

50376 1994 333

THESE DE DOCTORAT

de l'Université des Sciences et Technologies de Lille

Spécialité : Electronique

Présentée par

Abdelouahed ES SAIDI

CARACTERISATION ACOUSTIQUE DE MATERIAUX ISOTROPES PAR IMPEDANCEMETRIE ELECTRIQUE

Soutenue le 12 Décembre 1994 devant la commission d'examen

Membres du jury :

Président

Rapporteurs

:

:

Examinateurs



J.-C. BABOUX A.-M. BRUNEAU Y. LEROY J. POULIQUEN (Directeur de thèse)

A la mémoire de mon père A ma mère Zineb A mes frères et soeurs A tous mes amis

Remerciements

Ce travail a été réalisé au laboratoire d'acoustique-ultrasons de la Faculté libre des sciences dirigé par monsieur Jean POULIQUEN, Directeur de recherche au CNRS. Je lui suis très reconnaissant et je le remercie pour l'aide et les conseils dont il m'a fait bénéficier. Qu'il soit ici sincèrement remercié.

Je remercie aussi madame Anne-Marie BRUNEAU, professeur à l'université du Maine, et Monsieur Jean-Claude BABOUX, professeur à l'I.N.S.A. de Villeurbanne, de l'honneur qu'ils me font de rapporter ce travail et de leurs fructueuses observations.

Je remercie également monsieur André DEFEBVRE, professeur et Doyen de la Faculté Libre des Sciences pour son accueil au laboratoire et les nombreuses discussions et conseils intéressants dont j'ai bénéficié durant cette étude.

J'exprime ma reconnaissance à monsieur Yves LEROY, professeur à l'Université des Sciences et Technologies de Lille, qui a bien accepté de participer au jury et juger ce travail.

Mes remerciements vont également à tous les membres du laboratoire en particulier monsieur Gilles TARTARE.

SOMMAIRE

INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 : Méthodes de mesures acoustiques	
1 Introduction	4
2 Méthode des ondes continues stationnaires	4
3 Méthode des ondes continues progressives	5
4 Réflexion-réfraction	6
5 Méthodes d'échos	7
5.1 Méthode de comparaison de phase	7
5.2 Méthode de superposition d'impulsions	
(Mac Skimin)	9
5.3 Méthode de chevauchement d'échos	
(Papadakis)	10
5.4 Critique des méthodes d'échos	10
6 Méthodes par traitement de signaux	11
6.1 Par la transformée de Fourier	11
6.2 Par intercorrélation	12
6.3 Par transformation de Hilbert	13
6.4 Technique de mesure	13
7 Principe de l'impédancemétrie électrique	13
CHAPITRE 2 : Etude des transducteurs	
1 Introduction	16
2 Description du phénomène de piézoélectricité	16
3- Schéma électrique équivalent d'un transducteur	
vibrant en épaisseur	17

4 Caractéristiques électriques du transducteur	. 18
4.1 Capacité statique du transducteur	. 19

4.2 Calcul direct de Co à partir du modèle de	
Berlincourt	20
4.3 Expressions de l. r et c	
4.4 Mesures électriques de transducteur non	
chargé	22
5 Autres modèles de transducteur	22
6 Mesures de quelques transducteurs	
6.1 Procédé de mesures	24
6.2. Caractérisation	25
6.3 Evaluation de la modélisation	31
7 Conclusion	34
CHAPITRE 3 · Principe des mesures	
1 - Introduction	36
 Principe de mesure de l'impédance de la charge 	
2 1 Interpe de mesure de l'impedance de la charge	36
3 - Etude de la charge du transducteur	30
3.1 Echantillon directement counlé au	
transducteur (cas liquide)	37
2.2 Echantillon indirectement counté au	
5.2 Echantinon multectement couple au	30
L'ansuucleur (cas sonue)	رو ۸۵
4 Echantinon court	40
4.1 Methode des dois frequences	40
4.1.1 Presentation de la methode	40
4.1.2. = Simulation	41
4.2 Methode à frequence fixe et nauteur	15
variable	45
4.2.1 Presentation de la methode	45
4.2.2 Simulation	45
5 Echantillon long	46
5.1 Présentation de l'étude	46

5.2 Impédance et admittance électrique du	
transducteur chargé	47
5.2.1 Détermination de v et β	47
5.2.2 Calcul de l'impédance et de	
l'admittance du transducteur chargé	48
5.2.3 Calcul de l'impédance électrique de	
la ligne acoustique	50
5.2.4 Calcul de N et r	51
5.3 Modélisation de la branche motionnelle du	
transducteur	53
6 Conclusion	54

CHAPITRE 4 : Mesures et vérification des hypothèses

1 Introduction	55
2 Echantillons courts	55
2.1 Atténuation faible	55
2.1.1 Cellule de mesure	56
2.1.2 Mesures.	56
2.2 Atténuation moyenne	58
2.2.1 Echantillon de plexiglas	58
2.2.2 Echantillon de polysulfone	63
2.2.3 Critique des résultats.	67
2.3 Atténuation élevée	67
2.3.1 Admittance du transducteur	67
2.3.2 Mesure de β et v	68
2.3.3 Critique des résultats	70
3 Echantillon long.	
3.1 Mesure des impédances et admittances	
3.2- Caractérisation du transducteur	
3.3 Détermination de v et β	
3.4 Détermination de N et r	

3.5 Modélisation de la branche motionnelle du	
transducteur	76
3.6 Comparaison des caractéristiques du	
transducteur à vide et en charge	77
3.7 Exploitation des autres points de mesure	79
3.8 Exploitation globale de l'impédance de la	
branche motionnelle	80
3.8.1 Simulation	80
3.8.2 Exploitation des mesures	84
3.9 Influence de la diffraction	86
CONCLUSION	89
ANNEXE 1 : Schéma électrique équivalent du transducteur	
1 Equation de propagation dans un matériau	
piézoélectrique	92
2 Expression des forces appliquées aux faces	95
3 Expression du rapport de transformation	
électromécanique	95
4 Schéma électrique équivalent	96
ANNEXE 2 : Impédances des lignes acoustiques	
1 Introduction	101
2 Impédance d'une ligne acoustique	101
2.1 Propagation d'une onde de compression	
dans un matériau	101
2.2 Impédance acoustique spécifique	102
2.3 Ligne à extrémité libre	103
3 Impédance équivalente de deux lignes	103
3.1 Pression et vitesse en un point	103

3.2 Impédance équivalente	105
4 Impédance équivalente de plusieurs lignes	106
4.1 Théorie des quadripôles	106
4.2 Cas particulier de deux lignes	109

ANNEXE 3 : Comparaison des mesures

1 Principe de la mesure	
2 Caractérisation de liquide	
3 Caractérisation de solide	
3.1 Plexiglas	
3.2 Polysulfone	
3.3 Comparaison	
4 Conclusion	

Références bibliographiques	
-----------------------------	--

Introduction

INTRODUCTION

Une des premières expériences de mesure directe de la vitesse du son, dans les liquides, fut celle du géomètre français Sturn et de l'ingénieur suisse Colladon sur le lac de Genève en 1827. On plaçait sous l'eau une cloche qu'on frappait à l'aide d'un marteau. Par un jeu de poulies, au moment du choc on mettait le feu à de la poudre à canon. Un deuxième observateur placé sur une deuxième barque, soutenant un cornet acoustique placé sous l'eau, déclenchait son chronomètre dès la perception de l'éclair de la poudre à canon et l'arrêtait dès qu'il percevait le son.

Parmi les premières expériences fructueuses de mesure de la vitesse du son dans les solides, citons celle de Biot utilisant un tuyau de fonte très long (951,25 m). Un expérimentateur frappait une extrémité du tuyau et le deuxième placé à l'autre bout, plaquant son oreille contre le tuyau, entendait distinctement deux sons successifs (l'un se propageant dans l'air et l'autre dans le métal). A partir de la mesure de l'intervalle de temps entre la réception des deux sons et connaissant la vitesse dans l'air, celle dans le métal peut-être alors déterminée. Cette vitesse de référence dans l'air fut mesurée approximativement en 1822 en répartissant deux groupes d'expérimentateurs : un groupe sur les hauteurs de Villejuif et un autre sur celles de Montlhéry ; chacune de ces deux stations disposait d'un canon. A partir de la mesure de l'intervalle de temps séparant l'éclair de la poudre à canon et la perception du son, on a pu déterminer la vitesse du son dans l'air.

Ainsi ont vu naissance les premières méthodes de mesure des vitesses acoustiques qui disposaient de peu de moyens techniques : les seuls détecteurs étaient l'oreille et l'oeil.

A partir de la découverte de la piézoélectricité par les frères Curie [1] en 1880 et la mise en oeuvre des transducteurs piézoélectriques par Langevin en 1921 [2] pour la détection sous-marine, l'utilisation des ondes ultrasonores engendrées et détectées par ce type de transducteurs a eu un grand intérêt pour déterminer les propriétés mécaniques des solides et des fluides et étudier, entre autres choses, la structure cristalline des matériaux ainsi que leurs défauts.

Si on s'est immédiatement intéressé à la mesure de la vitesse, l'attention portée à l'atténuation est apparue beaucoup plus tard. En effet, elle réclame des mesures instantanées d'amplitude et donc une technologie beaucoup plus évoluée. Les techniques actuelles restent d'ailleurs encore délicates à mettre en oeuvre.

L'apparition de matériaux nouveaux très nombreux accroît l'intérêt de les caractériser acoustiquement ; c'est la seule voie pour leur éventuelle utilisation dans les divers domaines de l'acoustique (acoustique architecturale, sous-marine, électroacoustique, isolation industrielle, bioacoustique, etc....)

Notre étude s'inscrit dans l'optique de recherche de nouvelles méthodes de caractérisation essayant d'utiliser des technologies nouvelles pour rendre les mesures facilement automatisables et ne point réclamer d'habilité particulière de l'opérateur.

Nous avons retenu des méthodes d'impédancemétrie électrique, parce qu'il existe sur le marché des appareils totalement gérés par ordinateur, ainsi les mesures et leur exploitation pourraient être informatisées. Seule l'installation de l'échantillon réclame l'intervention de l'opérateur.

Notre étude commence par présenter des méthodes classiques de caractérisations acoustiques de matériau par ondes continues et par trains d'ondes en précisant leurs avantages et leurs limites. Ceci nous permet d'introduire le principe du procédé de mesure que nous allons étudier et de le situer par rapport à ces méthodes.

Le transducteur ferroélectrique est l'élément fondamental du procédé. Son rôle est de transformer les grandeurs mécaniques ou acoustiques en grandeurs électriques. Il sert à la fois d'émetteur et de récepteur. Un deuxième chapitre rétablit, à partir des équations de la piézoélectricité, le schéma électrique équivalent du transducteur pour une vibration en épaisseur, schéma qui sera simplifié autour de la résonance. Ce modèle simple unidimensionnel de Berlincourt [3] sera critiqué face au modèle tridimensionnel de Brissaud [4, 5]. Des mesures effectuées sur plusieurs types de transducteurs résonant à différentes fréquences nous permettront de déterminer leurs caractéristiques, de vérifier la validité de la modélisation adoptée et de définir les caractéristiques du transducteur idéal.

L'étude théorique des lignes acoustiques réalisées dans les matériaux à caractériser est détaillée en annexe 2. Nous utilisons une analogie acoustoélectrique et la théorie des quadripôles. Si l'échantillon à caractériser est solide, il a besoin d'un couplant qui le lie mécaniquement au transducteur. Ainsi pratiquement plusieurs lignes en cascade sont appliquées au transducteur. Nous établissons le jeu d'expressions littérales des impédances indispensables pour la suite de l'étude.

Le troisième chapitre développe trois méthodes différentes de caractérisation acoustique par impédancemétrie électrique. Nous distinguons les échantillons suivant leur épaisseur (court et long) et leur atténuation (faible, moyenne et forte). Avec le développement des matériaux composites, les mesures des échantillons minces prennent un intérêt croissant. Quelques essais ont pu être tentés [6, 7] dont la dernière et plus récente publication (Kinra et Dayal) résout la question par exploitation de transformée de Fourier. Notre première méthode exploite les mesures à trois fréquences et s'applique aux échantillons courts. La seconde à fréquence fixe et hauteur variable, ne convient qu'aux liquides. Enfin la troisième que nous nommerons méthode de résonance convient aux échantillons longs. Ces méthodes sont mises au point et validées par des simulations numériques. Certaines d'entre elles caractérisent et l'échantillon et le transducteur chargé. Cela nous permet la comparaison des caractéristiques du transducteur à vide et chargé et de qualifier certaines de nos hypothèses.

Le dernier chapitre exploite ces résultats pour mesurer divers échantillons. Dans la mesure du possible, les résultats sont critiqués et comparés à d'autres mesures obtenues par d'autres méthodes (annexe 3) ou des valeurs de tables.

Enfin nous essayons d'évaluer les différents résultats de cette étude et de présenter des extensions possibles.

CHAPITRE 1

Méthodes de mesures acoustiques

CHAPITRE 1

METHODES DE MESURES ACOUSTIQUES

1.- Introduction

En nous limitant aux seules ondes de volume de compression-dilatation ou ondes longitudinales dans les matériaux isotropes, deux grandeurs fonction du milieu caractérisent ces ondes: la vitesse ou célérité et le cœfficient d'atténuation, notées respectivement par v et β .

Un grand nombre de méthodes pour atteindre ces grandeurs ont été imaginées; elles sont évidemment très dépendantes des techniques disponibles au moment de leur conception. Comme nous le verrons, toutes s'intéressent à la mesure de la vitesse mais quelques unes seulement à celle de l'atténuation. Nous ne mentionnerons ici que les grands types de mesure sans parler de leurs multiples variantes; nous préciserons, dans la mesure du possible, leurs avantages et leurs inconvénients ainsi que la précision qui peut être attendue.

Cette brève étude bibliographique a pour objet de situer la méthode que nous allons développer et de la qualifier comparativement aux autres.

2.- Méthode des ondes continues stationnaires

Pour les fluides.

On utilise, à fréquence fixe, un interféromètre basé sur le principe de variation de la distance de séparation émetteur-réflecteur [8] selon le schéma simplifié (Fig. 1)



Le transducteur fonctionnant en émetteur-récepteur est appliqué d'un côté d'un tube contenant le fluide (liquide ou gaz) à étudier. De l'autre côté, un réflecteur dont la face est parallèle à celle du transducteur peut être déplacé d'une longueur connue l.

Au niveau du transducteur, on mesure les réactions électriques (courant ou impédance) en fonction du déplacement du réflecteur. On obtient ainsi un graphe fonction de l présentant des maximums et des minimums; cela permet de mesurer la longueur d'onde et donc la vitesse de propagation (deux maximums consécutifs correspondent à un déplacement d'une demi-longueur d'onde). Par ailleurs, la décroissance des amplitudes fournit l'atténuation.

La principale contrainte de cette méthode est le maintien du parallélisme émetteur-réflecteur au cours du déplacement. La précision dépend de celle des mesures de la fréquence et de la distance.

Pour les solides [9].

Puisqu'ici la longueur l de l'échantillon reste fixe; on utilise une variante en modifiant la fréquence.

Le transducteur est appliqué sur l'une des faces de l'échantillon l'autre face qui lui est parallèle sert de réflecteur. On relève les fréquences pour lesquelles la réponse est maximale. Elles correspondent aux fréquences de résonance de l'échantillon vibrant en épaisseur. Deux fréquences harmoniques consécutives correspondent à une variation d'une demi-longueur d'onde de l constant, ce qui permet de déterminer la vitesse.

Cette méthode peut être considérée comme interférométrique puisque l'onde réfléchie s'additionne à l'onde émise.

3.- Méthode des ondes continues progressives

Un montage décrit par Kolsky [10] (Fig. 2) illustre cette méthode. Le détecteur, un élément piézoélectrique, se déplace le long de l'échantillon dans lequel se propagent des ondes continues excitées dans la barre par un autre transducteur. Pour que le taux d'ondes stationnaires reste faible la barre doit être assez longue et avoir assez de perte. Le déphasage entre le détecteur et la source est mesuré à l'aide des courbes de Lissajous visualisées sur l'écran d'un oscilloscope.

Le déphasage change de 2π si le détecteur se déplace d'une longueur d'onde. Les mesures du déplacement correspondant et de la fréquence fournissent la vitesse cherchée. L'atténuation est obtenue à partir de la décroissance de l'amplitude du signal détecté en fonction du déplacement.



Fig	2
гıg.	4

Cette méthode n'est adaptée qu'à des échantillons fins, longs et atténuant et postule que le détecteur ne modifie pas la propagation des ondes. Par ailleurs, la vitesse obtenue est celle des ondes se propageant dans la barre et non des ondes se propageant dans un milieu indéfini. (Pour une barre $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ où E est le module d'Young et ρ la masse volumique tandis que pour un milieu indéfini $v = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ λ et μ désignant les cœfficients de Lamé)

4.- Réflexion-réfraction

L'échantillon solide à mesurer est immergé dans un milieu liquide de caractéristiques acoustiques connues [11]. Un transducteur émet des ondes longitudinales faisant un angle d'incidence θ_1 avec la normale à la face de l'échantillon. L'onde réfléchie sera récupérée par un deuxième transducteur et visualisée sur l'écran d'un oscilloscope (Fig. 3). Désignons par θ_2 et θ_3 , respectivement, les angles de réflexion et de réfraction des ondes longitudinales.

Par rotation de l'émetteur et du récepteur, on cherche la valeur de $(\theta_1=\theta_2)$ qui donne une augmentation soudaine d'énergie reçue; cela se produit quand on obtient la réflexion totale pour $\theta_3=\pi/2$ La loi de Snell-Descartes: $\frac{v_1}{\sin\theta_1} = \frac{v_2}{\sin\theta_3}$ où v_1 et v_2 sont respectivement les vitesses du son dans le liquide et le solide, permet de calculer la vitesse du son cherchée; à la réflexion totale : $\theta_3 = 90^\circ$ et $\theta_1 = \theta_{11}$ d'où $v_2 = \frac{v_1}{\sin\theta_{11}}$.



De la connaissance de la vitesse v_1 dans le liquide et de la mesure de θ_{11} on détermine celle de v_2 dans le solide. Cette méthode nécessite la connaissance du matériau liquide de référence et l'utilisation de transducteurs d'assez grandes dimensions pour être très directifs. Toute la précision dépend de celle de la mesure de θ_{11} .

5.- Méthodes d'échos

Ces méthodes sont utilisées pour des fréquences de l'ordre du MHz. Elles se subdivisent en trois groupes:

- Méthode de comparaison de phase
- Méthode de superposition d'impulsions
- Méthode de chevauchement d'échos

Ces techniques utilisent un échantillon à faces parallèles munies ou non d'un transducteur amorti; quand le transducteur est unique il sert d'émetteur et de récepteur; quand ils sont deux, leur fonction est distincte.

L'émetteur engendre un signal constitué de trains d'ondes de fréquence F, ($\omega=2\pi F$) espacés d'un temps $\mathcal{I}=1/f$ (fréquence de répétition)

5.1.- Méthode de comparaison de phase

Décrite par Williams et Lamb [12], elle utilise deux transducteurs l'un émetteur (E) et l'autre récepteur (R) (Fig. 4). On recueille sur l'écran d'un oscilloscope le signal direct noté (a1) sur la figure et les échos correspondant à des réflexions successives aux extrémités de l'échantillon, notés (a2).

Un second signal (b) est envoyé au moment précis où le signal (a1) réfléchi sur (R) arrive sur (E);(b) donne le signal (b1) qui arrive en même temps que (a2). La superposition de (a2) et (b1) est facile à déterminer: en effet, on cherche l'annulation du signal par interférence de (a2) et de (b1) par réglage du décalage temporel \mathcal{I} , de la fréquence F et des amplitudes. Le bloc diagramme du dispositif de mesure est présenté à la figure 5.

La connaissance de $\tau = \Im$ correspondant à un aller-retour donne directement la vitesse si la longueur l de l'échantillon est connue.



Fig. 4

Remarque : Nous représentons les diverses réflexions inclinées pour distinguer les différents signaux, mais, en fait, elles sont normales aux faces de (E) et de (R).



Fig. 5

5.2.- Méthode de superposition d'impulsions (Mac Skimin)

On utilise ici un seul transducteur qui émet des signaux $V_0, V'_0...$ et reçoit les échos correspondant aux réflexions dans l'échantillon [13 à 16].

Soient τ le temps nécessaire à l'onde pour effectuer un aller-retour dans l'échantillon et T la période de répétition des signaux. On ajuste la période T pour que l'amplitude des échos sommés sur le transducteur soit maximale. T est alors égal à p τ (p étant un entier).

La figure suivante (Fig. 6) représente le cas où p=2 [17].



Fig. 6

avec

 V_1, V_2, \dots échos correspondant au signal V_0 V'_1, V'_2, \dots échos correspondant au signal V'_0

En gardant T=pt, les échos s'écrivent sous les formes :

$$V'_{0} = A \sin \omega (t - T)$$

$$V_{p} = B \sin[\omega(t - p\tau) + p\phi + p\pi + n2\pi] \qquad p=2$$

où .

pφ : déphasage dû aux réflexions au niveau du transducteur.

 $p\pi$: déphasage introduit par les réflexions sur l'extrémité libre de l'échantillon.

 $n.2\pi$: terme de correction à cause de l'ignorance du rang des maximums en coïncidence lors de la superposition de V₀ et V_p.

Si γ (en degré) est l'écart par rapport à π du déphasage φ ($\varphi = \pi + \gamma$) [17], on peut établir l'expression suivante donnant la période pour p échos :

$$T = p\tau - \frac{p\gamma}{360,F} + \frac{n}{F}$$

Par variation de F et *si le matériau n'est pas dispersif* on peut déterminer les termes correctifs γ et n et donc le temps τ ce qui, connaissant l'épaisseur de l'échantillon, permet de calculer la vitesse.

5.3.- Méthode de chevauchement d'échos (Papadakis)

Dans ce cas on utilise un seul transducteur et la fréquence de répétition des signaux émis est choisie faible pour pouvoir détecter les échos entre deux trains d'ondes [18].

On réalise une *superposition optique* de deux échos quelconques provenant d'un même signal émis et on détermine le temps de parcours de l'échantillon par le signal en procédant en deux étapes :

- En mode de balayage linéaire de l'oscilloscope, on choisit deux échos qu'on surintensifie à l'aide d'impulsions de commande convenables appliquées au Wehnelt.

- En mode X-Y et sous intensité lumineuse réduite, on superpose cycle à cycle les échos précédemment sélectionnés et on ajuste la période T de balayage de l'oscilloscope à une valeur voisine de $p\tau$ (Mêmes notations qu'au paragraphe 5.2.).

L'exploitation des mesures est semblable à celle de la méthode de superposition d'échos de Mac Skimin exposée au paragraphe 5.2.

5.4.- Critique des méthodes d'échos

Ces méthodes ont été très utilisées pour des mesures précises de vitesse; néanmoins, elles présentent quelques problèmes pratiques :

Toutes ces méthodes nécessitent impérativement la séparation des échos ce qui impose des échantillons ayant une épaisseur de plusieurs longueurs d'ondes. Cette épaisseur est fonction de la durée du train d'ondes et de l'amortissement des transducteurs

Pour éviter toute confusion entre échos il faut qu'ils soient complètement atténués avant l'émission d'un second train d'ondes. Ceci nécessite de choisir une fréquence de répétition basse qui dépend de l'atténuation. Mais souvent la luminosité du signal réclame une certaine fréquence de répétition des impulsions. Il y a donc souvent un compromis à faire

La détection du début d'un écho, surtout s'il est faible, n'est pas toujours évidente et cela peut introduire une erreur systématique importante. Par ailleurs, la détermination des termes correctifs se fait par variation de fréquence et postule la constance de v ce qui est peu compatible avec des matériaux très dispersifs.

