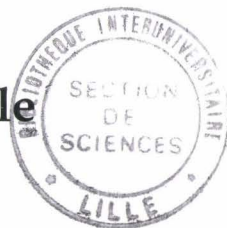


50376
1994
215

50376
1994
215

Thèse de Doctorat

de l'Université des Sciences et Technologies de Lille



Mécanique

présentée par

FATAOU GANIOU

sujet

**ETUDE DE LA LOCALISATION DES DEFORMATIONS
DANS LES MATERIAUX GRANULAIRES
PAR LA TECHNIQUE DE TRAITEMENT D'IMAGES**

Soutenue le 18 Juillet 1994 devant la commission d'examen :

<i>Président :</i>	<i>M.</i> J. BIAREZ	Professeur, Ecole Centrale de Paris.
<i>Rapporteurs :</i>	<i>MM.</i> G. DE SAXCE J C. ROTH	Professeur, Faculté Polytechnique de Mons. Professeur, Université de Metz.
<i>Examineurs :</i>	<i>MM.</i> N E. ABRIAK F. PARSY I. SHAHROUR D. WEICHERT	Habilité à diriger des recherches, Ecole des Mines de Douai. Professeur à l'USTL, Directeur de Recherche. Professeur, Ecole Centrale de Lille. Professeur, Ecole Universitaire d'Ingénieurs de Lille

*Le concept ne résiste au temps que s'il est image. Toutes
les grandes phrases de l'humanité sont des images.*

P. Gouyotat

A la mémoire de ma mère

AVANT-PROPOS

Le présent travail a été effectué au Laboratoire de Mécanique des Sols et des Matériaux Granulaires du Département Génie Civil de l'Ecole des Mines de Douai sous la direction de Monsieur le Professeur PARSY que je tiens à remercier vivement pour ses différents conseils et suggestions.

Je remercie Monsieur ABRIAK, Habilité à Diriger des Recherches, responsable de ce Laboratoire, qui a bien voulu suivre l'encadrement, l'état d'avancement et l'orientation de ce travail.

J'adresse particulièrement mes remerciements à Monsieur le Professeur BIAREZ qui m'a fait un grand honneur d'assurer la présidence du Jury de Thèse. Ses conseils avisés, du spécialiste qu'il est, m'ont beaucoup apporté dans le domaine de la Recherche.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur le Professeur DE SAXCE qui a bien voulu accepter d'être rapporteur de cette Thèse. Ma rencontre avec lui, m'a beaucoup inspirer.

Monsieur le Professeur ROTH a porté beaucoup d'attention à ce travail et a bien voulu accepter également le rapporter. Je l'en remercie très vivement.

Monsieur le Professeur SHAHROUR m'a fait l'honneur de s'intéresser à ce travail. Qu'il trouve ici l'expression de ma profonde gratitude.

Monsieur le Professeur WEICHERT a bien voulu accepter de juger ce travail. Je le remercie chaleureusement pour cet intérêt porté à ce travail.

Je remercie très sincèrement Monsieur BOULNOIS, Directeur Adjoint, Directeur des Recherches de l'Ecole et Monsieur DEMETS, chef du Département Génie Civil, pour tous les moyens mis à ma disposition et de la sympathie qu'ils m'ont toujours témoigné.

Enfin que toutes les personnes qui, d'une façon m'ont apporté leur concours trouvent ici l'expression de toute ma reconnaissance.

RESUME

La localisation des déformations dans les milieux granulaires est étudiée à deux échelles d'observation (locale et globale) à l'aide des matériaux analogiques de Schnebeeli. Les propriétés de déformation et de rupture de ces matériaux sont ainsi analysées sur deux cas de figure expérimentaux.

Dans le premier cas on s'est intéressé, d'un point de vue statistique, aux propriétés rhéologiques d'empilements aléatoires du matériau à partir de séries d'essais de cisaillement filmés sur une boîte de Casagrande modifiée. A l'échelle globale, les courbes contrainte-déformation et contrainte-dilatance sont ponctuées par des fluctuations dès la mise en plasticité de l'échantillon. A l'échelle locale, les mécanismes du comportement des grains en contact, au voisinage du plan de rupture imposé, ont été évalués. A cet effet, des techniques de mesure (traitement d'image et table à digitaliser) ont été mises au point au préalable, pour étendre les champs de quantifications avec plus de précision. Un rapprochement entre les deux aspects a été effectué par la suite pour comprendre l'influence des hétérogénéités locales sur le comportement global.

Suite au premier cas, l'intérêt dans le second, a été porté au processus de vidange des matériaux granulaires ensilés qui relèvent également des mécanismes de cisaillement. Les techniques de traitement d'images ont permis, notamment, d'analyser les différentes orientations et les largeurs des bandes de cisaillement qui se développent suivant les zones d'écoulement.

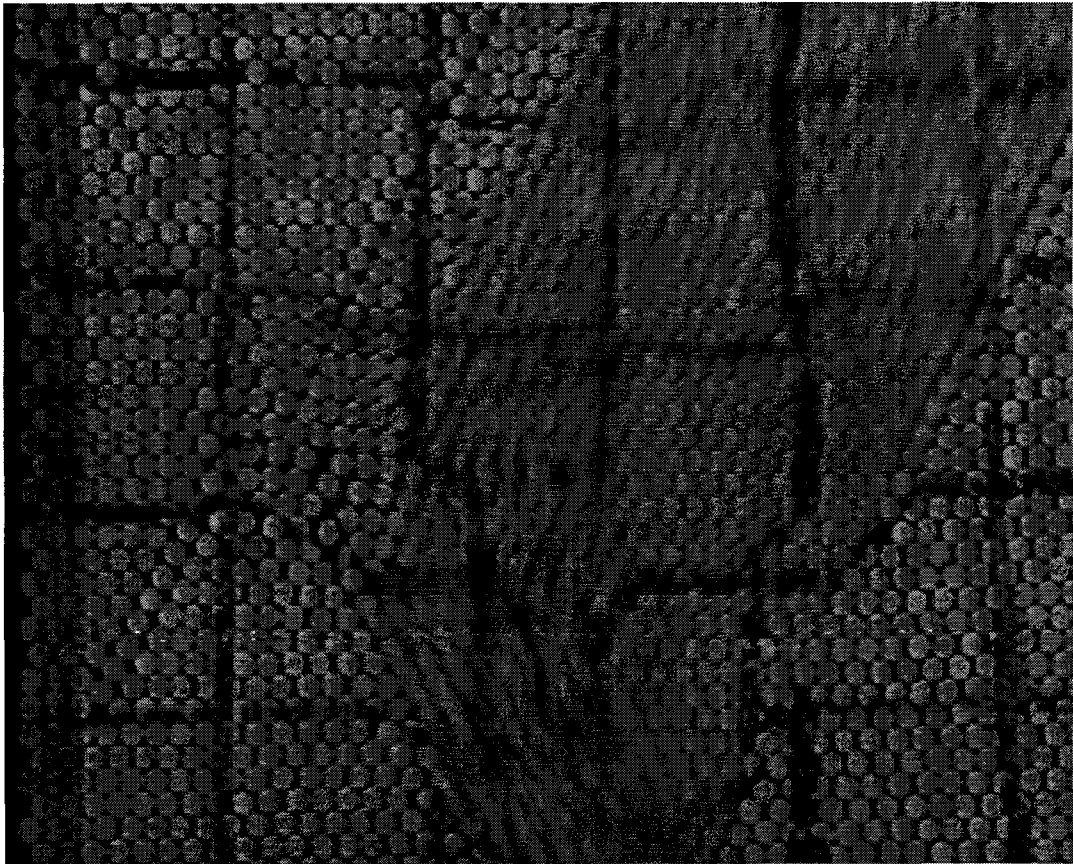
ABSTRACT

To study the strains localization in granular media, they have been observed at two scales (local and global) by use of Schnebeeli analogical material. Deformation and failure properties of these materials have been analysed in two experimental cases.

In the first case, the interest has been about statistical analysis of rheological properties of random pilings of the material on sets of shear tests, filmed on the modified box of Casagrande. At local scale, behaviour mechanisms of grains in contact on the vicinity of the imposed failure plane have been evaluated. For that, we have preliminary perfected measurement techniques (image processing and digitalizing table) for wide fields of more exact quantification. The two aspects have been compared, so as to understand the part of local heterogeneities in the global behaviour.

Further to the first case, in the second one, we have studied the emptying processing of ensiled granular media which come under shearing mechanisms in the same way. The image processing techniques have allowed more particularly, the analysis of different orientations and widths of shear bands which appear according to the flowing zones created.

**ETUDE DE LA LOCALISATION DES DEFORMATIONS
DANS LES MATERIAUX GRANULAIRES
PAR LA TECHNIQUE DE TRAITEMENT D'IMAGES**



SOMMAIRE

AVANT PROPOS
RESUME
INTRODUCTION GENERALE

CHAPITRE I : MODELISATION GLOBALE DES MILIEUX GRANULAIRES

I.1 - GENERALITES	9
I.2 - MODELES ELASTOPLASTIQUES	10
I.2.1. - Elasticité	12
I.2.2 - Critères classiques de plasticité.....	13
1.2.2.1 - Critère de Mohr-Coulomb	14
1.2.2.2 - Critère de Drucker- Prager	14
I.2.3 - Concepts de base.....	15
I.2.3 1- Concept d'état critique	15
I.2.3 2 - Concept d'état caractéristique	17
I.2.3 3 - Phénomènes de dilatance	19
I.2.4 - Mécanismes de déformation des sols granulaires	22
I.2.4.1 - Modèle à un seul mécanisme.....	23
I.2.4.2 - Modèle à plusieurs mécanismes	24
I.2.5 - Matériaux granulaires ensilés	25
I.3 - LOCALISATION DANS LES CHAMPS DE DEFORMATION.....	28
I.3.1 - Bandes de cisaillement des sols granulaires	28
I.3.1 1- condition cinématique.....	30
I.3.1 2 - condition statique	31
I.3.2 - Bandes de cisaillement dans les silos	32
I.4 - CONCLUSION.....	35

CHAPITRE II : APPROCHES MICROMECHANIQUE DES MATERIAUX GRANULAIRES

II.1 - PARAMETRAGE D'UN SYSTEME GRANULAIRE.....	37
II.1.1 - Paramètres cinématiques.....	37
II.1.1.1 - paramètres canoniques ou de solides	38
II.1.1.2 - Paramètres associés ou de contact	39
II.1.2 - Paramètres dynamiques.....	40
II.1.2.1 - Paramètres extérieurs ou de solides.....	40
II.1.2.2 - Paramètres intérieurs ou intergranulaires	41
II.1.3 - Récapitulatif de la configuration mécanique	42

II.2 - APPROCHES EXPERIMENTALES	43
II.2.1 - Lois du contact élémentaire	43
II.2.1.1. Elasticité non linéaire	44
II.2.1.2 - Déformation irréversible.....	45
II.2.2 - Comportement des structures granulaires.....	46
II.2.2.1 - Théorie de Rowe.....	46
II.2.2.2 - Anisotropie	49
II.2.3 - Distributions des forces de contact.....	52
II.3 - APPROCHE NUMERIQUE	54
II.3.1 - Généralités	54
II.3.2 - Structure interne.....	55
II.3.3 - Homogénéisation dans les milieux granulaires.....	56
II.3.3.1 - Tenseur de structure	56
II.3.3.2 - Tenseur de contrainte	57
II.3.3.3 - Tenseur de déformation	58
II.3.3.4 - Tenseur des vides	59
II.4 - CONCLUSION	63

CHAPITRE III :ANALYSE MICROSTRUCTURALE PAR TRAITEMENT D'IMAGES

III.1 -Etudes géométriques des empilements	65
III.1.1 - Empilements de cylindres identiques	67
III.1.1.1 - Arrangements aléatoires	67
III.1.1.2 - Facteur de régularité	68
III.1.1.3 - Applications	70
III.1.2 - Extension à une distribution de taille de particules	71
III.1.2.1 - Maille triangulaire quelconque	71
III.1.2.2 - Maille quadrilatère.....	72
III.1.2.3 - Récapitulatif sur les vides d'assemblages.....	75
III.1.2.4 - Facteur géométrique d'ordre.....	76
III.2 - TECHNIQUES DE TRAITEMENT D'IMAGES	79
III.2.1 - Cadre théorique.....	79
III.2.2 - Aspects pratiques	80
III.2.2.1 - Numérisation.....	80
III.2.2.3 - Traitement et quantification	82
III.3 - MESURES MICROMECHANIQUES	83
III.3.1 - Logiciel PCscope	84
III.3.1.1 - Raccordement vidéo-système	84
III.3.1.2 - Acquisition d'images sur ordinateur	85
III.3.2 - Distribution des vides	86
III.3.2.1 - Seuillage	86
III.3.2.2 - Binarisation	88
III.4.3 - Déplacements et rotations	90
III.4 - QUANTIFICATION PAR LA TABLE A DIGITALISER.....	95
III.4.1 - Logiciel de pilotage et utilisation	95
III.4.2 - Fonctions de calculs	97
III.4.3 - Applications	100
III.5 - CONCLUSION	102

CHAPITRE IV : ETUDE EXPERIMENTALE DU CISAILLEMENT DES MATERIAUX GRANULAIRES

I	
V.1 - DISPOSITIF EXPERIMENTAL.....	102
IV.1.1 - Chaîne de mesures	103
IV.1.1.1 - Acquisition des données.....	104
IV.1.1.2 - Calibrage numérique	105
IV.1.2. - Présentation du logiciel.....	105
IV.1.2.1 - conversion des données.....	106
IV.1.2.2 - Gestion graphique et traitement des données.....	106
IV.2 - MATERIAU ANALOGIQUE EN CISAILLEMENT DIRECT.....	107
IV.2.1 - Procédure expérimentale	108
IV.2.2 - Caractéristiques globales élémentaires.....	109
IV.2.2.1 - Courbes contrainte-déformation	109
IV.2.2.2 Dilatance	118
IV.2.3 Analyses statistiques	124
IV.2.3.1 Courbes contrainte-déformation moyennes.....	125
IV.2.3.1 Dilatances moyennes.....	131
IV.3 PARAMETRES MECANQUES DU MILIEU.....	132
IV.3.1 Angle de frottement interne f.....	133
IV.3.2 Angle de frottement à l'état critique	135
IV.3.4 Angle de frottement grain-grain :	136
IV.3.5 Récapitulatif des différents angles.....	138
IV.3.6 Influence du frottement local sur le comportement global	138

CHAPITRE V : MATERIAUX GRANULAIRES ENSILES. EFFETS DE CISAILLEMENT

V.1 - APPROCHES HYDRODYNAMIQUES.....	143
V.1.1 - Conservation de la masse	143
V.1.2 - Conservation de la quantité de mouvement.....	144
V.1.3- Conservation de l'énergie	145
V.2 - approche CINEMATIQUE	147
V.3 - EXPERIENCES SUR SILO MODULABLE	148
V.3.1 - Dispositif expérimental	149
V.3.2 - Réalisation d'un silo modulable	150
V.4 L'EXPERIMENTATION.....	152
V.4.1 - Rupture en déformation quasi statique.....	152
V.4.2 - Rupture dans le silo en vidange	154
V.4.2.1 - Initialisation de l'écoulement.....	154
V.4.2.2 Bandes de cisaillement en vidange	157
V.4.2.2.1 - Ecoulement en cheminée	160
V.4.2.2 Champs de vitesses et déformées	166

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

BIBLIOGRAPHIE

INTRODUCTION GENERALE

Beaucoup de domaines scientifiques, d'activités technologiques et industrielles traitent et manipulent des matériaux granulaires, aux propriétés encore mal connues. En effet, la nature discrète des structures granulaires met en jeu un certain nombre de phénomènes (hétérogénéités, discontinuités, remaniements...), aux conséquences difficilement appréciables dans le cadre strict de la mécanique des milieux continus.

Ces phénomènes apparaissent dans le processus global de rupture des sols granulaires (glissements de terrains, effets de poussée, de butée...) ou des matériaux en grains ensilés (modes d'écoulement, effets de parois...), caractérisé par des mécanismes de cisaillement. Les propriétés d'équilibre ou d'écoulement de ces matériaux granulaires sont évaluées, dans les laboratoires de mécanique des sols, à partir des essais de cisaillement en général. Outre les paramètres classiques fournis par ces essais, l'interprétation complète des résultats nécessite une connaissance de ces phénomènes discrets qui se produisent à l'échelle locale des grains élémentaires.

Le travail présenté dans ce mémoire est une contribution à l'analyse et la caractérisation des différents facteurs internes qui interagissent dans ces mécanismes de cisaillement. Son contexte se situe au niveau des interprétations des propriétés globales et locales de la déformation au niveau des essais de laboratoires de la mécanique des sols. Il englobe également la caractérisation des écoulements des matériaux granulaires ensilés, réalisés sur des modèles de silo bidimensionnels avec des matériaux analogiques de Schnebeeli (Abriak, 1991). Le choix et l'avantage des modèles et matériaux utilisés résident surtout dans l'étude de la variation des caractéristiques locales des échantillons pendant le cisaillement et des matériaux ensilés en cours de vidange.

L'appareil pour lequel ce processus est le plus évident est la boîte de Casagrande, à cisaillement direct. A partir de ce type d'appareil, on a étudié les caractéristiques à la dispersion des propriétés rhéologiques des matériaux

granulaires. Des séries d'essais de cisaillement ont été effectuées ainsi sur une boîte de Casagrande modifiée et instrumentée, avec un effet d'échelle qui permet de remarquer les fluctuations locales sur les courbes contrainte-déformation et les courbes dilatance-déformation, à la base des analyses globales.

De façon complémentaire, des études qualitatives et quantitatives ont été menées sur l'évolution de certains paramètres de la microstructure des échantillons par des techniques de traitement d'images, en relation avec le premier aspect global.

La confrontation de ces deux analyses (globale et locale), sur le cisaillement à la boîte, a été rapprochée aux expérimentations sur silo bidimensionnel, de façon à mieux approcher la localisation des déformations dans les matériaux granulaires. Là, en supposant que la déformation au cours de la vidange se caractérise par de faibles taux de cisaillement, l'écoulement se ramène à des problèmes classiques des sols.

Ce rapprochement vise surtout, à établir le rôle des développements et des conjugaisons des bandes de cisaillement dans certains aspects "pathologiques" d'écoulement (irrégularités, fluctuations, voûtes...) dus à la nature granulaire des matériaux ensilés.

Le **premier chapitre**, bibliographique, évoque les difficultés d'adaptation aux matériaux granulaires, des modèles tirés de la thermomécanique des milieux continus. Ces difficultés sont liées en partie, à la détermination par des essais de laboratoires, des paramètres rhéologiques dont ils dépendent. Surtout que l'on sait que ces essais sont soumis à différentes hétérogénéités intergranulaires d'échantillon à échantillon, et à des conditions aux limites, relatives aux interactions cellule-échantillon souvent mal définies à l'échelle globale.

Dans le **second chapitre** on établit d'abord un paramétrage complet d'un milieu granulaire vu comme un système à configuration mécanique. Par la suite, on souligne l'intérêt des travaux de type micromécanique, guidés par la nécessité

de mieux caractériser au niveau local, l'origine du comportement des milieux granulaires, et d'en mieux unifier les représentations par écoulement plastique.

L'approche théorique qui en émane, est élaborée à partir de la mécanique statistique des grains en tant que particules discrètes dont le comportement propre n'est pas celui d'un point indépendant des autres (théorie cinétique des gaz) mais d'un solide lié à ses voisins par des actions de contact. Le lien entre les forces élémentaires aux points de contact et l'état de contrainte homogénéisé sur un volume représentatif donné est ainsi recherché.

Les simulations numériques sur les milieux granulaires, basées sur les lois d'interactions locales aux contacts, ont permis de comprendre, en grande partie, les mécanismes intergranulaires et d'établir certaines relations entre les différents paramètres de configuration mécanique. Toutefois les fluctuations engendrées par les arrangements géométriques structuraux sont très peu soulignées.

Enfin, des expérimentations sur des matériaux granulaires naturels et analogiques, plus adaptés à l'observation, sont effectuées, de manière à élucider certaines caractéristiques aléatoires qui sont difficiles à prendre en compte par les deux premières approches. Cependant, des difficultés existent quand il s'agit de mesurer des quantités souvent très petites.

Du point de vue expérimental, la quantification, à l'échelle locale des grains nécessite des moyens de mesures assez fiables et précis. Parmi tous les dispositifs testés nous avons retenu la technique de traitement numérique d'images. L'adaptation de cette technique à nos besoins d'évaluation quantitative des paramètres microstructuraux est l'objet du **troisième chapitre**.

Dans ce chapitre, les effets de désordre dans les milieux granulaires sont, tout d'abord, analysés à partir des considérations théoriques sur les géométries d'empilements réguliers ou désordonnés, des grains de même taille ou de composition granulométrique donnée.

Ensuite, un rappel sommaire est donné sur la théorie de la morphologie mathématique et son adaptation pour les mesures concernant la cinématique locale des grains en contact et leurs arrangements géométriques élémentaires.

Le **quatrième chapitre** traite l'analyse des séries d'essais de cisaillement direct et leurs relations avec l'évolution des paramètres microstructuraux suivant les procédures et les méthodes développées au chapitre III.

Après la présentation du dispositif expérimental, de la chaîne de mesures et le développement de logiciels qui les gèrent, l'analyse statistique des séries d'essais est menée sur une gamme de contraintes normales inférieure à 1 MPa. Les caractéristiques des matériaux granulaires testés, ont été ainsi relativisées, en termes de valeurs moyennes et de coefficients de variation, suivant des charges appliquées.

Enfin, les différents paramètres de frottement sont analysés sur plusieurs matériaux. Des fonctions de corrélations établies par plusieurs auteurs ont été ainsi vérifiées entre l'angle de frottement local, intrinsèque au matériau, et les angles de frottement au pic et au palier qui dépendent de l'état physique des échantillons.

Le **cinquième chapitre** présente une analogie entre les phénomènes cinématiques observés à l'échelle des essais de cisaillement de laboratoire et celles des écoulements dans le silo bidimensionnel. L'accent est porté, par les techniques de traitement d'images, sur l'apparition et l'évolution des zones de cisaillement, suivant les modes d'écoulement établis par l'ossature du silo.

Cet aspect cinématique de l'écoulement, est considéré par là, comme révélateur des problèmes de dysfonctionnement dans la vidange des matériaux granulaires ensilés, le processus de déformation pouvant être caractérisé par les paramètres classiques de cisaillement, en raison des mouvements relatifs entre les particules de certaines zones sur d'autres.

CHAPITRE I

MODELISATION GLOBALE DES MILIEUX GRANULAIRES

Dans tous les problèmes où interviennent des matériaux granulaires, il existe toujours une échelle d'observation ou d'évaluation qui permet d'obtenir des propriétés globales. Cette approche a le mérite de permettre l'utilisation des théories issues de la mécanique des milieux continus. Le rapprochement de milieux granulaires et de milieux continus déjà étudiés relève d'une approche phénoménologique classique.

Le propos de ce chapitre est l'étude de la méthodologie qui a conduit à traiter les sols et matériaux granulaires par des modèles élastoplastiques; de leurs limites par rapport aux différents caractéristiques et mécanismes physiques de ces matériaux.

I.1 - GENERALITES

La mécanique des sols est basée sur la formulation de celle des milieux continus. Au besoin, dans le cas des milieux saturés la contrainte est redéfinie de façon à tenir compte de la pression interstitielle (loi de Terzaghi).

Selon Coussy (1989), l'hypothèse de continuité équivaut à l'existence d'une échelle qui définit les dimensions d'un volume élémentaire qui, par un processus d'homogénéisation, permet de passer à un milieu continu fictif de même comportement global que le milieu granulaire étudié à l'aide du premier gradient en général.

Par contre, à une échelle d'observation pour laquelle les grains sont discernables à l'oeil nu, l'hypothèse de continuité n'a plus de sens dès lors qu'il s'agit de donner une explication à des phénomènes globaux tels que la dilatance ou les désordres d'orientation des plans de rupture. Ces phénomènes sont pourtant, toujours perceptibles dans l'étude des matériaux composés des grains élémentaires qui n'interagissent entre eux que par les efforts de contact en des points d'un ensemble discret. Certains sols (sables, graviers, enrochements...) font partie de cette catégorie de matériaux ainsi que la plupart des produits

pharmaceutiques et agricoles ensilés dont la structure repose sur leur propre poids et les parois qui les limitent.

Leur comportement rhéologique (global) s'obtient par l'étude de leurs propriétés à la déformation et à la rupture qui vont elles-mêmes dépendre des caractéristiques morphologiques (Lambe 1969, DeJaeger 1991) et pétrographiques (Lees 1964, Frossard 1978) des grains en présence.

De façon générale, les propriétés rhéologiques se traduisent par des lois de comportement (dans le cas d'un milieu continu fictif équivalent) qui prennent souvent une forme de fonctionnelle :

$$\bar{\varepsilon} = f(cstes, \bar{\sigma}, \dot{\bar{\sigma}}, \dot{\bar{\varepsilon}}...)$$

$$\bar{\sigma} = g(cstes, \bar{\varepsilon}, \dot{\bar{\varepsilon}}, \dot{\bar{\sigma}}...)$$

où les constantes matérielles sont obtenues en laboratoire.

Cette méthode repose sur des résultats expérimentaux fournis, dans le cas des matériaux granulaires, par des essais de cisaillement et de compression. La classification qui en résulte en tenant compte des phénomènes prépondérants, conduit tout naturellement à des modèles élastoplastiques.

I.2 - MODELES ELASTOPLASTIQUES

Le travail de pionnier est celui de Cambridge qui a modélisé le comportement des sols à l'aide d'une loi élastoplastique avec l'hypothèse d'état critique. Depuis, d'autres formulations élastoplastiques ont été développées.

Il s'agit de lois phénoménologiques qui font intervenir un certain nombre de paramètres, de signification physique peu évidente, qui restent valables dans un domaine donné (Cambou & Jafari, 1988).

Cette méthode phénoménologique comprend trois étapes :

- ① - examen des résultats d'essais de laboratoire (cisaillement, compression...) pour différents trajets et densités initiales;
- ② - modélisation du comportement, suivie du calcul des coefficients caractéristiques;
- ③ - comparaison des prédictions de ce modèle aux résultats expérimentaux obtenus sur d'autres types d'essais.

Un matériau élastoplastique est un matériau, qui lorsque l'on dépasse une certaine limite de sollicitation, présente des déformations permanentes quand on annule les contraintes (existence d'une configuration relâchée au sens de Sidoroff, 1973). Ce seuil de plasticité se traduit par une relation de la forme :

$$f(\bar{\sigma}, \bar{\alpha}) = 0$$

où $\bar{\alpha} \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'écrouissage qui rend compte de l'histoire de la déformation.

Si $\mathbb{F}(X,t)$ désigne le gradient de déformation, \mathbb{F}^P celui de la déformation depuis X jusqu'à la configuration relâchée et \mathbb{F}^e celui de la déformation de la position relâchée à la position actuelle on peut écrire :

$$\mathbb{F} = \mathbb{F}^e \circ \mathbb{F}^P$$

où

$$\mathbb{F} = \mathbb{I} + \nabla_x \bar{u}; \quad \mathbb{F}^e = \mathbb{I}_{x'} + \nabla_{x'} \bar{u}^e \quad \text{et} \quad \mathbb{F}^P = \mathbb{I}_x + \nabla_x \bar{u}^P$$

$$\begin{aligned} \mathbb{F} &= \mathbb{I} + \nabla_x \bar{u}^P + \nabla_{x'} \bar{u}^e + \nabla_x \bar{u}^P \cdot \nabla_{x'} \bar{u}^e \\ &= \mathbb{I} + \nabla_x \bar{u} \end{aligned}$$

En prenant le tenseur de Cauchy-Green droit \mathbb{C} et en admettant l'hypothèse des petites perturbations (H.P.P.) on a :

$$\mathbb{C} = \frac{1}{2}(\mathbb{F}^T \mathbb{F} - \mathbb{I}) = \bar{\bar{\varepsilon}}(\bar{u}) + \bar{\bar{o}}(\varepsilon^2) = \bar{\bar{\varepsilon}}^e + \bar{\bar{\varepsilon}}^p + \bar{\bar{o}}(\varepsilon^2)$$

Ce qui donne la décomposition de l'incrément de déformation totale en deux incréments de déformations, élastique et plastique en petits déplacements. L'incrément plastique peut également être divisé en une somme de $\bar{\bar{\varepsilon}}_\alpha^p$ correspondant à différents mécanismes d'érouissage.

1.2.1. - Elasticité

Par définition, le caractère élastique d'un matériau se mesure par sa capacité à revenir à son état initial lorsque les forces extérieures auquel il est soumis sont supprimées. Ce retour à l'état de base est l'oeuvre des contraintes. Pour les matériaux granulaires il apparaît, cependant un doute sur l'existence d'un domaine élastique (Biarez 1962, El-Shoby 1972). Les essais effectués sur des sables (fig. I-1, fig. I-2) montrent une partie d'irréversibilité même après quelques cycles. Quand elle existe, l'élasticité des matériaux granulaires se manifeste en très petite déformation, par conséquent elle reste difficilement mesurable par les essais classiques de la mécanique des sols.

Mais compte tenu du fait que le déviateur final de plasticité n'est pas modifié par l'histoire des contraintes, au moment de l'écoulement plastique le sable se comporte comme un corps élastoplastique parfait qui va se traduire par une surface limite $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$ où les σ_i sont des contraintes principales.

Dans les sols granulaires essentiellement, la mise en plasticité conduit généralement à une rupture du matériau par cisaillement où la déformation correspondante provoque une modification de l'arrangement des grains. C'est

pour cette raison que certains auteurs (Schofield & Wroth 1958, Stutz 1978) pensent qu'il y a autant de surfaces limites que d'états successifs de déformations entraînant une modification de la structure granulaire. Autrement dit le critère de plasticité d'un sol dépendrait de l'indice des vides, e , du matériau au moment où s'amorce la déformation plastique; on a alors $f(\sigma_i, e) = 0$.

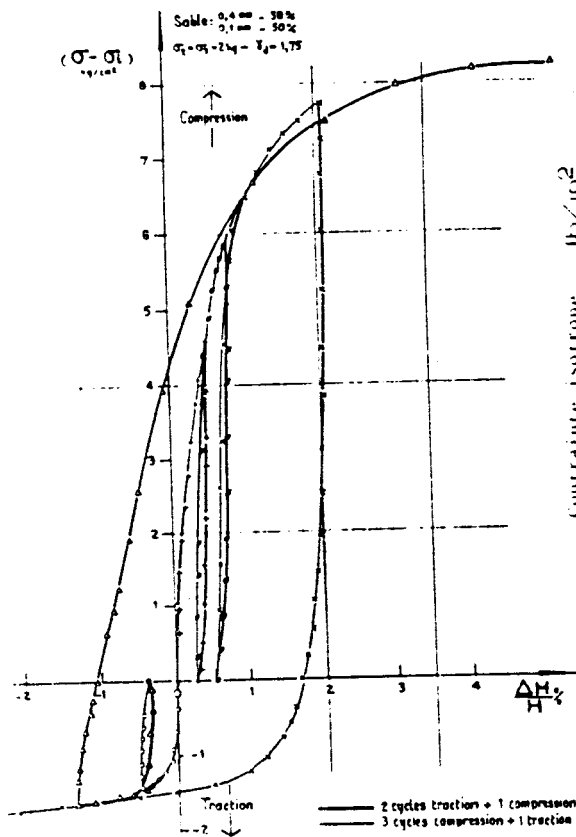


Fig. I.1 : Ecrouissage d'un sable
(Biarez, 1962)

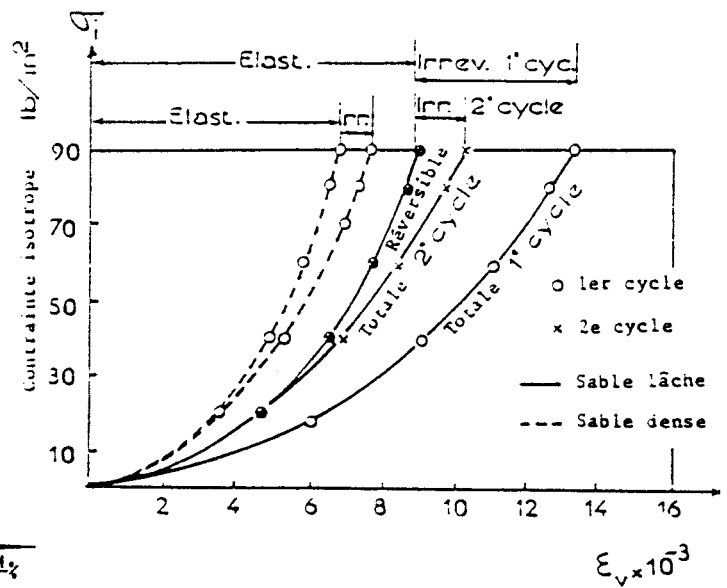


Fig. I.2 : Compression isotrope de
sable (El-Shoby, 1972)

I.2.2 - Critères classiques de plasticité

Les critères classiques de plasticité sont des critères isotropes élaborés pour des matériaux solides en fonction des déviateurs uniquement (Von Misès et Tresca) et adaptés aux sols pour tenir compte de la variation de volume subie par le matériau dans la phase de déformation plastique. Ces critères s'expriment, dans

l'espace des contraintes principales, en fonction des déviateurs et de la contrainte moyenne.

1.2.2.1 - Critère de Mohr-Coulomb

Couramment utilisé dans le cas des sols et des matériaux granulaires, le critère de plasticité de Coulomb est un critère de type intrinsèque constitué de droites symétriques inclinées d'un angle ϕ par rapport à l'axe des contraintes normales.

$$\text{Sup } |\tau| = \sigma_n \text{tg}\phi + c$$

ϕ : angle de frottement interne

σ_n : contrainte normale

c : cohésion

τ : contrainte tangentielle

Ce critère s'écrit en fonction des contraintes principales σ_i extrêmes.

Pour ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$) on a :

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = (\sigma_1 + \sigma_3)\sin\phi + 2c\cos\phi$$

La contrainte intermédiaire n'intervenant pas, c'est donc un critère bidimensionnel. Cette hypothèse est fondée, si la surface physique de glissement normale au plan des contraintes extrêmes est parfaitement plane; mais si la surface de glissement est irrégulière, la contrainte intermédiaire a un effet non négligeable et c'est essentiellement le cas dans les matériaux granulaires.

1.2.2.2 - Critère de Drucker- Prager

Drucker, Gibson et Henkel ont généralisé le critère de Mohr-Coulomb en introduisant la contrainte principale intermédiaire. Le critère est reformulé comme suit :

$$\alpha \bar{\sigma} - \sqrt{I_2} + c = 0$$

où

α constante positive sans dimension

c constante positive à dimension d'une contrainte

$\bar{\sigma}$ contrainte principale moyenne

I_2 deuxième invariant du déviateur de contrainte

I.2.3 - Concepts de base

Au delà des critères classiques de plasticité, la description et l'analyse des caractéristiques de déformation et de rupture à partir des courbes contrainte-déformation sont souvent rapprochées, en mécanique des sols, de certains comportements de références :

- le concept de l'état critique,
- le concept de l'état caractéristique,
- la loi de contrainte-dilatance de Rowe.

I.2.3 1- Concept d'état critique

Ce concept a été défini par l'équipe de Cambridge (Schoefield et Wroth, 1968) pour l'argile Camclay et le sable Granta Gravel, dans une théorie du comportement des sols en grandes déformations. Cet état critique idéalisé est défini par p_c et q_c où :

$$p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3}, \quad q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad \text{si } \sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$$

$$q = \sigma_3 - \sigma_1 \quad \text{si } \sigma_1 < \sigma_2 = \sigma_3$$

Il a été suggéré par l'existence d'un palier horizontal à la plasticité parfaite (fig. I.3).

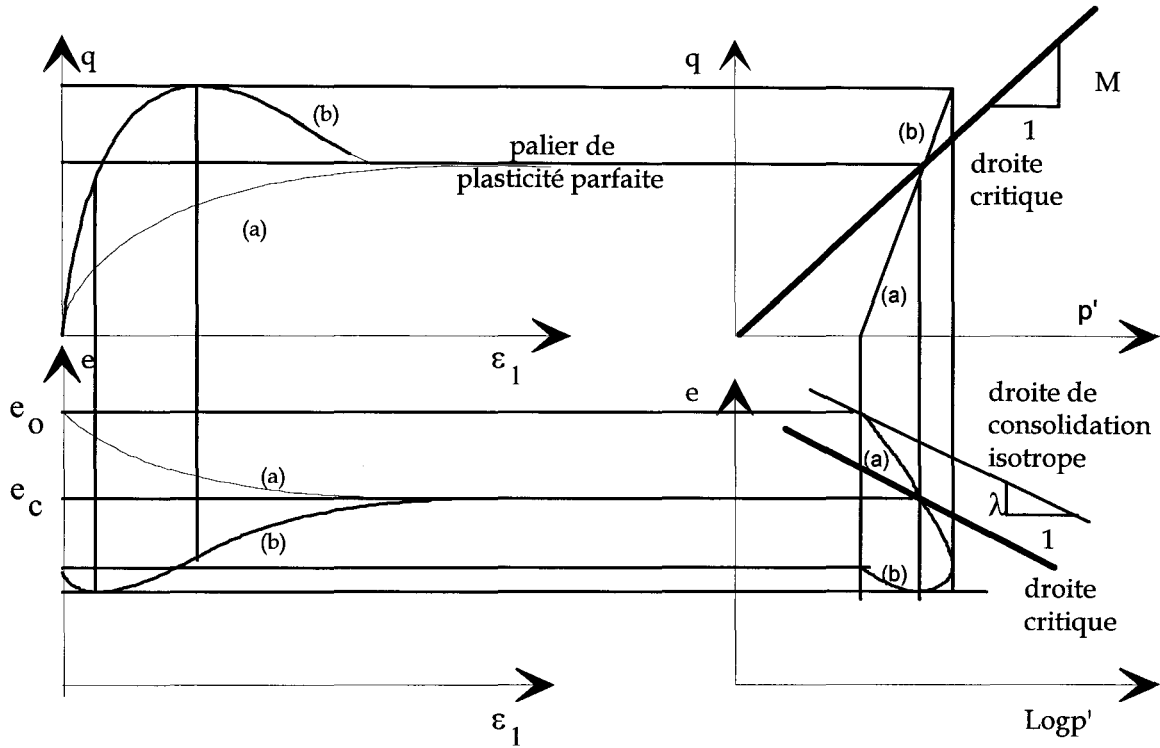


Fig. I.3 : Courbes contrainte- déformation idéalisées.

a)- *Sable lâche ou argile normale consolidée*

b)- *Sable dense; Argile surconsolidée*

Un état critique est donc caractérisé par les taux de déformation suivants :

$$\dot{\epsilon}_v = 0 \quad (\text{pas de dilatance}) \quad \dot{\epsilon}^p \rightarrow \infty$$

Dans l'espace repéré par (e indice des vides, $p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3}$, $q = |\sigma_1 - \sigma_3|$) les états

critiques constituent une surface critique qui est définie par :

$$q_c = M P_c$$

$$e_c = \Gamma - \lambda \text{Log } P_c \quad \text{avec } \Gamma : \text{indice des vides de référence.}$$

Si $q = \sigma_1 - \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \phi$ (critère de Mohr-Coulomb)

$$p = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3} + \sigma_3 = (\sigma_1 + \sigma_2) \left(\pm \frac{\sin \phi}{3} + \frac{1}{2} \pm \frac{\sin \phi}{3} \right) = (\sigma_1 + \sigma_2) \left(\frac{1}{2} \pm \frac{\sin \phi}{6} \right)$$

d'où

$$M = \frac{p_c}{q_c} = \frac{6 \sin \phi}{3 \pm \sin \phi} \quad \begin{pmatrix} -compression \\ +extension \end{pmatrix}$$

I.2.3 2 - Concept d'état caractéristique

Tout d'abord défini par Kirkpatrick (1961), il a été repris par Luong (1980). C'est un état tel que :

- la vitesse de déformation volumique totale est nulle : $\dot{\epsilon}_v = 0$
- on passe d'une phase initiale contractante ($\dot{\epsilon}_v < 0$) du matériau à une phase dilatante ($\dot{\epsilon}_v > 0$) donc à l'état caractéristique

$$\dot{\epsilon}_v = 0 \quad \text{et} \quad \ddot{\epsilon}_v > 0$$

- le niveau de contrainte atteint par le matériau $\eta_c = (q/p)_c$ est défini par un angle de frottement caractéristique

$$\phi_c = \text{Arc Sin} \frac{3q_c}{6p_c + q_c}$$

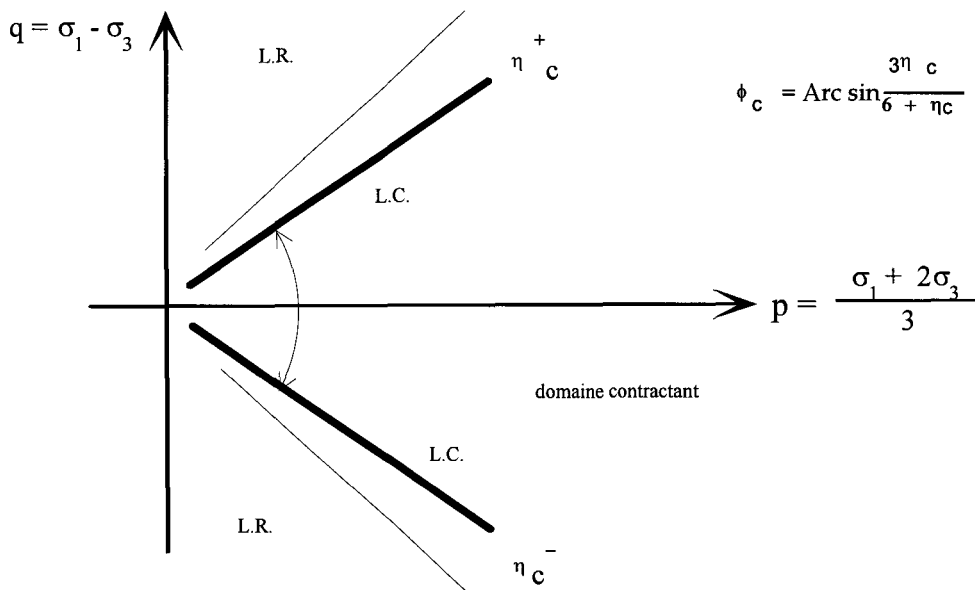


Fig. I-4 : Critère caractéristique (Luong, 1980)

Sidaner (1981) définit l'état caractéristique des matériaux pulvérulents par le niveau de contraintes correspondant à une vitesse de déformation volumique plastique nulle, alors : $\dot{\varepsilon}_v^P = 0$ à $\eta = \eta_c$.

Par analogie aux mécanismes de déformation qui se produisent dans un assemblage composé de grains en contact, de nombreux auteurs ont essayé de donner une interprétation physique aux formulations phénoménologiques proposées dans les paragraphes suivants.

Sous un faible niveau déviatorique de contrainte, les expériences sur du sable lâche ou dense montrent qu'après tout cycle fermé la variation de volume résiduelle $\Delta\varepsilon_v$ est positive, c'est à dire qu'il y a eu diminution de volume. La valeur maximale du rapport $\eta = q/p$ pour laquelle la propriété énoncée ci-dessus est valable représente le seuil caractéristique η_c que Luong (1980) attribue à un phénomène d'enchevêtrement de la structure granulaire. Auparavant Calladine (1971) avait expliqué ce comportement par analogie avec les surfaces métalliques étudiées par Tabor (1959). Bien que les échelles soient différentes, ces résultats permettent d'interpréter les actions intergranulaires.

Dans le cas de deux grains qui se touchent le contact se fait réellement en des points (n) peu nombreux ou des surfaces (s) de contact réel peu étendues. Ainsi pour une contrainte (globale) normale N , $\frac{N}{n}$ ou $\left(\frac{N}{s}\right)$ représente la densité moyenne de contrainte normale en tout point. Par conséquence si n (ou s) augmente, la contrainte normale diminue (pour N donnée)

$$\text{Si} \quad N = \sigma A = \sigma_i A_i \quad (\text{sans sommation sur } i)$$

$$\left(\frac{A}{A_i}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_i}{\sigma}\right)^2$$

Tabor a proposé une loi d'évolution de la surface de contact A soumise à un effort normal N et une force de cisaillement T , en fonction des contraintes normale σ et tangentielle τ

$$\left(\frac{A}{A_i}\right)^2 = 1 + r \left(\frac{\sigma}{\tau}\right)^2 \quad (r \text{ constante positive})$$

qui s'écrit :

$$\left(\frac{\sigma_i}{\sigma}\right)^2 = 1 + r \left(\frac{\sigma}{\tau}\right)^2$$

Soit

$$\tau^2 + r\sigma^2 = \frac{\tau^2}{\sigma^2} = \tau^2 \left(\frac{A}{A_i}\right)^2 = \frac{T^2}{A_i^2} = \frac{T^2}{N^2} \leq f^2 \sigma_i^2 \leq \sigma_i^2$$

Ce qui permet de déterminer la surface de charge qui a la forme d'une ellipse :

$$f(\sigma, \tau, \sigma_i) = \tau^2 + r\sigma^2 + \sigma_i^2 = 0$$

Si l'on applique la règle de normalité on obtient :

$$\frac{\dot{\epsilon}_\tau^p}{\tau} = \frac{\dot{\epsilon}_\sigma^p}{\sigma} = \lambda > 0$$

d'où $\dot{\epsilon}_\sigma^p$ a le même signe σ et $\dot{\epsilon}_\tau^p = 0$ pour $\tau = 0$.

Or Loret (1981) a montré qu'interprétée dans le plan (p,q) , la règle d'écoulement précédente ne peut représenter le comportement réel d'un milieu granulaire, car dans le cas des sables denses du moins, la rupture est généralement accompagnée d'une augmentation de volume alors que pour de faibles valeurs du rapport de contrainte η le matériau se contracte.

1.2.3 3 - Phénomènes de dilatance

Lorsque l'on soumet un milieu granulaire à un effort de cisaillement (appareil triaxial ou de cisaillement direct), on note une variation de volume associée à la déformation. Aux grandes déformations (et tant que les

ruptures des grains demeurent négligeables) cette variation de volume se solde en général par une augmentation, que l'on qualifie de dilatance (ROWE, 1962). Les diverses interprétations physiques de la dilatance sont basées sur les phénomènes de dissipation et d'échange d'énergie au cours de la déformation.

L'effet de la dilatance sur les caractéristiques mécaniques mesurées des matériaux granulaires a d'abord été évoqué par Taylor (1948) à partir d'un bilan d'énergie. En suivant le raisonnement de Taylor, Bishop (1953) définit une partie du déviateur de contrainte qui peut être associée à l'énergie interne dissipée par frottement dans les termes suivants :

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_r = \sigma_1 - \sigma_3 + \sigma_3 \frac{dv}{d\varepsilon_1} \quad (r \text{ désigne la rupture})$$

$\frac{dv}{d\varepsilon_1}$ est le rapport de l'incrément de déformation volumique par rapport à

l'incrément de la déformation axiale correspondant à la rupture. En compression triaxiale drainée avec une contrainte de confinement constante l'égalité nous donne:

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)_r = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} + \frac{dv}{d\varepsilon_1}$$

ou

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)_r = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} + \frac{2d\varepsilon_3}{d\varepsilon_1} + 1$$

et

$$\sin\phi_r = \frac{\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)_r - 1}{\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3} \right)_r + 1}$$

La valeur de ϕ_r est l'angle de frottement corrigé qui correspond à l'énergie interne totale absorbée après soustraction du travail externe lié à la dilatance

Rowe (1962) exprime également la dilatance en termes énergétiques. Le rapport K, de la puissance développée par la contrainte principale majeure sur la puissance développée par les contraintes principales mineures, est donné en

fonction du rapport des contraintes principales $T = \frac{\sigma_1}{\sigma_3}$ par un facteur dit de dilatance D . L'équation de contrainte-dilatance qui en découle est donnée par :

$$T = KD$$

où

$$D = -c \frac{\dot{\epsilon}_3^P}{\dot{\epsilon}_1^P}$$

Rowe (1971) valide cette relation sur plusieurs chemins expérimentaux et propose :

$c = 2$ pour un essai de compression,

$c = 1/2$ pour un essai triaxial d'extension ($|\sigma_1| = |\sigma_2| > |\sigma_3|$ et $\epsilon_2 = \epsilon_3$),

$c = 1$ pour un essai en déformation plane.

$$\text{tg}^2(\pi/4 + \phi_\mu/2) < K = \text{tg}^2(\pi/4 + \phi_f/2) < \text{tg}^2(\pi/4 + \phi_{cv}/2)$$

ϕ_{cv} est l'angle de frottement à volume constant (et à indice des vides critique),

ϕ_μ est l'angle de frottement intergranulaire,

ϕ_f est un angle de frottement intermédiaire (correspondant uniquement à l'énergie de frottement grain à grain et à l'énergie de réarrangement).

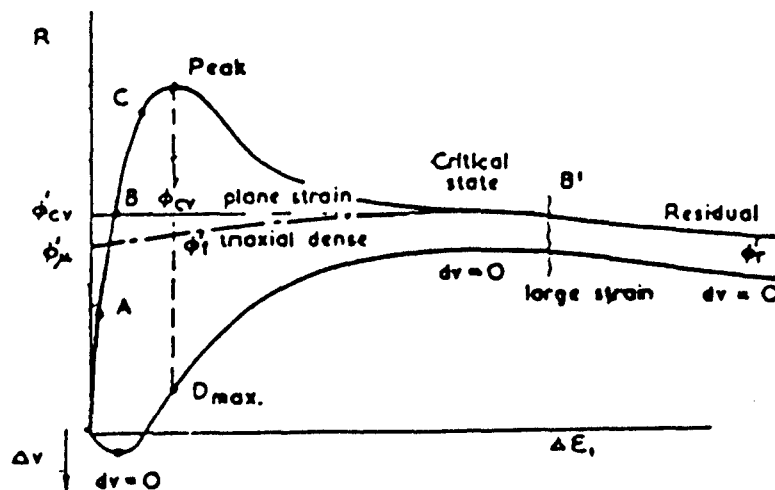


Fig. I-5 : Détermination des différents angles (Rowe, 1969)

L'originalité de la relation contrainte-dilatance de Rowe vient du fait qu'elle concilie une grandeur physique intrinsèque et une grandeur cinématique déterminée par des paramètres géométriques. Cet aspect sera plus développé dans le chapitre II.

A titre récapitulatif ce tableau nous permet de comparer les différentes hypothèses et propriétés des concepts évoqués.

<i>propriétés</i>	<i>état caractéristique</i>	<i>état critique</i>	<i>dilatance</i>
<i>variation de volume</i>	$\dot{\epsilon}_v = 0$ à \dot{q} quelconque	$\dot{\epsilon}_v = 0$ à $\dot{q} = 0$	$\dot{\epsilon}_v = 0$
<i>déformations</i>	petites	grandes	grandes
<i>indice des vides</i>	quelconque	e critique	e critique
<i>structure des grains</i>	enchevêtrement maximum	imprécise	glissement maximum
<i>chargement</i>	monotone ou cyclique	monotone	monotone
<i>définition</i>	seuil de changement de phase : contractant-dilatant	concept idéal du sol	modélisation du glissement relatif
<i>détermination expérimentale</i>	directe	extrapolation	directe (précision !)

Bien que ces différents concepts prennent en compte un éventail de situations expérimentales, il reste encore un certain nombre d'aspects du comportement des milieux granulaires qui échappent à toutes ces logiques.

I.2.4 - Mécanismes de déformation des sols granulaires

A l'échelle globale les processus de déformation des matériaux sont caractérisés, dans le cadre élastoplastique, par des fonctions potentielles. Ces fonctions potentielles dérivent généralement du principe du travail maximum de Hill (1950).

I.2.4.1 - Modèle à un seul mécanisme

Dans la théorie classique, il existe une seule surface de charge et un seul potentiel g de sorte que la vitesse de déformation plastique $\dot{\varepsilon}^p$ peut s'écrire :

$$\dot{\varepsilon}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma}(\sigma) \quad \lambda > 0$$

Ainsi, quelle que soit la direction de la vitesse de contrainte $\dot{\sigma}$ entraînant une plastification, la direction de la déformation plastique ne dépend que de la contrainte actuelle σ . Dans la pratique cette hypothèse se trouve souvent invalidée.

Cet aspect est facilement mis en évidence lors des expériences de chargement monotone dans lesquelles la direction de la vitesse $\dot{\sigma}$ est fixée. Si l'on utilise le formalisme et les notations de l'Ecole de Cambridge (Schoefield & Wroth, 1958) les vitesses de déformations plastiques volumique $\dot{\varepsilon}_v^p$ et déviatorique $\dot{\varepsilon}_q^p$ sont définies par :

$$\dot{\varepsilon}_v^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial p}(p, q)$$

$$\dot{\varepsilon}_q^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial q}(p, q)$$

$$\lambda \geq 0$$

En faisant l'hypothèse $g(p, q) = g_1(\eta)$ on peut ainsi écrire :

$$\frac{\dot{\varepsilon}_v^p}{\dot{\varepsilon}_q^p} = a(\eta)$$

Pour différents trajets de contrainte les courbes liant la fonction $a(\eta)$ au rapport η , impliquent que toutes ces courbes sont confondues. Or, l'expérience

montre qu'il n'en est rien ; les fonctions $a(\eta)$ dépendent fortement du chemin de contraintes, surtout pour de faibles valeurs du rapport η .

Les résultats d'un grand nombre d'essais sur de l'argile silteuse, aussi bien que sur du sable, rapportés par Luong & Loret (1981) montre que l'unicité du potentiel (fig. I-6) n'est vérifiée de façon approximative qu'à partir d'une certaine valeur de η . Dès lors la recherche de plusieurs mécanismes de déformation est ainsi envisagée pour pallier à cet état de fait.

