

50376
1994
351

26 102 3037
50376
1994
351

n° ordre 1454

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR de L'UNIVERSITE
spécialité : électronique

par

Franck DUFRENOIS



Etude de techniques de reconstruction en 3D surfacique d'objets biologiques complexes par modèle déformable. Application à la réalisation d'une chaîne de reconstruction de l'arbre artériel cérébral à partir d'acquisitions I.R.M.

SOUTENUE LE 20 DECEMBRE 1994 DEVANT LE JURY COMPOSE DE

**R. TORGUET
I. MAGNIN
H. VU.THIEN
J.P. DUBUS
J.P. PRUVO
A. TALEB-AHMED
V. DEVLAMINCK**

**Président
Rapporteur
Rapporteur
Dir. de thèse
Examineur
Examineur
Examineur**

A ma famille et mes amis,

avec toute ma gratitude pour leur soutien.

REMERCIEMENTS

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au Laboratoire de Mesures Automatiques de l'Université de Lille I.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur J.P DUBUS, Professeur à l'Université de Lille I, qui est à l'origine de ce travail de recherche, pour la confiance qu'il m'a accordée et la sympathie dont il a toujours fait preuve à mon égard.

Je remercie particulièrement Monsieur le Professeur CLARISSE, directeur du service de neuroradiologie de l'hôpital B pour l'accueil qu'il m'a réservé.

Je remercie très chaleureusement Monsieur J. P. PRUVO, Professeur à la faculté de médecine de Lille II pour m'avoir accueilli dans son service de neuroradiologie. Je retiendrai en particulier le dynamisme dont il a fait preuve tout au long de cette étude. J'adresse aussi un grand merci à toute son équipe pour la sympathie qu'ils m'ont accordée et l'expérience qu'ils m'ont apportée dans le domaine médical.

Je remercie Monsieur DELEUME et Madame CAPARROS-LEFEBVRE pour leur collaboration.

Je tiens également à remercier très vivement :

- Monsieur R. TORGUET, Professeur à l'université de Valenciennes, qui m'a fait l'honneur de présider le jury de cette thèse;
- Madame I. MAGNIN, Directeur de recherche à l'INSA de Lyon et Monsieur H.VU.THIEN, Professeur au CNAM de Paris, d'avoir bien voulu accepter de juger ce travail;
- Monsieur V. DEVLAMINCK et Monsieur A. TALEB-AHMED, Maîtres de conférences à l'Université du Littoral, pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes recherches en participant au jury.

J'adresse un grand merci à toute l'équipe du Laboratoire de Mesures Automatiques et celle du Laboratoire d'Instrumentation des Images, des Signaux et des Réseaux de Calais avec qui j'ai partagé

cette période passée et dont j'ai pu apprécier la bonne humeur... et surtout au charme discret de Régine, de Brigitte et de Christine.

A S. REBOUL pour la collaboration fructueuse que nous avons menée dans le domaine de la reconstruction 3D des structures anatomiques.

J'aurai une pensée particulière pour Monsieur F. WATTRELOT qui a fait preuve d'une grande patience et m'a fait part de son expérience.

Enfin j'exprime ma gratitude à Monsieur J.P. DEHORTER pour le soin qu'il a apporté au tirage de ces exemplaires.

..... Et mon cousin Gérald pour son aide précieuse.

SOMMAIRE

| | |
|---|-----------|
| INTRODUCTION..... | 1 |
| AVANT PROPOS..... | 3 |
| CHAPITRE 1 : L'IMAGERIE PAR RESONANCE MAGNETIQUE..... | 9 |
| 1.1) Introduction..... | 9 |
| 1.2) Principe..... | 9 |
| 1.2.1) Mouvement de précession..... | 9 |
| 1.2.2) La résonance magnétique..... | 12 |
| 1.2.2.1) Influence d'un second champ magnétique B_1 sur les spins..... | 12 |
| 1.2.2.2) Influence de l'arrêt de B_1 : la relaxation..... | 13 |
| 1.2.2.2.1) Temps de relaxation T_1 | 13 |
| 1.2.2.2.2) Temps de relaxation T_2 | 14 |
| 1.2.2.2.3) Apparition du signal R.M..... | 15 |
| 1.2.2.3) Rôle de T_1 et T_2 | 15 |
| 1.2.3) Séquence d'impulsions : mesure de T_1 et T_2 | 16 |
| 1.2.3.1) Séquence de « récupération après saturation » : mesure de ρ | 16 |
| 1.2.3.2) Séquence de « récupération après inversion » : mesure de T_1 | 17 |
| 1.2.3.3) Séquence d'echo de spins (SE) : mesure de T_2 | 17 |
| 1.3) L'image R.M..... | 19 |
| 1.3.1) Codage du signal R.M..... | 19 |
| 1.3.2) Notion de gradient et sélection d'un plan de coupe..... | 20 |
| 1.3.3) Codage de la position par la fréquence..... | 21 |
| 1.3.4) Codage de la position par la phase..... | 22 |
| 1.3.5) Qualité de l'image..... | 23 |
| 1.4) Présentation des éléments du scanner R.M..... | 24 |
| 1.5) Mise en évidence des liquides circulant dans l'organisme..... | 24 |
| 1.6) Outils d'aide au diagnostic du radiologue..... | 25 |
| 1.7) Conclusion..... | 27 |
| CHAPITRE 2 : RECONSTRUCTION 3D DE L'ARBRE ARTERIEL..... | 28 |

| | |
|---|----|
| 2.1) Introduction..... | 28 |
| 2.2) Etat de l'art..... | 28 |
| 2.3) Présentation du projet..... | 29 |
| 2.3.1) Système matériel..... | 29 |
| 2.3.2) Structure du logiciel..... | 30 |
| 2.3.2.1) L'acquisition..... | 31 |
| 2.3.2.2) Traitement des contours..... | 31 |
| 2.3.2.3) Reconstruction et visualisation..... | 31 |
| 2.4) Organisation de la base de données..... | 31 |
| 2.4.1) Introduction..... | 31 |
| 2.4.2) Conception de la base de données..... | 33 |
| 2.4.2.1) Gestion dynamique de la mémoire..... | 33 |
| 2.4.2.2) Utilisation des structures..... | 33 |
| 2.4.2.3) Utilisation des listes chaînées..... | 34 |
| 2.4.2.3.1) Définition..... | 34 |
| 2.4.2.3.2) Organisation récursive de la base de données..... | 35 |
| 2.4.3) Description des bases de données..... | 36 |
| 2.4.3.1) La base PIXEL..... | 37 |
| 2.4.3.2) Les éléments de la base PIXEL..... | 37 |
| 2.4.3.3) La base 3D..... | 40 |
| 2.5) Acquisition des données..... | 42 |
| 2.5.1) Introduction..... | 42 |
| 2.5.2) Traitements des données stockées sur support magnétique..... | 43 |
| 2.5.2.1) Principe de la relaxation..... | 44 |
| 2.6) Extraction des contours..... | 47 |
| 2.7) Chainage automatique..... | 49 |
| 2.8) Echantillonnage des coupes..... | 53 |
| 2.8.1) Introduction..... | 53 |
| 2.8.2) Principe..... | 53 |
| 2.9) Triangulation..... | 56 |
| 2.9.1) Triangulation de contours simples..... | 57 |
| 2.9.2) Triangulation de contours multiples..... | 59 |
| 2.9.2.1) Exposé du problème..... | 59 |
| 2.9.2.2) Première solution..... | 59 |
| 2.9.2.3) Deuxième solution..... | 61 |

| | |
|---------------------------------------|----|
| 2.10) Présentation des résultats..... | 62 |
| 2.11) Discussion..... | 63 |
| 2.12) Conclusion..... | 64 |

CHAPITRE 3 : UTILISATION D' UN MODELE DE FORME EN RECONSTRUCTION 3D.....

| | |
|--|-----|
| 3.1) Introduction..... | 69 |
| 3.2) Tour d'horizon..... | 70 |
| 3.2.1) Modification interactive de la géométrie du modèle : déformations libres..... | 70 |
| 3.2.2) Ajustement du modèle sur des considérations géométriques..... | 78 |
| 3.2.3) Ajustement direct du modèle: ajustement aux moindres carrés..... | 80 |
| 3.2.3.1) Ajustement d'un modèle de forme explicite..... | 80 |
| 3.2.3.2) Ajustement d'un modèle de forme paramétrique..... | 85 |
| 3.2.3.3) Ajustement d'un modèle de forme implicite..... | 90 |
| 3.2.4) Ajustement du modèle par surface offset..... | 95 |
| 3.2.5) Ajustement dynamique d'un modèle élastique..... | 98 |
| 3.2.5.1) Introduction..... | 98 |
| 3.2.5.2) Modèles actifs..... | 99 |
| 3.2.5.2.1) Le modèle 2D..... | 99 |
| 3.2.5.2.2) Le modèle 3D..... | 106 |
| 3.2.5.2.2.1) Technique de la propagation 2D : modèle 3D simplifié..... | 106 |
| 3.2.5.2.2.2) Le modèle 3D déformable..... | 107 |
| 3.3) Conclusion..... | 120 |

CHAPITRE 4 : RECONSTRUCTION 3D DU SIPHON ARTERIEL.....

| | |
|--|-----|
| 4.1) Introduction | 122 |
| 4.2) Définition de l'axe 3D du cylindre généralisé..... | 124 |
| 4.2.1) Introduction..... | 124 |
| 4.2.2) Classification des cellules..... | 127 |
| 4.2.3) Détermination de l'axe 2D..... | 128 |
| 4.2.3.1) Position du problème..... | 128 |
| 4.2.3.2) Approximation par découpage récursif..... | 130 |
| 4.2.3.2.1) Introduction..... | 130 |
| 4.2.3.2.2) Détermination des points de cassure..... | 131 |
| 4.2.4) Estimation de la position 3D des points de l'axe..... | 135 |
| 4.2.4.1) Première estimation : modèle circulaire..... | 135 |
| 4.2.4.2) Deuxième estimation : ajustement aux moindres-carrés..... | 138 |
| 4.3) Choix d'un système de paramétrisation..... | 141 |

| | |
|--|------------|
| 4.3.1) Introduction..... | 141 |
| 4.3.2) Repère de Frenet..... | 142 |
| 4.3.3) Variation minimale de direction..... | 145 |
| 4.3.3.1) Formulation discrète..... | 145 |
| 4.3.3.2) Formulation différentielle..... | 147 |
| 4.4) Repérage des points de données par rapport à l'axe..... | 149 |
| 4.5) Approximation des données..... | 150 |
| 4.5.1) Introduction..... | 150 |
| 4.5.2) Minimisation et discrétisation de la fonctionnelle d'énergie..... | 151 |
| 4.6) Retour aux coordonnées cartésiennes..... | 154 |
| 4.7) Représentation finale de la surface du tube..... | 155 |
| 4.8) Conclusion..... | 156 |
| 4.9) Autres résultats et résumé..... | 158 |
| | |
| CHAPITRE 5 : RECONSTRUCTION 3D PAR INTERPOLATION ELASTIQUE DE CONTOURS..... | 160 |
| 5.1) Introduction..... | 160 |
| 5.2) Tour d'horizon des techniques d'interpolation..... | 161 |
| 5.2.1) Interpolation volumique de coupes..... | 161 |
| 5.2.1.1) Techniques d'interpolation déterministes..... | 162 |
| 5.2.1.2) Technique d'interpolation statistique : Kriging..... | 164 |
| 5.2.2) Interpolation de contours..... | 166 |
| 5.3) Présentation de la méthode..... | 170 |
| 5.3.1) Principe..... | 170 |
| 5.3.2) Modélisation mathématique..... | 170 |
| 5.3.3) Choix de l' énergie potentielle extérieure..... | 176 |
| 5.3.4) Détermination du champ de forces externes..... | 177 |
| 5.3.4.1) Introduction..... | 177 |
| 5.3.4.2) Cas du modèle convexe déformable..... | 178 |
| 5.3.4.3) Cas du modèle concave déformable..... | 180 |
| 5.3.4.3.1) Intersection du modèle avec l'ellipse..... | 182 |
| 5.3.4.3.2) Projection du modèle sur l'ellipse..... | 183 |
| 5.3.4.4) Influence du choix du modèle de départ..... | 184 |
| 5.3.4.5) Influence d'un modèle décentré..... | 186 |
| 5.3.4.6) Récapitulation..... | 187 |

| | |
|--|------------|
| 5.3.5) Convergence et critère d'arrêt du processus de déformation..... | 189 |
| 5.3.5.1) Introduction..... | 189 |
| 5.3.5.2) Détermination adaptative du coefficient d'élasticité..... | 189 |
| 5.3.5.3) Déplacement maximal du modèle..... | 190 |
| 5.3.5.4) Rôle du facteur de viscosité..... | 191 |
| 5.3.5.5) Critère d'arrêt..... | 193 |
| 5.4) Premiers résultats expérimentaux..... | 194 |
| 5.5) Conclusion..... | 199 |
| | |
| CONCLUSION..... | 201 |
| | |
| BIBLIOGRAPHIE | |

INTRODUCTION

INTRODUCTION

Les images médicales provenant des scanners X (tomographie par transmission de rayons X), des scanners I.R.M (images produites par résonance magnétique), des échographes (images ultrasonores) ou encore des scintigraphes (tomographie par émission de positons) sont généralement décrites comme une succession d'images bidimensionnelles (2D). Or les éléments contenus dans ces images doivent être situés dans l'espace pour que la réalité anatomique soit comprise et qu'un diagnostic puisse être posé.

Pour cela il faut pouvoir présenter au médecin des représentations 3D des organes ou des régions qui l'intéressent, fournir des mesures morphologiques, préciser leur topographie, résoudre des problèmes de recalage spatial entre plusieurs images 2D d'un même patient acquises sous différentes incidences.

Des progrès importants ont été réalisés dans les systèmes de reconstruction et de représentation 3D d'organes biologiques, néanmoins les logiciels mis à la disposition par les constructeurs sont certes performants mais standards, leurs fonctions étant figées (manque de convivialité, faibles fonctionnalités et absence d'interactivité). A côté de cela, il s'est développé de nouveaux logiciels plus spécifiques sur des stations auxiliaires pour répondre aux demandes des médecins qui désirent manipuler des résultats de traitements pour leur recherche.

C'est donc dans cette optique que nous avons développé , en collaboration avec les services de neuroradiologie du CHRU B de LILLE, un système de reconstruction 3D et de mesures de l'arbre vasculaire cérébral à partir de coupes scanner issues d'un système d'Imagerie par Résonance Magnétique.

La connaissance des modes d'acquisition disponibles sur L'IRM, nous a amené à développer une base de données très performante pour supporter les étapes de saisie et de reconstruction 3D à partir de triangles.

L'arbre vasculaire cérébral comporte un certain nombre de formes spécifiques et complexes tels que des siphons, des embranchements... que nous avons étudiées et reconstruites dans le cadre de la triangulation.

Par exemple, dans le cas du siphon, nous avons élaboré une méthode originale de détermination automatique de l'axe 3D d'une branche artérielle définie par des points répartis sur des plans parallèles. Cet axe ainsi estimé permet d'ajuster une enveloppe de forme tubulaire sur les données.

Nous avons mis en oeuvre une méthode originale d'interpolation élastique de contours dont la généralisation constitue un cadre intéressant pour résoudre le cas des embranchements.

Pour permettre de présenter le plan de notre étude et pour justifier les méthodes originales que nous avons conçues, nous exposons, dans un avant propos, les principales raisons qui ont guidé le cheminement de notre travail.

- Dans une première partie, nous effectuons une présentation des spécificités de l'imagerie par résonance magnétique et en particulier des modes d'acquisition disponibles sur ce type de scanner.
- Dans une seconde partie, nous décrivons une base de données que nous avons conçue et nous proposons une chaîne fonctionnelle de reconstruction et de représentation 3D conforme aux modes d'acquisition des scanners I.R.M.
- Dans une troisième partie, nous exposons un panorama des différentes techniques pour ajuster un modèle de forme sur des données denses ou lacunaires auxquelles se rattachent les données issues des images R.M.
- Dans une quatrième partie, nous développons une méthode originale de reconstruction du siphon artériel qui s'appuie sur une association de concepts décrits précédemment.
- Dans une cinquième partie, nous proposons une technique d'interpolation de contours, basée sur la théorie des objets déformables, pour résoudre certains problèmes de reconstruction 3D et en particulier les embranchements.
- En conclusion, après avoir résumé les principaux résultats que nous avons apportés, nous discutons les éventuelles perspectives de poursuite de ce travail.

AVANT-PROPOS

AVANT PROPOS

Les systèmes de radiologie tels que le scanner X, l'IRM, ... intègrent aujourd'hui dans leur structure des logiciels et des architectures dédiés à la reconstruction 3D des organes du corps humain. Ces outils fournissent des images volumiques de très hautes qualités et sont devenus pour le médecin de plus en plus indispensables avant toute décision thérapeutique. Seulement, pour la plupart, leurs fonctions sont figées, de sorte que les données et les résultats de traitement ne sont pas accessibles aux médecins qui souhaitent les manipuler pour leurs besoins de recherches.

Une nouvelle demande des médecins est alors apparue en terme :

- d'interactivité : nécessité de sélectionner les zones à reconstruire.
- de quantification : nécessité d'intégrer des calculs de surfaces, de volumes...
- de segmentation : nécessité d'outils d'extraction de contours fiables et reproductibles.
- de reconstruction : nécessité d'apporter de nouvelles solutions pour reconstruire en 3D des zones du corps humain qui nécessitent, de par leur complexité, (difficilement détachables de l'environnement qui les englobe) des traitements particuliers.

Pour satisfaire cette demande, il nous a été confié l'étude d'un système autonome **complémentaire** capable, à partir de données disponibles sur les systèmes d'acquisition, de représenter, de reconstruire et de manipuler en 3D des objets biologiques et de permettre des mesures diverses. Ce système doit être d'un emploi très simple, être ouvert et permettre l'évolution et l'apport de fonctions nouvelles. Il doit pouvoir s'adapter à diverses applications biomédicales nécessitant une représentation 3D d'objets. Le respect de telles conditions, nous a amené initialement à étudier et à concevoir une base de données suffisamment générale pour qu'elle s'adapte, en un minimum d'efforts, aux différentes applications proposées par les médecins.

L'étude d'un tel système a été initialisée à partir d'une première demande formulée par le service de neuroradiologie du professeur Clarisse à l'hôpital B du CHR de LILLE : elle concerne la reconstruction 3D de l'arbre vasculaire de la tête à partir de clichés scanner parallèles issus d'un système d'imagerie par résonance magnétique nucléaire (IRM). Sur ce type de machine, le neuroradiologue, lors d'un examen de routine, peut opter principalement pour trois modes d'acquisition : axial, sagittal ou coronal. Le mode axial est, le plus souvent, retenu car il a l'avantage, contrairement aux deux autres, de proposer des images de coupes orthogonales à la direction principale de "propagation" de l'arbre artériel de la tête. Ce mode permet de suivre plus facilement l'évolution de l'ensemble du réseau artériel dans l'espace et dans le plan. Bien évidemment, la reconstruction 3D serait d'autant plus fidèle à la réalité si l'on venait la compléter par d'autres modes d'acquisition. Un recadrage des différentes incidences générerait un ensemble de points plus dense pour affiner la reconstruction. Mais, en examen de routine, le radiologue ne réalise l'acquisition que sur une seule incidence. C'est donc sous cette contrainte, que nous avons développé une technique de reconstruction 3D appropriée.

Les diverses techniques de reconstruction 3D qui sont mises à notre disposition sont organisées autour des critères suivants :

- ♦ La nature des informations à retrouver, peuvent être soit volumique , soit surfacique.
- ♦ Le type de données disponibles. Les données peuvent provenir soit :
 - d'images de reflectance
 - d'images de projection
 - de contours parallèles
 - d'un nuage de points
- ♦ Le mode de représentation informatique retenu :
 - le voxel.
 - la surface plane triangulaire.
 - les carreaux de formes libres (carreaux de Béziérs, B-splines, de Coons...)

Bien que l'approche volumique, basée sur le voxel, soit très séduisante, puisqu'elle doit permettre de retrouver automatiquement une description très complète du volume étudié, nous l'avons écartée de notre étude car ce type d'approche, déjà bien développée par les constructeurs de scanner, nécessite des moyens matériels importants et spécifiques.

Compte-tenu des difficultés que pose la reconstruction volumique, nous avons choisi une approche surfacique. Parmi les raisons de ce choix, nous pouvons citer les plus importantes :

- la disposition des données dans l'espace (répartition des points sur des plans parallèles);
- la nécessité de modéliser simplement la surface de l'objet en vue de réduire : la durée de calcul, l'occupation mémoire...;
- les besoins d'une visualisation rapide;
- une éventuelle implantation machine temps réel;

Finalement, à la lumière de ce qui précède, notre choix s'est porté sur une représentation des données à l'aide de **facettes triangulaires**.

Pour ce faire, nous avons mis au point un certain nombre d'algorithmes, d'outils qui, mis bout à bout, constituent une chaîne fonctionnelle de représentation et de reconstruction 3D de l'arbre vasculaire. Certains d'entre eux tirent leur originalité des difficultés rencontrées lors du processus de reconstruction 3D par facettes. Nous pouvons citer :

- **Le chaînage automatique** : la reconstruction par facettes triangulaires se réalise, comme nous le verrons, entre deux sections consécutives. Cela nécessite, au préalable, d'établir les liens entre les sections des différentes coupes. Nous proposons, pour cela, une méthode automatique pour réaliser ce chaînage.

- **L'échantillonnage** : dans le cas où les données acquises sur l'objet définissent un ensemble de coupes parallèles, le problème consiste à extraire les points pertinents qui constituent les sommets des facettes planes de l'enveloppe convexe de l'objet. Nous proposons une méthode d'échantillonnage d'un contour quelconque présentant ou non des concavités.

- **La triangulation** : nous proposons une méthode de triangulation simple qui est basée sur un critère de distance minimale. Son originalité repose sur la façon dont sont codés les triangles, afin de réduire de manière notable l'encombrement mémoire.

Dans certaines situations, le schéma de base de la triangulation que nous avons mis en oeuvre ne peut plus être appliqué. Il existe alors deux solutions. La première consiste à changer la méthode de triangulation, le critère de distance ne convenant plus. La seconde serait d'adapter la situation à la triangulation. Afin de respecter le fil directeur de notre approche, nous avons décidé de conserver le schéma de base de reconstruction et de l'adapter aux cas suivants :

- **Les bifurcations** : dans le cadre de la reconstruction 3D de formes arborescentes, la liaison d'un contour unique à deux, voire plusieurs sous-contours est une forme fréquente. Ce type de situation pose un problème puisque l'on n'a aucun renseignement sur la nature du raccordement. Nous proposons alors une méthode simple de division de contours afin d'extrapoler ce ou ces raccordements, et ainsi d'effectuer une triangulation à partir du même schéma de base.

- **Les siphons** : l'une des principales difficultés de la reconstruction se situe au niveau de la forme apparente que prennent les vaisseaux lorsque leur axe tend à devenir parallèle au plan de coupe. C'est le cas notamment lorsqu'ils contournent certaines zones osseuses du crâne. La continuité des formes dans cette zone n'étant plus assurée (passage d'un contour de forme ronde à un contour de forme allongée), la reconstruction à partir du schéma de base est, encore là, mise à défaut. Nous proposons une solution originale pour déterminer un nouveau réseau de contours à partir de l'ajustement au sens des moindres carrés d'un modèle de forme tubulaire sur cette zone. Ce nouveau réseau de contours constitue une ossature régulière pour appliquer notre triangulation.

Et si tous ces problèmes, mis à jour précédemment, ne provenaient que d'une seule cause ? **La distance inter-coupe.**

En effet, si maintenant avec les progrès récents des techniques d'imageries médicales que ce soit en rayon X , RM..., il est possible d'atteindre des distances inter-coupes de l'ordre du mm, le radiologue se limite généralement, pour réaliser son diagnostic, à un ensemble restreint de coupes espacées généralement de quelques millimètres (3 mm voire plus). Dans un souci de commodité pour le patient, il écourte généralement la durée de l'examen puisque l'acquisition d'une seule coupe reste encore assez longue. Il est donc amené à limiter le nombre de coupes et à les espacer pour pouvoir explorer complètement la zone à analyser. De ce fait, les données disponibles sur chaque plan de coupe ne respectent plus la continuité des formes, et mettent en défaut le modèle de base de la triangulation (c'est à dire le critère de distance minimale).

Là aussi, faut il remettre en question le modèle de base?

Si maintenant l'on crée, de manière cohérente, des contours intermédiaires entre chaque contour de l'objet, on se replace alors dans des conditions régulières d'échantillonnage de l'espace pour réaliser une reconstruction à l'aide de ce critère.

Nous proposons une méthode originale basée sur la théorie des modèles actifs pour générer entre les contours définissant un objet, un ensemble de contours intermédiaires pour affiner la reconstruction 3D par triangulation. Cette méthode d'interpolation élastique de contours permet d'adapter et de généraliser la méthode de triangulation sur de nombreux cas difficiles qui la rendaient inexploitable auparavant. Nous montrons enfin que la généralisation de cette méthode constitue un moyen efficace pour résoudre le cas des embranchements.

- Dans le chapitre un, nous effectuons une présentation des spécificités de l'imagerie RM avant de décrire le matériel autour duquel est bâti le système de reconstruction.

- Dans le chapitre deux, nous présentons, la structure d'une base de données que nous avons mise au point pour représenter en mémoire les objets médicaux, ainsi que les différents algorithmes retenus pour chacune des étapes de traitement. Ces étapes vont de l'acquisition des données à la visualisation de l'arbre vasculaire.

- Dans le chapitre trois, nous développons les nouvelles techniques de reconstruction qui consistent à ajuster un modèle de forme sur des données peu nombreuses ou inégalement réparties.

- Cette étude constitue le point de départ pour la mise en oeuvre d'une méthodologie pour résoudre et reconstruire de manière **automatique** les zones de type siphon. Cette méthode est développée et illustrée au chapitre quatre.

- Dans le chapitre cinq, nous présentons une méthode originale d'interpolation de contours pour représenter des formes complexes à partir du schéma de base de la triangulation.

- Enfin, après avoir résumé les principaux résultats que nous avons obtenus, nous décrivons en conclusion les perspectives de poursuite des travaux dans la reconstruction de scènes en trois dimensions.

CHAPITRE 1

Chapitre 1

L'imagerie par résonance magnétique

1.1 Introduction

Nous allons dans ce chapitre, à travers l'étude de la technique R.M, mettre en exergue les différents moyens (modes d'acquisition, outils d'aide au diagnostic) mis à la dispositions des médecins et qui équipent maintenant la plupart des scanners R.M. Nous proposerons ensuite les perspectives offertes par notre station de reconstruction 3D.

L'imagerie par résonance magnétique est une application du phénomène R.M qui est très utilisée par les chimistes et biochimistes. L'application en imagerie est apparue, il y a une quinzaine d'années.

Le principe fondamental est basé sur la résonance magnétique des protons dû à leur spin (rotation de la particule sur elle même). Dans le cas de l'I.R.M, ce sont les protons des atomes d'hydrogène qui vont être mis en résonance. Ils ont l'avantage de posséder un noyau de charge positive et de se trouver en abondance dans le corps humain. Sachant que la concentration des noyaux d'hydrogènes, et donc la densité de spin, est différente selon les tissus, on imagine qu'une détection de cette concentration permettra de différencier des tissus. Cette différence peut ensuite être traduite par des niveaux de gris appropriés sur une image.

Avant de comprendre comment l'image va être créée, nous nous intéresserons aux phénomènes physiques qui sont à la base de ce principe.

1.2 Principe [LHOS. 92] [CHAM. 86]

1.2.1 Mouvement de précession.

L'interprétation du phénomène de R.M. est habituellement présentée sur les bases de la physique quantique. Par la physique classique une autre présentation peut être donnée. Les concepts introduits dans ces deux raisonnements sont complémentaires.

Selon l'aspect quantique, les noyaux d'un atome sont animés d'un mouvement de rotation sur eux-même autour d'un axe. Ils induisent chacun un moment cinétique de spin nucléaire \vec{I} .

Chaque noyau de spin non nul, chargé électriquement, crée par son mouvement, un moment magnétique nucléaire $\vec{\mu}$. Le moment magnétique nucléaire $\vec{\mu}$ est associé au moment cinétique de spin nucléaire \vec{I} dans un rapport constant γ caractéristique du noyau considéré appelé : rapport gyromagnétique du noyau.

Si l'on place un noyau de spin I dans un champ magnétique externe \vec{B}_0 dirigé suivant l'axe Oz , alors le moment magnétique $\vec{\mu}$ peut prendre $(2I+1)$ orientations possibles par rapport à \vec{B}_0 .

Pour le proton ($I=1/2$) le moment magnétique tend à s'aligner dans la direction de \vec{B}_0 dans le même sens (parallèle) ou dans le sens inverse (antiparallèle). A chacune de ces orientations correspond une énergie :

$$E = - \vec{\mu} \cdot \vec{B}_0 = \pm \mu_z B_0 \quad (1)$$

où μ_z est la projection de $\vec{\mu}$ sur \vec{B}_0 (figure 1).

L'écart énergétique entre ces deux états se traduit par la relation :

$$\Delta E = \gamma \frac{h}{2\pi} B_0 \quad (2)$$

où h désigne la constante de Planck.

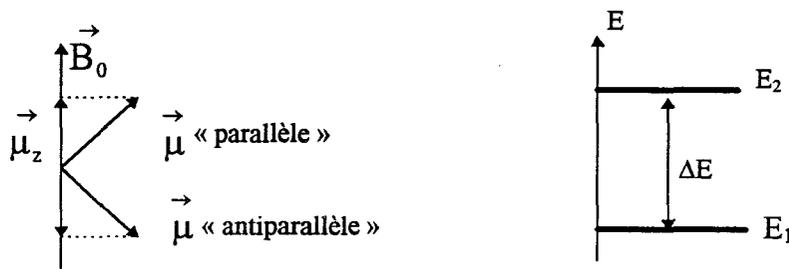


fig. 1: Orientation du moment magnétique $\vec{\mu}$ sous l'action de \vec{B}_0 et création des niveaux d'énergie E_1 et E_2 correspondants.

L'écart d'énergie en présence de \vec{B}_0 est proportionnel à B_0 . Il est possible alors de faire passer le noyau d'un état à l'autre en fournissant cette quantité d'énergie ΔE sous forme d'onde de fréquence f_0 . Il y a alors émission d'un photon.

Sachant que $\Delta E = h f_0$, on détermine la fréquence f_0 de l'onde à partir de (2) :

$$f_0 = \gamma \frac{B_0}{2\pi} \quad (3)$$

Si l'on envisage maintenant la présentation classique du phénomène, les noyaux, sous l'action de \vec{B}_0 prennent un mouvement semblable à celui d'une toupie écartée de l'axe vertical que leur spin soit parallèle ou antiparallèle. Ce mouvement est appelé "**précession de LARMOR**". Le mouvement de précession du moment magnétique $\vec{\mu}$ autour de \vec{B}_0 est dû à l'action du couple magnétique défini par la relation suivante :

$$\vec{C} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}_0 \quad (4)$$

$\vec{\mu}$ se déplace sur un cône d'axe Oz tout en décrivant une trajectoire circulaire avec une vitesse angulaire ω_0 , proportionnelle à l'intensité B_0 telle que $\omega_0 = \gamma B_0$, et est écarté de l'axe vertical d'un certain angle θ .

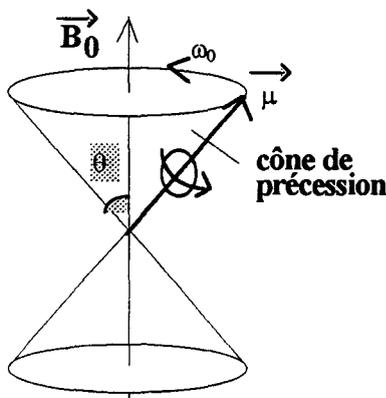


fig. 2 : Mouvement de précession.

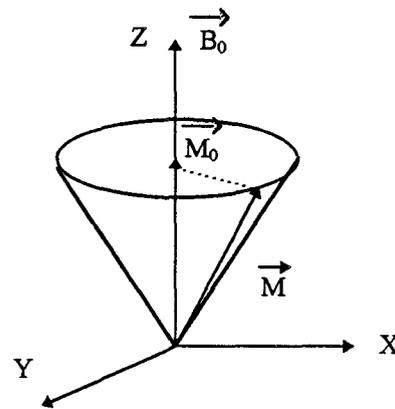


fig. 3 : Moment magnétique en présence du champ B_0

Sur chaque cône, les spins sont distribués aléatoirement les uns par rapport aux autres avec la résultante \vec{M} des moments magnétiques $\vec{\mu}$ qui a une valeur moyenne nulle sur le plan (xOy). Cependant, il existe un excès de spins à orientation parallèle ce qui entraîne l'apparition d'une résultante \vec{M}_0 des moments magnétiques $\vec{\mu}$ suivant l'axe Oz encore appelée "**aimantation longitudinale**". Cette composante étant très inférieure à B_0 , \vec{M} n'est pas accessible à la mesure. De même, comme on vient de le préciser, sa composante transversale possède une valeur moyenne nulle car les noyaux ne sont pas en phase. Si on les met en phase, il sera alors possible de mesurer la composante transversale \vec{M}_{xy} . Cette propriété est réalisée grâce au phénomène de résonance des noyaux.

1.2.2 La résonance magnétique.

La résonance est un principe de physique qui consiste à faire interférer deux systèmes pour qu'ils échangent de l'énergie. L'échange est maximal lorsque les fréquences des deux systèmes sont accordées. Ce principe est valable pour les spins. Si on soumet les spins ordonnés par \vec{B}_0 à l'influence d'un deuxième champ magnétique \vec{B}_1 d'une durée de quelques microsecondes (onde radiofréquence sinusoïdale), perpendiculaire à \vec{B}_0 et tournant dans le plan (xOy) on peut obtenir un transfert de l'énergie portée par \vec{B}_1 aux spins. Ce transfert est maximal si la vitesse ω_1 de rotation du champ \vec{B}_1 est égale à la fréquence de LARMOR ω_0 des protons : "les noyaux résonnent".

1.2.2.1 Influence d'un second champ magnétique \vec{B}_1 sur les spins

Cette perturbation apportée par le champ \vec{B}_1 , permet "d'écarter" \vec{M} de la direction z et de faire apparaître une composante transversale non nulle (fig. 4). l'évolution de \vec{M} en fonction de \vec{B}_1 est décrit par les équations différentielles établies par BLOCH :

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{M}_x}{dt} &= \gamma (\vec{M}_y \vec{B}_z - \vec{M}_z \vec{B}_y) - \frac{\vec{M}_x}{T_2} \\ \frac{d\vec{M}_y}{dt} &= \gamma (\vec{M}_z \vec{B}_x - \vec{M}_x \vec{B}_z) - \frac{\vec{M}_y}{T_2} \\ \frac{d\vec{M}_z}{dt} &= \gamma (\vec{M}_x \vec{B}_y - \vec{M}_y \vec{B}_x) + \frac{\vec{M}_0 - \vec{M}_z}{T_1} \vec{B}_0 \end{aligned} \quad (5)$$

avec : $-\vec{B}_x = B_1 \cos(\omega_1 t)$ $\vec{B}_y = -B_1 \sin(\omega_1 t)$ $\vec{B}_z = B_0$

- T_1 (resp. T_2) une constante de temps caractérisant le temps que met la composante longitudinale (resp. transversale) pour revenir à son état d'équilibre

Ces équations permettent de trouver les composantes de \vec{M} en fonction du champ \vec{B}_1 et montrent, en se plaçant dans un nouveau référentiel tournant autour de Oz dans le sens inverse de ω_0 et de pulsation ω_1 , que \vec{M} précesse autour de \vec{B}_1 .

Les spins situés dans le plan d'influence de l'onde radiofréquence s'écartent de l'axe de \vec{B}_0 et ce d'autant plus que l'impulsion radio est plus longue .

Soit l'angle θ représentant l'angle entre \vec{M} et l'axe Oz. Si \vec{B}_1 a une durée τ pour que $\theta = \omega_1 \cdot \tau = \gamma \cdot B_1 \cdot \tau = \pi/2$, on obtient une impulsion appelée "impulsion à 90°" qui donne un signal maximum sur l'axe oy. De même, en modifiant τ on peut obtenir des "impulsions à 180°".

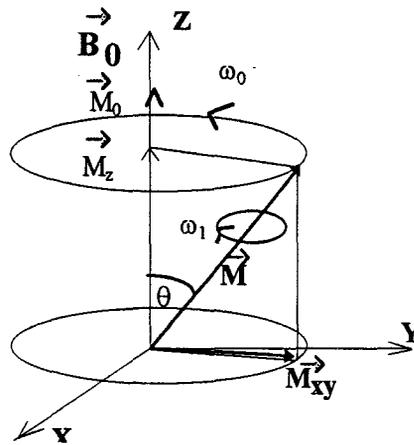


fig. 4 : Composantes de l'aimantation

1.2.2.2 Influence de l'arrêt de \vec{B}_1 : La relaxation

A l'arrêt de l'impulsion radiofréquence, la position des spins excités va évoluer ainsi que les coordonnées de \vec{M} ; Les spins couchés et mis en cohérence de phase par \vec{B}_1 vont revenir à leur état d'équilibre initial et donner un signal : la **F.I.D (Free Induction Decay)**. La relaxation dépend de plusieurs facteurs : les temps de relaxation T_1 et T_2 .

1.2.2.2.1 Temps de relaxation T_1

Les spins basculés de 90° ou de 180° selon la durée de l'impulsion RF regagnent leur axe de précession d'origine selon \vec{B}_0 ; c'est la relaxation longitudinale dont la constante de temps est appelée T_1 . Suivant le tissu étudié, l'aimantation longitudinale peut revenir plus ou moins rapidement à sa position d'équilibre. Elle est donc directement sous la dépendance de la structure du tissu de l'échantillon ou réseau d'où son autre nom de temps de « **spin-réseau** ». Plus précisément, on montre à partir de (5) que la vitesse de retour que l'on note dM_z / dt , de l'aimantation longitudinale est, à chaque instant t , proportionnelle à la différence entre l'aimantation longitudinale $\vec{M}_z(t)$ et sa valeur d'équilibre \vec{M}_0 . Le coefficient de proportionnalité a la dimension inverse d'un temps, et on l'exprime donc par la constante $1/T_1$:

→

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{1}{T_1} (\vec{M}_0 - \vec{M}_z(t)) \quad (6)$$

Ainsi l'aimantation longitudinale croît en fonction du temps au cours de la relaxation jusqu'à retrouver sa valeur d'origine. T_1 est le temps mis par l'aimantation longitudinale pour atteindre 37% de cette valeur. La courbe de croissance de \vec{M}_z est de la forme suivante (fig. 5) :

$$\vec{M}_z(t) = \vec{M}_0 (1 - \exp(-t / T_1)) \quad (7)$$

avec $M_z(0) = 0$ pour une impulsion de 90°

1.2.2.2 Temps de relaxation T_2

L'arrêt de l'impulsion radio entraîne la perte progressive de la cohérence de phase des spins. Ce phénomène est lié aux interactions magnétiques des spins entre eux d'où son nom de relaxation « **spin-spin** ». Cette fois, la relaxation influence la composante transversale \vec{M}_{xy} de l'aimantation; elle est caractérisée par la constante de temps T_2 . la perte de phase correspond à la dispersion des aimantations microscopiques unitaires dans le plan (Oxy) soit dans le sens horaire soit dans le sens anti-horaire. l'aimantation transversale tend donc à diminuer avec le temps jusqu' à devenir presque nulle lorsque M a rejoint l'axe Oz. La vitesse de décroissance, notée $\frac{d\vec{M}_{xy}}{dt}$ est, à chaque instant t, proportionnelle à l'intensité de l'aimantation transversale $\vec{M}_{xy}(t)$. Là encore, la constante de proportionnalité a une dimension inverse d'un temps notée $1/T_2$:

$$\frac{d\vec{M}_{xy}}{dt} = -\frac{1}{T_2} \vec{M}_{xy}(t) \quad (8)$$

la courbe de décroissance de $\vec{M}_{xy}(t)$ est une exponentielle (fig. 6) :

$$\vec{M}_{xy}(t) = \vec{M}_0 \exp(-t / T_2) \quad (9)$$

avec $\vec{M}_{xy}(0) = \vec{M}_0$

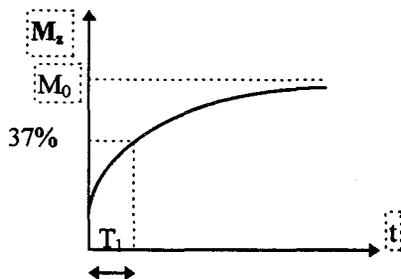


fig. 5 : Courbe de croissance de M_z .

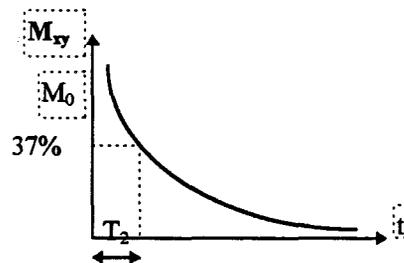


fig. 6 : Courbe de décroissance de M_{xy} .

1.2.2.2.3 Apparition du signal R.M

Au cours de la relaxation, les variations de position de \vec{M} (\vec{M} passe du plan (0xy) à l'axe (0z) en décrivant une spirale de plus en plus serrée), entraînent une fluctuation du champ magnétique suffisante pour induire un courant électrique détectable par une antenne de réception. A chaque tour de spire, la composante transversale de \vec{M} diminue un peu, l'antenne enregistre cette décroissance sous forme d'un signal sinusoïdal de plus en plus faible. Ce signal électrique très faible (microvolt), appelé signal R.M ou signal de précession libre (F.I.D), contient les informations nécessaires à la formation d'une image, en particulier sur la quantité de protons et sur leur fréquence de résonance. La transformation de Fourier du signal engendre un pic spectral centré sur cette fréquence.

1.2.2.3 Rôle de T_1 et T_2

Les valeurs de T_1 et T_2 sont caractéristiques de la structure du milieu (fig. 7). Elles s'échelonnent entre quelques centaines de millisecondes et un peu plus d'une seconde pour T_1 et entre quelques dizaines de millisecondes et quelques centaines de millisecondes pour T_2 .

Ces deux paramètres ont un donc rôle prépondérant sur les caractéristiques de l'image obtenue et possèdent des valeurs sensiblement différentes selon que les tissus sont normaux ou pathologiques.

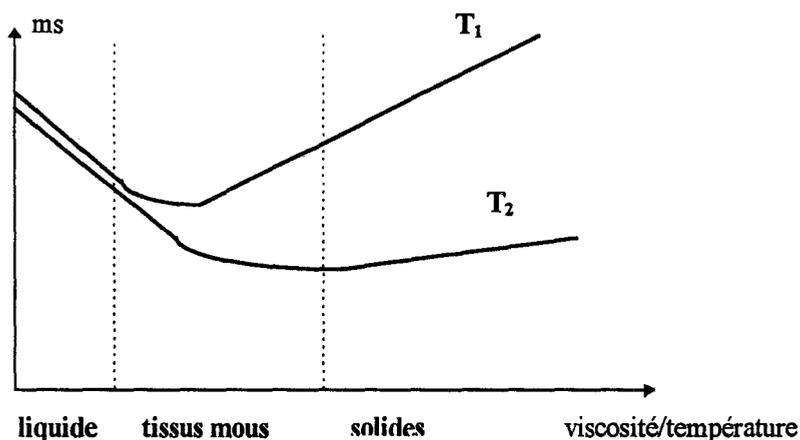


fig. 7 : Variation de T_1 et T_2 en fonction du milieu.

Le fait que l'on puisse distinguer les tissus des différents organes sains ou pathologiques explique l'importance des temps de relaxation. La manière dont on peut faire

apparaître ceux-ci dans le contraste de l'image dépend de la séquence d'acquisition utilisée et de ses paramètres.

1.2.3 Séquence d'impulsions : mesure de T_1 et de T_2

Un des avantages de la R.M est de permettre l'utilisation de diverses techniques d'excitation de sensibilité différente pour chacun des paramètres dont dépend le contraste. Les paramètres les plus significatifs sont les temps de relaxation T_1 et T_2 ainsi que la densité de protons ρ . La mesure de ces paramètres est réalisée à partir d'une impulsion radiofréquence sous forme d'un train d'ondes pulsées de 90° ou 180° , en séquences variables. Selon la séquence choisie, on peut favoriser le recueil de telle ou telle composante de l'aimantation.

Une séquence est définie par les paramètres suivants :

- Le temps de répétition ou T_R qui correspond à l'intervalle de temps entre deux impulsions de radiofréquence.
- Le temps d'écho ou T_E qui correspond à l'intervalle entre l'impulsion de RF et le recueil du signal.

1.2.3.1 Séquence de « récupération après saturation » : mesure de ρ

On réalise une répétition d'impulsions 90° à intervalles réguliers suffisamment espacés pour que la relaxation ait le temps de se faire entre chaque impulsion (fig. 8). Dans cette séquence simple, le signal F.I.D récupéré ne dépend ni du T_1 ni du T_2 , mais essentiellement de la densité locale de protons excités. L'image ainsi obtenue est appelée « image en densité de protons ». Cette technique est peu utilisée car elle impose des temps d'acquisition trop longs (T_R long).

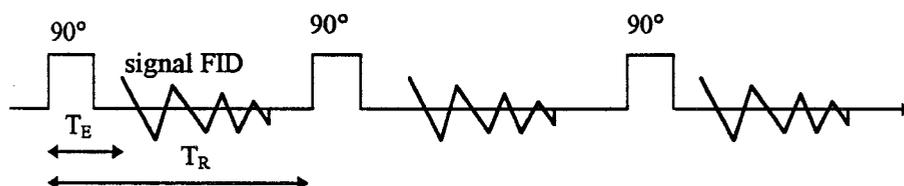


fig. 8: Séquence de récupération après saturation.

1.2.3.2 Séquence de « récupération après inversion » : mesure de T_1

Elle permet l'étude préférentielle de la relaxation de la composante de \vec{M}_z longitudinale de l'aimantation avec sa constante de temps T_1 . Avec une première impulsion radio 180° on inverse la direction de \vec{M} ; puis on laisse évoluer le système. \vec{M} va passer pendant le temps de relaxation d'une valeur négative à une valeur positive en passant par une valeur nulle. La magnétisation longitudinale résiduelle ne sera comptabilisée qu'après un délai d'attente convenable. Son signal R.M est détecté selon l'axe (0y) après une impulsion 90° (fig. 9).

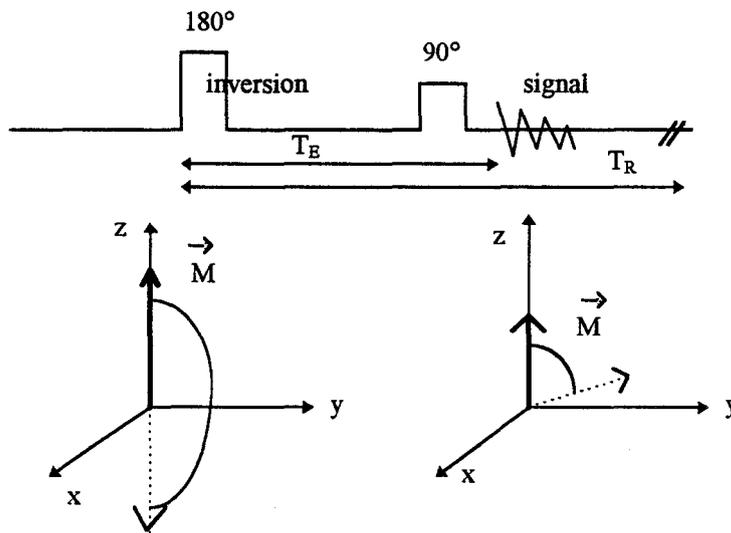


fig. 9: Séquence d'inversion - récupération

La séquence d'inversion possède l'avantage de doubler l'amplitude du signal (signal de $-\vec{M}_z$ à $+\vec{M}_z$). Le contraste est dans ce cas très important et l'image est appelée « image pondérée en T_1 ».

1.2.3.3 Séquence d'écho de spins (S.E) : mesure de T_2

Elle permet l'étude préférentielle de la relaxation de la composante transversale \vec{M}_{xy} de l'aimantation avec sa constante de temps T_2 .

Du fait des inhomogénéités du champ principal, un déphasage additionnel apparaît et l'enveloppe du signal diminue selon une constante T_2^* inférieure à T_2 . Les inhomogénéités du

champ étant supposées constantes, on peut retrouver la décroissance exponentielle de constante de temps T_2 grâce à une technique de mesure dite d'écho de spin. Le principe consiste à refocaliser périodiquement les champs et à mesurer la hauteur des pics d'écho. L'enveloppe de ces pics correspond à T_2 (fig. 10).

Pour cela, on positionne d'abord \vec{M} dans le plan transversal (xOy) par une impulsion de 90° puis on laisse évoluer le système dans ce plan. La perte de cohérence de phase des spins entraîne une décroissance de \vec{M}_{xy} qui tend rapidement vers zéro. On peut interrompre momentanément le déphasage par une impulsion 180° d'inversion de phase. la résultante est une aimantation macroscopique en miroir \vec{M}' appelée **Echo**, dont on recueille le signal. On attend pendant quelques millisecondes, la nouvelle apparition du déphasage de \vec{M}' pour refaire une impulsion 180° , le vecteur miroir \vec{M} sera alors plus court que \vec{M}' ; on recueille son signal avant de recommencer la séquence. Une série d'échos successifs montre que l'évolution de l'aimantation transversale dans le temps dessine une courbe exponentielle (fig. 10). On remarque que plus T_E est court plus l'intensité du signal est importante. Ce paramètre joue donc un rôle important sur le contraste de l'image et l'on dit dans ce cas que les images sont pondérées en T_2 avec des T_E courts ou longs.

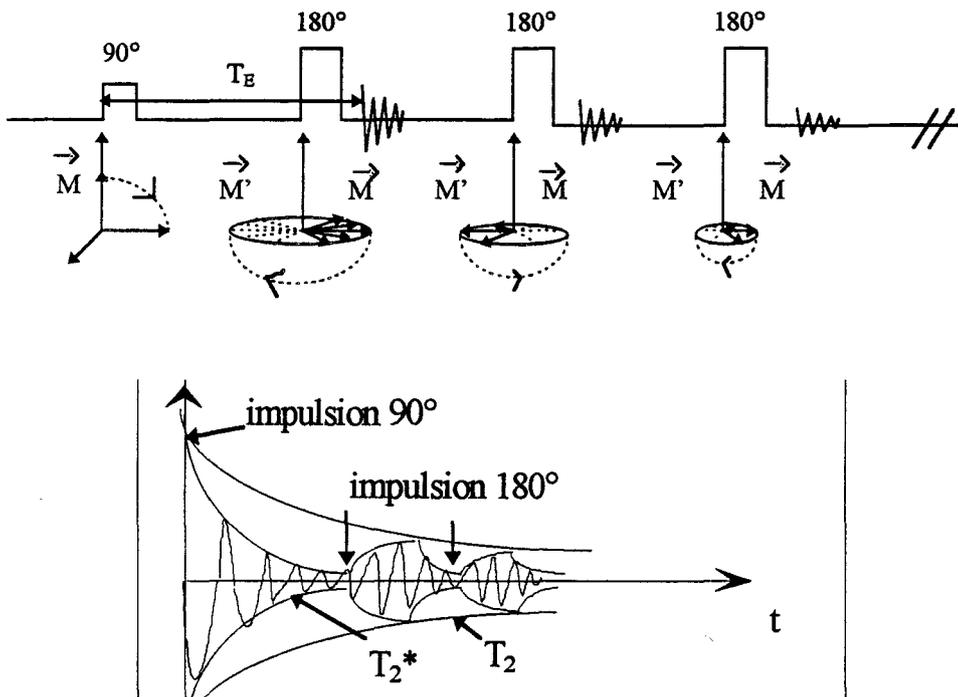


fig. 10 : Technique d'écho de spin

L'intensité du signal est donc fonction des paramètres intrinsèques dépendant des propriétés physico-chimiques des tissus (T_1, T_2, ρ) et des paramètres extrinsèques (T_E, T_R) dépendant de la séquence d'acquisition. En conséquence, le radiologue aura la possibilité, en choisissant convenablement lors de la l'acquisition la séquence d'excitations et les paramètres (T_E, T_R), d'influer sur le résultat obtenu et de mettre en évidence certaines zones pathologiques.

Il pourra en effet, afin par exemple de mettre en évidence la circulation d'un liquide à travers le plan de coupe, choisir un temps de répétition faible pour obtenir un contraste maximum dans l'image (ex : cas de détection de flux sanguin).

1.3 L'image R.M

L'image d'une coupe représente la distribution spatiale d'un paramètre (T_1 ou T_2). Pour cela, le plan, qui possède en fait une épaisseur de coupe, est subdivisée en volumes élémentaires (les voxels).

Il est nécessaire d'effectuer un codage de position dans le plan pour accéder à la mesure de chaque voxel. Un deuxième codage fait correspondre un niveau de gris à la valeur de l'intensité du paramètre.

1.3.1 Codage du signal R.M

Après impulsion, le signal R.M est du type (fig. 11) :

$$s(t) = M_0 \gamma B_1 e^{-t/T_2} \cos(\omega_0 t) \quad (10)$$

Le codage exploite les trois paramètres ci dessous :

- La pulsation ω_0
- Le coefficient d'amortissement $1/T_2$
- L'intensité du signal $M_0 \gamma B_1$ à $t = 0$ qui dépend de la densité des noyaux.

Ces trois paramètres sont déterminés à l'aide d'une transformation de Fourier (fig. 11):

$$s(f) = \int_0^{\infty} (M_0 \gamma B_1 \cos(\omega_0 t) e^{-t/T_2}) e^{-j\omega t} dt \quad (11)$$

soit :

$$s(f) = \frac{M_0 \gamma B_1 T_2}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi^2 (f - f_0)^2 T_2^2}} \quad (12)$$

- la fréquence va permettre la localisation spatiale du volume.
- la hauteur du pic détermine la concentration.
- la largeur du pic à mi-hauteur ($2\Delta f = \frac{\sqrt{3}}{\pi T_2}$) est inversement proportionnelle à T_2

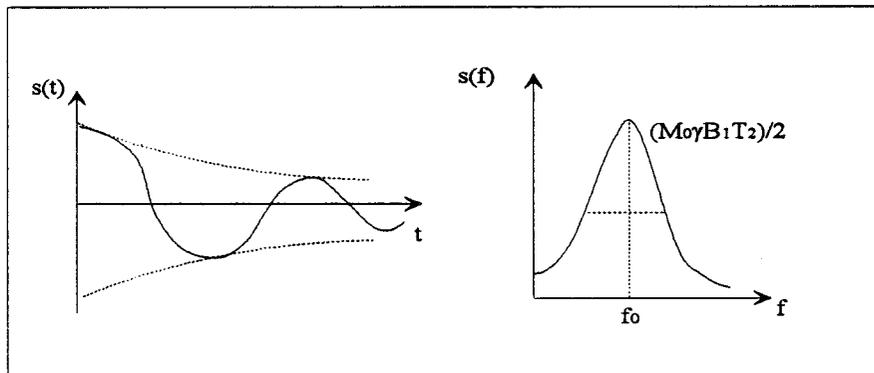


fig 11 : Le signal FID et sa transformée de Fourier

1.3.2 Notion de gradient et sélection d'un plan de coupe

L'obtention de l'image nécessite une localisation précise du volume élémentaire à l'origine du signal détecté par l'antenne de réception. Cette localisation sera obtenue par un codage spatial des fréquences .

→

On superpose pour cela au champ B_0 , un gradient de champ magnétique obtenu à l'aide de bobines supplémentaires. Des gradients de champ sont aussi créés dans les directions x et y du plan de coupe (fig. 12). Ainsi, l'intensité des signaux reçus pour chaque fréquence permettra de calculer la densité de protons de chaque point du volume élémentaire étudié.

L'introduction isolée, simultanée ou séquentielle des gradients offre toutes les possibilités d'imagerie, en particulier l'orientation dans l'espace des plans de coupe et le codage spatial des protons. C'est grâce à eux que l'on peut obtenir des **images frontales, axiales, ou sagittales** sans avoir à bouger ni le malade ni l'appareil; cette possibilité est un atout majeur de l' I.R.M.

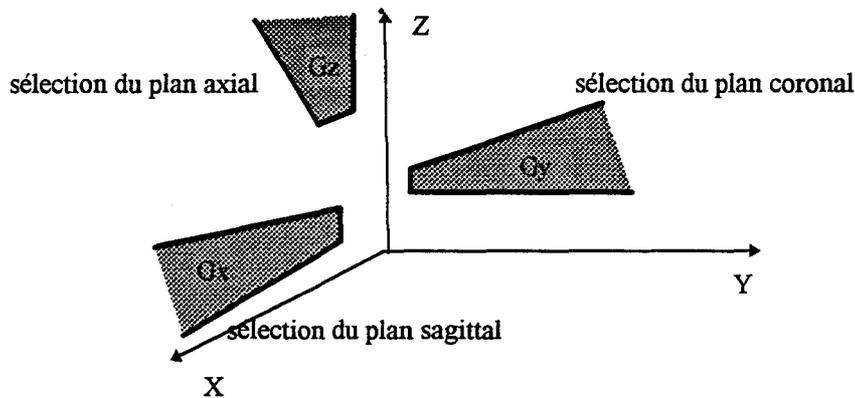


fig. 12 : Positions des gradients dans l'espace.

Si l'on désire par exemple sélectionner une coupe axiale, on introduit le gradient \vec{G}_z parallèle à \vec{B}_0 afin de créer une inhomogénéité longitudinale de \vec{B}_0 . Une irradiation perpendiculaire par une radio de fréquence adaptée entraîne une mise en résonance des protons dans ce plan. En raison du gradient, ceux situés au-dessus et au-dessous de ce plan n'auront pas la même fréquence que l'onde radio et ne résonneront pas. En faisant varier soit la bande passante de l'onde radio, soit la largeur du gradient, on sélectionnera d'autres plans parallèles.

Les deux autres gradients sont appliqués au moment de la lecture du signal, dans le plan orthogonal au gradient de sélection de coupe \vec{G}_z . L'utilisation de ces gradients permet un codage spatial en fréquence et en phase des protons, permettant de restituer le signal dans l'espace, grâce à une double transformée de Fourier, sur une grille matricielle.

1.3.3 Codage de la position par la fréquence

Dans cette technique, il faut rendre la fréquence de résonance dépendante de la position spatiale pour effectuer une conversion fréquence espace.

Pour cela, on peut superposer au champ \vec{B}_0 un gradient linéaire de champ. La fréquence de résonance devient $\omega(x) = \gamma B_0 + \gamma G_x x$ si le gradient est appliqué dans la direction X.

Il en résulte que le graphe de la transformée de Fourier, où l'abscisse représente la fréquence et où l'ordonnée représente l'intensité du signal, peut être assimilé à un graphe où l'abscisse est fonction de la distance suivant l'axe x et l'ordonnée est fonction de la densité des protons.

1.3.4 Codage de la position par la phase

Si, juste après l'apparition du F.I.D, à un instant que nous prenons comme origine $t = 0$, l'application du gradient est interrompue, le signal $s(t) = M_0 \gamma B_1 \cos(\omega_0 t) e^{-t/T_2}$ devient :

$$s(t) = M_0 \gamma B_1 e^{-t/T_2} \quad (13)$$

Sa transformée de Fourier devient alors :

$$s(f) = \frac{M_0 \gamma B_1 T_2}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi^2 f^2 T_2^2}} \quad (14)$$

$s(f)$ est centré sur f_0 et son sommet est fonction du niveau de $s(t)$.

De même, si à des instants t_n (1 à n), le gradient est coupé, nous obtiendrons des raies de transformées aux fréquences f_n , dont les amplitudes seront proportionnelles au signal au moment de la coupure (fig. 13).

Il y a codage par la phase car $B = B_0 + Gx$ donc $\omega = \gamma B_0 + \gamma Gx$ et $\phi = \omega t$.

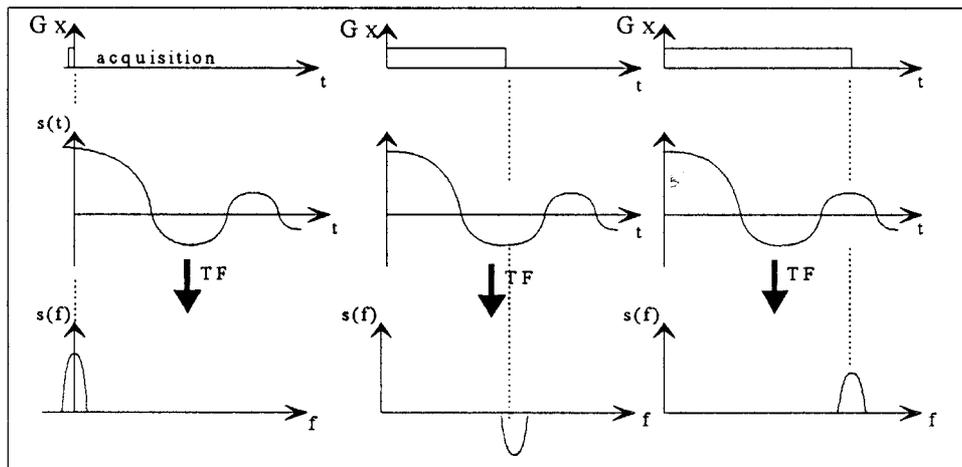


fig. 13 : Transformée fonction de la phase du signal

Il est alors possible de reconstruire le signal $s(t)$ à partir de ces sommets, dont on calcule ensuite la transformée de Fourier (fig. 14).

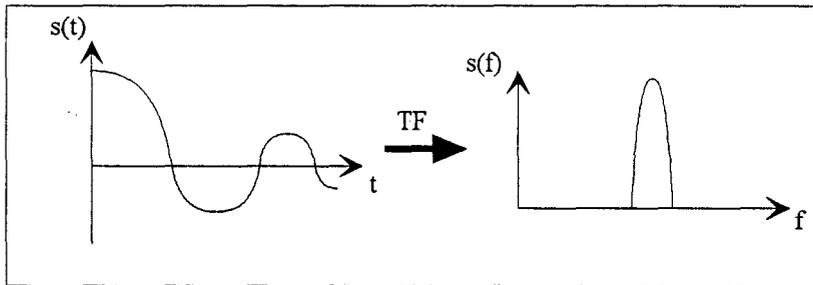


fig. 14 : Transformée de Fourier du signal reconstruit

Le codage de l'image peut par exemple se faire en fréquence suivant une direction et en phase suivant l'autre direction.

1.3.5 Qualité de l'image.

Les facteurs influençant la qualité des données sont :

- le rapport signal à bruit
- le contraste de l'image
- la résolution spatiale
- la non linéarité des gradients de champs et la variation dans le temps du champ B_0

De façon intuitive, on conçoit aisément que la valeur du signal augmente avec la taille du voxel. Les critères de résolution spatiale et le rapport signal sur bruit sont donc l'objet d'un compromis. Quand aux défauts de linéarité, ils sont la source de distorsions géométriques de l'image. C'est pourquoi l'étude et la compréhension des principes d'imageries médicales sont nécessaires à la compréhension des résultats que nous obtiendrons avec notre logiciel de calcul et reconstruction de volume .

1.4 Présentation des éléments du scanner R.M

Nous pouvons donc, partant de la connaissance de ces différents phénomènes, présenter les éléments constitutifs d'un système d'imagerie basé sur la résonance magnétique (fig. 15).

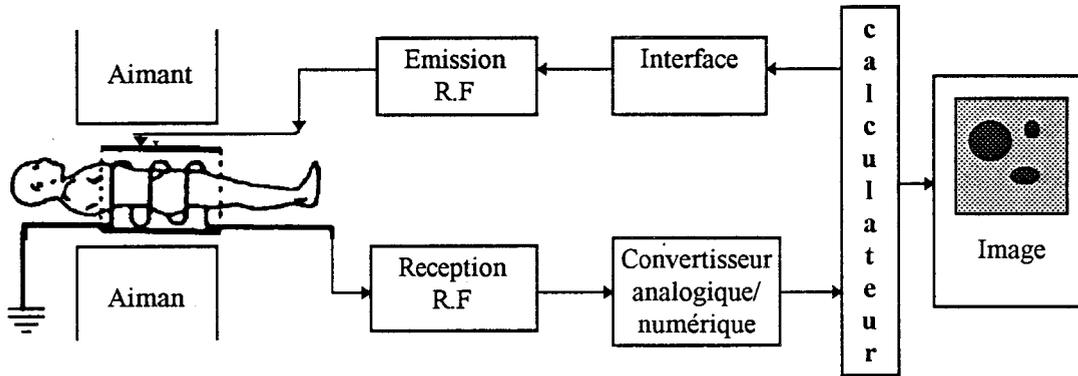


fig. 15 : Système d'imagerie par R.M.

Ce système est formé :

- d'un aimant fournissant le champ magnétique constant B_0 (0.5 à 4 teslas).
- d'une source d'émission de l'onde radiofréquence.
- d'une antenne de réception.
- d'une interface de conversion entre le signal recueilli par l'antenne et le système numérique.
- d'un calculateur permettant de reconstruire l'image à partir de l'analyse des signaux reçus.
- et enfin, d'un ensemble de bobines supplémentaires permettant la création d'un gradient de champ selon les trois directions (x,y,z) et d'effectuer un codage spatial des fréquences nécessaires à la reconstruction de l'image.