Il faut encore souligner que pour obtenir d'excellentes mesures avec ces méthodes d'échos un bon entraînement et une grande dextérité sont nécessaires

Enfin, ces méthodes ne permettent pas de mesurer directement l'atténuation: la décroissance des échos successifs dépendant de l'atténuation mais aussi du cœfficient de réflexion qui est inconnu.

L'annexe 3 donne une procédure de mesure de vitesse et d'atténuation utilisant des trains d'ondes. Elle nécessite deux échantillons du même matériau ayant des longueurs différentes et l'emploi d'un oscillographe numérique

6.- Méthodes par traitement de signaux

6.1.- Par la transformée de Fourier [19]

Une impulsion large bande se propageant dans un milieu linéaire est considérée comme la superposition d'ondes planes. Si elle est émise en x = 0, son expression à la distance x = 1 sera :

$$\mathbf{u}(\mathbf{l},\mathbf{t}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{A}(\xi) \, e^{-\beta \mathbf{l}} e^{j(\omega t - q\mathbf{l} - \xi\omega)} d\xi \tag{1}$$

avec $q = \frac{\omega}{v(\omega)}$ nombre d'onde fonction de ω car le milieu est

dispersif.

 β coefficient d'atténuation qui est aussi supposé dépendre de ω .

 $A(\xi)$ est l'amplitude et ξ une phase.

(1) peut s'écrire :

$$u(l,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\overline{A}(\omega) e^{-\beta l} e^{-jq l} \right] e^{i\omega t} d\omega$$

$$(2)$$

Si
$$\overline{A}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(\xi) e^{-j\xi\omega} d\xi$$
 tra

transformée de Fourier de A(ξ)

Si **l=**0 :

$$u(0,t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{A}(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

 $\overline{A}(\omega)$ est donc la transformée de Fourier du signal émis.

La transformée de Fourier de u(l,t) est la quantité entre crochets de (2) c'est-àdire :

$$\overline{u}(1,\omega) = \overline{A}(\omega) e^{-\beta l} e^{-jq l}$$

En général, la transformée de Fourier d'une fonction temporelle causale A(t) peut être complexe

$$\overline{\mathbf{A}}(\omega) = \left|\overline{\mathbf{A}}(\omega)\right| e^{-j\omega\tau}$$

ce qui reporté dans (2)

$$u(l,t) = |\overline{A}(\omega)|e^{-\beta l}e^{-j(ql+\omega\tau)} \equiv |\overline{A}(\omega)e^{-\beta l}|e^{-j\phi(\omega)}$$

$$\phi(\omega) = (ql+\omega\tau) = ql + \phi_0 \qquad \phi_0 = \omega\tau \quad \text{phase pour } l=0$$

avec

$$v(\omega) = \frac{\omega}{q(\omega)} = \frac{\omega 1}{\phi(\omega) - \phi_0}$$
(3)

avec :

$$\phi(\omega) = -\arctan \frac{\operatorname{Im}\{u(\omega, 1)\}}{\operatorname{Re}\{u(\omega, 1)\}}$$
$$\phi_0(\omega) = -\operatorname{arctg}\frac{\operatorname{Im}\{u(\omega, 0)\}}{\operatorname{Re}\{u(\omega, 0)\}}$$

L'atténuation β est donnée par :

$$e^{-\beta 1} = \frac{|\mathbf{u}(\omega, 1)|}{|\mathbf{u}(\omega, 0)|}$$
(4)

Ces relations (3) et (4) montrent comment obtenir la valeur de la vitesse et de l'atténuation à partir de la transformée de Fourier du signal émis $u(\omega, 0)$ et du signal reçu $u(\omega, 1)$.

6.2.- Par intercorrélation [20]

La vitesse est déduite par mesure du temps de propagation τ_1 dans le matériau en utilisant soit l'intercorrélation des signaux d'entrée e(t) et de sortie s(t) données par la relation :

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} e(t) s(t-\tau) dt$$

 $C(\tau)$ est symétrique par rapport à un maximum obtenu pour $\tau = \tau_1$ si le milieu n'est pas dispersif ou peu dispersif. En particulier si deux modes de vibrations sont mélangés et pratiquement indiscernables sur le signal temporel, la fonction d'intercorrélation présente deux maximums aux temps τ_1 et τ_2 correspondant au temps de propagation de chacun des modes. Ce traitement est bien adapté à leur séparation, cependant tout se gâte quand le milieu est dispersif; C(τ) n'est plus symétrique par rapport à son maximum et cela introduit des erreurs sur la détermination de τ_1 et τ_2 . En ce cas, la transformée de Hilbert donne de meilleurs résultats.

6.3.- Par transformation de Hilbert

Cette transformation est au signe près la convolution d'un signal temporel $g(t) \operatorname{par} \frac{1}{\pi t}$. $H\{a(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} a(t) \frac{1}{\pi(t-\tau)} d\tau$. Elle possède le propriété intéressante de transformer un retard pur en une branche hyperbolique d'asymptote verticale beaucoup plus facile à localiser que le maximum de l'intercorrélation. La précision obtenue pour la mesure du temps de propagation et la séparation des modes est supérieure à la méthode d'intercorrélation si le milieu est assez dispersif [21].

6.4.- Technique de mesure

La technique de contact des émetteur et récepteur avec l'échantillon reste utilisée [19] cependant celle de l'immersion dans l'eau est souvent préférée [20,21] car elle permet d'engendrer des ondes de volume de directions variables sur un même échantillon et, avec des émetteur et récepteur d'ondes longitudinales, d'étudier la propagation des ondes transversales dans l'échantillon. Le retard est calculé en comparant les signaux reçus en l'absence de l'échantillon et en sa présence. Si le retard est pur, la caractérisation donne de bons résultats.

Dans le cas d'échantillons minces les modes transversaux et longitudinaux sont souvent mêlés, nous avons vu comment les séparer par intercorrélation ou mieux même par la Transformée de Hilbert.

7.- Principe de l'impédancemétrie électrique

Des études impédancemétriques ont permis un suivi de polymérisation et de vieillissement de polymères [22,23]. On met un disque piézoélectrique en contact d'un côté avec un milieu viscoélastique illimité et de l'autre côté avec un milieu qu'on veut étudier et qui constitue un interface avec un troisième milieu viscoélastique semi-illimité.

L'insert piézoélectrique dont les caractéristiques sont mesurées par une méthode impulsionnelle [24] est fonction des propriétés acoustiques du milieu extérieur. A partir des mesures de l'impédance électrique à ses bornes on détermine la vitesse et l'atténuation par une méthode itérative en minimisant l'écart entre les courbes simulées et expérimentales. Ces deux paramètres permettent la description de l'état de polymérisation du matériau correspondant. Quand le transducteur est utilisé en émetteur-récepteur nous avons signalé (§ 2.) que la mesure se faisait par la détermination des variations de courant ou d'impédance. C'est l'exploitation de ces modifications électriques engendrées par la charge que nous allons exploiter pour caractériser les matériaux isotropes en ondes de volume longitudinales.

Un transducteur ferro ou piézoélectrique est fondamentalement un transformateur électromécanique (Fig. 7). Si du côté électrique on applique une tension u qui développe un courant i soit une puissance ui $\cos \varphi$, du côté mécanique, sur la face active où s'exerce une force F, on observe une vitesse de déplacement U ce qui correspond, si le système est sans pertes internes, à une puissance FU $\cos \varphi$. Il est facile de vérifier que les équations aux dimensions [F][U] et [u][i] sont les mêmes.



Le cœfficient de transformation électromécanique N est défini par les relations F=Nu et U=i/N; il s'exprime en Newton par Volt. Ces relations définissent par la même occasion l'analogie acousto-électrique qui sera utilisée plus loin.

Le cos ϕ traduit les déphasages introduits par le transducteur. Il dépend évidemment de la fréquence puisque les transducteurs sont des systèmes résonnants.

Tout échantillon (Fig. 8) mis en contact mécanique avec la face active du transducteur va modifier F et U et donc aussi u et i. L'étude de l'impédance électrique z=u/i avec la fréquence devrait permettre de retrouver les caractéristiques de l'échantillon: la vitesse v et le cœfficient d'atténuation β des ondes longitudinales dans l'échantillon.



Fig. 8

Le rapport F/U exprime l'impédance mécanique de la ligne acoustique constituée par l'échantillon, impédance appliquée au transducteur et qui se traduira par une impédance électrique. Tout transducteur ferroélectrique peut donc aussi être regardé comme un transformateur réciproque d'impédance mécanique en impédance électrique.

Le transducteur sans charge présente une impédance non nulle dépendant de la fréquence; il est nécessaire de pouvoir la séparer de l'impédance ramenée par la ligne. Il est donc important de bien caractériser le transducteur dans son mode d'utilisation ainsi que la ligne acoustique avec sa manière d'être appliquée au transducteur.

Ensuite par simulation, pour différentes situations et en fonction de la fréquence, il faudra déterminer les impédances électriques du transducteur chargé (problème direct) et établir des procédures pour retrouver les caractéristiques de la ligne (problème inverse).

Enfin seulement des mesures pourront être entreprises. On utilisera à cette fin un impédancemétre géré par ordinateur et dont les mesures seront traitées par différentes procédures. La compétence "acoustique" se réduira alors au montage de l'échantillon sur le transducteur.

Remarque :

La majorité des auteurs néglige toujours la diffraction. Aucun, à notre connaissance, ne propose de méthode de mesure de l'influence de ce phénomène. Les études anciennes de Seki [25] et Papadakis [26] ne semblent pas avoir fait école. Ce silence généralisé a assurément contribué, à notre tour, à le négliger à priori quitte peut-être à montrer les situations où il faudrait en tenir compte.

CHAPITRE 2

Etude des transducteurs

CHAPITRE 2 ETUDE DES TRANSDUCTEURS

1.- Introduction

Les vibrations ultrasonores peuvent être engendrées et détectées par des transducteurs piézoélectriques (ou ferroélectriques) et toutes nos études utilisent ces transducteurs: c'est pourquoi il est très souhaitable de commencer par l'analyse de leur comportement.

Partant des équations générales de la piézoélectricité avec la simplification d'une déformation suivant la direction de propagation considérée, Berlincourt et al. [3] établissent un schéma électrique équivalent du transducteur intégrant une formulation littérale de tous ses paramètres à l'exception de son amortissement, introduit à posteriori. Le système est équivalent à un hexapôle : quatre pôles mécaniques ou acoustiques, deux pôles électriques. Dans notre cas le transducteur n'est chargé mécaniquement que sur une face et se réduit donc à un quadripôle. Le passage du côté mécanique au côté électrique et réciproquement se fait par une transformation électromécanique.

Nous nous proposons, de la mesure de l'impédance électrique, de remonter à l'impédance mécanique de la charge acoustisque appliquée sur la face du transducteur. Ensuite, nous étudierons autour de la résonance du transducteur, l'équivalence du modèle de Berlincourt et al. à un circuit 1,c parallèle . D'autres modèles, le modèle tridimensionnel de Brissaud [4,5] et celui unidimensionnel de Dion [27 à 29] brièvement abordés, nous permettront de clarifier les hypothèses de Berlincourt et al. et de justifier le choix de notre modèle.

Nous finirons ce chapitre en caractérisant quelques transducteurs à différentes résonances par l'analyse du circuit l,c et l'étude de l'amortissement à vide.

2.- Description du phénomène de piézoélectricité.

La piézoélectricité naturelle ou induite par ferroélectricité est la propriété qu'ont certains matériaux de se polariser électriquement sous l'action d'une contrainte mécanique (effet piézoélectrique direct)[8, 30]. Il se produit ainsi un champ électrique entre les faces opposées. Ce phénomène qui apparaît dans les matériaux isolants et diélectriques et qui est dû en général à une dissymétrie du réseau cristallin est réversible c'est-à-dire que le cristal se déforme lorsqu'on lui applique une différence de potentiel (effet piézoélectrique inverse). Les déformations engendrées sont d'amplitudes inférieures à la limite d'élasticité du matériau considéré. L'effet piézoélectrique est très utilisé en acoustique puisqu'il constitue un moyen très intéressant de couplage électromécanique.

3- Schéma électrique équivalent d'un transducteur vibrant en épaisseur

La caractérisation des matériaux piézoélectriques s'effectue selon les normes IRE [31] et IEEE [32] qui permettent de déterminer les paramètres élastiques, piézoélectriques et diélectriques correspondant à une forme particulière de l'échantillon donné. Elles permettent ainsi de déterminer les fréquences de résonance des échantillons. Les études sont faites à partir d'une analyse tensorielle basée sur la vibration unimodale et unidimensionnelle [33 à 35].

Le système d'équations représentant le milieu piézoélectrique suivant la direction de propagation x3 (annexe 1) est donné par :

$$T_{3} = C_{33}^{D} \cdot S_{3} - h_{33} \cdot D_{3}$$

$$E_{3} = -h_{33} \cdot S_{3} + \beta_{33}^{S} \cdot D_{3}$$
(1)

Ce système exprime les contraintes T et le champ électrique E en fonction des déformations S et de l'induction électrique D supposées variables indépendantes.

avec

 C^{D} : paramètres du tenseur élastique à induction constante.

h : paramètres piézoélectriques.

 β^{S} : paramètres diélectriques à déformation constante.

A partir de ce système d'équations, autour de la résonance, nous arrivons au schéma électrique équivalent du transducteur (démonstration en annexe 1)



Fig. 1

Le tout étant ramené du côté électrique, ce schéma devient :



avec C_0 : Capacité statique du transducteur.

l et c définissent la fréquence de résonance.

r: Résistance d'amortissement.

N : Rapport de transformation électromécanique.

Si nous considérons un milieu piézoélectrique de section S et d'épaisseur e, ces paramètres seront exprimés par :

$$C_0 = \frac{S}{\beta_{33}^S \cdot e} = \frac{\varepsilon_{33} \cdot S}{e}$$
(2)

$$N = \frac{S \cdot h_{33}}{\beta_{33}^{S} \cdot e} = C_0 \cdot h_{33}$$
(3)

$$\mathbf{v} = \sqrt{\frac{\mathbf{C}_{33}^{\mathbf{D}}}{\rho}} \tag{4}$$

$$c = \frac{8 \cdot S \cdot h_{33}^{2}}{\pi^{2} \cdot e \cdot C_{33}^{D} \cdot \beta_{33}^{S}^{2}}$$
(5)

$$1 \cdot c \cdot \omega_0^2 = 1 \tag{6}$$

4.- Caractéristiques électriques du transducteur

Nous nous proposons ici de montrer que les différents éléments du schéma électrique du transducteur (Fig. 2) peuvent se déduire de mesures de capacité ou de fréquences caractéristiques que nous définirons. Nous fournirons successivement deux modes de détermination de la capacité statique C_0 dans des

modèles négligeant l'amortissement r, puis la détermination des éléments relatifs à la branche motionnelle.

4.1.- Capacité statique du transducteur

En très basse fréquence, la branche motionnelle est réduite à la capacité c et nous mesurons donc c en parallèle sur C_0 qui sera appelé C_{bf} (capacité en basse fréquence)

$$C_{bf} = c + C_0$$

Si nous négligeons la résistance r, l'admittance du transducteur s'écrit :

$$y = j \cdot C_{0} \cdot \omega + \frac{1}{j \cdot \left(1 \cdot \omega - \frac{1}{c \cdot \omega}\right)}$$

$$= j \cdot \omega \cdot (C_{0} + c) \cdot \frac{1 \cdot \frac{c \cdot C_{0}}{c + C_{0}} \cdot \omega^{2} - 1}{1 \cdot c \cdot \omega^{2} - 1}$$

$$= j \cdot \omega \cdot (C_{0} + c) \cdot \frac{1 \cdot C_{e} \cdot \omega^{2} - 1}{1 \cdot c \cdot \omega^{2} - 1}$$

$$C_{e} = \frac{c \cdot C_{0}}{c}$$
(7)

avec

$$C_e = \frac{c \cdot C_0}{c + C_0}$$

L'impédance $z = \frac{1}{v}$ devient :

$$z = \frac{-j}{\omega \cdot (c + C_0)} \cdot \frac{1 \cdot c \cdot \omega^2 - 1}{1 \cdot C_e \cdot \omega^2 - 1}$$

A la résonance série ω_0 telle que $1 \cdot c \cdot \omega_0^2 = 1$, $z(\omega_0) = 0$ et la différence de potentiel aux bornes est nulle.

A l'antirésonance, ou résonance parallèle, telle que $1 \cdot C_e \cdot \omega_{ar}^2 = 1$, $z(\omega_{ar}) = \infty$ les électrodes sont en circuit ouvert. Nous noterons cette fréquence ω_{∞}

A partir de ces deux expressions et de C_{bf} = c + C_0 , nous obtenons celle de la capacité statique $C_0.$

$$C_0 = C_{bf} \cdot \left(\frac{F_0}{F_{\infty}}\right)^2 \tag{8}$$

4.2.- Calcul direct de C_0 à partir du modèle de Berlincourt [3]

Le circuit électrique équivalent du transducteur à vide est rappelé ici, Fig. 3 (annexe 1 § 4.) :



e étant l'épaisseur du matériau piézoélectrique où se propage des ondes acoustiques à une vitesse v.

L'impédance de la branche motionnelle [a, b] a pour valeur :

$$z_{\rm m} = \frac{j}{C_0 \cdot \omega} - j \cdot \frac{Z_0}{2N^2} \cdot \cot g \frac{\alpha}{2} = j \cdot \left[\frac{1}{C_0 \cdot \omega} - \frac{Z_0}{2N^2} \cdot \cot g \frac{\alpha}{2} \right]$$

à la résonance, $z_m(\omega_0) = 0$ nous obtenons alors :

$$\frac{Z_0}{2N^2} = \frac{1}{C_0 \cdot \omega_0} \cdot tg \frac{\alpha_0}{2}$$
(9)

L'admittance totale du circuit est :

$$y(\omega) = j(C_0\omega)^2 \cdot \frac{\frac{Z_0}{2N^2} \cdot \cot g \frac{\alpha}{2}}{-1 + \frac{Z_0}{2N^2} \cdot C_0 \cdot \omega \cdot \cot g \frac{\alpha}{2}}$$

En basse fréquence, cette admittance est celle de la capacité C_{bf} donc :

$$\omega_{bf} \cdot C_{bf} = C_0^2 \cdot \omega_{bf}^2 \cdot \frac{\frac{Z_0}{2N^2} \cdot \cot g \frac{\alpha_{bf}}{2}}{-1 + \frac{Z_0}{2N^2} \cdot C_0 \cdot \omega_{bf} \cdot \cot g \frac{\alpha_{bf}}{2}}$$
(10)

Les expressions (9) et (10) impliquent :

$$C_{bf} = C_0^2 \cdot \omega_{bf} \cdot \frac{\frac{tg \frac{\alpha_0}{2}}{C_0 \cdot \omega_0} \cdot \cot g \frac{\alpha_{bf}}{2}}{-1 + \frac{tg \frac{\alpha_0}{2}}{C_0 \cdot \omega_0} \cdot C_0 \omega_{bf} \cdot \cot g \frac{\alpha_{bf}}{2}}$$

D'où l'on tire l'expression de C_0 :

$$C_{0} = C_{bf} \cdot \left[1 - \frac{F_{0}}{F_{bf}} \cdot \frac{tg \frac{\alpha_{bf}}{2}}{tg \frac{\alpha_{0}}{2}} \right]$$
(11)

N.B. Compatibilité des expressions (8) et (11) de la capacité statique C_0 :

La comparaison numérique effectuée pour plusieurs types de céramiques étudiées plus bas fait apparaître des écarts pouvant aller jusqu'à 7% entre les deux évaluations.

4.3.- Expressions de l, r et c

L'admittance de la branche motionnelle du transducteur est donnée par l'expression suivante ($r \neq 0$) :

$$y = \frac{r - j \cdot \left(l \cdot \omega - \frac{1}{c \cdot \omega}\right)}{r^2 + \left(l \cdot \omega - \frac{1}{c \cdot \omega}\right)^2} = g + j \cdot b$$

A la résonance, nous avons $1 \cdot \omega_0 - \frac{1}{c \cdot \omega_0}$ d'où l'on tire la valeur de la résistance r, $\left(r = \frac{1}{g_{max}}\right)$. (12)

Classiquement, on définit les fréquences quadrantales comme les fréquences où les modules des parties réelle et imaginaire de l'admittance de la branche motionnelle sont égales.

Aux fréquences quadrantales
$$F_{q_1}$$
 et F_{q_2} on a $\left(1 \cdot \omega - \frac{1}{c \cdot \omega}\right) = \pm r$.
à ω_{q_1} nous avons: $1\omega_{q_1} - \frac{1}{c\omega_{q_1}} = -r$
à ω_{q_2} nous avons: $1\omega_{q_2} - \frac{1}{c\omega_{q_2}} = r$

D'où les expressions de l et c:

$$l = \frac{r}{2\pi (F_{q_2} - F_{q_1})}$$

$$c = \frac{F_{q_2} - F_{q_1}}{2\pi F_{q_1} F_{q_2} r}$$
(13)
(14)

Chapitre 2 : Etude des transducteurs

Nous représentons le diagramme d'admittance du transducteur.(y=g+jb) (Fig. 4). Le décalage vertical est dû à la capacité parallèle C₀. Les fréquences de résonance F₀ et d'antirésonance F_{∞} sont définies repectivement à partir de g_{max} et g_{min}. Fq1 et Fq2 correspondant à b_{max} et b_{min} sont les fréquences quadrantales.



5.- Autres modèles de transducteur

Nous citerons, pour mémoire, celui de Dion [27 à 29]. Il est basé sur l'analogie des lignes électriques et veut être une représentation plus physique que celui de Berlincourt et al.; n'introduisant pas, par exemple, de capacité négative $[-C_0, cf. annexe 1]$.

Comme les équations de départ sont identiques à celles utilisées par Berlincourt et al. et que les approximations sont les mêmes : déformations unidirectionnelles, rien de bien différent n'intervient, les pertes sont aussi introduites à posteriori. Il ne nous est pas apparu intéressant pour répondre à nos besoins de disposer d'un schéma électromécanique simple autour de la résonance du transducteur.

Par contre l'étude de Brissaud [4,5], nous permettra de calculer les écarts introduits sur l'impédance électrique selon que l'on considère les déformations unidimensionnelles ou tridimensionnelles d'une plaque rectangulaire de dimensions a_{1,a_2} et a_3 (a_1 =50 mm, a_2 =40 mm, a_3 =15 mm).

L'impédance électrique du modèle unidimensionnel est donnée par :

$$z_{1} = \frac{1}{j \cdot C_{0} \cdot \omega} \left(1 - K_{t}^{2} \cdot \frac{tg \frac{\alpha_{3} \cdot a_{3}}{2}}{\frac{\alpha_{3} \cdot a_{3}}{2}} \right) \quad K_{t} \text{ coefficient de couplage et } \alpha_{3} = \frac{\omega}{v_{33}}$$

qui se ramène à celle donnée par le schéma de Berlincourt et al. puisqu'elle est basée sur les mêmes équations de départ.