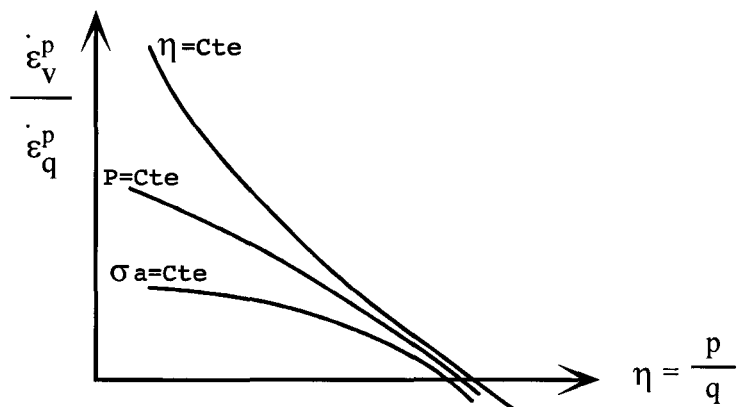


Fig. I-6 : Dépendance du potentiel sur les chemins de contrainte

1.2.4.2 - Modèle à plusieurs mécanismes

Deux mécanismes plastiques sont souvent pris en compte dans la plupart des modèles (Lade 1977, Cambou & Jafari 1988). L'incrément de déformation plastique est décomposé en un incrément de déformation volumique plastique qui correspond à un mécanisme isotrope et en un incrément de déformation volumique déviatorique qui correspond également à un mécanisme déviatorique. L'utilisation de ces modèles dans les matériaux granulaires sans cohésion nécessite la prise en compte d'un écrouissage cinématique tel que l'exprime le modèle de Cambou & Jafari (1988), pour rendre compte du caractère anisotrope induit par l'histoire de chargement.

D'autres types de modèles existent. Il s'agit des lois incrémentales, qui contrairement à l'élastoplasticité, ne font pas intervenir l'hypothèse assez pénalisante de la décomposition de l'incrément total de déformation en une partie élastique et en une partie plastique. L'existence d'irréversibilité est exprimée directement par l'utilisation d'une relation non linéaire entre $d\varepsilon$ et $d\sigma$. Ces modèles sont classés en trois groupes suivant la manière dont les relations contrainte-déformation sont définies. On a les modèles endochroniques où la non linéarité est prise en compte par l'introduction d'un "temps intrinsèque (Bazant 1976) ; les modèles incrémentaux exprimés en termes de vitesse qui reposent sur la donnée d'une relation tensorielle non linéaire entre la vitesse de contrainte et la vitesse de déformation (Kolymbas, 1979) et enfin les modèles incrémentaux de type interpolation basés une méthode d'interpolation à partir de chemins de sollicitation connus (Darve, 1978).

Tous ces modèles élastoplastiques ou incrémentaux ont été adaptés aux matériaux granulaires avec plus ou moins de succès. Toutefois, les hypothèses de base et la détermination des paramètres rhéologiques qui les sous-tendent restent encore des sujets d'interrogation dans le cas des matériaux granulaires.

I.2.5 - Matériaux granulaires ensilés

L'aspect granulaire des produits ensilés et les mécanismes mis en jeu lors du stockage (poussée, butée) ou du vidange (cisaillement) évoquent certaines applications de la mécanique des sols. Souvent l'approche phénoménologique utilisée s'apparente à celle des sols, et par conséquent reste aussi soumise aux mêmes contraintes et approximations. De plus la vidange revêt un caractère dynamique que l'on ne pas toujours négliger.

L'état de contrainte est établi à partir des propriétés mécaniques de la matière ensilée et de celles de leurs interfaces avec les parois. L'analyse est faite en

terme d'équilibre limite de Rankine avec des hypothèses généralement admises pour les sols granulaires:

- ① - le matériau est dans un état de rupture décrit par le cercle de Mohr-Coulomb,
- ② - le matériau est sans cohésion, isotrope et homogène,
- ③ - les directions principales majeure et mineure sont dans un plan perpendiculaire aux parois du silo sur lesquelles les contraintes sont à déterminer,
- ④- les caractéristiques mécaniques (frottement interne ϕ , frottement grains-parois φ) sont constantes.

Moyennant ces hypothèses l'équilibre d'une couche dz (fig. I-7) permet de déterminer l'état de contrainte en tout point d'un plan du silo.

Ainsi on a :

$$\sigma_z = \frac{\gamma R_h}{K \tan \phi} \left[1 - \exp\left(-\frac{K \tan \phi}{R_h} z\right) \right]$$

R_h : rayon hydraulique

$$\sigma_x = K \sigma_z$$

$$K = \frac{1 - \sin \phi}{1 + \sin \phi} \quad (\text{état de contrainte actif})$$

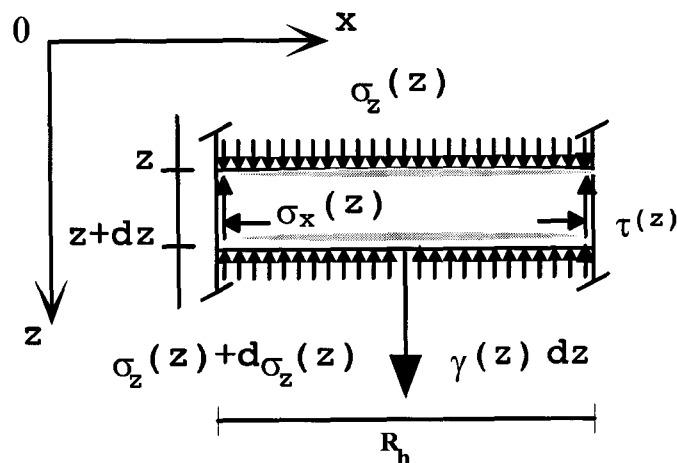


Fig. I-7 - Equilibre d'une couche

Cette théorie élaborée par Janssen (1895) est encore largement utilisée moyennant quelques adaptations (Walter 1973, Jenike 1977) pour tenir compte soit de l'effet dynamique ou de surpression, soit de la présence d'une trémie.

Des résultats expérimentaux sur des modèles bidimensionnels (Mezghani 1988, Abriak 1991) montrent que l'allure exponentielle de la contrainte en fonction de la profondeur reste une bonne approximation, avec cependant un coefficient de variation qui peut être assez important selon la taille du capteur de force utilisé.

Par contre les simulations numériques faites par Mohtashami (1984) à partir d'un modèle élastoplastique montrent que les analyses de Janssen et ses dérivées sous-estiment la contrainte normale à la paroi et que la contrainte principale majeure s'incline au fur et à mesure que l'on s'approche de la paroi. De même les simulations effectuées à l'aide du modèle hypoélastique de Kolymbas (Khelil & Roth, 1992) ne donnent pas une meilleure concordance avec différentes théories établies sur l'état de contrainte des silos en stockage.

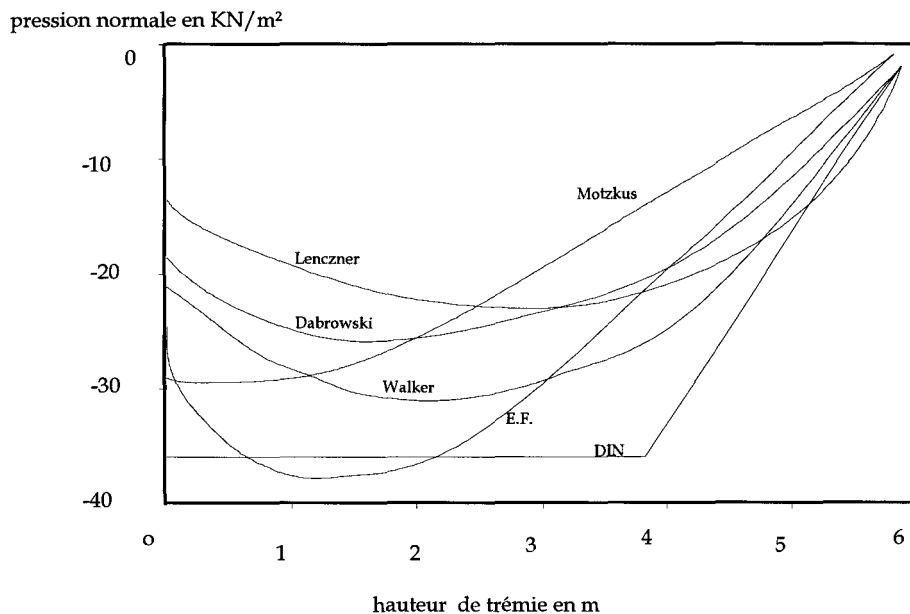


Fig. I-8 : *Contrainte normale à la paroi: sable dense (Khelil & Roth 1992)
comparaison théorique et simulation par la loi de Kolymbas*

I.3 - LOCALISATION DANS LES CHAMPS DE DEFORMATION

Dans les champs de déformation quasi statique, en mécanique des sols et des roches ou dans l'écoulement des matériaux ensilés, la localisation de la déformation sur une ou plusieurs surfaces de glissement est un phénomène très courant. Elle est souvent perçue par l'émergence des lignes ou des plans de rupture qui traversent les échantillons aux laboratoires (Biarez 1962, Desrues 1984). A plus grande échelle la localisation se matérialise par des failles ou des chevauchements géologiques (Habib 1986).

Dans la vidange des produits ensilés les différents modes d'écoulement dénotent également des aspects de localisation de la déformation. La prise en compte des phénomènes inhérents au processus de cette localisation paraît donc nécessaire pour expliquer certains aspects de la rhéologie des sols et des mécanismes de déformation dans la vidange des produits granulaires ensilés.

I.3.1 - Bandes de cisaillement des sols granulaires

C'est en 1776 que Coulomb a évoqué la notion de déformation localisée dans les matériaux granulaires sous forme de bande de cisaillement. Il a considéré l'orientation de la bande par rapport à la direction de la contrainte majeure de compression comme étant égale à :

$$\theta_C = \pi/4 - \phi/2 \quad \phi: \text{angle de frottement interne}$$

Roscoe (1970) en utilisant la règle d'écoulement plastique avec la prise en compte de la non coaxialité des contraintes principales avec le taux de déformation plastique, évoque une nouvelle orientation qui correspond plutôt à une ligne d'extension nulle. Cette orientation s'exprime alors par :

$$\theta_R = \pi/4 - \psi/2$$

ψ : angle de dilatance déterminé à partir du cercle de Mohr tracé dans le plan de déformations principales à cause de sa non coïncidence avec le plan des contraintes principales. Dans ce plan de déformations principales on a :

$$\sin \psi = \frac{\dot{\epsilon}_1^p + \dot{\epsilon}_3^p}{\dot{\epsilon}_1^p - \dot{\epsilon}_3^p}$$

Par la suite, un compromis a été trouvé par Arthur & al (1977). Ils définissent une orientation intermédiaire à partir de différentes bases de données expérimentales :

$$\theta_A = \pi/4 - (\phi + \psi)/2$$

Selon Veermer (1990), la différence de l'orientation de Coulomb θ_C et celle définie par Roscoe θ_R est assez significative dans la mesure où l'angle de dilatance est généralement beaucoup plus petit que l'angle de frottement interne. Des tentatives pour prouver l'un ou l'autre de ces résultats n'ont pas été décisives. La conclusion de Veermer est qu'on a plutôt l'orientation de Coulomb pour les sables fins et celle de Roscoe pour des grains de sable de taille importante.

Quant aux mécanismes de la localisation de la déformation, ils s'organisent suivant des processus physiques internes assez mal connus. Et bien qu'ils offrent des apparences globales assez significatives, la description de l'évolution de ces mécanismes internes reste très complexe. Cependant, sur des expérimentations simples, certaines caractéristiques peuvent être évaluées. A partir des mesures de champs de déplacement et de déformation par stéréocomparaison sur des matériaux bidimensionnels Desrues (1984, 1987) a mis en évidence des éléments pouvant caractériser la localisation de la déformation en bandes de cisaillement qui se constituent sous forme de zones très dilatantes, d'orientations assez dispersées (fig. I-9). L'initiation de cette localisation est très influencée par les paramètres de chargement et l'état initial de l'échantillon.

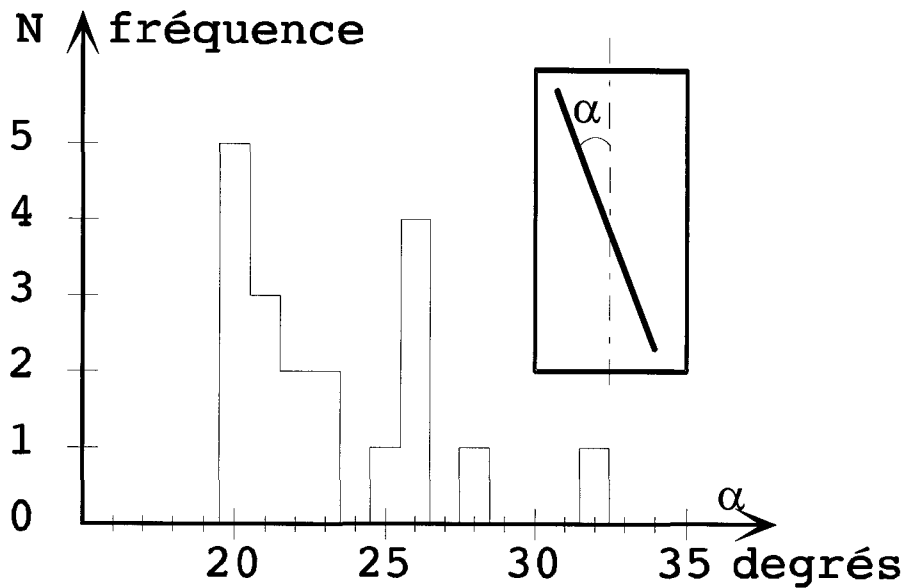


Fig. I-9: Distribution des orientations de bandes de cisaillement

(Desrues, 1984)

Ces modes de déformation en bandes de cisaillement peuvent être aussi envisagés de manière théorique dans le cadre de la bifurcation de Rice (1976) comme une alternative à la poursuite de la déformation homogène. Sous sollicitations quasi statiques le mode localisé est décrit par deux équations, l'une cinématique et l'autre statique.

1.3.1 1- condition cinématique

Une discontinuité du champ de déformation apparaît entre la bande désignée par l'indice⁽¹⁾ et le milieu extérieur de la bande désigné par ⁽⁰⁾.

Alors pour le tenseur de vitesse du gradient de déformation, \dot{F} la condition s'écrit :

$$\dot{F}^1 = \dot{F}^0 + \Delta \dot{F}$$

Les observations expérimentales montrent que la discontinuité de vitesse du gradient de déformations est uniquement dans la direction perpendiculaire à la bande de cisaillement n (Rice 1976). La condition cinématique va donc s'écrire :

$$\dot{F}^1 = \dot{F}^0 + g \otimes n$$

I.3.1 2 - condition statique

Avec l'apparition de la bande, les champs de contraintes à l'intérieur et à l'extérieur deviennent différents. Or l'équilibre sur la facette de la bande doit toujours être satisfait, d'où :

$$n\dot{\sigma}^1 = n\dot{\sigma}^0$$

La combinaison de ces deux conditions donne le critère de Rice :

$$\det (n_j A_{ijkl} m_k) = 0,$$

A_{ijkl} : loi de comportement du matériau et n, orientation inconnue de la bande

L'utilisation de ce critère est lié au progrès de la modélisation rhéologique du comportement des matériaux envisagés. Elle permet de prévoir l'émergence et l'orientation de la bande de cisaillement. Mais l'épaisseur de la bande n'est estimable qu'à partir des théories micropolaires (milieu de Cosserat) développées par certains travaux (Mühlhaus & Vardoulakis 1987, Bardet 1992).

Cependant, en amont des différents modèles qui approchent les matériaux granulaires, des problèmes de discontinuité et d'hétérogénéité se posent à l'égard de leur domaine de validité.

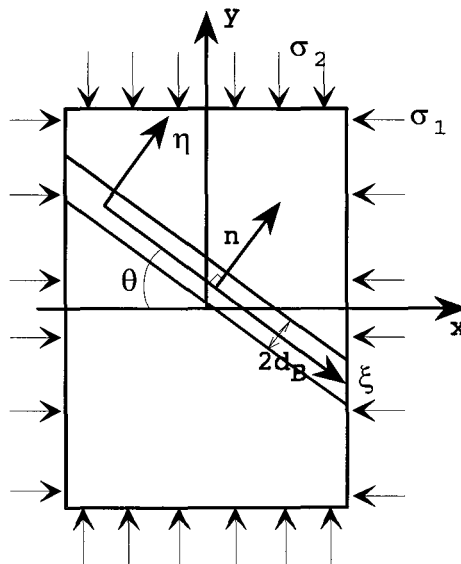


Fig. I-10 : Bande cisaillement (Bardet, 1992)

I.3.2 - Bandes de cisaillement dans les silos

Lors de la vidange d'un silo initialement chargé, la rupture des grains empilés va se produire suivant certains processus qui font apparaître des bandes de cisaillement. Son importance va dépendre de l'ossature du silo, de la nature des parois et des trémies en place si le silo en dispose.

Les différentes études portées sur la cinématique des matériaux granulaires ensilés à partir des prototypes transparents ou des modèles bidimensionnels de silo (Kamgoue 1979, Khelil 1989, Michalowski 1990, Abriak 1991), permettent de diviser l'écoulement en plusieurs zones :

- ① - zone d'écoulement en masse où des fluctuations peuvent avoir des caractères de cisaillement
- ② - zone d'orientation où se manifestent des rupture en bandes de cisaillement
- ③ - zone de chute libre où les grains vont subir de véritables chocs entre eux.

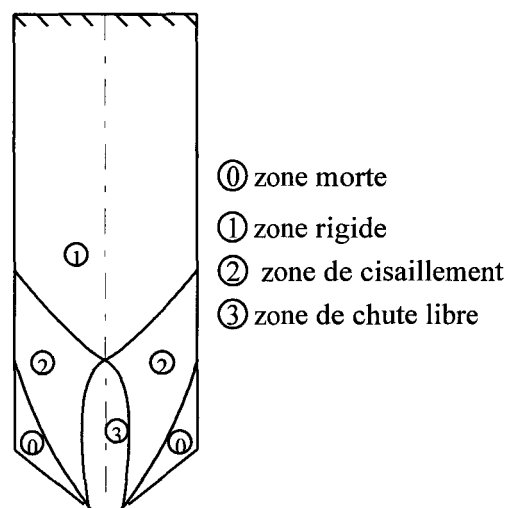


Fig. I-11 : Zones d'écoulement
 (Kamgoue 1979)

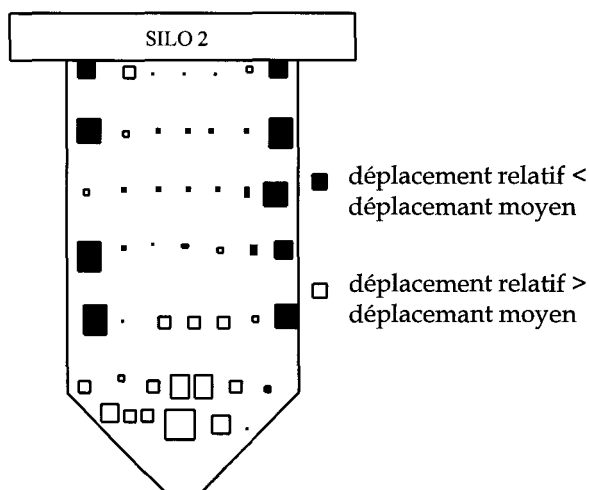


Fig. I-12 : Cisaillement à la paroi
 (Abriak 1992)

A ce sujet, Michalowski (1990) fait une analyse théorique des bandes de cisaillement lors de la vidange de silo. Il valide sa théorie par des expériences effectuées sur des modèles bidimensionnels avec du sable, de dimension variant de 0.25 à 1.75mm.

L'apparition de discontinuités sous la forme de zones étroites dans lesquelles le gradient de vitesse est grand, est discutée en terme caractéristique du champs des vitesses. En effet à l'initialisation de l'écoulement, deux zones symétriques et étroites de cisaillement se créent au voisinage de l'orifice. Ces zones se coupent près de l'axe de symétrie du silo et atteignent les parois. Ensuite une nouvelle paire de discontinuités commence à partir des points où l'ancienne était arrivée. Ce processus se répète jusqu'à ce que les discontinuités atteignent la zone de transition du silo.

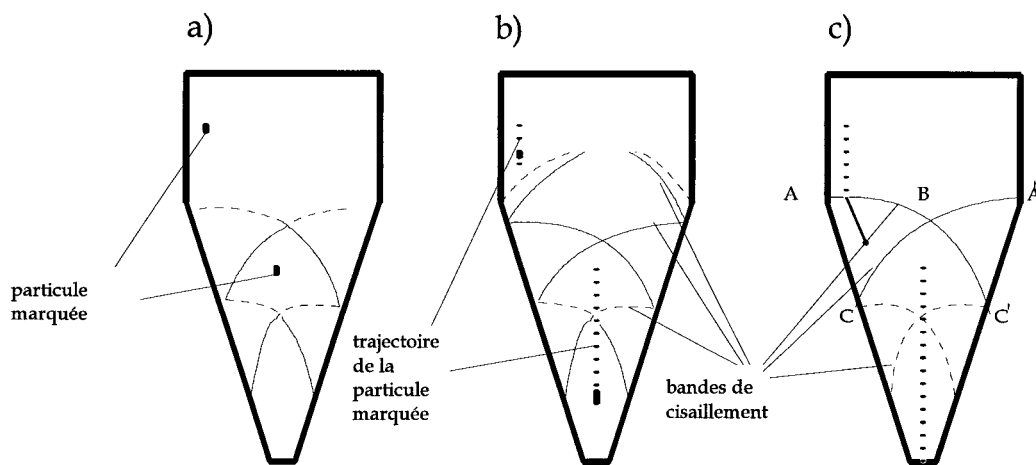


Fig. I-13 : surface de rupture pendant la décharge dans une trémie (a),
(b) phase initiale ; (c) phase avancée

Le type de modèle (fig. I-13) est habituellement assimilé à l'écoulement de masse. Mais en combinant les paramètres géométriques du silo et les propriétés du matériau, le modèle d'écoulement est différent et peut être assimilé à l'effet de cheminée. Une caractéristique de l'effet de cheminée est que dans l'initialisation de la décharge, le matériau commence à s'écouler seulement dans un noyau étroit. La limite supérieure de ce noyau se propage vers le haut avec une vitesse relativement grande. La vitesse horizontale d'expansion de ce noyau est inférieure à sa vitesse verticale.

Deux types de discontinuité peuvent être décelés dans les modèles présentés. Le premier type peut être clairement observé dans le mécanisme

d'écoulement de cheminée (fig.I-14). La limite verticale qui sépare le matériau du noyau d'écoulement, de la partie stationnaire, varie avec une vitesse différente de la vitesse des particules sur chaque coté. La discontinuité a une épaisseur finie et a le caractère d'un impact dans le champ des déformations. En effet, en supposant qu'un observateur se déplace en même temps que les bandes de chocs (limite de la zone de cheminée, fig. I-14), le champ des vitesses par rapport à l'observateur semble être stationnaire dans le voisinage du choc. L'auteur suppose alors, que ces bandes du type impact ont une épaisseur constante et que celle-ci est une propriété du matériau.

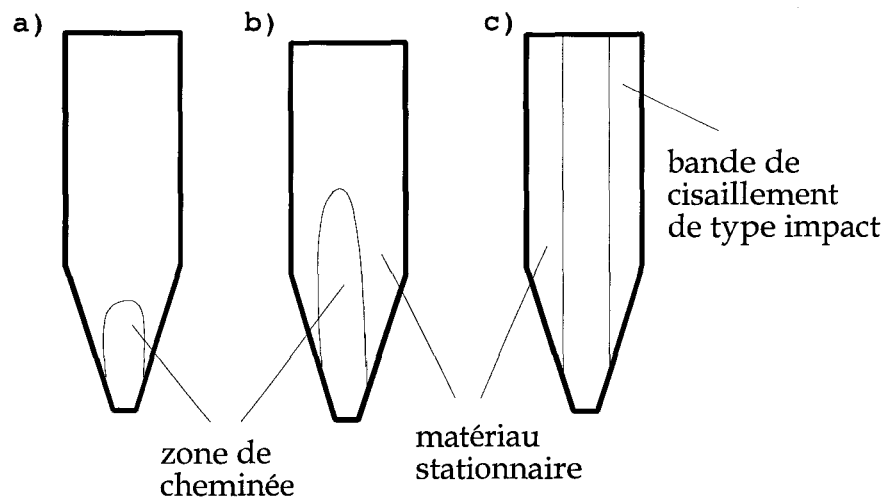


Fig.I 14 :- Effet de cheminée dans un silo

Pour une bande de cisaillement donnée (fig. I-15) les particules matérielles entrant dans la bande avec une vitesse V^{in} subissent une accélération dans la bande et la quittent avec la vitesse :

$$v_{out} = v^{in} + [V]$$

$[V]$ est le saut de vitesse à travers la bande de cisaillement.

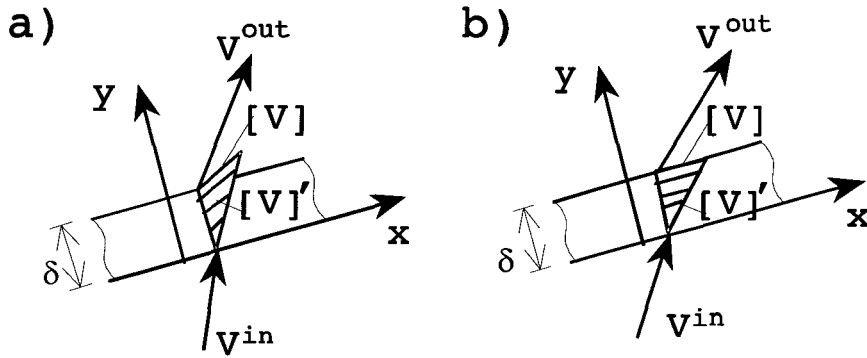


Fig. I-15 : Bandes de cisaillement du type impact
 (a) matériau dilatant ; (b) matériau incompressible

Le second type de discontinuité est une bande de cisaillement de type matériel différent du cas d'une bande de type d'impact. Les limites d'une bande de cisaillement matérielle sont stationnaires vis à vis du matériau à l'extérieur de la bande. Il n'y a pas de matériau entrant ou sortant dans la bande de cisaillement. L'épaisseur de la bande de cisaillement augmente si le matériau est dilatant et diminue avec la densification du matériau de la bande.

Les bandes de cisaillement matérielles sont souvent observées dans les tests biaxiaux ou triaxiaux sur les sols. Michalowski (1990) montre que si un caractère matériel est attribué aux bandes de cisaillement, des fluctuations périodiques dans le champ des vitesses peuvent être prédites.

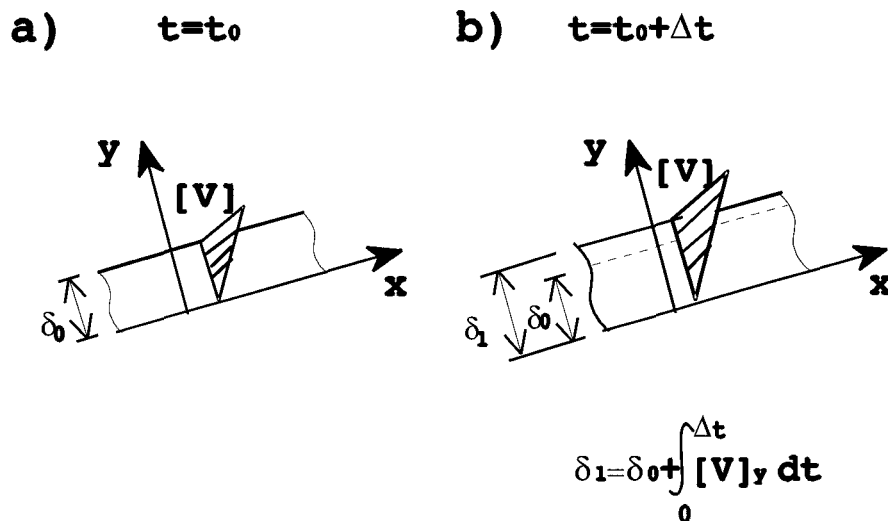


Fig. I-16 : Bande de cisaillement matérielle (pour un matériau dilatant) :
 (a) à $t = t_0$ (b) à $t = t_0 + dt$

I.4 - CONCLUSION

Les différents modèles ou concepts rhéologiques élaborés à partir de la mécanique des milieux continus, apparaissent comme satisfaisants en première approximation, dans l'approche des matériaux granulaires. Depuis longtemps, il est reconnu cependant, que cette approximation ne peut être complète que si elle intègre des éléments pouvant caractériser les paramètres internes des matériaux granulaires. Les raisons à cela sont nombreuses, notamment, l'apparition et le développement des bandes de cisaillement dans des champs de déformation considérés comme homogènes. Les différentes théories classiques (bifurcation), sur ce phénomène, permettent de déterminer, sous certaines hypothèses, les orientations globales de ces bandes. Par contre, elles ont du mal à prédire leur épaisseur ou des désordres dans les orientations quand ils apparaissent, sauf quand on leur adjoint des paramètres micromécaniques. Ce cas traduit bien une certaine insuffisance de la théorie des milieux continus dans l'analyse de certains matériaux à grains. La nécessité d'une analyse plus approfondie, à l'échelle des particules élémentaires, devient une réalité que les moyens techniques et numériques actuels permettent d'affiner.

CHAPITRE II

**APPROCHE MICROMECHANIQUE DES
MATERIAUX GRANULAIRES**

Les matériaux granulaires se composent de grains de morphologies et de tailles variées qui s'équilibrent entre eux, de façon hétérogène, en des points ou surfaces de contact. Au niveau des lois de conservation de la mécanique des milieux continus, un milieu granulaire ne peut être donc considéré, comme un milieu matériellement simple (fluide ou solide).

On verra dans ce chapitre que d'autres approches, de type micromécanique, tentent d'établir, à partir des liaisons et des mouvements intergranulaires, une rhéologie des matériaux granulaires plus complète, cependant plus complexe.

II.1 - PARAMETRAGE D'UN SYSTEME GRANULAIRE

Une structure granulaire de n particules peut être considérée comme un système granulaire (S) constitué d'éléments fermés, dénombrables dont les caractéristiques géométriques et mécaniques sont en principe connues (celles de milieux continus). Les conditions aux limites qui lui sont imposées sont classiques:

- efforts donnés sur tout ou partie de la surface de contour extérieure δS du système (S)
- déplacements imposés sur tout ou partie de δS

L'état mécanique ainsi posé est défini par des paramètres dits de configuration mécanique. Ceux-ci sont de deux types :

- Les paramètres cinématiques ou de configuration géométrique
- Les paramètres dynamiques ou de configuration de chargement.

II.1.1 - Paramètres cinématiques

Ils déterminent l'état géométrique du système granulaire et son évolution. Il s'agit, d'une part des paramètres canoniques qui définissent la position et

l'orientation des grains et leurs vitesses ; d'autre part, des paramètres de contact ou associés qui définissent la position et l'orientation des contacts et leurs vitesses. En mouvement quasi-statique il existe un ensemble de relations liant les paramètres cinématiques canoniques des grains, associés entre eux, par des conditions de contact (non inter pénétrabilité). Le paramétrage ainsi conçu est surabondant.

II.1.1.1 - paramètres canoniques ou de solides

En terme Lagrangien, la position ou la vitesse d'un grain, vu par rapport à une référence donnée est déterminée par deux grandeurs vectorielles représentant la translation et la rotation d'un grain. Les paramètres de position, paramètres canoniques, vont donc être représentés par une matrice :

$$(q) = \{ \vec{c}_i, \vec{\theta}_i \} \quad (i= 1,2,\dots,n)$$

où \vec{c}_i et $\vec{\theta}_i$ sont des vecteurs qui définissent respectivement la position du centre de gravité (G_i) du grain (i) et la rotation de la base liée au grain, \vec{I} (axes principaux d'inertie) relativement au repère de référence ($G_0, \vec{0}$) (fig. II-1).

Pour un ensemble constitué de n grains, le nombre total de paramètres de (S) est de $6n$.

En ce qui concerne les paramètres de vitesse on a :

$$(\dot{q}) = \{ \vec{v}_i, \vec{\omega}_i \} \quad (i = 1,2,\dots,n)$$

où \vec{v}_i , et $\vec{\omega}_i$ sont des vecteurs représentant respectivement les vitesses de translation et de rotation du grain (i) ou de (G_i, \vec{I}) relativement au repère de référence ($G_0, \vec{0}$). Ce sont des paramètres canoniques de mouvement.

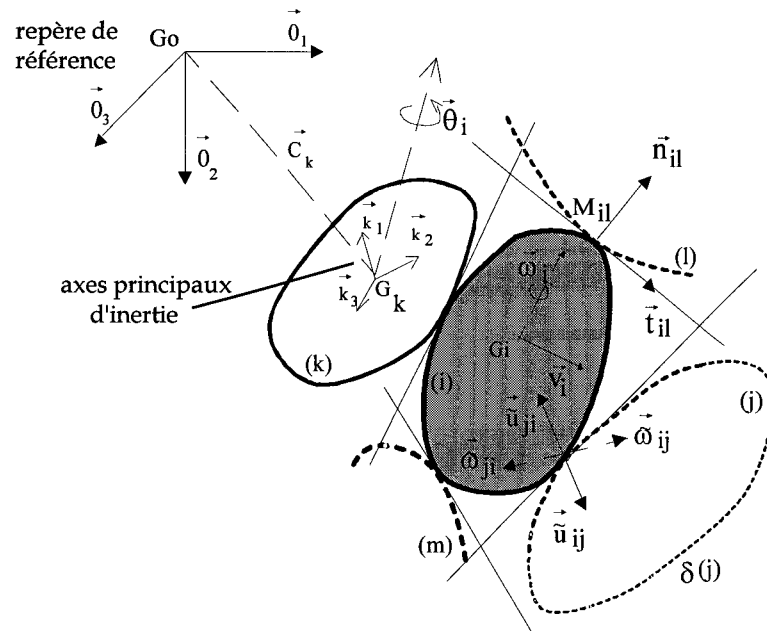


Fig. II-1 : Représentation paramétrique des grains en contact

II.1.1.2 - Paramètres associés ou de contact

De façon analogue, la position et la vitesse d'un contact seront définies par des vecteurs représentant la cinématique du point de contact et plan tangent commun aux grains adjacents (fig. II-1).

En ce qui concerne les paramètres de position :

$$(\tilde{q}) = \{ \vec{M}_{ij}, \vec{n}_{ij}, \vec{t}_{ij} \} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

où \vec{M}_{ij} est le vecteur définissant la position du point (M_{ij}) des grains (i) et (j) relativement au repère de référence.

\vec{n}_{ij} : vecteur normal à $\delta(i)$ en M_{ij}

\vec{t}_{ij} : vecteur de la base principale tangente associée à $\delta(i)$ en M_{ij}

En ce qui concerne les paramètres de vitesses :

$$(\dot{\tilde{q}}) = \{ \vec{u}_{ij}, \vec{\omega}_{ij} \} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

\tilde{u}_{ij} et $\tilde{\omega}_{ij}$ définissent respectivement la différence des vitesses de translation et de rotation des grains (i) et (j).

Ce sont des tenseurs d'ordre 2 antisymétriques. Le nombre total de paramètres de (\tilde{q}) ou $(\dot{\tilde{q}})$ vaut $6n^2$.

I.1.2 - Paramètres dynamiques

Ils déterminent l'état de chargement du système granulaire. Il s'agit tout d'abord des paramètres qui définissent les chargements extérieurs auxquels sont soumis les grains; par exemple, les forces ou couples appliqués directement sur le contour des grains (action d'une paroi...), les forces volumiques et en particulier le poids propre des grains.

Par ailleurs, on a les paramètres intérieurs qui définissent l'état des efforts intergranulaires. Il s'agit d'efforts de liaisons internes relatifs aux forces de contact.

Ces systèmes évoluant de manière quasi-statique il existe naturellement un ensemble de relations liant ces différents paramètres.

II.1.2.1 - Paramètres extérieurs ou de solides

Les efforts extérieurs, de toute nature, sont réductibles pour le corps rigide (grain) à un torseur. Celui-ci est défini par convention au centre d'inertie de chaque grain.

En ce qui concerne les paramètres actuels :

$$(Q) = \{ \tilde{g}_i, \tilde{\mu}_i \} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

où \tilde{g}_i est la résultante générale des forces extérieures auxquelles est soumis le grain (i) et $\tilde{\mu}_i$ est le vecteur axial, moment résultant des forces et des couples auxquels est soumis le grain (i). Pour chaque grain (i) du système, le couple $(\tilde{g}_i, \tilde{\mu}_i)$

est par conséquent, le paramétrage extérieur actuel. Il s'agit d'un torseur. Pour un ensemble constitué de n grains, le nombre de paramètres de (Q), est de 6n.

On peut aussi les associer à des paramètres incrémentaux :

$$(\dot{Q}) = \{ \dot{\vec{g}}_i, \dot{\vec{\mu}}_i \} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

où $\dot{\vec{g}}_i \delta t$ et $\dot{\vec{\mu}}_i \delta t$ sont des vecteurs représentant respectivement les accroissements de la résultante générale et du moment résultant au cours de la période δt .

II.1.2.2 - Paramètres intérieurs ou intergranulaires

Dans le cas général, compte tenu de la convexité des surfaces de contour, les contacts sont ponctuels, par conséquent le torseur de liaison est évidemment défini au point de contact.

Pour les paramètres actuels :

$$(\tilde{Q}) = \{ \vec{f}_{ij}, \vec{\gamma}_{ij} \} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

où \vec{f}_{ij} et $\vec{\gamma}_{ij}$ sont les vecteurs force et couple de liaison du grain (i) avec le grain (j) appliqués au point (M_{ij}). Pour chaque contact, le couple ($\vec{f}_{ij}, \vec{\gamma}_{ij}$) est le paramètre intérieur actuel. Pour un ensemble de n grains, le nombre total de termes non nuls varie avec le nombre de contacts effectifs.

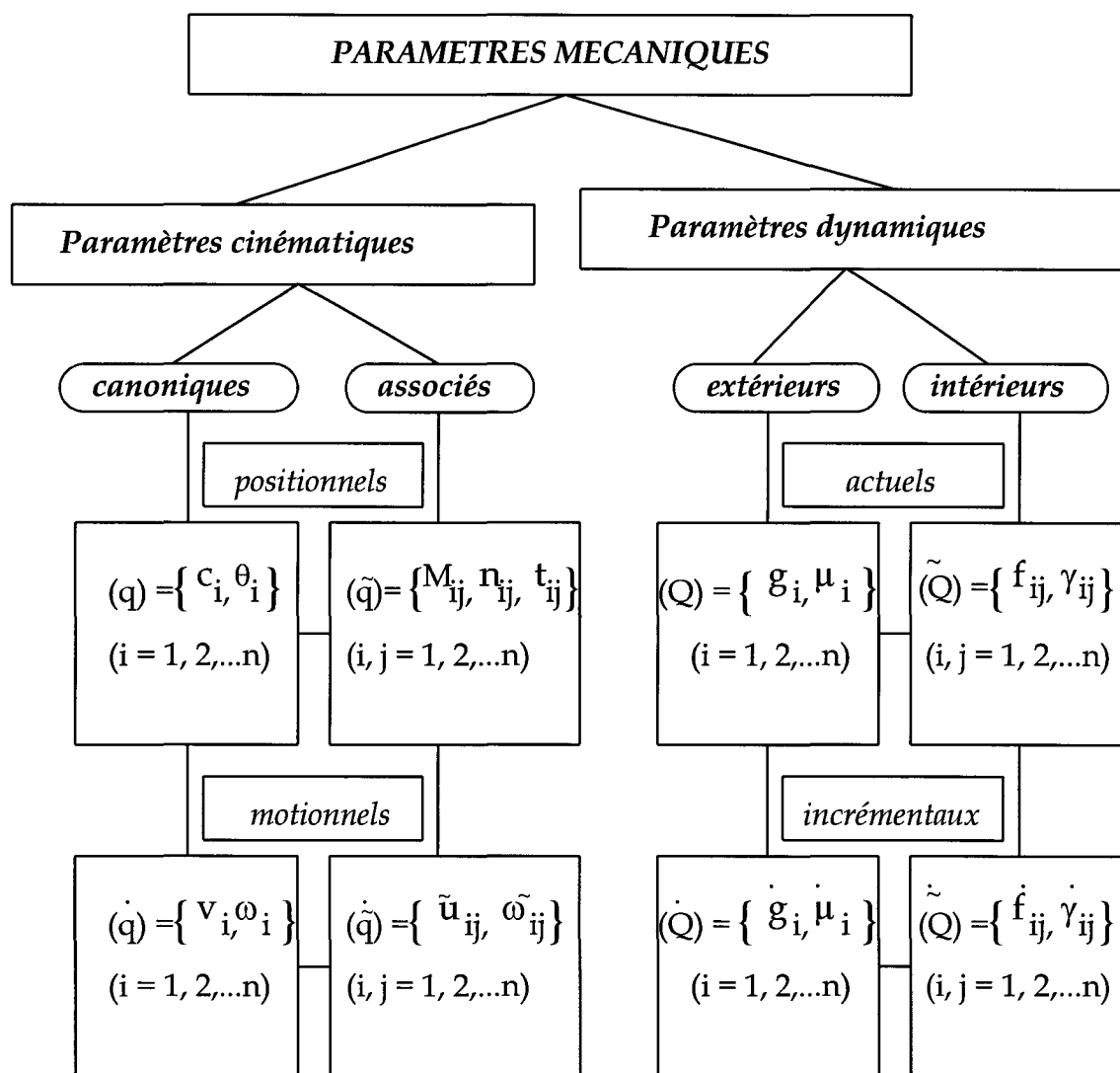
Pour les paramètres incrémentaux :

$$(\dot{\tilde{Q}}) = \{ \dot{\vec{f}}_{ij}, \dot{\vec{\gamma}}_{ij} \} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n)$$

$\dot{\vec{f}}_{ij} \delta t$, et $\dot{\vec{\gamma}}_{ij} \delta t$ sont de même définis comme les accroissements des forces et des couples de liaison, pendant la période δt .

Les paramètres actuels (\tilde{Q}) ou incrémentaux ($\dot{\tilde{Q}}$) sont des tenseurs antisymétriques du second ordre. Par conséquent pour un ensemble constitué de n grains, le nombre total de paramètres de liaison, actuels ou incrémentaux est $6n^2$ (torseurs).

II.1.3 - Récapitulatif de la configuration mécanique



L'espace des paramètres ainsi défini est surabondant. Toute solution analytique requiert donc la détermination préalable d'un paramétrage strict à partir des dualités cinématiques, dynamiques et mécaniques du système astreint à

des conditions aux limites données. Cependant ces paramètres ne sont pas fondamentalement simples et leur complexité augmente avec la précision désirée.

Mais d'importants efforts sont faits dans le cadre de la micromécanique, du point de vue expérimental ou numérique pour évaluer ces paramètres afin de comprendre certains aspects du comportement global des matériaux granulaires et d'en établir des relations qui puissent apporter des éléments à la validation des modèles des milieux continus qui leur sont appliqués.

II.2 - APPROCHES EXPERIMENTALES

Le premier aspect de la micromécanique est d'abord l'approche expérimentale basée sur l'observation et sur des mesures à l'échelle des grains; en dépit des difficultés de quantification à cette échelle.

II.2.1 - Lois du contact élémentaire

Le problème des grains en contact est très complexe à l'échelle microscopique. Au niveau du contact intergranulaire, la loi de comportement surfacique dépend de la régularité ou de l'irrégularité de l'état géométrique des grains, du comportement thermomécanique du matériau constitutif des grains et éventuellement de la présence de fluide interstitiel susceptible de modifier les liaisons locales. Cette réalité restreint, la plupart de temps, les études expérimentales à des grains de formes globalement convexes.

Pour des particules à configuration géométrique circulaire (billes ou matériaux de Schneebeli) deux lois ont contribué à la compréhension des mécanismes de déformation et de transmission d'efforts. Il s'agit des lois de Hertz et Mindlin au niveau de contact de deux grains sphériques. De là, des hypothèses

de non linéarité ou de non réversibilité de certains mécanismes , impliqués dans la déformation de matériaux granulaires ont été ainsi vérifiées.

1.2.1.1. Elasticité non linéaire

Dans le cas de l'élasticité, l'hypothèse de linéarité permet d'étudier le comportement mécanique à partir de deux paramètres seulement (loi de Hooke généralisée). Cependant cette hypothèse est rarement confirmée par les résultats expérimentaux.

Loi de Hertz

Quand les grains ne sont pas très rigides, leur déformation propre contribue sensiblement au comportement global du milieu. Pour deux sphères élastiques, de rayons respectifs R_1 et R_2 , en contact, Hertz formule le rapprochement, d , de leur centre sous l'effet d'une force, P , en fonction de leur module de Young et du coefficient de Poisson :

$$d^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{4} P \sqrt{\frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)} \quad (1)$$

Biarez [1962], à partir de la loi de Hertz, exprime, pour des sphères élastiques identiques, la déformation ε_i en fonction de la contrainte appliquée σ_i . Il traduit ainsi le comportement élastique non linéaire engendré à la surface de contact.

$$\varepsilon_i^{\frac{3}{2}} = \frac{\sigma_i}{\zeta} \quad (2)$$

avec

$$\varepsilon_i = \frac{W}{2R} \quad W = \frac{d}{2} \quad \sigma_i = \frac{P}{S} \quad \text{et} \quad \zeta = \frac{4}{3K} \frac{E}{1 - \nu^2}$$

S : surface du polyèdre formé par 4 sphères en contact.

K : paramètre géométrique caractérisant le type d'empilement.

Cette loi permet aussi de déterminer la variation du module d'élasticité d'arrangement des grains et de montrer que les déformations élastiques sont d'autant plus petites que les arrangements sont denses.

I.2.1.2 - Déformation irréversible

Une partie de la déformation plastique s'explique aussi au niveau du contact local des grains par leur glissement relatif qui engendre l'existence d'une composante tangentielle (déviatorique) de la force de contact.

Approche de Mindlin

En complément à la théorie de Hertz, Mindlin (1952) a montré que la zone de contact des sphères (fig. II-2) est formée par deux zones concentriques : une première zone autour du point de contact où il n'y a pas de mouvement relatif entre deux grains en contact et une seconde zone qui forme un anneau autour de la première où le frottement atteint sa valeur limite en créant un glissement des grains en contact. La surface de cette zone annulaire est évidemment fonction de l'importance de la composante tangentielle de la force appliquée et peut s'étendre sur toute la surface de contact.

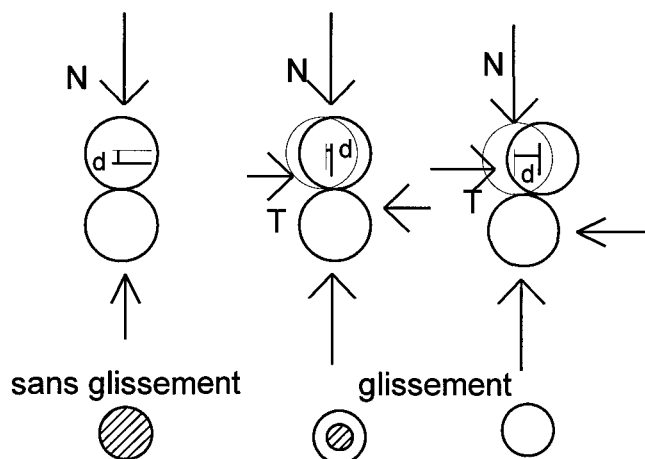


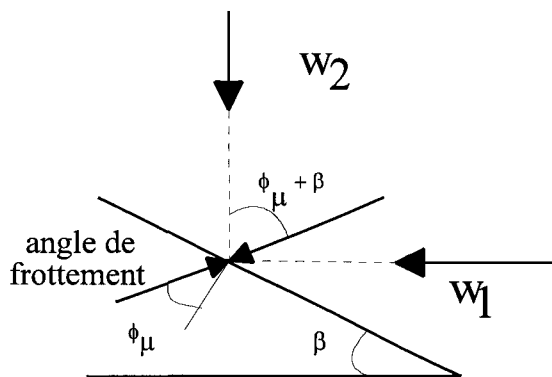
fig. II-2 - Glissement au contact de Hertz suivant Mindlin

II.2.2 - Comportement des structures granulaires

Le comportement global d'ensemble de grains en contact génère des phénomènes assez caractéristiques des milieux granulaires. La dilatance (variation de volume) est un des phénomènes physiques qui accompagnent souvent la déformation des matériaux granulaires sous sollicitation (Rowe 1962, Horne 1969). La transmission d'efforts, sous formes de chaînons de contraintes (Matsuoka 1974, Ammin & al 1988) est aussi typique de ces matériaux. Enfin ces matériaux se caractérisent par des défauts et des désordres d'empilements qui se répercutent, en termes d'hétérogénéités, sur leurs propriétés de déformation et de rupture.

II.2.2.1 - Théorie de Rowe

Les travaux de Rowe (1962) se sont portés sur le mécanisme de déformation des matériaux soumis à un ensemble de sollicitations. Sa théorie permet, entre autre, de cerner les effets de dilatance dans les milieux granulaires. Selon Chapuis (1976) elle constitue sans doute la contribution la plus importante dans la mécanique des milieux granulaires. Cette théorie est développée sur la base de deux équations, la première est établie par analogie au frottement plan d'un bloc solide sur un solide (sans variation de volume) (fig. II-3).



$$(3) \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{W_1 l_1}{W_2 l_2} = \tan \alpha \tan(\phi_\mu + \beta)$$

l_1, l_2, α : paramètres géométriques définis sur la figure II-4

Fig.II-3 - Force au point de contact

La seconde équation par contre, est une relation purement géométrique de déformation d'un assemblage régulier de tiges cylindriques (Fig.II-4).

Cette équation de dilatance :

$$\dot{E} = \frac{\sigma_1 \dot{\epsilon}_1}{\sigma_2 \dot{\epsilon}_2} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2 \left(1 + \frac{dV}{V}\right)} = \frac{\tan(\phi_\mu + \beta)}{\tan \beta} \quad (4)$$

résulte donc de la superposition de deux équations issues de deux niveaux différents, l'un macroscopique (3) et l'autre microscopique (4), c'est à dire à partir de la structure interne de l'empilement.

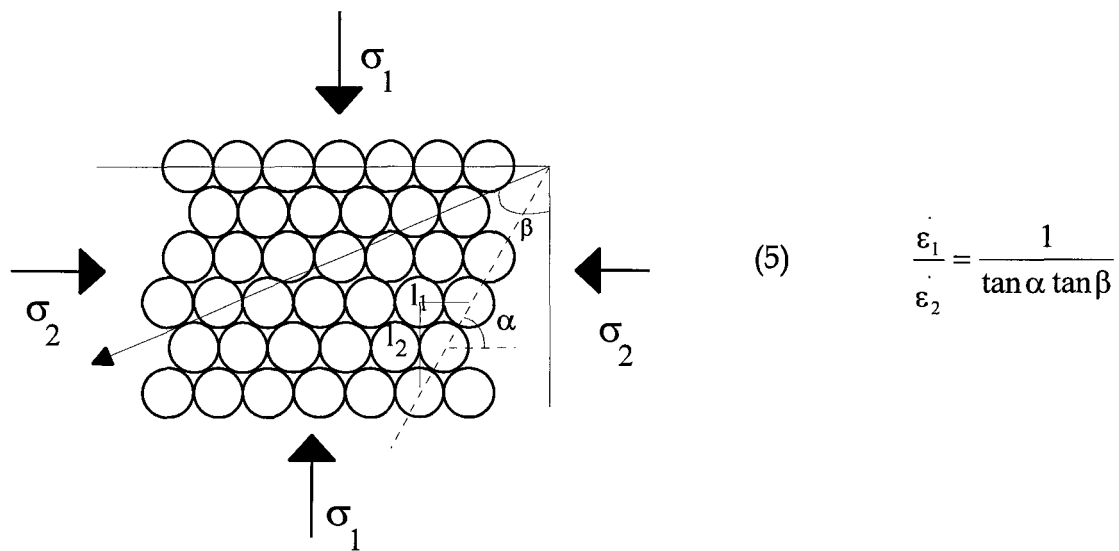


Fig. II-4 : Empilement de Rowe

Cependant, les travaux de Rowe ont été l'objet de nombreuses critiques, Scott (1964), Roscoe et Schofield (1964), surtout concernant le "principe de transmission d'énergie" et la signification de la variable α (fig.II-4) dont Rowe donne plusieurs définitions.

Par la suite, Horne (1965,1969) a proposé une nouvelle démonstration de l'équation de la dilatance concernant le mécanisme de déformation. Il suppose que

la déformation résulte des mouvements relatifs de groupes rigides qui se forment continuellement par division et coalescence. Horne, à partir de l'hypothèse de Rowe de non roulement, suppose un certain mécanisme de déformation compatible avec la création continue de contacts glissant suivant l'orientation préférentielle ($\beta = \pi/4 - \phi_\mu/2$).

Selon ses hypothèses, le mouvement relatif de deux particules ne dépend que du mouvement relatif des deux groupes adjacents contenant ces particules. Ce mouvement consiste à une combinaison de glissement et roulement suivant lesquels le volume total va diminuer ou augmenter.

Pendant une diminution de volume, glissement et roulement bénéficient tous deux d'existence préalable de fissures (cracks). Dans ce cas il apparaît qu'il n'y a pas de raison théorique pour que la déformation ne combine pas le glissement et le roulement.

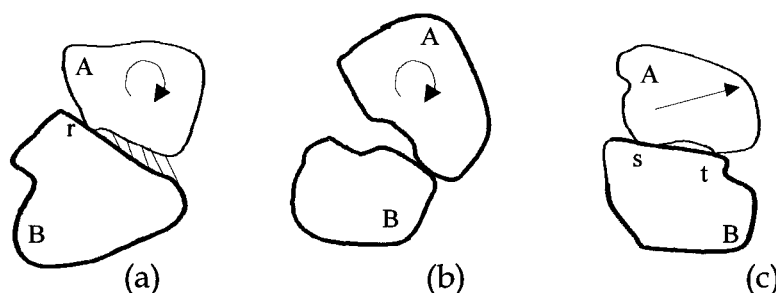


Fig. II-5 : Mécanisme de déformation (Horne 1969)

Par contre au cours d'une augmentation de volume, les mécanismes de glissement et de roulement prennent un sens différent. Deux particules peuvent glisser l'une sur l'autre sans qu'il existe préalablement une fissure (fig. II-5c). Mais s'il arrive qu'une particule A roule sur une particule B (fig. II-5a) au point de contact r c'est qu'il existe au préalable un espace qui le permet (zone hachurée). Dans le cas contraire le point de roulement A devrait se situer à l'extrémité de B (fig. II-5b).