1.5 Mise en évidence des liquides circulant dans l'organisme

Dans le cadre de l'étude des vaisseaux cérébraux, le système I.R.M offre l'avantage d'être atraumatique contrairement à d'autres systèmes d'acquisition qui nécessitent l'utilisation de produits de contraste. La technique utilisée pour obtenir les différentes coupes des vaisseaux est une technique dite de temps de passage ("Time of Flight "). Elle

est basée sur le contraste spontané entre les protons mobiles du sang circulant à travers les vaisseaux et les protons immobiles des tissus. Elle consiste à mettre en évidence un hypersignal vasculaire par renforcement paradoxal [DELE. 90], car seul le signal des vaisseaux est paradoxalement plus intense que celui des tissus environnants.

1.6 Outils d'aide au diagnostic

Il y a peu de temps encore, le clinicien devait, afin d'obtenir une vision globale de l'organe reconstruit (dans notre cas la reconstruction de l'arbre vasculaire cérébral), effectuer une « reconstruction mentale » des coupes saisies.

Les derniers scanners, quant à eux, peuvent bénéficier d'un système de reconstruction 3D. Celui-ci effectue une reconstruction volumique de l'arbre à partir de petits éléments de volume appelés " voxels". Ce type d'approche, comme on le conçoit aisément, nécessite des moyens matériels importants et spécifiques (traitements informatiques nombreux, en raison du volume important de calculs et de données). L'emploi des systèmes d'acquisition et de traitements habituels est exclu.

Un autre outil d'aide au diagnostic est fourni par l'utilisation d'une technique de visualisation en projection appelée M.I.P (Maximum Intensity projection). Cette technique utilise un lancer de rayons pour sélectionner les voxels les plus intenses, et ensuite les projeter sur un plan déterminé. Cette reconstruction planaire permet, à partir d'une seule acquisition, d'effectuer de multiples vues de l'angiogramme dans les trois directions de l'espace, par une modification de l'angle des rayons de projection.

Dans le cadre de la reconstruction des vaisseaux, l'image obtenue est une cartographie vasculaire (fig. 16) où les voxels les plus "brillants" représentent les protons circulants (flux sanguin). Cependant, cette technique présente certains inconvénients :

- les tissus stationnaires ont un signal plus intense (parfois plus intense que celui des vaisseaux) lorsque le nombre de coupes reconstruites en MIP augmente. On améliore le contraste des images reconstruites en sélectionnant une région d'intérêt plus petite.

- Après reconstruction, le diamètre des vaisseaux apparaît plus étroit qu'il ne l'est réellement, et ceci est d'autant plus vrai que le nombre de coupes reconstruites en MIP est élevé. Cette particularité résulte du fait suivant : l'intensité des pixels proches des parois est plus faible qu'elle ne l'est au centre du vaisseau. Cette différence est due aux effets de volume partiel (les pixels sont « à cheval » entre les vaisseaux et les tissus stationnaires) et au flux, plus lent, le long des parois vasculaires. Le signal est donc moins intense sur les bords qu'au centre de la lumière vasculaire. Il arrive donc que les régions vasculaires, présentant des rétrécissements anormaux de leur parois (sténoses), ne soient pas visualisées par cette technique. Le flux sanguin est dans cette zone pratiquement inexistant.

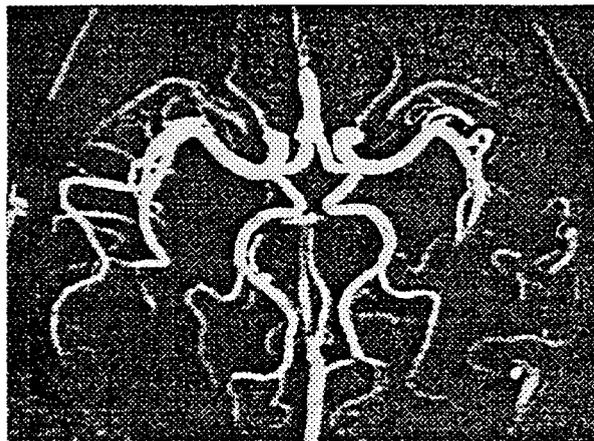


fig. 16 : Reconstruction du vaisseau par MIP.

A partir de cette étude, nous pouvons ainsi envisager les perspectives créées par notre station de reconstruction qui va permettre :

- la représentation 3D de l'arbre artériel et cela sous incidence quelconque avec en plus un effet de zoom autorisant une vision globale, ou détaillée d'une partie choisie de l'arbre.
- d'effectuer des mesures de surfaces, de volumes...

D'autre part, en optant pour une reconstruction surfacique de l'arbre (nettement moins coûteuse en calcul que la méthode des voxels), nous nous sommes donnés la possibilité de développer le logiciel sur un petit système.

1.7 Conclusion

L'imagerie par résonance magnétique est promise à un grand avenir, grâce d'une part à l'innocuité de l'examen pour le patient et d'autre part aux performances sans cesse croissantes des appareillages.

Ces progrès concernent, les valeurs de champ obtenues avec des encombrements de plus en plus réduits (ex supraconduction), la qualité des gradients, l'amélioration des séquences d'acquisition, mais aussi la performance des antennes de détection et la résolution des images (matrice 512x512).

Suite à cette étude sur la technique d'acquisition employée, nous précisons la méthodologie que nous avons suivie pour élaborer le logiciel de reconstruction 3D des structures vasculaires cérébrales.

CHAPITRE 2

Chapitre 2

Reconstruction 3D de l'arbre artériel

2.1 Introduction

Nous décrivons, dans ce chapitre, la structure d'une chaîne fonctionnelle de représentation tridimensionnelle capable à partir de données 2D disponibles sur les systèmes d'acquisition de reconstruire, de représenter et de manipuler, en 3D des objets biologiques et de permettre des mesures diverses. L'application porte sur la représentation en 3D de l'arbre artériel cérébral obtenu à partir d'images de coupes R.M parallèles sous incidence axiale. L'objectif médical de cette application consiste à mettre en évidence les pathologies des vaisseaux les plus courantes tels que l'anévrisme, la sténose..., et à proposer des outils de mesure fiables pour aider les médecins dans leur recherche.

Les spécificités des systèmes d'acquisition R.M, développées précédemment, nous ont contraint à établir un cahier des charges adapté. En effet sur un tel système, le médecin a l'avantage, contrairement à la tomographie X, de sélectionner toutes les possibilités d'orientation du plan de coupe. Cependant en examen de routine, il utilise le plus souvent trois plans d'acquisition qui sont : le plan axial, le plan coronal et le plan sagittal. Cette particularité, nous a amené à développer une base de données suffisamment générale et évolutive pour prendre en considération ces cas et éventuellement d'autres. D'autre part, nous avons réalisé un logiciel d'interface autorisant la lecture et le traitement des données numériques enregistrées sur supports magnétiques. Nous avons élaborer une technique d'extraction de contours adaptée à la fois à ce type d'image et à la part d'interactivité demandée par les médecins. Les contours issus de cette étape d'acquisition, subissent alors un ensemble de traitements nécessaires pour effectuer la reconstruction 3D de l'arbre artériel. Avant de les décrire plus en détail, nous ferons un bref rappel des méthodes de reconstruction 3D des vaisseaux proposées dans la littérature.

2.2 Etat de l'art

De nombreuses méthodes ont été proposées dans la littérature pour résoudre le problème de la reconstruction 3D de vaisseaux. On peut distinguer deux approches :

- L'approche locale qui consiste à partir d'une ou deux projections à caractériser la pathologie de la zone lésionnelle sélectionnée par le médecin [PELL 91] [YANG 88].

- L'approche globale qui cherche à reconstruire l'arbre artériel, tel que le réseau cérébral, à l'aide de primitives classiques (CSG, voxels, carreaux de forme libre, triangles..) [BOIS 84][BARI 85][ANAK 88][EKOU 91][EBEL 93] ou à l'aide de techniques faisant appel à des méthodes d'intelligence artificielle [GARR 88][RITC 85].

Notre travail s'inscrit dans le cadre des approches globales. Nous avons mis au point, à partir d'un ensemble de coupes parallèles issues d'une reconstruction 2D d'un scanner I.R.M, une méthode automatique de représentation 3D qui utilise la primitive simple : le triangle. Nous présentons les principaux problèmes que nous avons rencontrés dans cette étude et les solutions originales que nous avons apportées. Notre objectif est de proposer une nouvelle approche, la plus simple possible, du problème de la triangulation de coupes parallèles notamment dans le cas de la représentation 3D de l'arbre artériel cérébral.

2.3 Présentation du projet

2.3.1 Système matériel

La station de reconstruction et de visualisation 3D est bâtie autour d'une unité centrale de type compatible 486 DX 50 Mhz. En plus des éléments standards (unités de disquettes, disque dur...), l'ordinateur est équipé de deux cartes supplémentaires : une carte de numérisation (carte PIP) et une carte de visualisation 3D (carte SM). Ces cartes sont d'autre part équipées d'un moniteur de visualisation. La station devant être aussi capable de procéder à l'acquisition de coupes scanner transcrites sur clichés radio, une caméra et négascope complètent le système. La figure 1 illustre le système :

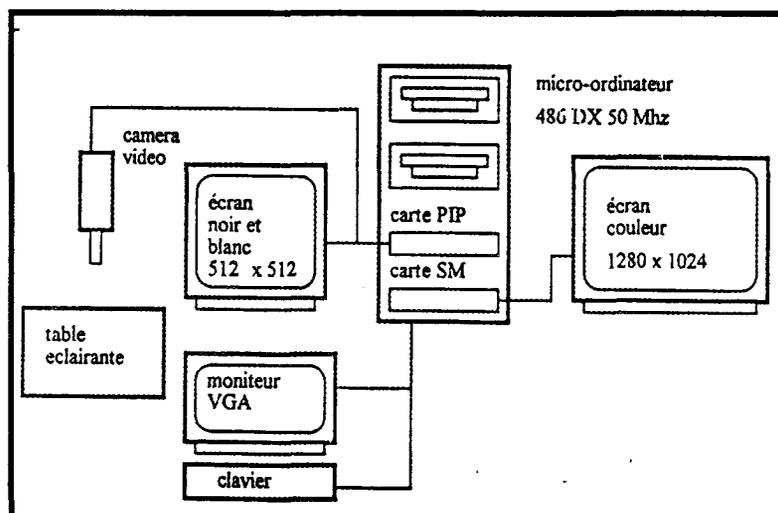


fig. 1 : Système d'acquisition et de représentation

2.3.2 Structure du logiciel

Le logiciel, développé dans le cadre de ce projet, doit assurer la réalisation de chacune des étapes qui conduiront à la visualisation de l'arbre vasculaire en partant de l'acquisition des données, en passant par le traitement des contours, et la reconstruction.

Les traitements effectués par ce logiciel sont repris par l'organigramme de la figure 2 :

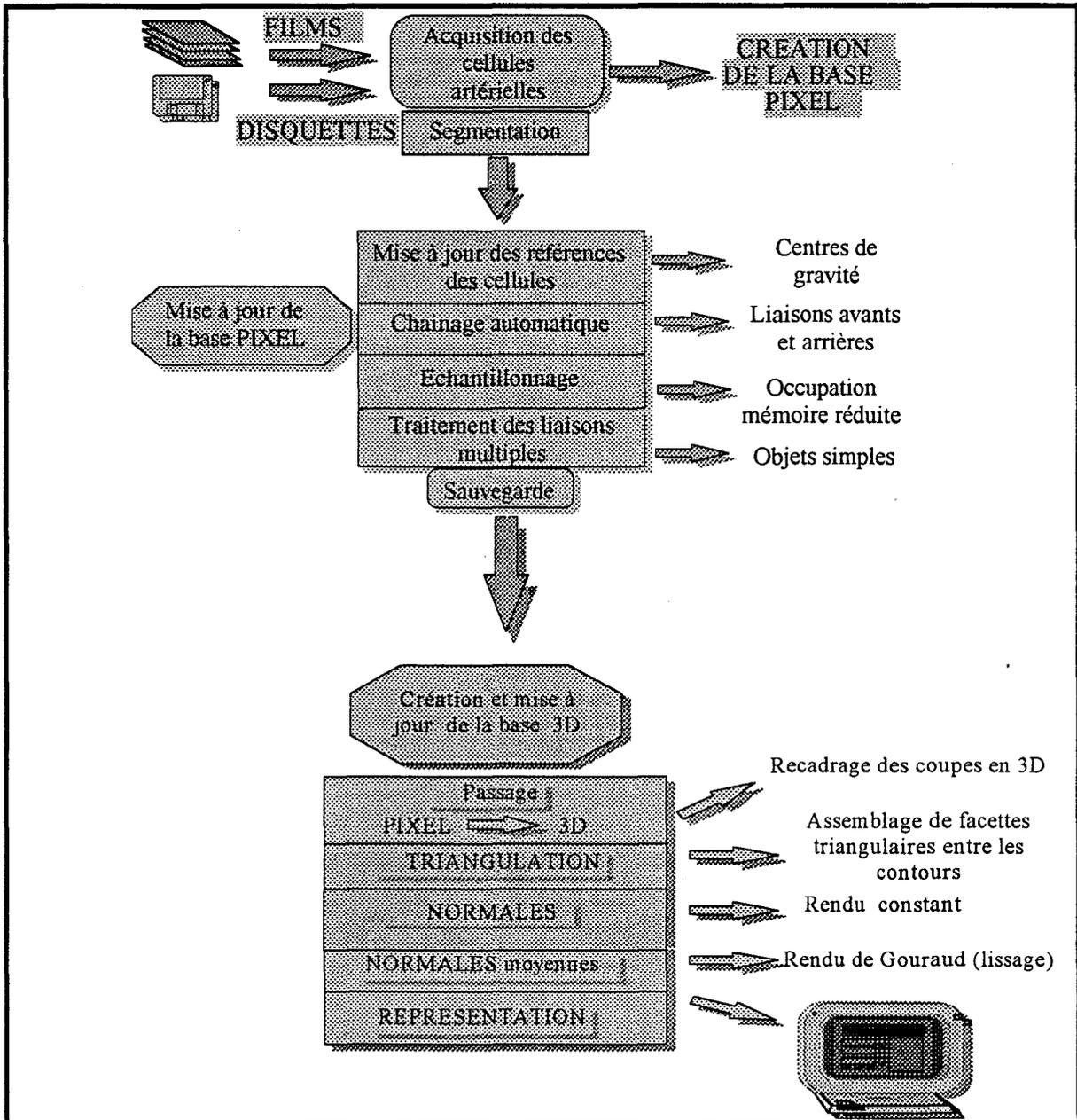


fig. 2 : Etapes de traitement

2.3.2.1 L'acquisition

Elle comprend la saisie des contours présents sur la coupe. Le support de travail, composé de disquettes magnétiques ou de clichés radio, est constitué d'un ensemble de coupes parallèles. Le logiciel a donc été écrit pour pouvoir accepter des données en provenance de ces deux supports de sauvegarde.

2.3.2.2 Traitements des contours

On associe à l'étape d'acquisition le chaînage des cellules. Cette opération consiste à définir les liens existants entre les cellules des coupes consécutives. L'ensemble de ces liaisons constitue l'arbre à reconstruire. Ensuite on effectue l'échantillonnage des contours et l'on traite les zones d'embranchements.

L'échantillonnage a pour rôle de ne garder que les points importants, utiles à la conservation de la forme du contour. Il a la charge de réduire le volume des données traitées et tout comme le traitement des bifurcations, de préparer les données à l'étape de reconstruction.

2.3.2.3 Reconstruction et visualisation

Ces étapes consistent pour la première, à matérialiser les liens entre les différents contours par un procédé de triangulation et pour la seconde, à effectuer la représentation tridimensionnelle de l'arbre reconstruit, ceci grâce entre autres à l'utilisation du rendu réaliste.

La suite de ce chapitre est donc consacrée à l'exposé de l'organisation de la base de données et à la description des différents algorithmes utilisés à chacune des différentes étapes de traitement.

2.4 Organisation de la base de données

2.4.1 Introduction

L'objectif consiste à réaliser une base de données suffisamment générale pour prendre en compte les différents points suivants :

- Permettre la gestion d'un ensemble d'objets décrits par une série de coupes parallèles en considérant que l'objet peut être défini initialement par une ou plusieurs incidences (axiale, sagittale, coronale) (fig. 3).

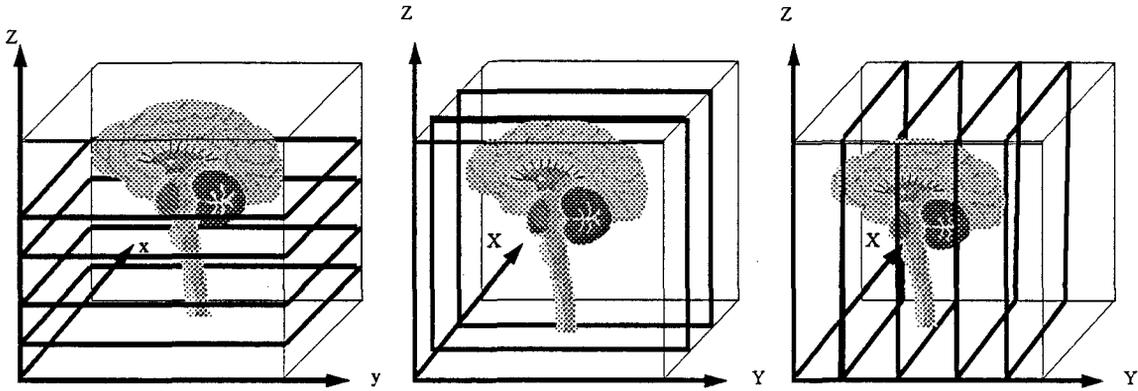


fig. 3.a : Coupes axiales

fig. 3.b : Coupes sagittales

fig. 3.c : Coupes coronales

- Intégrer dans sa structure la nature simple ou complexe de l'objet. Un objet est dit simple si celui ci est décrit par une série de coupes comprenant chacune une seule section. Par exemple, le rein, le foie... peuvent être définis comme des objets simples (fig. 4.a). b. A l'inverse, un objet est dit complexe si celui ci est décrit par une série de coupes comprenant chacune n sections ($n \geq 1$). Des objets tels que l'arbre artériel, le conduit auditif, certains virus, la sclérose en plaque... peuvent être considérés comme des objets complexes (fig. 4.b).

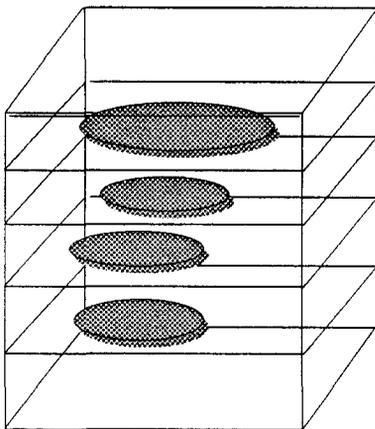


fig. 4.a : Objet simple

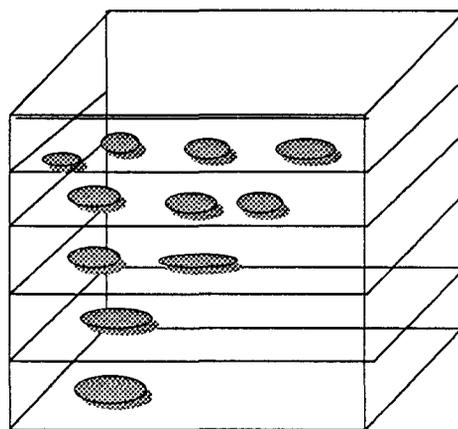


fig. 4.b : Objet complexe

- Etre assez souple pour décomposer un objet complexe en plusieurs objets simples en vue, par exemple, de simplifier et de localiser les différents traitements nécessaire à l'analyse où à la reconstruction 3D de l'objet (fig. 5).

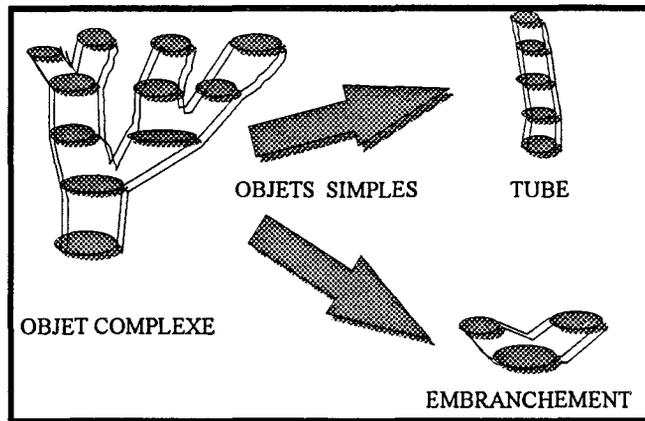


fig. 5 : Décomposition d'un objet complexe.

- Permettre enfin une manipulation facile des données (accessibilité, exploitation ...) et des éventuelles remises à jour, soit en incorporant de nouveaux objets, soit en modifiant la description d'un objet (ajout de coupes, d'un contour...).

En vue de toutes ces considérations, cette base de données se doit d'être essentiellement évolutive : une structure de base de données de type figée (tableau prédimensionné) est incompatible. Par contre, une structure de type liste chaînée convient particulièrement à ce genre d'application. Nous allons présenter la démarche qui nous a conduit à réaliser une base générale de données parfaitement adaptée aux traitements que nous devons réaliser pour aboutir à la reconstruction 3D.

2.4.2 Conception de la base de données

2.4.2.1 Gestion dynamique de la mémoire

Ce mécanisme demande au système une réservation de l'espace mémoire correspondant à un nombre de variables de type connu. Lorsque l'utilisateur n'a plus besoin des informations contenues dans la mémoire, il suffit alors de libérer cet espace qui devient de nouveau accessible au système. Cette méthode de travail permet de gérer au plus juste la mémoire de l'ordinateur, ce qui n'est pas sans importance lorsqu'on travaille sous le système d'exploitation MS-DOS.

2.4.2.2 Utilisation des structures

Pour définir l'objet que nous allons reconstruire, nous devons prendre en considération toutes les données qui vont permettre de réaliser les différents traitements. Par exemple (fig.6), l'élément primitif de l'objet est la coupe. Elle est constituée de coordonnées qui la décrivent et de certaines informations qui renseignent sur le type de coupe, le nombre

de sections la constituant, les conditions d'acquisition de celle ci... Pour pouvoir décrire une coupe sachant qu' elle est spécifiée par un ensemble de données de type différent, il est nécessaire de définir une ou des structures. On appelle structure une variable comportant une liste de variables pouvant être de type différent.

| Description | Type de variable |
|-------------|----------------------|
| OBJET | Structure |
| Coupe | Liste de coordonnées |
| nb sections | Entier |
| Echelle | Réels |
| Position | Réels |
| | |

fig. 6 : Exemple de champ d'une structure.

2.4.2.3 Utilisation des listes chaînées

2.4.2.3.1 Définition.

Une liste est un ensemble de cellules " simplement chaînées " : c'est exactement ce que traduit la mise en oeuvre que nous allons décrire maintenant, où des pointeurs sont utilisés pour lier les éléments successifs d'une même liste .

Dans cette représentation, une liste est constituée de cellules, chacune étant composée d'un élément de la liste et d'un pointeur sur la cellule suivante. Si la liste est composée de la suite a_1, a_2, \dots, a_n , la cellule contenant a_i pointe sur celle contenant a_{i+1} , pour $i=1,2,\dots, n-1$. La cellule a_n pointe sur NULL. Il existe aussi une cellule de tête, appelée en-tête, qui pointe sur a_1 . La figure 7 montre une liste chaînée du type que nous venons de décrire.

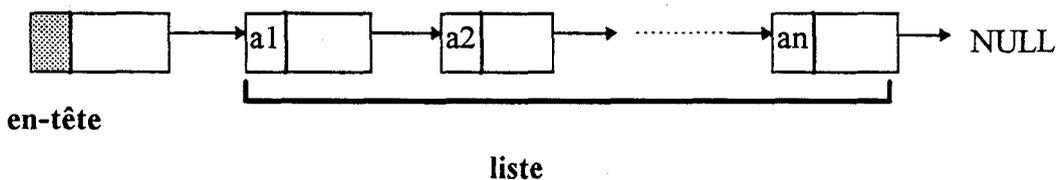


fig. 7 : Représentation d'une liste chaînée.

2.4.2.3.2 Organisation récursive de la base de données

Une représentation des données sous cette forme nous a semblé appropriée si l'on admet que tout objet médical peut être décrit de la manière hiérarchique suivante (fig. 8) :

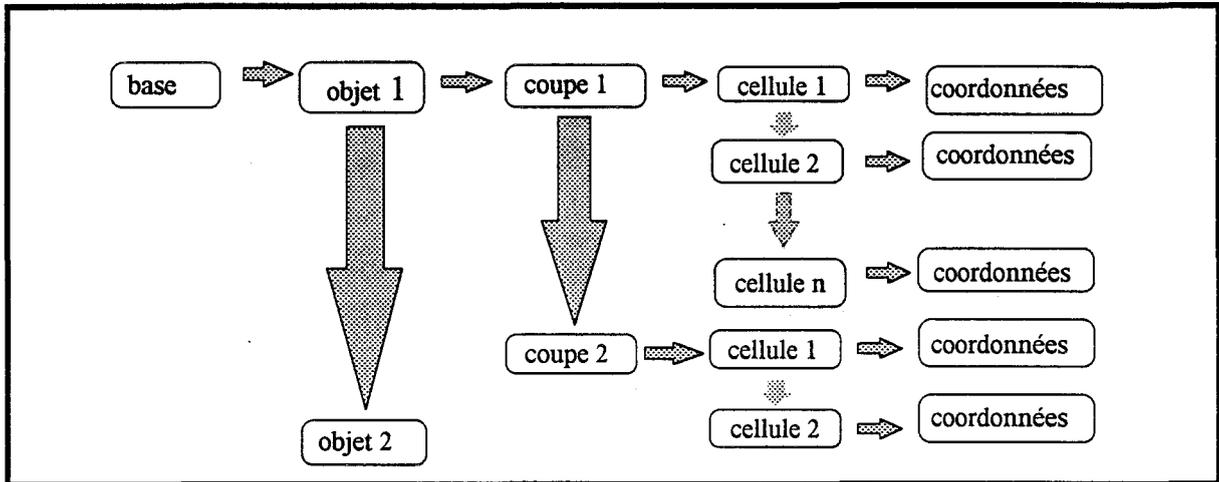


fig. 8 : Organisation récursive de la base de données.

- Un objet (ou) plusieurs objets d'une scène médicale sont définis par une série de coupes. La connaissance de la première coupe est suffisante pour accéder successivement aux autres.
- Chaque coupe contient, dans le cas général, n sections (c.a.d contours définissant les objets) et de la même manière que précédemment la connaissance de la première section est suffisante pour accéder aux autres.
- Enfin chaque section est définie par une liste de points (X,Y,Z).

Cette base de données récursive va donc utiliser des structures organisées en liste chaînée comme l'indique le synoptique de la figure 8. Cette base, de par son organisation, est très performante et évolutive. En effet, elle permet :

- De s'adapter facilement aux spécificités d'une application. Par exemple, il est possible à l'aide d'algorithmes adaptés (algorithme de chaînage paragraphe 2.7) de décomposer un objet complexe ou une scène composée de n objets, définis initialement par une seule structure OBJET, en plusieurs objets simples décrits par une liste chaînée de structures OBJET. On crée alors deux bases : une base générique complexe obtenue après l'étape de saisie (fig. 9a) et une base de travail composée de n objets simples (fig. 9b).

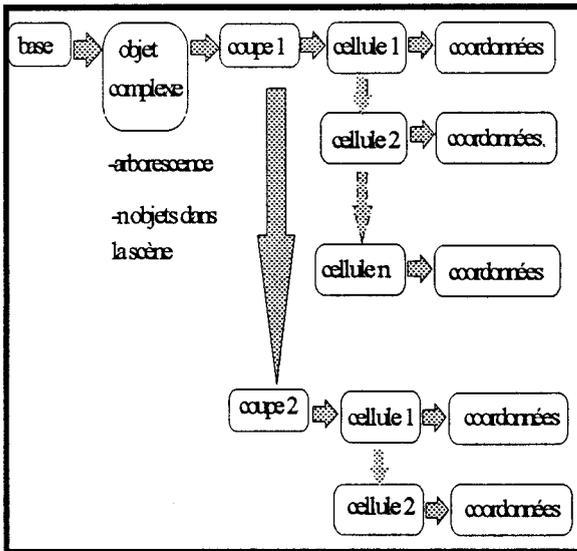


fig. 9.a : Base de saisie.

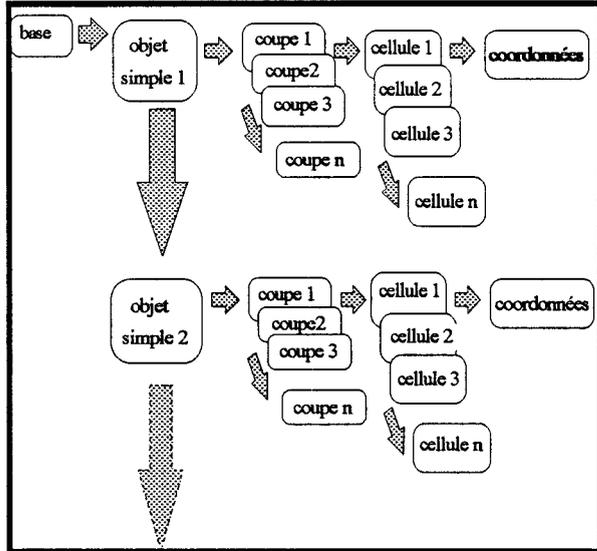


fig. 9.b : Base d'objets simples

- de même, si l'objet est saisi à partir de plusieurs incidences (sagittale, coronale, axiale), la base peut être organisée selon le synoptique suivant (fig. 10) :

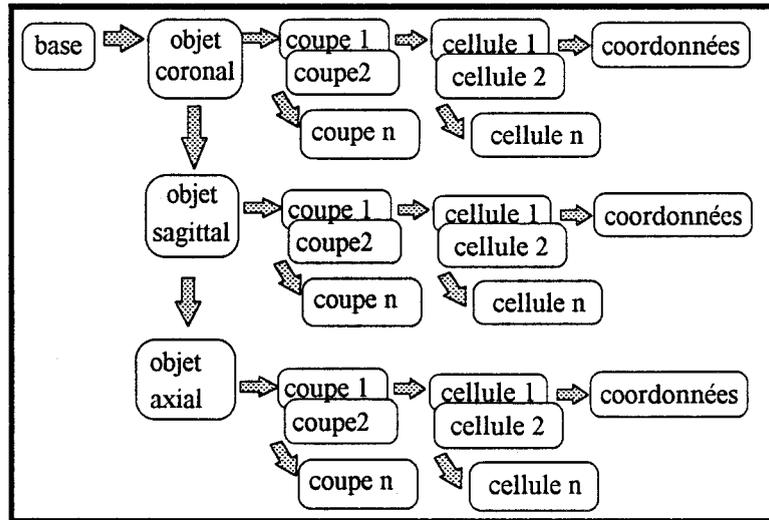


fig. 10 : Base d'objets saisis sous plusieurs incidences

Nous allons définir, sur le principe qui vient d'être énoncé, les deux grandes bases de données qui sont au coeur de la chaîne de traitement devant conduire à la représentation 3D.

2.4.3 Description des bases de données

Ces bases de données supportent les deux grandes étapes de la reconstruction 3D, comme suggéré sur le synoptique général de la figure 2.

2.4.3.1 La base PIXEL

Elle décrit l'objet au moment de la saisie et permet de réaliser des traitements préliminaires sur l'image. Cette base prend en compte la structure physique de l'écran ainsi que les conditions d'acquisition. Les coordonnées, dans cette base, sont des entiers dont les valeurs sont comprises entre 0 et 255. Nous avons défini précédemment qu'une base pouvait être organisée par un chaînage hiérarchiques de structures. Une telle organisation permet à la seule connaissance de la base d'accéder à n'importe quel élément de celle-ci.

2.4.3.2 Les éléments de la base PIXEL.

Les objets définis dans cette base ont pour unité le pixel. Dans notre cas, le rapport de taille (hauteur / largeur) des pixels de l'écran est de l'ordre de 1.45. De plus la conversion des pixels en millimètres nécessite la connaissance des conditions d'acquisition pour prendre en compte le facteur d'échelle. Tant que nous travaillerons dans cette base, cette unité sera parfaitement justifiée.

On définit un objet comme un élément possédant un type et un nom, constitué de plusieurs coupes. La structure OBJET a donc été définie ainsi :

| NOM | SIGNIFICATION | REPRESENTATION |
|---------------|----------------------------------|----------------|
| pxl_objet | Pointeur sur une structure coupe | 1 adresse |
| type | Type de l'objet | 1 entier |
| objet suivant | Pointeur sur une structure objet | 1 adresse |

l'objet est défini par son type de saisie :

- Pour un objet obtenu à partir d'une source R.M, les incidences sont généralement sagittales (type 1), coronales (type 2) et axiales (type 3).

Cette liste n'est pas restrictive, elle peut être complétée au fur et à mesure de nouvelles applications.

Pour définir complètement la coupe, un certain nombre d'informations sont présentes dans la structure COUPE afin de décrire les conditions d'acquisition des différentes sections qui la composent.

On y retrouve :

- Une échelle centimétrique nous donnant une évaluation de la distance entre deux informations situées sur la même coupe.
- La position (X,Y,Z) de la coupe précisant sa position par rapport au centre du statif.
- L' inclinaison en degré de la coupe par rapport au plan de coupe choisi.
- L'épaisseur de la coupe .

Ces différentes informations fournissent les éléments essentiels pour réaliser les traitements nécessaires qui conduiront à la représentation finale 3D.

La structure COUPE a donc été définie ainsi :

| NOM | SIGNIFICATION | REPRESENTATION |
|-----------------------------------|--|----------------|
| Pxl_cellule | pointeur sur la première cellule de la coupe. | 1 adresse |
| Nb_cellule | nombre de cellules de la coupe. | 1 entier |
| Etalonxy | donne la taille équivalente en millimètre des pixels (en x et en y). | 2 réels |
| Def3: (Element constant) | Définit le plan de coupe adopté lors de l'acquisition . (sagittal, coronal et axial) | 1 entier |
| Val3 : (Valeur) | C'est la valeur de l'élément constant lorsqu'il s'exprime en millimètres (position de la coupe sur l'axe d'acquisition). | 1 réel |
| Angle : anglex, angley, anglez | C'est la valeur de l'élément constant lorsqu'il s'exprime en degrés (inclinaison de la coupe / au plan d'acquisition). | 3 réels |
| Coupe suivante | Pointeur sur une structure coupe pour réaliser le chaînage. | 1 adresse |

Chaque coupe est une liste chaînée de cellules (sections de l'objet). Pour définir la cellule, on a besoin :

- De la liste des sommets (x,y) du contour de la section.
- Des informations de taille, de centre de gravité, de liaisons... Ces informations seront nécessaires à l'opération de chaînage automatique qui sera présentée ultérieurement.

Le champ de la structure CELLULE est défini alors par le tableau suivant :

| NOM | SIGNIFICATION | REPRESENTATION |
|------------------|---|----------------|
| Pxl_contour | Pointeur sur une liste chaînée de points 2D. | 1 adresse |
| Nb_pt_contour | Nombre de sommets du contour. | 1 entier |
| Type | Type du contour. Cette information est importante pour traiter les zones de siphon (chap. 4). | 1 entier |
| Ref : refx, refy | Coordonnées du centre de gravité du contour. | 2 entiers |
| Liaisons_av | Pointeur sur une liste chaînée d'entiers : numéros des cellules de la coupe suivante qui sont liées avec cette cellule (voir chaînage automatique). | 1 adresse |
| Liaisons_ar | Pointeur sur une liste chaînée d'entiers : numéros des cellules de la coupe précédente qui sont liées avec cette cellule (voir chaînage automatique). | 1 adresse |
| cellule suivante | Pointeur sur la cellule suivante. | 1 adresse |

La mise à jour de ces différents éléments est réalisée lors de la saisie et lors de l'étape de traitements 2D présentée en figure 2.

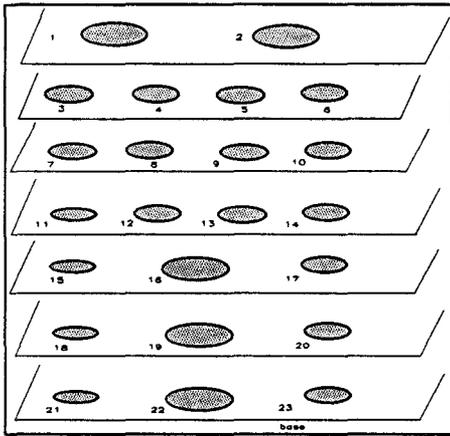


fig 11.a: Objet complexe: arbre vasculaire

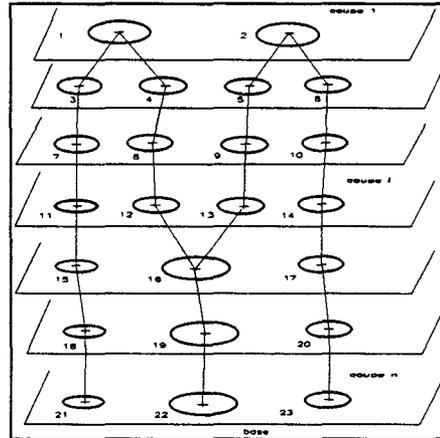


fig 11.b : Mise à jour des liens.

La base de données ainsi créée est ensuite sauvegardée. A ce stade de la reconstruction, nous avons tous les éléments nécessaires pour définir la base 3D qui servira de support pour la représentation 3D.

2.4.3.3 La base 3D

La structure de la base 3D reste conforme à la définition de la base PIXEL. Son organisation hiérarchique à partir des structures de base que sont l'objet, la coupe, la cellule et le contour reste les mêmes, seuls les champs qui leur sont associés sont différents. En effet, toutes les informations nécessaires au recadrage (Etalonxy, val3, angle,...) lors de l'étape de passage de la base PIXEL à la base 3D, deviennent, cette étape terminée, sans intérêt.

La structure COUPE de l'objet 3D est alors simplifiée et définie par le champ suivant :

| NOM | SIGNIFICATION | REPRESENTATION |
|----------------|---|----------------|
| 3D_cellule | pointeur sur la première cellule de la coupe. | 1 adresse |
| Nb_cellule | nombre de cellules de la coupe. | 1 entier |
| Coupe suivante | Pointeur sur une structure coupe pour réaliser le chaînage. | 1 adresse |

De même la structure cellule, après cette étape, ne pointe plus sur une liste chaînée de points 2D (x,y) , mais sur une liste chaînée de points 3D (x,y,z).

Les informations contenues dans la base 3D, à cet instant, décrivent parfaitement l'objet dans l' espace (l'ensemble des contours est recadré dans l'espace objet), mais elles sont insuffisantes pour réaliser une représentation réaliste avec un volume reconstitué à partir de la méthode de reconstruction que nous utilisons (triangulation). Il est donc nécessaire d'ajouter des informations spécifiques à la représentation par triangles. On associe à chaque structure cellule deux nouvelles structures de données qui sont :

- Une structure TRIANGLE composée des éléments suivants :

| |
|---|
| Nb : Nombre de triangles calculés entre les deux contours (entier) |
|---|

| |
|---|
| Tableau de caractères contenant les types de triangles (0 ou 1) |
|---|

En effet , lorsque l'on réalise la triangulation entre deux contours successifs C_i et C_j , il n'existe nécessairement que deux types de situation : des triangles possédant deux sommets sur le contour C_i (type 0) et des triangles possédant à l'inverse deux sommets sur C_j (type 1). Ce codage suppose que les deux contours soient initialement réindexés en fonction de deux points de départ (l'un appartenant à C_i et l'autre à C_j) vérifiant la distance la plus courte entre les points des deux contours et sur lesquels débutera la triangulation.

D'autre part, l'utilisation d' un tel codage pour décrire la liste des triangles entre deux contours offre l'avantage de n'occuper que $(Nb + 2)$ octets de mémoire.

- Une structure NORMALE contient les composantes réelles des directions normales aux triangles. La détermination des normales constitue une étape importante pour réaliser la gestion des faces cachées ainsi que le rendu réaliste.

La triangulation étant réalisée , une représentation 3D peut être effectuée et, l'on peut, à ce stade des traitements, obtenir :

- Une représentation échantillonnée (contours des objets).
- Une représentation filiforme (triangulation).
- Une représentation réaliste en éclairage constant ou lissé.

2.5 Acquisition des données

2.5.1 Introduction

Le support de travail est constitué d'un ensemble de coupes parallèles d'une résolution de 256*256 pixels codés sur 8 bits. Chaque coupe se présente alors sous la forme d'un fichier contenant d'une part les données brutes (avant traitement) et d'autre part une entête regroupant les informations de positionnement de la coupe par rapport au repère de la machine, de facteur d'échelle, de protocole de sauvegarde, etc...

L'exploitation de ce fichier image commence donc par la lecture de son entête. Les entêtes sont en fait au nombre de deux, la première gère le format de l'image (entête VISILOG), la seconde a été développée par les services du CHR de LILLE et renferme les spécificités des coupes scanner RM (fig. 12.a et fig. 12.b).

| TAILLE | NOM | PARAMETRES |
|--------|----------|--------------------------------|
| long | nb-magic | nombre magic (26929) |
| long | pix-lgn | pixels par ligne |
| long | nb-lgn | nombre de lignes dans l'image |
| long | RESERVE | 1 |
| long | RESERVE | 0 |
| long | RESERVE | 0 |
| long | typ-grd | type de grille d'image |
| long | RESERVE | 0 |
| long | x-org | origine image en x |
| long | y-org | origine image en y |
| long | RESERVE | 1 |
| long | RESERVE | 0 |
| long | visi | taille de l'entête VISILOG |
| long | user | taille de l'entête utilisateur |
| long | RESERVE | 0 |
| long | taille | taille totale des entêtes |

fig. 12.a : Entête VISILOG

Le contenu de ces entêtes va nous permettre après avoir vérifié la conformité des différents paramètres de transférer, au fur et à mesure de la lecture, le niveau de gris de chacun des pixels à la carte de numérisation. Le traitement de l'image est ensuite réalisée.

| TAILLE | NOM | PARAMETRES |
|--------|-----------|--|
| float | x | centre en x |
| float | y | centre en y |
| float | z | centre en z |
| float | pix-size | taille du pixel en mm |
| int | min | niveau de gris minimal |
| int | max | niveau de gris maximal |
| float | moy-reel | moyenne des niveaux de gris (image origine) |
| float | moy-image | moyenne des niveaux de gris (image normalisée) |
| float | non-use | non utilisé |

fig. 12.b : Entête R.M.

2.5.2 Traitements des données stockées sur support magnétique

La richesse des informations contenues dans les données brutes ne permettent pas, comme on pourrait le croire, d'extraire facilement les cellules artérielles. Cette constatation est mise en évidence sur la figure 13.b qui présente l'histogramme des niveaux de gris d'une image R.M (fig. 13.a).

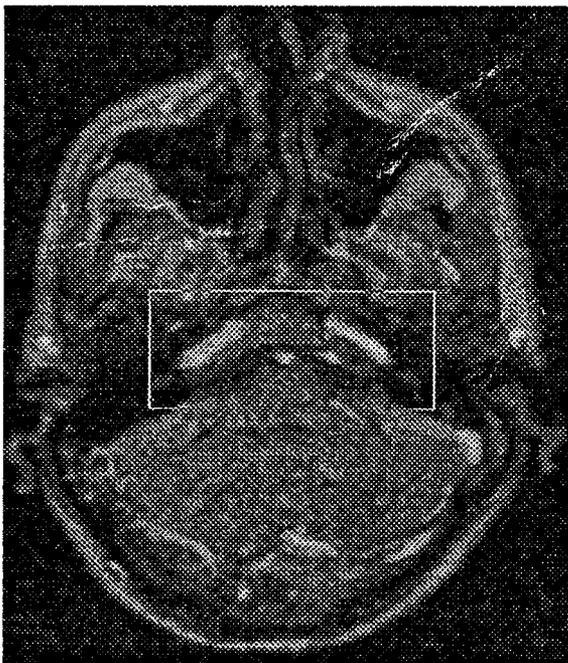


fig. 13.a : Image R.M. de la tête.

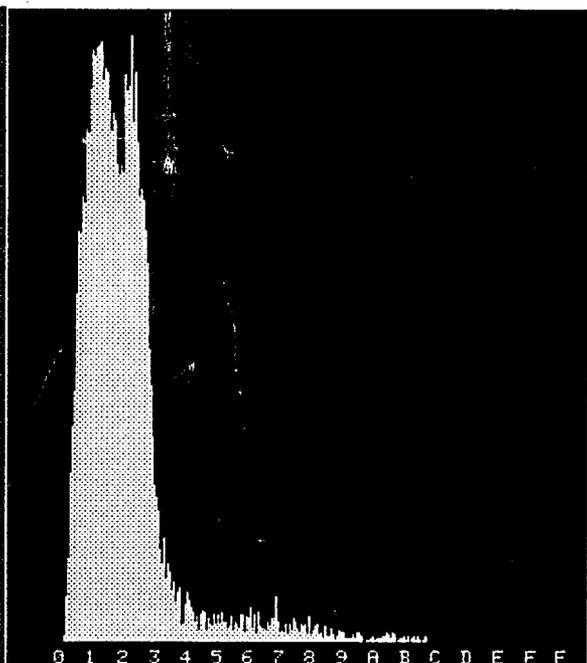


fig. 13.b : histogramme de la zone sélectionnée (fig. 13.a).

Avec ce type de données, l'identification des cellules artérielles dans l'image passe par la résolution d'un problème ayant deux origines :

- La première est due au faible écart de niveau de gris entre certains tissus et les cellules.
- La seconde est causée par l'existence d'une zone ayant un niveau de gris intermédiaire entre le fond et les cellules, et ceci à leur périphérie proche (ce phénomène est directement lié aux performances du scanner et en particulier au pouvoir de résolution de ses antennes de réception).

L'évolution des performances des appareillages R.M associée à des techniques d'acquisition de plus en plus sophistiquées, rendent ces phénomènes de moins en moins pénalisants. Il convient cependant de développer des algorithmes qui permettent d'extraire les informations utiles dans les cas de figures les moins favorables.

L'histogramme de la figure 13.b montre la distribution des niveaux de gris d'une image type. On remarque d'une part une grande concentration de pixels sur un nombre de niveaux de gris limité et d'autre part l'existence d'une zone d'incertitude à la frontière entre les niveaux de gris correspondants respectivement aux cellules artérielles et au fond. Cette constatation interdit la détermination facile d'un seuil en vue d'une binarisation brutale.

Nous avons donc décidé au préalable de mettre en oeuvre une technique dite de relaxation, [HUMM. 83] afin d'atténuer la zone d'incertitude à la frontière entre les cellules et le fond. Cela permet ainsi d'augmenter les écarts entre les pixels ce qui facilite le choix du seuil pour la segmentation.

2.5.2.1 Principe de la relaxation

Elle est employée en classification, elle permet par itérations successives de rendre maximale la probabilité d'appartenance d'un objet à telle ou telle classe, ceci à partir d'informations à priori. Soit un ensemble E de n objets e_i $i = \{1, 2, \dots, n\}$ et soit un ensemble Ω de classe ω_j $j = \{1, 2, \dots, n\}$. Connaissant P_{ij} , la probabilité d'appartenance de l'objet e_i à la classe ω_j , pour tout e_i de E et ω_j de Ω , on cherche à modifier, par itérations successives, $P_{ij}^{(l+1)}$, en tenant compte de $P_{ij}^{(l)}$, $Phk^{(l)}$, $C(i, j, h, k)$ et q_{ij} . $C(i, j, h, k)$ définit un coefficient de compatibilité qui traduit la quantité d'information mutuelle contenue dans l'apparition simultanée des événements $e_i \in \omega_j$ et $e_h \in \omega_k$. Il s'écrit alors :

$$C(i,j,h,k) = \frac{\text{Prob}(e_i \in \omega_j \text{ et } e_h \in \omega_k)}{P_{ij} \times P_{hk}} \quad (1)$$

q_{ij} , c'est un facteur de correction qui est donné par la relation :

$$q_{ij}^{(l+1)} = \frac{1}{n-1} \sum_{h=1}^n \sum_{k=1}^m P_{hk}^{(l)} \times C(i,j,h,k) \quad (2)$$

pour tout $h \neq i$ et où n est le nombre d'éléments et m est le nombre de classes. Ainsi la probabilité d'appartenance P_{ij} est pondérée selon la relation :

$$P_{ij}^{(l+1)} = \frac{P_{ij}^{(l)} (1 + q_{ij}^{(l+1)})}{\sum_{j=1}^m P_{hk}^{(l)} (1 + q_{ij}^{(l+1)})} \quad (3)$$

Dans notre cas le nombre de classes est limité à deux : N (noir) et B (blanc). Ainsi, pour un pixel de l'image (fig. 14.a) et au fil des itérations, l'examen du niveau de gris par rapport à celui de ses voisins immédiats, associé au facteur q_{ij} , va faire tendre ce pixel vers l'une ou l'autre classe. Donc un pixel dans un environnement sombre tendra vers le noir et inversement. L'écart entre les valeurs des pixels a tendance à augmenter et le choix du seuil est plus facile (fig 14.b). Cet histogramme fait apparaître nettement deux raies placées respectivement au niveau de gris 0 et 255.

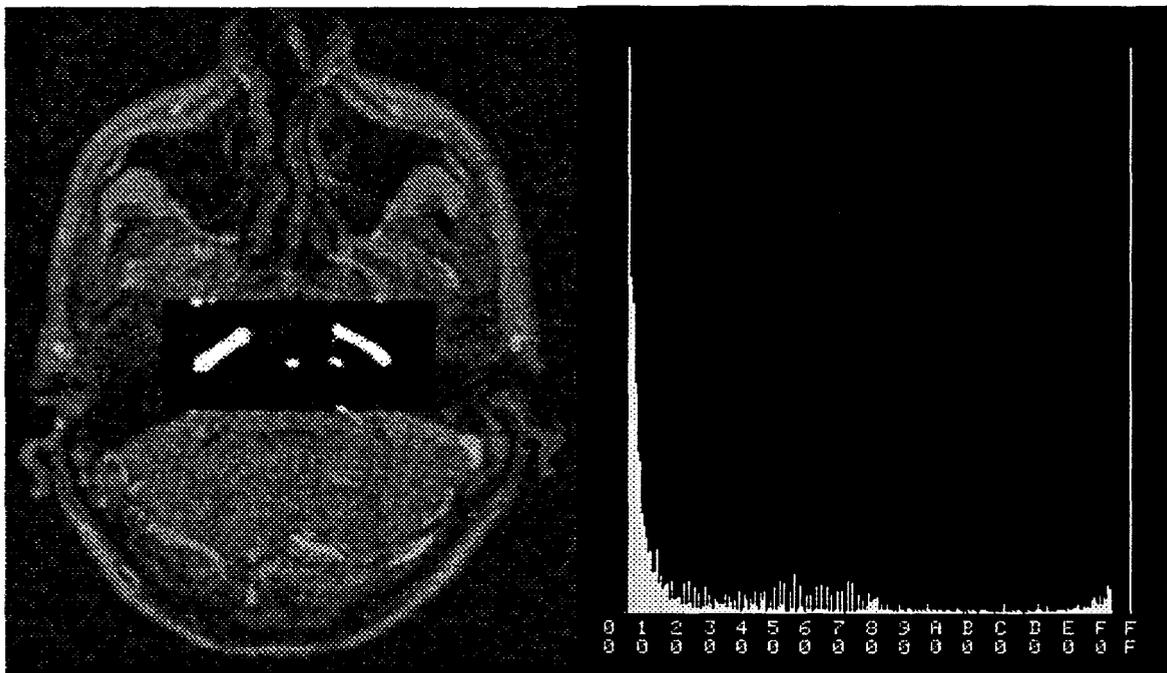


fig. 14.a : Relaxation de la zone sélectionnée

fig 14.b : histogramme de la zone sélectionnée (figure 14.a) après relaxation.

Cependant, il est à noter que le résultat de la relaxation dépend en grande partie de la probabilité d'appartenir à la classe N ou B attribuée initialement à chaque pixel de l'image. Cette probabilité est caractérisée par le niveau de gris du pixel; l'utilisation directe du niveau de gris peut être fait sans inconvénient si les cellules et le fond ne se trouvent pas dans la même partie de l'échelle des niveaux de gris. Dans le cas contraire, lorsque la différence est peu sensible et c'est le cas de notre image, l'exécution de la relaxation conduit à une image complètement noire (cellules et fond dans la partie basse de l'échelle). La solution consiste (fig. 15) à redistribuer au préalable les niveaux de gris des pixels autour du niveau moyen de l'image.

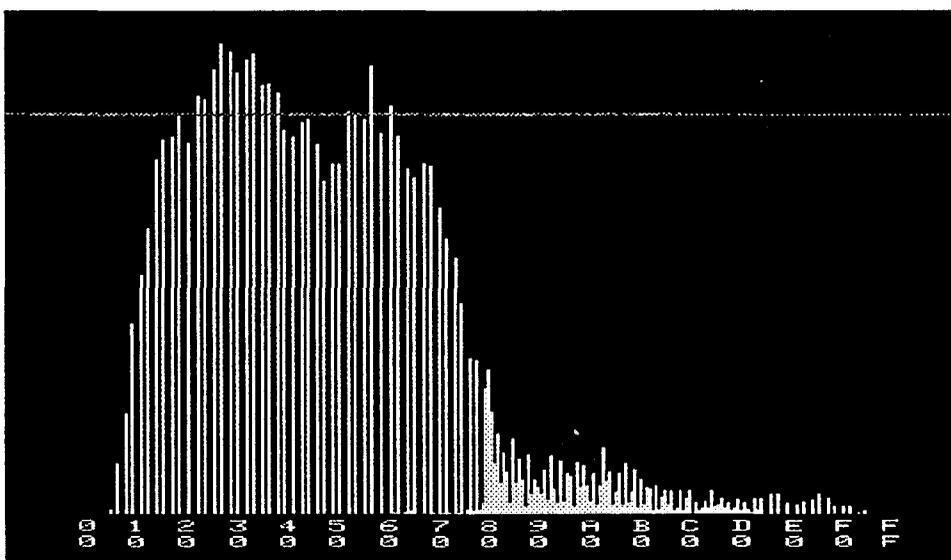


fig. 15 : Histogramme centré sur la valeur moyenne des niveaux de gris de la zone sélectionnée de l'image de la figure 15.a.

Un certain nombre d'essais ont été effectués sur différents types d'image, afin de vérifier que la mise en oeuvre de la technique de relaxation permettrait d'aboutir au résultat recherché pour le sujet qui nous concerne. Ces tests tout à fait concluants ont permis de mettre en évidence un certain nombre de remarques :

- La convergence des pixels appartenant aux cellules (respectivement au fond) vers les niveaux extrêmes de l'échelle de gris est peu sensible aux variations des coefficients autour des valeurs calculées. Cette constatation est par conséquent un gage de robustesse de la méthode. On constate toutefois que l'utilisation de coefficients issus d'une étude statistique de l'image à traiter, et tenant donc compte des particularités de celle-ci, accentue la convergence du processus (diminution du nombre d'itérations nécessaires à la binarisation).

- Afin de réduire le coût calcul lié à la mise en oeuvre de cette méthode on pourra facilement après un certain nombre d'itérations et avant d'atteindre une binarisation de l'image, procéder à un seuillage afin d'achever le traitement.

Nous disposons, à l'issue de cette première étape de traitement, d'un ensemble de surfaces artérielles binaires. Nous proposons maintenant d'extraire les contours de ces surfaces à l'aide d'un algorithme de suivi de contour.

2.6 Extraction des contours

L'extraction du contour des cellules, obtenue après relaxation et seuillage, s'effectue à l'aide d'une méthode de suivi de contour. A ce stade, l'image est binaire et les pixels situés à l'intérieur et sur le contour sont au niveau blanc sur fond noir. A l'issue de l'étape d'extraction, chaque contour doit être décrit en mémoire par la liste des coordonnées des points qui le composent et qui contient en tête les coordonnées du point du contour de plus grande ordonnée et de plus faible abscisse. Pour obtenir ces listes de coordonnées nous avons proposé deux types de procédures d'acquisition :

- *Une procédure interactive.* L'opérateur identifie la cellule dont il veut extraire le contour en plaçant un germe à l'intérieur de sa surface. On réalise ensuite une analyse verticale pour détecter un premier point appartenant à la périphérie de la surface. La nécessité pour l'opérateur de devoir identifier (au moyen d'une souris) les cellules dont il veut extraire le contour, peut paraître a priori pénalisante. En fait cette procédure, somme toute assez rapide, présente l'avantage pour le clinicien de limiter la reconstruction à la partie de l'arbre constituant la zone d'intérêt. Nous pouvons ainsi envisager le cas de la mise en évidence d'une pathologie sur un vaisseau.
- *Une procédure automatique.* Cette fois ci, l'identification est réalisée par un balayage ligne par ligne de l'image. Lorsqu'une ligne de balayage rencontre un point P_i d'une cellule, on obtient automatiquement le point le plus haut à gauche du contour. Afin d'être certain qu'au moment du déclenchement du suivi de contour nous nous trouvions à la périphérie d'une cellule non encore répertoriée, cette fonction affecte un niveau de gris intermédiaire à chaque point du contour détecté

Ayant détecté un premier point de la surface du contour, l'extraction des autres points se résume à parcourir le contour à partir de celui-ci en examinant le niveau des pixels voisins. L'algorithme de suivi de contours que nous proposons s'effectue à l'aide de compas de direction classique comme illustré sur la figure 20. Ainsi si l'on définit P_i comme étant le point courant, la détermination de P_{i+1} se fera par un examen des voisins de P_i selon les huit directions possibles, et dans l'ordre dicté par les numéros d'analyses.

| | | |
|---|-------|---|
| 7 | 0 | 1 |
| 6 | P_i | 2 |
| 5 | 4 | 3 |

fig. 16 : Compas de direction.

Ce schéma d'analyse n'est cependant pas suffisant pour permettre de détecter les contours de surface très irrégulière. Des critères supplémentaires ont été définis pour prendre en compte et résoudre de nombreux cas difficiles :

- 1- Tout d'abord le contour devra suivre de manière filiforme (un pixel n'a que deux voisins) le bord interne de la surface.
- 2- Le contour est considéré complet lorsque l'analyse de l'environnement du point courant détecte la présence du premier point du contour.
- 3- La recherche des points du contour se fera dans le sens horaire, c'est à dire dans l'ordre des numéros définis sur le compas de la figure 16.
- 4- Tout point de contour validé prend la couleur affectée au contour.
- 5- Une surface est définie comme possédant au moins un pixel entre deux pixels opposés du contour ce qui signifie encore que l'épaisseur minimale de la surface est de trois pixels. Ainsi si deux surfaces sont reliées par un pont d'épaisseur inférieure à trois pixels, la surface qui est la dernière en cours d'analyse est refusée. Si au cours de l'analyse, on rencontre un pixel du contour autre que le premier point, on considère que l'on a déterminé une surface tangente reliée à la surface d'origine par un pont. Auquel cas cette portion de contour n'est pas retenue et l'analyse se poursuit au niveau du point suivant.

De même toutes les portions de surface filiforme ne sont pas retenues. En effet, si après validation d'un point de contour on ne trouve plus de point de surface dans son environnement, on en conclut que l'on est à l'extrémité d'une portion filiforme parasite. On rebrousse chemin le long de cette portion jusqu'à la découverte d'un point de la surface et cette portion est refusée. On continue l'analyse à partir du point trouvé.

Les points du contour sont au fur et à mesure stockés dans une liste et sont ensuite ordonnés suivant le critère défini ci-dessus. Après cette étape, les points du contour des différentes cellules sont sauvegardés dans la base de données.

Cet algorithme fournit, comme on peut le constater sur la figure 17.b, des résultats très satisfaisants pour segmenter les différentes surfaces de l'image de la figure 17.a. En particulier, on remarquera que l'une des trois portions de la surface entourée n'a pas été prise en compte par le suivi de contour. Cette portion de surface possède localement une épaisseur inférieure à trois pixels et n'est donc pas rattachée à la surface d'origine.

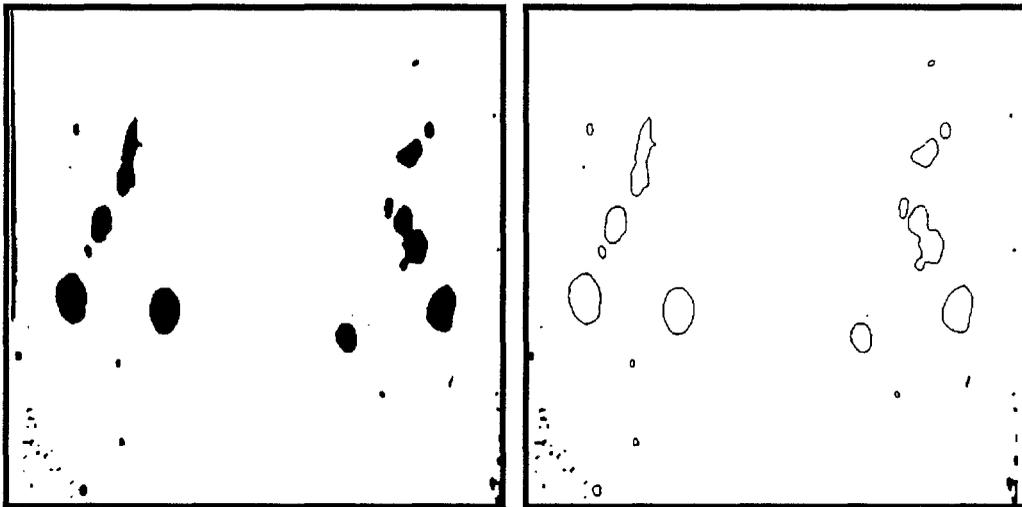


fig. 17.a : Surfaces binaires.

fig 17.b: surfaces segmentées.

Les contours des différentes cellules ayant été identifiés et sauvegardés dans la base de données, il faut maintenant mettre à jour les liaisons des différentes cellules.

2.7 Chaînage automatique

Afin d'éviter une procédure fastidieuse et longue à l'utilisateur, nous avons mis au point une méthode de chaînage automatique des cellules. On effectue pour ce faire une étude topographique des cellules présentes dans un couple de coupes consécutives. Cette étude permettra ensuite de mettre à jour les structures LIAISON de chaque cellule.

Cette opération comprend deux phases : la détermination des liaisons possibles et la validation des liaisons les plus probables. Pour déterminer les liaisons possibles on compare deux coupes successives C_i et C_{i+1} (fig. 18).

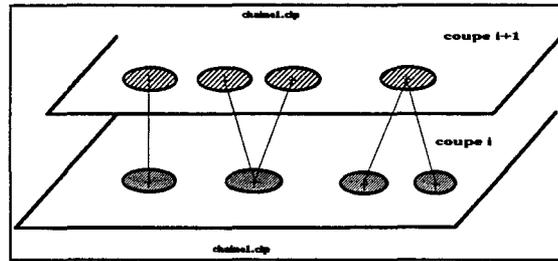


fig 18 : deux coupes successives

L'anatomie des vaisseaux permet d'admettre qu'entre deux coupes consécutives, distantes de moins de 3mm, les cellules issues d'une même branche ne peuvent se situer au-delà d'une certaine distance les unes des autres. Une étude globale d'appariement ne se justifie donc pas. On introduit alors la notion de critère de cercle englobant qui constitue, en quelque sorte, un premier filtre pour déterminer les liaisons possibles dans la zone qu'il définit. Ce cercle, dont le centre est celui de la cellule de la coupe C_{i+1} , projeté sur le plan de coupe C_i , matérialise une zone dans laquelle doit impérativement se trouver les centres des cellules de la coupe C_i avec lesquelles doivent s'effectuer la liaison. Le diamètre du cercle (cercle en trait continu) est pris suffisamment grand pour prendre en compte certaines configurations comme celle décrite sur la figure 19. Cette configuration représente une zone où l'axe de l'artère devient parallèle au plan de coupe.

En effet, si ce diamètre (cercle en pointillé sur la figure 19) n'est pas pris assez grand, l'appariement entre la cellule ronde et la cellule allongée ne sera pas effectué puisque le centre de gravité de la cellule allongée se situe alors en dehors de la zone définie.

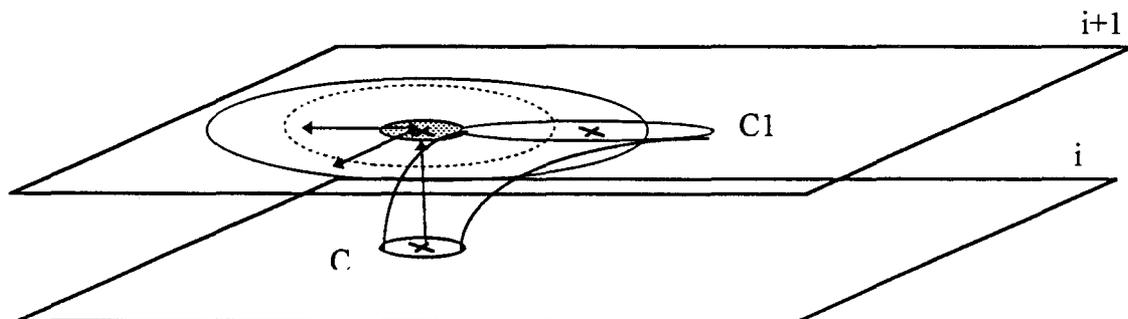


fig. 19 : Définition du cercle englobant.

