

50376
1994
309

N° Ordre : 1415

2 10 2 547
50376
1994
309

THESE

présentée à



L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR de L'UNIVERSITE

**SPECIALITE : SCIENCES POUR L'INGENIEUR
(MECANIQUE, GENIE CIVIL, ELECTRONIQUE)**

par

Didier DEFER

**THEORIE DU SIGNAL APPLIQUEE A LA CARACTERISATION
THERMIQUE ET AU CONTROLE NON DESTRUCTIF DES
OUVRAGES IN SITU SOUS SOLLICITATIONS ALEATOIRES**

Soutenu le 28 novembre 1994 devant la commission d'examen

Membres du Jury:	MM	L.RACZY	Président
		J. BRAU	Rapporteur
		R. JAVELAS	Rapporteur
		P. PHILIPPI	Rapporteur
		P. THERY	
		B. DUTHOIT	
		J.F. SACADURA	
		J. LESENNE	
		D. BOISSIER	
		D. LECLERCQ	
		M. CHANTANT	

AVANT-PROPOS

Ce travail a été effectué dans le cadre du Laboratoire Capteurs Instrumentation de l'Université de Lille I, je remercie Monsieur le Professeur P. THERY, Directeur du Laboratoire, d'avoir bien voulu m'y accueillir. Je tiens à lui exprimer ma profonde gratitude pour les encouragements qu'il m'a prodigués tout au long de ce travail. Le thème de cette étude m'a été proposé par Monsieur le Professeur B. DUTHOIT, responsable de l'équipe thermique-génie civil de Béthune, au sein de laquelle j'ai effectué mon travail (cette équipe s'intégrera au Laboratoire d'Artois de Mécanique et Habitat dans le cadre de l'Université d'Artois). Qu'il trouve ici, avec mes remerciements, l'expression de ma profonde reconnaissance pour les conseils et l'aide qu'il m'a apportés durant cette étude et la part active qu'il a eue dans son aboutissement.

Monsieur le Professeur L. RACZY, Directeur de l'Ecole doctorale "Sciences Pour l'Ingénieur" de l'Université de Lille I et du C.I.E.S. (Centre d'Initiation à l'Enseignement Supérieur) m'a fait l'honneur de présider le jury de cette thèse. Je lui en suis particulièrement reconnaissant.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur P. PHILIPPI, Directeur du Laboratoire de thermique de l'Université de Santa Catarina (Brésil) pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de juger mon travail.

Je remercie vivement Monsieur le Professeur J. BRAU, Responsable de l'équipe Equipement de l'Habitat du Centre d'Etudes Thermiques de l'Habitat de l'INSA de Lyon et monsieur le Professeur R. JAVELAS, Directeur du Laboratoire de Thermique de l'habitat de l'INSA de Toulouse qui ont analysé mon travail.

Monsieur le Professeur J.F. SACADURA, Responsable de l'équipe Génie Mécanique - Construction du Centre d'Etudes Thermiques de l'Habitat de l'INSA de Lyon, m'a fait l'honneur d'accepter de participer à ce jury. Je lui en suis particulièrement reconnaissant.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur J. LESENNE, Directeur du pôle béthunois de l'Université d'Artois d'avoir bien voulu me faire l'honneur de participer à ce jury.

Je suis très reconnaissant à Monsieur le Professeur D. BOISSIER, Directeur du Laboratoire d'Artois de Mécanique et Habitat pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de participer à ce Jury.

Ma reconnaissance s'adresse également à Monsieur le Professeur D. LECLERCQ, pour l'honneur qu'il me fait en participant à ce Jury.

Monsieur M. CHANTANT, Directeur de recherche au C.E.A. de Cadarache, a accepté de participer à ce jury, je l'en remercie vivement.

Je remercie particulièrement Monsieur S. LASSUE, pour l'intérêt qu'il a toujours bien voulu porter à mes travaux et les conseils qu'il m'a prodigués.

Je ne saurais oublier d'exprimer ma reconnaissance aux membres de l'équipe thermique, pour leur contribution, leur soutien et pour la sympathie qu'ils m'ont témoignée.

SOMMAIRE

INTRODUCTION

RESUME

CHAPITRE I: ASPECTS THEORIQUES

I.1. - TRANSFERTS DE CHALEUR PAR CONDUCTION

I.1.1.- Introduction

I.1.2.- Transfert de chaleur par conduction

I.1.2.1.- Loi de Fourier

I.1.2.2.- équation de la chaleur

I.1.3.- Transfert en régime sinusoïdal dans un milieu semi-infini

I.1.3.1.- résolution de l'équation de la chaleur

I.1.3.2.- impédance caractéristique du milieu [Z_c]

I.2. - QUADRIPOLES ET IMPEDANCES THERMIQUES

I.2.1.- Notion de quadripôle thermique

I.2.2.- Impédance d'un matériau homogène - Définitions

I.2.2.1.- impédance de court-circuit de la paroi homogène [Z_{cc}]

I.2.2.2.- impédance de circuit-ouvert de la paroi homogène [Z_{co}]

I.2.3.- Etude des impédances Z_{cc} et Z_{co} du milieu homogène

I.2.3.1.- paramètres adimensionnés

I.2.3.2.- le graphe des modules

I.2.3.3.- validité de l'hypothèse de milieu semi-infini

I.2.3.4.- le graphe des phases

I.2.4.- Impédances d'un système multicouche

I.2.4.1.- impédance "court-circuit" d'un système bicouche

I.2.4.2.- impédance "court-circuit" d'un système tricouche

I.2.4.3.- discontinuité au sein d'un milieu homogène

I.2.4.3.1.- discontinuité distribuée

I.2.4.3.2.- discontinuité localisée

I.2.4.4.- sensibilité de l'impédance aux paramètres

I.3. - IMPEDANCES GENERALISEES

I.3.1. - Cas du milieu homogène

I.3.2. - Cas d'un système hétérogène multicouche

I.3.2.1. - cas général

I.3.2.2. - cas particulier d'une discontinuité résistive dans une matrice homogène

I.3.2.3. - étude de la sensibilité aux paramètres

I.4. - ELEMENTS DE TRAITEMENT DU SIGNAL - APPLICATIONS AUX

SOLLICITATIONS ALEATOIRES

I.4.1. - Relations temporelles

I.4.2. - Relations fréquentielles

I.4.3. - Signaux aléatoires

I.4.4. - Traitements

CHAPITRE II: INSTRUMENTATION

II.1 - Les capteurs

II.2.- Etalonnage, sensibilité

II.3.- Perturbation de la mesure

CHAPITRE III: RESULTATS EXPERIMENTAUX

III.1.- APPLICATIONS "UNE FACE D'ACCES"

III.1.1. - Détermination de l'effusivité thermique

III.1.1.1. - cas du PVC

III.1.1.1.1. - dispositif expérimental

III.1.1.1.2. - procédure de traitement

III.1.1.2. - cas du polystyrène

III.1.1.3. - cas de la mousse de PVC

III.1.1.4. - cas du béton

III.1.2. - Exemple de caractérisation in situ - Cas du sol en place

III.1.3. - Application de l'impédance thermique au contrôle non destructif

III.1.3.1. - contrôle d'une plaque de PVC en laboratoire

III.1.3.2. - contrôle d'une plaque de béton in situ

III.1.3.3. - approche d'un problème à deux dimensions

III.2. - APPLICATIONS "DEUX FACES D'ACCES"

III.2.1. - Milieux homogènes

III.2.1.1. - étude d'une plaque de PVC

III.2.1.2. - étude d'une plaque de béton

III.2.1.3. - étude d'une paroi homogène in situ

III.2.2. - Milieux tricouches

III.2.2.1. - cas d'un système tricouche PVC-polystyrène-PVC

III.2.2.2. - cas du tricouche béton-polystyrène-béton

CONCLUSION

ANNEXES

INTRODUCTION

D'une manière générale, on constate actuellement un manque de travaux de recherche expérimentale. Cette pénurie, qui existe dans la plupart des domaines scientifiques, est particulièrement évidente quand il s'agit de mesures in situ. Dans le domaine du génie civil, de telles expérimentations sont cependant fondamentales. Si les travaux de modélisation numérique sont nombreux, il n'est pas toujours facile de les valider ou de caler les modèles, faute de mesures fiables sur sites. L'analyse in situ de la pathologie ou le diagnostic avant réhabilitation des ouvrages, constituent d'autres vastes domaines pour lesquels de multiples problèmes de mesures restent posés.

Les difficultés de l'expérimentation in situ et, corrélativement, le manque de travaux existants, résultent essentiellement de deux types de problèmes :

le premier se pose au niveau de l'instrumentation : il ne suffit pas de transposer in situ des techniques de mesures utilisées en laboratoire. Cette procédure conduit généralement à des appareillages très lourds, sophistiqués et coûteux, le développement d'appareillages spécifiques est indispensable.

Une autre difficulté apparaît au niveau de l'interprétation : il est extrêmement difficile d'imposer in situ des sollicitations déterministes "propres", les sollicitations naturelles à caractère aléatoire sont omniprésentes. La complexité des signaux conduit alors à mettre en oeuvre des procédures basées sur les techniques du traitement du signal, soit pour éliminer le bruit, soit pour chercher à extraire les informations contenues dans les signaux naturels en l'absence de toute source extérieure. Cette dernière approche est particulièrement intéressante puisqu'elle puise ses informations dans l'étude des interactions naturelles entre un ouvrage et son environnement.

Dans ce travail, nous nous intéressons aux processus thermiques. Notre objectif fondamental est de proposer une formulation des échanges thermiques, entre un matériau ou un ouvrage, et son environnement micro-climatique, qui soit adaptée au traitement des

sollicitations aléatoires. Cela nous conduit à adopter une approche globale, systémique, et impose un large recours aux méthodes de traitement du signal.

La formulation proposée et les techniques expérimentales induites doivent conduire à deux types d'applications pratiques :

Un premier objectif se situe au niveau de la caractérisation thermophysique des matériaux et des structures. Cet aspect est très important, par exemple dans le secteur du bâtiment dans le cadre de l'utilisation rationnelle de l'énergie. Si nous vivons actuellement une période transitoire où le coût de l'énergie est bas, il ne faut pas perdre de vue l'aspect temporaire et instable de cet état. L'Allemagne et l'Angleterre préparent actuellement des projets de loi visant à rendre plus sévère la réglementation sur les économies d'énergie, la gestion de l'énergie constitue l'une des cibles du plan construction et architecture de 1993. La nécessité de mesurer les propriétés thermophysiques se rencontre aussi dans bien d'autres domaines du génie civil : stockage de produits radioactifs, de produits polluants divers dans les sols ou roches, stockage d'énergie gratuite dans les sols...

Une seconde préoccupation vise à permettre le développement de méthodes originales de conduite de suivi ou d'auscultation des matériaux ou d'ouvrages en utilisant des signaux thermiques comme source d'information. On cherchera en particulier à exploiter les informations contenues dans les interactions énergétiques naturelles entre l'ouvrage et son environnement micro-climatique. L'aspect thermique ne constitue plus ici une fin, mais seulement un moyen susceptible de renseigner sur l'état d'un ouvrage au sens large. Nous pourrions traiter par exemple, dans ce cadre, de la recherche de discontinuités dans des parois, du suivi ou de l'état d'humidité d'un sol in situ...

Situation bibliographique

L'objet de ce travail est de proposer un formalisme de représentation des transferts conductifs adapté au traitement des sollicitations aléatoires. Les résultats théoriques seront validés expérimentalement en laboratoire mais surtout in situ sous des sollicitations

thermiques naturelles. Cet objectif nous a conduit à structurer la bibliographie en quatre parties :

1) Une première série, référencée Ai, comprend les "**ouvrages de base**". Ces ouvrages concernant essentiellement deux domaines :

- **La thermique.** Il s'agit de documents de référence relatifs aux transferts thermiques en général et, plus particulièrement, aux échanges de chaleur par conduction.

- **Le traitement du signal et l'approche système.** La complexité des sollicitations et l'approche globale adoptée conduit naturellement à un large recours aux techniques issues des théories du signal et des systèmes. Les principaux ouvrages de référence utilisés dans ce cadre sont répertoriés.

2) Une seconde catégorie de documents (Bi) est relative au formalisme de modélisation et à la validation expérimentale. Il s'agit d'articles ou de thèses spécifiques qui permettent soit de situer comparativement l'approche proposée, soit d'en assurer les bases

Une très large majorité des travaux relatifs à la modélisation des transferts conductifs dans les parois visent à obtenir une formulation dans le domaine temporel. Les méthodes analytiques fournissent des solutions spatio-temporelles exactes, au prix de résolutions souvent complexes et lourdes. Les méthodes numériques "directes" (différences finies, éléments finis...) sont basées sur une discrétisation dans le temps et l'espace de l'équation de la chaleur ; le calcul donne, en chaque point du maillage, le flux et la température, ce résultat est souvent surabondant.

Les méthodes numériques "indirectes" font intervenir, pour obtenir l'état thermique à la surface d'une paroi, un produit de convolution entre un signal d'entrée discrétisé et une fonction de réponse propre au système. Il s'agit d'une approche globale, systémique, qui correspond mieux à la démarche adoptée dans ce travail. Dans le domaine de la thermique de l'habitat, Mitalas et Stephenson [B1,B2] ont introduit, dès 1967, la notion de "facteur de réponse". Le facteur de réponse est généralement obtenu en calculant ou en mesurant le flux sur la surface d'une paroi quand on impose sur celle-ci une sollicitation de température triangulaire sur une face, l'autre face étant maintenue à une température

constante. Cette méthode a été largement développée en France par l'équipe thermique de l'habitat de l'INSA de Lyon [B3,B4]. Les méthodes utilisant la transformée en z sont plus récentes. Elles consistent en une détermination des coefficients de la fonction de transfert à partir des signaux échantillonnés de flux et température [B5].

D'une façon plus générale, l'utilisation des réponses indicielles ou impulsionnelles peuvent être envisagée.

La principale difficulté, liée à ces méthodes, se situe au niveau de la détermination de la fonction réponse. Celle-ci peut être estimée par une modélisation numérique, ou analytique, avec les difficultés déjà signalées. La méthode du "quadripôle thermique" est utilisable dans ce cadre, des travaux ont montré sa puissance pour traiter les transferts unidirectionnels. De récents développements, réalisés par Degiovanni [B6,B7], ont mis en évidence les possibilités d'extension à des milieux avec sources internes, ou à des systèmes 2D, 3D. La méthode implique une ou plusieurs transformations intégrales (Laplace, Fourier), les problèmes essentiels se situant au niveau des transformations inverses [B8].

La fonction réponse peut être mesurée. D'une façon générale, la détermination expérimentale de la fonction réponse conduit à un calcul de déconvolution. Il s'agit d'une opération extrêmement délicate et peu précise qui rend la procédure pratiquement inapplicable. Les méthodes classiquement utilisées consistent alors à appliquer au système des sollicitations déterministes contrôlées : impulsion, indice, etc. Cette méthode est utilisable en laboratoire sur des échantillons de petites tailles [B9,B10]. Des caractérisations sur des éléments des parois de grandes tailles sont envisageables, mais impliquent de disposer de cellules climatiques et d'une instrumentation associée sophistiquée [B11]. Dans le cadre de mesures sur site sur des ouvrages, une telle procédure conduit à mettre en oeuvre des moyens extrêmement lourds [B12] qui limitent grandement son application.

Des mesures directes sur site peuvent cependant conduire à une caractérisation partielle du système. L'étude des dépendances statistiques flux-température de la surface d'une paroi sur une durée suffisante permet ainsi d'estimer la résistance globale du système [B13,B14,B15]. La méthode "d'identification" est une procédure déductive qui tire une loi générale relative au comportement d'un système suivant une observation précise.

La détermination du modèle de comportement n'est pas directe, elle nécessite, au préalable, la sélection souvent arbitraire d'un type de modèle [A1].

Les difficultés liées aux traitements temporels nous ont conduit à situer notre travail dans le domaine fréquentiel. Le passage dans ce domaine transforme le produit de convolution en un produit simple qui simplifie fortement les traitements. L'exploitation des sollicitations complexes et aléatoires est alors envisageable. Les calculs de fonctions de transfert restent simples, même pour des systèmes relativement complexes : paroi multicouche, prise en compte des capteurs...

Hormis l'étude du régime sinusoïdal pur, peu de travaux de caractérisation thermique des systèmes se situent dans le domaine fréquentiel. Haghigat [B16] a proposé d'utiliser la formulation de la transformée en z dans l'espace de Laplace. En 1982, D. Leclercq [B17] introduisait la notion d'impédance thermique dans une configuration particulière. Il s'agissait d'étudier en Laboratoire des transferts thermiques sinusoïdaux et stationnaires imposés à des échantillons dont la face externe était maintenue à température constante.

Les premiers travaux réalisés sur l'application de la notion d'impédance thermique à des sollicitations aléatoires et aux mesures sur site, ont été réalisés en collaboration avec Sougrati Bellatar [D1,D2]. Ces travaux se limitaient aux systèmes semi-infinis et à l'impédance caractéristique associée.

3) Une troisième série de références (Ci) concerne l'instrumentation. Dans notre approche, l'état thermique de surface est caractérisé par le flux thermique et la température. La mesure de la température est classique. De multiples techniques ont été développées [C1]. Les publications sont nombreuses.

La mesure simultanée flux-température est beaucoup moins développée, le thermicien a généralement tendance à considérer que la seule grandeur accessible à la mesure est la température. Cette démarche se retrouve aussi au niveau des approches théoriques et des formalismes classiques. Le développement des "méthodes inverses" illustre cette tendance. Dans l'étude des échanges convectifs paroi-ambiance, la connaissance précise du flux à l'interface paroi-fluide est souvent le problème majeur [B18,B19,B20,B21,D3].

Les capteurs de flux thermique existent depuis de nombreuses années [C2,C3,C4]. Le principe généralement mis en oeuvre consiste à mesurer l'écart de températures aux bornes d'une résistance thermique plane étalon. En régime permanent, cet écart est proportionnel au flux thermique. L'utilisation de tels capteurs "fluxmètres à paroi auxiliaire" [A2] devient très délicate dès que l'on aborde les régimes instationnaires. Le fluxmètre possède, compte tenu de son principe, une résistance et une capacité thermique importantes qui perturbent la mesure, et conduisent à des corrections laborieuses.

En 1979, P. Théry [C5] imaginait un nouveau concept de mesure. La distorsion des lignes de flux, imposée dans le capteur, fait apparaître des écarts de température dans des thermo-éléments disposés perpendiculairement à la direction générale de la propagation. Cette caractéristique a donné au capteur le nom de "fluxmètre à gradients tangentiels". Ce principe de mesure permet de réaliser des capteurs de très faible épaisseur (de l'ordre de 0,1mm) très peu perturbateurs de la mesure. Des développements continus permettent de disposer maintenant de fluxmètres très performants en terme de sensibilité, de constante de temps voisine de 1 seconde dans des géométries variables, adaptables au problème posé (cf. Annexe 2).

4) La dernière partie de la bibliographie (Di) est relative aux publications auxquelles nous avons participé durant ce travail.

RESUME

Ce travail a pour objectif essentiel de proposer une formulation des transferts thermiques conductifs unidirectionnels adaptée au traitement des sollicitations aléatoires. La finalité recherchée concerne les problèmes de caractérisation in situ et de contrôle non destructif dans le domaine de la **thermique de l'habitat** et des ouvrages de **génie civil** en général (sols, parois...). La formulation développée s'inspire des méthodes et des approches théoriques habituelles en électronique.

La caractérisation des systèmes sous sollicitations aléatoires est très délicate dans le domaine temporel, elle conduit à une procédure de déconvolution pratiquement irréalisable à partir des signaux naturels mesurés in situ sur les ouvrages. Cette remarque nous a conduit à situer notre travail dans le domaine **fréquentiel**, et amène naturellement à la notion d'impédance thermique.

Le **premier chapitre** qui présente les aspects théoriques a été structuré en quatre paragraphes. Le premier paragraphe montre que les expressions qui décrivent le comportement thermique d'un milieu semi-infini soumis à une sollicitation de température de type sinusoïdal permettent d'étudier le problème sous un aspect ondulatoire. L'analogie développée dans ce cadre conduit à introduire la notion d'impédance caractéristique Z_c relative à un milieu semi-infini. Les applications concernent l'identification in situ de l'effusivité thermique et le contrôle non destructif. Le second paragraphe étend la notion d'impédance aux milieux de dimensions finies et montre qu'une caractérisation plus complète peut être effectuée en introduisant les impédances de "court-circuit" Z_{cc} et de "circuit-ouvert" Z_{co} , mais un contrôle des conditions limites de sortie est alors nécessaire.

La notion "d'impédances généralisées" dont le formalisme est présenté dans le troisième paragraphe, permet d'étudier des systèmes conductifs sans avoir à se préoccuper

du détail des conditions limites. Cette approche plus générale implique cependant un accès "deux faces". Dans le cas d'un système homogène, deux impédances généralisées sont introduites, elles sont représentatives de deux modes de fonctionnement indépendants : le mode de transfert et le mode de stockage. La formulation permet de développer des méthodes simples et précises de caractérisation thermique utilisables en laboratoire mais surtout in situ. La procédure consiste à analyser simplement les interactions énergétiques entre l'ouvrage et son environnement micro-climatique en l'absence de toute source extérieure. Dans l'objectif du contrôle non destructif, il apparaît que la présence d'une discontinuité plane dans une paroi amène une fonction de couplage entre les deux modes de bases. L'étude de la fonction de couplage permet de localiser la discontinuité. Le dernier paragraphe de ce chapitre décrit la procédure de traitement des signaux qui depuis l'acquisition jusqu'aux calculs des fonctions de transfert permet d'exploiter les propriétés mises en évidence dans la partie théorique.

Le **deuxième chapitre** présente l'aspect instrumental du travail. Les méthodes envisagées nécessitent une mesure simultanée du flux et de la température dans un même plan. Dans cette partie, le capteur qui a été employé est décrit. Ses caractéristiques thermiques sont déterminées lors de la phase d'étalonnage. La perturbation qu'il peut entraîner dans les applications envisagées est analysée.

Le **troisième chapitre** présente les résultats expérimentaux classés dans deux catégories principales les applications à "une face d'accès"; les applications à "deux faces d'accès". Ce chapitre se compose d'expérimentations réalisées en laboratoire concernant des matériaux divers (PVC, polystyrène, béton...) et de mesures in situ qui sont appliquées à l'étude des propriétés thermophysiques du sol, à la caractérisation thermique de bâtiments et au contrôle non destructif d'un mur tricouche.

NOMENCLATURE

λ	conductivité thermique	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
ρ	masse volumique	$Kg \cdot m^{-3}$
c	chaleur massique	$J \cdot Kg^{-1} \cdot K^{-1}$
C_p	capacité calorifique volumique	$J \cdot m^{-3} \cdot K^{-1}$
a	diffusivité thermique	$m^2 \cdot s^{-1}$
ε	épaisseur de peau	m
b	effusivité thermique	$J \cdot K^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1/2}$
R	résistance thermique	$K \cdot m^2/W$
C	capacité thermique	$J/K \cdot m^2$
h	coefficient d'échange	$K \cdot m^2/W$
Q	quantité de chaleur	J
τ_c	temps caractéristique	s
f_c	fréquence caractéristique	Hz
T	période	s
R_0	résistance localisée	$K \cdot m^2/W$
x_0	abscisse de la résistance	m
y_0	ordonnée limite de la résistance	m
t	variable temporelle	s
f	variable fréquentielle	Hz
u	fréquence réduite	
ω	pulsation	rad/s
p	variable de Laplace	
ℓ	épaisseur	m

ϕ	densité de flux	W/m ²
θ	variation de température	K
$\Sigma\phi, \Delta\phi$	grandeurs généralisées de flux	W/m ²
$\Sigma\theta, \Delta\theta$	grandeurs généralisées de température	K
$h(t)$	réponse impulsionnelle	
$u(t)$	réponse indicielle	
R_{xx}	fonction d'autocorrélation	
R_{yx}	fonction d'intercorrélation	
T.L.	transformée de Laplace	
T.F.	transformée de Fourier	
S_{yx}	densité spectrale de puissance	
S_{yx}	densité spectrale d'interaction	
Z	impédance	
z	impédance réduite	
Z_c (ou z_c)	impédance caractéristique (réduite)	
Z_{cc} (ou z_{cc})	impédance de "court - circuit" (réduite)	
Z_{co} (ou z_{co})	impédance de "circuit - ouvert" (réduite)	
Z_t (ou z_t)	impédance de transfert (réduite)	
Z_s (ou z_s)	impédance de stockage (réduite)	

CHAPITRE I

ASPECTS THEORIQUES

I. 1. TRANSFERT DE CHALEUR PAR CONDUCTION

I. 1. 1. Introduction

Ce premier paragraphe traite de la mise en équations des phénomènes d'échange thermique par conduction, et introduit les grandeurs caractéristiques.

D'une manière générale, on distingue trois modes de transfert de chaleur :

- La conduction consiste en une propagation de la chaleur dans la matière immobile.
- La convection implique un déplacement de matière couplé à un processus thermique et se rencontre dans les fluides.
- Le rayonnement thermique ne nécessite aucun support matériel. Il résulte d'un échange direct d'énergie entre deux corps par propagation d'ondes électromagnétiques.

Les transferts de chaleur par conduction se rencontrent dans les solides. Dans les liquides et les gaz, les phénomènes convectifs et radiatifs sont prépondérants. Les trois modes se trouvent couplés aux interfaces fluide-solide ou dans les milieux poreux.

La description des phénomènes thermiques est généralement basée sur l'observation du champ de température en tout point du domaine et de la densité de flux associée.

Ce travail est relatif aux systèmes qui opèrent par conduction, ou plus généralement aux processus qui peuvent être décrits par un modèle conductif.

I. 1. 2. Transfert de chaleur par conduction

La conduction caractérise un transfert de chaleur par proximité moléculaire dans la matière au repos [A3,A4,A5]. Dans ce cas, la densité de flux thermique satisfait à la loi phénoménologique de Fourier :

I. 1. 2. 1. Loi de Fourier

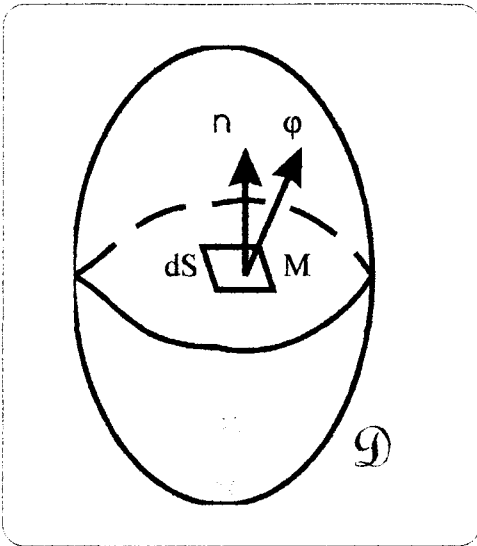


figure 1.1

Soit un milieu homogène (*figure 1.1*) noté \mathcal{D} siège d'un champ de température $\theta(M,t)$ non uniforme. Considérons un point M de \mathcal{D} centre d'un petit élément de surface dS . Cette surface est traversée pendant un temps dt , suivant sa normale, par une quantité de chaleur :

$$d^2Q = -\overline{\lambda} \cdot \text{grad}\theta \cdot n \cdot dS \cdot dt \quad (\text{II.1})$$

$\overline{\lambda}$ est le tenseur de conductivité thermique. Il possède trois directions principales.

La loi de Fourier s'écrit plus souvent sous la forme suivante :

$$\vec{\varphi}(x, y, z, t) = -\lambda \vec{\text{grad}} \theta \quad (\text{II.2})$$

où $\vec{\varphi}$ est le vecteur de flux surfacique.

Cette loi est écrite ici pour un milieu conducteur homogène isotrope dont les propriétés thermocinétiques sont indépendantes de la direction et restent invariantes par rapport aux coordonnées spatiales du point où cette relation est appliquée.

Pour un milieu isotrope, le vecteur densité de flux surfacique est normal aux surfaces isothermes. Ce qui donne :

$$\vec{\varphi} = \varphi \cdot \vec{n} \quad (11.3)$$

La grandeur φ désigne la **densité de flux surfacique** (W/m^2), tandis que θ représente la **température** (K). Le paramètre positif λ est appelé **conductivité thermique** du matériau, les remarques précédentes, concernant le caractère isotrope et homogène du milieu, font que la conductivité thermique n'est plus un tenseur mais un scalaire constant qui est exprimé en $W/(m.K)$. Le signe négatif, qui précède λ , rappelle que le transfert d'énergie calorifique s'effectue des zones chaudes vers les zones froides. En fait, λ évolue avec la température. Toutefois, dans les applications envisagées par la suite, la plage de variation des températures est restreinte et la conductivité sera considérée comme constante.

I. 1. 2. 2. équation de la chaleur

Des considérations de conservation d'énergie sont à l'origine d'une seconde équation :

$$\operatorname{div}\left(-\vec{\varphi}\right) - C_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \quad (11.4)$$

C_p représente la **capacité calorifique volumique** du matériau. La formulation proposée ci-dessus suppose qu'aucune génération de chaleur ne se produit au sein du milieu.

Pour un milieu isotrope, la prise en compte de la loi de Fourier conduit à la relation :

$$\frac{\partial \theta(x, y, z, t)}{\partial t} = a \Delta \theta(x, y, z, t) \quad (11.5)$$

L'opérateur Δ représente le Laplacien et vaut $\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ en coordonnées cartésiennes.

Cette équation, qui régit le champ de température, est connue sous le nom d'**équation de la chaleur**.

Le paramètre $a = \lambda/C_p$, introduit dans la relation (I1.5), traduit l'aptitude du matériau à propager plus ou moins rapidement une sollicitation thermique. La vitesse à laquelle une perturbation thermique se répercute d'un point à un autre y est directement liée. Plus a est grand, plus l'information thermique se transmet rapidement. a , exprimé en m^2/s , est la **diffusivité thermique** du matériau.

La connaissance de la diffusivité thermique est essentielle pour pouvoir aborder les régimes variables.

La prise en compte des conditions limites et initiales permet de résoudre l'équation de la chaleur et conduit à la connaissance en tout point de l'état thermique local défini par la température et la densité de flux.

Si on se limite à l'étude de transferts thermiques qui s'effectuent dans une seule direction, les lignes de flux sont supposées rester parallèles à un axe (xx') qui définit la direction de propagation. Dans ce type de problème, les surfaces isothermes sont des plans perpendiculaires à (xx'). Cette remarque permet de simplifier les équations précédentes en notant que les opérateurs $\frac{\partial}{\partial y}$ et $\frac{\partial}{\partial z}$ sont nuls. Dans la suite de ce travail nous nous limiterons aux transferts unidirectionnels.

I. 1. 3. Transfert en régime sinusoïdal dans un milieu semi-infini

I. 1. 3. 1. résolution de l'équation de la chaleur

Nous nous intéressons ici au cas où la surface d'un milieu semi-infini est soumise à une variation de température de type sinusoïdal (*figure I.2*).

L'étude de ce type de régime est très importante. En effet, en pratique, de nombreuses sollicitations peuvent être modélisées en première approximation par une évolution sinusoïdale. Le cycle nocturne-diurne constitue un exemple d'application typique en thermique de l'habitat. D'une façon générale, la transformée de Fourier, qui permet de décomposer un signal quelconque en une série de sollicitations sinusoïdales, fournit ainsi un outil d'étude des processus thermiques particulièrement simple et puissant.

La sollicitation en température de la face d'accès peut s'écrire sous la forme :

$$\theta(0, t) = \theta_{m0} + \theta_0 \sin(\omega t) \quad (II.6)$$

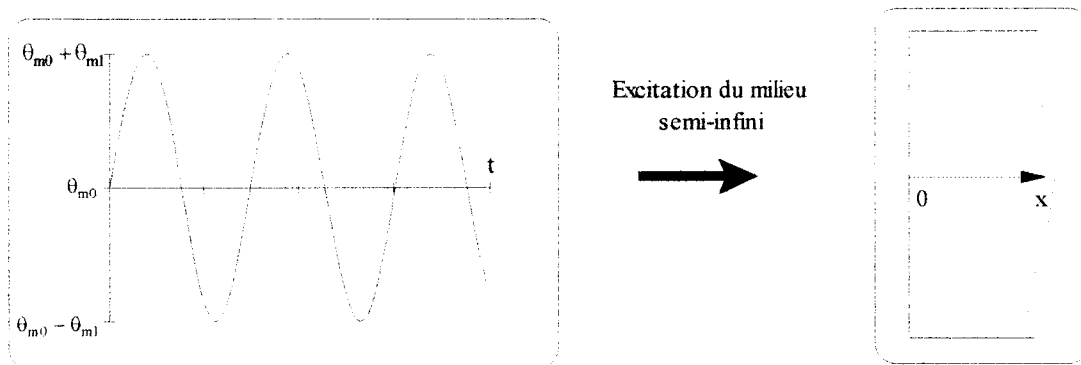


figure 1.2

θ_{m0} est la valeur moyenne de la température de surface. Une variation sinusoïdale d'amplitude θ_0 et de pulsation ω (rad/s) se superpose à cette valeur moyenne.

Dans ce cas, la résolution de l'équation de la chaleur est classique. La solution obtenue indique que la température évolue suivant une sinusoïde s'amortissant suivant l'axe de propagation (*figure 1.3*).

$$\theta(x, t) = \theta_{m0} + \theta_0 \cdot e^{(-x/\epsilon)} \sin(\omega t - x/\epsilon) \quad (II.7)$$

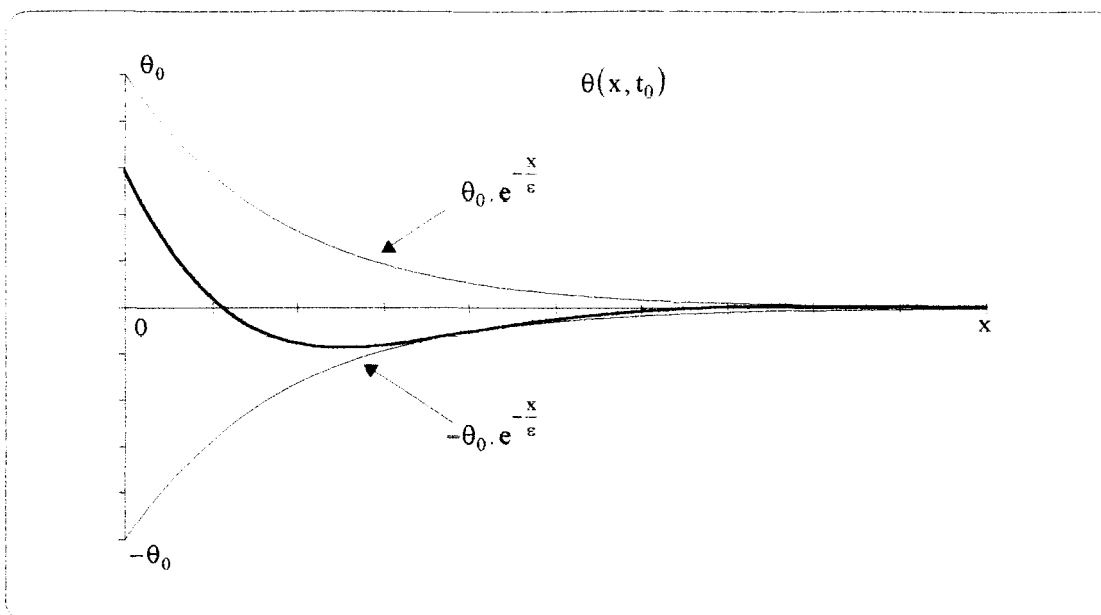


figure 1.3 Evolution de l'amplitude de la température en fonction de la profondeur

La *figure 1.3* montre l'évolution de la température (K) en fonction de la profondeur x à un instant t_0 .

Chaque plan isotherme parallèle au plan de référence $x = 0$ voit sa température évoluer sinusoïdalement avec une amplitude $\theta(x)$, $\theta(x)$ étant l'amplitude à l'entrée $\theta(0)$ atténuée par un facteur $e^{(-x/\epsilon)}$. La sinusoïde est déphasée par rapport à la sinusoïde d'origine d'un angle $-x/\epsilon$.

Le paramètre ϵ (qui caractérise l'amortissement) est lié à la nature du matériau et à la fréquence considérée. Cette grandeur homogène à une longueur est appelée **épaisseur de peau**, ou encore **longueur de diffusion**.

$$\epsilon = \sqrt{\frac{2a}{\omega}} \quad (11.8)$$

La Loi de Fourier permet d'accéder à la densité de flux en tout point.

$$\phi(x, t) = \frac{\lambda \sqrt{2}}{\epsilon} \cdot \theta_0 \cdot e^{(-x/\epsilon)} \cdot \sin(\omega t + \pi/4 - x/\epsilon) \quad (11.9)$$

soit :

$$\phi(x, t) = \sqrt{\lambda \rho c} \cdot \sqrt{\omega} \cdot \theta_0 \cdot e^{(-x/\varepsilon)} \cdot \sin(\omega t + \pi/4 - x/\varepsilon) \quad (11.10)$$

La quantité $\sqrt{\lambda \rho c}$ est appelée **effusivité thermique** du matériau, elle est notée b . Cette grandeur renseigne sur la prédisposition d'un matériau à absorber de l'énergie. Elle joue un rôle très important en régime transitoire. Par exemple, lors d'une mise en contact brutale de deux milieux, la température de l'interface est définie par leur effusivités respectives. Pour deux milieux d'effusivités très différentes, c'est le plus effusif qui impose la température de contact. L'effusivité s'exprime en $J \cdot K^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1/2}$.

En posant $\phi_0 = b \cdot \sqrt{\omega} \cdot \theta_0$, l'expression de la densité de flux devient :

$$\phi(x, t) = \phi_0 \cdot e^{(-x/\varepsilon)} \cdot \sin(\omega t + \pi/4 - x/\varepsilon) \quad (11.11)$$

Tout comme pour la température, le flux considéré dans chaque plan isotherme évolue sinusoïdalement avec la même loi d'atténuation selon l'axe de propagation. L'évolution sinusoïdale du flux s'effectue en quadrature avancée par rapport à la température (déphasage de $\pi/4$).

Les expressions du flux (11.11) et de la température (11.7) incitent à regarder ce problème d'un point de vue ondulatoire. Dans le cas de la conduction dans les solides, aucune onde réelle n'est observable, toutefois l'analogie d'écriture laisse penser que tout se passe "comme si" une onde progressive plane se propageait dans le matériau. Green [B22] s'est inspiré de cette analogie pour proposer, dès 1927, une méthode d'étude des phénomènes conductifs qui s'appuie sur la théorie des ondes. Le milieu semi-infini soumis à une variation sinusoïdale de température est le siège de la propagation de deux ondes amorties de flux et de température.

I. 1. 3. 2. impédance caractéristique du milieu [Zc]

Par analogie avec les processus électriques et acoustiques, la comparaison des amplitudes et des phases des ondes de température et de flux conduit à la notion "d'impédance thermique" qui caractérise le milieu de propagation [B17,D1].

D'une façon générale, l'impédance est donnée sous la forme d'un nombre complexe \tilde{Z} , dont le module est le rapport des amplitudes, et dont l'argument caractérise le déphasage.

$$\tilde{Z}_0 = \left(\frac{\theta_0}{\phi_0} \right) \cdot e^{j\alpha} \quad \text{avec } j = \sqrt{-1} \quad (\text{II.12})$$

Pour un milieu semi-infini, nous définissons l'**impédance caractéristique** :

$$\tilde{Z}_0 = \left(\frac{1}{b\sqrt{j\omega_0}} \right) \cdot e^{-j\pi/4} = \frac{1}{b\sqrt{j\omega_0}} \quad (\text{II.13})$$

Pour un système donné, la valeur de l'impédance dépend de la pulsation de l'onde. C'est ainsi que l'étude de l'impédance donne lieu à des représentations en fonction de la fréquence f ($\omega = 2\pi f$) : diagrammes de Bode, Nyquist, Black qui vont caractériser le comportement dynamique d'un matériau [A6]. La *figure 1.4* montre, à titre d'exemple, les représentations en amplitude et phase pour une paroi semi-infinie de béton. La normalisation de l'impédance caractéristique par l'inverse de l'effusivité permet une représentation adimensionnée indépendante de la nature du matériau.

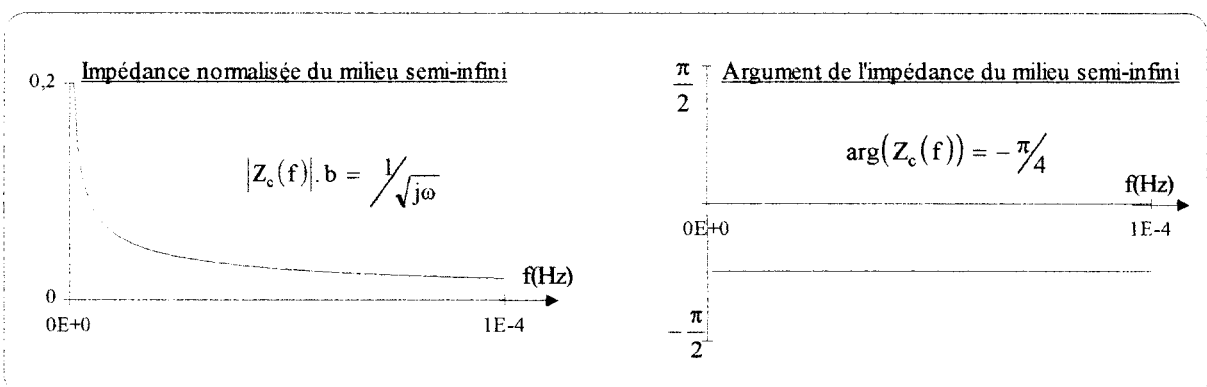


figure 1.4

En $x = 0$, les variations de flux et de température valent:

$$\theta(0, t) = \theta_0 \sin(\omega t) \quad (\text{II.14})$$

$$\phi(0, t) = \phi_0 \sin(\omega t + \pi/4) \quad (\text{II.15})$$

Ces signaux, donnés sous forme d'une évolution temporelle, peuvent être représentés dans l'espace fréquentiel grâce à la transformation de Fourier. Ils s'écrivent alors sous la forme complexe :

$$\begin{aligned} \tilde{\theta}(0, f) &= j \cdot \frac{\theta_0}{2} \cdot [\delta(f + f_0) - \delta(f - f_0)] \\ \tilde{\phi}(0, f) &= j \cdot \frac{\phi_0}{2} \cdot [\delta(f + f_0) - \delta(f - f_0)] \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} \end{aligned} \quad (\text{II.16})$$

Les transformées sont fonctions de la fréquence f . Les "spectres" correspondants se limitent à des raies pour les fréquences f_0 et $-f_0$ (f_0 est ici la fréquence de la sinusoïde). Les raies obtenues sont symbolisées mathématiquement par la fonction de Dirac δ .

Il est remarquable que le rapport de ces grandeurs pour $f = f_0$ donne directement l'impédance en $\text{K} \cdot \text{m}^2/\text{W}$.

$$\left(\frac{\tilde{\theta}(0, f)}{\tilde{\phi}(0, f)} \right)_{f=f_0} = \left(\frac{\theta_0}{\phi_0} \right) \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{b\sqrt{\omega_0}} \cdot e^{j\frac{\pi}{4}} = \tilde{Z}(f_0) \quad (\text{II.17})$$

C'est ainsi que l'observation de signaux quelconques permet de calculer, après passage dans le domaine fréquentiel, l'impédance pour les fréquences excitées.

La représentation des transferts de chaleur par conduction dans un milieu semi-infini à partir d'ondes progressives amène naturellement à la notion d'impédance thermique. Par

analogie avec les phénomènes électriques et acoustiques, il est envisageable d'utiliser cette grandeur pour caractériser thermiquement un système conducteur.

Notre étude s'est limitée jusqu'ici au cas idéal d'un milieu semi-infini dont on discutera plus loin les conditions de validité. La connaissance de l'impédance conduit à l'identification du seul paramètre thermophysique du système qui est son effusivité. La généralisation de la notion d'impédance thermique aux milieux finis s'avère indispensable pour étendre le domaine d'application.

I. 2. QUADRIPOLES ET IMPEDANCES THERMIQUES

L'analogie qui existe entre les processus thermiques et électriques nous conduit à aborder l'étude des milieux finis à partir de la théorie du quadripôle thermique maintenant bien connue [B6,B23].

I. 2. 1. Notion de quadripôle thermique

La représentation matricielle des phénomènes thermocinétiques, décrite dans le chapitre précédent, met en évidence une analogie électricité-thermique. En électricité, l'étude des quadripôles passe par une mise en équation sous une forme matricielle des tensions et des intensités mesurables aux bornes du système. Dans le cas du quadripôle thermique, la température joue le rôle de la tension et le flux celui de l'intensité. Pour schématiser le système thermique, le symbolisme utilisé en électricité est souvent retenu (figure I.5).

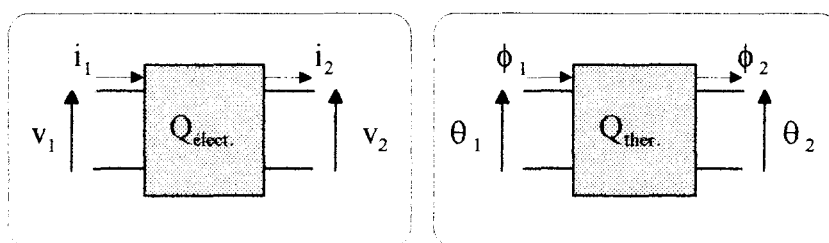


figure I.5

L'orientation, qui est ici adoptée pour le sens des courants ou des flux, est celle qui est retenue classiquement pour l'écriture de la Matrice Chaîne.

Pour une plaque homogène, la matrice de transfert exprime la dépendance entre le vecteur d'état thermique de la face d'accès arrière d'indice 2 (face dite "de sortie") et le vecteur de la face d'accès avant d'indice 1 (face "d'entrée").

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad (I2.1)$$

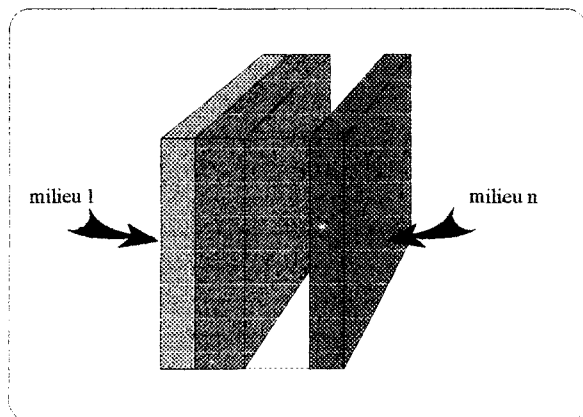
avec :

$$A = \text{Ch}\left(\sqrt{\frac{j\omega}{a}}\ell\right) \quad B = \frac{1}{b\sqrt{j\omega}} \text{Sh}\left(\sqrt{\frac{j\omega}{a}}\ell\right) \quad C = b\sqrt{j\omega} \text{Sh}\left(\sqrt{\frac{j\omega}{a}}\ell\right)$$

où a , b et ℓ désignent respectivement la diffusivité, l'effusivité et l'épaisseur de matériau.

Dans le cas général, un milieu quelconque, assurant un transfert unidirectionnel de chaleur par conduction, peut toujours être assimilé à une juxtaposition de milieux homogènes.

Un milieu multicouche sera traité comme la mise en cascade de milieux homogènes. La matrice de transfert sera obtenue par le produit des matrices définies pour chacun des milieux homogènes constituant la structure (*figure I.6*).



$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix} = [M_1] \dots [M_n] \begin{bmatrix} \theta_{n+1} \\ \phi_{n+1} \end{bmatrix} = [M_{eq}] \begin{bmatrix} \theta_{n+1} \\ \phi_{n+1} \end{bmatrix} \quad (I2.2)$$

figure I.6

I. 2. 2. Impédances d'un matériau homogène - Définitions

Les expressions matricielles (I2.1) (I2.2) précédentes expriment des relations entre des vecteurs d'états thermiques définis dans un plan par les grandeurs flux et température. Nous avons défini l'impédance thermique comme le rapport dans le plan d'entrée du système des grandeurs flux et température. Cette démarche impose un contrôle des conditions limites de sortie.

Deux configurations simples sont envisageables :

- La température est maintenue constante, par analogie nous parlerons de "court-circuit thermique".
- Le flux est maintenu constant, il s'agira alors du cas "circuit ouvert".

I. 2. 2. 1. impédance de court-circuit de la paroi homogène [Z_{cc}]

L'impédance de court-circuit sera définie lorsque l'on maintient la température de la face arrière constante par contact avec un puits thermique. Cette condition limite isotherme est connue sous le nom de condition limite de Dirichlet. Si la température du puits est choisie comme référence, la relation matricielle devient :

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad (I2.3)$$

Le rapport θ_1/ϕ_1 donne l'impédance recherchée:

$$Z_{cc}(\omega) = \frac{\theta_1}{\phi_1} = \frac{B}{A} = \frac{1}{b\sqrt{j\omega}} \cdot \text{th}\left(\sqrt{\frac{j\omega}{a}} \cdot \ell\right) \quad (I2.4)$$

Par analogie avec le cas électrique (*figure I.7*), où la sortie du quadripôle est court-circuitée ($v_2 = 0$), cette impédance est dite de **court-circuit**. On reconnaît dans l'expression le terme $1/b\sqrt{j\omega}$ qui est l'impédance caractéristique Z_c du milieu de propagation.

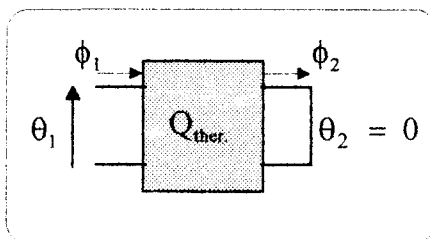


figure I.7

$$Z_{cc} = Z_c \cdot \text{th}\left(\sqrt{\frac{j\omega}{a}} \cdot \ell\right) \quad (I2.5)$$

en $K \cdot m^2/W$

I. 2. 2. 2. impédance en circuit ouvert de la paroi homogène [Z_{co}]

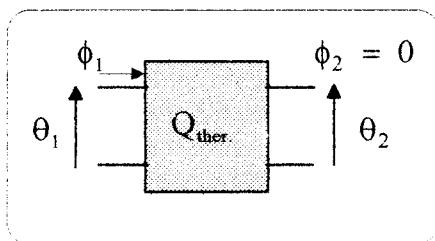
La condition limite de Neumann suppose que le flux en face 2 est nul.

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12.6)$$

Dans ce cas de figure, on suppose que la paroi est en contact avec un isolant thermique parfait. L'impédance calculée pour cette condition limite adiabatique vaut :

$$Z_{co}(\omega) = \frac{\theta_1}{\phi_1} = \frac{A}{C} = \frac{1}{b\sqrt{j\omega}} \cdot \coth\left(\sqrt{\frac{j\omega}{a}} \cdot \ell\right) \quad (12.7)$$

Cette fois, la configuration est analogue au cas électrique (*figure 1.8*) où la sortie du quadripôle n'est pas connectée ($i_2 = 0$). On parlera donc d'**impédance en circuit ouvert**.



$$Z_{CO} = Z_C \cdot \coth\left(\sqrt{\frac{j\omega}{a}} \cdot \ell\right) \quad (12.8)$$

en K. m²/W

figure 1.8

En observant les relations de définition précédentes, il apparaît que si l'épaisseur ℓ de l'échantillon est grande, ou si la fréquence est élevée, les deux impédances tendent à s'identifier à l'impédance caractéristique définie en (I1.13).

pour ℓ ou f suffisamment grandes :

$$Z_{CO}, Z_{CC} \rightarrow Z_C = \frac{1}{b\sqrt{j\omega}} \text{ en K. m}^2/\text{W} \quad (12.9)$$

Cette remarque induit deux types d'applications potentielles :

1) Pour un milieu d'épaisseur finie ℓ quelconque, il est possible, à partir de la mesure de l'impédance thermique, d'identifier l'effusivité, à condition de limiter l'étude à une bande spectrale située en hautes fréquences.

2) En élargissant l'étude vers les basses fréquences, l'impédance apparente s'éloignera de l'impédance caractéristique dès que la fréquence sera suffisamment basse. La zone de divergence est liée à l'épaisseur de la paroi, sa localisation peut donc conduire à une estimation dimensionnelle à partir des seules informations thermiques recueillies sur la face d'accès. Cette procédure peut aussi être appliquée au contrôle d'une paroi d'épaisseur connue pour laquelle le domaine de validité du milieu semi-infini peut être défini. Toute anomalie située dans ce domaine sera caractéristique de discontinuités internes. Dans ce cas, pour procéder à des applications quantitatives, un travail de modélisation plus élaboré s'avère nécessaire.

I. 2. 3. Etude des impédances Z_{cc} et Z_{co} du milieu homogène

I. 2. 3. 1. paramètres adimensionnés

Pour faciliter l'utilisation pratique des résultats théoriques, il est apparu souhaitable de les représenter sous forme adimensionnée. Nous définissons ainsi la fréquence réduite u comme le rapport de la fréquence avec la fréquence caractéristique f_c :

$$u = \frac{f}{f_c} \quad (\text{sans dimension}) \quad (I2.10)$$

f_c représente ici la fréquence caractéristique qui est l'inverse du temps de Fourier :

$$\begin{aligned} f_c &= \frac{1}{\tau_c} \\ \text{avec} \quad \tau_c &= R.C = \frac{\ell^2}{a} \text{ en s} \end{aligned} \quad (I2.11)$$

$$R = \text{Résistance thermique} = \frac{\ell}{\lambda} = \frac{\ell}{b\sqrt{a}} \text{ en K. m}^2/\text{W} \quad (I2.12)$$

$$\text{et } C = \text{Capacité thermique} = \ell.C_p = \ell.\rho c = \frac{\ell.b}{\sqrt{a}} \text{ en J. m}^{-2}.\text{K}^{-1} \quad (I2.13)$$

Il est à remarquer que toutes les grandeurs thermiques définies ici s'expriment en fonction de trois paramètres intrinsèques : l'épaisseur ℓ , l'effusivité b et la diffusivité a

L'introduction de la fréquence réduite conduit aux expressions :

$$\text{L'impédance caractéristique : } Z_c = \frac{R}{\sqrt{j2\pi u}} \quad (I2.14)$$

$$\text{L'impédance de court-circuit : } Z_{cc} = \frac{R}{\sqrt{j2\pi u}} \cdot \text{th } \sqrt{j2\pi u} \quad (I2.15)$$

$$\text{L'impédance en circuit ouvert : } Z_{co} = \frac{R}{\sqrt{j2\pi u}} \cdot \text{coth } \sqrt{j2\pi u} \quad (I2.16)$$

La normalisation par rapport à la résistance fournit les expressions adimensionnelles :

$$z_c = \frac{Z_c}{R} ; z_{cc} = \frac{Z_{cc}}{R} ; z_{co} = \frac{Z_{co}}{R} \quad (I2.17)$$

Les impédances réduites sont des fonctions complexes de la fréquence réduite u . Les figures I.9 et I.11 présentent les évolutions des modules et des phases.