On voit donc que le glissement bloc sur bloc permet trois points de contact entre deux groupes adjacents, tandis que le roulement n'en autorise pas plus de deux. Ainsi, Horne estime que le glissement est plus stable et nécessite une plus faible augmentation de volume que le roulement. Il en conclue que la stabilité de l'assemblage passe donc par une minimisation du roulement. Et si les contacts glissant entre deux groupes de particules ont la même orientation le mécanisme de déformation se réduirait à une simple translation sans aucune composante de rotation; ce qui n'est malheureusement pas le cas en pratique.

II.2.2.2 - Anisotropie

En terme global les différentes propriétés évoquées dans les milieux granulaires se traduisent par des comportements différents des structures granulaires suivant les modes d'empilements et de sollicitations des grains. La prise en compte de cet aspect anisotrope est fondamentale pour la compréhension des matériaux granulaires. Pour les sols, Casagrande et Carillo (1944) ont été les premiers à distinguer deux types d'anisotropie, l'anisotropie inhérente et l'anisotropie de constitution. La première est produite à travers la sédimentation des particules alors que la deuxième est induite par le processus de déformation non élastique lié à la sollicitation.

Un certain degré d'anisotropie caractérise donc la structure de ces matériaux. Cet aspect a été étudié par plusieurs auteurs. A partir de mesures locales des normales aux points de contacts de matériaux bidimensionnels, soumis à des essais biaxiaux, Biarez et Wiendeck (1963) définissent, à l'aide d'un diagramme polaire, un coefficient d'anisotropie. Ce coefficient A est obtenu en considérant pour une direction θ donnée, le nombre de plans de contact dont l'orientation est comprise entre $(\theta - \delta\theta)$ et $(\theta + \delta\theta)$. La représentation qui s'en déduit est une ellipse.

$$A = \frac{a-b}{a+b} \quad (6)$$

a, b: grand et petit axes de l'ellipse

Cette méthode caractérise en fait, une rotation de 90° de la contrainte majeure, graduellement appliquée à l'échantillon. Les mesures continues des variations de la distribution des normales aux points de contact permettent de suivre l'évolution de la structure à l'échelle locale. Les changements d'orientations des normales aux points de contact (fig. II-6) montrent un gain de contacts dans la direction de la contrainte principale majeure alors que l'on constate une diminution du nombre de contacts dans la direction de la contrainte principale mineure.

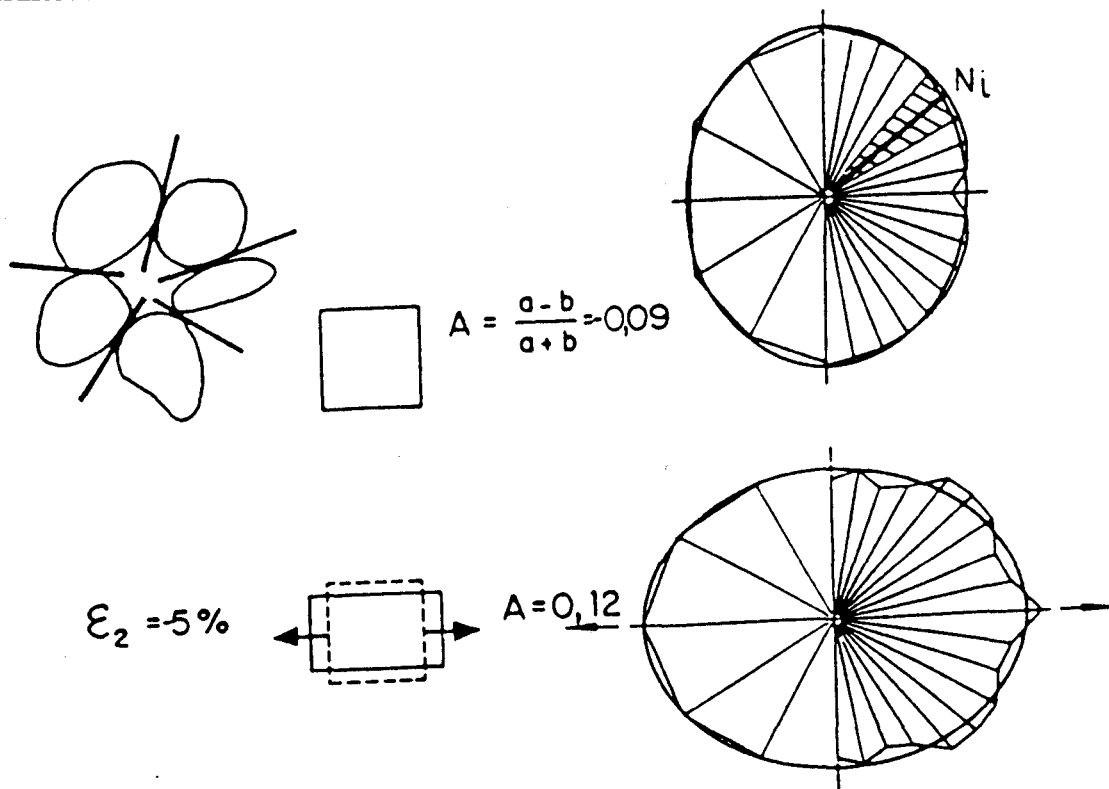


Fig II-6 : Evolution de la structure sous extension

(Biarez & Wiendeck, 1963)

Les mêmes techniques utilisées par Oda (1972) sur des échantillons de sables différents, préparés par pluviation, montrent une orientation préférentielle

des normales aux points de contact dans la direction de déposition. Oda montre également que cette préférence de direction reste valable pour des grains de sables ronds ou allongés. Des essais biaxiaux (Matsuoka 1974, Nemat-Nasser & Konishi 1985), sur des rouleaux photoélastiques montrent de la même façon que les normales ont tendance à s'orienter suivant l'axe de la contrainte majeure.

De plus quand un assemblage granulaire subit une déformation plastique, les pertes de contacts entre certains grains et les liaisons établies par d'autres grains donnent à la structure une nouvelle apparence capable de modifier les caractéristiques suivant les orientations données de ces contacts. Ce phénomène se produit souvent de manière instantanée et de façon irréversible. Oda & Konishi (1974), sur des essais de cisaillement simple avec des rouleaux photoélastiques, donnent des détails sur le changement de structure en fonction du taux de cisaillement (fig. II-7). Les courbes contrainte-déformation montrent une dépendance du comportement mécanique vis à vis des changements microstructuraux traduits par les distributions des normales aux points de contacts ci-contre.

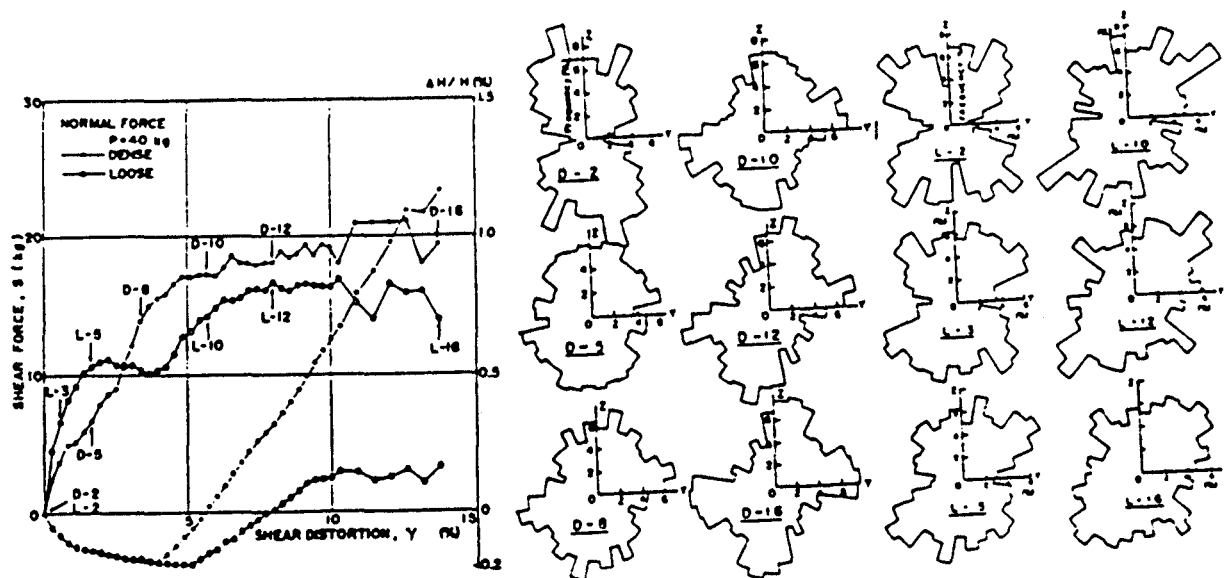


Fig. II-7 Cisaillement simple sur échantillon dense et lâche

(Oda & Konishi, 1974)

II.2.3 - Distributions des forces de contact

La mesure des forces de contact, du point de vue expérimental, est rendue difficile par les problèmes d'accès à l'intérieur du milieu granulaire, et par la perturbation des caractéristiques du milieu par le système de mesures. Les méthodes existantes permettent, à partir de mesures indirectes, la connaissance parfois qualitative, parfois quantitative de ces forces, et les directions suivant lesquelles se localisent des chaînons de contraintes dans les milieux granulaires.

On distingue surtout la méthode photoélastique (Dantu 1957, Matsuoka 1974, Travers & al 1988) qui donne une information quantitative sur la direction des forces (présence de contacts passifs et de grains passifs). Elle fournit également une information qualitative sur la valeur des forces de contact (en fonction de la luminosité).

Toutes ces techniques montrent qu'à cette échelle d'observation, les matériaux granulaires restent des matériaux intrinsèquement hétérogènes. Par conséquent les forces ne s'y repartissent pas de façon uniforme. Travers et al (1988) ont mis en évidence, à partir d'expériences de photoélasticité sur des cylindres en Plexiglas soumis à une compression oedométrique (fig. II-8) des zones contraintes, très éclairées et non contraintes qui sont moins éclairées aussi bien pour des empilements réguliers et irréguliers. Le réseau de contacts mécaniquement actifs apparaît donc lumineux et se densifie avec la force appliquée. Abriak (1991) a également montré, en enfonçant individuellement des rouleaux en P.V.C. dans un massif, que la proportion de rouleaux non contraints diminue avec la profondeur d'empilement.

Une des conséquences de cet état de fait est que l'on peut avoir une différence de comportement entre deux grains isolés et un ensemble de grains identiques pris dans les mêmes conditions. En effet lors d'essais de compression oedométrique de matériaux granulaires (cylindres en Plexiglas) Travers et al (1988) montrent que même si la relation donnant la force appliquée F est fonction

de $(\Delta h)^m$ (Δh : variation de la hauteur de l'échantillon) est semblable à celle décrite par Hertz dans le cas de compression de 2 particules cylindriques : linéarité de F en fonction de $(\Delta h)^\zeta$. on a $\zeta \neq m$, m toujours $\geq \zeta$.

Cette différence est expliquée par le fait que le champ de contrainte n'est pas homogène : la force de contact $F^{(k)}$ qui comprime deux particules au point k n'est pas la même partout. De plus, les imperfections sur les rouleaux sont importantes. Par contre l'expérience faite avec des rouleaux de caoutchouc (pour lesquels la déformation est plus importante que les imperfections géométriques) donne $m=\zeta$.

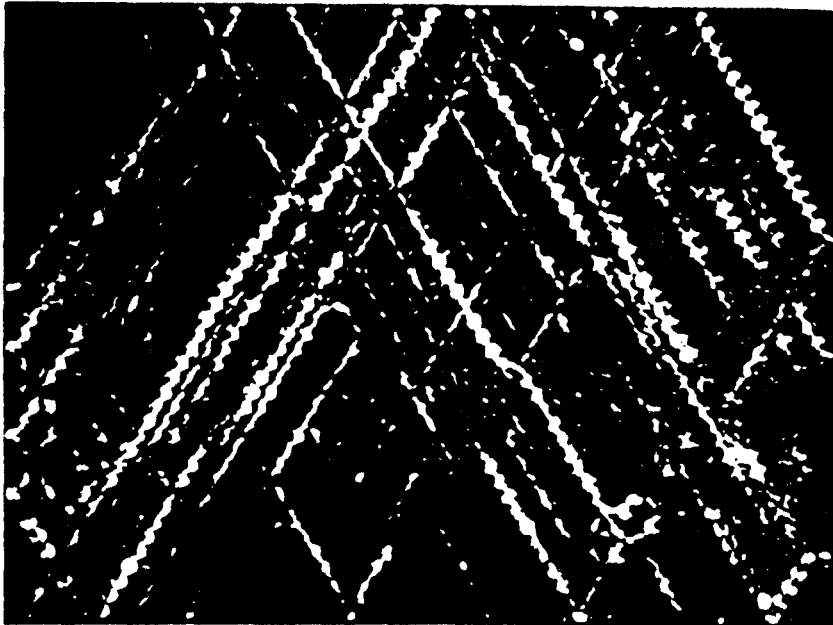


Fig. II-8 : Réseaux de contact sur des cylindres en Plexiglas

(Travers & al, 1988)

D'autres techniques expérimentales existent pour évaluer la répartition des forces de contact au sein du milieu granulaire. Les forces de contact appliquées à une hétérogénéité peuvent être données à partir de la détermination de force d'arrachement de l'hétérogénéité placée dans un milieu granulaire (Deylon & al, 1989). Ces forces de contacts peuvent être également mesurées par des capteurs de forces que l'on enfonce dans un massif granulaire empilé de manière à déplacer un ensemble de rouleaux dans le massif parallèlement à leur génératrice (Gourvès et Faugeras 1980, Abriak 1991). Dans cette dernière méthode, la dispersion des

mesures des forces de contacts intergranulaires variant en fonction de la taille des plaques permet de trouver un bon compromis sur l'homogénéité de l'état de contrainte dans les matériaux granulaires et sur le passage du milieu discontinu au milieu continu fictif (Abriak & Parsy, 1993).

Cependant, toutes ces techniques expérimentales ne permettent pas d'établir des liens directs entre les différents paramètres internes. L'approche numérique va, à ce sujet, apporter une nouvelle dimension dans la micromécanique des matériaux granulaires.

II.3 - APPROCHE NUMERIQUE

Les méthodes numériques ont pour objet de simuler le comportement d'un milieu granulaire sous chargement quelconque, ce qui constitue déjà un avantage. Elles facilitent aussi les traitements statistiques des données. Tous les résultats de la simulation sont disponibles et ceci, à chaque étape du calcul. Ces méthodes permettent surtout d'avoir accès à des informations souvent cachées, tels que le genre du contact (passif ou actif), les forces locales aux points de contact, l'organisation des vides....

II.3.1 - Généralités

Les programmes numériques mis au point comportent généralement deux modules ; un module d'ordonnement des grains et un module d'éléments finis granulaires.

Le module d'ordonnement fixe un certain nombre de données de la structure ; la forme des grains (cylindriques ou sphériques), la taille des grains (granulométrie), les limites du domaine granulaire et l'angle de frottement local intergranulaire.

Le module d'éléments granulaires finis est un module de calcul : il calcule les matrices de rigidité en chaque point de contact de chacun des grains, en déduit les forces de contact et les déplacements lorsque le milieu est chargé. La loi au point de contact est de type quasi statique correspondant à un comportement élastoplastique. Le critère local de frottement est celui de Coulomb auquel on ajoute, soit un effet de flexibilité et de viscosité, matérialisé par des ressorts et amortisseurs - programme TRUBALL- (Cundall & Strack 1979, Cambou 1984, Kishino 1988) ; soit un effet dynamique avec des lois de chocs inélastique (Jean & Moreau, 1992).

II.3.2 - Structure interne

De manière classique l'état de la structure globale d'un milieu granulaire se détermine par des paramètres physiques de la mécanique des sols, granulométrie, indice des vides ou porosité. Mais ces paramètres sont insuffisants pour décrire la structure à l'échelle locale. Pour décrire la structure interne granulaire les variables primaires sont la normale au plan de contact n et la coordinance c (nombre moyen de contacts par particule). Des corrélations entre cette variable c et l'indice des vides global (fig. II-9) ont d'ailleurs été, trouvées par plusieurs auteurs (Oda 1977, Field 1963).

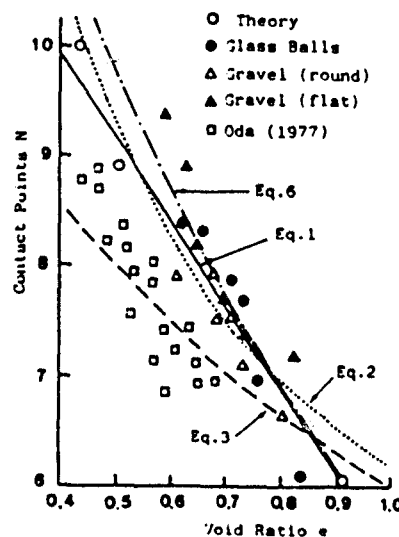


Fig. II-9 : Relations entre indice des vides et coordinance

II.3.3 - Homogénéisation dans les milieux granulaires

L'interprétation des expérimentations sur des matériaux granulaires et des modélisations micromécaniques impose souvent la nécessité de passer des mesures locales en des termes physiques interprétables au sens macroscopique. Les techniques d'homogénéisation, basées sur des hypothèses de périodicité et l'utilisation de fonctions statistiques sur des volumes représentatifs permettent de définir des paramètres tensoriels au sens classique de la mécanique des milieux continus en y intégrant des paramètres relatifs à la constitution interne de la structure.

II.3.3.1 - Tenseur de structure

Pour représenter de manière analytique les différents contacts et leur orientation la notion de tenseur de structure "fabric tensor" est introduite pour décrire la distribution de la variable n (Oda 1974, Satake 1978). Ce tenseur de second ordre est défini par :

$$F_{ij} = \int_{\Omega} P(n) n_i n_j d\Omega = \langle n_i n_j \rangle \quad (7)$$

où $P(n)d\Omega$ est la probabilité d'avoir un contact dans l'angle solide $d\Omega$ centré dans la direction de la normale n .

Cambou & al (1984) introduisent dans le même ordre d'idée un tenseur de quatrième ordre $A_{ijkl} = \langle n_i n_j n_k n_l \rangle$ qui permet de mieux prendre en compte l'histoire de chargement.

Ces expressions permettent, entre autres, de traduire l'anisotropie du matériau liée aux particules non sphériques.

II.3.3.2 - Tenseur de contrainte

Le tenseur de contrainte est un des paramètres fondamentaux dans la mécanique des milieux continus. A partir du théorème des travaux virtuels la contrainte usuelle peut être exprimée à l'aide de la sommation des efforts locaux sur un élément de volume représentatif (Weber 1966, Christofferson & al 1981).

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^N l_i^k F_j^k \quad (8)$$

avec

N le nombre total de contacts (k) dans le volume V.

F^k : force de contact au point k

l^k : vecteur joignant les particules i et j; et passant par k

A priori σ_{ij} est non symétrique

De façon intégrale l'expression (8) peut s'écrire :

$$\sigma_{ij} = N\bar{D} \int_S f_i n_j d\Omega \quad (9)$$

S : sphère unité

\bar{D} : distance moyenne entre les centres de particules en contact

Cambou (1993) définit f comme une variation locale statique qui va dépendre d'un certain nombre de paramètres :

$$f_i = f_i(n, \sigma, \mathbf{e}, d, \mu) \quad (10)$$

\mathbf{e} : tenseur symétrique de second ordre

d : dimension de l'espace (2 ou 3)

μ : paramètre de direction de la normale au point de contact

II.3.3.3 Tenseur de déformation

Le travail développé dans la déformation d'un milieu granulaire est la somme des travaux élémentaires développés au niveau des contacts et peut donc s'écrire sous la forme :

$$W = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^N F_i^k \Delta u_i^k \quad (11)$$

où Δu_i^k représente le déplacement relatif au niveau du point de contact k.

La relation (9) peut également s'écrire:

$$W = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^N F_i^k l_j^k \frac{\Delta u_i^k}{l_j^k} \quad (12)$$

Dans l'expression (10) on voit apparaître le terme $F_i^k l_j^k$ dont la somme est égale à σ_{ij} . Le deuxième terme $\Delta u_i^k / l_j^k$ a été pris en compte pour construire le tenseur des déformations :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\frac{\Delta u_i^k}{l_j^k} + \frac{\Delta u_j^k}{l_i^k} \right) \quad (13)$$

où Δu_i^k est le déplacement relatif des points de contacts, il dépend donc du déplacement des centres des particules et de leurs rotations.

On peut noter sur les équations (8) et (9) un bon passage du comportement local au comportement global. Cependant le produit de ces équations reste différent de l'expression de l'énergie en (10). Ce qui traduit une dépendance entre σ_{ij} et ε_{ij} déduite de la moyenne des variables locales (Cambou, 1991).

Par ailleurs pour définir la variable locale cinématique Cambou (1993) réécrit l'incrément de déformation $\dot{\varepsilon}_{ij}$ en fonction d'un tenseur de troisième ordre Q_{ijk} (n, e, μ, d) :

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \int_s Q_{ijk}(n, \mathbf{e}, \mu, d) \dot{u}_i d\Omega \quad (12)$$

avec:

$$f_i(n) = Q_{ijk}(n, \mathbf{e}, \mu, d) \sigma_{jk} \quad (13)$$

En prenant \dot{u}_i comme étant la variable locale cinématique, elle va dépendre en plus des autres paramètres, d'une variable interne b qui apparaît dans l'analyse cinématique.

$$\dot{u}_i = \dot{u}_i(n, \mathbf{e}, \mu, b) \quad (14)$$

A partir de trois variables internes μ , b et \mathbf{e} Cambou établit ainsi en première approximation, une relation entre les variables locales (f_i , \dot{u}_i) et les variables globales (σ , ε). Ces paramètres internes permettent de prendre en compte des phénomènes qui se produisent dans les matériaux granulaires :

- orientation des forces de contact
- perte ou création de contacts
- roulement sans glissement au niveau de certains contacts.

II.3.3.4. Tenseur des vides

Dans les milieux granulaires, les vides coexistent de façon duale avec les particules solides. L'idée de les modéliser, au même titre que les solides, a été tentée pour expliquer également les mécanismes de déformation. Ainsi en considérant un vide constitué par un nombre, n , de particules (fig. II-10). Konishi & Naruse (1988) proposent un tenseur de vide local :

$$P_{ij}^k = \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{2n} v_l^i v_l^j \quad (14)$$

Dans le cas bidimensionnel, si on diagonalise P_{ij}^k , on a deux valeurs principales :

$$P_1^k, P_2^k = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} v_i^2 \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{2n} v_i^2 \cos \omega_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{2n} v_i^2 \sin \omega_i \right)^2} \right\} \quad (15)$$

dont la différence:

$$D^k = P_1^k - P_2^k \quad (16)$$

où ω_i est la direction du vecteur v_i (fig. II-10a)

La direction principale majeure par rapport à un point donné s'exprime par :

$$\zeta^k = \frac{1}{2} \arctan \left\{ \frac{\sum_{i=1}^{2n} v_i^2 \sin 2\omega_i}{\sum_{i=1}^{2n} v_i^2 \cos 2\omega_i} \right\} \quad (17)$$

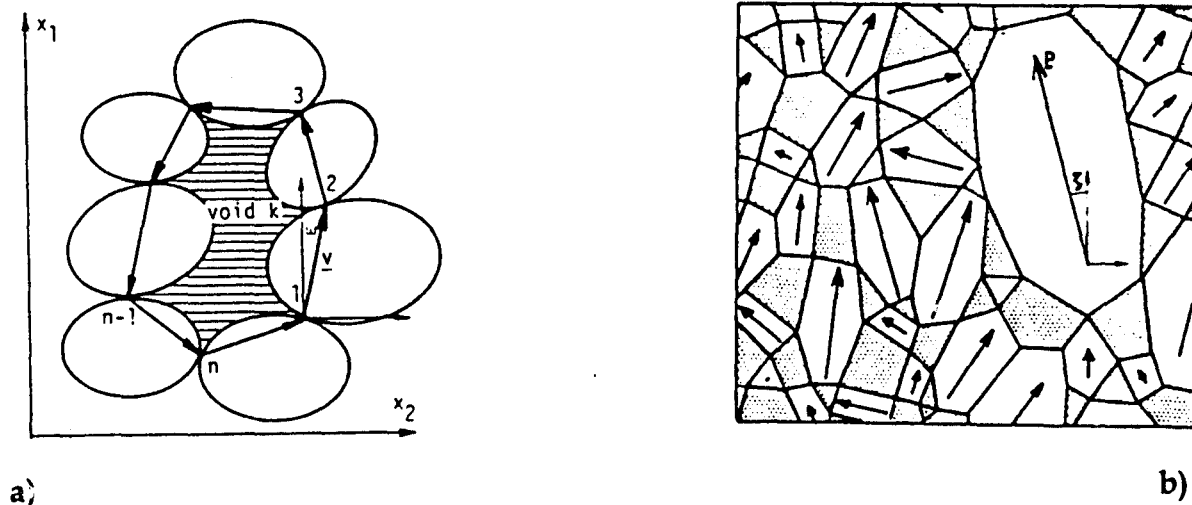


Fig. II-10 : Représentation locale du vide

De là, on peut caractériser la taille, la forme et l'orientation d'un vide local k par un vecteur de vide local \underline{P}^k (fig. II-10b), de norme D^k et de direction ζ^k déterminées à partir du tenseur de vide local P_{ij}^k .

Dès lors on peut considérer un ensemble de N vides locaux comme un système de vides (\mathcal{V}) qualifié par un tenseur moyen de vides :

$$V_{ij} = \frac{1}{2} \frac{1}{\sum_{k=1}^{2N} D^k} \sum_{k=1}^{2N} D^k h_i h_j \quad (18)$$

où h vecteur unité de \underline{P} .

Satake (1993) pense également que l'on peut donner une grande importance aux vides en terme dual au milieu solide. Cette dualité permet d'exprimer une relation entre le nombre de particules, des points de contact et des vides associés par une formule d'Euler. En effet, en prenant un assemblage de \dot{n} particules (fig. II-11) dont le nombre de contacts intergranulaires est de n , et le nombre de vides associés de \dot{n} on :

$$\dot{n} - n + \dot{n} = 1 \quad (19)$$

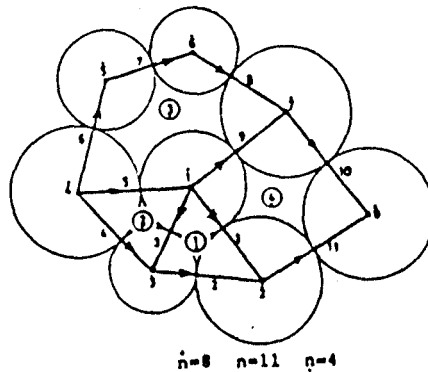


Fig. II-11 : Connexion intergranulaire

Et comme les vides sont constitués de polygones différents, Satake introduit le nombre de redondances r qui exprime la différence entre un polygone de vide quelconque, de s côtés et le plus petit polygone de vide, (cas triangulaire) :

$$r = s - 3 \quad (20)$$

Pour un assemblage donné le nombre moyen de redondance est alors :

$$R = \frac{r}{n} \quad (21)$$

Le nombre R ainsi défini, permet de mesurer à partir des considérations locales, la compacité d'un milieu formé d'arrangements élémentaires des grains en contact. Plus le milieu est lâche plus R est grand.

Les vides peuvent être aussi considérés comme étant des éléments auxquels on peut associer des paramètres statiques et cinématiques au même titre que les éléments solides (tableau ci-dessus).

	particule	contact	vide
force couple	f_p m_p	f_c m_c	f_v m_v
déplacement rotation	u_p w_p	u_c w_c	u_v w_v

Ces quantités définies à l'échelle locales constituent les éléments qui peuvent donner une approche assez complète de l'évolution des matériaux granulaire. Elles permettent aussi d'établir différentes relations entre les différents mécanismes dans les matériaux granulaires en considérant des chemins des vides au même titre que les chemins solides (fig. II-12).

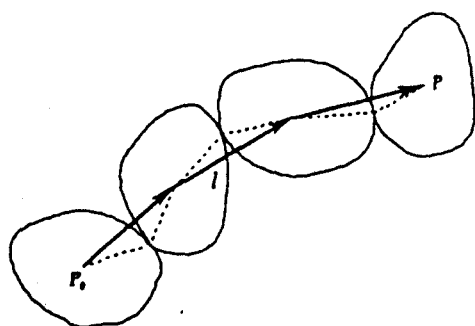


Fig. II-12a : *Chemin solide*

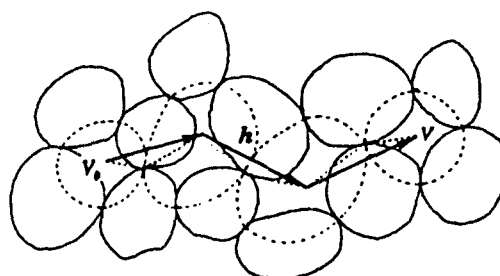


Fig. II-12b : *Chemin des éléments "vides"*

II.4 CONCLUSION

Avant de conclure sur la microstructure, il est important de souligner les différents types d'approche répertoriés par Cambou (1991).

*Modèles décrits dans le cadre de la M.M.C. mais utilisant des variables définies par une analyse microstructurale.

-Prise en compte de couples locaux et de rotations locales (milieux de Cosserat)

-Prise en compte d'un tenseur de structure en tant que variable interne ou d'un tenseur de contrainte modifié par un tenseur de structure.

*Modèle basé sur la prise en compte de plans de glissement fictifs supposés caractériser la structure du milieu (souvent deux plans, parfois davantage).

*Modèle trois niveaux

micro-discret \Leftrightarrow méso-continu \Leftrightarrow macro-continu

L'étape 1 se fait par simulation numérique sur un nombre de particules représentatif d'un arrangement.

L'étape 2 se fait par des techniques d'homogénéisation.

*Modèle à deux niveaux

micro \Leftrightarrow macro

C'est la loi locale de contact qui, par des techniques de moyenne va permettre d'aboutir à la loi globale.

Ce récapitulatif met en évidence tout l'intérêt et l'importance que revêt actuellement la micromécanique. Ses applications concernent en premier lieu la mécanique des sols, la mécanique des roches et la manutention des produits ensilés dont les éléments de base restent, avant tout, des particules discrètes.

Notre démarche, par la suite, du dernier modèle, à deux niveaux. Elle consistera à recueillir, à partir d'observations quantitatives, des éléments de la structure interne ayant une influence marquée à l'échelle des mesures macroscopiques des essais de laboratoire. A ce niveau d'évaluation, la nécessité d'informations fiables impose des moyens de mesures appropriés.

CHAPITRE III

**ANALYSE MICROSTRUCTURALE PAR
TRAITEMENT D'IMAGES**

La caractérisation physique de la structure interne d'un milieu granulaire et de son état de déformation sous sollicitations est d'un aspect délicat du point de vue expérimental. La difficulté d'évaluer des quantités très petites, relatives à la microstructure, impose des moyens de mesures assez précis pour traduire les phénomènes observés, en données exploitables.

L'adaptation et l'utilisation du traitement numérique d'images dans les problèmes de déformation de matériaux granulaires sont développées dans ce chapitre. L'objectif avoué est la détermination des paramètres relatifs à la cinématique locale et à la modification de la texture interne de ces milieux sous sollicitations.

III.1 -ETUDES GEOMETRIQUES DES EMPILEMENTS

La difficulté d'analyse des matériaux granulaires naturels sous sollicitations est réelle. Elle a conduit à la recherche de cas de figures et de chemins de sollicitations simplifiés pour l'étude de leurs caractéristiques physiques et mécaniques. Les modèles utilisés sont généralement formés de particules de formes géométriques convexes (sphères, cylindres et disques). L'étude des arrangements géométriques de particules élémentaires dans la structure permet de faire un lien entre les propriétés aux échelles locale et globale.

Ce type d'approche a été largement utilisé en physique des matériaux désordonnés pour modéliser des structures ou les défauts (de structure) jouant à l'échelle atomique, un rôle essentiel, à savoir les liquides denses ou les solides amorphes (Bernal 1964, Finney 1983) par opposition aux amorphes covalents. En ce sens, les modèles de sphères ont donc un caractère relativement universel. Si on se contente d'une analyse au niveau des voisins proches d'un grain, ces effets d'exclusion se manifestent, selon diverses analyses (Oger 1987), de trois façons pour les sphères (cylindres) indéformables :

①- Les centres de deux sphères (cylindres) de rayons respectifs r_i et r_j ne peuvent être à une distance inférieure à r_i+r_j l'un de l'autre (condition de non interpénétrabilité).

②- L'impossibilité de placer en contact avec une sphère (cylindre) i les sphères (cylindres) j avoisinantes, sauf pour des rapports de rayons très particuliers (gap de fermeture).

③- L'impossibilité de fermer la surface autour d'une sphère (cylindre) centrale par des sphères périphériques (voûte géométrique de contact).

L'approche est souvent topologique et la représentation qui en émane est de type Voronoï (1908) pour un empilement de sphères égales. Cette représentation en 2D (fig. III-1) permet de définir la notion de voisinage d'un "site". Les sites de ce réseau sont les centres des disques. Deux disques voisins sont connectés par un lien (---) et la tessellation de Voronoï est le dual du réseau triangulaire (—). Le nombre moyen de voisins d'un grain, défini de cette façon, correspond à la limite supérieure de la coordination. Par contre pour les empilements qui présentent une distribution de tailles, le modèle de base semble être la représentation de Dodds (1980). L'idée de Dodds est que dans un empilement quelconque (fig. III-2) les défauts de contacts, marqués par des tirets sont aléatoires dans le réseau déterminé par les tétraèdres.

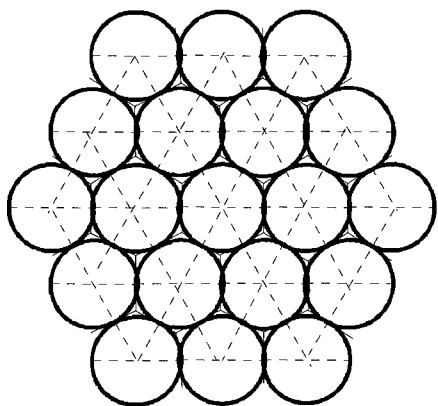


Fig. III-1 : Représentation de Voronoï

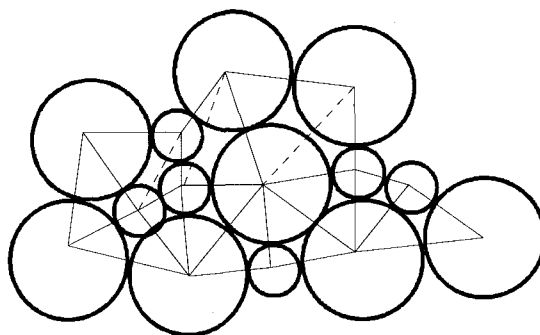


Fig. III-2 : Modèle de Dodds

III.1.1 - Empilements de cylindres identiques

En mécanique des sols, depuis les travaux de Schnebeeli (1956) l'utilisation des empilements de cylindres, qui présentent une certaine analogie mécanique avec les sables est assez courante dans la vérification de certaines applications relatives aux problèmes de déformation et de rupture des matériaux granulaires : chemins de rupture sous fondations (Biarez 1962, Ferri 1978) ; études des écoulements dans des modèles bidimensionnels (Mezghani 1987, Abriak 1991). Mais très rarement l'analyse des désordres en termes géométriques n'est envisagée comme en physique des matériaux désordonnés. Et pourtant l'impact de remaniement d'un échantillon montre bien que cet effet ne peut être négligé (Biarez & Hicher, 1989). La première question à se poser est alors de savoir comment ces particules s'arrangent entre elles.

III.1.1.1 - Arrangements aléatoires

Quelle que soit la manière dont on empile, les particules granulaires se déposent les unes sur les autres de façon aléatoire en créant entre elles des vides interstitiels. On a donc un milieu composé de deux phases ; une phase solide qui représente l'espace des particules solides et une phase gazeuse assimilable aux vides (fig. III-3). Pour ce cas simple, composé de particules identiques, apparemment banal, les problèmes se posent déjà quant à sa caractérisation structurale.

La structure ainsi constituée peut être définie soit en déterminant la position de chaque particule, soit en joignant les centres de masse de chaque particule à toutes les particules qui lui sont en contact (Konishi & Naruse 1988, Satake 1993) de façon à paver la structure entière par des polygones (irréguliers dans le cas d'empilements aléatoires). Cette dernière technique de pavage a l'avantage de permettre de localiser les défauts de structure d'une part, de mieux

évaluer les caractéristiques physiques globales (porosité, indice des vides...) d'autre part en suivant l'évolution des vides interstitiels.

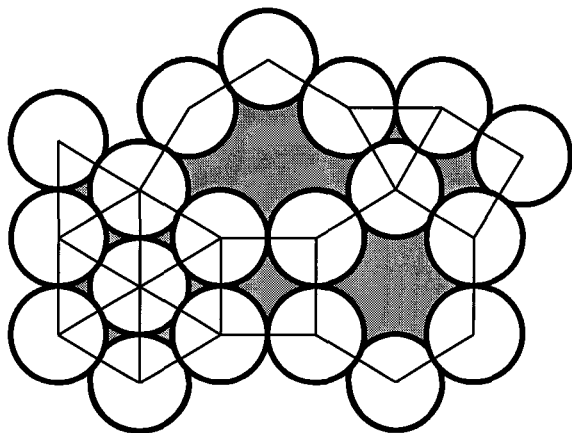


Fig. III-3 : Pavage du milieu

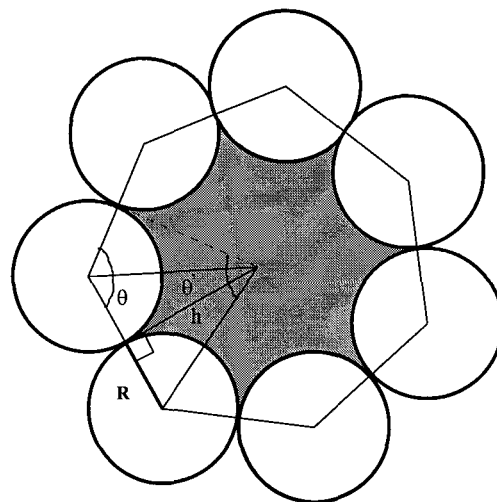


Fig. III-4 : Maille élémentaire

III.1.1.2 - Facteur de régularité

Pour un arrangement régulier on peut considérer une maille élémentaire qui est un polygone de n côtés, composé d'un assemblage de n cylindres, disposés de façon régulière comme sur la figure ci-dessous (représentation dans le plan fig. III-4) . Par conséquent tous les calculs relatifs à la structure peuvent se mener sur cette maille élémentaire.

Dans une telle configuration, l'orientation relative des normales aux points de contact peut s'exprimer en fonction de la taille n , du polygone élémentaire :

$$\theta = \pi - \frac{2 \times \pi}{n} = \frac{(n-2)\pi}{n}$$

Par ailleurs chacune des particules dans l'assemblage global est entourée de n_c voisines réparties sur le contour. Ceci divise le contour (disque) en n_c secteurs angulaires d'ouverture θ . On a ainsi la relation :

$$n_c = \frac{2\pi}{\theta} \Rightarrow n_c = \frac{2n}{n-2} \quad \text{avec } n \geq 3$$

Cette relation :

$$\boxed{n_c = \frac{2n}{n-2}}$$

qui relie la dimension n de la maille élémentaire au nombre de contacts n_c par particule constitue un facteur de régularité dans les empilements ordonnés. En effet le nombre n_c étant un nombre entier il impose à n des valeurs bien données. Dans cette situation on voit que les valeurs de n sont limitées à l'ensemble des entiers suivants {3, 4, 6} qui correspondent respectivement à des mailles élémentaires triangulaire, carrée et hexagonale. Dans les autres cas, il est impossible d'avoir un empilement ordonné de type régulier et toute présence de maille irrégulière dans une structure ordonnée constituerait un désordre, en terme local.

En considérant la maille élémentaire il est donc très facile d'obtenir les caractéristiques physiques "locales" à partir de différentes relations géométriques en tenant compte du facteur de régularité. Ainsi la surface de solide inscrite dans le polygone est :

$$S_{solide} = n \frac{\pi R^2}{n_c} = \frac{n-2}{2} \pi R^2$$

(R : rayon des cylindres)

Et la surface totale du polygone (solide + vide) vaut :

$$S_{totale} = \frac{nR^2}{\tan(\frac{\pi}{n})}$$

Ainsi on obtient la surface de vide existant au sein de l'assemblage élémentaire :

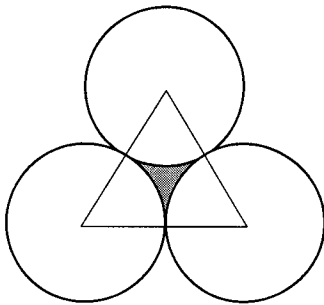
$$S_{vide} = S_{totale} - S_{solide}$$

III.1.1.3 - APPLICATION

Maille triangulaire:

$$n=3 \Rightarrow n_c=6; \quad \theta = 60^\circ$$

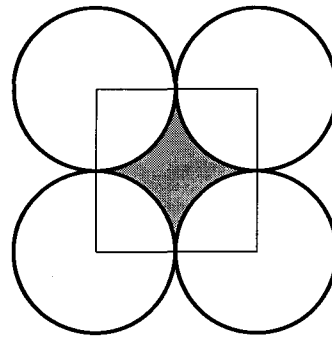
$$\text{porosité : } p = \frac{S_{vide}}{S_{totale}} = 1 - \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$$



Maille carrée:

$$n=4 \Rightarrow n_c=4; \quad \theta = 90^\circ$$

$$\text{porosité : } p = \frac{S_{vide}}{S_{totale}} = 1 - \frac{\pi}{4}$$



Le calcul du tableau III-1 est relatif aux diamètres de rouleaux ($\varnothing = 4, 3 \text{ \& } 2 \text{ mm}$) que nous utilisons à différentes compositions. Les valeurs calculées sont donc des références par rapport aux mesures expérimentales évaluées par traitement d'images sur des arrangements aléatoires où ces cas de figures régulières peuvent apparaître.

\varnothing (mm)	Surface solide (mm ²)	Surface totale (mm ²)	Surface vide (mm ²)	\varnothing (mm)	Surface solide (mm ²)	Surface totale (mm ²)	Surface vide (mm ²)
4	6.283	6.928	0.6450	4	12.566	16	3.4336
3	3.534	3.897	0.3628	3	7.069	9	1.9314
2	1.570	1.732	0.1612	2	3.142	4	0.8580

Tableau III-1

Maille hexagonale:

$$n = 6 \Rightarrow n_c = 3 ; \quad \theta = 120^\circ \quad \text{porosité : } p = \frac{S_{\text{vide}}}{S_{\text{totale}}} = 1 - \frac{\pi}{3\sqrt{3}}$$

III.1.2 - Extension à une distribution de taille de particules

Le calcul précédent a été étendu, à titre de vérification expérimentale, à des "mailles élémentaires" de particules de différents diamètres. Suivant les différentes combinaisons, on a essayé de voir comment les vides évoluent, et plus particulièrement au passage classique des mailles triangulaires quelconques aux mailles quadrilatères. Là aussi on se limite, en terme application, à des arrangements de rouleaux de diamètre (2, 3, & 4 mm) bien que les formulations présentées soient à caractère général.

III.1.2.1 - Maille triangulaire quelconque

En considérant un assemblage de trois diamètres différents (fig.III-5), il est relativement facile de calculer les surfaces des différentes parties solides dans le triangle formé par les droites qui joignent les différents centres parallèlement à la normale aux plans de contact.

Ainsi pour un assemblage de trois diamètres différents on associe aux ouvertures angulaires A, B et C les surfaces respectives :

$$S_A = \pi a^2 \frac{A}{2\pi} \Rightarrow S_A = \frac{a^2 A}{2} \quad S_B = \frac{b^2 B}{2} \quad \text{et} \quad S_C = \frac{c^2 C}{2}$$

D'où la surface du triangle formé par les centres :

$$S_{\text{totale}} = \frac{1}{2}(a + c)(a + b) \sin A$$

Et la surface du vide entre les disques :

$$S_{\text{vide}} = S_{\text{totale}} - S_A - S_B - S_C$$

Assemblage	Surface du vide (mm ²)
2Ø4mm - 1Ø2mm	0.3781
2Ø4mm - 1Ø3mm	0.5258
2Ø3mm - 1Ø2mm	0.2701
2Ø3mm - 1Ø4mm	0.4340
2Ø2mm - 1Ø3mm	0.2060
2Ø2mm - 1Ø4mm	0.2381
1Ø4mm - 1Ø3mm - 1Ø2mm	0.3175

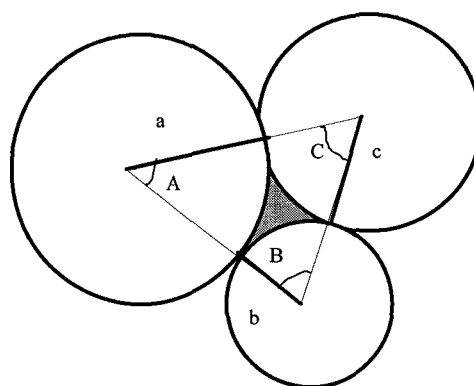


Tableau III-2

Fig. III-5 : Configuration de la maille

III 1.2.2 - Maille quadrilatère

Pour une configuration à quatre diamètres distincts le même raisonnement est de rigueur (fig. III-6). La particule supplémentaire n'empêche pas d'effectuer les calculs précédents. Et on a :

$$S_A = \frac{a^2 A}{2} \quad S_B = \frac{b^2 B}{2} \quad S_C = \frac{c^2 C}{2} \quad S_D = \frac{d^2 D}{2}$$

Par ailleurs on a : $H_1 = (a + d) \sin A_1$

$$H_2 = (a + b) \sin A_2$$

La surface du quadrilatère vaut donc :

$$S_{\text{totale}} = \frac{1}{2} L (H_1 + H_2)$$

Et la surface du vide entre les cylindres :

$$S_{\text{vide}} = S_{\text{totale}} - (S_A + S_B + S_C + S_D)$$

(calculable si on définit un angle d'empilement B)

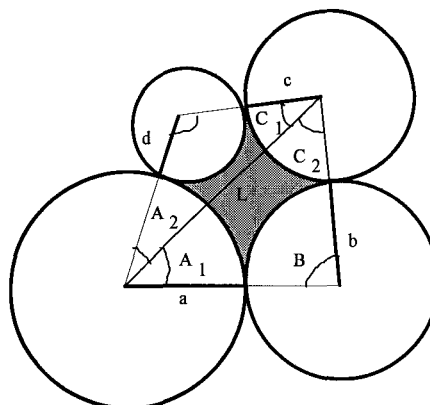


Fig. III-6 : Maille quadrilatère

III.1.2.2a - Définition de l'angle 'B'

Pour un assemblage de trois éléments, on obtient facilement la valeur de l'angle B. Pour déterminer les valeurs extrêmes de l'angle B dans le cas

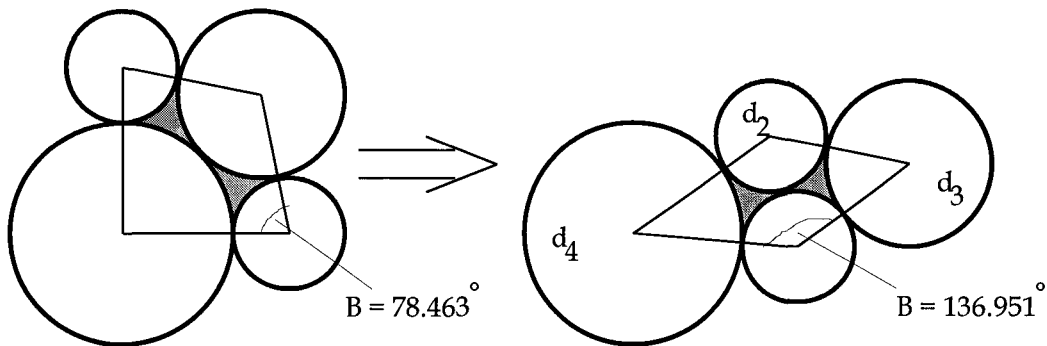
d'un assemblage de quatre éléments, il suffit de remarquer que dans les configurations limites, celui-ci est la combinaison de deux assemblages triangulaires.

Elém.3 Elém.1 Elém.2	Ø2	Ø3	B
Ø2Ø2	60.000°	66.422°	70.529°
Ø2Ø3	47.156°	53.130°	57.122°
Ø2Ø4	38.942°	44.415°	48.190°
Ø2Ø4	66.422°	73.740°	78.463°
Ø3Ø3	53.130°	60.000°	64.623°
Ø3Ø4	44.415°	50.754°	55.150°
Ø3Ø4	70.529°	78.463°	83.621°
Ø4Ø3	57.122°	64.623°	69.700°
Ø4Ø4	48.190°	55.150°	60.000°

Tableau III-3
Valeurs de B

Les valeurs limites de B pour quatre éléments ont été établies en se référant au tableau III-3 pour trois éléments, plus facile à établir.

Prenons l'exemple d'un assemblage d4d2d3d2 (ou Ø4 Ø2 Ø3 Ø2), dont les deux configurations extrêmes sont représentées ci-dessous :



Dans le premier cas, l'assemblage triangulaire d4d2d3 nous donne $B = 78.463^\circ$. Dans le deuxième cas, la configuration d4d2d2 donne $B_1 = 70.529^\circ$, et la configuration d2d2d3 donne $B_2 = 66.422^\circ$, soit un angle total $B = 136.951^\circ$. Ainsi donc pour l'étude graphique qui suit, on a fait évoluer B de 78.463° à 136.951° .

III.1.2.2b - Evolution des vides dans la maille quadrilatère

L'évolution de la surface de vide a été étudiée pour des assemblages de cylindres de différents diamètres en fonction de l'angle d'assemblage B défini (tableau III-4).

assemblage	Angle B de l'assemblage des 4 éléments															
	53.130	55	60	65	70	75	78.463	80	83.621	85	90	95	100	105	110	
d4d4d4d4			1.290	1.935	2.469	2.888	3.084	3.190	3.346	3.373	3.433	3.373	3.190	2.888	2.469	
d4d3d4d4					1.171	1.708	1.970	2.128	2.402	2.462	2.710	2.873	2.951	2.948	2.866	
d4d2d4d4									1.023	1.131	1.484	1.775	2.007	2.181	2.298	
d4d3d3d4				0.960	1.428	1.793	1.979	2.088	2.272	2.311	2.463	2.543	2.553	2.495	2.371	
d4d2d3d2							0.635	0.724	0.933	0.979	1.179	1.323	1.411	1.443	1.421	
d3d3d2d2	0.476	0.583	0.834	1.033	1.174	1.254	1.270	1.267	1.226	1.208	1.070	0.842	0.476			
d2d2d2d2			0.322	0.484	0.617	0.722	0.770	0.800	0.836	0.843	0.858	0.843	0.800	0.722	0.617	

assemblage	Angle B de l'assemblage des 4 éléments															
	115	120	125	130	134.323	135	136.951	139.40	140	145	150	155	160	165	167.242	
d4d4d4d4	1.935	1.290														
d4d3d4d4	2.709	2.482	2.190	1.841	1.524	1.440	1.267	1.052								
d4d2d4d4	2.361	2.374	2.339	2.261	2.170	2.144	2.087	2.024	1.991	1.809	1.601	1.372	1.128	0.873	0.756	
d4d3d3d4	2.184	1.939	1.640	1.293	0.960											
d4d2d3d2	1.346	1.220	1.045	0.823	0.615	0.559										
d3d3d2d2																
d2d2d2d2	0.484	0.322														

Tableau III-4

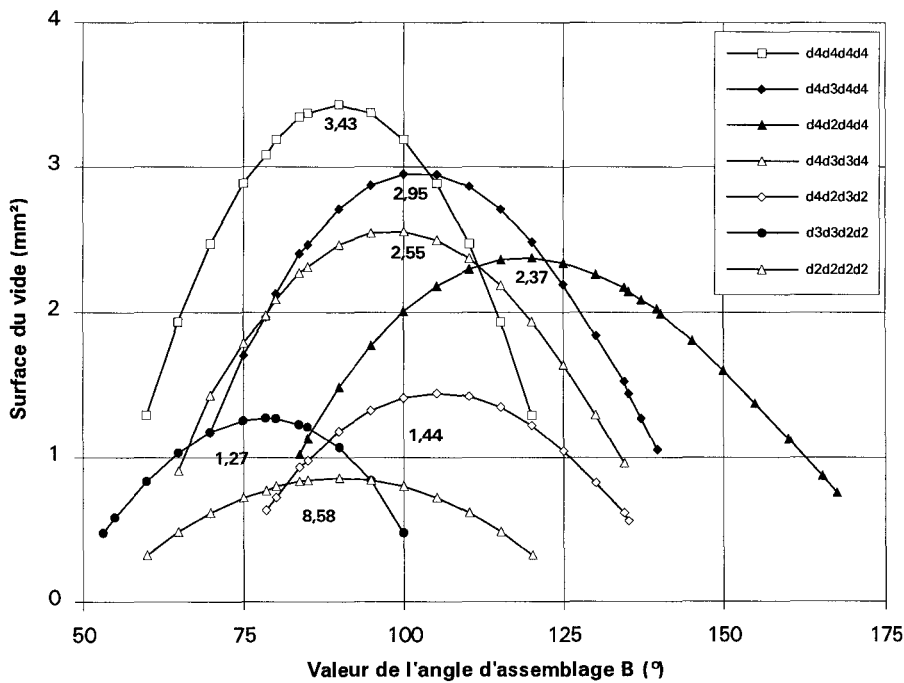


Fig. III-7 : - Variation des vides suivant des orientations relatives

Suivant les orientations relatives des grains, le vide dans chaque assemblage local varie de manière assez importante et dépend de la distribution de taille des particules qui constituent l'arrangement élémentaire (fig. III-7). Par contre cette distribution de taille n'a aucune influence sur la loi d'évolution des vides intergranulaires en fonction de l'angle d'assemblage **B** défini. En effet l'allure parabolique pour un arrangement quadrilatère élémentaire composé de quatre particules identiques se retrouve si on change la taille d'une ou plusieurs particules.

On constate également que tous les assemblages renferment une surface de vide inférieure à 3.4336 mm^2 . Cet optimum correspondant à une combinaison de 4 cylindres de 4 mm de diamètre et ce, pour un angle **B** d'assemblage de 90° (configuration carrée) qui diffère cependant de la valeur de **B** pour le maximum des autres arrangements.