L'impédance du modèle tridimensionnel est :

$$\begin{split} z_{2} &= \frac{1}{j \cdot C_{0} \cdot \omega} \cdot \left[1 - A_{1} \cdot \left(\frac{1}{\cos \frac{\alpha \cdot a_{1}}{2}} - \frac{1}{\cos \frac{\alpha \cdot a_{2}}{2}} \right) - K_{1}^{2} \cdot A_{2} \cdot \frac{tg \frac{\alpha_{3} \cdot a_{3}}{2}}{\frac{\alpha_{3} \cdot a_{3}}{2}} \right] \\ \text{avec} \qquad A_{1} &= \frac{h_{31} \cdot C_{33} - h_{33} \cdot C_{13}}{(C_{11} + C_{12}) \cdot C_{33} - 2C_{13}^{2}} \cdot \frac{h_{31}}{\beta_{33}} \\ A_{2} &= \frac{1 - 2 \cdot \frac{h_{31} \cdot C_{13}}{h_{33} \cdot (C_{11} + C_{12})}}{1 - 2 \cdot \frac{C_{13}^{2}}{(C_{11} + C_{12}) \cdot C_{33}}} \\ \alpha &= \frac{\omega}{v} \qquad \text{et} \qquad \alpha_{3} = \frac{\omega}{v_{33}} \\ C_{0} &= \varepsilon_{33} \cdot \frac{a_{1} \cdot a_{2}}{a_{3}} \quad , \quad v = \sqrt{\frac{C_{11}}{\rho}} \quad , \qquad v_{33} = \sqrt{\frac{C_{33}}{\rho}} \\ K_{1} &= h_{33} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_{33}}{C_{33}}} \quad , \quad F_{0} = \frac{v_{33}}{2 \cdot a_{3}}. \end{split}$$

Le calcul des impédances globales z_1 ou z_2 a été fait avec les données suivantes correspondantes à une céramique X9 [36] dans la gamme de fréquence 185 kHz à 195 kHz autour de la fréquence de résonance F₀=186,64 kHz.

$\rho = 5450 \mathrm{Kg/m^3}$	$C_{11} = 1,656 \cdot 10^{11}$
$\beta_{33} = 1,845 \cdot 10^8$	$C_{12} = 5,839 \cdot 10^{10}$
$h_{33} = 2,147 \cdot 10^9$	$C_{13} = 5,737 \cdot 10^{10}$
$h_{31} = -3,522 \cdot 10^8$	$C_{33} = 1,764 \cdot 10^{11}$

Des impédances z_1 et z_2 , nous déduisons les impédances motionnelles z_{m1} et z_{m2} avec $z_{mi} = \frac{z_i}{1 - j \cdot \omega \cdot C_0 \cdot z_i}$ i=1,2.

La figure 5 donne les variations de $Im(z_{mi})$ avec la fréquence et la figure 6 les variations en pourcentage de $\frac{Im(z_{m2}) - Im(z_{m1})}{Im(z_{m1})}.$

Autour de la résonance F_0 , les écarts entre les modèles unidimensionnel et tridimensionnel peuvent atteindre et dépasser 10%. La linéarité de la courbe $Im[z_{m1}(F)]$ permet de représenter, à partir du modèle unidimensionnel, la branche motionnelle par un circuit rlc avec une approximation bien meilleure que celle par tridimensionnel. donnée modèle Cependant. fait le le aue $\operatorname{Im}[z_{m1}(F)] \neq \operatorname{Im}[z_{m2}(F)]$ peut laisser entrevoir qu'une charge acoustique agissant sur les déplacements x_1 et x_2 , non pris en compte dans le modèle unidimensionnel, puisse modifier les valeurs de l,r et c précédentes.



6.- Mesures de quelques transducteurs

6.1.- Procédé de mesures

Les pôles électriques du transducteur sont reliés à un impédancemètre Hewlet Packard (H.P. 4192A) qui permet les mesures des parties réelle et imaginaire de l'impédance ou de l'admittance ainsi que leurs modules et arguments dans une gamme de fréquence choisie entre 5 Hz et 13 MHz. Ces mesures peuvent être commandées manuellement par le clavier de contrôle de l'appareil ou par ordinateur (P.C. 308) par l'intermédiaire d'un bus IEEE.

La fréquence synthétisée est précise à $\pm 5.10^{-6}$ prés et peut varier par bonds (pour nous 20 à 200 Hz). A chaque fréquence l'impédance ou l'admittance est mesurée par une technique classique à 4 fils pour éliminer l'influence des câbles de connexion. Les mesures d'impédance ou d'admittance sont faites à 10^{-3} prés. L'appareil peut aussi faire une moyenne sur 7 mesures avant d'afficher et de transmettre les résultats à l'ordinateur. La tension délivrée par l'oscillateur est choisie maximale (1,1 V_{eff}.).

Nous effectuons 500 à 1000 points de mesure dans une gamme de fréquences choisie autour de la fréquence de résonance du transducteur. Le fichier des valeurs mesurées (fréquence, partie réelle et partie imaginaire de l'impédance ou de l'admittance) est sauvegardé sur une disquette et les diagrammes sont dessinés par une table traçante.

Les mesures sont mémorisées en langage basic H.P. et peuvent être reprise par l'ordinateur P.C. 308 pour exploitation ultérieure. La lenteur de cet ordinateur nous a contraint d'en utiliser un plus rapide (PX 386 ayant une horloge interne à 50 MHz) avec un logiciel du commerce (Mathcad version 5.0) qui permet tous les traitements mathématiques qui nous sont nécessaires ainsi que le traçage rapide des nombreux diagrammes. Ce transfert a nécessité la conversion de tous les fichiers pour être lisibles par le logiciel.

Sur le diagramme d'admittance nous relevons la fréquence de résonance F_0 correspondant au maximum de la partie réelle et les fréquences quadrantales F_{q1} et F_{q2} donnant les extremums de la partie imaginaire. La fréquence d'antirésonance F_{∞} est obtenue pour le minimum de la partie réelle ou, pour plus de précision, par le maximum de la partie réelle sur le diagramme d'impédance.

La capacité statique C_{bf} est mesurée directement pour une fréquence basse ($F_{bf} < 100 \text{ Hz}$) ce qui permet de déterminer la capacité statique C_0 à partir de l'expression (8). C₀ peut être aussi mesurée par symétrisation par rapport à l'axe des réels du diagramme d'admittance (notée C_{01}) puisque l'admittance de la branche motionnelle du transducteur est représentée par un cercle centré en un point d'ordonnée nulle et la capacité statique en parallèle décale ce cercle de la quantité C_{00} suivant l'axe des ordonnées. Les autres caractéristiques r, 1 et c du transducteur sont données respectivement par les expressions (12), (13) et (14).

6.2. Caractérisation

Nous utiliserons trois types de relevé pour l'étude détaillée des transducteurs

• Les diagrammes de Bode représentant les parties réelle et imaginaire de l'admittance en fonction de la fréquence.

- Le diagramme d'admittance noté a
- Le diagramme d'impédance noté i

Ces deux derniers diagrammes sont tracés pour la gamme de fréquences utiles du mode retenu (noté {MR}). Ils permettent de juger de la qualité de la représentation du transducteur par le schéma de la figure 2. En effet, si c'est le cas, les diagrammes d'admittance et d'impédance sont des cercles parfaits.

Les résultats des transducteurs retenus sont rassemblés au tableau 1.

Sous les diagrammes d'admittance et d'impédance, la bande de fréquence ${\rm B}_{\rm f}$ est donnée en kHz.
Transducteur	X9D24	PZ24D35 non amorti	PZ24D35 amorti	X31D41	PZ35D20	X31D45	X9D45	PZ27D38
Nature	Titanate	Titanate	-ziconate	Zirconate	Méta-	Zirconate	Titanate	Tit.zircon-
	de Ba	de plomb		de Pb	niobate	de Pb	de Ba	ate de Pb
Forme	Disque	Disque	Disque	Disque	Disque	Disque	Anneau	Disque
Epaisseur (mm)	3	2	2	10	1,6	10	10	6,4
Diamètre (mm)	24	35	35	41	20	45	45 & 12	38,3
F ₀ (kHz)	881,514	1054,7	1054,9	199,32	981,2	186,66	268,48	315,44
F _∞ (kHz)	913,506	1082,65	1082,25	200,28	1016,4	191,60	295,12	325,88
Fq1 (kHz)	874,548	1054,25	1051,0	199,264	948,8	185,66	268,28	314,24
Fq2 (kHz)	883,234	1055,3	1057,05	199,376	1013,8	187,14	268,68	316,56
l (mH)	0,270	0,127	0,095	99,3	0,997	6,3	5,1	1,784
c (nF)	0,121	0,179	0,241	0,0064	0,026	0,115	0,069	0,143
r (Ω)	14,75	0,838	3,60	69,88	407,2	58,93	12,86	26
C ₀₁ (nF)	- 0,50	-9,28	-0,302	0,58	0,387	2,27	0,338	0,868
C ₀ (nF)	1,25	1,88	1,882	0,60	0,386	2,08	0,828	2,744
v (m/s)	5289	4219	4220	3986	3140	3773	5370	4038
$N(e \times F_0)$	2645	2109	2110	1993	1570	1867	2685	2019
Diamètre (en λ)	10,6	18,5	18,5	4,1	9,8	4,2	6 et 1,6	6

Tableau 1

Remarque :

Code : X9D24 désigne une céramique de nature X9 et de diamètre 24 mm.

26

Transducteur PZ32D24

Les diagrammes de Bode Fig. 7a et 7b révèlent des modes en basse fréquence à faible niveau comparés à ceux autour de 1000 kHz. Ces modes ne sont pas gênants. Par contre, les modes serrés et d'amplitudes comparables autour du {MR} (Fig. 7b) rendent ce transducteur complètement inutilisable.



Fig. 7a

Fig. 7b

Transducteur X9D24

La figure 8a révèle, dans la gamme de fréquences utilisables du {MR}, une boucle gênante qui rend grossière la représentation du transducteur par notre modèle de la figure 2.



Bf(kHz) = [858, 29; 916]

Transducteur PZ24D35

La figure 9a révèle aussi une boucle comparable à celle du transducteur précédent. Pour tenter d'atténuer ce défaut la céramique a été amortie radialement par un cerclage du transducteur à l'aide d'un anneau de caoutchouc moulé. La figure 10a montre une diminution de l'amplitude de la boucle sans son élimination totale.



Bf(kHz) = [104; 109]

Les diagrammes de Bode correspondant traduisent le même effet (L'accident de la courbe dans le cas non amorti Fig. 11 est fortement minimisé si nous amortissons le transducteur Fig. 12.). De plus, ils soulignent l'élargissement de la bande ; cela se traduit aussi par une augmentation de la résistance d'amortissement r (tableau 1) ainsi qu'un glissement de fréquence.

En conclusion, nous pouvons dire qu'un amortissement du transducteur permet d'améliorer son comportement et de rendre son diagramme d'admittance plus voisin d'un cercle.



116.11

rig. i

Transducteur X31D41

Les diagrammes d'admittance et d'impédance (Fig. 13a et 13i) sont des cercles presque parfaits. Le diagramme de Bode (Fig. 14) est excellent autour du {MR}. Il est donc possible d'avoir des céramiques dont le comportement est bien représenté par notre modèle. Par contre la gamme de fréquences utilisables ici reste très basse (197 kHz à 200 kHz)



Bf(kHz) = [197; 201]



Fig. 14

Transducteur PZ35D20

Le diagramme de Bode (Fig. 15) ne révèle aucun mode parasite en dehors du {MR} (bien visible en figure 15bis qui est une dilatation entre 900 kHz et 1,1 MHz). Ce mode est, par ailleurs, sans aucun accident.

Les diagrammes d'admittance et d'impédance (Fig. 16a et 16i) sont des cercles parfaits. La gamme de fréquence (900 kHz et 1.1 MHz) est aussi très large comparée à celle de tous les autres transducteurs.

Ce transducteur réalisé en métaniobate, céramique ferroélectrique à faible coefficient de qualité mécanique (Q < 15) (r grand de l'ordre de 407 Ω), matériau récent pas encore totalement caractérisé, ne présente pas les inconvénients des autres transducteurs étudiés.





Remarque :

Les courbes des autres transducteurs présents au tableau 1 n'ont pas été reproduites ici. Elles n'auraient rien appris de nouveau.

6.3.- Evaluation de la modélisation

En retranchant de l'admittance mesurée celle de la capacité statique (C₀ ou C₀₁ suivant nos deux types d'évaluation § 6.1.) nous déterminons la variation en fréquence des parties réelle et imaginaire de l'impédance motionnelle que nous comparons respectivement aux valeurs de r et $l\omega - \frac{1}{c\omega}$ adoptées afin de juger de la qualité de la modélisation.

Transducteur X9D24

Choisir C₀₁ donne une bien meilleure modélisation tant pour les parties réelle qu'imaginaire: \Re [Imp. mot.] très voisin de r constant et \Im m[Imp.mot.] presque confondu avec $l\omega$ -1/ ω c. La boucle parasite crée une zone de perturbation pour 860 kHz < F < 870 kHz.

La modélisation est moins mauvaise qu'aurait pu le laisser croire le diagramme d'admittance (Fig. 8a).



Transducteur PZ24D35

Dans le cas où ce transducteur n'est pas amorti, nous observons que le choix de C₀ donne une meilleure modélisation que C₀₁ surtout entre les fréquences 1060 kHz et 1075 kHz (Fig. 18a et 18b). Cette modélisation s'est nettement améliorée dans le cas des figures 19a et 19b obtenues pour le transducteur amorti surtout entre les fréquences citées ci-dessus. Ceci est dû, comme nous l'avons vu, au déplacement de la boucle parasite et à la diminution de son amplitude.







Transducteur X31D41

 C_0 et C_{01} sont très voisins à cause de l'absence de boucles parasites au voisinage du {MR}. La modélisation par un circuit r l c de la branche motionnelle est excellente au voisinage de la fréquence de résonance $F_0 = 199$ kHz (Fig 20a et 20b). La partie imaginaire de l'impédance électrique de la branche motionnelle est mieux modélisée par un circuit l c que la partie réelle par la résistance r.



Transducteur PZ35D20

Ici les valeurs de C_0 ou de C_{01} sont identiques. Sur une très large bande de fréquences, nous observons une modélisation excellente par le circuit (C_0 , r, l, c)



7.- Conclusion

En général, les transducteurs ferroélectriques présentent des modes divers dont les fréquences sont plus basses que le mode de vibration fondamental en épaisseur auquel nous nous intéressons.

Ces modes décalent le diagramme d'admittance et donc la capacité statique C_0 doit être remplacée par une capacité C_{01} apparente qui se calcule en centrant le diagramme d'admittance sur l'axe des réels. Il nous est arrivé de mesurer des valeurs de C_{01} négatives (cf les trois premiers transducteurs du tableau 1).

La présence d'une boucle parasite dans la gamme de mesure située sur le diagramme d'admittance du mode fondamental de vibration en épaisseur, empêche parfois la détermination de C_{01} et crée une zone où la modélisation du transducteur par un circuit (C_0 , r, l, c) est moins bonne.

Avoir retenu le modèle simple de vibration unidimensionnelle ne semble pas limiter la modélisation qui s'avère meilleure que ce que laisserait penser la comparaison des impédances calculées à partir des deux modèles tri et unidimensionnels.

Le modèle tridimensionnel explique la possibilité d'amortissement d'un transducteur par cerclage. Il laisse aussi penser que le seul fait de mettre en contact la face du transducteur avec une surface puisse produire un amortissement avant même qu'une impédance soit ramenée pour le mode de vibration en épaisseur. Les éléments qui modélisent le transducteur seul restentils identiques quand celui-ci est chargé par une impédance acoustique? L'intérêt d'amortir un transducteur est double : élargissement de la bande de fréquence utile et diminution de l'amplitude des boucles parasites.

Le choix d'un matériau, comme le métaniobate, à faible coefficient de qualité mécanique Q_m et à faible coefficient de couplage planaire Kp est évident (Kp <<< Kt) puisque:

• Le mode de vibration en épaisseur est pur.

• La bande passante est très large.

A cette étape de notre étude, nous pouvons retenir les critères suivants de choix des transducteurs dans l'ordre d'importance :

• Un mode fondamental de vibration en épaisseur non perturbé par d'autres modes. Cela nécessite un diagramme d'admittance sans boucle. A défaut, une faible amplitude des modes parasites comparée à celle du mode fondamental.

• Un coefficient de qualité mécanique faible afin d'obtenir une large bande de fréquences utiles.

• Un transducteur de large diamètre de façon à limiter l'ouverture du faisceau par diffraction qui produit une atténuation apparente si toute l'énergie ne revient pas sur le transducteur ; ceci en vue de l'application de la charge.

CHAPITRE 3

Principe des mesures

CHAPITRE 3 PRINCIPE DES MESURES

1.- Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude du principe des méthodes de mesures qui dépendent de la nature de l'échantillon, de sa longueur, de son atténuation et de la bande de fréquences utilisables.

La première partie analysera les méthodes relatives aux échantillons courts à savoir la méthode à deux ou trois fréquences de mesure et la méthode à fréquence fixe et hauteur variable utilisable pour des liquides. Ensuite, une deuxième partie présentera la méthode "de résonance " qui consiste en l'exploitation des diagrammes d'impédance ou d'admittance du transducteur en charge présentant au moins deux "boucles" dues aux retours de l'onde acoustique en phase ou en opposition de phase: elle nécessite des échantillons plus longs.

Ces méthodes ne nécessitent pas la connaissance des caractéristiques du transducteur à l'exception, pour la première et la deuxième, de la capacité statique C_0 , mais cette quantité est directement mesurable.

La connaissance de C_0 permet de calculer les branches motionnelles du transducteur à vide et en charge et par soustraction, à la même fréquence, de déterminer l'impédance électrique de la ligne acoustique. Nous postulons ici la constance des caractéristiques du transducteur à vide et en charge.

Une simulation sera faite pour vérifier la validité et la précision de la méthode. L'impédance de la couche de couplage éventuelle n'est pas prise en compte.

Nous négligeons aussi la diffraction. Le transducteur est supposé avoir un diamètre assez grand pour que son angle d'ouverture reste faible. La qualité des mesures devrait permettre de se faire une idée globale de cette approximation.

2.- Principe de mesure de l'impédance de la charge acoustique

Nous rappelons ci-dessous les schémas électriques équivalents du transducteur à vide et en charge (Fig. 1 et 2)

Nous supposons connues la capacité statique C_0 et les admittances du transducteur à vide (y_v) puis en charge (y_c) . Par soustraction de ωC_0 de y_v et y_c sont déduites les impédances de la branche motionnelle à vide (z_{mv}) et en charge (z_{mc}) . L'impédance électrique de la charge acoustique est obtenue par la différence entre z_{mc} et z_{mv} .

$$z = \frac{1}{y_{c} - j\omega C_{0}} - \frac{1}{y_{v} - j\omega C_{0}}$$
(1)



Fig. 1Fig. 2avec Céq noté désormais c.

3.- Etude de la charge du transducteur

3.1.- Echantillon directement couplé au transducteur (cas liquide)

Nous avons montré (Annexe 2) que si l'échantillon à mesurer a des faces paralléles et une extrémité libre il se comporte comme une ligne acoustique dont l'impédance Z a pour valeur:

$$Z = Z_0^* \cdot th(\gamma x)$$
 avec $\gamma = \beta + jq$; $Z_0^* = \rho vS(1 - j\alpha)$

Si S désigne la section du champ acoustique, β l'atténuation de l'onde de vitesse v et de nombre d'onde q dans le matériau de masse volumique ρ . L'expression de Z peut se développer en:

$$Z = \rho v S \cdot (1 - j\alpha) \cdot \frac{\operatorname{sh} 2\beta x + j \sin 2qx}{\operatorname{ch} 2\beta x + \cos 2qx} \qquad \text{Annexe 2 (équation 7b)}$$
(2)

Si Z₀^{*} est réel.

En toute rigueur, l'impédance caractéristique Z_0^* est complexe. Mais pour des fréquences élevées et de faibles ou moyennes atténuations, $\alpha = \frac{\beta}{q}$ peut être négligeable devant 1 et Z_0^* sera alors réel (Z₀).

$$Z = \rho v S \cdot \frac{sh 2\beta l + j sin 2ql}{ch 2\beta l + cos 2ql} = R + jX$$
(3)

avec :

$$R = \rho v S \cdot \frac{sh 2\beta l}{ch 2\beta l + cos 2q l} \text{ et } X = \rho v S \cdot \frac{sin 2q l}{ch 2\beta l + cos 2q l}$$

Quand
$$\cos 2ql = \pm 1$$
 on obtient les extremums de R qui s'écrivent :

$$R_{max} = \frac{Z_0}{th\beta l}$$
 et $R_{min} = Z_0 \cdot th\beta l$

Posons: $R_0 = \frac{R_{max} + R_{min}}{2} = \frac{Z_0}{th 2\beta l}$

Le diagramme d'impédance X(R) a une forme circulaire puisque :

$$(R - R_0)^2 + X^2 = \frac{Z_0^2}{sh^2 2\beta l}$$
(4)

Son centre à pour coordonnées $R_0 = \frac{Z_0}{th 2\beta l}$, $X_0=0$ et son rayon a pour valeur:

$$\frac{R_{\max} - R_{\min}}{2} = \frac{Z_0}{\text{sh } 2\beta l}$$

Les fréquences quadrantales F_{q1} et F_{q2} sont obtenues respectivement pour $X = X_{max} = \frac{Z_0}{sh2\beta l}$ et $X = X_{min} = \frac{-Z_0}{sh2\beta l}$.

C'est ce qu'illustre la figure 3 obtenue à partir d'une simulation dont les données sont les suivantes :

F variant de 900 kHz à 1 MHz.

$$\beta=20 \text{ m}^{-1} \text{ v}=2000 \text{ m/s} \text{ l}=30 \text{ mm} \rho=1000 \text{ kg/m}^3 \phi=40 \text{ mm}$$

Si Z₀* est complexe.
$$Z = \rho \text{vS} \cdot \frac{(\text{sh}2\beta l + \alpha \sin 2q l) + j(\sin 2q l - \alpha \text{sh}2\beta l)}{\text{ch}2\beta l + \cos 2q l} \text{ Annexe } 2 \text{ (équation 7c)}$$

Dans le cas où α n'est pas négligeable, nous obtenons des boucles décalées qui ne sont pas concentriques. La figure 4 montre un exemple réalisé avec les données suivantes:

F variant de 900 kHz à 1 MHz.

$$\beta = 50 \text{ m}^{-1}$$
 v=2000 m/s l=30 mm $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ $\phi = 40 \text{ mm}$





3.2.- Echantillon indirectement couplé au transducteur (cas solide)

Lors de la caractérisation d'un matériau par impédancemétrie l'échantillon est lié au tranducteur soit directement (cas précédent) soit par l'intermédiaire d'un couplant (cas des solides) Alors l'impédance acoustique est constituée de deux lignes en cascade dont l'impédance est donnée (Annexe 2, (16)) par:

$$Z = Z_0^* \cdot \frac{\operatorname{th} \gamma l + \frac{Z_c}{Z_0^*} \cdot \operatorname{th} \gamma' e}{1 + \frac{Z_0^*}{Z_c} \cdot \operatorname{th} \gamma l \cdot \operatorname{th} \gamma' e}$$
(5)

où Z_c est l'impédance caractéristique du couplant de masse volumique ρ_c et d'épaisseur e dans lequel les ondes de compression ont la vitesse v_c et un coefficient d'atténuation β_c .

$$Z_{c} = \rho_{c} v_{c} S(1 - j\alpha') \qquad \text{avec} \quad \alpha' = \frac{\beta_{c}}{q_{c}}$$
(6)

Remarques:

• Il est évident que si l'influence du couplant peut être négligée on est ramené au cas du paragraphe précédent.

• Certains tranducteurs du commerce présentent une face de protection collée au transducteur; ce sont autant de lignes acoustiques en cascade interposées entre l'échantillon et le transducteur. La meilleure façon de traiter la question est l'association de quadripôles (Annexe 2). Malheureusement, les constructeurs ne consentent pas à fournir les caractéristiques de ces différents milieux.