I. 2. 3. 2. le graphe des modules

La représentation "log - log" (figure I.9) est particulièrement bien adaptée dans le cas des modules.

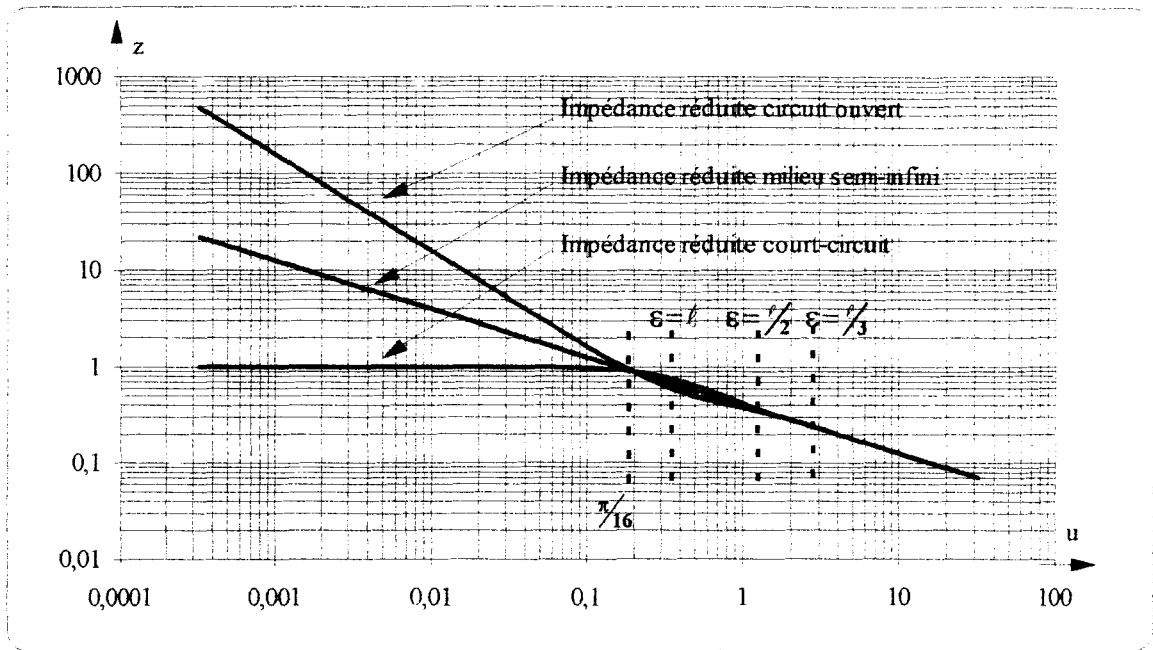


figure 1.9 Evolutions des modules des impédances réduites du milieu homogène en fonction de la fréquence réduite u .

- Impédance caractéristique

L'impédance caractéristique est de la forme $K \cdot u^{-1/2}$, où K est une constante. Sur le graphe, le module de $|z_c|$ est une droite de pente $-1/2$. Pour des valeurs de u qui tendent vers l'infini, le module de l'impédance caractéristique tend vers 0, ce qui qualitativement signifie que des variations rapides de flux ont un effet négligeable sur la température. Pour les très basses fréquences, et à la limite pour la fréquence nulle, l'impédance est infinie.

- Impédance de circuit ouvert

L'hypothèse d'une condition limite adiabatique se traduit par la valeur infinie de l'impédance réduite de circuit ouvert en régime continu. La condition de Neumann prolonge le système par une résistance pure infinie.

- Impédance de court-circuit

L'impédance réduite de court-circuit tend rapidement vers 1. C'est cette fois une résistance nulle qui en régime continu peut symboliser la condition limite de Dirichlet. A la limite, l'impédance de court-circuit s'identifie à la résistance R de la paroi. L'impédance réduite, résultat de la normalisation par rapport à R , tend logiquement vers 1.

I. 2. 3. 3. validité de l'hypothèse de milieu semi-infini

Il est habituel de discuter de la validité de l'hypothèse du milieu semi-infini à partir du rapport $\varepsilon = \ell/n$, où ε représente "l'épaisseur de peau" ($\varepsilon = \sqrt{2a/\omega}$) [B24]. On considère que le système réagit comme un système semi-infini dès que ℓ/n est suffisamment grand. Un calcul immédiat montre qu'une valeur de fréquence réduite de n^2/π équivaut à une épaisseur de peau de ℓ/n .

$$\varepsilon = \frac{\ell}{n} \quad \Leftrightarrow \quad u = \frac{n^2}{\pi} \quad (12.18)$$

Dans la *figure 1.10*, les fréquences équivalentes à $\varepsilon = \ell$, $\ell/2$ et $\varepsilon = \ell/3$ ont été repérées. Il semble que pour $\varepsilon = \ell/3$ les modules des impédances sont confondus. La *figure 1.10* montre les rapports des impédances de court-circuit et de circuit ouvert à l'impédance caractéristique en fonction de la fréquence réduite u . Ces résultats permettent de conclure que, pour les fréquences qui conduisent à une épaisseur de peau inférieure à $\ell/3$, l'hypothèse de milieu semi-infini est vérifiée à 1% près. Les impédances de court - circuit et de circuit ouvert constituent des cas extrêmes de condition limite. Ainsi, quelque soit la condition limite, une épaisseur de peau inférieure à $\ell/3$ valide l'hypothèse du milieu semi-infini.

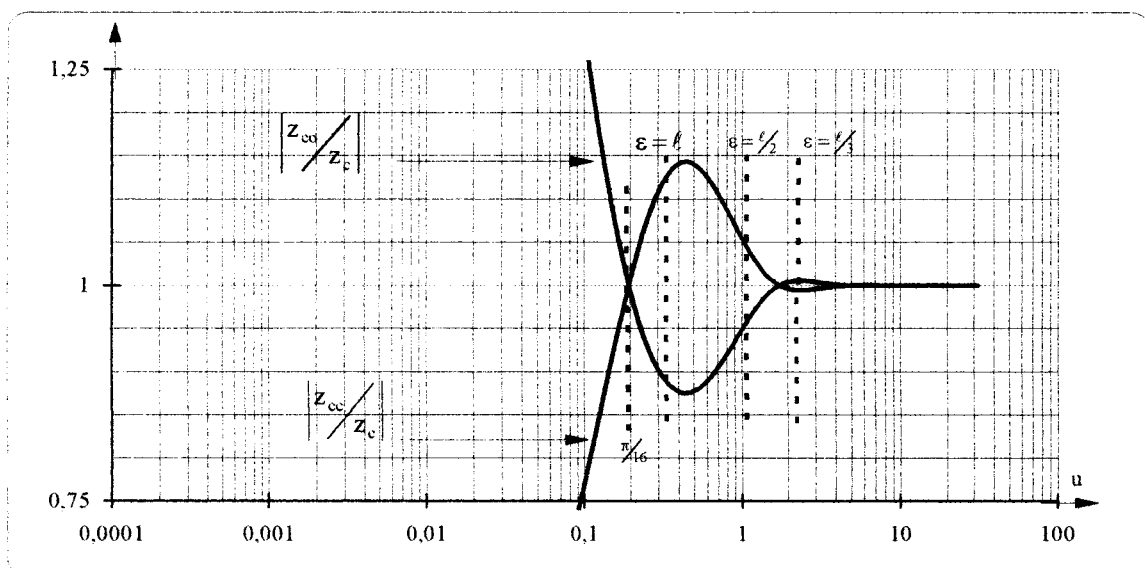


figure 1.10 Evolutions des rapports des modules des impédances réduites court-circuit et circuit ouvert au module de l'impédance réduite du milieu homogène en fonction de la fréquence réduite u .

• Remarque

Les évolutions de la *figure 1.9* indiquent qu'en dehors du domaine semi-infini les trois impédances réduites ont même module pour certaines fréquences.

Au regard des relations (I2.14), (I2.15) et (I2.16), l'égalité des modules n'est possible qu'à la condition où :

$$\left| \text{th} \sqrt{j2\pi u} \right| = 1 \quad (I2.19)$$

Le calcul montre que cette condition équivaut à :

$$\cos(2\sqrt{\pi u}) = 1 \quad (I2.20)$$

Cette équation admet une infinité de solutions de la forme :

$$u_k = (2k + 1)^2 \cdot \frac{\pi}{16} \quad (I2.21)$$

La première intersection se produit quand la fréquence réduite est égale à $\frac{\pi}{16}$

I 2. 3. 4. le graphe des phases

Les évolutions des phases ont été représentées de manière semi-logarithmique sur la *figure 1.11*. Il apparaît qu'en basse fréquence, les phases sont distinctes, elles convergent vers la phase de l'impédance réduite caractéristique quand la fréquence croît. L'impédance caractéristique est proportionnelle à $(ju)^{-1/2}$. La phase d'une telle fonction est constante et vaut $-\pi/4$.

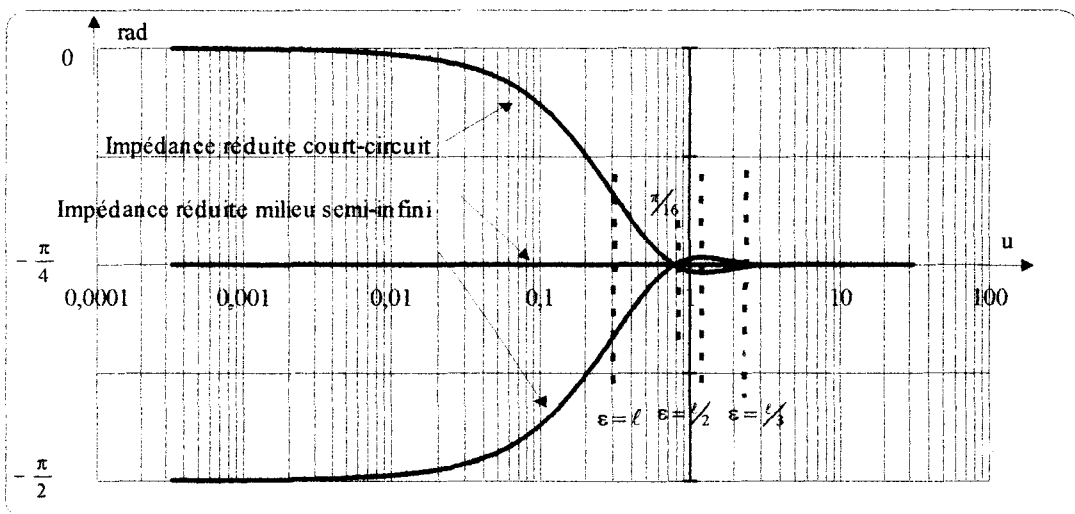


figure 1.11 Evolutions des phases des impédances réduites du milieu homogène en fonction de la fréquence réduite u .

- Remarque sur le graphe des phases

Des intersections sont également observables sur la *figure 1.11*. Pour certaines fréquences réduites u , les impédances ont la même phase. Ceci se produit lorsque l'argument de $\text{th} \sqrt{j2\pi u}$ est nul :

$$\arg\left(\frac{e^{2(1+j)\sqrt{\pi u}} - 1}{e^{2(1+j)\sqrt{\pi u}} + 1}\right) = 0 \quad (I2.22)$$

$$\text{Ceci n'est envisageable qu'à la condition où } \sin(2\sqrt{\pi u}) = 0 \quad (I2.23)$$

L'égalité des phases a lieu pour :

$$u_k = k^2 \cdot \frac{\pi}{4} \text{ avec } k \in \mathbf{N}^* \quad (I2.24)$$

La première intersection est rencontrée pour $u = \frac{\pi}{4}$

I. 2. 4. Impédances d'un système multicouche

La détermination des expressions théoriques d'impédance dans le cas de systèmes multicouches reste identique à la procédure précédente [B25]. La matrice de transfert résulte alors de produits en cascades des matrices élémentaires.

Nous nous limiterons ici au cas d'un bicouche en condition de sortie "court-circuit" que nous utiliserons dans le chapitre II pour discuter de la perturbation introduite par les capteurs.

Nous développerons plus particulièrement le problème d'un tricouche à deux constituants qui nous servira de modèle de base lors de l'analyse de discontinuités dans les parois.

I. 2. 4. 1. impédance "court-circuit" d'un système bicouche

Le système étudié est composé de deux matériaux homogènes repérés par les indices 1 et 2 [B26]. Le contact entre les deux parois homogènes est supposé parfait.

Le milieu 1 a une épaisseur l_1 , sa diffusivité thermique est notée a_1 , son effusivité b_1 . Le milieu 2 est caractérisé par l_2 , a_2 et b_2 .

La matrice de transfert est la matrice produit des matrices élémentaires :

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Ch}X_1 \text{Ch}X_2 + \frac{b_2}{b_1} \text{Sh}X_1 \text{Sh}X_2 & \frac{1}{b_2 \sqrt{j\omega}} \text{Ch}X_1 \text{Sh}X_2 + \frac{1}{b_1 \sqrt{j\omega}} \text{Sh}X_1 \text{Ch}X_2 \\ b_2 \sqrt{j\omega} \text{Ch}X_1 \text{Sh}X_2 + b_1 \sqrt{j\omega} \text{Sh}X_1 \text{Ch}X_2 & \text{Ch}X_1 \text{Ch}X_2 + \frac{b_1}{b_2} \text{Sh}X_1 \text{Sh}X_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \phi_2 \end{bmatrix} \quad (12.25)$$

où X_1 et X_2 valent respectivement $\sqrt{\frac{j\omega}{a_1}} \cdot l_1$ et $\sqrt{\frac{j\omega}{a_2}} \cdot l_2$

La condition limite de sortie implique $\phi_2 = 0$. Après simplifications, le calcul de l'impédance donne en $\text{K} \cdot \text{m}^2/\text{W}$:

$$Z_{CC} = Z_{CC1} \cdot \frac{1 + \frac{b_1}{b_2} \cdot \text{th}X_2 \cdot \coth X_1}{1 + \frac{b_1}{b_2} \cdot \text{th}X_2 \cdot \text{th}X_1} \quad (12.26)$$

Dans cette relation, Z_{CC1} est l'impédance en court-circuit (12.5) du premier milieu.

Pour chacune des deux couches homogènes, une fréquence caractéristique peut être introduite. Elles seront respectivement notées fc_1 et fc_2 :

$$fc_1 = \frac{a_1}{l_1^2} \text{ et } fc_2 = \frac{a_2}{l_2^2} \quad (12.27)$$

La résistance R de l'ensemble résulte de la mise en série des résistances propres de chaque constituant.

$$R = R_1 + R_2 = \frac{l_1}{b_1 \sqrt{a_1}} + \frac{l_2}{b_2 \sqrt{a_2}} \quad (12.28)$$

La première paroi peut servir de base à un nouvel adimensionnement. Le procédé est identique à celui auquel on a eu recours pour le système homogène. Il introduit la fréquence réduite $u = f/f_{c1}$ et normalise l'impédance par rapport à R_1 , résistance de la première plaque homogène. L'impédance réduite du bicouche s'écrit :

$$z_{b_{oc}}(u) = \frac{1}{\sqrt{j2\pi u}} \cdot \text{th}\sqrt{j2\pi u} \cdot \frac{1 + \gamma \coth\sqrt{j2\pi u} \cdot \text{th}\sqrt{j2\pi \alpha u}}{1 + \gamma \text{th}\sqrt{j2\pi u} \cdot \text{th}\sqrt{j2\pi \alpha u}} \quad (I2.29)$$

L'impédance réduite est paramétrée par α et γ , α informe sur le contraste effusif entre les composants, alors que γ compare leurs fréquences caractéristiques :

$$\alpha = \frac{b_1}{b_2} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{fc_1}{fc_2} \quad (I2.30)$$

L'impédance normalisée par rapport à la première couche est représentée *figure I.12* et *I.13* pour des valeurs de paramètres $\alpha = 0.085$ et $\gamma = 50$ qui correspondent à un bicouche constitué d'une couche de 10 cm de béton suivie d'une couche de 4 cm de polystyrène. L'impédance en court-circuit du premier matériau homogène sert d'élément de comparaison.

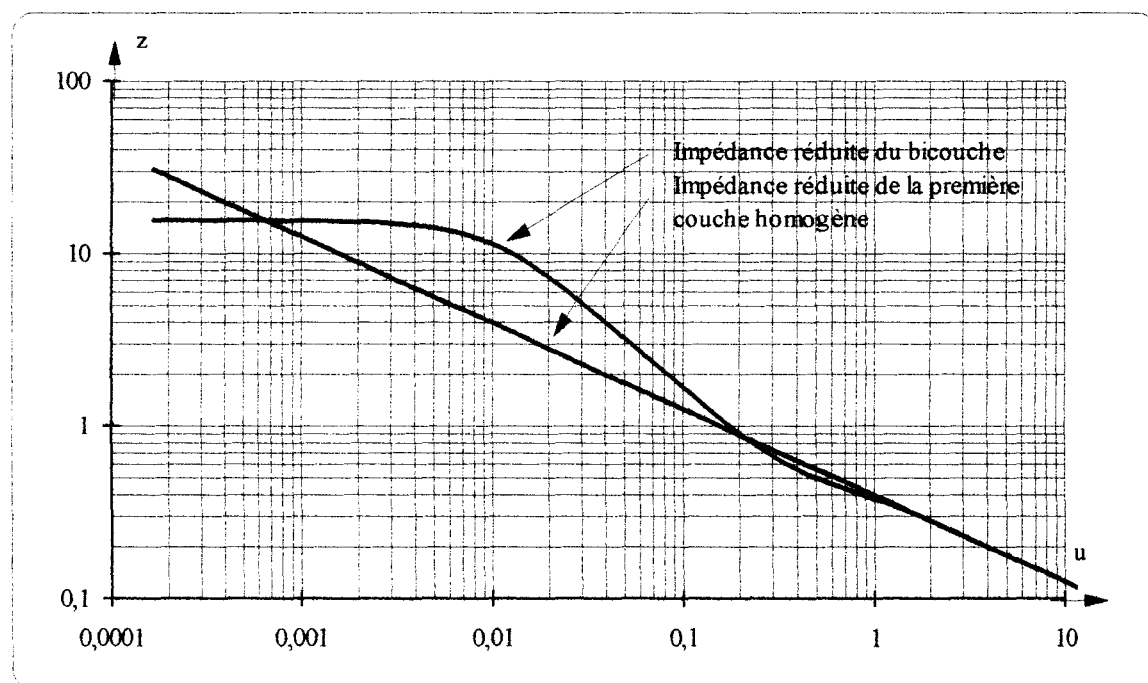


figure I.12 Evolutions des modules des impédances réduites en court-circuit du bicouche $\alpha = 0.085$; $\gamma = 50$ et de l'homogène associé en fonction de la fréquence réduite u .

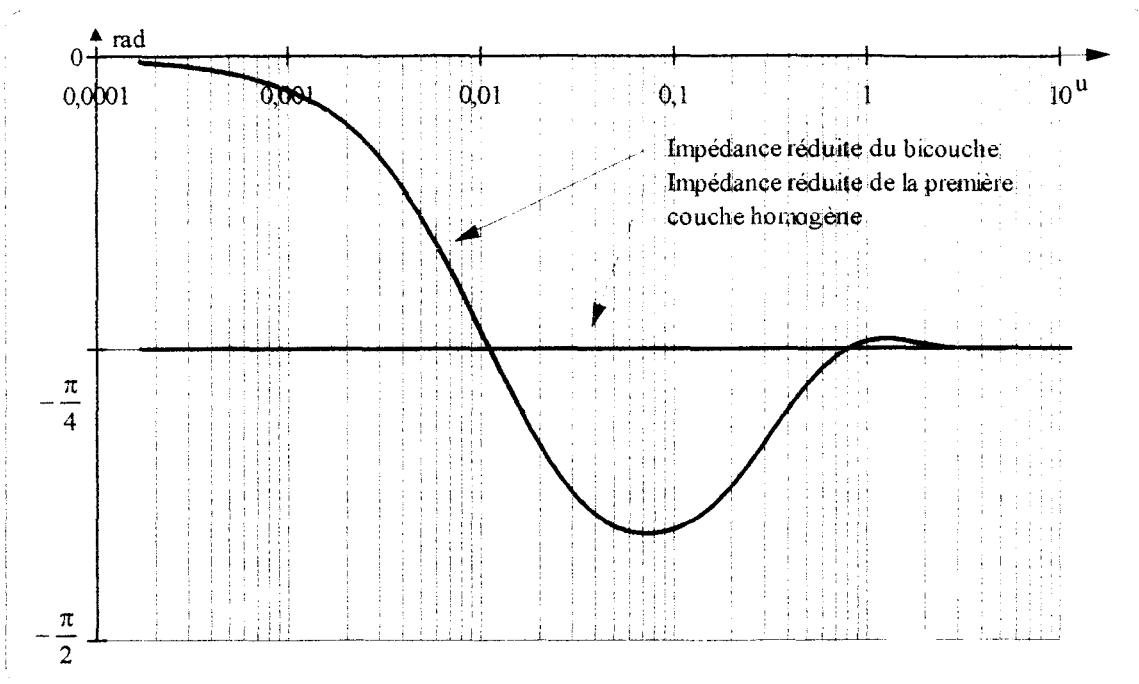


figure 1.13 Evolutions des phases des impédances réduites en court-circuit du bicouche $\alpha = 0.085$; $\gamma = 50$ et de l'homogène associé en fonction de la fréquence réduite u

Les évolutions des modules et phases indiquent que pour les très basses fréquences, le système peut être assimilé à une résistance pure de valeur $R_1 + R_2$. Le déphasage entre les évolutions du flux et de la température est négligeable. Pour ces fréquences, l'impédance réduite tend alors vers R / R_1 .

L'accroissement de la fréquence s'accompagne de l'oubli de la condition limite de sortie imposée. La deuxième paroi se comporte alors comme un milieu semi-infini. La suite de l'observation nous ramène au milieu homogène et aux considérations de validité de l'hypothèse de milieu semi-infini discutée précédemment.

Il est important de souligner que l'ordre dans lequel les deux parois sont disposées est important. Si, en régime continu, la résistance ne varie pas, il est évident que les comportements dynamiques des deux systèmes envisageables sont différents.

Le cas d'une paroi composée de 10 cm de béton et de 4 cm de polystyrène est un exemple pour lequel les évolutions des impédances sont particulièrement contrastées selon que l'on considère le système béton-polystyrène ou le système polystyrène-béton. Les modules des impédances respectives sont représentés sur la *figure 1.14*

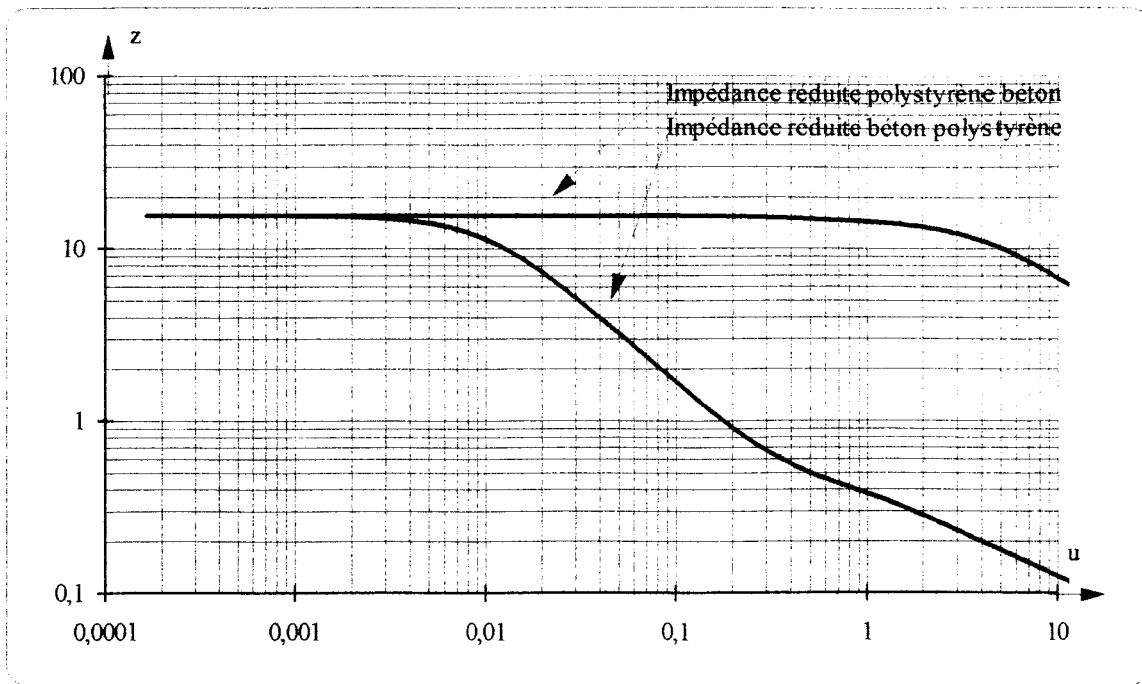


figure 1.14 Evolutions des modules des impédances réduites en court-circuit des bicouches béton-polystyrène et polystyrène-béton en fonction de la fréquence réduite u.

I. 2. 4. 2. impédance d'un système tricouche

La détermination de la matrice de transfert d'un système tricouche nécessite le produit des matrices élémentaires des trois composants. La relation matricielle obtenue permet le calcul de l'impédance "court-circuit" :

$$Z_{tcc} = Z_{cc1} \cdot \frac{1 + \frac{b_1}{b_2} \cdot \text{th}X_2 \cdot \coth X_1 + \frac{b_1}{b_3} \cdot \text{th}X_3 \cdot \coth X_1 + \frac{b_2}{b_3} \cdot \text{th}X_2 \cdot \text{th}X_3}{1 + \frac{b_1}{b_2} \cdot \text{th}X_2 \cdot \text{th}X_1 + \frac{b_1}{b_3} \cdot \text{th}X_3 \cdot \text{th}X_1 + \frac{b_2}{b_3} \cdot \text{th}X_2 \cdot \text{th}X_3} \quad (I2.31)$$

Dans cette relation, Z_{cc1} est l'impédance en court-circuit (I2.5) du premier milieu. X_1 , X_2 et X_3 valent respectivement $\sqrt{\frac{j\omega}{a_1}} \cdot \ell_1$, $\sqrt{\frac{j\omega}{a_2}} \cdot \ell_2$ et $\sqrt{\frac{j\omega}{a_3}} \cdot \ell_3$.

L'impédance s'exprime en $K \cdot m^2/W$

Cette dernière impédance peut faire l'objet d'un adimensionnement similaire à celui du bicouche. L'impédance réduite qui en est issue prend la forme :

$$z_{b_{cc}}(u) = \frac{\text{th}\sqrt{j\omega_u}}{\sqrt{j\omega_u}} \cdot \frac{1 + \coth\sqrt{j\omega_u}(\gamma_2 \cdot \text{th}\sqrt{j\alpha_2\omega_u} + \gamma_3 \cdot \text{th}\sqrt{j\alpha_3\omega_u}) + \frac{\gamma_2}{\gamma_3} \text{th}\sqrt{j\alpha_2\omega_u} \cdot \text{th}\sqrt{j\alpha_3\omega_u}}{1 + \text{th}\sqrt{j\omega_u}(\gamma_2 \cdot \text{th}\sqrt{j\alpha_2\omega_u} + \gamma_3 \cdot \text{th}\sqrt{j\alpha_3\omega_u}) + \frac{\gamma_2}{\gamma_3} \text{th}\sqrt{j\alpha_2\omega_u} \cdot \text{th}\sqrt{j\alpha_3\omega_u}}$$

(I2.32)

Le nombre de paramètres s'est élevé à quatre. Tout comme dans le cas du bicouche, ils se définissent par le rapport des effusivités et des fréquences caractéristiques :

$$\alpha_2 = \frac{b_1}{b_2}; \alpha_3 = \frac{b_1}{b_3} \text{ et } \gamma_2 = \frac{fc_1}{fc_2}; \gamma_3 = \frac{fc_1}{fc_3}$$

(I2.33)

Dans ce cas, la multiplicité des configurations envisageables conduit à une représentation adimensionnée très lourde et peu explicite dont il est difficile de dégager des conclusions sur le comportement dynamique du système. Le paragraphe suivant traite d'un cas particulier de tricouche dont l'étude servira de base à une application ultérieure.

I. 2. 4. 3. discontinuité au sein d'un milieu homogène

L'une des applications de ce travail est de conduire à une nouvelle méthode de contrôle non destructif des ouvrages [B27]. Un cas typique est constitué par la recherche de discontinuités résistives planes (décollements, poches d'air, couche isolante) au sein d'une matrice homogène. Un tel milieu peut souvent se modéliser par un système tricouche unidirectionnel à deux matériaux distincts.

I. 2. 4. 3. 1. discontinuité distribuée

Les expressions réduites restent lourdes et peu pratiques à utiliser. Lors du traitement des mesures, il nous est apparu préférable de nous limiter aux expressions de bases non adimensionnalisées. Nous traiterons ainsi ici, à titre d'exemple, un système

tracouche particulier, les résultats obtenus seront par la suite utilisés dans la partie expérimentale.

La structure :

- 16 cm de béton
- 4 cm de polystyrène
- 10 cm de béton

L'accès autorisé est situé à la surface extérieure. La première couche est constituée de 16 cm de béton. L'entrée des valeurs relatives aux composants dans la relation (12.28) a permis de déterminer l'impédance d'entrée de l'ensemble, les évolutions du module et de la phase sont représentées sur les *figures 1.15* et *1.16* L'impédance en court-circuit du milieu homogène, issu de la mise en contact des plaques 1 et 3, sert de référence à l'observation.

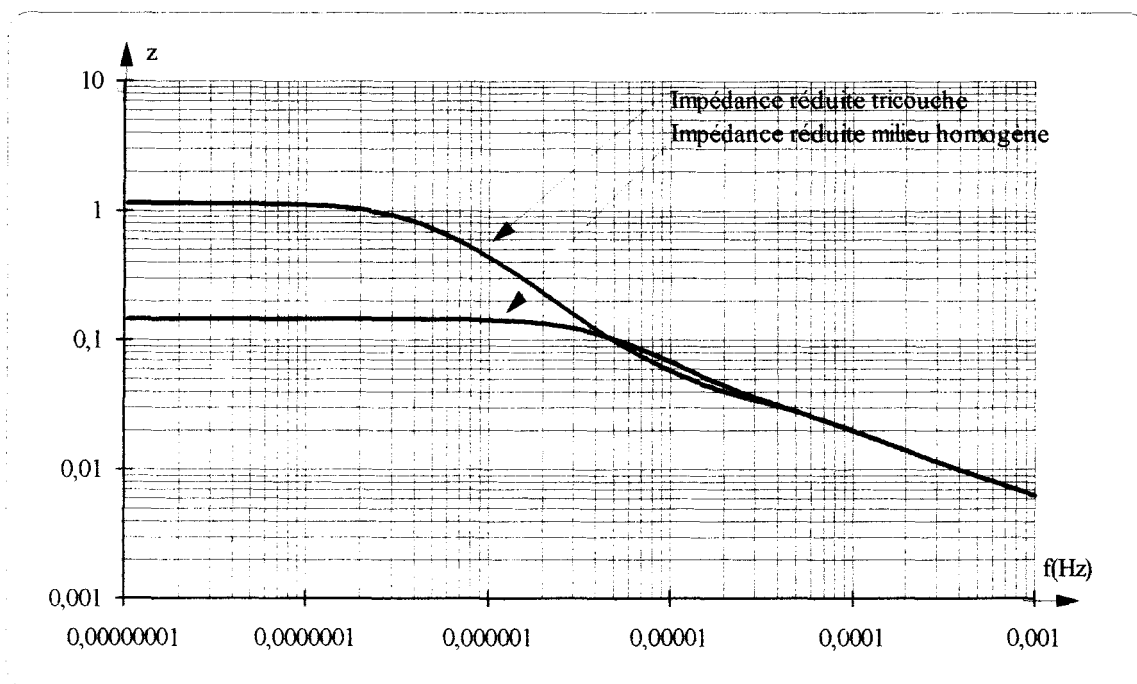


figure 1.15 Evolutions des modules des impédances en court-circuit du tracouche et du milieu homogène en fonction de la fréquence.

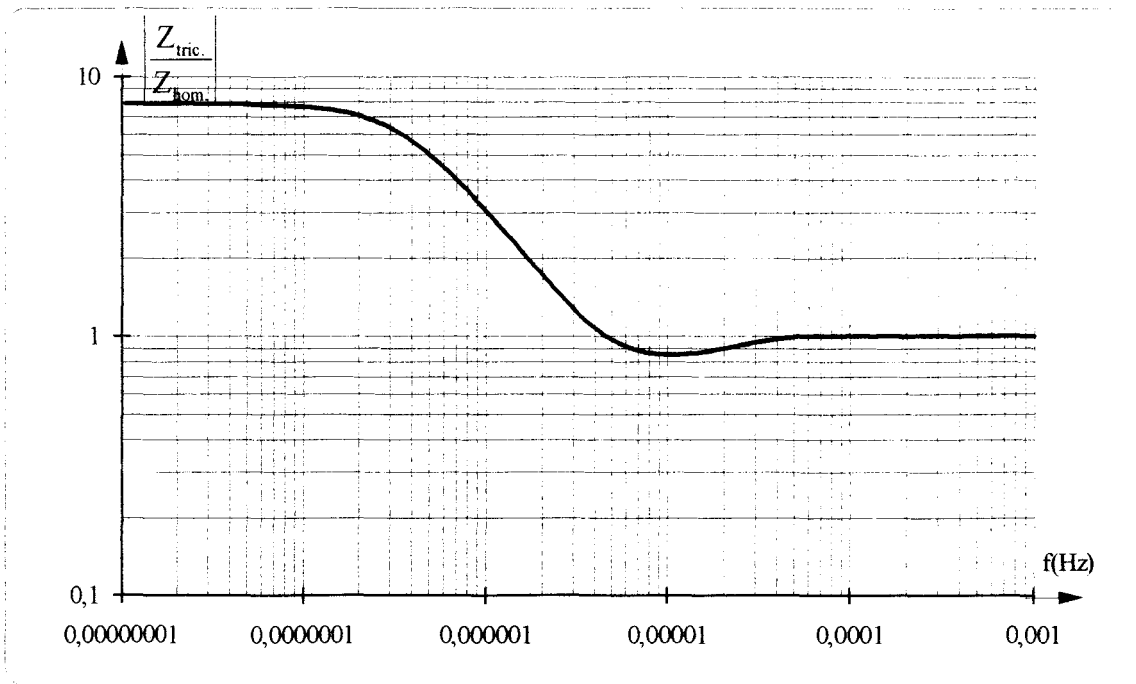


figure 1.16 Evolution du rapport des modules des impédances tricouche et homogène en fonction de la fréquence.

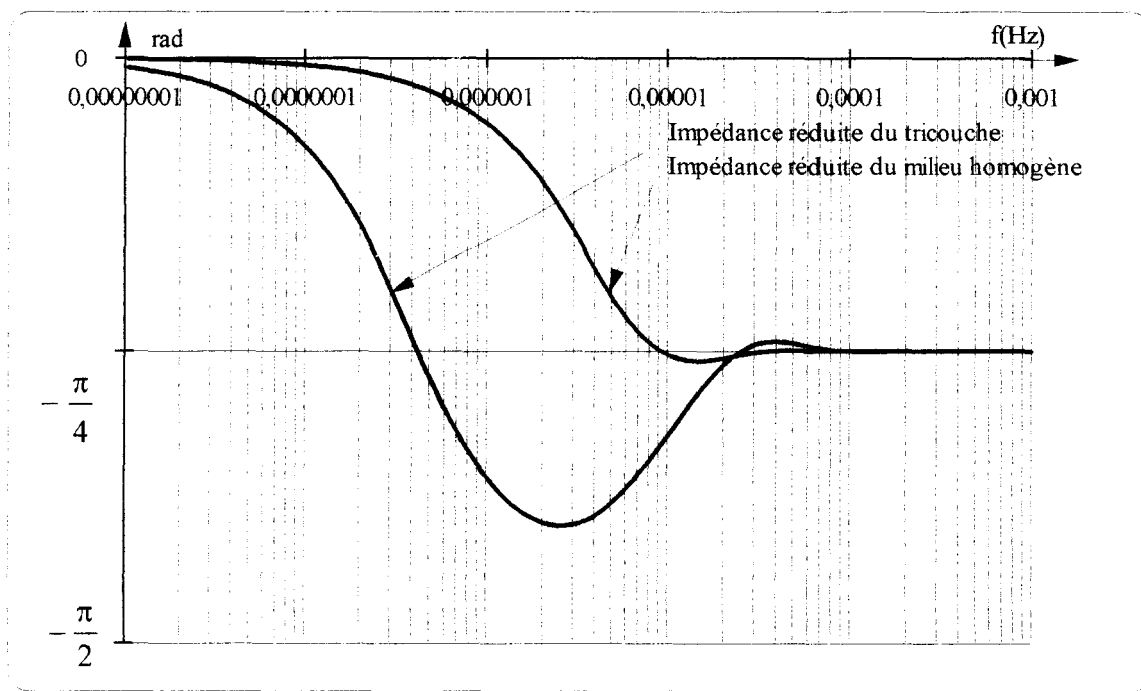


figure 1.17 Evolutions des phases des impédances en court-circuit du tricouche et du milieu homogène en fonction de la fréquence.

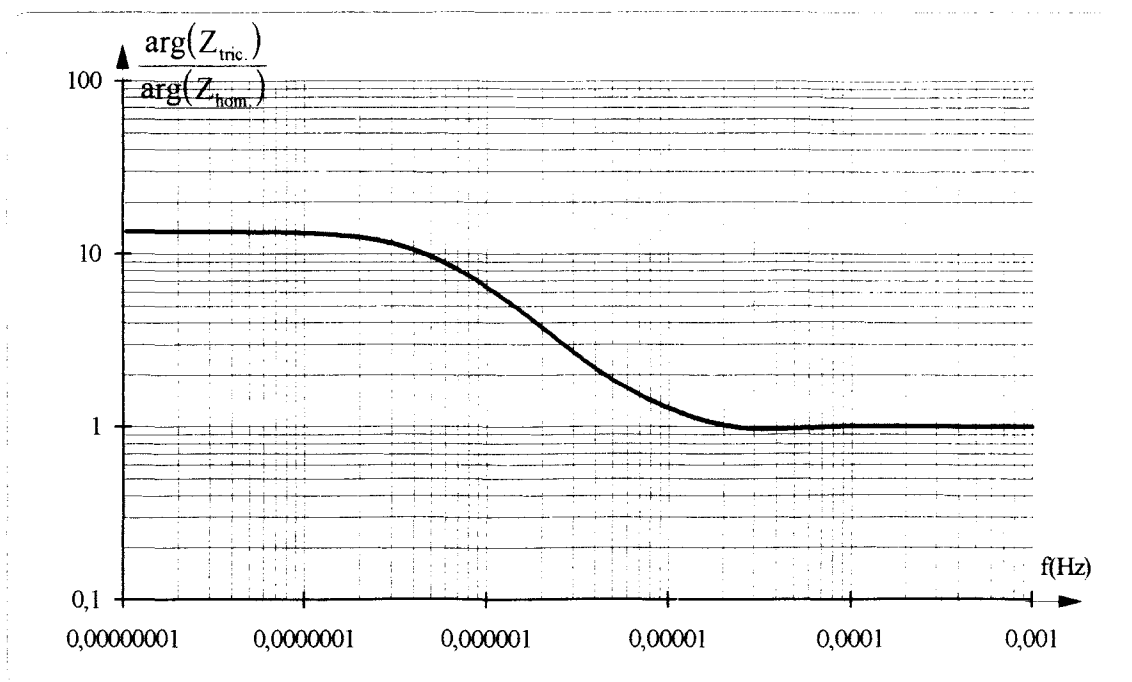


figure 1.18 Evolution du rapport des phases des impédances tricouche et homogène en fonction de la fréquence.

Les représentations comparatives présentées permettent de distinguer clairement la présence de la discontinuité résistive. L'anomalie est bien évidemment d'autant plus marquée que la fréquence est basse. Dans le domaine des très basses fréquences la différence des modules s'identifie avec la résistance thermique de la discontinuité. En hautes fréquences, le système se réduit à un milieu semi-infini ; les évolutions "tricouche" et "homogène" sont confondues. Dans cette zone, l'effusivité thermique de la matrice est identifiable à partir de la mesure d'impédance.

Dans le domaine des moyennes et hautes fréquences où l'anomalie est nettement visible, on conçoit que, par une procédure d'optimisation de calage entre l'impédance apparente mesurée et les expressions théoriques, il soit possible d'accéder à des informations quantitatives sur la discontinuité.

I. 2. 4. 3. 2. discontinuité localisée

Les résultats précédents montrent qu'en basses fréquences l'anomalie d'impédance tend vers la résistance thermique interne. Dans ce domaine, considérer une discontinuité d'épaisseur finie ou une résistance pure localisée conduit à des résultats identiques.

L'hypothèse d'une résistance localisée simplifie grandement les expressions théoriques. Il apparaît intéressant de comparer les résultats obtenus dans ce cas avec ceux relatifs à une couche d'épaisseur finie.

Considérer que le milieu 2 se comporte comme une résistance pure de valeur R_0 conduit à lui associer la matrice de transfert :

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & R_0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (I2.34)$$

L'impédance devient alors :

$$Z_e(\omega) = Z_{CC1} \cdot \frac{1 + R_0 b \sqrt{j\omega} \cdot \coth X_1 + \text{th} X_3 \cdot \coth X_1}{1 + R_0 b \sqrt{j\omega} \cdot \text{th} X_1 + \text{th} X_3 \cdot \coth X_1} \quad (I2.35)$$

Les figures 1.19 et 1.20 présentent les modules et les phases des deux systèmes supposés équivalents : à discontinuité distribuée et résistance localisée.

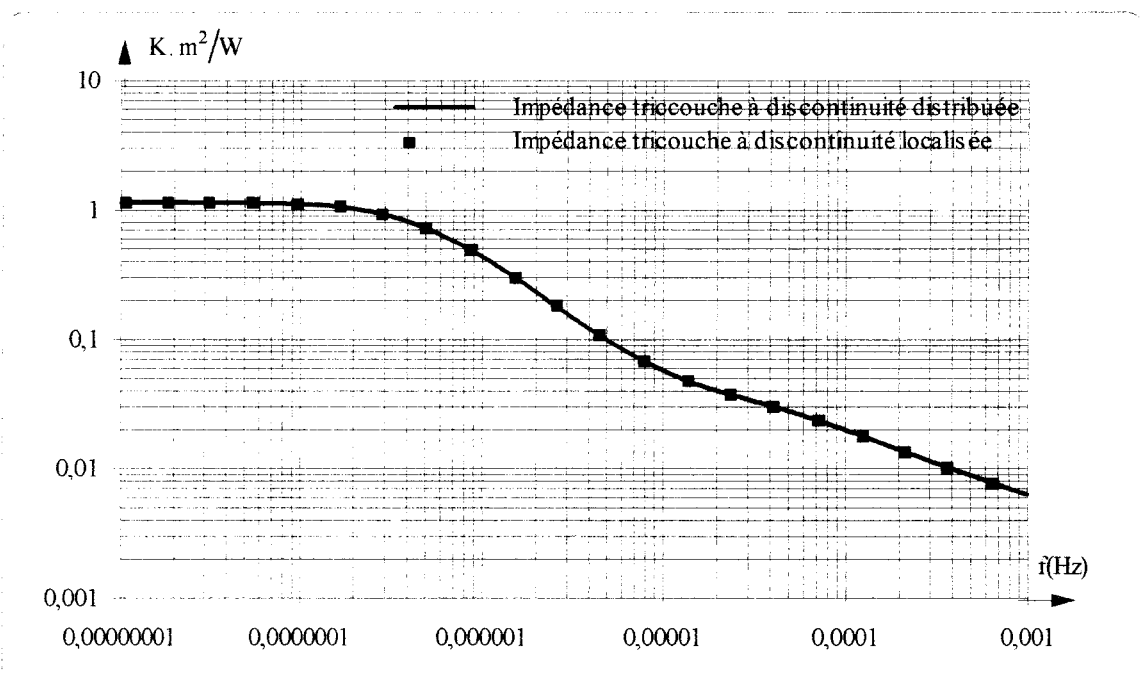


figure 1.19 Evolutions des modules des impédances en court-circuit des tricouches à résistance distribuée ou à résistance localisée en fonction de la fréquence.

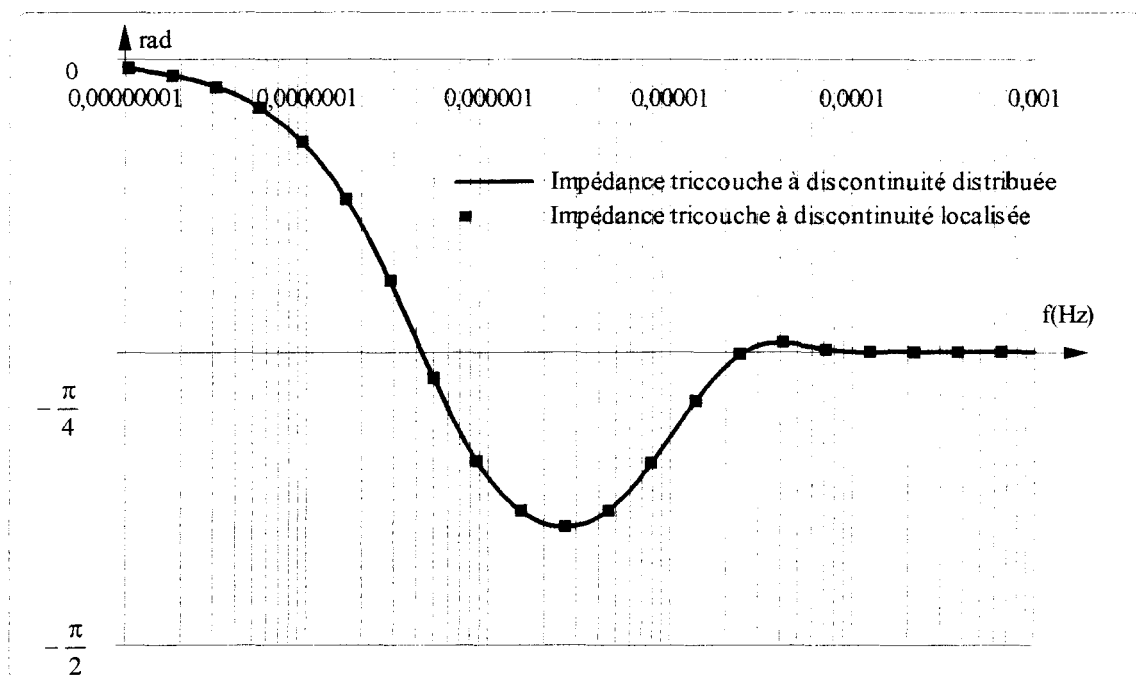


figure 1.20 Evolutions des phases des impédances en court-circuit des tricouches à résistance distribuée ou à résistance localisée en fonction de la fréquence.

Les résultats montrent que dans le cas particulier qui nous intéresse, l'hypothèse simplificatrice d'une résistance localisée est parfaitement justifiée. D'une façon générale, ce modèle simplifié pourra fournir des résultats en première approximation qu'il sera éventuellement possible d'affiner ensuite par un modèle plus élaboré.

I. 2. 4. 4. sensibilité de l'impédance aux paramètres

Dans les applications, nous utiliserons largement les procédures de calage de modèles pour identifier les paramètres. Les données de base et les objectifs varient selon le problème posé. D'une façon générale, nous distinguons quatre paramètres principaux : l'effusivité et la diffusivité thermique de la matrice, la position et la valeur de la résistance de discontinuité. Il peut être alors intéressant d'étudier la sensibilité du modèle à divers paramètres. Cette étude permet d'analyser l'influence d'une estimation approchée d'un paramètre, ou de situer la fenêtre fréquentielle dans laquelle la sensibilité lui est maximale et qui permettra une estimation optimale. Il peut aussi s'avérer utile, quand on souhaite effectuer une optimisation à plusieurs paramètres, de s'assurer que dans la zone de travail leurs effets ne sont pas corrélés.

Par définition, la sensibilité d'une fonction F à une variation du paramètre p autour de p_0 s'apprécie par :

$$X_p = p_0 \left(\frac{\partial F}{\partial p} \right)_{p=p_0} \quad (I2.36)$$

Dans le contexte présent, cette définition impose la dérivation partielle du module ou de la phase d'une impédance dont l'expression est déjà compliquée. Afin d'éviter la manipulation d'expressions inextricables, la sensibilité sera définie à partir de différences finies :

$$S_p(f) = p_0 \left(\frac{F(p, f) - F(p_0, f)}{p - p_0} \right) \quad (I2.37)$$

Le résultat de l'étude de la sensibilité à chaque paramètre est une courbe qui est fonction de la fréquence. Le rapport $(p-p_0)/p_0$ qui caractérise la sensibilité a été fixé à 1% pour chacun des paramètres testés.

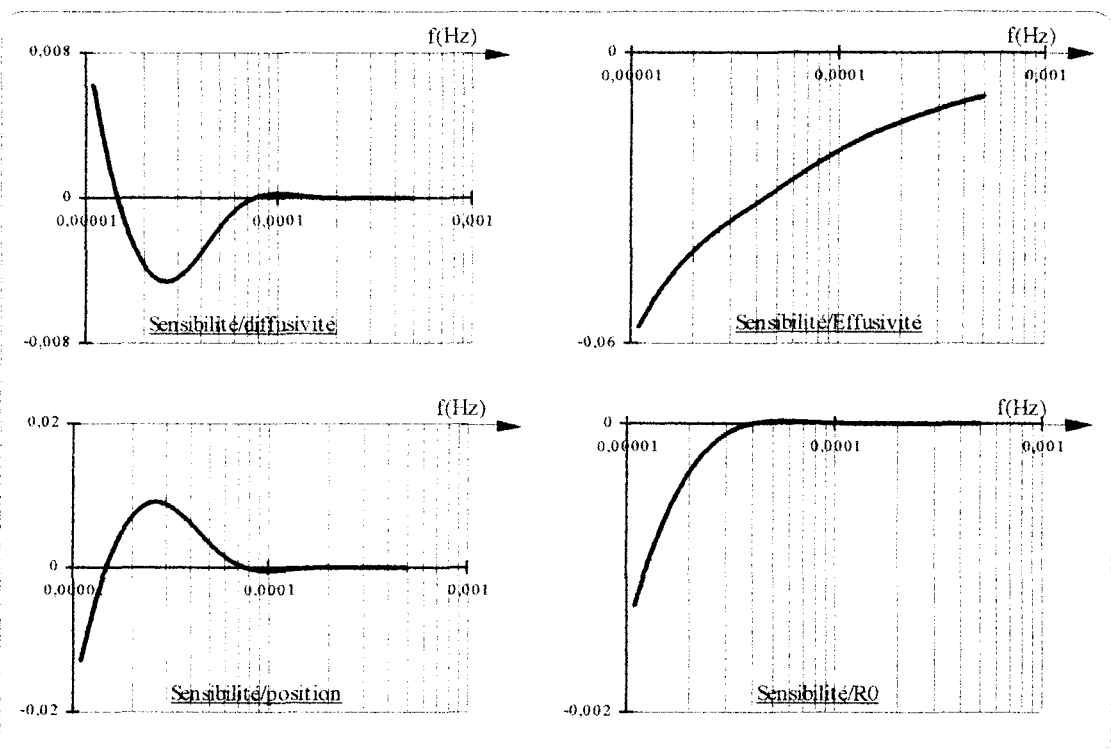


figure 1.21 Evolutions des sensibilités aux différents paramètres du module de l'impédances en court-circuit à résistance localisée en fonction de la fréquence.

Les graphes de la *figure 1.21* permettent de conclure que les paramètres effusivité, résistance localisée et position ne sont pas corrélés et pourraient éventuellement être identifiés simultanément. Par contre, la diffusivité et la position de la résistance sont inévitablement liés. Ils se rencontrent ensemble dans la relation (I2.32) sous la forme du rapport ℓ^2/a . De toute évidence, une imprécision au niveau de la diffusivité se répercutera immédiatement sur le résultat d'une optimisation qui vise à déterminer la position. Il convient toutefois de relativiser le problème, car le fait que la position intervienne sous la forme d'un carré dans le rapport évite que le résultat ne fluctue trop devant une erreur commise sur la diffusivité. Le cas pessimiste où la diffusivité introduite s'écarterait de 10 % de la valeur réelle entraînerait une erreur de 4.7 % ou de 5.4 % selon que la diffusivité soit surestimée ou sous-estimée.

Les courbes de sensibilités apprennent également que la bande spectrale 10^{-5} - 10^{-4} Hertz est optimale pour la détermination de la position de la discontinuité. Cette gamme est, par chance, la gamme des fréquences habituellement excitées par les sollicitations thermiques naturelles. La composante principale de ces sollicitations, qui est définie par le cycle jour - nuit excite une fondamentale à $1.15 \cdot 10^{-5}$ Hz.

Nous avons introduit la notion d'impédance thermique à partir de l'état thermique observé sur une seule face d'accès. Le formalisme développé montre que l'impédance thermique caractérise le comportement dynamique du système et peut conduire à identifier les paramètres spécifiques. Une application originale au contrôle non destructif des structures est envisageable en se limitant au problème d'un système tricouche à deux constituants.