Au delà des vides qui nous intéressent, cette étude peut aussi fournir des informations sur les différentes orientations des forces locales de contact dont la distribution va dépendre des valeurs de **B**, par conséquent des particules constituant les arrangements élémentaires.

III.1.2.3 - Récapitulatif sur les vides d'assemblages

- Le plus petit vide possible $3\emptyset 2$ est 0.16125 mm^2 ;
- le plus grand vide possible $4\emptyset 4$ est 3.4336 mm^2 ;
(l'étude des assemblages de quatre éléments l'a confirmé)
 - ⇒ Au-delà, on est sûr que les rouleaux sont disposés
 - en pentagone, régulier ou irrégulier ;
 - en hexagone, régulier ou irrégulier ;
 - etc...
- Le plus grand vide possible pour un assemblage triangulaire est la solution $3\emptyset 4$ soit 0.6450 mm^2

- ⇒ On est sûr qu'au dessus de 0.6450mm², on est en présence d'un assemblage d'au moins 4 rouleaux
- ⇒ En dessous, on ne peut rien dire (3 ou 4 rouleaux).

Les vides peuvent donc se retrouver dans les classes suivantes :

<u>surface en mm²</u>	0	
		impossible
	0.1613	
		nombre de rouleaux indéfini (3 ou 4)
	0.6450	
		nombre de rouleaux ≥ 4
	3.4336	
	nombre de rouleaux ≥ 5	
infini		

Ce récapitulatif, établi à partir de considérations analytiques, permet par la suite, de se rendre compte des erreurs de mesures sur nos évaluations expérimentales. On peut aussi raisonner en terme de défauts ou de désordres d'empilement dans les quantifications microstructurales par les différentes techniques élaborées, par référence à ce tableau.

III.1.2.4 - Facteur géométrique d'ordre

Une difficulté supplémentaire dans l'analyse des empilements granulaires à distribution de taille tient aux rapports des dimensions des particules en présence. Les particules qui sont susceptibles de s'insérer dans des vides constitués par certains groupes de particules (même ordonnés) peuvent être soit trop petites de manière à ne subir aucune sollicitation, soit trop grande, créant ainsi des effets d'exclusion (Oger 1987).

A partir de la configuration de la maille élémentaire générale (fig. III-4) nous avons établi un certain nombre de relations qui, au besoin, permettront d'avoir une composition granulométrique qui minimise les vides interstitiels. Ces

relations, consistent à déterminer, de façon optimale, les éléments incorporables dans une maille de base donnée. On en déduit, un ensemble de restrictions géométriques qui sera appelé facteur géométrique d'ordre.

Pour une maille de base, composée de n particules, de rayon R_1 disposées régulièrement :

les premiers éléments ont un rayon :

$$R = R_1$$

les deuxièmes éléments incorporables sont tels que la relation suivante soit vérifiée :

$$R_2 = \left(\frac{1}{\cos \frac{\theta}{2}} - 1 \right) R_1 \quad \text{avec} \quad \frac{\theta}{2} = \frac{(n-2)\pi}{2n}$$

soit

$$\boxed{\frac{R_2}{R_1} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{n}} - 1}$$

les troisièmes éléments incorporables de rayon R_3 doivent vérifier également la relation :

$$\frac{R_3}{R_1} = \frac{X^2}{2(1+X)}$$

$$\text{avec} \quad X = \left(\frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right) + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - 1}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right) \quad \text{soit} \quad X = \left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{n}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) - 1}{\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)} \right)$$

$$X = 1 - \frac{1 - \cos \frac{\pi}{n}}{\sin \frac{\pi}{n}} \Rightarrow X = 1 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{2n}$$

Finalement on :

$$\frac{R_3}{R_1} = \frac{\left(1 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{2n}\right)^2}{2\left(2 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{2n}\right)}$$

Exemples :

◆ Maille hexagonale (n= 6) : $R_1 = 2\text{mm} \Rightarrow R_2 = 2.0000\text{mm}$ $R_3 = 0.3094\text{mm}$

◆ Maille carré (n= 4) : $R_1 = 2\text{mm}$ $\Rightarrow R_2 = 0.8345\text{mm}$ $R_3 = 0.2164\text{mm}$

◆ Maille triangulaire (n= 3) : $R_1 = 2\text{mm} \Rightarrow R_2 = 0.3094\text{mm}$ $R_3 = 0.1255\text{mm}$



Fig. III-8 : Eléments incorporables

En conclusion, on peut dire que pour pouvoir ordonner un empilement composé de deux ou trois tailles de particules ($R_1 > R_2 > R_3$), il faut pour chaque maille élémentaire que les particules obéissent aux restrictions géométriques suivantes :

Pour $R_1 > R_2 > R_3$ et n : nombre de particules (R_1) de la maille de base on a :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{1 - \sin \frac{\pi}{n}}{\sin \frac{\pi}{n}} \qquad \frac{R_3}{R_1} = \frac{\left(1 - \operatorname{tg} \frac{\pi}{2n}\right)^2}{4 - 2\operatorname{tg} \frac{\pi}{2n}}$$

Ces deux relations constituent le facteur géométrique d'ordre.

III.2 - TECHNIQUES DE TRAITEMENT D'IMAGES

L'analyse et le traitement d'images dérivent de la théorie de la morphologie mathématique. De par ses aspects descriptifs ils sont applicables dans l'approche des propriétés géométriques et physiques du milieu granulaire (Serra, 1982). De telles propriétés incluent les tailles des grains et leur distribution, le nombre et les orientations des contacts entre les grains, la porosité et autres caractéristiques physiques d'empilement de tel milieu.

III.2.1 - Cadre théorique

Les fondations de la morphologie mathématique se situent à l'intérieur de la géométrie intégrale et la probabilité géométrique. La géométrie intégrale vise à déterminer les paramètres associés aux objets qui appartiennent à un groupe spécial d'ensembles mathématiques (groupes compacts, convexes...). Elle s'occupe, d'une part, de la façon dont les fonctionnelles de Minkowski (mesures géométriques comme le volume, l'aire, etc...) sont reliées entre elles, en différentes dimensions de l'espace. La probabilité géométrique d'autre part, fournit une approche à la description de l'objet, qui tient compte de la considération du choix. Deux approches quantitatives distinctes sont alors possibles ; à savoir :

❶ - l'objet et sa forme sont déterministes mais, peuvent être vus au choix de la situation ;

❷ - l'objet et sa forme sont au hasard (aléatoires, représentés par un groupe aléatoire) et peuvent être vus par un groupe aléatoire au choix aussi de la situation.

Elles sont soumises à de strictes exigences théoriques, mais parallèlement, elles maintiennent la flexibilité requise pour isoler les aspects de l'image que l'on souhaite décrire.

Selon Serra (1982), l'objectif principal de la morphologie mathématique est de révéler la structure des objets par la transformation des groupes qui les modélisent. Les objets à quantifier par les techniques de la morphologie mathématique correspondent à des groupes de points. Ceci permet aux techniques mathématiques développées sur les groupes de points (objets) d'être facilement traduites par des interprétations sur les pixels d'une image numérisée de l'objet. La morphologie mathématique vise donc à trouver un chemin quelconque de description traduisant l'objet à l'intérieur d'un groupe de paramètres quantitatifs qui remplace l'information utile.

Grivas & Skolnick (1989) présentent les concepts de base à partir de la morphologie mathématique, avec insistance sur la mesure du phénomène physique à travers les transformations du sens des images, ainsi que sur le cadre théorique dont on a besoin pour l'estimation des quantités influençant le comportement du milieu granulaire sous chargement.

Les opérations utilisées en morphologie sont, cependant, non linéaires et irréversibles. Chaque opération entraîne alors une perte d'une certaine quantité de l'information initiale. L'ordre des transformations à effectuer doit se faire de façon à conserver les informations concernant les objets d'intérêt.

III.2.2 - Aspects pratiques

En dépit de sa rigueur mathématique le traitement d'images est basé, dans la pratique sur des notions ensemblistes et des codages très simples d'utilisation. Cependant il est nécessaire de comprendre certains éléments de base.

III.2.2.1 - Numérisation

Très concrètement l'acquisition de l'image analogique à partir de son support matériel (tube de caméra TV, Matrice CCD) s'obtient par une numérisation ou une discrétisation en espace et en fréquence.

La procédure consiste à :

- discrétiser les coordonnées (x,y) , c'est à dire échantillonner l'image selon un pas T régulier ;
- discrétiser l'amplitude d'un point, c'est à dire quantifier les niveaux de gris compris par convention entre 0 et 255.

Ces deux opérations sont effectuées lors de la lecture ligne par ligne de l'image. Le faisceau est caractérisé par ses dimensions géométriques ou ouvertures. L'image analogique continue, $i = g(x,y)$, est alors approximée par des échantillons $\delta(x,y)$ (signaux de Dirac) que l'on écrit dans un tableau sous la forme de valeurs discrètes $g(N,N)$.

$$i = \begin{bmatrix} g(0,0) & . & . & . & g(0,N-1) \\ g(1,0) & . & . & . & g(1,N-1) \\ . & & & & . \\ . & & & & . \\ g(N-1,0) & & & & g(n-1,N-1) \end{bmatrix}$$

Ce tableau de $N \times N$ coefficients; appelés pixels représente la densité optique mesurée lors du balayage. Chacun des coefficients est doté d'une valeur donnant les niveaux de gris compris suivant une convention entre 0 et 255.

Le processus de numérisation est une opération qui dépend de plusieurs systèmes (caméra, amplificateur, convertisseur analogique-numérique) qui travaillent en cascade, avec des bruits et des distorsions. L'opération globale de transformation d'une image en un tableau de pixels est donc un compromis entre les capacités du matériel et les qualités requises pour l'image espérée en fin de traitement. Bien sûr toute analyse à une petite échelle doit tenir compte de ces facteurs, surtout dans les éléments de quantification.

III.2.2.3 - Traitement et quantification

L'image numérisée est réduite à un tableau de $N \times N$ pixels codés sur m bits représentant 2^m niveaux de gris g . Ce tableau constitue un ensemble d'informations qui vont être manipulées (segmentation, filtrage et restauration de l'image). Toutes les opérations vont se faire par la suite sur les éléments pixels et ses voisinages. En effet, un pixel p , représenté par son intensité ou niveau de gris $f(x,y)$, "attribut du point (x,y) ", peut avoir quatre autres pixels voisins aux quatre points cardinaux de p ou huit voisins en tenant compte en plus des voisins diagonaux. Ces huit points relatifs à un pixel central p sont appelés les directions de Freeman, suivant lesquelles on détermine les liens de voisinages entre les pixels. Si on note n_i , $i \in [1, 8]$ les huit pixels proches de p , on a la représentation suivante :

n_2	n_3	n_4
n_1	p	n_5
n_8	n_7	n_6

Deux pixels sont liés s'ils sont connexes et s'il existe une relation entre leurs attributs. On peut ainsi constituer des agrégats de pixels de façon à ce que ceux-ci aient des caractéristiques communes. Ces agrégats sont appelés primitives d'image qui se divisent en deux types :

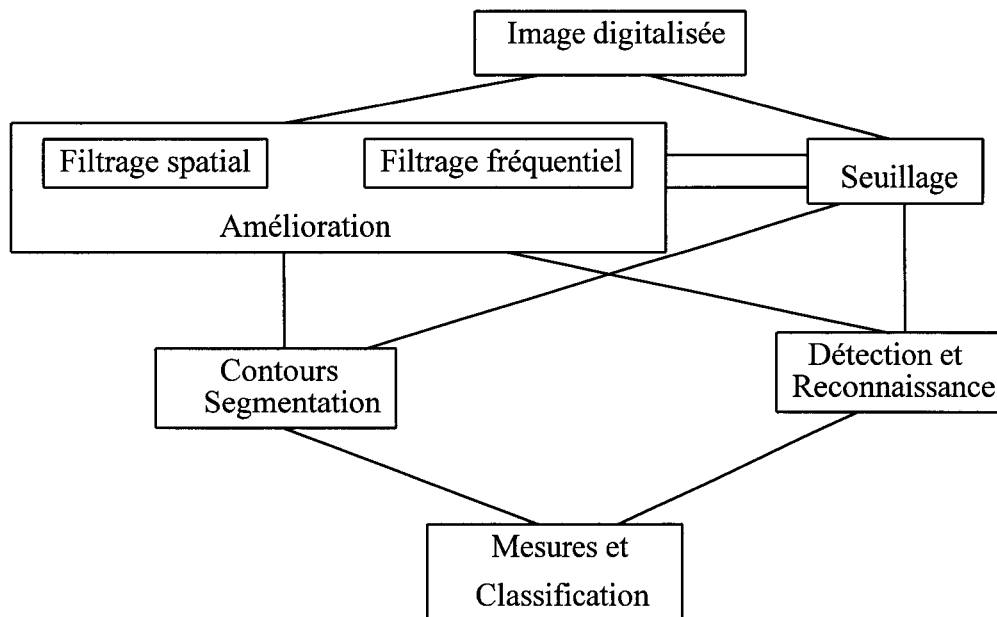
- ❶ - les primitives de surfaces qui vont permettre de déterminer l'aire des vides interstitiels associés aux arrangements granulaires, vus dans un plan.
- ❷ - les primitives de contours que l'on peut associer à la détection et au suivi de particules préalablement repérés (aspect cinématique).

En fait une primitive de surface est un ensemble de pixels (i,j) homogènes qui peuvent avoir plusieurs liaisons avec les autres, au plus huit (8-connexité). Par

contre une primitive de contour répond à la même définition avec au plus deux liaisons (2-connexité).

Dès lors que ces notions d'attributs et de primitives sont acquises, les différentes techniques consistent à définir des opérations de convolution à partir de propriétés caractéristiques (connexion, disjonction et inclusion) associées à un certain nombre de filtres. Les procédés sont effectués soit dans le domaine spatial (filtrage spatial) soit dans le domaine des fréquences (filtrage fréquentiel), le but étant de pouvoir segmenter l'image en des contours bien définis pour des mesures et classifications. Les mêmes opérations peuvent se faire par le seuillage en cherchant l'intervalle des pixels qui définit l'ensemble d'objets à déterminer.

De manière générale le schéma classique des opérations est le suivant :



III.3 - MESURES MICROMECHANIQUES

Le traitement d'images est pratique et approprié en terme de techniques d'observation et de mesure des caractéristiques physiques, à l'échelle des

particules. Il permet de connaître la structure interne d'un matériau granulaire et son évolution sous sollicitation. On peut ainsi définir la géométrie (arrangements des grains) de la phase solide d'un tel milieu et les différents aspects des vides associés. L'objectif est de pouvoir comprendre, voire expliquer le comportement global des matériaux granulaires à partir des considérations et des lois d'évolution locales. L'outil PCscope de traitement d'images dont nous disposons permet d'atteindre en partie cet objectif, et ce, moyennant quelques adaptations.

III.3.1 - Logiciel PCscope

Le logiciel PCscope est un logiciel général de traitement d'images utilisable dans plusieurs domaines d'applications. Il dispose d'une vaste bibliothèque de sous-programmes que nous avons utilisée pour développer des programmes d'applications spécifiques à l'analyse des matériaux granulaires.

III.3.1.1 - Raccordement vidéo-système

Le logiciel PCscope a surtout été mis au point pour des caméras vidéo CCD, livré avec le "package". Il possède quatre entrées de caméra utilisables en parallèle avec des raccordements que nous avons modifié afin de pouvoir traiter des images vidéo enregistrées sur bandes magnétiques. Ce support d'observation a été adopté du fait de sa capacité à enregistrer de façon intégrale et sans encombre tout le déroulement d'un essai. Ceci permet d'extraire par la suite des images assez significatives à notre guise. La résolution du système de mesure est quelque peu perturbée par l'introduction de cet intermédiaire, sans grande conséquence toutefois par rapport à la résolution de la carte d'analyse utilisée qui elle, est limitée à 512 x 512 pixels (ligne x colonne).

III.3.1.2 - Acquisition d'images sur ordinateur

Dès lors qu'un essai se termine, la lecture de la bande magnétique enregistrée se fait sur un simple magnétoscope relié à l'ordinateur. Les images peuvent être ainsi captées soit de manière sélective en relation avec les courbes contrainte-déformation, soit de manière séquentielle et continue. Pour cette dernière procédure on a mis au point un programme qui se présente sous forme de commande d'acquisition automatique d'images "*AUTOACQ.EXE*" avec le paramétrage suivant :

- acquisition continue pour le réglage de la caméra ;
- définition de la fenêtre utile (B.I.M.) ;
- chemin d'accès au répertoire de sauvegarde des images ;
- fréquence des acquisitions (sous la forme de 1 acquisition toutes les X secondes).

La commande réalise l'acquisition des images à la fréquence définie et sauvegarde ces images dans des fichiers dont le nom contient le numéro et le temps de l'acquisition. Les fichiers peuvent être relus avec PCscope en vue de leur traitement.

Le programme propose alors plusieurs phases précédant les acquisitions proprement dites, de façon à ce que l'utilisateur puisse définir les paramètres propres à ses saisies d'images.

Les images sont stockées dans le répertoire de sauvegarde avec un nom de la forme : *IMGxxxxx.PCS* (avec xxxxx = numéro d'acquisition).

III.3.2 - Distribution des vides

Dans les milieux granulaires le terme structure recouvre l'ensemble des caractéristiques de la texture du réseau solide et du réseau poreux. La connaissance de ces deux réseaux internes à la structure est donc primordiale pour

comprendre et prévoir les comportements des matériaux granulaires. En effet les caractéristiques physiques et mécaniques de la structure vont dépendre du volume des vides et de leur répartition, de l'assemblage des grains (dimensions, orientations et nature des contacts).

En terme physique le réseau des pores constitue un milieu dual qui dépend du réseau des arrangements des particules solides en présence. Mais en terme de traitement d'images ces réseaux sont deux régions significatives caractérisées par leurs intensités lumineuses assez contrastées (fig.III-9). Par conséquent ces réseaux peuvent être séparés de façon distinctive par seuillage et représentés par binarisation.

III.3.2.1 - Seuillage

L'opération de seuillage appliquée au matériau granulaire consiste à définir deux seuils, un seuil minimum et un seuil maximum pour englober l'ensemble des vides interstitiels.

Lorsque le niveau de gris du pixel est inférieur ou égal au seuil minimum, le pixel prend le niveau de gris 0.

Lorsque le niveau de gris du pixel est compris entre le seuil minimum (au sens strict) et le seuil maximum (au sens large), le pixel conserve son niveau de gris.

Autant la valeur du seuil minimum est facile à fixer (généralement = 0) autant la valeur du seuil maximum doit être prise avec beaucoup de précaution car elle va conditionner l'étendue (surface) des vides mesurés. Pour cela on procède, à un seuillage dynamique qui consiste à suivre progressivement la surface seuillée par variation continue de l'intervalle de seuillage de la valeur 0 à une valeur maximum à déterminer. Cette façon de procéder étant liée à l'opérateur, on minimise l'erreur possible en se recalant par rapport aux études géométriques effectuées dans les paragraphes (III.1). En effet sur chaque image

traitée il est toujours possible de trouver des configurations de mailles dont on connaît les valeurs exactes des vides associés. C'est en tendant, par approches successives, vers ces valeurs que le niveau du seuil maximum N_{sm} d'analyse est finalement fixé. On circonscrit ainsi l'ensemble des vides dans un intervalle de niveaux de gris $[0, N_{sm}]$.

Lorsque le niveau de gris du pixel est strictement supérieur au seuil maximum N_{sm} , le pixel prend le niveau de gris 255. Cet ensemble ainsi défini par ce niveau de gris unique constitue le réseau solide.

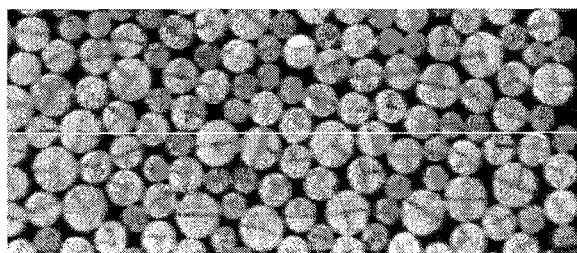


Fig. III-9a : *Image digitalisée*
(état initial d'1 essai)

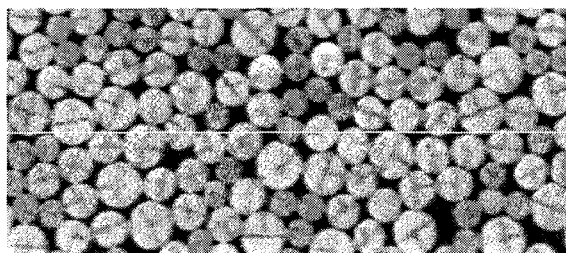


Fig. III-9b : *Image digitalisée*
(état déformé de l'essai)

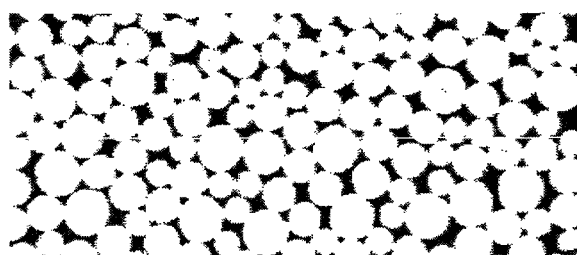


Fig. III-10a : *Image binaire*
(état initial)

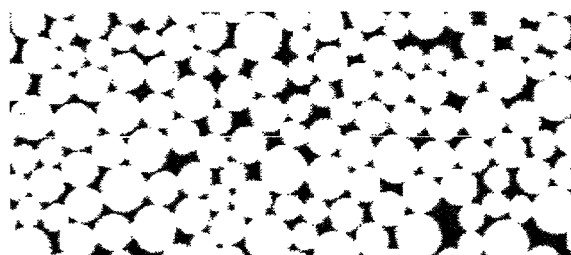


Fig. III-10b : *Image binaire*
(état déformé)

III.3.2.2 - Binarisation

Une fois que le seuillage est réalisé, la représentation se fait par binarisation où les seules intensités possibles pour chaque pixel sont "Noir" (0) ou

"Blanc" (255). L'opération de binarisation consiste à forcer, à partir du seuil N_{sm} défini, les niveaux de gris en dessous à 0 (sens strict) pour le réseau poreux et au dessus les niveaux de gris sont forcés à 255 pour le réseau solide (fig. III-10).

Dès lors, les vides déconnectés les uns des autres (fig. III-10) vont être considérés comme des éléments étiquetés, c'est à dire avec un numéro d'ordre que l'on peut suivre durant le processus de déformation. Pour un incrément de déformation ces éléments "vides" vont être récupérés et stockés par les coordonnées de leur centre de gravité et leur taille qui, au fur et à mesure vont progressivement se modifier soit localement soit globalement.

Pour gérer l'évolution des surfaces des vides, le module de traitement mis au point est : "*VSURFACE.EXE*". Il se présente comme une commande de traitement de fichiers relative à une analyse de scène réalisée sur les "vides" de la scène considérée. Un fichier résultat, contenant soit la liste des surfaces des vides de la scène considérée, est ainsi créé. On peut aussi ajouter à cette liste les coordonnées du centre de gravité des vides pris comme un élément de forme quelconque.

Si on rapporte les vides en fonction des ordonnées (profondeur) on peut localiser les défauts d'empilement au sein de l'échantillon ou analyser le rôle de l'intensité de la contrainte normale sur l'empilement d'une part, et d'autre part voir comment en cisaillement, va se développer l'effet de la dilatance qui s'initie au niveau de l'interface des deux demi boites en présence pour se propager dans les zones avoisinantes.

Pour cela à chaque étape on associe un histogramme de vides (fig. III-11) qui donne la surface des vides en fonction de la profondeur à laquelle ils se situent. Cet histogramme permet de visualiser localement l'état physique de la structure interne de l'échantillon à chacune des étapes définies du processus de la déformation.

Dans le cas d'un essai de cisaillement de matériau granulaire soumis à une contrainte normale on peut voir l'aspect de la texture interne à l'état initial de

déformation (fig. III-9a) et sa modification au stade de dix pour cent de déformation en cisaillement direct (fig. III-9b). Les caractéristiques physiques globales sont calculées par des sommations sur l'ensemble des surfaces des grains en présence (volume des solides : V_s) et sur l'ensemble des vides associés (volume des vides : V_v), l'aire de chaque vide étant donnée par traitement de l'image.

Les calculs effectués sur l'essai présenté, donnent à l'état initial (fig. III-10a) une porosité p ($V_v/(V_s + V_v)$) de l'ordre de 20% soit un indice de vide e (V_v/V_s) de l'ordre de 0,25. Après déformation (fig. III-10b) la porosité globale diminue jusqu'à 17%, soit un indice des vides de 0,2. Par contre quand on compare la distribution des vides relative à l'essai présenté ci-dessus (fig. III-12) on constate que certains défauts d'empilement initiaux (fig. III-9a) ont disparu après 10% de déformation en cisaillement (fig. 9b). Par contre d'autres défauts ont évolué vers de plus grandes surfaces ou se sont tout simplement créés au cours du processus de déformation, confirmant que ces défauts sont plus une règle qu'une exception dans les milieux granulaires.

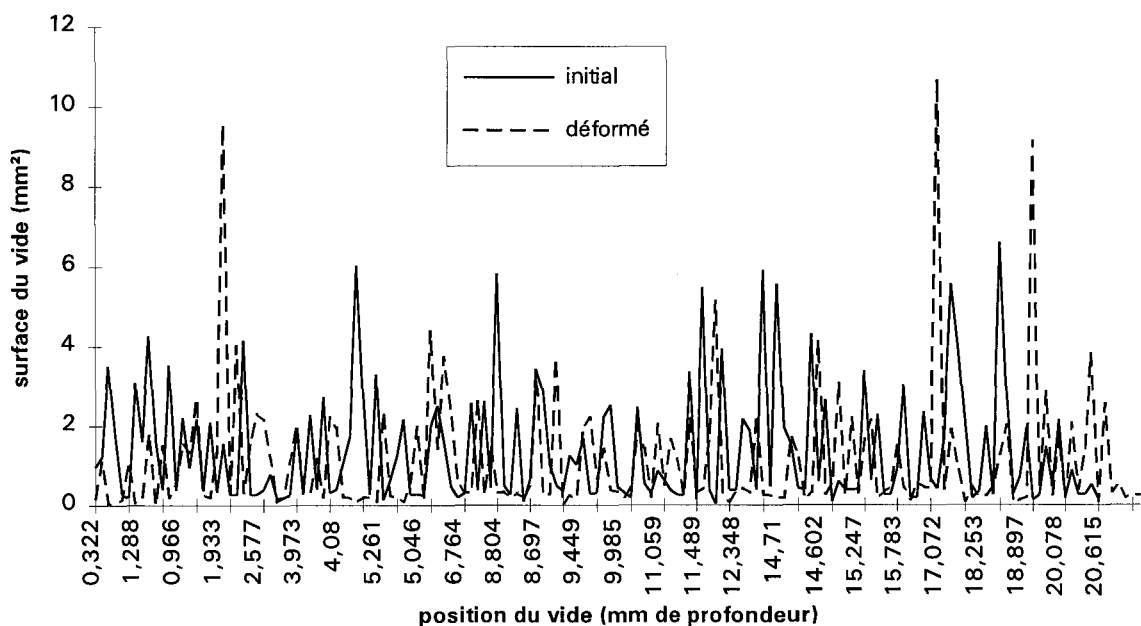


Fig. III-11 Histogramme des vides

III.4.3 - Déplacements et rotations

La cinématique du cisaillement est régie par les déplacements et rotations des grains. Il est donc nécessaire de pouvoir les déterminer également pour chaque incrément de déformation. Contrairement aux vides qui forment des éléments isolés les particules solides, de part leurs points de contact forment des éléments à n-connexités (voir § 2.2.3), c'est à dire qu'ils appartiennent à la même primitive de surface ou de contour. Ils sont difficilement séparables en terme de technique de traitement d'images car ils se présentent très souvent sous forme d'un ou plusieurs agglomérats de grains en contact.

Du fait de cette difficulté essentielle, on intervient au niveau de chaque grain pour imposer un niveau de gris spécifique soit à son centre de gravité, soit sur tout le long de son diamètre préalablement marqué (avant essai).

Par la suite, on impose comme niveau de seuillage le seul niveau de gris sélectionné. L'image à traiter, est alors représentée par les diamètres tracés des rouleaux ($\varnothing = 4$ mm fig. III-12). Ce qui permet la détermination des coordonnées de chaque grain et son orientation, la forme circulaire étant ainsi éliminée.

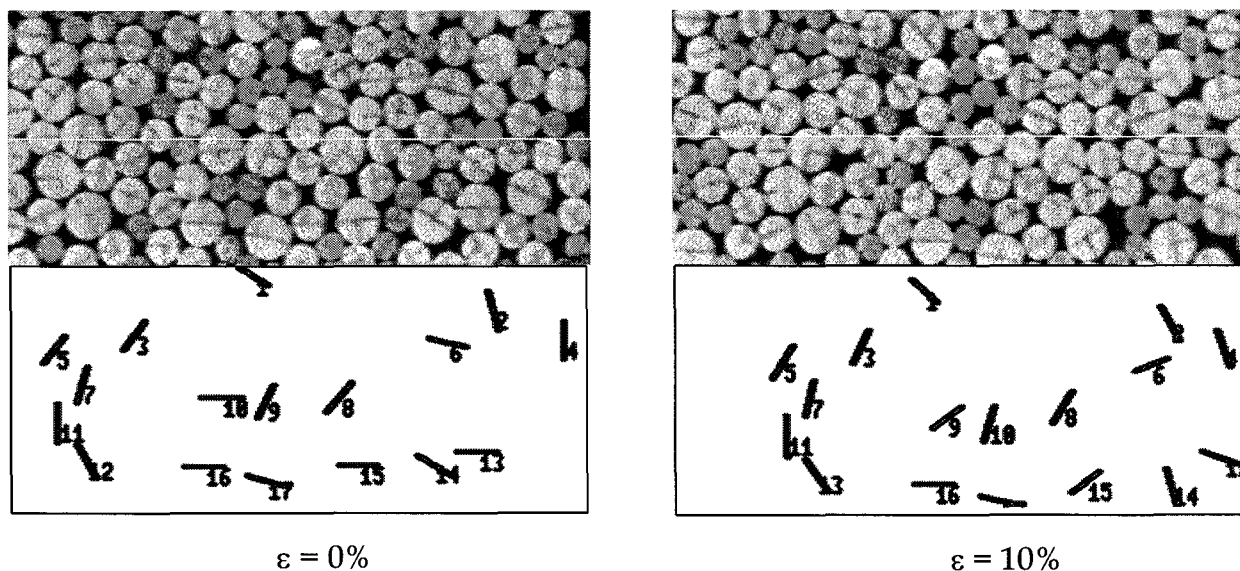


Fig. III-12 : Repérage des grains

De façon générale un grain (i) de forme quelconque peut être inscrit dans un rectangle $L \times l$ de façon à pouvoir lui donner une orientation. Les coordonnées de son centre de gravité sont données en mémoire pixel, par sommation de l'ensemble des dimensions (x_j, y_j) des N pixels qui constituent la primitive de sa surface. Le grain (i) est donc défini par les paramètres suivants :

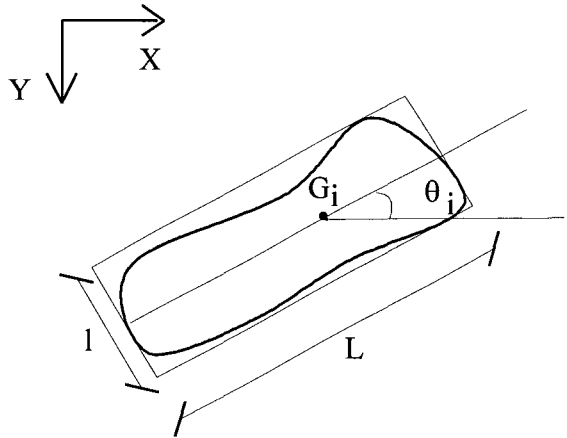
coordonnées :

$$- X_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j$$

$$- Y_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j$$

orientation :

$$- \theta_i = \frac{1}{2} \text{Arctg} \left(\frac{2M_{11}^i}{M_{20}^i - M_{02}^i} \right)$$



M_{02}^i , M_{20}^i et M_{11}^i sont des moments d'ordre 2 par rapport aux axes X, Y et au plan (X,Y).

Les différents paramètres de tous les grains sélectionnés sont récupérés et sauvegardés pour ainsi faire l'objet des différents calculs. La fonction qui va gérer la récupération et le suivi de toutes les particules est : "**SCRUTCD.EXE.**" Cette commande de traitement de fichiers va permettre d'aller relire un fichier de sauvegarde d'analyse de scène afin d'en extraire les trois informations, concernant le ou les objets présents :

- coordonnée X du centre de gravité ;
- coordonnée Y du centre de gravité ;
- orientation de l'objet.

<w Une fois ces informations extraites, la procédure les réécrit en les ajoutant à la fin d'un fichier résultat dont le nom sera paramétré. Ainsi, une utilisation répétée de la fonction sur le même fichier résultat, permettra de visualiser l'évolution au cours du temps d'un des objets de la scène.

Si plusieurs objets sont présents dans le fichier lu, les informations extraites sont réécrites sur une seule ligne dans le fichier résultat afin de maintenir la cohérence du résultat.

C'est à dire : soit $X_i(1)$, $Y_i(1)$ les coordonnées du centre de gravité et $O_i(1)$ l'orientation de l'objet 'i' pour l'image '1', on a :

$X_1(1)$	$Y_1(1)$	$O_1(1)$	$X_2(1)$	$Y_2(1)$	$O_2(1)$
$X_1(1+1)$	$Y_1(1+1)$	$O_1(1+1)$	$X_2(1+1)$	$Y_2(1+1)$	$O_2(1+1)$

L'ensemble des fonctions introduites se présente sous la forme d'exécutables DOS pouvant être lancés sous Windows, soit depuis une fenêtre DOS. Les différents programmes sont en C⁺⁺. La compilation a été faite à l'aide du compilateur MicroSoft C/C++ v7.00. D'une manière générale, ces commandes ne prennent aucun argument et fonctionnent de manière interactive en questionnant l'utilisateur.

Application

Sur l'exemple traité (fig. III-12) les coordonnées et orientations des particules de diamètre $\varnothing = 4$ mm marquées ont été récupérées sur le cliché à 0% de déformation et celui à 10% de déformation. la récupération est facilitée par le fait qu'un numéro est affecté automatiquement à chaque particule suivant la profondeur (l'axe y) à laquelle elle se trouve. Néanmoins quelques problèmes se posent encore dans la numérotation, suite à des restructurations brutales qui peuvent modifier l'ordre des particules. Hormis cette précaution, la comparaison entre deux clichés permet de déterminer le déplacement de chaque particule à

tous les niveaux de la boîte de cisaillement (fig. III-13) et la rotation qu'elle a subie (tableau III.6).

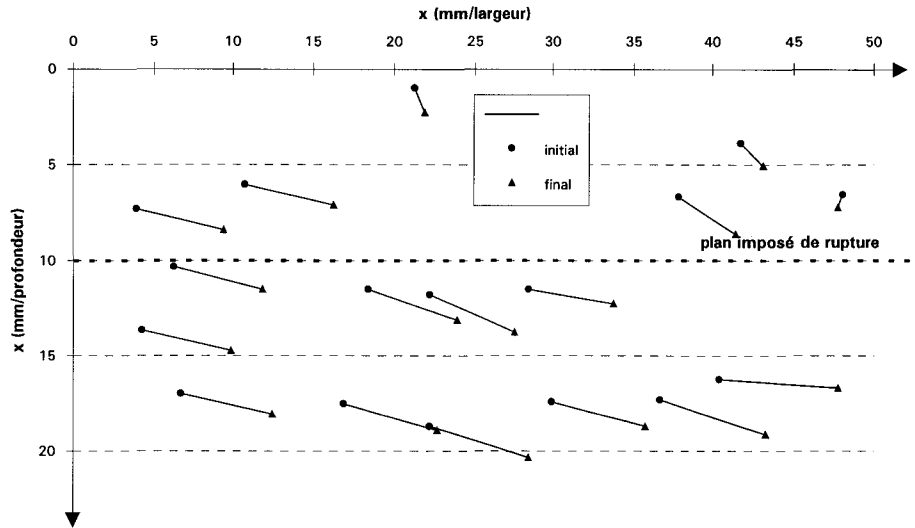


Fig. III-13 : déplacement des particules

N° du grain	dx (mm)	dy (mm)	$\delta\theta^\circ$
1	0,607	1,289	6,302
2	1,368	1,182	8,571
3	5,471	1,074	3,053
4	-0,304	0,644	23,085
5	5,471	1,074	-6,922
6	3,647	1,934	-29,077
7	5,623	1,181	3,983
8	5,32	0,752	6,71
9	5,32	1,933	5,502
10	5,471	1,612	-23,281
11	5,623	1,074	1,665
12	5,775	1,074	4,506
13	7,294	0,43	25,452
14	6,687	1,827	-7,151
15	5,775	1,289	-21,681
16	5,775	1,397	0
17	6,231	1,611	-3,885

Tableau III-6

dx : déplacement dans le sens du tassement ;
dy : déplacement dans le sens du cisaillement ;
 $\delta\theta$: rotation subie

Le déplacement des particules (fig. III-13) est assez caractéristique des phénomènes qui se produisent lors du cisaillement direct (effets de tassement et de glissement). Les déplacements et les rotations des différentes particules (tableau III.6) montrent que la rupture ne s'effectue pas seulement sur le plan imposé mais affecte de façon sensible les zones avoisinantes. Pour une déformation de 10%, soit un déplacement de 6 mm de la demi boîte inférieure dans le sens du cisaillement, certaines particules de la demi boîte supérieure fixe subissent un déplacement équivalent à celui des particules de la demi boîte inférieure. Les rotations sont importantes pour certaines particules qui semblent se situées sur la ligne de rupture réelle qui a plutôt une forme curviligne.

III.4 - QUANTIFICATION PAR LA TABLE A DIGITALISER

Les supports d'observations et d'analyses à l'échelle des particules sont, soit des bandes magnétiques traitées par les techniques numériques d'images (§ III.2); soit des supports photographiques dont l'analyse a fait l'objet de développement d'un autre instrument de mesures, piloté par ordinateur.

III.4.1 - Logiciel de pilotage et utilisation

A partir d'une table à digitaliser l'évolution d'un milieu granulaire soumis à un champ de déformation (essais de cisaillement ou écoulement dans un silo bidimensionnel) peut être suivie, de manière quantitative, à partir de séries de clichés préalablement acquis par une caméra. La seule exigence est de marquer avant toute expérimentation, les particules de façon à pouvoir les identifier par leur centre et leur rayon, seuls paramètres que demande le logiciel de pilotage.

Sans rentrer dans tous les détails du logiciel de la table, nous proposons ici de décrire les opérations à effectuer pour une utilisation courante.

A partir de la série de clichés fournie par l'expérimentation, on choisit un nombre de chaînes qui vont être étudiées. Puis sur chaque cliché de la série, il faut reprendre chacune des chaînes et pour chaque particule de la chaîne, il faut déterminer le centre et le point du rayon.

On va ensuite fixer le cliché ou la série de clichés sur la table. Le seul problème est de rester dans le secteur défini par les angles apparaissant sur la table et qui définissent le repère de la table. Si on se positionne en dehors, il sera impossible de sélectionner des points. Hormis cela, il est possible de positionner le schéma comme on le souhaite (horizontal, vertical, incliné).

Le programme a été rendu exécutable. Pour le lancer il suffit de taper "TABLE" et on a alors sur l'écran une fenêtre graphique où apparaît :

sortie	sauver	calcul	données
saisie	rappel	modifier	imprime

Ce schéma fait apparaître un ensemble de procédures présentées en icônes que l'on peut choisir simplement en déplaçant la fenêtre à l'aide des pavés numériques.

Dans un premier temps, il est possible d'associer à un cliché toute une série de renseignements. Pour cela il faut aller grâce aux touches du pavé numérique dans la partie "*données*". Ensuite, on se dirige vers la partie "*saisie*" qui va être la seule partie du programme où l'on ait besoin d'utiliser la table munie d'un pointeur à quatre touches.

Après quelques réglages préliminaires il est alors demandé de rentrer des chaînes de particules initialement en contact. Pour cela on va se servir des quatre touches du pointeur ; les chaînes sont définies par une série de grains, eux-mêmes définis par leur centre et de leur rayon. On commence donc par sélectionner le premier grain de la chaîne en positionnant le curseur de la souris, puis on sélectionne le point du rayon de la même façon. On continue ainsi pour l'ensemble des points de la chaîne. En fin d'acquisition du dernier point, on change de chaîne et les mêmes procédures sont répétées jusqu'à la fin de toutes les chaînes de particules soient acquises. Toutes les opérations sont conduites à l'aide des touches du pointeur.

- ❶ : acquisition du centre des grains ;
- ❷ : acquisition du rayon des grains ;
- ❸ : acquisition d'une nouvelle chaîne ;
- ❹ : fin d'acquisition.

La saisie ayant été effectuée, il faut sauvegarder ce résultat. Pour cela, il faut obligatoirement après une saisie passer par "*sauver*". Si ce n'est pas le cas, l'emploi à nouveau de la saisie va faire perdre les données précédemment effectuées.

III.4.2 - Fonctions de calculs

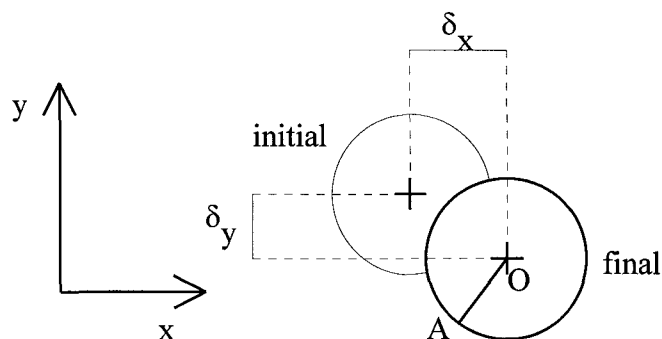
La quantification proprement dite, va s'effectuer à l'aide de la procédure "*Calcul*" à laquelle nous avons attribuée six fonctions principales. Cette partie va créer une nouvelle fenêtre qui se présente de la façon suivante :

sortie	degraphe	rotgraphe	pivchaine
fichiers	deppoint	rot2points	pivpoint

En fait, la partie CALCUL effectue les opérations qui permettent de quantifier les différences entre les mêmes chaînes de deux clichés. Il suffit de rappeler à partir de la sous-partie "fichiers" deux fichiers que l'on a enregistré auparavant. On aura alors à l'écran le tracé superposé des chaînes des deux fichiers : les grains du fichier 1 sont en pointillés et les grains du fichier 2 en trait continu. A ces tracés sont associées six fonctions pour déterminer tous les paramètres qui sont relatifs à la cinématique de la déformation (déplacements, rotations, orientation des particules).

Le choix se fait de façon optionnelle par appel de ces fonctions :

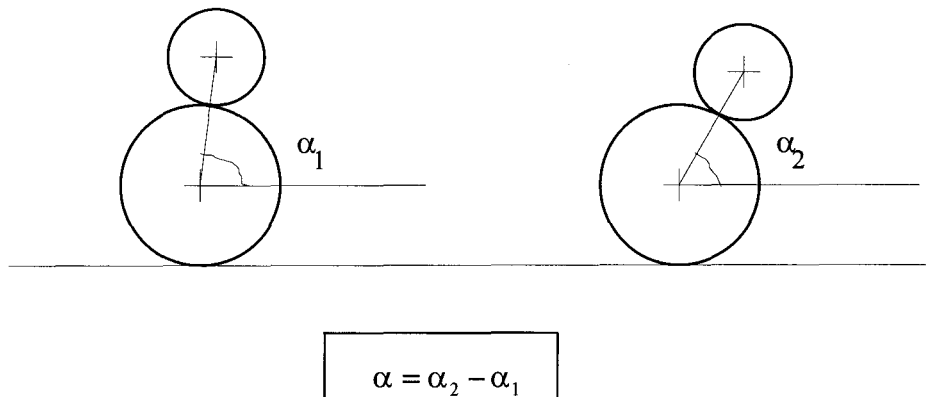
- *DEPGRAPHE* donne le déplacement des centres de gravité de tous les grains pointés, entre les deux clichés.



$$\delta^2 = \delta_x^2 + \delta_y^2$$

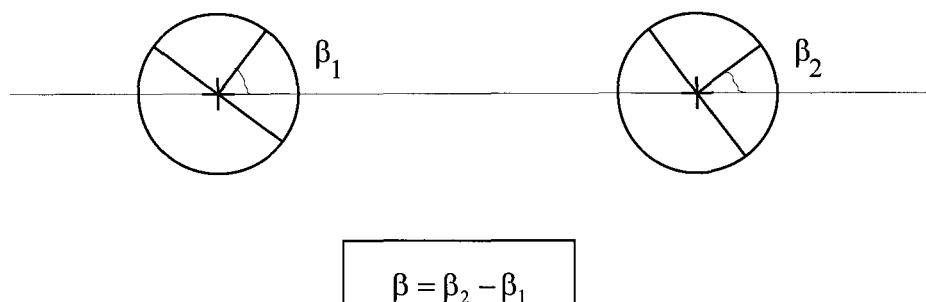
- **DEPPOINT** est identique à **DEPGRAPHE** mais concerne les données pour un seul point désigné à l'intérieur d'une chaîne quelconque.

- **ROTGRAPHE** permet de donner le déplacement angulaire de la ligne de chaîne joignant les centres de deux grains consécutifs de la même chaîne entre les deux clichés. On passe d'un résultat au suivant en appuyant sur une touche quelconque. Les déplacements sont donnés en degré. Cette fonction va surtout permettre la variation relative de l'orientation des normales aux points de contact



- **ROT2POINTS** est identique à **ROTGRAPHE** : les points ici sont choisis au gré de l'utilisateur.

- **PIVCHAINE** permet de donner le déplacement angulaire des grains entre les deux clichés. On passe d'un résultat au suivant, en appuyant sur une touche quelconque. Les déplacements angulaires sont donnés en degré.



- *PIVPOINT* est identique à *PIVCHAINE* : la procédure demande quelle est la chaîne et quels sont les points dont on désire étudier et n'affiche que le résultat de la demande.

"*IMPRESSION*" :

Enfin, on a le menu "impression" qui permet d'imprimer tous les résultats des différentes opérations effectuées. Les résultats sont récupérés soit sous forme de tableaux, soit sous forme graphique en sortie imprimante ou écran. On peut également sauvegarder les résultats sous forme de fichiers que l'on peut utiliser pour des traitements statistiques.

III.4.3 - Application

Pour un exemple donné on a besoin de différentes prises de vues à des instants donnés. Les informations sont traitées en considérant une image de référence. Les résultats vont donc se présenter sous forme de graphe. Les grains sélectionnés sont représentés par un point la circonférence et le centre de gravité (fig.III-15). Cette représentation permet de suivre le déplacement et la rotation de chaque grain, aussi bien que les orientations des contacts établis entre les grains dans une chaîne choisie. D'autre part, ces informations sont enregistrées sous forme de tableaux pour différentes analyses. L'exemple du tableau III-7 est relatif à l'évolution de chaînes choisies (fig. III-14) entre l'état initial et 3,6 mm de déplacement, soit 6% de déformation.

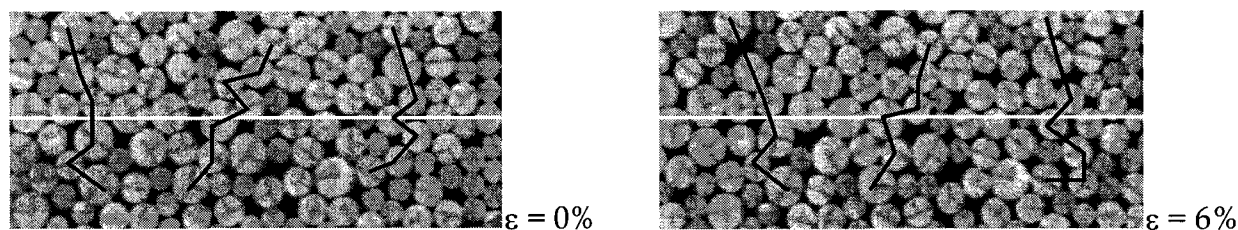


Fig. III-14 : Evolution des chaînes marquées

En passant ces images sur la table à digitaliser on obtient donc les informations suivantes :

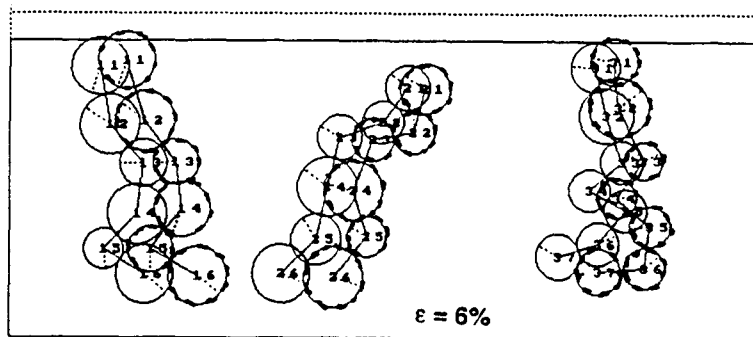
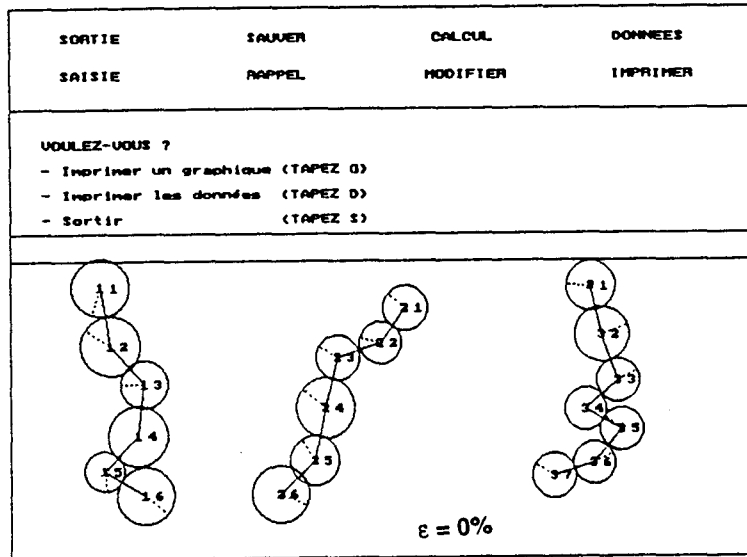


Tableau de valeur pour $\epsilon = 6\%$

***** IMPRESSION DES DONNEES *****

CH	PT	X1	Y1	X2	Y2	DEP/X	DEP/Y	DEP	ROT	PIV
1	1	5.71	17.34	7.25	17.99	1.54	0.65	1.67	7.27	-1.8
1	2	6.41	13.69	8.61	13.82	2.21	0.13	2.21	-3.09	-11.7
1	3	8.30	10.99	10.32	11.08	2.02	0.09	2.02	17.43	4.4
1	4	8.09	7.80	11.07	7.98	2.98	0.18	2.99	6.45	3.9
1	5	5.57	5.71	8.98	5.81	3.41	0.10	3.41	-2.06	-3.8
1	6	8.43	3.85	11.83	3.81	3.40	-0.04	3.40	-2.06	-3.9
2	1	22.22	16.36	23.22	16.69	1.00	0.33	1.05	4.98	-17.4
2	2	23.88	13.84	25.84	13.37	1.96	-0.47	2.02	-7.45	9.0
2	3	23.42	10.65	25.02	10.43	1.60	-0.21	1.62	-6.42	26.3
2	4	20.29	9.44	21.48	9.51	1.19	0.07	1.19	33.28	40.4
2	5	19.65	6.48	22.65	6.47	3.00	-0.01	3.00	3.81	87.4
2	6	17.50	3.81	20.63	3.59	3.13	-0.22	3.14	3.81	18.2
3	1	37.93	17.38	38.32	18.08	0.40	0.70	0.80	-0.32	-15.6
3	2	38.50	14.08	38.90	14.68	0.39	0.60	0.72	9.54	13.6
3	3	39.25	11.14	40.37	11.34	1.12	0.21	1.14	19.17	22.9
3	4	36.91	9.46	38.77	9.06	1.85	-0.40	1.90	-19.02	-2.1
3	5	39.65	8.01	40.59	7.10	0.94	-0.91	1.31	34.32	-335.1
3	6	37.97	5.81	40.44	4.12	2.46	-1.70	2.99	34.32	-335.1



III.5 - CONCLUSION

Les différentes applications, dont les moyens de mesures développés permettent de traiter, sont relatives au processus cinématique des déformations matériaux granulaires. La précision reste cependant tributaire de la qualité des images et de toute intervention sur l'image pour marquer ou isoler des points précis. Les gammes de mesures sont toutefois étendues. Ces deux moyens combinés donnent, de façon assez satisfaisante des indications, sur les liens de contact entre les particules et sur la dualité entre la structure solide des grains et les vides interstitiels.

A partir de ces moyens de mesures, différents aspects de l'évolution de la structure granulaire sont analysés de façon à recueillir des éléments qui puissent étayer le comportement global des matériaux granulaires sous sollicitations. Deux cas sont ainsi envisagés. En quasi statique les problème de fluctuations sur les courbes contrainte-déformation sont étudiés. En quasi dynamique, l'apparition et le développement des bandes de cisaillement sont abordés dans le cas des matériaux granulaires ensilés

CHAPITRE IV

**ETUDE EXPERIMENTALE DU CISAILLEMENT
DES MATERIAUX GRANULAIRES**

La détermination expérimentale des propriétés de déformation et de rupture des matériaux granulaires est soumise à un certain nombre de facteurs à caractère aléatoire. Ces propriétés peuvent, en effet sensiblement varier, suivant la configuration physique (densité initiale, arrangement et réarrangement des grains...) et la configuration mécanique (chemins de sollicitation, conditions aux limites...).

Ce chapitre présente les résultats expérimentaux de séries d'essais de cisaillement direct, filmés à partir de la face latérale découpée sur la boîte de Casagrande utilisée. A partir de ces conditions, la dispersion des paramètres rhéologiques, déterminés sur des courbes contrainte-déformation et contrainte-dilatance, est analysée en relation avec l'évolution de la structure interne des échantillons. A l'échelle locale, les caractéristiques physiques et cinématiques sont évaluées par les techniques de traitement d'images.