4.- Echantillon court

4.1.- Méthode des trois fréquences

4.1.1.- Présentation de la méthode

L'impédance électrique d'une ligne acoustique à extrémité libre sans couplant de section S, longueur l, densité ρ et d'impédance caractéristique ρ vS avec un coefficient d'amortissement linéique β et un nombre d'onde q s'écrit :

$$z = r_e + jx_e = \frac{1}{(2N)^2} \cdot (R + jX)$$

où Z = R + jX désigne l'impédance mécanique, 2N le rapport de transformation électromécanique.

$$R = \rho v S \cdot \frac{sh 2\beta l + \alpha \cdot sin 2q l}{ch 2\beta l + cos 2q l} \qquad X = \rho v S \cdot \frac{sin 2q l - \alpha \cdot sh 2\beta l}{ch 2\beta l + cos 2q l}$$
(7)
$$\alpha = \frac{\beta}{q}$$

Soit le rapport

$$Q = \frac{im(z)}{re(z)}$$

$$Q = \frac{x_e}{r_e} = \frac{X}{R} = \frac{\sin 2ql - \alpha \cdot sh 2\beta l}{sh 2\beta l + \alpha \cdot sin 2ql}$$
(8)

Le fait de considérer la quantité Q permet d'ignorer le rapport de transformation électromécanique N qui pourra, une fois v et ß déterminés, être calculé à une fréquence donnée soit par l'expression $N_{f} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{R}{r_{a}}}$, soit par

 $N_2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{X}{x_2}}$. Ceci constitue une autre façon de résoudre le problème puisque à

une fréquence donnée les deux quantités N1 et N2 doivent être égales.

Aux fréquences F_1, F_2 et F_3 , nous évaluons les valeurs Q_1, Q_2 et Q_3 (ces évaluations seront ultérieurement les mesures). Pour la longueur mesurée 1 de l'échantillon, la résolution du problème est la suivante :

A chaque fréquence F_i (i=1,2,3), nous faisons un balayage en vitesse entre deux valeurs physiquement possibles (vmin et vmax). Pour chaque valeur de v et donc de q_i (q_i = $\frac{2\pi F_i}{V}$), nous recherchons l'atténuation β_i qui permet d'égaliser Q_i calculé par l'expression (8) à Q_i évalué. Nous obtenons ainsi une courbe monotone représentant l'atténuation β_i en fonction de la vitesse v. L'intersection des trois courbes aux fréquences F_1 , F_2 et F_3 donne la solution cherchée (β ,v).

En fait, l'imprécision des mesures fournira trois intersections définissant un triangle curviligne. Ce triangle permet la détermination de l'atténuation β et de la vitesse v, avec une évaluation de leur imprécision.

4.1.2.- Simulation

La simulation présentée ici est faite avec les données suivantes :

Transducteur :

 $r=25 \Omega$; C₀=2 nF; l=6 mH; F₀=185 kHz; N=5 N/V et $\phi=45 \text{ mm}$

Echantillon:

 $\beta = 5 \text{ m}^{-1}$; v = 1000 m/s; l = 20 mm et $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$

Entre 180 kHz et 220 kHz, avec un pas de variation de fréquences de 40 Hz, les diagrammes d'impédance et d'admittance sont donnés aux figures 5 et 6 pour le transducteur seul et figures 7 et 8 pour le transducteur chargé

Connaissant C_0 , nous retrouvons l'impédance électrique de la ligne (Fig. 9), sur laquelle, trois fréquences ((A) 186 kHz, (B) 188 kHz et (C) 190 kHz) sont choisies. La résolution du problème avec la méthode précédemment exposée donne le diagramme de la figure 10, représentant les atténuations en fonction des vitesses ; l'intersection des trois courbes fournit les valeurs cherchées $\beta = 5 \text{ m}^{-1}$ et v = 1000 m/s. Ici, il n'y a pas d'imprécision, la restitution est parfaite.



Fig. 7

Fig. 8



Remarque : Le diagramme comporte deux boucles ; la première nette, l'autre comportant des fluctuations. Les points sont choisis sur la première.





A l'aide des valeurs de β et v restituées, nous calculons l'impédance mécanique de la ligne que nous comparons à son impédance électrique. Comme signalé précédemment, nous pouvons déterminer le rapport de transformation électromécanique du transducteur en fonction de la fréquence en considérant soit les parties réelles (N₁(F)) (Fig. 11) soit les parties imaginaires (N₂(F)) (Fig. 12).

$$N_{1}(F) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{R}{r_{e}}}$$
; $N_{2}(F) = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{X}{x_{e}}}$

Nous obtenons deux courbes quasi-constantes avec des fluctuations dans les régions où x s'annule.

Remarque : La valeur moyenne de N restituée pour les trois fréquences et donc sur 6 valeurs est N = 5,004 ce qui correspond à un écart relatif de 0,08 % par rapport à la valeur prise pour la simulation.



Fig. 11



Fig. 12

4.2.- Méthode à fréquence fixe et hauteur variable

4.2.1.- Présentation de la méthode

Cette méthode est particulièrement adaptée au cas des liquides. A fréquence fixe F, nous mesurons la partie réelle de l'impédance électrique de la ligne acoustique en fonction de la hauteur à partir de la méthode exposée précédemment.

$$r(h) = \frac{\rho v S}{4 N^2} \cdot \frac{sh 2\beta h + \alpha \cdot sin 2qh}{ch 2\beta h + cos 2qh}$$

h : hauteur de liquide.

En première approximation, r(h) est maximal si $\cos 2qh = -1$ ce qui est équivalent à $h = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$. La hauteur Δh entre deux maximums consécutifs définit donc la demi-longueur d'onde. La vitesse est donc déterminée par :

$$\mathbf{v} = \mathbf{2} \cdot \Delta \mathbf{h} \cdot \mathbf{F} \tag{9}$$

L'atténuation est déterminée par comparaison de deux amplitudes différentes.

1^{er} maximum :
$$k = 0$$
 ; $h_1 = \frac{\lambda}{4}$ et $r_1 = \frac{\rho v S}{4N^2} \cdot \frac{1}{th\beta \frac{\lambda}{4}}$
2nd maximum : $k = 1$; $h_2 = 3\frac{\lambda}{4}$ et $r_2 = \frac{\rho v S}{4N^2} \cdot \frac{1}{th\beta \frac{3\lambda}{4}}$

Soit $A = \frac{r_2}{r_1}$ et $B = th\beta\frac{\lambda}{4}$. Nous arrivons donc à l'expression $B = \sqrt{\frac{3A-1}{3-A}}$ qui donne celle de l'atténuation.

$$\beta = \frac{4}{\lambda} \cdot \operatorname{arg} \operatorname{th} \sqrt{\frac{3A - 1}{3 - A}}$$
(10)

4.2.2.- Simulation

La simulation présentée est réalisée avec les caractéristiques suivantes :

v = 1000 m/s; $\beta = 5 \text{ m}^{-1}$; $\rho = 900 \text{ kg/m}^3$.

La fréquence est F = 200 kHz et le diamètre est de 0,04 m.

Pour une hauteur variable de 0 à 10 mm, nous traçons la partie réelle de l'impédance mécanique $R(h) = r(h).4N^2$ Fig. 13.



Fig. 13

Les caractéristiques v et β de l'échantillon sont parfaitement restituées d'après les expressions précédentes. En effet, en adoptant un pas de variation en hauteur de 5 µm on peut retrouver la valeur de v par (9) sans erreur et l'atténuation β par (10) avec un écart inférieur à 10⁻⁶% (en d'autres termes il faut une précision meilleure que 10 µm sur Δ h pour retrouver v et β trés bien).

5.- Echantillon long

5.1.- Présentation de l'étude

Les mesures avec des échantillons dont la longueur correspond à un grand nombre de longueurs d'onde dans la gamme de mesure fournissent des diagrammes d'admittance présentant des boucles. Celles-ci sont dues à ce que l'onde réfléchie sur la face arrière libre de l'échantillon revient sur le transducteur avec une phase dépendant de la fréquence : l'onde de retour se retrouve plusieurs fois en phase et en opposition de phase avec l'onde émise, on pourra alors parler de méthodes de résonance.

Ce type de mesure va nous permettre de caractériser l'échantillon sans avoir à connaître les caractéristiques du transducteur à vide. Cela devrait aussi nous donner ultérieurement la possibilité de déterminer les limites de validité de l'hypothèse de la constance des caractéristiques du transducteur avec la charge.

Nous admettons que le transducteur, autour de sa résonance, dans notre gamme de mesure, est bien représenté par un circuit (C₀, r, *l*, c) [cf. Chapitre 2 § 2]. Nous nous plaçons aussi dans l'approximation d'une impédance caractéristique du matériau réelle ($\alpha <<1$). Après avoir montré comment calculer la vitesse v de l'onde de compression et son atténuation β dans le matériau à

partir de l'impédance mécanique ou électrique, nous calculons l'impédance du transducteur chargé $Z_{c}(F)$ par l'échantillon (résolution du problème direct).

Ensuite à partir de l'impédance $Z_{c}(F)$ nous montrons comment déterminer les caractéristiques de l'échantillon et du transducteur.

5.2.- Impédance et admittance électrique du transducteur chargé

5.2.1.- Détermination de v et β

L'impédance mécanique de la ligne acoustique s'écrit $Z = Z_0^* \cdot \text{th } \gamma \text{l}$ avec $Z_0^* = \rho v S(1 - j\alpha)$.

 Z_0^* est complexe si $\alpha = \frac{\beta v}{2\pi F}$ n'est pas négligeable devant 1. L'impédance électrique ramenée z est telle que $Z = 4N^2z$. Si le rapport de transformation électromécanique N est supposé constant, les raisonnements que nous allons faire sur Z restent valables pour z.

Supposant ici α négligeable devant 1, l'impédance de ligne se simplifie en :

$$Z = \rho v S \cdot \frac{sh 2\beta l + jsin 2ql}{ch 2\beta l + cos 2ql} = R + jX$$

$$R = \rho v S \frac{sh 2\beta l}{ch 2\beta l + cos 2q l} \qquad X = \rho v S \cdot \frac{sin 2q l}{ch 2\beta l + cos 2q l}$$
$$max(R) = \frac{Z_0}{th\beta l} \text{ et } min(R) = Z_0 \cdot th\beta l \text{ avec } Z_0 = \rho v S$$

Nous avons démontré (§ 3.1.) que dans le plan complexe, le diagramme d'impédance est un cercle de centre $\left(\frac{Z_0}{\text{th }2\beta l},0\right)$ et de rayon $\frac{Z_0}{\text{sh }2\beta l}$. Deux extremums consécutifs de R qui correspondent à un demi-cercle sont obtenus pour deux fréquences F₁ et F₂ tels que :

$$max(R) si \qquad F_{1}\frac{1}{v} = (2n+1)\frac{1}{4}$$

$$min(R) si \qquad F_{2}\frac{1}{v} = \frac{n}{2}.$$
Il en résulte que
$$v = 4 \cdot \Delta F \cdot 1 \qquad (11)$$
Pour p demi-cercle,
$$v = \frac{4 \cdot \Delta F_{p} \cdot 1}{p} \qquad (12)$$

 ΔF_p : écart des fréquences des p demi-cercles.

La détermination de β se fera à partir de l'écart ΔF_q des fréquences quadrantales Fq1 et Fq2 relatives aux extremums de X ($\Delta F_q = Fq_2 - Fq_1$) obtenue par : $\frac{\partial X}{\partial q} = 0 = 1 + \cos 2q l \operatorname{ch} 2\beta l$

Exprimant successivement cette équation pour F_{q1} et F_{q2} , on en déduit l'expression : $\beta = \frac{1}{2l} \arg sh \left[tg(\frac{2\pi}{v} \Delta Fq.l) \right]$ (13)

5.2.2.- Calcul de l'impédance et de l'admittance du transducteur chargé

Résolution du problème direct.

Données du calcul :

Transducteur : C₀=0,4 nF; t=1 mH; F₀=999 kHz; r=407 Ω ; N=0,7 N/V; ϕ =20mm Echantillon : β = 20 m⁻¹ ; v= 2100 m/s ; l= 30 mm ; ρ = 1240 kg/m³ 900 kHz <F< 1100 kHz Δ F=200 Hz

L'impédance mécanique et l'admittance mécanique de la ligne acoustique sont données aux figures 14 et 15 qui représentent les diagrammes circulaires (boucles superposées). Du côté électrique, l'impédance est multipliée par le facteur $\frac{1}{4N^2}$. En ajoutant la branche motionnelle du transducteur (circuit r, l, c), cette impédance se trouve déplacée sur l'axe des réels de la quantité r et sur l'axe des imaginaires de la quantité $\left(\ell\omega - \frac{1}{\omega c}\right)$: les cercles deviennent des boucles tangentes aux deux verticales V₁ et V₂ (Fig. 16).

Le diagramme d'admittance correspondant (Fig. 17) est une courbe présentant des boucles : elle est sensiblement symétrique par rapport à l'axe réel. Les figures 17 et 16 se correspondent par une inversion de pôle 0 puisque $y = \frac{1}{z}$. Les deux verticales V₁ et V₂ tangentes aux boucles de la figure 14 se transforment en deux cercles c_1 et c_2 osculateurs aux boucles de l'admittance.

Enfin l'effet de la capacité statique C₀ déplace chaque point du diagramme d'admittance de la quantité $j\omega C_0$ (Fig. 18). La courbe d'impédance précédente bascule et les boucles s'élargissent (Fig. 19.).

Notre problème consistera à mesurer l'admittance ou l'impédance du transducteur chargé par la ligne acoustique que constitue l'échantillon et de retrouver l'impédance électrique ramenée par la ligne pour déterminer v et β et tous les éléments du transducteur : résolution du problème inverse. Partant des valeurs calculées dans cette simulation, nous essayons donc ici de retrouver les données de départ.

Etude de la ligne.















Chapitre 3 : Principe des mesures

5.2.3.- Calcul de l'impédance électrique de la ligne acoustique

Partant de l'impédance ou de l'admittance du transducteur chargé précédemment calculées, nous cherchons la valeur de C₀ qui symétrise le diagramme d'admittance ou mieux, qui rend les boucles d'impédances tangentes à deux droites verticales. Considérant alors deux points A et B, sur la tangente de la figure 16bis, de coordonnées (x_A, y_A) et (x_B, y_B) correspondant aux fréquences F_a et F_b , nous en déduirons F_0 , l et c.



$$F_0 = \sqrt{F_A F_B \cdot \frac{x_A F_B - x_B F_A}{x_A F_A - x_B F_B}}$$
(14)

$$\ell = \frac{x_A F_A}{2\pi (F_A^2 - F_0^2)} = \frac{x_B F_B}{2\pi (F_B^2 - F_0^2)} \qquad c = \frac{1}{(2\pi F_0)^2 \cdot \ell}$$
(15)

Elles fournissent les résultats suivants :

$$C_0=0,3998 \text{ nF}$$
 $F_0=999,8 \text{ KHz}$ $\ell=0,9858 \text{ mH}$ $c=0,02571 \text{ nF}$

soit une erreur de 1,5% sur l et de moins de 0,1% sur F₀.

Retranchant $\ell \omega - \frac{1}{c\omega}$ de la branche motionnelle du transducteur chargé, nous obtenons l'impédance électrique de la ligne ayant subie une translation de r parallèle aux abscisses. Les fréquences correspondant aux demi-cercles permettent de déterminer la vitesse. Nous trouvons v=2112 m/s ce qui correspond à un écart de 0,6 %.

Puisque les cercles donnant les impédances électrique et mécanique de la ligne sont homothétiques, l'écart Δ Fq des fréquences quadrantales Fq₁ et Fq₂ peut être déterminé sur le cercle d'impédance électrique.

Détermination de β :

A l'aide de v et de la longueur de l'échantillon, nous déterminons l'atténuation β à partir de l'expression (13) :

v=2112 m/s (valeur restituée)

 $\Delta F_q = 11 \text{ kHz}$

d'où β =19,88 m⁻¹.

Ce qui correspond à un écart de -0,6% par rapport à la valeur simulée.

5.2.4.- Calcul de N et r

Tous les éléments du transducteur sont retrouvés à l'exception de N et r. A partir de β et v et aussi des éléments mécaniques de l'échantillon : ρ , S et l, nous calculons l'impédance mécanique de la ligne que nous comparons à son impédance électrique. Nous déterminons le rapport de transformation électromécanique N(F) en fonction de la fréquence par comparaison des parties imaginaires tandis que la résistance r(F) est obtenue à partir des parties réelles compte tenu de N(F).

Si $r_e + jx_e$ est l'impédance électrique mesurée et donc prenant en compte la résistance d'amortissement r, nous obtenons les grandeurs cherchées par les expressions suivantes :

$$N(F) = \left[\frac{\rho v S}{4 x_e} \cdot \frac{\sin 2q l}{ch 2\beta l + cos 2q l}\right]^{\frac{1}{2}}$$
(16)

$$r(F) = r_e - \frac{\rho v S}{4 N^2(F)} \cdot \frac{sh 2\beta l}{ch 2\beta l + cos 2q l}$$
(17)

Nous représentons ci-dessous N(F) (Fig. 20) et r(F) (Fig. 21). Les pics sont dus à la précision sur la restitution des caractéristiques de l'échantillon et au pas de variation de fréquence choisi puisque les parties imaginaires des impédances mécaniques et électriques ne s'annulent pas exactement à la même fréquence. Il apparaît que les valeurs restituées en tant qu'asymptotes horizontales; soit N=0,7 N/V et r=407 Ω quelle que soit la fréquence, sont tout à fait compatibles avec les données du problème direct.



Fig. 20





Par contre une restitution de r en considérant N constant (Fig. 22) donne une courbe r(F) moins accidentée mais autour d'une valeur moyenne, 405 Ω , un peu plus faible.



Fig. 22

5.3.- Modélisation de la branche motionnelle du transducteur

Les courbes des impédances dans les problèmes direct et inverse en considérant N(F) et r(F) sont parfaitement superposées (Nous avons omis de les présenter ici). Cependant si nous considérons r et N constants en les ajustant au mieux, les courbes se superposent imparfaitement mais encore très bien (Fig. 23). Un des avantages intéressants de cette méthode est de pouvoir remonter aux caractéristiques du transducteur. Les figures 24 et 25 étudient l'impédance z_{mot} de la branche motionnelle du transducteur: Re(z_{mot}) est constant et est égal à r direct, tandis que la partie imaginaire est parfaitement modélisable par un circuit lc (l et c étant les valeurs retrouvées en résolvant le problème inverse).





Remarque :

Ici contrairement aux méthodes applicables aux échantillons courts, la branche motionnelle doit être nécessairement modélisée par un circuit r,l,c, mais les valeurs de ses paramètres peuvent dépendre de la charge.

6.- Conclusion

Nous avons exposé dans ce chapitre les principes de différentes méthodes de caractérisation acoustique d'un matériau. Celles-ci seront appliquées en fonction de la réponse en impédance du transducteur chargé par le matériau à caractériser (diagrammes présentant ou non des boucles) et de la nature de celui-ci (solide ou liquide).

Si la méthode à hauteur variable n'est applicable qu'aux liquides les autres méthodes conviennent quelle que soit la nature du matériau isotrope.

Si le diagramme d'admittance est sans boucle (échantillon court) la méthode des trois fréquences ou éventuellement à hauteur variable est applicable, si par contre il présente plusieurs boucles (échantillon long) la méthode de résonance est bien adaptée.

La validité des méthodes a été vérifiée par des simulations qui ont montré une parfaite restitution. Cependant les écarts dépendent des pas en fréquence choisis; plus le pas est faible meilleure est la restitution.

Nous noterons enfin que l'étude des échantillons longs (diagrammes à boucles) n'a été menée que sur des matériaux moyennement absorbants et que l'influence des milieux couplants, entre le transducteur et l'échantillon, n'a pas été considérée.

CHAPITRE 4

Mesures et vérification des hypothèses

CHAPITRE 4

MESURES ET VERIFICATION DES HYPOTHESES

1.- Introduction

Ce chapitre est consacré à l'étude de quelques matériaux liquide et solide et à l'application des méthodes de résolution exposées au chapitre précédent selon l'épaisseur de l'échantillon en longueur d'onde et l'atténuation des ondes qui s'y propagent. Nous allons donc distinguer deux cas. Dans le premier, nous mesurons par voie acoustique la vitesse et l'atténuation dans les échantillons courts par application soit de la méthode des trois points, soit de celle à fréquence fixe et hauteur variable. Tandis que dans le deuxième cas, nous allons étudier des échantillons longs dont les diagrammes d'impédance ou d'admittance du transducteur chargé présentent des boucles.

Les résultats obtenus en impédancemétrie électrique seront comparés, dans la mesure du possible, à ceux obtenus par une méthode acoustique de superposition de trains d'ondes (Annexe 3). Nous allons aussi pouvoir comparer les caractéristiques du transducteur à vide et en charge en fonction de la fréquence et du type de la charge.

2.- Echantillons courts.

2.1.- Atténuation faible.

La caractérisation d'un matériau solide par impédancemétrie nécessite la présence, entre transducteur et échantillon, d'un couplant dont nous avons montré l'influence [37, 38]. En effet, celui-ci ne peut être négligé que si les échantillons sont longs et moyennement ou fortement atténuants. Les conditions optimales sont réalisées avec un couplant mince et peu absorbant : les liquides peuvent plus aisément remplir ces conditions.

Les méthodes de caractérisation de liquide ne manquent pas. Citons, pour mémoire, les méthodes de superposition d'échos de Mac Skimin [15, 16] et de Papadakis [18], bien adaptées à des mesures précises de vitesse, mais beaucoup moins à celle de l'atténuation. C'est pourquoi, il nous semble très intéressant de caractériser un matériau liquide (Huile silicone) susceptible de servir de couplant pour la méthode d'impédancemétrie électrique. La ligne acoustique est constituée du liquide à caractériser ; deux méthodes sont proposées : l'une mesure l'impédance à fréquence fixe et à hauteur de ligne variable ; l'autre à hauteur fixe et à trois fréquences.

2.1.1.- Cellule de mesure

Un cylindre (Fig. 1) contenant le liquide est obturé par un transducteur constitué d'une céramique ferroélectrique de 45 mm de diamètre et de 10 mm d'épaisseur (X31D45). L'étanchéité est obtenue par l'écrasement d'un joint de caoutchouc de silicone. L'ensemble repose sur un plan muni de trois vis de réglage (V₁, V₂ et V₃). Les mesures électriques sont effectuées entre les connexions a et b reliées aux faces métallisées du transducteur par la méthode exposée plus haut (chapitre 2 § 6.1.).

Le délicat problème posé ici est le réglage de l'horizontalité du transducteur. En effet, il faut que la surface libre du liquide soit parfaitement parallèle au plan du transducteur. Ce réglage est contrôlé à l'aide d'un niveau à bulle posé sur ce transducteur [39].



Fig.1 Cellule de mesure

2.1.2.- Mesures.

2.1.2.1.- Fréquence fixe et hauteur variable.

Pour modifier la hauteur de la ligne liquide, nous utilisons une microburette capable de définir 0,01 ml (1 ml correspond à une variation de hauteur de liquide dans la cellule de mesure de 0,229 mm). La figure 2 montre à une fréquence F=186460 Hz et une température égale à 21°C, les variations de la partie réelle de l'impédance de la ligne en fonction de la hauteur de liquide ajoutée par la microburette.

Nous rappelons ci-dessous les formules permettant de déterminer la vitesse v et l'atténuation β (chapitre 3 § 4.2.1.)