Cette dernière application, envisagée au paragraphe (I.2.4.3.) sous l'aspect d'une résistance localisée introduite dans un matériau, nécessite une optimisation à deux paramètres si la valeur de cette résistance est inconnue. La détermination de la résistance est optimale dans la gamme des basses fréquences où la structure est passante. Pour de telles fréquences, il est impératif de pouvoir définir la relation régissant les échanges à la sortie du système pour appliquer le formalisme du dipôle thermique.

Une application fondamentale de ce travail concerne le contrôle et la caractérisation in situ. Dans ce contexte, il devient très lourd, sinon impossible, de contrôler les conditions limites de sortie. Dans le paragraphe suivant, nous introduirons la notion d'impédance généralisée qui est utilisable sans avoir à se préoccuper du détail des conditions limites.

I. 3 . IMPEDANCES GENERALISEES

L'objectif poursuivi ici est de développer la notion d'impédance thermique dans un formalisme plus général qui permettra de s'affranchir du contrôle des conditions limites. Le système sera étudié à partir de deux accès. Aux plans "entrée" et "sortie" seront associés des vecteurs d'état thermique local composés par le flux et la température de surface.

I. 3. 1. Cas du milieu homogène

Les transferts conductifs unidirectionnels dans un milieu homogène peuvent être représentés dans le formalisme du quadripôle thermique par les relations matricielles :

$$\begin{bmatrix} \theta_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \phi_2 \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} \theta_2 \\ \phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B \\ -C & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \phi_1 \end{bmatrix} \quad (I3.1)$$

Des travaux précédents [B23] ont montrés qu'il pouvait être intéressant de substituer aux quatre grandeurs de base de flux et température quatre **grandeurs généralisées** par les combinaisons linéaires suivantes :

$$\text{La somme des températures :} \quad \Sigma\theta(t) = \theta_1(t) + \theta_2(t) \quad (I3.2)$$

$$\text{La différence des flux :} \quad \Delta\phi(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t) \quad (I3.3)$$

$$\text{La différence des températures :} \quad \Delta\theta(t) = \theta_1(t) - \theta_2(t) \quad (I3.4)$$

$$\text{La somme des flux :} \quad \Sigma\phi(t) = \phi_1(t) + \phi_2(t) \quad (I3.5)$$

A partir des relations (I3.1), (I3.2), nous obtenons les équations :

$$\Sigma\phi(\omega) = \frac{1+A}{B} \cdot \Delta\theta(\omega) \quad (I3.6)$$

$$\Delta\phi(\omega) = \frac{-1 + A}{B} \cdot \Sigma\theta(\omega) \quad (I3.7)$$

Les résultats obtenus s'expriment sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} \Sigma\Phi \\ \Delta\Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_t & 0 \\ 0 & H_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Sigma\theta \end{bmatrix} \quad (I3.8)$$

avec:

$$H_t(\omega) = \frac{1 + A}{B} \quad (I3.9)$$

et
$$H_s(\omega) = \frac{-1 + A}{B} \quad (I3.10)$$

Il apparaît ici qu'un système homogène est entièrement caractérisé par deux fonctions H_t et H_s . Les échanges de chaleur dans le système peuvent être représentés par deux modes découplés. Le mode transfert qui associe les grandeurs $\Sigma\phi$ et $\Delta\theta$ est représentatif du transfert de chaleur à travers le système. Le mode "stockage" qui associe les grandeurs $\Delta\phi$ à $\Sigma\theta$ est représentatif des processus de stockage - destockage de chaleur sensible par le système. Les deux modes sont indépendants. Ces résultats généraux conduisent à des applications intéressantes dans le domaine temporel [B28]. Dans le domaine fréquentiel, les fonctions H_t et H_s sont homogènes à des admittances et nous conduisent à définir les **impédances généralisées** caractéristiques du fonctionnement thermique du système.

$$Z_t = \frac{1}{H_t} \quad (I3.11)$$

$$Z_s = \frac{1}{H_s} \quad (I3.12)$$

$$\Sigma\theta(\omega) = Z_s(\omega) \cdot \Delta\phi(\omega) \quad (I3.13)$$

$$\Delta\theta(\omega) = Z_t(\omega) \cdot \Sigma\phi(\omega) \quad (I3.14)$$

Le développement des expressions des impédances conduit à :

$$Z_s(\omega) = \frac{1}{b\sqrt{j\omega}} \cdot \text{Coth}\left(\frac{X_\ell}{2}\right) \quad (I3.15)$$

$$Z_t(\omega) = \frac{1}{b\sqrt{j\omega}} \cdot \text{th}\left(\frac{X_\ell}{2}\right) \quad (I3.16)$$

$$\text{avec } X_\ell = \sqrt{\frac{j\omega}{a}} \cdot \ell$$

On reconnaît dans ces expressions le terme $1/b\sqrt{j\omega}$ qui est l'impédance caractéristique du milieu de propagation.

Comme précédemment, il est possible de représenter ces expressions sous forme adimensionnelle en introduisant la fréquence réduite u et en normalisant par rapport à la résistance globale.

$$z_s = \frac{1}{\sqrt{j2\pi u}} \cdot \text{Coth}\left(\frac{1}{2}\sqrt{j2\pi u}\right) \quad (I3.17)$$

$$z_t = \frac{1}{\sqrt{j2\pi u}} \cdot \text{th}\left(\frac{1}{2}\sqrt{j2\pi u}\right) \quad (I3.18)$$

Les figures I.22 et I.23 représentent respectivement les modules et les phases des deux impédances réduites. Les représentations obtenues ressemblent beaucoup à celles obtenues dans le cas des impédances réduites traditionnelles de la paroi homogène en court-circuit ou en circuit ouvert. On note pourtant que le facteur $1/2$, apparu dans les fonctions hyperboliques, repousse le moment où les impédances se confondent à des fréquences 4 fois supérieures.

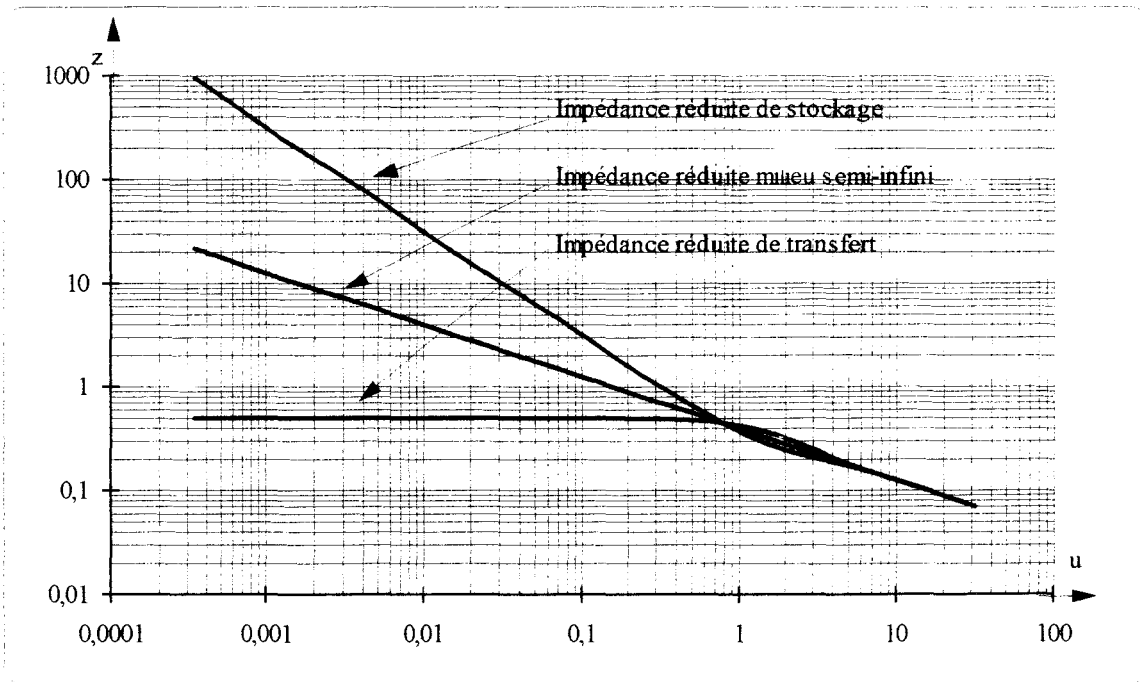


figure 1.22 Evolutions des modules des impédances réduites de transfert et de stockage comparées à l'évolution du module de l'impédance caractéristique réduite.

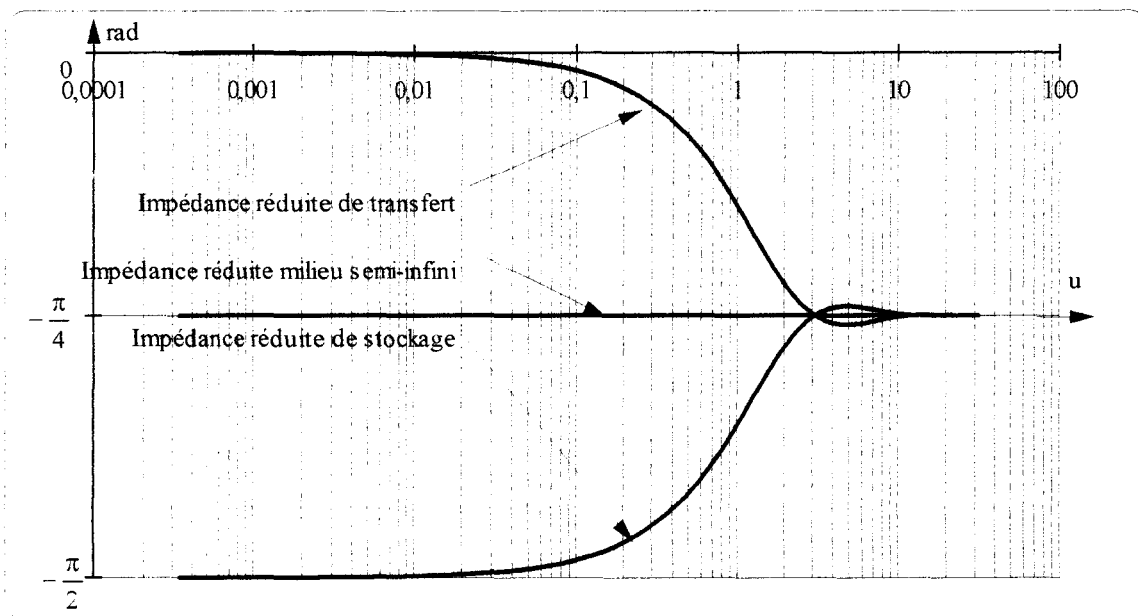


figure 1.23 Evolutions des phases des impédances réduites de transfert et de stockage comparées à l'évolution de la phase de l'impédance caractéristique réduite.

A partir de ces résultats, plusieurs applications sont envisageables :

1) Pour les basses fréquences, le module de la fonction réduite z_t tend vers 0,5 corrélativement le module de la fonction Z_t tendra donc vers $R/2$. Ce résultat se vérifie en faisant tendre la fréquence vers 0 dans la fonction Z_t .

$$\text{si } f \rightarrow 0 \text{ alors } \operatorname{th}\left(\frac{X_t}{2}\right) \approx \left(\frac{X_t}{2}\right) \text{ et } Z_t \rightarrow \frac{1}{b\sqrt{j\omega}} \cdot \frac{\sqrt{j\omega}}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\ell}{2} = \frac{R}{2} \quad (13.19)$$

En basses fréquences, l'impédance Z_t permettra d'identifier la résistance thermique R .

2) En ce qui concerne le module de z_s , l'allure de la représentation "log - log" en basses fréquences est linéaire. Il s'agit d'une droite de pente -1. Cela conduit à un module d'impédance qui évolue en $1/(\pi Cf)$ où C est la capacité de la paroi. Cette propriété se retrouve par une étude à la limite de l'expression de Z_s . L'impédance Z_s peut conduire à une caractérisation de la capacité thermique du système.

$$\text{si } f \rightarrow 0 \text{ alors } \operatorname{coth}\left(\frac{X_t}{2}\right) \approx \left(\frac{2}{X_t}\right) \text{ et } Z_s \rightarrow \frac{1}{b\sqrt{j\omega}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{j\omega}} \cdot \frac{2}{\ell} = \frac{2}{jC\omega} \quad (13.20)$$

3) Par simple lecture du graphe, la résistance R et la capacité C peuvent donc être obtenues. L'étude des intersections est également une source d'information. La démarche est en tout point analogue à celle appliquée au paragraphe 2 pour les impédances du milieu homogène, les intersections se sont déplacées vers des fréquences 4 fois plus élevées. Ainsi, en ce qui concerne les modules, les intersections se produisent pour des valeurs u_k telles que :

$$u_k = (2k + 1)^2 \frac{\pi}{4} \quad (13.21)$$

Les intersections des phases ont lieu pour des fréquences réduites u_k valant :

$$u_k = k^2 \pi \text{ avec } k \neq 0 \quad (13.22)$$

4) Pour des fréquences élevées, les deux impédances se confondent avec l'impédance caractéristique Z_c qui conduit à la détermination de l'effusivité.

5) Produit des impédances de transfert et de stockage

Le produit des deux impédances entraîne la neutralisation des fonctions hyperboliques.

$$Z_t \cdot Z_s = \frac{1}{j\omega b^2} \quad (13.23)$$

L'expression obtenue présente l'avantage de ne dépendre que de l'effusivité et ce quelque soit la fréquence. Ce résultat peut conduire à une méthode particulièrement puissante pour identifier l'effusivité thermique d'un milieu. Calculé à partir des impédances réduites, le produit évolue en $1/(2\pi u)$. Son allure est représentée sur la *figure 1.24*. Il s'agit d'une droite de pente -1.

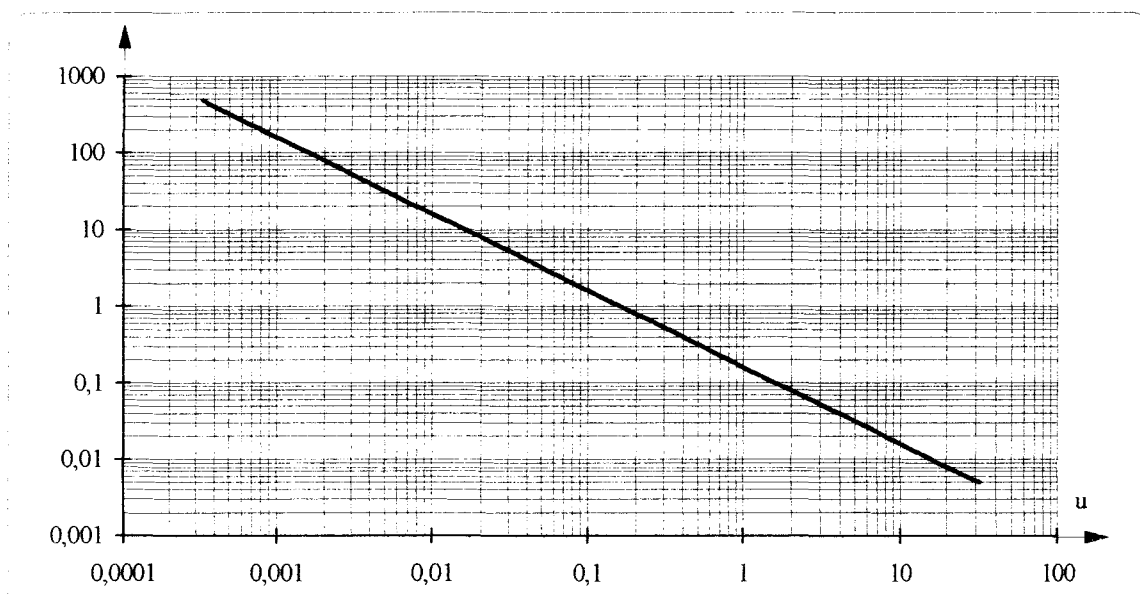


figure 1.24 Evolution du produit des impédances réduites de transfert et de stockage de la paroi homogène en fonction de la fréquence réduite u .

6) Rapport des impédances de transfert et de stockage

Il apparaît que le rapport des impédances généralisées ne dépend que de la fréquence caractéristique f_c .

$$\frac{Z_t}{Z_s} = \text{th}^2 \left(\frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{j\omega}{f_c}} \right) \quad (I3.24)$$

Le module du rapport déduit des impédances réduites est représenté sur la *figure I.25*.

Comme le produit permet la mesure de l'effusivité, le rapport se présente comme un moyen original de mesure de la diffusivité.

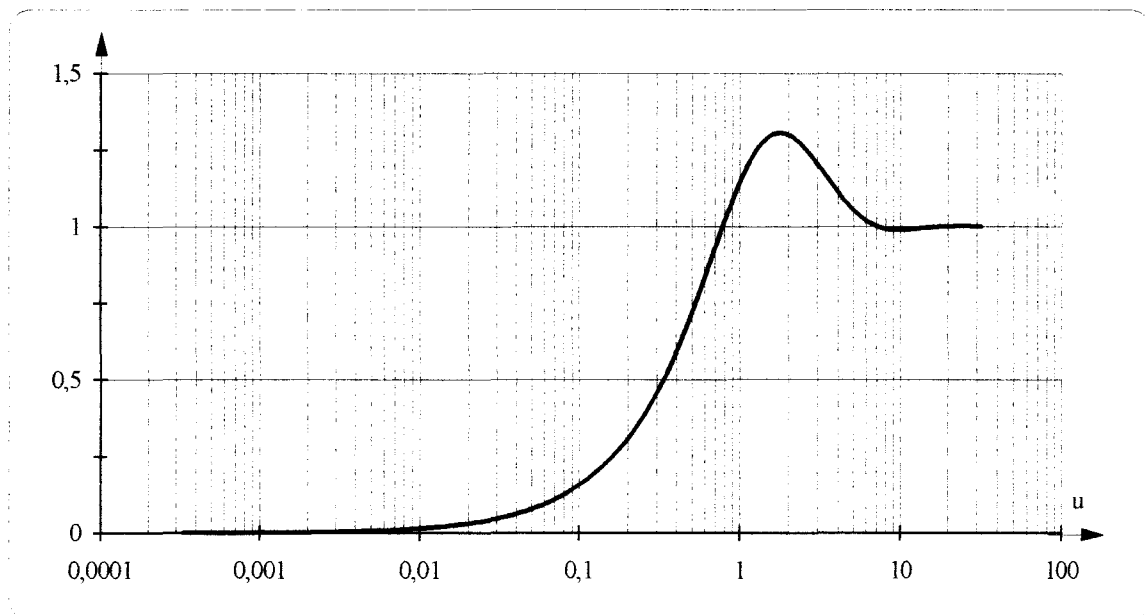


figure I.25 Evolution du rapport des impédances réduites de transfert et de stockage de la paroi homogène en fonction de la fréquence réduite u .

Pour un milieu homogène, il apparaît ici que la connaissance des deux impédances généralisées associées aux deux modes indépendants de fonctionnement du système permet de caractériser thermiquement le milieu.

Le formalisme est général et n'impose aucune contrainte quant à la nature des sollicitations thermiques sur les accès qui peuvent être aléatoires. Le paragraphe suivant vise à étendre cette approche aux systèmes hétérogènes multicouches.

I. 3. 2. Cas d'un système hétérogène multicouche

I. 3. 2. 1. cas général

A partir de la matrice de transfert associée à n couches en série et en introduisant les grandeurs généralisées de flux et température, on obtient les relations suivantes :

$$\Sigma\Phi = \frac{1 + \frac{E + F}{2}}{G} \cdot \Delta\theta + \frac{F - E}{2G} \cdot \Sigma\theta \quad (13.25)$$

$$\Delta\Phi = \frac{F - E}{2G} \cdot \Delta\theta + \frac{-1 + \frac{E + F}{2}}{G} \cdot \Sigma\theta \quad (13.26)$$

où les coefficients E, F et G résultent des produits matriciels.

Ces équations peuvent s'exprimer sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \Sigma\Phi \\ \Delta\Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1 + \frac{E + F}{2}}{G} & \frac{F - E}{2G} \\ \frac{F - E}{2G} & \frac{-1 + \frac{E + F}{2}}{G} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta \\ \Sigma\theta \end{bmatrix} \quad (13.27)$$

Il apparaît ici qu'un système hétérogène multicouche quelconque, soumis à un transfert de chaleur unidirectionnel, est entièrement caractérisé par trois fonctions notées H_1 , H_2 et H_3 :

$$H_1 = \frac{1 + \frac{E + F}{2}}{G} \quad (I3.28)$$

$$H_2 = \frac{F - E}{2G} \quad (I3.29)$$

$$H_3 = \frac{-1 + \frac{E + F}{2}}{G} \quad (I3.30)$$

Comme précédemment ces fonctions sont homogènes dans le domaine fréquentiel à des admittances thermiques.

Dans le cas d'un système multicouche, un couplage entre les modes de bases définis précédemment est mis en évidence. La fonction de couplage H_2 traduit la dissymétrie spatiale de la structure, on montre [B28] que dans le cas particulier d'une structure multicouche symétrique la fonction H_2 est nulle. Un tel système se comporte alors globalement comme un milieu homogène avec deux modes de fonctionnement indépendants.

I. 3. 2. 2. cas particulier d'une discontinuité résistive dans une matrice homogène.

Compte tenu des remarques exprimées au paragraphe I.2.4.3., il semble intéressant d'étudier le cas particulier d'une résistance pure R_0 insérée dans un milieu homogène. Le calcul des admittances thermiques amène alors aux expressions suivantes :

$$H_1 = b\sqrt{j\omega} \cdot \coth\left(\frac{X_f}{2}\right) \cdot \frac{1 + R_0 b\sqrt{j\omega} \cdot \th\left(\frac{X_f}{2}\right)}{1 + R_0 b\sqrt{j\omega} \cdot \left(\th\left(\frac{X_f}{2}\right) + \frac{\text{ch}(X_1 - X_3)}{\text{sh}X_f}\right)} \quad (I3.31)$$

$$H_2 = R_0 b^2 j\omega \cdot \th\left(\frac{X_f}{2}\right) \cdot \frac{\text{sh}(X_1 - X_3)}{\text{sh}X_f + R_0 b\sqrt{j\omega} \cdot \text{ch}X_1 \cdot \text{ch}X_3} \quad (I3.32)$$

$$H_3 = b\sqrt{j\omega} \cdot \operatorname{th}\left(\frac{X_\ell}{2}\right) \cdot \frac{1 + R_0 b\sqrt{j\omega} \cdot \operatorname{coth}\left(\frac{X_\ell}{2}\right)}{1 + R_0 b\sqrt{j\omega} \cdot \left(\operatorname{th}\left(\frac{X_\ell}{2}\right) + \frac{\operatorname{ch}(X_1 - X_3)}{\operatorname{sh}X_\ell}\right)} \quad (I3.33)$$

$$\text{Avec } X_1 = \sqrt{\frac{j\omega}{a}} \cdot x_1 \quad (x_1 \text{ épaisseur de la première couche})$$

$$X_3 = \sqrt{\frac{j\omega}{a}} \cdot x_3 \quad (x_3 \text{ épaisseur de la troisième couche})$$

$$X_\ell = \sqrt{\frac{j\omega}{a}} \cdot \ell \quad (\ell \text{ épaisseur totale})$$

Ces résultats peuvent être appliqués à titre d'illustration à une configuration particulière qui sera traitée dans la partie expérimentale. Il s'agit d'une paroi de béton de 10 cm d'épaisseur dans laquelle est insérée une résistance R_0 de $0.15 \text{ (K. m}^2\text{)}/\text{W}$, qui est obtenue par une couche de polystyrène de 6 mm.

Les résultats obtenus sont représentés sur les figures 1.26, 1.27 et 1.28 comparativement au cas du milieu homogène.

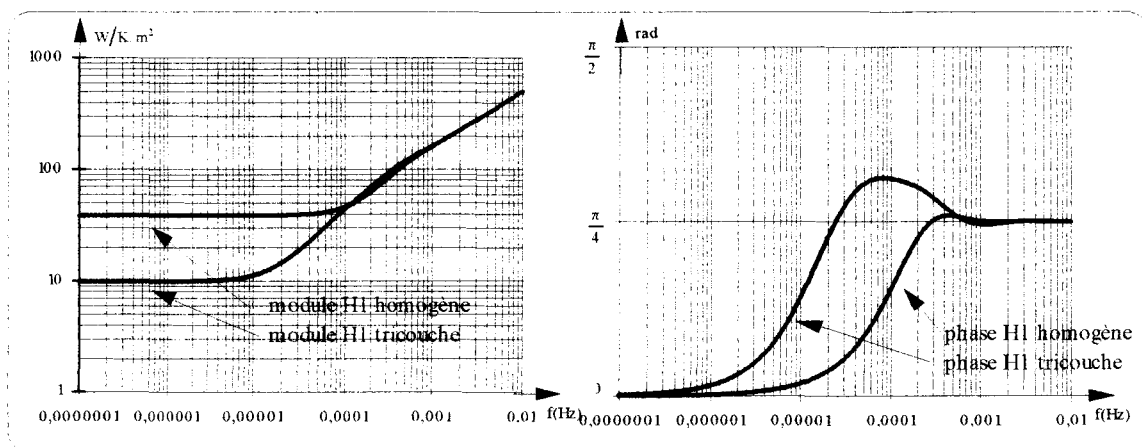


figure 1.26 Evolutions des phases et des modules des fonctions H_1 du tricouche et de la paroi homogène associée en fonction de la fréquence.

La figure 1.26 est relative à H_1 . Cette fonction caractérise essentiellement le transfert de chaleur à travers le système ; on observe donc logiquement une très forte

sensibilité à la présence de la discontinuité résistive dans le domaine des basses fréquences.

Une étude de limite, quand la fréquence tend vers 0, montre que la fonction H_1 tend vers $2/R_g$ avec R_g résistance globale du système :

- pour le milieu homogène :

si $f \rightarrow 0$ alors $|H_1| \rightarrow \frac{2}{R}$ avec R résistance thermique du milieu homogène

- pour le milieu tricouche :

si $f \rightarrow 0$ alors $|H_1| \rightarrow \frac{2}{R + R_0}$

(I3.34)

Dans le domaine des hautes fréquences, l'anomalie disparaît et la fonction H_1 donne l'impédance caractéristique.

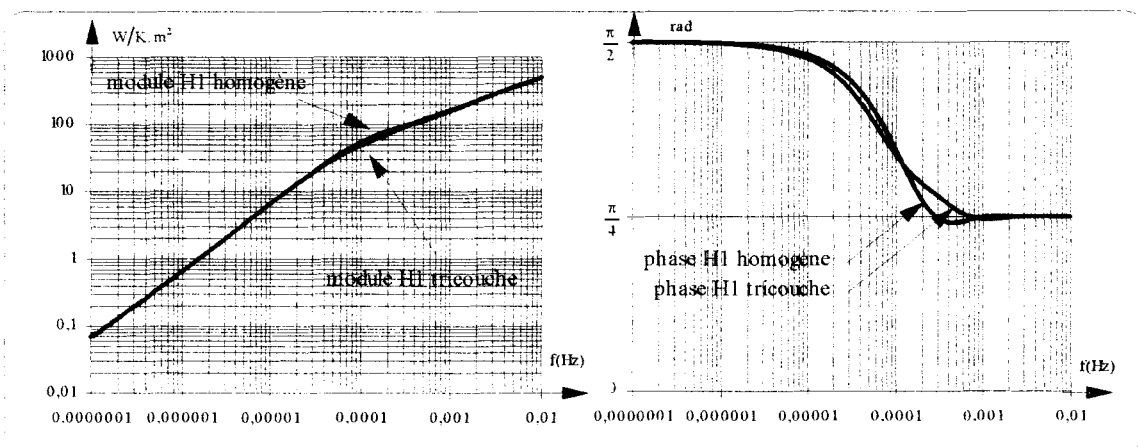


figure 1.27 Evolutions des phases et des modules des fonctions H_3 du tricouche et de la paroi homogène associée en fonction de la fréquence.

La *figure 1.27* montre les résultats relatifs à la fonction H_3 qui caractérise le stockage de chaleur au sein du milieu. Fort logiquement on constate ici que la présence de la résistance pure est pratiquement imperceptible. Dans le domaine des basses fréquences, on vérifie la propriété énoncée en I. 3. 1. dans la représentation "log - log" de l'admittance,

l'évolution a l'aspect d'une droite de pente 1. Les développements aux limites montrent qu'en basses fréquences H_3 évolue comme $j\pi Cf$.

- pour le milieu homogène ou tricouche :

$$\text{si } f \rightarrow 0 \text{ alors } |H_3| \rightarrow j\pi Cf$$

(I3.35)

La *figure 1.28* est relative à la fonction de dissymétrie spatiale H_2 . Les résultats mettent clairement en évidence une gamme de fréquences pour laquelle la dissymétrie engendre un fort couplage entre les modes de transfert et de stockage.

En basses fréquences, le comportement du système est essentiellement lié à la résistance globale et à la capacité. La distribution spatiale des constituants a peu d'influence.

Pour des fréquences plus élevées, le comportement dynamique dépend de la structure interne, c'est à ce moment que la fonction H_2 rend compte de la dissymétrie de la composition de la paroi.

Pour des fréquences plus élevées encore, les ondes thermiques ne pénètrent plus assez profondément la structure et le système se comporte comme un milieu homogène semi-infini, la fonction H_2 tend alors vers 0.

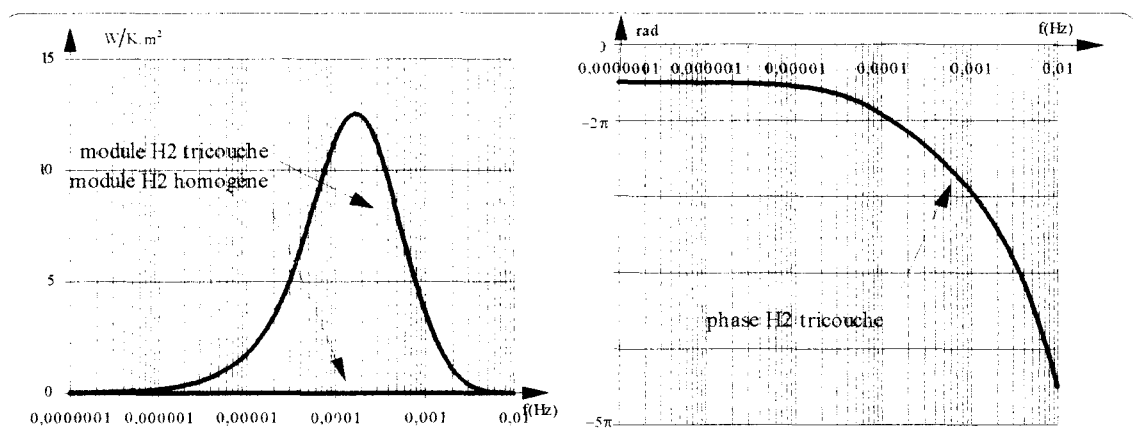


figure 1.28 Evolutions des phases et des modules des fonctions H_2 du tricouche et de la paroi homogène associée en fonction de la fréquence.

I. 3. 2. 3. étude de la sensibilité aux paramètres.

L'une des applications envisagée dans la partie expérimentale est de conduire à la détection et au positionnement d'une discontinuité résistive au sein du milieu homogène. Les inconnues seront donc recherchées par une procédure d'optimisation paramétrique. Il apparaît intéressant, dans ce cadre, d'étudier la sensibilité des trois admittances à la résistance R_0 et à sa position. La sensibilité est par définition :

$$S_p(f) = p_0 \left(\frac{F(p, f) - F(p_0, f)}{p - p_0} \right) \quad (I3.36)$$

Pour chacune des trois fonctions, la sensibilité à la valeur de la résistance R_0 et à la position de cette résistance a été calculée. Les *figures 1.29, 1.30 et 1.31* montrent les résultats pour chaque fonction quand les paramètres testés subissent une variation de 1 %. Les sensibilités ont été tracées de manière relative afin de faciliter la comparaison des résultats.

La *figure 1.29* concerne H_1 . L'étude des basses fréquences (jusqu'à 10^{-5} Hz) apparaît comme étant idéale pour la mesure de la résistance globale du système. Dans cette zone, la position de la discontinuité n'a aucune influence sur la fonction. Dans la gamme de fréquences allant de 10^{-4} à 10^{-3} Hz, les allures décorréelées des deux sensibilités laissent envisager une possibilité de détermination de la position mais l'amplitude de la sensibilité reste faible (inférieure à 0,4 %) et rend l'optimisation incertaine. A 10^{-2} Hz, la discontinuité est invisible; le système se comporte comme un milieu homogène.

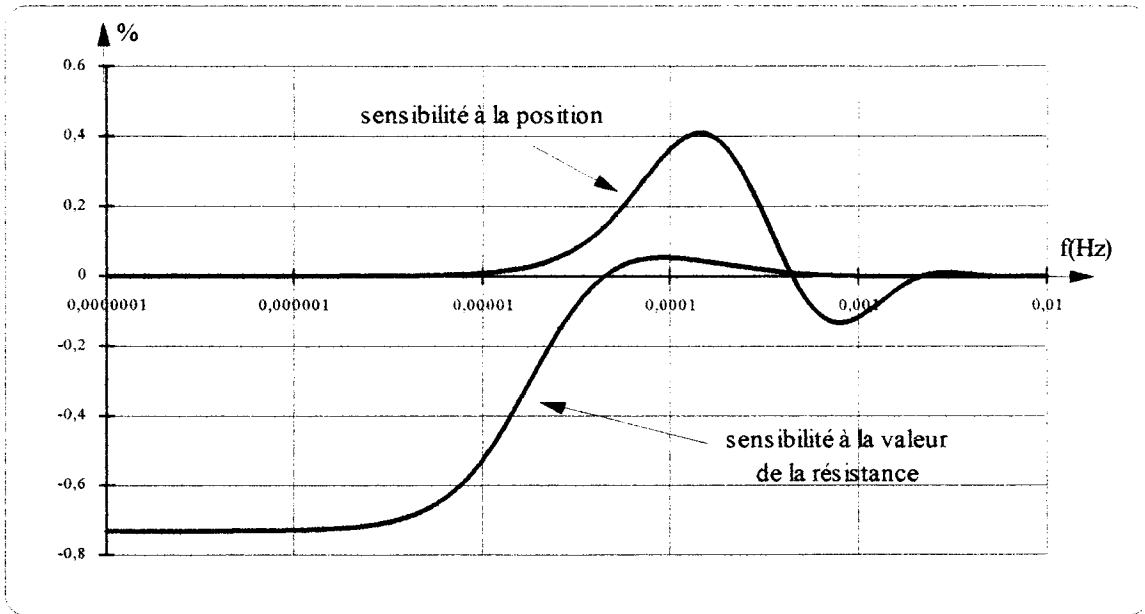


figure 1.29 Evolutions des sensibilités du module de la fonction H_1 à la position et à la valeur de la résistance en fonction de la fréquence.

La *figure 1.30* montre les résultats obtenus sur H_3 . On vérifie ici que cette fonction est insensible à la valeur de la résistance. Une certaine sensibilité à la position est par contre observée; La position de la résistance modifie en effet le stockage de part et d'autre de la discontinuité.

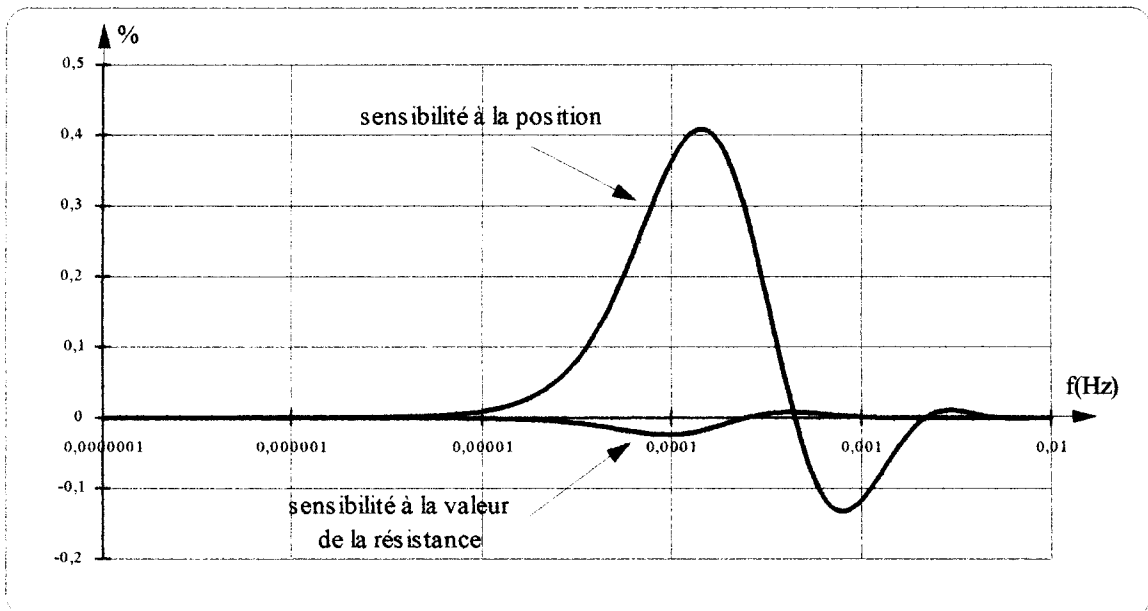


figure 1.30 Evolutions des sensibilités du module de la fonction H_3 à la position et à la valeur de la résistance en fonction de la fréquence.

La *figure 1.31* montre la sensibilité de la fonction de dissymétrie H_2 aux paramètres étudiés. La fonction semble peu influencée par la valeur de la résistance, par contre, elle apparaît très sensible à la position de la discontinuité.

On remarque que la sensibilité à la position croît fortement avec la fréquence mais, pour ces fréquences, la valeur de la fonction de dissymétrie H_2 est très faible et impossible à déterminer.

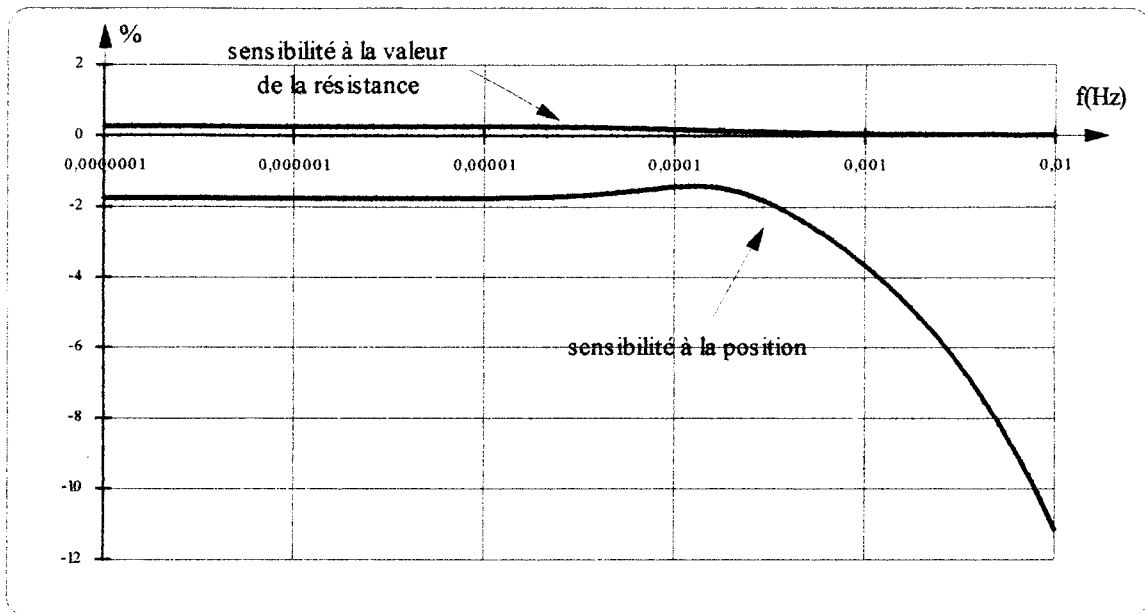


figure 1.31 Evolutions des sensibilités du module de la fonction H_2 à la position et à la valeur de la résistance en fonction de la fréquence.

Dans l'étude de sensibilité présentée ici, il apparaît que dans le problème particulier posé, l'exploitation de H_1 doit conduire à la détermination optimale de R_0 et que c'est à partir de H_2 que la position sera obtenue avec un maximum de précision.

I. 4. ELEMENTS DE TRAITEMENT DU SIGNAL - APPLICATION AUX SOLLICITATIONS ALEATOIRES

L'objectif poursuivi dans ce travail est de développer un formalisme adapté au traitements des signaux complexes mesurés in - situ. La nature aléatoire des signaux observés impose un recours aux méthodes de traitements du signal [B28].

Ce paragraphe vise à décrire les principaux outils utilisés.

I. 4. 1. Relations temporelles

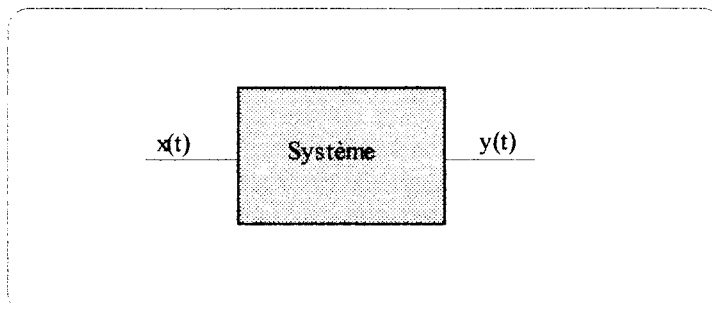


figure 1.32

Soit un système linéaire (*figure 1.32*) invariant dans le temps, un signal temporel $x(t)$ appliqué à l'entrée du système donne en sortie un signal $y(t)$. Les deux signaux sont reliés entre eux par l'**équation de convolution** [A7].

$$y(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau \quad (I4.1)$$

Cette équation est symboliquement notée :

$$y(t) = x(t) \otimes h(t) \quad (I4.2)$$

où h est appelée réponse impulsionnelle du système.

L'identification de processus revient à résoudre l'équation inverse de convolution afin de déterminer la réponse impulsionnelle. Dans le domaine temporel, la résolution de ce problème passe par la déconvolution de deux signaux, qui reste une opération très délicate. La solution n'existe pas toujours et peut ne pas être unique.

I. 4. 2. Relations fréquentielles

Dans le domaine fréquentiel, l'équation de convolution conduit à un produit simple reliant les transformées de Fourier de chacune des fonctions.

$$Y(f) = X(f) \cdot H(f) \quad (14.3)$$

$Y(f)$ est la transformée de Fourier de $y(t)$. Elle se calcule par :

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) \cdot e^{-j2\pi ft} dt \quad (14.4)$$

La fonction H est la transformée de la réponse impulsionnelle h . Elle est appelée **fonction de transfert** du système. On remarque qu'elle se détermine par le simple rapport des transformées de Fourier des signaux de sortie et d'entrée.

Les représentations temporelles et fréquentielles des processus sont duales. La simplicité des relations dans le domaine fréquentiel et la nature aléatoire des signaux à traiter nous conduit à situer notre travail dans ce domaine.

I. 4. 3. Signaux aléatoires

Les signaux étudiés sont de nature aléatoire. Leurs comportements ne peuvent pas se décrire par une évolution temporelle qui est imprévisible par définition, mais par l'intermédiaire de leurs propriétés statistiques et fréquentielles.

Les fonctions d'autocorrélation d'un signal et d'intercorrélation de deux signaux permettent de caractériser la relation de dépendance entre deux processus.

Fonctions d'autocorrélation

Soit un signal $x(t)$, sa fonction d'autocorrélation est définie par :

$$R_{xx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot x(t - \tau) dt \quad (I4.5)$$

Fonctions d'intercorrélation

Soient deux signaux $x(t)$ et $y(t)$, leur fonction d'intercorrélation est définie par :

$$R_{yx}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T y(t) \cdot x(t - \tau) dt \quad (I4.6)$$

L'identification de processus dans le cas de réalisations de processus aléatoires s'effectue par l'intermédiaire de l'équation de convolution de Wiener Hopf [A8]. Si un système, caractérisé par sa réponse impulsionnelle h , soumis à son entrée à un signal $x(t)$, donne en sortie $y(t)$, les fonctions d'autocorrélation du signal d'entrée et d'intercorrélation des signaux d'entrée et de sortie sont reliés par :

$$R_{yx}(\tau) = R_{xx}(\tau) \otimes h(\tau) \quad (I4.7)$$

Le passage aux fonctions de corrélations permet d'étudier un processus en considérant qu'il est soumis à un signal $R_{xx}(\tau)$ et que le signal de sortie est $R_{yx}(\tau)$. La relation fréquentielle associée relie les densités spectrales de puissance par l'intermédiaire de la fonction de transfert.

$$S_{yx}(f) = S_{xx}(f) \cdot H(f) \quad (I4.8)$$

Le théorème de Wiener - Kinchine indique que la densité spectrale est la transformée de Fourier de la fonction de corrélation

La fonction de transfert du système linéaire se détermine par le rapport des densités spectrales :

$$H(f) = \frac{S_{yx}(f)}{S_{xx}(f)} \quad (I4.9)$$

L'impédance thermique apparaît alors comme le rapport de deux densités spectrales. L'impédance caractéristique se définit, par exemple, par la relation :

$$Z_c(f) = \frac{S_{\theta\theta}(f)}{S_{\theta\phi}(f)} \quad (I4.10)$$

La méthode d'analyse spectrale employée peut se ramener à la procédure suivante :

- a) estimation des fonctions de corrélation
- b) calculs des densités spectrales
- c) détermination de la fonction de transfert

En fait, quand on observe des systèmes physiques réels, on ne peut procéder qu'à une estimation des fonctions définies ci-dessus. Un système réel n'est, en effet, observable que dans une fenêtre temporelle finie, de plus les processus sont suivis par échantillonnages et traités par techniques numériques.

I. 4. 4. Traitements

- échantillonnage

A l'origine les signaux traités sont de type analogique. Leur évolutions sont continues dans le temps et en amplitude.

Le traitement numérique des données impose un échantillonnage des signaux. Le signal traité résulte d'un prélèvement à une cadence ici constante T_e , de valeurs du signal

réel. Mathématiquement, le signal échantillonné $\hat{s}(t)$ s'obtient par le produit du signal de départ $s(t)$ par un peigne de Dirac (*figure I.33*).

$$\hat{s}(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} s(kT_e) \cdot \delta(t - kT_e) \quad (\text{I4.11})$$

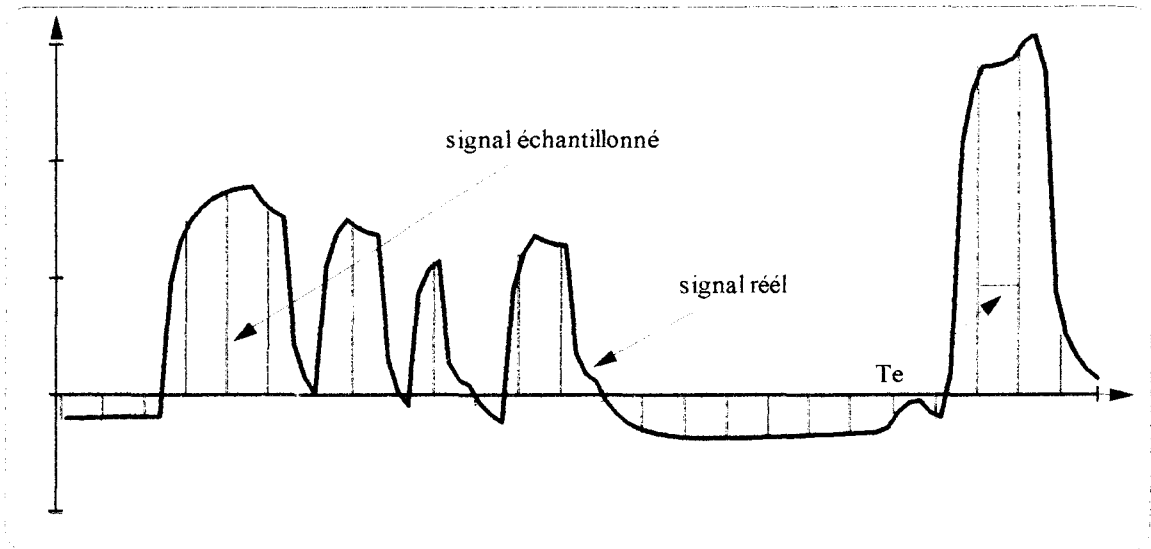


figure I.33 Echantillonnage.

L'effet sur le spectre d'une telle opération est la périodisation du spectre avec une période $1/T_e$ (*figure I.34*).

$$\text{TF}(\hat{s}(t)) = S(f) \otimes \frac{1}{T_e} \cdot \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_e}\right) \quad (\text{I4.12})$$

Pour que la convolution qui a pour effet de dupliquer le spectre de départ tous les $1/T_e$, n'affecte pas le motif de base, il suffit de prendre la précaution d'échantillonner à une cadence au moins deux fois supérieure à la fréquence maximale excitée dans le signal de base. Cette contrainte est connue sous le nom de condition de Shannon.

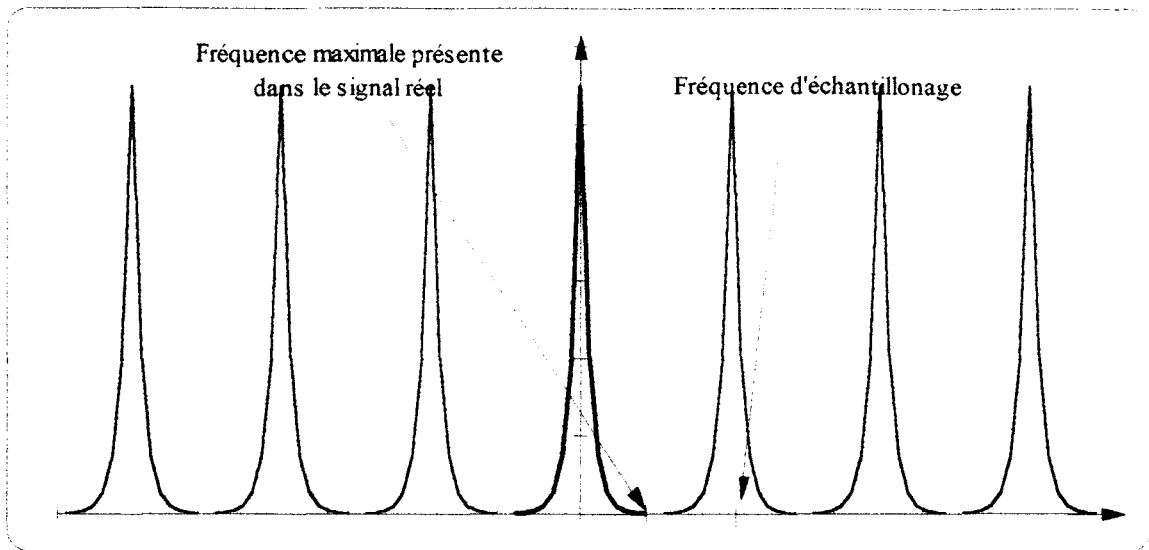


figure 1.34 Spectre périodisé après échantillonnage à la fréquence F_e .

Les signaux thermiques traités dans ce travail ont la particularité d'avoir des évolutions très lentes et des spectres peu étendus. L'échantillonnage ne constitue pas un problème dans ce cas, la condition de Shannon est facilement vérifiée.

La densité spectrale $S_{xx}(f)$ est alors obtenue par transformation de Fourier de la fonction d'autocorrélation échantillonnée $C_{xx}(k)$

$$S_{xx}(f) = \sum_{-\infty}^{+\infty} C_{xx}(k) \cdot e^{-j2\pi f k} \quad (14.13)$$

la sommation définie dans cette relation suppose que la fonction de corrélation est connue sur toute son histoire temporelle. On entrevoit à cet instant deux limitations intrinsèques de la méthode :

a) La fonction de corrélation n'est connue que pour un nombre limité d'échantillons car l'acquisition du signal s'effectue sur un support limité du temps. Cette première remarque fixe la finesse maximale de l'analyse spectrale. C'est le problème de la troncature.

b) Pour un signal aléatoire donné, on ne dispose que d'une estimation de la fonction de corrélation. La qualité de l'estimation se répercute sur une dispersion plus ou moins importante des valeurs de la densité spectrale

- troncature de la fonction de corrélation

L'intervalle de temps pendant lequel le signal à traiter est disponible est appelé "fenêtre temporelle". Le signal disponible est le résultat de l'application d'une **fonction de pondération** au signal réel qui est alors filtré. Cette fonction est caractérisée par sa longueur et sa forme. La pondération multiplie le signal par une fenêtre de pondération dans le domaine temporel. La transformée de Fourier de ce signal se trouve alors convoluée par la transformée de la fenêtre dans le domaine fréquentiel.

La fenêtre de base est la fenêtre "porte". Elle multiplie le signal physique par 1 dans l'intervalle d'observation, et par 0 hors de cet intervalle provoquant la convolution du spectre par une fonction du type $\sin(\alpha f)/\alpha f$. L'objectif poursuivi lors de l'utilisation d'une fenêtre particulière de pondération est de réduire la nuisance occasionnée par la troncature sur le spectre

Qualitativement, la longueur de la fenêtre temporelle est satisfaisante lorsqu'elle est grande devant les évolutions du signal. La forme de la fenêtre a fait l'objet de nombreuses études, desquelles une quantité impressionnante de fenêtres est issue. L'utilisation de la fonction de cohérence par la suite guide le choix vers la fenêtre de Parzen (*figure 1.35*) qui ne comporte pas de lobes négatifs, incompatibles avec la cohérence.

