

50376
1994
107

CCOgen 20101628

50376
1994
107

N° d'ordre : 1293

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

spécialité : GENIE ELECTRIQUE

par

Driss BELKHAYAT-ZOUKKARI

Sujet de la THESE :

REDUCTION DU BRUIT MAGNETIQUE DES MACHINES ASYNCHRONES ALIMENTEES EN TENSION SOUS FREQUENCE VARIABLE

soutenue le 31 Mars 1994, devant la commission d'examen composée de :

G. SEGUIER
K. ZAKRZEWSKI
M. CRAPPE
J.F. BRUDNY
R. MICHAUX
B. MULTON
Ph. DELARUE

Président
Rapporteur
Rapporteur
Directeur de travail
Examineur
Examineur
Examineur

AVANT PROPOS

Cette étude a été réalisée au sein du Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance que dirige Monsieur le Professeur Ch. ROMBAUT. Nous tenons à lui témoigner notre très profonde reconnaissance pour son accueil au sein du Laboratoire.

La direction de ce travail a été assurée par Monsieur J.F. BRUDNY, Professeur à l'Université d'Artois. Nous tenons à lui adresser ici nos sincères remerciements de nous avoir intégré dans son équipe de recherche ainsi que notre profonde reconnaissance du suivi permanent qu'il a porté à notre étude.

Nous remercions vivement Monsieur G. SEGUIER, Professeur émérite à l'U.S.T.L. d'avoir accepté de nous faire l'honneur de présider le Jury.

Nous tenons à exprimer nos plus vifs remerciements à Monsieur K. ZAKRZEWSKI, Professeur à l'Ecole Polytechnique de Lodz (Pologne), qui a bien voulu rapporter sur notre travail.

Nous exprimons notre profonde gratitude à Monsieur M. CRAPPE, Professeur à la Faculté Polytechnique de Mons (Belgique), pour l'intérêt qu'il a accordé à nos travaux en acceptant d'en être rapporteur.

Nous remercions vivement Monsieur R. MICHAUX, responsable "étude développement" au service machines électriques de JEUMONT INDUSTRIE, pour avoir accepté d'examiner ce travail.

Nos sincères remerciements vont également à Monsieur B. MULTON, Maître de Conférences au L.E.S.I.R. E.N.S de Cachan, pour avoir accepté de participer à ce Jury.

Nos remerciements s'adressent également à Monsieur Ph. DELARUE, Maître de Conférences à l'USTL, pour les conseils qu'il nous a donnés et pour sa participation à ce Jury.

Que tous les chercheurs et collègues du Laboratoire soient également, à cette occasion, remerciés pour le soutien qu'ils m'ont apporté pour mener à bien ce travail.

Nous remercions l'ensemble du personnel administratif et technique du service et notamment Monsieur J.J. FRANCHAUX auprès duquel nous avons toujours trouvé une aide précieuse lors de nos expérimentations.

INTRODUCTION

Les développements que l'on trouve dans les ouvrages classiques d'Electrotechnique [1],[2]* s'appuient essentiellement sur les modèles idéaux des machines et de ce fait, les problèmes de bruit et de vibrations sont rarement évoqués alors que ceux-ci sont à l'origine d'études très anciennes qui remontent au début du siècle. Chronologiquement, il est nécessaire de préciser, en ce qui concerne les moteurs à champ tournant, que leur principe a été entrevu à la fin du siècle dernier (la réalisation du premier moteur asynchrone triphasé avec un stator couplé en étoile et un rotor à cage d'écuréuil date de 1891) ce qui signifie que les études précédemment citées étaient du tout premier intérêt et qu'elles ont suivi l'évolution de ces machines et permis d'aboutir aux produits que l'on trouve actuellement sur le marché.

En contrepartie les régimes transitoires, qui ont fait l'objet d'études également menées en parallèle en considérant les modèles idéaux des machines, ont trouvé un accueil plus favorable dans la mesure où des ouvrages entiers [3],[4] leur sont consacrés et qu'ils sont enseignés dans certaines écoles d'ingénieurs et certains troisièmes cycles des Universités. Cette "vulgarisation" des régimes transitoires est essentiellement liée à l'aspect mathématique agréable du problème (transformation de PARK ou de KU) alors que l'étude des bruits et des vibrations est beaucoup plus physique et nécessite des connaissances dans des domaines aussi variés que l'électromagnétisme, l'acoustique et la mécanique. Précisons en outre que les phénomènes à l'origine de ces nuisances sont en partie dus à des effets "secondaires" (saturation, décentrement, encochage...) et que, pour les appréhender, les modèles idéaux des machines ne sont plus satisfaisants, ce qui se traduit par un degré de complexité beaucoup plus marqué au niveau de la formulation

* Les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie référencée à la fin de ce mémoire.

mathématique des phénomènes. Il faut également noter que ces effets, que nous avons qualifiés de secondaires, ont un impact non négligeable sur le comportement aussi bien en régime permanent que transitoire des machines. En ce qui concerne la machine asynchrone nous pouvons citer P.L. ALGER [5] qui est à l'origine d'un des rares ouvrages qui traitent de tous ces problèmes. J.F. BRUDNY, qui a analysé l'impact des effets de réluctance variable dus à l'ouverture des encoches sur les pointes de couple transitoire [6] ainsi que sur le temps de démarrage des moteurs à induction, a montré que les résultats ainsi obtenus diffèrent notablement de ceux calculés en supposant la machine idéale [7].

Si les bruits et vibrations ne figurent pas dans les programmes des matières enseignées, il n'en constituent pas moins un axe de recherche très important. On peut, à titre d'exemple, citer l'article de A.J. ELLISON et C.J. MOORE [8] ainsi que celui de H. JORDAN [9], qui en 1966, a procédé à une synthèse des travaux effectués dans ce domaine depuis 1917. P.L. TIMAR [10] vient récemment de publier un ouvrage qui traite de ces problèmes.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons plus particulièrement au bruit généré par la machine asynchrone qui est facteur déterminant lors de la construction de ces machines puisque, comme nous l'avons initialement signalé, dès le début du siècle les concepteurs ont commencé à intégrer dans leurs cahiers des charges les niveaux tolérés de rayonnements acoustiques. Ces derniers, malgré le manque de dispositifs de mesures fiables (jusqu'aux années soixante-dix), ont pu être maintenus acceptables grâce à une bonne connaissance théorique dans ce domaine et aux quelques méthodes purement subjectives qui permettaient, seules, de procéder aux évaluations nécessaires.

On s'aperçoit que dans ce domaine on se heurte à deux problèmes, celui de la mesure et celui de l'aspect physique du phénomène.

- Concernant les expérimentations, dans les années trente, la Compagnie Parisienne de Distribution d'Electricité (C.P.E.D.) créait un laboratoire d'acoustique en vue de réduire le bruit dans les groupes convertisseurs de grande puissance et de mettre au point les instruments de mesures appropriés [11]. C'est ainsi que le premier sonomètre objectif avec analyseur est apparu en 1930.

Les nombreuses recherches qui ont été menées, depuis ce temps [12] [13], et celles qui se poursuivent de nos jours dans ce domaine ont permis un développement considérable des méthodes de mesures.

Les normes internationales [14] [15] ne cessent d'augmenter leurs restrictions sur les niveaux de puissance acoustique émis par les machines électriques et obligent ainsi les constructeurs à faire des mesures acoustiques précises suivant des conditions imposées.

- Afin de répondre aux exigences précédentes, il est nécessaire de connaître les origines physiques des bruits ainsi que leur mode de propagation.

En ce qui concerne leur nature, on distingue les bruits d'origine magnétique [16], mécanique [17] et aérodynamique [18].

Le domaine d'étude est donc très vaste. Ainsi, en tant qu'Electrotechniciens, nous avons restreint nos investigations aux bruits d'origine magnétique et cherché un moyen de le réduire.

On distingue, pour appréhender le problème, deux méthodologies, l'une analytique, l'autre numérique.

* Pour ce qui est de la première, on note les travaux de G. KRON [19], qui peut être considéré comme un pionnier dans ce domaine. Vinrent ensuite ceux de H. JORDAN [20], P.J. TSIVITSE et P.R. WEIHSMANN [21], P.L. ALGER et E. ERDELYJ [22]. Cette liste n'étant pas, bien entendu, exhaustive et on pourra, pour plus de précisions, se référer aux articles de A.J. ELLISON [8] et de H. JORDAN [9] qui sont accompagnés d'une importante bibliographie (respectivement 167 et 88 références).

* En ce qui concerne la seconde, elle utilise principalement la méthode des éléments finis [23] [24] et [25]. Si elle permet de prendre en compte des phénomènes relativement complexes comme la saturation, l'inclinaison des encoches [26], elle présente l'inconvénient de ne pouvoir dissocier simplement les effets des différents paramètres.

La réduction du bruit magnétique des machines asynchrones peut s'opérer en agissant sur ses paramètres de construction [27] (réduction des harmoniques d'espace, inclinaison des encoches,...). Cependant, comme ces machines, avec l'essor considérable qu'a connu l'Electronique de Puissance ces dernières années, sont de plus en plus souvent destinées à fonctionner en vitesse variable, on peut envisager d'agir sur ce bruit en intervenant au niveau de la commande des convertisseurs qui servent à l'alimenter. Dans ce cas il faut préciser que la présence même du convertisseur contribue naturellement à augmenter le bruit magnétique de ces machines [28] suite aux harmoniques engendrés par ce type d'alimentation. D'où l'apparition de techniques telles que la modulation de largeur d'impulsions [29] aussi bien lors d'une alimentation en tension qu'en courant. L'utilisation d'une

fréquence de découpage relativement élevée permet de repousser très loin les premiers harmoniques [30] qui seront naturellement filtrés par la machine. En 1980 J. VARTZ et J.M. KAUFFMANN [31] ont défini une stratégie de commande du convertisseur qui alimentait la machine à partir de l'analyse des vibrations générées en vue de les réduire. Les tendances actuelles pour réduire le bruit magnétique portent essentiellement sur une autre définition du signal de modulation [32], [33]. Il est également envisageable, pour des machines comportant un stator à multi-étoile, de réduire certaines vibrations, et donc certains bruits, en décalant d'un angle convenable les systèmes triphasés d'alimentation [34].

Nous pouvons, en ce qui concerne les raies de bruit magnétique, distinguer celles dont la fréquence est uniquement fonction des fréquences des signaux appliqués au stator, donc de fréquence fixe si l'alimentation s'effectue par un réseau de fréquence donnée, de celles qui sont non seulement fonction de la fréquence des signaux d'alimentation mais également de la vitesse de rotation.

Nous nous sommes essentiellement intéressé aux secondes qui sont particulièrement gênantes dans la mesure où il est assez difficile de maîtriser par la construction leurs effets, qui peuvent être prépondérants pour certaines vitesses qui font coïncider certaines composantes de bruit aux fréquences de résonance du système mécanique. Ce problème étant d'autant plus accentué lorsque ces machines sont destinées à fonctionner à vitesse variable.

Le procédé que nous avons retenu pour réduire le bruit magnétique des machines asynchrones repose sur les résultats obtenus par J.F. BRUDNY lors de l'étude analytique qu'il a effectuée sur les harmoniques de couple de la machine asynchrone triphasée [35]. Il consiste à injecter dans le système d'alimentation des harmoniques dont la fréquence est directement liée à celle de rotation. Ces harmoniques créeront des forces antagonistes à celles naturellement générées par la denture de la machine [36], forces qui sont en partie à l'origine du bruit magnétique. Pour présenter nos travaux, nous avons scindé notre mémoire en trois parties.

- Comme le principe de réduction du bruit magnétique repose sur l'exploitation d'expressions littérales, nous développerons dans la première partie l'étude analytique qui a permis de les établir. Celle-ci sera réalisée dans le cas général en supposant la machine alimentée par un système triphasé de grandeurs non sinusoïdales.

- La partie expérimentale qui permettra de valider les expressions précédentes fera l'objet de la deuxième partie où nous supposerons la machine alimentée par un système triphasé équilibré de grandeurs sinusoïdales.
- Le principe retenu pour réduire certaines composantes de bruit magnétique sera présenté dans la troisième partie. Nous y développerons également les aspects techniques conduisant à mettre en oeuvre ce principe lors de l'alimentation de la machine par l'intermédiaire d'un onduleur de tension à Modulation de Largeur d'Impulsions. Finalement, nous donnerons les résultats expérimentaux obtenus quant à l'analyse spectrale du bruit émis par la machine avant et après réduction du bruit magnétique.

Remarque générale concernant les notations :

Dans cette étude, vu le nombre important de paramètres et de variables, nous conviendrons, pour distinguer les grandeurs statoriques des grandeurs rotoriques, d'introduire un indice supérieur qui sera soit s (stator) soit r (rotor). L'absence d'indice précise que la grandeur est relative à l'entrefer, cette quantité pouvant résulter de la combinaison de grandeurs primaires et secondaires.

1ère PARTIE

BRUIT MAGNETIQUE
ETUDE THEORIQUE

Cette étude théorique sera divisée en cinq chapitres.

- Les généralités concernant le bruit et son mode de propagation feront l'objet du premier chapitre.
- Dans le second chapitre nous donnerons les expressions générales des forces qui sont à l'origine du bruit magnétique.
- Nous présenterons dans le troisième chapitre les expressions retenues pour caractériser la perméance d'entrefer d'une machine asynchrone en prenant en compte les effets combinés des dentures primaire et secondaire. Les expressions analytiques permettant de caractériser les forces magnétomotrices générées par les deux armatures dans le cas d'une alimentation non sinusoïdale y seront aussi développées.
- Le quatrième chapitre sera consacré à la détermination du contenu harmonique des ondes d'induction dans l'entrefer d'une machine à induction. L'influence de la vitesse de rotation du rotor sur ce contenu harmonique y sera également analysée.
- La façon dont s'opère le passage induction, force, bruit sera précisée dans le cinquième et dernier chapitre de cette première partie.

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LES BRUITS ET VIBRATIONS DES MACHINES ELECTRIQUES

Nous nous proposons dans ce chapitre de recenser les phénomènes qui sont à l'origine des bruits et vibrations des machines électriques.

I- PHENOMENES GENERAUX

P. FRANCOIS [11] définit le bruit rayonné dans l'air par une machine comme une conséquence de l'action des forces non stationnaires mises en oeuvre lors de son fonctionnement. Il distingue pour caractériser les sources de bruit deux groupes principaux.

Le premier est relatif aux parties de la machine siège d'une ou plusieurs sources de vibrations dont l'énergie est transmise à l'enveloppe extérieure, soit par une voie solide ou par l'intermédiaire d'un fluide, entraînant sa vibration propre et le rayonnement d'énergie acoustique.

Le second concerne les parties de machines agissant sans intermédiaire sur le milieu aérien environnant en modifiant son énergie. Les apports positifs ou négatifs étant transformés directement en rayonnement acoustique.

Le diagramme de la figure 1.1 schématise ce mécanisme de génération de bruit.

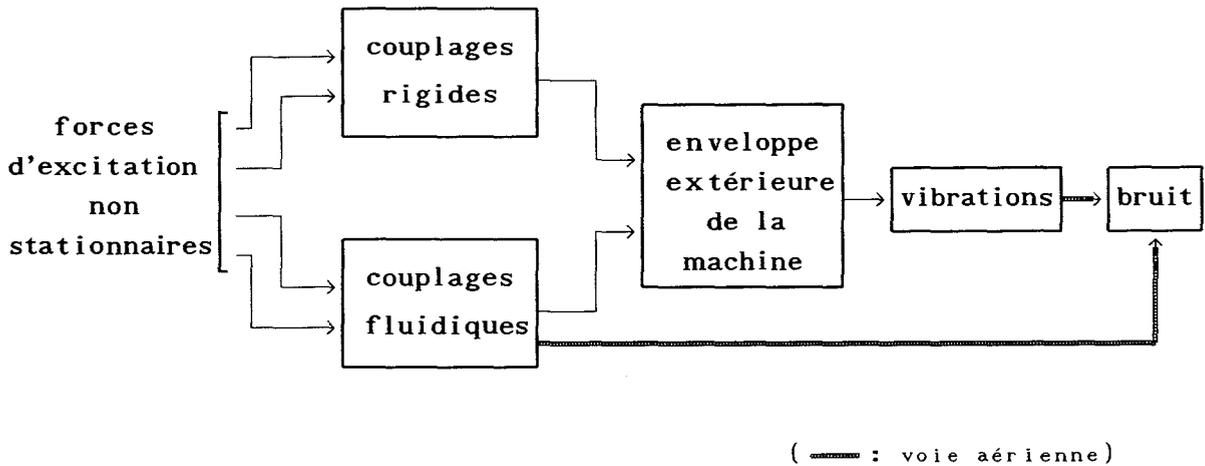


figure 1.1

II- BRUITS ET VIBRATIONS DES MACHINES TOURNANTES

Dans les machines tournantes, on distingue les bruits d'origine :

- magnétique
- mécanique
- aérodynamique

Ces bruits, suivant leur nature, obéissent à des règles bien spécifiques et ont un mode de propagation différent. La prédominance de certains bruits est essentiellement liée à la vitesse de rotation. On peut, très schématiquement, proposer la classification suivante [14] :

- machines lentes : prédominance des bruits d'origine mécanique et magnétique.
- machines rapides : prédominance du bruit d'origine aérodynamique.

Cependant, comme il est nécessaire pour étudier les bruits et les vibrations de ces machines, de prendre en compte bien entendu celles-ci mais également leur support, les forces qui sont à l'origine de ces bruits et ces vibrations se traduisent, en proportion, différemment quant aux effets résultants. En outre, il convient de préciser que toute l'énergie vibratoire ne se convertit pas en rayonnement acoustique. Le diagramme de la figure 1.2, proposé par P.L. TIMAR [10], précise comment les différentes excitations

(magnétique, mécanique ou aérodynamique) influent sur la génération de vibrations et de bruits.

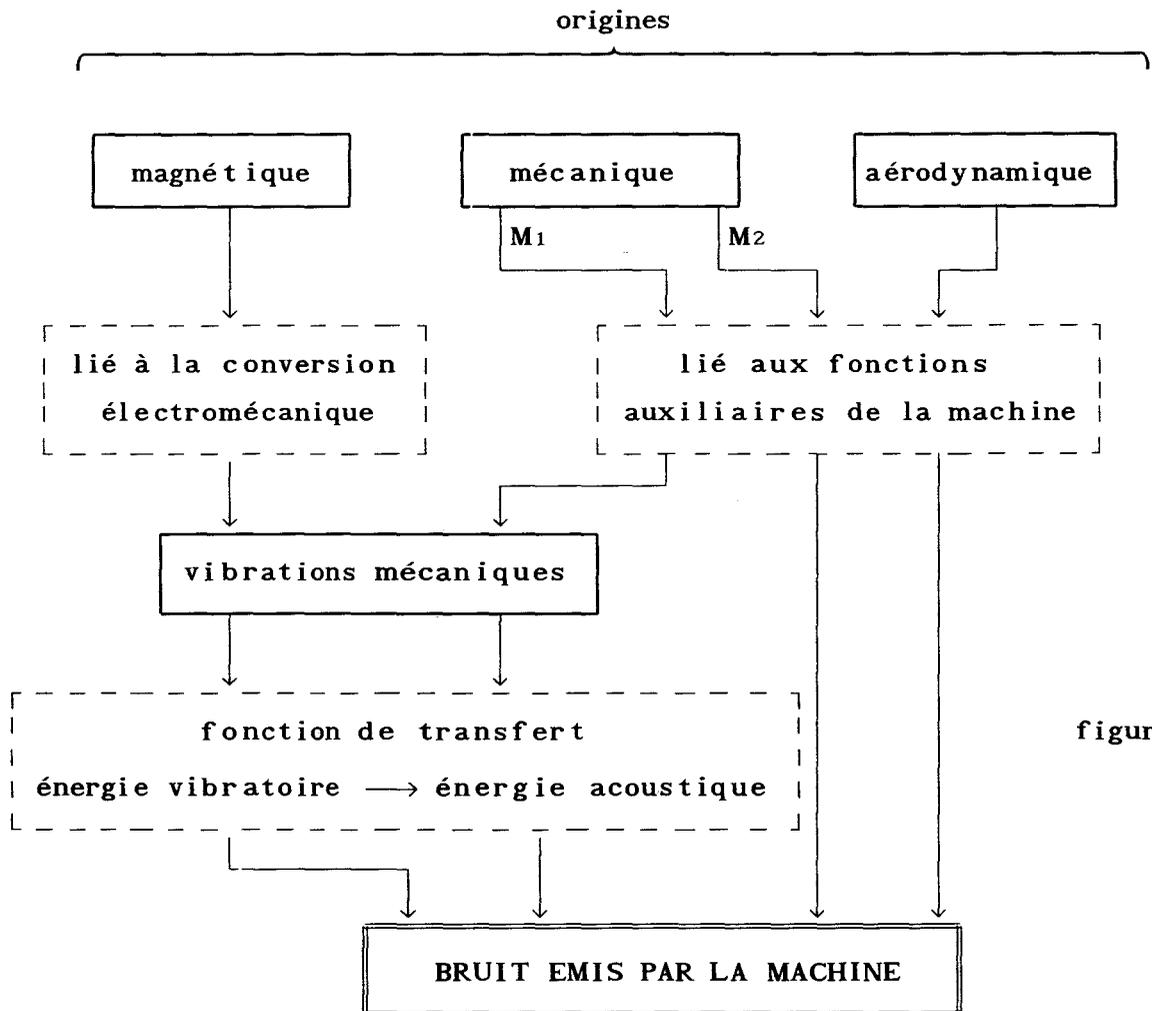


figure 1.2

Sur cette figure on note que les origines mécaniques du bruit comportent deux composantes notées M_1 et M_2 . Il faut en effet distinguer les parties purement mécaniques comme les paliers (M_1) de celles qui jouent un double rôle à la fois mécanique et électrique comme les balais (M_2).

Globalement, il est possible d'apprécier la contribution de ces différentes excitations sur le bruit total généré par une machine asynchrone. Relativement, pour une machine dont la puissance est comprise entre 100kW et 10MW, on a :

- bruit d'origine magnétique 30%
- bruit d'origine aérodynamique 60%
- bruit d'origine mécanique 10%

III- ORIGINES DES BRUITS ET VIBRATIONS DES MACHINES ASYNCHRONES

P.L. TIMAR [10] a proposé une classification des phénomènes qui sont à l'origine des bruits et vibrations des machines asynchrones en fonction des capacités de l'opérateur humain de pouvoir les contrôler. Il distingue trois catégories .

- La première catégorie est relative aux effets constants qu'il est possible de prédire et donc de contrôler. Elle comprend les phénomènes liés aux :

- * harmoniques d'espace
- * harmoniques de denture
- * harmoniques dus à la saturation
- * événements statorique et rotorique
- * profil des pales des ventilateurs

- La seconde catégorie est liée aux effets qu'il est possible de prédire, donc de détecter, mais qui sont variables au cours du temps. On peut y classer :

- * les alimentations non sinusoïdales
- * les défauts (décentrement) d'assemblage du stator et du rotor
- * les décentrements dynamiques, donc naturels [37], du rotor

- La troisième catégorie contient tous les effets qui apparaissent suite à l'usure de la machine :

- * augmentation des jeux
- * défauts de roulements
- * modification de la flèche de l'arbre
- * défaut électrique au niveau des enroulements

et qu'il n'est possible de corriger qu'après diagnostic de la machine mise hors service.

IV- MESURE DU BRUIT

Les différentes grandeurs acoustiques, permettant de caractériser une source sonore et de mesurer le bruit qu'elle émet, sont :

- le niveau de pression acoustique SPL (Sound Pressure Level),
- le niveau d'intensité acoustique L_I (Intensity Level),
- le niveau de puissance acoustique L_W (Power Level).

Ces trois grandeurs sont liées entre elles par des relations qui reposent sur des lois fondamentales de la physique et qui tiennent compte de la théorie de propagation des ondes et des phénomènes vibratoires. Ces relations ont été établies, depuis longtemps, par des acousticiens qui ont modélisé analytiquement les rayonnements sonores en fonction de la source d'émission, de ses caractéristiques et de son environnement. Le problème essentiel auquel se sont heurté ces acousticiens concerne les méthodes ainsi que les moyens de mesures efficaces pour relever ces grandeurs.

La récente évolution des systèmes électroniques, lors de ces dernières années, a permis un développement considérable des appareils qui permettent de faire des mesures acoustiques correctes ainsi que leur traitement pour aboutir aux grandeurs précédemment établies.

En annexe, nous avons rappelé les expressions de ces différentes grandeurs en définissant tous les paramètres qui y interviennent. Nous avons également présenté les méthodes de mesures et les conditions dans lesquelles les relevés doivent être effectués.

V- BRUIT D'ORIGINE MAGNETIQUE DE LA MACHINE ASYNCHRONE

Notre étude est essentiellement axée sur la réduction du bruit d'origine magnétique qui résulte des variations, en un point de l'entrefer, de l'induction b . En notant ϵ la force magnétomotrice au niveau de l'entrefer et ρ la perméance par unité de surface, b est donnée par le produit :

$$b = \epsilon \rho \tag{1.1}$$

Les variations de b sont donc liées à celles de ϵ et de ρ .

- En ce qui concerne la f.m.m., celle-ci comprend, outre le terme fondamental, des champs tournants harmoniques. Ceux-ci sont générés par l'effet d'encoche (répartition non uniforme des conducteurs le long des armatures primaire et (ou) secondaire) et les perturbations induites au niveau des courants statoriques et rotoriques de la machine. Ces perturbations au niveau des courants sont engendrées par la machine elle-même mais peuvent être générées également par l'alimentation lorsque celle-ci s'effectue par l'intermédiaire d'un convertisseur statique.

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{fondamental}} + \varepsilon_{\text{perturb. machine}} + \varepsilon_{\text{perturb. alimentation}} \quad (1.2)$$

- Au niveau de la perméance ρ on distingue un terme constant et des harmoniques liés à la présence des encoches statoriques et rotoriques [35]. On peut également inclure au niveau de la perméance des effets tels que la saturation et l'excentricité. D'où l'expression générale de ρ :

$$\rho = \rho_0 + \rho_{\text{denture}} + \rho_{\text{saturation}} + \rho_{\text{excentricité}} \quad (1.3)$$

On s'aperçoit donc, si l'on effectue le produit des relations (1.2) et (1.3), que l'expression de b comportera 12 termes. Comme la plupart de ces termes sont définis par des séries cette expression sera très complexe et difficilement exploitable. Nous allons donc, pour simplifier l'étude, supposer la machine non saturée et le rotor non décentré.

Par contre, en ce qui concerne les harmoniques de perméance dus à la denture, nous prendrons en compte les effets résultants du double encochage. En effet, P.L. TIMAR [10] et P.L. ALGER [5] négligent ce terme et utilisent pour définir les harmoniques de perméance une procédure relativement simple qui consiste à supposer le stator denté et le rotor lisse puis le stator lisse et le rotor denté. En notant les harmoniques ainsi définis respectivement ρ_{denture}^s et ρ_{denture}^r , la quantité ρ_{denture} est donnée par :

$$\rho_{\text{denture}} = \rho_{\text{denture}}^s + \rho_{\text{denture}}^r \quad (1.4)$$

Il en résulte que certains sous-harmoniques de perméance [35] n'apparaissent pas au niveau de l'expression (1.4) ainsi établie alors que, même s'ils engendrent des vibrations extrêmement faibles, ils peuvent être à l'origine d'un bruit non négligeable.

FORCES ELECTRIQUES A L'ORIGINE DU BRUIT ET DES VIBRATIONS

I- CLASSIFICATION DES FORCES

Les forces qui s'exercent au niveau de l'entrefer d'une machine tournante peuvent se répertorier en trois catégories [11],[14].

- Les forces de Laplace qui agissent indirectement sur le fer au dessus des conducteurs. Pour un conducteur élémentaire de longueur \vec{dl} parcouru par un courant i et placé dans un champ d'induction magnétique \vec{b} , cette force est donnée par :

$$\vec{dF}_L = i \vec{dl} \wedge \vec{b} \quad (1.5)$$

Ces forces sont à l'origine des couples harmoniques de la machine et donc des vibrations tangentielles.

- Les forces Maxwelliennes \vec{F}_M qui s'exercent perpendiculairement sur les surfaces limites de l'entrefer. Elles sont proportionnelles au carré de l'induction. D'un point de vue analytique, seules ces forces sont prises en compte pour la détermination du bruit magnétique généré par les machines tournantes.

- Les forces magnétostrictives dans le fer liées aux déformations de certains matériaux ferromagnétiques lorsqu'ils sont placés dans un champ magnétique variable. Elles concernent essentiellement les transformateurs et ne seront donc pas prises en compte dans cette étude.

Comme nous l'avons précisé dans le précédent chapitre, ce sont donc effectivement les variations de b qui sont à l'origine des forces variables en fonction du temps. Ces forces se manifestent par des vibrations qui se traduisent par la génération du bruit émis par la machine qualifié de magnétique.

Il convient donc, avant de procéder à la détermination de ces forces, de définir les composantes radiale et tangentielle de l'induction en fonction du rang de l'harmonique de l'onde de f.m.m. considéré. Comme b est également fonction de la perméance ρ cette analyse nous permettra d'apprécier comment évolue cette perméance en fonction du rang de cet harmonique.

II- COMPOSANTES DU VECTEUR INDUCTION

II-1 Expressions analytiques de ces composantes

Considérons une portion d'entrefer (figure 1.3) délimitée par les rayons interne R^s et externe R^r respectivement des armatures statorique et rotorique supposées concentriques de centre O et constants dans le domaine considéré.

Supposons que dans ce domaine règne un champ magnétique.

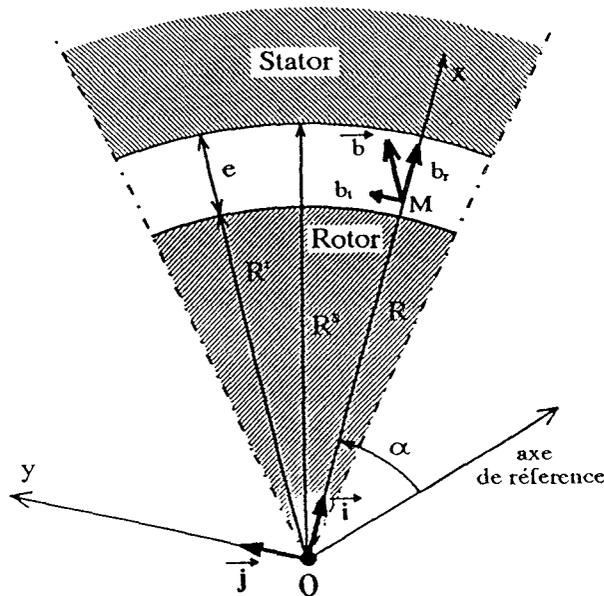


figure 1.3

En un point M, distant de R par rapport à O et caractérisé par l'abscisse angulaire α par rapport à un axe de référence, ce champ est symbolisé par le vecteur \vec{H} . A ce vecteur, on peut faire correspondre le vecteur induction \vec{b} tel que :

$$\vec{b} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad (1.6)$$

μ_r représentant la perméabilité relative et μ_0 la perméabilité du vide ou approximativement celle de l'air ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ MKSA)

L'ensemble des vecteurs \vec{b} de ce domaine est appelé champ de vecteurs \vec{b} .

Comme le flux du champ de vecteurs \vec{b} à travers une surface quelconque S fermée est nul, ce qui signifie que \vec{b} est à flux conservatif, on a la relation :

$$\text{div } \vec{b} = 0 \quad (1.7)$$

Soient \vec{i} et \vec{j} les vecteurs unitaires, dépendant de α , définis dans le repère xOy tels que OM soit porté par Ox. \vec{b} peut alors s'exprimer simplement en fonction de ses composantes radiale b_r et tangentielle b_t :

$$\vec{b} = \vec{i} b_r + \vec{j} b_t \quad (1.8)$$

La prise en compte de (1.7) conduit à l'égalité :

$$R \frac{\partial b_r}{\partial R} + b_r + \frac{\partial b_t}{\partial \alpha} = 0 \quad (1.9)$$

Une propriété fondamentale du champ de vecteurs \vec{b} est que sa circulation le long d'une courbe fermée C est nulle si cette courbe ne traverse aucun bobinage par un courant. Cette propriété se traduit par la relation :

$$\text{rot}(\vec{b}) = 0 \quad (1.10)$$

Elle conduit, compte tenu de (1.8), à :

$$\frac{\partial b_r}{\partial \alpha} - b_t - R \frac{\partial b_t}{\partial R} = 0 \quad (1.11)$$

En différenciant (1.9) et (1.11) successivement par rapport à R et α , on obtient :

$$R \frac{\partial^2 b_r}{\partial R^2} + 2 \frac{\partial b_r}{\partial R} + \frac{\partial^2 b_t}{\partial R \partial \alpha} = 0 \quad (1.12)$$

$$R \frac{\partial^2 b_r}{\partial R \partial \alpha} + \frac{\partial b_r}{\partial \alpha} + \frac{\partial^2 b_t}{\partial \alpha^2} = 0 \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial^2 b_r}{\partial R \partial \alpha} - 2 \frac{\partial b_t}{\partial R} - R \frac{\partial^2 b_t}{\partial R^2} = 0 \quad (1.14)$$

$$\frac{\partial^2 b_r}{\partial \alpha^2} - \frac{\partial b_r}{\partial \alpha} - R \frac{\partial^2 b_t}{\partial R \partial \alpha} = 0 \quad (1.15)$$

A partir de ces équations il est possible de déterminer [5] les expressions de b_r et b_t :

$$b_r = (\lambda_r^1 R^{k-1} + \lambda_r^2 R^{-k-1}) \sin k(\alpha - \alpha_1) \quad (1.16)$$

$$b_t = (\lambda_t^1 R^{k-1} + \lambda_t^2 R^{-k-1}) \sin k(\alpha - \alpha_2) \quad (1.17)$$

où $\lambda_r^1, \lambda_r^2, \lambda_t^1, \lambda_t^2, k, \alpha_1$ et α_2 sont des constantes d'intégration qu'il est possible de déterminer en examinant les conditions limites.

Supposons qu'une f.m.m. à p paires de pôles soit générée au niveau du stator et que la perméabilité du fer soit infinie.

Considérons l'harmonique de rang h de cet onde de f.m.m. :

$$\epsilon_h^s = A_h^s \cos(hp\alpha) \quad (1.18)$$

La relation (1.11) précise que le champ de vecteurs \vec{b} dérive du potentiel magnétique ϵ_h^s :

$$\vec{b} = \mu_0 \overrightarrow{\text{grad}}(\epsilon_h^s) \quad (1.19)$$

Lorsqu'on dérive la relation précédente suivant la direction du vecteur unitaire \vec{j} , il vient :

$$\frac{d\mu_0 \epsilon_h^s}{dR\alpha} = \vec{j} \cdot \vec{b}$$

soit :

$$\frac{\mu_0}{R} \frac{d\varepsilon_h^s}{d\alpha} = b_t \quad (1.20)$$

Pour $R=R^s$ les relations (1.17), (1.18) et (1.20) conduisent à :

$$\left[\lambda_t^1 R^{s(k-1)} + \lambda_t^2 R^{s(-k-1)} \right] \sin k(\alpha-\alpha_2) = - \frac{\mu_0}{R^s} hp A_h^s \sin(hp\alpha)$$

L'égalité précédente permet, par identification, d'écrire que :

$$\alpha_2 = 0 \quad (1.21)$$

$$k = hp \quad (1.22)$$

$$\lambda_t^1 R^{s(k-1)} + \lambda_t^2 R^{s(-k-1)} = - \frac{\mu_0}{R^s} hp A_h^s \quad (1.23)$$

Comme le rotor est équipotentiel d'un point de vue magnétique, on a pour $R=R^r$, $b_t=0$. Il en résulte que :

$$\lambda_t^1 R^{r(k-1)} + \lambda_t^2 R^{r(-k-1)} = 0 \quad (1.24)$$

soit :

$$\lambda_t^2 = -\lambda_t^1 R^{r2k} \quad (1.25)$$

Ces différentes relations conduisent à l'expression suivante de b_t :

$$b_t = \frac{\mu_0 A_h^s hp R^{s hp}}{R^{s2hp} - R^{r2hp}} \left(R^{r2hp} R^{-hp-1} - R^{hp-1} \right) \sin(hp\alpha) \quad (1.26)$$

Celle-ci, après dérivation et intégration, permet d'exprimer la composante radiale b_r :

$$b_r = - \frac{\mu_0 A_h^s hp R^{s hp}}{R^{s2hp} - R^{r2hp}} \left(R^{r2hp} R^{-hp-1} + R^{hp-1} \right) \cos(hp\alpha) \quad (1.27)$$

Les relations (1.26) et (1.27) qui donnent b_t et b_r sont vraies quelles que soient les valeurs de R^s et R^r . Elles permettent :

- de calculer en faisant tendre R^r vers zéro, les réactances de fuites périphériques (têtes de bobines) [38],
- d'apprécier, pour une machine à faible entrefer, l'importance relative de b_t par rapport à b_r ,

- d'analyser comment évolue la perméance d'entrefer en fonction du rang de l'harmonique de l'onde de f.m.m.

II-2 Composante tangentielle de l'induction

Cette composante tangentielle est, compte tenu de nos hypothèses d'étude, maximale au niveau de l'armature statorique. Pour analyser l'influence relative de b_t par rapport à b_r nous allons comparer les amplitudes \hat{b}_t et \hat{b}_r de ces deux composantes en effectuant leur rapport pour $R=R^s$. Après simplification, les relations (1.26) et (1.27), en introduisant la quantité $e=R^s-R^r$, conduisent à :

$$\frac{\hat{b}_t}{\hat{b}_r} = \frac{1-(1+e/R^r)^{2hp}}{1+(1+e/R^r)^{2hp}}$$

Pour les machines à faible entrefer, ce qui est le cas dans notre étude, comme e/R^r est inférieur à 1, on peut développer la quantité $(1+e/R^r)^{2hp}$ en série entière. En ne considérant que les deux premiers termes de ce développement, la valeur absolue de ce rapport diffère peu de :

$$\left| \frac{\hat{b}_t}{\hat{b}_r} \right| \# \frac{hpe/R^r}{1+hpe/R^r} \quad (1.28)$$

Il apparaît donc que, pour hpe/R^r petit devant 1, la composante tangentielle de l'induction peut être, pour certains calculs, négligée face à la composante radiale de sorte que cette quantité s'identifie tout simplement au produit $e\rho$ (relation (1.1)).

Cette propriété peut s'énoncer différemment. Dans la mesure où la composante tangentielle b_t de \vec{b} traduit les fuites on peut en conclure que les fuites augmentent avec le rang de l'harmonique de l'onde de f.m.m.. A la limite pour h très grand, on a :

$$\hat{b}_t = \hat{b}_r$$

II-3 Composante radiale et perméance d'entrefer

La relation (1.27) montre que l'induction radiale a une distribution spatiale sinusoïdale proportionnelle à l'amplitude A_h^s de la composante de l'onde de f.m.m. considérée. Cependant, le rapport b_r/A_h^s dépend du rang de cette composante. Il est donc intéressant d'analyser comment évolue la composante principale de la perméance d'entrefer en fonction de ce rang.

Cette composante principale relative à l'harmonique de rang h de l'onde de f.m.m., notée ρ_{0h} , est, suivant la définition de DOHERTY et NICKLE [39], donnée par :

$$\rho_{0h} = \left(\frac{b_r}{\varepsilon_h^s} \right)_{R=R^s} \quad (1.29)$$

On en déduit donc, compte tenu de (1.18) et (1.27), que :

$$\rho_{0h} = \frac{hp\mu_0}{R^s} \frac{R^{s2hp} + R_r^{2hp}}{R^{s2hp} - R_r^{2hp}}$$

Cette expression, en introduisant de nouveau la quantité e , peut encore s'écrire :

$$\rho_{0h} = \frac{hp\mu_0}{R^s} \frac{1+(1-e/R^s)^{2hp}}{1-(1-e/R^s)^{2hp}} \quad (1.30)$$

Comme e est petit devant R^s , il est possible également de développer la quantité $(1-e/R^s)^{2hp}$ en série entière. En ne prenant en compte, comme précédemment, que les deux premiers termes du développement, il vient :

$$\rho_{0h} \# \frac{\mu_0}{e} \left(1 - \frac{e}{R^s} hp \right) \quad (1.31)$$

Cette relation montre que la quantité ρ_{0h} :

- peut s'identifier à une constante, égale à μ_0/e , tant que ehp/R^s est petit devant 1, donc pour les harmoniques de faible rang de l'onde de f.m.m.,
- diminue lorsque h croît.

Cette propriété, et de façon plus générale la relation qui traduit la dépendance de la perméance en fonction du rang des harmoniques considérés, a été mise en évidence expérimentalement par J.F. BRUDNY lors de son étude sur les harmoniques des coefficients d'inductance [35].

III- EXPRESSIONS ANALYTIQUES DES FORCES

Les forces étant fonction de l'induction b dans l'entrefer nous allons, pour simplifier cette étude, ne considérer pour définir b que deux composantes, l'une générée par le stator, l'autre par le rotor. Soient b_i^s et b_j^r ces composantes :

$$b_i^s = \hat{b}_i^s \cos(\omega_i^s t - ip\alpha - \psi_i^s) \quad (1.32)$$

$$b_j^r = \hat{b}_j^r \cos(\omega_j^r t - jp\alpha - \psi_j^r) \quad (1.33)$$

Il en résulte que :

$$b = b_i^s + b_j^r \quad (1.34)$$

III-1 Composante tangentielle

La composante tangentielle f_{\tan} de la force qui s'exerce au niveau du rotor résulte de l'interaction entre la composante induction b_i^s générée par le stator et les courants rotoriques (Forces de Laplace).

Pour déterminer cette quantité il est nécessaire de connaître la distribution spatiale des courants rotoriques à la périphérie du rotor. Cette quantité notée d_j^r est liée [40] à la f.m.m. générée par le rotor par la relation :

$$d_j^r = \frac{1}{R^r} \frac{\partial \varepsilon_j^r}{\partial \alpha} \quad (1.35)$$

En supposant l'entrefer d'épaisseur constante, la relation qui lie ε_j^r et b_j^r s'écrit :

$$b_j^r = \frac{\mu_0}{e} \varepsilon_j^r \quad (1.36)$$

Comme la composante b_j^r est à répartition spatiale sinusoïdale il en sera de même pour d_j^r :

$$d_j^r = \frac{e}{\mu_0 R^r} \frac{\partial b_j^r}{\partial \alpha} \quad (1.37)$$

f_{\tan} est donnée par la relation :

$$f_{\tan} = d_j^r b_i^s \quad (1.38)$$

soit, compte tenu de (1.32) et (1.33), :

$$f_{\tan} = - \frac{e}{\mu_0 R^r} j_p \hat{b}_i^s \hat{b}_j^r \cos(\omega_i^s t - ip\alpha - \psi_i^s) \sin(\omega_j^r t - jp\alpha - \psi_j^r)$$

d'où les deux composantes de f_{\tan} :

$$f_{\tan} = - \frac{e}{2\mu_0 R^r} j_p \hat{b}_i^s \hat{b}_j^r \left\{ \sin \left[(\omega_i^s + \omega_j^r) t - (i+j)p\alpha - \psi_i^s - \psi_j^r \right] - \sin \left[(\omega_i^s - \omega_j^r) t - (i-j)p\alpha - \psi_i^s + \psi_j^r \right] \right\} \quad (1.39)$$

III-2 Forces de Maxwell

III-2-1 Expression générale

Pour déterminer l'expression générale des forces de Maxwell nous allons considérer la portion d'entrefer représentée à la figure 1.3 et nous allons supposer que la différence de potentiel magnétique ε qui apparaît entre les deux armatures est générée par un enroulement de N spires parcouru par le courant i :

$$\varepsilon = Ni$$

En admettant que dans l'entrefer $\mu_r=1$ et en négligeant la composante tangentielle de l'induction, on peut exprimer le flux φ qui traverse un élément de surface S parallèle aux deux armatures :

$$\varphi = \mu_0 \frac{S}{e} Ni$$

L'énergie magnétique [4] nécessaire à l'installation de ce flux est donnée par :

$$W_{\text{magn}} = N \int_0^i id\varphi$$

Compte tenu de l'expression de φ , on en déduit celle de W_{magn} :

$$W_{\text{magn}} = \frac{N^2}{2} \mu_0 \frac{S}{e} i^2$$

En introduisant dans cette expression l'induction b égale à $\mu_0 Ni/e$, il vient :

$$W_{\text{magn}} = \frac{e}{\mu_0} S \frac{b^2}{2} \quad (1.40)$$

Cette énergie magnétique stockée dans l'entrefer se manifeste par une force qui s'exerce entre armatures primaire et secondaire.

Pour déterminer cette force, qui se traduit par une modification de l'épaisseur de l'entrefer, nous allons supposer que celui-ci, suite à une variation ΔW_{magn} de l'énergie magnétique, augmente d'une quantité Δe .

Etant donné que cette modification de l'épaisseur de l'entrefer se traduit par une variation de réluctance, nous allons également supposer que, durant la phase transitoire, la d.d.p. magnétique varie de façon à maintenir le flux constant à travers la surface S considérée. Compte tenu de ces hypothèses on en déduit, d'une part, l'expression de dW_{magn} :

$$dW_{\text{magn}} = \frac{b^2 S}{2\mu_0} de \quad (1.41)$$

et, d'autre part, que la variation de l'énergie électrique utile (énergie électrique fournie à l'enroulement diminuée des pertes par effet Joules) est nulle.

Par conséquent, cette variation de l'énergie magnétique doit être compensée par le travail d'une force. Cette force, notée F_M , est tout simplement celle qui est à l'origine de la déformation du circuit magnétique. D'où l'égalité :

$$dW_{\text{magn}} = F_M de \quad (1.42)$$

qui, compte tenu de (1.41), permet d'exprimer la force d'attraction f_M qui s'exerce entre les deux armatures par unité de surface :

$$f_M = \frac{b^2}{2\mu_0} \quad (1.43)$$

K.J. BINNS et P.J. LAWRENSON ont montré [41] que la force qui s'exerçait au niveau des armatures comportait deux composantes, l'une normale que nous avons notée f_M et l'autre tangentielle mais que, le fait de supposer infinie la perméabilité du fer, avait pour conséquence d'annuler cette composante tangentielle.

III-2-2 Analyse spectrale

Considérons de nouveau la quantité b donnée par (1.34). L'application de la relation (1.43) conduit à :

$$f_M = \frac{1}{2\mu_0} \left[b_i^s{}^2 + b_j^r{}^2 + 2b_i^s b_j^r \right]$$

soit, après transformations trigonométriques, :

$$f_M = \frac{1}{2\mu_0} \left[\hat{b}_i^s{}^2 \cos^2(\omega_i^s t - i p \alpha - \psi_i^s) + \hat{b}_j^r{}^2 \cos^2(\omega_j^r t - j p \alpha - \psi_j^r) \right. \\ \left. + \hat{b}_i^s \hat{b}_j^r \left[\cos \left[(\omega_i^s + \omega_j^r) t - (i+j) p \alpha - \psi_i^s - \psi_j^r \right] + \cos \left[(\omega_i^s - \omega_j^r) t - (i-j) p \alpha - \psi_i^s + \psi_j^r \right] \right] \right] \quad (1.44)$$

L'analyse spectrale de cette force ou des vibrations qu'elle engendre fera apparaître des raies à $2\omega_i^s$, $2\omega_j^r$, $\omega_i^s + \omega_j^r$ et $\omega_i^s - \omega_j^r$.

IV- ETUDE COMPARATIVE DES FORCES

Les forces tangentielles sont à l'origine de vibrations tangentielles et donc de couples harmoniques. Les forces de Maxwell sont à l'origine de vibrations radiales et donc de bruit magnétique.

Pour comparer ces forces il suffit de considérer les expressions (1.39) et (1.44). On s'aperçoit que le spectre des vibrations radiales sera plus riche que celui des vibrations tangentielles. Néanmoins, si l'on ne considère que les composantes du double produit de f_M , les deux spectres feront apparaître des raies aux mêmes fréquences. Cependant, comme le rapport entre composantes de même rang de f_{\tan} et f_M est égal à e_{jp}/R^r et que, pour la machine considérée qui est à faible entrefer, ce rapport est généralement inférieur à 1 (sauf pour j très grand), on aura $f_{\tan} \ll f_M$. Les vibrations tangentielles seront donc beaucoup plus faibles que les vibrations radiales.

GRANDEURS CARACTERISTIQUES DE L'ENTREFER

La détermination du spectre des forces à l'origine du bruit magnétique nécessite de connaître au préalable le contenu harmonique de l'induction. Comme celle-ci dépend de la perméance d'entrefer et de la différence de potentiel magnétique nous allons, tout d'abord, présenter dans ce chapitre la procédure qui a permis d'obtenir ces expressions de perméance en prenant en compte les effets combinés des dentures primaire et secondaire. Nous donnerons ensuite le contenu harmonique du champ tournant dans l'entrefer en supposant tout d'abord les courant absorbés sinusoïdaux puis perturbés par des systèmes triphasés qui pourront être à somme non nulle et dont la fréquence ne sera pas systématiquement un multiple entier de la fréquence fondamentale.

Pour cette étude, nous allons considérer une machine triphasée tant au stator qu'au rotor, multipolaire à p paires de pôles, de construction symétrique. Les bobinages primaire et secondaire seront à pas entier, à simple couche et logés dans les encoches droites des armatures statorique et rotorique. La perméabilité du fer sera supposée infinie ce qui nous permettra, par la suite, d'admettre que l'induction se confond avec sa composante radiale. La saturation étant également négligée nous pourrons, lors de nos calculs, appliquer le principe de superposition.

I- PERMEANCE D'ENTREFER

Compte tenu de l'étude effectuée au *chapitre II* (paragraphe II-3) et étant données nos hypothèses de calcul nous supposerons que la perméance,

donnée par le rapport μ_0/e , n'est fonction que de l'inverse de l'épaisseur de l'entrefer. Cette hypothèse simplificatrice, qui permet d'obtenir une expression analytique de la perméance d'entrefer prenant en compte l'interaction entre dents statoriques et rotoriques [35], suppose donc que les harmoniques de f.m.m. sont de rang suffisamment faible. Pour obtenir des résultats satisfaisants à partir de cette expression, qu'il n'est possible de valider que par des expérimentations portant sur les coefficients d'inductance [42], il suffit de considérer des profondeurs fictives d'encoche égales au cinquième de leur ouverture [43].

Cette expression de perméance sera établie par unité de surface δS , celle-ci étant définie sur un rayon moyen d'entrefer R (figure 1.4). Comme à cette unité de surface on peut faire correspondre une unité d'angle unique il est également possible de qualifier cette perméance comme la perméance par unité d'angle.

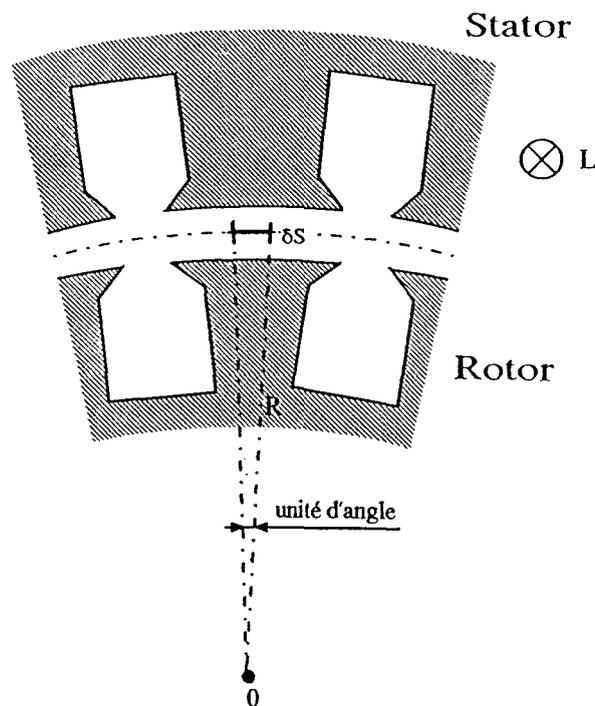


figure 1.4

I-1 Notations utilisées

Pour déterminer cette expression de perméance la forme d'onde des encoches doit être idéalisée. La forme retenue est donnée à la figure 1.5. Les notations utilisées, dont certaines apparaissent sur cette figure et dont

d'autres ont déjà été introduites et que nous allons rappeler, sont :

- p : nombre de paires de pôles,
- m^s : nombre d'encoches par pôle et par phase au stator,
- N^s : nombre d'encoches par paire de pôles au primaire ($N^s=6m^s$),
- l_e^s : largeur d'ouverture d'une encoche statorique,
- l_d^s : largeur d'une dent primaire,
- λ^s : pas dentaire statorique exprimé en radians,
- p^s : profondeur d'une encoche statorique,
- r_d^s : rapport de denture statorique $r_d^s=l_d^s/(l_e^s+l_d^s)$,
- $m^r, N^r, l_e^r, l_d^r, \lambda^r, p^r, r_d^r$: grandeurs analogues relatives à l'armature rotorique ($N^r=6m^r$),
- $\overline{r_d^s}, \overline{r_d^r}$: valeurs complémentaires à 1 de r_d^s, r_d^r ,
- e : épaisseur minimale de l'entrefer,
- D^r : diamètre extérieur du rotor,
- R^r : Rayon correspondant,
- L : longueur des armatures statorique et rotorique,

Pour effectuer ces calculs on prendra comme référence l'axe de la dent D_1^s du stator. Un point M de l'entrefer sera repéré par son abscisse angulaire α par rapport à cet axe. Pour prendre en compte la position du rotor on définit une dent de référence au secondaire, notée D_1^r , et on introduit la variable θ_d qui caractérisera l'écart angulaire entre les axes des dents D_1^s et D_1^r .

I-2 Expression analytique de la perméance par unité d'angle

L'épaisseur de l'entrefer en un point M est une fonction de α et de θ_d , elle sera notée $e(\alpha, \theta_d)$. Par conséquent, la perméance par unité d'angle sera également fonction de ces deux variables, d'où la relation :

$$\rho(\alpha, \theta_d) = K e^{-1}(\alpha, \theta_d) \quad (1.45)$$

avec :

$$K = \mu_0 L R^r \quad (1.46)$$

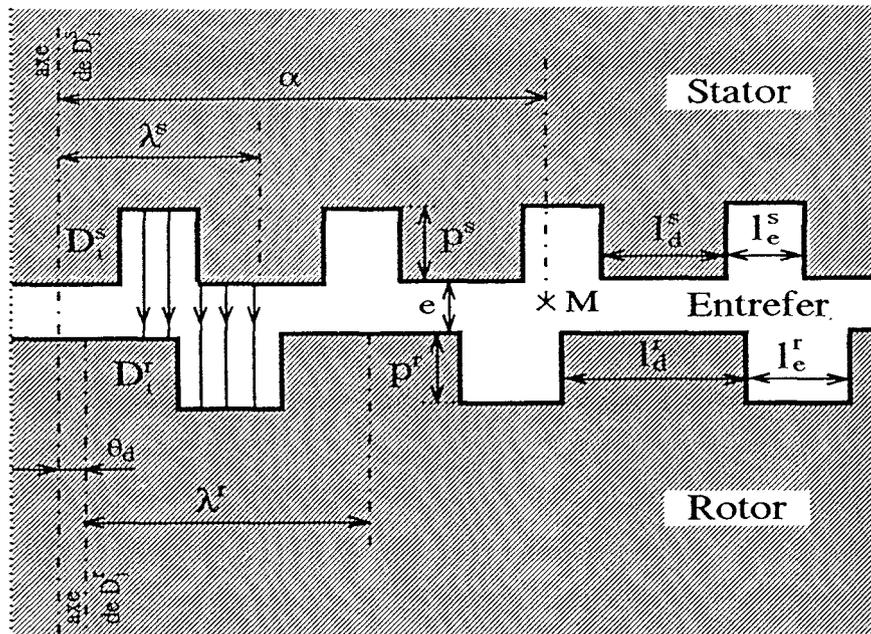


figure 1.5

Pour obtenir l'expression analytique de $e^{-1}(\alpha, \theta_d)$, on décompose l'entrefer en deux quantités.

- La première $e'(\alpha)$ caractérise l'épaisseur de l'entrefer d'une machine à rotor lisse dont la valeur minimale de l'entrefer vaut $e+p^r$. Cette fonction, indépendante de θ_d , ne prend que deux valeurs : $e+p^r$ ou $e+p^r+p^s$ suivant que le point considéré de l'entrefer est face à une dent ou à une encoche statorique.
- La seconde $e''(\alpha, \theta_d)$ est une fonction complémentaire de celle qui définit l'épaisseur de l'entrefer lorsque le stator est supposé lisse avec une valeur minimale de l'entrefer nulle. Cette fonction ne prend également que deux valeurs p^r ou 0 suivant que le point considéré de l'entrefer est face à une dent ou à une encoche rotorique.

Dans ces conditions l'épaisseur de l'entrefer $e(\alpha, \theta_d)$ est donnée par :

$$e(\alpha, \theta_d) = e'(\alpha) - e''(\alpha, \theta_d)$$

Comme $e'(\alpha)$ est toujours supérieur à $e''(\alpha, \theta_d)$, l'expression de $e^{-1}(\alpha, \theta_d)$ peut encore s'écrire :

$$e^{-1}(\alpha, \theta_d) = e^{-1}(\alpha) \sum_{n=0}^{\infty} \left[e^{n(\alpha, \theta_d)} e^{-1}(\alpha) \right]^n$$

En décomposant les fonctions $e^{-1}(\alpha)$ et $e^{n(\alpha, \theta_d)}$ en séries de Fourier, en convenant de repérer les rangs des harmoniques respectivement au moyen des quantités k_s et k_r , on montre [35] finalement que l'expression de $\rho(\alpha, \theta_d)$ peut s'écrire :

$$\rho(\alpha, \theta_d) = \mathcal{P}_0 + \sum_{k_s=1}^{\infty} \mathcal{P}_{k_s} \cos k_s N^s \alpha + \sum_{k_r=1}^{\infty} \mathcal{P}_{k_r} \cos k_r N^r (\alpha - \theta_d) + \frac{1}{2} \sum_{k_s=1}^{\infty} \sum_{k_r=1}^{\infty} \mathcal{P}_{k_s k_r} \cos \left[(k_s N^s + k_r N^r) \alpha - k_r N^r \theta_d \right] + \frac{1}{2} \sum_{k_s=1}^{\infty} \sum_{k_r=1}^{\infty} \mathcal{P}_{k_s k_r} \cos \left[(k_s N^s - k_r N^r) \alpha + k_r N^r \theta_d \right] \quad (1.47)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{P}_0 &= K \frac{1}{e+p^r+p^s} \left(1 + \frac{p^s}{e+p^r} r_d^s + \frac{p^r}{e+p^s} r_d^r + \frac{p^r p^s (p^s + p^r + 2e)}{(e+p^s)(e+p^r)e} r_d^s r_d^r \right) \\ \mathcal{P}_{k_s} &= K \frac{p^s}{(e+p^r+p^s)(e+p^r)} \frac{2}{\pi} \left(1 + \frac{p^r (p^s + p^r + 2e)}{(e+p^s)e} r_d^r \right) \frac{1}{k_s} \sin(k_s r_d^s \pi) \\ \mathcal{P}_{k_r} &= K \frac{p^r}{(e+p^r+p^s)(e+p^s)} \frac{2}{\pi} \left(1 + \frac{p^s (p^s + p^r + 2e)}{(e+p^r)e} r_d^s \right) \frac{1}{k_r} \sin(k_r r_d^r \pi) \\ \mathcal{P}_{k_s k_r} &= K \frac{p^r p^s (p^s + p^r + 2e)}{(e+p^r+p^s)(e+p^s)(e+p^r)e} \frac{4}{\pi^2} \frac{1}{k_s} \sin(k_s r_d^s \pi) \frac{1}{k_r} \sin(k_r r_d^r \pi) \end{aligned} \right\} \quad (1.48)$$

Comme nous l'avons initialement précisé, pour obtenir des résultats satisfaisants avec ces coefficients, il suffit de considérer des profondeurs fictives d'encoches égales au cinquième de leur ouverture, soit :

$$p^s = \frac{l_e^s}{5} \quad ; \quad p^r = \frac{l_e^r}{5}$$

I-3 Autre formulation

Cette expression de la perméance par unité d'angle tient compte, par l'intermédiaire des termes fonctions des quantités $\mathcal{P}_{k_s k_r}$, de l'interaction entre dents primaires et secondaires. Malgré sa complexité elle présente l'avantage d'être facilement exploitable et montre que la perméance par unité d'angle comprend une composante continue ρ_0 et des harmoniques. L'amplitude et la phase relative de ces harmoniques ainsi que la quantité ρ_0 varient en fonction de la position relative du rotor par rapport au stator de sorte que la relation (1.47) peut encore s'écrire :

$$\rho(\alpha, \theta_d) = \rho_0(\theta_d) + \sum_{k_p=1}^{\infty} \rho_{k_p}(\alpha, \theta_d) \quad (1.49)$$

avec, compte tenu du rapport 6 qui lie les nombres d'encoches par paire de pôles et les nombres d'encoches par pôle et par phase, :

$$\rho_{k_p}(\alpha, \theta_d) = \mathcal{P}_{k_p}(\theta_d) \cos \left[6k_p \alpha - \varphi_{k_p}(\theta_d) \right] \quad (1.50)$$

J.F BRUDNY [35] a effectué une étude très approfondie de cette perméance d'entrefer. Il a notamment analysé l'influence de chacun des paramètres caractéristiques de la machine sur les différents harmoniques de perméance. Les principaux résultats obtenus montrent que certains de ces harmoniques ont une amplitude et une phase pratiquement indépendantes de θ_d alors que d'autres présentent des variations au niveau de ces paramètres (amplitude et (ou) phase) très importantes.

I-4 Utilisation d'un modèle fictif d'encoche

Afin de prendre en compte les variations progressives de la densité des lignes de champ dans l'entrefer nous avons considéré un modèle fictif d'encoche à profil triangulaire (figure 1.6).

Pour utiliser une procédure de calcul analogue à celle employée pour établir l'expression de la perméance d'entrefer relative à un modèle d'encoche à profil rectangulaire nous avons considéré, pour définir l'encoche, plusieurs paliers. Dans ces conditions il était toujours possible de supposer les lignes de champ radiales et donc parallèles. En faisant tendre dans l'expression ainsi obtenue le nombre de paliers vers l'infini, on aboutit au modèle à profil triangulaire et à l'expression de perméance correspondante. Celle-ci, dans sa forme générale, est identique à la relation (1.47). Les différences portent uniquement sur les quantités \mathcal{P}_0 , \mathcal{P}_{ks} , \mathcal{P}_{kr} et \mathcal{P}_{kskr} qui sont dans ce cas beaucoup plus complexes [44].

Comme les résultats obtenus, notamment en ce qui concerne les coefficients d'inductance, en considérant ce modèle différent peu de ceux relatifs au modèle d'encoche à profil rectangulaire nous avons, pour la suite de l'étude, utilisé les relations établies dans le paragraphe I-2.

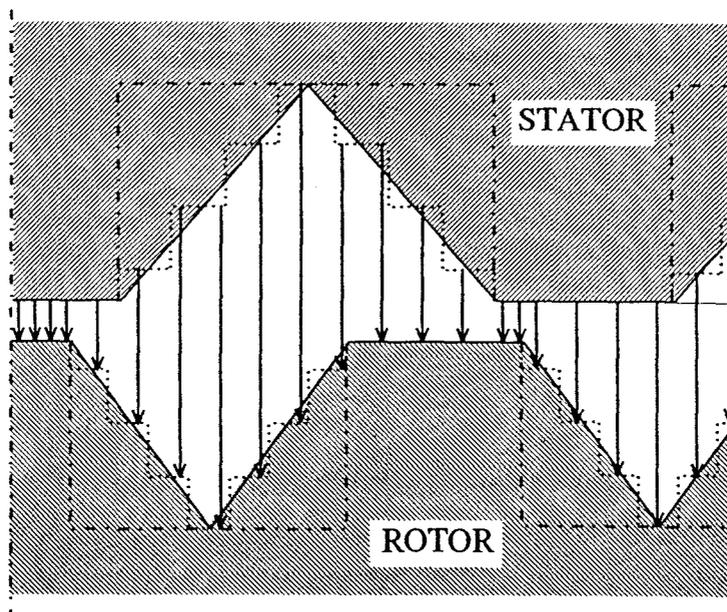


figure 1.6

II- FORCES MAGNETOMOTRICES

II-1 Force magnétomotrice créée par une section

La forme d'onde idéalisée de la f.m.m. ε créée le long de l'entrefer par

une section statorique à ouverture diamétrale comportant z^s spires et parcourue par le courant i^s est donnée à la figure 1.7. Cette onde, d'amplitude $z^s i^s / 2$, suppose linéaire la loi d'évolution de la f.m.m. sur l'intervalle correspondant à l'ouverture d'une encoche.

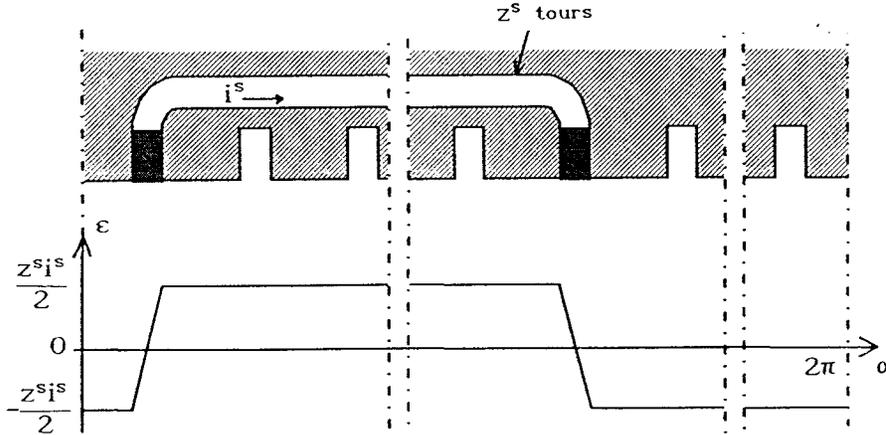


figure 1.7

Le développement en série de Fourier de cette onde, en prenant pour référence l'axe de la section, ne comporte que des termes en cosinus impairs.

$$\varepsilon(\alpha) = i^s \sum_{h^s=1}^{\infty} A_{h^s}^{s'} \cosh^{s'} \alpha \quad (1.51)$$

avec :

$$A_{h^s}^{s'} = (-1)^{(h^s-1)/2} \frac{2z^s}{\pi h^s} \Gamma_{h^s}^s \quad (1.52)$$

Dans cette expression le coefficient $\Gamma_{h^s}^s$ prend en compte l'ouverture des encoches. Il a pour expression :

$$\Gamma_{h^s}^s = \frac{\sin(h^s \pi r_d^s / N^s)}{h^s \pi r_d^s / N^s} \quad (1.53)$$

Lorsque l'ouverture des encoches est ignorée $\Gamma_{h^s}^s = 1$.

II-2 Force magnétomotrice créée par une phase

En notant z^s le nombre de spires d'une phase primaire sous une paire de pôles et m^s le nombre de sections élémentaires, chacune de ces sections comportant z^s/m^s spires, l'expression de l'onde de f.m.m. créée par la phase

s du stator (s=1, 2 ou 3) parcourue par le courant i_s^s , en prenant pour référence l'axe de cette phase, s'écrit :

$$\varepsilon_s^s(\alpha) = i_s^s \sum_{h^s=1}^{\infty} A_{h^s}^s \cosh^s p \alpha \quad (1.54)$$

avec, en introduisant le coefficient de bobinage $K_{h^s}^s$ relatif à l'harmonique de rang h^s :

$$K_{h^s}^s = \frac{\sin(m^s h^s \lambda^s p/2)}{m^s \sin(h^s \lambda^s p/2)} \quad (1.55)$$

$$A_{h^s}^s = A_{h^s}^{s'} K_{h^s}^s \quad (1.56)$$

Concernant la f.m.m. créée par une phase secondaire r parcourue par le courant i_r^r celle-ci, par rapport à un référentiel fixe lié au stator, en notant θ_{sr} l'écart angulaire entre les axes des phases rotorique r et statorique s, s'écrit :

$$\varepsilon_r^r(\alpha, \theta_{sr}) = i_r^r \sum_{h^r=1}^{\infty} A_{h^r}^r \cosh^r p (\alpha - \theta_{sr}) \quad (1.57)$$

avec, en notant z^r le nombre de spires d'une phase secondaire sous une paire de pôles, :

$$A_{h^r}^r = K_{h^r}^r (-1)^{(h^r-1)/2} \frac{2z^r}{\pi h^r} \Gamma_{h^r}^r \quad (1.58)$$

et

$$K_{h^r}^r = \frac{\sin(m^r h^r \lambda^r p/2)}{m^r \sin(h^r \lambda^r p/2)} \quad (1.59)$$

$$\Gamma_{h^r}^r = \frac{\sin(h^r \pi r_d^r / N^r)}{h^r \pi r_d^r / N^r}$$

Comme pour le stator, lorsqu'on suppose la machine idéale, $\Gamma_{h^r}^r = 1$.

II-3 F.m.m. créée par une armature dans le cas de courants absorbés sinusoïdaux

II-3-1 F.m.m. primaire

Considérons l'armature primaire et supposons les phases parcourues par un

système triphasé équilibré de séquence directe de courants sinusoïdaux de pulsation ω .

En prenant pour origine des temps l'instant qui coïncide avec le passage par un maximum du courant dans la phase I, il vient :

$$\left. \begin{aligned} i_1^s &= I_1^s \sqrt{2} \cos(\omega t) \\ i_2^s &= I_1^s \sqrt{2} \cos(\omega t - 2\pi/3) \\ i_3^s &= I_1^s \sqrt{2} \cos(\omega t - 4\pi/3) \end{aligned} \right\} \quad (1.60)$$

En un point M de l'entrefer, en prenant comme origine des angles l'axe de la phase I et en convenant de repérer, comme précédemment, par h^s les rangs des harmoniques d'espace, les trois phases créent :

$$\begin{aligned} \varepsilon_1^s(\alpha) &= I_1^s \sqrt{2} \cos(\omega t) \sum_{h^s=1}^{\infty} A_{h^s}^s \cosh^{sp} \alpha \\ \varepsilon_2^s(\alpha) &= I_1^s \sqrt{2} \cos(\omega t - 2\pi/3) \sum_{h^s=1}^{\infty} A_{h^s}^s \cosh^{sp}(\alpha - 2\pi/3p) \\ \varepsilon_3^s(\alpha) &= I_1^s \sqrt{2} \cos(\omega t - 4\pi/3) \sum_{h^s=1}^{\infty} A_{h^s}^s \cosh^{sp}(\alpha - 4\pi/3p) \end{aligned}$$

En sommant ces trois quantités on aboutit à l'expression de la f.m.m. d'entrefer où seuls les harmoniques d'espace de rang $h^s=5, 7, 11, 13\dots$ apparaissent. En posant $h^s=6k^s+1$, k^s variant de 1 à ∞ , celle-ci s'écrit :

$$\varepsilon^s(\alpha) = \frac{3}{2} I_1^s \sqrt{2} \left\{ A_1^s \cos(\omega t - p\alpha) + \sum_{k^s=1}^{\infty} \left(A_{(6k^s-1)}^s \cos \left[\omega t + (6k^s-1)p\alpha \right] + A_{(6k^s+1)}^s \cos \left[\omega t - (6k^s+1)p\alpha \right] \right) \right\} \quad (1.61)$$

Cette expression montre que la f.m.m. générée par l'armature statorique est constituée :

- d'un champ fondamental qui tourne à la vitesse ω/p
- de champs harmoniques qui tournent à la vitesse $\omega/(6k^s+1)p$
- de champs harmoniques qui tournent à la vitesse $-\omega/(6k^s-1)p$

II-3-2 F.m.m. secondaire

Notons Ω_s la quantité ω/p et supposons que le rotor tourne à une vitesse constante $(1-g)\Omega_s$.

Considérons uniquement le système triphasé équilibré d'ordre direct des courants fondamentaux de pulsation $g\omega$ et de valeur efficace I_1^r . En adoptant pour nouvelle origine des temps l'instant qui coïncide avec le passage par un maximum du courant i_1^r et pour origine des angles l'axe de la phase I du rotor on obtient, pour la f.m.m. ε^r , une expression analogue à celle établie pour $\varepsilon^s(\alpha)$. En notant α' l'écart angulaire entre un point quelconque de la périphérie du rotor et l'axe de référence et en repérant par h^r le rang des harmoniques d'espace ($h^r=6k^r\pm 1$), elle s'écrit :

$$\varepsilon^r(\alpha') = \frac{3}{2} I_1^r \sqrt{2} \left\{ A_1^r \cos(g\omega t - p\alpha') + \sum_{k^r=1}^{\infty} \left(A_{(6k^r-1)}^r \cos[g\omega t + (6k^r-1)p\alpha'] + A_{(6k^r+1)}^r \cos[g\omega t - (6k^r+1)p\alpha'] \right) \right\} \quad (1.62)$$

Cette expression montre que, par rapport à un référentiel lié au rotor, la f.m.m. comporte :

- un champ fondamental qui tourne à la vitesse $g\omega/p$
- des champs harmoniques qui tournent à la vitesse $g\omega/(6k^r+1)p$
- des champs harmoniques qui tournent à la vitesse $-g\omega/(6k^r-1)p$

Pour déterminer la vitesse de rotation de ces champs par rapport à un référentiel fixe lié au stator il convient de prendre en compte la rotation du rotor. On montre alors que ces champs tournent à la vitesse :

* ω/p pour le fondamental ,

$$* \left[1 - \frac{6k^r g}{6k^r + 1} \right] \frac{\omega}{p} \quad \text{ou} \quad \left[1 - \frac{6k^r g}{6k^r - 1} \right] \frac{\omega}{p} \quad \text{pour les harmoniques.}$$

Il aurait été possible de déterminer les quantités précédentes en utilisant la relation (1.62) et en effectuant le changement de variable :

$$\alpha = \alpha' + \theta \quad (1.63)$$

où θ représente l'écart angulaire entre les axes des phases I du stator et du rotor. Dans ces conditions, en notant θ_0 cet écart angulaire à $t=0$, comme :

$$\alpha' = \alpha - (1-g)\frac{\omega}{p} t - \theta_0 \quad (1.64)$$

il vient :

$$\varepsilon^r(\alpha) = \frac{3}{2} I_1^r \sqrt{2} \left\{ A_1^r \cos[\omega t - p(\alpha - \theta_0)] + \sum_{k^r=1}^{\infty} \left\{ A_{(6k^r-1)}^r \cos\left[-(6k^r-1)\omega t + (6k^r-1)p(\alpha - \theta_0) \right] + A_{(6k^r+1)}^r \cos\left[(6k^r-1)\omega t - (6k^r+1)p(\alpha - \theta_0) \right] \right\} \right\} \quad (1.65)$$

II-3-3 Champs résultants

On s'aperçoit que, par rapport à un référentiel fixe lié au stator et en ne prenant en compte que les fondamentaux des courants primaires et secondaires, le stator et le rotor génèrent des f.m.m. qui comprennent :

- des fondamentaux qui tournent à des vitesses identiques $\Omega_s = \omega/p$
- des harmoniques dont les vitesses de rotation sont :

$$\frac{\Omega_s}{6k^s+1} \quad \text{ou} \quad -\frac{\Omega_s}{6k^s-1} \quad \text{lorsqu'ils sont générés par le primaire,}$$

$$\left[1 - \frac{6k^r g}{6k^r+1} \right] \Omega_s \quad \text{ou} \quad \left[1 - \frac{6k^r g}{6k^r-1} \right] \Omega_s \quad \text{lorsqu'ils sont générés par le secondaire.}$$

Ces champs tournants harmoniques générés par l'une des armatures induisent dans l'autre armature des f.e.m. qui sont à l'origine de courants harmoniques qui, à leur tour, génèrent des f.m.m. harmoniques. Le problème est peu plus complexe dans la mesure où le passage :

$$\text{f.m.m.} \longrightarrow \text{f.e.m.} \longrightarrow \text{courant}$$

nécessite de prendre en compte les effets de réluctance variable dus à l'ouverture des encoches.

Avant d'aborder ce problème, nous allons analyser les f.m.m. générées par une armature dans le cas de courants absorbés non-sinusoidaux.

II-4 F.m.m. créée par une armature dans le cas de courants absorbés non-sinusoidaux

II-4-1 Armature primaire

Supposons que les courants primaires absorbés comportent, outre le fondamental, des termes perturbateurs constituant des systèmes triphasés directs, inverses et homopolaires.

$$\left. \begin{aligned} i_1^s &= I_1^s \sqrt{2} \cos(\omega t) + \sum_{n^s} I_{n^s}^s \sqrt{2} \cos n^s(\omega t - \varphi_{n^s}^{s'}) \\ i_2^s &= I_1^s \sqrt{2} \cos(\omega t - 2\pi/3) + \sum_{n^s} I_{n^s}^s \sqrt{2} \cos n^s(\omega t - \varphi_{n^s}^{s'} - 2\pi/3) \\ i_3^s &= I_1^s \sqrt{2} \cos(\omega t - 4\pi/3) + \sum_{n^s} I_{n^s}^s \sqrt{2} \cos n^s(\omega t - \varphi_{n^s}^{s'} - 4\pi/3) \end{aligned} \right\} \quad (1.66)$$

Dans ces expressions nous supposons que n^s peut être un nombre entier ou un nombre fractionnaire inférieur ou supérieur à 1. Dans ce dernier cas, pour une valeur de n^s , les trois systèmes (direct, inverse et homopolaire) apparaissent simultanément.

Les fondamentaux des courants créent le champ tournant fondamental ainsi que les harmoniques d'espace précédemment définis.

En un point M de l'entrefer l'harmonique de courant de rang n^s génère les f.m.m. qui, après transformations trigonométriques, s'écrivent :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1n^s}^s &= \frac{I_{n^s}^s \sqrt{2}}{2} \sum_{h^s=1}^{\infty} A_{h^s}^s \left\{ \cos \left[n^s(\omega t - \varphi_{n^s}^{s'}) + h^s p \alpha \right] + \cos \left[n^s(\omega t - \varphi_{n^s}^{s'}) - h^s p \alpha \right] \right\} \\ \varepsilon_{2n^s}^s &= \frac{I_{n^s}^s \sqrt{2}}{2} \sum_{h^s=1}^{\infty} A_{h^s}^s \left\{ \cos \left[n^s(\omega t - \varphi_{n^s}^{s'} - \frac{2\pi}{3}) + h^s p (\alpha - \frac{2\pi}{3p}) \right] + \cos \left[n^s(\omega t - \varphi_{n^s}^{s'} - \frac{2\pi}{3}) - h^s p (\alpha - \frac{2\pi}{3p}) \right] \right\} \\ \varepsilon_{3n^s}^s &= \frac{I_{n^s}^s \sqrt{2}}{2} \sum_{h^s=1}^{\infty} A_{h^s}^s \left\{ \cos \left[n^s(\omega t - \varphi_{n^s}^{s'} - \frac{4\pi}{3}) + h^s p (\alpha - \frac{4\pi}{3p}) \right] + \cos \left[n^s(\omega t - \varphi_{n^s}^{s'} - \frac{4\pi}{3}) - h^s p (\alpha - \frac{4\pi}{3p}) \right] \right\} \end{aligned}$$

de sorte que la f.m.m. résultante a pour expression :

$$\varepsilon^s(\alpha) = \sum_{n^s} \sum_{h^s} \left\{ \varepsilon_{n^s, h^s}^{s'}(\alpha, t) + \varepsilon_{n^s, h^s}^{s''}(\alpha, t) \right\} \quad (1.67)$$

avec, en notant :

$$\left. \begin{aligned} \mu^{s'} &= n^s + h^s \\ \mu^{s''} &= n^s - h^s \end{aligned} \right\} \quad (1.68)$$

et $\varphi_{n^s}^{s_s} = n^s \varphi_{n^s}^{s'_s}$ (1.69)

$$\varepsilon_{n^s, h^s}^{s'}(\alpha, t) = \frac{I_{n^s}^s \sqrt{2}}{2} A_{h^s}^{s_s} \left\{ \cos \left[n^s \omega t - \varphi_{n^s}^{s_s} + h^s p \alpha \right] + \cos \left[n^s \omega t - \varphi_{n^s}^{s_s} + h^s p \alpha - \mu^{s'} \frac{2\pi}{3} \right] \right. \\ \left. + \cos \left[n^s \omega t - \varphi_{n^s}^{s_s} + h^s p \alpha - \mu^{s'} \frac{4\pi}{3} \right] \right\} \quad (1.70)$$

$$\varepsilon_{n^s, h^s}^{s''}(\alpha, t) = \frac{I_{n^s}^s \sqrt{2}}{2} A_{h^s}^{s_s} \left\{ \cos \left[n^s \omega t - \varphi_{n^s}^{s_s} - h^s p \alpha \right] + \cos \left[n^s \omega t - \varphi_{n^s}^{s_s} - h^s p \alpha - \mu^{s''} \frac{2\pi}{3} \right] \right. \\ \left. + \cos \left[n^s \omega t - \varphi_{n^s}^{s_s} - h^s p \alpha - \mu^{s''} \frac{4\pi}{3} \right] \right\} \quad (1.71)$$

Pour exploiter ces relations, il convient de distinguer le cas de n^s entier de celui où n^s est fractionnaire.

II-4-1-1 Cas où n^s est entier

Lorsque n^s est entier les systèmes triphasés $\varepsilon_{n^s, h^s}^{s'}(\alpha, t)$ et $\varepsilon_{n^s, h^s}^{s''}(\alpha, t)$ sont équilibrés d'ordre soit direct, soit inverse, soit homopolaire. Seuls les systèmes homopolaires sont à somme non nulle et contribuent de ce fait à générer un champ tournant harmonique circulaire.

On a regroupé dans le tableau 1.I, pour les premières valeurs de n^s et de h^s les valeurs, ramenées à $\Omega_s = \omega/p$ et notées \mathcal{X}^s , des vitesses des champs tournants harmoniques. Les signes + et - précisent que ces champs tournent respectivement dans le même sens ou en sens contraire du champ tournant fondamental. Pour certaines valeurs de n^s et de h^s les deux systèmes sont homopolaires, ils créent donc une f.m.m. d'axe fixe. Cependant, vu du rotor, il faut, pour déterminer les courants secondaires, considérer les deux ondes d'où la présence pour certaines combinaisons des signes + et -.

$n^s \backslash h^s$	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1	+1	0	-1/5	+1/7	0	-1/11	+1/13	0	-1/17	+1/19
2	-2	0	+2/5	-2/7	0	+2/11	-2/13	0	+2/17	-2/19
3	0	±1	0	0	±1/3	0	0	±1/5	0	0
4	+4	0	-4/5	+4/7	0	-4/11	+4/13	0	-4/17	+4/19
5	-5	0	+1	-5/7	0	+5/11	-5/13	0	+5/17	-5/19
6	0	±2	0	0	±2/3	0	0	±2/5	0	0
7	+7	0	-7/5	+1	0	-7/11	+7/13	0	-7/17	+7/19
8	-8	0	+8/5	-8/7	0	+8/11	-8/13	0	+8/17	-8/19
9	0	±3	0	0	±1	0	0	±3/5	0	0
10	+10	0	-2	+10/7	0	-10/11	+10/13	0	-10/17	+10/19
11	-11	0	+11/5	-11/7	0	+1	-11/13	0	+11/17	-11/19

Tableau 1.I

La relation (1.67) qui donne la f.m.m. résultante peut alors s'écrire :

$$\varepsilon^s(\alpha) = \frac{3\sqrt{2}}{2} \sum_{n^s h^s} I_{n^s}^s A_{h^s}^s \left\{ f^{s'}(n^s, h^s) \cos(n^s \omega t - \varphi_{n^s}^s + h^s p \alpha) + f^{s''}(n^s, h^s) \cos(n^s \omega t - \varphi_{n^s}^s - h^s p \alpha) \right\} \quad (1.72)$$

où $f^{s'}(n^s, h^s)$ et $f^{s''}(n^s, h^s)$ sont des fonctions d'existence qui se déduisent très simplement du tableau 1.I :

$$\left. \begin{aligned}
 f^{s'}(n^s, h^s) &= \begin{cases} 1 & \text{si } \mathcal{X}^s < 0 \\ 0 & \text{pour les autres valeurs de } \mathcal{X}^s \end{cases} \\
 f^{s''}(n^s, h^s) &= \begin{cases} 1 & \text{si } \mathcal{X}^s > 0 \\ 0 & \text{pour les autres valeurs de } \mathcal{X}^s \end{cases}
 \end{aligned} \right\} \quad (1.73)$$

En remarquant (tableau 1.I) que les valeurs négatives de \mathcal{X}^s sont relatives à $\mu^{s'}$ égal à 3 ou un multiple de 3 et que celles positives sont obtenues pour $\mu^{s''}$ nul ou présentant une valeur absolue également multiple de 3, il est possible de définir ces fonctions d'existence par :

$$\left. \begin{aligned}
 f^{s'}(n^s, h^s) &= \begin{cases} 1 & \text{si } |\mu^{s'}| = 0 \text{ ou multiple de } 3 \\ 0 & \text{pour les autres valeurs de } \mu^{s'} \end{cases} \\
 f^{s''}(n^s, h^s) &= \begin{cases} 1 & \text{si } |\mu^{s''}| = 0 \text{ ou multiple de } 3 \\ 0 & \text{pour les autres valeurs de } \mu^{s''} \end{cases}
 \end{aligned} \right\} \quad (1.74)$$

(au niveau de cette définition, nous avons introduit la valeur absolue de $\mu^{s'}$ pour donner une certaine homogénéité dans l'écriture de ces relations).

Comme cela a été précisé ces fonctions d'existence peuvent être, dans certains cas, toutes deux nulles mais elles peuvent également s'identifier toutes deux à l'unité.

II-4-1-2 Cas où n^s est fractionnaire

Lorsque les quantité $\mu^{s'}$ et $\mu^{s''}$ sont fractionnaires, les systèmes triphasés $\varepsilon_{n^s, h^s}^{s'}(\alpha, t)$ et $\varepsilon_{n^s, h^s}^{s''}(\alpha, t)$ sont déséquilibrés. Il convient donc de déterminer la composante homopolaire qui sera à l'origine du champ tournant harmonique.

Considérons, par exemple, le système triphasé $\varepsilon_{n^s, h^s}^{s'}(\alpha, t)$. Il peut s'écrire :

$$\varepsilon_{n^s, h^s}^{s'}(\alpha, t) = \varepsilon_{1n^s, h^s}^{s'}(\alpha, t) + \varepsilon_{2n^s, h^s}^{s'}(\alpha, t) + \varepsilon_{3n^s, h^s}^{s'}(\alpha, t) \quad (1.75)$$

A α donné, en prenant comme référence de phase la quantité $\varphi_{n^s-h^s}^s \alpha + \mu^{s'} 2\pi/3$ qui définit la phase à l'origine de $\varepsilon_{2n^s, h^s}^{s'}(\alpha, t)$, on peut

tracer le diagramme vectoriel de la figure 1.8.

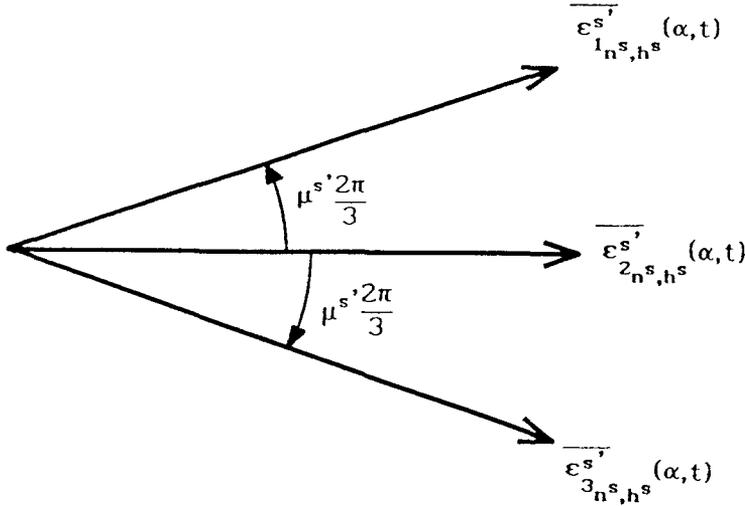


figure.1.8

D'où l'expression de la composante homopolaire :

$$\epsilon_{0n^s, h^s}^{s'}(\alpha, t) = \left(1 + 2\cos \mu^{s'} \frac{2\pi}{3}\right) \frac{I_{n^s}^s \sqrt{2}}{6} A_{h^s}^s \cos \left[n^s \omega t - \varphi_{n^s}^s + h^s p \alpha - \mu^{s'} \frac{2\pi}{3} \right] \quad (1.76)$$

qui crée un champ harmonique tournant à la vitesse relative $-n^s/h^s$.

Un raisonnement analogue portant sur le système triphasé $\epsilon_{n^s, h^s}^{s''}(\alpha, t)$ permet de déterminer sa composante homopolaire :

$$\epsilon_{0n^s, h^s}^{s''}(\alpha, t) = \left(1 + 2\cos \mu^{s''} \frac{2\pi}{3}\right) \frac{I_{n^s}^s \sqrt{2}}{6} A_{h^s}^s \cos \left[n^s \omega t - \varphi_{n^s}^s - h^s p \alpha - \mu^{s''} \frac{2\pi}{3} \right] \quad (1.77)$$

ainsi que la vitesse relative du champ harmonique correspondant égale à n^s/h^s .

