

50376  
1994  
111

CCO gon 20-10-16-50  
5.346  
1994  
N° d'ordre: 1260  
111

# THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le grade de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

en

SCIENCES DES MATÉRIAUX

par

**Patrice PORION**



## Frottement solide et avalanches dans les matériaux granulaires

Soutenue le 28 Janvier 1994 devant la commission d'examen:

J. BIAREZ	Professeur Ecole Centrale de Paris	Président
D. BIDEAU	Professeur Université de Rennes I	Rapporteur
D. SORNETTE	Directeur de Recherche au C.N.R.S. Université de Nice-Sophia Antipolis	Rapporteur
J. BILLARD	Professeur Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris	Membre
J.M. BUISINE	Professeur Université du Littoral, Dunkerque	Membre
I. SHAHROUR	Professeur Ecole Centrale de Lille	Membre
P. EVESQUE	Directeur de Recherche au C.N.R.S. Ecole Centrale de Paris	Membre
G. JOLY	Maître de Conférences, Docteur d'Etat Université de Lille I	Membre

A mes Parents

A tous mes Amis

## Remerciements

Le travail que ce mémoire présente a été entamé au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées et s'est achevé au Laboratoire de Mécanique: Sols-Structure-Matériaux de l'Ecole Centrale de Paris. Une grande partie des expériences ont été réalisées dans l'Equipe Centrifugeuse du L.C.P.C. Nantes.

Je tiens tout d'abord à assurer de ma profonde gratitude Monsieur le professeur J. BIAREZ, directeur du Laboratoire de Mécanique de l'Ecole Centrale de Paris qui m'a accueilli dans son laboratoire et m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse.

Mes remerciements iront ensuite à mes deux codirecteurs de thèse,

Monsieur Gilles JOLY m'a fait confiance en acceptant de diriger cette thèse et en portant un intérêt constant à mes travaux; je tiens tout particulièrement à le remercier pour ses remarques constructives lors des phases de rédaction. Je lui en suis d'autant plus reconnaissant que les thèmes abordés sont éloignés des préoccupations habituelles de l'Equipe des Stases Anisotropes dirigée par le Professeur Noël ISAERT à laquelle il appartient. Cette équipe fait partie du Laboratoire de Dynamique et Structure des Matériaux Moléculaires (U.R.A. 801) conduit par le Professeur Jacques LEFEBVRE.

Monsieur Pierre EVESQUE, l'initiateur de ce projet, m'a proposé ce sujet de thèse et en a assuré la direction avec bienveillance. J'ai pu bénéficier durant ces trois années de son expérience et de ses nombreux conseils qui m'ont beaucoup aidé pour mener le présent travail à son terme. Son tempérament chaleureux a été pour moi une source quotidienne d'encouragements et de motivations.

Qu'ils trouvent tous deux ici l'expression de ma profonde gratitude et de mes sincères remerciements.

Monsieur le Professeur Daniel BIDEAU m'a fait l'honneur de juger ce travail avec un intérêt et un souci du détail dont je le remercie.

Monsieur Didier SORNETTE a accepté avec enthousiasme d'être rapporteur de ce mémoire. Je l'en remercie très chaleureusement.

Monsieur le Professeur Jean BILLARD m'a aidé de ses conseils au sein du L.C.P.C. et a manifesté sans cesse de l'intérêt pour ce travail. J'apprécie particulièrement sa présence au sein de ce jury.

Je ne saurai enfin oublier Messieurs les Professeurs Jean-Marc BUISINE et Issam SHAHROUR qui ont accepté d'examiner mon mémoire. Merci de leur participation à ce jury.

Cette thèse a pu être menée dans de très bonnes conditions grâce à l'obtention d'un cofinancement Région Nord-Pas de Calais - L.C.P.C.. Que ces deux organismes soient ici remerciés.

J'ai bénéficié au cours de cette dernière année universitaire d'un poste d'Attaché Temporaire d'Enseignement et de Recherche à l'Université du Littoral à Dunkerque dans l'Equipe de Thermophysique de la Matière Condensée dirigée par le Professeur Jean-Marc BUISINE. Ce poste m'a permis de rédiger ce mémoire dans de bonnes conditions matérielles.

Les membres de l'Equipe Centrifugeuse dirigée par Monsieur Jacques GARNIER m'ont beaucoup aidé grâce à leurs compétences, leur accueil chaleureux et l'ambiance exceptionnelle qu'ils ont su créer autour de nos projets d'expériences en macrogravité. Je pense tout particulièrement à Messieurs Denis FARGEIX, Claude FAVRAUD et Louis-Marie COTTINEAU dont j'ai pu apprécier l'efficacité et la bonne humeur.

Je veux aussi remercier Messieurs Pierre HABIB et Minh Phong LUONG du Laboratoire de Mécanique des Solides de l'Ecole Polytechnique, ainsi que Monsieur Jean-Louis DURVILLE du L.C.P.C. de l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail.

Mes remerciements vont aussi à l'Equipe "Physique des Milieux Granulaires et Poreux" de l'U.M.R. 113 du C.N.R.S. dirigée par Monsieur Ngoc Lan TRAN, où j'ai réalisé les premières expériences de ma thèse. Je tiens à remercier Messieurs Piétro ALFONSI, Jean-Claude BORGOTTI et Claude GAUTHIER.

Je tiens aussi à remercier tous ceux qui, par leur aide, leurs conseils, ou les moyens qu'ils ont mis à ma disposition, ont contribué à la réalisation de ce travail.

Je voudrais enfin remercier le Ministère de la Recherche et de la Technologie (maintenant Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche) pour le financement des expériences en macrogravité (Programme Macrogravité 92/93).

Un grand merci à Monsieur Serge FAUQUEMBERGUE de l'U.F.R. de Physique de l'U.S.T. de Lille pour la reproduction de cette thèse.

# SOMMAIRE

INTRODUCTION GÉNÉRALE .....	1
Références de l'Introduction .....	10

## PARTIE I

1. QUELQUES RAPPELS DE MÉCANIQUE DES SOLS .....	11
1.1 Introduction.....	11
1.2 Les concepts de base de la Mécanique des sols.....	12
1.2.1 Introduction.....	12
1.2.2 L'approche de Coulomb .....	12
1.2.2.1 Le frottement solide macroscopique de Coulomb .....	12
1.2.2.2 Calcul à la rupture et coefficient de sécurité.....	14
1.2.2.3 Effets des conditions aux limites: les deux états de Rankine.....	15
1.2.2.4 Conclusion.....	16
1.2.3 La dilatance.....	17
1.3 Nouvelles techniques en mécanique des sols.....	18
1.3.1 Introduction.....	18
1.3.2 L'essai triaxial en mécanique des sols .....	19
1.3.2.1 Principe de l'essai triaxial.....	19
1.3.2.2 Résultats expérimentaux typiques obtenus aux essais triaxiaux.....	20
1.3.2.3 L'état critique.....	23
1.3.2.4 L'état caractéristique .....	23
1.3.2.5 Application aux avalanches.....	24
1.4 Le modèle du Granta-Gravel .....	25
1.4.1 Introduction.....	25
1.4.2 Le modèle de Granta-Gravel appliqué à l'essai triaxial.....	26
1.5 Conclusion.....	30
Références du Chapitre 1.....	32

2. APPLICATIONS PHYSIQUES DE LA THÉORIE DES SYSTÈMES CRITIQUES AUTO-ORGANISÉS.....	35
2.1 Introduction .....	35
2.2 Le concept de criticalité auto-organisée.....	36
2.3 Les modèles numériques.....	38
2.3.1 Aspects généraux .....	38
2.3.2 Le modèle de BTW (Bak, Tang et Wiesenfeld).....	42
2.3.3 Le modèle de Zhang.....	48
2.3.4 Différences entre les modèles BTW et de Zhang.....	50
2.4 Conclusion: retour aux tas de sable réels .....	52
Références du Chapitre 2.....	53
3. LE MODÈLE DU GRANTA-GRAVEL APPLIQUÉ AUX AVALANCHES .....	55
3.1 Introduction .....	55
3.2 Les hypothèses du modèle du Granta-Gravel appliqué aux avalanches .....	55
3.3 Etude statique et dynamique d'une couche de matériau .....	56
3.4 Influence de la profondeur $h$ de la couche sur la stabilité .....	62
3.5 L'état critique du modèle de Granta-Gravel: un état critique auto-organisé? .....	63
3.6 Les effets d'échelle: glissement en profondeur, glissement de terrain, avalanches macroscopiques, et bruit en $1/f$ .....	65
3.7 Conclusion.....	68
Références du Chapitre 3 .....	73

## PARTIE II

1. LES APPROCHES EXPÉRIMENTALES ANTÉRIEURES.....	75
1.1 Introduction .....	75
1.2 Les expériences au cylindre tournant .....	75
1.2.1 Les expériences de Evesque et Rajchenbach .....	76
1.2.1.1 Principe et méthode expérimentale utilisés .....	76

1.2.1.2	Caractéristiques des avalanches détectées.....	77
1.2.1.2.1	Intervalle de temps entre deux avalanches.....	77
1.2.1.2.2	Durée de l'avalanche.....	78
1.2.1.3	Recherche des corrélations.....	78
1.2.1.3.1	Méthode.....	78
1.2.1.3.2	Corrélation de la taille des avalanches .....	79
1.2.1.4	Variation de la durée des avalanches en fonction du diamètre des billes .....	80
1.2.1.5	Conclusion.....	81
1.2.2	Les expériences de Fauve et al.....	82
1.2.2.1	Principe et méthode expérimentale utilisés.....	82
1.2.2.2	Résultats expérimentaux: les différents régimes d'écoulement.....	82
1.2.2.2.1	Le régime chaotique.....	83
1.2.2.2.2	Transition du régime chaotique vers le régime périodique .....	83
1.2.2.2.3	Le régime périodique.....	84
1.2.2.2.4	Transition du régime périodique vers le régime continu.....	84
1.2.2.2.5	Le régime continu .....	84
1.2.2.3	Conclusion.....	85
1.2.3	Les expériences de Jaëger et al. ....	85
1.2.3.1	Principe et méthode expérimentale utilisés.....	85
1.2.3.2	Résultats expérimentaux.....	86
1.2.3.3	Conclusion.....	87
1.3	L'expérience de Held et al.: vers l'état critique du tas de sable? .....	87
1.3.1	Le dispositif expérimental.....	87
1.3.1.1	Le montage expérimental et la méthode de mesure.....	87
1.3.1.2	Les différences essentielles avec le cylindre tournant.....	88
1.3.2	Quelques résultats.....	89
1.3.2.1	Pour les petits disques .....	89
1.3.2.2	Pour les grands disques .....	90
1.3.3	L'effet de taille finie.....	90
1.3.3.1	Mise en évidence de l'effet de taille finie .....	90
1.3.3.2	Origine de l'effet de taille finie.....	91
1.3.3.3	Discussion sur la validité de cette approche.....	92
1.3.4	Conclusion .....	95
1.4	Conclusion du chapitre.....	95
	Références du Chapitre 1.....	97

2. NOS RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.....	99
2.1 Introduction.....	99
2.2 Notre approche de l'expérience de Held et al.....	99
2.2.1 Introduction.....	99
2.2.2 Dispositif expérimental et mode opératoire.....	100
2.2.3 Les résultats expérimentaux.....	101
2.2.3.1 Deux régimes d'avalanches?.....	102
2.2.3.2 Méthodes d'analyse des résultats expérimentaux.....	103
2.2.3.3 Le régime de macro-avalanches.....	104
2.2.3.4 Le régime critique.....	106
2.2.4 Interprétation des résultats.....	109
2.2.4.1 Introduction.....	109
2.2.4.2 La théorie du Granta-Gravel appliquée aux avalanches.....	110
2.2.4.3 Transition du second ordre et effet de taille finie.....	112
2.2.5 Conclusion.....	116
2.3 Etude expérimentale des avalanches en centrifugeuse et à densité contrôlée.....	117
2.3.1 Introduction.....	117
2.3.2 Les techniques expérimentales.....	117
2.3.2.1 La centrifugeuse.....	117
2.3.2.2 Les matériaux utilisés et la technique de mise en place.....	118
2.3.2.2.1 Le sable d'Hostun.....	119
2.3.2.2.2 Le sable de Fontainebleau.....	120
2.3.2.2.3 La méthode de pluviation.....	122
2.3.2.3 Le dispositif expérimental et le principe de l'expérience.....	122
2.3.2.4 Les procédures expérimentales.....	123
2.3.2.4.1 Protocole n°1.....	124
2.3.2.4.2 Protocole n°2.....	125
2.3.2.4.3 Protocole n°3.....	126
2.3.2.4.4 Protocole n°4.....	126
2.3.3 Analyses des résultats expérimentaux.....	127
2.3.3.1 Interprétation de ces résultats en utilisant le concept de l'état critique des sols.....	127
2.3.3.2 Etude de la taille des avalanches en fonction de l'angle de départ.....	128
2.3.3.3 Etude du processus de densification macroscopique pour les tas peu denses.....	129

2.3.3.4 Taille des avalanches à l'état critique et fluctuation de l'angle de frottement solide.....	129
2.3.3.5 Absence de bruit en 1/f.....	131
2.3.3.6 Effet de la gravité.....	132
2.3.3.7 Etude des effets de dilatance en fonction de la gravité.....	133
2.3.4 Conclusion des essais en macro-gravité.....	134
2.4 Etude expérimentale des avalanches à 1G et sous densité contrôlée.....	135
2.4.1 Introduction.....	135
2.4.2 Techniques et dispositifs expérimentaux.....	136
2.4.3 Les résultats expérimentaux.....	137
2.4.4 Interprétation des résultats expérimentaux.....	138
2.4.4.1 L'écoulement continu de sable.....	138
2.4.4.2 La durée des avalanches.....	139
2.4.4.3 Amplification et effets de taille finie.....	140
2.4.4.4 Evolution adaptative de l'angle de frottement solide macroscopique.....	143
2.4.5 Conclusion des expériences à 1G.....	143
2.5 Conclusion.....	144
Références du Chapitre 2.....	146
CONCLUSION GÉNÉRALE.....	149

## ANNEXES

Annexe 1: Rappels sur la plasticité.....	155
I. Introduction.....	155
II. Critères de plasticité et comportements élastoplastiques.....	155
III. Construction du cercle de Mohr.....	158
IV. Le critère de rupture fragile.....	159
Annexe 2: Rappels sur la caractérisation des sols.....	163
I. Introduction.....	163
II. Définitions de quelques propriétés physiques des sols.....	163
II.1 Masse volumique et poids apparent d'un sol.....	163

II.2 Porosité et indice des vides.....	164
II.3 Degré de saturation et teneur en eau.....	165
III. Analyse de la structure des sols.....	166
III.1 L'analyse granulométrique.....	166
III.2 Densités extrêmes et notion de densité relative.....	167

**Annexe 3: Les essais en macro-gravité: la centrifugeuse du L.C.P.C. Nantes..... 169**

I. Introduction.....	169
II. Les conditions de similitude.....	169
III. Limitations des essais en macro-gravité (centrifugeuse).....	171
III.1 Un champ de pesanteur centrifuge.....	171
III.2 Réduction des dimensions géométriques.....	171
IV. La centrifugeuse du L.C.P.C. Nantes.....	172

**Annexe 4: Une méthode de préparation des échantillons à densité constante: la méthode de pluviation à l'air..... 177**

I. Introduction.....	177
II. Principe de la méthode de pluviation.....	177

**Annexe 5: Evolution du frottement au pic en fonction du confinement..... 187**

**Annexe 6: Les avalanches de sable d'Hostun en centrifugeuse..... 193**

**Annexe 7: Les avalanches de sable de Fontainebleau en centrifugeuse ..... 201**

**Annexe 8: Les avalanches de riz en centrifugeuse..... 205**

## RÉFÉRENCES

Références des Annexes .....	213
------------------------------	-----

Références bibliographiques générales ..... 215

FROTTEMENT SOLIDE ET  
AVALANCHES DANS LES  
MATÉRIAUX GRANULAIRES

# INTRODUCTION GÉNÉRALE

## INTRODUCTION GÉNÉRALE

Les milieux granulaires occupent une place très importante dans de nombreux secteurs d'activités. En effet, on les trouve aussi bien dans l'industrie des matières premières (sidérurgie), que dans le secteur du génie civil (sables, ciments, bétons), ou que dans des industries à fortes valeurs ajoutées (produits pharmaceutiques), voire dans des processus industriels plus complexes (élaboration de frittés, céramiques), sans oublier tout le secteur agro-alimentaire (céréales, farines, ...). Ainsi, ce type de matériaux, sous forme de grains ou de poudres de différentes natures, apparaît à un moment ou un autre des processus de fabrication ou de stockage d'un grand nombre de produits industriels. Cependant, bien que très répandus, ces milieux présentent une variété de comportements qui les rendent en réalité difficilement classables parmi les habituels états de la matière. En effet, prenons le cas d'un tas de sable sec; tant que la pente de sa surface libre n'excède pas une certaine valeur, il ne se passe rien et le milieu s'apparente plutôt à un solide; mais si l'on augmente encore l'inclinaison de sa surface libre, alors il se produit une avalanche de grains qui donne à la couche superficielle un caractère plutôt liquide. Cette ambivalence fait que les milieux granulaires présentent des propriétés physiques tout à fait particulières (effet de voûte, dilatance, fluidisation, ségrégation), ce qui d'ailleurs a fait dire à certains auteurs qu'il s'agissait là d'un nouvel état de la matière, la séparation habituelle entre gaz, liquides et solides ne s'appliquant pas à ces milieux. Paradoxalement, bien que ces matériaux soient très répandus, leurs propriétés physiques sont encore assez mal comprises.

Considérons le phénomène des avalanches qui semble a priori bien connu: quand on incline lentement et progressivement la surface libre d'un tas de sable sec, on obtient des séries d'avalanches qui maintiennent la pente de cette surface à une valeur inférieure à l' "angle maximal de repos". En revanche, le sable s'écoule en une seule avalanche continue si l'on incline plus rapidement le tas. Existe-t-il une explication de ces phénomènes? Comment prévoir la taille des avalanches, leurs caractéristiques et leur statistique, les mécanismes de leur dynamique? Aussi bizarre que cela puisse paraître, il existe peu d'études expérimentales sérieuses de ces phénomènes, mettant en évidence les différents

paramètres et les reliant à d'autres quantités mécaniques déterminées par ailleurs. Pour pallier cette lacune, nous avons pensé qu'il est nécessaire de mener la recherche sur deux fronts: d'une part en utilisant tous les résultats mis à notre disposition par la physique de la matière condensée, d'autre part en intégrant le savoir abondant issu d'une pratique sur le terrain et élaboré par les mécaniciens des sols confrontés à ce type de problème quotidiennement. En fait, le problème des avalanches et plus généralement celui de la dynamique des milieux granulaires se trouvent à la charnière de la physique de la matière condensée et de la mécanique des sols.

Très tôt, les ingénieurs occupés à la réalisation de routes, de fortifications ou de barrages ont été confrontés aux problèmes de la stabilité des remblais de terre ou de sable. Dès 1773, le français Charles de Coulomb introduisit le premier concept clef pour les milieux granulaires [Coulomb C., 1773]: le frottement solide macroscopique. Cependant, des problèmes se posèrent alors puisque le frottement solide qui ralentit un corps en mouvement semblait de valeur inférieure au frottement qui agit sur les solides en équilibre; ainsi, dans le cas des avalanches, le coefficient de frottement "dynamique" paraissait inférieur au frottement statique. En outre, le modèle simple de Coulomb n'expliquait pas les situations hors d'équilibre, telles les avalanches. En 1884, le Britannique Reynolds introduisit un second concept en découvrant la dilatance [Reynolds O., 1885]: voulant calculer le coefficient de frottement solide à partir des propriétés mécaniques des grains, Reynolds se rendit compte des insuffisances du modèle de Coulomb. Il mit en évidence que les grains, à l'intérieur du tas, ne peuvent bouger qu'en passant dans les pores du tas; or ces pores sont généralement plus petits que les grains. Ce comportement des milieux granulaires conduit à la très étonnante propriété de dilatance qui peut se résumer de manière laconique en ces termes: "un milieu dense doit nécessairement se dilater pour pouvoir se déformer."

Pour mesurer le frottement solide et les effets de dilatance, les mécaniciens des sols ont développé de multiples techniques dont les plus connues sont l'essai triaxial et l'essai de cisaillement [Biarez J. et Hicher P.Y., 1989]. Ces techniques ont été développées afin de chercher un lien entre les comportements mésoscopiques (à l'échelle de l'échantillon granulaire) des matériaux granulaires non cohésifs (tel le sable sec) et les mouvements macroscopiques des tas. Ainsi, se fondant sur des mesures de déformation de tas de sable soumis à des forces connues, ils peuvent prévoir grâce à des programmes informatiques le comportement macroscopique du massif. Pour cela, la technique d'intégration numérique des équations utilisées est généralement celle des

éléments finis, particulièrement adaptée aux types de problèmes où l'on connaît les lois rhéologiques qui régissent la déformation des petits éléments. Cependant, la confrontation des résultats numériques avec les mesures effectuées in situ révèle que l'on doit multiplier les valeurs calculées par un coefficient dit de sécurité, de l'ordre de 1,5 pour assurer la tenue d'un barrage ou encore par 3 lorsqu'il s'agit de calculs de fondations. Ce dernier point montre tout l'intérêt économique que l'on pourrait tirer d'une meilleure connaissance des propriétés physiques et mécaniques des matériaux granulaires.

Par ailleurs, on constate depuis quelques années que ces matériaux font l'objet, en physique, de recherches tant expérimentales que théoriques de la part des physiciens de la matière condensée. Cet engouement assez récent est dû au modèle de Bak et al. introduit en 1987 [Bak P. et al., 1987; idem, 1988; Tang C. et al., 1988]: en effet, avec ce modèle dont le paradigme n'est autre que la "pente" d'un tas de sable, Bak et ses collègues ont introduit la notion de système critique auto-organisé et ont appliqué ce modèle à de nombreux problèmes tels les avalanches, les séismes et autres générateurs de bruit en 1/f. En fait, pour bien comprendre l'importance de ce concept, il faut se rappeler qu'une idée fondamentale en physique est la réponse linéaire qui stipule que la réponse d'un système physique à une perturbation est proportionnelle à cette perturbation dès lors que celle-ci est suffisamment faible. Cependant, on s'est aperçu dans de nombreux domaines de recherche que cette approche n'était en réalité pas toujours vérifiée. Ainsi, une multitude de problèmes sont apparus beaucoup plus complexes que l'on ne pouvait l'imaginer bien que l'on en connaisse toutes les équations [Ekeland I., 1984]. On peut citer par exemple le célèbre cas du système d'équations de Lorenz qui initialement n'était rien d'autre qu'un modèle simple pour essayer de décrire la circulation atmosphérique dans un but météorologique [Lorenz E.N., 1964]: lorsque Lorenz entreprit la résolution de ce système d'équations, il mit en évidence une extrême sensibilité de son système d'équations aux conditions initiales, puisqu'une différence imperceptible de ces conditions initiales donne une solution totalement différente. Cela conduisit Lorenz à introduire son fameux "effet papillon" pour résumer d'une jolie manière que le vol d'un papillon peut provoquer des déplacements d'air qui influenceront de façon catastrophique sur les conditions météorologiques futures, dans un mois, ou dans un an. En fait, le modèle de Lorenz est riche d'enseignements, puisqu'il prouve que l'obtention de prévisions météorologiques à long terme nécessiterait la prise en compte des conditions initiales avec une précision infinie, la précision requise croissant exponentiellement avec le temps. De façon plus prosaïque, les équations de

Lorenz mettent en évidence la sensibilité qu'ont certains systèmes vis à vis des conditions initiales. Les systèmes ayant de tels comportements sont donc en contradiction avec l'idée selon laquelle la réponse est proportionnelle à la perturbation; au contraire, leur évolution est très difficile à prévoir, sauf peut-être à l'aide d'une approche statistique.

L'intérêt du modèle de Bak et al. (modèle BTW) et du concept de criticalité auto-organisée qui lui est associé, est qu'il a pu reproduire le comportement dynamique complexe de systèmes composés d'un grand nombre d'éléments (de l'ordre d'un million ou plus) ayant entre-eux des interactions uniquement locales (entre proches voisins) et simples. Ces interactions limitées aux proches voisins étant régies par des règles très simples présentant des seuils, on parle alors d'automates cellulaires.

Le concept de criticalité auto-organisée contient deux idées: la criticalité et l'auto-organisation. Pour les illustrer, revenons au paradigme du modèle numérique BTW: un tas de sable reposant sur un demi-plan, que l'on construit en laissant tomber les grains un par un de manière aléatoire sur la surface libre et qui est susceptible de produire des avalanches. Comment se traduiront pour notre système: un tas de sable, les deux propriétés fondamentales précédemment annoncées? Au départ, pour construire le tas de sable, on laisse tomber les grains sur la surface libre initialement horizontale: Au début, les grains restent à l'endroit où ils sont tombés. Puis les grains s'accumulent et lorsque la pente locale devient trop importante, ils glissent avec une certaine loi locale en occasionnant des avalanches locales comblant les trous. On construit ainsi petit à petit un tas qui augmente de volume. A partir d'un certain moment, ce processus s'arrête, le tas ne grossit plus, la quantité de sable régulièrement ajoutée est rejetée du tas (c'est à dire que la masse du tas reste constante en moyenne dans le temps). Lorsque l'on a atteint cette configuration, l'ajout d'un grain peut conduire à des événements (les avalanches) de toutes tailles, soit à un événement catastrophique qui se manifestera par une avalanche macroscopique qui affectera toute la surface libre du tas, soit à un événement de bien moindre portée comme le simple basculement d'un grain sur un site voisin, voir l'absence d'événement. Le système a alors atteint son état auto-organisé. Il est critique car sa réponse à une faible perturbation (ici l'ajout d'un élément) peut conduire à un événement de toute taille, pouvant même affecter le système dans son ensemble; le système satisfait donc à la première propriété qu'est la criticalité. D'une manière générale, le caractère critique est mis en évidence par l'existence d'une loi d'échelle de comportement de type "bruit en  $1/f$ ", où l'amplitude du

phénomène est inversement proportionnelle à sa fréquence. Ainsi dans ce modèle de BTW, les simulations numériques montrent que le nombre d'avalanches de masse  $m_0$  est inversement proportionnelle à cette masse  $m_0$ . D'autre part, dans le scénario que nous venons de décrire, le système se place de lui-même dans son état critique. Cet état apparaît alors comme un attracteur de la dynamique du système, celui-ci s'auto-organisant pour l'atteindre; cette auto-organisation nécessaire au comportement critique constitue la seconde idée contenue dans le concept de criticalité auto-organisée.

L'intérêt de ce modèle est qu'il est généralisable. L'application de ce concept permet d'entrevoir des explications pour des phénomènes aussi nombreux que variés comme les séismes, l'activité solaire, la fluctuation du courant dans une résistance, les fluctuations de certaines hormones comme l'insuline, etc... . Prolongeant le paradigme du tas de sable, l'étude des milieux granulaires se révèle non seulement très intéressante en soi, mais aussi très fructueuse pour d'autres domaines.

Cependant, qu'en est-il vraiment du tas de sable réel? Présente-t-il le comportement de criticalité auto-organisée prévue par le modèle de BTW? Pour avoir les prémices d'une réponse, il fallut attendre les premières expériences menées en 1989 d'une part aux Etats-Unis par Jaëger et al. et en France par Evesque et Rajchenbach [Jaëger H.M. et al., 1989; Evesque P. et Rajchenbach J., 1989]. Ces toutes premières expériences ne donnèrent pas les résultats prévus par le modèle de BTW. Les avalanches réelles du tas de sable étaient toujours de type macroscopique: leur taille correspondait à une variation d'angle de la pente de l'ordre de  $2^\circ$  (c'est à dire une différence entre les angles de départ et de fin de l'ordre de  $2^\circ$ ). Un tel comportement était donc très éloigné du bruit en  $1/f$  attendu. Il fallut attendre 1990, pour qu'une équipe de chercheurs du centre IBM de Yorktown Heights aux Etats-Unis mette en évidence un comportement se rapprochant du comportement critique auto-organisé prévu par le modèle de Bak et al. [Held G.A. et al., 1990]. Cependant, ce comportement ne put être obtenu que pour des tas de très faibles tailles. Ces résultats, confortés par nos propres expériences au début de ce travail, laissent présager que l'on se trouve en présence d'un effet de taille finie et que le système ne se place donc pas tout seul dans un état critique [Evesque P., 1991; Liu C.H., 1991].

A ce stade, pour interpréter ces résultats, il convient de revenir aux deux concepts fondamentaux qui régissent la Mécanique des sols: le frottement solide macroscopique et la dilatance. Une connaissance approfondie de ces phénomènes nécessite des mesures quantitatives que l'on sait réaliser. La méthode la plus

usitée pour étudier le comportement rhéologique d'un sable est l'essai triaxial, qui permet d'une part d'étudier quantitativement la dilatance, d'autre part de mesurer l'angle de frottement solide macroscopique. Les essais montrent que la dilatance ne se manifeste que pour des échantillons ayant une forte densité initiale, conformément aux observations de Reynolds et que les tas peu denses sont sujets à une contraction. De plus, en 1968, des mécaniciens de l'Ecole de Cambridge ont proposé un modèle simple pour décrire approximativement le comportement rhéologique des sables secs: le modèle du Granta-Gravel [Schofield A.N. et Wroth C.P., 1968]. Les comportements prévus par ce modèle, pour un essai triaxial, correspondent à ceux mesurés aux grandes déformations; alors que le régime transitoire (correspondant aux faibles déformations) est partiellement décrit; mais les effets de la densité sont mis en évidence et correctement calculés. Il est remarquable que ce modèle qui tient compte uniquement des deux effets de base (frottement solide et dilatance), décrive de façon aussi satisfaisante les résultats expérimentaux classiques donnés par les essais triaxiaux. En effet, ce modèle simple rend compte de l'effet de la densité sur l'angle de pic. Il permet aussi d'introduire la notion d'état "critique" ("critique" est pris ici au sens de la mécanique des sols) et qui correspond à un état où le tas est à sa densité critique: un tas ne présente alors plus de dilatance, ce qui signifie en d'autres termes qu'il se déforme à volume spécifique constant.

Cette approche est à la base de l'application du modèle du Granta-Gravel aux avalanches [Evesque P., 1991]: P. Evesque a ainsi pu montrer que l'angle maximal de stabilité dépend de la densité du tas, celui-ci apparaissant comme le paramètre de contrôle principal régissant le processus d'avalanches. Ainsi, si on augmente la valeur de la pente de la surface libre afin de créer une avalanche, on peut considérer trois cas, selon la valeur de la densité initiale du tas: si le tas a une densité initiale plus grande que la densité critique, il se produira une avalanche macroscopique dont la taille sera d'autant plus grande que la densité initiale de l'échantillon sera élevée; si le tas a une densité initiale plus faible que celle critique, le tas s'écroulera sur lui-même pour augmenter sa densité (il y aura donc tassement progressif); enfin si la densité du tas est égale à la densité critique, le tas ne présente pas de dilatance, seuls les grains situés à la surface doivent bouger. Ce dernier cas est très intéressant puisqu'il semble correspondre au comportement prévu par le modèle d'automates cellulaires de Bak et al. D'après ce modèle, c'est donc le paramètre densité qui contrôle toute la physique du processus d'avalanches. Qu'en est-il en réalité? Une partie de la réponse se trouve peut-être dans ce travail. A ce sujet, il convient de faire quelques remarques générales:

Le but essentiel de notre travail a été de rechercher et d'établir l'existence d'une cohérence générale entre les différents résultats expérimentaux fournis par les mécaniciens des sols (essais triaxiaux) et par les physiciens de la matière condensée (cylindres tournants, tas coniques); ceci passe bien entendu par la détermination des limites de validité des diverses approches.

Nos études nous ont amené à évaluer le rôle des forces de cohésion intergranulaire qui pourraient exister dans un milieu sec. Cela nous a conduit à réaliser pour la première fois des expériences sur les avalanches sur des tas à densité contrôlée d'une part, sous macro-gravité (de 1G à 100G,  $1G=9,81m/s^2$ ) d'autre part. La densité des échantillons de taille relativement importante ( $0,15*0,4*0,4m^3$ ) a pu être contrôlée grâce à la méthode de pluviation mise au point au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées (L.C.P.C.) de Nantes. Les essais sous macro-gravité représentent plusieurs semaines d'expérimentation à la centrifugeuse du L.C.P.C. à Nantes.

Tous les résultats que nous présentons dans ce travail concernent des milieux granulaires secs (i.e. sables secs, billes de verre sèches), ce qui conduit nécessairement à des comportements "simples" du matériau, non représentatif de ce qui se passe dans la nature. Ainsi, lorsque l'eau est présente en faible quantité, elle rend le massif cohésif augmentant sa limite de stabilité; il en devient tout autrement lorsque l'eau remplit les pores, dans ce cas la pression entre grains dépend de la différence entre la pression totale appliquée et la pression d'eau interstitielle, et le cisaillement maximal tolérable n'est plus lié au poids de matière, mais à celui-ci diminué du poids d'eau, ce qui diminue considérablement la solidité du massif. En effet, la présence d'eau dans un milieu granulaire en modifie complètement le comportement car elle change la nature des interactions entre grains. Ainsi, lorsque la pression d'eau interstitielle devient plus importante que la contrainte normale entre les grains, la liquéfaction des sols se produit: dans cet état, le milieu ne peut plus résister à un cisaillement, le frottement solide macroscopique ne pouvant plus être mobilisé et le matériau devient alors instable sous son propre poids; à ce phénomène de liquéfaction des sols est souvent associé un effet d'érosion hydraulique due à l'existence de courants aux effets dévastateurs. Notre approche ne nous permet pas de nous intéresser à des milieux dont la saturation en eau varie au cours du temps ou qui sont traversés par des courants d'eau d'intensités variables, bien que ces deux variations soient responsables de la majorité des glissements de terrains naturels et qu'elles soient de ce fait très importantes du point de vue pratique.

L'objet de notre travail est donc d'apporter une contribution à l'étude du processus d'avalanches dans les milieux granulaires secs. L'originalité de la thèse réside peut-être dans la dualité d'approches avec laquelle nous avons abordé le sujet: la mécanique des sols nous a fourni "immédiatement" une quantité d'informations aussi riche que variée (essai triaxial et autres techniques expérimentales, théorie du Granta-Gravel); la physique de la matière condensée nous a apporté des outils puissants pour permettre une classification des phénomènes (théorie des transitions de phase, théorie des bifurcations). Cette façon de procéder, nous a permis d'obtenir une vision plus large du phénomène d'avalanches et d'avancer ainsi dans la compréhension de la "psammodynamique", ou dynamique du tas de sable.

Le présent mémoire est divisé en deux parties respectant chacune cette ambivalence (mécanique-physique):

La première partie est consacrée aux rappels théoriques: le chapitre 1 rappelle les résultats classiques de la mécanique des sols; le chapitre 2 est une introduction aux phénomènes critiques, suivie d'une description plus détaillée du concept de criticalité auto-organisée; le chapitre 3 permet de faire le lien entre les résultats de la mécanique des sols et les phénomènes critiques, il montre la cohérence que l'on peut tirer d'une comparaison et d'une combinaison des résultats de la mécanique des sols et de la physique.

La seconde partie présente les résultats expérimentaux: le chapitre 1 résume assez brièvement les différentes expériences entreprises sur les avalanches, suite à la parution de l'article de P. Bak et al. sur la criticalité auto-organisée. Le chapitre 2 développe une partie des résultats expérimentaux que nous avons obtenus en macro-gravité, ainsi que des résultats sous gravité "normale". Après une synthèse de nos résultats expérimentaux, nous montrerons la cohérence de notre interprétation avec tous les autres résultats expérimentaux à notre disposition et nous soulèverons enfin quelques problèmes d'interprétations non encore résolus, parmi ceux-ci: peut-on réellement définir un coefficient de frottement solide macroscopique unique? Pourquoi obtient-on des densifications macroscopiques par tassements? Quel(s) est (sont) le(s) paramètre(s) qui contrôle(nt) la largeur des fluctuations de la taille des avalanches?

L'annexe 1 constitue une introduction rapide à la théorie de la plasticité.

L'annexe 2 rappelle brièvement les principaux paramètres utilisés pour caractériser un sable ou un sol.

L'annexe 3 concerne les essais en macro-gravité et la centrifugeuse du L.C.P.C. Nantes.

L'annexe 4 introduit la méthode de pluviation qui permet de réaliser des échantillons avec une densité donnée assez homogène.

L'annexe 5 traite de l'évolution de la valeur du frottement au pic en fonction du confinement de l'échantillon.

Les annexes 6, 7 et 8 concernent respectivement les résultats expérimentaux sur le sable d'Hostun, le sable de Fontainebleau et le riz qui ne sont pas détaillés dans la thèse.

## Références de l'Introduction

- Bak P., Tang C. et Wiesenfeld K., *Phys. Rev. A* **38**, 364 (1988)
- Bak P., Tang C. et Wiesenfeld K., *Phys. Rev. Lett.* **59**, 381 (1987)
- Biarez J. et Hicher P. Y., *Lois de Comportement des Sols Remaniés et des Matériaux Granulaires, Cours de DEA de Mécanique des Sols et Structures, Ecole Centrale de Paris, Châtenay-Malabry (1989)*
- de Coulomb C., *Mémoires de Mathématiques et de Physique Présentés à l'Académie Royale des Sciences par Divers Savants et Lus dans les Assemblées*, 343, Imprimerie Royale, Paris (1773)
- Ekeland I., *Le Calcul, l'Imprévu*, Eds du Seuil (1984)
- Evesque P. et Rajchenbach J., *C. R. Acad. Sci. Paris, Série II* **307**, 223 (1988)
- Evesque P., *Phys. Rev. A* **43**, 2720 (1991)
- Held G.A., Solina D.H., Keane D.T., Haag W.J., Horn P.M. et Grinstein G., *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1120 (1990)
- Jaëger H.M. Liu C.-H. et Nagel S.R., *Phys. Rev. Lett.* **62**, 40 (1989)
- Liu C.H., Jaëger H.M. et Nagel S.R., *Phys. Rev. A* **43**, 7091 (1991)
- Lorenz E.N., *J. Atmos. Sci.* **20**, 130 (1964)
- Reynolds O., *Philos. Mag.* **20**, 469 (1885)
- Schofield A.N. et Wroth C.P., *Critical State of Soil Mechanics*, Editions Mc Graw-Hill, Londres (1968)
- Tang C. et Bak P., *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2347 (1988)

PREMIÈRE PARTIE  
BASES THÉORIQUES ET  
EXPÉRIMENTALES

CHAPITRE 1  
QUELQUES RAPPELS DE  
MÉCANIQUE DES SOLS

# 1. QUELQUES RAPPELS DE MÉCANIQUE DES SOLS

## 1.1 Introduction

L'objet de ce chapitre est la présentation des notions générales de base indispensables à la compréhension de la dynamique des milieux granulaires et plus précisément du processus d'avalanches. D'une manière générale, le problème des avalanches a tout d'abord été abordé par les mécaniciens des sols qui étaient confrontés plus particulièrement aux problèmes de la stabilité des talus et des remblais. Cependant, depuis quelques années, ce sujet fait l'objet d'études expérimentales et théoriques de la part de la communauté des physiciens et il m'a semblé bon de rassembler dans ce chapitre un certain nombre de concepts de mécanique des sols susceptibles de les aider dans leur travail. Cet intérêt des physiciens pour ce sujet est due en grande partie au modèle numérique de Bak et al. (le modèle BTW) de criticalité auto-organisée présenté en 1987. En effet, d'après les hypothèses du modèle BTW, la surface libre d'un tas de sable près de son angle maximal de stabilité constituerait une assez bonne image d'un système critique auto-organisé. Ce point de vue sera abordé dans le chapitre 3.

Dans la première partie de ce chapitre, nous introduirons tout d'abord les deux notions les plus importantes caractérisant le milieu granulaire: le frottement solide et la dilatance; puis nous décrivons les moyens de mesurer ces grandeurs en décrivant l'essai triaxial en mécanique des sols et ses résultats typiques pour des milieux granulaires secs. Nous rappellerons aussi quelques notions de base concernant la plasticité, à l'aide du modèle de calcul à la rupture de Mohr-Coulomb qui est le plus usité en mécanique des sols. Nous présenterons ensuite le modèle du Granta-Gravel qui permet de modéliser de façon simple, le comportement d'un matériau granulaire sous essai triaxial.

## 1.2 Les concepts de base de la Mécanique des sols

### 1.2.1 Introduction

Les matériaux granulaires non cohésifs présentent certaines propriétés aisément observables qui témoignent de leurs propriétés spécifiques. Ainsi, un matériau granulaire n'est ni un solide, car il coule facilement et ne résiste pas à une contrainte de traction, ni un liquide car sa surface libre au repos n'est pas nécessairement plane et horizontale. On peut caractériser la pente de cette surface libre par l'angle qu'elle fait par rapport à l'horizontale et le problème d'avalanche se pose alors de la façon suivante. La pente d'un tas doit être inférieure à une certaine valeur  $\Theta_M$  pour rester stable: l'angle  $\Theta_M$  est appelé l'angle maximal de stabilité. La valeur précise de  $\Theta_M$  semble dépendre de l'arrangement des grains dans le tas, de la géométrie du grain, et aussi des conditions aux limites auxquelles est soumis l'échantillon [Brown R.L. et Richards J.C., 1966]. Quand la pente de la surface libre du tas dépasse l'angle de stabilité maximal  $\Theta_M$ , au lieu d'avoir un mouvement uniforme dans tout l'échantillon comme cela serait le cas pour un fluide dont l'interface serait soumise à une perturbation (conditions aux limites en vitesses ou contraintes), pour un matériau granulaire, seuls les grains situés dans une couche peu épaisse près de la surface libre se mettent en mouvement: c'est le phénomène classique d'avalanches. La première explication de l'existence d'un angle maximal de stabilité fut donnée par Coulomb qui introduisit la notion de frottement solide [Coulomb C., 1773]. L'autre propriété spécifique des matériaux granulaires est la dilatance mise en évidence par O. Reynolds et qui se manifeste par la propriété remarquable suivante: pour des milieux suffisamment denses, on observe une augmentation du volume spécifique de l'échantillon, sous l'effet d'une contrainte de compression [Reynolds O., 1885].

### 1.2.2 L'approche de Coulomb

#### 1.2.2.1 Le frottement solide macroscopique de Coulomb

En 1773, C. de Coulomb propose la première explication de l'angle maximal de stabilité  $\Theta_M$  de la surface libre d'un tas de matériaux granulaires. L'idée simple de Coulomb était de considérer le milieu granulaire comme régi par un coefficient de frottement solide unique  $k$  relié à l'angle maximal de stabilité  $\Theta_M$  par la relation:

$$k = \text{tg}(\Theta_M) = \text{tg}(\Phi), \quad (1)$$

si on appelle  $\Phi$  l'angle de frottement solide.

Les expériences ont montré que cet angle  $\Phi$  ne dépendait pas uniquement du frottement solide existant entre les grains mais aussi de nombreux autres paramètres. Tout d'abord l'angle de frottement interne  $\Phi$  dépend évidemment du type de matériau qui constitue l'échantillon, il dépend encore de l'arrangement (que l'on peut relier à la densité) et de la forme des grains, mais il peut aussi être modifié par les conditions aux limites que l'on impose à l'échantillon étudié.

L'existence d'un coefficient de frottement  $k$  unique pour un matériau donné suppose certaines hypothèses. Tout d'abord le milieu granulaire doit être homogène et isotrope; nous verrons un peu plus loin qu'il n'est pas facile de fabriquer un échantillon de matériau granulaire homogène et isotrope en densité. D'autre part, dans son analyse Coulomb fait l'hypothèse d'un glissement le long d'une surface plane, ce qui implique l'existence d'une localisation des déformations sur ce plan et que le milieu obéit aux lois de la plasticité parfaite dans ce plan. Notons enfin qu'on ne sait pas encore calculer  $\Phi$  à partir des caractéristiques microscopiques des grains constituant le tas; car même avec les moyens informatiques les plus puissants, la résolution de ce problème n'est pas triviale et la convergence des calculs n'a pas encore été prouvée. La connaissance de l'angle de frottement de Coulomb  $\Phi$  reste pour l'instant uniquement accessible par des moyens purement expérimentaux

Dans hypothèses de Coulomb, la condition de stabilité mécanique d'un tel milieu est vérifiée si et seulement si le rapport de la composante tangentielle  $\tau$  parallèle à la surface de glissement (qui représente un cisaillement) à la composante normale  $\sigma$  perpendiculaire à cette même surface n'excède pas  $k$  ( $\tau \leq k\sigma$ , c'est la définition habituelle du frottement solide).

Dans une géométrie différente d'une pente de talus, on peut généraliser l'approche en postulant l'existence d'un plan de localisation des déformations, plan pour lequel la limite de frottement solide sera réalisée. Un calcul variationnel permettra de déterminer l'inclinaison et la position du plan le plus favorable à l'apparition de cette localisation. Nous allons tout de suite voir un exemple d'application dans le cas de la rupture en profondeur d'un talus.

### 1.2.2.2 Calcul à la rupture et coefficient de sécurité

Bien que le processus d'avalanches soit un phénomène dynamique, nous allons rappeler ici les fondements de l'analyse statique utilisée dans la technique du calcul à la rupture.

Si on s'intéresse au problème de la stabilité d'un talus sous chargement, il existe plusieurs approches possibles. Une des plus simples a été quasiment introduite par Coulomb, elle consiste à rechercher les surfaces de glissement possibles par un processus variationnel d'optimisation. Pour cela, on postule la forme de la surface de glissement (par exemple: un cylindre, une sphère), son rayon de courbure  $R$  et la position de son centre  $O$ . On postule aussi un coefficient de frottement solide moyen macroscopique  $k = \text{tg}(\Phi)$ . On calcule alors les forces tangentielles ( $T_i$ ) et normales ( $N_i$ ) à cette surface de la colonne indiquée  $i$ , résultant du poids de matière et des contraintes extérieures appliquées (voir Figure 1.1).

On peut alors définir un coefficient de sécurité  $F$  (ou facteur de Fellenius) de la surface considérée;  $F$  est le rapport  $F = kN/T$  (en un point de la surface). Ainsi, le système est stable (ou instable) si  $F > 1$  (ou  $F < 1$ ) suivant cette surface de glissement, compte tenu des lois du frottement solide. Le système sera réellement stable si tous les facteurs de sécurité de toutes les surfaces de glissement possibles sont supérieurs à 1, en d'autres termes si  $F_{\min}$  de ces facteurs de sécurité est supérieur à 1. Un calcul exact nécessiterait la connaissance réelle des forces. On se borne en général à une estimation de celles-ci en utilisant quelques modèles. C'est ainsi qu'il existe plusieurs méthodes de calcul du coefficient de sécurité  $F$ ; on peut citer les méthodes de la résultante nulle (équilibre en efforts) et celle de Bishop (équilibre en moment et surface de rupture circulaire) [Bishop A.W., 1955; Bishop A.W. et Morgenstern N.R., 1960]. C'est cette dernière que nous allons décrire rapidement pour notre exemple. La surface de glissement est supposée circulaire, de centre  $O$  et donc de rayon de courbure  $R_i$  constant (cf. Figure 1.1) et l'on fait l'hypothèse qu'il n'y a pas de cohésion. Nous avons pris dans notre exemple une forme simple pour la surface de glissement, cependant dans la pratique, on sait résoudre le cas des surfaces de glissement réelles qui sont plus complexes. Le calcul de  $F$  se fait de la façon suivante: on découpe le talus en colonnes verticales de largeur discrète; on évalue les contraintes normales et tangentielles sur chaque surface de glissement considérée, en tenant compte i) du poids  $W_i$  de cette colonne  $i$ , ii) de la surcharge  $\Delta P_i$  qui lui est éventuellement appliquée et iii) de l'angle  $\alpha_i$  que la surface de rupture fait avec l'horizontale; on effectue ensuite la somme discrète du rapport des moments résistants  $M_r$  et

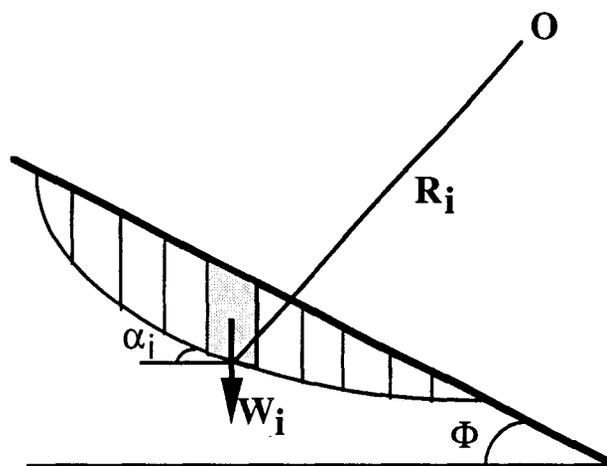


Figure 1.1: Analyse de la stabilité d'un talus (Approche facteur de sécurité): on postule une surface de rupture (ici un cercle de rayon  $R_i$ ) pour laquelle on calcule le facteur de sécurité (cf. Eq. 2) en considérant le poids  $W_i$  de chaque colonne.

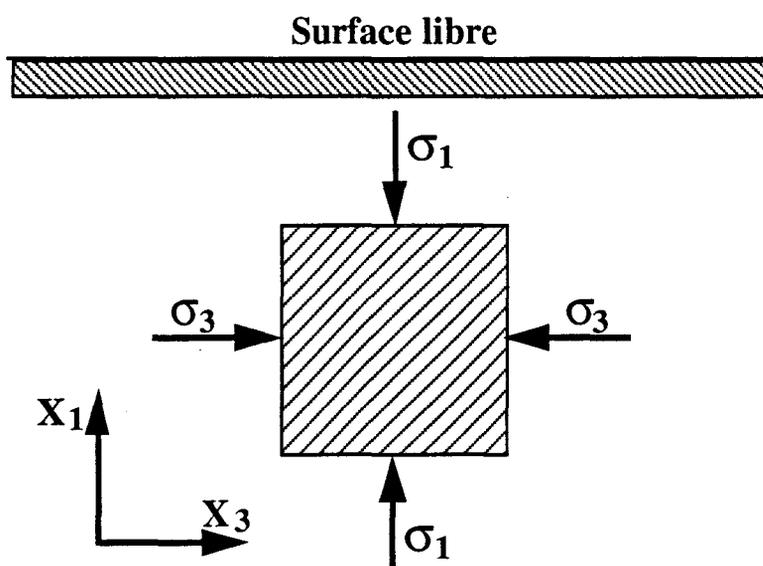


Figure 1.2: Contraintes verticale ( $\sigma_1$ ) et horizontale ( $\sigma_3$ ) appliquées à un échantillon parallélépipédique de sable.

moteurs  $M_m$  et on obtient (on adopte la convention de sommation sur les indices répétés):

$$F = \frac{M_r}{M_m} = \frac{\text{tg}(\Phi) \sum (W_i \cdot \cos(\alpha_i) + \Delta P_i)}{\sum W_i \cdot \sin(\alpha_i)} \quad (2)$$

Dans cet exemple, les calculs sont simplifiés au maximum en considérant les colonnes verticales indépendantes, ce qui n'est pas obligatoire. Bien évidemment, le facteur de sécurité  $F$  serait légèrement différent si l'on tenait compte d'autres répartitions de contraintes et de reports de forces possibles (interactions entre les colonnes). De plus, dans cette approche de Bishop, seul l'équilibre des moments (et non pas de celui des forces) est pris en compte; cependant cette pratique est courante en mécanique des sols et se justifie a posteriori par la concordance entre les résultats expérimentaux et les prédictions théoriques; tout au plus se contente-t-on d'être plus sévère pour le facteur de sécurité que l'on augmente (et que l'on prend par exemple  $F=2$  ou  $3$  comme limite de stabilité réelle au lieu de  $1$  pour un talus ou pour une fondation).

Enfin, on peut faire trois remarques: tout d'abord, cette formulation qui n'est théoriquement valable que pour des surfaces circulaires ( $R_i=\text{constante}$ ), peut être étendue avec une bonne approximation à des surfaces non circulaires, mais présentant une certaine concavité; ensuite, la définition du coefficient de sécurité suppose que la résistance à la rupture ( $T=kN$ ) est mobilisée simultanément en tout point de la surface de glissement; enfin, cette méthode de calcul à la rupture présente le défaut majeur de ne pas permettre de déterminer les déformations au cours du temps (l'hypothèse que le milieu est du type rigide/plastique est implicite dans ce type de calcul à la rupture).

### 1.2.2.3 Effets des conditions aux limites: les deux états de Rankine

Nous allons montrer l'importance des conditions aux limites et du sens du mouvement dans le problème de la stabilité d'un talus [Rankine W.J.M., 1857]. Considérons pour cela, la déformation rigide-plastique d'un échantillon parallélépipédique de sable soumis à des contraintes principales verticale  $\sigma_1$  et horizontale  $\sigma_3$  et dont l'angle de frottement interne est  $\Phi$  (Figure 1.2).

Suivant les valeurs relatives de  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$ , la déformation peut être un écrasement vertical ou horizontal de l'échantillon. Ce sont les deux états de Rankine. Fixons par exemple la contrainte verticale  $\sigma_1$ ; si l'on applique la représentation de Mohr-Coulomb (cf. annexe 1: rappels sur la plasticité), on voit

que le massif reste stable si la contrainte horizontale  $\sigma_3$  reste comprise dans un intervalle qui dépend du coefficient de frottement  $k$  (Figure 1.3).

La condition de stabilité dans ce cas peut être écrite:

$$\left(\frac{1 - \sin\Phi}{1 + \sin\Phi}\right)\sigma_1 \leq \sigma_3 \leq \left(\frac{1 + \sin\Phi}{1 - \sin\Phi}\right)\sigma_1 \quad (3)$$

A partir des inéquations (3), on peut alors définir les deux états de Rankine:

- L'état actif ou inférieur correspond à la limite de stabilité où  $\sigma_1 \geq \sigma_3$ ; le plan de rupture fait un angle  $\theta_a = \pi/4 - \Phi/2$  avec la direction principale majeure  $X_1$  direction prise en générale verticale.

- L'état passif ou supérieur correspond à la limite de stabilité où  $\sigma_1 \leq \sigma_3$ ; on montre alors que le plan de rupture fait un angle  $\theta_p = \pi/4 + \Phi/2$  avec la direction principale majeure  $X_1$ .

Cette analyse simple en terme du critère de Mohr-Coulomb permet de rendre compte de l'importance des conditions aux limites dans ce type de problème. Ainsi, l'état actif représente le problème du mur de soutènement assurant la stabilité d'un sol sous un chargement vertical (une fondation par exemple) où la contrainte principale verticale est supérieure à la contrainte principale horizontale ( $\sigma_1 > \sigma_3$ ); alors que l'état passif rend compte de l'avancement d'un boueur ou "bulldozer" sur un massif: dans ce cas la contrainte principale majeure est dirigée suivant la direction horizontale  $OX_3$  ( $\sigma_1 < \sigma_3$ )(Figure 1.4). Nous noterons aussi au passage que la figure de Bagnold décrivant l'avancée d'un bulldozer est fautive car elle présente un plan de glissement bien trop incliné qui correspond au problème inverse du bulldozer (cas de la rupture du mur de soutènement) [Bagnold R.A., 1966].

#### 1.2.2.4 Conclusion

Le modèle simple de Coulomb que nous venons de présenter repose sur l'existence d'un unique coefficient de frottement macroscopique  $k = \tan(\Phi)$ ; nous verrons qu'il ne suffit pas à décrire correctement la complexité des phénomènes expérimentaux observés concernant la stabilité d'une surface libre. Par exemple, ce modèle simple ne décrit pas la sensibilité de l'angle maximal de la surface libre  $\Theta_M$  à la méthode de fabrication du tas, ni l'existence du phénomène d'avalanches, mais prédit plutôt un flot continu de grains lorsqu'on incline le tas

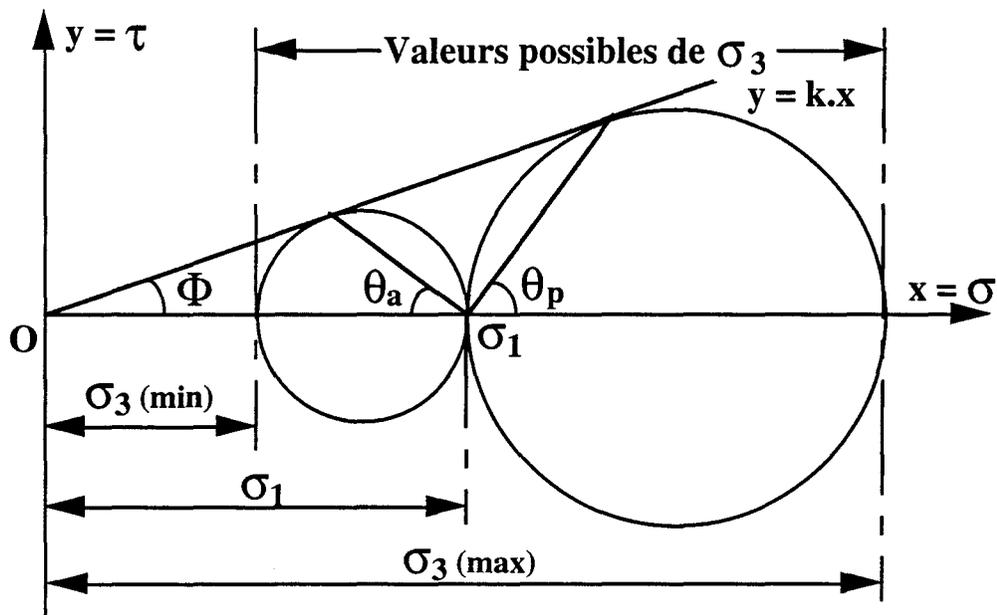
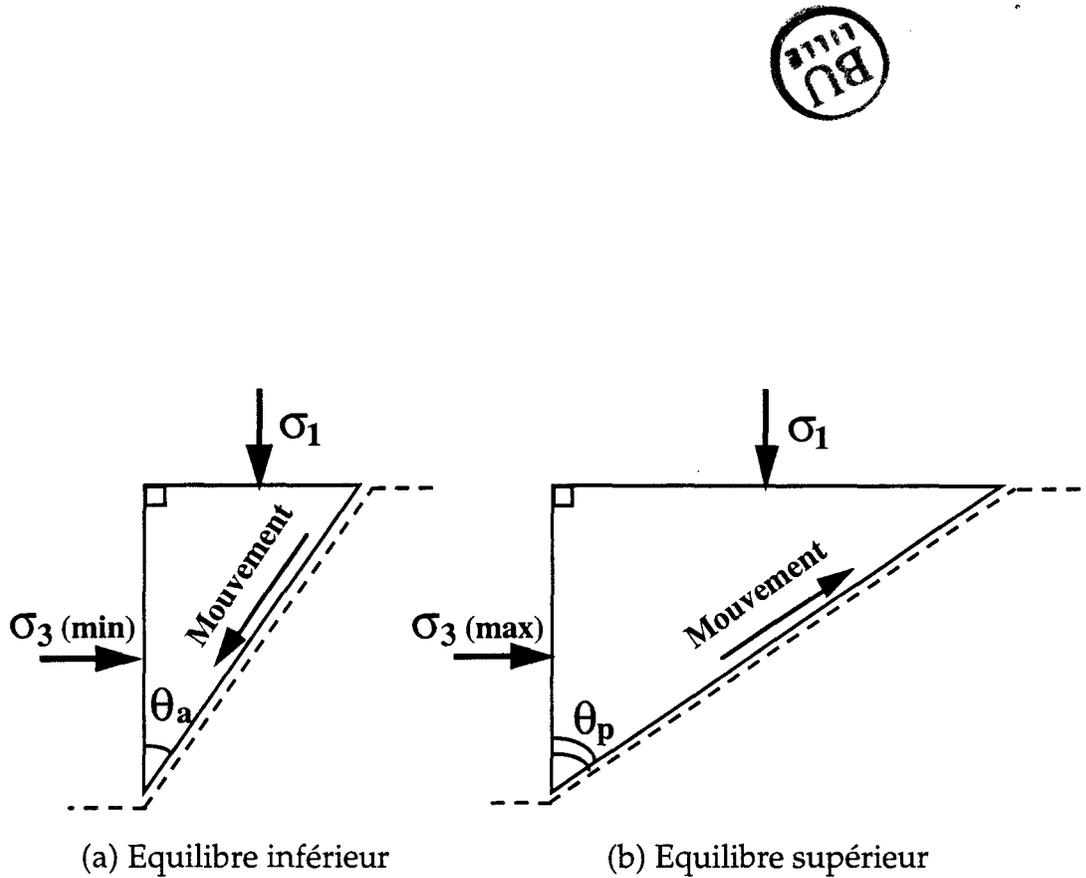


Figure 1.3: Etats actif (ou inférieur, associé à l'angle  $\theta_a$ ) et passif (ou supérieur, associé à l'angle  $\theta_p$ ) de Rankine dans un sol non cohésif avec une surface libre horizontale.



Figures 1.4: Plans de glissement des deux équilibres de Rankine: le cas (a) représente la rupture d'un mur de soutènement ( $\sigma_1 > \sigma_3$ ), l'angle de la surface de glissement fait un angle  $\theta_a$  avec la verticale, le bloc a un mouvement ; le cas (b) correspond à l'avancée d'un boteur ou "bulldozer" ( $\sigma_1 < \sigma_3$ ), l'angle de la surface de glissement fait alors un angle  $\theta_p$  avec la verticale.

lentement au delà de  $\Theta_M$ . De plus, la plupart des expériences faites sur les matériaux granulaires non cohésifs révèle que l'angle de départ de l'avalanche est légèrement plus grand que  $\Phi$  et que la pente se restabilise à un angle de fin d'avalanche dont la valeur est généralement de l'ordre de  $2^\circ$  plus faible que l'angle de départ. Les faits expérimentaux montrent donc que l'analyse simple de Coulomb ne suffit pas. Pour aller plus en avant dans l'analyse du processus d'avalanche, il faut introduire la deuxième propriété clef des matériaux granulaires: la dilatance.

### 1.2.3 La dilatance

C'est Reynolds qui a introduit le premier le concept de dilatance dans la mécanique des milieux granulaires en 1885 [Reynolds O., 1885]. En effet, il avait constaté dans différentes expériences sur la stabilité mécanique des milieux granulaires que le matériau doit en général se dilater pour changer de forme. Cela provient de l'imbrication des grains les uns dans les autres qui engendre une taille de pore plus petite que le diamètre des grains. Ainsi, la taille des pores doit commencer par croître pour que les grains puissent bouger les uns par rapport aux autres: c'est l'effet de dilatance. Ce phénomène est responsable de nombreux effets comme par exemple, l'assèchement du sable sur le pourtour du pied quand on marche sur une plage humide: la déformation induite sur le sable par la pression exercée par notre pied oblige la zone située sur le pourtour (qui est la zone soumise à déformations) à se dilater et donc à augmenter la taille de ses pores où l'eau est alors drainée asséchant ainsi la surface libre.

Il est alors facile de concevoir que l'effet de dilatance est lié à la densité du tas et à sa fabrication. En particulier, plus le tas aura une densité élevée, plus les grains seront imbriqués les uns dans les autres, et plus le matériau devra se dilater pour se déformer sous l'action d'une contrainte extérieure quelconque. Au contraire, dans le cas d'un tas très lâche, les grains sont peu imbriqués, et une contrainte extérieure aura pour effet direct la déformation du tas et la contraction de celui-ci. On comprend alors que la propriété de contractance ou dilatance modifie le comportement rhéologique du matériau et qu'un tas dense apparaîtra plus résistant à la rupture que le même matériau conditionné à une densité plus faible, bien que son frottement solide soit le même. Mais tout ceci n'a pu être quantifié réellement que grâce à l'apport des résultats expérimentaux issus des essais triaxiaux. Avant de décrire ces derniers et pour revenir au problème des avalanches, nous noterons que Bagnold a tenté d'utiliser le concept de dilatance pour comprendre le processus de cette instabilité [Bagnold R.A., 1954; idem, 1966];

il n'avait malheureusement pas à sa disposition le résultat des essais triaxiaux pour parfaire sa compréhension du phénomène.

### **1.3 Nouvelles techniques en mécanique des sols**

#### **1.3.1 Introduction**

L'arrivée de moyens informatiques puissants a permis aux mécaniciens des sols de développer des codes de calcul de plus en plus sophistiqués. Ainsi, le calcul à la rupture a pu être réalisé sur des surfaces beaucoup plus complexes, mais aussi une technique basée sur la méthode des éléments finis a été développée. Dans cette dernière méthode, le matériau granulaire est découpé en petits éléments continus (éléments finis) dont on suppose connu la loi rhéologique (contrainte-déformation). Le comportement macroscopique est alors déterminé par intégration numérique. D'où l'intérêt de déterminer avec précision la rhéologie d'un échantillon cubique mésoscopique

J'emploie ici le terme mésoscopique car il s'agit de l'étude rhéologique d'échantillons contenant déjà un nombre assez important de grains (de l'ordre de quelques dizaines de milliers, échelle intermédiaire ou mésoscopique), la terminologie microscopique étant réservée quant à elle à une description à l'échelle du grain (interactions grain-grain). Pour étudier la rhéologie, la méthode employée est l'essai triaxial qui permet de connaître la réponse d'un matériau à une sollicitation. Cependant lorsque l'on passe à une application particulière en utilisant cette méthode d'intégration, la comparaison des calculs avec les mesures in situ ont montré des différences qui obligent à multiplier les valeurs ainsi calculées par un coefficient de sécurité parfois supérieur à deux.

Parallèlement aux calculs par éléments finis, d'autres méthodes de simulation numérique ont été utilisées notamment sur les empilements comme la méthode de Cundall basée sur la simulation de blocs (on suppose alors une interaction bloc-bloc) [Cundall P.A. et Strack O.D.L., 1979; idem, 1983], ou encore des techniques du type dynamique moléculaire avec Hermann (on suppose une interaction grain-grain) [Gallas et al., 1992].

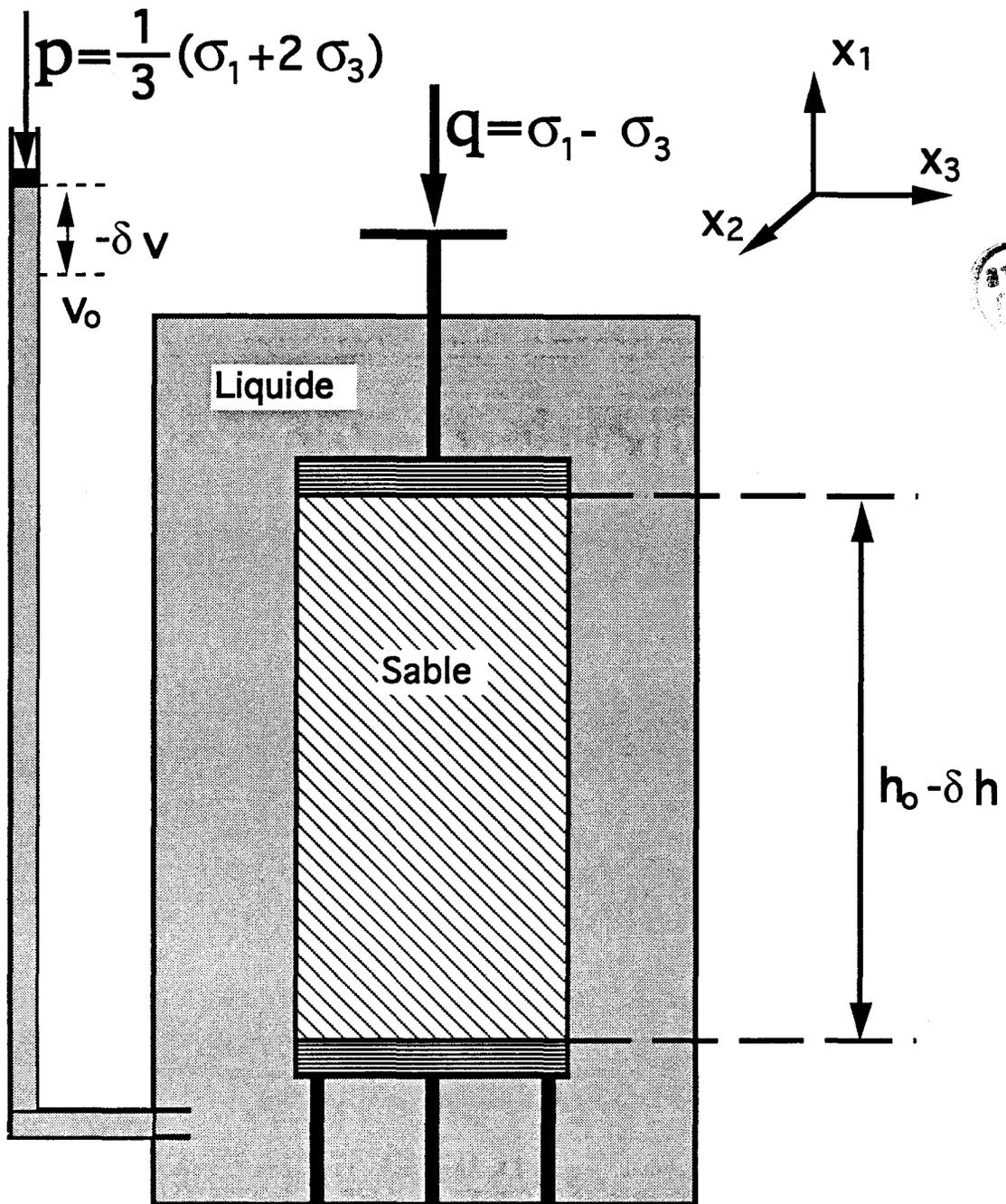


Figure 1.5: Schéma de l'essai triaxial: un milieu granulaire est mis en place dans une membrane flexible cylindrique fermée à chaque extrémité par un piston; l'échantillon dans sa membrane est immergé dans un liquide à une pression hydrostatique  $p$  et une contrainte additionnelle  $q$  est appliquée sur le piston supérieur:  $q$  est appelé la contrainte déviatrice. L'essai consiste à mesurer simultanément les variations de hauteur  $\delta h = h_0 - h$ , de volume spécifique  $\delta v = v_0 - v$ , en fonction de  $q$  et de  $p$  pour une série donnée de transformations mécaniques.

### 1.3.2 L'essai triaxial en mécanique des sols

#### 1.3.2.1 Principe de l'essai triaxial

L'appareil triaxial permet de déterminer le comportement rhéologique des sols, de mesurer en particulier l'angle de frottement solide interne d'un matériau, de déterminer sa dilatance et sa cohésion lorsqu'elles existent. C'est un essai particulièrement adapté au calcul numérique par élément fini car il considère un échantillon de matériau parallélépipédique ou cylindrique (si la symétrie est axiale).

Son principe de base est de soumettre l'échantillon à une série donnée de contraintes et d'enregistrer les déformations qu'il subit, ou au contraire, d'imposer un chemin de déformations et de mesurer les contraintes qu'il est nécessaire d'appliquer pour que le matériau suive ce chemin.

L'échantillon à étudier est placé dans une cellule où il est soumis à une compression triaxiale ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) suivant trois directions principales ( $x_1, x_2, x_3$ ) perpendiculaires entres-elles. Les  $\sigma_i$  représentent les contraintes suivant les directions principales  $x_i$ . Durant l'essai triaxial, on fait varier continûment chacune de ces contraintes  $\sigma_i$  en gardant les autres constantes, et en mesurant les trois composantes du champ de déformation ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ ) induit le long des trois directions principales. Cependant, pour des raisons de mise en oeuvre expérimentale, la plupart des montages expérimentaux utilisent une géométrie cylindrique (Figure 1.5). L'échantillon à étudier est contenu dans une membrane déformable cylindrique non poreuse de rayon  $R$  et de hauteur  $h$  (en matière plastique), fermée à ses deux extrémités par deux pistons métalliques de forme circulaire (le volume initial de l'échantillon est égal à  $v_0 = \pi R^2 h_0$ ). On applique alors à l'échantillon un champ de contraintes cylindrique où  $\sigma_2 = \sigma_3$  représentent la contrainte radiale et  $\varepsilon_2 = \varepsilon_3$  la déformation radiale. C'est cette configuration que nous considérerons à partir de maintenant dans notre exposé.

Pour l'essai, l'échantillon est déposé dans la cellule triaxiale que l'on remplit d'eau afin de l'immerger complètement, puis les surfaces inférieures et supérieures de l'échantillon sont mises en contact avec les deux surfaces planes que constituent les pistons qui permettent d'appliquer la contrainte déviatrice  $q = \sigma_1 - \sigma_3$ . On impose alors une pression de confinement  $p$  qui est contrôlée par la contrainte  $\sigma_3$ . Pendant l'essai, on garde constant soit le taux de contrainte déviatrice  $d\sigma_1/dt$ , soit le taux de déformation axial  $d\varepsilon_1/dt$ ; Dans tous les cas, on impose des taux suffisamment faibles pour que l'échantillon reste dans un

équilibre quasi-statique à tout moment. Lors de l'expérience, on enregistre les paramètres  $p$ ,  $q$ ,  $\varepsilon_1$  (ou  $\delta h/h_0$ ),  $\varepsilon_v$  (ou  $\delta v/v_0$ ) en fonction du temps  $t$  et l'on trace généralement les courbes du déviateur des contraintes  $q/p$  et de la déformation volumique de l'échantillon  $\varepsilon_v$  (ou  $\delta v/v_0$ ) en fonction de la déformation axiale  $\varepsilon_q$  (ou  $\delta h/h_0$ ). Nous utiliserons la convention de signe utilisée habituellement en mécanique des sols:  $\varepsilon_v$  sera positif quand l'échantillon étudié se contracte et donc quand le liquide entre dans la cellule du triaxial.

Dans ce cas, les cinq paramètres importants sont: la pression isotrope  $p$ , le déviateur  $q$ , et  $q/p$ ,  $\varepsilon_q$ ,  $\varepsilon_v$  qui sont définis respectivement par:

$p=(\sigma_1+2\sigma_3)/3$  qui représente la trace du tenseur des contraintes  $\underline{\sigma}$  exprimé dans la base des axes principaux  $(O, x_1, x_2, x_3)$  ( $p$  est l'un des invariants);

$q=\sigma_1-\sigma_3$  représente la contrainte déviatrice qui est le cisaillement appliqué à l'échantillon;

le rapport  $q/p$  est appelé déviateur des contraintes, il est proportionnel au taux de cisaillement maximal;

la déformation volumique  $\varepsilon_v=\varepsilon_1+2\varepsilon_3$  ( $\varepsilon_v=\delta v/v_0$  où  $\delta v=v_0-v$ ) mesure la variation du volume spécifique de l'échantillon;

la déformation axiale  $\varepsilon_q=\varepsilon_1-\varepsilon_v/3$  permet de contrôler la contraction (ou l'extension) de l'échantillon le long de l'axe vertical  $(O, x_1)$ .

On distingue divers types d'essais triaxiaux suivant les valeurs des contraintes axiale  $\sigma_a=\sigma_1$  et radiale  $\sigma_r=\sigma_2=\sigma_3$ :

- les essais de compression pour lesquels  $\sigma_1$  augmente avec  $\sigma_1 > \sigma_3$
- les essais de striction pour lesquels  $\sigma_1 < \sigma_3$ ,
- les essais de traction (ou extension) pour lesquels la contrainte  $\sigma_1$  est une traction ( $\sigma_1 < 0$  dans notre convention); ce type d'essai requiert un appareillage spécial.

### 1.3.2.2 Résultats expérimentaux typiques obtenus aux essais triaxiaux

Les résultats que nous présentons concernent essentiellement des essais triaxiaux de compression ( $q \geq 0$ ) à pression de confinement  $p$  constante où la variation de hauteur de l'échantillon  $\delta h/h_0$  est contrôlée:  $d\delta h/dt > 0$ , c'est à dire

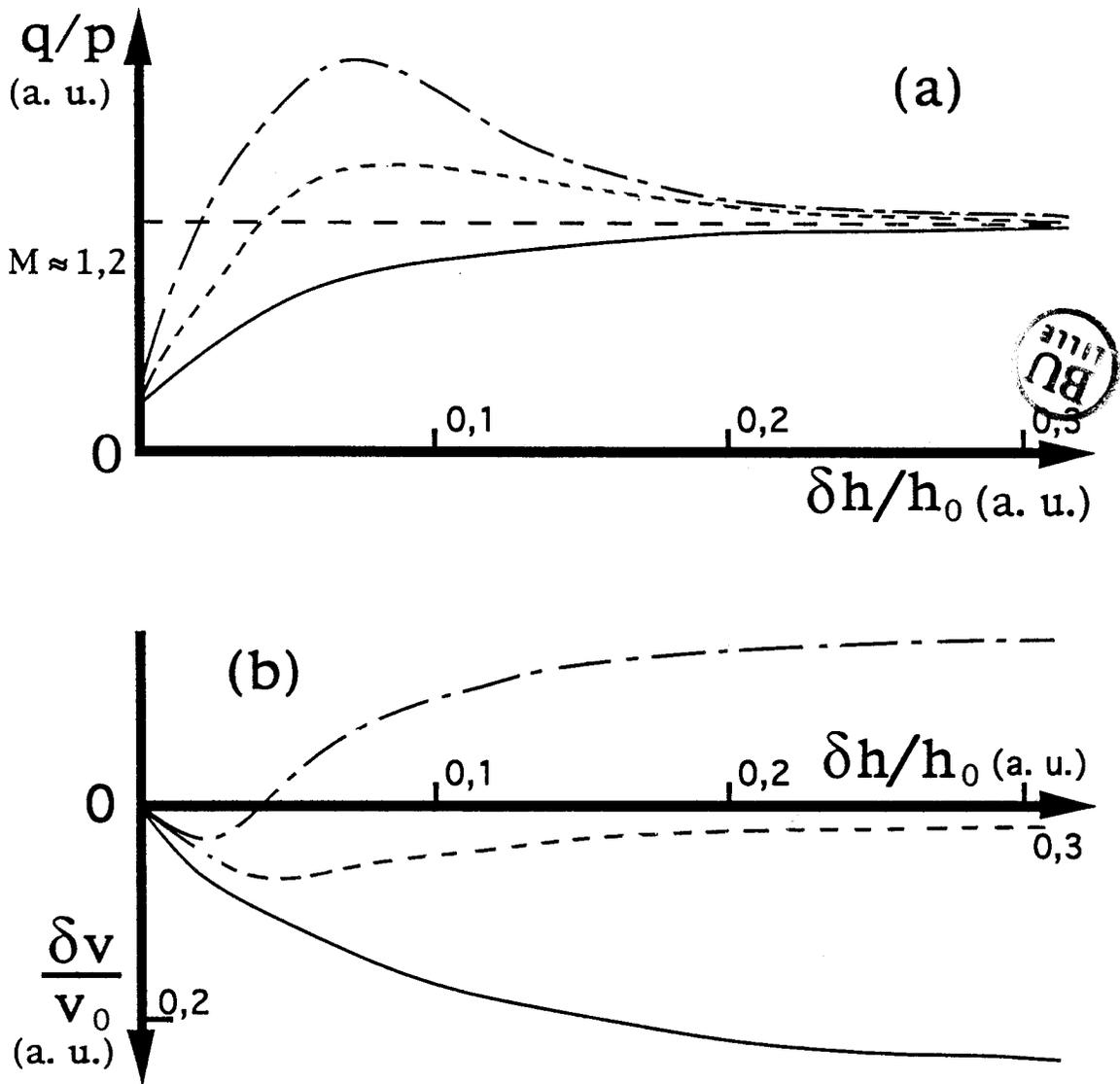


Figure 1.6: Trois résultats typiques obtenus au triaxial avec le même sable compacté à trois densités initiales différentes. Le sable est constamment gardé à la limite de la déformation plastique. La pression  $p$  est gardée constante durant les essais. — — — sable dense; - - - - densité intermédiaire; ——— sable lâche. La figure (a) représente les variations du rapport  $q/p$  du déviateur des contraintes à la pression de confinement en fonction de la variation relative de hauteur  $\delta h/h_0$ . La Figure (b) représente les variations relatives de volume spécifique  $\delta v/v_0$  en fonction de la variation relative de hauteur  $\delta h/h_0$ .

que la hauteur de l'échantillon décroît très lentement avec le temps de façon à toujours être en équilibre quasi-statique (le temps n'intervient donc pas dans l'expérience. Des expériences de ce type ont été réalisées sur un même matériau granulaire sec mais compacté à différentes densités initiales  $d_0$  de l'échantillon (Figure 1.6). Les grains du matériau peuvent donc être considérés comme plus ou moins imbriqués les uns dans les autres suivant la densité, mais on doit les considérer comme parfaitement rigides. Ceci correspond alors à un comportement plastique pur de l'ensemble du matériau.

Trois comportements typiques sont reportés sur la Figure 1.6. Ils concernent le même matériau mis en place initialement de trois façons différentes afin d'en modifier la densité initiale  $d_0$  ( $d_{01} < d_{02} < d_{03}$ ). Chaque comportement est caractérisé par deux courbes:  $q/p$  et  $\varepsilon_v$  en fonction de  $\varepsilon_q$  qui ont été obtenues en gardant le taux  $d\varepsilon_1/dt$  petit et constant durant toute l'expérience.

Si on s'intéresse aux variations de  $q/p$  en fonction de  $\varepsilon_q$ , on distingue deux régimes distincts en fonction du taux de déformations: un régime transitoire aux faibles déformations qui varie suivant la densité initiale du tas  $d_0$  et un régime asymptotique indépendant de la densité initiale  $d_0$  qui est obtenu aux grandes déformations ( $\delta h/h_0 \approx 30\%$ ). Pour ce dernier régime, les expériences montrent que la valeur asymptotique de  $q/p = M$  est indépendante de la densité initiale  $d_0$  et de la pression de confinement  $p$ ; mais que la densité finale de l'échantillon (i.e. aux grandes déformations) quant à elle dépend de la pression de confinement  $p$  mais ne dépend pas de la densité initiale  $d_0$ .  $M$  ne dépend donc que de la nature du matériau, c'est un paramètre intrinsèque relié au taux de cisaillement maximal acceptable aux grandes déformations. Le rapport  $q/p$  est indépendant de la pression de confinement  $p$ , il peut se formaliser sous la forme d'un frottement solide.

En utilisant l'approche simplifiée de Mohr-Coulomb de calcul à la rupture (Voir Annexe 1: Rappels sur la plasticité), on peut montrer que  $\sin\Phi = 3M/(6+M)$ . Pour un sable sec la valeur typique de l'angle de frottement solide est de l'ordre de  $30^\circ$ , de sorte que  $M \approx 1,2$ . En mécanique des sols, le régime asymptotique indépendant de la densité initiale est appelé l'état critique (le qualificatif "critique" étant pris ici au sens de la mécanique des sols) et on le caractérise par sa densité  $d_c$  dite critique qui elle dépend de la pression de confinement  $p$  ( $d_c$  est une fonction croissante de  $p$ ) [Schofield A.N. et Wroth C.P., 1968].

