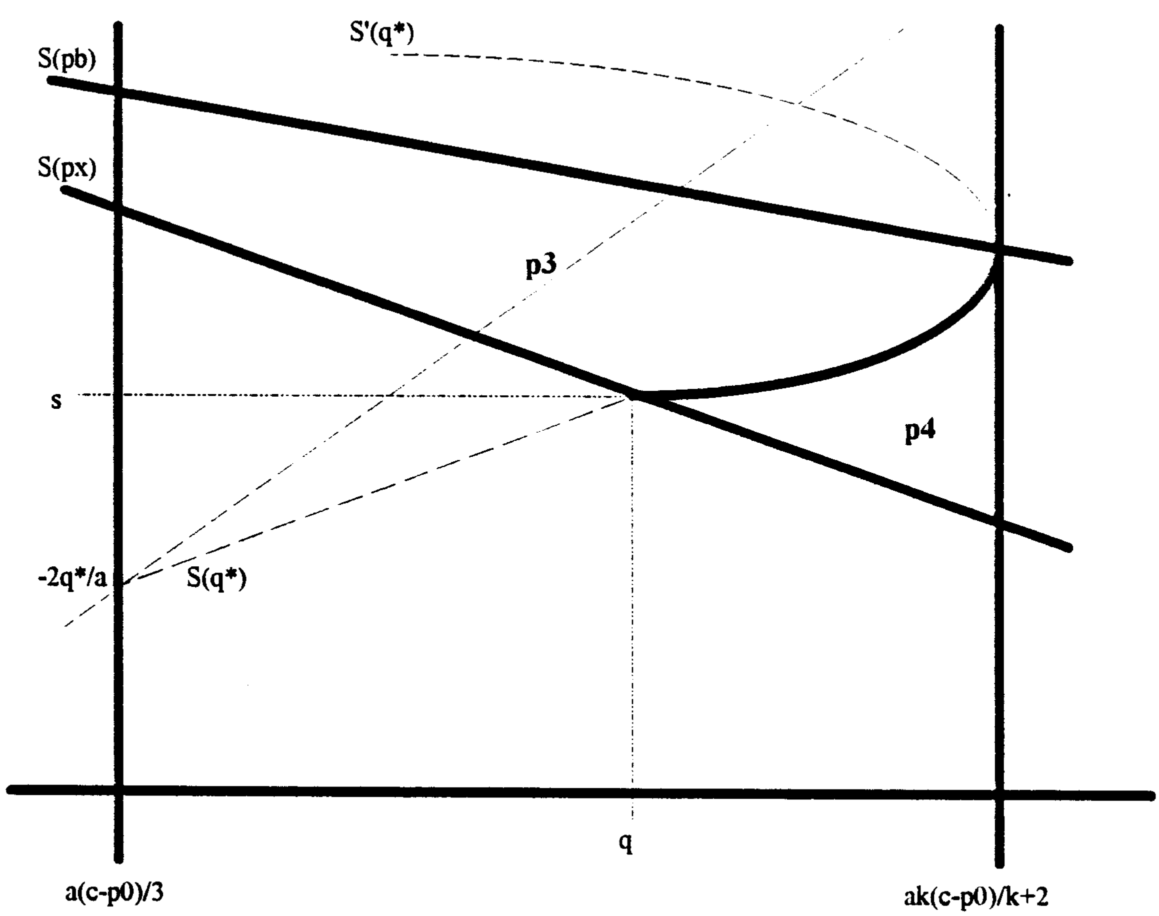
$$s = \frac{k^3-2k^2+5k+8+8(k-1)\sqrt{k+1}}{k(k^2+k+16)}(p_0-c)$$

S'(q*) étant la frontière séparant la politique de prix p_3 et la politique de prix p_4, nous pouvons reporter sur le graphique les solutions optimales déterminées par son étude, sachant que :

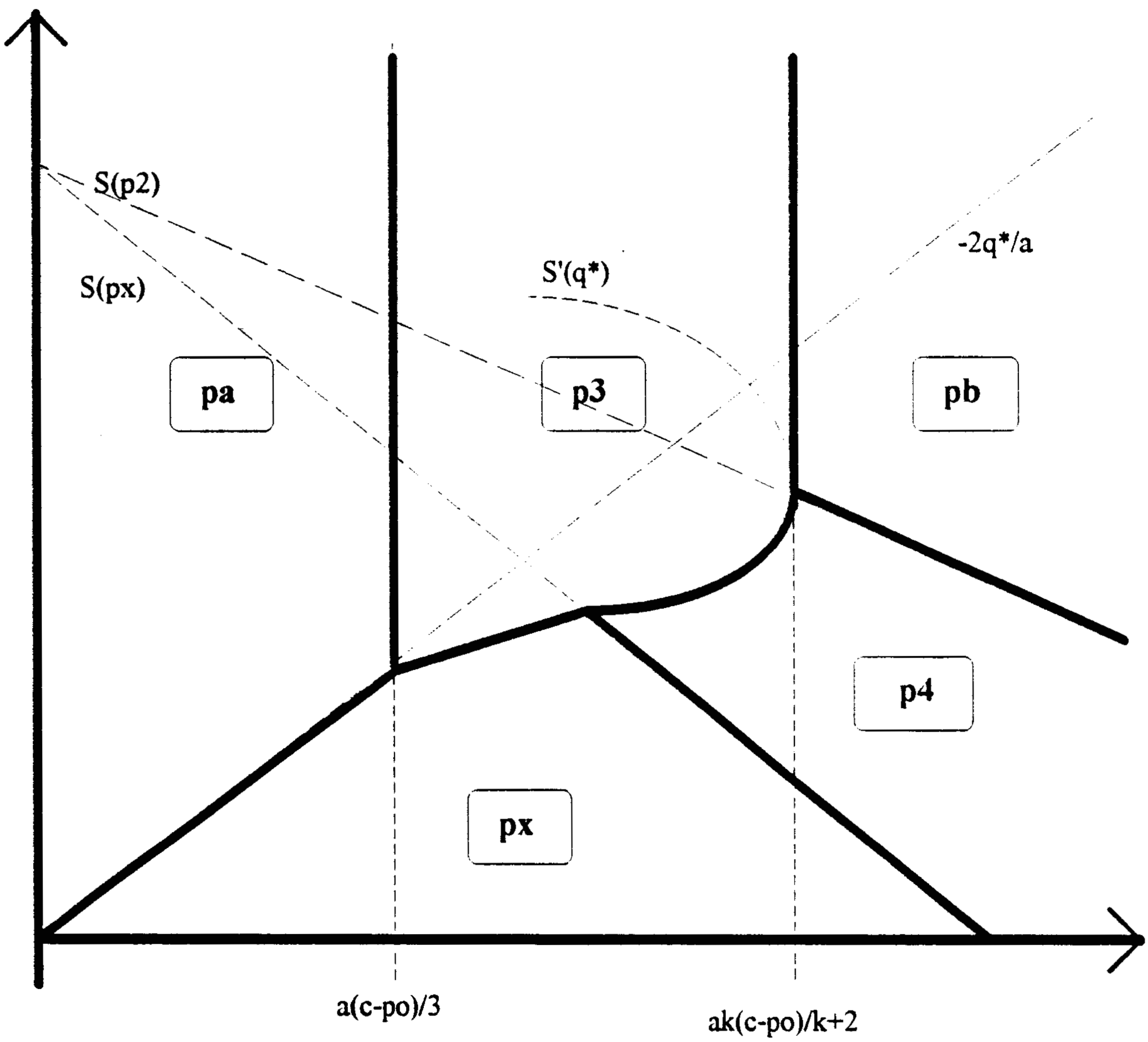
- si s se situe à l'intérieur de l'élipse, la politique de prix p_3 est préférable à la politique de prix p_4;

- si s se situe à l'extérieur de l'élipse, la politique de prix p_4 est préférable à la politique de prix p_3.