On est donc dans ce cas en présence de deux champs harmoniques qui tournent en sens inverse à la même vitesse. Cependant, comme ces champs sont d'amplitudes différentes, le champ tournant harmonique résultant sera elliptique.

Comme $\mu^{s'} > \mu^{s''}$ l'amplitude de la composante qui tourne à la vitesse $n^s \Omega_s / h^s$ sera supérieure à celle dont la vitesse est négative. Le champ

résultant tournera donc dans le même sens que le champ tournant fondamental avec des fluctuations de vitesse.

II-4-1-3 Expression générale de la f.m.m. primaire

Il est possible de donner une expression générale de la force magnétomotrice générée par le stator valable que n^s soit entier ou fractionnaire, il suffit pour cela d'adapter les fonctions d'existence.

Compte tenu du rapport 1/3 qui intervient dans l'expression des composantes homopolaires (relations (1.76) et (1.77)), en définissant ces fonctions d'existence par :

$$\mathcal{F}^{s'}(n^s, h^s) = \left\{ \begin{array}{ll} 9 & \text{si } |\mu^{s'}| = 0 \text{ ou multiple de } 3 \\ (1+2\cos(\mu^{s'} 2\pi/3)) & \text{si } \mu^{s'} \text{ est fractionnaire} \\ 0 & \text{pour les autres valeurs de } \mu^{s'} \end{array} \right\} \quad (1.78)$$

$$\mathcal{F}^{s''}(n^s, h^s) = \left\{ \begin{array}{ll} 9 & \text{si } |\mu^{s''}| = 0 \text{ ou multiple de } 3 \\ (1+2\cos(\mu^{s''} 2\pi/3)) & \text{si } \mu^{s''} \text{ est fractionnaire} \\ 0 & \text{pour les autres valeurs de } \mu^{s''} \end{array} \right\}$$

et en introduisant les variables :

$$\left. \begin{array}{l} \xi_{n^s, h^s}^{s'} = \varphi_{n^s}^{s'} + \mu^{s'} \frac{2\pi}{3} \\ \xi_{n^s, h^s}^{s''} = \varphi_{n^s}^{s''} + \mu^{s''} \frac{2\pi}{3} \end{array} \right\} \quad (1.79)$$

il vient :

$$\varepsilon^s(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{6} \sum_{n^s} \sum_{h^s} I_{n^s}^s A_{n^s}^s \left\{ \mathcal{F}^{s'}(n^s, h^s) \cos(n^s \omega t - \xi_{n^s, h^s}^{s'} + h^s p \alpha) + \mathcal{F}^{s''}(n^s, h^s) \cos(n^s \omega t - \xi_{n^s, h^s}^{s''} - h^s p \alpha) \right\} \quad (1.80)$$

Les vitesses relatives des champs tournants harmoniques sont également liées aux fonctions d'existence :

$$\left. \begin{array}{l} \text{si } \mathcal{F}^{s'}(n^s, h^s) \neq 0 \longrightarrow \mathcal{X}^s = -n^s/h^s \\ \text{si } \mathcal{F}^{s''}(n^s, h^s) \neq 0 \longrightarrow \mathcal{X}^s = n^s/h^s \end{array} \right\} \quad (1.81)$$

II-4-2 Armature secondaire

Comme les composantes fondamentales des courants secondaires ont pour pulsation $g\omega$, nous conviendrons de définir ces courants par les relations suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} i_1^r = I_1^r \sqrt{2} \cos(g\omega t) + \sum_{n^r} I_{n^r}^r \sqrt{2} \cos n^r (g\omega t - \varphi_{n^r}^{r'}) \\ i_2^r = I_1^r \sqrt{2} \cos(g\omega t - 2\pi/3) + \sum_{n^r} I_{n^r}^r \sqrt{2} \cos n^r (g\omega t - \varphi_{n^r}^{r'} - 2\pi/3) \\ i_3^r = I_1^r \sqrt{2} \cos(g\omega t - 4\pi/3) + \sum_{n^r} I_{n^r}^r \sqrt{2} \cos n^r (g\omega t - \varphi_{n^r}^{r'} - 4\pi/3) \end{array} \right\} \quad (1.82)$$

Dans ces expressions, la quantité n^r , qui permet de caractériser le rang des harmoniques des termes perturbateurs, peut être, comme la quantité n^s pour les courants statoriques, un nombre entier ou un nombre fractionnaire inférieur ou supérieur à 1. Ce dernier cas, peu fréquent en réalité car d'ordinaire le rotor est couplé en étoile sans conducteur de retour, est néanmoins envisagé de façon à obtenir pour la f.m.m. secondaire une expression analogue à celle qui caractérise la f.m.m. primaire.

La f.m.m. résultante par rapport à un référentiel fixe lié au rotor aura, en introduisant comme précédemment la variable α' , une expression analogue à celle donnée par (1.67)

$$\varepsilon^r(\alpha') = \sum_{n^r} \sum_{h^r} \left\{ \varepsilon_{n^r, h^r}^{r'}(\alpha', t) + \varepsilon_{n^r, h^r}^{r''}(\alpha', t) \right\} \quad (1.83)$$

avec :

$$\varepsilon_{n^r, h^r}^{r'}(\alpha', t) = \frac{I_{n^r}^r \sqrt{2}}{2} A_{h^r}^r \left\{ \cos \left[n^r g\omega t - \varphi_{n^r}^{r'} + h^r p \alpha' \right] + \cos \left[n^r g\omega t - \varphi_{n^r}^{r'} + h^r p \alpha' - \mu^r \frac{2\pi}{3} \right] \right. \\ \left. + \cos \left[n^r g\omega t - \varphi_{n^r}^{r'} + h^r p \alpha' - \mu^r \frac{4\pi}{3} \right] \right\} \quad (1.84)$$

$$\varepsilon_{n^r, h^r}^{r''}(\alpha', t) = \frac{I_{n^r}^r \sqrt{2}}{2} A_{n^r}^r \left\{ \cos \left[n^r g \omega t - \varphi_{n^r}^r - h^r p \alpha' \right] + \cos \left[n^r g \omega t - \varphi_{n^r}^r - h^r p \alpha' - \mu^{r''} \frac{2\pi}{3} \right] \right. \\ \left. + \cos \left[n^r g \omega t - \varphi_{n^r}^r - h^r p \alpha' - \mu^{r''} \frac{4\pi}{3} \right] \right\} \quad (1.85)$$

$\mu^{r'}$, $\mu^{r''}$ et $\varphi_{n^r}^r$ étant définis par :

$$\left. \begin{aligned} \mu^{r'} &= n^r + h^r \\ \mu^{r''} &= n^r - h^r \end{aligned} \right\} \quad (1.86)$$

$$\varphi_{n^r}^r = n^r \varphi_{n^r}^{r'} \quad (1.87)$$

Comme précédemment, il convient de distinguer le cas où n^r entier de celui où n^r est fractionnaire.

II-4-2-1 Cas où n^r est entier

II-4-2-1-1 Vitesses relatives

Par rapport au rotor, en adoptant comme valeur de référence la vitesse $g\Omega_s = g\omega/p$, les vitesses relatives des champs tournants harmoniques sont identiques à celles figurant dans le tableau 1.I. Cependant, dans l'entrefer, par rapport à un référentiel fixe lié au stator il convient pour définir ces vitesses relatives, de prendre en compte la vitesse de rotation du rotor supposée toujours égale à $(1-g)\Omega_s$.

En prenant comme référence de vitesse la quantité $\Omega_s = \omega/p$, nous avons regroupé dans le tableau 1.II, pour les premières valeurs de n^r et h^r , les valeurs ainsi calculées des vitesses relatives des champs harmoniques. Celles-ci, notées \mathcal{X}^r se déduisent des valeurs de \mathcal{X}^s données dans le tableau 1.I en utilisant la relation :

$$\mathcal{X}^r = 1 + g(\mathcal{X}^s - 1) \quad (1.88)$$

$n^r \backslash h^r$	1	3	5	7	9	11	13	15	17
1	1	0	$1-6g/5$	$1-6g/7$	0	$1-12g/11$	$1-12g/13$	0	$1-18g/17$
2	$1-3g$	0	$1-3g/5$	$1-9g/5$	0	$1-9g/11$	$1-15g/13$	0	$1-15g/17$
3	0	$\frac{1}{1-2g}$	0	0	$\frac{1-2g/3}{1-4g/3}$	0	0	$\frac{1-4g/5}{1-6g/5}$	0
4	$1+3g$	0	$1-9g/5$	$1-3g/7$	0	$1-15g/11$	$1-9g/13$	0	$1-21g/17$
5	$1-6g$	0	1	$1-12g/7$	0	$1-6g/11$	$1-18g/13$	0	$1-12g/17$
6	0	$\frac{1+g}{1-3g}$	0	0	$\frac{1-g/3}{1-5g/3}$	0	0	$\frac{1-3g/5}{1-7g/5}$	0
7	$1+6g$	0	$1-12g/5$	1	0	$1-18g/11$	$1-6g/13$	0	$1-24g/17$
8	$1-9g$	0	$1+3g/5$	$1-15g/7$	0	$1-3g/11$	$1-21g/13$	0	$1-9g/17$
9	0	$\frac{1+2g}{1-4g}$	0	0	$\frac{1}{1-2g}$	0	0	$\frac{1-2g/5}{1-8g/5}$	0
10	$1+9g$	0	$1-3g$	$1+3g/7$	0	$1-21g/11$	$1-3g/13$	0	$1-27g/17$
11	$1-12g$	0	$1+6g/5$	$1-18g/7$	0	1	$1-24g/13$	0	$1-6g/17$

Tableau 1.II

La remarque effectuée précédemment concernant les deux systèmes homopolaires qu'il convient de considérer séparément trouve ici tout son sens. En effet, par exemple pour $n^r=3$ et $h^r=9$, on a pour vitesses relatives définies dans un référentiel lié au rotor les quantités $\pm 1/3$. Ramenées dans un référentiel fixe, les vitesses relatives n'ont plus la même valeur absolue, elles valent respectivement $1-2g/3$ et $1-4g/3$.

II-4-2-1-2 Expressions analytiques

Ces expressions analytiques se déduisent assez simplement de celles établies dans les mêmes conditions pour la f.m.m. créée par l'armature primaire.

Par rapport à un référentiel lié au rotor, en introduisant les fonctions d'existence :

$$\left. \begin{aligned} f^{r'}(n^r, h^r) &= \begin{cases} 1 & \text{si } |\mu^{r'}| = 0 \text{ ou multiple de } 3 \\ 0 & \text{pour les autres valeurs de } \mu^{r'} \end{cases} \\ f^{r''}(n^r, h^r) &= \begin{cases} 1 & \text{si } |\mu^{r''}| = 0 \text{ ou multiple de } 3 \\ 0 & \text{pour les autres valeurs de } \mu^{r''} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (1.89)$$

il vient :

$$\varepsilon^r(\alpha') = \frac{3\sqrt{2}}{2} \sum_{n^r h^r} I_{n^r}^r A_{h^r}^r \left\{ f^{r'}(n^r, h^r) \cos(gn^r \omega t - \varphi_{n^r}^r + h^r p \alpha') + f^{r''}(n^r, h^r) \cos(gn^r \omega t - \varphi_{n^r}^r - h^r p \alpha') \right\} \quad (1.90)$$

Par rapport à un référentiel fixe lié au stator l'amplitude des champs tournants harmoniques ainsi que le nombre de pôles restent les mêmes, seules changent leurs vitesses de rotation qui sont données par la quantité $\mathcal{X}^r \omega / p$. En effectuant le changement de variable $\alpha = \alpha' + \theta$, la relation (1.90) devient :

$$\varepsilon^r(\alpha) = \frac{3\sqrt{2}}{2} \sum_{n^r h^r} I_{n^r}^r A_{h^r}^r \left\{ f^{r'}(n^r, h^r) \cos \left[(g\mu^{r'} - h^r) \omega t - \varphi_{n^r}^r + h^r p (\alpha - \theta_0) \right] + f^{r''}(n^r, h^r) \cos \left[(g\mu^{r''} + h^r) \omega t - \varphi_{n^r}^r - h^r p (\alpha - \theta_0) \right] \right\} \quad (1.91)$$

A partir de cette expression on peut en déduire celles qui donnent les vitesses relatives \mathcal{X}^r :

$$\left. \begin{aligned} \text{si } f^{r'}(n^r, h^r) \neq 0 &\longrightarrow \mathcal{X}^r = 1 - g(1 + n^r/h^r) \\ \text{si } f^{r''}(n^r, h^r) \neq 0 &\longrightarrow \mathcal{X}^r = 1 - g(1 - n^r/h^r) \end{aligned} \right\} \quad (1.92)$$

et qui conduisent aux valeurs données dans le tableau 1.II.

II-4-2-2 Cas où n^r est fractionnaire

Les composantes homopolaires des systèmes triphasés $\varepsilon_{n^r, h^r}^{r'}(\alpha', t)$ et $\varepsilon_{n^r, h^r}^{r''}(\alpha', t)$ ont, dans un référentiel lié au rotor, des expressions similaires à celles données par les relations (1.76) et (1.77) :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{0n^r, h^r}^{r'}(\alpha', t) &= \left[1 + 2 \cos \mu^{r'} \frac{2\pi}{3} \right] \frac{I_{n^r}^r \sqrt{2}}{6} A_{h^r}^r \cos \left[n^r g \omega t - \varphi_{n^r}^r + h^r p \alpha' - \mu^{r'} \frac{2\pi}{3} \right] \\ \varepsilon_{0n^r, h^r}^{r''}(\alpha', t) &= \left[1 + 2 \cos \mu^{r''} \frac{2\pi}{3} \right] \frac{I_{n^r}^r \sqrt{2}}{6} A_{h^r}^r \cos \left[n^r g \omega t - \varphi_{n^r}^r - h^r p \alpha' - \mu^{r''} \frac{2\pi}{3} \right] \end{aligned} \right\} (1.93)$$

D'où par rapport au rotor (vitesse de référence $g\omega/p$) des vitesses relatives égales à $\pm n^r/h^r$.

En effectuant de nouveau le changement de variable qui permet de déterminer les expressions de ces champs tournants harmoniques dans un référentiel lié au stator, il vient :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{0n^r, h^r}^{r'}(\alpha, t) &= \left[1 + 2 \cos \mu^{r'} \frac{2\pi}{3} \right] \frac{I_{n^r}^r \sqrt{2}}{6} A_{h^r}^r \cos \left[(g\mu^{r'} - h^r) \omega t - \varphi_{n^r}^r + h^r p (\alpha - \theta_0) - \mu^{r'} \frac{2\pi}{3} \right] \\ \varepsilon_{0n^r, h^r}^{r''}(\alpha, t) &= \left[1 + 2 \cos \mu^{r''} \frac{2\pi}{3} \right] \frac{I_{n^r}^r \sqrt{2}}{6} A_{h^r}^r \cos \left[(g\mu^{r''} + h^r) \omega t - \varphi_{n^r}^r - h^r p (\alpha - \theta_0) - \mu^{r''} \frac{2\pi}{3} \right] \end{aligned} \right\} (1.94)$$

Par conséquent, les vitesses relatives \mathcal{X}^r sont encore données par les relations (1.92).

II-4-2-3 Expression générale de la f.m.m. secondaire

Comme pour le primaire, en introduisant les fonctions d'existence $\mathcal{F}^{r'}(n^r, h^r)$ et $\mathcal{F}^{r''}(n^r, h^r)$ définies par :

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{F}^{r'}(n^r, h^r) &= \begin{cases} 9 & \text{si } |\mu^{r'}| = 0 \text{ ou multiple de } 3 \\ (1 + 2 \cos(\mu^{r'} \frac{2\pi}{3})) & \text{si } \mu^{r'} \text{ est fractionnaire} \\ 0 & \text{pour les autres valeurs de } \mu^{r'} \end{cases} \\ \mathcal{F}^{r''}(n^r, h^r) &= \begin{cases} 9 & \text{si } |\mu^{r''}| = 0 \text{ ou multiple de } 3 \\ (1 + 2 \cos(\mu^{r''} \frac{2\pi}{3})) & \text{si } \mu^{r''} \text{ est fractionnaire} \\ 0 & \text{pour les autres valeurs de } \mu^{r''} \end{cases} \end{aligned} \right\} (1.95)$$

et en notant :

$$\left. \begin{aligned} \xi_{n^r, h^r}^{r'} &= \varphi_{n^r}^{r'} + \mu^{r'} \frac{2\pi}{3} \\ \xi_{n^r, h^r}^{r''} &= \varphi_{n^r}^{r''} + \mu^{r''} \frac{2\pi}{3} \end{aligned} \right\} \quad (1.96)$$

la f.m.m. générée par le rotor, exprimée dans un référentiel fixe lié au stator, a pour expression :

$$\varepsilon^r(\alpha) = \frac{\sqrt{2}}{6} \sum_{n^r} \sum_{h^r} I_{n^r}^r A_{h^r}^r \left\{ \mathcal{F}^{r'}(n^r, h^r) \cos \left[(g\mu^{r'} - h^r) \omega t - \xi_{n^r, h^r}^{r'} + h^r p(\alpha - \theta_0) \right] \right. \\ \left. + \mathcal{F}^{r''}(n^r, h^r) \cos \left[(g\mu^{r''} + h^r) \omega t - \xi_{n^r, h^r}^{r''} - h^r p(\alpha - \theta_0) \right] \right\} \quad (1.97)$$

Les vitesses relatives χ^r sont également liées aux fonctions d'existence :

$$\left. \begin{aligned} \text{si } \mathcal{F}^{r'}(n^r, h^r) \neq 0 &\longrightarrow \chi^r = 1 - g(1 + n^r/h^r) \\ \text{si } \mathcal{F}^{r''}(n^r, h^r) \neq 0 &\longrightarrow \chi^r = 1 - g(1 - n^r/h^r) \end{aligned} \right\} \quad (1.98)$$

CONTENU HARMONIQUE DE L'INDUCTION

I- PRINCIPE DE LA DETERMINATION DU CONTENU HARMONIQUE

L'exposé du principe de détermination du contenu harmonique de l'induction nous permettra de préciser les notations utilisées. Il s'effectuera en plusieurs étapes en supposant la machine alimentée par un système triphasé équilibré de tensions sinusoïdales de pulsation ω .

- On suppose tout d'abord que les courants absorbés sont également sinusoïdaux et forment un système triphasé équilibré de pulsation ω et de valeur efficace I_1^s . Cela permet, en utilisant la relation (1.61), de déterminer le champ fondamental et les champs tournants harmoniques de l'onde de f.m.m. créée dus à la répartition non uniforme des conducteurs le long de l'armature statorique. D'une manière plus générale cette onde de f.m.m., en introduisant deux indices, le premier relatif aux harmoniques de courant le second aux harmoniques d'espace, a pour expression :

$$\varepsilon_1^s(\alpha) = \sum_{h^s} \varepsilon_{1,h^s}^s(\alpha) \quad (1.99)$$

avec $h^s=1, 5, 7, 11, 13, \dots$

- On prend ensuite en compte les effets de denture pour déterminer les diverses composantes de l'induction dans l'entrefer. On exploite pour cela la relation précédente et l'expression (1.47) de la perméance par unité d'angle. Celle-ci en supposant que :

- l'axe de la dent D_1^s est confondu avec l'axe de la phase I statorique,
- l'axe de la dent D_1^r est confondu avec l'axe de la phase I rotorique,

ce qui permet de confondre θ avec θ_d , fait apparaître trois catégories de termes :

- une constante,
- des termes fonction que de α ,
- des termes fonction de α et de θ .

Compte tenu du fait que la machine est multipolaire l'expression de $\rho(\alpha, \theta)$, en convenant d'attribuer à $\rho_{k_s k_r}$ la valeur ρ_{k_r} pour $k_s=0$, peut encore s'écrire :

$$\rho(\alpha, \theta) = \mathcal{P}_0 + \sum_{k_s=1}^{\infty} \mathcal{P}_{k_s} \cos p k_s N^s \alpha + \frac{1}{2} \sum_{\substack{k_r=-\infty \\ k_r \neq 0}}^{\infty} \sum_{k_s=0}^{\infty} \mathcal{P}_{k_s k_r} \cos p \left[(k_s N^s + k_r N^r) \alpha - k_r N^r \theta \right] \quad (1.100)$$

Nous conviendrons pour la suite, afin de simplifier l'écriture des diverses relations, de ne pas faire apparaître les signes somme, ceux-ci figureront de manière implicite par la présence des indices h^s , k_s et k_r . Dans ces conditions les relations (1.99) et (1.100) s'écrivent :

$$\varepsilon_1^s(\alpha) = \varepsilon_{1, h^s}^s(\alpha) \quad (1.101)$$

$$\rho(\alpha, \theta) = \mathcal{P}_0 + \mathcal{P}_{k_s} \cos p k_s N^s \alpha + \frac{1}{2} \mathcal{P}_{k_s k_r} \cos p \left[(k_s N^s + k_r N^r) \alpha - k_r N^r \theta \right] \quad (1.102)$$

Elles permettent, en effectuant le produit $\varepsilon_1^s(\alpha) \rho(\alpha, \theta)$, de déterminer les différentes composantes de l'induction engendrées dans l'entrefer par le primaire. Celle-ci aura pour expression :

$$b_1^s(\alpha, \theta) = b_{1, h^s_0}^s(\alpha) + b_{1, h^s_{k_s}}^s(\alpha) + b_{1, h^s_{k_s k_r}}^s(\alpha, \theta) \quad (1.103)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} b_{1, h^s_0}^s(\alpha) &= \mathcal{P}_0 \varepsilon_{1, h^s}^s(\alpha) \\ b_{1, h^s_{k_s}}^s(\alpha) &= \mathcal{P}_{k_s} \varepsilon_{1, h^s}^s(\alpha) \cos p k_s N^s \alpha \\ b_{1, h^s_{k_s k_r}}^s(\alpha, \theta) &= \frac{1}{2} \mathcal{P}_{k_s k_r} \varepsilon_{1, h^s}^s(\alpha) \cos p \left[(k_s N^s + k_r N^r) \alpha - k_r N^r \theta \right] \end{aligned} \right\} \quad (1.104)$$

- Ces différentes composantes de l'induction induiront chacune au rotor des f.e.m. qui donneront naissance à des courants rotoriques dont la pulsation sera fonction de la vitesse de rotation du rotor. Par analogie nous noterons $I_{1,h^s_0}^r$, $I_{1,h^s_{ks}}^r$, $I_{1,h^s_{kskr}}^r$ les valeurs efficaces des systèmes triphasés des courants ainsi générés.
- Chacun de ces courants engendrera au niveau du rotor une onde de f.m.m. Par analogie avec (1.101), par rapport à un système fixe lié au stator, il vient :

$$\left. \begin{aligned}
 I_{1,h^s_0}^r &\longrightarrow \varepsilon_{1,h^s_0}^r(\alpha) = \varepsilon_{1,h^s_0,h^r}^r(\alpha) \\
 I_{1,h^s_{ks}}^r &\longrightarrow \varepsilon_{1,h^s_{ks}}^r(\alpha) = \varepsilon_{1,h^s_{ks},h^r}^r(\alpha) \\
 I_{1,h^s_{kskr}}^r &\longrightarrow \varepsilon_{1,h^s_{kskr}}^r(\alpha, \theta) = \varepsilon_{1,h^s_{kskr},h^r}^r(\alpha, \theta)
 \end{aligned} \right\} (1.105)$$

h^r prenant les valeurs 1, 5, 7, 11, 13, etc...

- En convenant de noter $\varepsilon_1^r(\alpha, \theta)$ la quantité qui prend en compte les diverses composantes précédemment définies, donc engendrées par la seule composante du courant statorique considérée comme le fondamental, et en effectuant le produit $\varepsilon_1^r(\alpha, \theta)\rho(\alpha, \theta)$ on aboutit à l'expression de l'induction $b_1^r(\alpha, \theta)$ engendrée dans l'entrefer par le secondaire :

$$\begin{aligned}
 b_1^r(\alpha, \theta) &= \varepsilon_1^r(\alpha, \theta)\mathcal{P}_0 + \varepsilon_1^r(\alpha, \theta)\mathcal{P}_{ks} \cos p_{ks}N^s\alpha \\
 &+ \varepsilon_1^r(\alpha, \theta) \frac{1}{2} \mathcal{P}_{kskr} \cos p \left[(k_s N^s + k_r N^r)\alpha - k_r N^r \theta \right]
 \end{aligned} \quad (1.106)$$

Compte tenu de la relation (1.105) et des notations jusqu'à lors utilisées chaque produit comportera 3 composantes qui, en ce qui concerne celles issues du produit $\varepsilon_1^r(\alpha, \theta)\mathcal{P}_0$, seront repérées comme suit :

$$\varepsilon_1^r(\alpha, \theta)\mathcal{P}_0 = b_{1,h^s_0,h^r_0}^r(\alpha) + b_{1,h^s_{ks},h^r_0}^r(\alpha) + b_{1,h^s_{kskr},h^r_0}^r(\alpha, \theta) \quad (1.107)$$

Pour repérer les composantes engendrées par le produit $\varepsilon_1^r(\alpha, \theta)\mathcal{P}_{ks}(\alpha)$

il suffit de substituer dans celles précédemment définies l'indice final 0 par k_s :

$$\varepsilon_1^r(\alpha, \theta) \mathcal{P}_{k_s} \text{cosp}_{k_s} N^s \alpha = b_{1, h^s_0 h^r_{k_s}}^r(\alpha) + b_{1, h^s_{k_s} h^r_{k_s}}^r(\alpha) + b_{1, h^s_{k_{skr}} h^r_{k_s}}^r(\alpha, \theta) \quad (1.108)$$

En substituant l'indice k_{skr} à l'indice final 0 dans l'expression (1.107) on obtient les composantes du dernier produit de (1.106) qui présentent, en outre, la particularité d'être toutes fonction des deux variables α et θ .

$$\varepsilon_1^r(\alpha, \theta) \frac{1}{2} \mathcal{P}_{k_{skr}} \text{cosp} \left[(k_s N^s + k_r N^r) \alpha - k_r N^r \theta \right] = b_{1, h^s_0 h^r_{k_{skr}}}^r(\alpha, \theta) + b_{1, h^s_{k_s} h^r_{k_{skr}}}^r(\alpha, \theta) + b_{1, h^s_{k_{skr}} h^r_{k_{skr}}}^r(\alpha, \theta) \quad (1.109)$$

Cette écriture, compte tenu du nombre d'indices qu'il est nécessaire d'utiliser pour caractériser les différentes composantes est assez lourde, mais elle permet assez simplement le passage aux expressions générales qui font intervenir les sommes. Il apparaît, par exemple, que la première composante de (1.107) ne fait intervenir que deux sommations, une sur h^s et une sur h^r , quant à la dernière composante de (1.109), elle est obtenue suite à :

- une double sommation sur k_s ,
- une double sommation sur k_r ,
- une sommation sur h^s ,
- une sommation sur h^r .

● A ce niveau du calcul nous avons déterminé les composantes de l'induction engendrées par la composante fondamentale du courant primaire et générées par le stator $b_1^s(\alpha, \theta)$ et le rotor $b_1^r(\alpha, \theta)$. L'induction dans l'entrefer $b_1(\alpha, \theta)$ résulte de la somme de ces différentes quantités :

$$b_1(\alpha, \theta) = b_1^s(\alpha, \theta) + b_1^r(\alpha, \theta) \quad (1.110)$$

Il convient à présent, pour poursuivre le calcul, de distinguer deux cas suivant que les composantes de $b_1^r(\alpha, \theta)$ créent des effets de même nature que $b_1^s(\alpha, \theta)$ (champs tournants à la même vitesse de rotation et comportant le même nombre de pôles) ou des effets différents.

- En ce qui concerne les composantes générées par le rotor qui créent des effets identiques à ceux engendrés par le stator le calcul

s'arrête à ce niveau. On a en effet dans ce cas un phénomène de réaction d'induit qui porte sur chacune de ces composantes et qui est analogue à celui rencontré lors de l'étude de la machine asynchrone lorsqu'on ne prend en compte que les fondamentaux des ondes de f.m.m. pour traduire son fonctionnement. Dans ce cas cependant, outre les couples moyens engendrés par ces composantes lorsqu'elles sont de même rang, apparaissent également des couples harmoniques dus à l'interaction entre composantes de rangs différents.

- Restent alors les composantes non compensées générées par le stator notées $b_1'(\alpha, \theta)$. Celles-ci vont engendrer des f.e.m. dans les enroulements primaires dont les pulsations seront évidemment différentes de ω . En supposant le réseau de puissance infinie ces f.e.m. seront à l'origine de courants dont les valeurs ne seront limitées que par l'impédance du primaire à la fréquence considérée. Après avoir déterminé ces courants on calcule les f.m.m. et les composantes de l'induction qu'ils engendrent dans l'entrefer. Certaines de ces composantes se combinent avec celles de $b_1'(\alpha, \theta)$, les autres induisent des courants au rotor qui à leur tour - etc... etc...

Cette procédure proposée par P.L. TIMAR [10] prend fin lorsque toutes les composantes de l'induction générées par le stator sont compensées par celles engendrées par le rotor et vice-versa.

Les calculs, déjà fastidieux lorsqu'on suppose l'entrefer d'épaisseur constante [45], en seront d'autant plus lourds que nous nous proposons de prendre en compte les interactions entre la denture statorique et rotorique (double sommation sur k_s et k_r) dans le cas d'une alimentation non sinusoïdale de la machine. Néanmoins cette étude nous semble nécessaire dans la mesure où elle nous permettra de justifier certains résultats expérimentaux qui peuvent paraître surprenants.

Comme il est peu probable, d'un point de vue analytique, d'aboutir à un état stable (compensation parfaite des différentes composantes de l'induction) nous nous proposons, en utilisant le schéma équivalent de la machine, d'estimer les valeurs efficaces des courants engendrés par les composantes non compensées de l'induction et de mettre fin à ce calcul lorsque ces courants présenteront des valeurs négligeables. Précisons, à ce sujet que P.L. TIMAR [10] signale que des résultats satisfaisants sont

obtenus sans prendre en compte les courants engendrés au stator par les composantes de l'induction non compensées générées par le rotor $b_1'(\alpha, \theta)$ lors du premier bouclage.

Expérimentalement il apparaît effectivement [46] que ces courants sont faibles. Cependant le fait de procéder à leur détermination analytique permettra, en comparant les valeurs ainsi trouvées à celles déduites de l'expérimentation, de valider nos relations.

II- COMPOSANTES DE L'INDUCTION GENEREES PAR LE STATOR

II-1 Expressions analytiques

Supposons la machine alimentée par un système triphasé équilibré de tensions non sinusoïdales. Les courants absorbés par la machine sont donnés par les relations (1.66). En convenant, comme il a été précisé, de ne pas faire figurer dans les expressions que nous allons établir les signes sommes il vient :

$$\left. \begin{aligned} i_1^s &= I_{n^s}^s \sqrt{2} \cos n^s(\omega t - \varphi_{n^s}^{s'}) \\ i_2^s &= I_{n^s}^s \sqrt{2} \cos n^s(\omega t - \varphi_{n^s}^{s'} - 2\pi/3) \\ i_3^s &= I_{n^s}^s \sqrt{2} \cos n^s(\omega t - \varphi_{n^s}^{s'} - 4\pi/3) \end{aligned} \right\} \quad (1.111)$$

Ces courants vont générer une f.m.m. dont l'expression, déduite de (1.80), en posant :

$$\hat{\varepsilon}_{n^s, h^s}^{s_s} = \sqrt{2}/6 I_{n^s}^s A_{h^s}^{s_s} \quad (1.112)$$

s'écrit :

$$\varepsilon_{n^s}^{s_s}(\alpha) = \hat{\varepsilon}_{n^s, h^s}^{s_s} \left\{ \mathcal{F}^{s'}(n^s, h^s) \cos(n^s \omega t - \xi_{n^s, h^s}^{s'}) + \mathcal{F}^{s''}(n^s, h^s) \cos(n^s \omega t - \xi_{n^s, h^s}^{s''} - h^s p \alpha) \right\} \quad (1.113)$$

Les relations (1.68), (1.69), (1.78), et (1.79) précisent la signification des différentes quantités qui figurent dans cette expression qui par analogie avec (1.101) peut encore se mettre sous la forme :

$$\varepsilon_{n^s}^{s_s}(\alpha) = \varepsilon_{n^s, h^s}^{s_s'}(\alpha) + \varepsilon_{n^s, h^s}^{s_s''}(\alpha) \quad (1.114)$$

la composante d'indice prime étant liée à $\mathcal{F}_{(n^s, h^s)}^{s'}$, celle d'indice seconde à $\mathcal{F}_{(n^s, h^s)}^{s''}$.

Compte tenu de la relation (1.102) qui donne la perméance d'entrefer et par analogie avec l'expression de l'induction donnée par (1.103), après transformations trigonométriques, comme $\theta=(1-g)\omega t/p+\theta_0$, il vient :

$$b_{n^s}^{s_s}(\alpha, \theta) = b_{n^s, h^s_0}^{s'_0}(\alpha) + b_{n^s, h^s_0}^{s''_0}(\alpha) + b_{n^s, h^s_{ks}}^{s'_k}(\alpha) + b_{n^s, h^s_{ks}}^{s''_k}(\alpha) + b_{n^s, h^s_{kskr}}^{s'_k}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s_{kskr}}^{s''_k}(\alpha, \theta) \quad (1.115)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} b_{n^s, h^s_0}^{s'_0}(\alpha) &= \hat{\varepsilon}_{n^s, h^s}^{s_s} \mathcal{P}_0 \mathcal{F}^{s'}(n^s, h^s) \cos \left[n^s \omega t + h^s p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s'_0} \right] \\ b_{n^s, h^s_0}^{s''_0}(\alpha) &= \hat{\varepsilon}_{n^s, h^s}^{s_s} \mathcal{P}_0 \mathcal{F}^{s''}(n^s, h^s) \cos \left[n^s \omega t - h^s p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s''_0} \right] \end{aligned} \right\} \quad (1.116)$$

$$\left. \begin{aligned} b_{n^s, h^s_{ks}}^{s'_k}(\alpha) &= \frac{\hat{\varepsilon}_{n^s, h^s}^{s_s} \mathcal{P}_{ks} \mathcal{F}^{s'}(n^s, h^s)}{2} \left\{ \cos \left[n^s \omega t + (h^s + k_s N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s'_k} \right] \right. \\ &\quad \left. + \cos \left[n^s \omega t + (h^s - k_s N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s'_k} \right] \right\} \\ b_{n^s, h^s_{ks}}^{s''_k}(\alpha) &= \frac{\hat{\varepsilon}_{n^s, h^s}^{s_s} \mathcal{P}_{ks} \mathcal{F}^{s''}(n^s, h^s)}{2} \left\{ \cos \left[n^s \omega t - (h^s - k_s N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s''_k} \right] \right. \\ &\quad \left. + \cos \left[n^s \omega t - (h^s + k_s N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s''_k} \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1.117)$$

$$\left. \begin{aligned} b_{n^s, h^s_{kskr}}^{s'_k}(\alpha, \theta) &= \frac{\hat{\varepsilon}_{n^s, h^s}^{s_s} \mathcal{P}_{kskr} \mathcal{F}^{s'}(n^s, h^s)}{4} \left\{ \cos \left[(n^s - (1-g)krN^r)\omega t + (h^s + k_s N^s + krN^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s'_k} - pkrN^r \theta_0 \right] \right. \\ &\quad \left. + \cos \left[(n^s + (1-g)krN^r)\omega t + (h^s - k_s N^s - krN^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s'_k} + pkrN^r \theta_0 \right] \right\} \\ b_{n^s, h^s_{kskr}}^{s''_k}(\alpha, \theta) &= \frac{\hat{\varepsilon}_{n^s, h^s}^{s_s} \mathcal{P}_{kskr} \mathcal{F}^{s''}(n^s, h^s)}{4} \left\{ \cos \left[(n^s - (1-g)krN^r)\omega t - (h^s - k_s N^s - krN^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s''_k} - pkrN^r \theta_0 \right] \right. \\ &\quad \left. + \cos \left[(n^s + (1-g)krN^r)\omega t - (h^s + k_s N^s + krN^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s''_k} + pkrN^r \theta_0 \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1.118)$$

Dans les relations (1.118) la variable θ intervient de façon implicite par l'intermédiaire de g et de θ_0 .

Les quatre premières composantes conduisent à des champs tournants qui ont pour vitesses relatives :

$$\pm n^s/h^s, \quad \pm n^s/(h^s+k_s N^s), \quad \pm n^s/(h^s-k_s N^s)$$

En ce qui concerne les deux dernières composantes de l'induction, les vitesses relatives sont données par :

$$\frac{\pm n^s - k_r N^r (1-g)}{h^s - k_s N^s - k_r N^r}, \quad \frac{\pm n^s + k_r N^r (1-g)}{h^s + k_s N^s + k_r N^r}$$

II-2 Regroupement des composantes

En ce qui concerne les vitesses relatives, on distingue des composantes dont les vitesses sont indépendantes de g et d'autres qui en sont fonction. En outre, compte tenu des diverses sommations, certaines composantes de (1.117) peuvent, par exemple, présenter des caractéristiques identiques (même nombre de pôles, même vitesse relative) à celles de certaines composantes de (1.116). Dans ces conditions, l'onde résultante est obtenue en additionnant ces différentes quantités. Cette remarque s'applique également aux termes qui figurent dans (1.118). Nous nous proposons donc à présent d'analyser comment se regroupent ces différentes composantes. A cet effet il convient d'introduire au niveau de certaines de ces composantes la variable $h^{s'}$ qui joue le même rôle que h^s ($h^{s'}=1, 3, 5, 7\dots$) et qui, associée aux quantités $k_s N^s$ et $k_r N^r$, permet par identification de procéder à ces regroupements.

II-2-1 Composantes dont la vitesse est indépendante de g

Ces composantes, données par (1.116) et (1.117), se distinguent, pour une valeur donnée de n^s , par les indices 0 ou k_s . Nous conviendrons donc d'utiliser les mêmes indices pour différencier les vitesses relatives des champs engendrés par ces composantes.

$$b_{n^s, h^s_0}^{s'}(\alpha) \longrightarrow \mathcal{X}_0^{s'} = -n^s/h^s$$

$$b_{n^s, h^s_0}^{s''}(\alpha) \longrightarrow \mathcal{X}_0^{s''} = n^s/h^s$$

$$b_{n^s, h^{s'}_{k_s}}^{s'}(\alpha) \longrightarrow \mathcal{X}_{k_s+}^{s'} = -n^s/(h^{s'}+k_s N^s) \quad \text{et} \quad \mathcal{X}_{k_s-}^{s''} = -n^s/(h^{s'}-k_s N^s)$$

$$b_{n^s, h^{s'}_{k_s}}^{s''}(\alpha) \longrightarrow \mathcal{X}_{k_s+}^{s''} = n^s/(h^{s'}-k_s N^s) \quad \text{et} \quad \mathcal{X}_{k_s-}^{s'} = n^s/(h^{s'}+k_s N^s)$$

Comme $h^{s'}$ est impair et que $k_s N^s$, égal à $6k_s m^s$, est pair, les quantités $h^{s'}+k_s N^s$ et $h^{s'}-k_s N^s$ seront entières, impaires, positives ou négatives.

- A n^s donné, le champ dont la vitesse relative est égale à $-n^s/h^s$ est obtenu en additionnant à la composante correspondante de $b_{n^s, h^s_0}^{s'}(\alpha)$ les termes issus :

a) de la première composante de $b_{n^s, h^{s'}_{k_s}}^{s'}(\alpha)$, notée $b_{n^s, h^{s'}_{k_s+}}^{s'}$, et obtenus pour toutes les combinaisons de $h^{s'}$ et k_s telles que $h^s = h^{s'} + k_s N^s$ soit :

$$h^{s'} = h^s - k_s N^s$$

b) de la seconde composante de $b_{n^s, h^{s'}_{k_s}}^{s'}(\alpha)$, notée $b_{n^s, h^{s'}_{k_s-}}^{s'}$, et obtenus pour toutes les combinaisons de $h^{s'}$ et k_s telles que $h^s = h^{s'} - k_s N^s$ soit :

$$h^{s'} = h^s + k_s N^s$$

c) de la première composante de $b_{n^s, h^{s'}_{k_s}}^{s''}(\alpha)$, notée $b_{n^s, h^{s'}_{k_s+}}^{s''}$, et obtenus pour toutes les combinaisons de $h^{s'}$ et k_s telles que $h^s = -h^{s'} + k_s N^s$ soit :

$$h^{s'} = -h^s + k_s N^s$$

- En ce qui concerne le champ dont la vitesse relative est égale à n^s/h^s , il est obtenu en additionnant à la composante correspondante de $b_{n^s, h^s_0}^{s''}(\alpha)$ les termes issus :

d) de la seconde composante de $b_{n^s, h^{s'}_{k_s}}^{s'}(\alpha)$ et obtenus pour toutes les combinaisons de $h^{s'}$ et $k_s N^s$ telles que $h^s = -h^{s'} + k_s N^s$ soit :

$$h^{s'} = -h^s + k_s N^s$$

e) de la première composante de $b_{n^s, h^{s'}_{k_s}}^{s''}(\alpha)$ et obtenus pour toutes les combinaisons de $h^{s'}$ et $k_s N^s$ telles que $h^s = h^{s'} - k_s N^s$ soit :

$$h^{s'} = h^s + k_s N^s$$

Toutes les composantes d'induction faisant intervenir l'indice $h^{s'}$ sont obtenues en donnant à h^s la valeur $h^{s'}$ dans les relations (1.68), (1.69), (1.78) et (1.79). Lorsque la condition $h^{s'} > 0$ n'est pas vérifiée, le terme correspondant ne doit pas être pris en compte.

Si dans les composantes d'induction on remplace $h^{s'}$ par sa valeur correspondante fonction de h^s et n^s , on fait apparaître des cosinus qui ne diffèrent que par les phases $\xi_{n^s, h^s}^{s'}$ et $\xi_{n^s, h^s}^{s''}$. Cependant, comme les valeurs de $h^{s'}$ diffèrent suivant la composante considérée, ces phases, sauf cas particuliers, ne seront pas les mêmes pour toutes les composantes.

On peut, de façon générale, donner les expressions analytiques obtenues suite au regroupement des composantes définies par les relations (1.116) et (1.117). Celles-ci s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} b_{n^s, h^s}^{s-}(\alpha) &= \hat{b}_{n^s, h^s}^{s-} \cos(n^s \omega t + h^s p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s-}) \\ b_{n^s, h^s}^{s+}(\alpha) &= \hat{b}_{n^s, h^s}^{s+} \cos(n^s \omega t - h^s p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s+}) \end{aligned} \right\} \quad (1.121)$$

Vu de l'entrefer ces ondes d'induction peuvent être considérées comme générées par une machine idéale, à savoir à entrefer d'épaisseur constante et portant au niveau du stator un bobinage qui produit une f.m.m. à répartition spatiale sinusoïdale à $h^s p$ paires de pôles, alimentée par un système triphasé de tensions sinusoïdales de pulsation $n^s \omega$ (ce système étant d'ordre inverse pour la composante $b_{n^s, h^s}^{s-}(\alpha)$ et d'ordre direct pour $b_{n^s, h^s}^{s+}(\alpha)$).

Remarque 1

Il nous semble important de souligner que, lors d'une alimentation sinusoïdale ($n^s=1$), les champs tournants résultent, suite à l'effet de denture, de la combinaison d'une infinité de termes, ceci étant également valable pour le champ tournant fondamental. Néanmoins au niveau de ces termes on distingue :

- une composante principale ($b_{n^s, h^s}^{s_0}(\alpha)$),
- une composante secondaire qui résulte des sommations sur k_s .

Nous montrerons, dans la deuxième partie de ce mémoire, l'influence des termes que nous avons qualifié de "secondaires" sur la composition de ces champs.

II-2-2 Composantes dont la vitesse est fonction de g

Ces composantes se déduisent de (1.118) qui :

- en distinguant les termes uniquement fonction de k_r ,
- en décomposant les sommations de façon à ne prendre en compte que des valeurs positives de k_r (relation (1.47)),
- en utilisant des notations identiques à celles précédemment définies,

peuvent encore s'écrire :

$$b_{n^s, h^s_{kr}}^{s_s}(\alpha, \theta) = b_{n^s, h^s_{kr}}^{s'_s}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s_{kr}}^{s''_s}(\alpha, \theta)$$

$$b_{n^s, h^s_{kskr}}^{s_s}(\alpha, \theta) = b_{n^s, h^s_{kskr}}^{s'_s}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s_{kskr}}^{s''_s}(\alpha, \theta)$$

avec :

$$b_{n^s, h^s_{kr}}^{s'_s}(\alpha, \theta) = b_{n^s, h^s_{kr+}}^{s'_s}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s_{kr-}}^{s'_s}(\alpha, \theta)$$

$$b_{n^s, h^s_{kr}}^{s''_s}(\alpha, \theta) = b_{n^s, h^s_{kr+}}^{s''_s}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s_{kr-}}^{s''_s}(\alpha, \theta)$$

$$b_{n^s, h^s_{kskr}}^{s'_s}(\alpha, \theta) = b_{n^s, h^s_{ks+kr+}}^{s'_s}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s_{ks-kr-}}^{s'_s}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s_{ks+kr-}}^{s'_s}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s_{ks-kr+}}^{s'_s}(\alpha, \theta)$$

$$b_{n^s, h^s_{kskr}}^{s''_s}(\alpha, \theta) = b_{n^s, h^s_{ks+kr+}}^{s''_s}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s_{ks-kr-}}^{s''_s}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s_{ks+kr-}}^{s''_s}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s_{ks-kr+}}^{s''_s}(\alpha, \theta)$$

Les relations suivantes précisent les expressions analytiques des diverses composantes et les vitesses relatives correspondantes :

$$b_{n^s, h^s_{kr+}}^{s'_s}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\xi}_{n^s, h^s}^{s_s} \mathcal{P}_{kr} \mathcal{F}^{s'}(n^s, h^s)}{2} \cos \left[(n^s - (1-g)krN^r)\omega t + (h^s + krN^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s'_s} - pkrN^r\theta_0 \right]$$

$$\longrightarrow \mathcal{X}_{kr+}^{s'} = \frac{n^s - (1-g)krN^r}{h^s + krN^r}$$

$$b_{n^s, h^s_{kr-}}^{s'_s}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\xi}_{n^s, h^s}^{s_s} \mathcal{P}_{kr} \mathcal{F}^{s'}(n^s, h^s)}{2} \cos \left[(n^s + (1-g)krN^r)\omega t + (h^s - krN^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s'_s} + pkrN^r\theta_0 \right]$$

$$\longrightarrow \mathcal{X}_{kr-}^{s'} = \frac{n^s + (1-g)krN^r}{h^s - krN^r}$$

$$b_{n^s, h^s_{kr+}}^{s''_s}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\xi}_{n^s, h^s}^{s_s} \mathcal{P}_{kr} \mathcal{F}^{s''}(n^s, h^s)}{2} \cos \left[(n^s - (1-g)krN^r)\omega t - (h^s - krN^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s}^{s''_s} - pkrN^r\theta_0 \right]$$

$$\longrightarrow \mathcal{X}_{kr+}^{s''} = \frac{n^s - (1-g)krN^r}{h^s - krN^r}$$

$$b_{n^s, h^s, k_r^-}^{s''}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\mathcal{E}}_{n^s, h^s}^{s''} \mathcal{P}_{k_r} \mathcal{F}^{s''}(n^s, h^s)}{2} \cos \left[(n^s + (1-g)k_r N^r) \omega t - (h^s + k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s + p k_r N^r}^{s''} \theta_0 \right]$$

$$\longrightarrow \mathcal{X}_{k_r^-}^{s''} = \frac{n^s + (1-g)k_r N^r}{h^s + k_r N^r}$$

$$b_{n^s, h^s, k_s + k_r^+}^{s'}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\mathcal{E}}_{n^s, h^s}^{s'} \mathcal{P}_{k_s k_r} \mathcal{F}^{s'}(n^s, h^s)}{4} \cos \left[(n^s - (1-g)k_r N^r) \omega t + (h^s + k_s N^s + k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s - p k_r N^r}^{s'} \theta_0 \right]$$

$$\longrightarrow \mathcal{X}_{k_s + k_r^+}^{s'} = \frac{n^s - (1-g)k_r N^r}{h^s + k_s N^s + k_r N^r}$$

$$b_{n^s, h^s, k_s - k_r^-}^{s'}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\mathcal{E}}_{n^s, h^s}^{s'} \mathcal{P}_{k_s k_r} \mathcal{F}^{s'}(n^s, h^s)}{4} \cos \left[(n^s + (1-g)k_r N^r) \omega t + (h^s - k_s N^s - k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s + p k_r N^r}^{s'} \theta_0 \right]$$

$$\longrightarrow \mathcal{X}_{k_s - k_r^-}^{s'} = \frac{n^s + (1-g)k_r N^r}{h^s - k_s N^s - k_r N^r}$$

$$b_{n^s, h^s, k_s + k_r^-}^{s'}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\mathcal{E}}_{n^s, h^s}^{s'} \mathcal{P}_{k_s k_r} \mathcal{F}^{s'}(n^s, h^s)}{4} \cos \left[(n^s + (1-g)k_r N^r) \omega t + (h^s + k_s N^s - k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s + p k_r N^r}^{s'} \theta_0 \right]$$

$$\longrightarrow \mathcal{X}_{k_s + k_r^-}^{s'} = \frac{n^s + (1-g)k_r N^r}{h^s + k_s N^s - k_r N^r}$$

$$b_{n^s, h^s, k_s - k_r^+}^{s'}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\mathcal{E}}_{n^s, h^s}^{s'} \mathcal{P}_{k_s k_r} \mathcal{F}^{s'}(n^s, h^s)}{4} \cos \left[(n^s - (1-g)k_r N^r) \omega t + (h^s - k_s N^s + k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s - p k_r N^r}^{s'} \theta_0 \right]$$

$$\longrightarrow \mathcal{X}_{k_s - k_r^+}^{s'} = \frac{n^s - (1-g)k_r N^r}{h^s - k_s N^s + k_r N^r}$$

$$b_{n^s, h^s, k_s + k_r^+}^{s''}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\mathcal{E}}_{n^s, h^s}^{s''} \mathcal{P}_{k_s k_r} \mathcal{F}^{s''}(n^s, h^s)}{4} \cos \left[(n^s - (1-g)k_r N^r) \omega t - (h^s - k_s N^s - k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s - p k_r N^r}^{s''} \theta_0 \right]$$

$$\longrightarrow \mathcal{X}_{k_s + k_r^+}^{s''} = \frac{n^s - (1-g)k_r N^r}{h^s - k_s N^s - k_r N^r}$$

$$b_{n^s, h^s, k_s - k_r^-}^{s''}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\mathcal{E}}_{n^s, h^s}^{s''} \mathcal{P}_{k_s k_r} \mathcal{F}^{s''}(n^s, h^s)}{4} \cos \left[(n^s + (1-g)k_r N^r) \omega t - (h^s + k_s N^s + k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s + p k_r N^r}^{s''} \theta_0 \right]$$

$$\longrightarrow \mathcal{X}_{k_s - k_r^-}^{s''} = \frac{n^s + (1-g)k_r N^r}{h^s + k_s N^s + k_r N^r}$$

$$b_{n^s, h^s, k_s + k_r^-}^{s''}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\mathcal{E}}_{n^s, h^s}^{s''} \mathcal{P}_{k_s k_r} \mathcal{F}^{s''}(n^s, h^s)}{4} \cos \left[(n^s + (1-g)k_r N^r) \omega t - (h^s - k_s N^s + k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s + p k_r N^r}^{s''} \theta_0 \right]$$

$$\longrightarrow \mathcal{X}_{k_s + k_r^-}^{s''} = \frac{n^s + (1-g)k_r N^r}{h^s - k_s N^s + k_r N^r}$$

$$b_{n^s, h^s, k_s - k_r^+}^{s''}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\mathcal{E}}_{n^s, h^s}^{s''} \mathcal{P}_{k_s k_r} \mathcal{F}^{s''}(n^s, h^s)}{4} \cos \left[(n^s - (1-g)k_r N^r) \omega t - (h^s + k_s N^s - k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s - p k_r N^r}^{s''} \theta_0 \right]$$

$$\longrightarrow \mathcal{X}_{k_s - k_r^+}^{s''} = \frac{n^s - (1-g)k_r N^r}{h^s + k_s N^s - k_r N^r}$$

La procédure utilisée pour regrouper les différents termes est analogue à celle précédemment définie. Elle conduit, à n^s et k_r donnés et pour g quelconque, au tableau 1.III. Nous avons, pour cette étude, pris comme vitesses de référence les quantités $\mathcal{X}_{kr+}^{s'}$, $\mathcal{X}_{kr-}^{s'}$, $\mathcal{X}_{kr+}^{s''}$ et $\mathcal{X}_{kr-}^{s''}$.

Les cases vierge précisent que ces vitesses relatives découlent naturellement de la composante de l'induction correspondante. Les cases marquées d'une croix signifient que la composante de l'induction concernée ne participe pas au champ considéré. Lorsque c'est le cas, nous avons précisé la relation que doivent vérifier h^s , $h^{s'}$, et k_s .

\mathcal{X}^s	$\mathcal{X}_{kr+}^{s'}$	$\mathcal{X}_{kr-}^{s'}$	$\mathcal{X}_{kr+}^{s''}$	$\mathcal{X}_{kr-}^{s''}$
$b_{n^s, h^s}^{s^s}$				
$b_{n^s, h_{kr+}^s}^{s^s}$		X	X	X
$b_{n^s, h_{kr-}^s}^{s^s}$	X		X	X
$b_{n^s, h_{kr+}^s}^{s''}$	X	X		X
$b_{n^s, h_{kr-}^s}^{s''}$	X	X	X	
$b_{n^s, h_{k_s+k_r+}^{s'}}^{s^s}$	$h^s = h^{s'} + k_s N^s$	X	$h^s = -h^{s'} - k_s N^s$	X
$b_{n^s, h_{k_s-k_r-}^{s'}}^{s^s}$	X	$h^s = h^{s'} - k_s N^s$	X	$h^s = -h^{s'} + k_s N^s$
$b_{n^s, h_{k_s+k_r-}^{s'}}^{s^s}$	X	$h^s = h^{s'} + k_s N^s$	X	$h^s = -h^{s'} - k_s N^s$
$b_{n^s, h_{k_s-k_r+}^{s'}}^{s^s}$	$h^s = h^{s'} - k_s N^s$	X	$h^s = -h^{s'} + k_s N^s$	X
$b_{n^s, h_{k_s+k_r+}^{s''}}^{s^s}$	$h^s = -h^{s'} + k_s N^s$	X	$h^s = h^{s'} - k_s N^s$	X
$b_{n^s, h_{k_s-k_r-}^{s''}}^{s^s}$	X	$h^s = -h^{s'} - k_s N^s$	X	$h^s = h^{s'} + k_s N^s$
$b_{n^s, h_{k_s+k_r-}^{s''}}^{s^s}$	X	$h^s = -h^{s'} + k_s N^s$	X	$h^s = h^{s'} - k_s N^s$
$b_{n^s, h_{k_s-k_r+}^{s''}}^{s^s}$	$h^s = -h^{s'} - k_s N^s$	X	$h^s = h^{s'} + k_s N^s$	X

Tableau 1.III

Certaines relations sont barrées dans la mesure où elles conduisent à un résultat qui ne présente pas de réalité physique ($h^s < 0$).

L'examen de ce tableau laisse clairement apparaître qu'il y a épuisement de toutes les composantes de l'induction fonction de k_s et de k_r . Par

conséquent, au niveau de l'entrefer, les ondes d'induction résultantes présenteront des vitesses relatives égales à :

$$\frac{\pm n^s + (1-g)k_r N^r}{h^s + k_r N^r}, \quad \frac{\pm n^s - (1-g)k_r N^r}{h^s - k_r N^r}$$

A n^s , h^s et k_r donnés, en notant :

$b_{n^s, h^s_{kr+}}^{s-}(\alpha, \theta)$, $b_{n^s, h^s_{kr-}}^{s-}(\alpha, \theta)$, $b_{n^s, h^s_{kr+}}^{s+}(\alpha, \theta)$, et $b_{n^s, h^s_{kr-}}^{s+}(\alpha, \theta)$, les composantes dont les vitesses relatives valent respectivement $\chi_{kr+}^{s'}$, $\chi_{kr-}^{s'}$, $\chi_{kr+}^{s''}$ et $\chi_{kr-}^{s''}$, il vient :

$$b_{n^s, h^s_{kr+}}^{s-}(\alpha, \theta) = b_{n^s, h^s_{kr+}}^{s' }(\alpha, \theta) + \sum_{k_s=1}^{\infty} b_{n^s, h^s_{k_s+kr+}}^{s' }(\alpha, \theta) + \sum_{k_s=1}^{\infty} b_{n^s, h^s_{k_s-kr+}}^{s' }(\alpha, \theta) + \sum_{k_s=1}^{\infty} b_{n^s, h^s_{k_s+kr+}}^{s'' }(\alpha, \theta) \quad (1.122)$$

($h^{s'} > 0$)

$$b_{n^s, h^s_{kr-}}^{s-}(\alpha, \theta) = b_{n^s, h^s_{kr-}}^{s' }(\alpha, \theta) + \sum_{k_s=1}^{\infty} b_{n^s, h^s_{k_s-kr-}}^{s' }(\alpha, \theta) + \sum_{k_s=1}^{\infty} b_{n^s, h^s_{k_s+kr-}}^{s' }(\alpha, \theta) + \sum_{k_s=1}^{\infty} b_{n^s, h^s_{k_s+kr-}}^{s'' }(\alpha, \theta) \quad (1.123)$$

($h^{s'} > 0$)

$$b_{n^s, h^s_{kr+}}^{s+}(\alpha, \theta) = b_{n^s, h^s_{kr+}}^{s'' }(\alpha, \theta) + \sum_{k_s=1}^{\infty} b_{n^s, h^s_{k_s-kr+}}^{s' }(\alpha, \theta) + \sum_{k_s=1}^{\infty} b_{n^s, h^s_{k_s+kr+}}^{s'' }(\alpha, \theta) + \sum_{k_s=1}^{\infty} b_{n^s, h^s_{k_s-kr+}}^{s'' }(\alpha, \theta) \quad (1.124)$$

($h^{s'} > 0$)

$$b_{n^s, h^s_{kr-}}^{s+}(\alpha, \theta) = b_{n^s, h^s_{kr-}}^{s'' }(\alpha, \theta) + \sum_{k_s=1}^{\infty} b_{n^s, h^s_{k_s-kr-}}^{s' }(\alpha, \theta) + \sum_{k_s=1}^{\infty} b_{n^s, h^s_{k_s-kr-}}^{s'' }(\alpha, \theta) + \sum_{k_s=1}^{\infty} b_{n^s, h^s_{k_s+kr-}}^{s'' }(\alpha, \theta) \quad (1.125)$$

($h^{s'} > 0$)

Dans ce cas encore les ondes d'induction peuvent être considérées comme

obtenues par sommation :

- d'une composante principale fonction uniquement de la denture rotorique,
- d'une composante secondaire qui résulte des sommations sur k_s et qui prend en compte les interactions entre dentures primaires et secondaires.

Il convient de remarquer que les indices supérieurs + ou - sont, comme pour les composantes indépendantes de g , liés au signe qui précède la quantité n^s dans les relations qui donnent les vitesses relatives.

Les remarques précédemment formulées, concernant les composantes indépendantes de θ et notamment leurs phases, sont également valables dans ce cas. De façon générale les relations (1.122) à (1.125) peuvent encore s'écrire :

$$\left. \begin{aligned}
 b_{n^s, h^s_{kr+}}^{-}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{n^s, h^s_{kr+}}^{-} \cos \left[(n^s - (1-g)k_r N^r) \omega t + (h^s + k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s_{kr+}}^{s-} - p k_r N^r \theta_0 \right] \\
 b_{n^s, h^s_{kr-}}^{-}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{n^s, h^s_{kr-}}^{-} \cos \left[(n^s + (1-g)k_r N^r) \omega t + (h^s - k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s_{kr-}}^{s-} + p k_r N^r \theta_0 \right] \\
 b_{n^s, h^s_{kr+}}^{+}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{n^s, h^s_{kr+}}^{+} \cos \left[(n^s - (1-g)k_r N^r) \omega t - (h^s - k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s_{kr+}}^{s+} - p k_r N^r \theta_0 \right] \\
 b_{n^s, h^s_{kr-}}^{+}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{n^s, h^s_{kr-}}^{+} \cos \left[(n^s + (1-g)k_r N^r) \omega t - (h^s + k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s_{kr-}}^{s+} + p k_r N^r \theta_0 \right]
 \end{aligned} \right\} (1.126)$$

Dans ce cas, vu de l'entrefer, il est également possible de considérer que ces ondes d'induction sont générées par une machine idéale à $(h^s + k_r N^r)p$ ou $(h^s - k_r N^r)p$ paires de pôles. Les systèmes triphasés d'alimentation étant soit directs soit inverses de pulsation $n^s - (1-g)k_r N^r$ ou $n^s + (1-g)k_r N^r$.

II-2-3 Influence de la vitesse

Nous avons distingué les composantes indépendantes de la vitesse de celles qui en sont fonction. Cependant, pour certaines valeurs de g , ces composantes, à priori indépendantes, peuvent se combiner. C'est notamment le cas pour $g=1$. Dans ces conditions les vitesses relatives des composantes données par (1.126) ont, en introduisant de nouveau la quantité $h^{s'}$, pour valeurs :

$$\frac{-n^s}{h^{s'} + k_r N^r}, \quad \frac{-n^s}{h^{s'} - k_r N^r}, \quad \frac{n^s}{h^{s'} - k_r N^r}, \quad \frac{n^s}{h^{s'} + k_r N^r}$$

La façon dont se regroupent, pour $g=1$, ces différentes composantes, à n^s donné, est précisée dans le tableau 1.IV. Pour constituer ce tableau nous avons utilisé le même formalisme que précédemment (tableau 1.III)

\mathcal{X}^s		
b_{n^s, h_{kr}^s}	$\mathcal{X}_0^s = -n^s/h^s$	$\mathcal{X}_0^s = n^s/h^s$
b_{n^s, h^s}^-		X
b_{n^s, h^s}^+	X	
b_{n^s, h_{kr+}^s}	$h^{s'} = h^s - k_r N^r$	X
b_{n^s, h_{kr-}^s}	$h^{s'} = h^s + k_r N^r$	$h^{s'} = -h^s + k_r N^r$
b_{n^s, h_{kr+}^s}	$h^{s'} = -h^s + k_r N^r$	$h^{s'} = h^s + k_r N^r$
b_{n^s, h_{kr-}^s}	X	$h^{s'} = h^s - k_r N^r$

Tableau 1. IV

Ce tableau laisse clairement apparaître qu'il y a épuisement des différentes composantes de (1.126). Par conséquent les seules ondes présentes dans l'entrefer ont des vitesses relatives égales à $\pm n^s/h^s$.

Remarque 2

Cette propriété, également valable pour $n^s=1$ et $h^s=1$, met en évidence que l'onde d'induction fondamentale générée par le stator présentera une amplitude différente suivant que le rotor, en circuit ouvert, est en rotation ou à l'arrêt. Ceci est également vrai pour les harmoniques.

Nous procéderons, dans la deuxième partie de ce mémoire, à une étude plus complète destinée à apprécier numériquement ces différences.

III- F.E.M. SECONDAIRES

III-1 Expression générale des f.e.m.

Les relations (1.121) et (1.126) permettent de définir une expression générale d'une composante de l'onde d'induction générée par le stator :

$$b_{\mu^s, \rho^s}^s(\alpha) = \hat{b}_{\mu^s, \rho^s}^s \cos \left[\mu^s \omega t - \rho^s p \alpha - \xi^s \right] \quad (1.127)$$

La vitesse relative χ^s de cette onde est égale à μ^s/ρ^s .

Dans ces expressions μ^s est une quantité qui peut être fractionnaire supérieure ou inférieure à l'unité, positive ou négative, quant à ρ^s , c'est obligatoirement un nombre entier impair qui peut être également positif ou négatif.

En posant $\xi^s = \rho^s p \epsilon^s$ la relation qui donne $b_{\mu^s, \rho^s}^s(\alpha)$ s'écrit :

$$b_{\mu^s, \rho^s}^s(\alpha) = \hat{b}_{\mu^s, \rho^s}^s \cos \left[\mu^s \omega t - \rho^s p (\alpha + \epsilon^s) \right] \quad (1.128)$$

où α et ϵ^s sont des angles géométriques.

Nous avons représenté à la figure 1.9, sur un intervalle égal à $2\pi/p$ géométrique, en supposant $m^s = m^r = 1$, les bobines des phases I du primaire et du secondaire à $t=0$ ainsi que l'onde d'induction générée par le stator correspondante en supposant que $\rho^s = 3$.

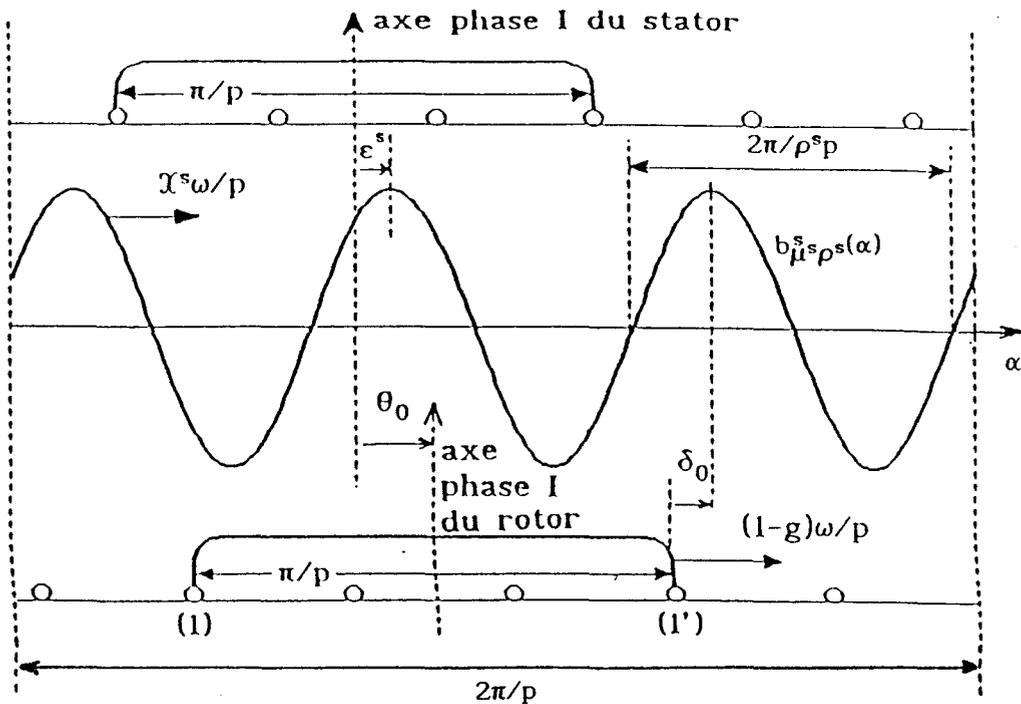


figure 1.9

Pour déterminer la f.e.m. induite au secondaire, nous allons considérer la bobine rotorique fixe et supposer que l'onde d'induction se déplace à la vitesse $(\mathcal{X}^s-1+g)\omega/p$.

La vitesse linéaire de ce champ qui balaie les conducteurs rotoriques est donc égale à $(\mathcal{X}^s-1+g)R\omega/p$.

La f.e.m. e' induite dans le conducteur (1'), à $t=0$, a pour expression :

$$e'_{\mu^s, \rho^s} = \hat{b}_{\mu^s, \rho^s} (\mathcal{X}^s-1+g)LR \frac{\omega}{p} \cos \rho^s p \delta_0$$

Compte tenu des périodicités ε^s et θ_0 sont définies modulo $2\pi/\rho^s p$. on a entre ces quantités la relation :

$$\theta_0 + \frac{\pi}{2p} + \delta_0 = \varepsilon^s + \frac{2\pi}{\rho^s p} \quad (1.129)$$

qui conduit à :

$$\delta_0 = \frac{\pi(4-\rho^s)}{2\rho^s p} + \varepsilon^s - \theta_0$$

A $t \neq 0$, il suffit de remplacer dans l'expression précédente δ_0 par $\delta = \delta_0 + (\mathcal{X}^s-1+g)\omega t/p$.

Etant donné que la f.e.m. e_{μ^s, ρ^s} induite dans le conducteur (1) en série avec (1') est, au signe près, définie par une expression identique à e'_{μ^s, ρ^s} , la f.e.m. induite dans la spire constituée de (1) et (1') est égale à $2e'_{\mu^s, \rho^s}$.

Comme par phase et par paire de pôles il y a z^r spires, en notant $K_{\rho^s}^r$ le coefficient de bobinage secondaire relatif à l'harmonique de rang ρ^s , l'amplitude \hat{e}_{μ^s, ρ^s} de la f.e.m. dans une phase secondaire, en supposant toutes les bobines d'une phase en série, est donnée par :

$$\hat{e}_{\mu^s, \rho^s} = E_{\mu^s, \rho^s} \sqrt{2} (\mathcal{X}^s-1+g) \quad (1.130)$$

avec :

$$E_{\mu^s, \rho^s} = \sqrt{2} K_{\rho^s}^r z^r \hat{b}_{\mu^s, \rho^s} LR \omega \quad (1.131)$$

Il en résulte donc que la f.e.m. e_{μ^s, ρ^s_1} induite dans la phase I du secondaire a pour expression :

$$e_{\mu^s, \rho^s_1} = \hat{e}_{\mu^s, \rho^s} \cos \left[\rho^s (\mathcal{X}^s-1+g)\omega t + \varphi_{\mu^s, \rho^s} \right] \quad (1.132)$$

avec :

$$\varphi_{\mu^s, \rho^s} = \rho^s p (\varepsilon^s - \theta_0) + (4-\rho^s)\pi/2$$

soit :

$$\varphi_{\mu^s, \rho^s} = \rho^s p (\varepsilon^s - \theta_0 - \pi/2p) \quad (1.133)$$

En ce qui concerne les phases II et III un raisonnement identique conduit à :

$$e_{\mu^s, \rho^s_2} = \hat{e}_{\mu^s, \rho^s} \cos \left[\rho^s (\mathcal{X}^s - 1 + g) \omega t + \varphi_{\mu^s, \rho^s} - \frac{2\pi}{3} \rho^s \right]$$

$$e_{\mu^s, \rho^s_3} = \hat{e}_{\mu^s, \rho^s} \cos \left[\rho^s (\mathcal{X}^s - 1 + g) \omega t + \varphi_{\mu^s, \rho^s} - \frac{4\pi}{3} \rho^s \right]$$

Si le rotor est couplé en étoile, pour $|\rho^s| = 3$ et multiple de 3, le système triphasé induit au secondaire étant homopolaire, il ne pourra y induire de courants.

III-2 Contenu harmonique

Le rang de ces composantes de f.e.m., défini par rapport à la fréquence f telle que $\omega = 2\pi f$, est donné par $\rho^s (\mathcal{X}^s - 1 + g)$ soit, compte tenu de l'expression générale (1.128) de $b_{\mu^s, \rho^s}^s(\alpha)$, par :

$$\text{rang des composantes } \mu^s - \rho^s (1 - g) \quad (1.134)$$

III-2-1 Composantes de l'induction indépendantes de g

Si l'on convient d'attribuer à h^s des valeurs négatives il est possible de regrouper les deux composantes de (1.121). Il vient :

$$b_{n^s, h^s}^s(\alpha) = \hat{b}_{n^s, h^s}^s \cos(n^s \omega t - h^s p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^s) \quad (1.135)$$

Les composantes d'indice + étant relatives aux valeurs positives de h^s , celles d'indice - aux valeurs négatives.

En procédant par identification avec (1.127) on obtient :

$$\left. \begin{aligned}
 \mu^s &= n^s, \quad \rho^s = h^s, \quad \xi^s = \xi_{n^s, h^s}^s \\
 \rho^s (\mathcal{X}^s - 1 + g) &= n^s - h^s (1 - g) \\
 E_{n^s, h^s} &= \sqrt{2} K_{h^s}^r z^r \hat{b}_{n^s, h^s}^s LR\omega \\
 \hat{e}_{n^s, h^s} &= E_{n^s, h^s} \sqrt{2} [n^s/h^s - (1 - g)] \\
 \varphi_{\mu^s, \rho^s} &= \varphi_{n^s, h^s} = \xi_{n^s, h^s}^s - h^s p \theta_0 - h^s \pi/2
 \end{aligned} \right\} \quad (1.136)$$

Pour $h^s = 1, 7, 13, \dots$ et $-h^s = 5, 11, 17, \dots$ les systèmes triphasés de f.e.m. sont directs, pour les autres valeurs de h^s ils sont inverses.

III-2-2 Composantes de l'induction fonction de g

Dans ce cas, si l'on convient d'attribuer des valeurs négatives à k_r et à h^s , il est possible de condenser en une seule expression les quatre composantes de l'induction fonction de g données par (1.126). Celles-ci s'écrivent :

$$b_{n^s, h^s, k_r}^s(\alpha, \theta) = \hat{b}_{n^s, h^s, k_r}^s \cos \left[[n^s + (1 - g)k_r N^r] \omega t - (h^s + k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, k_r}^s + p k_r N^r \theta_0 \right] \quad (1.137)$$

La remarque précédente concernant les composantes d'indice + et - qu'il convient de considérer suivant les valeurs attribuées à h^s est également valable.

En utilisant toujours la même procédure d'identification et en adaptant les indices il vient :

$$\left. \begin{aligned}
 \mu^s &= n^s + (1 - g)k_r N^r, \quad \rho^s = h^s + k_r N^r, \quad \xi^s = \xi_{n^s, h^s, k_r}^s - p k_r N^r \theta_0 \\
 \rho^s (\mathcal{X}^s - 1 + g) &= n^s - h^s (1 - g) \\
 E_{n^s, h^s, k_r} &= \sqrt{2} K_{h^s + k_r N^r}^r z^r \hat{b}_{n^s, h^s, k_r}^s LR\omega \\
 \hat{e}_{n^s, h^s, k_r} &= E_{n^s, h^s, k_r} \sqrt{2} \left[\left(\frac{n^s + (1 - g)k_r N^r}{h^s + k_r N^r} \right) - (1 - g) \right] \\
 \varphi_{\mu^s, \rho^s} &= \varphi_{n^s, h^s, k_r} = \xi_{n^s, h^s, k_r}^s - (h^s + 2k_r N^r) p \theta_0 - (h^s + k_r N^r) \pi/2
 \end{aligned} \right\} \quad (1.138)$$

Comme $k_r N^r = 6k_r m^r$ la quantité $|h^s + k_r N^r|$ prend comme h^s les valeurs 1, 5, 7, 11...

Pour $(h^s + k_r N^r) = 1, 7, 13...$ et $-(h^s + k_r N^r) = -5, -11, -17...$ les systèmes triphasés de f.e.m. sont directs, pour les autres valeurs (5, 11, -1, -7..) ils sont inverses.

III-3 Regroupement des composantes

Les relations (1.136) et (1.138) montrent que, à h^s et g donnés les deux familles de composantes de l'induction statoriques conduisent à des f.e.m. de même pulsation. Il est donc possible de regrouper ces quantités en veillant à ce que celles fonction de k_r génèrent des systèmes triphasés qui présentent les séquences souhaitées. En remarquant que, à h^s donné, conduisant par exemple à un système direct, les termes $h^s + k_r N^r$ génèrent, quelque soit la valeur de N^r et k_r , des systèmes également directs. La composante résultante de pulsation $n^s - h^s(1-g)$, notée e_{n^s, h^s}^r pour la phase R du rotor ($R=1, 2$ ou 3) s'obtient par sommation. En remarquant que le passage de (1.138) à (1.136) s'obtient en donnant à k_r la valeur 0 il vient :

$$e_{n^s, h^s}^r = \sum_{k_r = -\infty}^{+\infty} e_{n^s, h^s}^r \quad (1.139)$$

Pour la suite de l'étude nous adopterons, pour définir la quantité e_{n^s, h^s}^r le formalisme suivant :

$$e_{n^s, h^s}^r = \hat{e}_{n^s, h^s}^r \cos \left[(n^s - h^s(1-g))\omega t - \varphi_{n^s, h^s}^r - (R-1)h^s 2\pi/3 \right] \quad (1.140)$$

avec :

$$\hat{e}_{n^s, h^s}^r = E_{n^s, h^s}^r \sqrt{2} \quad (1.141)$$

Remarque 3

Il convient de noter que les différents systèmes triphasés ne diffèrent au niveau des pulsations que par le terme fonction de h^s . Par conséquent pour $g=1$, comme ce terme est nul, tous ces systèmes seront de même pulsation et contribueront à n^s donné, à générer une onde unique au secondaire.

IV COURANTS SECONDAIRES

Notons r^r la résistance d'une phase secondaire et x^r la réactance de fuite à la pulsation ω . En supposant r^r et l'inductance de fuites indépendantes de la pulsation des tensions induites, le courant engendré dans la phase R du secondaire par la composante (1.140) de la f.e.m. aura pour expression :

$$i_{n^s, h^s}^r = \hat{i}_{n^s, h^s}^r \cos \left[(n^s - h^s(1-g))\omega t - \varphi_{n^s, h^s}^r - \text{Arg}(\bar{Z}_{n^s, h^s}) - (R-1)h^s 2\pi/3 \right] \quad (1.142)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} \hat{i}_{n^s, h^s}^r &= I_{n^s, h^s}^r \sqrt{2} \\ I_{n^s, h^s}^r &= \frac{E_{n^s, h^s}^r}{Z_{n^s, h^s}} \\ \text{Arg}(\bar{Z}_{n^s, h^s}) &= \text{Arctg} \frac{x^r}{r^r} |n^s - h^s(1-g)| \\ Z_{n^s, h^s} &= \sqrt{r^{r^2} + x^{r^2} [n^s - h^s(1-g)]^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.143)$$

Le formalisme adopté est intéressant car il permet de regrouper en une seule expression les trois composantes des courants secondaires définies par (1.105).

V COMPOSANTES DE L'INDUCTION ENGENDREES PAR LE ROTOR

V-1 Expressions analytiques

$$\left. \begin{aligned} \text{En posant : } I_{n^r}^r &= I_{n^s, h^s}^r \\ n^r g &= n^s - h^s(1-g) \\ \varphi_{n^r}^r &= \varphi_{n^s, h^s}^r + \text{Arg}(\tilde{Z}_{n^s, h^s}) \end{aligned} \right\} \quad (1.144)$$

le système triphasé de courants engendré au rotor, déduit de (1.142), est analogue à celui d'ordre n^r donné par (1.82) avec deux particularités :

- n^r est un nombre fractionnaire dépendant de g ,
- la quantité $n^r(R-1)2\pi/3$ qui figure dans la relation (1.82), s'identifiant à $(R-1)2\pi/3$, est un multiple de $2\pi/3$.

Ce système triphasé est donc à somme nulle et par conséquent la f.m.m. qu'il va générer aura, dans un référentiel lié au stator, une expression analogue à celle donnée par (1.91). Il est également possible pour déterminer les expressions analytiques des composantes d'induction engendrées par le rotor de considérer l'expression générale, valable que n^r soit entier ou fractionnaire, donnée par (1.97). Dans ces conditions en posant :

$$\left. \begin{aligned}
 \mu^{r'} &= h^s + h^r \\
 \mu^{r''} &= h^s - h^r \\
 \hat{\varepsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r'} &= \frac{\sqrt{2}}{6} I_{n^s, h^s}^r A_{h^r}^r \\
 \mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r) &= \begin{cases} 9 \text{ si } |\mu^{r'}| = 0 \text{ ou multiple de } 3 \\ 0 \text{ pour les autres valeurs de } \mu^{r'} \end{cases} \\
 \mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r) &= \begin{cases} 9 \text{ si } |\mu^{r''}| = 0 \text{ ou multiple de } 3 \\ 0 \text{ pour les autres valeurs de } \mu^{r''} \end{cases}
 \end{aligned} \right\} \quad (1.145)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r'} &= \varphi_{n^s, h^s}^r + \text{Arg}(\bar{Z}_{n^s, h^s}^r) + \mu^{r'} 2\pi/3 \\
 \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r''} &= \varphi_{n^s, h^s}^r + \text{Arg}(\bar{Z}_{n^s, h^s}^r) + \mu^{r''} 2\pi/3
 \end{aligned} \right\} \quad (1.146)$$

il vient :

$$\varepsilon_{n^s, h^s}^r = \hat{\varepsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r'} \left\{ \mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r) \cos \left[[n^s - (1-g)(h^s + h^r)] \omega t - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r'} + h^r p(\alpha - \theta_0) \right] \right. \\
 \left. + \mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r) \cos \left[[n^s - (1-g)(h^s - h^r)] \omega t - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r''} - h^r p(\alpha - \theta_0) \right] \right\} \quad (1.147)$$

soit :

$$\varepsilon_{n^s, h^s}^r(\alpha, \theta) = \varepsilon_{n^s, h^s, h^r}^{r'}(\alpha, \theta) + \varepsilon_{n^s, h^s, h^r}^{r''}(\alpha, \theta) \quad (1.148)$$

Comme précédemment la composante d'indice prime est liée à $\mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r)$, celle d'indice seconde à $\mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r)$.

Il est à présent possible de donner l'expression générale de l'induction engendrée par le rotor qui, en introduisant les quantités k_{ss} , k_{rr} , k_{sskr} qui jouent le même rôle que k_s , k_r et k_{skr} mais qui, suite à ce deuxième passage dans l'entrefer, peuvent, dans une expression donnée, prendre des valeurs différentes et en convenant de distinguer les termes fonctions de k_r , s'écrit :

$$\begin{aligned}
b_{n^s, h^s}^{r_s}(\alpha, \theta) = & b_{n^s, h^s, h^r_0}^{r_s'}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s, h^r_0}^{r_s''}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s, h^r_{kss}}^{r_s'}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s, h^r_{kss}}^{r_s''}(\alpha, \theta) \\
& + b_{n^s, h^s, h^r_{krr}}^{r_s'}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s, h^r_{krr}}^{r_s''}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s, h^r_{ksskrr}}^{r_s'}(\alpha, \theta) + b_{n^s, h^s, h^r_{ksskrr}}^{r_s''}(\alpha, \theta) \quad (1.149)
\end{aligned}$$

Cette relation, compte tenu du fait que nous avons considéré d'une part deux termes, l'un d'indice prime l'autre d'indice seconde et d'autre part distingué les termes uniquement fonction de k_{rr} , est analogue à (1.107). Les différentes composantes de (1.149) en posant :

$$\left. \begin{aligned} n_1^r &= n^s - (1-g)(h^r + h^s) \\ n_2^r &= n^s + (1-g)(h^r - h^s) \end{aligned} \right\} \quad (1.150)$$

s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} b_{n^s, h^s, h^r_0}^{r_s'}(\alpha, \theta) &= \hat{\varepsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r_s'} \mathcal{P}_0 \mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r) \cos \left[n_1^r \omega t + h^r p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r_s'} - h^r p \theta_0 \right] \\ b_{n^s, h^s, h^r_0}^{r_s''}(\alpha, \theta) &= \hat{\varepsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r_s''} \mathcal{P}_0 \mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r) \cos \left[n_2^r \omega t - h^r p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r_s''} + h^r p \theta_0 \right] \end{aligned} \right\} \quad (1.151)$$

$$\left. \begin{aligned} b_{n^s, h^s, h^r_{kss}}^{r_s'}(\alpha, \theta) &= \frac{\hat{\varepsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r_s'} \mathcal{P}_{kss} \mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r)}{2} \left\{ \cos \left[n_1^r \omega t + (h^r + k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r_s'} - h^r p \theta_0 \right] \right. \\ &\quad \left. + \cos \left[n_1^r \omega t + (h^r - k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r_s'} - h^r p \theta_0 \right] \right\} \\ b_{n^s, h^s, h^r_{kss}}^{r_s''}(\alpha, \theta) &= \frac{\hat{\varepsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r_s''} \mathcal{P}_{kss} \mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r)}{2} \left\{ \cos \left[n_2^r \omega t - (h^r + k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r_s''} + h^r p \theta_0 \right] \right. \\ &\quad \left. + \cos \left[n_2^r \omega t - (h^r - k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r_s''} + h^r p \theta_0 \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1.152)$$

$$\left. \begin{aligned} b_{n^s, h^s, h^r_{krr}}^{r_s'}(\alpha, \theta) &= \frac{\hat{\varepsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r_s'} \mathcal{P}_{krr} \mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r)}{2} \left\{ \cos \left[(n_1^r - (1-g) k_{rr} N^r) \omega t + (h^r + k_{rr} N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r_s'} - (k_{rr} N^r + h^r) p \theta_0 \right] \right. \\ &\quad \left. + \cos \left[(n_1^r + (1-g) k_{rr} N^r) \omega t + (h^r - k_{rr} N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r_s'} + (k_{rr} N^r - h^r) p \theta_0 \right] \right\} \\ b_{n^s, h^s, h^r_{krr}}^{r_s''}(\alpha, \theta) &= \frac{\hat{\varepsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r_s''} \mathcal{P}_{krr} \mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r)}{2} \left\{ \cos \left[(n_2^r + (1-g) k_{rr} N^r) \omega t - (h^r + k_{rr} N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r_s''} + (k_{rr} N^r + h^r) p \theta_0 \right] \right. \\ &\quad \left. + \cos \left[(n_2^r - (1-g) k_{rr} N^r) \omega t - (h^r - k_{rr} N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r_s''} - (k_{rr} N^r - h^r) p \theta_0 \right] \right\} \end{aligned} \right\} \quad (1.153)$$

$$\begin{aligned}
b_{n^s, h^s, h^r}^{r'}(\alpha, \theta) &= \frac{\hat{\epsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r'} \mathcal{P}_{k_{ss} k_{rr}} \mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r)}{4} \left\{ \cos \left[(n_1^r - (1-g)k_{rr}N^r)\omega t + (h^r + k_{ss}N^s + k_{rr}N^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r'} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - (k_{rr}N^r + h^r)p\theta_0 \right] + \cos \left[(n_1^r + (1-g)k_{rr}N^r)\omega t + (h^r - k_{ss}N^s - k_{rr}N^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r'} + (k_{rr}N^r - h^r)p\theta_0 \right] \right\} \\
b_{n^s, h^s, h^r}^{r''}(\alpha, \theta) &= \frac{\hat{\epsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r''} \mathcal{P}_{k_{ss} k_{rr}} \mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r)}{4} \left\{ \cos \left[(n_2^r + (1-g)k_{rr}N^r)\omega t - (h^r + k_{ss}N^s + k_{rr}N^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r''} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + (k_{rr}N^r + h^r)p\theta_0 \right] + \cos \left[(n_2^r - (1-g)k_{rr}N^r)\omega t - (h^r - k_{ss}N^s - k_{rr}N^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r''} - (k_{rr}N^r - h^r)p\theta_0 \right] \right\}
\end{aligned}
\tag{1.154}$$

Rappelons que dans ces expressions h^s prend des valeurs positives et négatives et que, dans les relations (1.154) k_{rr} peut être positif ou négatif.