Si on s'intéresse maintenant aux courbes  $\varepsilon_v$  en fonction de  $\varepsilon_q$ , les différences de comportement entre les différentes densités initiales  $d_o$  sont reflétées par les réponses transitoires du matériau. En effet, si la densité initiale est faible ( $d_o < d_c$ ), on constate que le rapport  $q/p$  croît continûment et que le matériau est toujours contractant ( $d\varepsilon_v/d\varepsilon_q > 0$  quelque soit  $\varepsilon_q$ ), c'est à dire que sa densité croît continûment jusqu'à atteindre la valeur  $d_c$ . Au contraire, pour un arrangement initial suffisamment dense ( $d_o > d_c$ ), le rapport  $q/p$  commence par croître, il traverse la ligne  $q/p=M$ , atteint un maximum  $q_m/p$  ( $q_m/p$  sera d'autant plus élevé que la densité  $d_o$  l'est aussi), et finalement  $q/p$  décroît pour atteindre la valeur asymptotique de  $q/p=M$ . Dans le même temps, si on s'intéresse aux variations du volume spécifique de l'échantillon  $\delta\varepsilon_v$ , on constate que le matériau est tout d'abord contractant ( $d\varepsilon_v/d\varepsilon_q > 0$ , sa densité croît) jusqu'à ce que le rapport  $q/p$  devienne supérieur à  $M$ , puis dilatant ( $d\varepsilon_v/d\varepsilon_q < 0$ , sa densité décroît) jusqu'à ce qu'il atteigne l'état critique.

A ce stade, deux remarques s'imposent:

i) Premièrement, nous avons considéré un matériau granulaire constitué de grains rigides comme le sable (silice). L'élasticité des grains de ce type de matériau peut être négligée, de sorte que les réponses du matériau aux contraintes sont dues uniquement à des mouvements plastiques irréversibles.

ii) Deuxièmement, quand un échantillon est dense ( $d_o > d_c$ ), il atteint une valeur maximale  $q_m/p$  plus grande que  $M$ . Si donc, il continue à être soumis à un accroissement de la contrainte déviatrice  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  même faible (i.e.  $dq/dt = \text{constante}$ ), l'équilibre mécanique n'est plus réalisé, une légère augmentation de  $q$  n'est plus possible, l'échantillon devient alors instable. On aboutit à un mouvement macroscopique qui est révélé en général par l'apparition brutale d'une localisation des déformations. Ce plan de localisation est incliné par rapport à la verticale (axe  $(O, x_1)$  sur la Figure 1.5) d'un angle égal à  $\pi/4 - \Phi/2$  qui correspond à la pente du plan où le rapport du cisaillement sur les forces normales est maximal (cf. Fig 1.3 et 1.4). C'est pourquoi, si l'on veut obtenir la réponse du matériau aux grandes déformations, il faut travailler sous taux de variation de déformations contrôlés et non pas sous taux de variation de contraintes contrôlés.

Rapportons pour terminer, quelques résultats expérimentaux typiques pour le sable d'Hostun que nous utiliserons pour nos essais:

$$- \Phi = 32-34^\circ \quad M = 1,2 \quad M < q_m/p < 10$$

- La pression de confinement varie dans l'intervalle [30kPa, 10MPa],
- La variation de hauteur de l'échantillon est de l'ordre de  $\delta h/h_0=0,3$ ,
- La variation du volume spécifique de l'échantillon est de l'ordre de  $\delta v/v_0=\pm 0,2$ ,
- A l'état caractéristique:  $\delta h/h_0=0,01-0,05$ , valeur pour laquelle  $q/p=M$

### 1.3.2.3 L'état critique

L'essai triaxial permet donc de mettre en évidence un état tout à fait particulier des matériaux granulaires: l'état critique ou état de plasticité parfaite où la déformation s'effectue à volume spécifique constant. Comme nous l'avons précisé plus haut, cet état que l'on obtient aux grandes déformations ( $\epsilon_q \approx 30\%$ ) est caractérisé par son rapport  $q/p=M$  et sa densité critique  $d_c$  qui sont tous les deux indépendants de la densité initiale  $d_0$ . Il a été montré expérimentalement que  $M$  est aussi indépendant de la pression de confinement  $p$ , ce qui permet de définir un coefficient de frottement solide  $k$  unique pour un matériau donné puisque  $k$  peut être relié à  $M$  de manière simple ( $k=\tan\Phi$  et  $\sin\Phi=3M/(6+M)$ ). Enfin, la densité critique  $d_c$  dépend de la pression de confinement  $p$  à laquelle est faite l'expérience:  $d_c$  est d'autant plus élevée que  $p$  est grand. Nous définirons beaucoup plus en détail cet état critique lorsque nous développerons à la fin de ce chapitre, la théorie du Granta-Gravel de Schofield et Wroth [Schofield A.N. et Wroth C.P., 1968].

### 1.3.2.4 L'état caractéristique

La notion d'état caractéristique a été introduite par Habib et Luong [Habib P. et Luong M.P., 1978; Luong M.P., 1978; idem, 1989]. Cet état correspond dans le régime transitoire (c'est à dire aux faibles déformations) à l'instant où le rapport  $q/p$  passe par la valeur  $M$ . On peut montrer qu'en ce point la variation de  $\epsilon_v$  est nulle, ce qui se traduit mathématiquement par  $d\epsilon_v/d\epsilon_q=0$ . A l'état caractéristique, l'échantillon passe d'une phase contractante ( $d\epsilon_v/d\epsilon_q>0$ ) à une phase dilatante ( $d\epsilon_v/d\epsilon_q<0$ ) et présente donc une dilatance nulle. L'état caractéristique est atteint durant l'essai triaxial d'autant plus rapidement que le matériau à une densité initiale élevée. A la limite, pour les échantillon très lâches ( $d_0<d_c$ ), cet état est atteint aux grandes déformations et se confond avec l'état critique (ou de plasticité parfaite).

### 1.3.2.5 Application aux avalanches

Avant d'aller plus loin, revenons aux problèmes des avalanches et rappelons brièvement l'analogie physique qui existe entre le processus d'avalanche et l'essai triaxial. Considérons l'état d'équilibre de la surface libre inclinée d'un tas de matériau granulaire; il est évident qu'en un point situé près de cette surface, la contrainte normale  $N$  à cette surface (qui joue un rôle identique à la pression de confinement  $p$  de l'essai triaxial) et la contrainte tangentielle  $T$  (qui joue le rôle de la contrainte déviatrice) tendent toutes les deux vers 0 quand la distance de ce point à la surface libre tend vers 0, puisque  $N$  et  $T$  dépendent du poids et de la hauteur de matière qui se trouve au dessus du point considéré. Cependant, il est aussi évident qu'il existe un cisaillement près de cette surface libre (puisque la surface n'est pas nécessairement horizontale), de sorte que  $q/p$  est différent de 0 près de celle-ci. Ainsi, lorsque l'on augmente l'angle de la surface libre d'un tas, le rapport  $q/p$  tend vers une limite qui est contrôlée par l'angle  $\Theta$  de l'inclinaison de la surface libre par rapport à l'horizontale: le rapport  $q/p$  croît quand on augmente  $\Theta$ .

Ainsi, dans les nombreuses expériences sur les avalanches réalisées en cylindre tournant [Evesque P. et Rajchenbach J., 1988; Fauve S. et al., 1988; Jaeger H.M. et al., 1989], on impose une vitesse de rotation constante  $\Omega = d\Theta/dt$  pour créer des avalanches (le montage expérimental "du cylindre tournant" a très largement été utilisé ces dernières années, notamment à cause de sa facilité de mise en oeuvre). Compte tenu de la relation entre  $p/q$  et  $\Theta$ , le contrôle de la vitesse de rotation équivaut à travailler à taux d'accroissement de contrainte contrôlée dans un essai triaxial. Or, nous avons vu précédemment que cette méthode de contrôle provoque des ruptures dans le cas des tas initialement denses: le phénomène de rupture dans les essais triaxiaux est l'analogie du phénomène d'avalanche observé en cylindre tournant.

De même, dans l'expérience de la boîte que l'on bascule [Evesque P. et al., 1992, idem, 1993], considérons un arrangement initial du matériau assez dense de sorte que le rapport  $q/p$  puisse dépasser  $M$  ( $d_o > d_c$ ) et donc présenter de la dilatance. Dans ce cas, si on augmente la pente du tas, seules de très petites déformations se produiront tant que le rapport  $q/p$  n'aura pas atteint sa valeur maximale  $q_m/p$ ; mais dès que la valeur  $q_m/p$  sera atteinte la surface libre deviendra instable et un événement macroscopique se produira: c'est l'avalanche. On peut interpréter l'angle de départ de l'avalanche  $\theta_i$  comme la valeur pour laquelle le rapport  $q/p$  atteint  $q_m/p$ . L'avalanche ne peut s'arrêter

que lorsque  $q/p$  atteint une valeur inférieure à  $M$ , c'est à dire lorsque l'angle de la surface libre devient inférieur à l'angle de frottement solide ( $\Theta < \Phi$ ).

## **1.4 Le modèle du Granta-Gravel**

### **1.4.1 Introduction**

Dans les paragraphes précédents, nous avons vu qu'un matériau granulaire soumis à de larges déformations plastiques ( $\delta h/h_0 \approx 30\%$ ) et maintenu homogène tend vers un état où sa loi de comportement contrainte-déformation ( $\underline{\sigma} = \text{fonction}(\underline{\epsilon})$ ) est indépendante de l'état initial: ce comportement caractérise un état de plasticité parfaite. En mécanique des sols, cet état particulier du milieu granulaire est appelé l'état critique; il est caractérisé par deux paramètres: son volume spécifique  $v_c$  (ou sa densité  $d_c$ ) et son angle de frottement solide macroscopique  $\Phi$ . D'autre part, la valeur du volume spécifique critique  $v_c$  est indépendante de  $v_0$  celui de l'état initial, mais dépend de la pression de confinement; par ailleurs, l'angle de frottement solide  $\Phi$  est unique et ne dépend que de la nature du matériau, de sorte que  $\Phi$  peut être considéré comme un paramètre intrinsèque jouant le rôle d'un parfait angle de frottement solide macroscopique tel que l'a défini Coulomb.

Les résultats précédents sur l'essai triaxial ont conduit Schofield et Wroth de l'Ecole de Cambridge à introduire un modèle simple pour décrire le comportement des matériaux granulaires non cohésifs et à grains rigides drainés: le modèle de Granta-Gravel que nous allons décrire (ou modèle du gravier de Granta: pour la petite histoire, Granta est l'ancien nom de la rivière Cam qui passe à Cambridge) [Schofield A.N. et Wroth C.P., 1968].

Dans ce modèle, Schofield et Wroth ont fait les hypothèses suivantes:

- le matériau est constitué de grains indéformables (ou rigides pour les mécaniciens, de type sphères dures pour le physicien; rappelons cependant qu'un objet dur est par essence déformable et que le physicien utilise ce terme de façon impropre);
- le milieu ainsi constitué est rigide/plastique (i.e. sous l'action d'une contrainte quelconque, le milieu ne présente jamais de déformations élastiques réversibles) et il est de plus constamment isotrope;
- le milieu atteint l'état critique aux grandes déformations; il peut alors être caractérisé par son volume spécifique critique  $v_c$  (ou sa densité critique  $d_c$ )

qui ne dépend que de la pression de confinement  $p$  conformément aux résultats des essais triaxiaux.

Dans cette approche, la direction des déformations est supposée donnée par celle des contraintes macroscopiques  $p$  et  $q$  ( $p=1/3(\sigma_1+2\sigma_3)$  et  $q=\sigma_1-\sigma_3$ ) et non par leurs variations  $\delta p$  et  $\delta q$ , c'est à dire que les déformations obéissent aux lois de la théorie de la plasticité. On postule que la dissipation ne s'effectue que par des frottements solides, caractérisés par un coefficient de frottement solide macroscopique unique  $k$  (qui est relié à  $M$ ). Les effets de variation de volume spécifique (dilatance ou contractance) sont pris en compte grâce à un terme d'énergie mécanique (emmagasinée ou libérée) de façon réversible lors des déformations. Enfin, l'état critique du matériau est caractérisé dans un espace à 3 dimensions ( $O, p, v, q$ ) par les deux équations:

$$q_c = M.p \qquad v_c = \Gamma - \mu \cdot \ln p \qquad (4a \text{ et } 4b)$$

où  $M, \Gamma$  et  $\mu$  sont des paramètres ajustables qui ne dépendent que de la nature du matériau.

#### 1.4.2 Le modèle de Granta-Gravel appliqué à l'essai triaxial

Considérons un échantillon de sable de Granta à volume spécifique donné  $v$  et obéissant aux hypothèses précédentes. Appliquons lui une contrainte de sorte qu'il se situe à la limite de stabilité (le milieu étant supposé rigide/plastique, il n'y a donc pas de déformations): à ce moment, le milieu peut être caractérisé par l'ensemble contraintes-déformations ( $p, q, \varepsilon_v=0, \varepsilon_q=0$ ). Appliquons lui alors un faible incrément de contrainte ( $\delta p, \delta q$ ) de sorte qu'une déformation plastique se produise pour atteindre ( $\delta \varepsilon_v, \delta \varepsilon_q$ ); cette déformation est stable si la condition de normalité pour la plasticité est respectée, soit:

$$\delta p \delta \varepsilon_v + \delta q \delta \varepsilon_q \geq 0 \qquad (5a)$$

L'énergie totale libérée est dissipée par friction solide, et l'on a:

$$p \delta \varepsilon_v + q \delta \varepsilon_q = M p \delta \varepsilon_q \qquad (5b)$$

Nous allons maintenant nous intéresser à l'essai triaxial en compression, i.e. le cas où la longueur de l'échantillon diminue durant l'essai, ce qui correspond à  $\delta \varepsilon_q > 0$  avec la convention des mécaniciens des sols. A la limite de stabilité (i.e. Eq.(5a)=0), les Eqs. (5) conduisent à:

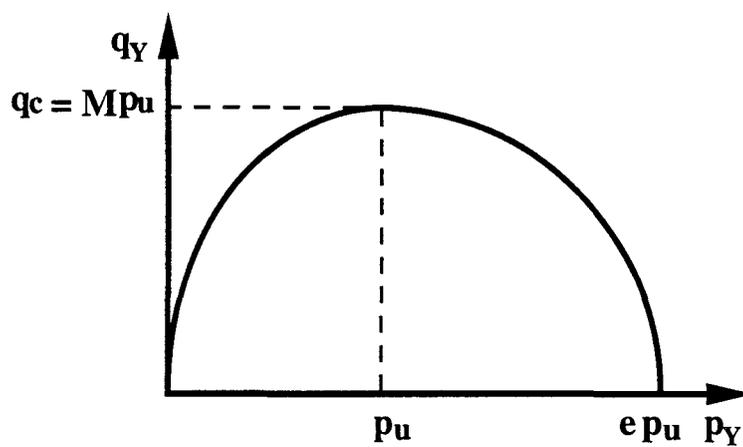


Figure 1.7: Courbe de limite de stabilité pour le modèle de Granta-Gravel

$$\delta p \delta \epsilon_v + \delta q \delta \epsilon_q = 0 \quad (6a)$$

$$\delta \epsilon_v = (M - q/p) \delta \epsilon_q \quad (6b)$$

Combinant les deux équations (6a) et (6b) pour éliminer  $\delta \epsilon_v$  et  $\delta \epsilon_q$ , on obtient:

$$\frac{dq}{dp} = - \left( M - \frac{q}{p} \right) \quad (7)$$

L'intégration de l'Eq (7) conduit à la famille des surfaces de rupture ( $p_Y$ ,  $q_Y$ ):

$$q_Y / (M p_Y) + \ln (p_Y) = Cte = \ln (p_u) + 1 \quad (8)$$

La constante d'intégration de cette équation peut être écrite comme  $\ln (p_u) + 1$ . Nous verrons que cette constante dépend du volume spécifique. La forme de la courbe de rupture est donnée par la Figure 1.7.

La valeur maximale de la contrainte moyenne  $p$  vaut  $p_m = e p_u$ .  $q_Y$  est maximale pour  $p_Y = p_u$  et sa valeur est alors  $M p_u$ . Le point ( $p_Y = p_u$ ,  $q_Y = M p_u$ ) est à l'état critique ( $p_c$ ,  $q_c$ ) car il correspond à une variation de volume nulle ( $\delta \epsilon_v = 0$  d'après l'Eq (6b)). Nous verrons plus loin que ce point est un attracteur, mais nous allons d'abord démontrer que la rupture se produit quand la trajectoire ( $p$ ,  $q$ ) traverse la courbe de rupture ( $p_Y$ ,  $q_Y$ ) de l'intérieur vers l'extérieur (i.e. les configurations stables sont contenues entre l'axe  $O p$  et la courbe de rupture ( $p_Y$ ,  $q_Y$ ) que nous appelons partie interne du plan.

Dans le cas d'un essai de compression ( $\delta \epsilon_q > 0$ ), la rupture se produit quand l'inégalité (5a) est strictement vérifiée:

$$\delta p \delta \epsilon_v + \delta q \delta \epsilon_q > 0 \quad (9)$$

La rupture obéit aussi à l'équation de dissipation (Eq(6b)) qui implique que  $\delta \epsilon_v = (M - q/p) \delta \epsilon_q$ . Remplaçant  $\delta \epsilon_v$  par cette valeur dans l'inégalité (9) et se rappelant que  $\delta \epsilon_q$  est positif, on obtient:

$$\delta p (M - q/p) + \delta q > 0 \quad (10)$$

Ceci montre que les états stables sont confinés entre la courbe de rupture et l'axe des abscisses (axe  $O p$ ) et que la rupture se produit quand la trajectoire ( $p$ ,  $q$ ) traverse la courbe de rupture de l'intérieur vers l'extérieur (pour un essai

triaxial de compression  $\delta\varepsilon_q > 0$ ). En fait, l'Eq(6b) définit la pente de la tangente à la courbe à la rupture.

Considérons maintenant l'évolution d'un système dans un état de contrainte  $(p, q)$  sur la courbe de rupture  $(p_Y, q_Y)$  et soumis à un essai de compression. D'après l'Eq(6b) qui gouverne le processus de dissipation d'énergie, on a:

$$\delta\varepsilon_v = (M - q_Y/p_Y) \delta\varepsilon_q \quad (11)$$

Avec la convention adoptée,  $\delta\varepsilon_v$  est positif quand le volume spécifique  $v$  de l'échantillon diminue; l'Eq(11) conduit à trois variations différentes du volume spécifique  $v$  du matériau qui dépendent de la valeur de  $p_Y$  comparée à  $p_u$ :

- (i)  $v$  augmente quand  $p_Y < p_u$  et  $q_Y > Mp_Y$
- (ii)  $v$  reste constant quand  $p_Y = p_u$  et  $q_Y = Mp_Y$
- (iii)  $v$  diminue quand  $p_Y > p_u$  et  $q_Y < Mp_Y$

Comme annoncé, le point  $(p_Y = p_u, q_Y = Mp_u)$  représente bien l'état critique. Le volume spécifique critique  $v_c$  correspondant est donné par l'Eq(4b) soit  $v_c = \Gamma - \mu \ln(p_u)$ .

Le cas (i) correspond à un matériau dilatant qui présente un pseudo-coefficient de frottement  $M' = q_Y/p_Y$  plus grand que  $M$ , bien que la dissipation réelle d'énergie soit contrôlée par  $M$ . Comme  $q_Y/p_Y > M$ , on peut dire que ce matériau est plus résistant à la rupture que la normale, celui-ci doit nécessairement se dilater pour que survienne la déformation plastique. Par contre, le cas (iii) correspond à un matériau contractant qui est de plus peu résistant puisque  $q_Y/p_Y < M$ , son pseudo-coefficient de frottement  $M' = q_Y/p_Y$  est plus petit que  $M$ : sous une contrainte de compression le matériau se contracte. Quant au cas (ii), c'est l'état critique où le matériau présente son vrai coefficient de frottement macroscopique  $M$  ( $M = M'$ ); il ne présente ni dilatance, ni contractance puisqu'il évolue à volume spécifique constant: c'est l'état de plasticité parfaite.

Considérons un matériau caractérisé par son volume spécifique  $v$  et par les trois paramètres caractéristiques  $M$ ,  $\Gamma$  et  $\mu$  qui dépendent de la nature du matériau. Soient  $v_1$  et  $v_2$  ( $v_1 > v_2$ ) les volumes spécifiques des échantillons n°1 et n°2. Ces deux échantillons sont caractérisés à tout instant par l'état de contrainte

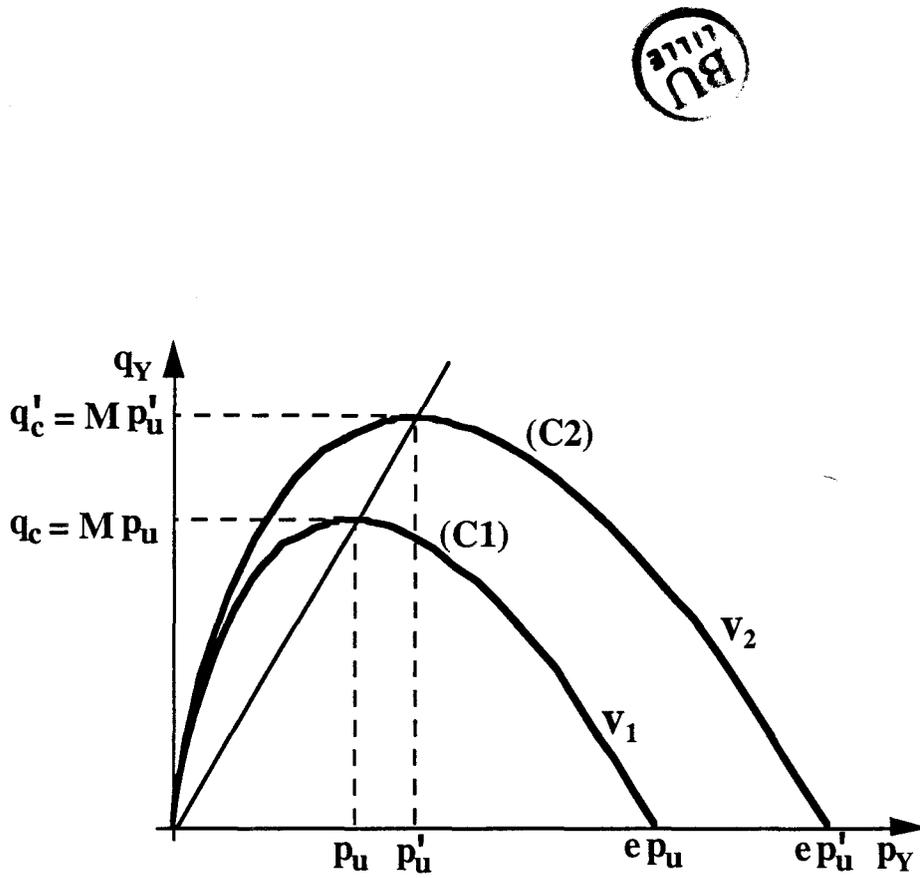


Figure 1.8: Courbes de limite de stabilité pour le modèle de Granta-Gravel pour deux volumes spécifiques différents: dans cet exemple, le volume spécifique  $V_1$  est plus grand que  $V_2$  (i.e. la densité  $d_1$  associée à  $V_1$  est plus faible que  $d_2$  associé à  $V_2$ ).

qui leur est imposé et représenté par le point  $(p, q)$ . Les courbes de rupture (cf. Figure 1.8) pour chacun des échantillons peuvent être déterminées par l'Eq(8): mais elles diffèrent par la constante  $p_u(v_i)$  qui est fonction du volume spécifique  $v_i$ . Ainsi:

$$\ln(p_u(v_1)) = \ln(p_u) = (\Gamma - v_1) / \mu \quad (12a)$$

$$\ln(p_u(v_2)) = \ln(p'_u) = (\Gamma - v_2) / \mu \quad (12b)$$

avec  $p_u < p'_u$  puisque  $v_1 > v_2$

$$\text{de plus, } q_c = Mp_u \text{ et } q'_c = Mp'_u. \quad (12c)$$

Ces deux courbes de rupture (ou de limite de stabilité) ont la même forme: elles démarrent toutes les deux à l'origine  $O$  ( $p=0, q=0$ ) où elles sont tangentes; leurs valeurs maximales suivant l'axe  $Oq$  sont respectivement  $(p_u, q_c=Mp_u)$  et  $(p'_u, q'_c=Mp'_u)$ ; leurs valeurs maximales suivant  $Op$  sont respectivement  $(ep_u, 0)$  et  $(ep'_u, 0)$ . Ces deux courbes ne se coupent pas. La plus grande courbe (C2) correspondant au volume spécifique  $v_2$  délimite une surface avec l'axe  $Op$  qui contient l'autre courbe (C1) correspondant à  $v_1$ ; comme  $v_1 > v_2$ , la courbe (C1) représente un milieu plus lâche que la courbe (C2). Ainsi, si on considère maintenant un même matériau à des volumes spécifiques  $v_i$  différents (i. e. à des densités différentes), on peut en conclure que ce matériau est caractérisé par un ensemble de courbes de rupture "gigognes"  $C_i$  correspondant à chacune de ses densités possibles et qui sont d'autant plus grandes que le matériau est dense.

Soit un matériau de volume spécifique donné  $v$  et sous chargement isotrope. D'après l'Eq(12), sa courbe de rupture (C) est caractérisée par une contrainte  $p_u$ . Pour une contrainte moyenne  $p$  inférieure à  $p_u$ , le milieu sera dit résistant à la rupture ou fragile; pour une contrainte  $p$  supérieure à  $p_u$ , le milieu sera dit faible à la rupture ou ductile.

Considérons tout d'abord le cas où  $p > p_u$ : pour obtenir la rupture, on augmente  $q$  continûment. Quand le matériau commence à se déformer, il se contracte ( $\delta\varepsilon_v > 0$  d'après l'Eq(11)), son volume spécifique diminue et sa nouvelle courbe de rupture se déduit de la précédente par une homothétie de centre  $O$  et de rapport supérieur à 1. Une nouvelle augmentation du déviateur  $q$  est donc nécessaire pour obtenir une nouvelle rupture, le milieu est donc stable puisque la transformation stoppe d'elle-même si on n'augmente pas  $q$ . Dans le cas  $p > p_u$ , la rupture est donc contractante.

Par contre, dans le cas où  $p < p_u$ : de même que précédemment, augmentons  $q$  continûment pour obtenir la rupture. Cette rupture induit cette fois une dilatation du milieu ( $\delta\varepsilon_v > 0$  d'après l'Eq(11)). Le volume spécifique croît et la nouvelle courbe de rupture s'obtient à partir de la précédente par une homothétie de centre  $O$  et de rapport inférieur à 1; le nouveau lieu de rupture se trouve à l'intérieur de la courbe précédente et le point  $(p, q)$  se trouve donc à l'extérieur de la courbe de stabilité. Le milieu continue à évoluer vers la rupture si l'on maintient le même état de contrainte  $(p, q)$ ; distance entre le point  $(p, q)$  et la courbe de rupture croît continûment. Pour se placer à la limite d'équilibre, on est donc obligé de diminuer  $q$  au fur et à mesure. Ce cas conduit donc à une rupture dilatante. Si on veut éviter les événements macroscopiques, on doit faire les essais en contrôlant précisément le taux de déformation.

Ces résultats peuvent être résumés par des courbes semblables à celles des essais triaxiaux. Nous reportons en Figure 1.9, les trois types de comportement prédits par le modèle du Granta-Gravel pour un matériau soumis à un essai triaxial. Les trois courbes représentées correspondent au même matériau à des densités différentes. Elles peuvent être comparées avec les courbes expérimentales des essais triaxiaux obtenus avec le même type de matériau: l'accord est bon pour les grandes déformations, mais la description du début des essais est incorrecte pour les faibles déformations. Les légères différences entre les résultats expérimentaux et ceux du modèle peuvent s'expliquer par le fait que dans les systèmes réels les contraintes induisent une anisotropie qui n'est pas prise en compte dans les hypothèses du modèle.

## 1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les deux concepts de base de la mécanique des sols: le frottement solide et la dilatance. Pour mesurer ces deux quantités, on utilise l'essai triaxial. Généralement, cet essai consiste à appliquer différents chargements sur un échantillon de sable cylindrique soumis à une certaine pression de confinement (par une pression hydrostatique), et on étudie les déformations résultantes, dans ce cas, on impose le chemin des contraintes. A l'inverse, on peut aussi procéder en imposant les déformations et en relevant les contraintes nécessaires à l'obtention de la déformation voulue. Les résultats expérimentaux des essais triaxiaux montrent clairement que l'effet de la dilatance est responsable de réponses non-linéaires comme la localisation des déformations. Ils démontrent aussi qu'il existe un état particulier de la matière granulaire atteint aux grandes déformations où la déformation se réalise à

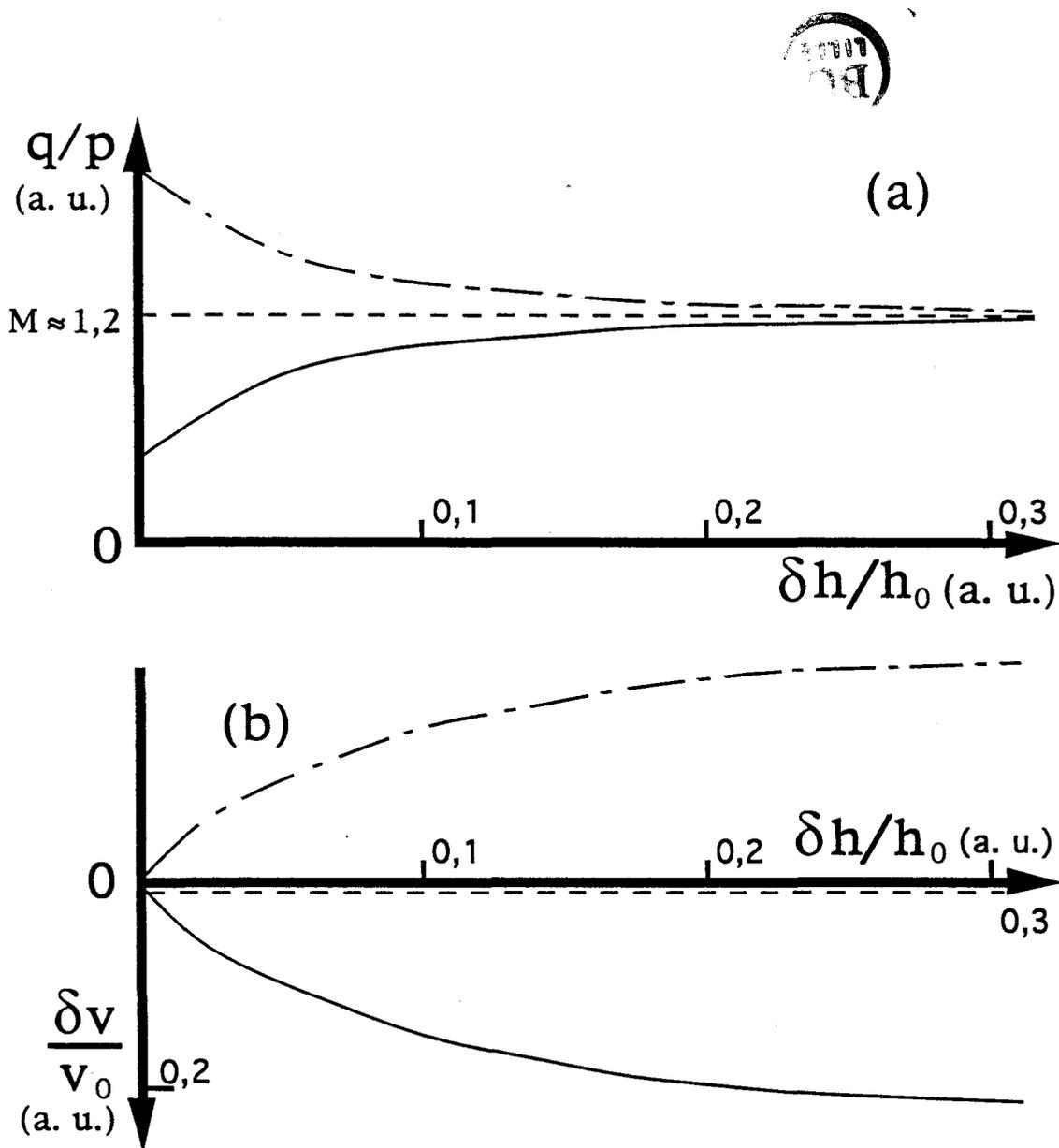


Figure 1.9: Résultats typiques obtenus pour différentes densités pour un essai triaxial, à l'aide de la théorie du Granta-Gravel: — - — sable dense; - - - densité intermédiaire; ——— sable lâche. La figure (a) représente les variations du rapport  $q/p$  du déviateur des contraintes à la pression de confinement en fonction de la variation relative de hauteur  $\delta h/h_0$ . La Figure (b) représente les variations relatives de volume spécifique  $\delta v/v_0$  en fonction de la variation relative de hauteur  $\delta h/h_0$ .

volume spécifique constant. Cet état est appelé l'état critique par les mécaniciens des sols. Il est caractérisé par un unique coefficient de frottement  $M$  qui dépend de la nature du sol ou du matériau, mais  $M$  ne dépend pas de la valeur de la contrainte moyenne de confinement  $p$  à laquelle est fait l'essai. L'état critique est aussi caractérisé par son volume spécifique  $v_c$  ou sa densité  $d_c$ ; on trouve que  $v_c$  et  $d_c$  dépendent de  $p$  et que la densité critique  $d_c$  est une fonction croissante de la pression de confinement  $p$ .

Le modèle du Granta-Gravel rend à peu près compte des différents effets que l'on peut mettre en évidence à l'essai triaxial. En fait, le modèle de Schofield et Wroth intègre parfaitement les deux principales propriétés des milieux granulaires que constituent le frottement solide et la dilatance dans un schéma unificateur. Cependant, cette théorie telle que nous l'avons présentée dans ce chapitre est trop compliquée car elle cherche à rendre compte des résultats de l'essai triaxial dans leur globalité. Or cette analyse est plus complexe que celle de la stabilité d'une surface libre puisqu'elle peut donner lieu à deux cas différents de rupture (les deux états de Rankine), selon la valeur des deux contraintes principales. C'est pourquoi, dans le chapitre 3, nous développerons une théorie plus simple dérivée de celle de Schofield et Wroth: la théorie du Granta-Gravel appliquée aux avalanches qui permettra de rendre compte du phénomène d'avalanches.

## Références du Chapitre 1

- Bagnold R.A., Proc. Roy. Soc. London Ser. A **225**, 49 (1954)
- Bagnold R.A., Proc. Roy. Soc. London Ser. A **295**, 219 (1966)
- Bishop A.W. et Morgenstern N.R., Géotechnique **10**, 129 (1960)
- Bishop A.W., Géotechnique(1955)
- Brown R.L. et Richards J.C., Principles of Powder Mechanics, Editions Pergamon Press, Oxford (1966)
- Cundall P.A. et Strack O.D.L., Géotechnique **29**, 47 (1979)
- Cundall P.A. et Strack O.D.L., Mechanics of Granular Media, édité par J. T. Jenkins et M. Satake, pp.137, Elsevier, Amsterdam(1983)
- de Coulomb C., Mémoires de Mathématiques et de Physique Présentés à l'Académie Royale des Sciences par Divers Savants et Lus dans les Assemblées, 343, Imprimerie Royale, Paris (1773)
- Evesque P. et Rajchenbach J., C. R. Acad. Sci. Paris, Série II **307**, 223 (1988)
- Evesque P., Fargeix D., Habib P., Luong M.P. et Porion P., J. Phys. I France **2**, 1271 (1992)
- Evesque P., Fargeix D., Habib P., Luong M.P. et Porion P., Phys. Rev. E **47**, 2326 (1993)
- Fauve S., Laroche C. et Douady S., Communication privée (1988)
- Gallas J.A.C., Herrmann H.J. et Sokolowski S., Phys. Rev. Lett. **69**, 1371 (1992)
- Habib P. et Luong M.P., Sols pulvérulents sous chargement cycliques, Séminaire Matériaux et Structures sous Chargement Cyclique, Ecole Polytechnique, Palaiseau (1978)
- Jaëger H.M., Liu C.-H. et Nagel S.R., Phys. Rev. Lett. **62**, 40 (1989)
- Luong M.P., C. R. Acad. Sci. Paris **287**, 305 (1978)
- Luong M.P., Powders and Grains, Edité par J. Biarez et R. Gourvès, pp. 485-492, Editions Balkema, Rotterdam (1989)

CHAPITRE 2  
APPLICATIONS PHYSIQUES DE  
LA THÉORIE DES SYSTÈMES  
CRITIQUES AUTO-ORGANISÉS

Rankine W.J.M., Phil. Trans. Royal Soc. **147**, ,(1857)

Reynolds O., Philos Mag. **20**, 469 (1885)

Schofield A.N. et Wroth C.P., Critical State of Soil Mechanics, Editions Mc Graw-Hill, Londres (1968)

## 2. APPLICATIONS PHYSIQUES DE LA THÉORIE DES SYSTÈMES CRITIQUES AUTO-ORGANISÉS

### 2.1 Introduction

Depuis longtemps en physique, mais aussi dans de nombreux autres domaines tels la géophysique, la biologie ou l'économie, on a noté la présence dans certaines suites de données, de signaux erratiques ressemblant à un bruit constitué de signaux aléatoires de toutes durées. On appelle ce type de signal du "bruit en  $1/f$ " (où  $f$  est la fréquence) car sa transformée de Fourier est en  $f^{-\alpha}$  avec  $0,7 < \alpha < 1,4$ , donc proche de  $1/f$ . Ce type de spectre est différent de celui d'un bruit blanc dont le signal semble lui aussi erratique mais qui a une transformée de Fourier constante pour toutes les fréquences (d'où son nom, par analogie avec la lumière blanche).

On observe le bruit en  $1/f$  dans des domaines aussi divers que l'activité solaire liée aux taches solaires [Mandelbrot B.B. et Wallis J.R., 1969], les émissions des galaxies ou des quasars [Nolan P.L. et al., 1981], les fluctuations du courant dans une résistance [Voss R.F. et Clarke J., 1976], l'écoulement du sable dans un sablier [Schick K.L. et Verveen A.A., 1974], l'étude du débit d'un fleuve comme le Nil sur les vingt derniers siècles [Dutta P et Horn P.M., 1981], les fluctuations du taux de sécrétion de certaines hormones comme l'insuline, la circulation des voitures sur le réseau routier, les fluctuations de certains indices économiques ou encore la fréquence des tremblements de terre en fonction de l'énergie qu'ils dissipent. Pour un observateur quelconque, de tels phénomènes se traduisent pour un événement donné par une périodicité qui sera d'autant plus grande que l'événement est important, ou en d'autres termes un événement d'autant plus rare dans le temps qu'il est exceptionnel en importance.

Dans le cas des tremblements de terre par exemple, il existe une loi empirique: la loi de Gutenberg-Richter [Gutenberg B. et Richter C.F., 1954] qui énonce que le nombre de tremblements de terre  $N(E)$  d'une énergie  $E$  par unité de temps et de surface est proportionnel à  $E^{-B} = E^{-(1+2b/3)}$  où  $b$  ("b-value" en sismologie) vaut approximativement 1. Cette loi reste valable quelque soit l'amplitude du tremblement de terre et quelque soit le lieu où il se produit à un

facteur de normalisation près  $N_0$ ; on a donc un comportement en loi de puissance avec universalité de l'exposant  $B$ . C'est à partir de cette loi de Gutenberg-Richter qu'a été établie la célèbre échelle de Richter qui sert de référence dans la détermination de l'intensité d'un tremblement de terre. La cause de l'existence de nombreuses lois de puissance en sismologie comme celle de Gutenberg-Richter et en physique de la déformation de la croûte terrestre est restée longtemps sans réponse. Le concept nouveau de criticalité auto-organisée apparu en 1987 est un essai dans ce sens [Bak P. et al., 1987].

Le trait commun de tous les systèmes qui engendrent du bruit en  $1/f$  est d'être des systèmes macroscopiques dissipatifs qui sont très loin de leur état d'équilibre. Contrairement à la génération du bruit blanc, la présence de bruit en  $1/f$  signifie que la dynamique du système est fortement influencée par le passé du système: il existe donc une corrélation temporelle (effet de mémoire du système) que l'on ne retrouve pas pour un bruit blanc. En effet, un bruit blanc est constitué de toutes les fréquences, et ses variations à un instant donné ne dépendent pas de ses variations antérieures, le système n'a donc pas de mémoire (le bruit blanc le plus commun est le bruit thermique produit par le mouvement des électrons dans les résistances électriques). L'origine du bruit en  $1/f$  serait donc liée à l'existence de grandes corrélations temporelles. Pour la plupart des systèmes physiques (même composés d'un grand nombre de parties microscopiques) l'approximation linéaire suffit, et l'on peut prévoir leur réponse de ceux-ci à une perturbation de faible amplitude. Mais pour les systèmes à comportement plus complexe, l'hypothèse de la réponse linéaire n'est pas vérifiée et leur étude ne peut se faire par les techniques habituelles: c'est le cas par exemples des systèmes dits chaotiques dont les études nécessitent l'utilisation d'outils et concepts mathématiques particuliers [Bergé P. et al., 1984; Manneville P., 1985]. Il en est de même pour les systèmes qui présentent du bruit en  $1/f$  et qui eux aussi nécessitent l'émergence de concepts nouveaux.

## **2.2 Le concept de criticalité auto-organisée**

Avant 1987, un certain nombre d'études avaient été entreprises pour comprendre d'où pouvait venir le comportement de bruit en  $1/f$  observé dans des domaines aussi variés que nombreux, mais les résultats étaient loin d'être clairs et restaient essentiellement phénoménologiques. Il fallut attendre l'article de Bak, Tang et Wiesenfeld (BTW) [Bak P. et al., 1987] qui proposait un modèle numérique simple (le modèle BTW) présentant un tel comportement, et qui est à l'origine d'un nouveau concept: la criticalité auto-organisée ou SOC (de l'anglais

Self-Organized Criticality). La criticalité auto-organisée a été proposée comme concept unificateur décrivant la dynamique des systèmes spatio-temporels non-linéaires ouverts qui évoluent spontanément vers un état critique. Cet état est caractérisé par une réponse obéissant d'une part à une loi de puissance et d'autre part à une géométrie auto-similaire (fractale) [Bak P. et al., 1987; *ibid.* 1988; Tang C. et Bak P., 1989].

Cependant, malgré les nombreux travaux engagés sur ce sujet depuis 1987, les mécanismes physiques conduisant à la criticalité ne sont pas encore compris. En effet, on ne peut savoir a priori si un système soumis à un ensemble bien précis de conditions externes va présenter de la criticalité auto-organisée ou un tout autre comportement; de plus, si on accepte la caractérisation du système critique par l'existence d'une loi de puissance que l'on considère souvent comme la "signature" de la criticalité, il est difficile de caractériser de manière quantitative la criticalité: si l'existence d'une loi de puissance est nécessaire, il semblerait que celle-ci ne soit pas suffisante car d'autres mécanismes peuvent conduire à une telle loi [Sornette D., 1992]. Ainsi, considérons un système caractérisé par une instabilité pour un ensemble de valeurs de son paramètre de contrôle  $\mu_c$ . Il est connu que les fluctuations locales du paramètre d'ordre augmentent lorsque l'on s'approche de  $\mu_c$  et qu'elles divergent à  $\mu_c$  (rappelons que la valeur moyenne du paramètre d'ordre est nulle lorsque la valeur du paramètre de contrôle est inférieure à  $\mu_c$  par définition même du paramètre d'ordre). Si on s'intéresse à la distribution de taille des fluctuations quand  $\mu$  décrit l'intervalle  $[0, \mu_c]$ , on obtient une réponse en loi de puissance qui ne correspond en rien avec la criticalité car le système ne reste pas dans un état stationnaire moyen. Cela montre, qu'il est encore difficile à l'heure actuelle de quantifier précisément un système dans son état critique et donc de qualifier un système de critique. Il en est de même pour les structures spatiales auto-similaires ou fractales si nombreuses dans la nature qu'elles constituent par elles mêmes une signature de la criticalité mais dont les raisons physiques ne sont pas encore connues [Kadanoff L.P., 1986].

D'autre part, le même constat s'impose concernant les différentes classes d'universalité mises en évidence mais dont les raisons physiques de leur existence sont aujourd'hui encore des questions qui restent ouvertes. Cependant, vu le nombre de systèmes qui présentent une géométrie auto-similaire ou une organisation temporelle, il semble que le concept de criticalité auto-organisée soit l'une des voies d'exploration pour comprendre l'origine physique de toutes les

organisations spatio-temporelles actuellement recensées [Mandelbrot B., 1983; Aharony A. et Feder J., 1989].

Ainsi, on espérait en développant ce modèle qu'il devait permettre une meilleure compréhension des phénomènes engendrant le bruit en  $1/f$ : c'était une nouvelle voie qui venait de s'ouvrir et qui n'allait pas manquer d'être explorée et exploitée. En fait, il semble que l'idée de départ de BTW ait été de développer un nouveau concept qui puisse mener à une approche de la turbulence en hydrodynamique différente de celle de "type chaos" développée depuis les années 1960 [Landau L. et Lifchitz E., 1959; Bergé P. et al., 1984; Manneville P., 1985; Godrèche C., 1986].

Depuis son introduction, le concept de criticalité auto-organisée a été appliqué pour expliquer le comportement dynamique de systèmes composites comportant un nombre très important d'éléments (de l'ordre de  $10^6$ ) et soumis à des interactions locales (i.e. entre les éléments proches voisins). Bak, Tang et Wiesenfeld suggèrent que de tels systèmes dynamiques évoluent naturellement vers un état critique dans lequel les petites perturbations peuvent conduire à des réactions en chaîne sur de grandes échelles. L'idée de base de leur modèle s'inspire de la constatation suivante: l'événement qui est à l'origine d'une grande fluctuation est semblable à celui qui est à l'origine d'une petite fluctuation; la différence entre les conséquences de deux événements qui semblent identiques provient de l'histoire du système. On retrouve donc dans ce modèle des corrélations temporelles et spatiales (effet de mémoire) indispensables à l'obtention du bruit en  $1/f$ . Le paradigme de leur modèle est le "tas de sable". Cette approche physique imaginée d'abord par BTW et ensuite reprise par de nombreux autres chercheurs se résume en un modèle (le modèle BTW) et ses variantes dans lequel des grains de sable idéaux sont ajoutés un par un sur un tas de sable "théorique".

## **2.3 Les modèles numériques**

### **2.3.1 Aspects généraux**

Le tas de sable "théorique" est modélisé par un réseau régulier fini à  $d$  dimensions sur lequel on définit une grandeur  $z(\mathbf{r}, t)$  où  $\mathbf{r}$  représente les coordonnées des points sur le réseau et  $t$  le temps (la signification physique de  $z(\mathbf{r}, t)$  varie selon les modèles).

Note: Pour la clarté de l'exposé, nous décrivons le modèle dans sa forme appliquée au tas de sable, c'est à dire qu'on prendra la grandeur  $z(\mathbf{r}, t)$  égale à la pente locale de la surface libre, ou encore à la différence de hauteur entre deux sites adjacents (ou premiers voisins); dans ce cas, la dimension du réseau  $n$  est égale à deux (le réseau est donc un plan) et la quantité ajoutée aléatoirement sera prise égale à un (on dira que l'on ajoute un grain sur un site au hasard). Cela n'enlève rien à la généralité de l'exposé qui suit.

Sur ce réseau ainsi constitué, on impose les quatre règles suivantes afin de simuler sur ordinateur la dynamique d'un tas:

1) On introduit du "bruit" dans le système en augmentant d'une certaine quantité  $\delta z$  la grandeur  $z(\mathbf{r}, t)$  en un point  $\mathbf{r}$ ;  $\mathbf{r}$  est choisi aléatoirement sur le réseau: cette quantité  $\delta z$  est constante, elle peut être entière comme pour le modèle BTW ou bien une valeur réelle aléatoire; cette quantité est prise égale à un pour notre exposé. Initialement, en tout point du réseau, la pente  $z(\mathbf{r}, t)$  est supposée nulle; de cette façon, on construit grain par grain un tas de sable dont la pente et la hauteur augmentent.

2) Le support du réseau est borné et l'on exige que sur les bords du réseau, on ait  $z(\mathbf{r}, t)=0$  ( $\mathbf{r}$  appartient à la frontière), cela signifie que tout grain de sable ajouté au bord tombe (i. e. soit éliminé du réseau). Cette règle représente une condition aux limites.

3) Si en un point  $\mathbf{r}$  du réseau, la pente  $z(\mathbf{r}, t)$  est plus grande qu'une certaine valeur seuil prescrite  $z_s$ , le site  $\mathbf{r}$  est critique et sa caractéristique évolue spontanément: on diminue alors sa pente d'une quantité fixée que l'on redistribue sur les sites voisins suivant les règles d'écoulement propres du modèle. Cette règle fixe les lois d'écoulement lorsque le site  $\mathbf{r}$  devient critique ( $z(\mathbf{r}, t) > z_s$ ). Le système sera dit conservatif si l'excès de pente est intégralement redistribué sur les sites premiers voisins, et non conservatif si seulement une fraction de celle-ci est redistribuée. L'existence d'une valeur seuil  $z_s$  conduit à une réponse à seuil du système qui semble être l'une des conditions primordiales à l'obtention d'un comportement critique. Cette dernière règle est censée mimer l'écoulement d'une accumulation de sable trop importante sur un site dans un tas de sable. Elle va permettre l'existence de "réactions en chaînes": si on augmente  $z(\mathbf{r}, t)$  en un point  $\mathbf{r}$  qui se trouvait, ainsi que ses voisins justes en dessous de  $z_s$ , l'excès de sable sur le site  $\mathbf{r}$  va se "déverser" sur ses voisins. Or, comme ces derniers sites pouvaient être juste en dessous du seuil  $z_s$ , les voilà eux-mêmes au dessus et le processus fait boule de neige. Et ainsi de suite si les

voisins étaient eux-mêmes juste sous-critiques... . On appellera un tel amas de sites qui s'effondrent quand on leur ajoute un seul grain un "amas actif" et cette réaction en chaîne une "avalanche". Commence alors à apparaître l'idée qui mène au bruit en  $1/f$ : il est possible que le système ait un état stationnaire où il existe des amas de toutes tailles de sites juste sous-critiques. Alors, un grain de sable peut soit tomber sur un site non critique et ne donner naissance à aucune avalanche, soit tomber au beau milieu d'un amas de sites juste sous-critiques et déclencher une avalanche aussi grosse que cet amas. Une même cause, l'ajout d'un grain sur le réseau, peut donc avoir des effets assez disproportionnés: ce qui détermine l'ampleur de la réponse est l'histoire du système et les règles d'écoulement.

4) Enfin, on attend que tous les sites devenus critiques à l'issue de l'ajout d'un grain aient relaxé (i. e. que le tas soit de nouveau dans une configuration stable) avant de rajouter un nouveau grain. Ceci revient à dire que l'on sollicite le système très lentement. Par analogie aux systèmes thermodynamiques, on dira que le système est adiabatique (i.e. le système est toujours en équilibre thermodynamique). Quand toutes les avalanches se sont produites, on recommence le processus en appliquant la règle n°1, et ainsi de suite.

Que ce passe-t-il à long terme quand on applique ces quatre règles? Au départ de la simulation numérique, supposons que le réseau soit vide (i.e.  $z(\mathbf{r}, 0)=0$  pour tous  $\mathbf{r}$ ). Le tas de sable va tout d'abord grandir en ne s'écroulant que très rarement en de petites avalanches (donc des réarrangements locaux qui n'affectent de façon générale que les premiers voisins). Puis, au fur et à mesure que l'on ajoute des "grains de sable" de manière aléatoire (i.e. on sollicite le système par un bruit), les avalanches vont se faire de plus en plus fréquentes; le tas croît, mais n'a pas encore atteint sa taille maximale. A ce stade de la simulation, les réponses au bruit que constituent les avalanches n'ont pas encore la distribution asymptotique de leurs masses (la masse d'une avalanche est égale au nombre de sites qu'elle affecte). En effet, il faudra attendre un certain nombre d'itérations pour que le système arrive dans son état stationnaire que l'on peut caractériser par la valeur moyenne de la pente  $\langle z(\mathbf{r}, t) \rangle$  qui est constante sur un nombre important d'itérations. A titre d'exemple, pour des simulations réalisées sur un réseau  $60 \times 60$ , il faut 10000 ajouts pour atteindre l'état d'équilibre dynamique [Van den Bossche M., 1992]. Dans cet état, si on s'intéresse par exemple à la distribution temporelle des avalanches, c'est à dire le nombre  $N(t)$  d'avalanches de "durée"  $t$ , on trouve que  $N(t)$  varie comme  $t^{-\alpha}$ . On est donc

arrivé à un état où le système engendre une réponse de type  $1/f$  donc ayant un comportement critique, et cela à partir d'une sollicitation aléatoire infinitésimale.

Supposons maintenant qu'au lieu de partir d'un réseau vide, on parte d'une configuration initiale quelconque du champ  $z(\mathbf{r}, 0)$ , on arrive à l'issue de la simulation au même état que celui décrit précédemment et présentant une réponse en  $1/f$ . Cet état est donc un attracteur de la dynamique. C'est en ce sens que le système s'auto-organise pour que toute perturbation (ici l'ajout de grains) le mène ou le ramène dans cet état particulier.

Par ailleurs, l'existence d'avalanches de toutes masses dont la distribution temporelle présente elle aussi une loi en  $1/f$  ont suggéré à BTW que le système n'a ni échelle de temps, ni échelle de longueur intrinsèques. En effet, la masse d'une avalanche est reliée à la taille de l'amas de sites sous-critiques qui lui a donné naissance. Par conséquent, la distribution des masses est reliée à une distribution des longueurs du système. Or, cette absence d'échelles spatiale et temporelle est le trait caractéristique, la signature des systèmes dits "critiques"; c'est à dire qui subissent une transition de phase du deuxième ordre.

On peut donc dégager deux propriétés essentielles pour un système de ce type:

1) Il présente une évolution dynamique qui le conduit spontanément dans un état dynamiquement stable indépendant des conditions initiales; en ce sens, cet état est un attracteur de l'évolution. En particulier, il ne sera pas nécessaire d'ajuster finement un paramètre de contrôle à sa valeur critique pour obtenir le comportement critique comme cela est le cas avec la température dans la transition paramagnétique-ferromagnétique du fer.

2) L'état attracteur de l'évolution présente un comportement critique analogue à celui que l'on peut observer habituellement lors d'une transition de phase du deuxième ordre (divergence d'un certain nombre de quantités physiques). En effet, dans cet état attracteur, toutes les tailles d'avalanches apparaissent, signature d'un état critique et d'une longueur de corrélation du problème infinie.

BTW ont introduit le terme "critiques auto-organisés" pour désigner de tels systèmes, où l'augmentation très lente d'une sollicitation externe (l'ajout très lent des grains de sable) attire le système dans un état dynamique caractérisé par une réponse sans échelle spatiale ou temporelle (ici des avalanches sans taille caractéristique autre que celle du grain de sable ou du tas).

D'autres modèles de criticalité auto-organisée ont été proposés. Leur caractère commun est l'existence d'un grand nombre d'éléments simples et similaires en interaction locale (comme le sont les "grains de sable" par l'intermédiaire des pentes locales  $z(\mathbf{r}, t)$  dans le modèle BTW par exemple). La complexité du comportement de ces systèmes résulte de l'action répétée de lois élémentaires d'interaction entre éléments pendant des temps suffisamment longs. La compréhension du concept de criticalité auto-organisée n'est donc pas possible à partir d'une étude locale résultant d'un morcellement du système en petits morceaux, mais elle passe nécessairement par une approche générale dite "holistique". L'état critique auto-organisé est caractérisé par une dynamique marginalement stable reposant sur une interdépendance étroite des différentes parties du système considéré. Ceci permet alors de comprendre qu'un événement mineur puisse déclencher par la suite une catastrophe majeure, de manière analogue au déclenchement d'une grande avalanche qui résulte d'un réarrangement local de quelques grains de sable. Le comportement global du système doit être en partie insensible aux lois détaillées décrivant la structure et le fonctionnement des composants élémentaires: c'est la notion d'universalité qui a été introduite par Kadanoff [Kadanoff L.P., 1976] et qui a été étudiée en détail pour le problème des avalanches en reprenant le modèle BTW [Kadanoff L.P. et al., 1989].

Pour terminer, nous allons présenter rapidement deux modèles numériques de criticalité auto-organisée: le modèle de BTW (1987) et une de ses variantes, le modèle de Zhang Y.C. (1989). L'un des points communs de ces deux modèles est qu'ils sont tous les deux du type "réponse à seuil".

### 2.3.2 Le modèle de BTW (Bak, Tang et Wiesenfeld)

C'est en 1987 que Bak, Tang et Wiesenfeld ont présenté leur modèle numérique du tas de sable [Bak P. et al., 1987]. Nous allons tout d'abord nous intéresser à l'algorithme de leur modèle que nous avons en fait déjà quelque peu dévoilé dans le paragraphe précédent (cf. 2.3.1), puis nous en présenterons rapidement les résultats essentiels.

#### Le modèle:

En chaque site  $\mathbf{r}$  d'un réseau hypercubique de dimension  $d$  (contenant  $L^d$  sites,  $L$  étant le nombre de sites pour  $d=1$ ), on définit une grandeur entière  $z(\mathbf{r}, t)$  qui peut représenter la pente par exemple (c'est à dire la différence de hauteur entre deux colonnes adjacentes comme nous l'avons déjà défini). Le modèle

BTW est du type réponse à seuil, c'est à dire qu'il y a interaction entre sites voisins si la grandeur  $z(\mathbf{r}, t)$  définie précédemment dépasse un certain seuil  $z_s$  fixé. On pose alors les quatre règles suivantes:

1) Bruit:

On introduit du "bruit" dans le système en augmentant d'une unité la quantité entière que représente la pente  $z(\mathbf{r}, t)$  en un point  $\mathbf{r}$  aléatoire du réseau ( $d$  est la dimension du réseau). Initialement (à  $t=0$ ), en tout point du réseau, la pente est supposée nulle:  $z(\mathbf{r}, 0)=0$ . De cette façon, on construit "grain par grain" un tas de sable théorique dont la pente et la hauteur augmentent.

2) Conditions aux limites:

$$z(\mathbf{r}, t) = 0 \text{ sur les bord du réseau} \quad (1a)$$

3) Règles d'écoulement dynamique:

$$\text{Si } z(\mathbf{r}, t) > z_s \text{ alors } z(\mathbf{r}, t+1) = z(\mathbf{r}, t) - 2d \quad (1b)$$

$$\text{et } z(\mathbf{r}+\mathbf{i}, t+1) = z(\mathbf{r}+\mathbf{i}, t) + 1 \quad (1c)$$

où  $\mathbf{i}$  parcourt les plus proches voisins du site  $\mathbf{r}$

4) Type de sollicitation:

On sollicite le système très lentement dans la mesure où l'on laisse relaxer le système après chaque ajout aléatoire (i.e., on attend que toutes les avalanches possibles se soient produites). Comme nous l'avons déjà précisé, le système est donc adiabatique.

Comportement du modèle:

Pour une dimension du système égale à un ( $d=1$ ), on n'observe pas d'état critique auto-organisé. Dans l'état stationnaire correspondant à l'état attracteur de la dynamique, le système est tel qu'en chaque point,  $z(\mathbf{r}, t)=z_s$ . Dans cette dimension, toute perturbation se propage de voisin en voisin jusqu'au bord. Le système se retrouve donc après application des règles dynamiques dans le même état qu'au départ. Dans ce cas, les avalanches ont donc une masse infinie (si le système est supposé infini).

Pour une dimension du système plus grande que un ( $d>1$ ), on trouve une dynamique qui conduit vers un état critique auto-organisé: il est être en autre

caractérisé par la valeur moyenne de  $z(\mathbf{r}, t)$  égale à une constante  $\theta_c$ :  $\langle z(\mathbf{r}, t) \rangle = \theta_c$  (avec  $\theta_c \neq z_s$ ). D'après BTW, cette différence de comportement entre les systèmes de dimension un ( $d=1$ ) et ceux de dimension supérieure ( $d>1$ ) est due au fait que le nombre moyen de sites contaminés par un site critique est inférieur au nombre de plus proches voisins de chaque site. Dans ce cas, on trouve des lois en  $1/f$ . En fait, le couplage ne doit pas être trop fort pour observer un comportement critique auto-organisé; sinon, on observe un phénomène de synchronisation, c'est le cas à une dimension ( $d=1$ ).

### Paramètre de contrôle et paramètre d'ordre

Nous avons vu que l'état critique d'un système critique auto-organisé est analogue à un système subissant une transition de phase du second ordre. Il est alors normal d'essayer de définir un paramètre d'ordre pour le modèle BTW en se rappelant qu'un "bon" paramètre d'ordre doit être nul dans une phase dite "ordonnée" ou symétrique et différent de 0 dans l'autre phase dite "désordonnée" ou non symétrique. C'est Landau qui en 1937 introduisit cette notion très féconde de paramètre d'ordre pour classer les transitions [Landau L.D. et E. Lifchitz, 1967]. Il remarqua que le passage d'une phase à l'autre, lors d'une transition sans chaleur latente (du second ordre), s'accompagnait d'un changement de symétrie. C'est à ce changement de symétrie que Landau associe la notion de paramètre d'ordre. Cette grandeur physique, de caractère extensif, est nulle dans la phase la plus symétrique et non nulle dans la phase la moins symétrique [Bocarra N., 1976].

Quant au paramètre de contrôle, il doit permettre de conduire le système vers son état critique: c'est ainsi, que l'on prend le paramètre température pour les transitions usuelles comme les transitions liquide-gaz et para-ferromagnétique. Dans le problème du tas de sable théorique, la variable aléatoire (c'est à dire le champ qui décrit l'état du système) est  $z(\mathbf{r}, t)$ , qui représente la pente en un point du tas. BTW prennent comme paramètre de contrôle la valeur moyenne de la pente  $z(\mathbf{r}, t)$  notée  $\theta$ . Du point de vue physique,  $\theta$  représente la pente du tas par rapport à l'horizontale.

BTW prennent pour paramètre d'ordre  $J=j-j_c$ , c'est à dire la différence des moyennes de la densité de flux de  $z(\mathbf{r}, t)$ , respectivement dans l'état ( $j$ ) étudié et l'état critique ( $j_c$ ). On peut exprimer  $J$  sous la forme d'une loi de puissance près de la transition du second ordre (c'est à dire quand  $\theta$  tend vers  $\theta_c$ ):  $J=j-j_c \approx (\theta-\theta_c)^\beta$  où  $\theta$  et  $\theta_c$  représentent respectivement les valeurs moyennes de la pente pour l'état

étudié et l'état critique ( $\theta = \langle z(r, t) \rangle$ ).  $\beta$  est l'exposant critique du paramètre d'ordre  $J$ . La définition de l'exposant critique est donnée dans le paragraphe qui suit.

On peut justifier le choix de  $J$  par le fait que l'état critique attracteur de la dynamique est caractérisé par sa pente moyenne critique  $\theta_c$ ; cette valeur de la pente moyenne est la seule pour laquelle le système présente des avalanches de toutes tailles et donc une réponse en  $1/f$ . En fait,  $\theta_c$  est la pente moyenne de l'état critique auto-organisé où le système subit une transition du second ordre. On obtient donc:

Si  $\theta > \theta_c$ , la pente est plus grande que celle de l'état critique. Il faut beaucoup d'avalanches vers l'extérieur pour évacuer le trop-plein de sable:  $j$  (le flux de  $z(r, t)$ ) est supérieur à sa valeur  $j_c$  obtenu quand  $\theta = \theta_c$ ; le paramètre d'ordre  $J$  est positif ( $J > 0$ ).

Si  $\theta < \theta_c$ , la pente est plus faible que celle de l'état critique. Il y aura peu d'avalanches, la distribution de leur taille est  $N(m) \approx e^{-m/m_0}$ , et le flux  $j$  sera peu différent du flux pour  $\theta = \theta_c$ , de sorte que  $J \approx 0$ .

La quantité  $J$  a donc des caractéristiques proches de celles d'un paramètre d'ordre:

-  $J$  est peu différent de zéro ( $J \approx 0$ ) quand le système est critique (c'est à dire dans sa phase "désordonnée" correspondant ici à  $\theta < \theta_c$ ).

-  $J$  est différent de 0 ( $J > 0$ ) dans l'autre cas (c'est à dire dans sa phase "ordonnée" correspondant ici à  $\theta > \theta_c$ ).

### Exposants critiques

Un exposant critique est un nombre qui caractérise le comportement d'une grandeur physique au voisinage d'un point de transition du deuxième ordre.

Lorsque l'on veut étudier un état critique (ou un point critique), cela revient essentiellement à étudier le comportement des paramètres physiques ou des observables qui s'annulent ou divergent quand le paramètre de contrôle tend vers sa valeur critique. Si on note  $P$  le paramètre de contrôle, et  $P_c$  la valeur critique du même paramètre pour laquelle le système est critique, on peut alors caractériser le comportement du paramètre physique  $X$  par l'exposant critique  $x$  tel que:

$$X \propto (P-P_c)^{\nu} \quad (2)$$

Prenons par exemple la longueur de corrélation  $\xi$  qui est l'un des paramètres physiques importants dans les transitions de phases. Cette longueur est définie à partir de la fonction d'auto-corrélation spatiale du paramètre d'ordre  $Y(r)$  défini par  $C(r)$ :

$C(r) = \langle Y(r+r') * Y(r') \rangle$ , avec la convention de sommation sur la variable répétée (ici  $r'$ ).

$C(r)$  dépend pour le détail, des interactions précises entre les  $Y(r)$ . Par contre, à grande distance, elle décroît exponentiellement, avec une longueur caractéristique  $\xi$  qui est la longueur de corrélation. On a la relation à grande distance:

$$C(r) = C_0 \exp(-r / \xi) \quad (3)$$

Cette longueur de corrélation  $\xi$  exprime l'extension spatiale de la coopérativité qui existe entre les  $Y(r)$  et elle diverge lorsque  $P$  tend vers  $P_c$ . On note habituellement  $-\nu$  son exposant critique associé:

$$\xi = (P-P_c)^{-\nu} \quad (4)$$

La plupart des définitions et des notations en usage concernant les exposants critiques sont dues à Fisher [Fisher M.E., 1967].

### Lois d'échelle

Les lois d'échelle sont les relations qui peuvent exister entre les différents exposants critiques. Ces lois expriment que les informations contenues dans les exposants critiques sont redondantes et donc qu'en fait, seul un petit nombre d'exposants sont indépendants. Il n'est donc pas toujours nécessaire de résoudre complètement un problème pour connaître l'ensemble de ses exposants critiques.

### Classe d'universalité

Une classe d'universalité est un ensemble de systèmes différents, présentant une transition de phase du deuxième ordre, avec les mêmes exposants critiques.

L'hypothèse d'universalité peut être énoncée de la façon suivante: les exposants critiques ne dépendent que de la dimension  $n$  du paramètre d'ordre et

de la dimension  $d$  de l'espace physique [Bocarra N., 1976]. L'universalité peut être interprétée comme le fait que les détails qui font la différence entre les systèmes d'une même classe d'universalité sont inessentiels vis-à-vis de la transition de phase. Celle-ci étant un phénomène coopératif, elle n'est sensible qu'aux comportements longues distances/grands temps, et a donc les mêmes caractéristiques, malgré ces détails.

Les théories de champ moyen prédisent, en l'absence d'effets de fluctuation, des valeurs identiques des exposants critiques pour toutes les transitions de phase. Cependant, cette prédiction remarquable est largement contredite par les expériences. En effet, des mesures de plus en plus précises menées depuis le milieu des années quarante [Guggenheim E.A., 1945] ont montré que les valeurs de champ moyen ne sont obtenues que pour quelques cas particuliers. On observe que les transitions de phase peuvent être regroupées dans des classes d'universalité caractérisées par un ensemble de valeurs des exposants critiques, mais ces valeurs ne sont pas, en général, les valeurs obtenues à l'aide des théories de champ moyen.

En fait, d'après la théorie de Ginzburg [Ginzburg V.L., 1960], la théorie de champ moyen n'est correcte que pour une dimension de l'espace physique  $d$  supérieur à 4 ( $d > 4$ ). Il en résulte qu'aucun système physique ne devrait être conforme à cette théorie. Dans d'autres cas, on trouve d'autre valeur de  $d$  (par exemple  $d=6$  pour la percolation).

### Conclusion

Dans un premier temps, on avait pensé que le modèle BTW était dans la même classe d'universalité que celle de la transition de percolation (pour plus de détails sur la théorie de la percolation, on peut se reporter au livre de Stauffer D. [Stauffer D., 1985]). Cependant, des éléments nouveaux sont venus nuancer cette affirmation: (i) les exposants critiques mesurés à l'aide des simulations, en différentes dimensions, diffèrent de ceux de la percolation [Manna P. et Grassberger P., 1990; Manna P. et al., 1990]; (ii) la dimension critique supérieure du modèle BTW est 4 (contrairement à la percolation où la dimension critique supérieure est 6) et les exposants critiques au premier ordre en  $\varepsilon = 4-d$  sont différents [Obukhov S., 1989].

Par conséquent, si on se réfère aux simulations de Manna P. et al., le modèle BTW est:

- pour  $d \geq 4$ , dans la même classe d'universalité que la percolation en  $d \geq 6$

- pour  $d < 4$ , dans de nouvelles classes d'universalité.

Cependant, ces derniers résultats sont à prendre avec réserves car dans leurs différentes simulations, Manna P. et al. ont toujours utilisé des réseaux hypercubiques; par conséquent, ils n'ont pas pu tester l'universalité des exposants, notamment leur résistance vis à vis d'un changement de réseau (qui bien entendu, ne doit pas affecter les exposants appartenant à la même classe d'universalité).

### 2.3.3 Le modèle de Zhang

Ce modèle qui est une variante du modèle BTW a été introduit par Zhang en 1989 [Zhang Y.C., 1989].

#### Le modèle

En chaque site  $r$  d'un réseau hypercubique de dimension  $d$  (avec  $L^d$  sites), on définit une grandeur  $\varphi(r, t)$  réelle et positive. Contrairement au modèle BTW, cette grandeur  $\varphi(r, t)$  est une grandeur absolue qui n'est pas définie par rapport à la configuration de son voisinage (c'est la hauteur du tas et non plus sa pente qui est prise en compte ici). Par contre, de la même manière que dans le modèle BTW, ce modèle étant de type "réponse à seuil", on fixe initialement une valeur seuil  $\varphi_s$  au delà de laquelle, il y a une redistribution de l'excédent sur les sites les plus proches voisins. On pose alors les règles suivantes:

#### 1) Bruit:

On introduit du "bruit" dans le système en augmentant d'une quantité aléatoire  $\delta$  appartenant à l'intervalle  $[0, \delta_{\max}]$  avec  $\delta_{\max} \leq 1$ , la variable aléatoire  $\varphi(r, t)$  en un site  $r$  du réseau choisi au hasard. Initialement (à  $t=0$ ), en tout point du réseau le champ  $\varphi(r, 0)$  est nul. On a donc:

$$\varphi(r, t+1) = \varphi(r, t) + \delta \quad (5a)$$

Ce processus est répété tant que la règle d'écoulement dynamique ( $n^\circ 3$ ) n'est pas satisfaite. De cette façon, on augmente petit à petit le champ  $\varphi(r, t)$ .

#### 2) Conditions aux limites:

$$\varphi(r, t) = 0 \text{ sur les bords du réseau} \quad (5b)$$

3) Règles d'écoulement dynamiques:

Si,  $\varphi(\mathbf{r}, t) > \varphi_s$ , alors à l'instant  $t+1$ , on aura:

$$\varphi(\mathbf{r}, t+1) = 0 \quad (5c)$$

$$\text{et } \varphi(\mathbf{r}+\mathbf{i}, t+1) = \varphi(\mathbf{r}+\mathbf{i}, t) + \varphi(\mathbf{r}, t)/2d \quad (5d)$$

où  $\mathbf{i}$  parcourt les plus proches voisins du site  $\mathbf{r}$ .

( $\varphi_s$  est la valeur du seuil de la dynamique, c'est une constante)

4) Type de sollicitation:

On sollicite le système très lentement pour qu'il n'existe qu'une avalanche à la fois. Il ne peut y avoir d'interaction entre deux avalanches: le système est sollicité de façon adiabatique.

Comportement du modèle:

D'une manière générale, ce modèle présente un comportement critique auto-organisé identique au modèle BTW. Cela semble logique dans la mesure où ces deux modèles sont basés sur une dynamique régie par un seuil et d'autre part sur une sollicitation très lente du système (processus adiabatique).

Comportement à longs termes: état stationnaire de la dynamique

Pour le comportement du système à long terme, il faut s'intéresser à la valeur moyenne  $\langle \varphi \rangle$  de  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  sur le réseau: on constate que  $\langle \varphi \rangle$  tend vers une constante  $\langle \varphi \rangle_{eq}$ ; le système est alors à l'équilibre dynamique qui correspond à son état critique auto-organisé.

Quel que soit l'état de départ, les simulations numériques montrent que la valeur moyenne  $\langle \varphi \rangle$  de la variable  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  atteint asymptotiquement une limite qui caractérise l'état d'équilibre dynamique:  $\langle \varphi \rangle \approx 0,62$  pour un réseau carré à 2D,  $\langle \varphi \rangle \approx 0,57$  pour un réseau cubique à 3D,  $\langle \varphi \rangle \approx 0,5$  en dimension infinie, et de façon triviale  $\langle \varphi \rangle \approx 1$  à 1D (pour  $0 < \delta < 1$  et  $\varphi_s = 1$  [Zhang Y.C., 1989]). La compétition entre la maximisation de  $\varphi$  par l'ajout adiabatique de  $\delta$  et la stabilisation du système par instabilité (réponse à seuil  $\varphi_s$ ) et transfert local donne lieu à cet équilibre dynamique.

Ainsi, si on part d'un état caractérisé par une valeur moyenne  $\langle \varphi \rangle$  supérieure à  $\langle \varphi \rangle_{eq}$ , le système est très favorable aux activations qui l'amènent à

$\langle \varphi \rangle_{eq}$ . Ce type de comportement est identique à celui observé dans les mêmes conditions avec le modèle BTW lorsque  $\theta > \theta_c$ . Cet état d'équilibre est le résultat de la lutte entre la tendance à l'augmentation de  $\langle \varphi \rangle$  par les ajouts de  $\delta$ , et la tendance du système à évacuer les excès de  $\varphi$  par un processus d'avalanches. A titre d'exemple, pour atteindre l'équilibre dynamique (correspondant à l'état critique auto-organisé), il faut environ 10000 ajouts de  $\delta$  pour y arriver si  $\delta_{max}=1/2$ ,  $\varphi_s=1$ , sur un réseau  $60*60$  [Delamotte B. et Van den Bossche M., 1992].

Maintenant, si on s'intéresse à la loi de distribution  $D(s)$  des avalanches de taille  $s$ , une signature de la criticalité de ce modèle est donnée par [Zhang Y.C., 1989]:

$$D(s) \approx s^{-\tau}, \text{ avec } \tau = 2 - 2/d \text{ pour } 1 \leq d < \infty \quad (6)$$

où  $\tau \approx 1$  en 2 dimensions et  $\tau \approx 1,30$  en 3 dimensions.

Ces résultats sont en accord avec les simulations sur le modèle BTW faites par Bak et al. [Bak P. et al., 1988].

### **2.3.4 Différences entre les modèles BTW et de Zhang**

Bien que les modèles BTW et de Zhang soient tous les deux à seuil avec une sollicitation adiabatique, ils diffèrent par la définition de leurs variables aléatoires (c'est à dire le champ qui décrit l'état du système). En effet, dans le modèle BTW, la condition de seuil se fait sur la variable aléatoire  $z(\mathbf{r}, t)$  qui représente la pente locale du tas (puisque  $z(\mathbf{r}, t)$  est la différence de hauteur entre deux colonnes adjacentes). Cette valeur de  $z(\mathbf{r}, t)$  est donc une grandeur locale. Par contre dans le modèle de Zhang, le critère de seuil porte sur la hauteur de colonnes au point  $\mathbf{r}$ :  $\varphi(\mathbf{r}, t)$ ; ce seuil est donc complètement indépendant du voisinage du point considéré. Ainsi, pour chacun des modèles, le déclenchement des avalanches résulte de la prise en compte de propriétés topologiques locales différentes. Dans ces conditions, pour le modèle de Zhang, il serait plus juste de parler "d'actions" et non plus d'interactions entre proches voisins car le processus d'avalanches est uniquement engendré par la redistribution de la quantité  $\varphi(\mathbf{r}, t)$  sur les plus proches voisins, le site  $\mathbf{r}$  retrouvant alors une valeur de  $\varphi(\mathbf{r}, t+1)$  nulle.

Comme nous l'avons vu, le modèle de Zhang est une version du modèle de BTW où la variable aléatoire devient continue. En ce sens, il ne s'agit plus d'automates cellulaires mais d'applications couplées [Sornette D., 1993]. A ce

stade, il est intéressant de se poser la question de savoir si ces deux modèles, assez similaires et conduisant au même type d'état critique, appartiennent à la même classe d'universalité. Pour essayer de donner une réponse plus affinée à cette question, une équipe du Laboratoire de Physique Théorique et Hautes Energies de Paris7 conduite par B. Delamotte a réalisé une série de simulations du modèle de Zhang sur réseau triangulaire [Delamotte B. et al., 1992]. En effet, les modèles de BTW et de Zhang ont principalement fait l'objet de simulations numériques sur des réseaux hypercubiques. Or, on sait que pour les systèmes critiques "traditionnels", comme par exemple le modèle d'Ising pour le ferromagnétisme: les exposants critiques calculés par des simulations numériques sont identiques que le réseau soit triangulaire ou carré; cela permet de conclure que le ferromagnétisme sur réseau triangulaire et carré appartient à la même classe d'universalité. Les séries de simulations du modèle de Zhang entreprises sur les deux types de réseaux, triangulaire et carré conduisent à des valeurs des exposants critiques identiques: les lois d'échelles sur réseau triangulaire et carré sont donc identiques pour le modèle de Zhang, ce qui lui confère le trait caractéristique des phénomènes critiques que constitue l'universalité des lois d'échelle. Par ailleurs, les lois d'échelle trouvées pour le modèle de Zhang sont tout à fait comparables à celles du modèle de BTW étudié par Manna S.S. et al. [Manna S.S. et al., 1990]. Ceci permet de penser que les deux modèles appartiennent à la même classe d'universalité, mais ceci demande une plus ample vérification.

En effet, on sait d'après les cas habituels de phénomènes critiques que d'autres changements peuvent laisser les exposants critiques inchangés. On pourrait par exemple étudier les conséquences sur les exposants, d'une variation de la quantité transférée sur les plus proches voisins dans l'activation d'un site (modification des lois d'écoulement dynamiques); si on se réfère aux ferromagnétiques, ceci peut être vu comme l'analogie du changement de la constante de couplage des spins dans le modèle d'Ising, dont on sait qu'il n'affecte pas les exposants critiques. D'une autre manière, il serait intéressant de changer le nombre de composantes du champ, c'est à dire la dimension du paramètre d'ordre, car on sait que de façon générale, le nombre de composantes du paramètre d'ordre change la classe d'universalité (tout comme d'ailleurs, la dimensionnalité de l'espace physique) puisque en général pour les transitions critiques standards, les classes d'universalité sont contrôlées par la dimension de l'espace physique et par celle du paramètre d'ordre [Boccarda N., 1976].

C'est pourquoi, bien que certaines variables caractéristiques du comportement critique du système comme les exposants critiques (voir ci-dessus)

sont insensibles aux modifications de caractéristiques microscopiques comme le changement de type de réseau (passage d'un réseau hypercubique au réseau triangulaire), les arguments ne sont pas encore suffisants pour conclure à l'universalité.

#### **2.4 Conclusion: retour aux tas de sable réels**

Suite à la parution de l'article de Bak, Tang et Wiesenfeld en 1987, où le tas de sable avait été pris comme paradigme pour le concept de criticalité auto-organisé, bon nombre d'expériences furent entreprises afin d'observer le comportement critique auto-organisé prédit par leur modèle. Il faut signaler qu'il n'avait jamais été mentionné auparavant un tel comportement pour un tas de sable. Les premières expériences sur les "vraies" avalanches de sables furent réalisées en 1988, d'une part par une équipe américaine [Jaëger H.M. et al., 1989] et d'autre part par deux équipes françaises [Evesque P. et Rajchenbach J., 1988 et 1989; Fauve S. et al., 1988]. Ces premières expériences ne donnèrent pas le comportement critique attendu d'après le modèle BTW. Il fallut attendre les expériences réalisées par Held et al. [Held G.A. et al., 1990] en 1990, pour que soit enfin observé un comportement critique sous certaines conditions.

Dans la deuxième partie de ce mémoire, nous rappellerons tout d'abord les premières expériences, nous traiterons ensuite des expériences réalisées par Held et al. où a été observé pour la première fois un comportement critique sur un tas de sable réel et nous décrirons enfin nos propres expériences où nous avons pu mettre en évidence le rôle primordial joué par la densité sur le processus d'avalanches conformément aux résultats classiques de la Mécanique des Sols. Avant d'aborder les différents résultats expérimentaux de la partie II, nous allons à présent introduire le modèle du Granta-Gravel appliqué aux avalanches.