Si le signal est mesuré pour N échantillons numérotés de $-(N/2-1)$ à $N/2$, la fenêtre de Parzen s'écrit :

$$\text{Parz.}(k) = \begin{cases} 1 - 6\left(\frac{2|k|}{N}\right)^2 + 6\left(\frac{2|k|}{N}\right)^3 & \text{pour } |k| \leq \frac{N}{4} \\ 2\left(1 - \left(\frac{2|k|}{N}\right)\right)^3 & \text{pour } \frac{N}{4} \leq |k| \leq \frac{N}{2} \\ 0 & \text{partout ailleurs} \end{cases}$$

(14.14)

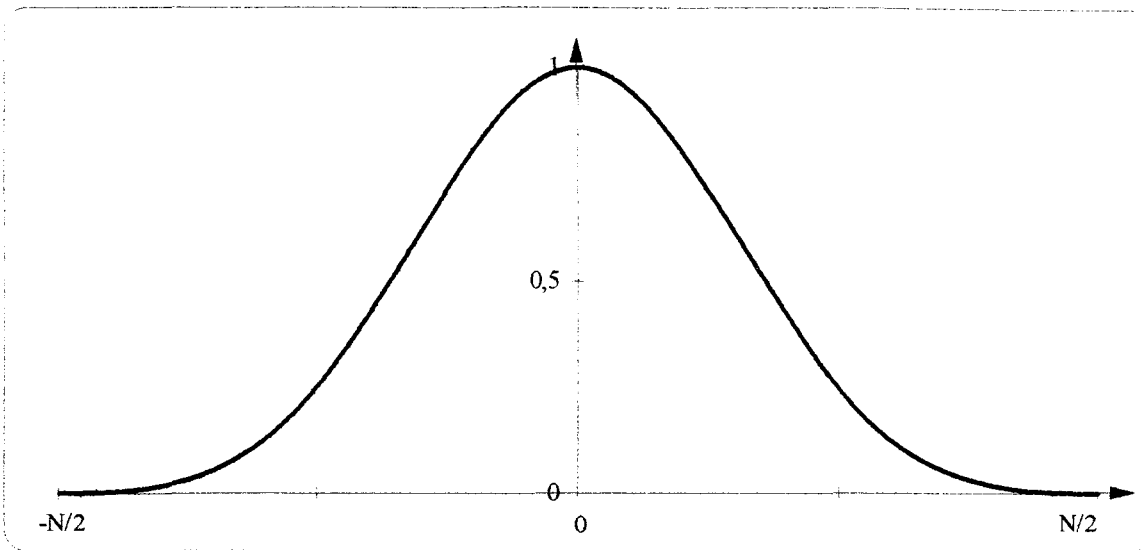


figure 1.35 Fenêtre de Parzen.

La transformée de cette fonction vaut :

$$P(f) = \frac{3N}{8} \left(\frac{\sin(\pi f N/4)}{\pi f N/4} \right)^4 \quad (14.15)$$

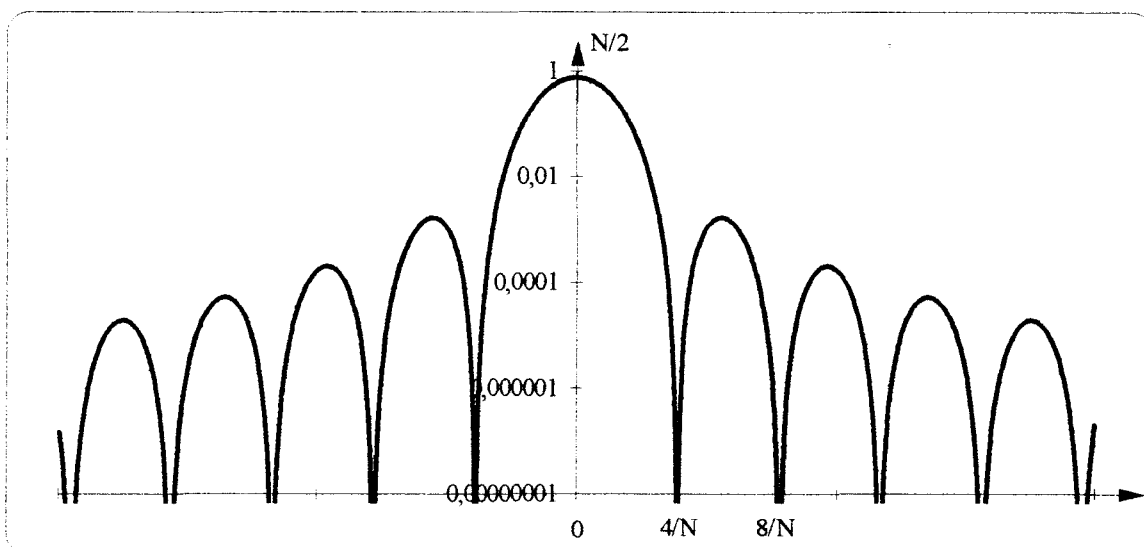


figure 1.36 Transformée de Fourier de la fonction de pondération.

- erreurs d'estimation de la corrélation

La connaissance dans une fenêtre finie du signal induit une erreur au moment du calcul de la corrélation. Cette erreur se retrouve dans le calcul des densités spectrales et,

par la suite dans celui de la fonction de transfert. L'amélioration de la précision peut passer par le moyennage linéaire sur un certain nombre de spectres. Cette procédure se réalise concrètement en faisant "glisser" la fenêtre de calcul sur une fenêtre d'acquisition la plus large possible.

- transformation de Fourier discrète (T.F.D.)

Le calcul numérique de la transformée de Fourier ne permet pas de connaître l'évolution continue de la densité spectrale. Il faut se fixer un pas et une gamme de fréquences liés à l'échantillonnage et à la durée T du signal traité. La densité spectrale se définit par une suite d'échantillons calculés par la transformée de Fourier discrète.

$$S_{xx}(m) = \sum_{k=0}^{N-1} C_{xx}(k) \cdot e^{-j2\pi mk/N} \quad (I4.16)$$

L'utilisation de l'algorithme de la transformation de Fourier rapide (F.F.T.) permet de réduire considérablement le nombre d'opérations numériques, mais requiert un nombre d'échantillons égal à 2^n .

- fonction de cohérence

Dans le cas où une analyse spectrale vise à mesurer une fonction de transfert, la fonction de cohérence est un bon critère d'appréciation de la qualité du résultat [A8]. Cette fonction est définie par :

$$\Gamma(f) = \frac{|S_{yx}(f)|^2}{S_{xx}(f) \cdot S_{yy}(f)} \quad (I4.17)$$

La fonction de cohérence peut être considérée comme l'équivalent de la fonction de corrélation normalisée dans le domaine fréquentiel. Elle présente toutefois l'avantage de

donner une information pour chaque fréquence et, par l'occasion, de mettre en évidence les composantes qui se retrouvent dans chacun des signaux. Cette fonction mesure, en fait, la proportion de puissance à la sortie du système qui provient du signal d'entrée, c'est-à-dire que cette fonction distingue la proportion de puissance porteuse d'information de la proportion due au bruit.

La cohérence est une fonction réelle qui prend des valeurs comprises entre 0 et 1. Si, pour une fréquence donnée, la puissance à la sortie n'est pas liée à la puissance fournie par le signal d'entrée, la cohérence sera nulle pour cette fréquence. Si, par contre, les signaux ont des composantes complètement corrélées pour une fréquence, la cohérence vaudra 1. La fonction de cohérence renseigne donc sur le degré de confiance à accorder à la fonction de transfert pour chaque fréquence.

Nous utiliserons largement la fonction de cohérence pour tester la qualité de nos résultats et limiter l'analyse aux composantes porteuses d'information.

CHAPITRE II

INSTRUMENTATION

La détermination de l'impédance thermique implique la mesure simultanée dans un plan du flux thermique et de la température de surface. La nature aléatoire des sollicitations impose de suivre ces deux grandeurs dans une fenêtre temporelle suffisante.

Les capteurs sont reliés à une centrale d'acquisition de données, pilotée par un micro-ordinateur. La chaîne de mesure utilisée est classique. Elle est constituée par un ensemble scanner-multimètre programmable Keithley. La centrale peut être utilisée soit en "esclave" du micro ordinateur qui la pilote en continu, soit en gestion autonome, avec stockage interne des données qui sont prélevées ultérieurement.

Il apparaît ici que la mesure d'impédance thermique est très simple. Le formalisme et les traitements associés n'imposent pas de contrainte de source et rendent la méthode particulièrement bien adaptée à la caractérisation in situ.

II.1.LES CAPTEURS

Les fluxmètres utilisés sont du type "gradients tangentiels", un thermocouple type K ou T est inclus dans le capteur pour la détermination de la température.

Le fonctionnement des fluxmètres à gradients tangentiels a fait l'objet de nombreuses publications [B30,B31,C6,C7,C8]. Il est décrit dans l'annexe 2. Le principe de base est d'établir, par des micro constriction des lignes de flux, des écarts de températures aux bornes de thermoéléments disposés dans un plan perpendiculaire à la direction du transfert. Le principe présente, vis-à-vis des fluxmètres classiques à "paroi auxiliaire", l'avantage d'autoriser une épaisseur très faible qui, corrélativement, permet de minimiser la perturbation induite par le capteur sur la mesure.

La *figure II.1* montre une coupe type du fluxmètre, l'épaisseur de la partie sensible est de 50 μm .

L'élément sensible est disposé en sandwich entre deux couches extérieures dont le rôle est de garantir des plans isothermes en entrée et sortie du capteur. Il s'agit de couches très conductrices de la chaleur, généralement constituées de cuivre ou d'aluminium. Selon la nature des matériaux utilisés l'épaisseur globale du capteur varie entre 100 μm et 200 μm .

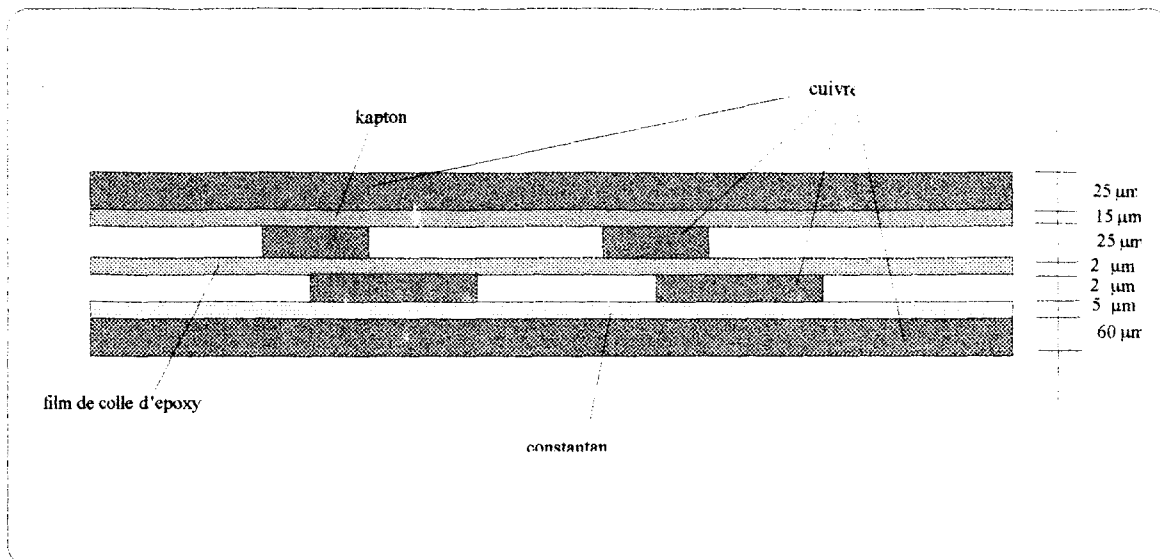


figure II.1 Coupe d'une cellule de fluxmètre

Lors de nos expérimentations, nous avons utilisé des fluxmètres de surfaces actives variables.

La majorité des essais a été effectuée avec des capteurs dont les surfaces actives étaient des carrés de 0,15 m de côté. Un anneau de garde, destiné à assurer l'unidirectionnalité des lignes de flux dans la zone de mesure, amène alors une dimension globale de 0,3 x 0,3 m. Certains cas particuliers nous ont conduit à utiliser d'autres tailles de capteur ; nous avons ainsi mis en oeuvre un fluxmètre de surface active de 0,01 x 0,01 m pour procéder à des mesures d'impédance très localisées. Nous avons utilisés des surfaces actives de 0,25 x 0,25 m pour des mesures sur des parois in situ.

II.2. ETALONNAGE, SENSIBILITE

Les fluxmètres mis en oeuvre dans ce travail sont généralement des prototypes ou sont fabriqués en très petites séries. Dans tous les cas, une procédure d'étalonnage est indispensable. L'étalonnage d'un fluxmètre a globalement deux objectifs. Le premier vise à permettre le passage du signal électrique mesuré à une détermination fiable du flux thermique. On procédera, dans ce cadre, à la détermination de la sensibilité, on vérifiera la linéarité de la réponse et on discutera des conditions de mesure : pression, température, sens du flux.

Le second objectif est de caractériser thermiquement le capteur : résistance thermique, capacité thermique. Ces résultats seront utilisés pour estimer et discuter au paragraphe II.3. de la perturbation résultant de la présence du capteur sur les processus thermiques que l'on se propose d'étudier.

Mesure de la sensibilité

Nous avons utilisé la procédure d'étalonnage de la sensibilité décrite par L.Oter [B28]. Le capteur à étalonner est disposé sur un échangeur plan à température constante, une résistance électrique plane de mêmes dimensions est déposée sur le capteur, elle est surmontée par un fluxmètre auxiliaire. Un matelas isolant de polystyrène expansé est disposé sur l'ensemble. Le tout est comprimé par une plaque échangeuse pilotée par un vérin pneumatique. Le dispositif est schématisé *figure II.2*.

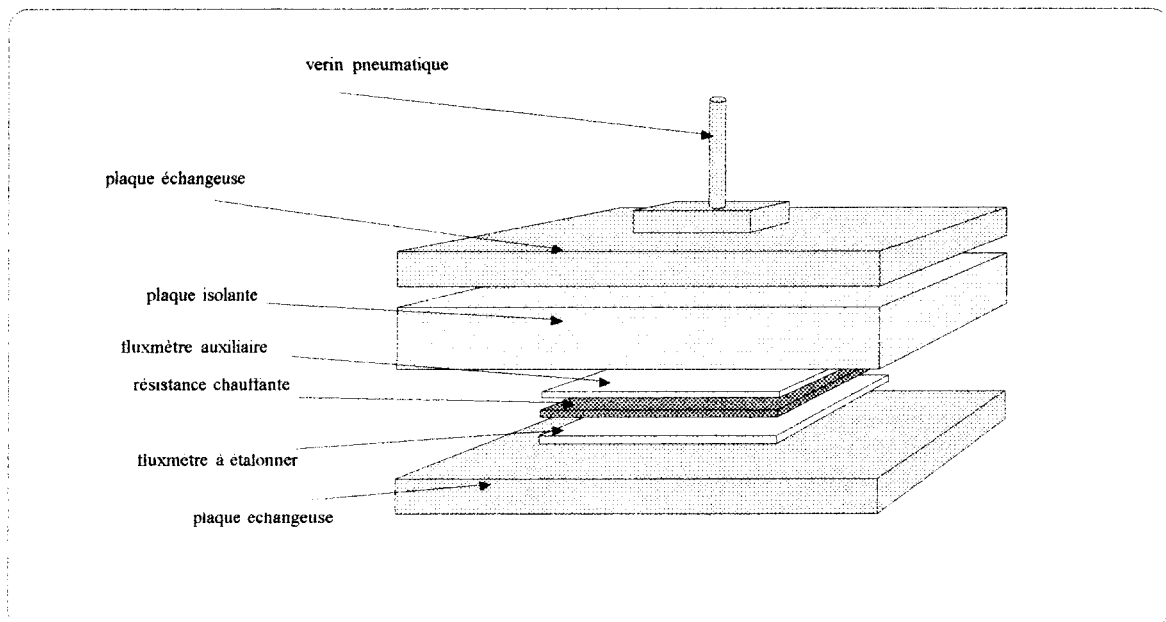


figure II.2 Dispositif d'étalonnage du fluxmètre.

La résistance est alimentée par une alimentation stabilisée, une puissance électrique mesurable P_f est dissipée par effet Joule. Cette puissance se répartit inégalement dans le système, la majorité P_1 passe par le fluxmètre à étalonner et se trouve dissipée dans

l'échangeur, une petite partie P_2 mesurée par le fluxmètre auxiliaire traverse le matelas isolant.

Si, dans les conditions expérimentale de fluxmètre délivre une tension E , la détermination de la sensibilité est évidente :

$$K = \frac{E.S}{P_f - P_2} \text{ en } \left(\frac{V}{W/m^2} \right)$$

S : surface active

La *figure II.3* montre les résultats obtenus avec l'un des capteurs utilisés pour différentes valeurs de puissance dissipée. On vérifie ici la linéarité de la réponse du capteur.

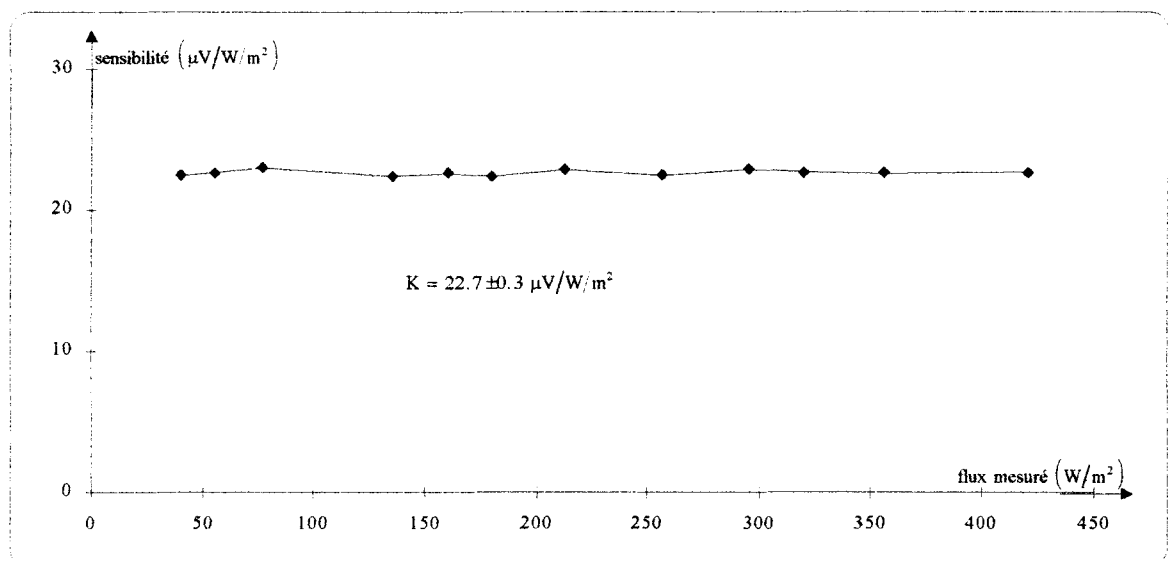


figure II.3 Evolution de la sensibilité du capteur en fonction de la puissance dissipée.

Les sensibilités obtenues par cette méthode ont généralement été validées dans une seconde phase par la mesure de la résistance thermique d'échantillons étalons.

L'indépendance de la sensibilité vis à vis du sens du flux a été vérifiée en retournant le fluxmètre dans le dispositif. Aucune différence significative n'a été relevée.

L'effet de la pression a pu être étudié grâce au système pneumatique du dispositif.

Pour une pression nulle dans le circuit d'air comprimé, le fluxmètre n'est soumis qu'au poids des éléments qui le surmonte. La pression est ensuite montée progressivement par paliers jusqu'à 6 bars soit encore 0,1 bars sur la surface active.

Une très légère diminution de sensibilité avec la pression a été observée, elle est inférieure à 2 % dans la gamme de mesure.

L'effet de la température moyenne a été analysé en faisant varier la température des plaques échangeuses entre +10 et +70°C. Aucune modification notable de la sensibilité n'a été décelée. Ces résultats confirment des études précédentes menées jusqu'à - 23°C [B32].

II.3. PERTURBATION DE LA MESURE

Dans la plupart des problèmes de mesure de grandeurs physiques, l'information est perturbée par la présence des capteurs. Dans le problème qui nous intéresse, il apparaît que le fluxmètre disposé à la surface d'un système conductif va modifier par ses caractéristiques thermiques propres le processus thermique étudié.

Les fluxmètres utilisés sont munis d'un anneau de garde, afin de s'assurer de l'unidirectionnalité des lignes de flux dans la zone de mesure. Les capteurs sont fixés aux parois du matériau par de la graisse silicone.

Le capteur est disposé à la surface du matériau qui échange de la chaleur par rayonnement et convection avec son environnement. La perturbation induite sur le phénomène convectif est négligeable compte tenu de la très faible épaisseur du capteur, une adaptation de l'état de surface (rugosité) serait possible si nécessaire dans certaines configurations.

Du point de vue radiatif, un traitement de la surface est effectué. Pour les essais de laboratoire sur échantillons de surface inférieure ou égale à 1m², l'ensemble du système matériau-capteur est revêtu d'un film absorbant de quelques micromètres d'épaisseur qui assure une émissivité homogène de la surface. Pour les mesures sur parois in situ, l'ensemble fluxmètre-anneau de garde est revêtu d'un film dont l'émissivité peut être adaptée à celle de la surface de la paroi. Dans la plupart des essais effectués, un revêtement noir absorbant a été utilisé.

Les précautions précédentes visent à s'assurer de l'unidirectionnalité du transfert thermique. Ce résultat atteint, le fluxmètre intervient comme une couche thermique résistive et capacitive en série sur le matériau, dont il faut analyser les effets sur les phénomènes étudiés. Un fluxmètre constitue un système hétérogène complexe très difficile à modéliser finement d'un point de vue thermique. Dans le problème posé, le capteur sera assimilé à une couche homogène équivalente de résistance thermique R_f et de capacité C_f .

Mesure de la résistance thermique R_f

Le signal mesuré par un fluxmètre est en fait caractéristique d'un système thermique constitué par la partie du capteur située entre son plan sensible et sa surface, une résistance de contact capteur-matériau et le matériau à tester (*figure II.4*)

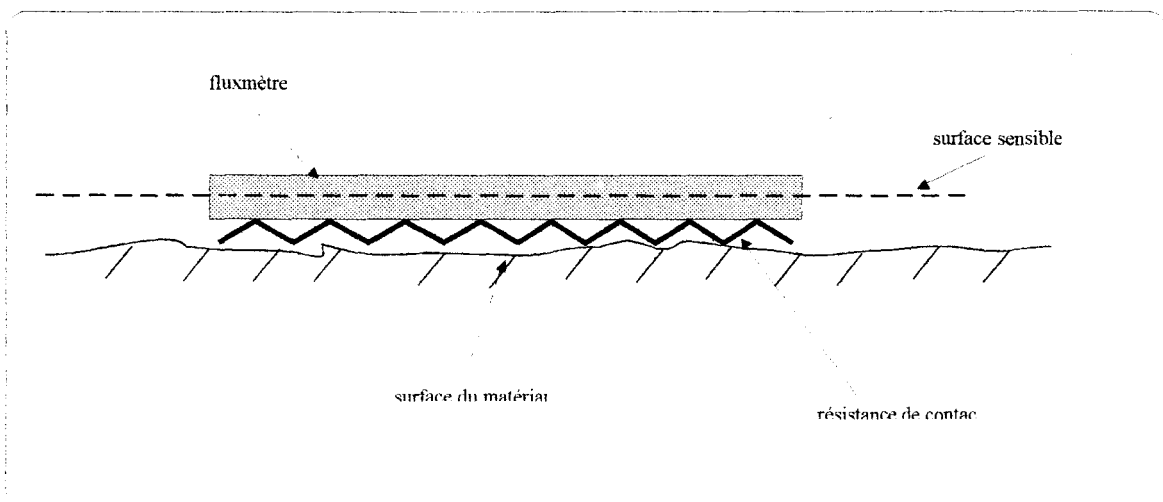


figure II.4 Résistance de contact fluxmètre-matériau.

Nous définissons la résistance R_f comme l'ensemble de la résistance perturbatrice, c'est-à-dire résultant de la présence du fluxmètre et de la résistance de contact. Il est bien évident que cette dernière n'est pas strictement répétitive mais nous nous sommes efforcés de maintenir des conditions de mise en place identiques pour l'ensemble des essais : état de surface plan, mise en place de graisse silicone.

Pour estimer la résistance R_f , nous avons procédé à la détermination en laboratoire des résistances globales de systèmes constitués par des échantillons de plexiglass

d'épaisseurs variables, insérés entre deux fluxmètres. L'ensemble est disposé entre deux plaques échangeuses qui assurent un écart de température constant aux bornes du système. Le principe de la mesure a fait l'objet de publications antérieures, il consiste à exploiter ces réponses fluxmétriques en régime transitoire [B28].

La *figure II.5* montre l'évolution de la résistance globale en fonction de l'épaisseur du plexiglass, l'ordonnée à l'origine non nulle traduit l'effet des résistances perturbatrices engendrées par les deux capteurs.

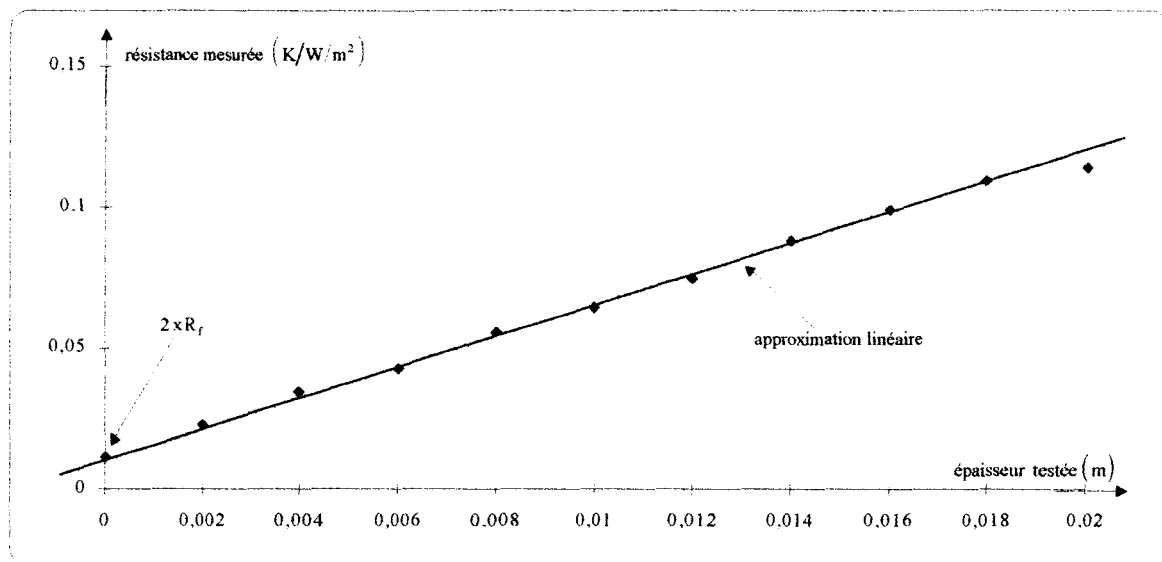


figure II.5 Evolution de la résistance globale du système en fonction de l'épaisseur de matériau testée.

Pour le couple de capteur dont les résultats sont représentés *figure II.5*, on obtient $2R_f = 0,01 \text{ K/W/m}^2$.

La résistance perturbatrice d'un capteur est donc estimée à : $R_f = 0,005 \text{ K/W/m}^2$.

Cette valeur est très faible vis-à-vis des résistances thermiques des matériaux ou des parois qui seront étudiées dans la suite du travail.

Mesure de la capacité C_f

La procédure de base est très voisine de celle utilisée pour estimer la résistance. Des échantillons de plexiglass d'épaisseurs variables sont disposés en sandwich entre deux

fluxmètres, le tout est disposé entre deux plaques échangeuses. On impose au système de passer d'un état thermique isotherme (température T_0) à un autre état isotherme (température T_1). Un bilan des flux échangés permet alors de déterminer la quantité de chaleur sensible et la capacité globale C_g :

$$Q = \int_{T_0}^{T_1} \Delta\phi \cdot dt = C_g \cdot (T_1 - T_0)$$

La *figure II.6* montre l'évolution de la capacité globale en fonction de l'épaisseur du plexiglass. L'ordonnée à l'origine représente la capacité des deux capteurs. On obtient ici $C_f = 150 \text{ J/K} \cdot \text{m}^2$.

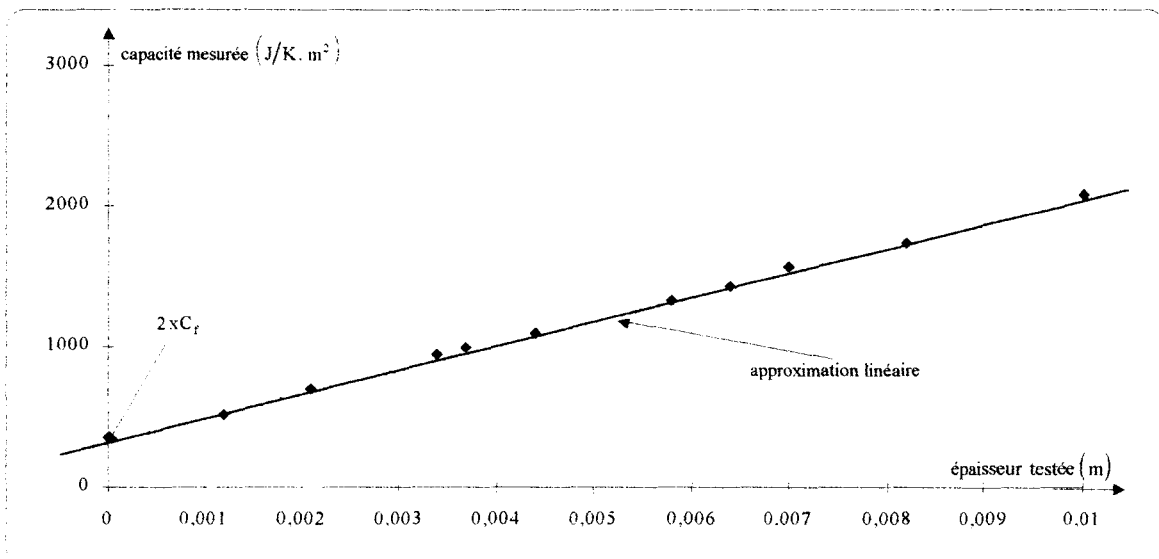


figure II.6 Evolution de la capacité globale du système en fonction de l'épaisseur de matériau testée.

Dans la plupart des problèmes traités, l'effet résistif des capteurs n'est pas trop gênant, la résistance R_g est souvent négligeable ou conduit à des corrections simples. Par contre, l'effet capacitif est plus contraignant quand on s'intéresse à des matériaux légers ou isolants.

Pour bien mettre en évidence l'effet capacitif, nous avons recherché un cas typique révélateur de son importance. L'étude de la perturbation introduite par le capteur sur un échange superficiel solide-fluide nous a semblé intéressante.

Le fluxmètre étudié est disposé sur une résistance plane. Cette dernière est reliée à une alimentation stabilisée pilotée par un micro-ordinateur. Le dispositif a une très faible constante de temps et permet d'imposer des sollicitations thermiques variables dans le plan du capteur qui échange de l'énergie par rayonnement et convection avec son environnement micro-climatique.

Une plaque de polystyrène de grande dimension est disposée face au fluxmètre afin de simplifier les conditions d'échanges radiatifs (*figure II.7*).

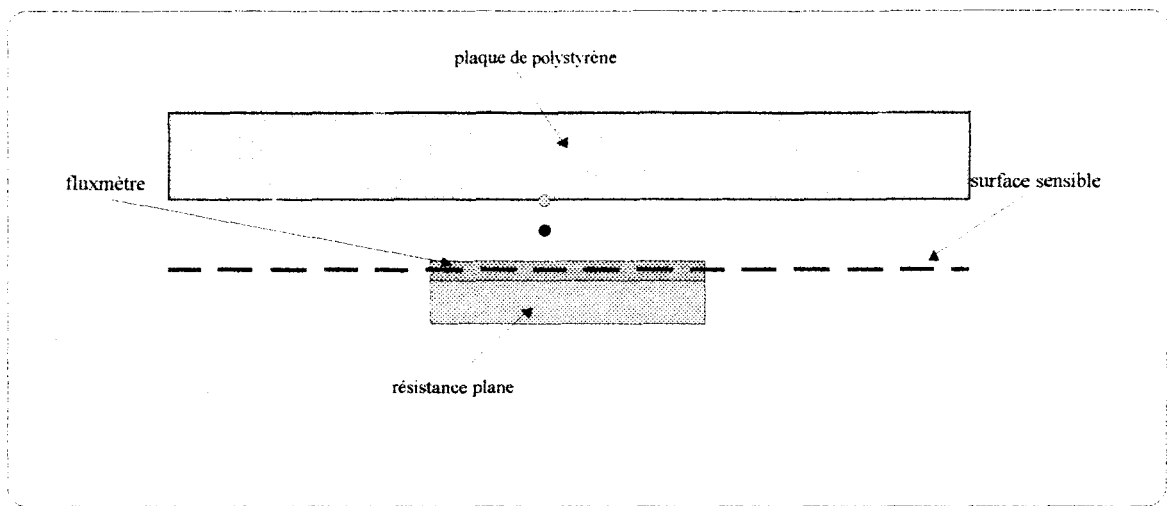


figure II.7 Dispositif d'étude retenu pour la mise en évidence de la perturbation de la capacité.

Dans les conditions expérimentales mises en oeuvre et compte tenu des faibles variations de température imposées, on peut admettre la linéarité des lois de transferts convectif et radiatif. On aboutit alors à une condition limite de 3ème espèce du type :

$$\phi = h(\theta_s - \theta_c) \quad (\text{II.1})$$

h : coefficient d'échange global

θ_c : température équivalente

$$\text{avec } \theta_c = \frac{h_c \cdot \theta_a + h_r \cdot \theta_p}{h_c + h_r} \quad (\text{II.2})$$

θ_a = température de l' air

θ_p = température moyenne des parois vues depuis la surface

h_r, h_c = coefficients d'échange radiatif et convectif

En régime de variation, il apparaît que le flux mesuré ne vérifie pas la relation (II.1), l'écart résulte essentiellement de l'effet capacitif du fluxmètre qui est ici très important dans le processus de transfert. En admettant que la température de référence θ_e reste constante. L'expression de la variation de flux est du type :

$$\varphi(t) = \phi_0 - \phi(t) = C_f \frac{\partial \theta_s(t)}{\partial t} + h\theta'_s(t) \quad (\text{II.3})$$

avec $\theta'_s(t) = \theta_s(t) - \theta_0$ variation de température

Cette relation fait l'hypothèse que le capteur se comporte comme une capacité pure de température uniforme θ_s , et que la notion de coefficient d'échange constant est admissible. Ce dernier point est certes discutable en début de transition mais, dans ce cas, la variation de température est très grande et l'effet capacitif largement prépondérant. Dans la relation (II.3) le flux et la température sont mesurables, les deux paramètres du système sont C_f et h , ils peuvent être identifiés par une procédure d'optimisation de calage à deux paramètres.

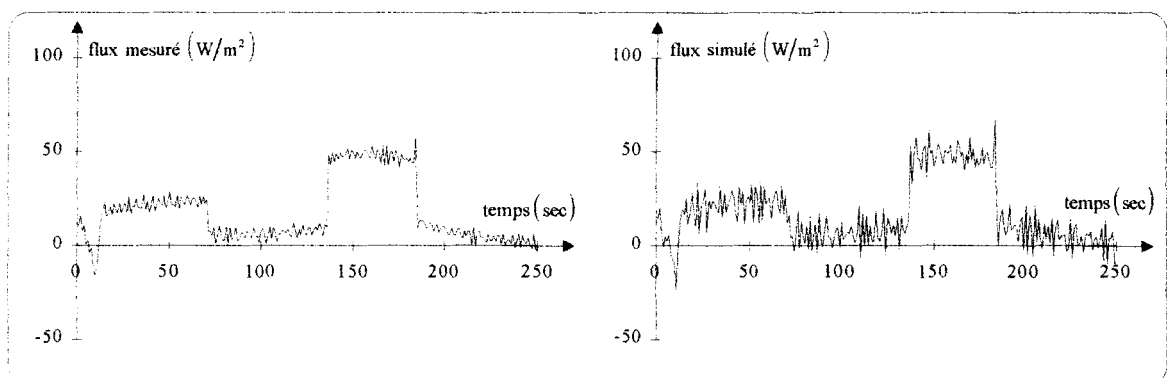


figure II.8 Flux mesuré et calculé après optimisation paramétrique.

La *figure II.8* montre comparativement l'évolution du flux mesuré et du flux simulé après optimisation.

Nous avons trouvé dans ce cas

$$h = 3,5 \text{ W/K. m}^2$$

$$C_f = 160 \text{ J/K. m}^2$$

La valeur de capacité obtenue est très voisine de celle déterminée précédemment par bilan d'énergie.

Prise en compte des capteurs - Impédance propre

En associant à un capteur une résistance thermique et une capacité thermique caractéristiques, on peut définir l'impédance propre du capteur. Il est alors possible de prendre en compte la présence du capteur dans l'étude des systèmes thermiques, et d'apprécier son influence sur la mesure.

Le système thermique dont on mesure les caractéristiques résulte, en fait, de la mise en série du capteur et du système que l'on veut étudier.

Il est, théoriquement, possible de corriger et de calculer l'impédance du système à caractériser seul en connaissant les caractéristiques propres du capteur. Cette solution est délicate. Une mauvaise appréciation des caractéristiques du fluxmètre entraînerait une erreur importante au moment de la correction. De plus, dès que la fréquence augmente, le fluxmètre "filtre" l'information de façon trop importante, et il est impossible de la récupérer de façon fiable.

Dans ce travail, nous avons choisi de nous limiter à une solution plus réaliste. Par simulation, il est facile de définir une gamme de fréquences pour laquelle l'influence du capteur est négligeable et pour laquelle la mesure ne pose pas de problèmes. On remarque, en effet, que pour des fréquences suffisamment basses, l'impédance du capteur est purement résistive. Cette résistance de capteur est suffisamment faible pour être ignorée ou pour permettre une correction facile si besoin est. Dans cette bande spectrale, on dira que le capteur est "passant".

La gamme de fréquence, dans laquelle on limitera l'étude, dépend du matériau étudié sur lequel le capteur est placé. Pour des matériaux très capacitifs, la zone de mesure est très étendue alors que pour les matériaux légers de faible capacité thermique, l'effet

perturbateur du capteur se fait sentir très rapidement. La *figure II.9* montre des simulations relatives aux cas extrêmes qui seront traités par la suite. Pour des plaques semi-infinies de béton et de polystyrène, les impédances ont été simulées avec ou sans capteur. Dans le cas du béton, le capteur reste négligeable environ jusqu'à 10^{-3} Hz alors que, dès 10^{-4} Hz, la perturbation est très sensible sur le polystyrène.

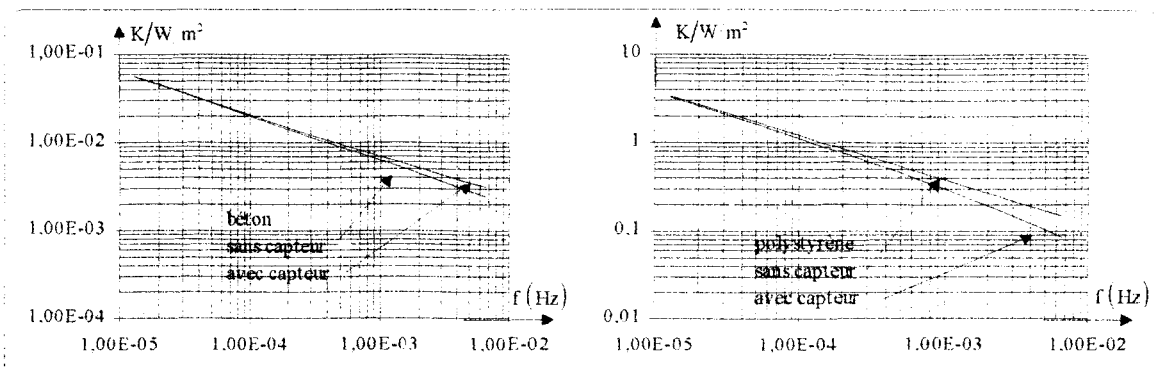


figure II.9 Modules des impédances simulées des plaques semi-infinies de béton et de polystyrène avec ou sans capteur.

CHAPITRE III

RESULTATS EXPERIMENTAUX

L'étude expérimentale présentée comporte deux grandes parties :

La première partie est relative à des exemples d'applications, en ne s'autorisant qu'une face d'accès au système.

La seconde partie traite de la mise en oeuvre de la notion d'impédance généralisée, qui nécessite un double accès entrée-sortie.

Dans les deux cas, des résultats d'essais en laboratoire et de mesure in situ seront présentés. Les essais en laboratoire permettent de mettre en évidence l'intérêt de l'approche fréquentielle pour traiter certains problèmes de mesure sur échantillons, ils constituent également des tests de validation indispensables avant les mesures sur sites.

La caractérisation thermique et le contrôle in situ constituent les domaines d'applications essentiels de l'approche développée, les procédures expérimentales sont alors extrêmement simple à mettre en oeuvre en ne nécessitant aucune source extérieure.

III.1. APPLICATIONS "UNE FACE D'ACCES"

Seul l'accès à la face avant du système est autorisée. On s'intéresse dans ce cadre à la notion d'impédance caractéristique Z_c , ou aux impédances court-circuit Z_{cc} et circuit ouvert Z_{co} .

III.1.1. Détermination de l'effusivité thermique

L'application la plus immédiate de la notion d'impédance caractéristique est l'identification de l'effusivité thermique qui constitue, dans ces conditions, le seul paramètre thermique du système.

Cette étude conduira à discuter des limites de validité du milieu semi-infini. La méthode sera illustrée sur une gamme de matériaux très divers. Le Polychlorure de Vinyl (PVC) constituera notre échantillon "pilote". La valeur de son effusivité est voisine de celle du capteur qui perturbe alors très peu la mesure. L'étude de ce matériau permettra de détailler la procédure de traitement qui sera ensuite identique pour les autres milieux étudiés.

Des matériaux isolants seront testés, dans ce cas la perturbation du capteur est maximale et pourra être discutée.

Le béton constitue un matériau capacitif de référence en thermique de l'habitat, l'analyse de son comportement clôturera cette partie.

III.1.1.1. Cas du PVC

III.1.1.1.1. dispositif de mesure (figure III.1)

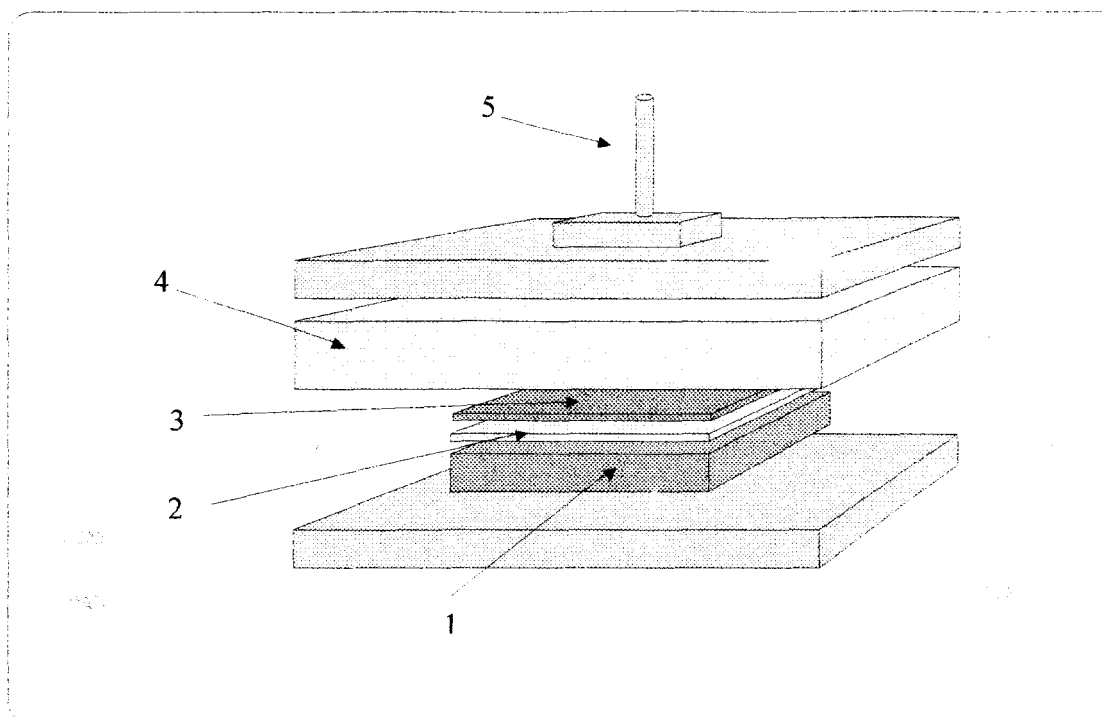


figure III.1 Dispositif de mesure.

L'échantillon à caractériser est constitué par une plaque de PVC de 25 x 25 cm de surface de base et d'une épaisseur de 5 cm ①, posée sur plaque échangeuse qui impose une température constante en face arrière. Le capteur de flux ② a une surface active de 13 x 13 cm et sa surface totale est amenée à 25 x 25 cm par un anneau de garde qui garantit l'unidirectionnalité des transferts dans la surface active (cf paragraphe II.3.).

L'excitation du système est assurée par une résistance électrique ③. La résistance est plane et couvre la totalité de la surface de l'empilement capteur-échantillon. Elle assure une excitation homogène sur toute la surface du capteur.

L'empilement composé par l'échantillon, le capteur et la résistance est surmonté par une plaque de polystyrène ④ dont le rôle est d'orienter au maximum la puissance vers le

système à caractériser. Un système de mise en pression ⑤ vient comprimer le tout, et permet de réduire la résistance de contact entre le capteur et l'échantillon ; la continuité thermique est optimisée par une pellicule de graisse silicone entre le capteur et l'échantillon.

La résistance chauffante est pilotée par un micro-ordinateur qui impose une tension d'alimentation sous la forme d'un signal binaire pseudo aléatoire (S.B.P.A.). Ce type de signal est décrit en annexe n°1, il offre l'avantage essentiel d'assurer un spectre d'excitation très riche.

Le capteur ② est relié à la centrale d'acquisition de données qui permet de suivre dans le plan d'entrée les signaux échantillonnés de flux et de température.

III.1.1.1.2. procédure de traitement

1) Signaux mesurés

Dans le cas du présent essai, le S.B.P.A. est généré par un registre à décalage composé de 6 cellules. Les évolutions s'effectuent toutes les 120 secondes.

L'acquisition est réalisée à une cadence de 24 secondes

les signaux mesurés de flux et température sont représentés en *figure III.2* et *III.3*

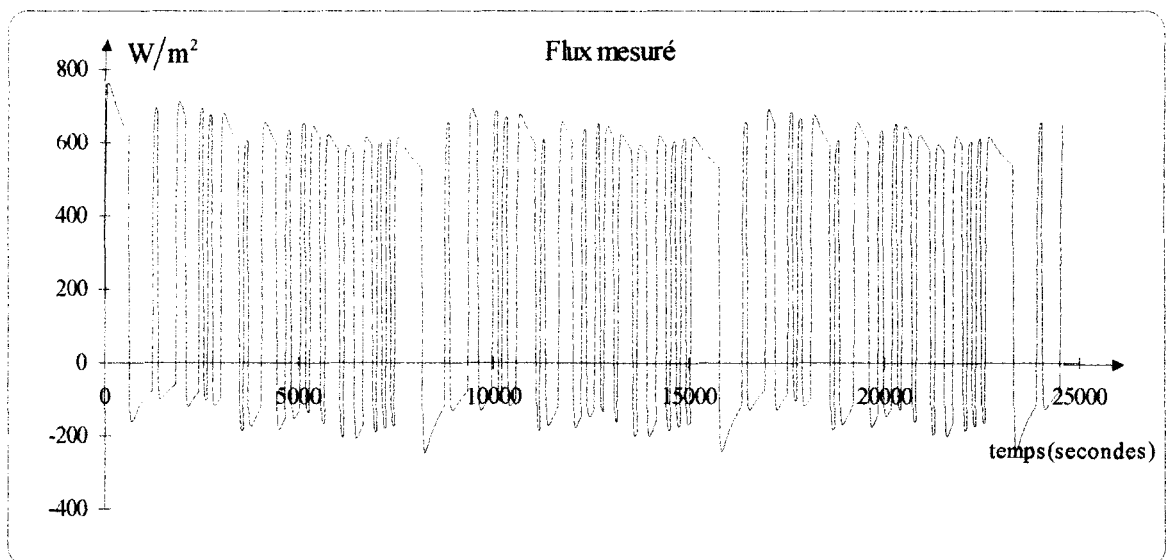


figure III.2 Flux mesuré en fonction du temps.

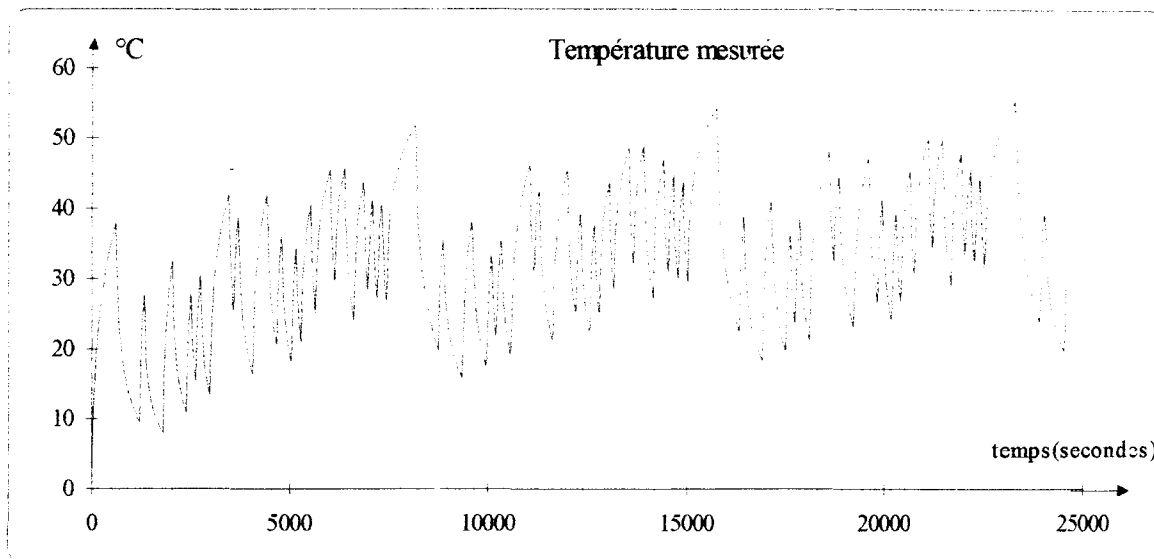


figure III.3 Température mesurée en fonction du temps.

On vérifie sur ces tracés que le signal binaire pseudo aléatoire est de nature périodique. La période d'une séquence couvre ici 63 impulsions d'horloge, soit environ 7500 secondes.

2) Corrélations

Les signaux sont de nature aléatoire. Conformément aux remarques énoncées au paragraphe (I.4.), l'identification du processus passe par l'estimation des fonctions d'autocorrélation et d'intercorrélation. La *figure III.4* montre les résultats obtenus.

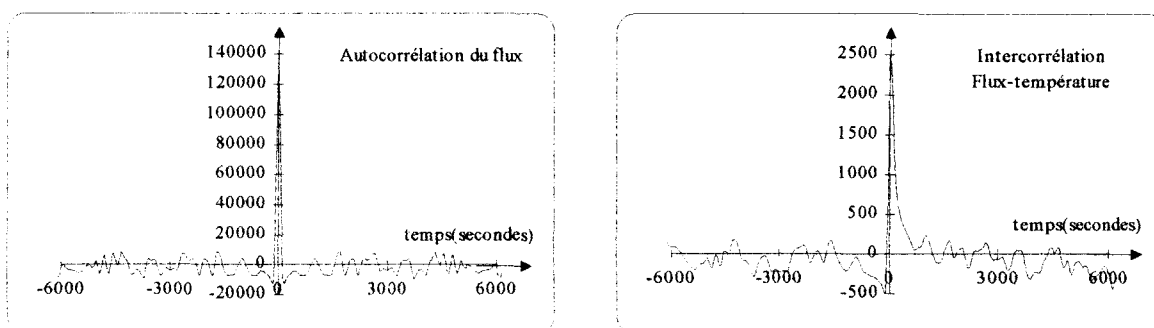


figure III.4 Fonctions de corrélations.

On observe sur la *figure III.4* l'aspect impulsionnel de la fonction d'autocorrélation du signal binaire pseudo aléatoire. Théoriquement, la fonction d'autocorrélation d'un signal

S.B.P.A. est assimilable à une impulsion de Dirac, la fonction d'intercorrélation constitue alors la réponse impulsionnelle du système. La fonction d'intercorrélation calculée permet donc une estimation de la réponse impulsionnelle. L'utilisation pratique de cette propriété dans le domaine temporel demande cependant beaucoup de précautions de mise en oeuvre et de traitement, nous lui préférons le passage dans le domaine fréquentiel. Le passage au domaine fréquentiel permet l'estimation de la fonction de transfert quelque soit le signal de commande et, en particulier, quand les signaux sont aléatoires au sens le plus général comme ceux rencontrés in situ.

On peut observer qu'aux extrémités de l'échelle des temps, les fonctions de corrélations ne sont pas nulles. Cette erreur d'estimation résulte de l'effet de troncature brutal généré par une fenêtre d'observation rectangulaire de largeur finie. Elle peut être minimiser par l'exploitation d'une fenêtre de forme adaptée. La *figure III.5* représente les mêmes fonctions de corrélations auxquelles a été appliquée la fenêtre de Parzen introduite en (II.4.).

Dans la suite de ce travail la fenêtre de Parzen sera systématiquement utilisée.