V-2 Caractéristiques

On distingue deux types de composantes suivant que celles-ci sont fonction ou non de la denture rotorique. Leurs principales caractéristiques (nombre de pôles, vitesse relative de rotation) sont :

- en ce qui concerne les composantes indépendantes de N^r (relations (1.151) et (1.152)) :

$$\begin{aligned}
b_{n^s, h^s, h^r_0}^{r'}(\alpha, \theta) &\longrightarrow 2h^r p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = -n_1^r/h^r & (1) \\
b_{n^s, h^s, h^r_0}^{r''}(\alpha, \theta) &\longrightarrow 2h^r p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = n_2^r/h^r & (2)
\end{aligned}
\tag{1.155}$$

$$\begin{array}{l}
b_{n^s, h^s, h^r_{kss}}^r(\alpha, \theta) \begin{cases} \rightarrow 2(h^r+k_{ss}N^s)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = -n_1^r/(h^r+k_{ss}N^s) & (3) \\ \rightarrow 2(h^r-k_{ss}N^s)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = -n_1^r/(h^r-k_{ss}N^s) & (4) \end{cases} \\
b_{n^s, h^s, h^r_{kss}}''(\alpha, \theta) \begin{cases} \rightarrow 2(h^r+k_{ss}N^s)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = n_2^r/(h^r+k_{ss}N^s) & (5) \\ \rightarrow 2(h^r-k_{ss}N^s)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = n_2^r/(h^r-k_{ss}N^s) & (6) \end{cases}
\end{array} \quad (1.156)$$

- pour ce qui est des composantes fonction de N^r (relations (1.153) et (1.154)) en convenant de n'attribuer au niveau des relations (1.154) que des valeurs positives à k_{rr} il vient :

$$\begin{array}{l}
b_{n^s, h^s, h^r_{krr}}^r(\alpha, \theta) \begin{cases} \rightarrow 2(h^r+k_{rr}N^r)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = \left[-n_1^r + (1-g)k_{rr}N^r \right] / (h^r+k_{rr}N^r) & (7) \\ \rightarrow 2(h^r-k_{rr}N^r)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = \left[-n_1^r - (1-g)k_{rr}N^r \right] / (h^r-k_{rr}N^r) & (8) \end{cases} \\
b_{n^s, h^s, h^r_{krr}}''(\alpha, \theta) \begin{cases} \rightarrow 2(h^r+k_{rr}N^r)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = \left[n_2^r + (1-g)k_{rr}N^r \right] / (h^r+k_{rr}N^r) & (9) \\ \rightarrow 2(h^r-k_{rr}N^r)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = \left[n_2^r - (1-g)k_{rr}N^r \right] / (h^r-k_{rr}N^r) & (10) \end{cases}
\end{array} \quad (1.157)$$

$$\begin{array}{l}
b_{n^s, h^s, h^r_{ksskrr}}^r(\alpha, \theta) \begin{cases} \rightarrow 2(h^r+k_{ss}N^s+k_{rr}N^r)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = \left[-n_1^r + (1-g)k_{rr}N^r \right] / (h^r+k_{ss}N^s+k_{rr}N^r) & (11) \\ \rightarrow 2(h^r+k_{ss}N^s-k_{rr}N^r)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = \left[-n_1^r - (1-g)k_{rr}N^r \right] / (h^r+k_{ss}N^s-k_{rr}N^r) & (12) \\ \rightarrow 2(h^r-k_{ss}N^s-k_{rr}N^r)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = \left[-n_1^r - (1-g)k_{rr}N^r \right] / (h^r-k_{ss}N^s-k_{rr}N^r) & (13) \\ \rightarrow 2(h^r-k_{ss}N^s+k_{rr}N^r)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = \left[-n_1^r + (1-g)k_{rr}N^r \right] / (h^r-k_{ss}N^s+k_{rr}N^r) & (14) \end{cases} \\
b_{n^s, h^s, h^r_{ksskrr}}''(\alpha, \theta) \begin{cases} \rightarrow 2(h^r+k_{ss}N^s+k_{rr}N^r)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = \left[n_2^r + (1-g)k_{rr}N^r \right] / (h^r+k_{ss}N^s+k_{rr}N^r) & (15) \\ \rightarrow 2(h^r+k_{ss}N^s-k_{rr}N^r)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = \left[n_2^r - (1-g)k_{rr}N^r \right] / (h^r+k_{ss}N^s-k_{rr}N^r) & (16) \\ \rightarrow 2(h^r-k_{ss}N^s-k_{rr}N^r)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = \left[n_2^r - (1-g)k_{rr}N^r \right] / (h^r-k_{ss}N^s-k_{rr}N^r) & (17) \\ \rightarrow 2(h^r-k_{ss}N^s+k_{rr}N^r)p \text{ pôles} \longrightarrow \mathcal{X}^r = \left[n_2^r + (1-g)k_{rr}N^r \right] / (h^r-k_{ss}N^s+k_{rr}N^r) & (18) \end{cases}
\end{array} \quad (1.158)$$

V-3 Regroupement des composantes

Pour effectuer cette étude nous aurions pu supposer le rotor fixe et le stator en rotation à la vitesse $-g\Omega_s$. Dans ces conditions, pour procéder aux regroupements, si l'on effectue un parallèle avec les composantes générées par le stator, il convient de considérer les composantes indépendantes de la denture statorique puis celles qui en sont fonction.

Nous conviendrons également dans ce cas, pour effectuer ces regroupements, d'introduire au niveau des quantités h^s et h^r les indices primes.

V-3-1 Composantes indépendantes de la denture statorique

Les caractéristiques de ces composantes sont définies par les relations (1.155) et (1.157).

Supposons tout d'abord que le rotor n'est parcouru que par un système triphasé de courants défini pour une seule et unique quantité h^s .

Si l'on prend comme référence la composante repérée par (1) de (1.155), en considérant les termes fonction de n_1^r de (1.157) (composantes (7) et (8)) on doit, pour pouvoir regrouper ces composantes, vérifier les égalités :

$$\text{composante (7) : } h^{r'} + k_{rr}N^r = h^r$$

$$\text{composante (8) : } h^{r'} - k_{rr}N^r = h^r$$

Considérons à présent les composantes (1) et (9), pour qu'elles puissent se regrouper il faut tout d'abord vérifier la condition sur l'égalité du nombre de paires de pôles. Celle-ci s'écrit :

$$h^{r'} + k_{rr}N^r = -h^r$$

Cette relation ne peut jamais être satisfaite et par conséquent on ne peut regrouper ces composantes.

Par contre l'égalité du nombre de pôles conduit, si l'on considère les composantes (1) et (10), à l'égalité suivante :

$$h^{r'} = -h^r + k_{rr}N^r$$

Cette relation peut être satisfaite, elle permet en outre d'assurer l'égalité des pulsations.

Cette procédure de regroupement est en tous points identique à celle définie pour les composantes primaires (cf paragraphe II-2-1). En utilisant le même formalisme elle conduit aux relations suivantes :

$$\left. \begin{aligned}
 b_{n^s, h^s, h^r}^{r-}(\alpha, \theta) &= b_{n^s, h^s, h^r_0}^{r_0}(\alpha, \theta) + \sum_{krr=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r, krr+}(\alpha, \theta) + \sum_{krr=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r, kss-}(\alpha, \theta) + \sum_{krr=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r, krr+}(\alpha, \theta) \\
 &\quad \left(\begin{array}{l} h^r = h^r - krrN^r \\ h^r > 0 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{l} h^r = h^r + krrN^r \\ h^r > 0 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{l} h^r = -h^r + krrN^r \\ h^r > 0 \end{array} \right) \\
 \\
 b_{n^s, h^s, h^r}^{r+}(\alpha, \theta) &= b_{n^s, h^s, h^r_0}^{r_0}(\alpha, \theta) + \sum_{krr=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r, krr-}(\alpha, \theta) + \sum_{krr=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r, kss+}(\alpha, \theta) + \sum_{krr=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r, krr-}(\alpha, \theta) \\
 &\quad \left(\begin{array}{l} h^r = h^r - krrN^r \\ h^r > 0 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{l} h^r = h^r + krrN^r \\ h^r > 0 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{l} h^r = -h^r + krrN^r \\ h^r > 0 \end{array} \right)
 \end{aligned} \right\} \quad (1.159)$$

De façon générale les deux composantes d'induction sont définies par :

$$\left. \begin{aligned}
 b_{n^s, h^s, h^r}^{r-}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{n^s, h^s, h^r}^{r-} \cos \left[n_1^r \omega t + h^r p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r-} - h^r p \theta_0 \right] \\
 b_{n^s, h^s, h^r}^{r+}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{n^s, h^s, h^r}^{r+} \cos \left[n_2^r \omega t - h^r p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r+} + h^r p \theta_0 \right]
 \end{aligned} \right\} \quad (1.160)$$

où h^s prend des valeurs positives et négatives.

Les autres systèmes triphasés conduiront à des expressions identiques. Par conséquent, à h^r donné, pour regrouper des composantes issues de systèmes différents, que nous allons repérer par h^s et $h^{s'}$, il faut vérifier deux types de relations.

- La première s'écrit tout simplement :

$$n_1^r(h^s) = n_1^r(h^{s'})$$

ou

$$n_2^r(h^s) = n_2^r(h^{s'})$$

cette relation n'est satisfaite que pour $h^s = h^{s'}$.

- La seconde, qui vise à regrouper les deux composantes de (1.160) conduit à :

$$n_1^r(h^s) = -n_2^r(h^{s'})$$

Le développement de cette égalité montre que les quantités h^s et $h^{s'}$ doivent vérifier une condition qui est fonction de n^s et de g et, par conséquent, qui n'est applicable que dans ces cas très particuliers.

Il en résulte donc que pour $g \neq 1$ il n'y aura pas, de façon générale, regroupement de composantes issues de systèmes harmoniques d'ordres différents.

V-3-2 Composantes fonction de la denture statorique

A n^s et h^s donnés l'étude est identique à celle effectuée pour les composantes de l'induction statorique dont la vitesse est fonction de g . En effectuant les regroupements à k_{ss} donné les composantes résultantes auront pour expressions :

$$\left. \begin{aligned} b_{n^s, h^s, h^r}^{\bar{-}}{}_{k_{ss}^+}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{n^s, h^s, h^r}^{\bar{-}}{}_{k_{ss}^+} \cos \left[n_1^r \omega t + (h^r + k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{\bar{-}}{}_{k_{ss}^+} - h^r p \theta_0 \right] \\ b_{n^s, h^s, h^r}^{\bar{-}}{}_{k_{ss}^-}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{n^s, h^s, h^r}^{\bar{-}}{}_{k_{ss}^-} \cos \left[n_1^r \omega t + (h^r - k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{\bar{-}}{}_{k_{ss}^-} - h^r p \theta_0 \right] \\ b_{n^s, h^s, h^r}^{r+}{}_{k_{ss}^+}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{n^s, h^s, h^r}^{r+}{}_{k_{ss}^+} \cos \left[n_2^r \omega t - (h^r - k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r+}{}_{k_{ss}^+} + h^r p \theta_0 \right] \\ b_{n^s, h^s, h^r}^{r+}{}_{k_{ss}^-}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{n^s, h^s, h^r}^{r+}{}_{k_{ss}^-} \cos \left[n_2^r \omega t - (h^r + k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r+}{}_{k_{ss}^-} + h^r p \theta_0 \right] \end{aligned} \right\} \quad (1.161)$$

Celles-ci, en convenant de caractériser les différentes composantes d'inductions déduites de (1.152) et (1.154) par :

$$\left. \begin{aligned} b_{n^s, h^s, h^r}^{r'}{}_{k_{ss}^+}(\alpha, \theta) &= \frac{\hat{\xi}_{n^s, h^s, h^r}^{r'} \mathcal{P}_{k_{ss}} \mathcal{F}^r(h^s, h^r)}{2} \cos \left[n_1^r \omega t + (h^r + k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r'} - h^r p \theta_0 \right] \\ b_{n^s, h^s, h^r}^{r'}{}_{k_{ss}^-}(\alpha, \theta) &= \frac{\hat{\xi}_{n^s, h^s, h^r}^{r'} \mathcal{P}_{k_{ss}} \mathcal{F}^r(h^s, h^r)}{2} \cos \left[n_1^r \omega t + (h^r - k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r'} - h^r p \theta_0 \right] \\ b_{n^s, h^s, h^r}^{r''}{}_{k_{ss}^+}(\alpha, \theta) &= \frac{\hat{\xi}_{n^s, h^s, h^r}^{r''} \mathcal{P}_{k_{ss}} \mathcal{F}^r(h^s, h^r)}{2} \cos \left[n_2^r \omega t - (h^r - k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r''} + h^r p \theta_0 \right] \\ b_{n^s, h^s, h^r}^{r''}{}_{k_{ss}^-}(\alpha, \theta) &= \frac{\hat{\xi}_{n^s, h^s, h^r}^{r''} \mathcal{P}_{k_{ss}} \mathcal{F}^r(h^s, h^r)}{2} \cos \left[n_2^r \omega t - (h^r + k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r''} + h^r p \theta_0 \right] \end{aligned} \right\}$$

$$b_{n^s, h^s, h^r}^{r', k_{ss}+k_{rr}+}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\epsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r'} \mathcal{P}_{k_{ss}k_{rr}} \mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r)}{4} \cos \left[(n_1^r - (1-g)k_{rr}N^r)\omega t + (h^r + k_{ss}N^s + k_{rr}N^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r'} - (k_{rr}N^r + h^r)p\theta_0 \right]$$

$$b_{n^s, h^s, h^r}^{r', k_{ss}-k_{rr}-}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\epsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r'} \mathcal{P}_{k_{ss}k_{rr}} \mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r)}{4} \cos \left[(n_1^r + (1-g)k_{rr}N^r)\omega t + (h^r - k_{ss}N^s - k_{rr}N^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r'} + (k_{rr}N^r - h^r)p\theta_0 \right]$$

$$b_{n^s, h^s, h^r}^{r', k_{ss}+k_{rr}-}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\epsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r'} \mathcal{P}_{k_{ss}k_{rr}} \mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r)}{4} \cos \left[(n_1^r + (1-g)k_{rr}N^r)\omega t + (h^r + k_{ss}N^s - k_{rr}N^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r'} + (k_{rr}N^r - h^r)p\theta_0 \right]$$

$$b_{n^s, h^s, h^r}^{r', k_{ss}-k_{rr}+}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\epsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r'} \mathcal{P}_{k_{ss}k_{rr}} \mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r)}{4} \cos \left[(n_1^r - (1-g)k_{rr}N^r)\omega t + (h^r - k_{ss}N^s + k_{rr}N^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r'} - (k_{rr}N^r + h^r)p\theta_0 \right]$$

$$b_{n^s, h^s, h^r}^{r'', k_{ss}+k_{rr}+}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\epsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r''} \mathcal{P}_{k_{ss}k_{rr}} \mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r)}{4} \cos \left[(n_2^r - (1-g)k_{rr}N^r)\omega t - (h^r - k_{ss}N^s - k_{rr}N^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r''} - (k_{rr}N^r - h^r)p\theta_0 \right]$$

$$b_{n^s, h^s, h^r}^{r'', k_{ss}-k_{rr}-}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\epsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r''} \mathcal{P}_{k_{ss}k_{rr}} \mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r)}{4} \cos \left[(n_2^r + (1-g)k_{rr}N^r)\omega t - (h^r + k_{ss}N^s + k_{rr}N^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r''} + (k_{rr}N^r + h^r)p\theta_0 \right]$$

$$b_{n^s, h^s, h^r}^{r'', k_{ss}+k_{rr}-}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\epsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r''} \mathcal{P}_{k_{ss}k_{rr}} \mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r)}{4} \cos \left[(n_2^r + (1-g)k_{rr}N^r)\omega t - (h^r - k_{ss}N^s + k_{rr}N^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r''} + (k_{rr}N^r + h^r)p\theta_0 \right]$$

$$b_{n^s, h^s, h^r}^{r'', k_{ss}-k_{rr}+}(\alpha, \theta) = \frac{\hat{\epsilon}_{n^s, h^s, h^r}^{r''} \mathcal{P}_{k_{ss}k_{rr}} \mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r)}{4} \cos \left[(n_2^r - (1-g)k_{rr}N^r)\omega t - (h^r + k_{ss}N^s - k_{rr}N^r)p\alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r}^{r''} - (k_{rr}N^r - h^r)p\theta_0 \right]$$

sont obtenues en utilisant les relations :

$$\begin{aligned}
 b_{n^s, h^s, h^r}^{\bar{-}}{}_{k_{SS}^+}(\alpha, \theta) &= b_{n^s, h^s, h^r}^{r'}{}_{k_{SS}^+}(\alpha, \theta) + \sum_{k_{rr}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r'}{}_{k_{SS}^+ k_{rr}^+}(\alpha, \theta) + \sum_{k_{rr}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r'}{}_{k_{SS}^+ k_{rr}^-}(\alpha, \theta) + \sum_{k_{rr}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r''}{}_{k_{SS}^+ k_{rr}^+}(\alpha, \theta) \\
 &\quad (h^{r'} > 0) \qquad (h^{r'} = h^r - k_{rr} N^r) \qquad (h^{r'} = h^r + k_{rr} N^r) \qquad (h^{r'} > 0) \\
 b_{n^s, h^s, h^r}^{\bar{-}}{}_{k_{SS}^-}(\alpha, \theta) &= b_{n^s, h^s, h^r}^{r'}{}_{k_{SS}^-}(\alpha, \theta) + \sum_{k_{rr}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r'}{}_{k_{SS}^- k_{rr}^-}(\alpha, \theta) + \sum_{k_{rr}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r'}{}_{k_{SS}^- k_{rr}^+}(\alpha, \theta) + \sum_{k_{rr}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r''}{}_{k_{SS}^- k_{rr}^-}(\alpha, \theta) \\
 &\quad (h^{r'} > 0) \qquad (h^{r'} = h^r - k_{rr} N^r) \qquad (h^{r'} = h^r - k_{rr} N^r) \qquad (h^{r'} > 0) \\
 b_{n^s, h^s, h^r}^{\bar{+}}{}_{k_{SS}^+}(\alpha, \theta) &= b_{n^s, h^s, h^r}^{r''}{}_{k_{SS}^+}(\alpha, \theta) + \sum_{k_{rr}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r'}{}_{k_{SS}^+ k_{rr}^-}(\alpha, \theta) + \sum_{k_{rr}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r''}{}_{k_{SS}^+ k_{rr}^+}(\alpha, \theta) + \sum_{k_{rr}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r''}{}_{k_{SS}^+ k_{rr}^-}(\alpha, \theta) \\
 &\quad (h^{r'} > 0) \qquad (h^{r'} = -h^r + k_{rr} N^r) \qquad (h^{r'} > 0) \qquad (h^{r'} = h^r - k_{rr} N^r) \\
 b_{n^s, h^s, h^r}^{\bar{+}}{}_{k_{SS}^-}(\alpha, \theta) &= b_{n^s, h^s, h^r}^{r''}{}_{k_{SS}^-}(\alpha, \theta) + \sum_{k_{rr}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r'}{}_{k_{SS}^- k_{rr}^-}(\alpha, \theta) + \sum_{k_{rr}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r''}{}_{k_{SS}^- k_{rr}^-}(\alpha, \theta) + \sum_{k_{rr}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r}^{r''}{}_{k_{SS}^- k_{rr}^+}(\alpha, \theta) \\
 &\quad (h^{r'} > 0) \qquad (h^{r'} = -h^r + k_{rr} N^r) \qquad (h^{r'} > 0) \qquad (h^{r'} = h^r + k_{rr} N^r)
 \end{aligned}
 \tag{1.163}$$

où k_{rr} ne prend que des valeurs positives et h^s des valeurs positives et négatives.

Les remarques précédemment formulées concernant le regroupement des composantes pour des harmoniques d'ordres différents s'appliquent également dans ce cas.

V-3-3 Prise en compte des systèmes harmoniques d'ordres différents

Si, pour des systèmes harmoniques d'ordres différents, il n'y avait pas regroupement des composantes au sein des relations (1.160) et (1.161), il convient d'analyser les possibilités de regroupement entre les relations (1.160) et (1.161). Cette analyse s'effectuera à n^s donné en essayant de faire apparaître des composantes dépendantes et indépendantes de g .

- Les composantes indépendantes de g sont obtenues en donnant à h^s la valeur $-h^r$ dans les expressions (1.160) et (1.161) qui sont fonction de n_1^r , dans

celles fonction de n_2^r il suffit de donner à h^s la valeur h^r . Les quantités $n_1^r \omega$ et $n_2^s \omega$ s'identifient alors à $n^s \omega$ et par conséquent les relations qui en découlent sont, aux phases près, analogues à celles qui caractérisent les composantes d'induction statoriques données par (1.116) et (1.117) à condition d'y substituer h^r à h^s .

La procédure de regroupement est donc identique à celle définie précédemment de sorte que les composantes rotoriques de l'induction indépendantes de g seront, en remarquant que la phase résultante est fonction de θ_0 , données par :

$$\left. \begin{aligned} b_{n^s, h^r}^{\bar{-}}(\alpha) &= \hat{b}_{n^s, h^r}^{\bar{-}} \cos \left[n^s \omega t + h^r p \alpha - \xi_{n^s, h^r}^{\bar{-}}(\theta_0) \right] \\ b_{n^s, h^r}^{+}(\alpha) &= \hat{b}_{n^s, h^r}^{+} \cos \left[n^s \omega t - h^r p \alpha - \xi_{n^s, h^r}^{+}(\theta_0) \right] \end{aligned} \right\} \quad (1.164)$$

avec :

$$b_{n^s, h^r}^{\bar{-}}(\alpha) = b_{n^s, h^s, h^r}^{\bar{-}}(\alpha) + \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}^+}^{\bar{-}}(\alpha) + \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}^-}^{\bar{-}}(\alpha) + \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}^+}^{+}(\alpha) \quad (1.165)$$

$h^s = -h^r$ $(h^r = h^r - k_{ss} N^s)$ $(h^r > 0)$ $(h^s = -h^r)$ $(h^r = h^r + k_{ss} N^s)$ $(h^s = -h^r)$ $(h^r = -h^r + k_{ss} N^s)$ $(h^r > 0)$ $(h^s = h^r)$

$$b_{n^s, h^r}^{+}(\alpha) = b_{n^s, h^s, h^r}^{+}(\alpha) + \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}^-}^{\bar{-}}(\alpha) + \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}^+}^{+}(\alpha) + \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} b_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}^-}^{+}(\alpha) \quad (1.166)$$

$h^s = h^r$ $(h^r = -h^r + k_{ss} N^s)$ $(h^r > 0)$ $(h^s = -h^r)$ $(h^r = h^r + k_{ss} N^s)$ $(h^s = h^r)$ $(h^r = h^r - k_{ss} N^s)$ $(h^r > 0)$ $(h^s = h^r)$

• Pour ce qui est des composantes restantes de (1.160) il est possible de les inclure dans (1.161). Si l'on convient de donner à k_{ss} des valeurs négatives mais également la valeur 0 il vient :

$$b_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}}^{\bar{-}}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}}^{\bar{-}} \cos \left[[n^s - (1-g)(h^r + h^s)] \omega t + (h^r + k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}}^{\bar{-}} - h^r p \theta_0 \right] \quad (1.167)$$

($h^s \neq h^r$)

$$b_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}}^{+}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}}^{+} \cos \left[[n^s + (1-g)(h^r - h^s)] \omega t - (h^r - k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}}^{+} + h^r p \theta_0 \right] \quad (1.168)$$

($h^s \neq h^r$)

Ces relations ne se distinguent de (1.126) que par la pulsation, ce qui peut se justifier par le fait que la fréquence des courants rotoriques est directement liée à la rotation, ce qui n'est pas le cas pour la fréquence des signaux appliqués au stator.

Cette procédure permet donc de faire apparaître, comme pour le stator, des composantes qui sont indépendantes de g et d'autres qui en sont fonction.

VI CLASSIFICATION DES COMPOSANTES D'INDUCTION DANS L'ENTREFER

Lorsque nous avons présenté le principe de la détermination du contenu harmonique de l'induction nous avons distingué les composantes de b^r qui génèrent les mêmes effets que les composantes de b^s (réaction d'induit) ou des effets différents. Dans ce dernier cas ces composantes génèrent au niveau du stator des courants harmoniques.

Nous allons donc procéder à une classification des diverses composantes de l'induction générées par le rotor, ceci afin de pouvoir déterminer le contenu harmonique des courants primaires.

VI-1 Expressions des diverses composantes

On distingue, que ce soit au niveau des composantes générées par le stator que de celles engendrées par le rotor, des ondes d'induction qui sont indépendantes de la vitesse et les autres qui en sont fonction. Nous allons dans ce paragraphe rappeler les diverses expressions en précisant les domaines d'évolution des différents paramètres.

- Pour ce qui est des composantes indépendantes de la vitesse, celles-ci ont pour expressions :

- composantes générées par le stator (relation 1.135)

$$b_{n^s, h^s}^s(\alpha) = \hat{b}_{n^s, h^s}^s \cos \left[n^s \omega t - h^s p \alpha - \xi_{n^s, h^s}^s \right] \quad (h^s > 0 \text{ et } < 0) \quad (1.169)$$

- composantes générées par le rotor (relation 1.164)

$$b_{n^s, h^r}^r(\alpha) = \hat{b}_{n^s, h^r}^r \cos \left[n^s \omega t - h^r p \alpha - \xi_{n^s, h^r}^{r+}(\theta_0) \right] \quad (1.170)$$

cette relation résulte des deux expressions de (1.164) obtenue en convenant d'attribuer à h^r des valeurs positives et négatives.

● Quant aux composantes fonction de la vitesse de rotation, celles-ci sont données par :

- composantes statoriques (relation 1.137)

$$b_{n^s, h^s_{kr}}^{s_s}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{n^s, h^s_{kr}}^{s_s} \cos \left[[n^s + (1-g)k_r N^r] \omega t - (h^s + k_r N^r) p \alpha - \xi_{n^s, h^s_{kr}}^{s_s} + p k_r N^r \theta_0 \right] \quad (1.171)$$

(h^s et k_r prenant des valeurs positives et négatives)

- composantes rotoriques (relations 1.167 et 1.168)

si l'on convient d'attribuer à h^r des valeurs négatives il n'y a plus lieu de distinguer les quantités n_1^r et n_2^r de sorte qu'il est possible de condenser l'écriture des relations (1.167) et (1.168) qui deviennent :

$$b_{n^s, h^s, h^r_{k_{ss}}}^r(\alpha, \theta) = \hat{b}_{n^s, h^s, h^r_{k_{ss}}}^r \cos \left[[n^s + (1-g)(h^r - h^s)] \omega t - (h^r + k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r_{k_{ss}}}^r + h^r p \theta_0 \right] \quad (1.172)$$

h^s , h^r et k_{ss} prenant des valeurs positives et négatives (k_{ss} prenant également la valeur 0) avec $h^s \neq h^r$.

VI-2 Composantes à l'origine du phénomène de réaction d'induit

Les composantes b^r à l'origine du phénomène de réaction doivent présenter des caractéristiques identiques, à savoir même pulsation, même nombre de pôles et même sens de rotation, que les composantes de b^s .

Si l'on examine les relations (1.169) et (1.170) il est évident que les composantes d'induction indépendantes de la vitesse générées par le rotor

trouveront leurs homologues au niveau des composantes statoriques également indépendantes de la vitesse. Ces composantes secondaires participeront donc toutes au phénomène de réaction d'induit.

En ce qui concerne les composantes d'induction fonction de la vitesse de rotation, données par (1.172) et (1.171), le problème est un peu différent.

- N^s étant différent de N^r il n'y aura égalité du nombre de paires de pôles que pour certaines valeurs de k_{ss} et k_r .
- La quantité $|h^r - h^s|$ est paire de sorte que l'égalité des pulsations ne sera satisfaite que pour certains couples de valeurs de h^s et de h^r .

Par conséquent seule une partie des composantes de (1.172) participera au phénomène de réaction d'induit.

Dans ce cas général il est assez délicat de procéder à une synthèse permettant de définir les composantes d'induction rotoriques fonction de la vitesse qui participent au phénomène de réaction puisque cela dépend en partie des paramètres de la machine.

Nous conviendrons pour la suite de l'étude, compte tenu des regroupements entre composantes primaires et secondaires, de noter :

$$b_{n^s, h}(\alpha) = \hat{b}_{n^s, h} \cos \left[n^s \omega t - hp\alpha - \xi_{n^s, h^s} \right] \quad (1.173)$$

les composantes d'induction résultantes dans l'entrefer, indépendantes de la vitesse, (h pouvant prendre des valeurs positives et négatives),

$$b_{n^s, h_k}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{n^s, h_k} \cos \left[[n^s + (1-g)kN^r] \omega t - (h + kN^r)p\alpha - \xi_{n^s, h_k} + kN^r p\theta_0 \right] \quad (1.174)$$

celles fonction de la vitesse (h et k prenant des valeurs positives et négatives) qui résultent du regroupement et :

$$b_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}}^r(\alpha, \theta) = \hat{b}_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}}^r \cos \left[[n^s + (1-g)(h^r - h^s)] \omega t - (h^r + k_{ss}N^s)p\alpha - \xi_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}}^r + h^r p\theta_0 \right] \quad (1.175)$$

celles qui ne trouvent pas leurs homologues au niveau des composantes primaires et qui participeront à la génération de courants harmoniques primaires.

VII CONTENU HARMONIQUE DES COURANTS PRIMAIRES

Ce contenu harmonique, par analogie avec (1.127), sera déterminé en adoptant, pour définir les composantes de l'induction rotorique qui en sont à l'origine, la relation générale :

$$b_{\mu^r, \rho^r}^{r*}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{\mu^r, \rho^r}^{r*} \cos \left[\mu^r \omega t - \rho^r p \alpha - \xi^r \right] \quad (1.176)$$

La vitesse relative \mathcal{X}^r de cette onde, dans le référentiel fixe lié au stator, est donné par $\mathcal{X}^r = \mu^r / \rho^r$ avec μ^r fonction de g .

En posant $\xi^r = \rho^r p \varepsilon^r$ la relation (1.176) s'écrit :

$$b_{\mu^r, \rho^r}^{r*}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{\mu^r, \rho^r}^{r*} \cos \left[\mu^r \omega t - \rho^r p (\alpha + \varepsilon^r) \right] \quad (1.177)$$

VII-1 Expression générale des f.e.m. primaires

La procédure utilisée pour déterminer les f.e.m. engendrées au rotor est également applicable dans ce cas. Il suffit d'adapter les notations. En repérant par S la phase primaire ($S = 1, 2$ ou 3) il vient :

$$e_{\mu^r, \rho^r_s} = \hat{e}_{\mu^r, \rho^r} \cos \left[\rho^r \mathcal{X}^r \omega t + \varphi_{\mu^r, \rho^r} - \rho^r (S-1) 2\pi/3 \right] \quad (1.178)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} \hat{e}_{\mu^r, \rho^r} &= E_{\mu^r, \rho^r} \sqrt{2} \mathcal{X}^r \\ E_{\mu^r, \rho^r} &= \sqrt{2} K_{\rho^r z^s}^s \hat{b}_{\mu^r, \rho^r}^{r*} L R \omega \\ \varphi_{\mu^r, \rho^r} &= \rho^r p (\varepsilon^r - \theta_0) + (4 - \rho^r) \pi / 2 \end{aligned} \right\} \quad (1.179)$$

VII-2 Contenu harmonique des f.e.m.

Comme $\rho^r \mathcal{X}^r = \mu^r$, en procédant par identification avec les composantes de b^{r*} précédemment établies (relation 1.175), il apparaît que les f.e.m. engendrées au stator ont des rangs égaux à :

$$n^s - (1-g)(h^r - h^s) \quad (1.180)$$

Rappelons que dans cette expression h^r et h^s prennent des valeurs positives et négatives avec des valeurs absolues dont certaines sont prises dans l'ensemble {1, 5, 7, 11, 13...} (il ne faut pas oublier que seules doivent être retenues les quantités qui ne participent pas au phénomène de réaction).

Si l'on considère le terme $\rho^r 2\pi/3$, comme $k_{ss} N^s 2\pi/3$ conduit à un multiple entier de 2π , il est possible de simplifier les expressions qui donnent les f.e.m. induites au primaire qui, par analogie avec les relations qui donnent les f.e.m. secondaires, s'écrivent :

$$e_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}} = \hat{e}_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}} \cos \left[[n^s + (1-g)(h^r - h^s)] \omega t + \varphi_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}} + (S-1)h^r 2\pi/3 \right] \quad (1.181)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} \mu^r &= n^s + (1-g)(h^r - h^s) & , & \quad \rho^r = h^r + k_{ss} N^s \\ \hat{e}_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}} &= E_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}} \sqrt{2} \chi^r \\ \chi^r &= [n^s + (1-g)(h^r - h^s)] / (h^r + k_{ss} N^s) \\ E_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}} &= \sqrt{2} K_{(k_{ss} N^s + h^r)}^s Z^s \hat{b}_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}}^{r*} LR \omega \\ \varphi_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}} &= \rho \mu^r, \rho^r = \xi_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}}^{r*} - (h^r + k_{ss} N^s) p \theta_0 - h^r \pi / 2 \end{aligned} \right\} \quad (1.182)$$

Il en résulte donc que ces f.e.m. induites au primaire auront, suite aux regroupements, de façon générale par analogie avec (1.140), comme expression :

$$e_{n^s, h^s, h^r}^s = \hat{e}_{n^s, h^s, h^r}^s \cos \left[[n^s - (1-g)(h^s - h^r)] \omega t - \varphi_{n^s, h^s, h^r}^s + (S-1)h^r 2\pi/3 \right] \quad (1.183)$$

avec :

$$\hat{e}_{n^s, h^s, h^r}^s = E_{n^s, h^s, h^r}^s \sqrt{2} \quad (1.184)$$

VII-3 Courants harmoniques primaires

Pour ces composantes de f.e.m. le réseau se comporte comme un court-

circuit, par conséquent les courants harmoniques ne seront limités que par la résistance r^s des phases primaires et les réactances de fuites à la fréquence considérée. En notant x^s cette quantité à la pulsation ω et en supposant r^s et l'inductance de fuites indépendantes des pulsations induites, les courants harmoniques seront donnés par :

$$i_{n^s, h^s, h^r}^s = \hat{i}_{n^s, h^s, h^r}^s \cos \left[[n^s - (1-g)(h^s - h^r)] \omega t - \varphi_{n^s, h^s, h^r}^s - \text{Arg}(\bar{Z}_{n^s, h^s, h^r}) + (S-1)h^r 2\pi/3 \right] \quad (1.185)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} \hat{i}_{n^s, h^s, h^r}^s &= I_{n^s, h^s, h^r}^s \sqrt{2} \\ I_{n^s, h^s, h^r}^s &= E_{n^s, h^s, h^r}^s / Z_{n^s, h^s, h^r} \\ \text{Arg}(\bar{Z}_{n^s, h^s, h^r}) &= \text{Arctg}(|n^s - (1-g)(h^s - h^r)| x^s / r^s) \\ Z_{n^s, h^s, h^r} &= \sqrt{r^{s2} + x^{s2} [n^s - (1-g)(h^s - h^r)]^2} \end{aligned} \right\} \quad (1.186)$$

Il apparaît donc clairement que ces courants harmoniques auront un rang qui sera fonction de la vitesse de rotation.

Cette propriété a d'ailleurs été exploitée pour réaliser un capteur statique de vitesse [46].

BRUIT MAGNETIQUE

I- FORCES RADIALES

Comme nous l'avons précisé dans le *chapitre II*, le bruit magnétique de la machine asynchrone est essentiellement dû aux forces radiales créées par le champ magnétique dans l'entrefer.

Pour déterminer ces forces on utilise l'expression générale de b qui tient compte de toutes les composantes d'induction présentes dans l'entrefer. Cette expression, compte tenu des relations (1.173), (1.174) et (1.175), s'écrit :

$$b = \sum_{n^s} \sum_h b_{n^s, h}(\alpha) + \sum_{n^s} \sum_h \sum_k b_{n^s, h, k}(\alpha, \theta) + \sum_{n^s} \sum_{h^s} \sum_{h^r} \sum_{k_{ss}} b_{n^s, h^s, h^r, k_{ss}}^r(\alpha, \theta) \quad (1.187)$$

Compte tenu de la relation (1.43) l'expression générale de la force magnétique radiale est obtenue en élevant au carré celle de b , donnée par la relation (1.187), et en multipliant le résultat par le coefficient $1/2\mu_0$. Il en résulte qu'une raie de bruit relative à une composante de force résulte de la sommation d'une infinité de termes.

Dans ce cas général le développement des calculs donne des expressions très lourdes. Nous allons, par conséquent, nous contenter de les présenter dans un cas particulier (alimentation sinusoïdale) dans la deuxième partie de ce mémoire.

Pour déterminer le bruit magnétique global il faut considérer toutes les composantes de la force magnétique radiale. Pour cela nous allons utiliser la méthode développée par P.L. ALGER [5] où il considère une série d'ondes de forces sinusoïdales avec différents nombre de pôles, appelés pôles de déformation, tournant à des vitesses différentes.

II- BRUIT MAGNETIQUE

Nous allons présenter la procédure qui conduit à la détermination du bruit magnétique émis par une machine électrique en considérant qu'il n'y a qu'une seule onde de force radiale. Celle-ci sera supposée engendrée par une onde unique d'induction d'expression :

$$b = \hat{b} \cos(n\omega t - p\alpha) \tag{1.188}$$

où n représente le rang de l'harmonique de l'onde d'induction considérée, n pouvant prendre des valeurs fractionnaires.

Dans ces conditions, la relation (1.43), conduit, en ne considérant que la composante non stationnaire, à l'expression de la force radiale qui s'écrit :

$$f_M = \frac{\hat{b}^2}{4\mu_0} \cos(2n\omega t - 2p\alpha) \tag{1.189}$$

Pour p valant 1 la force engendrée par ce champ magnétique à 2 pôles aura 4 pôles de déformation caractérisés par deux centres opposés de traction maximale au niveau des pôles et 2 points de force zéro intermédiaires (figure 1.10).

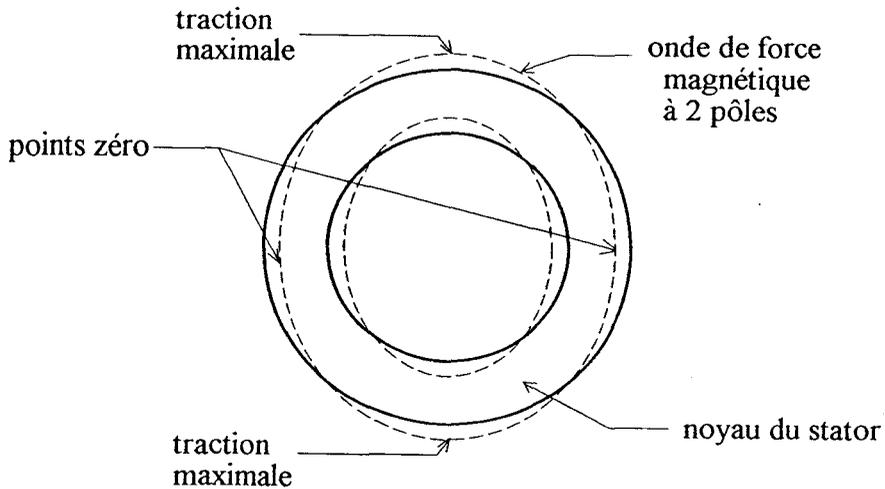


figure 1.10

La déformation du stator conduit à une forme elliptique. L'axe court de l'ellipse coïncide avec l'axe des pôles et tourne avec l'onde de déformation d'une manière synchronisée.

D'une manière générale, un champ magnétique à 2p pôles produit une vibration à 4p pôles de déformation. L'amplitude de cette déformation est

tellement faible que la perméance de l'entrefer et la f.m.m. créée n'en sont pas affectées.

La traction uniforme due au déplacement moyen de la courbe de force magnétique peut être négligée car la compression périphérique qu'elle cause est trop faible pour avoir des conséquences notables sur la production du bruit.

Ainsi, la courbe de force produisant le bruit pour un champ magnétique à $2p$ pôles est une onde de force symétrique à $4p$ pôles de déformation avec une valeur crête, dans chaque direction, égale à la moitié de la traction maximale au centre du pôle magnétique.

II-1 déformation radiale

L'onde de force précédemment décrite donne naissance à une déformation (ou déplacement) radiale au niveau des armatures. Le déplacement correspondant d s'exprime par :

$$d = \frac{3}{4} \frac{W D^s^3}{E m^3 h^3} \quad (m) \quad (1.190)$$

où : W : poids total de la charge appliquée au stator par unité de longueur (kg/m), correspondant dans ce cas à la force exercée,
 D^s : diamètre moyen du stator (m), défini en l'absence d'encoches,
 E : module de l'élasticité ($2.1 \cdot 10^{10}$ pour l'acier) (kg/m²),
 m : nombre de paires de pôles de déformation ($=2p$),
 h : épaisseur radiale du noyau statorique derrière les encoches (m).

Cette formule approximative, dérivée de la théorie d'une "poutre" de longueur infinie supportée à ses deux extrémités et soumise à une charge W , a été établie dans le but d'aider à la compréhension du problème. Les formules exactes de la déformation d'un anneau soumis à une force sinusoïdale appliquée radialement sont données par :

$$* \quad d = \frac{W D^s^3}{6Eh^3} \quad \text{pour } m = 2 \quad (1.191)$$

$$* \quad d = \frac{9W D^s^3}{256Eh^3} \quad \text{pour } m = 3 \quad (1.192)$$

$$* \quad d = \frac{W D^s^3}{75Eh^3} \quad \text{pour } m = 4 \quad (1.193)$$

On peut donc remarquer que plus m augmente plus l'approximation de d par la relation (1.190) est satisfaite. Les rapports entre les valeurs réelles et les valeurs approximatives données par cette relation, pour $m = 2, 3$ et 4 , sont respectivement 1.78, 1.27 et 1.14. Cette relation (1.190) n'est donc utilisable que pour m grand.

Toutes les expressions précédemment établies ne sont valables qu'en dehors des zones de résonances naturelles. Il est évident que toutes les amplitudes augmentent à l'approche d'une fréquence de résonance.

Puisque l'on s'intéresse uniquement aux forces magnétiques on peut obtenir une relation plus directement utilisable en substituant à W sa valeur en fonction de l'amplitude de la densité de flux dans l'entrefer. Son expression [5] est donnée par :

$$W = 805 \frac{\hat{b}^2 D}{p} \quad (1.194)$$

où D est le diamètre intérieur du stator.

La relation (1.189) devient donc :

$$d = 805 \frac{3}{4} \frac{\hat{b}^2 D}{p} \frac{D s^3}{E m^3 h^3} \quad (1.195)$$

avec :

$$m = 2p$$

d'où, en remplaçant E par sa valeur :

$$d = 3.57 \cdot 10^{-9} \frac{\hat{b}^2 D s^3 D}{p^4 h^3} \quad (1.196)$$

Cette relation donne uniquement l'amplitude de la vibration (non résonante) de la surface du stator due aux ondes de force d'un champ magnétique à $2p$ pôles. Compte tenu des relations (1.191) à (1.193), le résultat doit être corrigé pour les valeurs faibles de m .

Donc, à \hat{b} , h et D donnés, l'amplitude de la vibration a une variation inversement proportionnelle à la quatrième puissance du nombre de paires de pôles. Il semble donc judicieux, pour un moteur donné et en l'absence de résonance, de ne considérer que les champs avec peu de pôles qui, en première approche, paraissent être les seuls à l'origine du bruit. Cette procédure est utilisée par JORDAN [9] et ALGER [5]. Nous allons néanmoins au niveau de notre étude considérer tous les termes car indépendamment du nombre de pôles intervient la quantité \hat{b} et que, une

composante d'induction de faible amplitude avec peu de pôles peu générer des effets similaires que ceux engendrés par une composante d'induction de forte amplitude avec un nombre de pôles plus élevé.

II-2 Ondes sonores

Les différentes grandeurs caractérisant les ondes sonores et permettant de les quantifier sont données dans l'annexe figurant à la fin de ce mémoire. Pour cette étude nous nous sommes référés à la théorie des radiations du son des cylindres circulaires développée par MORSE et d'autres.

La solution de l'équation d'onde, qui représente l'exemple d'une onde sonore créée par une surface cylindrique, de longueur axiale infinie, vibrant à la périphérie à $2m$ pôles de déformation, donne une relation, entre la pression sonore P_0 et le déplacement radial d au rayon r_0 de la surface du cylindre, de la forme :

$$\text{déplacement radial} = d \sin m\alpha = \frac{P_0 \sin(m\alpha)}{\gamma \rho K} \left[\frac{J_m'(Kr_0) + jN_m'(Kr_0)}{J_m(Kr_0) + jN_m(Kr_0)} \right]$$

avec :

J_m : fonction de BESSEL de première espèce et d'ordre m ,

N_m : fonction de NEUMANN (ou de BESSEL de deuxième espèce) d'ordre m , J_m' et N_m' : leurs dérivées par rapport à r_0 ,

j : $\sqrt{-1}$ indiquant un déphasage de 90° dans le temps des termes J et N en tout point de l'espace,

K : $2\pi f/C = 0.0183f$ (m^{-1}) où C est la vitesse du son dans l'air à 20° ($343m/s$),

γ : quotient de chaleur spécifique de l'air à pression et volumes constants ($=1.4$),

ρ : pression atmosphérique dans la même unité que P_0 ,

r_0 : rayon à la surface du cylindre,

$\sin(m\alpha)$: est un facteur représentant la distribution en $2m$ pôles du mouvement radial autour du cylindre.

ce qui revient à :

$$|d| = \frac{P_0 C_m'(Kr_0)}{\gamma \rho K C_m(Kr_0)} \quad (1.197)$$

avec :

C_m : valeur absolue de $J_m + jN_m$ appelée fonction de HAMKEL,

C_m' : sa dérivée par rapport à r_0 .

La relation entre la pression sonore P créée en tout rayon extérieur r par la pression sonore à la surface du cylindre P_0 , est donnée par :

$$\frac{P}{P_0} = \frac{J_m(Kr) + jN_m(Kr)}{J_m(Kr_0) + jN_m(Kr_0)} = \frac{C_m(Kr)}{C_m(Kr_0)} \quad (1.198)$$

La valeur de Kr dans ces expressions est égale au rapport de la périphérie du cylindre par la longueur d'onde du son dans l'air à la fréquence f .

$$Kr = 2\pi r \frac{f}{C} = \frac{\text{périmètre du cylindre}}{\lambda}$$

• Si Kr est faible :

$$C_m(Kr) \# \frac{(m-1)! 2^m}{\pi (Kr)^m}, \quad Kr < \sqrt{2m+1} \quad (1.199)$$

et

$$C_m'(Kr) \# \frac{m! 2^m}{\pi (Kr)^{m+1}}, \quad Kr < \sqrt{2m+1} \quad (1.200)$$

• Si Kr est grand :

$$C_m(Kr) \# \sqrt{\frac{2}{\pi Kr}}, \quad Kr > m^2 \quad (1.201)$$

et

$$C_m'(Kr) \# C_m(Kr), \quad Kr > m^2 \quad (1.202)$$

Compte tenu des relations (1.197) et (1.198), le déplacement équivalent d_e d'une onde sonore plane, au rayon r , conduisant à la même intensité sonore que celle à la surface du cylindre, est donné par :

$$d_e = \frac{P}{\gamma \rho K} = \frac{d C_m(Kr)}{C_m'(Kr_0)} = d \left[\frac{C_m(Kr)}{C_m(Kr_0)} \right] \left[\frac{C_m(Kr_0)}{C_m'(Kr_0)} \right] \quad (1.203)$$

où d est l'amplitude de la vibration radiale du cylindre donnée par la relation (1.196).

II-3 Intensité sonore

L'expression qui lie l'intensité sonore I à l'onde plane qui la produit est donnée par :

$$I = 121 + 20\log(78.8 \text{ df}) \quad (\text{dB}) \quad (1.204)$$

En remplaçant dans cette expression d par d_e , donné par la relation (1.203), l'intensité sonore, en (dB), au rayon r a pour expression :

$$I = 121 + 20\log\left[\frac{C_m(Kr)}{C_m(Kr_0)}\right] + 20\log\left[\frac{C_m(Kr_0)}{C_m'(Kr_0)}\right] + 20\log(78.8 \text{ df}) \quad (1.205)$$

Le deuxième et troisième termes de cette équation sont représentés sur les figures 1.11 et 1.12 qui sont extraites de l'ouvrage de P.L. ALGER "The nature of polyphase induction machines".

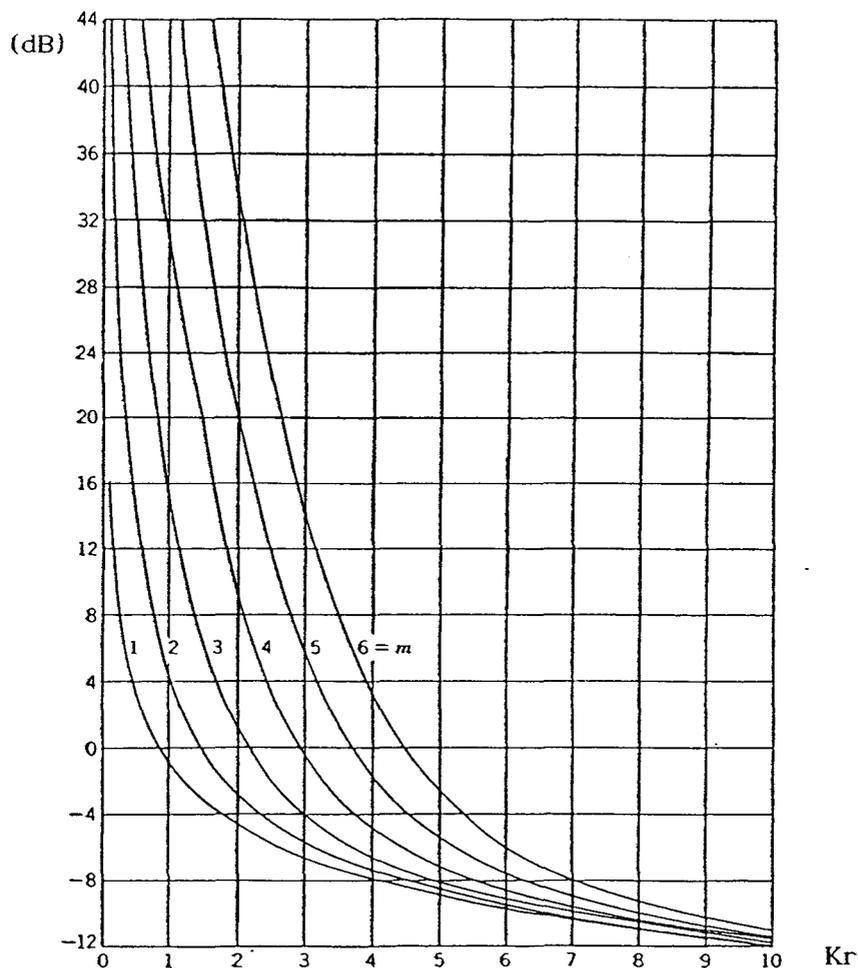


figure 1.11

La différence entre les ordonnées (figure 1.11) à Kr_0 et Kr donne le nombre de (dB) que l'on doit soustraire à l'intensité sonore à la surface d'un cylindre de rayon r_0 et de longueur infinie, qui vibre dans un champ libre à $2m$ pôles de déformation, pour obtenir l'intensité sonore au rayon r .

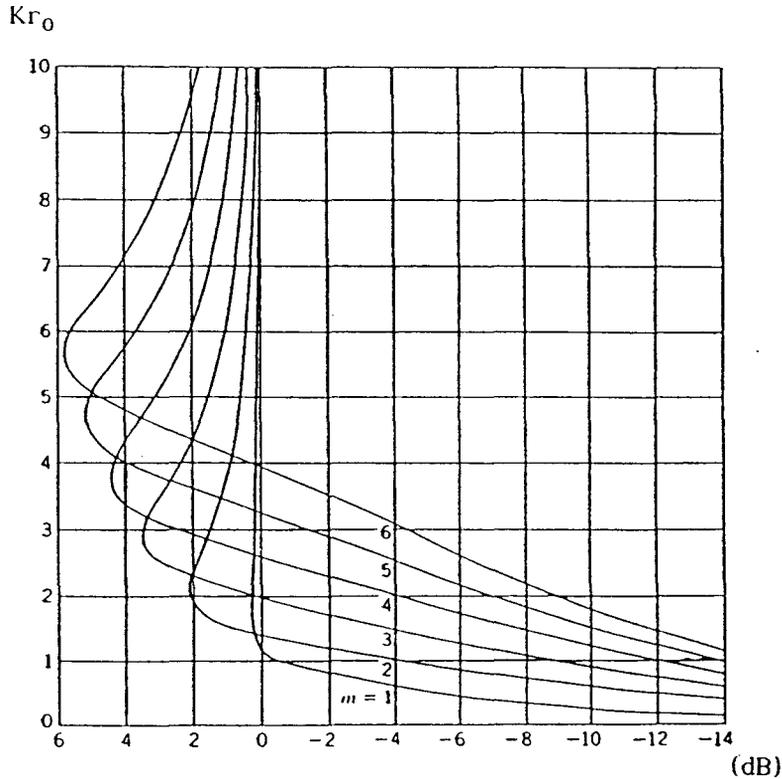


figure 1.12

Les ordonnées de la courbe de la figure 1.12 donnent le nombre de (dB) qui doit être additionné à l'intensité sonore produite par une onde plane de vibration pour obtenir l'intensité sonore créée par une vibration à $2m$ pôles de déformation de même amplitude crête qu'à la surface d'un cylindre de longueur infinie dans un espace libre.

II-4 Formules de bruit

Lors de la conception d'un moteur normal à induction on choisit un diamètre moyen D^s du noyau statorique d'environ $1.4D$. D'ordinaire, pour obtenir une densité de flux crête dans le noyau proche de 90% de celle dans la dent, on adopte la relation suivante :

$$h = \frac{D}{5p} \quad (1.206)$$

En introduisant cette expression dans la relation (1.196), il vient :

$$d = 3.57 \cdot 10^{-9} \hat{b}^2 \left(\frac{D}{p}\right)^4 (1.4)^3 \left(\frac{5p}{D}\right)^3$$

ce qui conduit à une expression très simple de d , donnée par :

$$d = 1.22 \cdot 10^{-6} \hat{b}^2 \frac{D}{p} \quad (\text{m}^{-1}) \quad (1.207)$$

Compte tenu de la relation (1.191) d doit être multiplié par le coefficient 1.78 pour p valant 1.

II-5 Exemple

Pour une génératrice de forte puissance à 2 pôles ($p=1$), 50Hz, de diamètre $D=1\text{m}$, l'utilisation de la relation (1.207), pour une induction \hat{b} valant 1.5T, conduit à :

$$d = 1.78 (1.22 \cdot 10^{-6})(1.5)^2 = 1.9 \cdot 10^{-6} \text{m}$$

Nous allons appliquer la procédure précédemment décrite pour calculer le bruit généré par l'onde de force de fréquence 100Hz à un rayon de 3m. Le diamètre extérieur du stator étant de 1.8m, il vient :

$$Kr_0 = 0.0183 \cdot 100 \frac{1.8}{2} = 1.65$$

$$Kr = 0.0183 \cdot 100 \cdot 3 = 5.5$$

$$m = 2$$

A partir de la relation (1.205) et des figures (1.11) et (1.12) nous pouvons déduire la valeur en (dB) de l'intensité sonore :

$$\begin{aligned} I &= 121 - 8 + 1.7 + 20 \log(78.8 \cdot 4.9 \cdot 10^{-6} \cdot 100) \\ &= 86.4 \text{ dB} \end{aligned}$$

En utilisant la courbe (A.2) figurant dans l'annexe le niveau acoustique correspondant à une intensité sonore de 86.4dB est d'environ 86dB.

Il est évident que le bruit fondamental à 100Hz peut être une cause de gêne considérable dans les machines de fortes puissances à 2 pôles. Ceci n'est pas le cas pour les moteur de puissances faibles où le bruit généré à 100 Hz est pratiquement inaudible à moins qu'une résonance mécanique ne survienne aux alentours de cette fréquence ou qu'il y ait une dissymétrie.

Pour lutter contre ce bruit important dans les machines puissantes il est courant de monter les noyaux statoriques de manière élastique de sorte que les vibrations au niveau du stator ne soient pas transmises au châssis.

Dans l'exemple précédent nous avons déterminé le niveau acoustique généré par une onde unique de l'induction correspondant au fondamental (50Hz). La même procédure peut être utilisée pour calculer le niveau de bruit engendré par chacune des composantes de l'induction et notamment celles générées par la denture. Il suffit pour cela d'avoir la fréquence et le nombre de pôles de l'onde d'induction considérée.

III- FREQUENCES DE RESONANCE

Lorsque l'on s'intéresse à l'aspect acoustique des gênes causées par le fonctionnement des machines électriques il est très important de vérifier les possibilités de résonances mécaniques qui, lorsqu'elles sont présentes, amplifient considérablement le bruit émis.

La formule générale qui donne la fréquence de résonance de toute structure physique est :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{d_0}} = \frac{0.5}{\sqrt{d_0}} \quad (\text{Hz}) \quad (1.208)$$

où :

g : accélération de la pesanteur (9.81m/s²),

d_0 : déformation (en m) due à une force, égale au poids de la structure, agissant dans la direction du mouvement vibratoire.

Dans notre cas la formule qui permet de déterminer la fréquence de résonance naturelle, dérivée de la théorie de l'élasticité, pour des vibrations d'un anneau avec une longueur périphérique fixée, est donnée par :

$$f = \frac{m(m^2-1)h}{\sqrt{3} \pi D^2 \sqrt{m^2+1}} \sqrt{\frac{gE}{\rho K_p}} \quad (1.209)$$

avec :

ρ : masse volumique (kg/m³) → (8034 pour l'acier),

K_p : rapport de poids entre le noyau avec les dents et le noyau seul.

En considérant la génératrice de l'exemple précédent ($p=1$, $m=2$, $h=0.2m$, $D^s=1.4m$) et en utilisant la relation (1.209), pour $K_p=1.25$, on trouve une valeur de f égale à 224Hz.

D'après la relation précédente, pour un nombre de pôles de déformation donné, la fréquence de résonance décroît de manière inversement proportionnelle au diamètre de la machine. Le produit fD tend ainsi à être constant. D'un autre côté, le nombre d'encoches par pôle et, par suite, les fréquences de denture qui lui sont affectées augmentent avec la taille de la machine. Pour les machines puissantes les fréquences de résonances, pour un nombre de pôles de déformation faible, se produisent en dessous des fréquences de denture, à la vitesse nominale.

Lors de l'accélération d'un moteur, de l'arrêt à sa vitesse nominale, on peut identifier les fréquences pour lesquelles on a une augmentation du bruit émis. Cependant le nombre de pôles de déformation des ondes de forces magnétiques augmente aussi en fonction du nombre pôles et d'encoches.

Les combinaisons des nombres d'encoches au stator et au rotor, habituellement utilisées pour la conception des machines, tendent à atténuer les vibrations aux alentours des fréquences de résonances.

A l'approche d'une résonance l'amplitude de la vibration augmente d'un facteur :

$$\frac{1}{1-(f/f_0)^2} \quad (1.210)$$

où f_0 est la fréquence de résonance.

A $f=f_0$ l'amplitude de la vibration n'est limitée que par les forces d'étouffement.

2ème PARTIE

BRUIT MAGNETIQUE ETUDE EXPERIMENTALE

Nous nous proposons au niveau de cette deuxième partie de vérifier les relations précédemment établies. Pour ce faire nous considérerons le cas d'une alimentation sinusoïdale de la machine. Nous avons, pour exposer les différents résultats, scinder cette présentation en trois chapitres.

Dans le premier chapitre, après avoir présenté la machine qui a servi à nos essais ainsi que les dispositifs de mesure, nous exploiterons, après les avoir simplifiées, les différentes relations qui conduisent aux ondes d'induction générées par le stator. Les vérifications expérimentales porteront sur les f.e.m. et les courants qu'elles engendrent au rotor. Nous y dresserons également un parallèle avec les résultats que l'on serait susceptible d'obtenir en supposant la machine idéale. Les modifications qui apparaissent au niveau du contenu harmonique de l'induction en fonction de la vitesse de rotation du rotor seront également analysées.

Le second chapitre sera consacré à la détermination du contenu harmonique de l'induction engendrée par le rotor. Nous procéderons ensuite à une synthèse des résultats visant à dissocier parmi les composantes secondaires celles qui sont à l'origine du phénomène de réaction d'induit. Les vérifications expérimentales porteront sur les harmoniques des courants primaires générées par les composantes qui ne participent pas au phénomène ci-dessus cité.

La détermination quantitative des forces radiales et du bruit magnétique feront l'objet du troisième chapitre. Cette étude nécessitera au préalable de caractériser en amplitude et en phase les ondes d'induction résultantes dans l'entrefer.

EFFETS GENERES PAR LE STATOR

I- PRESENTATION DE LA MACHINE

I-1 Caractéristiques électriques

Pour vérifier les relations établies dans la première partie, nous avons procédé à de nombreux essais sur différents types de machines. Les résultats que nous allons présenter sont relatifs à une machine asynchrone à rotor bobiné, 4 pôles, ayant les caractéristiques suivantes :

5.5kW, 50Hz, 1420tr/mn
Stator 220V/380V, 21.5A/12.5A
Rotor 110V, 30.5A

Le stator et le rotor sont couplés en étoile. Les essais ont permis de mesurer :

- la résistance r^s d'une phase statorique : $r^s = 0.562\Omega$
- la résistance r^r d'une phase rotorique : $r^r = 0.138\Omega$
- la valeur moyenne du rapport de transformation m mesuré à l'arrêt (rotor ouvert) $m = V^s/E^r = 3.38$
- l'inductance totale de fuites ramenée au primaire $x^s+m^2x^r = 4.29\Omega$

I-2 Circuit magnétique

Les nombres d'encoches par pôle et par phase étant $m^s=3$ pour le stator et $m^r=2$ pour le rotor, les quantités N^s et N^r (nombres d'encoches par paire de pôles au primaire et au secondaire) valent respectivement 18 et 12.

Il n'a pas été possible de déterminer les quantités z^s et z^r de sorte que pour présenter nos résultats nous utiliserons des valeurs relatives.

Nous avons représenté à la figure 2.1 la forme géométrique des encoches primaires et secondaires. Les différentes dimensions y sont également précisées.

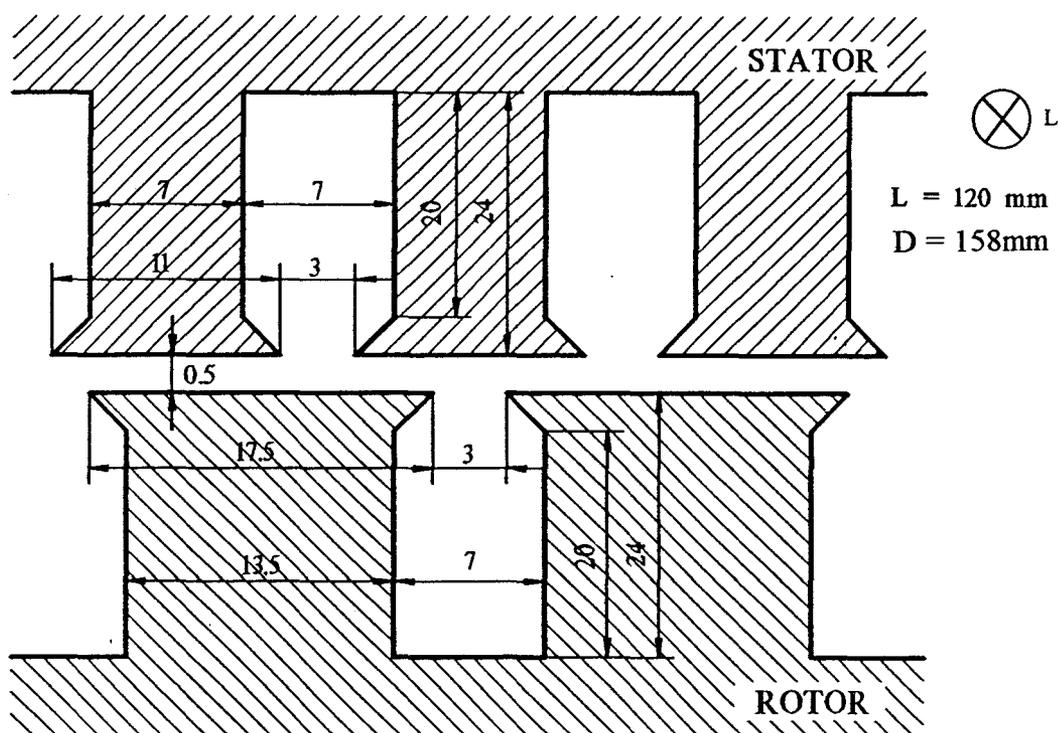


figure 2.1

Ce modèle d'encoche fait apparaître un paramètre supplémentaire lié au choix des valeurs à attribuer à r_d^s et r_d^r [35]. En effet si l'on convient de retenir une largeur de dent égale à :

- 7mm pour le stator,
- 13.5mm pour le rotor,

r_d^s et r_d^r auront pour valeurs : $r_d^s = 0.5$, $r_d^r = 0.66$.

Par contre si l'on prend comme largeur de dent :

- 11mm pour le stator,
- 17.5mm pour le rotor,

les valeurs correspondantes de r_d^s et r_d^r seront : $r_d^s = 0.785$, $r_d^r = 0.85$.

Il est également possible d'attribuer aux largeurs des dents des valeurs intermédiaires. Pour éviter que cette étude ne repose sur un choix aléatoire des valeurs attribuées à ces quantités, nous allons considérer celles-ci comme des variables et nous supposerons, lorsque r_d^s varie de 0.5 à 0.785, que r_d^r évolue proportionnellement de 0.66 à 0.85. Il en résulte que l'étude qui a recours aux profondeurs fictives d'encoche nécessite, lorsqu'on modifie r_d^s , d'adapter les valeurs de p^s et p^r .

Nous conviendrons de calculer, dans le cas général, les différents coefficients en faisant varier k_s et k_r de 1 à 100 et h^s de 1 à 99.

Les relations (1.48) qui caractérisent les coefficients qui interviennent dans l'expression (1.47) de la perméance d'entrefer peuvent encore s'écrire :

$$\left. \begin{aligned}
 \mathcal{P}_0 &= K A_0 \\
 \mathcal{P}_{ks} &= K A_s \frac{1}{k_s} \sin(k_s r_d^s \pi) \\
 \mathcal{P}_{kr} &= K A_r \frac{1}{k_r} \sin(k_r r_d^r \pi) \\
 \mathcal{P}_{kskr} &= K A_{sr} \frac{1}{k_s} \sin(k_s r_d^s \pi) \frac{1}{k_r} \sin(k_r r_d^r \pi)
 \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

Nous avons représenté à la figure (2.2) les lois d'évolution de A_0 , A_s , A_r et A_{sr} en fonction de r_d^s (et donc de r_d^r).

Pour une machine idéale les coefficients A_s , A_r et A_{sr} sont nuls. \mathcal{P}_0 prend la valeur :

$$\mathcal{P}_0 = K A_0'$$

avec, en prenant comme épaisseur d'entrefer la valeur non corrigée : $e=0.5\text{mm}$,

$$A_0'=2000$$

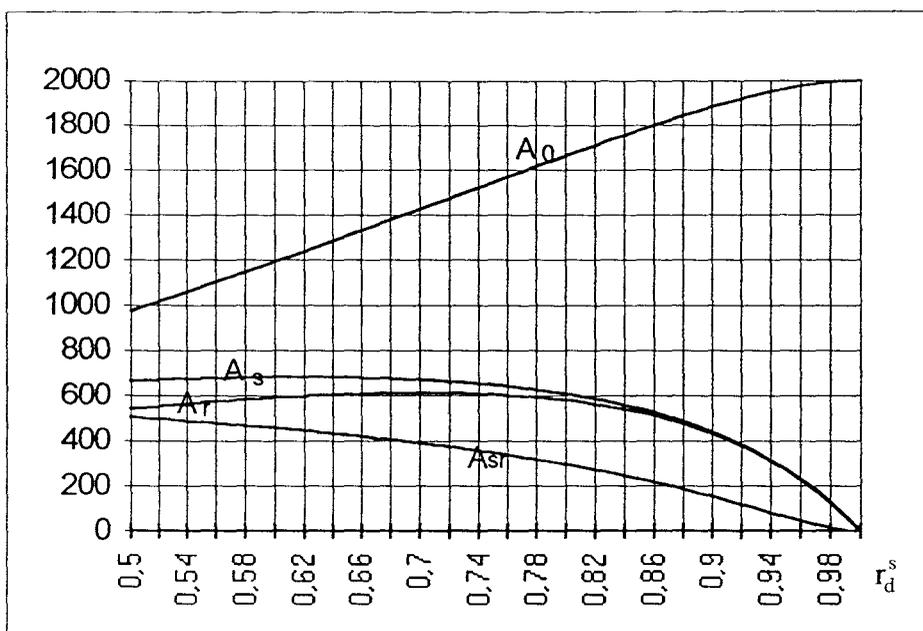


figure 2.2

II- DISPOSITIFS DE MESURE

Les relevés des tensions et des courants ont été effectués à l'aide d'un oscilloscope numérique PHILIPS du type PM 3394, de fréquence d'échantillonnage 200MHz, qui permet d'obtenir le spectre des fréquences (FFT) des signaux appliqués sur ses entrées. Les amplitudes des raies présentes sur ce spectre sont données en dB par rapport au fondamental pris comme référence.

Ces mêmes spectres, afin de palier aux éventuelles imprécisions de mesures, ainsi que tous ceux qui sont relatifs aux niveaux de bruit ont également été relevés en utilisant un analyseur de spectre du type 2035, de la société Brüel & Kjaer ayant une bande passante de 100kHz et une dynamique de 120dB.

Le microphone utilisé pour relever les signaux acoustiques (bruit de la machine) est un microphone à condensateur du type 4135, 1/4 de pouce de sensibilité 3.55mV/Pa (Pa : Pascal) de la société Bruël & Kjaer.

III- COMPOSANTES DE L'INDUCTION GENEREES PAR LE STATOR

Après avoir simplifié les différentes expressions qui conduisent aux composantes de l'induction engendrées par le stator, en supposant celui-ci alimenté par un système triphasé équilibré de courants sinusoïdaux ($n^s=1$), nous procéderons à la détermination numérique de celles-ci. Les résultats obtenus seront ensuite comparés à ceux calculés en négligeant l'effet d'ouverture des encoches caractérisé uniquement par la présence d'harmoniques d'espace. Nous analyserons également les effets de la rotation sur certaines composantes de l'induction.

III-1 f.m.m. primaire

En adoptant pour origine des temps l'instant qui coïncide avec le passage par un maximum du courant dans la phase I du stator le système triphasé des courants absorbés est donné par (1.111) avec :

$$I_{n^s}^s = I_1^s \quad \text{et} \quad \varphi_{n^s}^{s'} = \varphi_1^{s'} = 0$$

Compte tenu de la définition des quantités $\mu^{s'}$ et $\mu^{s''}$ donnée par (1.68) et des valeurs possibles de h^s on en déduit (relations (1.78) et (1.79)) que :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}^{s'}(1, h^s) &= 9 \quad \text{pour} \quad h^s = 5, 11, 17... \\ \mathcal{F}^{s''}(1, h^s) &= 9 \quad \text{pour} \quad h^s = 1, 7, 13, 19... \\ \xi_{1, h^s}^{s'} &= \xi_{1, h^s}^{s''} = k2\pi \end{aligned}$$

Il en résulte (relation 1.114) que :

$$\varepsilon_1^s(\alpha) = \sum_{h^s} \left[\varepsilon_{1, h^s}^{s'}(\alpha) + \varepsilon_{1, h^s}^{s''}(\alpha) \right]$$

avec, compte tenu des différentes simplifications, :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1, h^s}^{s'}(\alpha) &= 9\hat{\varepsilon}_{1, h^s}^s \cos(\omega t + h^s p \alpha) \quad \text{avec} \quad h^s = 5, 11, 17... \\ \varepsilon_{1, h^s}^{s''}(\alpha) &= 9\hat{\varepsilon}_{1, h^s}^s \cos(\omega t - h^s p \alpha) \quad \text{avec} \quad h^s = 1, 7, 13, 19... \end{aligned}$$

$\hat{\varepsilon}_{1,h^s}^s$ étant donné (relation 1.112) par :

$$\hat{\varepsilon}_{1,h^s}^s = \frac{\sqrt{2}}{6} I_1^s A_{h^s}^s$$

et $A_{h^s}^s$ se déduisant des relations (1.56), (1.55), (1.53) et (1.52).

Il en résulte, si l'on considère les composantes de f.m.m., que pour une valeur donnée de h^s on a soit les composantes d'indice prime soit celles d'indice seconde. Cette remarque est également valable pour les composantes d'induction données par les relations (1.116) à (1.118).

III-2 Composantes de l'induction indépendantes de la vitesse

III-2-1 Expressions analytiques

Considérons les composantes de l'induction indépendantes de la vitesse données par les relations (1.116) et (1.117). Celles-ci, compte tenu des notations utilisées et du fait que les phases ($\xi_{1,h^s}^{s'}$ ou $\xi_{1,h^s}^{s''}$) sont des multiples entiers de 2π et en posant $K' = K(3\sqrt{2}/2)$, peuvent encore s'écrire :

- pour $h^s \in H^{s'}$ avec $H^{s'} = \{5, 11, 17, \dots\}$

$$b_{1,h^s_0}^{s'}(\alpha) = K' I_1^s A_{h^s}^s A_0 \cos[\omega t + h^s p \alpha]$$

$$b_{1,h^s_{ks^+}}^{s'}(\alpha) = \frac{K'}{2} I_1^s A_{h^s}^s A_s \cos[\omega t + (h^s + k_s N^s) p \alpha] \frac{1}{k_s} \sin(k_s r_d^s \pi)$$

$$b_{1,h^s_{ks^-}}^{s'}(\alpha) = \frac{K'}{2} I_1^s A_{h^s}^s A_s \cos[\omega t + (h^s - k_s N^s) p \alpha] \frac{1}{k_s} \sin(k_s r_d^s \pi)$$

- pour $h^s \in H^{s''}$ avec $H^{s''} = \{1, 7, 13, \dots\}$

$$b_{1,h^s_0}^{s''}(\alpha) = K' I_1^s A_{h^s}^s A_0 \cos[\omega t - h^s p \alpha]$$

$$b_{1,h^s_{ks^+}}^{s''}(\alpha) = \frac{K'}{2} I_1^s A_{h^s}^s A_s \cos[\omega t - (h^s - k_s N^s) p \alpha] \frac{1}{k_s} \sin(k_s r_d^s \pi)$$

$$b_{1,h^s_{ks^-}}^{s''}(\alpha) = \frac{K'}{2} I_1^s A_{h^s}^s A_s \cos[\omega t - (h^s + k_s N^s) p \alpha] \frac{1}{k_s} \sin(k_s r_d^s \pi)$$

Lorsqu'on procède au regroupement, comme ces composantes sont toutes en phase, les ondes d'induction résultantes données par (1.121) qui dans ces conditions s'écrivent :

$$\left. \begin{aligned} b_{1,h^s}^{s-}(\alpha) &= \hat{b}_{1,h^s}^{s-} \cos(\omega t + h^s p \alpha) \quad \text{pour } h^s \in H^{s'} \\ b_{1,h^s}^{s+}(\alpha) &= \hat{b}_{1,h^s}^{s+} \cos(\omega t - h^s p \alpha) \quad \text{pour } h^s \in H^{s''} \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

se déterminent en sommant algébriquement les différentes amplitudes. On en déduit, compte tenu de (1.119) et (1.120), les relations qui conduisent aux quantités \hat{b}_{1,h^s}^{s-} et \hat{b}_{1,h^s}^{s+} :

$$\left. \begin{aligned} \hat{b}_{1,h^s}^{s-} &= K' I_1^s \left\{ A_{h^s}^s A_0 + \frac{1}{2} A_s \sum_{ks=1}^{\infty} \mathcal{J}_{ks}^- \frac{1}{ks} \sin(ks r_d^s \pi) \right\} \quad \text{pour } h^s \in H^{s'} \\ \hat{b}_{1,h^s}^{s+} &= K' I_1^s \left\{ A_{h^s}^s A_0 + \frac{1}{2} A_s \sum_{ks=1}^{\infty} \mathcal{J}_{ks}^+ \frac{1}{ks} \sin(ks r_d^s \pi) \right\} \quad \text{pour } h^s \in H^{s''} \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{J}_{ks}^- &= \left[\begin{array}{ccc} A_{h^s}^s & + & A_{h^s}^s & + & A_{h^s}^s \\ h^s = h^s - ks N^s & & h^s = h^s + ks N^s & & h^s = -h^s + ks N^s \\ (h^s > 0) & & & & (h^s > 0) \end{array} \right] \\ \mathcal{J}_{ks}^+ &= \left[\begin{array}{ccc} A_{h^s}^s & + & A_{h^s}^s & + & A_{h^s}^s \\ h^s = -h^s + ks N^s & & h^s = h^s + ks N^s & & h^s = h^s - ks N^s \\ (h^s > 0) & & & & (h^s > 0) \end{array} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

Il convient de s'assurer, avant de procéder à l'application numérique, que la condition $h^s > 0$ est suffisante. En effet, considérons la quantité \mathcal{J}_{ks}^- . Cette quantité est définie pour $h^s \in H^{s'}$. Comme les deux premiers termes sont relatifs aux composantes d'indice prime de l'induction, les valeurs de h^s correspondantes doivent appartenir à l'ensemble $H^{s'}$. En ce qui concerne le troisième terme, il est généré par une composante d'indice seconde de l'induction et par conséquent h^s doit appartenir à l'ensemble $H^{s''}$.

Les valeurs de h^s appartenant à l'ensemble $H^{s'}$ sont donnés par $h^s = 6k^s - 1$ avec k^s compris entre 1 et ∞ .

- Comme la quantité $k_s N^s$ est encore égale à $6k_s m^s$ la valeur de h^s relative au premier terme de $\mathcal{Y}_{k_s}^-$ peut encore s'écrire :

$$h^s = 6(k^s - k_s m^s) - 1$$

soit :

$$h^s = 6K^s - 1$$

Pour $K^s > 0$ h^s appartient bien à l'ensemble H^s .

- Si l'on considère le second terme de $\mathcal{Y}_{k_s}^-$ la même procédure conduit à :

$$h^s = 6(k^s + k_s m^s) - 1$$

Dans ce cas encore h^s appartient bien à l'ensemble H^s .

- Pour le troisième terme de $\mathcal{Y}_{k_s}^-$ il vient :

$$h^s = 6(k^s - k_s m^s) + 1$$

et dans ce cas h^s appartient H^s .

Il en résulte donc que la condition $h^s > 0$ est suffisante pour procéder à la détermination de $\mathcal{Y}_{k_s}^-$. Une analyse identique montre que cette condition est également suffisante pour la détermination de $\mathcal{Y}_{k_s}^+$.

En remarquant que les expressions de $\mathcal{Y}_{k_s}^-$ et $\mathcal{Y}_{k_s}^+$ sont identiques il est possible de simplifier l'écriture des différentes relations. On obtient successivement :

$$\left. \begin{aligned} b_{1,h^s}^s(\alpha) &= \hat{b}_{1,h^s}^s \cos(\omega t + h^s p \alpha) \quad \text{pour } h^s \in H^s \\ b_{1,h^s}^s(\alpha) &= \hat{b}_{1,h^s}^s \cos(\omega t - h^s p \alpha) \quad \text{pour } h^s \in H^s \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

avec :

$$\hat{b}_{1,h^s}^s = K' I_1^s \left\{ A_{h^s}^s A_0 + \frac{1}{2} A_s \sum_{k_s=1}^{\infty} \mathcal{Y}_{k_s} \frac{1}{k_s} \sin(k_s r_d^s \pi) \right\} \quad (2.6)$$

et

$$\mathcal{Y}_{k_s} = \left[\begin{array}{ccc} A_{h^s}^s & + & A_{h^s}^s & + & A_{h^s}^s \\ h^s = h^s - k_s N^s & & h^s = h^s + k_s N^s & & h^s = -h^s + k_s N^s \\ (h^s > 0) & & & & (h^s > 0) \end{array} \right] \quad (2.7)$$

III-2-2 Application numérique

L'expression de $A_{h^s}^s$, en considérant les relations (1.56), (1.55), (1.53) et (1.52), s'écrit :

$$A_{h^s}^s = \frac{\sin(m^s h^s p \lambda^s / 2)}{m^s \sin(h^s p \lambda^s / 2)} (-1)^{(h^s-1)/2} \frac{2z^s}{\pi h^s} \frac{\sin(h^s \pi r_d^s / N^s)}{h^s \pi r_d^s / N^s}$$

Comme $\lambda^s = 2\pi / p N^s$ et que $N^s = 6m^s$ la quantité $p \lambda^s / 2$ est encore égale à $\pi / 6m^s$. Cela permet de retrouver [2], en ce qui concerne le coefficient de bobinage, une propriété intéressante à savoir que celui-ci est indépendant du nombre de paires de pôles et d'autre part de simplifier l'expression précédente qui, en posant :

$$B_{h^s}^s = \frac{(-1)^{(h^s-1)/2}}{h^s} \frac{\sin(h^s \pi / 6)}{\sin(h^s \pi / 6m^s)} \frac{\sin(h^s \pi r_d^s / N^s)}{h^s r_d^s} \quad (2.8)$$

s'écrit :

$$A_{h^s}^s = \frac{12z^s}{\pi^2} B_{h^s}^s \quad (2.9)$$

Lorsque l'ouverture des encoches est ignorée il suffit de substituer π / N^s à $\sin(h^s \pi r_d^s / N^s) / h^s r_d^s$.

En posant :

$$K_1^{s''} = \frac{K' 12z^s I_1^s}{\pi^2} = \frac{K 18 \sqrt{2} z^s I_1^s}{\pi^2} \quad (2.10)$$

l'expression (2.6) de \hat{b}_{1,h^s}^s s'écrit :

$$\hat{b}_{1,h^s}^s = K_1^{s''} \left\{ B_{h^s}^s A_0 + \frac{1}{2} A_s \sum_{ks=1}^{\infty} S_{ks} \frac{1}{ks} \sin(ks r_d^s \pi) \right\} \quad (2.11)$$

S_{ks} étant obtenu en remplaçant dans l'expression (2.7) de \mathcal{J}_{ks} les quantités $A_{h^s}^s$ par $B_{h^s}^s$ définies par (2.8).

Compte tenu du fait que nous n'avons pas pu mesurer la quantité z^s nous allons déterminer les valeurs numériques des valeurs réduites $\hat{b}_{1,h^s}^s / K_1^{s''}$ notées \hat{b}_{1,h^s}^s . Les calculs seront effectués en donnant à ks toutes les valeurs comprises entre 1 et 100.

III-2-2-1 Fondamental

● Le calcul de $\hat{\mathcal{L}}_{1,h^s}^s$ pour $h^s=1$ conduit à déterminer la valeur réduite de l'amplitude du fondamental $\hat{\mathcal{L}}_{1,1}^s$.

Nous avons représenté à la figure 2.3 la loi d'évolution de $\hat{\mathcal{L}}_{1,1}^s$ en fonction de r_d^s .

Pour une machine idéale l'expression de $\hat{\mathcal{L}}_{1,1}^s$ se simplifie. Elle s'écrit :

$$\hat{\mathcal{L}}_{1,1}^s = B_1^s A_0^s$$

avec :

$$B_1^s = \frac{\pi}{N^s} \frac{\sin(\pi/6)}{\sin(\pi/6m^s)}$$

soit :

$$\hat{\mathcal{L}}_{1,1}^s \# 1005$$

On note donc, relativement à une machine dont l'entrefer est supposé d'épaisseur constante, une nette diminution d'amplitude, au niveau de la composante fondamentale de l'induction engendrée par le stator. celle-ci est de 18.5% pour $r_d^s = 0.785$ et de 52% pour $r_d^s = 0.5$.

Cette variation d'amplitude est due d'une part aux harmoniques de perméance et d'autre part à la perturbation engendrée par l'ouverture des encoches sur la loi d'évolution des f.m.m. partielles générées par chacune des sections (variation linéaire de la f.m.m. sur l'intervalle correspondant à l'ouverture d'une encoche).

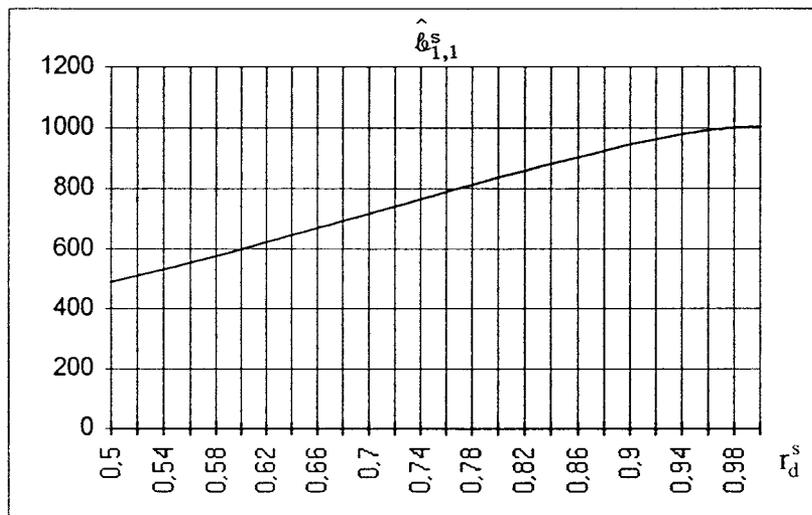


figure 2.3

Pour apprécier la contribution de chacun de ces effets nous avons procédé à la détermination de cette valeur réduite en utilisant l'expression (2.9) mais en donnant à Γ_{h^s} la valeur 1 (ce qui revient à substituer dans (2.8) π/N^s à la quantité $\sin(h^s \pi r_d^s / N^s) / h^s r_d^s$). Les valeurs ainsi obtenues ne présentent pas de différences significatives avec celles précédemment calculées. A titre d'indication précisons que pour $r_d^s = 0.785$ la composante principale, liée à $B_1^s A_0$ est égale à 819 alors que les termes secondaires (fonction de A_s) conduisent, suite aux sommations, à une quantité de l'ordre de l'unité.

Cela signifie que pour simplifier les calculs il est possible de négliger les variations de ε (variation linéaire) sur l'intervalle d'ouverture des encoches.

III-2-2-2 Harmoniques

Nous avons calculé, en prenant en compte l'effet de denture, les quantités \hat{b}_{1,h^s}^s . Les valeurs obtenues, ramenées à l'amplitude du fondamental, notées Δ_{1,h^s}^s :

$$\Delta_{1,h^s}^s = \frac{\hat{b}_{1,h^s}^s}{\hat{b}_{1,1}^s} = \frac{\hat{b}_{1,h^s}^s}{\hat{b}_{1,1}^s} \quad (2.12)$$

sont, pour $r_d^s = 0.785$ et pour les valeurs de h^s qui conduisent à des quantités supérieures à 1%, données dans le tableau 2.1.

Nous avons également fait figurer dans ce tableau les valeurs des quantités $B_{h^s}^s$ (composante principale) ainsi que le résultat, noté tout simplement \sum_{k_s} , de la sommation sur k_s (composante secondaire). Le signe - qui figure devant certaines valeurs précise qu'il est, au niveau du terme correspondant, nécessaire d'introduire un déphasage de π .

L'analyse du tableau 2.1 montre que, si les "termes secondaires" sont négligeables face aux "termes principaux" pour le fondamental et pour les harmoniques de rang 5 et 7, il n'en est plus de même pour les harmoniques de rang élevé où les rôles sont inversés (termes secondaires supérieurs aux termes principaux).

Pour faire suite à la remarque 1 formulée dans le paragraphe II-2-3 de la première partie nous avons calculé pour cette valeur de r_d^s l'influence des composantes secondaires sur la composition des champs. Ces valeurs données en % sont celles qui figurent entre parenthèses dans le tableau 2.1.

A titre de comparaison nous avons, dans le tableau 2.2, donné les valeurs de Δ_{1,h^s}^s exprimées en % calculées pour une machine dont l'entrefer est supposé d'épaisseur constante. Ces valeurs relatives sont obtenues en adoptant pour $\hat{b}_{1,1}^s$ la valeur calculée dans les mêmes conditions ($\hat{b}_{1,1}^s=1005$).

On s'aperçoit dans ce cas qu'il y a, pour certaines valeurs élevées de h^s , un écart notable avec les valeurs précédemment calculées. Ces valeurs sont, pour une machine à entrefer supposé constant, plus faibles.

h^s	$B_{h^s}^s$	\sum_{k^s}	Δ_{1,h^s}^s (%)
1	0.5024	0.0014 (0.05)	100
5	0.0226	0.0016 (1.3)	4.6
7	0.0131	0.0019 (2.7)	2.7
11	0.0082	0.0040 (8.5)	1.9
13	0.0084	0.0073 (14.3)	2.2
17	0.0276	0.1599 (52.6)	17.6
19	-0.0243	0.1527 (593)	6.7
⋮	⋮	⋮	⋮
35	-0.0106	-0.1161 (67.7)	-10.9
37	0.0096	-0.1272 (165)	-7.7
⋮	⋮	⋮	⋮
53	0.0044	0.0655 (74)	5.8
55	-0.0039	0.0837 (132)	5.5
⋮	⋮	⋮	⋮
71	-0.0012	-0.0176 (73.8)	-1.5
73	0.0010	-0.0352 (117)	-2.4

tableau 2.1

h^s	Δ_{1,h^s}^s (%)
1	100
5	4.5
7	2.6
11	1.7
13	1.7
17	5.9
19	-5.3
⋮	⋮
35	-2.9
37	2.7
⋮	⋮
53	1.9
55	-1.8
⋮	⋮
71	-1.4
73	1.4

tableau 2.2

Pour analyser l'influence de l'ouverture des encoches sur ces composantes d'induction nous avons représenté à la figure 2.4 la loi d'évolution de leurs valeurs relatives en fonction de r_d^s pour les termes les plus significatifs (la valeur de référence $\hat{\phi}_{1,1}^s$ évolue également en fonction de ce paramètre).

Ces courbes suscitent plusieurs remarques :

- Pour les harmoniques 5, 7, 11, 13, 23 et 25 ces valeurs sont pratiquement indépendantes de r_d^s , ce qui signifie que ce sont les harmoniques d'espace qui sont essentiellement à l'origine de ces composantes d'induction.
- les termes prépondérants (notamment pour les faibles valeurs de r_d^s) correspondant à $h^s = 17$ et $h^s = 19$. soit à $h^s = N^s \pm 1$. Ces quantités augmentent lorsque r_d^s diminue.
- Les autres composantes qui présentent des valeurs significatives sont obtenues pour :

$$h^s = 2N^s \pm 1 \quad (h^s = 35, 37)$$

$$h^s = 3N^s \pm 1 \quad (h^s = 53, 55)$$

$$h^s = 4N^s \pm 1 \quad (h^s = 71, 73)$$

leur loi d'évolution en fonction de r_d^s est plus complexe (allure d'une sinusoïde amortie).