 $V = 2.F.\Delta H$

 ΔH étant la différence de hauteur entre deux pics (correspond à $\lambda/2$)



Si l'abscisse des maximums est bien définie, leur ordonnée l'est beaucoup moins. Nous avons observé qu'une variation de 0,01 ml fait passer de part et d'autre du maximum et que toute variation minime de l'horizontalité de la cellule modifie fortement le maximum. Un ajustement de la fréquence à proximité du maximum n'a pas permis de le déterminer avec exactitude. Le parallélisme imparfait est certainement la cause de l'échec de la détermination précise du maximum. En conséquence l'atténuation β n'a pu être obtenue.

Nous mesurons une longueur d'onde $\lambda = 5,363 \text{ mm d'où } v = (1000 \pm 3) \text{ m/s}.$

2.1.2.2.- Mesure à trois fréquences à hauteur fixe.

Aux trois fréquences $F_1=186440$ Hz, $F_2=186460$ Hz et $F_3=186480$ Hz et à la température de 21°C, nous réalisons des mesures pour h=4 mm puis h=12 mm. Pour chacune de ces hauteurs, la résolution par la méthode exposée au chapitre 3 § 4.1. donne les valeurs de v et β dont nous avons représenté les variations en fonction de la vitesse (Fig. 3 et 4). A l'échelle adoptée, les écarts entre les courbes sont trés minimes.



Les résultats sont consignés dans le tableau 1.

Pour h = 4 mm les mesures sont meilleures (triangle curviligne ponctuel) que celles où h = 12 mm (triangle allongé). Mais c'est pour de faibles valeurs de h que l'imprécision sur β jouera davantage.

Remarques :

Si h = 4 mm:

•L'introduction d'un écart de $\pm 1\%$ sur C₀ se traduit par une variation de β de 25%. De même un écart de +1% sur la partie réelle et -1% sur la partie imaginaire de l'impédance se traduit par +2% sur β et moins de 0,1% sur v.

•Un déréglage de l'horizontalité de la cellule (1/4 de tour d'une vis) se traduit par une modification de 28% de β et de 0,3% de v.

Si h = 12 mm:

Une variation de -2% sur le troisième point de mesure diminue le triangle d'imprécision.

2.2.- Atténuation moyenne.

2.2.1.- Echantillon de plexiglas.

Nous appliquons la méthode des trois fréquences plus ou moins espacées et exposons les résultats obtenus en tenant compte du couplant. Les mesures sont effectuées sur un échantillon de plexiglas de densité 1180 Kg/m³ et d'épaisseur 19,457 mm.

2.2.1.1.- Impédance et admittance.

Les figures 5 et 6 représentent les diagrammes d'impédance et d'admittance du transducteur à vide (X31D41) tandis que les figures 7 et 8 donnent ces mêmes quantités pour le transducteur en charge.

La capacité statique C₀ est mesurée directement à partir de C_{bf} et des fréquences de résonance et d'antirésonance F₀ et F_{∞}. Nous trouvons donc C₀≈0,6 nF

Le couplant étant l'huile silicone les caractéristiques sont les suivantes :

v₁=1000 m/s, ρ =900 kg/m³ et β =2 m⁻¹ (estimation maximale).

Les fréquences exploitées sont :

F₁=251,197 kHz F₂=251,497 khz F₃=251,647 kHz F₄=251,797 kHz F₅=251,947 kHz F₆=252,097 kHz F₇=252,397 kHz

2.2.1.2.- Mesure de β et v.

Pour les triplets de fréquences proches (F₃, F₄, F₅) et espacées (F₁, F₄, F₇) nous présentons (Fig. 9 à 11) l'évolution de l'atténuation β avec la vitesse suivant que le couplant est négligé (h=0) ou pris en compte (h=20 µm). Les graphes présentent des triangles d'intersection qui permettent de déterminer v et β avec leurs imprécisions. Les résultats sont consignés dans le tableau 2 pour les triplets d'écart de fréquence décroissant de (F₁, F₄, F₇) à (F₃, F₄, F₅).

h _{μm}	triplet de fréquences	$\beta \pm \Delta \beta$ m ⁻¹	$v \pm \Delta v_{m/s}$	
0	(F ₁ ,F ₄ ,F ₇)	7,7±0,4	2807,8±0,5	
	(F ₂ ,F ₄ ,F ₆)	7,6±0,2	2807,6±0,2	
	(F3,F4,F5)	7,5±0,1	2807,6±0,1	
20	(F ₁ ,F ₄ ,F ₇)	7,5±0,4	2838,7±0,5	
	(F ₂ ,F ₄ ,F ₆)	7,5±0,1	2838,6±0,2	
	(F3,F4,F5)	7,4±0,1	2838,5±0,1	

Tableau 2	2
-----------	---


Fig. 7

Fig. 8





Atténuation à F1
 Atténuation à F4
 Atténuation à F7

28072807.3 2807.4 2807.5 2807.6 2807.7 2807.8 2807.9 2808 2808.1 2808.2

m/s



2838.6

π/s

2838.8

2839

2839.2 2839.4

La bande commune aux résultats est donnée par le triplet représentant les fréquences les moins éloignées (F3, F4 et F5) :

7.4

2838

2838.2

Atténuation à F1
 Atténuation à F4

Atténuation à F7

2838.4

Sans tenir compte du couplant :

v=2807,6 ± 0,1 m/s β =7,5 ± 0,1 m⁻¹

En tenant compte du couplant :

$$v=2838,5 \pm 0,1 \text{ m/s}$$
 $\beta=7,4 \pm 0,1 \text{ m}^{-1}$

La vitesse et l'atténuation moyennes fournies par ces résultats sont :

v=2823 ± 15,5 m/s. (Ecart de 0,55 %) β =7,45 ± 0,05 m⁻¹. (Ecart de 0,7 %)

Si nous considérons les résultats depuis la plus petite valeur jusqu'à la plus grande (ce qui correspond aux points les plus espacés), les écarts relatifs en v et β du cas où h=0 par rapport à celui où h=20 µm sont :

$$\Delta v = -1,1 \% \qquad \qquad \Delta \beta = 2,6 \%$$

On ne peut donc négliger h sous peine de faire une forte erreur systématique.

2.2.1.3.- Mesure de N.

Connaissant v et β , le rapport de transformation électromécanique peut se calculer de deux façons [cf. chapitre 3 § 4.1.] :

$$N_1 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{R_e}{r_e}}$$
 et $N_2 = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{X_e}{x_e}}$

Re, Xe : parties réelle et imaginaire de l'impédance mécanique calculée.

re, xe : parties réelle et imaginaire de l'impédance électrique mesurée.

Les graphes (Fig. 13 et 14) présentent un exemple de variation de $N_1(F)$ et $N_2(F)$ en fonction de la fréquence. La valeur moyenne pour les fréquences étudiées est de l'ordre de 1,33 N/V. La perturbation observée correspond à la zone où la partie imaginaire de l'impédance s'annule ; région dans laquelle la méthode est défaillante.

Compte tenu des imprécisions sur N₂(F), nous préférons continuer le traitement avec N₁(F). En tenant compte du couplant pour calculer β et v (Fig. 11), nous comparons ci-dessous (Fig. 15) les impédances électriques calculées avec et sans couplant. Les courbes montrent une bonne coïncidence sur une bande de fréquences assez large (de 251,197 kHz à 252,817 kHz).





2.2.2.- Echantillon de polysulfone.

Nous effectuons la même démarche que pour l'échantillon de plexiglas pour caractériser un échantillon de polysulfone d'épaisseur 49,1 mm et de densité 1240 kg/m³. Le matériau couplant est le même et conserve ses caractéristiques :

 $v_1 = 1000 \text{ m/s}$, $\rho_1 = 900 \text{ kg/m}^3 \text{ et } \beta_1 = 2 \text{ m}^{-1}$.

Nous exploitons les mesures en tenant compte ou non du couplant pour les deux triplets (F_1,F_3,F_5) et (F_2,F_3,F_4)

F₁=251,497 kHz F₂=251,647 kHz F₃=251,797 kHz F₄=251,947 kHz F₅=252,097 kHz

2.2.2.1. Impédance et admittance.

Les figures 16 à 19 représentent les diagrammes d'impédance et d'admittance du transducteur à vide (X31D41) et en charge sur lesquels sont indiquées les fréquences étudiées. La gamme de fréquence est ici restreinte.

Transducteur à vide :



Transducteur chargé par l'échantillon de polysulfone :



2.2.2.2.- Mesure de β et v.

Nous traçons pour chaque fréquence du triplet (F₂,F₃,F₄) l'atténuation β en fonction de la vitesse v sans tenir compte du couplant (h = 0) (Fig. 20) et en tenant compte (h = 20 µm) (Fig. 21). La même opération avec le triplet (F₁,F₃,F₅) où les fréquences sont plus espacées donne les graphes (Fig. 22 et 23).

Fréquences proches :



Fig. 20 sans couplant

Fréquences espacées :





Fig. 23 avec couplant



Fig. 21 avec couplant

Chapitre 4 : Mesures et vérification des hypothèses

Ces courbes fournissent la vitesse et l'atténuation avec leurs incertitudes. Les résultats sont consignés dans le tableau 3 :

h μm	Triplet de fréquence	$\beta \pm \Delta \beta$ m ⁻¹	$\mathbf{v} \pm \Delta \mathbf{v}$ m/s
0	(F_2, F_3, F_4)	6,8 ± 0,6	2332,5 ± 2,5
	(F_1, F_3, F_5)	7 ± 1	2331,5 ± 4,5
20	(F ₂ , F ₃ , F ₄)	7,3 ± 1	2339,5 ± 2,5
	(F ₁ , F ₃ , F ₅)	7,3 ± 1,3	2339 ± 5
		TT 11 2	

Tableau 3

L'épaisseur du liant h = 0 ou 20 μ m laisse un faible recouvrement pour la vitesse. Les atténuations, par contre ont une bande commune :

Pour (F₂, F₃, F₄) : 6,3 m⁻¹ < β < 7,4 m⁻¹

Pour (F₁, F₃, F₅) : 6 m⁻¹ < β < 8 m⁻¹

Nous pourrons donc, pour les fréquences choisies, négliger l'influence du couplant.

2.2.2.3.- Mesure du rapport de transformation électromécanique.

En utilisant la méthode du § 2.2.1.3., nous pouvons tracer le rapport de transformation électromécanique en fonction de la fréquence. Les parties réelles des impédances mesurée et calculée fournissent $(N_1(F))$ (Fig. 24) et les parties imaginaires $((N_2(F))$ (Fig. 25). Ici contrairement au § 2.2.1.3. l'impédance de la ligne ne s'annule pas et donc aucune perturbation n'est observée sur N₂(F).



Vu les imprécisions sur les mesures, les courbes $N_1(F)$ et $N_2(F)$ ne sont pas tout à fait constantes mais présentent une valeur moyenne comparable à celle calculée pour les trois fréquences de mesure (N=1,5 N/V). Cette non constance de $N_1(F)$ se traduit sur la comparaison des impédances électriques mesurée et calculée Fig. 26 par une zone où les courbes sont distinctes. Nous observons néanmoins une zone de coïncidence où les mesures sont bonnes (de 251,197 kHz à 252,157 kHz).



2.2.3.- Critique des résultats.

Bien que le matériau couplant le transducteur à l'échantillon soit de faible épaisseur, son influence ne peut être systématiquement négligée. En effet, les écarts observés (tableaux 2 et 3) des résultats sans tenir compte du couplant par rapport à ceux en en tenant compte s'excluent parfois mutuellement puisqu'ils sont supérieurs aux erreurs expérimentales. Ils restent toutefois faibles et l'incidence du couplant pourrait être négligée si on se satisfait des écarts de quelques pour-cent. Les précisions obtenues sont alors :

Plexiglas : -1,1 % sur v et 2,6 % sur β .

Polysulfone : -0,3 % sur v et -4,1 % sur β .

Par cette méthode à trois fréquences, nous avons caractérisé les échantillons plexiglas et polysulfone et déterminé le rapport de transformation électromécanique N qui est une caractéristique du transducteur. Une fois connu, il peut être utilisé dans d'autres mesures nécessitant sa connaissance [40].

2.3.- Atténuation élevée

Nous utilisons ici une variante de la méthode des trois fréquences [41] et considérons plusieurs couples de fréquences dont chacun donne une valeur de β et v. La comparaison des couples fournit une idée de l'imprécision.

2.3.1.- Admittance du transducteur

Cette méthode est exploitée sur une lame de P.V.C. souple et transparent d'épaisseur 4 mm. Le transducteur étant une céramique piézoélectrique de diamètre 45 mm et d'épaisseur 10 mm (X9D45). La figure 27 présente son diagramme d'admittance à vide et la figure 28 en charge.



En basse fréquence, nous mesurons $C_{bf} = (1,001 \pm 0,001)$ nF. A partir de la Fig. 27 nous obtenons les fréquences de résonance et d'antirésonance :

$$F_0 = (268475 \pm 5) \text{ Hz}$$

 $F_\infty = (295120 \pm 500) \text{ Hz}$

Nous trouvons ainsi le résultat suivant pour la capacité C₀ :

$$C_0 = (0,828 \pm 0,001) \text{ nF}$$

2.3.2.- Mesure de β et v

Le tableau suivant donne pour un couple de fréquences, les parties réelles (g) et imaginaires (b) de l'admittance du transducteur à vide et en charge ainsi que le rapport $Q = \frac{Im(z)}{Re(z)}$ (z étant l'impédance électrique de la charge acoustique atteinte à partir des mesures de b et g (chapitre 3 § 2.)).

	Transduo	cteur seul	Transduct	Transducteur chargé		
F (kHz)	g (mS)	b (mS)	g (mS)	b (mS)	Q	
267,720	5,350	20,110	6,589	-0,388	0,6868	
268,680	38,710	-38,260	4,915	-2,092	0,6764	

A partir de ces valeurs, la méthode exposée au chapitre 3 § 4.1.1. donne les courbes de la figure 29 qui fournissent :



$\beta = 113.9 \text{ m}^{-1}$ et v = 1619.5 m/s

Voici d'autres couples de fréquences dont les mesures sont récapitulées dans le tableau 5.

Couple (F ₁ ,F ₂) kHz	(Q ₁ , Q ₂)	$\beta_{moy} (m^{-1})$	v (m/s)
(267,72 ; 268,68)	(0,6868 ; 0,6764)	114	1620
(267,60 ; 269,32)	(0,6888 ; 0,6754)	117,3	1642
(267,04 ; 268,68)	(0,7065 ; 0,6764)	103,1	1578
(267,60 ; 269,12)	(0,6888 ; 0,6752)	116,2	1634
(267,72 ; 268,48)	(0,6868 ; 0,6778)	112,4	1612

Tableau 5

Les moyennes des résultats précédents sont :

$$v = (1617 \pm 18) \text{ m/s}$$

 $\beta = (113 \pm 4) \text{ m}^{-1}$

Ce qui correspond à un écart de 3,5 % sur β et 1,1 % sur v.

Remarques :

Nous avons étudié l'influence de l'imprécision de la capacité C₀ sur les résultats de β et v :

• Des variations de \pm 1% sur C₀ entraînent des variations de \pm 0,25 m⁻¹ sur β et ± 1 m/s sur v.

• L'analyseur d'impédance donne une mesure avec une incertitude sur le dernier chiffre affiché. Si nous supposons une imprécision de 0,5% sur les parties réelle et imaginaire de l'impédance de la ligne, ceci causerait des variations de $\pm 1,25 \text{ m}^{-1} \text{ sur }\beta$ et $\pm 6 \text{ m/s sur }v$.

2.3.3.- Critique des résultats

Dans ses conditions d'utilisation, cette variante, à partir de couples de fréquences, a donné des résultats intéressants. La multiplication des couples mesurés peut améliorer la précision. Cependant les fréquences doivent être situées dans la région non perturbée des diagrammes d'admittance (pas de boucles parasites) et au voisinage de la résonance du transducteur où les effets de la charge se font le plus sentir.

3.- Echantillon long.

L'application de la méthode de résonance nécessite la présence de boucles dans les diagrammes d'impédance ou d'admittance du transducteur chargé par le matériau à caractériser. Ceci se produit pour des échantillons dont l'épaisseur exprimée en longueurs d'onde est grande et que dans la bande de fréquences utilisables, ce nombre varie de plusieurs unités de manière que l'onde réfléchie sur la face libre de l'échantillon revienne plusieurs fois en phase et en opposition de phase. Ceci est observé avec le transducteur en métaniobate (PZ35D20) à bande large 900 kHz à 1,1 MHz appliqué à l'aide d'un couplant de faible épaisseur (négligé ici) aux échantillons suivants successivement:

• Echantillon de plexiglas d'épaisseur 19,457 mm et de densité 1180 Kg/m³.

• Echantillon de polysulfone d'épaisseur 28,2 mm et de densité 1240 Kg/m³.

Les abréviations plexi et polys désigneront respectivement les courbes relatives au plexiglas et au polysulfone. Les épaisseurs sont obtenues à l'aide d'un sphéromètre permettant des mesures au micromètre près.

Nous exploitons ici la méthode exposée chapitre 3 § 5 où l'hypothèse d'une impédance caractéristique réelle est faite.

3.1.- Mesure des impédances et admittances

Le transducteur chargé présente les diagrammes d'impédance Fig. 30 plexi et Fig. 30 polys et les diagrammes d'admittance Fig. 31 plexi et Fig. 31 polys.



3.2- Caractérisation du transducteur

Par symétrisation des courbes d'admittance de la branche motionnelle du transducteur chargé (Fig. 32 plexi et Fig. 32 polys), nous déterminons une valeur approchée de C_0 que nous affinons par la recherche de la pente verticale sur les diagrammes d'impédance (Fig. 33 plexi et Fig. 33 polys).



Nous considérons deux points A et B se trouvant sur la tangente verticale afin de déterminer la fréquence de résonance F₀, la self l et la capacité c à partir des relations (14) et (15) du chapitre 3. Nous n'obtenons pas, comme en simulation, une même verticale à toute la courbe. Nous essayerons, plus loin, de comprendre ce phénomène. Cependant nous continuons le traitement en considérant la tangente en deux points A et B. Les résultats sont donnés au tableau 6

	Plexiglas	Polysulfone
C ₀ (nF)	0,37	0,37
F ₀ (KHz)	1006	1006
1 (mH)	0,82	0,79
c (nF)	0,03	0,03

Tableau 6

Nous trouvons ainsi un premier jeux de caractéristiques du transducteur ; la résistance d'amortissement et le rapport de transformation électromécanique seront déterminés au § 3.4.

3.3.- Détermination de v et β

Si nous retranchons $j(l\omega - \frac{1}{c\omega})$ de la branche motionnelle du transducteur chargé, nous obtenons l'impédance électrique ramenée par l'échantillon dont la partie réelle inclut la résistance d'amortissement du transducteur. Le choix d'un "cercle" (Fig. 34 plexi et Fig. 34 polys) permet de déterminer la vitesse à partir des fréquences F₁ et F₂ pour lesquelles s'annule la partie imaginaire (diamètre horizontal sur l'axe réel). Tandis que les fréquences quadrantales F_{q1} et F_{q2} correspondant aux extremums de la partie imaginaire permettent, connaissant v et l'épaisseur de l'échantillon, de déterminer l'atténuation.



	Plexiglas	Polysulfone
F ₁ (kHz)	953,457	999,959
F ₂ (kHz)	918,143	981,441
Fq1 (kHz)	944,6	974
F _{q2} (kHz)	963	988
v (m/s)	2748,4	2089,6
β (m ⁻¹)	23,8	20,6

Nous obtenons les résultats du tableau 7 :

Tableau 7

3.4.- Détermination de N et r

La partie imaginaire de l'impédance électrique mesurée de l'échantillon, tenant compte de r, permet de déterminer, connaissant β et v, le rapport de transformation électromécanique en fonction de la fréquence N(F) (à partir de l'équation 16 du chapitre 3) (Fig. 35 plexi et Fig. 35 polys), tandis que la partie réelle, à l'aide de N(F), permet d'observer les variations de la résistance d'amortissement du transducteur en fonction de la fréquence (chapitre 3 équation 17) (Fig. 36 plexi et Fig. 36 polys).



Fig. 35 plexi





Fig. 36 plexi

Fig. 36 polys

Les courbes sont comparables à celles obtenues par simulation (chapitre 3 § 5.2.4.) bien que moins régulières. Elles permettent de trouver des valeurs approchées pour N et r : N = 0,65 ± 0,05 N/V et r = 350 ± 50 Ω . Nous pouvons parfaire ces résultats avec la méthode exposée au chapitre 3 § 5.3.. Nous considérons ces valeurs comme constantes et nous les ajustons pour que les courbes d'impédances électriques de la branche motionnelle mesurée et calculée coïncident au mieux. Rappelons que cette impédance est donnée par la relation approchée où l'impédance caractéristique est considérée comme réelle et en tenant compte de r $\left(z = r + \frac{\rho vS}{4N^2} \cdot \frac{sh2\beta l + jsin2ql}{ch2\beta l + cos2ql}\right)$ (chapitre 3 équation (3)).

Cet ajustement nous a amené à adopter des valeurs de N de 0,63 N/V dans le cas du plexiglas et 0,69 N/V dans le cas du polysulfone. Nous remarquons que ces valeurs sont peu dépendantes de la charge du transducteur. Pour la résistance r, les valeurs sont 295 Ω si la charge est l'échantillon de plexiglas et 400 Ω si la charge est le polysulfone. La qualité de l'ajustement apparaît aux figures 35 et 36 où sont superposées les courbes calculées (en pointillé) et expérimentales. Ces résultats sont compatibles avec les valeurs moyennes précédentes et la détermination de N est même un peu plus précise. La méthode pourrait être appliquée à la détermination de β et v si N et r étaient connus.



Fig. 37 plexi

Fig. 37 polys

3.5.- Modélisation de la branche motionnelle du transducteur.

Soient z_m l'impédance de la branche motionnelle du transducteur chargé et z l'impédance électrique de l'échantillon calculée à l'aide de β , v et N. En retranchant z de z_m , nous obtenons l'impédance motionnelle du transducteur seul dont nous modélisons la partie imaginaire par la relation $l\omega - \frac{1}{c\omega}$ où l et c sont déterminées précédemment (tableau 6) (Fig. 38 plexi et Fig. 38 polys). Nous traçons aussi la partie réelle en fonction de la fréquence (Fig. 39 plexi et Fig. 39 polys).

Dans les deux cas et pour les deux échantillons, nous obtenons une bonne modélisation par le circuit l, c de la partie imaginaire de l'impédance motionnelle du transducteur. Tandis que la partie réelle fluctue autour de 295 Ω (pour F entre 900 kHz et 990 kHz), entre 260 Ω et 600 Ω (pour toute la bande de fréquence), dans le cas du plexiglas alors que pour le polysulfone, elle présente une large bande au voisinage de 400 Ω .



3.6.- Comparaison des caractéristiques du transducteur à vide et en charge

Pour la méthode de mesure d'échantillon court, nous faisions l'hypothèse de la constance des caractéristiques du transducteur qu'il soit chargé ou non. Les résultats qui viennent d'être obtenus, comparés à ceux du transducteur à vide pourraient éclairer cette question.

Pour continuer la comparaison des mesures, nous avons tracé les parties imaginaires (Fig. 40) et réelles (Fig. 41) de l'impédance du transducteur seul à partir soit des mesures sur le transducteur chargé (Fig 38 et 39) soit des mesures sur le transducteur nu avant son collage à l'échantillon sur la même bande de fréquence et avec le même pas. Les deux courbes sont assez bien modélisées par un circuit l, c série de réactance $1\omega - \frac{1}{\omega c}$, avec les valeurs correspondantes au tableau 8 où nous calculons les écarts, pour chaque échantillon, par rapport à la valeur à vide.