La répartition des politiques de prix (p_3 etp_4), s'établit donc ainsi dans la zone étudiée ($S(p_x) < s < S(p_2)$ et $\frac{a}{3}(c-p_0) < q^* < \frac{ak}{k+2}(c-p_0)$) :



Tous les intervalles ayant été étudiés, et toutes les politiques de prix optimales déterminées, nous pouvons synthétiser ces résultats sur un graphique où aparaitront les cinq politiques de prix (p_a, p_b, p_3, p_4, px), ainsi que les zones dans lesquelles elles sont pratiquées (zones déterminées suivant le niveau du coût de stockage (s) et de la capacité de production installée (q*))



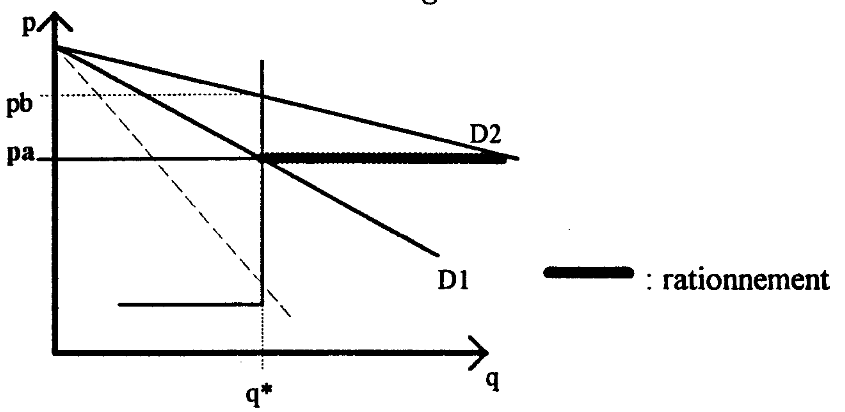
2.1.7. Synthèse des résultats de court terme

L'étude de court terme a permis d'établir que l'entreprise, contrainte à la rigidité du prix qu'elle pratique et disposant de la faculté de recourir au stockage (coûteux) d'une partie de sa production de basse saison, dispose, à court terme, de cinq possibilités d'adaptation à la demande fluctuante. Chaque régime d'absorption des fluctuation est caractérisé par :

- un niveau de prix rigide sur les deux périodes,
- l'utilisation effective ou non de la faculté de stocker,
- l'existence ou non d'un rationnement de la demande de haute saison,
- le degré d'utilisation de la capacité installée,
- l'existence d'une fluctuation de la production,
- l'existence d'une fluctuation de commercialisation.

les illustrations graphiques des pages suivantes nous permettront de les présenter successivement, avant de préciser les facteurs qui orientent le choix de la firme vers l'un ou l'autre d'entre eux.

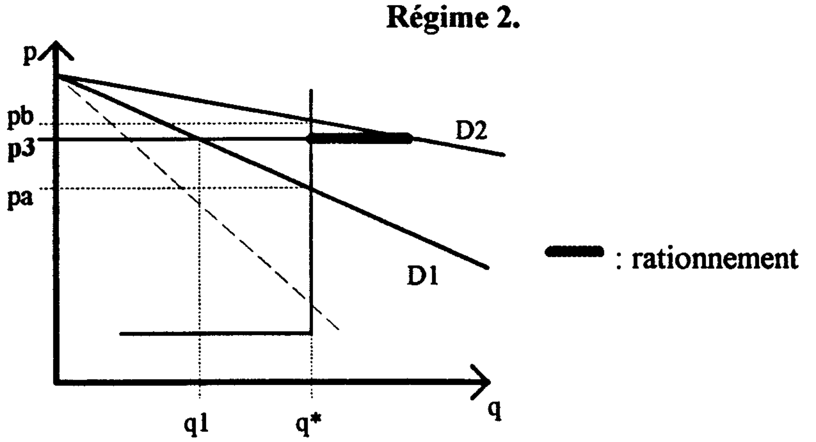
Régime 1



Caractéristiques du régime 1 : - $p_a = p_0 + \frac{q^*}{a}$

- absence de stockage,
- rationnement maximal de la demande de haute saison,
- faible capacité installée intégralement utilisée,
- absence de fluctuation de production,
- absence de fluctuation de commercialisation.

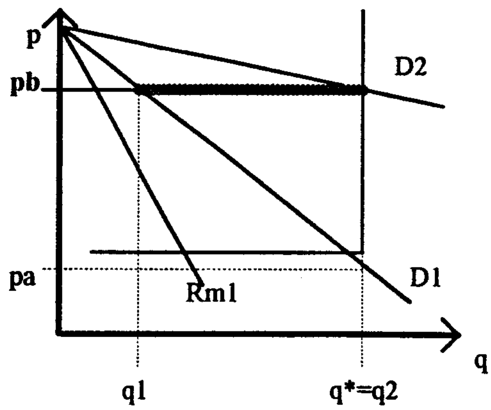
Régime 2.



Caractéristiques du régime 2 : - $p_3 = \frac{p_0 + c}{2} - \frac{q^*}{2a}$

- absence de stockage,
- rationnement de la demande,
- capacité excédentaire de basse saison,
- fluctuation de production,
- fluctuation de commercialisation.

Régime 3

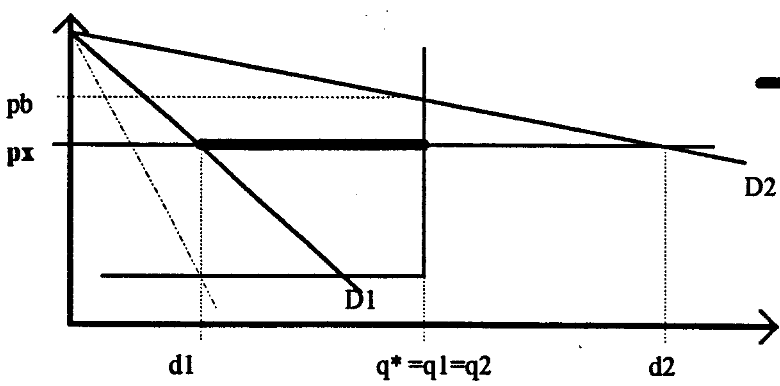


: capacité excédentaire de basse saison

Caractéristiques du régime 3 : - $p_b = p_0 + \dfrac{q^*}{ka}$

- absence de stockage,
- absence de rationnement,
- capacité excédentaire de basse saison,
- fluctuation de production,
- fluctuation de commercialisation

Régime 4.