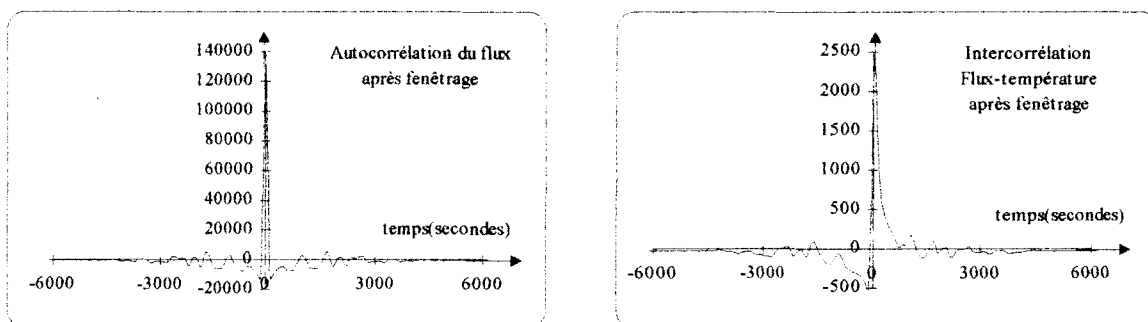


figure III.5 Fonctions de corrélations après application de la fenêtre de Parzen

3) Calcul de l'impédance

La transformation rapide de Fourier (F.F.T.) des fonctions d'intercorrélation et d'autocorrélation donne respectivement l'interspectre et l'autospectre. Les représentations fréquentielles qui en résultent sont échantillonnées avec un pas de $1/(512 \times 24)$ Hz soit $8,1 \times 10^{-5}$ Hz. Les modules de l'autospectre du flux et de l'interspectre flux - température sont représentés en *figure III.6* dans un repère semi-logarithmique.

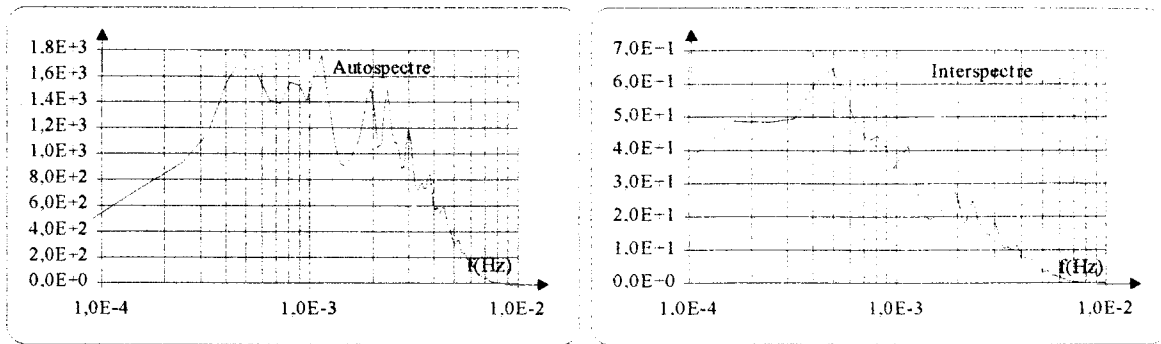


figure III.6 Spectres en fonction de la fréquence.

Les résultats permettent de vérifier que l'échantillonnage respecte bien la condition de Shannon [A8]. Les deux spectres sont situés dans une bande spectrale limitée à $2 \cdot 10^{-2}$ Hz. La fréquence d'échantillonnage est supérieure à $4 \cdot 10^{-2}$ Hz et n'introduit donc pas de repliement des spectres lors de la transformation.

Le rapport des spectres permet de calculer l'impédance d'entrée du système.

$$|Z(\omega)| = \left| \frac{S_{\phi\theta}(\omega)}{S_{\theta\theta}(\omega)} \right|$$

En parallèle, le calcul de la fonction de cohérence renseigne sur le degré de confiance que l'on peut accorder à chacun des points représentatifs.

La *figure III.7* montre le résultat du calcul du module l'impédance. La fonction de cohérence associée est représentée en *figure III.8*.

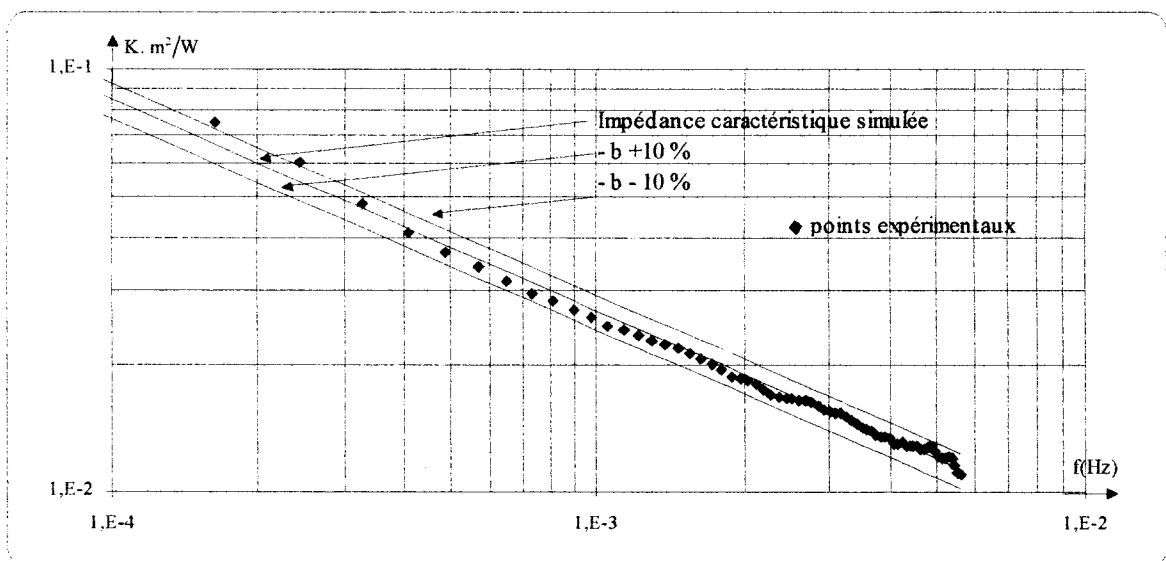


figure III.7 Modules des impédances pratique et caractéristiques simulées en fonction de la fréquence.

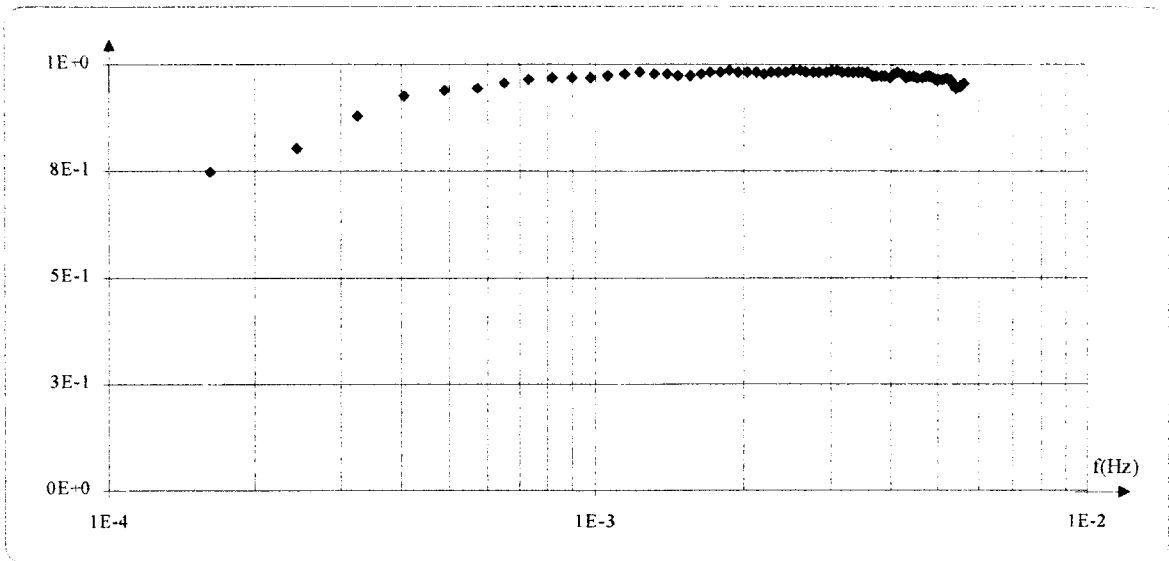


figure III.8 Fonction de cohérence en fonction de la fréquence

L'impédance caractéristique d'un matériau se représente sous l'aspect d'une droite de pente $-1/2$ (cf paragraphe I.2.). Les résultats expérimentaux obtenus suivent bien la courbe théorique qui résulte de la simulation. Des écarts en basses fréquences s'expliquent par la pauvreté du spectre dans ce domaine. La mauvaise qualité de l'information, dans ce domaine, est clairement mise en évidence par la fonction de cohérence dont la valeur tombe à 0,8. L'épaisseur de l'échantillon a été choisie assez importante afin de garantir, aux fréquences étudiées, la validité de l'hypothèse de milieu semi-infini. Dans ce cas, il n'est pas utile de se préoccuper des conditions limites.

4) Calcul de l'effusivité

La détermination de l'effusivité s'effectue par le calage d'un modèle de comportement. Le calage résulte d'une minimisation de l'écart type des variations entre les points théoriques et les points pratiques calculés. La pondération pour chaque fréquence de l'écart théorie-pratique par la fonction de cohérence permet aux points "les plus fiables" d'être prépondérants dans le résultat de la minimisation.

$$\sigma(b) = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{\sum_k \text{coh}(k\Delta f) \cdot |Z_{\text{théorique}}(b, k\Delta f) - Z_{\text{pratique}}(k\Delta f)|^2}{\sum_k \text{coh}(k\Delta f)}}$$

L'écart type normalisé par sa valeur minimale est représenté en *figure III.9* en fonction de l'effusivité testée dans le modèle théorique.

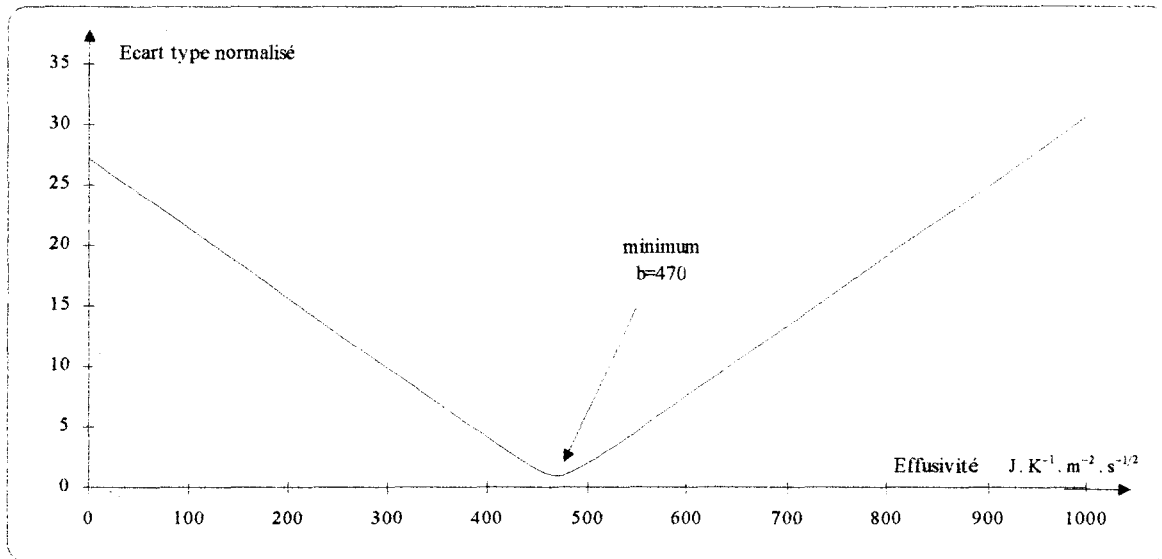


figure III.9 Ecart type normalisé en fonction de l'effusivité testée.

La valeur obtenue à partir de l'optimisation vaut $470 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$

Cette valeur a servi au calcul du modèle d'impédance caractéristique théorique représenté sur la *figure III.7*.

Pour vérifier le résultat obtenu, nous avons procédé à la mesure de la résistance thermique et de la capacité thermique par des méthodes plus classiques [B31].

La résistance mesurée vaut $0.27 \text{ K} \cdot \text{m}^2/\text{W}$ et la capacité $63000 \text{ J}/\text{K} \cdot \text{m}^2$.

A partir de ces résultats, il est possible de calculer l'effusivité par :

$$b = \sqrt{\frac{C}{R}} \text{ en } \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$$

on obtient ici :

$$b = 483 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$$

Les valeurs diffèrent de moins de 3 %.

La perturbation du capteur n'a pas été envisagée pour cet essai. Il s'avère, en effet, que, dans la gamme de fréquence qui a servi à la caractérisation, l'effet du fluxmètre est négligeable.

L'exemple suivant traite, par contre, d'un cas très défavorable au niveau de la perturbation du capteur. Il s'agit de la tentative de détermination de l'effusivité d'un polystyrène. Le polystyrène a une effusivité très faible. Le système capteur-échantillon se trouve ainsi très contrasté.

III.1.1.2. cas du polystyrène

Le dispositif expérimental est en tout point identique à celui décrit au paragraphe III.1.1.1. pour le PVC. La même procédure de traitement a été respectée.

La détermination classique de l'effusivité, à partir de la mesure de la conductivité et de l'estimation de la chaleur massique, indique que l'effusivité de l'échantillon est voisine de $27 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$.

La *figure III.10* montre l'allure de l'impédance pratique obtenue. La valeur attendue de l'effusivité a été injectée dans le modèle théorique et a permis une simulation comparative. La représentation est complétée par une fourchette de variation à $\pm 10\%$ qui permet de situer la divergence entre le modèle et la mesure.

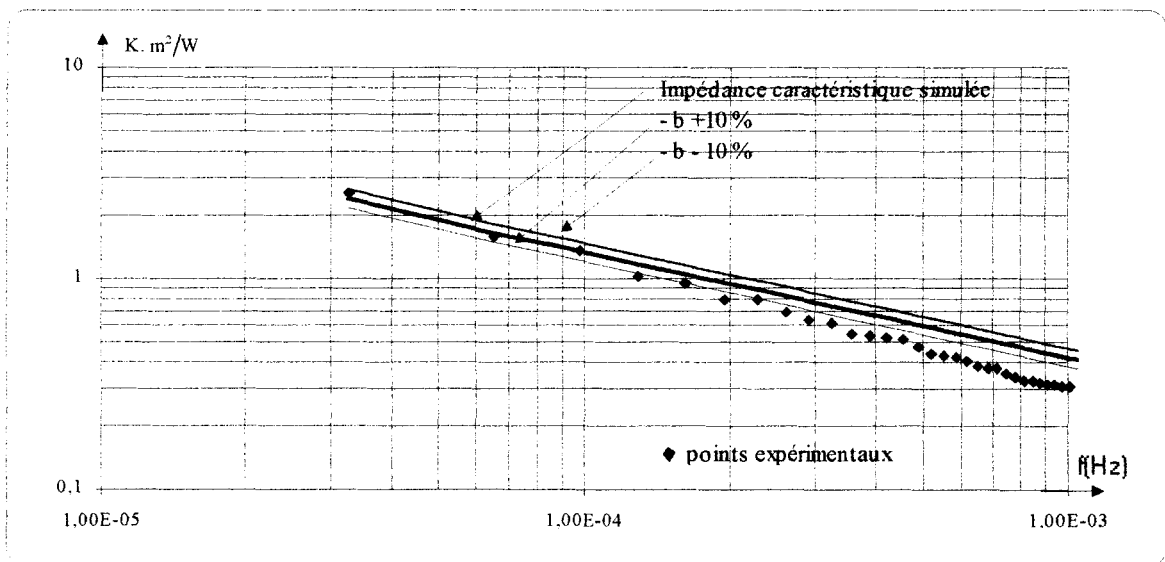


figure III.10 Modules des impédances pratique et caractéristiques simulées en fonction de la fréquence.

On constate à partir de l'observation des évolutions que, si les premiers points situés en basses fréquences sont proches des valeurs théoriques attendues, les suivants s'écartent très sensiblement de la droite théorique. L'écart atteint déjà plus de 30 % à 10^{-3} Hz. Le capteur ne peut plus être négligé.

A partir des grandeurs thermophysiques caractéristiques du fluxmètre présentées dans le chapitre II, la simulation de l'impédance d'entrée du système capteur-échantillon a été réalisée. La *figure III.11* montre l'allure du module de l'impédance théorique du bicouche capteur - échantillon comparée aux points pratiques.

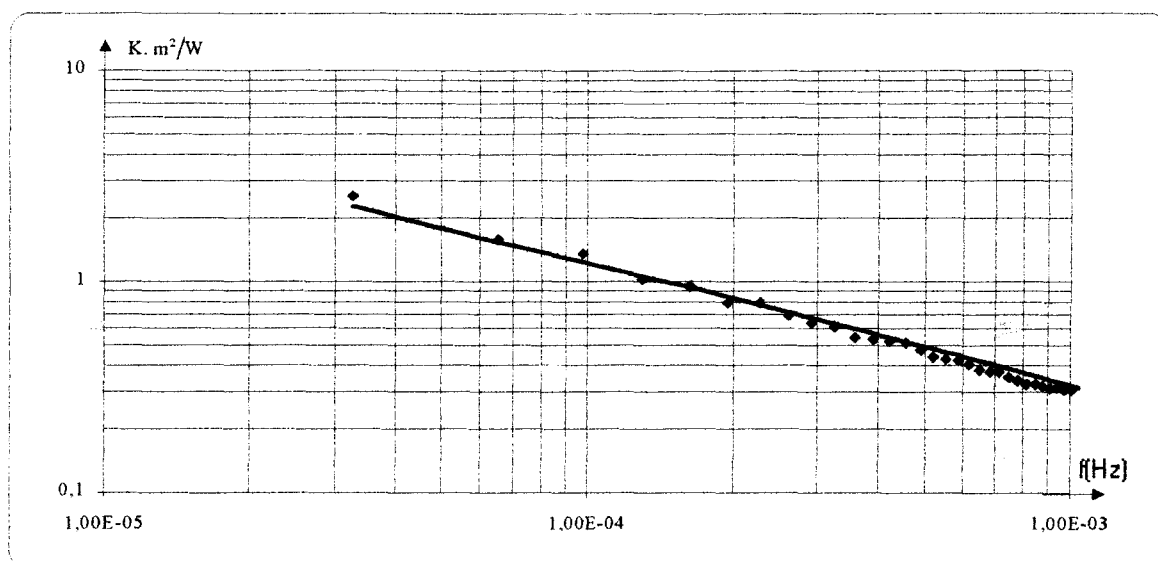


figure III.11 Modules des impédances pratique et théorique du bicouche capteur-matériau en fonction de la fréquence.

On vérifie une très bonne concordance des évolutions qui valide la caractérisation thermique des capteurs mais qui montre aussi clairement l'importance du capteur et la difficulté de procéder à des mesures de flux sur des matériaux aussi peu capacitifs.

Il apparaît que la mesure de l'impédance propre ou de l'effusivité thermique des matériaux très légers peu capacitifs est très délicate. Deux approches peuvent être envisagées.

L'analyse peut être limitée aux très basses fréquences, domaine qui se trouve ici limité à environ 10^{-5} Hz. Dans ce cas le capteur est "passant" et sa perturbation réduite à un

effet résistif négligeable. L'hypothèse d'un milieu semi-infini conduit cependant à utiliser des échantillons de très grandes épaisseurs (de l'ordre de 20 cm).

L'excellente superposition des évolutions théorique et expérimentale des modules du système bicouche-capteur permet d'envisager une autre procédure. Il est théoriquement possible à partir de l'impédance globale et connaissant les caractéristiques propres du capteur d'accéder à l'effusivité de l'échantillon.

$$Z_e = \frac{Z_{mes.} - Z_{CCflux.}}{1 - Z_{mes.} \cdot Z_{COflux.}}$$

avec : $Z_{mes.}$ Impédance mesurée

$Z_{CCflux.}$ Impédance de court-circuit du capteur

$Z_{COflux.}$ Impédance de circuit-ouvert du capteur

Z_e Impédance du système seul

Cette méthode donne ici une effusivité de $30 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$ qui est très voisine de celle attendue. Il apparaît cependant que cette procédure est très délicate à utiliser en pratique, une très faible erreur d'estimation de la capacité du capteur conduit à une très grande divergence du résultat final.

III.1.1.3. cas de la mousse de PVC

La mousse de PVC est un cas intermédiaire. C'est un matériau isolant ($\lambda = 0.05 \text{ W/m} \cdot \text{K}$) relativement dense pour lequel la perturbation du capteur est moindre. Afin de pouvoir disposer d'une valeur de référence, une caractérisation préalable de l'effusivité par la méthode classique a été réalisée et a donné : $b = 125 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$.

Sur la *figure III.12*, ont été simultanément représentés les points pratiques et les courbes théoriques simulées avec ou sans le capteur.

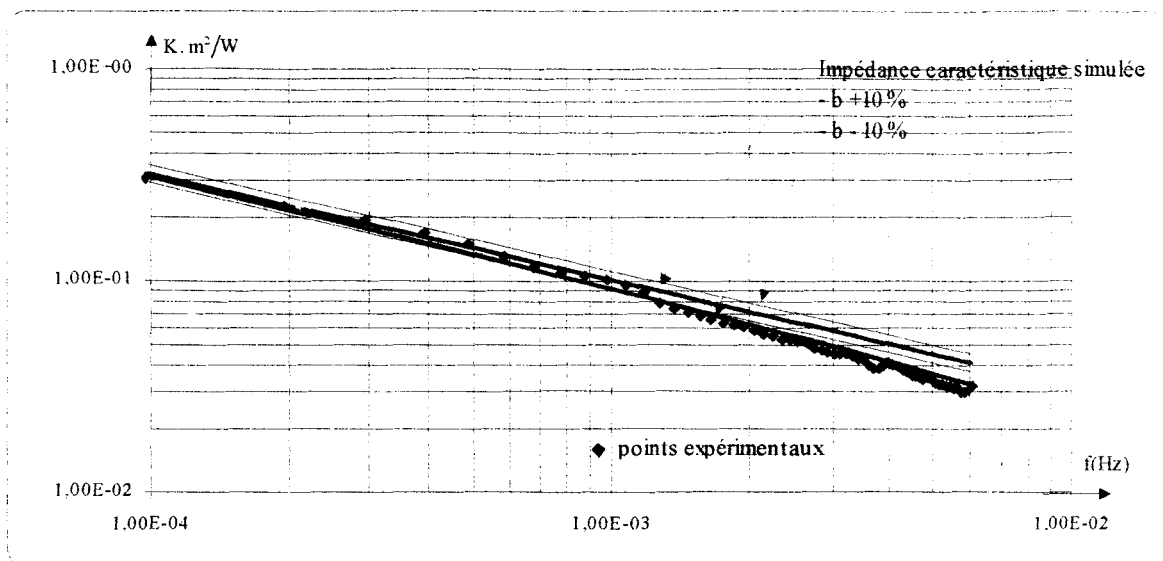


figure III.12 Modules des impédances pratique, caractéristiques et du bicouche capteur-matériau simulées en fonction de la fréquence.

Globalement, le même type de résultats que dans les cas précédents est observé. A partir d'une certaine fréquence, le capteur ne peut plus être négligé. Il apparaît cependant ici que la zone de mesure autorisée s'étend jusqu'à 10^{-3} Hz.

III.1.1.4. cas du béton

Le polystyrène et la mousse de PVC constituent des exemples "d'isolants", pour lesquels l'effusivité du matériau à caractériser est plus faible que l'effusivité apparente du fluxmètre. Dans le domaine des matériaux de constructions, le béton est, par contre, un cas typiquement "capacitif" riche d'applications in situ.

Cette figure montre l'impédance obtenue en laboratoire par une procédure expérimentale identique à celle présentée précédemment sur une plaque de béton de 20 cm d'épaisseur. La gamme de fréquence imposée est centrée sur 10^{-5} Hz, et correspond à celle que l'on rencontre généralement dans les sollicitations naturelles in situ.

La *figure III.13* montre l'évolution du module de l'impédance thermique du béton et les résultats expérimentaux obtenus, l'excellente superposition permet de vérifier que, dans ce cas, la perturbation du capteur est tout à fait négligeable.

L'étude de l'impédance du bicouche capteur-échantillon a montré que, jusqu'à 10^{-3} Hz, le capteur ne modifie pas l'allure de l'impédance de façon significative. Dans la bande spectrale étudiée, les points pratiques restent sur la courbe théorique tracée pour $b = 1950 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1.2}$. Cette valeur a été validée sur un échantillon issu de la même préparation et que l'on a soumis à une caractérisation thermique classique :

$$\lambda = 1.8 \text{ W/m.K}$$

$$\rho c = 2.15 \cdot 10^6 \text{ J/K} \cdot \text{m}^3$$

L'effusivité vaut donc : $b = 1990 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1.2}$

Les valeurs diffèrent de 2 %.

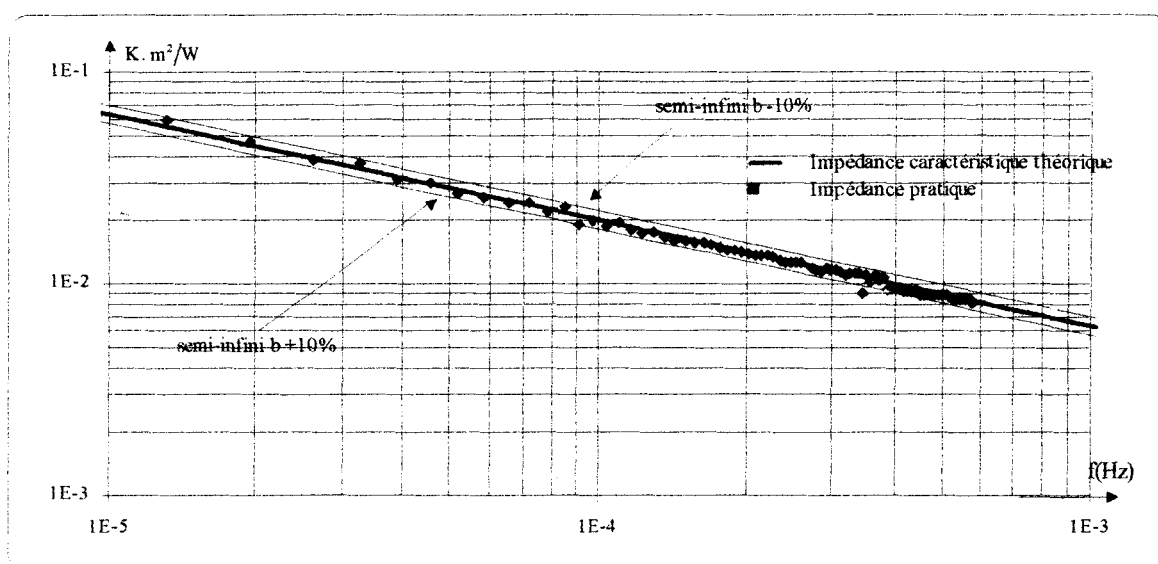


figure III.13 Modules des impédances pratique et caractéristiques simulées en fonction de la fréquence.

III.1.2. Exemple de caractérisation in situ - Cas du sol en place

Le sol constitue la première application in situ présentée dans ce travail [D4]. Il s'agit en effet du milieu qui est cité classiquement quand on souhaite illustrer une approche de milieu semi-infini. La caractérisation thermique des sols est fondamentale pour étudier de nombreux problèmes pratiques : stockage d'énergie, de déchets, pollution industrielle...

Les méthodes généralement utilisées sont basées sur des variantes de la méthode du fil chaud, des corrections délicates liées à l'inertie de la sonde et aux résistances de contact

sont indispensables [A2]. La méthode de détermination de l'impédance caractéristique du sol est particulièrement simple à mettre en oeuvre, elle exploite les interactions énergétiques naturelles sol-environnement micro-climatique en l'absence de toute source extérieure.

Le sol est, par constitution, un milieu hétérogène diphasique ou triphasique. On ne peut, dans ce cas, définir que des grandeurs apparentes ou globales. Celles-ci dépendent fortement de la teneur en eau qui est, dans un massif, fonction des coordonnées de temps et d'espace. L'interprétation systémique qui est faite suppose que le sol peut être assimilé à un système linéaire stationnaire. Cette hypothèse est fautive. Pourtant, si la fenêtre temporelle est assez petite, on peut considérer que l'effusivité est constante durant cette période. En déplaçant la fenêtre d'étude dans des créneaux successifs, l'analyse de l'évolution de l'effusivité mesurée peut même conduire à envisager de suivre l'évolution des grandeurs corrélées comme la teneur en eau.

La *figure III.14* montre le signal de température enregistré à la surface sous une pellicule de quelques millimètres de sol. La *figure III.15* représente le signal de flux qui lui est associé. La mesure est effectuée durant une période météorologiquement stable en l'absence de pluie.

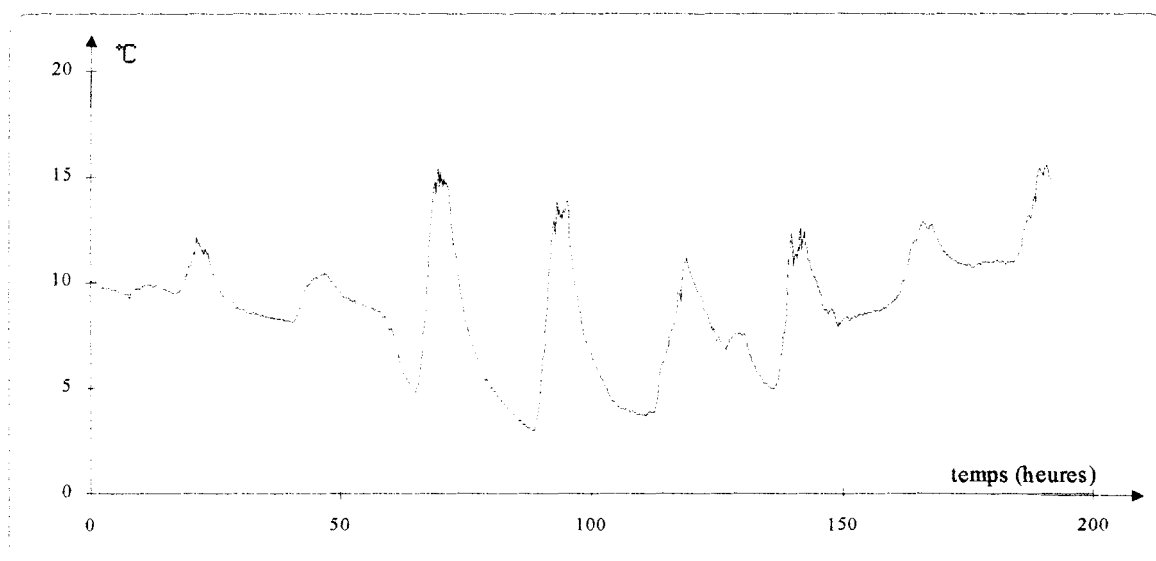


figure III.14 Température mesurée à la surface du sol en fonction du temps.



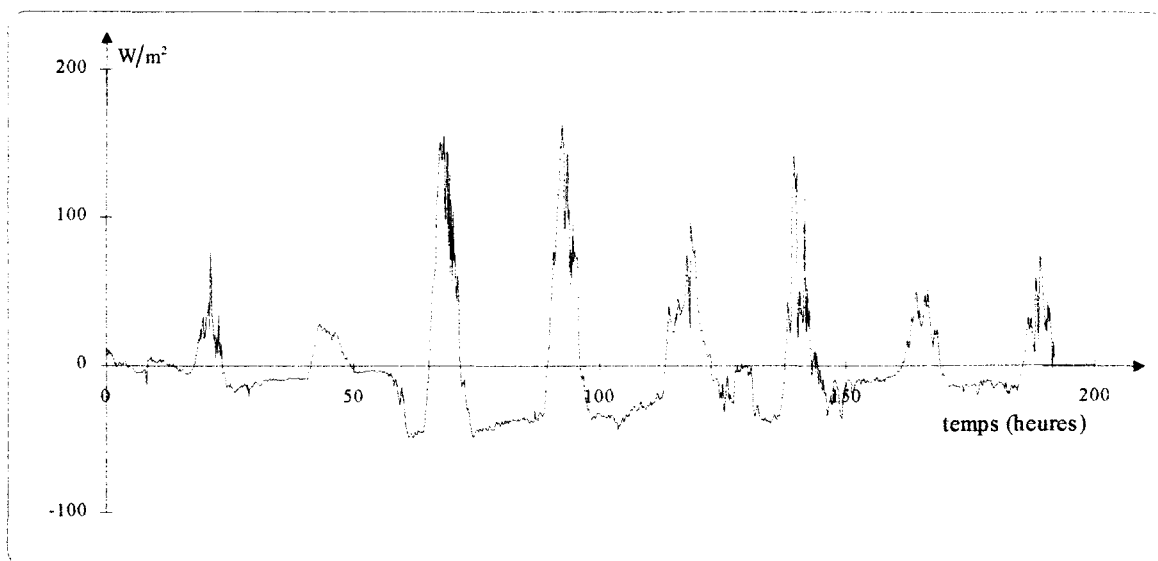


figure III.15 Flux entrant mesuré à la surface du sol en fonction du temps.

Les signaux ont été traités suivant la même procédure que celle décrite pour les essais de laboratoire. Le module de l'impédance expérimentale est représentée en *figure III.16*. L'optimisation a conduit à une valeur d'effusivité :

$$b = 1750 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}.$$

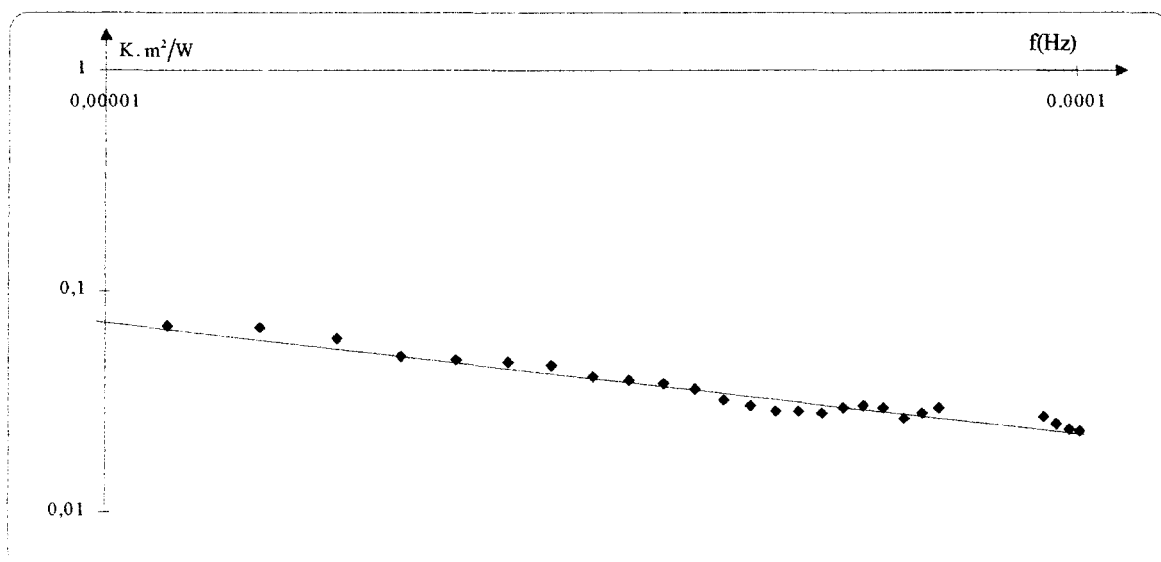


figure III.16 Modules des impédances pratique et caractéristique simulée en fonction de la fréquence.

Pour valider ces résultats durant la durée de l'essai, trois échantillons de sol ont été prélevés et caractérisés thermiquement en laboratoire.

Pour la teneur en eau naturelle, nous avons obtenu, avec une dispersion inférieure à 4 %, les valeurs moyennes :

$$\lambda = 1.4 \text{ W/m.K}$$

$$\rho c = 2.4 \cdot 10^6 \text{ J/K.m}^3$$

$$\text{L'effusivité vaut donc : } b = 1830 \text{ J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1/2}$$

Cette valeur correspond à une teneur en eau voisine de 20 %.

Si le sol est considéré comme un milieu semi - infini, les interactions énergétiques avec l'environnement ne dépendent que de son effusivité apparente. Il peut être intéressant, à partir des mesures effectuées, de procéder à la simulation de l'évolution temporelle du flux thermique, le résultat pourra être comparé au flux mesuré afin de valider globalement la procédure d'étude.

Dans le domaine temporel, le flux thermique résulte d'un produit de convolution entre la réponse indicielle du système et la dérivée de la température :

$$\phi(t) = u(t) \otimes \frac{d\theta(t)}{dt} \quad \text{avec} \quad u(t) = \frac{b}{\sqrt{\pi t}}$$

La *figure III.17* montre le résultat du calcul en prenant $b = 1750 \text{ J.K}^{-1}.\text{m}^{-2}.\text{s}^{-1/2}$. La comparaison avec le flux réel représenté en *figure III.15* montre une excellente concordance

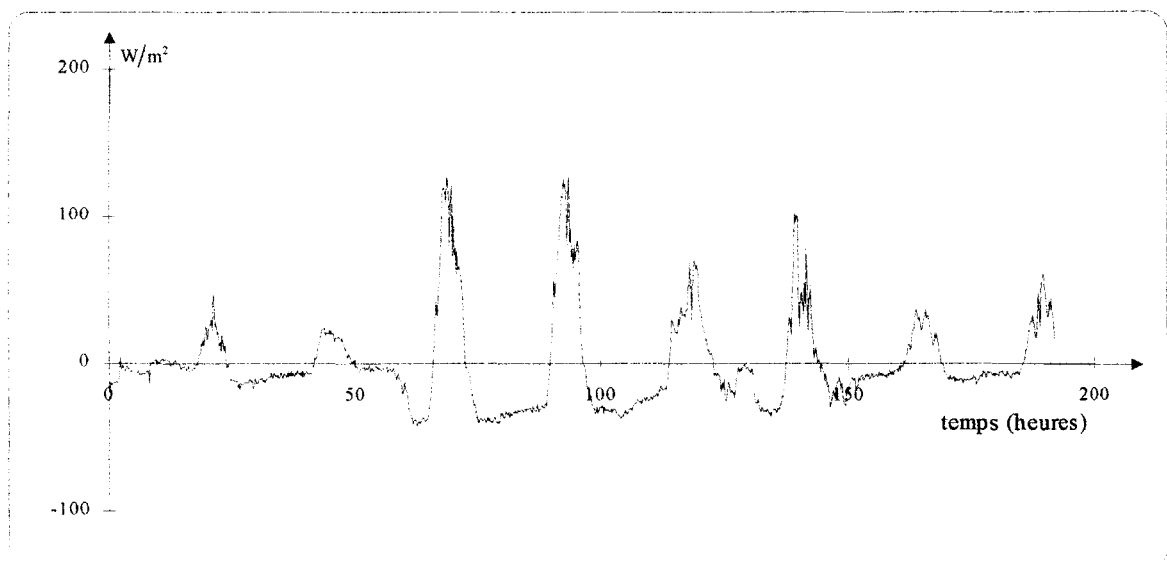


figure III.17 Flux simulé à partir de l'équation de convolution et mesuré en fonction du temps.

Remarque

Le calcul de convolution doit être ici effectué avec des conditions d'entrée non nulles à l'origine, il s'en suit une erreur d'estimation pour les premiers points qui s'amortit en fonction du temps de réponse du système. Une méthode classique pour atténuer cet effet consiste à démarrer le calcul sur une réplique totale ou partielle du signal d'entrée. Nous avons utilisé cette méthode en répliquant les deux premiers jours.

III.1.3. Application de l'impédance thermique au contrôle non destructif

Les résultats présentés jusqu'ici visaient à montrer l'intérêt de la notion d'impédance thermique pour caractériser thermiquement des matériaux sous des sollicitations quelconques. Une autre application envisagée concerne le contrôle non destructif et plus particulièrement la recherche d'une discontinuité plane dans un milieu homogène [B33,D5].

Toute discontinuité thermique susceptible de créer un contraste thermique suffisant conduira à une anomalie d'impédance. Un excès d'impédance traduira une discontinuité résistive, un défaut d'impédance sera lié à une couche capacitive. Le domaine fréquentiel de la zone perturbée sera significatif de la profondeur prévisible de la discontinuité. Nous nous intéresserons essentiellement dans ce travail aux anomalies résistives qui constituent un domaine d'application prépondérant en génie civil : décollements, défauts de mise en place de béton, fissures, recherches de couches isolantes....

III.1.3.1. contrôle d'une plaque de PVC en laboratoire

Il s'agit ici essentiellement d'un essai de validation réalisé en laboratoire. Le dispositif expérimental est similaire à celui décrit dans un paragraphe précédent, mais, dans le cas présent, l'échantillon testé est composé de deux constituants. Une plaque plane de polystyrène de 3 mm a été insérée entre deux plaques de PVC. L'ensemble est disposé sur une plaque échangeuse thermostatée qui impose une température constante en face

arrière et permet l'étude de l'impédance en condition limite de type "court-circuit". Le système étudié est représenté en *figure III.18*.

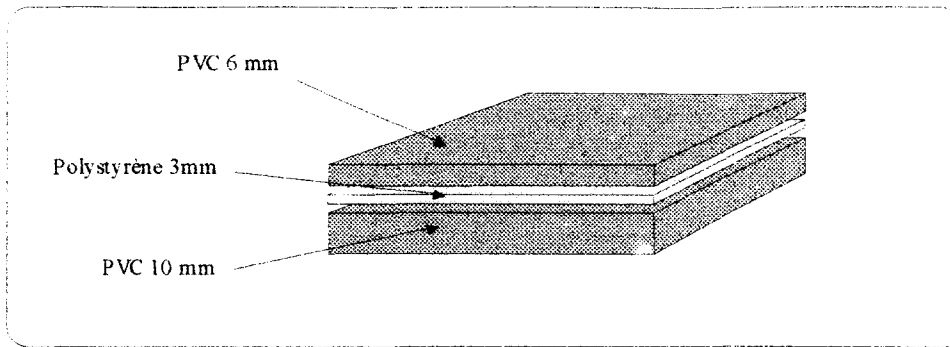


figure III.18 Empilement à caractériser.

La *figure III.19* montre le module de l'impédance expérimentale obtenue comparativement avec le module de l'impédance théorique d'une plaque de PVC homogène dont les propriétés thermophysiques sont supposées connues.

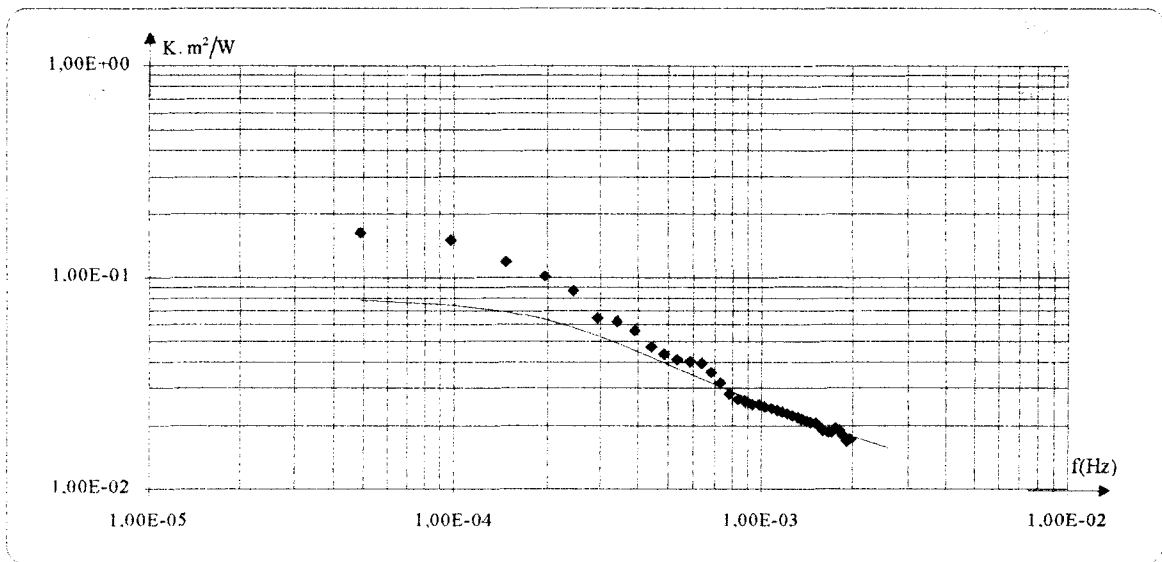


figure III.19 Modules des impédances pratique et de court-circuit du milieu homogène simulée en fonction de la fréquence.

Dans le domaine des hautes fréquences, on observe une très bonne superposition des évolutions, dans cette zone, les ondes thermiques sont rapidement amorties, le système se comporte comme un milieu semi-infini. Il est possible dans ce cas de procéder à une

estimation de l'effusivité thermique du PVC. On obtient ici une valeur de $b_{PVC} = 470 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$ qui concorde bien avec les résultats précédents.

A partir d'une certaine fréquence, on constate une nette divergence des évolutions. Le module de l'impédance mesurée est plus important que le module théorique du milieu homogène. Ce résultat traduit la présence d'une discontinuité résistive. La fréquence de divergence peut donner un ordre de grandeur de la position de la discontinuité. Il ne peut cependant s'agir que d'une estimation grossière : il est très difficile de définir précisément un point de divergence, d'autre part la limite de validité de l'hypothèse semi-infini implique une zone de divergence progressive et non pas une discontinuité franche.

Pour affiner l'interprétation quantitative des résultats et positionner précisément la discontinuité résistive, on procède au calage d'un modèle tricouche à l'impédance mesurée. Compte tenu des remarques formulées au paragraphe I.2.4.3. comparant les effets d'une discontinuité plane localisée ou distribuée, il a été adopté ici une formulation théorique relative à un milieu homogène dans lequel est incluse une résistance localisée R_0 .

Dans le cadre de cet essai de validation, la résistance thermique de l'ensemble du système a été mesurée parallèlement, la résistance de la discontinuité est déduite par différence, il a été trouvé :

$$R_0 = 0.08 \text{ K} \cdot \text{m}^2/\text{W}$$

Cette valeur pouvait aussi être estimée à partir des points de mesures situés en très basses fréquences. Cette procédure donne $R_0 = 0.084 \text{ K} \cdot \text{m}^2/\text{W}$, soit une variation de l'ordre de 5 % par rapport à celle obtenue classiquement.

L'étude développée en (I.2.) enseigne que les sensibilités de l'impédance du tricouche à la position de la résistance et à la valeur de l'effusivité sont décorréées. Une erreur d'estimation de l'effusivité ne pourrait être compensée par une erreur sur la position du défaut. Les études comparées de la sensibilité à la position et à la valeur de la résistance localisée conduisent à des conclusions identiques. Ces remarques autorisent le positionnement de la discontinuité par l'intermédiaire d'une optimisation paramétrique.

Le calage consiste en une minimisation de l'écart entre l'impédance simulée et l'impédance expérimentale. Il s'effectue pratiquement par la minimisation de l'écart type

des variations entre les points théoriques et pratiques. La valeur x_0 de la position de la discontinuité est retenue lorsque que l'impédance simulée coïncide au mieux avec l'impédance expérimentale. La cohérence permet de pondérer l'écart calculé pour chaque fréquence en fonction de la qualité de la mesure qu'elle traduit. L'écart type est calculé d'après :

$$\sigma(x) = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{\sum_k \text{coh}(k\Delta f) \cdot |Z_{\text{théorique}}(x, k\Delta f) - Z_{\text{pratique}}(k\Delta f)|^2}{\sum_k \text{coh}(k\Delta f)}}$$

L'expression de l'impédance théorique $Z_{\text{théorique}}$ est donnée en (I.2.).

La figure III.20 représente les écarts types normalisés par leur valeur minimale en fonction de la position de la résistance localisée testée pour trois essais différents. Les résultats présentés jusqu'ici correspondent à la courbe 3.

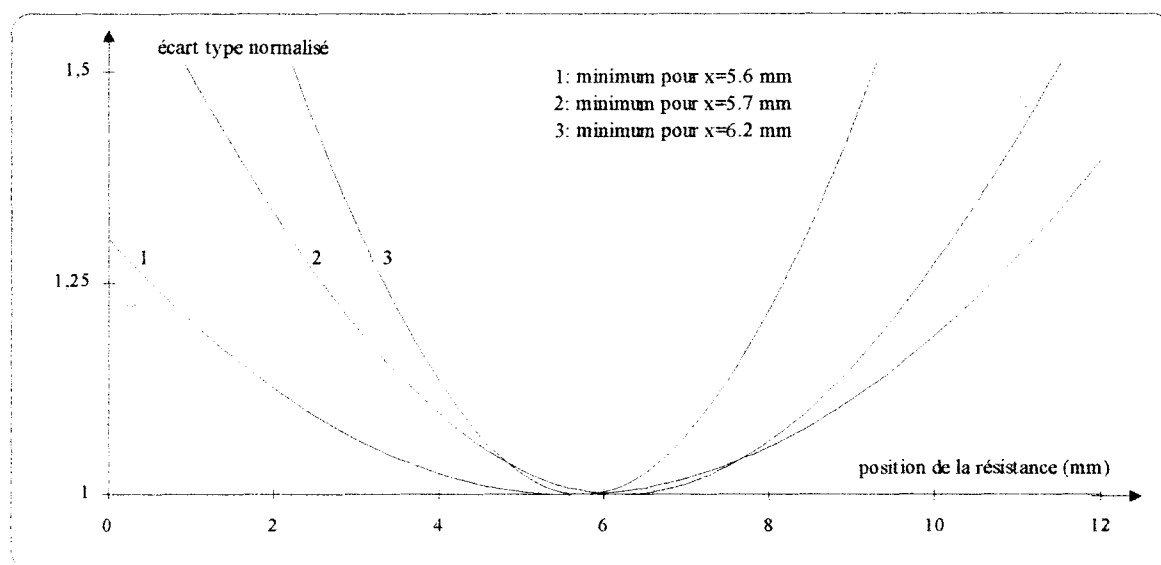


figure III.20 Ecarts types normalisés en fonction de la position de la discontinuité testée.

Une série de dix essais a été réalisée. Les localisations, auxquelles les traitements ont abouti, sont comprises entre 5.5 et 6.6 mm. Les résultats s'écartent au maximum de 10 % de la valeur exacte avec un écart type de 5.1 %.

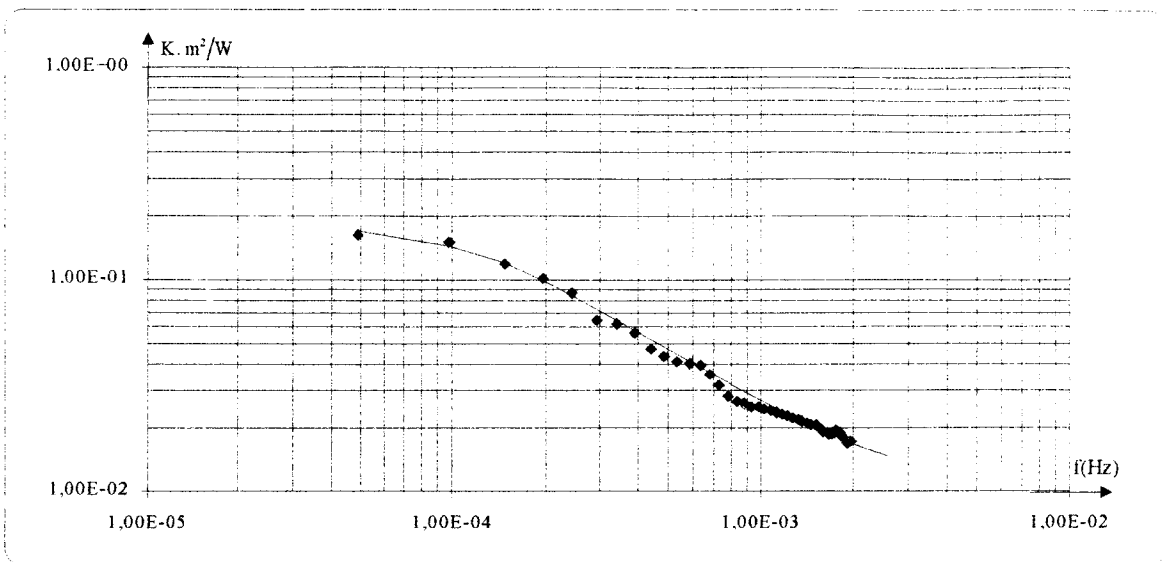


figure III.21 Modules des impédances pratique et du tricouche simulée en fonction de la fréquence.

La *figure III.21* compare le module de l'impédance expérimentale avec la simulation pour $x_0 = 6.2$ mm (essai 3). On vérifie une très bonne superposition des évolutions.

III.1.3.2. contrôle d'une paroi de béton in situ

La méthode a été appliquée au contrôle d'une paroi sur site. La structure qui a fait l'objet de l'étude est une paroi tricouche béton-polystyrène-béton [D6,B33]. Le détail de la composition est représenté en *figure III.22* :

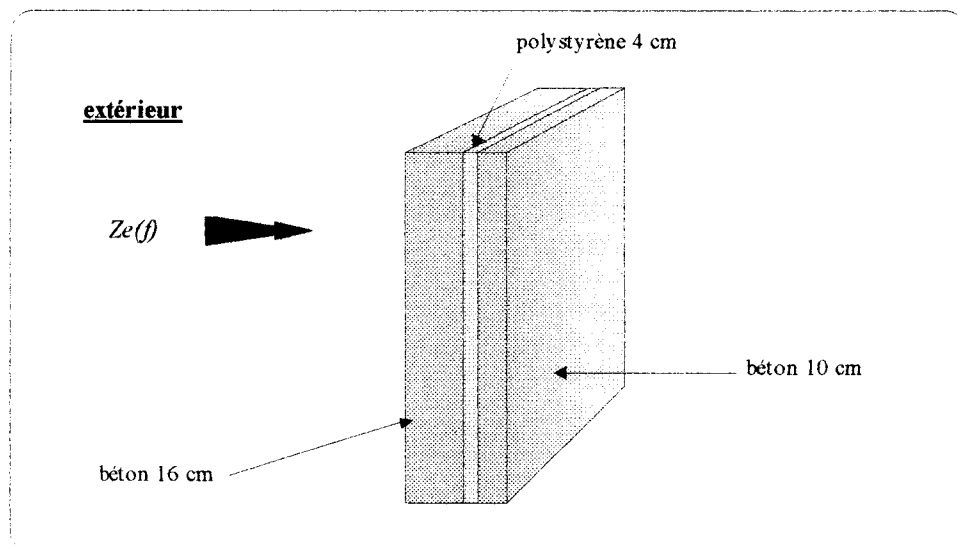


figure III.22 Composition du mur.