Pour fixer définitivement cette valeur, nous proposons de déterminer préalablement l'élongation maximale calculée sur l'ensemble des cellules qui composent l'objet saisi. Cette mesure fournit alors une valeur optimale du rayon du cercle englobant pour établir les liaisons possibles. A l'inverse, les cellules situées en dehors de cette zone ne sont pas prises en compte dans l'appariement.

La mise à jour des liaisons les plus probables s'effectue à l'aide d'une fonction de distance de la forme suivante :

$$F(C_1^i, C_k^{i+1}) = \min_{u=\{1,m\}} \{ \min_{v=\{1,n\}} (d(P_{lu}^i, P_{kv}^{i+1})) \} \quad (4)$$

où C_1^i représente la cellule n° 1 composée de m points P_{lu}^i sur la coupe i et C_k^{i+1} représente la cellule n° k composée de m points P_{kv}^{i+1} sur la coupe $i+1$. Cette fonction définit une mesure de la distance minimale séparant les deux contours et nous considérons qu'une cellule C_1^i de la coupe i est liée avec une cellule C_k^{i+1} de la coupe $i+1$ si on a :

$$F(C_1^i, C_k^{i+1}) = \min_{t=\{1,p\}} (F(C_1^i, C_t^{i+1})) \quad (5)$$

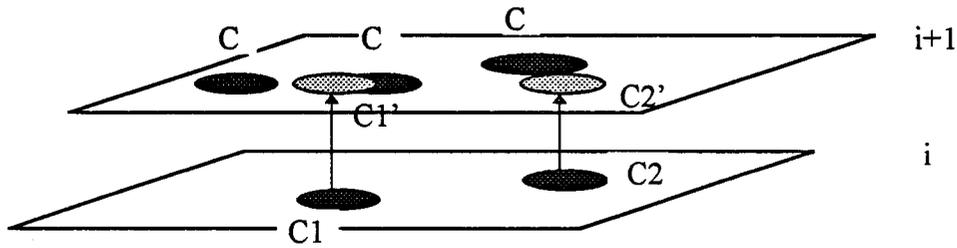
avec p , représente le nombre de cellules de la coupe $i+1$ appartenant au cercle englobant défini par la cellule C_1^i .

Pour réaliser le chaînage des cellules de deux coupes successives, nous établissons un tableau de liens que nous mettons à jour au fur et à mesure. Ce tableau 2D est composé de valeurs binaires : 0 lorsqu'il n'y a pas de liaison (critère 5 non vérifié) et 1 lorsqu'il y a une liaison entre les deux cellules. La mise à jour du tableau est effectuée deux fois, une fois pour les cellules de la coupe C^i et une fois pour les cellules de la coupe C^{i+1} afin de résoudre les cas de figure où le nombre de cellules sur les deux coupes est différent. Un exemple est donné sur la figure 20.a et 20.b. dans le cas où un vaisseau se ramifie en deux branches.

Sur la figure 20.a, on projette les cellules C_1 et C_2 de la coupe i sur le plan défini par la coupe $i+1$ et l'on effectue la mise à jour du tableau des liens à l'aide du critère 5. Ainsi, comme on le remarque sur le tableau de la figure 20.a, les liens des couples de cellules (C_1^i, C_2^{i+1}) et (C_2^i, C_3^{i+1}) sont validés.

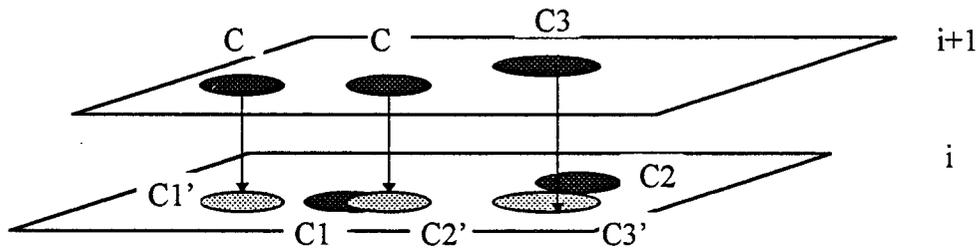
Sur la figure 20.b, on projette les cellules C_1 , C_2 et C_3 de la coupe $i+1$ sur la coupe i et l'on effectue de la même manière la mise à jour du tableau des liens. Cette nouvelle mise à jour permet alors de valider le lien du couple (C_1^i, C_1^{i+1}) .

Ainsi, grâce à ces projections successives, nous avons pu identifier l'embranchement.



| | C_1^{i+1} | C_2^{i+1} | C_3^{i+1} |
|---------|-------------|-------------|-------------|
| C_1^i | 1 | 0 | 0 |
| C_2^i | 0 | 0 | 1 |

fig. 20.a : Projection des cellules de la coupe i et validation des liens.



| | C_1^{i+1} | C_2^{i+1} | C_3^{i+1} |
|---------|-------------|-------------|-------------|
| C_1^i | 1 | 1 | 0 |
| C_2^i | 0 | 0 | 1 |

fig. 20.b : Projection des cellules de la coupe i +1 et validation des liens.

Cet algorithme a été testé sur un objet de type arbre artériel composé de 147 cellules. Les résultats que nous avons obtenus sont très satisfaisants puisque nous atteignons pratiquement 100 % de réussite dans le chaînage des cellules. Par sécurité, nous avons développé une interface graphique qui, pour chaque couple de coupes consécutives d'une saisie, matérialise les cellules contenues dans ces coupes et les liaisons élaborées par l'algorithme de chaînage automatique. L'utilisateur a alors le loisir de visualiser les liaisons créées et peut de manière interactive, modifier éventuellement telle ou telle liaison.

La mise en oeuvre de cette technique de création automatique de liens entre pour une grande part dans la réduction du temps nécessaire à une reconstruction et ceci est d'autant plus vrai que le nombre de coupes saisies est important. Elle était de ce fait nécessaire à une utilisation confortable du logiciel et en constituait un maillon essentiel pour l'étape de reconstruction. Il faut, en effet, savoir que la création des liaisons par l'opérateur

seul nécessitait, pour une acquisition comportant une quinzaine de coupes, plus d'une dizaine de minutes alors que maintenant elle semble se faire pour l'utilisateur, quasiment instantanément.

La prochaine étape du traitement portera sur l'échantillonnage des contours stockés, afin de ne garder que les informations utiles en vue de l'étape de reconstruction.

2.8 Echantillonnage des coupes [TALE. 91]

2.8.1 Introduction

Si l'on stockait l'ensemble des coordonnées des contours, la base de données contiendrait un grand nombre d'informations géométriques redondantes. Quels que soient les progrès technologiques réalisés qui conduisent à accroître la taille des mémoires des systèmes ou les vitesses de traitement, il est toujours utile de mettre au point des méthodes qui compriment les données notamment pour réduire les durées de calcul en vue du traitement en temps réel. Nous avons pour cela mis en oeuvre une technique simple d'échantillonnage de contour quelconque présentant ou non des concavités, basée sur le contrôle de la différence relative entre la surface du contour et celle du polygone dont les sommets sont les points échantillonnés.

2.8.2 Principe

Elle consiste à remplacer l'ensemble des points du contour continu de chaque coupe par un ensemble minimum de points pertinents appelés points échantillonnés. La méthode est adaptée au cas de la reconstruction par triangulation où la courbe de chaque coupe est approximée par un polygone composé de segments de droites qui relient les points échantillonnés deux à deux (fig. 21).

On suppose (fig. 22) que les deux points A et B sont deux points retenus du contour échantillonné. On fait l'hypothèse qu'entre ces deux points, s'ils sont suffisamment rapprochés, le contour est pratiquement confondu à un arc de cercle de rayon R appartenant à un secteur circulaire d'angle α . Le segment AB qui relie les deux points forme avec l'arc AB une surface S qui représente l'erreur absolue sur la surface du contour due à l'échantillonnage. L'erreur relative ϵ sur la surface est donnée par la relation :

$$\varepsilon = (\text{surface réelle} - \text{surface approximative}) / \text{surface réelle} = (SR - SA) / SR \quad (6)$$

$$\varepsilon = 1 - \sin\alpha / \alpha \quad (7)$$

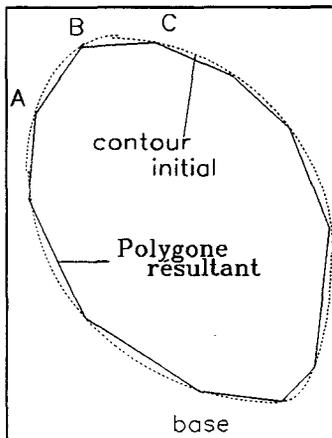


fig 21 : polygone résultant

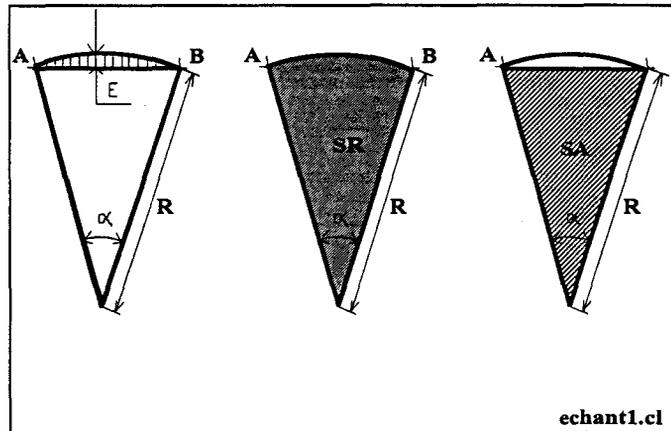


fig 22 : erreur relative

Si α est petit, le développement de $\sin\alpha$ à l'ordre 2 permet d'écrire :

$$\varepsilon = (\alpha^2 / 3!) + \gamma(\alpha) \quad (8)$$

où $\gamma(\alpha)$ représente l'erreur due à l'approximation. L'angle α qui donne une erreur relative de 1% sur ε est égal à $\pi/13$. Si l'on choisit un angle de $\alpha = \pi/16$, $\gamma(\alpha)$ est égal à $2,11 \cdot 10^{-4}$. On peut donc affirmer que, pour toute erreur relative ε inférieure à 1% sur la surface S entre la courbe de chaque coupe et son approximation par un polygone dont les sommets sont les points échantillonnés, l'angle α du secteur formé par deux points échantillonnés adjacents et le centre de coordonnée O est donné par la relation : $\alpha = K \sqrt{\varepsilon}$

Si on examine deux secteurs adjacents définis par les points échantillonnés A , B et C (fig. 23) les tangentes en ces points forment entre elles un angle égal à α . Il en résulte que pour échantillonner la courbe fermée d'une coupe on ne retient que les points où la tangente à la courbe est perpendiculaire à un axe pouvant prendre n directions faisant un angle α entre elles (fig. 24).

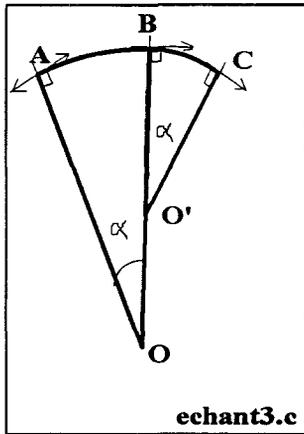


fig. 23 : secteurs adjacents

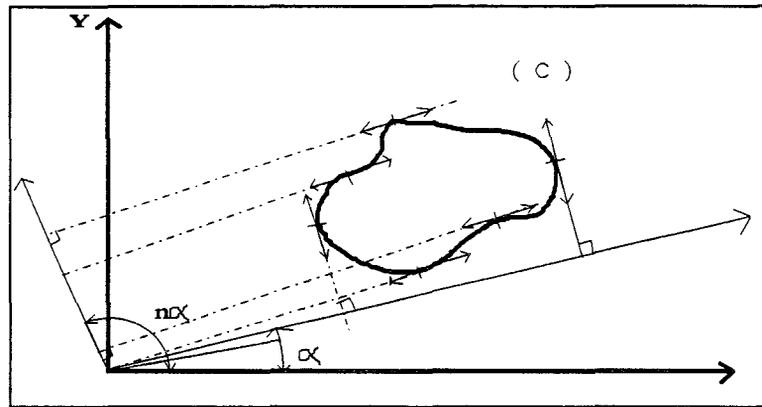


fig 24 : détermination des tangentes

Cette méthode offre l'avantage de définir la courbe par des points rapprochés dans les régions à rayon de courbure faible et plus éloignés dans les régions à grand rayon de courbure.

La mise en oeuvre de cette méthode s'effectue en pratiquant des rotations successives du contour d'un angle égale à $\pi/16$. Pour chaque position du contour l'algorithme repère tous les points de tangence avec une horizontale, et tous les points de tangence avec une verticale. Pour repérer un point de tangence avec une horizontale on isole dans un environnement 3×3 , trois points A, B, C adjacents qui appartiennent à la courbe (C). Il existe 6 positions possibles de ces trois points pour lesquelles la courbe est tangente en A à une direction horizontale. Ces 6 positions sont représentées figure 25.

Dans l'environnement 3×3 , soient x_i, y_i les coordonnées du point i , i appartient à (B, A, C). Le point A est échantillonné si les ordonnées des points B, A et C satisfont les conditions :

$$\begin{aligned}
 & (y_B - y_A < 0 \text{ et } y_C - y_A \leq 0) \\
 & (y_A - y_B \leq 0 \text{ et } y_A - y_C > 0) \\
 & (y_B - y_A \leq 0 \text{ et } y_A - y_C < 0) \\
 & (y_A - y_B > 0 \text{ et } y_A - y_C \leq 0)
 \end{aligned} \tag{9}$$

L'examen de la position de trois points A, B, C consécutifs d'une courbe quelconque C, se fera par une succession de rotations d'angle α de la courbe dans une plage comprise entre 0 et $\pi/2$.

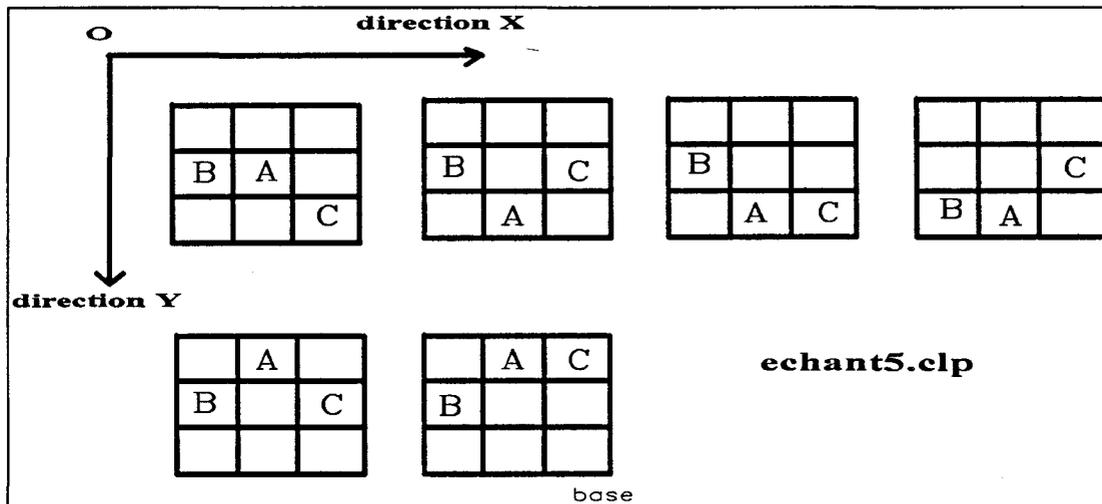


fig. 25 : les six positions possibles

Cette technique d'échantillonnage a le mérite de réduire le nombre de points de description du contour dans un rapport toujours supérieur à 10, ce qui permet de diminuer les durées de calculs.

Nous venons de définir notre base de données, nous allons maintenant choisir la technique la mieux adaptée pour la représentation 3D des artères vasculaires. Notre choix s'est porté sur la représentation surfacique, et plus particulièrement sur la triangulation. En effet la triangulation est avantageuse car:

- La description est typiquement 1000 fois plus compacte que la description à l'aide de voxels.
- Elle a l'avantage d'être rapide et de donner une bonne approximation de l'enveloppe reconstruite.
- Elle fournit une interpolation entre les coupes et évite ainsi les artefacts de repliement (marche d'escalier).

L'inconvénient majeur est la difficulté à automatiser le processus dans le cas de contours quelconques (nous verrons pour cela les solutions que nous apportons).

2.9 Triangulation

Elle entre dans le cadre d'une modélisation surfacique de l'objet. Cette modélisation sous la forme de facettes triangulaires doit néanmoins se faire en respectant un certain nombre de règles, ceci dans le but d'approcher au mieux la surface réelle de l'objet.

Dans sa forme générale, la triangulation est effectuée à partir d'un nuage de points appartenant à la surface de l'objet. Dans ce cas, on considère ces points comme étant les sommets du polyèdre qui caractérise l'objet. Les faces triangulaires du polyèdre sont déterminées à partir de l'ensemble des points du diagramme de Voronoï et de la triangulation de Delaunay [CHAS 91][BOIS 84]. Un cas particulier de triangulation consiste à réaliser le maillage sur un objet défini par un ensemble de coupes parallèles. Chaque contour de l'objet forme alors une ligne polygonale, constituée d'une liste de points séparés par un pas correspondant au critère d'échantillonnage défini précédemment. Il s'agit à présent de construire un maillage entre deux lignes polygonales consécutives de l'objet. Ce maillage peut être réalisé suivant un certain nombre de critères différents, qui ont pourtant le même but, celui de caractériser au mieux la surface approximée.

En général, ces algorithmes ont en commun les inconvénients suivants :

- les contours doivent avoir la même orientation,
- ils doivent être généralement mutuellement centrés,
- ils doivent être peu ou pas déformés (problème de concavité), sinon seule une intervention de l'utilisateur permet de corriger les erreurs,
- et enfin les algorithmes[BOIS. 84][EKOU. 87] qui prennent en compte les liaisons multiples ne sont pas toujours très simples à mettre en oeuvre,

Nous proposons dans le cadre de cette étude un certain nombre de solutions simples et originales utilisant une approche heuristique basée sur un critère local de distance minimale et permettant :

- d'éliminer les problèmes de vrille ou de torsion rencontrés lorsque les contours ne sont pas centrés
- de solutionner de manière simple le problème des contours multiples.
- et surtout d'opérer de manière automatique sans intervention extérieure.

2.9.1 Triangulation de contours simples.

Soient deux contours C_k et C_{k+1} et les points échantillonnés P_i, P_{i+1} sur le contour C_k et Q_i, Q_{i+1} sur le contour C_{k+1} . On suppose que l'on a tracé l'arête $P_i Q_j$. Pour trianguler le quadrilatère gauche $P_i P_{i+1} Q_j Q_{j+1}$ on peut réunir P_i à Q_{j+1} ou P_{i+1} à Q_j . La décision est prise en traçant l'arête de longueur minimale, c'est à dire:

l'arête $P_i Q_{j+1}$ est tracée si

$$d(P_{i+1}, Q_j) < d(P_i, Q_{j+1}) \text{ et inversement} \quad (10)$$

Cette technique, bien adaptée au cas de contours suffisamment centrés de taille voisine, produit des effets parasites de triangulation lorsque ces conditions ne sont pas réalisées (fig. 26).

Nous proposons une méthode qui élimine ces effets parasites. Elle consiste à superposer les deux contours C_k et C_{k+1} afin de se ramener au cas de la triangulation de contours centrés. Notre méthode consiste à exploiter le fait qu'une translation est par définition une transformation invariante, pour la forme du contour. On réalise alors la triangulation en projetant les deux contours C_k et C_{k+1} sur un même plan et dans ce plan en translatant un des contours d'un vecteur de translation $|dxdy|^T$ qui superpose les centres de gravité des contours G_1 et G_2 , on a alors : $(G_1 G_2)^T = |dxdy|^T$. On se ramène au cas de la triangulation de deux contours mutuellement centrés (fig 27). A l'issue de la triangulation on ramène le contour C'_2 à sa position d'origine C_2 par une translation inverse de vecteur $-G_1 G_2$ (fig. 28).

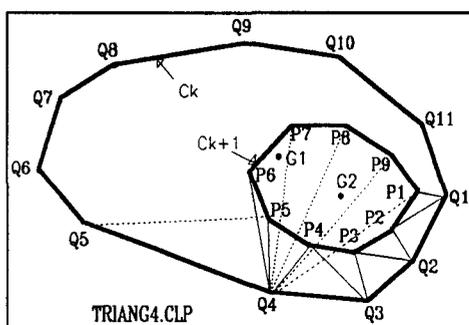


fig 26 : effet indésirable

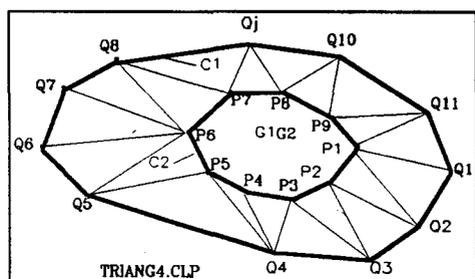


fig 27 : Triangulation de C1 et C'2

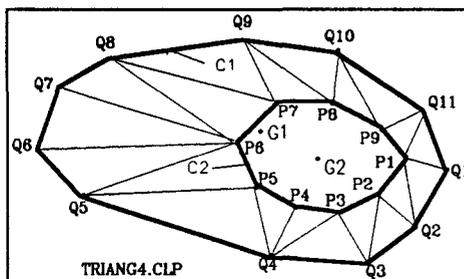


fig 28 : translation de C'2

2.9.2 Triangulation de contours multiples [TALE . 92]

2.9.2.1 Exposé du problème

Dans le cadre de la représentation 3D de l'arbre vasculaire du cou, la liaison d'un contour unique à deux sous-contours (embranchement) est une forme fréquente (fig. 29). Ce type de situation pose un problème puisque l'on n'a aucun renseignement sur la nature et la position du raccordement. La reconstruction du volume entre les différents contours nécessite donc une extrapolation de ce raccordement (fig 30).

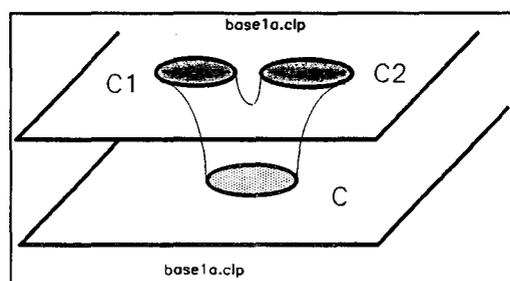


fig. 29 : Problème des liaisons multiples

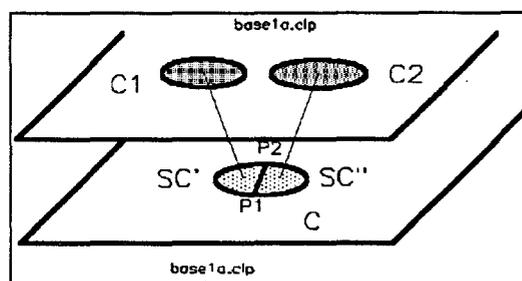


fig. 30 : division du contour C1

Nous proposons dans le cadre de cette étude deux méthodes originales, très simples à mettre en oeuvre et entièrement automatiques pour résoudre ce problème de bifurcation.

2.9.2.2 Première solution

Le principe de la méthode consiste à diviser le contour C_1 en deux sous-contours SC' et SC'' séparés par un segment de droite P_1P_2 (fig. 31). Ce segment réalise alors la séparation de la cellule origine en deux sous-cellules.

On définit pour cela un plan P (fig. 32), perpendiculaire au plan de coupe de C_{i+1} . Le plan P coupe le milieu de la droite qui joint les centres de gravité G_1 et G_2 des cellules C_1 et C_2 . Dans l'espace, les points P_1 et P_2 appartiennent à C . Il résulte de l'intersection entre le plan de la coupe i et le plan P . Pour un contour C régulier, le segment P_1P_2 partage C en deux sous contours SC' et SC'' à peu près de même périmètre. Si la cellule mère C est décentrée par rapport au centre O du segment G_1G_2 alors le partage de la cellule C ne s'effectue plus dans des conditions optimales (fig. 33).

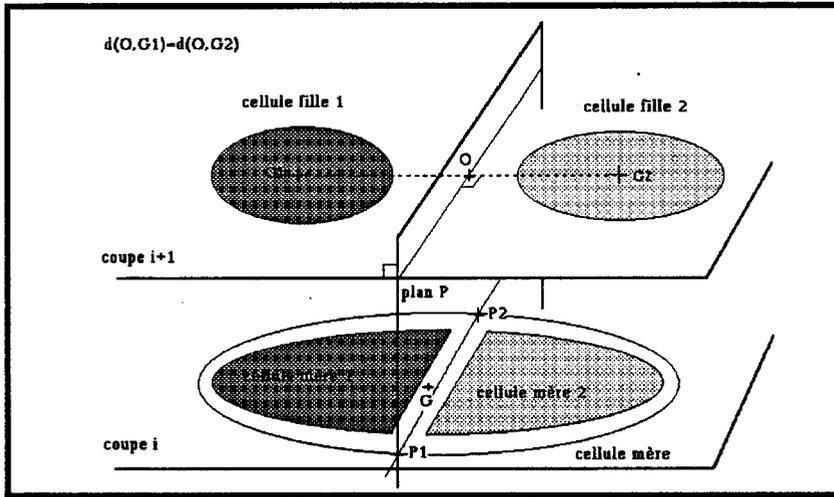


fig. 31 : Définition du plan séparateur .

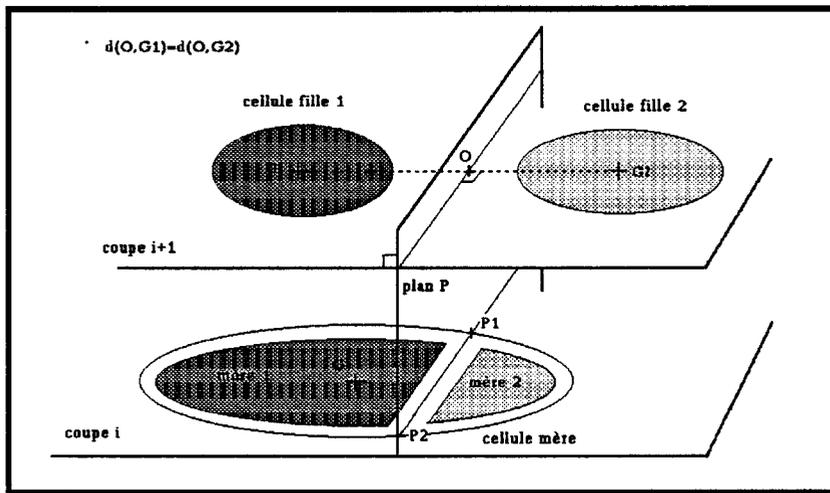


fig. 32 : Anomalie lorsque les contours sont disjoints .

On modifie alors la définition du plan P pour remédier à cette situation. Le plan P reste toujours médian au segment G_1G_2 mais il n'est plus perpendiculaire au plan de coupe de C_{i+1} . Il apparaît un angle β entre P et C_{i+1} (fig. 37).

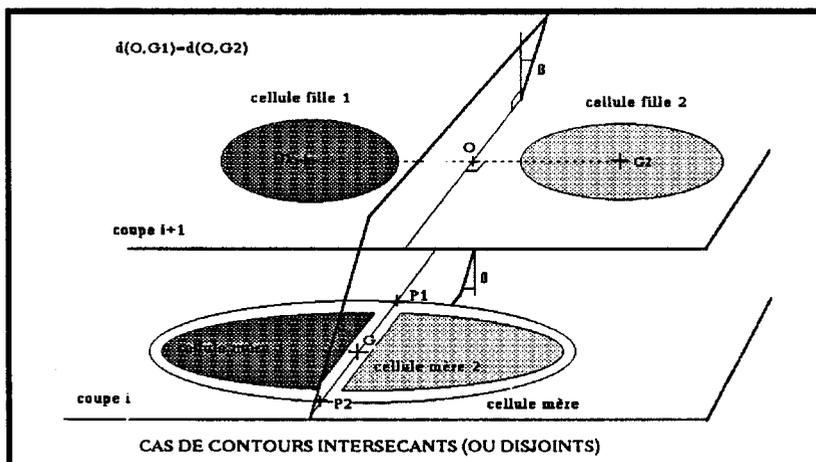


fig. 33 : modification du plan séparateur .

Détermination pratique des points P_1 et P_2 .

La figure 34 représente la projection C' de la cellule C sur le plan de coupe C_{i+1} . On appelle G' le centre de gravité de C' . Dans le plan C_{i+1} on trace la droite γ bissectrice de l'angle $(G'G_1, G'G_2)$. Soit N le point obtenu par rotation de G_1 , dans le plan de coupe C_{i+1} , de centre G' de rayon $G'G_1$ et d'angle $\alpha = (G'G_1, G'G_2)$. N appartient à la droite γ (fig 35). P'_1 et P'_2 seront alors identifiés comme étant les points d'intersection de (NG') avec la courbe C' . On obtient P_1 et P_2 en projetant P'_1 et P'_2 sur le plan de coupe C_i .

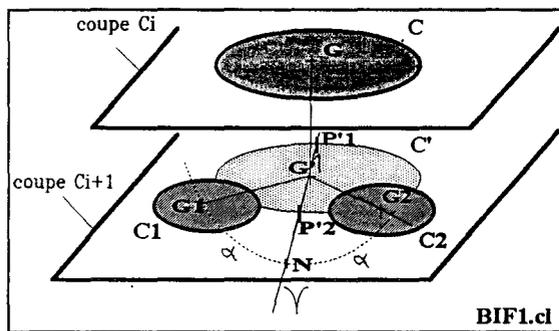


fig 34 : détermination des points P_1 et P_2

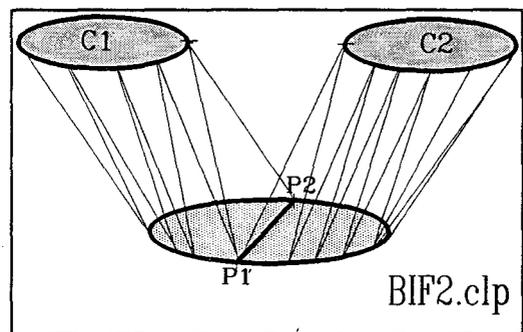


fig 35 : résultat de la triangulation

2.9.2.3 Deuxième solution

La deuxième méthode permet d'atténuer l'effet d'encoche observable figure 35.

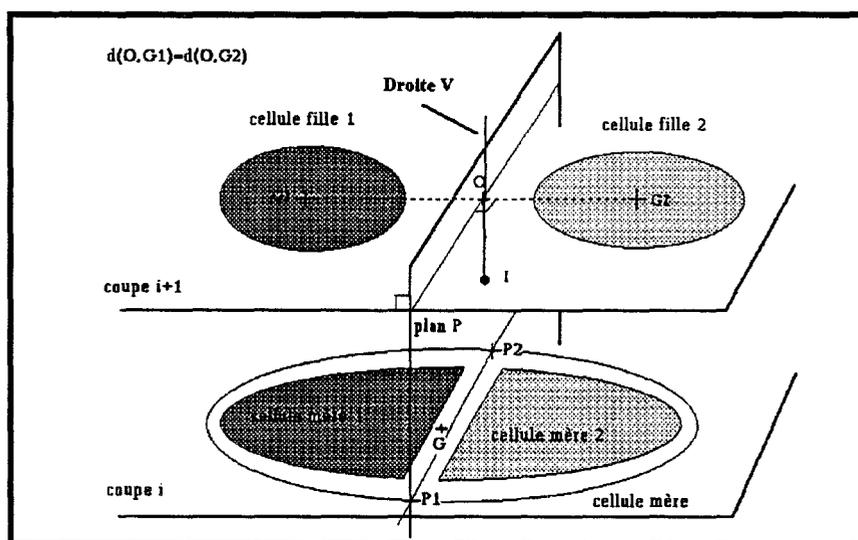


fig 36 : détermination du point I.

Elle consiste à créer un noeud I qui par triangulation permet de combler l'encoche. Si l'on se réfère à la figure 36 le point I peut être choisi comme appartenant à la droite V, contenue dans le plan P et passant par le centre O du segment G_1G_2 . Le point I sera alors situé entre les deux plans de coupe qui matérialisent la bifurcation.

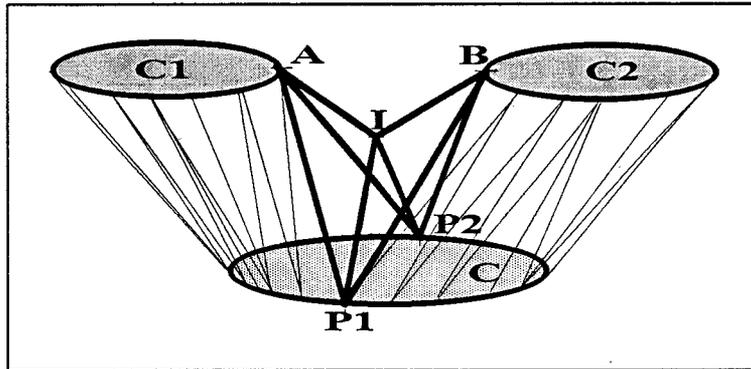


fig. 37 : bifurcation avec point intermédiaire

On définit ainsi entre les points (A,B,I,P1,P2) une triangulation locale particulière qui caractérise la forme de la bifurcation (fig. 37). Le point I pourra être détecté lors de l'acquisition IRM à l'endroit même de la séparation des cellules. La méthode de triangulation mise en oeuvre a été testée au début sur des arbres artériels sains, définis par des coupes possédant des cellules convexes régulières. Dans ces conditions la densité de points est pratiquement constante le long de chaque contour et nous n'avons pas rencontré de cas d'échec. Dans le cas où les contours sont concaves ou possèdent des densités de points irrégulières l'algorithme pouvait être mis en défaut. Pour remédier à ce problème nous proposons, au chapitre 5, une méthode originale d'interpolation de contours qui permet de réduire la variation des densité de points entre deux contours successif. Nous verrons par ailleurs que la généralisation de cette méthode constitue un cadre intéressant pour la reconstruction des embranchements.

2.10 Présentation des résultats .

Les algorithmes de triangulation précédents proposés en C ont été appliqués à la reconstruction automatique d'objets de forme complexe [DUF. 94] : les artères cérébrales du cou. Les artères cérébrales du cou sont constituées d'un ensemble de 20 à 50 coupes parallèles de 3mm d'épaisseur. Chaque coupe est ensuite numérisée. On applique un algorithme de détection et de suivi de contour. Les contours sont extraits des différentes coupes, ils sont chaînés automatiquement, échantillonnés et ordonnés dans la base de données. On détecte les liaisons multiples dans la base de données et la triangulation peut alors s'effectuer. L'étape d'échantillonnage permet de réduire tous les contours bruts d'un

facteur en moyenne supérieur à 10, en général le contour triangulé comporte un nombre moyen de 10 à 30 points, ce qui permet un gain de calcul appréciable. La surface des objets est représentée sous sa forme filaire ou en rendu réaliste, après une phase d'élimination de parties cachées, suivie par un algorithme d'ombrage [FOLE. 82]. Ce choix est lié essentiellement à la base de données constituée uniquement de facettes triangulaires.

Des essais à des fins cliniques ont été aussi pratiqués. Jusqu'à présent les positions précises des pathologies indiquées par les reconstructions 3D, ont été à notre connaissance confirmées par les chirurgiens. Par exemple, la figure 38.a montre les résultats de la reconstruction des artères cervicales à destinée encéphalique. La reconstruction est fidèle à la réalité de la forme de l'arbre vasculaire, sauf au niveau du siphon où l'axe des vaisseaux est parallèle au plan de coupe. Dans ce cas, la méthode de triangulation est mise en échec. La figure 38.b montre le détail de la reconstruction de l'extrémité du tronc basilaire. Cette figure met particulièrement bien en évidence un anévrysme et le pincement de la paroi à la base de cette anomalie. Enfin, la figure 38.c met en évidence une maladie extrêmement rare appelée "maladie de COGAN" qui entraîne une inflammation généralisée du système sanguin. Sur cette figure, cette pathologie est caractérisée au niveau de la carotide gauche qui présente un volume considérablement réduit par rapport à celui de la carotide droite.

Ce logiciel bien entendu s'inscrit dans un ensemble de démarches possibles pour la constitution d'un dossier médical. Nous avons créé un certain nombre d'utilitaires (rotation, translation, agrandissement, réduction, calcul de volume, de surface,.....) qui offrent à l'utilisateur la possibilité de visualiser l'artère cérébrale sous diverses incidences.

2.11 Discussion

Le logiciel que nous avons mis au point contient des algorithmes de segmentation, d'échantillonnage, d'appariement et de triangulation de contours. Nous avons au moment de leur description donné les indications sur leur robustesse.

- Nous avons rappelé que le contraste des vaisseaux est suffisant pour que le nombre d'itérations de la relaxation limité à 10, convienne à une segmentation sans échec.
- L'appariement des contours est assuré avec un taux de réussite de 100% en tenant compte d'informations morphologiques.
- La technique d'échantillonnage développée a le mérite de réduire le nombre de points de description du contour dans un rapport toujours supérieur à 10, ce qui permet de diminuer les durées de calculs.

- Le système a été conçu de façon à ce qu'à chaque étape, l'utilisateur puisse intervenir s'il le désire. Ce qui a pour effet de rassurer l'utilisateur sur la conduite de l'examen.

2.12 Conclusion

Nous avons proposé dans ce chapitre un certain nombre d'algorithmes pour la représentation en trois dimensions de l'enveloppe polyédrale d'un objet quelconque défini à partir d'une série de coupes parallèles issues d'un scanner R.M. Bien entendu, il existe déjà des méthodes pour résoudre ce type de problème [BOIS 84] [EKOU 91]. Les avantages apportés par notre mise en oeuvre sont :

- la méthode est entièrement adaptée à la représentation de formes simples ou bifurquées (artères cérébrales possédant une simple bifurcation).
- la base de données mise en oeuvre contient toute l'information de la scène 3D décrite à l'aide d'un minimum d'éléments (grâce notamment à l'algorithme d'échantillonnage mis en oeuvre).
- la base de données présente l'intérêt de se prêter à une réalisation matérielle (que nous sommes actuellement en train d'étudier).
- les solutions envisagées pour la triangulation sont très simples à mettre en oeuvre et entièrement automatiques.

Nous étudierons dans le chapitre suivant, de nouvelles techniques qui utilisent des modèles déformables pour résoudre certains cas difficiles de la reconstruction 3D. Ce genre de techniques très à la mode actuellement trouvent leur intérêt lorsque les points de données qui définissent l'objet ne sont pas en nombre suffisant pour réaliser une reconstruction correcte. L'utilisation d'un modèle de forme générique proche de celle de l'objet devient alors nécessaire pour réaliser l'ajustement sur les données. Nous essaierons à partir de cette étude de mettre en évidence la forme mathématique la plus simple qui se rapproche le mieux de celle de l'artère. Elle débouchera au chapitre 4 sur une technique originale pour résoudre le cas du siphon et que l'on adaptera aux méthodes que nous venons d'exposer. Enfin, toujours dans l'idée des modèles déformables, nous proposerons une méthode originale d'interpolation élastique de contours pour recréer l'information perdue entre les contours de l'objet. Sa généralisation fournira un outil puissant pour résoudre le cas des ramifications multiples.

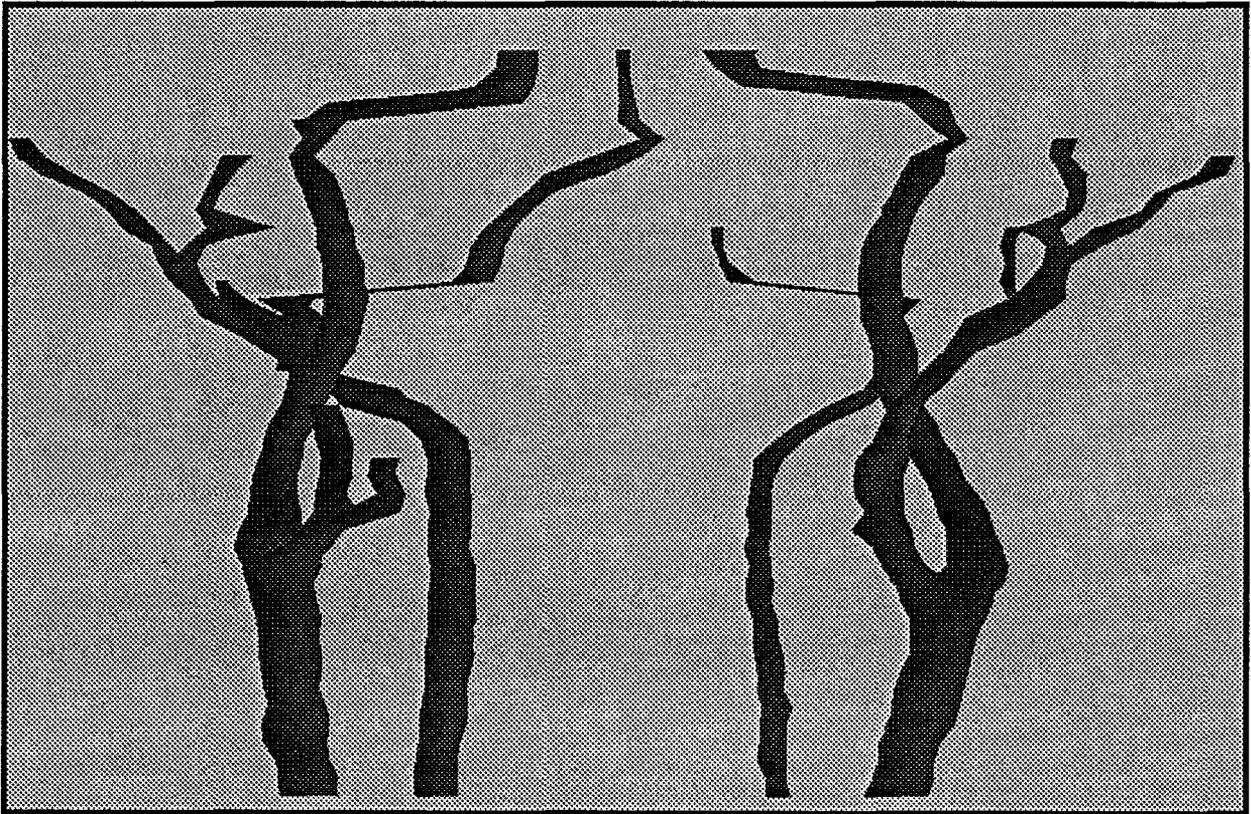


fig.38.a : Artères cervicales à destinée encéphalique. Carotides et vertébrales, jusqu'à leur entrée dans le crâne.

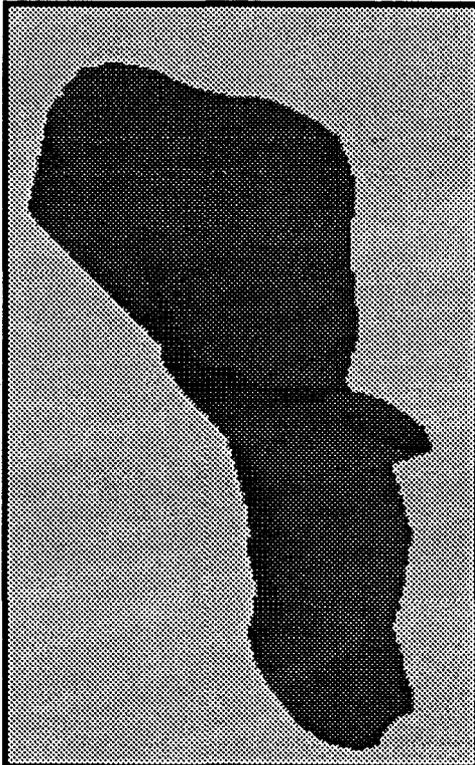


fig. 38.b : Anomalie de l'extrémité du tronc basilaire, anévrisme artériel.

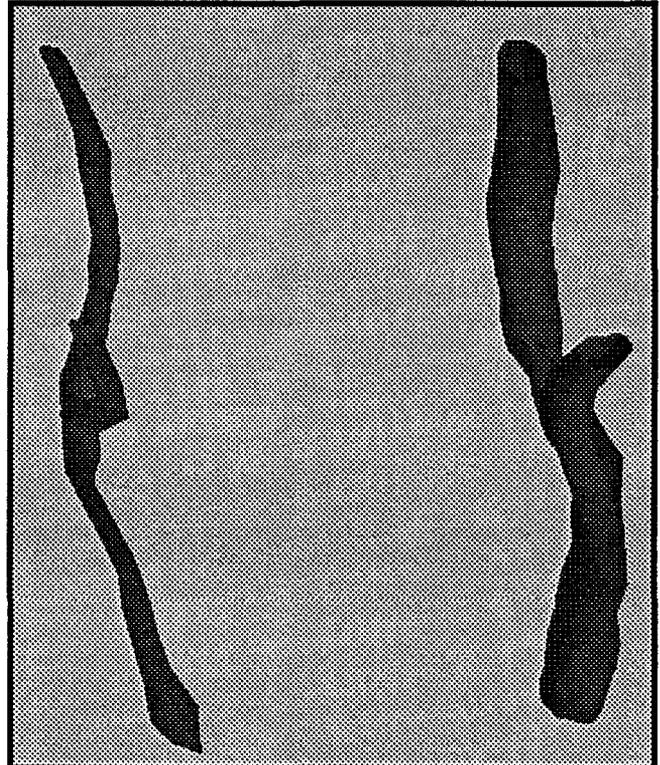


fig. 38.c : Rétrécissement anormal de la carotide gauche. Maladie de COGAN.

CHAPITRE 3

Chapitre 3

Utilisation des modèles de forme en reconstruction 3D

3.1 Introduction

Les techniques d'imagerie médicale couramment employées en milieu hospitalier, telles que scanographie 2D et IRM, connaissent des limitations au niveau du nombre de coupes susceptibles d'être acquises. Ainsi arrive-t-il souvent que les données disponibles pour la reconstruction 3D ne véhiculent qu'une information géométrique relativement pauvre, les points échantillonnés étant concentrés dans quelques plans de coupes.

Avec des données peu nombreuses ou inégalement réparties, les techniques générales de reconstruction comme celles utilisant des facettes planes (voir chapitre 2) restent applicables mais risquent de conduire à des formes assez éloignées des formes réelles des éléments anatomiques. À côté de ces méthodes générales de triangulation, on trouve également un certain nombre de techniques spécifiques destinées à la reconstruction de classes de formes particulières et qui sont susceptibles de fournir de meilleurs résultats (du moins avec les formes particulières pour lesquelles ces techniques ont été conçues).

L'objectif commun de ces techniques est d'ajuster un modèle tridimensionnel prédéfini sur un ensemble de données 3D décrivant l'objet à reconstruire. Cet ajustement du modèle avec les éléments de l'objet réel se déroule généralement en deux temps : une mise en correspondance globale (ou rigide) est effectuée en superposant grossièrement le modèle aux données puis une mise en correspondance locale (ou élastique) affine cette superposition. La reconstruction 3D d'un objet quelconque revient donc à un problème de déformation d'un modèle donné. Comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, au travers de la description des méthodes existantes, la déformation d'un modèle sur un ensemble de données peut être guidée par des considérations :

- **visuelles (l'ajustement du modèle est réalisé de manière interactive).**
- **géométriques.**
- **du type moindres carrés.**
- **physiques (ajustement dynamique d'un modèle élastique).**
- **en terme d'approximation par surface offset.**

Nous allons dans ce paragraphe faire un tour d'horizon des techniques de reconstruction. Pour cela, nous nous les classerons en fonction du critère adopté pour ajuster une forme sur des données. Il ne sera pas question évidemment de dresser, dans ce paragraphe, l'inventaire complet des méthodes existantes mais de présenter les plus courantes et les plus significatives pour notre application. Les exemples choisis nous permettront d'introduire les grandes orientations de l'approche que nous avons retenue.

3.2 Tour d'horizon

Nous nous proposons ici de regrouper les différentes méthodes sur la notion de critère utilisé pour ajuster un modèle. D'autres thèmes de classement auraient, bien sûr, pu être proposés telle que la forme par exemple.

3.2.1 Modification interactive de la géométrie du modèle : déformations libres

Leur principe est d'englober l'objet dans un maillage 3D régulier, puis de déformer globalement ce maillage. Les déformations appliquées au maillage provoquent des déformations sur l'objet. Mathématiquement, les déformations libres sont définies à partir d'un réseau de points de contrôles 3D ($P_{i,j,k}$) représentant un volume de Beziers produit tensoriel.

Initialement, on impose un système de coordonnées local sur la région. Soient l , m et n le nombre de subdivisions le long des trois directions u , v et w . Ces paramètres l , m et n peuvent être choisis par l'utilisateur selon la déformation qu'il désire produire. Sur la figure 1, $l=2$, $m=1$ et $n=2$. Tout point P de coordonnées $(u,v,w,)$ dans ce système est défini par :

$$P = P_{000} + u\vec{U} + v\vec{V} + w\vec{W} \quad (1)$$

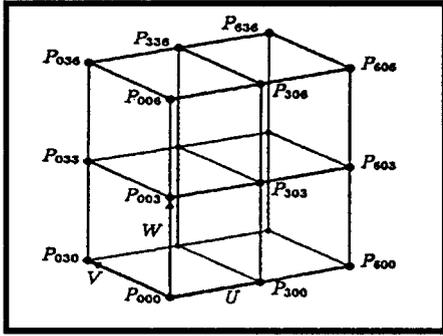


fig. 1 : réseau parallélépipédique.

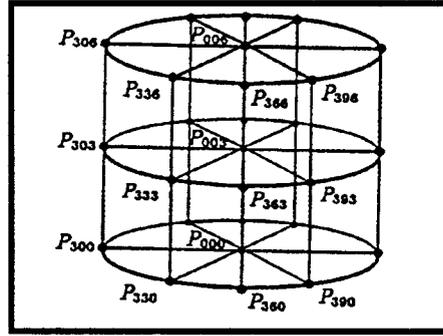


fig. 2 : réseau cylindrique.

le triplet (u,v,w) de P peut facilement être déterminé en utilisant l'algèbre linéaire :

$$\begin{cases} u = \frac{(\vec{V} \wedge \vec{W}) \cdot (P - P_{000})}{(\vec{V} \wedge \vec{W}) \cdot \vec{U}} \\ v = \frac{(\vec{U} \wedge \vec{W}) \cdot (P - P_{000})}{(\vec{U} \wedge \vec{W}) \cdot \vec{V}} \\ w = \frac{(\vec{U} \wedge \vec{V}) \cdot (P - P_{000})}{(\vec{U} \wedge \vec{V}) \cdot \vec{W}} \end{cases} \quad (2)$$

avec $(u,v,w) \in [0,1]$. La position des points de contrôle sont déterminés par l'intermédiaire de (1) :

$$P_{ijk} = P_{000} + \frac{i}{l} \vec{U} + \frac{j}{m} \vec{V} + \frac{k}{n} \vec{W} \quad (3)$$

La déformation est réalisée en modifiant la position initiale des points de contrôle. La fonction de déformation est définie par un produit tensoriel bivariable de polynômes de Bernstein.

La position de déformation P_d d'un point arbitraire P appartenant à la région est déterminée en calculant initialement à partir de (2) ses coordonnées (u,v,w) et est ensuite évaluée par la relation suivante :

$$P_D = \sum_{i,j,k=0}^{l,m,n} B_i(u) \cdot B_j(v) \cdot B_k(w) P_{ijk} \quad (4)$$

où les variables (u,v,w) sont définies dans $[0,1]^3$, les $B_i(t)$ sont les polynômes de Bernstein de degré 3 et les $P_{i,j,k}$ sont les points de contrôle. Naturellement, la déformation peut être formulée à partir d'autres bases polynomiales (par exemple les surfaces B-splines produit tensoriel).

- A l'origine, les déformations libres ont été proposées par Sedeborg [SEDE.86] et étendues par Coquillart [COQU.87]. Sedeborg utilise uniquement un maillage parallélépipédique pour réaliser ces déformations. Les figures 3.a, 3.b et 3.c illustrent une application hiérarchique de cette technique pour modeler une barre arrondie en un combiné téléphonique.

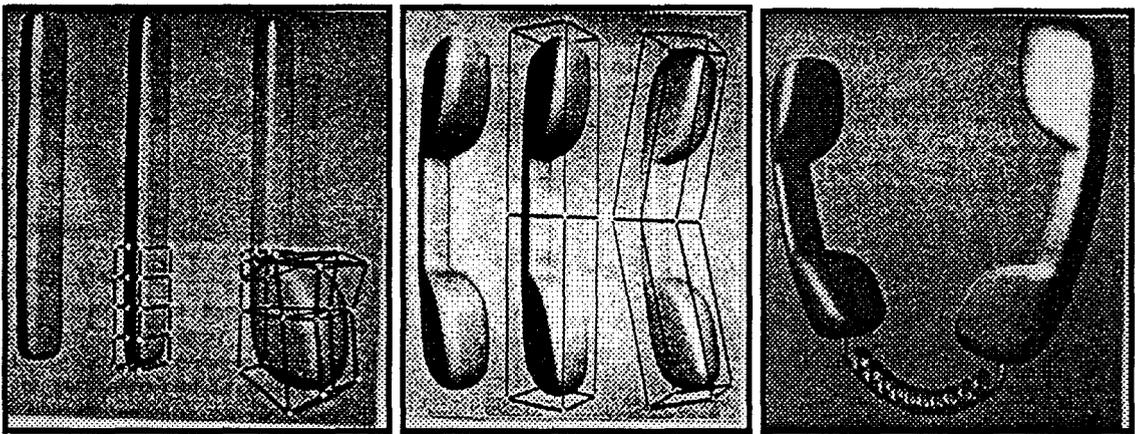


fig.3.a : Déformation locale. fig.3.b : Déformation globale. fig.3.c : Résultat.

(Extraits de [SEDE 86])

Coquillart, quand à elle, propose d'étendre la forme du maillage à une forme non parallélépipédique (exemple : maillage cylindrique) afin d'élargir la gamme des déformations proposée par le maillage parallélépipédique (fig 2). Par ailleurs, il est possible d'appliquer sur le même objet deux voire plusieurs maillages réguliers et de maintenir à leurs frontières transversales la continuité des dérivées (fig 4).

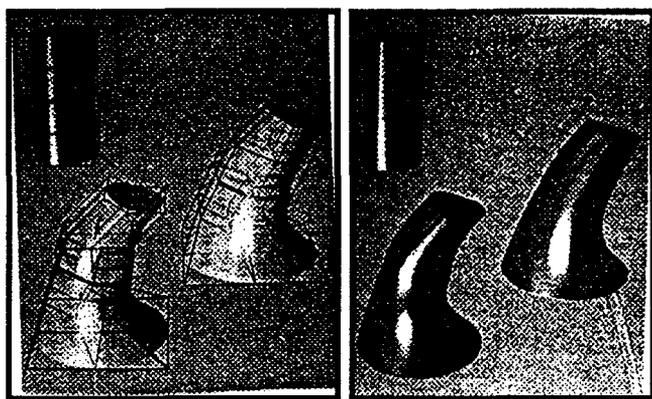


fig. 4 : Application de deux maillages réguliers avec continuités des dérivées à la frontière.

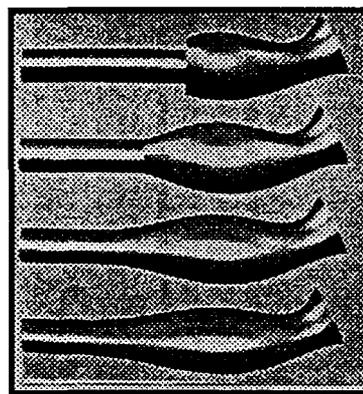


fig. 5 : La multiplicité des plans de contrôle assure la continuité de l'objet.

(Extraits de [SEDE 86])

Des conditions de continuités spéciales permettent ainsi de réaliser une déformation localisée. La continuité C^k le long de l'intersection d'une face extérieure du maillage avec l'objet peut être assurée en conservant les plans de contrôle, adjacents au plan extrémité, fixés. Cette propriété est illustrée sur la figure 5.

Cette technique permet à l'utilisateur de définir et de réaliser interactivement une large variété de déformations en utilisant ou combinant des maillages sélectionnés dans une bibliothèque prédéfinie. Ce processus peut s'avérer difficile, en particulier lorsque la forme de l'objet ne correspond pas à une combinaison simple de types prédéfinis de maillages ou lorsque la déformation à réaliser est si complexe que la correspondance entre la déformation du maillage et la déformation de l'objet n'est pas évidente.

- Une approche intéressante de ces déformations libres a été proposée par Borel et Bechmann [BORR. 91], appelée "déformation n-D libre". Cette technique de déformation permet :
 - de définir une transformation pour n'importe quel point de l'espace.
 - une réalisation interactive de la déformation.
 - de regrouper une large variété de déformations sous un unique formalisme.
 - une application aux espaces 2D, 3D, 4D où l'une des coordonnées représente le temps.

Le principe mathématique est le suivant :

Une déformation dans \mathbb{R}^n est définie par une fonction de passage d de $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ qui associe à chaque point U de coordonnées (u_1, u_2, \dots, u_n) son déplacement ΔU de coordonnées $(\Delta u_1, \Delta u_2, \dots, \Delta u_n)^T$:

$$\Delta U = d(u) = [d_1(u), d_2(u), \dots, d_n(u)]^T \quad (5)$$

d résulte de la décomposition d'une fonction d'extrusion f de $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ ($m > n$) et d'une transformation linéaire $T : \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ telle que :

$$d(u) = Mf(u) \quad (6)$$

avec M est la matrice de T que l'on appelle aussi matrice de projection. Ce modèle de déformation exprime la transformation de n'importe quel point de \mathbb{R}^n . La fonction f et la dimension m de l'espace intermédiaire définissent le type de déformation. Le choix de la fonction f détermine un type de déformation, globale ou locale par exemple. Une fois que ces paramètres sont choisis, le processus de déformation peut être décomposé en trois étapes :

- L'utilisateur sélectionne n_e points de contrainte V_i , $i \in [1, n_e]$, dans \mathbb{R}^n (la plupart du temps ce sont des points échantillonnés du modèle) et spécifie leurs nouvelles positions par le vecteur de variation suivant :

$$d(V_i) = [d_1(V_i), d_2(V_i), \dots, d_n(V_i)]^T \quad (7)$$

($n=3$ pour un volume)

- Pour une fonction f donnée, la matrice de projection M est obtenue en résolvant le système de $n \times n_e$ équations (n par contraintes).

$$d(V_i) = Mf(V_i) \quad (8)$$

La résolution de cette matrice est obtenue à l'aide d'une technique pseudo-inverse [GREV 60] de manière à satisfaire toutes les contraintes lorsque m est suffisamment important et pour fournir une solution optimale aux moindres carrés lorsque m est trop petit par rapport aux nombres n_e de contraintes définis à l'étape 1.

- Le déplacement $d(u)$ de n'importe quel point u de l'espace initial est calculé ensuite par :

$$d(u) = Mf(u) \quad (9)$$

avec M calculée à l'étape 2.

Borel et Bechman proposent une formulation générale de f et la définissent par un produit tensoriel de fonctions qui transforment chaque coordonnée spatiale u_k dans un espace intermédiaire \mathbb{R}^{p_k} .

$$f(u) = \bigotimes_{k=1}^n f^k(u_k) \quad (10)$$

La dimension m de f est donnée par $m = \prod_{k=1}^n p_k$

Chaque composante $f_j (j \in [1, \dots, m])$ de f s'exprime alors par :

$$f_j(u) = \prod_{k=1}^n f_{s(j,k)}^k(u_k) \quad (11)$$

avec $1 \leq s(j,k) \leq p_k$

Chaque composante de f est le produit de n valeurs, chacune étant une des composantes d'une fonction différente f^k . La fonction $s(j,k)$ est utilisée pour sélectionner la composante appropriée de f^k dans le calcul de f_j . Ainsi la fonction f peut être mise sous la forme matricielle suivante :

$$f(u) = \begin{bmatrix} f_{s(11)}^1(u_1) * f_{s(12)}^2(u_2) * \dots * f_{s(1n)}^n(u_n) \\ f_{s(21)}^1(u_1) * f_{s(22)}^2(u_2) * \dots * f_{s(2n)}^n(u_n) \\ \dots \\ f_{s(n1)}^1(u_1) * f_{s(n2)}^2(u_2) * \dots * f_{s(nn)}^n(u_n) \end{bmatrix} \quad (12)$$

Le choix des composantes $f^k(u_k)$ détermine le type des déformations :

Dans le cas de déformations globales, un choix simple consiste à prendre les puissances croissantes de u_k (une suite de fonctions polynomiales).

$$f^k(u_k) = [1, u_k, u_k^2, u_k^3, \dots, u_k^{p_k-1}]^T \quad (13)$$

La fonction $s(j,k)$ est choisie de telle manière que f soit définie par les puissances croissantes des coordonnées spatiales de U . La figure 6 illustre les déformations d'un cube obtenues avec ce choix de fonctions.

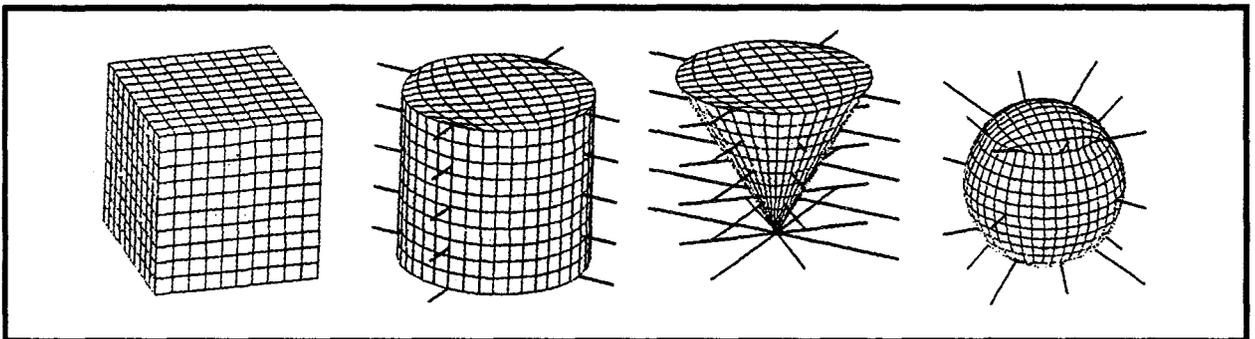


fig. 6 : Déformation d'un cube avec des fonctions polynomiales simples. 16 contraintes sont appliquées au cube. (Extraits de [BORR 91])

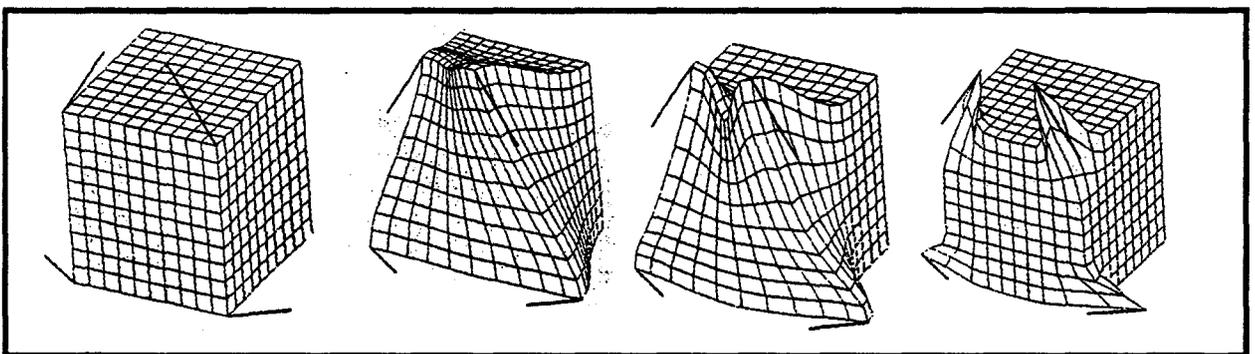


fig. 7 : Déformation d'un cube avec des fonctions B-splines. Influence du nombre de noeuds autour des contraintes . (Extraits de [BORR 91])

Dans le cas de déformations locales, les p_k composantes de $f(u_k)$ sont définies par des fonctions B-splines de degré d_k et calculées à partir d'une séquence nodale N_k le long de la coordonnée u_k :

$$f^k(u_k) = [B_0^{d_k}(u_k), B_1^{d_k}(u_k), \dots, B_{p_k-1}^{d_k}(u_k)] \quad (14)$$

En général les B-splines de degré 3 sont utilisées ($d_1=d_2=d_3$) puisqu'elles sont C^2 continues et permettent les points d'inflexion. L'utilisation de B-splines dans le modèle de déformation permet de bénéficier de leur propriété locale intéressante pour réaliser facilement les déformations locales. En effet, le contrôle du domaine d'influence autour des contraintes est obtenu par un ajustement du nombre et de la distribution des noeuds dans cette région. En conséquence, en augmentant le nombre de noeuds, on augmente la localisation des déformations autour des contraintes. Cette propriété est présentée sur la figure 7 illustrant les déformations d'un cube avec l'utilisation de fonctions B-splines. En général une déformation complète d'un objet à partir d'une forme modèle initiale vers une forme finale détaillée (avec par exemple des creux ou des chocs) est réalisée de manière satisfaisante en deux étapes :

- L'une réalise un ajustement de forme générale avec l'utilisation de fonctions polynomiales simples et l'autre termine le processus en précisant les détails à l'aide de fonctions Bsplines. En ce qui concerne notre problème, $d(U)$ est une contrainte de distance entre un point du modèle et une donnée. Une solution consiste à réaliser, comme dans le schéma précédent, une première étape de déformation globale afin d'amener la surface du modèle à proximité ou sur les données .
- Une seconde étape sélectionne comme contrainte les données dont la distance au modèle dépasse un seuil fixé. La déformation nD libre est alors appliquée avec une fonction f à comportement local (basée sur des B-splines).
- D'autres, comme Sequeira [SEQU 87] ont proposé une méthode d'ajustement direct d'un modèle sur des données qui a été développé par Bechmann [BECH 89] dans le cadre particulier de la reconstruction des formes tubulaires. Elle repose sur l'emploi de carreaux B-splines bicubiques uniformes et sur le principe d'une approche interactive. C'est en effet à l'utilisateur qu'il incombe d'ajuster grossièrement un tube B-spline sur les points de données. Il dispose pour cela d'un certain nombre d'outils logiciels lui permettant, par action sur les périphériques d'entrée, de déformer graphiquement une surface tubulaire initiale, jusqu'à ce qu'elle vienne coïncider approximativement avec les données. Le modelage de la surface

s'effectue par applications répétées d'opérateurs élémentaires de déformation (déplacement de marqueurs sur la zone du tube à modifier) qui agissent surtout localement (figure 8B). C'est ainsi que, par retouches successives l'on a par exemple pu obtenir le tube de la figure 8C à partir de celui présenté en figure 8A.