INDUCTIONS INDEPENDANTES DE g $\Delta_{1,h^s}^s(r_d^s)$ (%)
 (paramètre h^s)

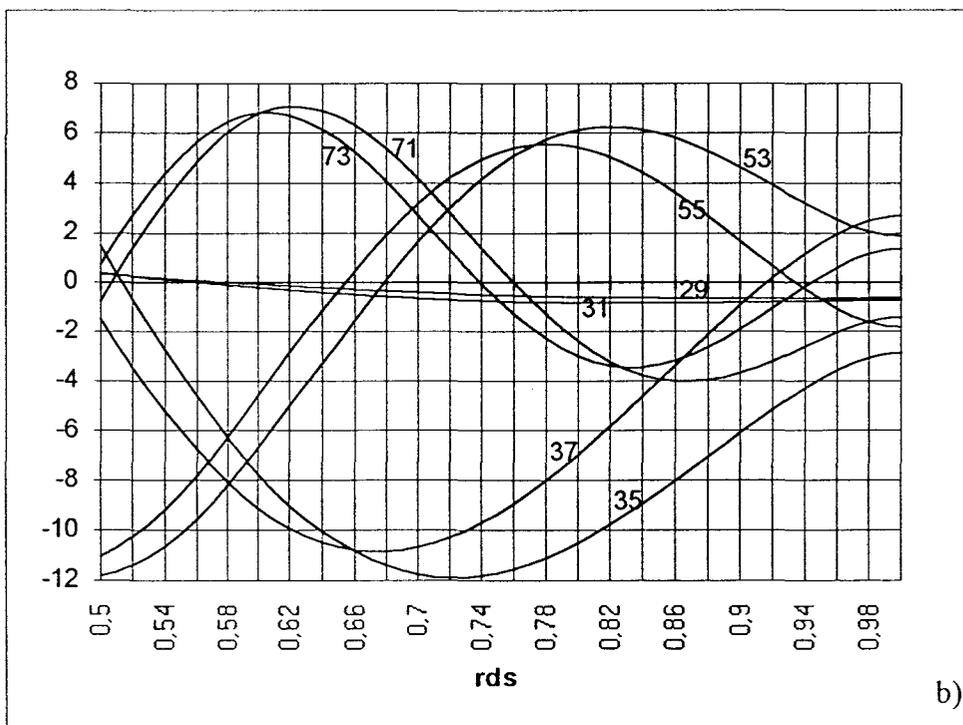
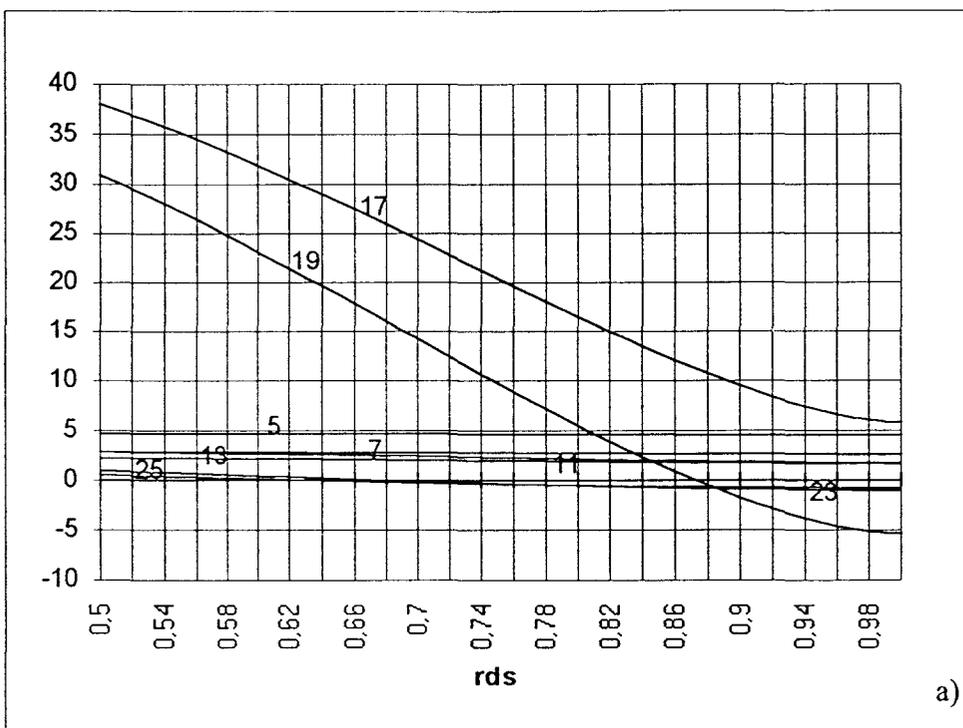


figure 2.4

III-3 Composantes de l'induction dépendantes de la vitesse

III-3-1 Expressions analytiques

Ces composantes, données par (1.118), peuvent dans ce cas encore s'écrire :

$$b_{1,h^s_{kskr}}^{s'}(\alpha, \theta) = \frac{K'}{4} I_1^s A_h^s A_{sr} \frac{1}{k_s} \sin(k_s r_d^s \pi) \frac{1}{k_r} \sin(k_r r_d^r \pi) \left\{ \begin{aligned} & \cos \left[(1-(1-g)k_r N^r) \omega t + (h^s + k_s N^s + k_r N^r) p \alpha - p k_r N^r \theta_0 \right] \\ & + \cos \left[(1+(1-g)k_r N^r) \omega t + (h^s - k_s N^s - k_r N^r) p \alpha + p k_r N^r \theta_0 \right] \end{aligned} \right\}$$

pour $h^s \in H^{s'}$.

$$b_{1,h^s_{kskr}}^{s''}(\alpha, \theta) = \frac{K'}{4} I_1^s A_h^s A_{sr} \frac{1}{k_s} \sin(k_s r_d^s \pi) \frac{1}{k_r} \sin(k_r r_d^r \pi) \left\{ \begin{aligned} & \cos \left[(1-(1-g)k_r N^r) \omega t - (h^s - k_s N^s - k_r N^r) p \alpha - p k_r N^r \theta_0 \right] \\ & + \cos \left[(1+(1-g)k_r N^r) \omega t - (h^s + k_s N^s + k_r N^r) p \alpha + p k_r N^r \theta_0 \right] \end{aligned} \right\}$$

pour $h^s \in H^{s''}$.

Dans ce cas encore, comme les regroupements s'effectuent à h^s et k_r donnés, toutes les composantes correspondantes sont en phase de sorte que les quantités $\xi_{n^s, h^s_{kr+}}^{s-}$, $\xi_{n^s, h^s_{kr-}}^{s-}$, $\xi_{n^s, h^s_{kr+}}^{s+}$ et $\xi_{n^s, h^s_{kr-}}^{s+}$ qui figurent dans les relations (1.126) sont nulles. Il en résulte que ces expressions s'écrivent :

• pour $h^s \in H^{s'}$:

$$\left. \begin{aligned} b_{1,h^s_{kr+}}^{s-}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{1,h^s_{kr+}}^{s-} \cos \left[(1-(1-g)k_r N^r) \omega t + (h^s + k_r N^r) p \alpha - p k_r N^r \theta_0 \right] \\ b_{1,h^s_{kr-}}^{s-}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{1,h^s_{kr-}}^{s-} \cos \left[(1+(1-g)k_r N^r) \omega t + (h^s - k_r N^r) p \alpha + p k_r N^r \theta_0 \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.13)$$

• pour $h^s \in H^{s''}$:

$$\left. \begin{aligned} b_{1,h^s_{kr+}}^{s+}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{1,h^s_{kr+}}^{s+} \cos \left[(1-(1-g)k_r N^r) \omega t - (h^s - k_r N^r) p \alpha - p k_r N^r \theta_0 \right] \\ b_{1,h^s_{kr-}}^{s+}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{1,h^s_{kr-}}^{s+} \cos \left[(1+(1-g)k_r N^r) \omega t - (h^s + k_r N^r) p \alpha + p k_r N^r \theta_0 \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.14)$$

Pour déterminer les amplitudes des ondes résultantes il suffit de sommer les amplitudes des composantes élémentaires. De façon générale, compte tenu des relations (1.122) à (1.125), il vient :

$$\hat{b}_{1,h^s_{kr}}^s = \frac{K'I_1^s}{2} \frac{1}{kr} \sin(krr_d^s \pi) \left\{ A_{h^s}^s A_r + \frac{1}{2} A_{sr} \sum_{ks=1}^{\infty} \mathcal{P}'_{ks} \frac{1}{ks} \sin(ksr_d^s \pi) \right\} \quad (2.15)$$

En développant les quantités \mathcal{P}'_{ks} on s'aperçoit que celles-ci conduisent à des expressions identiques quelle que soit la composante d'induction considérée :

$$\mathcal{P}'_{ks} = \left[\begin{array}{ccc} A_{h^s}^s & + & A_{h^s}^s & + & A_{h^s}^s \\ h^{s'} = h^s - ksN^s & & h^{s'} = h^s + ksN^s & & h^{s'} = -h^s + ksN^s \\ (h^{s'} > 0) & & & & (h^{s'} > 0) \end{array} \right] \quad (2.16)$$

Il est également possible dans chaque cas de vérifier que la condition $h^{s'} > 0$ est suffisante.

Compte tenu de ces remarques les quantités $\hat{b}_{1,h^s_{kr+}}^s$, $\hat{b}_{1,h^s_{kr-}}^s$, $\hat{b}_{1,h^s_{kr+}}^s$ et $\hat{b}_{1,h^s_{kr-}}^s$ peuvent être définies par une relation unique. celle-ci est donnée par (2.15).

Si l'on compare les relations (2.16) et (2.7) on s'aperçoit qu'elles sont identiques, donc :

$$\mathcal{P}'_{ks} = \mathcal{P}_{ks} \quad (2.17)$$

Il en résulte que, pour obtenir les quantités $\hat{b}_{1,h^s_{kr}}^s$ il suffit de substituer dans la relation (2.6), qui donne \hat{b}_{1,h^s}^s , A_r à A_0 et A_{sr} à A_s et d'introduire au niveau de la quantité $K'I_1^s$ un coefficient multiplicateur supplémentaire égal à $(1/2kr)\sin(krr_d^s \pi)$.

Il est également possible, en adoptant la même procédure d'utiliser, pour définir la quantité $\hat{b}_{1,h^s_{kr}}^s$, la relation (2.11) :

$$\hat{b}_{1,h^s_{kr}}^s = K_1^{s''} \frac{1}{2kr} \sin(krr_d^s \pi) \left\{ B_{h^s}^s A_r + \frac{1}{2} A_{sr} \sum_{ks=1}^{\infty} S_{ks} \frac{1}{ks} \sin(ksr_d^s \pi) \right\} \quad (2.18)$$

III-3-2 Applications numériques

Comme précédemment nous allons calculer les valeurs réduites $\hat{\ell}_{1,h^s_{kr}}^s$, définies de la même façon que $\hat{\ell}_{1,h^s}^s$, puis ramener ces quantités à $\hat{\ell}_{1,1}^s$. Soient $\Delta_{1,h^s_{kr}}^s$ les valeurs relatives ainsi obtenues. En convenant dans ce cas également de ne prendre en compte ces valeurs que si elles présentent une valeur supérieure à 10^{-2} il est possible de réduire la plage de variation de kr . Pour cette justification nous allons supposer que $r_d^s = 0.785$.

a) La procédure définie précédemment qui permet de calculer les grandeurs cherchées précise qu'il faut multiplier le terme relatif à la composante principale $B_{h^s}^s$ non plus par A_0 mais par A_r . On réduit donc la valeur correspondante dans un rapport # 2.7. Pour ce qui est du terme secondaire on réduit sa valeur dans un rapport # 2 puisqu'il faut à présent multiplier la quantité \sum_{ks} par A_{sr} . Dans le cas le plus défavorable, indépendamment du coefficient multiplicateur $(1/2kr)\sin(krr_d^s\pi)$, toutes les valeurs qui figurent dans le tableau 2.1 seront divisées par 2.

b) Considérons à présent le terme multiplicateur $(1/2kr)\sin(krr_d^s\pi)$. Pour que le terme relatif à $h^s=1$ soit inférieur à 1% il faut, compte tenu du rapport 2 précédemment défini, que le coefficient $(1/kr)\sin(krr_d^s\pi)$ soit inférieur à 0.04.

Nous avons dans le tableau 2.3 précisé toutes les valeurs de kr qui conduisent à un coefficient $(1/kr)\sin(krr_d^s\pi)$ supérieur à 0.04.

kr	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\frac{1}{kr}\sin(krr_d^s\pi)$	0.454	-0.405	0.329	-0.238	0.141	-0.052	X	0.073	-0.099	0.100	-0.081

12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
0.049	X	X	0.047	-0.060	0.058	-0.045	X	X	X	0.037	-0.043	0.040

tableau 2.3

c) Les valeurs de k_r sont en nombre important mais en ce qui concerne les harmoniques comme la valeur maximale (tableau 2.1) est obtenue pour $h^s=17$ et que celle-ci vaut 17.6% un raisonnement identique montre que les seules valeurs de k_r à considérer sont celles qui conduisent à un terme multiplicateur supérieur à 0.11 soit $(1/k_r)\sin(k_r r_d^s \pi) > 0.22$ ($k_r=1, 2, 3, 4$).

Pour présenter les résultats, en considérant que $r_d^s=0.785$, nous avons distingué les valeurs $\Delta_{1,h^s_{k_r}}^s$ relatives à $h^s=1$ (tableau 2.4) de celles obtenues pour $h^s>1$ (tableau 2.5). Nous avons également fait figurer au niveau de ces résultats, où n'apparaissent que les termes significatifs, les valeurs de Δ_{1,h^s}^s précédemment calculées.

● $h^s=1, \Delta_{1,1}^s=100\%$

k_r	1	2	3	4	5	6	8	9	10	11
$\Delta_{1,1_{k_r}}^{s+}$ (%)	8.2	-7.3	5.9	-4.3	2.3	-0.9	1.3	-1.8	1.8	-1.4

tableau 2.4

● $h^s>1$

h^s	Δ_{1,h^s}^s (%)	$k_r = 1$	$k_r = 2$	$k_r = 3$
		$\Delta_{1,h^s_{k_r}}^s$ (%)	$\Delta_{1,h^s_{k_r}}^s$ (%)	$\Delta_{1,h^s_{k_r}}^s$ (%)
5	4.6	—	—	—
7	2.7	—	—	—
11	1.9	—	—	—
13	2.2	—	—	—
17	17.6	1.85	-1.65	1.35
19	6.7	0.9	-0.8	0.65
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
35	-10.9	-1.2	1.05	-0.85
37	-7.7	-0.95	0.85	-0.7
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
53	5.8	0.65	-0.55	—
55	5.5	0.65	-0.6	0.5
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
71	-1.5	—	—	—
73	-2.4	—	—	—

tableau 2.5

Pour analyser l'influence de l'ouverture des encoches sur ces composantes nous avons représenté sur la planche II.1 les lois d'évolution des quantités $\Delta_{i,h^s_{kr}}^s$ en fonction de r_d^s pour h^s valant successivement 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 35, 37, 53, 55, 71 et 73, k_r prenant pour chaque h^s toutes les valeurs comprises entre 1 et 6.

Remarque 4 :

Certains termes peuvent paraître négligeables il serait par conséquent possible de les ignorer. Cependant comme nous le montrerons par la suite ce ne sont pas les termes les plus élevés qui sont systématiquement à l'origine de f.e.m. secondaires les plus importantes.

$\Delta_{1,h^s_{kr}}^s (r_d^s) (\%)$

(courbes paramétrées en kr)

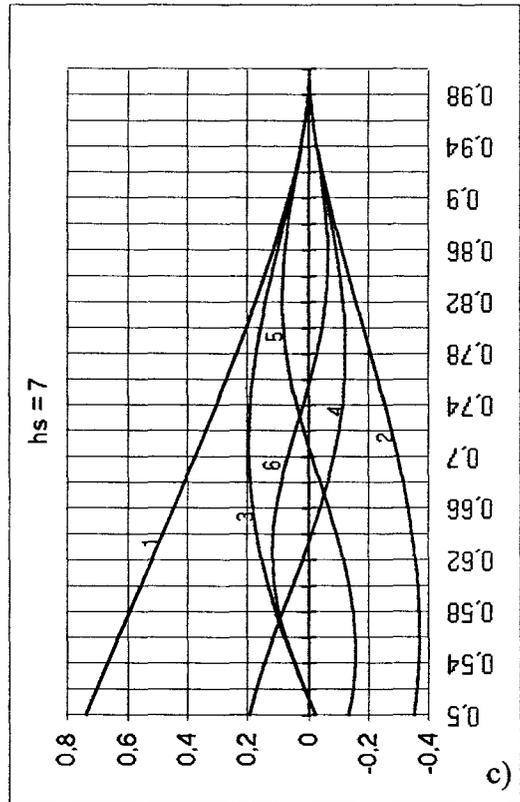
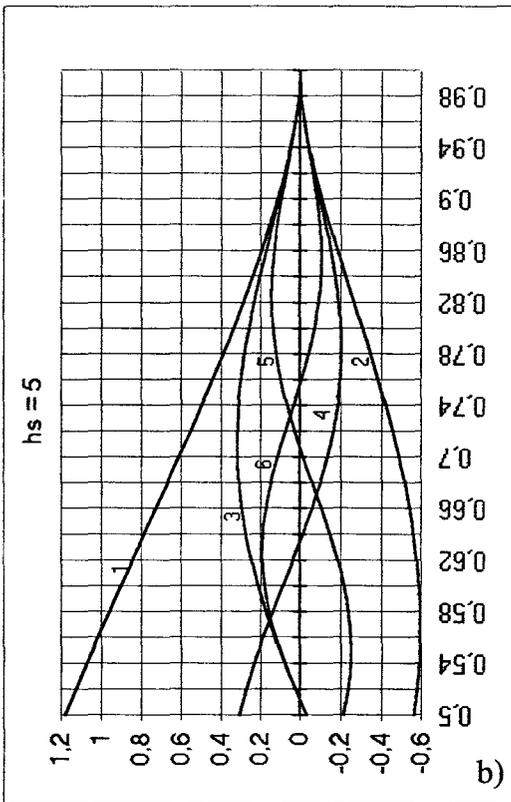
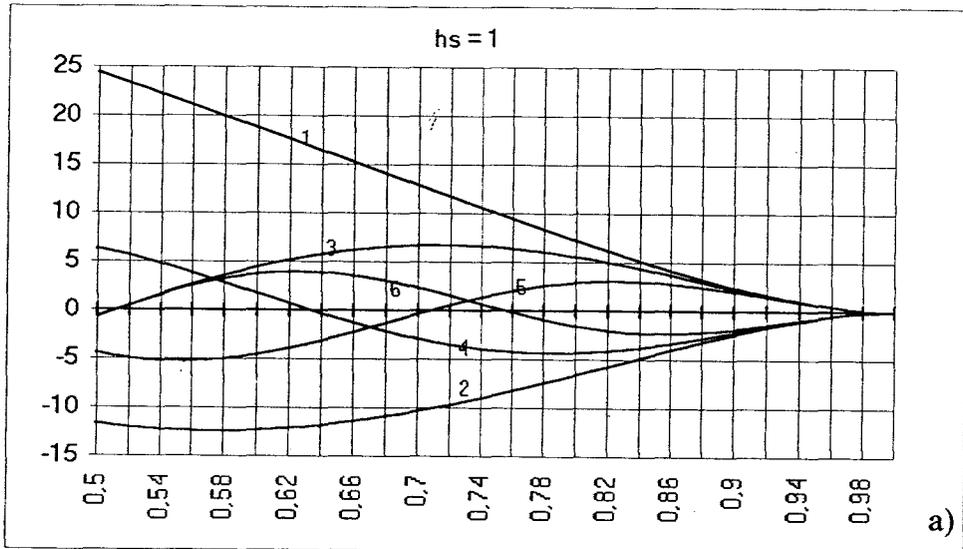


planche II.1 a)

$\Delta_{1,h^s_{kr}}^s (r_d^s) (\%)$

(courbes paramétrées en kr)

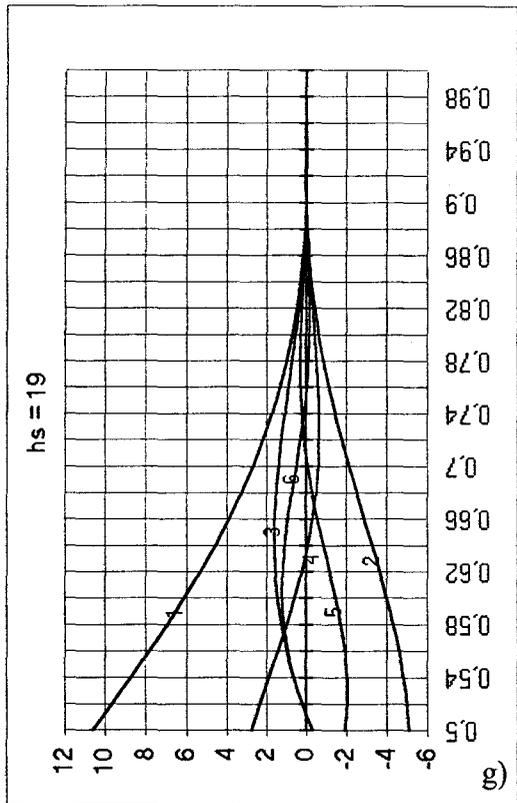
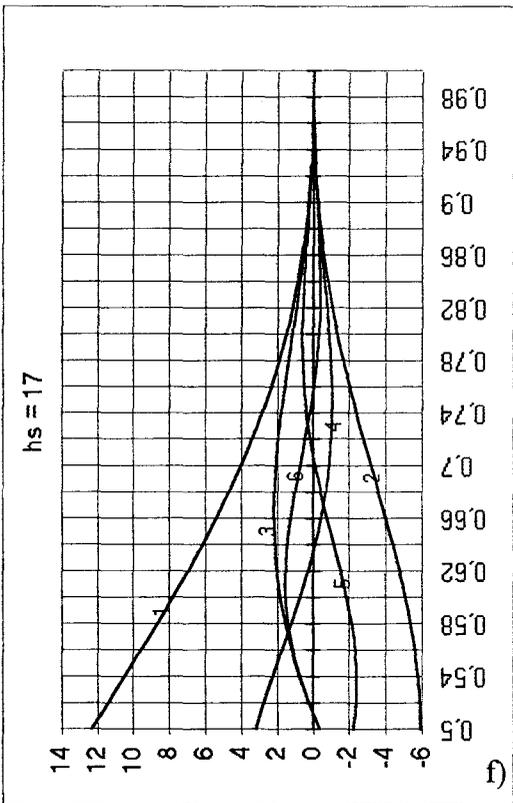
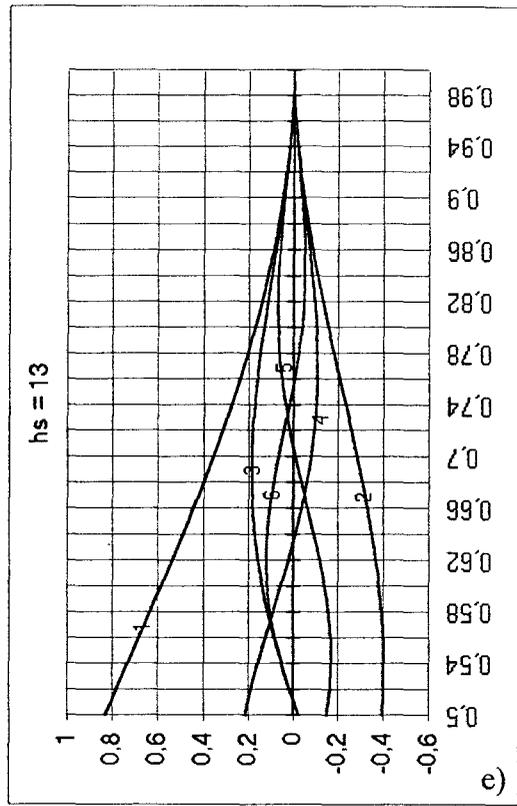
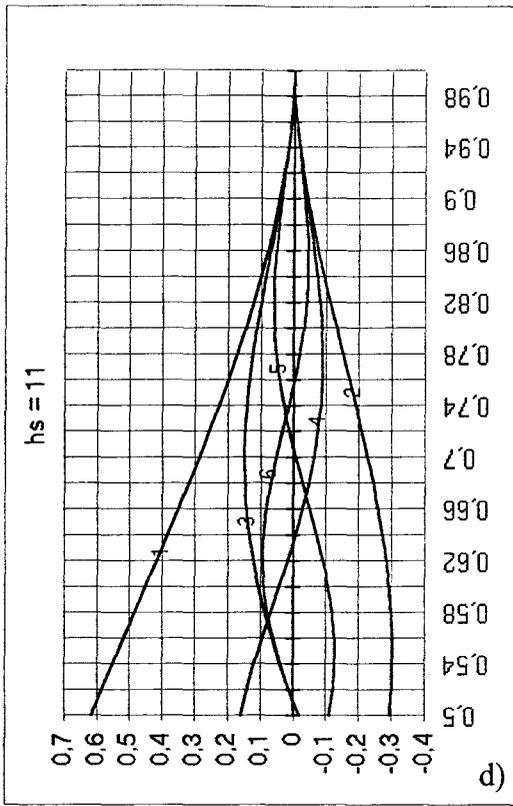


planche II.1 b)

$$\Delta_{1,h^s,kr}^s (r_d^s) (\%)$$

(courbes paramétrées en kr)

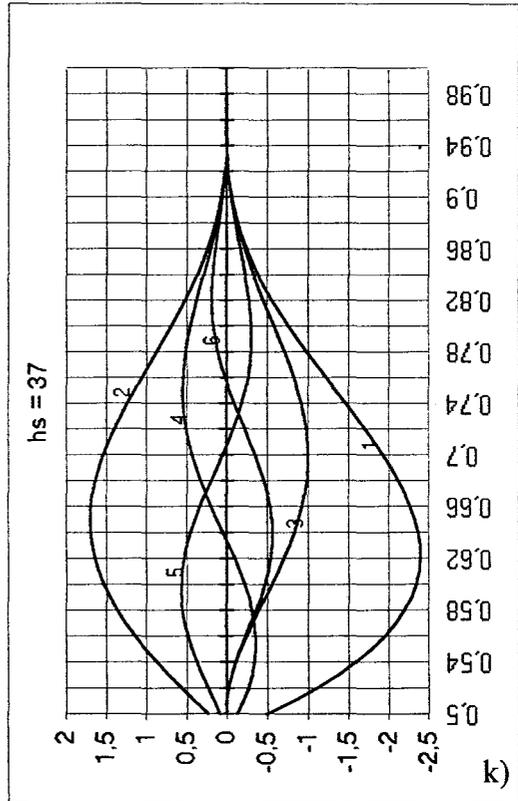
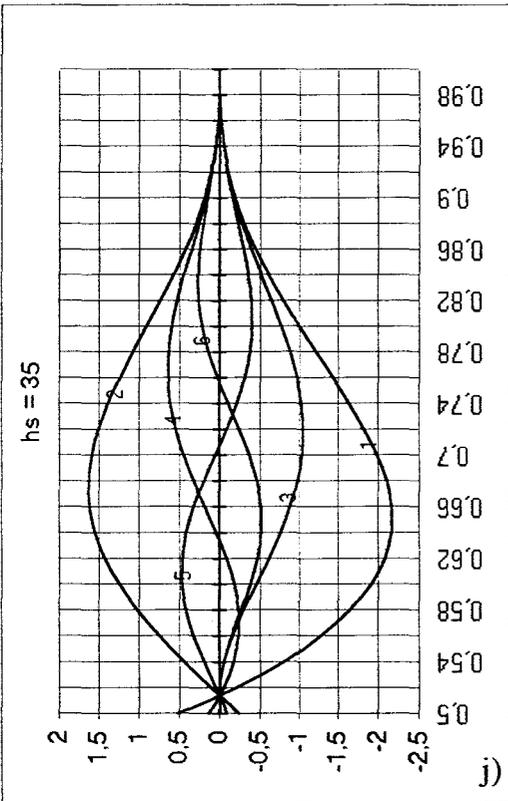
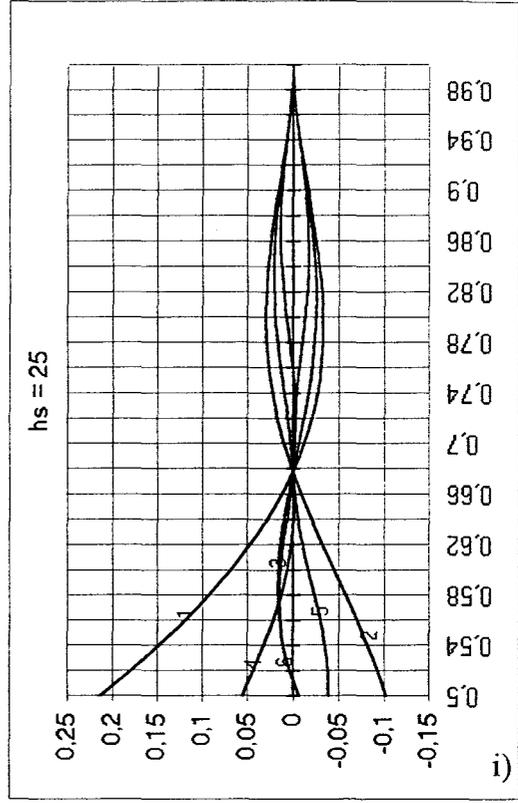
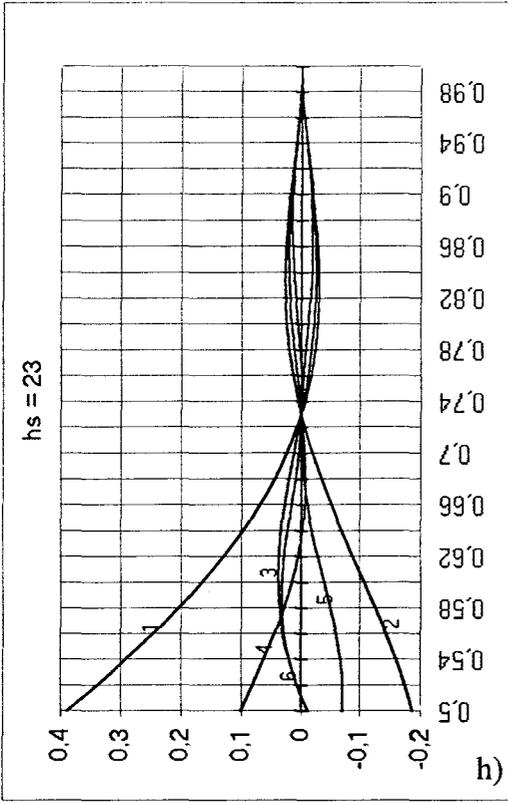


planche II.1 c)

$\Delta_{l,h^s,kr}^s (r_d^s) (\%)$

(courbes paramétrées en kr)

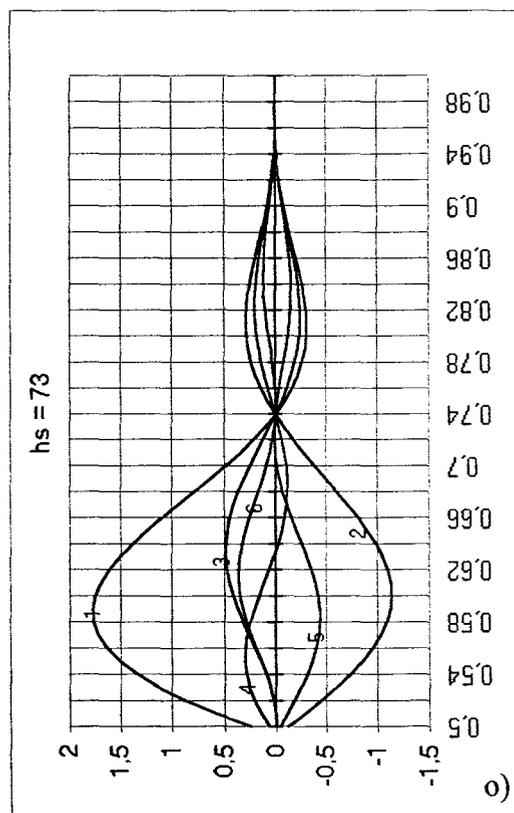
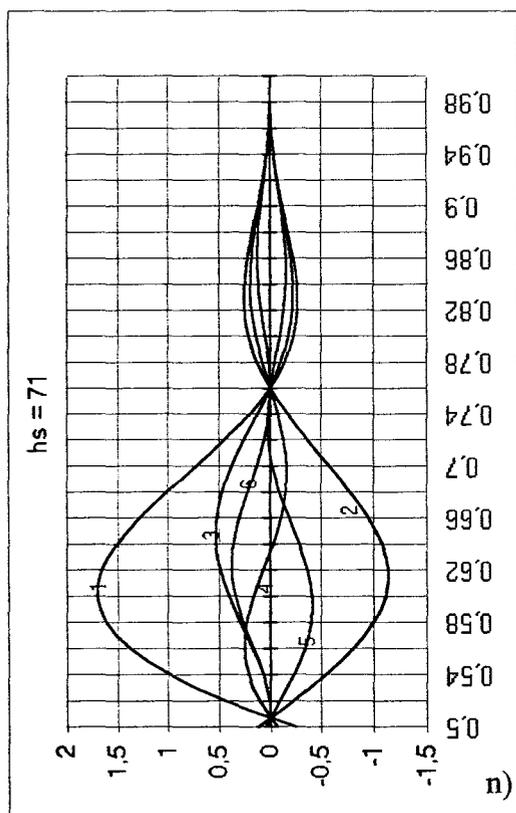
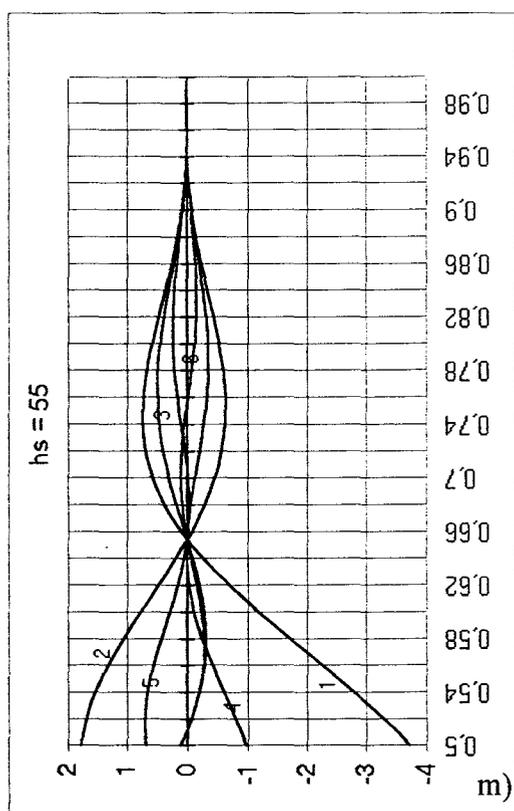
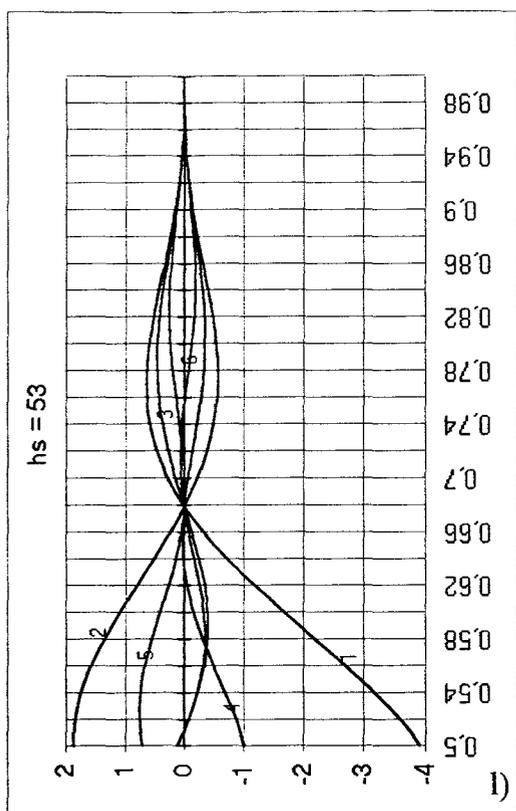


planche II.1 d)

III-4 Rotor à l'arrêt

Nous avons dans la première partie de ce mémoire (remarque 2, paragraphe II-2-3) précisé que les composantes d'induction indépendantes de la vitesse pouvaient présenter des valeurs différentes suivant les valeurs de g . Nous avons également montré que les composantes d'induction fonction de la vitesse se regroupaient dans leur totalité, pour $g=1$, avec celles indépendantes de g .

La façon dont s'opère le regroupement est précisée à l'aide du tableau I.IV. Il conduit, compte tenu de (2.5), (2.13) et (2.14), aux relations suivantes :

$$(b_{1,h^s}^-(\alpha, \theta_0))_{(g=1)} = b_{1,h^s}^-(\alpha) + \sum_{kr=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} b_{1,h^{s'}}^-(\alpha, \theta_0) + b_{1,h^{s'}}^-(\alpha, \theta_0) + b_{1,h^{s'}}^+(\alpha, \theta_0) \\ h^{s'} = h^s - krN^r \quad h^{s'} = h^s + krN^r \quad h^{s'} = -h^s + krN^r \\ h^{s'} > 0 \quad \quad \quad h^{s'} > 0 \quad \quad \quad h^{s'} > 0 \end{array} \right\} \quad (2.19)$$

$$(b_{1,h^s}^+(\alpha, \theta_0))_{(g=1)} = b_{1,h^s}^+(\alpha) + \sum_{kr=1}^{\infty} \left\{ \begin{array}{l} b_{1,h^{s'}}^-(\alpha, \theta_0) + b_{1,h^{s'}}^+(\alpha, \theta_0) + b_{1,h^{s'}}^+(\alpha, \theta_0) \\ h^{s'} = -h^s + krN^r \quad h^{s'} = h^s + krN^r \quad h^{s'} = h^s - krN^r \\ h^{s'} > 0 \quad \quad \quad h^{s'} > 0 \quad \quad \quad h^{s'} > 0 \end{array} \right\} \quad (2.20)$$

où la condition $h^{s'} > 0$ est suffisante.

L'objet de cette étude consiste à analyser comment évoluent ces composantes d'induction, calculées pour $g = 1$, en fonction de θ_0 . Nous allons, pour présenter les résultats, utiliser les valeurs réduites et prendre pour référence la composante $\hat{b}_{1,1}^s$ calculée en III-2-2-1 pour $r_d^s = 0.785$ dont la valeur est égale à $820K_1^s$.

III-4-1 Fondamental

Ce fondamental relatif à $h^s=1$ se déduit de la relation (2.20) qui se simplifie dans la mesure où la condition sur le troisième terme ($h^{s'} = h^s - krN^r$ avec $h^{s'} > 0$) n'est, pour cette valeur particulière de h^s , jamais vérifiée.

Il n'est plus possible dans ce cas de sommer algébriquement les différentes amplitudes puisqu'au niveau des différents termes vont apparaître des phases fonction de θ_0 . Si l'on décompose la relation (2.20) il vient :

$$(b_{1,1}^s(\alpha, \theta_0))_{(g=1)} = \hat{b}_{1,1}^s \cos(\omega t - p\alpha) + \hat{b}_{1,11_1}^s \cos(\omega t - p\alpha + p12\theta_0) + \hat{b}_{1,23_2}^s \cos(\omega t - p\alpha + p24\theta_0) + \dots \\ + \hat{b}_{1,13_1}^s \cos(\omega t - p\alpha - p12\theta_0) + \hat{b}_{1,25_2}^s \cos(\omega t - p\alpha - p24\theta_0) + \dots$$

En introduisant les valeurs réduites et en ne prenant en compte que les termes les plus significatifs (tableau 2.5) on obtient :

$$(b_{1,1}^s(\alpha, \theta_0))_{(g=1)} = 820K_1^s \left[\cos(\omega t - p\alpha) - \frac{0.8}{100} \cos(\omega t - p\alpha + p36\theta_0) - \frac{0.7}{100} \cos(\omega t - p\alpha - p36\theta_0) \right]$$

Compte tenu du faible écart qui apparaît sur les coefficients des termes en cosinus fonction de θ_0 il est encore possible d'écrire :

$$(b_{1,1}^s(\alpha, \theta_0))_{(g=1)} \# 820K_1^s \left[1 - 0.015 \cos p36\theta_0 \right] \cos(\omega t - p\alpha)$$

Il en résulte que $(\hat{b}_{1,1}^s)_{(g=1)}$ évolue entre 808 et 832 et par conséquent $(\Delta_{1,1}^s)_{(g=1)}$ est comprise entre 0.985 et 1.015.

III-4-2 Champs tournants harmoniques

La même procédure permet de déterminer les autres composantes du champ.

● $h^s=5$ (relation 2.19) :

Les termes significatifs sont $b_{1,5}^s, b_{1,17_1}^s, b_{1,19_2}^s$.

$$(b_{1,5}^s(\alpha, \theta_0))_{(g=1)} \# 820K_1^s \left[0.046 \cos(\omega t + 5p\alpha) + 0.018 \cos(\omega t + 5p\alpha + p12\theta_0) - 0.008 \cos(\omega t + 5p\alpha - p24\theta_0) \right]$$

En posant :

$$A_5 = 0.046 + 0.018 \cos(12p\theta_0) - 0.008 \cos(24p\theta_0)$$

$$B_5 = -0.018 \sin(12p\theta_0) - 0.008 \sin(24p\theta_0)$$

l'expression de $(b_{1,5}^s(\alpha, \theta_0))_{(g=1)}$ s'écrit :

$$(b_{1,5}^s(\alpha, \theta_0))_{(g=1)} \# 820K_1^s \sqrt{(A_5)^2 + (B_5)^2} \cos(\omega t + 5p\alpha - \beta_5)$$

avec :

$$\text{tg}(\beta_5) = \frac{B_5}{A_5}$$

Par conséquent la quantité $(\Delta_{1,5}^s)_{(g=1)}$ évolue entre 0.02 et 0.0632.

● $h^s=7$ (relation 2.20) :

Les termes significatifs sont $b_{1,7}^s$, $b_{1,17_2}^s$, $b_{1,19_1}^s$. Il vient :

$$(b_{1,7}^s(\alpha, \theta_0))_{(g=1)} \# 820K_1^s \left[0.027 \cos(\omega t - 7p\alpha) - 0.016 \cos(\omega t - 7p\alpha + p24\theta_0) + 0.009 \cos(\omega t - 7p\alpha - p12\theta_0) \right]$$

En posant :

$$A_7 = 0.027 + 0.009 \cos(12p\theta_0) - 0.016 \cos(24p\theta_0)$$

$$B_7 = -0.009 \sin(12p\theta_0) - 0.016 \sin(24p\theta_0)$$

l'expression de $(b_{1,7}^s(\alpha, \theta_0))_{(g=1)}$ s'écrit :

$$(b_{1,7}^s(\alpha, \theta_0))_{(g=1)} \# 820K_1^s \sqrt{(A_7)^2 + (B_7)^2} \cos(\omega t + 5p\alpha - \beta_7)$$

avec :

$$\text{tg}(\beta_7) = \frac{B_7}{A_7}$$

de sorte que la quantité $(\Delta_{1,7}^s)_{(g=1)}$ évolue entre 0.0015 et 0.0468.

En utilisant la même procédure nous avons calculé les valeurs extrêmes, notées $\text{Min}(\Delta_{1,h^s}^s)$ et $\text{Max}(\Delta_{1,h^s}^s)$, des quantités $(\Delta_{1,h^s}^s)_{(g=1)}$ pour les autres valeurs de h^s . Ces valeurs sont regroupées dans le tableau 2.6 où figurent également les valeurs précédemment déterminées.

h^s	$\text{Min}(\Delta_{1,h^s}^s) (\%)$	$\text{Max}(\Delta_{1,h^s}^s) (\%)$
1	0.9850	1.0150
5	0.0200	0.0632
7	0.0015	0.0468
11	0.0525	0.1115
13	0.0515	0.1125
17	0.1695	0.1825
19	0.0535	0.0805
⋮	⋮	⋮
35	0.0495	0.1685
37	0.0175	0.1365
⋮	⋮	⋮
53	0.0445	0.0715
55	0.0485	0.0615
⋮	⋮	⋮
71	0.0055	0.0245
73	0.0145	0.0335

tableau (2.6)

Sur la Planche II.2 nous avons représenté, pour les différentes valeurs de h^s retenues, les lois d'évolution de $(\Delta_{1,h^s}^s)_{(g=1)}$ en fonction de θ_0 . Nous les avons ensuite toutes regroupées dans le même système d'axes afin d'apprécier la contribution de chacun de ces harmoniques d'induction résultante engendrée par le stator dans l'entrefer. Le premier graphique de cette planche représente l'évolution, pour $g = 1$, de $\hat{b}_{1,1}^+$ en fonction de θ_0 .

Ces courbes montrent que le fondamental évolue relativement peu en fonction de θ_0 . Il en est de même pour certains harmoniques. Pour d'autre il est possible, pour certaines valeurs de θ_0 , d'annuler leur contribution. Cependant le fait d'annuler l'une des composantes (exemple : $h^s=35, 37$) nécessite de considérer la valeur maximale de certaines autres quantités (exemple : $h^s=71, 73$).

IV- F.E.M. SECONDAIRE

Dans ce cas également nous commencerons par simplifier les expressions établies dans la première partie avant de procéder à des applications numériques qui nous permettront de comparer les valeurs théoriques obtenues à celles relevées expérimentalement.

IV-1 Simplification des expressions générales

IV-1-1 Composantes de l'induction indépendantes de g

L'étude précédente a permis de montrer que la quantité ξ_{1,h^s}^s qui figure dans l'expression générale de $b_{1,h^s}^s(\alpha)$ donnée par (1.135) était nulle.

Si l'on se réfère au tableau (2.1) les seules valeurs de h^s à considérer sont :

$$h^s = 1, 7, 13, 19, 37, 55, 73$$

$$h^s = -5, -11, -17, -35, -53, -71$$

Par conséquent, compte tenu de la remarque formulée au paragraphe III-2-1 de la première partie, tous les systèmes triphasés de f.e.m. induites au secondaire seront directs. En notant f^s la fréquence des tensions d'alimentation, la fréquence f^r des signaux engendrés au rotor sera donnée par :

$$f^r = [1 - h^s(1-g)]f^s \quad (2.21)$$

Pour présenter nos résultats nous allons travailler, comme pour l'induction, en valeurs relatives, c'est à dire que nous allons ramener l'amplitude des harmoniques à celle du fondamental défini pour $h^s=1$ et $g \neq 1$.

Dans ces conditions ces valeurs relatives déduites de (1.136) ont pour expressions :

$$\frac{\hat{e}_{1,h^s}}{\hat{e}_{1,1}} = \frac{1/h^s - (1-g)}{g} \frac{K_{h^s}^r}{K_1^r} \frac{\hat{b}_{1,h^s}^s}{\hat{b}_{1,1}^s}$$

soit :

$$\frac{\hat{e}_{1,h^s}}{\hat{e}_{1,1}} = \frac{1/h^s - (1-g)}{g} \frac{K_{h^s}^r}{K_1^r} \Delta_{1,h^s}^s \quad (2.22)$$

En ce qui concerne la phase à l'origine celle-ci, également déduite de (1.136), est donnée par :

$$\varphi_{1,h^s} = -h^s p \theta_0 - h^s \pi / 2$$

Pour h^s appartenant à $H^{s''}$ ($h^s = 6k+1$) la quantité $h^s \pi / 2$ est équivalente à $k\pi + \pi / 2$ et prend donc les valeurs $\pm \pi / 2$.

Pour $|h^s|$ appartenant à $H^{s'}$ ($h^s = -(6k-1)$) la quantité $h^s \pi / 2$ peut encore s'écrire $-k\pi + \pi / 2$. Elle prend également les valeurs $\pm \pi / 2$.

IV-1-2 Composantes de l'induction dépendantes de g

En convenant comme précédemment de présenter les résultats en valeurs relatives, compte tenu de (1.138), il vient :

$$\frac{\hat{e}_{1,h^s_{kr}}}{\hat{e}_{1,1}} = \frac{1 - (1-g)h^s}{g(h^s + krN^r)} \frac{K_{h^s + krN^r}^r}{K_1^r} \Delta_{1,h^s_{kr}}^s \quad (2.23)$$

- Considérons les composantes données par (2.14), elles conduisent, pour h^s appartenant à $H^{s''}$, à des f.e.m. de pulsations $(1 - (1-g)h^s)$ quelle que soit la valeur de kr (kr compris entre $-\infty$ et $+\infty$).

A h^s et $|kr|$ donnés les valeurs relatives des amplitudes des deux composantes de (2.14) sont identiques.

En ce qui concerne les phases il vient :

$$\varphi_{1,h^s_{kr}} = -(h^s + 24kr)p\theta_0 - h^s \pi / 2$$

la quantité $h^s \pi / 2$ valant $\pm \pi / 2$.

- Les composantes données par (2.13) conduisent, pour h^s appartenant à $H^{s'}$, à des f.e.m. de pulsations $1 + h^s(1-g)$. En fait, dans ce cas les expressions qui donnent les valeurs relatives, les pulsations et les phases sont encore données par les expressions précédentes en attribuant à h^s des valeurs négatives ($h^s = -5, -11, -17, \dots$) et faisant varier kr de $-\infty$ à $+\infty$.

IV-2 Applications numériques

IV-2-1 Composante fondamentale ($h^s=1$)

La composante de pulsation $g\omega$ résulte de la sommation d'une infinité de termes. On distingue :

- La quantité fonction de la composante de l'induction indépendante de g

$$\hat{e}_{1,1} = 2LR\omega z^r g K_1^r \hat{b}_{1,1}^s, \quad \varphi_{1,1} = -p\theta_0 - \pi/2$$

- les quantités fonction des composantes de l'induction dépendantes de g .

A k_r donné on a deux composantes données par :

$$\hat{e}_{1,1_{kr+}} = 2LR\omega z^r \frac{g}{1+krN^r} K_{1+krN^r}^r \hat{b}_{1,1_{kr}}^s, \quad \varphi_{1,1_{kr+}} = -(1+24kr)p\theta_0 - \pi/2$$

$$\hat{e}_{1,1_{kr-}} = 2LR\omega z^r \frac{g}{1-krN^r} K_{1-krN^r}^r \hat{b}_{1,1_{kr}}^s, \quad \varphi_{1,1_{kr-}} = -(1-24kr)p\theta_0 - \pi/2$$

Les systèmes triphasés engendrés par ces composantes étant tous directs.

En remarquant que les coefficients de bobinage $K_{1+krN^r}^r$ et $K_{1-krN^r}^r$ sont égaux à K_1^r pour k_r pair et à $-K_1^r$ pour k_r impair, les expressions des valeurs relatives de f.e.m. fonction de k_r ont pour expressions :

$$\frac{\hat{e}_{1,1_{kr+}}}{\hat{e}_{1,1}} = \pm \frac{\Delta_{1,1_{kr}}^s}{1+krN^r}, \quad \frac{\hat{e}_{1,1_{kr-}}}{\hat{e}_{1,1}} = \pm \frac{\Delta_{1,1_{kr}}^s}{1-krN^r}$$

Nous avons pour, $r_d^s=0.785$, regroupé dans le tableau 2.7, compte tenu des valeurs données dans le tableau 2.4, les valeurs relatives de ces f.e.m., pour les premières valeurs de k_r .

k_r	1	2	3	4	5
$\frac{\hat{e}_{1,1_{kr+}}}{\hat{e}_{1,1}}$ (%)	-0.631	-0.292	-0.161	-0.088	-0.042
$\frac{\hat{e}_{1,1_{kr-}}}{\hat{e}_{1,1}}$ (%)	0.746	0.317	0.170	0.091	0.043

tableau 2.7

On s'aperçoit d'une part qu'il y a alternance de signe et que, d'autre part, ces valeurs sont très faibles (inférieures au 1%).

Dans le cas le plus défavorable, correspondant à $r_d^s=0.5$, on obtient pour $k_r=1$ (courbes de la planche II.1) :

$$\frac{\hat{e}_{1,1kr+}}{\hat{e}_{1,1}} \approx -1.9\% \quad , \quad \frac{\hat{e}_{1,1kr-}}{\hat{e}_{1,1}} = 2.2\%$$

Il en résulte que nous pouvons négliger, quelle que soit la valeur attribuée à r_d^s , la contribution de ces composantes de f.e.m. induites par les composantes de b fonction de g sur l'onde fondamentale. Dans ces conditions la relation (1.140) s'écrit :

$$e_{1,1R}^r = \hat{e}_{1,1}^r \cos \left[g\omega t - p\theta_0 - \frac{\pi}{2} - (R-1)\frac{2\pi}{3} \right] \quad (2.24)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} \hat{e}_{1,1}^r &= \hat{e}_{1,1} \\ \varphi_{1,1}^r &= -\varphi_{1,1} \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

Remarque 5 :

Expérimentalement, le spectre nous donnera les valeurs relatives des f.e.m. notées $\Delta e_{1,h^s}^r$ et égales à :

$$\Delta e_{1,h^s}^r = \frac{\hat{e}_{1,h^s}^r}{\hat{e}_{1,1}^r} \quad (2.26)$$

Le fait que $\hat{e}_{1,1}^r$ soit sensiblement constant et égal à $2LR\omega z^r g K_1^r b_{1,1}^s$ facilitera notablement nos applications numériques. Cependant comme $\hat{e}_{1,1}^r$ est proportionnel à g les expressions que nous allons établir ne seront valables que pour $g \neq 0$.

IV-2-2 Harmoniques

- $h^s = 5, 7$

Dans ce cas si l'on examine le tableau 2.5 donné pour $r_d^s=0.785$ il

apparaît que les composantes d'induction fonction de g sont négligeables. En outre, il faut prendre en compte le fait que ces composantes doivent être divisées par le coefficient $h^s + k_r N^r$ soit $-5 + k_r N^r$ ou $7 + k_r N^r$. Dans le cas le plus favorable, qui correspond à double titre à $k_r = 1$ puisque c'est pour cette valeur de k_r que l'on a :

- les plus fortes inductions (planche II.1, courbes b) et c))
- les valeurs les plus faibles des quantités $h^s + k_r N^r$ (égales à 7 pour $h^s = -5$ ($k_r = 1$) et -5 pour $h^s = 7$ ($k_r = -1$)),

les quantités $\Delta_{1,5}^s / 7$ et $\Delta_{1,7}^s / -5$ ont, pour $r_d^s = 0.5$, respectivement pour valeurs 0.18% et -0.15%.

Ces termes sont par conséquent d'autant moins significatifs. Il en résulte que :

$$\begin{aligned} \hat{e}_{1,5}^r &= \hat{e}_{1,5} & , & & \varphi_{1,5}^r &= -\varphi_{1,5} \\ \hat{e}_{1,7}^r &= \hat{e}_{1,7} & , & & \varphi_{1,7}^r &= -\varphi_{1,7} \end{aligned}$$

D'où les expressions de $\Delta e_{1,5}^r$ et $\Delta e_{1,7}^r$:

$$\left. \begin{aligned} \Delta e_{1,5}^r &= \Delta_{1,5}^s \frac{K_5^r}{K_1^r} \left(1 - \frac{6}{5g}\right) & , & & \varphi_{1,5}^r &= -5p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \\ \Delta e_{1,7}^r &= \Delta_{1,7}^s \frac{K_7^r}{K_1^r} \left(1 - \frac{6}{7g}\right) & , & & \varphi_{1,7}^r &= +7p\theta_0 + \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

Ces expressions, dans la mesure où les valeurs relatives des composantes d'induction sont indépendantes de g (figure 2.4) sont indépendantes de r_d^s .

Comme $K_5^r = -K_7^r = 0.259$ et que $K_1^r = 0.966$ il vient :

$$\left. \begin{aligned} \Delta e_{1,5}^r &= 0.268 \Delta_{1,5}^s \left(1 - \frac{6}{5g}\right) \\ \Delta e_{1,7}^r &= -0.268 \Delta_{1,7}^s \left(1 - \frac{6}{7g}\right) \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

● $h^s = 11, 13$

En ce qui concerne les composantes de l'induction indépendantes de g celles-ci, en valeurs relatives, sont pratiquement indépendantes de r_d^s (figure 2.4).

On en déduit donc (relations 2.22) que :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\hat{e}_{1,11}}{\hat{e}_{1,1}} &= \Delta_{1,11}^s \frac{K_{11}^r}{K_1^r} \left(1 - \frac{12}{11g}\right) , & \varphi_{1,11} &= 11p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \\ \frac{\hat{e}_{1,13}}{\hat{e}_{1,1}} &= \Delta_{1,13}^s \frac{K_{13}^r}{K_1^r} \left(1 - \frac{12}{13g}\right) , & \varphi_{1,13} &= -13p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

Comme $K_{11}^r = K_{13}^r = -0.966$ il vient :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\hat{e}_{1,11}}{\hat{e}_{1,1}} &= -\Delta_{1,11}^s \left(1 - \frac{12}{11g}\right) \\ \frac{\hat{e}_{1,13}}{\hat{e}_{1,1}} &= -\Delta_{1,13}^s \left(1 - \frac{12}{13g}\right) \end{aligned} \right\} \quad (2.30)$$

Pour ce qui est des composantes de l'induction fonction de g celles-ci doivent être divisées par le coefficient $h^s + k_r N^r$. Nous avons regroupé dans le tableau 2.8 ces différentes valeurs.

k_r	-3	-2	-1	1	2	3	
$h^s + k_r N^r$	-47	-35	-23	1	13	25	$h^s = -11$
$h^s + k_r N^r$	-23	-11	1	25	37	49	$h^s = 13$

tableau 2.8

On s'aperçoit que ce coefficient est égal à l'unité pour :

$$h^s = -11, k_r = 1 \quad \text{et} \quad h^s = 13, k_r = -1$$

et qu'il prend des valeurs très importantes pour les autres couples de valeurs de sorte que celles-ci peuvent être ignorées.

Si l'on examine les courbes d) et e) de la planche II.1 il apparaît que les valeurs relatives des composantes d'induction correspondant à $h^s = -11$ et $h^s = 13$ peuvent, pour $k_r = 1$, effectivement être négligées face aux composantes indépendantes de g pour $r_d^s = 0.785$. Ce n'est cependant plus le cas pour les faibles valeurs de r_d^s . Comme nous n'avons pas encore défini la valeur à

adopter pour r_d^s il convient de tenir compte de cette quantité.

En remarquant que le coefficient de bobinage $K_{h^s+krN^r}^r$ qui a pour expression :

$$K_{h^s+krN^r}^r = \frac{\sin \left[(h^s+6krm^r)\pi/6 \right]}{2\sin \left[(h^s+6krm^r)\pi/12 \right]}$$

peut, comme le sinus est défini modulo 2π et que m^r vaut 2, encore s'écrire :

$$K_{h^s+krN^r}^r = \frac{\sin h^s\pi/6}{2\sin (h^s\pi/12 + krN^r)}$$

on en déduit que :

$$\left. \begin{aligned} K_{h^s+krN^r}^r &= K_{h^s}^r \text{ pour } kr \text{ pair} \\ K_{h^s+krN^r}^r &= -K_{h^s}^r \text{ pour } kr \text{ impair} \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

En convenant de noter les valeurs relatives de ces composantes de f.e.m. $\Delta e_{1,11_1}$ et $\Delta e_{1,13_{-1}}$, compte tenu de (2.23) et des valeurs de K_{11}^r et K_{13}^r données précédemment, il vient :

$$\left. \begin{aligned} \Delta e_{1,11_1} &= \frac{\hat{e}_{1,11_1}}{\hat{e}_{1,1}} = \frac{12-11g}{g} \Delta_{1,11_1}^s(r_d^s) \quad , \quad \varphi_{1,11_1} = -13p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \\ \Delta e_{1,13_{-1}} &= \frac{\hat{e}_{1,13_{-1}}}{\hat{e}_{1,1}} = -\frac{12-13g}{g} \Delta_{1,13_1}^s(r_d^s) \quad , \quad \varphi_{1,13_{-1}} = 11p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.32)$$

- $h^s = 17, 19$

Dans ce cas les valeurs minimales du coefficient h^s+krN^r sont égales :

$$\begin{aligned} \text{pour } h^s=17 & : \quad kr=1 \longrightarrow -5 \quad , \quad kr=2 \longrightarrow 7 \\ \text{pour } h^s=19 & : \quad kr=-1 \longrightarrow 7 \quad , \quad kr=-2 \longrightarrow -5 \end{aligned}$$

Comme les quantités $\Delta_{1,h^s_{kr}}^s$ sont, pour $h^s=17$ et 19 , maximales à r_d^s donné pour $kr=1$ notre raisonnement ne portera que sur ces valeurs.

En divisant l'ordonnée des courbes f) et g) de la planche II.1 relatives à $h^s=17$ et 19 respectivement par 5 et 7 on s'aperçoit, en comparant les courbes ainsi obtenues à celles de la figure 2.4 que le terme prépondérant de

f.e.m. résultera des composantes de l'induction indépendantes de g . Par conséquent nous aurons les égalités suivantes :

$$e_{1,17}^f \# e_{1,17}$$

$$e_{1,19}^f \# e_{1,19}$$

On en déduit donc, comme $K_{17}^f = -K_{19}^f = -0.259$

$$\left. \begin{aligned} \Delta e_{1,17}^f &= \Delta_{1,17}^s(r_d^s) 0.268 \left(1 - \frac{18}{17g}\right) & , \quad \varphi_{1,17}^f &= -17p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \\ \Delta e_{1,19}^f &= -\Delta_{1,19}^s(r_d^s) 0.268 \left(1 - \frac{18}{19g}\right) & , \quad \varphi_{1,19}^f &= 19p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

• $h^s = 23, 25$

Les composantes d'induction, qu'elles soient fonction ou indépendantes de g sont très faibles. Nous négligerons donc les f.e.m. qu'elles génèrent.

• $h^s = 35, 37$

Pour ces valeurs de h^s le problème se complique dans la mesure où les lois d'évolution des valeurs relatives des composantes d'induction sont plus complexes.

* Composantes de l'induction indépendantes de g

Comme $K_{35}^f = K_{37}^f = -K_1^f$ il vient :

$$\left. \begin{aligned} \Delta e_{1,35} &= -\Delta_{1,35}^s(r_d^s) \left(1 - \frac{36}{35g}\right) & , \quad \varphi_{1,35} &= 35p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \\ \Delta e_{1,37} &= -\Delta_{1,37}^s(r_d^s) \left(1 - \frac{36}{37g}\right) & , \quad \varphi_{1,37} &= -37p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.34)$$

* Composantes de l'induction dépendantes de g

Nous devons tout d'abord procéder à la détermination du coefficient $h^s + k_r N^f$. Les valeurs sont regroupées dans le tableau 2.9.

k_r	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5	
$h^s+k_rN^r$	-95	-83	-71	-59	-47	-23	-11	1	13	25	$h^s = -35$
$h^s+k_rN^r$	-23	-11	1	25	37	49	61	73	85	97	$h^s = 37$

tableau 2.9

L'examen des courbes j) et k) de la planche II.1 montre, compte tenu des valeurs précédemment définies du coefficient $h^s+k_rN^r$, que les seules valeurs à retenir, dans la mesure où l'on n'a pas encore défini la valeur de r_d^s , sont celles relatives à $|k_r|=3$.

Il en résulte donc que :

$$\left. \begin{aligned} \Delta e_{1,35_3} &= \Delta_{1,35_3}^s(r_d^s) \frac{36-35g}{g} & , \quad \varphi_{1,35_3} &= -37p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \\ \Delta e_{1,37_3} &= -\Delta_{1,37_3}^s(r_d^s) \frac{36-37g}{g} & , \quad \varphi_{1,37_3} &= 35p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

● $h^s = 53, 55$

* Composantes de l'induction indépendantes de g

On a dans ce cas : $K_{53}^r = -K_{55}^r = 0.259$. Cela conduit aux valeurs relatives suivantes des f.e.m.

$$\left. \begin{aligned} \Delta e_{1,53} &= \Delta_{1,53}^s(r_d^s) 0.268 \left(1 - \frac{54}{53g}\right) & , \quad \varphi_{1,53} &= 53p\theta_0 + \frac{\pi}{2} \\ \Delta e_{1,55} &= -\Delta_{1,55}^s(r_d^s) 0.268 \left(1 - \frac{54}{55g}\right) & , \quad \varphi_{1,55} &= -55p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.36)$$

* Composantes de l'induction dépendantes de g

Les courbes l) et m) de la planche II.1 ainsi que celles de la figure 2.4 montre que ces composantes s'annulent, quelque soit la valeur attribuée à k_r , en même temps que les composantes indépendantes de g.

En outre, comme la valeur minimale du coefficient $h^s + k_r N^r$ vaut, en valeur absolue, 5, il est possible de négliger ces composantes face à celles indépendantes de g .

• $\underline{h^s = 71, 73}$

* Composantes de l'induction indépendantes de g

Comme $K_{71}^r = K_{73}^r = K_1^r$ il vient :

$$\left. \begin{aligned} \Delta e_{1,71} &= \Delta_{1,71}^s(r_d^s) \left(1 - \frac{72}{71g}\right) & , \quad \varphi_{1,71} &= 71p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \\ \Delta e_{1,73} &= \Delta_{1,73}^s(r_d^s) \left(1 - \frac{72}{73g}\right) & , \quad \varphi_{1,73} &= -73p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

* Composantes de l'induction dépendantes de g

Dans ce cas les valeurs minimales des quantités $h^s + k_r N^r$ sont obtenues pour $k_r=6$. Elles valent 1.

Les passages par zéro des différentes composantes (fonction et indépendantes de g) coïncident. Les seules termes à retenir sont donc ceux relatifs à $k_r=6$. On en déduit donc que :

$$\left. \begin{aligned} \Delta e_{1,71_6} &= \Delta_{1,71_6}^s(r_d^s) \frac{72-71g}{g} & , \quad \varphi_{1,71_6} &= -73p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \\ \Delta e_{1,73_6} &= -\Delta_{1,73_6}^s(r_d^s) \frac{72-73g}{g} & , \quad \varphi_{1,73_6} &= 71p\theta_0 - \frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.38)$$

IV-2-3 Récapitulation des résultats

On remarque que ces f.e.m. sont définies par couple ($h^s=5, 7$; $h^s=11, 13$;...). En définissant le coefficient fonction de g , noté $K_h^s(g)$, qui intervient dans ces différentes expressions par :

$$K_h^s(g) = \frac{|h^s|g - h^{s_m}}{g|h^s|} \quad (2.39)$$

avec h^s_m valeur moyenne des valeurs absolues de h^s définies par couple :

$$\begin{aligned} h^s_m &= 6 & \text{pour } h^s &= -5, 7 \\ h^s_m &= 12 & \text{pour } h^s &= -11, 13 \\ & \text{etc ...} \end{aligned}$$

en ne prenant en compte que les termes significatifs il vient :

$$* h^s = 5, 7, \quad h^s_m = 6$$

$$\left. \begin{aligned} h^s = -5 & \quad \Delta e_{1,5}^r = 0.268 \Delta_{1,5}^s K_5(g) & \quad \varphi_{1,5}^r = -(h^s_m - 1) p \theta_0^{-\frac{\pi}{2}} \\ h^s = 7 & \quad \Delta e_{1,7}^r = -0.268 \Delta_{1,7}^s K_7(g) & \quad \varphi_{1,7}^r = (h^s_m + 1) p \theta_0^{-\frac{\pi}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.40)$$

$$* h^s = 11, 13, \quad h^s_m = 12$$

$$\left. \begin{aligned} h^s = -11 & \quad \Delta e_{1,11} = -\Delta_{1,11}^s K_{11}(g) & \quad \varphi_{1,11} = (h^s_m - 1) p \theta_0^{-\frac{\pi}{2}} \\ h^s = 13 & \quad \Delta e_{1,13} = -\Delta_{1,13}^s K_{13}(g) & \quad \varphi_{1,13} = -(h^s_m + 1) p \theta_0^{-\frac{\pi}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

$$\left. \begin{aligned} h^s = -11, k_r = 1 & \quad \Delta e_{1,11_1} = h^s K_{11}(g) \Delta_{1,11_1}^s (r_d^s) & \quad \varphi_{1,11_1} = -(h^s_m + 1) p \theta_0^{-\frac{\pi}{2}} \\ h^s = 13, k_r = -1 & \quad \Delta e_{1,13_{-1}} = h^s K_{13}(g) \Delta_{1,13_{-1}}^s (r_d^s) & \quad \varphi_{1,13_{-1}} = (h^s_m - 1) p \theta_0^{-\frac{\pi}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.42)$$

$$* h^s = 17, 19, \quad h^s_m = 18$$

$$\left. \begin{aligned} h^s = -17 & \quad \Delta e_{1,17}^r = 0.268 \Delta_{1,17}^s (r_d^s) K_{17}(g) & \quad \varphi_{1,17}^r = -(h^s_m - 1) p \theta_0^{-\frac{\pi}{2}} \\ h^s = 19 & \quad \Delta e_{1,19}^r = -0.268 \Delta_{1,19}^s (r_d^s) K_{19}(g) & \quad \varphi_{1,19}^r = (h^s_m + 1) p \theta_0^{-\frac{\pi}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

$$* h^s = 35, 37, \quad h^s_m = 36$$

$$\left. \begin{aligned} h^s = -35 & \quad \Delta e_{1,35} = -\Delta_{1,35}^s (r_d^s) K_{35}(g) & \quad \varphi_{1,35} = (h^s_m - 1) p \theta_0^{-\frac{\pi}{2}} \\ h^s = 37 & \quad \Delta e_{1,37} = -\Delta_{1,37}^s (r_d^s) K_{37}(g) & \quad \varphi_{1,37} = -(h^s_m + 1) p \theta_0^{-\frac{\pi}{2}} \end{aligned} \right\} \quad (2.44)$$

$$\begin{array}{lll}
 h^s = -35, k_r = 3 & \Delta e_{1,35_3} = h^s K_{35}(g) \Delta_{1,35_3}^s(r_d^s) & \varphi_{1,35_3} = -(h^{s_m} + 1) p \theta_0 - \frac{\pi}{2} \\
 h^s = 37, k_r = -3 & \Delta e_{1,37_{-3}} = h^s K_{37}(g) \Delta_{1,37_3}^s(r_d^s) & \varphi_{1,37_{-3}} = (h^{s_m} - 1) p \theta_0 - \frac{\pi}{2}
 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lll}} \right\} (2.45)$$

$$* h^s = 53, 55 \quad , \quad h^{s_m} = 54$$

$$\begin{array}{lll}
 h^s = -53 & \Delta e_{1,53}^r = 0.268 \Delta_{1,53}^s(r_d^s) K_{53}(g) & \varphi_{1,53}^r = -(h^{s_m} - 1) p \theta_0 - \frac{\pi}{2} \\
 h^s = 55 & \Delta e_{1,55}^r = -0.268 \Delta_{1,55}^s(r_d^s) K_{55}(g) & \varphi_{1,55}^r = (h^{s_m} + 1) p \theta_0 - \frac{\pi}{2}
 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lll}} \right\} (2.46)$$

$$* h^s = 71, 73 \quad , \quad h^{s_m} = 72$$

$$\begin{array}{lll}
 h^s = -71 & \Delta e_{1,71} = \Delta_{1,71}^s(r_d^s) K_{71}(g) & \varphi_{1,71} = (h^{s_m} - 1) p \theta_0 - \frac{\pi}{2} \\
 h^s = 73 & \Delta e_{1,73} = \Delta_{1,73}^s(r_d^s) K_{73}(g) & \varphi_{1,73} = -(h^{s_m} + 1) p \theta_0 - \frac{\pi}{2}
 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lll}} \right\} (2.47)$$

$$\begin{array}{lll}
 h^s = -71, k_r = 6 & \Delta e_{1,71_6} = h^s K_{71}(g) \Delta_{1,71_6}^s(r_d^s) & \varphi_{1,71_6} = -(h^{s_m} + 1) p \theta_0 - \frac{\pi}{2} \\
 h^s = 73, k_r = -6 & \Delta e_{1,73_{-6}} = h^s K_{73}(g) \Delta_{1,73_{-6}}^s(r_d^s) & \varphi_{1,73_{-6}} = (h^{s_m} - 1) p \theta_0 - \frac{\pi}{2}
 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{lll}} \right\} (2.48)$$

Lorsque les deux composantes de f.e.m. coexistent, faisant intervenir les composantes de l'induction dépendantes et indépendantes de g , il y a entre ces composantes, outre les valeurs qui diffèrent de l'induction, le rapport h^s . Des relations particulières caractérisent également les phases.

IV-2-4 Expressions des f.e.m. résultantes

Pour certains couples de valeurs ($h^{s_m} = 6, 18, 54$) la f.e.m. engendrée au rotor ne résulte que des composantes de l'induction indépendantes de g . Les relations (2.40), (2.43) et (2.46) donnent donc les expressions des f.e.m. résultantes pour les valeurs correspondantes de h^s .

Pour les autres valeurs de h^s il est nécessaire de sommer les deux composantes. En notant :

$$\left. \begin{aligned} h^{s_1} &= h^{s_m} - 1 \\ h^{s_2} &= h^{s_m} + 1 \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

les valeurs relatives des composantes de f.e.m., en notant $K_1(g)$ la quantité $K_{h^s}(g)$ relative à h^{s_1} et $K_2(g)$ celle correspondant à h^{s_2} , ont pour expressions générales :

$$\left. \begin{aligned} h^s=h^{s_1} & \quad \Delta e_{1,h^{s_1}}=\Delta_{1,h^{s_1}}^s K_1(g) & \quad \varphi_{1,h^{s_1}}=(h^{s_m}-1)p\theta_0-\frac{\pi}{2} \\ h^s=h^{s_2} & \quad \Delta e_{1,h^{s_2}}=\Delta_{1,h^{s_2}}^s K_2(g) & \quad \varphi_{1,h^{s_2}}=-(h^{s_m}+1)p\theta_0-\frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.50)$$

$$\left. \begin{aligned} h^s=h^{s_1}, \quad kr & \quad \Delta e_{1,h^{s_1}_{kr}}=h^{s_1}\Delta_{1,h^{s_1}_{kr}}^s K_1(g) & \quad \varphi_{1,h^{s_1}_{kr}}=-(h^{s_m}+1)p\theta_0-\frac{\pi}{2} \\ h^s=h^{s_2}, \quad -kr & \quad \Delta e_{1,h^{s_2}_{-kr}}=h^{s_2}\Delta_{1,h^{s_2}_{-kr}}^s K_2(g) & \quad \varphi_{1,h^{s_2}_{-kr}}=(h^{s_m}-1)p\theta_0-\frac{\pi}{2} \end{aligned} \right\} \quad (2.51)$$

Soient ω_1 et ω_2 les pulsations des f.e.m. relatives respectivement à h^{s_1} et h^{s_2} , compte tenu de (1.139) on en déduit que :

$$\begin{aligned} e_{1,h^{s_1}} &= e_{1,1}^r K_1(g) \left[\Delta_{1,h^{s_1}}^s \sin(\omega_1 t - (h^{s_m}-1)p\theta_0) + h^{s_1} \Delta_{1,h^{s_1}_{kr}}^s \sin(\omega_1 t + (h^{s_m}+1)p\theta_0) \right] \\ e_{1,h^{s_2}} &= e_{1,1}^r K_2(g) \left[\Delta_{1,h^{s_2}}^s \sin(\omega_2 t - (h^{s_m}-1)p\theta_0) + h^{s_2} \Delta_{1,h^{s_2}_{kr}}^s \sin(\omega_2 t - (h^{s_m}-1)p\theta_0) \right] \end{aligned}$$

En développant ces relations et en considérant la phase I il vient :

$$\left. \begin{aligned} e_{1,h^{s_1}}^r &= \hat{e}_{1,h^{s_1}}^r \sin(\omega_1 t + p\theta_0 - \varphi_{1,h^{s_1}}^r) \\ e_{1,h^{s_2}}^r &= \hat{e}_{1,h^{s_2}}^r \sin(\omega_2 t + p\theta_0 - \varphi_{1,h^{s_2}}^r) \end{aligned} \right\} \quad (2.52)$$

avec :

$$\left. \begin{aligned} \Delta e_{1,h^{s_1}}^r &= K_1(g) \left[(\Delta_{1,h^{s_1}}^s)^2 + (h^{s_1} \Delta_{1,h^{s_1}_{kr}}^s)^2 + 2h^{s_1} \Delta_{1,h^{s_1}}^s \Delta_{1,h^{s_1}_{kr}}^s (\cos^2 h^{s_m} p\theta_0 - \sin^2 h^{s_m} p\theta_0) \right]^{1/2} \\ \Delta e_{1,h^{s_2}}^r &= K_2(g) \left[(\Delta_{1,h^{s_2}}^s)^2 + (h^{s_2} \Delta_{1,h^{s_2}_{kr}}^s)^2 + 2h^{s_2} \Delta_{1,h^{s_2}}^s \Delta_{1,h^{s_2}_{kr}}^s (\cos^2 h^{s_m} p\theta_0 - \sin^2 h^{s_m} p\theta_0) \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (2.53)$$

et :

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi_{1,h^{s_1}}^{\prime r} &= \frac{\Delta_{1,h^{s_1}}^s - h^{s_1} \Delta_{1,h^{s_1}kr}^s}{\Delta_{1,h^{s_1}}^s + h^{s_1} \Delta_{1,h^{s_1}kr}^s} \operatorname{tg} \varphi_m^s p \theta_0 \\ \operatorname{tg} \varphi_{1,h^{s_2}}^{\prime r} &= - \frac{\Delta_{1,h^{s_2}}^s - h^{s_2} \Delta_{1,h^{s_2}kr}^s}{\Delta_{1,h^{s_2}}^s + h^{s_2} \Delta_{1,h^{s_2}kr}^s} \operatorname{tg} \varphi_m^s p \theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (2.54)$$

IV-3 Relevés expérimentaux

Nous avons procédé à l'analyse spectrale des tensions secondaires pour des vitesses de rotation valant successivement 612, 951 et 1176tr/mn la machine étant alimentée par le réseau ($f^s=50\text{Hz}$).

En fait ces spectres concernent la tension entre phases. Cependant comme ces raies sont données en valeurs relatives, les analyses spectrales obtenues sont également valables pour les tensions simples.

La planche II.3 donne ces trois spectres. Pour chacun d'entre eux la valeur efficace du courant primaire absorbée était de 2.6A.

IV-4 Comparaison des résultats

Pour cette étude il convient de distinguer deux étapes. Tout d'abord, en utilisant les relevés relatifs à une vitesse de rotation de 612tr/mn, nous allons déterminer les valeurs relatives des composantes de l'induction (ce qui permettra éventuellement, par regroupement, de définir une valeur de r_3^s). Puis, en adoptant pour ces composantes les valeurs précédemment définies, nous allons calculer les valeurs théoriques correspondant aux autres vitesses et les comparer aux valeurs expérimentales.

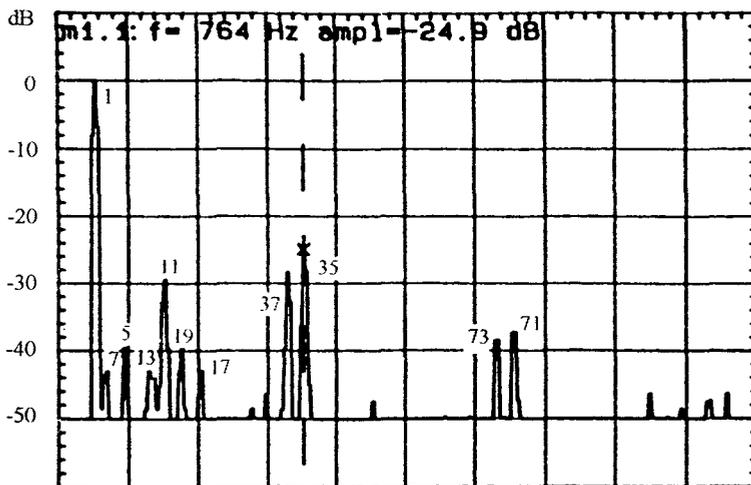
IV-4-1 Détermination des composantes de l'induction

Pour $N = 612\text{tr/mn}$ le glissement g est de 0.592. On en déduit donc, compte tenu de (2.21), les fréquences des signaux engendrés au rotor.

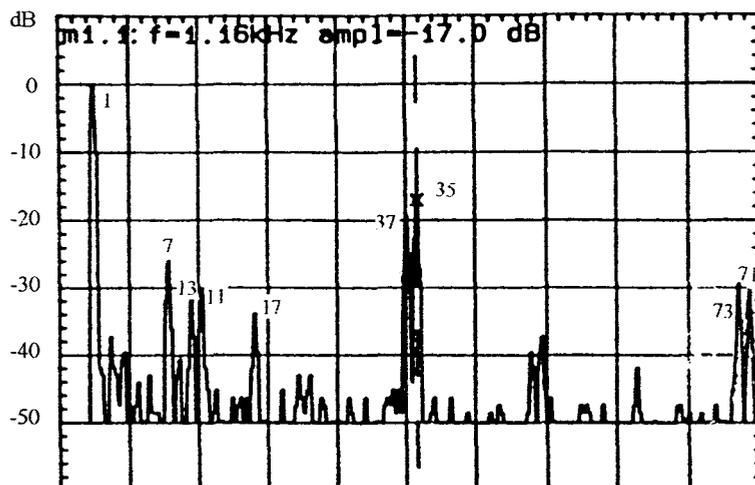
Spectres des tensions rotoriques

(les valeurs numériques présentes au niveau des raies correspondent aux valeurs de h^s)

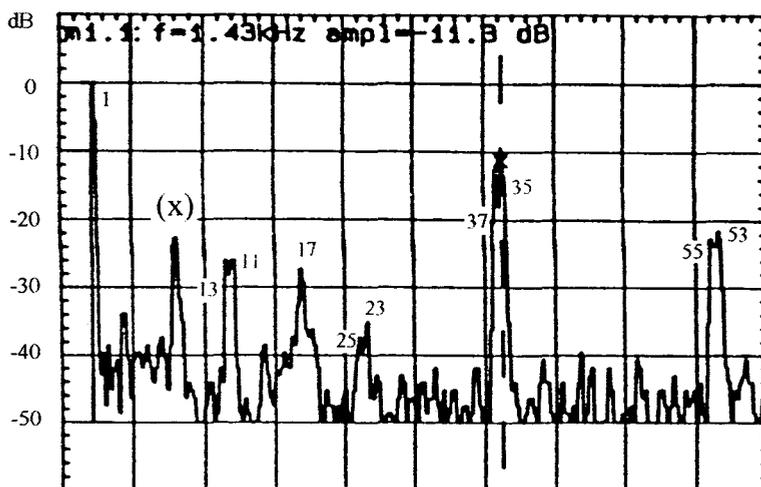
$$I_4^S = 2.6A$$



N=612 tr/mn
(g = 0.592)



N=951 tr/mn
(g = 0.366)



N=1176 tr/mn
(g = 0.216)

planche II.3

Les valeurs des fréquences calculées correspondent, lorsque ces raies existent, aux fréquences mesurées. Nous avons regroupé dans le tableau (2.10) les valeurs de ces fréquences ainsi que les valeurs expérimentales des raies qui composent le spectre. Pour le fondamental ($f^r=29.6\text{Hz}$) cette amplitude relative est de 100%.

h^s	-5	7	-11	13	-17	19	-23	25
f^r (Hz)	152	93	275	215	397	338	519	460
$-\Delta e_{1,h^s}^r$ (dB)	39.6	44	29.4	45	45	39.5	—	—
$\Delta e_{1,h^s}^r$ (%)	1	0.6	3.4	0.6	0.6	1	—	—

-35	37	-53	55	-71	73
764	705	1131	1072	1498	1440
29.4	28.3	—	—	37.3	38.5
5.7	3.8	—	—	1.4	1.2

tableau 2.10

La détermination des quantités Δ_{1,h^s}^s ne pose aucune difficulté pour les valeurs de h^s relatives à $h_{m=6}^s$ et 18. Pour les autres valeurs de $h_{m=6}^s$ le problème est plus délicat puisque (relations 2.53) on est en présence d'une seule équation à 3 inconnues. Si l'on examine par exemple pour $h^s=71$ les lois d'évolution de la composante fondamentale donnée à la figure (2.4) et du terme relatif à $k_r=6$ (courbes n) de la planche II.1) on peut noter que les passages par zéro de ces deux courbes coïncident ($r_d^s=0.76$ et 0.51), de même que la valeur de r_d^s (0.62) relative aux passages de ces courbes par un maximum. Comme les lois d'évolution paraissent identiques on en déduit que :

$$\Delta_{1,71} = \Delta_{1,71_6} k_{b71}$$

où k_{b71} est un coefficient constant indépendant de r_d^s .

Cette remarque s'applique également à $h^s=73$ et au couple défini pour $h_{m=36}^s$ avec $k_r=3$. On a donc pour ces composantes la relation générale :

$$\Delta_{1,h^s} = k_{bh^s} \Delta_{1,h^s_{kr}} \quad (2.55)$$

avec les valeurs suivantes de k_{bh^s} :

$$k_{b35} \# 11.2 \quad , \quad k_{b37} \# 10.8 \quad , \quad k_{b71} \# 18.6 \quad , \quad k_{b73} \# 20 \quad (2.56)$$

En ce qui concerne les valeurs de h^s relatives à $h^s_m=12$ le rapport n'est plus constant mais les lois d'évolution sont plus régulières. On a :

$$\begin{aligned} k_{b11} \# 3.8 \quad \text{pour } r_d^s=0.5 \quad \text{et} \quad k_{b11} \# 11 \quad \text{pour } r_d^s=0.8 \\ k_{b13} \# 3.2 \quad \text{pour } r_d^s=0.5 \quad \text{et} \quad k_{b13} \# 11 \quad \text{pour } r_d^s=0.8 \end{aligned} \quad (2.57)$$

Entre ces valeurs extrêmes k_{bh^s} évolue linéairement.

Si l'on considère les expressions (2.53) on a, par exemple, pour h^{s_1} , compte tenu de ce rapport k_{bh^s} , l'expression suivante :

$$\Delta e_{1,h^{s_1}}^r \# K_1(g) \Delta_{1,h^{s_1}}^s \left[1 + \left(\frac{h^{s_1}}{k_{bh^{s_1}}} \right)^2 + \frac{2h^{s_1}}{k_{bh^{s_1}}} \left(\cos^2 h^{s_{mp}} \theta_0 - \sin^2 h^{s_{mp}} \theta_0 \right) \right]^{1/2} \quad (2.58)$$

En donnant à la quantité $\cos^2 h^{s_{mp}} \theta_0 - \sin^2 h^{s_{mp}} \theta_0$ les valeurs extrêmes ± 1 il est possible de définir les valeurs extrêmes du coefficient multiplicateur, noté $k(\theta_0)$, égal à :

$$k(\theta_0) = \left[1 + \left(\frac{h^{s_1}}{k_{bh^{s_1}}} \right)^2 + \frac{2h^{s_1}}{k_{bh^{s_1}}} \cos 2h^{s_{mp}} \theta_0 \right]^{1/2} \quad (2.59)$$

Dans ces conditions l'expression de $\Delta e_{1,h^s}^r$ s'écrit :

$$\Delta e_{1,h^s}^r \# K_1(g) k(\theta_0) \Delta_{1,h^s}^s \quad (2.60)$$

Les applications numériques conduisent au tableau 2.11.

h^s		11	13	35	37	71	73
$k(\theta_0)$	$r_d^s=0.5$	1.9 3.9	3.1 5.1	2.1	2.4	2.8	2.7
	$r_d^s=0.8$	#0 2	0.2 2.2	4.1	4.4	4.8	4.6

tableau 2.11

On s'aperçoit que θ_0 joue un rôle non négligeable pour les faibles valeurs de h^s lorsque r_d^s est grand.

Il est à présent possible de déterminer (ou d'encadrer) les valeurs relatives des différentes composantes d'induction. Celles-ci sont données dans le tableau 2.12

h^s	5	7		11	13	17	19	35	37	71	73
$ K_{hs}(g) $	1.03	0.45		0.84	0.56	0.79	0.60	0.74	0.64	0.71	0.67
(%) $ \Delta_{1,h^s} $	3.62	4.98	$r_d^s=0.5$	2.1 1.0	0.34 0.21	2.83	6.22	3.7	2.5	0.7	0.6
			$r_d^s=0.8$	— 2.0	5.4 0.5			1.9	1.35	0.4	0.4
(%) $ \Delta_{1,h^s_{kr}} $			$r_d^s=0.5$	0.55 0.26	0.11 0.07			0.33	0.23	0.038	0.003
			$r_d^s=0.8$	— 0.19	0.5 0.05			0.17	0.13	0.022	0.020

tableau 2.12

En considérant les courbes de la figure 2.4 et de la planche II.1 il est possible, suite aux valeurs de $|\Delta_{1,h^s_{kr}}|$ qui viennent d'être estimées, de proposer une valeur de r_d^s . Il semblerait que la valeur la plus appropriée corresponde à $r_d^s=0.92$. Dans ce cas il est possible de vérifier que les

valeurs théoriques conduisent à des termes dont l'ordre de grandeur ainsi que l'importance relative sont globalement respectés.

- Que la valeur de r_d^s soit supérieure à la valeur maximale déduite des dimensions géométriques peut se justifier simplement en considérant le trajet réel des lignes de champ (fig 2.5).
- Que les comparaisons sur les inductions se soient faites au niveau des ordres de grandeurs n'est pas gênant puisque toute l'étude théorique porte sur un modèle simplifié d'encoche.
- L'imprécision résulte du fait ce que l'on s'est fixé de déterminer une valeur unique de r_d^s alors que celle-ci est fonction du rang des champs tournants harmoniques (cf paragraphe II-3 de la première partie).