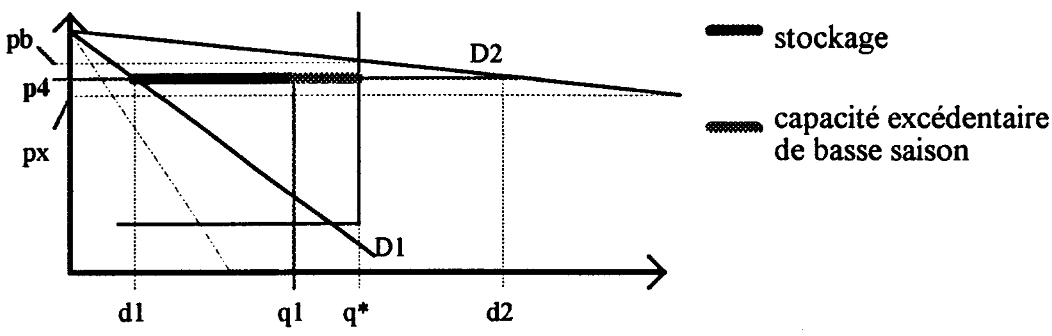


: stockage

Caractéristiques du régime 4 : - $p_x = p_0 + \dfrac{2q^*}{a(k+1)}$

- stockage,
- absence de rationnement,
- absence de capacité excédentaire,
- absence de fluctuation de production,
- fluctuation de commercialisation.

Régime 5.



Caractéristiques du régime 5 : - $p_4 = \frac{p_0 + c}{2} + \frac{sk}{2(k+1)}$

- stockage,
- absence de rationnement,
- capacité excédentaire de basse saison,
- fluctuation de production,
- fluctuation de commercialisation.

Suivant le niveau d'équipement dont elle dispose, et le niveau du coût de stockage, la firme s'orientera vers l'un ou l'autre de ces régimes. En effet :

- si le niveau d'équipement en place est faible, seules deux possibilités sont envisageables suivant le coût de stockage :

  - si ce coût est trés faible, alors le prix est fixé de manière à utliser au maximum la faculté de stocker, ce qui permet de satisfaire l'intégralité de la demande de chacune des deux périodes et d'utiliser pleinement le faible équipement en place (régime 4).

  - par contre, dés que le coût de stockage s'élève, la firme se place dans une position telle qu'elle puisse absorber la fluctuation de demande en écoulant, en basse saison, la totalité de la production réalisable, mais en rationnant fortement la demande de haute saison, aucun stock n'est alors constitué (régime 1).

- au fur et à mesure que le niveau d'équipement augmente (en restant toutefois à un niveau moyen), le choix porte sur des politiques différentes :

- en premier lieu, il concerne toujours une politique avec et sans stockage; la politique avec stockage étant identique à celle décrite auparavant (absence simultanée de rationnement et de la surcapacité), mais la politique sans stockage susceptible d'être adoptée est, quant à elle, différente : elle consiste à absorber la fluctuation de demande en ayant recours conjointement à la surcapacité de basse saison, et au rationnement partiel de la demande à son niveau le plus élevé (régime 2).

- si la capacité installée est plus importante, outre les deux régimes précédemment décrits, deux nouvelles possibilité viennent élargir la gamme des solutions envisageables en introduisant cette fois une alternative entre deux politiques avec stockage et deux politiques sans stockage. Suivant le coût de ce dernier, l'entreprise adoptera d'abord la politique de prix permettant de n'agir que sur les niveaux commercialisées sans rationner la demande de haute saison (régime 4), puis de réduire le stockage en ne produisant plus au maximum de sa capacité en période de faible demande (régime 5), pour parvenir, si le coût s'élève, à une situation sans stockage où la capacité de production est excédentaire (en basse saison) et où peut subsister une demande partiellement rationnée suivant le niveau d'équipement en place (régimes 2 ou 3).

- si le niveau d'équipement est proche de celui qui permet la satisfaction de la demande de haute période sans constitution de stock, la frontière entre un régime d'absorption des fluctuations de demande par le biais du stockage (régime 5) ou par le biais d'une fluctuation de production (régime 3) se situe à un faible niveau du coût de stockage.

Il apparait donc qu'aucun niveau d'équipement, même le plus faible, n'exclut le stockage comme modalité d'absorption des fluctuations de demande lorsque le prix est rigide (à part dans le cas évident d'existence de surcapacité de production en haute saison). Cependant dans les cas extrêmes (trés faible ou trés importante capacité de production), le coût qui rend le stockage inaccessible est trés faible de sorte qu'il y ait de fortes chances pour que la firme y renonce.et préfère se tourner vers une situation dans laquelle seule la demande de basse saison est pleinement satisfaite, où au contraire une situation où le fait de disposer d'une surcapacité permet d'ajuster la production à la demande de haute saison. Remarquons que, contrairement au rationnement, cette capacité de production inutilisée en basse période ne disparait pas nécessairement avec le stockage.

La diversité est donc grande dans les politiques appliquables par la firme, cependant toutes ces situations ne sont pas durables, permanentes, l'étude de long terme nous permettra d'idenfier celles qu'il convient de considérer comme telles.

2.2. L'étude de long terme.

L'étude sera menée par le biais de la comparaison des fonctions de profit de long terme associées à chaque politique déterminée pour la courte période. Il sera cependant inutile de reconsidérer le cas des politiques ne faisant pas appel au stockage effectif, le régime optimal de long terme ayant été établi à l'issue du chapitre précédent.

Dans un premier temps, nous déterminerons le régime optimal de long terme lorsque la faculté de stocker est effectivement utilisée ; nous pourrons alors le comparer à la solution optimale sans stockage et ainsi préciser les conditions d'optimalité qui leur sont attachées.

2.2.1. Détermination de la solution optimale avec stockage effectif.

Deux politiques de prix associées au stockage ont été distinguées à l'issue de l'étude de court terme :

- la politique de prix : $p_4 = \dfrac{p_0 + c}{2} + \dfrac{sk}{2(k+1)}$,

à laquelle est associée la fonction de profit :

$$\Pi = -\frac{a}{4}(k+1)\left[(p_0 - c) - \frac{sk}{k+1}\right]^2 + q^*(s-f)$$

C'est une fonction : - croissante de q* si : s > f,
- décroissante de q* si s < f,

sur son intervalle de définition : $\left[\dfrac{a(c-p_0)(k^2+k+2-2(k-1)\sqrt{k+1}}{k^2+k+16} ; \dfrac{ka}{2}(c-p_0)\right]$,

elle conduit donc, soit à une politique de prix p_x si s < f, soit à une politique de prix p_b si s > f, et ne représente donc pas une solution de long terme.