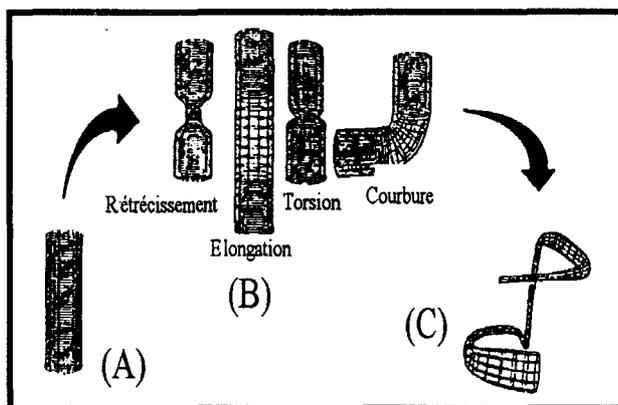


fig. 8 : Opérateurs élémentaires de déformation.

(Extraits de [BECH 89])

Le point commun de toutes ces méthodes repose sur une approche essentiellement interactive pour ajuster globalement et localement un modèle sur des données 3D. La technique de reconstruction employée offre notamment l'avantage de pouvoir s'appliquer à une grande variété de formes, pour peu que l'utilisateur parvienne à positionner convenablement un modèle initial sur les points de données disponibles. Leur principal inconvénient découle en partie, de l'importance excessive de la phase interactive. En la réduisant au profit d'un traitement semi automatique (dans la phase d'ajustement local) voire complètement automatique, on déchargerait l'utilisateur d'une part de travail, tout en limitant la portée de son action, inévitablement entachée d'erreurs.

3.2.2 Ajustement du modèle sur des considérations géométriques

L'ajustement automatique semble, il est vrai, difficilement faisable dans le cadre de la modélisation de formes complexes. Mais, comme nous allons le voir dans ce paragraphe cet objectif peut être atteint, à condition de se cantonner à un exemple plus simple de formes de modèles.

- L'objectif poursuivi ici par AGIN et BINFORD [AGIN 73] consiste à inférer automatiquement la description d'un objet en termes de cylindres généralisés (fig 9A), à partir d'une image 3D par plan laser de cet objet (fig 9B). Le modèle du cylindre généralisé qui a déjà suscité de nombreux travaux notamment en vision par ordinateur sera présenté plus en détails au chapitre 4. Rappelons simplement qu'il désigne un solide obtenu par déplacement, le long d'un axe 3D (courbe), d'une section plane fermée, dont la forme peut évoluer au cours du mouvement.

Afin de réduire la complexité du problème considéré, les sections droites de ces cylindres sont supposées circulaires et leur rayon doit obéir à une loi de variation linéaire en fonction de l'abscisse curviligne sur l'axe. Après segmentation de l'objet en éléments suffisamment simples pour être assimilés à des cylindres généralisés, tel que le cône de la figure 9C, le recouvrement de l'axe et des sections s'effectue comme suit :

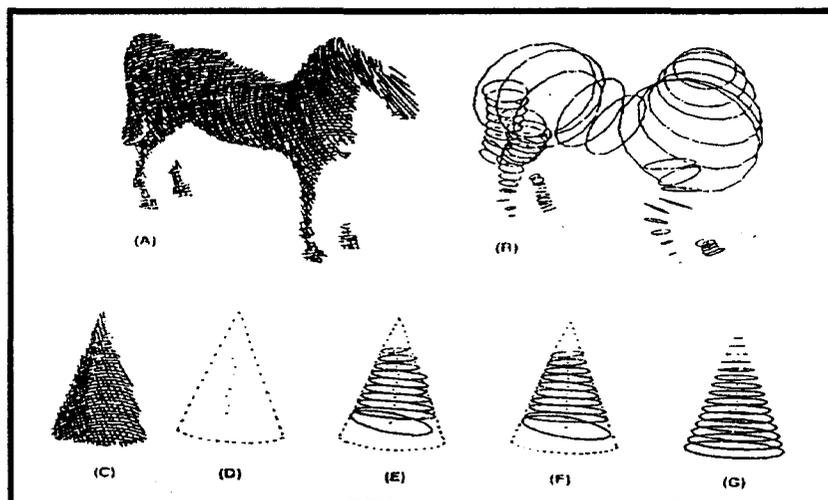


fig. 9 : Description d'un objet par inférence de forme. (Extraits de [AGIN 73])

- des positions sur l'axe sont d'abord grossièrement estimées, d'après l'analyse des groupes de lignes parallèles dans l'image laser (fig 9D).
- des valeurs de rayons sont ensuite mesurées dans des plans de coupe orthogonaux à l'axe (fig 9E).
- une correction est apportée à ces valeurs, afin de satisfaire à la loi de variation linéaire imposée au rayon. Les points de l'axe sont recentrés en conséquence (fig 9F).

- le tracé définitif de l'axe et des sections était finalement obtenu après prolongement et rectification éventuelle de la forme du cylindre généralisé aux extrémités (fig. 9g).

L'ajustement du modèle sur les données passait donc par plusieurs étapes, guidées par des considérations essentiellement géométriques, dont on pouvait du reste donner aisément une interprétation visuelle comme le prouvent les différentes illustrations.

3.2.3 Ajustement direct du modèle: ajustement aux moindres carrés

3.2.3.1 Ajustement d'un modèle de forme explicite sur les données : $Z=f(x, y)$

Dans le cas général, un objet peut être décrit par un nuage de points 3D réparti où non sur une succession de coupes et repéré la plupart du temps dans un système de coordonnées cartésien. L'utilisation d'un modèle de forme explicite peut s'avérer très utile lorsque l'objet possède une forme générale proche d'une sphère ou d'un cylindre. Il est alors avantageux d'adopter une représentation en coordonnées sphériques, ou cylindriques de cet objet. Cet objet est alors défini par une fonction explicite de la forme $Z=f(x, y)$, l'ajustement du modèle sur les données revient en définitive à un problème d'approximation, en une dimension, des valeurs Z_i en (x_i, y_i) par une fonction réelle à deux variables $Z(x, y)$. L'approximation d'une surface sur un ensemble de données est communément, résolue par une branche fondamentale des mathématiques appelée « le calcul des variations ». Le principe de cette technique consiste à déterminer par exemple les plus haut sommets d'une montagne, les points les plus bas d'une vallée ou le plus court chemin entre deux points . De manière plus formelle, le problème d'approximation est réalisé au travers de la minimisation d'une fonctionnelle d'énergie qui comprend un terme de lissage aux moindres carrés et un terme de régulation. Il se traduit de la manière suivante :

Il s'agit de trouver une fonction f^* parmi un ensemble de fonctions possibles appartenant à F tels que :

$$\varepsilon(f^*) = \min_{f^* \in F} \varepsilon(f) = \sum_{i=1}^N \beta(z_i - f(x_i, y_i))^2 + \delta(f) \quad (15)$$

Le premier terme $[z_i - f(x_i, y_i)]$ mesure la distance entre les données et la surface d'ajustement, le second terme est une mesure de variation locale de la surface. Le paramètre β permet de contrôler l'ajustement de la surface sur les données.

Une expression générale du terme régulateur δ a été proposée par Tikhonov [TIKH. 77] et porte le nom de « norme de Sobolev pondérée d'ordre p » : elle s'exprime en dimension deux par :

$$\delta_p = \iint_{\mathbb{R}^2} \sum_{i=0}^p w_i(x, y) \frac{\partial^p f}{\partial x^i \partial y^{p-i}} dx dy \quad (16)$$

où les termes $w_i(x, y)$ sont des fonctions pondératrices continues et positives et \mathbb{R}^2 le domaine d'intégration qui se trouve être, dans ce cas particulier, le plan.

Deux exemples de fonctionnelles de régulation sont le modèle de la membrane (carré du laplacien) :

$$\delta_1(f) = \iint (f_x^2 + f_y^2) dx dy \quad (17)$$

qui caractérise une petite énergie de flexion d'une membrane avec $p=1$, $w_0(x)=w_1(x)=1$ et le modèle de la plaque mince (variation quadratique) :

$$\delta_2(f) = \iint (f_{xx}^2 + 2f_{xy}^2 + f_{yy}^2) dx dy \quad (18)$$

qui caractérise une petite énergie de flexion d'une plaque mince avec $p=2$, $w_0(x)=w_1(x)=w_2(x)=1$.

Ces deux modèles peuvent être regroupés en un modèle plus général suivant la formulation proposée par Terzopoulos [TERZ 86] :

$$\delta_3(f) = \left\{ \iint \gamma(x, y) \left\{ \tau(x, y) (f_{xx}^2 + 2f_{xy}^2 + f_{yy}^2) + (1 - \tau(x, y)) (f_x^2 + f_y^2) \right\} dx dy \right. \quad (19)$$

où $\gamma(x, y)$ est une fonction de rigidité et $\tau(x, y)$ est une fonction de tension. Lorsque $\gamma(x, y) = \tau(x, y) = 1$, on retrouve le modèle de la plaque mince tandis que lorsque $\gamma(x, y) = 1$ et

$\tau(x, y)=0$, on retrouve le modèle de la membrane. Les fonctions de rigidité et de tension permettent d'intégrer dans le processus d'approximation les discontinuités de profondeur et d'orientation de la surface.

Les caractéristiques des fonctionnelles de régulation présentées ci dessus sont illustrées sur la figure 10. Le résultat obtenu en considérant le modèle de la membrane (fig. 10.b) n'est pas réellement satisfaisant puisqu'il fait apparaître de fortes irrégularités sur la surface correspondant à la position des points de données (fig. 10.a). On lui préfère le plus souvent le modèle de la plaque mince qui donne une surface plus régulière et plus lisse (fig. 10.c). Le contrôle de la continuité de la surface est réalisé en introduisant localement des discontinuités de profondeur et d'orientation (fig. 10.d).

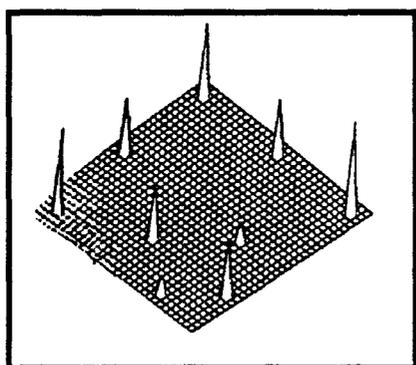


fig. 10.a : Points de données.

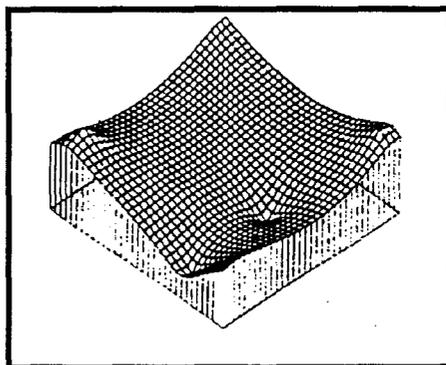


fig. 10.b : Modèle de la membrane.

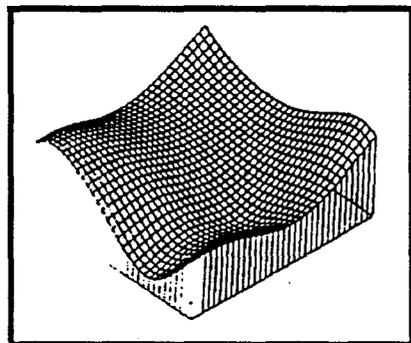


fig. 10.c : Modèle de la plaque mince.

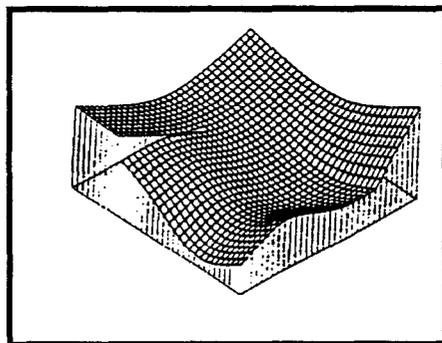


fig. 10.d : Contrôle de la continuité de la surface

(Extraits de [SZEL 90])

Une interprétation physique de ce principe peut être proposé : Ce principe est simple, il modélise en réalité une surface élastique qui, sous l'effet de contraintes extérieures va se déformer pour venir s'ajuster sur un ensemble de points répartis sur le plan (fig.11). Le critère de régularité exprimé par $\delta_3(f)$ représente l'énergie externe élastique de la surface. Le choix du critère de régularité est important car il détermine le comportement élastique local de la surface

vis à vis des contraintes. Les contraintes, quant à elles, sont modélisées par le terme de lissage aux moindres carrés qui constitue l'énergie totale de déformation d'un ensemble de ressorts reliant la surface de déformation aux données. Cette surface se définit donc sous l'action de forces de tension dont l'amplitude est proportionnelle à la distance entre les données et la surface d'ajustement.

A titre indicatif il est à noter qu'un certain nombre d'auteurs [HARR 86], [BLAK 87], [SZEL 88] ont proposé des modèles d'ajustement différents qui sont des extensions ou des améliorations du critère de régularité défini initialement par Grimson et Terzopoulos. Bien évidemment, notre objectif n'est pas de les présenter tous, mais de présenter ceux qui sont le plus largement utilisés.

- Dans [BREV 87], [MAX 88] ou [YOUN 89] (fig 12.a), la surface à reconstruire est supposée plus ou moins proche d'une sphère, ce qui permet d'adopter une représentation en coordonnées sphériques (θ, ϕ, r) : où θ, ϕ désignent les valeurs angulaires et r la distance radiale. Après le choix d'un repère adéquate, les données sont exprimées en coordonnées sphériques, sous la forme de triplets (θ_i, ϕ_i, r_i) . Le problème du recouvrement de la surface se ramène alors à un problème d'approximation, en une dimension, des valeurs r_i en (θ_i, ϕ_i) par une fonction à deux variables $r(\theta, \phi)$. Une telle fonction peut être obtenue par des techniques classiques d'approximation. Dans [YOUN 89], la surface $r(\theta, \phi)$ se compose de carreaux polynomiaux bicubique en θ et ϕ . L'ajustement de la surface $r(\theta, \phi)$ est réalisé à partir de la minimisation d'un critère d'énergie, qui comprend un terme de lissage aux moindres carrés et un terme de régulation :

$$\varepsilon = \sum_i (r(\theta_i, \phi_i) - r_i)^2 + \iint [\alpha \left(\left(\frac{\partial r}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial \phi} \right)^2 \right) + \beta \left(\left(\frac{\partial^2 r}{\partial \theta^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 r}{\partial \phi \partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 r}{\partial \phi^2} \right)^2 \right)] d\phi d\theta \quad (20)$$

où α et β désignent des coefficients de pondération préalablement fixés. Dans [MAX 88], la fonction $r(\theta, \phi)$ est définie différemment par une combinaison de fonctions harmoniques sphériques. Le critère d'énergie se réduit dans ce cas, au seul terme de lissage. La paramétrisation de la surface en $r(\theta, \phi)$ tend à engendrer une symétrie sphérique et conduit ainsi à des reconstructions visuellement satisfaisantes même lorsque les points de données sont peu nombreux (fig. 12.b).

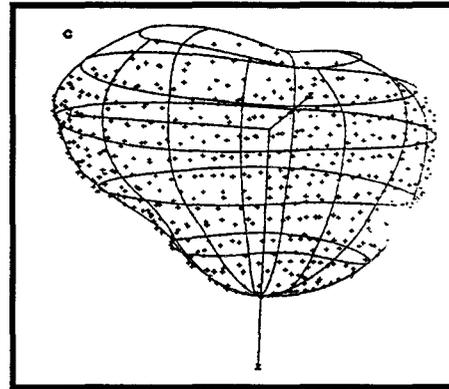
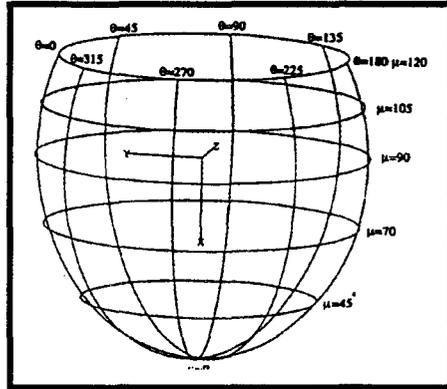


fig. 12.a : Représentation en coordonnées sphériques.

fig. 12.b : Surface approximée

Cette approche a été retenue par de nombreux auteurs dans le cadre de la reconstruction d'objets médicaux définis par un nuage de points 3D. En effet, ils font remarquer que certaines formes d'organes ne sont pas trop éloignées de formes simples telles que la sphère ou le cylindre.

- Dans [EBEL 93], la surface à reconstruire est cette fois ci supposée proche d'un tube. L'axe du tube, initialement introduit par l'utilisateur (fig. 12.a) permet d'adopter une représentation en coordonnée cylindrique généralisée du type (u, θ, r) ou u désigne la valeur paramétrique d'un point de l'axe, θ une valeur angulaire, et r la distance radiale. Avec ce type de paramétrisation, le problème du recouvrement de la surface du tube revient, de la même manière que précédemment, à un problème d'approximation d'une fonction explicite sur un ensemble de données réparties inégalement. Le critère de régularité utilisé dans ce cas est une forme approchée de l'opérateur de variation quadratique. Il choisi de pondérer les dérivées dans l'expression de la variation quadratique afin de minimiser les variations de la surface suivant l'une ou l'autre des directions :

$$f(r) = \gamma^2 \left(\frac{\partial^2 r}{\partial \theta^2} \right)^2 + 2\gamma(1 - \gamma) \left(\frac{\partial^2 r}{\partial \theta \partial u} \right)^2 + (1 - \gamma)^2 \left(\frac{\partial^2 r}{\partial u^2} \right)^2 \quad (21)$$

Le coefficient $\gamma[\in (0, 1)]$ permet en quelque sorte de pondérer deux forces antagonistes, l'une qui tend à rendre les sections du tube circulaires et l'autre qui tend à imposer une même forme aux sections droites tout au long de l'axe.

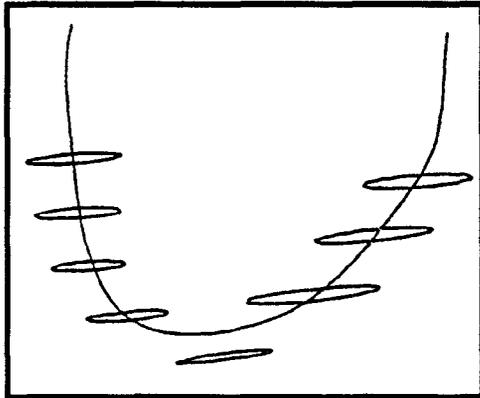


fig. 12.a : Axe introduit par l'utilisateur.
Représentation en coordonnées cylindriques généralisées.

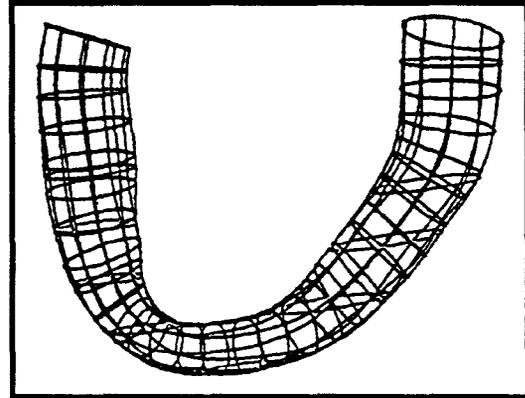


fig. 12.b : Surface approximée.

(Extraits de [EBEL 93])

Cette approche tend, quand à elle, à engendrer une symétrie cylindrique propre aux objets tubulaires et, conduit à des reconstructions correctes (fig 12.b) à condition bien sûr que la forme suggérée par les données ne s'éloigne pas trop du modèle cylindrique.

3.2.3.2 Ajustement d'un modèle de forme paramétrique

Dans le cadre d'un modèle exprimé sous forme paramétrique, on modélise le plus souvent sa surface par un produit tensoriel de fonctions B-splines de base. Un point courant de la surface peut alors s'écrire de la manière suivante :

$$P(u, v) = \sum_{i,j} B_i^k(u) B_j^k(v) P_{ij} \quad (22)$$

où les $B_i^k(u)$ et $B_j^k(v)$ représentent les fonctions B-splines de base d'ordre k et les P_{ij} désignent les points de contrôle situés au voisinage de la surface.

Le problème de l'ajustement du modèle décrit par une surface B-spline le plus souvent bicubique ($k=3$), consiste initialement à le superposer au nuage de points puis un ajustement

direct du modèle doit être réalisé pour parfaire l'approximation de la surface sur le nuage de données. L'approche la plus évidente et dans son principe la plus classique consiste en un ajustement automatique du type moindres carrés de la surface sur les données.

- Dans [PRATT 85], une surface B-spline bicubique, C^2 continue, est ajustée sur un ensemble de points 3D. Le critère d'approximation retenu concerne la totalité de la surface et les positions optimales des points de contrôle s'obtiennent par résolution d'un système d'équations linéaires. En effet, cette méthode consiste essentiellement à associer à chaque point de données P_i un couple (u_i, v_i) de valeurs paramétriques en se basant sous la forme approximative fournie par l'utilisateur, puis à calculer les positions des points de contrôle de façon à minimiser le critère :

$$\varepsilon = \sum_i (P(u_i, v_i) - P_i)^2 \quad (23)$$

où $P(u, v)$ désigne le point de la surface B-spline de paramètre (u, v) . L'expression de la nullité de la différentielle ε se traduit par un système d'équations linéaires dont les inconnues sont les points de contrôle. La matrice du système est creuse et typiquement de grande taille, ce qui suggère l'emploi d'une méthode de résolution itérative Gauss-Seidel ou gradient conjugué (la surface issue de l'étape interactive constitue une bonne solution initiale). Toutefois lorsque les points de données sont peu nombreux ou inégalement distribués et que, pour cette raison certains carreaux B-splines élémentaires se trouvent dépourvus de tels points dans leur voisinage, cette matrice s'avère également mal conditionnée, voire singulière [YOUN 89]. L'instabilité des calculs s'expliquent par le fait que les points de contrôle associés à ces carreaux n'interviennent pas, ou du moins pas avec un poids suffisant, dans l'expression du critère ε . Plusieurs variantes ont été envisagées pour contourner cette difficulté.

Ainsi, on pourrait par exemple, songer à :

- Modifier le critère ε , en le complétant par un terme de régulation, ce qui est le remède classique pour les problèmes mal posés (voir paragraphe précédent). Dans le cas de courbes paramétrées B-splines cubiques en 2D, ce terme est habituellement choisi de manière à minimiser les variations des dérivées paramétriques secondes ou, de façon

équivalente, de manière à réduire les discontinuités des dérivées tierces [DIER 82]. En 3D le terme régulateur le plus couramment utilisé [CLINE 76] [GUEZ 93] pour des surfaces bicubiques classiques correspond à la minimisation des dérivées mixtes d'ordre 2 :

$$\iint_{u,v} P_{uuvv}(u,v) du dv \quad (24)$$

- Prendre des carreaux u, v de dimensions suffisantes, de manière à ce que des points de données soient associés à chacun d'entre eux.
 - Ne déplacer que les points de contrôle effectivement pris en compte par le critère des moindres carrés, ce qui revient à laisser la surface inchangée, c'est à dire telle que l'a façonnée l'utilisateur, dans les régions sans points de données.
 - Eventuellement, combiner les deux idées précédentes sous la forme d'une approche hiérarchique, où des ajustements successifs sont réalisés, d'abord avec des carreaux relativement grossiers, puis, par subdivision récursive [FORS 88], avec des carreaux de plus en plus fins, un certain nombre d'entre eux étant au fur et à mesure exclus du processus d'ajustement, faute de point de données dans leur voisinage.
- PINSON [PINS 89] propose, quant à lui, une méthode originale, fondée sur l'ajustement progressif d'une courbe dans le cas 2D sur les points de données. L'algorithme simule la démarche que suivrait un utilisateur qui ajusterait la courbe en déplaçant les points de contrôle l'un après l'autre. Cette démarche rejoint, dans une certaine mesure, le principe de la méthode de Gauss-Seidel évoquée précédemment. A chaque étape de l'algorithme, les points de contrôle mal positionnés - ceux nécessitant un déplacement maximal - sont déplacés dans une direction normale à la courbe de telle sorte que la partie de la courbe ainsi modifiée s'ajuste aux mieux sur l'ensemble des points de données correspondants. Pour cela, on associe à chaque point de contrôle prenant en compte l'erreur locale d'ajustement définie sur une partie très limitée de la courbe (partie en relation avec le point de contrôle). En effet, le déplacement d'un point de contrôle P_i dans le cas d'une courbe définie par des fonctions B-splines cubiques (fig.13.a), entraîne une modification de celle ci sur quatre segments consécutifs (fig.13.b). Pinson montre que tout point $N(u)$ appartenant à l'un des quatre segments de la courbe correspondante subit une translation :

$$\Delta \vec{N}(u) = f(u) \Delta \vec{P}_i \quad (25)$$

où $f(u)$ n'est autre qu'une fonction de base des B-splines uniformes, représentée sur la figure 13.a pour $u \in [0,4]$.

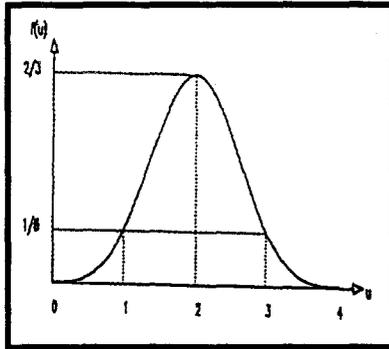


fig.13.a : B-spline bicubique.

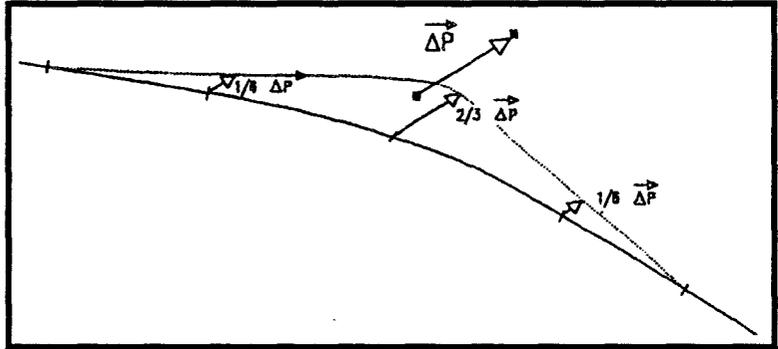


fig. 13.b : Modification de la courbe par déplacement d'un point de controle.

PINSON propose donc d'associer, à chaque point de controle P_i , un critère local C_i défini comme la moyenne des distances au carré des points de données M_j à ces quatre segments de courbe :

$$C_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \bar{M}_j H_j^2 \quad (26.a)$$

avec N_i , désigne le nombre de points. M ayant un représentant H sur l'un des quatre segments relatif à P_i .

Le problème d'optimisation du critère local, revient donc à rechercher la valeur du déplacement x du point de contrôle P_i dans la direction normale à la courbe qui minimise le critère local modifié C'_i (on recherche la valeur de x qui annule la dérivée de l'expression en x de C'_i) (fig 15) :

$$C'_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \bar{M}_j H_j'^2 \quad (26.b)$$

La valeur du déplacement x est obtenue facilement en calculant les variations des points sur les différents segments de la courbe produites par le déplacement d'un point de contrôle dans une direction donnée [PINS 89, p.110].

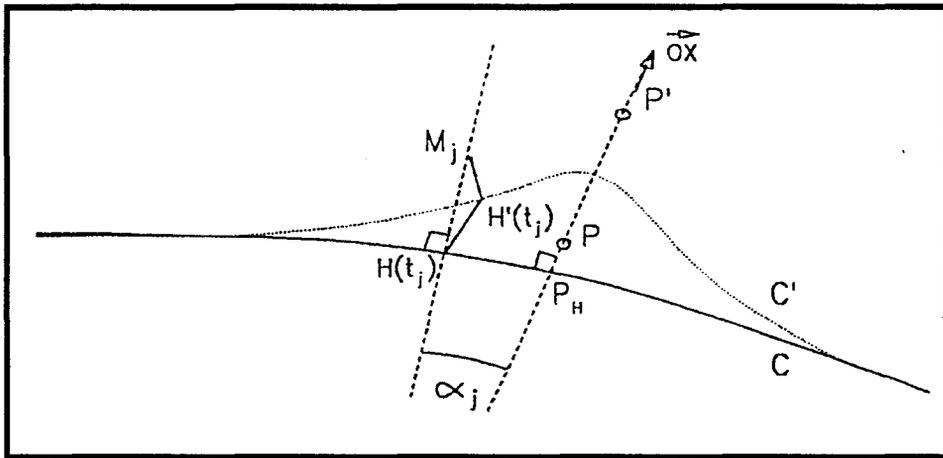


fig. 15 : Expression du déplacement du point de contrôle.

Le processus d'ajustement est achevé lorsque le déplacement x est inférieur a un seuil fixé.

Une généralisation de cette technique aux primitives de dimension trois a été réalisée et la figure 16 permet d'apprécier l'effet d'un tel ajustement d'une surface B-spline bicubique sur des points de données 3D.

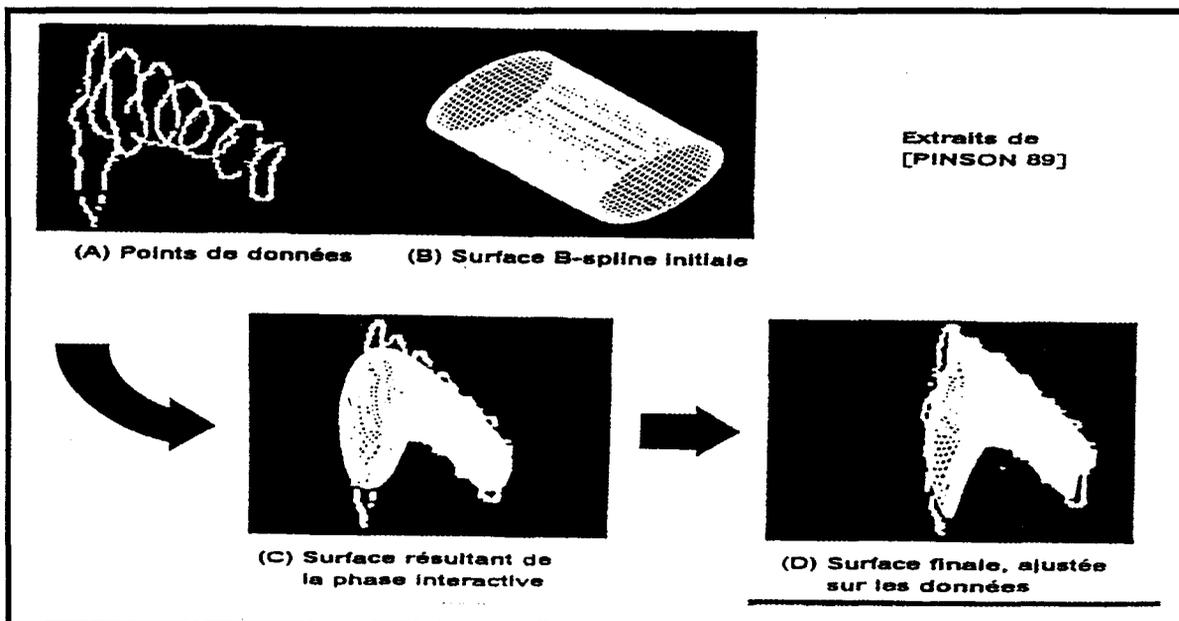


fig. 16 : Etapes de l'ajustement d'un modèle 3D sur des données. (Extraits de [PINSON 89]).

3.2.3.3 Ajustement d'un modèle de forme implicite sur les données

Toujours en restant dans la notion d'un ajustement du type moindres carrés, SOLINA et BAJCSY [SOLI. 90] propose un modèle de surface paramétrée fournissant une description initiale correcte par rapport à la forme du nuage de points et que l'on peut déformer par modification de ses paramètres. Le modèle de surface déformable choisi par SOLINA et BAJCSY est la superquadrique. Une surface superquadrique est définie, dans son repère locale par les équations paramétriques suivantes :

$$s(\eta, \omega) = \begin{cases} x = a_1 \cos^{e_1}(\eta) \cos^{e_2}(\omega) \\ y = a_2 \cos^{e_1}(\eta) \sin^{e_2}(\omega) \\ z = a_3 \sin^{e_1}(\eta) \end{cases} \quad (27)$$

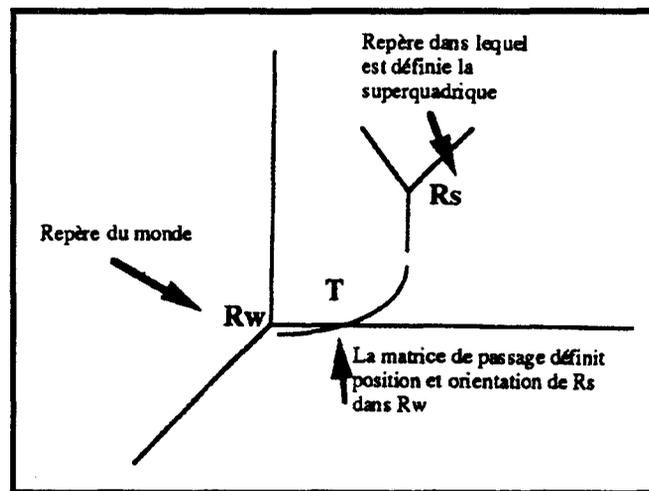


fig. 17 : Repères associés à la superquadrique.

où a_1 , a_2 et a_3 sont les paramètres de taille, e_1 et e_2 sont les paramètres de forme.

Une superquadrique peut donc se voir comme une extension des quadriques classiques et peut prendre une forme ellipsoïdale, cylindrique, parallélépipédique, ou un vaste éventail de formes intermédiaire suivant les valeurs données à e_1 et e_2 (fig.18). Les paramètres généraux d'une superquadrique comprennent, outre les paramètres de taille et de formes, la position et l'orientation de son repère locale R_s dans un repère du monde R_w (fig.17). La position de la superquadrique est donnée par le triplet spatiale (p_x, p_y, p_w) (translation de R_s dans R_w) et son orientation est donnée par le triplet angulaire (φ, θ, ψ) (angles d'Euler définissant la rotation de

R_s dans R_w). Une superquadrique est ainsi totalement définie par la donnée de $(a_1, a_2, a_3, e_1, e_2, \varphi, \theta, \psi)$, ou ce qui revient au même par la donnée de $(a_1, a_2, a_3, e_1, e_2, T)$, avec T matrice homogène de passage de R_w à R_s . Pour obtenir un ajustement plus fin de la superquadrique sur les données, des paramètres de déformations externes viennent s'ajouter aux paramètres généraux définis précédemment. Les déformations externes permettent de pincer, de courber, et de creuser globalement les superquadriques. Une déformation externe est une modification des coordonnées des points de la surface $X=D(x)$, où x sont les points de la surface initiale et X ceux de la surface déformée. La définition de D permet de réaliser la déformation voulue et introduit dans le modèle les paramètres de déformation externes (fig.19).

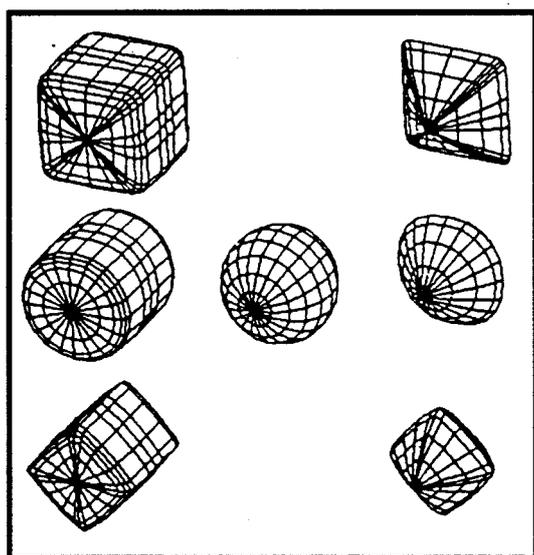


fig. 18 : Exemples de superquadriques pour différentes valeurs de e_1 et e_2 .

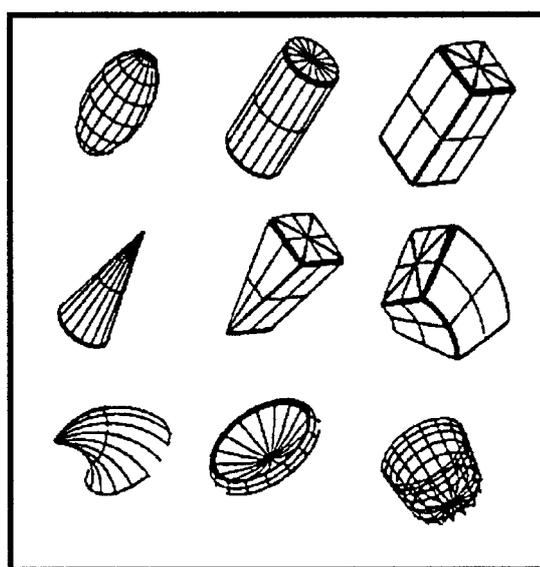


fig. 19 : Superquadriques déformées.

Une superquadrique est ainsi déformée par modification de ses paramètres généraux et de ses paramètres de déformations externes. L'ajustement de ce modèle sur le nuage de points est effectué en minimisant au sens des moindres carrés une fonction F . Solina définit une fonction F déduite de l'expression $s(\eta, \omega)$ précédente dont la valeur dépend de la distance des points du nuage à la superquadrique. Une telle fonction est construite de la manière suivante : En utilisant $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$, l'élimination des paramètres η et ω dans l'expression de $s(\eta, \omega)$ permet d'aboutir à l'équation implicite suivante :

$$\left[\left(\frac{X}{a_1} \right)^{2/e_1} + \left(\frac{Y}{a_2} \right)^{2/e_2} \right]^{e_2/e_1} + \left(\frac{Z}{a_3} \right)^{2/e_1} = 1 \quad (28)$$

C'est sous cette forme implicite que sera réalisée l'ajustement de la superquadrique sur les données. Partant de cette équation, on définit la fonction :

$$f(x,y,z) = \left[\left[\left(\frac{X}{a_1} \right)^{2/e_1} + \left(\frac{Y}{a_2} \right)^{2/e_2} \right]^{e_2/e_1} + \left(\frac{Z}{a_3} \right)^{2/e_1} \right]^{e_1} \quad (29)$$

qui est telle que $f(x,y,z)=1$ si le point (x,y,z) appartient à la superquadrique. Pour un nuage de points $\{x_i, y_i, z_i\}_{i \in [1, N]}$ exprimé dans le repère local à la superquadrique, la fonction F est définie par le critère de proximité suivant :

$$F = \sum_{i=1}^N (1 - f(X_i, Y_i, Z_i))^2 \quad (30)$$

est égal à zéro si et seulement si tous les points du nuage sont sur la superquadrique, et dépend de la distance entre celle-ci et le nuage. F étant une fonction des paramètres généraux et des paramètres de déformations externes, le problème est ramené au calcul de $\text{Min}\{F\}$ (paramètres généraux, paramètres de déformations externes). La minimisation s'effectue par la méthode de Levenberg Marquardt. Chaque étape de la minimisation fera varier simultanément les paramètres de position, d'orientation, de forme, de taille et de déformations externes de la superquadrique. Pour débiter la minimisation, il faut fournir un vecteur de paramètres initiaux qui est défini comme suit :

- la position initiale est le centre d'inertie du nuage de points ;
- l'orientation est définie en fonction des axes d'inertie ;
- la taille se calcule à l'aide des étendues du nuage sur les axes du repère local initial ;
- la superquadrique initiale est l'ellipsoïde ;

Cette opération revient alors à ajuster grossièrement un modèle initial sur des données 3D. Les paramètres, où le minimum de F est atteint, sont ceux recherchés, et la superquadrique

générée avec ces paramètres prend globalement la forme du nuage de données. La figure 20 présente quelques résultats de cette méthode sur des objets de forme particulière.

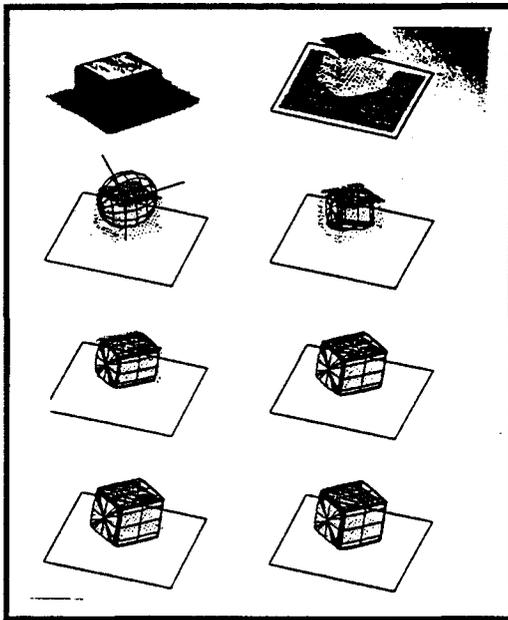


fig. 20.a

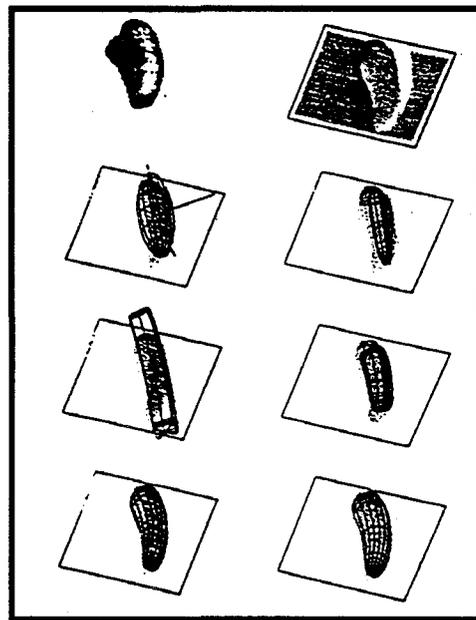


fig. 20.b

fig. 20 : Ajustement d'une superquadrique sur des données définissant : un cube (fig.20.a)

(EXTRAITS DE [SOLL90])

une poire (fig.20.b)

Le principal inconvénient de cette méthode réside dans le fait que la forme obtenue n'est qu'une approximation globale du volume et ne constitue pas une modélisation rigoureuse de celui-ci. En effet, les objets que la superquadrique permet de modéliser sont intrinsèquement symétriques, puisqu'ils sont générés à partir de superellipsoïdes auxquels on applique successivement plusieurs transformations géométriques. Un autre modèle, appelé hyperquadrique, a été proposé comme extension des superquadriques. Une hyperquadrique a pour équation implicite :

$$F(x, y, z) = \sum_{i=1}^{n \geq 3} |H_i(x, y, z)|^{e_i} = 1 \quad (31)$$

où $H_i(x, y, z)$ est une expression linéaire du type : $H_i(x, y, z) = a_i x + b_i y + c_i z + d_i$. Comme tous les termes de la somme sont positifs, chacun d'entre eux est inférieur ou égal à 1. Or tous les e_i sont strictement positifs; donc $\forall i \in [1, n], |H_i(x, y, z)| \leq 1$. Autrement dit, l'objet est inclus dans la région de l'espace d'équation $|H_i(x, y, z)| \leq 1$, c'est à dire la bande limitée par

les plans d'équation $H_i(x,y,z) = 1$ et $H_i(x,y,z) = -1$. Par conséquent, à chaque terme j que l'on rajoute à la somme, on réduit l'enveloppe de l'objet (initialement à l'intérieur de la boîte parallélépipédique d'équation $\sum_{i=1}^3 |H_i(x,y,z)| \leq 1$) à son intersection avec la bande limitée par les plans d'équation $H_j(x,y,z) = \pm 1$, qui est un polyèdre convexe. Les paramètres e_i permettent de régler la distance de la surface à son enveloppe maximale. Si les e_i tendent vers l'infini, elles se confondent. Si les e_i tendent vers 0, la surface s'écarte de plus en plus de son enveloppe convexe. La surface devient non convexe dès que l'un des e_i est inférieur à 1. Ce modèle peut donc décrire des surfaces complexes, intrinsèquement non-symétriques. Il peut être dit semi-global, puisque tout en gardant sa compacité, il autorise des modifications de l'objet selon une direction privilégiée, et hiérarchique : en effet les paramètres d'une hyperquadrique, contrairement à ceux d'une superquadrique, ne sont pas tous couplés. Quand on estime les paramètres d'une superquadrique, il faut connaître à priori leur nombre et leur nature; en revanche quand on ajuste une hyperquadrique sur un nuage de points, il est possible de rajouter des termes à l'équation implicite au cours de l'estimation, en particulier lorsqu'on atteint un minimum local du critère de proximité. Le critère de proximité entre la surface et les points est définie par une expression proche de celle qui a été définie pour les superquadrriques et s'exprime par [HAN. 93] :

$$E = \sum_{i=1}^n \frac{(1 - F(x_i, y_i, z_i))^2}{\|\nabla F(x_i, y_i, z_i)\|^2} \quad (32)$$

De la même manière, ce critère de proximité est minimisé à l'aide d'un algorithme itératif fondé sur la méthode de Levenberg-Marquardt.

3.2.4 Ajustement du modèle par surface offset

EBEL [EBEL 93] propose une méthode d'ajustement original qui s'apparente, dans son principe, à celle décrite dans [SEQU 87], [PINS 89] et [BECH 89]. L'utilisateur est d'abord invité à sélectionner, parmi un ensemble de formes, celles qu'il juge la plus représentative de l'organe considéré. Son travail consiste ensuite à faire coïncider au mieux la

forme sélectionnée avec le nuage de données, par le biais d'opérations de recalage et de déformation locale dont le principe de définition reste le même que dans [BECH 89].

Pour faciliter ces opérations, EBEL représente, à la différence de SEQUEIRA et de PINSON, les surfaces, non pas d'emblée avec des carreaux de forme libre, mais par un réseau de points reliés par des segments de droites. Ce réseau polyédrique est choisi parmi un ensemble de réseaux disponibles dans une librairie informatique, et avec une forme pas trop éloignée de la forme à reconstruire (fig.21.a). Ce n'est qu'à l'issue de la phase interactive que l'on passe à une représentation continue de la surface par interpolation de ce réseau (fig.21.b). A partir de cette surface initiale, l'ajustement complet de la surface sur les données repose sur deux étapes d'approximation et de lissage. L'approximation des données est réalisée en construisant une surface offset à partir d'une surface de départ continue composée de carreaux de Bezier Grégory. En vue de faciliter l'opération d'approximation, cette surface continue est échantillonnée avec un pas défini par l'utilisateur (fig.21.c). On associe, à chaque point de donnée, le point échantillonné situé le plus proche (fig.21.d). Pour chaque point échantillonné qui a été associé à un ou plusieurs points de données, on estime la valeur d'un rayon offset par la formule suivante (fig. 21.e) :

$$r = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n PD_k \vec{N} \quad (33)$$

où

- P, désigne un point échantillonné,
- $(D_k)_{k=[1..n]}$, représente les points de données auxquels a été associé le point P,
- N, définit la normale unitaire à la surface en P,
- r, désigne rayon d'offset en P.

Ensuite une procédure d'estimation permet de déduire de ces valeurs connues, une estimation du rayon d'offset en tout autre point échantillonné. Cette procédure procède en deux étapes :

- Une triangulation optimale des points de la surface, où le rayon est connu est effectuée. Cette triangulation sert en quelque sorte de support pour évaluer par la

suite le rayon en tout point P de la surface à l'aide d'une fonction interpolante $R(p)$ linéaire.

- Une fois que toutes les valeurs de rayon ont été définies, il suffit de construire point par point la surface offset. A chaque point échantillonné P de la surface de référence correspond un point Q de la surface offset tel que :

$$Q = P + r \vec{N} \quad (34)$$

Tout se passe comme si la surface initiale subissait une déformation dont l'effet est de translater chaque point orthogonalement à la surface. Le nouveau réseau de points aussi obtenu (fig.21.g), présente évidemment la même topologie que le réseau de points échantillonnés sur la surface de départ.

- Un lissage de ce réseau de points par des carreaux de forme libre permet ensuite de retrouver une surface continue (fig. 21.f), de même nature que la surface initiale.

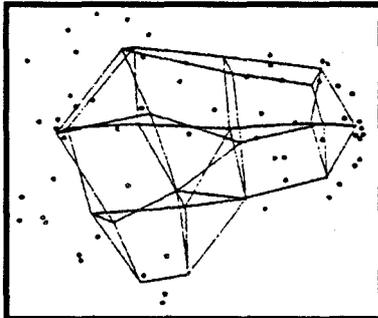


fig. 21.a : Réseau 3D superposé aux données.

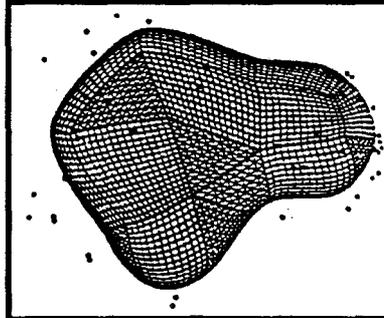


fig. 21.b : Surface de forme libre.

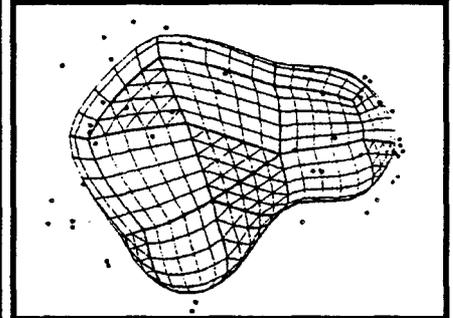


fig. 21.c : Surface échantillonnée

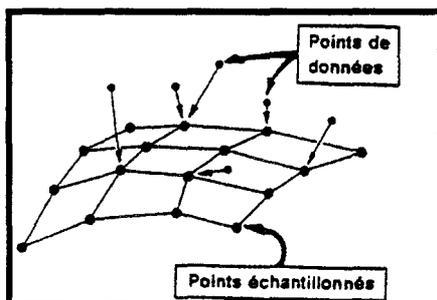


fig. 21.d : Association d'un point échantillonné à chaque point de donnée.

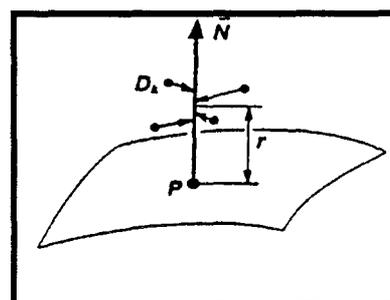


fig. 21.e : Estimation du rayon r en un point échantillonné P.

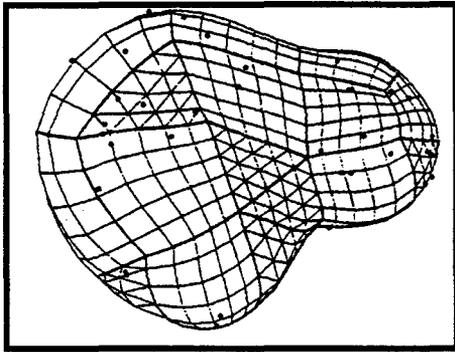


fig. 21.f : Approximation.

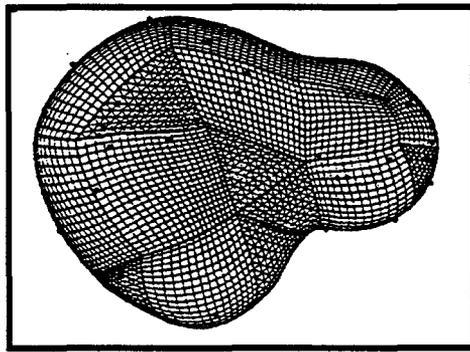


fig. 21.g : Surface finale.

Afin d'améliorer la précision de la reconstruction, ces deux opérations sont enchaînées deux fois. Malgré tout, les résultats de l'ajustement et donc de la modélisation sont sensibles à certains choix de l'utilisateur, à savoir :

- de la forme du réseau polyédrique et sa position par rapport aux données.
- du nombre et de la forme des faces de ce réseau qui conditionnent le nombre et la forme des carreaux de la surface finale.
- de la finesse de la discrétisation lors de l'échantillonnage des carreaux.

3.2.5 Ajustement dynamique d'un modèle élastique : modèle actif

3.2.5.1 Introduction

Dans le cadre de la reconstruction 3D et de la segmentation 3D, nous présentons un modèle de forme très à la mode actuellement et dont le principe repose sur des simplifications de la théorie de l'élasticité. En simulant les propriétés physiques des matériaux élastiques, un modèle de forme 3D générique peut sous l'effet de contraintes se déformer et venir s'ajuster sur une forme 3D suggérée par un nuage de points. Ce modèle peut alors être représenté par un système de masses reliées par des ressorts. Ce système de masse modélise ainsi la réalité physique de la surface du modèle et suivant sa nature il permet la reconstruction d'une large variété de formes naturelles. Il constitue, de ce fait, les forces internes ou élastiques du modèle.

Les contraintes, quant à elles, définissent les forces externes appliquées au système. Le champ de forces appliqué au modèle peut être de différentes natures suivant le type de l'application. En imagerie médicale, les forces les plus couramment utilisées sont :

- les forces dérivant d'un potentiel proportionnel à la distance au carré séparant la surface du modèle au point de donnée le plus proche (point d'un contour par exemple).
- les forces de l'image fournissant une surface potentielle dans lequel évolue le modèle, celui ci atteignant un état d'équilibre dans les zones de fort gradient (contour).

La simulation de ce processus nécessite la résolution des équations d'Euler Lagrange qui gouvernent l'évolution de la forme du modèle ainsi que son mouvement au cours du temps. L'arrêt du processus d'ajustement résulte d'un état d'équilibre entre l'énergie interne du modèle et celle due aux forces externes. Cette approche physique pour l'ajustement d'un modèle de forme sur des données a suscité un large intérêt ces dernière années, et il nous a semblé judicieux de passer en revue si possible dans un ordre logique, les différentes approches proposées dans la littérature.

3.2.5.2 Modèles actifs

Ce type de modèle de forme trouve son origine avec la méthode des snakes introduite par KASS et al [KASS 87] et utilisée dans le cadre de la segmentation 2D. Nous passerons rapidement sur le modèle de snake 2D pour envisager la généralisation au snake 3D.

3.2.5.2.1 Le modèle 2D

Le snake est un modèle géométrique actif de contour dont le principe est le suivant : Il s'agit de déformer ce contour par action des forces présentées dans l'image. Le contour final résulte d'un état d'équilibre entre l'énergie interne du snake et l'énergie due aux forces

extérieures. Ce qui revient à déterminer le snake qui minimise la fonctionnelle d'énergie suivante :

$$E(V(s, t)) = E_{\text{snake}} = \int_{\Omega} [E_{\text{int}}(v(s, t)) + E_{\text{ext}}(v(s, t))] ds \quad (35)$$

avec $V(s) = (x(s), y(s))$, un snake paramétrique décrivant le contour décrit par l'abscisse curviligne $s \in [0, 1]$. Pour calculer l'énergie interne, on modélise le contour sous la forme d'une spline sous tension introduite par Schweikert [SCHW 66] :

$$E_{\text{int}}(V(s)) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [\omega_1(s) |V_s(s)|^2 + \omega_2(s) |V_{ss}(s)|^2] ds \quad (36)$$

L'énergie interne du snake est composée d'un terme du premier ordre (longueur du snake) pondéré par $\omega_1(s)$ qui contrôle l'élasticité et d'un second terme (courbure du snake) pondéré par $\omega_2(s)$ qui contrôle la rigidité de la courbe. L'effet conjugué de ces deux termes est de produire une courbe suffisamment régulière. Les paramètres $\omega_1(s)$ et $\omega_2(s)$ permettent donc de définir les qualités élastiques du contour actif.

Pour calculer l'énergie image, on s'intéresse généralement aux forces images calculables automatiquement. Parmi ces forces, on considère la plus classique, le gradient d'intensité qui attire snake vers les régions de fort gradient :

$$E_{\text{image}} = -|\nabla I|^2 \quad (37)$$

où I représente l'image et ∇ l'opérateur gradient.

Pour minimiser la fonctionnelle intégrale (34) présentée ci dessus, on fait appel là encore au calcul des variations. Cette méthode montre que la condition nécessaire pour qu'une courbe soit un minimum local pour E est qu'elle satisfasse l'équation différentielle d'Euler Lagrange associée :

$$F_v - \frac{\partial F_{vs}}{\partial s} + \frac{\partial^2 F_{vss}}{\partial s^2} = 0 \quad (38)$$

où F représente l'intégrand de la fonctionnelle.

Finalement, la discrétisation de ce système d'équations permet de déterminer une formulation matricielle telle que :

$$KV = F_{\text{ext}} \quad (39)$$

Le comportement dynamique du snake est obtenu en ajoutant les termes classiques du mouvement. L'équation (39) devient alors :

$$M \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial V}{\partial t} + KV = F_{\text{ext}} \quad (40)$$

où M , γ et K représentent respectivement les matrices de masse, dissipation et rigidité. F_{ext} représente le vecteur des forces extérieures dérivant de l'image et V le vecteur position des points du snake.

Comme seule la solution stationnaire de ce problème d'évolution nous intéresse, il est d'imposer une masse nulle pour le snake. Le plus souvent, cette équation se réduit à :

$$\gamma \frac{\partial V}{\partial t} + KV = F_{\text{ext}} \quad (41)$$

La solution de cette équation, lorsque V se stabilise ($v \rightarrow 0$) est précisément la solution du problème statique défini plus haut.

La résolution numérique effective du problème peut être obtenue par la méthode des différences finies décrite initialement dans [KASS 87] ainsi que par la méthode des éléments finis, notamment utilisé dans [COHE 90] qui est mieux adaptée de part sa nature à la prise en compte des conditions aux limites. Cette dernière est par contre plus difficile à mettre en oeuvre [GARD 87], [LASC 87].

Il est à noter que nous nous sommes limités à la présentation du schéma de base défini initialement par Terzopoulos pour décrire le snake. D'autres auteurs ont proposé des schémas plus élaborés que celui décrit plus haut :

- en incorporant des termes d'énergies supplémentaires. Ainsi, dans le cadre de la détection des routes dans les images aériennes, Fua [FUA 89] utilise un terme d'énergie additif permettant de contraindre le parallélisme de la route.
- en ajoutant des forces supplémentaires afin de doter le snake de possibilités d'expansion [COHE 90], [ROUG 91]. Par exemple, le modèle du ballon de cohen permet de dominer le comportement naturel du snake qui, en l'absence de forces extérieures, se rétracte. Afin d'améliorer le processus de segmentation, COHEN ajoute un potentiel d'attraction qui est généré en convoluant une image de contours binaires obtenue initialement à l'aide d'un filtre de DERICHE.
- en modifiant le terme de régulation afin de régulariser la distribution des points de discrétisation sur le modèle et éviter ainsi que les points s'agglomèrent aux endroits présentant le plus fort gradient [BERG 91].
- en définissant le potentiel d'attraction à travers l'utilisation de la distance de Chamfrein qui approxime la distance euclidienne entre les points du snake et les points du contour à segmenter. Ces forces d'attraction peuvent être utilisées comme forces image seules où en complément avec les forces de gradient définies précédemment afin d'améliorer la segmentation de l'image.

Nous avons mentionné ici les modifications les plus significatives du modèle de base, en sachant bien sûr qu'ils en existent d'autres. A noter tout de même que certains auteurs proposent des approches qui ne ressortent pas directement des contours actifs mais qui en conservent l'esprit.

- L'algorithme du gabarit élastique [DEMA 89] fait partie de la classe des algorithmes de contours actifs et fournit par rapport aux contours actifs usuels la possibilité d'un contrôle local en chaque point de la courbe et la perspective d'une parallélisation massive. L'idée générale n'est pas très différente de celle des snakes et consiste en une réalisation discrète du modèle physique. Les points de contraste les plus significatifs de l'image sont extraits et vont

constituer des pôles d'attraction (forces image) pour les points de la courbe active. La courbe active est, quant à elle, modélisée par un ensemble de points reliés entre eux par des ressorts (forces internes) et évolue donc sous l'influence de la résultante des forces internes et des forces image. L'utilisation de contraintes locales, associées aux forces internes, permettent de décider si la résultante des forces appliquées sur un point doit modifier ou non la position de ce point et ainsi assurer une certaine stabilité de la solution même si cette solution n'est pas la meilleur.

- Tout en conservant les idées générales des contours actifs, Leitner et al [LEIT 90] ont développé une implémentation intéressante des snakes sous le nom de spline snakes. Comme leur nom l'indique, les caractéristiques élastiques du snake sont ici imodélisées à l'aide de fonctions splines. Ceci présente l'avantage de fournir une résolution des équations beaucoup plus simple que dans la méthode classique. Une courbe M peut en effet s'écrire sous la forme :

$$M(u) = \sum_{i=1}^n B_i(u) \alpha_i \quad (42)$$

où $\alpha_i \in \mathcal{R}^2$ et B_i est la base traditionnelle des fonctions splines. Si $M = (M_k)_{0 \leq k \leq m}$ désignent la courbe discrétisée alors les coefficients $\alpha = (\alpha_k)_{0 \leq k \leq m}$ se calculent par :

$$\alpha = B^{-1}M \quad (43)$$

Le fait que la courbe soit soumise à un champ de forces F se traduit alors par :

$$F = \frac{dM}{dt} \quad (44)$$

où encore par : $\frac{d\alpha}{dt} = B^{-1}F$.

Ce formalisme beaucoup plus agréable est essentiellement dû au fait que la régularité de la courbe est implicite dans le modèle des fonctions splines, qui rappelés le minimisent la fonctionnelle suivante :

$$\int_0^1 (x(s)^2 + y(s)^2) ds \quad (45)$$

On peut cependant constater que le terme régissant la tension du snake $\int_0^1 (x(s)'^2 + y(s)'^2) ds$ n'est pas pris en compte, ce qui fait qu'une initialisation externe à un objet n'évoluera pas contrairement au snake traditionnel qui se rétracte naturellement et finit par rencontrer le contour.

- Toujours dans le cadre de la segmentation 2D, et dans l'esprit des modèles déformables, STAIB [STAI 92] propose un modèle déformable probabilistique. Ce modèle paramétrique $(x(t), y(t))$ est basé sur la description de sa frontière en terme de série de Fourier :

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ c_0 \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^{\infty} \begin{bmatrix} a_k & b_k \\ c_k & d_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos kt \\ \sin kt \end{bmatrix} \quad (46)$$

avec :

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x(t) dt & c_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} y(t) dt \\ a_n &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x(t) \cos kt dt & c_n &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \cos kt dt \\ b_n &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} x(t) \sin kt dt & d_n &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \sin kt dt \end{aligned} \quad (47)$$

Les coefficients a_0 et c_0 déterminent la translation globale de la forme. Chaque terme dans la somme définit les caractéristiques d'une ellipse. Le contour peut alors être décomposé en une somme de phases tournantes, chacune définissant une ellipse et tournant avec une vitesse proportionnelle à leur nombre harmonique k . Cette somme en pratique est tronquée à 4 ou 6 termes suivant la précision de la représentation du contour que l'on désire obtenir. La courbe fermée est ainsi représentée par un vecteur p de paramètres : $(a_0, c_0, a_1, b_1, \dots)$. Ces paramètres sont gouvernés par une distribution de probabilité gaussienne permettant au modèle de se déformer et de prendre ainsi un ensemble de formes. Autrement dit, si l'information de moyenne m_i et de variance σ_i^2 est connue, il définit la densité gaussienne multivariable pour les N paramètres de p :

$$\Pr(p) = \prod_{i=1}^N \Pr(p_i) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{p_i - m_i}{\sqrt{2}\sigma_i}\right) \quad (48)$$

L'ajustement du modèle sur le contour image revient alors à un problème d'optimisation de l'espace des paramètres. STAIB définit une fonction objectif qui mesure le degré de l'ajustement du modèle. Cette fonction représente le critère maximum du rapport de vraisemblance à posteriori (règle de Bayes). Le problème de la segmentation d'une image $b(x,y)$ consiste à déterminer, parmi un ensemble de gabarits possibles, le gabarit $t_p(x,y)$ du modèle qui correspond, avec une probabilité maximale, à la forme suggérée par l'image ($t_p(x,y)$ est un gabarit du modèle correspondant à une valeur particulière du vecteur p). En terme de probabilité, ceci peut s'exprimer par la règle de Bayes :

$$\Pr(t_{\max}|b) = \max_p \Pr(t_p|b) = \max_p \frac{\Pr(b|t_p) \Pr(t_p)}{\Pr(b)} \quad (49)$$

où t_{\max} est la solution maximale à posteriori, $\Pr(t_p)$ est la probabilité à priori du gabarit t_p , et $\Pr(b|t_p)$ est la probabilité conditionnelle de l'image pour un gabarit donné. La flexibilité du modèle qui tient à la fois en sa nature probabiliste et à sa représentation paramétrique fournit une méthode intéressante par la segmentation. Mais elle reste limitée aux contours ne présentant pas des lignes droites ou des coins.