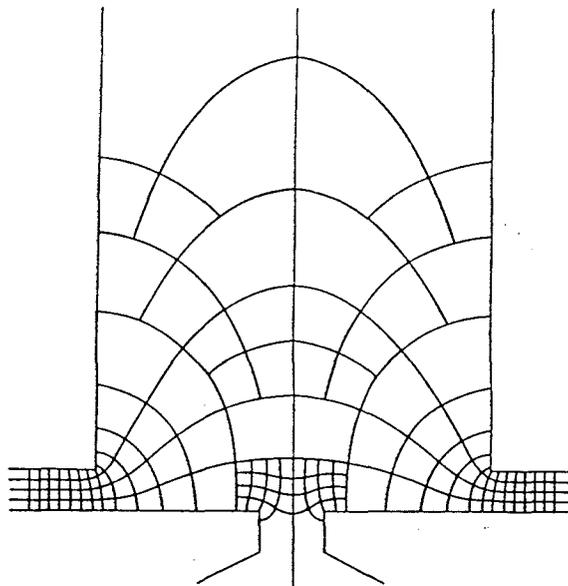


figure 2.5

IV-4-2 Prédétermination des f.e.m. rotoriques

Les seules différences, lorsqu'on modifie la vitesse de rotation, porteront sur les fréquences et sur les quantités $Kh^s(g)$. Nous avons reporté sur les spectres des figure b) et c) de la planche II.3 les valeurs de h^s relatives aux raies que nous avons pu identifier. Pour ces valeurs de h^s nous avons calculé les f.e.m. théoriques en utilisant la relation (2.60) ($k(\theta_0)$ prend la valeur 1 pour $h^s_{m=6, 18, \text{ et } 54}$), les valeurs de Δ_{1,h^s} étant celles figurant dans le tableau (2.12). Ces valeurs ainsi que celles déduites de l'expérimentation figurent dans les tableaux 2.13 ($N = 951\text{tr/mn}$) et 2.14 ($N = 1176\text{tr/mn}$).

N = 951tr/mn

g = 0.366

(h^s = 1 → f^r = 18.3Hz)

h ^s	-5	7	-11	13	-17	19	-23	25	-35	37	-53	55	-71	73
f ^r	209	172	399	362	589	552	779	742	1160	1123	1730	1694	2300	2264
K _{h^s} (g)	2.28	1.34	1.98	1.52	1.89	1.59	1.85	1.62	1.81	1.66	1.78	1.68	1.77	1.69
(%) Δe _{i, h^s} Théor.	2.2	1.79	7.99	1.60	1.43	2.65	///	///	13.9	9.82	///	///	3.5	2.8
(dB) -Δe _{i, h^s} Expér.	///	26	30.6	31.7	33.9	///	///	///	17	19.3	///	///	30.6	29.5
(%) Δe _{i, h^s} Expér.	///	5	2.9	2.6	2	///	///	///	14.1	10.8	///	///	2.9	3.3

tableau 2.13



N = 1176tr/mn

g = 0.212

(h^s = 1 → f^r = 10.6Hz)

h ^s	-5	7	-11	13	-17	19	-23	25	-35	37	-53	55	-71	73
f ^r	246	224	481	460	716	695	952	930	1422	1400	2128	2106	2833	2811
K _{h^s} (g)	4.66	3.04	4.15	3.35	3.99	3.47	3.92	3.53	3.85	3.59	3.80	3.63	3.78	3.65
(%) Δe _{i, h^s} Théor.	4.5	4.1	16.7	3.5	3.0	5.8	///	///	29.6	21.2	///	///	7.5	6
(dB) -Δe _{i, h^s} Expér.	///	///	26	26	27.2	///	35.1	37.3	11.3	12.5	21.5	22.6	non rel- evé	non rel- evé
(%) Δe _{i, h^s} Expér.	///	///	5	5	4.4	///	1.7	1.4	27.2	23.7	8.4	7.4	non rel- evé	non rel- evé

tableau 2.14

Les résultats obtenus suscitent plusieurs remarques.

- Le spectre relatif à $N = 1176\text{tr/mn}$ est très riche et les fréquences relatives aux deux valeurs de h^s à h^{s_m} donné sont très proches de sorte que pour pouvoir distinguer les différentes raies il aurait fallu dilater l'échelle des fréquences. Nous avons cependant conservé la même échelle pour la présentation des résultats. Celle-ci ne permet pas de faire apparaître les termes correspondant à $h^{s_m}=72$. Néanmoins lors de nos investigations nous nous sommes aperçus que ces termes se détachaient nettement du spectre.
- Nous pouvons noter pour $h^{s_m}=36$ et 72 une excellente concordance entre les valeurs théoriques et expérimentales.
- Pour les faibles valeurs de h^s ces raies résultent essentiellement des harmoniques d'espace. Comme ceux-ci sont fortement tributaires de la qualité des signaux appliqués à la machine on note des écarts plus importants puisque, théoriquement, nous avons supposé que les tensions appliquées étaient sinusoïdales. Le phénomène est d'ailleurs plus complexe car il y a une modulation avec le 50Hz. Une raie en génère donc deux, l'une à f^r+50 l'autre à f^r-50 . Ceci est particulièrement visible pour la raie repérée par x du spectre correspondant à $N=1176\text{tr/mn}$ (la fréquence de la raie est de $246+50=296\text{Hz}$). Les autres raies générées forment des "paquets" et il est difficile de les distinguer avec l'échelle retenue.
- Si l'on considère les raies générées pour $h^{s_m}=36$ et une vitesse de rotation de 1176tr/mn on peut estimer la contribution des composantes de l'induction dépendantes et indépendantes du glissement.

Pour $h^s=35$, compte tenu des valeurs qui figurent dans le tableau 2.12, on s'aperçoit que $\Delta e_{1,h^{s_1}kr}$ est sensiblement 6 fois plus élevée que $\Delta e_{1,h^{s_1}}$ (cela correspond approximativement à la valeur $h^{s_1}/k_{bh^{s_1}}$). Par conséquent nous pourrions négliger la contribution des composantes de l'induction indépendantes de g. Cette constatation justifie la remarque 4 du paragraphe III-3-2 où il était stipulé que certaines composantes d'induction, qui peuvent paraître insignifiantes, peuvent jouer un rôle prépondérant dans la génération des f.e.m. rotoriques et donc des effets secondaires qui en résultent.

Cette propriété est essentiellement liée à la denture. On est en présence d'un phénomène de RESONANCE que l'on peut qualifier de RESONANCE DE DENTURE qui apparaît lorsque le coefficient h^s+krN^r

prend la valeur 1.

Cette prédominance des composantes d'induction dépendantes de g sur la génération des f.e.m. secondaires concerne les couples $h^s=35, 37$, $h^s=71, 73$, ...

IV-4-3 Influence de la vitesse de rotation sur les f.e.m. rotoriques

Pour $N=612$ et 951tr/mn la contribution des f.e.m. harmoniques peut sembler négligeable. Ceci est un peu moins vrai pour $N=1176\text{tr/mn}$ et pour les termes relatifs à $h^s=35$ et 37 .

Cependant il ne faut pas oublier qu'en fonctionnement normal le glissement de la machine est faible (quelques pourcents) et c'est donc dans ces conditions qu'il convient d'analyser l'importance relative des différents termes.

* Fréquences

Pour définir ces fréquences nous introduirons une nouvelle valeur notée Δf et égale à f^r/f^s :

$$\Delta f = 1 - h^s(1-g) \quad (2.61)$$

- pour $g=1$ $\Delta f = 1$ quelque soit h^s ,
- pour $g=0$ $\Delta f = 1 - h^s$.

Entre ces valeurs extrêmes Δf évolue linéairement en fonction de g .

Pour $g=0$ le couple h^{s1} et h^{s2} conduit quelque soit h^{sm} aux mêmes valeurs. Les deux raies sont donc dans ce cas confondues

* Amplitudes

Il est évident que pour $g=0$: $e_{f,1}^s=0$ et donc seules les f.e.m. harmoniques seront présentes au niveau des phases rotoriques. Pour éviter de changer de formalisme nous allons encore travailler en valeurs relatives en faisant varier g de 1% (fonctionnement proche du fonctionnement à vide) à 1 (machine à l'arrêt).

La loi d'évolution de ces amplitudes est essentiellement liée à celle de la quantité $K_h^s(g)$ pour les composantes de f.e.m. fonction des composantes de l'induction indépendantes de g et de la quantité $h^s K_h^s(g)$ pour celles fonction des composantes de l'induction dépendantes de g . Compte tenu de l'expression de $K_h^s(g)$ donnée par la relation (2.39) et des composantes de

l'induction précédemment définies on aboutit au tableau 2.15 où nous avons précisé les valeurs relatives (ou les valeurs extrêmes qui encadrent ces valeurs) des f.e.m. pour $g=0.01$ et 1 . Nous avons également fait figurer les valeurs correspondant à $g=0.05$, glissement qui caractérise un fonctionnement proche du régime nominal.

h^s		5	7	11	13	17	19	35	37	71	73
$K_{hs}(g)$	$g=0.01$	-119	-84.7	-108	-91.3	-104.8	-93.7	-101.8	-96.3	-100.4	-97.6
	$g=0.05$	-23	-18.1	-20.8	-17.5	-20.2	-17.9	-19.6	-18.5	-19.3	-18.7
	$g=1$	-0.2	0.14	-0.09	0.08	-0.06	0.05	-0.03	0.03	-0.01	0.01
Δ_{1,h^s}		3.62	4.98	5.86 1.50	1.07 0.36	2.83	6.22	1.48 1.07	1.02 0.76	0.3 0.23	0.26 0.22
$\Delta e_{1,h^s}$ (%)	$g=0.01$	115.5	113	632.9 162	97.7 32.8	79.5	156.2	150.6 109	98.2 73.2	30 23	25.4 21.5
	$g=0.05$	22.3	24.1	121 31.2	18.7 6.3	15.3	29.8	29 21	18.9 14.1	5.8 4.4	4.9 4.1
	$g=1$	0.19	0.19	0.53 0.13	0.08 0.03	0.05	0.08	0.04 0.03	0.03 0.02	0.003 0.002	0.003 0.002

$\Delta_{1,h^s_{kr}}$				0.90 0.23	0.16 0.06			0.26 0.19	0.19 0.14	0.032 0.025	0.026 0.022
$\Delta e_{1,h^s_{kr}}$ (%)	$g=0.01$			1070 273	190 71.2			926 677	677 499	228 178	185 157
	$g=0.05$			206 52.6	36.4 13.7			178.4 130.3	130 95.8	43.8 34.3	35.5 30
	$g=1$			0.90 0.23	0.17 0.06			0.27 0.20	0.21 0.16	0.02 0.02	0.02 0.02

tableau 2.15

Comme nous l'avons précisé (remarque 3 paragraphe III-3) toute les pulsations présentent la même valeur pour $g=1$. L'onde unique qui apparaît au rotor sera néanmoins, compte tenu des faibles valeurs relatives des f.e.m. harmoniques, peu différentes (écart inférieur à 1%) de la composante fondamentale déterminée dans les mêmes conditions pour $h^s=1$.

Il nous semble important de souligner qu'aux faibles glissements il apparaît, suite au phénomène de RESONANCE DE DENTURE, des f.e.m. au secondaire de fréquence élevée et d'amplitude importante (ex. $h^s=35$ et $g=0.01$ la f.e.m. engendrée au secondaire a pour fréquence 1682Hz et présente une amplitude dix fois plus importante que celle relative au fondamental). L'hypothèse communément formulée qui consiste à négliger les pertes fer

secondaires pour g faible perd alors de son sens si l'on tient compte de ces f.e.m. harmoniques qui pourraient être à l'origine certaines pertes supplémentaires.

Lorsque les deux composantes de f.e.m. coexistent, celle qui est fonction des composantes de l'induction dépendantes de g l'emporte très nettement sur la composition de l'onde finale. Par conséquent, par soucis de simplifications, nous ne retiendrons pour la suite de l'étude que ces composantes. Il en résulte que les f.e.m. harmoniques, pour les termes significatifs, seront caractérisées par les expressions suivantes :

* $h^s_m = 6$

$h^s=-5$	$\Delta e_{1,5}^r = 0.268 \Delta_{1,5}^s K_5(g)$	$\Delta_{1,5}^s = 3.62$	$\varphi_{1,5}^r = -(h^s_m - 1) p \theta_0 - \frac{\pi}{2}$
$h^s=7$	$\Delta e_{1,7}^r = -0.268 \Delta_{1,7}^s K_7(g)$	$\Delta_{1,7}^s = 4.98$	$\varphi_{1,7}^r = (h^s_m + 1) p \theta_0 - \frac{\pi}{2}$

* $h^s_m = 12$

$h^s=-11$	$\Delta e_{1,11}^r = h^s K_{11}(g) \Delta_{1,11}^s$	$\Delta_{1,11}^s = 0.37$	$\varphi_{1,11}^r = (h^s_m + 1) p \theta_0 + \frac{\pi}{2}$
$h^s=13$	$\Delta e_{1,13}^r = h^s K_{13}(g) \Delta_{1,13-1}^s$	$\Delta_{1,13-1}^s = 0.08$	$\varphi_{1,13}^r = -(h^s_m - 1) p \theta_0 + \frac{\pi}{2}$

* $h^s_m = 18$

$h^s=-17$	$\Delta e_{1,17}^r = 0.268 \Delta_{1,17}^s K_{17}(g)$	$\Delta_{1,17}^s = 2.83$	$\varphi_{1,17}^r = -(h^s_m - 1) p \theta_0 - \frac{\pi}{2}$
$h^s=19$	$\Delta e_{1,19}^r = -0.268 \Delta_{1,19}^s K_{19}(g)$	$\Delta_{1,19}^s = -6.22$	$\varphi_{1,19}^r = (h^s_m + 1) p \theta_0 - \frac{\pi}{2}$

* $h^s_m = 36$

$h^s=-35$	$\Delta e_{1,35}^r = h^s K_{35}(g) \Delta_{1,35_3}^s$	$\Delta_{1,35_3}^s = -0.22$	$\varphi_{1,35}^r = (h^s_m + 1) p \theta_0 + \frac{\pi}{2}$
$h^s=37$	$\Delta e_{1,37}^r = h^s K_{37}(g) \Delta_{1,37-3}^s$	$\Delta_{1,37-3}^s = -0.16$	$\varphi_{1,37}^r = -(h^s_m - 1) p \theta_0 + \frac{\pi}{2}$

* $h^s_m = 72$

$h^s=-71$	$\Delta e_{1,71}^r = h^s K_{71}(g) \Delta_{1,71_6}^s$	$\Delta_{1,71_6}^s = -0.028$	$\varphi_{1,71}^r = (h^s_m + 1) p \theta_0 + \frac{\pi}{2}$
$h^s=73$	$\Delta e_{1,73}^r = h^s K_{73}(g) \Delta_{1,73-6}^s$	$\Delta_{1,73-6}^s = -0.025$	$\varphi_{1,73}^r = -(h^s_m - 1) p \theta_0 + \frac{\pi}{2}$

(2.62)

(Dans ces expressions les valeurs relatives des inductions ont été recalculées en utilisant les formulations simplifiées et en prenant en compte les valeurs expérimentales pour $N=612 \text{tr/mn}$, quant aux signes, ceux-ci sont déduits des courbes de la figure 2.4 et de la planche II.1 en supposant que $r_d^s=0.92$).

V- COURANTS SECONDAIRES

Nous avons, pour les vitesses de rotation précédentes, effectué l'analyse spectrale des courants rotoriques lorsque le secondaire était fermé sur trois résistances identiques (ces résistances nous ont permis en fait d'ajuster la vitesse de rotation à la valeur voulue).

Les spectres obtenus sont donnés sur la planche II.4 où sont également précisées les conditions d'essais.

Dans ce cas, pour exploiter les résultats, nous allons dans les trois cas déterminer la réactance cyclique de fuites secondaire x^r .

V-1 Réactance de fuites secondaire

En considérant les courants secondaires en valeurs relatives :

$$\Delta i_{1,h^s}^r = \frac{I_{1,h^s}^r}{I_{1,1}^r} \quad (2.63)$$

on obtient, compte tenu de (1.143)

$$\Delta i_{1,h^s}^r = \Delta e_{1,h^s}^r \cdot \Delta y \quad (2.64)$$

avec :

$$\Delta y = \left[\frac{(r^r+R)^2 + (gx^r)^2}{(r^r+R)^2 + x^{r2}(1-h^s(1-g))^2} \right]^{1/2} \quad (2.65)$$

où R représente la résistance par phase introduite au rotor.

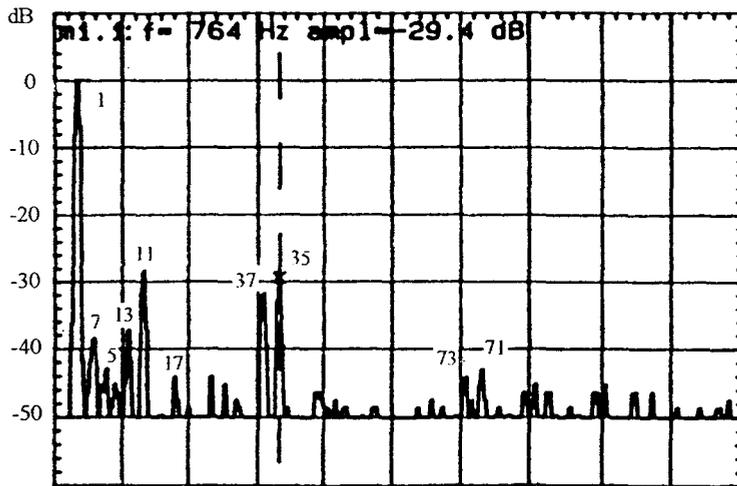
Les spectres des tensions et des courants conduisent aux valeurs de x^r données dans le tableau 2.16. Ces quantités sont déduites de (2.65) en utilisant la relation :

$$\left(\frac{R+r^r}{x^r} \right)^2 = \frac{g^2 - \Delta y^2 \Delta f^2}{\Delta y^2 - 1} \quad (2.66)$$

Δf étant donnée par (2.61).

Spectres des courants rotoriques

(les valeurs numériques présentes au niveau des raies correspondent aux valeurs de h^s)

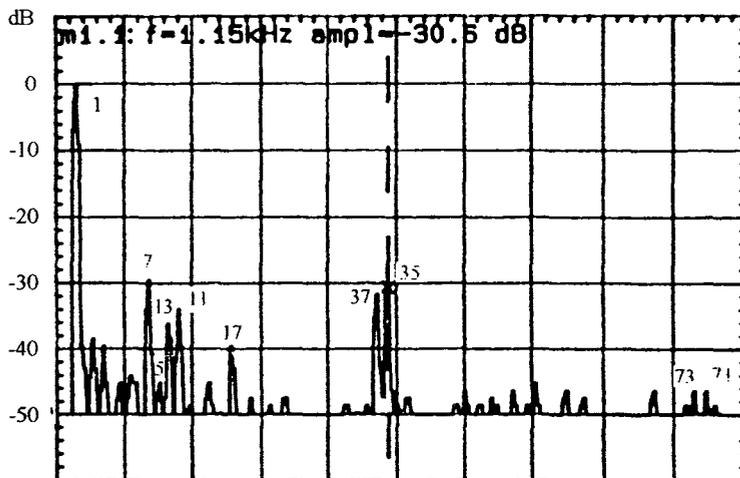


N=612 tr/mn

(g = 0.592)

$I^s = 3.3A$

$I^r = 6.3A$

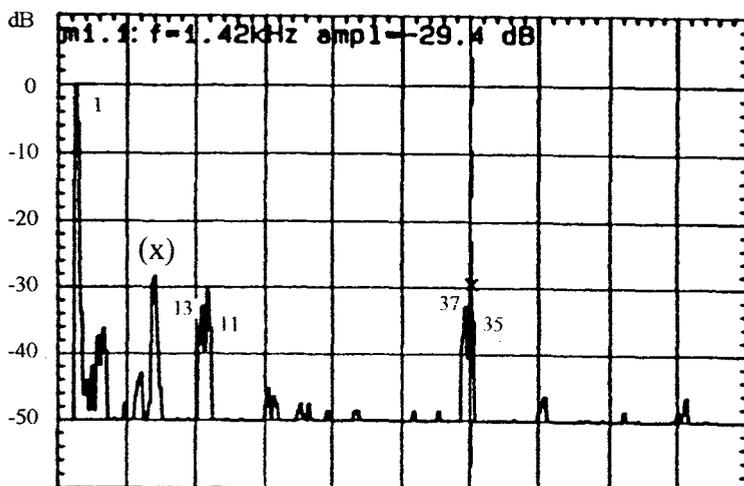


N=951 tr/mn

(g = 0.366)

$I^s = 3.5A$

$I^r = 7.4A$



N=1176 tr/mn

(g = 0.216)

$I^s = 4.15A$

$I^r = 10A$

planche II.4

$N = 612\text{tr/mn}$, $g = 0.592$, $R = 4\Omega$, $r^r = 0.14\Omega$

h^s	-5	7	-11	13	-17	19	-35	37	-71	73
$\Delta e_{1,h^s}^{(\%)}$	1	0.6	3.4	0.6	0.6	1	5.7	3.8	1.4	1.2
$\Delta i_{1,h^s}^{(\%)}$	0.7	1.2	3.8	1.4	0.6	X	3.4	2.6	0.7	0.6
Δf	3.04	1.86	5.50	4.30	7.94	6.76	15.28	14.10	29.96	28.80
Δy	0.7	2	1.1	2.3	1	X	0.6	0.7	0.5	0.5
x^r	1.38	?	?	?	?	X	0.36	0.3	0.24	0.25

$N = 951\text{tr/mn}$, $g = 0.366$, $R = 1.7\Omega$, $r^r = 0.14\Omega$

h^s	-5	7	-11	13	-17	19	-35	37	-71	73
$\Delta e_{1,h^s}^{(\%)}$	X	5	2.9	2.6	2	X	14.1	10.8	2.9	3.3
$\Delta i_{1,h^s}^{(\%)}$	X	3.4	2	1.5	2	X	3	2.6	0.5	0.5
Δf	4.17	3.44	7.98	7.24	11.8	11	23.2	22.5	46	45.3
Δy	X	0.68	0.69	0.58	1	X	0.21	0.24	0.17	0.15
x^r	X	0.57	0.24	0.36	?	X	0.37	0.33	0.23	0.27

$N = 1176\text{tr/mn}$, $g = 0.212$, $R = 0.7\Omega$, $r^r = 0.14\Omega$

h^s	-5	7	-11	13	-17	19	-35	37	-71	73
$\Delta e_{1,h^s}^{(\%)}$	X	X	5	5	4.4	X	27.2	23.7	X	X
$\Delta i_{1,h^s}^{(\%)}$	X	2.3	3	X	X	X	3.4	2.3	X	X
Δf	4.92	4.48	9.62	9.20	14.3	13.9	28.5	28	56.7	56.2
Δy	X	X	0.6	X	X	X	0.125	0.1	X	X
x^r	X	X	0.12	X	X	X	0.23	0.30	X	X

tableau 2.16

* (le point d'interrogation précise que les valeurs calculées sont totalement dénuées de sens)

On s'aperçoit que les valeurs de x^r obtenues pour $h^s_m=36$ sont très proches. Par contre pour $h^s_m=6$ et 12 on aboutit dans la plus part des cas à des valeurs erronées. Ceci se justifie assez simplement dans la mesure où nous avons précédemment précisé que les f.e.m. harmoniques pour ces valeurs de h^s étaient essentiellement liées aux harmoniques d'espace et par conséquent qu'elles étaient tributaires de la pollution du réseau. Dans ces conditions il n'est plus possible d'utiliser les relations précédentes qui supposent une tension parfaitement sinusoïdale.

Si l'on considère les valeurs de x^r obtenues pour $h^s_m=36$ et 72 on remarque que celles-ci évoluent entre 0.23 et 0.37 . Ces fluctuations sont dues aux conditions de mesure qui sont assez délicates mais également aux variations que présentent les quantités x^r et les résistances en fonction de la fréquence des signaux (la valeur maximale de cette fréquence est ici de 2800Hz).

En utilisant le rapport de transformation $m=3.38$ on en déduit la valeur de cette réactance ramenée au primaire. En considérant la valeur moyenne $x^r=0.3\Omega$ il vient :

$$x'^r \# 3.4\Omega$$

de sorte que $x^s \# 0.9\Omega$

(Ces valeurs donnent un ordre de grandeur dans la mesure où la réactance totale de fuites ramenée au primaire égale à 4.3Ω est déterminée à une fréquence de 50Hz).

Les valeurs de h^s qui conduisent à des valeurs erronées semblent être en nombre important. Ceci est essentiellement dû au fait que pour les faibles valeurs de h^s le dénominateur qui figure dans la relation (2.66) est très proche de 0 . A titre d'exemple nous avons calculé, pour $N = 612\text{tr/mn}$, en donnant à x^r la valeur 0.3Ω , et en supposant exactes les valeurs de $\Delta e_{1,h^s}^r$, les quantités $\Delta i_{1,h^s}^r$. Celles-ci figurent dans le tableau 2.17 où nous avons également rappelé les valeurs expérimentales.

h^s	-5	7	-11	13	-17	19
$\Delta i_{1,h^s}^r$ (%) théor.	1	0.6	3.2	0.6	0.5	0.9
$\Delta i_{1,h^s}^r$ (%) expér.	0.7	1.2	3.8	1.4	0.6	X

tableau 2.17

Bien que l'étude porte sur des grandeurs faibles (de l'ordre du pourcent), les valeurs ainsi prédéterminées sont proches des valeurs expérimentales.

En prenant également en compte le fait que nous avons introduit au rotor une résistance R et que celle-ci, pour les faibles vitesses, est grande devant x^r , il est possible de considérer que, dans l'ensemble, les résultats obtenus sont très satisfaisants.

V-2 Valeurs relatives des courants aux faibles glissements

Nous allons considérer que le fonctionnement s'effectue avec le rotor court-circuité ($R=0$). Dans ces conditions, pour un fonctionnement classique (g faible inférieur à 10%), il est possible, pour $h^s > 1$, de simplifier l'expression de Δy . Celle-ci s'écrit :

$$\Delta y \# \frac{r^r}{h^s x^r}$$

Pour calculer les valeurs relatives des courants il convient de distinguer deux cas suivant que $|\Delta e_{1,h^s}^r| = 0.268 \Delta_{1,h^s}^s K h^s(g)$ ou que $|\Delta e_{1,h^s}^r| = h^s \Delta_{1,h^s}^s K h^s(g)$. En remarquant que pour $h^s > 1$, $K h^s(g) \# -h^s m / (g |h^s|)$, la relation (2.64) conduit aux deux expressions de $|\Delta i_{1,h^s}^r|$:

$$|\Delta i_{1,h^s}^r| \# 0.268 \frac{r^r}{g x^r} \left| \frac{\Delta_{1,h^s}^s}{h^s} \right| \quad (\text{valable pour } h^s = 5, 7, 17, 19)$$

$$|\Delta i_{1,h^s}^r| \# \frac{r^r}{g x^r} |\Delta_{1,h^s}^s| \quad (\text{valable pour } h^s = 11, 13, 35, 37, 71, 73)$$

On en déduit, en considérant les valeurs relatives des inductions données par (2.62), les différentes valeurs de $|\Delta i_{1,h^s}^r|$:

$h^s m = 6$	$ \Delta i_{1,5}^r \# 0.09/g$,	$ \Delta i_{1,7}^r \# 0.09/g$	
$h^s m = 12$	$ \Delta i_{1,11}^r \# 0.17/g$,	$ \Delta i_{1,13}^r \# 0.04/g$	

$$\begin{array}{lcl}
h^s_m = 18 & |\Delta i_{1,17}^r| \# 0.02/g & , \quad |\Delta i_{1,19}^r| \# 0.04/g \\
h^s_m = 36 & |\Delta i_{1,35}^r| \# 0.1/g & , \quad |\Delta i_{1,37}^r| \# 0.08/g \\
h^s_m = 72 & |\Delta i_{1,71}^r| \# 0.013/g & , \quad |\Delta i_{1,73}^r| \# 0.011/g
\end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}} \right\} (2.67)$$

ces valeurs étant exprimées en (%).

Plus g est faible plus l'importance relative de ces harmoniques est grande. En ce qui concerne la phase de ces courants par rapport à l'onde de tension qui les génère, la relation (1.143), pour $g < 10\%$ et pour $h^s > 1$, donne :

$$\text{Arg}(\tilde{z}_{1,h^s}^r) \# \text{Arctg} \frac{x^r}{r^r} h^s_m \quad (2.68)$$

Cette phase est donc indépendante de g .

CHAPITRE II

EFFETS GENERES PAR LE ROTOR

I- COMPOSANTES DE L'INDUCTION GENEREE PAR LE ROTOR

I-1 Forces magnétomotrices secondaires

Si l'on convient, comme pour les quantité h^s , d'introduire une quantité h^r_m ($h^r_m=6, 12, 18...$) et de définir les valeurs relatives à $h^s=1$ et $h^r=1$ respectivement par h^{s_m+1} et h^{r_m+1} avec $h^{s_m}=h^{r_m}=0$ on obtient, compte tenu de (1.145) :

$$\left. \begin{array}{l}
 h^s = h^{s_m+1} \\
 h^r = h^{r_m+1} \quad \mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r) = 9 \quad \text{avec} \quad h^s - h^r = h^{s_m} - h^{r_m} \\
 h^r = h^{r_m-1} \quad \mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r) = 9 \quad \text{avec} \quad h^s + h^r = h^{s_m} + h^{r_m}
 \end{array} \right\} (2.69)$$

$$\left. \begin{array}{l}
 h^s = -(h^{s_m+1}) \\
 h^r = h^{r_m+1} \quad \mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r) = 9 \quad \text{avec} \quad h^s - h^r = -(h^{s_m} + h^{r_m}) \\
 h^r = h^{r_m-1} \quad \mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r) = 9 \quad \text{avec} \quad h^s + h^r = h^{s_m} - h^{r_m}
 \end{array} \right\} (2.70)$$

Cette propriété peut encore se traduire de la façon suivante :

$$\left. \begin{array}{l}
 - \text{à } h^r \text{ donné} = h^{r_m+1} \text{ seules les composantes fonction de } \mathcal{F}^{r''}(h^s, h^r) \text{ existent} \\
 - \text{à } h^r \text{ donné} = h^{r_m-1} \text{ seules les composantes fonction de } \mathcal{F}^{r'}(h^s, h^r) \text{ existent}
 \end{array} \right\} (2.71)$$

On a donc, en considérant les relations (1.147) et (1.148), les quantités $\varepsilon_{1,h^s,h^r}^r(\alpha,\theta)$ qui sont définies pour $h^r = h^{r_m-1}$, quant à celles caractérisées par $\varepsilon_{1,h^s,h^r}^r(\alpha,\theta)$, elles n'existent que pour $h^r = h^{r_m+1}$.

A h^s et h^r donnés $\hat{\varepsilon}_{1,h^s,h^r}^r$ (relation (1.145)) a pour expression :

$$\hat{\varepsilon}_{1,h^s,h^r}^r = \frac{\sqrt{2}}{6} I_{1,h^s}^r A_{h^r}^r$$

$A_{h^r}^r$ étant obtenu en considérant les relations (1.58) et (1.59) quant aux phases, elles se déduisent de (2.62), (1.143), (1.144) et (1.146).

I-2 Composantes de l'induction générées par le rotor indépendantes de la denture statorique

I-2-1 Expressions analytiques des différentes composantes

Ces composantes sont données par (1.152) et (1.153).

Compte tenu de (1.150) et en posant comme précédemment $K'=K(3\sqrt{2}/2)$ il vient :

- pour $h^s=h^{s_m+1}$, $h^r=h^{r_m-1}$ et $h^s=-(h^{s_m-1})$, $h^r=h^{r_m-1}$ soit $h^r \in H^r'=(5, 11, 17\dots)$

$$b_{1,h^s,h^r_0}^r(\alpha,\theta)=K'I_{1,h^s}^r A_{h^r}^r A_0 \cos \left[n_1^r \omega t + h^r p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r}^r - h^r p \theta_0 \right]$$

$$b_{1,h^s,h^r_{krr^+}}^r(\alpha,\theta)=\frac{K'}{2} I_{1,h^s}^r A_{h^r}^r A_r \cos \left[(n_1^r - (1-g)k_{rr} N^r) \omega t + (h^r + k_{rr} N^r) p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r}^r - (k_{rr} N^r + h^r) p \theta_0 \right] \frac{1}{k_{rr}} \sin(k_{rr} r_d^r \pi)$$

$$b_{1,h^s,h^r_{krr^-}}^r(\alpha,\theta)=\frac{K'}{2} I_{1,h^s}^r A_{h^r}^r A_r \cos \left[(n_1^r + (1-g)k_{rr} N^r) \omega t + (h^r - k_{rr} N^r) p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r}^r + (k_{rr} N^r - h^r) p \theta_0 \right] \frac{1}{k_{rr}} \sin(k_{rr} r_d^r \pi)$$

$$\text{avec } n_1^r = 1 - (1-g)(h^{s_m} + h^{r_m}) \quad \text{pour } h^s = h^{s_m+1} \quad \left. \vphantom{\text{avec}} \right\} \quad (2.73)$$

$$\text{et } n_1^r = 1 + (1-g)(h^{s_m} - h^{r_m}) \quad \text{pour } h^s = -(h^{s_m-1}) \quad \left. \vphantom{\text{et}} \right\} \quad (2.74)$$

- pour $h^s=h^{s_m+1}$, $h^r=h^{r_m+1}$ et $h^s=-(h^{s_m-1})$, $h^r=h^{r_m+1}$ soit $h^r \in H^r''=(1, 7\dots)$

$$b_{1,h^s,h^r_0}^r(\alpha,\theta)=K'I_{1,h^s}^r A_{h^r}^r A_0 \cos \left[n_2^r \omega t - h^r p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r}^r + h^r p \theta_0 \right]$$

$$b_{1,h^s,h^r_{krr^+}}^r(\alpha,\theta)=\frac{K'}{2} I_{1,h^s}^r A_{h^r}^r A_r \cos \left[(n_2^r - (1-g)k_{rr} N^r) \omega t - (h^r - k_{rr} N^r) p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r}^r - (k_{rr} N^r - h^r) p \theta_0 \right] \frac{1}{k_{rr}} \sin(k_{rr} r_d^r \pi)$$

$$b_{1,h^s,h^r_{krr^-}}^r(\alpha,\theta)=\frac{K'}{2} I_{1,h^s}^r A_{h^r}^r A_r \cos \left[(n_2^r + (1-g)k_{rr} N^r) \omega t - (h^r + k_{rr} N^r) p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r}^r - (k_{rr} N^r + h^r) p \theta_0 \right] \frac{1}{k_{rr}} \sin(k_{rr} r_d^r \pi)$$

(2.75)

$$\left. \begin{array}{l} \text{avec } n_2^r = 1-(1-g)(h^{s_m}-h^{r_m}) \quad \text{pour } h^s=h^{s_m+1} \\ \text{et } n_2^r = 1+(1-g)(h^{s_m}+h^{r_m}) \quad \text{pour } h^s=-(h^{s_m}-1) \end{array} \right\} \quad (2.76)$$

Quant aux phases, comme les quantités $\mu^r 2\pi/3$ et $\mu^{r''} 2\pi/3$ sont des multiples entiers de 2π , il est possible de simplifier leurs expressions. Celles-ci (relations (1.146)) s'écrivent :

$$\xi_{1,h^s,h^r}^{r'} = \xi_{1,h^s,h^r}^{r''} = \varphi_{1,h^s}^r + \text{Arg}(\tilde{Z}_{1,h^s}) \quad (2.77)$$

φ_{1,h^s}^r se déduisant de (2.62) et $\text{Arg}(\tilde{Z}_{1,h^s})$ de (1.143).

Lorsque les regroupements s'effectuent à h^s donné, toutes les composantes sont en phase. Les calculs sont similaires à ceux effectués pour le primaire et on aboutit aux mêmes propriétés de sorte que les ondes d'induction résultantes données par (1.165) s'écrivent :

$$\left. \begin{array}{l} b_{1,h^s,h^r}^{r-}(\alpha,\theta) = \hat{b}_{1,h^s,h^r}^r \cos \left[n_1^r \omega t + h^{r_p} \alpha - \xi_{1,h^s,h^r}^{r'} - h^{r_p} \theta_0 \right] \quad \text{pour } h^r = h^{r_m-1} \\ b_{1,h^s,h^r}^{r+}(\alpha,\theta) = \hat{b}_{1,h^s,h^r}^r \cos \left[n_2^r \omega t - h^{r_p} \alpha - \xi_{1,h^s,h^r}^{r''} + h^{r_p} \theta_0 \right] \quad \text{pour } h^r = h^{r_m+1} \end{array} \right\} \quad (2.78)$$

avec (relation (1.164)) :

$$\hat{b}_{1,h^s,h^r}^r = K' I_{1,h^r}^r \left\{ A_{h^r}^r A_0 + \frac{1}{2} A_r \sum_{krr=1}^{\infty} \mathcal{J}_{kr} \frac{1}{krr} \sin(krr r_d^r \pi) \right\} \quad (2.79)$$

et :

$$\mathcal{J}_{kr} = \left[\begin{array}{ccc} A_{h^r}^r & + & A_{h^r}^r & + & A_{h^r}^r \\ h^{r'} = h^r - krr N^r & & h^{r'} = h^r + krr N^r & & h^{r'} = -h^r + krr N^r \\ (h^{r'} > 0) & & & & (h^{r'} > 0) \end{array} \right] \quad (2.80)$$

I-2-2 Applications numériques

En posant :

$$B_{h^r}^r = \frac{(-1)^{(h^r-1)/2}}{h^r} \frac{\sin(h^r\pi/6)}{\sin(h^r\pi/6m^r)} \frac{\sin(h^r\pi\bar{r}_d^r/N^r)}{h^r\bar{r}_d^r} \quad (2.81)$$

$A_{h^r}^r$ s'écrit :

$$A_{h^r}^r = \frac{12z^r}{\pi^2} B_{h^r}^r \quad (2.82)$$

En introduisant la quantité $K_{1,h^s}^{r''}$ donnée par :

$$K_{1,h^s}^{r''} = K'12z^r I_{1,h^s}^r / \pi^2 \quad (2.83)$$

la relation (2.79) devient :

$$\hat{b}_{1,h^s,h^r}^r = K_{1,h^s}^{r''} \left\{ B_{h^r}^r A_0 + \frac{1}{2} A_r \sum_{k_{rr}=1}^{\infty} S_{kr} \frac{1}{k_{rr}} \sin(k_{rr}r_d^r\pi) \right\} \quad (2.84)$$

S_{kr} étant obtenue en remplaçant dans la relation (2.80) les quantités $A_{h^r}^r$ par $B_{h^r}^r$ définies selon (2.81).

Dans ce cas encore nous conviendrons de présenter les résultats en valeurs relatives. Pour cela nous diviserons la quantité \hat{b}_{1,h^s,h^r}^r par $K_{1,h^s}^{r''}$. Comme cette valeur relative est indépendante de h^s nous la noterons tout simplement $\hat{\ell}_{1,h^r}^r$:

$$\hat{\ell}_{1,h^r}^r = \hat{b}_{1,h^r}^r / K_{1,h^s}^{r''} \quad (2.85)$$

Tous les calculs seront effectués en donnant à k_{rr} toutes les valeurs comprises entre 1 et 100.

I-2-2-1 Composantes fondamentales partielles

Nous conviendrons de caractériser de composantes fondamentales partielles les composantes d'induction relatives à $h^r=1$ et ceci quelle que soit la valeur de h^s .

- Nous avons représenté à la figure 2.6 la loi d'évolution de l'amplitude de la composante fondamentale partielle $\hat{\ell}_{1,1}^r$ correspondant à $h^s=1$, en fonction de r_d^s . Cette onde à $2p$ pôles, comme $n_2^s=1$, évolue à une vitesse égale à ω/p . Il apparaît si l'on compare cette courbe à celle de la figure 2.3 qui donne $\hat{\ell}_{1,1}^s$ que ces valeurs relatives ont la même loi d'évolution.
- Les quantités $\hat{\ell}_{1,1}^r$ sont, compte tenu de leur définition, indépendantes de h^s . Par conséquent la caractéristique tracée pour $h^s=1$ traduit également les lois d'évolution des composantes relatives pour les autres valeurs de h^s .

Pour apprécier la contribution des différents termes il convient de prendre en compte les différences qui apparaissent au niveau des valeurs efficaces des courants harmoniques.

Pour cela il convient d'introduire une nouvelle variable $\hat{\ell}_{1,h^s,1}^r$ qui donne l'amplitude relative de la composante fondamentale $b_{1,h^s,1}^r$ générée pour h^s différent de 1 ramenée à $K_{1,1}^{r''}$:

$$\hat{\ell}_{1,h^s,1}^r = \frac{\hat{b}_{1,h^s,1}^r}{K_{1,1}^{r''}} \quad (2.86)$$

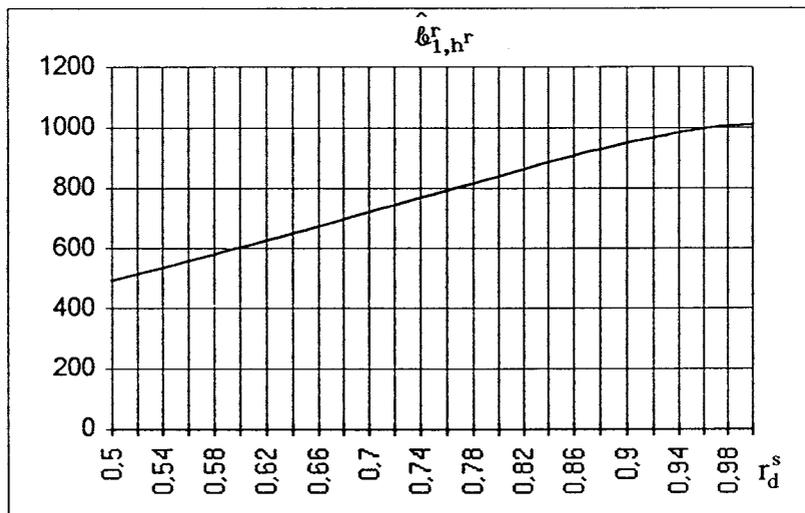


figure 2.6

Suite à la définition de $K_{1,h^s}^{r''}$ donnée par (2.83) on en déduit que :

$$\hat{\mathcal{L}}_{1,h^s,1}^r = \hat{\mathcal{L}}_{1,1}^r k_{h^s}^i \quad (2.87)$$

avec :

$$k_{h^s}^i = \frac{I_{1,h^s}^r}{I_{1,1}^r} \quad (2.88)$$

Il en résulte que pour obtenir ces caractéristiques il suffit, à h^s donné, de multiplier les ordonnées du système d'axes de la figure 2.6 par le coefficient $k_{h^s}^i$ qu'il est possible de déduire de (2.67).

I-2-2-2 Harmoniques

Ces harmoniques sont définis pour h^r différent de 1.

- A h^s donné nous avons calculé l'amplitude de ces harmoniques ramenée à l'amplitude du fondamental. Ces termes notés Δ_{1,h^r}^r sont donnés par :

$$\Delta_{1,h^r}^r = \frac{\hat{b}_{1,h^s,h^r}^r}{\hat{b}_{1,h^s,1}^r} = \frac{\hat{\mathcal{L}}_{1,h^r}^r}{\hat{\mathcal{L}}_{1,1}^r} \quad (2.89)$$

A titre de comparaison (quantités analogues à celles définies pour le stator données dans le tableau 2.1) nous avons regroupé dans le tableau 2.18 les valeurs des quantités $B_{h^r}^r$ (composantes principales), les résultats des sommations sur k_{rr} (composantes secondaires notées $\sum_{k_{rr}}$) ainsi que les valeurs relatives des composantes d'induction calculées pour $r_d^s=0.785$. Dans ce tableau ne figurent que les valeurs de h^r qui conduisent à des valeurs relatives qui sont au minimum de l'ordre de 1%.

Les courbes de la figure 2.7 donnent les lois d'évolution, pour les termes les plus significatifs, des valeurs relatives des inductions en fonction de r_d^s (la valeur de référence $\hat{\mathcal{L}}_{1,1}^r$ évolue également en fonction de ce paramètre).

En comparant ces courbes à celles données pour le stator à la figure 2.4, on peut noter que l'importance relative des différents termes est du même ordre de grandeur.

h^r	$B_{h^r}^r$	$\sum_{k=r}^r$	$\Delta_{1,h^s,h^r}^r(\%)$
1	0.5056	0.0023	100
5	0.0269	0.0036	5.6
7	0.0191	0.0060	4.2
11	0.0446	0.1189	17.3
13	-0.0372	0.1078	0.3
17	-0.0074	0.0021	-1.3
19	-0.0065	-0.0016	-1.4
23	-0.0191	-0.0971	-10.7
25	-0.0171	-0.1038	-4.0
⋮	⋮	⋮	⋮
35	-0.0103	-0.0737	7.3
37	-0.0093	0.0895	4.6
⋮	⋮	⋮	⋮
47	-0.0056	-0.0486	-4.6
49	0.0050	-0.0691	-3.9
⋮	⋮	⋮	⋮
59	0.0027	0.0241	2.3
61	-0.0023	0.0457	2.8
⋮	⋮	⋮	⋮
71	-0.0009	-0.0028	-0.4
73	0.0007	-0.0224	-1.5

tableau 2.18

Pour analyser l'importance relative des différents termes générés par les harmoniques de courant il convient de ramener l'amplitude des ondes d'induction harmoniques à l'amplitude de la composante fondamentale définie pour $h^s=1$.

De façon générale ces quantités, notées Δ_{1,h^s,h^r}^r sont données par :

$$\Delta_{1,h^s,h^r}^r = \frac{\hat{b}_{1,h^s,h^r}^r}{\hat{b}_{1,1,1}^r} \quad (2.90)$$

soit :

$$\Delta_{1,h^s,h^r}^r = k_h^{1,h^s} \Delta_{1,h^r}^r \quad (2.91)$$

INDUCTIONS INDEPENDANTES DE LA DENTURE STATORIQUE

$$\Delta_{1,h^r}^r (r_d^s) (\%)$$

(paramètre h^r)

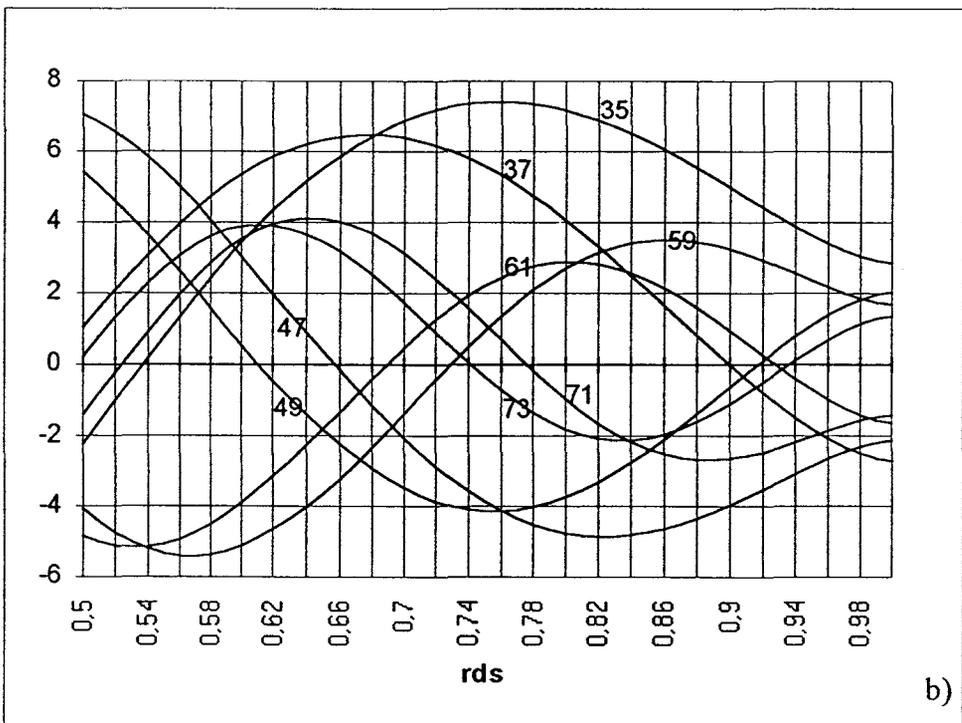
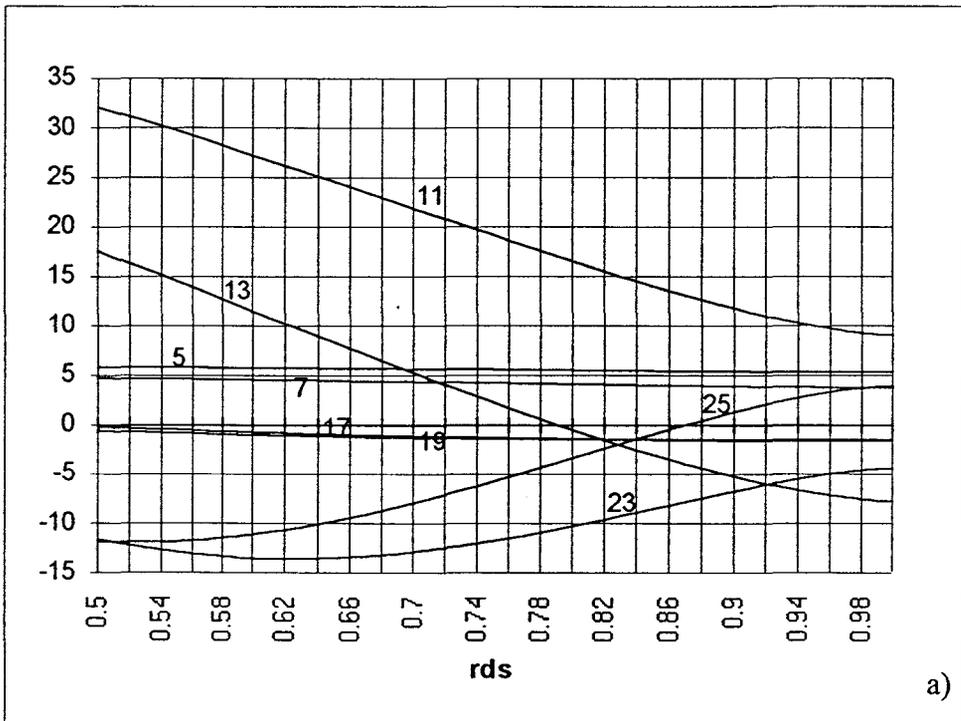


figure 2.7

I-3 Composantes de l'induction générées par le rotor dépendantes de la denture statorique

Lorsqu'on effectue les regroupement à h^s donné (Cf. paragraphe V-3-2 de la première partie) ceux-ci concernent des composantes qui sont toutes en phase.

La relation énoncée par (2.71) permet de formuler différemment les relations (1.166). Comme les propriétés qui caractérisent les ondes d'induction statoriques sont encore applicables dans ce cas il vient :

• pour $h^r \in H^r'$

$$\left. \begin{aligned} b_{1,h^s,h^r_{kss+}}^{-}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{1,h^s,h^r_{kss}}^{-} \cos \left[n_1^r \omega t + (h^r + k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r-h^r}^{r'} p \theta_0 \right] \\ b_{1,h^s,h^r_{kss-}}^{-}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{1,h^s,h^r_{kss}}^{-} \cos \left[n_1^r \omega t + (h^r - k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r-h^r}^{r'} p \theta_0 \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.92)$$

• pour $h^r \in H^r''$

$$\left. \begin{aligned} b_{1,h^s,h^r_{kss+}}^{+}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{1,h^s,h^r_{kss}}^{+} \cos \left[n_2^r \omega t - (h^r - k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r+h^r}^{r''} p \theta_0 \right] \\ b_{1,h^s,h^r_{kss-}}^{+}(\alpha, \theta) &= \hat{b}_{1,h^s,h^r_{kss}}^{+} \cos \left[n_2^r \omega t - (h^r + k_{ss} N^s) p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r+h^r}^{r''} p \theta_0 \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.93)$$

avec $\xi_{1,h^s,h^r}^{r'} = \xi_{1,h^s,h^r}^{r''}$,

ces phases étant définies par (2.77), et :

$$\hat{b}_{1,h^s,h^r_{kss}}^{r} = \frac{K_{1,h^s}^{r''}}{2} \frac{1}{k_{ss}} \sin(k_{ss} r_d^s \pi) \left\{ B_{h^r}^r A_s + \frac{1}{2} A_{sr} \sum_{krr=1}^{\infty} S_{kr} \frac{1}{krr} \sin(krr r_d^r \pi) \right\} \quad (2.94)$$

La quantité S_{kr} , valable quelle que soit la composante d'induction considérée (relation (1.161)), est donnée par :

$$S_{kr} = \left[\begin{array}{ccc} B_{h^r}^r & + & B_{h^r}^r & + & B_{h^r}^r \\ h^r = h^r - krrN^r & & h^r = h^r + krrN^r & & h^r = -h^r + krrN^r \\ (h^r > 0) & & & & (h^r > 0) \end{array} \right] \quad (2.95)$$

Cette expression est identique à celle utilisée lors du regroupement des composantes indépendantes de la denture statorique (paragraphe I-2-2).

A h^s donné, introduisons les valeurs réduites notées $\hat{\ell}_{1,h^r}^r$ et définies par :

$$\hat{\ell}_{1,h^r}^r = \hat{b}_{1,h^s,h^r}^r / K_{1,h^s}^r \quad (2.96)$$

En ramenant ces quantités à $\hat{\ell}_{1,1}^r$ on introduit les grandeurs relatives Δ_{1,h^r}^r , indépendantes de h^s , égales à :

$$\Delta_{1,h^r}^r = \frac{\hat{b}_{1,h^s,h^r}^r}{\hat{b}_{1,h^s,h^r}^r} = \frac{\hat{\ell}_{1,h^r}^r}{\hat{\ell}_{1,1}^r} \quad (2.97)$$

Pour analyser l'influence de l'ouverture des encoches sur ces quantités nous avons tracé sur la planche II.5 les lois d'évolution en fonction de r_d^s de Δ_{1,h^r}^r pour h^r valant successivement 1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 35, 37, 47, 49, 59, 61, 71 et 73, k_{ss} prenant pour chaque h^r toutes les valeurs comprises entre 1 et 6.

Comme l'importance relative de ces différents termes est tributaire de l'amplitude de l'harmonique de courant considéré il convient, pour en apprécier les effets, de définir une variable Δ_{1,h^s,h^r}^r donnée par :

$$\Delta_{1,h^s,h^r}^r = \frac{\hat{b}_{1,h^s,h^r}^r}{\hat{b}_{1,1,1}^r} \quad (2.98)$$

et égale à :

$$\Delta_{1,h^s,h^r}^r = kh^s \Delta_{1,h^r}^r \quad (2.99)$$

$$\Delta_{1,h}^r r_{k_{ss}}^s (r_d^s) (\%)$$

(courbes paramétrées en k_{ss})

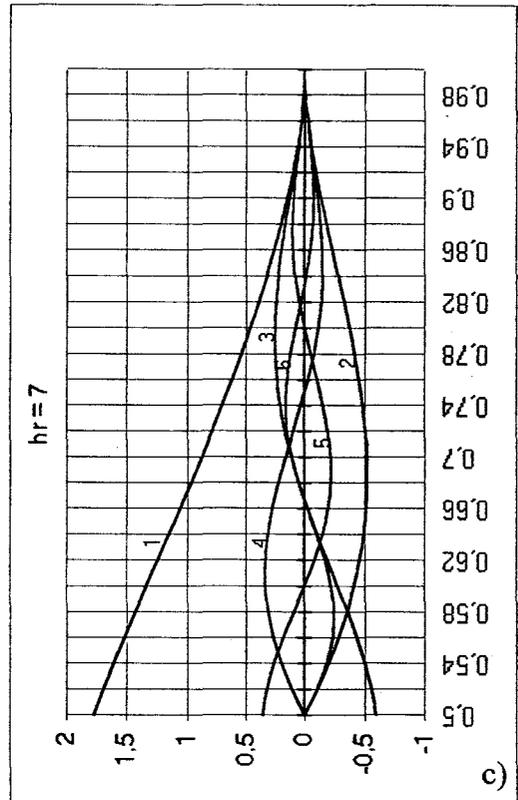
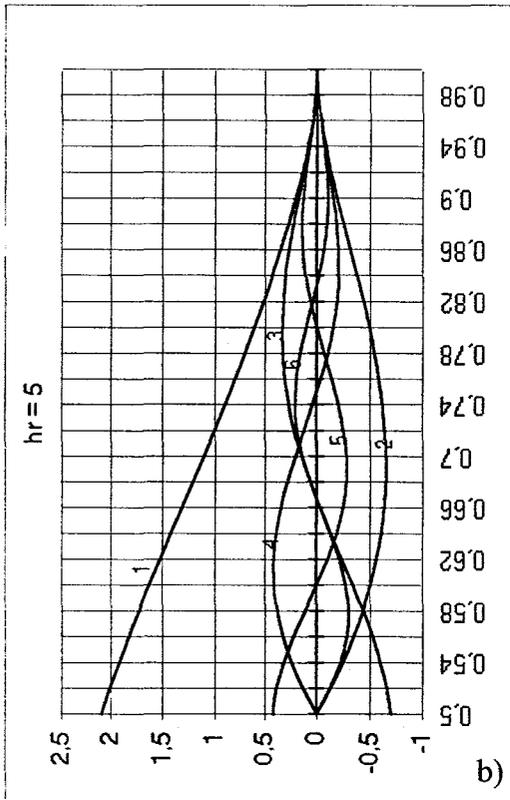
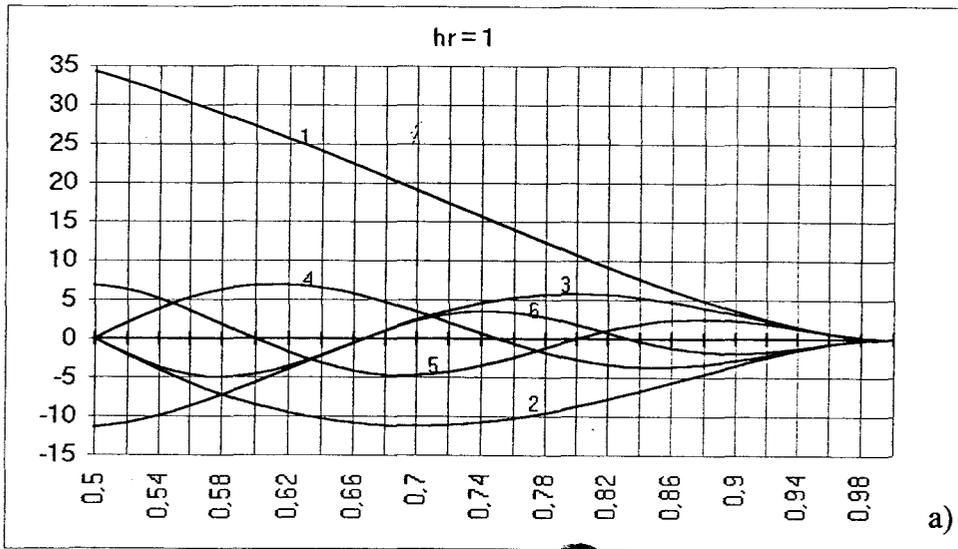


planche II.5 a)

$\Delta_{1,h}^r r_{kss}^s (r_d^s) (\%)$

(courbes paramétrées en kss)

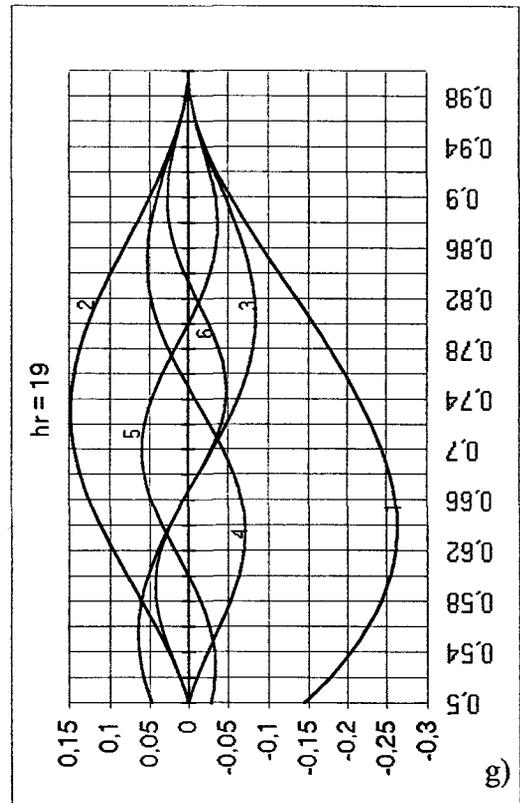
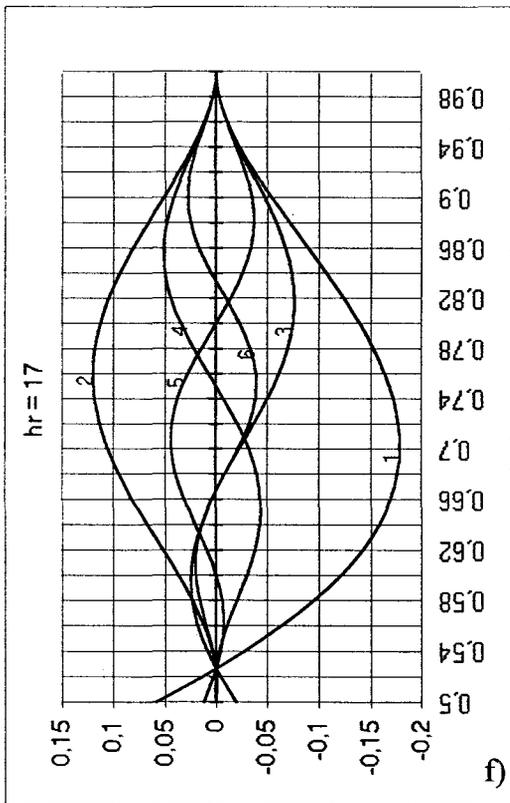
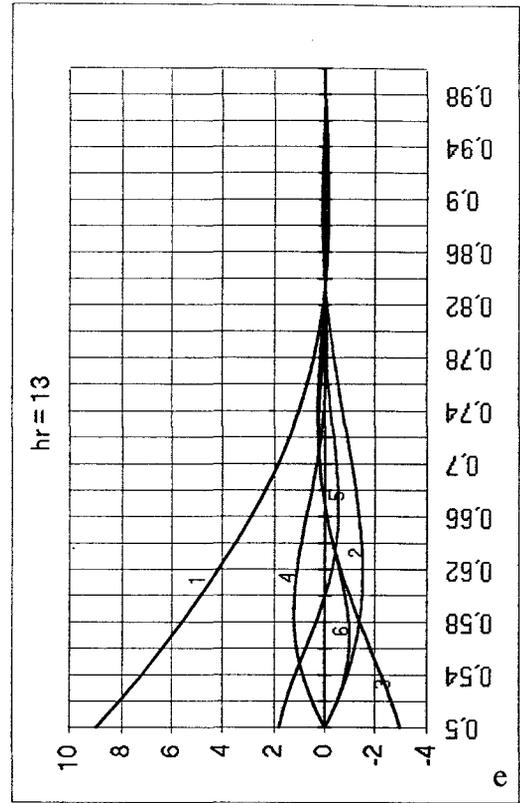
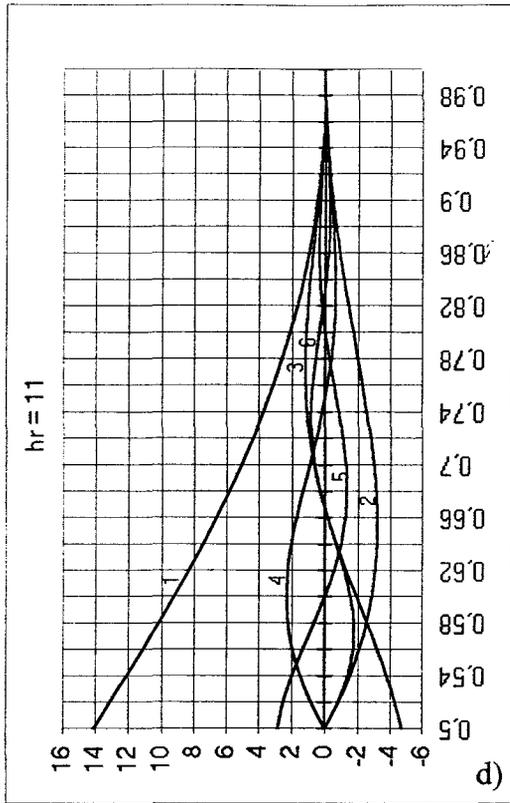


planche II.5 b)

$\Delta_{1,h,T_{kss}}^r (r_d^s) (\%)$

(courbes paramétrées en k_{ss})

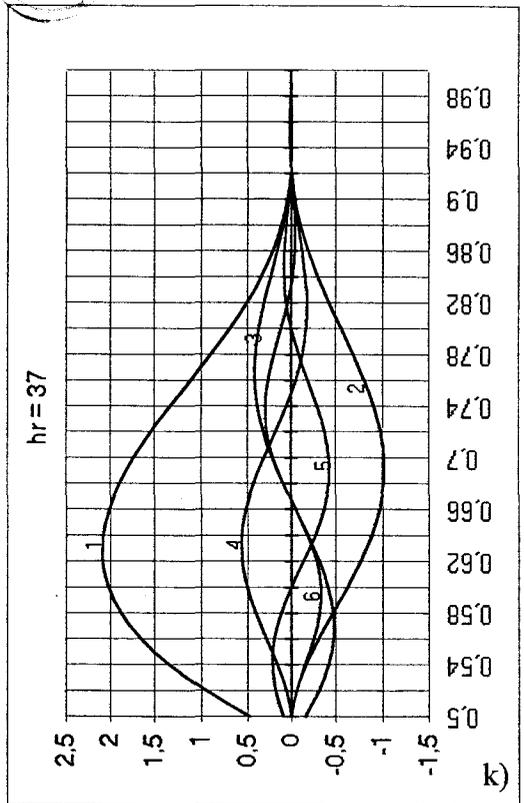
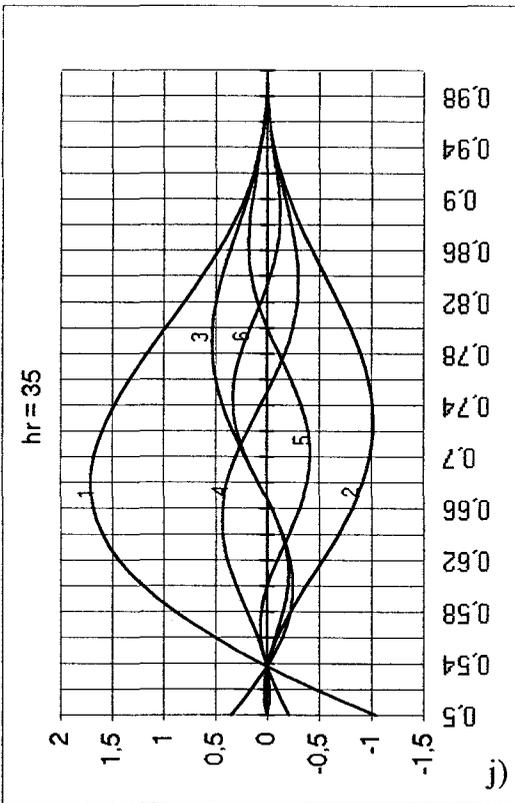
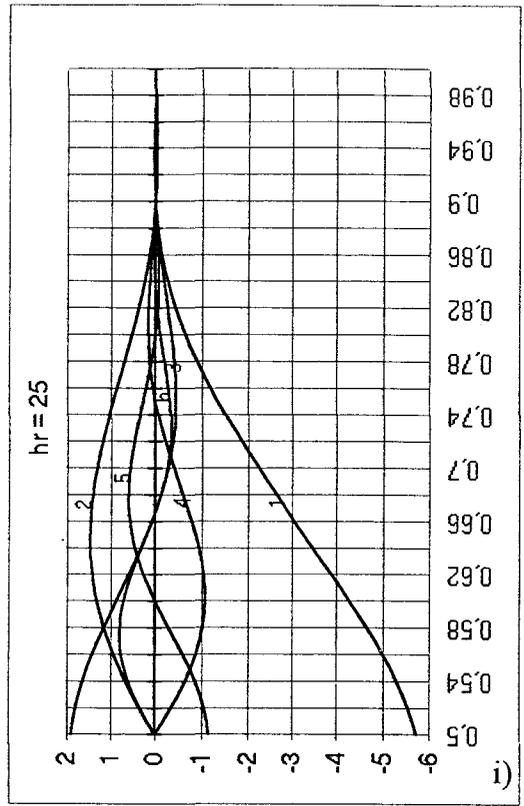
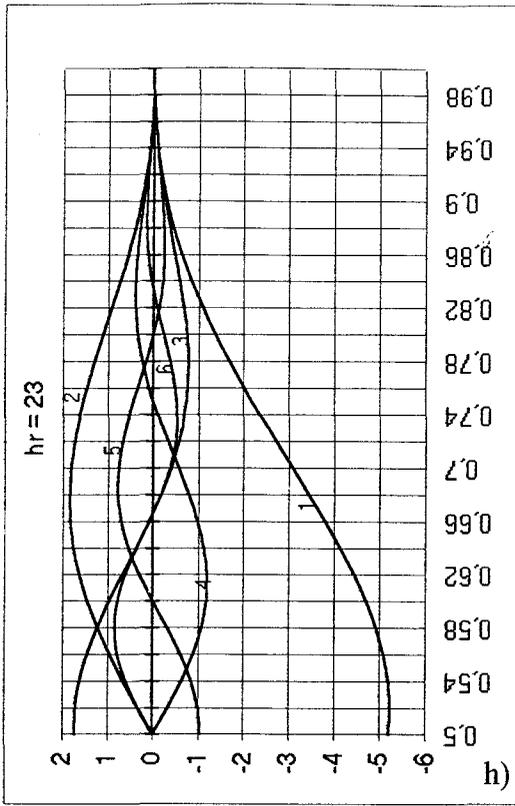


planche II.5 c)

$\Delta_{1,hr}^r(r_{kss}^s)$ (%)

(courbes paramétrées en k_{ss})

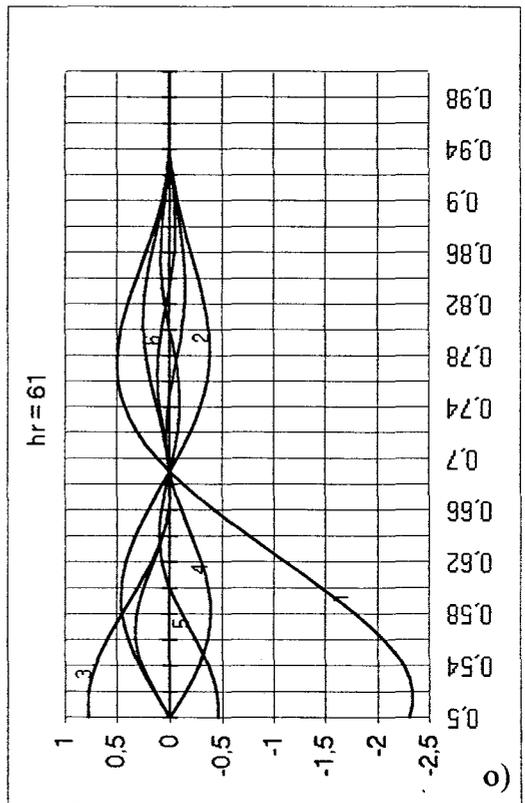
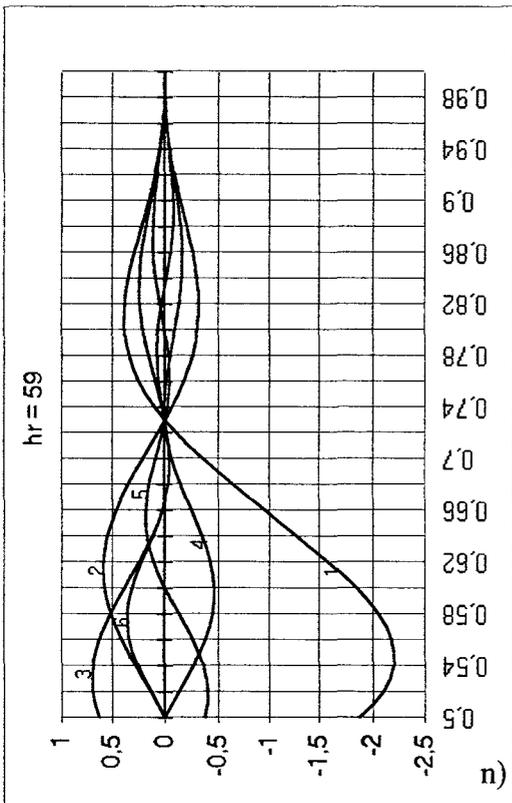
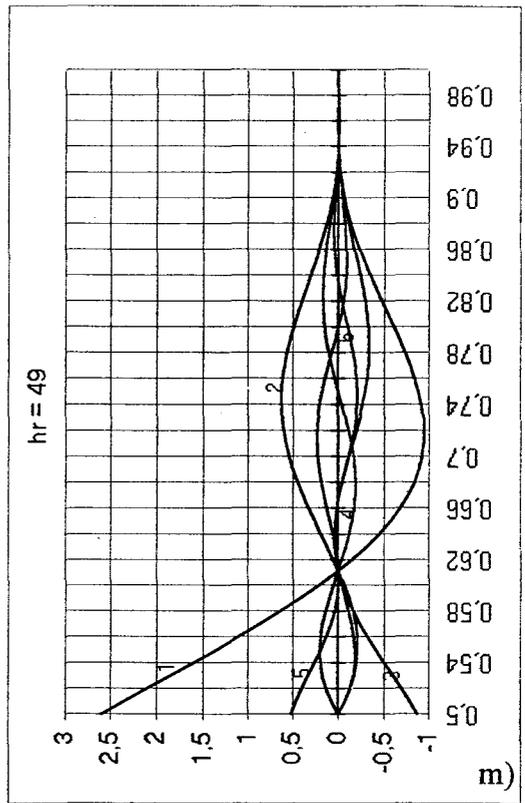
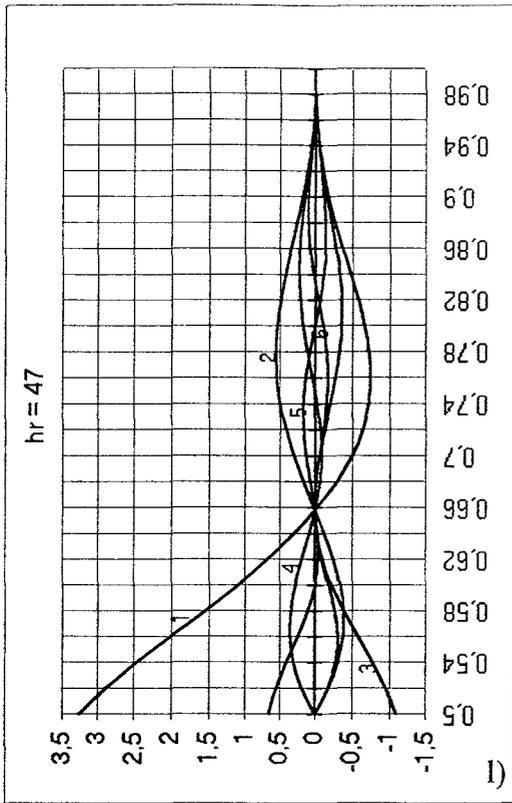


planche II.5 d)

$\Delta_{1, h r_{kss}}^r (r_d^s) (\%)$ (courbes paramétrées en k_{ss})

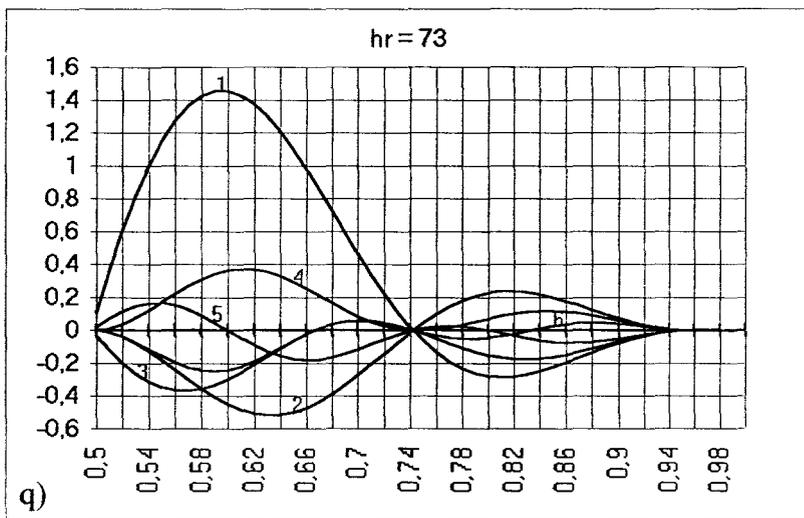
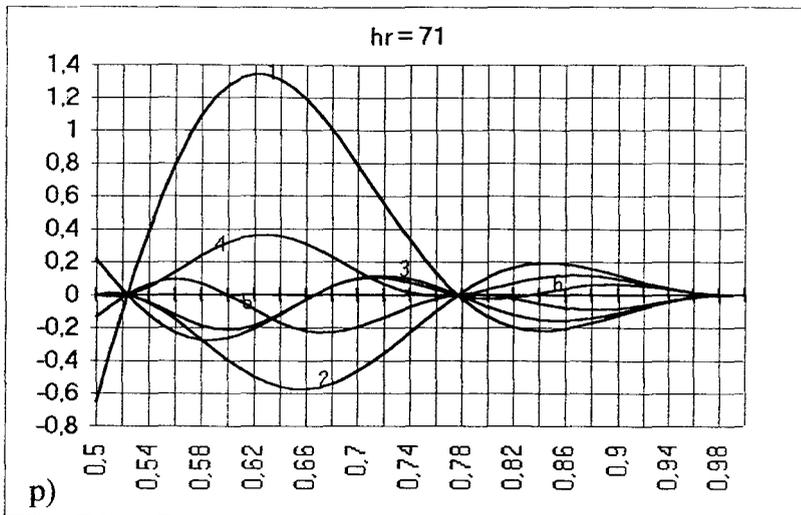


planche II.5 e)

I-4 Composantes de l'induction indépendantes de la vitesse

Nous avons précisé dans la première partie, que ces composantes sont obtenues en donnant à h^s la valeur $-h^r$ dans les expressions des composantes (2.78), (2.92) et (2.93) fonction de n_1^r et à h^s la valeur de h^r dans celles fonction de n_2^r .

I-4-1 Onde d'induction fondamentale

Cette composante est relative à $h^r=1$. Compte tenu de (1.164) et (1.166) et des conditions d'application de cette dernière relation il vient :

$$b_{1,1}^r(\alpha) = b_{1,1,1}^r(\alpha) + \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} b_{1,h^{s'},h^{r'}}^r{}_{k_{ss}-}(\alpha) + \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} b_{1,h^{s'},h^{r'}}^r{}_{k_{ss}+}(\alpha) \quad (2.100)$$

$h^{r'} = -1 + k_{ss}N^s$ $h^{r'} = 1 + k_{ss}N^s$
 $h^{s'} = -h^{r'}$ $h^{s'} = h^{r'}$

soit :

$$b_{1,1}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ \cos [\omega t - p\alpha - \xi_{1,1,1}^r + p\theta_0] + \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} k_{h^{s'},h^{r'}}^i \Delta_{1,h^{r'}}^r{}_{k_{ss}} \cos [\omega t - p\alpha - \xi_{1,h^{s'},h^{r'}}^r - h^{r'} p\theta_0] \right. \\ \left. + \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} k_{h^{s'},h^{r'}}^i \Delta_{1,h^{r'}}^r{}_{k_{ss}} \cos [\omega t - p\alpha - \xi_{1,h^{s'},h^{r'}}^r + h^{r'} p\theta_0] \right\} \quad (2.101)$$

$h^{r'} = 1 + k_{ss}N^s, h^{s'} = h^{r'}$
 $h^{r'} = -1 + k_{ss}N^s, h^{s'} = -h^{r'}$

Avant de procéder aux sommations il convient de définir la contribution de chacun des termes. Pour cela nous allons nous placer, en ce qui concerne $k_{h^{s'},h^{r'}}^i$, dans le cas le plus défavorable correspondant à un fonctionnement à vide ($g \neq 0.01$). En adoptant pour r_d^s la valeur précédemment définie ($r_d^s = 0.92$), comme $N^s = 18$ on obtient, compte tenu de (2.67) et des courbes présentées sur la planche II.5, les valeurs suivantes :

• $b_{1,h^{s'},h^{r'}}^r{}_{k_{ss}-}$:

$$k_{ss} = 1 \left\{ \begin{array}{l} h^{r'} = 17 \longrightarrow |\Delta_{1,17_1}^r| < 0.05\% \\ h^{s'} = -17 \longrightarrow k_{17}^i \neq 2\% \end{array} \right. \longrightarrow k_{17}^i |\Delta_{1,17_1}^r| \neq 0.001\%$$

$$k_{ss} = 2 \begin{cases} h^r = 35 \longrightarrow |\Delta_{1,35_2}^r| < 0.25\% \\ h^s = -35 \longrightarrow k_{35}^i \# 10\% \end{cases} \longrightarrow k_{35}^i |\Delta_{1,35_2}^r| \# 0.025\%$$

$$k_{ss} = 3 \begin{cases} h^r = 53 \longrightarrow |\Delta_{1,53_3}^r| \text{ négligeable} \\ h^s = -53 \longrightarrow k_{53}^i \# \text{ ---} \end{cases} \longrightarrow k_{53}^i |\Delta_{1,53_3}^r| \text{ négligeable}$$

$$k_{ss} = 4 \begin{cases} h^r = 71 \longrightarrow |\Delta_{1,71_4}^r| < 0.10\% \\ h^s = -71 \longrightarrow k_{71}^i \# 1.3\% \end{cases} \longrightarrow k_{71}^i |\Delta_{1,71_4}^r| \# 0.001\%$$

• $b_{1,h^s,h^r}^{r,k_{ss}}$:

$$k_{ss} = 1 \begin{cases} h^r = 19 \longrightarrow |\Delta_{1,19_1}^r| < 0.05\% \\ h^s = 19 \longrightarrow k_{19}^i \# 4\% \end{cases} \longrightarrow k_{19}^i |\Delta_{1,19_1}^r| \# 0.002\%$$

$$k_{ss} = 2 \begin{cases} h^r = 37 \longrightarrow |\Delta_{1,37_2}^r| \# 0 \\ h^s = 37 \longrightarrow k_{37}^i \# 8\% \end{cases} \longrightarrow k_{37}^i |\Delta_{1,37_2}^r| \# 0\%$$

$$k_{ss} = 3 \begin{cases} h^r = 55 \longrightarrow |\Delta_{1,55_3}^r| \text{ négligeable} \\ h^s = 55 \longrightarrow k_{55}^i \# \text{ ---} \end{cases} \longrightarrow k_{55}^i |\Delta_{1,55_3}^r| \text{ négligeable}$$

$$k_{ss} = 4 \begin{cases} h^r = 73 \longrightarrow |\Delta_{1,73_4}^r| < 0.10\% \\ h^s = 73 \longrightarrow k_{73}^i \# 1.1\% \end{cases} \longrightarrow k_{73}^i |\Delta_{1,73_4}^r| \# 0.001\%$$

On s'aperçoit que ces quantités sont très faibles de sorte qu'il est possible de négliger leur contribution dans la composition de l'onde fondamentale.

En fait cela se justifie assez simplement dans la mesure où ces composantes sont fonction uniquement des courants harmoniques et que ceux-ci ont des valeurs relatives faibles.

L'expression de l'onde d'induction fondamentale est donc donnée par :

$$b_{1,1}^r(\alpha) = b_{1,1,1}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \cos [\omega t - p\alpha - \xi_{1,1,1}^{r''} + p\theta_0] \quad (2.102)$$

I-4-2 Champs tournants harmoniques

Nous avons utilisé la même procédure pour déterminer la contribution des différentes composantes sur les champs tournants harmoniques.

Les conditions d'étude sont les mêmes que précédemment à savoir : $g=0.01$, $r_d^s \# 0.92$.

Il est dans ce cas également possible de définir une relation identique à (2.101). Celle-ci s'écrit :

• Pour $h^r = h^{r_m+1}$

$$b_{1,h^r}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ \begin{array}{l} k_{h^r s}^i \Delta_{1,h^r}^r \cos [\omega t - h^r p \alpha - \xi_{1,h^r s}^{r''} + h^r p \theta_0] \\ h^s = h^r \end{array} \right. \quad (1)$$

$$+ \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} k_{h^r s'}^i \Delta_{1,h^r}^r \cos [\omega t - h^r p \alpha - \xi_{1,h^r s'}^{r''} - h^r p \theta_0] \quad (2)$$

$$h^{r'} = -h^r + k_{ss} N^s, \quad h^s = -h^{r'} \quad (h^{r'} > 0)$$

$$+ \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} k_{h^r s'}^i \Delta_{1,h^r}^r \cos [\omega t - h^r p \alpha - \xi_{1,h^r s'}^{r''} + h^r p \theta_0] \quad (3)$$

$$h^{r'} = h^r + k_{ss} N^s, \quad h^s = h^{r'}$$

$$+ \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} k_{h^r s'}^i \Delta_{1,h^r}^r \cos [\omega t - h^r p \alpha - \xi_{1,h^r s'}^{r''} + h^r p \theta_0] \quad (4)$$

$$h^{r'} = h^r - k_{ss} N^s, \quad h^s = h^{r'} \quad (h^{r'} > 0)$$

● Pour $h^r = h^{r_{m-1}}$

$$\left. \begin{aligned}
 b_{1,h^r}^r(\alpha) &= \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ \begin{aligned}
 &k_{h^s}^i \Delta_{1,h^r}^r \cos[\omega t + h^r p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r-h^r}^r p \theta_0] \quad (5) \\
 &h^s = -h^r
 \end{aligned} \right. \\
 &+ \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} k_{h^s}^i \Delta_{1,h^r}^r \cos[\omega t + h^r p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r-h^r}^r p \theta_0] \quad (6) \\
 &\quad h^r = h^r - k_{ss} N^s, \quad h^s = -h^r \quad (h^r > 0) \\
 &+ \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} k_{h^s}^i \Delta_{1,h^r}^r \cos[\omega t + h^r p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r-h^r}^r p \theta_0] \quad (7) \\
 &\quad h^r = h^r + k_{ss} N^s, \quad h^s = -h^r \\
 &+ \sum_{k_{ss}=1}^{\infty} k_{h^s}^i \Delta_{1,h^r}^r \cos[\omega t + h^r p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r+h^r}^r p \theta_0] \quad (8) \\
 &\quad h^r = -h^r + k_{ss} N^s, \quad h^s = h^r \quad (h^r > 0)
 \end{aligned} \right\} \quad (2.104)
 \end{aligned}$$

Là encore la plupart de ces composantes sont générées par des courants harmoniques de sorte que celles-ci, pour ce qui est des composantes fonction de la denture statorique, pourraient être négligées. En fait il est possible de simplifier cette procédure qui consiste à calculer tous les termes en ne considérant que les valeurs de k_{ss} qui conduisent à $h^s=1$.

● Si l'on considère la composante repérée par (2) de (2.103) comme $h^r=h^{r_{m+1}}=6k+1$ et que $k_{ss}N^s=k_{ss}6m^s$, la condition $h^r=1$ s'écrit :

$$1 = -6k - 1 + 6m^s k_{ss}$$

comme $m^s=3$ il vient :

$$2 = 6(3k_{ss} - k)$$

k_{ss} et k étant des nombres entiers cette égalité ne pourra jamais être vérifiée.

● Il est évident si l'on considère la composante repérée par (3) de (2.103) que la condition $h^r=1$ ne sera jamais satisfaite.