- la politique de prix : $p_x = p_0 + \dfrac{2q^*}{a(k+1)}$,

à laquelle est associée la fonction de profit :

$$\begin{aligned}\Pi &= 2q^*\left(p_0 - c + \frac{2q^*}{a(k+1)}\right) - sq^*\left(\frac{k-1}{k+1}\right) - fq^* \\ &= \frac{4q^{*2}}{a(k+1)} + q^*\left(2(p_0 - c) - s\frac{k-1}{k+1} - f\right)\end{aligned}$$

C'est une fonction quadratique de q* qui admet un maximum au point d'annulation de sa dérivée première, soit :

$$\begin{aligned}\frac{\delta\Pi}{\delta q^*} &= \frac{8q^*}{a(k+1)} + \left(2(p_0 - c) - s\frac{k-1}{k+1} - f\right) \\ &= 0 \Leftrightarrow q^* = \frac{a}{8}\left[(2(c-p_0)+f)(k+1) + s(k-1)\right]\end{aligned}$$

P_X est une solution optimale de court terme pour : $q^* < \frac{a}{4}(k+1)(c-p_0)$ (sous condition sur s)

Vérifions que la valeur de q* qui maximise le profit se situe bien dans cette zone :

$$\begin{aligned}&\frac{a}{8}\left[(2(p_0 - c)+f)(k+1) + s(k-1)\right] < \frac{a}{4}(k+1)(c-p_0) \\ &\Leftrightarrow \frac{f}{2}(k+1) + \frac{s}{2}(k-1) > 0\end{aligned}$$

cette condition étant toujours vérifiée, la fonction de profit en p_X est croissante puis décroissante sur $\left[o; \frac{a}{4}(k+1)(c-p_0)\right]$.

p_X est donc la politique optimale de long terme avec stockage effectif.

2.2.2. *Détermination de l'optimum de long terme.*

Sans stockage, l'optimum de long terme est atteint au prix $p = p_b$, pour la valeur :

$$q^* = \frac{ka}{2}(c - p_0 + f\frac{k}{k+1})$$

en ce point le profit est égal à :

$$\begin{aligned}\Pi &= q^{*2}(\frac{k+1}{ak^2}) + q^*\left[(p_0 - c)\frac{k+1}{k} - f\right] \\ &= \frac{a}{4}\left(c - p_0 + f\frac{k}{k+1}\right)^2 (k+1) - \frac{a}{2}(k+1)(c - p_0 + f\frac{k}{k+2})^2 \\ &= -\frac{a}{4}(k+1)\left(c - p_0 + f\frac{k}{k+1}\right)^2\end{aligned}$$

Avec stockage, l'optimum de long terme est atteint au prix p_x pour la valeur :

$$q^* = \frac{a}{8}\left[(k+1)(2(c - p_0) + f + s\frac{k-1}{k+1}\right]$$

en ce point, le profit est égal a :

$$\begin{aligned}\Pi &= \frac{4q^{*2}}{a(k+1)} + q^*\left(2(p_0 - c) - f - s\frac{k-1}{k+1}\right) \\ &= -\frac{a}{16}(k+1)\left(2(p_0 - c) - f - s\frac{k-1}{k+1}\right)^2\end{aligned}$$

Comparons ces deux valeurs afin de déterminer la condition de supériorité de l'une sur l'autre :

$$-\frac{a}{16}(k+1)\left(2(p_0-c)-f-s\frac{k-1}{k+1}\right)^2 > -\frac{a}{4}(k+1)\left(c-p_0+f\frac{k}{k+2}\right)^2$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}\left(2(p_0-c)-f-s\frac{k-1}{k+1}\right)^2 > \left(p_0-c-f\frac{k}{k+2)}\right)^2$$
$$\Leftrightarrow p_0-c-\frac{f}{2}-\frac{s(k-1)}{2(k+1)} > p_0-c-f\frac{k}{k+2}$$
$$\Leftrightarrow f > s$$

Cette condition est celle qui rend le niveau maximum du profit avec stockage supérieur au niveau maximum du profit sans stockage.Nous pouvons donc en déduire que :

- si f > s , la solution optimale de long terme est de pratiquer un prix p_x asossié à une politique de stockage,

- si s >f, la solution optimale est de pratiquer un prix p_b, sans recours au stockage.

2.2.3. Analyse des résultats de long terme.

L'étude de long terme nous a permis de déterminer deux régimes d'absorption des fluctuations de demande représentatifs d'une situation durable lorsque la firme n'a pas la possibilité de modifier son prix d'une période à l'autre, mais dispose de la faculté de stocker une partie de sa production de basse saison.

Le premier régime est caractérisé par le fait que la faculté de stocker n'est pas utilisée. La possibilité de modifier le prix étant exclue, ceci a pour conséquence de provoquer une fluctuation de production (équivalente à celle des quantités commercialisées). La capacité installée est ainsi incomplètement utilisée en basse saison, mais la demande de haute saison est, quant à elle, intégralement satisfaite.

Le deuxième régime est caractérisé par un stockage effectif réalisé par le biais de l'utilisation, dans sa totalité, de la surcapacité de production de basse saison. Toute capacité excédentaire non utilisée disparaît donc. La firme pratique alors un niveau de prix lui permettant, grâce au stockage, de satisfaire entièrement la demande de haute saison. La fluctuation de demande se réduit donc à une fluctuation des quantités commercialisées.

Remarquons que si ces deux politiques ont comme caractère commun de ne pas induire de rationnement de la demande de haute saison, elles sont par contre opposées :

- du point de vue de la quantité stockée : soit la firme utilise cette faculté, et dans ce cas la quantité stockée est toujours portée au maximum compatible avec les possibilités de production et d'écoulement, soit elle ne stocke pas du tout.

- du point de vue de la fluctuation de production : soit elle est absolument nulle si le stockage est effectif, soit elle est maximale, c'est à dire égale à la variation des quantités commercialisées dans le cas contraire.

- du point de vue de la capacité excédentaire : inexistante en cas de stockage, elle est, dans le cas contraire, maximale c'est à dire égale à la fluctuation de production

L'adoption, à long terme, de l'une ou l'autre de ces politiques dépend du niveau relatif du coût de stockage et des coûts fixes. Il apparaît que :

- si le coût de stockage est inférieur aux coûts fixes de production, la firme adoptera une politique avec stockage effectif et porté à son maximum. La quantité stockée permettra d'éliminer totalement la fluctuation de production et sera directement fonction de l'amplitude de la fluctuation de demande et de l'importance de la capacité installée.

- si le coût de stockage excède le niveau des coûts fixes, la firme ne trouve aucun intérêt économique a stocker, et optera pour un niveau de prix lui permettant d'écouler en haute saison la totalité de la production réalisable, la fluctuation de demande étant absorbée par unique variation des quantités produites.