IV.1 - DISPOSITIF EXPERIMENTAL

Une façon classique de mesurer la résistance au cisaillement d'un matériau granulaire est l'essai de cisaillement rectiligne à déplacement contrôlé et en particulier l'essai à la boîte de Casagrande (sol) ou à la cellule de Jenike (produits pulvérulents ensilés). L'utilisation de ce type d'essai est très peu fréquent dans les modélisations car en général, on reproche au cisaillement direct le fait qu'au cours de l'essai, les contraintes principales changent de direction, la contrainte principale intermédiaire est non connue et les déformations ne sont pas toujours très homogènes dans l'échantillon. Cependant, d'après Habib (1986) cette situation dans la boîte de cisaillement correspond à une certaine réalité de terrain (forage par exemple) et à des mécanismes complexes de déformation dans l'écoulement des matériaux granulaires ensilés.

En raison du matériau (rouleaux cylindriques de 60 mm de long) faire le choix de la boîte de Casagrande classique était plus approprié (Abriak, 1991). Les

dimensions de la boîte sont de $60*60*60 \text{ mm}^3$. Le rapport des dimensions de la boîte sur les dimensions des rouleaux ($\varnothing_{\text{max}} = 4\text{mm}$) est faible selon les normes imposées, ce qui pose relativement un problème d'effet d'échelle. qui, bien au contraire, a été exploité pour se rendre compte des phénomènes à l'échelle des grains. Le principe de l'essai étant bien connu on se focalisera plus sur l'instrumentation et des mesures effectuées.

IV.1.1 - Chaîne de mesures

L'appareil de cisaillement, lors de nos campagnes d'essais est équipé de plusieurs capteurs de mesures , afin de quantifier, à l'échelle globale, les courbes relatives aux phénomènes agissant lors de l'essai (fig. IV.1). Cette représentation vise surtout à mettre en évidence la partie qui est l'objet de ce travail, c'est à dire la boîte et les grains qui sont à l'intérieur.

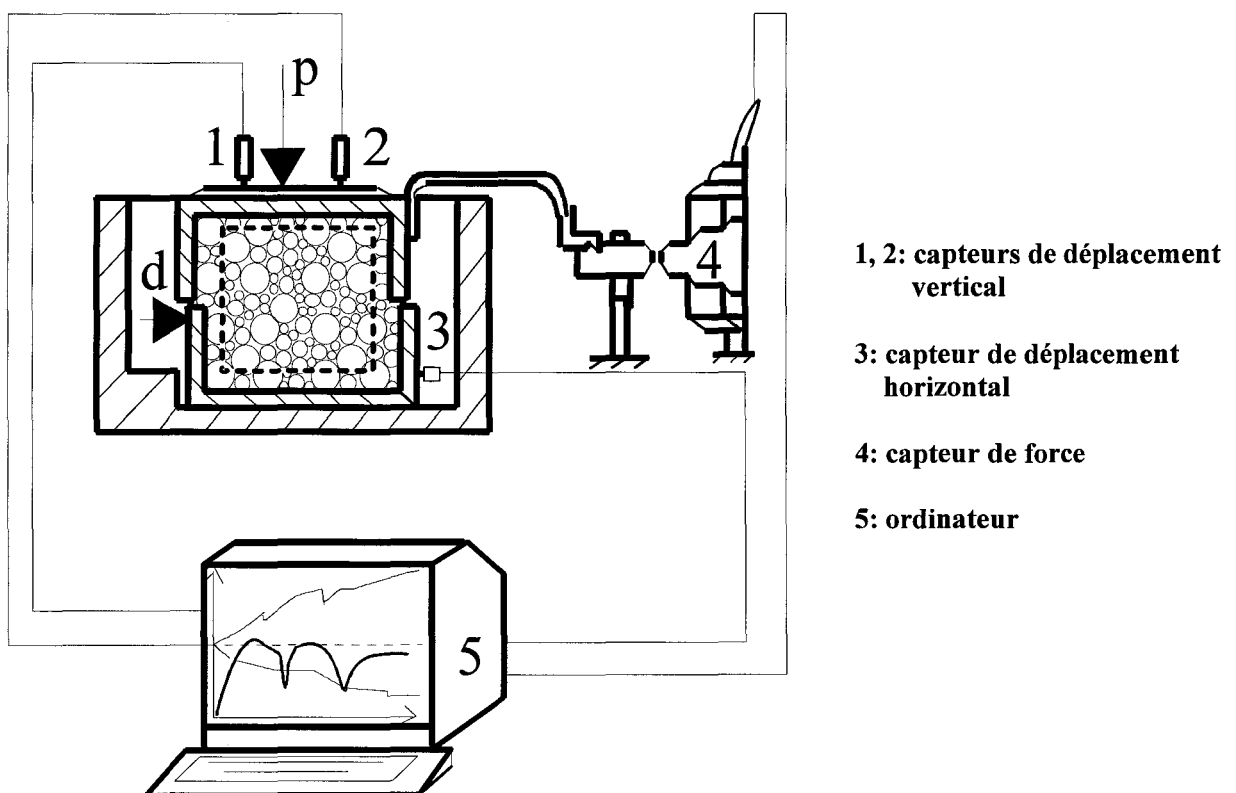


Fig.IV.1: Schéma des mesures

IV.1.1.1 - Acquisition des données

L'intérêt de l'utilisation de l'ordinateur, dans le cadre de la recherche expérimentale n'étant plus à démontrer, il était logique que ce matériel soit utilisé au cours de nos travaux. Jusqu'alors, l'acquisition des données relatives à l'essai de cisaillement dans la boîte de Casagrande, était réalisée à l'aide de tables traçantes. Le premier travail effectué était d'équiper le dispositif de capteurs qui puissent permettre de diriger les informations recueillies sur un micro-ordinateur. Les fonctions suivantes sont attribuées aux capteurs (fig. IV.1) :

- les capteurs ① et ② : enregistrent et renvoient à l'ordinateur la valeur du déplacement vertical du couvercle dû à l'action de dilatance du matériau cisailé.

- le capteur ③ évalue et renvoie également à l'ordinateur la valeur du déplacement imposé à la demi boîte inférieure de la cellule et permet de suivre le taux de déformation

- le capteur ④ est un capteur de force qui restitue la valeur de la composante de cisaillement à l'ordinateur.

- Enfin on a en ⑤ un micro ordinateur qui remplace les tables traçantes

IV.1.1.2 - Calibrage numérique

L'utilisation de l'ordinateur nécessite des précautions préalables par rapport à la table traçante. Le premier élément à prendre en compte, est que l'ordinateur, ne travaille pas de manière analogique, comme la table traçante. Il discrétise l'expérience en de multiples mesures successives. L'intervalle de temps entre deux mesures successives a été d'abord déterminé avec des sorties parallèles entre la table traçante et l'ordinateur, de manière à ne pas perdre des points caractéristiques (comme un pic par exemple). Dès lors l'intérêt de cette substitution est certain.

En premier lieu, le réglage, ainsi que le calibrage des tables traçantes n'est plus à faire. Ces opérations aussi délicates que fastidieuses, ont été souvent source d'une perte de temps et d'erreurs. Le logiciel se charge lui même de prendre ses propres repères. Le traitement des données est grandement simplifié. Nul besoin de prendre des valeurs à partir des différents graphes réalisés par la table traçante.

L'ensemble des données expérimentales se présentent sous forme de fichiers qui vont être contrôlés et gérés par un logiciel "calib4" que nous avons élaboré à ce propos.

IV.1.2. - Présentation du logiciel

Dès que l'instrumentation de la boîte a été effective, un ensemble de sous-programmes informatiques a été élaboré pour contrôler la chaîne d'acquisition et traduire les données numériques en des courbes contrainte-déformation et contrainte-dilatance, moyens de détermination des paramètres rhéologiques.

IV.1.2.1 - conversion des données

Les fichiers résultant de l'acquisition sont donnés sous forme de tensions réconvertibles en déplacement ou en force. En effet pour les déplacements, les capteurs ①, ②, et ③ utilisés envoient un signal électrique lié linéairement au déplacement de sa pointe par rapport au corps du capteur. Dans l'ordinateur, sont stockées pour chaque capteur, les valeurs de tension ainsi que la course de la pointe qui lie ces deux valeurs de tension. Le capteur étant en place, l'ordinateur détermine une valeur initiale de position (par une règle de trois), puis à partir de cette valeur initiale, il détermine la valeur de déplacement de la pointe du capteur (une règle de trois et une soustraction). Concernant la contrainte, le

capteur de force ④ monté donne directement une valeur de tension proportionnelle à la force qui lui est appliquée.

Après un calibrage précis, les données sont restituées sous forme de fichier (NOMFILE.DAT). Un fichier de ce type contient un tableau de quatre réels associés (le déplacement, la contrainte de cisaillement, la dilatance à droite, la dilatance à gauche).

IV.1.2 2 - Cestion graphique et traitement des données

L'ordinateur possède donc un ou plusieurs fichiers (contenant chacun les données d'un essai) pour un sondage donné (NOMFILE.CST). Le logiciel permet l'affichage simultané à l'écran des données de tous les essais concernant un sondage, ceci sous la forme d'un graphe contrainte-déplacement ou "dilatance"-déplacemnt. Le logiciel donne ensuite pour chaque essai, la contrainte de cisaillement maximale, puis, sur un plan de Mohr-Coulomb, associe chacun de ces contraintes avec sa contrainte normale σ_n respective. A l'aide de ces différents points, le logiciel calcule l'angle de frottement interne du matériau ainsi que sa cohésion à partir d'une droite de régression linéaire.

Le programme informatique ainsi établi permet, en plus de la gestion graphique de l'ordinateur, le stockage des informations, qui sont ainsi disponibles et utilisables à des fins statistiques. L'ensemble des données collectées par incrément de déplacement de l'ordre de 0.02 mm concerne l'établissement des courbes contrainte-déformation et la dilatance pour différentes analyses. Par ailleurs la boîte classique a été modifiée pour permettre de suivre l'évolution locale de la structure filmé tout au long de chaque essai, à partir de la face latérale découpée.

Ceci étant, l'ensemble du dispositif présenté, boîte de cisaillement modifié et instrumentée, plus la caméra-vidéo, permet de mener les objectifs qui consistent d'une part, à l'évaluation des paramètres mécaniques du matériau granulaire

utilisé sur des séries d'essais soumis aux mêmes champs de sollicitations. Le caractère aléatoire des arrangements intergranulaires d'échantillon à échantillon est pris en compte par des moyennes statistiques et des coefficients de variations.

D'autre part, l'étude et l'analyse des mécanismes de déformation à l'échelle des particules élémentaires ont pu être abordées à partir des enregistrements vidéo par les différentes techniques d'observations quantitatives présentées au chapitre III.

IV.2 - MATERIAU ANALOGIQUE EN CISAILLEMENT DIRECT

Depuis les travaux de Schnebeeli (1956) l'utilisation des matériaux granulaires analogiques est courante dans l'analyse d'un certain nombre d'aspects du comportement lié à la microstructure des milieux granulaires. Toutes les expériences effectuées sur ces types de matériaux montrent qu'ils se comportent comme un sable dense. Toutefois une limite importante est l'impossibilité d'extrapoler les résultats obtenus aux ouvrages réels du fait du non respect des règles de similitude. Le modèle n'est donc qu'un outil expérimental permettant de valider à deux dimensions des lois mécaniques élaborées pour des milieux granulaires.

Afin d'analyser les mécanismes élémentaires de déformation toutes nos expériences ont été menées sur ces types de matériaux analogiques dont la forme cylindrique de rouleaux permet d'avoir des essais de déformation plane appropriée à la visualisation.

IV.2.1 - Procédure expérimentale

Les échantillons utilisés, sont composés d'un mélange de rouleaux cylindriques en P.V.C. de trois diamètres différents dont le pourcentage en masse

est celui utilisé est 25% pour $\phi = 2$ mm, 50% pour $\phi = 3$ mm 25%, et pour $\phi = 4$ mm. Ce mélange de trois tailles permet de réduire l'arrangement naturel à caractère anisotrope favorisé par la forme cylindrique des rouleaux. Ce mélange ainsi défini est placé dans les demi-boîtes qui peuvent se déplacer l'une par rapport à l'autre. La demi-boîte inférieure est entraînée horizontalement à une vitesse constante fixée à 0.4mm/mn. L'effort de cisaillement dans le plan de rupture est mesuré à l'aide d'un capteur de force ④ (fig IV-1) fixé à la demi-boîte supérieure. En plus chaque rouleau est marqué d'un repère T pour faciliter l'identification de son mouvement (glissement et rotation).

Dès lors la mise en oeuvre des essais se déroule de la façon suivante :

- on applique une contrainte normale entre 0.025 MPa à 0.9 MPa
- on filme intégralement l'essai pour l'analyse microstructurale
- on décharge et on régénère l'échantillon.

Pour une série à une contrainte normale donnée les opérations sont répétées douze fois, limite fixée après des essais tests de convergence.

IV.2.2 - Caractéristiques globales élémentaires

On entend par caractéristiques globales élémentaires la réponse fournie simultanément par les quatre capteurs au cours d'un essai. Les valeurs gardées dans un fichier, permettent de tracer les courbes contrainte-déplacement et dilataance-déplacement et de les utiliser pour des opérations statistiques.

IV.2.2.1 - Courbes contrainte-déformation

L'allure générale des courbes de cisaillement classique est de deux types suivant la densité relative de l'échantillon. Pour un état dense, la contrainte de cisaillement passe par un pic suivi d'une tendance à rejoindre une valeur résiduelle. Il apparaît une augmentation de volume s'accroissant

rapidement d'abord, puis passant par une inflexion pour des déformations proches de celle du pic, et qui par la suite va tendre vers une valeur constante. De même pour l'état lâche l'allure générale classique des courbes de cisaillement montre une contrainte de cisaillement sans pic qui tend à rejoindre une valeur résiduelle, et une diminution de volume nette d'abord, et tendant ensuite vers une valeur quasi constante.

Pour nos essais deux des capteurs, dont la boîte est équipée, permettent d'établir les courbes contrainte-déformation. L'incrément de déplacement très petit, imposé (0,02 mm), a été calibré à partir d'une table traçante de manière à traduire toute fluctuation engendrée par des modifications de la texture interne (réarrangement des grains) de l'échantillon au cours de la déformation. Cela est important pour comprendre les conséquences de ces processus qui s'établissent à l'échelle des particules. En effet quand on compare l'état initial d'un échantillon (fig. IV-2) à son état final après sollicitation (fig. IV-3) on constate notamment une recombinaison des vides interstitiels qui traduit les différents changements à l'échelle locale. Cette recombinaison généralement traduite par les variations de volume mesurées à une influence considérable sur la détermination des caractéristiques à la rupture.

IV.2.2.1a - Conditions aux limites

En dehors de cet aspect de restructuration de l'échantillon au cours de la déformation, deux caractéristiques dont on n'a toujours pas accès, vont être aussi déterminants. Il s'agit des conditions aux limites réelles dans lesquelles l'échantillon confiné se trouve en place. En effet on remarque que, suivant la composition et la disposition des grains en contact immédiat aux parois l'évolution des courbes contrainte-déplacement peut être modifiée. D'autre part les grains qui sont sur le plan imposé de rupture, matérialisé par la ligne blanche sur

la figure IV-2 vont aussi conférer à l'échantillon en place, des conditions de déformation cinématiquement favorable ou défavorable (Cambou 1981).

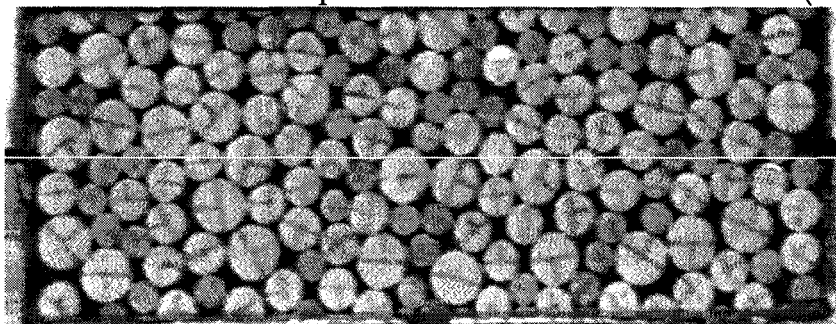


Fig IV.2 : Etat initial

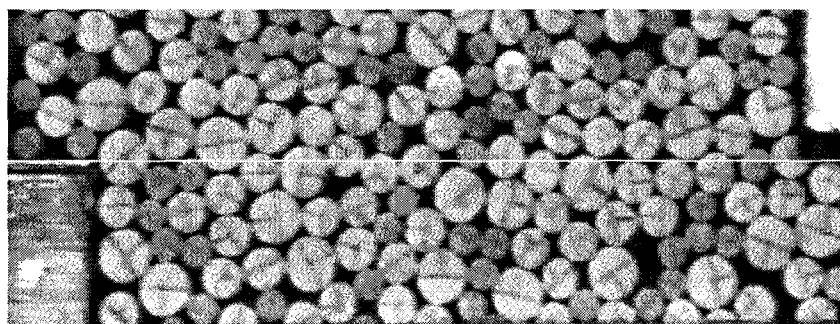


Fig.IV 3: Etat final

IV.2.2.1b Fluctuations globales

Les réponses élémentaires sur des courbes contrainte-déformation à différentes contraintes normales montrent que l'échantillon est soumis au delà d'un certain niveau de déformation, fixé par ces conditions cinématiques, à des fluctuations qui traduisent une certaine instabilité dès que le matériaux atteint un seuil plastique (fig IV-4). Ce type de phénomène traduit les modifications de la texture interne de l'échantillon en cours de déformation. Ces modifications peuvent être progressives ou brutales. Dans les deux cas elles se répercutent sur la distribution des forces locales, en orientation et en intensité à travers des points de contact qui évoluent en fonction de l'état de déformation. Les fluctuations sont ponctuées sur les courbes contrainte-déplacement

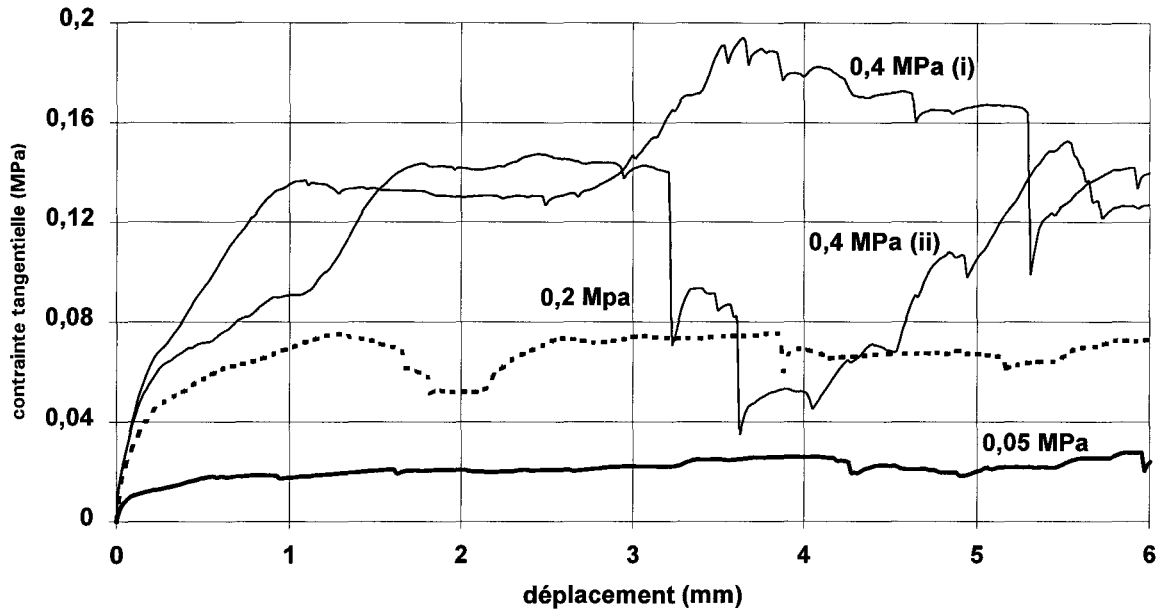
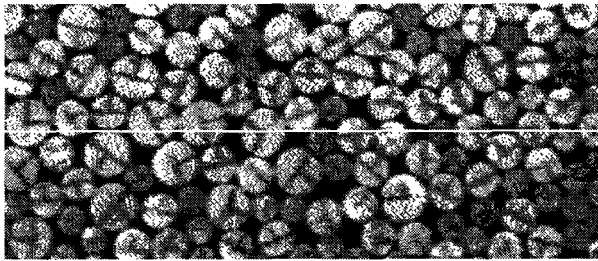
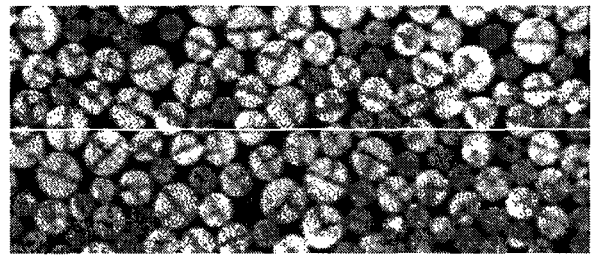


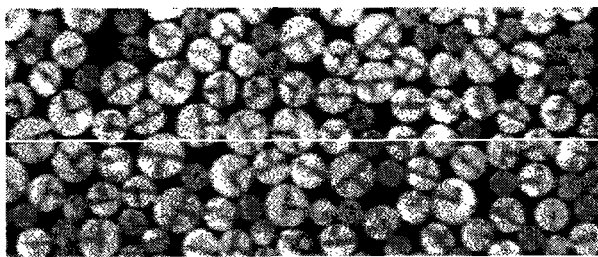
Fig. IV-4 - Courbes à contraintes différentes



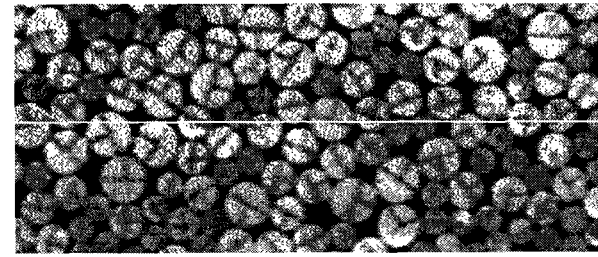
Configuration initiale de l'essai 0,4 MPa (i)



Configuration initiale de l'essai 0,4 MPa (ii)



Configuration finale de l'essai 0,4 MPa (i)



Configuration finale de l'essai 0,4 MPa (ii)

IV.2.2.1b Fluctuations locales

Le cisaillement de l'échantillon provoque des modifications de la structure granulaire. La transmission des efforts au sein du milieu granulaire est donc modifiée. Avant de trouver un nouvel état d'équilibre, le milieu granulaire passe nécessairement par une phase de réarrangement qui peut conférer à l'échantillon une nouvelle résistance au cisaillement ou une perte totale de sa résistance (essais à 0,4 MPa (i & ii) sur fig. IV.4). On peut dire que si la texture initiale est importante, le réarrangement imposé par le processus de déformation doit être pris en considération. C'est à ce titre que l'on peut expliquer les différents aspects des fluctuations observées. Ces remarques sur les fluctuations d'échantillon à l'échelle globale restent aussi valables pour les différentes contraintes normales étudiées. C'est la raison qui a motivé des études statistiques à cette échelle globale.

L'une des caractéristiques qui reflètent l'état physique de l'échantillon est l'indice des vides qui l'on mesure généralement à l'échelle globale. Sur les différents essais effectués, cette caractéristique est évaluée directement sur l'échantillon à partir des mesures locales des vides qui composent la structure granulaire par traitement d'images. Cette technique permet également de prendre en considération la distribution des vides des arrangements élémentaires.

Pour les deux essais représentés à contrainte normale imposée à 0,4 MPa (fig.IV-4) l'indice des vides est presque égal (0,18 pour (i) et 0,178 pour (2)) pour deux comportements à la rupture différents. A partir de la distribution des vides (fig. IV-5) on voit que les deux échantillons sont dans deux états physiques initiaux différents; Ce qui justifie ces comportements.

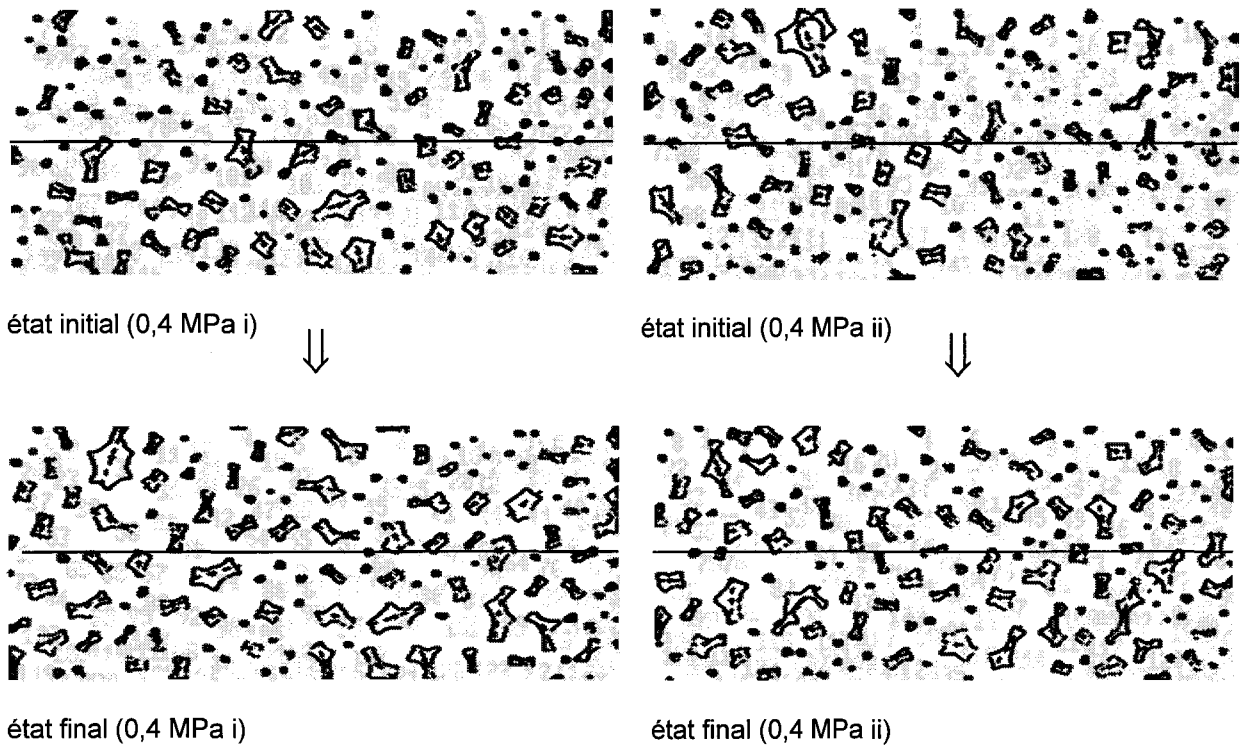


Fig. IV-5 : *Distribution des vides*

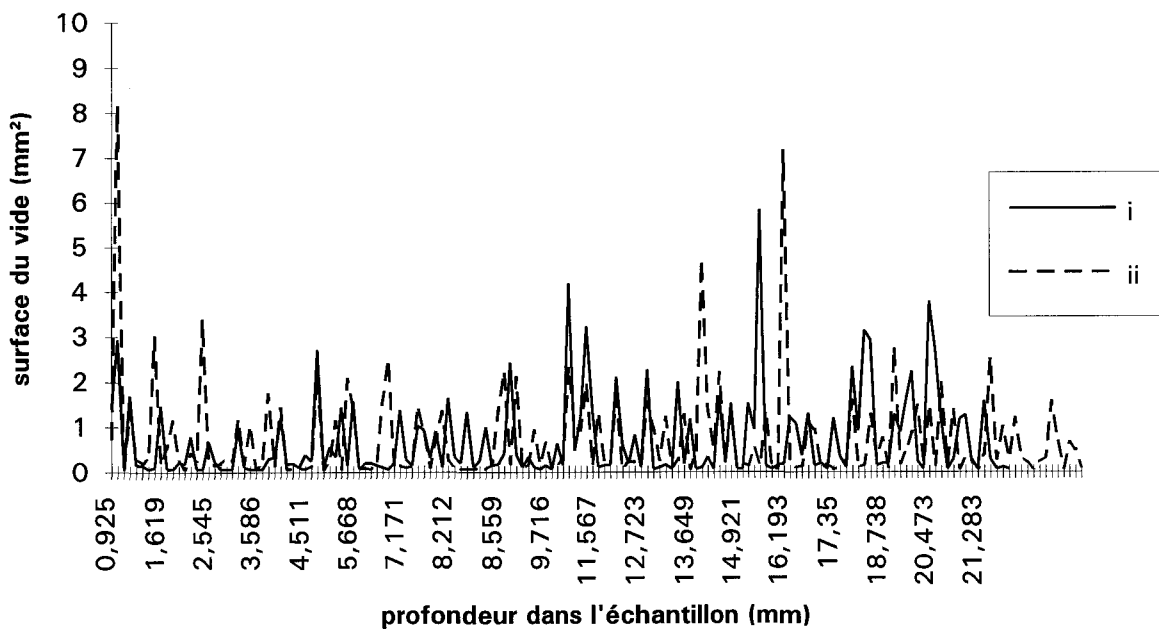
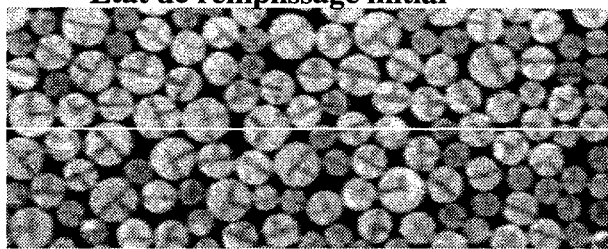
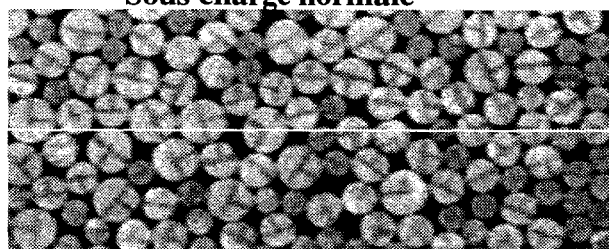


Fig. IV-6 : *Histogramme des vides*

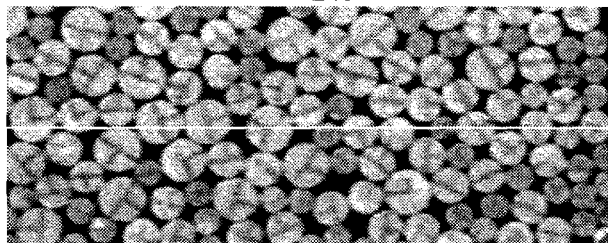
Etat de remplissage initial



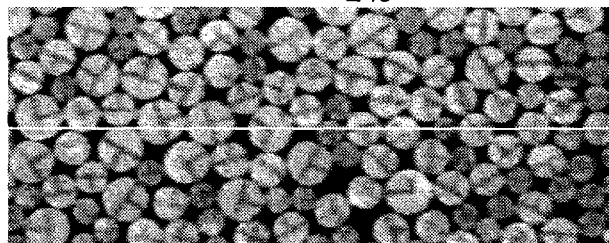
Sous charge normale



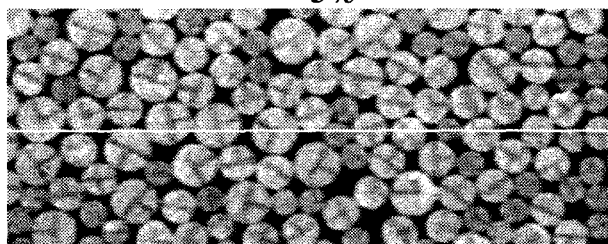
1%



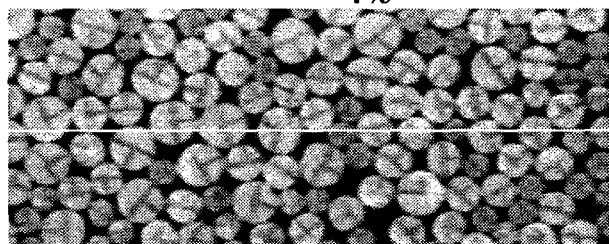
2%



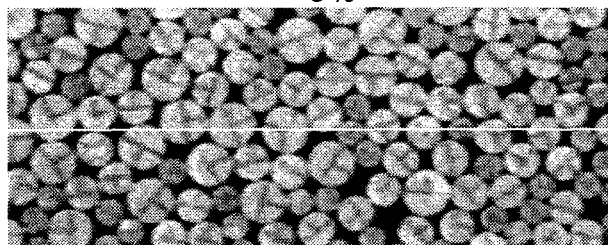
3%



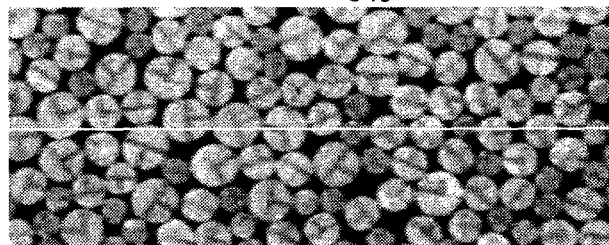
4%



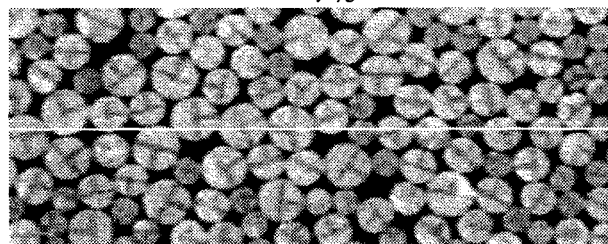
5%



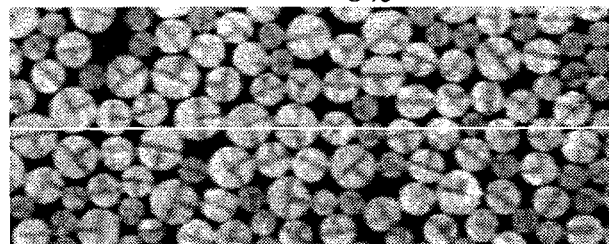
6%



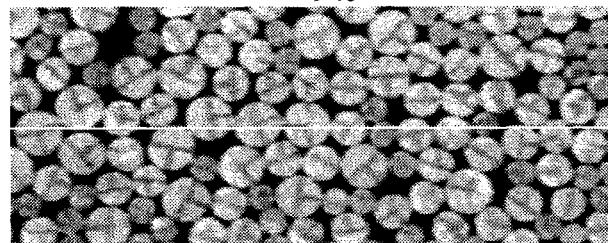
7%



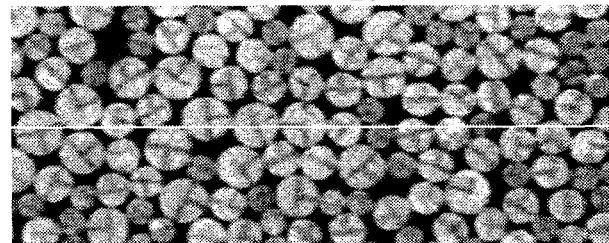
8%



9%



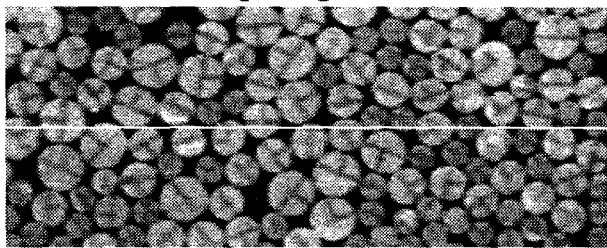
10%



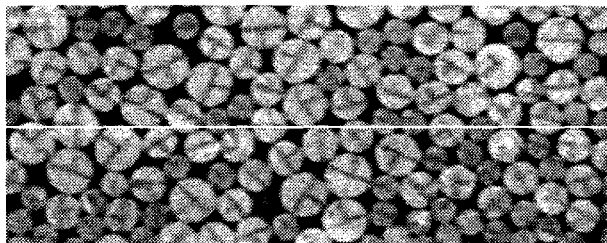
Essai N° 1 à 0.4 MPa



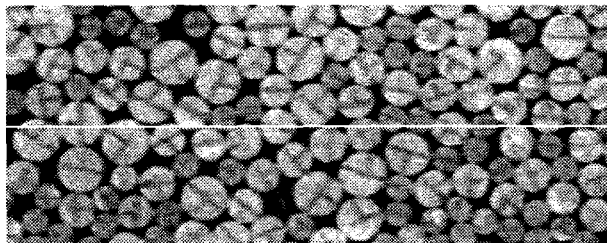
Etat de remplissage initial



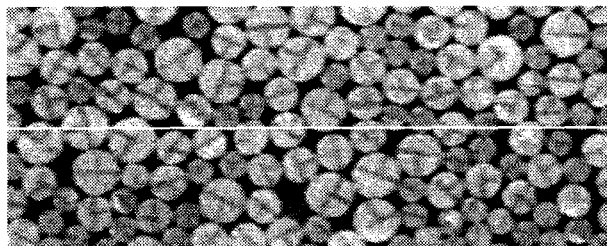
1%



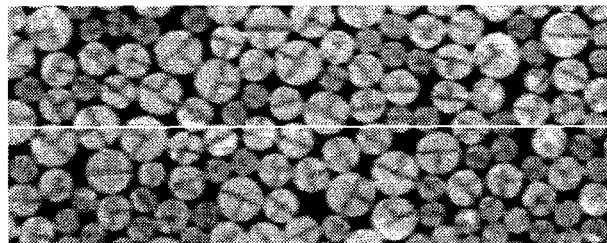
3%



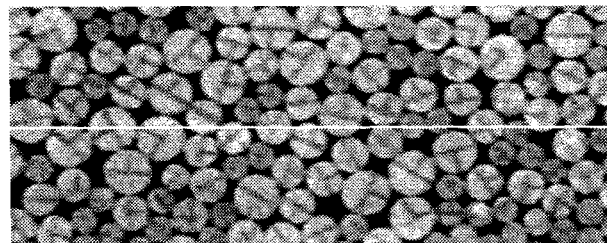
5%



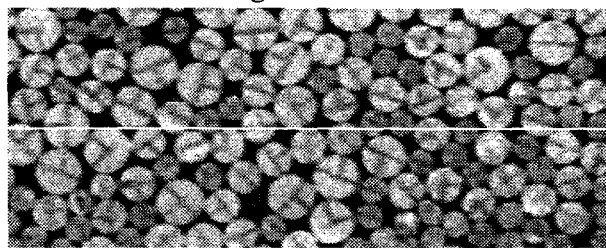
7%



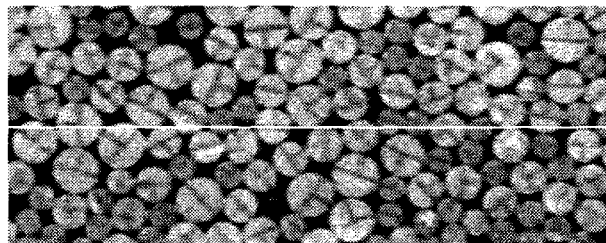
9%



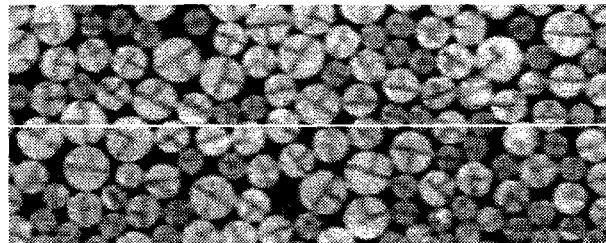
Sous charge normale



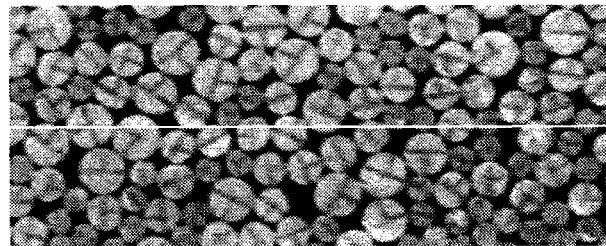
2%



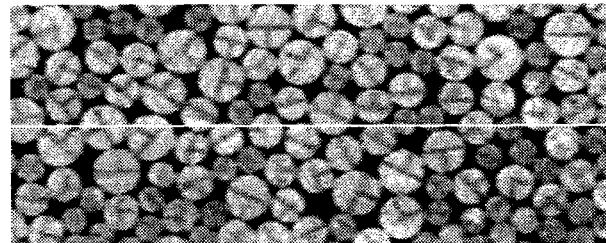
4%



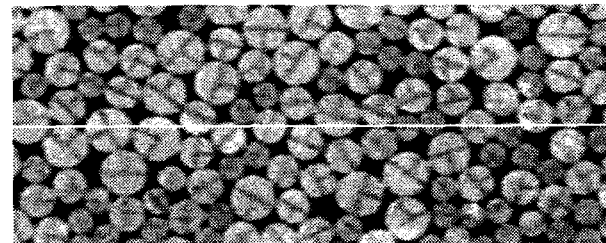
6%



8%



10%



Essai N° 2 à 0.4 MPa



A cette distribution on associe un histogramme des vides (fig. IV-6) qui représente la surface de chaque vides en fonction de la profondeur à laquelle elle se trouve. Suivant l'état des vides qui entourent le plan de rupture imposé la résistance au cisaillement peut être plus important d'un essai à un autre, indépendamment de l'indice globale des vides. Le cas représenté (fig. IV-4) montre le reflet de cet aspect, qui se modifie également au cours de l'essai, sur les paramètres mesurés.

Lors de l'évolution de la sollicitation du milieu granulaire l'équilibre se rompt entre les grains avec la variation de l'effort. Des glissements se développent entre les grains de façon à ce que le matériau retrouve un nouvel état d'équilibre. Et passé un certain seuil de chargement, l'équilibre stable n'est plus assuré et l'on assiste alors à un écoulement plastique où les défauts d'arrangements vont un rôle déterminant.

En mécanique des sols on a tendance à ignorer ce problème, à la faveur d'erreurs expérimentales. Par contre en métallurgie on associe ce phénomène au désencrage des dislocations initialement épinglés par des défauts ponctuels (Jeulin, 1991). En physique aussi ces comportements sont bien connus et analysés à partir du modèle théorique de l'élément en réseau hiérarchique. Les simulations numériques faites dans ce cadre par Breysse (1991) s'apparentent à nos observations sur enregistrements vidéo accélérés et les analyses sur traitement d'images :

- les dégradations progressives
- les effets du désordre
- le processus de localisation

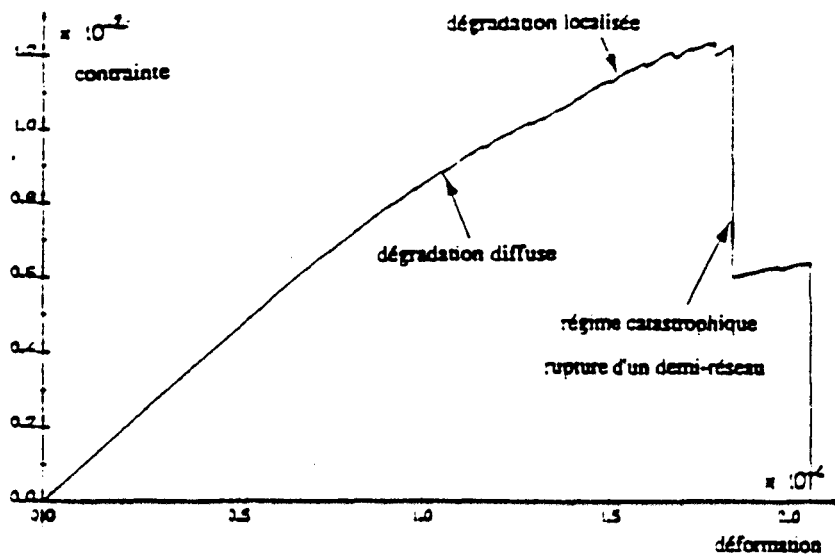


Fig.IV-7 : -Forme type de contrainte-déformation du réseau

L'étude de Breyse a été effectuée sur trois type de chargement. Un chargement de type percolation où la réponse du système traduit purement les effets statistiques. Un autre de type quasi statique où la réponse tient compte des concentrations de contrainte qui apparaissent progressivement dans la structure tout en la modifiant. Et enfin un type de chargement de type rupture induite.

Les réarrangements diffus sont provoqués par un déplacement de grains en nombre très limités. C'est pourquoi, l'effort de cisaillement enregistré n'évolue pas de manière visible. Les grains se replacent un à un pour donner une évolution de l'effort de cisaillement sans perturbations.

Les réarrangements catastrophiques sont une rupture provoquée par une structure granulaire qui n'offre plus de possibilité de réarrangement partiel. Il s'agit d'une réaction en chaîne, provoquée par la rupture d'un élément résistant¹ et entraîne une contrainte non admissible par les autres parties résistantes. C'est pourquoi un nombre important de grains va passer de l'état contraint à l'état lâche. Cette modification supprime un grand nombre d'éléments résistants, ce qui provoque une chute de l'effort de cisaillement.

¹La réaction en chaîne démarre par le premier élément résistant qui dépasse sa contrainte admissible

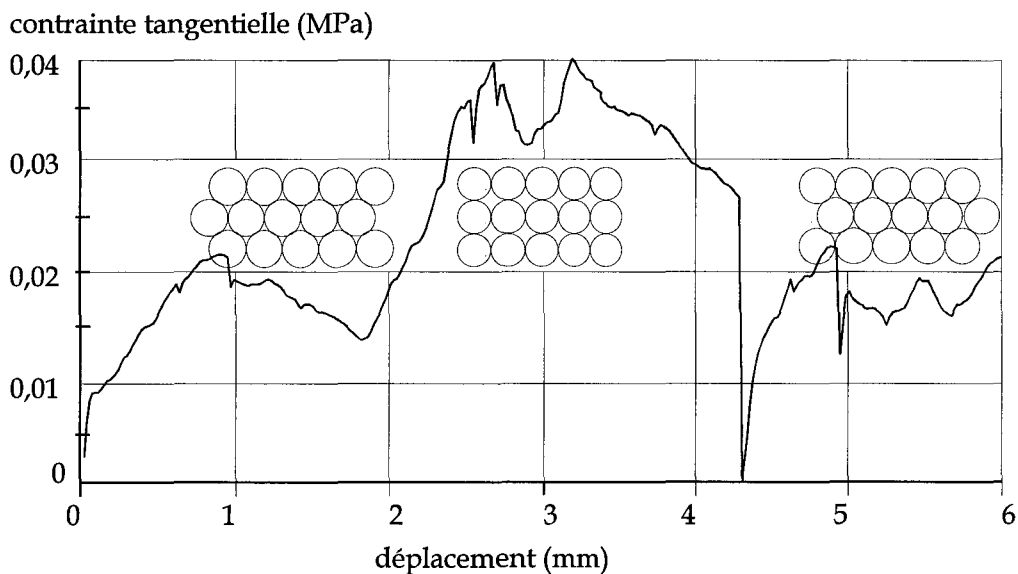
Dans le cas quasi statique, la courbe typique significative de la réponse mécanique du système est présentée à la figure IV-7. que l'on peut mettre en parallèle avec la figure IV-3. La rigidité décroît progressivement et régulièrement dans une première phase. Dans cette phase, les ruptures microscopique se produisent au hasard dans le réseau, elles sont décorélées, puis leur nombre augmente. Les concentrations de contrainte commencent à jouer un rôle significatif et provoquent des ruptures. Ces effets se visualisent à l'échelle macro pour ensuite atteindre le processus catastrophique.

IV.2.2.2 Dilatance

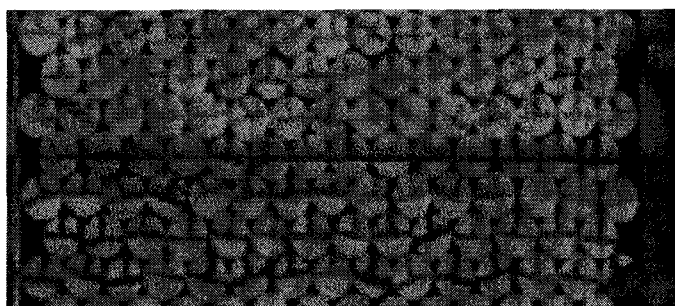
Le phénomène physique important dans le cisaillement des matériaux granulaires est sans doute la dilatance. Elle consiste en une variation de volume par désenchevêtrement des particules assez compactées afin de faciliter le passage des unes sur les autres (Rowe, 1966).

En effet, le cisaillement d'un matériau granulaire s'accompagne d'une variation de volume due aux mouvements relatifs des grains par roulements et glissements les uns sur les autres. Dans l'hypothèse où le cisaillement se fait suivant une surface par opposition à celle où elle se ferait dans toute la masse, la variation de volume doit se produire principalement à l'intérieur d'une zone plus ou moins épaisse entourant le plan de rupture. Au fur et à mesure que l'on s'éloigne du plan de rupture, la variation de volume sera de plus en plus faible, et à la limite deviendra nulle à grande distance.

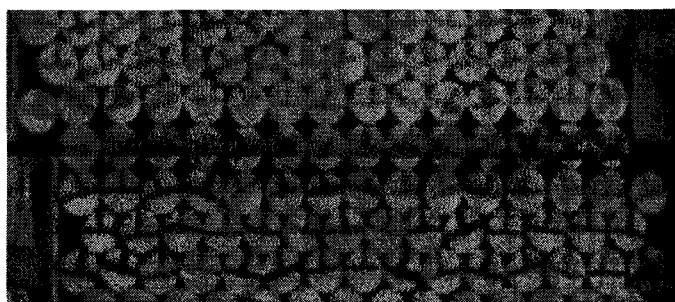
L'effet de la dilatance s'illustre assez bien sur les particules de même taille où l'on voit, d'une part le mouvement en escalier des grains et d'autre part la conséquence sur la courbe contrainte-déformation (fig.IV-8①). Le passage d'un pas d'escalier à un autre (fig.IV-8 ②,③) augmente sensiblement la résistance au cisaillement. On a donc un terme d'énergie additive imputable à ce phénomène. Et dès la rupture on réarrangement des grains qui met le milieu dans un autre état physique.



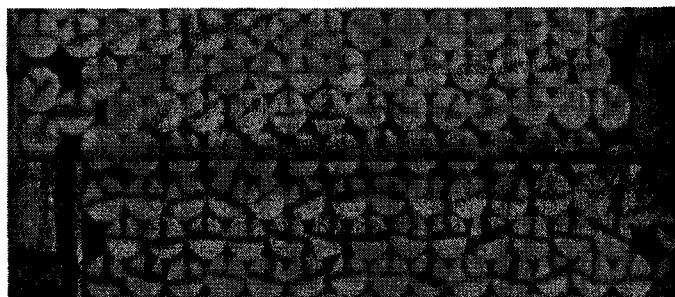
①



② Configuration initiale (arrangement triangulaire)



③ arrangement carré, juste avant rupture, dilatance sur 2 lignes ($\epsilon=5\%$ soit 3mm déplacement)



④ arrangement après rupture, affaissement sur une ligne ($\epsilon=7\%$ soit 4,2mm déplacement)

Fig. IV-8 : Effet de dilatance



Quantitativement, le phénomène de dilatance intervient de façon non négligeable dans le bilan énergétique du cisaillement (BISHOP, 1950) et est susceptible d'expliquer des effets d'échelle dans les milieux granulaires denses (HABIB, 1974). L'étude en est généralement abordée par des essais de laboratoire donnant une mesure de variation de volume globale, qui n'est pas indicative des changements qui se passent dans la zone de rupture de l'échantillon.

La variation de volume ΔV ou $\Delta V/V$ ne se distribue évidemment pas uniformément dans l'éprouvette. SHOCKLEY (1953) a montré que dans un essai triaxial, le volume décroît continuellement (augmentation de compacité) près des extrémités de l'échantillon pendant l'accroissement de la déformation axiale, tandis que la portion centrale croît en volume (diminution de compacité).

Ceci explique encore que FEDA (1970) constate que les déformations volumiques sont plus importantes dans le voisinage de la zone de rupture et donc que la grandeur de la variation relative de volume $\Delta V/V$ dépend de la taille de l'échantillon. (Les variations relatives de volume mesurées sont plus petites pour des échantillons triaxiaux de 4" que pour des échantillons de 1.5").

C'est pourquoi DANTU (1961) critiquait le principe de la mesure de la déformation par l'intermédiaire de $\Delta V/V$, puisqu'on n'atteint ainsi qu'une moyenne. L'expression de résultats d'essais triaxiaux ou de cisaillement direct sous forme de variation de volume $\Delta V/V$ ou de hauteur $\Delta H/H$ ne permet pas une interprétation complète des phénomènes. De même, l'expression de ces résultats sous forme de variation de porosité ou d'indice des vides suppose une équitépartition des variations de volume dans toute la masse de l'échantillon, ce qui n'est pas le cas.

De même, De Jaeger (1991) exprime la même réserve en estimant que les résultats du cisaillement direct ne peuvent pas être analysés correctement si les variations de volume sont exprimés en termes de variation relative de hauteur $\Delta H/H$ de l'échantillon. L'augmentation de volume doit être analysée en termes de variation d'épaisseur ΔH de la zone cisailée.

Il faut donc chercher une interprétation plus complète des mesures de variation de volume par un examen de la distribution de ces variations à travers l'échantillon, et en particulier suivant un axe perpendiculaire au plan de rupture. Cette distribution peut être approchée par l'analyse de l'essai de cisaillement direct qui permet la mesure directe de la variation de hauteur suivant cet axe.

IV.2.2.2a - Mesures de la dilatance

Nous avons vu que la dilatance à la boîte de cisaillement peut se mesurer, de façon assez délicate, par la variation de hauteur Δh , de l'échantillon. Aux extrémités de la boîte de cisaillement sont ainsi placés deux autres capteurs pour quantifier cet effet de dilatance dont la conséquence se voit par la montée incessante du couvercle sur lequel la contrainte normale est transmise à l'échantillon. Un véritable travail qui a pour conséquence d'agir directement sur les valeurs mesurées. Il est donc nécessaire de savoir dans quelle mesure ce travail intervient dans les paramètres intrinsèques que l'on obtient expérimentalement. La variation de volume permet ainsi de faire le point au niveau des courbes contrainte-déformation. Dans ce sens aucune analyse ou interprétation n'a de sens que si elle est accompagnée de la mesure de variation de volume.