● Pour ce qui est de la composante (4) de (2.103) on obtient :

$$1 = 6k+1-6m^s k_{ss}$$

soit :

$$6(k-3k_{ss}) = 0$$

Cette égalité peut être vérifiée quelle que soit la valeur attribuée à k_{ss} . Elle fixe en contre partie la valeur de h^r :

$$k_{ss} = 1 \longrightarrow k = 3 \text{ soit } h^r = 19$$

$$k_{ss} = 2 \longrightarrow k = 6 \text{ soit } h^r = 37$$

$$k_{ss} = 3 \longrightarrow k = 9 \text{ soit } h^r = 55$$

$$k_{ss} = 4 \longrightarrow k = 12 \text{ soit } h^r = 73$$

En ne prenant en compte que les termes significatifs l'expression (2.103), pour les valeurs de h^r autres que celles précédemment définies peut s'écrire :

$$b_{1,h^r}^f(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^f \left\{ \begin{array}{l} k_{hs}^i \Delta_{1,h^r}^f \cos \left[\omega t - h^r p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r}^{r''} + h^r p \theta_0 \right] \\ h^s = h^r \end{array} \right\} \quad (2.105)$$

Pour les valeurs de h^r précédentes ($h^r=19, 37, 55, 73$) en remarquant (figure a) de la planche II.5) que la quantité $|\Delta_{1,1,k_{ss}}^f|$ est, pour la valeur de r_d^s considérée, sensiblement indépendante de k_{ss} et égale à 2.5% il convient d'ajouter à (2.105) une composante supplémentaire de sorte que la relation (2.103) devient :

$$b_{1,h^r}^f(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^f \left\{ \begin{array}{l} k_{hs}^i \Delta_{1,h^r}^f \cos \left[\omega t - h^r p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r}^{r''} + h^r p \theta_0 \right] \\ h^s = h^r \end{array} \right\} \pm 0.025 \cos \left[\omega t - h^r p \alpha - \xi_{1,1,1}^{r''} + p \theta_0 \right] \quad (2.106)$$

• La même procédure , appliquée à (2.104), fait apparaitre que seule la composante (6) fait intervenir la composante fondamentale du courant rotorique. On a donc :

- pour $h^r \neq 17, 35, 53, \text{ et } 71$

$$b_{1,h^r}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ \begin{array}{l} k_{hs}^i \Delta_{1,h^r}^r \cos \left[\omega t + h^r p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r}^r - h^r p \theta_0 \right] \\ h^s = -h^r \end{array} \right\} \quad (2.107)$$

- pour $h^r = 17, 35, 53, \text{ et } 71$

$$b_{1,h^r}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ \begin{array}{l} k_{hs}^i \Delta_{1,h^r}^r \cos \left[\omega t + h^r p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r}^r - h^r p \theta_0 \right] \pm 0.025 \cos \left[\omega t + h^r p \alpha - \xi_{1,1,1}^{r''} - p \theta_0 \right] \\ h^s = -h^r \end{array} \right\} \quad (2.108)$$

Nous avons regroupé dans le tableau 2.19 les valeurs de $k_{hs}^i \Delta_{1,h^r}^r$ calculées pour les différentes valeurs de h^r .

h^r	5	7	11	13	17	19	35	37	71	73
$k_{hs}^i \Delta_{1,h^r}^r$ (%)	0.45	0.36	1.87	-0.24	0.02	0.04	0.4	0.08	0.03	0.005

tableau 2.19

Suite à cette application numérique effectuée dans le cas le plus défavorable on aboutit, après simplifications (si l'on considère par exemple la relation (2.108) il est possible, pour $h^r=17$ de négliger le premier terme fonction de $k_{hs}^i \Delta_{1,h^r}^r \neq 0.0002$ face au second) aux expressions suivantes :

$$\begin{array}{l}
h^r=5 \quad b_{1,5}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ k_5^i \Delta_{1,5}^r \cos \left[\omega t + 5p\alpha - \xi_{1,5,5}^{r'} - 5p\theta_0 \right] \right\} \quad (k_5^i \Delta_{1,5}^r \# 0.45\%) \\
h^r=7 \quad b_{1,7}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ k_7^i \Delta_{1,7}^r \cos \left[\omega t - 7p\alpha - \xi_{1,7,7}^{r''} + 7p\theta_0 \right] \right\} \quad (k_7^i \Delta_{1,7}^r \# 0.36\%) \\
h^r=11 \quad b_{1,11}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ k_{11}^i \Delta_{1,11}^r \cos \left[\omega t + 11p\alpha - \xi_{1,11,11}^{r'} - 11p\theta_0 \right] \right\} \quad (k_{11}^i \Delta_{1,11}^r \# 1.9\%) \\
h^r=13 \quad b_{1,13}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ k_{13}^i \Delta_{1,13}^r \cos \left[\omega t - 13p\alpha - \xi_{1,13,13}^{r''} + 13p\theta_0 \right] \right\} \quad (k_{13}^i \Delta_{1,13}^r \# -0.24\%) \\
h^r=17 \quad b_{1,17}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ k_{17}^i \Delta_{1,17}^r \cos \left[\omega t + 17p\alpha - \xi_{1,17,17}^{r'} - p\theta_0 \right] \right\} \quad (k_{17}^i \Delta_{1,17}^r \# 2.5\%) \\
h^r=19 \quad b_{1,19}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ k_{19}^i \Delta_{1,19}^r \cos \left[\omega t - 19p\alpha - \xi_{1,19,19}^{r''} + p\theta_0 \right] \right\} \quad (k_{19}^i \Delta_{1,19}^r \# 2.5\%) \\
h^r=35 \quad b_{1,35}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ k_{35}^i \Delta_{1,35}^r \cos \left[\omega t + 35p\alpha - \xi_{1,35,35}^{r'} - p\theta_0 \right] \right\} \quad (k_{35}^i \Delta_{1,35}^r \# -2.5\%) \\
h^r=37 \quad b_{1,37}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ k_{37}^i \Delta_{1,37}^r \cos \left[\omega t - 37p\alpha - \xi_{1,37,37}^{r''} + p\theta_0 \right] \right\} \quad (k_{37}^i \Delta_{1,37}^r \# -2.5\%) \\
h^r=71 \quad b_{1,71}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ k_{71}^i \Delta_{1,71}^r \cos \left[\omega t + 71p\alpha - \xi_{1,71,71}^{r'} - p\theta_0 \right] \right\} \quad (k_{71}^i \Delta_{1,71}^r \# -2.5\%) \\
h^r=73 \quad b_{1,73}^r(\alpha) = \hat{b}_{1,1,1}^r \left\{ k_{73}^i \Delta_{1,73}^r \cos \left[\omega t - 73p\alpha - \xi_{1,73,73}^{r''} + p\theta_0 \right] \right\} \quad (k_{73}^i \Delta_{1,73}^r \# -2.5\%)
\end{array} \quad (2.109)$$

Comme $\hat{b}_{1,1}^r = \hat{b}_{1,1,1}^r$ il en résulte que l'amplitude relative de ces composantes vaut :

- pour $h^r=5, 7, 11, 13$: $k_{h^r}^i \Delta_{1,h^r}^r = \Delta_{1,h^r,h^r}^r$ avec $|h^s| = h^r$
- pour $h^r=17, 19, 35, 37, 71, 73$: $k_{h^r}^i \Delta_{1,h^r}^r = \Delta_{1,h^r,h^r}^r$ avec $|h^s| = h^r$

I-5 Composantes de l'induction fonction de la vitesse

En adoptant pour r_d^s la valeur 0.92 nous avons regroupé dans le tableau

2.20, pour $h^s=1$ les valeurs relatives de l'amplitude de ces composantes d'induction lorsque celles-ci sont supérieures à 0.1%. Ces valeurs numériques sont déduites de la figure (2.6) et des courbes présentées sur la planche II.5.

$$h^s = 1$$

h^r	$\Delta_{1,1,h^r}$ (%)	$\Delta_{1,1,h^r}^{r_{kss}}$ (%)					
		$k_{ss}=1$	$k_{ss}=2$	$k_{ss}=3$	$k_{ss}=4$	$k_{ss}=5$	$k_{ss}=6$
1	100	2.5	-2.5	2.5	-2.5	2.5	-2.5
5	5	0.2	-0.2	0.2	-0.2	0.2	-0.2
7	4	0.15	-0.15	0.15	-0.15	0.15	-0.15
11	11	0.5	-0.5	0.5	-0.5	0.5	-0.5
13	-6	-0.1	0.1	-0.1	0.1	-0.1	0.1
17	-2	---	---	---	---	---	---
19	-2	---	---	---	---	---	---
23	-6	-0.2	0.2	-0.2	0.2	-0.2	0.2
25	3	---	---	---	---	---	---
35	4.5	0.2	-0.2	0.2	-0.2	0.2	-0.2
37	-0.8	---	---	---	---	---	---
47	-3.5	-0.15	0.15	-0.15	0.15	-0.15	0.15
49	0.2	---	---	---	---	---	---
59	3	0.15	-0.15	0.15	-0.15	0.15	-0.15
61	0.2	---	---	---	---	---	---
71	-2.5	-0.1	0.1	-0.1	0.1	-0.1	0.1
73	-0.5	---	---	---	---	---	---

tableau 2.20

Pour les autres valeurs de h^s il suffit de multiplier les valeurs précédentes par le coefficient $k_{h^s}^i$. Comme dans le cas le plus défavorable ($g=0.01$) ce coefficient est de l'ordre de 0.1, tous les termes fonction de la denture statorique, autres que ceux relatifs à $h^r=1$, pourront être négligés.

Par conséquent, dans le cas le plus défavorable, les expressions qui caractériseront ces composantes de l'induction fonction de la vitesse seront données par :

• $\forall h^s, \forall h^r$ (relations 2.78)

$$b_{1,h^s,h^r}^{\bar{-}}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{1,1,1}^r k_{h^s}^i \Delta_{1,h^r}^r \cos \left[[1-(1-g)(h^r+h^s)]\omega t + h^r p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r-h^r}^{\bar{r}'} p \theta_0 \right] \quad \text{pour } \begin{matrix} h^r = h^r_{m-1} \\ h^s \neq -h^r \end{matrix}$$

$$b_{1,h^s,h^r}^{\bar{+}}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{1,1,1}^r k_{h^s}^i \Delta_{1,h^r}^r \cos \left[[1+(1-g)(h^r-h^s)]\omega t - h^r p \alpha - \xi_{1,h^s,h^r+h^r}^{\bar{r}''} p \theta_0 \right] \quad \text{pour } \begin{matrix} h^r = h^r_{m+1} \\ h^s \neq h^r \end{matrix}$$

• pour $h^s=1, \forall h^r, \forall k_{ss}$ (relations 2.92 et 2.93)

$$b_{1,1,h^r_{k_{ss}^+}}^{\bar{-}}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{1,1,1}^r \Delta_{1,h^r_{k_{ss}^+}}^r \cos \left[[1-(1-g)(h^r+1)]\omega t + (h^r+k_{ss}N^s)p \alpha - \xi_{1,1,h^r-h^r}^{\bar{r}'} p \theta_0 \right] \quad \text{pour } h^r = h^r_{m-1}$$

$$b_{1,1,h^r_{k_{ss}^-}}^{\bar{-}}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{1,1,1}^r \Delta_{1,h^r_{k_{ss}^-}}^r \cos \left[[1-(1-g)(h^r+1)]\omega t + (h^r-k_{ss}N^s)p \alpha - \xi_{1,1,h^r-h^r}^{\bar{r}'} p \theta_0 \right]$$

$$b_{1,1,h^r_{k_{ss}^+}}^{\bar{+}}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{1,1,1}^r \Delta_{1,h^r_{k_{ss}^+}}^r \cos \left[[1+(1-g)(h^r-1)]\omega t - (h^r-k_{ss}N^s)p \alpha - \xi_{1,1,h^r+h^r}^{\bar{r}''} p \theta_0 \right] \quad \text{pour } \begin{matrix} h^r = h^r_{m-1} \\ \text{avec } h^r \neq 1 \end{matrix}$$

$$b_{1,1,h^r_{k_{ss}^-}}^{\bar{+}}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{1,1,1}^r \Delta_{1,h^r_{k_{ss}^-}}^r \cos \left[[1+(1-g)(h^r-1)]\omega t - (h^r+k_{ss}N^s)p \alpha - \xi_{1,1,h^r+h^r}^{\bar{r}''} p \theta_0 \right]$$

• pour $h^s \neq 1, h^r=1, \forall k_{ss}$ (relations 2.93)

$$b_{1,h^s,1}^{\bar{+}}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{1,1,1}^r k_{h^s}^i \Delta_{1,1,k_{ss}}^r \cos \left[[1+(1-g)(1-h^s)]\omega t - (1-k_{ss}N^s)p \alpha - \xi_{1,h^s,1+p}^{\bar{r}'} p \theta_0 \right]$$

$$b_{1,h^s,1}^{\bar{-}}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{1,1,1}^r k_{h^s}^i \Delta_{1,1,k_{ss}}^r \cos \left[[1+(1-g)(1-h^s)]\omega t - (1+k_{ss}N^s)p \alpha - \xi_{1,h^s,1+p}^{\bar{r}''} p \theta_0 \right]$$

(2.110)

Dans ces expressions, à h^r donné, sauf indication contraire, on donne à h^s les valeurs 1, -5, 7, -11, 13....

II COMPOSANTES A L'ORIGINE DES COURANTS HARMONIQUES PRIMAIRES

Pour déterminer ces composantes il convient de déterminer au préalable

celles qui sont à l'origine du phénomène de réaction d'induit. Nous effectuerons cette étude en considérant d'abord les composantes indépendantes de g puis celles qui en sont fonction.

II-1 Composantes de l'induction indépendantes de la vitesse

Ces composantes sont données par (2.2) pour le stator et (2.109) pour le rotor. Ces relations mettent clairement en évidence que toute composante rotorique trouve son homologue (égalité du nombre de pôles, de la pulsation et de la vitesse) parmi les composantes statoriques. Par conséquent, comme nous l'avons déjà précisé dans la première partie, ces composantes ne seront pas à l'origine de courants harmoniques primaires.

De façon générale les composantes résultantes dans l'entrefer, compte tenu de (1.173), seront données par :

$$b_{1,h}(\alpha) = \hat{b}_{1,h} \cos \left[\omega t \pm h p \alpha - \xi_{1,h}(\theta_0) \right] \quad (2.111)$$

h prenant les valeurs 1, -5, 7, -11, 13....

II-2 Champs tournants harmoniques fonction de la vitesse

Pour déterminer parmi les composantes rotoriques celles qui sont à l'origine du phénomène de réaction nous allons développer les différentes relations et présenter les résultats sous forme de tableaux. Nous conviendrons pour ce faire, en faisant abstraction de la phase, de définir les composantes d'induction par la relation générale :

$$b = \hat{b} \cos \left[n \omega t + K p \alpha \right] \quad (2.112)$$

II-2-1 Composantes générées par le stator

Pour cette étude il est nécessaire au préalable de préciser les caractéristiques (n,K) des composantes d'induction statoriques fonction de la vitesse de rotation. Celles-ci, données par les relations (2.13) et (2.14), conduisent au tableau 2.21. Pour une interprétation plus simple de ce tableau

précisons :

- qu'au niveau des relations (2.13) et (2.14) h^s ne prend que des valeurs positives,
- qu'à k_r donné on a deux composantes dont la pulsation (donc le coefficient n) est indépendante de h^s ,
- que pour chacune de ces pulsations on définit pour ces composantes d'induction un nombre K de paires de pôles fonction de h^s . C'est cette quantité qui figure dans les différentes cases.

Remarque

Bien que ces composantes soient en valeurs relatives faibles pour des valeurs de k_r élevées (tableau 2.5) nous les avons néanmoins prises en compte, les valeurs de h^s étant celles retenues en (2.82), pour cette analyse qui sera, dans un premier temps, qualitative.

II-2-2 Composantes générées par le rotor

II-2-2-1 Composantes indépendantes de la denture statorique

Ces composantes qui se déduisent de (2.78) sont encore données par les relations (2.110 a)). Elles conduisent au tableau (2.22) où nous avons précisé :

- pour chaque valeur de h^r la valeur de Δ_{1,h^r}^r et de K (ces quantités étant indépendantes de h^s),
- pour chaque valeur de h^s la valeur du coefficient $k_{h^s}^1$ déterminée dans le cas le plus défavorable ($g=0.01$) (cette valeur étant indépendante de h^r),
- pour chaque couple h^s, h^r les valeurs de n (exprimées en fonction de g) et de $\Delta_{1,h^s,h^r}^r = k_{h^s}^1 \Delta_{1,h^r}^r$.

Les cases barrées d'une croix précisent que le couple h^s, h^r correspondant contribue à générer des composantes d'induction indépendantes de g (prises en compte lors de cette détermination).

II-2-2-2 Composantes dépendantes de la denture statorique

Ces composantes sont données par (2.110 b) et c)).

- Pour $h^s=1$ nous avons précisé dans le tableau (2.23) les caractéristiques de ces composantes d'induction pour différentes

valeurs de h^r , k_{ss} prenant toutes les valeurs entières comprises entre 1 et 6 (relations 2.110 b)). Dans ce cas :

- les pulsations (n) ne sont fonction que de h^r ,
- pour une valeur de h^r on a, à k_{ss} donné, deux valeurs de K (celles-ci sont précisées dans les différentes cases).

Nous avons également précisé dans ce tableau les valeurs de $|\Delta_{1,1,h^r_{k_{ss}}}|$. Celles-ci pour r_d^s donné et égal à 0.92 sont pratiquement indépendantes de k_{ss} (courbes de la planche II.5). Comme $h^s=1$, le coefficient $k_h^1=1$, de sorte que $\Delta_{1,1,h^r_{k_{ss}}} = \Delta_{1,h^r_{k_{ss}}}$.

- Pour les autres valeurs de h^s seuls les termes relatifs à $h^r=1$ sont à considérer (relations 2.110 c)). Pour ces composantes :
 - le coefficient K n'est fonction que de k_{ss} ,
 - le coefficient n ne dépend que de h^s .

Les valeurs de ces coefficients figurent dans le tableau 2.24 où nous avons également précisé dans le cas le plus défavorable ($g=0.01$) la valeur de $|\Delta_{1,h^s,1_{k_{ss}}}^r|$. Celle-ci est donnée par :

$$|\Delta_{1,h^s,1_{k_{ss}}}^r| = |\Delta_{1,1_{k_{ss}}}^r| k_h^1$$

avec $|\Delta_{1,1_{k_{ss}}}^r|$ indépendant de k_{ss} (courbes a) de la planche II.5) et peu différent de 2.5%.

II-2-3 Regroupement des composantes

L'analyse à n et K donnés montre :

- que seules les composantes rotoriques indépendantes de la denture statorique (tableau 2.22) repérées par un triangle inférieur noir trouvent leurs homologues au niveau des composantes statoriques fonction de la vitesse (également marquées d'un triangle inférieur noir),
- que seules les composantes rotoriques fonction de la denture statorique définies pour $h^s=1$ (tableau 2.23) repérées par un triangle supérieur à fond blanc trouvent également leurs homologues au niveau des composantes statoriques (également marquées de la même façon),
- que seules les composantes rotoriques fonction de la denture statorique définies pour $|h^s|>1$ et $h^r=1$ (tableau 2.24) marquées d'une croix trouvent leurs homologues au niveau des composantes statoriques (présence d'une croix en haut et à droite dans la case concernée).

Composantes statoriques

kr	1		2		3		4		5		6		
	n	h ^s	1-12(1-g)	1+12(1-g)	1-24(1-g)	1+24(1-g)	1-36(1-g)	1+36(1-g)	1-48(1-g)	1+48(1-g)	1-60(1-g)	1+60(1-g)	1-72(1-g)
1	11	-13	23	-25	35 ⁺	-37 ⁺	47	-49	59	-61	71 ⁺	-73 ⁺	
5	17 ⁺	-7	29	-19	41	-31	53	-43	65	-55	77	-67	
7	5	-19 ⁺	17	-31	29	-43	41	-55	53	-67	65	-79	
11	23	-1	35	-13	47	-25	59	-37	71	-49	83	-61	
13	-1	-25	11	-37	23	-49	35	-61	47	-73	59	-85	
17	29	5	41	-7	53 ⁺	-19 ⁺	65	-31	77	-43	89 ⁺	-55 ⁺	
19	-7	-31	5	-43	17 ⁺	-55 ⁺	29	-67	41	-79	53 ⁺	-91 ⁺	
////	////	////	////	////	////	////	////	////	////	////	////	////	
35	47	23	59	11	71 ⁺	-1	83	-13	95	-25	107 ⁺	-37 ⁺	
37	-25	-49	-13	-61	-1	-73 ⁺	11	-85	23	-97	35 ⁺	-109 ⁺	
////	////	////	////	////	////	////	////	////	////	////	////	////	
53	65	41	77	29	89 ⁺	17 ⁺	101	5	113	-7	125	-19 ⁺	
55	-43	-67	-31	-79	-19 ⁺	-91 ⁺	-7	-103	5	-115	17 ⁺	-127	
////	////	////	////	////	////	////	////	////	////	////	////	////	
71	83	59	95	47	107 ⁺	35 ⁺	119	23	131	11	143	-1	
73	-61	-85	-49	-97	-37 ⁺	-109 ⁺	-25	-121	-13	-133	-1	-145	

tableau 2.21



Composantes rotoriques indépendantes de la denture statorique

$\begin{matrix} h^r \\ \diagdown \\ h^s \end{matrix}$			K	$V_{1,hr} (\%)$	k_{hs}^i	1	-5	7	-11	13	-17	19	-35	37	-71	73
						(1)	(0.09)	(0.09)	(0.17)	(0.04)	(0.02)	(0.04)	(0.1)	(0.08)	(0.01)	(0.01)
1	-1	100	×	1-6(1-g) 9	1-6(1-g) 9	1-12(1-g) 17	1-12(1-g) 4	1-18(1-g) 2	1-18(1-g) 4	1-36(1-g) 10	1-36(1-g) 8	1-72(1-g) 1	1-72(1-g) 1			
5	5	5.5	1-6(1-g) 5.5	×	1-12(1-g) 0.5	1-6(1-g) 0.95	1-18(1-g) 0.22	1-12(1-g) 0.11	1-24(1-g) 0.22	1-30(1-g) 0.55	1-42(1-g) 0.44	1-66(1-g) 0.06	1-78(1-g) 0.06			
7	-7	4	1-6(1-g) 4	1-12(1-g) 0.36	×	1-18(1-g) 0.68	1-6(1-g) 0.16	1-24(1-g) 0.08	1-12(1-g) 0.16	1-42(1-g) 0.4	1-30(1-g) 0.32	1-78(1-g) 0.04	1-66(1-g) 0.04			
11	11	11	1-12(1-g) 11	1-6(1-g) 1	1-18(1-g) 1	×	1-24(1-g) 0.44	1-6(1-g) 0.22	1-30(1-g) 0.44	1-24(1-g) 1.1	1-48(1-g) 0.88	1-60(1-g) 0.11	1-84(1-g) 0.11			
13	-13	6	1-12(1-g) 6	1-18(1-g) 0.54	1-6(1-g) 0.54	1-24(1-g) 1.02	×	1-30(1-g) 0.12	1-6(1-g) 0.24	1-48(1-g) 0.6	1-24(1-g) 0.48	1-84(1-g) 0.06	1-60(1-g) 0.06			
17	17	1.5	1-18(1-g) 1.5	1-12(1-g) 0.14	1-24(1-g) 0.14	1-6(1-g) 0.26	1-30(1-g) 0.06	×	1-36(1-g) 0.06	1-18(1-g) 0.15	1-54(1-g) 0.12	1-54(1-g) 0.02	1-90(1-g) 0.02			
19	-19	1.5	1-18(1-g) 1.5	1-24(1-g) 0.14	1-12(1-g) 0.14	1-30(1-g) 0.26	1-6(1-g) 0.06	1-36(1-g) 0.03	×	1-54(1-g) 0.15	1-18(1-g) 0.12	1-90(1-g) 0.02	1-54(1-g) 0.02			
23	23	6	1-24(1-g) 6	1-18(1-g) 0.54	1-30(1-g) 0.54	1-12(1-g) 1.02	1-36(1-g) 0.24	1-6(1-g) 0.12	1-42(1-g) 0.24	1-12(1-g) 0.6	1-60(1-g) 0.48	1-48(1-g) 0.06	1-96(1-g) 0.06			
25	-25	2	1-24(1-g) 2	1-30(1-g) 0.18	1-18(1-g) 0.18	1-36(1-g) 0.34	1-12(1-g) 0.08	1-42(1-g) 0.04	1-6(1-g) 0.08	1-60(1-g) 0.2	1-12(1-g) 0.16	1-96(1-g) 0.02	1-48(1-g) 0.02			
35	35	4.5	1-36(1-g) 4.5	1-30(1-g) 0.41	1-42(1-g) 0.41	1-24(1-g) 0.77	1-48(1-g) 0.18	1-18(1-g) 0.09	1-54(1-g) 0.18	×	1-72(1-g) 0.36	1-36(1-g) 0.05	1-108(1-g) 0.05			
37	-37	0.75	1-36(1-g) 0.75	1-42(1-g) 0.07	1-30(1-g) 0.07	1-48(1-g) 0.13	1-24(1-g) 0.03	1-54(1-g) 0.02	1-18(1-g) 0.03	1-72(1-g) 0.08	×	1-108(1-g) 0.008	1-36(1-g) 0.008			
47	47	3.5	1-48(1-g) 3.5	1-42(1-g) 0.32	1-54(1-g) 0.32	1-36(1-g) 0.6	1-60(1-g) 0.14	1-30(1-g) 0.07	1-66(1-g) 0.14	1-12(1-g) 0.35	1-84(1-g) 0.28	1-24(1-g) 0.04	1-120(1-g) 0.04			
49	-49	0.2	1-48(1-g) 0.2	1-54(1-g) 0.018	1-42(1-g) 0.018	1-60(1-g) 0.034	1-36(1-g) 0.008	1-66(1-g) 0.004	1-30(1-g) 0.008	1-84(1-g) 0.02	1-12(1-g) 0.016	1-120(1-g) 0.002	1-24(1-g) 0.002			
59	59	3	1-60(1-g) 3	1-54(1-g) 0.27	1-66(1-g) 0.27	1-48(1-g) 0.51	1-72(1-g) 0.12	1-42(1-g) 0.06	1-78(1-g) 0.12	1-24(1-g) 0.3	1-96(1-g) 0.24	1-12(1-g) 0.03	1-132(1-g) 0.03			
61	-61	0.2	1-60(1-g) 0.2	1-66(1-g) 0.018	1-54(1-g) 0.018	1-72(1-g) 0.034	1-48(1-g) 0.008	1-78(1-g) 0.004	1-42(1-g) 0.008	1-96(1-g) 0.02	1-24(1-g) 0.016	1-132(1-g) 0.002	1-12(1-g) 0.002			
71	71	2.5	1-72(1-g) 2.5	1-66(1-g) 0.23	1-78(1-g) 0.23	1-60(1-g) 0.43	1-84(1-g) 0.1	1-54(1-g) 0.05	1-90(1-g) 0.1	1-36(1-g) 0.25	1-108(1-g) 0.2	×	1-144(1-g) 0.025			
73	-73	0.5	1-72(1-g) 0.5	1-78(1-g) 0.045	1-66(1-g) 0.045	1-84(1-g) 0.085	1-60(1-g) 0.02	1-90(1-g) 0.01	1-54(1-g) 0.02	1-108(1-g) 0.05	1-36(1-g) 0.04	1-144(1-g) 0.005	×			

tableau 2.22



Composantes rotoriques dépendantes de la denture statorique

h ^r	n	$\Delta^r_{1.1.h^r_{k_{ss}}} (\%)$	$h^s=1, k^i_{h^s}=1$					
			k _{ss} =1	k _{ss} =2	k _{ss} =3	k _{ss} =4	k _{ss} =5	k _{ss} =6
5	n=1-6(1-g)	0.2	23	41	59	77	95	113
			-13	-31	-49	-67	-85	-103
7	n=1+6(1-g)	0.2	11	29	47	65	83	101
			-25	-43	-61	-79	-97	-115
11	n=1-12(1-g)	0.4	29	47	65	83	101	119
			-7	-25	-43	-61	-79	-97
13	n=1+12(1-g)	0.2	5	23	41	59	77	95
			-31	-49	-67	-85	-103	-121
17	n=1-18(1-g)	0.03	35	53	71	89	107	125
			-1	-19	-37	-55	-73	-91
19	n=1+18(1-g)	0.03	-1	17	35	53	71	89
			-37	-55	-73	-91	-109	-127
23	n=1-24(1-g)	0.2	41	59	77	95	113	131
			5	-13	-31	-49	-67	-85
25	n=1+24(1-g)	#0	-7	11	29	47	65	83
			-43	-61	-79	-97	-115	-133
//////	//////	//////	//////	//////	//////	//////	//////	
35	n=1-36(1-g)	0.2	53	71	89	107	125	143
			17	-1	-19	-37	-55	-73
37	n=1+36(1-g)	#0	-19	-1	17	35	53	71
			-55	-73	-91	-109	-127	-145
//////	//////	//////	//////	//////	//////	//////	//////	
47	n=1-48(1-g)	0.2	65	83	101	119	137	155
			29	11	-7	-25	-43	-61
49	n=1+48(1-g)	#0	-31	-13	5	23	41	59
			-67	-85	-103	-121	-139	-157
//////	//////	//////	//////	//////	//////	//////	//////	
59	n=1-60(1-g)	0.2	77	95	113	131	149	167
			41	23	5	-13	-31	-49
61	n=1+60(1-g)	#0	-43	-25	-7	11	29	47
			-79	-97	-115	-133	-151	-169
//////	//////	//////	//////	//////	//////	//////	//////	
71	n=1-72(1-g)	0.1	89	107	125	143	161	179
			53	35	17	-1	-19	-37
73	n=1+72(1-g)	0.05	-55	-37	-19	-1	17	35
			-91	-109	-127	-145	-163	-181

tableau 2.23



Composantes rotoriques dépendantes de la denture statorique

		$h^r=1$									
	h^s	-5	7	-11	13	-17	19	-35	37	-71	73
	$k_{h^s}^i$	0.09	0.09	0.17	0.04	0.02	0.04	0.1	0.08	0.01	0.01
	$ \Delta_{1,h^s,1,k_{ss}}^r $	0.23	0.23	0.43	0.1	0.05	0.1	0.25	0.2	0.03	0.03
	n	$1+6(1-g)$	$1-6(1-g)$	$1+12(1-g)$	$1-12(1-g)$	$1+18(1-g)$	$1-18(1-g)$	$1+36(1-g)$	$1-36(1-g)$	$1+72(1-g)$	$1-72(1-g)$
K	$k_{ss}=1$	17, -19	17, -19	17, -19 +	17, -19 +	17, -19	17, -19	17, -19 + +	17, -19 + +	17, -19 +	17, -19 +
	$k_{ss}=2$	35, -37	35, -37	35, -37	35, -37	35, -37	35, -37	35, -37 + +	35, -37 + +	35, -37 +	35, -37 +
	$k_{ss}=3$	53, -55	53, -55	53, -55	53, -55	53, -55	53, -55	53, -55 +	53, -55 +	53, -55 +	53, -55 +
	$k_{ss}=4$	71, -73	71, -73	71, -73	71, -73	71, -73	71, -73	71, -73 +	71, -73 +	71, -73 +	71, -73 +
	$k_{ss}=5$	89, -91	89, -91	89, -91	89, -91	89, -91	89, -91	89, -91 +	89, -91 +	89, -91 +	89, -91 +
	$k_{ss}=6$	107, -109	107, -109	107, -109	107, -109	107, -109	107, -109	107, -109 +	107, -109 +	107, -109 +	107, -109 +

tableau 2.24



* Suite à ce regroupement le tableau 2.21 donnant les composantes statoriques fait apparaître :

- que les composantes générées par le stator et relatives à $h^s=5$ et 7 pour $k_r > 2$ n'ont pas leur homologue au niveau des composantes générées par le secondaire quelles que soient les combinaisons envisagées. Ce résultat n'est pas en contradiction avec notre étude puisque, si l'on se réfère au tableau 2.5, il apparaît que ces composantes, en fait, n'existent pas,

- que les autres termes participent au phénomène de réaction d'induit. Certaines composantes trouvent leurs homologues au niveau des trois tableaux qui caractérisent les ondes d'induction générées par le rotor.

* L'examen du tableau 2.22 montre, qu'indépendamment du nombre de pôles, les seuls termes qui participent à la réaction d'induit sont ceux de pulsation :

$$1 \pm k_r N^p (1-g) \quad (k_r = 1, 2, \dots) \quad (2.113)$$

Ceux de pulsation $1 \pm 6k(1-g)$, ($k = 1, 2, \dots$) avec $6k \neq k_r N^p$ contribuent à générer les courants primaires.

* L'examen du tableau 2.23 conduit, pour $k_{ss} \leq 4$, aux mêmes conclusions (pour retrouver les composantes relatives à $k_{ss} > 4$ il faudrait considérer au niveau des composantes statoriques des valeurs plus élevées de h^s).

* En ce qui concerne les composantes dont les caractéristiques sont présentées dans le tableau 2.24 on retrouve les propriétés précédentes avec certaines composantes, dont les pulsation vérifient la relation (2.113), qui ne participent pas au phénomène de réaction d'induit (suite à l'inégalité du nombre de pôles).

II-2-4 Expressions générales des composantes d'induction d'entrefer fonction de la vitesse

L'examen des tableaux 2.21 à 2.24 montre que les pulsations sont données par :

$$n\omega = [1 \pm 6k(1-g)]\omega \quad (2.114)$$

avec $k=1, 2, 3, 4, \dots$

quant aux nombres de paires de pôles il prennent, de façon générale, toutes les valeurs :

$$K = -1, 5, -7, 11, -13$$

Par conséquent les composantes d'induction résultantes dans l'entrefer, données par (1.174) et (1.175), peuvent, en adaptant les indices, s'exprimer par :

$$b_{1,k_K}(\alpha, \theta) = \hat{b}_{1,k_K} \cos \left[[1 \pm 6k(1-g)]\omega t + Kp\alpha - \xi_{1,k_K}(\theta_0) \right] \quad (2.115)$$

Certaines de ces composantes, notamment celles qui participent au phénomène de réaction d'induit, résultent d'un regroupement entre composantes primaires et secondaires, tandis que d'autres sont prises tel quel.

III COURANTS HARMONIQUES PRIMAIRES

III-1 f.e.m. primaires

Si l'on considère l'étude effectuée dans la première partie (Cf. chapitre IV paragraphe VII), compte tenu des notations utilisées (relation 2.112) il vient :

$$\begin{aligned} \mu^r &= n \\ \rho^r &= -K \end{aligned}$$

La pulsation des f.e.m. engendrées au rotor par les composantes d'induction secondaires qui ne participent pas au phénomène de réaction d'induit est donnée par $n\omega$ quant à l'amplitude, elle se déduit de la relation (1.182) qui dans ces conditions, en adaptant les notations, s'écrit :

$$\hat{e}_n = 2K \frac{z^s}{K} \hat{b} L R \omega n / |K| \quad (2.116)$$

Dans ce cas également apparaît le phénomène de RESONANCE DUE A LA DENTURE puisque à n et \hat{b} donnés l'amplitude maximale sera obtenue lorsque la quantité $|K|$, qui résulte d'une combinaison de h^r et de $k_{ss}N^s$, sera égale à 1.

Si l'on considère le tableau 2.22 on s'aperçoit que cette condition est vérifiée pour la première ligne ($K=-1$). En outre ces composantes sont caractérisées par les plus fortes valeurs de \hat{b} ($\Delta_{1,hr}^r=100\%$). En ne prenant en compte que ces composantes et en remarquant que la contribution des termes des tableaux 2.23 et 2.24 qui ne participent pas au phénomène de réaction d'induit peut être négligée il vient :

$$\hat{e}_n = \hat{e}_n^s = 2K_1^s z^s LR \omega k_{hs}^1 [1 \pm 6k(1-g)] \hat{b}_{1,1,1}^r \quad (2.117)$$

avec $k=1$ et 3 .

III-2 Contenu harmonique des courants primaires

Les courants harmoniques primaires auront la même pulsation que les f.e.m. harmoniques primaires engendrées au stator. Pour obtenir l'amplitude de ces courants il suffit de diviser la quantité \hat{e}_n^s par Z_n^s avec :

$$Z_n^s = \left[r^{s2} + n^2 x^{s2} \right]^{1/2} \quad (2.118)$$

Aux faibles glissements il est possible de simplifier l'expression de n :

$$n \approx 1 \pm 6k \quad (2.119)$$

Comme $r^s \approx 0.56\Omega$ et $x^s \approx 0.9\Omega$ (à 50Hz) nous pouvons négliger, dans l'expression de Z_n^s , r^s par rapport à $n x^s$ de sorte que \hat{i}_n^s sera donné par :

$$\hat{i}_n^s = 2K_1^s z^s LR \omega k_{hs}^1 \hat{b}_{1,1,1}^r / x^s \quad (2.120)$$

Dans ce cas nous ne pouvons raisonner en valeurs relatives en prenant pour référence le fondamental du courant primaire ($n^s=1$) car les phénomènes physiques à l'origine de ces courants n'ont pas de relation directe. Nous allons donc procéder à cette analyse en effectuant, à k donné, le rapport des amplitudes des deux composantes. Celui-ci est essentiellement lié au rapport des quantités k_{hs}^1 (relation 2.112). Dans ces conditions il vient :

$k=1$	fréquences :	$[1 \pm 6(1-g)] f^s$,	rapport des amplitudes	1
$k=3$	fréquences :	$[1 \pm 18(1-g)] f^s$,	rapport des amplitudes	2

Pour vérifier nos résultats nous avons procédé à l'analyse spectrale du courant primaire dans le cas d'une alimentation sinusoïdale à 50Hz lors d'un fonctionnement à vide ($g=0.3\%$). Le spectre obtenu est donné à la figure 2.8.

Les fréquences des courants harmoniques ont, pour cette valeur de g , respectivement pour valeurs :

$$k=1 \begin{cases} \rightarrow 349.1\text{Hz} \\ \rightarrow 249.1\text{Hz} \end{cases} \qquad k=3 \begin{cases} \rightarrow 947.3\text{Hz} \\ \rightarrow 847.3\text{Hz} \end{cases}$$

Ces raies ont des amplitudes très faibles et elles sont très proches de celles relatives aux harmoniques de 50Hz (nous avons précédemment précisé que le réseau était perturbé par la présence des harmoniques 5, 7... etc).

Pour pouvoir les distinguer nous avons, au niveau de l'analyseur, utilisé une fonction spéciale qui permet de marquer les raies multiples de 50Hz.

Celles-ci sont repérées par un trait continu noir. Lorsque ces deux raies existent et que celle due au 50Hz est inférieure en amplitude à celle générée par le rotor nous avons la représentation donnée à la figure 2.9 a).

Par contre lorsque ces deux raies existent mais que celle relative au 50Hz l'emporte en amplitude celle due aux composantes d'induction rotoriques qui ne participent pas au phénomène de réaction ne peut apparaître (figure 2.9 b)).

Suite à ces remarques l'analyse du spectre de la figure 2.8 montre :

- que les raies relatives à $k=3$ sont effectivement présentes aux fréquences prédéterminées avec un rapport au niveau de l'amplitude de 2.3 (2 en théorie),
- que les raies liées à $k=1$ n'apparaissent pas distinctement sur le spectre (elles sont donc inférieures à celles dont les fréquences sont multiples du 50Hz),
- qu'il apparaît des raies pour $k=2, 4, 5$ et 6 (celles relatives à $k=6$ étant d'importance comparable à celles liées à la valeur 2 de k).

Par conséquent, suite à cette étude, compte tenu de la complexité du problème traité et du fait que nous avons partiellement vérifié les résultats, il est possible d'admettre que les expressions établies traduisent assez correctement le comportement de la machine. L'étude expérimentale montre cependant que la procédure qui consiste à ne prendre en compte, pour déterminer les harmoniques des courants primaires, que les composantes d'induction secondaires qui ne participent pas à la réaction d'induit n'est

pas exacte. En fait, il semblerait que certaines composantes, qui participent à ce phénomène de réaction, n'interviennent au niveau de celui-ci que partiellement et qu'elles seraient également, mais pas dans leur totalité, à l'origine de courants harmoniques primaires. D'ailleurs, une prise en compte globale des différents phénomènes [35], [46], conduit également à ce résultat. Il serait possible par des considérations des ampères tours, relativement aux composantes d'induction indépendantes de la vitesse qui elles participent toutes au phénomène de réaction, d'estimer la part de ces composantes d'induction fonction de la vitesse qui participent au phénomène de réaction d'induit et d'en déduire ainsi les courants harmoniques qu'elles génèrent. Cette étude, sortant du cadre du sujet traité, nous ne l'aborderons pas.

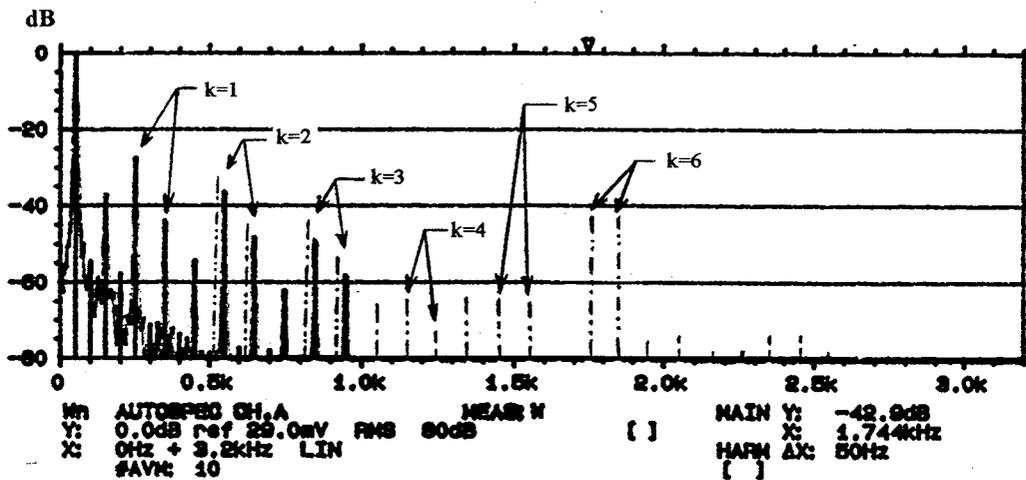


figure 2.8

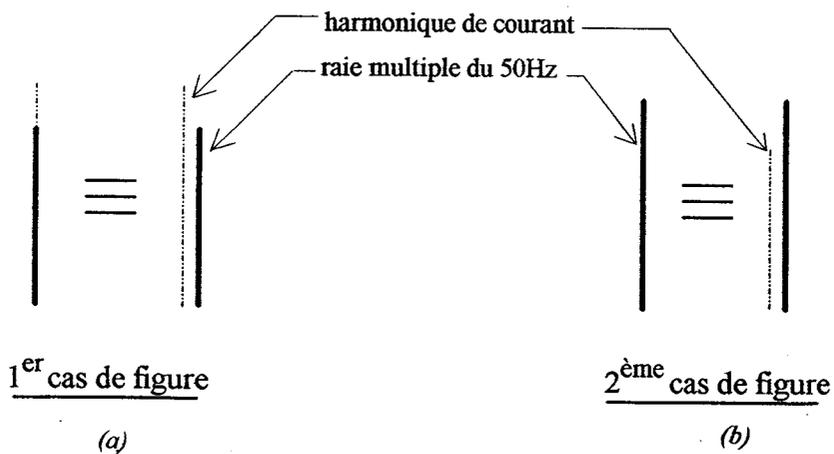


figure 2.9

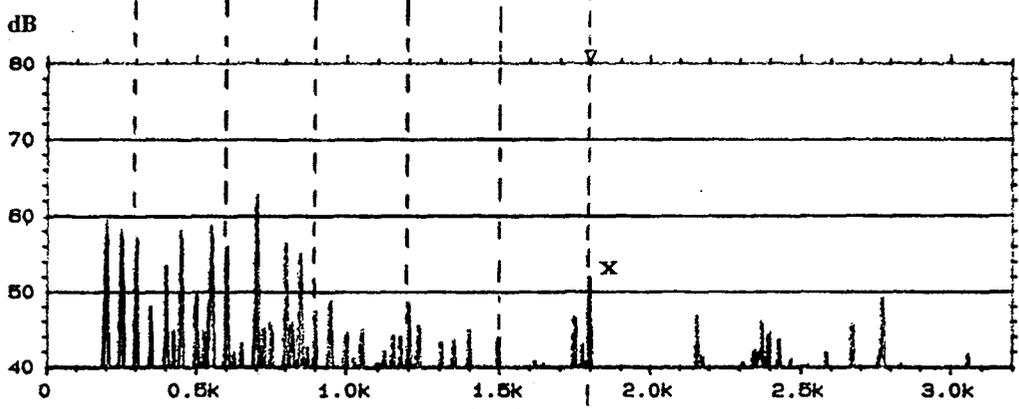
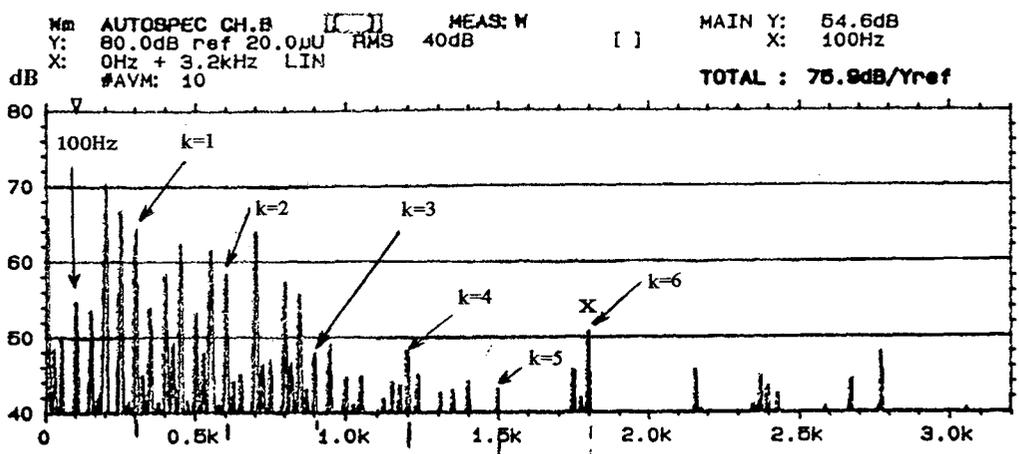
BRUIT MAGNETIQUE

I- ETUDE EXPERIMENTALE

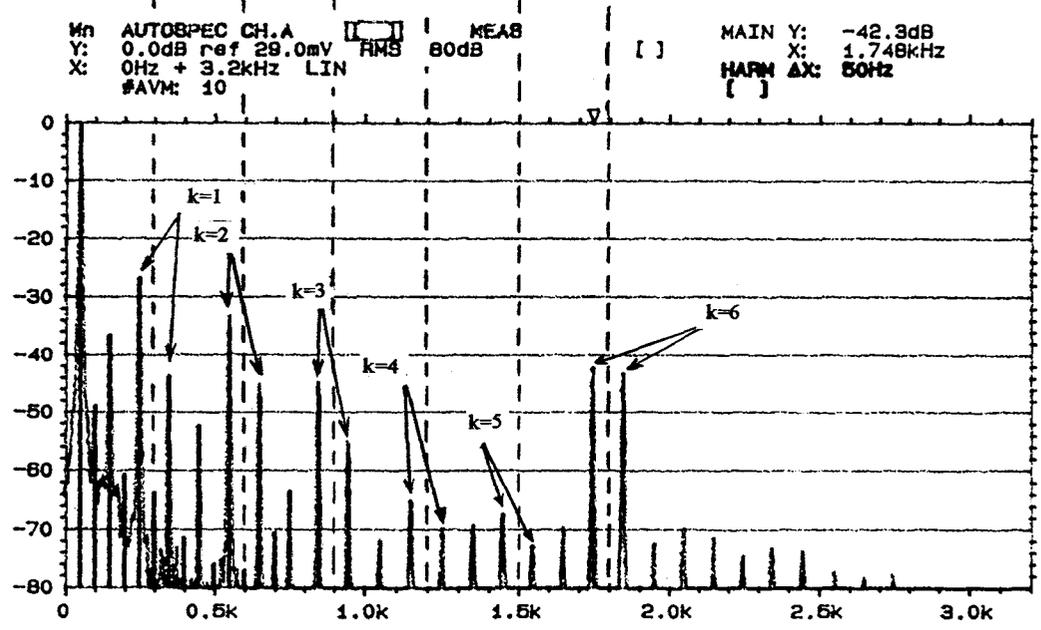
Nous avons procédé, dans le cas d'une alimentation sinusoïdale par le réseau 50Hz de la machine située dans une chambre semi-anéchoïdale, au relevé du spectre de bruit émis par celle-ci lors d'un fonctionnement à vide ($g=0.003$). Les résultats obtenus sont donnés sur la planche II.6. Le spectre repéré par (a) donne la composition du bruit réel. Le second spectre (b) est obtenu en utilisant une fonction spéciale de l'analyseur permettant d'appliquer la pondération "A" (Cf. annexe). Nous avons également représenté (planche II.6 (c)) le spectre du courant absorbé, dans les mêmes conditions, par le stator (ce spectre est en fait celui donné précédemment lors de l'analyse du courant primaire).

Les raies qui composent les spectres de bruit sont assez nombreuses et sont relatives à des bruits d'origine mécanique, aérodynamique et magnétique. Nous avons utilisé la procédure proposée par Mr BRUDNY [35] pour dissocier parmi ces raies celles qui sont d'origine magnétique. Celle-ci peut s'énoncer de la façon suivante .

Comme les spectres relatifs au bruit (forces radiales) et aux vibrations tangentielles (couples harmoniques) présentent le "même" contenu harmonique et que les couples harmoniques réagissent au niveau des courants primaires absorbés par la génération de courants harmoniques, à une raie de bruit magnétique de fréquence f_B on peut associer deux harmoniques de courants de fréquences $f_B \pm 50\text{Hz}$. (Cette propriété ne fait que conforter la remarque précédente qui précisait qu'au niveau des composantes d'induction secondaires fonction de la vitesse qui participaient à la réaction d'induit seule une fraction d'entre elles contribuait à ce phénomène et que la partie restante était à l'origine de courants harmoniques primaires).



Mn AUTOSPEC CH.B A WEIGH MEAS: W MAIN Y: 52.0dB
 Y: 80.0dB ref 20.0μU RMS 40dB [] X: 1.796kHz
 X: 0Hz + 3.2kHz LIN TOTAL : 70.3dB/Yref
 #AVM: 10



Setup W
 Measurement: DUAL-CH. SPECTRUM AVERAGING 800 lines
 Trigger: FREE RUN
 Averaging: EXP 10 Overlap: MAX
 FREQ. SPAN: 3.2kHz Δf: 4Hz T: 250ms Δt: 122μs
 Weighting: HANNING
 ch.A: 100mV DIRECT / 0.7Hz / ON 1V/V
 ch.B: 4mV PREAMP / 0.7Hz / ON 3.65mV/Pa





Nous avons, en utilisant cette technique, repéré les raies de bruit fonction des courants harmoniques primaires. Pour les basses fréquences nous avons signalé le problème posé par les courants harmoniques dont les fréquences sont proches du 50Hz. Pour éviter d'être de nouveau confronté à ce problème (raie de bruit résultant de plusieurs phénomènes) nous nous sommes intéressé aux bruits de plus haute fréquence et notamment à la raie repérée par une croix (x).

Les harmoniques des courants primaires correspondant ont alors pour fréquence $[1 \pm 36(1-g)]f^s$ (Cf. chapitre II de cette seconde partie : étude des courants harmoniques primaires). Par conséquent la fréquence de cette raie de bruit est égale à $36(1-g)f^s$ ce qui correspond, pour $g=0.003$, à 1794.6Hz alors que par lecture sur le spectre il vient 1.795kHz.

Comme la machine a deux paires de pôles la fréquence de la raie de bruit considérée est encore égale à $72f_R$ où f_R représente la fréquence de rotation. Nous avons également pu vérifier que cette raie de bruit évolue en fonction de la vitesse de rotation.

II- EXPRESSION GENERALE DE LA FORCE RADIALE À L'ORIGINE DU BRUIT DE FREQUENCE $72f_R$

Comme une force radiale f_M d'expression :

$$f_M = \hat{f}_M \cos(2\pi f_B t + \lambda p \alpha) \quad (2.122)$$

génère une onde de déformation à λp paires de pôles de fréquence f_B , à l'origine d'un bruit de fréquence f_B , il convient de recenser parmi toutes les composantes de force celles qui sont de fréquence $36(1-g)f^s$ ou de pulsation $36(1-g)\omega$. Pour effectuer cette étude nous allons considérer les expressions générales des composantes d'induction d'entrefer données par (2.111) et (2.115). En faisant abstraction de la phase, elles s'écrivent :

$$b_{1,h}(\alpha) = \hat{b}_{1,h} \cos(\omega t - hp\alpha) \quad (2.123)$$

$$b_{1,k_K}(\alpha, g) = \hat{b}_{1,k_K} \cos\left[[1 \pm 6k(1-g)]\omega t + Kp\alpha\right] \quad (2.124)$$

Pour obtenir la force radiale il suffit d'additionner toutes les composantes d'induction et d'élever le résultat au carré. Si l'on ne

s'intéresse qu'aux composantes non stationnaires on fait apparaître des termes qui auront pour pulsation :

- composantes de (2.123) élevées au carré :

$$2\omega \quad a)$$

- composantes de (1.124) élevées au carré :

$$2[1 \pm 6k(1-g)]\omega \quad b)$$

- doubles produits ne faisant intervenir que les composantes de (2.123)

$$2\omega \quad c)$$

- doubles produits ne faisant intervenir que les composantes de (2.124). (Dans ce cas il convient d'introduire une quantité k' qui joue le même rôle que k)

$$[2 \pm 6(1-g)(k+k')]\omega \quad d)$$

$$6(1-g)[\pm k \pm k']\omega \quad e)$$

- doubles produits faisant intervenir les composantes de (2.123) et (2.124).

$$[2 \pm 6k(1-g)]\omega \quad f)$$

$$\pm 6k(1-g)\omega \quad g)$$

Comme la composante de bruit, et donc de force considérée, est de pulsation $36(1-g)\omega$, celle-ci ne résultera que des doubles produits faisant intervenir obligatoirement les composantes de (2.124) en ne retenant, lors de la décomposition des produits de cosinus, que les termes dont les pulsations sont repérées par $e)$ et $g)$.

- * Si l'on considère les doubles produits qui font intervenir les composantes de (2.123) et (2.124), la force radiale à la fréquence souhaitée résultera d'une double sommation, une sur h et une sur K en ne prenant en compte que les termes de pulsation $[1 \pm 36(1-g)]\omega$. En notant $f'_M(\alpha)$ cette quantité il vient :

$$f_M'(\alpha) = \frac{1}{2\mu_0} \sum_K \sum_h \hat{b}_{1,k_K} \hat{b}_{1,h} \cos[\pm 6k(1-g)\omega t - (h+K)p\alpha] \quad (2.125)$$

avec : $k = 6$

* Les doubles produits relatifs aux composantes de (2.124) doivent prendre en compte des termes tels que : $|\pm k \mp k'| = 6$.

Soient $b_{1,k_K}(\alpha, g)$ les termes qui correspondent à k et $b_{1,k'_K}(\alpha, g)$ ceux relatifs à k' . A chaque valeur de k ou de k' il est possible d'associer deux pulsations données par :

$$b_{1,k_K} \begin{cases} \rightarrow 1+6k(1-g) & (1) \\ \rightarrow 1-6k(1-g) & (2) \end{cases}$$

$$b_{1,k'_K} \begin{cases} \rightarrow 1+6k'(1-g) & (3) \\ \rightarrow 1-6k'(1-g) & (4) \end{cases}$$

● En considérant les deux composantes de b_{1,k_K} on obtient le résultat cherché en multipliant entre elles les composantes relatives à $k=3$. (Ce même résultat peut être obtenu en considérant les deux composantes de b_{1,k'_K} mais il est dans ce cas redondant).

● En considérant la composante (1) de b_{1,k_K} et (3) de b_{1,k'_K} il vient :

$$k' = k \pm 6 \quad (k' > 0)$$

● La composante (1) de b_{1,k_K} et (4) de b_{1,k'_K} conduit à :

$$k' = 6 - k \quad (k' > 0)$$

● La composante (2) de b_{1,k_K} et (3) de b_{1,k'_K} donne :

$$k' = 6 - k \quad (k' > 0)$$

● La composante résultant du produit de la composante (2) de b_{1,k_K} et (4) de b_{1,k'_K} s'écrit :

$$k' = k \pm 6 \quad (k' > 0)$$

Il en résulte que la composante de force radiale $f_M''(\alpha)$ générée par ces termes, en repérant avec l'indice supérieur + la composante d'induction de pulsation $1+6k(1-g)$ et l'indice supérieur - celle de pulsation $1-6k(1-g)$ et en introduisant le paramètre K' qui joue le même rôle que K , s'écrit :

$$f_M''(\alpha) = \left\{ \sum_{k, K, K'} \hat{b}_{1,3K}^+ \hat{b}_{1,3K}^- \cos [36(1-g)\omega t + (K-K')p\alpha] + \sum_{k, K, K'} \hat{b}_{1,kK}^+ \hat{b}_{1,kK}^+ \cos [\pm 36(1-g)\omega t + (K-K')p\alpha] \right. \\ + \sum_{k, K, K'} \hat{b}_{1,kK}^+ \hat{b}_{1,kK}^- \cos [36(1-g)\omega t + (K-K')p\alpha] + \sum_{k, K, K'} \hat{b}_{1,kK}^- \hat{b}_{1,kK}^+ \cos [-36(1-g)\omega t + (K-K')p\alpha] \\ \left. + \sum_{k, K, K'} \hat{b}_{1,kK}^- \hat{b}_{1,kK}^- \cos [\pm 36(1-g)\omega t + (K-K')p\alpha] \right\} \quad (2.126)$$

Après avoir déterminé les quantités $f_M'(\alpha)$ et $f_M''(\alpha)$ on obtient la force radiale résultante en sommant ces deux quantités :

$$f_M(\alpha) = f_M'(\alpha) + f_M''(\alpha) \quad (2.127)$$

III- EXPRESSION SIMPLIFIEE DE LA FORCE RADIALE DE FREQUENCE $72f_R$

La force radiale définie précédemment n'est pas à répartition spatiale sinusoïdale de sorte qu'elle engendre des effets assez complexes. Pour analyser ceux-ci il est possible d'utiliser le principe de superposition ce qui revient à considérer séparément chacune des composantes de (2.125) et (2.126). Cependant la relation (1.196) montre que les déplacements mécaniques sont inversement proportionnels au nombre de paires de pôles élevé à la puissance quatre, dans ces conditions certaines composantes auront des effets négligeables. Il est donc possible de simplifier l'expression de (2.127) en prenant en compte des considérations qui portent aussi bien sur l'amplitude que sur le nombre de pôles de déformation des composantes de force.

III-1 Amplitude des composantes d'induction

Pour limiter le nombre de termes nous ne retiendrons au niveau des

composantes d'induction que ceux qui présentent une amplitude relative suffisante. Cette étude sera réalisée en considérant un fonctionnant à vide correspondant à $g=0.003$.

III-1-1 Composantes de l'induction indépendantes de la vitesse

En considérant la relation (2.123), les valeurs de h à retenir (relations 2.2 et 2.109) sont :

$$h = 1, -5, 7, -11, 13, -17, 19, -35, 37, -71, 73.$$

III-1-1-1 Champ fondamental

Ce champ résulte de la combinaison des quantités $b_{1,1}^{s+}(\alpha)$ et $b_{1,1,1}^{r+}(\alpha, \theta)$. Compte tenu du choix de l'origine ces composantes ont pour expressions :

$$b_{1,1}^{s+}(\alpha) = K_1^s \hat{\phi}_{1,1}^s \cos(\omega t - p\alpha)$$

$$b_{1,1,1}^{r+}(\alpha) = K_1^s \hat{\phi}_{1,1}^r \cos(\omega t - p\alpha - \xi_{1,1,1}^{r''} + p\theta_0)$$

avec, compte tenu de (2.77) et (2.25) :

$$\xi_{1,1,1}^{r''} = p\theta_0 + \pi/2 + \text{Arg}(\tilde{Z}_{1,1})$$

L'expression de $b_{1,1,1}^{r+}(\alpha)$ peut donc se simplifier. Elle s'écrit :

$$b_{1,1,1}^{r+}(\alpha) = K_1^s \hat{\phi}_{1,1}^r \cos[\omega t - p\alpha - \pi/2 - \text{Arg}(\tilde{Z}_{1,1})] \quad (2.128)$$

avec :

$$\text{Arg}(\tilde{Z}_{1,1}) = \text{Arctg } gx^r/r^r$$

soit :

$$\text{Arg}(\tilde{Z}_{1,1}) = \text{Arctg } 2.1g$$

Il apparaît donc que la phase de la composante fondamentale de l'induction rotorique est indépendante de θ_0 et que l'écart de phase entre cette onde et le fondamental de l'induction primaire est supérieur en valeur absolue à $\pi/2$.

Pour le fonctionnement à vide ($g=0.003$), $\text{Arg}(\tilde{Z}_{1,1}) \neq 0$ de sorte que $b_{1,1,1}^{r+}$ est sensiblement déphasé de $\pi/2$ par rapport à $b_{1,1}^{s+}$.

En utilisant le schéma monophasé équivalent ($V=220V$), on peut estimer la valeur de $I_{1,1}^r$, celle-ci est peu différente de 1.4A.

Compte tenu des expressions de $K_1^{s''}$ et $K_{1,h^s}^{r''}$ données par (2.10) et (2.83) on en déduit que le rapport des amplitudes des composantes fondamentales d'induction est égal à :

$$\frac{\hat{b}_{1,1}^s}{\hat{b}_{1,1,1}^r} = \frac{K_1^{s''}}{K_{1,1}^{r''}} = \frac{z^s}{z^r} \frac{I_1^s}{I_{1,1}^r}$$

En approximant le rapport z^s/z^r au rapport de transformation m il vient :

$$\frac{\hat{b}_{1,1}^s}{\hat{b}_{1,1,1}^r} \# 3.38 \times 12.5 / 1.4$$

soit :

$$\hat{b}_{1,1}^s / \hat{b}_{1,1,1}^r \# 30 \quad (2.129)$$

Il est par conséquent possible dans la composition de ces ondes fondamentales de négliger la contribution de la composante secondaire de sorte que, pour ce fonctionnement, on a :

$$b_{1,1}(\alpha) \# \hat{b}_{1,1}^{s+}(\alpha) = K_1^{s''} \hat{b}_{1,1}^s \cos(\omega t - p\alpha) \quad (2.130)$$

III-1-1-2 Champs harmoniques

Ces champs harmoniques générés par le stator ont pour amplitude \hat{b}_{1,h^s}^s , quantité égale (relation 2.12) à $\hat{b}_{1,1}^s \Delta_{1,h^s}^s$. En ce qui concerne les composantes rotoriques (relation 2.109) nous avons donné, pour les différentes valeurs de h^r , les coefficients multiplicateurs de $\hat{b}_{1,1,1}^r$ qui valent soit $k_{h^s}^i \Delta_{1,h^r}^r$ ou $k_i^i \Delta_{1,1,k^s}^r$.

En fait ces quantités ont été calculées pour $g=0.01$ de sorte qu'il convient pour ce fonctionnement de les multiplier par 3. Notons \mathcal{A} les coefficients multiplicateurs ainsi obtenus. Si on effectue comme précédemment le rapport $\hat{b}_{1,h^s}^s / \hat{b}_{1,h^r}^r$ pour $h^s=h^r=h$ il vient :

$$\frac{\hat{b}_{1,h^s}^s}{\hat{b}_{1,h^r}^r} = \frac{\hat{b}_{1,1}^s \Delta_{1,h^s}^s}{\mathcal{A} \hat{b}_{1,1,1}^r}$$

soit, compte tenu de (2.129) :

$$\frac{\hat{b}_{1,h^s}^s}{\hat{b}_{1,h^r}^r} \# 30 \frac{\Delta_{1,h^s}^s}{\mathcal{A}}$$

Nous avons regroupé dans le tableau 2.25 les valeurs de $\Delta_{1,h}^s$ déduites des figures 2.4 a) et b) pour $r_d^s=0.92$. Dans ce tableau figurent également les valeurs de la quantité \mathcal{A} déduites de (2.109) ainsi que les valeurs du rapport $\hat{b}_{1,h}^s/\hat{b}_{1,h}^r$.

$ h $	5	7	11	13	17	19	35	37	71	73
$\Delta_{1,h}^s$ (%)	5	2.5	2.5	2.5	8	4	5	0.2	3.5	1
\mathcal{A} (%)	1.4	1.1	5.7	0.7	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5
$\hat{b}_{1,h}^s/\hat{b}_{1,h}^r$	107	68	13	107	32	16	20	0.8	14	4

tableau 2.25

On remarque, si l'on exclue les valeurs de h égales à 37 et 73, que le rapport $\hat{b}_{1,h}^s/\hat{b}_{1,h}^r$ est très élevé de sorte qu'il est possible de négliger la contribution des champs harmoniques secondaires sur la composition des champs résultants.

Pour $h=37$ et 73 nous pouvons considérer que les composantes d'induction primaires et secondaires sont du même ordre de grandeur. Cependant comme cela concerne des quantités faibles (valeurs relatives inférieures au pourcent) nous conviendrons, pour la suite de l'étude, de caractériser ces champs harmoniques tout simplement par :

$$b_{1,h}(\alpha) \# b_{1,i}^s \Delta_{1,h}^s \cos(\omega t - hp\alpha) \quad (2.131)$$

III-1-2 Composantes de l'induction dépendantes de la vitesse

III-1-2-1 Composantes rotoriques ne participant pas au phénomène de réaction d'induit

Il convient de caractériser ces composantes par rapport au fondamental de l'onde d'induction d'entrefer. Compte tenu de (2.129) et (2.130) et du fait qu'il est nécessaire, suite à la valeur de g , de multiplier les coefficient $k_{1,h}^s$ par 3, toutes les valeurs qui traduisent l'importance relative des inductions qui figurent dans les tableaux 2.22 à 2.24 doivent être, pour

aboutir au résultat cherché, divisées dans le rapport 10. En nous limitant aux termes dont la valeur relative est supérieure 0.1% on aboutit au tableau 2.26 ou l'on a fait figurer dans les cases la valeur K ainsi que la valeur relative de l'amplitude de ces composantes, exprimées en pourcent, ramenées à l'amplitude du fondamental d'entrefer (valeurs entre parenthèses).

1+6g	1-6g	1+18g	1-18g
-1 (0.9)	-1 (0.9)	-1 (0.2)	-1 (0.4)
5 (0.1)	5 (0.6)	-19 (0.15)	11 (0.1)
-7 (0.4)	11 (0.1)		17 (0.15)

tableau 2.26

III-1-2-2 Composantes participant au phénomène de réaction d'induit

Nous avons regroupé dans le tableau 2.27 les caractéristiques des diverses composantes d'importance suffisamment significative (valeur relative supérieure à 0.1%). Pour $r_d^s=0.92$ l'importance relative des différents termes générés par le stator est indépendante de la pulsation, cette valeur, déduite des figures de la planche II.1, données en pourcent, figure entre parenthèses à gauche du tableau. Les valeurs entre parenthèses qui figurent dans les différentes cases donnent les valeurs, exprimées en pourcent, des composantes secondaires définies par rapport à l'amplitude du fondamental d'entrefer (nous n'avons fait figurer que les quantités significatives obtenues en divisant les valeurs des tableaux 2.22 à 2.24 par le rapport 10 défini précédemment).

On s'aperçoit que de façon générale les composantes générées par le stator l'emportent d'un point de vue amplitude bien que dans certains cas (ex ligne 4) les termes les plus importants soient engendrés par le rotor.

	1-12(1-g)	1+12(1-g)	1-24(1-g)	1+24(1-g)	1-36(1-g)	1+36(1-g)	1-48(1-g)	1+48(1-g)	1-60(1-g)	1+60(1-g)	1-72(1-g)	1+72(1-g)
(1.5%)	11 (1.1%)	-13 (0.6%)	23 (0.6%)	-25 (0.2%)	35 (0.5%)	-37 (0.08%)	47 (0.4%)	-49	59 (0.3%)	-61	71 (0.3%)	-73
(0.1%)	17	-7	29	-19	41	-31	53	-43	65	-55	77	-67
(0.1%)	5	-19	17	-31	29	-43	41	-55	53	-67	65	-79
(0.05%)	23 (0.1%)	-1 (1.7%)	35	-13 (0.1%)	47	-25	59	-37	71	-49	83	-61
(0.05%)	-1 (0.4%)	25	11	-37	23	-49	35	-61	47	-73	59	-85
(0.4%)	29	5	41	-7	53	-19	65	-31	77	-43	89	-55
(0.15%)	47	23	59	11 (0.1%)	71	-1 (1%)	83	-13	95	-25	107	-37
(0.05%)	-25	-49	-13	-61	-1 (0.8%)	-73	11	-85	23	-97	35	-109
(0.1%)	65	41	77	29	89	17	101	5	113	-7	125	-19
(0.1%)	83	59	95	47	107	35	119	23	131	11	143	-1 (0.1%)
(0.05%)	-61	-85	-49	-97	-37	-109	-25	-121	-13	-133	-1 (0.01%)	-145

tableau 2.27



III-2 Pôles de déformation

III-2-1 Interaction entre composantes dépendantes et indépendantes de la vitesse

La relation (2.125) impose que le terme de (2.124) soit relatif à $k=6$.

- Considérons la composante de pulsation $((1-36(1-g))\omega)$, les valeurs de K à considérer sont celles qui figurent dans la colonne correspondante de cette pulsation du tableau 2.27. En considérant, pour définir les composantes d'induction indépendantes de la vitesse, la relation (2.131), le nombre de pôles de déformation sera égal à $2p(K+h)$. Nous avons regroupé dans le tableau 2.28 les caractéristiques relatives (quantités $K+h$) à ces pôles de déformation obtenues dans ces conditions. Pour exploiter ce tableau précisons, qu'en prenant pour référence l'amplitude du fondamental d'entrefer, :
 - que les valeurs entre parenthèses qui figurent sous les valeurs de h donnent l'importance relative des composantes d'induction d'entrefer indépendantes de la vitesse déduites, compte tenu de (2.131), de la figure 2.4 en donnant à r_d^s la valeur 0.92,
 - que les valeurs entre parenthèses, qui figurent sous les valeurs de K , donnent l'importance relative des composantes d'induction fonction de la vitesse déduites du tableau 2.27 (ces quantités sont essentiellement relatives aux composantes d'induction statoriques qui sont prépondérantes face à celles issues du secondaire, sauf pour $K=-1$).
 - que les valeurs dans les différentes cases donnent la quantité $K+h$,
 - comme $K+h$ est un multiple de 6, en posant $K+h=6\nu$, que les quantités entre parenthèses sous les valeurs de $K+h$ correspondant aux produits des valeurs relatives des inductions divisés par ν^4 (ces termes, notés par la suite d , sont directement liés au déplacement, relation (1.196), ils n'apparaissent que s'ils sont supérieurs à 10^{-3}).
- Le tableau (2.29) donne le résultat d'une étude identique relative au terme de pulsation $((1+36(1-g))\omega)$.

L'examen de ces tableaux fait apparaître des composantes qui n'ont aucun pôle de déformation (forces équivalentes aux forces stationnaires, donc réparties uniformément le long du stator, avec une amplitude variable au cours du temps).

On peut noter que les valeurs de d les plus importantes correspondent aux valeurs de $K+h=\pm 6$ soit 12 paires de pôles de déformation.

- Si l'on considère les deux quantités relatives à $h=-35$ et $K+h=6$ du tableau 2.28, celles-ci ont pour expressions :

$$\begin{aligned} f'_{M1}(\alpha) &= \hat{f}'_{M1} \cos \left[-36(1-g)\omega t + 6p\alpha \right] \\ f'_{M2}(\alpha) &= \hat{f}'_{M2} \cos \left[-36(1-g)\omega t - 6p\alpha \right] \end{aligned}$$

avec :

$$\hat{f}'_{M1}(\alpha) = \hat{f}'_{M2}(\alpha)$$

En additionnant ces deux quantités on aboutit à une onde de force d'axe fixe dont l'amplitude évolue au cours du temps, quant à l'orientation, elle est fonction des phases des deux composantes.

- Les mêmes remarques s'appliquent aux deux composantes du tableau 2.29 relatives à $h=37$. Néanmoins dans ce cas les amplitudes sont faibles.
- Les composantes de plus fortes amplitudes sont obtenues, pour les deux tableaux, pour $K=-1$. Comme $K+h=\pm 6$, le coefficient ν vaut 1. Le produit des valeurs relatives des inductions est alors supérieur à 1.
- Il apparaît également (tableau 2.29) deux composantes correspondant à $h=-11$ et 13 mais dans ce cas elles ne sont pas définies par couple, comme les précédentes.

III-2-2 Interaction entre composantes dépendantes de la vitesse

- Les termes de pulsation $((1\pm 6(1-g))\omega$ devraient être multipliés par des composantes de pulsation $((1\pm 42(1-g))\omega$ ou $((1\pm 30(1-g))\omega$ pour obtenir le résultat cherché. Celles-ci n'apparaissent pas au niveau de nos tableaux, par conséquent ces quantités ne contribueront pas à générer la composante de force considérée.
- On obtient, en ce qui concerne les pulsations, les caractéristiques cherchées en multipliant :
 - les termes de pulsation $((1+18(1-g))\omega$ par ceux de pulsation $((1-18(1-g))\omega$ (tableau 2.30)
 - les termes de pulsation $((1+12(1-g))\omega$ par ceux de pulsation $((1-24(1-g))\omega$ (tableau 2.31) ou $((1+48(1-g))\omega$ (tableau 2.32)
 - les termes de pulsation $((1-12(1-g))\omega$ par ceux de pulsation $((1+24(1-g))\omega$ (tableau 2.33) ou $((1-48(1-g))\omega$ (tableau 2.34)

h \ K	1	-5	7	-11	13	-17	19	-35	37	-71	73
	(100)	(5)	(2.5)	(2.5)	(2.5)	(8)	(4)	(5)	(0.2)	(3.5)	(1)
35	36	30	42	24	48	18	54	0	72	-36	108
(1.5)	(0.116)	(0.012)	(0.002)	(0.015)	—	(0.0148)	—	—	—	(0.004)	—
41	42	36	48	30	54	24	60	6	78	-30	114
(0.1)	(0.004)	—	—	—	—	(0.003)	—	(0.5)	—	—	—
29	30	24	36	18	42	12	48	-6	66	-42	102
(0.1)	(0.016)	(0.002)	—	(0.003)	—	(0.05)	—	(0.5)	—	—	—
53	54	48	60	42	66	36	72	18	90	-18	126
(0.4)	(0.006)	—	—	—	—	-0.002)	—	(0.025)	—	(0.017)	—
71	72	66	78	60	84	54	90	36	108	0	144
(0.15)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
-1	0	-6	6	-12	12	-18	18	-36	36	-72	72
(0.8)	—	(4)	(2)	(0.125)	(0.125)	(0.079)	(0.04)	(0.003)	—	—	—
89	90	84	96	78	102	72	108	54	126	18	162
(0.1)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	(0.004)	—
107	108	102	114	96	120	90	126	72	144	36	180
(0.1)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

(1-(1-g)36)ω



tableau 2.28

h \ K	1	-5	7	-11	13	-17	19	-35	37	-71	73
	(100)	(5)	(2.5)	(2.5)	(2.5)	(8)	(4)	(5)	(0.2)	(3.5)	(1)
-37	-36	-42	-30	-48	-24	-54	-18	-72	0	-108	36
(1.5)	(0.116)	(0.003)	(0.006)	—	(0.015)	(0.002)	(0.074)	—	—	—	(0.001)
-31	30	-36	-24	-42	-18	-48	-12	-66	6	-102	42
(0.1)	(0.016)	—	—	—	(0.003)	—	(0.025)	—	(0.02)	—	—
-43	-42	-48	-36	-54	-30	-60	-24	-78	-6	-114	30
(0.1)	(0.004)	—	—	—	—	—	(0.002)	—	(0.02)	—	—
-19	-18	-24	-12	-30	-6	-36	0	-54	18	-90	54
(0.4)	(0.494)	(0.008)	(0.0625)	(0.002)	(1)	(0.002)	—	—	—	—	—
-1	0	-6	6	-12	12	-18	18	-36	36	-72	72
(0.15)	—	(5)	(2.5)	(0.156)	(0.156)	(0.099)	(0.049)	(0.004)	—	—	—
17	18	12	24	6	30	0	36	-18	54	-54	90
(0.1)	(0.123)	(0.031)	—	(0.25)	—	—	—	(0.006)	—	—	—
35	36	30	42	24	48	18	54	0	72	-36	108
(0.1)	(0.008)	—	—	—	—	(0.01)	—	—	—	—	—

(1+(1-g)36)ω

tableau 2.29

- les termes de pulsation $((1+24(1-g))\omega$ par ceux de pulsation $((1+60(1-g))\omega$ (tableau 2.35)
- les termes de pulsation $((1-24(1-g))\omega$ par ceux de pulsation $((1-60(1-g))\omega$ (tableau 2.36)
- les termes de pulsation $((1+36(1-g))\omega$ par ceux de pulsation $((1+72(1-g))\omega$ (tableau 2.37)
- les termes de pulsation $((1-36(1-g))\omega$ par ceux de pulsation $((1-72(1-g))\omega$ (tableau 2.38)

En ce qui concerne la présentation de ces tableaux nous avons utilisé le même formalisme que pour ceux relatifs aux interaction entre composantes dépendantes et indépendantes de la vitesse.

Dans ce cas, en notant K le nombre de paires de pôles de l'onde de référence et K' celui de l'onde qui vient la multiplier, l'onde résultante aura $p(K-K')$ paires de pôles de déformation. Ce sont les valeurs de $K-K'$ qui figurent dans les différentes cases. (compte tenu des valeurs précédentes de d , qui sont de l'ordre de l'unité, nous ne ferons figurer sous les valeurs de $K-K'$ que les valeurs de d supérieures à 0.01).

$$(1+18(1-g))\omega$$

$K' \backslash K$	-1 (0.2)	-19 (0.15)
-1 (0.4)	0	-18
11 (0.1)	-12	-30
17 (0.15)	-18	-36

tableau 2.30

Il apparaît également dans ce cas que les plus fortes valeurs de d , si l'on ne prend pas en compte les ondes à nombre de pôles de déformation nul, sont obtenues lorsque $K-K'=\pm 6$ (soit 12 paires de pôles de déformation).

Là encore la plupart des valeurs sont définies par couple, cependant le produit des valeurs relatives des inductions est faible (0.015).

Les seules termes qui conduisent à des valeurs de d supérieures à 0.1 sont relatifs à $K=-1$ (tableaux 2.32 et 2.33)

$$(1+12(1-g))\omega$$

K \ K'	-13 (1.5)	-7 (0.1)	-19 (0.1)	-1 (1.7)	5 (0.4)	23 (0.15)	41 (0.1)	59 (0.1)
23 (1.5)	-36	-30	-42	-24	-18	0	18	36
29 (0.1)	-42	-36	-48	-30	-24	-6 (0.015)	12	30
17 (0.1)	-30	-24	-36	-18	-12	6 (0.015)	24	42
41 (0.4)	-54	-48	-60	-42	-36	-18	0	18
59 (0.15)	-72	-66	-78	-60	-54	-36	-18	0
77 (0.1)	-90	-84	-96	-78	-72	-54	-36	-18
95 (0.1)	-108	-102	-114	-96	-90	-72	-54	36

(1-24(1-g))\omega

$$(1-12(1-g))\omega$$

K \ K'	11 (1.5)	17 (0.1)	5 (0.1)	23 (0.1)	-1 (0.4)	29 (0.4)	47 (0.15)	65 (0.1)	83 (0.1)
-25 (1.5)	36	42	30	48	24	54	72	90	108
-19 (0.1)	30	36	24	42	18	48	66	84	102
-31 (0.1)	42	48	36	54	30	60	78	96	114
-13 (0.1)	24	30	18	36	12	42	60	78	96
-7 (0.4)	18	24	12	30	6 (0.16)	36	54	72	90
11 (0.15)	0	6 (0.015)	-6 (0.015)	12	-12	18	36	54	72
29 (0.1)	-18	-12	-24	-6 (0.01)	-30	0	18	36	54
47 (0.1)	-36	-30	-42	-24	-48	-18	0	18	36

(1+24(1-g))\omega

tableau 2.31



tableau 2.33

K \ K'	-13 (1.5)	-7 (0.1)	-19 (0.1)	-1 (1.7)	5 (0.4)	23 (0.15)	41 (0.1)	59 (0.1)
-49 (1.5)	36	42	-30	48	54	72	90	108
-43 (0.1)	30	36	-24	42	48	66	84	102
-55 (0.1)	42	48	36	54	60	78	96	114
-31 (0.4)	18	24	12	30	36	54	72	90
-13 (0.15)	0	6 (0.015)	-6 (0.015)	12 (0.02)	18	36	54	72
5 (0.1)	-18	-12	-24	-6 (0.17)	0	18	36	54
23 (0.1)	-36	-30	-42	-24	-18	0	18	36

(1+48(1-g))\omega

tableau 2.32

K \ K'	11 (1.5)	17 (0.1)	5 (0.1)	23 (0.1)	-1 (0.4)	29 (0.4)	47 (0.15)	65 (0.1)	83 (0.1)
47 (1.5)	-36	-30	-42	-24	-48	-18	0	18	36
53 (0.1)	-42	-36	-48	-30	-54	-24	-6 (0.015)	12	30
41 (0.1)	-30	-24	-36	-18	-42	-12	6 (0.015)	24	42
65 (0.4)	-54	-48	-60	-42	-66	-36	-18	0	18
83 (0.15)	-72	-66	-78	-60	-84	-54	-36	-18	0
101 (0.1)	-90	-84	-96	-78	-102	-72	-54	-36	-18
119 (0.1)	-108	-102	-114	-96	-120	-90	-72	-54	-36

(1-48(1-g))\omega

tableau 2.34

$(1+24(1-g))\omega$

K \ K'	K	-25 (1.5)	-19 (0.1)	-31 (0.1)	-13 (0.1)	-7 (0.4)	11 (0.15)	29 (0.1)	47 (0.1)
-61 (1.5)		36 (0.002)	42	30	48	54	72	90	108
-55 (0.1)		30	36	24	42	48	66	84	102
-67 (0.1)		42	48	36	54	60	78	96	114
-43 (0.4)		18	24	12	30	36	54	72	90
-25 (0.15)		0	6 (0.015)	-6 (0.015)	12	18	36	54	72
-7 (0.1)		-18	-12	-24	-6 (0.01)	0	18	36	54
11 (0.1)		-36	-30	-42	-24	-18	0	18	36

tableau 2.35

$(1-24(1-g))\omega$

K \ K'	K	23 (1.5)	29 (0.1)	17 (0.1)	41 (0.4)	59 (0.15)	77 (0.1)	95 (0.1)
59 (1.5)		-36	-30	-42	-18	0	-18	-36
65 (0.1)		-42	-36	-48	-24	-6 (0.015)	12	30
53 (0.1)		-30	-24	-36	-12	6 (0.015)	24	42
77 (0.4)		-54	-48	-60	-36	-18	0	18
95 (0.15)		-72	-66	-78	-54	-36	-18	0
113 (0.1)		-90	-84	-96	-72	-54	-36	-18
131 (0.1)		-108	-102	-114	-90	-72	-54	-36

tableau 2.36

$(1+36(1-g))\omega$

K \ K'	K	-37 (1.5)	-31 (0.1)	-43 (0.1)	-19 (0.4)	-1 (1)	17 (0.1)	35 (0.1)
-73 (1.5)		36 (0.002)	42	30	54	72	90	108
-67 (0.1)		30	36	24	48	66	84	102
-79 (0.1)		42	48	36	60	78	96	114
-55 (0.4)		18	24	12	36	54	72	90
-37 (0.15)		0	6 (0.015)	-6 (0.015)	18	36	54	72
-19 (0.1)		-18	-12	-24	0	18	36	54
-1 (0.1)		-36	-30	-42	-18	0	18	36

tableau 2.37

$(1-36(1-g))\omega$

K \ K'	K	35 (1.5)	41 (0.1)	29 (0.1)	53 (0.4)	71 (0.15)	-1 (0.8)	89 (0.1)	107 (0.1)
71 (1.5)		-36	-30	-42	-18	0	-72	18	36
77 (0.1)		-42	-36	-48	-24	-6 (0.015)	-78	12	30
65 (0.1)		-30	-24	-36	-12	6 (0.015)	-66	24	42
89 (0.4)		-54	-48	-60	-36	-18	-90	0	18
107 (0.15)		-72	-66	-78	-54	-36	-108	-18	0
125 (0.1)		-90	-84	-96	-72	-54	-126	-36	-18
143 (0.1)		-108	-102	-114	-90	-72	-142	-54	-36
-1 (0.1)		36	42	30	54	72	0	90	108

tableau 2.38

III-3 Composantes de la force radiale de fréquence $72f_R$

De façon générale la force radiale de fréquence $72f_R$ aura 12 paires de pôles de déformation. Elle sera essentiellement générée par des composantes d'induction fonction de la vitesse dont le nombre de paires de pôles est égal à 1 ($K=-1$).

Pour apprécier la façon dont se manifeste cette force il serait souhaitable de prendre en compte toutes les composantes ce qui nécessiterait d'avoir recours à une méthode numérique. Comme nous nous sommes fixé comme objectif de donner une expression simplifiée de cette force nous n'allons considérer que les termes qui conduisent à une valeur de d supérieurs à 0.1. Pour cette présentation, qui nous permettra de montrer comment on exploite les différents tableaux, nous allons considérer les différents termes en les présentant dans l'ordre décroissant des effets (amplitude de déplacement) qu'ils génèrent. Les amplitudes théoriques des différentes composantes d'induction seront définies par rapport à l'amplitude du fondamental d'entrefer.

• Tableau 2.29, pulsation $(1+(1-g)36)\omega$, $K=-1$, $h=-5$ et 7 ($d=5$ et 2.5).

- Le tableau 2.27 montre que la composante d'induction dépendante de la vitesse est essentiellement générée par le rotor. Le tableau 2.22 montre qu'elle résulte des combinaisons de h^s et h^r qui ont respectivement pour valeurs -35 et 1 . L'expression de cette composante donnée par (2.110 a)) s'écrit :

$$b_{1,35_1}^r(\alpha, \theta) \# 10^{-2} \cos \left[(1+36(1-g))\omega t - p\alpha - \xi_{1,35_1}'' + p\theta_0 \right]$$

avec $\xi_{1,35_1}''$ (relation 2.77) égal à :

$$\xi_{1,35_1}'' = \varphi_{1,35}^r + \text{Arg}(\tilde{Z}_{1,35})$$

et

$$\varphi_{1,35}^r = 37p\theta_0 + \pi/2 \text{ (relation 2.62)}$$

$$\text{Arg}(\tilde{Z}_{1,35}) = \text{Arctg } 77.1 \# 89.25^\circ \text{ (relation 2.68)}$$

Par conséquent l'expression de $b_{1,1_1}^r(\alpha, \theta)$ se simplifie, elle s'écrit :

$$b_{1,1_1}^r(\alpha, \theta) \# 10^{-2} \cos \left[(1+36(1-g))\omega t - p\alpha - 36p\theta_0 - \pi \right]$$

- Les composantes d'induction indépendantes de la vitesse relative à h sont données par (2.131).

$$h=-5 \longrightarrow b_{1,5}(\alpha) \# 5 \cdot 10^{-2} \cos(\omega t+5p\alpha)$$

$$h= 7 \longrightarrow b_{1,7}(\alpha) \# 2.5 \cdot 10^{-2} \cos(\omega t-7p\alpha)$$

- Il en résulte que les composantes de forces radiales générées par ces composantes auront pour expressions :

$$f_1 = \frac{5 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos\left[36(1-g)\omega t-6p\alpha-36p\theta_0-\pi\right] \quad (2.132)$$

$$f_2 = \frac{2.5 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos\left[36(1-g)\omega t+6p\alpha-36p\theta_0-\pi\right] \quad (2.133)$$

- Tableau 2.28, pulsation $(1-(1-g)36)\omega$, $K=-1$, $h=-5$ et 7 ($d=4$ et 2).

- L'examen du tableau 2.27 montre que la composante d'induction dépendante de la vitesse est également générée par le rotor. La procédure décrite précédemment conduit à :

$$b_{1,37}^r(\alpha, \theta) \# 0.8 \cdot 10^{-2} \cos\left[(1-36(1-g))\omega t-p\alpha-\xi_{1,37}''+p\theta_0\right]$$

Comme $\varphi_{1,37}^r = -35p\theta_0+\pi/2$ et que $\text{Arg}(\tilde{Z}_{1,37}) \# 89.25^\circ$ il vient :

$$b_{1,1}^r(\alpha, \theta) \# 0.8 \cdot 10^{-2} \cos\left[(1-36(1-g))\omega t-p\alpha+36p\theta_0-\pi\right]$$

- Les expressions des composantes de l'induction indépendantes de la vitesse sont celles données précédemment, par conséquent on obtient :

$$f_3 = \frac{4 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos\left[-36(1-g)\omega t-6p\alpha+36p\theta_0-\pi\right] \quad (2.134)$$

$$f_4 = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos\left[-36(1-g)\omega t+6p\alpha+36p\theta_0-\pi\right] \quad (2.135)$$

- Tableau 2.29, pulsation $1+(1-g)36\omega$, $K=-19$, $h=13$ ($d=1$).

- Dans ce cas le tableau 2.27 montre que la composante d'induction dépendante de la vitesse est générée par le stator. Le tableau 2.21

montre qu'elle résulte des combinaisons $h^s=17$, $k_r=3$, la relation 2.13 conduit alors à :

$$b_{1,17_3}^s(\alpha, \theta) \# 0.4 \cdot 10^{-2} \cos[1+36(1-g)\omega t - 19p\alpha + 36p\theta_0]$$

- Pour $h=13$ il vient :

$$b_{1,13}(\alpha) \# 2.5 \cdot 10^{-2} \cos[\omega t - 13p\alpha]$$

- D'où l'expression de la force radiale résultante :

$$f_5 = \frac{10^{-4}}{4\mu_0} \cos[36(1-g)\omega t - 6p\alpha + 36p\theta_0] \quad (2.136)$$

● Tableau 2.28, pulsation $(1-36(1-g))\omega$, $h=-35$, $K=41$ et 29 ($d=0.5$).

- Les composantes d'induction fonction de la vitesse sont générées par le stator (tableau 2.27).
- Le tableau 2.21 montre que ces termes sont relatifs à $k_r=3$, h^s valant 5 pour $K=41$ et 7 pour $K=29$. Les relations (2.13) et (2.14) conduisent à :

$$b_{1,5_3}^s(\alpha, \theta) \# 0.1 \cdot 10^{-2} \cos[(1-36(1-g))\omega t + 41p\alpha - 36p\theta_0]$$

$$b_{1,7_5}^s(\alpha, \theta) \# 0.1 \cdot 10^{-2} \cos[(1-36(1-g))\omega t + 29p\alpha - 36p\theta_0]$$

- Pour $h=-35$ il vient :

$$b_{1,35}(\alpha) \# -5 \cdot 10^{-2} \cos[\omega t + 35p\alpha]$$

- soit :

$$f_6 = \frac{-0.5 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos[-36(1-g)\omega t + 6p\alpha - 36p\theta_0] \quad (2.137)$$

$$f_7 = \frac{-0.5 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos[-36(1-g)\omega t - 6p\alpha - 36p\theta_0] \quad (2.138)$$

● Tableau 2.29, pulsation $(1+36(1-g))\omega$, $h=-11$, $K=17$ ($d=0.25$).