En d'autres termes, s'il est plus coûteux de stocker que d'installer de la capacité, la firme dimensionera son équipement de manière à disposer de capacité de production inutilisée en basse saison afin d'absorber la fluctuation de demande sans recourir au stockage. Le prix étant rigide, seule lui reste la possibilité de faire varier les niveaux produits. l

A l'inverse, s'il est plus coûteux de disposer de capacité de production que de stocker, la firme dimensionera son équipement de manière à disposer d'une capacité additionnelle de production en basse saison qui soit juste égale à ce qu'il est nécessaire de stocker pour satisfaire la demande de haute saison.

CONCLUSION GENERALE

La formalisation des différents comportements de la firme face aux fluctuations saisonnières de demande nous a amené à définir un cadre d'analyse particulier, et notamment à considérer un marché à composante monopolistique, sur lequel évolue une firme produisant un bien unique dont la demande fluctuante est représentée par deux périodes distinctes. La considération des diverses modalités de réaction effectivement offertes à la firme en matière de prix et de quantité nous a conduit à étudier quatre situations théoriques plus ou moins contraintes : le cas de la flexibilité du prix, avec et sans possibilité de stockage ; le cas de la rigidité du prix avec et sans possibilité de stockage. Dans chaque cas, nous avons déterminé la politique optimale, à court et à long terme, en matière de prix, de production, de stockage, ainsi que les conditions de cette optimalité.

Il convient à présent, pour conclure, de revenir à nos interrogations initiales. Elles portaient sur les raisons qui motivent l'adoption durable par la firme d'une modalité, parmi d'autres, d'absorption des fluctuations saisonnières de demande et sur ses implications sur le volume de la production. Plus précisément, sachant qu'elle dispose des deux moyens potentiels d'action que sont la modification du niveau de prix pratiqué et la modification du volume des quantités offertes, nous nous sommes posé deux types de questions :

- pour quelles raisons une fluctuation saisonnière de demande est-elle absorbée plutôt par une variation unique du prix pratiqué, ou au contraire par une variation unique des quantités offertes, ou encore par une variation simultanée de ces deux éléments ?

- quelles sont les conséquences de l'adoption de l'une ou l'autre de ces modalités sur le niveau de la production et donc de l'emploi ? d'adaptent-t-ils en fonction de la variation de la demande, ou, au contraire, est-il possible qu'ils demeurent stables d'une saison à l'autre ? et à quelles conditions ?

Les facteurs qui motivent l'adoption d'une modalité particulière d'absorption des fluctuations de demande.

Examinons les situations relatives à chacune des politiques envisageables en matière de prix et de quantité offerte.

- les fluctuations de demande sont absorbées par unique variation du prix.

Cette situation se rencontre dans un cas unique, celui où la firme ne stocke pas, le stockage étant physiquement impossible ou économiquement sans intérêt (coût de stockage supérieur au coût fixe), et à la condition que :

- le niveau de coûts fixes soit élevé, ou,

- que la fluctuation soit de faible amplitude.

L'équipement en place est alors faiblement dimensionné, mais utilisé au maximum de ses capacités productives.

Cette modalité d'absorption unique par les prix disparait lorsque le stockage est effectif.

- les fluctuations de demande sont absorbées par unique variation des quantités offertes.

Cette situation ne se rencontre jamais lorsque le prix est flexible. Elle représente, par contre le seul moyen d'adaptation dont dispose la firme lorsque le prix est rigide. C'est donc une incontournable solution dans ce cas, nous pouvons cependant en distinguer deux modalités d'application suivant la possibilité ou non de stocker :

- si aucun stock n'est constituable, l'absorption unique par les quantités génère toujours l'existence de surcapacité de production,

- s'il est possible de stocker, ce type de réaction peut ne pas s'assortir de capacité excédentaire. Ceci se produit si le recours au stockage est effectif, c'est à dire dans le cas probable où le coût de stockage est inférieur au niveau du coût fixe.

- les fluctuations de demande sont absorbées par variation simultanée des prix et des quantités offertes.

Ce type d'ajustement est toujours adopté :

- quand toute politique de stockage est, par hypothèse, impossible,

    - si les fluctuations sont de forte amplitude ou,

    - si le niveau de coût fixe est faible.

La fluctuation de prix dépend alors essentiellement de l'amplitude de la fluctuation de demande.

- ou lorsque le stockage est possible et effectivement utilisé (si son coût est inférieur au coût fixe). La fluctuation de prix est alors directement fonction du coût de stockage.

Les facteurs à l'origine d'un ajustement par la production et le volume d'emploi.

Nous déterminerons ici dans quelles conditions une fluctuation de demande est génératrice de fluctuations du niveau de production ou, au contraire, est sans effet sur celui-ci. Nous en déduirons les implications de ces différents ajustements sur la modification potentielle du niveau de l'emploi.

- le niveau de la production (et donc du niveau d'emploi) ne varie pas en dépit de la fluctuation de demande.

Cette situation se rencontre dans deux cas :

- quand les quantités commercialisées ne varient pas d'une période à l'autre. Il est alors évident que la production reste également stable sur l'ensemble des deux périodes.

Rappelons que ceci se produit quand la firme ne stocke pas et que :

- le niveau de coûts fixes est élevé ou,

- la fluctuation est de faible amplitude,

- quand le stockage effectué permet d'absorber intégralement la fluctuation de demande ; c'est à dire, quand le coût de stockage est inférieur aux coûts fixes.

Le fait que le prix soit rigide va modifier le comportement de la firme quant à la manière dont elle constitue ses stocks. En effet :

- à prix flexibles, le stock peut être constitué de deux manières suivant le niveau des coûts fixes : par unique rationnement de la demande de basse saison lorsque le coût fixe est élevé, ou par rationnement et utilisation de la surcapacité de basse saison lorsque le coût fixe est faible.

- la rigidité du prix ne permet plus de compenser le rationnement de la demande de basse saison par la vente, à un prix supérieur, de la quantité ainsi stockée. Il en résulte que, quelque soit l'importance des coûts fixes (et donc du dimensionement de l'équipement), les stocks seront uniquement constitués de la production supplémentaire permise par la surcapacité de basse saison.

- la fluctuation de demande se traduit par une fluctuation de production partiellement amortie.

Cette situation ne se rencontre que dans un cas limite : lorsque la firme dispose de la faculté de stocker et qu'elle l'utilise mais en supportant, cette fois, un coût de stockage juste égal aux coûts fixes. Dans ce cas, seule une partie de la capacité excédentaire de basse saison est utilisée à des fins de stockage.

- La fluctuation de demande se répercute intégralement sur la variations de la production et de l'emploi.

Cette situation se rencontre si le stockage est physiquement impossible ou économiquement sans intérêt (coût de stockage supérieur aux coûts fixes) :

- quand le prix est rigide ou,

- quand les prix sont flexibles mais la fluctuation de forte amplitude ou les coûts fixes faibles.