- Toujours dans un contexte probabiliste, Herbin [HERBIN 92] utilise l'environnement mathématique des champs markoviens, et des distribution de Gibbs pour segmenter une structure anatomique dans une image échocardiographique. Pour cela il fait usage des différents niveaux de propriétés que sont la fonction d'intensité de niveaux de gris homogène à l'intérieur de la cavité et la régularité de la frontière. Il leur fait correspondre deux termes d'énergies, comme dans le cas des modèles déformables. La minimisation de la somme respective de ces deux termes correspond au résultat recherché pour segmenter la structure.

Malgré une mise en oeuvre parfois délicate au niveau des paramètres et de l'initialisation, les contours actifs ou snakes, comme on peut le constater après ce tour d'horizon des méthodes actives en vision, fournissent un outil attrayant dans l'ajustement d'un modèle 2D générique sur des données (contours) réparties sur le plan. Ceci est lié aux points suivants :

- L'ajustement du modèle 2D sur la forme recherchée s'effectue globalement permettant de combler les vides locaux des données réparties irrégulièrement (exemple des contours discontinus).
- Le caractère élastique du modèle en fait un outil de choix dans tous les domaines où une mise en correspondance non rigide, tolérant certaines déformations est nécessaire. Ceci est en particulier applicable lorsque l'on dispose d'un objet type à reconnaître sachant que les instances de l'objet possèdent les caractéristiques grossières du modèle.

Nous allons dans le prochain paragraphe, envisager la généralisation de ce modèle à la reconstruction 3D d'objet.

3.2.5.2.2 Le modèle 3D

Dans ce domaine , on considère généralement deux approches :

- L'objet est représenté par un ensemble de contours 2D répartis sur des plans parallèles. Alors la reconstruction 3D de l'objet s'effectue par approximations de contours 2D actifs (snake).
- L'objet est représenté par un nuage de points 3D disposés où non sur des plans parallèles. Alors la reconstruction 3D de l'objet consiste à déformer globalement et localement un modèle actif générique 3D.

3.2.5.2.2.1 Technique de la propagation 2D : modèle 3D simplifié

Il est clair que la méthodologie des contours actifs autorise le suivi d'objets qui se déforment au cours du temps à condition toutefois que les déformations survenant d'une image à l'autre ne soient pas anarchiques et puissent être atteintes à partir de l'état précédent. Cette qualité des snakes jointe à leur faculté d'adaptation aux irrégularités d'un organe d'un patient à

l'autre, justifie, le formidable essor des modèles actifs dans les applications médicales. Parmi les recherches à dominante médicale menées dans le domaine du suivi d'un objet dans une séquence d'images, citons en particulier les travaux de [COHEN 90] sur la reconstruction 3D des ventricules du coeur à partir de coupes 2D et ceux de [NAST 92] sur le suivi de la valve mitrale à partir d'images ultrasonores du ventricule du coeur. Dans cette approche, la reconstruction 3D ou le suivi d'un objet s'effectue par initialisation d'un modèle de contour actif dans une coupe intermédiaire d'une part et d'autre part par propagation du résultat dans les coupes voisines. Les résultats obtenus sont très intéressants tant que l'amplitude de la déformation est faible. Les contours 2D ainsi extraits fournissent une ossature convenable pour réaliser une reconstruction 3D surfacique. Cependant, la propagation de l'information est empirique, dans le sens où aucun comportement global du modèle ne peut être évalué pour cantonner la déformation dans des limites fixées automatiquement.

Pour éviter cet inconvénient, de nombreuses études ont été réalisées sur les modèles géométriques déformables 3D uniques qui comportent à la fois la déformation globale et/ou locale.

3.2.5.2.2.2 Le modèle 3D déformable

Dans le cadre des modèles actifs 3D, les approches proposées dans la littérature sont parfois différentes. Elles se distinguent sur les points suivants :

- La modélisation de la surface est réalisée en terme :

de plaque mince et de membrane [TERZ 87], [COHEN 93];

de produit tensoriel de fonction spline [GUEZ 93];

de ressort et de masse [NAST 92].

Cette modélisation détermine la nature de la matrice de rigidité K , définie précédemment.

- Le modèle de forme 3D générique peut être :

une superquadrique paramétrique [TERZ 91], [PENT 91];

une surface paramétrique de topologie simple :

plane [GUEZ 93] [COHEN 93].

cylindrique [TERZ 87], [GUEZ 93].

sphérique [POLI 94].

- La résolution du système d'équations d'Euler Lagrange peut être réalisée par :

la méthode des différences finies [TERZ 87];

la méthode des éléments finis :

méthode d'EULER [TERZ 91], [COHE 93];

l'analyse modale [PENT 91], [AYAC 92];

Nous allons essayer de mettre en évidence les différentes approches proposées dans la littérature.

- Parmi les travaux qui sont à l'origine d'une approche physique pour ajuster les formes complexes 3D déformables, citons tout d'abord ceux de D. TERZOPOULOS, à propos des modèles déformables de forme tubulaire. Dans [TERZ 87], un cylindre généralisé est déformé automatiquement, en 3D, jusqu'à ce que sa silhouette vienne coïncider dans une image 2D, avec un contour donné. Dans un premier temps, un tube est construit (fig.22.c) à partir de la connaissance d'un axe 2D (fig.22.b) introduit initialement en 2D par l'utilisateur. Cet axe suit grossièrement la forme des contours à interpoler (fig.22.a).

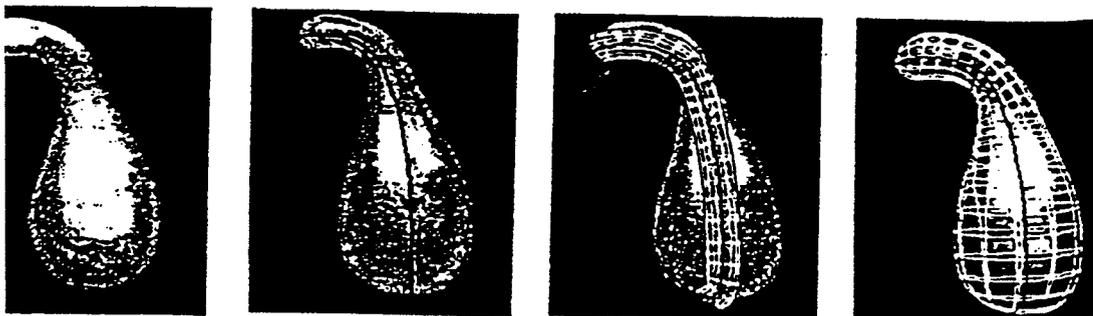


fig. 22.a: Image 2D fig. 22.b: Axe introduit fig. 22.c: Définition du fig.22.d : Modèle 3D ajusté.
par l'utilisateur. tube initiale.

(Extraits de [TERZ 87])

Dans un premier temps, la surface du tube se déforme, sous la double action d'une force d'attraction définie par les contours de l'image et de forces internes traduisant l'élasticité du modèle. La réalité physique de la surface (respect de l'axe) du modèle est ici modélisée par une fonctionnelle spline à continuité contrôlée $\varepsilon[v(x)]$ de dimension deux (respectivement de dimension un) comme nous l'avons défini au paragraphe 2.3.1. A noter que ce type de modélisation de la surface d'un modèle a été aussi adopté par [COHE 93] dans le cadre de la reconstruction 3D des ventricules du coeur humain. Selon les lois de la mécanique classique, le mouvement d'un corp déformable sans masse, évoluant dans un milieu ambiant visqueux de facteur de dissipation γ et soumis aux forces externes de $f[v(x)]$, est gouverné par l'équation dynamique du 1er ordre suivante :

$$\gamma \frac{\partial V(x)}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon(V(x))}{\partial V} = f(V(x)) \quad (50)$$

Dans l'étude de TERZOPOULOS, le mouvement du système complet (axe/tube) est gouverné cette fois ci par un système de deux équations dynamiques du même type couplant l'axe avec la surface. Le système tient compte ici des forces d'interactions internes s'exerçant entre l'axe et la surface pendant le processus d'ajustement. Les forces d'interactions sont au nombre de trois : l'une contraint l'axe à conserver une position axiale, l'autre prédispose la surface à conserver une symétrie et la dernière contrôle l'expansion et la contraction du modèle. Le système d'équations dynamique est discrétisé en utilisant la technique des différences finies puis un calcul itératif par la méthode d'Euler permet d'obtenir les positions d'équilibres, pour lesquelles les bords du tube sont ajustés au mieux sur les contours et la position de l'axe a atteint le centre du tube. Le recentrage de l'axe et la recherche de la forme optimale s'effectuent donc simultanément. Cependant cette formulation comporte certains inconvénients. Ainsi par exemple la pondération correcte des différentes fonctions d'interactions semble très délicate, sans compter que plusieurs paramètres, plus ou moins abstrait, interviennent également dans l'expression de ces mêmes fonctions. Par ailleurs, l'optimisation du critère d'énergie n'est pas une tâche aisée, vu le nombre de termes qui le composent. Et surtout, l'utilisation d'un cylindre généralisé comme forme générique restreint le domaine d'application aux formes possédant une symétrie axiale.

TERZOPOULOS dans une seconde étude propose un modèle déformable de forme plus générale : **la superquadrique déformable**. Ce modèle présente encore là une approche physique pour ajuster des formes complexes 3D et constitue une approche améliorée de celle proposée par SOLINA et BAJCSY. Par ailleurs, ce modèle assure ,de par l'utilisation d'un grand nombre de degrés de liberté, une déformation globale et locale d'une surface aramétrique fermée.

La représentation paramétrique du modèle déformable dans un référentiel d'inertie Φ à l'instant t est donné par le vecteur d'espace 3D :

$$x(U, t) = (x_1(U, t), x_2(U, t), x_3(U, t)) \tag{51}$$

avec $U(u, v)$ décrivant une surface dans un domaine $\Omega=[0, 1]^2$.

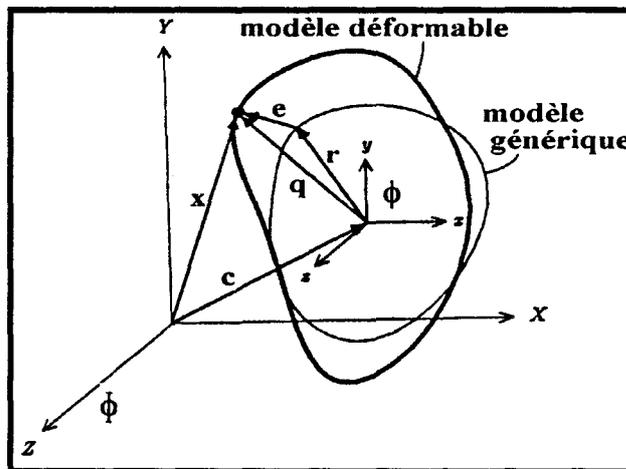


fig. 23 : Mode de repérage du modèle déformable.

La position des points du modèle dans le repère ϕ lié au centre du modèle s'écrit (fig. 23) :

$$x(U, t) = C(t) + R(t) * p(U, t) \tag{52}$$

où

- $C(t)=(p_x, p_y, p_z)=q_c$ est l'origine du centre du modèle ϕ .
- $R(t)$ est la matrice de rotation dépendant des angles d'Euler $(\varphi, \theta, \psi)=q_a$ et définissant l'orientation de ϕ .

– $p(u,t)$ représente la position canonique du modèle dans son repère ϕ :

$$p(u,t)=s(u,t)+d(u,t) \quad (53)$$

- $s(u,t)$ est la superquadrique de référence caractérisée par le vecteur $q_s=(a1,a2,a3,e1,e2)$ (voir paragraphe 2.1.3).
- $d(u,t)$ est la composante de déformation, qui décrit la différence entre la forme courante du modèle et sa forme de référence. En général, on exprime le déplacement d comme une combinaison linéaire des fonctions de forme :

$$d = S.q_d \quad (54)$$

où S est la matrice des fonctions de forme approchant le déplacement et q_d est le vecteur de degré de liberté dépendant uniquement du temps.

La géométrie du modèle définie par le vecteur de degrés de liberté $q = (q_c, q_a, q_s, q_d)$ permet de décrire seulement les formes des objets statiques, mais elle est insuffisante pour décrire le mouvement. C'est pourquoi TERZOPOULOS ajoute à ce modèle des forces, masses, énergies de dissipation et énergie de rigidité pour lui donner un comportement dynamique basé sur les équations du mouvement d'Euler-Lagrange :

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = g_q + f_q \quad (55)$$

où

- M, C, K sont les matrices de masse, dissipation et rigidité (de type membrane).
- g_q sont des forces d'inertie (coriolis et centrifuge) résultant du couplage entre les degré de liberté locaux et globaux.
- f_q sont les forces externes généralisées associées aux degrés de liberté du modèle.

Le but est de trouver ici le vecteur de degrés de liberté q du modèle lors de la mise en correspondance du modèle avec les données (nuage de points). Comme précédemment, pour simplifier on impose une masse nulle au modèle, ce qui rend le modèle sans inertie et qui sera à l'équilibre dès que les forces externes sont nulles. Sous cette condition, l'équation du mouvement du modèle est :

$$C \dot{q} + K q = f_q \quad (56)$$

La discrétisation en espace de l'équation différentielle précédente est basée sur la méthode des éléments finis (maillage de la surface du modèle). La discrétisation en temps par la méthode d'Euler explicite met à jour le vecteur de degrés de liberté du modèle q à l'instant $t+\Delta t$ selon la formule :

$$q^{t+\Delta t} = q^t + \Delta t(C^t)^{-1}(f_q^t - K_q^t) \quad (57)$$

où Δt est l'incrément temporel d'Euler.

La figure 24 illustre la superquadrique déformable à l'équilibre. La prise en compte des degrés de liberté de déformation locale fournit un ajustement fidèle de la surface sur les données (haut de la surface du modèle).

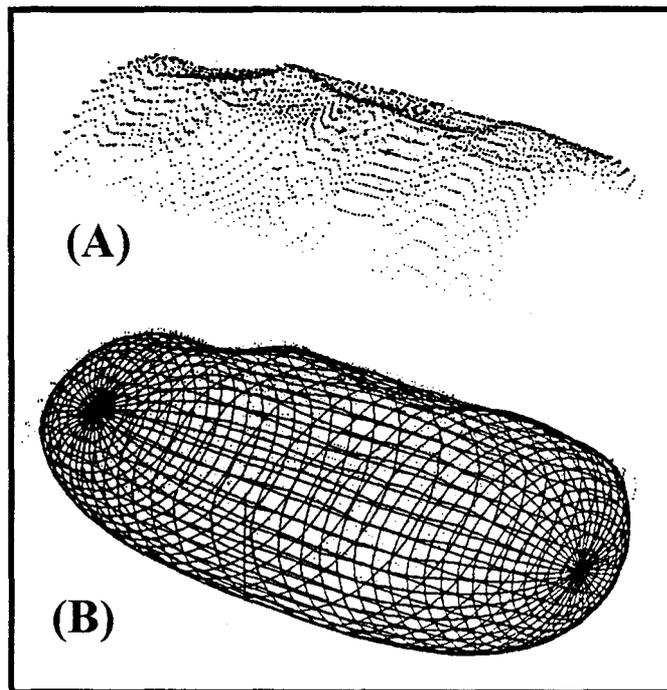


fig. 24 : Ajustement du modèle (B) sur les données (A).

(Extraits de [TERZ 91])

- Cependant, avec ce genre de méthode, il est très difficile de contrôler si les déformations globales sont bien prises en compte par les paramètres globaux de la superquadrique, et non par les paramètres locaux du mouvement. Une bonne solution pour obtenir une représentation hiérarchique des déformations consiste, ainsi que le propose

PENTLAND [PENT 91] (voir aussi [NAST 92], [POLI 94]), à utiliser l'analyse modale (c'est à dire à décomposer le champ des déplacements dans une base de fonctions bien choisie)

La largeur de bande des systèmes matricielles mise en jeu dans les équations d'Euler-Lagrange :

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F \quad (58)$$

est très souvent importante et la méthode d'intégration directe définie précédemment devient vite préjudiciable en temps calcul [PENT 89]. Ici, il est question de trouver une matrice Φ de transformation qui réduirait la largeur de bande des systèmes matricielles. Un moyen effectif pour réaliser cette condition est d'utiliser les solutions de l'équation suivante :

$$M\ddot{U} + KU = 0 \quad (59)$$

Cette équation est appelée communément l'équation d'équilibre des vibrations libres. Sa résolution détermine les modes propres de vibration de la structure étudiée. Elle conduit à la relation suivante :

$$K\Phi = \omega^2 M \quad (60)$$

Cette équation détermine un ensemble optimal de n bases de transformation (ω_1^2, Φ_1) ... (ω_n^2, Φ_n) où Φ_i est le vecteur des déplacements de la structure définissant le $i^{\text{ème}}$ mode propre de vibration et ω_i^2 la fréquence de vibration correspondante. On montre que les vecteurs propres Φ_i [NAST 92] sont [K]-orthogonaux et [M]-orthonormés, ce qui se traduit par :

$$\Phi_i^T M \Phi_j = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (61)$$

$$\Phi_i^T K \Phi_j = \begin{cases} \omega_i^2 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

$$0 \leq \omega_1^2 \leq \omega_2^2 \leq \omega_3^2 \leq \dots \leq \omega_n^2$$

ou encore par :

$$\begin{aligned}\tilde{M} &= \Phi^T M \Phi = I_n \\ \tilde{K} &= \Phi^T K \Phi = \Omega^2\end{aligned}\tag{62}$$

où Φ est appelé aussi la matrice modale des vecteurs propres $[\Phi_1, \dots, \Phi_n]$ et Ω^2 la matrice diagonale des valeurs propres ω_i^2 . Ainsi tout vecteur de déplacement U de la structure peut être représenté dans la base des vecteurs propres Φ_i :

$$U = \Phi \tilde{U} = \sum_{i=1}^n \tilde{u}_i \Phi_i\tag{63}$$

(équation de superposition modale)

où \tilde{U} représente le vecteur de déplacement généralisé.

- Le premier avantage de cette représentation c'est qu'elle fournit pour chaque vecteur propre Φ_i une déformation globale de la structure. Ainsi n'importe quelle structure peut être représentée (suivant le schéma de l'équation de superposition modale) d'une manière unique par combinaison linéaire des modes de déformation appliqués à la forme de référence.
- Le deuxième avantage réside dans le fait que l'amplitude des coefficients \tilde{u}_i devient de plus en plus petite lorsque la fréquence de vibration ω_i augmente [PENT 91], il est alors possible de ne conserver que les p premiers modes significatifs ($p \ll n$). Les modes qui sont utilisés pour paramétrer le déplacement sont généralement les modes qualitatifs de translation, de rotation, d'échelle, de flexion, d'élongation, torsion, suivi des modes de déformation d'ordre plus élevé. On remarquera l'analogie entre la représentation d'une forme par décomposition modale et la représentation d'un signal par série de Fourier : en effet plus on augmente le nombre de modes (resp. d'harmoniques), plus la description de la forme (resp. du signal) est détaillée. Cette caractéristique est illustrée sur la figure 25. La description des détails du visage de la tête obtenu par des images R.M.N s'améliorent avec l'augmentation du nombre de modes de déformation pris en compte (ici POLI utilise, dans l'ordre des figures, 16, 36, 81, 144 et 225 modes de déformation).

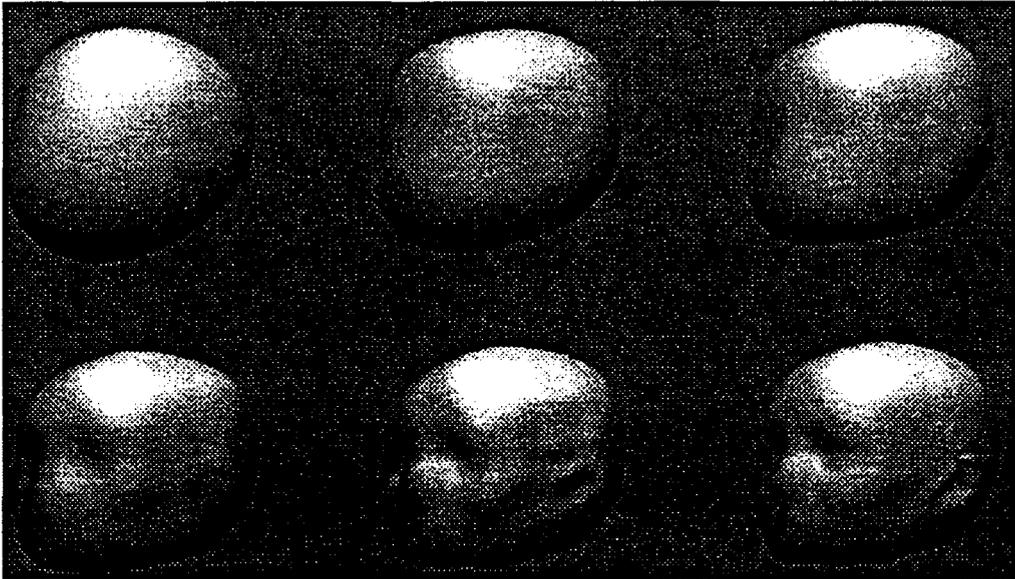


fig.25 : Influence du nombre de modes pour la description des détails de la tête.
(Extraits de [POLI 94])

Le choix du nombre (p) de modes qui sont utilisés pour la représentation de la forme dépend en particulier [POLI 94] :

- De la fréquence maximale qui est utilisée pour caractériser une classe donnée d'objets.
 - Du nombre de points qui composent le modèle générique.
 - De la taille du nuage de points qui constitue la forme à reconstruire et qui définit les contraintes à appliquer au modèle.
- Le troisième avantage de l'utilisation d'une matrice modale Φ c'est qu'elle permet de découpler les équations du mouvement, à condition que la matrice C soit diagonalisable par Φ (en général elle est définie comme une combinaison linéaire de M et de K), et ainsi de faciliter la résolution numérique. Ainsi en prémultipliant l'équation du mouvement de second ordre par Φ^T et en remplaçant le vecteur de déplacement par son expression généralisée, on obtient :

$$\ddot{\tilde{U}} + C \dot{\tilde{U}} + \Omega^2 \tilde{U} = \Phi^T F \quad (64)$$

Ainsi si $C = \Phi^T C \Phi$ est diagonale, alors le système ci dessus se découple en n équations scalaires indépendantes :

$$\ddot{\tilde{u}}_{t,i} + \tilde{c}_i \dot{\tilde{u}}_{t,i} + \omega_i^2 \tilde{u}_{t,i} = F_{t,i} \text{ pour } i = 1, \dots, n \quad (65)$$

La résolution de ces équations à chaque instant t fournit les n amplitudes des n modes $(\hat{u}_{t,i})_{i=[1,n]}$ et le vecteur de déplacement U_t des points de la structure est déterminé par l'équation de superposition.

Cette approche est très séduisante, et offre un très bon compromis entre la compacité et la généralité de la description; cependant elle nécessite que l'on dispose d'un maillage régulier de l'objet, de façon à pouvoir calculer point par point son déplacement. Elle n'est donc pas adaptée à des données inégalement réparties.

- GUEZIEC [GUEZ 93], quant à lui, présente un nouveau modèle déformable pour segmenter les images médicales tridimensionnelles. Il utilise des surfaces paramétriques $x(u,v)$ qui sont, de part leurs propriétés, très adaptées aux surfaces de topologies simples : plane, cylindrique, sphérique et torique. Cette surface est ensuite "déposée" à l'intérieur d'une image volumique.

En chacun des points de la surface :

- des forces fictives attirent la surface vers des points de contour significatifs de l'image. On modélise la réalité physique de ces forces par un champ de potentiel du type :

$$\varepsilon_{\text{ext}} = \int_S d^2 \quad (66)$$

Initialement, les points de contour des zones d'intérêt dans l'image sont déterminés à partir des extremas locaux du gradient d'intensité. Le champ de potentiel est obtenu par le calcul d'une carte de distance tridimensionnelle (d) à partir du masque de ces points. Ce champ de potentiel peut être assimilé à des forces élastiques de tension qui attirent la surface vers les points de contour.

- on modélise la réalité physique de la surface $x(u,v)$ par une énergie de déformation du type :

$$\varepsilon_i = \tau \int_S x_{uuvv}^2 \quad (67)$$

Ce type d'énergie d'ordre quatre est d'utilisation courante pour caractériser une surface bicubique (voire paragraphe 2.3.2).

l'ajustement de cette surface sur les données consiste alors à minimiser la somme de ces énergies :

$$\min(\varepsilon) = \min(\varepsilon_i + \varepsilon_{ext}) = \min\left(\tau \int_S x_{uuvv}^2 + \int_S d^2\right) \quad (68)$$

Par rapport aux approches précédentes GUEZIEC propose les améliorations suivantes :

- Ce problème d'optimisation est ici résolu à l'aide d'approximation successives de données denses, contrairement à l'utilisation classique des techniques tels que les différences finies ou les éléments finis. Cette technique consiste initialement à discrétiser la surface en échantillons x_{ij} et écrire le terme d'énergie précédent sous forme discrète :

$$\varepsilon = \tau \sum_{i,j} x_{uuvv}^2 + \sum_{i,j} d^2 \quad (69)$$

- En exprimant localement le potentiel comme une forme quadratique des paramètres de la surface (points de controle), il montre que l'équation d'Euler associée au problème d'optimisation peut être à chaque fois résolue de manière non itérative et présente alors une solution de forme fermée, c'est à dire qui se ramène à la résolution d'un système linéaire. Au lieu de $\sum_{i,j} d^2$, il exprime l'énergie externe par une fonction quadratique du type :

$$\sum_{i,j} (x - c)^2 \quad (70)$$

où x est un point de la surface et c un point de contour extrapolé à partir de la connaissance du potentiel. Bien que ces deux notations d^2 et $(x-c)^2$ fournissent la même solution, la deuxième améliore, de manière significative, la convergence du processus.

- Il définit la surface par un produit tensoriel de fonctions splines. Ainsi un point courant $x(u,v)$ de la surface s'exprime par :

$$x(u,v) = \sum_{k,l} B_k(u) B_l(v) P_{k,l} \quad (71)$$

avec $B_k(u)$ et $B_l(v)$ les fonctions splines de degré 3 et P_{kl} les points de contrôle. Le choix du produit tensoriel de fonctions splines pour définir la surface s'est imposé en raison de leur excellentes propriétés de lissage. Par ailleurs la propriété de séparabilité offre l'avantage de résoudre indépendamment le système le long des paramètres u et v , et permet ainsi d'utiliser de larges maillages de points de contrôle.

Le problème d'approximation revient alors à résoudre un problème du type moindre carré pénalisé avec un terme régulateur et un terme de lissage (voir paragraphe 2.3.2) :

$$\varepsilon = \tau \sum_{i,j} x_{uuvv}^2 + \sum_{i,j} (x - c)^2 \quad (72)$$

L'énergie du système physique surface / ressort est minimale lorsque la surface a atteint son état d'équilibre, c'est à dire lorsque :

$$\nabla \varepsilon = 0. \quad (73)$$

La résolution numérique d'un tel système d'équations linéaires est obtenue en introduisant un terme de mouvement modélisant le déplacement des points de contrôle de la surface. On se ramène alors à l'équation du mouvement du premier ordre :

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \varepsilon = 0 \quad (74)$$

Pour montrer l'analogie avec le système physique, cette équation peut s'écrire de nouveau par :

$$\frac{\partial p}{\partial t} + Kp = F_{\text{ext}} \quad (75)$$

où p représente les points de contrôle de la surface, K désigne la matrice spline et qui est équivalente à la matrice d'élasticité définie dans la formulation mécanique (une analyse modale à partir d'une matrice spline est alors possible) et F_{ext} représente le vecteur des forces de l'image.

Cette méthode a été utilisée pour segmenter avec beaucoup de précision la surface des visages humains (fig.26). Afin d'augmenter la finesse de résolution au cours du procédé d'évolution, la nappe B-spline est rééchantillonnée après chaque itération.

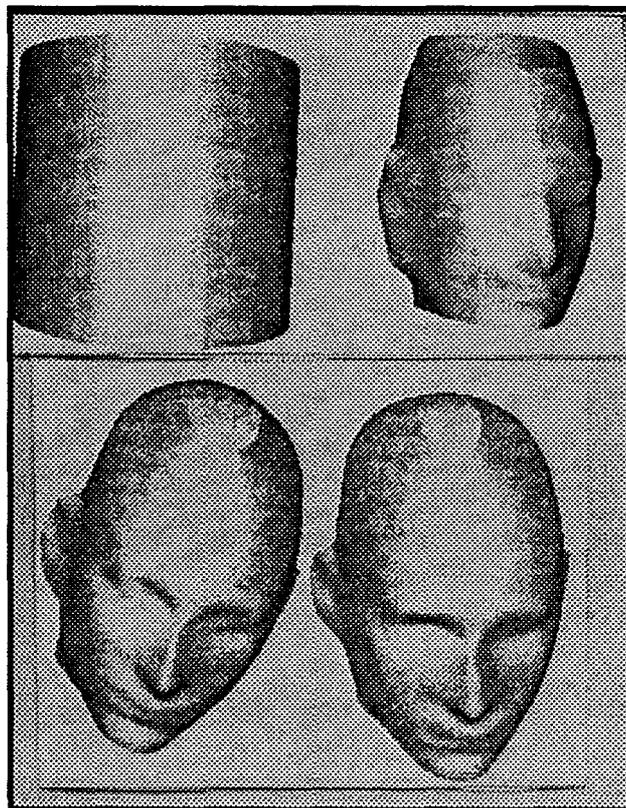


fig. 26 : Ajustement d'une surface B-spline de forme cylindrique sur les points de contours d'un visage humain. (Extrait de [GUEZ 93])

3.3 Conclusion

Comme on vient de le voir, il existe différentes approches possibles pour ajuster un modèle de forme sur les données. En ce qui nous concerne, nous nous devons de choisir celle qui servirait de fil directeur pour résoudre le problème de la reconstruction de l'arbre artériel présenté au chapitre précédent. Ce choix devait impérativement être lié aux considérations suivantes :

1) La reconstruction 3D de l'arbre artériel s'apparente à celle d'un ensemble de formes particulières, à savoir celui des arborescences de tubes. Celles ci peuvent être décrites de manière générique à partir des éléments suivants :

- Des parties uniquement tubulaires. Ce problème sera étudiée dans le prochain chapitre.
- Des embranchements aux points de jonction de plusieurs tubes. Ce problème, qui a fait l'objet déjà d'une première étude au chapitre deux, sera généralisé au chapitre cinq.

En ce qui concerne la reconstruction des parties uniquement tubulaires, ce modèle présente une forte symétrie axiale que l'on peut rapprocher a celle du cylindre généralisé. La procédure que nous avons retenue s'apparente, dans son principe, à celle décrite dans [TERZ 87] et [EBEL 93] où l'on vient, à partir de la définition d'un axe 3D, ajuster un cylindre généralisé sur les données.

2) Dans un soucis de commodité pour l'utilisateur, nous nous devons de réduire la part d'interactivité. En effet, les méthodes citées ci-dessus font appel à l'utilisateur pour définir l'axe du tube. Pour notre part, l'arbre artériel étant décrit par un ensemble de points 3D répartis sur des plans parallèles, il est possible d'alléger la tache de l'utilisateur. Nous proposons une méthode originale qui à partir d'une analyse de l'évolution du nombre et de la forme de contours dans les différentes coupes, permet d'identifier automatiquement les éléments tubulaires et d'estimer certaines positions axiales.

3) Et enfin, pour rester fidèle au mode de représentation adopter par le laboratoire, décrire les surfaces à l'aide de surfaces planes triangulaires.

CHAPITRE 4

chapitre 4

Reconstruction 3D du siphon artériel

4.1 Introduction

Nous abordons dans ce chapitre, le problème de la reconstruction tridimensionnelle du siphon artériel. Si l'on considère une artère seule, celle ci peut être associée à la notion de cylindre généralisé [SEIQ 87], [EBEL 93],[GARR 89]. C'est à partir de ce modèle de forme qui à déjà suscité de nombreux travaux [AGIN 76], [SHIR 87] que nous allons introduire le principe de notre approche.

En effet on entend par cylindre généralisé un solide obtenu par déplacement, le long d'une courbe gauche 3D, d'une courbe plane fermée dont la forme peut évoluer au cours du mouvement (fig.1). De par sa définition, il fait donc référence à une classe d'objets obtenus par extension de la définition d'un cylindre ordinaire et constitue de ce fait un modèle efficace pour reconnaître et représenter des objets du monde réel. Afin de simplifier le problème, on contraint généralement la section de balayage à rester à tout moment orthogonale à l'axe. Ce modèle simplifié (fig 2), appelé aussi cylindre généralisé droit [SHAN 84], est d'emploi courant dans le domaine de l'imagerie médicale.

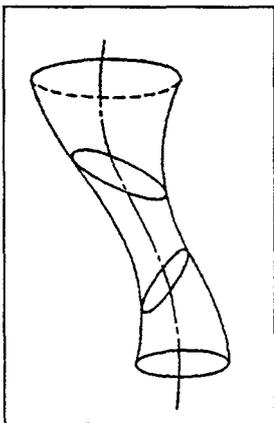


fig.1 : cylindre généralisé

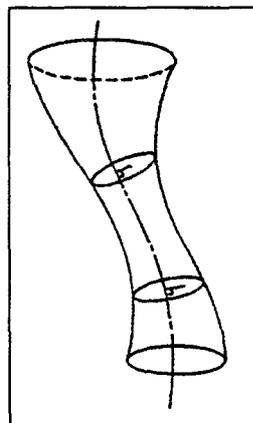


fig.2 : cylindre généralisé droit

A partir de ce constat, on réalise une correspondance évidente entre l'artère et ce modèle en considérant la courbe 3D comme l'axe 3D passant par les centres de gravité des différentes sections (courbes planes fermées) qui la composent. Il faut noter cependant que dans notre cas, les sections qui décrivent l'artère sont réparties sur des plans parallèles, ce qui signifie encore que sur certaines zones l'axe ne passe pas par les centres de gravité des sections. Ces zones, désignées sous le nom de " siphons " au chapitre deux, constituent de ce fait des zones de l'artère difficiles à reconstruire. Alors, l'objet présente principalement sur son plan de coupe deux formes de sections (fig. 3) :

- des sections à excentricité faible que l'on appellera ronde lorsque son axe est perpendiculaire au plan de coupe.
- des sections de forme allongée lorsque son axe est parallèle au plan de coupe.

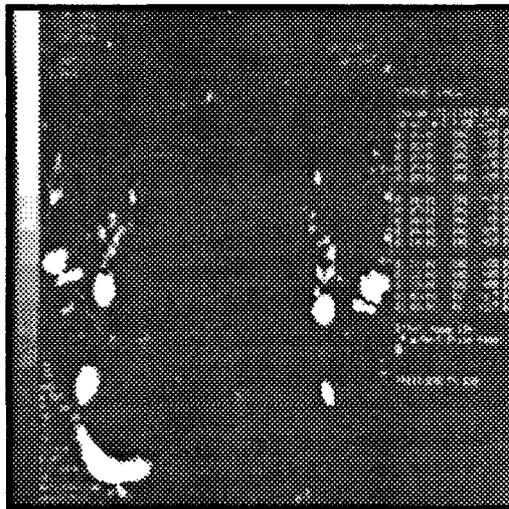


fig.3: Coupes R.M avec des sections rondes et allongées.

La reconstruction tridimensionnelle comme elle a été définie précédemment donne alors une représentation grossière du siphon. En effet, la reconstruction à partir de triangles donne un aspect volumique correcte lorsque les deux contours successifs sont de forme et de taille sensiblement identiques (reconstruction de deux sections rondes), le critère de l'arête minimale pouvant être appliqué mais s'avère insuffisant lorsque les contours sont très différents (reconstruction d'une section ronde avec une section allongée) (voir figure de la reconstruction de l'arbre artériel du chapitre deux).

L'approche que nous proposons pour résoudre les problèmes de la reconstruction 3D du siphon présente certains points communs avec celles présentées au chapitre III [TERZ 87], [EBEL 93]. Nous avons en effet choisi d'ajuster un cylindre généralisé droit sur les points de données disponibles, en jouant à la fois sur la notion d'énergie et sur des critères d'ordre géométrique. La technique de reconstruction retenue comporte les cinq étapes suivantes :

- La définition de l'axe 3D du cylindre généralisé
- Le choix d'une paramétrisation adaptée de la surface du cylindre généralisé.
- L'approximation des données par la minimisation d'une fonctionnelle d'énergie.
- Le retour aux coordonnées cartésiennes.
- Le passage à une représentation de surface par facettes triangulaires.

Pour situer notre approche par rapport aux différents travaux cités, cette étude devra être perçue comme une généralisation. Son originalité reposera essentiellement sur la démarche qui a été employée pour déterminer automatiquement l'axe 3D du cylindre généralisé.

Après une brève introduction, nous allons détailler chacune de ces étapes

4.2 Définition de l'axe 3D du cylindre généralisé

4.2.1 Introduction

La première étape de la reconstruction d'un tube consiste, comme nous venons de l'annoncer, à définir un axe plausible en trouvant une courbe 3D qui passe approximativement au milieu de la surface tubulaire encore fictive, suggérée par la répartition des points de données .

La détermination d'un tel axe s'avère plus où moins délicate selon la densité et la répartition des données.

- Lorsque ceux-ci forment un nuage suffisamment dense, on peut effectuer un recouvrement automatique de l'axe, comme suggéré dans [SORO 81], au moyen d'un algorithme de "suivi de tube" en 3D. Ayant déjà déterminé, à un moment donné une position de l'axe, il s'agirait de le prolonger légèrement en explorant le nuage de points de données dans

sa direction courante et d'apporter une correction à cette direction. En répétant itérativement cette opération, la totalité de l'axe devrait ainsi pouvoir être retrouvée de manière automatique. Toutefois, on conçoit aisément la difficulté, voire l'impossibilité d'un tel traitement dans la situation plus courante où les données sont peu nombreuses ou inégalement réparties.

En général la solution la plus sûre reste, celle qui consiste à faire appel à l'utilisateur pour définir l'axe du tube.

- Dans [TERZ 87] la reconstruction 3D d'un objet plan comportant un axe de symétrie est réalisée initialement par l'introduction d'un axe 2D.
- Dans [EBEL 93] la définition d'une position tridimensionnelle de l'axe s'effectue comme en géométrie descriptive, par l'intermédiaire de deux projections (fig.6). Celles ci sont disposées côte à côte sur l'écran et font apparaître les points de données relatifs au tube à reconstruire.

Pour spécifier l'emplacement d'un point P de l'axe, l'utilisateur indique successivement les positions, P1 et P2, de sa projection dans les deux vues. Si le premier point P1 peut être fixé librement, il ne subsiste en revanche plus qu'un seul degré de liberté dans le positionnement de P2. Dès que la phase interactive est terminée, la description continue de l'axe est définie par une courbe B-spline bicubique uniforme [BARI 87].

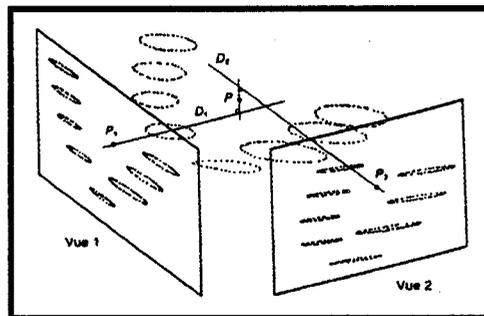


fig.4 : Spécification d'une position 3D à partir de deux vues 2D (extrait de [EBEL 93]).

Ce genre de technique de positionnement 3D, par simple mise en correspondance de points relevés interactivement en 2D, se rencontre fréquemment dans le cadre de la reconstruction tridimensionnelle de réseaux vasculaires [MACK 82][BARI 85] [PEIF 90][YOUN 89].

Toutefois une approche interactive de la définition de la position 3D de l'axe nous semble très contraignante pour l'utilisateur et il risque à terme d'abandonner cette opération,

surtout s'il désire reconstruire un grand nombre de branches artérielles. L'objectif que nous nous sommes fixé ici est donc d'introduire automatiquement l'axe 3D de l'artère afin de réduire considérablement la tâche qui lui est imposée.

Il est à noter cependant, dans le cas qui nous préoccupe, que la détermination de l'axe 3D ne pose pas de problèmes particuliers lorsque l'axe de l'artère est perpendiculaire au plan de coupe. Les sections sont alors rondes et une normalisation satisfaisante consiste généralement à imposer que l'axe passe par le centre de gravité des sections.

Par contre, une évaluation reste délicate lorsque l'axe de l'artère devient parallèle au plan de coupe. Les sections sont alors de forme allongée et il devient donc difficile de définir des points pertinents appartenant à l'axe de l'artère.

Pour satisfaire ces contraintes nous proposons une méthode comportant plusieurs étapes que nous énumérons ci dessous :

- Nous devons, grâce à une opération de classification de forme, localiser ces zones c'est à dire déterminer les extrémités du siphon afin d'y effectuer différents traitements.
- Les données ainsi localisées sont projetées dans un plan parallèle (plan (xy)) au plan d'acquisition.
- Une ligne centrale 2D est déterminée à partir des données obtenues par projection.
- Avec l'hypothèse que l'artère peut être assimilée à un modèle de cylindre généralisé et à partir de la connaissance du rayon moyen de la zone artérielle à reconstruire, il est alors possible d'évaluer une position z en chaque point de l'axe.
- La courbe ainsi obtenue est ensuite ajustée au sens des moindres carrés afin de minimiser certaines oscillations de l'axe provoquées par l'étape de traitement précédent.

Nous allons pouvoir constater au paragraphe suivant, à travers l'étude de ces différentes étapes de traitement, que la détermination 3D de l'axe de l'artère soulève un certain nombre de difficultés et qu'elle n'est possible qu'à partir de certaines hypothèses initiales.

4.2.2 Classification des cellules

Cette étape de traitement ne pose pas en soi de difficulté majeure. En effet la classification se fera sur deux types de formes: rondes où allongées.

L'élongation est le critère morphologique simple qui a été retenu pour différencier les deux formes. Il est obtenu en calculant le rapport entre le rayon minimal et le rayon maximal de la section étudiée. Les rayons sont calculés à partir du centre de gravité de la section. On dira alors que la forme est allongée si ce rapport est inférieur à une valeur donnée fixée par l'utilisateur sinon elle sera ronde. Après une étude statistique portant sur plusieurs séries d'acquisitions nous avons déterminé une valeur pratique égale à 0,35 permettant de classer correctement les sections en vue de leur traitement. La figure 5 illustre par exemple, la classification qui a été obtenue avec ce choix sur des sections appartenant à un ensemble de branches artérielles. Elle fait apparaître nettement les zones de type siphon (contours représentés en trait blanc).

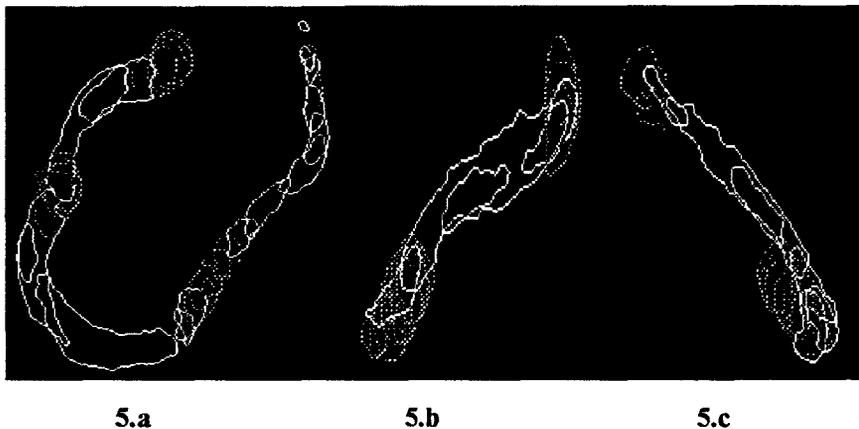


fig. 5 : Exemples de classification des zones artérielles.
En blanc : zone de type 1. En gris : zone de type 0.

Ainsi la variable "TYPE" de chaque structure cellule définissant l'objet saisi (chapII) est mise à jour (TYPE 0 : forme ronde, TYPE 1 : forme allongée). Nous détectons ensuite, par relecture de la base de données, les extrémités d'un ensemble de zones artérielles dont l'axe est parallèle au plan de coupe et qui nécessitent un traitement particulier.

4.2.3 Détermination de l'axe 2D

4.2.3.1 Position du problème

Si l'on considère une branche artérielle définie par une succession de sections, la projection de chacune d'entre elles dans le plan (xy) fournit une image 2D comme illustrée sur la figure 5.a. L'analyse de cette projection nous a amené à formuler les remarques suivantes :

- La projection dans le plan des différentes sections de l'artère offre une approche intéressante pour "suivre" son déplacement dans l'environnement qui l'entoure. Ainsi la figure 5.a illustre le contournement d'une cavité osseuse de la tête par la carotide gauche interne. Elle décrit donc un mouvement spiralé.
- A partir de la forme tubulaire présentée par la projection, la branche artérielle peut être assimilée en première approximation à un cylindre généralisé droit. Cette hypothèse a également été retenue par [GARR 79] pour la reconstruction vasculaire à partir d'images biplan.
- La détermination de la ligne centrale 2D ne peut être obtenue à partir de la forme globale de l'artère projetée car elle soulèverait plusieurs problèmes :

Tout d'abord, elle nécessite de transposer les sections de la branche artérielle étudiée dans l'espace écran, puis d'effectuer un remplissage section par section. Cette opération risque d'être assez longue et fastidieuse car elle entraîne l'utilisation de deux plans mémoire. Le premier plan sert au remplissage de la section courante. Le deuxième plan visualise une image binaire résultante de l'addition des images binaires des coupes successives obtenues dans le premier plan.

- La ligne médiane 2D de cette surface serait alors obtenue par des méthodes classiques telles que la squelettisation, le pelage itératif [CHAS 91]... complétées par un traitement visant à éliminer les petites ramifications provenant des contours bruités. On obtient alors une ligne unique centrée sur les données. Là aussi, une succession de traitements qui restent assez longs.

- La superposition des sections provoque l'apparition : soit de zones binaires trop larges par rapport à l'épaisseur réelle de l'artère et conduisent à une évaluation incorrecte de la ligne médiane, soit des zones d'embranchements provoquées par un déplacement en boucle de l'artère. A partir de ce constat, nous nous sommes naturellement dirigés vers un traitement local ou par morceaux des données, pour déterminer la ligne médiane de l'artère projetée. La détermination de cette ligne médiane passe par la détermination d'un ensemble de points pertinents centrés sur des zones de type 1 tandis que pour les zones de type 0, les points pertinents sont fixés par les centres gravités.
- Il est intéressant de remarquer qu'en première approximation l'axe de l'artère projetée peut être modélisé par une ligne polygonale. Les sommets de cette ligne sont définis par le centre de gravité de chaque section (fig. 6).



fig.6 : Ligne polygonale initiale associée à l'artère.

Ces différentes observations impliquent un certain nombre de contraintes sur la procédure de détermination de la ligne 2D :

- Cette procédure sera réalisée sur les zones de type 1 à l'aide d'une approximation par morceau.

- La procédure que nous devons adopter doit tenir compte des formes des contours généralement allongées avec des variations régulières de largeurs.
- Nous devons nous servir de la ligne polygonale comme "support" de base pour déterminer de manière plus fine l'axe 2D de l'artère.

Ces contraintes nous ont amené à adopter une procédure d'approximation de l'axe par découpage récursif. Nous décrivons tout d'abord cette méthode et , à travers son étude, nous justifions ce choix ainsi que son adaptation au problème.

4.2.3.2 Approximation par découpage récursif

4.2.3.2.1 Introduction

Les méthodes d'approximation par découpage récursif sont généralement énoncées pour des arcs dont les deux extrémités constituent les points de départ de l'algorithme. Etant donné un arc d'extrémités P_0 et P_n (fig. 7), on définit des points de cassure en les ajoutant de manière récursive. Les points de cassure constituent les sommets de l'approximation polygonale. Le processus complet comporte une phase de découpage (division) suivie d'une phase de regroupement (fusion) des segments.

Le procédé de découpage fonctionne de la manière suivante:

- On recherche entre P_0 et P_n un point de l'arc discret significatif d'une cassure, soit P_i .
- Puis on rappelle le même procédé entre P_0 et P_i , et entre P_i et P_n [PAVL 74].

Un appel va soit générer un point de cassure, soit ne pas générer de découpage de l'arc passé en paramètre.

Généralement, P_i est fixé comme étant le point de l'arc (P_0, P_n) pour lequel la distance au segment de droite (P_0, P_n) est maximale. La finesse de l'approximation est associée à un

seuil de tolérance, qui correspond à une distance minimale entre le point P_i et le segment (P_0, P_n) , en dessous duquel on ne rappelle pas le découpage. Pour ne pas générer de sommets trop proches les uns des autres, on provoque également l'arrêt du découpage lorsque la distance entre les sommets passés en paramètres de la procédure de découpage est trop faible. D'autres critères peuvent être utilisés, tels que des mesures d'angles, de même le choix du point de cassure peut porter sur des critères de localisation, de courbure [BARU 88]...

L'analyse de la figure 8 illustre le problème qui nous est posé et montre par analogie avec la figure 7 la justification de l'utilisation d'une telle méthode. En effet, Dans notre application, les points de cassure représentent les points qui appartiennent à l'axe central de la forme et sont déterminés non pas à partir d'un arc mais à partir des données de la forme projetée.

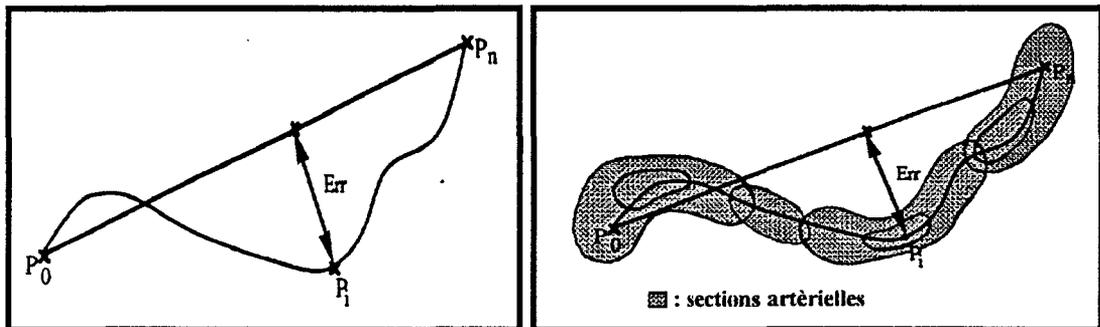


fig.7 : découpage récursif généré sur un arc. fig.8 : Découpage récursif généré sur des données.

Le principe est donc simple, tout le problème réside dans la détermination du point de cassure .

4.2.3.2.2 Détermination des points de cassure.

Comme il a été signalé au paragraphe précédent, dans les zones de type 0, le centre de gravité est considéré comme appartenant à l'axe central 2D et, dans les zones de type 1, un découpage récursif de la ligne polygonale initiale est réalisé afin de générer une ligne centrée sur les données.

Les extrémités des segments qui composent la ligne polygonale initiale sont repérées par un indiciage binaire [0,1] tels que:

- Les segments notés [0-0] représentent les zones de type 0.

- Les segments notés [0-1], [1-0] et [1-1] représentent les zones de type 1 et nécessitent un découpage récursif. Les points de cassure sont obtenus par un découpage récursif des k sections avoisinantes (D) et comprises entre les deux extrémités du segment considéré. La valeur de k est fixée initialement par l'utilisateur et elle est définie en fonction du nombre de coupes nécessaires à la reconstruction de la zone de type siphon.

Le procédé de découpage sera réalisé de la manière suivante :

On recherche les points d'intersection Q_k de la médiatrice (Δ) du segment P_1P_2 avec les données sélectionnées (D) (fig. 9) soit :

$$\{Q_k\} = (D) \cap (\Delta) \text{ avec } k \in \mathbb{N}. \quad (1)$$

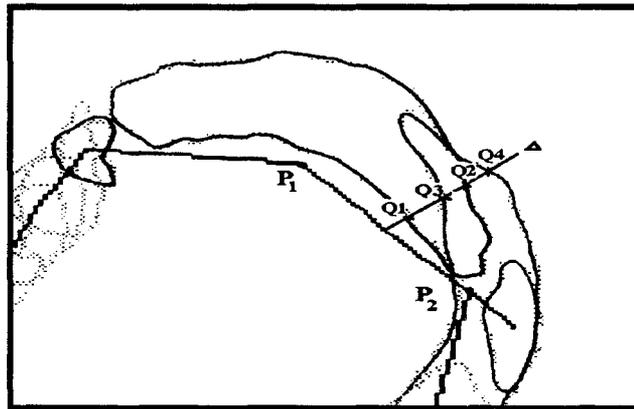


fig.9 : Détermination des points d'intersection Q_k

Les sections sélectionnées ne possédant pas toujours d'intersections communes entre elles, il arrive que la droite (Δ) passe dans une zone vide de données. On déplace alors (Δ) autour de sa position médiane le long du segment (P_1, P_2) pour rechercher des points d'intersections. Lorsque ces points sont trouvés, le point de cassure retenu est défini par la relation évidente :

$$P_r = \frac{Q_i + Q_j}{2} \text{ avec } d[Q_i, Q_j] = \max\{d[Q_i, Q_m]\}, m \neq i \quad (2)$$

Puis on rappelle le même procédé entre P_1 et P_r et entre P_r et P_2 . L'arrêt de la procédure de découpage est provoqué lorsque la distance entre les points P_r créés est inférieure à un seuil défini par l'utilisateur (5 à 10 pixels).

La justification d'une telle relation pour déterminer le point de cassure résulte des points suivants :

- Nous avons considéré que la forme de l'artère pouvait en première approximation être équivalente à une forme tubulaire.
- La ligne polygonale, qui est composée des centres de gravité des différentes sections de l'artère projetée, constitue déjà une bonne approximation de la ligne centrale. De ce fait, elle suit la courbure de l'artère et la droite (Δ), orthogonale aux différents segments de cette ligne, fournit par ses intersections avec les données une bonne approximation des points milieux de l'artère.

Les figures 10, 11, 12, 13 illustrent les différentes étapes du découpage sur des sections artérielles provenant d'images R.M. La figure a présente la projection dans le plan des différentes sections de l'artère à traiter ainsi que la ligne polygonale composée des centres de gravité de chaque section. Les figures suivantes b, c, ... illustrent le processus de découpage jusqu'à l'obtention d'une ligne satisfaisant au critère d'arrêt.



10.a

10.b

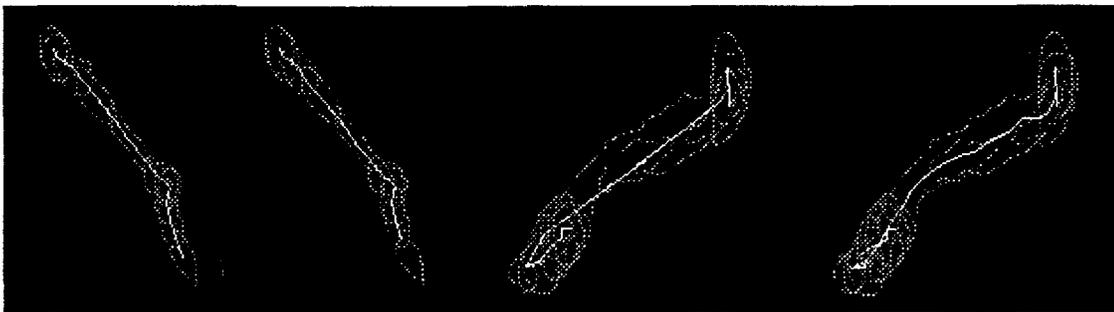
10.c



10.d

10.e

10.f



11.a

11.b

12.a

12.b



13.a

13.b

13.c

Il est à noter cependant, que sur les deux premières itérations, les sommets de la ligne polygonale de type 1 sont remplacés au fur et à mesure par les points de cassure générés à cet endroit par le découpage récursif. Ceci permet, en relâchant initialement ces points, d'obtenir une ligne polygonale intérieure aux données. En effet lorsqu'un sommet de la ligne polygonale se trouve à l'extérieur des données (par exemple une zone artérielle avec une forte courbure fig. 10.a), il peut s'il est pris en compte provoquer des erreurs dans l'évaluation de la ligne médiane. Cette ligne polygonale ainsi déterminée va servir de support pour une détermination plus fine de l'axe 2D.

Cette méthode simple et originale, que nous proposons, fournit rapidement une bonne approximation de la ligne centrale, mais son domaine de validité est néanmoins soumis aux conditions suivantes :

- Le segment servant de support au découpage doit être perpendiculaire au rayon de courbure de la zone à traiter . Cette méthode est donc sensible aux choix des points extrêmes.
- Les sections ne doivent pas présenter de ramifications.
- L'épaisseur de la section ne doit pas présenter de variations brusques .

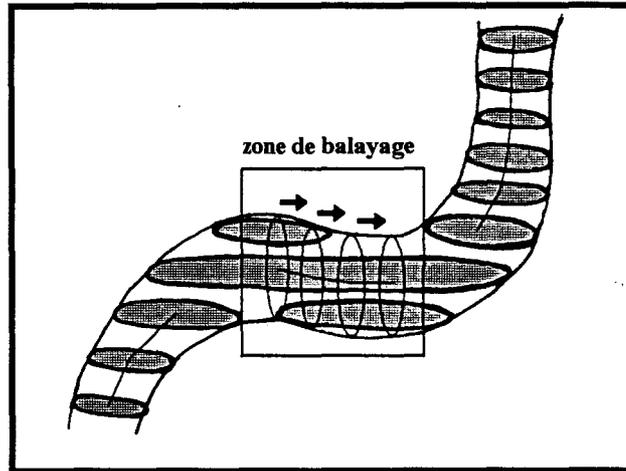
l'axe 2D ayant été déterminé, il nous faut maintenant estimer la position 3D de chacun de ses points.

4.2.4 Estimation de la position 3D des points de l'axe

4.2.4.1 Première estimation : modèle circulaire

La détermination 2D de la ligne centrale de l'artère va nous permettre d'évaluer, à partir de certaines hypothèses, la position z de chaque point de l'axe 2D. Tout d'abord, on suppose que le diamètre moyen de la zone artérielle de type 1 est connu et que sa variation tout au long de cette zone ne présente pas de fortes discontinuités. Cette hypothèse est d'autant plus vraie que la longueur de la zone artérielle qui doit être traitée est petite. Une estimation de la valeur du diamètre moyen est obtenue ensuite par le calcul de la valeur moyenne des diamètres des sections de type 0 aux extrémités immédiates de la zone correspondante.

En assimilant l'artère au modèle du cylindre généralisé droit, l'estimation de la position z des points de l'axe 2D résulte alors du déplacement d'un disque le long de cet axe. N'ayant aucune information sur la courbure, le balayage est effectué sur les zones de type 1 perpendiculairement à l'axe 2D (fig. 14). La position z de l'axe sur les sections de type 0 est, quant à lui, déterminé par la position z de la coupe.



**fig.14 : Estimation des positions z de l'axe dans la zone de type siphon :
déplacement d'un modèle circulaire.**

L'estimation 3D d'un point de l'axe revient à déterminer les solutions de l'équation suivante :

$$\|P_i - P_o\|^2 = R_m \quad i = [1, n] \quad n \in \mathbb{N} \quad (3)$$

avec :

- $P_o = (x_o, y_o, z_o)$, la position courante du centre du disque. Les coordonnées (x_o, y_o) définissent la position dans le plan du point de l'axe correspondant et z_o la valeur à déterminer.
- $P_r = (x_r, y_r, z_r)$, un point de donnée appartenant à l'intersection du disque avec les n contours de la zone 1 considérée .
- R_m désigne la valeur du rayon moyen obtenue précédemment.

L'estimation d'une valeur unique z_o (fig. 15) revient à déterminer la valeur moyenne des solutions des n équations du second degrés de la forme suivante :

$$z_o^2 - 2 z_i z_o + z_o^2 + R_i^2 - R_m^2 = 0 \quad (4)$$

avec $R_i^2 = (x_i - x_o)^2 + (y_i - y_o)^2$

En notant cependant, que l'existence des solutions repose sur la condition :

$$R_i^2 \leq R_m^2 \quad (5)$$

qui signifie encore que l'artère possède dans la zone de balayage un rayon proche du rayon moyen estimé. Si cette condition n'est pas vérifiée, on impose z_0 égal à z_i .

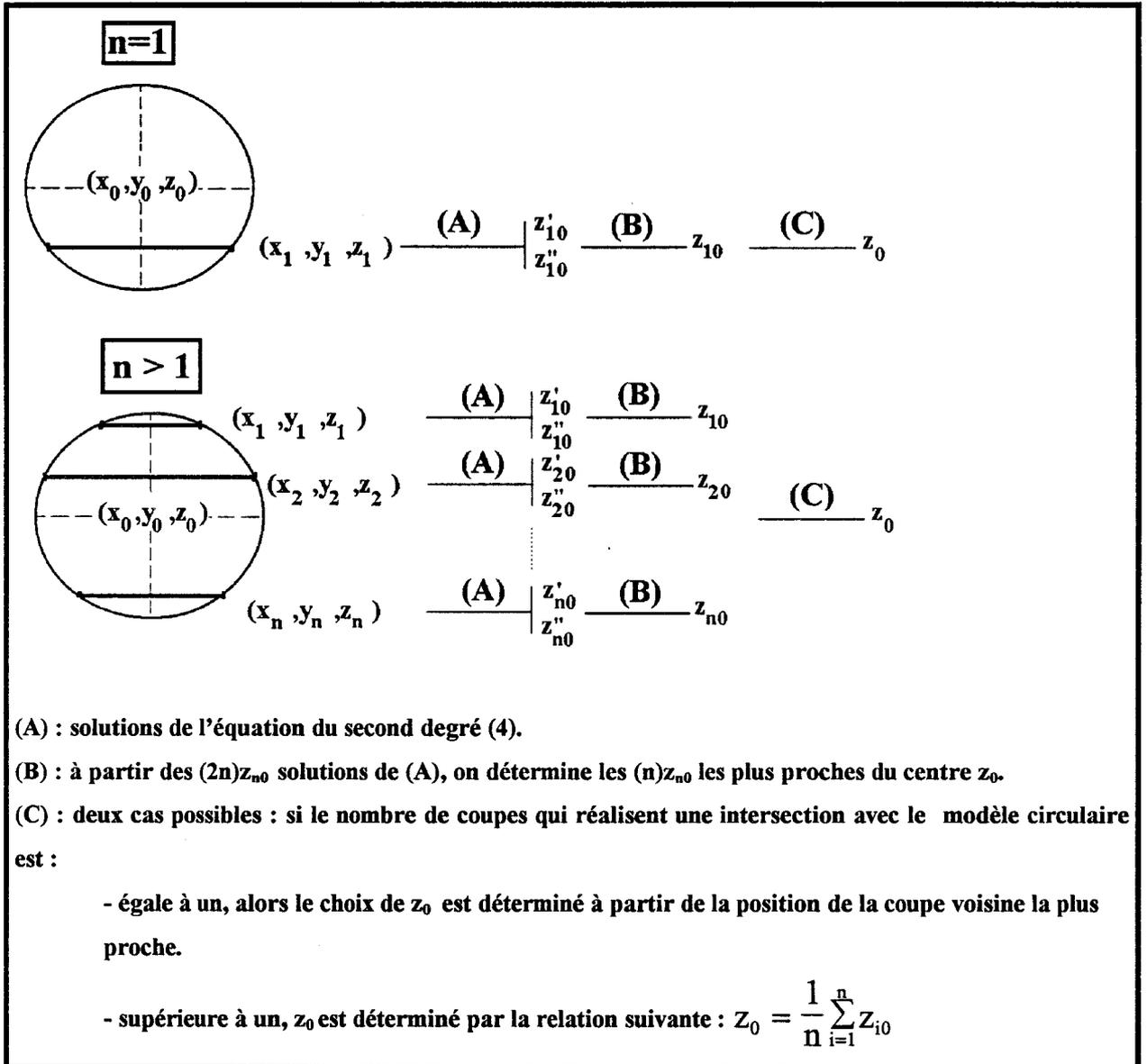


fig. 15 : Evaluation du centre z_0 du modèle circulaire

Les figures 16 et 17 présentent les résultats d'une première estimation de l'axe 3D des branches artérielles des figures 10.a et 12.a.