C) (nF)	0,3856	0,3705	-3,9	0,3717	-3,6
F ₀	(KHz)	981,2	1006	2,5	1006	2,5
1	(mH)	0,997	0,8215	-17,6	0,7932	-20,4
c	(nF)	0,0264	0,03048	15,4	0,03157	19,6
r	(Ω)	407	295	-27,5	400	-1,7
		······································		11 0		

Tableau 8

Remarque :

Les résultats du tableau n'ont pas été arrondis pour montrer les écarts sur la self l et la capacité c.

Sur les figures 41 relatives aux parties réelles de l'impédance motionnelle du transducteur chargé et à vide, nous observons que les écarts selon la fréquence avec la résistance calculée à vide peuvent être importants (par exemple : 600 Ω au lieu de 400 Ω pour le plexiglas vers 1090 kHz). Les écarts observés entre les mesures du transducteur seul à partir des mesures sur transducteur chargé et celles à vide peuvent avoir des causes multiples :

• Le pas d'analyse en fréquence trop grand (200 Hz).

• L'imprécision sur les mesures qui fournissent l et c (puisqu'elles dépendent des positions de deux points sur la tangente verticale et des fréquences correspondantes (chapitre 3 § 5.2.3. équations (15))).

- L'imprécision sur les mesures de β et v
- L'approximation de l'impédance caractéristique réelle qui doit se faire sentir principalement dans les zones proches de l'annulation de x_e.

Dans les deux cas, comme nous avons vu, nous obtenons une bonne modélisation avec un léger décalage dû aux écarts calculés dans le tableau 8.

Nous pouvons donc dire, compte tenu des comparaisons ci-dessus, que la méthode de résonance permet, à partir de la mesure de l'impédance ou de l'admittance du transducteur en charge, outre la caractérisation de l'échantillon considéré, la détermination de toutes les caractéristiques du transducteur. Elle ne nécessite aucune connaissance préalable.

3.7.- Exploitation des autres points de mesure

En appliquant cette même étude sur d'autres couples de points (A,B) de la pente verticale (Fig. 33 plexi et Fig. 33 polys), nous déterminons l'atténuation β et la vitesse v ainsi que les caractéristiques du transducteur seul (C₀, l, c, N et r) et sa fréquence de résonance F₀.

Nous réajustons la valeur de la capacité statique C_0 pour que la tangente verticale passe par les points A et B considérés et à partir de là nous déterminons toutes les autres caractéristiques citées ci-dessus. Les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau 9 pour l'échantillon de plexiglas et dans le tableau 10 pour l'échantillon de polysulfone avec les fréquences correspondantes aux points A et B.

Plexiglas

Point A _{kHz}	Point B kHz	C ₀ nF	F ₀ KHz	l mH	C nF	V m/s	β m-1	N N/V	r Ω
916,8	986,6	0,371	1006	0,823	0,031	2748	23,8	0,63	295
989,2	1057,6	0,383	996,7	0,803	0,032	2553	23,4	0,61	360
valeur n	noyenne	0,377	1001,4	0,812	0,031	2651	23,6	0,62	327,5

Tableau 9

Polysulfone

Point A kHz	Point B kHz	C ₀ nF	F ₀ KHz	l mH	C nF	V m/s	β m-1	N N/V	r Ω
922,6	961,4	0,369	1011,2	0,728	0,034	2188	20,4	0,69	380
961,8	1000,2	0,372	1006	0,793	0,032	2090	20,6	0,69	400
1000,4	1039,2	0,374	1004	0,863	0,029	2211	22	0,73	400
1039,2	1078,2	0,376	1009	0,994	0,025	2076	22	0,85	460
valeur n	noyenne	0,373	1007,5	0,884	0,03	2141	21,3	0,74	410

Tableau 10

3.8.- Exploitation globale de l'impédance de la branche motionnelle

3.8.1.- Simulation

Pour expliquer les fluctuations observées sur r(F) et $Im(z_m)$, nous réalisons une simulation comparable à celle du chapitre 3 § 5.2.2. pour les même valeurs des paramètres mais avec un pas en fréquence plus serré (l'écart en fréquence entre deux points consécutifs est de 80 Hz au lieu de 200 Hz).

Transducteur :

$$C_0 = 0.4 \text{ nF}$$
; $l = 1 \text{ mH}$; $F_0 = 999 \text{ kHz}$; $r_e = 407 \Omega \text{ N} = 0.7 \text{ N/V}$; $\Phi = 20 \text{ mm}$

Echantillon:

$$\beta_e = 20 \text{ m}^{-1}$$
; $v_e = 2100 \text{ m/s}$; L= 30 mm; $\rho = 1240 \text{ kg/m}^3$
900 kHz \DeltaF=80 Hz

Nous remarquons sur les figures 42 donnant les variations de Im(z_m) en fonction de la fréquence des fluctuations dont le sens dépend de la vitesse. Quand la vitesse a la valeur v_e , la courbe est linéaire, quand $v = (1 - 0,001).v_e$ (Fig. 42 a,b), les maximums sont au-dessus de la droite et quand v $(1 + 0,001).v_e$ (Fig. 42 c,d), les maximums sont au-dessous. La prise en compte de α n'influe pas sur ces résultats ($\alpha = \frac{\beta v}{2\pi F}$). On disposerait donc d'une méthode fine d'ajustement de v.

La valeur de v a aussi une influence sur r(F) mais moins facilement exploitable. Une valeur approchée de β influe peu sur les résultats obtenus pour Im(zm) avec β exact (β_e).Fixant v à sa valeur exacte, nous reprenons la simulation avec $\beta = (1 \pm 0,001)$. β_e ; les courbes 43 donnant les variations de r(F) selon la valeur de β montrent des évolutions autour de la valeur de r exacte (r_e) dont les amplitudes s'atténuent quand β tend vers β_e , et qui s'annulent si α est pris en compte. Nous aurions donc là une méthode fine d'ajustement de β .

Remarquons que le sens des accidents indique alors clairement comment faire varier β pour atteindre β_e .



a : α n'est pas pris en compte







b : α est pris en compte



d : α est pris en compte





 $\beta = (1+0.001).\beta_{e}$

Fig. 43

La figure 40 polys montre que pour 900<F<950 kHz, les fluctuations (minimums) correspondent à une vitesse trop forte tandis que pour 1050<F<1100 kHz, ces fluctuations (maximums) correspondent à une vitesse trop faible. Les très faibles fluctuations autour de 1000 kHz indiquent une bonne valeur de la vitesse. Une dispersion de vitesse avec la fréquence apparait donc possible. Ces résultats ne sont pas contredits par la Fig. 41 polys mais α n'ayant pas été pris en compte, il est impossible de tirer toutes les conclusions souhaitables.

La figure 33 polys. montre des boucles dont l'amplitude diminue avec la fréquence, et l'impossibilité d'obtenir à gauche une tangente commune.

Toutes les simulations ont été faites à v et β constants avec la fréquence. Une autre simulation est réalisée avec les mêmes valeurs données au début de ce paragraphe, à l'exception de β qui vaut $\beta(m^{-1}) = 2,5 \ 10^{-5}$.F(Hz). La figure 44 montre un aspect en tout points comparable à celui de la figure 33. Ceci explique les valeurs différentes de β trouvées selon le choix des boucles.



3.8.2.- Exploitation des mesures

Certains aspects de l'étude précédente semblent indiquer des possibilités de dispersion de vitesse et d'atténuation. Nous allons approfondir ce point dans une visée prospective en introduisant une vitesse et une atténuation variant linéairement avec la fréquence selon les lois:

 $v = v_0 + (F - F_a).\Delta v$ $\beta = \beta o + (F - F_a).\Delta \beta$

où Fa désigne la fréquence d'ajustement.

Nous revenons ici sur la courbe (C₁) de l'impédance motionnelle du transducteur chargé par l'échantillon de polysulfone (Fig. 33poly) que nous allons comparer à une courbe (C₂) calculée à l'aide des lois linéaires en β et v ci-dessus (Fig. 45).

 v_0 et Δv sont ajustés pour que les courbes (C₁) et (C₂) commencent et finissent en même temps tandis que $\Delta\beta$ est ajusté pour que les boucles coïncident.

Un déplacement vertical est obtenu pour de faibles variations de la self l et le basculement de la courbe par des variations de C_0 .

Les valeurs correspondant au meilleur ajustement pour $F_a = 941,2$ kHz sont

 $C_0 = 0,3675 \text{ nF}, r = 403 \Omega, N = 0,69 \text{ N/V}, c = 0,0315 \text{ nF}, l = 0,7982 \text{ mH}$

avec les valeurs trouvées pour la vitesse et l'atténuation:

 $\beta_0 = 19,5 \text{ m}^{-1}$, $v_0 = 2003,9 \text{ m/s}$, $\Delta v = 1,65.10^{-4}$ et $\Delta \beta = 0,4.10^{-4}$

Les figures 46 et 47 donnent les variations de v et β avec la fréquence.



Fig. 45



Ces résultats suggérent que la méthode permet d'atteindre la dispersion de vitesse et d'atténuation. La pente $\frac{dv(F)}{dF} = \Delta v = 1,65.10^{-4}$ semble cependant une valeur forte.

La relation de Kramers-Kronig [42] liant l'atténuation à la dispersion si celle-ci est faible est exprimée par l'équation suivante :

$$\beta(F) = \frac{\pi^2 F^2}{v_0^2} \frac{dv(F)}{dF}$$

Si F=1 MHz et v₀=2000 m/s, nous trouvons une atténuation de l'ordre de 407 m⁻¹ ; valeur qui ne respecte même pas l'ordre de grandeur.

L'imperfection de coïncidence des impédances des branches motionnelles calculée et mesurée que nous avons fortement minimisé par ajustement de la vitesse et de l'atténuation peut-être due à d'autres phénomènes que la dispersion et l'atténuation spécifique de l'échantillon. La diffraction, en particulier, que nous avons négligée pourrait être mise en cause. Elle peut introduire, comme nous allons le voir, une atténuation apparente et des écarts de phase et donc de vitesse dépendant de la fréquence.

3.9.- Influence de la diffraction

Avoir négligé la diffraction revient à supposer que toute l'énergie émise par le transducteur reste contenue dans un cylindre de rayon a égal à celui du transducteur. En fait, l'énergie de la vibration de longueur d'onde λ est contenue dans un tronc de cône d'angle d'ouverture proportionnel à $\frac{\lambda}{a}$. Une partie seulement de l'énergie revient sur le transducteur après réflexion sur l'extrémité libre de l'échantillon ce qui se traduit par une atténuation apparente dont nous ne tenons jamais compte.

Si en chaque point du transducteur supposé de révolution on sait mesurer la vitesse de déplacement $v(d,\psi)$ de sa face vibrante ainsi que sa phase $\xi(d,\psi)$ fonctions des coordonnées (d,ψ) de l'élément de surface de la face du transducteur, l'influence de la diffraction se traduit par des pertes apparentes et une avance de phase qui peuvent être alors calculées.

Dans le cas simple mais probablement peu réaliste d'une source vibrant en piston (v = C^{te} et $\xi = 0$) Papadakis [43] propose les courbes calculées de la figure 48 fonction de la variable réduite $S = Z \frac{\lambda}{a^2}$ (Z étant ici la distance de la source au plan du récepteur).

On remarquera que la diffraction introduit une erreur à la fois sur l'atténuation (courbe a) et sur la vitesse (courbe b). Cette erreur systématique n'étant pas relative à la méthode de mesure mais à la propagation de l'onde.

Pour un autre profil de vitesse de déplacement de la face du transducteur en contact avec l'échantillon la valeur des pertes peut être réduite d'environ 50 % comme le montre la figure 49 selon que la source a un profil de vitesse en piston (courbe I Fig. 49) v(d) = Cte ou selon la loi $\cos(\frac{\pi d}{4a})$.

Pour se donner une idée de l'ordre de grandeur des quantités négligées dans le cas d'une source vibrant en piston, les valeurs de S correspondant à nos mesures sont regroupées au tableau 11. Nous avons admis que la reflexion sur la face libre de l'échantillon ne modifie pas la diffraction et nous prenons Z double de l'épaisseur de l'échantillon.

Les pertes en dB (P(dB)) peuvent être ensuite converties en m⁻¹ par la relation : $\beta = \frac{\text{Ln10} P(\text{dB})}{20 Z}$

Comparées au β apparent mesuré pour l'huile (§ 2.1.) [β =1±0,5 m⁻¹], ces pertes par diffraction calculées semblent excessives même si on les réduit de 50 % (courbe II Fig. 49). Cela montre la difficulté de mesurer des atténuations faibles ; ces mesures risquent toujours d'être rendues délicates par les phénomènes de diffraction.

Pour déterminer les pertes par diffraction il faudrait mesurer l'atténuation

Transducteur	échantillon	a	F	v	Z	S	Perte	β
		mm	kHz	m/s	mm		dB	m-1
X31D45	huile	22,5	186,5	1000	24	0,254	1	4,8
X31D41	plexiglass	20,5	252	2820	38,9	1,03	1,75	5,2
X31D41	polysulfone	20,5	252	2335	98,2	2,165	2,4	2,8
PZ35D20	plexiglass	10	1000	2750	38,9	1,069	1,80	5,33
PZ35D20	polysulfone	10	1000	2090	56,4	1,179	1,80	3,67

Tableau 11

Correction des mesures si P(dB) par diffraction est connue :

Si β_{mes} est l'atténuation mesurée, β_{vrai} celle dans le matériau considéré (en m⁻¹) et P_{diff} les pertes par diffraction (en dB), nous déterminons β_{vrai} par l'expression suivante :

$$\beta_{\rm vrai} = \beta_{\rm mesure} - \frac{\rm Ln(10)}{20.Z} (P_{\rm diff} (\rm dB))$$

Z étant, dans ce cas, le trajet parcouru par l'onde acoustique.







Fig. 49

Conclusion

CONCLUSION

Nous avons développé une méthode de caractérisation acoustique de matériaux isotropes par ondes de compression par voie purement électrique. A partir de la mesure de l'admittance ou de l'impédance électrique du transducteur chargé par l'échantillon étudié nous pouvons déterminer la vitesse v et l'atténuation β des ondes acoustiques qui s'y propagent.

Le transducteur servant d'émetteur et de récepteur convertit les grandeurs électriques en grandeurs mécaniques et réciproquement. Nous avons été conduit à rétablir son schéma électrique équivalent pour des vibrations en épaisseur en utilisant le modèle unidimensionnel de Berlincourt; schéma équivalent qui se réduit à une forme très simple (branche motionnelle r l c incluant un transformateur électromécanique de rapport N, le tout shunté par la capacité statique C_0) autour de sa résonance, seul domaine de fréquences intéressant notre méthode.

Ce modèle unidimensionnel a été comparé au modèle tridimensionnel de Brissaud. Ceci permet d'expliquer notre mode d'amortissement utilisé pour certains transducteurs, mais ne justifie pas d'abandonner notre système monodimensionnel simple.

La caractérisation d'un ensemble de transducteurs de nature différente dans une très large bande de fréquences nous a permis de définir les caractéristiques idéales que doivent posséder nos transducteurs de mesure et d'expliquer pourquoi, autour de la résonance, certains transducteurs semblent présenter une capacité statique C_0 apparente négative.

L'échantillon à caractériser se comporte comme une ligne acoustique appliquée au transducteur par un liant mécanique (et éventuellement par une face avant), ce qui constitue plusieurs lignes en cascade. Nous avons donc repris, en l'adaptant à notre problème, la théorie des lignes en utilisant l'analogie acoustoélectrique et la théorie classique des quadripôles. Ces résultats sont indispensables aux simulations et aux traitements des mesures.

Ensuite, nous avons présenté trois principes de mesure, chacune étant étudiée et illustrée par une simulation. Cela permet de prévoir les formes des différentes admittances ou impédances au cours des transformations permettant d'atteindre les deux grandeurs cherchées : v et β . De plus, cela permet de tester le problème inverse et de le valider en établissant l'unicité de solution et l'excellente précision de la restitution des grandeurs v et β introduites dans le modèle calculé simulant une impédance mesurée. Les deux premières méthodes postulent que les caractéristiques du transducteur (r, l, c, C₀ et N) à vide restent identiques en charge et seulement C₀ doit être mesuré. La troisième méthode ne fait aucune hypothèse semblable et, en plus de la mesure de v et β , elle permet d'atteindre toutes les caractéristiques du transducteur et même les évolutions de v et β avec la fréquence.

La première méthode dite à fréquence fixe et à hauteur variable n'est applicable qu'aux liquides. Elle permet d'espérer une excellente précision (0,3%)sur la vitesse, mais ne permet pas d'obtenir β .

La seconde méthode, nommée à trois fréquences, convient aux solides et aux liquides de faible épaisseur (d'une fraction de longueur d'onde acoustique à quelques longueurs d'onde). Elle permet la mesure de v et β avec d'assez bonnes précisions (1% sur v et quelques % sur β). L'influence du matériau couplant l'échantillon au transducteur a été étudiée. Pour des matériaux moyennement absorbants (plexiglas, polysulfone), nous pouvons négliger l'influence du couplant au prix d'écarts faibles (0,3 à 1,1 % sur v et 2,6 à 4,1 sur β).

La troisième méthode, que nous appelons de résonance, s'applique à des échantillons longs présentant un grand nombre de longueurs d'onde. Il faut que, dans la gamme de fréquence où les mesures sont possibles, le diagramme d'admittance (ou d'impédance) présente des boucles multiples. La vitesse et l'atténuation sont obtenues à partir de trois traitements consécutifs. A chaque étape les résultats sont affinés. A la dernière étape, des variations relatives de quelques millièmes sur v et β sont sensibles. C'est à cette étape, si le transducteur a une bande de fréquence assez large, que l'on peut obtenir v et β en fonction de la fréquence. Cette méthode a permis de caractériser le transducteur chargé et de comparer les résultats aux caractéristiques à vide. Les hypothèses indispensables premières méthodes sont approximativement vérifiées. aux deux Là. probablement d'autres transducteurs seraient à qualifier pour ce type de mesure qui présente beaucoup d'intérêts. En effet, les méthodes de mesure d'échantillons minces sont rares.

Enfin, chacune des méthodes est exploitée sur des échantillons réels : huile silicone, P.V.C., plexiglas et polysulfone. Quand la chose a été possible les résultats sont comparés à d'autres mesures effectuées par une méthode de trains d'ondes (annexe 3). Malheureusement, souvent ces mesures n'ont pas pu être réalisées aux mêmes fréquences.

Le choix de notre méthode avait été motivé, en partie, par son automatisation possible. L'acquisition des mesures est totalement automatique. Leur traitement a été réalisé à partir d'un logiciel de calcul numérique ne nécessitant que peu de programmation sur un P.C. 486 rapide. Réaliser l'informatisation du traitement pour le rendre complètement automatique reste une étude importante qui dépasse le cadre de celle-ci. Notre travail s'est limité aux ondes de compression. En principe, il serait transposable aux ondes de cisaillement puisque le schéma équivalent monodimensionnel des transducteurs ainsi que les impédances mécaniques des lignes restent très voisins. Ceci, évidemment, ne préjuge pas des problèmes techniques spécifiques à ce type d'onde.

ANNEXE 1

Schéma électrique équivalent du transducteur

ANNEXE 1

SCHEMA ELECTRIQUE EQUIVALENT DU TRANSDUCTEUR

Dans cette annexe, nous allons rétablir le schéma électrique équivalent du transducteur vibrant en épaisseur à partir des équations de la piézoélectricité. Nous déterminerons les expressions de ses caractéristiques et nous verrons comment le schéma électrique sera modifié lorsque seulement une de ses faces est couplée à une ligne acoustique d'impédance donnée.

Cette étude est basée sur le modèle unidimensionnel de Mason qui suppose que les vibrations en épaisseur sont découplées de celles contenues dans le plan de la céramique.

1.- Equation de propagation dans un matériau piézoélectrique

Nous considérons une plaque rectangulaire de section S et d'épaisseur e très faible devant les autres dimensions. Une différence de potentiel u est appliquée entre les deux faces métallisées (Fig. 1) et crée un courant i dans le matériau piézoélectrique, ces faces constituant par ailleurs deux pôles "mécaniques" auxquels sont appliqués les forces F1 et F2 et qui se déplacent aux vitesses respectives U1 et U2.



Fig. 1

La caractérisation des matériaux piézoélectriques s'effectue selon les normes IRE [31] ou IEEE [32]. Ces normes permettent de déduire les fréquences de résonances d'échantillon de formes particulières (rectangulaire, cylindrique, disque creux etc...) ainsi que les paramètres élastiques, piézoélectriques et diélectriques à partir d'une analyse tensorielle basée sur la vibration unimodale et unidimensionnelle [33 à 35] et [10].

Nous travaillons dans un repère orthonormé et nous utilisons l'écriture condensée d'Einstein.

Le système d'équations représentant le milieu piézoélectrique exprime les contraintes T et le champ électrique E en fonction des déformations S et de l'induction D choisies comme variables indépendantes.

$$T_{ij} = C_{ijkl}^{D} \cdot S_{kl} - h_{kij} \cdot D_{k}$$

$$E_{i} = -h_{ikl} \cdot S_{kl} + \beta_{ij}^{S} \cdot D_{j}$$
(1)

où

 C^{D} : paramètres du tenseur élastique à induction constante.

h : paramètres piézoélectriques.

 β^{S} : paramètres diélectriques à déformation constante.

Le tenseur de déformation linéaire S_{kl} est relié aux déplacements X_i par la relation :

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{\partial X_k}{\partial x_l} + \frac{\partial X_l}{\partial x_k} \right]$$
(2)

Sous forme tensorielle, la relation fondamentale de la dynamique pour l'unité de volume s'écrit :

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 X_i}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j}$$
(3)

ρ : masse volumique du matériau.

Les deux faces sur lesquelles sont déposées les électrodes se déplacent parallèlement à elles-mêmes et perpendiculairement à l'axe de polarisation (x_3) Si nous ne supposons aucun autre déplacement (modèle unidimensionnel), le système d'équations (1), (2) et (3) se réduit à :

$$T_{3} = C_{33}^{D} \cdot S_{3} - h_{33} \cdot D_{3}$$

$$E_{3} = -h_{33} \cdot S_{3} + \beta_{33}^{S} \cdot D_{3}$$
(4)

$$S_3 = \frac{\partial X_3}{\partial x_3} \tag{5}$$

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 X_3}{\partial t^2} = \frac{\partial T_3}{\partial x_3} \tag{6}$$
Le matériau piézoélectrique est isolant, ce qui impose div $\vec{D} = 0$ et donc

$$\frac{\partial D}{\partial x_3} = 0 \tag{7}$$

L'équation (6), compte tenu de (4), (5) et (7) devient :

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 X_3}{\partial t^2} = C_{33}^D \cdot \frac{\partial S_3}{\partial x_3} - h_{33} \cdot \frac{\partial D_3}{\partial x_3}$$

$$\rho \cdot \frac{\partial^2 X_3}{\partial t^2} = C_{33}^D \cdot \frac{\partial^2 X_3}{\partial x_3^2}$$
(8)

C'est l'équation de propagation d'une onde plane se propageant à la vitesse $v = \sqrt{\frac{C_{33}^{D}}{\rho}}$ dans le transducteur.