Les figures III.23 et III.24 représentent respectivement les évolutions de flux et de température mesurés à la surface extérieure du mur durant une période d'observation d'environ 6 jours.

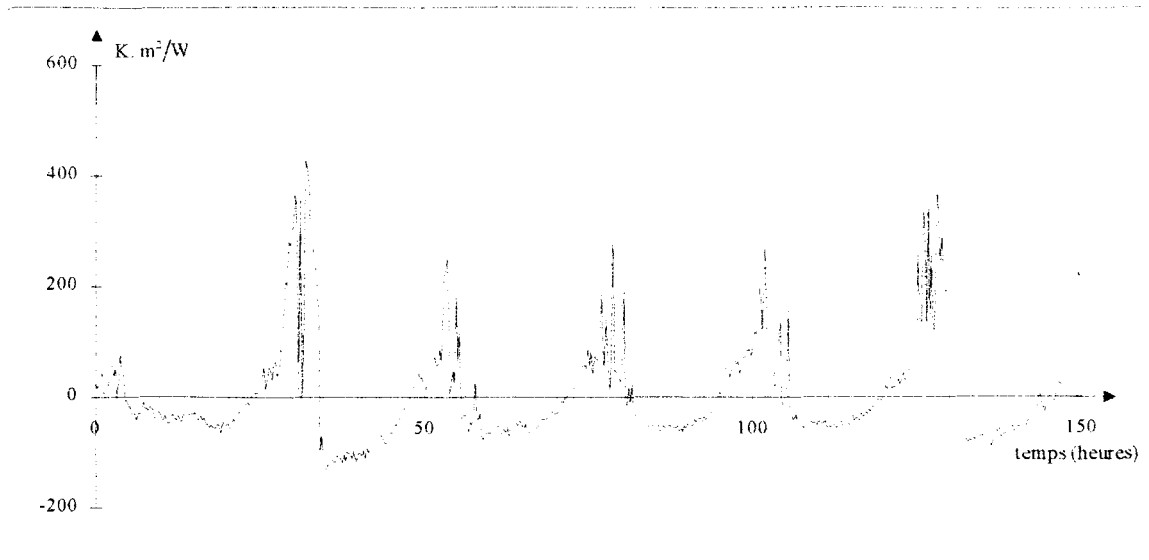


figure III.23 Flux mesuré sur la face extérieure du mur.

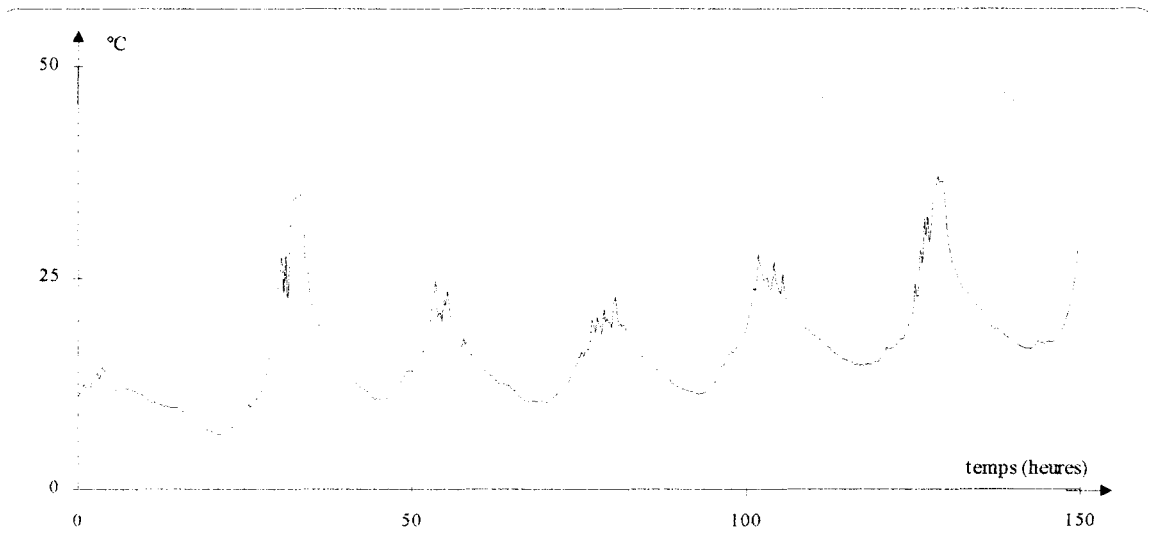


figure III.24 Température mesurée sur la face extérieure du mur.

Le module de l'impédance expérimentale est représenté en figure III.25. L'impédance en condition limite isotherme du béton homogène est tracée comparativement. Comme dans le cas précédent, on constate une nette divergence des impédances calculée et simulée. L'impédance expérimentale informe de la présence d'une anomalie résistive.

Comme précédemment, le positionnement de la couche isolante a été obtenu par calage d'un modèle simplifié matrice homogène-résistance localisée. La paroi étudiée a déjà fait l'objet d'expérimentation en vue de procéder à la mesure de la résistance thermique globale sous sollicitations naturelles, les mesures ont conduit à $R_0 = 0.93 \text{ K} \cdot \text{m}^2/\text{W}$ [B23].

Les caractéristiques thermophysiques du béton sont connues, la partie hautes fréquences permet de vérifier la valeur de l'effusivité on obtient ici $b = 1960 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$.

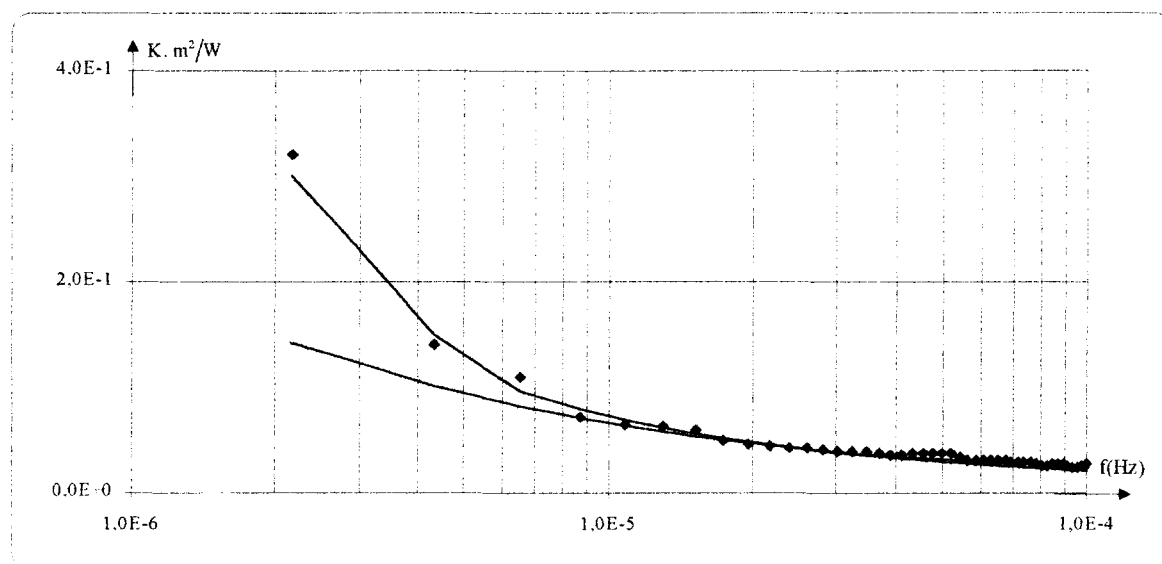


figure III.25 Modules des impédances pratique, caractéristique et du tricouche simulées en fonction de la fréquence.

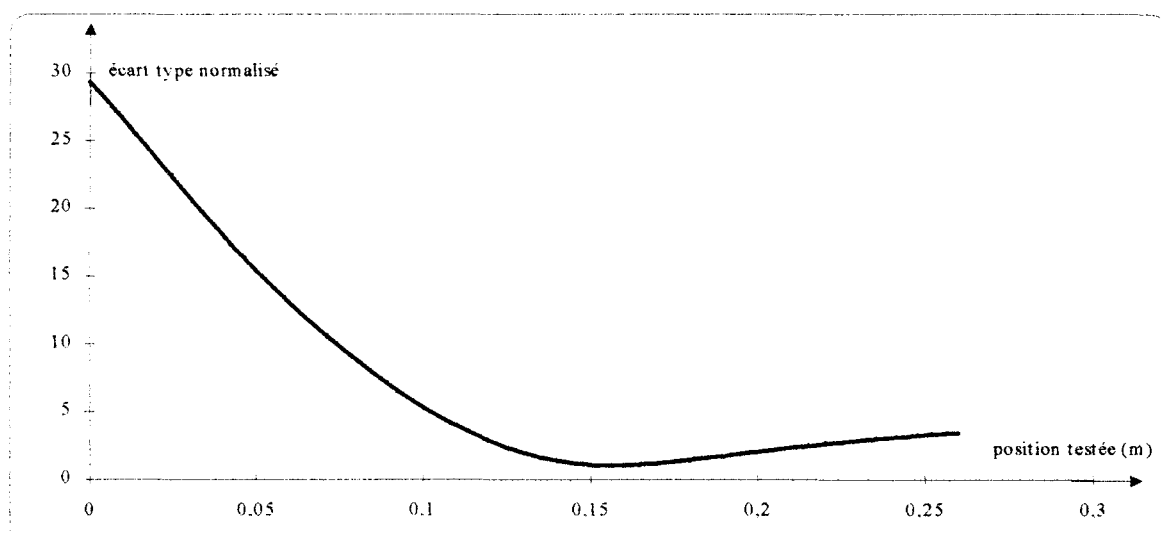


figure III.26 Ecarts types normalisés en fonction de la position de la discontinuité testée.

La *figure III.26* montre le résultat de l'optimisation en fonction de la position x . On obtient une valeur de l'ordre de 16.3 cm pour l'essai présenté. Une série de 5 cinq essais a donné des résultats qui varient de 14.3 à 17.6 cm qui encadrent la position réelle à $\pm 10\%$.

Les simulations, qui ont permis le positionnement de la discontinuité ont nécessité une hypothèse relative aux conditions limites. La température en face arrière a été considérée constante et c'est l'impédance en court-circuit qui a servi de modèle. La mesure simultanée de la température en face arrière montre qu'elle est restée très stable pendant la durée de l'essai. La comparaison des spectres entrée-sortie justifie l'hypothèse (*figure III.27*).

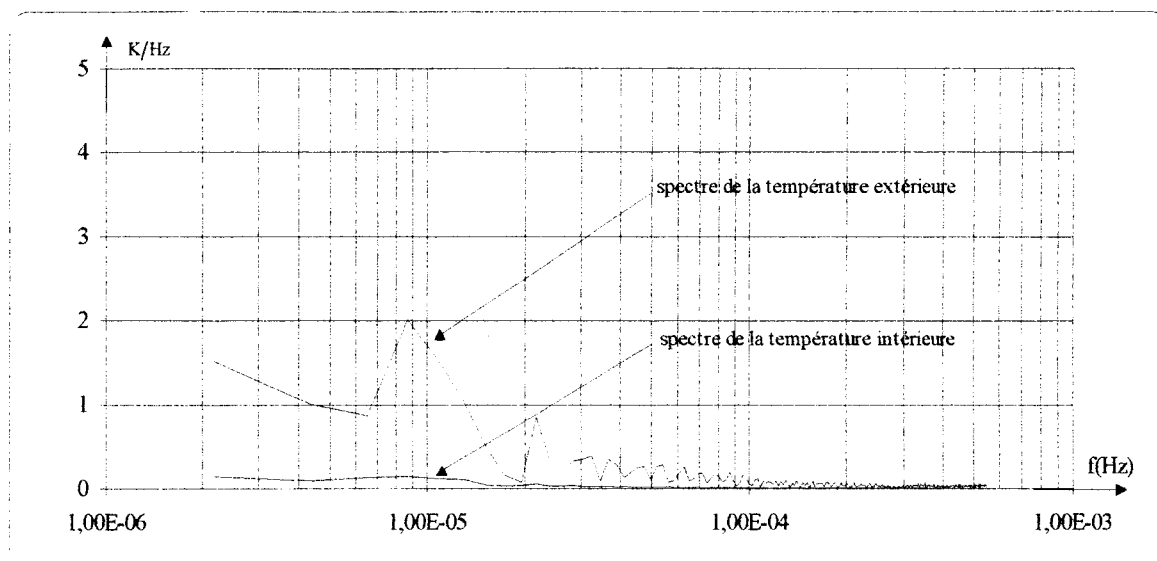


figure III.27 Spectres des signaux de températures mesurés sur la face intérieure et sur la face extérieure.

III.1.3.3. approche d'un problème à deux dimensions

Notre travail concerne les systèmes soumis à des transferts de chaleur unidirectionnels, Les résultats présentés, ici, ne constituent donc que la première approche d'une perspective de développement sur des systèmes 2D et 3D. L'objectif est essentiellement qualitatif.

Le système étudié est une plaque de 25 x 25 cm de côté et de 5 cm d'épaisseur, dont les faces latérales sont isolées. La matrice homogène est constituée de Plexiglas, une couche isolante de 3 mm en polystyrène est disposée à 5 mm de profondeur sur la moitié de la surface ($x = 0$), le système peut être considéré comme un milieu à deux dimensions, l'impédance apparente est alors fonction de la variable d'espace y .

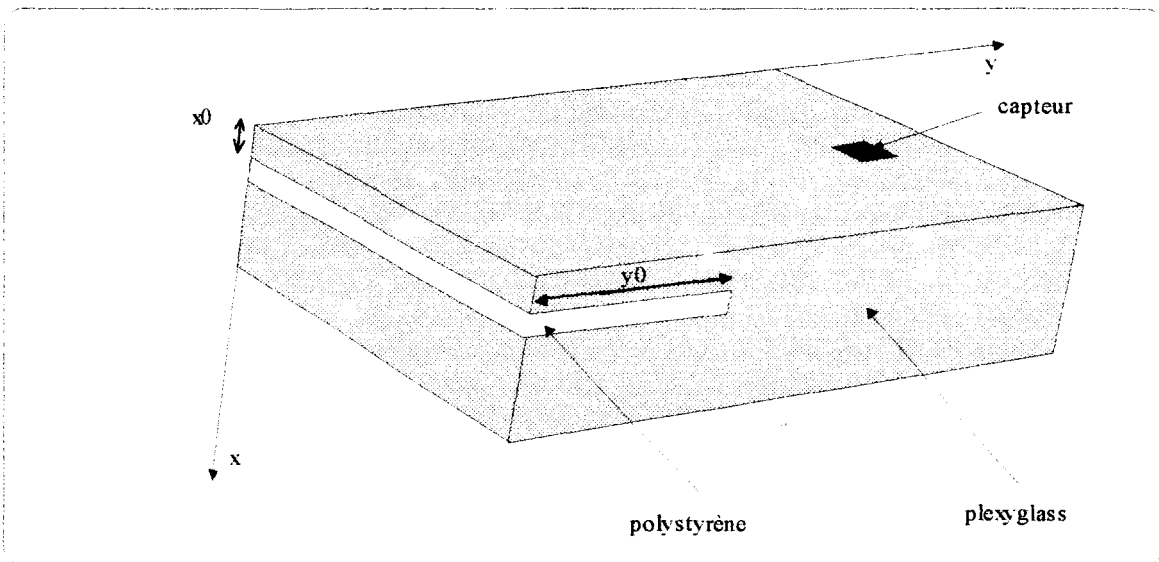


figure III.28 Système 2D.

La gamme de fréquence d'excitation visée a été choisie afin d'assurer des conditions semi-infinies pour le milieu de 5 cm de plexyglass. Les mesures sont effectuées par un capteur fluxmétrique spécifique de petite taille 1 cm x 1 cm qui autorise une mesure locale de l'impédance

Six mesures sont effectuées en fonction de y sur l'axe de symétrie de la surface.

La *figure III.29* montre l'évolution du module de l'impédance en fonction de la fréquence et de la position y de la mesure. On peut observer une nette transition d'impédance au passage de la limite de la discontinuité.

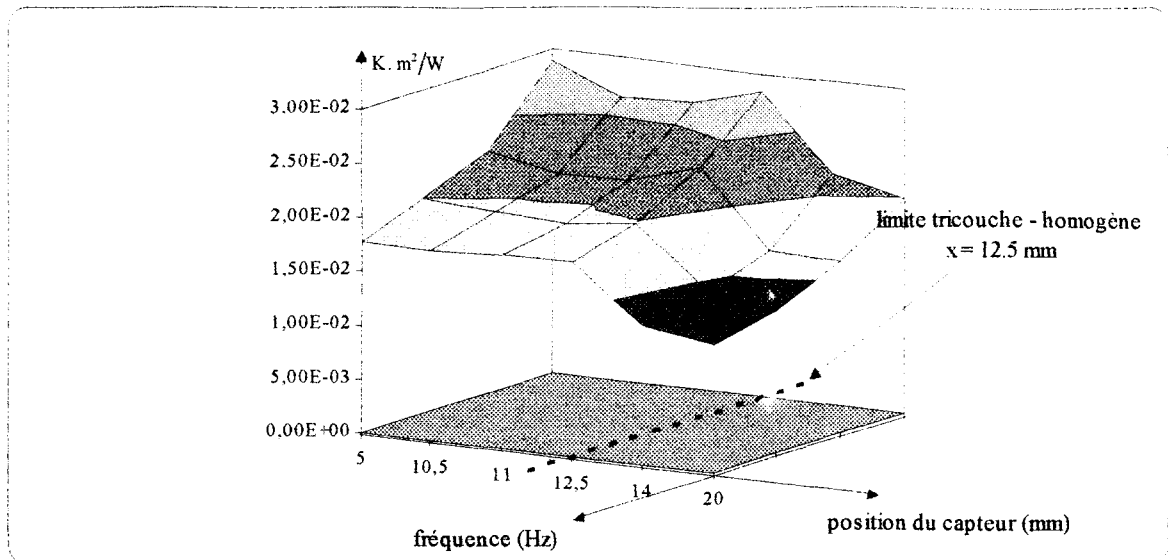


figure III.29 Module de l'impédance pratique en fonction de la position du capteur et de la fréquence.

On peut qualitativement diviser le système en trois zones.

Aux extrémités de la surface, le système est modélisable de manière monodimensionnelle. D'un côté, il se comporte comme un milieu homogène semi-infini alors que, de l'autre côté, il peut être considéré comme un tricouche à deux constituants.

La dernière zone constitue une transition entre les deux systèmes unidirectionnels. Une interprétation quantitative des résultats dans cette zone implique une modélisation 2D. Deux approches sont envisageables l'une consiste à procéder à une modélisation numérique par éléments finis, l'autre met en oeuvre deux transformations intégrales de Fourier - Laplace en série [B6]. Une application de cette méthode est actuellement en cours dans le cadre d'un stage de D.E.A. dans le laboratoire[B35].

Les résultats présentés ici sont relatifs à un cas particulièrement simple, la discontinuité est située près de la surface et conduit à une divergence bien localisée du module de l'impédance qui permet une définition assez précise des limites de la couche isolante. Dans le cas général, une hypothèse sur la constitution de la structure et le calcul de l'impédance de surface locale associée est indispensable pour exploiter quantitativement les résultats.

III.2. APPLICATIONS "DEUX FACES D'ACCES"

Les résultats présentés jusqu'ici étaient relatifs à des essais pour lesquels une seule face d'accès était autorisée. Cette procédure présente un avantage de simplicité expérimentale évident, mais impose de se poser la question de la condition limite de sortie. Dans cette partie, nous présenterons des exemples d'application de la notion d'impédance généralisée, qui nécessite la mesure simultanée des flux et températures d'entrée et de sortie, mais qui présente l'avantage de dispenser de toute hypothèse quant aux conditions limites

III.2.1. Milieux homogènes

Nous avons montré, dans la partie théorique, que les transferts conductifs dans un matériau homogène étaient entièrement caractérisés par deux modes indépendants. Aux deux modes de base sont associés deux impédances généralisées, l'une est représentative des transferts de chaleur au travers de l'échantillon (Z_t), l'autre caractérise le stockage de chaleur sensible (Z_s). Les essais présentés viseront à identifier les impédances Z_t et Z_s et à en déduire les caractéristiques du matériau.

III.2.1.2. étude d'une plaque de PVC

La première application envisagée est relative à une plaque de PVC de 1.8 cm d'épaisseur. Le dispositif de mesure est représenté en *figure III.30*.

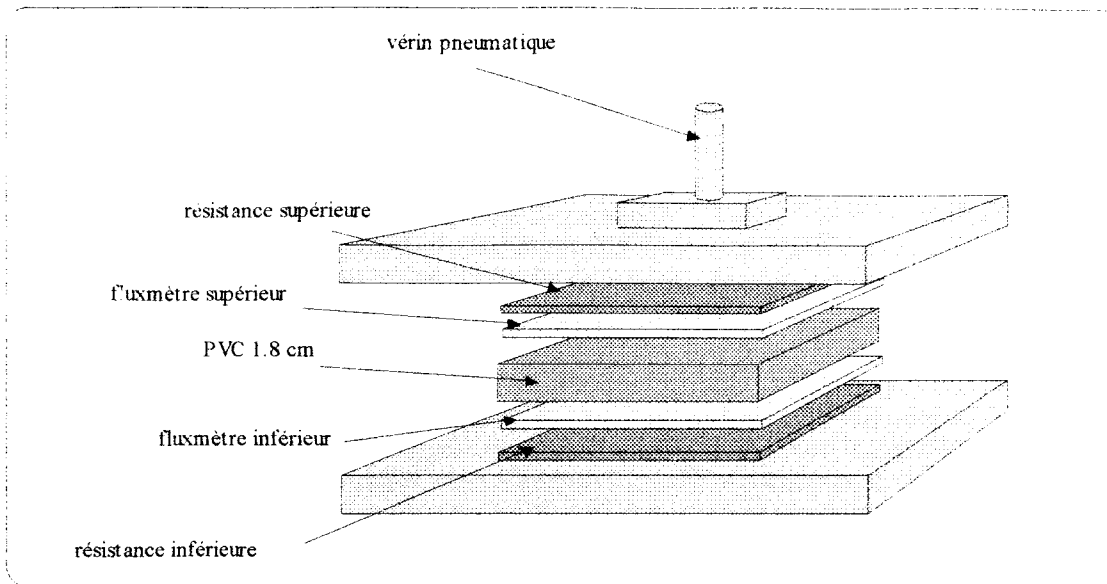


figure III.30 Dispositif de mesures des impédances généralisées.

Le traitement nécessite les mesures simultanées des deux températures et des deux flux. Les deux résistances planes assurent l'excitation de chacune des faces du système. Les alimentations des résistances sont séparées et permettent des excitations indépendantes sur chaque face.

1) Etude du mode de transfert

Le mode de transfert s'étudie à travers la relation entre la somme des flux et la différence des températures. Dans le domaine fréquentiel, l'impédance généralisée de transfert Z_t relie les transformées de Fourier de ces deux grandeurs.

$$Z_t = \frac{1}{b\sqrt{j\omega}} \cdot \text{th} \left(\sqrt{\frac{j\omega}{a}} \frac{\ell}{2} \right)$$

La procédure de calcul de l'impédance généralisée de transfert est semblable à celle employée précédemment pour déterminer l'impédance "face avant". Le traitement implique l'estimation des fonctions de corrélations, le calcul des spectres, de la fonction de cohérence et aboutit au calcul de l'impédance généralisée.

Le module de l'impédance de transfert de la plaque de PVC est représentée sur *ia* figure III.31.

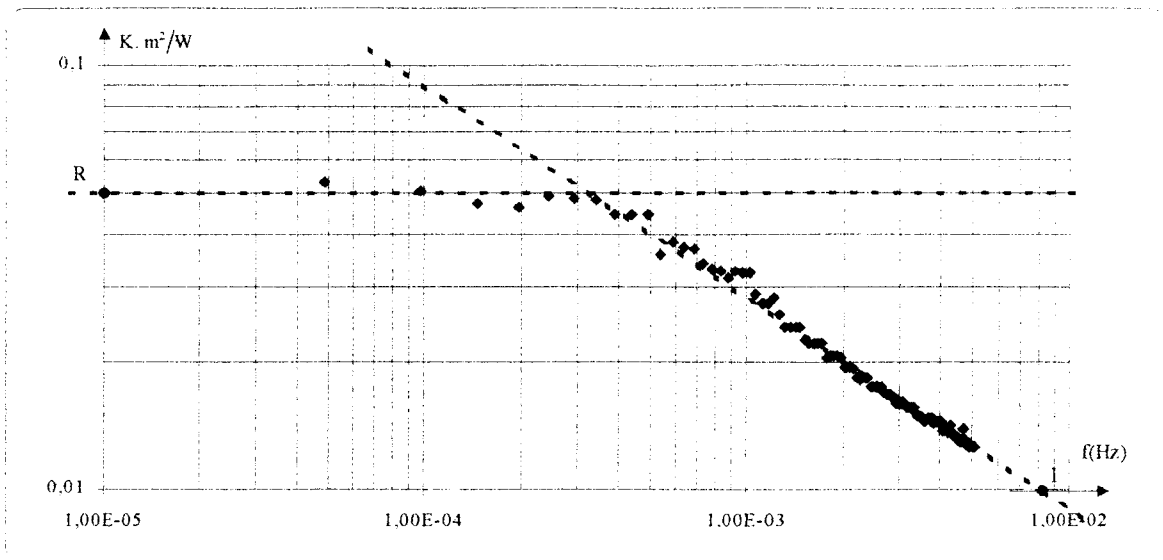


figure III.31 Module de l'impédance généralisée de transfert Z_t pratique

Interprétation graphique

La représentation du module de l'impédance Z_t en échelle log - log fait apparaitre deux phases distinctes:

- En basses fréquences, le système se comporte comme un milieu purement résistif, et le module de l'impédance tend vers $R/2$.

$$Z_t(\omega = 0) = \frac{R}{2} = \frac{\overline{\Delta\theta}}{\overline{\Sigma\phi}}$$

On obtient $R \approx 0.1 \text{ K.m}^2/\text{W}$. Une mesure de validation par une procédure classique en regime permanent a donné $0.097 \text{ K.m}^2/\text{W}$.

- En hautes fréquences, l'impédance généralisée de transfert se confond avec l'impédance caractéristique Z_c .

$$H. F. \Rightarrow |Z_t| \rightarrow |Z_c| = \frac{1}{b\sqrt{2\pi f}}$$

On obtient par exemple au point I : $f_i = 8 \cdot 10^{-3}$ Hz et $|z_i| = 0.01$ K.m²/W. Ce qui conduit à $b = 450$ J.K⁻¹.m⁻².s^{-1/2}. Une estimation plus précise pourrait être effectuée en procédant à une approximation linéaire de la zone hautes fréquences.

Estimation simultanée de la diffusivité et de l'effusivité

L'expression de l'impédance de transfert a été déterminée au paragraphe (I.3.).

$$Z_t = \frac{1}{b\sqrt{j\omega}} \cdot \text{th} \left(\sqrt{\frac{j\omega}{a}} \frac{\ell}{2} \right)$$

Les sensibilités de l'impédance Z_t à la diffusivité et à l'effusivité sont décorrélées et permettent un calage de modèle à deux paramètres. La *figure III.32* représente l'écart type des variations modèle-mesure en fonction de l'effusivité et de la diffusivité testées.

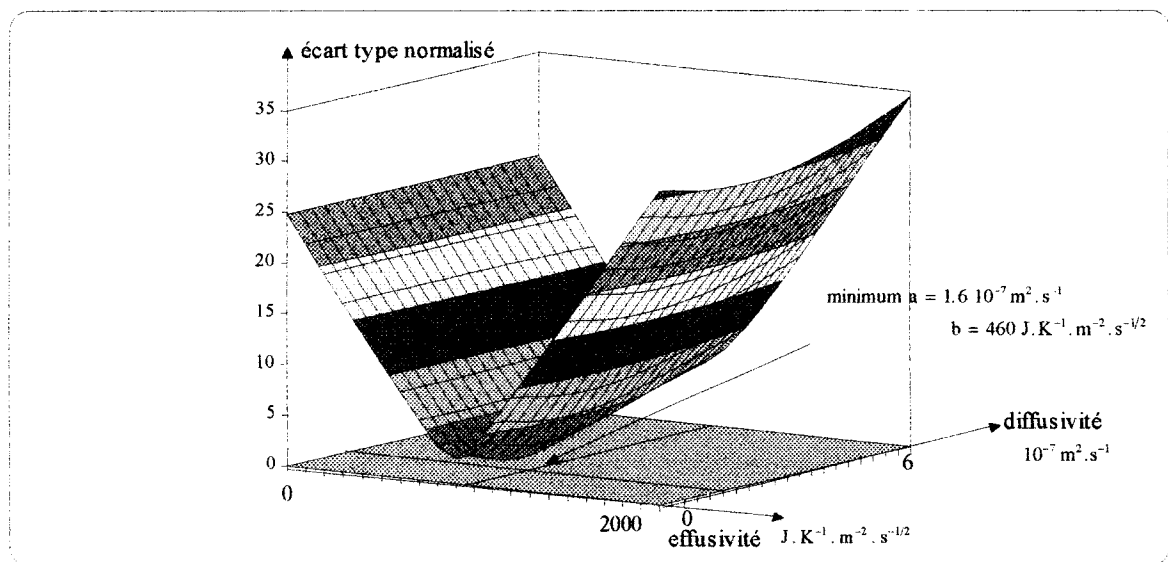


figure III.32 Ecart type normalisé des variations modèles mesure en fonction de a et b testés.

Pour tout couple effusivité (a ; b) , l'écart type $\sigma(a, b)$ est calculé par:

$$\sigma(a, b) = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{\sum_k \text{coh}(k) \cdot |Z_{\text{théorique}}(a, b, k\Delta f) - Z_{\text{pratique}}(k\Delta f)|^2}{\sum_k \text{coh}(k)}}$$

La courbe représentative de la *figure III.32* a été normalisée par la valeur minimale.

Le minimum est obtenu pour $a = 1,6 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $b = 470 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1,2}$

Le produit $b\sqrt{a}$ donne une conductivité de :

$$\lambda = 0.182 \text{ W/m.K}$$

La résistance de la plaque vaudrait alors $0.99 \text{ K.m}^2/\text{W}$.

2) Etude de l'impédance généralisée de stockage

La *figure III.33* montre l'allure du module de l'impédance Z_s :

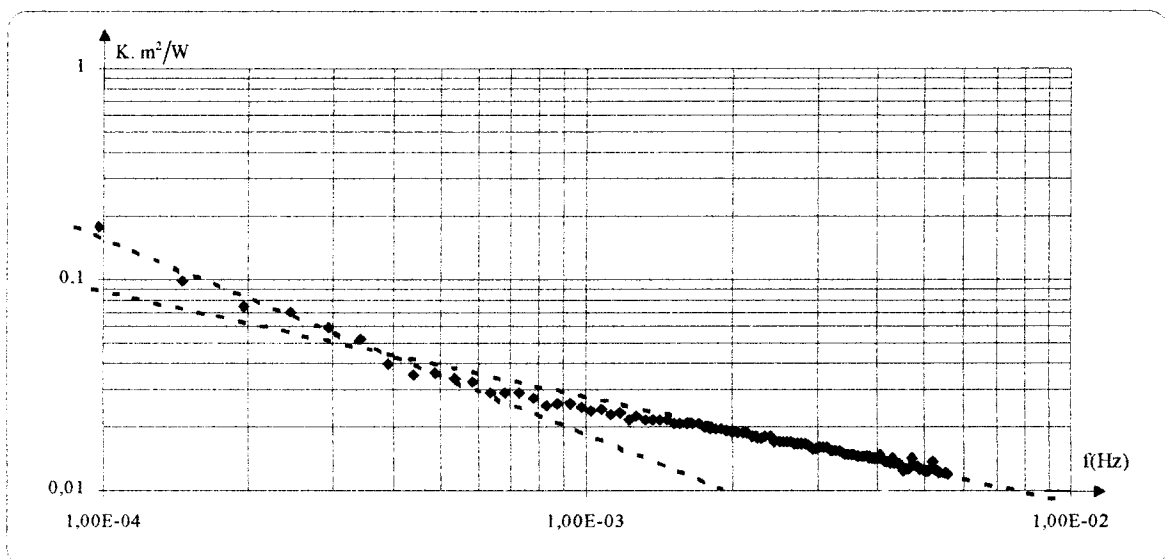


figure III.33 Module de l'impédance généralisée de stockage Z_s pratique

Interprétation graphique

Comme précédemment on constate deux phases de comportement :

- Dans le domaine des très hautes fréquences, l'impédance Z_s se confond avec l'impédance caractéristique Z_c . Une étude effectuée sur les points situés en hautes fréquences conduit à une effusivité de l'ordre de $b = 430 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$.

- Dans le domaine des basses fréquences, la représentation log - log fait apparaître une évolution linéaire. L'impédance Z_s évolue en $1/\pi C f$. Une approximation linéaire sur les premiers points de l'évolution permet donc d'accéder à l'estimation de la capacité thermique C . On obtient ici $C = 19900 \text{ J} \cdot \text{K} \cdot \text{m}^{-2}$. La capacité mesurée classiquement par un bilan d'énergie est de $22200 \text{ J} \cdot \text{K} \cdot \text{m}^{-2}$.

Estimation simultanée de la diffusivité et de l'effusivité

Dans les mêmes conditions que pour l'impédance de transfert, il est possible de caler un modèle de comportement sur l'impédance de stockage afin d'estimer les valeurs de la diffusivité et de l'effusivité thermiques. On calcule alors l'écart type des variations modèle-mesure pour un ensemble de couple effusivité - diffusivité à partir de :

$$\sigma(a, b) = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{\sum_k \text{coh}(k) \cdot |Z_{s_{\text{théorique}}}(a, b, k\Delta f) - Z_{s_{\text{pratique}}}(k\Delta f)|^2}{\sum_k \text{coh}(k)}}$$

L'impédance théorique de stockage a été déterminée au paragraphe.(I.3).

$$Z_s = \frac{1}{b\sqrt{j\omega}} \cdot \coth\left(\sqrt{\frac{j\omega}{a}} \frac{\ell}{2}\right)$$

La *figure III.34* montre les résultats du calcul d'optimisation. Ceux-ci sont identiques à ceux obtenus à partir de l'impédance de transfert : la diffusivité est proche de $1.55 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et l'effusivité vaut $b = 460 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$

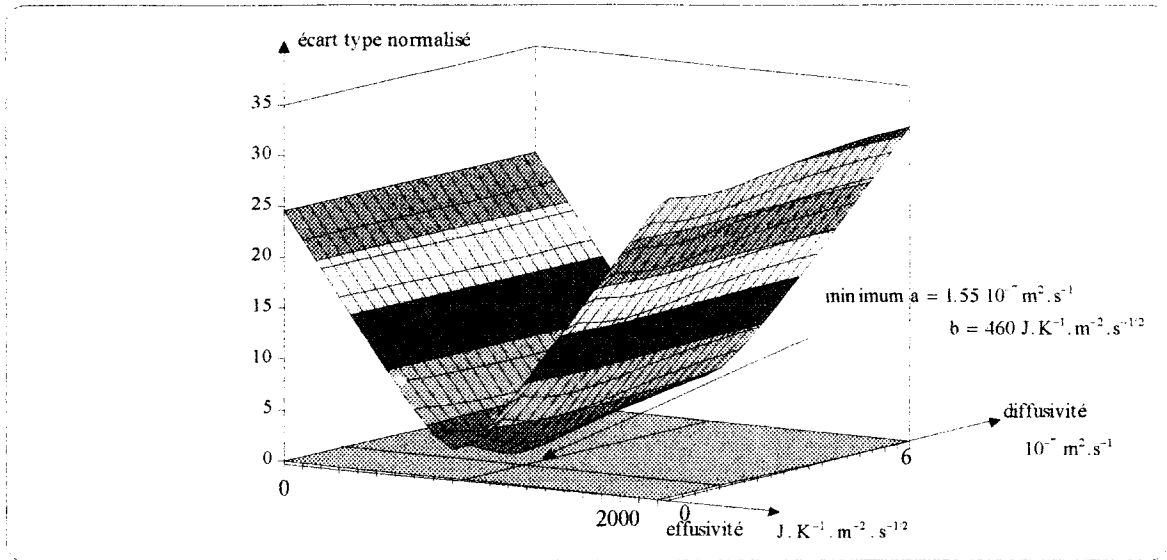


figure III.34 Ecart type normalisé des variations modèle-mesure en fonction de a et b testées.

3) Utilisation simultanée de Z_s et de Z_t

Les résultats précédents montrent que la connaissance de Z_t et de Z_s permet de déterminer les caractéristiques thermophysiques du milieu. Des ordres de grandeurs des valeurs peuvent être obtenus rapidement par une étude graphique. Une détermination plus fine peut être réalisée par le calage d'un modèle théorique au résultats expérimentaux.

D'une façon générale, les impédances Z_t et Z_s caractérisent complètement le système conductif et permettent de calculer sa réponse à des sollicitations quelconques.

La *figure III.35* montre, dans un même repère, les modules des impédances Z_t et Z_s expérimentaux comparés aux calculs théoriques obtenus à partir de $a = 1.5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ et $b = 470 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$. On constate une excellente superposition des évolutions. On vérifie bien que, dans le domaine des hautes fréquences, les deux impédances sont confondues et s'identifient à l'impédance caractéristique Z_c .

Le point d'intersection des deux courbes I_0 a été étudié dans la partie théorique.

$$I_0 \text{ est tel que } f_{i_0} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{a}{\ell^2} \text{ et } |Z|_{I_0} = \frac{1}{b\sqrt{2\pi f_0}}$$

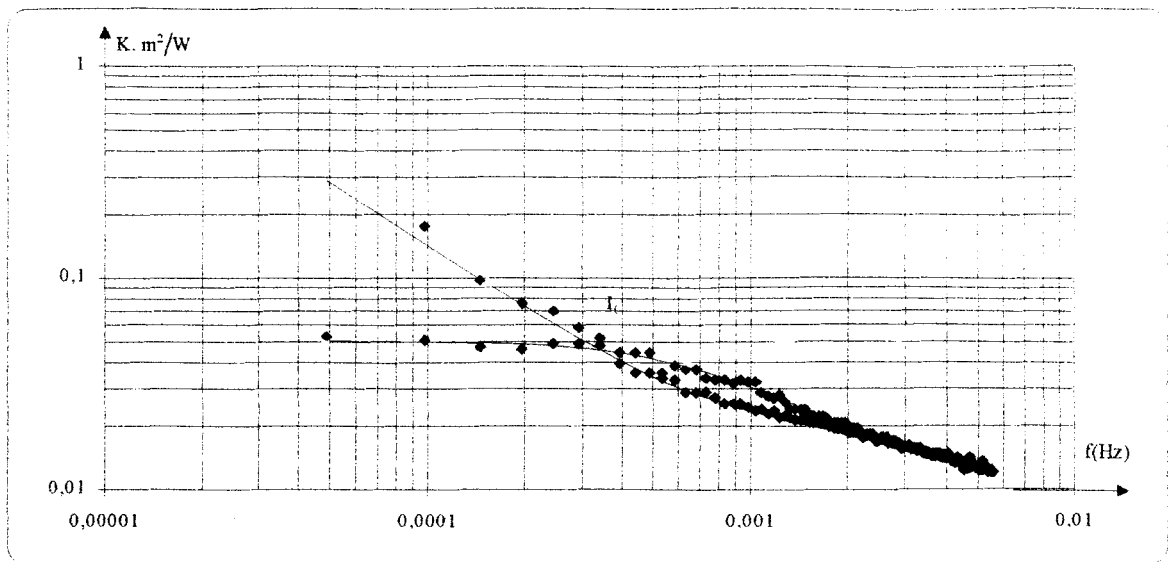


figure III.35 Modules des impédances généralisées de transfert Z_t et de stockage Z_s pratiques et simulées.

La fréquence f_{i_0} ne dépend que de la diffusivité a . Le module $|Z|_{I_0}$ est fonction de l'effusivité b . On peut penser utiliser cette propriété pour identifier a et b , cette procédure est cependant peu précise. L'intersection est difficile à définir de façon précise, la zone de croisement estimée conduit, ici, à des écarts de 20 %.

Etude du produit $|Z_t| \cdot |Z_s|$ et du rapport $|Z_t|/|Z_s|$

L'étude théorique développée en 1.3. a fait apparaitre les propriétés particulières du produit et du rapport des modules des impédances généralisées.

Dans le cas d'un matériau homogène, le produit des impédances généralisées ne fait intervenir que l'effusivité et ce, quelle que soit la fréquence sans aucune considération de milieu semi-infini.

L'expression théorique du produit vaut :

$$Z_t \cdot Z_s = \frac{1}{b^2 j\omega}$$

La *figure III.36* représente le produit des deux impédances généralisées de la plaque homogène relatif au même essai. On retrouve bien l'aspect linéaire de la fonction

obtenue en représentation log - log. Une optimisation paramétrique a permis de caler la droite théorique sur les points pratiques.

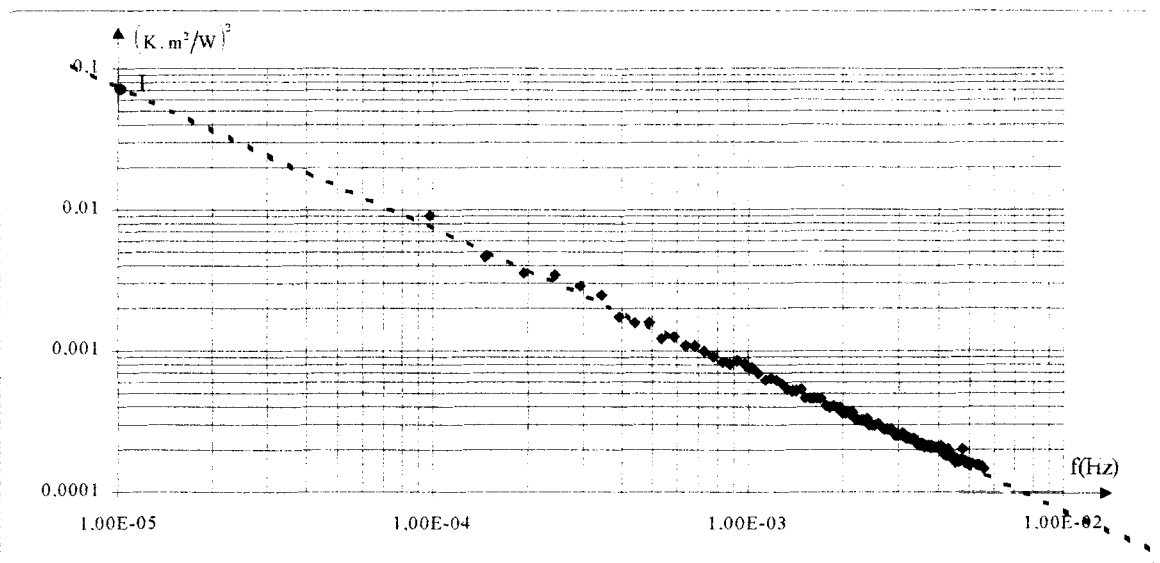


figure III.36 Produits des impédances généralisées de transfert Z_t et de stockage Z_s pratique et simulé.

La *figure III.37* représente l'évolution de l'écart type des variations modèle-mesure qui a permis de retrouver la valeur de l'effusivité $b = 470 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$.

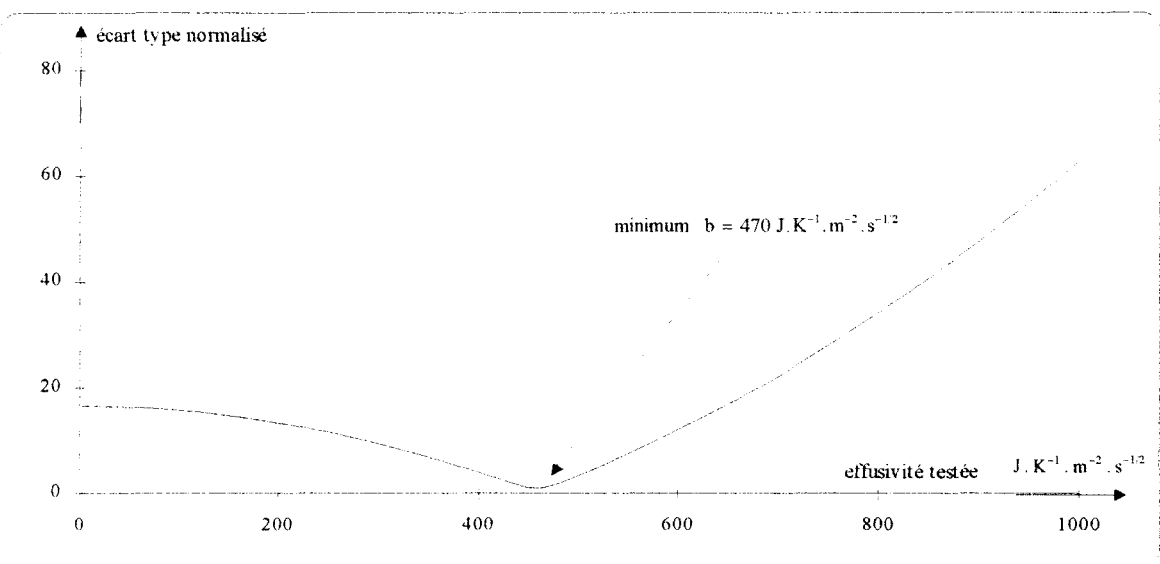


figure III.37 Ecart type normalisé des variations modèle-mesure en fonction de l'effusivité testée.

Le rapport des impédances généralisées ne dépend, quant à lui, que de la diffusivité et de l'épaisseur de la plaque qui est, ici, supposée connue.

$$\frac{Z_t}{Z_s} = \text{th}^2 \left(\sqrt{\frac{j\omega}{a}} \frac{\ell}{2} \right)$$

La figure III.38 représente le rapport des deux impédances généralisées. Quoique bruitée, la courbe obtenue a l'allure prévue.

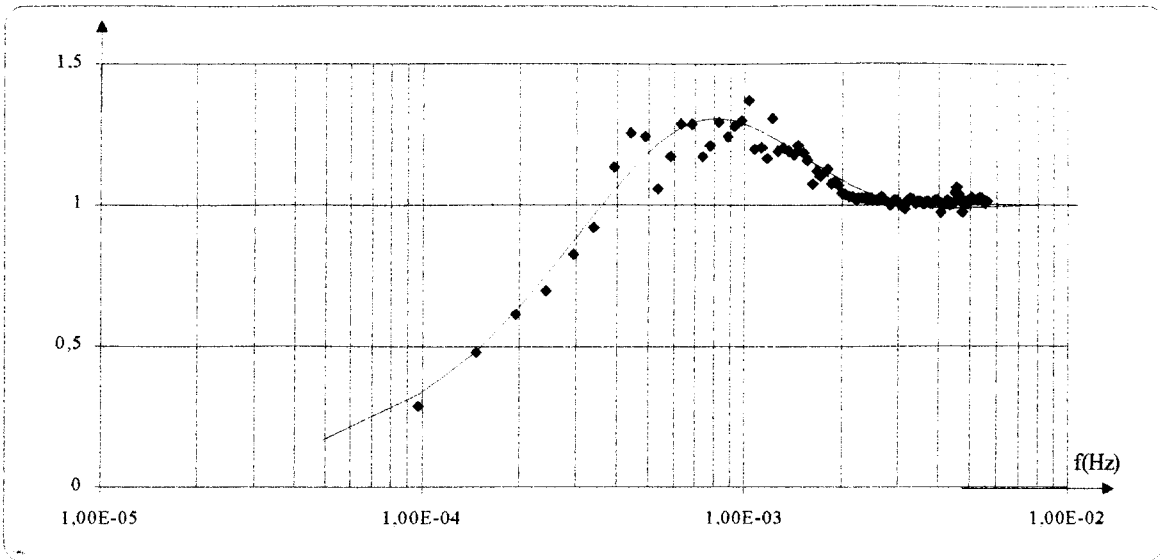


figure III.38 Rapport des impédances généralisées de transfert Z_t et de stockage Z_s .

Le calage du modèle de comportement a donné lieu à la représentation de l'écart type des variations en figure III.39.

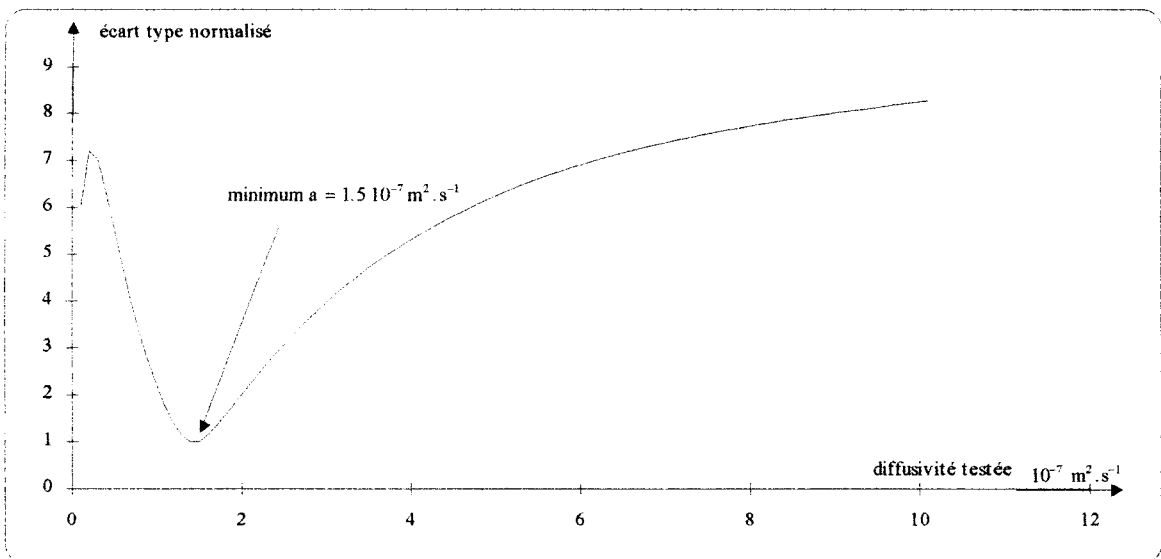


figure III.39 Ecart type normalisé des variations modèle-mesure en fonction de la diffusivité testée.

La courbe de la *figure III.39* montre que le résultat de l'optimisation est conforme à la valeur déjà déterminée de l'effusivité.

III.2.1.2. étude d'une plaque de béton

Afin d'approcher les systèmes que l'on rencontrera sur sites, la même étude a été répétée sur une plaque de béton[D7,D8]. Le dispositif expérimental est représenté *figure III.40*.

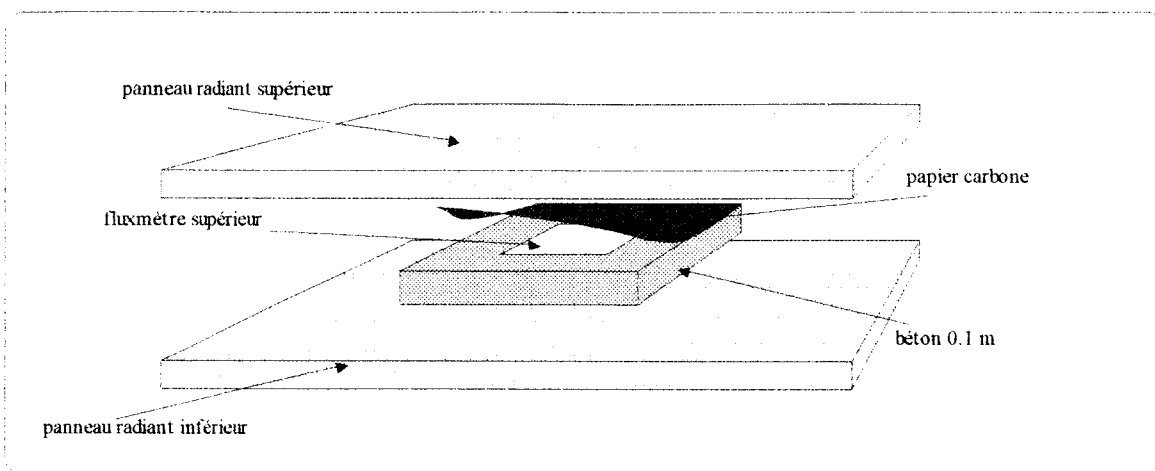


figure III.40 Dispositif expérimental.

La plaque de béton que l'on souhaite caractériser a une surface carrée de 50 cm de côté. L'épaisseur de 10 cm est petite devant les dimensions transversales, et assure une propriété d'unidirectionnalité au transfert conductif dans la zone de mesure.

Les mêmes capteurs sont utilisés pour la mesure. Leurs dimensions, anneau de garde compris, sont de 25 x 25 cm. L'application sur toute la surface d'une couche de papier carbone permet l'uniformisation des propriétés radiatives.

La démarche de caractérisation est identique à celle suivie lors des essais précédents.

La *figure III.41* montre simultanément les modules deux impédances généralisées. L'étude graphique permet une première approximation des grandeurs thermophysiques.