## Références du Chapitre 2

- Aharony A. et Feder J., *Fractal in Physics*, Editions North Holland, Amsterdam (1989)
- Bak P., Tang C. et Wiesenfeld K., *Phys. Rev. A* **38**, 364 (1988)
- Bak P., Tang C. et Wiesenfeld K., *Phys. Rev. Lett.* **59**, 381 (1987)
- Bergé P., Pomeau Y. et Vidal C., *L'ordre dans le chaos*, Editions Hermann, Paris (1984)
- Bocarra N., *Symétries brisées: Théorie des transitions avec paramètre d'ordre*, Editions Hermann, Paris (1976)
- Delamotte B. et Van den Bossche M., *Communication privée* (1992)
- Dutta P. et Horn P.M., *Rev. Mod. Phys.* **53**, 497 (1981)
- Evesque P. et Rajchenbach J., *C. R. Acad. Sci. Paris, Série II* **307**, 223 (1988)
- Evesque P. et Rajchenbach J., *Powders and Grains*, Biarez & Gourvès (eds), Balkema, Rotterdam (1989)
- Fauve S., Laroche C. et Douady S., *Communication privée* (1988)
- Fisher M.E., *Rep. Prog. Phys.* **30**, 615 (1967)
- Franklin F.C. et Johanson L.N., *Chem. Eng. Sci.* **4**, 119 (1959)
- Ginzburg V.L., *Sov. Phys. Solid State* **2**, 1824 (1960)
- Godrèche C., *Structures et Instabilités*, Editions de Physique, Orsay (1986)
- Guggenheim E.A., *J. Chem Phys.* **13**, 253 (1945)
- Gutenberg C. et Richter C.F., *Seismicity of the Earth and Associated Phenomena*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1954.
- Held G.A., Solina D.H., Keane D.T., Haag W.J., Horn P.M. et Grinstein G., *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1120 (1990)
- Jaeger H.M. Liu C.-H. et Nagel S.R., *Phys. Rev. Lett.* **62**, 40 (1989)
- Kadanoff L.P., Nagel S.R., Wu L. et Zhou S.-M., *Phys. Rev. A* **39**, 6524 (1989)

- Kadanoff L.P., Phases transitions and critical phenomena, Vol. 5A, ed.by Domb C. et Green M.S., Academic Press, New York (1976)
- Kadanoff L.P., Phys. Today **39** (2), 6 (1986)
- Landau L.D. et Lifchitz E., Fluid Mechanics, Pergamon Press, London (1959)
- Landau L.D. et Lifchitz E., Physique Statistique, Chap. XIV, Editions Mir, Moscou (1967)
- Mandelbrot B.B. et Wallis J.R., Water Resour. Res. **5**, 321 (1969)
- Mandelbrot B.B., The fractal geometry of nature, Editions W.H. Freeman, New-York (1983)
- Manna S.S. et Grassberger P., J. de Phys. **51**, 1077 (1990)
- Manna S.S. et al., Kiss L.B. et Kertesz, J. Stat. Phys. **61**, 923 (1990)
- Manneville P., Structures dissipatives et turbulences, Comptes Rendus de l'Ecole de Physique de la Matière Condensée de Beg-Rohu (1985)
- Nolan P.L. et al., Astrophys. J. **246**, 494 (1981)
- Obukhov S., Random fluctuations and pattern growth: Experiments and models, Stanley H.E. and Ostrowsky N. eds (Kluwer Academic, Boston, 1989)
- Schick K.L. et Verveen A.A., Nature **251**, 599 (1974)
- Sornette D., Les phénomènes critiques auto-organisés, à paraître (1993)
- Sornette D., "Mean-field of a block-spring model of earthquakes", J. Phys. I France **2**, 2089-2096 (1992)
- Stauffer D., Introduction to percolation theory, Editions Taylor and Francis, Londres (1985)
- Tang C. et Bak P., Phys. Rev. Lett. **60**, 2347 (1988)
- Van den Bossche M., Mémoire de DEA "Contribution à l'étude d'un modèle de système critique auto-organisé", Paris 7 (1992)
- Voss R.F. et Clarke J., Phys. Rev. B **13**, 556 (1976)
- Zhang Y.C., Phys. Rev. Lett. **63**, 470 (1989)

CHAPITRE 3  
LE MODÈLE DU GRANTA-  
GRAVEL APPLIQUÉ AUX  
AVALANCHES

### 3. LE MODÈLE DU GRANTA-GRAVEL APPLIQUÉ AUX AVALANCHES

#### 3.1 Introduction

Dans le chapitre 1 consacré aux rappels des principaux résultats de mécanique des sols, nous avons vu que le modèle du Granta-Gravel rend assez bien compte des deux principales propriétés des sols que constituent le frottement solide et la dilatance [Schofield A.N. et Wroth C.P., 1968]. Cependant, ce modèle va beaucoup plus loin puisqu'il les intègre dans un schéma unificateur où l'effet de la dilatance est pris en compte et où les pertes (dissipations d'énergie) sont supposées dépendre uniquement d'un coefficient  $M$  directement relié au frottement solide macroscopique. Le problème de la stabilité d'une surface libre inclinée est conceptuellement plus simple que celui de l'essai triaxial. En effet, dans l'essai triaxial il existe deux types possibles de rupture qui correspondent en fait aux deux états de Rankine (cf. §1.2.2.3) alors que dans le cas de la stabilité d'une surface libre inclinée un seul type de rupture est possible (cette rupture correspond à l'équilibre inférieur (ou actif) de Rankine). Le but de ce chapitre est de décrire une théorie plus simple basée une approche du type Granta-Gravel pour expliquer le phénomène d'avalanche.

#### 3.2 Les hypothèses du modèle du Granta-Gravel appliqué aux avalanches

Dans ce modèle du Granta-Gravel appliqué aux avalanches [Evesque P., 1990; idem, 1991], on fait les mêmes hypothèses que dans le modèle général de Granta-Gravel (cf. §1.4.1). Ainsi, les grains sont supposés rigides, l'échantillon se déforme par déformations plastiques (le milieu est supposé rigide/plastique), et les pertes énergétiques (ou les dissipations) sont gouvernées par un unique coefficient  $M$  relié de façon univoque au frottement solide macroscopique  $k = \tan(\Phi)$  et indépendant du volume spécifique du matériau (donc de sa densité). Par ailleurs, quelque soit le volume spécifique initial de l'échantillon, sous contraintes celui-ci tend asymptotiquement aux grandes déformations vers son état critique ou de plasticité parfaite (i.e. l'échantillon se déforme alors à volume

spécifique constant) défini aux grandes déformations ( $\delta h/h_0 \approx 20-30\%$ ) en mécanique des sols.

Rappelons que l'existence de cet état critique est le résultat principal des essais triaxiaux entrepris sur les sols ou les sables, que cet état critique est caractérisé par son volume spécifique critique  $v_c$  (et donc par sa densité critique associée  $d_c$ ), que ces deux grandeurs  $v_c$  et  $d_c$  sont indépendants de l'histoire du matériau mais qu'ils dépendent de la pression de confinement  $p$  (i.e. de la contrainte moyenne) à laquelle est effectué l'essai triaxial; en effet, le volume spécifique critique  $v_c$  est une fonction continûment décroissante et univoque en fonction de  $p$ . En outre, l'état critique est supposé isotrope pour des raisons de simplicité. Le volume spécifique  $v$  de l'arrangement initial d'un échantillon peut évidemment être différent de celui de l'état critique  $v_c$ .

### 3.3 Etude statique et dynamique d'une couche de matériau

Pour cette étude, nous allons considérer un échantillon caractérisé par un volume spécifique  $v$  dont la surface libre plane est inclinée d'un angle  $\Theta$  par rapport à l'horizontale (cf. Figure 3.1). Soit un plan (noté PLAN) parallèle à la surface libre à une profondeur  $h$  de celle-ci: sur ce plan, repose une couche de matériau d'épaisseur  $h$ . Notons respectivement  $P$  et  $Q$  les forces perpendiculaire et parallèle à la surface libre qu'exerce la couche supérieure de matériau sur le plan (PLAN). Nous adoptons la convention suivante pour le signe des forces: les forces sont positives quand elles sont dirigées vers le bas;  $P$  et  $Q$  sont toujours positives.

Considérons de légères variations  $\delta P$  et  $\delta Q$  (supposées indépendantes l'une de l'autre) des contraintes  $P$  et  $Q$ , et faisons l'hypothèse que le tas est à la limite de la déformation plastique. Dès lors, on peut supposer que les variations  $\delta P$  et  $\delta Q$  induisent une faible déformation plastique qui sera caractérisée par une variation du volume spécifique de l'échantillon  $\delta \varepsilon_V$  qui se traduit par un déplacement perpendiculaire au plan de la couche de matériau, et un petit glissement  $\delta \varepsilon_Q$  parallèle au plan, tous deux localisés près du plan (PLAN). Nous choisissons  $\delta \varepsilon_V$  positif pour une diminution du volume spécifique et  $\delta \varepsilon_Q$  positif pour un glissement vers le bas; une valeur négative de  $\delta \varepsilon_V$  indiquera donc une dilatance de l'échantillon. D'après la théorie de la plasticité, toute déformation plastique doit obéir au critère de stabilité qui stipule qu'aucune déformation plastique ne se produit si:

$$\delta P \delta \varepsilon_V + \delta Q \delta \varepsilon_Q \leq 0 \quad (1a)$$

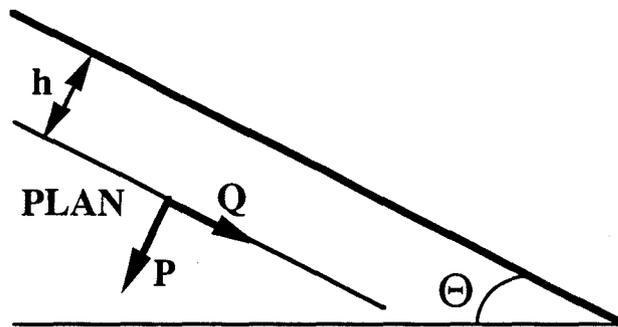


Figure 3.1 Schéma représentant le glissement d'une couche de matériau d'épaisseur  $h$  sur une surface de glissement plane (PLAN). Cette couche de matériau induit sur la surface du plan, une contrainte perpendiculaire  $P$  et parallèle  $Q$ .

En supposant que durant la déformation les pertes d'énergie (dissipations) sont dues uniquement à la friction, la loi de conservation de l'énergie implique:

$$P \delta \varepsilon_V + Q \delta \varepsilon_Q = M P \left| \delta \varepsilon_Q \right| \quad (1b)$$

Dans cette approche,  $M$  est le coefficient réel de frottement qui est défini habituellement en mécanique des sols et qui est relié à l'angle de frottement solide par  $M = \tan(\Phi)$ ;  $M$  est supposé être une constante qui dépend uniquement du matériau d'après le modèle du Granta-Gravel. A ce niveau, une remarque s'impose pour assurer la concordance entre ce chapitre et les notations du chapitre 1.4:

L'expression de  $M$  dans la formule (1b) ci-dessus est différente de celle utilisée pour décrire l'essai triaxial à l'aide du modèle général de Granta-Gravel: cela vient du fait que  $Q$  est ici une contrainte de cisaillement alors que précédemment c'était la différence entre les deux contraintes principales. C'est pourquoi, la relation (1b) n'est pas valable pour l'essai triaxial, car  $p_{\text{triaxial}}$  et  $q_{\text{triaxial}}$  sont reliés aux contraintes principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$  par les relations:  $p = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$  et  $q = \sigma_1 - \sigma_3$  et les contraintes principales ne sont pas nécessairement les contraintes maximales de cisaillement. On peut bien entendu calculer la contrainte maximale de cisaillement en fonction de  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$ . La façon la plus simple de procéder est d'utiliser la méthode géométrique du cercle de Mohr (cf. Annexe 1: Rappels sur la plasticité): on peut alors montrer facilement que  $\sin \Phi = (\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 + \sigma_3)$ . Comme aux grandes déformations, on a  $M = q/p$ , on peut écrire  $\sin \Phi = 3M / (6 + M)$  dans le cas de l'essai triaxial avec une symétrie cylindrique.

Pour calculer la courbe de rupture (ou courbe de limite de stabilité), définie par l'ensemble  $(P_Y, Q_Y)$  des deux forces qui mettent la couche juste à la limite de stabilité, nous procéderons de la même manière que pour l'essai triaxial. Considérons un glissement vers le bas de sorte que  $\left| \delta \varepsilon_Q \right| = \delta \varepsilon_Q > 0$ . Ceci permet d'écrire l'équation (1b), sous la forme:

$$\delta \varepsilon_V = (M - Q_Y/P_Y) \delta \varepsilon_Q \quad (2)$$

L'ensemble  $(P_Y, Q_Y)$  qui est à la limite de stabilité restera à cette limite pour une variation  $(\delta P, \delta Q)$  si l'égalité de l'Eq(1a) est satisfaite, soit:

$$\delta P \delta \varepsilon_V + \delta Q \delta \varepsilon_Q = 0 \quad (3)$$

En tirant  $\delta\varepsilon_V$  de l'Eq(2) et en le remplaçant dans l'Eq(3), on obtient l'équation différentielle suivante, après division par  $\delta\varepsilon_Q$ :

$$\delta Q_Y = - (M - Q_Y / P_Y) \delta P_Y \quad (4)$$

Cette équation différentielle est identique à l'Eq(7) du chapitre 1 et son intégration conduit à une famille de courbes de rupture, dont un exemple a été donné par la Figure 1.8 du chapitre 1. Comme pour l'essai triaxial, la solution de l'Eq(4) est de la forme:

$$Q_Y / (M P_Y) + \ln(P_Y) = 1 + \ln(P_u) = \text{Cte} \quad (5)$$

où  $1 + \ln(P_u)$  est la constante d'intégration.

$P_u$  définit la constante d'intégration; nous verrons qu'elle dépend du volume spécifique  $v_c$  de l'état critique de l'échantillon;  $P_u$  est une fonction décroissante monotone de  $v_c$ . On peut réécrire l'Eq(5) sous la forme:

$$Q_Y = M P_Y (1 + \ln(P_u) - \ln(P_Y)) \quad (6)$$

Comme au chapitre 1.4, l'étude de cette courbe montre que le maximum de  $P_Y$  est  $eP_u$ , obtenu pour  $Q_Y=0$ ; le maximum de  $Q_Y$  est  $Q_c = MP_u = MP_Y$ , obtenu pour  $P_Y = P_u$ . Ce maximum ( $P_u, Q_c = MP_u$ ) caractérise l'état critique.

A chaque point de la courbe limite de stabilité ( $P_Y, Q_Y$ ), on peut attribuer une valeur  $\Theta_Y$  telle que  $\text{tg}(\Theta_Y) = Q_Y / P_Y$ . On constate alors que  $\Theta_Y$  est l'angle maximal de repos pour une couche caractérisée par  $P_u$ .

Considérons maintenant une couche qui est à la limite du glissement (donc à la limite de stabilité). Elle est caractérisée par un point ( $P, Q$ ) situé sur la courbe de rupture ( $P_Y, Q_Y$ ). Augmentons alors légèrement  $\Theta$  au dessus de  $\Theta_Y$  de manière à provoquer une déformation. L'Eq(2) permet de prédire trois comportements différents pour le glissement de la couche, suivant que  $\Theta_Y$  est plus grand, égal ou plus petit que l'angle de frottement  $\Phi$  ( $M = \text{tg}(\Phi)$ ):

$$\delta\varepsilon_V = 0 \text{ si } M.P_Y = Q_Y \Rightarrow \text{le volume spécifique est inchangé (v=Cte),} \quad (7a)$$

$$\delta\varepsilon_V < 0 \text{ si } M.P_Y < Q_Y \Rightarrow \text{la couche se dilate (v diminue),} \quad (7b)$$

$$\delta\varepsilon_V > 0 \text{ si } M.P_Y > Q_Y \Rightarrow \text{la couche se contracte (v augmente).} \quad (7c)$$

Cela donne les trois comportements suivants:

a) La couche qui obéit à l'Eq(7a) est dans l'état critique (ou état de plasticité parfaite) car son volume spécifique ne change pas lorsque la rupture se produit. Par conséquent,  $v=v_c$ ,  $M=tg(\Phi)$ , ce cas s'obtient aux points d'intersection des courbes  $Q_Y$  de limite de rupture et de la droite  $P_Y=M.Q_Y$ . Pour la courbe de rupture caractérisée par  $P_u$ , on a donc  $Q_c=M.P_u$ ,  $P=P_u$  quand se produit le glissement pour  $\Theta_Y=\Phi$ .

b) La couche qui obéit à l'Eq(7b) se dilate. Elle est plus dense que dans l'état critique. Elle est caractérisée par  $Q_Y/P_Y=tg(\Theta_Y)>M$  et donc  $\Theta_Y>\Phi$ . Elle est résistante à la rupture car celle-ci se produit pour un angle de la surface de glissement  $\Theta_Y$  plus grand que celui du frottement solide  $\Phi$ . Son domaine d'obtention est pour  $P<P_u$ .

c) La couche qui obéit à l'Eq(7c) se contracte. Elle est moins dense que dans l'état critique. Elle est caractérisée par  $Q_Y/P_Y<M$  et la déformation se produit pour un angle  $\Theta_Y$  plus petit que  $\Phi$ . Cependant, quand la couche se déforme, le matériau se densifie de sorte que  $P_u$  augmente et le pseudo-angle de frottement  $\Theta_Y$  augmente lui aussi. Le matériau devient alors plus résistant avec le temps. Par conséquent, la déformation de la couche s'arrêtera spontanément, dès que l'on relâche la contrainte et donc que l'on diminue le cisaillement imposé.

Au contraire, considérons maintenant le cas b) (i.e. avec  $\Theta_Y>\Phi$ ). Elle commence à se déformer seulement à partir de  $\Theta=\Theta_Y$ , mais elle se dilate quand se produit la rupture d'après l'Eq(2) de sorte que son  $P_u$  diminue avec le temps, mais sa pente reste constante. La couche devient alors plus instable et la déformation ne peut pas s'arrêter: une avalanche se crée. La déformation ne s'arrêtera que si par un moyen artificiel, on impose à la surface libre une diminution rapide de sa pente jusqu'à une valeur plus petite que la nouvelle valeur de  $\Theta_Y$ . Dans le cas contraire, la théorie prédit l'existence d'un événement macroscopique qui s'arrêtera seulement quand la pente  $\Theta$  atteindra une valeur plus petite que  $\Phi$ . Ainsi, en appelant  $L$  la longueur de la pente, la taille de l'événement macroscopique (qui est proportionnelle à son volume) doit varier comme:

$$L^2 (\Theta_Y - \Phi) 1 / 2 \tag{8}$$

où  $l$  est la largeur transverse de la surface libre du tas.

Dans cette approche irréversible, l'avalanche apparaît donc comme une rupture plastique macroscopique gouvernée par les forces de frottement (frictions) et contrôlée par le glissement d'une couche inclinée à un angle  $\Theta_Y$  qui

dépasse l'angle de frottement  $\Phi$ . Cela conduit à une évaluation de la durée  $D$  de l'avalanche représentant le temps nécessaire pour que la couche ait glissé sur une distance  $L$  qui représente la longueur de la pente. Aussi, dans l'hypothèse d'un régime purement inertiel, il faut s'attendre à ce que  $D$  obéisse à une relation de la forme:

$$D = A \sqrt{\frac{2L}{g}} \quad (9a)$$

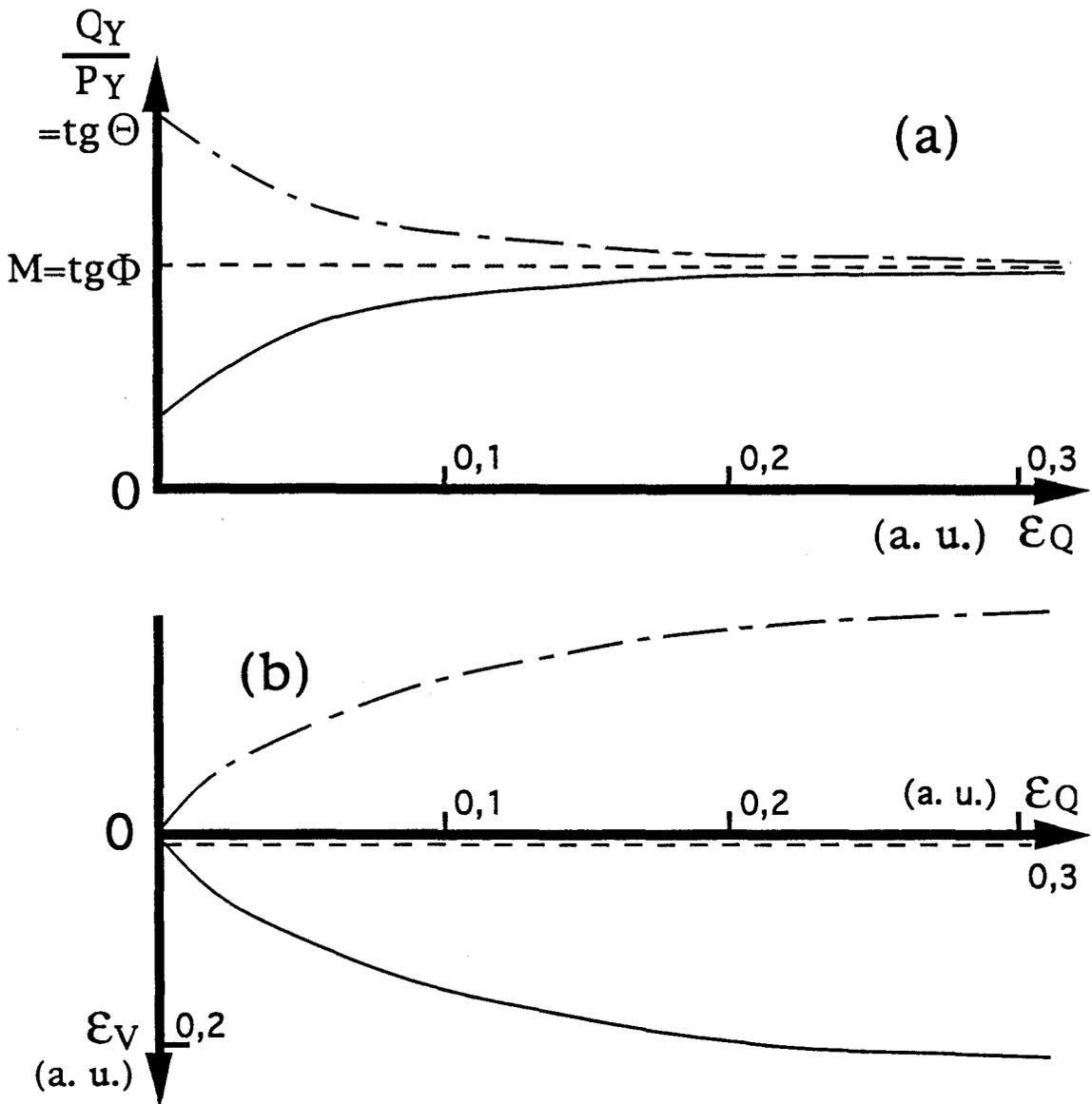
avec

$$A = \sqrt{\frac{\cos(\Phi)}{\sin(\Theta_Y - \Phi)}} \quad (9b)$$

où  $g$  est la gravité ( $g=9,81\text{m/s}^2$ ).

Il est alors intéressant de considérer, les différents résultats expérimentaux obtenus sur les avalanches, notamment ceux issus du montage du cylindre tournant et qui seront par ailleurs analysés plus en détails dans la deuxième partie de la thèse [Evesque P. et Rajchenbach J., 1988; idem, 1989] Dans ce type d'expériences, où un cylindre est partiellement rempli de billes de verre, les avalanches sont obtenues en faisant tourner le cylindre. Ce type de montage engendre des avalanches qui sont arrêtées en partie par des collisions contre le bord inférieur du cylindre et à cause du frottement entre billes, de sorte que l'on peut considérer que l'angle de la surface libre  $\Theta_F$  lorsque l'avalanche s'arrête se trouve dans l'intervalle  $[\Phi, 2\Phi - \Theta_Y]$ . Ceci conduit à évaluer les valeurs expérimentales de  $\Theta_Y - \Phi$  entre  $1,2^\circ$  et  $2,5^\circ$  dans le cas des expériences précitées, ce qui permet de calculer le préfacteur  $A$  par l'Eq.(9b) et de prédire la durée  $D$  des avalanches par l'Eq.(9a). On trouve que  $A$  est compris entre 9 et 13. Ces valeurs se comparent assez bien avec la mesure expérimentale de  $A$  ( $A_{\text{exp}}=17$ ) [Evesque P., 1991].

Il apparaît que les durées expérimentales des avalanches sont légèrement supérieures aux données théoriques calculées dans l'hypothèse du régime purement inertiel. Cela peut s'expliquer par le fait que dans l'approche théorique où le mouvement de la couche est supposé uniformément accéléré, on ne tient pas compte du phénomène de tassement qui s'opère à la fin de l'avalanche et qui induit un ralentissement dont ne tiennent pas compte les prédictions théoriques. En effet, dans ces expériences réalisées en cylindre tournant, l'avalanche est ralentie lorsqu'elle vient se fracasser contre la paroi inférieure du cylindre.



Figures 3.2: Résultats typiques obtenus pour différentes densités par la théorie du Granta-Gravel appliquée aux avalanches: — — — sable dense; - - - - densité intermédiaire; ——— sable lâche. La figure (a) représente les variations du rapport  $Q_Y/P_Y$  égal à  $\text{tg } \Theta_Y$  en fonction de la déformation longitudinale  $\epsilon_q$  de la couche. La Figure (b) représente les variations du volume spécifique  $\epsilon_v$  de la couche en fonction de la déformation longitudinale  $\epsilon_q$  de la couche.

Par ailleurs, dans cette approche en terme de plasticité, la durée de l'avalanche est indépendante de la taille des grains qui constituent le matériau et de la largeur  $l$  du cylindre: ces résultats concordent avec les faits observés expérimentalement puisque Evesque et Rajchenbach [Evesque P. et Rajchenbach J., 1989] ont observé des durées d'avalanches sensiblement identiques quelque soit la taille des billes utilisées (ils ont utilisé des billes de verre de diamètre 2 mm, 4 mm, 8 mm, 16 mm).

La dissipation dans le modèle du Granta-Gravel est gouvernée par un coefficient de frottement unique  $M = \text{tg}\Phi$ ; ceci distingue cette approche de celle de Jaëger et al. qui suppose que la dissipation est de type visqueux comme dans un fluide [Jaëger H.M. et al., 1990].

Les différents comportements que l'on peut prévoir grâce à cette approche peuvent se résumer dans les termes employés en mécanique des sols qui sont reportés sur les Figures 3.2a et 3.2b, qui donnent les évolutions de l'angle de stabilité maximal et de la densité en fonction de la déformation longitudinale de la couche superficielle. Supposons que l'on puisse contrôler l'angle de la surface libre du tas, de telle façon que celle-ci soit gardée à sa limite de stabilité. On peut alors tracer de façon analogue à l'essai triaxial, les variations de  $Q_Y/P_Y = \text{tg}\Theta_Y$  et  $\varepsilon_V$  en fonction de  $\varepsilon_Q$  pour un volume spécifique  $v$  donné. Une telle expérience n'est pas difficile à réaliser quand  $v > v_c$  ( $d < d_c$ ), mais elle requiert par contre de diminuer rapidement  $\Theta$  quand  $\Theta$  tend vers  $\Theta_Y$  lorsque  $v < v_c$  ( $d > d_c$ ), afin d'éviter que l'événement macroscopique que constitue l'avalanche ne démarre: procéder d'une telle manière pour la stabilité d'une couche est équivalent dans un essai triaxial à travailler en contrôlant les déformations et non pas les contraintes. Si on réalisait une telle expérience, on arriverait à un ensemble de courbes similaires à celles représentées par les Figures 3.2, et que l'on peut résumer de la manière suivante:

- quand  $v < v_c$  ( $d > d_c$ ),  $\varepsilon_V$  et  $\text{tg}\Theta_Y = Q_Y/P_Y$  décroissent continûment avec le temps car la couche continue de se dilater, le milieu devient de plus en plus lâche;  $\Theta_B$  et  $v$  tendent respectivement vers  $\Phi$  et  $v_c$  aux temps longs,

- quand  $v > v_c$  ( $d < d_c$ ),  $\varepsilon_V$  et  $\text{tg}\Theta_Y = Q_Y/P_Y$  augmentent continûment avec le temps car la couche continue de se contracter, le milieu se densifie;  $\Theta_B$  et  $v$  tendent respectivement vers  $\Phi$  et  $v_c$  aux temps longs,

- quand  $v = v_c$  ( $d = d_c$ ),  $\varepsilon_V$  et  $\text{tg}\Theta_Y = \text{tg}\Phi = Q_Y/P_Y$  sont gardées constantes, indépendantes du temps car la couche est dans son état critique.

### 3.4 Influence de la profondeur h de la couche sur la stabilité

Comme nous l'avons déjà précisé plusieurs fois, il a été montré expérimentalement que le volume spécifique critique  $v_c$  (et donc la densité critique  $d_c$ ) est une fonction de la pression  $P$  [Biarez J. et Hicher P.Y., 1989; Luong M.P., 1980; idem, 1986]. Ainsi, pour le modèle du Granta-Gravel et dans le cas de moyennes et grandes pressions, l'état critique obéit aux équations (voir Eqs (4a et 4b du chapitre 1):

$$Q_c = M P \quad v_c = \Gamma - \mu \ln P \quad (10a \text{ et } 10b)$$

Cependant dans le cas de la stabilité de la surface libre d'un tas, ces équations ne sont plus valables car près de la surface libre la pression  $P$  tend vers 0. En effet, d'après les études expérimentales menées par Onoda et Liniger à faibles pressions de confinement [Onoda G.Y. et Liniger E.G., 1990], le volume spécifique critique tend vers une valeur finie (que nous noterons  $v_{c0}$  dans la suite de l'exposé) Par conséquent, on peut remplacer l'Eq(10b) par une nouvelle équation valable pour les pressions  $P$  faibles qui existent près de la surface libre d'un tas:

$$v_c = v_{c0} + f(P) \quad (11)$$

où  $f(P)$  est une fonction qui tend vers 0 quand  $P$  tend vers 0.

Les courbes iso-contraintes sont parallèles à la surface libre car elles ne peuvent pas y déboucher. La contrainte est alors proportionnelle à la profondeur de la couche.

Cependant un nouveau problème se pose. En effet, considérons un tas homogène avec une surface libre inclinée à un angle  $\Theta$ ; ce tas est à une densité  $d$  plus grande que la densité critique  $d_c$  (i.e. c'est donc un tas qui présente de la dilatance et qui est résistant à la rupture); son volume spécifique  $v$  est tel que  $v < v_c$ . Les différentes couches parallèles à la surface libre sont caractérisées par la distance  $h$  qui les séparent de cette surface libre; de plus, toutes ces couches présentent le même rapport  $Q/P$  mais avec des valeurs de  $P$  différentes puisque  $P$  est fonction de la distance  $h$ , selon la relation:

$$P = dgh \cos \Theta \quad (12)$$

$P$  est définie par unité de surface du plan (PLAN) de la couche située à la distance  $h$  de la surface libre; c'est une fonction croissante monotone de  $h$ . Or d'après les Eqs(10 et 11), le volume spécifique  $v_c$  de l'état critique dépend lui aussi

de  $P$ . Par conséquent, plus la couche est située profondément dans le tas, plus faible est le volume spécifique critique  $v_c$ . Si on se réfère au modèle du Granta-Gravel, cela signifie que les couches profondes se trouvent plus près de leur état critique; par conséquent, l'angle maximal de repos  $\Theta_Y$  est plus faible en profondeur que pour les couches situées près de la surface libre. Le milieu est donc plus faible à la rupture en profondeur qu'en surface. Une question se pose alors [Habib P., 1984; idem, 1986]: Pourquoi observe-t-on des avalanches en surface plutôt que des glissements en profondeur?

Il y a différentes explications possibles. La première explication nécessite de revenir sur les hypothèses notamment sur celle concernant l'isotropie du tas; car un tas qui présente des avalanches n'est pas homogène. Ainsi, sa densité augmente avec la profondeur (comme dans un liquide) de sorte que l'angle maximal de stabilité  $\Theta_Y$  augmente avec la profondeur  $h$ . La deuxième explication possible fait appel au concept de dilatance introduit par Reynolds: celui-ci observa entre autres que les effets de la dilatance sont moins importants près d'une surface libre plan qu'à l'intérieur du tas. Dans ce cas, le volume spécifique peut présenter une discontinuité au niveau de l'interface de sorte que la surface libre serait caractérisée par un volume spécifique critique  $v_c$  plus important (donc une densité critique  $d_c$  plus faible) et serait plus instable que l'intérieur du tas. Cette explication est en accord avec les résultats expérimentaux de Habib [Habib P., 1986]: en effet, Habib a pu constater que le basculement d'un tas de sable ayant une surface libre sèche et donc non cohésive conduit à un phénomène d'avalanche, alors que la même expérience conduit à un glissement en profondeur si de l'eau est pulvérisée sur la surface libre, l'eau ainsi pulvérisée ayant pour effet de rendre le sable en surface plus cohésif à cause de l'existence de forces attractives entre les grains d'origine capillaire.

### **3.5 L'état critique du modèle de Granta-Gravel: un état critique auto-organisé?**

Revenons au problème de la taille des avalanches dans le cas d'un tas de taille finie. D'après ce qui a été dit précédemment, on sait que l'on peut observer une avalanche à la surface libre d'un tas quand on incline celui-ci; à condition tout au moins que le volume spécifique  $v$  de ce tas soit plus faible que le volume spécifique critique  $v_c$  à l'intérieur du tas (i. e. sa densité soit plus élevée que sa densité critique  $d_c$ ) et que seule la zone près de la surface libre soit fragile donc proche de  $v_c$  (ou  $d_c$ ). Dans ce cas, nous avons vu que l'on obtient un événement macroscopique ou avalanche dont le volume est proportionnel à la quantité  $L^2(\Theta_Y - \Phi)/2$  (cf. Eq. 8) avec  $(\Theta_Y - \Phi)$  proportionnel à  $v_c - v$ : la taille de l'avalanche

est donc proportionnelle à la taille du tas, ce qui entraîne la libération d'une énorme quantité d'énergie potentielle. Cette variation évoque un phénomène de transition de phase du premier ordre, comme cela a été suggéré par Jaëger et al. [Jaëger H.M. et al., 1989], en se basant sur l'existence d'une discontinuité entre les angles de début et de fin des avalanches.

Par ailleurs, on sait dans les modèles mathématiques simples de la mécanique des sols, tel celui du modèle du Granta-Gravel, que l'on peut prendre en compte la dilatance en introduisant une force de cohésion  $\sigma$  entre les grains. Cette force de cohésion  $\sigma$  a la valeur  $\sigma_0$  positive quand les grains sont au repos dans un état résistant à la rupture donc dilatant et  $\sigma=0$  quand l'état critique est atteint (donc quand l'avalanche s'est produite). On peut ainsi faire une analogie entre le phénomène d'avalanche et les transitions du premier ordre; quand l'avalanche se produit,  $\sigma$  passe très rapidement de  $\sigma_0$  à 0, ce qui a pour effet de libérer une quantité d'énergie  $E$ . Cette quantité d'énergie  $E$  peut être alors considérée comme une chaleur latente de transition. D'un autre point de vue, quand l'avalanche se produit, le tas qui s'écroule est dans son état critique, de sorte que l'écoulement induit se fait à volume spécifique constant (état de plasticité parfaite): il en résulte un coefficient de Poisson  $\nu$  égal à 0,5, valeur qui correspond au coefficient de Poisson d'un fluide parfait (c'est à dire que la viscosité  $\eta$  et la conduction thermique du fluide sont nulles: on néglige donc les processus de dissipation de l'énergie). Dans le cas de tas dilatant, ce tas doit se dilater avant que l'avalanche ne se déclenche et son coefficient de Poisson diffère donc initialement de 0,5: la variation du coefficient de Poisson associée au déclenchement de l'avalanche dans ce cas peut être perçue en termes d'énergie  $E$  comme une véritable chaleur latente de fusion qui permet au processus de décohésion des grains de se réaliser.

Soit maintenant, un tas dans son état critique. Sa surface libre présente un angle maximal de stabilité  $\Theta_Y$  égal à l'angle de frottement solide macroscopique du matériau  $\Phi$ ; l'énergie  $E$  nécessaire à la décohésion des grains est nulle puisque ce tas à l'état critique ne présente pas de dilatance. Poursuivant notre analogie avec les transitions de phase, l'événement qui se produit quand la pente atteint  $\Theta_Y$  peut alors être caractérisé par une chaleur latente de transition nulle correspondant à l'existence d'une transition du second ordre.

Evoqué en ces termes, le processus d'avalanches est alors similaire à la transition liquide-gaz qui apparaît à une pression donnée  $P$  pour une température  $T$  et qui est généralement du premier ordre avec l'existence d'une chaleur latente  $E_L$ . Cependant, on sait aussi qu'il existe une température critique

$T_c(P)$  fonction de la pression  $P$  pour laquelle la chaleur latente de transition est nulle  $E_L=0$  et la transition du second ordre. Le rôle de la température est joué dans le modèle du Granta-Gravel par le volume spécifique  $v$  (ou la densité), la transition devenant du second ordre lorsque l'état critique du Granta-Gravel est atteint et donc que  $v=v_c$  (ou  $d=d_c$ ).

Dans le chapitre précédent consacré aux phénomènes critiques, nous avons vu qu'en 1987, Bak, Tang et Wiesenfeld ont proposé un modèle numérique simple (le modèle BTW) qui engendre un comportement critique (bruit en  $1/f$ ) et dont le paradigme est le tas de sable [Bak P. et al., 1987; idem, 1988; Tang C. et al., 1988; Kadanoff L.P. et al., 1989; Dhar D. et Ramaswamy R., 1989]. Ce modèle qui a été développé en détail dans le chapitre 2 est à l'origine d'un nouveau concept: la criticalité auto-organisée. Ceci, nous a donc conduit à nous poser la question de savoir si l'état critique auto-organisé décrit par le modèle numérique BTW du tas de sable ne correspondrait pas à celui de l'état critique du modèle du Granta-Gravel et ne serait donc pas observable sous certaines conditions particulières? Ces conditions sont par exemple un contrôle précis de la densité en surface et en volume de sorte que la surface soit gardée dans l'état critique (i.e.  $v=v_c$ ) et le volume du tas à un volume spécifique plus petit que  $v_c$  (i.e.  $d>d_c$ ). Dans un tel cas, la surface doit se comporter comme un fluide parfait quand  $\Theta=\Theta_Y=\Phi$  et le type d'écoulement obtenu peut se décrire avec le modèle continu de Hwa et Kardar [Hwa T. et Kardar M., 1989a; idem, 1989b]. Cependant, il est peu probable que cette condition soit la seule nécessaire à l'obtention d'un comportement du tas de sable réel identique à celui issu du modèle de BTW. A cet effet, nous pensons aujourd'hui que de nombreux travaux restent à réaliser pour définir avec précision le domaine d'observation du modèle BTW. Par exemple, il n'est pas encore parfaitement clair que l'approche macroscopique basée sur un milieu continu à 3 dimensions (3D), qui obéit aux lois de la plasticité et qui suppose que la topologie de chaque voisinage est invariant dans le temps, est strictement compatible avec le processus de glissement grain par grain comme cela est supposé dans le modèle de BTW.

### **3.5 Les effets d'échelle: glissement en profondeur, glissement de terrain, avalanches macroscopiques, et bruit en $1/f$**

Dans ce qui précède (cf. § 3.4), nous avons vu d'après la théorie du Granta-Gravel qu'un milieu granulaire homogène (de densité constante) devait rompre plus facilement en profondeur qu'en surface à cause de la diminution de l'angle maximal de stabilité  $\Theta_Y$  avec la profondeur  $h$  de la couche, diminution induite

par l'augmentation de la pression de confinement avec la profondeur (comme cela est le cas dans les fluides). Cependant, les différentes expériences effectuées montrent le contraire et que l'on observe préférentiellement des avalanches de surface plutôt que des glissements en profondeurs liés à une localisation de la déformation. Il apparaît donc qu'un tas peut glisser de différentes façons pour retrouver son nouvel état d'équilibre. Nous décrirons brièvement quelques uns de ces processus en nous basant sur des considérations énergétiques.

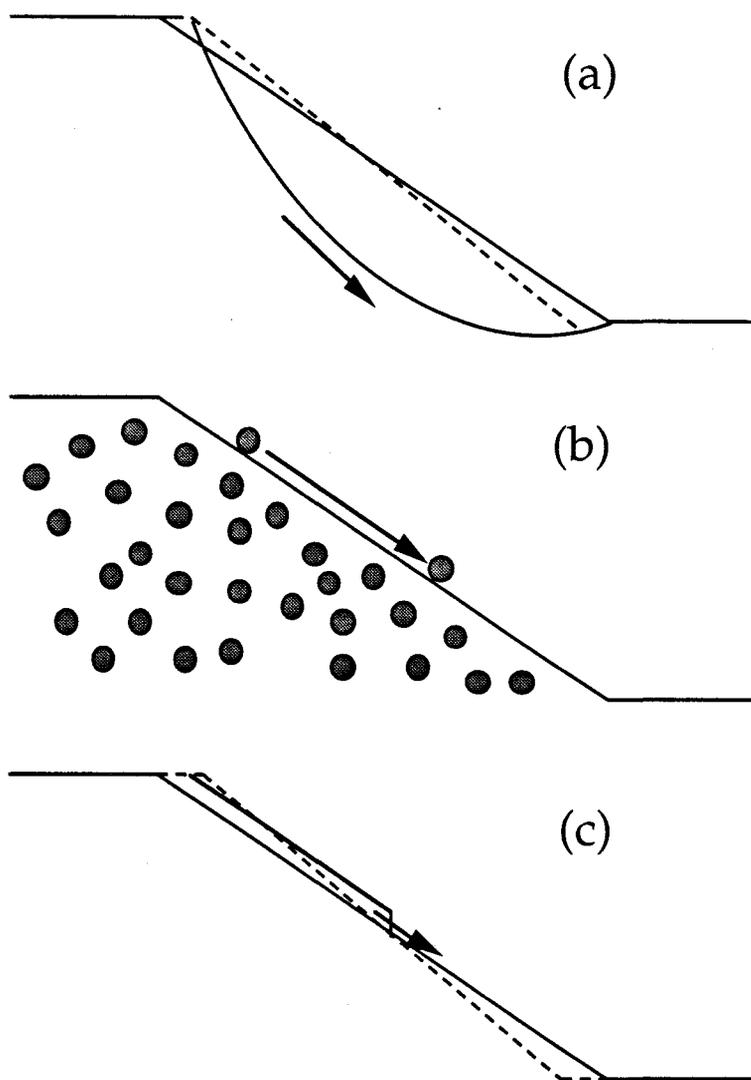
Pour cela, supposons que durant le processus d'avalanche la surface libre du tas passe d'un angle initial de repos  $\Theta_I$  plus grand que  $\Phi$  à un angle final  $\Theta_F$  plus faible que  $\Phi$ . Soit  $\delta\Theta$  la différence  $\Theta_I - \Theta_F$  de ces deux angles. Durant le processus, le tas perd de l'énergie potentielle  $E_p$ ;  $E_p$  est dissipée dans le tas durant la déformation plastique (rupture) à cause du travail  $E_f$  de la friction, de sorte que  $E_p = E_f$  quand l'équilibre est rétabli. Supposons que  $\delta\Theta$  est petit et appelons  $L$  la longueur de la pente du tas et  $l$  sa longueur transversale (ou largeur).  $H$ ,  $d$  et  $g$  sont respectivement, la hauteur du tas ( $H \approx L \sin \Phi$  puisque  $\delta\Theta$  est petit), la densité du tas, et la gravité. La perte d'énergie potentielle est alors:

$$E_p = gdlHL^2\delta\Theta/6 \quad (13)$$

Nous allons maintenant évaluer les pertes dues à la friction dans trois cas différents mis en évidence par la Figure 3.3. Nous considérerons que ces pertes obéissent toujours à une loi de frottement solide entre grains gouvernée par un coefficient de frottement  $M$ , comme cela a déjà été supposé précédemment dans la théorie du Granta-Gravel.

Le premier processus (Fig. 3.3a) concerne le glissement en profondeur de la partie supérieure du tas sur une surface de glissement localisée profondément dans le tas. Plusieurs controverses existent sur l'épaisseur réelle de la surface de rupture (ou bande de localisation), cependant la valeur de cette épaisseur n'entre pas dans le résultat final des pertes par friction tant que cette épaisseur est beaucoup plus petite que la profondeur  $H$  à laquelle apparaît le glissement. Comme sur la Figure 3.3a, la profondeur typique  $H$  est approximativement égale à la longueur  $L$  de la pente; le poids typique  $P$  du volume supporté est  $P \approx kgHL/2$ . A partir de cette valeur de  $P$ , on peut alors estimer les pertes de friction produites par la force de friction et qui sont proportionnelles à  $MP$ , ceci pour une longueur de glissement  $\varepsilon$  ( $\varepsilon \approx L\delta\Theta$ ) correspondant à une variation  $\delta\Theta$  de l'angle de la surface libre et  $E_f$  est égale à:

$$E_f = \beta MgdHL^2\delta\Theta \quad (14a)$$



Figures 3.3: Différents processus d'instabilité d'une surface libre de matériau granulaire soumise à un cisaillement: (a) processus de rupture et glissement en profondeur; (b) glissement individuel des grains le long de la surface libre; (c) processus d'avalanche tel qu'on l'observe le plus fréquemment, l'instabilité concerne plusieurs couches de grains.

où  $\beta$  est un facteur numérique qui dépend de la géométrie de la surface de glissement. Les Eqs(13) et (14a) sont identiques. Nous pouvons alors conclure qu'un tel glissement est toujours possible dès lors que la longueur  $L$  de la pente est assez grande.

Dans le second processus de glissement (cf. Figure 3.3b), nous considérons le glissement individuel de chaque grain le long de la surface libre; ce cas de figure correspond aux mouvements des grains sur la surface libre tels qu'ils sont imaginés dans le modèle de BTW. Dans cette hypothèse, chaque grain de masse  $m$  glisse sur une distance moyenne  $\varepsilon$  qui est égale à  $2L/3$ ; durant ce parcours, il perd une énergie de friction de l'ordre de  $2\sin(\Phi)gmL/3$ . Dans ce processus, la masse de l'avalanche est  $dL^2\delta\Theta/2$  et le nombre moyen  $N_0$  de grains qui doivent glisser est  $N_0=dL^2\delta\Theta/2m$ . L'énergie dissipée par friction lors d'un tel événement peut donc être évaluée à:

$$E_f = dglHL^2\delta\Theta/6 \quad (14b)$$

en introduisant la hauteur totale du tas  $H$  ( $H \approx L\sin(\Phi)$ ).

Evidemment, l'Eq(14b) est encore égale à l'Eq(13) puisque le processus reste valable du point de vue énergétique quelle que soit la taille du tas.

Etudions maintenant le dernier processus schématisé en Figure 3.3c. C'est un événement qui ressemble à une "véritable avalanche". Les billes s'écoulent ensemble sur la surface libre, mais à cause de la grande longueur  $L$  de la pente et de la valeur finie de la variation d'angle  $\delta\Theta$ , cet écoulement concerne plusieurs couches de billes (car le diamètre  $\phi$  des grains est tel que  $\phi < L\delta\Theta$ ). Pour estimer l'énergie perdue par friction, on peut tenter de réaliser une approximation de champ moyen. Ainsi, la pression moyenne  $\langle P \rangle$  dans la couche affectée par le glissement est  $\langle P \rangle \approx dgL\delta\Theta/2\cos(\Phi)$ . Posons  $\langle \varepsilon \rangle$  le déplacement moyen de chaque grain par rapport aux autres. Le travail moyen de la friction par grain est de l'ordre de  $\beta'M\langle P \rangle \langle \varepsilon \rangle \phi^2$ , avec  $\beta'$  un coefficient ajustable. Le nombre de grains qui glissent est de l'ordre de  $L^2\delta\Theta/(2\phi^3)$  et l'approximation de champ moyen conduit à une énergie de friction  $E_f$ :

$$E_f \approx \beta'MdglL^3\delta\Theta^2\langle \varepsilon \rangle/(2\phi) \quad (14c)$$

L'identité des équations (13) et (14c) conduit à une valeur finie de  $\langle \varepsilon \rangle \approx \phi/\delta\Theta$ . Cela n'est possible que si  $L > \langle \varepsilon \rangle$ , cette condition nécessite soit une longueur minimale  $L$  de la pente (et donc une taille minimale de l'avalanche  $d^2/1/\delta\Theta$ ), soit une valeur de  $\delta\Theta$  assez grande. Cela n'était pas le cas pour les

processus régis par les équations (14a) et (14b), où la dissipation par friction est suffisamment élevée quelque soit la valeur de  $\delta\Theta$ . Un autre point intéressant concernant cette approche de champ moyen est l'existence d'un déplacement moyen fini  $\langle \varepsilon \rangle$  de chaque grain par rapport aux autres quand  $L$  est grande. Cela implique que les grains qui glissent restent dans le même voisinage avec le temps. En fait, c'est une manière de confirmer que l'on a affaire à un processus de rupture plastique. Le comportement spécifique du processus (14c) résulte de l'existence d'une large zone de glissement qui couple ensemble les deux processus de perte par friction (14a) et (14b). Dans le cas (14a) les pertes sont engendrées par de faibles déplacements de la zone de glissement soumise à une forte contrainte de pression  $P$ , tandis qu'elles sont induites par de grands déplacements dans les domaines soumis à de très faibles pressions en (14b). Il est alors vraisemblable que notre approche champ-moyen du processus (14c) ignore les variations extrêmes du mouvement  $\varepsilon$  des grains et de contrainte de pression  $P$ : les mouvements  $\varepsilon$  de grandes ampleur apparaîtront plus vraisemblablement près de la surface libre, au contraire, et les petits mouvements  $\varepsilon$  des grains seront localisés en profondeur dans le tas.

### 3.7 Conclusion

Le modèle du Granta-Gravel appliqué aux avalanches permet d'analyser le problème de la stabilité d'une surface libre inclinée. Ce modèle simple applicable à des sols non-cohésifs reprend les hypothèses générales du modèle du Granta-Gravel de Schofield et Wroth dont il s'inspire. Dans le chapitre 1, nous avons vu que le modèle du Granta-Gravel permet de rendre compte du comportement mécanique d'un échantillon de matière granulaire soumis à un essai triaxial classique. Nous savons que ces essais montrent clairement l'existence d'effets de dilatance responsables de réponses non-linéaires comme par exemple la localisation des déformations. Ils démontrent aussi clairement l'existence d'un état particulier: "l'état critique" où la déformation de l'échantillon s'effectue à volume spécifique constant. Cet état est toujours atteint aux grandes déformations; il est caractérisé par un unique coefficient de friction  $M$ . Les expériences montrent que la valeur de  $M$  dépend de la nature du matériau mais pas de la valeur de la contrainte moyenne (i.e.  $p \approx$  pression). On caractérise généralement l'état critique par son volume spécifique  $v_c$  ou sa densité  $d_c$  qui dépendent de  $p$ .

Le modèle du Granta-Gravel appliqué aux avalanches suppose: (i) que les déformations sont dues à une déformation plastique (plus précisément le milieu

est supposé rigide/plastique) et gouvernées par la théorie de la plasticité; il postule (ii) l'existence d'un état critique qui est toujours atteint aux grandes déformations en accord avec les résultats des essais triaxiaux précédemment cités et que l'on caractérise par un volume spécifique critique  $v_c$  (donc une certaine densité), il suppose (iii) que le matériau peut se dilater (ou se contracter) pendant la déformation plastique selon que celui-ci est plus dense (ou plus lâche) que l'état critique et (iv) que les pertes d'énergie sont uniquement dues à la friction durant la déformation. Cette friction est prise en compte en introduisant (v) un unique coefficient de friction macroscopique  $M$  indépendant de la contrainte moyenne  $p$  ( $M$  est relié au coefficient macroscopique de frottement défini "à la Coulomb":  $M = \tan \Phi$  où  $\Phi$  est l'angle de frottement). Enfin, le matériau est supposé (vi) être isotrope et la densité de l'état critique est supposée dépendre de façon explicite de la contrainte moyenne  $p$ .

Les caractéristiques principales du modèle du Granta-Gravel appliqué aux avalanches peuvent être résumées de deux façons différentes. Premièrement, dans le cas d'un arrangement plus dense que la densité de l'état critique, l'effet de la dilatance peut être pris en considération en introduisant une cohésion entre les grains. L'importance de cette cohésion fictive est fonction de la différence entre la densité initiale du milieu et celle de son état critique. La seconde façon consiste à introduire un coefficient pseudo-statique  $M'$  gouvernant les pertes de friction, différent du coefficient réel  $M$  que l'on appellera coefficient dynamique (i.e. unique).  $M'$  dépend de la valeur du volume spécifique  $v$  du tas réel par rapport à celui de l'état critique  $v_c$ .  $M'$  est plus petit que  $M$  pour un matériau plus lâche que l'état critique et plus grand que  $M$  quand le matériau est initialement plus dense que l'état critique.

Ainsi, un matériau qui est initialement plus dense que son état critique résiste à la déformation car il peut subir un cisaillement plus important que celui autorisé par son coefficient réel  $M$ . Cependant, quand la rupture se déclenche dans un tel matériau, celui-ci doit se dilater; il devient donc moins résistant (puisque  $M'$  diminue) et le matériau fini alors par rompre. Par contre, dans le cas d'un matériau plus lâche que l'état critique, il se déforme pour des contraintes plus faibles que celles prédites (puisque  $M' < M$ ). Cependant, dans ce cas, le cisaillement conduit à une densification progressive du tas. Le massif devient donc de plus en plus résistant et la déformation s'arrête spontanément si la force de cisaillement n'excède pas la valeur prédite par  $M$ .

Au contraire, considérons un tas plus dense que son état critique et présentant une surface libre inclinée d'un angle  $\Theta$  par rapport à l'horizontale. Ce

tas peut alors être caractérisé par un pseudo-coefficient de frottement  $M' = \text{tg}(\Theta_I)$  plus grand que  $M = \text{tg}(\Phi)$ , qui contrôle les pertes d'énergie. Conformément au modèle, la surface libre du tas sera stable tant que sa pente sera plus faible que  $\Theta_I$ . Quand la pente  $\Theta$  tend vers  $\Theta_I$ , la surface libre commence à se déformer et à se dilater, ce qui provoque une diminution de  $M'$  et une déformation continue du système. Il y a donc augmentation de l'instabilité de surface. L'écoulement de grains se produit alors et ne peut s'arrêter tant que la pente  $\Theta$  de la surface libre n'a pas atteint une valeur plus petite que  $\Phi$  et tant que l'énergie potentielle n'est pas entièrement dissipée. Cela conduit à un angle final  $\Theta_F$  qui est compris entre  $\Phi$  (condition d'écoulement ouvert) et  $\Phi - (\Theta_I - \Phi) = 2\Phi - \Theta_I$  (condition d'écoulement fermé et dissipation nulle aux parois). L'avalanche apparaît donc comme un événement macroscopique dont la taille est proportionnelle à  $L^2 l \delta\Theta$ , c'est à dire à la taille du tas ( $L$  est la longueur de la pente,  $l$  sa largeur transverse et  $\delta\Theta$  la différence entre l'angle de départ de l'avalanche  $\Theta_I$  et son angle d'arrêt  $\Theta_F$ , soit  $\delta\Theta = \Theta_I - \Theta_F$ , avec  $\delta\Theta$  compris entre  $\Theta_I - \Phi$  et  $2(\Theta_I - \Phi)$ ). En fait, il est probable qu'à la fin du processus d'avalanche, l'énergie dissipée est utilisée pour compacter les sous-couches du tas. Si on se rappelle les expériences classiques d'avalanches en cylindre tournant, on sait que l'on obtient toujours des événements macroscopiques comme nous le verrons dans le chapitre suivant. Ce résultat semble indiqué à un phénomène de compactage assez efficace dans le cas du cylindre tournant. Ce processus de compactage est d'ailleurs probablement augmenté par la rotation du cylindre qui porte alternativement le haut du tas vers le fond du cylindre et vice versa. Le couplage de ces deux phénomènes de compactage amène les couches superficielles de l'échantillon à une densité plus forte que la densité critique, ce qui se traduit alors par l'existence d'avalanches macroscopiques.

Cette approche originale des avalanches, à base de déformation plastique gouvernée par les forces de friction et contrôlée par le glissement d'une couche incliné d'un angle  $\Theta_I$  plus grand que l'angle de frottement  $\Phi$ , permet de prédire une dynamique du phénomène contrôlé par l'inertie, la friction et la gravité et conduit aux équations 9a et 9b gouvernant la dynamique. De plus, cette approche en terme de plasticité du glissement impose que la durée de l'avalanche est indépendante de la taille des grains. Elle permet donc tout à la fois de comprendre l'existence d'événements macroscopiques (i.e. les avalanches de grains); mais aussi de prévoir la dynamique.

La théorie du Granta-Gravel nous a permis de relier la taille des avalanches à la densité du tas. En fait, la densité est considérée comme un

paramètre libre du système qui peut être contrôlé et ajusté. Ce tout dernier point est extrêmement important car il laisse entrevoir la possibilité de pouvoir diminuer la taille des avalanches vers zéro en faisant décroître la densité vers sa valeur critique  $d_c$ . En effet, si on peut atteindre cet état, l'excès d'énergie potentielle stockée par le tas et libérée par l'avalanche tend aussi vers zéro. Alors, la transition entre les deux états (avant et après l'avalanches) doit devenir une transition du second ordre où il n'est plus nécessaire de fournir une énergie de transition (i.e. l'équivalent d'une chaleur latente). Cet argument prouve qu'un état "critique" du tas de sable (pris ici au sens des transitions de phase) peut exister et qu'il est seulement nécessaire de contrôler la densité du tas pour l'obtenir. Si l'on dresse un parallèle entre la transition liquide-gaz de l'eau et notre phénomène, on sait qu'il existe une température  $T=T_c$  pour laquelle la transition ordinairement du premier ordre devient du second ordre; de même pour le tas de sable, la physique des avalanches peut présenter un comportement critique à la façon des transitions de phase quand le tas tend vers son état "critique" pris ici au sens de la mécanique des sols. D'ailleurs, les résultats récents sur le bruit en  $1/f$  engendré sur des tas de petites tailles, trouvés par une équipe d'IBM confirment cette analyse [Held G.A. et al., 1990].

Un grand chemin reste à parcourir avant de confirmer ces prévisions et pour élucider la vraie physique du tas de sable. De même, des efforts certains sont encore nécessaires pour comprendre parfaitement le processus de localisation des déformations. Mais un point est sûr, la théorie du Granta-Gravel conduit à mener une étude des avalanches en faisant varier le paramètre densité. Un autre paramètre apparaît aussi important, c'est la gravité, car elle régit aussi le processus de compactage de l'échantillon granulaire près de la surface libre. Par ailleurs, des données expérimentales sous différentes valeurs de la gravité seraient les bienvenues pour une étude des effets de cohésion sur le processus d'avalanches. En augmentant la gravité, on rend négligeable les forces de cohésion devant les forces de volume (ou pondérales). Pour réaliser ce type d'expériences, on peut procéder de trois façons différentes: la plus "simple" consiste à augmenter la gravité en utilisant une centrifugeuse; on peut aussi la diminuer en utilisant la force d'Archimède et en injectant un liquide dans les pores du matériau comme dans les expériences de Onoda et Liniger [Onoda G.Y. et Liniger E.G., 1990]; ou alors en réalisant des expériences sous micro-gravité soit en chute libre, ou encore dans l'espace. Les expériences en micro-gravité basées sur la pression d'Archimède étant très difficiles à réaliser et à contrôler, nous avons décidé de réaliser nos expériences en macro-gravité grâce à une centrifugeuse. Les effets de la densité sur le processus avalanches n'ont jamais

fait l'objet d'une étude systématique à notre connaissance, nous en avons entrepris l'étude. Nous avons aussi choisi d'étudier l'effet de la gravité sur ce processus. C'est pourquoi, une grande partie de nos résultats expérimentaux ont été obtenus au L.C.P.C. de Nantes en collaboration avec la section Modélisation en Centrifugeuse où il nous a été possible d'une part d'effectuer plusieurs séries d'essais en macro-gravité grâce à la centrifugeuse qui y est installée depuis 1986, d'autre part nous avons pu réaliser ces essais en contrôlant très précisément la densité grâce à la technique de pluviation à l'air mise au point et opérationnelle dans cet section.

### Références du Chapitre 3

- Bak P., Tang C. et Wiesenfeld K., *Phys. Rev. A* **38**, 364 (1988)
- Bak P., Tang C. et Wiesenfeld K., *Phys. Rev. Lett.* **59**, 381 (1987)
- Biarez J. et Hicher P.Y., *Powders and Grains*, Edité par J. Biarez et R. Gourvès, pp. 1-13, Editions Balkema, Rotterdam (1989)
- Dhar D. et Ramaswamy R., *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1659 (1989)
- Evesque P. et Rajchenbach J., *C. R. Acad. Sci. Paris, Série II* **307**, 223 (1988)
- Evesque P. et Rajchenbach J., *Powders and Grains*, Edité par J. Biarez et R. Gourvès, pp. 217-224, Editions Balkema, Rotterdam (1989)
- Evesque P., *J. de Phys. France* **51**, 2515 (1990)
- Evesque P., *Phys. Rev. A* **43**, 2720 (1991)
- Habib P., *Rev. Fr. Geotech.* **27**, 7 (1984)
- Habib P., *Rev. Fr. Geotech.* **31**, 5 (1986)
- Held G.A., Solina D.H., Keane D.T., Haag W.J., Horn P.M. et Grinstein G., *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1120 (1990)
- Hwa T. et Kardar M., *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1813 (1989a)
- Hwa T. et Kardar M., *Physica D* **38**, 198 (1989b)
- Jaëger H.M., Liu C.-H. et Nagel S.R., *Phys. Rev. Lett.* **62**, 40 (1989)
- Jaëger H.M., Liu C.-H., Nagel S.R. et Witten T.A., *Europhys. Lett.* **11**, 619 (1990)
- Kadanoff L.P., Nagel S.R., Wu L. et Zhou S.-M., *Phys. Rev. A* **39**, 6524 (1989)
- Luong M.P., *Geotech. Testing J.* **9**, 80 (1986)
- Luong M.P., *Proceedings of the International Symposium on Soil Under Cyclic and Transient Loading*, p. 315, Editions Balkema, Rotterdam (1980)
- Onoda G.Y. et Liniger E.G., *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2727 (1990)
- Schofield A.N. et Wroth C.P., *Critical State of Soil Mechanics*, Editions Mc Graw-Hill, Londres (1968)
- Tang C. et Bak P., *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2347 (1988)

SECONDE PARTIE  
LES RÉSULTATS  
EXPÉRIMENTAUX

CHAPITRE 1  
QUELQUES RAPPELS DES  
RÉSULTATS ANTÉRIEURS

## 1. LES APPROCHES EXPÉRIMENTALES ANTÉRIEURES

### 1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons rappeler rapidement les différentes études qui ont été entreprises sur le "tas de sable". Nous savons aujourd'hui que cette théorie ne s'applique pas puisque le comportement critique observé par Held et al. [Held G.A. et al., 1990] n'est pas un "vrai" comportement critique au sens d'une transition de phase du second ordre, mais une transition de phase du premier ordre masquée par un effet de taille finie [Liu C.H. et al., 1991]. Cependant, cette recherche de l'état critique a permis d'obtenir une moisson non négligeable de résultats expérimentaux sur le processus d'avalanches dans les milieux granulaires.

Nous adopterons un ordre chronologique pour décrire les premières études expérimentales qui ont fait suite à la publication du modèle BTW en 1987, et en rappeler les principaux résultats.

### 1.2 Les expériences au cylindre tournant

Pour étudier les avalanches dans les milieux granulaires (petites particules d'oxyde d'aluminium, de billes de verre ou de sable), la méthode qui a été la plus largement utilisée est celle dite "montage du cylindre tournant" qui avait déjà été proposée et utilisée antérieurement [Franklin F.C. et Johanson L.N., 1959]. L'intérêt principal de ce type de montage est qu'il permet de faire varier continûment l'angle de la surface libre du tas et d'obtenir ainsi des séries de plusieurs milliers d'avalanches dans les mêmes conditions expérimentales où il est alors possible de faire une étude statistique du phénomène.

Ce type de dispositif est simple à mettre en oeuvre et a été utilisé par différentes équipes avec quelques variantes concernant le dispositif de détection des avalanches. Ainsi, Evesque P. et al. ont utilisé des billes de verre et ont choisi une détection sonore (chocs entre les billes lors des avalanches) [Evesque P. et Rajchenbach J., 1988; idem, 1989]; Fauve S. et al. ont eux aussi étudié un tas de billes de verre, mais ont choisi une détection optique [Fauve S. et al., 1988]; enfin,

Jaeger H.M. et al. ont détecté les avalanches de fines particules d'oxyde d'aluminium grâce à la variation de la capacité lors de l'écoulement des particules dans un condensateur plan [Jaeger H.M. et al., 1989].

### 1.2.1 Les expériences de Evesque et Rajchenbach

#### 1.2.1.1 Principe et méthode expérimentale utilisés

P. Evesque et J. Rajchenbach ont utilisé le montage du "cylindre tournant" couplé à une détection sonore des avalanches. La Figure 1.1 représente leur dispositif expérimental: il est constitué d'un cylindre en Duralumin de rayon  $R_{\text{cyl}}=9,5$  cm et de longueur  $l$  qui peut être modifiée ( $l \in \{2\text{mm}, 4\text{mm}, 8\text{mm}, 16\text{mm}, 32\text{mm}\}$ ). Ce cylindre tourne lentement autour de son axe horizontal à vitesse angulaire  $\Omega$  constante ( $\Omega$  varie entre  $0,1^\circ/\text{s}$  et  $10^\circ/\text{s}$ ); cette vitesse est contrôlée par un micro-ordinateur. Le cylindre est partiellement rempli de billes de verre sèches monodisperses caractérisées par un diamètre moyen  $\phi$  et une largeur de distribution  $\delta\phi$  telle que  $\delta\phi/\phi=0,2$  ( $\phi \in \{1\text{mm}, 2\text{mm}, 4\text{mm}, 10\text{mm}\}$ ). Les billes ont été lavées préalablement afin de réduire les forces de cohésion qui pourraient exister comme par exemple les forces électrostatiques.

Si la vitesse de rotation  $\Omega$  dépasse une certaine valeur, on obtient alors un flot continu de billes au niveau de la surface libre: ce régime n'a pas été étudié. Quand la vitesse de rotation du cylindre est suffisamment faible, l'angle  $\Theta$  de la surface libre du tas avec l'horizontale augmente continûment jusqu'à ce qu'une avalanche se produise, ce qui a pour effet de réajuster  $\Theta$  en dessous de l'angle de départ  $\Theta_M$  appelé aussi l'angle maximal de stabilité. Puis l'angle augmente continûment et le processus se répète: on obtient des séries d'avalanches qui sont caractérisées par un régime d'écoulement intermittent (donc discontinu). Un microphone à électret a été placé au centre du cylindre; il permet de détecter le son émis par les avalanches à l'une des fréquences propres de la cavité du cylindre, ce qui permet de rendre cette détection peu sensible aux bruits extérieurs. Ce signal est alors redressé et démodulé afin d'obtenir un rapport signal/bruit important (cette méthode de détection sonore des avalanches n'a pu être utilisée que pour des billes de diamètre  $\phi$  supérieur à 1 mm, le bruit des chocs devenant trop faible pour de plus petites billes). Pour ce régime intermittent, le signal  $S(t)$  que l'on obtient en fonction du temps  $t$  est une série de pics (cf. Figure 1.2); ces pics de hauteurs et largeurs variables correspondent chacun à une avalanche dont l'importance (donc sa taille) est probablement liée à la hauteur

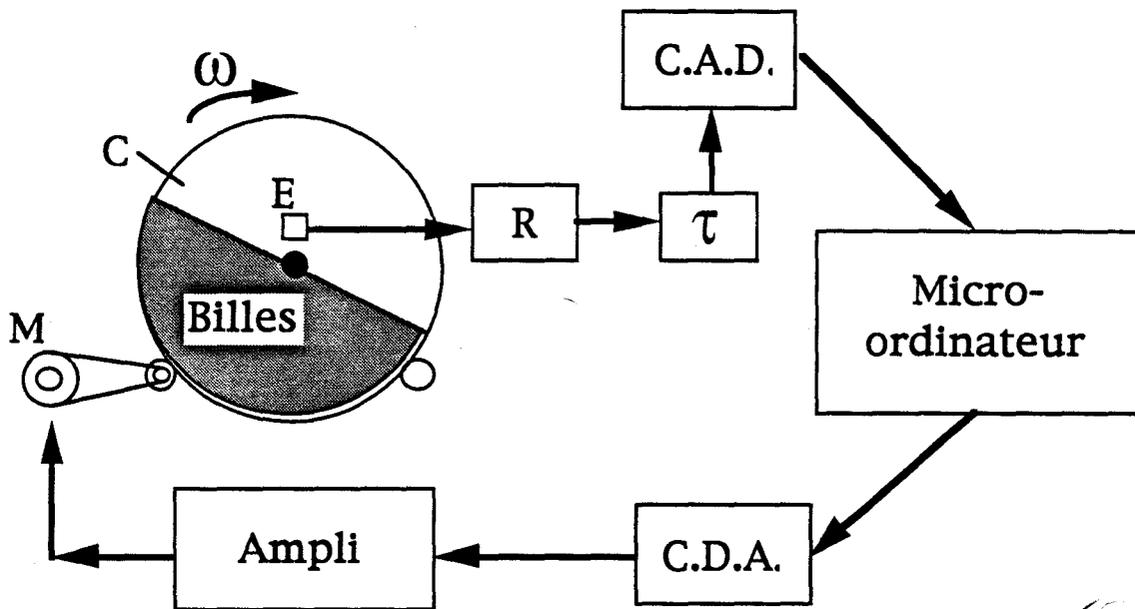


Figure 1.1: Dispositif expérimental du cylindre tournant; E: microphone à électret, M: moteur à courant continu, R: redresseur et amplificateur de signal, C: cylindre tournant à la vitesse radiale  $\omega$ ,  $\tau$  est la constante de temps.

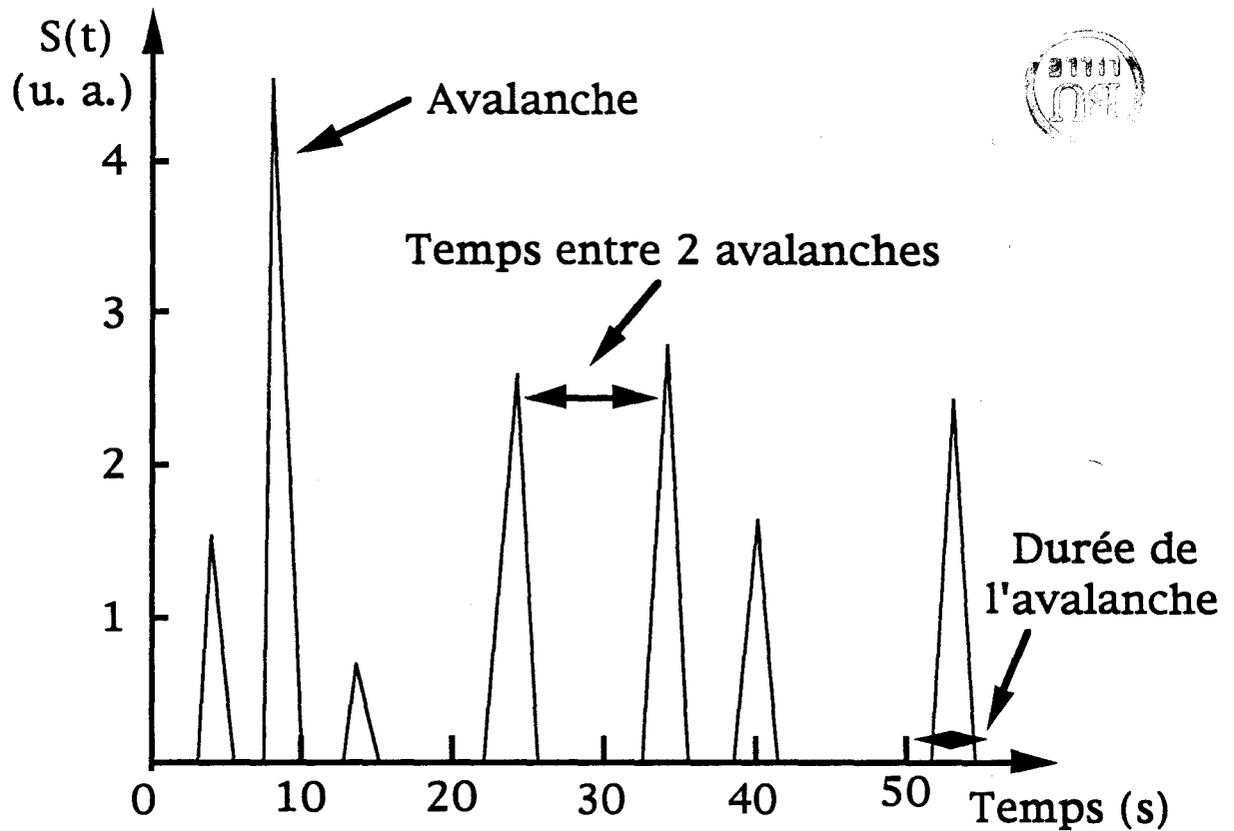


Figure 1.2: Représentation de l'amplitude de l'intensité du son enregistré  $S(t)$  en fonction du temps  $t$ . Chaque pic correspond à une avalanche de billes de verre. La largeur du pic à la base est égale à la durée  $D$  de l'avalanche, l'intervalle de temps entre deux pics proches voisins représente l'intermittence  $T_1$  des événements.

du pic; quant à sa durée c'est la largeur de ce dernier. Le signal  $S(t)$  est stocké puis analysé grâce à un micro-ordinateur.

### 1.2.1.2 Caractéristiques des avalanches détectées

Dans leur expérience, Evesque et Rajchenbach se sont tout d'abord intéressés à la durée  $D$  des avalanches et à l'intervalle de temps  $T_1$  qui sépare deux événements consécutifs. C'est pourquoi, il a été pris en considération à partir du signal  $S(t)$  uniquement les temps  $T_i(j)$  et  $T_f(j)$  respectivement de départ et de fin de l'avalanche numérotée  $j$ . De cette façon, on peut traiter un nombre plus important d'événements (de l'ordre de 1500) puisque alors seules les informations pertinentes du signal sonore  $S(t)$  sont conservées.

Ceci a permis l'établissement des statistiques de la durée d'une avalanche  $D(j)$  et de l'intervalle de temps entre deux avalanches consécutives  $T_1(j)$  tels que:

$$D(j) = T_f(j) - T_i(j), \quad (1a)$$

et

$$T_1(j) = T_i(j+1) - T_i(j) = T_f(j+1) - T_f(j) \quad (1b)$$

où l'indice  $j$  représente le numéro de l'avalanche dans sa série.

Les résultats que nous allons à présent décrire concernent la configuration suivante:

Le cylindre de rayon  $R_{\text{cyl}} = 9,5$  cm a une largeur  $l = 4$  mm, le diamètre des billes de verre est  $\phi = 2$  mm et la vitesse de rotation du cylindre vaut  $\Omega = 1,5^\circ/\text{s}$  ( $\Omega = 0,25$  rpm). Le nombre d'avalanches pris en considération est de l'ordre de 1500.

#### 1.2.1.2.1 Intervalle de temps entre deux avalanches

Notons  $T_N$ , l'intervalle de temps entre  $N$  avalanches consécutives,  $T_1$  représente alors l'intervalle de temps entre les deux avalanches consécutives. On trouve expérimentalement que la valeur moyenne  $\langle T_1 \rangle$  de l'intervalle de temps  $T_1$  entre deux avalanches est de 6,4 s avec une largeur de distribution égale à 3,5 s, soit:

$$\langle T_1 \rangle = 6,4 \text{ s} \pm 3,5 \quad (2)$$

Ce résultat suscite deux remarques:

i) La distribution  $\langle T_1 \rangle$  laisse apparaître que le phénomène d'avalanches n'est pas un processus périodique car la largeur de la distribution est trop large. Ce résultat est contraire au modèle de Bagnold sur le mouvement du bulldozer qui prévoit un déplacement périodique [Bagnold R.A., 1954; *ibid*, 1966].

ii) Cependant, la loi de distribution  $\langle T_1 \rangle$  ne correspond pas non plus au type de comportement décrit par le modèle BTW qui prévoit une distribution de type "bruit en  $1/f$ " donc une distribution très large de  $\langle T_1 \rangle$  [Bak P. et al., 1987; *ibid*, 1988].

#### 1.2.1.2.2 Durée de l'avalanche

La durée  $D$  moyenne des avalanches  $\langle D \rangle$  est de 2 s avec une largeur de distribution égale à 1 s, soit:

$$\langle D \rangle \approx 2 \text{ s} \pm 1 \quad (3)$$

La loi de distribution de la durée  $D$  des avalanches laisse apparaître une largeur de distribution très importante. L'importance de cette largeur sous-entend l'existence de grosses et de petites avalanches. Il n'existe donc pas de taille typique des avalanches.

#### 1.2.1.3 Recherche des corrélations

Les résultats sur la périodicité et sur la durée des avalanches conduisent à se poser la question de l'existence de corrélations entre avalanches consécutives. En d'autres termes, est-il plus équiprobable d'obtenir une grosse ou une petite avalanche après une grosse avalanche? Ou bien, existe-t-il des rafales de petites puis de grosses avalanches? Ou alors, y-a-t-il un entrelacement des avalanches: une grosse, une petite, une grosse, etc? Pour répondre à ce type de questions, Evesque et Rajchenbach ont étudié en détail les corrélations de la taille des avalanches.

##### 1.2.1.3.1 Méthode

Evesque et Rajchenbach se sont tout d'abord demandé s'il existe des corrélations entre les avalanches successives. Pour cela, ils ont calculé la fonction d'auto-corrélation temporelle  $C(\tau)$  du signal  $S(t)$  définie par:

$$C(\tau) = \int S(t) * S(t+\tau) dt \quad (4)$$

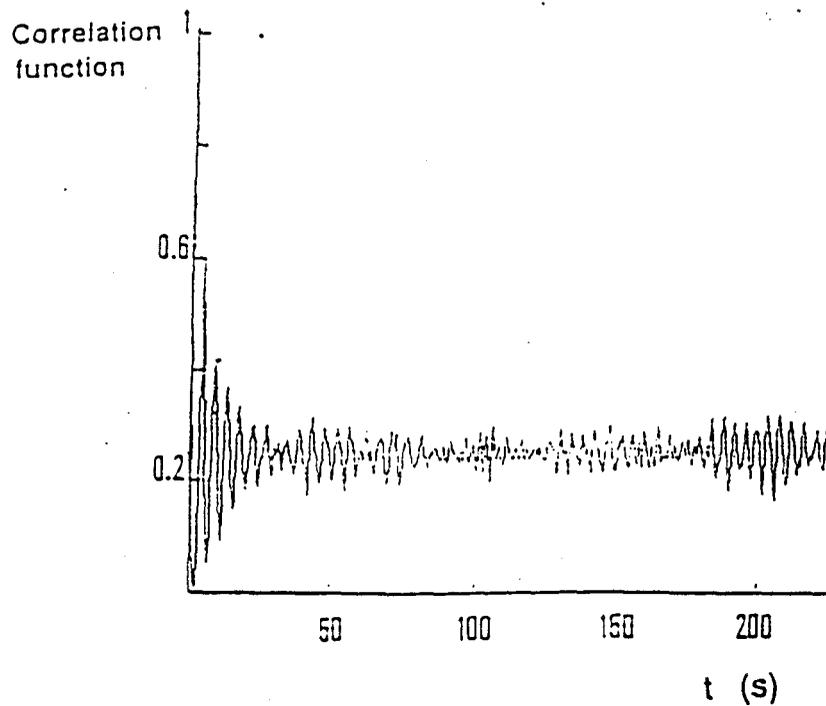


Figure 1.3: Représentation de la fonction d'auto-corrélation temporelle  $C(\tau)$  du signal sonore  $S(t)$  (cf. Figure 1.2), d'après [Evesque P., 1991].

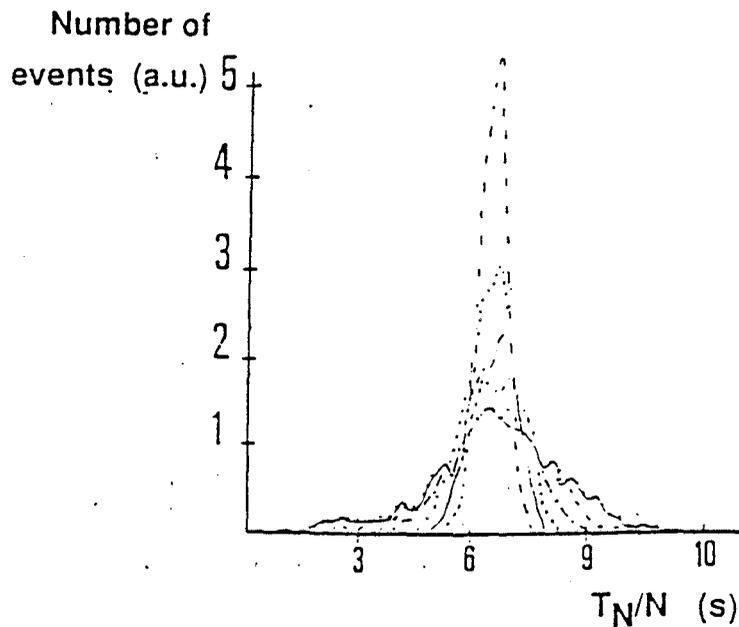


Figure 1.4: Statistique typique du temps  $T_N$  séparant  $N+1$  avalanches en fonction du temps réduit  $T_N/N$ . La diminution de la largeur du pic en fonction de  $N$  selon la loi (6a) indique qu'il n'existe pas de corrélations entre les événements aux erreurs expérimentales près, d'après [Evesque P., 1991].

La Figure 1.3 représente un exemple type de fonction d'auto-corrélation temporelle  $C(\tau)$  du signal  $S(t)$  trouvé (la durée d'enregistrement est de 1000 s avec un intervalle de temps  $\delta t$  de 0,1 s entre chaque mesure, soit 10000 mesures).

Pour interpréter cette courbe  $C(\tau)$ , considérons tout d'abord le cas où toutes les avalanches ont la même durée  $D$ , la même amplitude (taille) et sont espacées d'un intervalle  $T_1$  constant (cas d'avalanches périodiques). Le signal  $S(t)$  a alors la forme d'un peigne régulier dont la largeur des dents est égale à la durée  $D$  de l'avalanche et la période  $T_1$  égale au temps séparant deux avalanches consécutives donc deux pics consécutifs. La fonction d'auto-corrélation temporelle  $C(\tau)$  de ce signal périodique,  $C(\tau)$  a alors aussi la forme d'un peigne parfait dont la largeur des dents est proportionnelle à la durée  $D$  de l'avalanche et l'intervalle de temps séparant deux dents de  $C(\tau)$  est égal au temps  $T_1$ . Par contre, si on considère une série d'avalanches quasi-périodiques d'incertitude  $\delta T_1$  autour de la période moyenne  $T_1$ , la fonction  $C(\tau)$  aura l'allure d'un peigne aux temps  $\tau$  courts ( $\tau < \tau_c$ , avec  $\tau_c = T_1^2 / \delta T_1$ ), mais quand  $\tau > \tau_c$ , l'amplitude des dents diminuera et leur largeur augmentera; aux temps longs, la fonction  $C(\tau)$  tendra vers une valeur constante égale à  $D/T_1$ .