La fluctuation du niveau de l'emploi étant étroitement liée à la fluctuation de production, nous pouvons déduire des résultats obtenus les répercussions des diverses modalités d'absorption adoptées. Seules les situations dans lesquelles la production varie sont génératrices d'une fluctuation potentielle du niveau de l'emploi dont la flexibilité repose sur la considération de multiples éléments, dont notamment :

- la composition de la main d'oeuvre, en particulier la part de la "main d'oeuvre infrastructurelle", c'est à dire la main d'oeuvre dont le niveau est indépendant de celui de la production alors qu'elle est nécessaire à sa réalisation[1],

---

[1]cf F. Stankiewicz, (1990).

- les coûts différenciés d'ajustement de l'emploi[2] qui déterminent le choix entre :

- une flexibilité externe qui consiste à agir directement sur l'effectif,

- une flexibilité interne qui consiste à agir plutôt sur le degré d'utilisation de la main d'oeuvre en place.

Les caractéristiques des moyens utilisés.

Si on se place, à présent, du point de vue de la firme, on peut ainsi caractériser l'utilisation des marges de manoeuvre à sa disposition :

- la faculté offerte de stocker une partie de la production est toujours utilisée si son coût n'est pas prohibitif (s'il est inférieur aux coûts fixes de production). Dans ce cas :

- elle entraine l'élimination de la fluctuation unique de prix,

- elle entraine l'élimination de la fluctuation de production (à l'exception du cas limite ou le coût de stockage égale le niveau ces coûts fixes).

[2]cf. M.Agnes (1986).

Cela implique que si la faculté de stocker est offerte à un coût inférieur aux coûts fixes de production, la fluctuation de demande est absorbée soit par fluctuation des commercialisations et des prix dans le cas où ils sont flexibles, soit par fluctuation unique de commercialisation quand ils sont rigides.

Cela implique également l'existence de situations où aucun stock n'est constitué, non pas parce que cela est impossible, mais parce que la firme n'y trouve aucun intérêt, les coûts de production étant essentiellement constitués de coûts variables.

- **la faculté offerte de faire varier le prix** pratiqué est toujours utilisée.

  - elle entraine l'élimination de la fluctuation unique des quantités commercialisées,

  - elle peut se combiner avec une fluctuation de production (quand le stockage est impossible).

Cela implique que si le prix est flexible et le stockage, par hypothèse, impossible, la fluctuation de demande est absorbée soit par variation unique du prix (si elle est de faible amplitude ou si le niveau de coûts fixes est élevé), soit par variation simultanée des prix et des quantités commercialisées (si elle est de forte amplitude ou si le niveau de coûts fixes est faible), et dans ce cas il y a fluctuation de production.

- **l'amplitude de la fluctuation de demande** n'a d'influence sur les modalités d'ajustement que dans les dans les régimes sans stockage. Une fluctuation de faible amplitude étant absorbée par unique variation du prix, et à l'inverse, une importante fluctuation étant absorbée par variation simultanée des prix et des quantités. Dans les régimes avec stockage effectif, le type d'ajustement adopté ne dépend que de la flexibilité ou non du prix.

L'étude et la formalisation du comportement de la firme soumise aux fluctuations saisonnières de demande, dans le cadre que nous avons défini, a donc permis d'établir un certain nombre de résultats relatifs aux modalités d'absorption de ces fluctuations, aux conditions et aux conséquences du recours à chacune d'elles. Les voies de développements sont multiples compte tenu des nombreuses possibilités de modification du contexte retenu, certaines d'entre elles nous paraîssent cependant revêtir un caractère plus pertinent dans la généralisation des résultats obtenus.

Les développements possibles :

Il serait particulièrement intéressant et utile de poursuivre cette analyse en suivant une double orientation : d'une part, en développant l'étude relative aux seules fluctuations de demande par le biais de l'introduction de nouvelles contraintes, ou de la modification des hypothèses de base ; d'autre part en menant une analyse symétrique des fluctuations saisonnières qui trouvent, cette fois, leur origine dans les conditions de l'offre.

En adoptant la première optique, trois modifications conséquentes des hypothèses à la base de l'étude méritent d'être introduites :

- la prise en compte de coûts d'ajustement.

Il serait intéressant, dans un premier temps, d'en définir les conditions d'existence, de s'interroger sur le réalisme de l'hypothèse de leur présence effective, sur leur évolution consécutive à une variation de la production, aussi bien pour la main d'oeuvre que pour l'utilisation de l'équipement.

On pourra ensuite s'interroger sur les implications de leur prise en compte sur les modalités d'absorption adoptées. A priori, l'existence de coûts d'ajustement sera influente uniquement dans les situations où la production varie effectivement d'une période à l'autre. Il va de soi que si, en l'absence de coûts d'ajustement, les fluctuations de demande ne sont pas absorbées par le biais d'une fluctuation de production, elles ne le seront pas d'avantage si ces coûts existent. Dans le cas contraire, il est probable que leur prise en compte joue à la baisse de la variation de la production, en revanche la question reste ouverte quant à leurs conséquences sur le niveau des quantités commercialisées et sur la fluctuation de prix.

- l'appréhension des fluctuations saisonnières de demande par la **prise en compte de deux périodes de durée inégale,** ou encore d'un nombre de périodes supérieur à deux. Le changement dans la durée relative des deux périodes peut être considéré, d'une certaine façon, comme un changement dans l'amplitude de la fluctuation ; dans ce cas, il est possible d'envisager, mais ce n'est qu'une présomption, que cela se traduira de la même manière qu'une diminution de l'amplitude de la fluctuation de demande, à la condition qu'il soit possible de stocker.

De même, sans possibilité de stockage, bien que le problème se pose différemment, on peut pressentir le même type d'implication à la différence que seule un raccourcissement de la durée de la saison basse aurait les mêmes conséquences qu'une diminution de l'amplitude de la fluctuation, le phénomène inverse se produisant en cas d'allongement de cette période.

- l'étude de structures de marché différentes :

- la concurrence pure et parfaite : l'analyse est semblable à celle réalisée dans la mesure où nous avons considéré les actions et réactions des concurrents à la firme comme sans effets sur la politique adoptée. Les conséquences d'une demande fluctuante en concurrence pure et parfaite peuvent apparaitre triviales : en considérant une courbe d'offre stable dans les différentes phases du cycle, on remarque immédiatement les implications en terme de variation de prix et de production d'un déplacement de la demande. La fluctuation de production sera d'autant plus importante que l'élasticité de l'offre sera grande, et, si l'on considère la possibilité de stocker, la fluctuation de prix sera limitée par le coût de stockage.

Cependant, certains aspects de cette analyse restent inexplorés. Il est en effet insuffisant de résoudre le problème par la seule considération de l'élasticité de l'offre. La question essentielle est : quels sont les déterminants de cette élasticité, quels sont les facteurs qui la conditionnent ? en particulier, il s'agit de déterminer en quoi l'importance de la fluctuation rejaillit sur cette élasticité, dans quelle mesure elle entre dans sa détermination. De ce point de vue, la question reste entière.