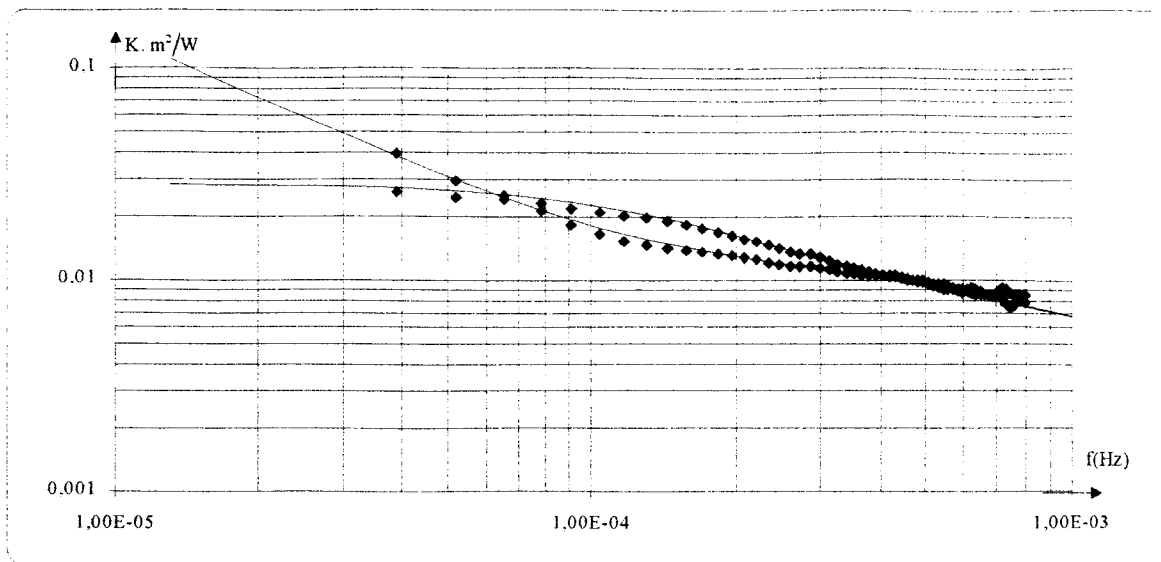


figure III.41 Modules des impédances généralisées de transfert Z_t et de stockage Z_s pratiques et simulées.

La partie hautes fréquences de l'impédance de stockage Z_s donne une estimation de la capacité de la plaque alors que l'impédance de transfert Z_t permet d'accéder à la résistance.

L'application a donné :

$$R = 0.056 \text{ K.m}^2/\text{W.}$$

et $C = 200000 \text{ J.K.m}^{-2}$

La partie basses fréquences permet elle d'évaluer l'effusivité du matériau.

L'application numérique donne : $b = 2100 \text{ J. K}^{-1} . \text{m}^{-2} . \text{s}^{-1/2}$.

Dans le cas de cet essai, la zone d'intersection des deux impédances peut conduire à une estimation des paramètres thermophysiques :

$$7.6 \cdot 10^{-7} \leq a \leq 8.8 \cdot 10^{-7} \text{ en } \text{m}^2 . \text{s}^{-1}$$

$$1800 \leq b \leq 2240 \text{ en } \text{J. K}^{-1} . \text{m}^{-2} . \text{s}^{-1/2}$$

Comme cela a été le cas pour le PVC, les deux impédances, prises séparément, sont susceptibles par une optimisation à 2 paramètres de permettre l'identification simultanée de la diffusivité et de l'effusivité. Le calage d'un modèle de comportement sur l'impédance de stockage a permis, ainsi, de calculer directement les deux grandeurs.

La *figure III.42* montre le résultat d'un calcul de l'écart type des variations modèle-mesure. Le minimum est obtenu pour $a = 8.1 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 . \text{s}^{-1}$ et $b = 2000 \text{ J. K}^{-1} . \text{m}^{-2} . \text{s}^{-1/2}$

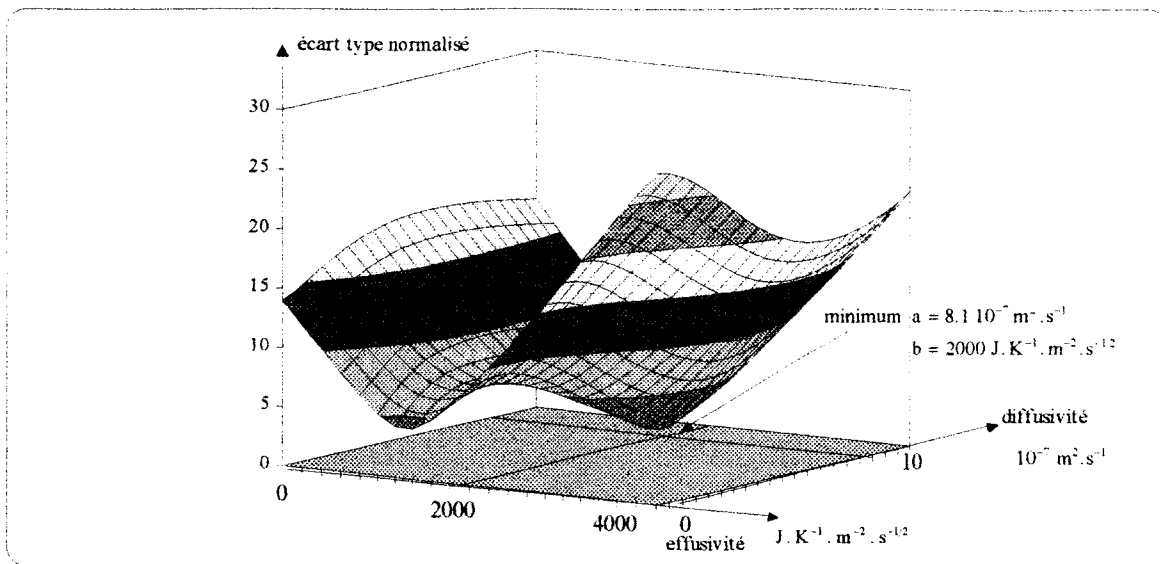


figure III.42 Ecart type normalisé des variations modèle-mesure en fonction de a et b testées.

La composition des deux impédances généralisées conduit à la détermination indépendante de l'effusivité et de la diffusivité. L'étude du produit conduit à la même valeur d'effusivité que celle obtenue précédemment. La *figure III.43* montre l'évolution de l'écart type modèle-mesure qui a permis l'optimisation.

Le minimum se situe bien à $b = 2000 J \cdot K^{-1} \cdot m^{-2} \cdot s^{-1/2}$.

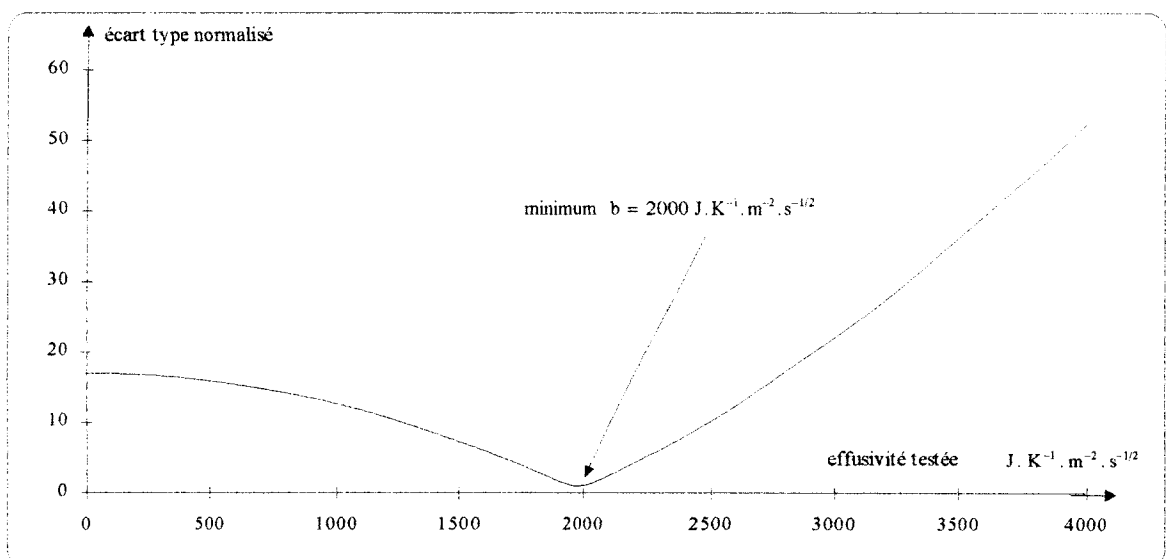


figure III.43 Ecart type normalisé des variations modèle mesure en fonction de l'effusivité testée.

Le rapport des impédances a donné $a = 8 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

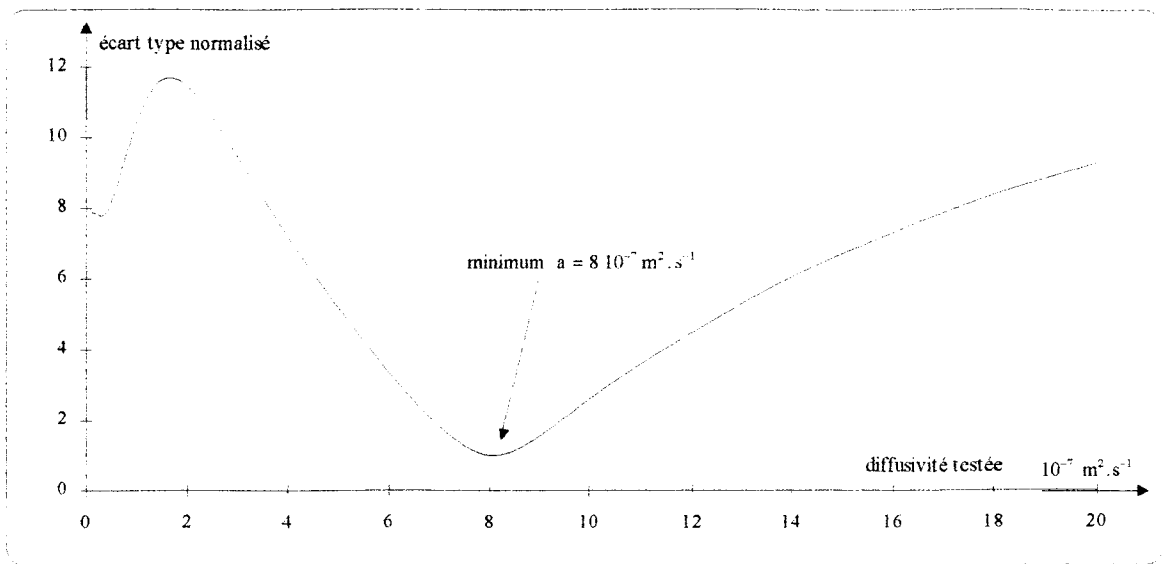


figure III.44 Ecart type normalisé des variations modèle mesure en fonction de la diffusivité testée.

III.2.1.3. étude d'une paroi homogène in situ

Les résultats présentés ici ont été obtenus dans le cadre d'une collaboration entre le Laboratoire et le Service dirigé par Monsieur CHANTANT au C.E.A. de Cadarache. Le travail qui nous a été confié consistait à caractériser thermiquement une paroi lourde qui constitue l'élément de stockage d'énergie dans un système solaire passif. Le dispositif étudié est installé dans des cellules expérimentales implantées sur le site de Cadarache.

La paroi est constituée d'un montage d'agglomérés pleins, de 14 cm d'épaisseur. Des capteurs de flux et température ont été disposés sur les deux faces, les sollicitations thermiques résultent uniquement des interactions micro-climatiques. La *figure III.45* montre le schéma du dispositif expérimental. Les *figures III.46* et *III.47* montrent les flux et températures mesurés durant une période de l'ordre de 15 jours.

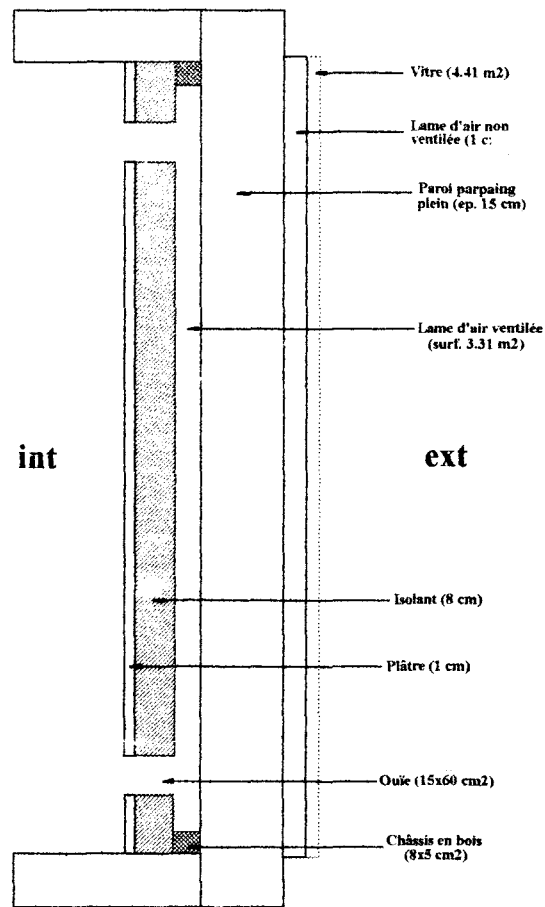


figure III.45 Schéma de la paroi étudiée

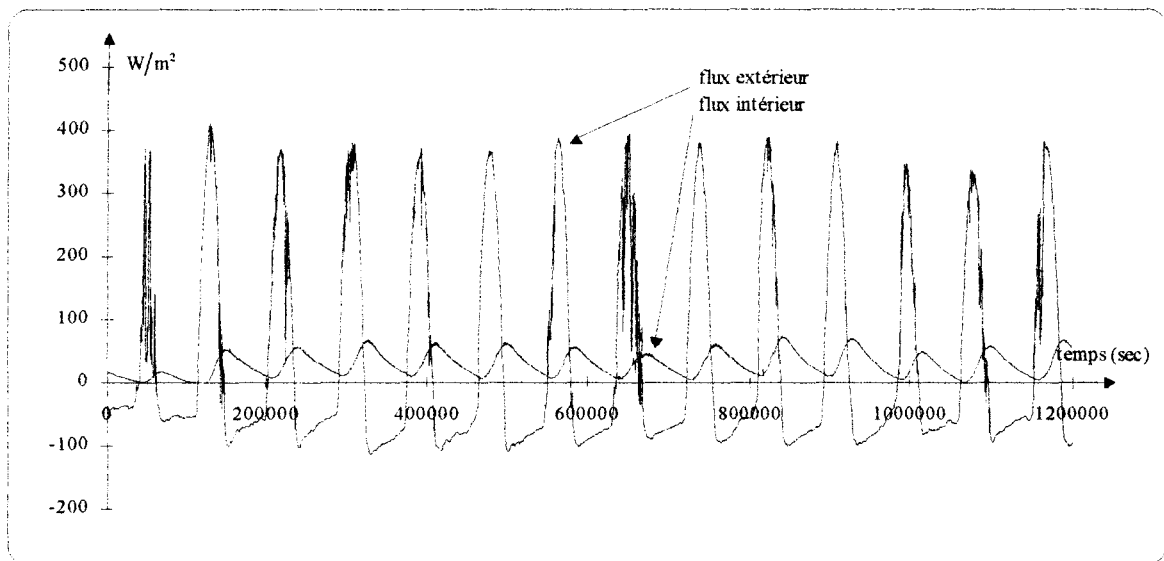


figure III.46 Evolutions des flux extérieur et intérieur en fonction du temps.

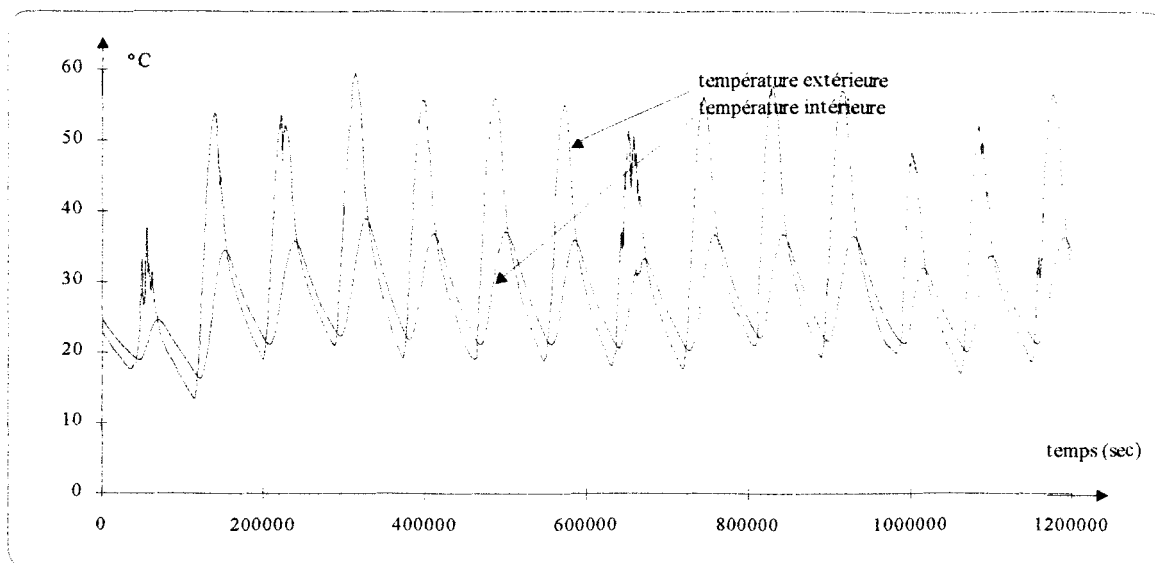


figure III.47 Evolutions des températures extérieure et intérieure en fonction du temps.

On remarque le caractère très régulier des évolutions mesurées. Le cycle jour-nuit est ici largement prépondérant dans une période météorologiquement stable. Il ne faut pas s'attendre, dans ces conditions, à un spectre très riche. Cette remarque explique le faible nombre de points qui sont retenus pour la caractérisation après sélection par la fonction de cohérence. La *figure III.48* montre le module de la fonction de transfert Z_t obtenu expérimentalement, auquel a été superposé le module de la fonction simulée à partir des résultats obtenus. Le module de la fonction Z_s a été représenté sur la *figure III.49* comparativement à la simulation.

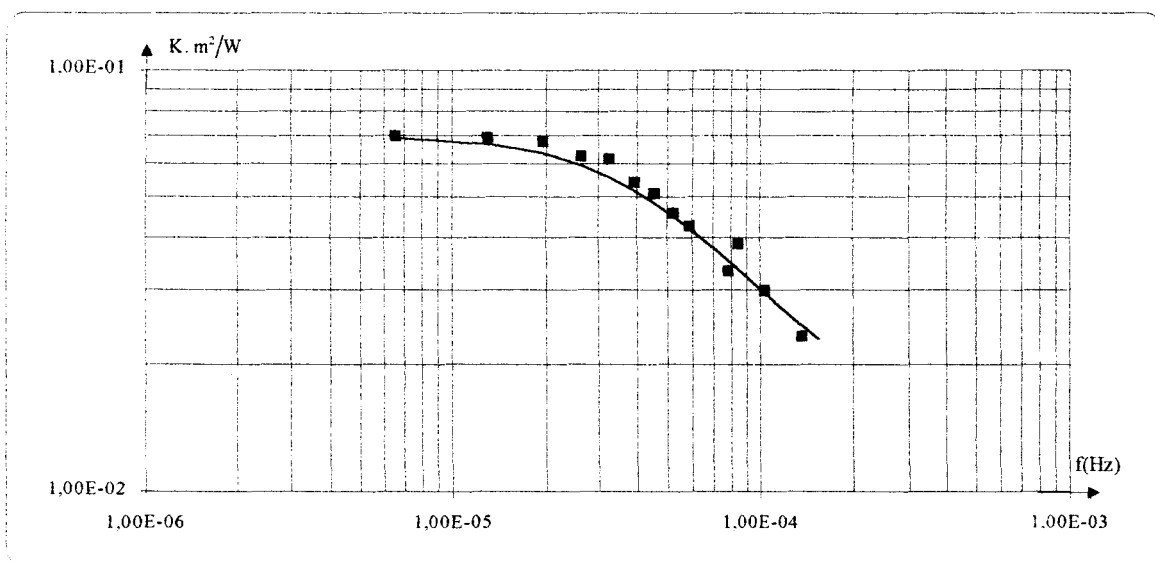


figure III.48 Module de l'impédance généralisée Z_t pratique.

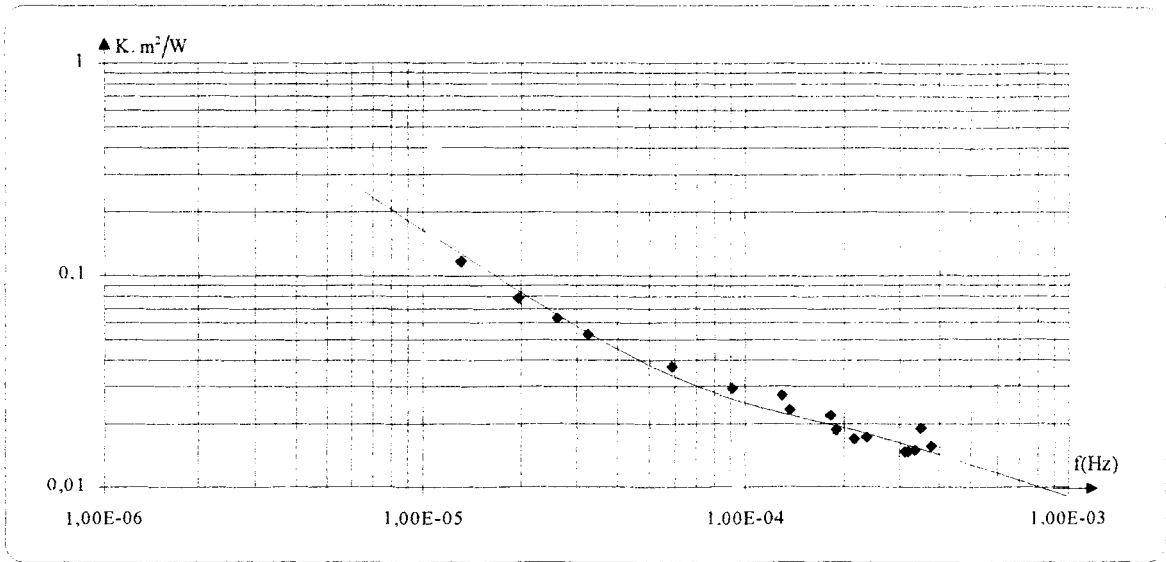


figure III.49 Module de l'impédance généralisée de stockage Z_s pratique.

A partir des deux impédances généralisées mesurées, l'effusivité et la diffusivité ont été déterminées. La *figure III.50* présente le produit des impédances généralisées. La *figure III.51* montre l'écart type des variations modèle - mesures relatif au produit qui a permis d'estimer l'effusivité à $b = 1380 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$.

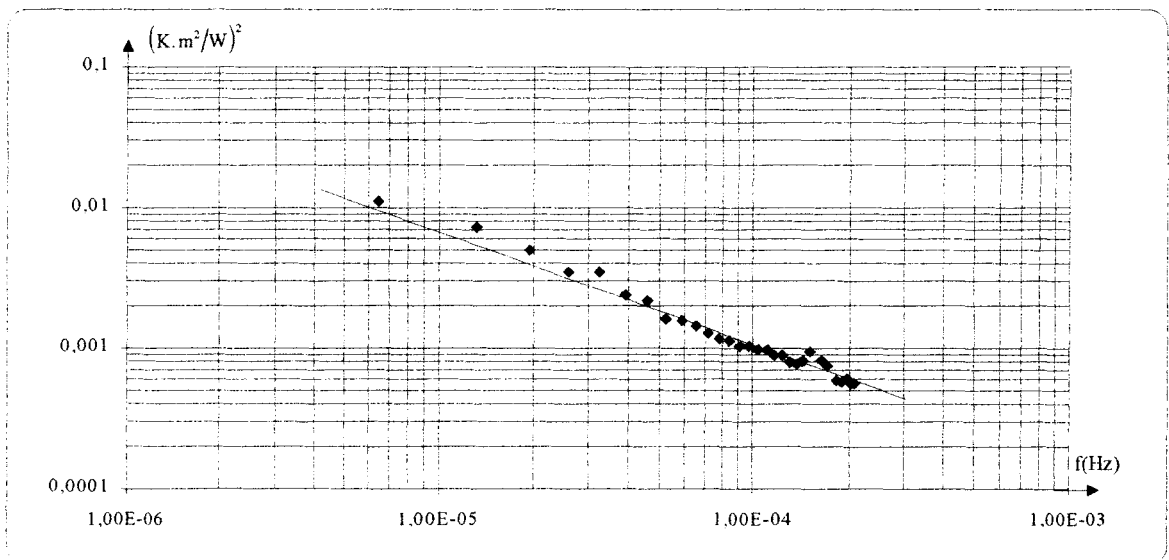


figure III.50 Produits des impédances généralisées de transfert Z_t et de stockage Z_s en fonction de la fréquence.

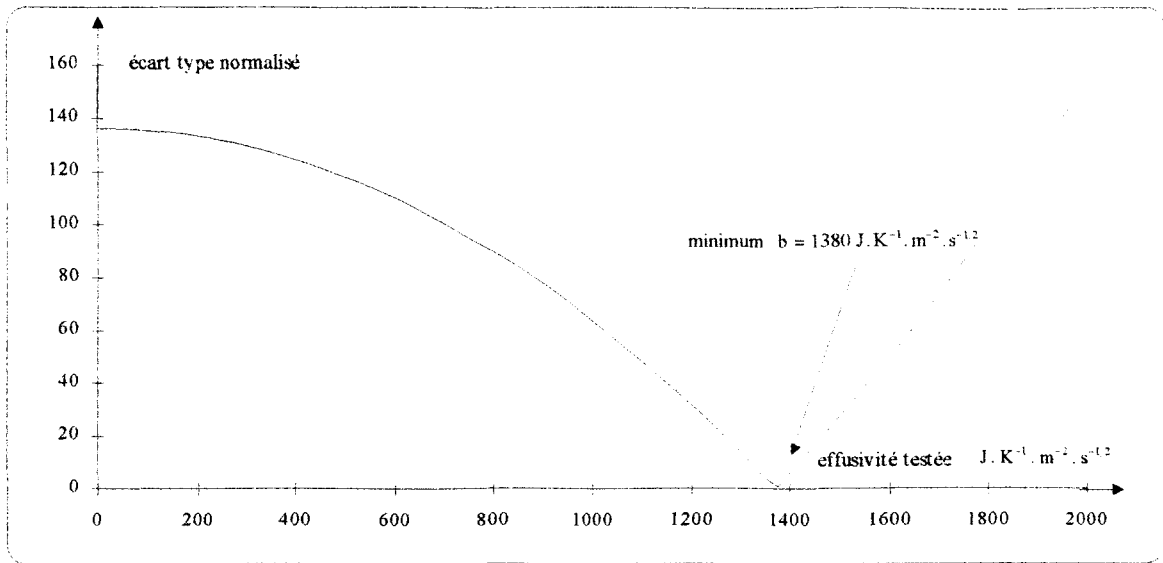


figure III.51 Ecart type normalisé des variations modèle-mesure en fonction de l'effusivité testée.

La *figure III.52* présente le rapport des impédances généralisées. La *figure III.53* présente le résultat de l'optimisation paramétrique qui a permis de déterminer la diffusivité à $a = 5.1 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

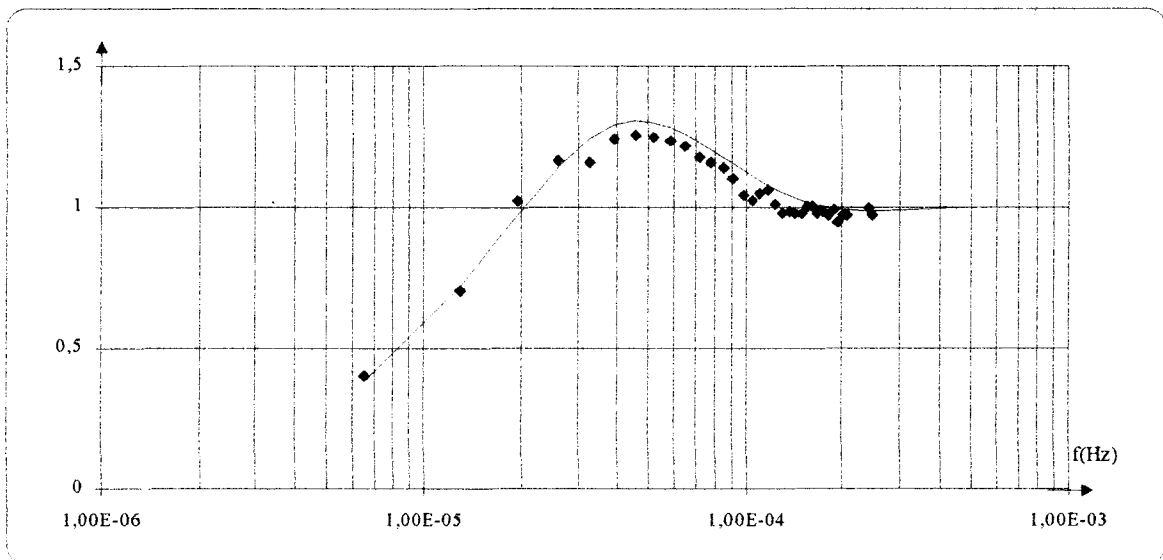


figure III.52 Rapport des modules des impédances généralisées de transfert Z_t et de stockage Z_s en fonction de la fréquence.

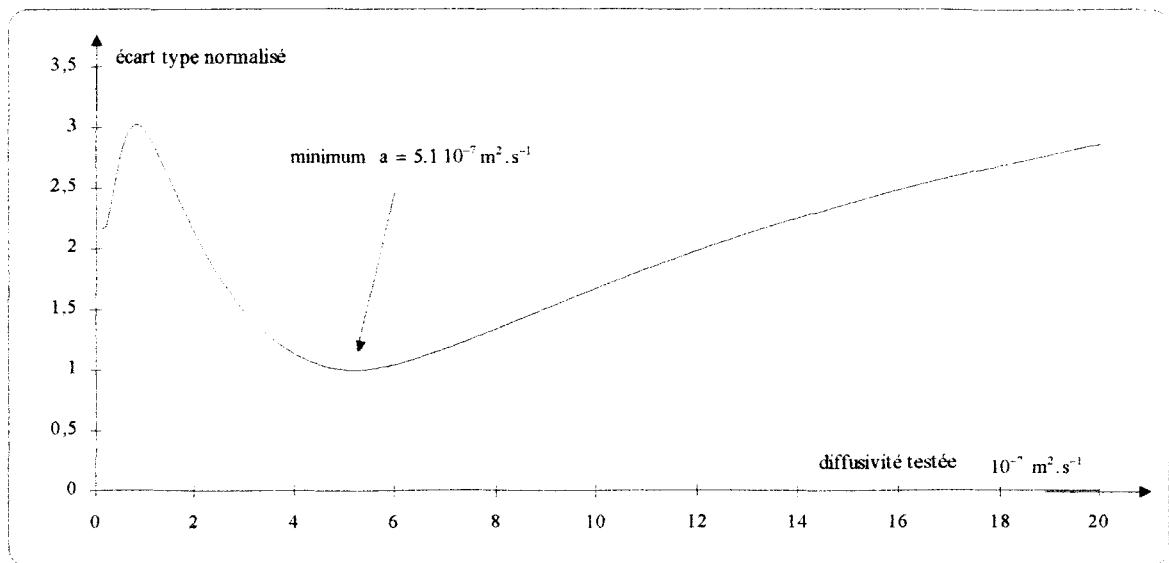


figure III.53 Ecart type normalisé des variations modèle-mesure en fonction de la diffusivité testée.

L'absence d'échantillon de laboratoire n'a pas permis une validation classique. Pour vérifier les résultats, les valeurs obtenues ont été injectées dans l'équation de convolution liant la différence de température à la somme des flux. Le mode de transfert a déjà fait l'objet de travaux antérieurs [B27]. A partir de la détermination de la réponse indicelle, on montre que :

$$\Sigma\phi(t) = \frac{2\lambda}{\ell} \cdot \left[1 + 2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} e^{\frac{-4ak^2\pi^2t}{\ell^2}} \right] \otimes \frac{d\Delta\theta(t)}{dt}$$

La *figure III.54* montre le résultat de la convolution du signal dérivé de la différence des températures par réponse indicelle théorique, comparativement au signal somme des flux mesurée. On constate une excellente superposition des évolutions.

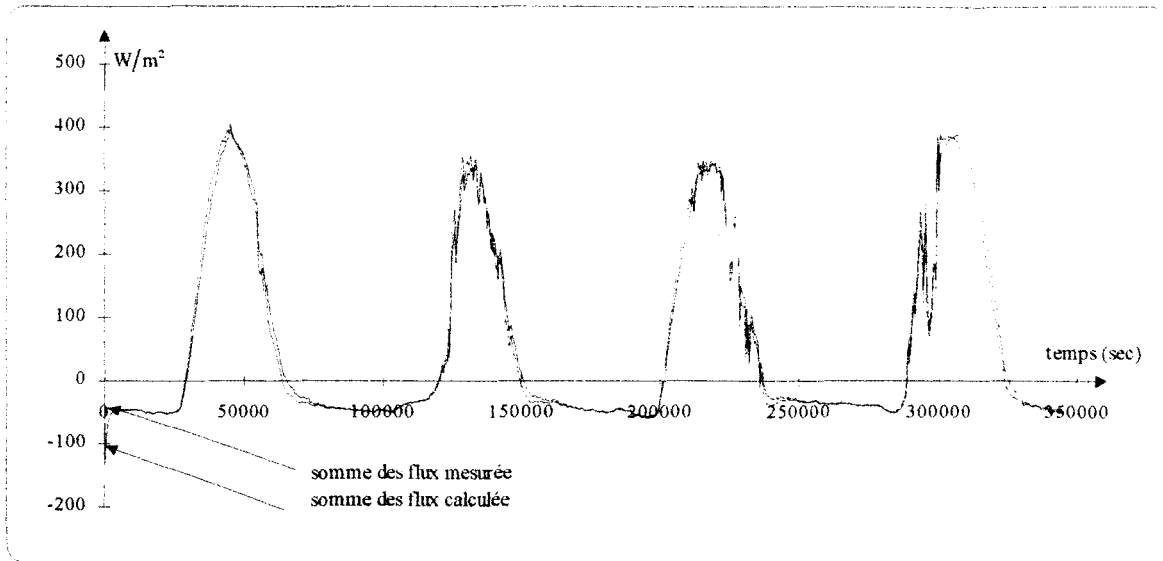


figure III.54 Evolutions des sommes des flux mesurée et calculée en fonction du temps.

Une relation équivalente lie la somme des températures à la différence des flux. La même opération a été réalisée en convoluant le signal dérivé de la somme des températures et la réponse indicelle théorique suivant la relation :

$$\Delta\phi(t) = \frac{4\lambda}{\ell} \cdot \left[2 \cdot \sum_{k=1}^{\infty} e^{\frac{-a(2k+1)^2 \pi^2 t}{\ell^2}} \right] \otimes \frac{d\Sigma\theta(t)}{dt}$$

La *figure III.55* montre le résultat du calcul, comparé à la courbe obtenue expérimentalement. Les deux évolutions sont très voisines.

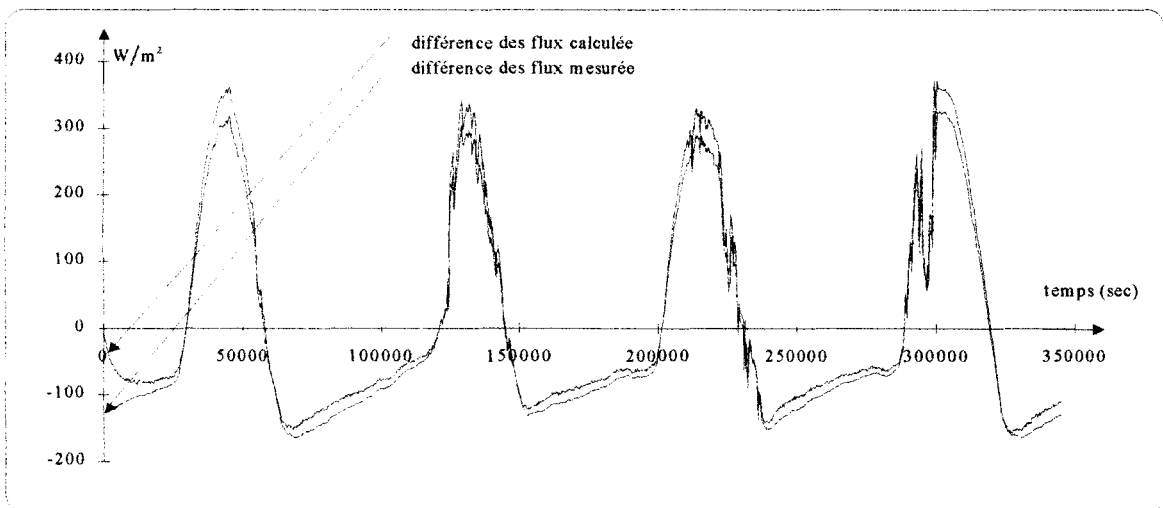


figure III.55 Evolutions des différences des flux mesurée et calculée en fonction du temps.

Les résultats obtenus dans le domaine temporel valident bien la procédure de caractérisation développée dans l'espace des fréquences et illustrent bien la dualité des représentations temps fréquences. Les caractérisations effectuées permettent de simuler les évolutions de flux à partir des relevés des températures sur les deux faces du mur.

III.2.2. Milieux tricouches

Cette partie vise à illustrer les résultats théoriques obtenus au paragraphe

III.2.2.1. cas d'un système tricouche PVC - polystyrène - PVC

La première application est relative à un empilement composé de PVC et de polystyrène. La *figure III.56* montre le détail de la composition. Le système a été étudié en laboratoire sous une sollicitation pseudo-aléatoire.

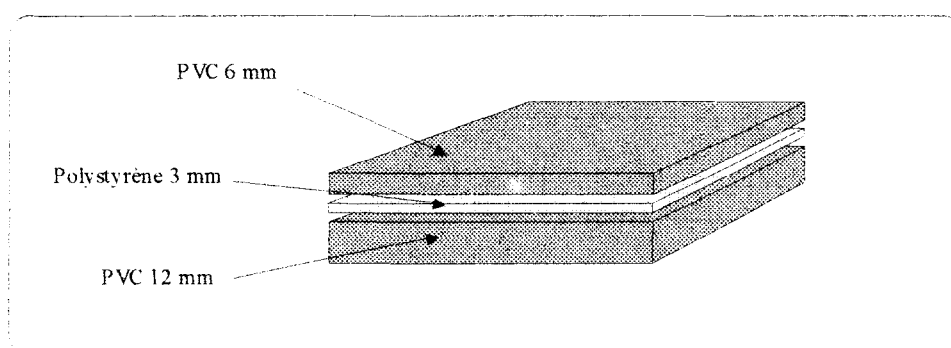


figure III.56 Dispositif expérimental

Pour montrer l'intérêt de la méthode dans le cadre d'une démarche de contrôle non destructif, le système a été considéré, dans un premier temps, comme un milieu homogène. A partir de la somme des flux et de la différence des températures, la fonction Z_t qui est définie pour un milieu homogène, a été calculée. La *figure III.57* montre le module de l'impédance de transfert Z_t expérimentale comparée au module de l'impédance de transfert du milieu homogène simulée.

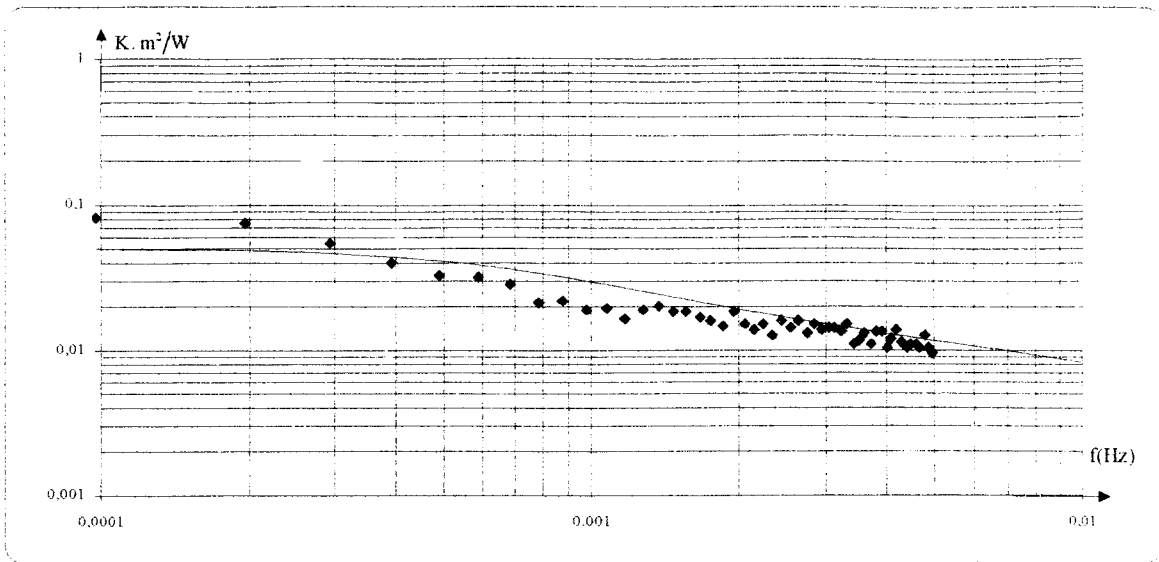


figure III.57 Evolutions des modules des fonctions Z_t expérimentale et simulée.

Les deux courbes ont des évolutions qui diffèrent nettement, en particulier en basses fréquences. La valeur à l'origine de la courbe expérimentale avoisine 0.09 K/W.m^2 alors que théoriquement, pour le milieu homogène, cette valeur est égale à 0.05 K/W.m^2 . Le résultat met clairement en évidence une anomalie résistive.

De la même façon, la *figure III.58* représente les modules de l'impédance de stockage Z_s expérimentale et simulée. La fonction a été calculée en supposant que le milieu était homogène.

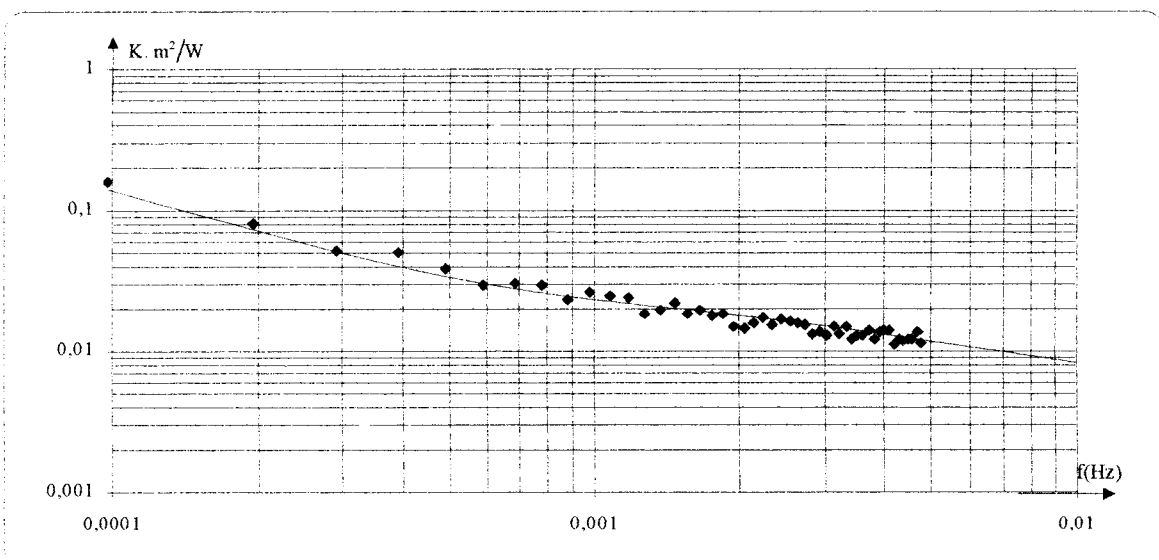


figure III.58 Evolutions du modules des fonctions Z_s expérimentale et simulée.

On observe ici une très bonne superposition des évolutions. Aucune anomalie capacitive est détectable.

Il apparaît, à ce niveau, que le système étudié ne peut être considéré comme homogène. Une discontinuité résistive est mise en évidence. Les deux modes de transfert et de stockage sont couplés. Il faut calculer les impédances Z_1 et Z_3 compte tenu de la fonction de couplage H_2 .

La *figure III.59* montre comparativement les impédances expérimentales Z_t et Z_1 d'une part, et Z_s et Z_3 d'autre part. La comparaison des résultats confirme l'hypothèse. Une nette différence apparaît entre Z_t et Z_1 par contre Z_s et Z_3 sont très voisins. L'anomalie résistive ne perturbe pas la capacité globale du système. L'écart entre les évolutions de Z_t et Z_1 semble être maximal au environ de 10^{-3} Hz.

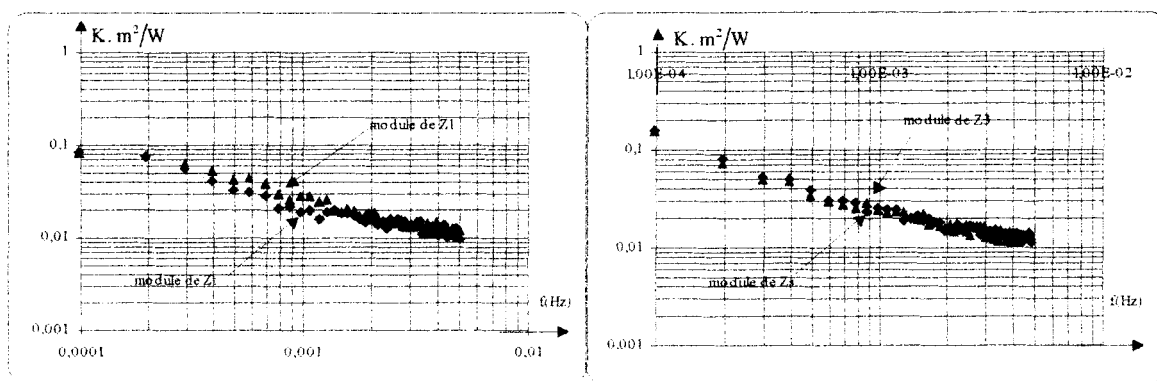


figure III.59 Evolutions comparées des modules des fonctions Z_t et Z_1 et des modules des fonctions Z_s et Z_3

Pour vérifier cette hypothèse, la fonction H_2 a été calculée. Cette fonction apparaît dans la matrice de transfert du système lorsqu'une dissymétrie couple les modes de base. L'évolution du module de la fonction H_2 obtenue expérimentalement est représenté en *figure III.60*.

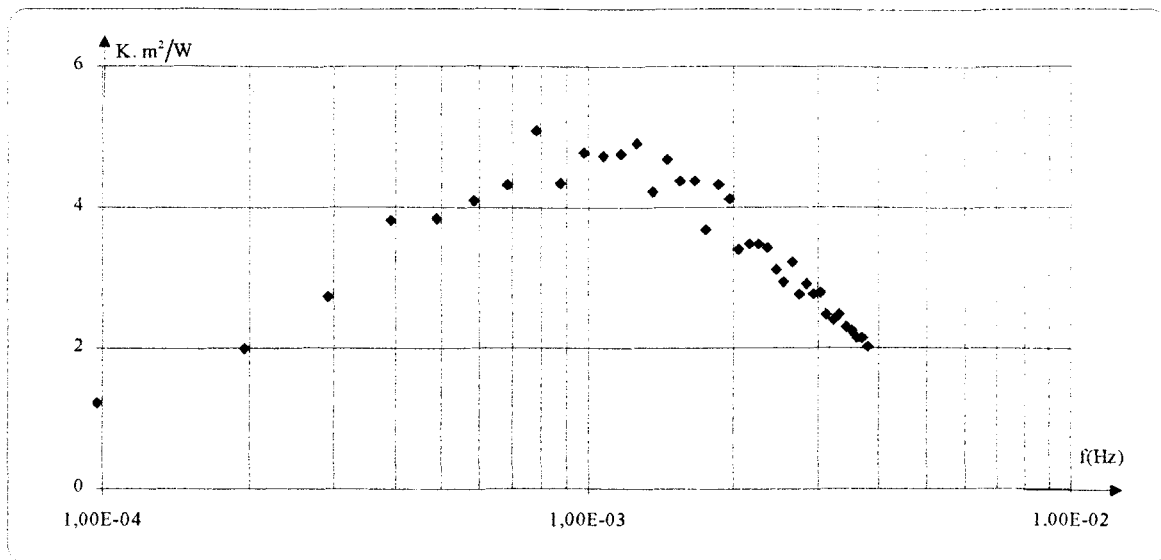


figure III.60 Evolution du module de la fonction de dissymétrie H_2 .

On remarque que, pour les très basses fréquences, la dissymétrie n'est pas très marquée, le module de la fonction H_2 reste faible. Le détail de la structure interne du système n'est pas important pour l'étude de la propagation pour les régimes quasi-continus. La caractérisation thermique pour ce type d'évolutions se résume essentiellement à une mesure de résistance globale. En hautes fréquences, le système tend à se comporter de part et d'autre comme un milieu semi-infini. La fonction H_2 tend vers 0. Pour la gamme de fréquences intermédiaires, la fonction H_2 caractérise la dissymétrie du système et ne peut plus être négligée. Le maximum apparent de la fonction, vers 10^{-3} Hz, vient confirmer l'hypothèse formulée avec l'étude de Z_1 sur l'importance du couplage dans cette bande de fréquence.

L'étude théorique du paragraphe I.3.2.3. a montré que la fonction H_2 est sensible à la position de la discontinuité et permet, grâce à une optimisation paramétrique, de positionner la couche résistive au sein de la matrice homogène. Le calcul de l'écart type des variations modèle-mesure, en fonction de la position de la résistance, permet de localiser la plaque de polystyrène.

Pour pouvoir opérer le calage, il est nécessaire de connaître la valeur de la résistance. La valeur à l'origine du module de la fonction Z_1 donne directement la moitié

de la résistance globale du système et permet, par identification, de déterminer la valeur de la résistance.

$$\text{soit : } R_{\text{poly.}} = 0.08 \text{ K/W.m}^2$$

La figure III.61 montre le résultat de l'optimisation.

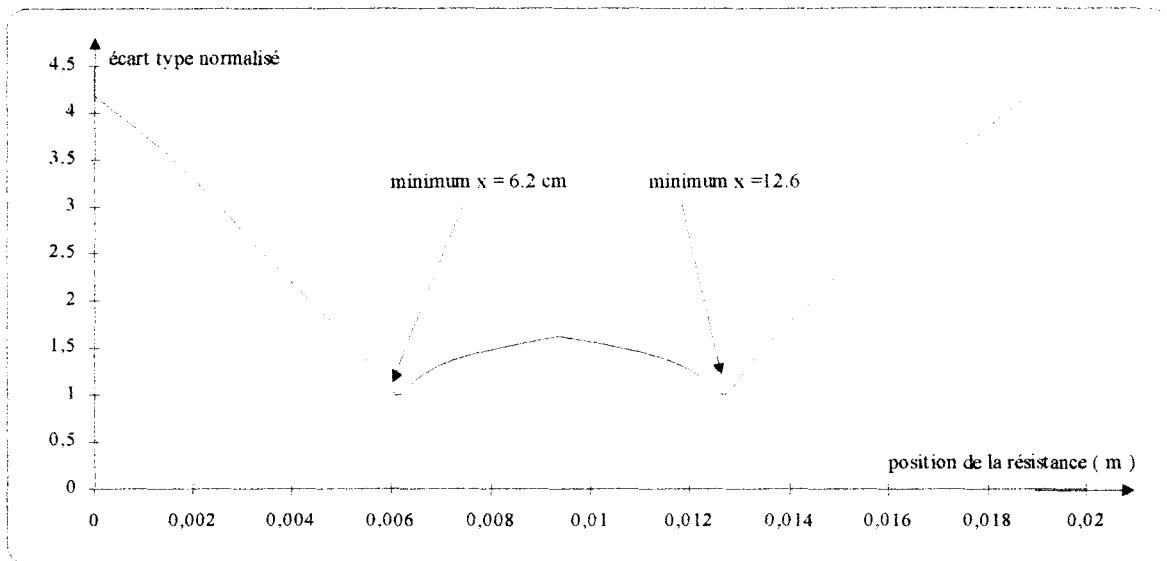


figure III.61 Evolution de l'écart type des variations modèle mesure de la fonction H_2 en fonction de la position de la résistance testée.

On observe deux minima. Le module de la fonction H_2 est une fonction paire de la position de la discontinuité si le centre du système est retenu comme origine. Il n'est pas étonnant que le résultat de l'optimisation soit symétrique par rapport à un axe vertical passant par l'abscisse du centre du système. La figure III.61 indique que la couche de polystyrène se trouve, soit à 6.2 mm de la face avant, soit à 6.2 mm de la face arrière. Il est impossible de se limiter à l'étude du module. Il faut, soit étudier l'écart-type à partir de la valeur complexe de la fonction soit, comme cela a été fait ici, se servir de la phase comme moyen d'arbitrage. Le signe de la phase de la fonction H_2 permet de procéder à la sélection.

La figure III.62 montre l'évolution de la phase de la fonction H_2 obtenue expérimentalement, comparée à celles des phases simulées pour les deux solutions envisageables.