On trouve à partir de ces considérations que le régime d'avalanches caractérisées par la Figure 1.3 est tel que l'incertitude  $\delta T_1$  sur la mesure de  $T_1$  (l'intervalle entre deux avalanches) est de l'ordre de  $T_1$ , et que la durée  $D$  de l'avalanche vaut approximativement un quart de  $T_1$  ( $D \approx 0,25 T_1$ ).

Un des inconvénients majeur du calcul de  $C(\tau)$  est que lorsque l'on s'intéresse au comportement de  $C(\tau)$  aux temps longs, on s'aperçoit qu'il existe des fluctuations importantes induites par le nombre restreint d'avalanches prises en compte pour le calcul de  $C(\tau)$  lorsqu'on stocke tout le signal  $S(t)$ . Cette méthode conduit donc à de grandes incertitudes si le nombre de données n'est pas suffisant. C'est le cas sur la Figure 1.3 où le nombre d'avalanches totale est de l'ordre de 100.

#### 1.2.1.3.2 Corrélation de la taille des avalanches

Evesque et Rajchenbach ont étudié les corrélations de la taille des avalanches en calculant les différentes lois de distributions du temps nécessaire  $T_N$  pour obtenir une séquence de  $N+1$  avalanches successives. En effet, on sait que la valeur moyenne  $\langle T_N \rangle$  de  $T_N$  est égale à  $N$  fois  $T_1$  et qu'elle est indépendante des éventuelles corrélations entre avalanches, on a donc:

$$\langle T_N \rangle = N \langle T_1 \rangle \quad (5)$$

Par contre, l'écart quadratique moyen  $\delta T_N^2$  de la loi de distribution de  $T_N$  est sensible aux corrélations, ainsi:

- Si il n'existe pas de corrélation entre les avalanches, on a:

$$\delta T_N^2 = N \delta T_1^2 \quad (6a)$$

- Si les petites et les grosses avalanches ont plutôt tendance à s'alterner, l'écart quadratique moyen régresse plus vite que dans le cas où il n'existe pas de corrélation, on obtient:

$$\delta T_N^2 < N \delta T_1^2 \quad (6b)$$

- Si au contraire, on a des séries de grosses ou petites avalanches et donc des corrélations, la régression est moins rapide et l'on a:

$$\delta T_N^2 > N \delta T_1^2 \quad (6c)$$

Ainsi, l'analyse de  $\delta T_N$  en fonction de  $N$  (cf. Figure 1.4) a permis de conclure à l'absence de corrélation en taille entre les avalanches successives, tout au moins dans la limite de la précision expérimentale.

#### 1.2.1.4 Variation de la durée des avalanches en fonction du diamètre des billes

La configuration expérimentale du cylindre tournant a permis d'étudier de façon systématique l'influence de la vitesse de rotation du cylindre  $\Omega$ , de la longueur  $l$  de celui-ci et du diamètre  $\phi$  des billes de verre sur la durée des avalanches. Cette étude a porté sur un nombre d'avalanches égal à 1500. Les résultats qui sont présentés ont été obtenus pour des  $\Omega$  petits, c'est à dire loin de la transition vers le régime d'écoulement continu. La figure 1.5 représente la durée  $D$  des avalanches en fonction du diamètre  $\phi$  des billes et de la longueur  $l$  du cylindre (les points représentés pour chacun des diamètres  $\phi$  de billes résultent d'une moyenne sur différentes vitesses  $\Omega$ )

La Figure 1.5 permet de faire quelques remarques:

i) Les valeurs de  $D$  sont très dispersées bien que le nombre d'événements pris en compte soit important (1500 avalanches). Cette dispersion n'est pas comprise, elle peut être due à l'existence d'un paramètre caché.

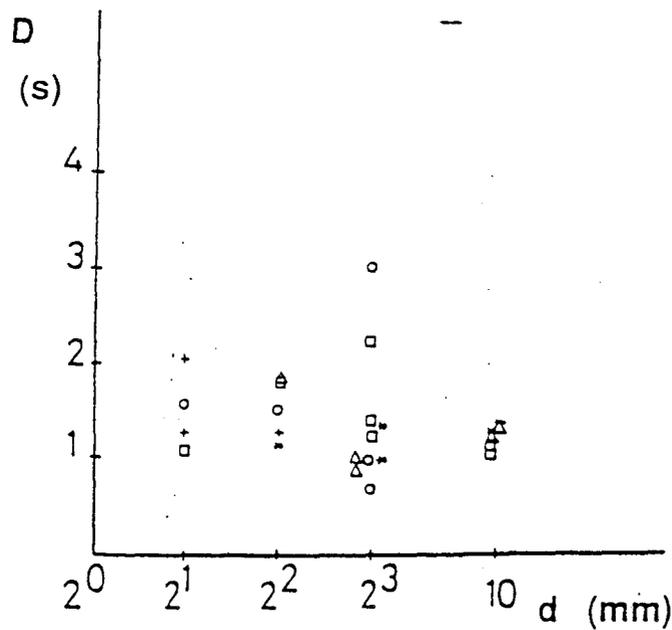


Figure 1.5: Durée des avalanches  $D$  pour des vitesses de rotation du cylindre faibles (i.e. loin de la transition vers le régime d'écoulement continu). Sur ce graphe,  $D$  représente la valeur moyenne de la durée pour plusieurs vitesses de rotation en fonction du diamètre des billes  $\phi$  et de la longueur  $l$  du cylindre utilisé, d'après [Evesque P., 1991].

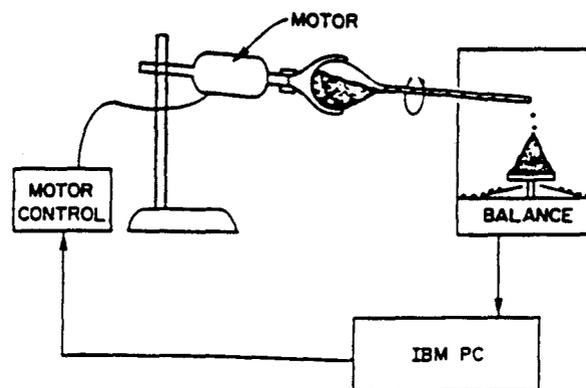


Figure 1.6: Schéma du dispositif expérimental utilisé par Held et al. . Un tas de forme conique est alimenté en billes. La masse du tas est enregistrée grâce à une balance numérique reliée à un ordinateur. On peut donc en déduire les phénomènes d'avalanches en analysant les variations de la masse du tas, d'après [Held et al., 1990].

ii) La durée moyenne  $\langle D \rangle$  d'une avalanche vaut 1,4 s et elle est indépendante de  $\Omega$ ,  $l$  et  $\phi$  à une incertitude relative expérimentale près de l'ordre de 0,8 (80%), ce qui donne:

$$\langle D \rangle = 1,4 \text{ s} \pm 1,1 \quad (7)$$

Cette valeur de  $\langle D \rangle$  est en accord avec celle trouvée par Jaëger et al. qui donne comme durée moyenne 1,3 s [Jaëger H.M. et al., 1989]. Cependant, ce dernier résultat est à prendre avec réserves car les conditions expérimentales ne sont pas identiques. En effet, ils ont utilisé des petites billes de verre ( $\phi \approx 0,5$  mm), un cylindre de taille différente ( $R_{\text{cyl}} \approx 5$  cm) et pris une vitesse de rotation très faible  $\Omega \approx 0,02^\circ/\text{s}$ .

Bien entendu, la différence de valeur de la valeur moyenne obtenue dans ce cas ( $\langle D \rangle \approx 1,4$  s) et celle trouvée précédemment égale à  $\langle D \rangle \approx 2$  s (cf. Eq. 3) s'explique à cause de la différence de la configuration expérimentale, liée aux variations des différents paramètres de contrôle ( $\Omega$ ,  $l$  et  $\phi$ ).

iii) En fait, cette relative indépendance de la durée de l'avalanche  $D$  par rapport aux différents paramètres du problème ( $\Omega$ ,  $l$ ,  $\phi$ ) semble prouver que seules l'inertie et la pesanteur interviennent dans ce processus. Une analyse dimensionnelle du problème en fonction des variables ( $R_{\text{cyl}}$ ,  $l$ ,  $\phi$ ,  $\Omega$ ,  $g$ ) conduit à l'expression suivante de la durée  $D$  pour  $\Omega$  tendant vers 0:

$$D \propto A \sqrt{\frac{R_{\text{cyl}}}{g}} \quad (8)$$

où  $g$  est l'accélération de la pesanteur ( $g \approx 9,81$  m/s<sup>2</sup>)

$A$  est une constante sans dimension de l'ordre de 14-20 ( $R_{\text{cyl}} \approx 0,095$  m) dans notre exemple.

### 1.2.1.5 Conclusion

Cette première série d'expériences menées par Evesque et Rajchenbach en 1988 montre que:

i) Le processus d'avalanche sur un tas réel ne présente pas une loi de distribution de type "bruit en  $1/f$ " comme le prévoit le modèle BTW du tas de sable.

ii) Les séries d'avalanches ne présentent pas de périodicité très marquée, elles ne semblent donc pas correspondre au modèle de Bagnold.

iii) En fait, le phénomène d'avalanche semble se positionner à mi-chemin entre le régime périodique de Bagnold et le comportement critique auto-organisé de BTW. C'est un régime d'oscillations de relaxation avec bruit.

## **1.2.2 Les expériences de Fauve et al.**

### **1.2.2.1 Principe et méthode expérimentale utilisés**

Le dispositif expérimental de Fauve et al. est identique à celui de Evesque et al. décrit ci-dessus, excepté que le cylindre est plus long et que le taux de remplissage est plus faible. La détection des avalanches se fait grâce à un dispositif optique qui mesure la position de la surface libre du tas. De plus, contrairement à la majorité des expériences en cylindre tournant qui sont faites avec des cylindres ayant des rapports d'aspect (longueur/diamètre) généralement très faibles (de l'ordre de 0,1 à 0,01), Fauve et al. ont travaillé avec un cylindre d'un diamètre  $2R_{\text{cyl}} \approx 18,7$  cm et d'une longueur  $l \approx 55$  cm, soit un rapport d'aspect égal à 2,94 très supérieur aux configurations courantes.

Leur étude a surtout porté sur la caractérisation des différents régimes d'avalanches en fonction de la vitesse  $\Omega$  du cylindre: pour cela la vitesse de rotation  $\Omega$  a été variée entre  $0,12^\circ/\text{s}$  et  $24^\circ/\text{s}$ . Le diamètre des billes de verres (0,1 mm - 1 mm) et le taux de remplissage du cylindre (1% - 10%) ont eux aussi été modifiés.

### **1.2.2.2 Résultats expérimentaux: les différents régimes d'écoulement**

Les résultats expérimentaux que nous allons exposer ont été obtenus avec des billes de verre de diamètre  $\phi \approx 0,50-0,63$  mm; la longueur transversale du lit de billes  $L$  est égale à  $L \approx 13$  cm.

Différents régimes d'écoulement ont été observés en fonction de la vitesse de rotation  $\Omega$  du cylindre. Ainsi, quand on augmente continûment la vitesse de rotation  $\Omega$ , et que l'on s'intéresse plus particulièrement au flux de billes au niveau de la surface libre, on observe le passage d'un régime d'écoulement discontinu (caractérisé par l'existence d'avalanches) à un régime d'écoulement continu. Ce changement de régime d'écoulement se fait selon un scénario bien précis. Ainsi, pour les très faibles vitesses de rotation ( $\Omega \approx 0,2^\circ/\text{s}$ ), on

obtient une série d'avalanches dont les distributions de taille  $S$  et d'intermittence  $T_1$  (entre deux avalanches successives) sont très larges; c'est le régime chaotique. Puis au fur et à mesure que l'on augmente la vitesse  $\Omega$ , on observe une transition vers un régime périodique (pour  $\Omega \approx 7,5^\circ/\text{s}$ ), où les avalanches ont toutes à peu près la même taille. Enfin, si l'on augmente encore la vitesse  $\Omega$  ( $\Omega \approx 12^\circ/\text{s}$ ), il y a transition du régime discret d'avalanches vers un régime d'écoulement continu. Ces différents régimes et les transitions qui permettent de passer d'un régime à l'autre peuvent être caractérisées ainsi:

#### 1.2.2.2.1 Le régime chaotique

Ce régime est obtenu pour de très faibles vitesses de rotation ( $\Omega$  de l'ordre de  $0,2^\circ/\text{s}$ ). Bien que les distributions des tailles d'avalanches  $S$  et des intervalles de temps entre deux avalanches successives soient très larges, on observe une importante corrélation entre la taille de l'avalanche à l'instant  $N$  et l'intervalle de temps  $T_1$  entre celle-ci et la précédente à l'instant  $N-1$ : en effet, plus  $T_1$  est grand, plus grande est la taille de l'avalanche. Par contre pour une vitesse de rotation fixée, la durée de l'avalanche  $D$  semble indépendante de la taille  $S$ .

#### 1.2.2.2.2 Transition du régime chaotique vers le régime périodique

Quand on augmente la vitesse de rotation, on observe une transition progressive du régime chaotique vers un régime périodique.

Notons  $T_1$  le temps entre deux avalanches et  $\langle T_1 \rangle$  sa valeur moyenne.  $\delta\psi = \Omega T$  est l'angle de rotation du cylindre entre deux avalanches successives, et on a  $\langle \delta\psi \rangle = \Omega \langle T_1 \rangle$ . On constate que  $\langle T_1 \rangle$  décroît continûment quand  $\Omega$  augmente. L'analyse de la rotation moyenne du cylindre entre deux avalanches  $\langle \delta\psi \rangle$  révèle un phénomène d'hystérésis: en effet,  $\langle \delta\psi \rangle$  est proportionnelle à  $\Omega$  quand on augmente  $\Omega$ ; par contre, pour des valeurs décroissantes de  $\Omega$ ,  $\langle \delta\psi \rangle$  décroît moins vite. Fauve et al., expliquent cette hystérésis par le fait que les avalanches sont spatialement en phase dans le régime périodique, ce qui n'est pas le cas pour le régime chaotique: la variation de  $\delta\psi$  est donc plus grande quand on s'approche du régime périodique que lorsque l'on s'en éloigne. Lorsque le système a atteint le régime périodique, la valeur moyenne de l'intervalle de temps entre deux avalanches  $\langle T_1 \rangle$  devient de même ordre de grandeur que la durée moyenne des avalanches  $\langle D \rangle$ .

### 1.2.2.2.3 Le régime périodique

Ce régime est obtenu pour des vitesses de rotation  $\Omega$  de l'ordre de  $7,5^\circ/\text{s}$ . Il est caractérisé par une taille d'avalanche  $S$  approximativement constante, et par une valeur moyenne de l'intervalle de temps  $T_1$  entre deux avalanches qui est de l'ordre de la durée moyenne de celle-ci ( $\langle T_1 \rangle \approx \langle D \rangle$ ). En fait, ce régime périodique peut s'expliquer comme le résultat des effets conjugués de la densité et d'un damage du tas lors de chaque avalanche.

### 1.2.2.2.4 Transition du régime périodique vers le régime continu

Si on augmente encore un peu plus la vitesse de rotation ( $\Omega \approx 12^\circ/\text{s}$ ), on observe, pour une valeur critique  $\Omega^+$ , une transition brutale du régime périodique (écoulement discontinu) vers un régime d'écoulement stationnaire qui peut être caractérisé par l'angle  $\theta$  de la pente de la surface libre qui est constant (à  $\Omega$  constant). Cette transition présente une hystérésis: en effet, quand on diminue la vitesse de rotation, le régime discontinu réapparaît pour une valeur critique  $\Omega^-$  légèrement inférieure à  $\Omega^+$ . Cette hystérésis est sensible à la géométrie du montage expérimental et tout particulièrement au rapport d'aspect du cylindre (longueur/diamètre). Ainsi, des expériences similaires reproduites par Rajchenbach [Rajchenbach J., 1990] sur un montage ayant un rapport d'aspect beaucoup plus petit ( $2R_{\text{cyl}} \approx 19$  cm et  $l \approx 5$  cm, soit  $l/2R_{\text{cyl}} \approx 0,26$ ) ont données une hystérésis plus importante. Cela peut s'expliquer par le fait que plus le rapport d'aspect est grand, plus le processus d'avalanche est étendu, ce qui engendre une coexistence de domaines où il y a des avalanches et d'autres où l'écoulement est stationnaire. Ainsi, quand on augmente  $\Omega$ , on passe du régime discontinu au régime continu par nucléation des domaines où l'écoulement est continu; par contre en sens inverse, on passe brutalement d'un régime spatialement homogène (l'écoulement continu) au régime discontinu.

### 1.2.2.2.5 Le régime continu

Le régime continu est caractérisé par l'établissement à vitesse de rotation  $\Omega$  constante d'un écoulement stationnaire auquel on peut associer un angle  $\theta$  constant de pente de la surface libre et un courant de surface  $J$ . Une conjecture de De Gennes et de Tang et Bak [de Gennes P.G., 1988; Tang C. et Bak P., 1988] postule que le courant de surface  $J$  obéit à l'équation suivante:

$$J \propto (\theta - \theta_c)^m \quad (9)$$

où  $\theta_c$  est l'angle de la pente à l'état critique (c'est aussi la valeur critique du paramètre de contrôle),  $\theta$  est le paramètre de contrôle, et  $m$  l'exposant critique associé au courant de surface  $J$ .

En s'intéressant tout particulièrement au passage du régime périodique au régime continu d'avalanches, Rajchenbach a pu montrer que cette loi est vérifiée expérimentalement avec  $m=0,5\pm 0,1$  [Rajchenbach J., 1990].

### 1.2.2.3 Conclusion

Dans leur étude, Fauve et al. se sont surtout intéressés à la transition du régime discontinu d'avalanches vers le régime d'écoulement continu que l'on observe quand on augmente la vitesse de rotation du cylindre. Les résultats trouvés sont similaires à ceux de Evesque et al. dans l'approximation de faibles vitesses de rotation ( $\Omega \rightarrow 0$ , cas du régime chaotique). On peut donc faire les remarques suivantes:

i) Quelque soit le régime, les lois de distribution ne présentent pas le comportement critique (loi de type "bruit en  $1/f$ ") prévu par le modèle BTW du tas de sable, même dans le régime dit chaotique où malgré l'existence de lois de distribution très larges, on peut observer de fortes corrélations comme par exemple entre la taille des avalanches et l'intervalle de temps entre deux avalanches consécutives.

ii) Les résultats trouvés dans le régime périodique sont intéressants car ils semblent confirmer les expériences de Bagnold et son modèle qui prévoient l'existence d'une périodicité [Bagnold R.A., 1954; *ibid*, 1966]. Cependant, cette périodicité est sans doute liée au damage qui s'opère à l'issue de chaque avalanche, effet qui n'avait pas été pris en compte par Bagnold.

iii) Pour le régime chaotique correspondant à celui étudié par Evesque et al., on retrouve encore une fois un comportement à mi-chemin entre le régime périodique de Bagnold et le comportement critique du modèle BTW.

## 1.2.3 Les expériences de Jaëger et al.

### 1.2.3.1 Principe et méthode expérimentale utilisés

Dans les expériences de Jaëger et al., l'écoulement des avalanches de grains consécutif à la rotation du cylindre est détecté grâce à la variation de

capacité d'un condensateur plan parallèle à travers lequel s'écoulent les particules. Les variations de capacité  $\Delta C(t)$  enregistrées en fonction du temps permettent de connaître le débit de l'écoulement et donc de détecter les avalanches. Cette méthode est suffisamment précise pour détecter le passage de quelques particules. Jaëger et al. ont appliqué ce type de détection sur deux types différents de configuration:

i) Un demi-cylindre de rayon  $R_{\text{cyl}} \approx 5$  cm et de longueur  $l \approx 8$  cm rempli partiellement de billes de verre d'un diamètre égal à  $0,54 \pm 0,08$  mm. Les avalanches ont été obtenues en faisant tourner le cylindre très lentement autour de son axe ( $\Omega \approx 0,02^\circ/\text{s}$ ). Contrairement aux expériences de Evesque et Rajchenbach, après chaque avalanche, les grains qui la composent sont éliminés du système.

ii) Des boîtes parallélépipédiques ouvertes d'une dimension de l'ordre de 5 cm avec un rapport d'aspect (largeur/longueur) compris entre 0,3 et 3. Dans cette configuration, les avalanches sont créées par un "saupoudrage" aléatoire de fines particules à la surface du tas. Pour cette expérience, sont utilisées de très petites particules d'oxyde d'aluminium ( $\phi \approx 0,07 \pm 0,01$  mm) afin d'obtenir le minimum de transfert d'énergie lors de l'impact du grain sur la surface libre. Cette configuration est très similaire à celle imaginée pour le modèle BTW où l'on sollicite aléatoirement les sites d'un réseau.

### 1.2.3.2 Résultats expérimentaux

Les résultats obtenus pour les deux configurations sont identiques, que les particules soient des billes de verre sèches ou de fines particules d'oxyde d'aluminium.

Les distributions de l'intervalle de temps  $T_1$  entre deux avalanches consécutives et de la durée de ces avalanches sont assez "centrées" sur leur valeur moyenne. On n'a donc pas une loi de type "bruit en  $1/f$ ".

Jaëger et al. ont aussi observé que les avalanches démarrent à un angle  $\theta_i$  et s'arrêtent à  $\theta_f$  avec une taille  $\delta\theta = \theta_i - \theta_f$  de l'ordre de quelques degrés. Dans leurs différentes expériences, ils ont trouvé:

- Pour les billes de verre:

$$\langle \theta_i \rangle \approx 26^\circ \quad \text{et} \quad \langle \delta\theta \rangle \approx 2,6^\circ \quad (10a)$$

- Pour les particules d'oxyde d'aluminium:

$$\langle \theta_i \rangle \approx 39^\circ \quad \text{et} \quad \langle \delta\theta \rangle \approx 5^\circ \quad (10b)$$

Par analogie avec les transitions de phase, Jaeger et al. ont associé l'angle  $\theta_i$  à un état métastable et l'angle  $\theta_f$  à l'état stable d'une transition du premier ordre; ainsi, le phénomène d'hystérésis est d'autant plus important que la taille  $\delta\theta$  est grande. Dans l'espoir de réduire cette hystérésis et donc de rendre le système critique (transition du second ordre) et obéissant au modèle BTW, ils ont soumis le système à des vibrations: dans ce cas, la distribution de l'intervalle de temps  $T_1$  entre deux avalanches devient alors plus large, mais l'état critique n'a pu être atteint.

### 1.2.3.3 Conclusion

Les expériences de Jaeger et al. confirment les résultats déjà obtenus par Evesque et al. et Fauve et al.; cependant l'analyse du phénomène a été prolongée en introduisant une analogie entre le phénomène d'avalanches et les transitions de phases. Pour eux, l'existence d'avalanches de tailles finies est due à un phénomène d'hystérésis qui serait contrôlé par les phénomène de dilatance. Cependant, les expériences menées sous vibrations afin de réduire cette hystérésis et d'amener le système à l'état critique (transition du second ordre) n'ont pas donné le résultat escompté. Le système réel du tas de sable ne semble donc pas obéir à un comportement d'état critique auto-organisé prédit par le modèle BTW.

## 1.3 L'expérience de Held et al.: vers l'état critique du tas de sable?

Malgré leur variété, les expériences réalisées au cylindre tournant sur les tas de sable réels n'ont pu confirmer le comportement critique auto-organisé prévu par le modèle BTW. Ce n'est qu'en 1990 que Held et al., avec un dispositif original, ont pu pour la première fois observer l'existence de lois d'échelle [Held G.A. et al., 1990].

### 1.3.1 Le dispositif expérimental

#### 1.3.1.1 Le montage expérimental et la méthode de mesure

Le dispositif expérimental est schématisé par la Figure 1.6.

Il est composé d'une fiole remplie de fines particules d'oxyde d'aluminium ( $\phi \approx 1,0-1,3$  mm,  $m \approx 0,0006$ g) qui tourne sur elle même ( $\Omega \approx 360^\circ/s$ ).

L'orifice de la fiole est incliné vers le bas de telle façon qu'un écoulement grain par grain soit engendré lorsque celle-ci est en rotation. On peut ainsi très facilement stopper l'écoulement uniquement en immobilisant la fiole.

A partir de cet écoulement discret de sable, Held et al. ont construit des tas de forme conique en laissant tomber grain par grain ce sable sur des disques horizontaux de différents diamètres. La hauteur de chute des grains (i.e. la distance du tube capillaire au sommet du tas) est de l'ordre de 8-10 cm.

La masse du tas est pesée et enregistrée en continu grâce à une balance à sortie numérique reliée à un micro-ordinateur qui contrôle le débit de grains et analyse les données. Ainsi, chaque ajout d'un grain détecté engendre une variation de masse du tas, celle-ci est détectée par l'ordinateur qui arrête la rotation de la fiole jusqu'à ce que la masse du tas se soit restabilisée, et ainsi de suite. En procédant selon ce protocole, Held et al. peuvent suivre l'évolution de la masse du tas de sable en fonction de nombre de grains ajoutés. Les variations de masse observées sont engendrées par les avalanches qui affectent la surface libre du tas lorsque la pente devient instable à l'issue de l'ajout d'un grain supplémentaire. L'étude de ces variations de masse permet d'étudier la statistique des avalanches.

Dans leurs différentes expériences, Held et al. ont fait varier le diamètre du disque ( $2R_d \in \{0,38 \text{ in}, 0,75 \text{ in}, 1,5 \text{ in}, 3 \text{ in}\}$ ,  $1 \text{ in} \approx 2,54 \text{ cm}$ ), en conservant la même taille de grains.

### 1.3.1.2 Les différences essentielles avec le cylindre tournant

Le dispositif expérimental de Held et al. diffère de celui du cylindre tournant sur deux points essentiels:

i) Le tas est construit en déposant des grains sur un disque (il a donc une forme conique), l'écoulement de sable a lieu sur une surface convexe, alors que pour les expériences en cylindre tournant l'écoulement de sable se fait dans une seule direction sur une surface plane.

ii) Contrairement aux expériences en cylindre tournant où l'écoulement est engendré par l'augmentation de la pente (et donc du cisaillement) selon une seule direction, les avalanches sont ici créées en ajoutant du sable grain par grain et en prenant soin d'attendre que toutes les avalanches possibles à l'issue d'un ajout de grain se soient réalisées. Dans le dispositif expérimental du cylindre, il convient de parler de sollicitation globale du système puisque l'équilibre des

forces est modifiée en tout point de la surface libre du tas durant la rotation du cylindre; alors que pour le montage de Held et al., l'équilibre est modifié en un seul point (point de chute du grain), la sollicitation est donc ponctuelle. En ce sens, l'expérience de Held et al. est très proche des hypothèses du modèle BTW d'automates cellulaires qui stipule notamment que l'on laisse le système se relaxer après chaque sollicitation aléatoire (hypothèse d'adiabaticité). Une différence subsiste cependant, car l'ajout des grains n'a lieu qu'en un seul et unique point fixe, et n'est donc pas un processus aléatoire sur toute la surface du tas.

iii) Lors de chaque avalanche, l'excédent est évacué au dehors du système (i.e. le tas), cela permet d'obtenir un très grand nombre d'événements tout comme pour le cylindre tournant. De plus, le phénomène de damage observé lorsque l'avalanche vient se fracasser sur la paroi inférieure du cylindre tournant n'existe plus dans la configuration de Held et al.

### 1.3.2 Quelques résultats

Held et al. ont pu différencier pour un même sable deux régimes d'avalanches très différents que l'on peut aisément caractériser par la seule observation des graphes de la variation de la masse des tas en fonction de la taille du diamètre du disque.

#### 1.3.2.1 Pour les petits disques

Pour les disques de petites tailles (0,38 in, 0,75 in, 1,5 in), si on s'intéresse par exemple au cas du disque de 1,5 in de diamètre, sur une série de 30000 événements (ajout d'un grain), on constate que:

- La probabilité d'avoir une avalanche de masse  $M$  suit une loi de puissance conforme au modèle BTW puisque l'on trouve expérimentalement:

$$P(M) \propto M^{-2,5} \quad (11)$$

Cette loi est bien vérifiée pour des masses d'avalanches comprises entre 0,002g et 0,05g (soit entre 3 et 80 grains). L'existence d'une telle loi de puissance est la signature d'un comportement de type critique (transition du second ordre).

- Ce comportement particulier disparaît lorsque l'on augmente le diamètre du disque par rapport au diamètre des particules de sable.

### 1.3.2.2 Pour les grands disques

Lorsque l'on augmente la taille du disque, le système adopte un autre régime. Les événements de faible ampleur (de l'ordre de quelques grains) disparaissent et l'on obtient un régime où les fluctuations de masse des avalanches sont toutes approximativement identiques (régime de macro-avalanches): l'écoulement en dehors du système s'effectue grâce à des avalanches à peu près régulièrement espacées dans le temps.

On retrouve le comportement "classique" observé avec les autres types de montage (cylindre tournant): les phénomènes subis par le système s'apparentent alors plus à un système subissant une transition de phase du premier ordre (phénomène d'hystérésis et état métastable) plutôt qu'à une transition du second ordre.

On peut alors chercher à interpréter ces résultats à l'aide d'un effet de taille finie

### 1.3.3 L'effet de taille finie

#### 1.3.3.1 Mise en évidence de l'effet de taille finie

Lorsqu'on est près d'un point critique, on sait qu'il existe des lois d'échelle: ces lois d'échelle sont les relations qui relient les différents exposants critiques qui caractérisent le comportement des différentes grandeurs physiques pertinentes du problème étudié. Ces lois d'échelle restent valables sur une longueur typique appelée longueur de corrélation, notée habituellement  $\xi$ .

Si le système du tas de sable étudié présente des fluctuations invariantes par changement d'échelle similaires à celles observées au point critique d'une transition du second ordre, la distribution de la masse des avalanches  $P(M)$  doit présenter un effet de taille finie de la forme [Kadanoff L.P. et al., 1989]:

$$P(M, L) = (1/L)^\beta g(M/L^\nu) \quad (12a)$$

$$\text{avec } \beta = 2\nu \text{ (loi de conservation de la masse)} \quad (12b)$$

où  $P(M, L)$  est la probabilité d'obtenir une avalanche de masse  $M$  pour un tas ayant un base de diamètre  $L$ ;  $g$  est une fonction universelle.

On parle alors d'effet de taille finie.

Pour leurs expériences, Held et al. ont trouvé:

$$\beta = 2\nu = 1,8 \quad (13)$$

Ce résultat est important, car il prouve qu'il existe un effet de taille finie. Par conséquent, nous ne sommes pas en présence d'un véritable comportement critique au sens des transitions de phase du second ordre comme celui décrit par le modèle BTW. De tels comportements sont courants en physique, on peut penser par exemple aux fluctuations critiques qui sont observés dans les ferromagnétiques sous champ en dessous de la température de Curie pour des échantillons de petites tailles (i.e. quelques spins). Dans ce cas, la transition du premier ordre est masquée par la taille finie du système.

### 1.3.3.2 Origine de l'effet de taille finie

Les différentes expériences réalisées avec la configuration du cylindre tournant laissent apparaître une taille de l'avalanche  $\delta\theta = \theta_i - \theta_f$  de l'ordre de quelques degrés (généralement  $\delta\theta \approx 2^\circ \pm 1^\circ$ ).

Par analogie avec les transitions de phase du premier ordre, Evesque puis Liu et al. [Evesque P., 1991; Liu C.-H. et al, 1991] ont défini deux états particuliers du système:

- L'état métastable qui est associé à l'angle  $\theta_i$  de début de l'avalanche. Cet angle est l'angle maximal de stabilité du tas  $\Theta_M$  au dessus duquel l'empilement devient instable et s'effondre (nous avons vu dans le premier chapitre que cet angle dépend de l'arrangement des grains donc de la densité de l'échantillon).

- L'état stable qui est associé à l'angle  $\theta_f$  de fin de l'avalanche. L'avalanche s'arrête quand l'énergie totale des grains est plus faible que celle dissipée par les grains par frottement solide. Cet angle est donc approximativement égal au coefficient de frottement solide macroscopique  $\Phi$  défini par Coulomb [Coulomb C., 1773].

Le phénomène d'hystérésis est d'autant plus important que la différence entre l'angle maximal de stabilité  $\Theta_M$  (état métastable) et l'angle de frottement solide  $\Phi$  (état stable) est grande. Nous avons vu que dans des "conditions expérimentales normales" cette différence  $\delta\theta$  est de l'ordre de quelques degrés ( $\delta\theta \approx 2^\circ$ ). C'est l'existence de cette valeur de  $\delta\theta$  non nulle qui permet d'expliquer le phénomène observé par Held et al.: si la base  $L$  du tas est suffisamment petite, en partant d'une pente ayant un angle  $\theta = \Phi$ , il est impossible d'ajouter une nouvelle

particule d'un diamètre  $\phi$  sans que la pente ne dépasse l'angle maximal de stabilité  $\Theta_M$ ; alors le système a un comportement critique (absence de l'hystérésis,  $\delta\theta \approx 0$ ). Par contre, si la base du tas a un diamètre suffisamment grand, l'ajout de nombreux grains est possible avant le déclenchement d'une avalanche. Finalement:

- Si  $L < \phi / \delta\theta$ , on a un comportement critique (effet de taille finie) (14a)

- Si  $L > \phi / \delta\theta$ , on a une transition du premier ordre (14b)

Pour la différence d'angle  $\delta\theta \approx 2^\circ$ , on trouve une longueur critique  $L_c$  de la pente qui est égale à 30 fois le diamètre des grains:

$$L_c = \phi / \delta\theta \approx 30\phi \quad (15)$$

Dans les expériences de Held et al., la transition entre le comportement de type transition du premier ordre et celui de type effet de taille finie apparaît entre  $L \approx 60\phi$  (où le système est du premier ordre) et  $L \approx 30\phi$  (où le système subit un effet de taille finie). Ce qui est en parfait accord avec la limite calculée précédemment.

### 1.3.3.3 Discussion sur la validité de cette approche

Pour discuter de cette approche et plus généralement de la différence entre une transition du premier ordre et du second ordre, nous allons nous intéresser tout d'abord au problème de la nucléation dans le cas de la transition liquide-gaz, puis au cas de la transition ferro-para sous champ magnétique. Les fluctuations critiques que l'on observe dans le cas d'une transition de second ordre et la taille maximale du désordre sont en effet à décorréler totalement de l'existence d'un rayon typique des gouttelettes lors d'une transition du premier ordre comme la liquéfaction d'un gaz. En effet, dans une nucléation, on observe que seules les gouttelettes ayant atteint une certaine taille dite critique qui est caractérisée par son rayon critique  $R_c$ , peuvent croître spontanément. Ceci provient d'un terme capillaire que l'on doit prendre en compte dans l'énergie lorsqu'on est très loin de la température critique  $T_c$ . L'énergie libre  $G$  s'écrit alors [Lai dau L.D. et Lifchitz E., 1976]:

$$G \approx -\Delta\mu R^3 + \gamma R^2 \quad (16)$$

De telle sorte que l'énergie libre totale d'une gouttelette ne décroît que pour les tailles de gouttelettes supérieures à une taille critique  $R_c$ , ce rayon critique  $R_c$  est donné par:

$$\left\{ \frac{\partial G}{\partial R} \right\}_{R_c} = 0 \quad (17a)$$

Le rayon critique  $R_c$  est donc égal à:

$$R_c = \frac{2\gamma}{3\Delta\mu} \quad (17b)$$

Au dessus de cette taille critique, la gouttelette croît spontanément. Pour faire croître la gouttelette, il faut donc d'abord franchir une barrière de potentiel égale à  $\Delta G$  telle que:

$$\Delta G = \gamma R_c^2 - \Delta\mu R_c^3 = \frac{1}{3} \gamma R_c^2 \quad (18)$$

Mais ce rayon critique  $R_c$  n'a rien à voir avec le rayon critique de nos fluctuations ou la longueur de corrélation du problème dans le cas d'une transition du second ordre. Ainsi, lorsque l'on est à la température critique  $T_c$ , ce rayon tend vers 0, mais la longueur de corrélation (du désordre)  $\xi$  tend vers l'infini. Quand on s'éloigne de  $T_c$ ,  $R_c$  croît et  $\xi$  régresse. Pour comprendre correctement notre analogie développée dans le paragraphe précédent (cf. § 1.3.3.2), il faut revenir aux caractéristiques des transitions du premier ordre lorsqu'on s'approche du point critique. Dans ce cas, ce qui domine, ce n'est plus les forces capillaires entre liquide et gaz, mais bien les fluctuations critiques et les fluctuations de densité. Au contraire, l'interface liquide-gaz ne peut plus être bien défini, ce qui montre l'effet négligeable des forces capillaires (phénomène d'opalescence critique), les phases liquide et gazeuse sont indiscernables.

Pour bien comprendre comment on passe d'une transition du second ordre à une transition du premier ordre (faiblement marquée), il faut se donner un champ supplémentaire qui est couplé au système et qui lève légèrement la dégénérescence de l'énergie libre des deux états. Prenons alors comme exemple simple ou archétype, le phénomène de ferromagnétisme sous champ et traitons le problème.

Proche de la température  $T_c$  et si le champ est faible, l'aimantation spontanée  $M$  est proportionnelle au champ  $H$  à la puissance  $1/\delta$ :

$$M \propto H^{1/\delta} \quad (19a)$$

Cette dépendance n'est vraie que pour un champ  $H$  tendant vers zéro ( $H \rightarrow 0$ ). Mais l'aimantation spontanée d'un barreau à une température légèrement inférieure à la température  $T_c$  est proportionnelle à  $(T-T_c)$  à la puissance  $\beta$ :

$$M \propto (T-T_c)^\beta \quad (19b)$$

Par ailleurs, le champ  $H$  lève la dégénérescence des états  $+M$  et  $-M$ , et rend la transition faiblement du premier ordre. On a en outre la longueur de corrélation  $\xi$  qui varie comme  $(T-T_c)$  à la puissance  $-v$ :

$$\xi \propto (T-T_c)^{-v} \quad (20)$$

Il est clair aussi que si on applique un champ magnétique  $H$  juste à la température critique  $T_c$ , les fluctuations de l'aimantation d'un spin vont régresser pour s'aligner sur la direction du champ et les fluctuations de la fonction de corrélation vont aussi diminuer, de telle sorte que la longueur de corrélation  $\xi$  du système diminue. Ainsi dans le domaine critique, si on est très proche de  $T_c$ , les champs  $H$  intenses contrôleront la taille des corrélations. Au contraire, si on diminue la température  $T$  et qu'on s'éloigne un peu de  $T_c$ , il faudra alors des valeurs du champ  $H$  encore plus intense pour faire diminuer les fluctuations. Or c'est  $H$  qui contrôle la différence d'énergie entre les états et l'amplitude de la transition du premier ordre.

Pour une valeur donnée du champ  $H$ , on a donc une transition du premier ordre dont l'amplitude est donnée et dont la longueur de corrélation vaut  $\xi$ . Choisissons de travailler à une valeur donnée du champ  $H$  et considérons un échantillon dont la taille est inférieure à la longueur de corrélation  $\xi(H)$  dépendant de  $H$ . Dans ce cas là, lorsque l'on passera autour de  $T_c$ , le système subira une transition de phase qui ressemblera très fortement à la transition de phase en l'absence de champ et présentera donc des fluctuations critiques typiques de cette transition ferromagnétique-paramagnétique.

Si on se réfère aux équations 14a et 14b du paragraphe précédent (cf. §1.3.3.2), elles ne sont évidemment qu'approximatives. En effet, la bonne approche consisterait à dire que c'est un champ extérieur  $C$  (pour l'instant inconnu pour notre phénomène d'avalanches) qui contrôle l'amplitude de la transition du premier ordre et la taille de la longueur de corrélation  $\xi$  du système. L'amplitude de cette transition du premier ordre est donnée par la taille des avalanches  $\delta\theta = \theta_i - \theta_f$ . on peut donc écrire:

$$\delta\theta \propto C^{A\theta} \quad (21a)$$

où  $A_\theta$  est un exposant critique. De même, on peut écrire que:

$$\xi \propto C^{A_\xi} \quad (21b)$$

où  $A_\xi$  est un autre exposant critique. De telle sorte que l'on devrait avoir:

$$\xi \propto \delta\theta^{A_\xi/A_\theta} \quad (21c)$$

Dans les équations 14a et 14b, nous avons simplement supposé que:

$$A_\xi/A_\theta \approx 1 \quad (21d)$$

### 1.3.4 Conclusion

Le dispositif expérimental utilisé par Held et al. évoque par plusieurs points, l'approche imaginée par BTW pour leur modèle numérique de criticalité auto-organisée. Ainsi, le tas est construit grain par grain en laissant le temps au système de relaxer (hypothèse d'adiabaticité); la sollicitation présente un caractère ponctuel, même si elle ne se fait pas de façon aléatoire dans l'espace (le tas est toujours alimenté en billes en son centre). Ce type de dispositif a permis de mettre en évidence pour une même taille de billes, deux régimes différents d'avalanches selon la dimension de la base du tas (i.e. du disque qui le supporte). Le premier régime dit de "macro-avalanches" observé pour de grands disques, ressemble très fortement à celui généralement constaté au cylindre tournant et qui peut se résumer par l'existence de grosses avalanches ( $\delta\theta \approx 2^\circ$ ) quasiment périodique. Le deuxième régime observé pour de petits disques est quant à lui le plus intéressant car il met en évidence pour la première fois, l'existence d'un comportement qui ressemble fortement au régime critique auto-organisé prévu par le modèle BTW. En effet, dans ce régime, le système engendre des avalanches de toutes tailles; ainsi, la distribution de la masse des avalanches  $P(M)$  suit une loi de puissance ( $P(M) \propto M^{-2,5}$ ) signature de la criticalité. Malheureusement, le régime critique observé par Held et al. ne correspond pas à un véritable état critique comme celui décrit par Bak et al. dans leur modèle mais à un effet de taille finie.

### 1.4 Conclusion du chapitre

Suite à la parution de l'article de Bak et al. en 1987 qui prenait comme paradigme le "tas de sable", nombreuses ont été les études entreprises pour vérifier si le tas de sable est un système critique auto-organisé comme la théorie le prévoyait. Divers montages ont été proposés pour étudier les propriétés du tas

de sable et tout particulièrement les avalanches qui affectent sa surface libre sous certaines conditions. Le premier type de montage qui est d'ailleurs celui qui a été le plus largement utilisé est le cylindre tournant. Les nombreuses études faites avec ce type de dispositif et que nous avons en partie résumées dans le deuxième paragraphe de ce chapitre, sont en contradiction avec les résultats du modèle BTW. De manière générale, elles mettent en évidence de grosses avalanches dont la taille ne fluctue guère autour de sa valeur moyenne ( $\langle \delta\theta \rangle \approx 2^\circ$  et  $\Delta\delta\theta \approx 1^\circ$ ): les événements sont quasi-périodiques. Le deuxième type de montage qui a été mis au point par Held et son équipe est très différent du cylindre tournant, et présente de nombreuses similitudes avec l'approche BTW, même si l'alimentation en billes ne se fait qu'au sommet du cône (solicitation ponctuelle du système, hypothèse d'adiabaticité vérifiée, etc...). Il a permis de mettre en évidence deux types de régime dont l'un semblait présenter les critères de criticalité; cependant, il a été montré qu'il ne s'agissait en fait que d'un effet de taille finie, ce qui fait que l'état critique n'est pas auto-organisé.

Un point remarquable à signaler est que toutes les expériences que nous avons présentées, qu'elles aient été réalisées en cylindre tournant, ou bien avec le dispositif de Held et al., ont été réalisées sans contrôle de la densité de l'échantillon et sans contrôle des effets de cohésion, même si dès 1954, Bagnold notait déjà l'importance de la dilatance dans le comportement de tels milieux [Bagnold R.A., 1954; idem, 1966]. Pourtant, nous avons pu constater dans le chapitre 1, le rôle essentiel de ces deux paramètres sur le comportement des milieux granulaires. C'est dire que le concept de dilatance et son contrôle par la densité ont eu du mal à être bien perçus par le physicien. De la même façon, aucun contrôle des effets pouvant être engendrés par la cohésion n'avait été entrepris à ce jour. C'est pourquoi, nous présentons dans le chapitre suivant les essais que nous avons réalisés en contrôlant la densité et la cohésion.

## Références du Chapitre 1

- Bagnold R.A., Proc. Roy. Soc. London Ser. A **225**, 49 (1954)
- Bagnold R.A., Proc. Roy. Soc. London Ser. A **295**, 219 (1966)
- Bak P., Tang C. et Wiesenfeld K., Phys. Rev. A **38**, 364 (1988)
- Bak P., Tang C. et Wiesenfeld K., Phys. Rev. Lett. **59**, 381 (1987)
- de Coulomb C., Mémoires de Mathématiques et de Physique Présentés à l'Académie Royale des Sciences par Divers Savants et Lus dans les Assemblées, 343, Imprimerie Royale, Paris (1773)
- de Gennes P.G., Communication privée (1988)
- Evesque P. et Rajchenbach J., C. R. Acad. Sci. Paris, Série II **307**, 223 (1988)
- Evesque P. et Rajchenbach J., Powders and Grains, Biarez & Gourvès (eds), Balkema, Rotterdam (1989)
- Evesque P., Phys. Rev. A **43**, 2720 (1991)
- Fauve S., Laroche C. et Douady S., Communication privée (1988)
- Held G.A., Solina D.H., Keane D.T., Haag W.J., Horn P.M. et Grinstein G., Phys. Rev. Lett. **65**, 1120 (1990)
- Jaëger H.M., Liu C.-H. et Nagel S.R., Phys. Rev. Lett. **62**, 40 (1989)
- Kadanoff L.P., Nagel S.R., Wu L. et Zhou S.-M., Phys. Rev. A **39**, 6524 (1989)
- Landau L.D. et Lifchitz E., Physique Statistique, Chap. XV, Editions Mir, Moscou (1976)
- Liu C.H., Jaeger H.M. et Nagel S.R., Phys. Rev. A **43**, 7091 (1991)
- Rajchenbach J., Phys. Rev. Lett. **65**, 2221 (1990)
- Reynolds O., Philos Mag. **20**, 469 (1885)
- Tang C. et Bak P., Phys. Rev. Lett. **60**, 2347 (1988)

CHAPITRE 2  
NOS RÉSULTATS  
EXPÉRIMENTAUX



## 2. NOS RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

### 2.1 Introduction

Nos études expérimentales se divisent en deux parties: tout d'abord, afin d'étudier les fluctuations de masse d'un vrai tas de sable, nous avons repris le même dispositif expérimental que Held et al. . Nous avons pu confirmer l'existence d'un comportement critique lorsque les tas sont de petite taille; celui-ci se caractérise par des lois de comportement de type "bruit en  $1/f$ ". Ces comportements critiques disparaissent quand les tas sont de plus grandes tailles, ce qui démontre l'existence d'effets de taille finie.

Dans une seconde partie, nous nous sommes attachés à démontrer les effets de la dilatance, effets prévus par les résultats expérimentaux habituels de la mécanique des sols et la théorie du Granta-Gravel. Cela, nous a conduit à faire des expériences sur la stabilité des pentes en contrôlant très précisément la densité du massif. A notre connaissance, c'est la première fois qu'une telle étude est menée. De plus, nous avons voulu tester les effets de la cohésion, ce qui nous a conduit à faire ces expériences en macro-gravité (centrifugeuse).

### 2.2 Notre approche de l'expérience de Held et al.

#### 2.2.1 Introduction

Dans un premier temps, pour étudier le phénomène d'avalanches et plus particulièrement les fluctuations de leurs tailles, nous avons repris l'expérience de Held et al., en en modifiant légèrement le dispositif expérimental [Held G.A. et al., 1990]. Grâce aux expériences réalisées sur des billes de verre de différents diamètres, nous avons pu, comme Held et al., mettre en évidence l'existence de deux régimes d'avalanches très différents suivant la taille du tas comparée à celle des billes. Par ailleurs, notre étude nous a permis d'avoir accès à diverses distributions pertinentes pour l'analyse du processus d'avalanches telles: leurs masses, leurs fréquences, leurs durées, leurs corrélations, etc... . Cette première partie expérimentale a été réalisée au L.C.P.C. avec le matériel de l'équipe "Physique des Milieux Granulaires et Poreux" de l'U.M.R. 113.

### 2.2.2 Dispositif expérimental et mode opératoire

Le principe de l'expérience est très simple: on construit un tas de forme conique en laissant tomber grain par grain le matériau étudié au dessus du centre d'un disque horizontal de diamètre  $D$  (cf. Figure 2.1). Notre montage expérimental diffère légèrement de celui employé par Held et al.: pour obtenir un écoulement grain par grain, nous avons utilisé un distributeur vibrant alors que l'équipe d'IBM avait employé une fiole remplie de sable qui pouvait être mise en rotation, le débit de l'écoulement étant alors contrôlé par la vitesse de rotation de celle-ci. Dans notre cas, le débit  $Q$  de billes est fonction de l'intensité de la vibration (son amplitude et sa fréquence); il peut être réglé très facilement grâce à un potentiomètre et il est assez aisé d'obtenir un débit très faible compris entre 1 et 0,05 bille par seconde (soit entre 1 bille toutes les 1 à 20 s), à condition cependant, d'employer des billes d'un diamètre supérieur à 0,5 mm (pour des particules plus petites, notre dispositif expérimental ne permet que le contrôle du débit moyen des billes). Une fois le tas constitué, celui-ci est constamment approvisionné en billes de verre, en son sommet, avec un débit  $Q$  constant, et l'on mesure la masse du tas  $M(t)$  au cours du temps grâce à une balance très sensible qui permet de déceler une variation de masse  $\delta M(t)$  correspondant à l'ajout d'une bille sur le tas. Le poids des billes que nous avons utilisées étant de l'ordre de 1 cg (pour un diamètre moyen  $\phi$  de 1,6-2 mm), nous avons utilisé une balance de la marque Mettler (Mettler PM600) dont la précision est égale à 1 cg. Cette balance est équipée d'une sortie numérique (RS232), ce qui a permis l'enregistrement de la masse du tas  $M(t)$  en fonction du temps  $t$  sur fichiers informatiques grâce à l'utilisation d'un micro-ordinateur (Compatible PC). L'observation de ces fichiers révèle une croissance continue de la masse  $M(t)$  du tas au cours du temps suivie de diminutions brusques (cf. Figure 2.2); ces dernières correspondent aux avalanches. Lors des avalanches, les grains tombent du tas vers un collecteur où ils ne sont plus pris en compte pour la pesée du tas.

Le tas a été placé dans une enceinte afin de le protéger des courants d'air qui auraient pu induire le déclenchement intempestif d'avalanches; en outre tout le dispositif expérimental a été placé sur une table très lourde afin de prévenir toute vibration. Enfin, la distance entre l'orifice du distributeur de billes et le sommet du tas a été réglée au minimum afin que les billes aient une vitesse d'impact très faible sur le tas lors de leur chute et arrivent sur le sommet du tas avec une énergie cinétique faible afin de prévenir tout effet catastrophique, cette distance est égale à 5-10 mm. Par conséquent dans notre expérience, les deux seuls

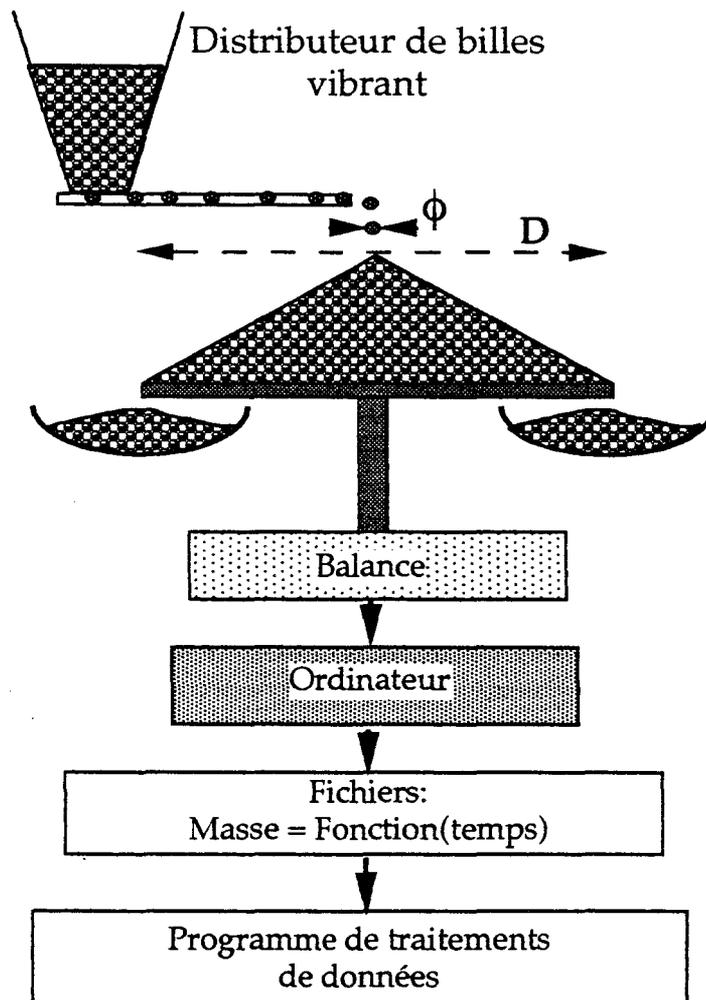


Figure 2.1: Schéma du dispositif expérimental: le tas de forme conique est alimenté en billes par un distributeur vibrant; sa masse est enregistrée à intervalles de temps réguliers grâce à une balance équipée d'une sortie numérique reliée à un micro-ordinateur.

paramètres que nous avons pu faire varier sont la taille  $D$  de la base du tas et celle  $\phi$  des billes.

Une autre différence avec l'expérience réalisée par Held et al. est à noter: nous n'avons pas asservi l'alimentation du tas grain par grain: seul le débit  $Q$  a été pris constant dans le temps. Ceci nous a obligé à travailler avec des débits très faibles car la mesure de chaque ajout de grain par pesée nécessite un temps d'acquisition lent ( $>1s$ ) déterminé essentiellement par la durée d'une pesée (le temps de réponse de la balance étant égal à  $1s$ ). Ces débits très faibles nous ont permis d'être assuré que le système ait le temps de relaxer entre deux ajouts de grains (c'est à dire qu'une nouvelle avalanche n'est engendrée tant qu'une autre est encore en train de se propager sur la surface libre du cône). Des essais préalables nous ont indiqué une durée moyenne des avalanches de l'ordre de quelques secondes, ce qui nous a conduit à opter pour un débit de l'ordre de 1 bille tous les 10 secondes.

Avant d'aller plus loin et de passer aux résultats expérimentaux, une remarque doit être faite en ce qui concerne aussi bien notre mode opératoire que celui de Held et al.: toutes les avalanches effectivement prises en compte par ce type de montage sont uniquement celles qui se sont propagées du sommet du cône (point d'alimentation du tas en grains) jusqu'au bord du tas (qui correspond à la frontière du système). Par conséquent, tous les résultats qui vont suivre ne tiennent pas compte des avalanches qui n'arrivent pas jusqu'à la frontière du système, mais qui peuvent cependant être de fortes amplitudes: on peut qualifier ces avalanches de locales. Leur détection aurait demandé une procédure expérimentale beaucoup plus lourde; on peut penser par exemple à une détection par traitement d'images où l'on aurait comparé les images de la surface du cône avant et après l'ajout d'un grain; les avalanches locales apparaîtraient alors comme une modification locale de la topologie de la surface du cône (structure d'amas) dont la taille serait reliée, mais de façon approximative, à la taille de l'événement. En effet, avec cette technique, seule pourrait être déterminé aisément la valeur de l'aire de la surface du tas affecté par l'avalanche, on n'aurait en particulier aucun renseignement sur la profondeur du tas affecté par le mouvement, si l'avalanche concernait plus d'une couche de matériau.

### 2.2.3 Les résultats expérimentaux

Les expériences qui vont être décrites ont été réalisées sur des tas de billes de verre monodisperses. Différents diamètres  $\phi$  de ces billes ont été pris ( $\phi=104-$

128  $\mu\text{m}$  et  $\phi=1,6\text{-}2\text{ mm}$ ) et différents disques de diamètre  $D$  différents servant d'embase ont été réalisés ( $D=6\text{ cm}$  et  $D=9\text{ cm}$ ).

### 2.2.3.1 Deux régimes d'avalanches?

Sur les Figures 2.2a et 2.2b, nous avons représenté les évolutions de la masse  $M(t)$  du tas conique en fonction du temps  $t$  pour deux tailles de billes différentes:  $\phi=1,6\text{-}2\text{ mm}$  (cf. Figure 2.2a) et  $\phi=104\text{-}128\text{ }\mu\text{m}$  (cf. Figure 2.2b); dans ces deux cas, le diamètre  $D$  de la base du tas est égal à  $9\text{ cm}$ .

L'examen des courbes  $M(t)$  où chaque décroissance de la masse correspond à une avalanche, montre très clairement deux régimes distincts d'avalanches suivant la valeur du rapport  $D/\phi$  du diamètre du tas au diamètre des billes:

- pour  $D/\phi$  petit avec  $D/\phi \approx 50$  ( $D=9\text{cm}$  et  $\phi=1,6\text{-}2\text{ mm}$ ), on observe une courbe  $M(t)$  très irrégulière où toutes les tailles d'avalanches (proportionnelles à la variation de masse) sont présentes (cf. Figure 2.2a). Dans cette configuration, il n'existe pas de périodicité du phénomène d'avalanches et il n'est donc pas caractérisé par une taille typique; au contraire, nous verrons qu'une analyse fine des fluctuations de cette courbe conduit à la mise en évidence d'une plage de masse d'avalanches très large (entre 1 et 1000 billes) dont la fréquence est inversement proportionnelle à la masse caractérisant un comportement critique (bruit en  $1/f$ ). Ce type de comportement est à rapprocher de celui de l'état critique auto-organisé prévu par le modèle BTW, puisque le système se place de lui-même dans un état particulier où aucune échelle de longueur caractéristique n'apparaît, sans qu'il soit nécessaire d'intervenir. Le système se bloque dans ce comportement dès que l'opérateur choisit un  $D/\phi$  suffisamment petit. Ce régime dépend donc de la valeur du rapport  $D/\phi$ . Le système est en quelque sorte "préréglé" en choisissant les deux paramètres  $D$  et  $\phi$ .

- Pour  $D/\phi$  grand avec  $D/\phi \approx 775$  ( $D=9\text{cm}$  et  $\phi=104\text{-}128\text{ }\mu\text{m}$ ), la courbe  $M(t)$  de la fluctuation de la masse du tas présente un profil en "dents de scie" assez régulier qui révèle un régime de macro-avalanches (les avalanches sont grosses avec un grand nombre de billes) et présentent une quasi-périodicité (cf. Figure 2.2b). L'expérience a été réalisée avec un débit d'alimentation en billes  $Q$  constant ( $Q \approx 0,36\text{g/mn}$ ). Ce type de régime ressemble assez à celui observé dans les expériences réalisées sur les cylindre tournants où l'on observe aussi une quasi-périodicité correspondant à l'existence d'une taille typique pour les avalanches. D'ailleurs, pour les expériences au cylindre tournant, le rapport équivalent à  $D/\phi$

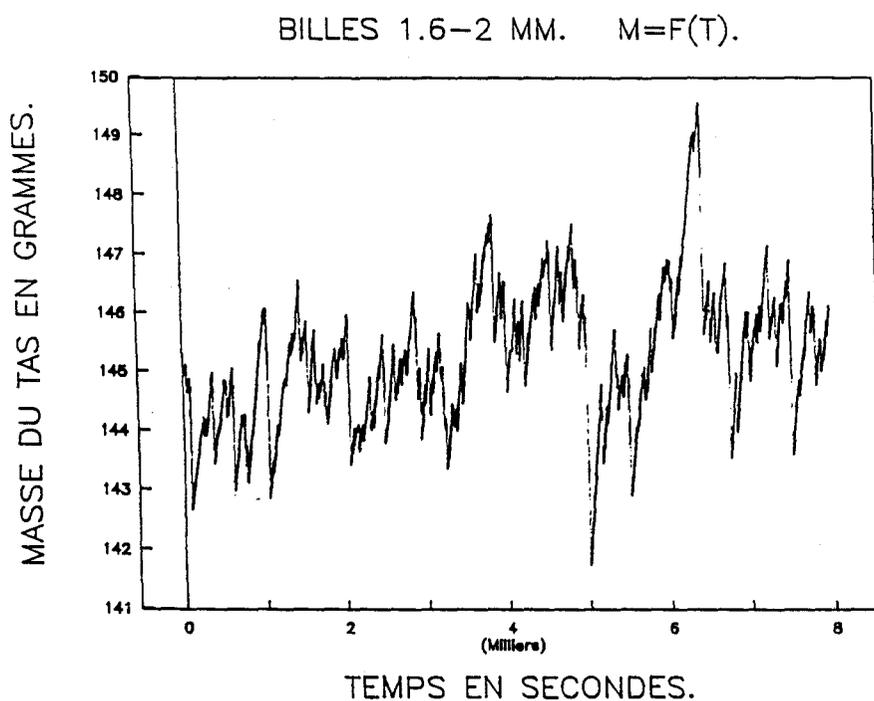


Figure 2.2a: Evolution de la masse du tas de billes au cours du temps. Le diamètre de la base du tas est  $D=9$  cm. Alimentation du tas avec des billes de diamètre  $\phi$  compris entre 1,6 et 2 mm.

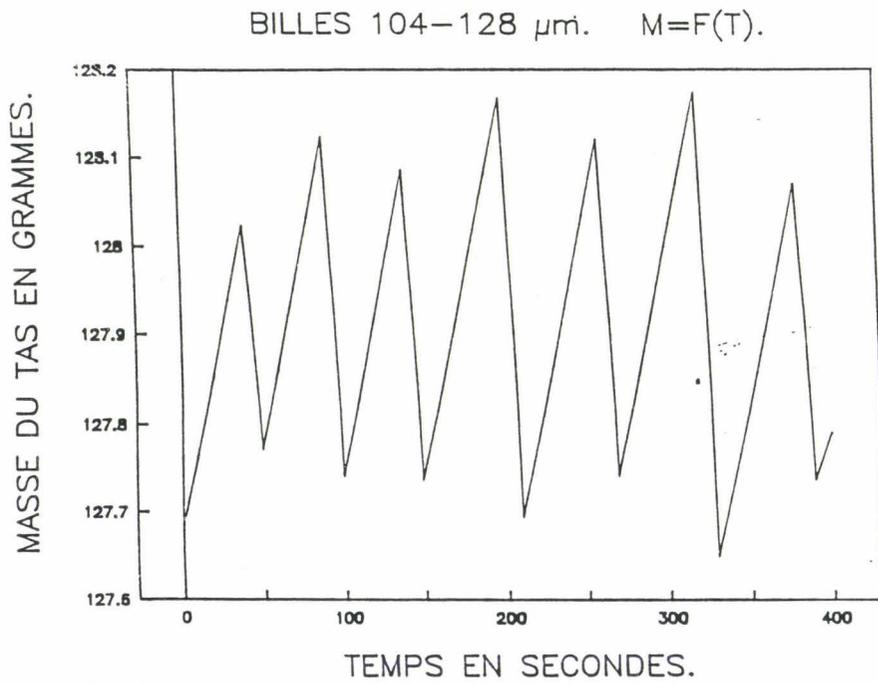


Figure 2.2b: Evolution de la masse du tas de billes au cours du temps. Le diamètre de la base du tas est  $D=9$  cm. Alimentation du tas avec des billes de diamètre  $\phi$  compris entre 104 et 128  $\mu\text{m}$ .

vaut  $(4R_{\text{cyl}}\cos\Phi)/\phi$  si l'on suppose que le cylindre est à demi rempli ( $R_{\text{cyl}}$  est ici le rayon du cylindre et  $\Phi$  l'angle de frottement interne du matériau, il vaut de l'ordre de  $35^\circ$  pour des billes de verre sèches): la comparaison avec les expériences de Evesque et al. (où  $2R_{\text{cyl}}\approx 190$  mm,  $\phi\approx 1$  mm) conduit à une valeur de  $(4R_{\text{cyl}}\cos\Phi)/\phi\approx 310$ . Cette valeur est du même ordre de grandeur que celle du rapport  $D/\phi=775$  avec laquelle nous avons réalisé notre expérience.

Ces premiers résultats semblent donc confirmer le rôle essentiel du rapport  $D/\phi$  dans le contrôle des caractéristiques de l'instabilité, puisqu'il suffit d'ajuster au préalable la valeur de  $D/\phi$  pour obtenir le régime d'avalanches désiré. A ce stade de l'expérimentation, on peut estimer la valeur critique de  $D/\phi$  autour de 100, où le système change de comportement.

### 2.2.3.2 Méthodes d'analyse des résultats expérimentaux

Pour étudier plus en détail ces deux régimes d'avalanches, nous avons réalisé un programme de traitement de données qui nous a permis de calculer quelques distributions significatives des avalanches à partir des fichiers  $M(t)$  donnant la fluctuation de la masse  $M$  du tas en fonction du temps  $t$ .

Soit  $M(t)$  la masse du tas au temps  $t$ , le tas étant constamment alimenté en billes durant l'expérience et pesé à intervalles de temps constants ( $M(t)$ ,  $M(t+1)$ ,  $M(t+2)$ ,...). En procédant de cette manière, la précision sur les mesures des durées et de la périodicité des avalanches sera d'autant plus grande que l'on prendra un pas de temps faible pour faire les mesures. Cependant, pour limiter la taille des fichiers, nous avons dû dans certains cas accepter un compromis entre leur taille et la précision temporelle.

Il est simple de repérer les avalanches qui correspondent à des variations négatives du poids du tas  $\delta M(t)$ . Les saisies de la masse du tas étant très rapprochées (de l'ordre de 1 s), la variation de masse  $\delta M(t)$  résultant d'une avalanche ayant une durée égale à  $\Delta t$  s'écrit:

$$\delta M(t) = M(t) - M(t - \Delta t) \quad (1)$$

Pour chaque avalanche, on détermine le temps de départ  $t_i$  et de fin  $t_f$  tels que:

$$t_f = t_i + \Delta t \quad (2)$$

$t_i$  est déterminé comme étant le premier temps à partir duquel  $M(t)$  décroît et  $t_f$  le premier temps à partir duquel  $M(t)$  reste constant ou croît.

La masse de l'avalanche se produisant à l'instant  $t_i$ :  $\delta m(t_i)$  est donc égale à la valeur absolue de la variation de la masse du tas au même instant  $\delta M(t_i)$ :

$$\delta m(t_i) = | \delta M(t_i) | \quad (3)$$

La périodicité ou intervalle de temps  $T_1(i)$  entre deux avalanches consécutives est déterminé à partir de l'analyse du fichier de la masse des avalanches  $\delta m(t_i)$  où  $t_i$  représente le temps à partir duquel l'avalanche  $i$  se déclenche, la périodicité est donnée par:

$$T_1(i) = t_i - t_{i-1} \quad (4)$$

Nous avons recherché d'éventuelles corrélations entre les avalanches en calculant la fonction d'auto-corrélation  $C(\tau)$  de la fonction  $S(t)$  représentant la présence des avalanches; pour cela, nous avons défini la fonction  $S(t)$  de la façon suivante:

$$S(t) = 1 \text{ si l'avalanche débute au temps } t, \quad (5a)$$

$$S(t) = 0 \text{ dans les autres cas,} \quad (5b)$$

C'est à partir de cette fonction  $S(t)$  que l'on calcule  $C(\tau)$ , d'où:

$$C(\tau) = \frac{1}{A} \int_0^{T_{\max}} S(t) \cdot S(t+\tau) dt = \frac{1}{A} \sum S(t_i) \cdot S(t_i+t) \quad (6)$$

où  $A$  est un facteur de normalisation qui dépend du nombre d'avalanches mesurées et de leur durée moyenne, correspond au nombre de sommations effectuées. Avec cette définition,  $C(\tau=0)$  représente la probabilité temporelle d'obtenir une avalanche de taille quelconque.

### 2.2.3.3 Le régime de macro-avalanches

Le régime de macro-avalanches est observé lorsque le rapport  $D/\phi$  est grand: on peut fixer de manière approximative une valeur seuil de l'ordre de 100 ( $D/\phi > 100$ ). Dans ce cas, les avalanches sont des phénomènes mettant en jeu un nombre très important de grains (de l'ordre du millier) situés sur plusieurs couches et dont l'ampleur est proportionnelle à la taille réelle du tas. Comme indiqué au § 2.3.1, les résultats expérimentaux présentés ont été obtenus avec la

configuration suivante:  $D=9$  cm,  $\phi=104-128$   $\mu\text{m}$ . L'intervalle de temps entre chaque mesure de la masse  $M(t)$  du tas a été pris égal à 10 s pour limiter la taille du fichier et augmenter le nombre d'avalanches par fichier. Nous n'avons pas effectué de statistique sur la durée des avalanches  $\Delta t$  pour cette série de mesures (l'intervalle de temps entre chaque pesée du tas étant trop important).

Les Figures 2.3a et 2.3b représentent respectivement les distributions de la masse  $\delta m$  des avalanches et de l'intervalle de temps  $T_1$  entre deux avalanches consécutives. La Figure 2.3a montre clairement que dans ce type de régime, la distribution de  $\delta m$  est centrée autour de sa valeur moyenne  $\langle \delta m \rangle$  ( $\langle \delta m \rangle$  vaut approximativement  $0,30 \pm 0,1\text{g}$ ). On peut donc caractériser ce régime par la valeur moyenne de la masse des avalanches  $\langle \delta m \rangle$ . De même la Figure 2.3b montre qu'il existe un intervalle de temps  $\langle T \rangle$  moyen entre les avalanches,  $\langle T \rangle$  est de l'ordre de 50 s. Les expériences ont été faites avec un débit d'alimentation en billes  $Q$  constant ( $Q \approx 6 \cdot 10^{-3}\text{g/s}$ ): la relation  $\langle \delta m \rangle = Q \cdot \langle T \rangle$  est bien vérifiée. Ces résultats mettent en évidence le caractère quasi-périodique des avalanches lorsque  $D/\phi$  est grand (i.e. lorsque le tas est composé d'un nombre très important de billes). Il aurait été utile de calculer l'angle des avalanches à partir de la masse du tas, cependant cela n'a pu se faire pour deux raisons: d'une part, dans cette expérience, nous ne connaissons pas la densité exacte du matériau près de la surface libre (il est donc impossible de connaître le volume de matériau mis en mouvement lors de l'avalanche connaissant la masse de celle-ci), d'autre part, les avalanches n'affectent pas nécessairement toute la surface libre du cône (ceci peut s'expliquer notamment par un mauvais centrage du point de chute des billes sur le sommet du tas, entraînant la formation d'un cône excentré et une direction des avalanches privilégiée).

Afin d'étudier plus en détail cette quasi-périodicité des avalanches, nous avons calculé et représenté (cf. Figure 2.4) la fonction d'auto-corrélation  $C(\tau)$  de la fonction  $S(t)$  représentant la présence temporelle des avalanches (cf. § 2.3.2). Si nous avions à faire à une série d'avalanches de période  $T_1$ , la fonction  $S(t)$  aurait alors l'aspect d'un peigne dont les dents seraient très régulièrement espacées d'une distance  $T_1$ ; quant à la fonction  $C(\tau)$ , elle aurait le même aspect que  $S(t)$ . Par conséquent, l'existence d'une éventuelle périodicité (ou quasi-périodicité) de  $S(t)$  se traduit nécessairement sur  $C(\tau)$  par une succession de pics (qui représentent les harmoniques de la fréquence fondamentale), la largeur de ces pics étant d'autant plus faible que la fonction  $S(t)$  a une période  $T_1$  très précise. Dans notre exemple, nous n'avons pas pu réellement mettre en évidence le caractère quasi-périodique de ce régime qui semble apparaître à l'examen des courbes de  $M(t)$ , et

des distributions de  $\delta m$ , et  $T_1$ . Cela provient très certainement de la valeur du pas de temps choisi, beaucoup trop grand (le pas de temps vaut 10 s dans ces séries).

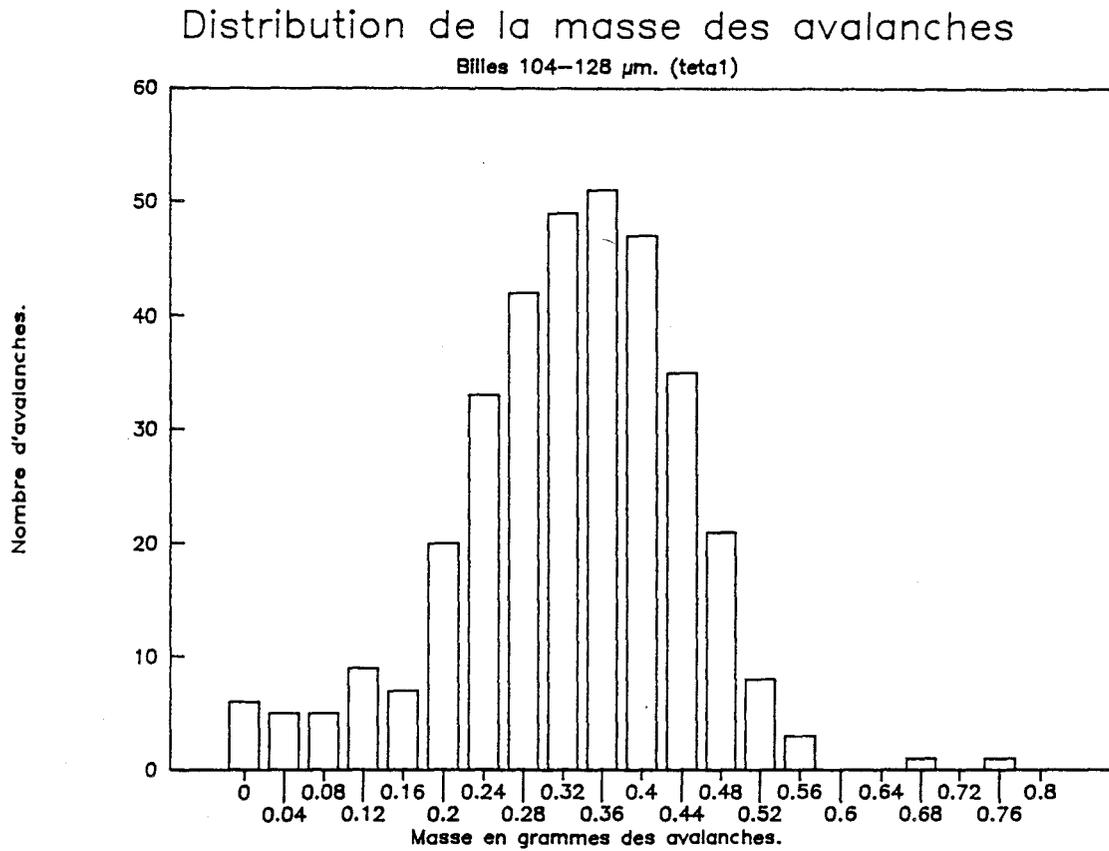
Toujours à partir de la courbe  $C(\tau)$  (cf. Figure 2.4), on constate que la probabilité temporelle  $p$  d'avoir une avalanche qui est égale à  $C(\tau=0)$  vaut 0,16 (soit 16%). Le comportement asymptotique de  $C(\tau)$  montre que cette fonction tend en oscillant vers une limite de l'ordre de 0,025 (soit 2,5%). Cette valeur qui correspond à celle de  $p^2$  ( $p^2=0,0256$ ) permet de conclure qu'il n'existe pas de corrélations entre les événements à très long terme (le système ne garde pas la mémoire des événements antérieurs); les avalanches sont donc indépendantes les unes des autres. Les oscillations que l'on observe autour de cette limite sont très certainement induites par la valeur relativement importante du pas de temps que nous avons pris pour enregistrer le fichier  $M(t)$ . Ces fluctuations sont donc liées au bruit du nombre d'avalanches.

En résumé, le régime de macro-avalanches est caractérisé par une taille typique d'avalanches (ici mise en évidence par la masse) à laquelle est associée une quasi-périodicité. Ces caractéristiques sont tout à fait identiques à celles mises en évidence pour les expériences faites avec le dispositif expérimental du cylindre tournant que nous avons décrites dans le chapitre précédent (cf. Figure 1.3).

Il en résulte que le régime de macro-avalanches est d'une part en contradiction avec le modèle de Bagnold qui prévoit un comportement rigoureusement périodique (ce qui est en désaccord avec les fluctuations macroscopiques de l'intermittence (quasi-périodicité) que l'on observe) et d'autre part ne correspond pas non plus au régime de bruit en  $1/f$  attendu par le modèle de BTW (la distribution de la masse des avalanches, même si elle est large, est beaucoup trop étroite). Nous verrons cependant que ce régime peut s'interpréter dans les mêmes termes que d'autres résultats classiques de la mécanique des sols, et s'expliquer en grande partie grâce à la théorie du Granta-Gravel appliquée aux avalanches.

#### 2.2.3.4 Le régime critique

Lorsque l'on observe la courbe de la variation de la masse  $M(t)$  du tas (cf. Figure 2.2a) en fonction du temps pour une valeur  $D/\phi$  assez petite ( $D/\phi < 100$ ), on est surpris par la forme très irrégulière de cette courbe où l'on n'observe aucun temps caractéristique. Les résultats expérimentaux exposés ici ont été obtenus sous les conditions expérimentales suivantes:  $D=9$  cm,  $\phi=1,6-2$  mm; l'intervalle



Figures 2.3a: Avalanches obtenues avec un disque de diamètre  $D$  grand par rapport à la taille  $\phi$  des billes,  $D/\phi \gg 100$ . Distribution de la masse des avalanches.

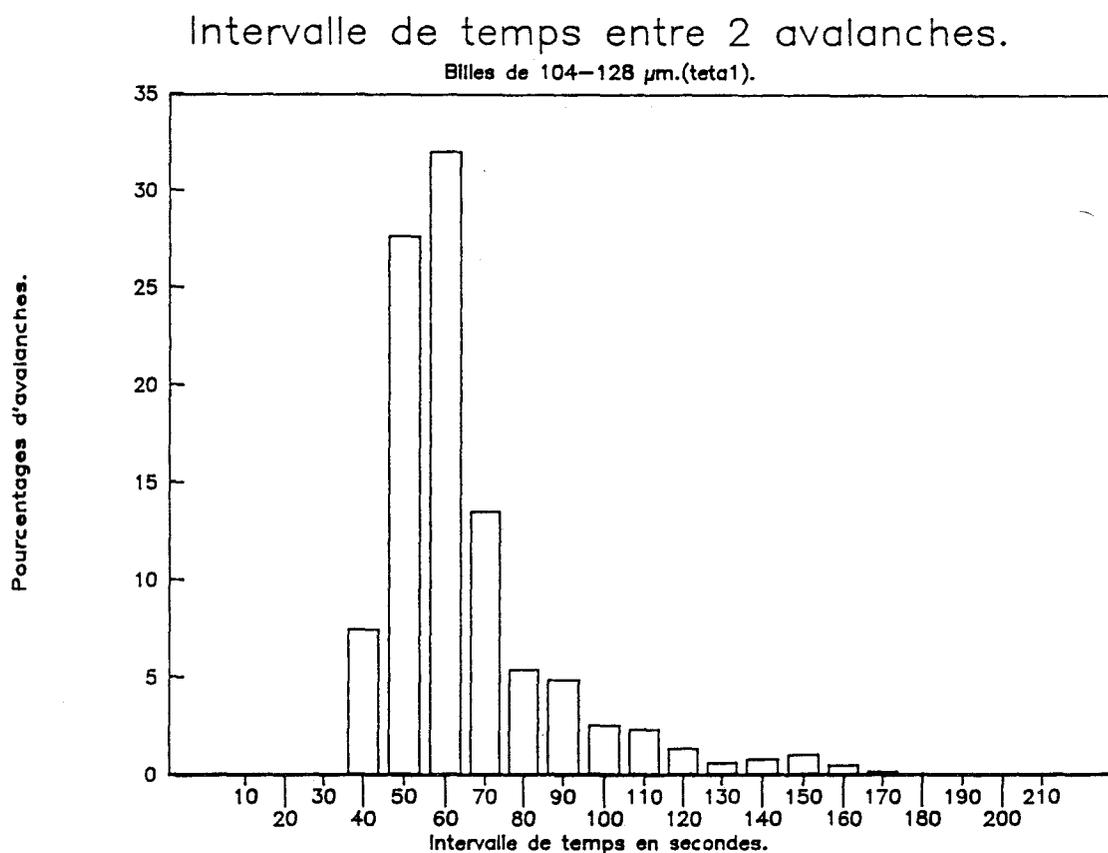


Figure 2.3b: Avalanches obtenues avec un disque de diamètre  $D$  grand par rapport à la taille  $\phi$  des billes,  $D/\phi \gg 100$ . Distribution des intervalles de temps  $T_1$  entre deux avalanches consécutives.

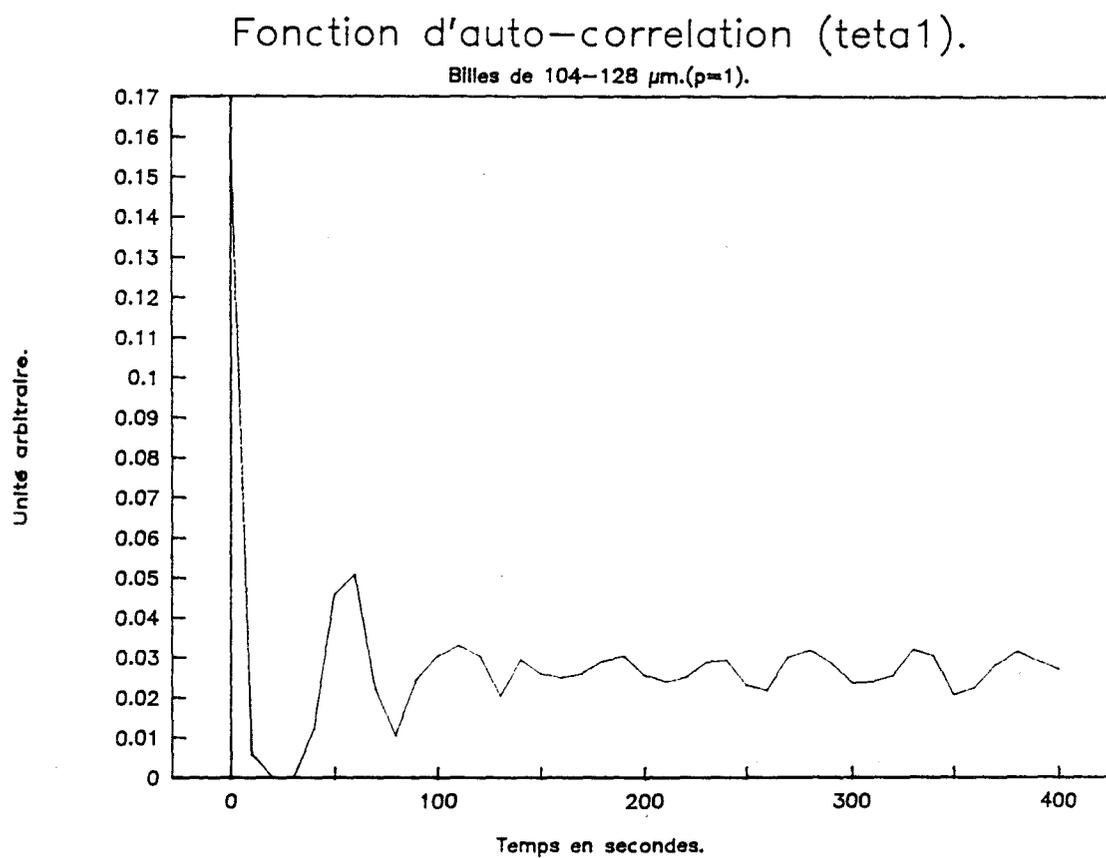


Figure 2.4: Tentative de mise en évidence d'une périodicité des avalanches dans le cas du régime de macro-avalanches ( $D/\phi \gg 100$ ): la fonction d'auto-corrélation ne montre pas la présence significative d'harmonique. Elle ressemble à la Figure 1.3 du chapitre précédent.