IV.2.2.2b Rôle de la densité initiale

L'influence exercée par la porosité initiale sur la variation de volume de l'échantillon est bien connue (Biarez & Ziani 1991, KEZDI 1974).

Pour un échantillon compact, la contrainte de cisaillement croît jusqu'à une valeur de pic tandis que l'échantillon augmente de volume, ensuite la contrainte diminue pour tendre vers une valeur asymptotique résiduelle ; simultanément l'augmentation de volume ralentit, le cisaillement résiduel tendant

à se faire à volume constant, à une compacité constante intermédiaire entre les états lâche et dense, compacité appelée "critique" par CASAGRANDE (1936).

Pour un échantillon à l'état initial lâche, la contrainte de cisaillement croît uniformément et progressivement vers la valeur résiduelle ; pendant tout le cisaillement le volume diminue progressivement pour tendre vers un volume constant correspondant également à la compacité critique. Le sens des variations de volume (augmentation ou diminution) ne dépend que de la densité relative initiale de l'échantillon. Cette caractéristique a été confirmée par Bjerrum (1961).

Le diagramme de la figure IV-8 donnée par Kirkpatrick (1961) montre également les variations de volume d'un échantillon de sable en fonction de sa porosité initiale, telles qu'on les observe typiquement au cours d'un essai triaxial. Kirkpatrick insiste sur le fait que la forme des courbes de variation de volume est semblable, indépendamment de la porosité initiale, et que chacune montre d'abord une diminution de volume avant toute augmentation de volume. Les échantillons les plus lâches peuvent ne pas montrer d'augmentation de volume en fin de cisaillement. Cette analyse est totalement confirmée par nos essais.

IV.2.1.2c - Composantes déviatorique et volumétrique

Dans la modélisation élastoplastique (Lade 1977, Cambou & Jafari 1988) la variation volumique est caractérisée par deux composantes déviatorique et de consolidation. Du point de vue expérimental, Kirkpatrick (1961) montre que la variation de volume provient aussi de deux influences : une augmentation de volume due au cisaillement, et une diminution de volume due à la consolidation de l'échantillon. La variation de volume $\Delta V/V$ causée par les contraintes se décompose alors en deux parties (Fig.IV-9): la part due au changement de la contrainte principale moyenne $(\Delta V/V)_m$ et la dilatance associée au phénomène de cisaillement proprement dit $(\Delta V/V)_d$.

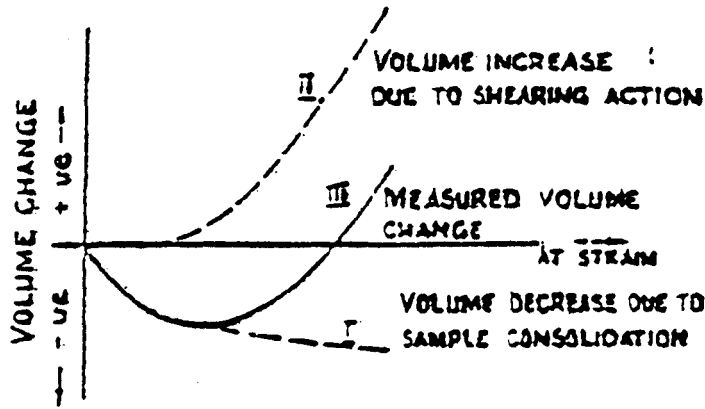


Fig. IV-9 : Variation de volume (Kirkpatrick, 1961)

Sur les essais effectués à la boîte de cisaillement les deux capteurs aux deux coins, qui mesurent la dilatance de l'échantillon évoluent, l'un dans le sens de la consolidation et l'autre dans le sens d'une composante déviatorique (fig. IV-9). Sur toutes les gammes d'essais effectués cet effet apparaît, ces capteurs jouent donc le rôle de décomposition de volume. Et c'est ce qui explique en partie le mouvement de bascule de la boîte.

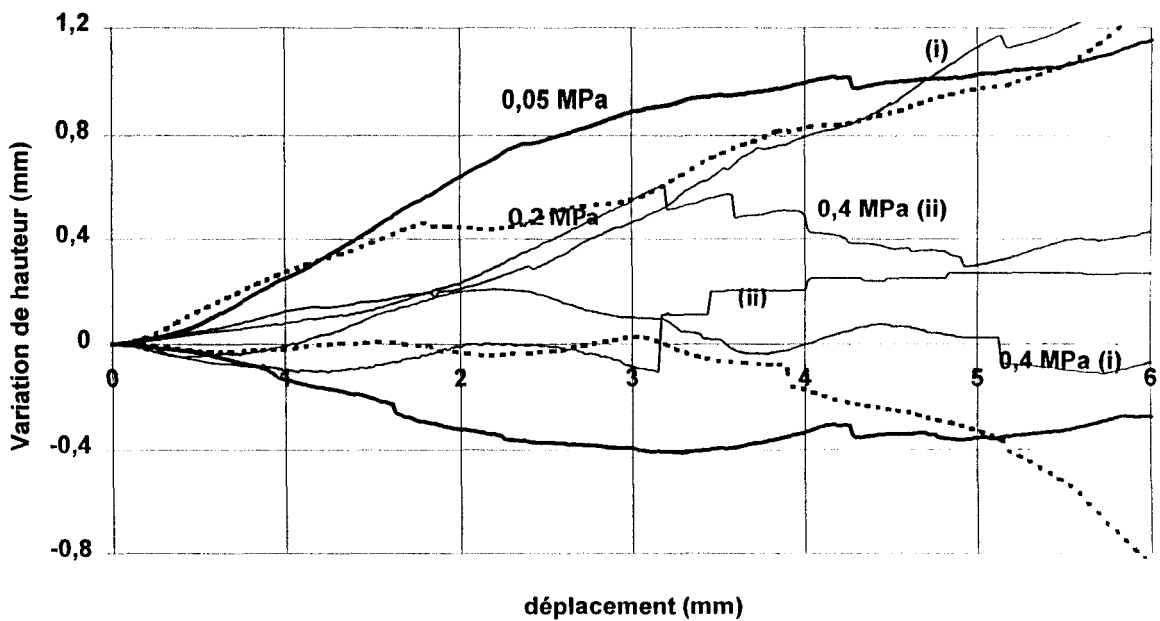


Fig. IV-10 : Variation de hauteur suivant les deux capteurs de dilatance

Pour calculer la variation de la hauteur de l'échantillon la moyenne est faite sur les deux composantes fournies par le capteurs. Ce qui permet une meilleure interprétation de la variation comme on le constate sur la figure IV-11 qui représente la dilatace lié aux courbes contrainte-déformation établies sur la figure IV-4.

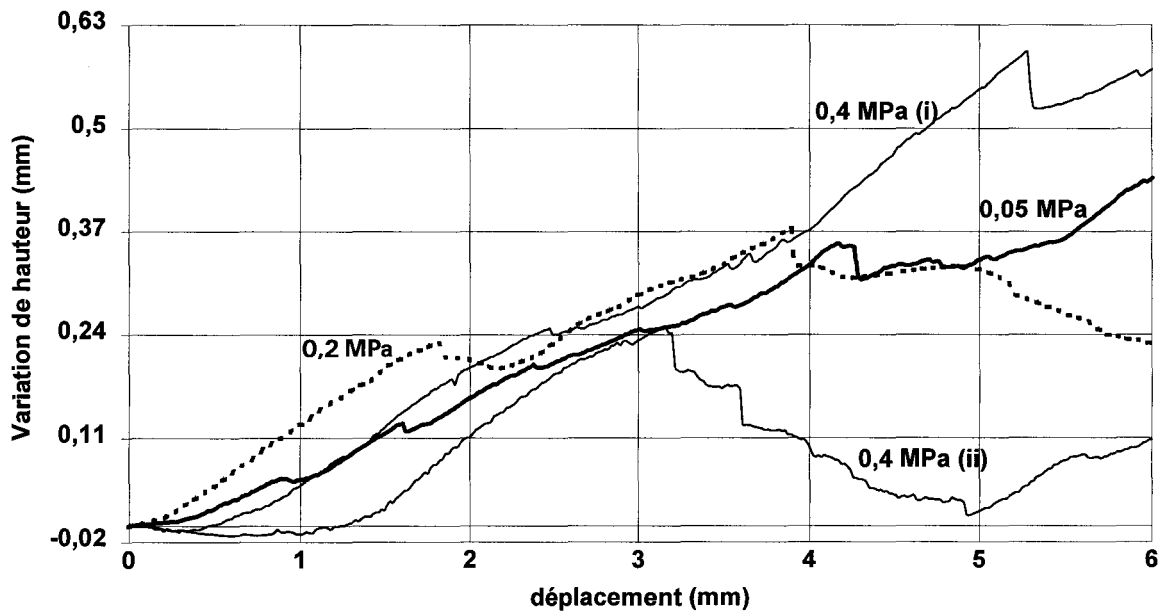


Fig. IV- 11 :- Courbes à contraintes différentes

IV.2.3 Analyses statistiques

La détermination des propriétés de déformation et de résistance au cisaillement des matériaux granulaires est d'une complexité évidente. Elle dépend de différents facteurs de type morphologique ou pétrographique liés aux grains, qui à la limite peuvent être estimés (Frossard 1978, De Jaeger 1991), mais aussi de l'arrangement des grains à caractère aléatoire et des conditions aux limites

réelles (grains aux parois) dans les conditions d'essais qui eux, sont difficilement évaluables. Par contre ces facteurs peuvent être gérés de façon statistique, une façon d'homogénéiser le comportement à l'échelle macroscopique.

IV.2.3.1 Courbes contrainte-déformation moyennes

Quand on regarde au niveau de la figure IV-11, la différence au niveau des deux courbes contrainte-déformation (1 & 2) ne peut s'expliquer que par la différence des arrangements initiaux des échantillons et aussi par les réarrangements intergranulaires.

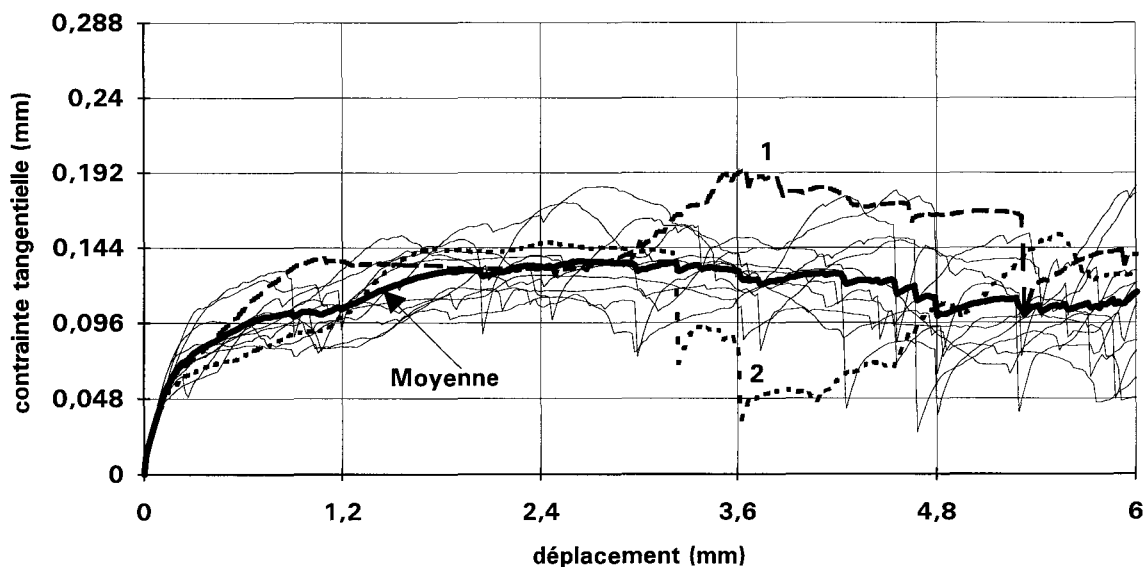


Fig. IV-12 : Série de courbes contrainte-déformation à 0,4 MPa

Ces facteurs aléatoires confèrent, d'une part à la courbe (0,4 MPa (1)) une résistance beaucoup plus importante à partir d'un certain niveau de déformation. Par contre la courbe (0,4 MPa (2)) perd en résistance au même niveau de déformation. Les autres courbes manifestent également des comportements qui vont varier suivant l'état initial et l'évolution microstructurale. De plus elles se

coupent et se recourent à différents niveaux de déformation. On remarque également qu'au niveau de chaque courbe on a des pics de rupture qui marquent de façon notoire des restructurations importantes. Ceci étant, nous avons décidé de mener des analyses statistiques, afin de fixer les valeurs moyennes et extrêmes des paramètres du milieu.

Autour de la valeur moyenne nous avons également tracé le coefficient de variation (fig. IV-13). Ce coefficient est assez important et sa valeur semble être liée à un certain effet d'échelle quand on considère la taille des grains par rapport à la taille de la cellule.

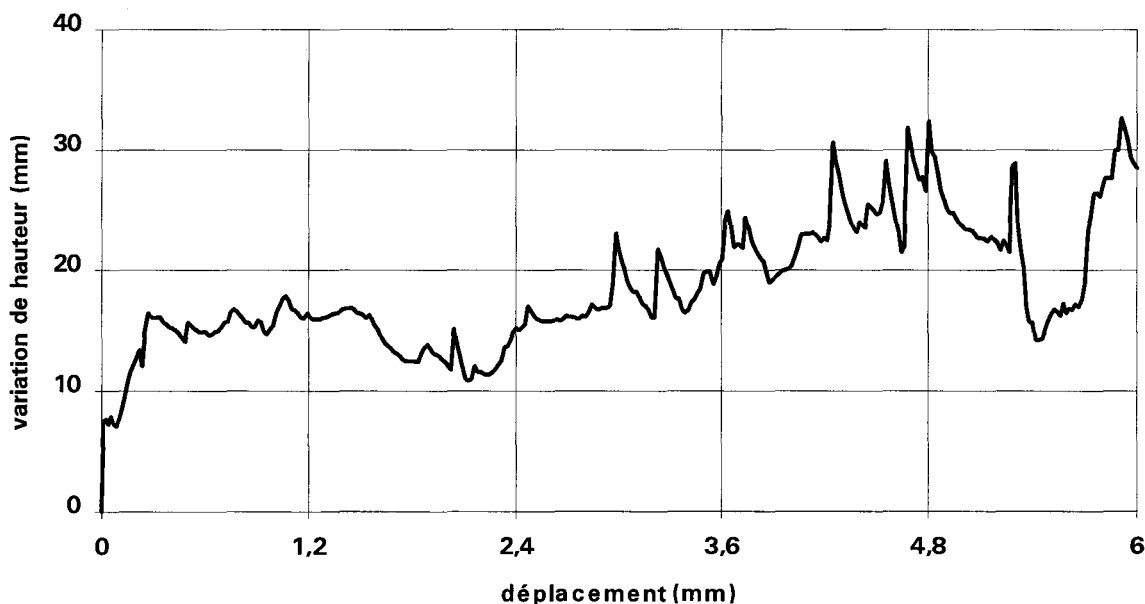


Fig. IV-13 : Coefficient de variation à 0,4 MPa

Ce coefficient est faible au départ de l'essai jusqu'à 0,3 mm de déplacement soit en terme de déformation 0,5%. Mais très vite il évolue rapidement pour marquer l'apparition de nombreux pics, et le début d'un certain écrouissage vers la phase de déformation plastique. Un nouveau palier est établi à environ 4% de déformation où les fluctuations deviennent plus importantes. Le coefficient de

variation moyen s'établit à 18,5%. Par contre si on s'intéresse aux caractéristiques maximum de chaque courbe ce coefficient est beaucoup plus faible (tableau IV.1).

Essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$(\tau)_{\max}$	0.19	0.15	0.16	0.18	0.18	0.12	0.18	0.14	0.14	0.15	0.17	0.18

Tableau IV.1

ce tableau donne une valeur moyenne de $(\tau)_{\max}$ de 0.165 avec un coefficient de variation 12,4%.

Ces remarques sont aussi valables pour les autres séries d'essais (annexe 3). Prenons par exemple une série avec une contrainte normale beaucoup plus faible (0.025 MPa) (fig IV-14)

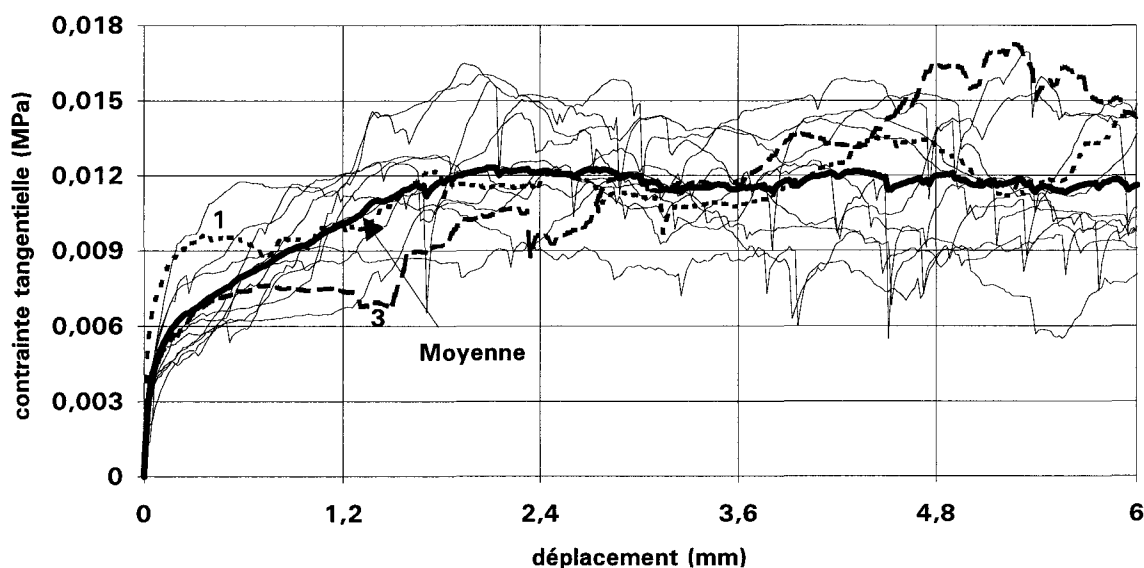


Fig. IV-14 : Série de courbes contrainte-déformation à 0,025 MPa

Comparativement à la série à 0,4 MPa on constate que les pics sont plus importants, ce qui traduit que les particules ont plus de tendance à se mouvoir ou se dissocient très facilement du fait que la contrainte normale est très peu élevée.

Le coefficient de variation associé est aussi plus important en début d'essai, tend vers un minimum à 6% de déformation pour se stabiliser à un niveau égal au niveau initial (fig. IV-15).

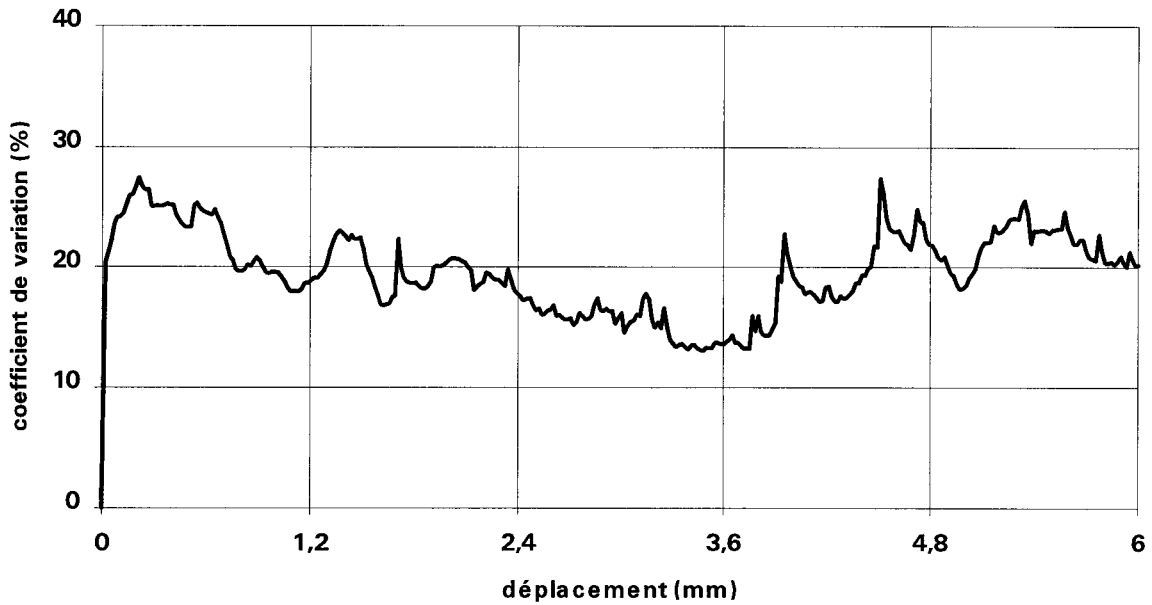


Fig. IV-15 : Coefficient de variation à 0,025 MPa

Le niveau de déformation où l'apparition des pics se manifeste est quasiment nul. Le coefficient de variation moyen s'établit à 19,5%. En caractéristiques maximums ce coefficient est également faible (tableau IV.2)

Essai	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$(\tau)_{\max}$.014	.017	.016	.015	.011	.016	.014	.016	.014	.016	.014	.015

Tableau IV.2

Pour les différentes séries d'essais effectuées dans la gamme de 0,025 MPa à 0,9 MPa la figure IV-14 fait apparaître un assez bon comportement qui semble

être indépendant de l'état initial et des différentes restructurations engendrées durant le processus de déformation. En fait ils se manifestent par de légères variations tels qu'on aperçoit dans des essais effectuées sur des échantillons à volume dit représentatif. Par contre on remarque que ces matériaux se rompent sans aucun pic de contrainte du moins pas assez important.

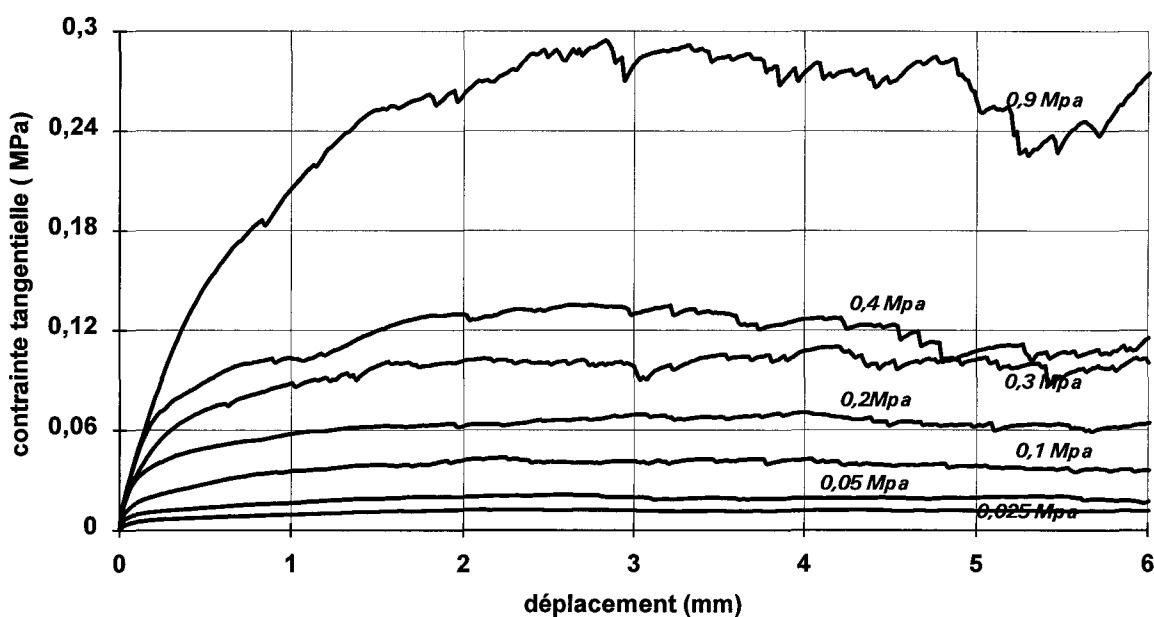


Fig. IV-17 : courbes contrainte-déformation moyennes

Les différentes courbes des coefficients de variations (fig. IV-18) montrent que les fluctuations sont très peu sensibles en moyenne à la contrainte normale dans la gamme appliquée. Par contre, plus la contrainte est élevée plus les pics tardent à se manifester, une légère influence est donc à considérer en petite déformation.

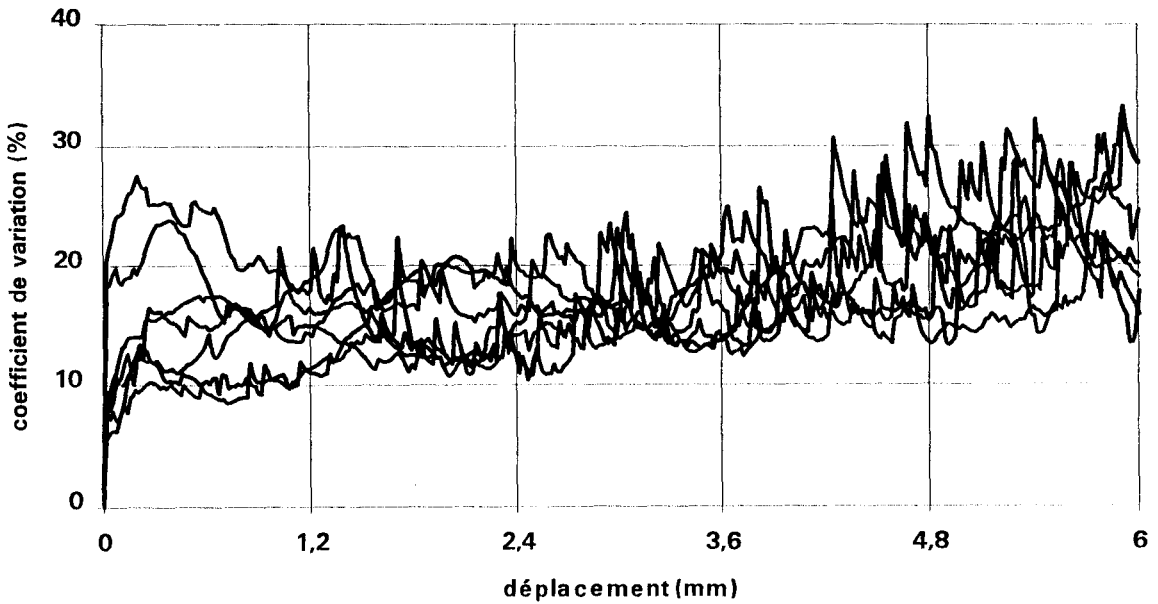


Fig. IV-18 : Coefficients de variation associés aux moyennes

La moyenne de trois essais triaxiaux simulés par Cundall (1988) sur des assemblages de sphères montres, également, l'importance des variations des caractéristiques contrainte-déformation d'échantillon à échantillon.

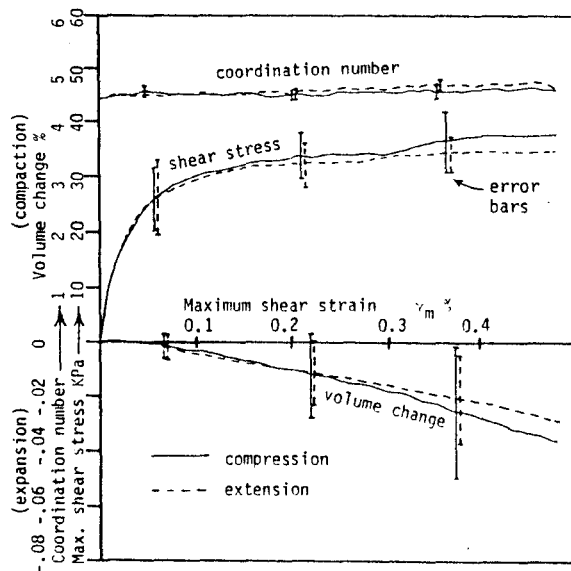


Fig. IV-19 : Essais triaxiaux simulés Cundall(1988)

Ces coefficients de variation sont récapitulés en valeur moyenne dans le tableau IV-3 :

σ_n (Mpa)	0,025	0,05	0,1	0,2	0,3	0,4	0,9
C.V.(%)moy	19,53	17,5	17,3	17,4	16,5	16,7	16,6

Tableau IV.3

Les courbes cumulées et les valeurs moyennes des coefficients de variations montrent qu'ils sont presque identiques.

IV.2.3 1 Dilatances moyennes

Les courbes de dilatance-déformation (fig. IV-20) ont été traitées par la même procédure statistique. Elles représentent les variations de volume associées aux courbes des moyennes contrainte- déformation.

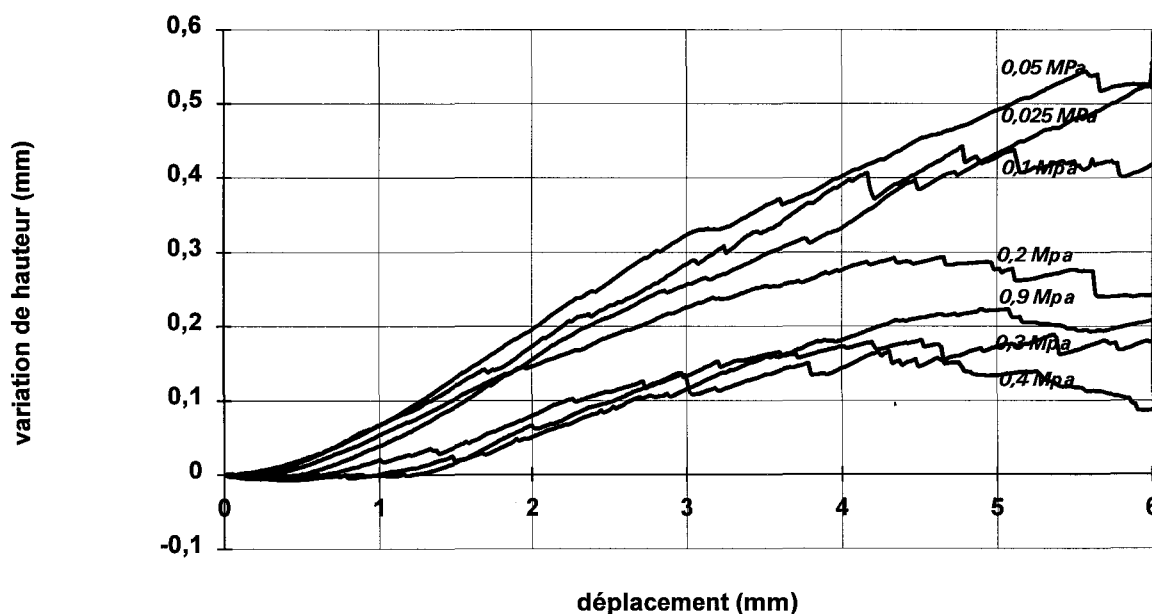


Fig. IV-20 : Dilatances associées aux moyennes

Les dilatances enregistrées montrent bien l'analogie du comportement mécanique des matériaux cylindriques de Schnebeeli avec les sables. Pour des contraintes très faibles (0,025 & 0,05 MPa) la variation de volume est toujours croissante. Par contre pour les autres valeurs on atteint un certain palier dont la valeur dépend de la contrainte appliquée.

IV.3 PARAMETRES MECANIQUES DU MILIEU

Généralement des modèles idéalisés sont utilisés pour simplifier l'expression de phénomènes très complexes. C'est le cas des matériaux analogiques de Schnebeeli utilisés dans la mécanique des matériaux granulaires. A partir des essais effectués et des moyennes associées, on a tenu à faire le point sur les différents paramètres du milieu étudié. Pour les matériaux granulaires sans cohésion les paramètres mécaniques associés sont relatifs au frottement. Il s'agit des différents angles de frottement qui déterminent la résistance au cisaillement.

Les diverses dénominations de ces angles sont liées au fait que la résistance mesurée va généralement dépendre de l'état physique (indice des vides, arrangements des grains...) où se trouve l'échantillon et des conditions de chargement (confinement, chemin de sollicitations...). A ces facteurs s'ajoutent les effets de tailles, de morphologie des grains et même de la composition granulométrique. Dans les différentes applications des sols ou autres, il est donc nécessaire de discerner, selon les besoins et les conditions d'essais, ces dénominations :

ϕ : défini au pic de la courbe contrainte-déformation

ϕ_{cv} : défini à l'état critique

ϕ_r : obtenu par Bishop par correction d'énergie (§ 1.2.3)

ϕ_μ : angle de frottement grain-grain

IV.3.1 Angle de frottement interne ϕ

Cet angle, défini au pic de contrainte est généralement considéré comme l'angle de frottement interne. Il est plus couramment utilisé en mécanique des sols, dans les problèmes de stabilité où l'on ne tolère pas de grande déformation. Il se détermine à partir des valeurs maximum en contrainte des courbes contrainte-déformation. Il n'est pas proprement dit, un paramètre intrinsèque du matériau mais il permet de prendre en compte les effets imputables à la dilatance entre autres.

A partir des séries d'essais effectués les valeurs des contraintes maximum se déterminent aisément, en dépit des fluctuations que l'on engistre sur chaque essai (tableau IV.4). La conséquence directe de ces fluctuations est que les valeurs maximum de contrainte s'étalent sur une large plage de déformation dans une série donnée d'essais. Les valeurs mesurées donnent néanmoins, une approche de l'angle de frottement interne.

essais	ϕ_{0025}	ϕ_{005}	ϕ_{01}	ϕ_{02}	ϕ_{03}	ϕ_{04}	ϕ_{09}
1	30.05	28.88	28.8	20.66	24.2	25.89	25.03
2	34.13	32.6	23.31	19.59	22.46	20.89	20.31
3	34.6	28.39	26.71	18.72	22.2	22.13	18.38
4	32.41	31.06	23.05	25.94	24.09	24.64	19.61
5	30.77	26.23	27.28	20.79	23.91	24.23	22.03
6	25.9	28.92	26.59	23.11	22.22	17.54	20.09
7	24.52	30.97	30.43	22.34	21.24	24.58	19.93
8	33.39	26.46	28.14	21.20	22.17	19.8	18.85
9	30.09	25.72	27.21	26.13	20.77	20.39	20.57
10	32.68	29.82	28.5	23.38	24.75	20.8	22.37
11	29.74	26.03	27.27	23.49	25.72	23.34	23.04
12	28.63	29.71	29.22	22.62	22.86	24.32	15.30
ϕ_{moy}°	30.28	28.69	27.17	22.33	23.05	22.38	20.46
ectype	3.13	2.16	2.16	2.51	1.48	2.51	2.49
C.V %	10.28	7.54	7.96	11.24	6.30	11.21	12.18

Tableau IV.4

Ce tableau montre d'une part, que la valeur moyenne de l'angle dépend de la contrainte normale appliquée. Le coefficient de variation est beaucoup plus faible ($\approx 10\%$) dans la détermination de ces caractéristiques maximum que le coefficient de variation général sur l'ensemble de la série ($\approx 17\%$). Les courbes contrainte-déformation ont donc tendance à joindre des valeurs au pic relativement peu différentes.

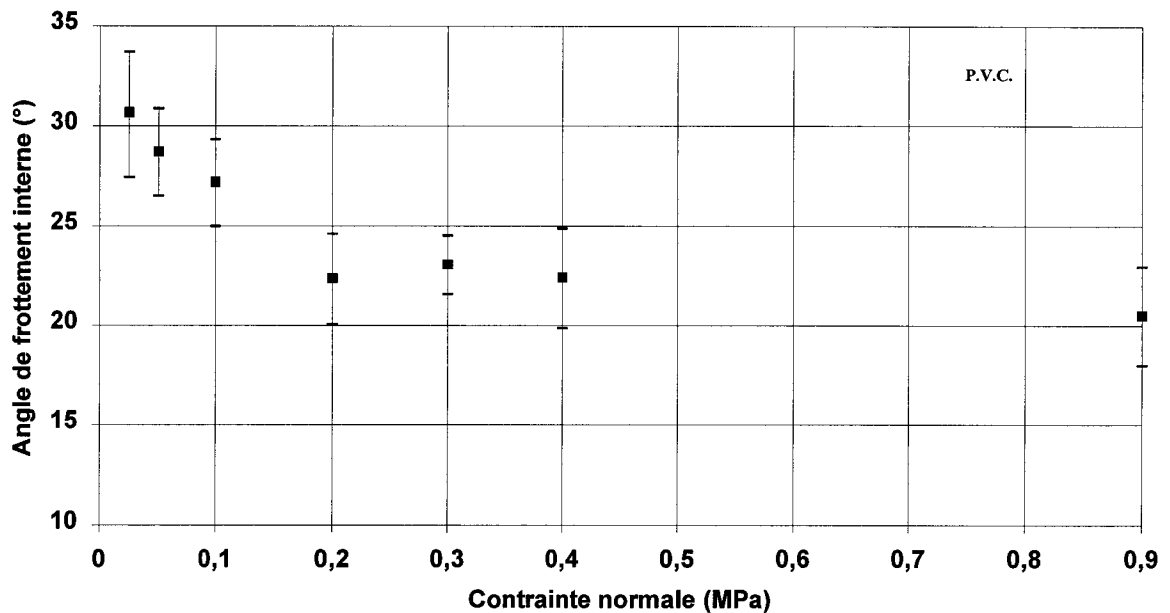


Fig. IV-21 : Frottement en de la contrainte appliquée

Cette figure met en évidence l'influence de la contrainte normale appliquée. Plus cette contrainte est faible plus l'angle de frottement interne est élevé. Mais il faut relativiser ces valeurs à la dilatance qui est assez élevée pour des faibles niveaux de contrainte. Ce qu'exprime Bishop (1950) en introduisant l'angle ϕ_r à partir de bilan d'énergie et Rowe (1962) à partir de la loi contrainte-dilatance. L'angle décroît au fur et à mesure que l'on fait croître la contrainte normale. Il semble, cependant se stabiliser sur un palier à partir de la contrainte normale de 0,9 MPa (Fig IV.21).

IV.3.2 Angle de frottement à l'état critique ϕ_{cv}

Cet angle est défini quand la variation de volume est nulle. La détermination de cet angle a pu être effectuée grâce à l'observation des courbes moyennes de dilatance. Les valeurs ont été en effet mesurées dès que les courbes de dilatance se stabilisent sur un palier sans variation de volume. Ce qui a été le cas pour des contraintes normales appliquées, supérieures ou égales à 0,1 MPa. Quoique nous avons également considéré que un certain palier aussi pour la contrainte normale de 0,05 MPa (fig. IV.20)

Contrainte tangentielle (MPa)

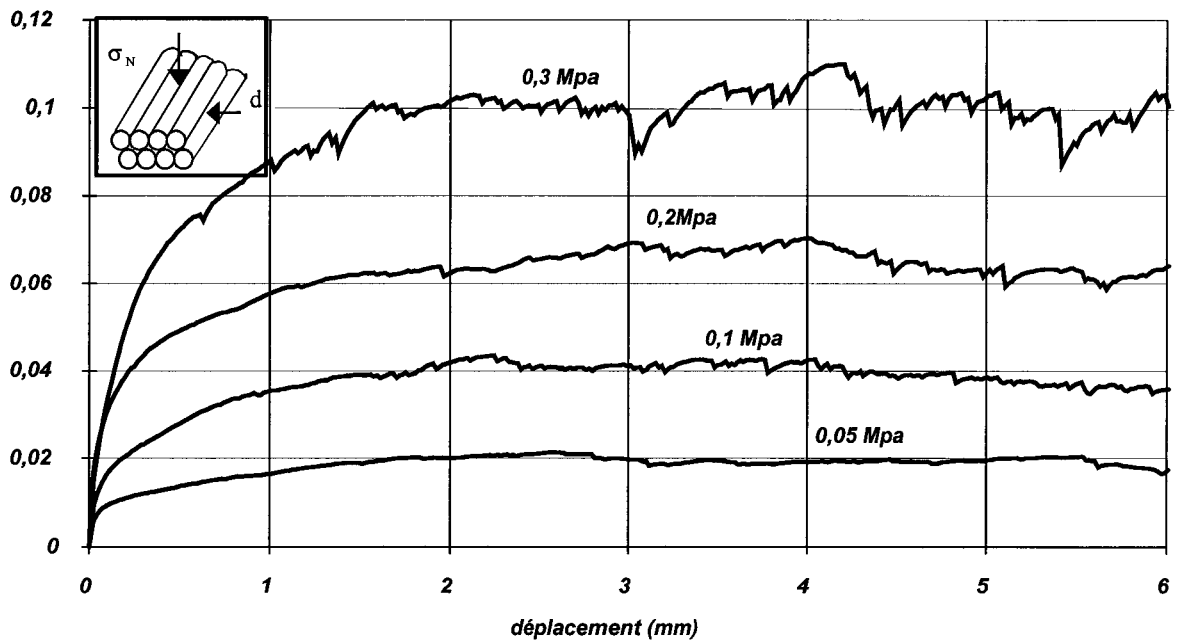


Fig. IV-19 : Courbes contrainte- déformation

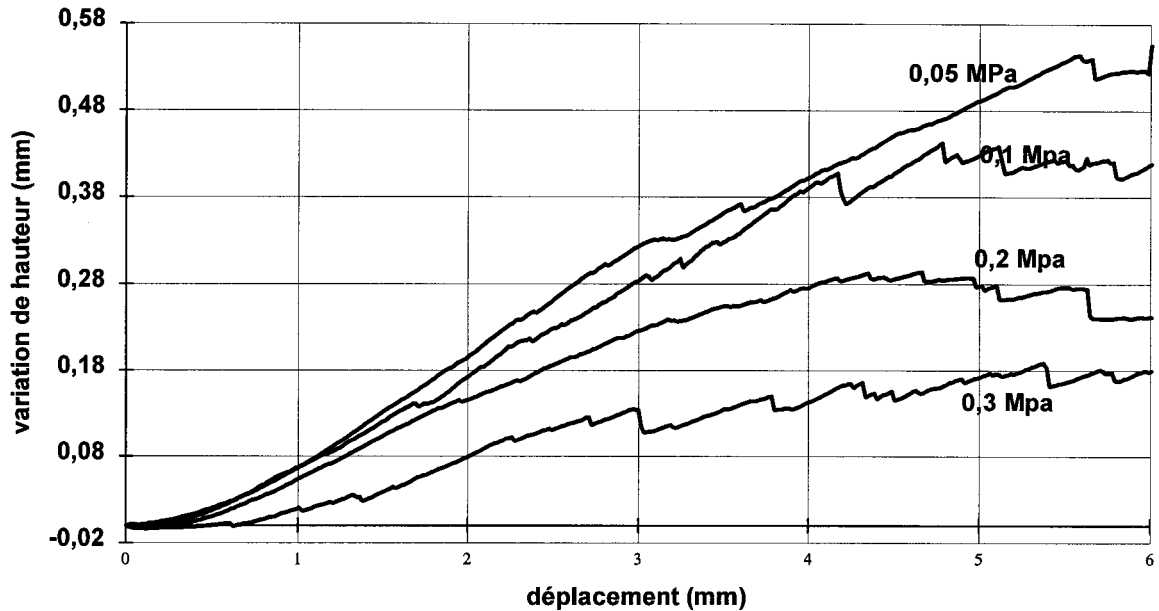


Fig. IV-20 : Dilatances associées

IV.3.4 Angle de frottement grain-grain ϕ_{μ} :

L'angle de frottement grain-grain est certainement le paramètre mécanique le plus déterminant dans la résistance au cisaillement. La détermination du frottement grain-grain, souvent délicate, et a fait l'objet de plusieurs techniques expérimentales (frottement d'un ensemble de grains sur une partie solide constituée de même matériau, inclinaison de grains empilés pour les faire glisser les uns sur les autres...). La dernière technique a été utilisée, les résultats sont un peu trop dispersés. La solution adoptée finalement a été donc de disposer les rouleaux cylindriques de 60 mm de long dans la cellule de manière à déplacer les rouleaux, les uns sur les autres dans le sens de leur génératrice (fig. IV.21). Par cette méthode on évite toute variation de volume, d'une part les glissements s'effectuent à tout niveau de contrainte. par contre l'inconvénient principale est que la méthode ne s'applique qu'à des grains de type cylindrique.

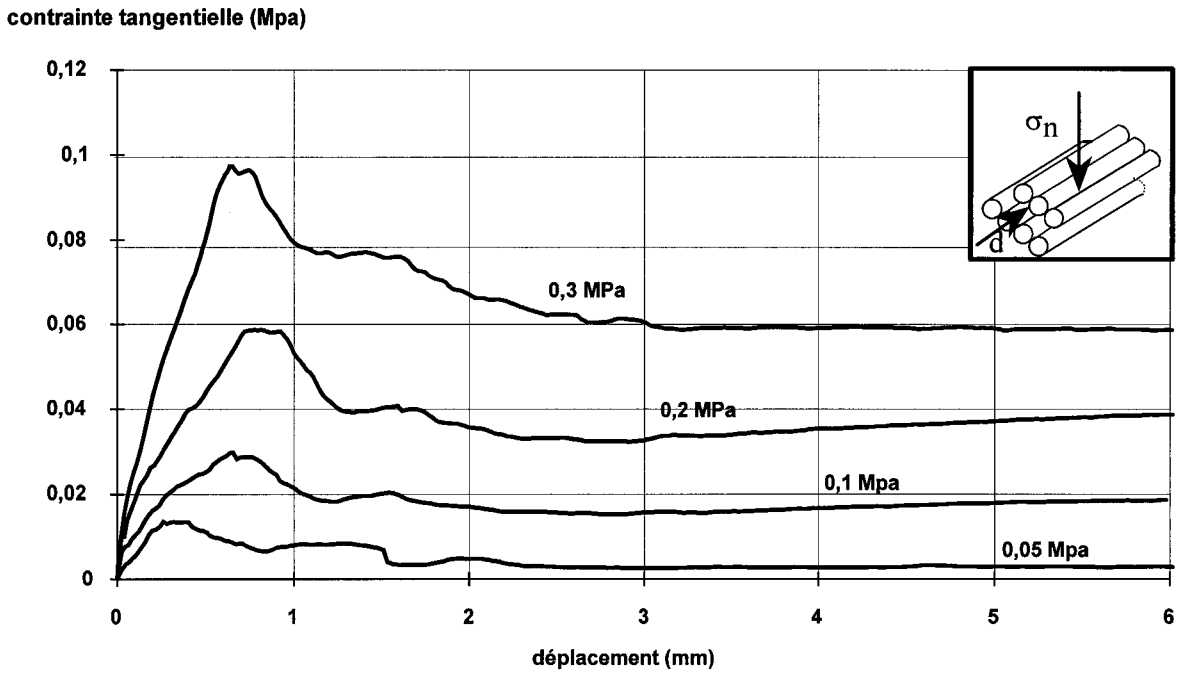


Fig. IV-21 : Angle de frottement grain-grain

Cette procédure met également en évidence un autre angle de frottement d'aspect cinématique qui diffère nettement de l'angle grain-grain statique. on obtient un angle $\phi_\mu = 18^\circ$

Cet ensemble de procédure a permis d'obtenir d'excellent résultats dans le cadre du GRECO géomatériaux

Ces différents angles, liés au fait que la résistance au cisaillement ne dépend pas seulement du frottement des particules solides mais aussi d'un certain nombre de facteurs liés soit à la nature morpho- physique des particules en présence, soit à la densité relative du milieu.

IV.3.5 Récapitulatif des différents angles

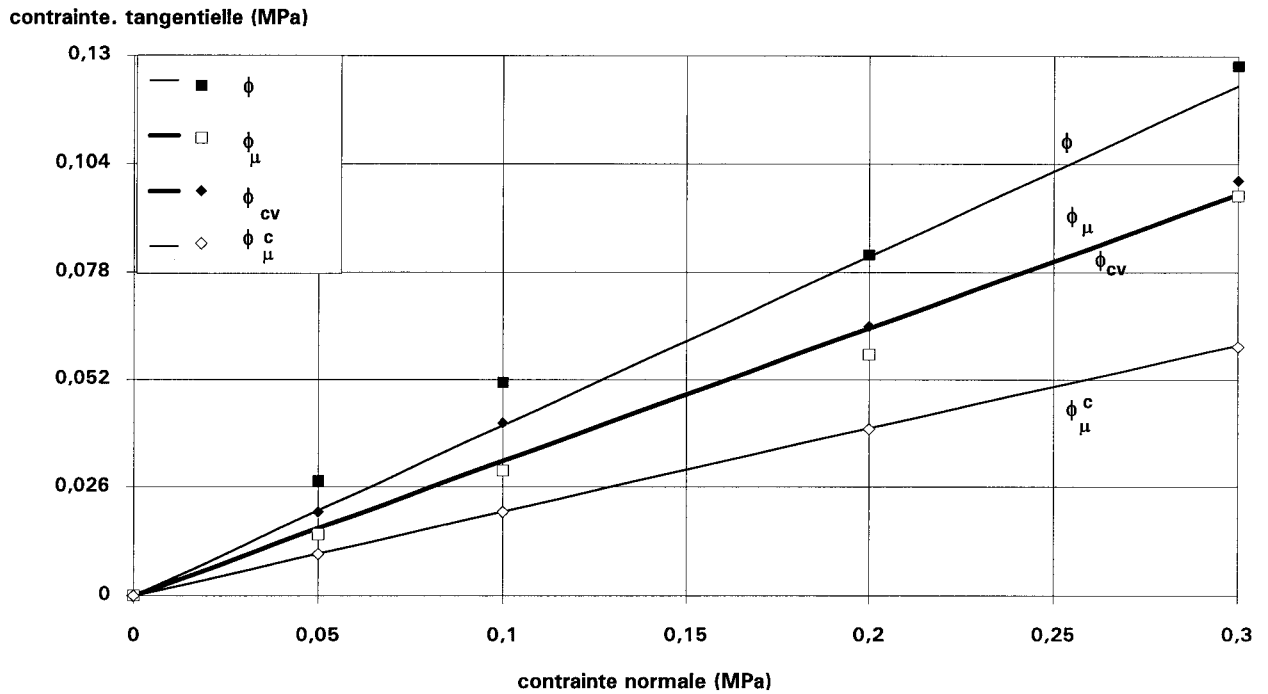


Fig. IV-22 : Angles de frottement

Les résultats obtenus sur les angles nous donnent :

$$\phi \approx 23^{\circ}$$

$$\phi_{\mu} \approx 18^{\circ} \text{ et la valeur cinématique } \phi_{\mu}^c \approx 11^{\circ}$$

$$\phi_{cv} \approx 18^{\circ}$$

Ce qui est assez cohérent par rapport aux différentes corrélations établies sur les angles qui caractérisent les matériaux granulaires

IV.3.5 Influence du frottement local sur le comportement global

Un certain nombre d'auteurs se sont intéressés effectivement aux relations qui existent entre les différents angles mesurés.

Bishop (1954) suggère, de manière approximative, pour des essais de compression triaxiale, une relation entre ϕ_{cv} et ϕ_{μ} :

$$\sin \phi_{cv} = \frac{15 \tan \phi_{\mu}}{10 + 3 \tan \phi_{\mu}}$$

Horne(1969) propose de manière théorique une relation qui s'adapte mieux à beaucoup de cas expérimentaux. Cette relation, qui introduit un facteur d'anisotropie est assez complexe dans sa forme.

Beaucoup d'autres relations sont données dans la littérature (Ochia,1983).

$$\sin \phi_{cv} = \frac{2 \sin \phi_{\mu}}{1 + \sin \phi_{\mu}}$$

Pour étudier l'influence du frottement local sur le comportement global, un certain nombre de matériau de type Schnebeeli a été testé à la boîte de cisaillement suivant les méthodes précédemment décrites. Les caractéristiques mécaniques mesurées sont assez conformes aux mêmes essais effectués sur biaxial effectués dans notre laboratoire.

Une comparaison a été effectuée, dans le cadre du GRECO-GEOMATERIAUX, des résultats expérimentaux avec ceux obtenus par simulation numérique à l'Ecole Centrale de Lyon. On a étudié quatre types de rouleaux :

- rouleaux en PVC,
- rouleaux en Duralumin (Ecole Centrale de Paris),
- rouleaux en Laiton,
- rouleaux en PVC roulés dans le sable d'HOSTUN (plus grande rugosité).

Pour chacun de ces matériaux, plusieurs essais à la boîte de cisaillement ont été réalisés. Comme dans tous les essais sur rouleaux réalisés jusqu'alors, il y a apparition sur les courbes "contrainte -déformation" de fluctuations ce qui rend difficile la détermination des angles de frottement interne. Face à ce problème, on a été amené à utiliser le programme informatique qui conduit au calcul des courbes moyennes. On a également déterminé l'angle de frottement local (ψ) pour les divers matériaux.

Le tableau IV-5 résume les résultats obtenus. La première constatation est que les résultats concernant les valeurs de l'angle de frottement interne au palier déterminées par la boîte de CASAGRANDE sont légèrement différentes de

celles mesurées à l'appareil triaxial. En ce qui concerne les essais filmés, on a constaté que tout mouvement relatif important d'un rouleau par rapport à un autre, induit un désenchevêtrement de l'ensemble, au plan de cisaillement. En fait, la modification géométrique de l'ensemble des rouleaux au plan de rupture, au cours du cisaillement, provoque une redistribution des forces de contact dans les assemblages adjacents. Ainsi, les rouleaux initialement stables subissent des déplacements dus à cette modification. On peut finalement penser que le cheminement des perturbations au plan de cisaillement est influencé par l'état de surface des rouleaux d'une part et par l'orientation du champ des forces intergranulaires lors du cisaillement d'autre part. Ces perturbations peuvent être associées à un important frottement interparticulaire mais aussi à des instabilités liées au mouvement de quelques grains en état instable géométriquement.

		Appareil triaxial		Boite de Casagrande
Matériau	ψ	ϕ_{pp} (moyen)	ϕ_{pic} (moyen)	ϕ_{pp} (moyen)
duralamin	11	20	23	18,9
P.V.C	18	25	25	18
Laiton	23	22,5	25,5	20,5
P.V.C + sable	30	25,6	27	21

Tableau IV-5

Notons que l'angle de frottement local est assimilé à ϕ_{μ} et que ϕ_{pp} est l'angle au palier nommé par Biarez pour symboliser la plasticité parfaite. Les Résultats obtenus dans le cadre du GRECO par simulation numérique (fig. IV-23) concordent assez bien avec nos expériences. .