On remarque que l'imprécision de l'estimation des positions z de l'axe dans la zone de déplacement du modèle circulaire provient en grande partie de contours bruités. Localement, ceci se caractérise par de petites variations du diamètre de l'artère et engendre ainsi des

oscillations sur l'axe estimé. Il est donc nécessaire de lisser les positions 3D de l'axe ainsi évaluées afin tout d'abord de minimiser ces oscillations mais aussi d'évaluer la courbure aux extrémités du siphon.

L'ajustement aux moindres carrés de fonctions polynomiales par morceaux, nous semble donc approprié pour résoudre ce problème.

4.2.4.2 Deuxième estimation : ajustement aux moindres carrés

L'ajustement aux moindres carrés de la courbe B-spline $Q(u)$ sur l'ensemble des points 3D P_i de l'axe estimé précédemment est réalisé suivant le schéma d'approximation classique proposé par [BART 87] et par [SAIN 90]. On rappellera que le critère des moindres carrés est pleinement justifié si l'on suppose que les échantillons sont des variables gaussiennes de même variance [LANC 86]. Le polygone recherché passera alors par les valeurs moyennes des échantillons gaussiens.

Etant donné $(n+1)$ points $P_i(x_i, y_i, z_i)_{i \in [0, n]}$, on se propose de trouver un ensemble de $(m+1)$ points de contrôle $(V_j)_{j \in [0, m+k]}$ correspondant à $(m+k)$ noeuds $(u_j)_{j \in [0, m+k-1]}$ qui minimisent la distance entre la B-spline $Q(u)$ de degré $k-1$ qu'ils définissent et les données P_i . Pour éviter toute confusion entre les noeuds $(u_j)_{j \in [0, m+k-1]}$ et la valeur particulière que prend le paramètre u pour le point de la courbe le plus proche du point des données P_i . On notera cette valeur : \bar{u}_i

En règle générale on a recourt aux deux approches suivantes pour le paramétrage :

- La répartition uniforme du paramètre s'écrit :

$$\bar{u}_i = \frac{i}{n} \quad (6)$$

avec $i \in [0, n]$ produisant des valeurs sur l'intervalle $u \in [0, 1]$

- La répartition proportionnelle à la distance entre les points s'écrit :

$$\bar{u}_{i+1} = \frac{\|P_{i+1} - P_i\|}{\sum_{j=0}^{i=n-1} \|P_{j+1} - P_j\|} + \bar{u}_i \quad (7)$$

avec $i \in [0, n-1]$ et produit également des valeurs sur $u \in [0, 1]$.

L'emploi de l'une ou l'autre de ces techniques dépend de la répartition des points. L'équirépartition du paramètre est une solution adéquate tant que la distance $\|P_{i+1} - P_i\|$ ne

fluctue pas trop sinon on préférera une répartition proportionnelle à la distance. Une répartition uniforme du paramètre telle que la distance entre les points fluctue fortement peut engendrer des oscillations parasites, ou des comportements analogues, sur la courbe [BART 88][HART 80] comme l'indique la figure 18.

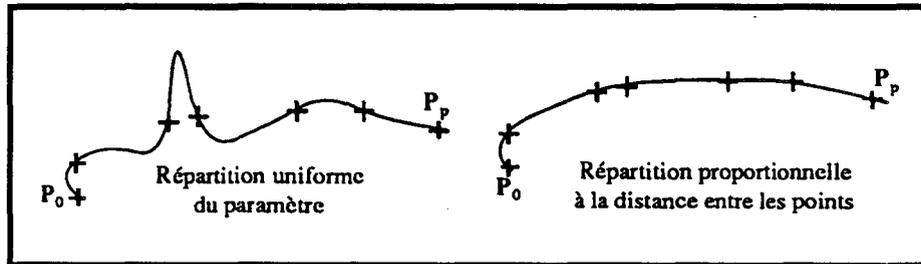


fig. 18 : influence de la technique de paramétrage.

D'autres techniques de paramétrage ont été proposées [BEZI 77][BARS 87][GUEZ 93] avec pour objectif :

- Une répartition voisine de l'évolution de l'abscisse curviligne [BEZI 77].
- De disposer les noeuds de la Bspline de manière non uniforme, de façon que leur répartition soit plus dense au voisinage des fortes courbures [GUEZ 93].

La capacité de traitement s'en trouve alors accrue sans produire pour autant un résultat amélioré de manière significative. Pour notre part, nous nous tiendrons au paramétrage proportionnel à la distance défini plus haut, en sachant que la condition nécessaire pour que la reconstruction soit correcte est que l'axe se situe bien à l'intérieur de l'élément tubulaire suggéré par les données.

On veut donc rendre minimale la quantité suivante :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \sum_{i=0}^{i=n} \|Q(\bar{u}_i) - P_i\| \\ \varepsilon &= \sum_{i=0}^{i=n} [(X_q(\bar{u}_i) - x_i)^2 + (Y_q(\bar{u}_i) - y_i)^2 + (Z_q(\bar{u}_i) - z_i)^2] \\ \varepsilon &= \sum_{i=0}^{i=n} [(\sum_{j=0}^{j=m} X_j B_{j,k}(\bar{u}_i) - x_i)^2 + (\sum_{j=0}^{j=m} Y_j B_{j,k}(\bar{u}_i) - y_i)^2 + (\sum_{j=0}^{j=m} Z_j B_{j,k}(\bar{u}_i) - z_i)^2] \end{aligned} \quad (8)$$

La solution des moindres carrés conduit alors à chercher un minimum local de ε en annulant sa dérivée par rapport aux différents $V_j(X_j, Y_j, Z_j)_{j=[0,m]}$, inconnues du problème :

$$\begin{aligned}\frac{\partial \varepsilon}{\partial X_i} &= 2 \sum_{i=0}^{i=n} B_{l,k}(\bar{u}_i) \left(\sum_{j=0}^{j=m} X_j B_{j,k}(\bar{u}_i) - x_i \right) = 0 \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial Y_i} &= 2 \sum_{i=0}^{i=n} B_{l,k}(\bar{u}_i) \left(\sum_{j=0}^{j=m} Y_j B_{j,k}(\bar{u}_i) - y_i \right) = 0 \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial Z_i} &= 2 \sum_{i=0}^{i=n} B_{l,k}(\bar{u}_i) \left(\sum_{j=0}^{j=m} Z_j B_{j,k}(\bar{u}_i) - z_i \right) = 0\end{aligned}\tag{9}$$

Ce qui donne le système d'équations générale pour $t=1, 2, 3$:

$$\sum_{j=0}^{j=m} V_j^t \left(\sum_{i=0}^{i=n} B_{l,k}(\bar{u}_i) B_{j,k}(\bar{u}_i) \right) = \sum_{i=0}^{i=n} B_{l,k}(\bar{u}_i) P_i^t\tag{10}$$

ou en notation matricielle :

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ \vdots \\ V_m \end{bmatrix} = \left([B_{m,k}]^T [B_{m,k}] \right)^{-1} [B_{m,k}]^T \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ \vdots \\ P_n \end{bmatrix}\tag{11}$$

avec

$$[B_{m,k}] = \begin{bmatrix} B_{0,k}(\bar{u}_0) & B_{1,k}(\bar{u}_0) & \dots & \dots & 0 \\ B_{0,k}(\bar{u}_1) & B_{1,k}(\bar{u}_1) & & & 0 \\ \vdots & & & & \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & \dots & \dots & B_{m,k}(\bar{u}_n) \end{bmatrix}\tag{12}$$

La résolution de ce problème d'optimisation ne pose pas de difficulté particulière, les composantes des sommets du polygone caractéristique de la courbe B-spline sont la solution des t systèmes linéaires de dimension $(m+1)$. Grâce à ce lissage, on élimine les oscillations de petites amplitudes qui apparaissaient sur l'axe (fig. 19 et fig.20) lors de l'étape précédente et rendaient les dérivées successives inexploitable pour trouver des appariements de points.

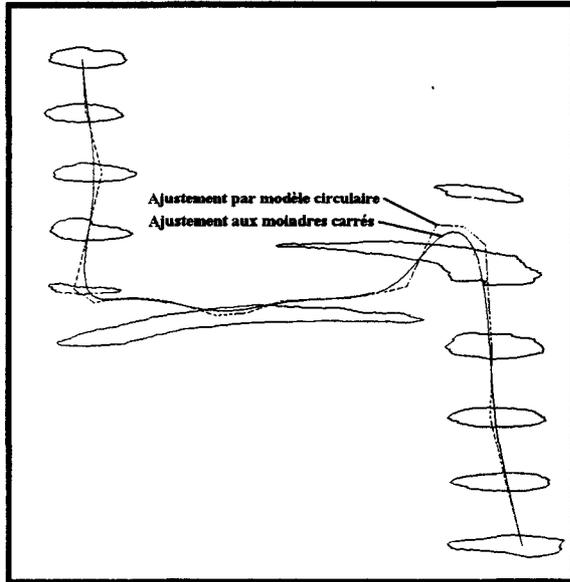


fig. 19 : ajustement aux moindres carrés de l'axe 3D de la figure 16.

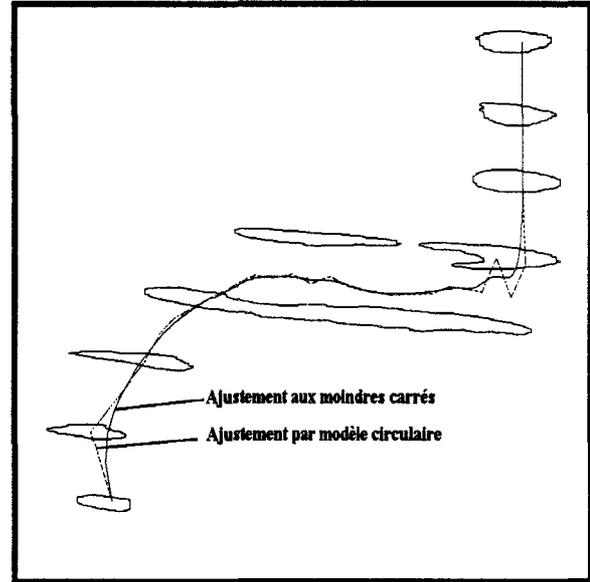


fig. 20 : ajustement aux moindres carrés de l'axe 3D de la figure 17.

4.3 Choix d'un système de paramétrisation

4.3.1 Introduction

Nous disposons à la suite de l'étape précédente, d'un ensemble de points appartenant aux sections artérielles et à l'axe précédemment défini. La position de chacun de ces points est exprimée dans un repère cartésien $(0,x,y,z)$ avec la direction oz choisie orthogonale au plan de coupe. Ce système de repérage servira également de référence commune pour la représentation finale des surfaces, sous forme de facettes triangulaires afin de rester cohérent avec le mode de représentation adopté initialement. Par contre, pour la reconstruction proprement dite, le repère cartésien s'avère inadapté à la nature particulière des formes considérées. D'autres méthodes de reconstruction de surfaces à partir de nuages de points ont été proposées dans la littérature. Pour en citer quelques unes, rappelons par exemple dans [DU 88], où ce sont tour à tour, les systèmes de coordonnées cartésien et cylindrique qui sont employés. De même, dans [BREV 87] ou [YOUN 89], où les objets à représenter se rapprochent plus ou moins d'une sphère, la préférence est logiquement donnée au système de coordonnées sphérique. Pour

notre part, notre problème revient à la paramétrisation d'un cylindre généralisé droit. Le mode de représentation des cylindres généralisés droits le plus généralement adopté, une fois l'axe connu, consiste à repérer les points de leur surface au moyen d'un système de coordonnées polaires centré au point u appartenant à la ligne centrale 3D. Tout point de la surface d'un cylindre généralisé se trouve donc ainsi désigné par un triplet (u, θ, r) où :

- u désigne la valeur paramétrique d'un point courant de l'axe lorsque cet axe est donné directement sous forme paramétrée $P(u)$. A noter qu'une autre paramétrisation possible de l'axe peut être définie par l'abscisse curviligne mesurée à partir d'une extrémité de l'axe.
- r représente la distance entre un point appartenant à la surface et un point u de l'axe.
- θ représente l'angle mesuré, dans le plan perpendiculaire à la tangente au point u de l'axe 3D, entre une direction de référence et la direction qui contient le point u et le point repéré.

Cette direction doit être définie tout au long de l'axe en veillant simplement à respecter l'orthogonalité avec celui ci (l'orthogonalité avec la tangente au point correspondant de l'axe) et de convenir ensuite que cette direction indique systématiquement l'origine des axes. Mais aussi et c'est ce qui est le plus important, afin d'obtenir une surface aussi régulière que possible, il est nécessaire d'adopter au départ une direction de référence dont la variation de la valeur est minimale le long de l'axe.

La solution la plus généralement proposée [SHAN 84][MORE 84][EBEL 93] est liée aux propriétés du repère de Frenet et conduit à l'expression d'une fonction $V(u)$ continue et facile à évaluer. Il nous a semblé avant tout nécessaire de faire un rappel de géométrie, pour définir le repère de Frenet.

4.3.2 Repère de Frenet .

Le repère est défini en tout point régulier d'une courbe de classe au moins C^2 où la courbure est non nulle. Il est constitué de trois vecteurs dont les directions sont indépendantes du mode de paramétrisation de la courbe : la tangente \vec{T} , la normale \vec{N} , la binormale \vec{B} . Leur

calcul fait intervenir les deux premières dérivées à la courbe qui s'énoncent par les formules suivantes :

- Lorsque la courbe est exprimée en fonction de l'abscisse curviligne (fig. 21) :

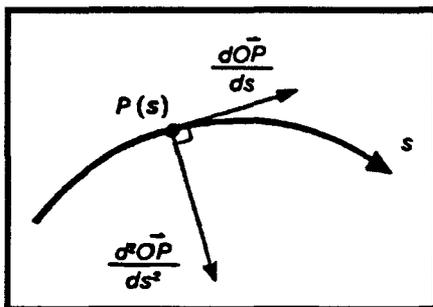


fig. 21: Paramétrisation normale (abscisse curviligne).

$$\vec{T} = \frac{\vec{dOP}}{ds} \quad (12) \quad \vec{N} = \frac{\vec{d^2OP}}{\left\| \frac{d^2OP}{ds^2} \right\|} \quad (13) \quad \vec{B} = \vec{T} \wedge \vec{N} \quad (14)$$

- Lorsque la courbe est exprimée sous forme paramétrique (fig. 22) :

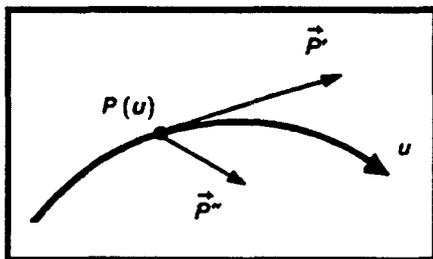


fig. 22 : Paramétrisation quelconque P(u).

$$\vec{T} = \frac{\vec{P'}}{\left\| \vec{P}' \right\|} \quad (15) \quad \vec{N} = \frac{\vec{B} \wedge \vec{T}}{\left\| \vec{P}' \wedge \vec{P}'' \right\|} \quad (16) \quad \vec{B} = \frac{\vec{P}' \wedge \vec{P}''}{\left\| \vec{P}' \wedge \vec{P}'' \right\|} \quad (17)$$

Lorsque le degré de continuité de la courbe est suffisant, on définit aussi les paramètres classiques de courbures ρ de torsion τ et de rotations instantanées Ω_f :

- Lorsque la courbe est exprimée en fonction de l'abscisse curviligne :

$$\rho = \frac{d\vec{T}}{N ds} \quad (18) \quad \tau = \frac{d\vec{B}}{N ds} \quad (19) \quad \vec{\Omega}_s = -\tau \vec{T} + \rho \vec{B} \quad (20)$$

(vecteur de Darboux)

- Lorsque la courbe est exprimée sous forme paramétrique :

$$\rho = \frac{\left\| \vec{P}' \wedge \vec{P}'' \right\|}{\left\| \vec{P}' \right\|^3} \quad (21) \quad \tau = -\frac{\left[\vec{P}', \vec{P}'', \vec{P}''' \right]}{\left\| \vec{P}' \wedge \vec{P}'' \right\|^2} \quad (22) \quad \Omega_{fu} = -\tau \vec{P}' + \frac{\vec{P}' \wedge \vec{P}''}{\left\| \vec{P}' \right\|^2} \quad (23)$$

Ce repère a rencontré un large intérêt dans certaines applications en synthèses d'images car il répondait au problème d'orientation dans la mesure où \vec{N} et \vec{B} forment justement une base orthonormée du plan normal en tout point de la courbe. En assimilant le vecteur \vec{V} à l'un ou l'autre de ces deux vecteurs, on obtient une direction de référence calculable en fonction de l'abscisse curviligne s ou du paramètre u .

Certains auteurs ont utilisé cette propriété, pour construire par exemple une courbe "offset" en 3D [COQU 87] où encore pour générer des objets par balayage "sweeping" d'un contour plan le long d'un axe [BLOO 85],[BRON 85],[GASC 90]. Mais ce procédé révèle un certain nombre d'inconvénients [BALL 82],[SHAN 84],[KLOC 86],[BLOO 91] :

- La normale et la binormale ne sont pas définies lorsque la dérivée seconde par rapport à s est nulle.
- Toute partie rectiligne de la courbe requiert donc un traitement spécial. L'annulation ponctuelle de la dérivée seconde au niveau d'une inflexion de la courbe se manifeste plus particulièrement par une inversion brutale du sens de la normale et de la binormale.
- Ces vecteurs enfin, présentent parfois des variations de direction indésirables, comme le prouve l'exemple de la figure 23.

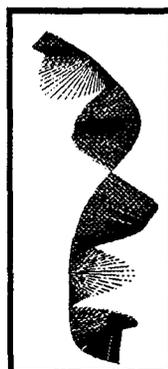


fig. 23 : Normales du repère de Frenet.

Ce constat était à la limite prévisible, dans la mesure où aucun critère précis n'avait guidé le choix du repère de Frenet. celui ci constitue simplement un "candidat" évident pour l'orientation des sections droites.

Une alternative à l'utilisation du repère de Frenet consiste à définir une direction de référence pas à pas tout au long de la courbe, en veillant à ce que le changement de direction engendré à chaque pas soit minimal.

4.3.3 Variation minimale de direction

Des approches différentes ont été proposées dans la littérature pour répondre à cette question. [SHAN 84] ou [MORE 84] adopte une formulation discrète de cette approche, c'est à dire pour un ensemble discret de positions sur la courbe. D'autres comme [KLOK 86] et [EBEL 93] proposent une formulation différentielle, en raisonnant cette fois ci sur des variations infiniment petites des paramètres géométriques.

4.3.3.1 Formulation discrète [SHAN 84], [MORE 84]

En pratique il est fréquent de n'avoir à donner une direction de référence que pour un nombre fini de positions $(P_i)_{i=[1,n]}$ sur la courbe. La règle adoptée entre outre, dans [SHAN 84], pour déterminer de proche en proche les directions de référence $(\vec{V}_i)_{i=[1,n]}$ peut s'énoncer ainsi (fig. 24) :

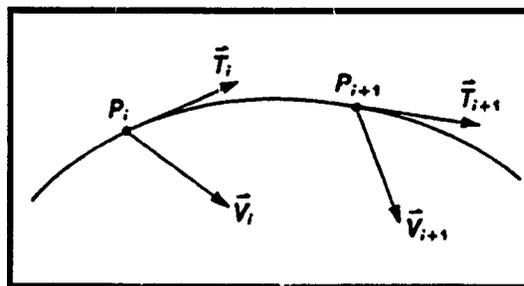


fig. 24 : Formulation discrète.

- Chaque vecteur \vec{V}_{i+1} est déduit du précédent \vec{V}_i , par rotation de celui ci autour d'un axe orthogonal aux tangentes \vec{T}_i et \vec{T}_{i+1} calculées en P_i et P_{i+1} . L'angle de rotation est égal à celui

formé par ces deux tangentes. \vec{V}_{i+1} est alors obtenu itérativement par la formulation discrète suivante :

$$\vec{V}_{i+1} = \vec{W}_{i+1} + (\vec{V}_i - \vec{W}_i) \cos\theta + (\vec{A} \wedge \vec{V}_i) \sin\theta \quad (24)$$

avec $\vec{A} = \frac{\vec{T}_i \wedge \vec{T}_{i+1}}{\|\vec{T}_i \wedge \vec{T}_{i+1}\|}$, $\theta = \left(\vec{T}_i, \vec{T}_{i+1} \right)$, $\vec{W}_i = \left(\vec{V}_i, \vec{A} \right) \cdot \vec{A}$

Avec la transformation appliquée à chaque pas, le changement de direction est réduit au strict minimum exigé par la conservation de l'angle avec la tangente (fig. 25).



fig. 25 : Variation minimale de direction.

Cette façon de procéder qui ne requiert qu'une continuité C^1 de la courbe, évite en outre le problème d'indétermination rencontré avec la normale et la binormale en cas d'annulation de la courbure. La direction de référence telle qu'elle est définie, c'est à dire dans le cas discret présente néanmoins l'inconvénient de dépendre du pas d'échantillonnage de la courbe. Comme précisé dans [SHAN 84], le résultat est d'autant plus satisfaisant que l'intervalle entre les positions successives P_i est faible.

- KLOK et EBEL ont étudié, par contre, le cas limite où l'intervalle devient infiniment petit pour déterminer ainsi vers une formulation différentielle ne dépendant plus que de la géométrie de la courbe.

4.3.3.2 Formulation différentielle [EBEL 93],[KLOK 86]

En raisonnant cette fois ci sur des variations infiniment petites des paramètres géométriques EBEL propose la même règle que dans le cas discret (fig. 26) :

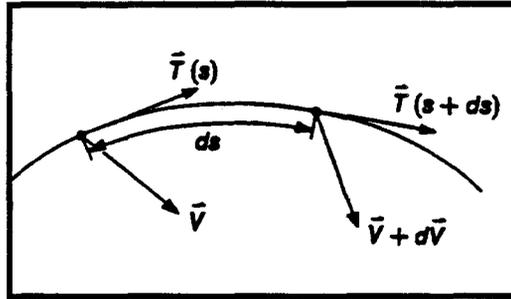


fig. 26 : formulation différentielle.

- Si les vecteurs \vec{V} et $\vec{V}+d\vec{V}$ indiquent respectivement les directions de référence aux abscisses curvilignes s et $s+ds$, $\vec{V}+d\vec{V}$ est déduit de \vec{V} par rotation d'angle $d\theta$ égal a celui que forment les tangentes $\vec{T}(s)$ et $\vec{T}(s+ds)$ autour d'un axe orthogonal à celle ci.

Il en déduit l'expression de l'équation différentielle qui régit le mouvement de la direction de référence le long de la courbe:

$$\frac{d\vec{V}}{ds} = \rho \vec{A} \wedge \vec{V} \quad (25)$$

$$\text{avec } \vec{A} \approx \frac{\vec{T}(s) \wedge \vec{T}(s+ds)}{\|\vec{T}(s) \wedge \vec{T}(s+ds)\|} \text{ et } d\theta \approx \frac{\vec{T}(s) \wedge \vec{T}(s+ds)}{\|\vec{T}(s)\| \|\vec{T}(s+ds)\|} \approx \rho ds$$

Dans le cas d'une paramétrisation quelconque l'équation se réécrit suivant la forme :

$$\frac{d\vec{V}}{du} = \left(\frac{\vec{P}' \wedge \vec{P}''}{\|\vec{P}'\|} \right) \wedge \vec{V} \quad (26)$$

Dans KLOK, le raisonnement tenu est quelque peu différent. Les équations différentielles (27) et (28) qu'ils proposent sont les suivantes :

$$\frac{\vec{dV}}{ds} = - \left(\frac{d^2 \vec{OP}}{ds^2} \right) \vec{T} \quad (27)$$

$$\frac{\vec{dV}}{du} = \left(\frac{\vec{P}' \wedge \vec{V}}{\|\vec{P}'\|^2} \right) \vec{P}' \quad (28)$$

Ces équations sont valables pour \vec{V} initialement orthogonale à \vec{T} . Ces équations se retrouvent facilement à partir des équations (25) et (26) en appliquant la formule du double produit vectoriel. Les variations de direction obtenues avec ces deux formulations sont donc identiques. Mais notre choix s'est portée sur la première formulation qui nous semble plus générale dans la mesure où :

- La direction initiale de \vec{V} peut être quelconque.
- La relation (25) fait intervenir des paramètres géométriques classiques du repère de Frenet.
- Les propriétés de conservation d'angles et de normes découlent de façon évidente de la forme même des équations [ARNA 77]. La paramétrisation adoptée étant quelconque, nous avons utilisée l'équation différentielle (26). Elle peut être résolue par une méthode numérique élémentaire de type Euler [NOUG 85] en partant d'une valeur initiale quelconque pour V. L'imprécision de la méthode d'Euler n'est pas gênante ici, car elle n'entraîne qu'une déviation très progressive de la direction calculée par rapport à la direction théorique optimale.

Ayant défini une direction de référence $\vec{V}(u)$ en tout point P(u) de l'axe, nous pouvons repérer les points de données comme suggéré au paragraphe III 1, en introduisant une sorte de système de coordonnées cylindrique "généralisée".

4.4 Repérage des points de données par rapport à l'axe.

On associe ainsi, à chaque point de données D_k (fig.27) :

- la valeur paramétrique u_k du point $P(u_k)$ de l'axe le plus proche de D_k .
- une valeur de "rayon" r_k qui représente la distance de D_k à l'axe, c'est à dire la distance entre D_k et $P(u_k)$.
- l'angle $\theta_k \in [0, 2\pi]$ mesuré entre les vecteurs $\vec{V}(u_k)$ et $\vec{P}(u_k)D_k$ et déterminé suivant le schéma de calcul suivant :

$$\begin{aligned}
 \vec{V}^\perp(u_k) &= \vec{V}(u_k) \wedge \vec{T}(u_k) \\
 \text{si } \vec{P}(u_k)D_k \cdot \vec{V}^\perp > 0 &\text{ alors } \theta_k = (\vec{P}(u_k)D_k, \vec{V}) \\
 \text{si } \vec{P}(u_k)D_k \cdot \vec{V}^\perp < 0 &\text{ alors } \theta_k = 2\pi - (\vec{P}(u_k)D_k, \vec{V}^\perp)
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

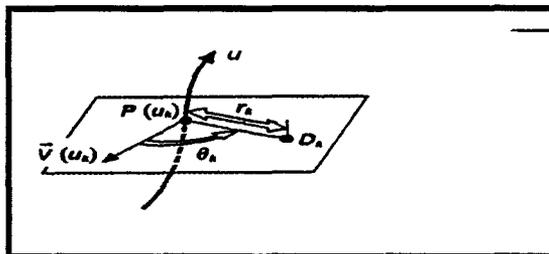


fig. 27 : Système de repérage des points de données.

Certaines conditions doivent être énoncées pour obtenir correctement ce nouveau système de coordonnées. En pratique, ces valeurs ne sont pas déterminées de manière exacte, ce qui serait trop coûteux en temps calcul. On procède au préalable à un échantillonnage de l'axe et l'on détermine la direction $V(u)$ que pour les positions échantillonnées (fig. 28.a).

Le paramétrage adopté suppose aussi que le diamètre de l'artère petit par rapport à la longueur de l'axe et que les sections droites présentent un contour assez régulier. En effet, une section non régulière implique, que la relation $r_k = f(\theta_k)$ est non bijective. L'irrégularité de certaines sections artérielles provoque, après la phase de reconstruction, l'apparition de

sections non circulaires. La plupart du temps, ces irrégularités représentent des zones de petites ramifications artérielles qui n'ont pas été prises en compte par l'utilisateur.

Ce type de paramétrisation, nous amène maintenant à étudier le problème du recouvrement de la surface tubulaire. Ce problème se ramène à celui de la définition d'une fonction réelle $r(u,\theta)$ qui réalise une approximation des données, c'est à dire des valeurs de rayons r_k aux positions (u_k,θ_k) du domaine rectangulaire $\Delta=[1,n]\times[0,2\pi]$ (fig 28.b).

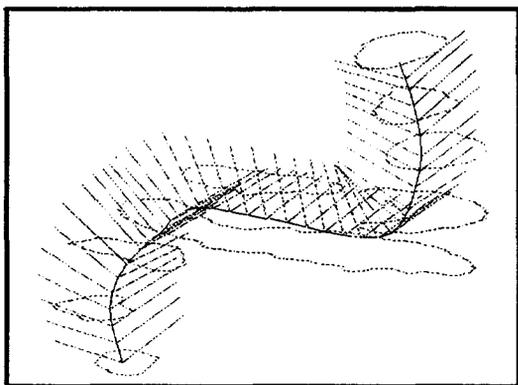


fig.28.a : Echantillonnage de l'axe et détermination de la direction de référence et de son vecteur orthogonal pour le repérage de points de données

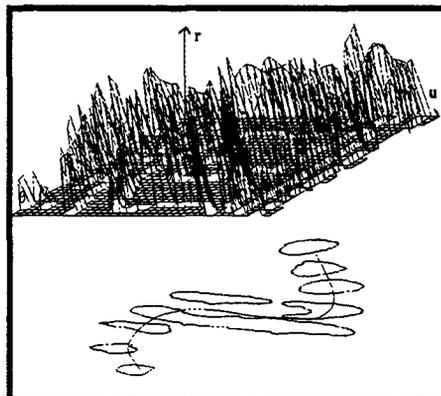


fig. 28.b : Détermination d'un nouveau système de coordonnées.

4.5 Approximation des données.

4.5.1 Introduction.

La question qui se pose maintenant, est celle de la détermination des valeurs de la fonction $r(u,\theta)$ dans les zones dépourvues de données. Nous désirons calculer ces valeurs de manière à obtenir une surface $r(u,\theta)$ aussi lisse que possible. Il s'agit là d'un problème d'approximation classique de surface qui a déjà suscité de nombreux travaux et qui a été étudié de façon détaillée dans le chapitre 3. Le problème d'approximation est réalisé à l'aide de la minimisation d'une fonctionnelle d'énergie qui comprend un terme de lissage aux moindres carrés et un terme régulateur :

$$\varepsilon (r) = \sum_{i=1}^N \alpha_i (r_i - r(\theta, u))^2 + \delta(r) \quad (30)$$

le critère de régularité le plus couramment utilisé ([GRIM 83], [TERZ 83], [BRAD 83], [LIN 89]...) est celui de la variation quadratique de $r(\theta, u)$ définie par (voir chapitre 3):

$$\delta(r) = \iint_{\Delta} (r_{uu}^2 + 2r_{\theta u}^2 + r_{\theta\theta}^2) \, du \, d\theta \quad (31)$$

Ce choix, qui est aussi le notre pour cette étude, trouve sa justification dans les propriétés énoncées par BRADY [BRAD 83] et exposées au chapitre 3.

4.5.2 Minimisation et discrétisation de la fonctionnelle d'énergie.

La minimisation de l'intégrale $\varepsilon(r)$ ne pose alors aucune difficulté. Le domaine rectangulaire Δ a été subdivisé en mailles rectangulaires régulières de taille h^2 ou chaque noeud est indexé par le couple (i, j) ($i=[1, N_u], j=[1, N_q]$) le long des axes u et θ . Les paramètres N_q et respectivement N_u sont fixés initialement par l'utilisateur et ils définissent le nombre des valeurs angulaires entières comprises dans l'intervalle réelle $[0, 2\pi]$ et respectivement le nombre de points de l'axe compris dans l'intervalle $[1, n]$. On définit ainsi un nouveau domaine de discrétisation D constitué d'un nombre total de noeuds $N = N_q * N_u$.

La fonction $r(u, \theta)$ ou plutôt sa forme discrète notée r^h est décrite par l'ensemble de ses valeurs r_{ij} aux noeuds du maillage, c'est à dire aux positions (i, j) . Les valeurs de r^h , déterminées lors de l'étape de repérage des points de données à l'axe, représentent les contraintes $C_{i,j}$ du problème d'optimisation et forment donc un sous ensemble noté $\Omega \in D$.

$\varepsilon(r)$ peut donc s'écrire sur le domaine discret D de la manière suivante :

$$\varepsilon(r^h) = \sum_{i,j \in D} \alpha (r_{i,j}^h - c_{i,j}^h)^2 + \delta(r^h) \quad (32)$$

En substituant les opérateurs différentiels par les opérateurs de différence et en utilisant le développement en série de Taylor au noeud (i, j) , on obtient l'expression discrète de $s(r^h)$ suivante :

$$\delta(r^h) = \frac{1}{h^2} \sum_{i,j \in D} [(r_{i+1,j}^h - 2r_{i,j}^h + r_{i-1,j}^h)^2 + 2(r_{i+1,j+1}^h - r_{i,j+1}^h - r_{i+1,j}^h + r_{i,j}^h)^2 + (r_{i,j+1}^h - 2r_{i,j}^h + r_{i,j-1}^h)^2] \quad (33)$$

Cette expression peut être mise sous la forme matricielle suivante :

$$e(r^h) = \frac{1}{2} (r^h, A^h \cdot r^h) - (f^h, r^h) = \frac{1}{2} r^{h\perp} \cdot A^h \cdot r^h - f^{h\perp} \cdot r^h \quad (34)$$

$(,)$: représente le produit interne euclidien bien connu. A^h est une matrice de dimension N^2 , symétrique, définie et positive. Le terme $f^h = \alpha C^h$ est un terme linéaire avec C^h comprenant à la fois les contraintes $c_{i,j}^h$ et les valeurs restantes du domaine initialement nulles.

Pour obtenir la fonction extrémale r_{opt}^h de $\varepsilon(r^h)$, on réalise la condition suivante :

$$\frac{\partial}{\partial r_{opt}^h} \varepsilon(r_{opt}^h) = A^h \cdot r_{opt}^h - f^h = 0 \quad (35)$$

le problème revient donc à résoudre un système d'équations linéaires de la forme :

$$A^h \cdot r_{opt}^h = f^h \quad (36)$$

Bien que l'évaluation des coefficients de A^h soit aisée à l'intérieur du maillage (c'est à dire pour $i \in [3 \dots N_q - 2]$ et $j \in [3 \dots N_u - 2]$), elle reste fastidieuse sur les frontières du domaine D. TERZOPOULOS [TERZ 83] propose un masque pondérateur $g_{i,j}$ d'ordre 2 et réalise à partir de celui ci une convolution sur tout le domaine. Les coefficients du masque représentent localement les coefficients de la matrice A^h et varient suivant la position courante du masque sur le domaine comme indiqué sur la figure 29.

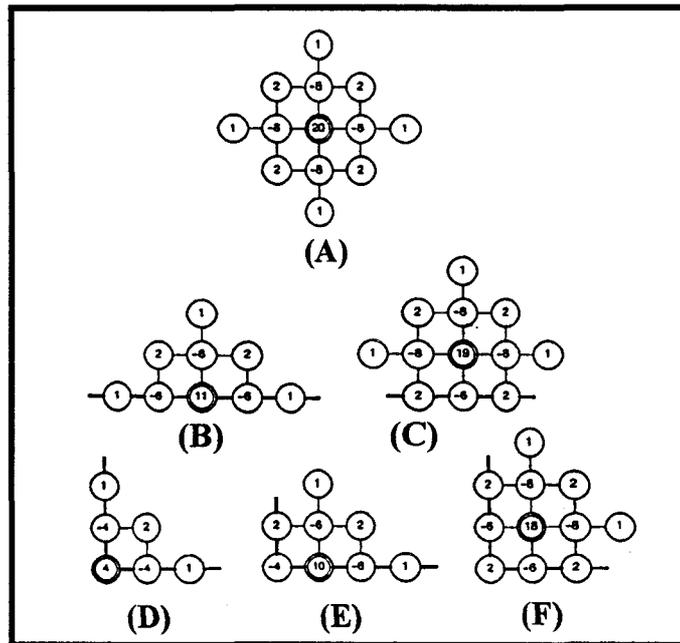


fig. 29 : Les masques pondérateurs g_{ij} appliqués au domaine.
La position courante est indiquée par un double cercle.
(extraits de [TERZ 83]).

Par exemple, l'équation obtenue au noeud (i,j) intérieur au domaine D est (fig. 29A) :

$$\begin{aligned} & \frac{-8}{h^2} (r_{i-1,j}^h + r_{i+1,j}^h + r_{i,j-1}^h + r_{i,j+1}^h) + \frac{2}{h^2} (r_{i-1,j-1}^h + r_{i+1,j-1}^h + r_{i-1,j+1}^h + r_{i+1,j+1}^h) \\ & + \frac{1}{h^2} (r_{i-2,j}^h + r_{i+2,j}^h + r_{i,j-2}^h + r_{i,j+2}^h) + \frac{20}{h^2} r_{i-1,j}^h + \alpha r_{i-1,j}^h = \alpha e_{i,j} \end{aligned} \quad (37)$$

Des méthodes itératives tels que, Jacobi, Gauss-Seidel ou de sur-relaxation permettent de résoudre les différents systèmes d'équations. Des approches hiérarchiques permettent d'accélérer sensiblement la convergence de ces méthodes [TERZO 83].

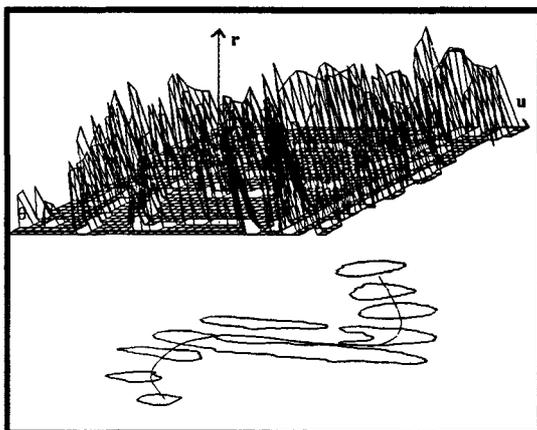


fig. 28.b

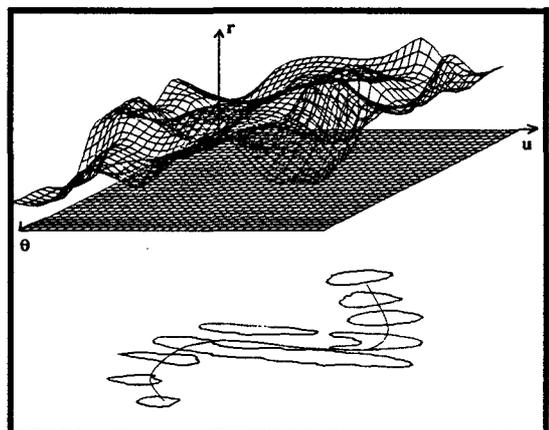


fig. 30: Approximation des données.

La figure 30 illustre le processus d'approximation sur les données de la figure 28.b avec ($N_u=62, N_q=36$).

La méthode de surrelaxation a été utilisée pour résoudre le système d'équations. A noter que des conditions de raccordement C^2 - continu sont imposées entre les bords $r(u,0)$ et $r(u,2\pi)$, puisque cette fonction est supposée représenter le développement d'une surface tubulaire. La prise en compte de ces conditions nécessitent que de légères modifications du schéma de calcul.

La totalité des valeurs $r_{i,j}$ ayant été déterminée, il suffit maintenant de repasser en coordonnées cartésiennes, c'est à dire d'effectuer l'opération inverse de celle décrite au paragraphe 3-4, pour obtenir une approximation de la surface du tube par un réseau régulier de point $Q_{i,j}$.

4.6 Retour aux coordonnées cartésiennes

Si $r_{i,j}$ désigne la valeur du rayon calculée en u_i , le point $Q_{i,j}$ est défini par :

$$Q_{i,j} = P(u_i) + r_{i,j} \vec{N}_{i,j} \quad (38)$$

$$\text{et } \vec{N}_{i,j} = \cos\theta_j \vec{V}(u_i) + \sin\theta_j \vec{V}^\perp(u_i)$$

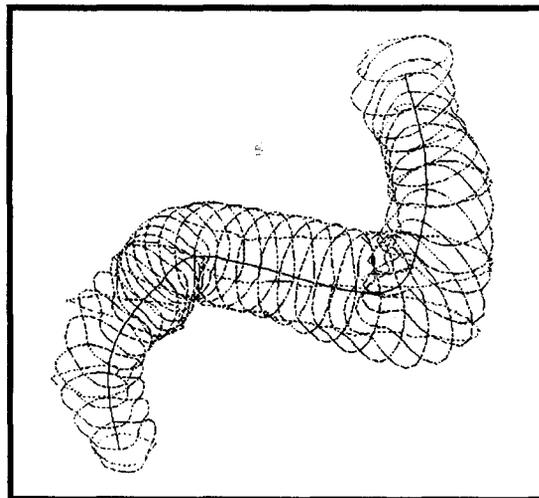


fig. 31 : Réseau de points interpolés

Les points $Q_{i,j}$ appartiennent donc tous au plan orthogonal à l'axe en $P(u_i)$. Ils représentent une section droite de la surface tubulaire. L'ensemble du réseau de points ainsi déterminé est illustré sur la figure 31.

Cette représentation filaire constitue en quelque sorte l'ossature de la surface du tube sur laquelle on réalise une interpolation.

4.7 Représentation finale de la surface du tube.

Dans le but d'obtenir une représentation réaliste de la branche artérielle ainsi reconstruite, nous procédons en dernier lieu, à une interpolation de ces points par triangulation (fig.32).

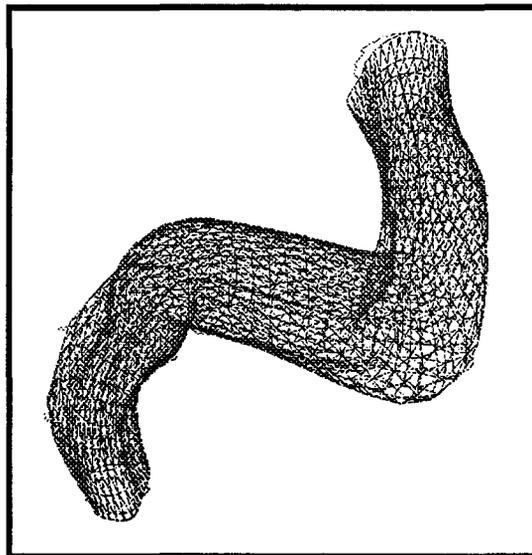


fig. 32 : triangulation du réseau de points.

Nous aurions pu tout aussi bien adopter un autre mode d'interpolation (nappe B-spline bicubique, surface de Béziérs...) mais le choix d'un tel mode de représentation trouve sa justification dans les points suivants :

- L'interpolation par une nappe polynomiale reste une opération coûteuse en temps calcul. L'interpolation par B-spline, Béziérs nécessitent au préalable la résolution successive de 2 systèmes d'équations linéaires [CHEN 89] afin d'obtenir les points de contrôle de cette

surface qui va venir s'appuyer sur des données. La triangulation de deux coupes successives composées chacune de N sommets nécessitent, quant à elle, le calcul de N^2 distances entre les points.

Cet outil a été depuis longtemps adopté, testé et validé par le laboratoire qu'il m'a semblé judicieux de l'employer et de le généraliser à la reconstruction surfacique d'un cylindre généralisé. L'algorithme de triangulation qui a été présenté au chapitre précédent a du être adapté à la reconstruction de coupes non parallèles puisque les sections obtenues après l'étape d'approximation sont orthogonales à l'axe (définition même du cylindre généralisé droit). Le critère qui a été adopté pour définir la triangulation entre deux coupes successives est le critère de l'arête minimale (voir chapitre précédent). Il n'est donc plus valable dans le cas qui nous intéresse. Une première solution consiste à se ramener au cas des coupes parallèles, c'est à dire à effectuer une rotation de l'une des deux coupes afin de la ramener dans le plan parallèle à l'autre, puis de trianguler suivant cette disposition. Cette solution reste tout de même fastidieuse et il nous a semblé plus judicieux d'utiliser les propriétés de régularité des sections pour répondre à cette question. En effet sur chaque coupe nous avons un nombre de points identiques ainsi qu'une distribution régulière des points. La triangulation devient alors évidente. Pour deux coupes comportant au total N^2 points, le codage, défini pour la liste des triangles associée à la triangulation de deux coupes, est composé d'une suite alternée binaire de 0 et de 1.

4.8 conclusion.

La méthode décrite dans ce chapitre permet de reconstruire une surface tubulaire à partir de données réparties sur des plan parallèles. Elle apporte aussi une solution pour la modélisation surfacique du siphon artériel, modélisation jugée trop grossière avec la méthode employée au chapitre précédent. L'approche proposée passe principalement par les étapes suivantes :

- Dans un premier temps, un axe 3D est évalué automatiquement à partir des données artérielles réparties sur des plans parallèles.

- La définition d'un tel axe permet d'ajuster automatiquement un cylindre généralisé droit sur les données.
- La surface principale du cylindre est obtenue par triangulation des sections droites.

La modélisation fait intervenir un certain nombre de paramètres "subjectifs", laissés à l'appréciation de l'utilisateur :

- Le nombre $(m+1)$ de points de contrôle v_j qui minimisent la distance entre la B-spline et les données lors de l'ajustement aux moindres carrées de la B-spline sur les points 3D de l'axe estimée. Suivant la valeur fixée pour m , la courbe passera exactement par les points de données ($m=n$) où représentera la courbe moyenne approximant les données ($m<n$). Le choix du nombre de points de contrôle pour obtenir une courbe 3D d'approximation correcte (c'est à dire qui a pour effet de lisser les petites oscillations de la courbe) a été fixé à $m/5$. Le choix étant subjectif, il pourra faire l'objet d'une étude plus approfondie.
- Le nombre N_u de points nodaux de l'axe du cylindre généralisé.
- Le nombre N_θ de points sur chaque section.
- La constante α détermine le degré de lissage de la surface sur les données. Si α est faible, nous obtenons une surface d'approximation. Par contre si α est grand, nous obtenons une surface d'interpolation.

L'approche présente néanmoins un certain nombre de points communs avec d'autres travaux, essentiellement [SHAN 84],[TERZ 87],[YOUN 89],[EBEL 93], le modèle du cylindre généralisé ayant déjà retenu beaucoup l'attention, notamment en vision par ordinateur. Cette approche tire son originalité sur la détermination automatique d'un axe 3D centré sur les données réparties sur des plan parallèles. Elle évite ainsi une approche interactive pénalisante [EBEL 93][TERZ 87]qui nécessite, après une première reconstruction, un recentrage de l'axe initial. Cette opération permet de disposer d'un axe approximativement centré, condition difficile à satisfaire lors de l'étape interactive, et d'effectuer dans le même temps la reconstruction.

Actuellement, la détermination 3D de l'axe repose sur certaines conditions que nous avons exposées au paragraphe 4.2. Une étude complémentaire devra être menée prochainement pour satisfaire les points suivants :

- Tout d'abord, il faudra définir complètement son domaine de validité en la testant sur un nombre important de branches artérielles.
- Elle devra être généralisée pour prendre en compte les sections avec des ramifications (zone d'embranchements dans le plan de coupe).

4.9 Autres résultats et résumé.

Voici résumé, comme illustré sur l'exemple de la figure 33, les grandes étapes de la reconstruction :

- Un axe 3D est estimé automatiquement à partir de données réparties sur des plans parallèles (fig. 33a).
- Les points de données sont alors repérés à partir d' un système de coordonnées polaire centré sur les points de l'axe (fig 33b).
- On réalise une approximation des données sur ce nouveau domaine (fig 33c).
- L'approximation de la surface du tube est obtenue en repassant dans le système cartésien (fig. 33d).
- Enfin on triangule le nouveau réseau de contours ainsi généré (fig. 33e).

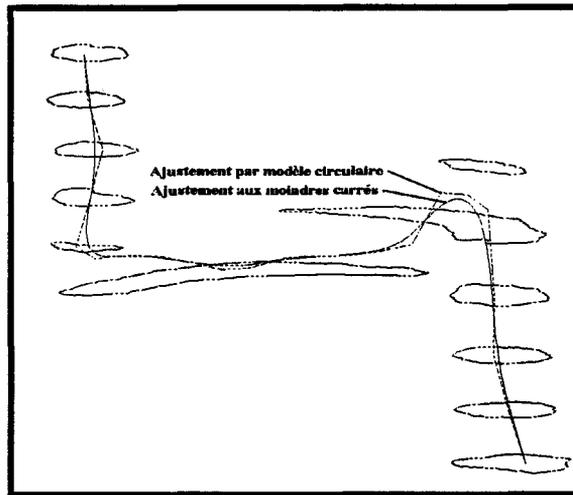


fig. 33.a : Estimation automatique de l'axe 3D de l'artère.

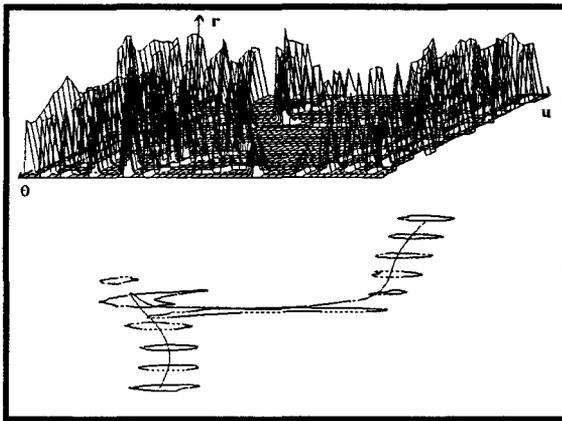


fig. 33.b : Repérage des données dans un nouveau système de coordonnées.

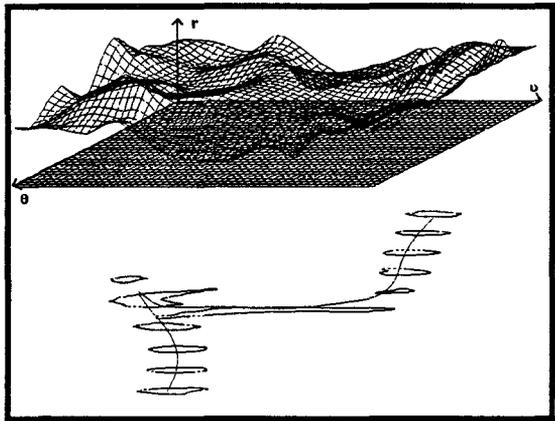


fig. 33.c : Approximation des données.

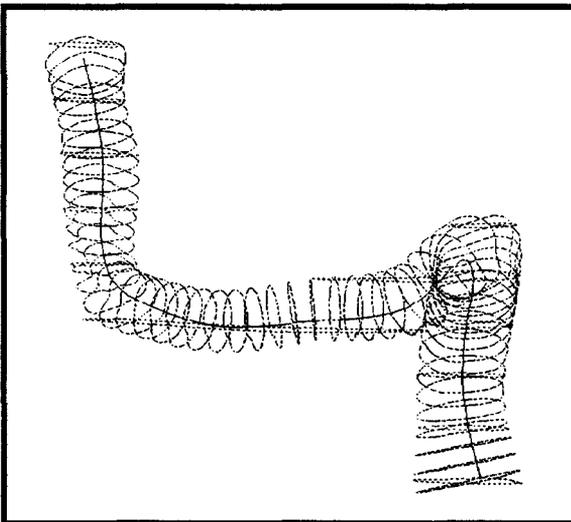


fig. 33.d : Nouveau réseau de points

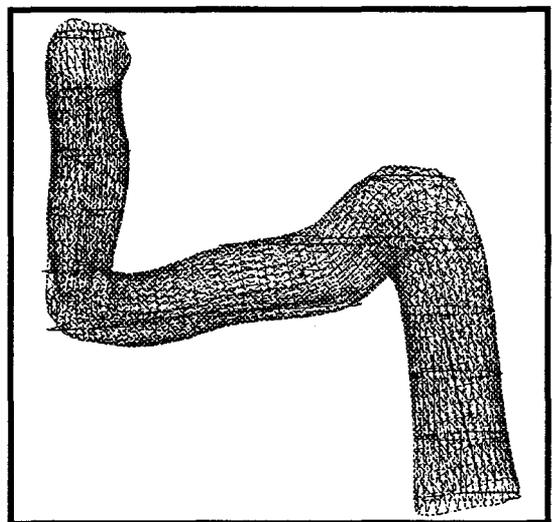


fig. 33.e : Triangulation

CHAPITRE 5

Chapitre 5

Interpolation élastique de contours

5.1 Introduction.

La reconstruction tridimensionnelle d'objets définis à partir de coupes parallèles présente encore de nombreux problèmes qui peuvent conduire parfois à des reconstructions assez approximatives voire erronées. Les erreurs de représentation trouvent principalement leur origine dans le protocole d'acquisition des coupes adopté par le radiologue. En effet, pour réduire la durée de l'examen, et les doses reçues par le patient ou pour pallier aux problèmes techniques (refroidissement et durée de vie des tubes en scanner X...), les examens sont souvent constitués de coupes épaisses, partiellement superposées ou pas, avec des distances inter coupes plus ou moins grandes. Cette particularité oblige, pour se placer dans des conditions d'échantillonnage homogènes de l'espace, à recourir aux techniques d'interpolation. Les techniques de modélisation classiques, qu'elles soient surfaciques (triangulation, surface B-spline, Béziérs...) ou volumiques (voxels), lorsqu'elles sont appliquées sur des données peu nombreuses et irrégulièrement réparties, présentent certaines limites et font apparaître des discontinuités dans la reconstruction. L'idée la plus généralement retenue pour réduire ce type de défaut consiste à créer d'une manière rationnelle et cohérente de nouvelles coupes entre celles déjà existantes. Cette approche a suscité un plus large intérêt dans le cadre d'une approche par coupe mais est restée pratiquement inexistante dans le cadre d'une approche par contours. Nous présentons dans ce chapitre une nouvelle méthode d'interpolation de contours. Cette méthode consiste à créer de nouveaux contours afin d'affiner la reconstruction 3D de l'objet. La génération des contours est obtenue en utilisant le modèle du contour actif. Initialement, les contours qui se situent sur deux coupes successives sont projetées dans le même plan et constituent ainsi un système dynamique de forces de tension. Un champ de forces externes, s' il est correctement appliqué au système, permet à l'un des deux contours de se déformer progressivement et de prendre la forme de l'autre contour. Dans un premier paragraphe, nous rappelons les différentes méthodes d'interpolation utilisées pour la reconstruction 3D d'objets. Dans un second paragraphe, nous présentons les principes de la

méthode que nous proposons et nous l'illustrons par des résultats obtenus à partir d'images synthétiques et scanners. Pour terminer, nous discutons et concluons sur les caractéristiques et les possibles évolutions de cette méthode.

5.2 Tour d'horizon des techniques d'interpolation

5.2.1 Interpolation volumique de coupes

Comme il a été présenté au chapitre II, elle fait référence à la modélisation volumique par voxels. Cette modélisation, appelée également "énumération spatiale", code les objets dans un espace discret et borné, l'espace ainsi défini, est une trame cubique 3D analogue à une grille volumétrique 3D. Chaque noeud de la grille est au centre du voxel cubique (dans le cas d'une grille uniforme) (fig. 1).

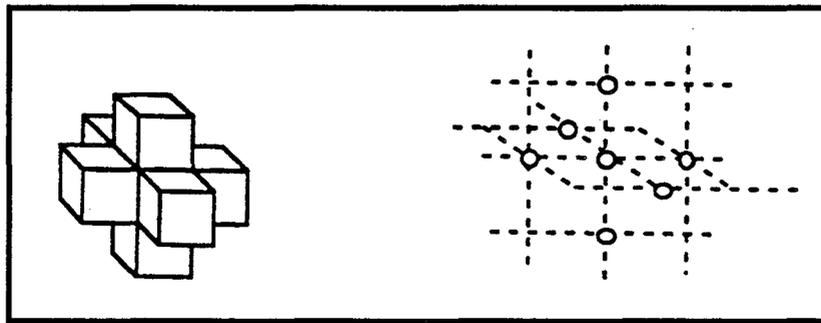


fig. 1 : Equivalence entre cellule voxel et noeud de la grille.

Dans la première définition, le voxel ne peut prendre que deux valeurs plein ou vide, homogène ou non homogène mais il peut prendre aussi une valeur scalaire (niveau de gris, transparence...) ou n uplets de valeurs scalaires (images couleurs). Les techniques d'interpolation de valeurs scalaires dans une grille volumétrique ont trouvé leur application dans les trois domaines suivants :

- Dans une opération appelée interpolation de coupes, des valeurs supplémentaires sont estimées pour créer de nouvelles coupes cohérentes entre celles existantes afin de réduire l'épaisseur intercoupe [UDUP 91] [STYT 90] [STYT 91].

- Des valeurs scalaires sont interpolées pour augmenter le nombre de voxels dans la grille volumétrique suivant n'importe quelle direction pour générer des iso-surfaces [WILH 90][PARR92].
- De nombreux algorithmes de rendu volumique utilisent une estimation des valeurs scalaires dans des éléments de volume composé de huit voxels (huit noeuds de la grille). Ces algorithmes utilisent les techniques du lancé de rayon [LEVO 88] [DILL 91] ou V-Buffer [UPS0 88].

Le domaine d'application qui nous intéresse ici et qui fera l'objet d'une présentation dans le prochain paragraphe concerne l'interpolation de coupes. On y trouvera une description sommaire des techniques les plus couramment utilisées telles que les techniques déterministes (interpolation linéaire, trilineaire, tricubique) mais aussi des techniques statistiques ("Kriging") récemment appliquées aux traitements des images .

5.2.1.1 Techniques d'interpolation déterministes

La résolution de données obtenue par les modalités d'acquisition d'images médicales ont deux caractéristiques qui peuvent produire des images imprécises :

- premièrement, l'espace intercoupe est souvent plus grand que la résolution dans le plan.
- deuxièmement la résolution de la modalité d'acquisition et la résolution de l'image produite sont typiquement différentes.

Le premier problème est corrigé en utilisant une interpolation intercoupe et la deuxième en estimant de nouvelles valeurs durant la génération des images pour augmenter le nombre de voxels dans chaque coupe.

L'objectif de l'interpolation de coupe consiste à diminuer l'espace intercoupe en créant de nouvelles coupes entre celles existantes et d'obtenir ainsi une reconstruction 3D plus lisse.

Parmi les techniques d'interpolation déterministe, on trouve :

- La technique du voisin le plus proche qui assigne au nouveau voxel la même valeur scalaire que son plus proche voisin. Cette technique fournit des représentations 3D de pauvre qualité, car l'interpolation qui est ici effectuée ne réalise qu'une simple duplication de coupes [FAR 89]. Si par contre, on assigne au nouveau voxel la moyenne des valeurs scalaires des voxels avoisinants, cette interpolation devient plus précise car plus de valeurs scalaires sont introduites dans l'estimation.
- L'interpolation linéaire estime les valeurs des voxels intercoupe à partir de la moyenne pondérée par la distance des valeurs scalaires assignées aux deux voxels les plus proches. Par exemple, pour calculer la valeur scalaire $f(N_0)$ du noeud intermédiaire N_0 à partir des noeuds O_0 et O_1 on réalise l'opération (fig. 2) :

$$f(N_0) = \frac{d_n}{d_{01}} [f(O_1) - f(O_0)] + f(O_0) \quad (1)$$

Le principal inconvénient de cette méthode est qu'elle n'utilise seulement qu'un petit voisinage fixé d'échantillons. Il en résulte alors une perte d'information importante pour obtenir une interpolation précise (artefacts dans le rendu).

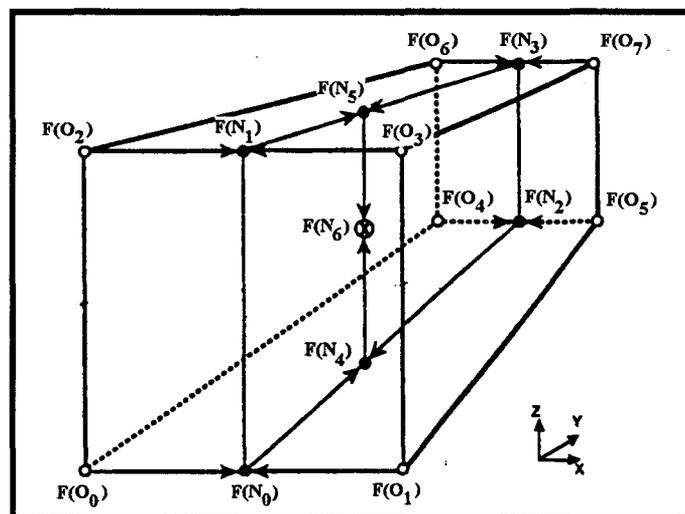


fig. 2 : Interpolation trilinéaire.

- L'interpolation trilinéaire calcule, quant à elle, les valeurs des voxels intercoupe à partir de la moyenne pondérée par la distance des valeurs scalaires assignées aux huit plus proches

voisins (fig.2). L' interpolation trilinéaire suppose que les valeurs scalaires varient linéairement le long des trois directions [UDUP 91].

Sur la figure 2, l'objectif est d'estimer $f(N_6)$ à partir des valeurs scalaires des huit noeuds de la grille [$f(O_0) \dots f(O_7)$]. L' interpolation trilinéaire opère en calculant les rapports des distances et les différences des valeurs scalaires successivement jusqu'à la détermination de la valeur désirée.

L'interpolation trilinéaire et linéaire possèdent deux propriétés qui peuvent réduire la précision des estimations dans un ensemble de données 3D :

- Premièrement, seul un nombre limité (2 ou 8) de voxels avoisinants sont utilisés pour estimer une nouvelle valeur d'un noeud dans la grille. En fait, ces échantillons ne peuvent fournir suffisamment d'informations pour décrire la variabilité des données dans la grille.
- Deuxièmement, rien n'oblige à supposer que les valeurs scalaires des voxels varient linéairement le long de la grille.
- Contrairement à l'interpolation trilinéaire, l' interpolation tricubique fournit un modèle non linéaire très intéressant pour l'approximation et utilise un plus grand nombre de valeurs d'échantillons situés dans le voisinage des huit noeuds de la grille. Elle approxime les valeurs à partir d'un produit de convolution de fonctions polynomiales (polynômes cubiques de Hermite) ou de fonctions polynomiales par morceau (fonctions splines de degré trois). La fonction tricubique d'interpolation s'écrit de manière générale sous la forme suivante :

$$F(u, v, w) = \sum_i \sum_j \sum_k f_{i,j,k} B_i(u) B_j(v) B_k(w) \quad (2)$$

où $B_i(u), B_j(v)$ et $B_k(w)$ sont les fonctions de mélange monodimensionnelles, $f_{i,j,k}$ représentent les valeurs scalaires des échantillons avoisinants et $F(u,v,w)$ estime la valeur scalaire de l'échantillon interpolé au point $(u,v,w) \in \Omega (= [0,1]^3)$.

En parcourant (u,v,w) sur tout le domaine Ω , l'interpolation est réalisé entre les huit noeuds de la grille.

5.2.1.2 Technique d'interpolation statistique : Kriging

La technique Kriging est un processus statistique qui a trouvé son origine dans les géosciences pour estimer par exemple les distributions d'or et de pétrole sous terre [MATH 63], mais elle est utilisable pour n'importe quel ensemble de données distribuées spatialement. Cette technique est basée sur un modèle de régression linéaire multiple. Elle estime une valeur Z_{opt} inconnue en un noeud p de donnée en utilisant la somme linéaire pondérée des valeurs connues Z_i des n noeuds voisins p_i :

$$Z_{opt}(p) = \sum_{i=1}^n \omega_i Z_i(p_i) \quad (3)$$

Les poids ω_i sont choisis de manière à minimiser la variance de l'erreur d'estimation et à maintenir un échantillonnage régulier :

$$\begin{cases} E[Z_{opt} - Z] = 0 \\ E[Z_{opt} - Z]^2 \text{ minimal} \end{cases} \quad (4)$$

où Z est la valeur réelle du noeud p .

Ces deux conditions, lorsqu'elles sont développées, déterminent le système d'équation Kriging et sa résolution fournit alors les poids optimaux ω_i pour l'estimation.

L'utilisation d'une telle technique dans l'interpolation d'images médicales résulte des propriétés intéressantes qu'elle possède. Dans [PARR 93] :

- Il a été prouvé que ce processus constitue le meilleur estimateur linéaire non biaisé pour des estimations localisées à partir de données distribuées.
- Ce processus peut déterminer la variabilité de chaque ensemble de données et utilise cette information pour calculer des estimations optimales des valeurs d'échantillons inconnues avec une mesure de la variance de l'erreur.

Un aspect important de modèle Kriging est qu'il base son estimation sur une configuration dynamique et non statique de points avoisinants et traite ces points comme des variables régionalisées au lieu de variables aléatoires.

5.2.2 Interpolation de contours

Cette technique procède différemment de celle qui a été présentée précédemment. En effet, l'interpolation utilise ici le contour résultat de la segmentation pour créer de nouveaux contours et non pas cette fois ci pour fournir une valeur scalaire comme le niveau de gris ou la couleur.

A notre connaissance, il n'existe actuellement que deux méthodes qui permettent de répondre à cette question.