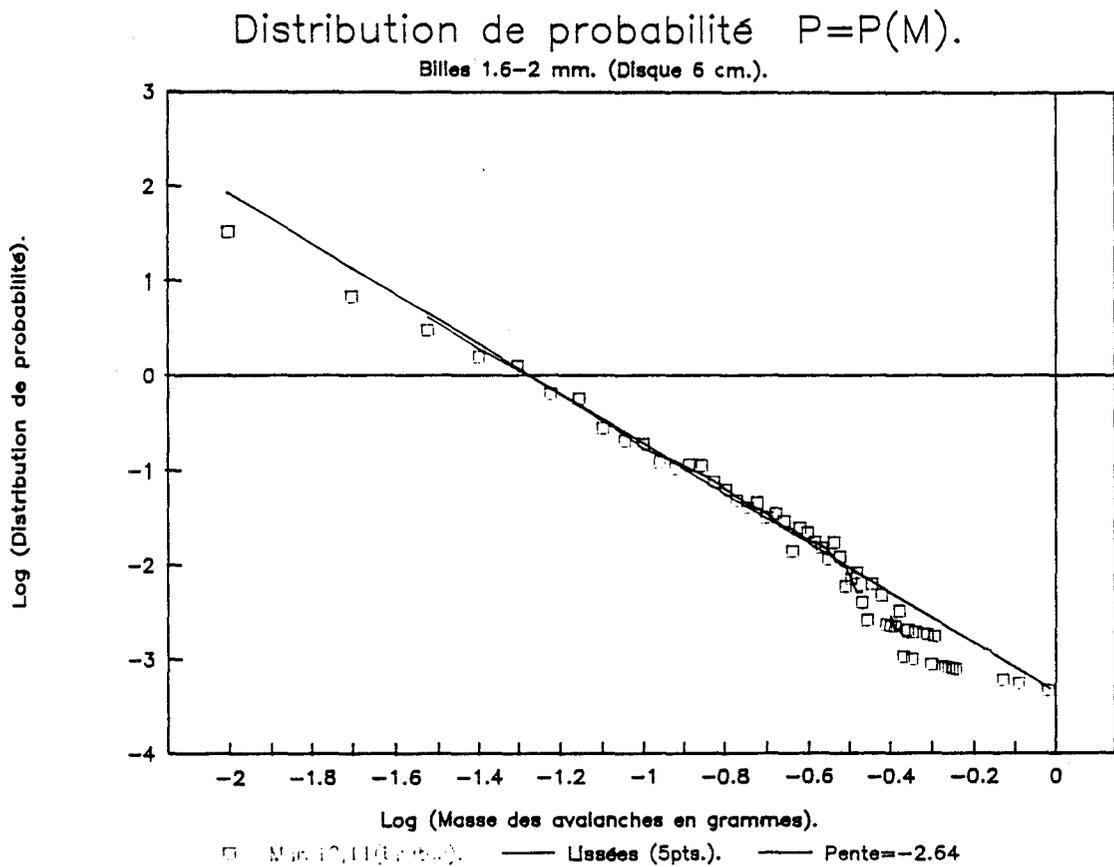


Figure 2.5a: Avalanches obtenues avec un disque de diamètre  $D$  petit par rapport à la taille  $\phi$  des billes ( $D/\phi \ll 100$ ). Cette figure représente la distribution de masse des avalanches: elle met en évidence le caractère critique du régime. La distribution de la masse des avalanches  $P(\delta m)$  est inversement proportionnelle à la masse  $\delta m$ :  $P(\delta m) \propto \delta m^{-\alpha}$ , avec un exposant  $\alpha$  égal à 2,5.



Intervalle de temps entre 2 avalanches.

Billes 1.6-2 mm.(del23 et exp5).

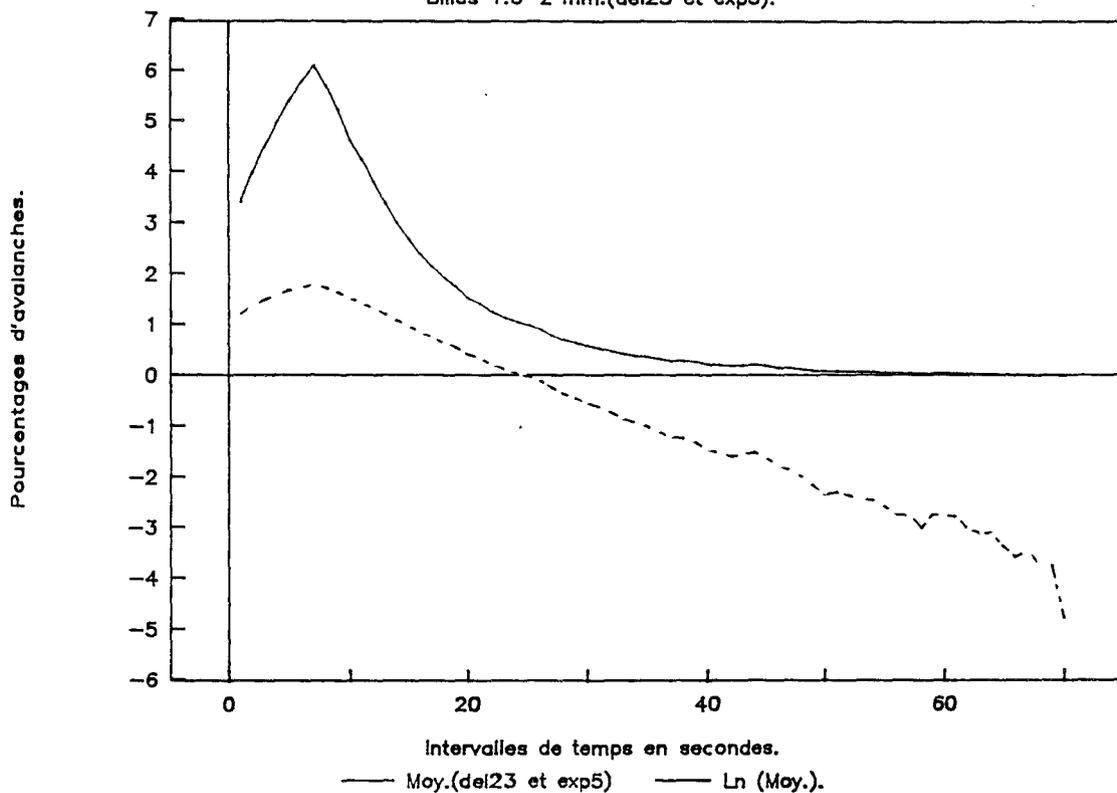


Figure 2.5b: Avalanches obtenues avec un disque de diamètre  $D$  petit par rapport à la taille  $\phi$  des billes ( $D/\phi \ll 100$ ). Cette figure représente la distribution des intervalles de temps  $T_1$  entre deux avalanches consécutives. La courbe en traits pointillés reprend les mesures en coordonnées semi-logarithmiques, elle met en évidence un comportement proche de celui modélisé par une distribution de Poisson, avec notamment une décroissance exponentielle de  $T_1$  aux temps longs .

de temps entre deux pesées du tas est égal à 1 s, afin de permettre d'avoir accès dans cette expérience à la distribution de la durée  $\Delta t$  des avalanches.

Comme mentionné ci-dessus, le phénomène observé ici est d'une toute autre nature que celui obtenu précédemment. En effet, maintenant, les avalanches mettent en jeu un nombre de billes qui peut varier sur une gamme beaucoup plus large (de 1 à 100 billes), et l'observation visuelle révèle très clairement que l'instabilité n'affecte que la couche superficielle du tas: le phénomène est devenu surfacique.

Sur les Figures 2.5a et 2.5b, sont représentées respectivement les distributions de la masse des avalanches  $\delta m$  et celle de l'intervalle de temps  $T_1$  entre deux avalanches consécutives. La Figure 2.5a qui représente la loi de distribution en masse des avalanches révèle un comportement de type bruit en  $1/f$ : en d'autres termes, une avalanche de masse  $\delta m$  a une fréquence d'apparition qui est inversement proportionnelle à sa masse  $\delta m$  à une certaine puissance  $\alpha$ . En fait, ce type de comportement se caractérise par des lois de puissance et des exposants critiques associés à celles-ci. Ainsi, si on revient à la loi de probabilité  $P(\delta m)$  d'obtenir une avalanche de masse  $\delta m$ , celle-ci peut être exprimée sous la forme d'une loi de puissance du type suivant:

$$P(\delta m) \propto \delta m^{-\alpha} \quad (7)$$

où  $P(\delta m)$  désigne la probabilité d'obtenir une avalanche de masse  $\delta m$  et  $\alpha$  l'exposant critique associé à  $P(\delta m)$ .

Le traitement numérique des données nous a permis de trouver un exposant critique  $\alpha$  égal à 2,6 pour notre série d'expériences. Cette valeur de l'exposant critique est en accord avec celle trouvée par Held et al. puisqu'ils donnent  $\alpha \approx 2,5$ . Le fait que la distribution  $P(\delta m)$  obéisse à une loi de puissance signifie que les avalanches dans ce système ne présentent pas de taille caractéristique: on ne retrouve plus comme cela est le cas dans le régime de macro-avalanches une taille typique pour les événements. Dans ce régime critique, la notion de masse moyenne des avalanches  $\langle \delta m \rangle$  n'a ici plus beaucoup de sens car la taille des avalanches peut varier continûment de 1 grain à 100 grains, et la limite supérieure dépend de la taille du système (ici la taille du disque).

La Figure 2.5b représente la loi de distribution des intervalles de temps  $T$  entre deux avalanches consécutives. Sur cette courbe, on remarque l'existence d'un maximum pour  $T=8$  s et une décroissance exponentielle aux temps longs.

Cette loi de distribution semble obéir à une loi de Poisson  $P(k, \lambda)$ :

$$P(k; \lambda) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!}, k = 0, 1, 2, \dots \quad (8)$$

Afin de déceler d'éventuelles corrélations entre les événements, nous avons calculé et représenté (cf. Figure 2.6) la fonction d'auto-corrélation  $C(\tau)$  de la fonction  $S(t)$  qui représente la présence temporelle des avalanches (cf. Equations 5). La première remarque qui s'impose lorsque l'on observe cette courbe d'auto-corrélation où il n'existe pas de pic excepté en  $\tau=0$ , c'est de conclure que les différents événements sont totalement décorrélés, chaque avalanche est donc indépendante des autres. Ce résultat est en accord avec ceux trouvés par P. Evesque et J. Rajchenbach dans la configuration du cylindre tournant où aucune corrélation n'avait pu être montrée. En effet, si on s'intéresse à la probabilité  $p$  d'avoir une avalanche de taille quelconque qui est égale à  $C(\tau=0)$ , on constate qu'elle est égale dans cet exemple à 0,14 (soit 14%); les corrélations aux temps longs qui correspondent à la limite de  $C(\tau)$  pour  $\tau$  tendant vers l'infini prennent la valeur 0,02 quasiment constante (soit 2%). Cette valeur asymptotique qui correspond aussi à  $p^2$  ( $p^2=0,02$ ) est atteinte très rapidement (on a pratiquement un pic de Dirac): ces arguments montrent que le système ne présente pas de mémoire des événements antérieurs, encore moins que dans le cas des macro-avalanches.

Ainsi, d'après ces différents résultats expérimentaux, ce régime vérifie les conditions nécessaires pour pouvoir être qualifié de critique. L'argument le plus important est l'existence de la distribution de probabilité  $P(\delta m)$  d'avoir une avalanche de masse  $\delta m$ , qui obéit à une loi de puissance, ce qui est considérée comme la signature de la criticalité.

La physique de ce type de comportement est remarquable car son caractère critique, que nous venons de mettre en évidence, s'obtient spontanément en restreignant la taille du tas, sans qu'il soit nécessaire d'ajuster réellement des paramètres extérieurs. Cette qualité est rarement produite dans la nature: en effet, d'une manière générale pour amener un système dans son état critique, il faut du point de vue expérimental prendre d'extrêmes précautions. Ainsi dans le cas d'un matériau ferromagnétique, le passage de l'état aimanté à l'état non aimanté se fait à une température bien précise  $T_C$ , appelée température critique ou encore température de Curie. En effet, à basse température ( $T < T_C$ ), les moments magnétiques sont tous orientés à peu près dans la même direction, ce qui induit une aimantation macroscopique; par contre, à haute température ( $T > T_C$ ), l'agitation thermique empêche l'orientation dans une même direction des

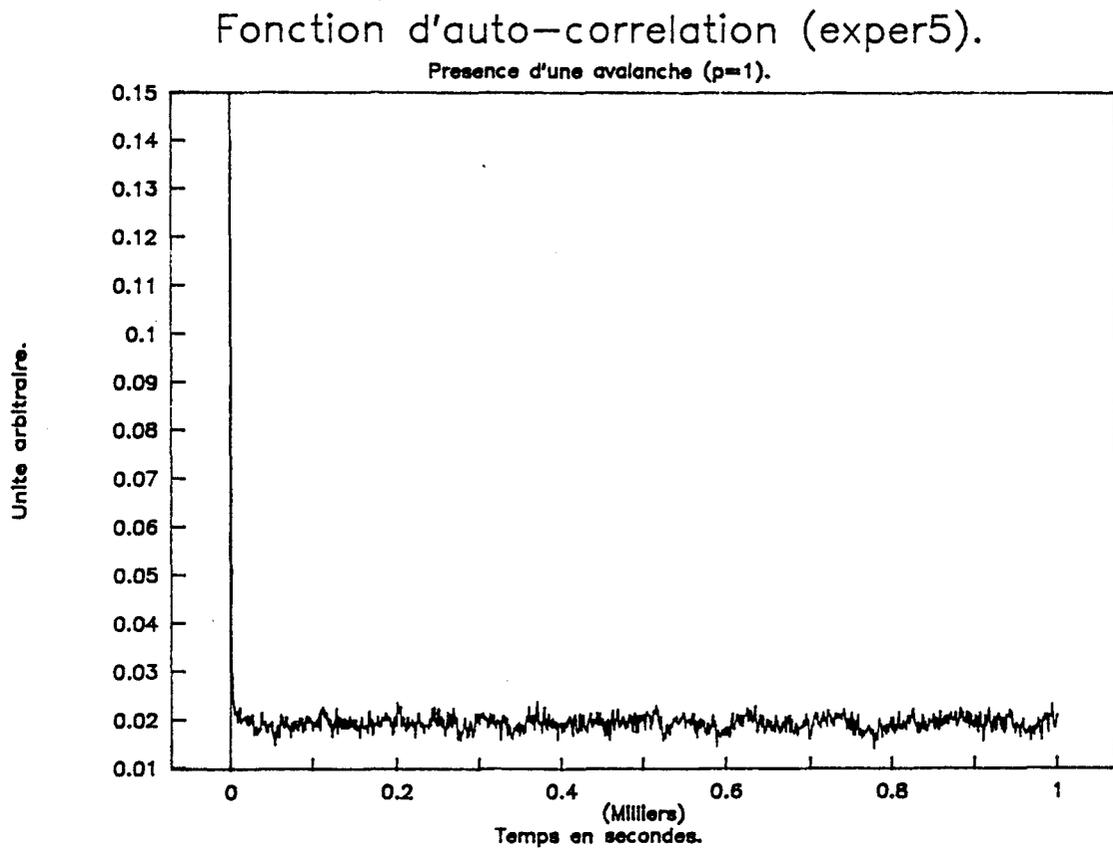


Figure 2.6: Fonction d'auto-corrélation  $C(\tau)$  de la fonction  $S(t)$  représentant la présence des avalanches dans le cas des petits diamètres ( $D/\phi \ll 100$ ). Cette fonction  $C(\tau)$  présente un pic en  $C(\tau=0)$  correspondant à la probabilité temporelle d'obtenir une avalanche qui vaut  $p=14\%$ . Quant aux corrélations aux temps longs, elles sont égales à  $p^2 \approx 2\%$ , les avalanches sont donc complètement indépendantes les unes des autres.

moments magnétiques, l'aimantation macroscopique est alors nulle. Face à un tel comportement, l'expérimentateur doit donc placer l'échantillon très précisément à la température  $T_c$  pour observer l'état critique parfait, ou suffisamment près de  $T_c$  pour obtenir cet état dans un certain volume. Il en est de même pour l'étude de l'ébullition d'un liquide (transition liquide-gaz) qui exige de ce placer dans des conditions expérimentales très précises pour pouvoir observer le comportement critique recherché.

Dans le cas de notre expérience sur le tas de sable, cet état critique est atteint en laissant le système évoluer de lui-même. Ainsi, au début de l'expérience, le tas se construit petit à petit, billes par billes; puis après cette phase transitoire où le tas s'organise pour atteindre sa masse moyenne  $\langle M \rangle$ , on voit progressivement apparaître sur la courbe de la masse du tas  $M(t)$  en fonction du temps  $t$ , des fluctuations de toutes les tailles autour de  $\langle M \rangle$ ; le régime critique est alors atteint et il peut être entretenu aussi longtemps qu'on le veut puisqu'il suffit seulement de continuer à alimenter le tas en billes. Durant l'expérience, l'expérimentateur n'intervient sur aucun paramètre, il lui suffit seulement de fixer une fois pour toutes une valeur du rapport  $D/\phi$  pour observer ce comportement critique. C'est pourquoi on qualifie d'auto-organisé, un tel état critique.

Nous avons vérifié que le régime dépend du rapport  $D/\phi$ , ce qui prouve que le régime critique n'est qu'approximatif. Toujours est-il que le système s'auto-organise spontanément pour se mettre proche de la situation critique.

## 2.2.4 Interprétation des résultats

### 2.2.4.1 Introduction

Les résultats expérimentaux que nous avons obtenus peuvent s'interpréter très simplement si on fait appel aux résultats classiques de la mécanique des sols. En effet, nous avons vu au premier chapitre que la mécanique des milieux granulaires secs est régie principalement par deux quantités: le frottement solide macroscopique et les effets de la dilatance; l'amplitude de ces derniers est directement liée à la différence entre la densité réelle du milieu granulaire et une valeur typique appelée densité critique en mécanique des sols. Nous avons présenté une théorie qui rend approximativement compte de ces deux propriétés: la théorie du Granta-Gravel. L'application spécifique de cette théorie aux avalanches [Evesque P., 1991]

développée dans le troisième chapitre de la partie I, peut être utilisée pour interpréter nos résultats expérimentaux.

#### 2.2.4.2 La théorie du Granta-Gravel appliquée aux avalanches

Ce modèle du Granta-Gravel appliqué aux avalanches reprend les mêmes hypothèses que le modèle de base. Ainsi, les dissipations énergétiques sont dues à un frottement solide qui est une caractéristique unique du matériau, les déformations obéissent à la théorie de la plasticité (un matériau est plastique si l'application d'une contrainte le déforme de façon irréversible et si la déformation est identique quelle que soit l'incrément de la force appliquée qui le provoque). Quant aux effets de dilatance (ou de contractance), ils sont pris en compte par un terme d'énergie potentielle mécanique, emmagasinée (ou restituée) de façon réversible lors des déformations: pour déformer la couche superficielle, il faut la dilater tout d'abord, c'est à dire la soulever et donc lui fournir de l'énergie potentielle; cette énergie est ensuite récupérée. Enfin, cette théorie suppose l'existence d'un état critique (le terme est pris ici au sens de la mécanique des sols), caractérisé par une densité critique  $d_c$  (la densité critique  $d_c$  est une fonction croissante de la contrainte moyenne): dans cet état, le matériau a un comportement plastique parfait puisqu'il se déforme à volume spécifique constant; il ne présente plus de dilatance, son comportement est régi essentiellement par son frottement solide.

A partir de ces hypothèses, on montre (cf. chapitre 3, Partie I) que l'angle maximal de stabilité d'un talus dépend de la densité initiale du tas  $d_o$ , que lorsque  $d_o > d_c$  on a une avalanche et que la valeur après l'avalanche doit être égale à l'angle de frottement solide. Pour des tas suffisamment denses ( $d_o > d_c$ ), la pente maximale dépasse l'angle de frottement solide, puisque ces tas doivent vaincre une certaine barrière d'énergie potentielle avant de pouvoir s'écrouler. L'angle à partir duquel la pente devient instable dépend de la densité initiale  $d_o$  du tas. Lorsque cet angle est atteint, l'avalanche se produit. Celle-ci ne s'arrête que quand l'angle de la pente devient inférieur ou égal à l'angle de frottement solide  $\Phi$ . Le phénomène est alors d'une importance d'autant plus grande que la densité initiale  $d_o$  est grande devant la densité critique  $d_c$ . Par conséquent, l'un des résultats essentiels de cette théorie est que la taille des avalanches est une fonction croissante de  $(d_o - d_c)$ .

Si on en revient à nos résultats expérimentaux, il devient alors facile d'interpréter le régime de macro-avalanches que nous avons observé lorsque  $D/\phi$  est grand ( $D/\phi > 100$ ). En effet, l'existence de macro-avalanches s'explique par le

fait que la densité du tas est supérieure à la densité critique  $d_c$ . Une question surgit alors: pourquoi le tas a-t-il une densité toujours plus grande que  $d_c$  quand  $D/\phi$  est grand? Une réponse peut être apportée si on se réfère au mode de fabrication du tas: celui-ci est construit en laissant tomber des billes une par une du distributeur vibrant vers le sommet du cône, ce qui doit induire un léger phénomène de densification du tas qui se traduit par l'accumulation d'une énergie; cette énergie potentielle sera finalement libérée lors de l'avalanche. A première vue, on peut douter de l'efficacité d'un tel processus de densification; cependant pour s'en convaincre, il suffit de penser aux difficultés que les mécaniciens des sols ont à observer les comportements expérimentaux des sables lâches, à cause de la difficulté expérimentale liée à la réalisation des échantillons de très faibles densités ( $d_0 < d_c$ ).

On peut de la même manière interpréter les résultats expérimentaux en cylindre tournant que nous avons résumés dans le chapitre précédent, et qui donnent eux aussi des séries d'avalanches macroscopiques ayant les mêmes caractéristiques physiques. Dans cette configuration, le processus de densification du tas qui permet d'avoir une densité supérieure à la densité critique est plus visible et plus efficace encore: lors de chaque avalanche, la surface libre de la partie inférieure du tas est compactée par une sorte de damage, lorsque les billes glissent et viennent dissiper leur énergie en s'immobilisant contre la paroi inférieure du cylindre. De cette façon, le tas est constamment maintenu à une densité supérieure à la densité critique et le système engendre des macro-avalanches.

Il est intéressant à ce stade de dresser une analogie avec la thermodynamique et les transitions de phase. Ainsi, dans le régime de macro-avalanches, l'énergie initialement emmagasinée sous forme de dilatance ne peut être dissipée localement, une réorganisation macroscopique du tas est nécessaire, c'est l'avalanche qui l'engendre. Ce processus irréversible correspond à une transition du premier ordre: c'est ce type de transition que l'on observe quand l'eau se vaporise à la pression ambiante, les énergies des deux phases sont différentes (c'est pourquoi il faut fournir de l'énergie au système, énergie appelée chaleur latente de vaporisation dans ce cas). Dans le cas du régime macroscopique, l'énergie nécessaire à la création de l'avalanche est fournie par les couches superficielles du tas qui se dilate. Cette énergie ainsi produite est égale à la variation d'énergie potentielle, diminuée de l'énergie dissipée par frottement solide. En poursuivant notre analogie avec les transitions de phase, l'énergie libérée par l'avalanche est l'équivalent d'une chaleur latente de transition.

A ce stade de la discussion une question s'impose: nous avons montré que la dilatance contrôle à elle seule la taille des avalanches et l'angle maximal de stabilité de la pente d'un milieu granulaire car ils déterminent la différence entre l'angle de frottement solide  $\Phi$  et l'angle maximal du talus. Que se passe-t-il, quand l'effet de la dilatance devient négligeable c'est à dire lorsque la densité du tas s'approche de la densité critique? Dans ce cas, la théorie du Granta-Gravel prévoit que le système se déforme en dissipant de l'énergie et sans qu'un excès d'énergie soit libéré. L'énergie des déformations est dissipée localement uniquement par frottement solide, et l'avalanche doit alors se réduire à un simple glissement superficiel (puisque dans ce cas l'angle maximal du talus est égal à l'angle de frottement solide). En termes de transitions de phase, la chaleur latente devient nulle (les deux phases ont la même énergie), la transition devient alors du deuxième ordre avec des lois d'échelle et des fluctuations critiques. Cette état ne correspond-t-il pas à celui que nous avons observé lorsque  $D/\phi$  est petit ( $D/\phi < 100$ )?

#### 2.2.4.3 Transition du second ordre et effet de taille finie

Ainsi, la théorie du Granta-Gravel prévoit que c'est la densité initiale  $d_0$  du tas qui règle la taille des avalanches. Quand la densité initiale  $d_0$  du tas est égale à la densité critique  $d_c$ , il n'existe plus de dilatance, le comportement mécanique du tas est régi par le seul frottement solide macroscopique. Dans ce cas, l'avalanche se réduit à un glissement superficiel, l'énergie totale mise en jeu par avalanche est beaucoup plus faible que pour le régime de macro-avalanches puisque la taille tend vers zéro; surtout, elle peut être dissipée localement par les frottements solides entre grains. Les états initial (avant l'avalanche) et final (après l'avalanche) restent à la limite de stabilité et en termes de transitions de phase, l'avalanche correspond alors à une transition du deuxième ordre. La thermodynamique nous enseigne que de telles transitions sont caractérisées par des exposants critiques, des lois échelles et des fluctuations critiques. Ce type de comportement correspond à celui que l'on observe lorsque  $D/\phi$  est petit ( $D/\phi < 100$ ). En effet, le système présente alors une distribution de la masse des avalanches  $P(\delta m)$  de type "bruit en  $1/f$ " ( $P(\delta m) \propto \delta m^{-\alpha}$  avec  $\alpha=2,5$ ), signature d'un comportement critique.

Dans ce cas, si l'on poursuit notre analogie avec la transition liquide-gaz de l'eau, ce régime critique d'avalanche est équivalent à la transition de vaporisation au point critique (défini par sa température critique  $T_c$  et sa pression critique  $P_c$ ). Ainsi, l'analogie de la température critique  $T_c$  serait la densité

critique  $d_c$ , et la différence de densité entre la phase liquide  $\rho_L$  et la phase gazeuse  $\rho_G$  serait remplacée par la différence entre l'angle de talus maximal  $\Theta_M$  et l'angle de frottement solide  $\Phi$ . Ainsi, de façon formelle, cette analogie peut s'écrire:

$$T_c \implies d_c \quad (9a)$$

$$(\rho_L - \rho_G) \implies \Theta_M - \Phi \quad (9b)$$

Par conséquent, la physique des avalanches d'un tas de matériau granulaire à la densité critique ne dépend plus que d'un seul paramètre: le frottement solide. Si on se rappelle les hypothèses du modèle BTW, la dynamique des avalanches est contrôlée par un seul paramètre correspondant à la différence de hauteur entre deux colonnes adjacentes qui ne doit pas dépasser une certaine valeur seuil, cette valeur limite peut être interprétée comme l'angle de frottement solide  $\Phi$  qui contrôle la stabilité de la pente quand le tas est à la densité critique  $d_c$ . On peut alors comprendre que le modèle BTW qui prévoit un comportement critique auto-organisé rende compte du comportement du tas de sable à la densité critique  $d_c$ .

Cependant, il est nécessaire de se poser la question de savoir si dans nos expériences, le comportement critique que nous avons obtenu correspond à une densité initiale du tas égale à la densité critique. En effet, le comportement auquel nous nous référons n'a été observé que sur des tas de petite taille devant la taille des grains qui le composent ( $D/\phi < 100$ ), ce qui laisse à penser qu'il pourrait s'agir d'effets de taille finie et pourrait donc correspondre à un autre modèle mécanique. En effet, la théorie des comportements critiques et des lois d'échelles nous apprend que le régime critique n'est observable au point critique que sur des systèmes très étendus (en fait infiniment étendus); cependant, pour des systèmes de petites tailles, il est possible d'obtenir ce type de régime dans une zone de paramètres proche du point critique, c'est ce phénomène que l'on appelle "effet de taille finie"; cette zone est d'autant plus grande que la taille du système est petite. Aussi, pour caractériser une transition, il est important de comparer la taille du système  $L$  à la longueur de corrélation  $\xi$  du phénomène: en particulier, le régime critique est obtenu dans tout échantillon de taille inférieure à la longueur de corrélation  $\xi$ ;  $\xi$  dépend de l'écart entre la valeur  $P$  du paramètre de contrôle et  $P_c$  la valeur de ce même paramètre au point critique. Cette longueur de corrélation  $\xi$  diverge au point critique selon la loi de puissance suivante:

$$\xi \propto (P - P_c)^{-\nu} \quad (10)$$

où  $P$  est un paramètre de contrôle,  $P_c$  sa valeur au point critique et  $v$  est l'exposant critique associé à  $\xi$ .

Finalement:

si  $\xi < L$ , la transition est du premier ordre (11a)

et si  $\xi > L$ , la transition semble du second ordre (11b)

Dans notre cas, le régime critique que nous avons observé et qui est en tout point semblable à celui observé par Held et al. correspond certainement à un effet de taille finie car dans toutes nos expériences le mode de fabrication du tas est resté le même, seule la dimension des billes qui le constituent change. C'est pourquoi, il n'y a aucune raison que l'on ait une densité supérieure à la densité critique  $d_c$  pour des grands tas ( $D/\phi > 100$ ) et que l'on passe à une densité égale très précisément à  $d_c$  pour des petits tas ( $D/\phi < 100$ ).

On peut comprendre très simplement de deux façons différentes l'effet de taille finie qui affecte les petits tas ( $D/\phi < 100$ ) dont la densité  $d_o$  est supérieure à  $d_c$  ( $d_o > d_c$ ):

- Considérons tout d'abord un grand tas de densité  $d$  proche de  $d_c$ , tel que  $(d-d_c)/d_c < \varepsilon$ ; prélevons en une partie pour fabriquer un petit tas; si celui-ci est suffisamment petit, sa densité  $d_o$  ne pourra être déterminée qu'avec une incertitude relative  $\delta$  plus grande que  $\varepsilon$ : nul ne pourra donc savoir si cette partie du tas est ou n'est pas à la densité critique  $d_c$ ; il s'en suit que le tas peut aussi bien être considéré à  $d_o = d_c$  ou non (c'est à dire à  $d_o > d_c$  ou  $d_o < d_c$ ).

- Si l'on cherche à mesurer l'angle de la pente de la surface libre d'un tas, on peut s'intéresser à l'influence de la taille des grains sur la précision de la mesure. La précision de la mesure de la pente est approximativement égale au rapport de la taille des grains  $\phi$  à la longueur de la pente  $L_p$  (si on suppose que la précision de la mesure est 1 grain correspondant à un ajout): cette précision  $\phi/L_p$  est d'autant plus faible que le tas est petit. Dans une expérience, on ne peut donc mesurer l'angle de frottement solide  $\Phi$  à mieux que cette valeur  $\phi/L_p$ ; alors, les avalanches produites sur une pente inclinée à un certain angle  $\theta_i$  et dont les tailles  $\delta\theta = \theta_i - \theta_f$  concernent des variations d'angles inférieures à l'incertitude  $\phi/L_p$  apparaissent comme des événements de surface: c'est ce que nous pensons avoir observé lorsque  $D/\phi < 100$ .

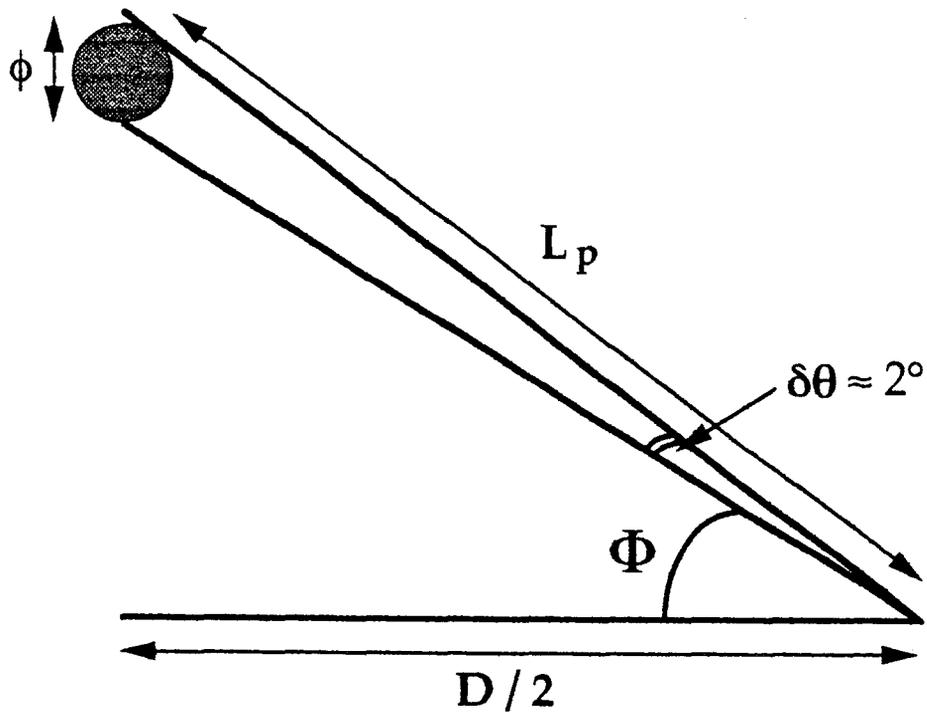


Figure 2.7: Mise en évidence du phénomène de taille finie sur le tas de sable. Il est impossible à un observateur de distinguer le régime de macro-avalanches du régime critique si la longueur de la pente  $L_p$  est telle que l'ajout d'un seul grain de diamètre  $\phi$  induit une augmentation de la pente de plus de  $2^\circ$ , c'est à dire si  $L_p < 30\phi$ . Faisant l'hypothèse que le milieu a un angle de frottement solide macroscopique de l'ordre de  $35^\circ$ , on peut déduire alors une valeur précise du rapport  $D/\phi$  au seuil:  $D/\phi \approx 50$ .

A partir de cette approche du phénomène d'avalanche, on peut chercher à calculer un ordre de grandeur de la valeur de la quantité  $D/\phi$  qui fixe le seuil à partir duquel l'effet de taille finie pourra être observé. Les expériences en cylindres tournants donnent une valeur de la taille des avalanches de l'ordre de  $2,5^\circ$ . Ceci veut dire qu'un tas de petite taille tel que l'ajout d'un grain modifie l'angle du talus de plus de  $2,5^\circ$  doit engendrer un effet de taille finie (cf. Figure 2.7). Il sera donc alors impossible à un observateur de discerner le régime de macro-avalanches du régime critique (bruit en  $1/f$ ) si le rapport de la taille des grains sur la longueur  $L_p$  de la pente du tas induit une variation d'angle plus grand que  $2 \cdot 2,5^\circ \approx 0,035$  rad, soit si  $L_p \approx 30\phi$ . Dans ce cas, toutes les avalanches ressembleront à des événements de surface, sans dilatance, puisque leur taille angulaire ne sera plus réellement mesurable. Si l'on admet que l'angle de frottement solide  $\Phi$  d'un tas de billes vaut de l'ordre de  $35^\circ$ , on peut donner une valeur assez précise du rapport  $D/\phi$  au seuil:

$$\frac{D}{\phi} = 2 \frac{L_p}{\phi} \cos\Phi \approx 50 \quad (12)$$

Par conséquent pour l'expérience du tas conique, suivant la valeur du rapport du diamètre  $D$  du tas sur la taille des grains  $\phi$ , on peut prévoir les deux types de comportement suivants:

Si  $D/\phi > 50$ , on a un régime de macro-avalanches que nous avons observé pour  $D/\phi \approx 775$  ( $D=9\text{cm}$  et  $\phi=104\text{-}128 \mu\text{m}$ ). Ce régime est identique à celui observé dans les expériences faites en cylindres tournants, puisque la quantité  $(4R_{\text{cyl}}\cos\Phi)/\phi$  qui est l'équivalent du seuil  $D/\phi$  dans ce type de montage vaut de l'ordre de 300 si on se réfère aux expériences d'Evesque et Rajchenbach.

Si  $D/\phi < 50$ , on a un régime critique (bruit en  $1/f$ ) induit par un effet de taille finie où toutes les tailles d'avalanches sont présentes. Ce régime obéit au comportement prévu par le modèle numérique de BTW. C'est le régime qui a été observé par Held et al. ( $D/\phi \approx 33$ ,  $D=1,5\text{inches}$  et  $\phi=0,04\text{inch}$ ), puis par nous-mêmes ( $D/\phi \approx 33, 50$ ,  $D=6\text{cm}, 9\text{cm}$ ,  $\phi=1,6\text{-}2\text{mm}$ ).

Enfin, bien que le cas n'ait pas été abordé dans ce qui précède, lorsque la densité initiale du tas  $d_0$  est plus faible que la densité critique  $d_c$ , la théorie du Granta-Gravel prévoit, non pas un événement de grande amplitude comme une avalanche, mais un tassement progressif et continu du tas sur lui-même qui augmente progressivement sa densité jusqu'à l'amener à la densité critique  $d_c$ , il doit donc exister un phénomène de densification continue du tas: dans le modèle

du Granta-Gravel, l'état critique peut être interprété comme un état attracteur de la dynamique. La validation de ce modèle dans le cas de tas lâches ( $d_0 < d_c$ ) nécessite un autre dispositif où l'on peut contrôler précisément la densité. Nous verrons dans la fin de cette partie que ce dernier phénomène n'est pas observable.

### 2.2.5 Conclusion

Cette première série d'expériences nous a permis de mettre en évidence deux régimes d'avalanches selon les dimensions du tas (comparées à celle des grains). Pour interpréter ces deux types de comportements, nous avons exploré deux voies: celle de la mécanique des sols avec le modèle du Granta-Gravel appliquée aux avalanches, et celle des transitions de phase.

Ainsi, sur les tas de petites tailles, nous avons mis en évidence un comportement critique (bruit en  $1/f$ ) au sens des transitions de phase. Il obéit approximativement aux prédictions du modèle numérique de BTW et correspond dans l'approche du modèle du Granta-Gravel au cas où la densité du tas est égale à la densité critique  $d_c$ . Cependant, nous pensons que dans nos expériences, le tas est toujours à une densité  $d > d_c$  et que l'état critique n'est atteint qu'à cause d'un effet de taille finie.

Sur les tas de grandes tailles, nous avons retrouvé les comportements typiques mis en évidence antérieurement dans les expériences en cylindres tournants par de nombreuses équipes de chercheurs, à savoir: des séries de macro-avalanches quasi-périodiques. Ce comportement s'intègre parfaitement dans notre approche "mécanique des sols" puisqu'elle correspond, dans le modèle du Granta-Gravel, au cas où le tas est à une densité  $d_0$  supérieure à la densité critique  $d_c$ .

Ces expériences nous ont permis de mettre en évidence le rôle primordial joué par le paramètre densité; ceci est compatible avec tout ce que l'on sait en mécanique des sols (se référer au chapitre 1 et 3 de la Partie I: frottement solide macroscopique de Coulomb, effets de dilatance, théorie du Granta-Gravel appliquée aux avalanches). Cependant, avec ce type de dispositif expérimental, nous n'avons pas pu contrôler la densité et accéder aux données dans le cas des tas lâches ( $d_0 < d_c$ ). Ceci nous a incité à faire une nouvelle étude expérimentale qui privilégie le contrôle de la densité initiale  $d_0$  des échantillons. A notre connaissance, c'est la première fois qu'une telle étude sur les avalanches de ce type est entreprise.

Par ailleurs, bien que nous ayons travaillé avec des billes de verre lavées afin de réduire au maximum les effets induits par la cohésion. On peut définir la cohésion comme l'ensemble des forces qui empêchent deux grains de se séparer; les origines de la cohésion inter-granulaire sont diverses et variées et nous ne les discuterons pas ici. Il est cependant difficile d'être sûr que l'on peut la négliger. Cela nous a conduit à faire des expériences en macro-gravité afin de réduire le rôle des forces de cohésion devant celui des forces pondérales.

## **2.3 Etude expérimentale des avalanches en centrifugeuse et à densité contrôlée**

### **2.3.1 Introduction**

Toutes les expériences que nous avons décrites précédemment ou celles que nous avons faites pour étudier les fluctuations de masse des avalanches sur des petits tas de formes coniques ont été réalisées en l'absence d'un contrôle précis de la densité du tas et des phénomènes de dilatance. Cela nous semble une lacune majeure pour comprendre en détail le phénomène d'avalanches qui affecte les milieux granulaires: pour s'en convaincre il suffit de se rappeler les résultats classiques de mécanique des sols tels ceux des essais triaxiaux qui montrent toute l'importance du paramètre densité sur le comportement (cf. chapitre 1). Par ailleurs, aucun contrôle précis de l'influence des forces de cohésion pouvant exister entre les grains n'avait été réalisé à ce jour. Ces deux constats nous ont donc conduit à la réalisation d'une série d'expériences en centrifugeuse à densité contrôlée. Les variations de la gravité effective permettant comme nous le verrons de déterminer les éventuels effets liés à l'existence de forces de cohésion inter-granulaires, ceux provoqués par l'existence d'une élasticité intra-granulaire, mais aussi de mesurer l'évolution de la densité "critique" en fonction de la gravité. Les variations de densité quant à elles, nous permettront de connaître très précisément les effets du phénomène de dilatance qui résultent de l'écart de la valeur initiale de la densité de l'échantillon par rapport à la valeur "critique" de celle-ci; plus cet écart est grand plus l'effet de la dilatance est important.

### **2.3.2 Les techniques expérimentales**

#### **2.3.2.1 La centrifugeuse**

Pour réaliser nos expériences, nous avons utilisé la centrifugeuse du L.C.P.C. Nantes. Cette centrifugeuse qui est en service depuis 1986 fait partie des

cinq plus grandes centrifugeuses destinées aux études en génie civil de par le monde. Ses caractéristiques techniques sont telles qu'elle peut porter une masse de 2000 kg à 100 G ( $1 \text{ G} \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ ).

Dans notre cas, nous avons utilisé la centrifugeuse du L.C.P.C. Nantes, pour tester les effets de la cohésion sur le phénomène d'avalanches. Pour rendre les forces de cohésion inter-granulaire négligeables dans nos expériences, nous les avons réalisées en macro-gravité, ce qui nous a conduit à faire subir à nos échantillons des gravités effectives de l'ordre de 100G. En effet, la pression qui s'exerce dans un tas de 40 cm de haut à 100 G est identique à celle s'exerçant sur un tas de 40 m de haut à 1 G, alors que les forces capillaires restent constantes quelque soit la gravité effective. Ainsi, si l'on voulait construire un château de sable à 100 G, celui-ci ne pourrait avoir des parois verticales supérieures à 5 mm, alors que sous gravité normale (1 G) celles-ci peuvent atteindre une taille maximale de l'ordre de 50 cm grâce à l'existence de la cohésion liée aux forces capillaires.

Le champ de gravité créé par la rotation de la nacelle est différent d'un champ gravitationnel. En effet, le champ gravitationnel (la force de pesanteur) peut être considéré comme uniforme à l'échelle des dispositifs expérimentaux habituels, alors que le champ induit par la rotation de la centrifugeuse est radial et varie en fonction de la distance échantillon-axe (pour une vitesse de rotation donnée, le champ radial est inversement proportionnel à la distance  $R$  qui représente le rayon utile de la centrifugeuse). Avec un tel dispositif, il existe donc toujours un gradient de gravité qui sera d'autant plus faible que la dimension de la centrifugeuse est importante. En d'autres termes, le caractère radial de ce champ sera d'autant plus négligeable que les dimensions du dispositif expérimental sont faibles devant le rayon de la centrifugeuse. Pour nos expériences, cette inhomogénéité du champ est de l'ordre de 4%. De plus, il faudrait aussi discuter l'effet des forces de Coriolis si nous nous intéressions à des problèmes dynamiques, ce n'est pas le cas ici.

### 2.3.2.2 Les matériaux utilisés et la technique de mise en place

Deux types de sables, le sable d'Hostun et le sable de Fontainebleau ont été utilisés: ce sont les plus courants pour les essais en mécanique des sols et leurs propriétés mécaniques sont donc relativement bien connues (le sable d'Hostun a même une norme reconnue internationalement). Les principales définitions et notations utilisées dans ce paragraphe et caractérisant les sables sont rappelées en annexe 2 (Rappels sur la caractérisation des sols).

### 2.3.2.2.1 Le sable d'Hostun

Le sable d'Hostun est un matériau modèle très largement utilisé dans le domaine de la géotechnique. Ainsi, il constitue un matériau test dans le cadre du Gréco "Géomatériaux", notamment pour des essais réalisés en centrifugeuse [Gréco "Géomatériaux", 1987; *ibid*, 1988]. Par ailleurs, il est utilisé dans plusieurs centres de recherches étrangers [Saada A. et Bianchini G., 1988].

Le sable d'Hostun est extrait d'une carrière située non loin de la ville du même nom, située dans le département de la Drôme en France. A partir du tout-venant initial, diverses classes granulométriques sont obtenues par concassage et tamisage successifs. La classe granulométrique que nous avons utilisée pour nos essais est celle dénommée "RF" par le fabricant. D'autres classes granulométriques existent, allant du sable grossier à des kaolins représentant la partie fine du tout-venant initial.

Le sable d'Hostun "RF" est utilisé comme sable de référence à l'Institut de Mécanique de Grenoble depuis 1980. Une note technique sur le sable d'Hostun "RF" a été établie en 1990 [Flavigny E. et al., 1990]. L'analyse chimique montre que les grains sont constitués de silice ( $\text{SiO}_2$ ) à près de 99,17%. Le diamètre moyen des grains est de l'ordre de 0,35-0,38 mm (i.e.  $D_{50} \approx 0,35-0,38$  mm), ce qui classe le sable d'Hostun RF parmi les sables moyens dans la classification géotechnique (granulométrie de 0,16 à 0,63 mm). Cette granulométrie est assez uniforme puisque le coefficient d'uniformité (ou coefficient de Hazen)  $C_u$  est égal à 2. La masse volumique des grains est de  $2650 \text{ kg/m}^3$  [Flavigny E. et al., 1990]. Ce sable de carrière quartzeux présente des grains relativement anguleux, dont la couleur va du gris-blanc au beige-rosé.

Plusieurs auteurs ont réalisé des essais afin de déterminer les indices des vides minimal et maximal du sable d'Hostun "RF", que nous noterons respectivement  $e_{\min}$  et  $e_{\max}$ . L'indice des vides  $e$  et le poids volumique  $\gamma$  d'un sol sont reliés par les relations suivantes:

$$e = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\gamma_s}{e + 1} \quad (13)$$

où  $e$  est l'indice des vides

$\gamma$  est le poids volumique de l'échantillon ( $\text{N/m}^3$ )

$\gamma_s$  est le poids volumique des grains ( $\text{N}/\text{m}^3$ ),  $\gamma_s=2650 \text{ kg}/\text{m}^3$  pour le sable d'Hostun

Fargeix et Colliat trouvent respectivement comme valeurs extrêmes du poids volumique  $\gamma$  pour le sable d'Hostun [Fargeix D., 1986; Colliat J.L., 1986]:

$$\text{Fargeix: } \quad \gamma_{\min}=12,73 \text{ kN}/\text{m}^3 \quad \gamma_{\max}=15,77 \text{ kN}/\text{m}^3 \quad (14a)$$

$$\text{Colliat: } \quad \gamma_{\min}=13,24 \text{ kN}/\text{m}^3 \quad \gamma_{\max}=15,99 \text{ kN}/\text{m}^3 \quad (14b)$$

Les écarts importants sont dus d'une part au mode de préparation des échantillons qui diffère pour ces deux auteurs et d'autre part aux difficultés expérimentales liées à la détermination de la compacité d'un échantillon [Tavenas F.A. et al., 1972]. C'est ainsi, qu'il est possible d'obtenir des indices des vides grands (donc un sable très lâche) à partir d'un léger compactage effectué sur un échantillon légèrement humide [Canou J., 1989].

La détermination des densités minimale et maximale pour un type de sable donné n'est pas une chose aisée. Les méthodes utilisées sont le plus souvent empiriques tenant compte plus d'un savoir faire que d'une analyse pertinente du processus de compaction d'un milieu granulaire. C'est ainsi, par exemple que la Société Japonaise de Mécanique des Sols a établi une procédure pour déterminer les densités extrêmes d'un sable fin (i.e. d'un diamètre plus faible que 2mm,  $D_{100} < 2\text{mm}$ ) et contenant moins de 5% de passant à 200  $\mu\text{m}$ ; c'est cette méthode qui a été utilisée par Fargeix [Fargeix D., 1986].

#### 2.3.2.2.2 Le sable de Fontainebleau

Dans nos expériences, nous avons aussi utilisé le sable de Fontainebleau blanc. C'est un sable siliceux de couleur blanche. L'analyse granulométrique montre que le pourcentage de grains ayant un diamètre plus faible que 80  $\mu\text{m}$  est très faible (de l'ordre de 1 à 2%) et que près de 90 % des grains ont une taille inférieure à 300  $\mu\text{m}$ . En fait, les analyses précises faites sur le sable que nous avons utilisé, révèlent des tailles de grains comprises entre 0,08 mm et 0,63 mm, une taille moyenne des grains de l'ordre de 0,21 mm (i.e.  $D_{50}\approx 0,21 \text{ mm}$ ) et un coefficient d'uniformité  $C_u$  très proche de 1,5 ( $C_u$  varie entre 1,47 et 1,53,  $C_u$  est égal au rapport  $D_{60}/D_{10}$  où  $D_y$  correspond au diamètre du tamis où passe y% du poids des grains) [Fortin L., 1993].

Des essais pour déterminer les poids volumiques extrêmes du sable de Fontainebleau blanc ont été réalisés au L.C.P.C. de Nantes [Fortin L., 1993] suivant

le mode opératoire préconisé par la Société Japonaise de Mécanique des Sols. Les valeurs trouvées sont:

$$\gamma_{\min} = 14,07 \text{ kN/m}^3 \quad \gamma_{\max} = 16,17 \text{ kN/m}^3 \quad (15)$$

Cependant, ces valeurs sont à prendre avec réserves car elles correspondent à un mode de préparation particulier. On observe communément des écarts de 10 %, voire plus, sur ces valeurs extrêmes d'un expérimentateur à un autre suivant la méthode utilisée. C'est pourquoi, il est très difficile de connaître avec exactitude les valeurs de  $\gamma_{\min}$  et de  $\gamma_{\max}$  nécessaires par exemple au calcul de l'indice de densité  $I_D$  qui est relié à l'indice des vides  $e$  par la relation:

$$I_D = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}} \quad (16)$$

De plus, l'étude récente qui a été menée au L.C.P.C. par l'équipe centrifugeuse sur l'évolution des caractéristiques du sable de Fontainebleau après plusieurs essais en macro-gravité, laisse apparaître des modifications significatives des propriétés physiques. Ainsi, pour un sable de Fontainebleau blanc nouveau et le même type de sable ayant servi à diverses expérimentations, on trouve les valeurs suivantes pour les poids volumiques extrêmes:

$$\text{Sable "nouveau":} \quad \gamma_{\min} = 14,23 \text{ kN/m}^3 \quad \gamma_{\max} = 16,00 \text{ kN/m}^3 \quad (17a)$$

$$\text{Sable "ancien":} \quad \gamma_{\min} = 13,91 \text{ kN/m}^3 \quad \gamma_{\max} = 16,35 \text{ kN/m}^3 \quad (17b)$$

Ces résultats montrent que le sable change de structure au cours du temps. Ce changement de structure qui provient certainement des manipulations successives subies par le matériau induit une modification des propriétés physiques (modification de l'état de surface des grains, de la granulométrie). Ainsi, les analyses granulométriques montrent une augmentation du nombre des fines pour le sable "ancien", ce qui peut expliquer alors la plage des densités plus importante par rapport au même type de sable "nouveau".

Tous ces résultats montrent la vigilance avec laquelle il convient de prendre en compte les divers résultats expérimentaux en mécanique des sols. Encore plus que dans les autres domaines, un résultat brut sans la connaissance du protocole expérimental précis vaut peu de chose. C'est pourquoi, nous essaierons dans la mesure du possible de détailler au maximum le mode opératoire utilisé au cours de nos expériences.

### 2.3.2.2.3 La méthode de pluviation

Pour la mise en place de notre matériau (sable d'Hostun ou de Fontainebleau blanc) et le contrôle précis de sa densité, nous avons utilisé la méthode de pluviation à l'air qui a été développée au L.C.P.C. Nantes par J. Garnier [Garnier J. et Cottineau L.-M., 1988]. Cette technique expérimentale est développée en détail dans l'annexe 4.

La technique employée est très simple dans son principe puisqu'elle consiste à confectionner l'échantillon en laissant tomber le sable d'une certaine hauteur à partir d'une trémie se déplaçant à une vitesse horizontale. Les paramètres pertinents sont la hauteur de chute des grains, la vitesse horizontale de déplacement de la trémie et l'ouverture de celle-ci qui règle le débit de sable. Pour un débit constant, plus la hauteur de chute et la vitesse de déplacement sont importantes, plus la densité est élevée; par contre pour obtenir une faible densité, on diminuera la hauteur de chute et la vitesse. Le massif est finalement constitué de couches successives d'autant plus épaisses que le débit de la trémie est important.

L'intérêt majeur de cette méthode est de pouvoir conditionner un échantillon à une densité donnée de façon reproductible: il suffit de procéder à une série d'étalonnages pour le matériau que l'on veut étudier. De plus, cette méthode permet d'obtenir des échantillons ayant une densité relativement bien homogène, ce qui n'est pas toujours le cas pour les autres techniques employées. Ainsi, les techniques de compactage pour obtenir des sols de densité plus élevés conduisent le plus souvent à une hétérogénéité de la densité (succession de couches qui entraînent un gradient périodique de la densité dans l'échantillon).

Lors de nos expériences, nous avons pu ainsi reproduire les mêmes densités d'un essai à l'autre avec une précision supérieure à 2 %.

### 2.3.2.3 Le dispositif expérimental et le principe de l'expérience

Le dispositif expérimental que nous avons utilisé est schématisé sur la Figure 2.8: il est positionné dans la nacelle de la centrifugeuse.

Il est constitué d'une boîte parallélépipédique ( $0,4*0,4*0,15 \text{ m}^3$ ) qui est remplie pour chaque essai de sable à la densité choisie. Cette boîte peut tourner lentement autour de son axe horizontal afin de créer une série d'avalanches. Les avalanches sont détectées grâce d'une part à une caméra vidéo embarquée dans la centrifugeuse qui permet de suivre en direct l'expérience, grâce d'autre part à une

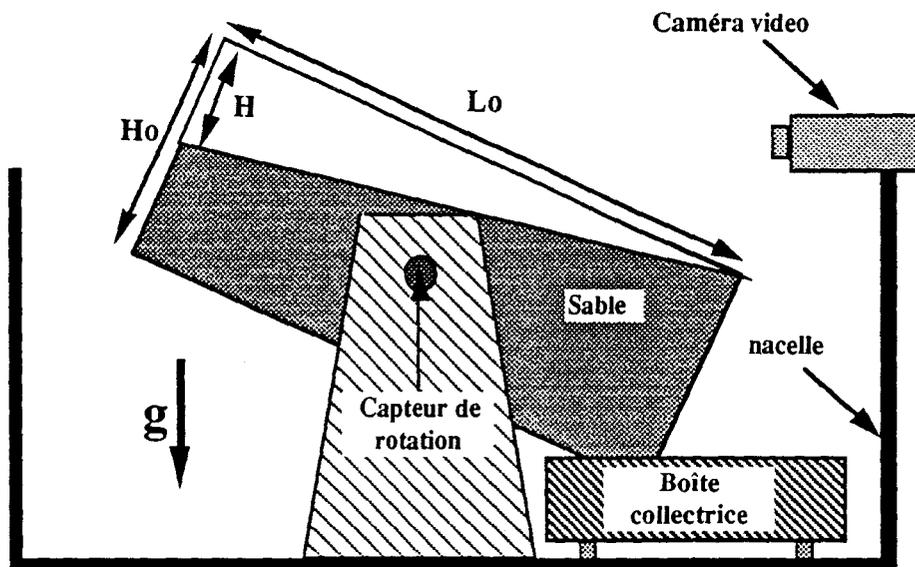


Figure 2.8: Schéma du dispositif expérimental embarqué dans la centrifugeuse.

boîte collectrice disposée sur 3 pesons. Nous avons dû ajouter cette boîte collectrice car nous nous sommes aperçus que la détection visuelle par caméra n'était pas suffisante, puisqu'elle ne permettait pas de faire la distinction entre une véritable avalanche (qui laisse écouler du sable en dehors de la boîte) et un phénomène de tassement en surface (qui lui ne donne pas lieu à un écoulement).

Durant l'expérience, on peut connaître à chaque instant l'angle d'inclinaison  $\theta_b$  de la boîte par rapport à l'horizontale (le plan de référence pour définir l'horizontale correspondant à la surface du fond de la nacelle) grâce à un capteur de rotation disposé sur son axe de rotation. Dans la suite de l'exposé, c'est à partir de cette définition de l'horizontale que sont définis les angles relatifs aux avalanches. Par ailleurs, grâce à la caméra vidéo qui permet de filmer l'état de la surface libre, on connaît en permanence la hauteur de sable restant dans la boîte et donc l'angle de la surface libre du massif avec l'horizontale. Ainsi, en analysant simultanément les fichiers de la masse de sable tombé, ceux de l'angle de la boîte par rapport à l'horizontale et les enregistrements vidéo d'une expérience, on déduit l'angle de départ  $\theta_i$  et de fin  $\theta_f$  des avalanches. De ces valeurs, on déduit très facilement la taille de l'avalanche  $\delta\theta$  qui est égale à  $\theta_i - \theta_f$ .

#### 2.3.2.4 Les procédures expérimentales

La procédure expérimentale utilisée est relativement simple dans son principe. Cependant, le temps nécessaire à la préparation de l'échantillon et à son installation dans la nacelle de la centrifugeuse est très important devant la durée de l'expérience proprement dite en macro-gravité, puisque si l'expérience dure à peu près trente minutes, il faut compter de l'ordre de cinq heures pour préparer un échantillon. Cela, nous a conduit à faire une série de plusieurs avalanches pour chaque échantillon préparé, bien que la densité ne soit réellement connue que pour la première avalanche, puisque le processus d'avalanche modifie la densité en surface.

On sait en mécanique des sols, que les propriétés d'un massif sont très sensibles au mode de préparation ou en d'autres termes qu'il existe des effets qui sont liés à l'histoire du matériau. Ainsi, dans nos expériences, les caractéristiques de l'avalanche  $i$  peuvent ne pas dépendre seulement de la densité initiale de l'échantillon  $d_0$ , mais aussi des variations de gravité effective subies par le massif ou encore du nombre d'avalanches qui la précèdent. C'est pourquoi, il convient de définir avec précision les différents protocoles expérimentaux que nous avons suivis.

La notation que nous adoptons est la suivante:

Pour une densité initiale  $d_0$  donnée de l'échantillon, de façon générale, nous avons effectué des séries d'avalanches en faisant varier la gravité effective. Ainsi, pour une expérience donnée, à chaque gravité effective  $G_i$  est associé la série  $A_i$  qui contient  $N_i$  avalanches, nous aurons donc l'ensemble  $(G_1, A_1, N_1; G_2, A_2, N_2; \dots)$ . En utilisant cette notation, nous allons à présent détailler les différents protocoles que nous avons utilisés. En fait, le nombre d'avalanches  $N_i$  que l'on peut faire avec un échantillon donné est limité par la taille de la boîte; avec la boîte parallélépipédique ( $0,4 \times 0,4 \times 0,15 \text{ m}^3$ ) que nous avons utilisée le nombre total d'avalanches qu'il est possible de réaliser de l'ordre de dix pour les sables que nous avons étudiés (sables d'Hostun et de Fontainebleau). Par ailleurs, la densité de l'échantillon n'est parfaitement connue que pour la première avalanche, puisque la densité initiale de l'échantillon est déterminée à la fin de l'expérience par pesage du sable contenu initialement dans la boîte parallélépipédique. Ces remarques permettent de mieux comprendre l'importance qu'il y a à connaître avec précision le protocole expérimental utilisé car une information sortie de son contexte (i.e. des valeurs qui la précèdent et la suivent dans la même série) est très difficilement exploitable et pourrait même induire en erreur l'observateur.

#### 2.3.2.4.1 Protocole n°1

Pour les cinq premiers essais que nous avons effectués avec le sable d'Hostun en centrifugeuse, nous avons fait varier la densité initiale des échantillons dans une gamme très étendue puisque comprise entre 1,42 et 1,68. Pour ces premiers essais, nous avons réalisé une série d'avalanches en imposant une augmentation progressive de la gravité effective répartie sur trois paliers ( $G_1 < G_2 < G_3$ ): ces trois paliers correspondent approximativement aux valeurs suivantes,  $G_1 \approx 20-25G$ ,  $G_2 \approx 40-50G$  et  $G_3 \approx 100G$  ( $1G \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ ). Nous avons donc amené l'échantillon à la gravité effective  $G_1$  où une première série  $A_1$  de  $N_1$  avalanches a été réalisée en augmentant progressivement l'inclinaison de la boîte  $\theta_b$  par rapport à l'horizontale en faisant basculer la boîte autour de son axe, de manière à observer quelques avalanches (2 à 4 pour chaque palier  $G_i$ ). Puis le basculement de la boîte est interrompu, la gravité effective est augmentée jusqu'au palier suivant  $G_2$ , où l'on remet à nouveau la boîte en rotation afin d'observer la deuxième série  $A_2$  de  $N_2$  avalanches. Nous avons procédé de la même façon pour la troisième série  $A_3$  effectuée à  $G_3 \approx 100G$ . En utilisant ce protocole, le nombre total d'avalanches qu'il est possible de réaliser avec un

échantillon varie entre 10 et 12 avalanches. Grâce à la caméra vidéo embarquée dans la centrifugeuse qui permet de suivre l'évolution de la surface libre de l'échantillon, grâce au capteur de rotation placé sur l'axe de la boîte et grâce à la mesure de la masse de sable qui s'écoule de la boîte, les avalanches sont caractérisées par leurs tailles  $\delta\theta$  et les angles de départ  $\theta_i$  et de fin  $\theta_f$ .

Bien que la densité exacte de l'échantillon ne soit connue exactement que pour la première avalanche de la série, l'étude de l'évolution des caractéristiques des avalanches ( $\delta\theta$ ,  $\theta_i$  et  $\theta_f$ ) s'est révélé très fructueuse. Nous reportons sur les Figures 2.9, les données de l'angle de départ  $\theta_i$  (Figure 2.9a) et de la taille  $\delta\theta$  (Figure 2.9b) des différentes avalanches obtenues par ce protocole; sur ces figures, l'abscisse  $g$  représente la valeur du champ de gravité effective  $g$ . Cependant, pour prendre en compte la place de l'événement dans sa série  $A_i$  et en respecter la chronologie, nous avons modifié la valeur de l'abscisse  $g$ : la valeur de  $g$  correspondante n'est pas exactement  $G_i$  mais  $g=G_i+(j-(N_i+1)/2)G$ , ainsi on prend en considération l'évolution en ajoutant une faible contribution à  $g$  qui dépend de la position de l'avalanche (son numéro) dans la série  $A_i$  qui contient  $N_i$  avalanches. De cette façon, les effets chronologiques sont visualisés; de plus, notant  $j$  la  $j^{\text{ème}}$  avalanche de la série  $A_i$  qui contient  $N_i$  événements ( $N_i$  varie entre 2 et 4), on peut remarquer que l'intérêt de cette notation est de garder la valeur moyenne de  $g$  sur la série  $A_i$  égale à sa valeur réelle  $G_i$  appliquée.

Cette façon de procéder est très utile puisqu'elle a permis, dans le cas de l'essai à faible densité ( $d=1,42$ ) de mettre en évidence l'augmentation de la valeur de l'angle de départ  $\theta_i$  à l'issue d'une série d'avalanches. Les figures 2.9 montrent aussi que les caractéristiques de la première avalanche dépendent très fortement de la densité initiale de l'échantillon.

#### 2.3.2.4.2 Protocole n°2

Pour la suite de nos essais, nous avons changé de protocole. Cette fois, la valeur de la gravité effective  $g$  a été gardée constante pour toute la série d'avalanches. Nous avons réalisé une série de 8 avalanches à 100G ( $N_1=8$  et  $G_1=100G$ ), nos résultats sont reportés sur les Figures 2.10 qui représentent respectivement l'angle de départ  $\theta_i$  des avalanches (Figure 2.10a) et leur taille  $\delta\theta$  (Figure 2.10b) en fonction du numéro de l'avalanche dans la série. Cette seconde série d'essais était surtout destinée à vérifier la reproductibilité de nos résultats, c'est pourquoi nous avons refait ce type d'expérience deux fois pour chacune des deux densités extrêmes ( $d=1,45-1,47$  et  $d=1,67-1,68$ ). La reproductibilité des

résultats est parfaitement vérifiée sur la Figure 2.10a où les évolutions des différents échantillons de même densité se confondent.

#### 2.3.2.4.3 Protocole n°3

Dans le troisième protocole que nous avons utilisé, nous avons fait décroître la gravité effective  $G_i$ , ainsi pour la première série  $G_1=100G$  et  $N_1=8$  alors que  $G_2=2G$  et  $N_2$  varie entre 2 et 4. Ces séries d'essais qui sont reportés sur les Figures 2.11, nous ont permis de tester, d'une part les effets de la cohésion et d'autre part des effets liés à l'histoire du matériau. Les effets d'une éventuelle cohésion intergranulaire ont été examinés en faisant varier de façon importante la gravité effective  $G_i$  (dans ces expériences, après une première série d'avalanches à 100G, la gravité est ramenée à 2G). Ainsi, si on se réfère aux résultats concernant la taille  $\delta\theta$  des avalanches (cf. Figure 2.11b), on constate que la taille moyenne des avalanches reste la même (de l'ordre de  $2^\circ$ ) pour ces deux gravités extrêmes, il semblerait donc que la cohésion soit négligeable dans le processus d'avalanches. Par ailleurs, si on s'intéresse à l'évolution de l'angle de départ  $\theta_i$  des avalanches entre la série effectuée à 100G et celle réalisée à 2G, on remarque que la diminution de la gravité effective conduit à une augmentation importante de l'angle de départ  $\theta_i$  des avalanches. De plus, cette augmentation dépend de la densité initiale des échantillons; ainsi, elle est de l'ordre  $3^\circ$  pour les échantillons initialement peu denses ( $d=1,45-1,47$ ) alors qu'elle atteint  $10^\circ$  pour les tas initialement denses ( $d=1,67-1,68$  et  $d=1,59$ ). Ce dernier effet est sans doute lié à l'histoire du matériau puisque lors des essais effectués en augmentant la gravité effective (cf. protocole n°1), on n'a pas observé de phénomènes similaires en passant d'une série d'avalanches à une autre. Ce pourrait cependant être aussi provoqué par une certaine cohésion.

#### 2.3.2.4.4 Protocole n°4

Dans ce protocole, l'avalanche est déclenchée d'une manière différente: précédemment les avalanches étaient engendrées par le basculement de la boîte à une certaine valeur de la gravité effective. Maintenant, on positionne initialement à 1G la boîte à un certain angle  $\theta_b$ , puis on augmente lentement la valeur de la gravité effective jusqu'à avoir création d'une avalanche. Ce protocole a été utilisé afin de déterminer comment l'angle maximal de stabilité  $\Theta_M$  varie en fonction de la gravité effective. Les résultats sont reportés sur la Figure 2.12.

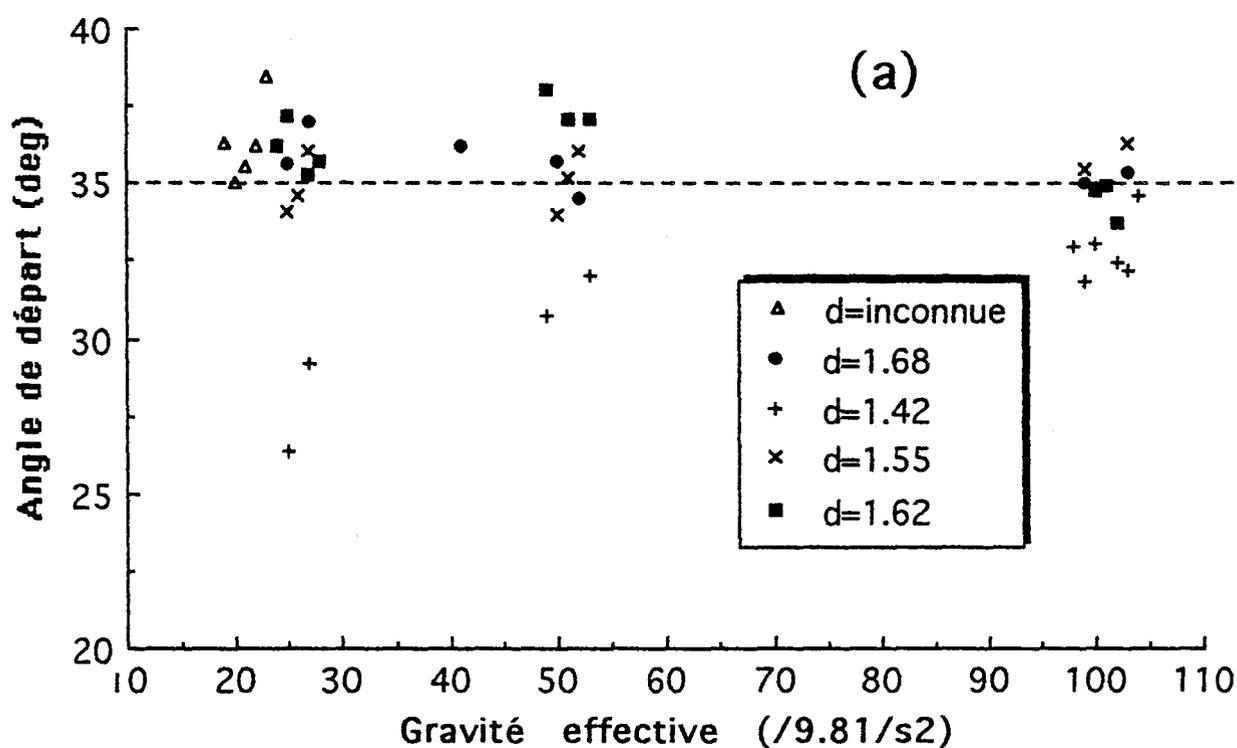


Figure 2.9a: Angles de départ  $\theta_i$  des avalanches en utilisant le protocole expérimental n°1, pour du sable d'Hostun à différentes densités.

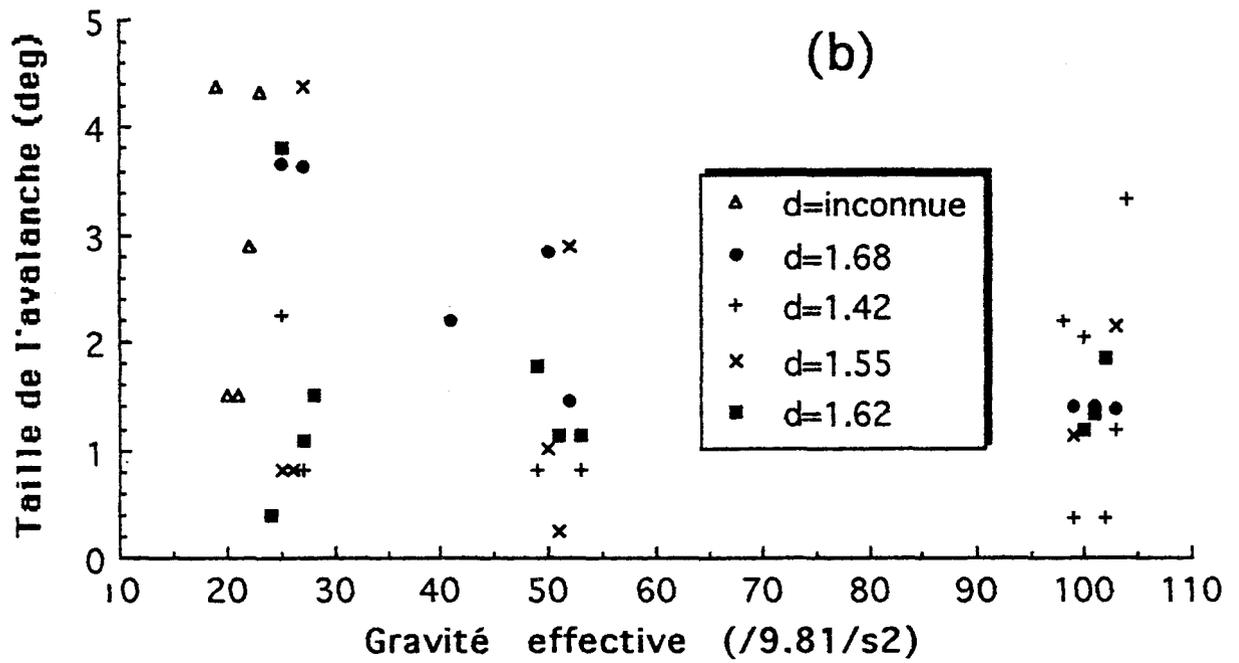


Figure 2.9b: Tailles des avalanches  $\delta\theta = \theta_i - \theta_f$  en utilisant le protocole expérimental n°1, pour du sable d'Hostun à différentes densités.

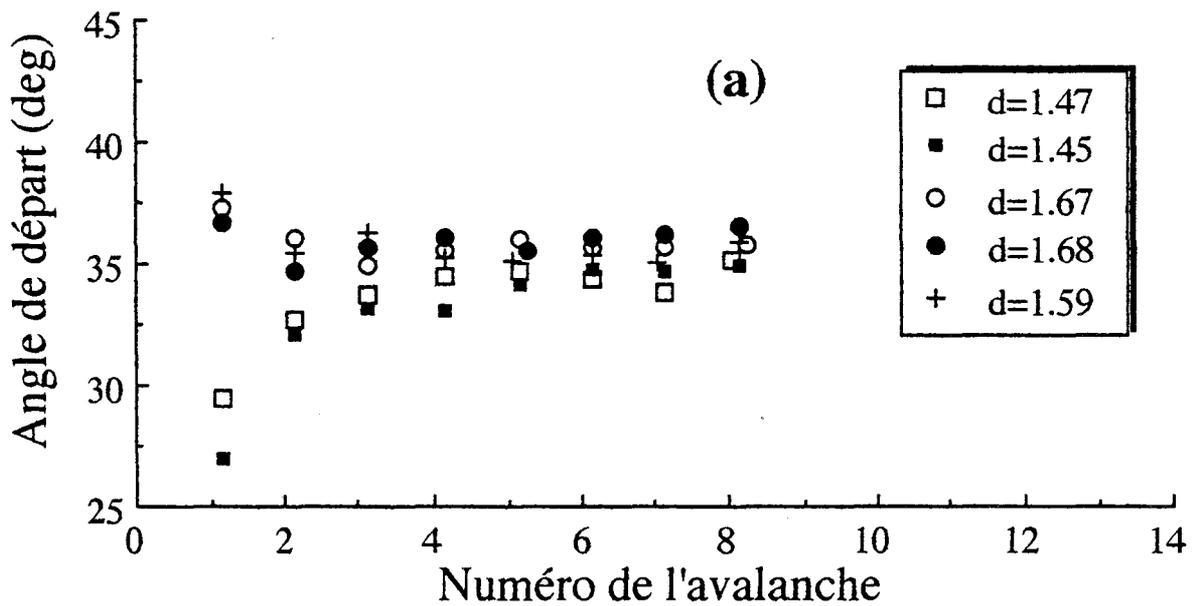


Figure 2.10a: Angles de départ des avalanches  $\theta_i$  en utilisant le protocole expérimental n°2, pour du sable d'Hostun à différentes densités initiales, sous gravité constante 100G.

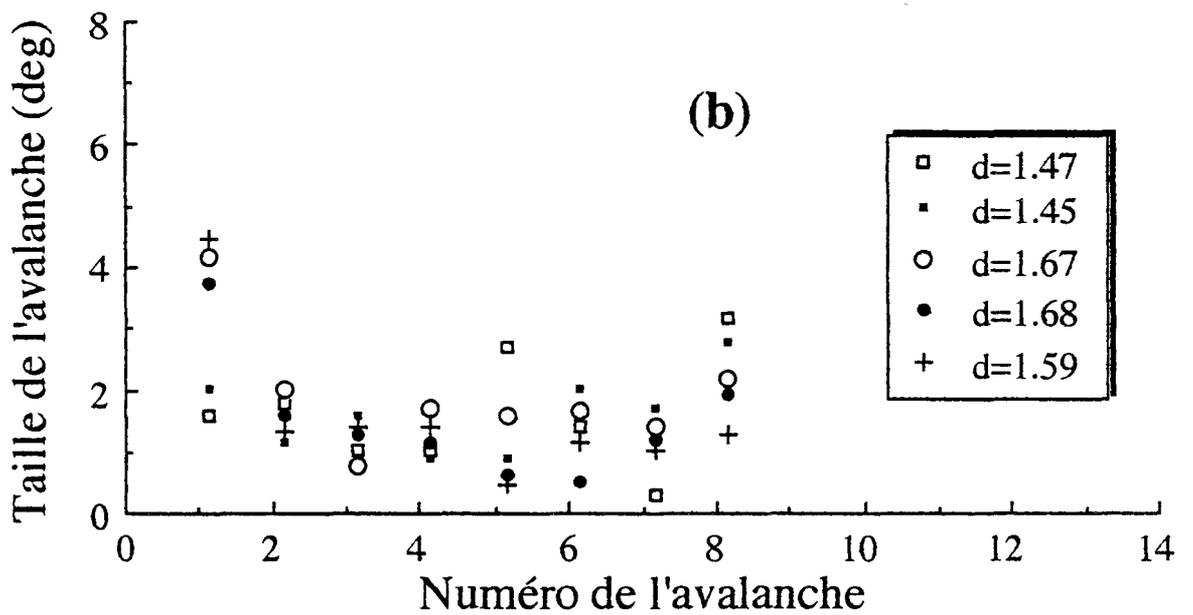


Figure 2.10b: Tailles des avalanches  $\delta\theta = \theta_i - \theta_f$  en utilisant le protocole expérimental n°2, pour du sable d'Hostun à différentes densités initiales, sous gravité constante 100G.

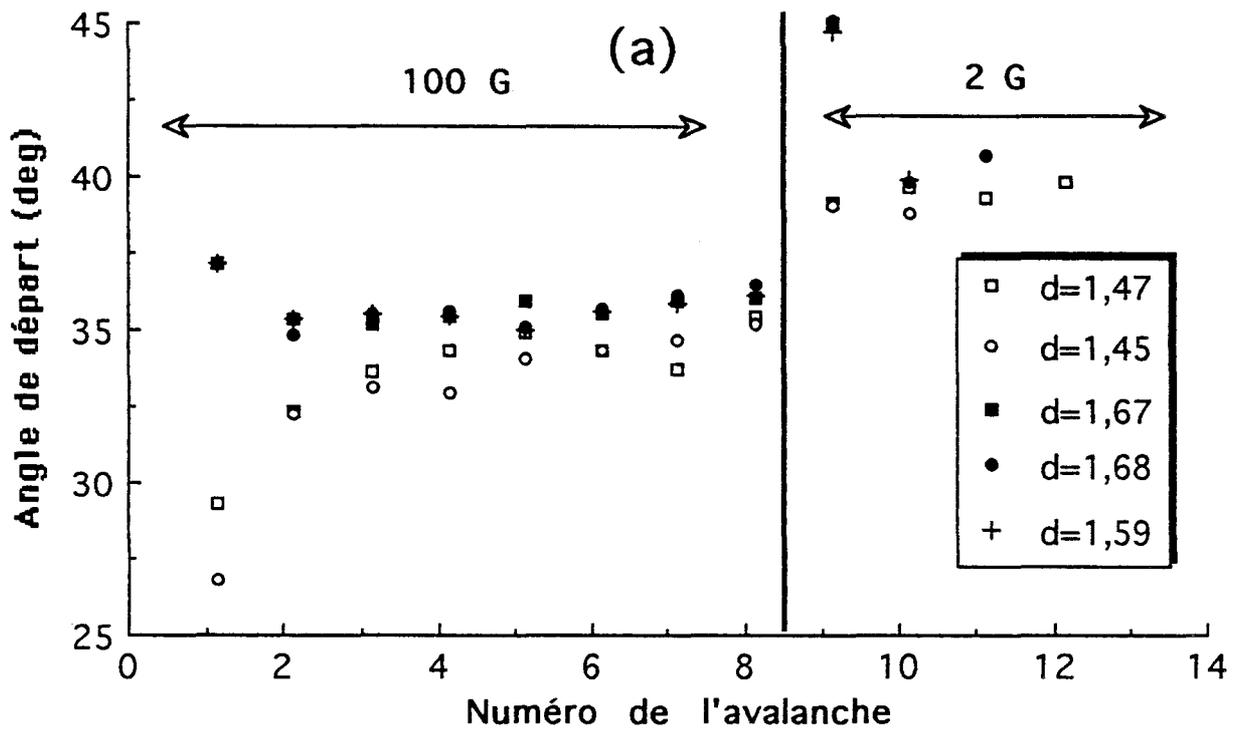


Figure 2.11a: Angles de départ des avalanches  $\theta_i$  en utilisant le protocole expérimental n°3, pour du sable d'Hostun à différentes densités.