- Composante d'induction fonction de la vitesse : prépondérance de la composante statorique (tableau 2.27).
- Ce terme résulte de la combinaison des paramètres k_r et h^s égaux respectivement à 3 et 53 (tableau 2.21).

- La relation (2.13) permet d'exprimer cette composante :

$$b_{1,53_3}^s(\alpha, \theta) \# 0.1 \cdot 10^{-2} \cos \left[(1+36(1-g))\omega t + 17p\alpha + 36p\theta_0 \right]$$

- Pour $h=-11$ la composante d'induction correspondante s'écrit :

$$b_{1,11}(\alpha) \# 2.5 \cdot 10^{-2} \cos \left[\omega t + 11p\alpha \right]$$

- D'où l'expression de la force correspondante :

$$f_8 = \frac{0.25 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos \left[36(1-g)\omega t + 6p\alpha + 36p\theta_0 \right] \quad (2.139)$$

• Tableau 2.32 :

$$\left. \begin{array}{l} \text{pulsation } (1+12(1-g))\omega, K=-1 \\ \text{pulsation } (1+48(1-g))\omega, K'=5 \end{array} \right\} \quad (d=0.17)$$

- Le tableau 2.27 montre que le terme relatif à $K=-1$ résulte du secondaire obtenu pour $h^s=-11$ et $h^r=1$ (tableau 2.22). On en déduit, compte tenu de (2.110 a)), que :

$$b_{1,11_1}^r(\alpha, \theta) \# 1.7 \cdot 10^{-4} \cos \left[(1+12(1-g))\omega t - p\alpha - \xi_{1,11_1}^{r''} + p\theta_0 \right]$$

avec $\xi_{1,11_1}^{r''}$ (relation 2.77) égal à :

$$\xi_{1,11_1}^{r''} = \varphi_{1,11}^r + \text{Arg}(\tilde{Z}_{1,11})$$

soit :

$$\xi_{1,11_1}^{r''} = 13p\theta_0 + \pi/2 + \text{Arctg}(2.1 \times 12)$$

On en déduit donc que :

$$b_{1,11_1}^r(\alpha, \theta) \# 1.7 \cdot 10^{-2} \cos \left[(1+12(1-g))\omega t - p\alpha - 12p\theta_0 - \pi \right]$$

- Le terme relatif à $K=5$ (tableau 2.27) est généré par l'armature primaire. Il correspond à $h^s=53$ et $k_r=4$ (tableau 2.21). La relation (2.13) conduit à :

$$b_{1,53_4}^s(\alpha, \theta) \# 0.1 \cdot 10^{-2} \cos \left[(1+48(1-g))\omega t + 5p\alpha + 48p\theta_0 \right]$$

- D'où l'expression de la force résultante :

$$f_9 = \frac{0.17 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos \left[-36(1-g)\omega t - 6p\alpha - 60p\theta_0 - \pi \right] \quad (2.140)$$

● Tableau 2.33 :

$$\left. \begin{array}{l} \text{pulsation } (1-12(1-g))\omega, K=-1 \\ \text{pulsation } (1+24(1-g))\omega, K=-7 \end{array} \right\} (d=0.16)$$

- Le tableau 2.27 fait apparaître que le terme relatif à $K=-1$ est généré par le rotor quant à celui correspondant à $K=-7$ il est engendré par le stator.

- $K=-1$, le tableau 2.22 montre que ce terme résulte de la combinaison $h^r=1$, $h^s=13$. La relation 2.110 a) permet d'exprimer cette composante :

$$b_{1,13_1}^r(\alpha, \theta) \# 0.4 \cdot 10^{-4} \cos \left[(1-12(1-g))\omega t - p\alpha - \xi_{1,13_1}'' + p\theta_0 \right]$$

avec :

$$\xi_{1,13_1}'' = -11p\theta_0 + \pi/2 + \text{Arctg}(2.1 \times 12)$$

Il en résulte que :

$$b_{1,13_1}^r(\alpha, \theta) \# 0.4 \cdot 10^{-4} \cos \left[(1-12(1-g))\omega t - p\alpha + 12p\theta_0 - \pi \right]$$

- Le tableau 2.21 montre que le terme relatif à $K=-7$ résulte des combinaisons $h^s=17$ et $k_r=2$. La relation (2.13) donne :

$$b_{1,17_2}^r(\alpha, \theta) \# -0.4 \cdot 10^{-2} \cos \left[(1+24(1-g))\omega t - 7p\alpha + 24p\theta_0 \right]$$

- La force résultante a donc pour expression :

$$f_{10} = \frac{-0.16 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos \left[-36(1-g)\omega t + 6p\alpha - 12p\theta_0 - \pi \right] \quad (2.141)$$

III-4 Regroupement des composantes

Les composantes f_1 et f_4 peuvent encore s'écrire :

$$f_1 = \frac{-5 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos[36(1-g)\omega t - 6p\alpha - 36p\theta_0]$$

$$f_4 = \frac{-2 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos[36(1-g)\omega t - 6p\alpha - 36p\theta_0]$$

Il est donc possible de les sommer. En notant f'_1 la composante résultante il vient :

$$f'_1 = f_1 + f_4 = \frac{-7 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos[36(1-g)\omega t - 6p\alpha - 36p\theta_0] \quad (2.142)$$

En procédant de même pour les composantes f_2 et f_3 on obtient :

$$f'_2 = f_2 + f_3 = \frac{-6.5 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos[36(1-g)\omega t + 6p\alpha - 36p\theta_0] \quad (2.143)$$

Il est également possible de regrouper les composantes f_5 et f_6 d'une part et f_7 et f_8 d'autre part. Cela conduit à :

$$f'_3 = f_5 + f_6 = \frac{0.5 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos[36(1-g)\omega t - 6p\alpha + 36p\theta_0] \quad (2.144)$$

$$f'_4 = f_7 + f_8 = \frac{-0.25 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos[36(1-g)\omega t + 6p\alpha + 36p\theta_0] \quad (2.145)$$

f_9 et f_{10} présentent des amplitudes relativement faibles face à f'_1 et f'_2 de sorte que nous négligerons ces quantités.

En sommant f'_1 et f'_2 il vient :

$$f''_1 = \frac{-13 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos[36(1-g)\omega t + 36p\theta_0] \cos(6p\alpha) - \frac{0.5 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos[36(1-g)\omega t - 6p\alpha - 36p\theta_0] \quad (2.146)$$

La même procédure appliquée à f'_3 et f'_4 conduit à :

$$f''_2 = \frac{-0.5 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos[36(1-g)\omega t + 36p\theta_0] \cos(6p\alpha) - \frac{0.75 \cdot 10^{-4}}{4\mu_0} \cos[36(1-g)\omega t - 6p\alpha + 36p\theta_0] \quad (2.147)$$

Si l'on convient de confondre 0.75 et 0.5 l'expression de la force radiale résultante s'écrira :

$$f(\alpha) = f'_1(\alpha) + f''_2(\alpha)$$

soit :

$$f(\alpha) = \frac{-10^{-4}}{4\mu_0} \cos 6p\alpha \left\{ 13 \cos [36(1-g)\omega t - 36p\theta_0] + 0.5 \cos [36(1-g)\omega t + 36p\theta_0] \right\} - \frac{10^{-4}}{4\mu_0} \cos 36p\theta_0 \cos [36(1-g)\omega t - 6p\alpha] \quad (2.148)$$

cette force radiale résulte donc principalement d'une force d'axe fixe d'amplitude $13 \cdot 10^{-4}/4\mu_0$, constituée initialement de deux ondes tournant en sens inverse à 12 paires de pôles de déformation, et d'une onde tournante, également à 12 paires de pôles de déformation, d'amplitude fonction de θ_0 donnée par $\cos 36p\theta_0/4\mu_0$.

IV APPLICATION NUMERIQUE

Bien que la force soit principalement constituée d'une onde d'axe fixe nous utiliserons néanmoins la procédure développée dans le *chapitre V* de la première partie pour estimer ses effets quant au bruit qu'elle génère lors d'un fonctionnement à vide ($g=0.003$), en supposant qu'elle évolue dans une zone où n'apparaît pas le phénomène de résonance. Celle-ci a donc pour fréquence 1796Hz (planche II.6 (a)). Comme nous n'avons donné jusqu'à présent que les valeurs relatives des composantes d'inductions par rapport au fondamental, nous allons attribuer à ce dernier, pour effectuer nos calculs, la valeur de 1T. Dans ces conditions, compte tenu de la relation (1.189) et de l'amplitude de la force à $72f_R$ qui vaut approximativement $13 \cdot 10^{-4}/4\mu_0$, on déduit, par identification, l'amplitude de la composante d'induction correspondante. Celle-ci est donc égale à 0.036T.

Le nombre de paires de pôles de déformation m étant égale à 12, la valeur de p à considérer dans la relation (1.207), pour aboutir à l'amplitude du déplacement due à cette force, est égale à 6.

Pour notre machine (figure 2.1) D , D^s , et h valent respectivement 158mm, 238mm et 15.8mm. Compte tenu de la relation (2.107) il vient :

$$d = 1.22 \cdot 10^{-6} \times 0.036 \frac{158 \cdot 10^{-3}}{6} = 4.16 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Pour déterminer le niveau de l'intensité acoustique à un rayon de $r=0.5\text{m}$ par rapport à la surface de la machine (distance approximative à laquelle

nous avons situé notre microphone) nous devons calculer les valeurs de Kr_0 et de Kr (Cf. paragraphe II-2, chapitre V, première partie). Celles-ci sont égales à :

$$Kr_0 = 0.0183 \times 1796 \frac{238 \cdot 10^{-3}}{2} = 3.92$$

$$Kr_0 = 0.0183 \times 1796 \left(\frac{238 \cdot 10^{-3}}{2} + 0.5 \right) = 20.35$$

A partir de la relation (1.205) et des figures 1.11 et 1.12 (les courbes représentées sur ces figures sont relatives à des valeurs de m comprises entre 1 et 6, pour aboutir à celles correspondant à $m=12$ nous avons extrapolé ces courbes) nous pouvons déduire la valeur l'intensité sonore I au rayon r :

$$I = 121 + 44 - 10 + 20 \log(78.8 \times 4.16 \cdot 10^{-11} \times 1796) = 50.4 \text{ dB}$$

En utilisant la courbe (A.2) de l'annexe le niveau acoustique correspondant à une intensité sonore de 50.4dB est d'environ 50dB. Cette valeur est assez proche de celle relevée expérimentalement (52dB) pour la raie à $72f_R$ sur le spectre de la planche II.6 a).

Nous avons procédé au même calcul en attribuant à l'amplitude du fondamental de l'induction la valeur de 1.5T. Dans ce cas l'intensité sonore, calculée pour le même rayon r (0.5m), a pour valeur 59.4dB. Le niveau acoustique correspondant est d'environ 58dB.

On peut donc considérer que le résultat obtenu est satisfaisant malgré que pour y parvenir nous avons exploité des relations établies dans le cas d'ondes de force tournantes à amplitude fixe.

3ème PARTIE

BRUIT MAGNETIQUE

REDUCTION

Le premier chapitre de cette troisième partie sera consacré à la présentation du principe utilisé pour réduire la composante de bruit magnétique de fréquence $72f_R$. Nous y développerons également les différentes étapes de réalisation de l'onduleur à Modulation de Largeur d'Impulsion permettant d'alimenter la machine ainsi que la technique de commande employée.

Dans le second chapitre, une fois que nous aurons décrit la méthode permettant de situer convenablement le microphone par rapport à la machine, nous présenterons les différents relevés illustrant les résultats obtenus quant à la réduction de la raie de bruit magnétique considérée. Nous donnerons aussi les spectres relatifs à des essais que nous avons effectués pour réduire une autre raie de bruit et également pour injecter volontairement un harmonique de bruit à la fréquence désirée.

PRINCIPE, MISE EN OEUVRE

I- PRINCIPE

L'étude théorique et les relevés expérimentaux correspondant montrent que le bruit magnétique est constitué en grande partie de composantes dont les fréquences sont directement liées à la vitesse de rotation de la machine et aux nombres d'encoches des armatures primaire et secondaire.

Pour réduire certaines composantes de ce bruit magnétique le principe que nous avons retenu repose sur l'injection d'harmoniques de tension dans le système d'alimentation de façon à ce que ces derniers créent des forces, au niveau de l'entrefer, en opposition de phase avec celles qui sont à l'origine des composantes concernées lors d'une alimentation sinusoïdale. Ceci revient à atténuer les phénomènes qui sont à l'origine du bruit magnétique et par conséquent réduire ce dernier avant même qu'il ne puisse se propager.

Pour exposer ce principe nous allons supposer que l'on superpose au système triphasé initial d'ordre direct de pulsation ω un système triphasé, également de séquence directe, de pulsation $h\omega$.

Le premier système va donc générer dans l'entrefer des composantes d'induction données par (2.123) et (2.124) dont nous allons rappeler les expressions :

$$b_{1,h}(\alpha) = \hat{b}_{1,h} \cos(\omega t - hp\alpha) \quad (3.1)$$

$$b_{1,k_K}(\alpha, g) = \hat{b}_{1,k_K} \cos[(1 \pm 6k(1-g))\omega t + Kp\alpha] \quad (3.2)$$

On en déduit immédiatement les effets engendrés par le second système. Il vient :

$$b_{hd,h'}(\alpha) = \hat{b}_{hd,h'} \cos(hd\omega t - h'\rho\alpha + \xi_{hd,h'}) \quad (3.3)$$

$$b_{hd,k'K'}(\alpha, g) = \hat{b}_{hd,k'K'} \cos \left[(1 \pm 6k'(1-g'))hd\omega t + K'\rho\alpha + \xi_{hd,k'K'} \right] \quad (3.4)$$

avec g' : glissement défini pour une vitesse synchrone égale à $hd\omega/p$ quant à g sa valeur est relative à une vitesse synchrone égale à ω/p .

Dans ces expressions les amplitudes des composantes d'induction fonction de la vitesse sont faibles face à celles des composantes indépendantes de la vitesse, notamment lorsque celles-ci sont relatives à h et h' égaux à 1.

Il est donc souhaitable que la force antagoniste que nous nous proposons de générer fasse intervenir principalement la composante (3.3) et éventuellement la composante (3.1). Pour simplifier cette présentation nous ne retiendrons pour la suite que ces termes. On suppose donc que dans l'entrefer évoluent des composantes d'induction d'expression :

$$b(\alpha) = \hat{b}_{1,h} \cos(\omega t - h\rho\alpha) + \hat{b}_{hd,h'} \cos(hd\omega t - h'\rho\alpha + \xi_{hd,h'}) \quad (3.5)$$

h et h' prenant les valeurs 1, -5, 7, -11, 13....

Dans ces conditions les composantes de forces radiales, en ne prenant en compte que les quantités non stationnaires, résulteront :

- du premier terme élevé au carré :

$$\frac{\hat{b}_{1,h}^2}{2} \cos(2\omega t - 2h\rho\alpha) \quad (3.6)$$

- du second terme élevé au carré :

$$\frac{\hat{b}_{hd,h'}^2}{2} \cos(2hd\omega t - 2h'\rho\alpha + 2\xi_{hd,h'}) \quad (3.7)$$

- de doubles produits :

$$2\hat{b}_{1,h}\hat{b}_{1,h'} \cos(\omega t - h\rho\alpha) \cos(\omega t - h'\rho\alpha + \xi_{hd,h'}) \quad (3.8)$$

$$2\hat{b}_{hd,h'}\hat{b}_{hd,h'} \cos(h_d\omega t - h'\rho\alpha + \xi_{hd,h'}) \cos(h_d\omega t - h''\rho\alpha + \xi_{hd,h''}) \quad (3.9)$$

$$2\hat{b}_{1,h}\hat{b}_{hd,h'} \cos(\omega t - h\rho\alpha) \cos(h_d\omega t - h'\rho\alpha + \xi_{hd,h'}) \quad (3.10)$$

Les effets que nous souhaitons générer (force de fréquence $72f_R$) ne résulteront que des relations (3.7) à (3.10).

Si l'on suppose en outre que le système de tension que l'on superpose au système initial est d'amplitude faible on peut négliger les composantes données par (3.7) et (3.9) face à celles qui font intervenir les quantités $\hat{b}_{1,h}$ (relations 3.8 et 3.10).

L'objectif est d'agir sur la raie de bruit à $72f_R$ ou de pulsation $72(1-g)\omega/2$ générée naturellement par la machine dans le cas d'une alimentation sinusoïdale.

Il est évident que la relation (3.8) ne pourra conduire à une quantité telle que nous l'avons définie.

Reste la relation (3.10). En la décomposant, on fait apparaître deux composantes qui ont pour expressions :

$$\text{comp}_1 = \hat{b}_{1,h} \hat{b}_{hd,h} \cos \left[(hd+1)\omega t - (h+h')p\alpha + \xi_{hd,h'} \right] \quad (3.11)$$

$$\text{comp}_2 = \hat{b}_{1,h} \hat{b}_{hd,h} \cos \left[(hd-1)\omega t - (h'-h)p\alpha + \xi_{hd,h'} \right] \quad (3.12)$$

Il y'a donc deux possibilités pour définir hd données par :

$$* (hd+1)f = 72f_R \quad (3.13)$$

$$* (hd-1)f = 72f_R \quad (3.14)$$

Sachant qu'un système direct d'ordre hd génère un harmonique de couple de rang $hd-1$, si l'on considère la première solution (relation 3.13) on générera un harmonique de couple de fréquence $72f_R-2f$.

La seconde solution (relation 3.14) conduira à générer un harmonique de couple de rang $72f_R$.

Comme nous avons précisé initialement que vibrations tangentielles et vibrations radiales avaient même contenu harmonique la raie de bruit à $72f_R$ laisse supposer, que de façon naturelle, lorsque la machine est alimentée par un système sinusoïdal de pulsation ω , qu'un harmonique de couple évolue également à $72f_R$. En fait l'étude effectuée par J.f. BRUDNY [35] a conduit à mettre en évidence cette composante au niveau des couples harmoniques. Il a d'ailleurs été montré l'influence prépondérante de cette composante générée par la denture même dans le cas d'une alimentation non sinusoïdale de la machine.

Par conséquent la première solution (relation 3.13) conduira à générer un harmonique de couple supplémentaire. Par contre si l'on retient la seconde valeur de h_d donnée par la relation (3.14), on peut espérer REDUIRE SIMULTANEMENT LE BRUIT ET LE COUPLE HARMONIQUE DE FREQUENCE $72f_R$. Cette procédure a d'ailleurs déjà été proposée par J.F. BRUDNY pour réduire le couple harmonique dont il est question.

Un autre avantage à retenir cette valeur de h_d apparaît si l'on considère les pôles de déformation. Nous avons regroupé dans le tableau 3.1, pour les premières valeurs de h et h' , les valeurs obtenues des quantités $-p(h+h')$ (1^{ère} solution) et $p(h-h')$ (2^{ème} solution) qui correspondent au nombre de paires de pôles de déformation.

h' h	1	-5	7	-11	13
1	-4	8	-16	20	-28
-5	8	20	-4	32	-16
7	-16	-4	-28	8	-40
-11	20	32	8	44	-4
13	-28	-16	-40	-4	-52

1^{ère} solution
 $(h_d+1)f = 72f_R$

h' h	1	-5	7	-11	13
1	0	-12	12	-24	24
-5	12	0	24	32	36
7	-12	-24	0	-36	12
-11	24	12	36	0	48
13	-24	-36	-12	-48	0

2^{ème} solution
 $(h_d-1)f = 72f_R$

tableau 3.1

La seconde solution conduit à générer des effets identiques à ceux générés naturellement par la machine :

- ondes stationnaires d'amplitude variable
- présence de nombreuses composantes avec 12 paires de pôles de déformation (ce nombre de paires de pôles est identique à celui de la force que l'on souhaite compenser)
- apparition de ces composantes à 12 paires de pôles de déformation par couple ce qui conduit à des ondes de force d'axe fixe

On peut remarquer que ces différents points n'apparaissent pas avec la première solution.

Bien que la force à l'origine du bruit de fréquence $72f_R$ résulte d'effets

relativement complexes il est possible d'envisager, suite à ce principe que nous venons d'exposer, de pouvoir réduire globalement les effets résultants.

Précisons, qu'au niveau de la présentation, nous avons supposé qu'au système initial se superposait un système triphasé d'ordre direct de pulsation $h\omega$, mais nous aurions également pu aboutir au même résultat en supposant que ce système perturbateur était d'ordre inverse de pulsation $h\omega$ vérifiant la relation :

$$(h_i+1)f = 72f_R \quad (3.15)$$

Il est également possible d'obtenir le résultat cherché en injectant simultanément dans le système d'alimentation deux harmoniques, un premier de fréquence h_1f , constituant un système triphasé de sens direct, et un second de fréquence h_2f , formant un système triphasé inverse.

Si le principe semble simple à priori, sa réalisation l'est beaucoup moins. En effet, la difficulté réside dans le fait qu'il n'y a pas de relation simple liant f^s à f_R . Comme le rang de l'harmonique de tension à injecter est fonction de la vitesse de rotation, sa fréquence n'est pas multiple de f^s . En outre la vitesse réelle de la machine, en régime établi, fluctue sans cesse, suite aux couples réductants engendrés par la denture, autour de sa valeur moyenne. Par conséquent la fréquence de la raie de bruit que nous souhaitons supprimer ne sera pas, pour un fonctionnement donné, figée.

II- MISE EN OEUVRE

Nous avons mis en oeuvre ce principe sur une machine destinée à fonctionner à vitesse variable. L'alimentation de celle-ci s'effectue donc à fréquence variable en utilisant un onduleur de tension à Modulation de Largeur d'Impulsion mettant en oeuvre une commande du type $V/f = \text{constante}$.

II-1 Présentation

Nous allons tout d'abord présenter les différentes caractéristiques de l'onduleur ainsi que la stratégie mise au point pour la commande des

interrupteurs.

Sur la figure 3.1, nous avons rappelé la structure d'un onduleur triphasé de tension à six interrupteurs alimentant une machine asynchrone.

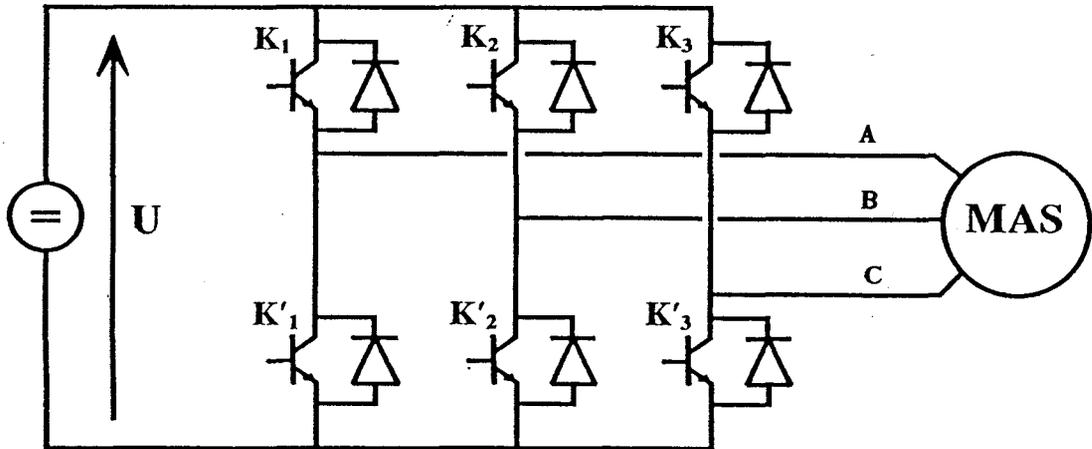


figure 3.1

Dans ce domaine d'applications, la Modulation de Largeur d'Impulsion n'est utilisée que pour rejeter les harmoniques des tensions de sortie à des fréquences élevées. Ceci facilite leur filtrage et permet de réduire la taille des éléments réactifs du filtre de sortie. Dans notre cas, en plus de cet avantage classique de la M.L.I., celle-ci est utilisée afin de nous permettre d'injecter volontairement dans le système d'alimentation des harmoniques de tension de rangs assez élevés.

La commande des interrupteurs d'un onduleur à M.L.I. peut être générée de deux manières différentes :

* La première dite "sinus-triangle" consiste à comparer un signal sinusoïdal, appelé onde de référence, à un signal triangulaire de fréquence élevée (figure 3.2). Le signal ainsi obtenu constitue la fonction de commande des interrupteurs f_{ci} . Nous avons aussi représenté sur cette figure la forme d'onde de la tension composée u_{AB} entre les phases A et B du récepteur triphasé.

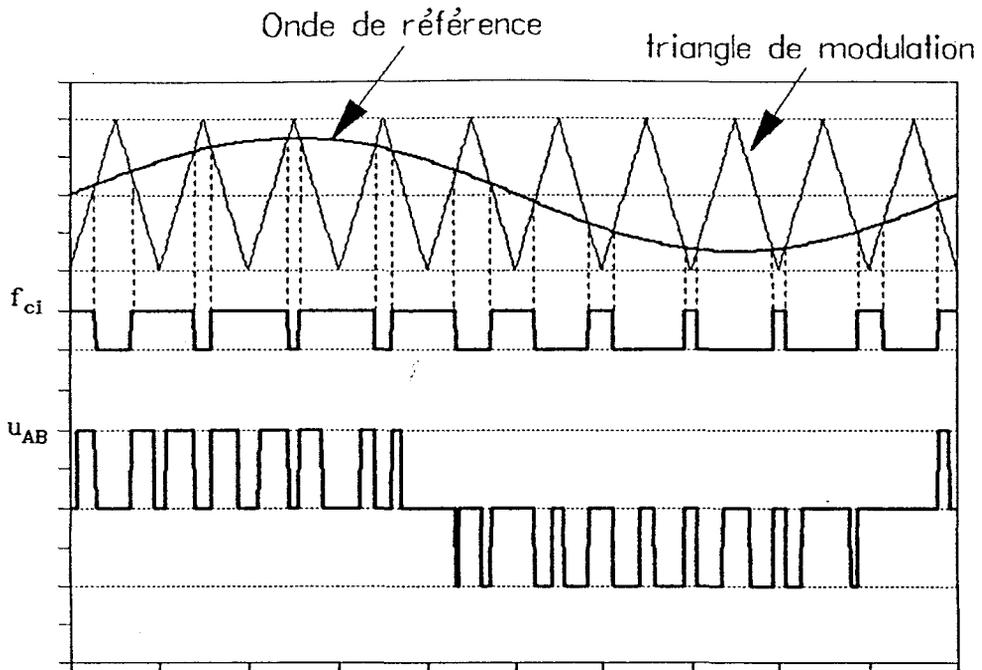


figure 3.2

* La seconde dite "modulation calculée" consiste à rechercher les valeurs numériques des angles de commande qui permettent d'obtenir la forme d'onde désirée des tensions de sortie. Ces valeurs sont ensuite programmées à l'aide d'un microprocesseur pour piloter les interrupteurs. Cette méthode numérique de commande présente l'avantage d'être moins sensible aux parasites, générés par les commutations des interrupteurs, que la méthode analogique "sinus-triangle".

Pour implanter notre système, comme l'onde de référence, pour un fonctionnement donné, sera variable au cours du temps puisque la vitesse fluctue, la modulation que nous utiliserons sera du type "sinus-triangle". Cela nous permettra d'alimenter le moteur asynchrone et d'assurer sa variation de vitesse comme tout onduleur classique de tension mais également d'injecter des harmoniques réglables en phase et en amplitude [36] en agissant seulement sur la commande.

II-2 Stratégie de commande

La stratégie de commande de l'onduleur a été élaborée de telle sorte que

l'on puisse injecter simultanément dans le système d'alimentation de la machine deux harmoniques de tension de fréquences h_{af} et h_{bf} vérifiant respectivement les relations (3.14) et (3.15).

Les ordres de commande des interrupteurs sont générés en utilisant la technique qui consiste à comparer les trois signaux de référence, ayant la forme d'onde que l'on désire appliquer sur les trois phases statoriques de la machine asynchrone, avec un signal triangulaire de fréquence élevée (modulation sinus-triangle).

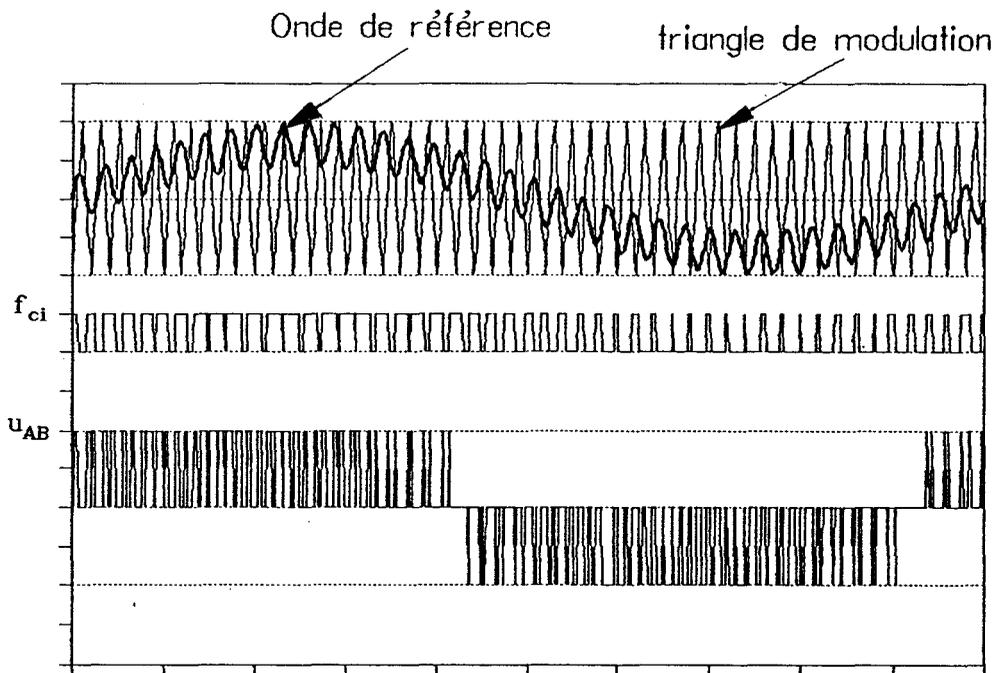


figure 3.3

La figure (3.3) montre qu'il est nécessaire de choisir une fréquence de découpage très supérieure à celle de l'harmonique à injecter afin de le définir avec un nombre suffisant de points dans la fonction de commande des interrupteurs.

II-2-1 Génération de systèmes triphasés harmoniques

Considérons un système triphasé direct de tension, de pulsation $\omega=2\pi f$:

$$\left. \begin{aligned} v'_A &= V\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi') \\ v'_B &= V\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi' - 2\pi/3) \\ v'_C &= V\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi' - 4\pi/3) \end{aligned} \right\} \quad (3.16)$$

et un signal sinusoïdal v_R de pulsation $\omega_R = 2\pi k f_R$ avec $kf = 72$:

$$v_R = V_R \sqrt{2} \cos \omega_R t \quad (3.17)$$

En multipliant chaque composante du système d'équations (3.16) par v_R , il vient :

$$\left. \begin{aligned} v'_A v_R &= V_R V \left[\cos[(\omega_R + \omega)t + \varphi'] + \cos[(\omega_R + \omega)t - \varphi'] \right] \\ v'_B v_R &= V_R V \left[\cos[(\omega_R + \omega)t + \varphi' - 2\pi/3] + \cos[(\omega_R + \omega)t - \varphi' + 2\pi/3] \right] \\ v'_C v_R &= V_R V \left[\cos[(\omega_R + \omega)t + \varphi' - 4\pi/3] + \cos[(\omega_R + \omega)t - \varphi' + 4\pi/3] \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

On génère donc deux systèmes triphasés l'un d'ordre direct et l'autre de séquence inverse. En remplaçant ω_R par sa valeur on obtient :

$$\begin{aligned} \omega_R + \omega &= 2\pi(72f_R + f) \\ \omega_R - \omega &= 2\pi(72f_R - f) \end{aligned}$$

soit compte tenu de (3.14) et (3.15) :

$$\begin{aligned} \omega_R + \omega &= 2\pi h d f = \omega_d \\ \omega_R - \omega &= 2\pi h i f = \omega_i \end{aligned} \quad (3.19)$$

En posant $V_h = V_R V$ le système triphasé précédent s'écrit :

$$\left. \begin{aligned} v'_A v_R &= V_h \left[\cos(\omega_d t + \varphi') + \cos(\omega_i t - \varphi') \right] \\ v'_B v_R &= V_h \left[\cos(\omega_d t + \varphi' - 2\pi/3) + \cos(\omega_i t - \varphi' + 2\pi/3) \right] \\ v'_C v_R &= V_h \left[\cos(\omega_d t + \varphi' - 4\pi/3) + \cos(\omega_i t - \varphi' + 4\pi/3) \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

Il correspond effectivement à la perturbation que nous nous sommes proposé d'injecter.

II-2-2 Système des signaux de référence

Pour pouvoir générer correctement les signaux perturbateurs la fréquence de découpage de l'onduleur doit être grande devant h_{df} (ou h_{if}). Comme à 50Hz, h_{df}≠1800Hz nous avons opté pour une fréquence du signal triangulaire de 15kHz.

Les signaux de référence sont obtenus en additionnant au système sinusoïdal triphasé v_A, v_B, v_C de pulsation ω :

$$\left. \begin{aligned} v_A &= V\sqrt{2} \cos(\omega t) \\ v_B &= V\sqrt{2} \cos(\omega t + 2\pi/3) \\ v_C &= V\sqrt{2} \cos(\omega t + 4\pi/3) \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

les systèmes triphasés harmoniques donnés par la relation (3.20).

Nous avons aussi intégré dans cette commande un dispositif permettant de faire varier séparément l'amplitude et la phase relative de l'harmonique injecté, celui-ci devant créer, comme nous l'avons précisé précédemment, une force antagoniste en opposition de phase avec celle à l'origine de la raie de bruit magnétique à atténuer.

II-2-3 Synoptique de la commande à M.L.I.

La figure 3.4 représente le schéma de principe de la commande que nous avons mise au point au Laboratoire. Ce schéma tient compte de toute la procédure décrite précédemment.

Cette figure montre que la commande réalisée joint des techniques de l'électronique numérique à celles utilisées en analogique. En effet, la génération du système triphasé équilibré fondamental est réalisée à l'aide de trois mémoires contenant les valeurs numériques des points constituant les trois sinusoides de ce système. Ces mémoires sont pilotées par un compteur permettant de faire varier la fréquence de ce système fondamental. Des convertisseurs numérique-analogique (ou D/A) transforment les signaux numériques issus des mémoires en signaux analogiques. Toutes les opérations arithmétiques sont réalisées analogiquement. La commande de déphasage fait intervenir un jeu de bascules et des portes logiques.

Le signal de retour issu du codeur optique incrémental à 360 points

(figure 3.5), contenant l'information "vitesse de rotation" et donc la fréquence rotorique f_R , est un signal en créneaux. Pour obtenir la forme sinusoïdale de v_R , il nous a été nécessaire de filtrer ce signal codeur. Pour cela, nous avons utilisé une boucle à verouillage de phase (ou P.L.L.) suivie d'un filtre à capacités commutées afin que le filtrage s'effectue convenablement pour une large bande de fréquences et donc pour pratiquement toutes les vitesses de rotation.

SYNOPTIQUE DE LA COMMANDE A M.L.I.

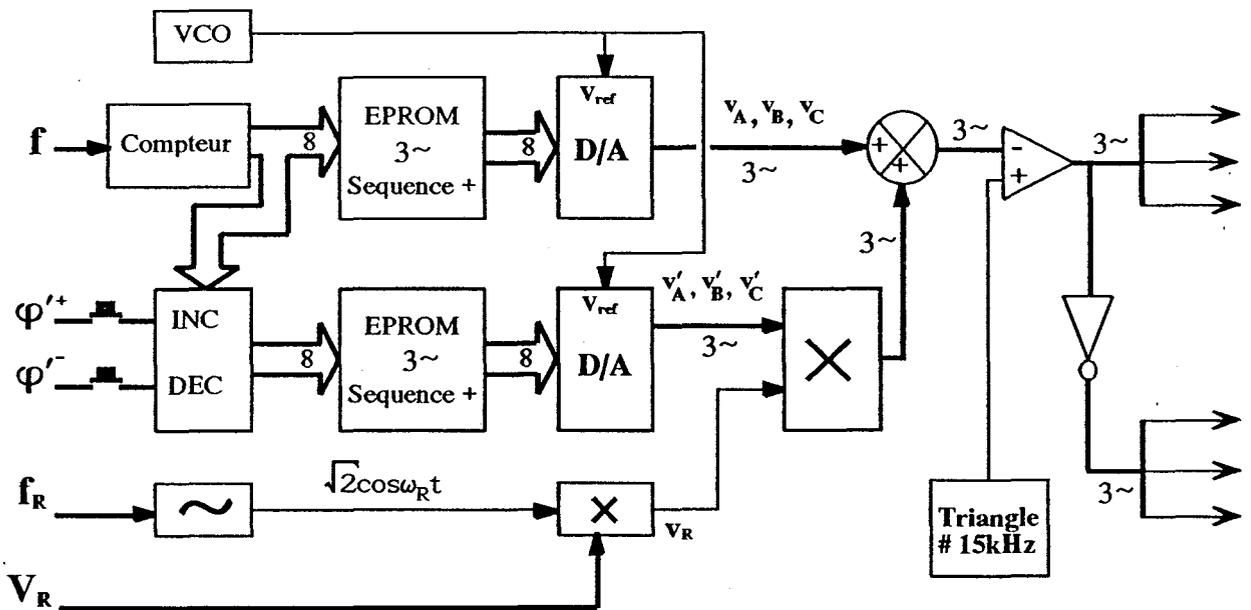


figure 3.4

Ces techniques de traitement analogique nous ont permis de garder une grande souplesse au niveau du réglage des différentes grandeurs (fréquence d'alimentation, amplitude de l'harmonique injecté, sa phase). Ceci n'aurait pas été le cas si l'on avait utilisé un microprocesseur pour réaliser notre commande car la moindre variation affectant une seule des grandeurs aurait nécessité une modification dans le programme gérant le microprocesseur.

II-3 Synoptique du prototype réalisé

La figure 3.5 représente le synoptique du système d'alimentation. Le codeur optique, rigidement accouplé à l'arbre de la machine, donne une image de la fréquence de rotation f_R . Ainsi, on obtient le signal v_R qui permet de générer les harmoniques désirés.

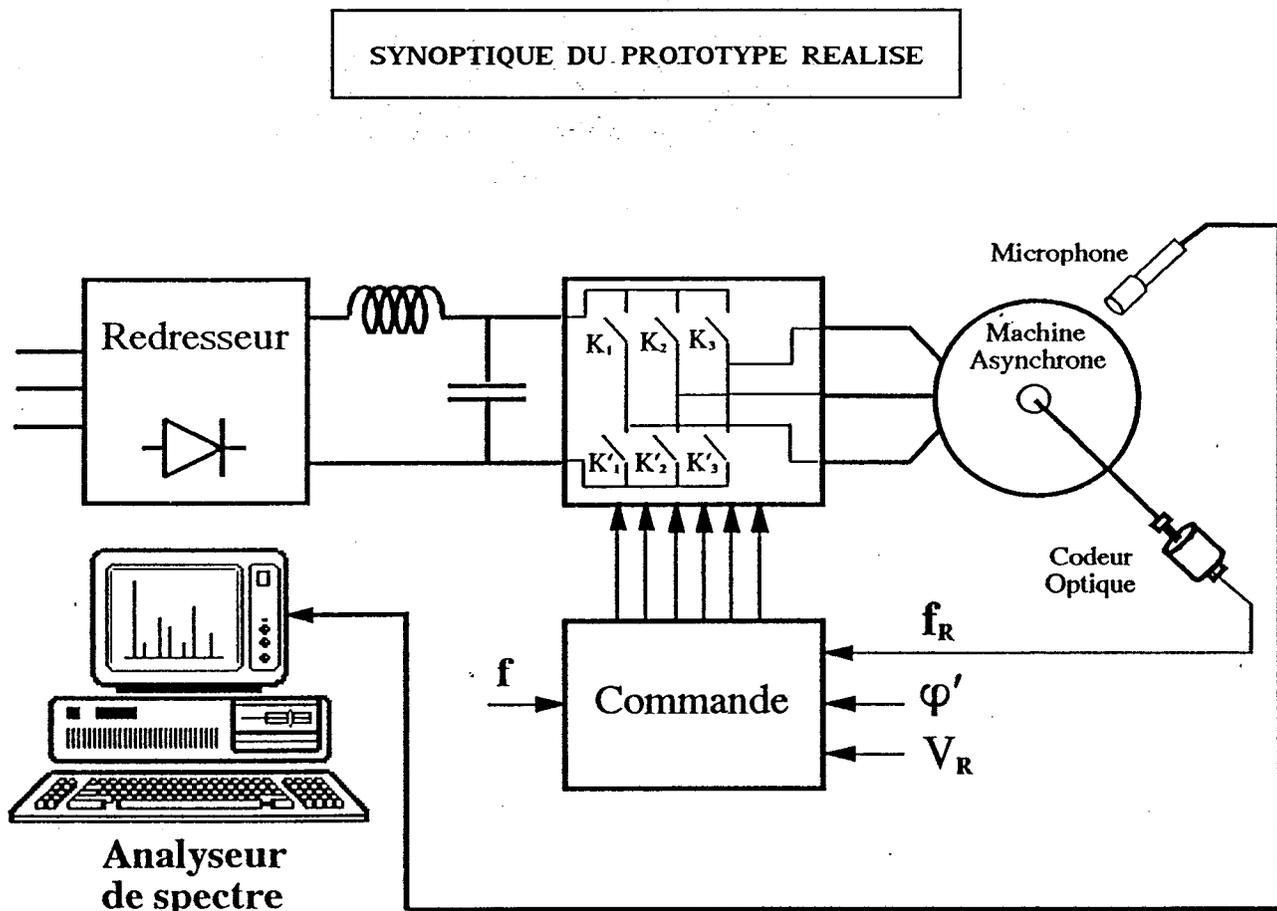


figure 3.5

III- CARACTERISTIQUES TECHNIQUES DES COMPOSANTS DE PUISSANCE

Les trois bras de l'onduleur, comprenant respectivement les interrupteurs (K_1, K'_1) , (K_2, K'_2) et (K_3, K'_3) , sont des modules d'IGBT du type ID221K05 1000V/50A de la société POWEREX.

L'IGBT (ou Insulated Gate Bipolar Transistor) est un semiconducteur qui joint les avantages du transistor bipolaire et ceux du MOSFET. Ce nouveau composant qui ne cesse d'évoluer trouve de plus en plus d'attrait auprès des électroniciens de puissance. En général, Les semiconducteurs doivent essentiellement optimiser leurs caractéristiques statiques (tension de déchet, courant de fuite, pertes en conduction) et minimiser leur temps d'ouverture pour réaliser, d'une manière efficace, la fonction commandée. L'IGBT réalise un bon compromis entre ces deux spécifications et sa structure à grille isolée lui confère une commande en tension faible énergie. C'est la raison pour laquelle nous en avons fait notre choix pour réaliser l'onduleur de tension à M.L.I. qui alimente le moteur asynchrone. La figure 3.6 représente les domaines d'applications des différents semiconducteurs en fonction de la puissance mise en jeu et de la fréquence de fonctionnement. Elle nous permet d'appuyer notre choix de l'IGBT sachant que la fréquence découpage utilisée est voisine de 15kHz.

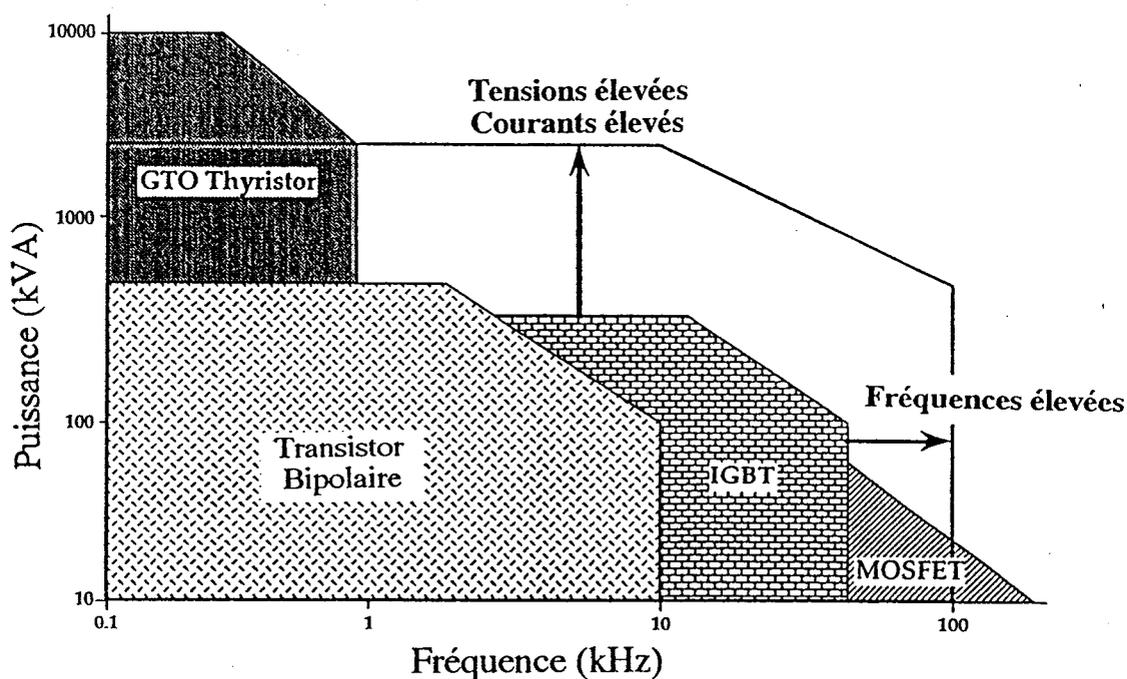


figure 3.6

Le redresseur est constitué d'un pont du type PD3 à diodes de marque SEMICRON référencé SKD 50/12A.

ETUDE EXPERIMENTALE

I- CONDITIONS GENERALES D'ESSAIS

Tous les essais de bruit que nous avons effectués sont relatifs au moteur asynchrone, dont nous avons précisé les caractéristiques dans la seconde partie de ce mémoire, située dans une chambre semi anéchoïdale. Pour valider le principe mis en oeuvre nous avons considéré un fonctionnement à vide de la machine. Ces conditions d'expérimentation peuvent être, à priori, contestables dans la mesure où la machine asynchrone est généralement destinée à fonctionner en charge, et que le bruit qu'elle génère peut être différent selon son mode de fonctionnement (à vide ou en charge). En effet, le niveau de puissance acoustique peut, d'après les études menées dans ce domaine, par BROZEK (1973), KAKO (1983) et TIMAR (1988) varier selon les cas. A charge nominale, le niveau de puissance acoustique émis par la machine peut être très supérieur à celui qu'elle génère à vide, comme il peut être beaucoup moins important. La variation du niveau de puissance acoustique due à une modification de la charge peut atteindre approximativement 20dB lorsque le bruit d'origine électromagnétique devient dominant [47]. Pour la machine asynchrone, les bruits d'origine mécanique et aérodynamique sont supposés indépendants de la charge.

Précisons, pour ces conditions d'essais que, généralement les tests de bruit sur les machines électriques [48] sont réalisés lors d'un fonctionnement à vide. Les experts se basent sur ces relevés pour définir toutes les grandeurs relatives aux mesures acoustiques et surtout pour fixer les normes internationales dans ce domaine. Nous nous sommes donc conformé aux procédures de mesure normalisées.

Précisons en outre que les relevés de bruit pour une machine fonctionnant en charge posent beaucoup de problèmes d'ordre pratique. En effet, il est difficile de séparer le niveau de bruit généré par la machine de charge de celui émis par la machine étudiée. Ceci nécessite un équipement très coûteux qui consiste à placer la machine de charge dans une chambre isolée acoustiquement de la chambre sourde où se trouve la machine sur laquelle portent les essais. Les champs acoustiques des deux machines sont séparés par une paroi hautement absorbante pour assurer une bonne isolation acoustique. A travers cette paroi passe l'arbre de la machine afin de réaliser l'acouplement avec celui de la machine de charge. C'est seulement dans ces conditions qu'il est possible de mesurer avec précision le bruit de la machine étudiée fonctionnant en charge.

II- INTENSITE ACOUSTIQUE

Nous avons montré que la force de fréquence $72f_R$ pouvait être considérée comme une force d'axe fixe. Par conséquent, dans l'espace environnant la machine certaines régions sont beaucoup plus perturbées que d'autres. Pour déterminer les zones sensibles, afin d'y situer le microphone de mesure, nous avons procédé à une détermination de la "carte" d'intensité acoustique.

Si toute la théorie sur le bruit a été largement développée depuis le début de ce siècle, il n'en est pas de même concernant les appareils de mesure permettant de relever les différentes grandeurs acoustiques (pression, intensité, puissance...etc). La mesure directe de l'intensité acoustique n'a été possible qu'en 1977, lorsque F.J. FALY et J.Y CHUNG ont chacun appliqué des techniques de traitement numérique à la théorie acoustique. Depuis, la méthode s'est développée. Elle permet de mesurer et de visualiser des grandeurs qui sont restées pendant longtemps sans appui expérimental solide pour les justifier.

L'intensité acoustique décrit le flux d'énergie acoustique en un point précis (Cf. annexe). Elle donne aussi la direction car les flux d'énergie se propagent dans certaines directions et non dans d'autres. Elle constitue ainsi une grandeur vectorielle très utile pour localiser les sources sonores et étudier les rayonnements des machines.

Pour obtenir la puissance acoustique d'une source sonore, il suffit de mesurer l'intensité acoustique intégrée dans le temps sur une surface qui contient la source, puis de la multiplier par la surface totale :

$$W = \int_S \vec{I} \cdot d\vec{s} \quad (3.22)$$

II-1 Cartographie de l'intensité acoustique

Afin de faire des mesures correctes et de contrôler le rayonnement du bruit dans l'espace environnant la machine, il est nécessaire de procéder à une localisation et une identification de la source d'émission acoustique.

Toute surface englobant la machine peut être choisie pourvue qu'elle ne comprenne pas d'autres sources ou des zones absorbant le son. On suppose que le sol réfléchit toute la puissance, il est donc inutile de l'inclure dans la surface de mesure de sorte que cinq surfaces planes, constituant un parallélépipède autour de la machine, suffisent (figure 3.7).

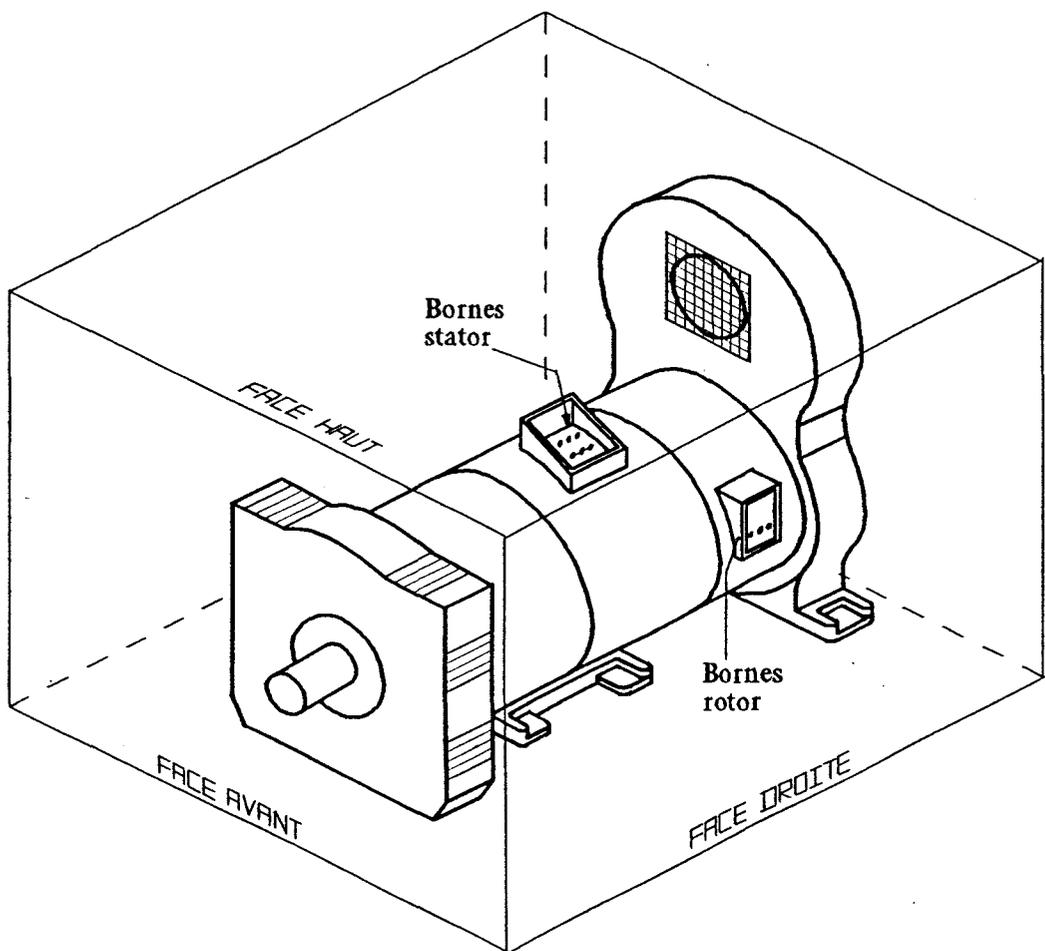


figure 3.7

Nous avons décomposé les 3 faces Haut, Droite et Gauche en 16 surfaces unitaires égales dont les centres sont définis par les intersections de 4 lignes et 4 colonnes. Les dimensions de ces surfaces unitaires sont précisées sur la figure (3.8) pour la face Haut et sur la figure (3.9) pour les faces Gauche et Droite. Le nombre de surfaces unitaires dépend donc du nombre de lignes et de colonnes choisi pour faire le maillage de la face explorée. Nous avons ensuite effectué la mesure de l'intensité acoustique au centre de chacune des surfaces unitaires.

* Face Haut

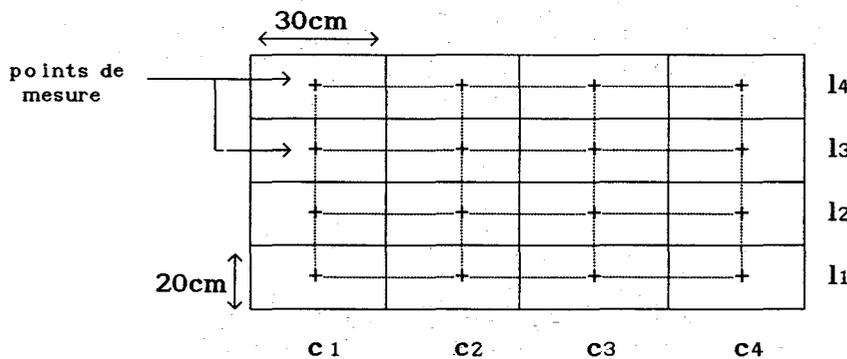


figure 3.8

* Faces Gauche et Droite

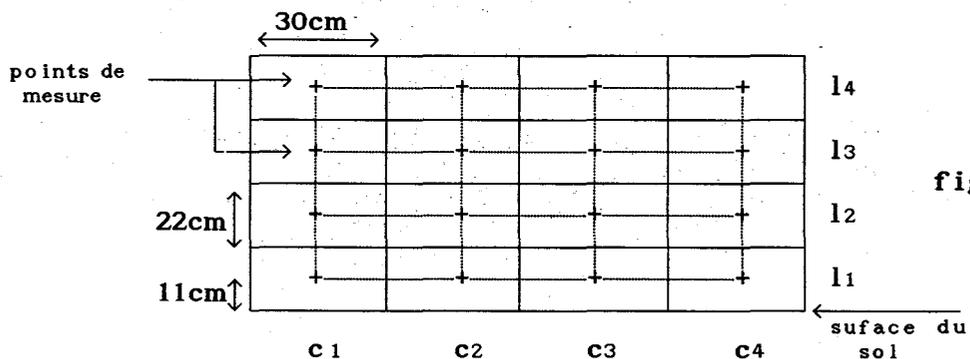


figure 3.9

Pour les deux faces Avant et Arrière, nous avons choisi de n'utiliser que 2 lignes et 2 colonnes pour faire leur maillage. Ceci revient à les

décomposer en 4 surfaces unitaires égales dont les dimensions sont précisées sur la figure (3.10). Ce choix est justifié par le fait que l'aire des faces Avant et Arrière (figure 3.7) est nettement inférieure à celles des autres faces.

* Faces Avant et Arrière

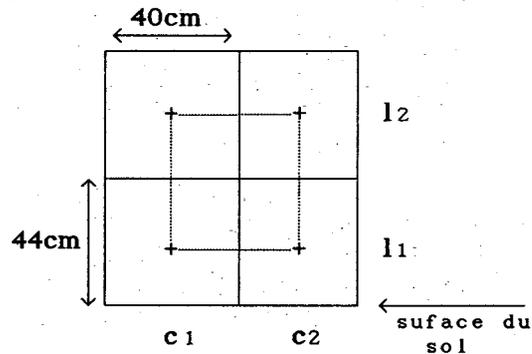


figure 3.10

II-2 Mesure de l'intensité acoustique

Nous avons mesuré l'intensité acoustique en chacun des points définis précédemment sur chacune des faces de la machine. L'intensité est relevée à l'aide d'une sonde spéciale Brüel & Kjaer décrite dans l'annexe. Pour chaque mesure nous avons fait une acquisition du relevé de l'intensité acoustique sur l'analyseur de spectre. Ces données ont été, ensuite, transférées à un ordinateur afin d'effectuer le traitement numérique nécessaire pour l'exploitation des résultats.

II-2-1 Courbes d'isocontours

Les tracés des courbes d'isocontours donnent une image détaillée du champ sonore généré par la machine. Ils permettent d'identifier avec précision les sources d'émission sonore et les zones d'absorption.

Nous nous sommes intéressé seulement aux valeurs positives de l'intensité acoustique qui correspondent aux émissions des rayonnements. Les valeurs négatives traduisent la présence de zones d'absorption.

Ces courbes appelées aussi courbes d'iso-intensité relient les points, de la face explorée, ayant le même niveau d'intensité acoustique. Elles peuvent être tracées à des fréquences uniques ou pour un niveau global sur une bande de fréquences. Toutes les courbes que nous avons tracées sont relatives à la bande de fréquences comprises entre 598Hz et 606Hz, ce qui correspond à la raie à $72f_R$ relative à une fréquence moyenne des signaux d'alimentation de la machine voisine de 17Hz. En tenant compte des fluctuations de la vitesse de rotation de la machine, la fréquence de cette raie se trouve toujours dans la bande de fréquences choisie.

Les courbes d'isocontours tracées pour les cinq faces de la machine sont données sur les planches III.1 et III.2. Sur ces courbes l'intensité acoustique de base est choisie à 40dB. Le passage d'une courbe d'isocontour à la suivante s'effectue par pas de 2dB. La lettre P jointe aux valeurs des niveaux d'intensité acoustique, exprimées en dB, indique que celles-ci sont positives. Cela signifie que l'on est en présence, à cet endroit de l'espace, d'une zone d'émission. Si les valeurs sont suivies de la lettre N l'intensité acoustique est donc négative, ce qui correspond à une zone d'absorption.

II-2-2 Courbes tridimensionnelles

On utilise les mêmes données que pour les tracés d'isocontours pour produire des tracés 3D. Ces derniers offrent une bonne visualisation du champ sonore généré par la machine. Les niveaux d'intensité acoustique sont portés sur l'axe vertical.

Nous avons tracé les courbes 3D pour les cinq faces de la machine pour la même bande de fréquence que pour les courbes d'isocontours, à savoir [598Hz-606Hz]. Ces courbes sont données sur les planches III.3 et III.4.

II-3 Interprétation

Les courbes relevées nous ont permis de situer avec précision les zones d'émission de la composante magnétique considérée du bruit émis par la machine. C'est dans l'une de ces zones que nous avons placé le microphone de mesures. Ces zones correspondent à l'endroit le plus sensible au bruit magnétique, autour de la machine, et le moins atteint par des absorptions sonores.

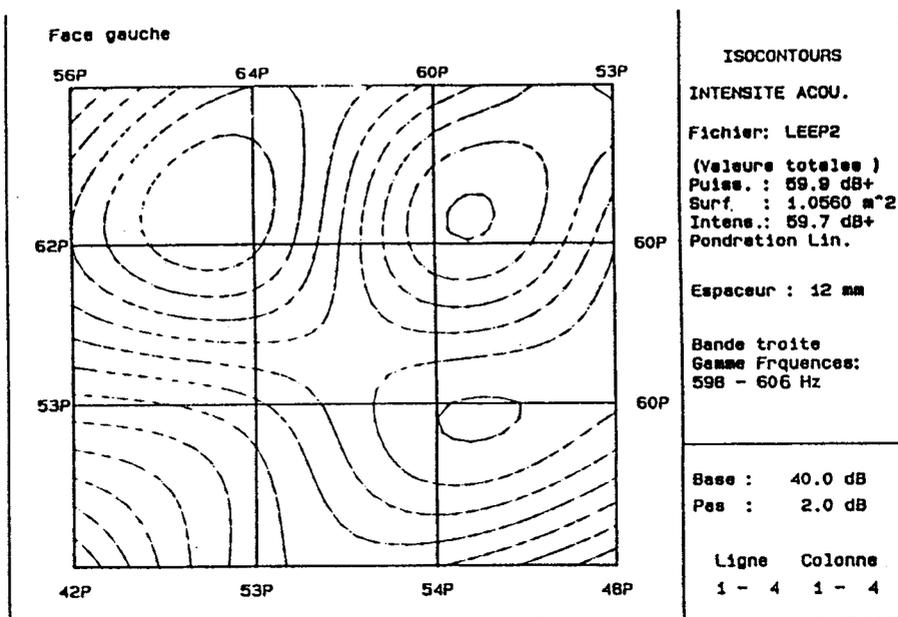
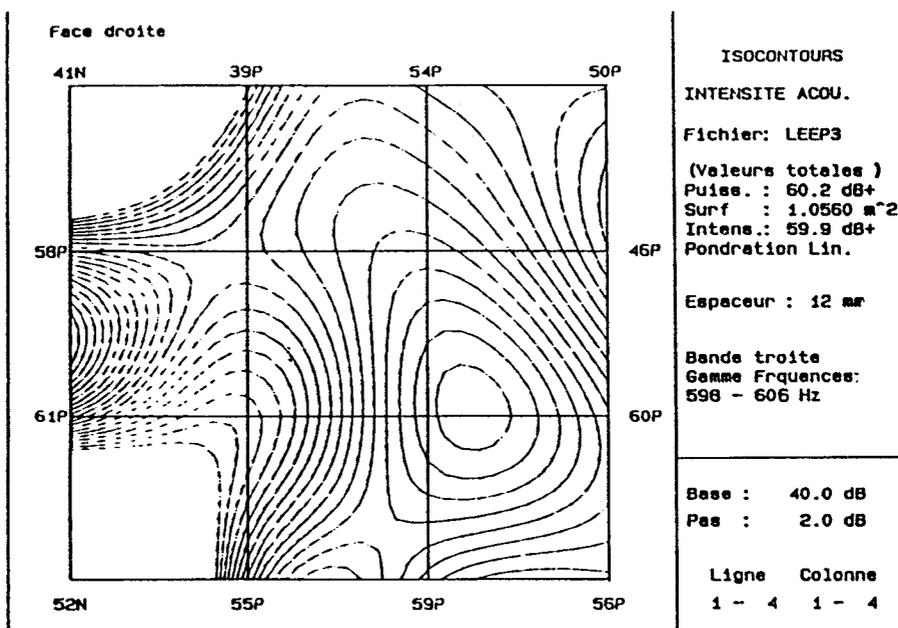
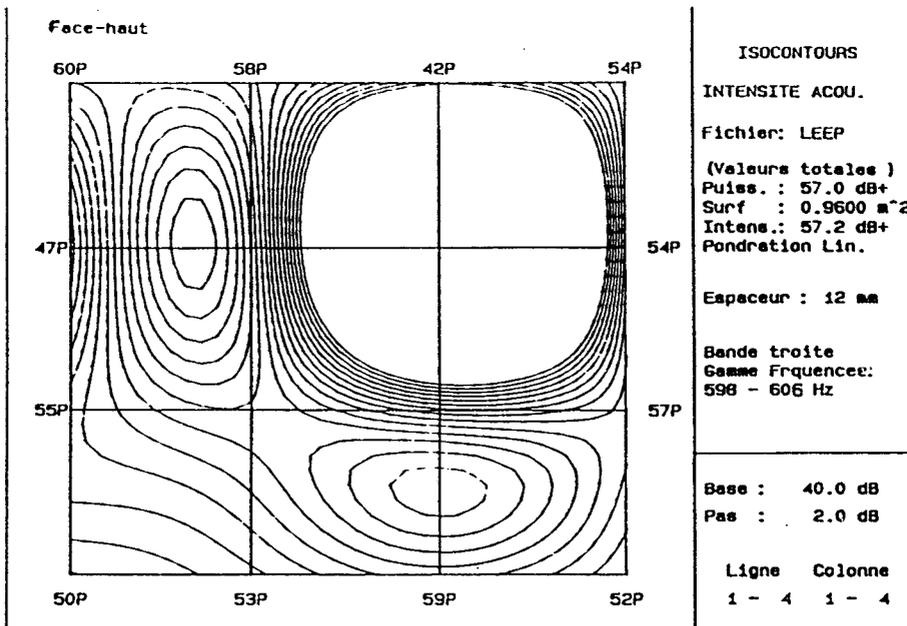
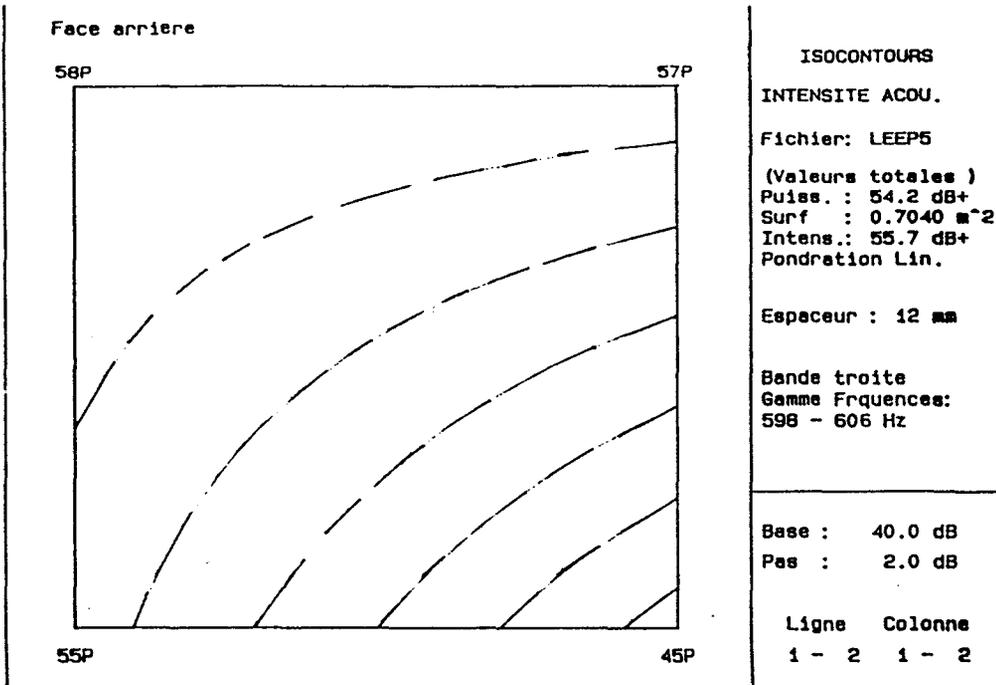
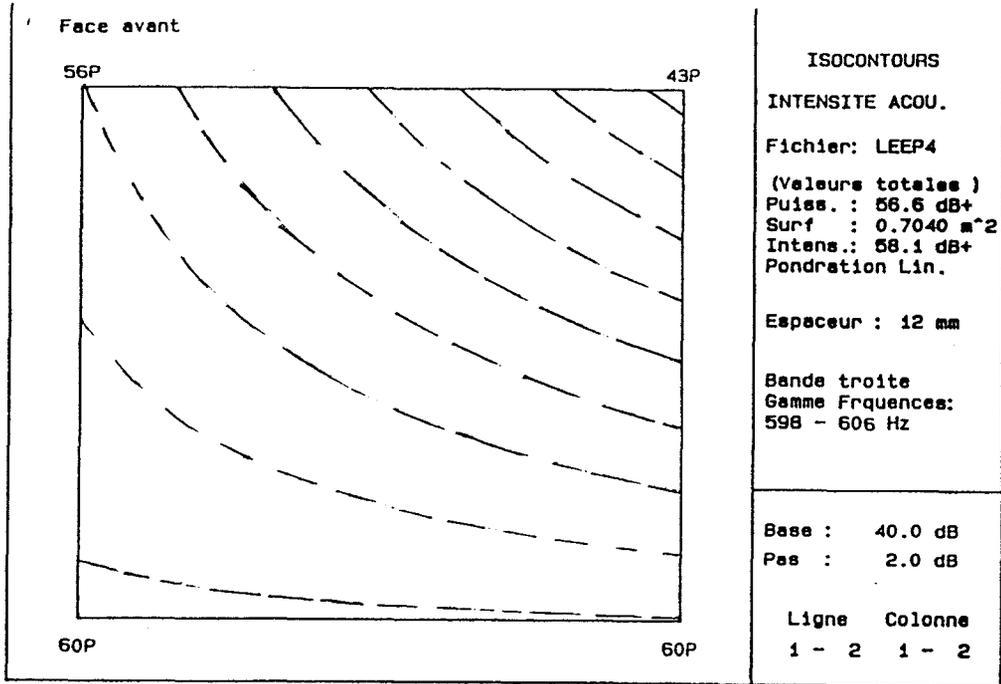
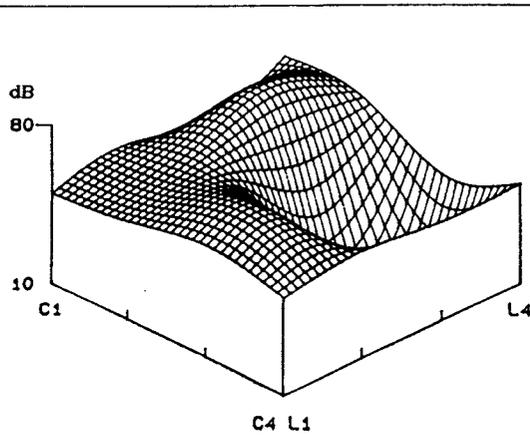


planche III.1



face-haut



TRACE 3D
 INTENSITE ACOU.
 Fichier: LEEP
 Valeurs totales
 Puiss. : 57.0 dB+
 Surface: 0.9600 m²
 Intens.: 57.2 dB+
 Pondr.: Lin

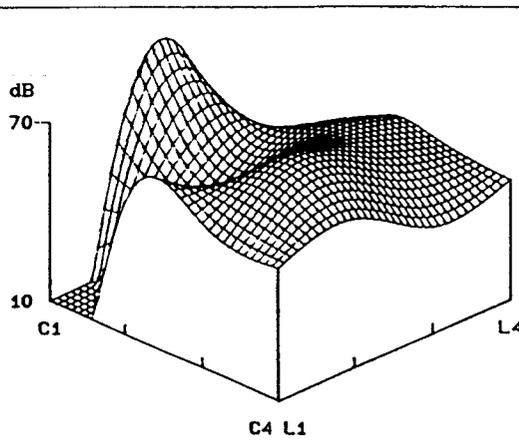
Espaceur Micro :
 12 mm

Bande troite
 Gamme frq.:
 598 - 606 Hz
 Direction : Positive

Lignes	Colonnes
1 - 4	1 - 4

Angle de vue: 35

Face droite



TRACE 3D
 INTENSITE ACOU.
 Fichier: LEEP3
 Valeurs totales
 Puiss. : 60.2 dB+
 Surface: 1.0560 m²
 Intens.: 59.9 dB+
 Pondr.: Lin

Espaceur Micro :
 12 mm

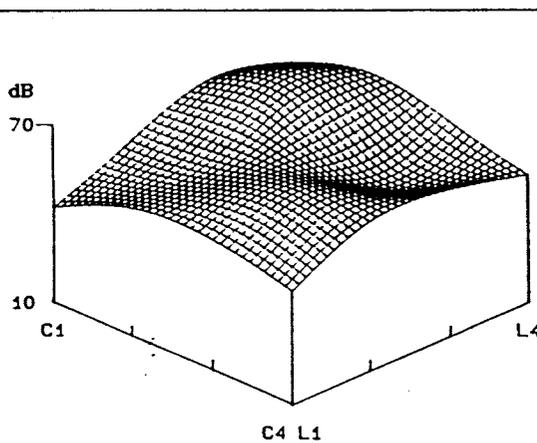
Bande troite
 Gamme frq.:
 598 - 606 Hz
 Direction : Positive

Lignes	Colonnes
1 - 4	1 - 4

Angle de vue: 30



Face gauche



TRACE 3D
 INTENSITE ACOU.
 Fichier: LEEP2
 Valeurs totales
 Puiss. : 59.9 dB+
 Surface: 1.0560 m²
 Intens.: 59.7 dB+
 Pondr.: Lin

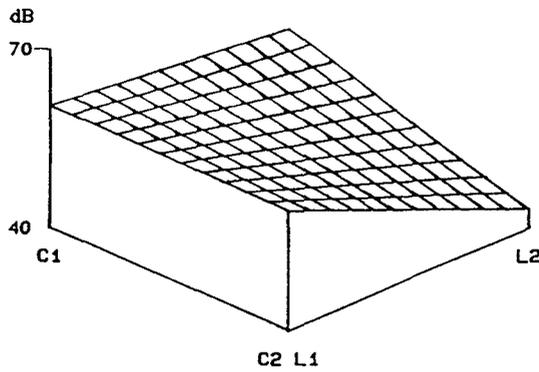
Espaceur Micro :
 12 mm

Bande troite
 Gamme frq.:
 598 - 606 Hz
 Direction : Positive

Lignes	Colonnes
1 - 4	1 - 4

Angle de vue: 30

Face avant



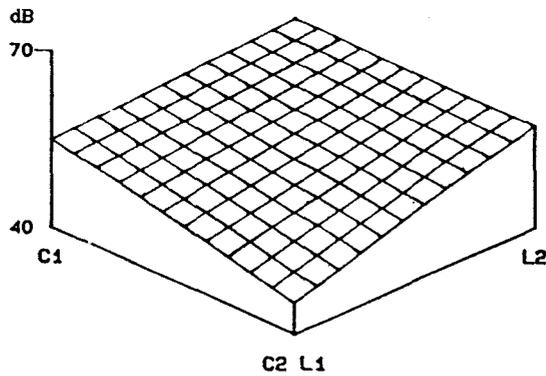
TRACE 3D
INTENSITE ACOU.
Fichier: LEEP4
Valeurs totales
Puiss. : 56.6 dB+
Surface: 0.7040 m²
Intens.: 58.1 dB+
Pondr.: Lin

Espaceur Micro :
12 mm
Bande troite
Gamme frq.:
598 - 606 Hz
Direction : Positive
Lignes Colonnes
1 - 2 1 - 2

Angle de vue: 30



Face arriere



TRACE 3D
INTENSITE ACOU.
Fichier: LEEP5
Valeurs totales
Puiss. : 54.2 dB+
Surface: 0.7040 m²
Intens.: 55.7 dB+
Pondr.: Lin

Espaceur Micro :
12 mm
Bande troite
Gamme frq.:
598 - 606 Hz
Direction : Positive
Lignes Colonnes
1 - 2 1 - 2

Angle de vue: 30

planche III.4

III COURBE DE REPONSE EN BRUIT A UN HARMONIQUE DE TENSION

Nous nous sommes intéressé à déterminer tout d'abord la courbe de réponse en bruit du moteur étudié à un harmonique de tension appliqué à son entrée.

Pour ce relevé nous avons utilisé le dispositif expérimental mis au point (figure 3.5) en substituant au signal de retour fourni par le codeur optique un signal en créneaux, variable en fréquence, délivré par un générateur basses fréquences (GBF). Ceci nous a permis donc de balayer toute la bande de fréquences comprises entre 50Hz et 1kHz. En réglant la fréquence du système d'alimentation à une valeur faible (8.6Hz), la machine étant à l'arrêt, nous avons injecté à l'aide du GBF un harmonique de tension d'amplitude fixe. Pour plusieurs fréquences de ce dernier nous avons alors relevé le niveau de pression acoustique de la raie de bruit qu'elle génère (figure 3.11).

Cette courbe, donnée à la figure 3.11 met en évidence les différentes fréquences de résonance du système électromécanique. Elle nous renseigne quant à leurs valeurs mais elle ne permet pas d'avoir des informations précises quant au gain puisqu'il aurait fallu effectuer les relevés à courant constant et non à tension constante.

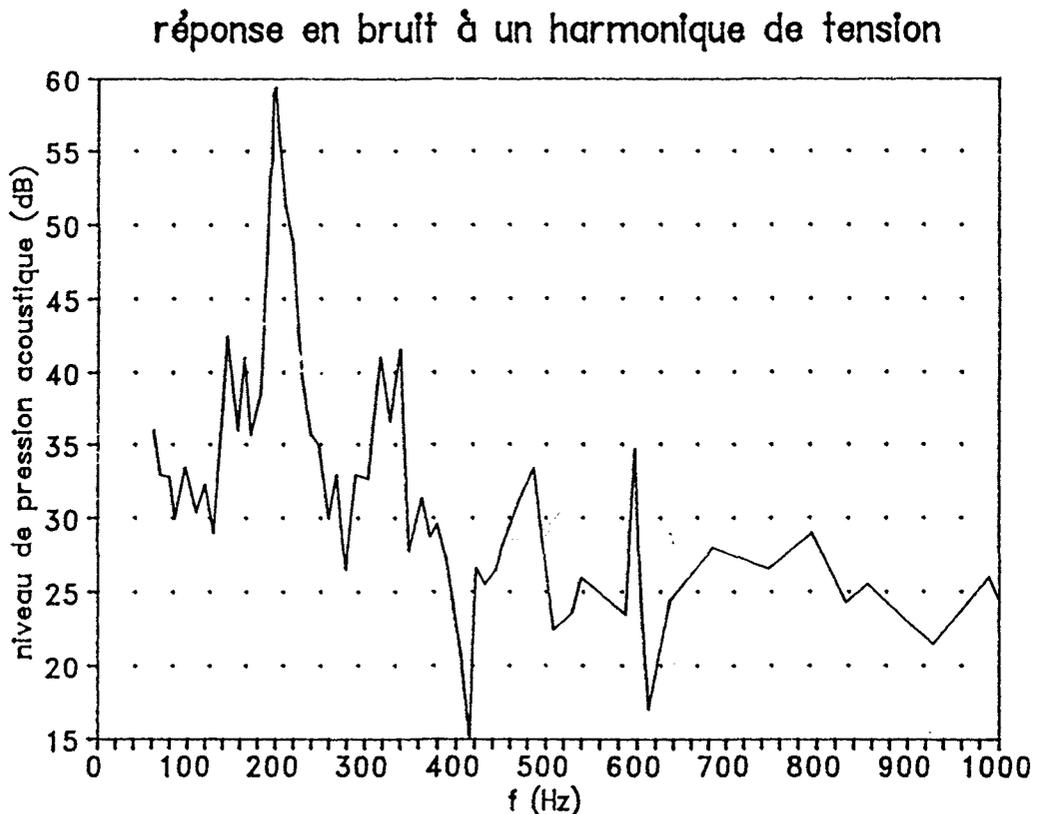


figure 3.11

IV REDUCTION DE LA RAIE À $72f_R$

IV-1 Relevés relatifs au bruit

Pour valider la procédure proposée nous avons alimenté le moteur asynchrone, couplé en étoile, par l'intermédiaire de l'onduleur à MLI réalisé en choisissant une fréquence fondamentale du système d'alimentation égale à 17Hz. Dans ces conditions la raie de bruit magnétique à $72f_R$ évolue à une fréquence voisine de 605Hz. Elle se trouve ainsi dans une zone de résonance (figure 3.11). D'autre part, le choix d'une fréquence d'alimentation de l'ordre de 17Hz nous permet d'avoir une vitesse de rotation assez faible (500tr/mn), ce qui permet de rendre prépondérant le bruit magnétique par rapport à ceux d'origines mécanique et aérodynamique.

Nous avons relevé dans ces conditions (figures 3.12 a) et b)) les spectres des niveaux de pression acoustiques (SPL) avant et après réduction du bruit magnétique en injectant, au niveau de la commande de l'onduleur à MLI, l'harmonique de tension v_R approprié.

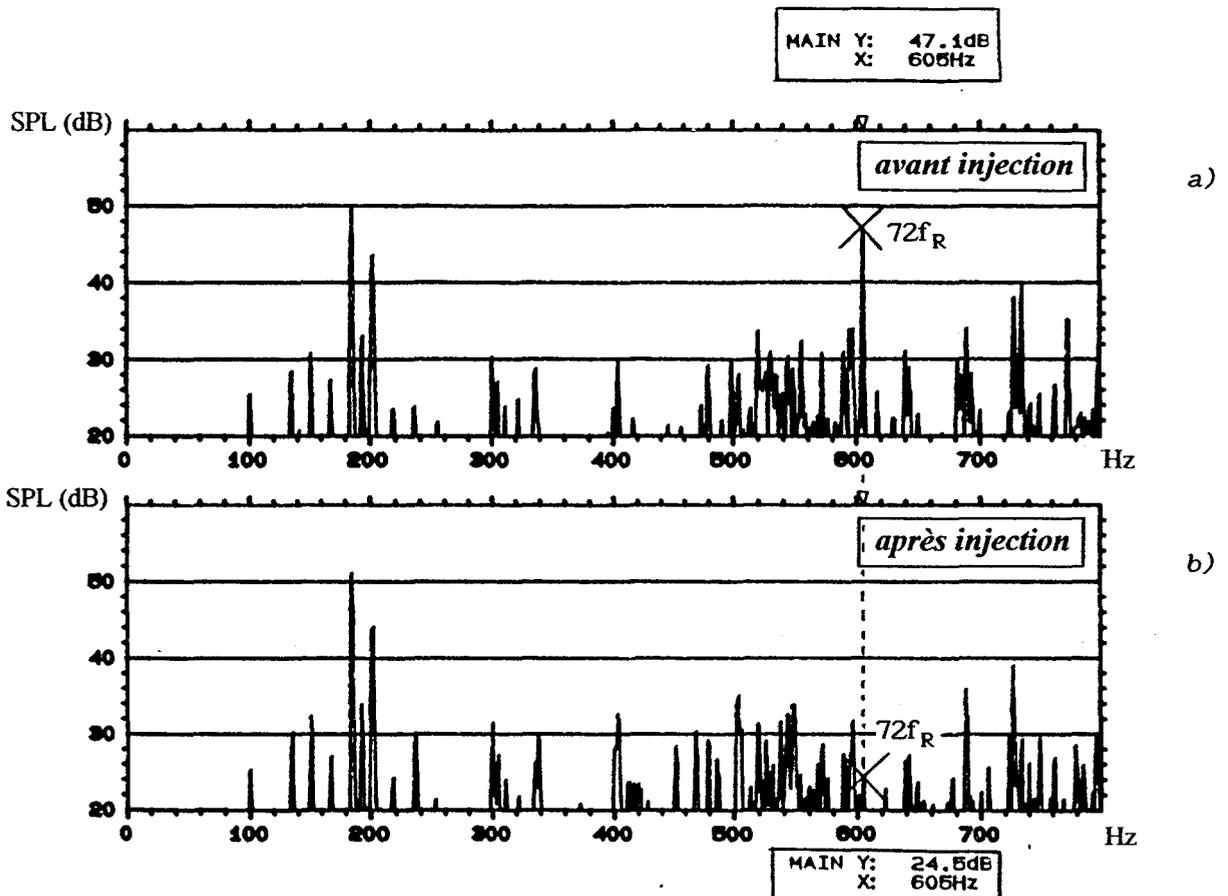


figure 3.12

Les amplitudes des harmoniques figurant sur ces spectres sont données en dB(A), c'est à dire, en utilisant le réseau de pondération "A" (Cf. annexe).

Ces deux figures montrent bien l'atténuation importante que nous avons pu obtenir pour la raie de bruit concernée, marquée par le curseur et dont la fréquence et l'amplitude sont précisées sur chacun des spectres. L'amplitude passe de 47.1dB (avant réduction) à 24.5dB (après réduction) soit une atténuation de 22.6dB (ou 92.6%). Il faut rappeler que pour atteindre ce résultat un réglage très fin de l'amplitude et de la phase de l'harmonique injecté est nécessaire. Précisons également que cette procédure ne conduit pas à modifier de façon marquée les autres composantes de bruit.

Ces mêmes spectres ont été relevés (figures 3.13 a) et b)) en utilisant une échelle de fréquences logarithmique divisée en bandes étroites (1/12^{ième} d'octave). C'est l'analyse en fréquence couramment utilisée dans le domaine de l'acoustique pour examiner en détail un bruit et déterminer ses propriétés. La bande des fréquences contenant la raie magnétique du bruit est repérée par le motif plein. Sa fréquence centrale ainsi que le niveau de pression acoustique moyen sur cette bande sont précisés sur chacun des spectres.

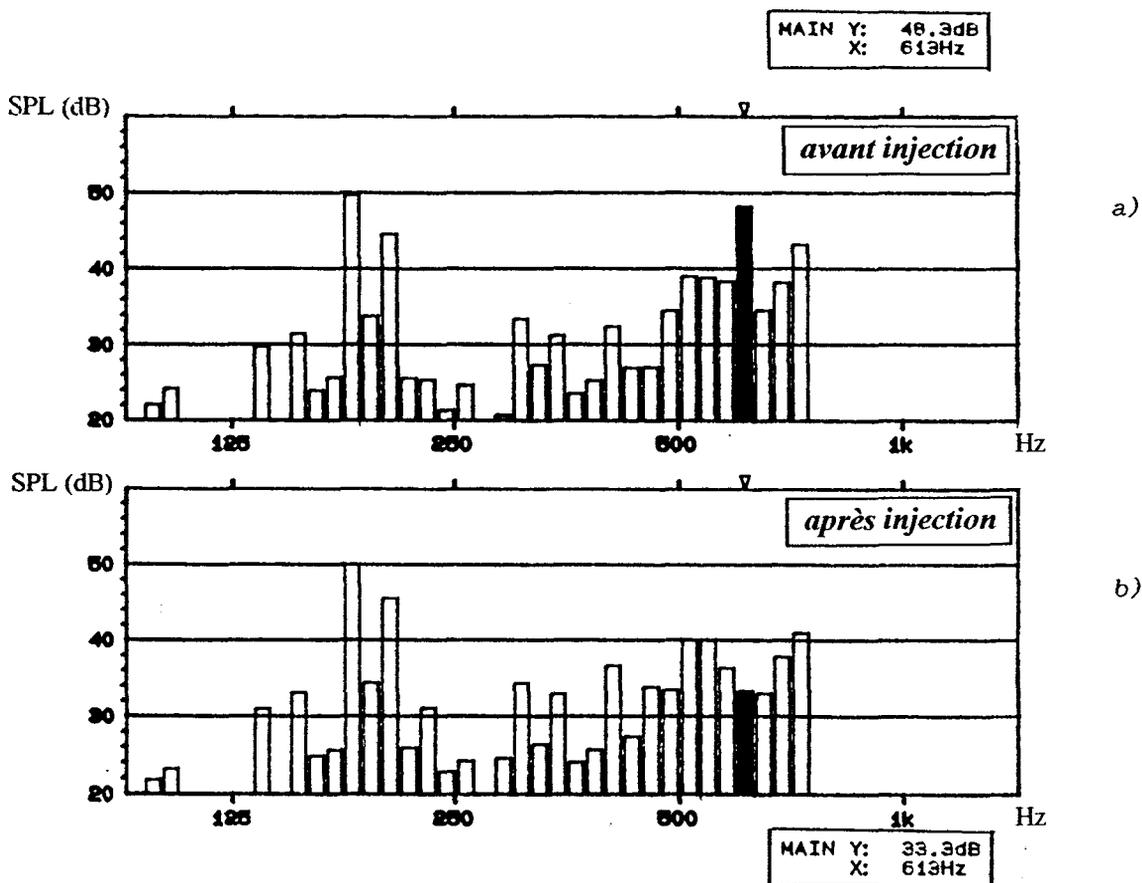


figure 3.13

La comparaison entre ces deux spectres montre aussi l'atténuation notable (environ 15dB ou 82.2%) de l'amplitude moyenne de la bande de fréquences contenant l'harmonique du bruit magnétique considéré.