- LIN et al. [LIN 89] proposent une méthode d'interpolation de contour dynamique pour la reconstruction 3D d'objets médicaux définis par un ensemble de sections parallèles. Elle est basée sur la méthode dite de l'assortiment élastique proposée par BURR [BURR 81]. Initialement deux contours sont projetés sur le même plan puis on fait agir un champ de force préalablement identifié, sur l'un des contours ("start contour") pour qu'il se déplace progressivement et prenne finalement la forme de l'autre contour ("goal contour"). Le contour de départ C^s et le contour objectif C^g sont représentés par une liste de sommets :

$$\begin{aligned} C^s &= \{(x_i, y_i, z_i), 1 \leq i \leq N_s\} \\ C^g &= \{(x'_i, y'_i, z'_i), 1 \leq i \leq N_g\} \end{aligned} \quad (5)$$

Cette interpolation est réalisée en quatre étapes indépendantes:

- 1) Tout d'abord, on détermine pour chaque sommet du contour initial le plus proche segment du contour objectif. Le critère de proximité employé ne représente pas seulement une

simple mesure de distance mais vient s'ajouter aussi une mesure de dissimilarité d'orientation qui va permettre de lever l'ambiguïté lorsque deux mesures de distance sont très proches.

2) On détermine ensuite un vecteur \vec{DS} qui représente le vecteur déplacement entre un sommet du contour de départ et le plus proche segment du contour objectif.

3) Un champ de forces est alors évalué à partir de l'ensemble des vecteurs déplacements définis entre les deux contours. Il est défini par une fonction de forces de répulsion et d'attraction et se formule de la manière suivante :

$$\vec{DS}(x, y) = \gamma^{-1} \left[\frac{\sum_{i=1}^{i=N_1} G_i^s \vec{D}^s(i, J_i)}{\sum_{i=1}^{i=N_1} G_i^s} - \frac{\sum_{j=1}^{j=N_2} G_j^g \vec{D}^g(j, I_j)}{\sum_{j=1}^{j=N_2} G_j^g} \right] \quad (6)$$

avec :

$$G_i^s = \exp\left(\frac{-(x - x_i)^2 - (y - y_i)^2}{\sigma_k^2}\right)$$

$$G_j^g = \exp\left(\frac{-(x - x'_j - D^{gx}(j, I_j))^2 - (y - y'_j - D^{gy}(j, I_j))^2}{\sigma_k^2}\right) \quad (7)$$

Les G_i^s, G_j^g sont des facteurs de pondération permettant d'accentuer l'influence des proches voisins par rapport à celle des voisins les plus éloignés.

σ_k est défini par :

$$\sigma_k = \sigma_0 f^k \quad (8)$$

avec σ_0 une constante fixée. σ_k est une valeur qui décroît graduellement après chaque itération et réduit ainsi "l'intervalle d'influence" de la distribution gaussienne. Ce paramètre a pour effet, d'accentuer la force sur des points particuliers et de diminuer l'influence du voisinage lorsque le contour initial se rapproche du contour final. Le paramètre γ représente le facteur de viscosité et contrôle la convergence du processus.

4) Une formulation itérative du processus est définie pour générer l'ensemble des contours intermédiaires C_k :

avec la condition initiale $C^0 = C^S$. Le processus est stoppé lorsque le critère d'arrêt suivant est

vérifié :

$$\frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{i=N_s} |\bar{D}S^k(x_i, y_i)| < \varepsilon \quad (10)$$

où ε est une valeur réelle fixée.

Cette méthode permet d'obtenir de bons résultats dans le cas de contours à forme régulière (Fig. 4) et des dispositions particulières, telles que des modifications des facteurs de pondération, sont prises pour traiter le cas des embranchements (Fig. 5). Néanmoins, elle reste inefficace lorsque les contours présentent des formes irrégulières. Par exemple pour la déformation d'un contour convexe vers un contour concave (Fig. 6), le critère de proximité adopté devient insuffisant.

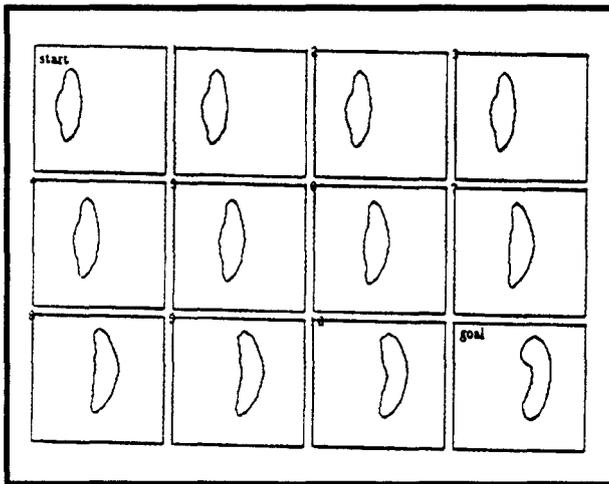


fig. 4 : Interpolation de contours réguliers.
(Extrait de [LIN 89])

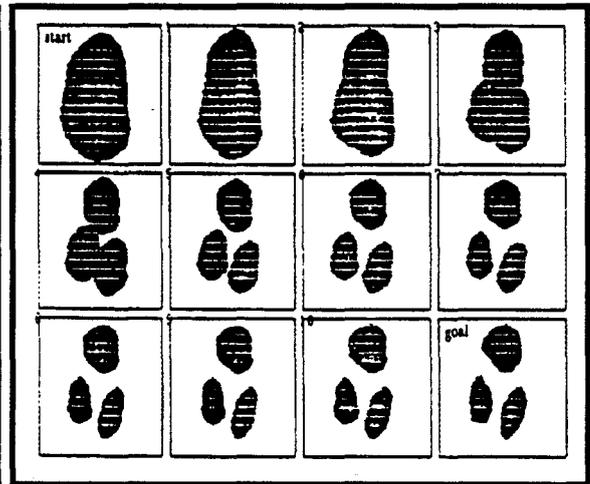


fig. 5 : Résultat sur les embranchements.
(Extrait de [LIN 89])

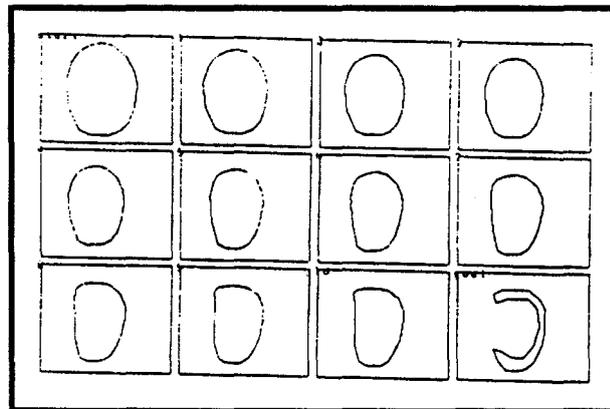


fig. 6 : Cas d'un contour fortement concave.
(Extrait de [LIN 89])

- Dans le cadre de la reconstruction surfacique à l'aide de surfaces triangulaires planes, [KANE 88] propose une méthode de reconstruction utilisant l'inférence de portions de contours. Comme nous l'avons fait remarquer précédemment les méthodes de triangulation classiques échouent souvent lorsqu'il apparaît, entre deux coupes successives, de trop grandes dissimilitudes comme une évolution trop rapide de la forme entre deux coupes successives. Kaneda, pour détecter ces changements rapides de forme, fait remarquer que la longueur des segments reliant les deux coupes devient vite grande par rapport à la distance intercoupe (fig. 7). Dès que :

$$l_{ij}^2 > k (h^2 + s_j^2) \quad (k \text{ paramètre}) \quad (11)$$

on considère que l'on est dans ce cas. Dès qu'une zone de rapide changement de forme est détectée entre deux coupes successives, une coupe intermédiaire locale est intercalée (pour simplifier les calculs, seule une portion de contour est inférée), puis un nouveau calcul de triangulation est lancé (fig. 8).

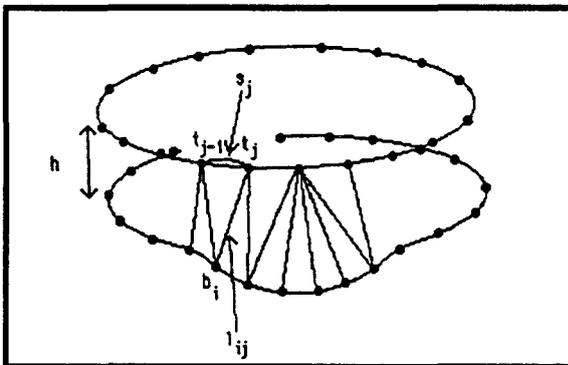


fig. 7 : Zone de rapide changement de forme.

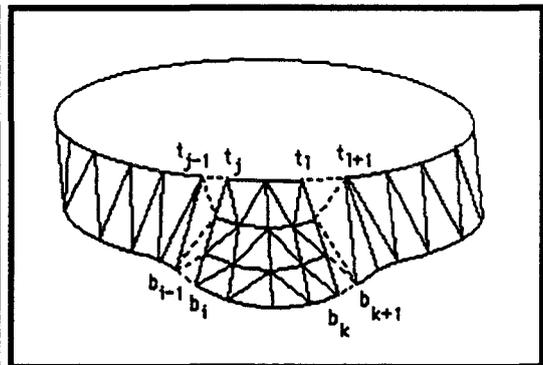


fig. 8 : Reconstruction utilisant l'inférence de portions de contours.

(extrait de [KANE 88]).

Cette méthode permet d'obtenir de biens meilleurs résultats que les méthodes " classiques " mais ne propose qu'un traitement local des cas particuliers.

- Dans le cadre de l'interpolation de contours, nous proposons dans le paragraphe suivant une méthode d'interpolation originale basée sur la théorie des contours actifs. Par rapport aux méthodes présentées ci dessus, son avantage repose sur le fait qu'elle permet d'obtenir une interpolation cohérente à partir de contours de formes irrégulières et permet aussi de conserver un aspect 3D réaliste.

5.3 Présentation de la méthode

5.3.1 Principe.

Elle est basée sur l'idée initiale de [TERZ. 87] qui considère une courbe fermée comme un modèle géométrique actif de contour. Le contour est déformé en appliquant des forces externes. Le contour final résulte d'un état d'équilibre entre l'énergie interne du contour actif et l'énergie des forces externes. Cette méthode a suscité un large intérêt dans le domaine de la segmentation des images. Dans ce contexte, l'énergie externe est caractérisée par les forces de l'image qui attirent le contour actif vers les régions de fort gradient. Dans notre application, le problème est différent : un contour initial et un contour final sont initialement définis et notre objectif est de réaliser un processus de déformation cohérent pour générer des contours intermédiaires.

5.3.2 Modélisation mathématique.

Soit une courbe donnée $V(s,t)$ continue et fermée dépendant de l'abscisse curviligne $s \in \Omega = (0,1)$ et du temps $t \in \mathbb{R}^+$ définissant l'évolution de la courbe dans le temps. Nous définissons aussi $v(s,t) = [x(s,t), y^*(s,t)]$ un point de cette courbe avec x et y ses coordonnées dans le plan.

L'énergie potentielle globale de la courbe est définie par la fonctionnelle d'énergie suivante :

$$E(V(s,t)) = E_{snake} = \int_{\Omega} [E_{int}(v(s,t)) + E_{ext}(v(s,t))] ds \quad (12)^*$$

* Dans la suite du texte, afin de rendre la notation plus facile, le paramètre t sera omis.

Détaillons chacun de ses termes :

- **Energie interne.**

C'est la partie régularisante de la fonctionnelle et elle prend ici la forme suivante :

$$E_{\text{int}}(V(s)) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} [\omega_1(s) |V_s(s)|^2 + \omega_2(s) |V_{ss}(s)|^2] ds \quad (13)$$

Ce terme est couramment utilisé comme terme stabilisateur pour régulariser les problèmes mettant en jeu des courbes. Cette expression particulière provient d'une formulation plus générale proposée par [TIKH 77] pour régulariser les problèmes univariés :

$$\|v\|_p^2 = \sum_{m=0}^{m=p} \int_{\mathcal{R}} \omega_m(x) \left(\frac{d^m v(x)}{dx^m} \right)^2 dx \quad (14)$$

où $\omega_m(x)$ sont des fonctions pondératrices continues et positives.

Ce terme stabilisateur est à rapprocher de celui qui a été défini dans le chapitre 3 pour régulariser les problèmes mettant en jeu les surfaces (2D). En remplaçant \mathcal{R} par Ω , x par s , et dans le cas particulier où p vaut 2 où $\omega_0(s)$ est nulle, on retrouve l'expression de l'énergie interne de la courbe. Ces courbes connues sous le nom de spline sous tension ont le mérite de posséder un comportement analogue à celui de splines traditionnelles et permettent, en plus, d'éviter l'apparition trop fréquente des points d'inflexion [SCHW 66] [CLIN 74].

Un tel modèle est doté d'une interprétation physique en termes de plaques et membranes :

- Le premier terme $\int \omega_1(s) |v_s(s)|^2 ds$ correspond, à un coefficient multiplicatif près, à l'énergie de déflexion d'une membrane. En particulier le terme $|v_s(s)|$ influence la longueur de la courbe et la valeur minimale de ce terme caractérise la tension ou la rigidité.

- Le second terme $\int \omega_2(s) |v_{ss}(s)|^2 ds$ correspond à la l'énergie de déflexion d'une plaque fine. En particulier le terme $|v_{ss}(s)|$ influence la courbure de la courbe et caractérise la flexion ou l'élasticité.

L' effet conjugué de ces deux termes produit une courbe suffisamment lisse sans pour autant produire des boucles superflues. Notons également que les termes pondérateurs $\omega_1(s)$ et $\omega_2(s)$ régulent respectivement la tension et la flexion et qu'il est possible de définir des caractéristiques élastiques différentes en chaque point de la courbe en choisissant ces paramètres non constants. Ces paramètres permettent donc de définir les qualités élastiques du contour actif.

- **L'énergie externe.**

L'énergie externe peut être de nature différente selon l'application :

- L'énergie image : les contours détectés sont caractérisés par un maximum du module du gradient de l'intensité de niveau de gris sur la courbe. Il semble donc naturel de définir cette énergie en fonction de cette grandeur. On peut alors écrire :

$$E_{\text{image}}(V(s)) = - \int_{\Omega} |\nabla I(v(s))|^2 ds \quad (15)$$

où I représente l'intensité du niveau de gris au point considéré de l'image et ∇ l'opérateur gradient.

- L'énergie potentielle de gravitation : cette énergie s'exprime communément par

$$E_{\text{grav}}(V(s)) = \int_{\Omega} m(s) \cdot g \cdot Z(v(s)) ds \quad (16)$$

où $m(s)$ est la densité de masse au point s , $g(s)$ le champ de gravitation, et $Z(v(s))$ la valeur du potentiel au point $v(s)$ sur la surface potentielle.

Lemary [LEMA 92], par exemple, propose à l'aide d'un modèle actif de simuler dynamiquement la propagation d'un feu de prairie pour déterminer le squelette de la surface considérée. Pour cela il détermine au préalable une surface potentielle obtenue

par inversion de l'image des distances au fond de la surface (pour plus de détail voir [CHASS 91]). Une fois cette surface potentielle H déterminée, le modèle actif est positionné sur la frontière de la surface et sous l'influence de la gravité, il se déforme suivant la topographie de H. On atteint ainsi un état d'équilibre correspondant au minimum de l' énergie, c'est à dire aux minimums locaux de la surface potentielle. Cet état d'équilibre caractérise alors le squelette de la surface.

- L'énergie potentielle de tension : cette énergie s'exprime en un point s de la courbe par

$$E(v(s)) = -\frac{1}{2} k \|S\bar{M}\| \quad (17)$$

où k est le coefficient d'élasticité du ressort et M un point extérieur défini par l'utilisateur.

L'énergie de tension est utilisée pour forcer le modèle actif à conserver localement une caractéristique déterminée, par exemple la position d'un point du modèle ou les régions de fortes courbures du modèle. Dans l'exemple cité ci dessus la simulation du processus de propagation du feu de prairie ne peut être réalisé sans l'intégration des informations de frontière dans le calcul du squelette. Des points critiques tels que les régions de fortes courbures sont extraits de l'image. Sur ces zones le modèle actif est relié par un ressort afin de caractériser lors du processus les extrémités des branches du squelette.

En remplaçant (13) dans (12), l'intégrale d'énergie devient :

$$E(V(s)) = \int_{\Omega} \left[\frac{1}{2} (\omega_1(s) |V_s(s)|^2 + \omega_2(s) |V_{ss}(s)|^2) + E_{ext}(v(s)) \right] ds \quad (18)$$

Ce qui est équivalent à la forme :

$$E(V(s)) = \int_{\Omega} F(s, v, v_s, v_{ss}) ds \quad (19)$$

Parmi un ensemble de courbes $V(s)$, nous devons déterminer la courbe $V^*(s)$ qui minimise (19). Les problèmes impliquant la minimisation de fonctionnelles sont la plupart du temps résolus par le calcul des variations. Cette méthode développée dans de nombreux ouvrages [COUR 53][ENID 93] montre que la condition nécessaire pour qu'une courbe soit un minimum local pour E est qu'elle satisfasse l'équation d'Euler Lagrange associée :

$$F_v - \frac{\partial F_{v_s}}{\partial s} + \frac{\partial^2 F_{v_{ss}}}{\partial s^2} = 0 \quad (20)$$

avec :

$$\begin{aligned} F_v &= \frac{\partial F(s, v, v_s, v_{ss})}{\partial v} = \frac{\partial E_{\text{ext}}(v(s))}{\partial v} \\ F_{v_s} &= \frac{\partial F(s, v, v_s, v_{ss})}{\partial v_s} = \omega_1(s) v_s(s) \\ F_{v_{ss}} &= \frac{\partial F(s, v, v_s, v_{ss})}{\partial v_{ss}} = \omega_2(s) v_{ss}(s) \end{aligned} \quad (21)$$

En remplaçant (21) dans (20) et en supposant que les coefficients $\omega_1(s)$ et $\omega_2(s)$ sont constants quelque soit s , on obtient:

$$\frac{\partial E_{\text{ext}}(v(s))}{\partial v} - \omega_1 \frac{\partial v_s(s)}{\partial s} + \omega_2 \frac{\partial^2 v_{ss}(s)}{\partial s^2} = 0 \quad (22)$$

L'équation (22) peut encore être exprimée sous la forme de deux équations indépendantes entre x et y :

$$\begin{cases} -\omega_1 \frac{\partial x_s(s)}{\partial s} + \omega_2 \frac{\partial^2 x_{ss}(s)}{\partial s^2} = -f_x(x(s), y(s)) \\ -\omega_1 \frac{\partial y_s(s)}{\partial s} + \omega_2 \frac{\partial^2 y_{ss}(s)}{\partial s^2} = -f_y(x(s), y(s)) \end{cases} \quad (23)$$

avec :

$$f_x = \frac{\partial E_{\text{ext}}}{\partial x}, \quad f_y = \frac{\partial E_{\text{ext}}}{\partial y} \quad (24)$$

L'équation (23) peut encore s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{cases} A X = -F_x(x, y) \\ A Y = -F_y(x, y) \end{cases} \quad (25)$$

où (X, Y) représente le vecteur position en x et y du modèle actif $V(s)$, (F_x, F_y) représente le vecteur en x et y des forces extérieures agissant sur les points du modèle. La matrice A appelée aussi matrice d'élasticité représente l'ensemble des forces élastiques internes au modèle. Elle est définie, positive, symétrique et presque pentadiagonale. Le système, tel qu'il est décrit en (25) représente l'état du système à l'instant t .

Pour obtenir la convergence de la courbe vers son objectif, des termes de déplacements doivent être définis de telle manière qu'ils permettent au système d'évoluer dans le temps. Un système en mouvement en mécanique classique est gouverné par les équations d'Euler Lagrange :

$$\begin{cases} m \frac{\partial^2 X}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial X}{\partial t} + A X = -F_x \\ m \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} + \gamma \frac{\partial Y}{\partial t} + A Y = -F_y \end{cases} \quad (26)$$

où :

- m représente la densité uniforme de masse du système,
- γ représente le facteur de viscosité,
- $(m \frac{\partial^2 X}{\partial t^2}, m \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2})$, représente l'inertie du système, proportionnelle à l'accélération,
- $(\gamma \frac{\partial X}{\partial t}, \gamma \frac{\partial Y}{\partial t})$, représente l'amortissement du système, proportionnel à la vitesse,
- (A_x, A_y) , représente les forces internes d'élasticité et de rigidité du système,
- (F_x, F_y) , sont les forces externes définies comme les dérivées premières spatiales de l'énergie externe.

En choisissant un pas temporel τ tel que F reste approximativement constant sur chaque intervalle $[t, t+\tau]$, nous obtenons le schéma itératif suivant :

$$\begin{cases} X^{(t)} = (A + aI)^{-1}(bX^{(t-1)} - cX^{(t-2)} - F_X(X^{(t-1)}, Y^{(t-1)})) \\ Y^{(t)} = (A + aI)^{-1}(bY^{(t-1)} - cY^{(t-2)} - F_Y(X^{(t-1)}, Y^{(t-1)})) \end{cases} \quad (27)$$

avec $a = \frac{m}{\tau^2} + \frac{\gamma}{\tau}$, $b = \frac{2m}{\tau^2} + \frac{\gamma}{\tau}$, $c = \frac{m}{\tau^2}$

où (X^k, Y^k) représente le vecteur position en x et y de la courbe aux instants $k = t, t-1, t-2$.

Berger [BERGE 91] a montré que la stabilité du schéma (caractérisé par le fait qu'une petite perturbation sur les données n'entraîne qu'une faible variation de la solution) est assurée lorsque la matrice $(A+aI)$ est bien conditionnée, c'est à dire pour un choix approprié de a.

Le système (27) est alors résolu itérativement par la méthode de surrelaxation décrite dans [CIARL 90].

Les caractéristiques internes du modèle étant définies, il nous faut préciser maintenant la nature du champ de potentiel qu'il faut lui appliquer.

5.3.3 Choix de l'énergie potentielle extérieure

Le système étudié est composé de deux contours C_1 et C_2 projetés sur le même plan. Chaque contour est représenté par une liste de sommets que l'on appellera "structure nodale". La structure nodale C_1 du contour initial et la structure nodale C_2 du contour objectif sont définies par:

$$\begin{cases} C_1 = \{P_i = (x_i, y_i), 0 \leq i \leq n - 1\} \\ C_2 = \{Q_j = (x_j, y_j), 0 \leq j \leq m - 1\} \end{cases} \quad (28)$$

Dans un premier temps, le contour actif, que nous appellerons contour modèle "reposera" sur le contour initial C_1 et progressivement se déformera pour converger vers le contour objectif que l'on appellera simplement objectif. Parmi les différentes formes de champ de potentiel extérieur qui ont été décrites, la forme la plus cohérente correspondant à notre application doit être définie. Nous avons choisi pour cela l'énergie potentielle de tension car le système de force quelle présente, à condition quelle soit appliquée correctement à la structure nodale du modèle, permet d'obtenir une déformation cohérente par rapport à l'objectif. Cette énergie potentielle s'exprime par :

$$V(P_i) = \frac{1}{2} k \|P_i Q_j\| \quad (29)$$

avec P_i un noeud du modèle et Q_j son vis à vis sur l'objectif.

Physiquement, ce système de force agit comme un système de ressorts de coefficient d'élasticité k reliant la structure nodale du modèle à celle de l'objectif.

Ce champ représente alors un ensemble de forces de tension variables dans le temps dont l'expression générale est définie par :

$$F^t = kD^t \quad (30)$$

avec $D^t = [\|P_0 Q_0\|^t, \|P_1 Q_1\|^t, \|P_2 Q_2\|^t, \dots, \|P_{n-1} Q_{n-1}\|^t]$ représentant le champ de distances variable dans le temps associé au système.

On considère ainsi les deux contours (modèle et objectif) comme étant un système dynamique de forces de tension (fig. 9).

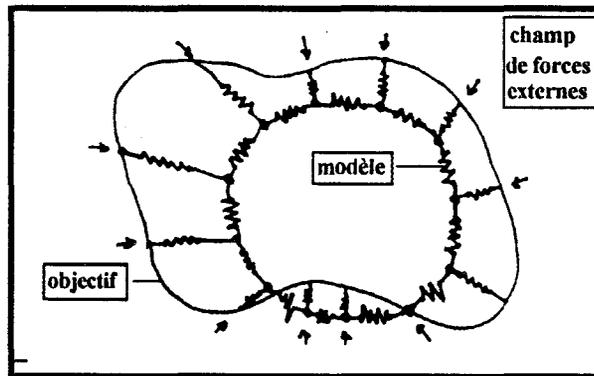


fig. 9: Système dynamique de forces de tension

La convergence du processus de déformation est obtenue en évaluant correctement la distribution du champ de forces externes entre les deux contours et en contrôlant le pas de déformation intermédiaire.

5.3.4 Détermination du champ de forces externes.

5.3.4.1 Introduction

Ce problème est probablement le plus délicat à résoudre, car il influence directement la déformation du modèle. Il consiste à déterminer les connections nodales optimales entre le modèle et l'objectif de manière à obtenir un processus de déformation cohérent et réaliste.

Dans [LIN 89], le champ de forces est déterminé en évaluant, pour chaque sommet de l'un des contours, le plus proche segment sur l'autre contour. Le critère de proximité utilisé dans ce cas ne repose pas seulement sur la distance euclidienne, mais à celle-ci, vient s'ajouter une mesure d'incompatibilité directionnelle. Ce critère de proximité reste néanmoins insuffisant et cette approche est limitée aux contours ne possédant pas de différence de forme trop significatives. Si nous voulons résoudre de manière générale cette étape, cela devient difficile lorsqu'initialement la paire de contours présente des discontinuités de formes et de tailles importantes comme par exemple, la déformation d'un modèle convexe sur un objectif concave ou la déformation d'un modèle semi-inclus voire non inclus dans l'objectif.

Avant tout, nous allons énumérer les différents cas possibles pour des modèles de forme convexe ou concave. Pour terminer nous proposerons une méthode systématique pour évaluer une distribution cohérente du champ de forces.

5.3.4.2 Cas du modèle convexe déformable

Une première approche simple du problème consiste à penser que la structure nodale du modèle sera reliée aux noeuds les plus proches de l'objectif (fig.10.a). Cette hypothèse devient insuffisante dans le cas où les deux contours sont de formes ou de tailles différentes. Dans ce cas, le modèle va s'aplatir sur une partie de la frontière de l'objectif et atteindre son état d'équilibre (Fig.10.b).

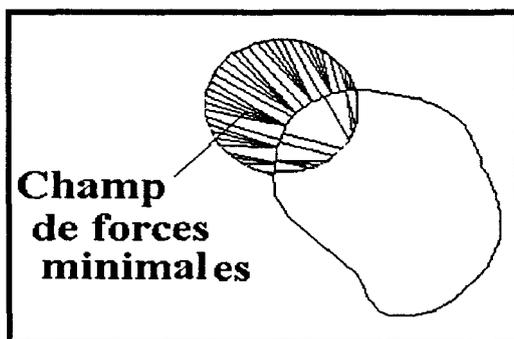


fig.10.a : La structure nodale du modèle est reliée au plus proches sommets de la structure nodale de l'objectif.

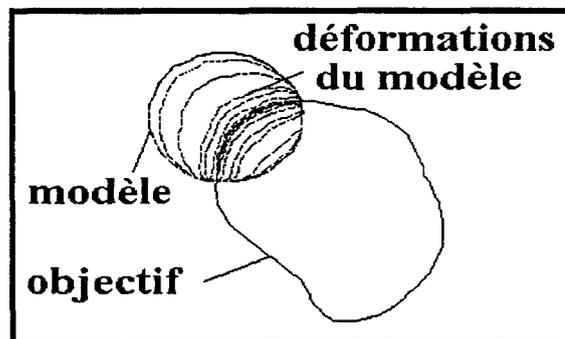


fig.10.b : Le processus de déformation ne converge pas. Le modèle s'aplatit sur la frontière de l'objectif.

Une deuxième idée consiste à considérer que le champ de distances est obtenu à partir des noeuds de l'objectif qui appartiennent à la direction définie par la normale en chaque noeud du modèle (fig.11.a). Cette hypothèse est correcte et logique dans le cas où la structure nodale du modèle est incluse dans celle de l'objectif, mais devient fausse lorsqu'elle est semi incluse, car une partie de la frontière du modèle est située à l'extérieur de celle de l'objectif. Dans ce cas, nous obtenons une déformation cohérente de la partie de la frontière du modèle, qui se situe à l'intérieur de l'objectif tandis que sur la partie exclue apparaît une déformation croisée générant des étranglements (fig.11.b).

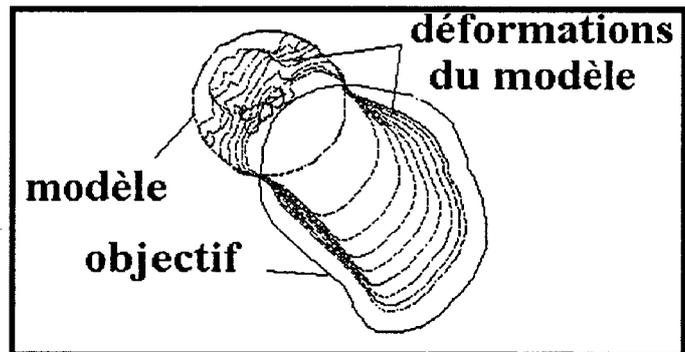
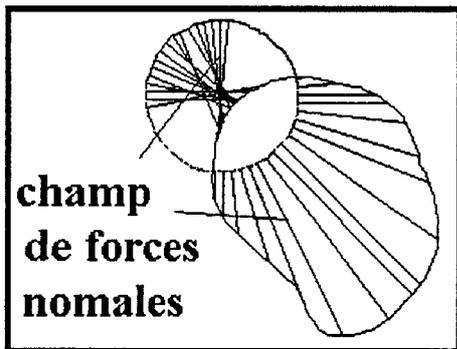


fig.11.a : Forces normales à la frontière du modèle. Sur la frontière extérieure du modèle apparaît un champ de forces croisées.

fig.11.b : Le processus de déformation ne converge pas.

Nous obtenons des résultats encourageants lorsque nous associons ces deux approches (fig.12.a). Le processus de déformation obtenue apparaît réaliste et cohérent (fig.12.b) lorsqu'on différencie les cas de la façon suivante (20) :

Quand la partie de frontière du modèle est incluse, nous choisissons un champ de forces normales le long de celle ci.

Quand la partie de frontière du modèle est exclue, nous choisissons un champ de forces minimales le long de celle ci.

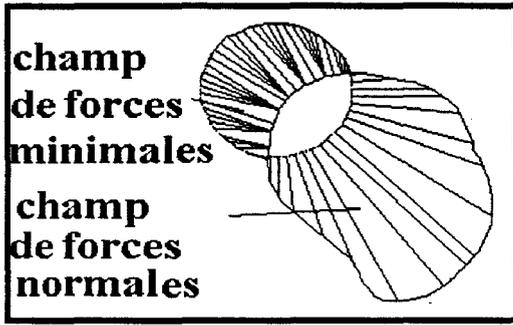


fig.12.a : Association des deux champs de forces.

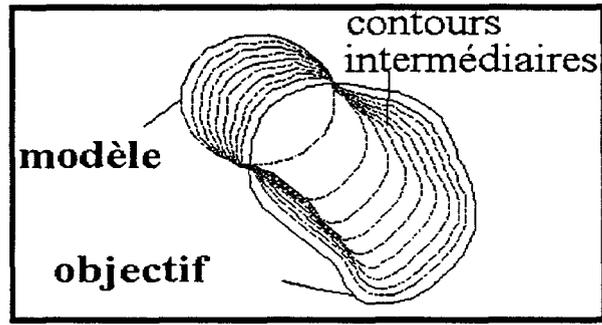


fig.12.b : Le processus de déformation converge.

Cependant, à cette règle vient s'ajouter des conditions supplémentaires lorsque le modèle possède une forme plus compliquée présentant des concavités.

5.3.4.3 Cas du modèle concave déformable

L'hypothèse d'une distribution de forces normales le long de la frontière du modèle n'est plus satisfaisante lorsque celui-ci est concave. En effet, le champ de forces tend à se croiser suivant la courbure de la concavité (fig. 13.a), entraînant une déformation incorrecte du modèle (fig. 13.b).

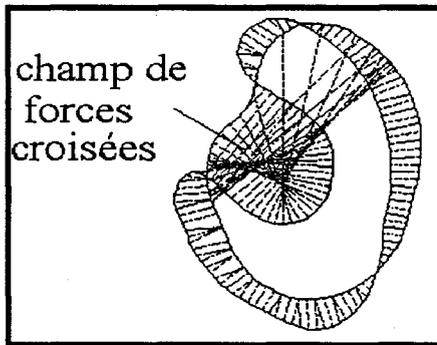


fig.13.a : Champ de forces croisées dans la zone de concavité.

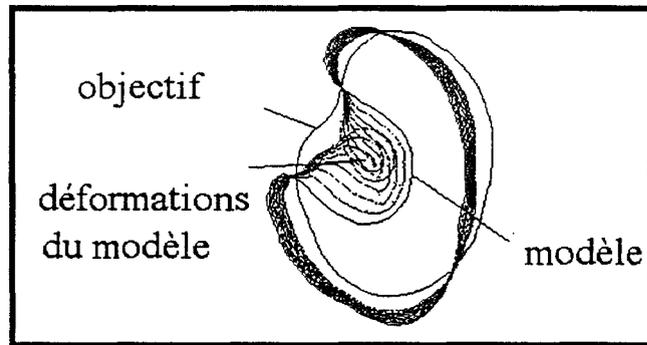


fig.13.b : Le processus de déformation ne converge pas.

L'idée originale que nous proposons pour résoudre facilement ce problème consiste à associer à la technique du modèle actif, celle de [CHOQ 93] qui associe un modèle convexe elliptique à un modèle concave. L'ellipse a été choisie car elle est la forme convexe la plus simple qui englobe le mieux une courbe fermée. Par ailleurs, ce modèle convexe va servir de

"support" au modèle concave pour définir une distribution de forces cohérente et régulière le long de sa frontière.

Les caractéristiques de l'ellipse sont obtenues en déterminant le rectangle exinscrit minimal dont les côtés sont parallèles aux vecteurs propres de la matrice centrale d'inertie I du modèle, définie par:

$$I = \begin{vmatrix} \sum_i X_i^2 & \sum_i X_i Y_i \\ \sum_i X_i Y_i & \sum_i Y_i^2 \end{vmatrix} \quad (31)$$

où $(X_i, Y_i)_{i=1, n}$ représente l'ensemble des sommets centrés sur l'isobarycentre G du modèle.

les vecteurs propres V_1 et V_2 sont obtenus à partir de la résolution de I correspondant aux directions des axes principaux d'inertie suivant lesquels le contour présente le plus fort et le plus faible moment d'inertie.

Nous obtenons les dimensions maximales du rectangle (fig.14.a) le long des vecteurs propres par les relations suivantes :

$$\begin{cases} D_1 = \sup_i \{ \vec{GM}_i - \vec{V}_1 \} - \inf_i \{ \vec{GM}_i - \vec{V}_1 \} \\ D_2 = \sup_i \{ \vec{GM}_i - \vec{V}_2 \} - \inf_i \{ \vec{GM}_i - \vec{V}_2 \} \end{cases} \quad (32)$$

où D_1 est la dimension du grand axe de l'ellipse, D_2 est la dimension du petit axe et C est le centre de l'ellipse.

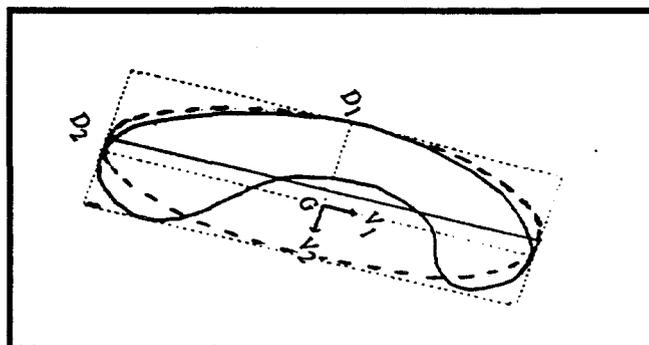


fig.14.a : Transformation du modèle en un contour convexe (ellipse).

Les sommets du modèle sont alors projetés sur l'ellipse. Cette projection est réalisée en deux étapes :

- Une première étape détermine les sommets d'intersection du modèle avec l'ellipse.
- Une seconde étape pratique la projection des sommets du modèle sur l'ellipse à l'exclusion des sommets d'intersection.

Le problème qui se pose à présent réside dans la détermination des intersections du modèle avec l'ellipse.

5.3.4.3.1 Intersection du modèle avec l'ellipse.

L'intersection entre les deux types de courbes reste une opération délicate puisque l'une (le modèle) est une courbe fermée discrète tandis que l'autre (l'ellipse) est une courbe fictive continue. Pour réaliser cette opération d'intersection du modèle avec l'ellipse, une première idée consiste à conserver les sommets les plus proches avec un critère de proximité défini et de les considérer comme points d'intersection.

Nous proposons la solution suivante qui consiste à dire qu'un sommet du modèle M est un sommet d'intersection avec l'ellipse s'il est contenu dans une couronne elliptique C définie de la manière suivante (33) :

$$\forall k \in [1, n], P_k(x_k, y_k) \in (M) \cap (C) \Leftrightarrow \frac{x_k^2}{(D_1 + \Delta)^2} + \frac{y_k^2}{(D_2 + \Delta)^2} < 1 < \frac{x_k^2}{(D_1 - \Delta)^2} + \frac{y_k^2}{(D_2 - \Delta)^2}$$

avec 2Δ l'espacement entre l'ellipse interne et l'ellipse externe.

La valeur pratique de Δ utilisée est égale à la moitié du pas d'échantillonnage du modèle. Si un sommet du modèle n'est pas contenu dans la couronne, alors il est projeté sur l'ellipse. Au contraire, si deux sommets consécutifs du modèle sont situés de part et d'autre de la couronne, un sommet fictif contenu dans la couronne et évalué par une méthode dichotomique, est choisi comme sommet d'intersection. Le modèle est alors défini comme une succession d'arcs dont les extrémités sont les sommets d'intersection vérifiant (33), tandis que les sommets appartenant à chaque arc du modèle sont projetés sur chaque arc de l'ellipse.

5.3.4.3.2 Projection du modèle sur l'ellipse

La projection la plus classique est la projection orthogonale, mais celle ci présente deux inconvénients majeurs : premièrement, l'ordre des sommets sur le plan de projection n'est pas forcément conservé et deuxièmement , il n'y a pas conservation des distances. Alors, nous proposons de transférer la distance de sommets successifs d'un arc du modèle sur l'arc correspondant de l'ellipse en la pondérant par le rapport entre la longueur de l'arc du modèle et celle de l'arc correspondant de l'ellipse. Cependant, le calcul de la longueur d'un arc d'ellipse est fastidieuse car il repose sur le calcul d'un développement limité. Nous préférons, pour éviter ce calcul, transférer cette distance sur la corde correspondante :

Soit une courbe (C) (arc du modèle) composée des sommets $P_i(0 \leq i \leq n-1)$, soit (P) et (E) la corde et l'arc de l'ellipse correspondante (fig.14.b), nous définissons la transformation suivante :

$$T = P_i \xrightarrow{H(P_0, k_i)} P_i' \xrightarrow{P^\perp} P_i'' \quad (34)$$

$$P_i'' = (P^\perp \circ H)(P_i) = T(P_i)$$

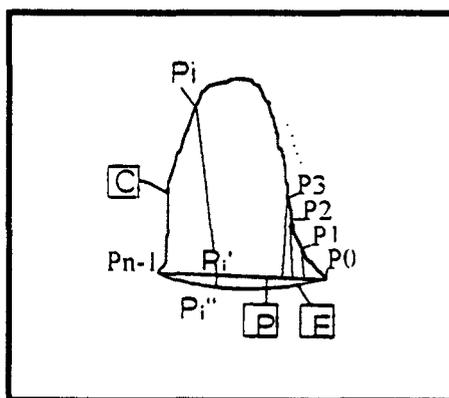


fig.14.b : Projection des sommets du modèle sur l' arc correspondant de l'ellipse.

L'application $H(P_0, k_i)$ est une homothétie de centre P_0 et de rapport :

$$k_i = \frac{\sum_{j=0}^{i-1} d(P_j, P_{j+1})}{\sum_{j=0}^{n-1} d(P_j, P_{j+1})} \quad (35)$$

la position du point P_i sur la corde est définie alors par :

$$\vec{P}_0 P_i' = k_i \vec{P}_0 P_{n-1} \quad (36)$$

l'application P^\perp est la projection orthogonale de P_i sur l'arc de l'ellipse (E) au point P_i . La projection orthogonale effectuée à ce niveau n'apporte qu'une légère erreur sur la conservation des distances entre les sommets, tandis que l'ordre des points est conservé. L'ellipse (C) fournit alors à la structure nodale du modèle un " support " pour évaluer les directions du champ de forces. En effet, on associe à chaque sommet P_i du modèle une direction de déformation définie par le vecteur $P_i P_i''$. Nous obtenons de cette manière une distribution régulière (sans croisement) du champ de forces (fig.15.a) et donc un processus de déformation réaliste (fig.15.b).

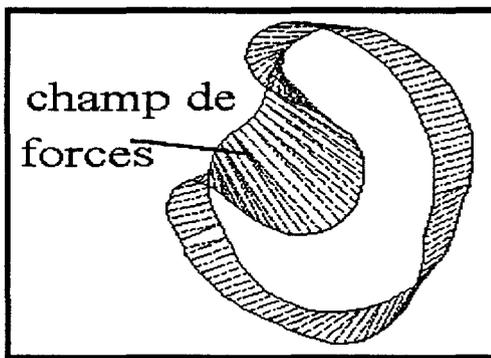


fig.15.a : Champ de forces obtenu à partir de la transformation elliptique du modèle.

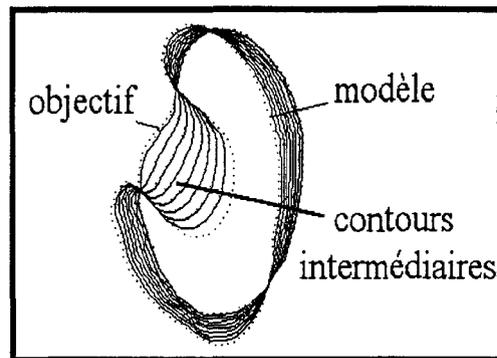


fig.15.b : Génération des contours intermédiaires. Le processus converge.

5.3.4.4 Influence du choix du modèle de départ

Si nous inversons maintenant le choix du modèle de départ, la méthode précédente présente quelques limites. En effet, la distribution du champ de forces sera différente selon que le modèle actif repose initialement sur C_1 ou C_2 et sera donc fortement dépendant de la forme du contour objectif. Pour illustrer le processus de déformation inverse, nous avons repris par exemple le système de contours précédent où le modèle repose initialement sur le contour convexe. Les figures 16.a et 16.b présentent respectivement la distribution du champ de forces et le processus de déformation associé. La déformation du modèle convexe sur un contour concave a échoué, car la distribution du champ de forces, le long de la frontière du modèle, qui est non incluse à celle de l'objectif, est minimale et ne prend pas en compte les sommets les plus éloignés appartenant à la concavité.

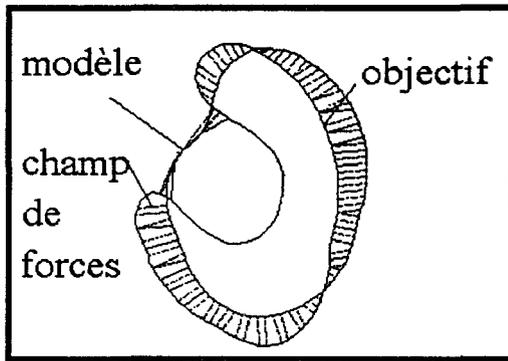


fig.16.a : Champ de forces obtenu sans transformation elliptique de l'objectif.

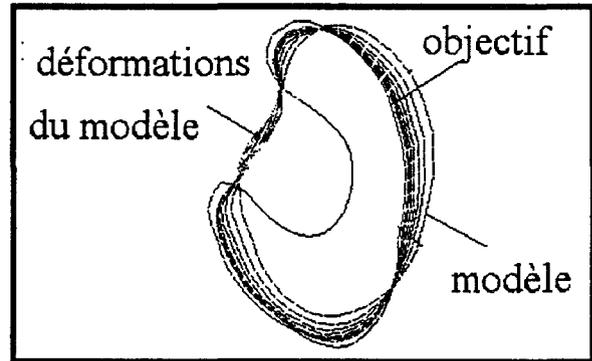


fig.16.b : Le processus de déformation ne converge pas.

Nous proposons pour généraliser l'approche précédente, de remplacer de la même manière l'objectif par un contour elliptique. De cette façon, nous supposons que les variations angulaires et les variations d'amplitudes entre les deux distributions du champ de forces possibles sont minimales. Les liaisons nodales sont ensuite déterminées à partir du système de contour elliptique et suivant la règle (20) définie précédemment. Puis le processus de déformation est réalisé sur le système de contours initial. Les figures 17.a et 17.b présentent respectivement la distribution du champ de forces calculée à l'aide de cette transformation elliptique du système et le processus de déformation obtenu sur le système de contours initial. Ces figures illustrent bien l'intérêt d'une telle transformation pour obtenir un processus de déformation convergent.

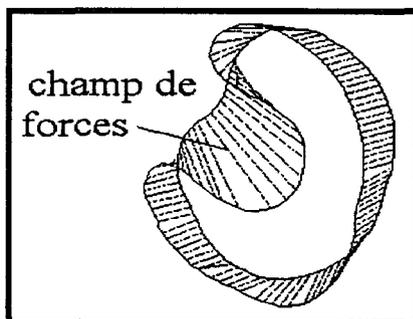


fig.17.a : Champ de forces obtenu avec transformation elliptique de l'objectif.

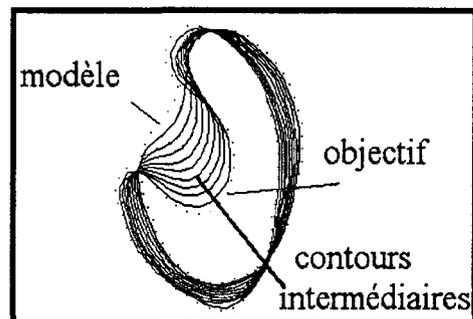


fig.17.b : Le processus de déformation converge.

Nous présentons d'une manière plus détaillée sur les figures suivantes les résultats du processus de déformation inverse.

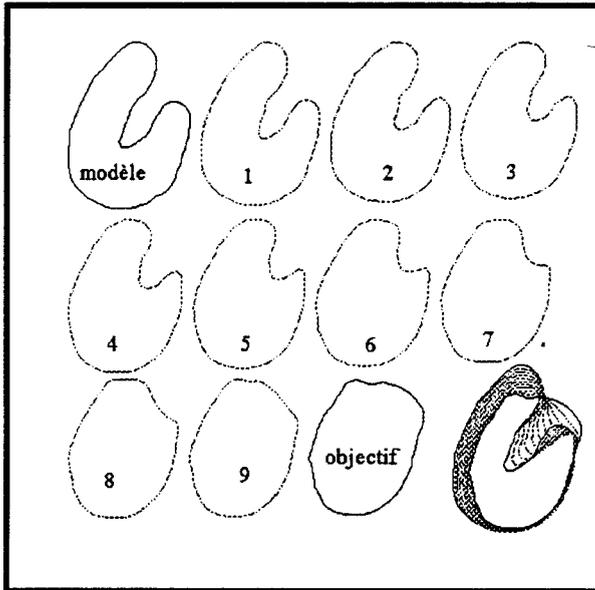


fig. 18.a : Déformation d'un modèle concave sur un objectif convexe

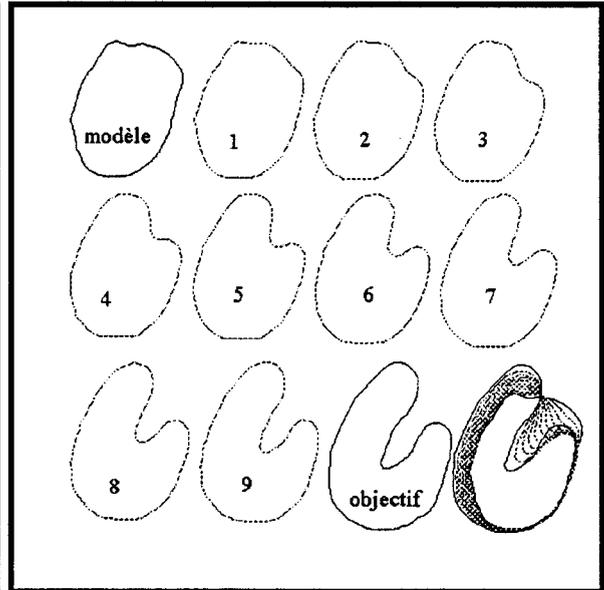


fig. 18.b : Déformation du modèle convexe sur l'objectif concave.

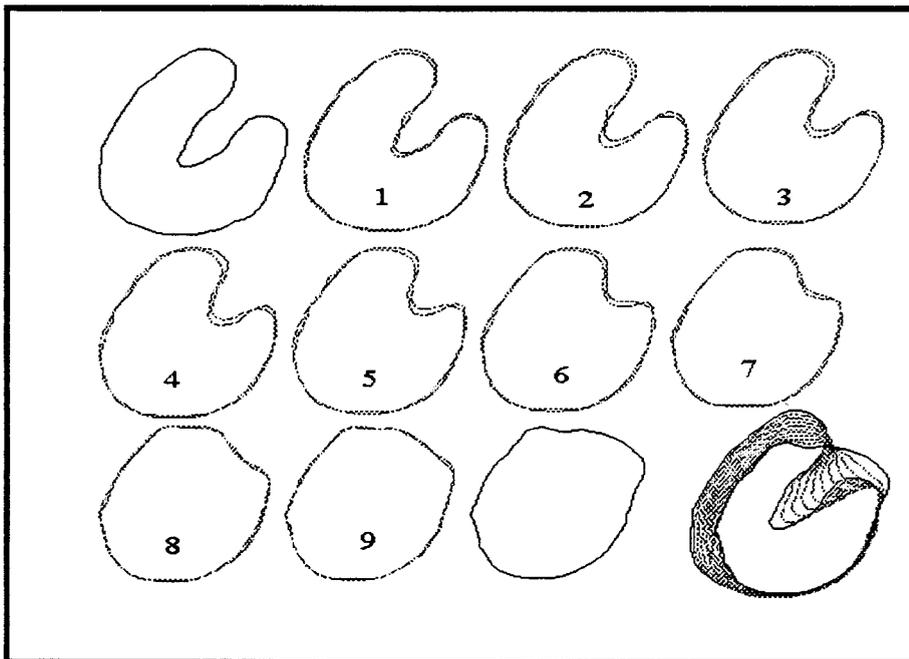


fig. 18.c : Superposition des contours intermédiaires obtenus par les processus de déformation précédents.

Sur la figure 18.a est illustrée le processus de déformation réalisé entre un modèle concave et un objectif convexe. La figure 18.b, quant à elle, présente, pour le même système, le processus de déformation inverse. Comme on peut le remarquer, le choix du modèle de départ n'est donc plus nécessaire et devient alors indépendant de la forme et de la taille des contours.

La figure 18.c présente la superposition des contours obtenus par ces deux processus et nous observons, dans le pire des cas, un recouvrement de 88%. Cette information permet de d'affirmer sans trop d'erreur que les contours générés sont, dans un sens ou dans l'autre, quasiment identiques.

5.3.4.5 Influence d'un modèle décentré.

Un décentrage excessif d'une section par rapport à l'autre met à défaut le processus de déformation. Dans le cas où la structure nodale du modèle se situe à l'extérieur de celle de l'objectif, le champ de distance est alors minimal et le modèle vient alors " s'aplatir " sur l'objectif. Dans le cas où la structure nodale est semi incluse dans celle de l'objectif, nous avons, suivant la situation de sa frontière, deux types de champ de forces (20). La distribution du champ de forces dans le voisinage des intersections des deux contours présente alors de fortes variations angulaires (fig.12.a) et des rétrécissements (étranglements) locaux apparaissent sur le modèle lors du processus de déformation (fig.12.b). Les effets peuvent être réduits en recentrant systématiquement la paire de contours. Dans ces conditions, les liaisons nodales sont déterminées de la même manière, à partir de (20). Dans le cas contraire, le champ de distances D est évalué à partir de la situation initiale du système. Nous avons appliqué ce principe sur le système de contours de la figure 12.a et les résultats obtenus sur les figures 19.a et 19.b montrent l'intérêt de cette opération.

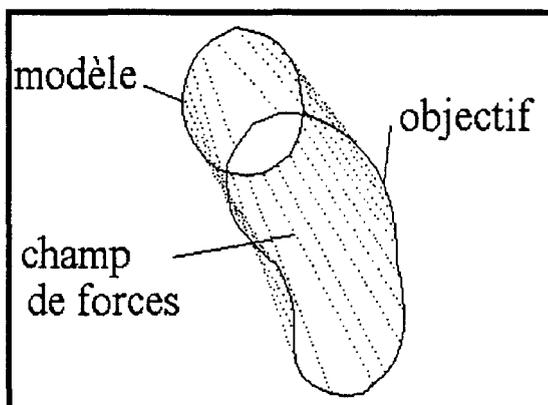


fig.19.a : Distribution du champ de forces obtenu après un recentrage du système.

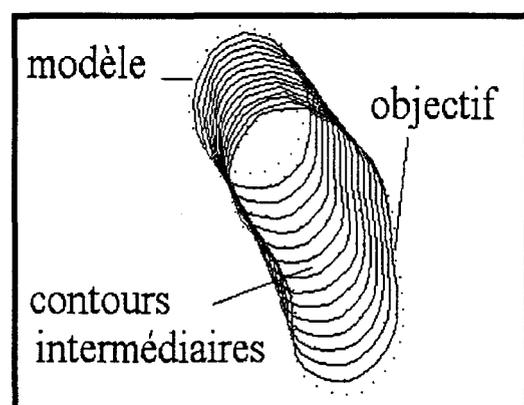


fig.19.b : Les effets d'étranglements au niveau des intersections des contours disparaissent.

5.3.4.6 Récapitulation

Afin de mieux cerner le schéma directeur de l'approche proposée, nous rappelons les différentes étapes (fig.20) pour la détermination du champ de forces extérieures :

- On réalise tout d'abord une transformation elliptique du système de contours initial. Cette transformation permet de rendre le choix du modèle de départ indépendant de la taille ou de la forme des contours en présence. L'interpolation " inverse " est alors possible.
- Un recentrage systématique des contours elliptiques est réalisé afin de réduire les effets de rétrécissement du modèle au niveau des intersections des contours.
- Les liaisons nodales sont ensuite déterminées suivant la règle (20).
- Les liaisons nodales ainsi obtenues, permettent d'évaluer sur le système initial un champ de distances optimal.

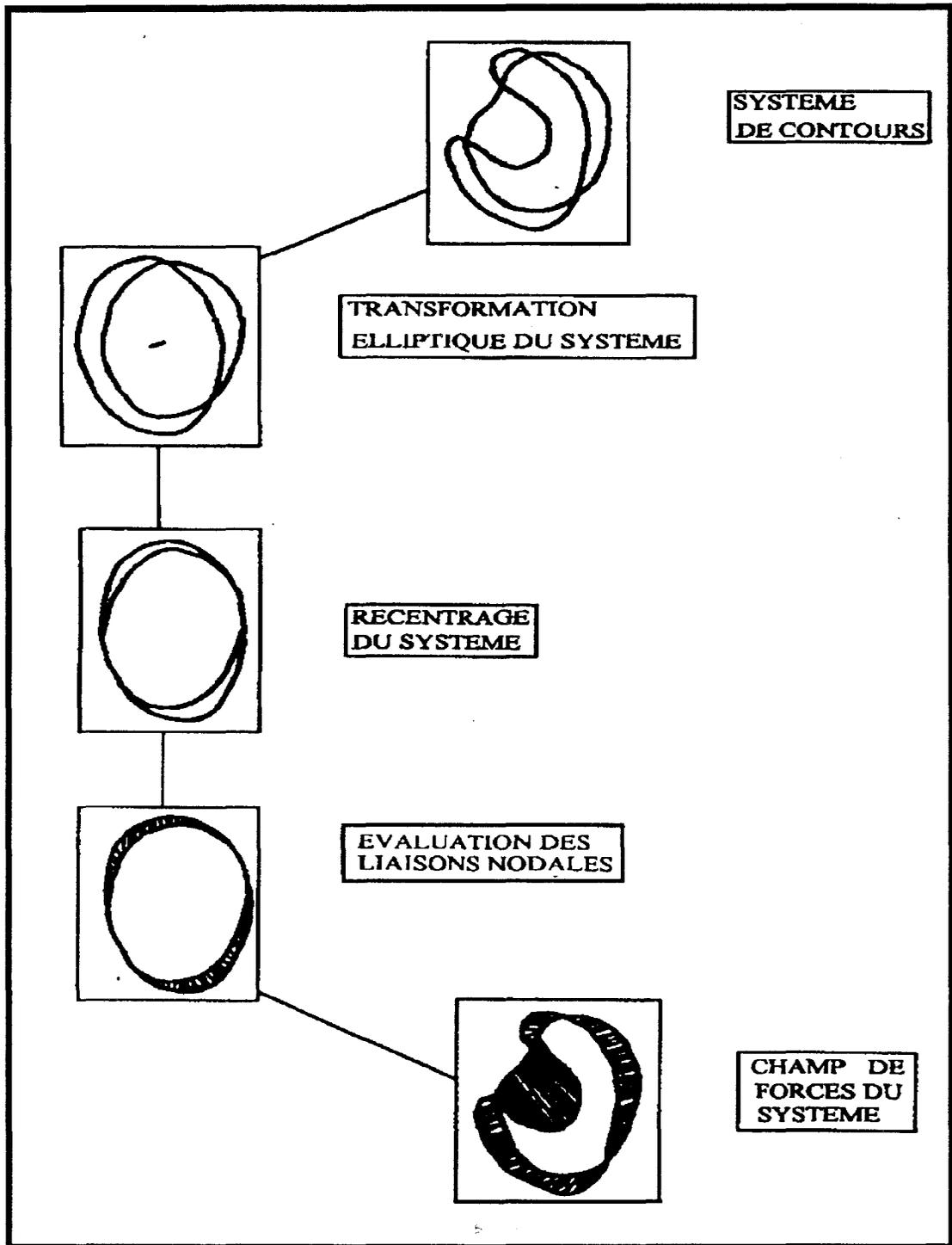


fig.20 : Récapitulation des différentes étapes pour déterminer le champ de forces du système.

Le champ de forces étant déterminé, il nous faut maintenant étudier la convergence du processus. Nous allons montrer que ce processus converge lorsque les coefficients d'élasticité k et de viscosité γ sont correctement choisis.

5.3.5 Convergence et critère d'arrêt du processus de déformation

5.3.5.1 Introduction

La déformation obtenue est fonction de la distance entre un sommet du modèle et un sommet de l'objectif, pondérée par la valeur du coefficient d'élasticité k du ressort. Au fur et à mesure que le modèle se déforme et se rapproche de l'objectif, l'amplitude des composantes du champ D s'affaiblissent et s'uniformisent. De la même manière, le champ de forces F devient constant avant même que le modèle ait atteint l'objectif (fig.21.a) et ceci quelle que soit la valeur du coefficient d'élasticité initialement définie. L' influence de k semble ici très importante pour ajuster le pas d'avancée du modèle. En effet, plus le champ de distances diminue en amplitude, plus le champ de forces qui est appliqué au modèle doit être important. Autrement dit, k doit changer durant le déplacement du modèle. Dans le prochain paragraphe, nous proposons une détermination adaptative du coefficient d'élasticité pour contrôler le processus de déformation du modèle.

5.3.5.2 Détermination adaptative du coefficient d'élasticité

En discrétisant le système d'équation (27) et en supposant que la vitesse de déplacement du modèle est constante (ce qui revient à négliger les termes d'accélération), nous obtenons les relations suivantes en x et y pour un noeud i de la courbe fermée :

$$\begin{cases} \bullet \gamma(x_i^t - x_i^{t-1}) + \omega_2 x_{i-2}^t - (\omega_1 + 4\omega_2)x_{i-1}^t + (2\omega_1 + 6\omega_2)x_i^t \\ - (\omega_1 + 4\omega_2)x_{i+1}^t + \omega_2 x_{i+2}^t = -k\Delta d_x^i \\ \bullet \gamma(y_i^t - y_i^{t-1}) + \omega_2 y_{i-2}^t - (\omega_1 + 4\omega_2)y_{i-1}^t + (2\omega_1 + 6\omega_2)y_i^t \\ - (\omega_1 + 4\omega_2)y_{i+1}^t + \omega_2 y_{i+2}^t = -k\Delta d_y^i \end{cases} \quad (37)$$

où

- $(\Delta d_x^i, \Delta d_y^i)$ représente les amplitudes en x et y de la composante i du champ de distance à l'instant $t-1$,
- $(\Delta x_i = x_i^t - x_i^{t-1}, \Delta y_i = y_i^t - y_i^{t-1})$ représente les amplitudes en x et y du déplacement du noeud i du modèle à l'instant t ,
- (A_{xi}, A_{yi}) sont les forces internes dans le voisinage du noeud i à l'instant t .

Le système (37) peut s'écrire encore sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \gamma\Delta x_i + A_{x_i} = -k\Delta dx_i \\ \gamma\Delta y_i + A_{y_i} = -k\Delta dy_i \end{cases} \quad (38)$$

Ce système est très intéressant car il va nous permettre de contrôler le déplacement du modèle pour une valeur donnée du champ de distance. Le contrôle du déplacement sera réalisé en évaluant le coefficient d'élasticité avant chaque déformation du modèle. Mais, selon (38) la détermination de k dépend de la détermination des termes représentant les forces d'élasticités internes A_x et A_y à l'instant t . Si nous faisons l'hypothèse que le gradient du champ de distance est faible le long de la structure nodale du modèle, nous pouvons ignorer l'influence globale des forces internes. Cette hypothèse est d'autant plus vraie que le pas d'échantillonnage du modèle est plus petit et régulier. Il est à noter en particulier qu'après chaque déformation du modèle, un rééchantillonnage du modèle est effectué pour conserver l'équidistance entre les noeuds du modèle. Ceci permet de valider l'hypothèse citée ci dessus mais aussi, lorsque la taille du modèle évolue au cours du temps, d'assurer la finesse du processus de déformation et de permettre ainsi la saisie des détails de la structure nodale de l'objectif.

A partir de cette condition, nous proposons maintenant une détermination adaptative de k qui vise à contrôler le déplacement maximal du modèle au cours du processus.

5.3.5.3 Déplacement maximal du modèle

Il est évident que la déformation maximale du modèle sera obtenue sur la composante maximale du champ de distances. En contrôlant ce déplacement maximal, il nous est donc possible de contrôler le pas d'avancée du modèle jusqu'à l'objectif.

En prenant le module de (38), nous obtenons la relation suivante pour le coefficient d'élasticité :

$$k^t = \gamma \frac{\Delta V_{\max}}{\Delta D_{\max}^t} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \Delta V_{\max} = \sqrt{\Delta x_{\max}^2 + \Delta y_{\max}^2} \\ \Delta D_{\max} = \sqrt{\Delta dx_{\max}^2 + \Delta dy_{\max}^2} \end{cases} \quad (39)$$

avec ΔV_{\max} le déplacement maximal du modèle défini par l'utilisateur et ΔD_{\max} l'amplitude maximale du champ de distances.

L'amplitude du champ de distances diminue lorsque le modèle se rapproche de l'objectif et de la même manière le champ de forces augmente avec le coefficient d'élasticité k . En fixant initialement le nombre n de contours intermédiaires que l'on souhaite recréer et en calculant la distance maximale $\Delta D_{\max}^{t=0}$ de séparation entre le modèle et l'objectif, on détermine le pas de déformation optimale par la relation suivante :

$$\Delta V_{\max} = \frac{\Delta D_{\max}^{t=0}}{n} \quad (40)$$

Il est à noter, d'après l'expression (39), que le coefficient d'élasticité k est fonction aussi du coefficient de viscosité γ et la valeur qui lui sera donnée influencera directement la convergence du processus de déformation.

5.3.5.4 Rôle du facteur de viscosité.

Le paramètre γ détermine en réalité le taux de convergence du processus de déformation. Il joue ici le rôle intuitif de " poids " de la courbe active. Plus la masse de la courbe est grande, plus son inertie est forte et plus son évolution est régulière et lente. Alors que dans le cas d'un γ petit ($\gamma < 1$), la courbe possède une faible inertie et a tendance à se rétracter sur elle-même (fig.21.b). Dans notre application, nous prenons $\gamma > 1$ pour assurer la convergence du modèle mais aussi pour obtenir un meilleur conditionnement de la matrice ($A + aI$). Si γ est trop important l'effet de lissage des forces internes est alors totalement ignoré et le processus de déformation du modèle devient une simple homothétie. D'un autre côté si γ n'est pas pris assez grand la valeur du déplacement maximal du modèle défini par l'équation (39) n'est pas respectée. Une valeur pratique a été déterminée empiriquement et est de l'ordre du pas d'échantillonnage (d) du modèle (fig.21.c).

Les graphes, présentés sur la figure 22, illustrent les avancées maximales du modèle pour différentes valeurs de γ et de d . Ils montrent que le pas d'avancée ΔV_{\max} défini par

l'utilisateur est respecté lorsque $\gamma \approx d$. La figure 21.a présente le processus de déformation lorsque le coefficient d'élasticité est constant. Lorsque le modèle arrive à proximité de l'objectif, le champ de forces n'étant plus assez fort, le modèle s'immobilise. Les figures 21.b et 21.c illustrent le processus de déformation pour des valeurs de γ différentes lorsque le coefficient d'élasticité vérifie l'expression (30). On remarque en figure 21.c que le processus converge avec un choix correct de γ .