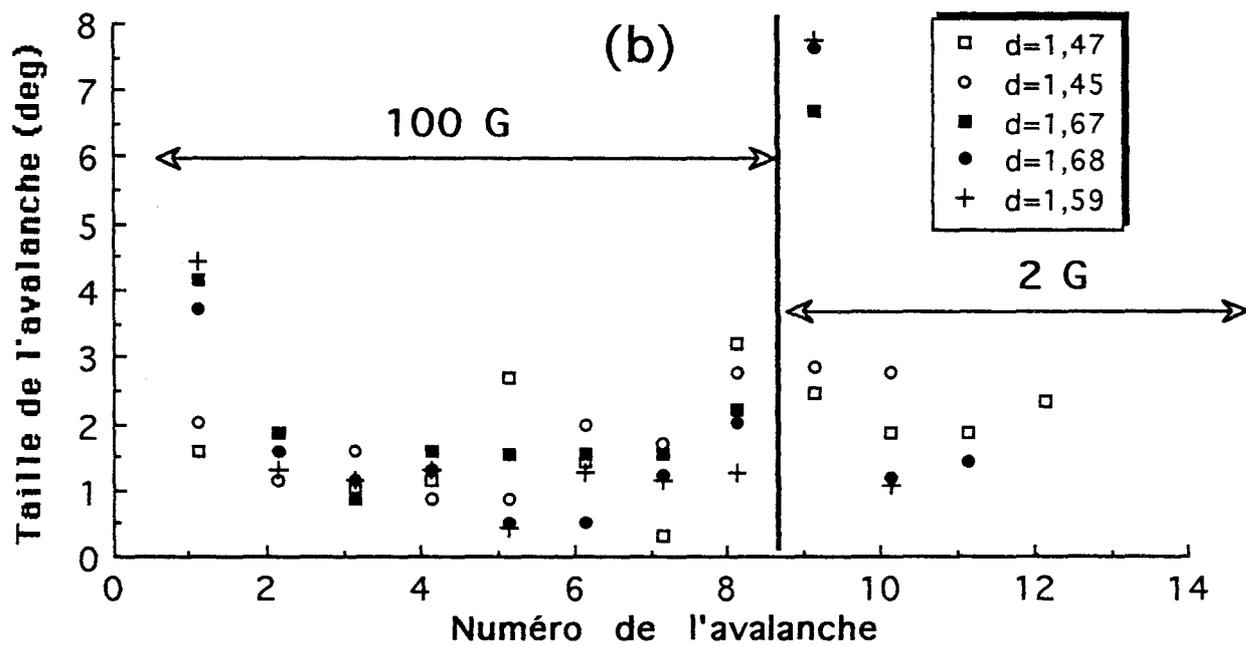


Figure 2.11b: Tailles des avalanches  $\delta\theta = \theta_i - \theta_f$  en utilisant le protocole expérimental n°3, pour du sable d'Hostun à différentes densités.

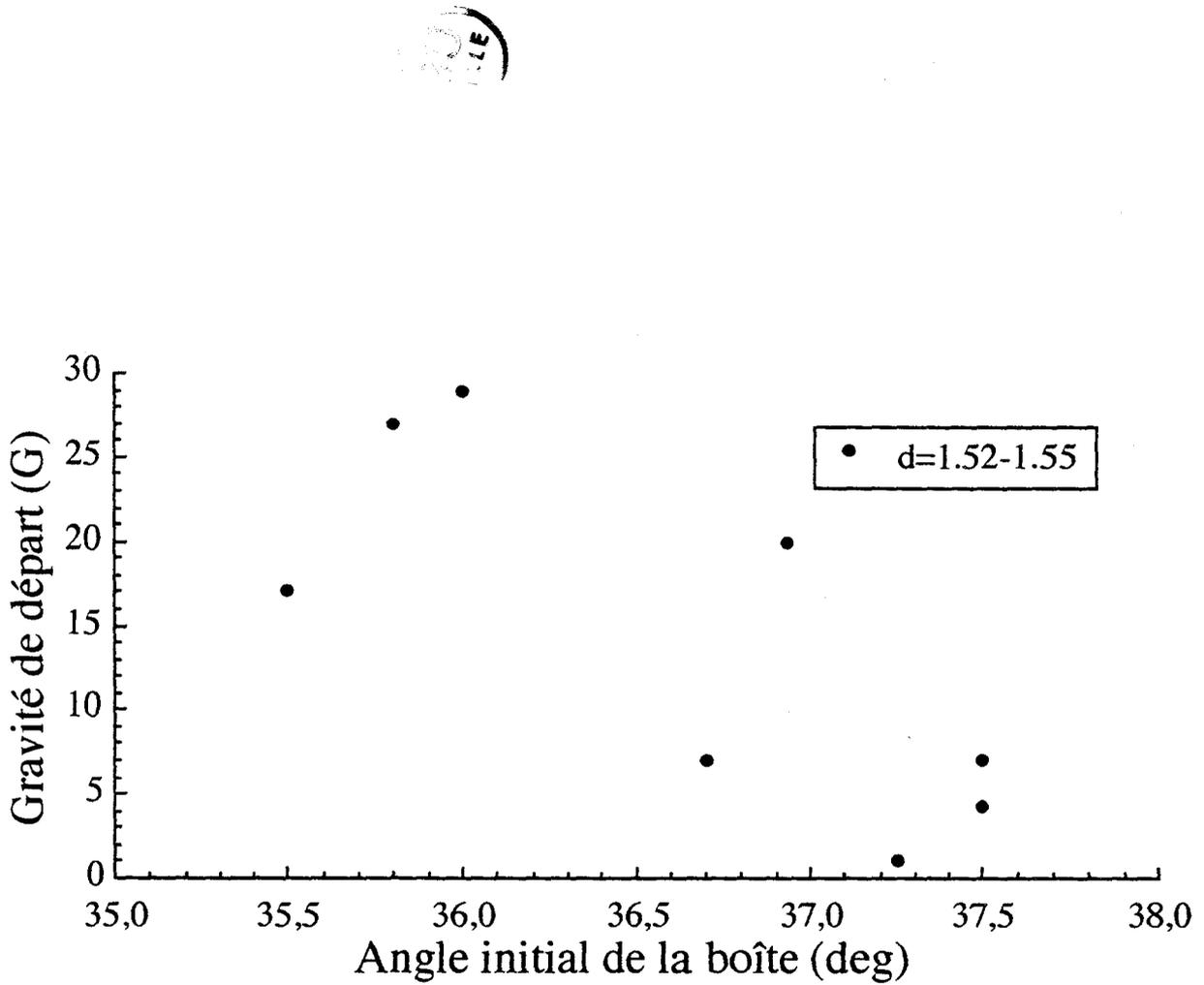


Figure 2.12: Gravité effective de départ des avalanches en fonction de l'inclinaison initiale de la surface libre du tas pour le sable d'Hostun. Ce protocole (n°4) n'a pu être réalisé que pour une seule densité:  $d=1,52-1,55$ .

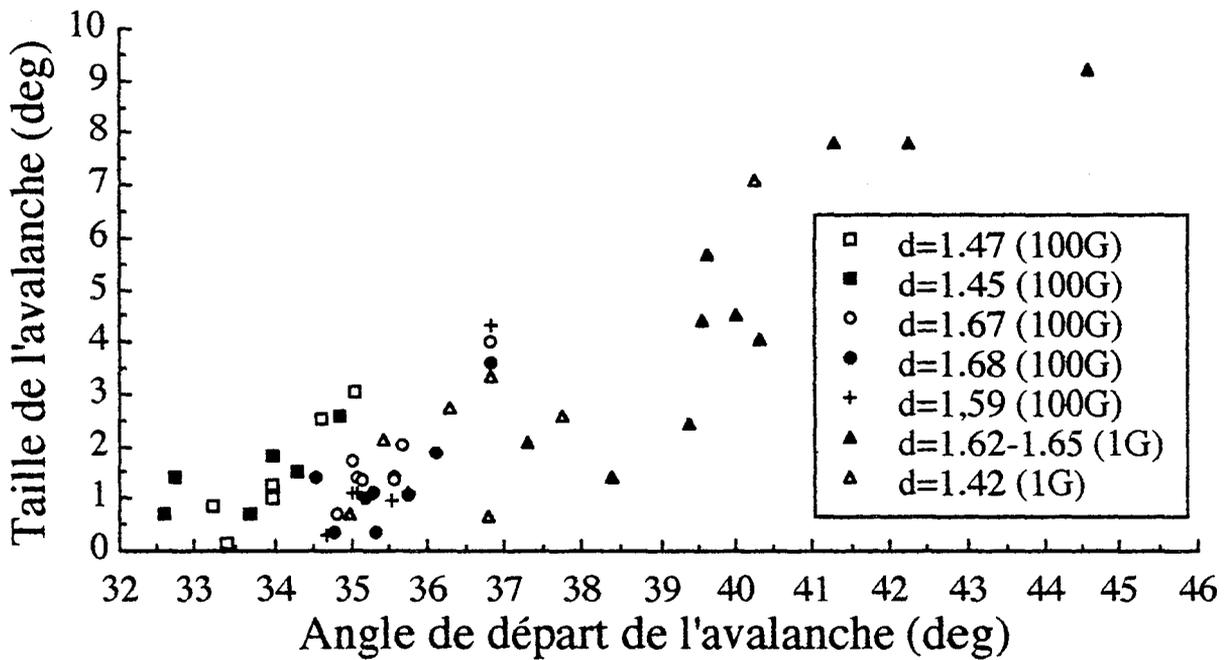


Figure 2.13: Taille des avalanches  $\delta\theta$  en fonction de l'angle de départ des avalanches  $\theta_i$  pour le sable d'Hostun conditionné à différentes densités initiales et deux gravités effectives (1G et 100G).

### 2.3.3 Analyses des résultats expérimentaux

Avant toute chose, il convient de préciser que nos résultats sont reproductibles. En effet, si on compare les résultats expérimentaux issus des expériences utilisant le protocole 1 (cf. Figures 2.9) et le protocole 2 (cf. Figures 2.10), on constate clairement que ces deux protocoles ont donné des résultats identiques. On peut aussi constater que les évolutions de l'angle de départ  $\theta_i$  sont similaires dans les deux cas, et qu'ils dépendent principalement de la densité initiale de l'échantillon. Quant à la gravité, celle-ci ne semble perturber ces évolutions que très légèrement, tout au moins dans l'intervalle étudié (1G-100G) et lorsque la gravité croît.

Ainsi, on peut observer sur les Figures 2.9 et 2.10 que l'angle de départ  $\theta_i$  évolue spontanément en fonction du nombre d'avalanches dans la série; cette évolution dépend de la densité initiale de l'échantillon mais converge finalement vers une valeur limite commune qui vaut approximativement 34-35°, indépendante de la densité initiale: on peut alors qualifier cet état d'asymptotique. Par contre, les Figures 2.9 et 2.10 montrent que l'évolution vers l'état asymptotique s'effectue selon un scénario bien précis qui dépend de la densité initiale de l'échantillon: les valeurs successives de l'angle de départ  $\theta_i$  décroissent continûment pour les tas initialement denses ( $d=1,6$ ), restent approximativement constantes pour les densités intermédiaires ( $d=1,5$ ) et croissent pour les tas lâches ( $d=1,4$ ).

#### 2.3.3.1 Interprétation de ces résultats en utilisant le concept de l'état critique des sols

Les différentes évolutions mises en évidence en fonction de la densité initiale de l'échantillon peuvent être interprétées à l'aide du modèle de l'état critique appliqué aux avalanches développé à partir de la théorie du Granta-Gravel [Evesque P., 1990; idem 1991]. Supposons que la densité  $d$  près de la surface libre évolue spontanément vers la densité critique  $d_c$ , à cause des avalanches successives qui l'affectent. Dans ce cas, la valeur limite (asymptotique) de l'angle de départ  $\theta_i$  (i.e. 34-35°) doit être égale à l'angle de frottement solide macroscopique  $\Phi$  mesuré aux grandes déformations à l'aide de la cellule triaxiale, angle que l'on sait indépendant de la densité initiale. Pour le sable d'Hostun, l'angle de frottement solide macroscopique  $\Phi$  est égal à 33-35°, cette valeur correspond à la valeur asymptotique de l'angle de départ  $\theta_i$  des avalanches pour ce même sable. De plus, l'analyse théorique développée par Evesque prévoit aussi différents types d'évolutions en fonction de la densité initiale de l'échantillon.

C'est l'existence de ces différents types d'évolutions que nous avons pu mettre en évidence. Ceci prouve la validité de l'analyse en termes d'état critique.

Cependant, cette analyse a ses limites puisque nous avons observé l'existence d'événements macroscopiques pour les tas initialement lâches qui ne sont pas prévus par cette théorie. Nous verrons que ces événements correspondent à des tassements macroscopiques du tas sur lui-même et non à des avalanches réelles. En effet, la théorie de l'état critique prévoit dans ce cas une densification par tassement continu du tas et non pas les effondrements macroscopiques observés qui correspondent à des variations de la pente de la surface libre de l'ordre de  $1,5^\circ$  visibles sur les Figures 2.9 et 2.10 pour les faibles densités ( $d=1.42, 1.45, 1.47$ ).

### 2.3.3.2 Etude de la taille des avalanches en fonction de l'angle de départ

On sait qu'en mécanique des sols, la notion d'état critique est liée à l'hypothèse de l'existence d'un coefficient de frottement solide unique  $k$  tel que  $k=tg\Phi$ , couplé avec des effets de dilatance. Les effets de la dilatance sont proportionnels à la différence  $d-d_c$  entre la densité  $d$  de l'échantillon étudié et sa densité critique  $d_c$ . La valeur de la densité critique d'un matériau donné est fonction de la pression moyenne à laquelle il est soumis (cette pression moyenne est l'équivalent de la pression de confinement à laquelle on soumet l'éprouvette durant l'essai triaxial).

Les effets de la dilatance se traduisent du point de vue des propriétés mécaniques par une modification de la valeur de la contrainte déviatrice nécessaire à la rupture de l'éprouvette durant l'essai triaxial. Dans la théorie du Granta-Gravel, ces effets sont introduits à l'aide d'une énergie potentielle qui est d'autant plus grande que le tas a une densité élevée par rapport à la densité critique  $d_c$ : les effets de la dilatance peuvent alors être pris en compte en introduisant un angle de frottement solide macroscopique effectif  $\Phi_{eff}$  qui dépend de la densité  $d$ . Cet angle de frottement  $\Phi_{eff}$  ou  $\Phi_{pic}$  (car il correspond aussi au  $\Phi$  du maximum de la courbe  $q/p$ ) est donné par l'arctangente du taux de cisaillement maximal admissible et la différence  $\Phi_{eff}-\Phi$  est une fonction croissante de  $d-d_c$ . Quand le tas est plus dense que  $d_c$ , il peut supporter un cisaillement plus important et  $\Phi_{eff}$  est plus grand que  $\Phi$ , de telle sorte qu'en augmentant lentement et progressivement le taux de cisaillement, le matériau rompt de manière irréversible; l'équilibre une fois rompu ne peut se rétablir que pour un cisaillement inférieur correspondant à  $\Phi$  (cf. chapitre 3, Partie I).

En appliquant cette théorie aux avalanches, Evesque a pu montrer que l'angle de départ  $\theta_i$  (ou l'angle maximal de repos) des avalanches est équivalent à l'angle  $\Phi_{\text{eff}}$  et l'angle  $\Phi$  est l'angle de fin  $\theta_f$ : par conséquent la taille  $\delta\theta$  vaut  $\Phi_{\text{eff}} - \Phi = \theta_i - \Phi$ . Il doit en résulter une dépendance linéaire de la taille  $\delta\theta$  en fonction de l'angle de départ  $\theta_i$  (rappelons que  $\Phi$  est une constante pour un matériau donné). La pente de  $\delta\theta$  en fonction de  $\theta_i$  devrait donc être de 1. Sur la Figure 2.13 où nous avons représenté la taille  $\delta\theta$  des avalanches en fonction de l'angle de départ  $\theta_i$  pour le sable d'Hostun, on obtient une pente qui vaut approximativement 1 comme le prévoit la théorie.

### 2.3.3.3 Etude du processus de densification macroscopique pour les tas peu denses

Le processus d'avalanches n'obéit pas totalement à la théorie du Granta-Gravel puisque pour les tas initialement lâches, on observe des tassements macroscopiques ayant pour effet de densifier le tas de façon discontinue. Ceci est contraire à notre théorie qui prévoit une densification du tas par un effondrement continu du tas sur lui-même. Ces résultats qui à notre connaissance n'avaient pas encore été mis en évidence correspondent aux deux premiers événements obtenus avec les échantillons initialement très lâches (cf. Figures 2.10,  $d=1.45-1.47$ ). Ces tassements donnent lieu à une variation de la pente de la surface libre de l'ordre de  $1-2^\circ$ ; nous avons pu détecter leur présence en remarquant que ceux-ci n'étaient pas accompagné d'un écoulement de sable à l'extérieur de la boîte comme cela est le cas ordinairement, cet écoulement étant mis en évidence par les variations de masse détectées par la pesée du sable dans la boîte collectrice durant toute l'expérience (cf. Figure 2.8). La variation de volume induite par chaque tassements macroscopiques que l'on peut être estimer à 5%. Ainsi, on peut penser qu'à l'issue de ces tassements, la densité moyenne du tas vaut de l'ordre de 1.6. Cette valeur finale de la densité égale à 1.6 pour le sable d'Hostun peut donc être interprétée comme une borne supérieure à celle de la densité critique  $d_c$ .

### 2.3.3.4 Taille des avalanches à l'état critique et fluctuation de l'angle de frottement solide

Si on s'intéresse aux variations de la taille des avalanches (cf. Figures 2.9b, 2.10b et 2.11b), on note tout d'abord qu'il existe une corrélation très marquée entre la densité initiale et la taille des premières avalanches des différentes séries: plus la densité initiale de l'échantillon est importante, plus la taille  $\delta\theta$  est grande;

c'est ainsi que l'on trouve pour les premières avalanches des tailles  $\delta\theta$  égales à  $4^\circ$  pour les tas les plus denses (cf. Figure 2.10b,  $d=1.67-1.68$ ) alors que pour les tas lâches ( $d=1.45-1.47$ ) on obtient une taille plus faible de l'ordre de  $1-2^\circ$ , ces résultats se confirment aussi sur la figure 2.13 où les tailles maximales d'avalanches ont été elles aussi obtenues pour de très fortes densités ( $d=1.62-1.65$ ).

Ces résultats sont en accord avec la théorie du Granta-Gravel qui se fonde sur les résultats habituels de mécanique des sols et tout particulièrement sur ceux issus des essais triaxiaux. L'échantillon tend vers sa densité critique  $d_c$  aux grandes déformations (la valeur de la densité critique  $d_c$  est indépendante de la densité initiale de l'échantillon, mais c'est une fonction croissante de la pression de confinement  $p$  à laquelle est soumise l'éprouvette durant l'essai). Cette évolution vers l'état critique est caractérisée par un régime transitoire qui dépend de la densité initiale de l'échantillon; le régime asymptotique qui y fait suite peut être caractérisé par la valeur moyenne de la taille des avalanches  $\langle\delta\theta\rangle$  qui vaut de l'ordre de  $2^\circ$  avec des fluctuations assez importantes pouvant atteindre  $1^\circ$  à  $2^\circ$  (cf. Figure 2.10b et 2.11b). Cette valeur moyenne  $\langle\delta\theta\rangle\approx 2^\circ$  de la taille des avalanches dans le régime asymptotique est comparable à celle trouvée par d'autres méthodes expérimentales. En effet, nous avons vu dans le chapitre précédent pour plusieurs types d'expériences, comme par exemple les essais réalisés en cylindre tournant sur différents types de matériaux (billes de verre de différentes tailles, différents types de sable), que la valeur moyenne  $\langle\delta\theta\rangle$  de la taille était proche de  $2^\circ$ .

Ces faits laissent à penser que la valeur moyenne  $\langle\delta\theta\rangle$  de la taille des avalanches à l'état critique (correspondant au régime asymptotique) est une quantité indépendante de la nature du matériau. Cependant, il faut être très prudent car des expériences récentes que nous avons réalisées avec du sable de Fontainebleau et sur du riz infirment cette conclusion: ces deux matériaux ont donnés des valeurs moyennes  $\langle\delta\theta\rangle$  très différentes, qui valent  $1^\circ$  pour le sable de Fontainebleau et  $4^\circ$  pour le riz. Plusieurs raisons peuvent expliquer ces variations de taille: tout d'abord la différence de granulométrie entre les sables de Fontainebleau et d'Hostun (le sable d'Hostun est plus grossier que celui de Fontainebleau); ensuite, la forme des grains, le sable d'Hostun présente des grains plus anguleux du fait qu'il est fabriqué par concassage, contrairement au sable de Fontainebleau qui est beaucoup plus rond (origine éolienne); concernant maintenant la valeur très importante relevée pour le riz, celle-ci peut s'expliquer par la nature plus allongée du grain ou par la nature plus élastique de ce matériau, qui permet au tas d'emmagasiner une énergie potentielle importante

qui doit être restituée par des avalanches de grandes tailles. On remarque aussi que dans le cas du riz, l'incertitude sur les mesures au triaxial sont aussi plus grandes.

Une des façons d'expliquer l'existence des fluctuations assez importantes de la valeur moyenne  $\langle \delta\theta \rangle$  de la taille des avalanches d'un même matériau est de supposer que les avalanches à l'état critique sont gouvernées par un processus erratique comme si l'angle de frottement macroscopique  $\Phi$  ne pouvait être défini avec une précision supérieure à  $2^\circ$ . Pour confirmer la validité de cette hypothèse, on peut constater que les résultats des essais triaxiaux donnent une incertitude du même ordre de grandeur dans la détermination de la valeur de l'angle de frottement solide macroscopique  $\Phi$ . Il est généralement admis que la dispersion des données expérimentales d'un essai par rapport à un autre effectué dans les mêmes conditions ne permet pas d'obtenir une mesure de l'angle de frottement  $\Phi$  avec une précision supérieure à  $2^\circ$ . En effet lors des essais, il est extrêmement difficile de conserver un échantillon homogène (i.e. sans bande de localisation) lorsque l'on arrive dans le domaine des grandes déformations ( $\delta h/h_0 \approx 30\%$ ). Cependant, lorsque l'on examine les courbes expérimentales contraintes-déformations (par exemple:  $q/p=f(\delta h/h_0)$ ) fournies, on constate en général que les courbes sont lisses, leurs fluctuations donnant lieu à une incertitude sur l'angle de frottement solide  $\Phi$  de l'ordre de  $\delta\Phi=0,5^\circ$ .

C'est pourquoi, à l'heure actuelle, il nous est impossible de conclure si le processus erratique observé sur la taille  $\langle \delta\theta \rangle$  des avalanches est réellement dû à une distribution aléatoire de la valeur de l'angle de frottement solide  $\Phi$  en fonction des déformations (ou de l'espace), ou bien si ces fluctuations de  $\langle \delta\theta \rangle$  sont directement induites par un phénomène de relaxation non-linéaire qui serait la signature de la "vraie" physique et des processus mécaniques impliqués dans le mécanisme propre des avalanches.

#### 2.3.3.5 Absence de bruit en $1/f$

Dans toutes les expériences effectuées sous densité contrôlée, nous n'avons pu obtenir une taille des avalanches  $\langle \delta\theta \rangle$  tendant vers zéro, phénomène qui aurait pu nous conduire à l'étude du bruit en  $1/f$ . Ce constat permet de penser que nous n'avons pas réussi à placer l'échantillon dans les conditions requises pour l'obtention de fluctuations critiques comme le laisse espérer la théorie du Granta-Gravel appliquée aux avalanches développée par P. Evesque.

Comme nous l'avons vu dans la première partie de ce chapitre, nous avons refait l'expérience de Held et al. en utilisant le même dispositif expérimental. Nous avons obtenu les mêmes résultats: nous avons observé des fluctuations critiques de la taille des avalanches pour les petits tas (i.e. le diamètre du tas conique ( $2R$ ) n'excède pas quelques dizaines de fois le diamètre des billes  $\phi$  qui le constituent), mais ces fluctuations critiques disparaissent lorsque la pente du tas  $L$  devient assez longue ( $L > 30 \phi$ ), ce qui révèle un phénomène de cross-over pour  $\langle \delta\theta \rangle \approx 2^\circ$ . Pour le régime critique ( $L < 30 \phi$ ), nous avons mesuré l'exposant critique  $\alpha$  lié à la distribution de probabilité de la masse des avalanches  $P(m) \propto m^{-\alpha}$ :

$$P(m) \propto m^{-2,5} \quad \text{soit un exposant critique } \alpha \approx 2,5$$

La valeur de cet exposant  $\alpha$  est en parfait accord avec celle trouvée par Held et al.

La valeur limite du rapport  $L/\phi$  de la longueur de la pente  $L$  au diamètre des billes  $\phi$  qui définit le cross-over entre les comportement critique et sous-critique est telle que  $\langle \delta\theta \rangle L \approx \phi$  (dans cette expression, on fait l'approximation  $\text{tg}\langle \delta\theta \rangle \approx \langle \delta\theta \rangle$  qui est justifiée par la faible valeur de  $\langle \delta\theta \rangle$ ). Comme nous avons vu que  $\langle \delta\theta \rangle$  est aussi égale à la précision  $\delta\Phi$  de la mesure de l'angle de frottement solide macroscopique  $\Phi$  mesuré dans notre expérience de stabilité des talus dans le régime d'avalanches macroscopiques, cette relation  $\langle \delta\theta \rangle L \approx \phi$  confirme l'analyse de cross-over faite par P. Evesque.

### 2.3.3.6 Effet de la gravité

Sur les Figures 2.9 et 2.11, on remarque que les valeurs asymptotiques de  $\langle \delta\theta \rangle$  et de  $\theta_i$  ne dépendent pas de la valeur du champ de gravité. Cela signifie donc que les effets qui pourraient être induits par de la cohésion inter-granulaire sont négligeables en première approximation. En effet, tout l'intérêt des expériences que nous avons réalisées en macro-gravité a été de pouvoir rendre négligeables les forces de cohésion devant les forces en volume (le poids) grâce à l'augmentation de la gravité effective.

Cependant, sur la Figure 2.13 où nous avons reporté la taille des avalanches en fonction de l'angle de départ  $\theta_i$  pour le sable d'Hostun, il semble que l'on puisse mettre en évidence une légère différence de l'ordre de  $2^\circ$  entre les angles de frottement solide  $\Phi$  trouvés à 100 G et à 1G pour ce sable (ceci est à la limite du bruit expérimental). Cette faible différence de la valeur de  $\Phi$ , si elle se

confirmait, indiquerait que les effets de la cohésion inter-granulaire existent mais sont plus faibles que 2°.

### 2.3.3.7 Etude des effets de dilatance en fonction de la gravité

Les résultats obtenus sur la Figure 2.12 ont été obtenus en utilisant le protocole 4. Le but de cette série d'expériences a été d'étudier le comportement d'un échantillon construit à une densité  $d_0$  légèrement supérieure à la densité critique  $d_c$  (i.e.  $d_0$  de l'ordre de 1,52-1,54 pour le sable d'Hostun) et d'en déterminer les variations des effets de dilatance en fonction de la valeur de la gravité effective. On constate que la gravité déclenchant la première avalanche est d'autant plus élevée que l'angle initial de la boîte est faible. Cette valeur de départ de la gravité peut être comparée à la valeur seuil d'une instabilité (par comparaison avec les instabilités hydrodynamiques). Cette expérience montre l'influence de la gravité sur la dilatance, résultat qui était prévisible si on se réfère au modèle du Granta-Gravel. C'est pourquoi, ces résultats s'interprètent simplement en supposant que la densité critique  $d_c$  est une fonction croissante de la gravité et que par conséquent la dilatance est une fonction décroissante de la gravité à densité donnée. Cette hypothèse peut se justifier par le fait que dans les expériences en macro-gravité, le "confinement" de l'échantillon est engendré par la gravité. Dans ce cas, pour une densité  $d_0$  donnée, la boîte peut être positionnée dans l'intervalle  $[0, \theta_M(d_0, G)]$ ; cet intervalle est d'autant plus grand que  $d_0$  l'est aussi et que la gravité est faible puisque  $\theta_M$  est fonction croissante  $d_0$  et décroissante de  $G$ . Dans nos expériences, nous avons observé que l'on pouvait déclencher une avalanche en augmentant la gravité. Ceci confirme l'influence de la pression de confinement (ou de la gravité) sur la valeur de la densité critique; celle-ci est donc bien une fonction croissante de la gravité  $G$ , conformément au modèle du Granta-Gravel où  $v_c$  est une fonction de la pression  $P$  (cf. Eqs (10) partie I, chapitre 3).

On pourrait aussi interpréter ce résultat grâce à une variation relative de la cohésion par rapport aux forces de pesanteur. Cependant, cette explication ne permettrait pas de rendre compte de la variation de  $\theta_i$  avec la gravité  $G$ .

Une étude expérimentale du comportement du sable d'Hostun sous faibles confinements (entre 10 et 100 kPa) menée par une équipe du Laboratoire de Mécanique de l'Ecole Centrale de Lille a donné le même type de résultats. En effet, ces chercheurs ont pu montrer qu'à faibles pressions de confinement, l'angle de frottement "effectif" diminue plus fortement quand le confinement

augmente que pour la gamme de pressions de confinement habituelle (au dessus de 100 kPa) [Lancelot L., 1990; Lancelot L. et al., 1992; Lancelot L. et al., 1993].

### 2.3.4 Conclusion des essais en macro-gravité

Cette série d'expériences réalisées en macro-gravité a été riche d'enseignements puisqu'elle a pu montrer que les effets de la densité sur le processus d'avalanches pouvaient s'analyser dans les mêmes termes que ceux issus des essais triaxiaux et par la théorie de l'état "critique".

En particulier, nous avons montré le rôle capital joué par le paramètre densité conformément aux prédictions théoriques du modèle du Granta-Gravel appliqué aux avalanches. Nous avons montré que plus la densité du tas est importante plus l'angle maximal de stabilité  $\theta_M$  est élevé; de même la taille  $\delta\theta$  de la première avalanche est une fonction croissante de la densité.

Nous avons mis en évidence un régime particulier qui est atteint après plusieurs avalanches: le régime asymptotique. Ce régime semble être l'équivalent d'un attracteur de la dynamique, dans la mesure où il est atteint indépendamment de la valeur initiale de la densité du tas. Cependant, le chemin par lequel il est atteint dépend de la valeur initiale de la densité; ainsi, si le tas est dense, il est atteint après plusieurs avalanches; si le tas est lâche, il est atteint après plusieurs tassements macroscopiques. L'existence de ces tassements macroscopiques pose d'ailleurs un problème car ils n'étaient pas attendus par la théorie qui prévoyait un tassement continu du tas dans le cas de tas lâches. Enfin, ce régime asymptotique est caractérisé par une taille typique des avalanches  $\langle\delta\theta\rangle\approx 2^\circ$  (pour le sable d'Hostun) qui est indépendante de la gravité. Ce dernier résultat permet de penser que les effets de cohésion intergranulaire qui pourraient éventuellement exister sont négligeables, mais il laisse prévoir aussi que l'angle de frottement solide macroscopique ne peut être défini à mieux de  $2^\circ$  près.

Le but que nous nous étions fixé avant de commencer ces expériences n'a pu être atteint, puisqu'il ne nous a pas été possible d'obtenir des avalanches de taille nulle donnant lieu à un écoulement localisé essentiellement sur la surface libre du tas comme le prévoit le modèle BTW. L'impossibilité d'arriver à atteindre un tel état laisse supposer qu'il doit exister d'autres paramètres de contrôle ou encore que le phénomène d'avalanches sur un tas réel conduit nécessairement à une densification qui induit alors des événements macroscopiques.

Bien que nous n'ayons pas pu obtenir le comportement critique prévu par le modèle de BTW, il est certain que le paramètre principal de contrôle de la taille des événements est la densité, mais ce n'est pas le seul. Nous avons entrepris le même type d'expériences sur d'autres matériaux, les résultats que nous avons obtenus sont très encourageants, dans la mesure où il semble que la taille des événements dans le régime critique dépende de la nature du matériau. Ainsi, pour le sable de Fontainebleau et le riz, nous avons obtenu respectivement une taille moyenne  $\langle \delta\theta \rangle$  des événements égale à  $1^\circ$  et  $4^\circ$ . D'autres expériences doivent être menées afin de déceler le rôle des différentes caractéristiques de ces matériaux (forme des grains, dureté, état de surface, ...) dans la variation de la taille des avalanches.

## **2.4 Etude expérimentale des avalanches à 1G et sous densité contrôlée**

### **2.4.1 Introduction**

Parallèlement aux séries d'expériences en macro-gravité (2-100G) décrites dans les paragraphes précédents, nous avons aussi mené une expérimentation à 1G avec le même dispositif expérimental. Initialement, ces expériences réalisées sous gravité normale (1G) n'avaient pour but que de permettre d'obtenir une référence pour les quantités habituellement étudiées dans le processus d'avalanches (i. e. les angles de départ  $\theta_i$  et de fin  $\theta_f$  des avalanches, ainsi que la taille des événements  $\delta\theta = \theta_i - \theta_f$ ). Cependant, à l'issue de ces expériences, il est apparu que sous certaines conditions expérimentales, le système peut présenter un comportement qui par ses caractéristiques semble se rapprocher des conditions critiques et du modèle BTW (comme l'obtention de lois de type "bruit en  $1/f$ "). Notre série d'expériences à 1G semble prédire que les effets de taille finie et le bruit en  $1/f$  peuvent apparaître sur des échantillons de taille beaucoup plus importante que celles habituellement étudiées. En effet, comme nous avons pu le constater à plusieurs reprises, la valeur critique du rapport  $L/\phi$  de la longueur de la pente sur le diamètre des grains vaut de l'ordre de 30: en dessous de cette valeur, le système présente un comportement critique résultant de l'existence d'un effet de taille finie; alors que pour une valeur supérieure, le système présente un régime de macro-avalanches. Pour les expériences qui vont maintenant être décrites, nous avons pu, pour la première fois à notre connaissance, observer le système dans un état proche du comportement critique pour une valeur  $L/\phi$  de l'ordre de 300 ( $L/\phi \approx 300$ ), soit près de 10 fois plus que les valeurs habituellement observées.

### 2.4.2 Techniques et dispositifs expérimentaux

Comme nous l'avons déjà signalé, cette série d'expériences effectuées à 1G avait pour but initial l'obtention de points de référence afin de pouvoir apprécier aux mieux les effets de la macro-gravité. Pour cette raison, nous avons repris un dispositif expérimental en tous points similaire à celui employé dans les expériences sous macro-gravité et décrit précédemment (cf. § 2.3 et Figure 2.8); ce dispositif n'est évidemment plus placé dans la nacelle de la centrifugeuse. La boîte parallélépipédique ( $0,4 \times 0,4 \times 0,15 \text{ m}^3$ ) remplie à chaque essai de sable d'Hostun à la densité choisie grâce à la méthode de "pluviation"; ceci permet d'obtenir un échantillon de sable relativement homogène, à une densité donnée, avec une excellente reproductibilité.

Dans les expériences que nous reportons, la densité réalisée est égale à 1,63, ce qui correspond à une densité très élevée pour le sable d'Hostun que nous avons utilisé (cf. § 2.3.2.2). En effet, si on se réfère aux expériences de Colliat et de Fargeix réalisées en 1986 [Colliat J.L., 1986; Fargeix D., 1986], on constate que le poids volumique  $\gamma$  de ce sable sec varie entre  $\gamma_{\min} = 12,73 \text{ kN/m}^3$  et  $\gamma_{\max} = 15,99 \text{ kN/m}^3$ , soit une densité variant donc entre  $d_{\min} = 1,30$  et  $d_{\max} = 1,63$  ( $d$  est la densité définie par rapport à l'eau, soit  $d = \gamma / \gamma_w$  où  $\gamma_w$  est le poids volumique de l'eau,  $\gamma_w = 9,81 \text{ kN/m}^3$ ). On rappelle que la taille moyenne des grains pour le sable d'Hostun est  $\langle \phi \rangle \approx 350\text{-}380 \mu\text{m}$ .

Les avalanches sont créées en faisant tourner lentement la boîte remplie de sable autour de son axe horizontal. Comme précédemment, l'expérience est filmée par la caméra vidéo, les avalanches sont détectées visuellement (par l'opérateur) et grâce à l'emploi d'une balance très précise avec une sortie numérique ( $\delta m \approx 1 \text{ g}$ ) qui permet de détecter la chute de grains provenant de ces avalanches. Durant l'expérience, on connaît à chaque instant l'angle d'inclinaison de la boîte par rapport à l'horizontale  $\theta_b$  grâce à un capteur de rotation disposé sur l'axe horizontal de rotation. Par ailleurs, grâce à la caméra vidéo qui filme en permanence l'état de la surface libre, on connaît la hauteur de sable restant dans la boîte et donc l'angle de la surface libre du massif avec l'horizontale. Il nous est ainsi possible, en analysant simultanément les fichiers de la masse de sable tombé, de l'angle de la boîte par rapport à l'horizontale et les enregistrements vidéo des expériences, de connaître l'angle de départ  $\theta_i$  et de fin  $\theta_f$  des avalanches, et la taille des avalanches  $\delta\theta$  égale à  $\theta_i - \theta_f$ .

### 2.4.3 Les résultats expérimentaux

Nous allons maintenant relater deux expériences différentes. Dans la première expérience, une série d'avalanches est obtenue en imposant à la boîte une vitesse de rotation autour de son axe horizontal très faible (de l'ordre de  $4^\circ/\text{min}$ ). Quelques grosses avalanches (de l'ordre de 4) ont d'abord été observées comme lors des expériences réalisées en macro-gravité. Cependant, contrairement aux expériences faites en macro-gravité, ce type de régime ne s'est pas prolongé puisque nous avons observé un écoulement continu de sable au niveau de la surface libre avec un écoulement très faible. Le régime de macro-avalanches apparaît donc dans cette expérience comme un phénomène transitoire, précurseur d'un écoulement continu. Lorsque ce régime continu d'avalanches est atteint, on observe alors un écoulement de sable qu'il est possible d'arrêter à tout instant, uniquement en stoppant la rotation de la boîte; une nouvelle mise en rotation de la boîte conduit à nouveau à une reprise du flot continu de sable (cf. Figures 2.14). Ce type de comportement obtenu avec une expérience réalisée dans des conditions de pesanteur normale ( $g=1G$ ,  $1G=9,81 \text{ m/s}^2$ ) n'avait jamais été observé sur les expériences réalisées précédemment à  $100G$ . En conséquence, les expériences faites en macro-gravité conduisent à des résultats très différents puisque l'on observe toujours des avalanches macroscopiques même si le nombre d'avalanches de la série réalisée est important (de l'ordre de 12 à 14).

Dans la seconde expérience, nous avons procédé de la même façon que précédemment, afin de pouvoir obtenir un flot continu de sable à la surface du tas: la boîte est mise en rotation autour de son axe, après quelques grosses avalanches, on atteint le régime continu de l'expérience n°1. On arrête alors la rotation de la boîte, ce qui provoque l'arrêt de l'écoulement, comme précédemment. L'expérience proprement dite consiste alors à verser en le saupoudrant une faible quantité de sable de masse  $\delta m$  au sommet de la surface libre à un instant  $t_0$ , de mesurer le temps nécessaire  $T_1$  pour que ce sable commence à s'écouler au dehors de la boîte. Cette expérience qui a été répétée a mis en évidence une fluctuation du temps  $T_1$  entre 3s et 10s. Nous avons alors poursuivi notre expérimentation en déversant de manière continue et lente une faible quantité de sable  $m_0$  ( $m_0 \approx 0,020\text{kg}$ ), ce qui a engendré un écoulement de sable hors de la boîte, la quantité de sable ainsi évacuée est égale à  $M_0$  ( $M_0 \approx 0,400\text{kg}$ ), elle est donc beaucoup plus importante que la quantité initiale  $m_0$  qui a engendré l'écoulement. Nous avons donc ainsi une façon simple de caractériser cet écoulement, en introduisant un facteur d'amplification  $A=M_0/m_0$

représentant le rapport de la masse de sable écoulé  $M_0$  sur celle provoquant le phénomène  $m_0$  (cf. Figures 2.14). Dans notre expérience, le facteur d'amplification  $A$  vaut de l'ordre de 20 ( $A \approx 20$ ).

Ces deux expériences à 1G nous semblent très intéressantes, car les résultats expérimentaux qu'elles permettent d'obtenir prouvent qu'un écoulement continu et lent de sable peut être obtenu avec une très faible vitesse de rotation pour un système de taille relativement grande. En fait, cet écoulement continu peut être considéré comme une succession ininterrompue d'avalanches de taille nulle (i.e.  $\delta\theta=0^\circ$ ). Ceci semble indiquer qu'un effet de taille finie peut être observé sur des systèmes beaucoup plus grands que ceux sur lesquels ils ont déjà été.

#### **2.4.4 Interprétation des résultats expérimentaux**

##### **2.4.4.1 L'écoulement continu de sable**

Dans la première expérience où les avalanches sont engendrées par la rotation lente de la boîte autour de son axe horizontal, nous avons constaté qu'un flot continu de sable était obtenu même pour de très faibles vitesses de rotation (de l'ordre de  $4^\circ/\text{mn}$ ). On sait aussi que lorsqu'un régime d'avalanches existe, celui-ci ne peut être observé qu'avec des rotations plus lentes qu'une certaine valeur; puisqu'au delà d'un certain seuil, on passe à un flot continu [Rajchenbach J., 1990]. Si l'on suppose que le processus d'avalanches peut encore être observé pour de très faibles vitesses de rotation de la boîte et que les avalanches sont indépendantes les unes des autres, alors on peut établir une inégalité valable durant le régime d'écoulement continu et qui lie l'angle moyen par avalanche  $\langle\delta\theta\rangle$ , la vitesse de rotation angulaire  $\omega$  de la boîte (que l'on suppose égale à celle de la surface libre du tas), et la durée  $T_1$  de l'avalanche [Rajchenbach J., 1990]:

$$\omega T_1 > \langle\delta\theta\rangle \quad (18)$$

En utilisant les résultats de la seconde expérience, on peut estimer la durée  $T_1$  des avalanches entre 3 et 10 s. Ainsi, en tenant compte de la vitesse de rotation de la boîte  $\omega \approx 4^\circ/\text{mn}$  et de la durée  $T_1 \approx 3-10\text{s}$ , on peut majorer la valeur moyenne  $\langle\delta\theta\rangle$  de la manière suivante:

$$\langle\delta\theta\rangle < 12' \text{ à } 40' \quad (19)$$

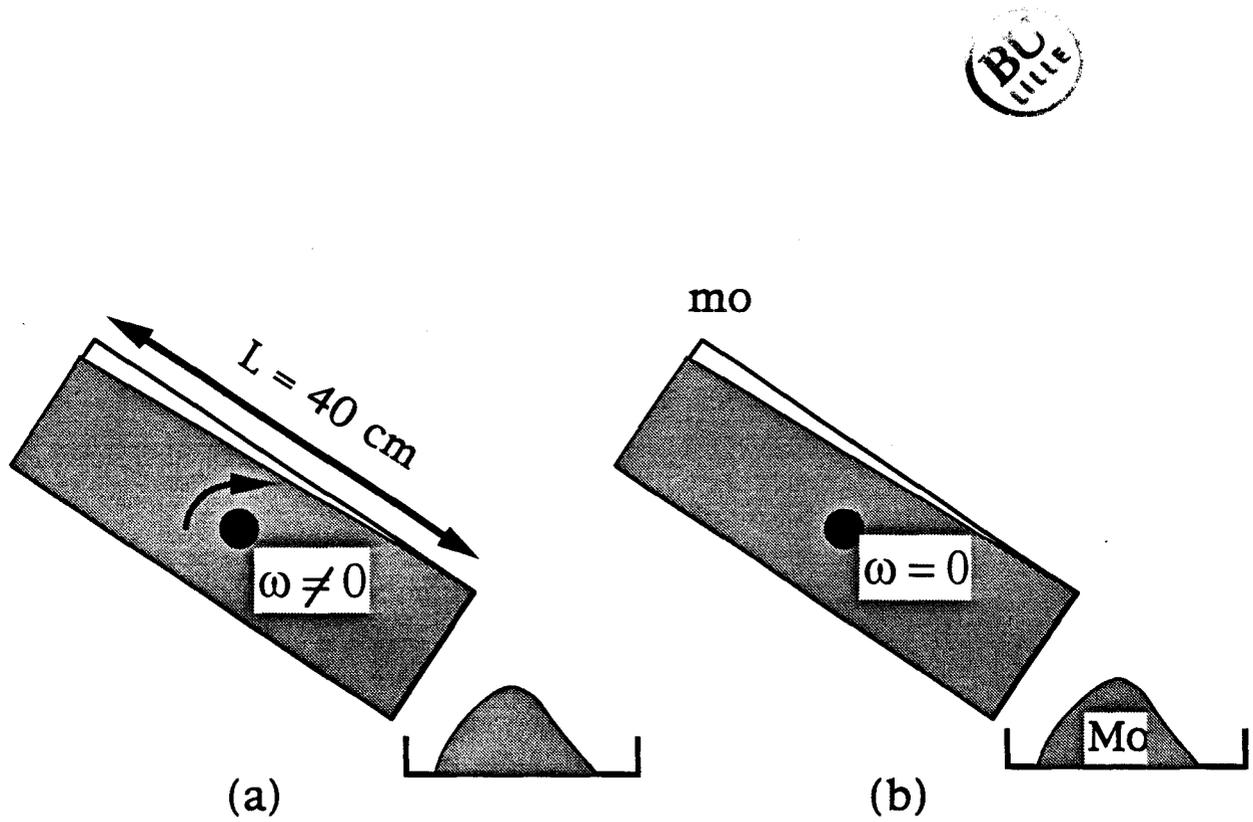


Figure 2.14: Schéma des dispositifs expérimentaux utilisés pour les expériences réalisées à 1G: (a) les avalanches sont engendrées en faisant tourner la boîte à très faible vitesse ( $\Omega \approx 4^\circ/\text{min.}$ ); (b) la boîte est gardée immobile, on saupoudre continûment une faible quantité de sable  $m_0$  et l'on mesure la quantité de sable  $M_0$  qui s'écoule de la boîte, on appelle  $A$  le coefficient d'amplification que l'on pose égal à  $M_0/m_0$ .

On s'attend ainsi à ce que la taille des avalanches dans ce système soit inférieure à 40', ce qui permet d'estimer la variation de hauteur  $\delta e$  du sable au niveau de la surface libre suite à la pseudo-avalanche; on obtient la relation suivante entre  $\langle \delta\theta \rangle$  et  $L$ :

$$\langle \delta e \rangle \approx \langle \delta\theta \rangle L \quad (20)$$

Avec nos conditions expérimentales où  $L=400\text{mm}$  et  $\langle \delta\theta \rangle < 12'$  à  $40'$ , il en résulte:

$$\langle \delta e \rangle < 1,4 \text{ à } 4,8 \text{ mm} \quad (21)$$

Les théories des effets de taille finie et du Granta-Gravel appliquée aux avalanches permettent de donner une estimation de la longueur maximale  $L_f$  où l'on peut encore observer ces effets [Evesque P., 1990; idem, 1991]. Cette estimation est telle que  $L_f/\phi \approx \delta\theta$ . Compte-tenu de la taille typique d'un grain de sable d'Hostun qui est de l'ordre de 0,3mm, on peut donc prédire qu'un bruit en  $1/f$  devrait être observable pour des systèmes 4 à 15 fois plus petits que celui utilisé pour notre expérience. Par exemple, d'après nos résultats, nous pensons qu'il serait possible d'observer des effets liés à la taille finie sur des systèmes dont le rapport  $L/\phi$  de la longueur de la pente  $L$  sur le diamètre des grains  $\phi$  pourrait atteindre 300, alors que jusqu'à présent, ces effets n'avaient pu être observés que sur des systèmes de très faibles tailles ( $L/\phi \approx 40$ ). Malheureusement, dans nos expériences reportées ici, le rapport  $L/\phi$  est de l'ordre de 1300; par conséquent, la dimension de notre configuration est donc beaucoup trop grande pour pouvoir engendrer les fluctuations critiques sur toute la surface libre. De ce fait, nous n'avons pas pu évaluer cet effet de taille finie.

On peut donc penser que les fluctuations critiques sont dans notre configuration en dehors de la limite de l'observation puisque notre  $L/\phi$  est de l'ordre de 1300 et que les valeurs que nous avons calculées, requierrait un  $L/\phi$  inférieur à 300.

#### 2.4.4.2 La durée des avalanches

Nous allons maintenant reprendre ce problème en nous intéressant plus particulièrement à la valeur de la durée  $T_1$  des avalanches ( $T_1 \approx 3-10$  s) et essayer d'en donner une interprétation. Les résultats des expériences effectuées en macro-gravité ont montré que la durée des avalanches est fonction de la gravité effective à laquelle est soumis l'échantillon; la cinétique des avalanches peut être considérée comme régie principalement par l'inertie comme cela avait d'ailleurs

déjà été mentionné par P. Evesque [Evesque P., 1991]. En particulier, on sait que la dynamique des avalanches est contrôlée par l'inertie. Par conséquent, en première approximation, on peut considérer que la durée des avalanches  $T_1$  dépend pour l'essentiel de l'écoulement inertiel du sable en surface; dans cette analyse, on néglige donc tout temps de création ou de développement de l'avalanche, celui-ci étant supposé très faible devant la durée du phénomène.

$$T_1 = \sqrt{\frac{2 L \cos \Phi}{g \sin(\theta - \Phi)}} \quad (22)$$

où  $\Phi$  est l'angle de frottement solide du matériau et  $\theta$  l'angle de la surface libre par rapport à l'horizontale. On peut donc constater que la durée des avalanches  $T_1$  sera d'autant plus faible que l'angle de la surface libre  $\theta$  est grand devant l'angle de frottement solide macroscopique  $\Phi$  du matériau.

Pour les expériences réalisées en cylindres tournants par P. Evesque et J. Rajchenbach que nous avons décrites au chapitre précédent, il a été trouvé que  $\theta - \Phi = \delta\theta = 2^\circ$ ,  $L_0 = 20\text{cm}$  et que  $T_1(L_0 = 20\text{cm}, \delta\theta_0 = 2^\circ) = 1,7\text{s}$  [Evesque P. et Rajchenbach J., 1988; idem, 1989]. A partir de ces données expérimentales, on peut calculer la valeur de la variation de pente  $\delta\theta_1$  de la surface libre pour notre expérience connaissant la durée  $T_1$  de l'avalanche, ainsi:

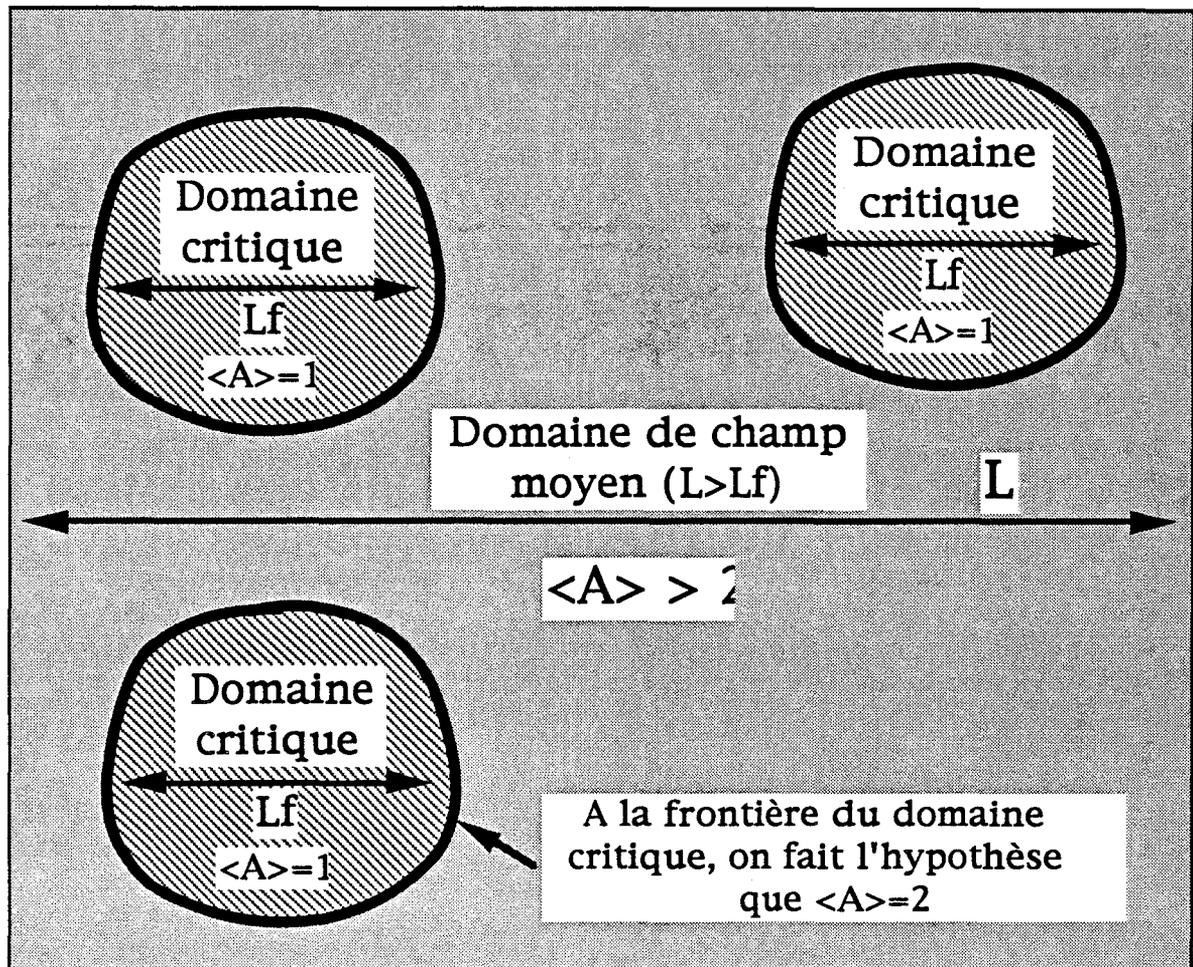
$$\delta\theta_1 \approx \frac{L_1}{L_0} \delta\theta_0 \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^2 = 2 (0,5 \text{ à } 0,17)^2 \delta\theta_0 \quad (23)$$

soit une différence entre la pente réelle de la surface libre et l'angle de frottement solide  $\delta\theta_1$  comprise entre  $6'$  et  $1^\circ$ .

Cette seconde analyse de la durée du phénomène conduit donc à une estimation de  $\delta\theta_1$  qui est tout à fait compatible avec les résultats obtenus avec la première expérience où l'on a trouvé que  $\delta\theta$  peut varier de  $12'$  à  $40'$ .

#### 2.4.4.3 Amplification et effets de taille finie

On peut aussi essayer d'interpréter la seconde expérience à l'aide des outils issus de la théorie des transitions de phase et donner ainsi une signification physique au facteur d'amplification  $A$  ( $A = M_0/m_0 \approx 20$ ) que nous avons précédemment défini: on sait qu'un effet de taille finie peut se manifester pour des systèmes près du point critique (et non pas au point critique). Il y a alors deux échelles de longueur en compétition: i) la taille des effets de taille finie  $L_f$  et ii) la taille réelle du système  $L$ .



Figures 2.15: D'après la théorie des transitions de phase, le comportement d'un système est contrôlé par: i) la dimension totale du système  $L$  et ii) par celle des effets de taille finie  $L_f$ . En dessous de la taille  $L_f$ , le système apparaît comme critique.

On peut alors dégager deux cas selon que la longueur  $L$  du système est plus petite ou plus grande que  $L_f$  (cf. Figure 2.15). Considérons tour à tour ces deux cas:

- Si le système présente une dimension  $L$  plus petite que  $L_f$  ( $L < L_f$ ), celui-ci se comporte comme s'il se trouvait au point critique. Cela signifie en particulier que la taille des avalanches obéira aux lois d'échelle du modèle de P. Bak. Pour une bille ajoutée sur le tas, on peut obtenir toute une distribution de taille de 0 à  $N_L$  (avec  $N_L < N_{L_f}$ ) billes s'écoulant hors du tas avec une distribution ayant un comportement en loi de puissance. On sait en outre que pour des raisons de stationnarité, la moyenne du facteur d'amplification  $\langle A \rangle = A_c$  dans ce régime doit être égale à 1 puisque l'état critique est un état stationnaire (la notation  $A_c$  étant choisie à cause du caractère critique du comportement). Cependant, cet état est critique, c'est pourquoi le facteur  $A$  présente de grandes fluctuations pouvant varier de  $A=0$  à  $A=N_{L_f}$  et qui correspondent respectivement à des sollicitations du système donnant soit aucune avalanche, soit une avalanche macroscopique qui affecte tous les  $N_{L_f}$  sites de la surface libre, tout cela avec des fluctuations typiques (un écart type) de l'ordre de l'unité ( $\delta A \approx 1$ ).

- Si la taille du système  $L$  est plus grande que  $L_f$  ( $L > L_f$ ), on peut utiliser des arguments de type loi d'échelle à l'échelle locale, mais non plus à l'échelle globale. C'est ainsi qu'il faut considérer le système comme composé d'un ensemble de petits sous-systèmes de taille typique  $L_f$  couplés entre-eux. En dessous de  $L_f$ , le système a un comportement critique; par contre, au dessus de  $L_f$ , les petits sous-systèmes qui sont couplés donnent naissance à un comportement collectif et les lois d'écoulement sont totalement différentes puisqu'il n'existe plus alors que des avalanches macroscopiques. En particulier, le facteur d'amplification  $A$  couplant les sous-systèmes doit être supérieur à l'unité ( $A > 1$ ), puisqu'il faut créer des événements macroscopiques. Dans ce régime d'avalanches macroscopiques, les lois d'écoulement ont pour origine le couplage entre ces sous-systèmes. Aussi, le facteur d'amplification  $A_L$  dépendra de la taille  $L$  du système vis à vis d'une certaine taille  $L_f$  propre à l'observable étudiée; plus  $L$  sera grand devant  $L_f$ , plus le facteur d'amplification sera élevé. Bien entendu, dans ce régime macroscopique (ou de macro-avalanches), on aura toujours les inéquations suivantes qui seront vérifiées:  $L_f < L < nL_f$ . Cela implique en particulier que la taille des avalanches (qui est une fonction croissante de  $A$ ) croît exponentiellement avec la taille  $L$  du système, de telle sorte que dans ce régime macroscopique, on obtient l'égalité suivante :

$$A(L) = (A(L_f))^{L/L_f} \quad (24)$$

où  $A(L)$  et  $A(L_f)$  sont respectivement les facteurs d'amplification pour les systèmes de taille  $L$  et  $L_f$  (avec  $L_f < L$ ).

Il en résulte que la valeur de  $A_f (=A(L_f))$  doit être nécessairement plus grande que l'unité (i.e.  $A_f=A(L_f)>1$ ) afin que  $A(L)$  puisse atteindre les deux régimes possibles (en dessous et au dessus de  $L_f$ ) et décrire de manière continue les différents types de comportements observés.

On peut prolonger cette analyse un peu plus avant, en utilisant un argument de renormalisation dans l'espace réel: pour essayer de réaliser une renormalisation du processus d'avalanches dans l'espace réel, il est tentant de renormaliser la valeur moyenne du facteur d'amplification  $\langle A \rangle$  à  $\langle A_c \rangle = 1$  lorsque le facteur d'amplification  $A$  est caractérisé par de très grandes fluctuations et par une valeur moyenne de celui-ci  $\langle A \rangle$  plus petite que 2 (cela notamment à cause des billes qui conduisent à une digitalisation discrète d'incertitude 1 puisque le pas de cette digitalisation est l'unité. Cependant dès que  $\langle A \rangle$  devient plus grand que 2, on peut penser que la taille moyenne des avalanches croîtra très rapidement (c'est à dire de façon exponentielle) avec la taille  $L$  du tas. Il est donc raisonnable d'associer à  $L_f$  un facteur d'amplification moyen  $A(L_f)=A_f=2$  pour des raisons de digitalisation avec de grandes fluctuations de  $A$ . Dans ce cas, on peut donc écrire pour le régime macroscopique:

$$A(L) = (A(L_f))^{L/L_f} = A_f^{L/L_f} = 2^{L/L_f} \quad (25a)$$

$$\text{et donc } L/L_f = \log_2(A(L)) \quad (25b)$$

Dans notre cas expérimental,  $A(L=400\text{mm})=20$ , de sorte que le rapport  $L/L_f$  vaut entre 4 et 5 (très exactement, ce rapport est égal à 4,3). Comme  $L=40\text{mm}$ , ce résultat implique que  $L_f$  est de l'ordre de 80-100mm, de ce dernier résultat, il est possible d'estimer la taille moyenne des avalanches  $\delta\theta_f$  en utilisant la relation de l'effet de taille finie  $L_f \cdot \delta\theta_f = \phi$  (où  $\phi$  représente ici le diamètre des billes ou des grains). Ce qui conduit à une valeur moyenne des avalanches  $\delta\theta_f \approx 10'$  à  $12' \approx 3 \cdot 10^{-3}$  rad. Cette valeur est encore en parfait agrément avec les estimations précédentes issues des autres résultats de ces deux expériences.

Compte-tenu de la taille moyenne des grains ( $\langle \phi \rangle \approx 0,3\text{mm}$ ), tous ces différents résultats sont donc compatibles entre eux et conduisent donc une nouvelle fois à une estimation du rapport  $L_f/\phi$  de l'ordre de 300, cette valeur est donc beaucoup plus élevée que celles trouvées habituellement dans des configurations expérimentales comme par exemple le tas conique [Held et al., 1990].

#### 2.4.4.4 Evolution adaptative de l'angle de frottement solide macroscopique

Lors de l'expérience n°2, la masse  $M_o$  de la quantité de sable qui s'écoule au dehors de la boîte est beaucoup plus grande que celle  $m_o$  du sable ajouté ayant déclenché le processus d'avalanches. Cette constatation implique que la pente du tas a dû varier continûment durant l'écoulement, d'une quantité égale à la diminution  $\delta\theta_{total}$  de l'angle de la pente de la surface libre  $\theta$ . C'est cette variation d'inclinaison de la pente  $\delta\theta_{total}$  que nous allons à présent déterminer.

Pour cela, il faut remarquer que la distribution de l'écoulement de sable n'est pas homogène sur toute la surface libre du tas, mais qu'il se réalise de telle manière que 5 crêtes séparent 4 vallées disposées chacune parallèlement à la direction de la pente maximale. Dans cette configuration, nous n'avons déversé du sable que dans une seule des vallées, ce qui permet d'écrire une équation pour  $\delta\theta_{total}$ :

$$\delta\theta_{total}=2(M_o-m_o)/(L(S/4)d) \quad (26)$$

$S/4$  est la surface de la vallée où le sable a été déposé,  $d$  est la densité ( $d \approx 1,63$  dans cette expérience); de plus,  $S=400*400\text{mm}^2$ ,  $L=400\text{mm}$ ,  $M_o=0,4\text{kg}$  et  $m_o=0,02\text{kg}$ . Ces valeurs conduisent à une variation de la pente  $\delta\theta_{total}$  égale à  $2^\circ$ .

Cette valeur de  $\delta\theta_{total}$  est compatible avec la taille moyenne des avalanches trouvée dans les expériences décrites précédemment lorsque les avalanches apparaissent comme des événements dynamiques incontrôlés

#### 2.4.5 Conclusion des expériences à 1G

Les résultats expérimentaux obtenus en gravité "normale" permettent de faire quelques remarques:

Premièrement, il semble que pour la première fois, il ait été possible d'atteindre un état où le matériau granulaire présente un comportement plus proche de l'état critique prévu par la théorie de P. Bak et al. (Modèle BTW). Dans cet état, l'écoulement est caractérisé par le fait que le flot continu de sable à la surface libre peut être stoppé à tout instant en arrêtant la rotation de la boîte ou l'alimentation en sable du tas et par un phénomène d'amplification.

Ces résultats sont cohérents entre-eux et permettent une analyse assez précise qui conduit à une estimation de la valeur de la longueur de la pente

nécessaire à l'obtention de l'effet de taille finie qui est beaucoup plus élevée que celles trouvées lors d'expériences précédentes. Nous avons obtenu ici  $L_f/\phi \approx 300$ , alors que toutes les expériences précédentes avaient limité le rapport  $L_f/\phi$  à 40.

Deuxièmement, la procédure expérimentale qui permet d'obtenir ce résultat intéressant consiste à prendre un tas initialement dense ( $d_0=1,63$ ) et à réaliser une série d'avalanches à 1G ( $1G \approx 9,81\text{m/s}^2$ ). Il semble qu'une première série d'avalanches permet à la surface libre du tas d'atteindre un état très voisin de celui décrit par la modèle BTW: cet état correspond d'ailleurs à l'état critique de la théorie du Granta-Gravel en Mécanique des sols. Cela signifie aussi que l'on doit observer un ralentissement critique de la dynamique. Ce ralentissement a en effet été observé puisque la durée  $T_1$  des avalanches est plus longue dans notre expérience ( $T_1 \approx 3-10\text{s}$ ) que dans les précédentes ( $D \approx 1,4-2\text{s}$ ) ou à 100G. Ainsi, nous pensons que le comportement critique au sens de la théorie des bifurcations décrit par le modèle numérique BTW (bruit en  $1/f$ ) correspond à l'"état critique" pris ici au sens des mécaniciens des sols où il n'existe alors aucun effet de dilatance dans le matériau. Cela prouve une fois de plus, l'importance du paramètre densité dans le processus d'avalanches.

Tous ces faits démontrent combien il est difficile de prendre en compte tous les paramètres nécessaires à la description même partielle du processus d'avalanches. Mais, il semble cependant que les concepts de la Mécanique des sols doivent pouvoir nous aider à avancer un peu plus dans l'interprétation physique de ce phénomène.

## **2.5 Conclusion**

Les différentes études expérimentales que nous avons réalisées sur les avalanches nous ont donné des résultats qu'ils nous a été possible d'analyser grâce à la théorie du Granta-Gravel appliquée aux avalanches. Par conséquent, le processus d'avalanches est cohérent avec les résultats classiques de la mécanique des sols qui résultent principalement de deux effets: l'existence d'un frottement solide macroscopique et les effets de dilatance liés à la densité de l'arrangement granulaire.

Les expériences en macro-gravité ont montré que les effets d'une éventuelle cohésion intergranulaire sont très faibles. Elles ont aussi prouvé que notre analyse du phénomène par la théorie du Granta-Gravel est correct en première approximation. Ainsi, nous avons montré le rôle primordial joué par la densité, puisque c'est ce paramètre qui contrôle l'angle maximal de stabilité et

la taille des événements. Cependant, ces expériences ont montré aussi des limites puisqu'elles ont mis en évidence un phénomène de tassement macroscopique pour les tas denses, contrairement à la densification continue prévue par le Granta-Gravel. De plus, malgré un contrôle précis de la densité, nous n'avons pas réussi à faire tendre la taille des avalanches vers zéro en faisant tendre la densité vers sa valeur critique  $d_c$ , nous avons trouvé une taille moyenne des avalanches  $\langle \delta\theta \rangle$  de l'ordre de  $2^\circ$  pour le sable d'Hostun indépendamment de la valeur de la gravité effective. Ce qui conduit à deux conclusions: premièrement, les forces de cohésion sont négligeables dans le processus d'avalanches, deuxièmement, l'angle de frottement solide ne peut être défini à mieux de  $2^\circ$  près.

Enfin, des expériences réalisées sur d'autres matériaux que le sable d'Hostun ont conduit à des valeurs de  $\langle \delta\theta \rangle$  différentes. Ainsi, pour le riz et le sable de Fontainebleau sec, nous avons obtenu respectivement des tailles moyennes d'avalanches  $\langle \delta\theta \rangle$  de  $4^\circ$  et  $1^\circ$ . Ces derniers résultats nous paraissent très encourageants car ils laissent entrevoir la perspective d'obtenir le comportement critique prévu par le modèle de BTW, en jouant sur la nature du matériau. C'est pourquoi, de nouvelles expériences sont nécessaires afin de mettre en évidence les paramètres autres que la densité qui contrôlent le phénomène d'avalanches, mais aussi pour comprendre la cause des tassements macroscopiques qui se manifestent pour les tas initialement lâches.

## Références du Chapitre 2

- Canou J., Contribution à l'étude et à l'évaluation des propriétés de liquéfaction d'un sable, Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris (1989)
- Colliat J.L., Comportement des matériaux granulaires sous fortes contraintes, influence de la nature minéralogique du matériau étudié, Thèse, Université de Grenoble (1986)
- Evesque P. et Rajchenbach J., C. R. Acad. Sci. Paris, Série II 307, 223 (1988)
- Evesque P. et Rajchenbach J., Powders and Grains, Biarez & Gourvès (eds), Balkema, Rotterdam (1989)
- Evesque P., J. de Phys. France 51, 2515 (1990)
- Evesque P., Phys. Rev. A 43, 2720 (1991)
- Fargeix D., Conception et réalisation d'une presse triaxiale dynamique: Application à la mesure des propriétés des sols sous sollicitations sismiques, Thèse, Université de Grenoble (1986)
- Flavigny E., Desrues J. et Palayer B., Note Technique: le sable d'Hostun "RF", Rev. Franç. Géotech. 53, 67 (1990)
- Fortin L., Rapport de stage de fin d'étude d'Ingénieur, Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers (1993)
- Garnier J. et Cottineau L.-M., La centrifugeuse du L.C.P.C.: moyens de préparation des modèles et instrumentation, Colloque Centrifuge 88, Paris (1988)
- Gréco "Géomatériaux", Rapports scientifiques, Darve F. Editeur, (1987)
- Gréco "Géomatériaux", Rapports scientifiques, Darve F. Editeur, (1988)
- Held G.A., Solina D.H., Keane D.T., Haag W.J., Horn P.M. et Grinstein G., Phys. Rev. Lett. 65, 1120 (1990)
- Lancelot L., Shahrour I., Al Mahmoud M. et Doanh T., Actes du 11ème Congrès Français de Mécanique, Lille-Villeneuve d'Ascq, p.457 (1993)

Lancelot L. , Shahrour I., Al Mahmoud M. et Doanh T., Rapport Scientifique du GRECO Géomatériaux, Darve F. Editeur, IMG, Grenoble (1992)

Lancelot L., Thèse de Génie Civil, Université des Sciences et Technologies de Lille (1990)

Rajchenbach J., Phys. Rev. Lett. **65**, 2221 (1990)

Saada A. et Bianchini G., Constitutive equations for granular non-cohesive soils, Saada & Bianchini eds, Balkema, Rotterdam (1988)

Tavenas F.A., Ladd R.S. et La Rochelle P., ASTM STP **523**, 18, (1972)

# CONCLUSION GÉNÉRALE

## CONCLUSION GÉNÉRALE

Les études expérimentales que nous avons entreprises sur les phénomènes d'avalanches dans les milieux granulaires secs ont été motivées par les prédictions du modèle numérique de Bak, Tang et Wiesenfeld sur la criticalité auto-organisée. En fait, nous avons pu constater expérimentalement que le tas de sable réel, proposé comme paradigme du modèle numérique, n'obéit pas aux prédictions théoriques. En effet, le comportement critique n'est observé que dans le cas de tas de faible taille (ce qui peut s'expliquer grâce à la théorie des transitions de phases, par une interprétation classique d'effet de taille finie). Ceci implique en particulier que l'état critique n'est pas spontanément obtenu (et n'est donc pas auto-organisé).

L'originalité de notre étude repose sur la manière d'appréhender le phénomène d'avalanches; nous avons constamment travaillé sur deux fronts: celui de la mécanique des sols et celui de la physique de la matière condensée, plus conventionnel pour aborder ce type de problème. Cette approche pluridisciplinaire a été déterminante puisqu'elle a permis d'obtenir une vision à peu près cohérente du phénomène.

En particulier, la mécanique des sols nous a enseigné que le comportement de tels matériaux pouvait être compris en introduisant deux concepts, le frottement solide macroscopique et la dilatance, et que la dilatance et le frottement solide pouvaient être quantifiés. Ainsi, en ne prenant en compte que ces deux effets, Schofield et Wroth ont pu décrire approximativement le comportement d'un matériau sous essai triaxial dans leur théorie du Granta-Gravel. En fait, cette théorie repose sur l'hypothèse que le comportement du tas est régi par un coefficient de frottement solide unique et par la densité qui contrôle les effets de la dilatance. A partir de ces mêmes hypothèses, P. Evesque a introduit des modifications conduisant au modèle du Granta-Gravel appliqué aux avalanches. Même si ce modèle n'est qu'approximatif, il permet de classer les phénomènes, d'où l'intérêt de l'utiliser pour décrire les avalanches. Ce modèle qui décrit le phénomène d'avalanches, donc l'instabilité d'une surface libre, est plus simple que le modèle original car il ne doit décrire qu'un seul des deux états de Rankine.

Cette approche nous a conduit à entamer une étude des avalanches en privilégiant deux axes de recherche. Tout d'abord, nous avons voulu tester les effets du paramètre densité et d'une manière générale, la compatibilité du phénomène d'avalanches avec la mécanique des sols et le modèle simple du Granta-Gravel. Nous avons aussi voulu connaître l'importance du rôle éventuel joué par les forces de cohésion. C'est pourquoi, nous avons réalisé des essais à densité contrôlée et sous macro-gravité, l'augmentation de la gravité permettant de diminuer de façon relative l'effet des forces de cohésion. Les expériences en macro-gravité ont été réalisées à la centrifugeuse du L.C.P.C. à Nantes.

A notre connaissance, c'est la première fois qu'ont été réalisés des essais mécaniques sur les avalanches où la densité de l'échantillon a été très précisément contrôlée grâce à la méthode de pluviation à l'air. Nous avons pu montrer que le paramètre densité est un paramètre important conformément aux résultats classiques de la mécanique des sols et à la théorie de l'état critique du Granta-Gravel. En particulier, pour des tas initialement très denses, nous avons pu montrer que plus le tas est dense, plus l'angle maximal de stabilité  $\theta_M$  de sa pente est grand, et que ceci s'explique par un effet de dilatance qui relie la taille de la première avalanche à la densité de l'arrangement initial et à la valeur de l'angle de frottement solide macroscopique  $\Phi$ . En ces termes, la taille de l'avalanche  $\delta\theta$  peut être analysée comme la différence entre un angle de frottement solide effectif  $\Phi_{\text{eff}}$  égal à l'angle maximal de stabilité  $\theta_M$ , dans lequel sont inclus les effets de la dilatance (i.e. de la densité du tas), et un angle de frottement solide intrinsèque  $\Phi$  qui peut être alors considéré comme un paramètre caractéristique du milieu étudié. Ceci conduit à une dépendance linéaire de la taille des avalanches  $\delta\theta$  vis à vis de la différence  $\theta_M - \Phi$  dont la pente vaut 1 et non 2 comme S. Fauve et al. le prévoient dans leur modèle. Comme nous l'expliquons dans notre thèse, cette pente dépend des conditions aux limites choisies. Par exemple, dans le cas des expériences menées à Lyon par S. Fauve et al. sur un cylindre tournant, ces expérimentateurs ont trouvé  $\delta\theta = 1,8(\theta_M - \Phi)$ . C'est parce que nos conditions aux limites sont ouvertes que nous obtenons le résultat simple prévu ( $\delta\theta = \theta_M - \Phi$ ).

Dans le cas des tas initialement très lâches, nous avons mis en évidence un phénomène de tassement macroscopique du tas qui se caractérise par un effondrement du massif sur lui-même, comme si des voûtes se rompaient d'un seul coup toutes ensemble. Ces tassements ont pour effet de densifier le tas par palier avec des variations de densité pouvant atteindre 3 à 4%. Cet effet qui ne semble pas avoir été répertorié antérieurement, est en contradiction avec

l'approche du Granta-Gravel qui prévoit une augmentation progressive de la résistance mécanique du massif sous l'effet d'un chargement pour les sols lâches.

Les expériences sous macro-gravité nous ont aussi permis de montrer que pour une densité donnée, l'angle maximal de stabilité est une fonction décroissante de la gravité. Ces effets s'interprètent aussi de façon simple si l'on se réfère au modèle du Granta-Gravel qui prévoit que l'amplitude de la dilatance diminue lorsque la pression de confinement de l'échantillon augmente (le rôle de la pression de confinement est joué par la gravité dans notre expérience).

L'analyse de l'évolution de plusieurs séries d'avalanches nous a permis de mettre en évidence un régime limite asymptotique atteint après plusieurs avalanches (généralement de l'ordre de 4 à 5). Fait remarquable, ce régime limite est indépendant de la densité initiale. Il peut donc se comparer à l'état critique du Granta-Gravel. Bien que cette évolution soit caractérisée par une diminution de la taille des événements successifs lorsque la densité initiale du tas est grande, la taille limite des avalanches n'a pu être réduite à zéro comme le prévoyait pourtant le modèle basé sur la théorie du Granta-Gravel. Pour le sable d'Hostun par exemple, cette taille limite des avalanches est de l'ordre de  $2^\circ$  ( $\langle \delta\theta \rangle \approx 2^\circ$ ), avec des fluctuations de taille importantes ( $\pm 1^\circ$ ). De plus comme cette taille est indépendante de la gravité, nous avons conclu que les effets de la cohésion ne peuvent être que très faibles.

Par ailleurs dans le régime asymptotique, la valeur de l'angle maximal de stabilité  $\theta_M$  (correspondant à l'angle de départ de l'avalanche) et la valeur moyenne de la taille des événements fluctuent toutes les deux sur un intervalle de l'ordre de  $2^\circ$ , l'existence de ces fluctuations est contraire au modèle du Granta-Gravel. Une manière simple d'expliquer cela est de considérer que la physique des avalanches dans ce régime est gouvernée par une variation erratique de l'angle de frottement solide macroscopique  $\Phi$ , variation telle que  $\Phi$  ne puisse être défini à mieux de  $2^\circ$  près, même sur des tas macroscopiques.

Ce résultat est à notre avis très important car s'il se trouve confirmé, il remet en cause la validité des calculs numériques basés sur la méthode des éléments finis. Dans le même ordre d'idées, l'observation des courbes expérimentales des résultats des essais triaxiaux montre l'existence de fluctuations du même ordre de grandeur sur les valeurs des angles de frottement solide macroscopique. En fait, il est encore trop tôt pour conclure si les fluctuations de la taille des avalanches sont dues à une distribution aléatoire de l'angle de frottement solide ou sont induites directement par un processus non-

linéaire de relaxation; dans ce dernier cas, ces fluctuations apparaîtraient comme la signature des véritables processus mécaniques et physiques impliqués dans les mécanismes de l'avalanche.

D'autre part, si la taille limite des avalanches dans le régime asymptotique est indépendante de la gravité, elle dépend de la nature du matériau: les mêmes expériences répétées sur le sable de Fontainebleau et le riz ont donné des tailles typiques  $\langle \delta\theta \rangle$  respectivement de  $1^\circ$  et  $4^\circ$ . Ces résultats sont très stimulants car ils laissent entrevoir la possibilité qu'un système macroscopique judicieusement choisi, puisse atteindre un état critique.

Comme nous l'avons déjà précisé, dans aucun cas, nous n'avons pu faire tendre la taille des avalanches vers zéro, ce qui montre que nous n'ont pu être réalisées les conditions expérimentales, sous lesquelles il est possible d'observer des fluctuations critiques sur des systèmes de grandes tailles, et qui correspondent à un tas à la densité critique d'après le modèle du Granta-Gravel appliqué aux avalanches. Nous avons cependant observé ce comportement critique prévu par Bak et al. sur des tas de petites tailles, en répétant l'expérience de Held. et al. où l'on construit un tas conique au sommet duquel on laisse tomber des grains régulièrement: sur les petits tas, on observe une répartition de tailles correspondant à un bruit en  $1/f$  défini pour les systèmes critiques. Pour les grands tas, on retrouve une taille limite moyenne  $\langle \delta\theta \rangle \approx 2^\circ$  correspondant aux événements macroscopiques; ce qui s'analyse simplement comme un effet de taille finie. Cette analyse a été confirmée puisque nous avons pu montrer que le passage du régime sous-critique (grand tas) au régime critique (petit tas) se fait dès lors que le rapport  $L/2r$  (où  $r$  est le diamètre des grains et  $L$  la longueur de la pente) devient supérieur à une valeur donnée. La transition se fait pour une valeur de la pente  $L$  égale à 30-40 fois le diamètre des grains ( $2r$ ). Par ailleurs, le tas de petite taille atteint son état critique sans qu'il soit nécessaire d'ajuster très précisément un paramètre (seul le rapport  $L/2r$  doit être suffisamment faible).

Cependant d'autres expériences réalisées sur le système utilisé en macro-gravité, tendent à prouver que sous certaines conditions expérimentales, il est possible d'obtenir un comportement critique sur des tas de taille dix fois supérieure à la limite précédente, c'est à dire pour un rapport  $L/2r$  de l'ordre de 300. Ce point est important car il ouvre une seconde voie possible pour la recherche du comportement critique macroscopique recherché.

Si les différents résultats expérimentaux que nous avons obtenus peuvent d'une manière générale s'interpréter grâce à la théorie du Granta-Gravel, il subsiste encore beaucoup de problèmes, parmi ceux-ci mentionnons:

Pourquoi observe-t-on des avalanches préférentiellement à une rupture en profondeur?

Pourquoi obtient-on sur les tas peu denses, le phénomène de densification du tas par tassements macroscopiques? Même s'il peut être interprété comme la rupture soudaine d'une voûte; ce phénomène n'est pas encore compris. Il se rapproche peut être du processus de localisations des déformations dans des tas contractant.

Bien sûr, une partie de ce travail a été motivée par la recherche de paramètres de contrôle de la taille des avalanches: nous avons mis clairement en évidence le rôle de la densité de l'empilement. Cependant, nos expériences montrent aussi que nous n'avons pas pu annuler la taille des avalanches et obtenir un écoulement surfacique avec un état critique obéissant au modèle numérique de BTW comme nous l'espérions uniquement en jouant sur la densité. On peut donc penser que d'autres paramètres contrôlent la taille des événements et nos expériences apparaissent comme le premier pas dans la recherche l'état critique macroscopique.

Notre étude ouvre donc deux voies d'accès à cet l'état critique macroscopique prévu par le modèle de Bak et al. pour le tas de sable: la première consistera à rechercher un matériau adapté (caractéristique physique des grains et densité), la seconde consistera à continuer notre exploration des comportements des milieux granulaires en faisant varier les conditions aux limites et la gravité, et pourquoi pas en faisant des expériences en micro-gravité.

# ANNEXES

## Annexe 1: Rappels sur la plasticité

### I. Introduction

D'une manière générale, le comportement mécanique d'un matériau s'exprime grâce à une loi reliant le tenseur des déformations  $\underline{\varepsilon}$  et celui des contraintes  $\underline{\sigma}$ . On peut distinguer deux types de comportements (fragile et ductile) suivant le type de relation qui relie les deux tenseurs:

- un comportement fragile est caractérisé par une relation du type:  $\underline{\varepsilon}=f(\underline{\sigma})$  liant la déformation et la contrainte. Aux petites déformations, la relation est souvent linéaire et réversible: le comportement est alors élastique. S'il existe des déformations résiduelles après l'application d'une contrainte, on atteint un régime plastique.