IV-2 Onde de référence

Après avoir effectué les réglages nécessaires pour obtenir la réduction optimale du bruit magnétique nous avons relevé (figure 3.14), sur la carte de commande de l'onduleur à MLI, la tension de référence qui permet de synthétiser le système triphasé de tension appliqué à la machine.

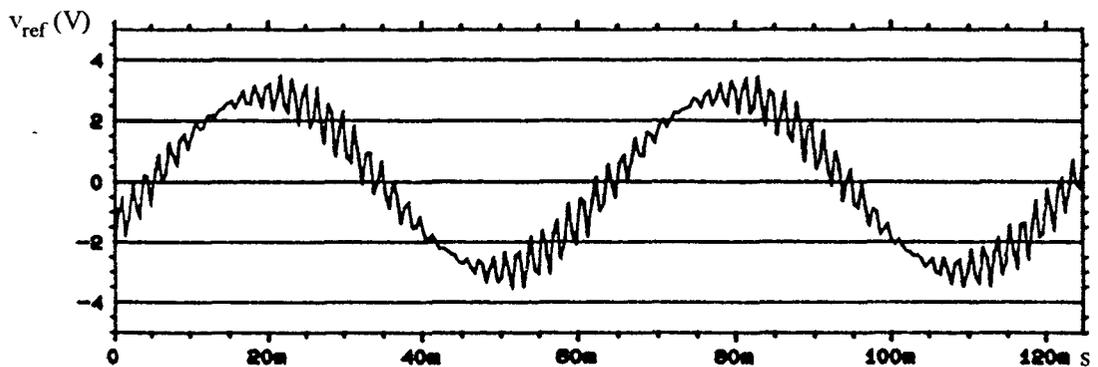
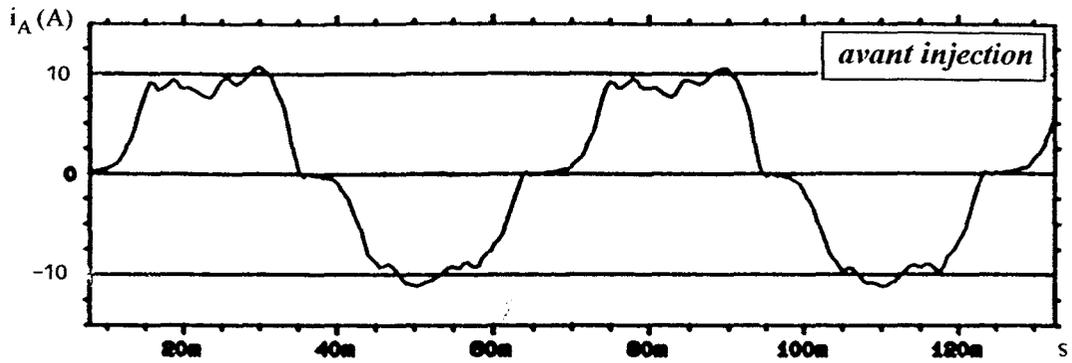


figure (3.14)

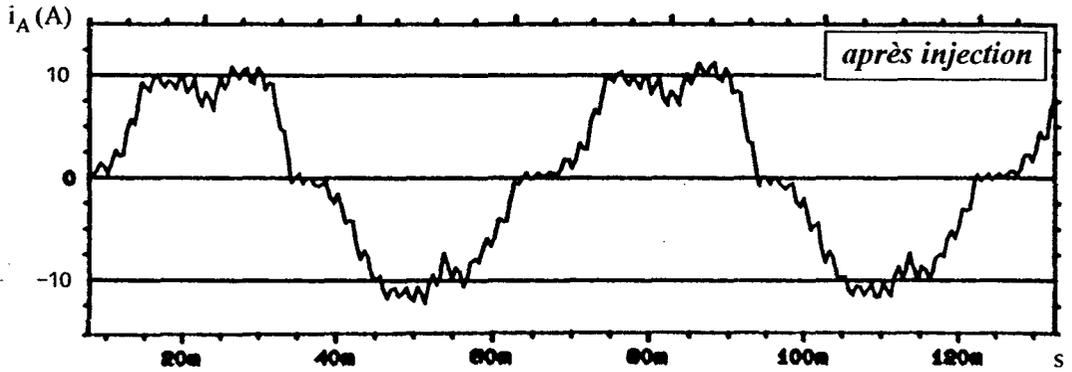
Cette courbe nous permet d'apprécier l'amplitude relative des harmoniques de tension à injecter par rapport au fondamental. Les résultats obtenus sont similaires à ceux relatifs à la réduction de l'harmonique de couple de rang $72f_R$ présentée par J.F. BRUDNY [35]. Ils montrent également que l'hypothèse initiale, formulée lors de la présentation du principe, qui consistait à supposer que le système harmonique était d'amplitude faible, est vérifiée.

IV-3 Relevés relatifs au courant statorique

Les figures (3.15 a) et b)) représentent les relevés expérimentaux du courant i_A de la phase A du stator avant et après réduction du bruit magnétique. Leurs spectres de fréquences respectifs sont donnés par les figures (3.16 a) et b)).

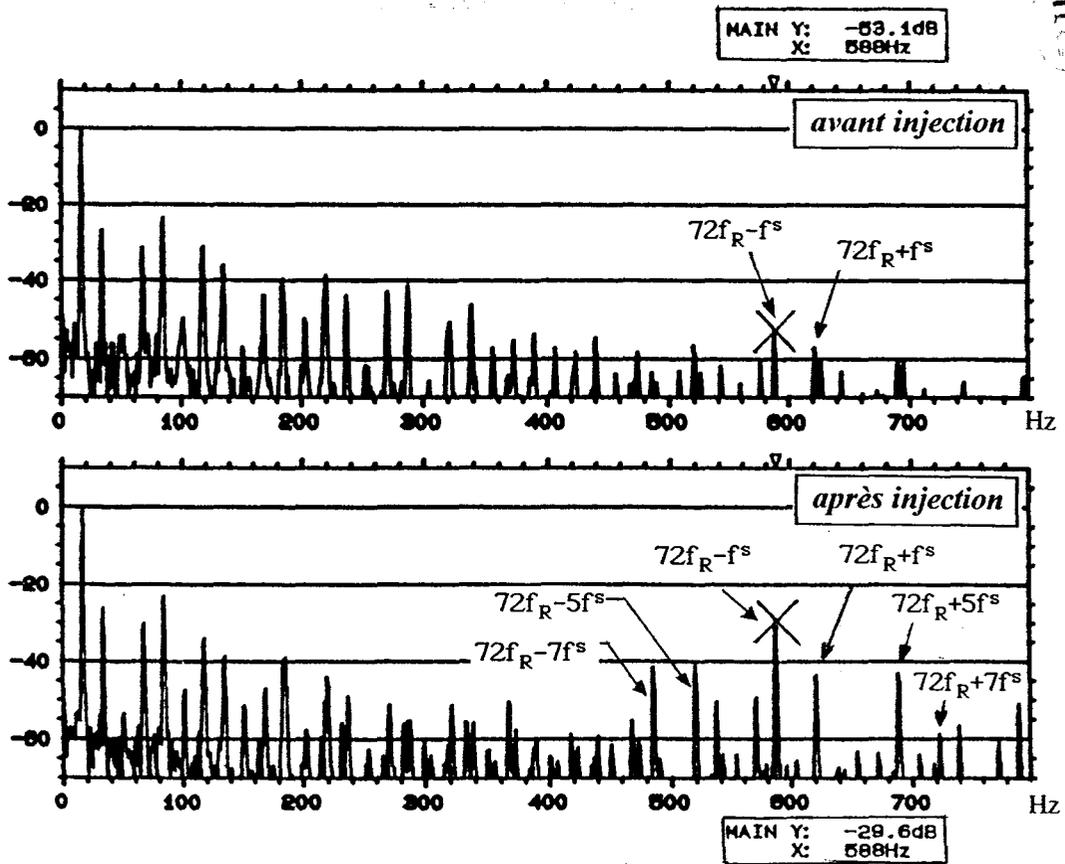


a)



b)

figure 3.15



a)

b)

figure 3.16

Ces relevés montrent bien l'augmentation des amplitudes des harmoniques de courant statorique, de fréquences égales à $72f_R \pm f$ (588Hz et 622Hz), mise en évidence dans la seconde partie de ce mémoire et présentes même dans le cas d'une alimentation purement sinusoïdale. On remarque par ailleurs que les harmoniques de fréquences $72f_R \pm 5f$ et $72f_R \pm 7f$ voient aussi leurs amplitudes augmentées. Cette augmentation s'explique par le fait que même lorsque aucun harmonique de tension n'est injecté on note la présence des harmoniques de rangs 5 et 7 à des amplitudes non négligeables (harmoniques d'espace). Ces derniers, lorsque l'harmonique v_R est injecté, se combinent de la même façon que le fondamental de fréquence f avec la raie à $72f_R$ pour donner les harmoniques relevés sur les spectres. Il est possible d'éliminer ces harmoniques de courant en procédant tout d'abord à l'élimination des harmoniques de rangs 5 et 7 avant l'injection de v_R .

Ces relevés donnent des spectres de courant assez riches en harmoniques mais il ne faut pas oublier que l'échelle est logarithmique et que l'analyseur de spectre utilisé présente une dynamique de 80dB. Il est donc très important de noter que, malgré la perturbation que subit le courant absorbé par la machine, le bruit magnétique est largement réduit. Ce résultat, à priori inattendu, montre bien qu'il est inutile de chercher toujours à rendre le courant absorbé sinusoïdal pour palier à tous les phénomènes indésirables engendrés par le fonctionnement de la machine asynchrone.

IV-4 Modification du couplage

Nous avons procédé aux mêmes essais en couplant les enroulements primaires en triangle. Dans ces conditions les spectres de bruit obtenus sont représentés à la figure 3.17.

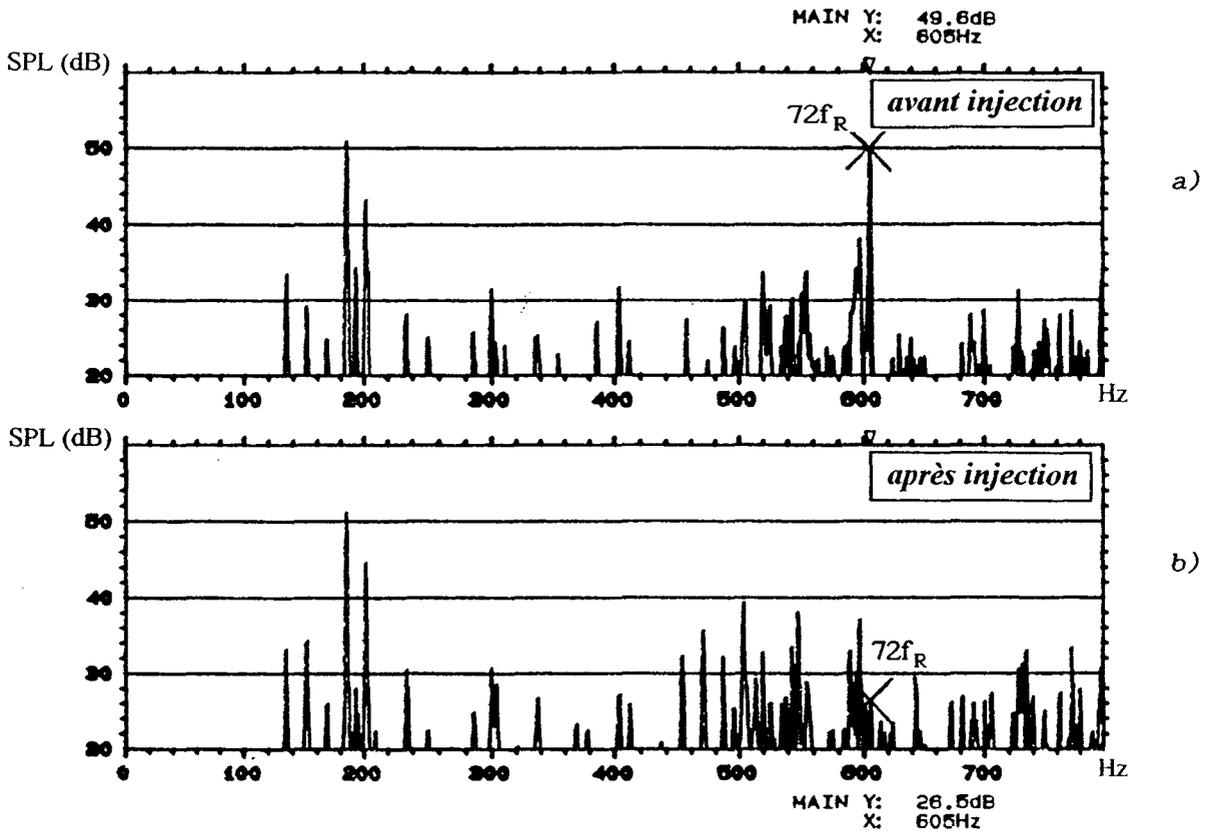


figure 3.17

Ces relevés montrent que quel que soit le couplage on obtient les mêmes performances concernant la réduction de la raie considérée du bruit magnétique.

IV-5 Influence de la vitesse de rotation

Comme la fréquence de la raie de bruit magnétique est liée à la denture et à la vitesse de rotation de la machine nous avons relevé les spectres de bruit (figures 3.18 a), b) et c)) en faisant varier la vitesse de rotation du moteur à l'aide d'un rhéostat de glissement Rh inséré au rotor. Sur ces relevés l'analyse spectrale n'est effectuée que sur la bande de fréquences comprises entre 550Hz et 650Hz, bande dans laquelle évolue la raie de bruit magnétique pour les trois valeurs de Rh retenues (Rh = 0Ω, 1.67Ω et 3Ω). Pour Rh=3Ω nous avons mis en oeuvre le principe de réduction du bruit proposé (spectre d)).

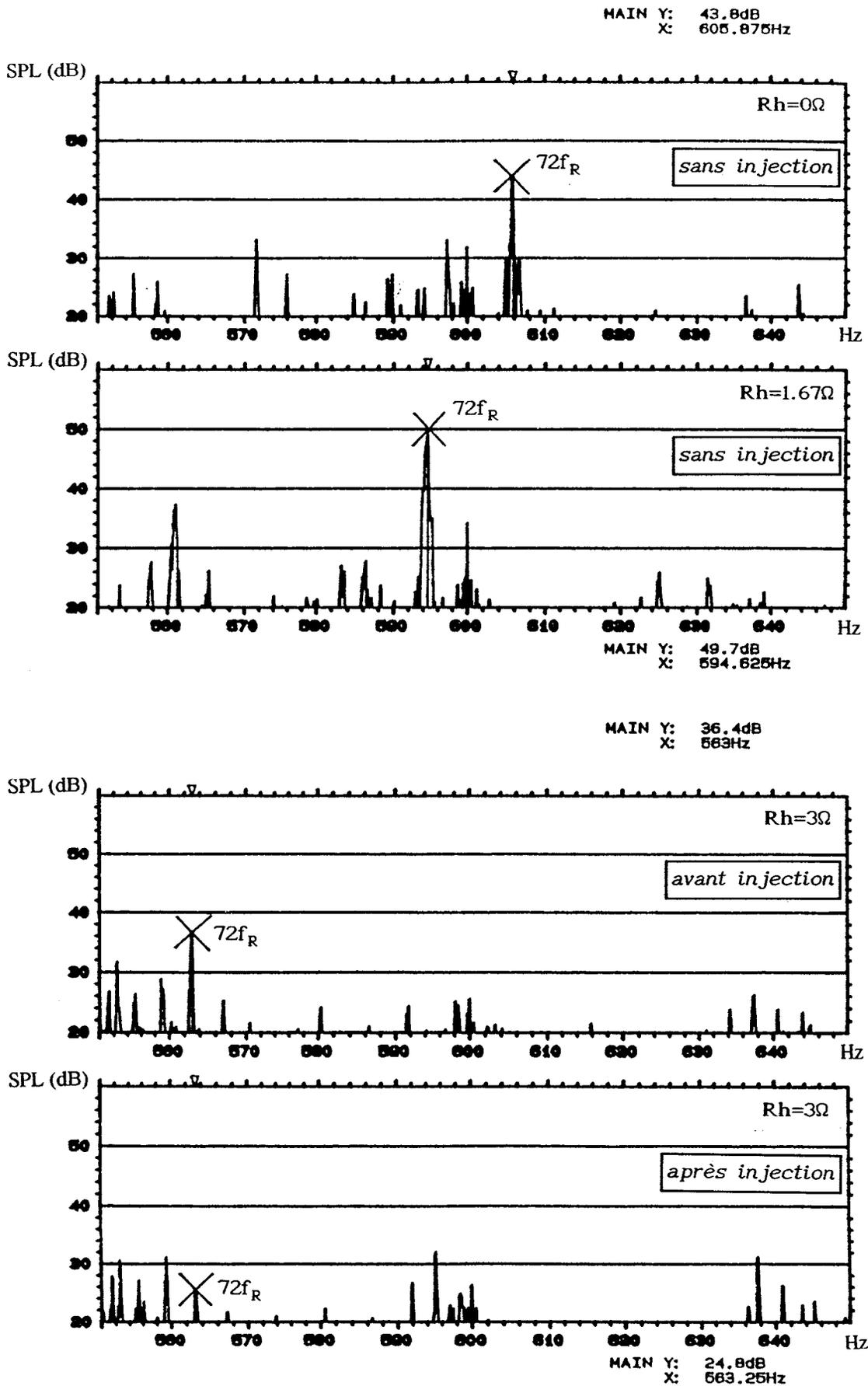


figure 3.18

Ces essais montrent que la raie de bruit magnétique considérée se déplace effectivement en fonction de la vitesse, sa fréquence étant à tout instant égale à $72f_R$.

On note également que cette raie de bruit commence par augmenter lorsque la vitesse diminue. Cela justifie la courbe de la figure 3.11 et montre que la fonction de transfert force - bruit est assez complexe. Le quatrième spectre (figure 3.18 d)) met en évidence la capacité du système à réagir correctement quelle que soit la vitesse de rotation.

IV-6 Variation de la fréquence d'alimentation

Les résultats que nous avons présenté jusqu'à présent sont relatifs à une fréquence du fondamental du système triphasé de tension f égale à 17Hz. Afin de valider notre procédé de réduction du bruit magnétique nous avons effectué les mêmes essais pour d'autres fréquences. Nous allons nous contenter de présenter (figure 3.19 a) et b)) les spectres de bruit, pour une fréquence valant 25Hz, avant et après réduction de la raie de bruit magnétique à $72f_R$.

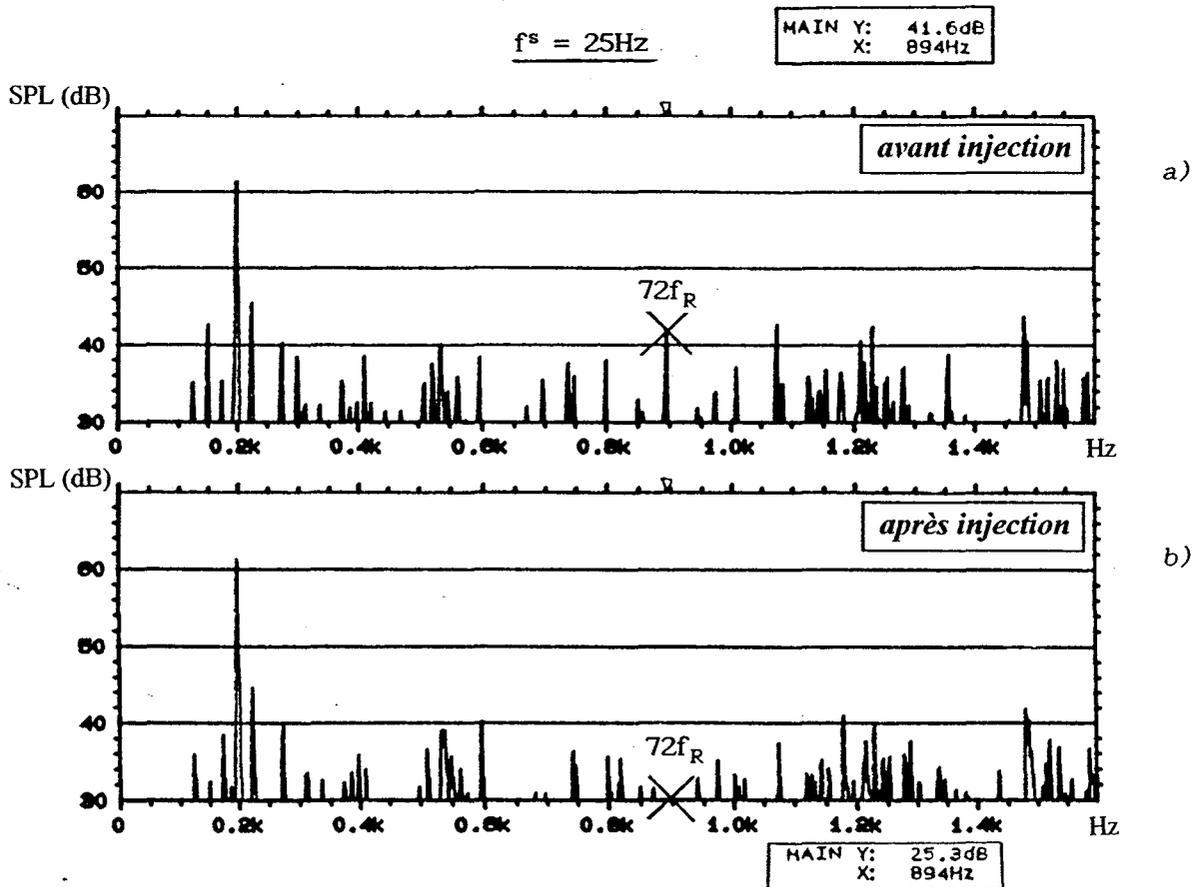


figure 3.19

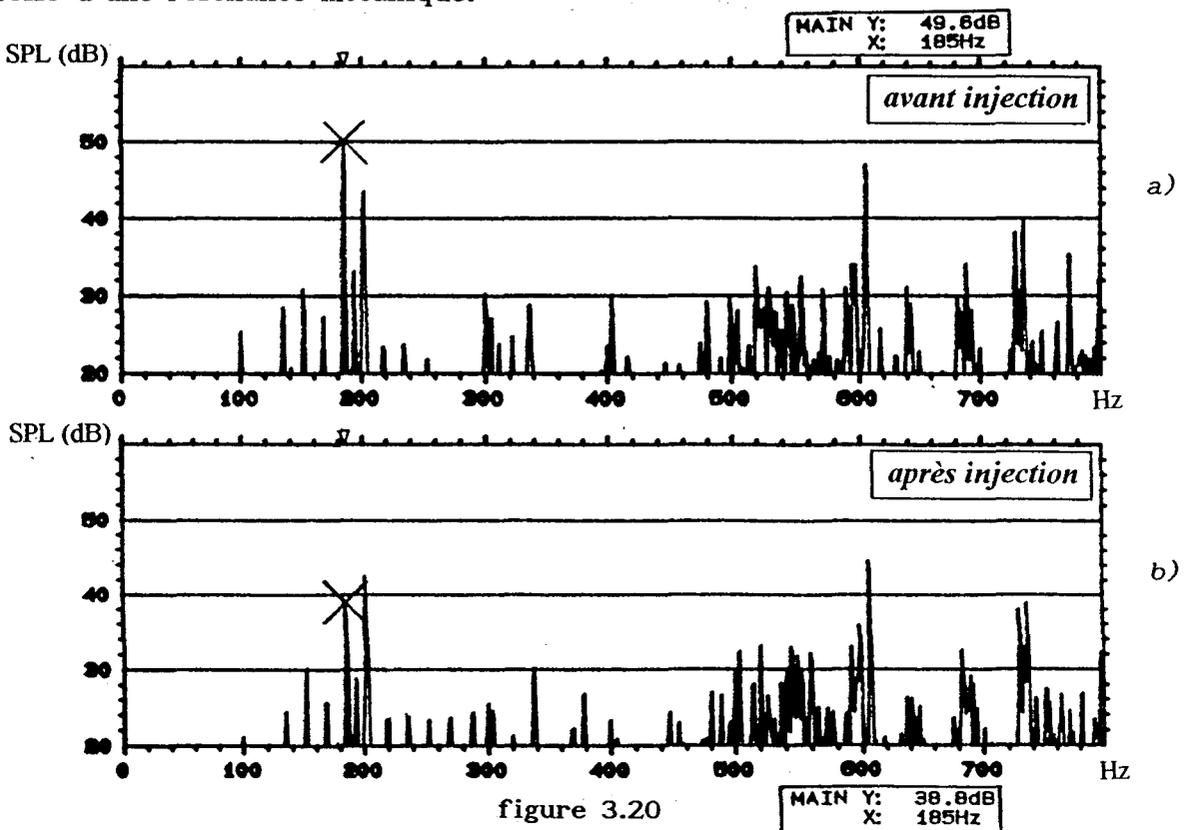
Dans ce cas la fréquence de la raie de bruit magnétique correspond à 894Hz et son atténuation atteint les 16dB (environ 84%).

Ces essais nous permettent d'affirmer que la méthode de réduction du bruit magnétique utilisée est efficace quelle que soit la fréquence d'alimentation de la machine.

V- REDUCTION D'UNE AUTRE RAIE DE BRUIT

Après avoir obtenu des résultats très satisfaisants concernant la réduction du bruit magnétique et bien que le prototype réalisé au Laboratoire n'ait été mis au point que pour cet effet, nous avons tenté de réduire d'autres raies présentes sur le spectre de bruit et dont les origines sont différentes. Pour cela nous avons remplacé, sur la carte de commande de l'onduleur, le signal issu du codeur optique par un signal du même type délivré par un GBF permettant de faire varier sa fréquence et de la faire coïncider exactement avec celle de la raie de bruit à réduire. Ce réglage constitue la majeure difficulté pour réaliser l'essai.

Dans ces conditions nous avons relevé (figures 3.20 a) et b)), pour $f^s=17\text{Hz}$, les spectres de bruit avant et après réduction de la raie, présentant l'amplitude la plus importante, dont la fréquence correspond à celle d'une résonance mécanique.



Ces relevés montrent que l'amplitude de cette raie (marquée par le curseur) a été réduite de près de 11dB (environ 72%). Ce résultat nous semble particulièrement intéressant dans la mesure où il nous permet d'affirmer que toutes les composantes du spectre de bruit émis par la machine asynchrone peuvent être réduites, voir éliminées, en agissant sur le système d'alimentation.

VI- GENERATION D'UN HARMONIQUE DE BRUIT

Lors de nos essais nous avons jugé intéressant de faire émettre à la machine, par ce même procédé, un ton pur en plus du bruit qu'elle génère naturellement. Sur la figure 3.21 b) nous avons choisi de l'injecter, à l'aide du GBF, à une fréquence de 350Hz, fréquence à laquelle aucune raie de bruit n'apparaît dans le spectre initial donné par la figure 3.21 a).

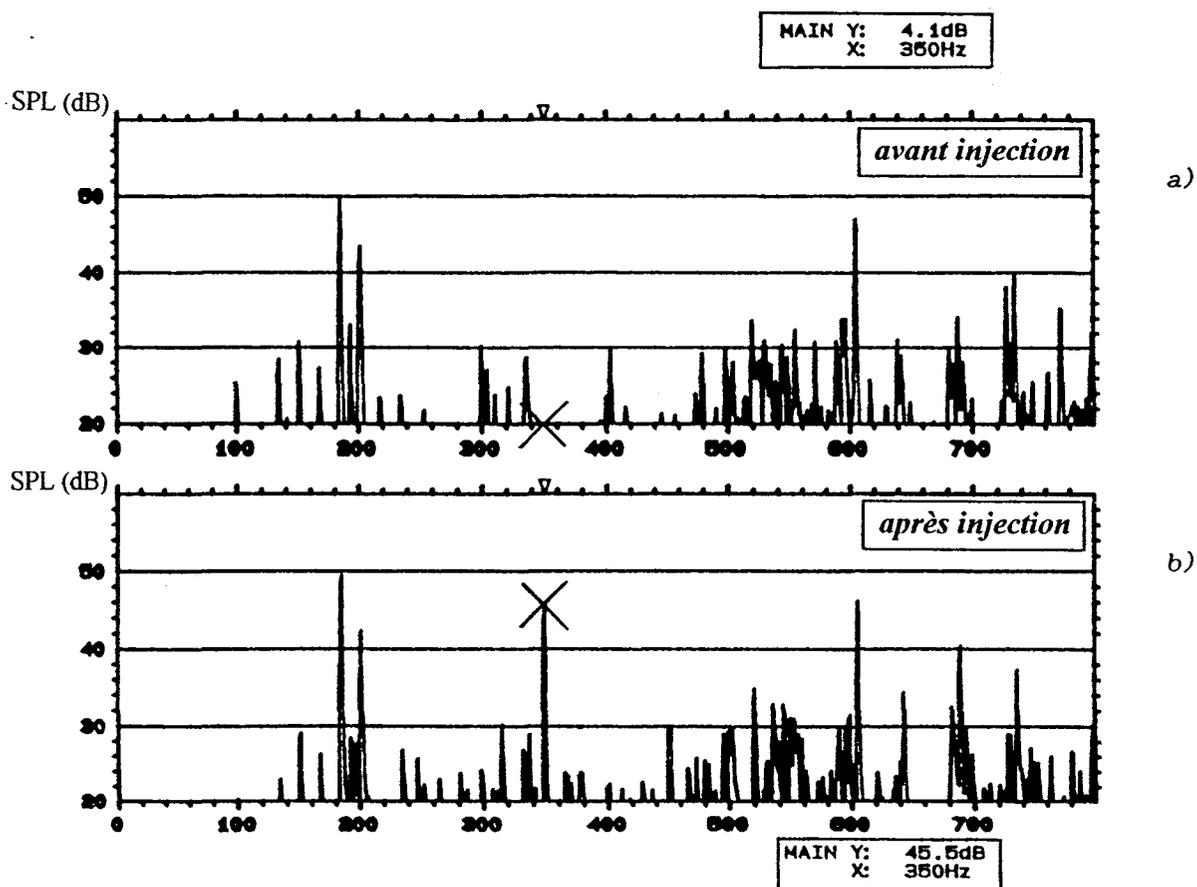


figure 3.21

Il est à noter que cette fréquence a été arbitrairement choisie et que le même résultat peut être obtenu pour n'importe quelle fréquence avec toutefois un niveau acoustique de la raie injectée plus ou moins important compte tenu de la courbe de réponse en bruit du système électromécanique donnée par la figure 3.1.

VII- COMMENTAIRES SUR LE DISPOSITIF MIS EN OEUVRE

Les relevés expérimentaux présentés dans ce chapitre permettent d'affirmer que la méthode utilisée pour la réduction du bruit magnétique de la machine asynchrone donne des résultats très intéressants qui répondent bien aux objectifs que nous nous sommes fixés au début de notre étude.

L'une des principales difficultés que nous pensions rencontrer concernait le temps de réponse du système qui introduit un décalage temporel entre la prise d'information vitesse et le signal injecté au niveau de l'alimentation suite aux fluctuations constantes de la vitesse de rotation. Ce décalage aurait conduit à injecter une composante de force de fréquence très proche de celle que nous souhaitons supprimer sans pour autant en assurer la coïncidence. Globalement, si tel était le cas nous n'aurions fait qu'augmenter de façon globale le bruit généré par la machine. Cela nous a amené à choisir nos composants avec soin de sorte que le phénomène que nous redoutions n'est pas apparu avec le retour codeur. En contre partie cette anomalie est nettement visible lorsqu'au lieu du retour codeur nous utilisons un GBF mal ajusté.

CONCLUSION

Le travail présenté porte sur l'analyse quantitative du bruit magnétique de la machine asynchrone généré par l'effet de denture ainsi que sur la présentation de la procédure mise en oeuvre pour réduire certaines de ses composantes.

Dans la première partie de ce mémoire nous nous sommes essentiellement intéressé à définir les différentes composantes de l'induction présentes dans l'entrefer dans le cas d'une alimentation non sinusoïdale de la machine en prenant en compte la denture. Nous y avons aussi précisé les relations qui liaient ces composantes d'induction aux forces radiales. Les formules permettant d'effectuer la transition entre ces forces et le bruit magnétique qu'elles génèrent ont été présentées en fin de cette première partie. Lors de l'établissement des diverses relations nous avons pu noter quelques propriétés particulières qui caractérisaient le fonctionnement de la machine lorsque, pour la définir, on ne retenait plus le modèle idéal couramment utilisé.

Les vérifications expérimentales, portant en grande partie sur les tensions et les courants, on fait l'objet de la deuxième partie de ce mémoire où nous avons supposé que la machine était alimentée par un système triphasé équilibré de tensions sinusoïdales. Nous avons pu mettre en évidence un phénomène, qui nous a semblé important, lié à ce que nous avons qualifié de RESONANCE DUE A LA DENTURE. Cette résonance se manifeste par l'apparition aux faibles glissements, donc dans la plage normale de fonctionnement de la machine, de tensions secondaires harmoniques d'amplitudes et de fréquences très élevées comparativement au fondamental correspondant. Les résultats satisfaisants obtenus suite à ces expérimentations ont permis de valider nos différentes relations. Nous avons alors exposé la procédure qui permettait de déterminer les différentes composantes d'une raie de bruit magnétique donnée. Il est apparu que celle-ci résultait d'une infinité de termes et que certaines composantes générées par des ondes d'induction à nombre de pôles relativement élevé pouvaient produire des effets non négligeables. La détermination quantitative de cette raie de bruit et la comparaison avec les valeurs issues de l'expérimentation a fait l'objet du dernier chapitre de cette seconde partie.

La troisième partie de ce mémoire a été consacrée à la réduction de certaines composantes de bruit magnétique générées par l'effet de denture. Après en avoir exposé le principe nous avons décrit le système utilisé, basé uniquement sur une autre définition des signaux appliqués à la machine, dans le cas d'un fonctionnement à vitesse variable de celle-ci obtenu par action sur les fréquences des signaux d'alimentation. Nous avons ensuite donné les résultats d'une campagne d'expérimentation portant principalement sur le bruit magnétique. Les résultats obtenus sont très significatifs et montrent qu'en agissant sur une raie de bruit donnée on n'altère pas le reste du spectre. Tous nos essais ont montré que le dispositif mis en oeuvre

réagissait correctement quelle que soit la fréquence d'alimentation du moteur ou, à fréquence donnée, sa vitesse de rotation. Nous avons également mis en évidence la possibilité d'agir sur d'autres composantes de bruit qu'elles soient d'origine mécanique ou aérodynamique.

Globalement nous pouvons considérer que les résultats obtenus sont très satisfaisants bien que toute l'étude porte sur un modèle simplifié d'encoche. Nous pouvons résumer ce travail simplement de la façon suivante:

- présentation d'un modèle mathématique de la machine asynchrone en vue de la détermination du bruit magnétique qu'elle génère,
- validation d'un principe de réduction de certaines composantes de bruit magnétique générées par la denture.

Cette description schématique nous permet de présenter les différentes orientations qui peuvent être données suite à cette étude :

- détermination quantitative de la puissance nécessaire pour compenser une raie de bruit magnétique,
- étude de l'impact de la procédure mise en oeuvre pour compenser les vibrations radiales sur les vibrations tangentielles,
- mise en oeuvre d'une procédure de régulation basée sur l'analyse des vibrations pour la réduction de certaines composantes du bruit magnétique,
- étude des possibilités d'implantation de la technique proposée sur les machines de très fortes puissances alimentées directement par le réseau,
- analyse des bruits et vibrations d'origine mécanique et aérodynamique et définition de lois de commande destinée à atténuer leurs effets.

Si les développements que l'on peut donner à ce travail, en ne considérant que la machine asynchrone, sont nombreux, ils se justifient par les contraintes de plus en plus sévères qui accompagnent la construction des machines, destinées à préserver l'environnement.

ANNEXE

BRUIT ET MESURES DE BRUIT

Le sujet qui nous été confié nous a amené à nous intéresser de plus près au domaine de l'acoustique et de la mécanique par le biais de l'étude des vibrations. Dans cette annexe, nous allons rappeler les notions essentielles qui nous ont permis de mener à bien notre étude et, surtout, les procédés de mesure de bruit et de vibrations pour les machines tournantes.

Nous préciserons aussi les précautions à prendre afin de procéder à des relevés expérimentaux significatifs.

I- GENERALITES SUR LE SON

Si l'on veut dénombrer tous les avantages du son et de son récepteur -l'oreille humaine-, on ne pourrait jamais y parvenir d'une manière exhaustive. Néanmoins, trop souvent dans notre société moderne, le son nous gêne et peut causer des dommages irréversibles à notre système auditif. Ces sons, qui nous sont désagréables ou indésirables, sont ainsi appelés bruits.

Ces dernières années, des progrès considérables ont été faits concernant les systèmes de mesure qui permettent de qualifier et de quantifier les sons, [A.1]. Nous avons utilisé ces systèmes pour mesurer et analyser le bruit émis par une machine asynchrone afin de réduire une de ses composantes électromagnétiques.

I-1 Définition

Le son peut être défini comme étant toute variation de pression (dans l'air, l'eau ou tout autre milieu) que l'oreille humaine peut détecter.

I-2 Caractéristiques

Le bruit représente la partie indésirable du son. Il est caractérisé par plusieurs paramètres .

* a) La fréquence

La fréquence d'un son définit son ton. La gamme de fréquences audibles par un être humain s'étend approximativement de 20 Hz à 20 KHz. (pour fixer les idées, la gamme d'un piano de la note la plus basse à la note la plus aiguë s'étend de 27.5 Hz à 4186 Hz).

Ces variations de pression correspondant aux divers sons telles qu'elles ont été définies précédemment, se propagent dans l'air de la source sonore à l'oreille. Connaissant la vitesse du son dans l'air, environ 340m/s à la température ambiante, et sa fréquence, on peut déterminer sa longueur d'onde λ :

$$\lambda = \text{Vitesse du son} / \text{Fréquence} \quad (\text{A.1})$$

La plupart des bruits que l'on rencontre dans l'industrie sont composés de plusieurs fréquences, ils sont appelés bruits larges bandes.

* b) Le niveau

C'est le paramètre qui nous renseigne sur l'amplitude des variations de pression. Le son le plus faible que l'oreille humaine peut détecter a une amplitude de 20 μ Pa. (Pa : Pascal).

Etant donnée la disparité entre les niveaux de pression acoustique perceptibles, la quantification du son nécessite l'emploi d'une échelle logarithmique graduée en dB en prenant comme niveau de référence $P_0=20\mu\text{Pa}$.

L'énergie contenue dans le niveau sonore est proportionnelle au carré de la valeur efficace de la pression sonore P . Ce niveau est défini par la quantité SPL (Sound Pressure Level) donnée par :

$$\text{SPL (dB)} = 10 \log \frac{P^2}{P_0^2} \quad (\text{A.2})$$

P : valeur efficace de la pression sonore

Le diagramme de la figure (A.1) permet de situer les différents sons suivant leurs niveaux de pression sonore en fonction de leurs fréquences. Les niveaux extrêmes (courbes limites) suivant le mode de génération de ces sons (parole, musique) ainsi que les limites de ce que peut percevoir l'oreille humaine sont également précisées.

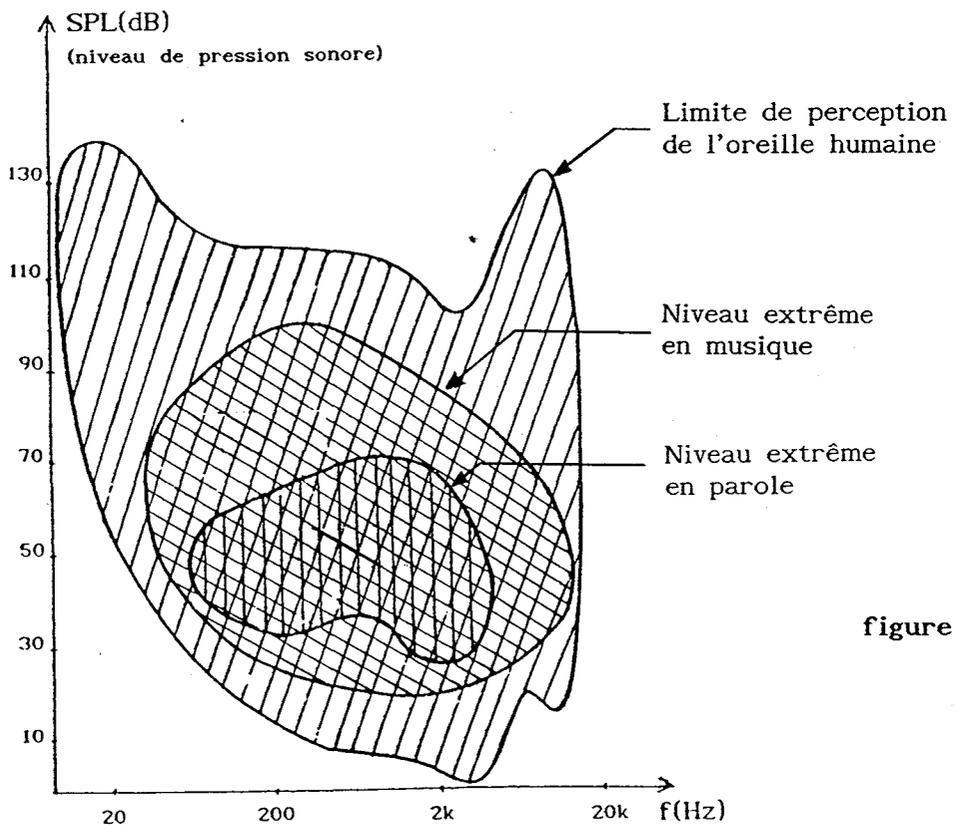


figure A.1

Ce diagramme montre que l'oreille n'a pas la même sensibilité à toutes les fréquences, elle est plus sensible aux faibles niveaux pour des sons de fréquences comprises entre 2 et 5KHz.

* c) Puissance acoustique

Un microphone permet de mesurer les variations de pression acoustique ainsi que leurs niveaux (en dB). Ces variations de pression agissent sur son diaphragme de la même manière que sur le tympan pour être perçues comme des sons. Le niveau de pression est donc bien la grandeur la plus importante à mesurer. Or ce qui caractérise le plus une source de bruit, indépendamment de son environnement (local dans lequel elle se trouve, présence d'autres sources de bruit, présence d'obstacles dans le champ sonore...ect), c'est sa puissance acoustique.

Pour mieux comprendre à quoi correspond la puissance acoustique, il suffit de procéder par analogie en considérant les effets calorimétriques d'un radiateur. En effet, pour la même puissance électrique, un radiateur émet la même puissance calorifique mais la température de la pièce dépend non seulement de la chaleur émise par le radiateur mais aussi de la pièce elle-même, de la présence ou non d'autres sources de chaleur, de l'isolation...ect. Il en est exactement de même pour une source de bruit où la puissance acoustique (puissance électrique) est la cause tandis que les variations de pression constituent l'effet (variation de température) qui dépend, comme nous l'avons précisé, d'autres paramètres.

Ainsi, l'expression du niveau de puissance acoustique L_w , [A.3], est donnée par :

$$L_w = 10 \log \left(\frac{W}{W_0} \right) \quad (A.3)$$

où : W : valeur moyenne de la puissance acoustique émise en Watt
et W_0 : valeur de référence de la puissance acoustique = 1pW (10^{-12} W)

* d) Intensité acoustique

L'intensité acoustique décrit le flux d'énergie acoustique, à un instant donné, en un point précis, par unité de surface [A.4]. L'unité de l'intensité acoustique est donc le Watt/m².

L'intensité acoustique est une grandeur vectorielle. Elle est caractérisée par son amplitude et par sa direction car les flux d'énergie se propagent dans certaines directions et non dans d'autres.

L'expression de l'intensité acoustique d'une onde sonore suivant une direction est donnée par :

$$I = \frac{P^2}{\rho c} \quad (\text{A.4})$$

où P : valeur efficace de la pression acoustique

ρ : densité du milieu en Kg/m³

c : vitesse du son dans le milieu en m/s

pour l'air, on a : $\rho c_{\text{air}} = 415 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$

On peut alors définir un niveau d'intensité acoustique en utilisant l'expression suivante :

$$LI = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \quad (\text{A.5})$$

avec : $I_0 = 1 \text{ pW/m}^2$ (valeur de référence)

L'intensité acoustique permet d'apprécier le caractère bruyant d'une source indépendamment de son environnement. Cela permet, en outre, d'effectuer des mesures de bruit in situ des machines industrielles sans avoir à les mettre dans un local respectant toutes les contraintes lourdes qui s'imposent pour mesurer les niveaux de pressions acoustiques (chambre sourde, champ libre...ect).

Pour mieux illustrer le phénomène de sensibilité de l'oreille aux fréquences comprises entre 2kHz et 5kHz, nous avons représenté à la figure A.2 une famille de courbes d'égale intensité acoustique [A.2]. Ces courbes indiquent le niveau de pression acoustique nécessaire à chaque fréquence pour obtenir la même intensité acoustique apparente.

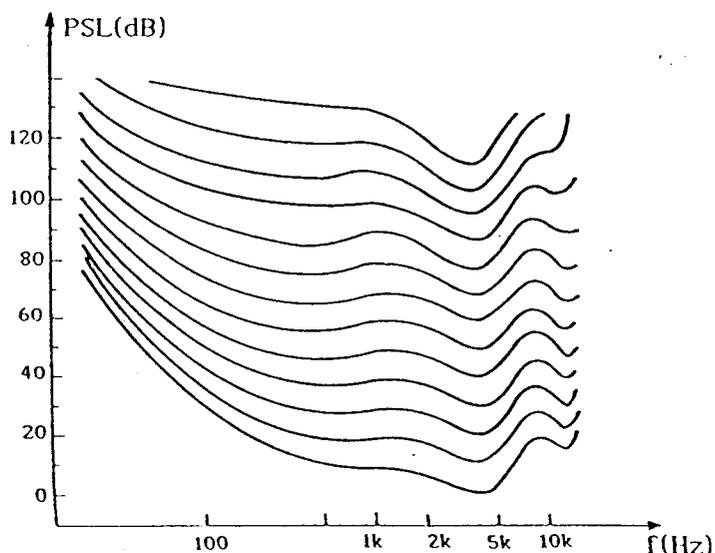


figure A.2

* e) La durée

Le temps pendant lequel dure un son est un paramètre important pour évaluer sa force. Des sons de courtes durées sont appelés : impulsions sonores (coup de marteau, machine à écrire...etc). La perception des sons qui durent moins de 70ms diminue par rapport à celle des sons de longue durée ayant le même niveau.

II- MESURES ACOUSTIQUES

II-1 Pression acoustique

L'appareil qui sert à mesurer le son est un SONOMETRE. Il est composé d'un microphone, d'une unité de traitement et d'un affichage.

Le microphone convertit le signal sonore en un signal électrique équivalent. Ce dernier est de faible amplitude d'où la nécessité de l'amplifier avant son traitement.

Les unités de traitement du signal électrique recueilli diffèrent suivant les normes adoptées et aussi suivant la précision que l'on désire obtenir sur la gamme de fréquences explorée.

Ainsi, les constructeurs de ces appareils sophistiqués, font transiter le signal par des réseaux de pondérations normalisés qui diffèrent par leurs réponses en fréquences : (figure A.3).

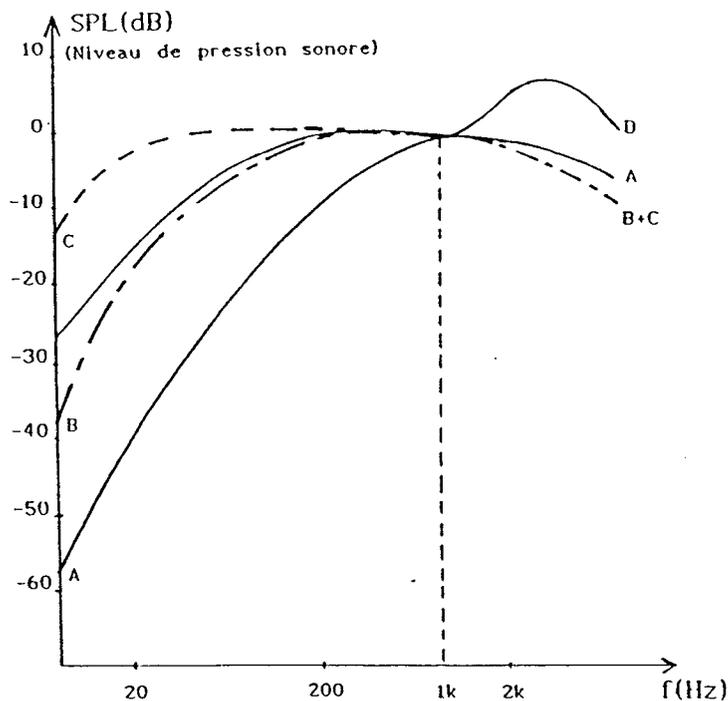


figure A.3

En plus de ces réseaux de pondération internationalement reconnus, les sonomètres ont généralement un réseau linéaire qui ne pondère pas le signal mais lui permet de ne pas être modifié c'est à dire conserver le même gain à toutes les fréquences.

Actuellement la pondération "A" est de loin la plus utilisée car elle présente la même variation de sensibilité en fonction de la fréquence que l'oreille humaine. Les pondérations "B" et "C" sont utilisées pour des mesures effectuées respectivement à des niveaux de pression acoustique moyens et forts. La pondération "D" concerne les mesures de bruit pour les avions.

Sur la figure (A.4), nous avons représenté le synoptique d'un sonomètre afin de montrer sa structure interne.



SYNOPTIQUE D'UN SONOMETRE

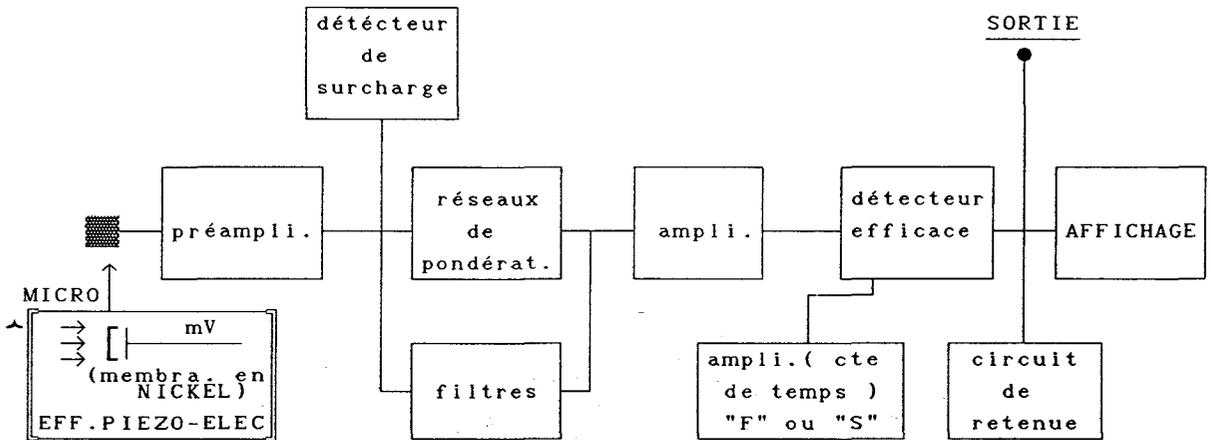


figure A.4

Les caractéristiques de réponse "F" (FAST) et "S" (SLOW) sont utilisées respectivement pour mesurer les bruits lents (constante de temps $\cong 1s$) et des bruits rapides (constante de temps $\cong 125ms$) afin d'avoir une meilleure précision. La réponse énergétique à un signal est donnée à la figure (A.5).

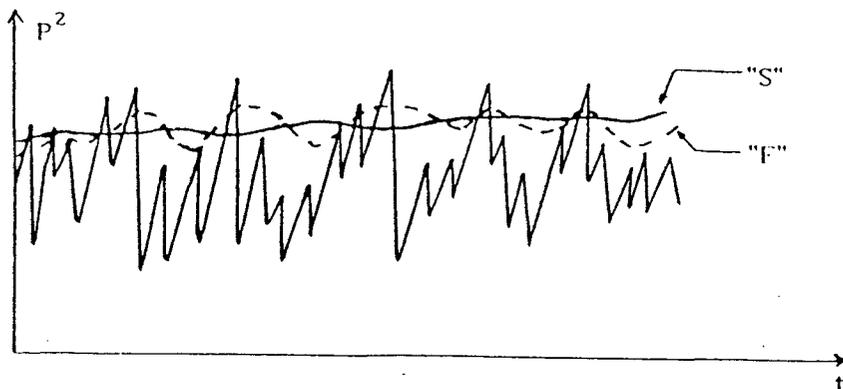


figure A.5

Il existe aussi la caractéristique normalisée "I" (IMPULSE) de constante de temps suffisamment courte ($\approx 35\text{ms}$) qui permet de détecter un bruit transitoire comme l'indique la figure (1.6) où l'on représente la loi d'évolution en fonction du temps de la pression sonore.

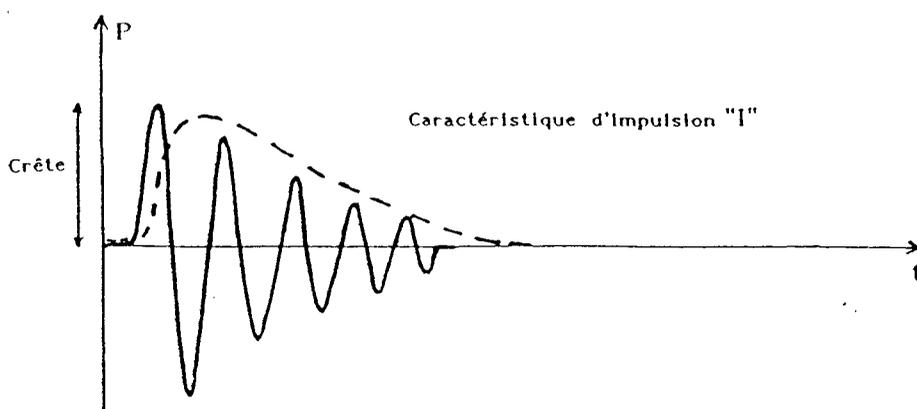


figure A.6

Lorsque l'on veut examiner en détail un bruit, une analyse en fréquence du signal capté par un sonomètre est nécessaire. Pour cela la gamme de fréquences de 20Hz à 20KHz est divisée en bandes d'octaves (ou 1/3 d'octaves pour plus de précision) au moyen de filtres qui rejettent tout signal dont la fréquence est en dehors de la bande choisie. (L'analyseur dont nous disposons au Laboratoire nous permet de considérer des bandes de 1/48^{ème} d'octaves).

Remarque

Un octave correspond à une bande de fréquences dont la plus haute fréquence est égale à deux fois la plus basse. (Exemple : la bande octave centrée sur 1KHz, compte tenu du fait que l'échelle est logarithmique, a pour valeurs extrêmes 707 et 1414Hz).

Après cette décomposition, on obtient des spectres dont la forme est donnée à la figure A.7.

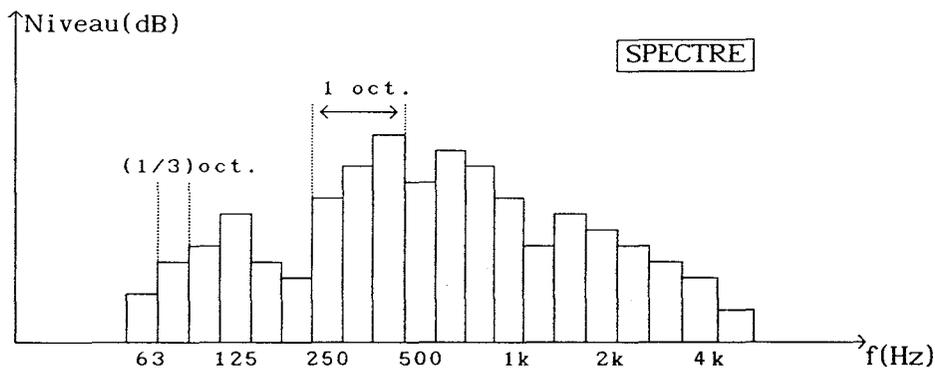


figure A.7

II-2 Intensité acoustique

La mesure de l'intensité acoustique s'effectue à l'aide d'une sonde spéciale constituée de deux microphones montés face à face et séparés d'une distance soigneusement calculée.

Quant une particule d'air est déplacée de sa position d'équilibre, il se produit une hausse temporaire de pression qui agit de deux manières : elle replace la particule à sa position de départ et transmet la perturbation à la particule suivante. Deux paramètres sont importants lors de ce phénomène : la pression et la vitesse des particules d'air qui oscillent autour d'une position fixe. On montre simplement que l'intensité acoustique n'est autre que le produit de ces deux paramètres.

En reprenant l'expression de l'intensité acoustique définie précédemment, on a :

$$I = \frac{\text{Puissance}}{\text{Surface}} = \frac{\text{Energie}}{\text{Surface} * \text{Temps}} = \frac{\text{Force} * \text{Distance}}{\text{Surface} * \text{Temps}} = \text{Pression} * \text{Vitesse} \quad (\text{A.6})$$

Pour mesurer la vitesse particulière, on utilise une sonde constituée de deux microphones proches l'un de l'autre, montés face à face et séparés par un bloc d'espacement. Ce dispositif permet de mesurer le gradient de la pression, directement lié à la vitesse par la formule d'Euler :

$$v = -\frac{1}{\rho} \int \frac{\partial P}{\partial r} dt \quad (\text{A.7})$$

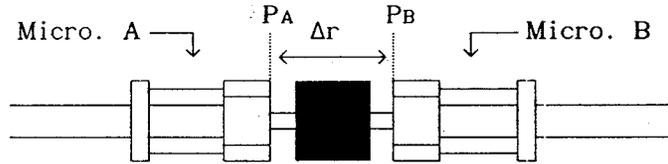


figure A.8

Compte tenu de la faible distance qui sépare les deux microphones, le gradient de pression est supposé linéaire dans zone comprise entre les deux microphones. Il est donc donné par :

$$\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{P_B - P_A}{\Delta r} \quad (\text{A.8})$$

P_A et P_B étant les pressions acoustiques relevées respectivement par le microphone A et le microphone B.

Ainsi, la relation (7) devient :

$$v = -\frac{1}{\rho} \int \frac{P_B - P_A}{\Delta r} dt \quad (\text{A.9})$$

La pression est déterminée au centre acoustique de la sonde en calculant la pression moyenne des deux microphones donnée par :

$$P = \frac{P_B + P_A}{2} \quad (\text{A.10})$$

La pression est en suite multipliée par la vitesse des particules, le résultat est intégré dans le temps pour obtenir l'intensité acoustique. Son expression devient donc :

$$I = \frac{P_B + P_A}{2\rho\Delta r} \int (P_B - P_A)dt \quad (\text{A.11})$$

Un système d'analyse d'intensité acoustique consiste en une sonde et un analyseur. La sonde mesure simplement la pression sur les deux microphones. L'analyseur effectue l'intégration et les calculs nécessaires pour trouver l'intensité acoustique.

III- ENERGIE ACOUSTIQUE

L'énergie acoustique contenue dans un signal sonore dépend non seulement de son niveau mais aussi de la durée pendant laquelle on y est exposé.

Lorsque le niveau varie, on détermine un niveau acoustique continu équivalent, appelé L_{eq} , qui a le même contenu énergétique et donc le même potentiel de nocivité auditive que le niveau acoustique fluctuant correspondant (figure A.9).

Un autre paramètre important et bien connu par les acousticiens est le niveau d'exposition acoustique (ou SEL) qui est défini comme étant un niveau constant pendant $1s$, ayant la même quantité d'énergie que le son original (figure A.9).

N.B. Ces paramètres peuvent être lus directement sur l'appareil que nous avons utilisé au Laboratoire.

Le SEL sert généralement à comparer les niveaux acoustiques de différentes sources sonores.

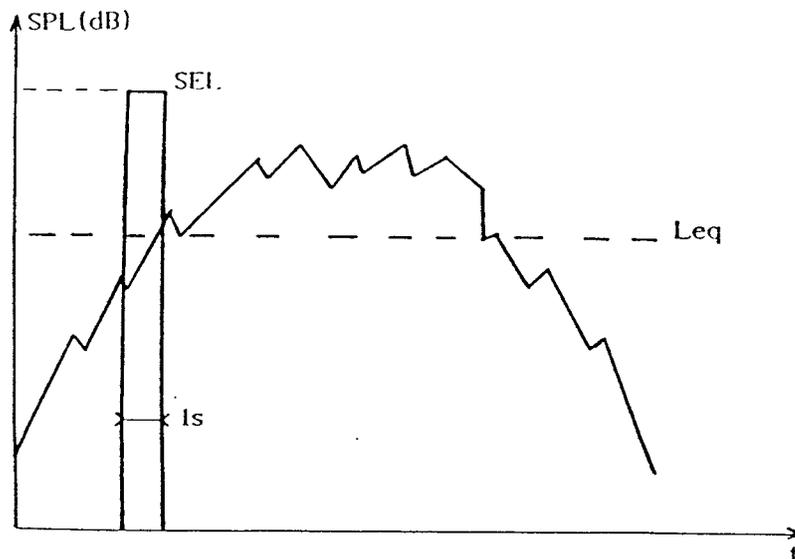


figure A.9

IV- ENVIRONNEMENT DE LA SOURCE DE BRUIT

IV-1 Propagation du son

La propagation du son dans l'air est analogue à celle des ondes à la surface de l'eau. En effet celles-ci se propagent uniformément dans toutes les directions et chaque composante présente la même amplitude suivant un contour circulaire autour de la source. Ces amplitudes décroissent avec leur éloignement par rapport à la source. Dans l'air, quand la distance double, l'amplitude diminue de moitié et ceci bien entendu en l'absence de tout objet réfléchissant ou absorbant dans le champ sonore. Ces conditions idéales, dans lesquelles on cherchera toujours à se mettre pour effectuer les mesures, sont appelées conditions de champ libre.

La présence d'un objet dans le champ sonore fait qu'une partie du son est réfléchi, une partie absorbée et le reste est transmis au travers de l'obstacle (figure A.10). La proportion de chacune de ces parties dépend des caractéristiques de l'objet, de sa taille, et de la longueur d'onde du son. C'est la raison pour laquelle l'isolation acoustique aux basses fréquences (c.à.d. longueurs d'ondes élevées) est difficile à réaliser.

Le problème inverse se pose également lorsqu'il s'agit de faire des mesures acoustiques précises pour des sons de hautes fréquences car de petits objets de tailles à peine supérieures aux longueurs d'ondes de ces sons perturbent le champ sonore.

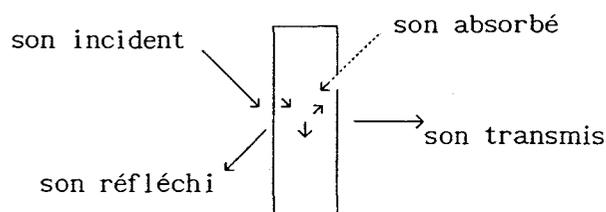


figure A.10

IV.2. Chambres ordinaires

Afin d'effectuer des mesures correctes et connaissant le mode de propagation du son rappelé précédemment, l'environnement de la source sonore est décomposé en trois parties, (figure A.11) :

* a) Champ proche

Il n'est nullement conseillé d'effectuer des mesures dans le champ proche en raison de la grande disparité des niveaux de pression d'un point à un autre à cet endroit. La limite de ce champ est atteinte lorsque la distance qui sépare le point de mesure de la source est égale à la longueur d'onde de la plus basse fréquence émise ou alors, à deux fois la plus grande dimension de la machine.

* b) Champ libre

C'est la partie de l'espace environnant à la machine dans laquelle on essaiera toujours de faire des mesures car c'est là où les conditions idéales sont à peu près atteintes et où le champ sonore est le moins perturbé (figure A.9).

* c) Champ réverbérant

C'est un champ trop perturbé par les réflexions sur les parois du local où se trouve la machine. Ces ondes réfléchies viennent se combiner avec les ondes incidentes pour s'y opposer ou bien les accentuer et ainsi fausser les mesures. Néanmoins, il existe des normes qui définissent des coefficients correcteurs dans le cas où le local dans lequel se trouve la machine ne présente pas de champ libre.

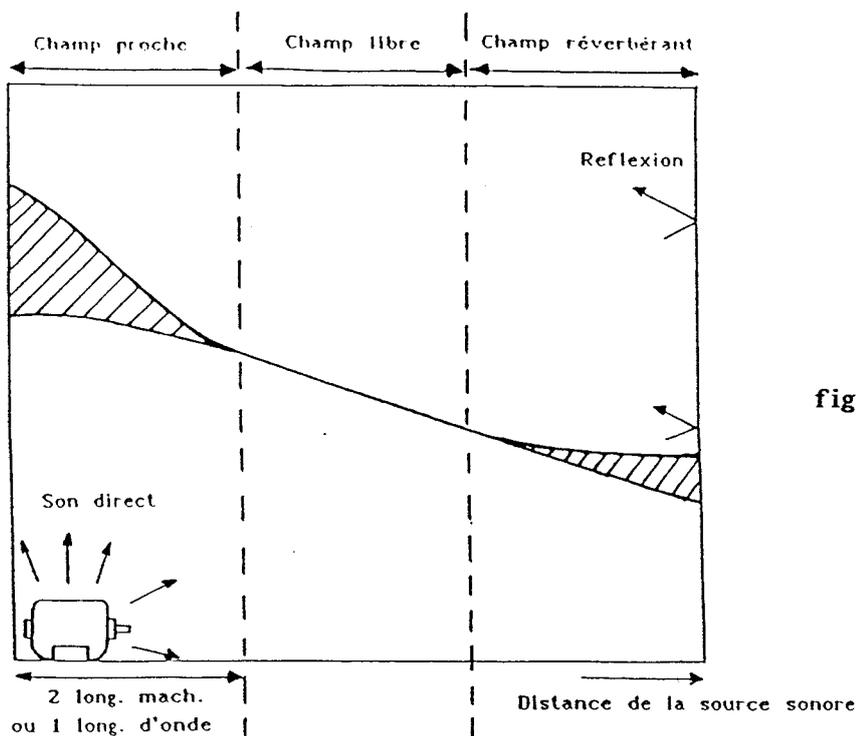


figure A.11

Sur la figure A.11, les zones hachurées représentent les parties de l'espace, environnant la machine, les plus affectées par les réflexions des sons incidents sur les parois.

IV.3. Chambres anéchoïques

Dans le souci de se mettre dans les meilleures conditions de mesures acoustiques, on met la machine dans une chambre anéchoïque dont toutes les parois ainsi que le plafond et le sol sont doublés d'un matériau hautement absorbant pour éliminer toute réflexion et ainsi n'affecter d'aucune erreur les niveaux de pression acoustique autour de la machine. Lorsque l'isolation du sol ne peut être effectuée pour une chambre équipée de matériaux absorbant sur toutes les autres parois, elle est dite semi-anéchoïque.

Nous nous sommes limités à ne présenter, d'une manière générale, que les notions essentielles concernant le bruit ainsi que les dispositions à prendre pour le mesurer. Nous tenons à préciser qu'il existe des normes détaillées, [5], qui traitent chacun des cas particuliers que l'on pourrait rencontrer lors de l'évaluation d'un niveau acoustique (exemple : vent, humidité, température, variation de pression ambiante, vibrations, champs magnétiques...).

Dans ces normes, on trouve aussi la dose de bruit à ne pas dépasser pendant un temps donné. Cette quantité est surtout précisée dans la législation afin de protéger les travailleurs.

BIBLIOGRAPHIE

- [A.1] Brüel & Kjaer : Mesures acoustiques (stage de formation).
- [A.2] S.J. YANG, A.J. ELLISON "Machinery noise measurement" Oxford Science Publications 1985.
- [A.3] Brüel & Kjaer : Intensité acoustique (stage de formation).
- [A.4] P.L. TIMAR, A. FAZEKAS, J. KISS, A. MIKLOS, S.J. YANG "Noise and vibration of electrical machines" Elsevier Amsterdam, Oxford, New York, Tokyo 1989.
- [A.5] Norme internationale ISO 3744 édition 1981

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.HINDMARSH
"ELECTRICAL MACHINES AND THEIR APPLICATIONS (2ème édition)". Pergamon Press, 1970.
- [2] G. SEGUIER, F. NOTELET
"ELECTROTHERNIQUE INDUSTRIELLE". Technique et Documentation édit., Paris, 1977.
- [3] P.K. KOVACS
"TRANSIENT PHENOMENA IN ELECTRICAL MACHINES". Akademia Kiado, Budapest, 1984.
- [4] J. LESENNE, F. NOTELET, G. SEGUIER
"INTRODUCTION A L'ELECTROTHERNIQUE APPROFONDIE". Technique et Documentation édit., Paris, 1981.
- [5] P.L. ALGER
"THE NATURE OF INDUCTION MACHINES (2ème édition)". Gordon and Breach publishers, New York, London, Paris, 1970.
- [6] J.F. BRUDNY, P. BOULET, F. NOTELET
"Influence of the slot effect on the asynchronous machine torque". IMACS-IEEE Symp. on Modelling and Simulation of Electrical Machines, Converters and Power Systems, Quebec, Canada, 1987, pp 149-156.
- [7] F. NOTELET
"Régimes transitoires des courants et du couple du moteur asynchrone triphasé". Thèse de Doctorat ès Sciences Physiques, Lille, N°327, 1975.
- [8] A.J. ELLISON, C.J. MOORE
"Acoustic noise and vibration of rotating electric machines" Proc. IEE, Nov. 1968, Vol. 115, N°11, pp 1633-1640.
- [9] H. JORDAN
"Die entwicklung auf dem gebiet der gerausch und vibrationen von asynchron-maschinen". Acta tech., C.S.A.V. Ceskol, 165, t. 10, N° 6, pp 623-650.

- [10] P.L. TIMAR, A. FAZEKAS, J. KISS, A. MIKLOS, S.J. YANG
"NOISE AND VIBRATION OF ELECTRICAL MACHINES". Elsevier Amsterdam,
Oxford, New York, Tokyo 1989.
- [11] P. FRANCOIS
"La machine électrique, source de bruit" Techniques de l'ingénieur,
D 565, pp 1-19.
- [12] P. BARON
"La mesure et l'analyse des bruits. Application au cas des machines
électriques". SFE, 7ème série, t.VI, Février 1956, pp 143-163.
- [13] J. MATTEI
"La construction des machines et les problèmes de bruit". SFE, 2ème
série, t.IV, Sept. 1963, pp 523-540.
- [14] J. DELCAMBRE, P. FRANCOIS, B. JOST
"Bruit des matériels électriques" Techniques de l'ingénieur, D. 566.1,
pp 1-6, D. 566.6 pp 1-6.
- [15] Normes internationale ISO 3744 édition 1981.
- [16] P.L. ALGER
"The magnetic noise of polyphase induction motors". Trans. Amer. IEEE,
1954, Pt. III A, N° 73, pp 118-125.
- [17] J.F. HARRIS
"The measurement of greas noise in electric motor grade ball bearings".
IEEE Trans. on Ind. Appl., USA, I A -12, N° 4, Juillet-Aout 1976,
pp 37-44.
- [18] P. FRANCOIS
"Les gros moteurs asynchrones à haute tension, 2ème partie : Le bruit".
SFE, Avril 1968, pp 377-391.
- [19] G. KRON
"Induction motor slot combinations : Rules to predetermine Crawlin,
Vibration, Noise and Hooks in the speed torque curves". Trans. Amer.
IEEE, Vol. 50, 1931, pp 757-768.
- [20] H. JORDAN
"Bau geräuscharmer Electromotoren". Industrieanzeiger, 1950, N° 10/11,
pp 5-7.

- [21] P.J. TSIVITSE, P.R. WEISHMANN
 "Polyphase induction motor noise". IEEE Trans. Indus. Appl. USA, 1971, t. 7, N° 3, pp 339-358.
- [22] P.L. ALGER, E.ERDELYJ
 "Calculation of the magnetic noise of polyphase induction motors". J. Acoust. Soc. Amer., 1956, Vol. 28, pp 1063-1067.
- [23] J.L. COULOMB, J.C. SABBONADIÈRE
 "CAO EN ELECTROTECHNIQUE". Hermes publishing, 1985.
- [24] JUKKA, JÄRVINEN
 "Calculation of air gap pressure spectrum by finite element method for noise analysis of electrical machines" pp 112-117.
- [25] B. LEMAIRE-SEMAIL, P. BROCHET, C. ROMBAUT
 "Asynchronous machine electromagnetic noise analysis using finite element method for determination of torque harmonics". ICEM 92 Manchester, ANGLETERRE, Septembre 1992, pp 1005-1009.
- [26] J.R. BRAUER
 "Magnetic noise of induction motors". IEEE Trans Power. Appar. Syst. USA, 1976, t. 95, N° 1, pp 66-75.
- [27] J. HICKIEWICZ, M. LUKANISZYN, S. SZYMANIEC, P. WACH
 "On reducing the vibration and noise level of induction machines". ICEM 88, pp 25-29.
- [28] F. GIESSLER, Ph.K. SÄTTLER
 "Magnetic noise of induction machines by inverter supply". ICEM 88, pp 611-616.
- [29] G. SEGUIER
 "LES CONVERTISSEURS DE L'ELECTRONIQUE DE PUISSANCE, t.3: LA CONVERSION CONTINU - ALTERNATIF". Technique et Documentation édition 1989.
- [30] T. NISHIMURA, M. NAKAOKA, T. MARUHASHI
 "Reduction of vibration and acoustic noise in induction motor driven by three phase PWM AC chopper using static induction transistors". IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 4, N° 3, Juillet 1989, pp 313-318.

- [31] J.VAATZ, J.M. KAUFFMANN
"Influence de l'alimentation sur le moteur asynchrone". CONUMEL 80, Colloque International sur la commande et la régulation numérique des machines électriques, Lyon, Avril 1980, pp IV.26-IV37.
- [32] J.G. HABETLER, O.M. DIVAN
"Acoustic noise reduction in sinusoidal PWM drives using a randomly modulated carrier". IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 6, N° 3, Juillet 1991, pp 356-363.
- [33] M. HOMBU, A. UEDA et autres
"Magnetic noise reduction technique for an AC motor driven by a PWM inverter". IEEE Trans on Power Electronics, Vol. 6, N° 6, Juillet 1991, pp 470-475.
- [34] D. ROGER
"La machine asynchrone double étoile, régimes transitoires, alimentation à fréquence variable". Thèse de Doctorat de l'Université, N° 1055, Lille, Janvier 1993.
- [35] J.F. BRUDNY
"Etude quantitative des harmoniques de couple du moteur asynchrone triphasé d'induction". Thèse d'Habilitation, Lille, Octobre 1991.
- [36] J.F. BRUDNY, D. BELKHAYAT, Ph. DELARUE, J. BONAL
"New PWM inverter control reducing induction machine magnetic noise due to the supply and the slotting". ICEM 92 Manchester, ANGLETERRE, Septembre 1992, pp 883-887.
- [37] HAMDAN
"Réactance limitant les courants de circulation des machines synchrones multipolaires à rotor décentré". Thèse de Doctorat de l'Université, N° 370, Lille, Juillet 1985.
- [38] J.L. KOTNY, F. NOTELET
"Calcul de la réactance de fuites des machines synchrones à pôles saillants et à induit simple et double étoile". Rapport interne, U.S.T.L., J.S.I., I.R.T., 1989.
- [39] R.E. DOHERTY, C.A. NICKLE.
"Synchronous machine" AIEE Trans., 1926, Vol. 45, pp 912-947.

- [40] W. LEONHARD
 "CONTROL OF ELECTRICAL DRIVES (2^{ème} édition)". Electric. Energy Systems and Engineering Series, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo, Hong Kong, 1990.
- [41] K.J. BINNS, P.J. LAWRENSON
 "ANALYSIS AND COMPUTATION OF ELECTRIC AND MAGNETIC FIELD PROBLEMS (2^{ème} édition)". Pergamon, Press, Oxford, 1973.
- [42] J.F. BRUDNY, F. NOTELET
 "Influence of the slot opening on the asynchronous machine inductance coefficients". 12th IMACS world congress on scientific computation Paris, FRANCE, Juillet 1988, vol.3, pp 74-77.
- [43] Th. LEHMANN
 "Sur la réluctance des machines à encoches ouvertes dans le stator et le rotor". R.G.E., Février 1923, t.13, N° 5, pp 165-173.
- [44] D. BELKHAYAT, J.F. BRUDNY, Ph. DELARUE
 "Fictitious slot model for more precise determination of asynchronous machine torque harmonics". IMACS MTCS 91, Lille, FRANCE, 7-10 Mai 1991, pp 230-235.
- [45] Y. GUEGAN
 "Les harmoniques de couple du moteur asynchrone polyphasé". Thèse de Docteur Ingénieur, Lille, N° 120, Oct. 1971.
- [46] J.F. BRUDNY, Ph. DELARUE, L. PRUVOST, J.J. FRANCHAUD
 "New static speed sensing scheme for induction machine". SPEEDAM 1992, Positano, ITALIE, pp 235-240.
- [47] P.L. TIMAR
 "Noise test on rotating electrical motors under load". Electric Machines and Power Systems, Hemisphere Publishing Corporation, 1992, pp 339-353.
- [48] S.J. YANG, A.J. ELLISON
 "Machinery noise measurement". Oxford Science Publications, édition 1985.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

1ère PARTIE	BRUIT MAGNETIQUE : ETUDE THEORIQUE	7
--------------------	---	----------

<u>CHAPITRE I</u> : GENERALITES SUR LES BRUITS ET VIBRATIONS DES MACHINES ELECTRIQUES	9
<i>I- PHENOMENES GENERAUX</i>	9
<i>II- BRUITS ET VIBRATIONS DES MACHINES TOURNANTES</i>	10
<i>III- ORIGINES DES BRUITS ET VIBRATIONS DES MACHINES ASYNCHRONES</i>	12
<i>IV- MESURE DU BRUIT</i>	13
<i>V- BRUIT D'ORIGINE MAGNETIQUE DE LA MACHINE ASYNCHRONE</i>	13
<u>CHAPITRE II</u> : FORCES ELECTRIQUES A L'ORIGINE DU BRUIT ET DES VIBRATIONS	15
<i>I- CLASSIFICATION DES FORCES</i>	15
<i>II- COMPOSANTES DU VECTEUR INDUCTION</i>	16
<i>II-1 Expressions analytiques de ces composantes</i>	16
<i>II-2 Composante tangentielle de l'induction</i>	20
<i>II-3 Composante radiale et perméance d'entrefer</i>	21
<i>III- EXPRESSIONS ANALYTIQUES DE FORCES</i>	22
<i>III-1 Composante tangentielle</i>	22
<i>III-2 Forces de Maxwell</i>	23
<i>III-2-1 Expression générale</i>	23
<i>III-2-2 Analyse spectrale</i>	25
<i>IV- ETUDE COMPARATIVE DES FORCES</i>	25
<u>CHAPITRE III</u> : GRANDEURS CARACTERISTIQUES DE L'ENTREFER	26
<i>I- PERMEANCE D'ENTREFER</i>	26
<i>I-1 Notations utilisées</i>	27

I-2	Expression analytique de la perméance par unité d'angle	28
I-3	Autre formulation	31
I-4	Utilisation d'un modèle fictif d'encoche	31
II-	FORCES MAGNETOMOTRICES	32
II-1	Force magnétomotrice créée par une section	32
II-2	Force magnétomotrice créée par une phase	33
II-3	F.m.m. créée par une armature dans le cas de courants absorbés sinusoïdaux	34
II-3-1	F.m.m. primaire	34
II-3-2	F.m.m. secondaire	36
II-3-3	Champs résultants	37
II-4	F.m.m. créée par une armature dans le cas de courants absorbés non sinusoïdaux	38
II-4-1	Armature primaire	38
II-4-1-1	Cas où n^s est entier	39
II-4-1-2	Cas où n^s est fractionnaire	41
II-4-1-3	Expression générale de la f.m.m. primaire	43
II-4-2	Armature secondaire	44
II-4-2-1	Cas où n^r est entier	45
II-4-2-1-1	Vitesses relatives	45
II-4-2-1-2	Expressions analytiques	46
II-4-2-2	Cas où n^r est fractionnaire	47
II-4-2-3	Expression générale de la f.m.m. secondaire	48
CHAPITRE IV :	CONTENU HARMONIQUE DE L'INDUCTION	50
I-	PRINCIPE DE LA DETERMINATION DU CONTENU HARMONIQUE	50
II-	COMPOSANTES DE L'INDUCTION GENEREES PAR LE STATOR	55
II-1	Expressions analytiques	55
II-2	Regroupement des composantes	57
II-2-1	Composantes dont la vitesse est indépendante de g	57
II-2-2	Composantes dont la vitesse est fonction de g	61
II-2-3	Influence de la vitesse	65
III-	F.E.M. SECONDAIRES	66
III-1	Expression générale des f.e.m.	66
III-2	Contenu harmonique	69
III-2-1	Composantes de l'induction indépendantes de g	69
III-2-2	Composantes de l'induction fonction de g	70
III-3	Regroupement des composantes	71
IV-	COURANTS SECONDAIRES	72

<i>V- COMPOSANTES DE L'INDUCTION ENGENDREES PAR LE ROTOR</i>	72
<i>V-1 Expressions analytiques</i>	72
<i>V-2 Caractéristiques</i>	75
<i>V-3 Regroupement des composantes</i>	77
<i>V-3-1 Composantes indépendantes de la denture statorique</i>	77
<i>V-3-2 Composantes fonction de la denture statorique</i>	79
<i>V-3-3 Prise en compte des systèmes harmoniques d'ordres différents</i>	81
<i>VI- CLASSIFICATION DES COMPOSANTES D'INDUCTION DANS L'ENTREFER</i>	83
<i>VI-1 Expressions des diverses composantes</i>	83
<i>VI-2 Composantes à l'origine du phénomène de réaction d'induit</i>	84
<i>VII- CONTENU HARMONIQUE DES COURANTS PRIMAIRES</i>	86
<i>VII-1 Expression générale des f.e.m. primaires</i>	86
<i>VII-2 Contenu harmonique des f.e.m.</i>	86
<i>VII-3 Courants harmoniques primaires</i>	87
<u>CHAPITRE V : BRUIT MAGNETIQUE</u>	89
<i>I- FORCES RADIALES</i>	89
<i>II- BRUIT MAGNETIQUE</i>	90
<i>II-1 Déformation radiale</i>	91
<i>II-2 Ondes sonores</i>	93
<i>II-3 Intensité sonore</i>	95
<i>II-4 Formules du bruit</i>	96
<i>II-5 Exemple</i>	97
<i>III- FREQUENCES DE RESONANCE</i>	98

2ème PARTIE	BRUIT MAGNETIQUE : ETUDE EXPERIMENTALE	100
--------------------	---	------------

<u>CHAPITRE I : EFFETS GENERES PAR LE STATOR</u>	102
<i>I- PRESENTATION DE LA MACHINE</i>	102
<i>I-1 Caractéristiques électriques</i>	102
<i>I-2 Circuit magnétique</i>	102
<i>II- DISPOSITIFS DE MESURE</i>	105
<i>III- COMPOSANTES DE L'INDUCTION GENEREES PAR LE STATOR</i>	106
<i>III-1 f.m.m. primaire</i>	106
<i>III-2 Composantes de l'induction indépendantes de la vitesse</i>	107
<i>III-2-1 Expressions analytiques</i>	107

III-2-2 Application numérique	110
III-2-2-1 Fondamental	111
III-2-2-2 Harmoniques	112
III-3 Composantes de l'induction dépendantes de la vitesse	116
III-3-1 Expressions analytique	116
III-3-2 Applications numériques	118
III-4 Rotor à l'arrêt	125
III-4-1 Fondamental	125
III-4-2 Champs tournants harmoniques	126
IV F.E.M SECONDAIRES	130
IV-1 Simplification des expressions générales	130
IV-1-1 Composantes de l'induction indépendantes de g	130
IV-1-2 Composantes de l'induction dépendantes de g	131
IV-2 Applications numériques	132
IV-2-1 Composantes fondamentales ($h^S=1$)	132
IV-2-2 Harmoniques	133
IV-2-3 Récapitulation des résultats	139
IV-2-4 Expressions des f.e.m résultantes	141
IV-3 Relevés expérimentaux	143
IV-4 Comparaison des résultats	143
IV-4-1 Détermination des composantes de l'induction	143
IV-4-2 Prédétermination des f.e.m rotoriques	148
IV-4-3 Influence de la vitesses de rotation sur les f.e.m rotoriques	151
V COURANTS SECONDAIRES	154
V-1 Réactance de fuites secondaire	154
V-2 Valeurs relatives des courants aux faibles glissements	158
CHAPITRE II EFFETS GENERES PAR LE ROTOR	160
I COMPOSANTES DE L'INDUCTION GENEREE PAR LE ROTOR	160
I-1 Forces magnétomotrices secondaires	160
I-2 Composantes de l'induction générées par le rotor indépendantes de la denture statorique	161
I-2-1 Expressions analytiques des différentes composantes	161
I-2-2 Applications numériques	163
I-2-2-1 Composantes fondamentales partielles	163
I-2-2-2 Harmoniques	165
I-3 Composantes de l'induction générées par le rotor dépendantes de la denture statorique	168

<i>I-4 Composantes de l'induction dépendantes de la vitesse</i>	175
<i>I-4-1 Onde d'induction fondamentale</i>	175
<i>I-4-2 Champs tournants harmoniques</i>	177
<i>I-5 Composantes de l'induction fonction de la vitesse</i>	181
II COMPOSANTES A L'ORIGINE DES COURANTS HARMONIQUES PRIMAIRES	183
<i>II-1 composantes de l'induction indépendantes de la vitesse</i>	184
<i>II-2 Champs tournants harmoniques fonction de la vitesse</i>	184
<i>II-2-1 Composantes générées par le stator</i>	184
<i>II-2-2 Composantes générées par le rotor</i>	185
<i>II-2-2-1 Composantes indépendantes de la denture statorique</i>	185
<i>II-2-2-2 Composantes dépendantes de la denture statorique</i>	185
<i>II-2-3 Regroupement des composantes</i>	186
<i>II-2-4 Expressions générales des composantes d'induction d'entrefer</i> <i>fonction de la vitesse</i>	191
III COURANTS HARMONIQUES PRIMAIRES	192
<i>III-1 f.e.m primaires</i>	192
<i>III-2 Contenu harmonique des courants primaires</i>	193
<u>CHAPITRE III BRUIT MAGNETIQUE</u>	196
<i>I ETUDE EXPERIMENTALE</i>	196
<i>II EXPRESSION GENERALE DE LA FORCE RADIALE A L'ORIGINE DU BRUIT</i> <i>DE FREQUENCE $72f_R$</i>	198
<i>III EXPRESSION SIMPLIFIEE DE LA FORCE RADIALE DE FREQUENCE $72f_R$</i>	201
<i>III-1 Amplitude des composantes d'induction</i>	201
<i>III-1-1 Composantes de l'induction indépendantes de la vitesse</i>	202
<i>III-1-1-1 Champ fondamental</i>	202
<i>III-1-1-2 Champs harmoniques</i>	203
<i>III-1-2 Composantes de l'induction dépendantes de la vitesse</i>	204
<i>III-1-2-1 Composantes rotoriques ne participant pas au phénomène de</i> <i>réaction d'induit</i>	204
<i>III-1-2-2 Composantes participant au phénomène de réaction d'induit</i>	205
<i>III-2 Pôles de déformation</i>	207
<i>III-2-1 Interaction entre composantes dépendantes et indépendantes de la vitesse</i>	207
<i>III-2-2 Interaction entre composantes dépendantes de la vitesse</i>	208
<i>III-3 Composantes de la force radiale de fréquence $72f_R$</i>	213
<i>III-4 Regroupement des composantes</i>	217
IV APPLICATION NUMERIQUE	219

<u>CHAPITRE I</u> PRINCIPE, MISE EN OEUVRE	223
I PRINCIPE	223
II MISE EN OEUVRE	227
II-1 Présentation	227
II-2 Stratégie de commande	229
II-2-1 Génération de systèmes triphasés harmoniques	230
II-2-2 Système des signaux de référence	232
II-2-3 Synoptique de la commande à M.L.I.	232
II-3 Synoptique du prototype réalisé	234
III CARACTERISTIQUES TECHNIQUES DES COMPOSANTS DE PUISSANCE	234
<u>CHAPITRE II</u> ETUDE EXPERIMENTALE	236
I CONDITIONS GENERALES D'ESSAIS	236
II INTENSITE ACOUSTIQUE	237
II-1 Cartographie de l'intensité acoustique	238
II-2 Mesure de l'intensité acoustique	240
II-2-1 Courbes d'isocontours	240
II-2-2 Courbes tridimensionnelles	241
II-3 Interprétation	241
III COURBE DE REPOSE EN BRUIT A UN HARMONIQUE DE TENSION	246
IV REDUCTION DE LA RAIE A $72f_R$	247
IV-1 Relevés relatifs au bruit	247
IV-2 Onde de référence	249
IV-3 Relevés relatifs au courant statorique	249
IV-4 Modification du couplage	251
IV-5 Influence de la vitesse de rotation	252
IV-6 Variation de la fréquence d'alimentation	254
V REDUCTION D'UNE AUTRE RAIE DE BRUIT	255
VI GENERATION D'UN HARMONIQUE DE BRUIT	256
VII COMMENTAIRES SUR LE DISPOSITIF MIS EN OEUVRE	257
<u>CONCLUSION</u>	258
<u>ANNEXE</u> : BRUIT ET MESURE DE BRUIT	261
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	277