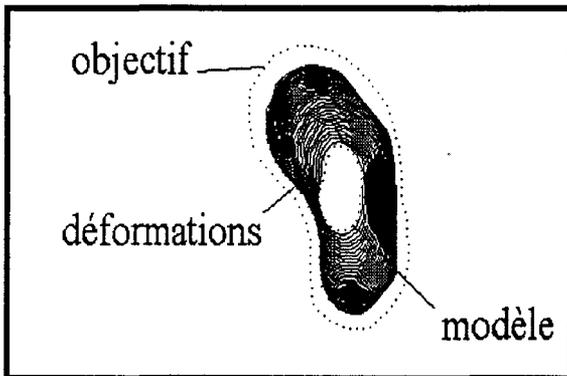


fig.21.a : Le modèle se stabilise avec un coefficient d'élasticité k constant.

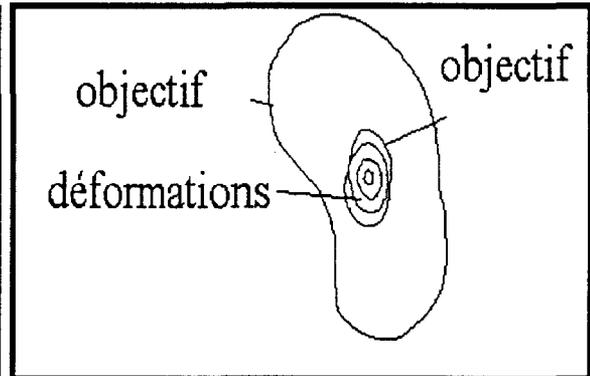


fig.21.b : le modèle se rétracte lorsque la valeur de γ est faible.

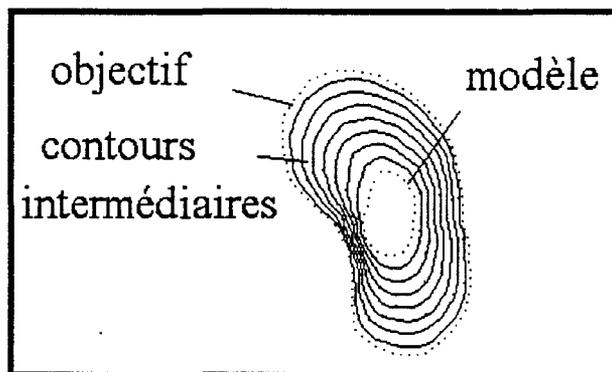


fig.21.c : le modèle converge lorsque la valeur de γ est proche de d

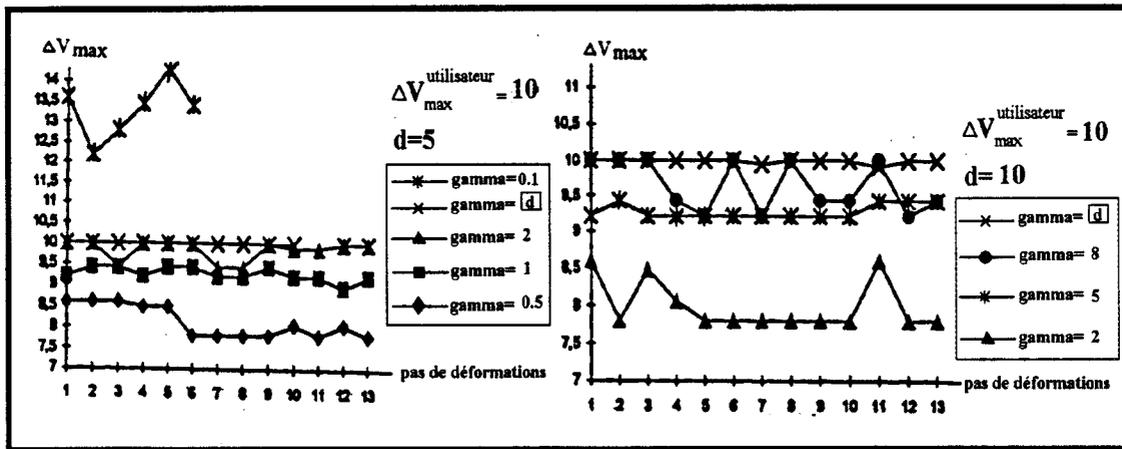


fig.22 : Le pas d'avancée maximal défini par l'utilisateur est respecté lorsque la valeur de γ est de l'ordre de la valeur de l'espacement entre les sommets du modèle (d).

5.3.5.5 Critère d'arrêt.

Une première approche consiste à définir le critère d'arrêt à partir de l'hypothèse suivante :

- Le modèle a atteint l'objectif lorsque la longueur de la courbe fermée définissant le modèle est la même que celle de l'objectif. Cette hypothèse devient fautive lorsque le modèle initialement en cours de déformation a la même longueur que l'objectif.

Nous proposons alors la solution suivante :

- Le modèle a atteint l'objectif lorsque la composante maximale du champ de distance est plus petite qu'une valeur fixée par l'utilisateur :

$$\text{MAX}(D^t) \leq c_a \quad (41)$$

On remarquera que le choix du critère d'arrêt est étroitement lié au déplacement maximal du modèle défini au paragraphe précédent. Pour obtenir la convergence à coup sûr du processus de déformation (sans débordement du modèle), on prendra la valeur de c_a supérieur, à epsilon près, à celle de ΔV_{\max} déterminée par (40).

5.4 Premiers résultats expérimentaux

Plusieurs ensembles de données synthétiques et réelles ont été utilisées pour tester et valider la méthode d'interpolation proposée. Les valeurs des différents paramètres utilisés sont définies dans le tableau suivant.

| ω_1 | ω_2 | m | γ | τ | d | ΔV_{\max} | ca |
|------------|------------|---|----------|--------|---|-------------------|----|
| 0.5 | 1 | 0 | d | 1 | 5 | 10 | 12 |

Les sections intermédiaires qui ont été ainsi générées par la déformation d'un modèle 2D sont transposées dans l'espace objet. Pour cela nous utilisons l'information en Z du contours de départ C_1 et du contour C_2 de manière à insérer linéairement les sections. La méthode de reconstruction 3D qui a été utilisée pour reconstituer le volume entre chaque section et l'algorithme de triangulation définie au chapitre II. Cet algorithme est basé sur la détermination d'un ensemble de triangles dont les côtés joignant les sommets des contours sont minimaux. Les figures 23, 24, 25, 26 présentent les résultats du processus de déformation élastique appliqués à différents systèmes de contours.

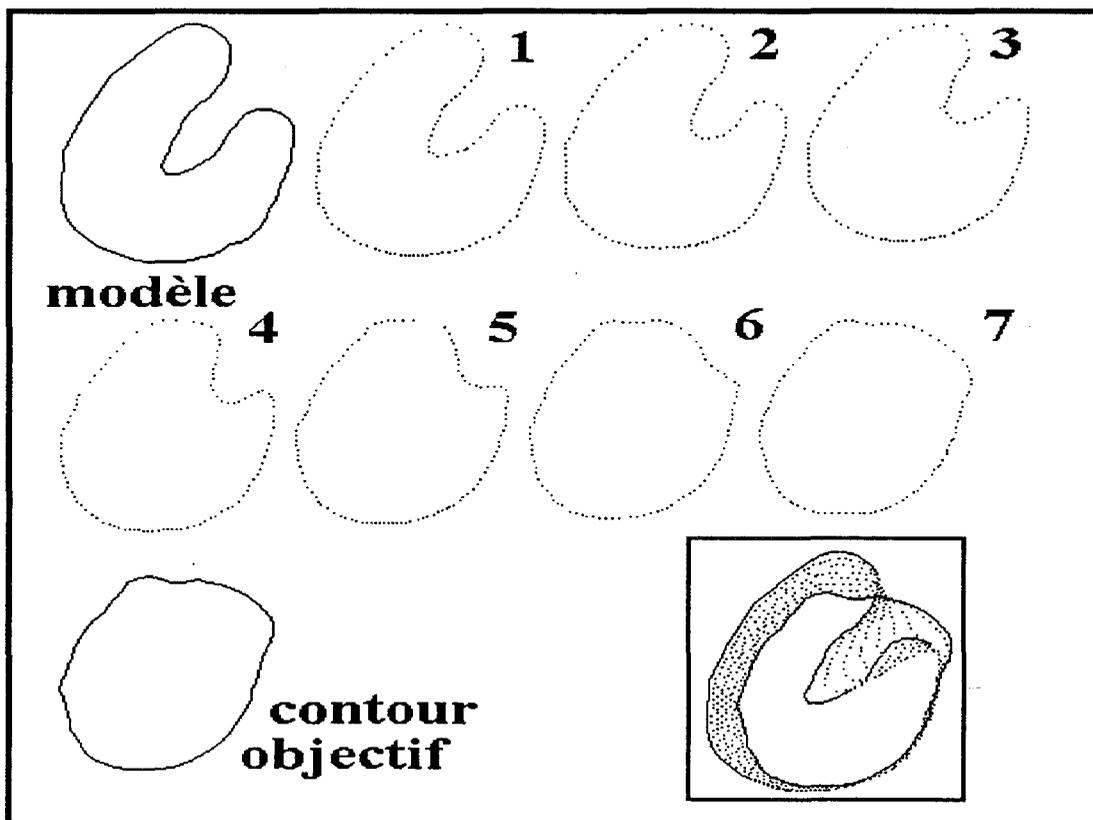


fig.23 : déformation d'un modèle concave sur un objectif convexe. 7 contours intermédiaires créés

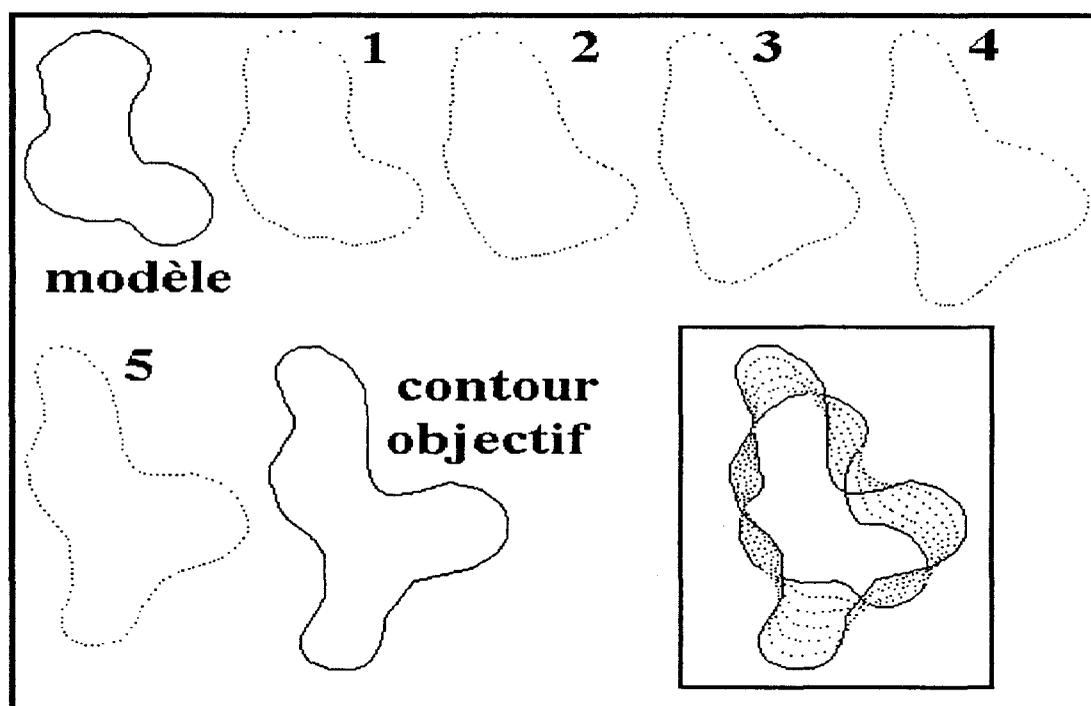


fig.24 : Déformation d'un modèle sur un objectif possédant une branche supplémentaire

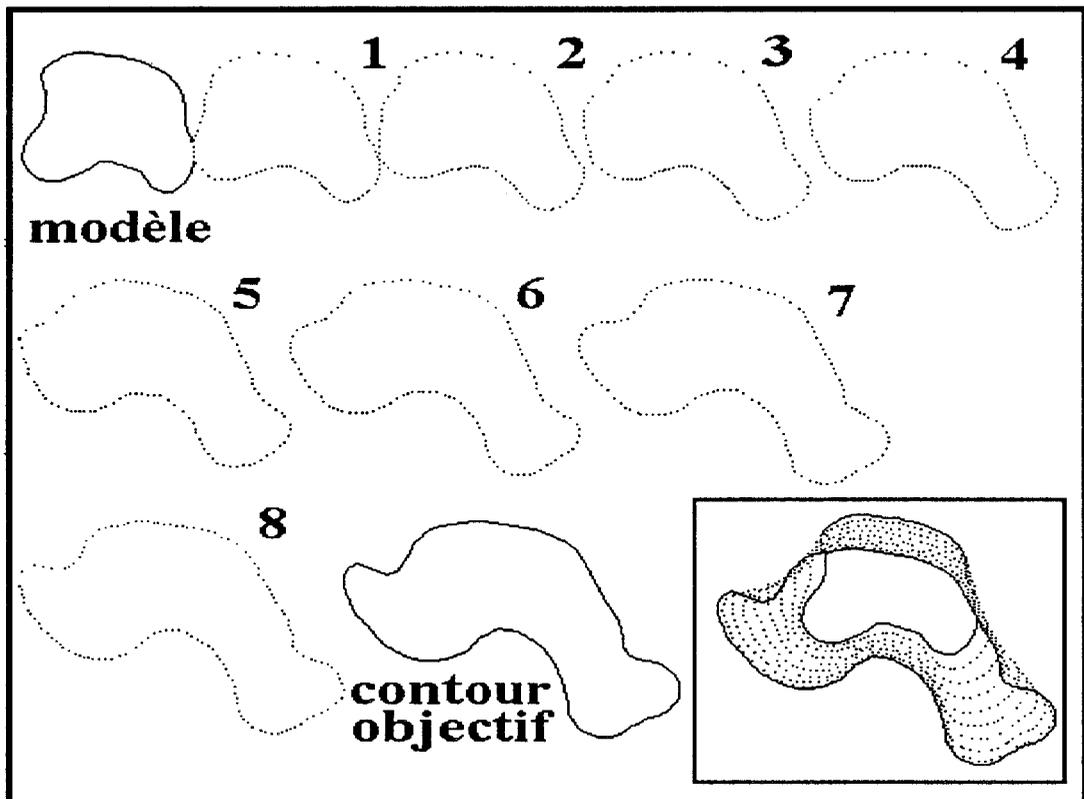


fig.25: Déformation d'un modèle sur un objectif possédant deux branches supplémentaires

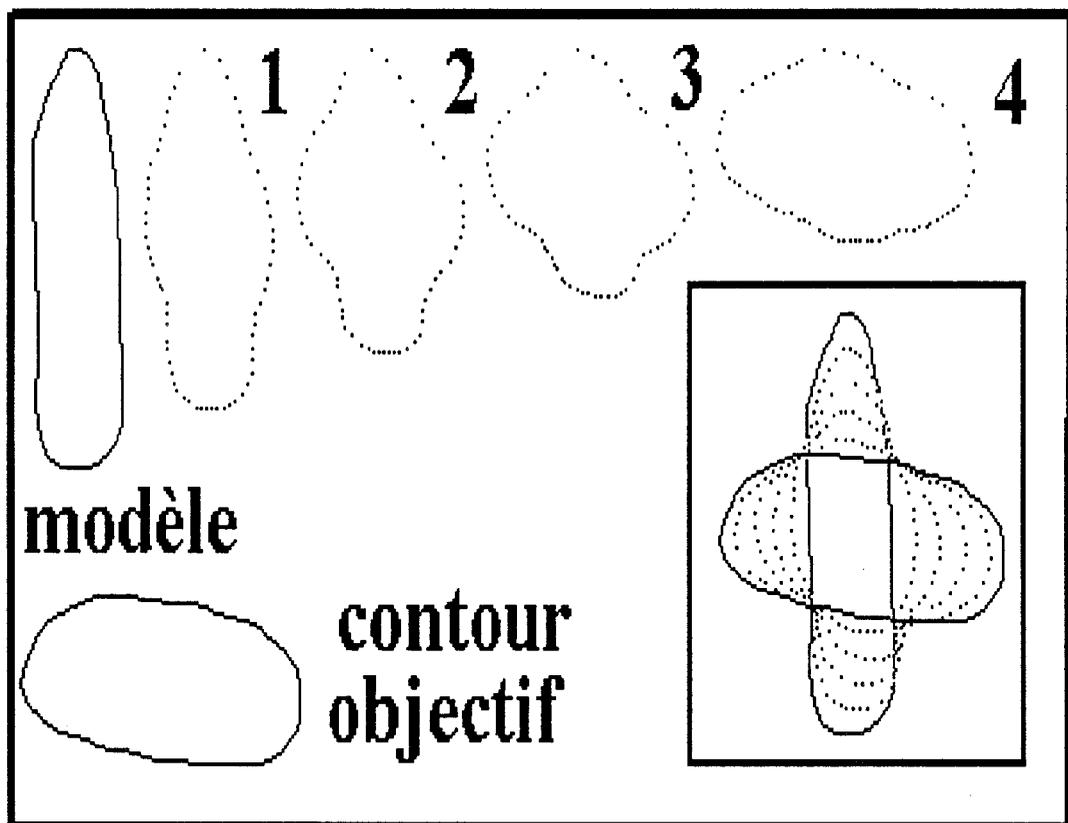


fig.26: Déformation d'un modèle de forme allongée sur un objectif de même forme mais tourné de 90 degrés.

Cette méthode a été utilisée sur des images radiologiques. Nous présentons, par exemple, les résultats de la reconstruction 3D du rein définie à partir d'une série de coupes scanner parallèles. Nous avons tout d'abord réalisé une segmentation afin d'extraire sur ces coupes une série de contours. La figure 27.a présente deux exemples de coupes scanner de tronc humain sur lesquels les contours du rein droit sont segmentés. Dans cet exemple, la distance inter coupe est égale à sept millimètres. La figure 27.b illustre le processus de déformation et la génération des contours intermédiaires.

Pour bien montrer l'intérêt d'une telle méthode, nous avons effectué deux reconstructions 3D.

La figure 28.a présente la reconstruction 3D du rein défini à partir de huit contours obtenus comme précédemment. On remarque sur cette figure que la reconstruction 3D, si elle est réalisée sans interpolation, fournit une représentation erronée sur certaines régions de l'objet. Au contraire, si on effectue une opération d'interpolation, la reconstruction 3D du rein est nettement améliorée sur ces zones (fig 28.b).

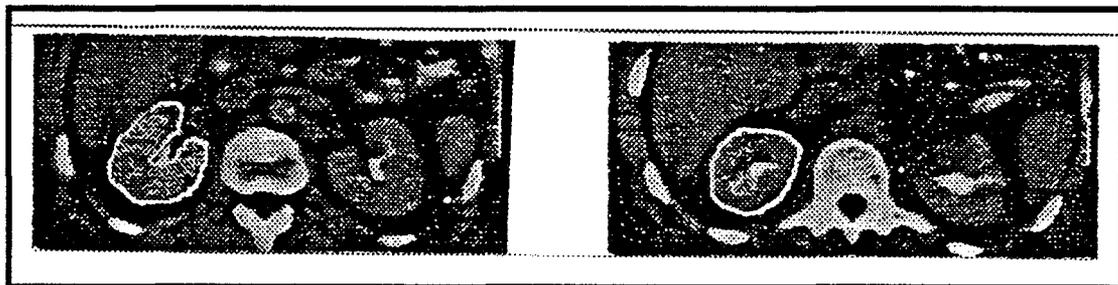


fig.27.a : deux coupes scanner axiales sur lesquelles nous avons extrait deux contours de rein.

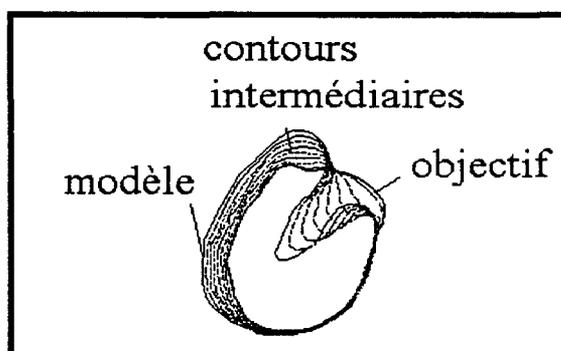


fig.27.b : génération de contours intermédiaires.

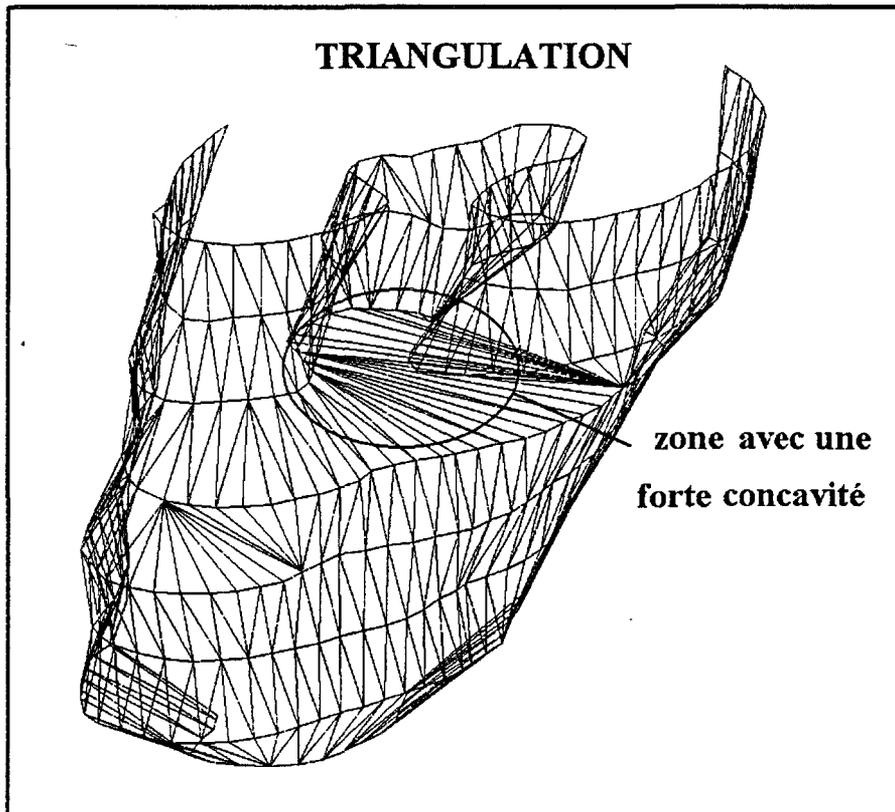


fig.28.a : Reconstruction 3D sans interpolation.

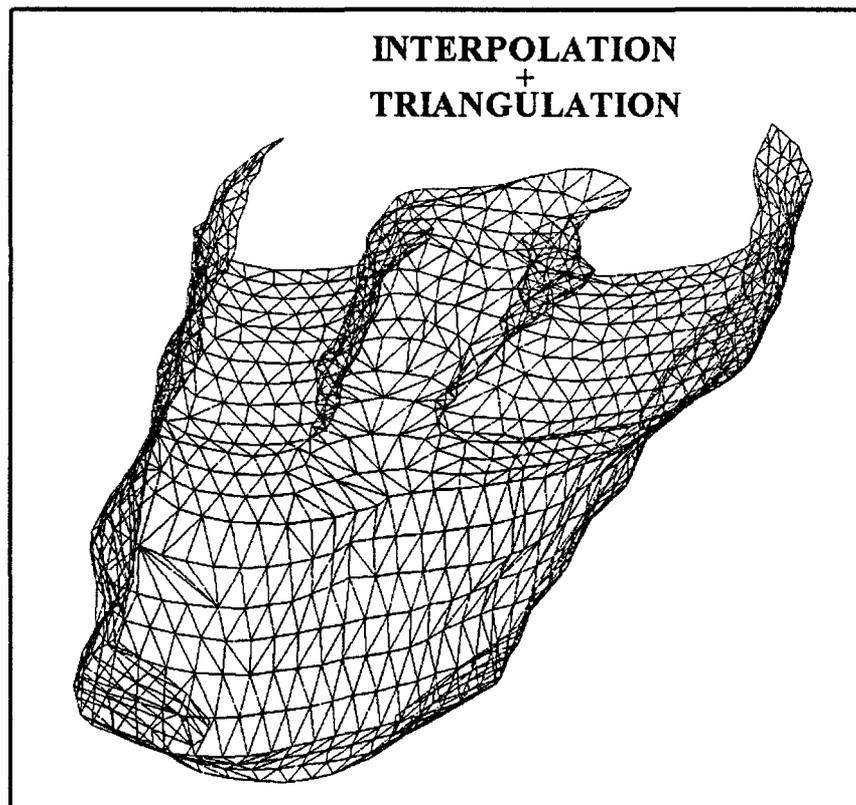


fig.28.b : Reconstruction 3D avec interpolation.

5.5 Conclusion.

Nous avons proposé une nouvelle méthode d'interpolation basée sur la théorie des contours actifs de manière à générer des sections intermédiaires entre des coupes déjà existantes d'un objet. Cette méthode, couplée avec la méthode de reconstruction 3D définie précédemment, fournit un outil puissant pour lisser la reconstruction 3D d'un objet. En comparaison avec la méthode proposée par [LIN 89], elle apporte les améliorations suivantes :

- Le choix du contour de départ est indépendant du nombre de sommets qui composent les contours du système. Ainsi une interpolation inverse peut être réalisée.

De nombreux cas difficiles peuvent être résolus grâce à l'utilisation d'une transformation elliptique du système pour déterminer un champ de forces cohérent.

Par ailleurs, cette méthode s'intègre très bien dans la structure de la base de données qui a été définie au chapitre II. En effet, le contrôle du processus de déformation constitue un avantage certain pour définir à l'avance le nombre de coupes intermédiaires que l'on désire recréer entre chaque coupe successive de l'objet. L'intégration de ces nouvelles coupes entre celles déjà existantes ne nécessite qu'une simple mise à jour de la liste chaînée des coupes définissant la structure OBJET. Ainsi, on peut à partir d'une base de données initiale décrivant l'objet tel qu'il a été saisi, créer une autre base de données représentant cette fois-ci l'objet "interpolé". L'utilisateur pourra, à partir de la visualisation 3D de ces différentes bases, avoir une idée plus précise de la topologie de certaines zones de l'organe qui l'intéressent (topologie qui serait trop grossière sans un lissage).

Dans le cadre de la reconstruction 3D des embranchements, nous avons généralisé cette méthode en considérant cette fois-ci la déformation de n contours modèles sur un contour objectif. Pour simplifier, le processus de déformation est réalisé successivement branche par branche afin de constituer finalement un nouveau réseau de coupes intermédiaires composées

de n sections déformées. Puis sur chaque plan de coupe, une analyse est effectuée pour regrouper les contours qui possèdent une intersection commune en un seul contour. Le processus de déformation est présenté sur les figures 29 et 30. La figure 29 présente le résultat de la triangulation d'une bifurcation obtenue par la déformation de deux modèles sur un objectif. Les figures 30.a et 30.b présentent respectivement l'ossature d'une trifurcation obtenue par la déformation de trois modèles sur un objectif et le rendu réaliste de cet embranchement.

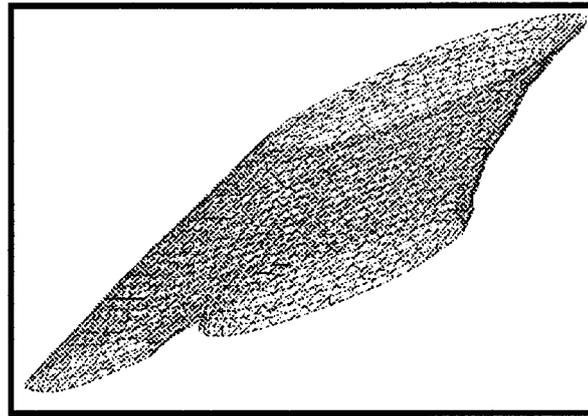
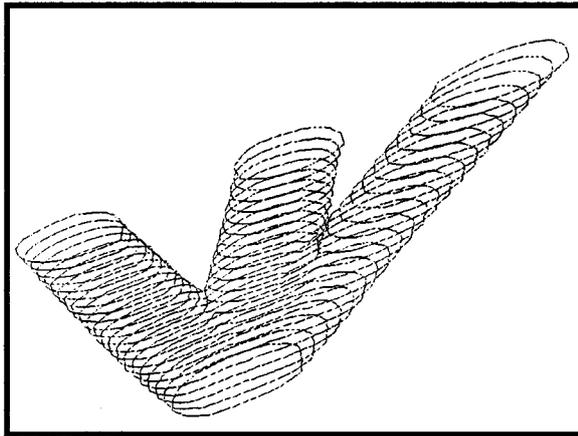
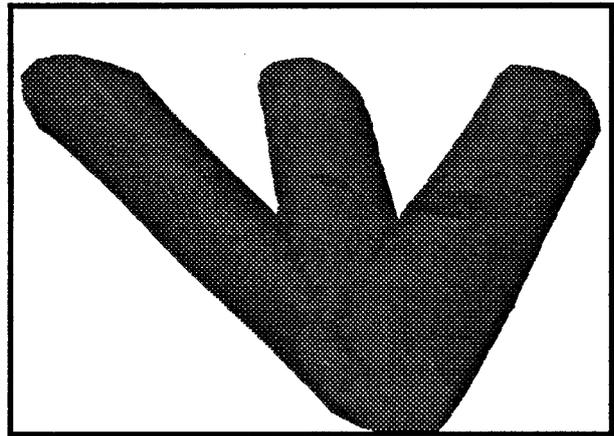


fig. 29 : Exemple de bifurcation (triangulation)



**fig. 30.a : Exemple de trifurcation
(réseau de contours)**



**fig. 30.b : triangulation et rendu réaliste de la
trifurcation de la figure 30.a.**

CONCLUSION

CONCLUSION

Le projet que nous avons entrepris en collaboration avec le CHR de LILLE a pour objet final la réalisation d'un système automatisé de reconstruction 3D de l'arbre artériel à partir de vues IRM sous incidence axiale.

Les recherches qui ont été effectuées dans le cadre de la conception de ce logiciel, nous ont permis de mettre au point et de valider un certain nombre d'algorithmes pour ensuite les réunir sous forme d'une chaîne fonctionnelle de représentation 3D. Cette chaîne comporte plusieurs étapes agencées selon un scénario défini à partir des demandes des utilisateurs et d'un certain nombre de critères soulignés lors d'une étude bibliographique sur le domaine. Ces différents critères sont :

- La durée de calcul.
- L'occupation mémoire.
- La qualité de l'image.
- La manipulation sur les objets.
- Les mesures diverses.
- l'interactivité.

Le schéma de la chaîne de représentation pour les objets définis à partir de coupes parallèles, comporte trois étapes importantes :

- Une étape d'acquisition des données.
- Une étape de traitements des contours.
- Une étape de reconstruction et de visualisation.

Les difficultés rencontrées lors de la conception d'une telle chaîne nous ont amené à proposer des solutions simples et originales sur les différents points suivants :

-L'acquisition :

Le logiciel autorise l'exploitation de deux supports de travail qui sont le film radio et le support magnétique. Ces deux supports présentent des caractéristiques différentes en terme d'information , ce qui nous a amené à développer des méthodes d'extractions de contours adaptées. Nous pouvons, par exemple, citer la relaxation qui nous permet d'extraire les contours du fond dans une image peu contrastée, mais qui donne aussi de très bon résultats lorsqu'elle est appliquée à des images échographiques qui ont la particularité d'être difficilement segmentables.

-Les traitements spécifiques :

Les traitements spécifiques sur les données sont :

- **L'échantillonnage** : Si l'on stocke l'ensemble des coordonnées des contours des coupes, la base de données contient un grand nombre d'informations géométriques redondantes. Nous avons mis au point une technique d'échantillonnage qui compriment les données tout en respectant la forme initiale de l'objet. Les points de l'objets conservés par cette méthode constituent une ossature optimisée pour l'étape de triangulation.

- **Le chaînage** : cet algorithme de détermination automatique des liens entre contours constitue la clé de voûte de notre système car elle organise l'ensemble des données en fonction du modèle de représentation triangulaire adopté.

- La reconstruction des formes complexes :

Nous avons adopté une modélisation de la surface de l'objet par des surfaces planes triangulaires. Le procédé de triangulation repose sur un critère simple de distance minimale. Ce

schéma de base nous est apparu insuffisant, parfois inadapté, pour résoudre certaines situations comme la reconstruction des embranchements ou des siphons artériels. Ces deux cas présentent, entre deux plans de coupes successifs, des discontinuités de formes telles que le passage d'un contour simple à plusieurs contours ou le passage d'une forme ronde à une forme allongée. Dans ce cas le critère de distance minimale devient inadapté.

Pour conserver ce modèle de base, nous avons proposé un ensemble d'algorithmes originaux pour résoudre :

- **L'embranchement** : nous avons mis au point dans une première étude un algorithme simple de division de contours afin de se retrouver dans les conditions de la triangulation de deux contours successifs.

- **Le siphon** : la reconstruction 3D de cette zone artérielle, de forme particulière, a été réalisée en ajustant, sur les données, un modèle de forme de type cylindre généralisé. Cet ajustement, comme il a été défini, n'était possible que par l'introduction au préalable d'un axe 3D. Nous avons proposé une méthode originale pour estimer automatiquement et sous certaines conditions cet axe à partir des données réparties sur les différents plans de coupes. Finalement, l'ajustement d'une surface tubulaire sur les données permet de déterminer un nouveau réseau de contours balayant orthogonalement cet axe et constitue une ossature régulière pour appliquer la triangulation.

Enfin, il est évident que tous ces problèmes proviennent d'une résolution insuffisante pour réaliser dans de bonnes conditions la reconstruction 3D d'un objet à partir du critère de distance minimale. Pour se retrouver dans des conditions acceptables d'échantillonnage, il nous fallait donc réaliser, comme pour la reconstruction volumique à partir de voxels, une interpolation des différentes coupes afin de réduire l'espacement inter-coupe et permettre ainsi une reconstruction par triangles.

Ceci, nous a amené à concevoir une méthode originale d'interpolation élastique de contours pour assurer dans de nombreux cas la reconstruction surfacique. Sa généralisation a permis de reconstruire efficacement des embranchements.

Il faut cependant prendre des précautions lorsque l'on annonce que l'on va recréer de l'information pour remplacer celle qui a été perdue. Si l'on examine de plus près, les méthodes de reconstruction volumiques et surfaciques, l'interpolation la plus couramment utilisée est l'interpolation linéaire. Elle correspond en volumique à estimer la valeur intermédiaire entre deux valeurs scalaires existantes et en surfacique à reconstituer la surface comprise entre deux sections par un procédé de triangulation.

Il existe bien sûr, en volumique comme en surfacique, des interpolations « de degré plus élevé » qui s'appuient cette fois-ci sur un plus grand nombre de points avoisinants pour estimer les valeurs manquantes.

Notre cas correspond à celui d'une interpolation linéaire "améliorée" entre les sections de l'objet.

Bien sûr, quelle que soit la méthode d'interpolation utilisée pour reconstruire l'objet, plus la distance entre les données sera faible, plus on se rapprochera de la forme exacte de l'objet dans les zones dépourvues d'informations.

L'étude que nous avons menée sur une méthode de triangulation simple des objets définis à partir de points répartis sur des coupes parallèles, nous a amené à définir de nouveaux algorithmes complémentaires pour rendre ce schéma de base général et adaptable à de nombreuses situations. Pour cela, nous pensons avoir apporté un complément aux travaux menés depuis un certain temps sur la triangulation et, d'une manière générale, à repousser les limites de ce type de reconstruction.

Cette étude devra être prolongée dans les domaines suivants :

- L' algorithme de détermination automatique de l'axe 3D de l'artère ainsi que celui de l'interpolation de contours devront être validés et testés sur un fantôme prédéfini.

- L' algorithme de détection automatique des contours par balayage de l'écran devra être suivi d'une étape de tri afin d'identifier et ne sauvegarder que les contours artériels dont les dimensions sont suffisantes pour réaliser une reconstruction.

- Enfin, les paramètres apparaissant dans les différents algorithmes et laissés à l'appréciation de l'utilisateur, devront faire l'objet d'une étude plus approfondie.

BIBLIOGRAPHIE

Classement alphabétique des références citées dans le texte.

A

[AGIN 76] G. AGIN, T. BINFORD, " Computer description of curved objects" IEEE TC v. 25, n. 4, pp 439-448, 1976

[AKIN 78] H. AKINA, " A method of bivariate interpolation and smooth surface fitting for irregularly distributed data points", ACM Trans Math Soft, vol 4, pp 278-293, 1978.

[ANAK. 88] ANAKÖK M. " Analyse des vaisseau sanguins en angiographie numérisée ". Thèse Paris VI 1988

[ARNA 77] J. LELONG-FERRAND, J.M. ARNAUDIES " Cours de mathématiques" Tome 2 et tome 3, Ed. Dunod, 1977.

[ARTZ 81] E. ARTZY, G. FRIEDER, G.T. HERMAN. "The theory, design, implementation and evaluation of a three-dimensional surface detection algorithm". Comput. Graph. and Image Process., vol. 15, pp. 1-24, 1981.

B

[BALL 82] D. BALLARD, C. BROWN. " Comp vision " Prentice Hall, 1982.

[BALL 91] R.M BALLE, B.C VEMURI, " On three dimensional surface reconstruction method", IEEE Trans Patt Anal and Mach Int , vol 13, n°1,pp 1-13, 1991.

[BARI. 85] C. BARILLOT, B. GIBAUD, J.M. SCARABIN, J.L. COATRIEUX. " 3D reconstruction of cerebral blood vessels " IEEE Comp, Graph & Appl, pp. 13-18, 1985.

[BARS 80] B. BARSKY, P. GREENBERG, " Determining a set of Bspline control vertices to generate an interpolating surface" CVGIP, vol 14, pp 203-226, Academic Press, 1980.

[BART 88] R. BARTEL, J. BEATTY, B. BARSKY, " B-splines" -Coll. " Mathématiques et CAO" v. 6, Ed. Hermès, 1988.

An introduction to splines for use in computer graphics and geometric modelling. ” Morgan Kauffmann publishing, 1987.

[BARU 88] O. BARUEL, M.M LOEW. “ Segmentation of two dimensionnal boundaries using the chain code “ Patt Recog, vol 21, n°6, pp 581-589; 1988.

[BECH 89] D. BECHMANN " Definition et manipulation de primitive surfacique de forme libre" thèse Univ Stacbourg, 1989

[BERG 91] M.O BERGER " Les contours actifs : modelisation comportement et convergence" These info INRIA Lorraine, 1991.

[BEZI 77] P. BEZIER " Essai de définition numérique des courbes et des surfaces expérimentales, Thèse d'état, Université Pierre et Marie Curie, Paris, Fev. 1977.

[BLAK 85] A. BLAKE, A. ZISSERMAN. " "Invariant surface reconstruction using weak continuity constraints". Int Proc IEEE Conf Comp Vision and Patt Recog, pp 62-67, 1985.

[BLOC 83]P. BLOCH, J.K UDUPA. "Application of computerized tomography to radiation therapy and surgical planning".Proc. IEEE, vol. 71, pp. 351-372, Mar. 1983.

[BLOO 91] M.BLOOMENTHAL, R. RIESENFELD. “ Approxiamtion of sweep surfaces in computer vision and graphics II “ pp 12-14 , 1991.

[BOIS. 84] BOISSONNAT J.D "Representing 2D & 3D shapes with the delaunay triangulation". Proc .IEEE ICASSP, pp 745-748, 1984.

[BOIS 86] J.D. BOISSONNAT. "Shape reconstitution from planar cross section".INRIA rapport de recherche n° 546 PARIS Rocquencourt, Jul. 1986.

[BOOR 78] C. DE BOOR " A pratical guide to splines " Springer verlag New York, 1978.

[BORR 91] P. BORREL, D. BECHMANN, "Deformation of n-dimensionnal objects" Symp on Solid Mod , ACM SIGGRAPH' 91, pp 5-7, 1991.

[BRAD 83] J.M BRADY, B.K.P.HORN, “ Rotationally symmetric operators for surface interpolation “ CVGIP, vol 22, pp 70-94 , 1983.

[BREV 87] L. BREVDO , S. SIDEMAN, R. BEYAR. “ A simple approach to the problem of 3d reconstruction “ CVGIP, vol 37, n°3, pp 420-427, 1987.

[BRIG 74] J.C BRIGGS. “ Machine contouring using minimum curvature “ Geophys, vol 39, pp 39-48, 1974.

[BRON 85] W. BRONSVOORT, F. KLOK. " Ray tracing generalized cylinders " ACM Trans Graph, vol 4, n°4, pp 291-305,1985.

[BURR 81] J.D. BURR " Elastic matching of line drawings" IEEE Trans Patt Anal Mach Int , vol 3, pp 708-713, 1981

[BURR 81] A. BURR " Superquadrics and angle preserving transformations " IEEE Comp Graph Appli , vol 18, pp 21-30, 1981.

C

[CHAM 86] J. CHAMBRON, M. COLLARD, J.M. WARTER " La résonance magnétique nucléaire en neurologie." Editions P.I.L 1986.

[CHAS 91] J.M CHASSERY, A. MONTANERT " Geometrie discrete en analyse d'images" Hermes, Paris, 1991.

[CHOI 90] B.K CHOI, C.S LEE, " Sweep surfaces modeling via coordinate transformations and blending", Adv Inst os Science and Tech, Seoul KOREA, vol 22, n°2, 1990.

[CHOQ 93] J.B. CHOQUEL, S. REBOUL, F. DUFRENOIS, A. TALEB-AHMED, J.P. DUBUS. "Transformation elliptique de contours concaves pour la représentation d'objets dans une scène 3-D". 4th European Workshop on Three Dimensional Television,ROME,1993.

[CIAR 90] P.G. CIARLET. "introduction à l'analyse numérique matricielle et à l'optimisation ". Masson PARIS , 1990.

[CINQ 87] P. CINQUIN " Application des fonctions splines au traitement d'images numeriques" These de doctorat, sept 1987.

[CLIN 74] A.K. CLINE " Scalar and planar valued curve fitting using splines under tension " Comm ACM , vol 17, pp 218-220,1974.

[CLIN 88] M.E. CLINE, W.E LORENSON, S. LUDKE, C.R CRAWFORD " Two algorithms for the 3D reconstruction of tomograms " Med Phys , vol 15, n°3, pp 320-327, 1988.

[COHE 90] L. COHEN, I. COHEN " A finite element method applied to new contour models and 3D reconstruction from cross section" Proc of 3rd Int Conf on Comp Vision, Japon , pp. 587-595, 1990.

[COHE 93] L. COHEN, I. COHEN " A finite element methods for active contour models and balloon for 2-D and 3-D images". IEEE Trans. Patt. Anal. and Mach. Int., vol 15, n°11, pp. 1131-1147, 1993

[COOK 81] P.N. COOK. "Three dimensional reconstruction from surface contour for head C.T. examinations". Journal of Computer Assited Tomography , vol. 5, pp. 60-67, 1981.

[COQU 87] S. COQUILLART " A control point based sweeping technique " IEEE CGSA, vol 7, n°11, pp 36-48, 1987.

[COQU 90] S.COQUILLART " Extended free form deformation : a sculpturing tool for 3D geometric modeling" ACM Comp Grap , Vol 24, pp. 187-193, n°4, 1990

[COUR 53] R. COURANT , D. HILBERT, " Method of mathematical physics " Interscience publishers, 1953.

D

[DANI 80] P.E. DANIELSSON, " Euclidean distance mapping" Linkoping Univer Suede, CG&IP, vol 14, pp 227-248, academic Press, 1980.

[DAVI 86] M. DAVID " Geostatistical on reserve estimation , E.I Service- Scientific Publishing Comp, NY, 1986.

[DELE. 90] DELEUME J.F " Le renforcement paradoxal en imagerie par RM". Thèse de médecine Lille 1990.

[DELI 92] M. DELINGUETTE, M. HELBERT, K. IKENCHI, " Shape representation and image segmentation using deformable surfaces" , Imag Vision Comp, vol 10, pp 132- 144, 1992.

[DEMA 89] Y. DEMASEAU, O.BOURDON et M. LEBRASSEUR " Contours et illusions de contours: un gabarit elastique pour l'extraction de formes". Premier workshop régional de sciences cognitives, Chichilianne, 1989.

[DENH 84] L.R. DENHAM. "Seismic interpretation". Proc. IEEE , pp. 1255-1265, Oct. 1984.

[DIER 82] P. DIERCKX " Algorithm for smoothing data with periodic and parametric splines "CVGIP, vol 2, n°2, pp 171- 189, 1982

[DILL 91] J.L DILLESEGER, C. HAMITOCHE, J.L COATRIEUX. " Visualisation d'images tridimensionnelles par lancer de rayons avec interpolation locale " ITBM, vol 12, n°3, pp. 245-255, 1991.

[DODD 83] S.L DODD, D.F MCALLISTER, J.A ROULIER, " Shape preserving spline interpolation for specifying bivariate function on grids" IEEE CG&A, 1983.

[DOUP 82] J.K DOUPA , "Interactive segmentation and boundary surface formation for 3D digital images" Comp Graph Imag Proc, vol 18, pp 213-235, 1982.

[DU 88] W-H. DU " Etudes sur la représentation de surfaces complexes : application à la reconstruction de surfaces échantillonnées " Thèse de Télécom Paris, oct.1988

[DUCH 76] J. DUCHON . " Interpolation des fonctions de deux variables suivant le principe de la flexion des plaques minces " RAIRO, Analyse numerique, vol 10, pp 5-12, 1976.

[DUFR 94] F.DUFRENOIS, A TALEB-AHMED, J.F. DELEUME, J.P. DUBUS . "Une methode de reconstruction et de representation 3D de l'arbre cerebrale du cou à partir de clichés IRM", I.T.B.M, vol 15, n°2, 1994.

[DUFR 94] F.DUFRENOIS, H.HURIN, S. REBOUL, J.P. DUBUS . "Interpolation de contours par déformation d'un modèle elastique(snake) application à la reconstruction 3D à partir d'exploration scanner ou RMN", 7 forum jeunes chercheurs GBM, Lyon, 1994 (proceedings et comunication) (publication en soumission).

[DUFR 94] F.DUFRENOIS, A TALEB-AHMED, S. REBOUL, J.P. DUBUS . "A technical contours interpolation using SNAKE, application to 3D reconstruction", I.A.S.T.E.D Systems and control, SUISSE, pp. 50-53, 1994

E

[EBEL 93] R. EBEL. "Reconstruction interactive d'éléments anatomiques à l'aide de surfaces de formes libre". Thèse de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications ,PARIS, Jan. 1993.

[EKOU. 87] A. EKOULE., F. PEYRIN,C. ODET, "Description d'une procédure de triangulation entièrement automatique . Proc Cognitiva 87.pp 88-95,Paris,1987.

[EKOU. 91] A. EKOULE., F. PEYRIN, C. ODET , "A triangulation algorithm from arbitrary shaped multiple planar contours". ACM trans. on graphics, vol 10, n°2, pp.182-189 April 1991.

[ENID 93] R. ENID. "Optimal control and the calculus of variations". Oxford Science Publication, 1993.

F

[FARR 89] E.J FARREL, R.A ZAPPULLA, " three dimensional data visualization and biomedical applications. C.R.C Crit Rev Biomed Engng, vol 16,n°4; pp 323-363, 1989.

[FOLE. 82] FOLEY J.D & VANDAM A. " Fundamentals of interactive computer graphics. Ed Wesley.1982

[FOLE 87] A. FOLEY " weighted bicubic splines inetrpolation to rapidly varying data" ACM transaction on graphic, vol 6, n°1, pp 1 à 18, 1987.

[FORS 88] D. FORSEY , R. BARTELS, " Hierarchical B-splines refinement" ACM CG , vol 22, n°4, pp.205-219, 1988

[FRAN 85] R. FRANCKE "Thenplate splines with tension". Comp aided geometric designe. Vol 2, pp 87-95, 1985.

[FUA 89] P. FUA, Y. LECLERC , " Model driven edge detection " Mach Vision and Appl, 1989.

[FUCH 77] H.FUCHS ,Z.M KEDEM, B.F. NAYLOR ."Optimal surface reconstruction from planar contours". Commun . ACM,20, pp. 693-702,1977.

[FUCH 80] H. FUCHS, Z.M. KEDEM, B.F. NAYLOR. "On visible surface generation by a priori tree structures". Comput. Graph., vol 14, pp.124-133, 1980.

[FURS 86] M.A. FURST, P.E. CAINES, " Edge detection with image enhancement vie dynamic programming", McGill Univer Canada, Academic Press, 1986.

G

[GARD 87] Y. GARDON " Methodes de bases mathematique et CAO Vol 1 , HERMES, 1987

[GARR. 88] GARREAU M. "Signal image et intelligence artificielle, application à la reconstruction et étiquetage 3D de structure vasculaire" . thèse de doctorat Rennes 1, 1988.

[GASC 90] M.P GASCUEL " deformation de surfaces complexes : techniques de haut niveau pour la modélisation et l'animation " thèse de l'Univ Paris sud, 1990.

[GOLD 87] S.M GOLDDVASSEUR, R.A REYNOLDS, " Real time display and manipulation of 3D medical object " CVGIP, vol 39, pp 1-27, 1987.

[GORD 85] D. GORDON, R.A REYNOLDS, " Image space shading of 3D object " CVGIP, vol 29,pp 361-376, 1975.

[GREV 60] T.N.E GREVILLE " Some application of pseudo-inverse of a matrix" SIAM revue, II, pp 15-22,1960

[GRIM 83] W.E.L GRIMSON, " An implementation of a computationnal theory of visual surface interpolation " CVGIP, vol 22, pp 39-69, 1983.

[GUEZ 93] A. GUEZIEC " Reconnaissance automatique de surface et courbes gauches , application à l'analyse d'images volumiques " Thèse de Paris XI, 1993.

H

[HAN 93] S. HAN, D.B. GOLDDGOF, K.W. BOWYER, "Using Hyperquadrics for shape recovery from range data ", Proc. of the 4th ICCV, pp.492-496, Berlin, Germany, mai 1993.

[HART 80] P.J. HARTLEY, C.J. JUDD "Parametrization and shape of B-spline curves for CAD, CAD, vol 12, n 5, pp 235-238, sept. 1980

[HARR 86] J.G. HARRIS "The coupled depth slope approach to surface reconstruction " M.S thesis Massachussette Institue of technology, dept. of Electrical Eng and Comp Sciences, Cambrige, 1986

[HERL 92] I.L. HERLIN " A deformable region model using stochastic processes applied to echocardiographic images " IEEE Trans. Patt. anal. and Mach. int., vol 4, pp.534-537, 1992

[HERM 83]-G.T. HERMAN, J.K. UDUPA. "Display of 3-D digital images:computational foundations and medical applications". IEEE Comput. Graph. and Applic., vol. 3, pp. 39-45, Aug. 1983.

[HUMM. 83] HUMMEL A., ZUKER W. " On the foundation of relaxation labeling processes
" IEEE PAMI vol 5, pp.267-286, 1983.

I

[ILLI 88] J. ILLINGWORTH, J. KITTLER, " A survey of the Hough transform" CVGIP, vol
44, pp 87-116; 1988.

J

[JIHN 83] E.M. JOHNSON, J.J. CAPOWSKI. "A system for the three-dimensional
reconstruction for biological structures". Comput. Biomed. Res., vol. 16, pp. 79-87, 1983.

K

[KANE 88] K.KANEDA, Y. WAKASU, E. NAKAMAE, M.YASUDA " Accurate
reconstruction of 3D object composed of multiple surfaces " 1er Conf Ann sur l'image
numerique à Paris, PIXIM 88 , pp 15-29.

[KASS 87] M. KASS, A. WITKIN, D. TERZOPOULOS. "Snakes:Active contour models".
International Journal of Computer Vision, vol. 1, pp. 321-331, 1987.

[KERB 86] L. KERBS " Geo statistics the variogram COGS " Comp Cont , vol 12, n°2, pp
54-59, 1986.

[KEPP 75] J.KEPPEL. "Approximation complex surfaces by triangulation of contour
lines".IBM J. of Reseach. and Devel., vol. 19, pp.2-11, 1975.

[KLOK 86] F. KLOK . " Two moving coordinate frames for sweeping along a 3d trajectory "
CAGD, von 3, n°3, pp 217-226, 1986.

L

[LANC 86] P. LANCASTER, K.SALKANSKAS. " Curve and surface fitting : an
introduction " Academic Press, 1986.

[LAUR 72] P.J LAURENT. " Approximation et optimisation " HERMAN, PARIS, 1972.

[LASC 87] P. LASCAUX, R. THEODOR. " Analyse numerique matricielle appliquée à l'art de l'ingenieur" Vol 2, MASSON, 1987

[LEIT 91] F. LEITNER, I. MARQUE, S. LAVALLE, P. CINQUIN "Dynamic segmentation : finding the edges using snake splines . P.J Laurent, A. LEMEHAUTE, L.L SCHUMAKER editor, pp 279-284, Academic press, Boston , 1991.

[LERO 88] M. LEROY " Display of surfaces from value data " IEEE Comp Graph and Appl, vol 8, n°5, pp 29-37, 1988

[LEYM 92] F. LEYMARIE, M.D LEVINE " Simulation the grassfire transform using an active contour model " IEEE Trans on Patt Anal and Mach Int, vol 14, n°1, pp 56-75, 1992.

[LIN 88] W.C. LIN, C.C. LIANG, C.T. CHEN. "Dynamic elastic interpolation for 3-D object reconstruction from serial cross-sectional images". IEEE Trans. Med. Imaging, vol. 3, pp. 225-232, Sep. 1988.

[LIN 89] W.C LIN, S.Y CHEN, C.H CHEN " A new surface interpolation technique for reconstructing 3D objects from serial cross sections" CVGIP, vol 48, n°1, pp.124-133, 1989.

[LHOS 92] J.M. LHOSTE " Principes de la résonance magnétique nucléaire et bases physiques de la relaxation." GRAMM 92.

M

[MACK. 82] S. MACKAY, R. SAYRE, M. POTEL, " 3D Galatea : Entry of three-dimensional moving points from multiple perspective views " ACM CG, v. 16, n.3, pp. 213 - 224, july 82.

[MAX 88] N.MAX, E. GETZOFF " Spherical harmonic molecular surfaces" IEEE Comp Graph and App, vol 8 , n° 4, pp 42-55, 1988.

[MEIN 79] J. MEINGNET " Multivariate interpolation at arbitrary points made simple " J. Appl. Math. Phys, vol 30, pp 292-300, 1979.

[MENE 90] S. MENET, P. SAINT MARC, G. MEDIONI " Active contour models overview implementation and application" Syst Man Cyb, pp 194 - 199, 1990

[MORE 84] H. MORETON, D. BERGERON. " SUDS surface description system " EUROGRAPHICS' 84, pp 221-239, 1984.

N

- [NAST 92] C. NASTAR, N. AYACHE " Fast segmentation, tracking, and analysis of deformable objects" Rapport de recherche INRIA n. 1783, Pr. 4, Oct. 1992
- [NEY 90] D.R. NEY, E.K. FISHMAN, D. MAGID, R.A. DREBIN."Volumetric rendering of computed tomography data:principles and techniques". IEEE Comput. Graph. applic., vol. 10, pp. 24-32, Mar. 1990.
- [NOUG 85] J.P. NOUGIER " Méthodes de calcul numérique" Ed. Masson, 1985.

P

- [PARR 92] R.W PARROT, M.R STYTZ, P. AUBURN, D. ROBINSON " Statistically optimal interslice value interpolation in 3D medical imaging : theory and application. Proc 5th IEEE Symp Comp Based Med Syst , USA, pp 276- 283, 1992.
- [PAUC 83]E. PAUCHON. "Numerisation et modelisation automatique d'objet 3-D".Thèse Université PARIS sud orsay, Sep.1983.
- [PAVL 74] T. PAVLIDIS. " Structural Pattern Recognition " Springer Verlag, 1977.
- [PEIF. 90] J. PEIFER, D. KU " Visualization of the abdominal aorta using three-dimensional computer models reconstructed from MR images" Actes of 1 st conference on Visualization in Biomedical Computing, Atlanta USA, 1990
- [PELL. 91] PELLOT C., HERMENT A., SIGELLE M., PERONNEAU P., GAUX J.C."Modélisation des bifurcations vasculaires par traitement des images d'angiographies numérisées" . Inn, et Tech, en Biolo, et Med, pp. 576-581, 1991 .
- [PINS 89] F.PINSON " Ajustement de primitives d'objets de forme libre sur un ensemble de données reelles" Thèse de Univ de Compiègne 1989.
- [POLI 93] R. POLI, G. COPPINI, G. VALLI " Recovery of 3D closed surfaces from sparse data " CVGIP Image understanding, vol. 60, n.1, pp 1-25, July 1994
- [PRAT 85] M. PRATT " smooth parametric surface approximation to discrete data" CA GD, Vol 2, n°1-3, pp 165-171, 1985

R

[RITC. 85] RITCHINGS R.T, WANG H.Q. " Knowledge-based analysis of carotid angiograms" Image & vision computing, 3, pp 217-222, 1985.

[ROUG 91] N. ROUGEON, F. PRETEUX " Deformable markers : mathematical morphology for active contour models control " SPIE, vol 1568, Image algebra and Morphological Image Processing, pp. 78-88, 1991.

S

[SAIN 90] P. SAINT MARC, G. MEDIONI, " Bspline contour representation and symmetry detection ", In 1er European Conf Comp Vision, Antibes, 1990.

[SAUD 90] P.T SAUDER, S.W ZUCKER, " Infering surface trace and differential structure from 3D images", IEEE Trans Patt Anal Mach Inte, vol 12, n°9, pp 833-854, 1990.

[SCHU 76] L.L SCHUMAKER, " Fitting surface to scattered data " in approximation II, G.G Lorentz, C.K Chui, and L.L Schumaker, Eds Academics press, NY, pp 203- 267, 1976.

[SCLA 91] S. SCLAROFF, A. PENTLAND " Generalized implicit functions for computer graphics" ACM CG , vol 25, n°4, pp 247-258, 1991.

[SCHW 66] D.G SCHWEIKERT " An interpolation curve using a spline in tension " J. Math Phys, vol 45, pp 312-317, 1966.

[SEDE 86] T.W SEDERBERG, S.R PANY " Free form deformation of solid geometric model " In SIGGRAPH' 86, Vol 20, pp 151-160, 1986

[SEQU 87] J. SEQUEIRA, P. CONORT. "Application de la modélisation tridimensionnelle assistée par ordinateur à l'exploration rénale".Publication du centre scientifique d'IBM-France, 1987.

[SEQU 87] J. SEIQUEIRA " Modelisation interactive d'objet de forme complexe à partir de données heterogènes" Thèse d'état, Univ Besançon, 1987

[SHAN 84] U. SHANI, D. BALLARD. " Splines as embeddings for generalized cylinder " CVGIP, vol 27, n°2, pp 129-156, 1984.

[SHIR. 87] Y. SHIRAI, " Three-dimensional computer vision " ch. 10.4, pp. 199 : " Generalized cylinders " Springer Verlag.

[SOLI 90] F. SOLINA, R. BAJCSY " recovery of parametric models from range images : the case for superquadrics with global deformation" IEEE Trans on Patt and Mach Int , vol 12, n°2, pp 131-142, Feb 1990.

[STAI 92] L.H. STAIB, " Boundary finding with parametrically deformable models " IEEE Trans on Patt and Mach Int , vol 14, n° 11, pp 1061-1075, Nov 1992.

[STYT 90] M.R STYTZ, O. FRIEDER " 3 dimensionnal medical imaging modalities : on overview" CRC Rev Biomed Eng, vol 18, n°1, pp 27-54, 1990.

[STYT 91] M.R STYTZ, G. FRIEDER, O. FRIEDER " 3 dimensionnal medical imaging algorithms and computer systems " ACM Comp Surveys, vol 23, n°4, pp 421-499, 1991.

[SZEL 88] R.S.SZELESKI. "Bayesian modeling of concentricity in low level vision" Comp Sciences Dept, Pittsburgh, aug 1988.

[SZEL 90] R.SZELISKI, " Fast surface interpolation using hierarchical basis functions", IEEE Trans Patt Anal Mach Int, vol 12, n°6, pp 513-528, 1990.

T

[TALE. 91] TALEB-AHMED A., CHOQUEL J.B., WAUQUIER F., DUBUS J.P. "Algorithme d'échantillonnage pour la reconstruction 3D d'objets définis par des coupes parallèles et implémentation par une architecture de traitement temps réel ". 13ème colloque GRETSI Juan les Pin, vol 2, pp. 1177-1180, sept 1991

[TALE. 92] TALEB-AHMED A. "Etude de techniques de representation 3D d'objets biologiques à partir d'acquisitions radiologiques X et IRM. Applications en neuroradiologie et morphogénèse céphalique" . Thèse de doctorat en électronique . Lille, 1992

[TALE 92] A TALEB-AHMED, F.DUFRENOIS and all. "A 3D method representation of cerebral arterial bifurcation from IRM cross section". 14th annual international conference of IEEE in EMBS, pp. 2241-2242, 1992.

[TERZ 83] D. TERZOPOULOS. " Multilevel computational processes for visual surface reconstruction " CVGIP, vol 24, pp 52-94, 1983.

[TERZ 86] D.TERZOPOULOS " Regulation of inverse visual problems involving discontinuities" IEEE Trans on Patt Anal and Mach Int, vol 8, n° 4, pp 413-424, 1986.

[TERZ 87] D.TERZOPOULOS, A. WITKIN, M. KASS, " Symmetry-seeking models for 3D object reconstruction" Int. Jou. of Com. Vis., pp. 211-221, 1987.

[TIKH 77] A.N TIKHONOV, V.Y ARSENIN " Solution of ill posed problems" New York, V. H, 1977.

U

[UCLU 91] J.K UCLUJA, G.T HERMAN " 3D imaging in medecine" CRC press , Boston, 1991.

V

[VARA 84] T. VARADY, M.J. PRATT, " Design technics for the definition of solid objects with free form geometriy" CAGD, vol 1, pp207-255, Elsevier science Publisher, Holland, 1984.

[VEEN 82] P.R VEENMAN , " The design of sculptured surfaces using recursive subdivision techniques", Proc Conf on CAD/CAM, Tech in Mech Engng, pp 24-26,1982.

W

[WEN 88] WEN HUI DU " Etude sur la representation de surfaces complexes application à la reconstruction de surfaces echantillonnées " thèse de telecom Paris, 1988.

[WILH 90]J. WILHELMS, A VAN GELDER. "Topological considerations in isosurface generation". Comput. Graph., vol 24, pp. 79-86, Nov. 1990.

[WILL 87] J. WILLIAMS, " The theoretical basis of the discrete element method " In numerical method in engineering, theory and appl. Balkema publishers : Rotterdam, 1987.

[WOOD 87] C.D WOODWARD, " Cross sectional design of Bspline surface" CG&IP, vol 11, n°2, pp193-201, 1987.

X

[XU 88] S.B. XU, W.X. LU, " Surface reconstruction of 3D objects in computerized tomography" Zhejiang Univer Hanzhou Chine, CVGIP, vol44, pp 270-278, Academic Press 1988.

Y

[YANG. 88] YANG R. " Application de la videodensitométrie à l'étude 3D des volumes à partir de 2 projections orthogonales " Thèse de doctorat CNAM Paris 1988 .

[YOUN 89] A. YOUNG, P. HUNTER, B. SMAIL " Epicardial surface estimation from coronary angiograms " CVGIP, vol 47, n°1, pp111-127, 1989.

Z

[ZUCK 88] S. ZUCKER, C. DAVID, A. DOBBINS, L. IVERSON, " The organization of curve detection : coarse tangent fields and fine spline coverings " Procee of 2nd Int Conf on Comp Vision , USA, pp 568- 577, 1988.

ABSTRACT

Three-dimensional reconstruction of anatomical structures from serial cross sections still causes many problems that can lead to approximative representations. Especially, the three-dimensional result depends on the resolutions used in the three spatial directions (the in-plane resolution is usually smaller than the interslice one). To come down to steady sampling conditions, we studied new techniques whose basic principle is to fit a model structure, whose shape is close to the studied one, on the three-dimensional data points sampled on the object. Then, these methods give us a more regular lattice of data to realize a good three-dimensional representation.

As part of the three-dimensional reconstruction of the blood-vascular structures of the head from M.R. serial cross sections, we develop a method to model the tubular elements. In a first step, we identify the tubular parts of the vascular tree and estimate automatically their axial positions. In a second step, the estimated axes of the vessels permit to fit a right generalized cylinder on the data by an optimization technique. The resulting surface is composed of triangular plane surfaces.

In the same idea, we propose a dynamic elastic interpolation method based on the theory of the active contours to generate, in a coherent way, a set of intermediate contours between the successive slices of the object. Then, we obtain a new regular data structure to realize a correct triangulation of the object. The generalization of this method represents an interesting way to handle the branching problem.