- le comportement ductile quant à lui correspond à une relation du type:  $\partial\underline{\varepsilon}/\partial t=g(\underline{\sigma})$  liant la vitesse de déformation à la contrainte. A contrainte constante (ou nulle), la déformation croît donc au court du temps: pour une vitesse de déformation constante, la déformation est le produit de la vitesse par le temps pendant lequel la contrainte est imposée.

Nous considérons que les milieux granulaires que nous étudions sont caractérisés par un comportement fragile, c'est à dire qu'il existe une relation entre le tenseur des déformations  $\underline{\varepsilon}$  et celui des contraintes  $\underline{\sigma}$  du type:

$$\underline{\varepsilon} = f(\underline{\sigma}) \quad (1)$$

### II. Critères de plasticité et comportements élastoplastiques

Pour simplifier l'exposé, on supposera que le tenseur des déformations  $\underline{\varepsilon}$  peut-être défini par un seul paramètre mécanique  $\varepsilon$  et le tenseur des contraintes  $\underline{\sigma}$  par un seul paramètre géométrique  $\sigma$ . On peut alors représenter l'état du système étudié par un point de coordonnées  $(\varepsilon, \sigma)$  dans le plan  $(O, \varepsilon, \sigma)$ . En étudiant les relations entre la contrainte  $\sigma$  et la déformation  $\varepsilon$ , on peut caractériser trois types principaux de comportements élastoplastiques:

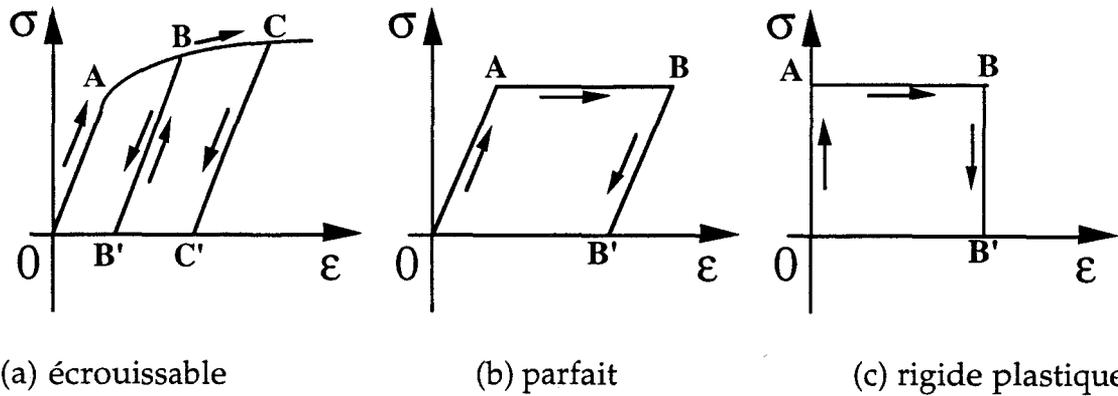


Figure A1.1: Comportements élastoplastiques.

- (a) Le comportement représenté en Figure A1.1(a), correspond à un corps écrouissable: ainsi, entre les points O et A les déformations sont proportionnelles à la contrainte: les déformations obéissent aux lois de l'élasticité linéaire; lorsque l'on dépasse cette limite d'élasticité, on constate que la déformation continue de croître, le point représentatif de l'état du corps progresse de A en B. Si l'on décharge alors l'échantillon, une déformation plastique irréversible  $OB'$  apparaît. Lors d'un nouveau chargement, on décrit la droite  $B'B$  qui est parallèle à  $OA$ , tout se passe comme si la limite élastique du matériau avait été relevée, l'échantillon s'est écroui.

- (b) La Figure A1.1(b) schématise le comportement d'un corps élastoplastique parfait, c'est à dire non écrouissable. La limite d'élasticité représentée par le point A ne peut pas être dépassée. Pour cette valeur de la contrainte, le matériau présente un écoulement plastique sous contrainte constante qui induit une déformation plastique irréversible  $OB'$ .

- (c) La Figure A1.1(c) représente un corps rigide plastique. Les déformations élastiques du matériau sont nulles, le corps reste rigide tant que l'on n'atteint pas le point A à partir duquel se manifeste l'écoulement plastique sous contrainte constante. La déformation plastique est représentée par le segment  $OB'$ .

Ces trois types de comportement schématisent le comportement des matériaux réels et plus particulièrement les métaux.

On peut à présent généraliser la définition du corps élastoplastique parfait dans le cas où l'état de contrainte et de déformation d'un élément du corps dépendent de plus d'une variable. On notera  $\underline{\sigma}$  le tenseur qui caractérise l'état de contrainte et  $\underline{\epsilon}$  le tenseur qui concerne les déformations. Supposant que l'on peut

décomposer le tenseur des contraintes suivant trois directions principales, on peut alors représenter l'état de contrainte de l'échantillon à tout moment d'un chargement par un point P de coordonnées  $(x_1, x_2, x_3)$  dans l'espace à trois dimensions défini par le repère  $(O, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ . Dans cet espace, on admet qu'il existe un domaine ouvert appelé domaine d'élasticité limité par une surface frontière dite surface limite qui n'appartient pas à ce domaine et qui a pour équation:

$$F(\underline{\sigma}) = F(\sigma_{ij}) = 0 \quad (2)$$

Cette équation a reçu le nom de critère de plasticité. Lorsque le point P appartient au domaine d'élasticité, le comportement du matériau est élastique (donc réversible), les déformations peuvent alors être calculées à partir de la connaissance de l'état de contrainte par la relation matricielle suivante:

$$\underline{\varepsilon} = (\varepsilon_{ij}) = \underline{E} \cdot (\sigma_{ij}) = \underline{E} \cdot \underline{\sigma} \quad (3)$$

où  $\underline{E}$  est une matrice carrée symétrique d'ordre 3 appelée matrice d'élasticité.

Si durant l'essai, la contrainte  $\underline{\sigma}$  appliquée à l'échantillon est suffisamment élevée, le point P atteint et traverse la surface limite, il y a déformation plastique (donc irréversible); lors du déchargement, le point P retourne dans le domaine élastique mais les déformations plastiques  $\underline{\varepsilon}'$  engendrées subsistent. La déformation totale  $\underline{\varepsilon}$  est donc la somme des contributions élastiques (i.e.  $\underline{E} \cdot \underline{\sigma}$ ) et plastique  $\underline{\varepsilon}'$  qui s'écrit:

$$\underline{\varepsilon} = (\varepsilon_{ij}) = \underline{E} \cdot (\sigma_{ij}) + \varepsilon'_{ij} = \underline{E} \cdot \underline{\sigma} + \underline{\varepsilon}' \quad (4)$$

où le tenseur  $\underline{\varepsilon}'$  représente la déformation plastique irréversible acquise lorsque le point P a atteint et traversé la surface limite.

On peut traiter de la même manière le corps rigide plastique. Dans ce cas la matrice d'élasticité  $\underline{E}$  est nulle. Par conséquent la déformation totale du matériau s'identifie à la déformation plastique et le domaine d'élasticité est alors un domaine de rigidité.

Lorsque le point P se trouve sur la surface limite  $F(\underline{\sigma})=0$ , on sait qu'une déformation plastique va se produire. En utilisant le principe du travail plastique maximal de Hill, on peut mettre le tenseur des vitesses de déformation plastique  $\partial \underline{\varepsilon} / \partial t$  sous la forme:

$$\frac{\partial \underline{\underline{\varepsilon}}}{\partial t} = \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} = \lambda \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \quad (5)$$

Dans cette formule  $\lambda$  est un coefficient de proportionnalité dépendant du point P et dont la valeur est indéterminée a priori. On peut admettre, en première approximation, que le vecteur vitesse de déformation est normal à la surface limite.

### III. Construction du cercle de Mohr

Soit un champ de contrainte donné, caractérisé par la valeur de ses trois contraintes principales  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  avec  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  représentant les valeurs propres du tenseur des contraintes (selon la convention, les contraintes sont positives quand elles sont compressives): étant donné un plan de rupture (fracturation) dont on connaît les contraintes principales locales  $\sigma_i$ , quelles sont les valeurs de la contrainte normale  $\sigma$  et de la contrainte cisailante  $\tau$  qui ont provoqué cette fracturation?

La méthode géométrique du cercle de Mohr permet de calculer les contraintes sur un plan de direction quelconque à partir des contraintes principales  $\sigma_i$ . Nous allons rappeler simplement le principe de cette méthode sans justification (ce problème étant traité dans toutes les monographies de mécanique des milieux continus).

La construction du cercle se définit pour chaque couple  $(\sigma_i, \sigma_j)$  des trois contraintes principales. Prenons par exemple  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$ : on définit un plan fictif  $(O, x, y)$  dans lequel les coordonnées d'un point sont les contraintes normales et tangentielles (cisailantes), c'est à dire  $x = \sigma$  et  $y = \tau$  (Figure A1.2). Chaque direction de plan, définie par l'angle  $\theta$  de sa normale avec la contrainte principale  $\sigma_1$  dans le plan  $(O, \sigma_1, \sigma_3)$ , sera représentée par un point P dans cet espace fictif. Considérons par exemple le plan principal correspondant à  $\sigma_1$ ; dans ce cas ( $\theta = 0$ ), comme  $\sigma = \sigma_1$  et  $\tau = 0$ , le point P correspondant est le point de l'axe Ox d'abscisse  $\sigma_1$ . De même, le plan principal correspondant à  $\sigma_3$  ( $\theta = \pi/2$ ) est représenté par le point P de l'axe Ox d'abscisse  $\sigma_3$  ( $\sigma = \sigma_3$  et  $\tau = 0$ ). On peut montrer que le point P correspondant à une direction  $\theta$  de plan quelconque se situe sur un cercle, on l'appelle le cercle de Mohr. Ce cercle a pour centre le point O' de coordonnées  $((\sigma_1 + \sigma_3)/2, 0)$  et pour rayon la valeur  $(\sigma_1 - \sigma_3)/2$  (Figure A1.2).

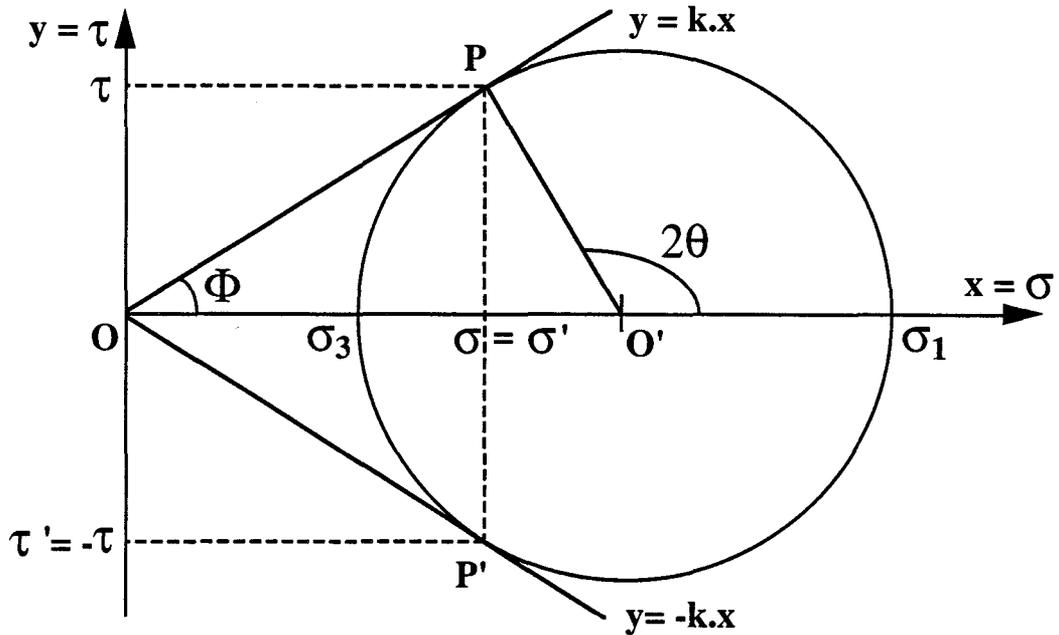


Figure A1.2: Cercle de Mohr permettant de retrouver les valeurs des contraintes normale  $\sigma$  et cisailante  $\tau$  sur un plan de rupture d'orientation quelconque  $\Phi$ .

Considérons alors un point  $P$  de ce cercle, de coordonnées  $(x_P, y_P)$ , et tel que le segment  $O'P$  fasse un angle égal à  $2\theta$  (compté positivement dans le sens trigonométrique) avec l'axe  $Ox$ . Les contraintes normale  $\sigma$  (et cisailante  $\tau$ ) qui s'appliquent sur le plan dont la normale fait l'angle  $\theta$  avec  $\sigma_1$  sont données par les coordonnées du point  $P$ , c'est à dire  $\sigma = x_P$  (respectivement  $\tau = y_P$ ). En particulier, on retrouve facilement par cette règle les points de l'axe  $Ox$  situés sur le cercle qui correspondent aux plans principaux  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$ .

#### IV. Le critère de rupture fragile

Considérons le mécanisme de la rupture dans un milieu granulaire sec (sables) qui obéit à la loi de Coulomb  $\tau = k \cdot \sigma$  (où  $k = \text{tg}(\Phi)$ ,  $\Phi$  est l'angle de frottement solide macroscopique, pour les sables  $k \approx 0,6$ ). Cette loi relie la contrainte de cisaillement  $\tau$  qu'il est nécessaire d'appliquer sur un plan fictif donné en présence d'une contrainte normale  $\sigma$  pour que ce plan se fracture en cisaillement (ou mode II selon la terminologie mécanique).

La représentation du cercle de Mohr permet de définir la condition de rupture plastique par une condition géométrique simple. En effet, le critère de rupture de Mohr-Coulomb  $|\tau| = k |\sigma|$  correspond aux deux droites passant par l'origine  $O$ , de pente  $k$  et  $-k$  (c'est à dire d'angles  $\Phi$  et  $-\Phi$  tels que  $\text{tg}(\Phi) = k$ ). Si ces

droites ne sont pas coupées par le cercle de Mohr, il n'existe pas de direction de plan pour lequel le critère de rupture est atteint. Le seuil de rupture plastique est atteint dès que le cercle devient tangent à ces deux droites, quand on fait varier les contraintes principales  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$ . Le critère de rupture est alors atteint la première fois pour un plan dont la normale fait avec l'axe  $\sigma_1$  l'angle  $\theta_r = \pm(\pi/4 - \Phi/2)$  où l'angle  $\Phi$  défini plus haut dépend du matériau. Pour un sable  $k \approx 0,6$ ,  $\theta_r \approx \pm 30^\circ$ : on retrouve approximativement la pente d'un tas de sable qui à une valeur de l'ordre de  $30^\circ$  en général (la normale à la surface supérieure du tas de sable fait un angle de  $30^\circ$  par rapport à la verticale qui coïncide avec la direction de la contrainte principale majeure  $\sigma_1$ , qui représente dans ce cas la force de pesanteur dirigée suivant la verticale).

Dans le cas d'un champ de contrainte tridimensionnel, on pourra répéter l'argument pour chaque plan contenant deux contraintes principales ((O,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ), (O,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$ ), (O,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ )). Sur la Figure A1.3, on a représenté les trois cercles de Mohr correspondant à chaque couple de contraintes principales sur le même diagramme. On peut se rendre compte immédiatement que c'est dans le plan (O,  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ ) que le seuil de rupture plastique est atteint pour la première fois. Le critère de rupture dans la représentation de Mohr-Coulomb dépend seulement de la valeur des deux contraintes principales extrêmes  $\sigma_1$  et  $\sigma_3$ .

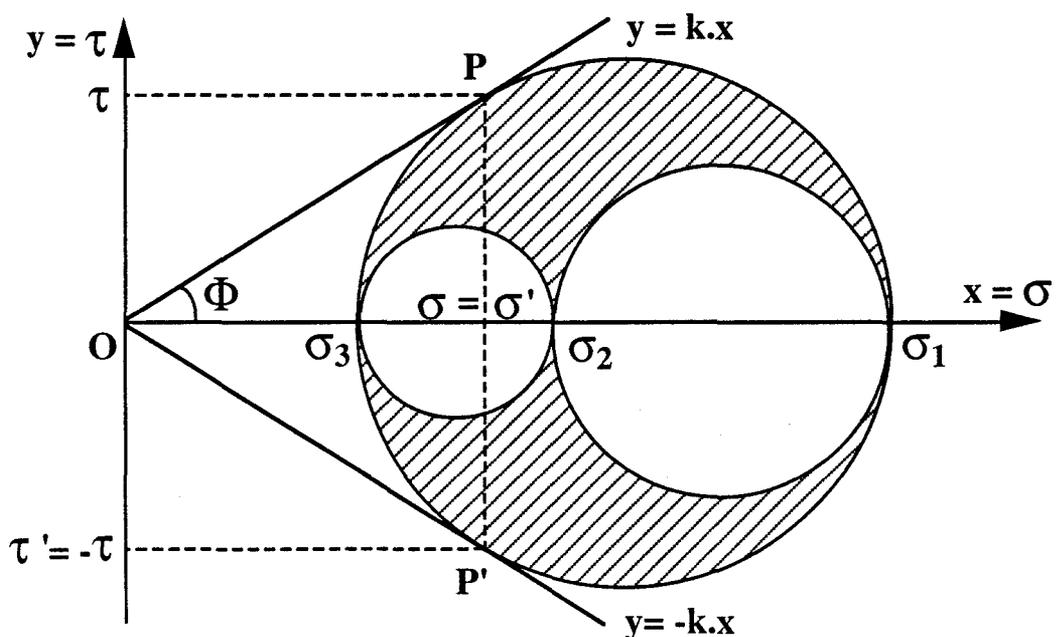


Figure A1.3: Cercle de Mohr. Caractérisation du critère de rupture dans un champ de contraintes tridimensionnel ( $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ ).

D'un point de vue formel le critère de Mohr-Coulomb peut s'exprimer à l'aide de la relation suivante:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = F(\sigma_1 + \sigma_3) \quad (6)$$

Il existe d'autres critères de rupture que celui de Mohr-Coulomb, comme ceux de Von Mises et de Tresca formulés de la manière suivante:

$$(\tau_{\text{oct}}) = F(\sigma_{\text{oct}}) \text{ pour le critère de Von Mises et,} \quad (7)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = F(\sigma_{\text{oct}}) \text{ pour le critère de Tresca,} \quad (8)$$

$$\text{où, } (\sigma_{\text{oct}}) = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (9a)$$

$$(\tau_{\text{oct}}) = \frac{1}{3} \left( (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (9b)$$

Evidemment, pour les ruptures localisées dans des sols réels, l'approche est plus compliquée, principalement à cause de la difficulté à construire un vrai appareil triaxial, c'est à dire une cellule où il est possible de faire varier les trois contraintes principales de façon indépendante. Selon les informations résumées par Bishop et les données expérimentales de Schofield et Wroth, il apparaît que la rupture dans les sols réels se produit pour des contraintes qui sont comprises entre les critères de Mohr-Coulomb et de Von Mises; le critère de Mohr-Coulomb sous-estime la valeur des contraintes qui produisent la rupture, alors que les critères de Von Mises et Tresca la surestiment.

## Annexe 2: Rappels sur la caractérisation des sols

### I. Introduction

Le but de cette annexe est de rappeler au lecteur les notations employées couramment en mécanique des sols pour caractériser les matériaux.

D'une manière générale en géotechnique, on désigne par "sols" tous les matériaux existant à la surface de l'écorce terrestre, qu'il s'agisse de roches ou de matériaux meubles comme les sables ou cohérents comme les argiles ou les tourbes (un matériau est dit mécaniquement cohérent s'il existe une cohésion, dans le cas contraire il est dit pulvérulent). Nous ne traiterons ici que du cas des sols pulvérulents qui sont des matériaux susceptibles d'être séparés en grains ou déformés sous l'action d'une énergie mécanique relativement faible, puisqu'il n'existe pas de cohésion inter-granulaire.

### II. Définitions de quelques propriétés physiques des sols

D'une manière générale, un sol cohérent ou pulvérulent est constitué de grains solides, d'eau et/ou d'air. On peut donc considérer un sol comme un matériau complexe où coexistent les trois phases: solide, liquide et gaz (le terme "phase" employé ici pour désigner les trois états d'un sol n'est pas correct puisque les phases caractérisent les différents états d'un même corps, cependant nous l'emploierons conformément à l'usage). Quelques quantités physiques pertinentes caractérisent les sols, nous allons brièvement en rappeler quelques unes. Nous avons repris les notations du Cours Pratique de Mécanique des Sols de J. Costet et G. Sanglerat [Costet J. et Sanglerat G., 1969].

#### II.1 Masse volumique et poids apparent d'un sol

On appelle masse volumique apparente d'un sol  $\rho_h$ , la masse d'un volume unité de sol (unité  $\text{kg}/\text{m}^3$ ); c'est à dire la somme des masses des grains, de l'eau et de l'air que contient ce volume. On définit également la masse volumique sèche  $\rho_d$  qui est la masse des grains contenue dans une unité de volume. Dans la plupart des problèmes, on préfère utiliser le poids volumique  $\gamma$  (unité  $\text{N}/\text{m}^3$ ), sachant que le poids volumique  $\gamma$  est relié à la masse volumique par la relation:

$$\gamma = \rho \cdot g \quad \text{où } g \approx 9,81 \text{ m/s}^2 \quad (1)$$

On note alors:

$\gamma_h$  le poids volumique apparent

$\gamma_d$  le poids volumique sec

$\gamma_w$  le poids volumique de l'eau ( $\approx 9810 \text{ N/m}^3$ )

$\gamma_s$  le poids volumique de la matière constituant les grains solides

On introduit aussi généralement, les densités sèche  $d_d$  et humide  $d_h$  (par rapport à l'eau) qui sont des nombres sans dimension définis comme suit:

$$d_d = (\gamma_d / \gamma_w) \quad \text{la densité sèche} \quad (2a)$$

$$d_h = (\gamma_h / \gamma_w) \quad \text{la densité humide} \quad (2b)$$

## II.2 Porosité et indice des vides

Considérons le cas le plus général d'un sol constitué des trois phases: solide, liquide et gaz (cf. Figure A2.1).

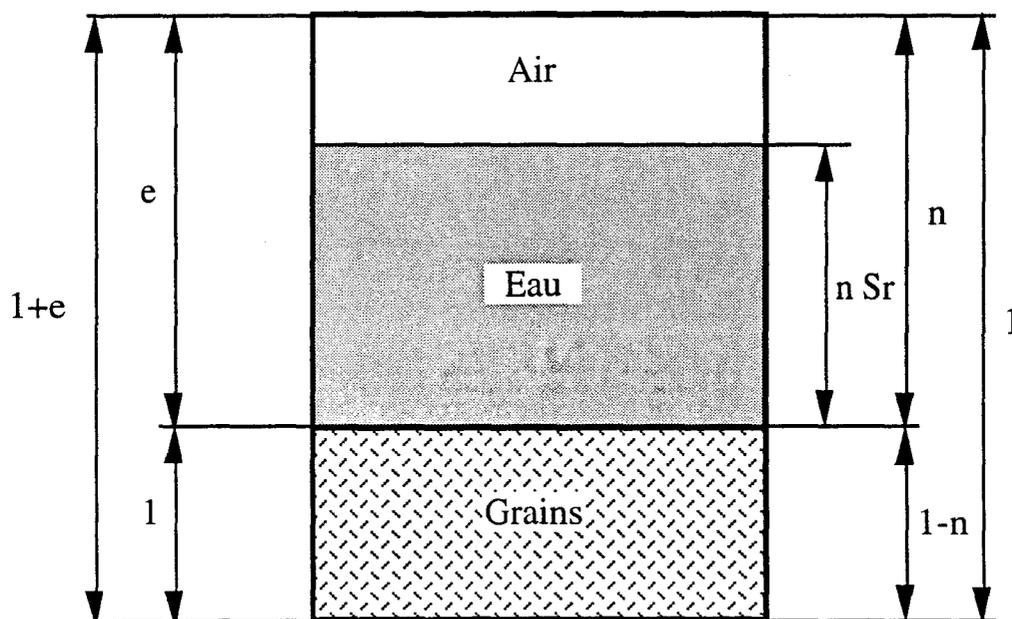


Figure. A2.1: Porosité, Indice des vides

La porosité  $n$  est définie comme le rapport du volume des vides (i.e. phases liquide et/ou gazeuse) au volume total du sol. Dans un volume unité, les grains solides occupent donc un volume  $1-n$  que l'on appelle la compacité.

L'indice des vides  $e$  est le rapport du volume des vides au volume des grains solides.

La porosité  $n$  et l'indice des vides  $e$  sont reliés par les deux relations suivantes:

$$e = \frac{n}{1-n} \qquad n = \frac{e}{1+e} \qquad (3a, 3b)$$

### II.3 Degré de saturation et teneur en eau

On définit le degré de saturation  $S_r$  d'un échantillon de sol comme le rapport du volume de liquide au volume total des vides, cette variable indique la quantité d'eau présente dans le sols (cf. Figure A2.1).

$$\text{Lorsque l'échantillon est sec, } S_r=0. \qquad (4a)$$

$$\text{Lorsque le sol est saturé (en liquide), } S_r=1. \qquad (4b)$$

La teneur en eau  $w$ , quant à elle est définie comme le rapport du poids de l'eau au poids de la matière sèche pour un certain volume de sol. Si la teneur en eau  $w$  est facilement mesurable, il n'en est pas de même pour le degré de saturation  $S_r$  qui demande la connaissance de l'indice des vides  $e$  et de la densité  $d_s$  du constituant solide ( $d_s=\gamma_s/\gamma_w$ ). Le degré de saturation et la teneur en eau sont reliés par la relation:

$$w = \frac{e S_r \gamma_w}{\gamma_s} \qquad (5)$$

Pour les sols saturés ( $S_r=1$ ), cette relation prend la forme suivante:

$$e = w \frac{\gamma_s}{\gamma_w} \qquad (6)$$

A partir de ces expressions, on peut calculer le poids volumique  $\gamma_h$  et le poids volumique sec  $\gamma_d$ . Si on néglige le poids de la phase gazeuse, on a:

$$\gamma_h = \gamma_s (1 - n) + S_r n \gamma_w \qquad (7a)$$

$$\gamma_d = \gamma_s (1 - n) \quad (7b)$$

Pour un milieu granulaire sec ( $S_r=0$ ), on aura donc les relations suivantes entre l'indice des vides  $e$  et le poids volumique (sec) de l'échantillon  $\gamma$  (dans ce cas,  $\gamma = \gamma_h = \gamma_d$ ):

$$e = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \quad \gamma = \frac{\gamma_s}{e + 1} \quad (8a, 8b)$$

### III. Analyse de la structure des sols

Les caractéristiques physiques définies dans le paragraphe précédent sont des quantités macroscopiques qui supposent implicitement que le milieu peut être considéré comme un matériau homogène. Elles permettent de donner une information assez globale qui est importante mais parfois insuffisante sur la nature de l'échantillon. Si par exemple, on s'intéresse à la distribution de la taille des grains qui constituent le milieu, il est alors nécessaire de procéder à une analyse granulométrique; pour étudier les arrangements possibles d'un type de matériau, on cherchera plutôt à déterminer les densités minimale et maximale.

#### III.1 L'analyse granulométrique

Le but de l'analyse granulométrique est d'étudier la distribution de la taille des particules qui constituent un milieu granulaire en mesurant l'importance relative de chacune des fractions de dimension bien définies. Pour des milieux granulaires courants (sables), cette analyse granulométrique se fait par une simple opération de tamisage où l'on a préalablement fait sécher l'échantillon à étudier dans une étuve à 105°C. On représente de façon habituelle les résultats en dressant une courbe de granulométrie. La courbe granulométrique donne pour chaque diamètre de grains  $D_y$ , le poids  $y$  des particules de cette taille ou de taille inférieure. Ce poids est indiqué en pourcentage du poids total de la matière sèche de l'échantillon étudié. L'ordonnée  $y$  représente donc les tamisats cumulés. On trace cette courbe en coordonnées semi-logarithmiques afin de permettre une représentation plus précise de la distribution des particules extrêmes (fines et gros grains) dont l'influence est capitale sur le comportement des sols.

Le coefficient de Hazen ou coefficient d'uniformité: Cu

Pour caractériser la granulométrie d'un sol, on calcule le coefficient de Hazen ou coefficient d'uniformité  $C_u$  qui est égal au rapport  $D_{60}/D_{10}$  ( $D_y$  est le diamètre du tamis où passe  $y\%$  du poids des grains). Plus le coefficient  $C_u$  est voisin de 1, plus la granulométrie est serrée.

#### Le coefficient de courbure $C_c$

Le coefficient de courbure est défini par:

$$C_c = (D_{30})^2 / (D_{60} \cdot D_{10}) \quad (9)$$

### III.2 Densités extrêmes et notion de densité relative

Avec un milieu granulaire constitué de sphères identiques (donc avec un coefficient d'uniformité égal à 1), il est simple de calculer les deux arrangements extrêmes. Ainsi, à 3 dimensions (3D), l'état le moins compact qui est un arrangement de type cubique a une porosité de 0,48, alors que l'état le plus compact qui est un arrangement cubique centré a une porosité de 0,26. On distingue aussi l'empilement dense aléatoire.

Pour les milieux granulaires naturels comme les sables par exemple, la compacité  $1-n$  dépend de l'uniformité de la granulométrie, mais aussi de la manière avec laquelle on prépare l'échantillon. Les expériences montrent cependant que pour un même mode de préparation de l'échantillon, les valeurs de la porosité sont d'autant plus faibles que le matériau a une granulométrie étalée. Pour les sables et les graviers, la porosité  $n$  varie en général de 0,25 à 0,50 (l'indice des vides  $e$  varie donc entre 0,3 et 1).

Pour un matériau donné, il est intéressant de connaître les porosités extrêmes que l'on peut fabriquer. Pour cela, on fabrique les éprouvettes selon des processus bien déterminés mais susceptibles de faire varier la compacité. Les méthodes utilisées pour faire varier la porosité (ou la densité) sont le plus souvent empiriques, c'est le cas par exemple de la méthode dite "japonaise" qui est en fait une succession d'opérations qui permet de déterminer la densité minimale ou maximale d'un sable selon deux protocoles expérimentaux très précis [Fargeix D., 1986]. Il existe d'autres méthodes de fabrication d'échantillons à une densité donnée comme par exemple la méthode de pluviation à l'air; le dispositif utilisé pour cela est constitué par une trémie mobile se déplaçant automatiquement au-dessus du récipient devant contenir l'échantillon. Par cette technique qui est opérationnelle au L.C.P.C. Nantes dans la Section Modélisation en Centrifugeuse [Garnier J. et Cottineau L.M.], on fait varier la densité de

l'échantillon en modifiant certains paramètres (ouverture de la trémie, vitesse de déplacement et hauteur de chute des grains). Pour un sable donné, à partir d'étalonnages faits préalablement, il est alors possible d'obtenir facilement une densité voulue et cela de façon reproductible, ce qui fait l'intérêt de cette méthode.

Lorsque pour un matériau donné, on connaît les indices des vides extrêmes  $e_{\min}$  et  $e_{\max}$  correspondant respectivement aux états le plus compact (dense) et le moins compact (lâche), on définit alors la densité relative ou l'indice de densité  $I_D$  pour un échantillon caractérisé par son indice des vides  $e$  par la relation:

$$I_D = \frac{e_{\max} - e}{e_{\max} - e_{\min}} \quad (10)$$

## **Annexe 3: Les essais en macro-gravité: la centrifugeuse du L.C.P.C. Nantes**

### **I. Introduction**

L'idée d'effectuer des expériences sur modèle réduit en macro-gravité, en utilisant une centrifugeuse semble avoir été proposée pour la première fois en 1869 par E. Phillips, en France, à l'Académie des Sciences [Phillips E., 1869]. Dans cet article, Phillips partant des équations différentielles d'équilibre des solides élastiques, il établit les relations de similitude qui doivent être satisfaites afin que l'ouvrage prototype et son modèle à échelle réduit présentent le même comportement. Dans cette communication, Phillips ira même jusqu'à suggérer d'utiliser les forces d'inertie et plus particulièrement la force centrifuge pour obtenir cette similitude lorsque la gravité est un des facteurs essentiels dans les équilibres en jeu. Il proposa d'utiliser cette technique pour les études de faisabilité des très grands ponts métalliques (comme celui projeté à l'époque pour le franchissement de la Manche). Cependant, c'est en géotechnique que cette méthode expérimentale trouvera son domaine d'application plutôt qu'en mécanique des structures.

Il faudra attendre le début des années trente, pour que soit construites indépendamment, dans l'ignorance la plus totale de la communication de Phillips, les premières centrifugeuses aux Etats-Unis et en Union Soviétique. En France, il faudra attendre 1965 pour que soit construite au C.E.A./ C.E.S.T.A. la première centrifugeuse (cette machine d'un rayon de 10m permet d'atteindre une accélération maximale de 100G pour des modèles embarqués de 2 tonnes).

### **II. Les conditions de similitude**

Si l'on veut observer les mêmes phénomènes sur un modèle à échelle réduite que sur un ouvrage en grandeur réelle, il est nécessaire de respecter, entre les différentes grandeurs physiques qui interviennent dans le problème, certaines relations. On appelle ces relations, les conditions de similitude.

Ces conditions de similitude sont obtenues à partir d'une analyse dimensionnelle, par la conservation des équations régissant le comportement du prototype et du modèle réduit [Pilot G., 1975].

Pour les milieux continus, dans l'hypothèse de petites déformations, les équations d'équilibre local sont:

$$\Sigma \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho \left( g_i - \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} \right) = 0 \quad (1)$$

$x_j$  désignant les coordonnées,

$\sigma_{ij}$  les composantes du tenseur des contraintes,

$\xi_i$  les composantes du déplacement,

$g_i$  les composantes des forces de masse,

$\rho$  la masse volumique du matériau,

$t$  le temps.

Si on introduit les quantités adimensionnées suivantes:

$$\sigma^* = \frac{\sigma}{\sigma'} \quad l^* = \frac{l}{l'} \quad \rho^* = \frac{\rho}{\rho'}$$

$$g^* = \frac{g}{g'} \quad \xi^* = \frac{\xi}{\xi'} \quad t^* = \frac{t}{t'}$$

l'équation (1) devient:

$$\frac{\sigma^*}{l^*} \Sigma \frac{\partial \sigma'_{ij}}{\partial x'_j} + \rho^* \rho' \left( g^* g'_i - \frac{\xi^*}{t^{*2}} \frac{\partial^2 \xi'_i}{\partial t'^2} \right) = 0 \quad (2)$$

Cette équation restera vérifiée si les échelles satisfont aux deux conditions suivantes:

$$\sigma^* = \rho^* g^* l^* \quad (3a) \quad \text{et} \quad \xi^* = g^* t^* \quad (3b)$$

On en déduit que pour recréer le même état de contraintes (i.e.  $\sigma^*=1$ ) sur un modèle réduit (i.e.  $l^* \ll 1$ ), l'équation (3a) pour être satisfaite impose que l'on augmente soit la masse volumique  $\rho^*$  du matériau, soit l'intensité des forces de masse  $g^*$ .

Dans le premier cas, il s'agit de trouver un matériau de substitution plus dense. Cependant, la complexité des lois de rhéologie des matériaux étudiés, fait qu'il est pratiquement impossible dans la plupart des cas, de trouver ce matériau de substitution (c'est le cas notamment pour les études de mécanique des sols qui

utilisent des sables ou des argiles). En absence de matériau de substitution ayant les propriétés rhéologiques souhaitées et une masse volumique très élevée, on doit alors, pour accéder aux conditions de similitude, accroître les forces de masse appliquées au modèle, de telle sorte que l'on ait:

$$g^* l^* = 1 \quad (4)$$

En résumé, si on utilise le même matériau ( $\rho^*=1$ ) et que l'on cherche à obtenir le même état de contrainte, on ne peut espérer obtenir la condition de similitude qu'en augmentant les forces de masse dans un rapport inverse de l'échelle de longueur.

### **III. Limitations des essais en macro-gravité (centrifugeuse)**

Les limitations de la modélisation en centrifugeuse peut se diviser en deux classes: la modification du champ de pesanteur et la réduction d'échelle.

#### **III.1 Un champ de pesanteur centrifuge**

De par son principe, une centrifugeuse engendre une accélération centrifuge qui crée un champ central de forces ( $\gamma=v^2/R$  où  $v$  est la vitesse de rotation et  $R$  le rayon utile de la centrifugeuse). La pesanteur "artificielle" induite sur le modèle n'est donc pas uniforme puisqu'elle varie d'un point à un autre, selon la distance à l'axe de rotation (il existe donc un gradient de pesanteur). Le champ de force créé est donc différent du champ gravitationnel. En effet, le premier est un champ radial, alors que le second peut être considéré comme uniforme à l'échelle des ouvrages intéressant le génie civil. En cours d'expérimentation, l'écart avec les conditions réelles sera d'autant plus faible que les dimensions du modèle sont faibles devant le rayon de la centrifugeuse. Pour un modèle de 0,5m de hauteur, avec la centrifugeuse du L.C.P.C. Nantes ( $R=5,5m$ ) que nous avons utilisé, on peut estimer que la variation de pesanteur est de l'ordre de 5%. Nous ne discuterons pas des effets liés à la force de Coriolis.

#### **III.2 Réduction des dimensions géométriques**

Les deux conditions de similitudes que nous avons précédemment énoncées ne peuvent pas être nécessairement satisfaites simultanément. C'est un cas classique en mécanique des fluides avec les nombres sans dimension de Froude ( $Fr$ ) et de Reynolds ( $Re$ ). Ainsi, lorsque l'on étudie les problèmes de l'écoulement d'un fluide dans un poreux, si l'on conserve les mêmes matériaux

pour le fluide et pour le squelette solide, la loi de Darcy conduit pour le terme de diffusion à la condition:

$$t^* = l^{*2} \quad (5a)$$

tandis que la condition de similitude de l'équation (3b) donne:

$$t = l^* \quad (5b)$$

Pour s'affranchir de ce type de problème, on peut choisir de modifier la courbe granulométrique du sol ou la viscosité du fluide, mais cette modification ne peut pas toujours être effectuée sans influencer la loi de comportement. Cependant, pour des raisons de commodité, les sables sont le plus souvent utilisés tels quels sans essayer de réduire en proportion la dimension des grains. Pour le cas des fondations superficielles, il a été montré que l'effet de la taille des grains de sable sur la portance devient négligeable lorsque le rapport entre le diamètre de la semelle de la fondation et le diamètre moyen des grains dépasse 35 [Corté J.F., 1989].

#### **IV. La centrifugeuse du L.C.P.C. Nantes**

La centrifugeuse du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées est en service depuis 1986 sur le site de Nantes. Elle fait parti des cinq plus grandes centrifugeuses dédiées aux études dans le génie civil qui sont actuellement en service dans le monde [Corté J.F. et Garnier J., 1986].

Pour caractériser les performances d'une centrifugeuse destinée aux études sur modèles réduits en géotechniques, on retient généralement les paramètres suivants:

- Le rayon de la trajectoire du modèle: le champ d'accélération centrifuge étant central, la variation relative des forces de masse entre les différents points du modèle sera d'autant plus faible que le rayon moyen de la trajectoire sera grand.

- L'accélération centrifuge maximale appliquée au modèle que l'on exprime généralement en G qui représente l'accélération de la pesanteur terrestre ( $1G=9,81m/s^2$ ).

- La masse maximale qui peut être embarquée dans la nacelle: cette donnée conditionne l'importance des modèles qui pourront être centrifugés par

l'installation. On caractérise souvent les centrifugeuses par leur masse embarquable que multiplie l'accélération maximale admissible ( $M_{\max} * nG$ ).

Dans le tableau A3.I et sur la Figure A3.1, on rappelle les principales caractéristiques de la centrifugeuse du L.C.P.C. . La Figure A3.2 représente une vue de dessus (Fig. A3.2a) et une vue en élévation (Fig. A3.2b) de la centrifugeuse.

## Caractéristiques Techniques de la Centrifugeuse L.C.P.C.

### Dimensions

Distance axe à plate-forme nacelle.....	5,50 m
Longueur du rotor.....	6,80 m
Diamètre salle de centrifugation.....	13,50 m
Hauteur salle de centrifugation.....	3,90 m
Nacelle pivotante	
- longueur plate-forme.....	1,40 m
- largeur plate-forme.....	1,15 m
- hauteur libre.....	1,50 m

### Performances

Masse du modèle (max.).....	2000 kg
Accélération maximale (à 5 m).....	200 G
Balourd admissible.....	± 100 kN
Temps de montée à 200G.....	360 s

### Motorisation

Moteur asynchrone bi-vitesses	
- 1000 et 1500 t/min	
Puissance nominal.....	410 kW
Régulation de vitesse par coupleur et frein électromagnétiques	
Rapport de réduction.....	7

### Liaisons avec le modèle

Contacts tournants bas niveau.....	101
Contacts tournants puissance.....	5
Joint hydrauliques.....	6
Pression (max.) dans joints fluides.....	20 MPa

Tableau A3.I: Caractéristiques de la centrifugeuse du L.C.P.C. Nantes [Corté J.F. et Garnier J., 1986]

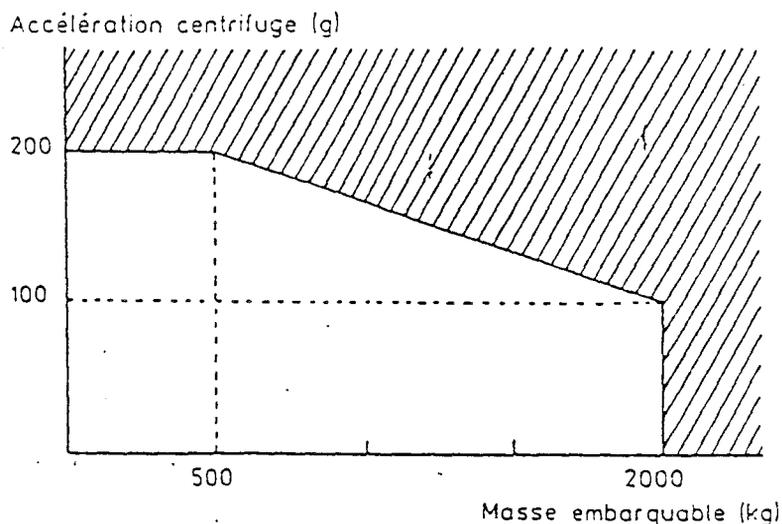


Figure A3.1: Domaine d'application de la centrifugeuse du L.C.P.C.: ce graphe représente la masse maximale embarquable en fonction de l'accélération centrifuge imposée au modèle [source L.C.P.C.]

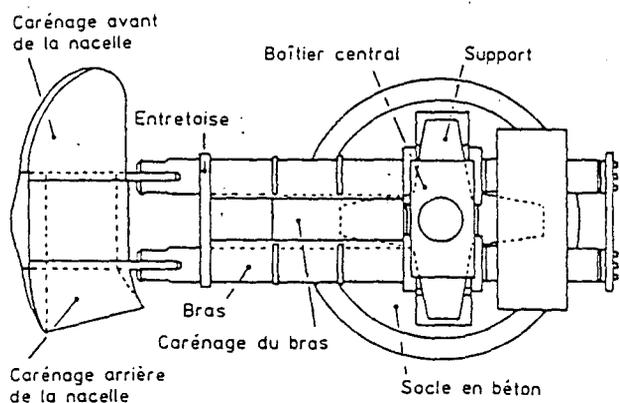
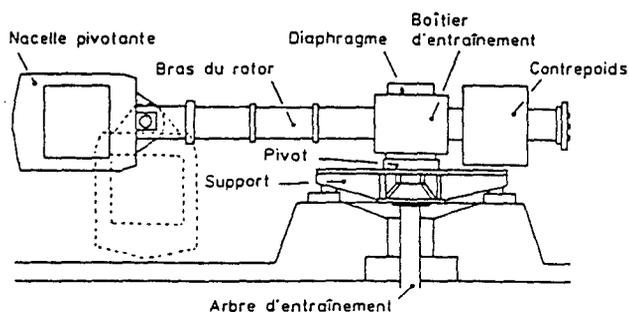


Fig. A3.2a



A3.Fig. 2b

Figures A3.2: Représentations de la centrifugeuse du L.C.P.C.: vue de dessus (Fig. A3.2a) et vue en élévation (Fig. A3.2b) [source L.C.P.C.].

## **Annexe 4: Une méthode de préparation des échantillons à densité constante: la méthode de pluviation à l'air**

### **I. Introduction**

La technique de pluviation à l'air est une méthode originale qui permet d'obtenir des échantillons de matériaux granulaires relativement homogènes et de densité donnée. L'échantillon est fabriqué par des déversements successifs de sable à partir d'une trémie qui se déplace horizontalement au dessus du massif en effectuant des aller-retours. Une série d'étalonnages préalables avec le matériau à étudier permet d'obtenir les relations entre la densité et les divers paramètres de contrôle. Il est alors possible de confectionner des échantillons à une densité choisie préalablement. Cette technique présente l'avantage de garantir une densité de l'échantillon très homogène et d'obtenir, pour un même réglage du dispositif de pluviation, des valeurs reproductibles de la densité. C'est cette technique développée au L.C.P.C. Nantes dans la Section Modélisation en Centrifugeuse que nous avons utilisé pour réaliser nos essais [Garnier J. et Cottineau L.M., 1988].

### **II. Principe de la méthode de pluviation**

Le principe de la méthode de pluviation est très simple: on confectionne l'échantillon en laissant tomber le matériau granulaire sec d'une certaine hauteur à partir d'une trémie se déplaçant à une vitesse horizontale  $V$ , en faisant des aller-retours (cf. Figure A4.1). Les paramètres qui entrent en jeu pour faire varier la densité de l'échantillon sont: la hauteur de chute des grains  $H$ , la vitesse de déplacement horizontal de la trémie  $V$  et la largeur de l'ouverture de celle-ci  $L$  qui permet de réguler le débit de matériau sortant. Ainsi, à débit constant de matériau sortant de la trémie (i.e.  $L$ =constante), plus la hauteur de chute  $H$  et la vitesse de déplacement  $V$  sont importantes, plus la densité sera élevée. Au contraire, lorsque l'on diminuera la hauteur  $H$  et la vitesse  $V$ , on obtiendra des échantillons de densité plus faible. Par ailleurs, si on s'intéresse à l'influence du débit sur la densité, on constate que plus le débit est faible (i.e.  $L$  petit), plus la densité est élevée.

De manière générale, lorsque l'on emploie cette méthode pour réaliser une série d'essais avec un type de matériau, on commence par effectuer un étalonnage. Sur les Figures A4.2 et A4.3, nous avons sélectionné une série

d'essais qui ont été réalisés au L.C.P.C. Nantes sur le sable de Fontainebleau blanc dont la taille moyenne des grains est de l'ordre de 0,2mm [Bakir N., 1993]. Ces essais permettent de mettre en évidence les corrélations qui existent entre la densité et la hauteur de chute H: pour une vitesse de déplacement de la trémie V donnée (cf. Figures A4.2) et pour une largeur de l'ouverture de la trémie L fixée (cf. Figures A4.3). Une fois l'étalonnage effectué, la densité voulue est obtenue, en réglant simplement les trois paramètres H, V, et L à leurs valeurs adéquates.

Comme nous l'avons déjà souligné, l'intérêt de cette méthode est qu'elle permet d'obtenir des valeurs de densité reproductibles (pour une série donnée de valeurs des paramètres H, V et L). En outre, cette technique permet aussi de réaliser des échantillons assez homogènes, contrairement à d'autres méthodes telles celles qui emploient des processus de compactage mécanique successif des couches selon des protocoles bien précis. On peut penser par exemple, à la méthode dite "Japonaise" mise au point par la Société Japonaise de Mécanique des Sols, pour obtenir les densités extrêmes ( $\gamma_{\min}$  et  $\gamma_{\max}$ ) d'un sable à partir d'un protocole expérimental très détaillé [Fargeix D., 1986; Fortin L, 1993]. Ce type de méthodes engendrent le plus souvent des gradients de densité au sein du massif qui sont moins prononcés avec la méthode de pluviation.

Pour les expériences que nous avons réalisées avec le sable d'Hostun, l'utilisation de la méthode de pluviation à l'air, nous a permis d'obtenir une reproductibilité de la densité avec une précision supérieure à 2%.

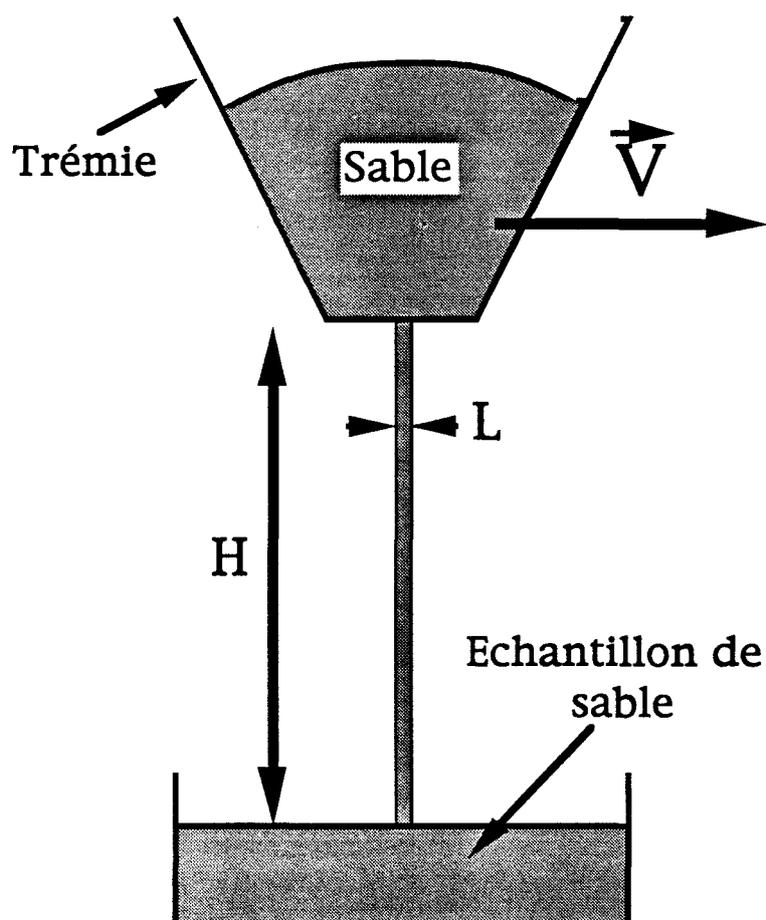


Figure A4.1: Schéma du dispositif de pluviation; les paramètres de contrôle sont  $H$ ,  $V$  et  $L$  qui représentent respectivement la hauteur de chute des grains, la vitesse de déplacement horizontale et la largeur de l'ouverture de la trémie.

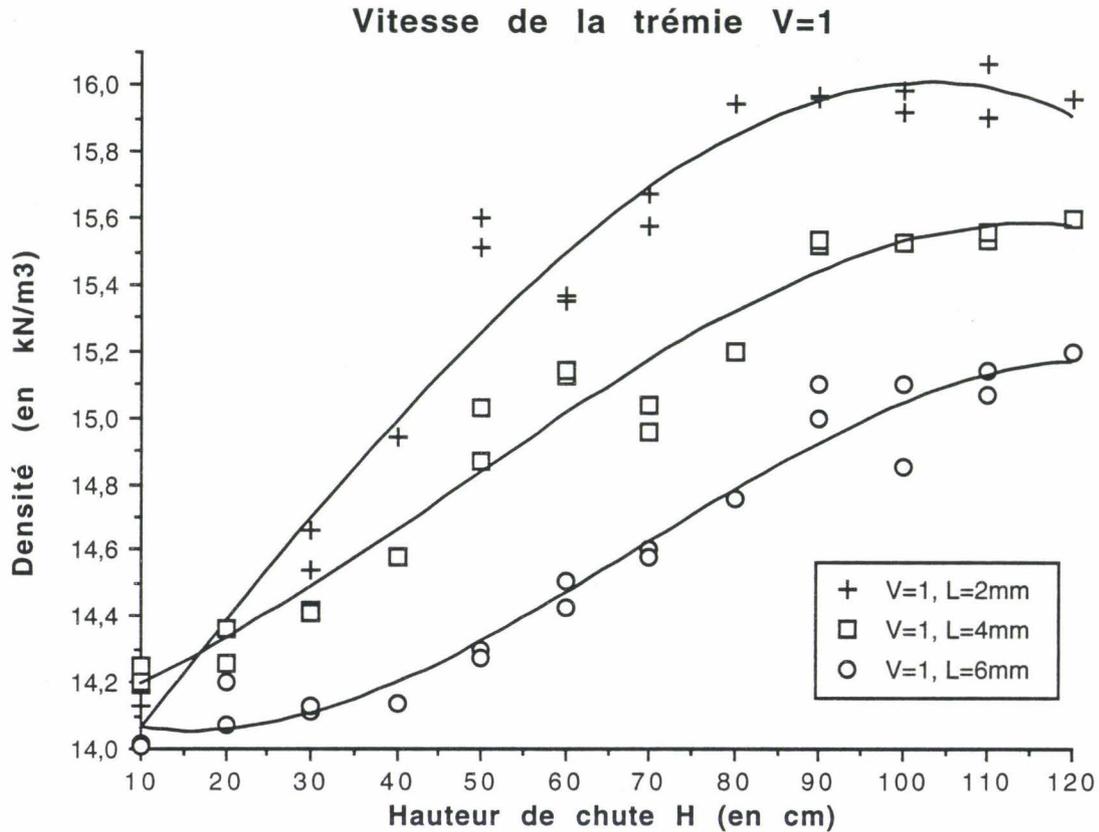


Figure A4.2a: Influence de la hauteur de chute des grains  $H$  sur la densité de l'échantillon pour le sable de Fontainebleau blanc ( $\langle \phi \rangle \approx 0,2\text{mm}$ ). Pour différentes largeurs d'ouverture de la trémie  $L$ , la vitesse de déplacement horizontal est gardée constante:  $V=1$  (la vitesse  $V$  est donnée en unité arbitraire) (données issues [Bakir N., 1993]).

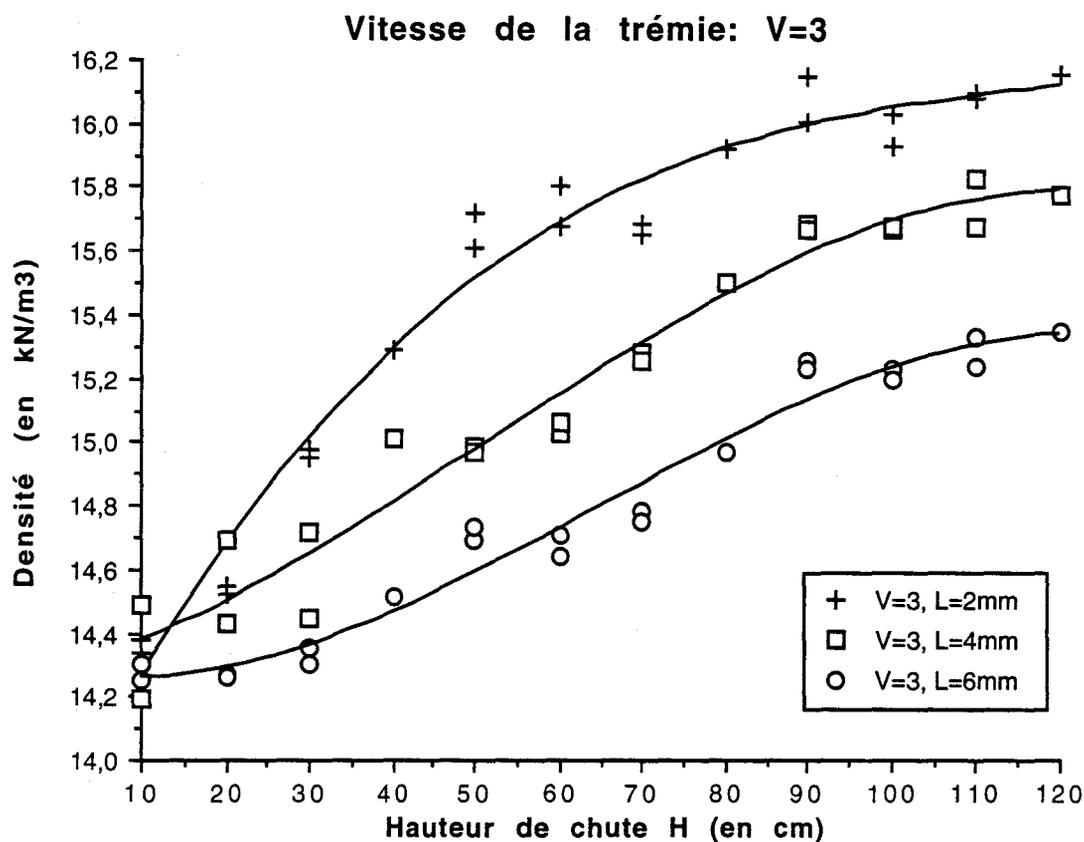


Figure A4.2b: Influence de la hauteur de chute des grains  $H$  sur la densité de l'échantillon pour le sable de Fontainebleau blanc ( $\langle \phi \rangle \approx 0,2\text{mm}$ ). Pour différentes largeurs d'ouverture de la trémie  $L$ , la vitesse de déplacement horizontal est gardée constante:  $V=3$  (la vitesse  $V$  est donnée en unité arbitraire) (données issues [Bakir N., 1993]).

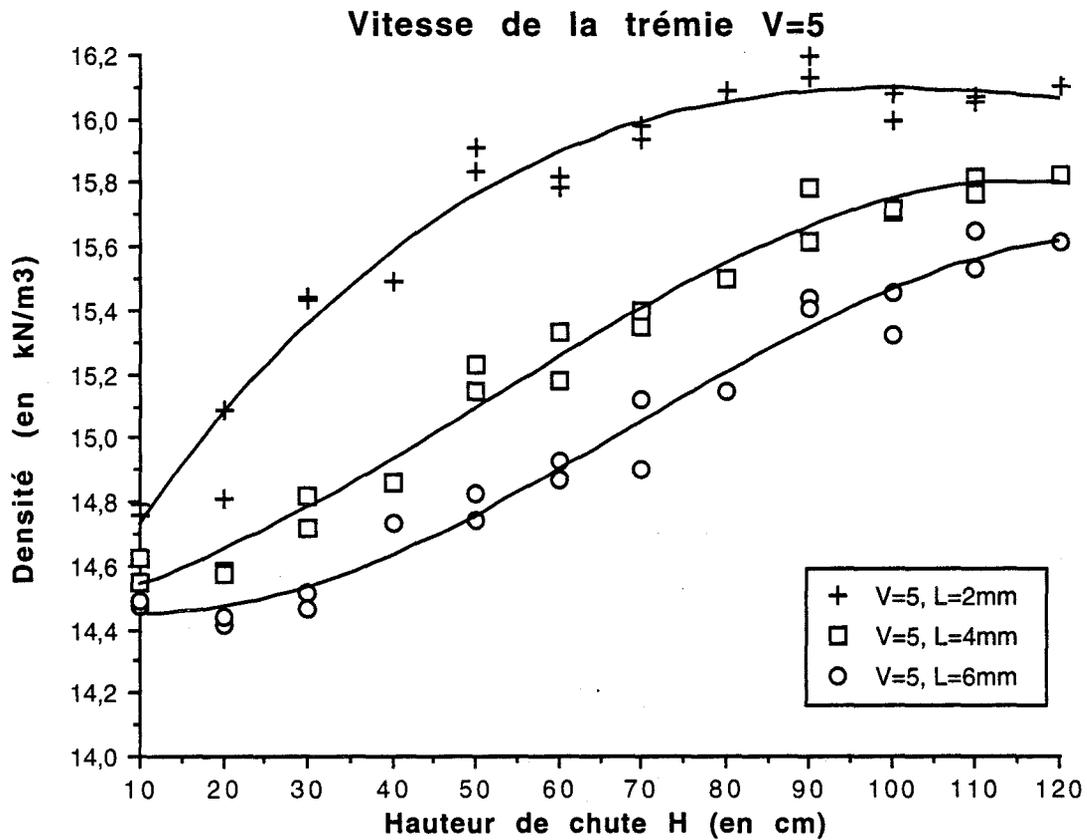


Figure A4.2c: Influence de la hauteur de chute des grains  $H$  sur la densité de l'échantillon pour le sable de Fontainebleau blanc ( $\langle \phi \rangle \approx 0,2\text{mm}$ ). Pour différentes largeurs d'ouverture de la trémie  $L$ , la vitesse de déplacement horizontal est gardée constante:  $V=5$  (la vitesse  $V$  est donnée en unité arbitraire) (données issues [Bakir N., 1993]).

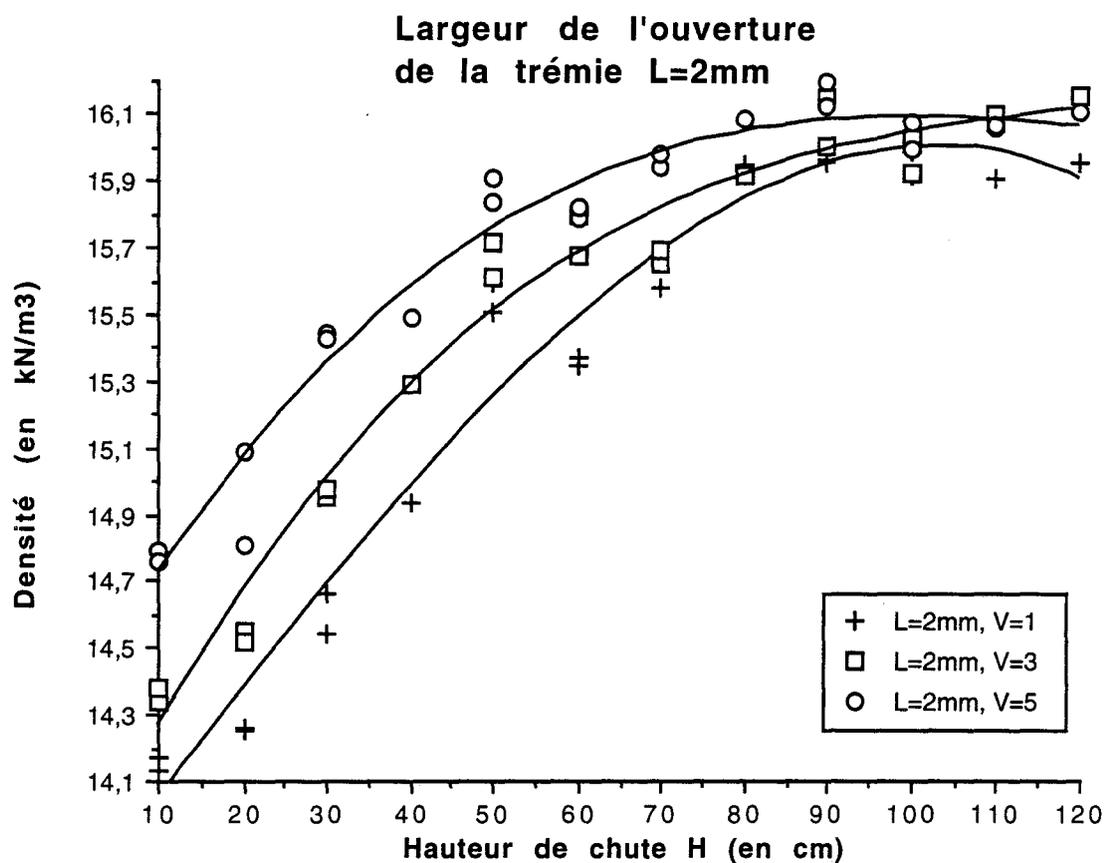


Figure A4.3a: Influence de la hauteur de chute des grains  $H$  sur la densité de l'échantillon pour le sable de Fontainebleau blanc ( $\langle \phi \rangle \approx 0,2\text{mm}$ ). Pour différentes vitesses de la trémie  $V$  (la vitesse  $V$  est donnée en unité arbitraire), la largeur de l'ouverture est gardée constante:  $L=2\text{mm}$  (données issues [Bakir N., 1993]).

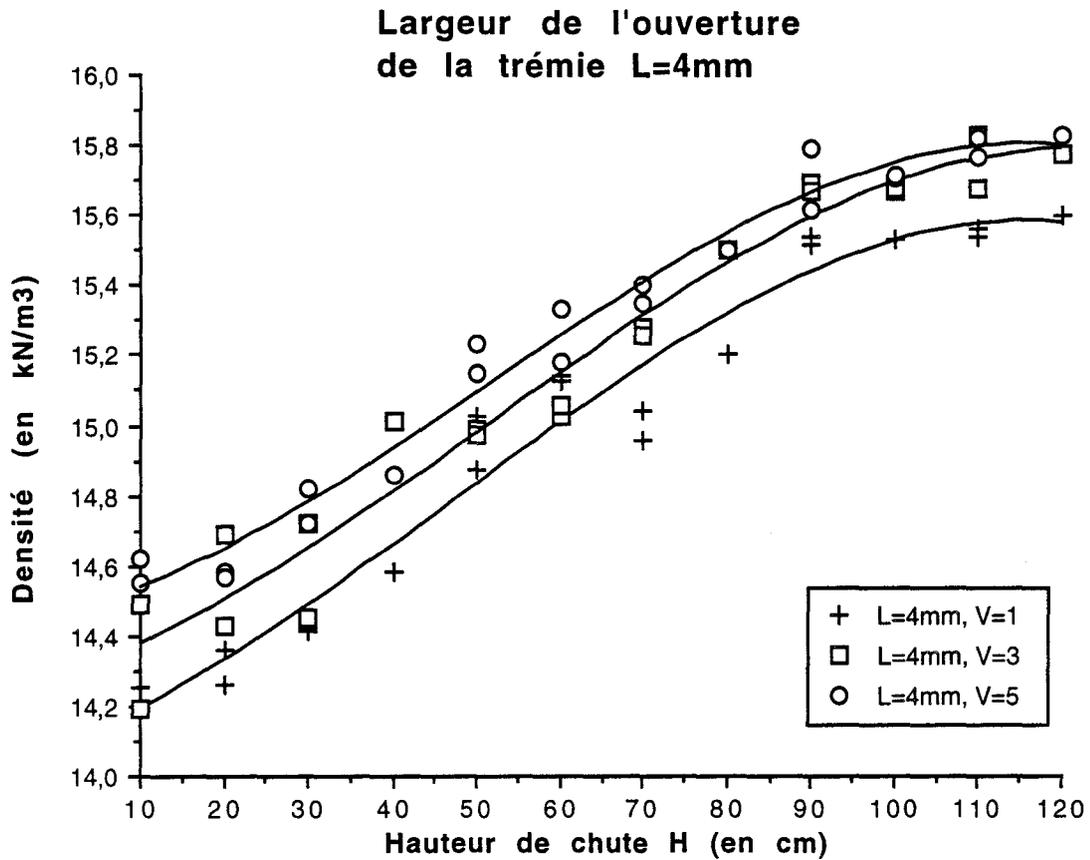


Figure A4.3b: Influence de la hauteur de chute des grains  $H$  sur la densité de l'échantillon pour le sable de Fontainebleau blanc ( $\langle \phi \rangle \approx 0,2\text{mm}$ ). Pour différentes vitesses de la trémie  $V$  (la vitesse  $V$  est donnée en unité arbitraire), la largeur de l'ouverture est gardée constante:  $L=4\text{mm}$  (données issues [Bakir N., 1993]).

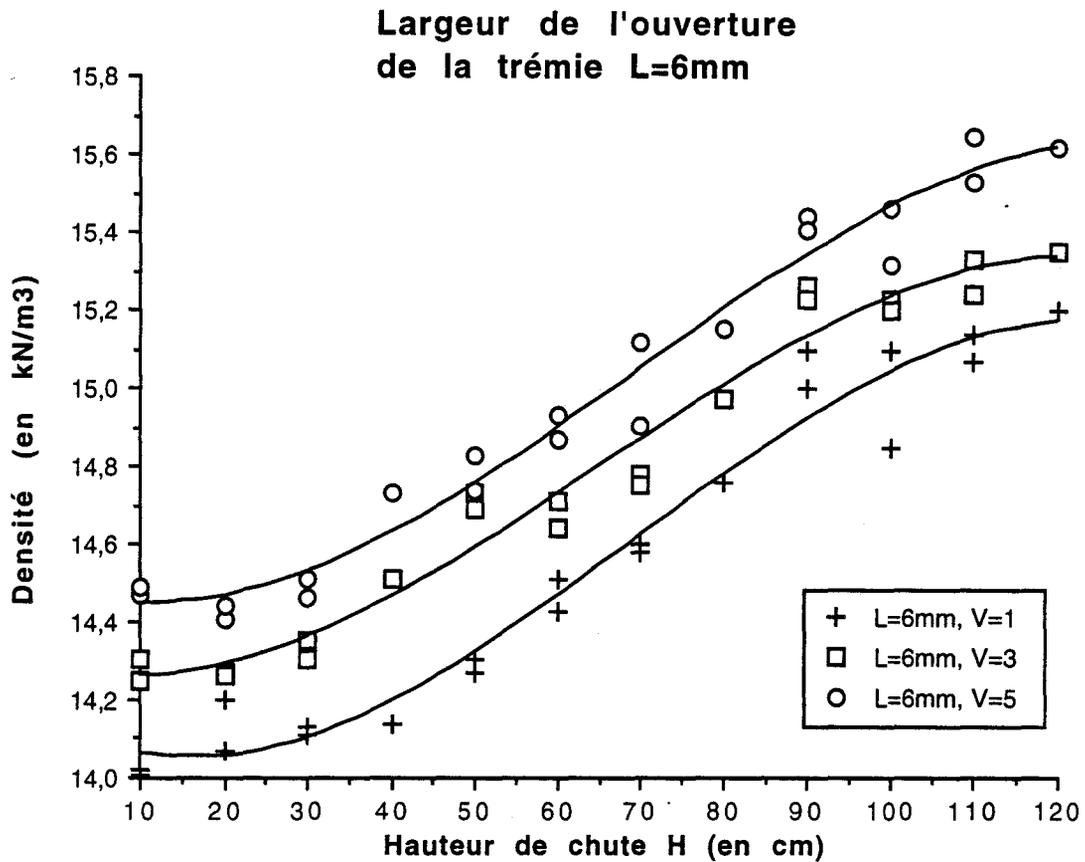


Figure A4.3c: Influence de la hauteur de chute des grains  $H$  sur la densité de l'échantillon pour le sable de Fontainebleau blanc ( $\langle\phi\rangle \approx 0,2\text{mm}$ ). Pour différentes vitesses de la trémie  $V$  (la vitesse  $V$  est donnée en unité arbitraire), la largeur de l'ouverture est gardée constante:  $L=6\text{mm}$  (données issues [Bakir N., 1993]).

## Annexe 5: Evolution du frottement au pic en fonction du confinement

Comme nous l'avons vu au chapitre 1 de la partie I (cf. §1.3.2), les essais triaxiaux montrent que le comportement mécanique d'un matériau granulaire sec est régi principalement par la densité initiale du tas. Ceci se résume de la manière suivante: on observe un comportement dilatant (ou contractant) du massif sous l'effet d'une contrainte déviatrice lorsque que le tas est initialement dense (ou lâche). De plus, le comportement aux grandes déformations est indépendant de la densité initiale et il est caractérisé par une déformation à volume spécifique constant qui est indépendant de la densité initiale. C'est l'état de plasticité parfaite. Le rapport  $q/p$  est alors égal à une constante  $M$  et la densité du tas ne dépend plus que du confinement imposé  $p$ . Dans cet état particulier, pour un matériau donné, la contrainte déviatrice  $q$  est reliée à la pression de confinement par la relation  $q=Mp$  où  $M$  est le coefficient directeur de la droite dite de "plasticité parfaite" (cf. Figure A5.1). On montre que le coefficient  $M$  peut être relié au frottement solide  $k$  (cf. Chapitre 1 de la partie I). Cependant avant d'atteindre cet état de plasticité parfaite, le système évolue et la courbe du déviateur  $q$  en fonction de la déformation verticale de l'échantillon  $\varepsilon_1$  (cf. Figure A5.1) passe (ou ne passe pas) par un maximum lorsque le tas est plus dense (ou plus lâche) que la densité finale (de plasticité parfaite).

Pour les tas très peu confinés qui nous intéressent, la probabilité de partir d'un tas suffisamment lâche pour ne pas observer une dilatance du système est très faible, de telle sorte que l'on observe sur ces systèmes pratiquement toujours une dilatance du système associée à un pic de contrainte.

Du point de vue mécanique, on s'intéresse en général à la résistance maximale du matériau. Celle-ci correspond au pic du déviateur de contrainte lorsque le tas est dilatant (tas initialement dense) ou à la contrainte déviatrice aux grandes déformations pour les tas contractants (tas initialement lâches). C'est en général ceci qui est donnée dans la littérature. Nous en donnons un exemple dans les Figures A5.1, A5.2 et A5.3 [Biarez J. et Hicher P.Y., 1989].

Pour la partie gauche de la Figure A5.1, on a représenté l'évolution du déviateur en fonction de la déformation verticale pour le même tas sous la même densité initiale, pour différentes pressions de confinement. On observe ainsi l'apparition d'un pic du déviateur pour les plus faibles pressions de

confinement. On a reporté sur la partie droite de cette figure, l'évolution du maximum du déviateur de contrainte en fonction de la pression de confinement. On constate qu'aux pressions de confinement élevées, c'est une droite de pente  $M$ , caractéristique d'un frottement solide constant, mais qu'aux faibles confinements, les résultats expérimentaux dévient de cette droite et sont parasités essentiellement par des effets de dilatance qui sont d'autant plus importants que le confinement est faible.

La Figure A5.2 montre bien que l'indice des vides  $e$  en plasticité parfaite est une fonction décroissante de la pression de confinement. De la même façon, la partie gauche de cette figure montre l'évolution de l'indice des vides  $e$  du matériau sous sollicitation déviatrice en fonction de la déformation verticale de l'échantillon  $\epsilon_1$  et pour différentes pressions de confinement  $p$ .

Les Figures A5.3 représentent les mêmes types de courbes pour des échantillons de sable de densité moyenne soumis à des essais triaxiaux drainés.

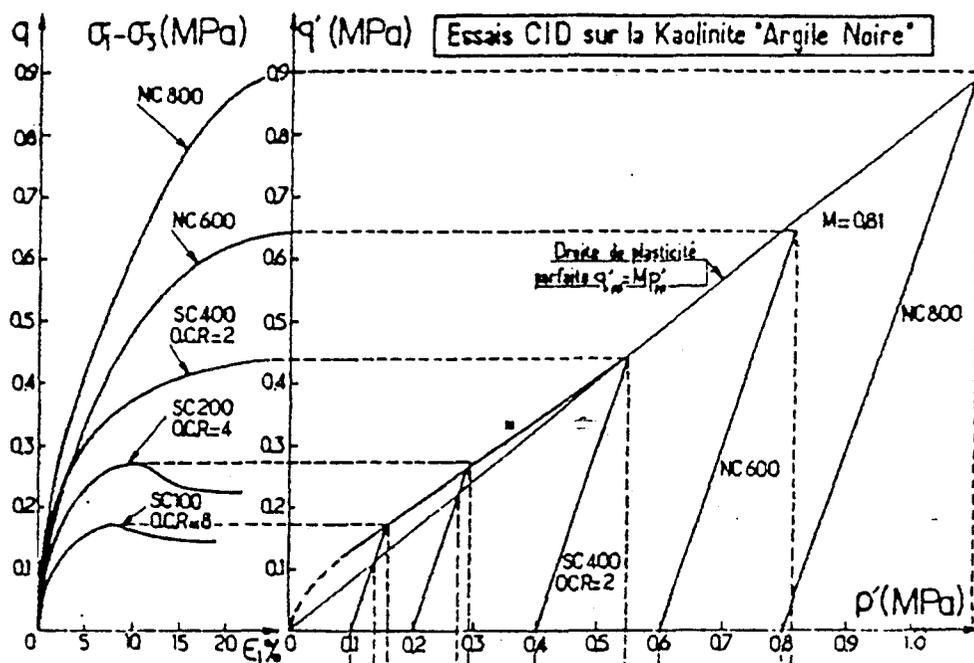


Figure A5.1: La partie gauche de la figure représente l'évolution du déviateur de contrainte  $q'$  en fonction de la déformation verticale de l'échantillon  $\epsilon_1$  pour différents échantillons de même densité initiale, mais soumis à des pressions de confinement  $p'$  différentes. Sur la partie droite, on a représenté l'évolution du maximum du déviateur des contraintes  $q'$  en fonction de la pression de confinement  $p'$  (d'après [Biarez J. et Hicher P.Y., 1989]).



Essais CID sur la Kaolinite "Argile Noire"

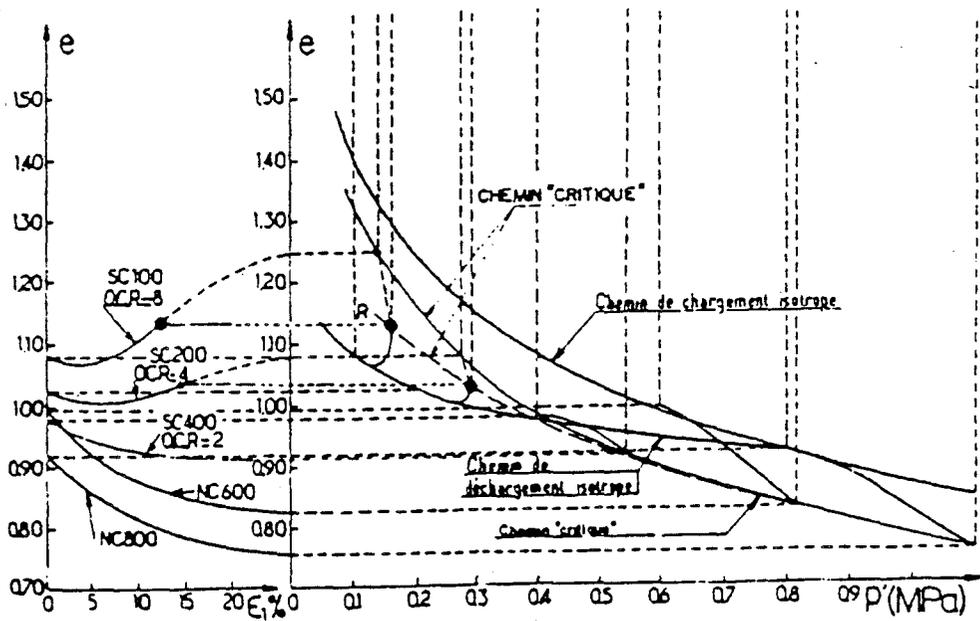


Figure A5.2: La partie gauche de la figure représente l'évolution de l'indice des vides  $e$  en fonction de la déformation verticale de l'échantillon  $\epsilon_1$  pour différents échantillons de même densité initiale, mais soumis à des pressions de confinement différentes. Sur la partie droite, on a représenté l'évolution de l'indice des vides  $e$  en fonction de la pression de confinement  $p'$  dans le domaine de plasticité parfaite (d'après [Biarez J. et Hicher P.Y., 1989]).

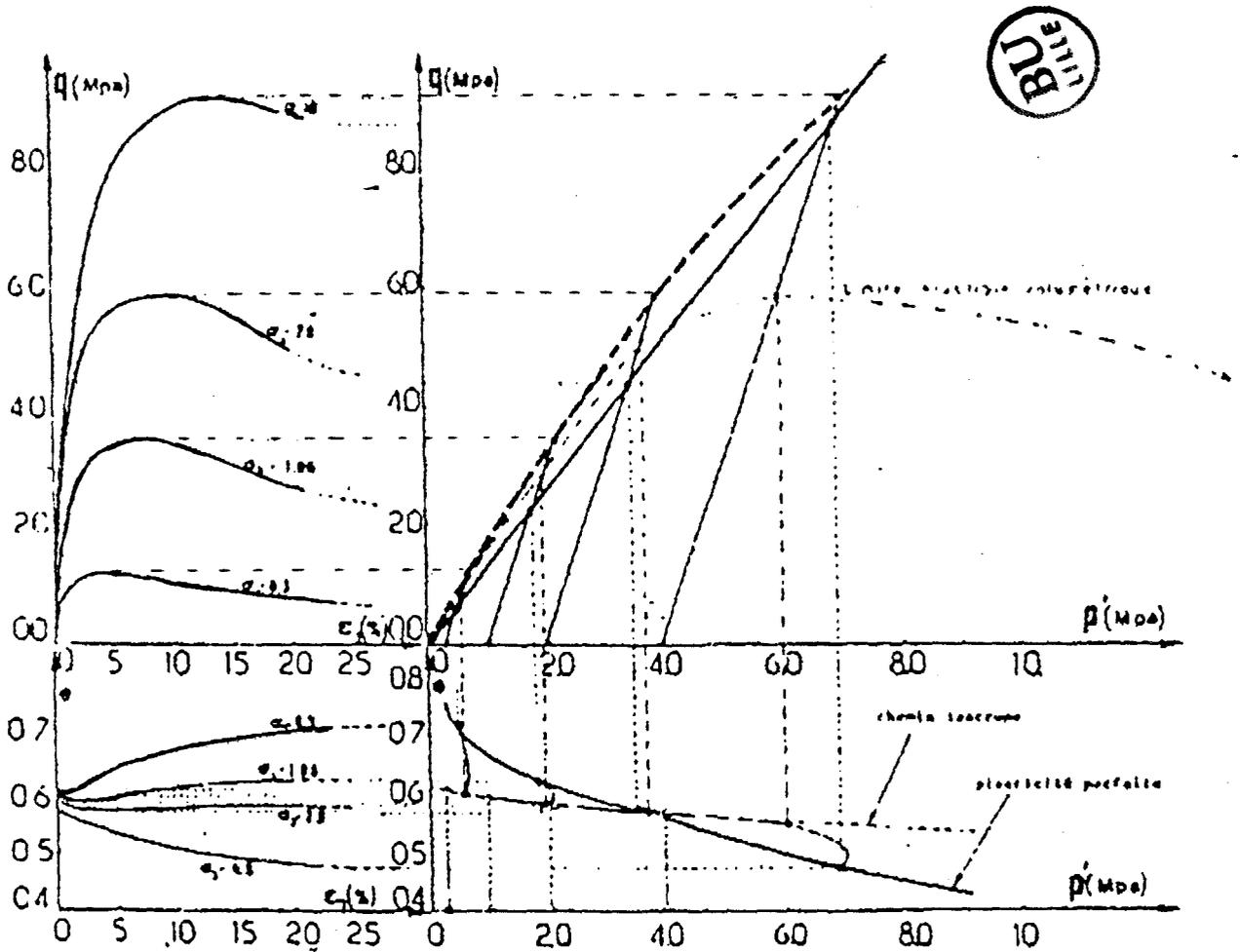


Figure A5.3: Pour différents échantillons de sable de même densité initiale, mais soumis à des pressions différentes, on a représenté les évolutions du déviateur de contrainte  $q$  (en haut) et de l'indice des vides  $e$  (en bas) en fonction de la déformation verticale de l'échantillon  $\epsilon_1$  (partie gauche des graphes) et de la pression de confinement  $p$  (partie droite des graphes), d'après [Biarez J. et Hicher P.Y., 1989].