- il conviendrait également de considérer les situations où la réaction possible des concurrents doit être explicitement prise en compte : **le duopole, l'oligopole.**

Dans une deuxième optique, on peut envisager la construction d'une analyse symétrique pour les fluctuations d'offre. L'étude porterait alors sur leurs implications en matière de prix et de commercialisation : en considérant qu'elles se traduisent par des variations de coûts de production, il faudrait se demander, dans quelle mesure ces variations de coûts induisent des variations de prix, des variations de commercialisation. Dans quels cas ? y a-t-il forcément variation consécutive de la production?

Les développements possibles sont donc multiples et de différents ordres, cependant il apparait que les résultats déjà obtenus sont suffisamment riches pour envisager, en premier lieu, un retour à l'observation empirique qui viendra conforter leur portée.

BIBLIOGRAPHIE

AGNES M. - *Le débat actuel sur la flexibilité de l'emploi. Intérêt d'une prise en compte des coûts d'ajustement de l'emploi*, colloque wroclow,1986.

AGNES M., CART B., DELMAS B., STANKIEWICZ F. - *Fluctuations d'activité, stratégies d'adaptation des firmes et coûts d'ajustement*, Rapport pour l'observatoire régional des formations, des qualifications et des emplois, LAST 1987. Egalement in STANKIEWICZ F. - *Les stratégies d'entreprises face aux ressources humaines. L'aprés Taylorisme*, Paris, Economica, 1988

d'AUTUME A. - *Monnaie, Croissance et Déséquilibre*, Economica, 1985.

BALL et SAINT CYR - *Short term employment functions in british manufacturing industries*, Revue of Economic Studies, juillet 1966.

BARRO G.J., GROSSMAN H.I. - *A General Disequilibrium Model of Income and Employment*, American Economic Review 1971

BECKER G.S. - *Human Capital. A theoretical and empirical analysis, with special reference to education*, National Bureau of Economic Research, New York, 1964.

BEDIN J.M. - *Les entreprises face aux fluctuations de la demande* - Bulletin du Centre d'Etude et de d'Emploi, décembre 1985.

BENASSY J.P. - *Théorie Néo-keynésienne du Déséquilibre dans une Economie Monétaire*, Cahiers du Séminaire d'Econométrie, 1976.

BENASSY J.P. - *Théorie du Déséquilibre et Fondements Micro-économiques de la Macro-économie*, Revue Economique, 1976.

BENASSY J.P. - *The Disequilibrium Approach to Monopolistic Price Setting and General Monopolistic Equilibrium*, Review of Economic Studies, 1976.

BLOSSEVILLE J.M., CLEMENCEAU P., GRANDO J.M. - *Les modes sectoriels de gestion de la main d'oeuvre*, CEREQ- Collection des études n°1 juin 1982.

BRECHLING F. - *The relationship between output and employment in british manufacturing industries*, Review of Economic Studies, juillet 1965.

BRECHLING F.- O'BRIEN P - *Short run employment functions in manufacturing industries : an international comparison*, Review of Economics and Statistics, aout 1967.

CALOT G. - *Cours de statistique descriptive*, Dunod 1969.

CHAMBERLIN E.H. - *La Théorie de la Concurrence Monopolistique. Une nouvelle orientation de la théorie de la valeur*, PUF, Paris 1953.

CLOWER R.W. - *The Keynesian Counter-Revolution : a theoretical appraisal*, in F.H Hahn et F.Brechling, The Theory of Interest Rates, Mac Millan, 1965.

DEBREU G. - *Téorie de la Valeur. Analyse axiomatique de l'équilibre économique*, Dunod, Paris 1966.

DELMAS B. - *Les modes sectoriels de gestion de la main d'oeuvre*, colloque wroclaw, 1986.

DOERINGER P.-PIORE M. - *International Labour Markets and Manpower Analysis*, Lexington, 1971.

DREZE J.H. - *Existence of an Equilibrium under Price Rigidity and Quantity Rationing*, International Economic Review, 16, 1975.

Etudes et Conjoncture, n°4, avril 1960.

EYMARD-DUVERNAY F. - *Les secteurs de l'industrie et leurs ouvriers*, Economie et Statistiques, n°138, nov. 1981.

GOURIEROUX C.- LE GALLO F. - *Construction de moyennes mobiles par minimisation sous contrainte d'une forme quadratique des coefficients*, Annales de l'INSEE, avr-juin 1981.

GRAIS B. - *Méthodes Statistiques*, Dunod 1974.

GRANDMONT J.M., LAROQUE G. - *On Keynesian Temporary Equilibria,* Revue of Economic Studies, n°1, 1976.

GROSSMAN H.I. - *Money, Interest and Prices in Market Disequilibrium*, Journal of Political Economy, sept-oct 1971.

HAMERMESH D. - *Laboour demand and the structure of adjusment costs,* American Economic Review, septembre 1989.

HAZLEDINE T. - *Employment and output functions for New Zealand manufacturing industries,* Journal of Industriel Economics, n°22, 1974.

HAZLEDINE T. - *Employment and hours functions,* Economica, mai 1978.

HENDERSON J.M. - QUANDT R.E. - *Microéconomie : formulation mathémathique élémentaire,* Dunod 1972.

HOLT, MODIGLIANI, MUTH, SIMON - *Planification de la Production, des Stocks et de l'Emploi*, Dunod 1964.

HULTGREN - *Changes in labor cost during cycles* - NBER New york 1960.

IRELAND, SMITH - *Short Term Employment Functions in Australian Manufacturing Industries,* Review of Economics and Statistics, novembre 1967.

KEYNES J.M. - *Théorie Générale de l'Emploi, de l'Intérêt et de la Monnaie*, Payot 1966.

LAGANA A. - *Coûts d'ajustements internes à la firme et demande dynamique pour les facteurs de production. Aspects théoriques et application à l'industrie manufacturière canadienne,* Université de Genève, Collection des Thèses, Edition Peter Lang, Berne, 1986..

LEIJONHUFVUD A. - *On Keynesian Economics and the Economics of Keynes*, Oxford University Press, 1968.

LIPSEY-STEINER - *Analyse économique, problèmes généraux, microéconomie*, Cujas, 1975.

MALINVAUD E., YOUNES Y. - *Une nouvelle formulation générale pour l'étude de certains fondements microéconomiques de la macroéconomie,* Cahiers du Séminaire d'Econométrie, n°18, 1977.

MORTENSEN D.- *Generalized costs of adjustment and dynamic factor demand theory,* Economica, juillet 1973.

NADIRI J - ROSEN S. - *Interelated factor demand functions,* American Economic Review, septembre 1979.

NICKELL S.J. - *Fixed costs, Employment and Labour Demand over the cycle,* Economica, novembre 1978.

NISSIM J - *An examination of the differential patterns in the cyclical behavior of the employment, hours and wages,* Economica, novembre 1984.