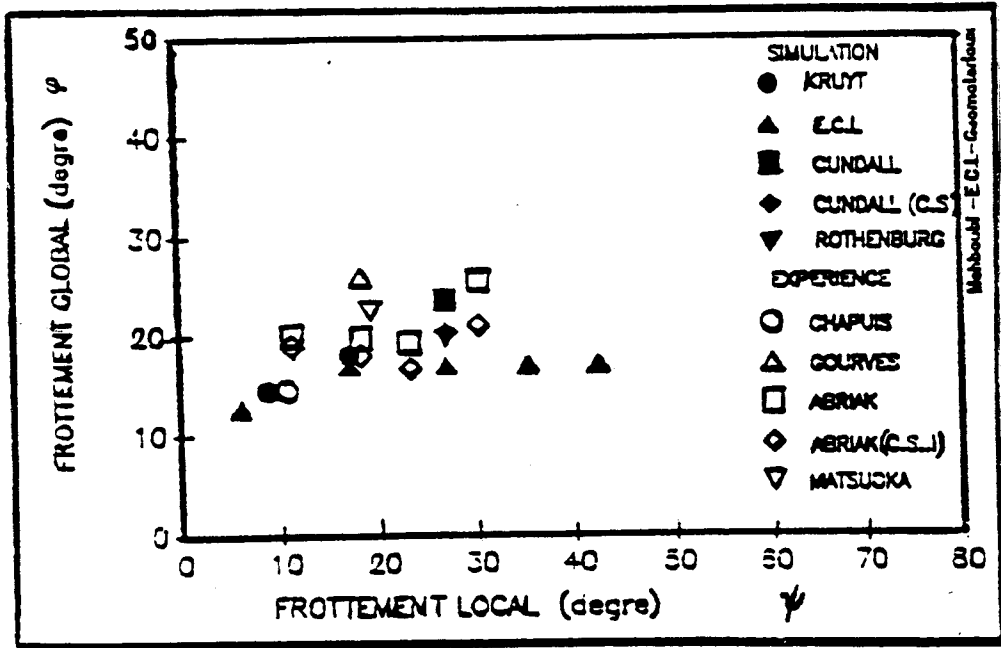


Fig. IV-23 : Comparaison de différents angles au palier
(Abiak & Mahboubi, 1992)

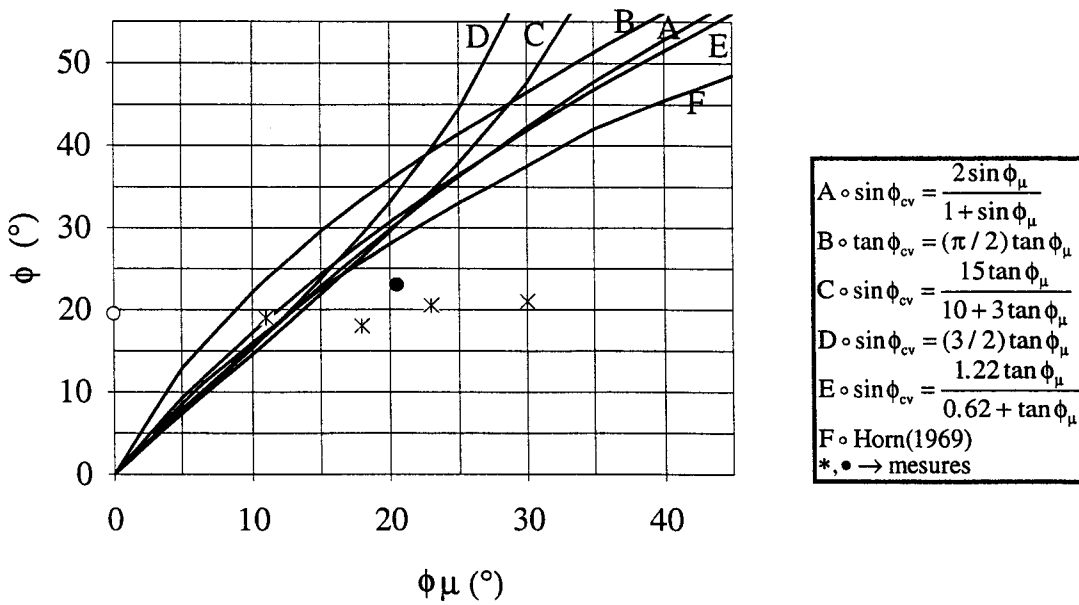


Fig. IV-24 : Relations entre ϕ_{cv} et ϕ_{μ}



Les valeurs moyennes des angles de frottement que nous avons mesurés sont en dessous des différentes corrélations proposées. Mais elles se rapprochent plus à la relation établie par Horn (fig. IV-24).

CONCLUSION

Pour un chemin de sollicitation donnée, la détermination des paramètres rhéologiques reste soumise à un certain nombre de facteurs aléatoires. Ces facteurs, pour les matériaux granulaires, sont liés à la structure interne qui diffère d'un échantillon à un autre. Selon les techniques d'observations quantitatives mises au point, il apparaît que le comportement global, déterminé par les courbes contrainte-déformation, dépend des arrangements intergranulaires et les fluctuations à l'échelle globale dépendent de la fréquence des réarrangements intergranulaires. La technique de moyennage a été utilisée pour homogénéiser les caractéristiques à la dispersion de ces matériaux granulaires, ce qui donne certainement des valeurs relativement plus faibles que celles établies dans la littérature.

CHAPITRE V

**MATERIAUX GRANULAIRES ENSILES
EFFETS DE CISAILLEMENT**

L'écoulement des matériaux granulaires ensilés évoque certaines caractéristiques liées à des mécanismes de cisaillement. Les propriétés d'équilibre et d'écoulement sont généralement déterminées par référence aux problèmes de déformation et de rupture des sols (frottement interne, frottement à la paroi...). Même si parfois il arrive que l'on assimile leur comportement dynamique à la vidange à celui d'un fluide visqueux.

Au delà de ces approches bien connues et couramment utilisées dans le premier cas (théorie de Janssen 1875) ce chapitre se rapporte plus à la cinématique des écoulements par les techniques d'analyse d'images que nous avons adaptées. Il s'agit de comprendre le schéma suivant lequel les zones d'écoulement (en masse, en cheminée...) et de cisaillement se développent par rapport à des conditions géométriques variables de stockage.

V.I - APPROCHES HYDRODYNAMIQUES

La théorie de l'écoulement des matériaux granulaires en terme de fluide n'a pas la même dimension que l'approche théorique du comportement de ces matériaux s'apparentant à la mécanique des sols. Cependant les modèles élaborés dans ce contexte (Haff 1983, Weisse 1991) prennent systématiquement en compte le caractère dynamique des écoulements des matériaux granulaires à partir des lois de conservation de la mécanique des fluides, combinées à certains aspects microscopiques fluctuants (échelle des grains) des milieux granulaires.

V.1.1 - Conservation de la masse

Les matériaux ensilés dans les cas les plus simples, sont composés d'air et de solides. L'écoulement de ces mélanges polyphasiques peut être assimilé à celui

des fluides moyennant un réajustement de certaines grandeurs physiques liées à la nature du mélange.

Si on suppose une vitesse d'écoulement u , l'équation de conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0$$

ρ : masse volumique

Pour des mélanges polyphasiques cette masse volumique doit tenir compte des différentes phases existantes, tout au moins des interstices engendrés par la juxtaposition des grains. C'est ainsi que Haff (1983) définit une relation entre ρ et la séparation moyenne (s) de deux grains voisins:

$$\rho = \frac{m}{(s+d)^3}$$

d : diamètre des grains

m : masse des grains

Lorsque s tend vers 0, sans pour autant être nulle, la relation ci-dessus devient :

$$\rho = \frac{m}{d^3} \quad s \ll d$$

V.1.2 - Conservation de la quantité de mouvement

Si la même force volumique s'exerce sur tous les constituants, cette équation serait identique à l'équation du mouvement d'un fluide homogène de NAVIER-STOKES :

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left[p \delta_{ik} + \rho u_i u_k - \eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) \right] + \rho g_i$$

$p(x,t)$ est la pression

g est la composante de l'accélération de la pesanteur

η est le coefficient de viscosité cinématique qui joue ici un rôle plus important qu'en mécanique des fluides.

Haff (1983) suppose que η et tous les autres coefficients similaires dépendent de l'énergie de l'écoulement.

V.1.3- Conservation de l'énergie

Les équations de conservation de l'énergie sont également issues de la mécanique des fluides avec des spécificités liées aux mélanges de différents constituants.

La dissipation d'énergie est due à la viscosité et à l'inélasticité des collisions grain-grain. Les interactions des particules ensilées sur les parois du silo engendrent aussi des pertes d'énergie d'autant plus importantes que leur rugosité est élevée.

Le milieu étant animé d'une certaine fluctuation, si on prend v comme vitesse de fluctuation, associée à la vitesse d'écoulement u , l'équation de conservation d'énergie est donnée par :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho u^2 + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left[\rho u_k \left(p + \frac{1}{2} \rho u^2 + \frac{1}{2} \rho v^2 \right) \right] - u_i \eta \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right) + \rho u_i g_i - I$$

η : coefficient de viscosité du matériau

I : taux de perte d'énergie due aux chocs inélastiques des grains

k : coefficient de conductivité thermique

Le coefficient de viscosité du matériau est donné par la contrainte de cisaillement τ entre deux couches de grains :

$$\tau = qd^2 \rho \frac{v}{s} \frac{du}{dy}$$

$$\tau = \eta \frac{du}{dy}$$

$$\Rightarrow \quad \eta = qd^2 \rho \frac{v}{s}$$

avec q constante adimensionnelle.

L'énergie perdue par les collisions interparticulaires peut se mettre sous la forme :

$$I = \gamma \rho \frac{v^3}{s}$$

où γ est un facteur adimensionnel égal à 0 pour des chocs parfaitement élastiques et 1 pour des chocs parfaitement inélastiques.

Le coefficient de diffusion thermique défini est de type classique :

$$k = rd^2 \frac{v}{s}$$

r : constante sans dimension.

Dans cette partie, on remarque que l'écoulement des matériaux granulaires est régi par des équations semblables à celles de la mécanique des fluides. La prise en compte d'une composante de fluctuation de la vitesse d'écoulement permet de prendre en considération le caractère aléatoire des paramètres qui régissent le processus de la vidange. De plus, les constantes adimensionnelles introduites à partir des équations d'échange d'énergie déterminent la nature du matériau.

Weisse (1991) en simulant ces équations sur des bases d'essais d'écoulement en trémie montrent que ces équations sont en première approximation assez satisfaisantes. Mais il conclut que cette simulation s'adapte plutôt bien aux matériaux à gradient de pression et au taux de cisaillement élevés ; ce qui est en accord avec Haff. De plus la structure formée d'empilement aléatoire de grains manifestent souvent certains comportements locaux qui ne peuvent être pris en considération par la nature déterministe et les hypothèses simplificatrices des lois générales. La prise en compte de ces discontinuités est un problème majeur, néanmoins certaines tendances se développent par des approches probabilistes afin de mieux homogénéiser la dispersion des caractéristiques mécaniques et physiques.

V.2 - APPROCHE CINEMATIQUE

Pour comprendre cette approche cinématique il faut se pencher sur la structure même des matériaux granulaires ensilés. Le caractère aléatoire de leur empilement engendre des propriétés qui peuvent être localement différentes. La conséquence est qu'on a une dispersion des caractéristiques physiques et mécaniques que l'on essaie de prendre en compte par des lois de la statistique, en vue de mieux les homogénéiser.

L'approche cinématique considère que le champ de vitesse dans le matériau granulaire en écoulement ne dépend pas de l'état de contrainte mais résulte d'effets cinématiques déclenchés par les vides que l'on engendre en ouvrant l'orifice de la vidange. La propagation des vides est régie par un processus stochastique que Litwinişzyn (1956) a mis en équations. La théorie de Litwinişzyn est reprise et développée par Nedderman et Tuzun (1978). En considérant trois particules dans deux couches différentes, ils montrent que le passage d'une particule d'une couche à l'autre répondent à l'équation classique de la diffusion à caractère déterministe. L'hypothèse de base est que la particule dans la couche supérieure, a tendance à prendre la place de la particule animée de la plus grande vitesse entre les particules qui l'avoisinent dans la couche inférieure.

Les différentes approches pour l'étude des matériaux granulaires ensilés restent souvent approximatives. Même si certaines reviennent à des formulations classiques, elles tentent néanmoins, de tenir compte, des réalités expérimentales qui recèlent des aspects encore "voilés".

V.3 - EXPERIENCES SUR SILO MODULABLE

Pour traduire de façon plus précise les mécanismes et phénomènes qui se manifestent à l'échelle des grains lors du processus de la vidange de matériaux granulaires un ensemble de dispositif a été mis au point pour évaluer les facteurs internes et l'influence des conditions de stockage. Le but de nos expériences est l'étude des phénomènes de localisation de la déformation en bandes de cisaillement dans les différentes zones d'écoulement durant la vidange d'un silo.

V.3.1 - Dispositif expérimental

Le dispositif (photo 1) est composé d'un silo bidimensionnel et de deux caméras. Le silo utilisé a été conçu de manière à être modulable. Par cette caractéristique principale, on a pu s'intéresser aux quelques aspects de l'ossature du silo sur les modes d'écoulement qu'elle impose.

L'une des caméras vidéo est fixe et permet de se focaliser sur le schéma global de l'écoulement. Par contre l'autre est mobile et nous donne la possibilité de nous orienter sur des régions qui présentent plus d'intérêts. Ainsi les mécanismes qui se déroulent à l'échelle des grains peuvent être pris en considération. Pour comprendre "la logique" de la localisation de la déformation dans les silos des possibilités d'études locale et globale sont ainsi données.

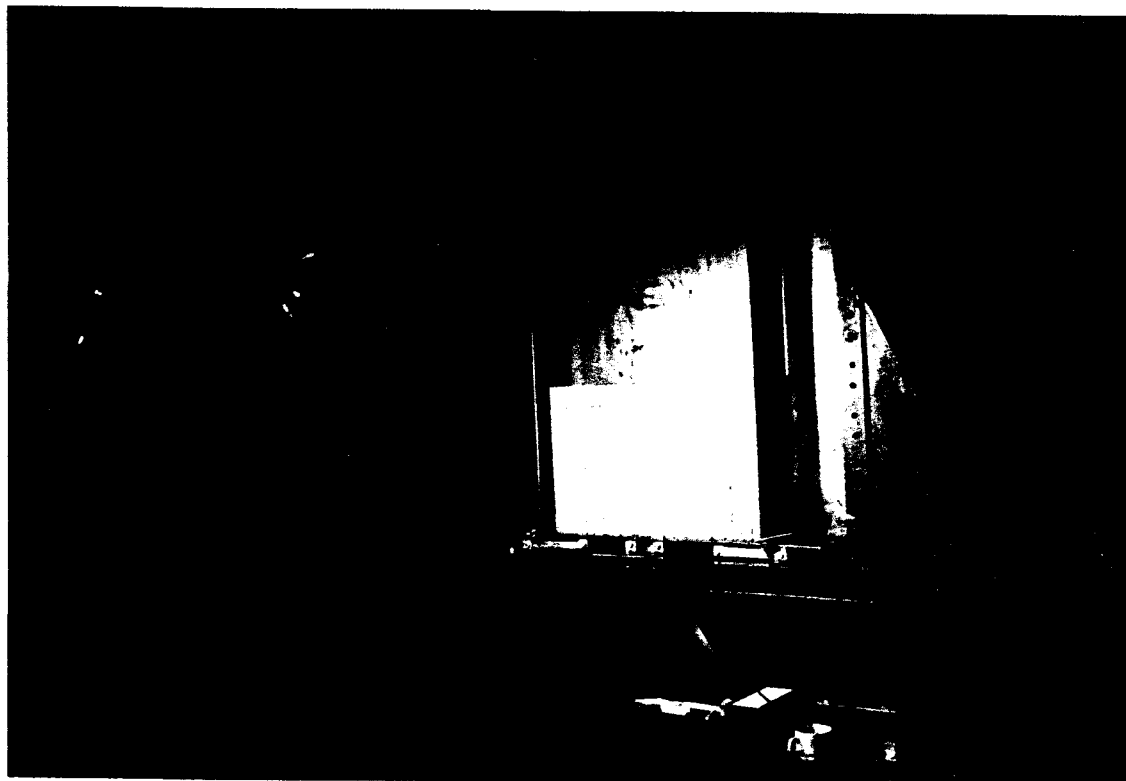


Photo 1 : *Vue d'ensemble du dispositif*

V.3.2 - Réalisation d'un silo modulaire

Pour élargir le champ de recherche sur les différents facteurs et conditions aux limites qui conditionnent l'écoulement des matériaux granulaires ensilés nous avons réalisé un silo de caractéristiques géométriques variables.

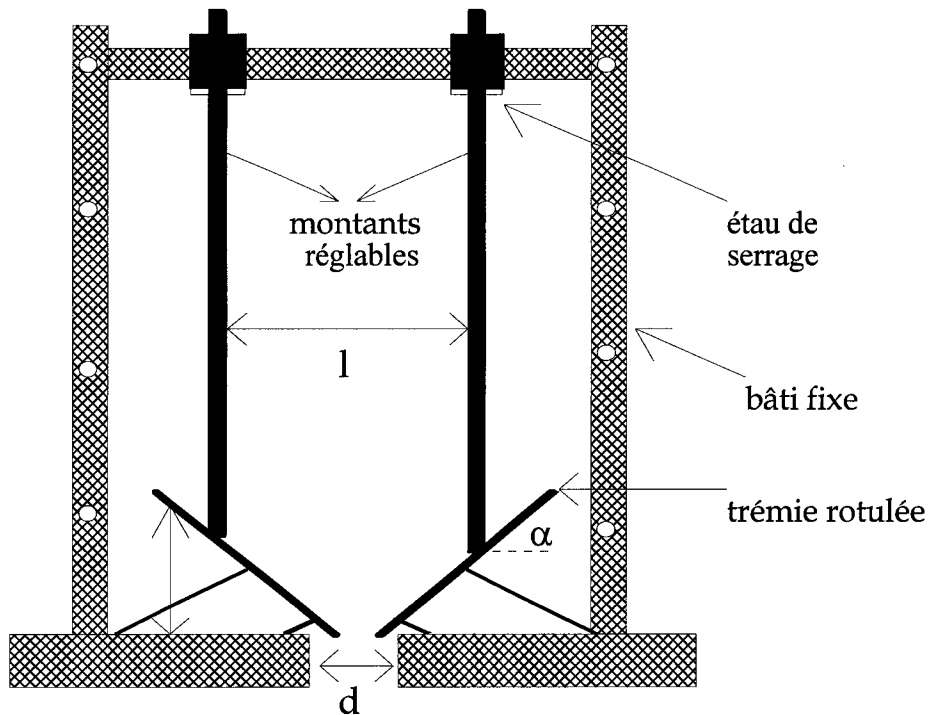


Fig. V.I : Silo modulaire

- La trémie :

La caractéristique essentielle dont doit disposer la trémie est de pouvoir s'incliner d'un angle variable. Nous avons donc choisi la solution technique de la rotation par rapport à un axe.

Par ailleurs, pour assurer une bonne rigidité à l'ensemble, nous avons disposé de raidisseurs pour éviter un affaissement de l'angle sous le poids propre des rouleaux et des tôles constituant la trémie.

En réduisant la distance "1" la tôle se redresse et l'angle d'inclinaison peut atteindre 90° si les trois articulations et les largeurs sont bien calculées.

En adoptant un système vis-écrou, l'ensemble, bien serré, devient ainsi parfaitement statique, et il n'y a pas de risque d'affaissement pour un angle pouvant varier de 0 à 90°. En pratique cet angle ne dépasse jamais 60°. Le problème physique que pose ce type de solution est que la largeur du silo diminue lorsque l'angle augmente.

Ceci pose des problèmes lorsque l'on atteint de grands angles (à q égal à 60°, la largeur est la moitié de la largeur à q égal à 0°). Pour pallier à cet inconvénient, on a disposé d'un jeu de plusieurs tôles lisses fixées sur la trémie. Ainsi, en utilisant judicieusement les tôles, on peut, quelle que soit la valeur de q , ne pas descendre en dessous d'une certaine largeur.

Cette solution générale pour le silo résoud un autre problème qui est celui de la largeur de l'ouverture.

- Les montants :

Les montants, qui constituent le corps du silo doivent présenter une caractéristique : être mobiles pour disposer de plusieurs largeurs de silo.

Etant donnée la variabilité de la trémie avec laquelle les montants doivent créer une liaison, la seule solution possible est l'appui simple. Les montants reposent donc par leur propre poids sur les tôles de la trémie. Ces montants sont réalisés en tôle de mm d'épaisseur pour limiter la flexion et sont encastrés en haut par un étau spécialement créé lors de notre travail.

- L'étau :

L'étau est constitué de deux pièces en acier qui viennent serrer la tôle par quatre vis de diamètre 8 mm. Cette solution permet aux montants de coulisser en hauteur dans l'étau, puis d'être encastrés à leur extrémité. L'étau peut glisser dans une rainure du bâti pour faire varier la largeur du silo.

- *La trappe* :

La trappe est constituée d'une tôle percée qui vient glisser par l'intermédiaire de deux alésages oblongs sous l'ouverture du silo. Elle se déplace suivant la perpendiculaire à la génératrice des rouleaux pour venir "trancher" le flux des rouleaux lors d'écoulement intermittents.

Cette construction simple, en éléments mecano-soudés présente l'avantage d'être facilement maniable, pour un coût de construction minimum. Un silo réalisé suivant ces critères décrit une géométrie variable, et est par conséquent, susceptible de permettre des essais de différents types.

V.4 L'EXPERIMENTATION

Les essais menés dans ce travail se sont exclusivement portés sur des matériaux granulaires analogiques de Schnebeeli (rouleaux en P.V.C.) que l'on peut empiler dans le silo de façon à pouvoir observer et suivre l'évolution de la déformation (plane) au cours de la vidange. L'ensemble des essais sur des empilements à une seule taille ou à distribution de tailles, a été ainsi filmé et analysé par les techniques de traitement d'images.

V.4.1 - Rupture en déformation quasi statique

Au fur et à mesure que l'on empile le silo les rouleaux ils se densifient sur leur propre poids. A la fin du remplissage, le matériau ensilé se trouve dans un état de contrainte actif, équilibré par les parois qui sont alors soumises à des forces de poussée des grains. En raison de cette poussée, il arrive que l'ossature cède, provoquant ainsi une rupture du milieu. L'étude de ce type de rupture a été abordée de manière à comprendre la localisation de la déformation à une échelle

déjà plus grande que celle des échantillons (Fig V-2). Dans cette figure une des parois a cédé et l'on constate l'apparition une ligne très nette de rupture.

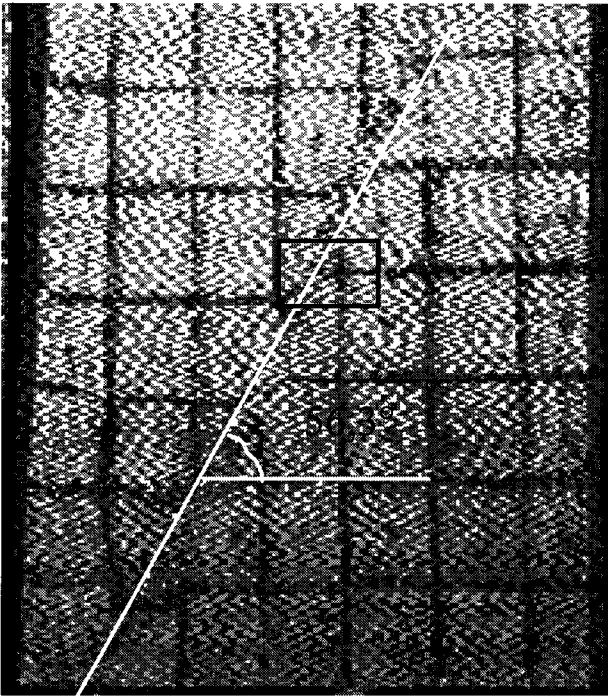


Fig V-2 : Ligne de rupture globale

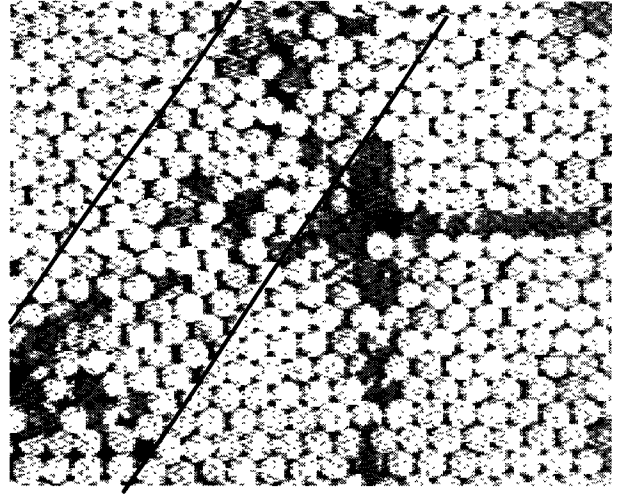


Fig. V-3 : Aspect local de la zone de rupture

Les mesures de l'orientation globale de ce type de rupture sur le massif granulaire (fig. V-2) nous donnent une valeur moyenne de l'orientation par rapport à l'axe de la contrainte principale mineure de l'ordre de 56° . En égalant cette valeur à l'orientation donnée par l'orientation de Coulomb (cf. § I.3.1) on a :

$$56^\circ = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$$

On en déduit que l'angle de frottement interne ϕ vaut 22° , qui sensiblement égal à l'angle de frottement interne déterminé statistiquement à la boîte de cisaillement (cf. § IV.3.1).

Par ailleurs en faisant un agrandissement de la partie centrale de la ligne de rupture (fig V-2) on constate que cette ligne apparaît plutôt comme une zone ou une bande de cisaillement dont la largeur de l'ordre de 6 à 10 fois le diamètre d'un grain.

V.4.2 - Rupture dans le silo en vidange

Les expériences qui vont suivre sont relatives aux problèmes de cisaillement dans le processus de la vidange d'un silo lors de sa mise en charge. Les différents mécanismes sont étudiés soit par l'observation globale de l'écoulement, soit par une approche locale en se focalisant sur les aspects microscopiques de certaines zones de l'écoulement.

V.4.2.1 - Initialisation de l'écoulement

Dès la mise en charge du silo l'écoulement prend assez vite un caractère dynamique. Mais il existe un court instant où s'effectue le passage critique ("Switch") de l'état statique de stockage à l'état dynamique d'écoulement avec les conséquences de suppression de contrainte aux parois qui y découlent.

La fréquence des prises de vue de la caméra utilisée pour filmer les essais est de vingt quatre images par seconde ; images que l'on peut extraire une à une par la technique d'acquisition et de traitement d'images. Ceci permet d'analyser avec beaucoup plus de précision, un phénomène donné. C'est ainsi que nous avons porté un intérêt particulier au mécanisme initial de la déformation juste en début d'écoulement pour des empilements de grains de même diamètre.

Les images présentées (Fig.V-4) concernent les différentes étapes saisies lors de l'écoulement d'un empilement dense de rouleaux de diamètre $\varnothing = 6$ mm. Les caractéristiques du silo ont été fixées de la manière suivante : la largeur du silo

est de 300 mm, l'ouverture est de 60 mm et la hauteur d'empilement est de 400 mm.

- étape ❶ : la mise en charge du silo fait apparaître une zone triangulaire où les grains font tomber en chute libre ;

- étape ❷ : la zone initiale s'élargit de façon à dilater les grains de son voisinage pour acquérir une masse volumique optimale à l'écoulement ;

- étape ❸ : la zone s'élargissant intercepte des lignes croisées de rupture souvent observées en grandes déformations dans les essais de cisaillement classiques de laboratoire, ce qui entraîne des problèmes de surpression ;

- étape ❹ : dès que l'interception est effective, il se produit une déformation à fort taux de cisaillement le long d'une paroi fictive faisant un angle de $\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$ par rapport à la base du silo.;

- étape ❺ : le premier mécanisme se désactive pendant qu'un second mécanisme identique reprend de l'autre côté, suivant la même orientation ;

- étape ❻ : le même processus redémarre avec une plus grande zone de chute libre qui se matérialise sur l'image par la surface en losange ;

- étape ❼ : ce processus se répète jusqu'à ce que le matériau atteigne la surface plane au dessus de la trémie fictive ;

-étape ❸ : c'est seulement à la fin que l'écoulement va s'effectuer suivant l'angle de talus naturel que l'on observe quand la vidange se termine.

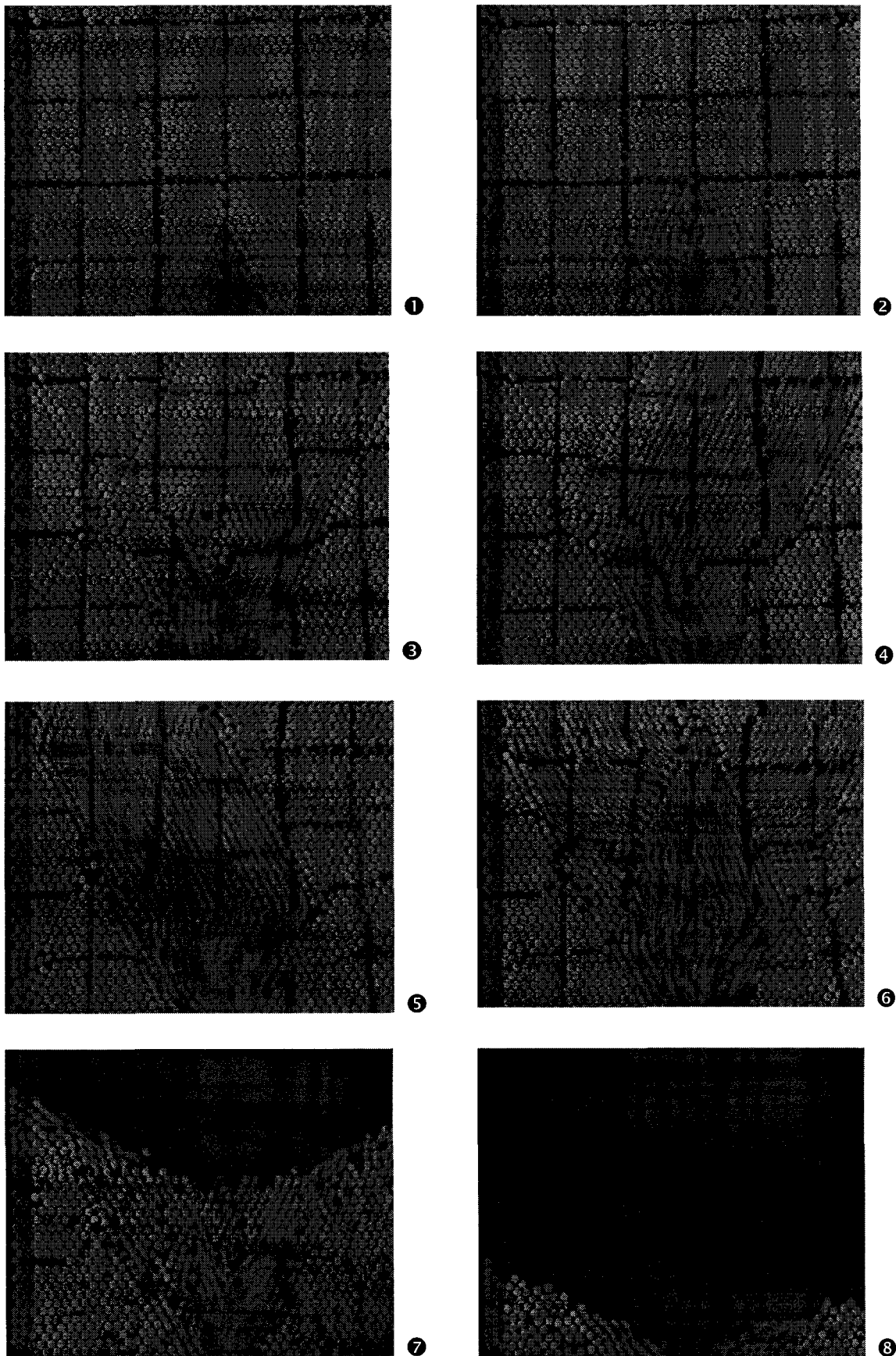


Fig. V-4 : Schéma initial de l'écoulement

V.4.2.2 Bandes de cisaillement en vidange

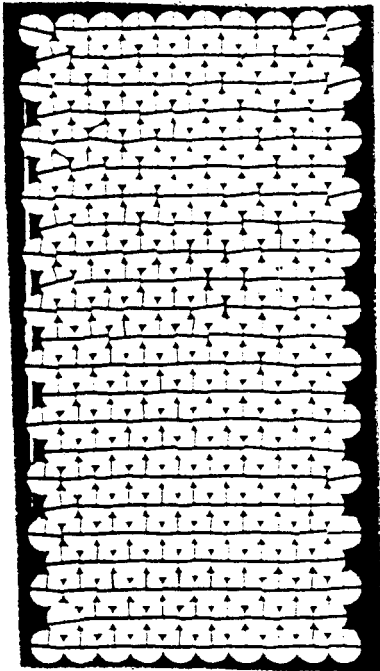
D'après les images prises en début d'écoulement (fig. V-4) il apparaît que la vidange peut être analysée en terme de mécanismes de cisaillement (Michalowski, 1990). Ces mécanismes se matérialisent par l'apparition de bandes de cisaillement alternées qui se développent autour de l'orifice de vidange de façon à alimenter la zone centrale d'écoulement. Ce mécanisme qui commence au bas du silo progresse vers le haut du silo de manière à créer, dans certains cas, une cheminée que Michalowski qualifie de bande de cisaillement de type impact. Il la distingue des bandes de cisaillement de type matériel observées dans les essais classiques de cisaillement aux laboratoires de la mécanique des sols.

Selon nos différentes observations, il apparaît que l'ensemble des écoulements sur les silos à fond plat s'effectue suivant le schéma de la figure V-4. Les mécanismes de cisaillement qui se développent, sont de nature à régulariser l'écoulement de la masse ensilée. Les bandes de cisaillement de type impact et de type matériel qui résultent de ces mécanismes sont des facteurs de régularité permettant à la masse de se dilater jusqu'à une densité optimale à l'écoulement.

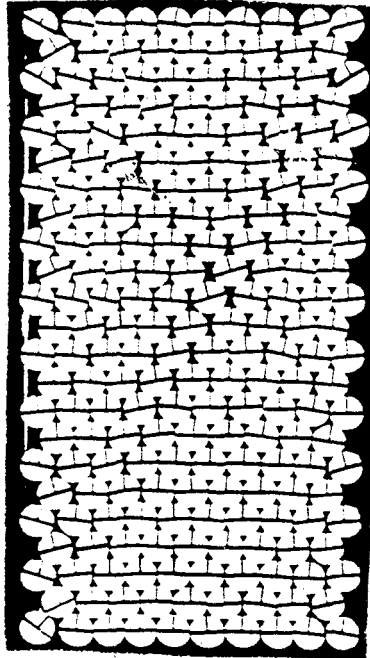
En effet, si le mécanisme de cisaillement de type impact ne s'effectue pas correctement il y a un flux important de grains provenant des glissements de type matériel ; ces grains peuvent alors s'agglomérer de façon à créer une voûte qui va stopper tout écoulement. Par contre, si c'est le mécanisme matériel qui a du mal à se dérouler on va alors déboucher sur un problème de formation de cheminée ; celle peut progresser sur une hauteur assez importante.

Par ailleurs on a fait une comparaison entre les mécanismes de cisaillement qui se développent au cours de la vidange et les phénomènes du même genre observés dans les essais classiques des laboratoires de la mécanique des sols. Bien que les vitesses de cisaillement soient différentes les conséquences engendrées par ces deux types de mécanismes sont identiques et résultent de la localisation des déformations en grand déplacement.

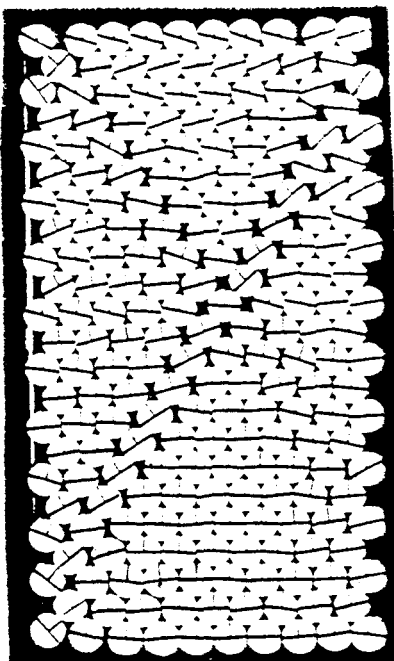
Ainsi les résultats obtenus sur la vidange des matériaux ensilés ont été rapprochés à des essais effectués au biaxial (Biarez & al, 1992) sur des matériaux granulaires analogiques de même nature. Dans les deux cas l'arrangement initial des rouleaux de même taille en place est triangulaire avec des parois rigides.



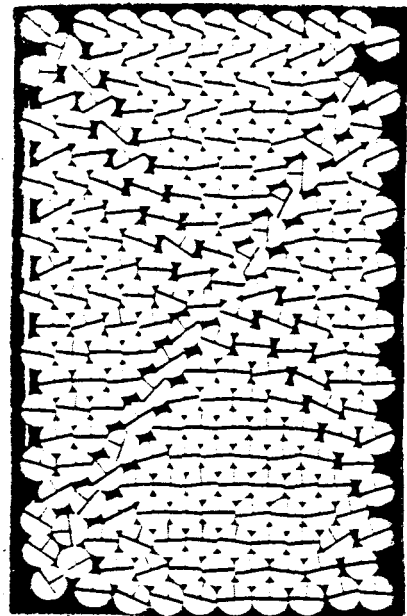
① mise en charge



② début de la localisation



③ propagation suivant une direction



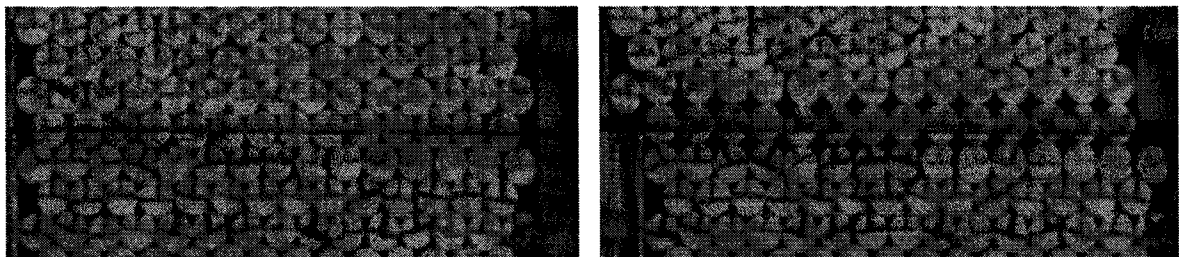
④ propagation suivant deux directions

Fig. V-5 : Localisation en grande déformation au Biaxial

(Biarez & al, 1992)

D'un point de vue cinématique, l'analyse du schéma de l'écoulement (fig.V-4) met en évidence, les effets de la localisation des grandes déformations tels qu'ils sont révélés au biaxial (Fig. V-5). Quand on se focalise sur le stade initial du processus de la vidange on voit généralement apparaître un ensemble de lignes obliques qui se croisent de façon à diviser la partie inférieure du silo en des blocs de grains qui vont glisser successivement dans la zone centrale de la vidange (zone de chute libre). Les plans frontières entre les blocs qui glissent sont parallèles à la trémie fictive créée par ces mécanismes. Ces plans sont donc orientés par rapport à l'axe de la contrainte principale mineure d'environ $\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$, plans où l'inclinaison des contraintes est maximale.

De point de vue physique, les effets de la dilatance sont également similaires à ceux obtenus au cours des essais biaxiaux et des essais de cisaillement direct (fig.V-6). Au cours de la vidange, les blocs constitués d'arrangements denses triangulaires, ne peuvent subir de grandes déformations sans augmentation de volume. On voit ainsi apparaître des lignes obliques et horizontales de rouleaux qui font servir de base de glissement avec des formations de lignes de vides de part et d'autre. On voit donc, qu'en dehors de la zone de chute libre, où les grains sont quasiment dissociés les uns des autres, que les vides se propagent dans le reste de la masse ensilée suivant des directions préférentielles, ce qui infirme l'idée de propagation aléatoire dans le processus de l'écoulement des matériaux granulaires ensilés



① état initial

② état dilaté

Fig. V-6 : Bande de déformation localisée

La mise en parallèle des mécanismes de cisaillement dans les essais de laboratoires et dans les vidanges gravitaires des matériaux granulaires sur modèles bidimensionnels montre bien qu'ils répondent à la phénoménologie. L'utilisation de la théorie de Janssen (1885) et des différents modèles élaborés sur des considérations de la mécanique des sols sont ainsi justifiées. Et contrairement aux approches plus complexes, la détermination des paramètres rhéologiques impliqués dans ces modèles se fait de façon assez aisée, quoique dépendants des imperfections des essais de laboratoires, sur lesquels nous avons fait le point à partir des considérations statistiques et locales.

Dans certains cas cependant, l'aspect dynamique est nécessaire pour prévoir de manière correcte la surpression qui s'effectue pendant la transition entre le stockage et la vidange. A ce propos, l'approche de Michalowski (1990) peut permettre de faire un lien assez intéressant entre les différents aspects des bandes de cisaillement de type matériel (essais de laboratoires) et de type impact (vidanges en cheminée) de façon à mieux caractériser les effets dynamiques dans les problèmes quasi-statiques de la mécanique des sols.

V.4.2.1 - Ecoulement en cheminée

Les caractéristiques du silo (ossature, parois, trémie) imposent généralement les différents modes d'écoulement. Les propriétés du silo peuvent donc être fixées de façon à assurer un mode d'écoulement donné. Les modèles de silo bidimensionnel utilisés par Abriak (1991) pour caractériser les effets de parois ont montré qu'une largeur du silo fixée à 30 cm, engendre un écoulement en masse, la plupart du temps (fig. V-7●) avec ou sans trémie. Ce type d'écoulement est souvent recherché pour une bonne régulation de la matière ensilée. Mais ce que l'on remarque souvent c'est qu'à partir d'une certaine hauteur l'ensemble des vidanges passe d'un mode d'écoulement en masse à un mode d'écoulement en

cheminée . Ce passage se traduit généralement, par une courbure beaucoup plus précoce des lignes horizontales de couches de grains (fig.V-7❷). Ce phénomène commence quand la vidange atteint une hauteur h_s qui est en rapport avec la largeur du silo.

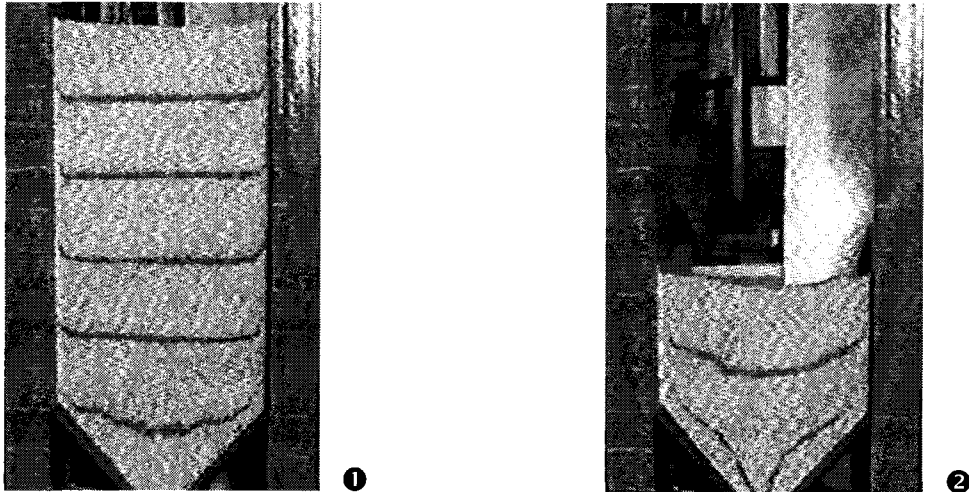


Fig. V-7 : Silo bidimensionnel à largeur constante à trémie 45°

(Abriak, 1991)

V.4.2.1a Principe de la formation de la cheminée

En gardant certaines caractéristiques constantes (orifice, parois semi-rugueuses) on a doublé la largeur à partir du silo modulable, sur une largeur de 60 cm et réalisé des écoulements sur des empilements de mélange de grains de diamètres différents. Ainsi il apparaît un véritable effet de cheminée dès la mise en charge (fig. V-8❶) que Michalowski (1990, cf. § I.4.2) appelle, dans son analyse, une bande de cisaillement de type impact. Cette cheminée se développe, au centre du silo à à 15 cm de part et d'autre des parois. On peut donc dans ce cas négliger les effets de parois, du fait que l'écoulement se déroule assez loin des parois. Par conséquent on peut se poser la question sur la

validité des effets recueillis sur des modèles un peu trop réduits où l'influence des parois semble avoir beaucoup plus d'importance qu'en réalité, tout au moins quand l'écoulement en cheminée se déclenche.

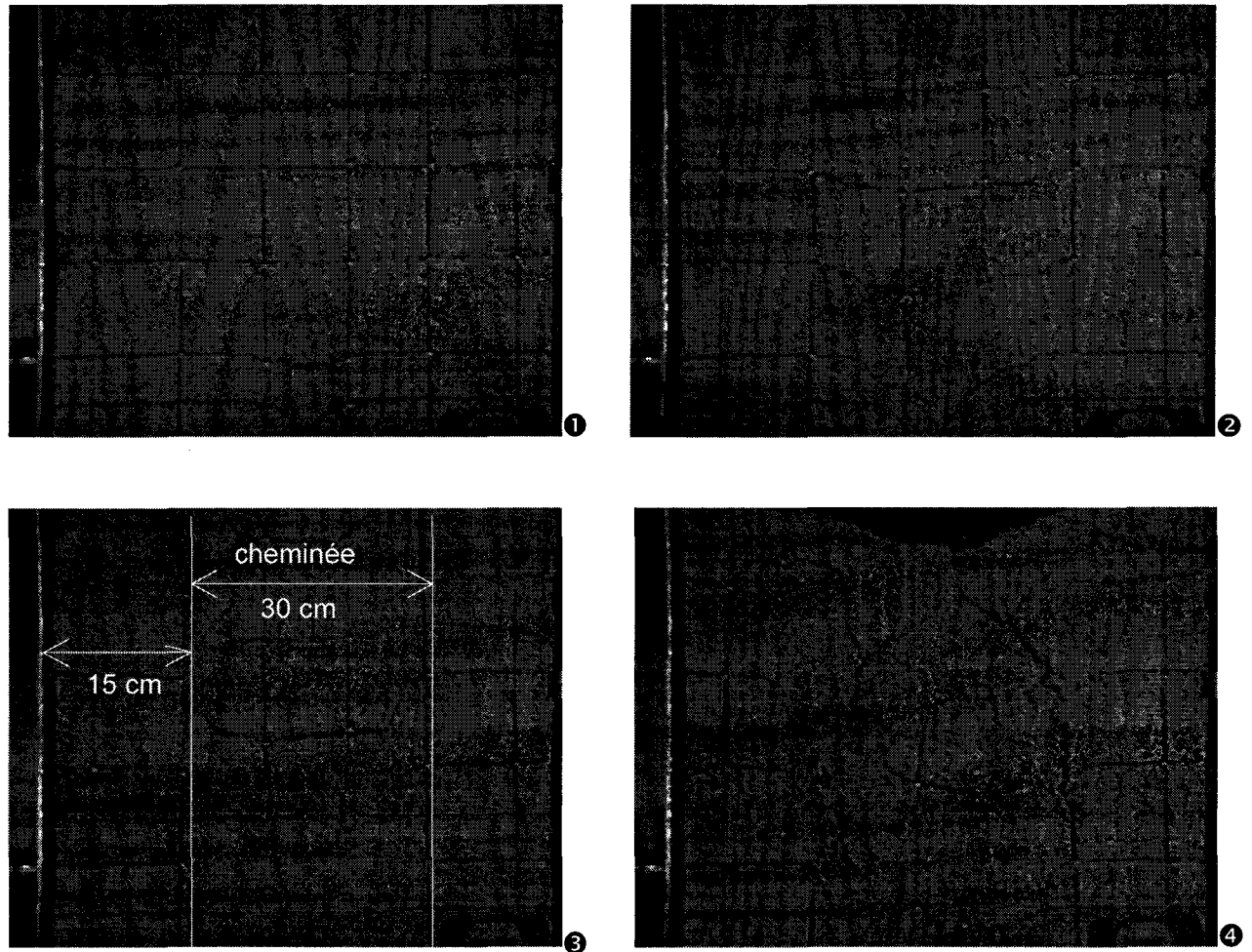


Fig. V-8 : Formation de cheminée (silo à fond plat)

En comparaison avec le schéma des mécanismes de l'écoulement vu à une échelle locale (fig. V-5) on constate que l'écoulement se fait également sur trémie fictive orientée d'un angle d'environ $\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$ par rapport à l'axe de la contrainte principale mineure. L'écoulement débute de la même façon à partir d'une certaine quantité de matériau qui s'évacue (fig. V-8①). Il s'en suit une déformation des

zones avoisinantes, avec comme facteurs de régulation des développements de bandes de cisaillement de type impact et de type matériel.

Mais contrairement au cas précédent, le mécanisme de cisaillement de type matériel, qui alimente la zone centrale de l'écoulement, s'effectue à une vitesse plus faible ou du moins de manière limitative. Ceci entraîne une prédominance du mécanisme de cisaillement de type impact qui tend à créer la cheminée. Ce processus progresse du bas vers le haut pour déboucher à la surface libre. Par la suite l'écoulement se déroule par orientations successives des couches immobiles après le passage de la cheminée (fig. V-8④).

V.4.2.1b Influence de la trémie sur la largeur de la cheminée

En partant du principe que l'écoulement en cheminée est inévitable en fin de vidange, l'influence de la trémie a été étudiée ; car ce type d'écoulement s'amorce dès que la hauteur d'empilement atteint une valeur h_v , telle que :

$$\frac{h_v}{l} = \frac{1}{2} \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)$$

Cette condition intègre la largeur l du silo et les caractéristiques du matériau ensilé à travers l'angle de frottement interne ϕ . Par ailleurs on a vu qu'en l'absence de trémie (silo à fond plat) que l'écoulement s'effectue plutôt suivant une trémie fictive orientée à $\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$ par rapport à la base du silo, d'où l'intérêt porté à la présence de la trémie. On a fait varier la trémie de manière à voir son effet sur la formation des bandes de cisaillement et sur la largeur de la cheminée centrale créée.

Trois cas de figures peuvent être envisagés pour l'orientation α_t de la trémie, suivant le critère que l'on avait énoncé.

-premier cas : $\alpha_t = 15^\circ < \phi \approx 20^\circ$

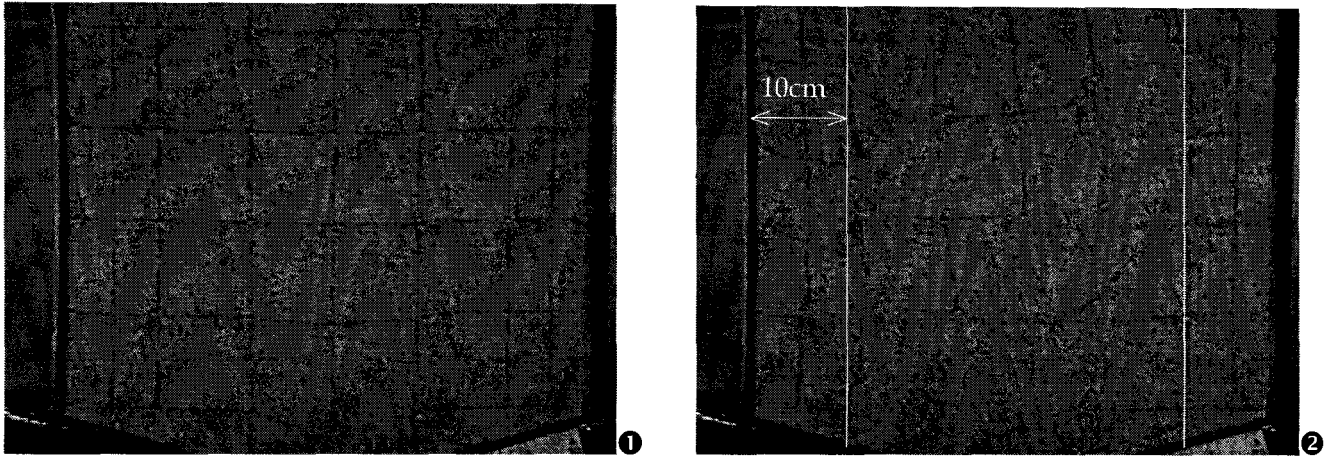


Fig V-9 : Cheminée (silo à trémie de 15°)

Le processus de vidange est identique à celui de la vidange à fond plat. L'écoulement qui débute au bas du silo (Fig V-9❶) se propage suivant les mêmes mécanismes de cisaillement. Par contre la largeur de la cheminée a augmenté et se trouve à une limite de 10 cm de la paroi (Fig V-9❷).