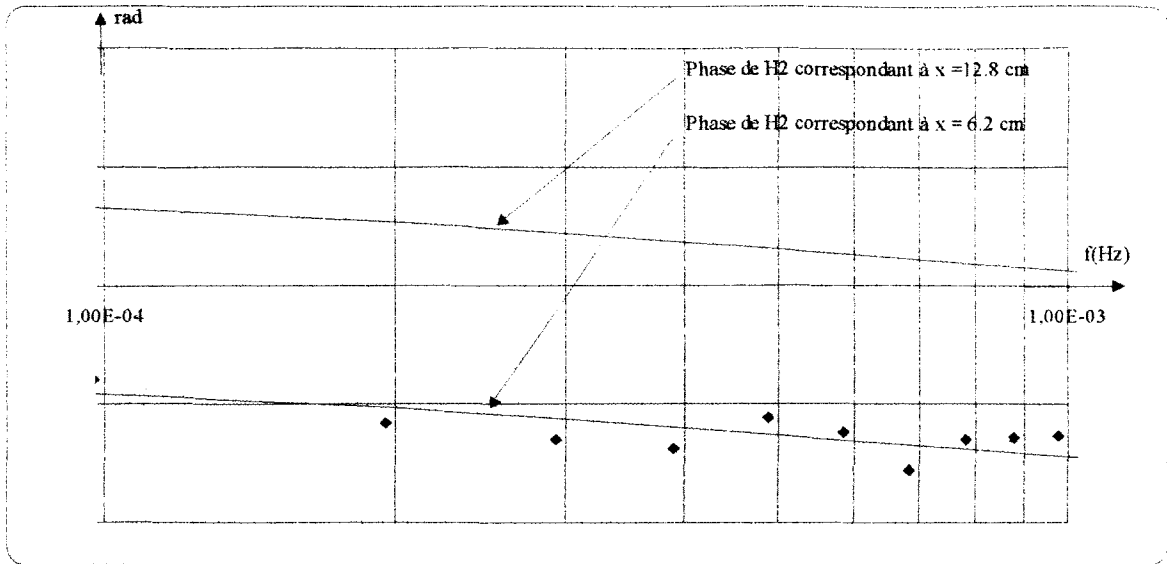


figure III.62 Evolutions des phases des fonctions de dissymétrie H_2 simulées et expérimentale.

La comparaison des phases permet, ici, de situer la position de la discontinuité à 6.2 mm soit à environ 5 % de la position réelle.

III.2.2.2. cas d'un système tricouche béton-polystyrène-béton

Dans ce deuxième exemple d'application, nous avons testé en laboratoire des échantillons tricouche béton-polystyrène-béton. La surface des échantillons est de 0.6 x 0.6 m, le dispositif expérimental est identique à celui décrit en

Une procédure identique à celle utilisée précédemment a été adoptée. Le premier traitement consiste à supposer que le milieu est homogène. La *figure III.64* montre simultanément les modules des impédances de transfert et de stockage comparées aux simulations.

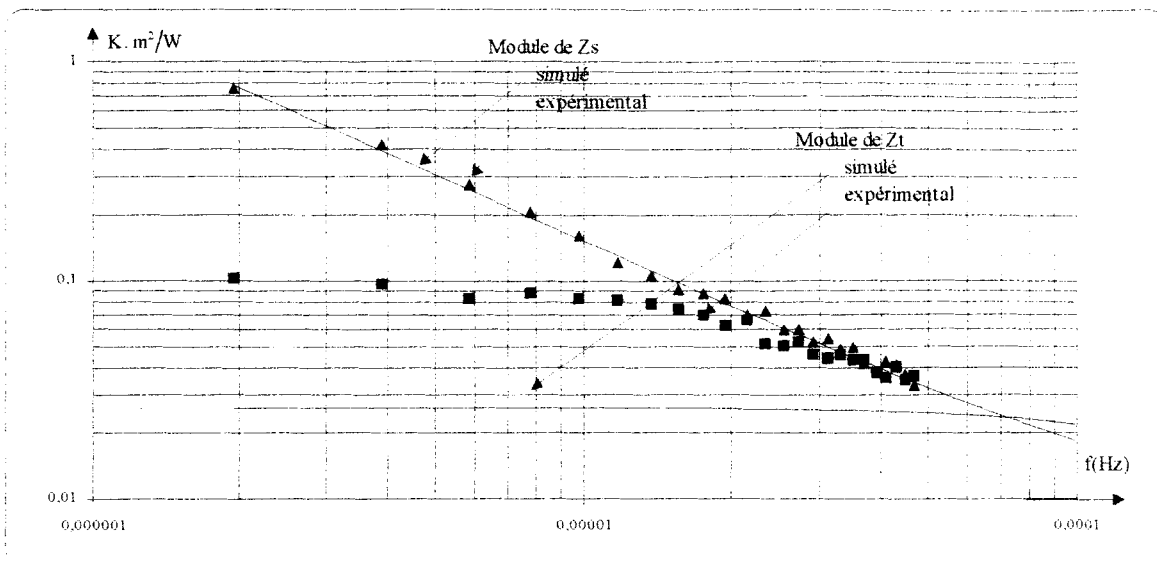


figure III.64 Evolutions des modules des fonctions Z_t et Z_s expérimentales et simulées.

Les représentations graphiques des modules des fonctions Z_t et Z_s expérimentales et simulées amènent aux mêmes conclusions que celles de l'essai précédent. Si la comparaison des modules de Z_t expérimental et théorique met clairement en évidence une anomalie résistive, le module de la fonction Z_s expérimentale suit bien l'évolution théorique.

La figure III.65 montre le calcul des modules des impédances Z_1 et Z_3 obtenus à partir des résultats expérimentaux en prenant en compte l'effet de couplage.

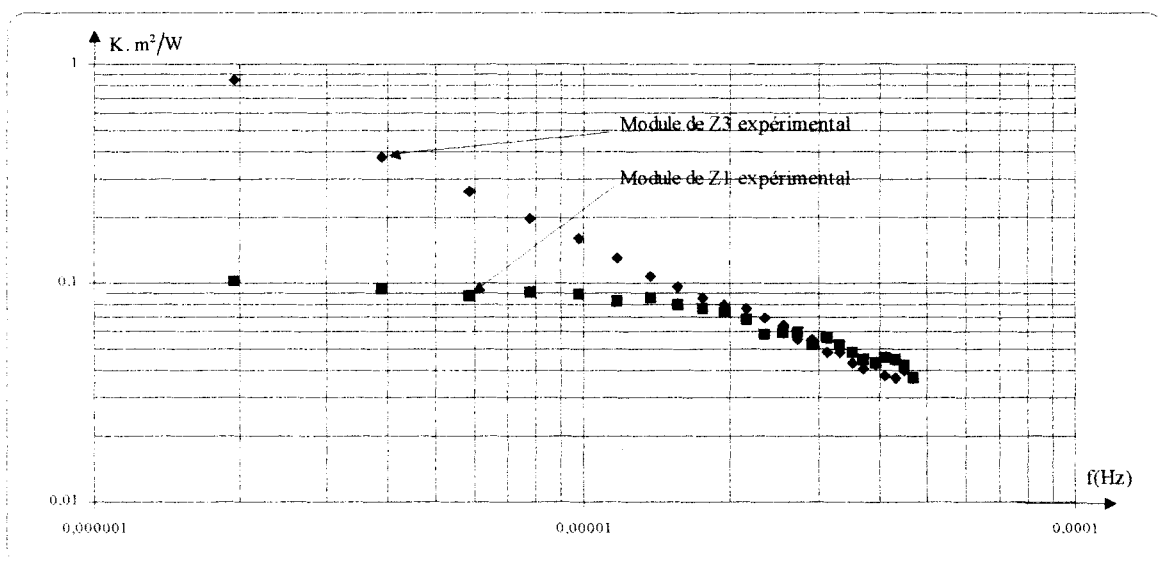


figure III.65 Evolutions des modules des fonctions Z_1 et Z_3 .

L'étude a été menée pour des fréquences très basses et l'analyse graphique des points en basses fréquences permet, dans ce cas, d'évaluer directement les valeurs de la capacité et de la résistance thermique globale. La valeur à l'origine indique que le système présente un excès de résistance. La résistance de l'ensemble peut être estimée à 0.2 K/W.m^2 et par identification, la résistance de la plaque de polystyrène peut être déterminée.

$$R_{\text{poly.}} = 0.075 \text{ K/W.m}^2$$

Le positionnement d'une droite de pente -1 sur le premier point du module de H_3 donne une bonne estimation de la capacité. L'application numérique a donné :

$$C \approx 200000 \text{ J/K.m}^2$$

Cette valeur approche, à moins de 10 %, la valeur théorique de la capacité des deux couches de béton.

La figure III.66 montre le résultat du calcul du module de la fonction H_2 .

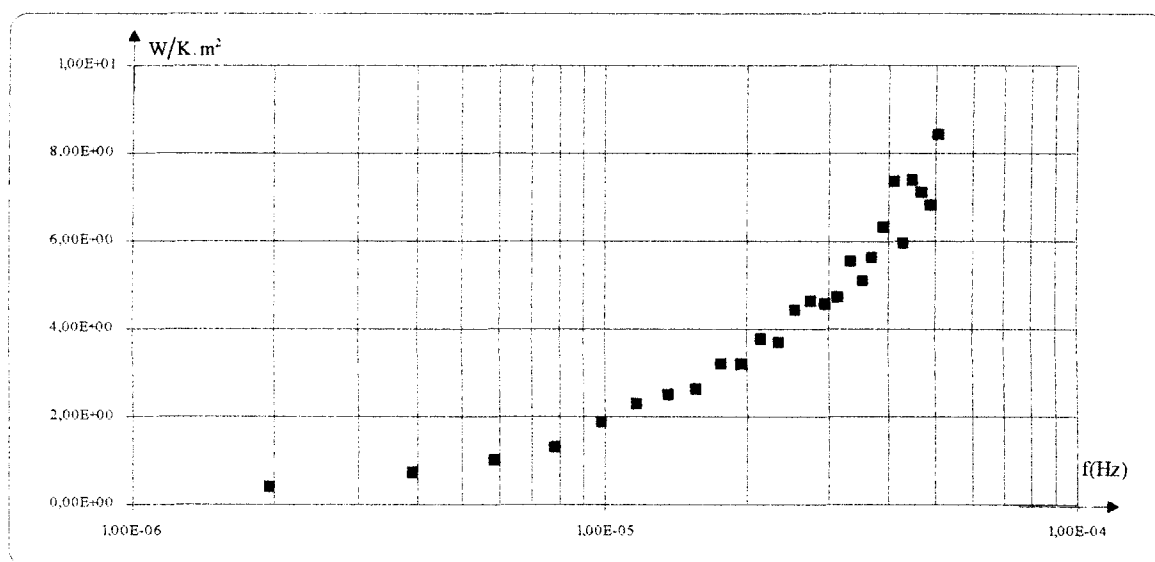


figure III.66 Evolution du module de la fonction de disymétrie H_2 .

L'optimisation paramétrique et l'étude conjointe de la phase (figure III.67) a permis de positionner le polystyrène.

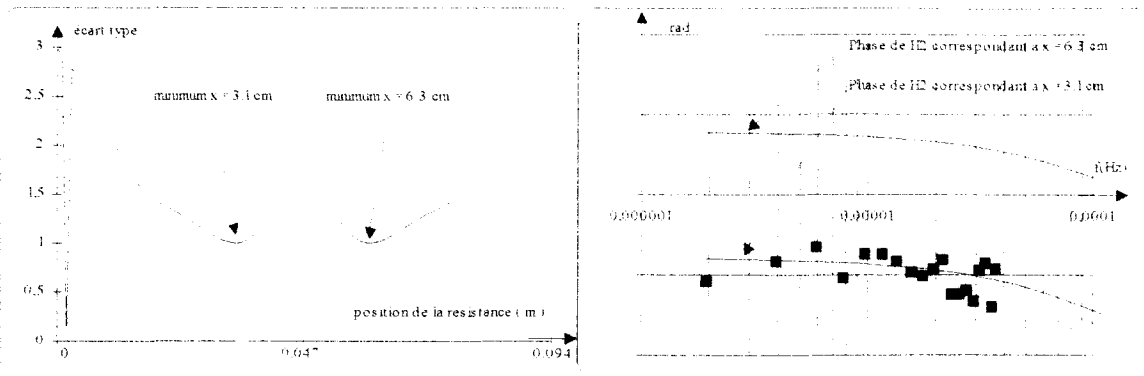


figure III.67 Ecart type des variations modèle-mesure et évolutions des phases de H_2 simulées et expérimentale.

L'écart type des variations modèle-mesure du module de la fonction H_2 a donné deux positions possibles de la résistance. La phase permet de retrouver la position de la plaque de polystyrène à 0.031 m à environ 4 % de la valeur réelle.

CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons développé une formulation des transferts conductifs dans le **domaine fréquentiel**. Cette démarche permet de s'affranchir des problèmes délicats de déconvolution que l'on rencontre quand on procède à l'identification des systèmes ou à la caractérisation dans le domaine temporel.

La formulation proposée amène naturellement la notion d'impédance thermique par analogie avec les processus électriques ou acoustiques, et se trouve parfaitement adaptée à l'étude des systèmes sous sollicitations aléatoires.

Notre étude concerne les systèmes thermiques linéaires et stationnaires opérant par conduction, soumis à des transferts unidirectionnels.

Le cas d'un accès "une face" conduit à introduire la notion d'impédance caractéristique Z_c , représentative des interactions d'un milieu semi-infini avec son environnement. L'étude de l'impédance caractéristique introduit une méthode d'identification de l'effusivité thermique sous sollicitations quelconques applicable en laboratoire et in situ. Elle conduit aussi à discuter des conditions de validité de l'hypothèse "semi-infini". Une application originale concerne le contrôle non destructif, une anomalie d'impédance révèle la présence d'une discontinuité dans le système. Les impédances "court-circuit" et "circuit-ouvert" Z_{cc} et Z_{co} permettent une caractérisation plus complète du système. Elles offrent en particulier la possibilité de positionnement d'une discontinuité dans un milieu par l'optimisation du calage d'un modèle théorique relatif à un milieu tricouche aux résultats expérimentaux. La procédure implique un contrôle des conditions limites de sortie. Ce contrôle est facilement réalisable sur des échantillons de laboratoire, mais beaucoup plus délicat et lourd in situ ; L'étude d'une paroi de bâtiment en place a montré cependant qu'il était possible d'obtenir des résultats corrects, en s'assurant que l'amplitude des sollicitations sur la face de sortie était faible vis-à-vis des sollicitations d'entrée.

Dans le cas où un accès "deux faces" est autorisé, il est possible d'introduire la notion "d'impédances généralisées". Cette démarche présente l'avantage de permettre de s'affranchir de tout contrôle des conditions limites. L'étude d'un milieu homogène fait apparaître deux impédances généralisées caractéristiques de deux modes de fonctionnement indépendants. L'impédance de "transfert" Z_t caractérise les transferts de chaleur au travers du système, indépendamment du stockage d'énergie. L'impédance de "stockage" Z_s est représentative du stockage d'énergie sensible dans le milieu, indépendamment du transfert. Les applications développées en laboratoire et surtout in situ montrent clairement l'intérêt de cette approche pour identifier de façon précise les caractéristiques thermophysiques des milieux ou des parois sous sollicitations quelconques. La formulation permet de développer des procédures expérimentales extrêmement simples qui exploitent les informations contenues dans les interactions micro-climatiques en l'absence de toute source extérieure. Dans le cas d'un milieu hétérogène dissymétrique, il apparaît une troisième fonction qui établit un couplage entre les modes de base. Cette fonction résulte uniquement de la dissymétrie spatiale du système conducteur. Son étude peut être appliquée à la détection et au positionnement de discontinuités.

Les formalismes développés dans ce travail sont généraux. Nous avons cependant travaillé avec comme objectif fondamental les applications en **thermique de l'habitat** et du **génie civil** en général. La caractérisation et le contrôle des ouvrages in situ sont essentiels et constituent un axe de recherche d'actualité. Les résultats expérimentaux présentés concernent des matériaux du bâtiment, des parois, des murs, le sol... Notre "contrat" consistait à développer un formalisme théorique de base, et à chercher à l'appliquer dans des domaines variés du génie civil afin d'en évaluer les potentialités ; les aspects les plus intéressants ou porteurs devant être affinés dans le cadre de travaux ultérieurs. Différents développements sont envisageables, certaines études sont déjà en cours :

Dans le domaine théorique, l'extension du formalisme à des systèmes 2D et 3D a fait l'objet d'un travail de D.E.A., les résultats sont encourageants et devront être poursuivis.

Une collaboration avec l'équipe de recherche de Monsieur M. Chantant de C.E.A. concernant la caractérisation de parois devrait être poursuivie.

Les résultats obtenus sur les sols nous ont amené à établir une collaboration avec l'INRA qui a conduit au démarrage d'une thèse. L'objectif poursuivi est d'abord de caractériser thermiquement les sols in situ. Il ne s'agit plus ici d'un système linéaire stationnaire. L'étude de la non stationnarité peut conduire à suivre les évolutions de la teneur en eau du milieu. Un autre aspect qui peut être riche d'application concerne les phénomènes de gel-dégel, le processus de changement de phase induit une anomalie d'impédance, l'étude de l'anomalie devrait conduire à des indications quantitatives sur la couche gelée.

Deux autres applications auxquelles nous devons collaborer s'inscrivent dans le cadre d'un projet IREX (Institut pour la Recherche appliquée et EXpérimentale) "Projet national d'instrumentation lié au contrôle des bétons" qui est en cours de montage.

Un premier axe concerne les méthodes de contrôle d'épaisseur de béton par des accès une face (problème type des tunnels). La méthode d'impédance thermique pourra être comparée en site réel à d'autres méthodes existantes.

Un autre thème de projet concerne les problèmes de prisométrie et de maturométrie des bétons. Une collaboration étroite est établie, dans ce cadre, avec le service de Monsieur Packer au L.C.P.C. (Laboratoire Central des Ponts et Chaussées). La détermination de l'impédance apparente d'un élément de béton en cours de prise peut conduire à suivre les processus de prise et à optimiser ainsi les phases de mises en charge. Il s'agit ici également d'un système non stationnaire. Les échanges d'énergie résultent de la production de chaleur d'hydratation et des interactions micro-climatiques entre l'ouvrage et son environnement. Une thèse doit démarrer sur ce thème en septembre 1994.

ANNEXE 1 :

LES SIGNAUX BINAIRES PSEUDO ALEATOIRES

Les signaux binaires pseudo-aléatoires (SBPA) ont connu un très grand développement, d'abord utilisés dans les systèmes de communication digitaux, ils ont trouvé de nombreuses applications dans l'identification des systèmes. Les SBPA sont des signaux générés suivant des lois déterministes mais leurs propriétés statistiques sont telles qu'on peut les assimiler à des processus aléatoires.

GENERATION DES SPBA

Le montage le plus utilisé fait appel à un registre à décalage de N cases actionné par une horloge de période T, et un additionneur module 2. La période maximale qu'on peut obtenir à l'aide d'un tel générateur est 2^N-1 ; en effet, dans le registre, on verra défiler au maximum toutes les combinaisons possibles des N éléments avec deux états possibles pour chacun (un ou zéro) sauf la combinaison où toutes les cases du registre sont à l'état zéro. Cette dernière combinaison est interdite car le système resterait indéfiniment dans cet état.

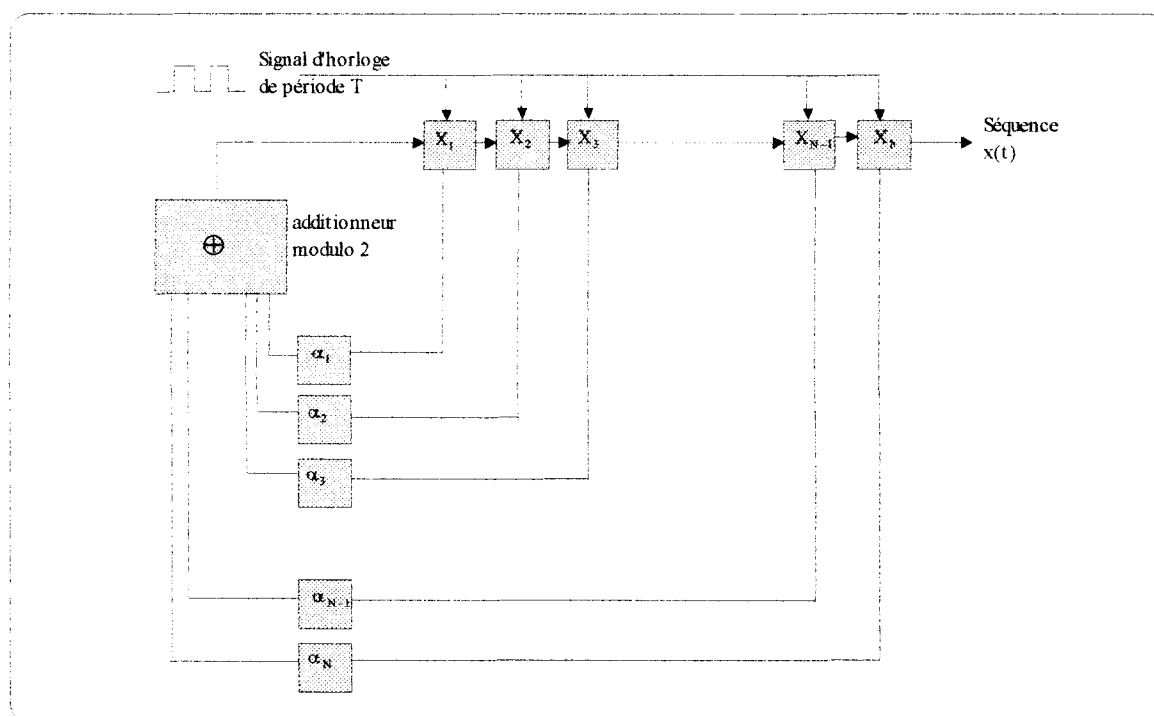


figure IV.1 Schéma du générateur de SBPA.

Pour un bouclage quelconque (choix des coefficients α_i de la *figure IV.1*), les états successifs du système ne présentent pas de propriétés particulières, et la fonction d'autocorrélation de la séquence obtenue est quelconque, de plus la période de la séquence n'est pas maximale. Parmi toutes les séquences binaires pouvant être générées par cette méthode, les séquences de longueur maximale présentent des propriétés intéressantes. Ce sont ces SBPA de longueur maximale qui sont utilisées pour l'identification des systèmes.

L'étude des propriétés de ces séquences fait appel à l'algèbre modulo deux. Les états successifs du registre peuvent être obtenus à partir de l'état initial à l'aide d'une matrice de transition A définie par les coefficients α_i . Le polynôme caractéristique de cette matrice A définit complètement la séquence. Ce polynôme caractéristique peut également s'obtenir à partir du schéma du générateur.

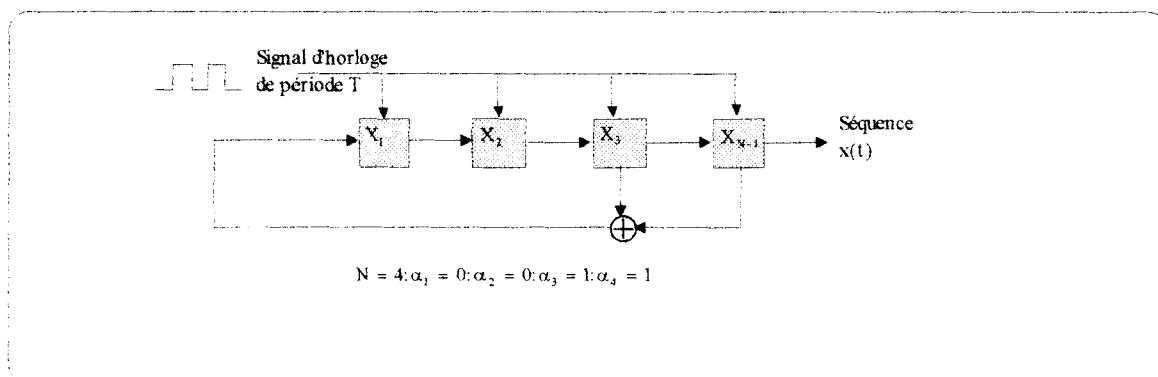


figure IV.2 Schéma du générateur à 4 cellules

Dans l'exemple de la *figure IV.2*, on peut écrire:

$$D^{-1}X_1 = X_4 \oplus X_3 = D^3X_1 \oplus D^2X_1$$

D étant l'opérateur retard.

Puisque $D(D^{-1}X_1) = X_1$, on obtient:

$$(D^4 \oplus D^3 \oplus D^0)X_1 = 0$$

où $D^4 \oplus D^3 \oplus D^0$ est le polynôme caractéristique qui définit complètement la séquence de l'exemple considéré. Il est à noter que les exposants de ce polynôme caractéristique indiquent le numéro des cases du registre intervenant dans l'addition modulo 2 de la contre-réaction.

On montre que la condition nécessaire et suffisante pour que la séquence soit de longueur maximale est que son polynôme caractéristique soit irréductible c'est-à-dire ne pas posséder de polynôme diviseur et de plus être un polynôme primitif.

Le tableau IV.1 donne une liste des polynômes caractéristiques jusqu'au degré 10. Une liste plus complète est présentée dans [A8].

N	polynôme caractéristique (somme modulo 2)	période L
2	$D^2 \oplus D^1 \oplus D^0$	3
3	$D^3 \oplus D^2 \oplus D^0$	7
4	$D^4 \oplus D^3 \oplus D^0$	15
5	$D^5 \oplus D^3 \oplus D^0$	31
6	$D^6 \oplus D^5 \oplus D^0$	63
7	$D^7 \oplus D^6 \oplus D^0$ et $D^7 \oplus D^4 \oplus D^0$	127
8	$D^8 \oplus D^4 \oplus D^3 \oplus D^2 \oplus D^0$	255
9	$D^9 \oplus D^5 \oplus D^0$	511
10	$D^{10} \oplus D^7 \oplus D^0$	1023

tableau IV.1

PROPRIETES DE LA DENSITE SPECTRALE DES SBPA DE LONGUEUR MAXIMALE

Les SBPA de longueur maximale possèdent de nombreuses propriétés qui sont explicitées par ailleurs [A8]. La suite de ce paragraphe se limite aux propriétés fréquentielles utiles à l'identification des systèmes.

Le calcul de la fonction d'autocorrélation d'un SBPA de longueur maximale peut être effectué à partir des moyennes d'ensemble en tenant compte de l'équiprobabilité des états 0 et 1, ou, en exprimant les moyennes temporelles. On en tire l'expression de la fonction d'autocorrélation:

$$R_{xx}(\tau) = \int_0^{LT} x(t)x(t+\tau) dt$$

$$= \begin{cases} \left(1 - \frac{L+1}{L} \cdot \frac{|\tau|}{T} a^2\right) & \text{pour } |\tau| \leq T \\ \left(-\frac{a^2}{L}\right) & \text{pour } |\tau| \geq T \end{cases}$$

où T est la période de l'horloge actionnant le registre à décalage et où $\pm a$ sont des valeurs analogiques correspondant aux niveaux ± 1 .

La Densité spectrale est déterminée à partir de la transformation de Fourier de la fonction d'autocorrélation:

$$S(f) = \left[a^2 \frac{L+1}{L} \cdot T \cdot \left(\frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \right)^2 \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{LT}\right) \right] - \frac{a^2}{L} \delta(f)$$

$S(f)$ est un spectre de raies dont les harmoniques successives n/LT sont distantes de $1/LT$. La densité spectrale $S(f)$ est représentée sur la figure IV.3. L'amplitude du spectre $S(f)$ décroît de 3dB pour $f = 1/3T$. Un SBPA de séquence de longueur maximale peut être assimilée à un bruit blanc pour des fréquences allant jusqu'à $1/3T$.

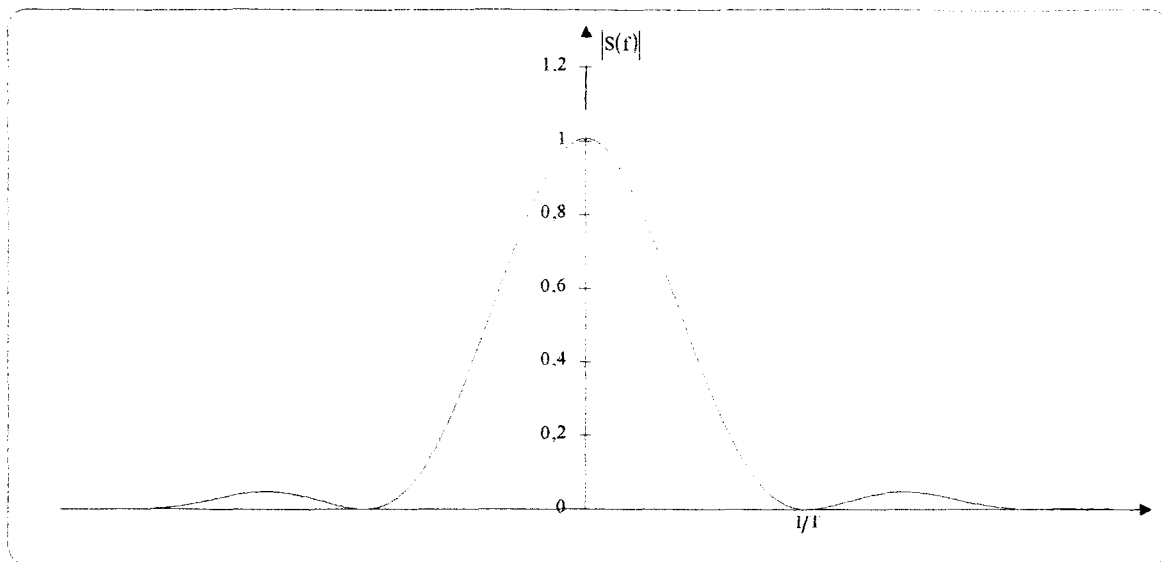


figure IV.3 Densité spectrale d'une SBPA.

Avec les SBPA, on a à disposition des signaux binaires de spectres très riches et dont on peut contrôler l'étendue.

IDENTIFICATION PAR INTERCORRELATION AVEC DES SEQUENCES BINAIRES PSEUDO ALEATOIRES

Lorsqu'un système linéaire invariant est soumis à un signal d'entrée $x(t)$ et a une sortie $y(t)$, la fonction d'intercorrélation entrée - sortie est donnée par l'équation de Wiener - Hopf qui s'écrit:

$$R_{xy}(\tau) = \lim_{t_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} x(t) \cdot y(t + \tau) dt = \int_0^{\infty} h(u) \cdot R_{xx}(\tau - u) du$$

Cette équation montre que la connaissance exacte de la fonction d'autocorrélation du signal d'entrée $R_{xx}(\tau)$ permet de déduire la réponse impulsionnelle par une opération de déconvolution.

Cette opération de déconvolution qui nécessite un volume de calcul important et qui reste toujours délicate se simplifie lorsque la fonction d'autocorrélation du signal d'entrée est assimilable à une impulsion de Dirac.

Le choix d'une SBPA de longueur L suffisamment grande pour que $1/L \approx 0$ et d'une période d'horloge T suffisamment faible pour que $h(t)$ varie peu dans l'intervalle $t - T < t < t + T$ permet d'assimiler la fonction d'autocorrélation de la séquence à une suite périodique d'impulsions de Dirac:

Dans ce cas, le problème de l'identification de la réponse impulsionnelle se ramène donc à l'évaluation de la fonction d'intercorrélation entrée-sortie du système.

$$h(\tau) = K \cdot \int_0^T y(t) \cdot x(t - \tau) dt$$

Cette méthode d'identification par intercorrélation à l'aide de SBPA nécessite des précautions d'emplois.

La période T de l'horloge doit être inférieure à la plus petite constante de temps que l'on peut s'attendre à identifier. On peut aussi choisir $T < T_0/10$, T_0 étant tel que $h(t) \approx 0, \forall t > T_0$

La période LT de la séquence doit être supérieure au temps de réponse du système (de l'ordre de 5 fois la constante de temps prédominante). On peut aussi choisir $LT > T_0$

Il est impératif que l'intercorrélation soit réalisée sur une durée qui soit multiple entier d'une période LT . Dans le cas contraire, des erreurs très importantes empêchent toute exploitation.

ANNEXE 2 :

LES FLUXMETRES THERMIQUES A GRADIENTS TANGENTIELS

Les fluxmètres thermiques traditionnels sont conçus pour la mesure des échanges par conduction thermique dans les milieux solides. La mesure d'un flux thermique est habituellement ramenée à la mesure d'une différence de température entre les faces d'une paroi auxiliaire. Cet écart de température, mesuré par une thermopile uniformément distribuée sur la surface du capteur, est représentatif de la densité locale de flux thermique (moyennée sur la surface du capteur). La sensibilité déterminée par étalonnage est la tension de sortie obtenue pour une densité de flux unitaire. Elle s'exprime en $[\mu\text{V}/\text{W}/\text{m}^2]$. La sensibilité caractérise la performance d'un fluxmètre thermique. Une autre caractéristique importante est l'épaisseur du capteur puisque la perturbation introduite sur la densité de flux à mesurer dépend essentiellement de la résistance thermique en régime permanent, de la capacité thermique en régime transitoire et que ces quantités sont toutes deux directement proportionnelles à l'épaisseur du capteur.

Le fluxmètre thermique à gradient tangentiel a été conçu pour avoir à la fois une sensibilité élevée et une épaisseur réduite à quelques dixièmes de millimètre. Un autre avantage est dû essentiellement au mode de fabrication qui permet la réalisation industrielle de capteurs souples de grandes surfaces (plusieurs dm^2) tout en maintenant la qualité obtenue avec de petites dimensions (quelques cm^2).

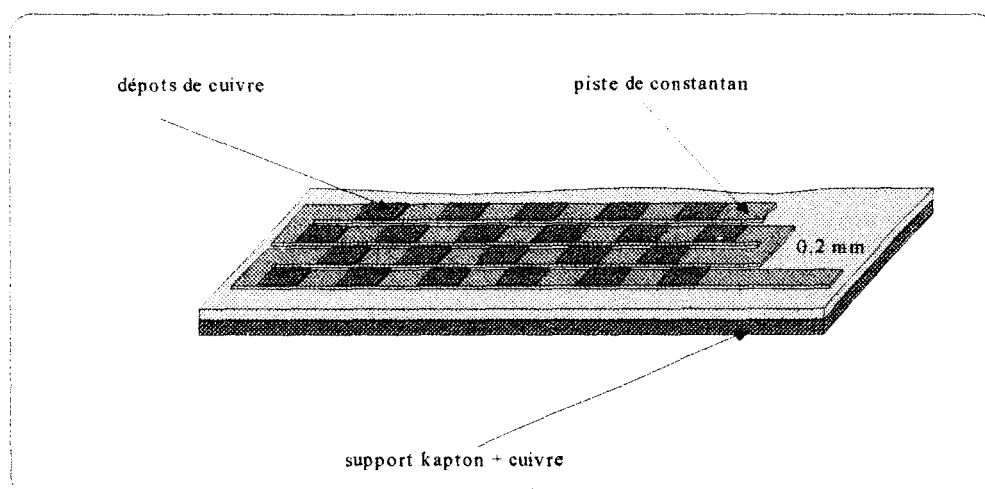


figure IV.4 Thermopile plane.

Un fluxmètre thermique à gradient tangentiel comporte :

1) Une thermopile planaire représentée *figure IV.4*.

Cette thermopile est constituée par un ruban métallique (chromel ou constantan) de faible épaisseur (25 μm) gravé en forme de grecque sur support isolant souple (kapton ou mylar). Pour obtenir une thermopile planaire, le ruban métallique est recouvert par un grand nombre de dépôts électrolytiques (cuivre ou or) régulièrement espacés sur le ruban de constantan. Dans les régions recouvertes par les électrodes plaquées, les propriétés du circuit sont celles du matériau de placage et le circuit se comporte comme un grand nombre de thermocouples connectés électriquement en *serie*, les jonctions thermoélectriques étant localisées sur les lignes frontières des dépôts électrolytiques. La mise en oeuvre des techniques de photolithographie et de gravure chimique utilisée pour la fabrication des circuits imprimés permet de réaliser des thermopiles planaires comportant une densité de thermocouples de l'ordre de 3300/dm².

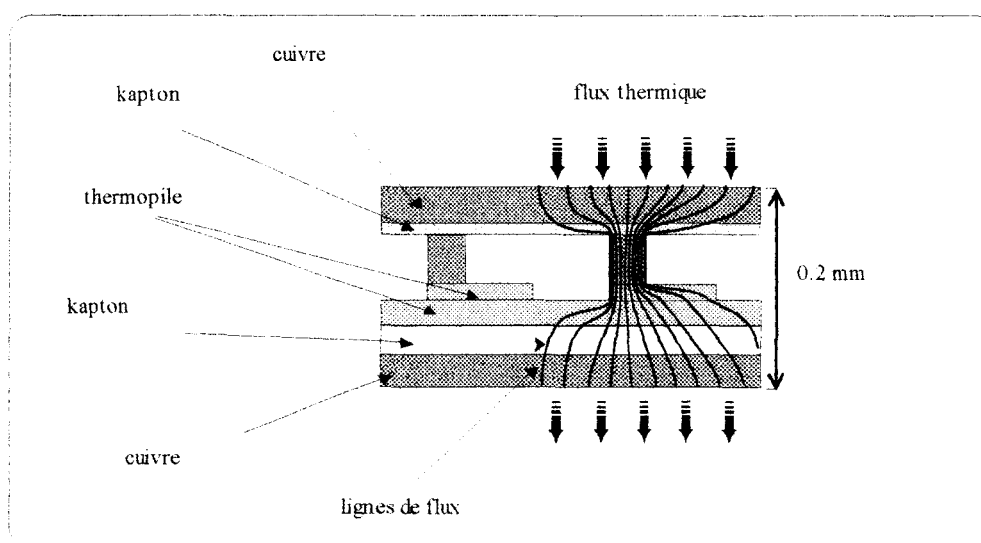


figure IV.5 Cellule fluxmétrique.

2) Une partie supérieure ayant pour fonction de générer, entre les jonctions de chacun des thermocouples, une différence de température proportionnelle au flux thermique à mesurer. Cette fonction est réalisée en établissant un contact thermique

localisé entre l'une des jonctions de chacun des thermocouples et la face supérieure du capteur (feuille de cuivre de 35 mm d'épaisseur). Le schéma d'une cellule fluxmétrique est représentée *figure IV.5*. Lorsque la chaleur traverse le capteur en partant de la face supérieure, il y a constriction des lignes de flux thermique vers les régions où il y a contact thermique et la différence de température entre jonctions thermoélectriques dépend de l'épanouissement des lignes de flux dans l'épaisseur de la thermopile et de son support.

En pratique, le plot de constriction est gravé sur une surface cuivrée représentée *figure IV.6* et les contacts thermiques sont réalisés en collant, après positionnement correct, la partie supérieure du capteur sur la surface de la thermopile planaire.

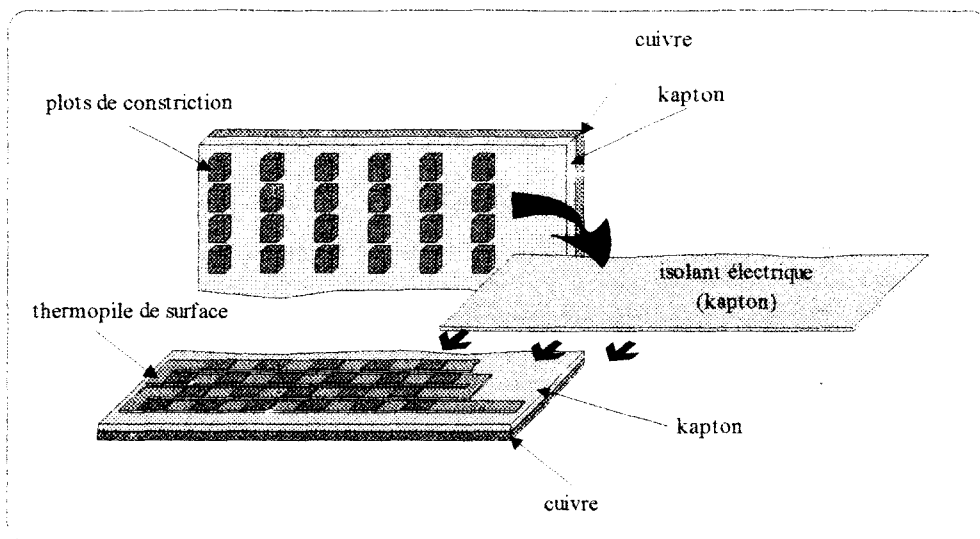


figure IV.6 Méthode de fabrication.

CARACTERISTIQUES

La sensibilité est déterminée par étalonnage en faisant passer un flux thermique de 1 W/m^2 à travers la surface active du capteur placé sur une plaque à température constante. La densité surfacique de thermoéléments étant uniforme, la sensibilité est directement proportionnelle à la surface du capteur. Elle est voisine de $50 \mu\text{V/W/m}^2$ pour un fluxmètre de surface égale à 1 dm^2 . Pour pouvoir comparer les fluxmètres indépendamment de leur surface, on utilise la densité de sensibilité (sensibilité par unité de surface) qui représente en fait la tension de sortie réduite par un flux de 1 W injecté à travers la surface active du

capteur. La densité de sensibilité est égale à 5 mV/W et ne dépend pas de la surface du capteur.

Les fluxmètres thermiques ayant l'avantage d'avoir une résistance électrique relativement faible, de l'ordre de 200 Ω/dm^2 de surface active, la tension de sortie minimale détectable dépend de la résolution de l'amplificateur ou du microvoltmètre utilisé pour effectuer la mesure.

le grand avantage du principe des fluxmètres à gradient tangentiel est de permettre la miniaturisation des capteurs et la réalisation de microcapteurs en couches minces déposées directement sur la surface de la paroi à instrumenter.

L'avantage essentiel des fluxmètres à gradient tangentiel est leur faible épaisseur. non seulement les perturbations dues à la présence du capteur sont réduites au maximum, mais ils sont souples et peuvent être appliqués sur des surfaces courbes (tuyaux...) ce qui permet d'étendre leur domaine d'utilisation.

BIBLIOGRAPHIE

- A1 R. DEHAUSSE - Coordonnateur**
- *Energétique de bâtiments*
- *Tome 2: Calcul des enveloppes*
Edition PYC - Paris 1988
- A2 J. HLADIK**
- *Métrologie des propriétés thermophysiques des matériaux*
Masson, 1990
- A3 H.S. CARSLAW - J.C. JAEGER**
- *Conduction of heat in solids*
Oxford at the clarendon Press 1959
- A4 J.P. BARDON**
- *Transferts thermiques par conduction et rayonnement*
Ecole d'été du C.F.E., Paris 1981
- A5 N. ÖZIZIK**
- *Heat conduction*
John Wiley and Sons 1980
- A6 G. ALTMANN**
- *Le mémento des fondements de l'électronique*
Editions fréquences, Eyrolles, 1990
- A7 F de COULON**
- *Théorie et traitement des signaux*
Dunod 1984
- A8 J. MAX**
- *Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques*
Tome I : *Principes généraux et méthodes classiques*
Tome II : *Appareillages, exemples d'applications, méthodes nouvelles*
Masson, 1985

- B1** **D.G. STEPHENSON - G.P. MITALAS**
- *Cooling load calculations by thermal response factor method*
ASHRAE Transactions, 3, 1967, Part I, paper 2018, 7p
- B2** **D.G. STEPHENSON - G.P. MITALAS**
- *Calculation of heat conduction transfer functions for multilayers slabs*
ASHRAE Transactions, 1971, vol 77, Part II, p117 - 126
- B3** **R. YEZOU - G. ACHARD - M. GERY - R. BERON - J. VIRGONE**
- *Caractérisation expérimentale en laboratoire du comportement dynamique des parois de bâtiment*
Revue Universitaire Génie Civil et Urbanisme
INSA Lyon, 25 et 26 avril, 1985, p187 - 203
- B4** **J. VIRGONE - R. YEZOU - J.M. PALLIER**
- *Theoretical and experimental determination of the response factor of heterogenous walls*
7ème congrès international de transfert de chaleur
Munich, 6 - 10 septembre, 1982
- B5** **R. BERON**
- *Détermination expérimentale de paramètres caractéristiques du comportement thermique dynamique des parois à couches homogènes par la méthode dite des "plaques de référence"*
Thèse de 3ème cycle, INSA de Lyon, 1988
- B6** **J.C. BATSALE - D. MAILLET - A. DEGIOVANNI**
- *Extension de la méthode des quadripôles thermiques à l'aide de transformations intégrales - calcul du transfert thermique au travers d'un défaut plan bidimensionnel*
J.Int. Heat and Mass transfers, vol.37 n°1, p111 - 121, 1994
- B7** **A. DEGIOVANNI**
- *Conduction dans un "mur" multicouche avec sources - Extension de la notion de quadripôle*
J. Int. Heat and Mass Transfer, Vol.31, n°3, p 553 - 557., 1988
- B8** **J.V. BECK**
- *Inverse problems in heat transfer*
Colloque S.F.T., Nantes, 1990
Progrès et défis actuels en thermique

- B9** **A. DEGIOVANNI**
 - *Diffusivité et méthode flash*
 Revue Générale de Thermique, n°185, 1977
- B10** **A. DEGIOVANNI - M. LAURENT**
 - *Une nouvelle technique d'identification de la diffusivité thermique par la méthode flash*
 Revue de Physique Appliquée, 21, p229 - 237, 1986
- B11** **J. BRAU**
 - *Modélisation thermique des bâtiments - Validation des modèles de calcul par une étude expérimentale en ambiance climatique simulée*
 Thèse Doctorat es Sciences, INSA de Lyon, 1980
- B12** **A. DORIGNY**
 - *Métrologie des grandeurs caractéristiques des transferts thermiques dans les sols*
 Thèse de 3ème cycle, C.N.A.M. de Paris, 1993
- B13** **J.C. MARECHAL**
 - *Nouveau dispositif de mesure du coefficient thermique K en site naturel*
 Annales I.T.B.T.P., n°402, 1982
- B14** **J.M. DEVISME - J.C. MARECHAL - B. DUTHOIT**
 - *Détermination de la résistance thermique d'une paroi en régime quelconque*
 Matériaux et Constructions, Vol 15, 1982
- B15** **B. DUTHOIT - A. FARZA - P. THERY**
 - *Mesure de la résistance thermique effective d'une paroi hétérogène par traitement d'un bilan d'entropie en régime variable*
 J. Int. Heat and Mass Transfer, vol.25, n°8, p1199-1207, 1986
- B16** **F. HAGHIGAT - D.M. SANDER - H. LIANG**
 - *An experimental procedure for deriving z - transfer function coefficients of a building envelope*
 ASHRAE Transactions. 1991, vol 97, Part II, p 90 - 98

- B17** **D. LECLERCQ**
- *Caractérisation des transferts thermiques par analyse de la réponse en fréquence*
Thèse de 3ème cycle, Lille, 1982
- B18** **S. LASSUE - S. GUTHS - D. LECLERCQ - B. DUTHOIT**
- *Contribution to the experimental study of natural convection by heat flow measurement and anemometry using thermoelectric effects*
3rd World Conference on Heat Transfer - Fluid Mechanics and Thermodynamics
Hawai USA, 1993
- B19** **A. KHABBAZI - M. EL ALAMI - R. JAVELAS - Y. BENJELLOUN - E.M. CHERKAOUI**
- *Ecoulements type couches limites dans les cavités à grand nombre de Rayleigh Modélisation par la méthode de Karmon - Polhausen et validation à partir d'études expérimentales*
Revue Générale de Thermique, n°370, 1992
- B20** **Y. BENJELLOUN - J.C. BRETON - C. DUROU - J.V. GRANDPEIX**
- *Problèmes posés par la détermination précise de densité locale de flux de chaleur*
Colloque S.F.T., Paris, 1989
- B21** **M. EL ALAMI**
- *Contribution à l'étude thermique et dynamique des écoulements le long d'une paroi non uniformément chauffée dans une caviité à grand nombre de Rayleigh*
Thèse de 3ème cycle, INSA de Toulouse, 1994
- B22** **G.GREEN**
- *Some problems in the heat conduction*
Phil. Mag. S.7., Vol.3, n°16, Suppl, April 1927
- B23** **B. DUTHOIT**
- *Les méthodes de la théorie du signal appliquées à l'étude des interactions énergétiques entre une paroi opaque et son environnement*
Thèse d'Etat, Lille, 1985

- B24** **R.A. KOUGBEADJO**
- *Identification de la diffusivité thermique par traitement du transfert de chaleur à travers une paroi homogène en régimes impulsionnel et pseudo - aléatoire - Application des méthodes de corrélation en thermocinétique*
Thèse de 3ème cycle, Lille, 1981
- B25** **J.M. DEVISME**
- *Comportement thermique des parois multicouches du bâtiment*
Annales I.T.B.T.P., n°398, 1981
- B26** **B. DUTHOIT - P. THERY**
- *Caractérisation d'une bicouche par traitements des évolutions thermocinétiques*
Revue Entropie n°92. 1980
- B27** **I. CHARRIER - J.A. MARUCIC**
- *Possibilités d'utilisation des méthodes thermiques à des fins d'essais non destructifs en génie civil - Synthèse bibliographique*
Rapport de recherche L.P.C., n°113, 1982
- B28** **L. OTER**
- *Application des méthodes de la théorie des systèmes à la simulation de l'évolution des flux thermiques sur les faces d'entrée et de sortie d'une paroi multicouche*
Thèse de 3ème cycle, Lille, 1986
- B29** **B. DUTHOIT - D. LECLERCQ - P. THERY**
- *Signal and systems analysis for unsteady heat conduction problems*
Journal of Applied physics, n°54, 1983
- B30** **D. LECLERCQ - P. THERY**
- *Apparatus for simultaneous temperature and heat flow measurements under transient conditions*
Revue Sc. Instr., n°54. 374., 1983
- B31** **P. THERY - B. DUTHOIT**
- *New heat flow sensors for thermal non destructive testing of wall sections in their natural environment*
IMEKO TC7, Int'l Symp. on AIMAC 91, Kyoto, Japon

- B32** **L. OTER - B. DUTHOIT - P. THERY**
- *Application des méthodes de la théorie du signal à l'analyse des échanges thermiques in situ*
Revue Entropie, n°125/126, p129-135, 1991
- B33** **S. BELLATAR**
- *Analyse dans le domaine fréquence de la mesure simultanée de flux thermique et de température - Application au contrôle non destructif en régime variable*
Thèse de doctorat, Lille, 1992
- B34** **S. BELLATAR - B. DUTHOIT - P. THERY**
- *Determining the thermal admittance of a wall from in situ measurements of heat flow and surface temperature at the same location*
Congrès International - in situ heat flux measurements in buildings
Hannover, 1990
- B35** **P. NOURY**
- *Extension de la méthode des quadripôles à l'aide de transformations intégrales - Application au contrôle non destructif*
Compte rendu de stage de D.E.A., Lille, 1994
- C1** **J.P. BARDON**
- *Mesure des températures de surface par contact*
Technique de l'ingénieur
- C2** **J.M. DEVISME**
- *Fluxmètres à gradients transversal - possibilité d'utilisation en régime variable*
Journée S.F.T. "Mesure des flux thermiques", 1981
- C3** **M. DEGENNE - J.L. MAGALHAES - C. LANGLAIS - S. KLARSFELD**
- *Capteur fluxmétrique à couches métalliques minces*
Journée d'études de la S.F.T., "Les mesures de flux - Derniers développements sur les fluxmètres thermiques et les méthodes inverses,
janvier 1988

- C4 J.C. MARECHAL**
- Fluxmètres thermiques à faible inertie
Journée d'études de la S.F.T. "Les mesures de flux - Derniers développements sur les fluxmètres thermiques et les méthodes inverses, janvier 1988
- C5 P. THERY**
- Fluxmètre calorifique
Brevet ANVAR, 1979
- C6 P. THERY -B. DUTHOIT - T. PAUQUET**
- Propriétés thermoélectriques des systèmes à deux couches minces superposées - Applications à la mesure des flux thermiques
Revue de Physique Appliquée n°15, 1980
- C7 G. RAVALITERA - M. CORNET - B. DUTHOIT - P. THERY**
- Etude et description d'un nouveau thermofluxmètre permettant la mesure simultanée des flux thermiques et des variations de températures
Revue de Physique Appliquée, n°17, 1982
- C8 P. HERIN - P. THERY**
- Measurement on the thermoelectric properties of thin layers of two metals in electrical contact. Application for designing new heat flow sensors
J. Int. Meas. Sci. Technol., 1994 (à paraître)
- D1 D. DEFER - S. BELLATAR - B. DUTHOIT**
- Notion d'impédance thermique - Application au contrôle non destructif
Annales I.T.B.T.P. n°505, 1992
- D2 D. DEFER - S. BELLATAR - B. DUTHOIT - P. THERY**
- Applications des mesures fluxométriques dans le domaine fréquentiel à l'identification de l'effusivité thermique et à la détection de défauts
Colloque S.F.T., Belfort, 1991
- D3 L. ZALEWSKI - D. DEFER - S. LASSUE - B. DUTHOIT**
- Notion d'impédance thermique appliquée à l'analyse du partage d'une énergie incidente à l'interface entre une paroi et son environnement
Colloque S.F.T., Paris 1994

- D4** **B. DUTHOIT - D. DEFER - E. ANTCZAK - L. OTER**
- *Characterisation in situ of soil effusivity by thermal admittance measurement in frequency domain*
13th European Conference on Thermophysical Properties.
Lisbonne (Portugal), 1993
- D5** **D. DEFER - S. BELLATAR - B. DUTHOIT**
- *Non destructive in situ inspection of a wall by thermal impedance*
Materials and Structure, 26, 3-7, 1993
- D6** **D. DEFER - Z. BAKRI - B. DUTHOIT**
- *Contrôle non destructif d'une paroi par analyse fréquentielle des signaux thermiques*
Colloque S.F.T., Pau 1993
- D7** **D. DEFER**
- *Caractérisation thermophysique et contrôle des ouvrages de génie civil sous sollicitations aléatoires*
Prix René HOUPERT
12ème Journées Universitaires de Génie Civil, Toulouse 1994
- D8** **D. DEFER - B. DUTHOIT**
- *Caractérisation thermique sous sollicitations aléatoires, notion d'impédance thermique appliquée aux mesures in-situ*
Revue Générale de Thermique (accepté pour publication)
- D9** **B. DUTHOIT - D. DEFER - E. ANTCZAK - L. OTER**
- *Characterisation in situ of soil effusivity by thermal admittance measurement*
High Temperatures - High Pressures (accepté pour publication)