Un déplacement harmonique suivant l'axe x_3 s'écrit $X_3 = X \cdot e^{j\omega t}$ (X dépendant de la position x_3).La relation (8) devient $\frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + \frac{\omega^2}{v^2} \cdot X = 0$ qui a pour solution :

$$X = A \cdot \sin \frac{\omega x_3}{v} + B \cdot \cos \frac{\omega x_3}{v}$$
(9)

D'où

$$X_{3} = \left[A \cdot \sin \frac{\omega x_{3}}{v} + B \cdot \cos \frac{\omega x_{3}}{v}\right] \cdot e^{j\omega t}$$
(10)

A et B sont deux constantes à déterminer à partir des conditions aux limites relatives aux vitesses :

$$\left[\frac{\partial X_3}{\partial t}\right]_{x_3=0} = -U_1 \text{ et } \left[\frac{\partial X_3}{\partial t}\right]_{x_3=-e} = U_2$$

elles ont donc pour valeur :

$$A = \frac{j}{\omega} \cdot \left[\frac{U_1}{tg \frac{\omega e}{v}} + \frac{U_2}{\sin \frac{\omega e}{v}} \right] \cdot e^{-j\omega t}$$
(11)

$$B = j \cdot \frac{U_1}{\omega} \cdot e^{-j\omega t}$$
(12)

2.- Expression des forces appliquées aux faces

La relation reliant la force à la contrainte est donnée par

$$\mathbf{F} = -\mathbf{S} \cdot \mathbf{T} \tag{13}$$

S : Section de la face métallisée.

$$F_{1} = [-S \cdot T_{3}]_{x_{3}=0}$$
$$F_{2} = [-S \cdot T_{3}]_{x_{3}=-e}$$

sachant que

$$D_{3} = \frac{1}{S} \cdot \int I \cdot dt \qquad (Courant sinusoïdal)$$
$$= \frac{I}{j\omega S} \qquad (14)$$

Ces forces s'expriment donc par :

$$F_{1} = -j \cdot Z_{0t} \cdot \frac{U_{1}}{tg \frac{\omega e}{v}} - j \cdot Z_{0t} \cdot \frac{U_{2}}{\sin \frac{\omega e}{v}} - j \cdot \frac{h_{33}}{\omega} \cdot I$$
(15)

$$F_{2} = -j \cdot Z_{0t} \cdot \frac{U_{1}}{\sin \frac{\omega e}{v}} - j \cdot Z_{0t} \cdot \frac{U_{2}}{tg \frac{\omega e}{v}} - j \cdot \frac{h_{33}}{\omega} \cdot I$$
(16)

avec $Z_{0t} = S \cdot \frac{C_{33}^D}{v}$

 $Z_{0t} = \rho \cdot v \cdot S$ impédance acoustique du transducteur

3.- Expression du rapport électromécanique

Le transducteur a pour fonction de réaliser la transformation d'une vibration mécanique en vibration électrique et réciproquement puisque la piézoélectricité permet un couplage électromécanique. Compte tenu de l'expression des forces F_1 et F_2 et de la tension u appliquée entre les deux faces métallisées, nous introduisons un transformateur électromécanique de rapport N défini par le rapport de force appliquée sur la tension d'entrée dans les conditions statiques et sans déformation (S₃=0).

$$\vec{E} = -\vec{grad} u$$
 d'où $u = \int_{-e}^{0} E_3 \cdot dx_3$

Le remplacement de E₃ par son expression issue du système d'équation (4) donne :

$$\mathbf{u} = -\mathbf{j}\frac{\mathbf{h}_{33}}{\omega} \cdot (\mathbf{U}_1 + \mathbf{U}_2) - \mathbf{j} \cdot \frac{\boldsymbol{\beta}_{33}^S \cdot \mathbf{e}}{\omega \cdot \mathbf{S}} \cdot \mathbf{I}$$
(17)

96

Le rapport de transformation électromécanique est :

$$N = \frac{-S \cdot T_3}{\int_{-e}^{0} E_3 \cdot dx} = \frac{S \cdot h_{33}}{\beta_{33}^S \cdot e} = C_0 \cdot h_{33}$$
(18)

$$C_0 = \frac{S}{\beta_{33}^S \cdot e}$$
(19)

4.- Schéma électrique équivalent

Les équations (15), (16) et (17) compte tenu de quelques transformations électromécaniques, fournissent le circuit électrique équivalent suivant :



Fig. 2

$$v_1 = \frac{F_1}{N}$$
, $v_2 = \frac{F_2}{N}$, $I_1 = N \cdot U_1$, $I_2 = N \cdot U_2$

Ce circuit permet d'écrire :

$$\mathbf{v}_{1} = \left(Z_{a} + \frac{Z_{b}}{N^{2}} + \frac{Z_{c}}{N^{2}}\right) \cdot i_{1} + \left(Z_{a} + \frac{Z_{b}}{N^{2}}\right) \cdot i_{2} + Z_{a} \cdot i$$
 (20)

$$\mathbf{v}_{2} = \left(Z_{a} + \frac{Z_{b}}{N^{2}}\right) \cdot \dot{\mathbf{i}}_{1} + \left(Z_{a} + \frac{Z_{b}}{N^{2}} + \frac{Z_{d}}{N^{2}}\right) \cdot \dot{\mathbf{i}}_{2} + Z_{a} \cdot \dot{\mathbf{i}}$$
 (21)

$$\mathbf{u} = Z_{\mathbf{a}} \cdot \left(\mathbf{i_1} + \mathbf{i_2} + \mathbf{i}\right) \tag{22}$$

La comparaison des équations (15), (16) et (17) aux équations (20), (21) et (22) donne les expressions suivantes :

$$Z_{a} = -j \cdot \frac{h_{33}}{N \cdot \omega} = \frac{1}{j \cdot C_{0} \cdot \omega}$$
$$Z_{b} = -j \cdot \frac{Z_{0t}}{\sin \frac{\omega}{v} e} - \frac{N^{2}}{j \cdot C_{0} \cdot \omega}$$
$$Z_{c} = Z_{d} = j \cdot Z_{0t} \cdot tg \frac{\omega}{2 \cdot v}$$

Le circuit électrique précédent se transforme donc en celui de la figure 3, $\frac{Z_c}{N^2}$, $\frac{Z_d}{N^2}$ et une partie de $\frac{Z_b}{N^2}$ étant rejetés au secondaire du transformateur électromécanique (Z.N²):



Fig. 3

$$C_{0} = \frac{S}{\beta_{33}^{S}} , \quad N = C_{0} \cdot h_{33} , \quad Z_{0t} = \rho \cdot v \cdot S , \quad v = \sqrt{\frac{C_{33}^{D}}{\rho}}$$
$$Z_{1} = -j \cdot \frac{Z_{0t}}{\sin \frac{\omega e}{v}}$$
$$Z_{2} = Z_{3} = j \cdot Z_{0t} \cdot tg \frac{\omega e}{2 \cdot v}$$

Si une des faces n'est pas chargée, ce qui correspond à un court-circuit, le schéma est celui de la figure 4 dont l'équivalence avec celui de la figure 5 se démontre facilement.



Fig. 4

Fig. 5

$$Z'_1 = 4 \cdot Z_1 + 2 \cdot Z_2 \qquad \qquad Z'_2 = 2 \cdot Z_2$$

d'où

$$Z'_{1} = -2 \cdot j \cdot Z_{0t} \cdot \cot g \frac{\alpha}{2} ; \text{ et } Z'_{2} = j \cdot 2 \cdot Z_{0t} \cdot tg \frac{\alpha}{2}$$
$$\alpha = \frac{\omega e}{z}$$

avec

Le schéma du transducteur chargé se réduit à :



qui est équivalent du côté électrique à : (Fig.7)



Fig. 7

Au voisinage de la résonance $-j \cdot \frac{Z_{0t}}{2 \cdot N^2} \cdot \cot g \frac{\alpha}{2}$ est équivalent à un circuit le série (c<<C_0). En développant au premier ordre, nous trouvons :

$$l = \frac{\pi \cdot Z_{0t}}{8 \cdot N^2 \cdot \omega_0} \quad \text{et} \quad c = \frac{8 \cdot N^2}{\pi \cdot \omega_0 \cdot Z_{0t}}$$

Le schéma électrique équivalent du transducteur devient celui de la figure 8 en introduisant son amortissement r et avec $C_{éq} = \frac{c \cdot C_0}{C_0 - c} \approx c$

Remarques:

• Si on charge le transducteur, l'impédance Z'_2 (Fig. 5) très grande devant celle de la charge serait alors négligeable devant celle-ci mise en parallèle. En conséquence le schéma final est donné à la figure 8.

• Si le transducteur n'est pas chargé, Z = 0, F = 0, son schéma se réduit à celui de la figure 9.





Fig.9

ANNEXE 2

Impédances des lignes acoustiques

ANNEXE 2

IMPEDANCES DES LIGNES ACOUSTIQUES

1.- Introduction

Lors de la caractérisation d'un matériau par impédancemétrie l'échantillon étudié est couplé au transducteur soit directement (liquide) soit par l'intermédiaire d'un liant (solide). Il existe donc une ou deux lignes acoustiques de propagation. De plus, certains transducteurs du commerce présentent des faces de protection qu'il faut connaître pour une bonne caractérisation du matériau piézoélectrique. Ce sont autant de lignes acoustiques interposées entre le transducteur et l'échantillon.

Dans cette optique, nous allons établir, compte tenu de l'analogie acoustoélectrique, les équations régissant la propagation des ondes acoustiques de compression dans un milieu donné [44] et à partir de là, déterminer l'équation de l'impédance de ce milieu faisant intervenir les caractéristiques acoustiques que nous voulons mesurer.

En relation avec les expériences que nous allons mener, et à partir de l'analogie acousto-électrique, nous allons d'abord écrire l'impédance d'une ligne seule dont l'extrémité est libre et ensuite, l'impédance équivalente de plusieurs lignes en cascade. La théorie des quadripôles, outil classique [45, 46] de la théorie des lignes, va nous permettre de réaliser facilement ce calcul.

2.- Impédance d'une ligne acoustique

2.1.- Propagation d'une onde de compression dans un matériau [44]

Nous considérons une onde plane de compression se propageant dans une ligne acoustique réalisée dans le matériau à caractériser. Cette ligne est supposée fixe à son extrémité O Fig. 1



 \vec{e}_x :vecteur unitaire.

Fig. 1

Au point M du plan d'onde d'abscisse x, l'expression de la perturbation harmonique, en introduisant l'atténuation β dans le matériau et le nombre d'onde q, est donnée par :

 $X = X_{io} \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{\gamma x} + X_{ro} \cdot e^{j\omega t} \cdot e^{-\gamma x} \qquad \text{avec} \qquad \gamma = \beta + jq$

2.2.- Impédance acoustique spécifique

L'analogie acousto-électrique qui fait correspondre une pression P à une tension électrique et une vitesse particulaire U à un courant permet de définir l'impédance acoustique Z pour l'unité de surface S par le rapport de la pression sur la vitesse : $Z = \frac{P}{-U}$ (1)

Le signe moins provient du sens de X_i comparé à celui du vecteur unitaire \vec{e}_{x} .

Dans un milieu à perte moyenne ($\beta < \frac{\omega}{v}$) de densité ρ , on peut montrer que la vitesse de phase v de l'onde de compression a pour valeur :

$$\mathbf{v} = \sqrt{\frac{1}{\chi \rho}} \qquad \chi \text{ étant le coefficient de compressibilité adiabatique tel que :}$$
$$\mathbf{P} = -\frac{1}{\chi} \cdot \frac{\partial X}{\partial \mathbf{x}} \qquad (2)$$

Si l'onde se propage dans un milieu indéfini, $\chi = \frac{1}{\lambda + 2\mu}$, avec λ et μ coefficients de Lamé; si elle se propage dans un barreau $\chi = \frac{1}{E}$ (E module d'Young) avec $E = \frac{\mu \cdot (3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}$.

$$U = \frac{\partial X}{\partial t} = j\omega X \tag{3}$$

d'où

$$Z = \frac{1}{\chi} \cdot \frac{(\beta + jq)}{j\omega} \cdot \frac{X_{i0} \cdot e^{\gamma x} - X_{r0} \cdot e^{-\gamma x}}{X_{i0} \cdot e^{\gamma x} + X_{r0} \cdot e^{-\gamma x}}$$
(4)

avec $\frac{1}{\chi} \cdot \frac{(\beta + jq)}{j\omega} = \rho v \cdot (1 - j\alpha)$ et $\alpha = \frac{\beta}{q}$.

 $Z_{0S}^* = \rho v \cdot (1 - j\alpha)$ est l'impédance caractéristique spécifique complexe de l'échantillon.

Soit \Re le coefficient de réflexion à l'extrémité x = 0 et Z_{a0} la valeur de Z en ce point. Nous aurons :

$$\Re = \frac{x_{r0}}{x_{i0}} = \frac{Z_{0S}^* - Z_{a0}}{Z_{0S}^* + Z_{a0}}$$
(5)

En remplaçant dans l'expression (4) de Z, nous -obtenons l'impédance acoustique spécifique au point M d'une ligne d'impédance caractéristique Z_{0S}^* en fonction de sa distance x à un réflecteur d'impédance Z_{a0} :

$$Z = Z_{0S}^{*} \frac{Z_{0S}^{*} \cdot \text{th}\gamma x + Z_{a0}}{Z_{0S}^{*} + Z_{a0} \text{th}\gamma x}$$
(6)

2.3.- Ligne à extrémité libre

Dans le cas d'une ligne à extrémité libre, ventre de vibration et noeud de pression, $Z_{a0} = 0$ d'où $\Re = 1$ et l'impédance s'écrit :

$$Z = Z_{0S}^{*} \cdot th(\gamma x)$$

= $Z_{0S}^{*} th(\beta x + jqx)$
= $Z_{0S}^{*} \frac{sh\beta x. cosqx + jch\beta x. sin qx}{ch\beta x. cosqx + jsh\beta x. sin qx}$ (7a)

Multipliant haut et bas par le conjugué du dénominateur et passant en arc double il vient :

$$Z = \rho v \cdot (1 - j\alpha) \cdot \frac{\operatorname{sh} 2\beta x + j\sin 2qx}{\operatorname{ch} 2\beta x + \cos 2qx}$$
(7b)

$$Z = \rho v \cdot \frac{(sh2\beta x + \alpha sin2qx) + j(sin2qx - \alpha sh2\beta x)}{ch2\beta x + cos2qx}$$
(7c)

3.- Impédance équivalente de deux lignes

Ce cas est automatiquement rencontré lorsque nous voulons caractériser un matériau solide puisqu'il faut, pour le mesurer, interposer entre transducteur et matériau un couplant (huile, graisse ou colle) qui constituera une deuxième ligne de propagation.

3.1.- Pression et vitesse en un point

Considérons deux lignes dont le plan de séparation est le plan d'abscisse x=0 selon la figure 4.



Fig. 4: Deux lignes de propagation

L'état d'impédance en un point de la ligne résulte de la superposition d'une onde incidente et d'une onde réfléchie. En un point x, nous avons les relations suivantes exprimant les pressions et les vitesses à $e^{+j\omega t}$ près :

$$P(x) = P_{i} \cdot e^{-\gamma' x} + P_{r} \cdot e^{\gamma' x}$$
(8)

$$U(x) = U_i \cdot e^{-\gamma x} + U_r \cdot e^{\gamma x}$$
⁽⁹⁾

avec

$$\gamma' = \beta' + jq'$$

Les conditions aux limites concernent la continuité des pressions et des vitesses à la surface de séparation. Nous avons donc quel que soit le point de l'interface les relations (10) et (11) suivantes :

$$P_t = P_i + P_r \tag{10}$$

$$U_t = U_i + U_r \tag{11}$$

Les relations donnant la pression et la vitesse à partir de l'élongation X sont :

$$\mathbf{P} = -\frac{1}{\chi'}\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial \mathbf{x}} = \pm \frac{1}{\chi'}\gamma'\mathbf{X}$$

Le signe + pour l'onde incidente et - pour l'onde réfléchie.

$$U = j\omega X$$

Posons
$$Z_c = \frac{P_i}{U_i} = \frac{\gamma}{j\chi'\omega}$$
; $\frac{P_r}{U_r} = -Z_c$ (12)

En remplaçant Pi et Pr dans (10) ou Ui et Ur dans (11), nous aurons :

$$\begin{cases} \frac{P_t}{Z_c} = U_i - U_r & \text{ou} \\ U_t = U_i - U_r & \end{cases} \quad \begin{cases} P_t = P_i + P_r \\ Z_c \cdot U_t = P_i - P_r \end{cases}$$

d'où nous exprimons les grandeurs incidentes et réfléchies en fonction des grandeurs transmises.

$$U_{i} = \frac{P_{t}}{2Z_{c}} + \frac{U_{t}}{2} \qquad ; \qquad U_{r} = -\frac{P_{t}}{2Z_{c}} + \frac{U_{t}}{2}$$
$$P_{i} = \frac{P_{t}}{2} + \frac{Z_{c}}{2} \cdot U_{t} \qquad ; \qquad P_{r} = \frac{P_{t}}{2} - \frac{Z_{c}}{2} \cdot U_{t}$$

Ces expressions rapportées dans les équations (8) et (9) donnent :

$$P(x) = \left[\frac{P_{t}}{2} + \frac{Z_{c}}{2}U_{t}\right] \cdot e^{-\gamma'x} + \left[\frac{P_{t}}{2} - \frac{Z_{c}}{2}U_{t}\right] \cdot e^{\gamma'x}$$

$$= P_{t} \cdot ch\gamma'x - Z_{c} \cdot U_{t} \cdot sh\gamma'x \qquad (13)$$

$$U(x) = \left[\frac{P_{t}}{2Z_{c}} + \frac{U_{t}}{2}\right] \cdot e^{-\gamma'x} + \left[\frac{U_{t}}{2} - \frac{P_{t}}{2Z_{c}}\right] \cdot e^{\gamma'x}$$

$$= U_{t} \cdot ch\gamma'x - \frac{P_{t}}{Z_{c}} \cdot sh\gamma'x \qquad (14)$$

3.2.- Impédance équivalente

L'impédance Z(x) est définie par $Z(x) = \frac{P(x)}{U(x)}$. Nous aurons donc, à partir des expressions (13) et (14) :

$$Z(\mathbf{x}) = \frac{P_{t} \cdot ch\gamma' \mathbf{x} - Z_{c} \cdot U_{t} \cdot sh\gamma' \mathbf{x}}{U_{t} \cdot ch\gamma' \mathbf{x} - \frac{P_{t}}{Z_{c}} \cdot sh\gamma' \mathbf{x}} = \frac{\frac{P_{t}}{U_{t}} - Z_{c} \cdot th\gamma' \mathbf{x}}{1 - \frac{P_{t}}{U_{t}} \cdot \frac{1}{Z_{c}} \cdot th\gamma' \mathbf{x}}$$

$$\frac{P_{t}}{U_{t}} \text{ est l'impédance du second milieu à x=0 ; soit } Z_{2} = \frac{P_{t}}{U_{t}}$$

$$d'où \qquad Z(\mathbf{x}) = \frac{Z_{2} - Z_{c} \cdot th\gamma' \mathbf{x}}{th\gamma' \mathbf{x}}$$

d'où
$$Z(\mathbf{x}) = \frac{Z_2 - Z_c \cdot th \gamma' \mathbf{x}}{1 - Z_2 \cdot \frac{th \gamma' \mathbf{x}}{Z_c}}$$
(15)

La deuxième ligne étant à extrémité libre, son impédance acoustique spécifique à la distance l de l'extrémité devient :

$$Z_2 = Z_{0S}^* \cdot \operatorname{th} \gamma I.$$

Annexe 2 : Impédances des lignes acoustiques

L'impédance vue du plan d'entrée est Z = Z(x = -e) d'où nous obtenons l'expression suivante :

$$Z = Z_{0S}^{*} \cdot \frac{\operatorname{th} \gamma l + \frac{Z_{c}}{Z_{0S}^{*}} \cdot \operatorname{th} \gamma' e}{1 + \frac{Z_{0S}^{*}}{Z_{c}} \cdot \operatorname{th} \gamma l \cdot \operatorname{th} \gamma' e}$$
(16)

Remarques :

• Zc donné par l'équation (12) peut s'écrire :

$$Z_{c} = \frac{\gamma'}{j\omega\chi'} = \frac{q'(1-j\alpha')}{\omega\chi'} \quad \text{avec } \alpha' = \frac{\beta'}{q'}$$
$$v_{c} = \sqrt{\frac{1}{\chi'\rho_{c}}} \qquad Z_{c} = \rho_{c}v_{c}(1-j\alpha') \quad (17)$$

et comme

 v_c désignant la vitesse de l'onde dans le couplant de masse volumique ρ_c

• En fait la grandeur appliquée sur la face du transducteur est une force. Il faut donc multiplier les impédances caractéristiques spécifiques par la section S de la ligne. On remplacera donc dans les formules (7) et (16)

$$Z_{0S}$$
 par $Z_0 = Z_{0S} \cdot S$
 Z_c par $Z_c = Z_c \cdot S$

 Z_{0S} et Z_c étant respectivement les impédances caractéristiques de l'échantillon et du couplant.

4.- Impédance équivalente de plusieurs lignes

4.1.- Théorie des quadripôles [45, 46]

Une ligne acoustique peut être considérée comme un système à deux pôles d'entrée et deux pôles de sortie où les grandeurs d'entrée sont exprimées en fonction des grandeurs de sortie à l'aide d'une matrice chaîne (T). Fig. 5



Fig. 5 : Quadripôle

$$\begin{split} P_{1} &= T_{11} \cdot P_{2} - T_{12} \cdot U_{2} \\ U_{1} &= T_{21} \cdot P_{2} - T_{22} \cdot U_{2} \\ \begin{pmatrix} P_{1} \\ U_{1} \end{pmatrix} &= (T) \cdot \begin{pmatrix} P_{2} \\ -U_{2} \end{pmatrix} \\ (T) &= \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix} \end{split}$$

avec

Si nous sommes en présence de plusieurs lignes de transmission, la théorie des quadripôles est un moyen très classique pour décrire l'ensemble des lignes à partir des équations appliquées à chaque ligne représentée par une matrice de transfert reliant les pression-vitesse à l'entrée et à la sortie de la ligne. L'ensemble des lignes correspondra donc à des quadripôles en chaîne dont la matrice chaîne équivalente sera le produit des matrices correspondantes à chaque ligne.

Les équations générales décrivant la propagation des ondes en un plan d'abscisse x, compte tenu de l'impédance caractéristique spécifique Z_{cS} et de la constante de propagation γ , sont :

$$\begin{cases} P(x) = A \cdot e^{-\gamma x} + B \cdot e^{+\gamma x} \\ U(x) = \frac{1}{Z_{c}} \cdot \left[A \cdot e^{-\gamma x} - B \cdot e^{+\gamma x} \right] \end{cases}$$
(18)

Ces équations définissent ce que l'on appelle l'onde vitesse de déplacement - pression dans le sens des x positifs et x négatifs.