- deuxième cas : $\phi < \alpha_t = 30^\circ < \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$

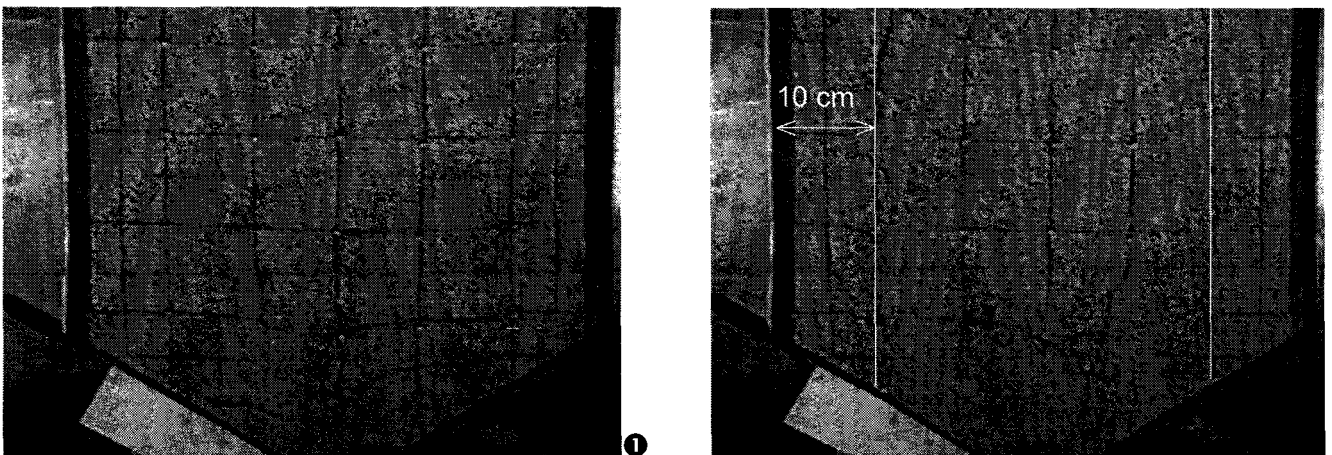


Fig V-10 : Cheminée (silo à trémie de 30°)

La cheminée qui se forme en présence de trémie, d'orientation de 30° a sensiblement la même largeur que celle établie pour la trémie de 15° (fig. V-10② & V-9②). Le processus d'orientation des grains vers l'orifice est également identique et s'effectue parallèlement à l'axe orienté de $\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$ par rapport à la base de du silo. Mais du fait de l'inclinaison de la trémie plus importante on a moins de rétention de grains entre le plan de la trémie réelle et le plan de la trémie fictive.

$$\phi < \alpha_t = 45^\circ < \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$$

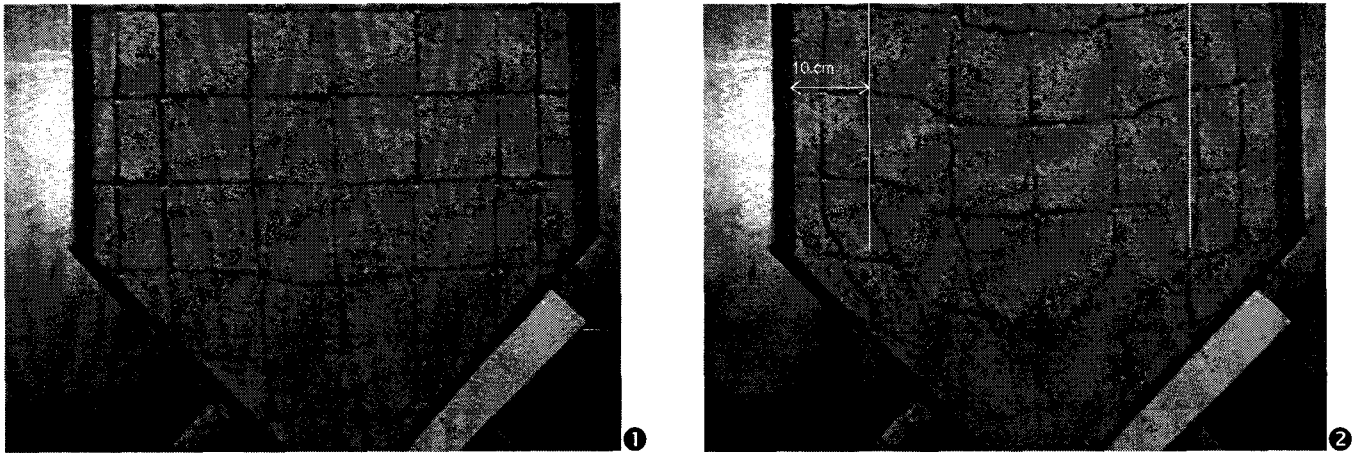


Fig V-11 : Apparition de cheminée (silo à trémie de 45°)

Pour les silos à trémie de 45° on observe toujours une tendance à la formation d'un écoulement en cheminée avec une largeur identique à celles deux autres cas de trémie. L'angle d'inclinaison de cette dernière est toujours inférieure à $\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$, mais on constate qu'un troisième phénomène se superpose aux deux mécanismes de cisaillement de type impact et de type matériel. En effet, un mouvement d'ensemble des grains se produit de manière à faire écouler les grains

retenus sur les parois par l'effet de la cheminée (fig. V-11②). L'importance de la rugosité des parois devient alors manifeste, du fait du développement de ce cisaillement grain-paroi.

Suivant les observations et l'analyse des cas étudiés la déduction suivante s'impose. Si on incline la trémie au delà de $\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}$ le risque de formation de cheminée doit être très faible ou nul. Cependant, le flux de grains qui arrivent à la zone centrale d'écoulement serait important, ce qui à la limite peut créer des problèmes de voûte à l'orifice de vidange.

V.4.2.3 Champs de vitesses et déformées

De façon générale le comportement des matériaux granulaires est modélisé par une loi de comportement plastique avec ou sans écrouissage. Pour des évolutions quasi-statiques on observe souvent la formation de zones d'épaisseur non nulle au passage desquelles on enregistre de fortes variations de vitesses. Pour tenir compte de ces observations expérimentales ces modèles sont obligés de considérer des surfaces de discontinuité des champs de vitesses ou du gradient des champs de vitesses pour des matériaux écrouissables. Dans le cas de l'écoulement des matériaux ensilés ces surfaces de discontinuité vont avoir des caractéristiques assez différentes car on ne peut négliger ni les forces d'inertie ni l'effet dynamique.

V.4.2.3a Détermination du Champ de déplacements

Le traitement d'images est tout d'abord un outil de d'observation et de restitution d'images qui fonctionne sur des contrastes de couleurs ou niveau de gris. Cette propriété permet par ailleurs de définir un ensemble d'outils de quantification des surfaces et des positions d'objets ayant des

attributs communs. Par conséquent l'utilisation de la technique de traitement d'images nécessite que l'objet à quantifier soit identifiable.

C'est ainsi que nous avons placé lors nos expérimentations des grains d'une couleur donnée, en divers endroit du silo pendant la phase de stockage. Dès lors les grains sont identifiés et suivis facilement (fig. V-12) avec des numéros d'ordre. Ce qui permet à tout moment de déterminer les coordonnées de leur position.

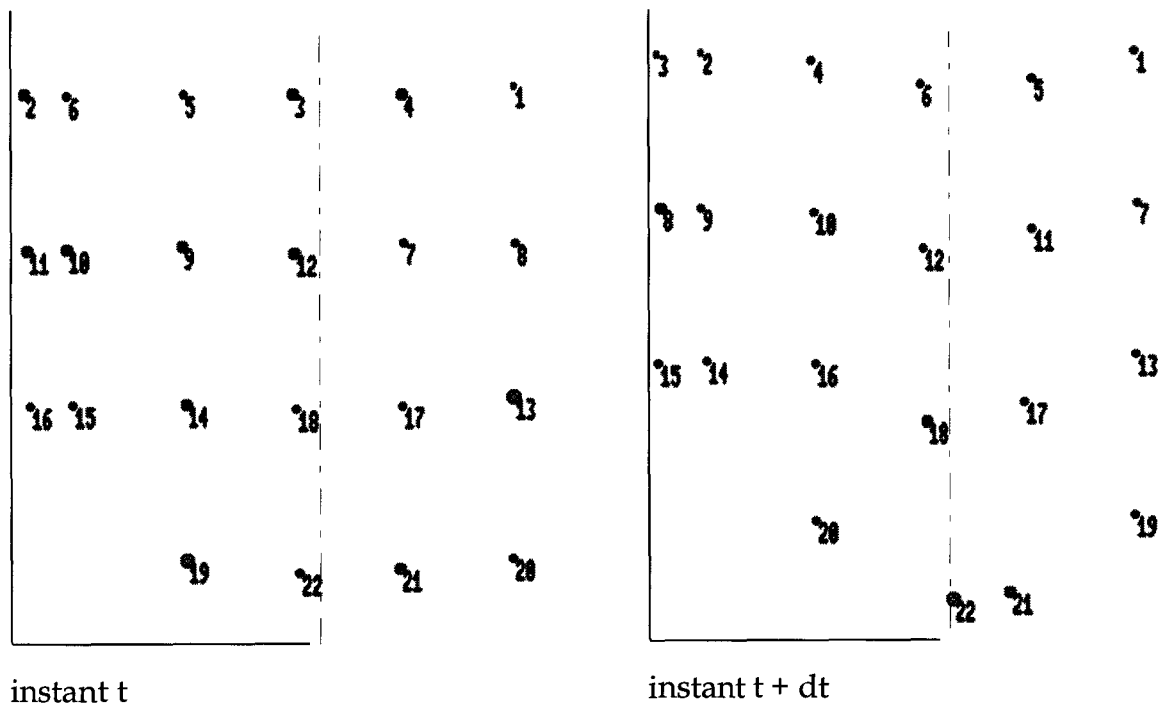


Fig. V-12 : Positions et numérotation des particules

V.4.2.3b Représentation des champs de vitesses et déformées

Dès lors que les champs de déplacements sont connus à des étapes successives on détermine après les déformées à partir d'un maillage tracé sur le plan de déformation et les champs de vitesses à es intervalles

de temps donnés. Les points du demi- silo sont simplement considérés compte tenu de la symétrie de l'écoulement.

Les graphes qui suivent présentent le résultat du dépouillement des différents essais. On y trouve, pour les essais à 0 et 45°, le suivi de l'écoulement des points marqués, la déformée en fonction du temps ainsi qu'une représentation des vitesses et une approche de la surface de cisaillement pour différents temps, pour ces essais. .

Les vitesses sont représentées par des cercles dont le rayon est égal à la norme du vecteur vitesse. Etant donné que la bande de cisaillement est une zone de discontinuité de la vitesse, l'approche que nous avons adopté est de la matérialiser, en gras (fig. V-12c & fig. V-13c), en tenant compte de la différence des normes des vecteurs vitesses pour des points choisis. Cette hypothèse est certainement large, mais il fait apparaître dans ces figures, que les surfaces de discontinuité dans l'écoulement des matériaux granulaires ensilés, ne sont pas matériellement simples comparativement aux déformation quasi-statique. Elles ont un caractère très évolutif compte tenu des différents mécanismes de cisaillement mis en jeu.

CONCLUSION

En dépit de son caractère dynamique, l'écoulements des matériaux granulaires ensilés peut être ramené à un problème classique des sols. Les techniques de traitement d'images nous ont permis d'identifier un certain nombre mécanismes de cisaillement impliqués dans le processus de déformation de ces matériaux ensilés. Les effets de fluctuations cinématiques du champ de vitesse sont de même nature que ceux observés dans les essais simple de cisaillement. Une mise en parallèle de ces effets doit pouvoir permettre d'expliquer le phénomène de surpression dynamique dans les silos.

Fig. V-12a : Etat de la déformée à fond plat

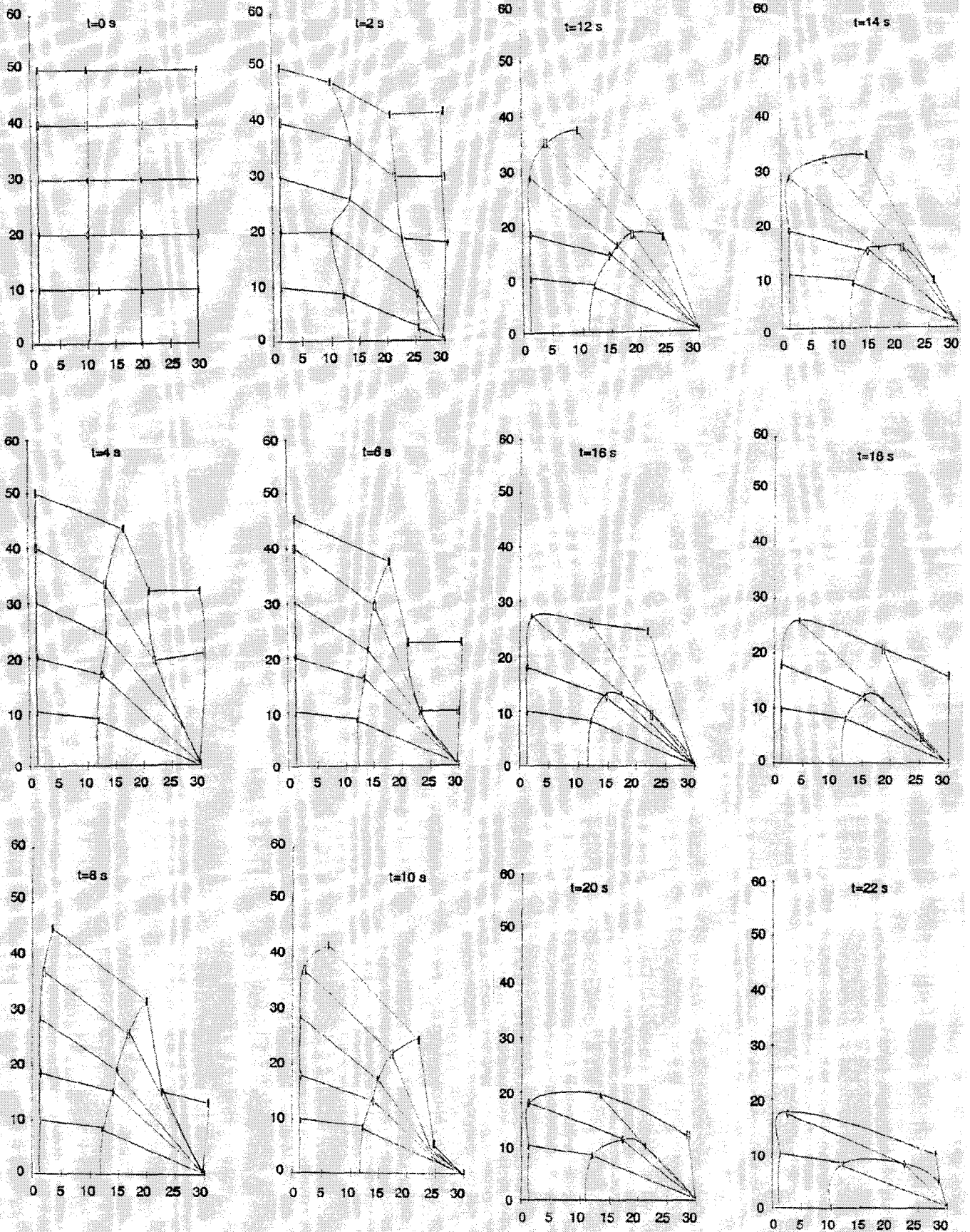


Fig. V-12b : Profil de vitesse à fond plat

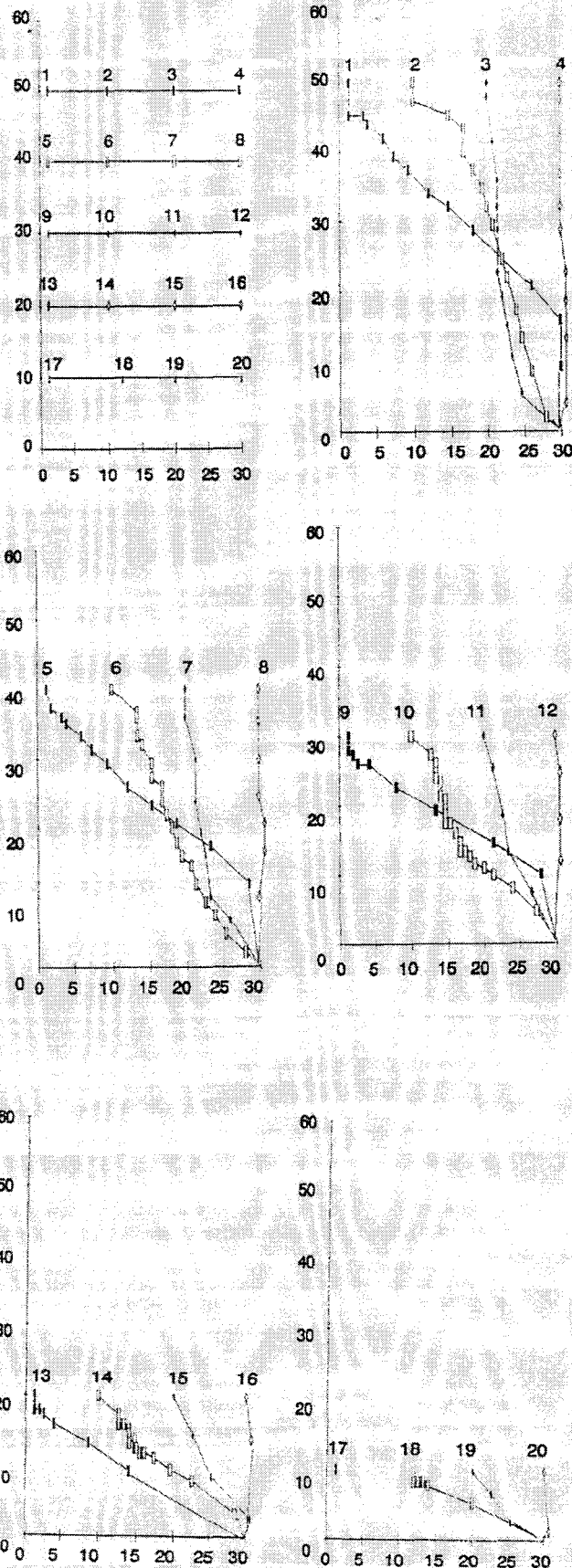


Fig. V-12c : Evolution de la bande de cisailement à fond plat

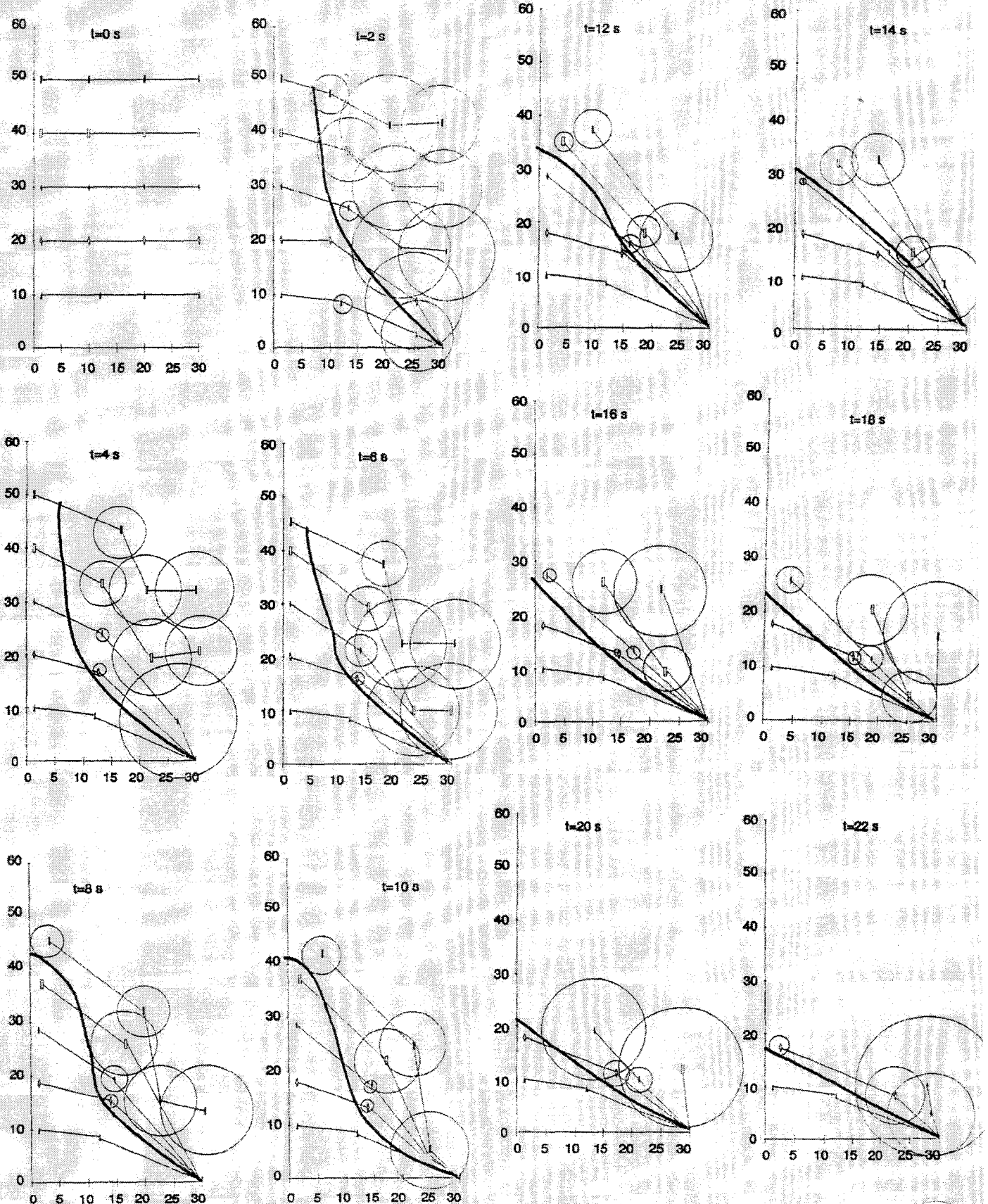


Fig. V-13a : Etat de la déformée à 45°

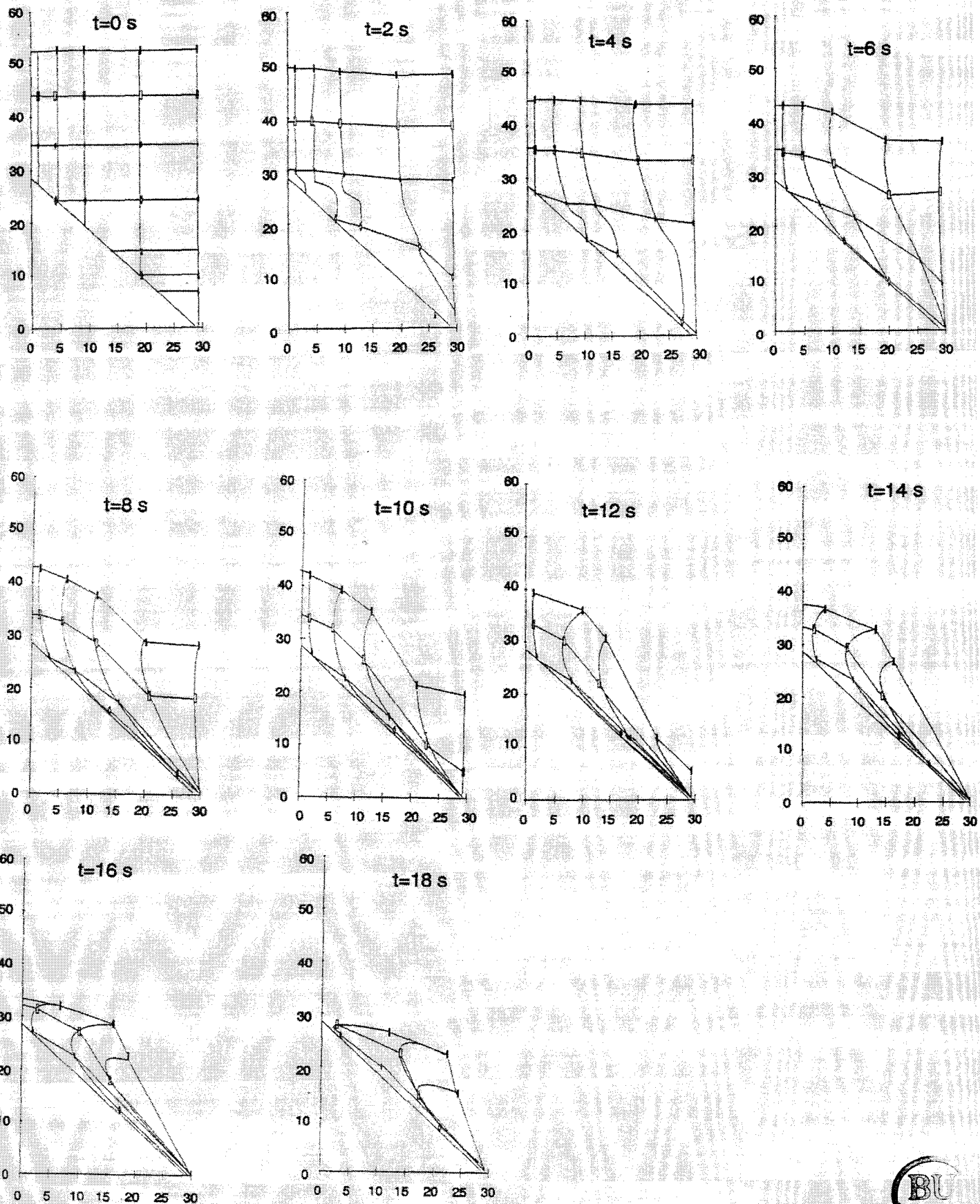


Fig. V-13b : Profil de vitesse à 45°

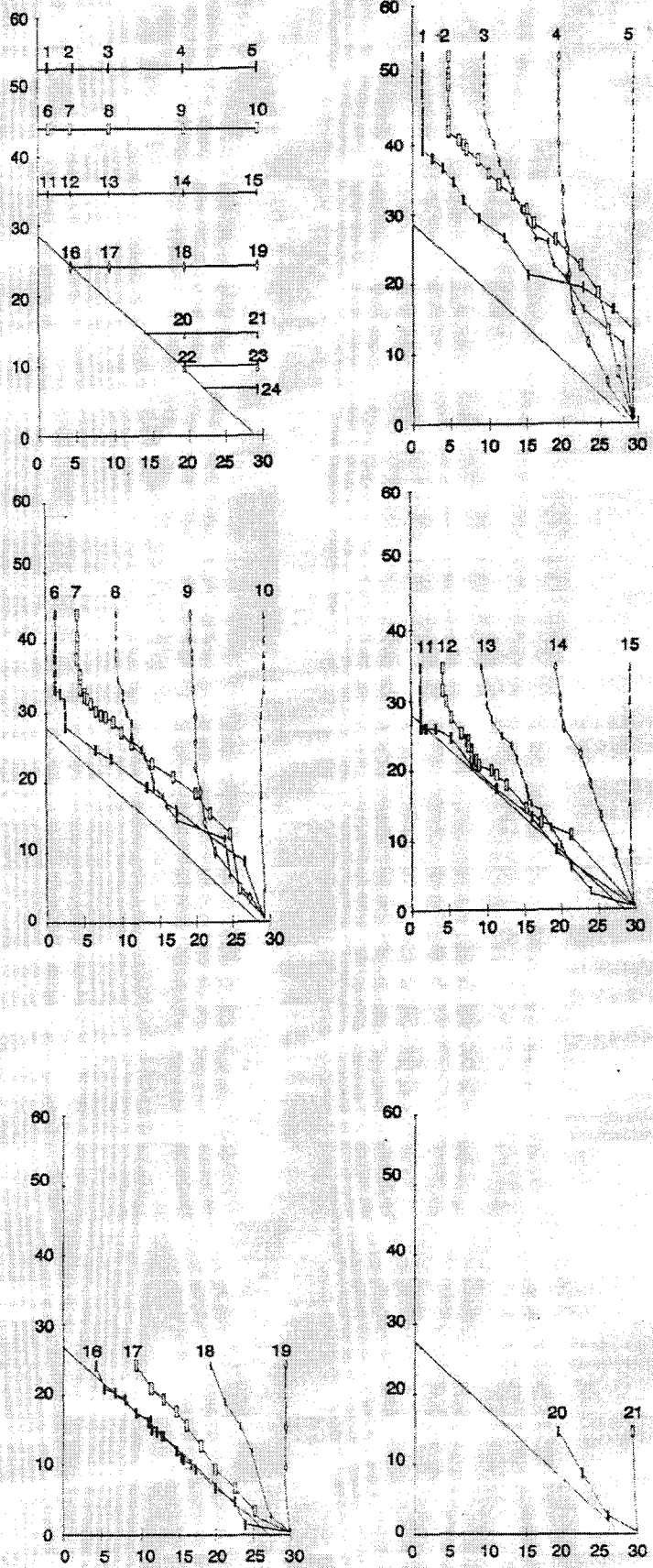
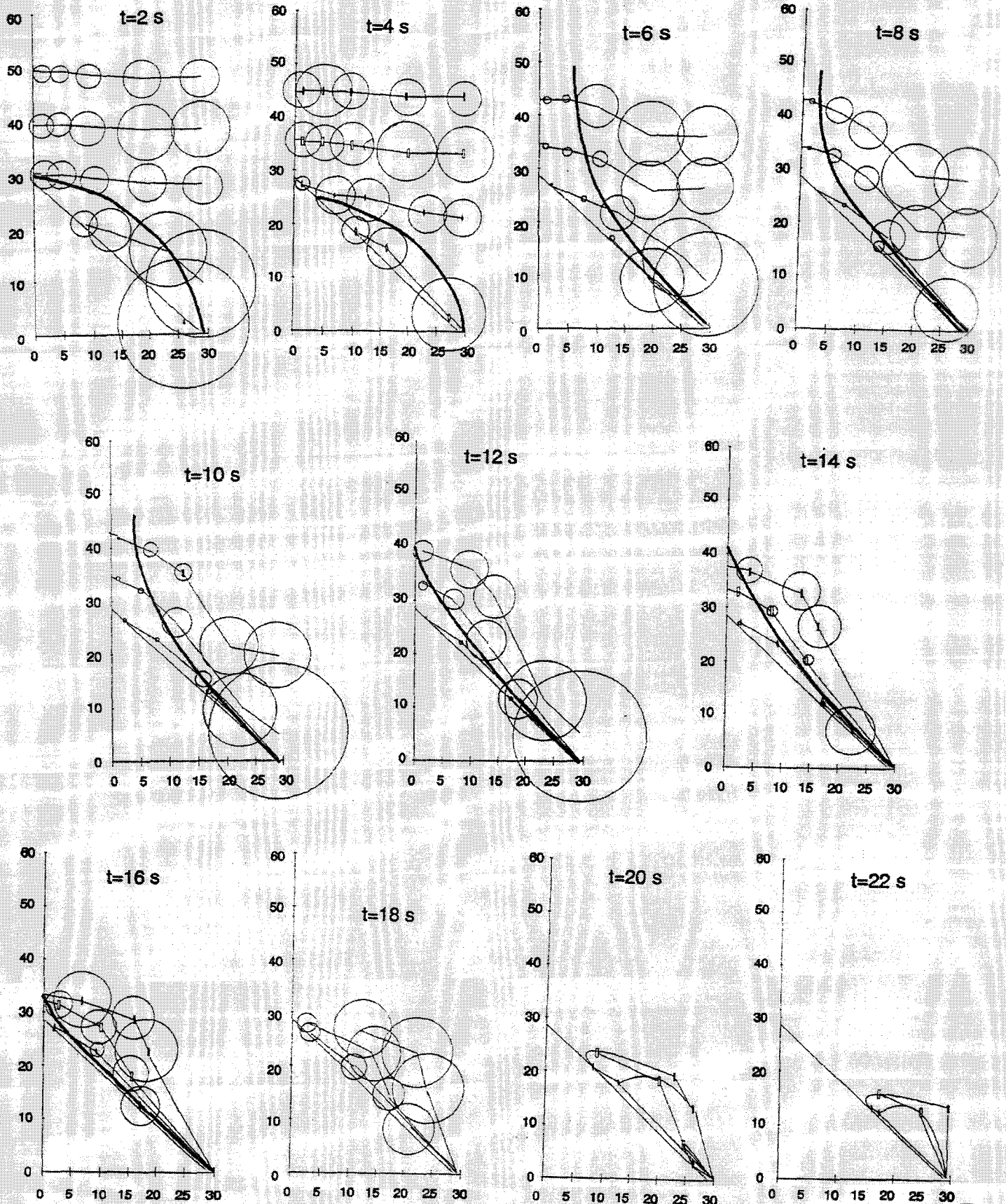


Fig. V-13c : Evolution de la bande de cisaillement à 45°



**CONCLUSION GENERALE
ET PERSPECTIVES**

Les différents modèles ou concepts rhéologiques élaborés à partir de la mécanique des milieux continus sont assez satisfaisants dans l'approche des matériaux granulaires. Mais cette première approximation ne peut être complète que si elle intègre des éléments pouvant caractériser les paramètres internes des matériaux granulaires.

L'évaluation de ces paramètres, à caractère locale, a été le premier objet de ce travail. En considérant des matériaux granulaires analogiques de Schnebeeli, à géométrie bien définie, on a d'abord analysé les différents aspects des arrangements géométriques élémentaires de grains. A partir de là, on a déduit des facteurs géométriques de régularité et d'ordre pour des empilements de grains choisis, à une ou plusieurs tailles. Ces facteurs lient les vides interstitiels élémentaires au nombre et aux orientations des contacts établis par particule.

Dans le cas expérimental, où les arrangements élémentaires ne sont pas contrôlés, on a développé un certain nombre de techniques de mesures (traitement d'images, table à digitaliser) qui nous ont permis d'évaluer les paramètres de la texture interne. Les différentes applications que les moyens de mesures développés, permettent de traiter, sont relatives au processus cinématique des déformations des matériaux granulaires.

A partir de ces moyens de mesure, différents aspects de l'évolution de la structure granulaire ont été analysés en relation avec le comportement global des matériaux granulaires, déterminés sur des essais de cisaillement direct. Les problèmes de dispersion d'échantillon à échantillon ont été ainsi abordés, de même que les problèmes de fluctuation qui apparaissent lors d'un même essai. La dispersion d'échantillon à échantillon dépend des arrangements intergranulaires initiaux par contre la fluctuation est liée au degré de stabilité, à la dimension (nombre de particules en contact) et la position par rapport au plan de sollicitation des arrangements affectés par le processus de déformation. En effet dès qu'un arrangement n'est pas très stable des glissements se produisent en entraînant tous les grains qui composent l'arrangement. Ce processus se répercute sur les

arrangements avoisinants de manière à provoquer instantanément des réactions en chaîne, d'où fluctuation. La fréquence de ces fluctuations dépend des dimensions des grains en relation directe au plan de rupture. Mais en dépit de ces fluctuations le comportement moyen déterminé est assez homogène, laissant présager l'hypothèse d'un milieu statistiquement homogène.

Une autre application abordée par ces techniques d'images est l'apparition et le développement des bandes de cisaillement dans des champs de déformation des matériaux granulaires ensilés. Les observations et résultats recueillis montre, qu'en dépit du caractère dynamique de l'écoulement de ces matériaux ensilés, il peut être assimilés à des problèmes classiques des sols. En effet les mécanismes que nous avons identifiés s'apparentent à des phénomènes de cisaillement observés dans les essais classiques de mécanique des sols.

La nécessité d'une analyse plus approfondie, à l'échelle des particules élémentaires, devient une réalité que les moyens techniques et numériques actuelles permettent d'affiner. Ces moyens ont été mis en oeuvre lors de notre recherche, mais restent à affiner de manière à être utilisés de façon autonome ou du moins sans grande intervention humaine, source souvent d'erreurs. Ces moyens peuvent cependant être améliorés, soit par des moyens techniques avec des traitements d'images couleurs, soit par des moyens algorithmiques du point de vue recherche, en se penchant plus sur les problèmes théoriques de morphologie mathématique de manière à dégager des fonctions plus spécifiques à l'analyse des matériaux granulaires.

L'objectif à terme, est de pouvoir incorporer ces informations dans des codes de calcul qui permettront de prendre en compte des paramètres liés aux arrangements élémentaires. Le problème reste largement ouvert.

BIBLIOGRAPHIE

- ABRIAK N.E., "(1991), "Ecoulement d'un matériau granulaire à travers un orifice : Effet de parois", Thèse de Doctorat de Mécanique, Université des Sciences et Technologie de Lille.
- ABRIAK N.E., GOURVES R., (1992), "Ecoulement d'un matériau granulaire à travers un orifice", Revue Francaise de Géotechnique, n° 61, pp. 47-61.
- ABRIAK N.E., PARSY F., (1992) "An experimental model for flows in civil engineering", Houssing Technology and Socio-Economic Change, IAHS, September, pp. 143-164, Birmingham, ENGLAND.
- ABRIAK N.E, MAHBOUBI., (1992), "Influence du frottement local sur le froottement global", Rapport Scientifique, GRECO-GEOMATERIAUX, 23-27 novembre, Aussois.
- ABRIAK N.E., PARSY F., (1993 a), "Etude d'un matériau granulaire, Passage du milieu discontinu au milieu continu : Approche expérimentale", Revue Francaise de Géotechnique.
- ABRIAK N.E, PARSY F., GANIYOU F., . (1993) Cinématique de la bande de cisaillement de matériau analogique. Sixième colloque franco-polonais, 20-23 Septembre Douai
- ABRIAK N.E., GANIYOU F. (1992) ; Comportement mécanique du matériau analogique de Schneebeli en cisaillement simple. Colloque national, "Matériaux, Science et Industrie", La Vilette 11-12 juin.
- AGOSNITI , (1982), "Les propriétés de déformation et de résistance des matériaux à gros grains", Revue Française de Géotechnique, fév., N°18, pp. 5-19.
- AUVINET G., BOUVARD D., (1984), "Effet d'échelle géométrique dans les milieux granulaires", Revue Francaise de Géotechnique n° 25.
- AUVINET G., (1977), "Structure des milieux pulvérulents", Prox. IX ICSMF, Tokyo, Vol. 1, pp. 23-26.
- BIAREZ J., (1962), "Contribution à l'étude des propriétés mécaniques des sols et des matériaux pulvérulents", Thèse de Doctorat ès science. Faculté des Sciences de l'Université de Grenoble.

- BIAREZ J., WIENDECK K. (1963), "La comparaison qualitative entre l'anisotropie de structure des milieux pulvérulents", C.R. Hebdo. Seanc. Acad. Sci. Paris 25 6 1200-1217.
- BIAREZ J., FAVRE J.L., HICHER P.Y., RAHMA A., (1989), "Correlations for granular media, classification logic and connection between classes", Inter. Symb. on Powder and Grains, BIAREZ and GOURVES, Balkema.
- BIAREZ J., HICHER P.Y., (1989), "Lois de comportement des sols remaniés et des matériaux granulaires", Tome 1 : Approche expérimentale, Tome 2 : Modélisation mécanique, Ecole Centrale des Arts et Métiers de Paris, 150 p.
- BIAREZ J., MEFTAH W., (1992), "De l'ordre au désordre dans les milieux granulaires bidimensionnels", Rapport scientifique, GRECO-GEOMATERIAUX, pp. 769-770.
- BIAREZ J., ZIANI F., (1991), "Introduction aux lois de comportement des sables très peu denses ; Introduction to very Loose Sand Behaviour Laws.", Revue Française de Géotechnique, n°54, janvier, pp. 65-73.
- BARDEN L., KHAYATT A. J., WIGHTMAN A., (1966), "Elastic and Slip Components of the Deformation of Sand", Can. Geotech., Vol. 6, pp. 227-240.
- BARDET J.P. (1992) Shear band analysis in idealised granular material, Journ; of Engng Mechanics, vol. 118, n°2, pp. 397-418.
- BAZANT J.P., (1986), "Mechanics of distributed cracking", Appl. Mech. Rev., 39,4.
- BREYSSE D., (1991), "Désordre et développement de l'endommagement", Annales des Ponts et Chaussées.
- BATHURST R.J. and ROTHENBURG L., (1988), "Micromechanical aspect of isotropic granular assemblies with linear contact interactions", journal appl. mech. ASME, SSPA.
- CAMBOU B., (1981), "Analyses du comportement des milieux granulaires basées sur leur nature discontinue", Revue Française de Géotechnique, n° 14.
- CAMBOU B., (1985), "Les micromécanismes de déformations plastique dans les sols granulaires", Revue Française de Géotechnique n° 31.

- CAMBOU B., SIDOROFF F., (1985), "Description de l'état d'un matériau granulaire par variables internes statiques à partir d'une approche discrète", *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée* 4 n° 2, pp. 233-242.
- CAMBOU B., (1987), "Mécanique des matériaux granulaires : l'approche microstructurale", *Manuel de rhéologie des géomatériaux*, Paris, Presses de l'ENPC, pp. 261-278.
- CAMBOU B., JAFARI K., (1987), "A constitutive model for granular materials based on two plasticity mechanisms", *Proc. Int. workshop on constitutive equations for granular non-cohesive soils*, A. Saada ou G. Binchini, ed. Balkema Publ. Rotterdam.
- CAMBOU B., SIDOROFF F., MAHBOUBI A., (1991), "Milieux continus- Milieux granulaires, comparaison des distributions des variables statiques : Conséquences sur le comportement", *Rapport scientifique, GRECO-GEOMATERIAUX*, pp. 777-783.
- COUSSY O, (1991) *Mécanique des milieux poreux ; éditions Technip*
- CUNDALL P.A., STRACK O.D.L., (1979), "A discrete numerical model for granular assembly", *Géotechnique*, Vol. 29 n° 1, pp47-65.
- DANTU P., (1957), "Contribution à l'étude mécanique et géométrique des milieux pulvérulents", *Proc. 4 th ICSMFE, London*, pp. 144-148.
- DARVE F., (1978), "Une formulation incrémentale des lois rhéologiques. Application aux sols", *Thèse Docteur ès sciences, Grenoble*.
- DE JAEGER J., (1989), "Determination of Sand Angularity from a Flow-Test", *Proceedings of the International Conference on Micromechanics of Granular Media, Clermont-Ferrand [F], 4-8 september 1989*, pp. 397-404, Ed. Balkema.
- DESRUES J., (1984), "La localisation de la déformation dans les matériaux granulaires", *Thèse de Doctorat ès science, Grenoble*.
- Duthilleul B.(1983), *Rupture progressive : simulation physique et numérique.*
Duthilleul B.(1983), *Rupture progressive : simulation physique et numérique.*
- EL-SOHBY M.A., ANDERAWES K.Z., (1972-1973), "Deformation characteristics of granular materials under hydrostatic compression", *Can. Géotech.*, vol. 9, pp. 338-350, (1972 and rreply Vol. 10, n° 4, p. 676 1973).

EVESQUE P., MEFTAH W., BIAREZ J., (1993), "Mise en évidence de variations brutales et d'évolutions quasi discontinues dans les courbes contraintes-déformation d'un milieu granulaire bidimensionnel de rouleaux", C.R. Acad. Sci. Paris, t 316, série I, pp. 321-327.

FAUGERAS J.C., GOURVES R., (1980), "Description des efforts sur les particules d'un milieu granulaire soumis à un champ isotrope : Comportements rhéologiques et structures des matériaux", Groupe français de rhéologie, XVème Colloque annuel, Paris.

FUMAGALLILE., (1981), "Analyse critique des essais de cisaillement en mécanique des roches", Revue Française de Géotechnique n° 16.

FROSSARD, (1979), "Effect of sand grain shape on interparticle friction ; indirect measurement by Rowe's stress dilatancy theory", Géotechnique 29, N° 3, pp. 341-350, et discussion par WHALLEY (1980) in Géot. 30 pp. 161-165.

GANIOU F., (1990), "Ecoulement d'un milieu granulaire dans un silo", D.E.A de Mécanique de Lille, Ecole des Mines de Douai.

GANIOU F., ABRIAK N.E., (1993 a), "Shear test and microscopic approach of granular material by image analysis", Second International Conference on Micromechanics of granular media, 11-12 July, Birmingham, ENGLAND.

GANIOU F., ABRIAK N.E., (1993 b), "Mechanical behaviour and geometry disorder. First European Young seachers Meeting, From microscopic to macroscopic in mechanics of materials, 18-23 July, Liège, BELGIQUE.

GHERBI, GOURVES, REYMOND, (1989), "Acoustic analysis of the intergranular failure in the analogical material of Schneebeli", Powder and grains, BIAREZ and GOURVES, Balkema.

GOURVES R., MEZGHANI F., (1988), "Micromécanique des milieux granulaires : Approche expérimentale utilisant le modèle de Schneebeli", Revue Française de Géotechnique n° 42.

GRIVAS D.A., SKOLNICK (1989), Morphology based image processing for pavement surface analysis Powder and grains, BIAREZ and GOURVES, édition Balkema.

HABIB P., (1974), "Scale effects for shallow footings on dense sand", Proc. ASCE, gt 1, jan. 1974, pp. 95-99 ; reprints of : "Effets d'échelle sur les

sables dense", Séminaire des 27-29 sept. 1972 concernant la plasticité et la viscoplasticité des sols, Paris, Ecole Polytechnique.

HABIB P., (1985), "Effets d'échelle et surfaces de glissement", Revue Française de Géotechnique, n° 31, pp. 7-10.

HABIB P., (1986), "Conditions de formation des surfaces de glissement", Revue Française de Géotechnique n° 34.

HABIB P., (1987), "Introduction à la rhéologie des géomatériaux", Manuel de Rhéologie Géomatériaux, Paris, Presses de l'ENCP.

HABIB P., MARCHAND R., (1951), "L'essai de cisaillement rectiligne", AITBTP, sols et fondations, Vol. 4, 14 p.

HAFF P.K. Grain flow as fluid mechanical phenomenon. J. Fluid Mechanical phenomenon. J. Fluid Mech. Viscous phenomenon.

HARR M. E., (1977), "Mechanics of particulate media : A probabilistic approach", Mc-Graw-Hill, 543 p., traduit "Mécanique des milieux formés de particules", Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, 1981.

HORN R.M., NEDERMAN R.M., (1978), "Stress distribution in hopper", Powder technology n° 59.

JANSSEN M.A., (1895), "Versuche über den Getreidedruck in Silozellen-Zeitschrift verein Deutscher", Ingénieur, Vol. 39, pp. 1045-1049.

JENIKE A. W., (1981), "The flow and storage of difficult materials", I Symposium, Série n° 63, February.

JENKINS J. T., CUNDALL P. A., ISHIBASHI I., (1989), "Micromechanical modeling of granular materials with the assistance of experiments and numerical simulations", Powders and Grains, Proceedings of the International Conference on Micromechanics of Granular Media, Clermont-Ferrand, 4-8 september 1989, pp. 257-264, Ed. Balkema.

KHELIL A., ROTH J.C., (1989), "Theoretical and experimental studies of stresses in full scale silos at the chartes experimental base", Powder and Grains, BIAREZ and GOURVES, Balkema.

KHELIL A., ROTH J.C., (1990), "Spécification des charges et des écoulements dans les silos métalliques", Revue Française de Géotechnique n° 52.

- KIRKPATRICK W. M., 1961, "Contribution to the discussion on soil properties and their measurement", Proc. 5Th ICSMFE, Paris, Vol. 3, pp. 116-119, pp. 273-277.
- KO et SCOTT, (1976), "Deformation of Sand in hydrostatic compression", J. Soil Mech. ASCE, Vol. 93, 1976 SM3, pp. 137-156.
- KOERNER R. M., (1968), "The behavior of cohesionless soil formed from various minerals", Ph. D. Thesis, Duke University, Durham, North Carolina, Soil Mechanics series 16.
- KOLYMBAS D., WU W., (1988), "Recent results of triaxial test with granular material", Proc. Silo-Forschung und Praxis, Karlsruhe, Oktober, pp. 99-118.
- KOLYMBAS D., ROMBACH G., (1989), "Shear band formation in generalized hypoplasticity, Ingenieurarchiv 59, pp. 177-186.
- LEES G., (1969), "Influence of boundary effects on the packing and porosity of granular materials", q. Jl. Engng Geol., Vol. 2, pp. 129-147.
- MARANZANA, CHARLON, (1993), "Effet d'échelle sur le comportement en rupture du matériau de Schneedeli", T.R.E, Dépt. Génie Civil, Ecole des Mines de Douai.
- MATSUOKA H., (1974), "A microscopic study on shear mechanism of granular materials", Soil and Foundation, Vol. 14 n° 1, pp. 29-43.
- MOTHASHAMI F., (1984) Modélisation élastoplastique du remplissage séquentiel des silos par la méthode des éléments finis. Thèse de Doctorat Ecole centrale des arts et manufactures
- MEZGHANI F., (1987), "Milieux granulaires : Analyse statistique de l'état de contrainte macroscopique au sein d'un milieu analogique", Thèse de Docteur de l'Université de Clermont II.
- MEFTAH W., EVESQUE P., BIAREZ J., SORNETTE D. et ABRIAK N.E., (1993), "Evidence of local "seisms", of microscopic and macroscopic stress fluctuations during the deformation of packing of grains", Second International Conference on micromechanics of granular media, 12-16, July, Birmingham, ENGLAND, Balkema.
- Michalowski R. L., (1990) Strain localisation and periodic fluctuations in granular flow processes from hoppers Geotechnique 40; n°3 pp 389-403.

- MOGAMI T., (1965), "A statistical approach to the mechanics of granular material", S. E., Vol. 5, n°2, pp. 26-36.
- MOGAMI T., (1969), "Mechanics of granular material as a particulated mass", Proc. 8Th ICSMFE, Vol. 1, pp. 281-285.
- MUHLAUS H. B., VADOULAKIS I., (1987), "The thickness of shear bands in granular materials", Géotechnique, Vol. 37, n° 3, pp. 271-283.
- MURAYAMA S., (1969), "Stress-strain-time behaviour of soils subjected to deviatoric stress", Proc. 8Th ICSMFE, Vol. 1, pp. 297-305.
- MULLINS W.W., (1974), "Stochastic theory of particle flow under gravity", J. Appl. Phys., Vol. 43, n° 2, pp. 665-678.
- NEDDERMAN R.M., TUZUN U., (1978), "A kinematic model for the flow of granular materials", Powder Technology.
- OCHIAI H., YAMNOUCHI T., TANABHASI Y., (1983) On the rotation of principal stress axes in the simple shear test and its utilizations, Adv. in the Mech. & flow of Gran. materials ., Trans Tech Publications
- ODA M., KONOSHI J., (1974), "Microscopic deformation mechanism of granular material in simple shear", Soils and foundations 14 n° 4, pp. 25-38.
- ODA M., KONOSHI J., NEMAT-NASSER S. (1980), "Some experimentally based fundamental results on the mechanical behaviour of granular materials", Géotechnique, Vol. 30, n° 4, pp. 479-495.
- ODA M., (1978), "Significance of fabric in granular mechanics", (US-JAPAN Seminar, Sendai, 1977), pp. 7-26, Gakujutsu Bunken Fulky-kai, Tokyo.
- ODA M., NEMAT-NASSER S., MEHRVADI M., (1992), "A statistical study of fabric in random assembly of spherical granules", Int. jour. for numerical and analytical methods in geomechanics.6, pp. 77-94.
- ROTHENBURG L., BATHURST R.J., (1989), "An analytical study of induced anisotropy in idealized granular materials", Géotechnique.
- ROWE P.W. (1968), "The relation between the shear strength of sands in triaxial compression, plain strain, direct shear", unpub. rept.

- ROWE P.W. (1969), "The relation between the shear strength of sands in triaxial compression, plain strain and direct shear", *Géotechnique*, Vol. 19, n° 1, pp. 75-86.
- ROWE P.W. (1971), "Theoretical meaning and observed values of deformation parameters for soil", *Proc. Roscoe Symp. Stress-Strain Behaviour of Soils*, Cambridge Univ. pp. 143-194.
- SATAKE M., JENKINS J. T., (1987), "Micromechanics of granular materials", *Proceedings of the US/Japan Seminar of Granular Materials*, Sendai-Zao, Japan, Oct. 29-30, Ed. Elsevier, Amsterdam.
- SCARPELLI G., WOOD D. M., (1982), "Experimental observations of shear band patterns in direct shear tests", *Proc. IUTAM Conf. Deformation and Failure of Granular Materials*, Delft, pp. 473-484, Rotterdam, Balkema.
- SCHLOSSER F., (1972), "Comportement des milieux granulaires", *Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées Numéro spécial "le comportement des sols avant rupture"* pp. 37-47.
- SCHLOSSER F., (1974), "Influence des déformations des grains dans les milieux granulaires", *Bulletin de liaisons des ponts et chaussées*, n° 69, ref. 1418 , pp. 97-103.
- SCHNEEBELI G., (1956), "Une analogie mécanique pour les terres sans cohésion", *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, Tome 243, 125, Paris.
- SERRA J. (1982) *Image analysis and mathematical morphology* Ac. Press.(London) Ltd.
- SIDOROFF F., (1973), "The geometrical concept of intermediate configuration and elastic-plastic finite strain", *Archives of Mechanics*, 25, 2, pp. 299-308.
- SPENCER M. E., (1961), "The relationships between proposity and angle of internal friction", *Discussion of a paper by Bjerrum et al.*, *Proc. 5Th ICSMFE*, Paris, Vol. 3, pp. 138-140.
- TATSUOKA F., ISHIHARA K., (1973), "Stress path and dilatancy performance of a sand", *Proc. 9Th ICSMFE*, Moscow, Vol. 1.2, pp. 419-424.
- TAYLOR D. W., (1948), "A comparison of results of direct shear and cylindrical compression tests", *Symp. Shear testing of soils*, *Proc. ASTM*, 39, PP. 1058-1070.

- TBAIKHI A., (1993), "Analyse du comportement des matériaux granulaires par traitement d'images", D.E.A de Mécanique de Lille, Ecole des Mines de Douai.
- TRATAPEL G., (1979), "Contribution à l'étude du comportement mécanique d'un milieu analogique bidimensionnel", Thèse de Docteur Ingénieur, Université Scientifique et Médicale et Institut National Polytechnique de Grenoble.
- THORNTON C., (1987), "Induced anisotropy and energy dissipation in particulate material-results from computer simulated experiments", IUTAM Symposium Yielding damage and failure of anisotropic solid", Villard, FRANCE.
- Veermer P.A. (1990), The orientation of shearing bands in biaxial tests, Geotechnique 40, n°2, pp. 223-236.
- VESIC A. S., (1969), "Strength and compressibility of granular materials", Proc. 7th ICSMFE, Mexico, Aug., Contributions and discussions on mechanical properties of rockfill and gravel materials, Speciality Session n° 13.
- WEBER J., (1966), "Recherche concernant les contraintes intergranulaires dans les milieux pulvérulents", Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées 20, pp. 31-32.
- WEISSE D.,(1991) Modélisation de l'écoulement gravitaire d'un matériau granulaire. thèse de Doctorat I.N.P.L. ,Nancy.
- WROTH C. P., (1958), "Soil behaviour during shear", Engineering, 186, 4829, pp. 409-413.
- WROTH C. P., BASSET R. H., (1965), "A stress strain relationship for the shearing behaviour of a sand", Géotechnique, pp. 32-56.