## Annexe 6: Les avalanches de sable d'Hostun en centrifugeuse

Nous donnons dans cette annexe les différents résultats expérimentaux complémentaires obtenus lors des essais réalisés à la centrifugeuse du L.C.P.C. de Nantes sur le sable d'Hostun sec. La densité des échantillons a été contrôlée par la méthode de pluviation à l'air décrite dans l'Annexe 4.

Les résultats qui sont détaillés ici représentent trois semaines d'expérimentations dont deux sous macrogravité. Elles ont été réalisées en Novembre 1991 pour les essais à 1 G ( $1G \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ ) et en Mars et Avril 1992 pour les essais en centrifugeuse. Les essais à 1 G sont reportés sur les Figures A6.1, alors que les expériences en macrogravité sont respectivement répertoriées sur les Figures A6.2 et A6.3 pour Mars 1992 et Avril 1992.

Les évolutions des angles de départ  $\theta_i$  des avalanches sont reportées sur les Figures A6.Xa ( $X=1,2$  ou  $3$ ); les évolutions des angles de fin  $\theta_f$  des avalanches sur les Figures A6.Xb ( $X=1,2$  ou  $3$ ); enfin les évolutions de la taille  $\delta\theta$  des avalanches sur les figures A6.Xc ( $X=1,2$  ou  $3$ ).

Les corrélations éventuelles entre la taille des avalanches et l'angle de départ de celles-ci sont mises en évidence sur les Figures A6.Xd ( $X=1,2$  ou  $3$ ).

On retrouve de manière générale les résultats présentés dans la thèse. Ainsi, si on s'intéresse à l'évolution de la taille après quelques avalanches, on constate que la taille reste toujours de l'ordre de  $1,5$  à  $2^\circ$  comme nous avons pu le mettre en évidence sur les essais détaillés dans la thèse.

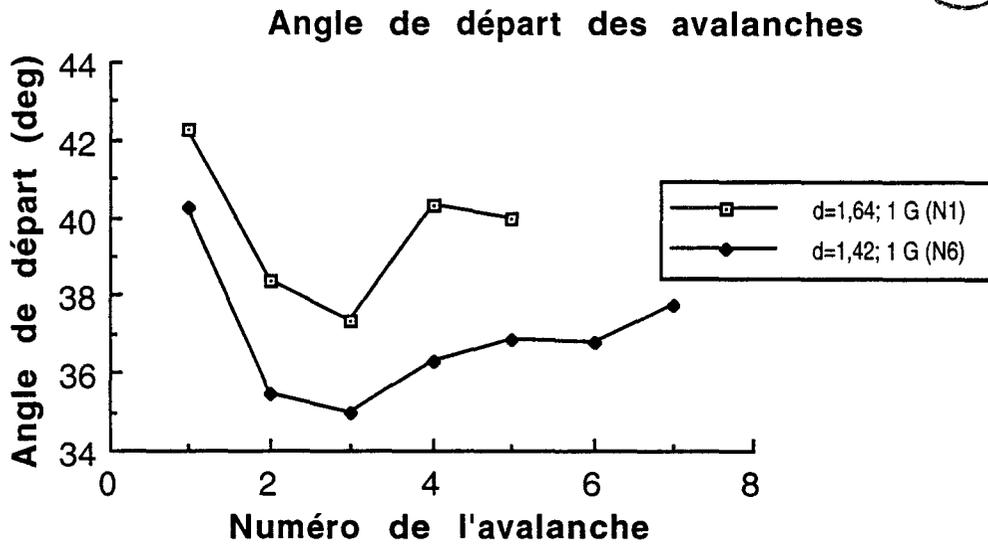


Figure A6.1a: Angles de départ des avalanches obtenus pour le sable d'Hostun sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Novembre 1991.

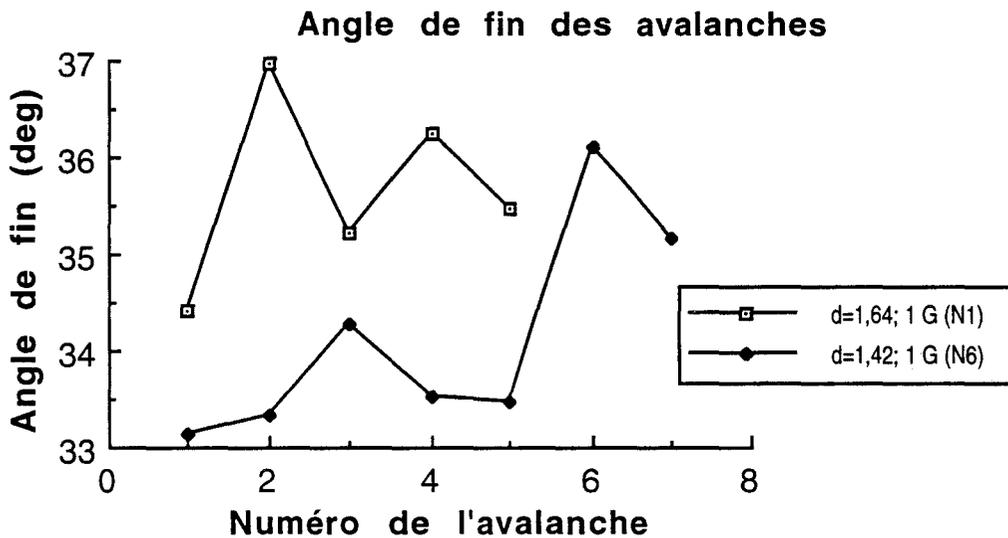


Figure A6.1b: Angles de fin des avalanches obtenus pour le sable d'Hostun sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Novembre 1991.

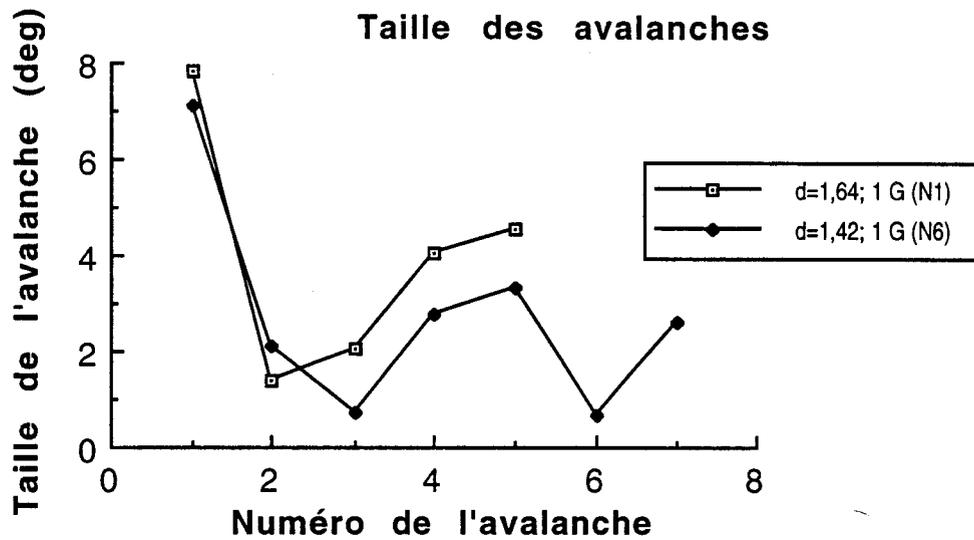


Figure A6.1c: Tailles des avalanches obtenues pour le sable d'Hostun sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Novembre 1991.

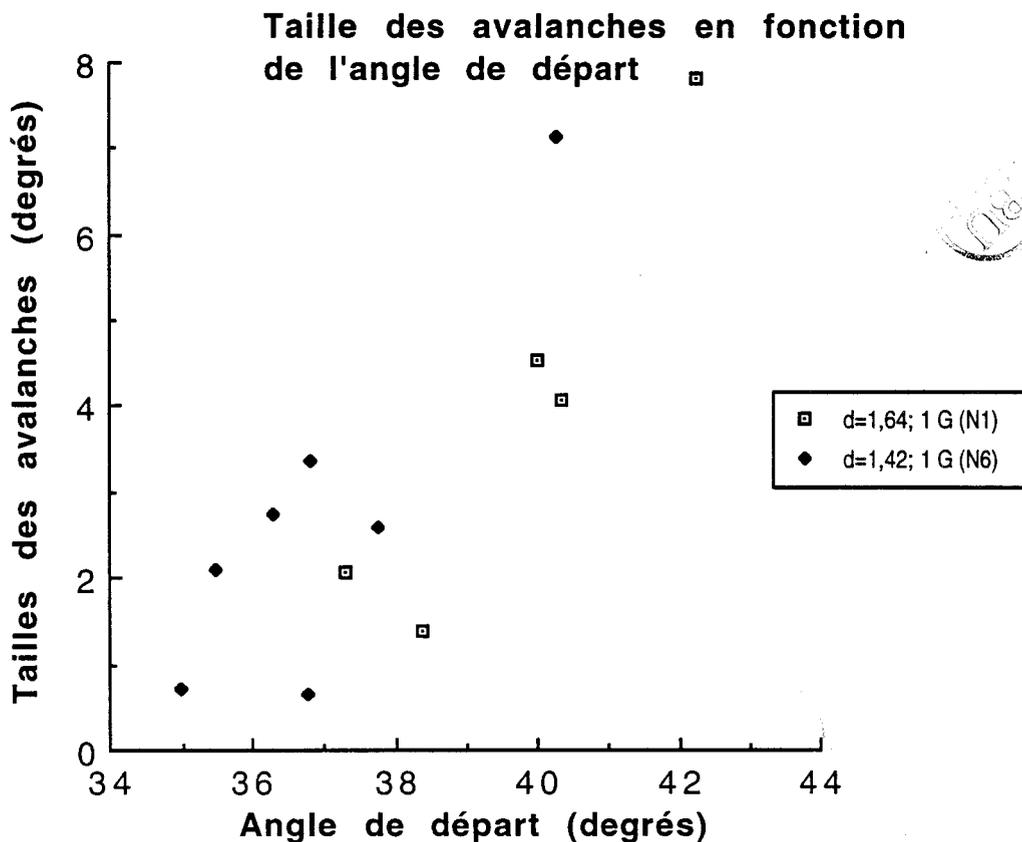


Figure A6.1d: Tailles des avalanches en fonction de l'angle de départ de celles-ci obtenues pour le sable d'Hostun sec. Semaine d'essais Novembre 1991.

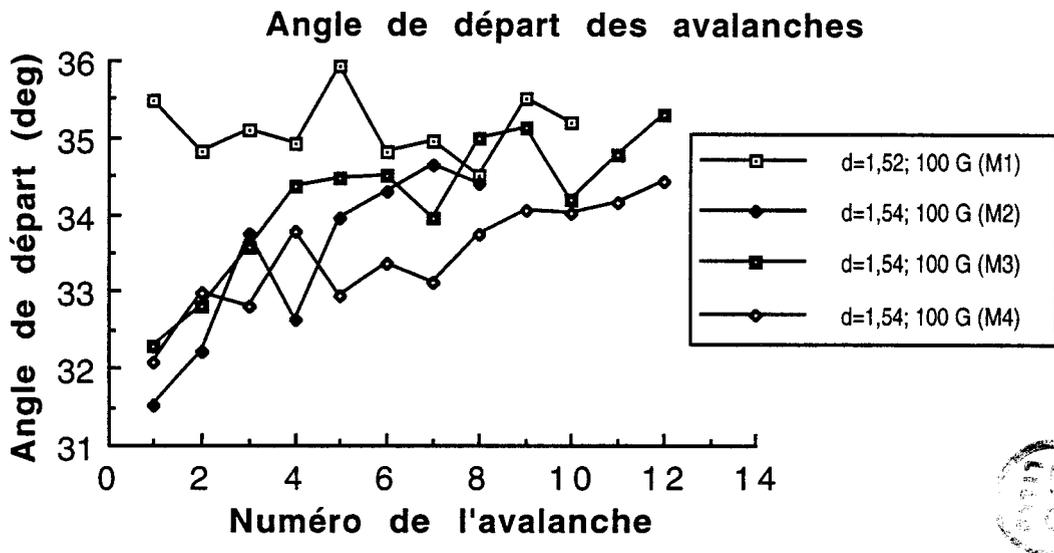


Figure A6.2a: Angles de départ des avalanches obtenus pour le sable d'Hostun sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Mars 1992.

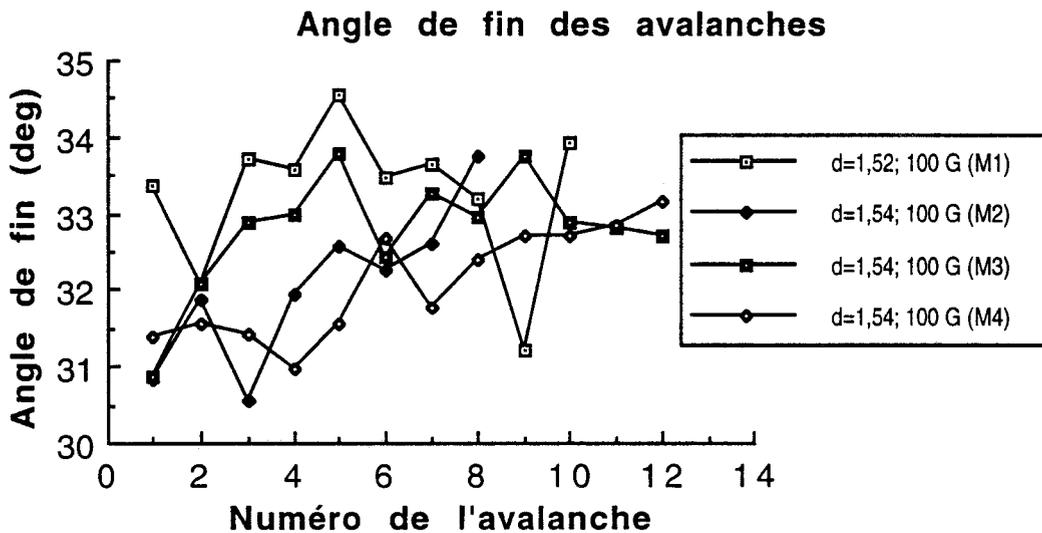


Figure A6.2b: Angles de fin des avalanches obtenus pour le sable d'Hostun sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Mars 1992.

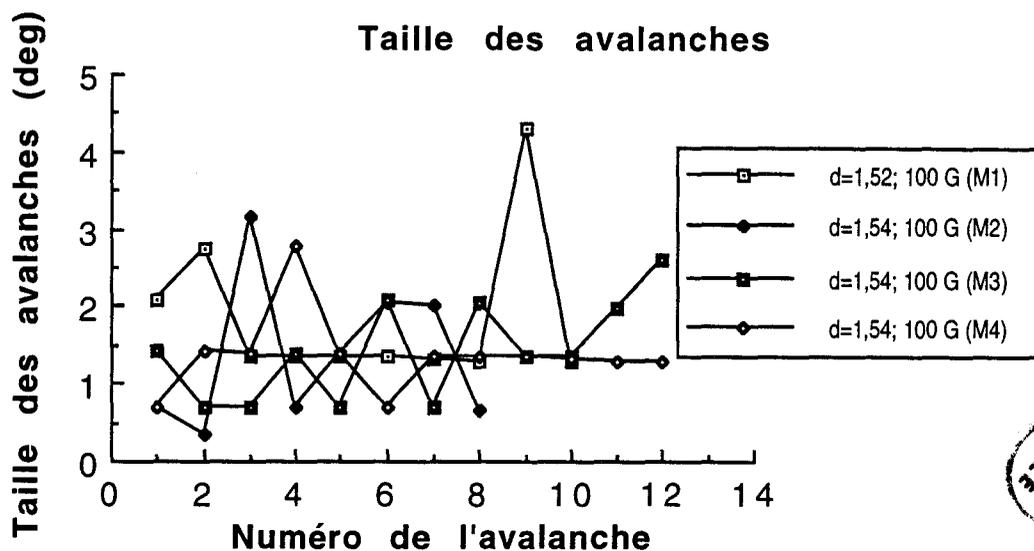


Figure A6.2c: Tailles des avalanches obtenues pour le sable d'Hostun sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Mars 1992.

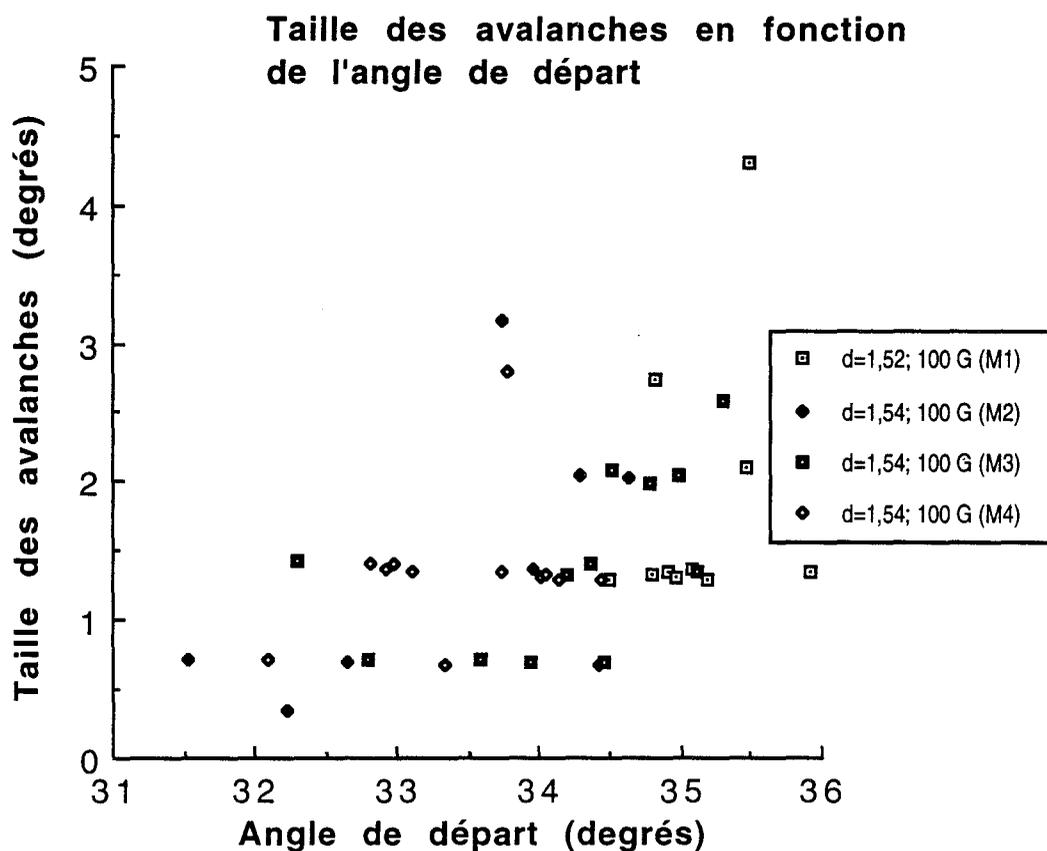


Figure A6.2d: Tailles des avalanches en fonction de l'angle de départ de celles-ci obtenues pour le sable d'Hostun sec. Semaine d'essais Mars 1992.

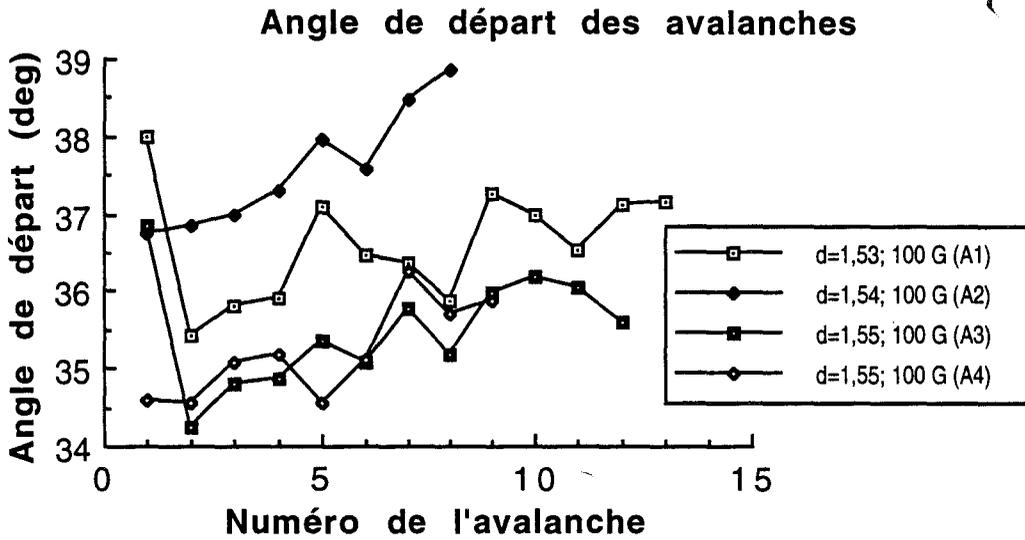


Figure A6.3a: Angles de départ des avalanches obtenus pour le sable d'Hostun sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Avril 1992.

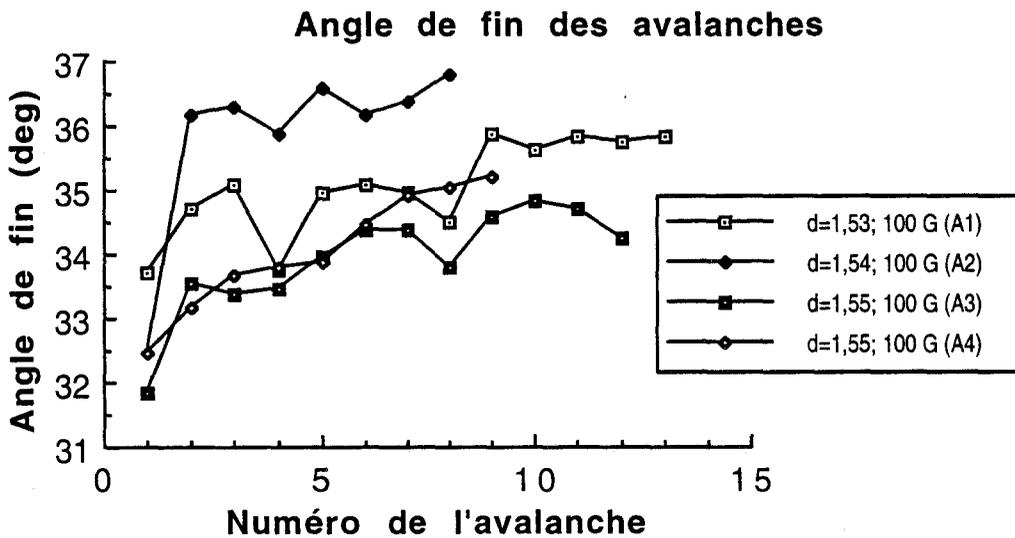


Figure A6.3b: Angles de fin des avalanches obtenus pour le sable d'Hostun sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Avril 1992.

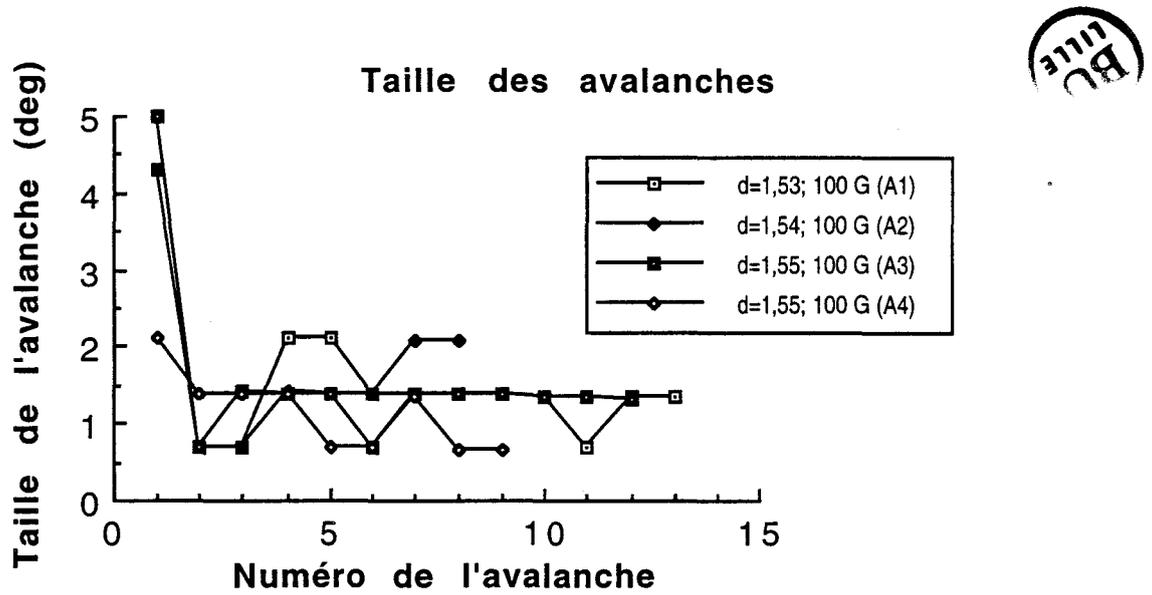


Figure A6.3c: Tailles des avalanches obtenues pour le sable d'Hostun sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Avril 1992.

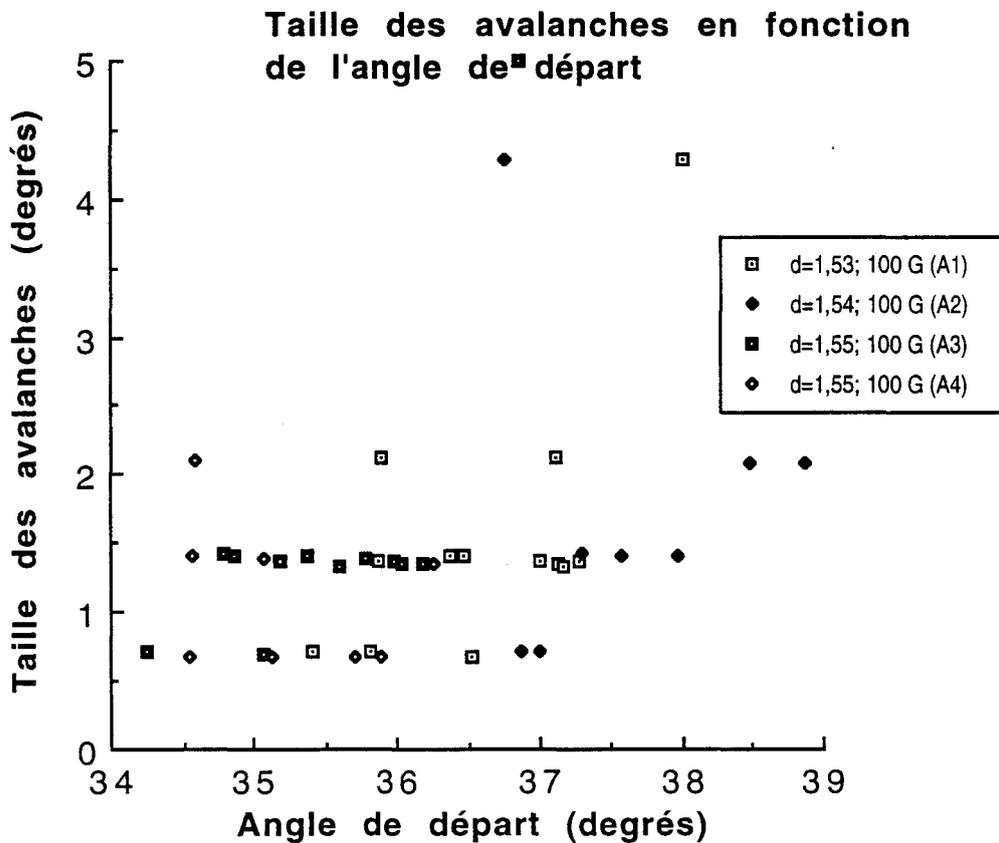


Figure A6.3d: Tailles des avalanches en fonction de l'angle de départ de celles-ci obtenues pour le sable d'Hostun sec. Semaine d'essais Avril 1992.

## Annexe 7: Les avalanches de sable de Fontainebleau en centrifugeuse

Nous donnons dans cette annexe les différents résultats expérimentaux que nous avons obtenus lors des essais réalisés à la centrifugeuse du L.C.P.C. de Nantes sur le sable de Fontainebleau sec. Comme pour le sable d'Hostun, la densité des échantillons a été contrôlée en utilisant la méthode de pluviation à l'air (cf. Annexe 4).

Les résultats que nous détaillons dans cette annexe concernent une série de cinq essais qui ont été entrepris en Juin 1992. Nous avons réalisé trois essais à 100 G ( $1G \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ ) et deux essais à 5 G. Les résultats de ces cinq essais sont résumés sur les Figures A7.1.

Ainsi, les évolutions des angles de départ  $\theta_i$  des avalanches sont reportées sur la Figure A7.1a; les évolutions des angles de fin  $\theta_f$  des avalanches sur la Figure A7.1b; enfin, les évolutions de la taille  $\delta\theta$  des avalanches sur la Figure A7.1c. La Figure A7.1d représente la taille des avalanches en fonction de l'angle de départ de celles-ci.

L'étude de l'évolution de la taille des avalanches dans la série (cf Figure A7.1c) permet de mettre en évidence l'existence d'un comportement asymptotique comme pour le sable d'Hostun. Cependant, pour le sable de Fontainebleau, la valeur asymptotique des avalanches de l'ordre de  $1^\circ$  est légèrement plus faible que celle trouvée pour le sable d'Hostun. Ce résultat est important car il laisse entrevoir que le comportement asymptotique dépend de la nature du matériau. Pour le riz par exemple (cf. Annexe 8), nous avons trouvé une taille asymptotique beaucoup plus grande de l'ordre de  $4^\circ$ .

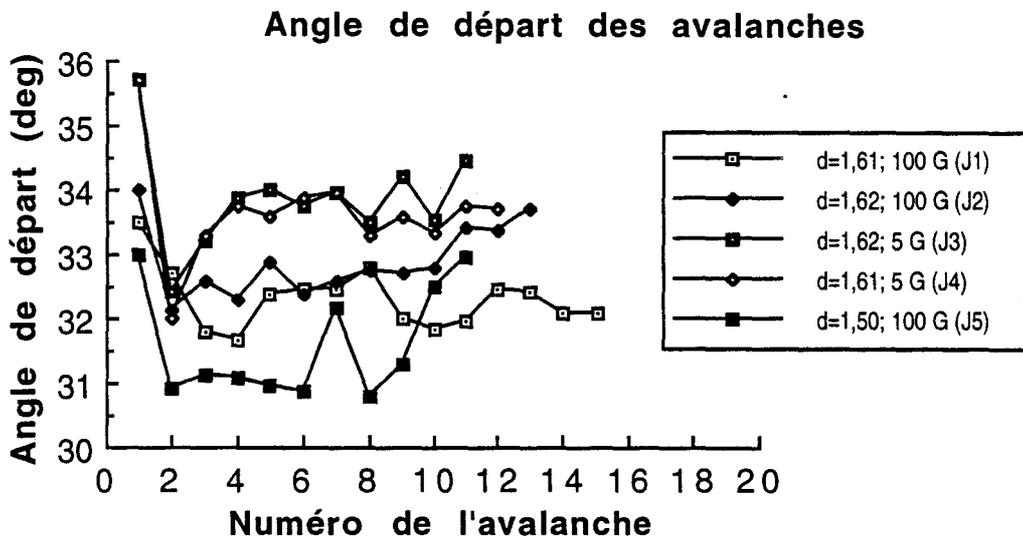


Figure A7.1a: Angles de départ des avalanches obtenus pour le sable de Fontainebleau sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Juin 1992.

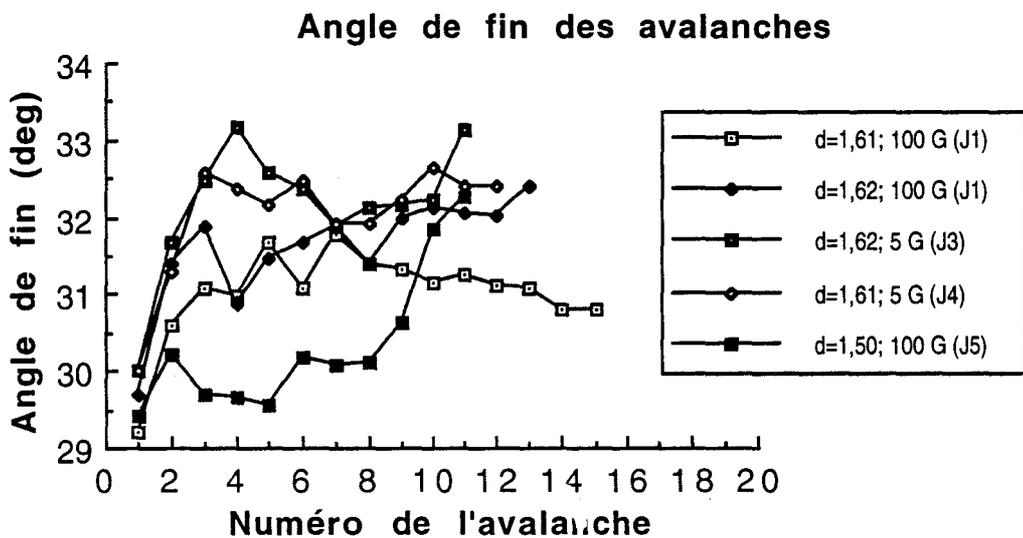


Figure A7.1b: Angles de fin des avalanches obtenus pour le sable de Fontainebleau sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Juin 1992.

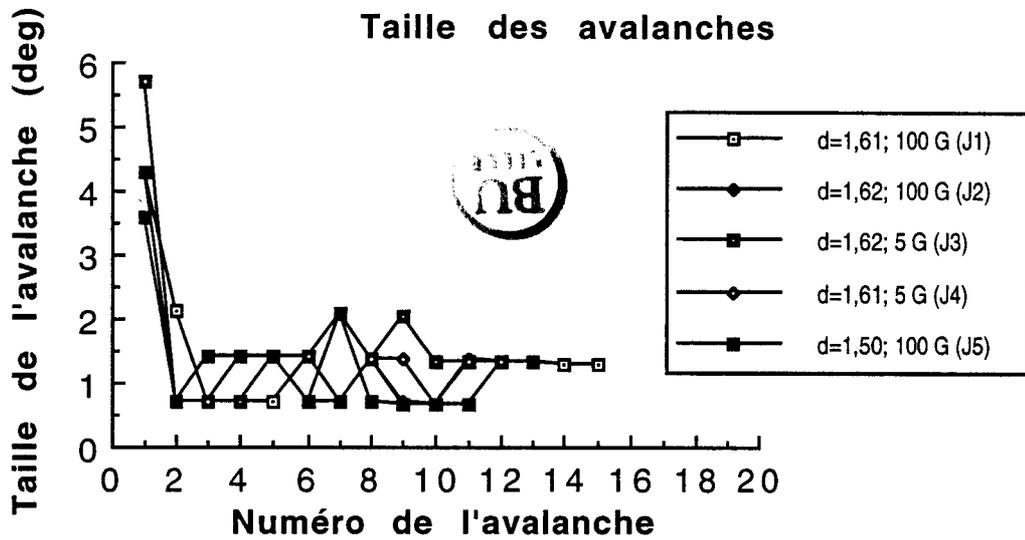


Figure A7.1c: Tailles des avalanches obtenues pour le sable de Fontainebleau sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Juin 1992.

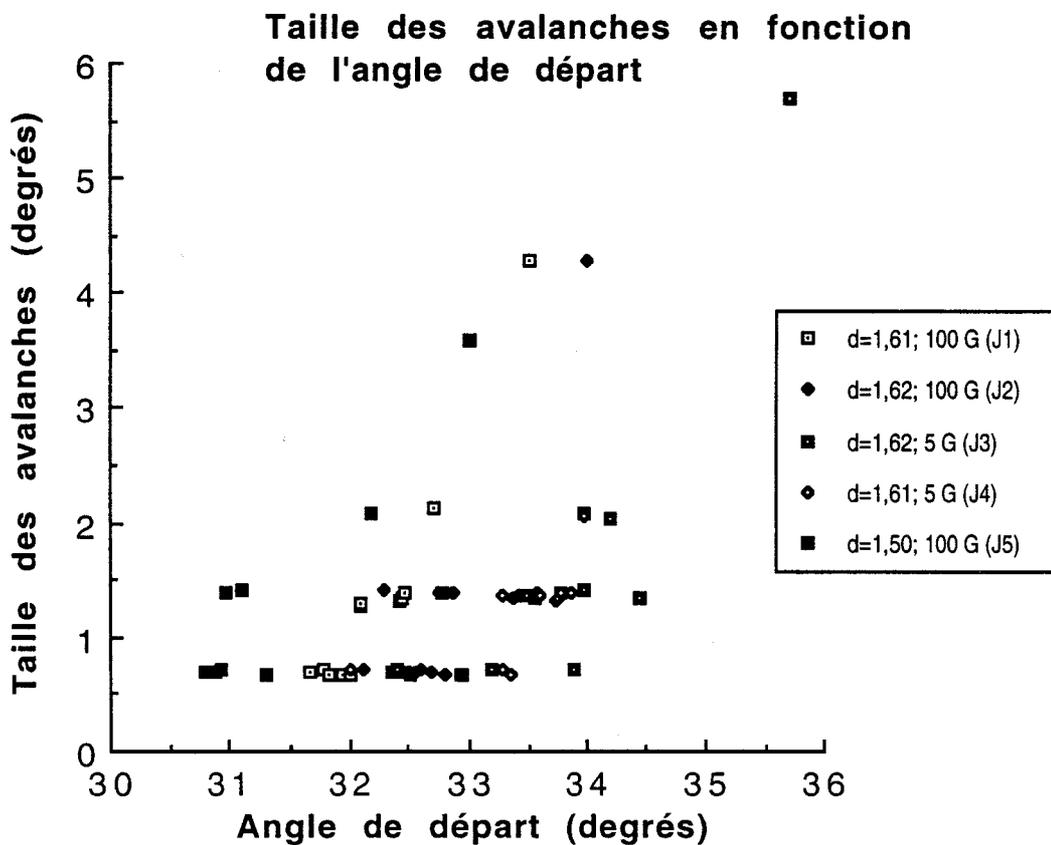


Figure A7.1d: Tailles des avalanches en fonction de l'angle de départ de celles-ci obtenues pour le sable de Fontainebleau sec. Semaine d'essais Juin 1992.

## Annexe 8: Les avalanches de riz en centrifugeuse

Nous donnons dans cette annexe les différents résultats expérimentaux complémentaires obtenus à la centrifugeuse du L.C.P.C. de Nantes pour le riz. Pour ces expériences, nous avons utilisé du riz long de marque "Oncle Bens". Pour contrôler la densité des échantillons, nous avons utilisé la méthode de pluviation. Cependant la nature et la forme des grains de riz, nous ont obligé à utiliser un dispositif expérimental original constitué d'une boîte (de dimension 50cm\*50cm\*20cm) dont la face inférieure est un tamis dont le diamètre des trous est de l'ordre de 2cm afin de laisser couler les grains et d'éviter les effets de voûte. Avec ce type de dispositif, la densité du riz est contrôlée uniquement en faisant varier la hauteur de chute des grains.

Les résultats qui sont présentés correspondent à trois semaines d'expériences qui ont été réalisées en Septembre, Novembre et Décembre 1992. Elles sont reportées respectivement sur les Figures A8.1, A8.2 et A8.3.

Dans les Figures A8.1a, A8.2a, A8.3a et A8.1c, A8.2c, A8.3c, nous donnons respectivement les angles de départ et la taille des avalanches en fonction de la position de celles-ci dans la série (cf. protocole n°2 décrit dans la partie II, chapitre 2), ceci pour du riz à différentes densités et à différentes gravités. On constate l'évolution de la taille des avalanches vers une taille typique de l'ordre de 4° après quelques avalanches (cf. Figures A8.1c, A8.2c, A8.3c). On note aussi que la taille de la première avalanche de la série est proportionnelle à la densité du tas (ce qui est normal d'après notre modèle), mais que cette taille croît lorsque la gravité effective augmente, ce qui n'est pas prévu par notre modèle. Ce dernier phénomène est sans doute dû à la nature élastique du matériau. En effet, ce type de comportement n'a pas été observé sur les sables que nous avons étudiés (Sables d'Hostun et de Fontainebleau).

Nous donnons sur les graphes A8.1d, A8.2d, A8.3d, l'évolution de la taille de ces avalanches en fonction de l'angle de départ. On observe seulement avec peu de précision, une tendance reliant la taille de l'avalanche en fonction de l'angle de départ. Cependant, cette corrélation est bien mieux visible quand on travaille à un seul confinement et lorsque l'on ne mélange pas tous les résultats à différentes gravités. Nous représentons sur les Figures A8.2d et A8.3d l'évolution de la taille des avalanches en fonction de l'angle de départ à 1G et 100G ( $1G \approx 9,81 \text{ m/s}^2$ ) respectivement. Les corrélations sont bien meilleurs. On remarque aussi

que la pente est à peu près constante et qu'elle vaut à peu près 1. Nous n'expliquons pas encore cette variation de la taille des avalanches en fonction de la gravité effective, mais ces résultats démontrent l'existence d'une variation de la pente moyenne quand la gravité augmente

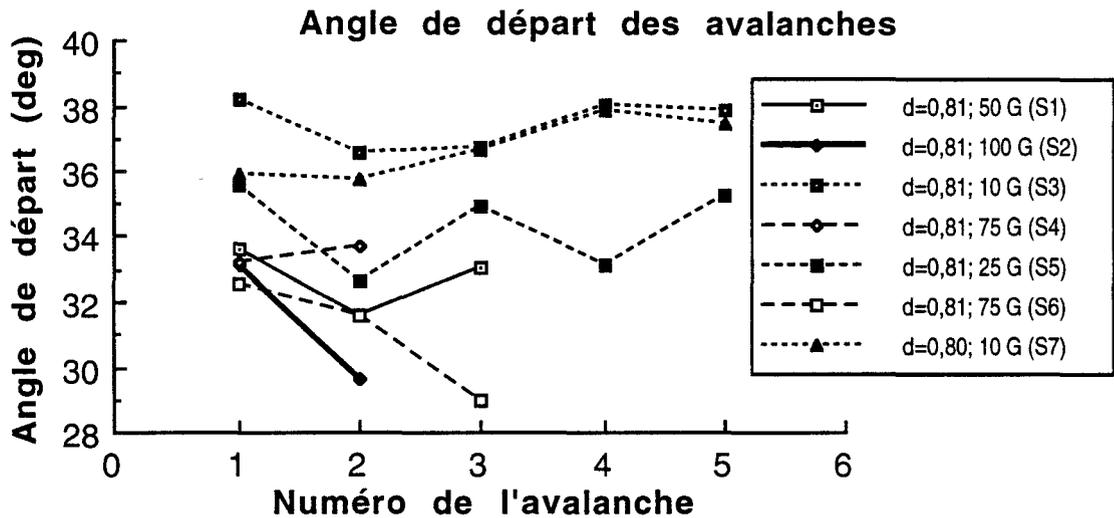


Figure A8.1a: Angles de départ des avalanches obtenus pour le riz sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Septembre 1992.

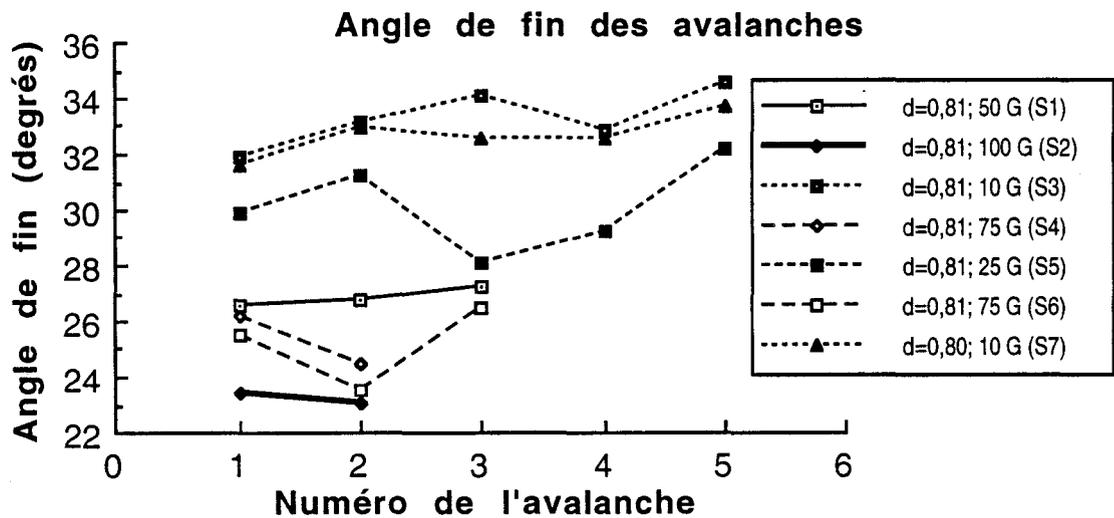


Figure A8.1b: Angles de fin des avalanches obtenus pour le riz sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Septembre 1992.

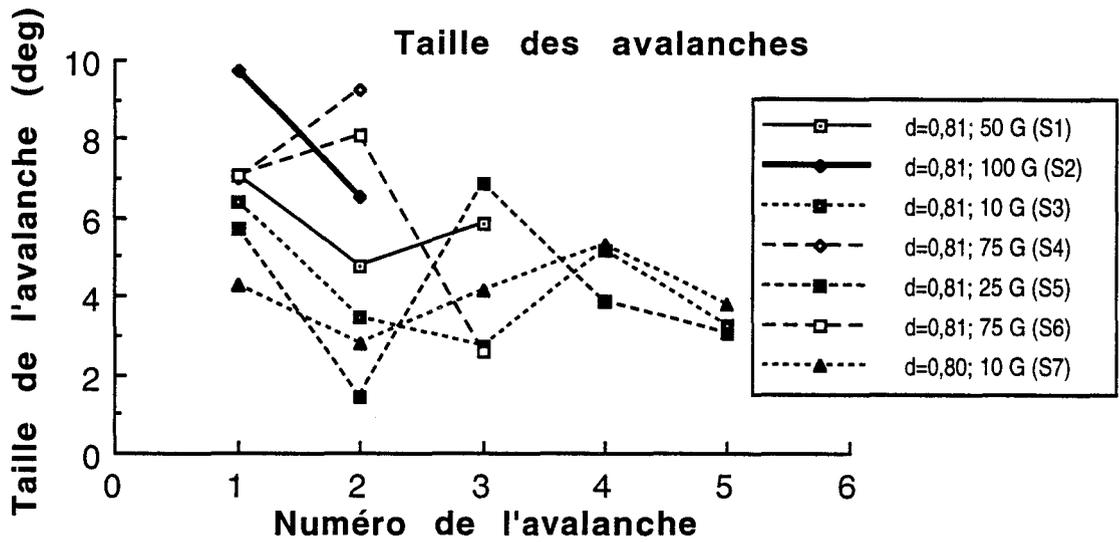


Figure A8.1c: Tailles des avalanches obtenues pour le riz sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Septembre 1992.

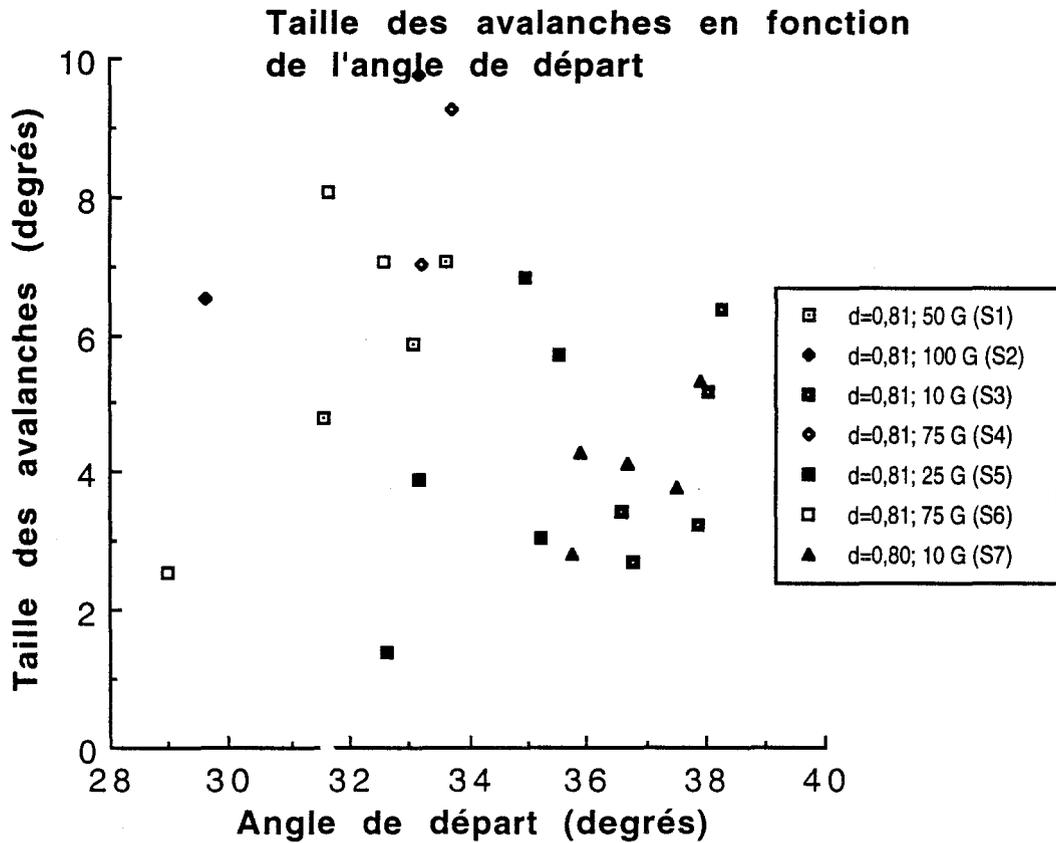


Figure A8.1d: Tailles des avalanches en fonction de l'angle de départ de celles-ci obtenues pour le riz sec. Semaine d'essais Septembre 1992.

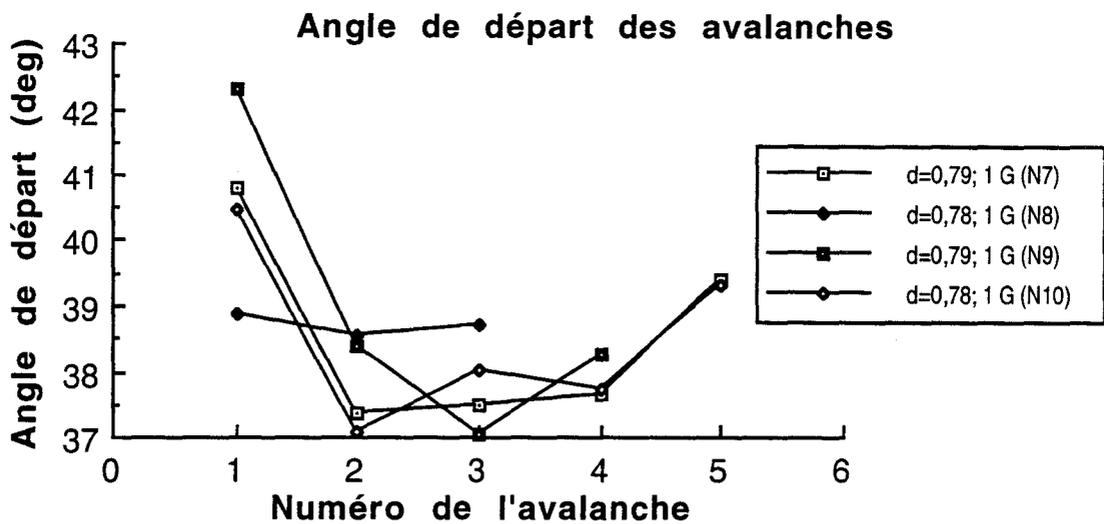


Figure A8.2a: Angles de départ des avalanches obtenus pour le riz sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Novembre 1992.

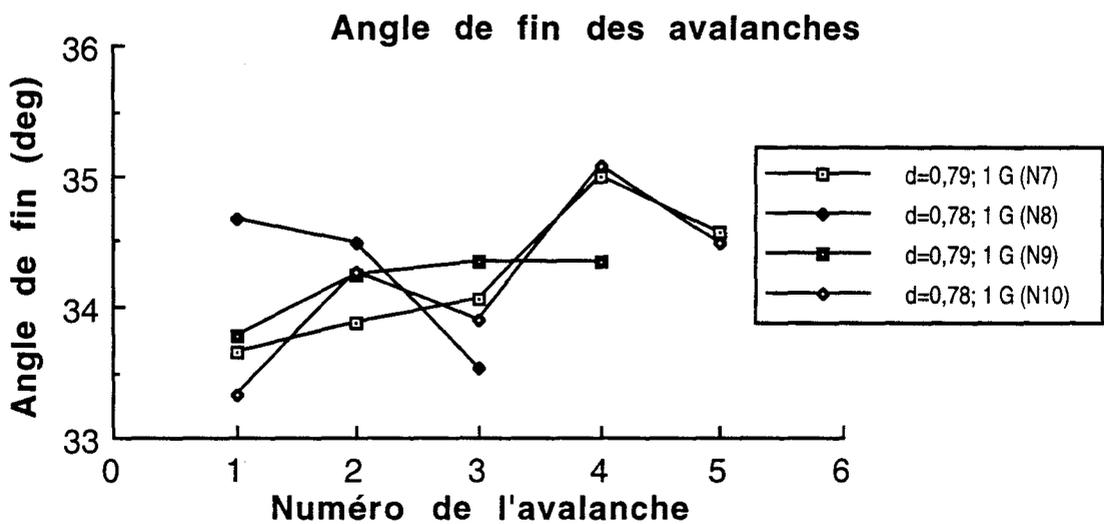


Figure A8.2b: Angles de fin des avalanches obtenus pour le riz sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Novembre 1992.

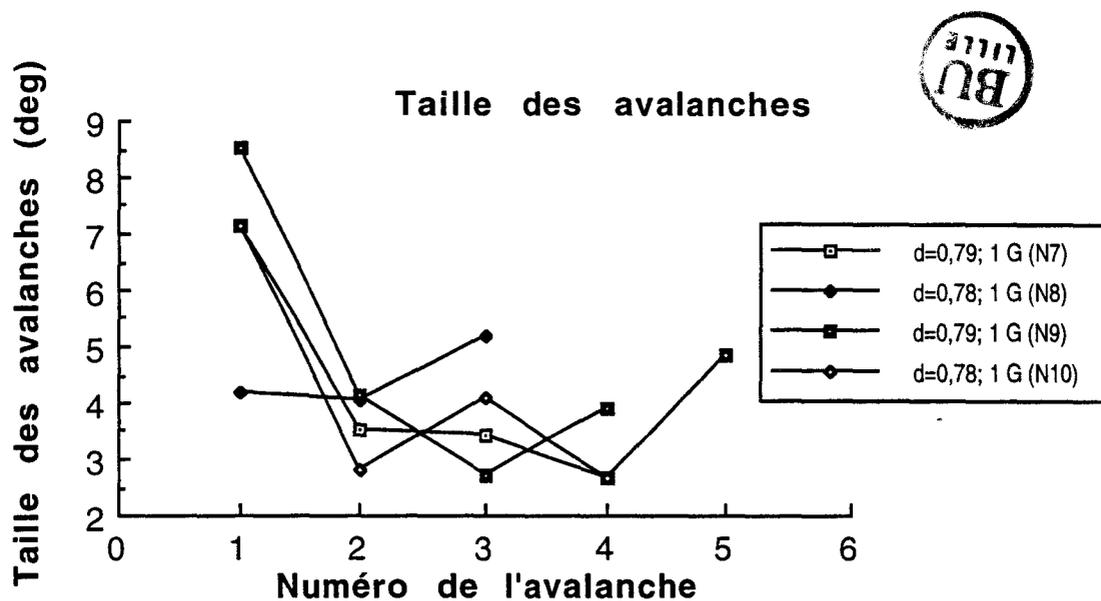


Figure A8.2c: Tailles des avalanches obtenues pour le riz sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Novembre 1992.

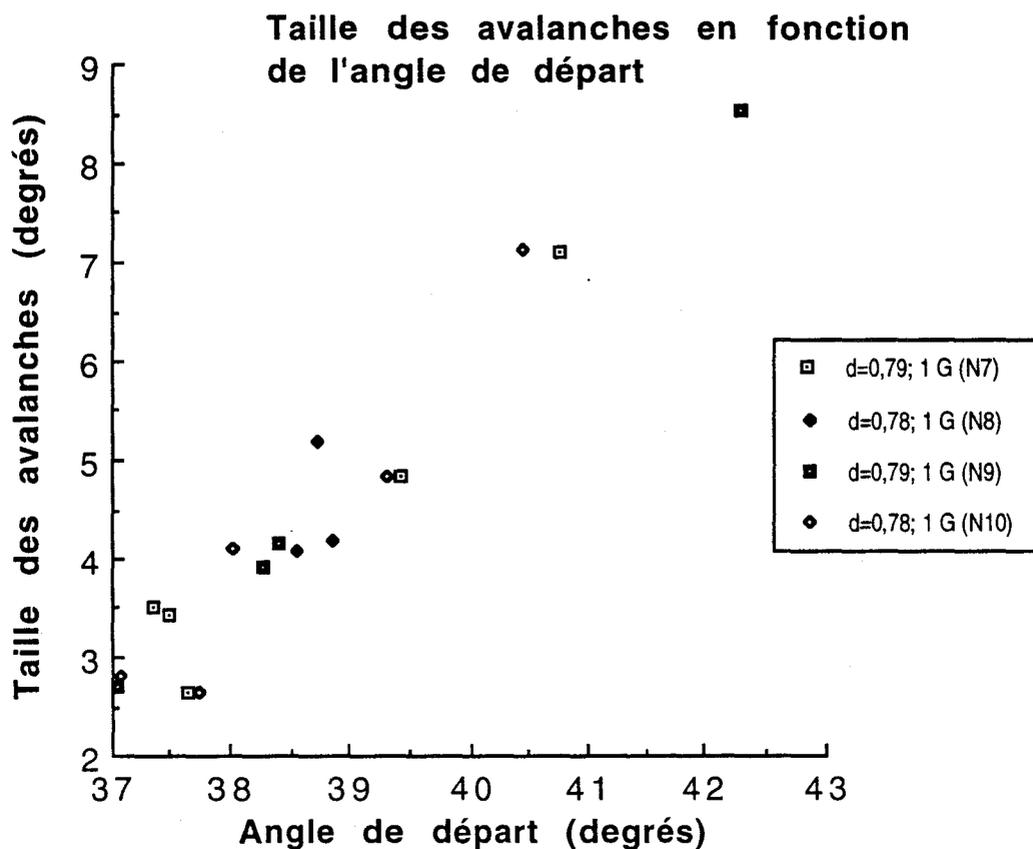


Figure A8.2d: Tailles des avalanches en fonction de l'angle de départ de celles-ci obtenues pour le riz sec. Semaine d'essais Novembre 1992.

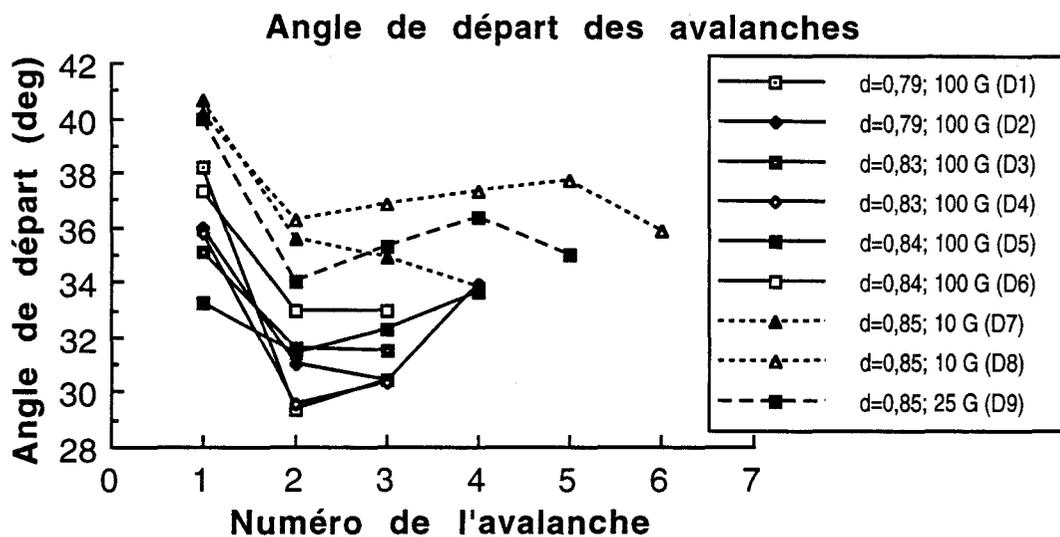


Figure A8.3a: Angles de départ des avalanches obtenus pour le riz sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Décembre 1992.

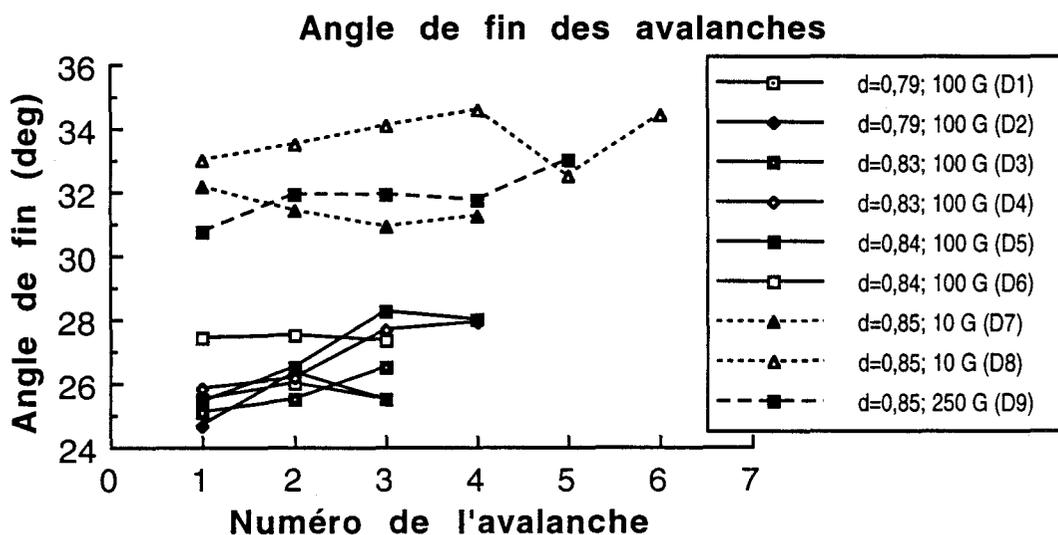


Figure A8.3b: Angles de fin des avalanches obtenus pour le riz sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Décembre 1992.

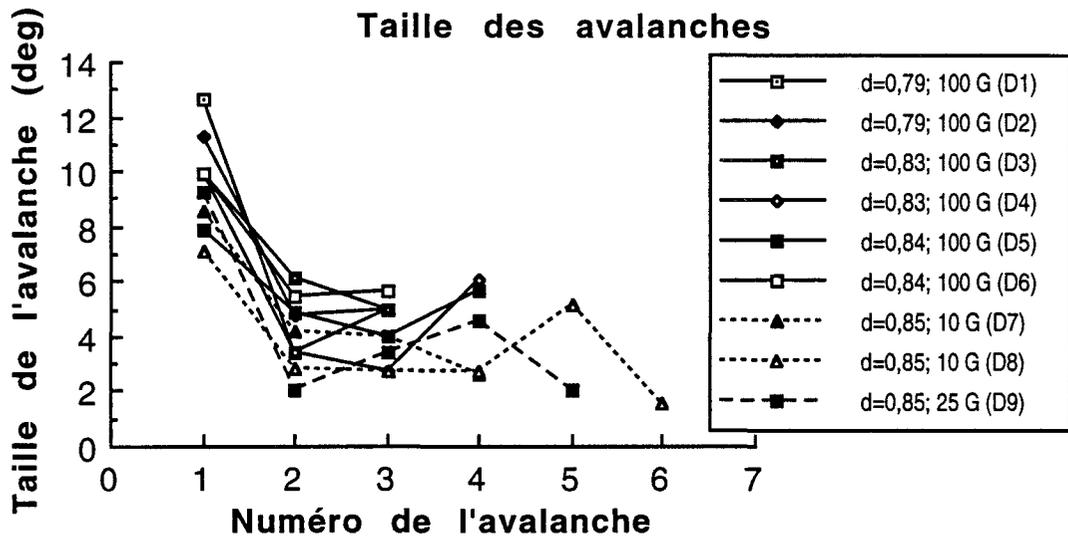


Figure A8.3c: Tailles des avalanches obtenues pour le riz sec en utilisant le protocole expérimental n°2. Semaine d'essais Décembre 1992.

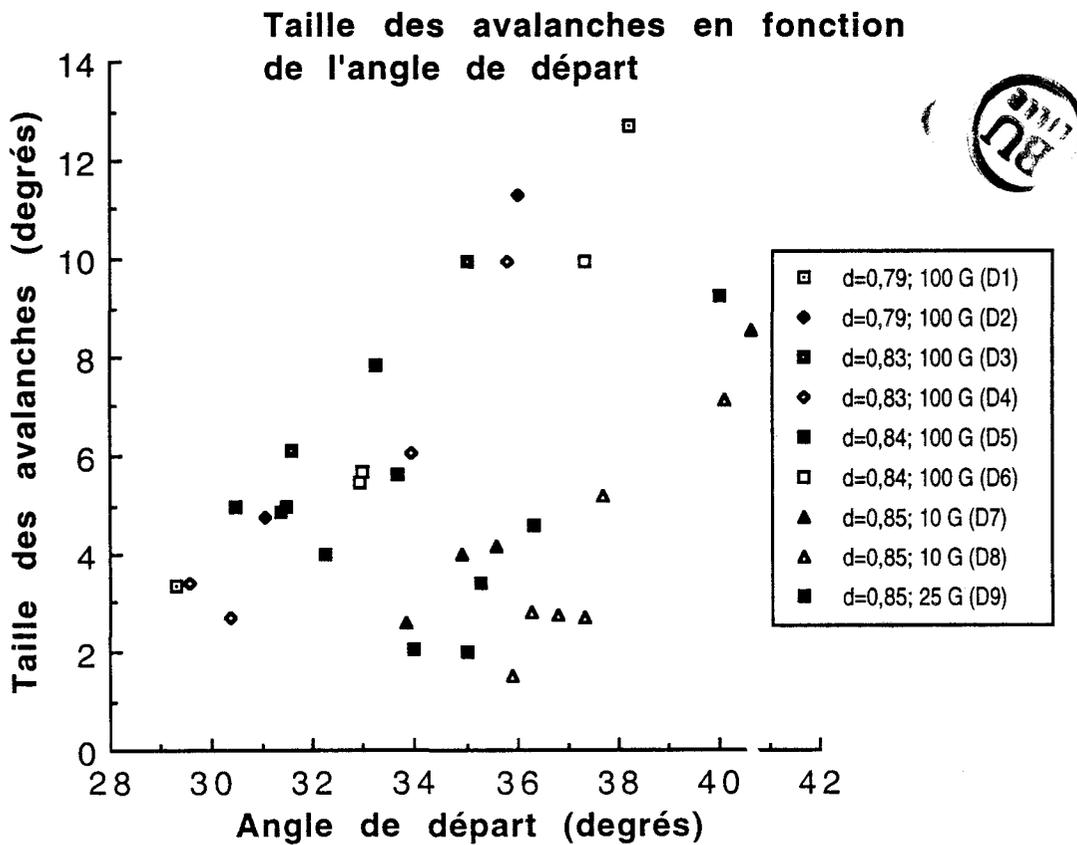


Figure A8.3d: Tailles des avalanches en fonction de l'angle de départ de celles-ci obtenues pour le riz sec. Semaine d'essais Décembre 1992.

### Références des Annexes

- Bakir N., Etude sur modèles centrifugés de la capacité portante de fondations superficielles. Thèse, Université de Nantes (1993)
- Biarez J. et Hicher P.Y., Lois de comportement des sols: approche expérimentale, Cours de l'Ecole Centrale (1989)
- Corté J.F. et Garnier J., Une centrifugeuse pour la recherche en géotechnique, Bull. liaison Labo. P. et Ch. **146**, 5 (1986)
- Corté J.F., L'essor de la modélisation en centrifugeuse en géotechnique, Rev. Franç. Géotech. **48**, 7 (1989)
- Costet J. et Sanglerat G., Cours Pratique de Mécanique des Sols, Editions Dunod, Paris (1969)
- Fargeix D., Conception et réalisation d'une presse triaxiale dynamique: Application à la mesure des propriétés des sols sous sollicitations sismiques, Thèse, Université de Grenoble (1986)
- Fortin L., Rapport de stage de fin d'étude d'ingénieur, Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers (1993)
- Garnier J. et Cottineau L.M., La centrifugeuse du L.C.P.C.: moyens de préparation des modèles et instrumentation, Colloque "Centrifuge 88", Paris (1988)
- Phillips E., C. R. Acad. Sci. Paris **68**, (1869)
- Pilot G., Centrifugation de modèles réduits d'ouvrages en terre et de fondations, Rapp. Rech. L.P.C. **48**, Paris (1975)

RÉFÉRENCES  
BIBLIOGRAPHIQUES

**Références bibliographiques générales**

- Aharony A. et Feder J., *Fractal in Physics*, Editions North Holland, Amsterdam (1989)
- Bagnold R.A., *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* **225**, 49 (1954)
- Bagnold R.A., *Proc. Roy. Soc. London Ser. A* **295**, 219 (1966)
- Bak P., Tang C. et Wiesenfeld K., *Phys. Rev. A* **38**, 364 (1988)
- Bak P., Tang C. et Wiesenfeld K., *Phys. Rev. Lett.* **59**, 381 (1987)
- Bergé P., Pomeau Y. et Vidal C., *L'ordre dans le chaos*, Editions Hermann , Paris (1984)
- Biarez J. et Hicher P. Y., *Lois de Comportement des Sols Remaniés et des Matériaux Granulaires*, Cours de DEA de Mécanique des Sols et Structures, Ecole Centrale de Paris, Châtenay-Malabry (1989)
- Biarez J. et Hicher P.Y., *Powders and Grains*, Edité par J. Biarez et R. Gourvès, pp. 1-13, Editions Balkema, Rotterdam (1989)
- Bishop A.W. et Morgenstern N.R., *Géotechnique* **10**, 129 (1960)
- Bishop A.W., *Géotechnique*(1955)
- Bocarra N., *Symétries brisées: Théorie des transitions avec paramètre d'ordre*, Editions Hermann, Paris (1976)
- Brown R.L. et Richards J.C., *Principles of Powder Mechanics*, Editions Pergamon Press, Oxford (1966)
- Canou J., *Contribution à l'étude et à l'évaluation des propriétés de liquéfaction d'un sable*, Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris (1989)
- Colliat J.L., *Comportement des matériaux granulaires sous fortes contraintes, influence de la nature minéralogique du matériau étudié*, Thèse, Université de Grenoble (1986)
- Cundall P.A. et Strack O.D.L., *Géotechnique* **29**, 47 (1979)

- Cundall P.A. et Strack O.D.L., *Mechanics of Granular Media*, édité par J. T. Jenkins et M. Satake, pp.137, Elsevier, Amsterdam(1983)
- de Coulomb C., *Mémoires de Mathématiques et de Physique Présentés à l'Académie Royale des Sciences par Divers Savants et Lus dans les Assemblées*, 343, Imprimerie Royale, Paris (1773)
- de Gennes P.G., *Communication privée* (1988)
- Delamotte B. et Van den Bossche M., *Communication privée* (1992)
- Dhar D. et Ramaswamy R., *Phys. Rev. Lett.* **63**, 1659 (1989)
- Dutta P. et Horn P.M., *Rev. Mod. Phys.* **53**, 497 (1981)
- Ekeland I., *Le Calcul, l'Imprévu*, Eds du Seuil (1984)
- Evesque P. et Rajchenbach J., *C. R. Acad. Sci. Paris, Série II* **307**, 223 (1988)
- Evesque P. et Rajchenbach J., *Powders and Grains*, Edité par J. Biarez et R. Gourvès, pp. 217-224, Editions Balkema, Rotterdam (1989)
- Evesque P., Fargeix D., Habib P., Luong M.P. et Porion P., *J. Phys. I France* **2**, 1271 (1992)
- Evesque P., Fargeix D., Habib P., Luong M.P. et Porion P., *Phys. Rev. E* **47**, 2326 (1993)
- Evesque P., *J. de Phys. France* **51**, 2515 (1990)
- Evesque P., *Phys. Rev. A* **43**, 2720 (1991)
- Fargeix D., *Conception et réalisation d'une presse triaxiale dynamique: Application à la mesure des propriétés des sols sous sollicitations sismiques*, Thèse, Université de Grenoble (1986)
- Fauve S., Laroche C. et Douady S., *Communication privée* (1988)
- Fisher M.E., *Rep. Prog. Phys.* **30**, 615 (1967)
- Flavigny E., Desrues J. et Palayer B. *Note Technique: le sable d'Hostun "RF"*, *Rev. Franç. Géotech.* **53**, 67 (1990)
- Fortin L., *Rapport de stage de fin d'étude d'Ingéniorat*, Ecole Supérieure d'Ingénieurs de Poitiers (1993)
- Franklin F.C. et Johanson L.N., *Chem. Eng. Sci.* **4**, 119 (1959)

- Gallas J.A.C., Herrmann H.J. et Sokolowski S., *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1371 (1992)
- Garnier J. et Cottineau L.-M., *La centrifugeuse du L.C.P.C.: moyens de préparation des modèles et instrumentation*, Colloque Centrifuge 88, Paris (1988)
- Ginzburg V.L., *Sov. Phys. Solid State* **2**, 1824 (1960)
- Godrèche C., *Structures et Instabilités*, Editions de Physique, Orsay (1986)
- Gréco "Géomatériaux", *Rapports scientifiques*, Darve F. Editeur, (1987)
- Gréco "Géomatériaux", *Rapports scientifiques*, Darve F. Editeur, (1988)
- Guggenheim E.A., *J. Chem Phys.* **13**, 253 (1945)
- Gutenberg C. et Richter C.F., *Seismicity of the Earth and Associated Phenomena*, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1954.
- Habib P. et Luong M.P., *Sols pulvérulents sous chargement cycliques*, Séminaire Matériaux et Structures sous Chargement Cyclique, Ecole Polytechnique, Palaiseau (1978)
- Habib P., *Rev. Fr. Geotech.* **27**, 7 (1984)
- Habib P., *Rev. Fr. Geotech.* **31**, 5 (1986)
- Held G.A., Solina D.H., Keane D.T., Haag W.J., Horn P.M. et Grinstein G., *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1120 (1990)
- Hwa T. et Kardar M., *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1813 (1989a)
- Hwa T. et Kardar M., *Physica D* **38**, 198 (1989b)
- Jaëger H.M., Liu C.-H. et Nagel S.R., *Phys. Rev. Lett.* **62**, 40 (1989)
- Jaëger H.M., Liu C.-H., Nagel S.R. et Witten T.A., *Europhys. Lett.* **11**, 619 (1990)
- Kadanoff L.P., Nagel S.R., Wu L. et Zhou S.-M., *Phys. Rev. A* **39**, 6524 (1989)
- Kadanoff L.P., *Phases transitions and critical phenomena*, Vol. 5A, ed.by Domb C. et Green M.S., Academic Press, New York (1976)
- Kadanoff L.P., *Phys. Today* **39** (2), 6 (1986)
- Lancelot L. , Shahrour I., Al Mahmoud M. et Doanh T., *Actes du 11ème Congrès Français de Mécanique*, Lille-Villeneuve d'Ascq, p.457 (1993)
- Lancelot L. , Shahrour I., Al Mahmoud M. et Doanh T., *Rapport Scientifique du GRECO Géomatériaux*, Darve F. Editeur, IMG, Grenoble (1992)

- Lancelot L., Thèse de Génie Civil, Université des Sciences et Technologies de Lille (1990)
- Landau L.D. et Lifchitz E., Fluid Mechanics, Pergamon Press, London (1959)
- Landau L.D. et Lifchitz E., Physique Statistique, Chap. XIV, Editions Mir, Moscou (1967)
- Landau L.D. et Lifchitz E., Physique Statistique, Chap. XV, Editions Mir, Moscou (1976)
- Liu C.H., Jaeger H.M. et Nagel S.R., Phys. Rev. A **43**, 7091 (1991)
- Lorenz E.N., J. Atmos. Sci. **20**, 130 (1964)
- Luong M.P., C. R. Acad. Sci. Paris **287**, 305 (1978)
- Luong M.P., Geotech. Testing J. **9**, 80 (1986)
- Luong M.P., Powders and Grains, Edité par J. Biarez et R. Gourvès, pp. 485-492, Editions Balkema, Rotterdam (1989)
- Luong M.P., Proceedings of the International Symposium on Soil Under Cyclic and Transient Loading, p. 315, Editions Balkema, Rotterdam (1980)
- Mandelbrot B.B. et Wallis J.R., Water Resour. Res. **5**, 321 (1969)
- Mandelbrot B.B., The fractal geometry of nature, Editions W.H. Freeman, New-York (1983)
- Manna S.S. et Grassberger P., J. de Phys. **51**, 1077 (1990)
- Manna S.S. et al., Kiss L.B. et Kertesz, J. Stat. Phys. **61**, 923 (1990)
- Manneville P., Structures dissipatives et turbulences, Comptes Rendus de l'Ecole de Physique de la Matière Condensée de Beg-Rohu (1985)
- Nolan P.L. et al., Astrophys. J. **246**, 494 (1981)
- Obukhov S., Random fluctuations and pattern growth: Experiments and models, Stanley H.E. and Ostrowsky N. eds (Kluwer Academic, Boston, 1989)
- Onoda G.Y. et Liniger E.G., Phys. Rev. Lett. **64**, 2727 (1990)
- Rajchenbach J., Phys. Rev. Lett. **65**, 2221 (1990)
- Rankine W.J.M., Phil. Trans. Royal Soc. **147**, ,(1857)
- Reynolds O., Philos Mag. **20**, 469 (1885)

- Saada A. et Bianchini G., Constitutive equations for granular non-cohesive soils, Saada & Bianchini eds, Balkema, Rotterdam (1988)
- Schick K.L. et Verveen A.A., Nature **251**, 599 (1974)
- Schofield A.N. et Wroth C.P., Critical State of Soil Mechanics, Editions Mc Graw-Hill, Londres (1968)
- Sornette D., Les phénomènes critiques auto-organisés, à paraître (1993)
- Sornette D., "Mean-field of a block-spring model of earthquakes", J. Phys. I France **2**, 2089-2096 (1992)
- Stauffer D., Introduction to percolation theory, Editions Taylor and Francis, Londres (1985)
- Tang C. et Bak P., Phys. Rev. Lett. **60**, 2347 (1988)
- Tavenas F.A., Ladd R.S. et La Rochelle P., ASTM STP **523**, 18, (1972)
- Van den Bossche M., Mémoire de DEA "Contribution à l'étude d'un modèle de système critique auto-organisé", Paris 7 (1992)
- Voss R.F. et Clarke J., Phys. Rev. B **13**, 556 (1976)
- Zhang Y.C., Phys. Rev. Lett. **63**, 470 (1989)

## ABSTRACT

### Internal friction and avalanches in the granular materials

A study of sandpile avalanches has been done in order to understand the mechanism of this mode of surface deformation, to compare this one to the theoretical predictions of physical models ( $1/f$  noise) and also with the other results of soil mechanics. To realize a rigorous study of the effects due to the existence of a free surface, the granular media density has been controlled, and the eventual cohesion effects have been estimated using the centrifuge of the Laboratoire Central des Ponts et Chaussées in Nantes. We firstly recall the soil mechanic methods and present the self-organized criticality concept of P. Bak et al. - from which the proposed model is the sandpile, and which constitutes a new approach of critical phenomenons - then the experimental results are reported. We show that intergranular cohesion and the elasticity of the grains may be neglected, that the avalanche size and the maximal angle of repose value depend on the initial sandpile density, and that the free surface of the sand pile evolves spontaneously toward an asymptotic state after few avalanches: this state is characterized by its free surface inclinaison which has the same value that the friction angle measured with the triaxial cell test apparatus. However, the friction angle presents fluctuations, the width of which depend on the material nature. Our results are in agreement with the classical soil mechanic results. The density parameter is pertinent but it is not the only one to control the avalanches mechanism. The finite size effect has been confirmed since a critical behaviour has been observed on the small sandpiles.

## RÉSUMÉ

### Frottement solide et avalanches dans les matériaux granulaires

Une étude des avalanches de matériaux granulaires secs a été entreprise afin de mieux comprendre le mécanisme de ce mode de déformation de surface, de le comparer aux prédictions théoriques des modèles physiques (bruit en  $1/f$ ) et aux résultats de la mécanique des sols. Pour une étude rigoureuse des effets liés à l'existence d'une surface libre, la densité des milieux étudiés a été systématiquement contrôlée; parallèlement, les effets éventuels des forces de cohésion intergranulaire ont été estimés grâce à des expériences sous macrogravité réalisées à la centrifugeuse du Laboratoire Central des Ponts et Chaussées de Nantes. Après un rappel des méthodes de la mécanique des sols et une présentation du concept de criticalité auto-organisée de P. Bak et al. - dont le modèle proposé est le tas de sable, et qui constitue une approche nouvelle des phénomènes critiques - nos résultats expérimentaux sont exposés et analysés. Nous montrons en particulier que la cohésion intergranulaire et l'élasticité des grains peuvent être négligées, que la taille des avalanches et la valeur de l'angle maximal de repos dépendent de la densité initiale du tas, et que la surface du tas évolue spontanément vers un état asymptotique après quelques avalanches: cet état est caractérisé par l'inclinaison de sa surface libre par rapport à l'horizontale, égale à l'angle de frottement solide mesuré à l'essai triaxial. Cependant, le frottement solide présente des fluctuations dont l'ampleur dépend de la nature du matériau. Nos résultats présentent une bonne concordance avec ceux des essais triaxiaux classiques. Le paramètre densité bien que pertinent, n'est pas le seul à contrôler le mécanisme d'avalanche. L'effet de taille finie a été confirmé, un comportement critique ayant pu être mis en évidence sur les tas de petite taille.