OI W.I. - *Labour as a Quasi Fixed Factor,* Journal of Political Economy, décembre 1962.

OKUN - *Potential GNP : its measurement and significance,* American Statistical Association, 1962.

RERAT F. - *La polyvalence comme méthode d'organisation du travail,* Formation-Emploi n°14, avril-juin 1986.

ROBINSON J. - *Economie de la Concurrence Imparfaite,* Dunod, 1969.

ROSEN S - *Short run employment variation on class I rail road in U.S.,* Econometrica, juillet 1968.

ROTHSCHILD M. - *On the costs of adjustment,* Quarterly Journal of Economy, novembre 1971.

STANKIEWICZ F. - *Les stratégies d'entreprise face aux ressources humaines. L'aprés Taylorisme,* Economica, 1988.

STANKIEWICZ F. - *A propos de la flexibilité du travail : qualifications spécifiques ou main d'oeuvre infrastructurelle,* communication à la conférence internationale du BIPE : "the changing nature of employment", Paris, juin 1987.

STANKIEWICZ F. - *Surcoût, quasi fixité et fixité du travail*, Revue d'Economie Politique, 100e année - n°1 - 1990.

STIGLER G.J. - *The Theory of Price*, Mac millan, 1966.

STIGLER G.J. - *Information in the labor market*, Journal of Political Economy, n°70, 1962.

VANEECLOO N. - *Théorie de la Transformation de la Main d'Oeuvre*, Economica 1982.

WALRAS L. - *Eléments d'Economie Politique Pure*, Ed. L.G.D.J., 1952.

WOODWARD J. - *Industrial Organisation- Theory and Practice*, Oxford University Press, 1965.

YULE G., KENDALL M. - *An introduction to the theory of statistics*, Charles Griffin & Cy, 13e édition 1947.

ZYLBERBERG. A. - *Flexibilité, incertain et théorie de la demande de travail*, Annales de l'INSEE, n°42 1981.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION GENERALE..1

CHAPITRE PRELIMINAIRE : LES HYPOTHESES.............................21

1. Structure de marché et nature de la demande à l'entreprise..........................22

2. La nature de la fluctuation de demande..23

3. La forme de la courbe de coût...26

4. Les coûts d'ajustement..28

CHAPITRE I : L'EQUILIBRE A PRIX RIGIDE SANS POSSIBILITE DE STOCKAGE...29

1. L'ETUDE DE COURT TERME..29

1.1. Exposé du problème...29

1.2. Détermination des régimes de court terme...32

1.3.Caractérisation des régimes de court terme...35

1.3.1. Etude du premier cas...35

1.3.2. Etude du second cas..36

1.3.1. Etude du troisième cas..36

1.4. Les facteurs déterminants des trois régimes de court terme.........................39

1.4.1. L'ampleur du déplacement de la demande...39

1.4.2. L'importance des coûts marginaux..40

1.5. Synthèse des résultats de court terme...42

2. L'ETUDE DE LONG TERME.....44

2.1 Exposé du problème.....45

2.2.Détermination de la recette marginale de long terme.....48

2.3.Optimisation.....50

2.4. Synthèse des résultats de long terme.....55

CHAPITRE II : L'EQUILIBRE A PRIX FLEXIBLES AVEC POSSIBILITE DE STOCKAGE.....59

1.L'ETUDE COURT TERME.....60

1.1.Exposé du problème.....60

1.2.Etude du régime de capacité excédentaire.....63

1.3.Etude du régime de faible capacité.....64

1.4.Etude du régime intermèdiaire.....71

1.5. Synthèse des résultats de court terme.....78

2.L'ETUDE DE LONG TERME.....80

2.1. Exposé du problème.....80

2.2. La relation recette/coût marginal de long terme.....82

2.2.1 Détermination de la recette marginale nette.....82

2.2.2. L'équation de la recette marginale 84

2.2.3. Optimisation.....86

2.3 Synthèse des résutats de long terme..... 89

CHAPITRE III : L'EQUILIBRE A PRIX RIGIDE SANS POSSIBILITE DE STOCKAGE.....91

1. L'ETUDE DE COURT TERME.....98

1.1. Pan d'exposition.....98

1.2.Etude du régime de faible capacité.....98

1.2.1. Présentation de la situation.....98

1.2.2. Détermination de l'intervalle de variation du prix.....100

1.2.3. Détermination du prix optimal.....103

1.2.4. Synthèse des résultats.....108

1.3. Etude du régime de capacité intermédiaire.....111

1.3.1. Présentation de la situation.....111

1.3.2. Détermination de l'intervalle de variation du prix.....111

1.3.3. Détermination du prix optimal.....113

1.3.4. Synthèse des résultats.....117

1.4. Analyse des résultats de court terme.....117

1.4.1. Les facteurs de détermination du prix rigide.....118

1.4.2. L'évolution des politiques d'absorption des fluctuations.....120

1.5. Etude du coût de la rigidité.....123

1.5.1. Plan d'exposition.....124

1.5.2. Présentation des fonctions de profit.....124

1.5.3. Définition de la fonction de coût de la rigidité.....126

1.5.4. Synthèse des résultats.....134

2. L'ETUDE DE LONG TERME.....135

2.1. Etude des fonctions de profit de long terme.....135

2.2. Synthèse des résultats.....138

CHAPITRE IV : L'EQUILIBRE A PRIX RIGIDE AVEC POSSIBILITE DE STOCKAGE.....139

1. LE STOCKAGE A COUT NUL.....142

1.1. Etude de court terme.....142

1.1.1. Plan d'exposition.....142

1.1.2. Résolution du problème.....143

1.1.2.1.Détermination de l'intervalle de variation du prix.....143
1.1.2.2. Détermination du prix p_x.....145
1.1.2.3. Détermination des solutions optimales.....148
1.1.2.4. Caractérisation des solutions optimales.....154

1.1.3. Synthèse des résultats de court terme.....156

1.2. Etude de long terme.....157

1.3. Synthèse des résultats de long terme.....158

2. LE STOCKAGE A COUT NON NUL.....160

2.1. L'étude de court terme.....160

2.1.1. Plan d'exposition.....160

2.1.2. Détermination de l'intervalle de variation du prix.....162

2.1.3. Première étape.....163

2.1.4. Deuxième étape.....168

2.1.5. Troisième étape.....173

2.1.6. Quatrième étape.....180

2.1.6.1. Le problème du choix entre p_x et p_4.....180
2.1.6.2. Le problème du choix entre p_x et p_3.....182
2.1.6.3. Le problème du choix entre p_3 et p_4.....192

2.1.7. Synthèse des résultats de court terme.....208

2.2. L'étude de long terme..213

2.2.1. Détermination de la solution optimale avec stockage effectif...............213

2.2.2. Détermination de l'optimum de long terme..215

2.2.3. Synthèse des résultats de long terme..218

CONCLUSION GENERALE..220

BIBLIOGRAPHIE 231

TABLE DES MATIERES..237