Si P(l) et U(l) sont les pression et vitesse de déplacement à l'extrémité de la ligne de longueur l, les constantes A et B de l'expression (16) s'expriment en fonction de ces deux grandeurs de la façon suivante :

$$\begin{cases} P(1) = A \cdot e^{-\gamma l} + B \cdot e^{+\gamma l} \\ U(1) = \frac{1}{Z_c} \cdot \left[A \cdot e^{-\gamma l} - B \cdot e^{+\gamma l} \right] \end{cases}$$

d'où nous trouvons :

$$A = \frac{1}{2} \cdot \left[P(1) + Z_{cS} \cdot U(1) \right] \cdot e^{\gamma l}$$
(19)

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2} \cdot \left[\mathbf{P}(1) - Z_{cS} \cdot \mathbf{U}(1) \right] \cdot \mathbf{e}^{-\gamma l}$$
(20)

En remplaçant A et B dans l'expression (16), nous obtenons :

$$P(x) = \frac{1}{2} \cdot \left[P(1) + Z_{cS} \cdot U(1) \right] \cdot e^{\gamma(1-x)} + \frac{1}{2} \cdot \left[P(1) - Z_{cS} \cdot U(1) \right] \cdot e^{-\gamma(1-x)}$$

$$= \frac{1}{2} \cdot P(1) \cdot \left[e^{\gamma(1-x)} + e^{-\gamma(1-x)} \right] + Z_{cS} \cdot \frac{U(1)}{2} \cdot \left[e^{\gamma(1-x)} - e^{-\gamma(1-x)} \right]$$

$$= P(1) \cdot ch \gamma(1-x) + Z_{cS} \cdot U(1) \cdot sh \gamma(1-x)$$
(21-a)

De la même façon, nous trouvons

$$U(x) = \frac{P(1)}{Z_{cS}} \cdot sh\gamma (1-x) + U(1) \cdot ch\gamma (1-x)$$
(21-b)

Ces expressions, 21-a et 21-b, décrivent les propriétés de la section comprise entre les abscisses x et l. Nous obtenons donc l'équation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} P(x) \\ U(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ch \gamma (1-x) & Z_{cS} \cdot sh \gamma (1-x) \\ \frac{sh \gamma (1-x)}{Z_{cS}} & ch \gamma (1-x) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P(1) \\ U(1) \end{pmatrix}$$

Le quadripôle relatif à une ligne est symétrique et réciproque. Si nous considérons tout le tronçon de la ligne qui s'étend de x=0 à x=1, nous obtenons la matrice chaîne suivante :

$$(T) = \begin{pmatrix} ch \gamma l & Z_{cS} \cdot sh \gamma l \\ \frac{sh \gamma l}{Z_{cS}} & ch \gamma l \end{pmatrix}$$

Si nous sommes en présence de plusieurs lignes en cascade Fig. 6, la matrice chaîne équivalente sera le produit des matrices correspondant à chaque ligne d'impédance caractéristique Z_i



Fig. 6

 $\begin{pmatrix} P_1 \\ U_1 \end{pmatrix} = (T) \cdot \begin{pmatrix} P_n \\ U_n \end{pmatrix}$ $(T) = \prod_{i=1}^n (T_i)$

avec

4.2.- Cas particulier de deux lignes

Dans ce cas, nous avons deux quadripôles en série et la matrice chaîne équivalente (T) sera le produit de deux matrices (T_1) et (T_2) .



Fig. 7

Les deux milieux sont caractérisés respectivement par (Z_1, θ_1) et (Z_2, θ_2) avec : Z_1 et Z_2 les impédances caractéristiques respectives du milieu 1 et du milieu 2, θ_1 et θ_2 les exposants de transfert qui s'écrivent sous la forme suivante :

$$\theta_1 = \gamma_1 \cdot \mathbf{l}_1 = (\beta_1 + jq_1) \cdot \mathbf{l}_1$$

$$\theta_2 = \gamma_2 \cdot \mathbf{l}_2 = (\beta_2 + jq_2) \cdot \mathbf{l}_2$$

 γ_1 et γ_2 sont les constantes de propagation des deux milieux dont les longueurs sont l_1 et l_2 .

$$(T) = \begin{pmatrix} ch\theta_1 & Z_1 \cdot sh\theta_1 \\ \frac{sh\theta_1}{Z_1} & ch\theta_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} ch\theta_2 & Z_2 \cdot sh\theta_2 \\ \frac{sh\theta_2}{Z_2} & ch\theta_2 \end{pmatrix}$$
$$\left[\frac{P_1}{U_2} \right]_{P_2=0} = Z_2 \cdot ch\theta_1 \cdot sh\theta_2 + Z_1 \cdot sh\theta_1 \cdot ch\theta_2$$
$$\left[\frac{U_1}{U_2} \right]_{P_2=0} = \frac{Z_2}{Z_1} \cdot sh\theta_1 \cdot sh\theta_2 + ch\theta_1 \cdot ch\theta_2$$

La deuxième face de la seconde ligne est laissée à l'air ce qui correspond à $P_2 = 0$ et l'impédance vue à l'entrée sera donc donnée par le quotient des deux expressions précédentes :

$$Z = \frac{Z_2 \cdot \operatorname{ch} \theta_1 \cdot \operatorname{sh} \theta_2 + Z_1 \cdot \operatorname{sh} \theta_1 \cdot \operatorname{ch} \theta_2}{\frac{Z_2}{Z_1} \cdot \operatorname{sh} \theta_1 \cdot \operatorname{sh} \theta_2 + \operatorname{ch} \theta_1 \cdot \operatorname{ch} \theta_2}$$
$$= Z_2 \cdot \frac{\operatorname{th} \theta_2 + \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \operatorname{th} \theta_1}{1 + \frac{Z_2}{Z_1} \cdot \operatorname{th} \theta_1 \cdot \operatorname{th} \theta_2}$$

C'est l'expression (15) trouvée dans le troisième paragraphe avec $Z_1 = Z_c$ et $Z_2 = Z_{0S}^*$

ANNEXE 3

Comparaison des mesures

ANNEXE 3 COMPARAISON DES MESURES

Nous présentons, dans cette partie, une méthode de mesure par trains d'ondes (Fig. 1) utilisant deux transducteurs identiques. Cette méthode, dans la mesure du possible, nous donnera des résultats que nous comparerons à ceux obtenus par impédancemétrie électrique.

1.- Principe de la mesure



Soit $x(t) = X_0 \cdot e^{j\omega t}$ le signal émis par le transducteur à l'entrée de l'échantillon (E), T et \Re respectivement les coefficients de transmission et de réflexion à l'interface échantillon-transducteur. Les signaux du premier et du deuxième écho s'écrivent, en négligeant les retards introduits par le transducteur récepteur, de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{1}(t) &= \mathbf{X}_{0} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{e}^{-\beta \mathbf{l}} \cdot \mathbf{e}^{j\omega \left(t - \frac{1}{v}\right)} = \mathbf{X}_{1} \cdot \mathbf{e}^{j\omega \left(t - \frac{1}{v}\right)} \\ \mathbf{x}_{2}(t) &= \mathbf{X}_{0} \cdot \Re^{2} \mathbf{T} \cdot \mathbf{e}^{-3\beta \mathbf{l}} \cdot \mathbf{e}^{j\omega \left(t - \frac{3\mathbf{l}}{v}\right)} = \mathbf{X}_{2} \cdot \mathbf{e}^{j\omega \left(t - \frac{3\mathbf{l}}{v}\right)} \end{aligned}$$

v, β : vitesse de propagation et atténuation des ondes dans l'échantillon de longueur l.

L'intervalle de temps τ entre deux signaux successifs mesuré sur l'écran de l'oscilloscope permet d'obtenir la vitesse.

$$v = \frac{2l}{\tau} \tag{1}$$

$$\frac{X_1}{X_2} = \frac{e^{2\beta l}}{\Re^2} \tag{2}$$

Le coefficient de réflexion est inconnu, on peut l'éliminer en faisant des mesures sur deux échantillons du même matériau d'épaisseurs différentes L_1 et L_2 .

Si X_1 et X_2 sont les amplitudes des deux premiers échos pour l'échantillon d'épaisseur L_1 et X'_1 et X'_2 celles pour l'échantillon d'épaisseur L_2 , la relation (2) donne :

$$R_{1} = \frac{X_{1}}{X_{2}} = \frac{e^{2\beta L_{1}}}{\Re^{2}} \text{ et } R_{2} = \frac{X_{1}}{X_{2}} = \frac{e^{2\beta L_{2}}}{\Re^{2}}$$
(2)

En éliminant \Re dans l'égalité (2'), nous trouvons pour β l'expression :

$$\beta = \frac{1}{2(L_2 - L_1)} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$
(3)

2.- Caractérisation de liquide

Dans un bac contenant le liquide à caractériser, nous immergeons deux transducteurs identiques; l'un émetteur, l'autre récepteur. Le dispositif de mesure est schématisé à la figure 2.



Les faces de chaque transducteur sont maintenues parallèles par un système de fixation. Le signal émis et les échos sont visualisés sur un oscilloscope numérique (Lecroy 9420). Un synthétiseur émet périodiquement un train de deux ou trois sinusoïdes de fréquence 1 MHz. Une émission nouvelle est lancée quand tous les échos de la précédente sont complètement atténués.

Les résultats correspondant à l'huile silicone précédemment mesurée par impédancemétrie (cf. chapitre 4 § 2.1.) sont donnés au tableau 1 où A_{ij} est l'amplitude de l'écho i de l'échantillon j (j=1,2). Les deux longueurs sont obtenues à l'aide de deux systèmes de fixation différents mais de même forme (Fig. 2)

$L_1 = (15, 6 \pm$	0,05) mm. (échant	illon 1)	
$L_2 = (19,9 \pm 0,05) \text{ mm.}$ (échantillon 2)			
	Echo 1	Echo 2	
Echantillon 1	$A_{11} = 5,98V \pm 0,02V$	$A_{21} = 1,01V \pm 0,002V$	
	$t_{11} = 15,665 \mu s \pm 0,005 \mu s$	$t_{21} = 46,160 \mu s \pm 0,005 \mu s$	
Echantillon 2	$A_{12} = 5,83V \pm 0,02V$	$A_{22} = 5,98V \pm 0,002V$	
	$t_{12} = 29,630 \mu s \pm 0,005 \mu s$	$t_{22} = 15,665 \mu s \pm 0,005 \mu s$	

Tableau 1

$$R_1 = \frac{A_{11}}{A_{21}}$$
; $R_2 = \frac{A_{12}}{A_{22}}$

En appliquant les expressions (1) et (3) nous trouvons :

$$v = 1000 \text{ m/s} \pm 15 \text{ m/s}$$

 $\beta = 2,8 \text{ m}^{-1} \pm 0,4 \text{ m}^{-1}$

Comparaison :

a. La valeur de la vitesse mesurée est compatible avec celle donnée par la méthode impédancemétrique.

b. La formule de Stokes donnant l'atténuation dans un liquide de densité ρ et de viscosité η à la vitesse v et la fréquence F est donnée par l'expression suivante [47]:

$$\beta = \frac{8\pi^2}{3} \cdot \frac{\eta}{\rho} \cdot \frac{F^2}{v^3}$$
(4)

Elle établit que $\frac{\beta}{F^2}$ est constant. La valeur de β mesurée à 1 MHz ramenée à 0,2 MHz serait de 0,1 m⁻¹, valeur faible comparée à celle donnée par impédancemétrie si la formule de Stokes n'est pas qu'approximative.

Remarque : Nous pouvons aussi déterminer le coefficient de réflexion de l'onde à l'interface huile-transducteur

$$\Re = \frac{\mathrm{e}^{\beta \mathrm{L}_1}}{\sqrt{\mathrm{R}_1}} = \frac{\mathrm{e}^{\beta \mathrm{L}_2}}{\sqrt{\mathrm{R}_2}} \approx 0,43$$

3.- Caractérisation de solide

3.1.- Plexiglas

Nous réalisons, à une fréquence de 1MHZ, des mesures sur deux échantillons de longueurs $L_1=(9,778\pm0,001)$ mm et $L_2 = (19,457 \pm 0,001)$ mm. Les transducteurs sont mis directement en contact avec l'échantillon à l'aide d'une fine couche d'huile. Les amplitudes et les retards des échos obtenus sont donnés au tableau 2.

	Echo 1	Echo 2		
Echantillon 1	$A_{11} = 189 \text{mV} \pm 2 \text{mV}$ $t_{11} = 3,260 \mu \text{s} \pm 0,005 \mu \text{s}$	$\begin{array}{l} A_{21} = 65,7mV \pm 0,2mV \\ t_{21} = 38,150 \mu s \pm 0,005 \mu s \end{array}$		
Echantillon 2	$A_{12} = 162 \text{mV} \pm 2 \text{mV}$ $t_{12} = 7,460 \mu \text{s} \pm 0,005 \mu \text{s}$	$A_{22} = 31,7V \pm 0,2V$ $t_{22} = 21,640 \mu s \pm 0,005 \mu s$		

Tableau 2

Nous trouvons les résultats suivants :

Echantillon 1 : $v_1 = 2801,7 \text{ m/s}$ Echantillon 2 : $v_2 = 2744,3 \text{ m/s}$

D'où v = (2773 ± 29) m/s

Compte tenu des incertitudes sur les mesures des épaisseurs et des amplitudes, l'atténuation trouvée est :

 $\beta = (29,7 \pm 1,7) \text{ m}^{-1}$

3.2.- Polysulfone

 $L_1 = (28, 2 \pm 0,001) \text{ mm et } L_2 = (48, 8 \pm 0,001) \text{ mm}$

Les mesures d'amplitudes et des retards, à 1 MHZ, sont consignées au tableau 3 :

	Echo 1	Echo 2	
Echantillon 1	$\begin{array}{l} A_{11} = 145 \text{mV} \pm 2 \text{mV} \\ t_{11} = 12,860 \mu \text{s} \pm 0,005 \mu \text{s} \end{array}$	$A_{21} = 16,6mV \pm 0,2mV$ $t_{21} = 38,150\mu s \pm 0,005\mu s$	
Echantillon 2	$A_{12} = 104 \text{mV} \pm 2\text{V}$ $t_{12} = 29,045 \mu\text{s} \pm 0,005 \mu\text{s}$	$A_{22} = 31,7mV \pm 0,2mV$ $t_{22} = 65,640 \mu s \pm 0,005 \mu s$	

Tableau 3

De la même façon nous trouvons les résultats suivants :

Echantillon 1 : $v_1 = 2230,1 \text{ m/s}$ Echantillon 2 : $v_2 = 2259,3 \text{ m/s}$ D'où $v = (2245 \pm 15) \text{ m/s}$

L'atténuation mesurée est : $\beta = (20 \pm 2) \text{ m}^{-1}$

3.3.- Comparaison

Dans le tableau 4, nous donnons les écarts des résultats obtenus par trains d'ondes par rapport à ceux obtenus par la méthode--de résonance en impédancemétrie (en prenant la valeur moyenne et l'écart type de v et β des tableaux 9 et 10 du chapitre 4).

	Γ	plexiglas	polysulfone
Trains	v	2773±29	2245±15
d'ondes	β	29,7±1,7	20±2
Résonance	v	2651±98	2141±58
	β	23,6±0,2	21,3±0,8
Ecarts	Δv %	4,6	4,9
	Δβ %	25,8	-6,5

Tableau 4

Remarque : Les bandes communes entre les deux méthodes sont :

Plexiglas :2744 m/s < v < 2749 m/spas de bande commune en β Polysulfone :pas de bande commune en v $20,5 \text{ m}^{-1} < \beta < 22,1 \text{ m}^{-1}$

4.- Conclusion

Le problème de cette méthode de comparaison est la difficulté de mesurer avec précision l'amplitude des trains d'ondes puisque les sinusoïdes du même écho ne présentent pas le même maximum. D'où les écarts observés pour les atténuations (-6,5% pour l'échantillon de polysulfone et 25,8% pour l'échantillon de plexiglas) et pour les vitesses (4,6% à 4,9%).

Dans le cas de liquide, la vitesse est bien retrouvée mais l'atténuation est très différente. Les mesures sont effectuées, pour les deux méthodes, à des fréquences différentes (≈ 200 kHz en impédancemétrie et ≈ 1 MHz en train d'onde). N'ayant pas de transducteurs qui fonctionnent en trains d'ondes aux basses fréquences, la comparaison dans ce cas n'est pas parfaite. Nous observons un intérêt de la méthode impédancemétrique puisqu'elle permet des mesures à des fréquences basses.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

[1] : Curie P. et Curie J. "Développement par pression de l'électricité polaire dans les cristaux hémiédres à faces inclinées" Compt. Rend., 91, 383 (1880)

[2] : Langevin P., British Patent, 145, 691 (1921)

[3] : Berlincourt D., Curran D. R., Joffe H. "Piezoelectric and piezomagnetic materials and their functions in transducers ", Phys. Acoust. 1, Part A, W.P. Mason Ed. (Academic Press, New York) (1964) 220-231.

[4] : Brissaud M. "Nouvelles procédures tridimensionnelles de caractérisation de matériaux piézoélectriques." 1er C.F.A. Lyon C2, (1990) 579-582

[5] : Brissaud M., Eyraud L. et Kleimann H. "Modélisation analytique tridimensionnelle du comportement vibratoire d'un élément piézoélectrique." J. Acous. (Dec. 1989) 437-448

[6] : Chang F.H., Couchman J.C. and Yee B.G.W. "Ultrasonic Resonance measurements of Sound Velocity in Thin Composite Laminates" J. Comp. Mat., 8, (Oct. 1974) 356-363.

[7] : Kinra V.K. and Dayal V. "A New Technique for Ultrasonic-Nondestructive Evaluation of Thin Specimens" Exp. Mech., Vol. 28 N° 3, 288-297 (Sept. 1988)

[8] : Hueter T.F. and Bolt R.H. "Sonics" John Wiley & sons, Inc., New York (1965).

[9] : Blitz J. "Fundamentals of ultrasonics" London : Butterworth, (1963).

[10] : Kolsky H. "Stress waves in solids" Oxford Univ. Press, London and New York (1953).

[11] : Mayer W.G. J. Acoust. Soc. Amer. (1960) 32, 1213.

[12] : Williams J. and Lamb J. "On the measurement of ultrasonics velocity in solids", J. Acoust. Soc. Amer. (1958) 30, 308.

[13] : Mac Skimin H.J. "Ultrasonic measurement techniques applicable to small solid specimen" J. Acoust. Soc. Amer. (1950) 22, 413.

[14] : Mac Skimin H.J. "Pulse superposition method for measuring ultrasonic wave velocities in solids" J. Acoust. Soc. Amer. (1961) 33, 12.

[15] : Mac Skimin H.J and Andreach P. "Analysis of the pulse superposition method for measuring ultrasonic wave velocities as a function of temperature and pressure" J. Acoust. Soc. Amer. 1962, 34, 609.

[16] : Mac Skimin H.J. "Velocity of sound in distilled water for the temperature range 20°-75°C" J. Acoust. Soc. Amer. (1965) 37, 325.

[17] : Defebvre A., Pouliquen J. et Chastagner M. "Générateur de rafales synchrones pour vélocimétrie acoustique de précision" Rev. d'Acoust. N°45, (1978) 71-76.

[18] : Papadakis E.P. "Ultrasonic phase velocity by the pulse-echooverlap incorporating diffraction phase corrections", J. Acoust. Soc. Amer. 1967, 42, 1045.

[19] : Sachse W. and Pao Y.H. "On the determination of phase and group velocities of dispersive waves in solids" J. Appl. 49, 8, 1978, p. 4320-4327

[20] : Audoin B. "Evaluation ultrasonore de l'endommagement anisotrope d'un composite à matrice fragile" Thése d'université, Bordeaux I, 1991

[21] : "Castagnede B. "Mesure des constantes élastiques de solides anisotropes par une méthode ultrasonore" Thèse de 3ème cycle, Bordeaux I, 1984

[22] : Perrisin-Fabert I. and Jayet Y. "Simulated and experimental study of the electric impedance of a piezoelectric element in a viscoelastic medium " Ultrasonics, 1994, vol.33, N°2, p. 107-112.

[23] : Perrision-Fabert I. and Jayet Y. et Saint-Pierre N. "Evaluation non destructive de matériaux composites par traitement du signal délivré aux bornes d'un implant piézoélectrique" communication privée G.E.M.P.P.M. (Villeurbanne).

[24] : Lakestani A.S., Baboux J.C., Pedrix M. et Fleishmann P. "Mesure par une méthode impulsionnelle de certaines constantes élastique, piézoélectrique et diélectrique d'un transducteur " J. Phys.D: Appl. Phys., vol.8, p. 1869-1872, 1975.

[25] : Seki H. Granato A. and Truell R. "Diffraction effects in the ultrasonic field of a piston source and their effects upon accurate ultrasonic attenuation measurements" J. Acoust. Soc. Am. 28, 230, 1956

[26] : Papadakis E.P., Fowler K.A., and Lynnworth L.C. "Ultrasonic attenuation by spectrum analysis of pulses in buffer rods : Method and diffraction corrections" J. Acoust. Soc. Am. 53(5), 1973, p. 1336-1343

[27] : Dion J.L."New transmission line analogy applied to single and multilayered piezoelectric tranducers." IEEE Trans. on ultrasonics, ferroelectrics and frequency control. Vol 40, N°5, Sept 93

[28] : Dion J.L."Un nouveau modèle unidimentionnel de transducteur piézoélectrique." Colloque de physique, J. Phys. C2,vol.51, Sup.2, (1990) 607-610.

[29] ; Dion J.L. et E.Cornieles "Méthode d'analyse monodimensionnelle d'un résonateur ultrasonore à couches multiples basée sur l'analogie des lignes électriques." J. Phys. C5,vol.4, Sup;3, (1994) 319-322.

[30] : Eyraud L. "Diélectriques solides anisotropes et ferroélectricité" 1967 Gauthier-Villars Paris

[31] : IRE Standards on piezoelectric crystals, "Measurements of Piezoelectric Ceramics ", Proc. IRE 49 (1961), 1161-1169.

[32] : IEEE Standards on piezoelectric, IEEE Trans. Sonics Ultrason. SU31, N°2 (March 1984).

[33] : Tiersten H.F., "Linear piezoelectric plate vibrations "(Plenum Press, New York) 1969.

[34] : Holland R. and Eernisse E.P."Design of resonant piezoelectrique devices " (MIT Press) 1969.

[35] : Hanish S., "Treatise on acoustic radiation " Vol. II, Acoustic transducers, Naval Research Lab., Washington (1983).

[36] : Document interne I.S.E.N.

[37] : Pouliquen J. et Essaïdi A. "Influence du matériau couplant le transducteur à l'échantillon en impédancemétrie électrique." Congrés S.F.A., Le Havre, 1993, 9-10 mars

[38] : Pouliquen J. and Essaïdi A. "Influence of the Layer Coupling the Transducer to the Sample in Acoustic Impedancemetry." Proc ; 14th ICA 1 (1993) 149-152

[39] : Pouliquen J. et Essaïdi A. "Caractérisation d'un matériau liquide par impedancemétrie acousto-électrique." J. de Phys, C5, V. 4 (1994) 259-26.

[40] : Pouliquen J. and Defebvre A. "Acoustical Characterisation of Absorbing Media by Electrical Impedancemetry." Proc ; 13th ICA 4 (1989) 305-308

[41] : Pouliquen J. et Essaïdi A. "Caractérisation acoustique de matériaux très absorbants par impédancemétrie électrique. " J. de PHYS., C1, 2 (1992) 849-852

[42] : O'Donnell M., Jaynes E.T. and Miller J.C. "Kramers-Kronig relationship between ultrasonic attenuation and phase velocity" J. Acoust. Soc. Am. 69(3), 1981, p. 696-701

[43] : Papadakis E.P. "Ultasonic diffraction from single apertures with application to pulse measurements and crystal physics" Physical acoustics Vol. 11 Edited by W.P. Mason and R.N. Thurston 1975 p. 151-211

[44] : Mercier J. "Acoustisque" P.U.F. Tome 1 p. 59-83

[45] : Grivet P. "Physique des lignes de haute fréquence et d'ultra-haute fréquence" T1 1969 Masson & Cie

[46] : Ducros A. "Logique générale des systèmes et des effets." Dunod 1960

[47] : Lamb J. "Thermal relaxation in liquids." Phys. Acoust. 2, Part A, W.P. Mason Ed. (Academic Press, New-York) (1965) 203-209

